



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Caracterización numérica y
experimental de parámetros
dinámicos en estructuras SAE Aero
Design**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Francisco Javier Delfino Núñez

DIRECTOR DE TESIS

M.I. César Abraham Luna Estrada



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado CARACTERIZACION NUMERICA Y EXPERIMENTAL DE PARAMETROS DINAMICOS EN ESTRUCTURAS SAE AERO DESIGN que presenté para obtener el título de INGENIERO MECÁNICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

FRANCISCO JAVIER DELFINO NUÑEZ
Número de cuenta: 419047935

Contenido

Contenido.....	1
Agradecimientos.....	5
Resumen.....	7
1 Capítulo 1: Introducción.....	9
1.1 Antecedentes generales	9
1.2 UNAM Aero Design.....	10
1.3 Planteamiento del problema	10
1.4 Objetivos.....	12
1.4.1. Objetivo general	12
1.4.2. Objetivos específicos	12
1.5 Alcances y limitaciones	12
2 Capítulo 2: Marco Teórico.....	15
2.1 Dinámica de Fluidos Computacional.....	15
2.1.1. Ecuaciones gobernantes de la mecánica de fluidos.....	16
2.2 Método del volumen finito.....	17
2.2.1. Turbulencia	20
2.2.1.1. Aspectos característicos de la turbulencia	20
2.2.1.2. Modelado de la turbulencia.....	21
2.2.1.2.1. Ecuaciones de Navier Stokes Promediadas de Reynolds (RANS)	21
2.2.1.2.2. Problema de Cierre del Modelo	23
2.2.1.2.3. Tratamiento cercano de pared.....	24
2.2.1.2.4. Modelos de viscosidad turbulenta.....	26
2.2.1.2.5. Modelo $k - \epsilon$	27
2.3 Mecánica estructural.....	28
2.3.1. Ortotropía de los materiales.....	28
2.3.2. Ecuaciones de gobierno.....	29
2.3.3. Método de elemento finito.....	29
2.3.4. Criterios de falla en materiales ortotrópicos.....	32
2.3.4.1. Criterio de máximo esfuerzo [34]	32
2.3.4.2. Criterio de Tsai-Hill.....	32

2.3.5.	Análisis modal	33
2.3.6.	Vibración aleatoria	35
2.3.6.1.	Análisis Espectral.....	36
2.4	Diseño experimental en túneles de viento.....	38
2.4.1.	Aspectos básicos de los túneles de viento.....	38
2.4.2.	Fenómenos de uso del túnel	40
2.4.3.	Modelos montados al piso	42
2.4.4.	Vibraciones inducidas por vórtices (VIV)	44
3	Capítulo 3: Caso de estudio de estructura alar del prototipo.....	47
3.1	Dinámica de Fluidos Computacional.....	48
3.1.1.	Referencias previas	48
3.1.2.	Elección modelo de turbulencia.....	48
3.1.3.	Preparación de geometría.....	48
3.1.4.	Construcción del dominio computacional.....	49
3.1.5.	Análisis de parámetros	50
3.1.5.1.	Mallado	50
3.1.5.2.	Configuración del solucionador	51
3.1.5.3.	Condiciones de contorno y parámetros físicos	52
3.1.6.	Estudio de performance.....	53
3.1.6.1.	Obtención de V_s	54
3.1.6.2.	Obtención de $V_{máx}$	54
3.2	Mecánica Estructural Computacional.....	55
3.2.1.	Análisis estáticos	55
3.2.1.1.	Introducción de propiedades ortotrópicas.....	55
3.2.1.2.	Mallado	56
3.2.1.3.	Aplicación de cargas.....	57
3.2.1.4.	Verificación estructural.....	57
3.2.1.1.	Rango final de velocidad a usar en el trabajo experimental.....	59
3.2.2.	Análisis Modal.....	59
3.3	Metodología experimental.....	61
3.3.1.	Justificación de realización del experimento.....	61
3.3.2.	Diseño Experimental	62

3.3.3.	Justificación de parámetros concentrados	62
3.3.4.	Correcciones por bloqueo.....	63
3.3.5.	Proceso de diseño del montaje.....	63
3.3.5.1.	Diseño conceptual	63
3.3.5.2.	Diseño Preliminar	66
3.3.5.3.	Diseño a detalle.....	68
3.3.5.4.	Manufactura.....	74
3.3.6.	Planeación y ejecución del experimento	75
4	Resultados	78
4.1	Dinámica de Fluidos Computacional.....	78
4.2	Mecánica estructural computacional.....	81
4.3	Resultados experimentales	82
4.3.1.	Velocidad: 12 [m/s].....	82
4.3.2.	Velocidad: 14 [m/s].....	84
4.3.3.	Velocidad: 16 [m/s].....	85
4.3.4.	Velocidad 18 [m/s].....	87
4.4	Análisis general.....	88
5	Conclusiones y trabajo futuro.....	90
5.1	Conclusiones	90
5.2	Trabajo futuro	91
	Anexos	93
	Anexo A: Algoritmo de resolución SIMPLE.....	93
	Anexo B: Tratamiento de pared mejorado	96
	Anexo C: Explicación de parámetros en CFD.....	100
	Anexo D: Parámetros finales y análisis de sensibilidad de malla	102
	Anexo E: Propiedades ortotrópicas y “ <i>Element Orientation</i> ”	108
	Anexo F: Bitácora de manufactura del montaje.....	113
	Anexo G: Resultados experimentales.....	123
	Anexo H: Protocolo Experimental	143
6	Referencias.....	159

Dedicada a mis padres:

Isaías y Lourdes, por siempre haber apostado por mí
Este logro no solamente es mío, también es de ustedes.

Agradecimientos

A mis padres y mis hermanos por haber ayudado a formarme en la persona que soy hoy en día, por todo su apoyo y cariño a lo largo de mi vida y por haber hecho absolutamente posible todo esto. Las palabras no me alcanzan para todo el agradecimiento que tengo hacia ustedes.

A César, por haber sido un tutor increíble, por todo su apoyo brindado incluso sobrepasando con creces lo que corresponde a ser un tutor. Gracias por tus consejos, tanto profesionales como personales, tiempo, dedicación y acompañamiento durante uno de los proyectos más importantes de mi vida hasta ahora, demostrándome no solamente tu calidad como académico, sino también como persona.

A mis compañeros de carrera, Eduardo, Blanca, Juan Pablo, Brandon y Alejandro, dado que muchas de las cosas aplicadas en esta tesis las aprendí con ustedes y por haber sido parte de estos años maravillosos en la Facultad, les mando a todos y a cada uno un fuerte abrazo. Igualmente, a todas las personas que han sido parte importante de mi persona durante este último tiempo, especialmente a Jessica, por haber sido mi compañera durante toda mi estancia en CDMX y a Elizabeth por haber formado parte importante para mí durante gran parte de este escrito.

A toda la familia del CDMIT, Carolina, Carlos, Erika, Jorge, Sadrac, Arantxa, Noemí, el Doctor Alejandro y a todos los que formaron parte de esta travesía dentro del cuarto piso del CIA; sin su apoyo y sin haber hecho de este último tiempo una etapa tan significativa, probablemente este proyecto hubiera quedado inconcluso. Una mención especial para la persona que fue mi apoyo moral, emocional y sin la cual el experimento nunca hubiera podido haberse llevado a cabo, Sara, gracias infinitas.

Al personal del laboratorio de túnel de viento Fiidem-Instituto de ingeniería UNAM (IIU-NAM)., al Doctor Raúl, a los Ingenieros Martín, Juan y Oscar por todo su apoyo, consejos, tiempo y disposición al abrirme las puertas de su laboratorio y con ello haberme permitido la finalización de este trabajo. De igual forma, muchas gracias a los chicos del Servicio Social por haber hecho mis idas al LemAT mucho más amenas y divertidas.

Para terminar, este proyecto nace y concluye como una última contribución a la agrupación de mis amores, UNAM Aero Design. Quiero agradecer a Silvia, por haber sido la primera persona del equipo que confió en mí; a mis niños, Alberto, Mariana y Leslit por haberme ayudado a encontrar mi verdadera vocación y formar parte de una etapa de un enorme crecimiento personal para mí; a Juan Alberto por haber sido mi compañero durante todos estos años, así como por su apoyo y consejos en la elaboración de este proyecto; a Allan por toda su ayuda para la realización del experimento; a Michel y a David por todo el conocimiento que me transmitieron en mis primeros días de la agrupación, así como también a todos los amigos que Aero me regaló, Marissa, Fátima, Marcela y a todas las personas que formaron parte de mi paso por el equipo y haberlo hecho una de las mejores etapas de mi vida. Que el equipo siga volando tan alto como sea posible y siga siendo el semillero de los mejores talentos en la industria como lo ha sido hasta ahora.

*Quando me encuentre con Dios voy a hacerle dos preguntas:
¿Por qué la relatividad? y ¿por qué se producen las turbulencias?
Realmente creo que tendrá una respuesta para la primera.*

-Atribuida a Werner Heisenberg

Resumen

Este trabajo se centra en el estudio de frecuencias de vibración de una sección de estructura alar de la aeronave “AMBYS”, diseñada por la agrupación estudiantil UNAM Aero Design (UAD) para la competencia SAE Aero Design México 2023, con el propósito de establecer una metodología integral dentro del contexto actual de la agrupación, combinando herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), análisis estructurales por el método de Elemento Finito (FEM) y un protocolo experimental en el laboratorio de túnel de viento Fiidem-Instituto de ingeniería UNAM (IIUNAM).

La metodología se basó en tres pilares:

Simulación CFD en ANSYS Fluent®:

Se realizó un estudio para establecer una base de factores refinados, tales como parámetros de mallado, elección de modelo de turbulencia y opciones de configuración en Fluent; esto, a partir de un análisis estacionario del modelo “ala-fuselaje” para extrapolarlo a la sección que sería probada experimentalmente. Los resultados se utilizaron para determinar las fuerzas aerodinámicas estáticas que se aplicarían a los análisis estructurales posteriores, además, esta simulación sirve como herramienta de diseño en el contexto de la planeación del protocolo experimental.

Análisis estructurales en FEM en ANSYS Mechanical®:

En estos análisis, se usaron las propiedades ortotrópicas de los materiales de la estructura, las cuales se determinaron a partir de una recopilación bibliográfica para la realización de análisis estructurales estáticos con fuerzas aerodinámicas obtenidas con CFD como caso de cargas. Con esto, se evaluó la integridad de la estructura a diferentes velocidades de viento para obtener la velocidad máxima experimental a partir del criterio de máxima tracción. A su vez, se realizaron análisis modales para identificar frecuencias naturales ante diferentes condiciones de precarga para evaluar la sensibilidad de las frecuencias.

Validación experimental en túnel de viento Fiidem-IIUNAM:

Se diseñó y manufacturó un banco de pruebas mediante un proceso de ingeniería de diseño, optimizado por medio de simulaciones CFD para minimizar sus efectos sobre el flujo. Se midieron las frecuencias de vibración para cada velocidad definida por medio de un acelerómetro triaxial ubicado en una zona representativa de la estructura.

Se concluyó que los resultados obtenidos a partir de las pruebas en túnel de viento mostraron indicios de vibraciones aleatorias actuando sobre la estructura bajo las condiciones nominales de vuelo. Si bien las frecuencias fundamentales de estas, obtenidas mediante espectrogramas y análisis espectral en tercios de octava, parecen no coincidir con algunas de las frecuencias modales caracterizadas mediante el FEM, parte del trabajo futuro establecido comprende ejecutar estudios adicionales a fin de entender la naturaleza estocástica de la vibración, con el objetivo de establecer posibles modos de falla de mediano-alto ciclaje.

Capítulo 1

Introducción

1 Capítulo 1: Introducción

1.1 Antecedentes generales

Dentro del contexto de las competencias SAE Aero Design, los procesos de validación aerodinámicos y estructurales son esenciales para garantizar el desempeño y la seguridad de las aeronaves. No obstante, rara vez existe una clara conexión entre estos dos ámbitos, especialmente en el acoplamiento de fenómenos dinámicos.

Actualmente existen numerosos estudios sobre fenómenos dinámicos en estructuras de aeronaves comerciales o de gran escala, pero no en aeronaves ligeras, especialmente en aquellos correspondientes a la categoría “vehículos aéreos no tripulados” (UAVs, por sus siglas en inglés), contruidos con materiales compuestos, los cuales todavía representan un campo en auge en la investigación aeronáutica aplicada.

Los aviones de categoría SAE Aero Design son propensos a fenómenos aeroelásticos debido a su baja masa, dimensiones, bajos niveles de amortiguamiento, así como al tipo de materiales utilizados [1, 2]. Existen antecedentes en esta clase de modelos que han presentado fallas estructurales en vuelo durante las mismas competencias. Sin embargo, estudios acerca de sus posibles causas no han sido publicados o bien ha sido información que los mismos equipos han guardado para elaborar conclusiones internamente. Ejemplo de estos casos puede ser el presentado en [3], siendo uno de los pocos que han registrado evidencia de forma visual, aunque no concluyente, dado que no proporciona una explicación de las causas del fenómeno. Una de las principales causas del fenómeno de “*flutter*” es la entrada en resonancia debido a las vibraciones inducidas por el fenómeno aerodinámico, con frecuencias de excitación que pueden empatar con las frecuencias naturales de la estructura, activando diferentes modos de vibración.

Trabajos como los realizados en [4] se centran en el análisis de las frecuencias de variación de los coeficientes de arrastre y sustentación a diferentes ángulos de ataque. Por medio de un análisis espectral, se estudia cómo diferentes estructuras de vorticidad sobre perfiles aerodinámicos se ven reflejadas como un pico a una determinada frecuencia. Aunado a esto, en [5] se aborda, por medio de análisis numéricos en CFD y de técnicas de visualización experimental, la existencia de diferentes modos en los patrones de flujo, dependientes del ángulo de ataque y del número de Reynolds. Sin embargo, ambos casos se limitan a una idealización bidimensional y a valores de Reynolds por debajo de las condiciones de vuelo de UAVs.

En la literatura existen estudios de análisis modales experimentales que caracterizan parámetros dinámicos como coeficientes de amortiguamiento, así como modos y frecuencias de vibración de estructuras diseñadas para este tipo de competencias, esto por medio de técnicas como las pruebas de vibración en tierra (GTV, por sus siglas en inglés) [1]. Sin embargo, suelen enfocarse en casos de condiciones controladas, sin tener un vínculo con condiciones aerodinámicas reales o simuladas.

Estudios en este nicho, o que aborden estos temas de manera conjunta, son escasos, ya sea desde el punto de vista numérico o teórico debido a la dificultad de poder simular o modelar el acoplamiento físico de una excitación retroalimentada y abordarlo de manera experimental.

Además, estos fenómenos tampoco han sido ampliamente evaluados debido a la complejidad y el costo de realizar prototipos físicos a escala que cumplan una similitud completa. Esto debido a la aparición de efectos de escalamiento por la parte aerodinámica y a la dificultad de lograr una rigidez estructural representativa del modelo original.

1.2 UNAM Aero Design

Es una organización estudiantil multidisciplinaria conformada por alumnos de más de 15 carreras de 6 facultades diferentes, que representan orgullosamente a la Universidad Nacional Autónoma de México a nivel nacional e internacional, diseñando y manufacturando aviones para las competencias de SAE Aero Design México y SAE Aero Design International. Es una de las agrupaciones más laureadas del país desde su fundación en 2016, además de participar en eventos nacionales e internacionales de “*networking*”, impacto social, divulgación de la ciencia en la comunidad mexicana y en la generación de tecnología enfocada al campo aeronáutico [6].



Figura 1. Equipo de UAD en competencia SAE Aero Design México 2023 y logo de la agrupación.

Bajo la visión de ser una comunidad reconocida a nivel mundial por generar talentos y diseños aeronáuticos aplicables a la industria, la agrupación busca mejorar y desarrollar las capacidades de los integrantes, dentro y fuera de sus campos de conocimiento, en pro de su crecimiento profesional y estudiantil [6].

1.3 Planteamiento del problema

Con el fin de facilitar los objetivos de la agrupación, UNAM Aero Design se basa en una estructura organizacional que consta de un esquema de trabajo funcional centralizado, en el que el equipo se divide en tres sistemas: administración, aviónica y diseño mecánico. Esta organización permite un mejor flujo de trabajo y un alto nivel de especialización en diversas áreas del conocimiento en cada uno de sus miembros. Dentro de este esquema, diseño mecánico se subdivide en cuatro subsistemas: aerodinámica y desempeño, estabilidad y control, elementos estructurales, y trenes y prototipos mecánicos (véase Figura 2). Estos subsistemas trabajan de manera altamente colaborativa con el fin de diseñar, validar y manufacturar el diseño físico de aviones con un enfoque integral, garantizando su alta competitividad.

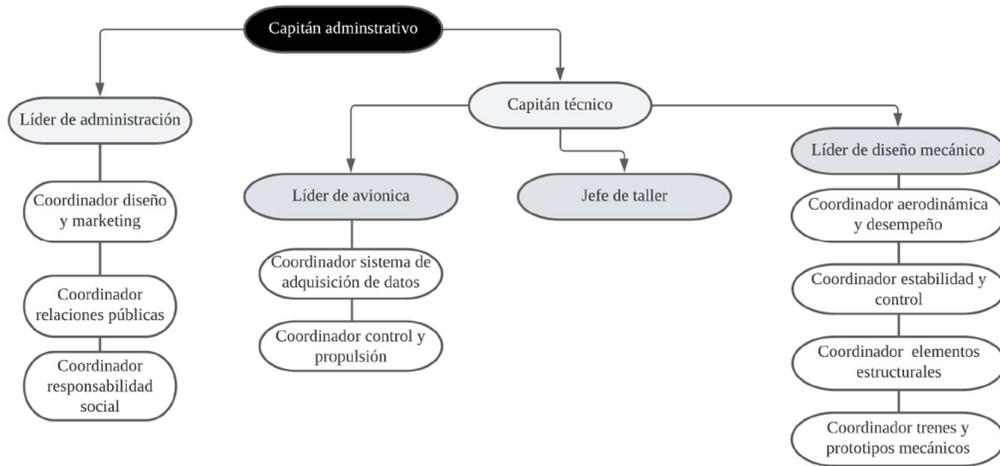


Figura 2. Organigrama de la agrupación (Obtenida de [6]).

Dentro del contexto actual de la agrupación, se observa que no existe un puente claro entre los análisis aerodinámicos realizados por el subsistema de Aerodinámica y Desempeño con las validaciones llevadas a cabo por el subsistema de Elementos Estructurales; además, en estos primeros no se ha hecho una investigación o documentación para comprender a profundidad la física detrás de cada parámetro y proceso realizado en este tipo de análisis, siendo principalmente realizados a través del empirismo y con información transmitida de generación en generación. Por la parte estructural, los análisis estáticos realizados en la validación se efectúan bajo la consideración de ortotropía de los materiales y con criterios de falla que no corresponden a este tipo de componentes; asimismo, los efectos vibratorios tampoco han sido considerados.

Existen muchos fenómenos relacionados al comportamiento aeroelástico que se da por la compleja interacción fluido-estructura. El conocimiento de parámetros dinámicos como las frecuencias de vibración es crucial para garantizar la seguridad e integridad de las aeronaves, previendo fenómenos de resonancia. Estas frecuencias representan los modos a los cuales una estructura tiende a oscilar de manera natural al ser excitada con solicitaciones externas [7].

En flujo externo, uno de los mecanismos de mayor relevancia son las vibraciones inducidas por vórtices (VIV, por sus siglas en inglés). Las estelas producidas por estos vórtices generan fuerzas periódicas irregulares que excitan dinámicamente a la estructura, causando vibraciones debido al cambio en la distribución de presiones sobre la superficie que estos generan, provocando una retroalimentación entre ambos fenómenos [7].

La coincidencia de las frecuencias de excitación y las frecuencias naturales puede producir fenómenos de amplificación de desplazamientos con respecto al caso estático, conocidos como resonancia, causando problemas como fallas por aumento de efectos inerciales estructurales, así como por el fenómeno de fatiga [8, 9].

Por tanto, dentro del panorama de UNAM Aero Design, surge la necesidad de establecer una metodología que integre las disciplinas aerodinámicas y estructurales de manera integral y que sirva como precursora para comprender comportamientos dinámicos más complejos bajo condiciones realistas, fomentando además la innovación dentro del equipo.

1.4 Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Obtener los parámetros dinámicos de una estructura aerodinámica de una aeronave SAE Aero Design mediante el refinamiento de la simulación numérica (CFD y FEM) y el desarrollo de una metodología experimental en el laboratorio de túnel de viento (IIUNAM) para la obtención de frecuencias de vibración inducidas por el flujo.

1.4.2. Objetivos específicos

- Desarrollar una metodología integral que contemple la sinergia entre simulaciones numéricas (CFD y FEM) y experimentos en túnel de viento, orientada al modelado y análisis de VIV. Esta metodología podrá ser implementada en futuros desarrollos en la metodología de UNAM Aero Design (UAD).
- Refinar los métodos de análisis en CFD como herramienta para validación aerodinámica y de diseño de manera más fiable.
- Refinar los métodos actuales de análisis estructural utilizados en UAD para incorporar propiedades y casos de carga acorde a la realidad.
- Diseñar e implementar un banco de pruebas en túnel de viento para obtener la respuesta vibratoria de la estructura.
- Comparar experimentalmente las frecuencias vibratorias con las obtenidas en el análisis modal e identificar posibles riesgos de resonancia.

1.5 Alcances y limitaciones

Con el fin de acotar el presente trabajo, se establecieron los siguientes alcances y limitaciones:

- El estudio se centra en la obtención de parámetros estructurales dinámicos, específicamente en una sección de la configuración ala-fuselaje del avión de competencia tipo radio control “AMBYS” diseñado para la competencia SAE Aero Design México 2023. Si bien los resultados obtenidos no son directamente extrapolables a otros modelos con configuraciones distintas, la metodología empleada para la obtención de dichos parámetros sí puede ser replicada
- Para el análisis numérico de aspectos aerodinámicos y estructurales, se realizaron estudios estacionarios en el caso de CFD, y análisis estáticos y modales en el caso de FEM, sin considerar efectos dinámicos.
- El presente trabajo no consideró la realización de ensayos experimentales para la caracterización de las propiedades mecánicas de los materiales empleados. Por ello, el

preproceso en las etapas de simulación estructural se llevó a cabo utilizando valores reportados en la literatura.

- El estudio experimental se enfocó únicamente en la obtención de frecuencias de las vibraciones estructurales, sin abordar de forma exhaustiva fenómenos aeroelásticos como “*flutter*” o divergencia. Además, dado que no se instrumentó toda la estructura, no se realizó un análisis espacial completo de los modos de vibración.
- Solo se consideró un ángulo de ataque fijo ($\alpha = 0^\circ$) durante la fase experimental, concerniente a la fase de vuelo crucero, siendo esta la etapa que expone a la estructura durante mayor tiempo a una condición vibratoria. Por consiguiente, el enfoque adoptado para estudiar los modos de falla se centró en entender la coexistencia e interacción de los modos de vibración con las frecuencias fundamentales inducidas.
- Dada la aparente naturaleza estocástica de la vibración, el análisis de los datos experimentales se limitó únicamente a la obtención de los espectrogramas y las frecuencias fundamentales en tercios de octava, dejando fuera algún otro análisis estadístico del experimento como trabajo futuro para el entendimiento de la “estabilidad” de esta condición estacionaria con relación a los parámetros del flujo externo.

Capítulo 2

Marco Teórico

2 Capítulo 2: Marco Teórico

El presente capítulo presenta las bases teóricas necesarias para comprender los fenómenos físicos y computacionales utilizados, así como sustentar el desarrollo y las decisiones técnicas tomadas en el proyecto. Dada la metodología híbrida utilizada en este trabajo, integrando el análisis numérico y la validación estructural, el marco teórico se divide en los siguientes tres bloques principales:

- Primero, se abordan los fundamentos de la dinámica de fluidos computacional, incluyendo lo correspondiente a los aspectos numéricos de simulación y modelado de la turbulencia que permiten modelar correctamente el flujo externo alrededor de una sección alar.
- Posteriormente, se incluyen los conceptos clave de la mecánica estructural para la realización de simulaciones estáticas, la obtención numérica de las frecuencias críticas de la estructura y los aspectos del tipo de vibración observada en la experimentación.
- Finalmente, se introducen los aspectos técnicos y teóricos correspondientes al uso de túneles de viento de baja velocidad, así como su diseño experimental.

2.1 Dinámica de Fluidos Computacional

La dinámica de fluidos computacional (por sus siglas en inglés “CFD”) se refiere a la resolución numérica de las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos, transferencia de calor y fenómenos relacionados, a través de computadoras [10]. Esta puede ser una herramienta de ingeniería muy valiosa para la validación, predicción y optimización de sistemas y modelos cuyo modelado y solución analítica serían muy complicados. La resolución de problemas mediante el uso de dinámica de fluidos computacional requiere de diversos pasos, como los ilustrados en la Figura 3.

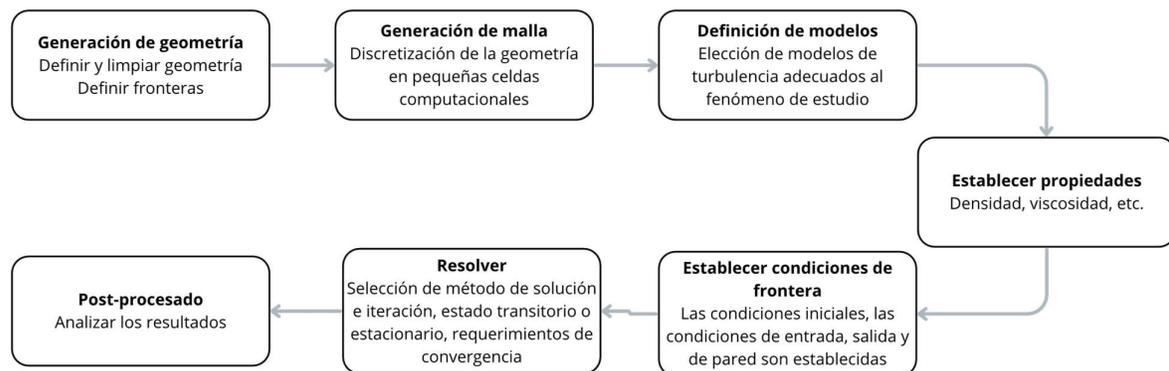


Figura 3. Pasos en simulaciones de CFD (Adaptación de gráfica presentada en [11]).

Para esto, en la actualidad existen múltiples softwares comerciales dedicados a este proceso. En el presente trabajo se utiliza el software Fluent® de la empresa ANSYS, Inc.®, conocida por

ser una de las plataformas líderes en simulación debido a su disponibilidad de modelos físicos avanzados y exactitud [12].

2.1.1. Ecuaciones gobernantes de la mecánica de fluidos

A continuación, se presentan las ecuaciones de movimiento para un fluido viscoso, newtoniano e incompresible:

Ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

Ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

Donde:

- $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ → Derivada local en el tiempo
- $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ → Término convectivo
- $-\nabla P$ → Gradiente de presiones
- $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$ → Término difusivo
- $\rho \mathbf{g}$ → Término de fuerzas de cuerpo

Estas ecuaciones se derivan directamente de las ecuaciones de balance de masa y de balance de momento lineal, respectivamente, en un dominio espacial, empleando un enfoque euleriano de volumen de control. Además, estas versiones de ambas ecuaciones son válidas para el régimen de flujo que se simulará en el presente trabajo.

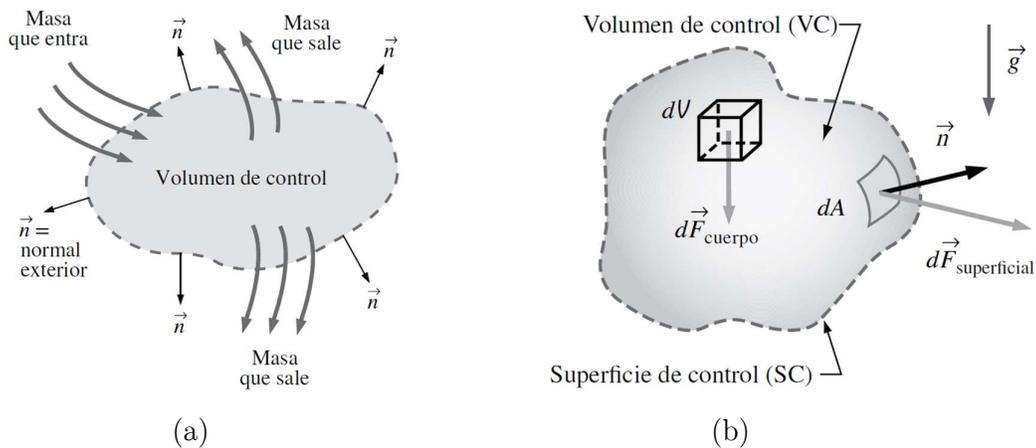
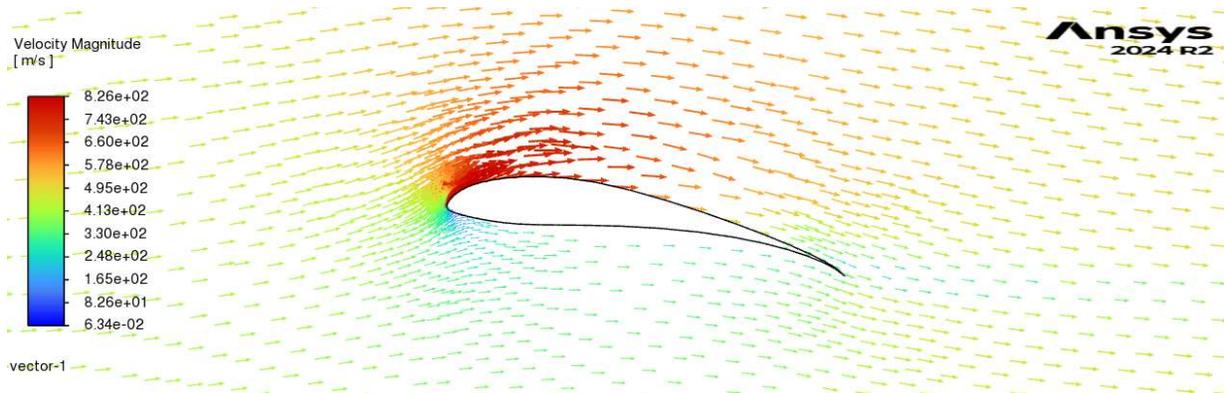
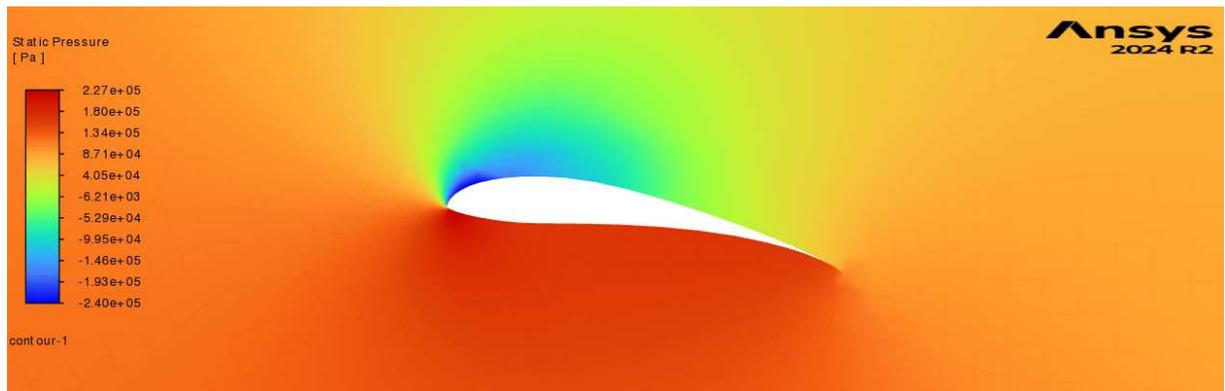


Figura 4. Representación gráfica de balances en un volumen de control ((a): Balance de masa; (b): Balance de momentum lineal; Obtenidas de [13].)

Las ecuaciones (1) y (2) buscan determinar la solución de campo de velocidad y presión, asegurando que ambas satisfagan simultáneamente las condiciones del dominio y las condiciones de frontera establecidas para el problema de estudio.



(a)



(b)

Figura 5. (a): Ejemplos de campo de velocidades; (b): Campo de presiones (derecha) sobre un perfil S1210.

2.2 Método del volumen finito

Se trata de uno de los métodos más utilizados en los softwares comerciales de dinámica de fluidos computacional para la resolución y representación de ecuaciones diferenciales parciales transformándolas en ecuaciones algebraicas [10]. Esto se hace mediante la partición del volumen de control, de lo que se conoce como malla, en dominios finitos llamados elementos (véase Figura 6). En el caso de análisis tridimensionales, se puede optar por los diferentes tipos de elementos mostrados en la Figura 7, cuya elección puede tener una influencia significativa en el proceso general de resolución, debido a su impacto en el conteo total de celdas y el comportamiento de convergencia, teniendo cada tipo sus correspondientes ventajas y desventajas [14].

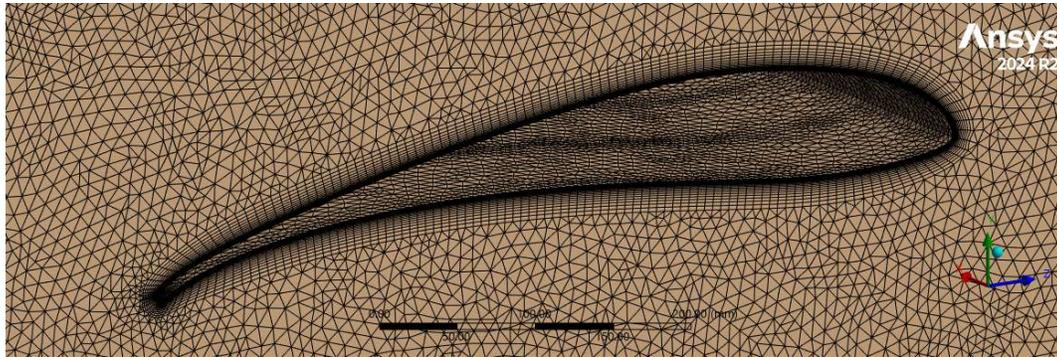


Figura 6. Vista parcial de la malla de discretización de volumen de control.

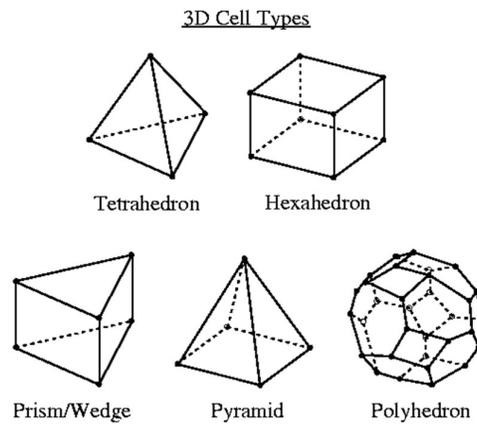


Figura 7. Tipos de elementos tridimensionales en ANSYS® (Obtenida de [15]).

Se parte de la simplificación de las ecuaciones estacionarias e incompresibles de Navier-Stokes sobre todo el dominio de estudio [16]:

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (3)$$

Sin embargo, dada la discretización del volumen de control, se busca evaluar la ecuación (3) sobre cada una de las regiones finitas del dominio, estableciéndose que el balance de cantidades físicas puede evaluarse sobre estos volúmenes finitos a partir del axioma de la localidad. Por ejemplo, se considera una celda poliédrica genérica como se muestra en la Figura 8, la cual representa este volumen finito cualquiera del dominio computacional original.

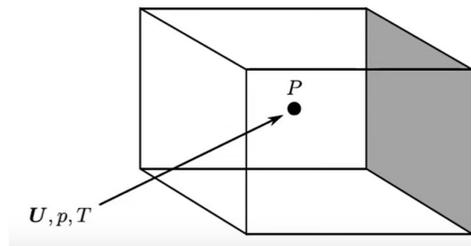


Figura 8. Representación de un elemento poliédrico genérico (Obtenida de [16]).

Sobre cada celda del dominio computacional se integran las ecuaciones de balance. Cada una de estas posee un número de caras que comparte con sus celdas vecinas, a través de las cuales se debe garantizar la conservación física de las magnitudes calculadas [16]. En la Figura 9 se observa el esquema de dos celdas vecinas denominadas “P”, que es la celda propietaria, y “N” la celda vecina, que comparten una cara entre sí.

Sobre este arreglo se integra la ecuación (3) dentro del volumen de la celda “P”, obteniéndose la ecuación (4) [16]. Con esto, se formula la ecuación diferencial parcial original en una ecuación integral, a evaluarse sobre la región de cada celda del dominio, representando esto el núcleo del método del volumen finito.

$$\int_V [\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \nabla P - \mu \nabla^2 \mathbf{v} - \rho \mathbf{g}] dV \quad (4)$$

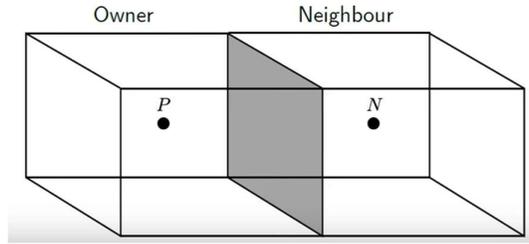


Figura 9. Celdas aledañas “P” y “N” conectadas por medio de cara en común (Obtenida de [16]).

Al integrar cada término por separado (en donde cada uno tiene una forma diferente de ser integrado) se aplica el teorema de la divergencia de Gauss con la finalidad de convertir integrales de volumen en integrales de superficie, obteniendo entonces ecuaciones de conservación a través del flujo neto por cada cara de la celda “P” [16]. Dado que las variables desconocidas se calculan en el centroide de la celda, estas varían linealmente a lo largo de esta por medio del esquema de interpolación elegido, a saber “*Upwind First-order*”, “*Second-order Central Difference*” o “*QUICK*”, para obtener los valores sobre las caras compartidas con las celdas aledañas.

Una vez realizada dicha discretización, en la que cada celda aporta términos que dependen de los valores y de los de sus celdas aledañas, estas se colocan dentro del sistema de ecuaciones matriciales algebraicas discretas de la forma [16]:

$$\mathcal{M}U = \mathcal{B} \quad (5)$$

En donde:

M: Es la matriz de coeficientes.

U: Es el vector velocidad desconocido de cada celda.

B: El término del lado derecho que contiene los términos fuente y condiciones de frontera.

2.2.1. Turbulencia

Este apartado se inspira en gran medida en el enfoque presentado por Andersson *et al.* [11], en el capítulo 4 de su obra “*Computational Fluid Dynamics for Engineers*”, debido a la claridad y profundidad con la que se abordan los conceptos fundamentales sobre el modelado de turbulencia en softwares de CFD. A partir de esta base, se desarrolla una adaptación contextualizada al marco del presente trabajo.

La turbulencia es la regla en los flujos que encontramos en la naturaleza. Aunque intuitivamente se puede tener una noción de su significado, es muy difícil dar una definición de lo que es la turbulencia debido a sus propias características. Sin embargo, [17] la define como:

“El flujo de fluidos turbulentos es una condición irregular de flujo, en la cual varias cantidades muestran una variación aleatoria en el tiempo y las coordenadas espaciales, de modo que puedan apreciarse valores medios estadísticamente distintos.”

2.2.1.1. Aspectos característicos de la turbulencia

Los flujos turbulentos son fenómenos continuos descritos por las ecuaciones de balance de masa (ecuación (1)) y momentum (ecuación (2)), que se destacan por su irregularidad, aleatoriedad y por ser altamente caóticos, así como consistir en estructuras turbulentas que abarcan un gran rango de escalas en términos de espacio y tiempo.

Una de las principales características del régimen turbulento es la difusividad (modelada por el término difusivo de la ecuación (2)), la cual se refiere a la tendencia de una propiedad a dispersarse dentro del flujo debido a la acción de los gradientes de dicha propiedad, representando en este tipo de flujo la capacidad para mezclar movimiento de manera tridimensional y errática.

La turbulencia, modelada por las ecuaciones de Navier-Stokes, es aleatoria y caótica, dado que cualquier mínima perturbación en condiciones iniciales, condiciones de frontera o propiedades materiales tiene una alta sensibilidad en el comportamiento [11].

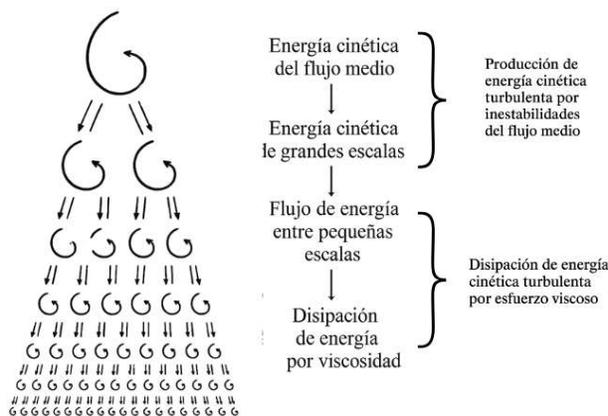


Figura 10. . Flujo de energía de grandes a pequeñas escalas. (Adaptación de figura presentada en [1]).

Además, diferentes escalas coexisten con escalas más pequeñas dentro de escalas más grandes, en donde las escalas mayores son muchos órdenes de magnitud más grandes que las más pequeñas; esta última está dada por lo que se conoce como la microescala de Kolmogorov, que se refiere a la escala en la cual los vórtices convierten la energía cinética turbulenta a energía térmica debido a la fricción causada por la acción viscosa del flujo [11]. Estos valores pueden oscilar en fenómenos atmosféricos en rangos desde 0.1 a 10 [mm], pero en flujos más pequeños estos

valores pueden ser mucho menores [18], hasta valores del orden de 25 y 250 $[\mu m]$ [19]. Esta diferencia, además, se acentúa conforme más alto es el número de Reynolds. Mientras las estructuras turbulentas se mueven, estas se estiran, rotan y se rompen en dos o más estructuras turbulentas [11]. Por tanto, existe un flujo de energía, en un proceso invíscido desde las escalas más grandes hacia las más pequeñas, en lo que se conoce como cascada de energía [11] (véase Figura 10). Cabe destacar que este flujo de energía entre escalas se debe propiamente a la interacción no lineal de vórtices a través de los gradientes de velocidad, siendo responsable de esto el término convectivo de la ecuación (2), pero un análisis más riguroso de este fenómeno queda fuera del alcance del presente trabajo.

Por las anteriores características, abordar el problema por métodos determinísticos se vuelve muy complicado, por lo que métodos estadísticos tienen que ser utilizados. Adicionalmente, la simulación en dinámica de fluidos computacional de todo el rango de vórtices hasta la escala de Kolmogorov (véase Figura 11) requiere el uso de una malla cuyo nivel de discretización espacial se queda fuera de las capacidades computacionales de cualquier equipo de cómputo convencional [20].

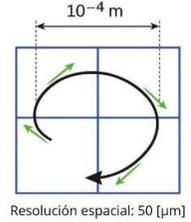


Figura 11. Resolución espacial en escalas pequeñas (Obtenida de [20])

2.2.1.2. Modelado de la turbulencia

Por las razones mencionadas en la sección 2.2.1, resulta imposible resolver estos problemas sin recurrir a modelos de turbulencia. Sin embargo, ningún modelo es universal, por lo que la exactitud de cada solución depende en gran medida de la adecuación del modelo elegido para cada caso, y de su correcta aplicación [13].

2.2.1.2.1. Ecuaciones de Navier Stokes Promediadas de Reynolds (RANS)

El físico británico Osborne Reynolds propuso que una cantidad instantánea de un flujo puede descomponerse en un valor medio o esperado, y una componente fluctuante.

Sea $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = (u(\mathbf{x}, t), v(\mathbf{x}, t), w(\mathbf{x}, t))$, donde \mathbf{v} es el campo de velocidades y (u, v, w) las componentes ortogonales proyectadas sobre un sistema cartesiano x, y, z . Tomando la componente correspondiente a la dirección x , se procede a hacer la descomposición antes planteada: una componente media $\bar{u}(x)$ y otra componente fluctuante $u'(x, t)$ como se muestran en la ecuación (6) [21].

$$u(x, t) = \bar{u}(x) + u'(x, t) \quad (6)$$

Donde la componente media $\bar{u}(x)$ representa el valor promedio en el tiempo de la velocidad sobre un punto en el espacio, considerando únicamente las propiedades globales del flujo, y está definida matemáticamente como se muestra en la ecuación (7) [22].

$$\bar{u}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T u(x, t) dt \quad (7)$$

Por su parte, la componente fluctuante $u'(x, t)$ captura las desviaciones instantáneas en el tiempo respecto al valor de la componente media, y está definida como se muestra en la ecuación (8) [22]. Esta representa físicamente las oscilaciones inducidas por el comportamiento caótico y aleatorio de la turbulencia.

$$u'(x, t) = u(x, t) - \bar{u}(x) \quad (8)$$

Visualmente, esto puede ser apreciado en la Figura 12, donde se muestra el valor instantáneo de u sobre un punto fijo dentro del flujo, y donde se puede observar un valor medio \bar{u} calculada por la ecuación (7) y los valores fluctuantes de la velocidad, definidos como la diferencia entre existente entre la velocidad instantánea y el valor medio (ecuación (8)). La razón de la introducción de este concepto es que, en problemas de aplicación en ingeniería, el interés principal radica en los efectos promedios o globales del flujo, permitiendo modelar la turbulencia desde un enfoque más práctico [22]. Un proceso similar se aplica para el campo de presiones P .

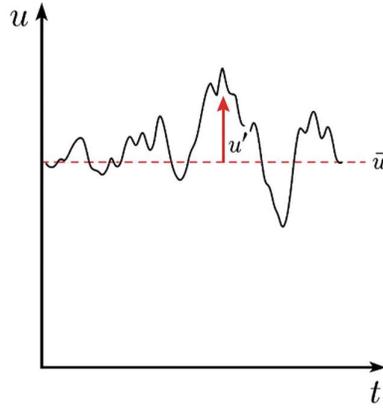


Figura 12. Descomposición de Reynolds de velocidad en su parte media y fluctuante. (Figura adaptada de [21])

Sustituyendo la ecuación (6) en las ecuaciones de balance (1) y (2) y aplicando el operador promedio, se obtienen las Ecuaciones de Navier-Stokes Promediadas de Reynolds (RANS, por sus siglas en inglés):

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} \right) \\ = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} - \nabla \cdot (\rho \overline{\mathbf{v}' \mathbf{v}'}) + \rho \mathbf{g} \end{aligned} \quad (10)$$

O en notación indicial de Einstein:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (12)$$

Si bien se puede observar que las ecuaciones (9) y (11) se encuentran únicamente en función de los valores medios de la velocidad, en las ecuaciones (10) y (12) aparecen los términos $\overline{u'_i u'_j}$ los cuales se derivan a partir del término convectivo de la ecuación (2), siendo estos los valores promediados en el tiempo de las velocidades fluctuantes en las direcciones i y j [23].

Aunque estos términos tienen significancia estadística como medidas de dispersión en torno a las fluctuaciones [22], en el contexto del presente trabajo estas fluctuaciones representan el efecto adicional de las fluctuaciones turbulentas en el transporte de la cantidad de movimiento en el flujo. A este término, $\overline{\rho u'_i u'_j}$ se le conoce como Tensor de Esfuerzos De Reynolds, con representación matricial como la que se observa en la ecuación (13).

$$\tau_{ij}^R = \rho \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

El Tensor de Esfuerzos de Reynolds es un tensor simétrico, por lo que $\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i}$. Por tanto, este tensor consta de seis términos independientes, siendo estos incógnitas que hacen que sea el sistema que no pueda ser resuelto, lo que genera la necesidad de introducir modelos adicionales para cerrar un sistema de ecuaciones que, por sí solo, tiene más incógnitas que ecuaciones independientes [23]. Es a partir de entender y modelar el tensor de la ecuación (13) que surge el problema del cierre del modelo.

2.2.1.2.2. Problema de Cierre del Modelo

Este problema consiste en expresar las ecuaciones (10) o (12) en su totalidad únicamente en términos de velocidades medias, sin considerar los términos fluctuantes, es decir, conseguir un modelo para el Tensor de Esfuerzos de Reynolds que lo represente en función de las velocidades medias.

Con el fin de lograr esto surgen los modelos de viscosidad turbulenta. Estos se basan en la suposición de que las partículas, en un régimen turbulento, se mueven en torno a un movimiento browniano, es decir, un movimiento aleatorio lineal, aunque en la realidad estos están correlacionados en múltiples direcciones en torno a un movimiento en forma de vórtices [23]. Sin embargo, a pesar de esta suposición, los resultados arrojados en modelos que la adoptan han resultado ser bastante acertados.

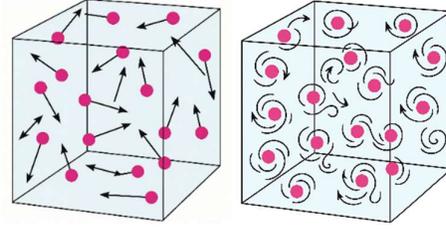


Figura 13. Movimiento Browniano (Izquierda) y movimiento turbulento real (Derecha) (Obtenidas de [24]).

Bajo esta suposición se introduce lo que se conoce como la aproximación de Boussinesq, la cual establece una relación lineal entre el tensor de esfuerzos turbulentos y el tensor de tasas de deformación promedio del flujo, de forma análoga a los esfuerzos viscosos en un fluido newtoniano [23]:

$$\overline{-\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (14)$$

En donde δ_{ij} es la delta de Kronecker. O bien en notación vectorial se establece [23]:

$$\overline{-\rho \mathbf{v}' \mathbf{v}'} = \mu_t \left((\nabla \bar{\mathbf{v}}) + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^T - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) \mathbf{I} \right) - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \quad (15)$$

En donde \mathbf{I} es el tensor identidad. En ambas ecuaciones (14) y (15) podemos observar la aparición de μ_t que se le conoce como viscosidad turbulenta, siendo esta una propiedad de flujo y no del fluido. Esta nos indica la transferencia de momento entre capas por gradiente de velocidad, visto físicamente como la fuerza de las supuestas colisiones de un movimiento browniano [23]. Para el cálculo de este parámetro surgen los modelos de turbulencia disponibles en los softwares comerciales de análisis CFD. Una vez calculado, se obtienen todas las incógnitas para cerrar el problema del modelo y, por tanto, las ecuaciones (9)-(12) pueden ser resueltas [23].

2.2.1.2.3. Tratamiento cercano de pared

Cualquiera que sea el tipo de modelo mencionado en la sección 2.2.1.2.4, se encuentra al desafío de obtener una correcta predicción de turbulencia cercana a las paredes, dado que su presencia genera altos niveles de amortiguamiento en las fluctuaciones y, como consecuencia, una turbulencia altamente anisotrópica [20].

Dentro de la capa límite existe una transición de flujo laminar, pasando por una zona de transición hasta llegar a un régimen completamente turbulento, dado el crecimiento de las perturbaciones infinitesimales. Además, el espesor de la capa límite no es una constante, sino que varía con la distancia x corriente abajo y depende del régimen en el que se encuentre la

capa límite [13], de las propiedades del fluido, las condiciones de flujo libre, la rugosidad superficial, así como de la presencia de gradientes de presión, propias de la geometría de estudio.

Una cantidad de interés es el esfuerzo de corte en la superficie de la placa, especialmente importante para poder capturar de manera correcta, tanto de forma local como global, los efectos de arrastre por fricción viscosa [13]. Este esfuerzo se calcula como:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (16)$$

Un ejemplo de esto se puede observar de forma gráfica en la Figura 14. Además, la Figura 15 muestra que la pendiente en la pared es muy pronunciada para una capa límite turbulenta promediada en el tiempo, lo cual conduce a un esfuerzo de corte muy alto, $\tau_w = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$, correspondiente a una alta fricción local a lo largo de la superficie de la placa y, por tanto, un mayor arrastre debido a los esfuerzos por fricción.

Por las razones mencionadas, es necesario normalizar los perfiles de velocidad promedio, dado que cada perfil sería completamente diferente. Para ello, se introducen las variables de la ley de la pared, expresadas en la ecuación (17), con el fin de universalizar el comportamiento del flujo cercano a la pared [13].

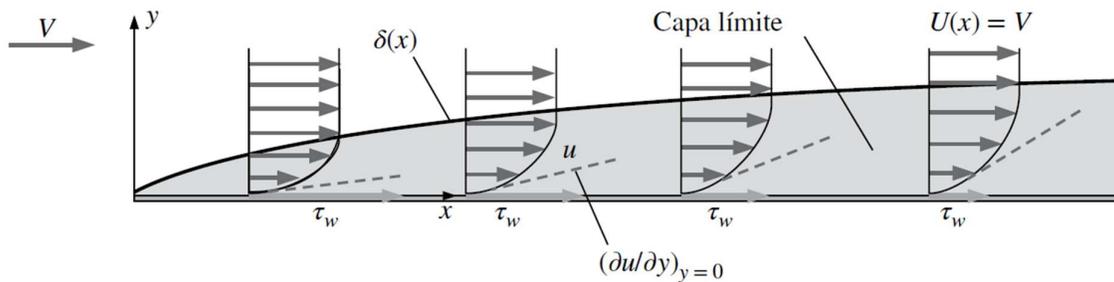


Figura 14. Esfuerzo de corte sobre una placa plana. (Obtenida de [13]).

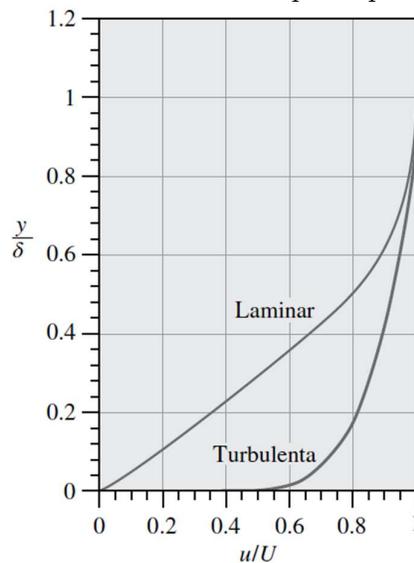


Figura 15. Comparación de perfiles de capa límite laminar y turbulenta sobre placa plana en variables físicas en la misma posición x. (Obtenida de [13]).

$$y^+ = \frac{y \cdot u_*}{\nu} \quad u^+ = \frac{u}{u_*} \quad (17)$$

Donde $u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ es una variable adimensional conocida como la velocidad de fricción. En la Figura 16 se muestra este perfil universalizado para todo perfil de capa límite, donde la curva negra corresponde a los datos empíricos obtenidos por métodos experimentales. Se observa que la capa límite puede dividirse en 3 regiones. La región más cercana a la pared ($0 < y^+ < 5$ o 6) se llama subcapa viscosa. En esta región, las fluctuaciones turbulentas se suprimen debido a la proximidad de la pared, y el perfil de velocidad es lineal [13], es decir, $y^+ = u^+$. La región logarítmica se encuentra en un rango típico de $30 < y^+ < 300$; en esta dominan estructuras turbulentas, y en donde además se puede observar que se establece un perfil logarítmico que se ajusta bastante a los datos experimentales [13]. Para la región “*buffer*” cuyo rango típico es de $5 < y^+ < 30$, se trata de una región de transición en la que no existe una solución analítica clara como en las otras dos regiones (no se modela correctamente de forma lineal ni logarítmica), teniendo un modelado muy sensible y difícil. Esta es, por lo tanto, la región que suele generar la mayor cantidad de errores en caso de no tenerse un buen tratamiento de pared [13]. La correcta comprensión de estas regiones es imprescindible para la correcta resolución numérica de la capa límite, mediante las exigencias de capa modelo de turbulencia y su correspondiente discretización espacial en el mallado cercado a la pared.

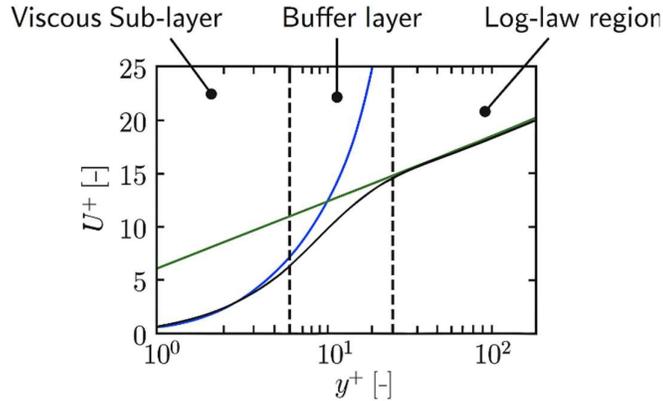


Figura 16. Perfil universal de capa límite y^+ vs u^+ en escala logarítmica. (Obtenida de [25])

2.2.1.2.4. Modelos de viscosidad turbulenta

Estos modelos se refieren a sistemas cerrados de ecuaciones que se añaden a las ecuaciones (9)-(12), en los cuales se considera que μ_t es función del tiempo y del espacio y , por tanto, se requiere de ecuaciones de balance para poder establecer un campo espacio-temporal de la variable. Los modelos de cero ecuaciones calculan la viscosidad turbulenta μ_t a partir de fórmulas algebraicas empíricas; estos son aplicables a un número muy bajo de flujos muy específicos y , en general, no deberían ser usados como modelos de turbulencia generales [11]. Los modelos de

una ecuación resuelven una ecuación de transporte; sin embargo, no resuelven el espectro de escalas de la turbulencia, llevando a resultados no tan fiables, especialmente cuando se trata de fenómenos que impliquen recirculaciones y separaciones de capa límite [11]. Los modelos de uso general empiezan a partir de los modelos de dos ecuaciones, utilizando modelos independientes para caracterizar las escalas dimensionales y de velocidad características de los flujos turbulentos [11].

2.2.1.2.5. Modelo $k - \epsilon$

El modelo de turbulencia $k - \epsilon$ es uno de los esquemas más utilizados para cerrar las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS), en el cual se establece el siguiente modelo para la viscosidad turbulenta [11]:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (18)$$

Donde k es la energía cinética turbulenta y ϵ es la tasa de disipación turbulenta. Este modelo tiene múltiples variantes, pero en el caso del modelo estándar, para la resolución de la ecuación (18), se añade al sistema dos ecuaciones de balance [26]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + P_b - \rho \epsilon + S_k \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \epsilon) \\ = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} (P_k + C_3 P_b) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \end{aligned} \quad (20)$$

Donde $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_\mu, C_1, C_2$ y C_3 son coeficientes constantes del modelo establecidos de forma empírica [26]. Para el presente trabajo, se utilizó la variante $k - \epsilon$ *realizable*, la cual establece pequeñas modificaciones a la ecuación (20), siendo la principal modificación que C_μ deja de ser una propiedad constante, sino que varía en función del campo de flujo local [14]. Estas diferencias ofrecen “*predicciones mejoradas en la captura en geometrías complejas, capas límite bajo gradientes de presión adversos, separación y recirculación*” [27]. Además, se utilizó la opción de tratamiento mejorado de pared (“*Enhanced Wall Treatment*”, EWT), que permite capturar con mayor precisión el comportamiento de la capa límite incluso a bajos valores de y^+ , mediante funciones de pared mejoradas (“*Enhanced Wall Functions*”), cuya explicación a detalle se adjunta en el Anexo B, siendo este de gran importancia para explicar las técnicas de discretización de capa límite discutidas en la sección 3.1.5.1.

Una vez resueltas las ecuaciones de transporte, es posible calcular la ecuación (18), cerrando finalmente el sistema y pudiendo ser resueltas las ecuaciones de RANS de manera iterativa. En este caso, el proceso de solución por el algoritmo SIMPLE, considerando las ecuaciones de balance adicionales previamente mencionadas, se aborda en el Anexo A.

2.3 Mecánica estructural

2.3.1. Ortotropía de los materiales

La estructura está compuesta principalmente por un ensamble de materiales compuestos y madera. Los materiales compuestos reforzados con fibras se obtienen encapsulando fibras de un material resistente y rígido dentro de un material más débil y blando, que se conoce como matriz [28]. Por su parte, las maderas se tratan de un compuesto de fibras de celulosa unidas en una matriz de lignina [29]. Ambos materiales presentan un comportamiento ortotrópicos. Un sólido ortotrópico es aquel material cuyo comportamiento elástico se teoriza como homogéneo y lineal (sólido Hookeano) con dos planos de simetría [9]. En estos materiales, sus propiedades físicas, como la relación entre el esfuerzo normal y deformación unitaria, son diferentes y dependen de la dirección de cada eje ortogonal en la que la fuerza se aplica [28].

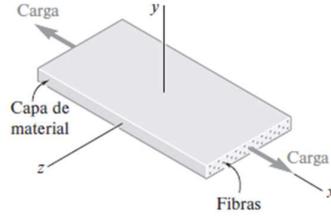


Figura 17. Material ortotrópico compuesto y sus tres direcciones ortogonales. (Obtenida de [28]).

En la ecuación (21) se muestra la relación constitutiva de la Ley de Hooke $\mathbf{T} = \mathbf{C}:\mathbf{E}$ para el sólido elástico lineal ortotrópico [30].

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (21)$$

A partir del tensor de rigidez elástica \mathbf{C} , se observa que, para definir por completo la relación entre esfuerzos y deformaciones, se requieren 12 constantes independientes. No obstante, al considerar las simetrías inherentes al tensor, la matriz puede simplificarse, lo que conduce a las relaciones de la ecuación (22), por lo tanto, únicamente se necesitan 9 constantes elásticas linealmente independientes para describir el comportamiento del material [28].

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad \frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad (22)$$

Donde los términos E_x , E_y y E_z corresponden a los módulos de Young en las direcciones x , y y z respectivamente, así como los términos ν_{ij} representan los coeficientes de Poisson, indicando que una deformación en el segundo subíndice genera una deformación en la del primer subíndice.

2.3.2. Ecuaciones de gobierno

A partir del balance local de momentum lineal sobre un medio continuo, y adoptando una descripción cinemática material, se obtiene la 1° ley del movimiento de Cauchy:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad \text{ó} \quad \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (23)$$

Donde $\nabla \cdot \mathbf{T}$ o $\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$ representa la divergencia del tensor de esfuerzos, es decir, la fuerza interna neta que experimenta un elemento diferencial debido a la aplicación de fuerzas de superficie; $\rho \mathbf{f}$ o ρf_i corresponde a las fuerzas de cuerpo, y el término $\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$ o $\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ representa la aceleración inercial del campo de desplazamientos u .

Tomando la ecuación constitutiva 18 y sustituyéndola en la ecuación (23), junto con la definición del tensor de deformaciones infinitesimales de Cauchy \mathbf{E} , se obtiene lo que se conoce como la forma fuerte de la ecuación diferencial:

$$\nabla \cdot (\mathbf{C} : \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (24)$$

Donde se ha sustituido de forma explícita la Ley de Hooke, considerando la ortotropía del tensor de rigidez elástica \mathbf{C} (véase ecuación (21)), y donde $\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T$ representan los gradientes del campo de desplazamiento, correspondiente al tensor de deformaciones considerando deformaciones pequeñas.

2.3.3. Método de elemento finito

En mecánica de materiales, las soluciones analíticas solo están disponibles para casos de geometrías simples y casos de carga sencillos. Por ello, para abordar de problemas de vibración y mecánicos más complejos, una de las técnicas más utilizadas es el método de elemento finito. Al igual que lo hablado anteriormente para el caso del método de volumen finito, este se trata de remplazar la geometría original por varias piezas o elementos interconectados a través de puntos en común llamados nodos, de los cuales se supone que se comportan como un miembro estructural continuo llamado elemento finito [8].

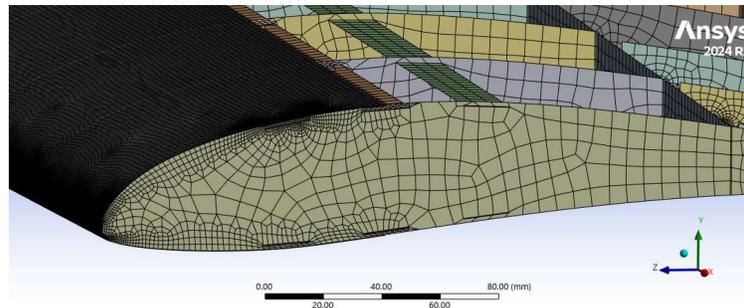


Figura 18. Ejemplo de discretización de geometrías por elemento finito.

Este método parte de la forma fuerte de la ecuación diferencial (ecuación (24)), es decir, su formulación clásica de forma continua en derivadas parciales. Para resolverla numéricamente, se emplea la formulación de residuos ponderados de Galerkin, la cual consiste en multiplicar la ecuación por funciones de prueba y aplicar el teorema de integración por partes para reducir el orden de las derivadas. Como resultado, se obtiene la llamada forma débil de la ecuación, una formulación matemática menos restrictiva y más adecuada de resolver por métodos iterativos. Esto permite transformar el problema continuo en un sistema algebraico, donde se determinan los valores nodales de las variables de campo. De este modo, se obtiene la ecuación canónica del método del elemento finito (FEM), que en el caso estático se expresa como se presenta en la ecuación (25) [31]. El proceso previamente explicado se detalla en el diagrama de la Figura 20 con el fin de ofrecer una comprensión detallada de esta formulación.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{Q} \tag{25}$$

Donde:

\mathbf{K} : Matriz de rigidez global.

\mathbf{u} : Vector de desplazamientos nodales.

\mathbf{Q} : Vector de carga generalizada.

A partir del proceso de la discretización espacial de la geometría, se genera una matriz de rigidez local para cada elemento, la cual cuantifica su resistencia a la deformación en función de sus propiedades geométrico-materiales y del comportamiento cinemático interno. Esta matriz describe cómo se deforma cada nodo sometido a un conjunto de fuerzas. Posteriormente, estas matrices se ensamblan dependiendo de la configuración en que los elementos se encuentren interconectados, formando la matriz global de rigidez \mathbf{K} , que contiene todos los efectos de cada matriz de rigidez local, concentrando la respuesta estructural del sistema completo [32].

Estos elementos pueden adoptar distintas configuraciones, como se muestra en la Figura 19, en donde su selección depende del tipo de problema a resolver y su grado de simplificación. En el caso de los elementos tridimensionales, el vector de desplazamientos nodales \mathbf{u} contiene las traslaciones en las tres direcciones mutuamente ortogonales de cada uno de los nodos de todos los elementos de malla [32], siendo estas las incógnitas a resolver.

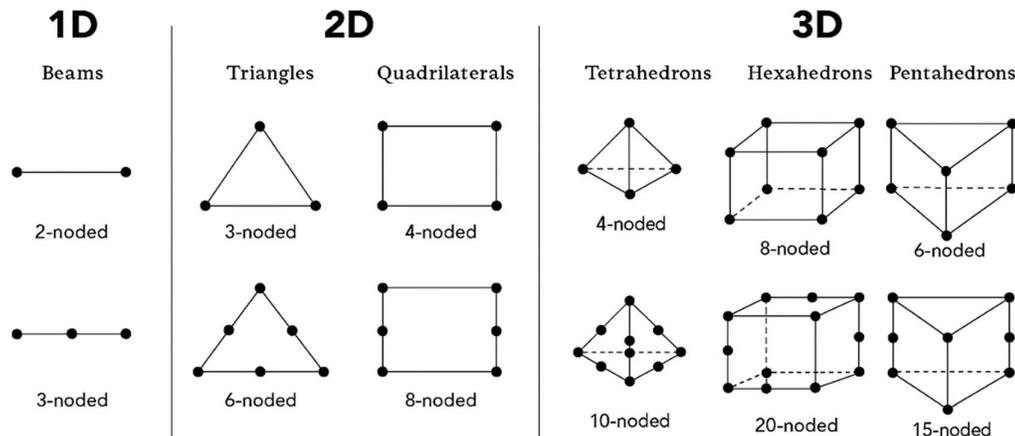


Figura 19. Tipos de elementos en FEM (Obtenida de [33]).

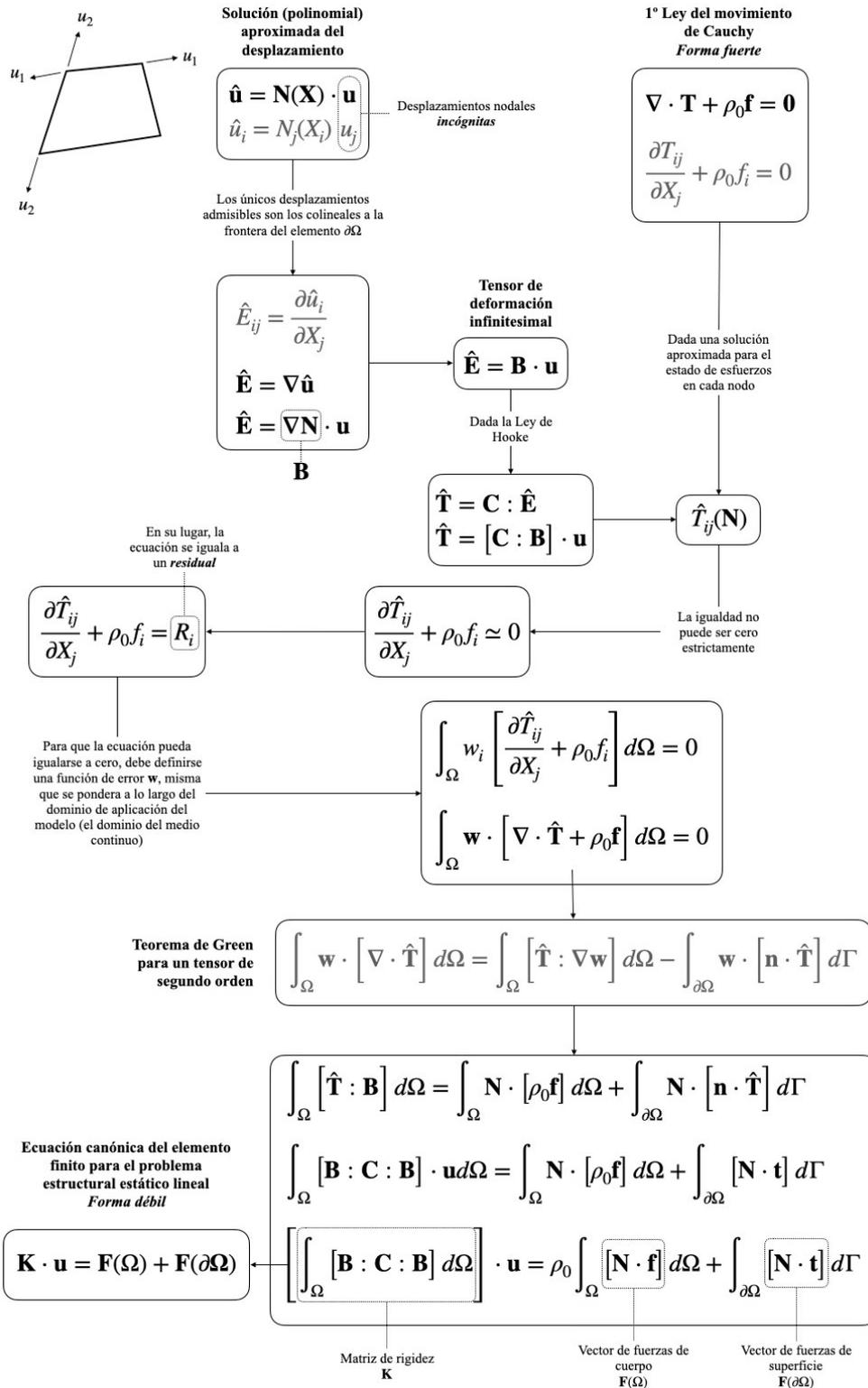


Figura 20. Diagrama de flujo para la formulación por residuos ponderados mediante el método de Galerkin de la ecuación del elemento finito para el problema estructural estático lineal [31].

La resolución mediante este método sigue un procedimiento similar al utilizado en CFD (véase Figura 3). Una vez determinados iterativamente los desplazamientos nodales, estos se interpolan sobre cada elemento a través de funciones de forma [31]. Finalmente, en la etapa de post procesado se pueden calcular los esfuerzos y las deformaciones en toda la malla, lo que permite identificar visualmente las zonas donde estos presentan valores más altos y poder aplicar los criterios de falla correspondientes.

2.3.4. Criterios de falla en materiales ortotrópicos

2.3.4.1. Criterio de máximo esfuerzo [34]

Este criterio establece que cada uno de los esfuerzos actuando sobre las direcciones principales del material debe ser menor que sus respectivo esfuerzo máximo permisible (considerándose independientes uno del otro). En caso contrario, se considera que ocurre una falla [34]. Este principio se aplica tanto para los esfuerzos de tensión:

$$\frac{\sigma_1}{F_{1t}} < 1 \quad \frac{\sigma_2}{F_{2t}} < 1 \quad \frac{\sigma_3}{F_{3t}} < 1 \quad (26)$$

O para los esfuerzos a compresión:

$$\frac{\sigma_1}{F_{1c}} > 1 \quad \frac{\sigma_2}{F_{2c}} > 1 \quad \frac{\sigma_3}{F_{3c}} > 1 \quad (27)$$

Donde:

- σ_1 es el esfuerzo normal en la dirección de las fibras (o vetas, ya sea si se trata de un laminado compuesto o una madera).
- σ_2 y σ_3 son los esfuerzos normales en direcciones ortogonales perpendiculares a las fibras.
- F_{1t} y F_{1c} son los esfuerzos máximos a tensión y compresión en dirección de las fibras, respectivamente.
- F_{2t} y F_{2c} , así como F_{3t} y F_{3c} son los esfuerzos máximos a tensión y compresión perpendiculares a las fibras, respectivamente.

Al ser un criterio completamente no interactivo, en realidad se compone de seis subcriterios y 6 mecanismos de falla [34].

2.3.4.2. Criterio de Tsai-Hill

Este criterio se basa en un tipo de teoría “completamente interactiva”, basada en la energía de esfuerzo de distorsión máxima, siendo una ampliación al criterio de Von Mises. Se ha comprobado que ofrece mejores resultados en la predicción de falla para materiales compuestos en

comparación con criterios como el de máximo esfuerzo [34]. Este establece que un material falla cuando se cumple la condición de la ecuación (28) [34].

$$\left(\frac{\sigma_1}{F_1}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{F_1^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{F_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right) \geq 1 \quad (28)$$

Donde:

- σ_1 es el esfuerzo normal en la dirección longitudinal de las fibras (o vetas, ya sea si se trata de un laminado compuesto o una madera).
- σ_2 es el esfuerzo normal perpendicular a las fibras.
- τ_{12} es el esfuerzo cortante en el plano definido por las direcciones de laminado 1-2.
- F_1 es el esfuerzo máximo, a tensión si $\sigma_1 > 0$, o a compresión si $\sigma_1 < 0$.
- F_2 es el esfuerzo máximo, a tensión si $\sigma_2 > 0$, o a compresión si $\sigma_2 < 0$.
- S es el esfuerzo de corte máximo en el plano 1-2.

2.3.5. Análisis modal

Se trata del proceso de determinar, ya sea de manera teórica o experimental, las características dinámicas inherentes de un sistema (determinadas en su totalidad por sus propiedades físicas como masa, rigidez y amortiguamiento, así como su distribución espacial). Estas características se expresan principalmente en términos de sus frecuencias naturales y formas modales, y permiten formular un modelo matemático de su comportamiento dinámico. Este modelo se basa en la suposición de que la respuesta de cualquier sistema dinámico lineal puede expresarse en una combinación lineal de un conjunto de movimientos armónicos llamados modos de vibración [35]. Estos modos se refieren a la configuración en la que un sistema tiende a vibrar, que viene caracterizada por una frecuencia modal o característica, y direcciones principales o forma modal, en las que el desplazamiento tiende a ser máximo. [9]

A través de la discretización espacial del sistema realizada en este caso por el método de Galerkin, se deriva el sistema de ecuaciones ordinarias que representa la ecuación de movimiento de un sistema mostrada en la ecuación (29). Esta formulación toma en cuenta los efectos dinámicos del movimiento, además de reducir la complejidad del problema al transformar las ecuaciones diferenciales parciales de la forma fuerte original, en un sistema de ecuaciones ordinarias más manejable [35].

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + [C]\dot{\mathbf{u}} + [K]\mathbf{u} = \mathbf{Q} \quad (29)$$

Donde:

$[M]$ es la matriz de masa (también denominada matriz de inercia), la cual representa la resistencia de la estructura a acelerarse. $[C]$ es la matriz de amortiguamiento, que modela la energía disipada por mecanismos internos. $[K]$ es la matriz de rigidez, que define la información

de la resistencia de la estructura a deformarse bajo la acción de cargas externas. Estas matrices contienen la información “codificada” de todo el sistema, tomando en cuenta las interacciones físicas entre los elementos individuales. A su vez $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ y \mathbf{u} son los vectores de aceleración, velocidad y desplazamientos nodales, definidos en función del tiempo.

Dado que en el caso del análisis modal se busca entender el comportamiento dinámico “puro” de la estructura, es decir, sus propiedades inherentes, se elimina la influencia del amortiguamiento y de las fuerzas externas:

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{u}} + [\mathbf{K}]\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (30)$$

Para este caso de un sistema no amortiguado podemos definir la matriz dinámica [9] como:

$$[\mathbf{D}] = [\mathbf{M}^{-1}][\mathbf{K}] \quad (31)$$

Tomando en cuenta el principio de superposición, buscamos una solución al sistema del tipo armónica, de tal forma que:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{U} \cdot e^{i\omega t} \quad (32)$$

Al sustituir la ecuación (32) en ecuación la (30), utilizando la definición de la matriz dinámica y definiendo $\lambda = \omega^2$ se obtiene la expresión [9]:

$$(\mathbf{D} - \lambda \mathbf{1}) \cdot \widehat{\mathbf{U}}^{(k)} = \mathbf{0} \quad (33)$$

Por tanto, la solución del sistema se reduce a la resolución del problema del eigenvalor, en donde se debe satisfacer que:

$$\det(\mathbf{D} - \lambda \mathbf{1}) = 0 \quad (34)$$

Esto, matemáticamente representa encontrar los valores de λ que hacen que la matriz $(\mathbf{D} - \lambda \mathbf{1})$ sea no invertible, generando una indeterminación matemática en la ecuación (33) y, por consiguiente, una solución no acotada en caso de no contar con algún tipo de amortiguamiento. Esto, físicamente encaja con la definición de resonancia, es decir, un fenómeno dinámico en el que la respuesta de un sistema oscilatorio se amplifica considerablemente cuando es excitado con una frecuencia igual o muy cercana a una de sus frecuencias naturales. Finalmente, podemos definir:

Frecuencias modales:

“Se obtienen a partir de los eigenvalores del sistema λ_k , y hace referencia a las frecuencias naturales a las que el sistema tiende a resonar” [9]

$$\omega_k = \sqrt{\lambda_k} \quad (35)$$

$$\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \dots \ \omega_n]^T = [\sqrt{\lambda_1} \ \sqrt{\lambda_2} \ \sqrt{\lambda_3} \ \dots \ \sqrt{\lambda_n}]^T$$

Vectores de amplitud modal:

“Se obtienen a partir de los eigenvectores $\hat{U}^{(k)}$ y hacen referencia a las direcciones principales en las que el sistema tiende a resonar, y por consiguiente se presentarían los desplazamientos máximos” [9]

$$\hat{U}^{(k)} = \hat{U}_j^{(k)} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}^{(1)} &= [\hat{U}_1^{(1)} \ \hat{U}_2^{(1)} \ \hat{U}_3^{(1)} \ \dots \ \hat{U}_n^{(1)}]^T & \hat{U}^{(n)} &= [\hat{U}_1^{(n)} \ \hat{U}_2^{(n)} \ \hat{U}_3^{(n)} \ \dots \ \hat{U}_n^{(n)}]^T \\ \hat{U}^{(2)} &= [\hat{U}_1^{(2)} \ \hat{U}_2^{(2)} \ \hat{U}_3^{(2)} \ \dots \ \hat{U}_n^{(2)}]^T \end{aligned}$$

Masa Efectiva:

Es la cantidad de masa que actúa de forma eficaz en cada modo cuando la estructura es excitada en una dirección determinada [9], siendo aquellos con una mayor masa efectiva los más importantes ante una carga externa.

2.3.6. Vibración aleatoria

Se define a la vibración como un movimiento periódico de vaivén sobre una posición de equilibrio, que se caracteriza por sus desplazamientos pequeños en comparación con las longitudes características del sistema, por lo que se trata de un fenómeno lineal [9]. En el caso de vibraciones forzadas, el sistema se somete a una fuerza externa y la naturaleza de la vibración viene caracterizada por el tipo de excitación que actúa en el sistema [8].

Cuando la fuerza que actúa sobre el sistema es no determinística o aleatoria, el valor de la excitación en un momento no se puede pronosticar. Ejemplos de estos tipos incluyen la velocidad del viento, la aspereza de un camino, entre otros [8]. Si la excitación es aleatoria, la vibración resultante se llama vibración aleatoria, tratándose entonces como un proceso estocástico [8].

Un proceso estocástico o aleatorio es un conjunto de variables aleatorias que evolucionan en el tiempo, por lo que la respuesta del sistema solo se puede describir en función de cantidades estadísticas. [31, 8]. En la Figura 21 se muestra un ejemplo de un proceso estocástico $x(\Sigma, t)$, el cual, como se observa, ya no depende únicamente del tiempo “ t ”, sino que ahora también depende del evento “ Σ ”.

En el análisis de vibraciones aleatorias, es necesario clasificar el comportamiento del proceso estocástico en función de sus propiedades estadísticas, es decir, conocer si se trata de un proceso estacionario o no estacionario.

Un proceso estocástico se considera estrictamente estacionario si todas sus funciones de distribución de probabilidad conjunta son invariantes ante traslaciones en el tiempo $t \rightarrow t + a$ [36]. De forma más sencilla, la probabilidad de que el proceso adopte valores determinados en un instante dado es la misma sin importar en qué momento se observe y, por tanto, sus propiedades

estadísticas no cambian con el tiempo. Eso matemáticamente se representa como se muestra en la ecuación (37) [36].

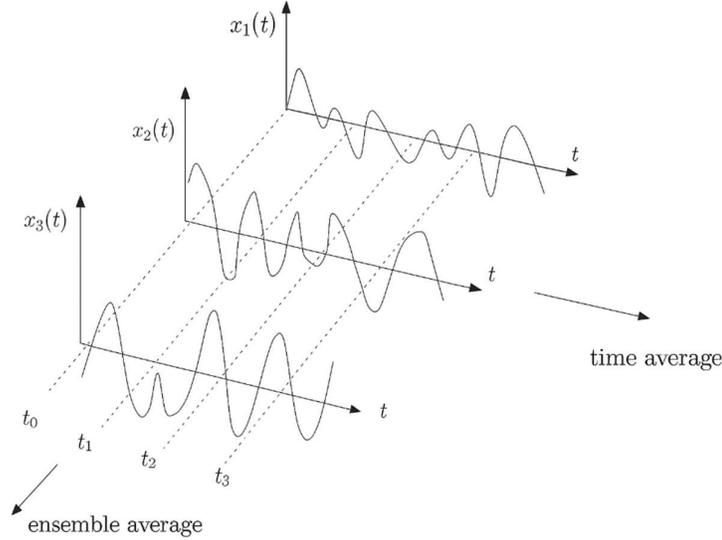


Figura 21. Evolución en el tiempo de un proceso estocástico (Obtenida de [36]).

$$\begin{aligned}
 F_x(x_1, t_1) &= F_x(x_1, t_1 + a), \\
 F_x(x_1, t_1; x_2, t_2) &= F_x(x_1, t_1 + a; x_2, t_2 + a) \\
 &\quad \vdots \\
 F_x(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) &= F_x(x_1, t_1 + a; x_2, t_2 + a; \dots; x_n, t_n + a)
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

Al no cumplirse esto, se dice que se trata de un proceso no estacionario, en donde sus propiedades estadísticas cambian conforme avanza el tiempo, dificultando en gran manera su análisis.

2.3.6.1. Análisis Espectral

Algunas de las características del comportamiento dinámico no siempre son evidentes cuando se analizan en el dominio del tiempo, por lo que es necesario el uso del análisis espectral. Esta herramienta, una de las más poderosas en el análisis de vibraciones, consiste en la transformación de cualquier serie de tiempo en el dominio de la frecuencia mediante la descomposición representada por la transformada de Fourier como una suma infinita de términos seno y coseno [8], como se observa en la Figura 22.

Para una función continua, la transformada de Fourier se define como se muestra en la ecuación (38), lo que permite representar una función temporal como una superposición de funciones armónicas utilizando la fórmula de Euler: $\cos(2\pi ft) - i\sin(2\pi ft) = e^{-i2\pi ft}$, obteniéndose un espectro de frecuencias continuo e infinito.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi ft} dt
 \tag{38}$$

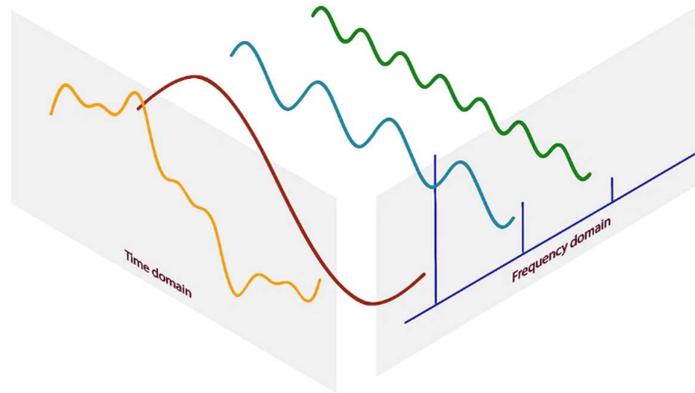


Figura 22. Descomposición espectral de una señal (Obtenida de [37]).

Sin embargo, en la práctica, las señales de la vida real se tratan de señales discretas y acotadas en el tiempo, por lo que es más común el uso de la Transformada Discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés), la cual proporciona una respuesta en un espectro de frecuencias discretas y finitas. Para una señal $x[n]$ con N muestras equiespaciadas, podemos definir la Transformada Discreta de Fourier como se muestra en la siguiente ecuación [38]:

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{i2\pi kn}{N}} \quad (39)$$

La resolución espectral está determinada por el número de muestras en la señal original y el incremento temporal entre cada una de ellas. Por tanto, entre mayor sea el espacio entre las muestras, menos será la frecuencia máxima medible, dado que estas no están lo suficiente cerca para capturar oscilaciones de altas frecuencias [39]. Además, mientras más corta la duración de la señal, más difícil será diferenciar frecuencias similares entre sí, disminuyendo la resolución de la frecuencia, es decir, más amplio será el intervalo de frecuencia [39].

El gran problema de la DFT es el gran número de cálculos necesarios para su computo, en un orden de N^2 multiplicaciones complejas. La forma más eficiente de computar la DFT es mediante el algoritmo conocido como Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) que reduce el número de multiplicaciones a $N \cdot \log_2 N$ sin cambiar el resultado obtenido [39]. Esto se debe a la naturaleza periódica y simétrica de las exponenciales complejas.

La formulación de la Densidad Espectral de Potencia (PSD, por sus siglas en inglés) es ampliamente utilizada en el estudio de señales aleatorias, en el que solo su comportamiento estadístico puede ser estudiado [9]. La PSD cuantifica cuánto contenido energético de la señal está presente en cada banda de frecuencia, a través de cuestiones probabilísticas [36]. Esta se define como la Transformada de Fourier de la Función de Autocorrelación R_{xx} (véase ecuación (40)), la cual indica que tanto se parece una señal consigo mismo cuando aplicamos un desplazamiento temporal τ .

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (40)$$

La ecuación (40) indica que, si una señal tiene una periodicidad clara en el tiempo, esta otorga componentes predominantes en ciertas frecuencias. Por tanto, la función de autocorrelación revela las frecuencias que probabilísticamente más se presentan con mayor regularidad en la señal [9].

Pese a ser la opción más adecuada para el tratamiento de este tipo de datos, la FFT muestra entonces una primera aproximación del espectro de frecuencias de una señal. Por ello, es común complementarla con un análisis de espectrogramas, los cuales muestran cómo evoluciona el contenido frecuencial de forma temporal. Esto permite identificar aspectos transitorios y frecuencias de amplitudes dominantes a lo largo del tiempo, identificando patrones específicos de las señales.

2.4 Diseño experimental en túneles de viento

Gran parte del contenido de esta sección se basa en el libro “*Low-Speed Wind Tunnel Testing*” [40] de Barlow, Rae y Pope (2005), una de las referencias más utilizadas en esta disciplina; no obstante, con el fin de enriquecer el presente capítulo se ha complementado mediante artículos científicos y otras fuentes relevantes, por lo que, salvo una indicación contraria, se reconoce expresamente la autoría de la obra previamente mencionada.

2.4.1. Aspectos básicos de los túneles de viento

Un túnel de viento se trata de un espacio sobre el que fluye aire, generalmente sobre un objeto fijo siendo herramienta experimental de ingeniería utilizada para estudiar el efecto de la interacción del aire con modelos [41], ya sea a escala o de tamaño real si así es permitido, mediante la simulación de las condiciones de flujo que experimentaría el objeto en una condición real y su estudio a través de diferentes técnicas. Para lograr una buena emulación, es necesario principalmente lograr una similitud de flujo geométrica y dinámica. Para la primera, el modelo debe tener la misma forma que el prototipo, pero puede estar escalado por algún factor de constante [13]. Por su parte, la similitud dinámica requiere que todas las fuerzas en el flujo del modelo se escalen por un factor constante a fuerzas correspondientes al flujo del prototipo [13], requiriendo entonces de empatar simultáneamente los principales números adimensionales, número de Reynolds y número de Mach.

Sin embargo, en la práctica se vuelve casi imposible lograrlo de manera simultánea, y se tiene que optar por uno u otro dependiendo del caso de estudio. El número de Reynolds es el principal parámetro de similitud en experimentos con número de Mach menores a 0.3.

Dentro de la clasificación de túneles de viento de baja velocidad (aquellos con una velocidad máxima de $134 \frac{m}{s}$), existen diferentes tipos de acuerdo a su configuración, siendo los más comunes los de circuito abierto y circuito cerrado. Un ejemplo de un túnel de viento de circuito

cerrado de sección de prueba cerrada es mostrado en la Figura 23. En esta se observa que el aire recircula continuamente mediante una redirección del flujo en las esquinas, con poco o nulo intercambio de aire con el aire exterior. El flujo es impulsado por un ventilador de grandes dimensiones hacia la sección de pruebas, la cual funciona como tobera mediante la contracción paulatina del área de sección transversal previa a la zona mencionada. Además, con la finalidad de obtener un flujo lo más laminar y uniforme posible, se emplean estructuras como “*honey-combs*” y pantallas de turbulencia. Imágenes de algunos de estos componentes en el túnel de viento Fiidem-Instituto de Ingeniería de la UNAM son mostradas en la Figura 24.

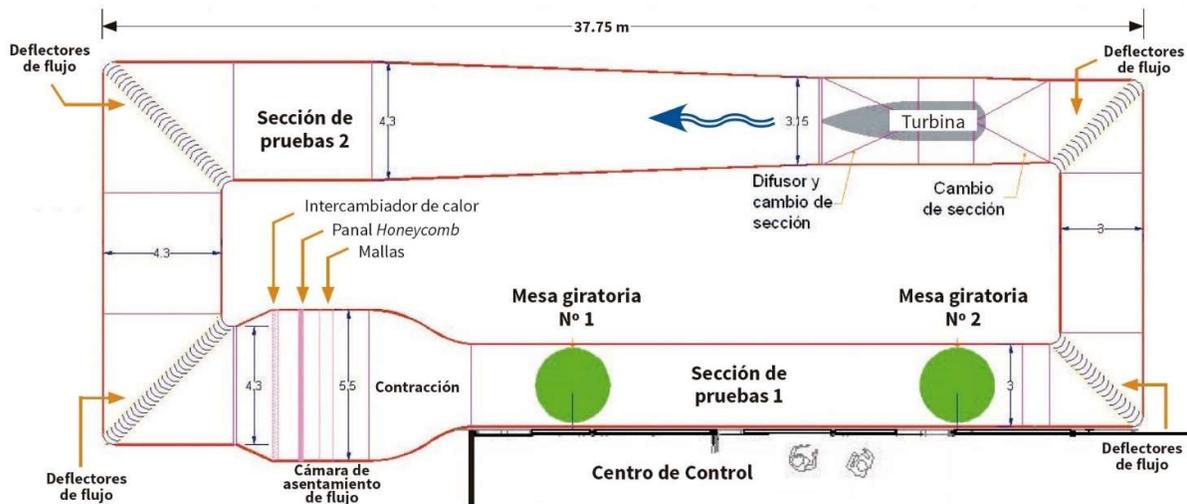
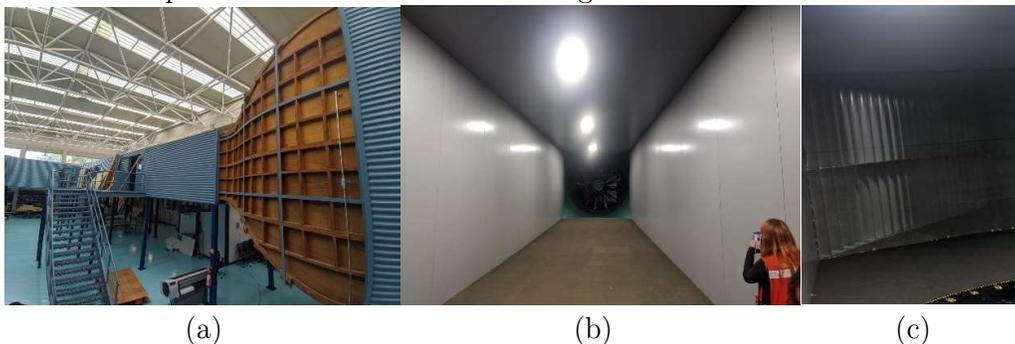


Figura 23. Plano de túnel de viento de circuito cerrado. Cortesía del laboratorio de túnel de viento Fiidem-Instituto de ingeniería UNAM (IIUNAM)

Además, una de las particularidades del túnel de viento Fiidem-IIUNAM es que, debido a su finalidad de analizar estructuras civiles, se trata de un túnel de capa límite atmosférica, el cual trata de emular flujos característicos de terrenos de diferentes rugosidades. Para esto, cuenta con una sección de pruebas particularmente alargada con protuberancias desmontables como las mostradas en la Figura 25. Por estas razones, el equipo e instalaciones de todo el laboratorio está especialmente enfocada a este tipo de finalidades, por lo que su uso para otro tipo de aplicaciones debe acoplarse a la infraestructura del lugar.



(a)

(b)

(c)

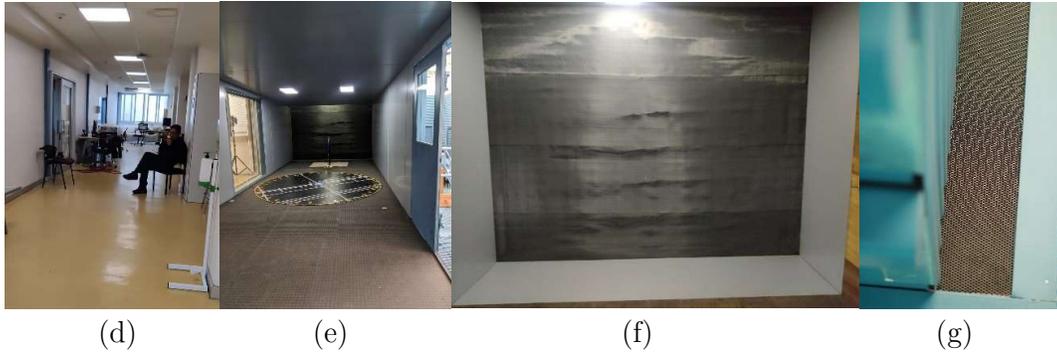


Figura 24. Componentes del túnel de viento del túnel de viento Fiidem-IIUNAM. (a) Zona de contracción (Tobera), (b) Ventilador, (c) Paletas de redireccionamiento, (d) Sección de pruebas, (e) mesa giratoria, (f) pantallas de turbulencia, (g) “honeycombs”.



Figura 25. Arreglo típico de sección de pruebas típico en el túnel de viento Fiidem-IIUNAM.

2.4.2. Fenómenos de uso del túnel

Las condiciones simuladas en un túnel de viento no replican completamente las condiciones reales debido al confinamiento del modelo dentro de fronteras físicas cuyas distancias son menores que en el entorno real, así como una imposibilidad de empatar una distribución espacio temporal de las propiedades del flujo circundante. Esto hace necesario comprender los efectos conocidos como “interferencia del túnel” para poder realizar una interpretación precisa de los datos obtenidos. A continuación, se presentan algunos de los fenómenos identificados más comunes en pruebas de propósito general.

- Flotabilidad horizontal: Se refiere a la variación de presión estática a lo largo de la sección de prueba en dirección paralela al flujo inherente a las condiciones del túnel de viento causado por la proximidad a sus fronteras. Esta diferencia de presiones genera una fuerza de arrastre virtual adicional a la que experimentaría en condiciones de flujo libre.
- Bloqueo: La presión dinámica $q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ caracterizada es función de la velocidad del flujo medida en la sección de prueba. Esta velocidad a su vez es función del área de sección transversal debido a la conservación de masa: $v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$, donde A_1 es

el área de sección transversal de la sección de prueba vacía, y A_2 es el área de sección transversal al restar el área frontal del modelo. Esta reducción genera un aumento en la velocidad local alrededor del modelo; a esto se le conoce como “Bloqueo sólido o frontal” (véase Figura 26 (a)).

Por su parte, el flujo también se distorsiona aguas abajo del modelo formando una estela que ocupa un área efectiva mayor, generando una zona de presión y velocidad alterada detrás del objeto. Esta genera una zona de baja presión debido a la restricción impuesta por las paredes laterales del túnel sobre la estela, lo cual provoca menores presiones en la base del modelo comparado con las que se presentarían en condiciones de flujo libre (véase Figura 26 (b)).

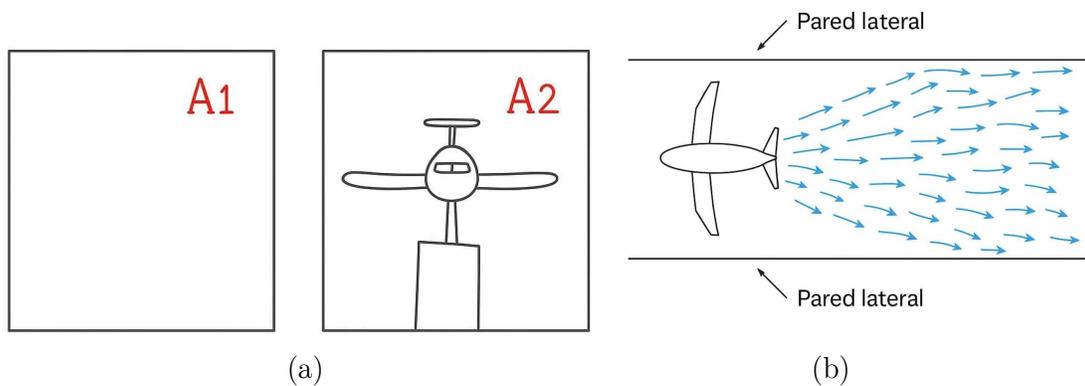


Figura 26. Bloqueos. ((a): Bloqueo sólido o frontal, (b): Bloqueo de estela; Bocetos originales digitalizados).

- Curvatura de las líneas de corriente y cambio de “*downwash*”: Especialmente en túneles de viento de sección de pruebas cerrada tienden a presentarse curvatura en las líneas de corriente cerca del modelo, con respecto a aquellas que se presentarían en un flujo libre. Esta distorsión induce errores en la interpretación del comportamiento del flujo y se debe principalmente a la aparición de una angularidad del flujo sobre la sección transversal, debido a la interacción con las paredes de este. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 27, donde se presenta un mapeo espacial de esta distribución sobre el área de sección transversal del túnel de viento Kirsten de la Universidad de Washington [42].

Si bien el mapeo de estas distribuciones representa por sí mismo un trabajo completo y una información no disponible en todos los tuneles de viento, en [43] se realiza un estudio de los ángulos de incidencia del flujo medidos de forma experimental cerca de un modelo de ala montada sobre el piso, bajo una condición extrema de ángulo de incidencia $\alpha = 23^\circ$, como se muestra en la Figura 28. Igualmente, se advierte que la deflexión es cercana a cero para ángulos de incidencia cercanos a $\alpha = 0^\circ$.

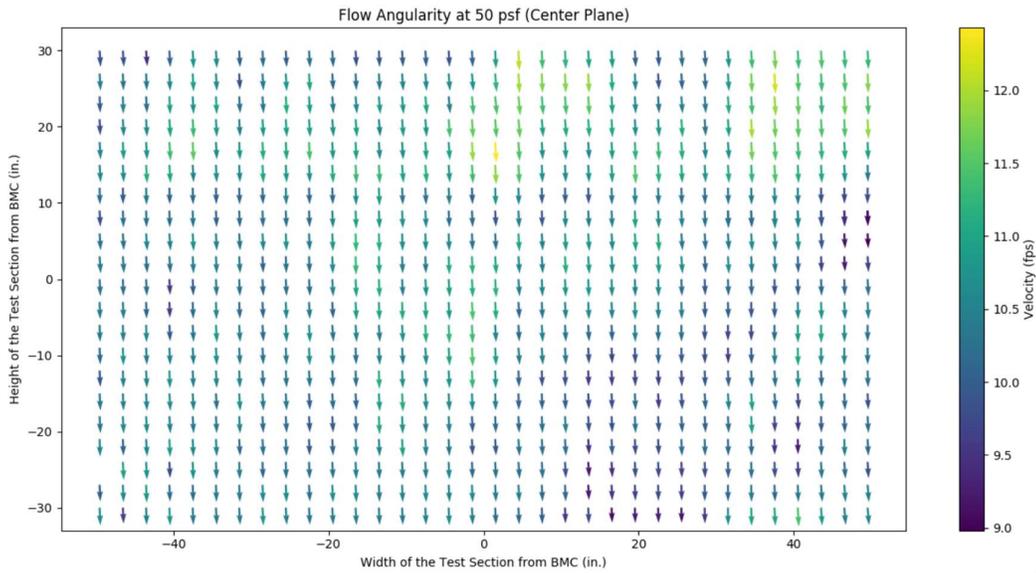


Figura 27. Distribución espacial típica de vectores angularidad de flujo en la sección transversal del túnel de viento Kirsten [42].

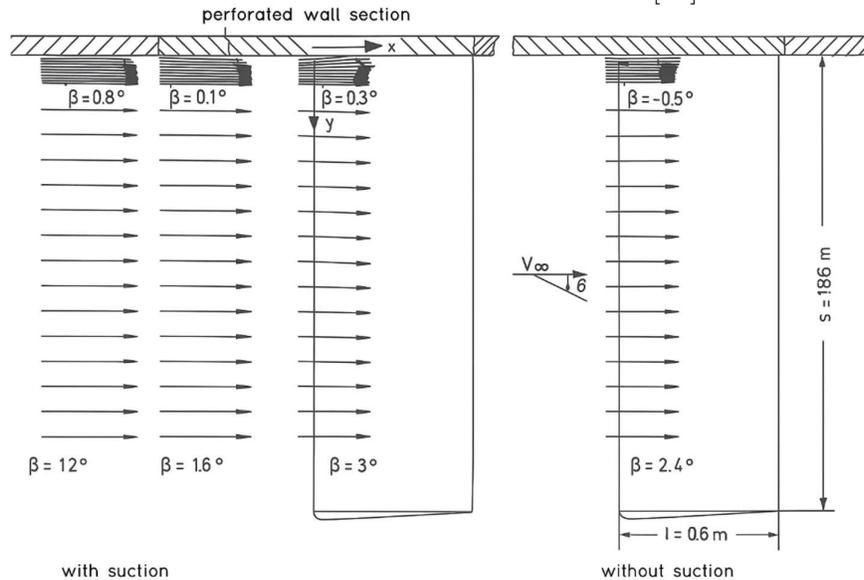


Figura 28. Deflexión del flujo circundante al modelo, $\alpha=23^\circ$, $Re=1.2 \times 10^6$ (Obtenida de [43]).

2.4.3. Modelos montados al piso

Es una técnica utilizada principalmente para el análisis de modelos de gran tamaño, en la que el montaje al piso guarda la particularidad de prevenir un flujo altamente asimétrico, siendo su principal ventaja los costos en la construcción del modelo. En la Figura 29 se muestra un ejemplo típico de este tipo de configuración, utilizada principalmente para el estudio de la aerodinámica en alas.

La principal desventaja de este tipo de montaje es la interacción del flujo entre el piso y las zonas del modelo más cercanas a este, siendo altamente dependiente de la técnica de montaje utilizada en la instalación [40]. La principal causa de esta interacción es la separación de la capa límite del piso, debido a la imposibilidad de sobreponerse al flujo de presión adverso causado por la geometría, generando un vórtice de herradura [44] como el que se muestra en Figura 30.

Se establece en [43] que, para ángulos de ataque cercanos a cero, pese a la presencia del sistema de vórtices mencionado anteriormente, los resultados correspondientes a los coeficientes aerodinámicos difieren muy poco de aquellos obtenidos en condiciones normales de simetría, resultando casi irrelevantes para los componentes promedios de las fuerzas registradas. Esta condición no es válida para ángulos cercanos o por encima de la entrada en pérdida, dado que en este caso se genera un sistema tridimensional de vórtices que no se asemeja a las condiciones de un modelo completo.

Sin embargo, en lo correspondiente al comportamiento dinámico, la presencia de este vórtice de herradura conlleva la presencia de una vibración parásita. No obstante, valores de frecuencia y amplitud asociados a dicho vórtice no han sido encontradas en la literatura.

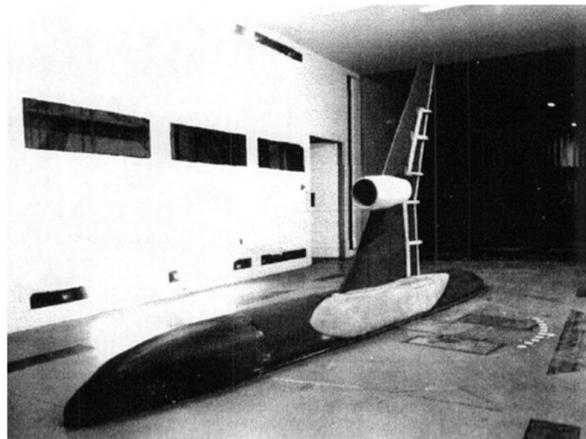


Figura 29. Montaje sobre mesa giratoria de un modelo L-1011 (Imagen cortesía del museo aeroespacial de San Diego, obtenida de [40]).

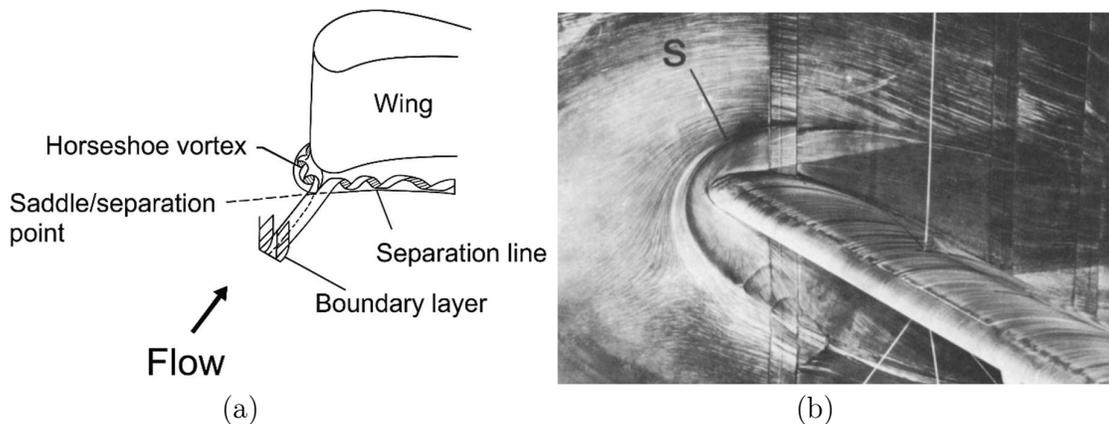


Figura 30. Formación de vórtice de herradura en el borde de ataque en la región de unión ((a): obtenida de [44]; (b) obtenida de [43]).

2.4.4. Vibraciones inducidas por vórtices (VIV)

Centrándose primero en el estudio de vórtices de desprendimiento con paredes rígidas, es común que un perfil aerodinámico sujeto a un flujo presente zonas de separación de capa límite cerca del borde de salida. Esto ocurre debido a la imposibilidad de la capa de seguir adherida por los efectos del gradiente de presión adverso, lo que da lugar a patrones en la estela que son altamente dependientes del número de Reynolds y del ángulo de ataque α [5], como se observa en la Figura 31.

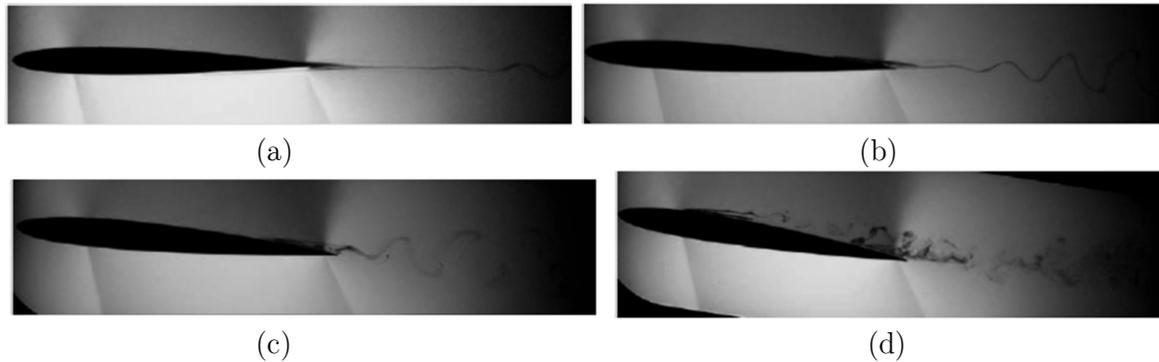


Figura 31. Patrones de estela a diferentes ángulos de ataque y $Re=19,360$; a: 0° , b: 2° , c: 4° y d: 8° (Obtenidas de [5]).

Por tanto, en [4] se estudian diferentes modos de vorticidad sobre un perfil aerodinámico bidimensional mediante análisis en CFD a bajos números de Reynolds, clasificándolos como función del ángulo de ataque como: estable, periódico (2S) y cuasi-periódico de acuerdo a su variación de coeficientes de sustentación y arrastre como función del tiempo, la cual también da lugar a excitaciones sobre la estructura.

En el caso de bajos ángulos de ataque, en la Figura 32 se observa que, pese a ser catalogado como estado estable por [4] debido a sus bajas amplitudes, existe una variación irregular con un alto espectro a lo largo de un amplio espectro de frecuencias.

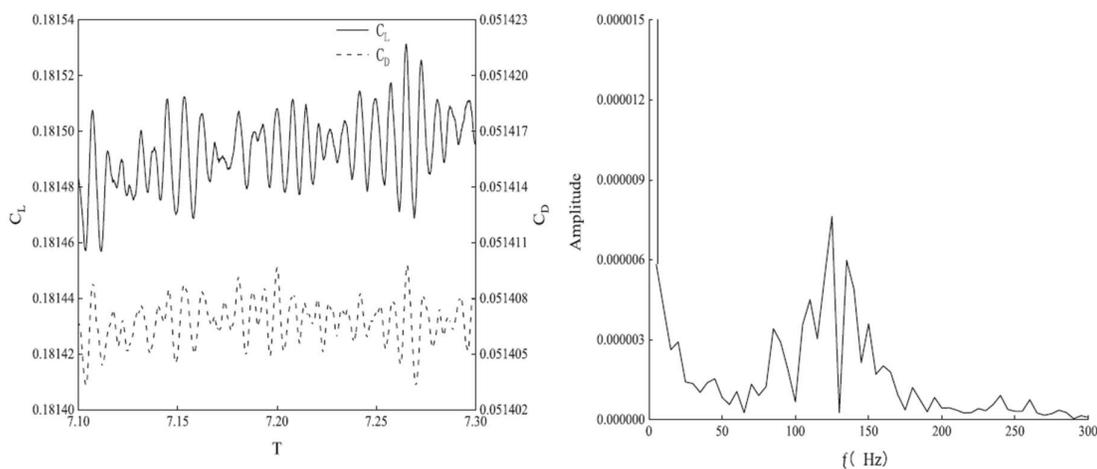


Figura 32. Diagramas de respuesta en el dominio del tiempo y de la frecuencia de un perfil aerodinámico bidimensional a $\alpha = 5^\circ$ y $Re = 1 \times 10^4$ (Obtenida de [4]).

En casos generales, los fenómenos vibratorios y los fenómenos aerodinámicos se estudian por separados. En el estudio de la dinámica de fluidos alrededor de un cuerpo, se suele asumir que las fronteras con el objeto son fijas, mientras que, en el estudio de una estructura oscilante, se suele asumir que esta se mueve en el vacío. Sin embargo, en el momento en que estas suposiciones dejan de ser válidas, estamos hablando de un sistema fluido-estructura [45].

En estructuras flexibles que se someten a un flujo, las fuerzas del flujo inducen a un movimiento de la estructura. Este movimiento de la estructura modifica el flujo y sus fuerzas, generando nuevamente un desplazamiento estructural, por lo que ambas disciplinas deben ser estudiadas de manera acoplada [45] (véase Figura 33).

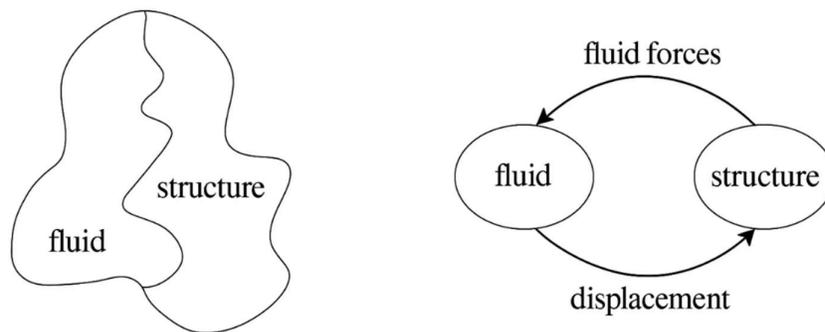


Figura 33. Interacción Fluido-Estructura (Obtenida de [45]).

Las vibraciones dentro de este tipo de sistemas son debidas a los vórtices de desprendimiento en la estela formada por la estructura, fenómeno conocido como Vibraciones Inducidas por Vórtices (VIV, por sus siglas en inglés). Una estructura tiende a oscilar cuando las frecuencias de estos vórtices son cercanas a sus frecuencias naturales [45]. No obstante, la mayor diferencia con un sistema vibratorio en vacío es que el acoplamiento fluido-estructura genera una masa virtual añadida, correspondiente a la cantidad de masa que desplaza, así como inducir el efecto de un amortiguamiento aerodinámico. Ambos efectos pueden modificar las frecuencias naturales del sistema global en función de la velocidad [45]. No obstante, la forma y la magnitud de estas alteraciones no han sido abordadas en la literatura para rangos bajos de operación ni en estructuras tridimensionales similares.

Capítulo 3:
Caso de estudio de
estructura alar del
prototipo

3 Capítulo 3: Caso de estudio de estructura alar del prototipo

La metodología seguida en el presente trabajo se trata de un método sintético, ya que integra componentes dispersos de un objeto de estudio para estudiarlos en su totalidad, con el objetivo principal de resumir los aspectos más relevantes de este proceso [46]. El flujo de trabajo se muestra en la Figura 34, donde se pueden observar las dos vertientes del proyecto: la numérica y la experimental. La primera está formada por los análisis computacionales de dinámica de fluidos computacional (CFD) y los análisis estructurales.

Primeramente, se aborda el apartado de CFD, en el cual se describe el proceso de refinamiento de parámetros con la finalidad de lograr resultados más plausibles. El objetivo de esta fase fue la realización de un estudio de desempeño que permitiera evaluar las posibles velocidades de operación para el apartado experimental, a su vez de utilizarlas para la obtención de fuerzas aerodinámicas estacionarias para ser aplicados a los análisis estructurales estáticos.

Por la parte de Mecánica Estructural Computacional (CSM), se aborda igualmente su refinamiento y la introducción del concepto de ortotropía para la realización de análisis estáticos más representativos de la realidad, los cuales se utilizaron para validar la integridad de la estructura de acuerdo con las fuerzas establecidas en CFD, para finalmente establecer las velocidades finales de operación utilizando criterios de falla adecuados para este tipo de materiales. De igual forma, se utilizan estas fuerzas para la evaluación de la influencia de precargas en las frecuencias naturales mediante un análisis modal, cuyos resultados serían comparados con las frecuencias experimentales.

Por último, la fase experimental toma los resultados de la fase numérica para el diseño de un experimento en túnel de viento, cuya aplicación permitió la obtención de frecuencias vibratorias en condiciones reales, las cuales servirían para la evaluación de posibles riesgos estructurales en futuros estudios.

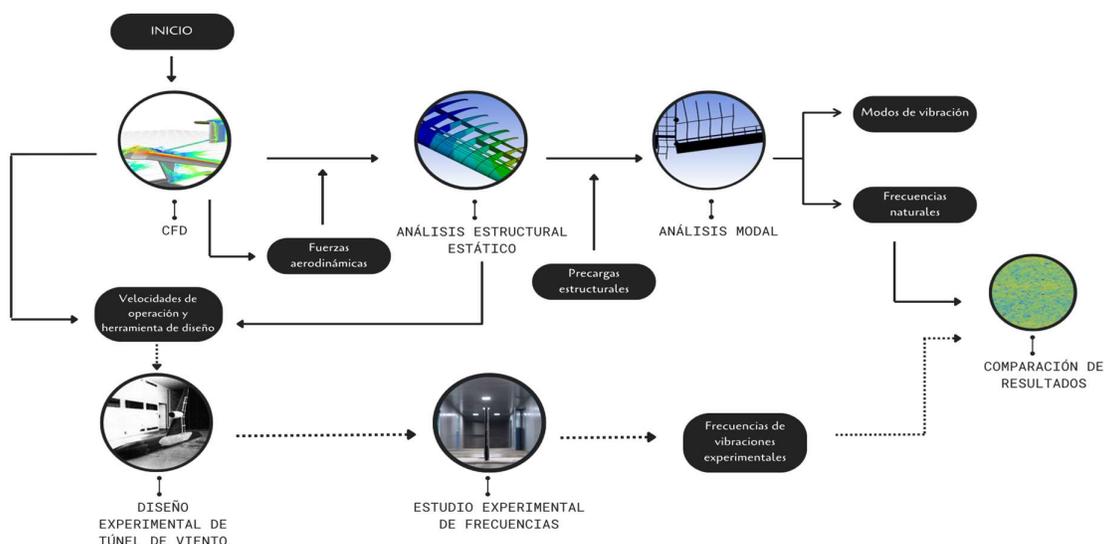


Figura 34. Diagrama de flujo del proyecto.

3.1 Dinámica de Fluidos Computacional

3.1.1. Referencias previas

Primeramente, se tomaron como referencia los datos presentados en el reporte de la clase Regular 2023 elaborado por UNAM Aero Design [6], con la intención de obtener datos preliminares del desempeño de la geometría, principalmente relacionados con la entrada en pérdida de la aeronave, la cual fue establecida a un ángulo de ataque $\alpha = 18^\circ$.

Por tanto, los puntos de refinamiento de CFD fueron establecidos para una condición de vuelo crucero de $\alpha = 0$ y $\alpha = 18^\circ$. De esta manera, se aseguró de que los resultados finales fueran válidos para condiciones de vuelo que incluyeran un flujo con y sin desprendimiento de capa límite.

3.1.2. Elección modelo de turbulencia

Para las simulaciones aerodinámicas realizadas en este estudio, se realizó una revisión de la literatura respecto a los modelos disponibles en el solucionador. En [47], se establecen dos estrategias para la resolución de la capa límite: la utilización de funciones de pared y la resolución de la capa límite viscosa como se comentó en la sección 2.2.1.2.3. Fueron consideradas opciones como $k - \omega$ y SST , que si bien ofrecen un buen desempeño en cuanto a gradientes de presión adverso y separación de flujo, estos modelos corresponden al segundo enfoque, en el cual mallas más finas son requeridas con la finalidad de que el mallado de toda la geometría se encuentre en un valor de $y^+ \approx 1$, lo cual demanda considerablemente más poder computacional, comprobado tras pruebas preliminares.

Fue seleccionado el modelo $k - \epsilon$ *realizable*, siendo este un método insensible al valor de y^+ , dado que intercambia entre una resolución de capa límite si se encuentra en valores bajos y el uso de funciones de pared mejorada para valores altos, sin que tenga tanta afectación cuando se encuentra en la capa de transición [12]. Además, presenta una mejor estabilidad numérica y convergencia en comparación con otros modelos [11, 47]. La configuración *realizable* ofrece un mejor rendimiento para flujos que involucran capas límite bajo fuertes gradientes adversos de presión, separación y recirculación [48], además de permitir la activación de funciones de pared mejoradas, discutidas en el Anexo B. Esta configuración se consideró idónea dado el rango de y^+ muy variado a lo largo de la geometría, ofreciendo un buen balance entre exactitud y costo computacional, alineándose con los objetivos de la agrupación.

3.1.3. Preparación de geometría

Se obtuvo el modelo en CAD del sólido realizado en software SolidWorks® por el equipo de Diseño Mecánico para la temporada 2023. Si bien el estudio final de este proyecto se centró únicamente en la sección del ala correspondiente a la zona de alta sustentación, primeramente se procedió a realizar los estudios sobre la geometría del ala-fuselaje de la aeronave, incluyendo la zona de transición, zona de carga y nariz, como se observa en la Figura 35. Esto se basó en el supuesto de que, al usar una geometría más compleja, es decir, con mayores interacciones de flujo y posibles fuentes de error numérico, los parámetros establecido en las siguientes secciones

del trabajo, que permitieran obtener buenos resultados, serían igualmente válidos al ser extrapolados en la geometría simplificada de estudio. Es importante comentar que la sección del ala estudiada cuenta con un torcimiento geométrico con respecto al fuselaje de 3° , resultado de decisiones en el proceso de diseño de la aeronave, por lo que esta incidencia fue respetada durante los análisis aerodinámicos correspondientes únicamente a esta sección, realizados en el resto del proyecto.

Sobre esta, se realizó una limpieza de la geometría en cuanto a imperfecciones y pequeños detalles con ayuda del software ANSYS SpaceClaim®, de acuerdo con lo recomendado por [14], en el que se establece que *“estos pueden incrementar esfuerzos de discretización desproporcionadamente a los efectos aerodinámicos que estos tienen”* [49]. Además, se hizo una segmentación correspondiente a la posición de la envergadura en la que se tuviera un acostillado en la estructura, esto con la finalidad de poder obtener los resultados de fuerzas aerodinámicas que pudieran ser aplicadas de manera localizada en los análisis estructurales. Este proceso se llevó de la mano con lo explicado en la sección 3.2.1.3.

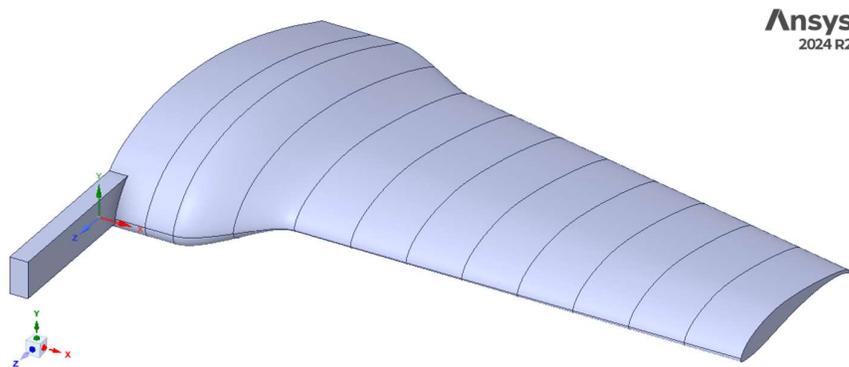


Figura 35. Geometría analizada final de ala-fuselaje de Cynanthus.

3.1.4. Construcción del dominio computacional

Son diversas las formas en que la literatura recomienda definir la geometría del volumen de control de estudio, siendo principalmente utilizadas la forma de caja y la forma de bala. En este estudio se propuso el uso de una geometría tipo caja con una entrada en forma de “C”, la cual es recomendada para emular de una forma más fidedigna las condiciones de vuelo atmosférico [50]. Las dimensiones de esta fueron establecidas conforme a las recomendaciones de dimensiones mínimas paralelas al flujo y en dirección de la envergadura de [51] y [14], referentes a una extensión en dirección del flujo de al menos 25 veces la longitud característica, que en este caso fue tomada como la Cuerda Aerodinámica Media de 0.57 [m]. Además, con la finalidad de realizar un análisis de refinamiento del tamaño del mallado, se generaron sólidos de refinamiento alrededor de la geometría y en la zona la estela del ala.

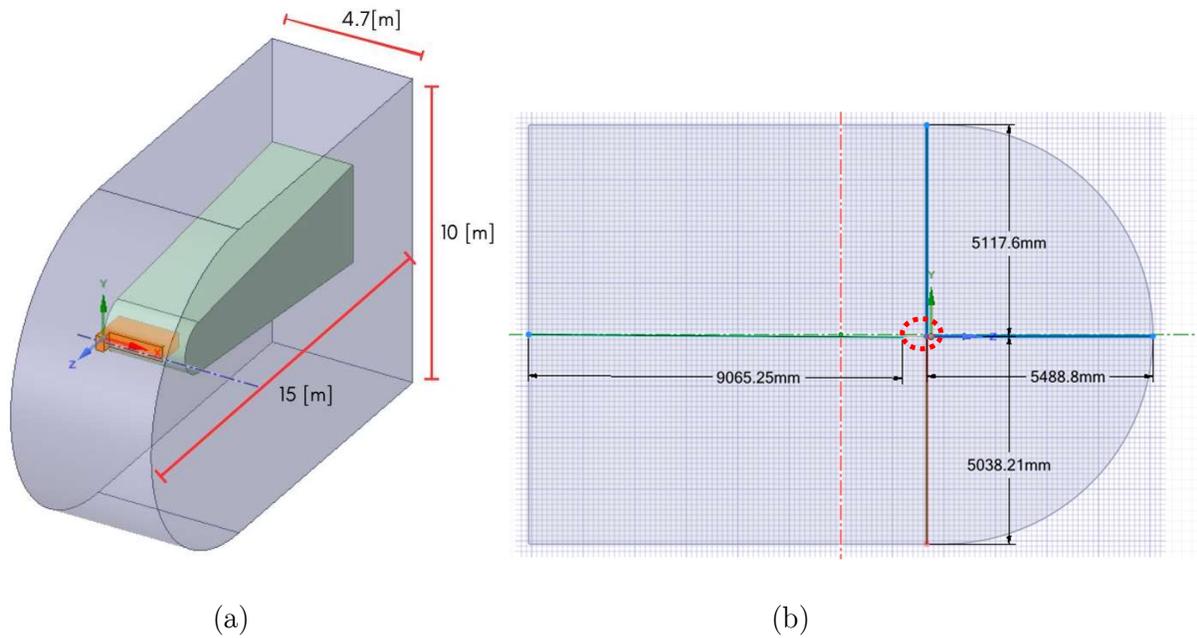


Figura 36. Dimensiones del volumen de control y sólidos de refinamiento ((a): Dimensiones globales del volumen de control; (b): Posición de la geometría con respecto al dominio).

3.1.5. Análisis de parámetros

3.1.5.1. Mallado

El establecimiento de los parámetros finales de mallado fue un proceso altamente iterativo, que requirió una constante evaluación de parámetros geométricos, de calidad y desempeño computacional.

Primeramente, se abordó el establecimiento de los parámetros de refinamiento, aplicando refinamientos locales en zonas de interés aerodinámico, como el borde de ataque, el borde de salida, y las zonas de transición geométrica brusca, tomando en cuenta las consideraciones de tamaño y número de elementos recomendadas por [14]. Se realizaron además refinamientos en los sólidos comentados en la sección 3.1.4, donde se estudió la convergencia de las fuerzas aerodinámicas conforme al incremento de número de elementos totales mediante una reducción del tamaño de malla de un factor de $\sqrt[3]{2}$, con el fin de duplicar el número total de elementos según lo establecido por [52].

Referente a las técnicas de discretización de la capa límite, conocidas como “inflación”, estas se llevaron a cabo de forma muy estrechamente vinculada con la elección del modelo de turbulencia, así como las consideraciones del tratamiento de funciones de pared mejoradas, del cual se habla más a detalle en el Anexo B. La determinación del espesor de la primera capa de inflación (*First Layer Thickness*) fue realizada a través de un programa en Wolfram Mathematica elaborado por Gordillo [53], que calcula combinaciones posibles de número de capas, tasa de crecimiento y espesor inicial para alcanzar determinados valores de y^+ . El objetivo fue mantener valores de y^+ en los contornos de resultados por debajo de valores de 2, principalmente en

la región del borde de salida (según lo recomendado en [25]), de acuerdo a los valores recomendados al uso de la opción “*Enhanced Wall Treatment*” previamente hablado.

Para el análisis de calidad de malla se tomaron como métrica de referencia los valores propuestos en [54] de los parámetros “*Aspect Ratio*”, “*Orthogonal Quality*” y “*Skewness*”. Los valores finales se muestran en la Tabla 1, en la que se observa que, en su mayoría, dichos estándares fueron alcanzados en sus valores promedios. En el caso del “*Skewness*”, los valores por encima del valor permisible constan del 0.04% de los elementos totales, mientras que lo correspondiente al “*Aspect Ratio*” fue del 3.72%. Sin embargo, la gran mayoría de estos valores corresponden a elementos pertenecientes a la inflación, que están caracterizados por valores muy altos de este parámetro por su naturaleza. Para mayor comprensión geométrica de estos parámetros, se retoma una explicación de estos en el Anexo C.

Parámetro	Valor recomendado [54]	Valor permisible [54]	Peor valor	Valor promedio
“ <i>Orth. Quality</i> ”	>0.15	>0.1	0.164	0.787
“ <i>Aspect Ratio</i> ”	<5	<8	39.7	2.59
“ <i>Skewness</i> ”	<0.4	<0.7	0.845	0.21124

Tabla 1. Comparación final de parámetros de calidad de malla.

Finalmente, la elección del tipo de elemento fue evaluada. En [14] se propone que el uso de malla poliédrica debería preferirse, dado que permite una disminución drástica en el número de elementos, además de generar una mayor convergencia y, por ende, un menor tiempo de cómputo. Esto es corroborado en el trabajo de Martínez [51], donde realiza un estudio en una aeronave de similares características. Esta conversión fue llevada con la opción disponible en ANSYS Fluent®, tomando como base la malla generada en ANSYS Meshing®.

Todos los parámetros discutidos en la presente sección son abordados y resumidos en el Anexo D, con la finalidad de ser retomados como recomendaciones en futuros análisis aerodinámicos del equipo.

3.1.5.2. Configuración del solucionador

En lo correspondiente al algoritmo de resolución, se probaron métodos basados en presión, altamente recomendados para análisis de flujos incompresibles de baja velocidad [55], además de una formulación de presión absoluta, ya que no existían marcos de referencia móviles en el modelo. Por defecto, ANSYS Fluent® activa automáticamente el algoritmo “*Coupled*”, en el cual se resuelve simultáneamente un sistema de ecuaciones acopladas correspondientes a la conservación de momentum y continuidad en una sola matriz, a diferencia de los métodos “*Segregated*” en los cuales las ecuaciones de gobierno para las variables de solución son resueltas una después de la otra [56]. De estos últimos se escogió el algoritmo “SIMPLE” (el cual se explica a detalle en Anexo A), altamente utilizado en la solución de problemas en estado estacionario (como es el caso), o moderadamente no estacionarios [57].

Si bien se notó que el número de iteraciones disminuye al usar el algoritmo “Coupled” dada su mejor convergencia, se percibió un aumento respecto al tiempo computacional mayor al doble con respecto al algoritmo “SIMPLE” (coincidiendo con el aumento de tiempo comentado en [56]), con cambios en los valores numéricos despreciables para los análisis a $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 18^\circ$. Esto se relaciona a las buenas de calidades de malla alcanzadas, consiguiendo un balance que se adapta a las necesidades de UNAM Aero Design.

También, la opción “*Pressure Gradients Effects*” disponible para el modelo $k - \epsilon$ *realizable* con funciones de pared mejoradas fue activada, con el objetivo de mitigar una de las mayores carencias del modelo, el poder capturar con precisión los efectos de grandes curvaturas y gradientes de presión. Esta opción modifica las funciones de pared de acuerdo a lo comentado en el Anexo B, con el fin de considerar las variaciones de presión locales.

3.1.5.3. Condiciones de contorno y parámetros físicos

Las simulaciones fueron realizadas considerando las condiciones atmosféricas estándar correspondientes a la altitud media de la Ciudad de México (aproximadamente 2240 m sobre el nivel del mar), buscándose representar de forma fiel el entorno operativo de las aeronaves durante las pruebas de vuelo pertenecientes a la etapa de validación del proceso de diseño. Para ello se utilizaron las siguientes propiedades calculadas con ayuda del módulo “*Aero Data*” del software de análisis aerodinámico XFRL5®:

- Presión atmosférica: 77 [kPa].
- Temperatura ambiente: 298.15 [K].
- Densidad del aire: $0.946 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$.
- Viscosidad dinámica: 1.827×10^{-5} [Pa·s].

En lo correspondiente a las condiciones de frontera, se establecieron las mostradas en la Figura 37, en concordancia con la geometría y dimensiones comentadas en la sección 3.1.4. Las zonas “*Wall 1*”, “*Wall 2*” y “*Wall 3*” fueron establecidas dado que, a las distancias reportadas con respecto a la geometría, esta condición de frontera tiene poco impacto en lo correspondiente a la representación de las condiciones de vuelo en aeronaves de esta envergadura [51], configurándolas como paredes estacionarias con condición de no deslizamiento. Se estableció algo similar para el “*Pressure-Outlet*”, donde, de acuerdo con la distancia, se justifica de manera correcta la configuración de una presión manométrica de 0 [Pa], es decir, la presión atmosférica. En lo correspondiente a la zona aledaña a la geometría de estudio, en el caso de los estudios a condición de vuelo correspondientes a la geometría ala-fuselaje, se estableció una condición de frontera de simetría, en tanto que, para los correspondientes únicamente a la sección del ala de estudio, (utilizados en la sección de verificación estructural 3.2.1.4 y para los análisis utilizados en la optimización del diseño del montaje de la sección 3.3.5), se utilizó una condición de pared.

Para la configuración de las condiciones del “*Velocity Inlet*”, se evaluó el parámetro de intensidad de turbulencia el cual es una medida de las fluctuaciones de velocidad del flujo en relación con la velocidad media. Esta se define como se muestra en la ecuación (41).

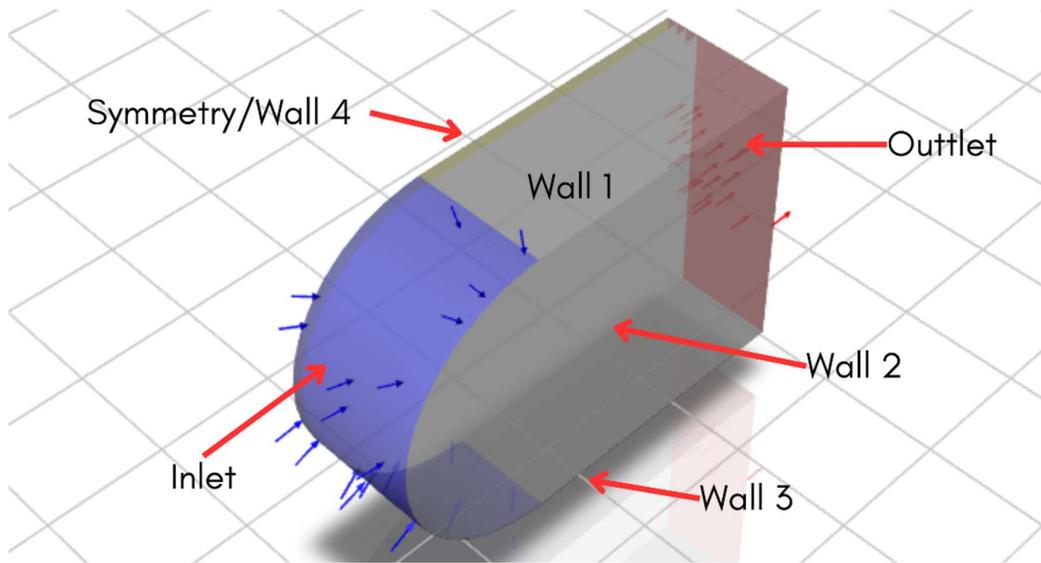


Figura 37. Condiciones de frontera del dominio.

$$I = \frac{u'}{U} \quad (41)$$

Donde u' es la raíz cuadrada de la varianza de las fluctuaciones de velocidad, y U es la velocidad media del flujo. Esto fue importante dadas las condiciones del túnel de viento, las cuales, debido a su diseño este opera a un valor de 1%, por debajo del valor por defecto de 5% que había sido usado en los análisis de UAD hasta el momento de este trabajo. Además, en [5] se establece que, para valores de número de Reynolds de cientos de miles, como es el caso del presente trabajo, la zona de separación cercana al borde de salida es altamente dependiente de este parámetro. Fue encontrado que para valores de $\alpha = 0^\circ$ los cambios fueron imperceptibles; sin embargo, se observaron cambios sustanciales a $\alpha = 18^\circ$.

3.1.6. Estudio de performance

Con el objetivo de establecer condiciones de vuelo representativas a ser estudiadas en el protocolo experimental, se realizó un estudio de performance con el fin de obtener velocidades representativas de la aeronave, utilizando aún la geometría completa ala-fuselaje. Se realizó un análisis estacionario de ángulo de ataque variable de 0° a 22° , mediante una descomposición trigonométrica de las componentes de velocidad del “inlet”, con un incremento de 2° a un número de Reynolds representativo¹ (basado en la Cuerda Aerodinámica Media de 0.57 [m]) de aproximadamente 500,000, obteniéndose las polares mostradas en la Figura 38.

¹ Según Carmona [72]: “la transición (de flujo laminar a turbulento en flujo externo) ocurre normalmente para valores de RN entre medio millón y 10 millones”

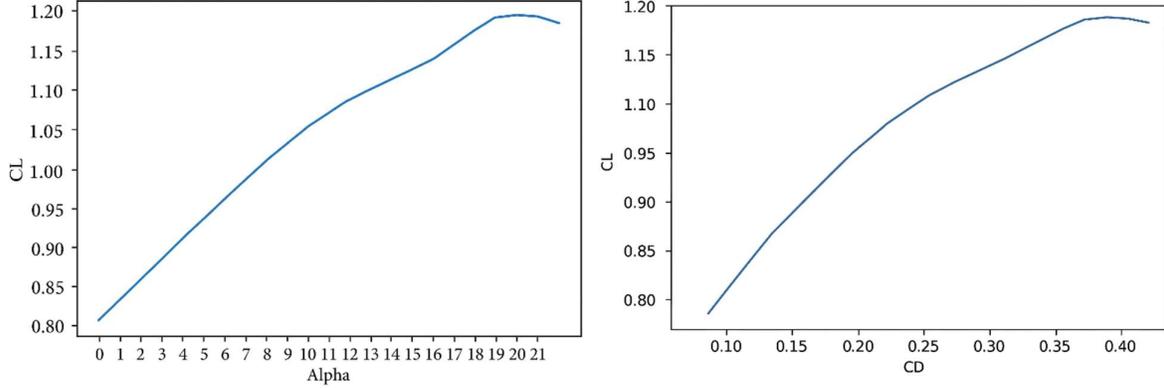


Figura 38. Polares de la sección Ala-Fuselaje a número a $Re \approx 500,000$.

3.1.6.1. Obtención de V_s

De acuerdo con el reporte de UNAM Aero Design para la Clase Regular SAE Aero Design 2023 [6], se estableció para la presente aeronave un Peso Máximo de Despegue (MTOW, por sus siglas en inglés) de diseño correspondiente a 12.463 [kg]. A partir de las polares obtenidas, se puede obtener el $C_{LMax} \approx 1.18$, con el cual se puede obtener la velocidad de entrada en pérdida por medio de la ecuación (42).

$$V_s = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{C_{LMax} \cdot S \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (12.463 [kg] \times 9.78 \left[\frac{m}{s^2}\right])}{1.18 \times 1.306 [m^2] \times 0.948 \left[\frac{kg}{m^3}\right]}} = 12.9 \left[\frac{m}{s}\right] \quad (42)$$

3.1.6.2. Obtención de $V_{m\acute{a}x}$

Se siguió el método planteado por [58] con ayuda de un código en Python desarrollado por UAD que estudia el performance de los aviones. Esto se hizo a partir de la obtención de curvas de empuje dinámico a diferentes velocidades de la configuración de motor Scorpion S11-4035-380 KV en conjunto con la hélice APC 17x10E [6] (proporcionadas por el sistema de aviónica de UAD para este diseño). Con esto, se pudo obtener $V_{max} \approx 22\left[\frac{m}{s}\right]$ mediante el método gráfico, como el punto en donde se intersecan las gráficas de empuje requerido (arrastre) y empuje disponible (empuje dinámico).

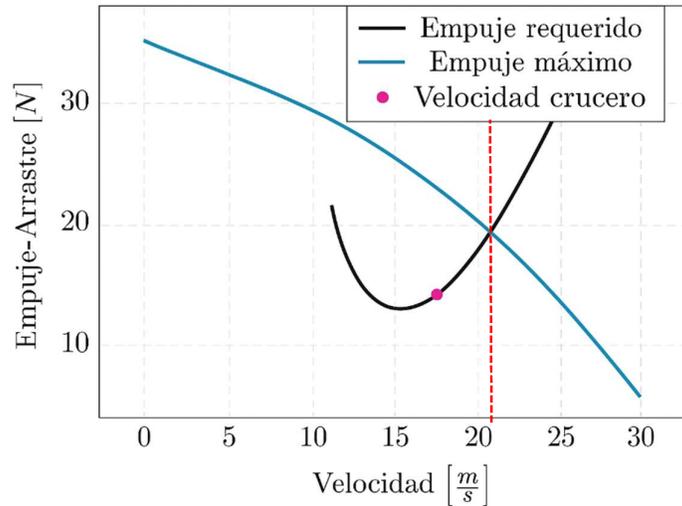


Figura 39. Método gráfico para la obtención de V_{max} ; se observa una intersección de las curvas a un valor cercano a 22 $\frac{m}{s}$.

3.2 Mecánica Estructural Computacional

3.2.1. Análisis estáticos

3.2.1.1. Introducción de propiedades ortotrópicas

Principalmente, los materiales de Cynanthus se pueden describir de acuerdo a la Figura 1, donde se observa que la sección de la estructura a estudiar se compone principalmente de madera balsa, madera triplay y fibra de carbono.

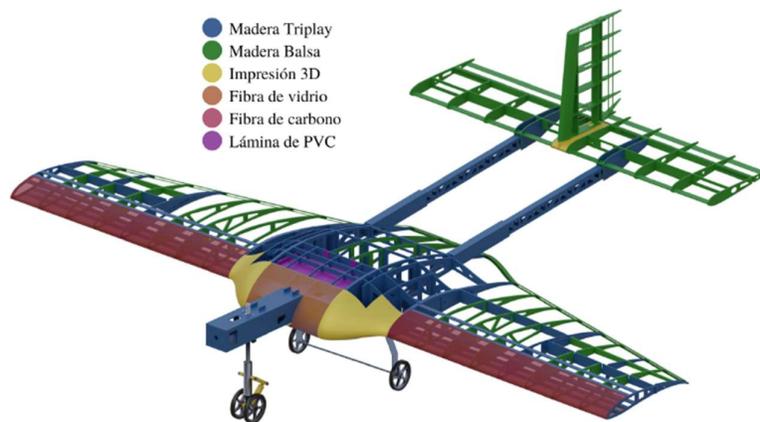


Figura 40. Materiales usados en Cynanthus (Obtenida de [6]).

Estos son materiales con direcciones preferenciales dadas por su misma naturaleza; por tanto, se introdujo el concepto de ortotropía con el fin de representar el fenómeno estructural con una mayor fidelidad, tratándose estos materiales como un sólido elástico lineal ortotrópico. Para esto, se obtuvieron diversas propiedades materiales obtenidas en la literatura, estableciéndose

los módulos de Young, de rigidez al corte y los coeficientes de Poisson. Estas propiedades fueron introducidas al apartado de “*Engineering Data*” de ANSYS Mechanical®.

A través de la herramienta “*Element Orientation*” de ANSYS Meshing®, se estableció un sistema de referencia cartesiano local para cada elemento de la malla que depende las direcciones principales de los materiales (es decir, las direcciones longitudinales y transversales del material, basadas en el acomodo real de estos espacialmente). La aplicación de esto puede observarse para toda la estructura en Figura 41.

Tanto la obtención de estas propiedades, así como los pasos seguidos en ANSYS Mechanical®, se explican a mayor detalle en Anexo E.

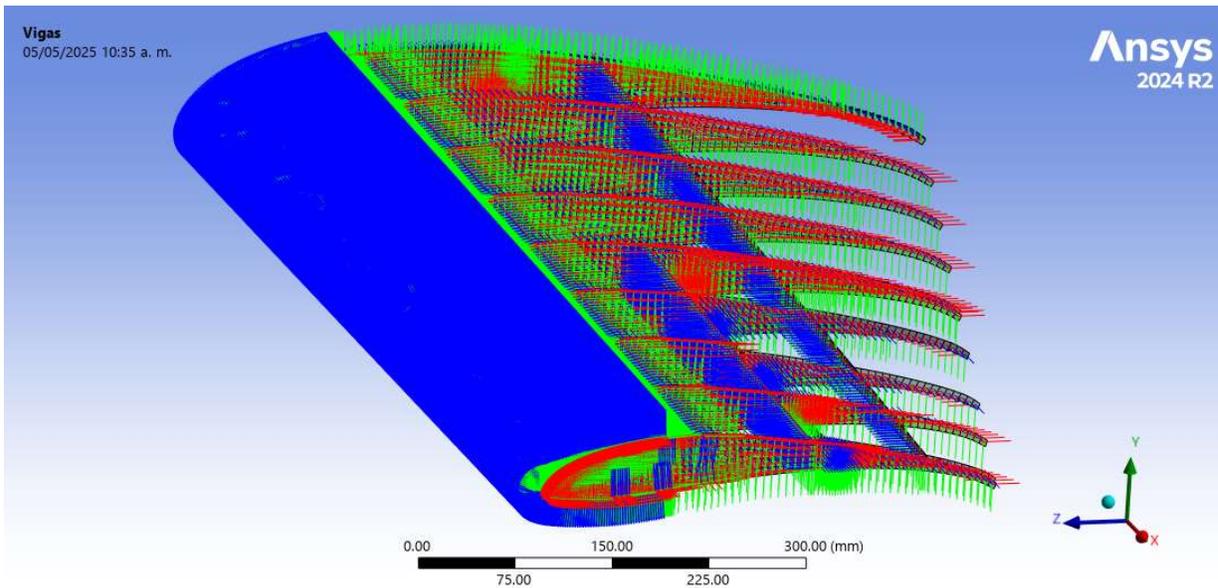


Figura 41. Sistema de referencia local para cada elemento de la estructura.

3.2.1.2. Mallado

Para el proceso de mallado en ANSYS Meshing® se realizó un procedimiento muy similar al descrito en la sección 3.1.5.1. Se iteraron varios parámetros de dimensionamiento en la malla hasta alcanzar los parámetros de calidad de malla más importantes propuestos en [54], mostrados en la Tabla 2, así como los valores límite y promedios alcanzados en la malla. Para el caso del “*Aspect Ratio*”, únicamente 13 de 210,000 elementos se encuentran por encima del valor recomendado de 5. Por otro lado, para el parámetro “*Warpage*”, únicamente 3 elementos se encuentran fuera del valor recomendable.

Índice de calidad	Valor recomendado [54]	Valor permisible [54]	Valor límite en malla	Valor promedio en malla
“ <i>Aspect Ratio</i> ”	<5	<8	9.5	1.18
“ <i>Warpage</i> ”	<10°	<10°	11.2°	0.6°

Tabla 2. Índice de calidad de malla recomendado y valores alcanzados en la malla.

3.2.1.3. Aplicación de cargas

Si bien ANSYS® da la opción de importar directamente los contornos de presión como casos de carga, estos consideran únicamente los esfuerzos normales sobre la superficie. De acuerdo a [59], durante la etapa de vuelo crucero el arrastre parásito corresponde al 75% del arrastre total, siendo el primero definido como la suma del arrastre debido por presión debido a la separación, y el arrastre por fricción en la superficie, correspondiente a los esfuerzos cortantes calculados en la simulación. Por tanto, se consideró que esta opción no contemplaría fielmente la magnitud de la fuerza aerodinámica de arrastre.

Por tal razón, se retomaron las fuerzas de arrastre y sustentación calculadas en cada una de las secciones en que fue seccionada la geometría analizada en CFD (sección 3.1.3) para diferentes velocidades a un ángulo de ataque $\alpha = 0^\circ$, considerando únicamente la sección del ala de estudio y utilizando las condiciones de frontera correspondientes discutidas en la sección 3.1.5.3. Estas fueron colocadas mediante un acoplamiento unidireccional aerodinámico-estructural por medio de la herramienta “Remote Forces” sobre cada uno de los perfiles, en la cuales las localizaciones de estas fuerzas puntuales fueron obtenidas a partir de las coordenadas con ayuda del CAD del 25% de las cuerdas de cada uno de los perfiles, asumiendo ser aplicadas en el centro aerodinámico.

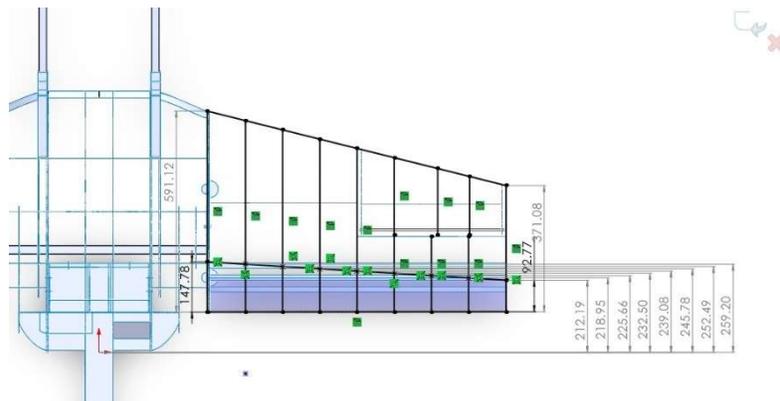


Figura 42. Obtención geométrica del 25% de la cuerda sobre cada perfil de la estructura.

3.2.1.4. Verificación estructural

Se analizaron los resultados obtenidos en la sección 3.1.6, esto con el objetivo de establecer un umbral de velocidades que no represente un riesgo estructural al momento de realizarse los eventos experimentales. Dado que se reconoce la naturaleza ortotrópica de los materiales del modelo, el criterio de falla debería acoplarse a materiales con estas características. El criterio de Tsai-Hill es uno de los más recomendables en evaluaciones en esfuerzo plano en este tipo de materiales. Tomando como referencia la ecuación (28), se sabe que los valores de σ_1 , σ_2 y τ_{12} son fácilmente obtenibles a partir de los resultados del análisis de esfuerzo estático. Sin embargo, si bien las propiedades elásticas de estos materiales ya fueron abordadas anteriormente (Módulos de Young, cortantes y coeficientes de Poisson), actualmente no se cuentan con los esfuerzos

de últimos a tensión, compresión y cortante de los materiales sobre las direcciones perpendiculares, por lo que este criterio no puede ser aplicado.

Material	Esfuerzo máximo a tensión [MPa]	Esfuerzo máximo a compresión [MPa]
Madera de pino	27	14
Madera balsa	14.7	9.4

Tabla 3. Esfuerzos de cedencia de las maderas. [51]

Utilizando entonces el criterio de máxima tensión tomando como referencia los valores de esfuerzos máximos mostrados en la Tabla 3, se procedió a obtener los esfuerzos sobre la dirección X (en dirección de las vetas) y Y (en dirección perpendicular), para cada material por separado. Se obtuvieron resultados en los cuales la madera balsa presentó esfuerzos a compresión (9.85 [MPa]) que sobrepasaban el valor límite a una velocidad de 22[m/s]; por lo tanto, se descartó esta velocidad. Para el resto de los componentes, los esfuerzos presentados no representaban a un riesgo estructural.

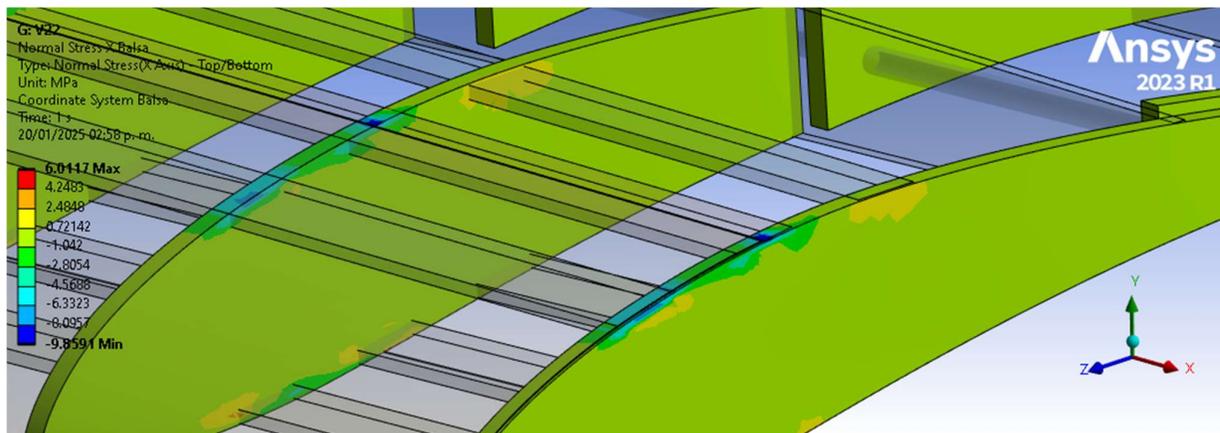


Figura 43. Esfuerzos en dirección de las vetas a 22[m/s].

Se procedió a realizar el mismo análisis, pero ahora con las fuerzas obtenidas del análisis CFD a 20 [m/s]. Se obtuvieron resultados a compresión de 8.92 [MPa], como se observa en la Figura 44, que si bien ya era menor al valor de 9.4 [MPa], seguía siendo demasiado ajustado. Por lo tanto, al considerar las incertidumbres, las áreas de oportunidad de los análisis en este momento y que el presente criterio no necesariamente es el más representativo, se propuso una velocidad máxima de operación del túnel de 18 [m/s]. El resto de los componentes de la estructura no presentó valores de falla en los análisis.

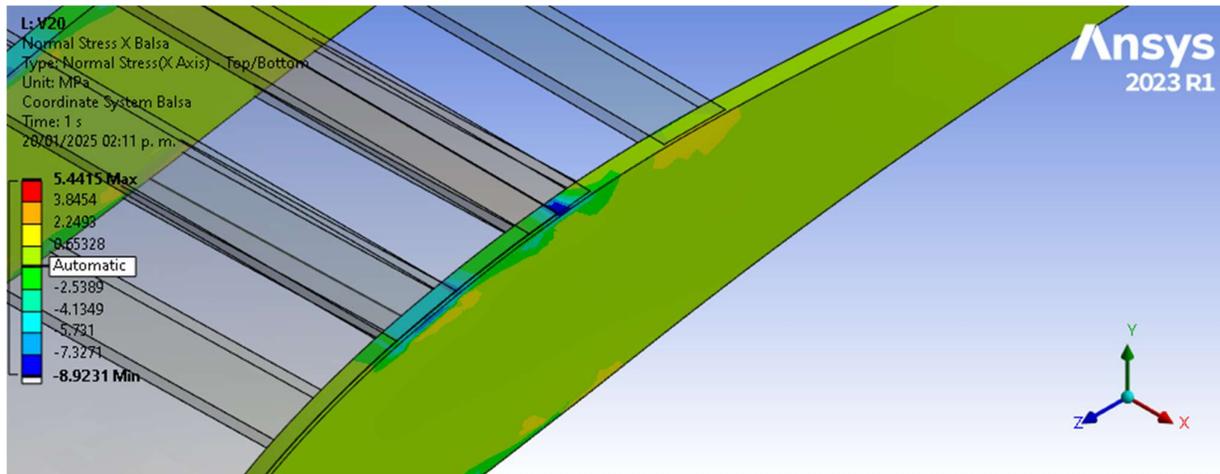


Figura 44. Esfuerzos en dirección de las vetas a 20[m/s].

3.2.1.1. Rango final de velocidad a usar en el trabajo experimental

Velocidad mínima [m/s]	12
Velocidad máxima [m/s]	18

Tabla 4. Rango de velocidades final.

3.2.2. Análisis Modal

Con el fin de obtener las frecuencias críticas de la estructura, se realizaron análisis modales precargados. Se retomó la misma configuración establecida en la sección 3.2.1. Además, con el fin de capturar de mejor manera el fenómeno, se consideró la aplicación de la aceleración gravitacional considerando el acomodo experimental de la estructura abordada en la sección 2.4.3.

También, dado que las frecuencias naturales son función de las precargas, se realizó este procedimiento con las fuerzas obtenidas a diferentes velocidades de operación, correspondientes a un análisis modal sin carga y otros para la velocidad mínima y máxima propuesta en la sección 3.1.6.

En la Tabla 5 se observa que, en su mayoría, las frecuencias siguen siendo muy parecidas, únicamente cambiando de manera importante en lo correspondiente a los modos 13 y 14. En lo correspondiente a los parámetros de “Factor de contribución modal” y “Masa efectiva”, también se obtuvieron resultados muy similares. Sin embargo, estos modos no cobrarían importancia en el estudio, al tratarse de frecuencias altas que se quedarían por encima de la frecuencia de Nyquist (125 [Hz]) de acuerdo a lo comentado en la sección 3.3.6. Por tal razón, solo se centró el estudio dentro de los primeros 8 modos de vibración, usando como referencia los resultados obtenidos por la velocidad de 18 [m/s], con el fin de facilitar el uso de información.

Modo	Frecuencia [Hz] sin carga	Frecuencia [Hz] a 12 [m/s]	Frecuencia [Hz] a 18 [m/s]
1	38.63	38.638	38.645
2	46.307	46.314	46.314
3	69.212	69.202	69.139
4	78.018	78.024	78.068
5	86.643	86.707	86.673
6	86.876	87.275	87.378
7	101.86	101.88	102.04
8	103.27	103.68	103.87
9	125.16	125.45	125.74
10	130.38	130.41	130.51
11	131.21	131.22	131.3
12	139.9	139.9	139.94
13	154.86	155	161.26
14	170.11	170.18	176.16
15	178.15	178.18	178.43
16	178.42	178.43	179.38

Tabla 5. Frecuencias características a diferentes cargas aerodinámicas.

Se sabe que el eje más relevante en fenómenos aeroelásticos de estructuras alares corresponde al eje longitudinal del ala, correspondiente a los modos de torsión (eje X, véase Figura 45). Posteriormente, en orden de importancia, correspondería el eje relacionado a los modos de flexión (eje Z) y, por último, aquel correspondiente a los movimientos de guiñada (eje Y).

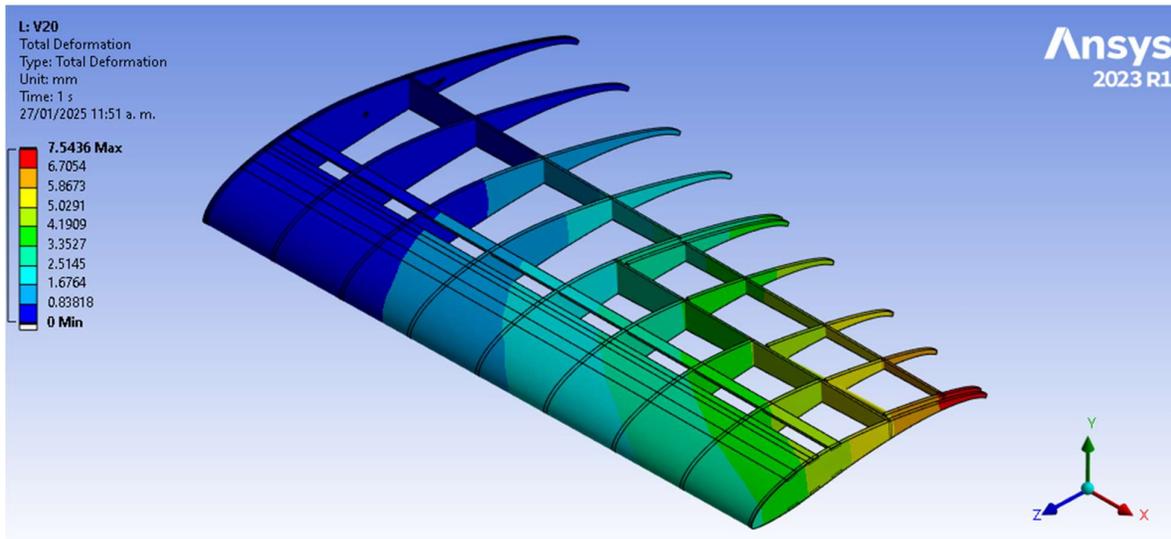


Figura 45. Ejes de la estructura alar.

Con el fin de ponderar los resultados de los factores de participación modal sobre la rotación de cada eje, se propone el factor de importancia mostrado en la Tabla 6.

Eje	Importancia
X	0.5
Y	0.2
Z	0.3

Tabla 6. Factores de importancia sobre cada eje.

De acuerdo con la información arrojada por el “*Solver Output*” del análisis modal, se procedió a evaluar el orden de importancia de cada frecuencia tomando en cuenta la “Masa Efectiva” y su importancia con respecto sobre a qué eje se da. Para esto, se realizó el siguiente procedimiento:

- Se procedió a calcular la contribución relativa de cada eje:

$$\text{Contribución relativa} = \frac{\text{Masa Efectiva}}{\text{Suma de masas efectivas del eje}} \quad (43)$$

- Posteriormente, se procedió a calcular una importancia relativa mediante la expresión:

$$\text{Importancia Relativa} = [\omega_X(\text{Cont. Rel. Eje X}) + \omega_Y(\text{Cont. Rel. Eje Y}) + \omega_Z(\text{Cont. Rel. Eje Z})] \times 100 \quad (44)$$

Donde ω_X , ω_Y y ω_Z son los factores de importancia de mostrados en la Tabla 6.

Finalmente, con esto se obtuvieron las frecuencias naturales más relevantes, de acuerdo a lo previamente mencionado, que serían comparadas con aquellas obtenidas de manera experimental.

3.3 Metodología experimental

3.3.1. Justificación de realización del experimento

De acuerdo con los lineamientos establecidos en [40], un experimento de túnel de viento debe realizarse únicamente si el conocimiento adquirido es nuevo y si existe una probabilidad razonable de obtener dicho conocimiento con una buena precisión. El presente estudio cumplía con ambas condiciones, dado que no existía ningún registro experimental dentro de UAD, ni alguna documentación en la literatura en el rubro de aeronaves SAE Aero Design que caracterizara el comportamiento vibratorio de una estructura alar, ni vista desde el lado meramente estructural ni meramente aerodinámico. Por lo tanto, la obtención de las frecuencias se trata de un conocimiento novedoso, cuya información generada tiene el potencial de poder ser el precursor de próximos experimentos y validaciones preliminares dentro de la agrupación y en contexto de este nicho de aeronaves.

En cuanto a su factibilidad técnica, el uso del modelo físico real extraído directamente del avión manufacturado evitó los fenómenos de escalamiento en cuestiones aerodinámicas, así como el hecho de eliminar los fenómenos de similaridad estructural, dado que se conservaron las propiedades geométrico-materiales originales, permitiendo realizar la hipótesis de que las frecuencias medidas serían representativas de un comportamiento real. Esto fue posible gracias a la disposición de la infraestructura del laboratorio de túnel de viento Fiidem-IIUNAM, que cuenta con las instalaciones, el equipo y la instrumentación para llevar a cabo un experimento de estas características.

3.3.2. Diseño Experimental

El presente experimento fue diseñado siguiendo las metodologías propuestas por el libro “*Low-speed wind tunnel testing*” [40] para el diseño, planificación y ejecución de experimentos aerodinámicos en túneles de viento de baja velocidad. Del mismo modo, se mantuvo un diálogo y orientación técnica, apoyo, disposición y experiencia de su personal técnico capacitado del túnel.

Siguiendo el marco conceptual expuesto por [40], se diseñó el experimento identificando cuatro bloques principales: entradas, parámetros controlables, parámetros no controlables y salidas, como se observa en la Figura 46. Las entradas fueron definidas de acuerdo con las condiciones de operación obtenidas por medio del estudio de performance y los análisis de CFD y FEM, siendo el rango comprendido por las velocidades V_s y V_{max} discutidas en la sección 3.1.6. Se estableció un AoA constante correspondiente al ángulo de incidencia del ala con respecto al fuselaje a una condición de vuelo crucero, por ser esta la de mayor duración durante la misión y, por tanto, la de mayor ciclaje.



Figura 46. Diagrama de bloques del experimento.

3.3.3. Justificación de parámetros concentrados

De acuerdo con el personal del túnel de viento Fiidem-IIUNAM, se planteó más técnicamente factible el uso de un solo acelerómetro sobre la estructura, siendo necesario colocarse en una posición representativa del fenómeno vibratorio en la estructura.

De acuerdo con lo mencionado en [2], en algunos estudios tempranos de aeroelasticidad, la simplificación bidimensional era una aproximación válida para capturar el comportamiento del ala en alrededor del 70-75% de su envergadura. Es decir, la torsión del ala se puede analizar como si la mayor parte de esta estuviera representada por una sección simplificada bidimensional.

En términos estructurales, la simplificación bidimensional permite modelar la rigidez torsional del ala por una sección bidimensional en este rango de envergadura. Esto no solo reduce la complejidad del modelo experimental, sino que también optimiza los recursos al minimizar el número de sensores.

También se recalca el peso de 0.046 [kg] del acelerómetro, el cual representa cerca de apenas el 4% del peso total de la estructura, por lo que no se consideró importante el efecto de la adición de esta masa puntual en los resultados.

3.3.4. Correcciones por bloqueo

Si bien, en el laboratorio de túnel de viento Fiidem-IIUNAM no existe una caracterización de los efectos comentados en la sección 2.4.2 de cada uno por separado, de acuerdo con su experiencia, las correcciones de bloqueo empiezan a ser relevante a partir de un área proyectada del 6% del área de sección transversal, cuyas dimensiones son: $A_T = 3 [m](ancho) \times 2.35 [m](alto) = 7.05 [m^2]$.

Con ayuda del CAD del ala, se estableció el área proyectada del modelo, obteniéndose un área de $0.0652 [m^2]$, representando apenas un 0.92% del área de sección transversal, por lo cual se espera que los errores ocasionados por los bloqueos sean pequeños.

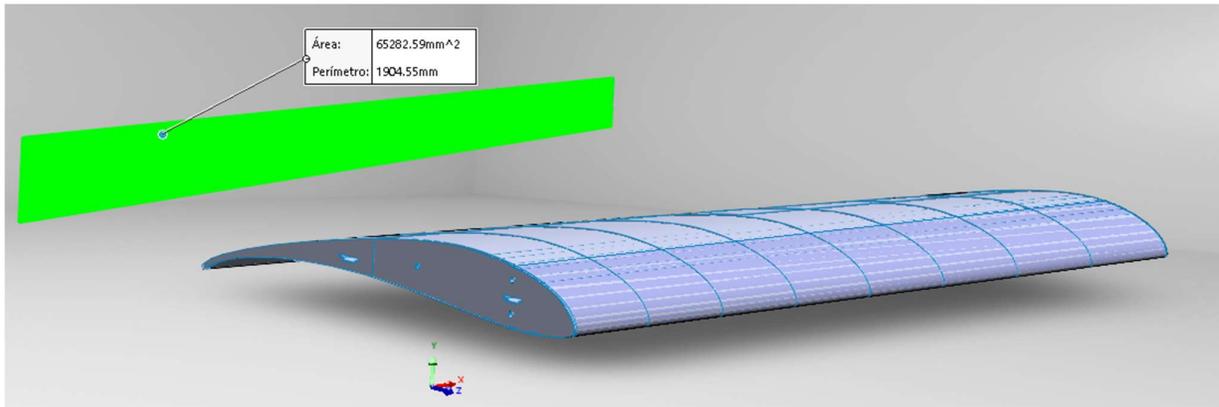


Figura 47. Caracterización del área frontal proyectada del modelo.

3.3.5. Proceso de diseño del montaje

3.3.5.1. Diseño conceptual

Una vez obtenida la información suficiente de los operadores del túnel, se procedió a realizarse el diseño del montaje, buscándose principalmente no modificar la estructura principal de la sección del ala tratando de emular físicamente al máximo posible la condición de frontera “*Fixed*”

Support” aplicada en los análisis modales de FEM, además de minimizar la interferencia con el flujo, tomando como referencia un empotramiento perfecto de la geometría al suelo del túnel de viento. Para esto, se utilizaron los parámetros de diseño mostrados en la Tabla 7, basándose en las recomendaciones de libro “*Engineering Design: A Systematic Approach*” [60].

Fabricación y ensamblaje	<ul style="list-style-type: none"> • Facilidad de fabricación: Complejidad del proceso y de las herramientas requeridas.
Costos	<ul style="list-style-type: none"> • Costo de materiales: Precio de las materias primas. • Costo de fabricación: Gastos asociados a herramientas, maquinaria y procesos de producción.
Compatibilidad con el experimento	<ul style="list-style-type: none"> • Interferencia con el flujo de aire: Efecto del diseño sobre la aerodinámica del experimento. • Aislamiento de vibraciones: Capacidad de evitar vibraciones parásitas no deseadas.
Ergonomía y operación	<ul style="list-style-type: none"> • Facilidad de montaje: Simplicidad en la instalación dentro del túnel de viento.

Tabla 7. Requerimientos de diseño del montaje.

Posteriormente, mediante una sesión de lluvia de ideas en la cual se evaluaron diferentes opciones de configuración, materiales y geometría, se establecieron los siguientes conceptos: en la Figura 48 (a) se muestra el concepto llamado “Offset”, el cual cuenta con un canal central en forma de perfil aerodinámico, dentro del cual se inserta la sección de ala a modo de guía, además de incluir un alma que pudiera dar una mayor estabilidad a la geometría, componiéndose de un material denso y rígido que pueda soportar al ala por su propio peso sin necesidad de anclajes adicionales. En la Figura 48 (b) se observa el concepto llamado “Caja”, el cual consta de cortes de placas planas de MDF ensambladas entre sí por medio de pestañas y hueco en su interior, yendo la sección del ala ensamblada en la parte posterior. En la Figura 48 (c) se presenta el concepto llamado “Estereotomía” basado en el principio constructivo del mismo nombre, que trata del apilamiento de placas de MDF.

Para la selección final del concepto, se realizó una matriz de comparación de pares de los requerimientos de la Tabla 7, la cual se muestra en la Tabla 8. Esta permitió asignar ponderaciones numéricas a cada requerimiento, reflejando su importancia relativa dentro del sistema.

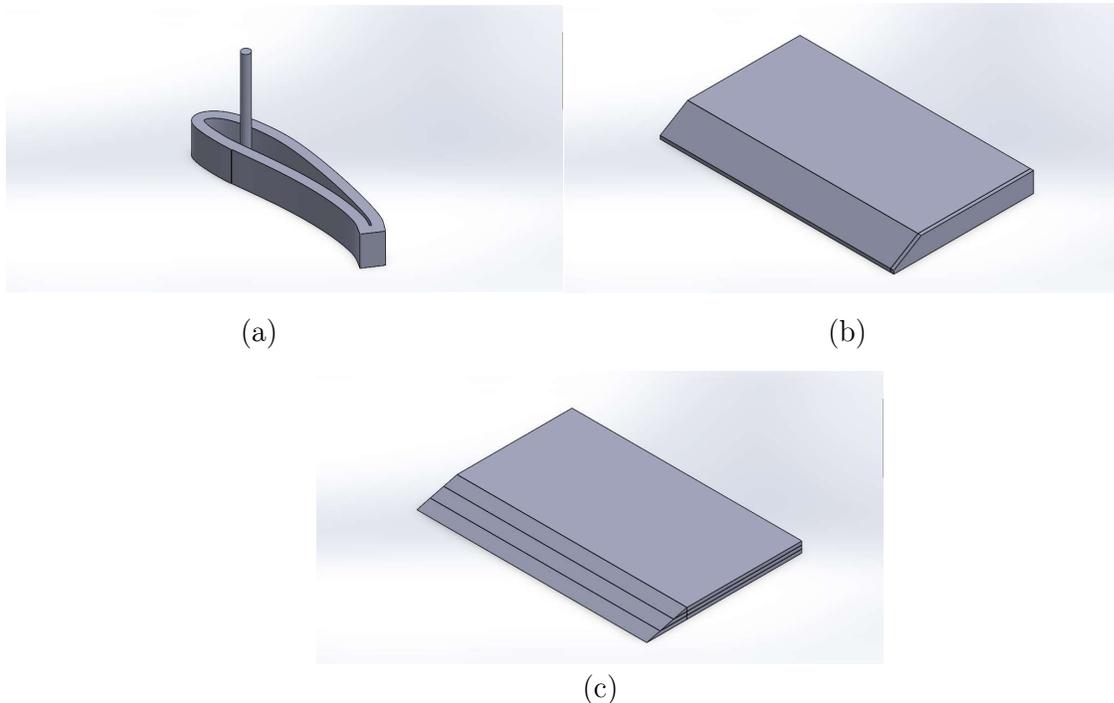


Figura 48. Conceptos generados.

	Objetivo de mejoramiento	Especificaciones	A	B	C	D	E	F	Suma	Ponderación	Porcentaje
A	Maximizar	Facilidad de fabricación		1	1	0	0	0	3	0.143	14.29%
B	Minimizar	Costo de materiales	0		1	0	0	0	2	0.095	9.52%
C	Minimizar	Costo de fabricación	0	0		0	0	0	1	0.048	4.76%
D	Minimizar	Interferencia con el flujo de aire	1	1	1		1	1	6	0.286	28.57%
E	Minimizar	Aislamiento de vibraciones	1	1	1	0		1	5	0.238	23.81%
F	Maximizar	Facilidad de montaje	1	1	1	0	0		4	0.190	19.05%
								Suma Tc	21	1	100.00%

Tabla 8. Matriz de comparación de pares.

Posteriormente, se procedió a evaluar cada concepto. Las calificaciones fueron asignadas de acuerdo al criterio del autor, considerándose fortalezas y limitaciones observadas y comentadas durante la fase de generación de conceptos. Estas fueron multiplicadas por la correspondiente ponderación y los resultados fueron sumados (véase Tabla 9).

	Ponderación	Offset	Caja	Estereotomía
Facilidad de fabricación	0.142		3	4
Costo de materiales	0.095		2	5
Costo de fabricación	0.047		3	5
Interferencia con el flujo de aire	0.285		2	4
Aislamiento de vibraciones	0.238		1	3
Facilidad de montaje	0.191		5	2
	SUMA		2.52	3.52
				4.66

Tabla 9. Evaluación de conceptos.

Finalmente, el concepto con mayor calificación global fue el soporte tipo “Estereotomía”, el cual fue llevado al posterior desarrollo de diseño preliminar para el análisis de interferencia aerodinámica en CFD.

3.3.5.2. Diseño Preliminar

Retomando todos los hallazgos y parámetros conseguidos en el refinamiento de los análisis CFD, se procedió a evaluar de manera cualitativa y cuantitativa el impacto de las propuestas de acuerdo al tipo de geometría, en comparación con una configuración únicamente pegada a una pared con una condición de frontera de pared en el área aledaña a la geometría de acuerdo a lo comentado en la sección 3.1.5.3, a una condición de velocidad máxima del túnel de viento de $22 \frac{m}{s}$. Adicionalmente, se recuerda que la sección de ala analizada se considera con un ángulo de incidencia de 3° , correspondiente al torcimiento geométrico con respecto al fuselaje, siendo esto respetado en el acomodo de la geometría con respecto al montaje.

Tomando en cuenta las dimensiones de tablas de MDF disponibles en el mercado, se evaluaron una base circular de diámetro de 80 [cm] y una base rectangular de dimensiones 120 x 60 [cm] con el ala centrada en ambas (véase Figura 49). La geometría circular fue descartada dado que se observó una mayor afectación en las fuerzas aerodinámicas (como se observa en la Tabla 10), además de dificultar la manufactura dado que no cuenta con una restricción geométrica de alineación, lo que genera una ambigüedad de ensamble.

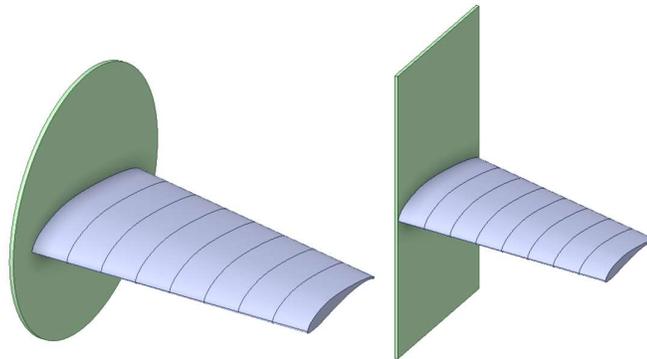


Figura 49. Base circular y base rectangular.

	Arrastre [N]	Sustentación [N]	Error Arrastre [%]	Error Sustentación [%]
Circular	9.26	97.4174	0.73	2.36
Rectangular	9.22	96.88	0.29	1.81
Solo Ala	9.19	95.16	-	-

Tabla 10. Comparación de fuerzas aerodinámicas de geometría circular y geometría rectangular.

Una vez elegida la geometría rectangular, fueron evaluadas las alternativas dimensionales disponibles en el mercado, comparando entonces montajes de las siguientes dimensiones:

- 120×60 [cm]
- 120×80 [cm]

Con la geometría centrada en ambos casos, fueron evaluadas las geometrías mediante la graficación de líneas de corriente para reconocer patrones de flujo en cada configuración. Para una

mejor comprensión visual, en la Figura 50 se muestra la localización de la región estudiada con respecto al dominio computacional desde una vista lateral. En la Figura 51 se presenta una comparación desde una vista lateral de las líneas de corriente iniciadas en la superficie de la tabla, con las paredes del soporte mostradas como transparentes para una mejor visualización de lo que se busca señalar. Se aprecia que la cercanía de la sección del ala respecto a los bordes frontales y traseros tiene una clara repercusión en cómo el flujo interactúa con la estructura. Por ello, con la intención de evaluar el comportamiento modificando este parámetro, la alternativa de 120×80 [cm] fue elegida para llevarse la etapa de diseño a detalle.

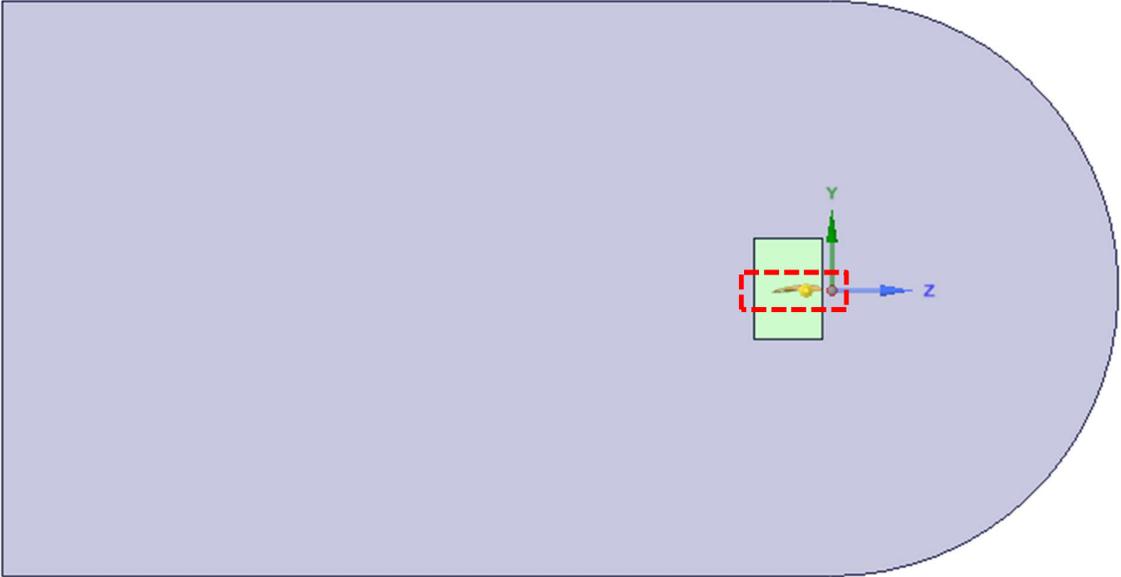
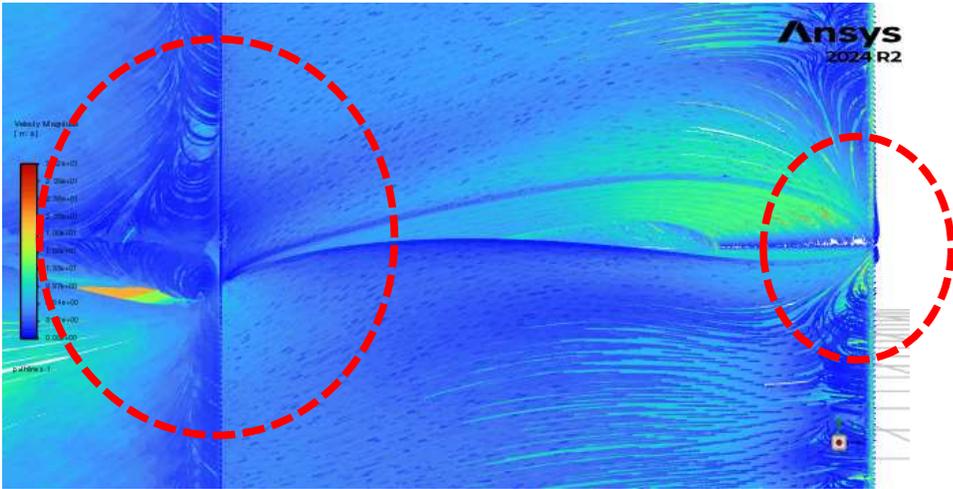
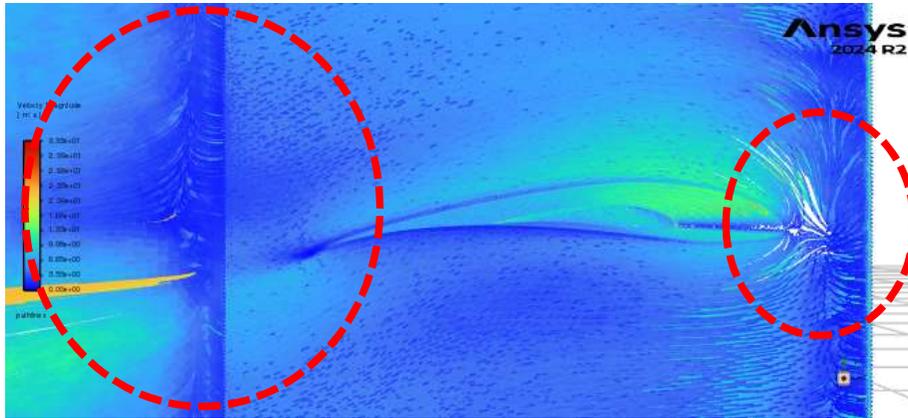


Figura 50. Identificación visual de imagen de localización con respecto al dominio computacional tridimensional.



(a)



(b)

Figura 51. Líneas de corriente iniciadas en la superficie del soporte y en la geometría de estudio ((a): 120×60 [cm]; (b): 120×80 [cm]).

3.3.5.3. Diseño a detalle

Por otra parte, en la etapa de diseño a detalle se evaluó de forma preliminar el número de capas apiladas de MDF necesarias para poder librar la protuberancia del centro de la mesa giratoria en la sección de pruebas del túnel de viento que se observa en la Figura 52, así como el uso de tornillería, estimándose un total de 4 capas. Tomando en cuenta el espesor de cada tabla de 3 [mm], se modelaron las alturas de las configuraciones a estudiar para esta etapa.



Figura 52. Protuberancia en mesa giratoria del laboratorio de túnel de viento Fiidem-Instituto de ingeniería UNAM (IIUNAM).

Se evaluó el efecto del posicionamiento de la sección del ala con respecto al montaje, moviéndola aguas arriba en dirección del flujo para compararla con la configuración anterior (véase Figura 53). En la Tabla 11 se muestra que, si bien en términos cuantitativos la geometría posicionada cerca del borde delantero presenta un menor arrastre con respecto a la referencia, esta diferencia no es contundente, por lo que la decisión de diseño se basó únicamente en consideraciones cualitativas. La Figura 54 evidencia una clara reducción de las irregularidades cerca

del borde de ataque, lo cual, si bien no es una muestra clara de cómo esta repercutiría menos en los datos experimentales, sí muestra un flujo menos alterado, lo que podría significar menos frecuencias parásitas. En zonas fuera del borde de ataque las diferencias en estas no son relevantes. En la Figura 55 se muestra un acercamiento a la zona cercana al borde de salida; se observa como las líneas de corriente no cambian de forma relevante en esta zona, por lo que no se consideró como un aspecto determinante en el diseño.

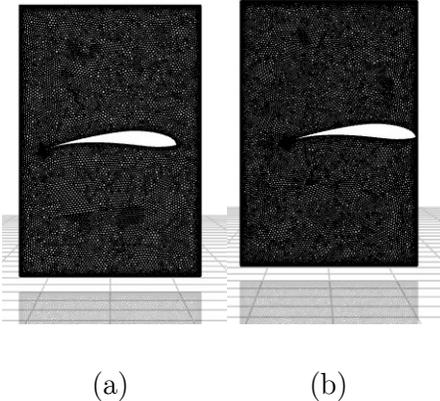
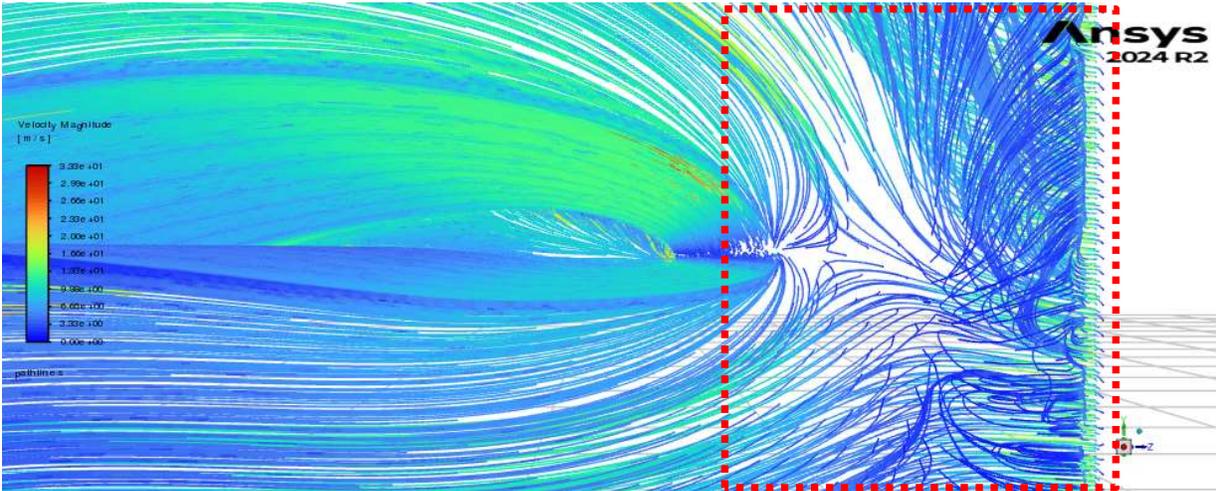


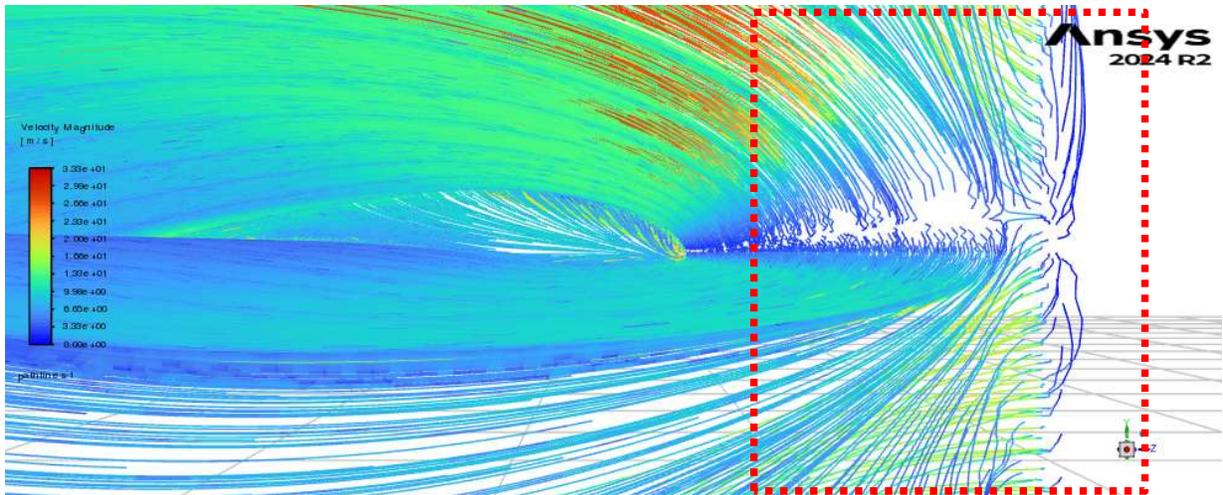
Figura 53. Mallado de propuestas de posición de geometría ((a): Geometría centrada; (b): Geometría cercana al borde delantero).

Posición	Arrastre [N]	Sustentación [N]	Error Arrastre [%]	Error Sustentación [%]
Adelante	9.228	97.094	0.41	2.032
Centrada	9.233	97.42	0.46	2.37
Solo Ala	9.19	95.16	-	-

Tabla 11. Comparación de fuerzas aerodinámicas en diferentes posiciones de la geometría.

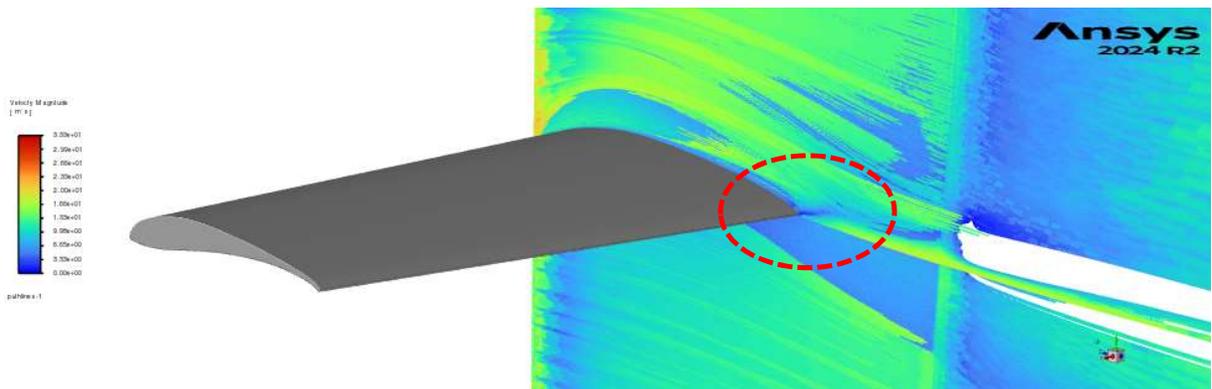


(a)

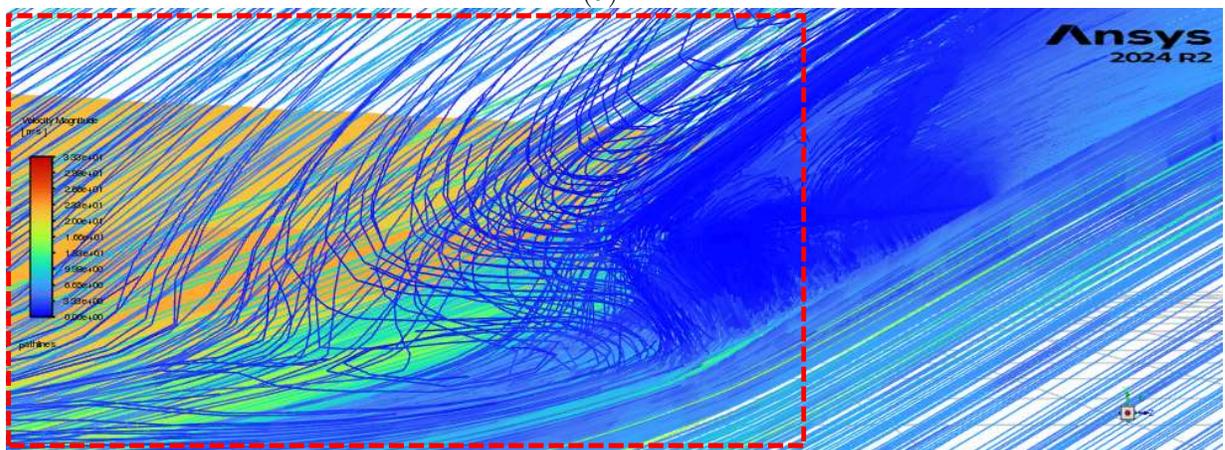


(b)

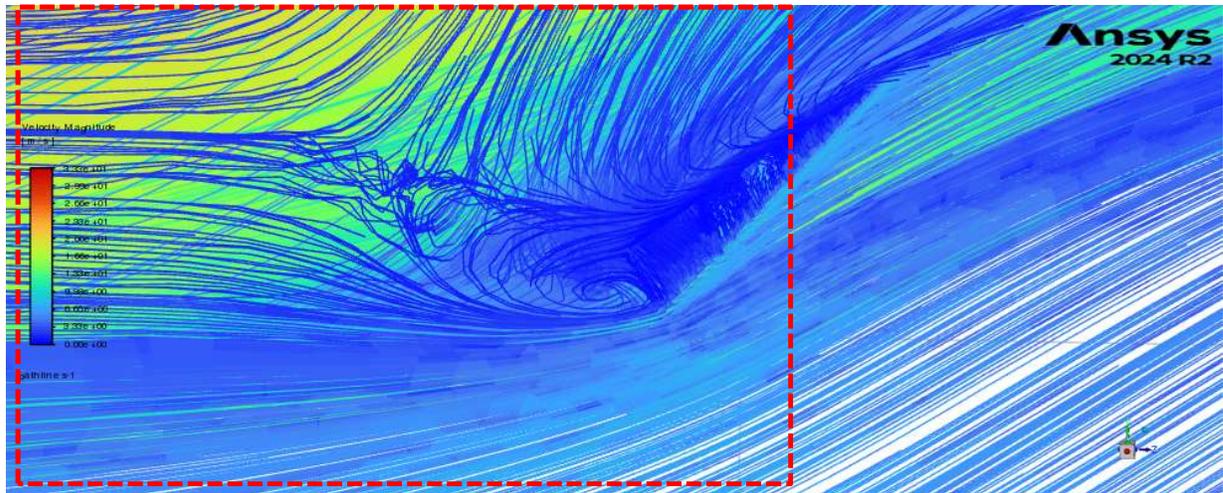
Figura 54. Comparación de líneas de corriente iniciadas en la superficie del soporte y en la geometría de estudio cercanas al borde de ataque ((a): Geometría centrada; (b) Geometría cerca de borde delantero).



(a)



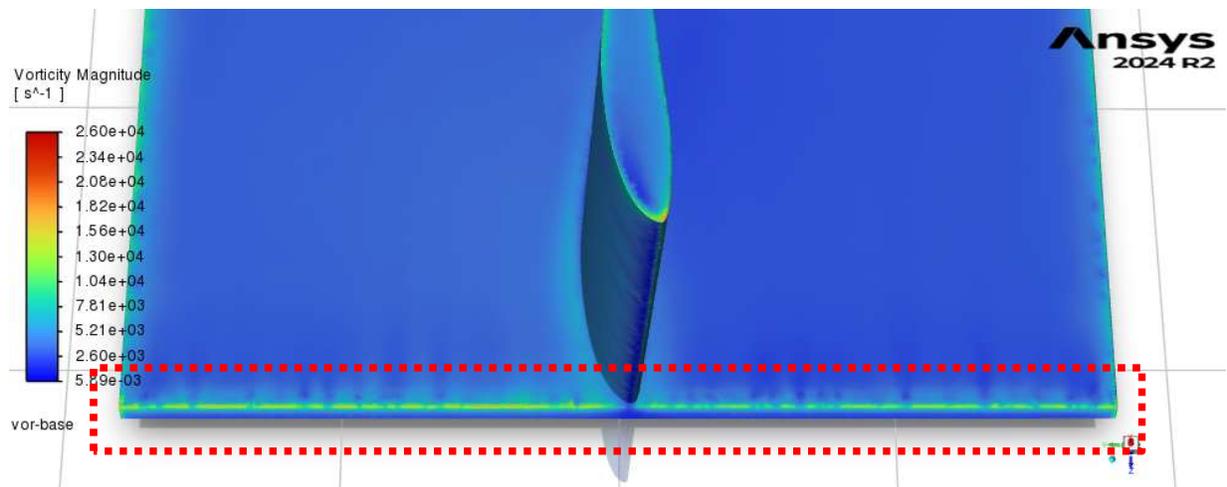
(b)



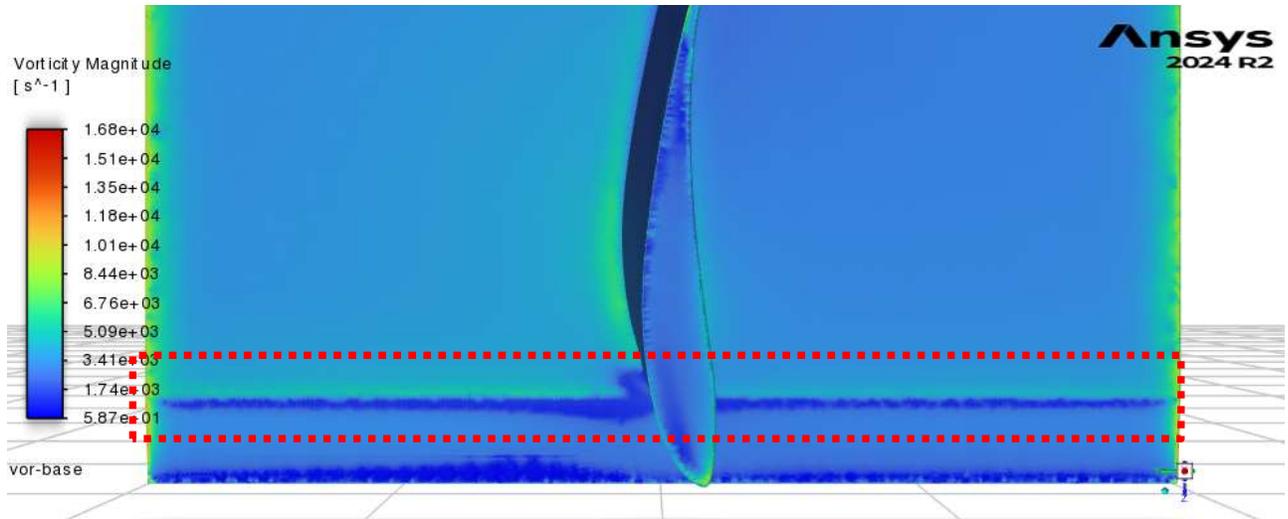
(c)

Figura 55. Comparación de líneas de corriente iniciadas en la superficie del soporte y en la geometría de estudio cercanas al borde de salida ((a): Referencia de localización de la zona de estudio en la geometría global; (b): Vista lateral de geometría centrada; (c): Vista lateral de la geometría cerca de borde delantero).

Por último, como parte de la optimización aerodinámica, se analizaron dos diferentes configuraciones de chaflanes delanteros para evaluar la repercusión de su longitud en los resultados. Debido a que los datos cuantitativos no mostraron una diferencia considerable, se procedió a usar la técnica utilizada por [4], donde se estudian estructuras de vorticidad a partir de los perfiles correspondientes. La Figura 56 muestra la diferencia de vorticidades en la zona más cercana a la geometría de estudio, en donde, conforme a lo que se muestra en los recuadros, el uso de un chaflán reduce los valores de vorticidad del orden de 10^4 a valores de 10^1 .



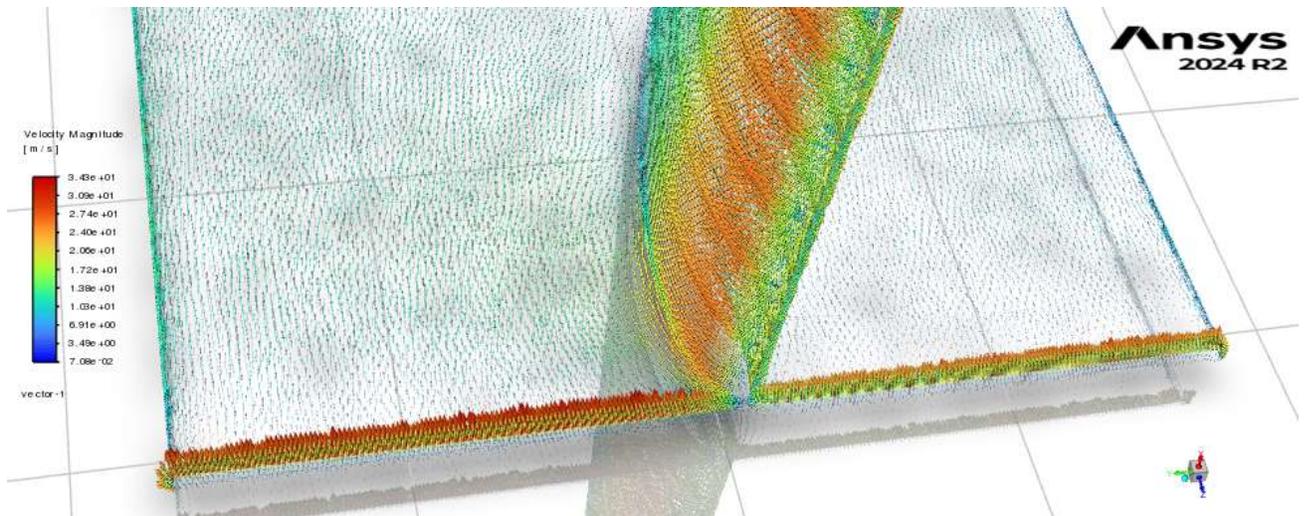
(a)



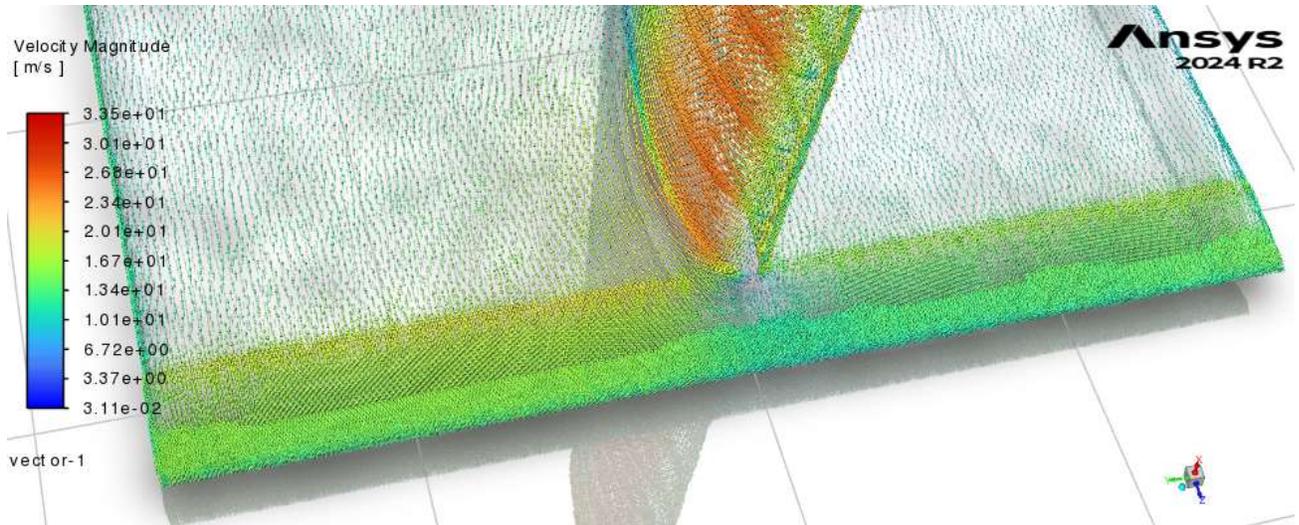
(b)

Figura 56. Efecto de la longitud en chaflanes en perfiles de vorticidad ((a): Chaflán corto; (b): Chaflán largo).

Del mismo modo, la Figura 57 muestra una mejora cualitativa razonable en términos de vectores de velocidad, por lo cual, se elige esta opción para ser llevada a la etapa de modelado en CAD.



(a)



(b)

Figura 57. Efecto de la longitud en chaflanes en vectores de velocidad ((a): Chaflán corto; (b): Chaflán largo).

Con el modelo optimizado, se procedió a la conceptualización final del prototipo mediante el principio de descomposición funcional, asignando a cada tabla una función específica. El croquis de cada una de las capas se ilustra en la Figura 58 (a-d), donde se representan las tablas y los cortes láser que finalmente fueron llevados a la etapa de manufactura.

Tabla superior (a): Se utilizó un corte láser obtenido directamente desde el CAD original de la aeronave, de tal forma que el perfil del encastre de la sección del ala de estudio pudiera entrar perfectamente a presión, obteniendo un mayor grado de rigidez en el soporte. Esto permitió asegurar una condición de frontera tipo “*Fixed Support*” en los análisis computacionales mediante la restricción de grados de libertad traslacionales.

Segunda Tabla (b): Se colocaron barrenos coincidentes con los ya existentes en el ala, utilizados en el ensamble con la sección del fuselaje del avión real. Sobre esta se apoyaron los tornillos y las arandelas que restringieron los grados de libertad rotacionales. El uso de tornillería permitió el ensamble de forma no permanente, facilitando el montaje y desmontaje.

Tercera y cuarta tabla (c) y (d): Estas fueron diseñadas con la intención de permitir el paso de tornillería mediante el uso de barrenos de diámetro mayor al de las arandelas usadas, además de librar la protuberancia de la mesa giratoria mostrada en la Figura 52. Para ello, se agregó un corte circular central con un diámetro ligeramente mayor al de dicha protuberancia.

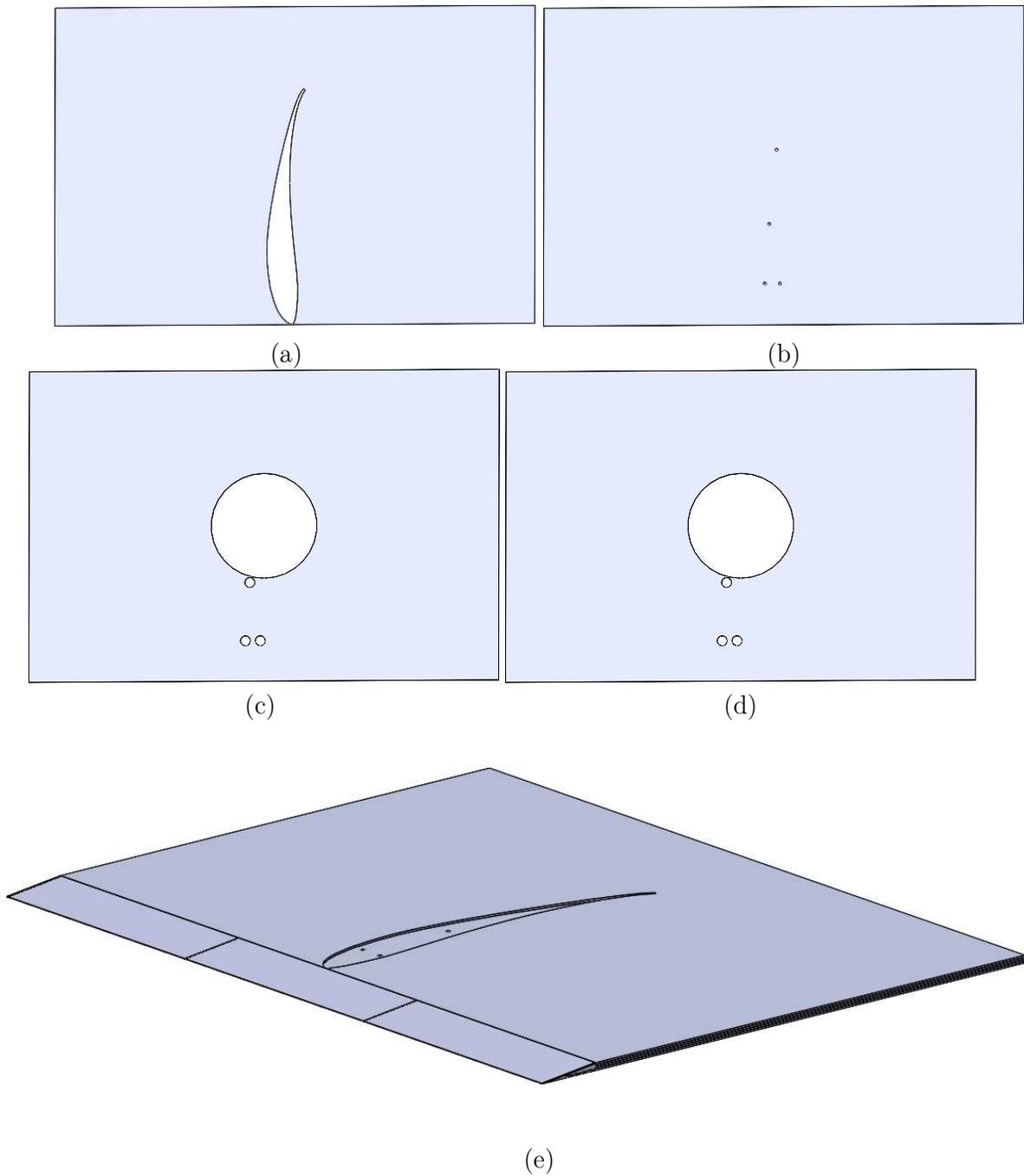


Figura 58. CAD de montaje final.

3.3.5.4. Manufactura

En lo correspondiente a la manufactura del diseño final del montaje, se documentó de manera detallada de todo el proceso, en el cual participaron activamente miembros de UNAM Aero Design. En esta bitácora se incluyeron evidencias fotográficas, ajustes realizados y consejos, incluyendo desde el corte de las tablas en MDF hasta su instalación lista para la instrumentación dentro del túnel de viento. El propósito de este documento empata con la visión del proyecto

de servir como una memoria que funcione como respaldo para próximas generaciones de la agrupación interesadas en replicar o mejorar el montaje.

El registro completo se puede consultar en el Anexo F, en el que, adicionalmente, se integra el reporte de costos como futura referencia en cuestión de asignación de presupuesto por parte de la agrupación para proyectos de estas características.

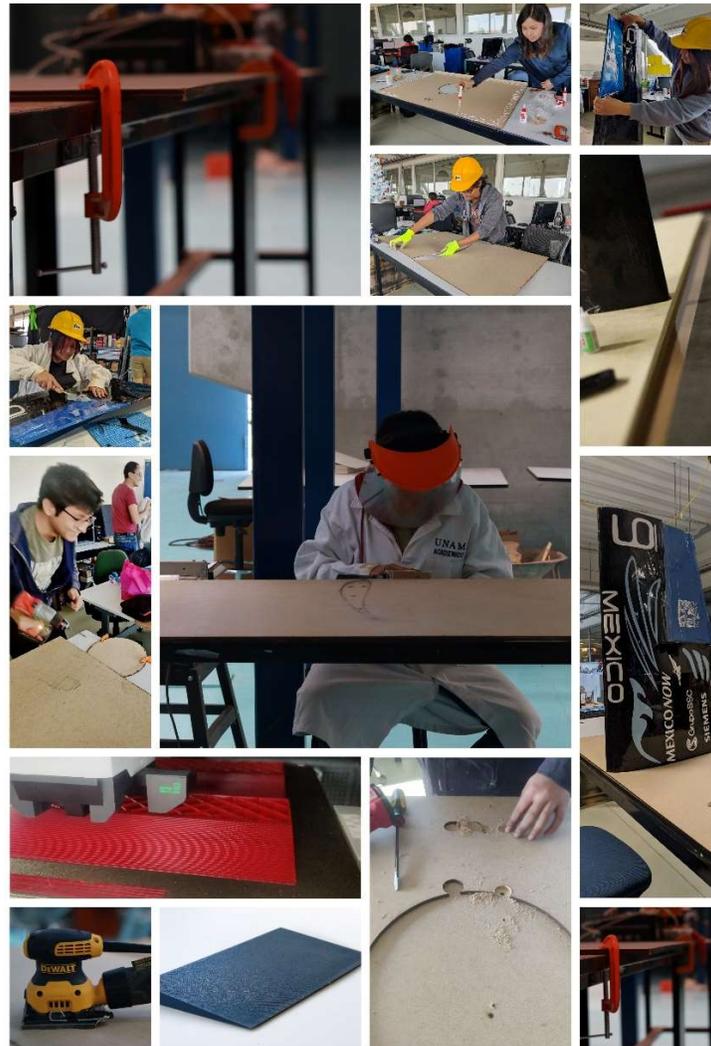


Figura 59. Recopilación visual de proceso de manufactura de montaje.

3.3.6. Planeación y ejecución del experimento

De acuerdo a las recomendaciones establecidas por [40], la correcta planificación de un experimento requiere, además de la definición precisa de objetivo y protocolos de medición, una comunicación clara entre los operadores del túnel y el experimentador.

Por tal motivo, los objetivos específicos del experimento fueron establecidos desde un inicio y comunicados con antelación al personal técnico del túnel de viento mediante reuniones previas,

permitiendo así la coordinación de aspectos operativos como la calendarización de los ensayos, la preparación del “*set-up*” final, así como la disponibilidad de la instrumentación.

El experimento fue conducido tras la preparación del escrito del protocolo presentado en el Anexo H, incluyendo protocolos de conexión de sensores, pruebas preliminares de adquisición de datos sin flujo, así como la correcta instalación del equipamiento. Fue utilizado un acelerómetro único a una frecuencia de muestreo de 250 [Hz], a fin de capturar adecuadamente la mayor cantidad de frecuencias posible de acuerdo al teorema de Nyquist.

Durante la ejecución se realizaron pruebas dentro del rango de velocidades establecidas en la sección 3.1.6. Cada evento tuvo una duración de 90 [s], siendo este un tiempo establecido de acuerdo con la experiencia del personal del laboratorio para registrar un intervalo representativo de frecuencias. Se ejecutaron un total de 5 eventos por cada velocidad, con la finalidad de recabar información que permitiera realizar estudios estadísticos para trabajos futuros.

Capítulo 4

Resultados

4 Resultados

A continuación, se abordan los resultados más relevantes de las tres ejes de este proyecto. Dado que, en lo correspondiente a la Dinámica de Fluidos Computacional esta fue utilizada como una herramienta, se optó por la documentación de los avances obtenidos por el refinamiento de este rubro con la finalidad de demostrar la validez y plausibilidad de los resultados utilizados en a lo largo de todo el proyecto. Dado el gran número de análisis llevados a cabo, se documentan únicamente los resultados de lo que fue considerado el caso más complicado de modelar, a saber, la condición cercana a la entrada en pérdida para el caso de la geometría ala-fuselaje a un número de Reynolds típico de $Re \approx 500,000$. Correspondiente al apartado de Mecánica Estructural Computacional, se muestran los resultados de las frecuencias naturales más relevantes obtenidas por medio de los análisis modales y ponderadas de acuerdo a lo comentado en la sección 3.2.2, las cuales serán comparadas con los resultados obtenidos en el túnel de viento. En cuanto a los resultados experimentales, se muestran y analizan las gráficas correspondientes al análisis espectral para identificar las frecuencias dominantes para cada una de las condiciones estudiadas.

4.1 Dinámica de Fluidos Computacional

Se obtuvieron soluciones que convergen en torno a 250 iteraciones, en un tiempo promedio de 2.5 horas de cómputo por cada simulación estacionaria de ángulo de ataque fijo, basándose en el alcance de los residuales a los valores de convergencia por defecto en ANSYS Fluent®, como se muestra en la Figura 60, lo que representa un gran avance en términos de costo computacional para el equipo.

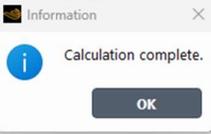
Adicionalmente, en [14] se hace referencia a otros criterios de convergencia de resultados, como el monitoreo de parámetros globales, tales como las fuerzas de arrastre y sustentación. Igualmente, la Figura 61 presenta la evolución de los coeficientes aerodinámicos en función de cada iteración, en la cual se observa que ambos valores habían conseguido a un comportamiento asintótico.

Igualmente, se considera esencial el análisis de convergencia de malla, por lo que, de acuerdo a lo descrito en la sección 3.1.5.1, se muestra el análisis de convergencia de malla de la relación de fuerza de arrastre y fuerza de sustentación " L/D " en función del número de elementos para un $\alpha = 18^\circ$ y $Re \approx 500,000$ mostrado en la Figura 62. En esta se puede observar una tendencia a estabilizarse alrededor de los 16 millones de elementos. Estos corresponden al conteo de elementos en ANSYS Meshing® previo a la conversión elementos a poliédricos, igualmente comentados en la misma sección, con la cual baja enormemente el número de elementos.

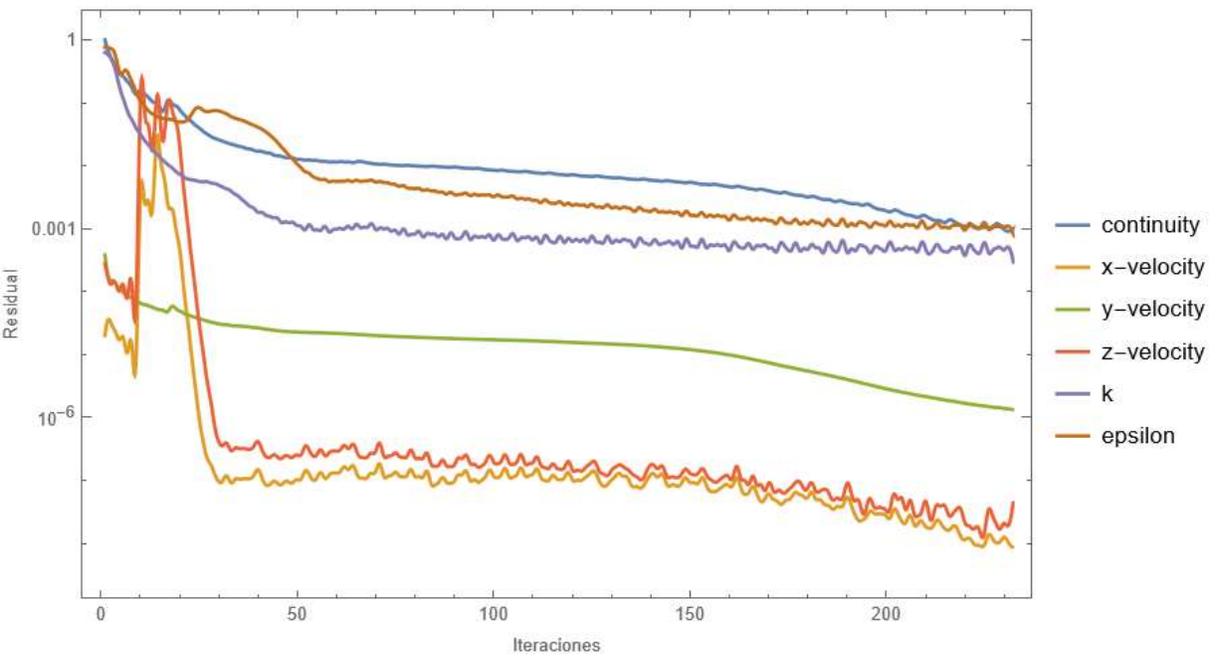
```

iter continuity x-velocity y-velocity k epsilon lift-wing5 lift-sn5 lift-compl drag-wing5 drag-
sn5 drag-compl lift1n lift1l lift1 lift4 lift5 lift6 lift7 drag8 lift9
lift10 lift11 lift12 drag drag3 drag4 drag5 drag6 drag7
drag8 drag9 drag10 drag1
232 9.2396e-04 1.0345e-08 1.3423e-
-4.1126e+00 -3.9363e+00 7.4856e+00 6.7
6.4842e+00 5.9042e+00 5.1665e+00 4.83
-5.5209e-01 -4.8482e-01 -4.0668e-01 -3.0
! 232 solution is converged

```

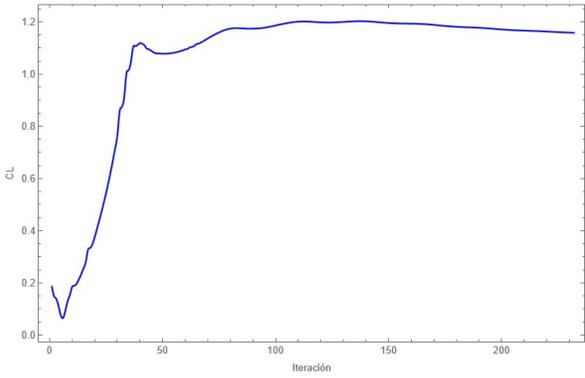


(a)

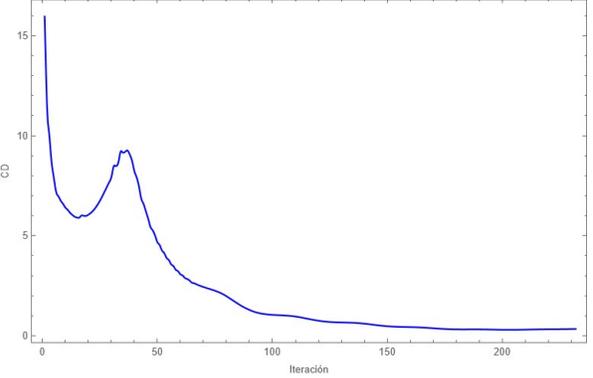


(b)

Figura 60. Convergencia de simulaciones estacionarias para $\alpha = 18^\circ$ ((a): Notificación de convergencia a 232 iteraciones; (b): Ejemplo típico de gráfica de residuales).



(a)



(b)

Figura 61. Gráficas de convergencia de coeficientes ((a): C_L vs Iteración; (b): C_D vs Iteración).

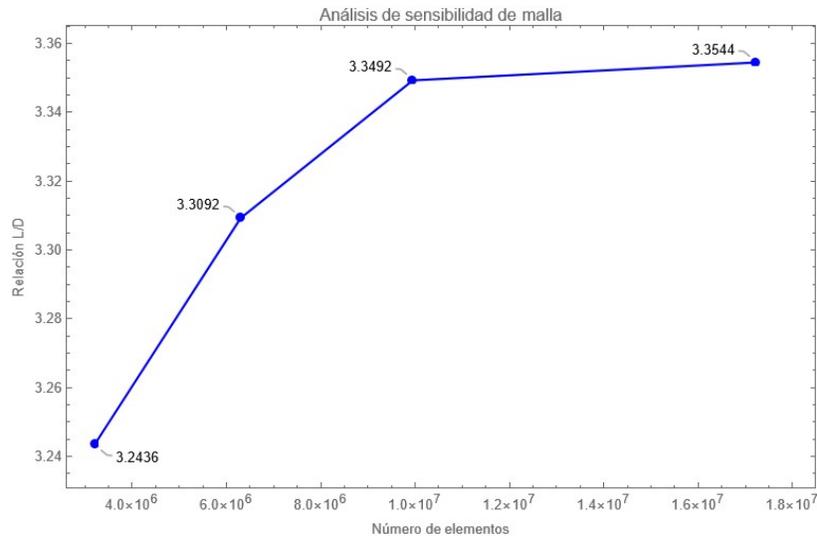


Figura 62. Análisis de sensibilidad de malla para $\alpha = 18^\circ$

En torno a la plausibilidad de los resultados obtenidos, una de las recomendaciones más directas es el análisis visual de los contornos de y^+ para verificar que las celdas en lugares específicos tengan valores apropiados [14]. En [25] se establece que, en caso de perfiles aerodinámicos, la zona más crítica es cercana a los bordes de salida debido a ser las zonas donde suele existir un desprendimiento de capa límite. En este caso, se observa en la Figura 63 que valores de $y^+ > 2$ empiezan a aparecer en zonas alejadas del borde, por lo que se espera que sean resultados adecuados, concretando una buena conexión entre la elección del modelo de turbulencia y los esfuerzos de discretización de malla por medio del control de la inflación comentada en el Anexo D.

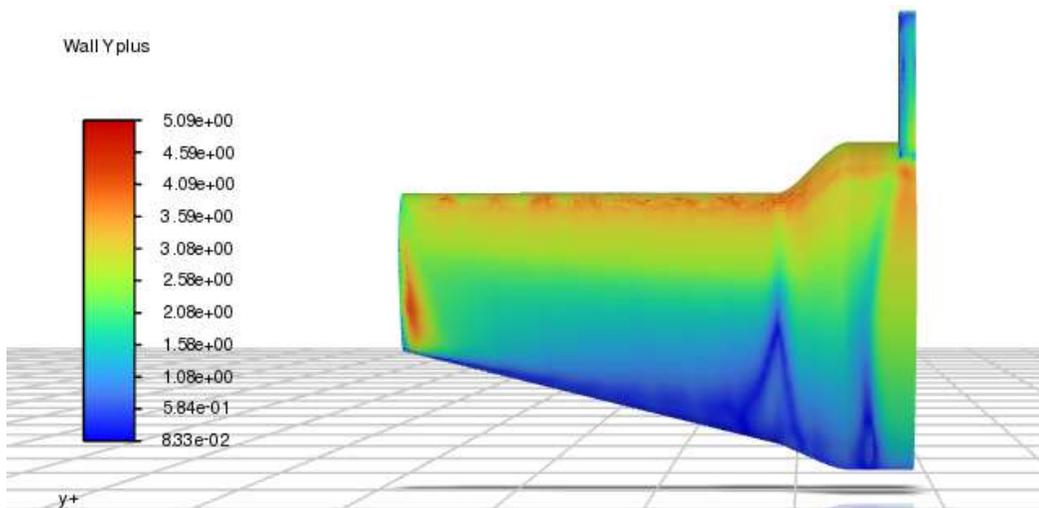


Figura 63. Contorno de y^+ de la geometría analizada.

Por tal razón, se considera que, con este entendimiento general de lo que involucran los análisis aerodinámicos en ANSYS Fluent® a lo largo de la realización del presente trabajo,

gozan de una mejor simulación de las condiciones físicas reales en comparación con los parámetros utilizados previos al mismo, por lo que se pueden esperar buenos resultados en todos los pasos que hayan requerido de esta herramienta.

4.2 Mecánica estructural computacional

Los resultados finales del análisis modal se muestran en la Tabla 12, donde se puede apreciar que la frecuencia más crítica resulta ser la de 38.6 [Hz] (con una importancia relativa del 60.33 %) correspondiente al primer modo de vibración, seguida por las frecuencias de 78.1 [Hz] (17.79 %), 86.7 [Hz] (16.14%) y 69.1 [Hz] (5.11%), respectivamente.

Modo	Frecuencia [Hz]	Masa efectiva						Importancia Relativa
		Rot X	Cont. Rel. Rot X	Rot Y	Cont. Rel. Rot Y	Rot Z	Cont. Rel. Rot Z	
1	38.6	14.4	0.72	3.2	0.02	156.07	0.8	60.0
2	46.3	1E-06	5.3E-08	0.98	0.005	2.5E-04	1.2E-06	0.1
3	69.1	1.8	0.09	6.5	0.03	2.6E-02	0.0001	5.1
4	78.1	0.97	0.05	143.7	0.74	2.97	0.01	17.7
5	86.7	2.68	0.13	37.4	0.19	36.11	0.18	16.0
6	87.4	8.8E-02	0.004	0.9	0.005	0.72	0.004	0.42
7	101.9	6.1E-04	3.1E-05	1.4	0.007	2.87	0.01	0.58
8	103.3	5.3E-03	0.0003	0.14	0.0007	1.3E-02	7E-05	0.03

Tabla 12. Resultados finales de importancia de cada modo de vibración.

No obstante, dada la baja probabilidad de que se logre empatar al 100 % una frecuencia en alguna condición de vuelo, se propone un ancho de banda de cada frecuencia utilizando los conceptos de las frecuencias de corte normalizadas superior e inferior.

En [1], por medio del diagrama de Bode en un estudio experimental de respuesta en frecuencia, se establecen factores de amortiguamiento para cada modo de vibración observado. Este estudio establece que estos dependen del modo en cuestión, oscilando entre valores de 0.04 y 0.014. Se observa que se trata de valores muy pequeños debido a la geometría y los bajos valores de masa. Si bien se reconoce el cambio del factor dependiendo del modo, se propone la utilización del mayor valor de 0.04 con el fin de amplificar el rango, que ya de por sí es reducido.

Las frecuencias de corte superior e inferior normalizadas fueron calculadas por medio de las ecuaciones (45) y (46), estableciendo los valores de $\Omega_{cl} = 0.95$ y $\Omega_{cu} = 1.04$. Finalmente, fueron establecidos los anchos de banda de interés mostrados en la Tabla 13.

$$\Omega_{cl} = \sqrt{1 - 2\zeta - 2\zeta\sqrt{1 + \zeta^2}} \quad (45)$$

$$\Omega_{cu} = \sqrt{1 - 2\zeta + 2\zeta\sqrt{1 + \zeta^2}} \quad (46)$$

Finalmente, se considerará que la estructura se encuentra en condición de riesgo en caso de que alguna de las frecuencias experimentales entre dentro de algún ancho de banda mostrados anteriormente y prevalezcan a lo largo del tiempo.

Modo	Ancho de banda		
	Frecuencia de corte bajo [Hz]	Frecuencia [Hz]	Frecuencia de corte alto [Hz]
1	36.7	38.6	40.2
2	44.0	46.3	48.2
3	65.7	69.1	71.9
4	74.2	78.1	81.2
5	82.3	86.7	90.1
6	83.0	87.4	90.9
7	96.8	101.9	105.9
8	98.1	103.3	107.4

Tabla 13. Ancho de banda para cada frecuencia natural.

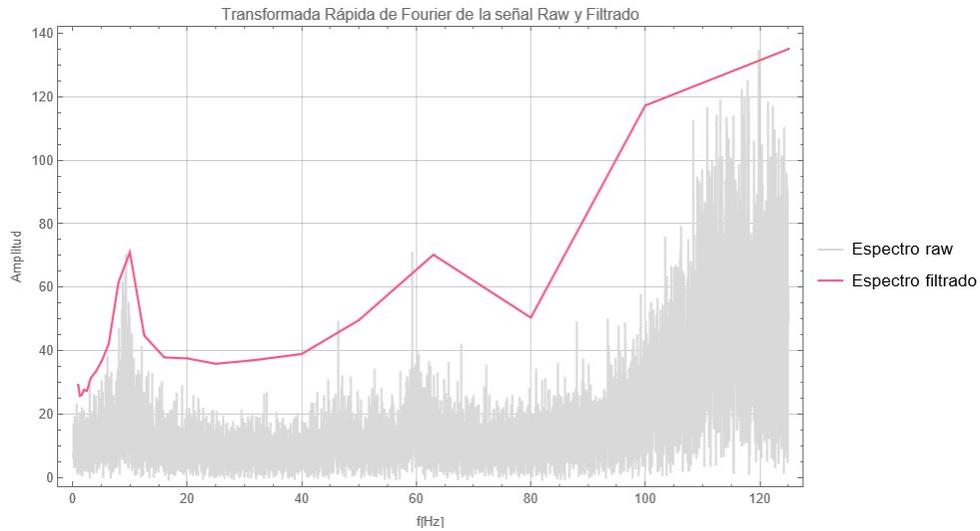
4.3 Resultados experimentales

A continuación, se muestran las gráficas obtenidas a partir de los resultados experimentales en el túnel de viento, correspondientes al segundo de los cinco eventos de cada velocidad (el resto de las gráficas pueden ser consultadas en el Anexo G). Estas fueron generadas siguiendo las indicaciones de tratamiento de datos del protocolo experimental del Anexo H.

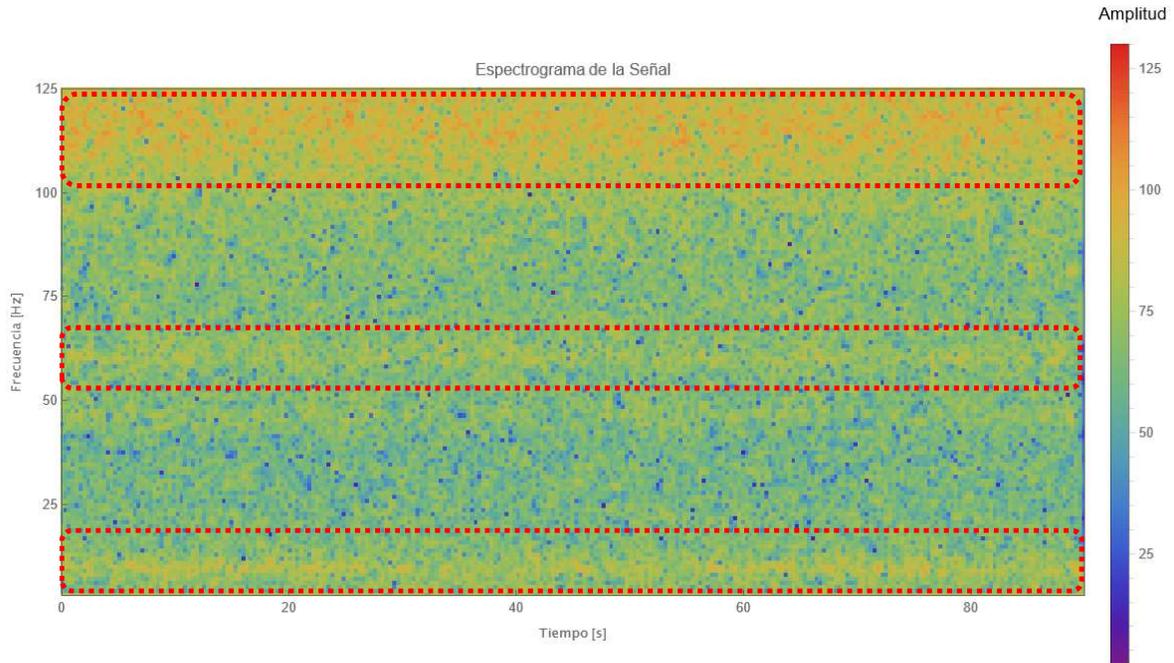
Para cada caso se observa primero la Transformada Rápida de Fourier (FFT), usando una ventana de tiempo rectangular sobre lo que se consideró un rango de tiempo representativo de 30-85 [s], presentándose tanto el espectro original como el espectro con filtro de tercio de octavas. Las segundas gráficas corresponden a un espectrograma de las señales a un intervalo de tiempo completo de 90 [s], con el fin de observar algún patrón de repetición. Por esto, adicionalmente se señalan con recuadros rojos aquellas franjas de frecuencia con amplitudes relevantes que persisten a lo largo del tiempo.

4.3.1. Velocidad: 12 [m/s]

En la Figura 64 se observa una importante contribución hacia las altas frecuencias, especialmente a aquellas por encima de la banda de 100 [Hz]. Sin embargo, de acuerdo a lo mostrado en la Tabla 12 y la Tabla 13, si bien existen frecuencias naturales en este rango, estas tienen muy poca contribución en comparación con otros modos. No obstante, se encuentra un pico pronunciado y puntual cercano a la banda de frecuencia central de 63 [Hz], casi de la misma magnitud al pico presentado en la frecuencia de 12.5 [Hz]. La primera es cercana a la frecuencia del tercer modo de vibración, siendo el cuarto de mayor relevancia, con un 5.11%, presentándose además de manera sostenida en el tiempo como se observa en el recuadro rojo del centro del espectrograma, lo cual podría significar un peligro de integridad estructural en caso de mantenerse esta condición de manera prolongada; adicionalmente se observa un pico cerca de la frecuencia correspondiente al segundo modo, sin embargo no se presenta una consistencia notable en el tiempo. Se observa un comportamiento similar en el resto de los eventos de este bloque.



(a)

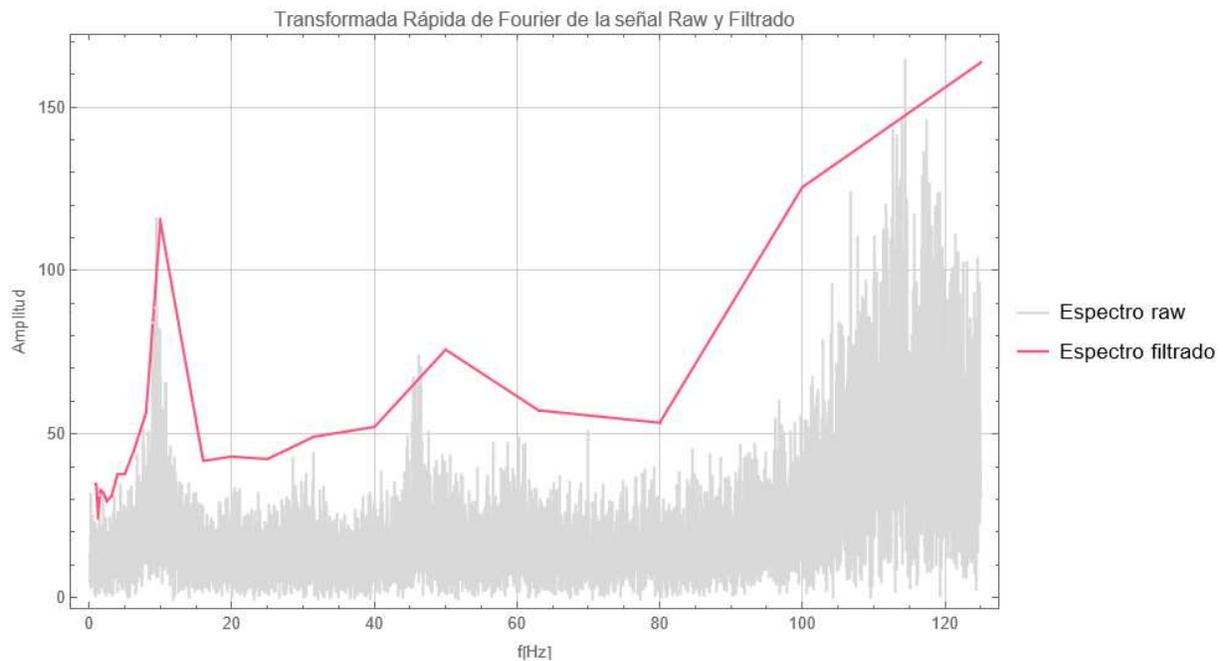


(b)

Figura 64. Respuesta en frecuencia de las VIV sobre el punto de interés, ubicado al 74% de la semienvergadura, a una velocidad de flujo externo de 12 [m/s]. ((a): Espectro de frecuencias en bandas de tercios de octava, mostrando una mayor contribución de modos resonantes en frecuencias superiores a 80 Hz; (b): Espectrograma mostrando que la distribución de frecuencias mostradas en el espectro se mantiene sostenida en el tiempo. Se observa la relevancia de los armónicos inferiores de 12.5 Hz y 63 Hz.)

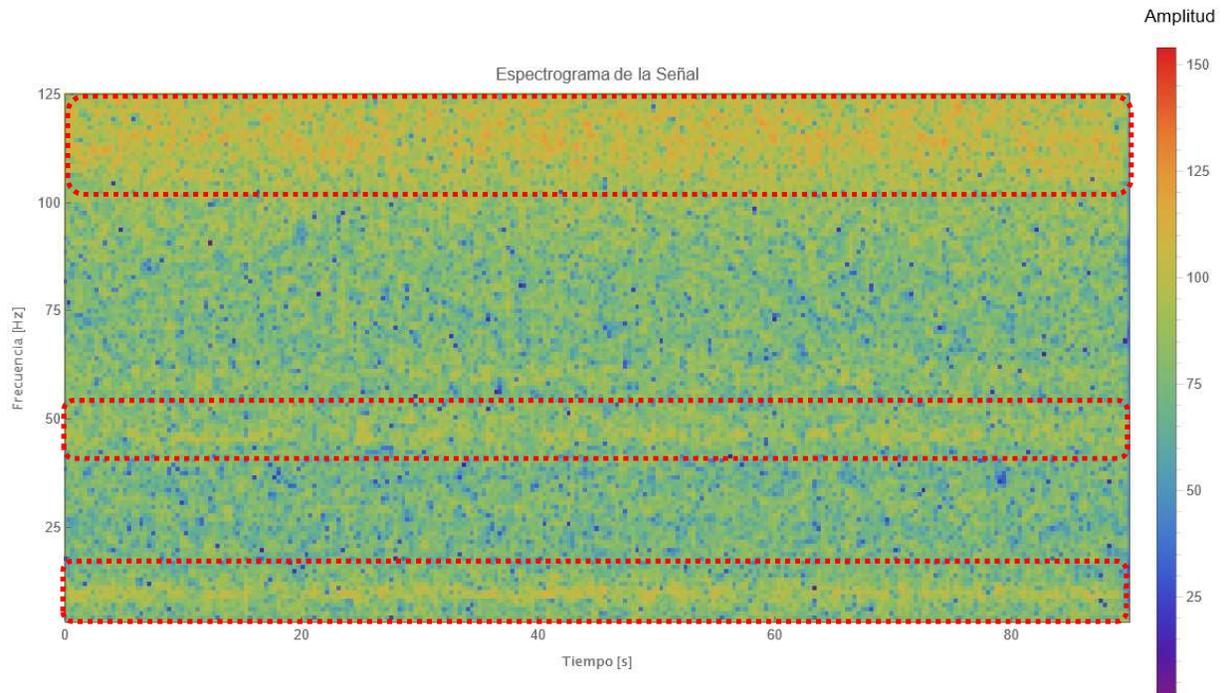
4.3.2. Velocidad: 14 [m/s]

Se observa en la Figura 65 un aumento de amplitud cercano a la banda de 12.5 [Hz], sin embargo, esto no representa un problema desde el punto de vista estructural, dado que no existen frecuencias naturales en este rango. También se observa un leve incremento en las frecuencias intermedias entre las bandas de frecuencias centrales de 100 y 125 [Hz]. No obstante, se identifica un pico pronunciado cercano a la banda de 50 [Hz], correspondiente a una frecuencia de excitación de amplitud considerable persistente a lo largo del tiempo, que podría acercarse a la frecuencia correspondiente al segundo modo. Es importante mencionar la cercanía a la frecuencia correspondiente al primer modo de vibración, siendo esta con diferencia la frecuencia de mayor masa efectiva.



(a)

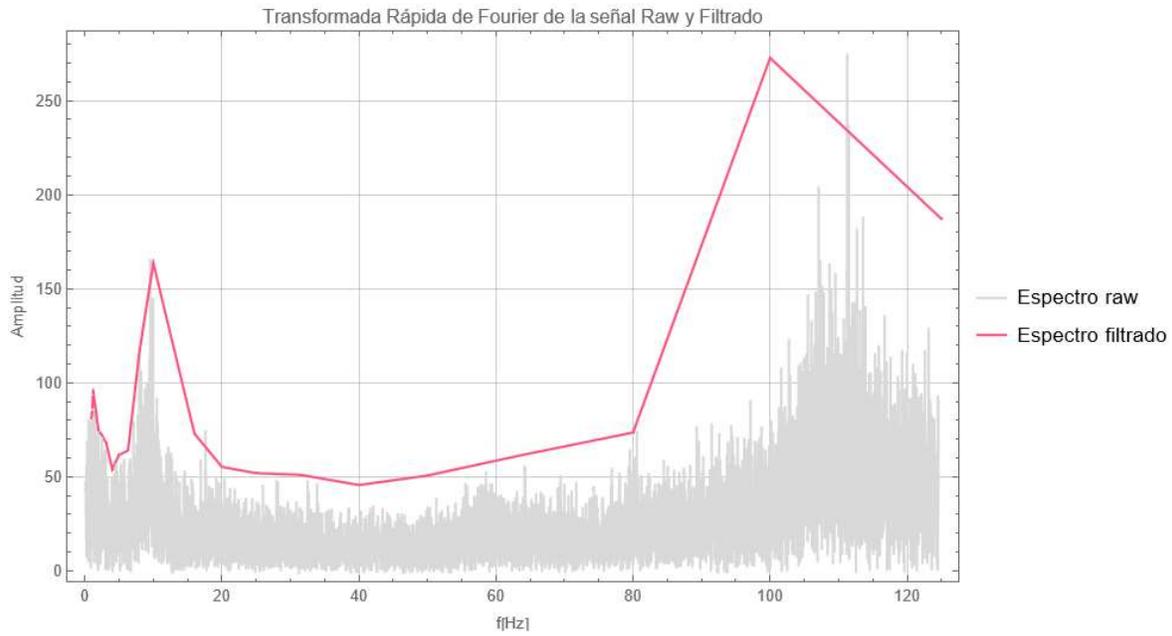
Figura 65. Respuesta en frecuencia de las VIV sobre el punto de interés, ubicado al 74% de la semienvergadura, a una velocidad de flujo externo de 14 [m/s]. ((a): Espectro de frecuencias en bandas de tercios de octava mostrando la mayor contribución de modos resonantes en frecuencias superiores a 80 Hz; (b): Espectrograma mostrando que la distribución de frecuencias mostradas en el espectro se mantiene sostenida en el tiempo. Se observa la relevancia de los armónicos inferiores de 12.5 Hz y cómo el correspondiente a 63 Hz pierde importancia con respecto al caso de 12 [m/s]. Además, se nota la persistencia en el tiempo sobre la banda de 50 [Hz]).



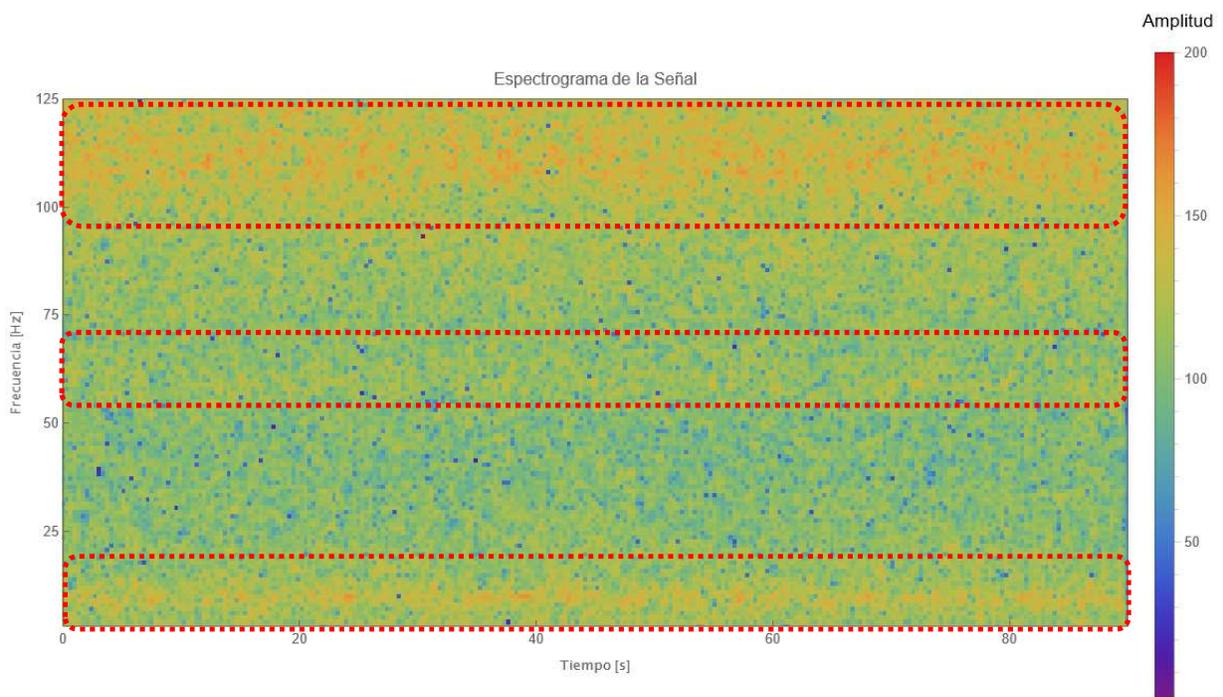
(b)
Continuación Figura 65.

4.3.3. Velocidad: 16 [m/s]

A esta velocidad, la energía tiende a concentrarse en las altas frecuencias, teniendo un aumento considerable cercano a la banda de 100 [Hz]. Si bien no se trata de frecuencias especialmente relevantes respecto a su contribución modal, el aumento energético en esta zona debería ser evaluado como posible riesgo estructural. También se aprecia un aumento en términos de amplitud en las bajas frecuencias; no obstante, dichas frecuencias no se encuentran cerca de alguna frecuencia natural de la estructura analizada. Aunado a esto, se observa una atenuación relativa de la amplitud de las frecuencias intermedias en comparación con las bandas previamente mencionadas, atribuible al aumento de estas últimas, más no necesariamente en términos de valores de amplitud absoluta. Aun se presentan picos en las bandas de 63 y 80 [Hz], dependiendo del evento, siendo esta última cercana a las frecuencias correspondientes al cuarto y quinto modo, los cuales representan el segundo y tercer modo de mayor importancia de acuerdo con la Tabla 12. Por tanto, también debería de considerarse esta situación en un futuro análisis de integridad estructural por ciclaje.



(a)



(b)

Figura 66. Respuesta en frecuencia de las VIV sobre el punto de interés, ubicado al 74% de la semienvergadura, a una velocidad de flujo externo de 16 [m/s]. ((a): Espectro de frecuencias en bandas de tercios de octava mostrando la mayor contribución de modos resonantes en frecuencias superiores a 100 [Hz]. Nótese que el modo fundamental en esta banda comienza a

cargarse a la izquierda; (b): Espectrograma que evidencia que la distribución de frecuencias mostradas en el espectro se mantiene sostenida en el tiempo. Se observa la relevancia del armónico inferior de 12.5 [Hz]. Para este caso en particular, parece disminuir la contribución a 63 [Hz]. Adicionalmente, se observa una dispersión en las bandas de las frecuencias intermedias, no presentándose de forma clara franjas en el espectrograma).

4.3.4. Velocidad 18 [m/s]

A esta velocidad se presenta un aumento considerable cercano a la banda de 12.5 [Hz]. No obstante, la estructura analizada no es susceptible a oscilar a estas frecuencias. Si bien en la Figura 67 también se nota una atenuación aparente de las frecuencias intermedias, en términos de valores absolutos se observan concentraciones energéticas considerables que varían dependiendo del evento, incluso en bandas con una alta masa efectiva. Al analizar los 5 eventos a 18[m/s], esta se trata de la velocidad de mayor variación espectral entre eventos, demostrando aleatoriedad en las bandas de frecuencia intermedias, ya que tampoco se observa alguna consistencia a lo largo del tiempo en estas, mostrando espectrogramas más dispersos en esta zona.

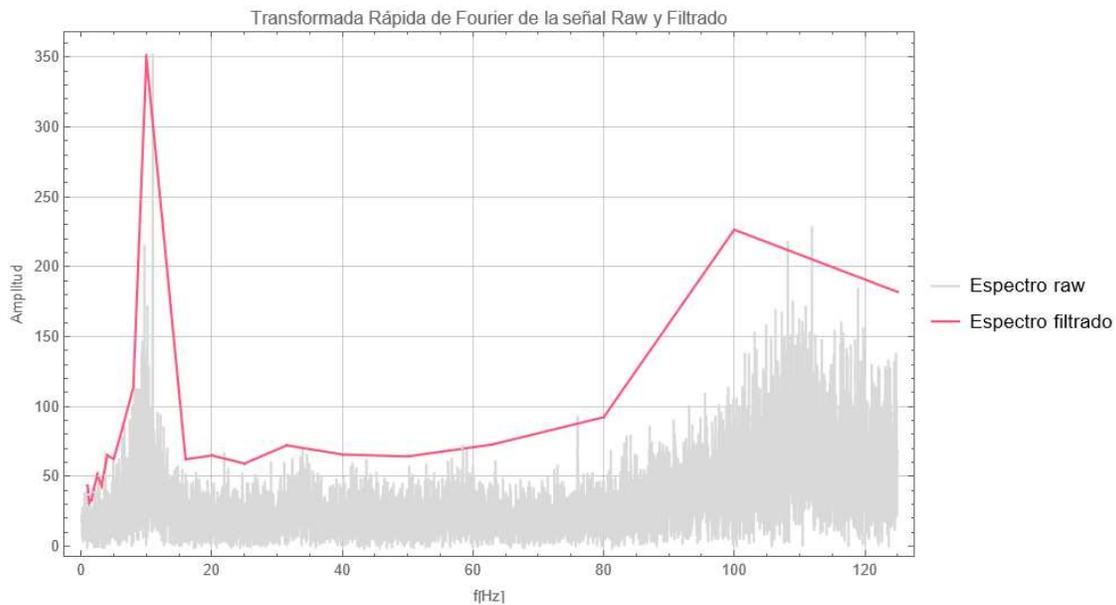
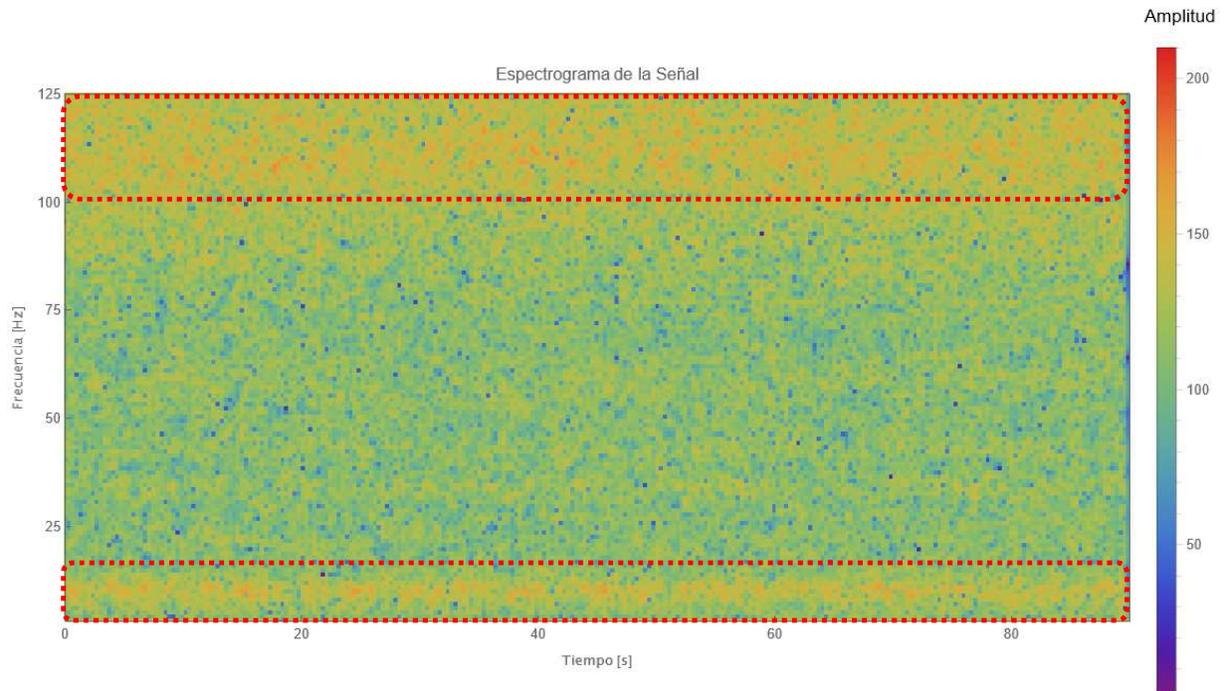


Figura 67. Respuesta en frecuencia de las VIV sobre el punto de interés, ubicado al 74% de la semienvergadura, a una velocidad de flujo externo de 18 [m/s]. ((a): Espectro de frecuencias en bandas de tercios de octava, mostrando el comportamiento inverso a los casos de baja velocidad, donde la mayor contribución de modos resonantes se da en el armónico inferior de 12.5 [Hz], quedando por debajo los armónicos superiores a 80 [Hz]; (b): Espectrograma mostrando que la distribución de frecuencias mostradas en el espectro se mantiene sostenida en el tiempo en las bandas antes mencionadas, pero con una dispersión en bandas intermedias.



(b)

Continuación Figura 67.

4.4 Análisis general

A partir del análisis de resultados experimentales se plantean los siguientes puntos:

- Los resultados apuntan a que existe una relación de la velocidad de flujo externo a amplificar los efectos de baja frecuencia, así como de atenuar los armónicos intermedios. Adicionalmente, la presencia sostenida de estas bajas frecuencias cercanas a 12.5 [Hz] durante todos los eventos podría significar la presencia de una estructura de vorticidad cuasi-periódica inherente a la estructura para este ángulo de ataque. Los grandes remolinos suelen provocar fluctuaciones de baja frecuencia y gran amplitud [11], lo que podría explicar la respuesta predominante que se observa en esta banda.
- También es importante resaltar la similitud con los resultados reportados por [4] respecto al comportamiento de las frecuencias de desprendimiento mostradas en torno a bajos ángulos de ataque que se muestra en la Figura 32. Esto a pesar de que dicho estudio considera un caso bidimensional y de las diferencias existentes en torno al número de Reynolds, lo que podría sugerir una cierta independencia hacia este parámetro durante algún determinado rango. No obstante, esto deberá ser comprobado en posteriores estudios.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5 Conclusiones y trabajo futuro

5.1 Conclusiones

Este trabajo representó una de las primeras iniciativas dentro de UNAM Aero Design en abordar la compleja interacción entre la aerodinámica y la respuesta estructural dinámica desde una perspectiva experimental, lo que lo convierte en una referencia para futuras generaciones. Por ello, se consideró necesaria la documentación exhaustiva de todo el proceso, con la finalidad de disminuir la curva de aprendizaje y, a su vez, incentivar a miembros no solo a replicar las prácticas aquí utilizadas, sino a seguir perfeccionándolas en pro del crecimiento de la agrupación.

En lo relacionado con los avances de Dinámica de Fluidos Computacional, los resultados muestran un gran avance en términos de entendimiento y plausibilidad, por lo que los análisis realizados a lo largo de todo el proyecto tienen proyección de representar de buena forma los fenómenos aerodinámicos reales.

Con respecto a los análisis estructurales estáticos, por medio de una inspección superficial sobre la estructura utilizada en la validación experimental, esta no mostró signos de daño estructural bajo las condiciones de prueba; por lo tanto, si bien no necesariamente representa una validación de los datos numéricos, sí respalda de manera parcial los modelos utilizados.

Los resultados obtenidos en la etapa experimental han mostrado indicios de un fenómeno estocástico, por lo que se requieren más condiciones de prueba para poder analizar estadísticamente, de forma más rigurosa, la confirmación de las tendencias mencionadas en el capítulo anterior, así como un mayor estudio y entendimiento de estos. No obstante, pese a las diferencias planteadas con respecto a los resultados obtenidos por medio del trabajo [4], la aparente similitud de los diagramas correspondientes a la FFT del fenómeno de desprendimiento a bajos ángulos de ataque, en torno a la concentración energética en frecuencias similares, así como la presencia de una amplia banda de frecuencias, dan pie a asegurar unos buenos resultados experimentales, demostrando además el buen diseño y funcionamiento del montaje utilizado.

Actualmente, el equipo no cuenta con datos reales acerca de las velocidades de operación en vuelo, únicamente contando con aquellas obtenidas por medios de análisis de performance, lo cual limita a su vez poder hacer aseveraciones de riesgo estructural con base en los datos obtenidos. A partir de la situación (a la fecha de escrito este documento) respecto al interés y los avances en la instrumentación por parte del sistema de aviónica de estos parámetros, se podría obtener en el futuro un mejor panorama sobre las situaciones reales en las etapas de vuelo de mayor duración durante la misión de las aeronaves, por ejemplo, en vuelo crucero. Si a esta velocidad se presenta una concentración energética en alguna frecuencia de vibración cercana a frecuencias naturales con una alta contribución modal, el autor recomienda modificaciones estructurales de diseño que permitan trasladar estas frecuencias, con el fin de evitar problemas de resonancia o fallas estructurales debido a fatiga, en un análisis que considere los ajustes necesarios a las frecuencias naturales de una estructura completa.

A partir del aumento de masa de la estructura, las frecuencias naturales tenderían a sesgarse a frecuencias más bajas debido al aumento de inercia. No obstante, dada la naturaleza de las

misiones, esto no sería recomendable, ya que significaría un aumento en el peso estructural en vacío y, por tanto, una disminución en la carga útil, perjudicando los resultados en rondas de vuelo.

En cuanto a la rigidez, el aumento de este parámetro tiende a desplazar las frecuencias naturales a valores más altos. Recordando la naturaleza geométrico-material de este parámetro, este puede aumentarse ya sea a través del uso de materiales con un mayor módulo de Young, a través de cambios en el ensamble estructural o por medio de cambios dimensionales, como la envergadura del avión. No obstante, esta última puede verse limitada por las dimensiones permitidas por la competencia.

Por ende, las modificaciones de diseños, en caso de requerirse, quedan a criterio del talento de la agrupación, quien deberá encontrar la configuración óptima con base en los resultados obtenidos en el estudio, de forma que garantice la integridad estructural de las aeronaves.

5.2 Trabajo futuro

A raíz del desarrollo del presente trabajo se identificaron diversas áreas de oportunidad, siendo un reflejo de la importancia de este, ya que ha abierto la puerta a posibles trabajos de investigación y desarrollo para un mejor entendimiento de la naturaleza de los fenómenos en aeronaves de estas misiones y características.

- Si bien se lograron mejores resultados referentes a los análisis numéricos, es necesario que sean validados individualmente. En primer lugar, se requiere la validación de coeficientes de fuerzas aerodinámicas obtenidas en CFD considerando paredes rígidas. Por otra parte, es necesaria la caracterización mecánica de los materiales estructurales, tratándolos como materiales ortotrópicos sobre sus tres direcciones principales, a tensión, compresión y cortante, tomando a consideración el tratamiento estadístico debido a la alta susceptibilidad de estos a variar sus propiedades mecánicas. En el caso de las maderas, esta se debe a las condiciones ambientales en las que crecen, mientras que, en el caso de los materiales compuestos, esta se debe a las variaciones en los procesos de manufactura de UAD. Esto permitiría ampliar la base de datos para futuros procesos de la agrupación, pudiendo además añadir la posibilidad de aplicar criterios de falla más sofisticados.
- Se reconoce la complejidad de la interacción fluido-estructura, dado que, conforme a lo explicado en la sección 2.4.4, las frecuencias naturales del sistema global pueden cambiar debido al efecto en el amortiguamiento aerodinámico y masa añadida. No obstante, no se sabe con certeza la magnitud ni dirección de dichos cambios respecto a las frecuencias inherentes a la estructura, por lo que el autor considera pertinente caracterizar esta variación en futuros estudios.

- Respecto a las pruebas experimentales, se recomienda añadir la variable de ángulo de ataque y ampliar el rango de estudio, con el objetivo de realizar aseveraciones en torno a patrones de tendencia vibratorias considerando cuestiones como la envolvente de vuelo de la estructura. Esto podría llevar a resultados que más que complejizarse, demuestren una menor aleatoriedad. Así mismo, se sugiere realizarse sobre cada vez secciones más amplias y complejas de los modelos diseñados por la agrupación.
- Profundizar en la interpretación de señales estocásticas a través de estudios estadísticos más robustos, incorporando herramientas como densidades espectrales de potencia (PSD) o análisis de autocorrelación, con el fin de caracterizar de manera más precisa la naturaleza aleatoria de las señales.
- Utilizar múltiples sensores para ampliar el estudio de modos de vibración. En este caso, se recomienda además el uso de acelerómetros de menor peso, con la intención de minimizar su influencia en la respuesta dinámica dada la adición de masas puntuales.
- Es necesario refinar las técnicas experimentales utilizadas en esta primera aproximación, para obtener resultados cada vez más limpios en términos de características de flujo más cercanas a las experimentadas en vuelo real, especialmente al añadir variables como condiciones dinámicas o ángulos de ataque. En el capítulo del “Marco Teórico” se abordan varias posibles fuentes de errores; por ello, se recomienda seguir ahondando más en su impacto en los resultados y el cómo mitigarlos.
- Finalmente, el presente trabajo demostró la necesidad de integrar conocimientos en aerodinámica, dinámica estructural, instrumentación y análisis de señales, abarcando todas las áreas técnicas de la agrupación UNAM Aero Design. Por esto, a consideración del autor, para los miembros que consulten este trabajo, queda en evidencia la necesidad de colaboraciones entre sistemas, lo que podrían enriquecer significativamente la calidad, los resultados metodológicos y el alcance de futuras investigaciones, con el fin de aprovechar el amplio talento multidisciplinario de todos los miembros del equipo.

Anexos

Anexo A: Algoritmo de resolución SIMPLE

El presente anexo corresponde a un resumen del material presentado en el video titulado “[CFD] The SIMPLE Algorithm (to solve incompressible Navier-Stokes)” [61], disponible públicamente en el canal de YouTube “Fluid Mechanics 101” del Dr. Aidan Wimshurst:

(<https://www.youtube.com/watch?v=OOILoJ1zuiw&t=175s>).

Todas las ilustraciones incorporadas son capturas de pantalla extraídas directamente de dicho video.

Este contenido se incluye únicamente con fines académicos y de difusión del conocimiento en el marco del presente trabajo de tesis. Se reconoce expresamente la autoría del material original al equipo de Fluid Mechanics 101.

SIMPLE es el acrónimo en inglés de “Método Semi-Implícito para ecuaciones ligadas a la presión” y corresponde a uno de los métodos numéricos más usados para la resolución de las ecuaciones de la dinámica de fluidos. La ecuación de Continuidad y las de Navier-Stokes, en condiciones estacionarias y considerando los términos de gravedad despreciables (como el caso del presente fenómeno), se expresan:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (47)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{v}) = -\nabla p \quad (48)$$

En esta se observa que, si bien se tienen cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas (los campos u , v , w y P), no existe ninguna ecuación dedicada a la obtención del campo de presiones “ P ”, además del ya de por sí complicado término convectivo. Por tanto, este algoritmo deriva una ecuación de presión de las ecuaciones (47) y (48). Para esto, primero se expresa las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma matricial, de acuerdo con lo comentado en la sección 2.2, quedando de la forma:

$$\mathcal{M}U = -\nabla p \quad (49)$$

Donde todos los términos son conocidos de la matriz de coeficientes \mathcal{M} , y los vectores U y $-\nabla p$ son las incógnitas. Para el caso de los términos en x , se expresa:

$$\begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} & \dots & M_{1,n} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} & \dots & M_{2,n} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} & \dots & M_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n,1} & M_{n,2} & M_{n,3} & \dots & M_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\partial p / \partial x)_1 \\ (\partial p / \partial x)_2 \\ (\partial p / \partial x)_3 \\ \vdots \\ (\partial p / \partial x)_n \end{pmatrix} \quad (50)$$

En este caso, hay un total de “ n ” ecuaciones, una equivalente al centroide de cada celda. Posteriormente, se procede a separar la matriz de coeficientes en una matriz diagonal y su parte no diagonal:

$$\mathcal{M}\mathbf{U} = -\nabla p \rightarrow \mathbf{A}\mathbf{U} - \mathcal{H} = -\nabla p \quad (51)$$

Donde $\mathcal{H} = \mathbf{A}\mathbf{U} - \mathcal{M}\mathbf{U}$ es evaluada con los términos no diagonales obtenidos de la iteración anterior. Esto se realiza dada la facilidad de invertir la matriz \mathbf{A} . De la ecuación (51) obtenemos $\mathbf{U} = \mathbf{A}^{-1}\mathcal{H} - \mathbf{A}^{-1}\nabla p$, que posteriormente se procede a sustituir en la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot [\mathbf{A}^{-1}\mathcal{H} - \mathbf{A}^{-1}\nabla p] = 0 \quad (52)$$

Obteniendo finalmente cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas, los campos: u, v, w y p , siendo la ecuación (54) conocida como la ecuación de Poisson para la presión.

$$\mathcal{M}\mathbf{U} = -\nabla p \quad (53)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1}\nabla p) = \nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1}\mathcal{H}) \quad (54)$$

Para la resolución de este sistema de ecuaciones, se realiza el siguiente algoritmo:

1. Se resuelve la ecuación de momentum lineal para el campo de velocidades. Sin embargo, este campo no satisface la ecuación de continuidad.

$$\mathcal{M}\mathbf{U} = -\nabla p$$

2. Por lo tanto, se resuelve la ecuación de Poisson para el campo de presiones:

$$\nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1}\nabla p) = \nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1}\mathcal{H})$$

3. Posteriormente, se utiliza el campo de presiones para corregir el campo de velocidades de tal forma que ahora satisfaga la ecuación de continuidad:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}^{-1}\mathcal{H} - \mathbf{A}^{-1}\nabla p$$

4. Pero ahora, el campo de velocidades \mathbf{U} no satisface la ecuación de momentum, por lo que se vuelve a repetir el ciclo.

Recordando que, en este caso, estamos utilizando modelos de turbulencia, es necesario el cálculo de los parámetros escalares, en este caso k y ϵ , incorporándose después del corrector de velocidad dentro de cada iteración, incrementando el tamaño de cada ciclo. Esto se hace mediante una discretización matricial de las ecuaciones (19) y (20) similar a la utilizada para la ecuación de momentum, retroalimentando los resultados en la siguiente iteración. Además, se puede añadir otra ecuación escalar que sea necesaria, siendo un ejemplo típico de un ciclo extendido el siguiente:

$$\mathcal{M}U = -\nabla p$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1} \nabla p) = \nabla \cdot (\mathbf{A}^{-1} \mathcal{H})$$

$$U = \mathbf{A}^{-1} \mathcal{H} - \mathbf{A}^{-1} \nabla p$$

$$\mathcal{M}_k k = S_k$$

$$\mathcal{M}_\epsilon \epsilon = S_\epsilon$$

Anexo B: Tratamiento de pared mejorado

El presente anexo se trata de un resumen del material presentado en el video titulado "[CFD] Enhanced Wall Functions in ANSYS Fluent" [62], disponible públicamente en el canal de YouTube "Fluid Mechanics 101" del Dr. Aidan Wimshurst:

(<https://www.youtube.com/watch?v=h5OiFpu0L4M&t=208s>).

Todas las ilustraciones incorporadas son capturas de pantalla extraídas directamente de dicho video.

Este contenido se incluye únicamente con fines académicos y de difusión del conocimiento en el marco del presente trabajo de tesis. Se reconoce expresamente la autoría del material original al equipo de Fluid Mechanics 101.

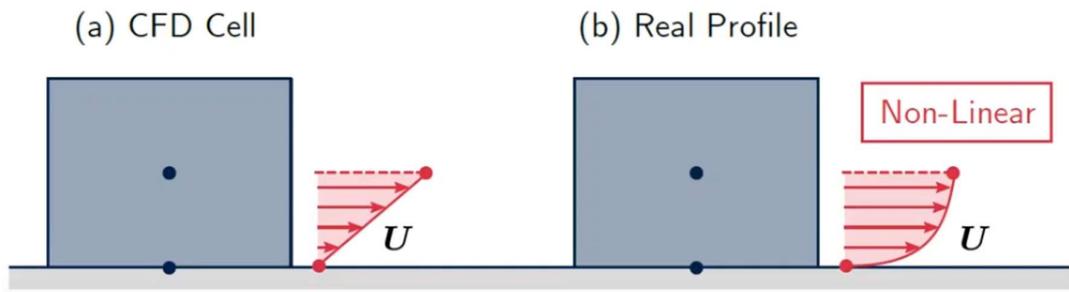


Figura 68. Diferencia de perfil en CFD y perfil real a una determinada altura de celda. [62]

De acuerdo con lo comentado en la sección 2.2, las variables son calculadas y almacenadas en el centroide de cada elemento, interpolándolas linealmente a lo largo del interior de estos. Además, de acuerdo a lo explicado en 2.2.1.2.3, solo la región subviscosa correspondiente a los valores más bajos de y^+ varía linealmente. Por tanto, como se aprecia en la Figura 68, si la primera celda cae en una región de capa límite fuera de este régimen lineal, su perfil de velocidad promedio sería calculado de forma errónea. Trayendo de vuelta la ecuación (16):

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (55)$$

De acuerdo con la Figura 69, existe una gran diferencia entre el gradiente de velocidad calculado y el real; por tanto, el esfuerzo cortante en la pared, τ_w , y todas las variables que se desprenden de él serían incorrectas. Dada la imposibilidad de corregir el perfil de velocidades, se realiza una modificación a la viscosidad, a lo que se conoce como "viscosidad efectiva de pared".

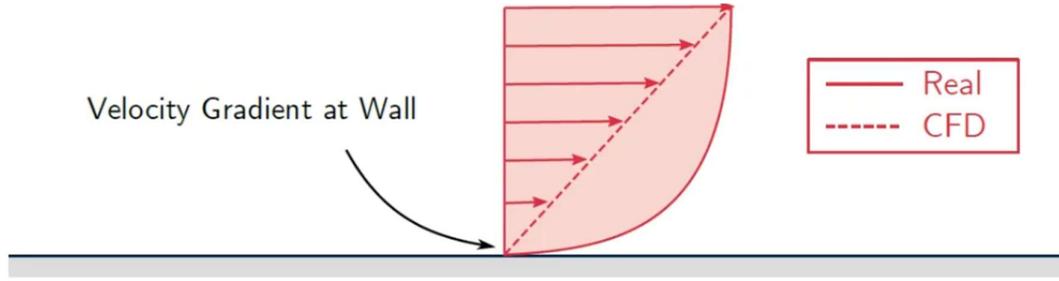


Figura 69. Comparación gradiente de velocidad calculada y real. [62]

Dado que, en CFD se trata de un perfil lineal, al evaluar en el centroide de la primera celda aledaña a la pared y al hacer la modificación dicha anteriormente en la ecuación (55):

$$\tau_w = -\rho \cdot \nu_w \cdot \frac{u_p}{y_p} \quad (56)$$

Donde:

ν_w → Viscosidad efectiva de pared.

u_p → Velocidad evaluada en centroide de primer celda.

y_p → Altura del centroide de primer celda.

Ahora, primero se establece el perfil de velocidad real normalizado, u^+ , como una función de y^+ de forma general:

$$u^+ = f(y^+) \quad (57)$$

Trayendo de vuelta la definición de u^+ de la ecuación (17) y modificándola a conveniencia de acuerdo a la definición de velocidad de fricción:

$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{u \cdot u_*}{u_*^2} = -\frac{u \cdot u_* \cdot \rho}{\tau_w} \quad (58)$$

Por tanto, sustituyendo en ecuación (57):

$$f(y^+) = -\frac{u \cdot u_* \cdot \rho}{\tau_w} \therefore \tau_w = -\frac{u \cdot u_* \cdot \rho}{f(y^+)} \quad (59)$$

Teniendo ahora entonces el esfuerzo viscoso en la pared en CFD como:

$$\tau_w = -\rho \cdot \nu_w \cdot \frac{u_p}{y_p} \quad (60)$$

Y el esfuerzo viscoso en la pared real como:

$$\tau_w = -\frac{u \cdot u_* \cdot \rho}{f(y^+)} \quad (61)$$

Igualando ecuaciones (60) y (61), y recordando la definición de y^+ de la ecuación (17), se obtiene la definición de viscosidad efectiva de pared:

$$\nu_w = \frac{y_p \cdot u_*}{f(y^+)} \rightarrow \nu_w = \nu \left(\frac{y^+}{f(y^+)} \right) \quad (62)$$

En este caso, se observa que ν_w se incrementa con respecto a ν , dado que el segundo término siempre será positivo, corrigiendo así el valor calculado en la ecuación (56), aun cuando se tenga un perfil de velocidades incorrecto.

Es a partir del establecimiento de una función $f(y^+)$ que surgen las funciones de pared. En el caso del tratamiento de pared mejorado se hace uso de la siguiente función:

$$f(y^+) = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} u_{turb}^+ \quad \Gamma = \frac{0.01(y^+)^4}{1 + 5y^+} \quad (63)$$

En la Figura 70 se muestra la comparación de las funciones estándar y las mejoradas con respecto a los datos obtenidos por Simulación Numérica Directa (DNS, por sus siglas en inglés). Se observa que, si bien las funciones mejoradas no representan un empate perfecto, sí muestran una mejoría con respecto a las funciones estándar, especialmente en la zona de transición “*buffer*”, siendo así un método menos sensible a los valores de y^+ producidos por su correspondiente discretización cercana a la pared.

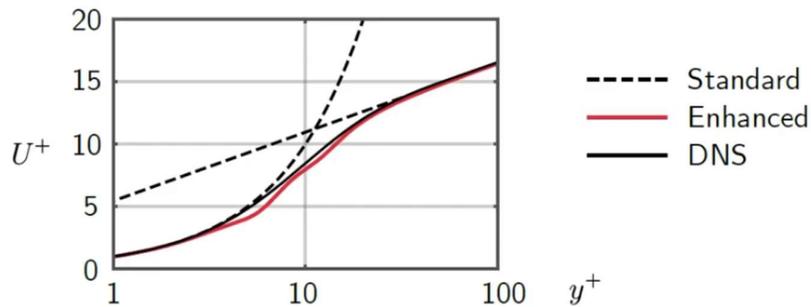


Figura 70. Comparación de modelado de pared con respecto a perfil en DNS. [62]

Sustituyendo la ecuación (63) en la ecuación (62) se obtiene:

$$\nu_w = \nu \left(\frac{y^+}{e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} u_{turb}^+} \right) \quad (64)$$

Sin embargo, aunque la comparación de perfiles mejora, la finalidad es el cálculo de la ecuación (64) para ser sustituida en el cálculo del esfuerzo cortante en la pared, τ_w (ecuación (56)).

Como se observa en la Figura 71, existe una sobrestimación de la viscosidad efectiva de pared en el rango $2 < \nu_w < 8$, en el cual, si bien no se tendrían resultados completamente erróneos, se recomienda mantener valores de $y^+ < 2$.

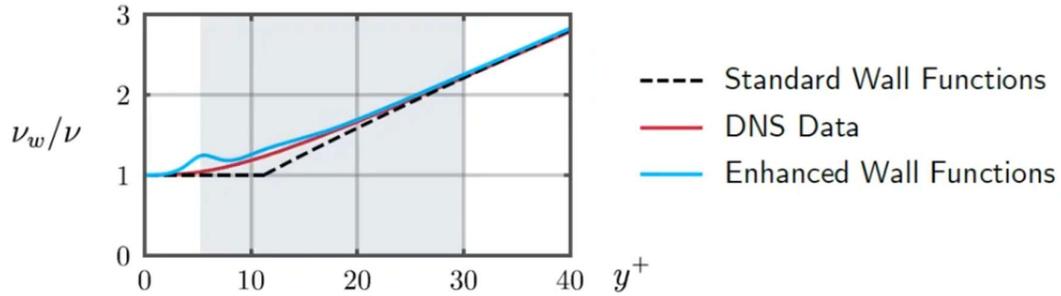


Figura 71. Comparación de ν_w/ν de modelado de pared con respecto a DNS. [62]

Finalmente, las variables u_{lam}^+ y u_{turb}^+ usualmente son los perfiles de la subcapa viscosa y de la región turbulenta, respectivamente, mencionados en la sección 2.2.1.2.3:

$$u_{lam}^+ = y^+ \quad (65)$$

$$u_{turb}^+ = \frac{1}{k} \log(Ey^+) \quad (66)$$

Sin embargo, estas funciones pueden ser definidas de la forma en la que se necesite. Por tanto, ANSYS Fluent® ofrece la posibilidad de utilizar funciones que modelen de mejor manera efectos de compresibilidad y gradientes de presión.

$$u_{lam}^+ = y^+ \left(1 + \frac{\alpha}{2} y^+\right) \quad (67)$$

$$u_{turb}^+ = f(y^+, \alpha, \beta, \gamma) \quad (68)$$

Estas se tratan de opciones importantes, dado que el fenómeno estudiado en el presente trabajo evalúa el efecto de tomar en cuenta los efectos de gradiente de presión.

Anexo C: Explicación de parámetros en CFD

“*Orthogonal Quality*”: Este evalúa el ángulo entre el vector normal de una cara compartida entre celdas y el vector que conecta los centros de las celdas adyacentes [63]. La calidad ortogonal se calcula como $Q_{ort} = \cos(\theta)$, por lo tanto, si $Q_{ort} \rightarrow 1$, la calidad es perfecta y si $Q_{ort} \rightarrow 0$, la calidad es muy deficiente, dando lugar a simulaciones que requieren un mayor número de iteraciones para converger, que no convergen o que se comportan de manera errática. Idealmente, el ángulo θ debería ser cero, dado que esto facilita enormemente la interpolación entre celdas y las derivadas pueden ser calculadas con precisión.

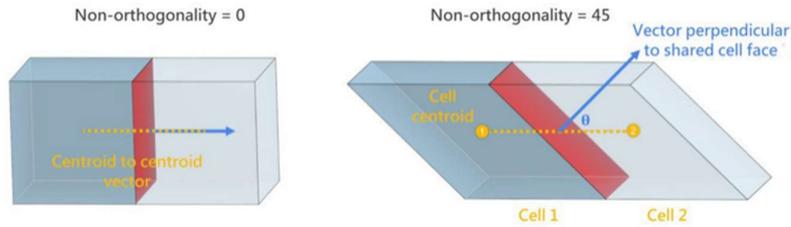


Figura 72. Representación de la no ortogonalidad sobre celdas (obtenida de [63]).

“*Aspect Ratio*”: Este está definido como la relación entre la dimensión más larga y la dimensión más corta, $AR = l_{max}/l_{min}$. Mallas con valores altos de este parámetro son usualmente utilizadas en zonas del flujo en el cual los gradientes de alguna propiedad de flujo son mayores en una dirección que la otra [64], como es el caso de capas límites donde los gradientes de velocidad son mucho mayores en dirección perpendicular a la pared que en dirección del flujo. Sin embargo, valores muy grandes no son recomendables, dada la pérdida de los gradientes de información en la dirección alargada del elemento causando acoplamientos débiles y, por tanto, errores numéricos y de convergencia.

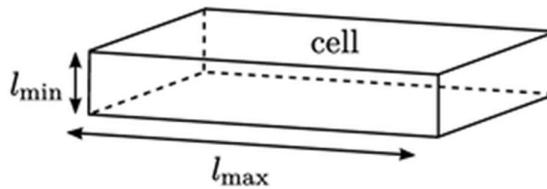


Figura 73. “*Aspect Ratio*” sobre una celda (obtenida de [64]).

“*Skewness*”: En términos sencillos, representa cuánto se deforma la forma de una celda respecto a su forma ideal (véase Figura 74). Elementos con un alto “*skewness*” puede introducir errores numéricos en zonas de altos gradientes, causando además inestabilidad numérica, y su forma irregular puede disminuir la exactitud de resultados y exacerbar la no convergencia debido a errores en interpolaciones causadas por la irregularidad geométrica de los elementos [65].

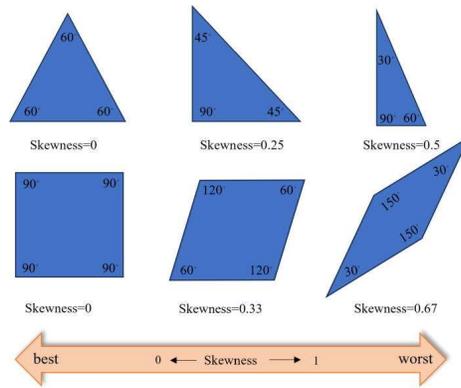


Figura 74. "Skewness" en una celda bidimensional. [65]

Anexo D: Parámetros finales y análisis de sensibilidad de malla

Control global dimensional de malla

En lo correspondiente al control global dimensional, se recomienda la activación de los parámetros “*Capture proximity*” y “*Curvature Normal Angle*”.

Proximity: Permite especificar el número de elementos empleados en el espacio entre dos entidades geométricas [66]. Se recomienda activarse en el caso de estudiarse casos como el que se muestra en la Figura 75, correspondiente a un ala montada, sobre el cual existe un hueco que puede ser rellenado por un determinado número de elementos. Este parámetro puede modificarse por medio de los controles globales, debido a los comentarios de [40] sobre el gran impacto que tiene este espacio en los resultados finales.

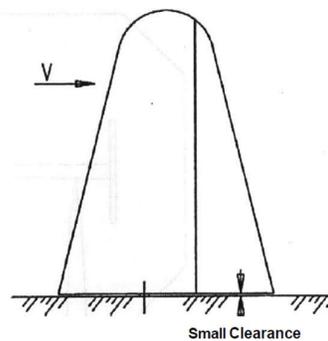


Figura 75. Modelo con un pequeño espacio en su montaje (Obtenida de [40]).

“*Curvature Normal Angle*”: Es el ángulo máximo del borde de un elemento que le es permitido utilizar. Por tanto, valores más pequeños otorgarán geometrías más refinadas [66]. En [67] se recomienda cambiar a un valor de 10° cuando existen geometrías de una gran curvatura, como las que se encuentran en un borde de ataque. Visualmente se ha observado que este valor ayuda a capturar de una mejor forma la curvatura antes mencionada, especialmente en perfiles de alta sustentación.

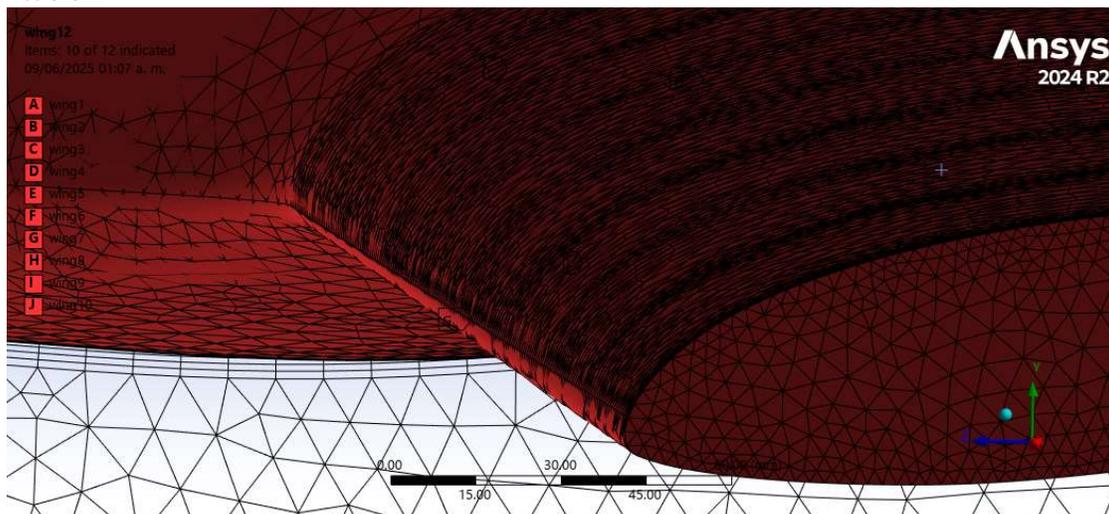


Figura 76. Captura de curvatura cerca del borde de ataque.

Configuración del tamaño de bordes

Siguiendo la recomendación de [14] de incluir una malla de al menos 80-100 divisiones en dirección del flujo, se realizaron por separado las configuraciones de tamaño en los perfiles del tipo “*Number of divisions*”, tomando en cuenta el tamaño, la ubicación y la calidad de malla. Los demás parámetros se mantuvieron por defecto, sin aplicación de algún tipo de sesgo de acuerdo a lo mostrado en la Tabla 14, en la cual las etiquetas corresponden a las ubicaciones de los perfiles mostrados en la Figura 77.

Nótese que solo se incluyeron los perfiles del extradós, ya que al incluir ambos en una sola configuración de tamaño, existían zonas en las cuales el tamaño de elementos tendía a hacerse más grandes de lo deseado. Por ello, una misma configuración debería realizarse para los correspondientes bordes de perfil del intradós.

Etiqueta	Número de divisiones
A	90
B	100
C	100
D	90
E	100
F	150

Tabla 14. Número de divisiones de los diferentes perfiles de la geometría.

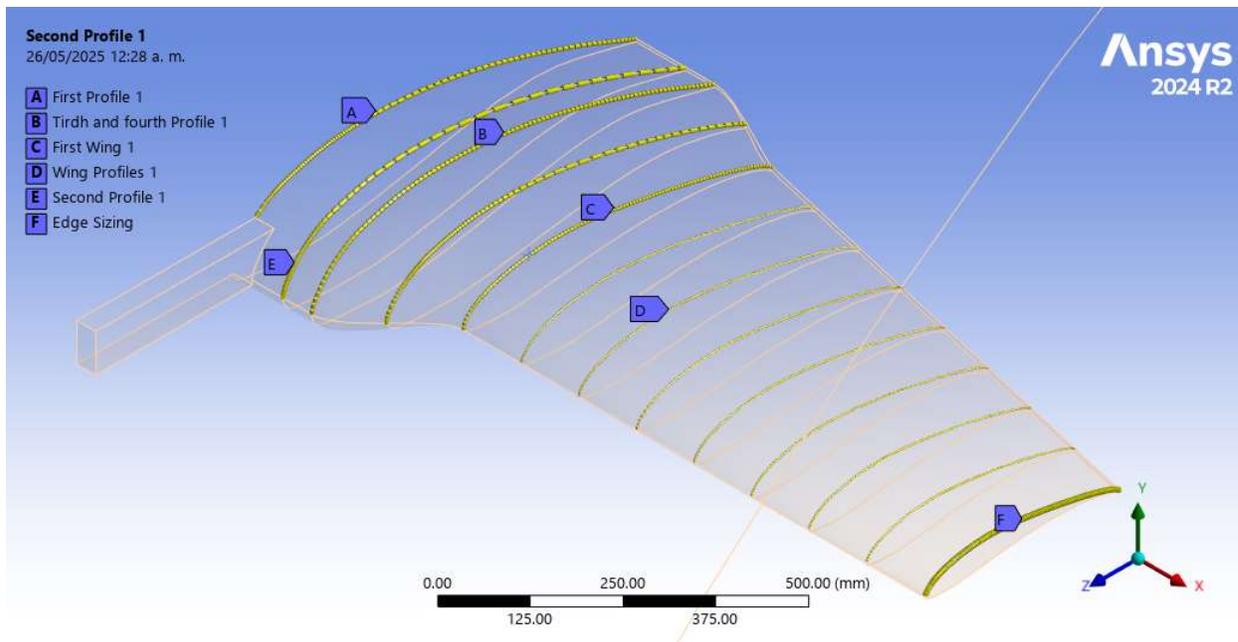


Figura 77. Ubicaciones de etiquetas en los perfiles.

En ese orden de ideas, con la finalidad de cumplir con las recomendaciones de [14] en cuanto a las particiones de cuerpos no romos, se realizaron las configuraciones de dimensionamiento de bordes de la nariz mostradas en la Tabla 15.

Etiqueta	Configuración de dimensionamiento
A	4.7 [mm]
B	80 divisiones

Tabla 15. Configuración de dimensionamiento de bordes de nariz.

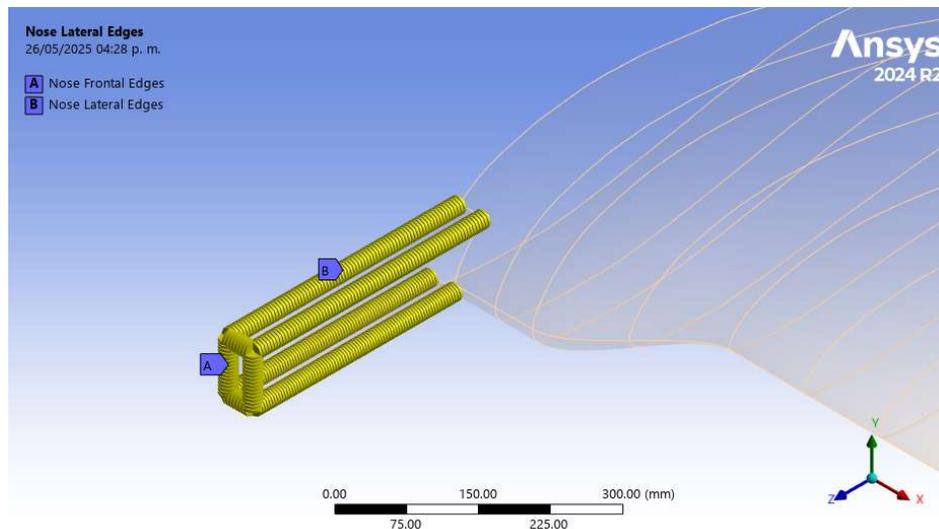


Figura 78. Ubicación de etiquetas de bordes de nariz.

En lo correspondiente al resto de configuraciones de borde, se establecieron las dimensiones mostradas en la Tabla 16, cuya ubicación de las etiquetas pueden ser observadas en la Figura 79.

Para el caso del borde de ataque (A), su valor se definió a partir de una inspección visual que permitiera realizar una buena captura de la curvatura en esta zona. En lo correspondiente al refinamiento del borde de salida (B), se recomienda únicamente controlar el borde superior, dejando el inferior libre; su valor fue elegido conforme al tamaño de la zona.

Las etiquetas (C) y (D) fueron controladas debido a la generación de elementos de mala calidad en esa zona, originados por un cambio brusco de geometría. Sus valores fueron encontrados conforme a un proceso de “ensayo y error” hasta que dichos elementos desaparecieron.

Etiqueta	Configuración de dimensionamiento
A	5 [mm]
B	1 [mm]
C	4.7 [mm]
D	3 [mm]

Tabla 16. Configuraciones de tamaño del resto de bordes.

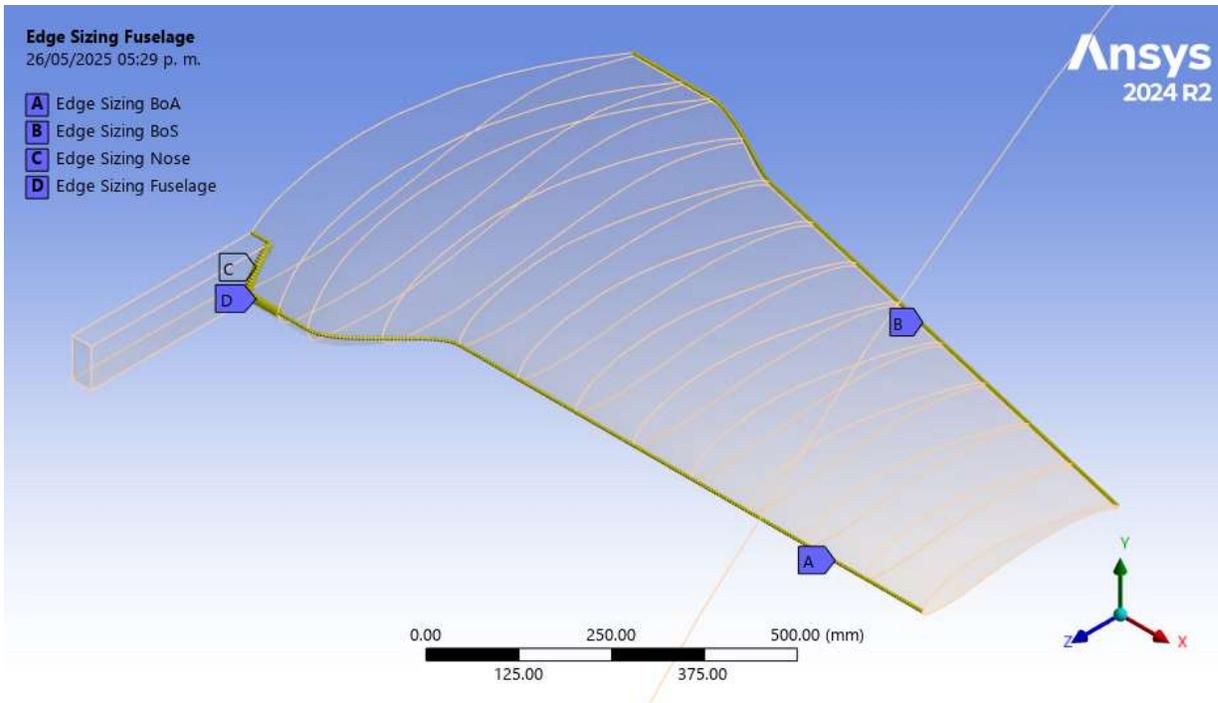


Figura 79. Ubicación de etiquetas del resto de configuraciones de bordes.

Refinamiento de superficies

Fueron aplicados refinamientos superficiales, igualmente basados en las recomendaciones expuestas en [14]. Los valores de los controles correspondientes a las etiquetas (D) y (E) fueron igualmente obtenidos a través de iteraciones de malla, dado que eran zonas que generaban elementos de mala calidad.

Etiqueta	Configuración de dimensionamiento
(A)	10 [mm]
(B)	5 [mm]
(C)	10 [mm]
(D)	8.4 [mm]
(E)	8.4 [mm]

Tabla 17. Configuración de tamaño en controles de superficies.



Figura 80. Ubicación de etiquetas para el refinamiento superficial.

Sólidos de refinamiento

Estos valores fueron obtenidos a través del análisis de sensibilidad de malla presentado en los resultados de esta tesis. El tipo de refinamiento usado fue “*Body of Influence*”, con el método de asignación “*Scoping method*” correspondiente al “*Enclosure*” o volumen de control. Para el sólido de la estela se utilizó un valor de 48.5 [mm] y para el sólido de refinamiento de la geometría, uno de 9.5[mm].

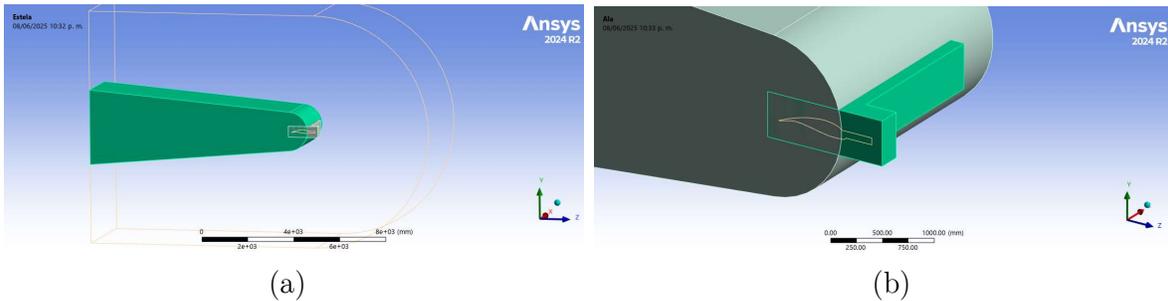


Tabla 18. Sólidos de refinamiento ((a): Sólido de la estela; (b): Sólido de refinamiento de la geometría).

Inflación

Lo correspondiente al control de la inflación fue de suma importancia debido a su alta relación con la obtención de valores apropiados de y^+ , de acuerdo al modelo de turbulencia elegido. El tipo de opción de inflación fue “*First Layer Thickness*” o espesor de la primera capa “ y_H ”, siendo este el parámetro más importante a la hora de realizar este tipo de tratamiento.

El valor calculado en el centroide de la celda, “ y_P ”, se define como $y_P = \frac{1}{2} y_H$, siendo el reportado en las gráficas de perfiles de y^+ . Cabe reconocer que este deberá variarse para condición de vuelo, ya que depende de parámetros como ángulo de ataque, número de Reynolds, etc.

Por tanto, se reportan los parámetros correspondientes utilizados para la configuración alafuselaje a $\alpha = 18^\circ$ en la Tabla 19, correspondiente a la configuración de la imágenes del perfil de y^+ mostrados en la sección 4.1 correspondiente a los “Resultados” de este documento.

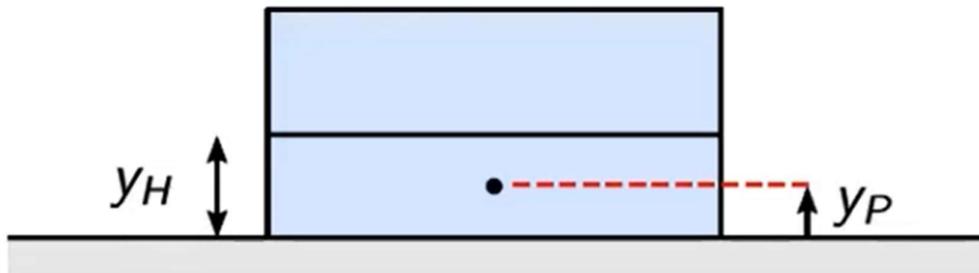


Figura 81. Espesor de primera capa (Obtenido de [68])

Parámetro	Valor
“ <i>First Layer Thickness</i> ”	0.095659
“ <i>Growth Rate</i> ”	1.15
“ <i>Maximun Layers</i> ”	20

Tabla 19. Parámetros utilizados en el control de la inflación para $\alpha = 18^\circ$ y $Re \approx 500,000$.

En lo correspondiente al parámetro “*Maximun Layers*”, se recomienda utilizar valores más altos que los arrojados por el programa que calcula los valores de y^+ [53], por dos motivos.

El primero, para garantizar que el número de capas supere el valor del espesor de capa límite durante toda la geometría, como se muestra en la Figura 82.

Además, sirve como un buen controlador de la calidad de malla, dado los problemas que suelen surgir al utilizar este tipo de elementos cercanos a las paredes. Considerando la tasa de crecimiento entre capas (“*Growth Rate*”), al aumentar el número de elementos, se obtienen transiciones más suaves en cuanto a las dimensiones con los elementos fuera de la inflación, siendo además esto recomendado ampliamente por [68]; esto se ejemplifica en la Figura 83.

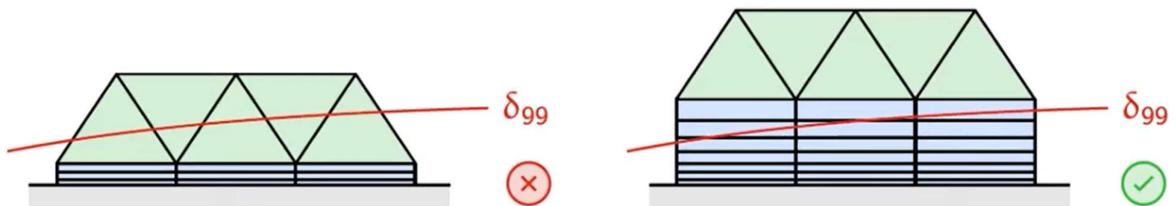


Figura 82. Comparación del número de capas para la captura del espesor de capa límite (Obtenida de [68]).

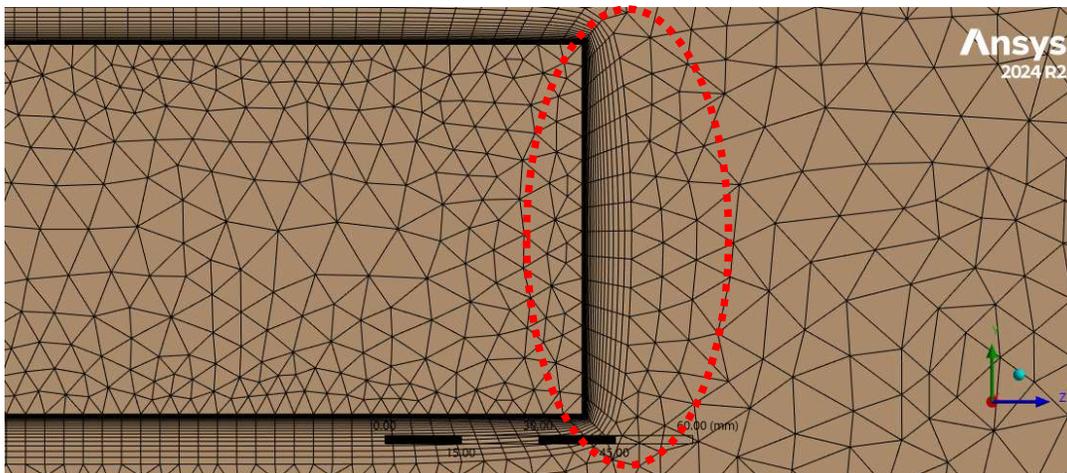


Figura 83. Ejemplo de transición entre elementos dentro y fuera de la inflación.

Anexo E: Propiedades ortotrópicas y “*Element Orientation*”

En el trabajo de Martínez [51] se pueden obtener las propiedades mecánicas de los materiales que suelen ser utilizados en aeronaves SAE Aero Design, las cuales se muestran en la Tabla 20. En dicho trabajo se hace un esfuerzo para caracterizar estos materiales, pero aún bajo la consideración isotrópica. Estas propiedades fueron tomadas como referencias para la expansión de propiedades elásticas de manera ortotrópica.

Material	Densidad $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	Módulo de Young [MPa]	Esfuerzo de cedencia a tensión [MPa]	Esfuerzo de cedencia a compresión [MPa]	Esfuerzo último a tensión [MPa]	Esfuerzo último a compresión [MPa]
Madera de pino (estándar)	410	7541	27	14.7	47.6	20.1
Madera balsa	160	4119	14.7	6.4	25.5	16.2

Tabla 20. Propiedades mecánicas de maderas. [51]

Siguiendo la nomenclatura propuesta en [29], se pueden establecer los nombres de los ejes como: “L” para el paralelo a las vetas, el eje radial, “R”, como el perpendicular a las vetas en dirección radial, y el eje tangencial “T” perpendicular a las vetas, pero tangente al crecimiento de los anillos, como se muestra en la Figura 84.

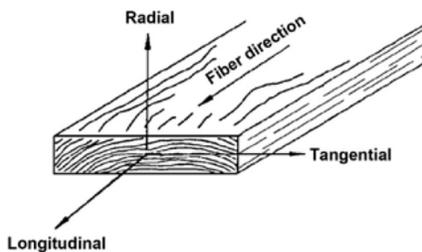


Figura 84. Tres ejes principales de la madera con respecto a la dirección de las vetas y crecimiento de los anillos.

De acuerdo con lo establecido en la sección 2.3.1, son necesarias 12 constantes, 9 de ellas independientes, para describir el comportamiento ortotrópico de las maderas: tres módulos de elasticidad E , tres módulos de rigidez al cortante G y tres coeficientes de Poisson ν .

Para la obtención de estos parámetros, se revisó la documentación del manual “Wood as an Engineering Material” [29], en donde se establecen relaciones de estas propiedades con respecto a las propiedades en dirección de las fibras de la madera. Se utilizaron las propiedades establecidas en el trabajo de Martínez [51] como referencia.

Si bien la madera balsa es un tipo común de madera y es incluida en el manual, este se basa en aquellas maderas comúnmente producidas en Estados Unidos. Por ello, algunas las especies, especialmente las relacionadas a los pinos, pueden ser de árboles diferentes a los que se encuentran en México. En ese sentido, se propone la búsqueda de aquella madera que mejor se adapte a las propiedades del pino estándar comúnmente utilizada en la elaboración de madera triplay en México. Tomando como referencia los valores en la Tabla 20, se puede observar en la Tabla 21 que la especie Ponderosa se trata de una madera con características similares, siendo esta la que menos error presentó en torno a las mostradas en dicho manual.

Tipo de madera	Densidad [$\frac{kg}{m^3}$]	Módulo de elasticidad [MPa]	Esfuerzo de cedencia a compresión [MPa]
Ponderosa	420	7,800	16.9

Tabla 21. Propiedades mecánicas de madera Ponderosa. [29]

Tipo de madera	Densidad [$\frac{kg}{m^3}$]	Módulo de elasticidad [MPa]	Esfuerzo de cedencia a compresión [MPa]
Porcentaje de error [%]	2.43	2.75	14.19

Tabla 22. Desviaciones de propiedades mecánicas pino estándar y ponderosa.

Una vez identificada la madera con propiedades más cercanas, se obtuvieron las siguientes propiedades basadas en las relaciones propuestas por [29]:

	Densidad [kg]	E_L [MPa]	E_T [Mpa]	E_R [Mpa]	G_LR [MPa]	G_LT [MPa]	G_RT [MPa]	U_LT	U_TR	U_LR
Balsa	160	4119	61.785	189.474	222.426	152.403	20.595	0.488	0.231	0.229
Triplay	420	7541	625.903	920.002	1040.658	867.215	128.197	0.4	0.359	0.337

Tabla 23. Propiedades finales de las maderas.

En lo correspondiente a las propiedades del compuesto de fibra de carbono, se trata de una fibra de tres capas manufacturada mediante el método de Wet-Layup, a partir del apilamiento de láminas de cinta en dos direcciones ortogonales. Su principal característica es su comportamiento ortótropo. En [69] se establecen las propiedades experimentales de probetas laminadas con la misma configuración utilizada para la manufactura de AMBYS:

Esfuerzo a tracción [MPa]	Módulo de Young [GPa]	ν
331.727	48.382	0.37

Tabla 24. Propiedades experimentales de laminado de fibras de carbono a 0° y 90°.

Por la naturaleza de este tipo de laminado, estas propiedades son iguales sobre los ejes x y z (tomando como referencia Figura 17), por lo que los parámetros faltantes se mantuvieron de acuerdo a los valores por defecto de las librerías de ANSYS®.

Todas estas propiedades fueron introducidas dentro del módulo “*Engineering Data*” de ANSYS Workbench® siendo las utilizadas posteriormente en los análisis estructurales estáticos y en los análisis modales.

En lo correspondiente a la introducción de los “*Element Orientation*”, se realizó una inspección visual de la estructura manufacturada con el fin de observar la dirección de las fibras, tanto en el material compuesto como en las maderas.

Bajo el comando Model → Geometry → Insert → Element Orientation, se seleccionó cada una de las geometrías por separado. Para el caso del borde de ataque, se utilizó la configuración recomendada mostrada en la Figura 85. En “*Surface Guide*”, se propuso utilizar las caras de dicho sólido, y en “*Edge Guide*” utilizar alguna de las aristas del borde formadas por la intersección con los perfiles. El resto de las configuraciones se muestran desde la Figura 87 a la Figura 90.

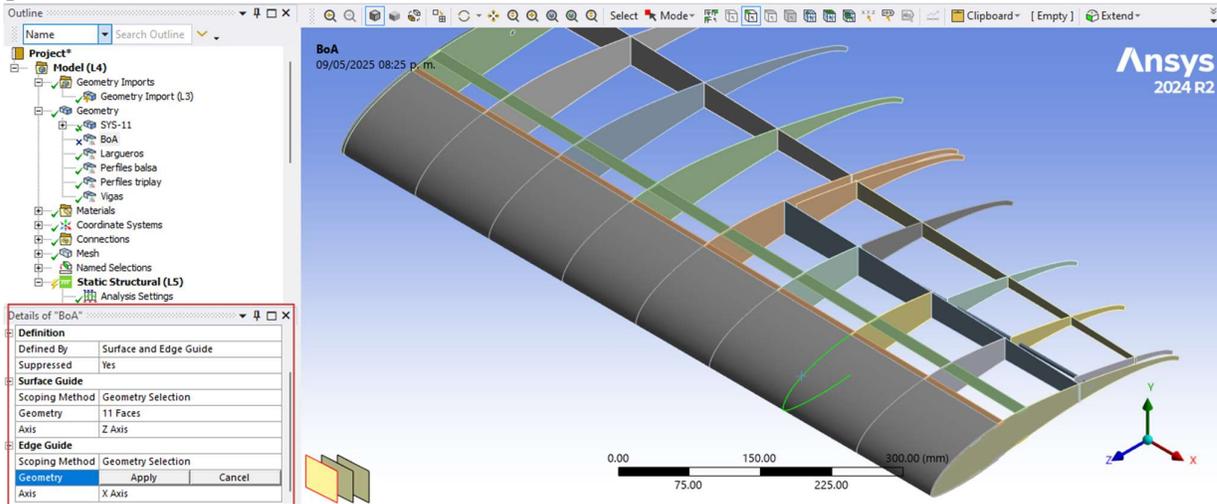


Figura 85. Configuración de Element Orientation para Borde de Ataque.

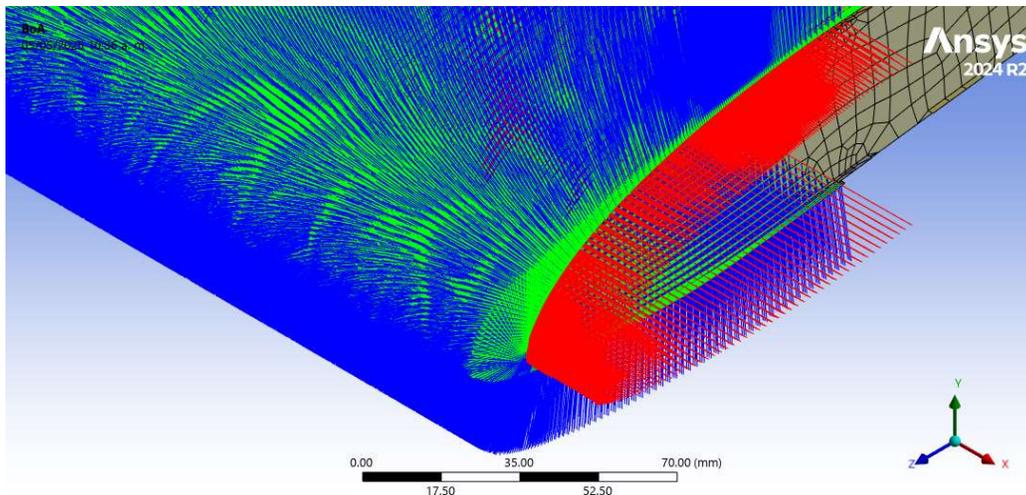


Figura 86. Element Orientation de Borde de Ataque.

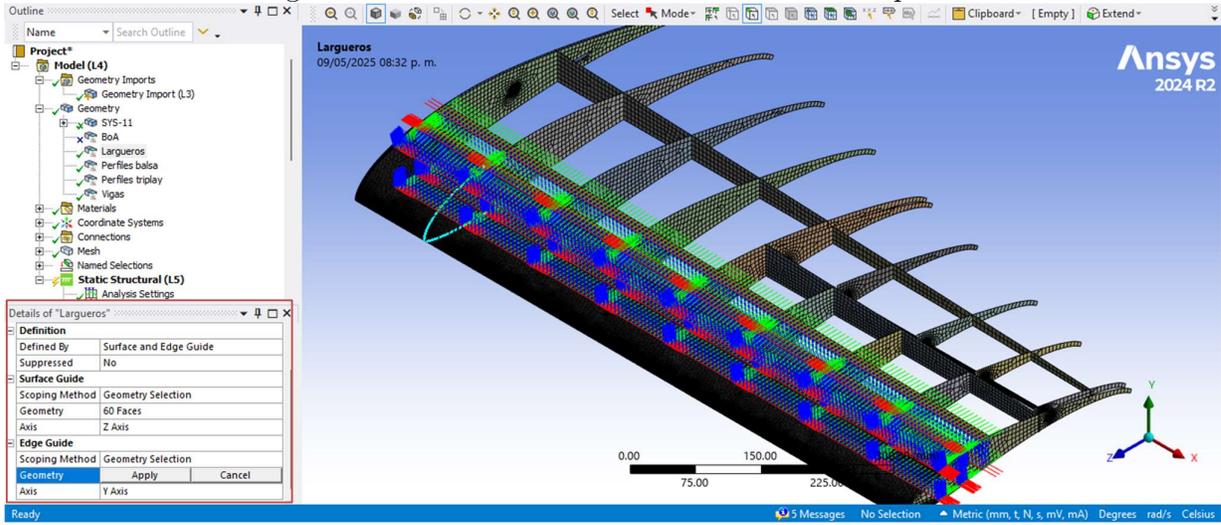


Figura 87. Element Orientation de largueros.

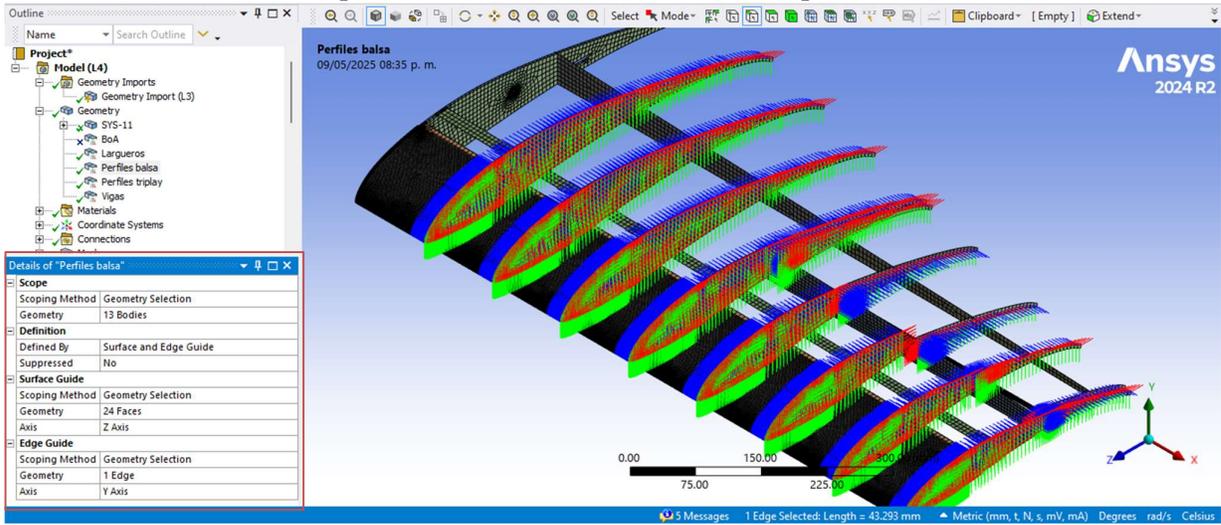


Figura 88. Element Orientation de perfiles de balsa.

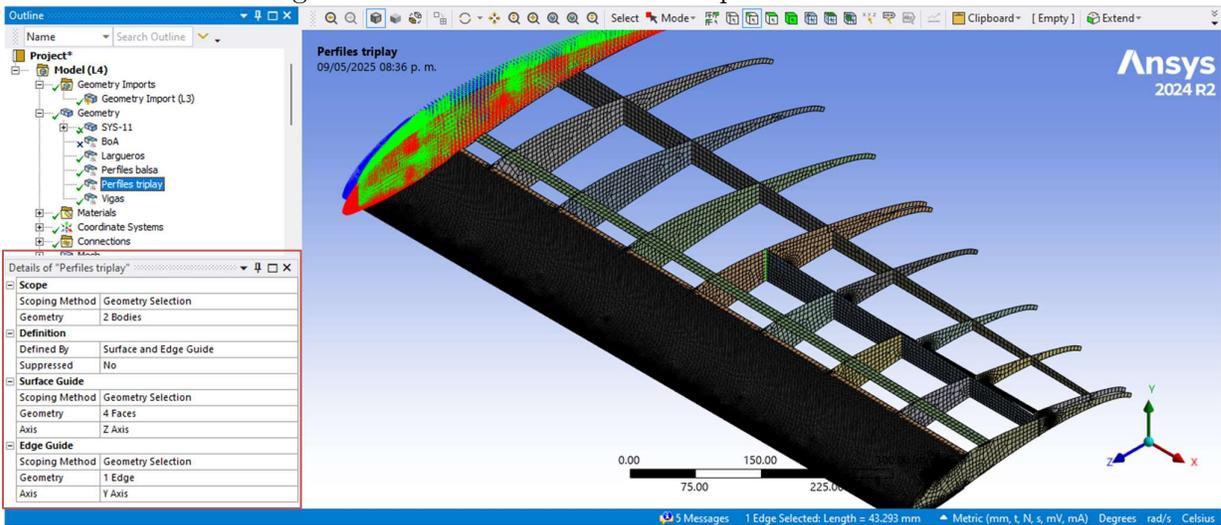


Figura 89. Element Orientation de perfiles de triplay.

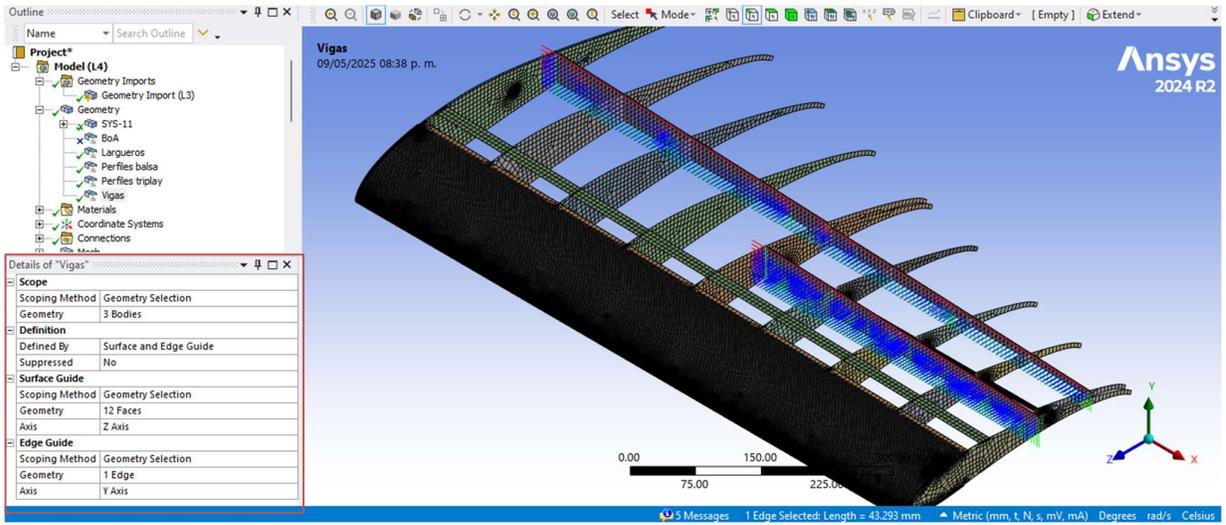


Figura 90. Element Orientation de vigas.

Anexo F: Bitácora de manufactura del montaje

1. Primeramente, solo se realizó el corte láser de la tabla del perfil para notar cualquier inconveniente desde el inicio, antes de realizar el resto de los cortes.
2. En este caso, se tuvo un problema de fragilidad debido al delgado espacio entre el borde de la tabla y el borde de ataque. Si bien los análisis en CFD establecieron que lo más conveniente era colocar el ala lo más adelante posible, se recomienda considerar una distancia mayor en futuros diseños.



3. Debido a desviaciones en la manufactura, se realizó un lijado para que la sección del ala encajara con mayor precisión.



4. Con un lápiz, de preferencia con punta afilada, se marcó el contorno real y se siguió con cuidado.



5. Se lijó con una lija de madera de grano 150, teniendo cuidado de seguir la marca realizada en el paso anterior y evitando hacerlo uniformemente, prestando atención en aquellas secciones que requirieran de más desbaste.



6. Dado que el CAD no considera el tapeo del borde de salida, se realizó un corte con cutter siguiendo al máximo posible el contorno marcado y se lijó hasta ajustar.



7. Se debe verificar continuamente cómo va encajando cada sección. Se recomienda ir ajustando desde el BoA hacia el BoS. Es sumamente importante que el perfil del encastre encaje a la perfección con la tabla, ya que de esto depende que no existiese alguna vibración parásita.



8. Posteriormente, se procedió a realizar el pegado de las tablas con pegamento blanco, tomando el contorno de estas como referencia para su alineación. Esto se hizo pegando primero las tablas en pares.



9. Cada pieza se procedió a dejar secar agregando pesos, con la finalidad de que se pegaran las piezas sin despegarse, por alrededor de una noche. Sobre todo, se puso atención a las esquinas, ya que es en estas zonas donde es más propenso a tener este problema.



10. Después, se pegaron ambas partes para formar una sola pieza, siguiendo el mismo procedimiento anterior.
11. Dado que, al momento de realizar la alineación de tablas, los barrenos correspondientes a los orificios de tornillería de las dos tablas superiores no coincidían, se procedió a rehacerlos con ayuda de una broca de 3/16". La ubicación de los barrenos se obtuvo introduciendo un pedazo de servilleta con pintura sobre los insertos de sujeción en el perfil del encastre de la sección de ala, y colocándose después sobre la tabla del perfil para obtener las marcas sobre el soporte.



12. Debido a un error de orientación al momento del pegado, se tuvieron que realizar los barrenos nuevamente en las ubicaciones donde irían los tornillos. Esto se llevó a cabo con la ayuda de una broca sierras "sacabocados" únicamente sobre las dos tablas inferiores.



13. Dado que, aún después del uso de la tornillería prevista ya existente sobre la geometría original, se seguía presentando juego en la sección del ala al momento de colocarse sobre el montaje, se procedió a realizar un nuevo barreno sobre la estructura de la sección de ala con la finalidad de añadir un nuevo punto de sujeción cercano al BoS. Para la ubicación del inserto de madera, se fueron probando varios diámetros de brocas sobre la estructura, hasta encontrar el que mejor se ajustara a presión con este

elemento, resultando ser el diámetro de $5/16''$. Además, se añadieron gotas de super pegamento para lograr un mejor agarre.



14. Con el fin de evitar que la superficie de control vibrara durante el experimento, se añadió plastilina en la bisagra, cuidando no añadir una cantidad de masa que pudiera llegar a repercutir en los resultados. Esto dio una mayor rigidez a toda la estructura.



15. Con el propósito de lograr una geometría aerodinámica lo más parecida posible a la simulada en CFD, se procedió a añadir Monokote® con ayuda de una plancha caliente sobre el espacio de la bisagra y la superficie de control, así como en cualquier imperfección o desgaste del skin de la estructura.



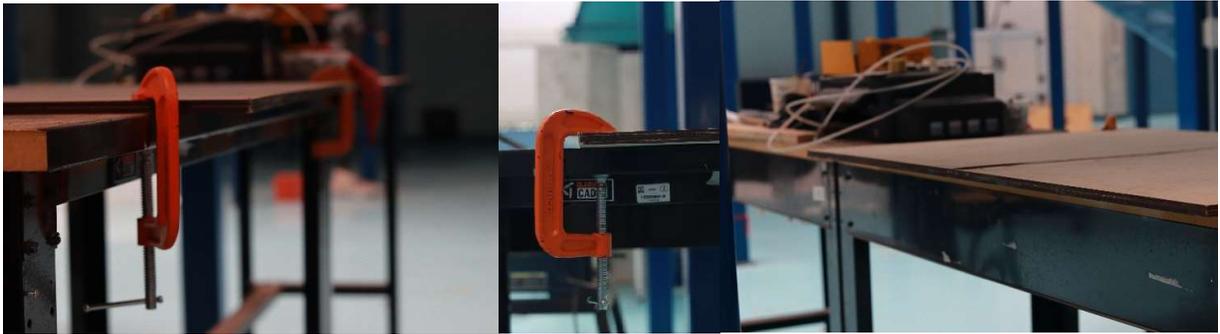
16. Se imprimieron los chaflanes delanteros por medio de manufactura aditiva con el equipo del Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica en material PLA. Estas fueron impresas en seis piezas, ajustándose así a las dimensiones máximas de la cama de la impresora. La sección que iría en contacto con el flujo fue impresa en una superficie rugosa en las dos primeras piezas, por lo que se decidió colocarlas en las esquinas, con la finalidad de que estuvieran lo más alejadas posibles de la geometría de la sección del ala.



17. Las siguientes piezas fueron impresas rotándolas de tal forma que la cara que iría en contacto con el flujo quedara pegada a la cama de la impresora, obteniendo mejores resultados.



18. Para ofrecer un acabado en el borde que permitiera la adhesión con los chaflanes de PLA, se procedió a realizarse un lijado de esta cara. Primeramente, con ayuda de prensas, se sujetaron las tablas por las esquinas a una mesa para una mayor comodidad al momento de realizarse.



19. Con ayuda de una lijadora rotodinámica, se realizó el lijado utilizando nuevamente una lija de madera de grano 150, hasta lograr el acabo mostrado sobre toda la cara. Es necesario contar con un equipo de protección fácil, ocular y auditivo adecuado, así como no utilizar la herramienta durante más de 15 minutos de forma ininterrumpida, para evitar dolores en el brazo.

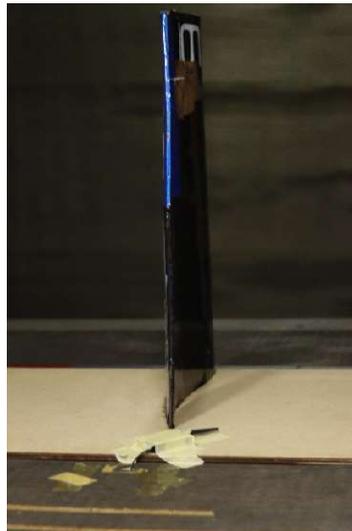




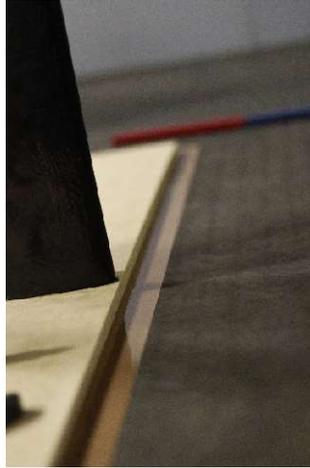
20. Se realizó el pegado de los chaflanes realizados en manufactura aditiva en bloques de dos. Para evitar que se adhirieran a las superficies, se utilizó cinta adhesiva en cada unión, y se procedió a utilizarse gotas de super pegamento aplicadas desde la parte superior. Por las razones mencionadas en el paso 16, fue necesario seguir el siguiente arreglo de bloques:



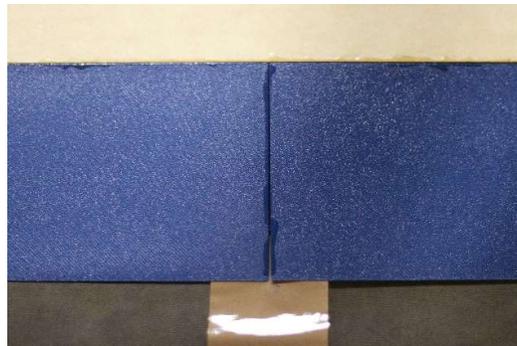
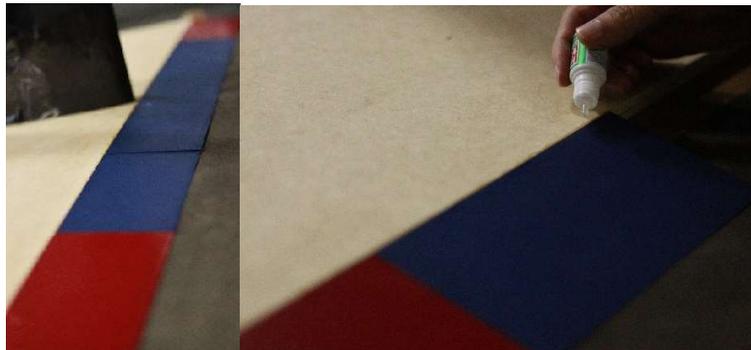
21. Ya en el interior del túnel de viento, se montó sobre las tablas de MFD la sección de ala por medio de la tornillería, como fue prevista desde la etapa de diseño a detalle.



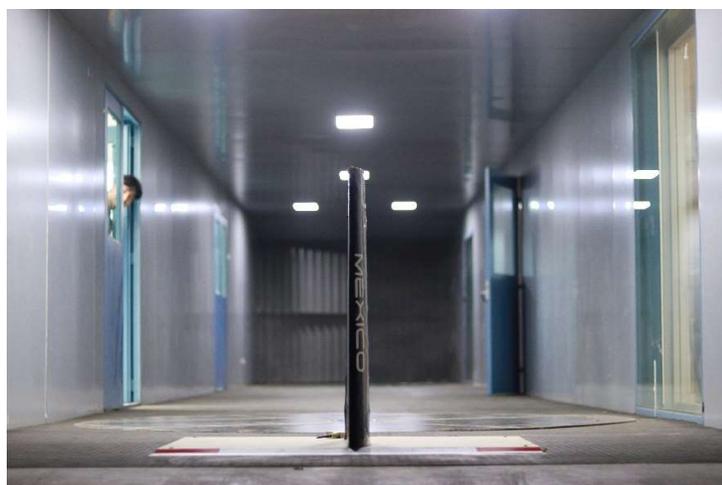
22. Después, para la unión del chaflán, se utilizó cinta adhesiva como se muestra, para evitar que se adhirieran las piezas al suelo del túnel.



23. Una vez colocadas y alineadas las piezas en el orden mostrado, se procedió a aplicar super pegamento por medio de gotas aplicadas desde la parte superior, uniéndose a las tablas, así como entre los bloques de dos aledaños.



24. Finalmente, el montaje quedó listo para seguir con los pasos correspondientes al protocolo experimental, relacionados con la alineación respecto al túnel e instalación de la instrumentación.



Reporte de costos

Gran parte de la herramienta, artículos y costo de energía utilizados en la manufactura fueron proporcionados por Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica (CDMIT), el laboratorio de túnel de viento Fiidem-Instituto de ingeniería UNAM (IIUNAM), así como por UNAM Aero Design a través del suministro de materiales, por lo cual, el resto de los costos se reportan en la Tabla 25.

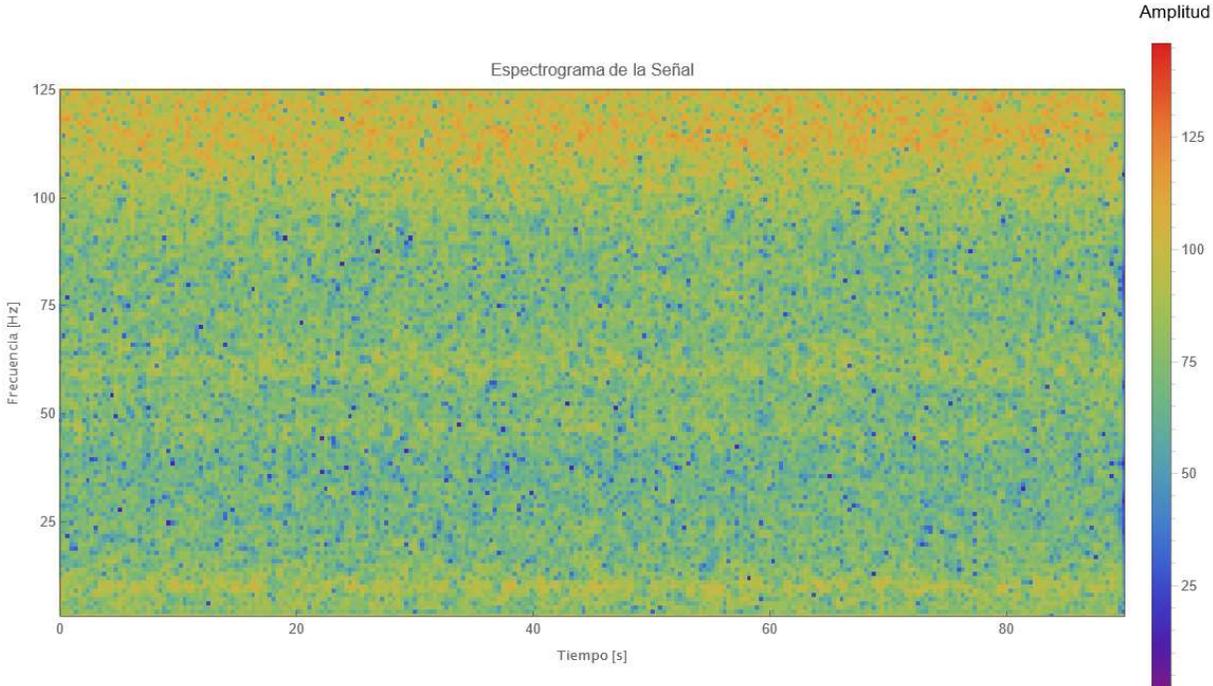
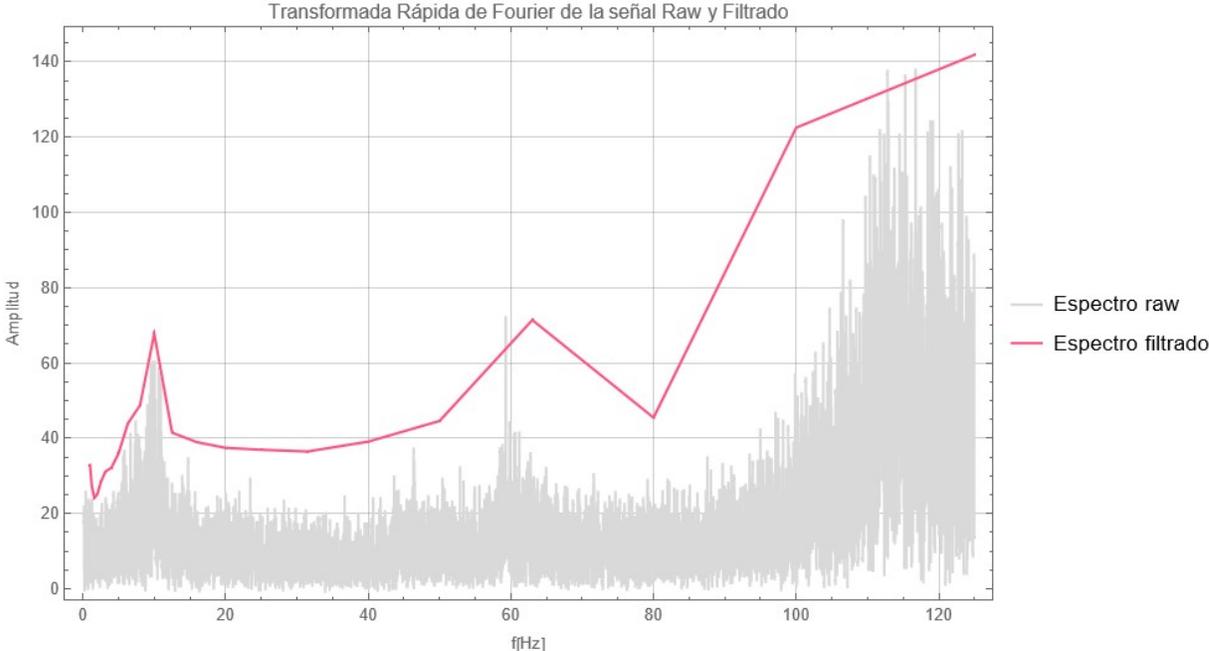
Concepto	Cantidad	Costo Unitario [MXN]	Costo Total [MXN]
Tabla MDF 3[mm] (120 x 80[cm])	4 piezas	\$121	\$484
Corte Láser	13 [minutos]	\$ 7/minuto	\$91
Pegamento blanco Resistol 55 [gr]	8 piezas	\$27	\$216
Arandelas	5	\$1	\$5
Tornillo ¼"	5	\$3	\$15
Pija madera	6	\$3	\$18
Filamento PLA	162 [minutos]	\$5/minuto	\$810
		Total	\$1639

Tabla 25. Costos de manufactura e instalación de base experimental.

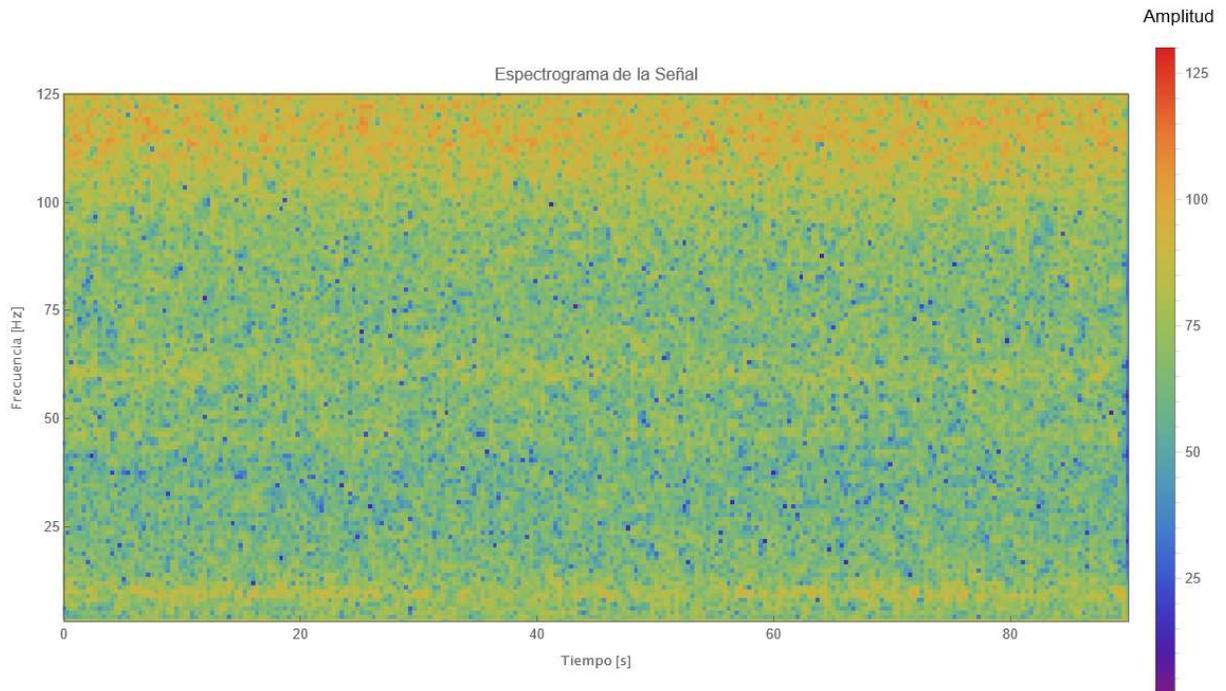
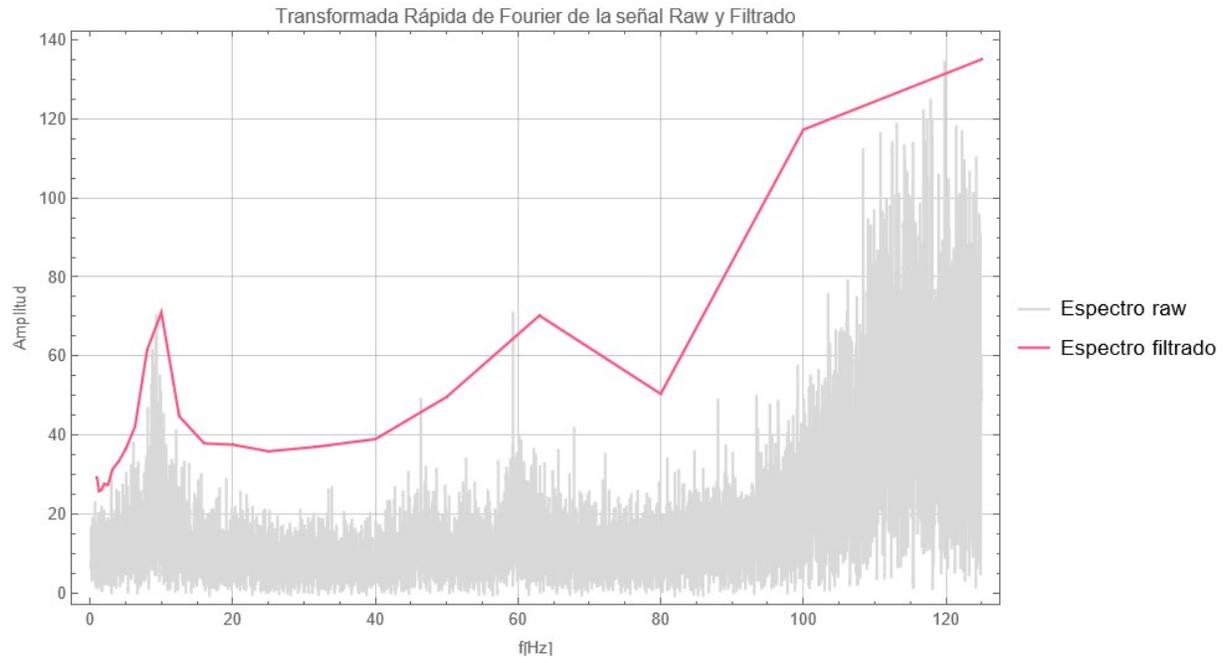
Anexo G: Resultados experimentales

- 12 [m/s]

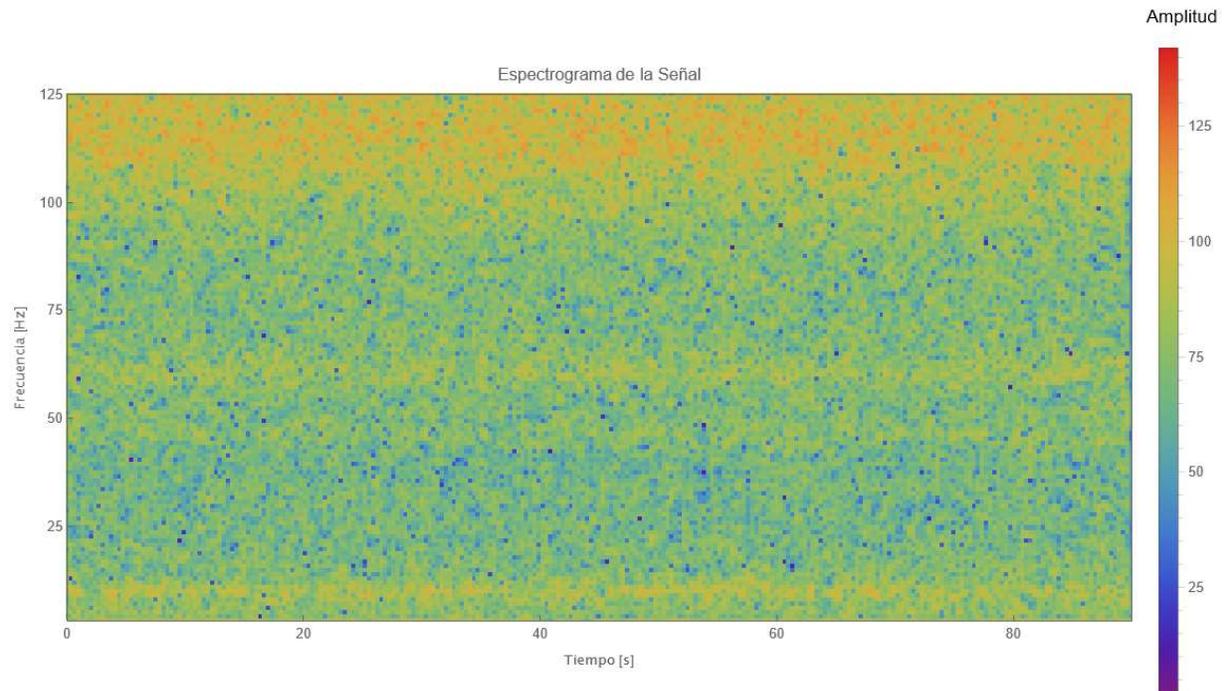
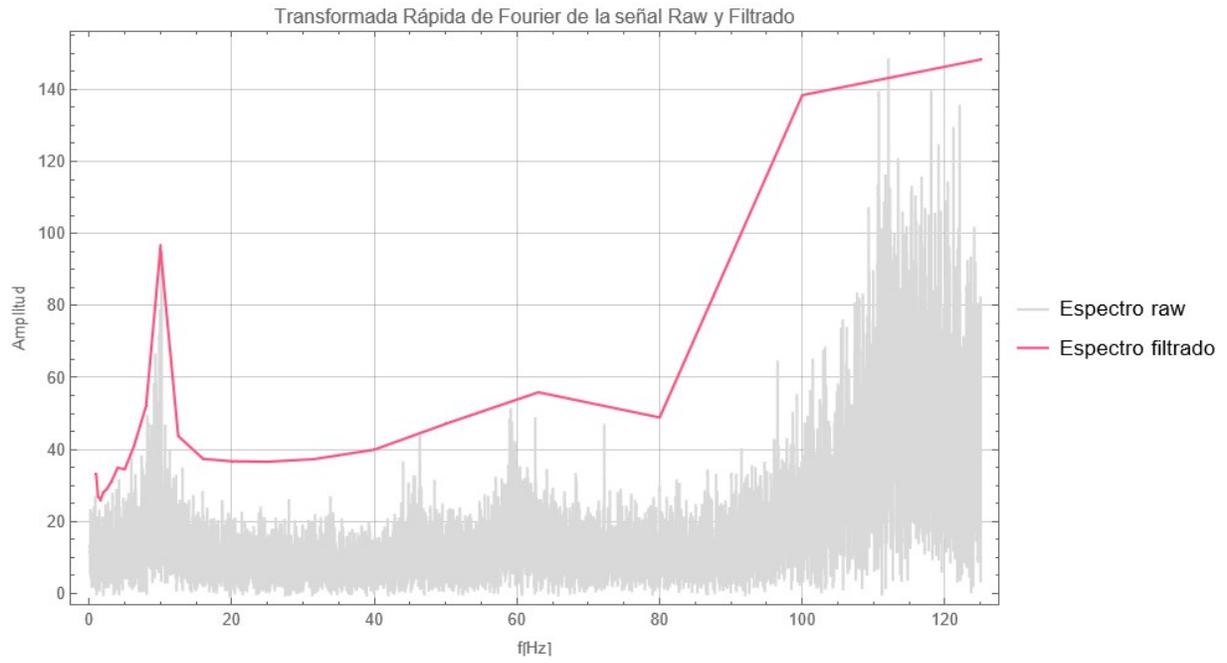
Primer evento



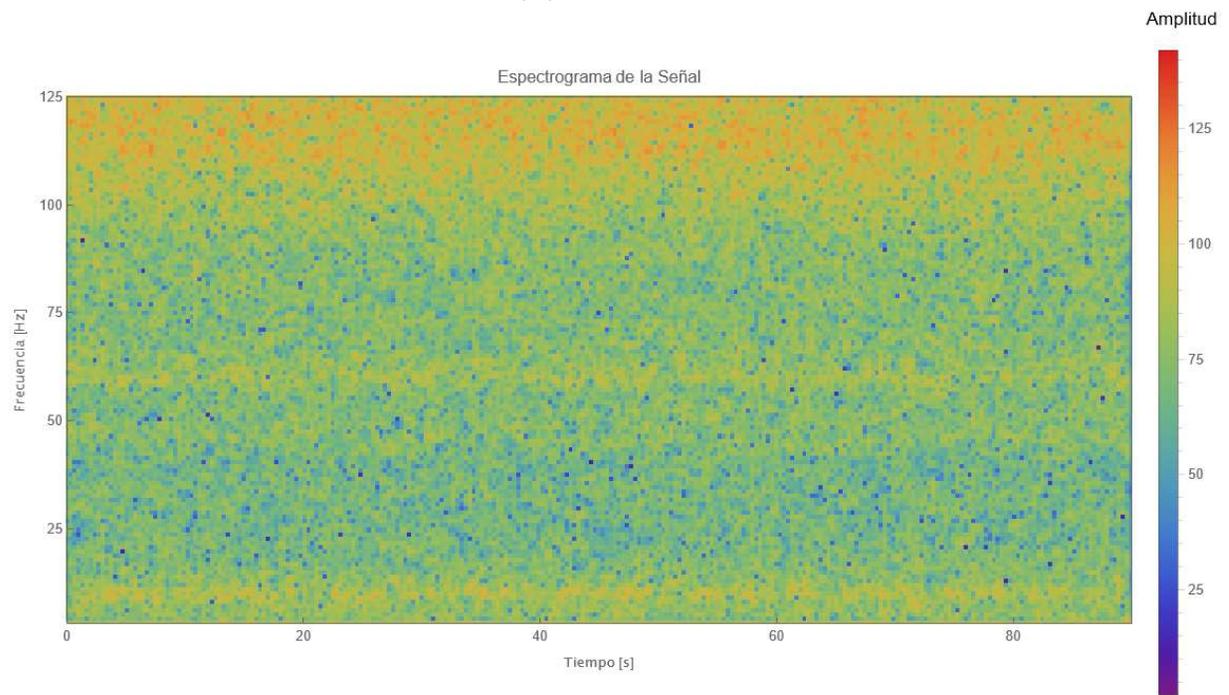
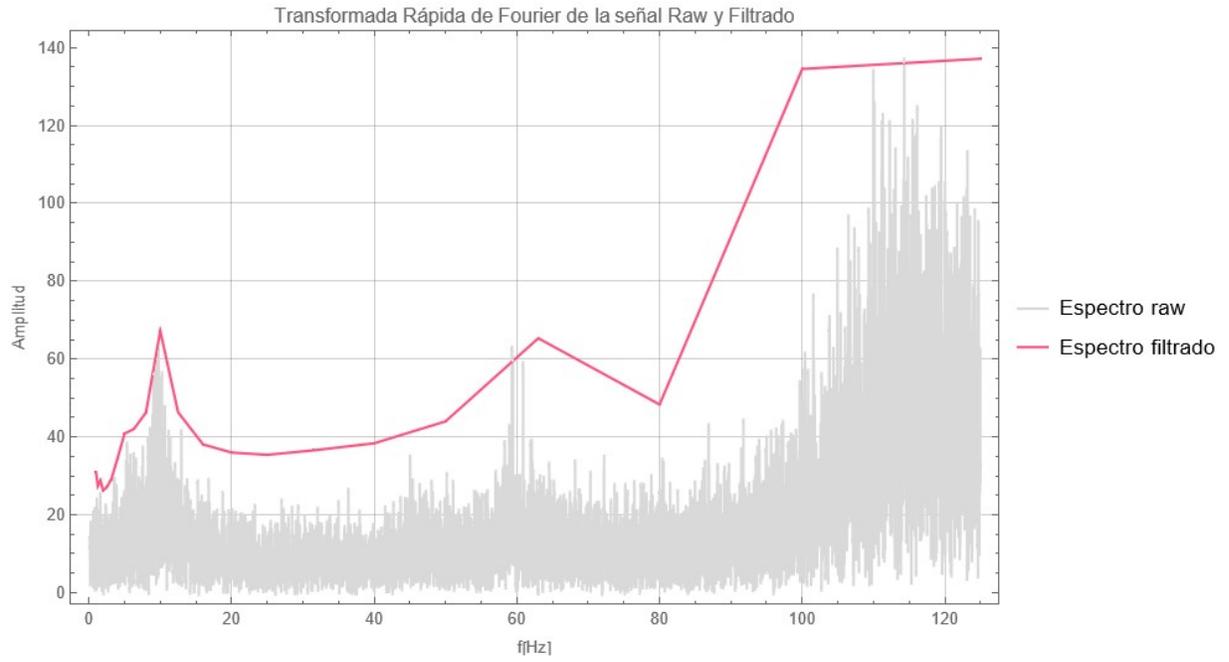
Segundo evento



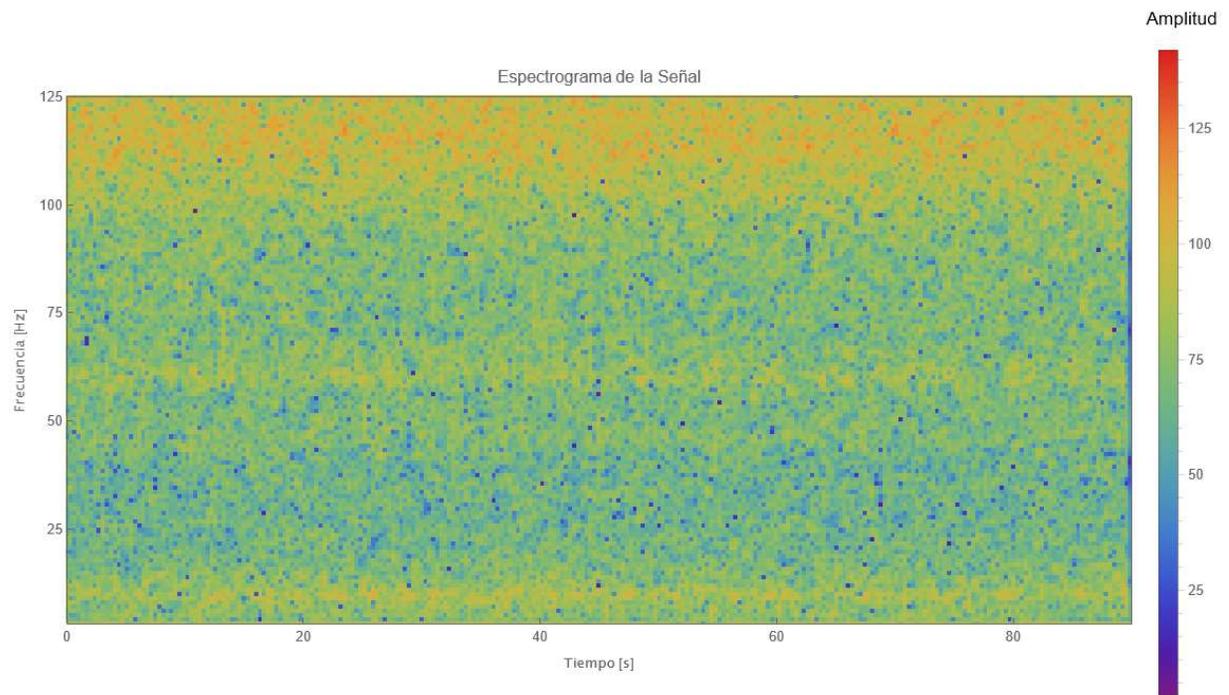
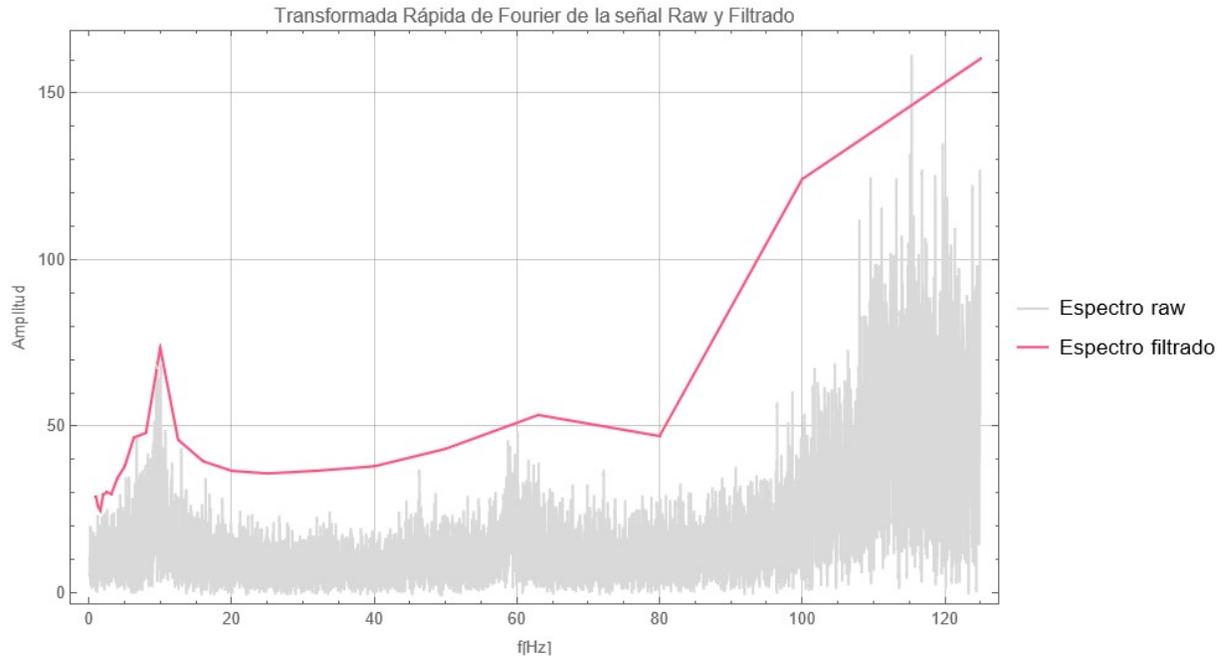
Tercer evento



Cuarto evento

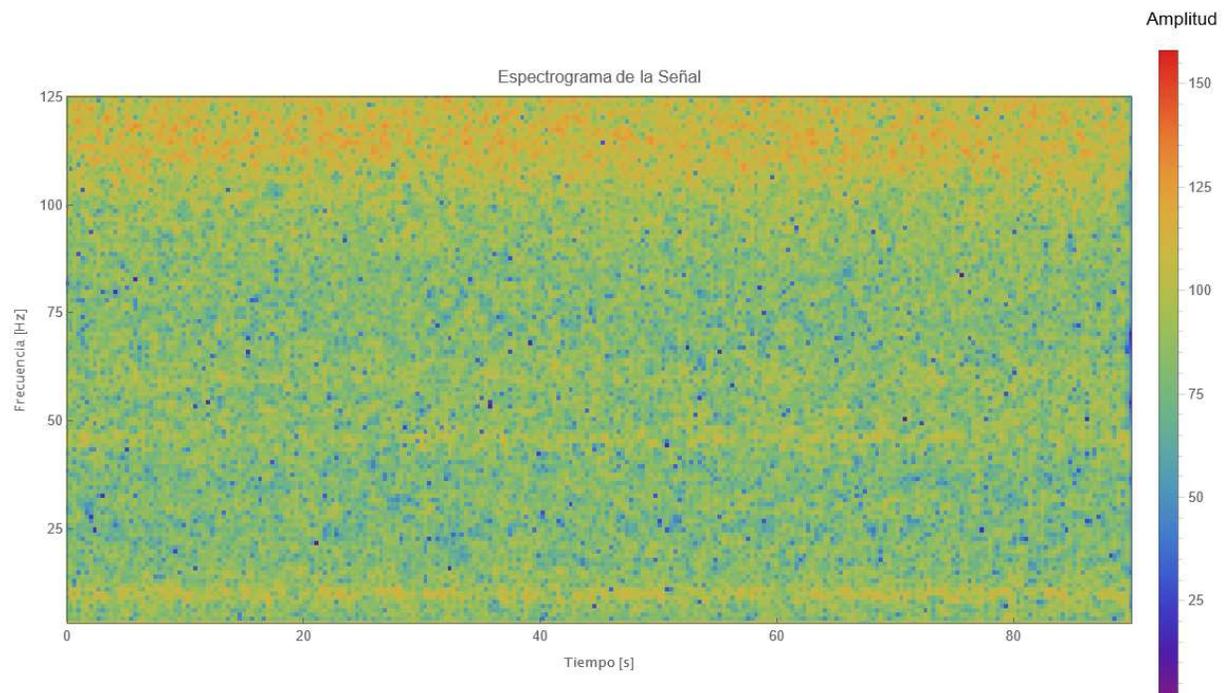
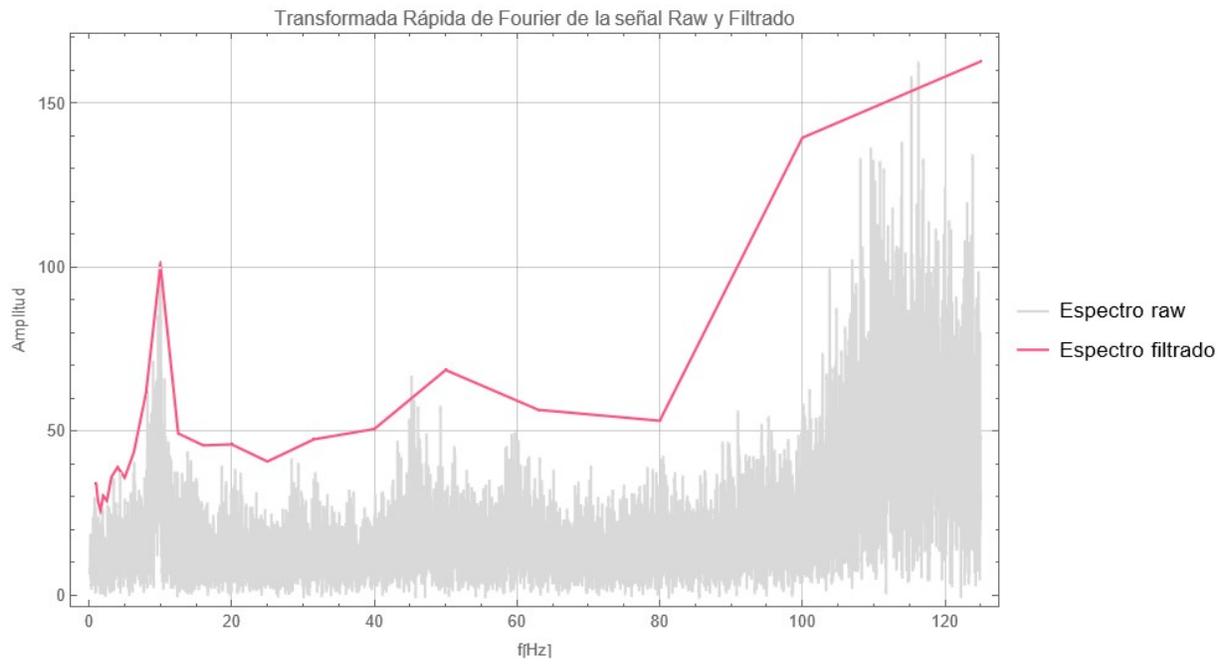


Quinto evento

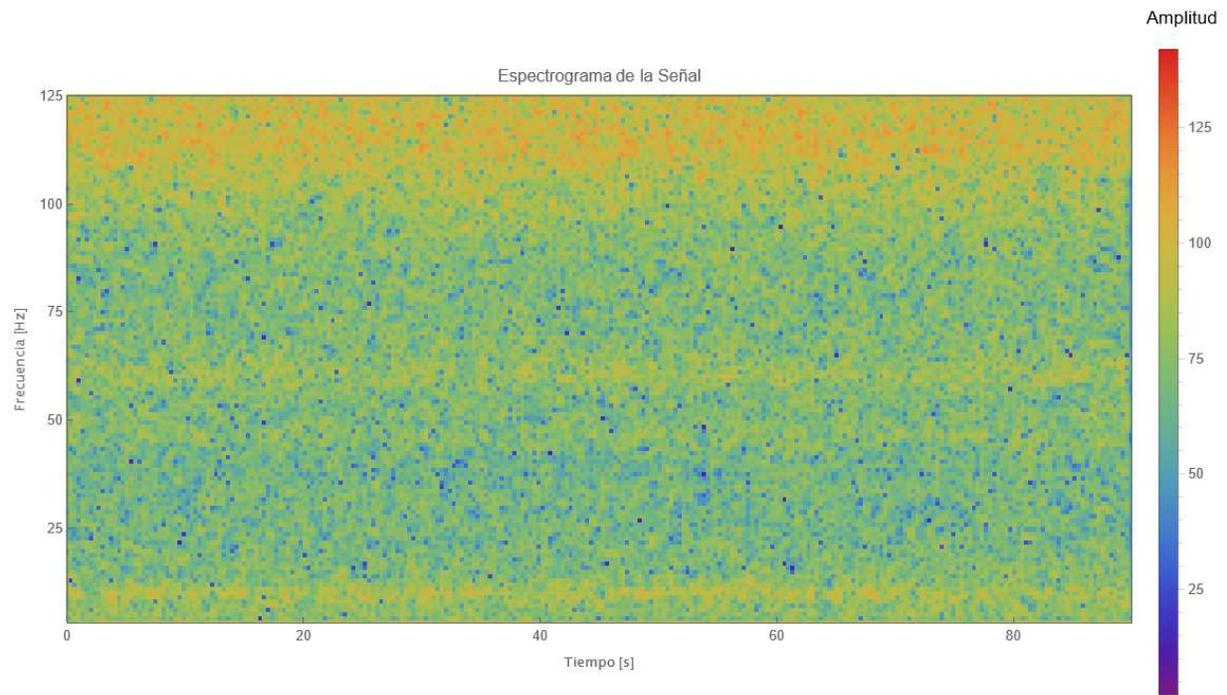
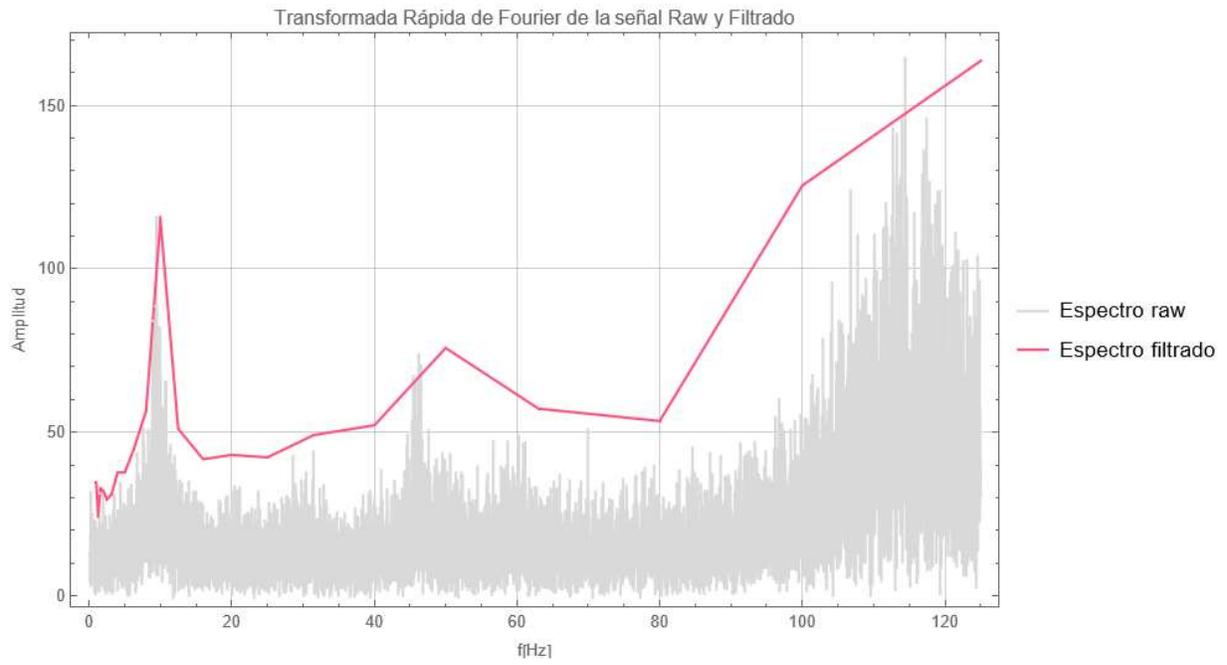


- 14 [m/s]

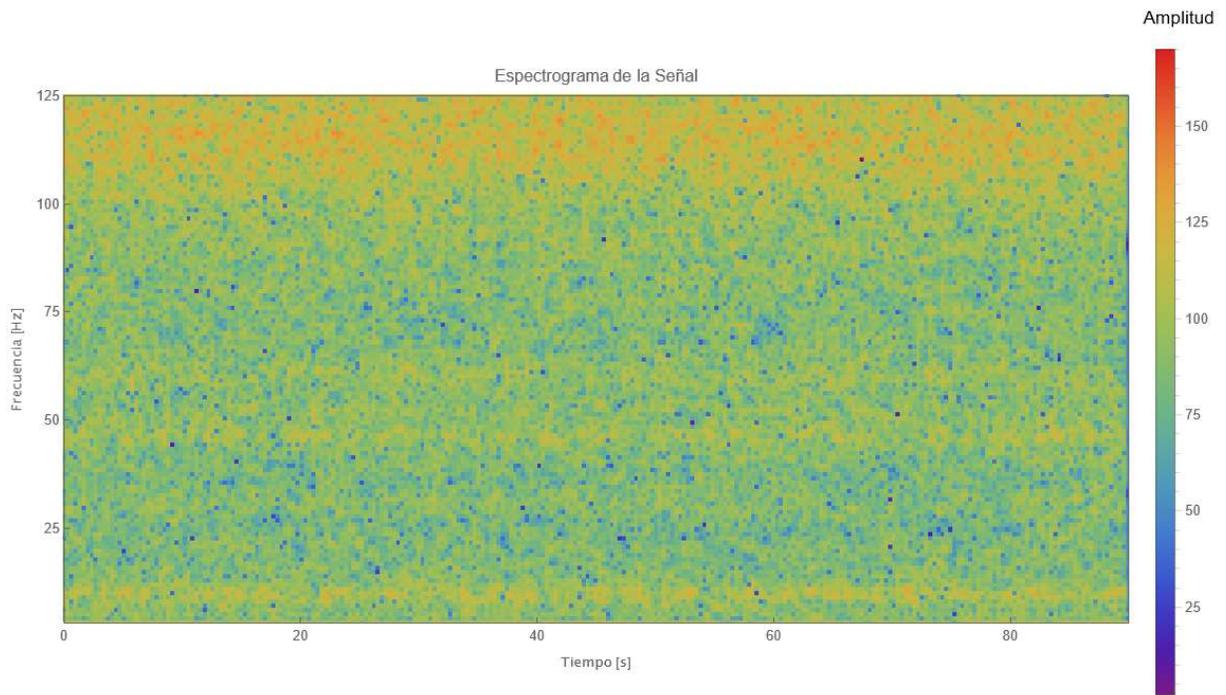
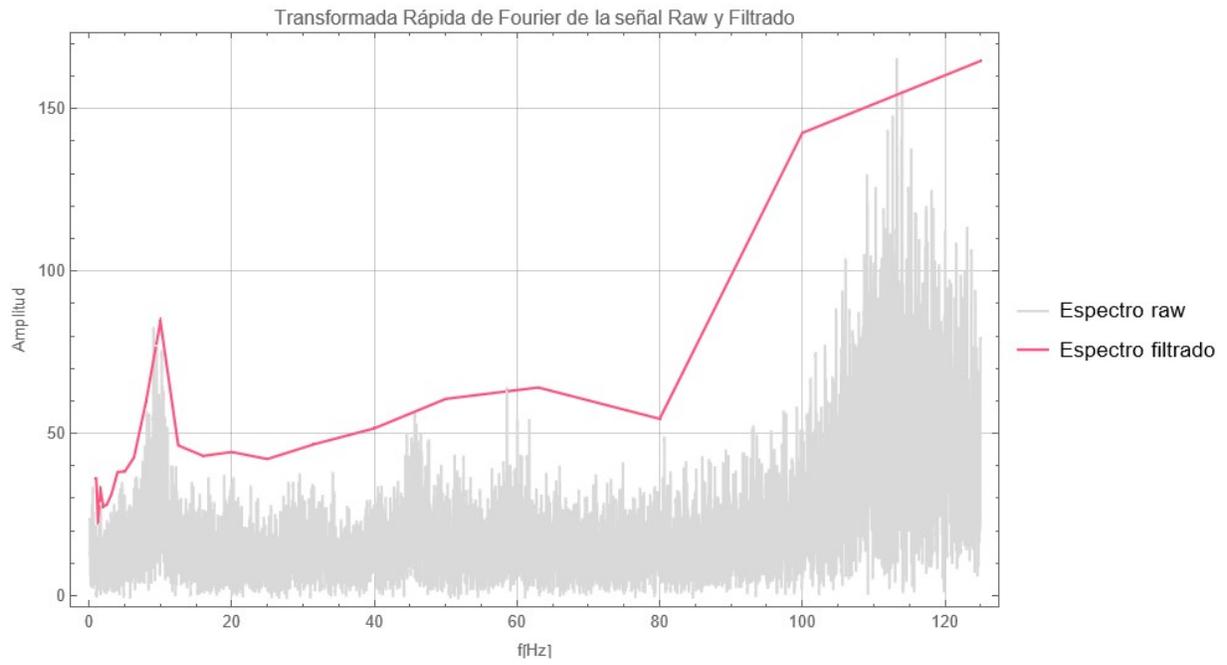
Primer evento



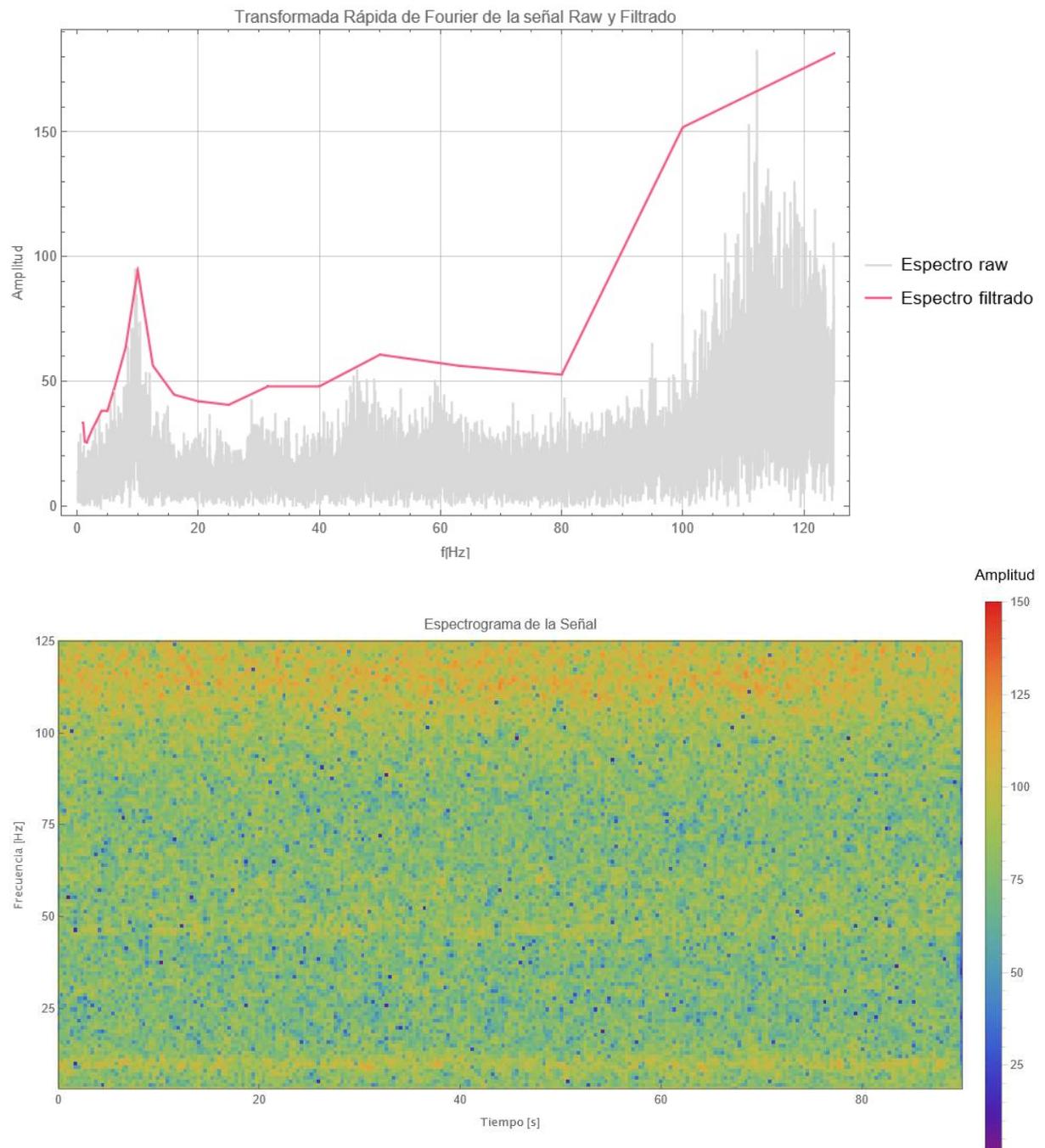
Segundo evento



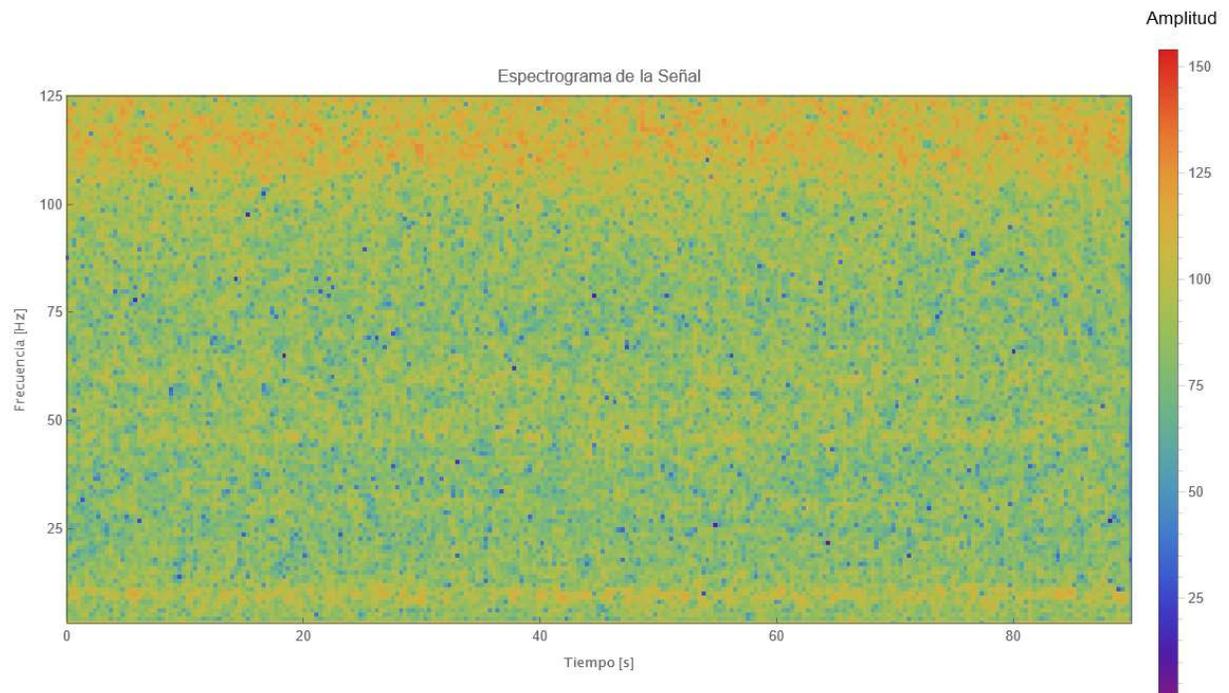
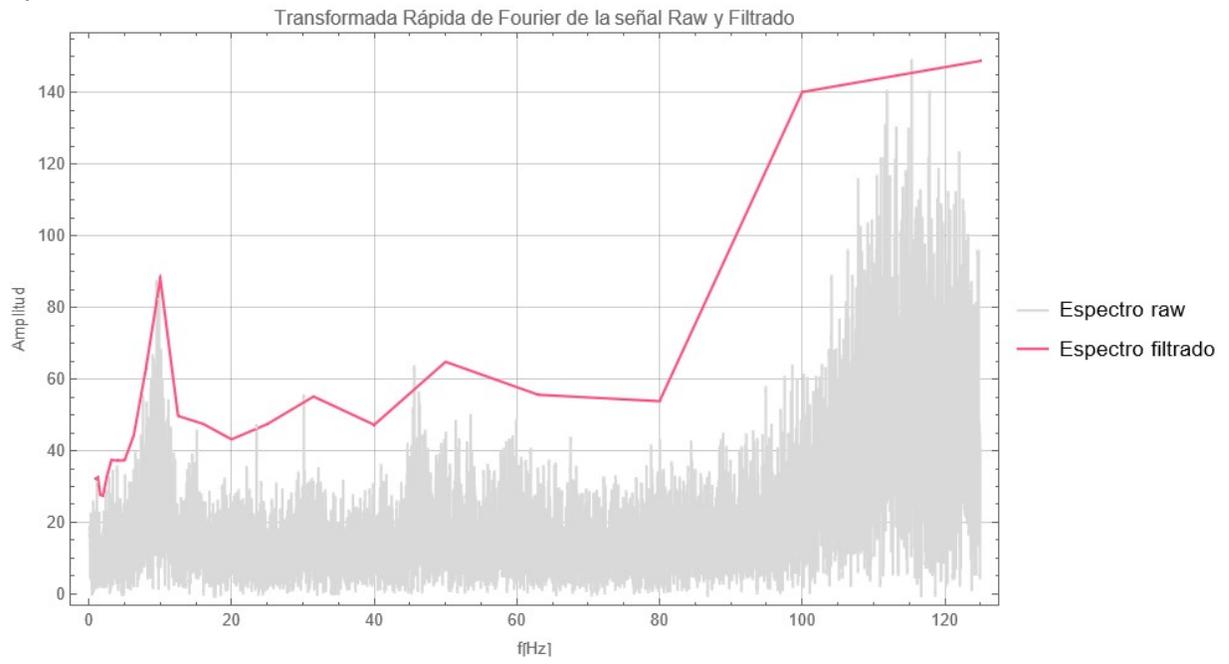
Tercer evento



Cuarto evento

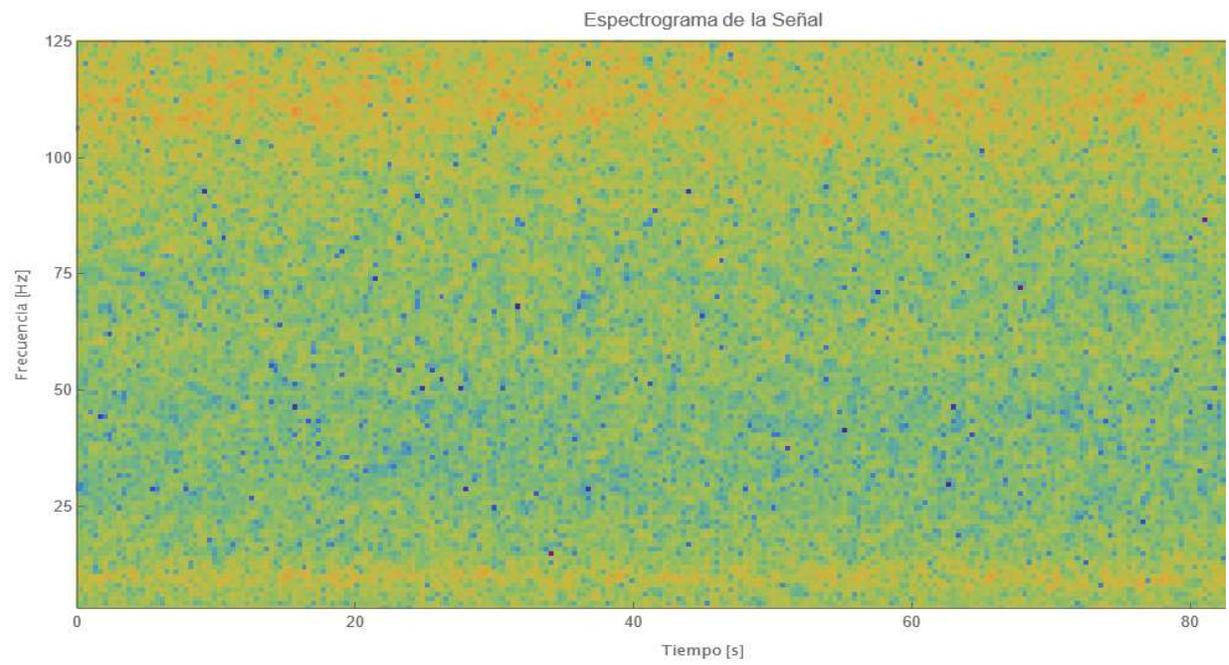
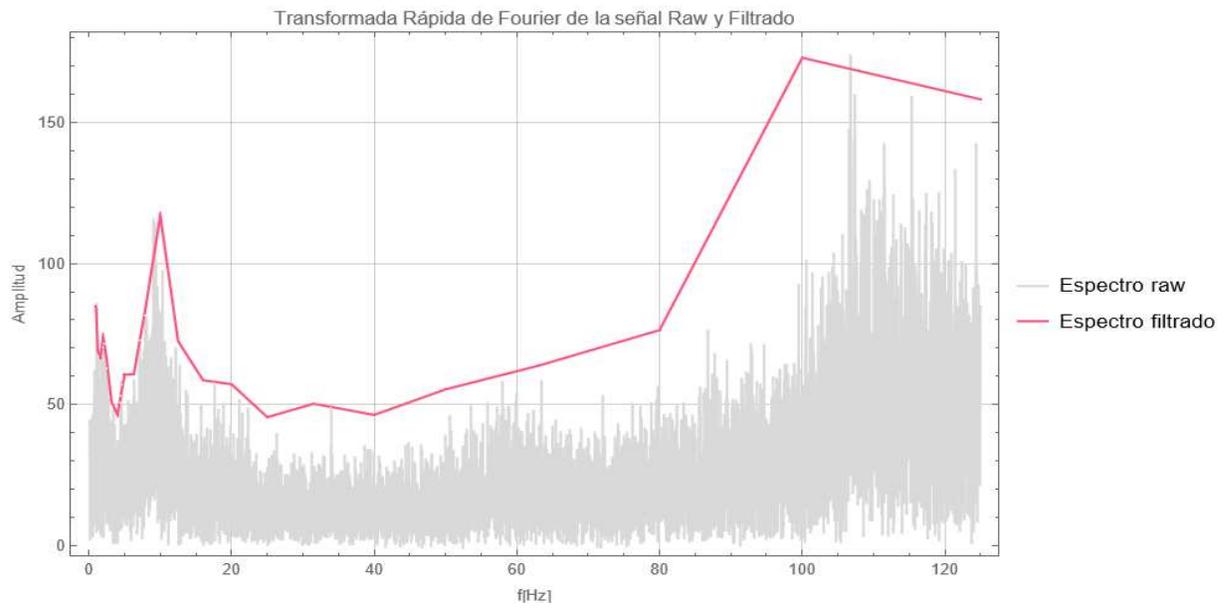


Quinto evento

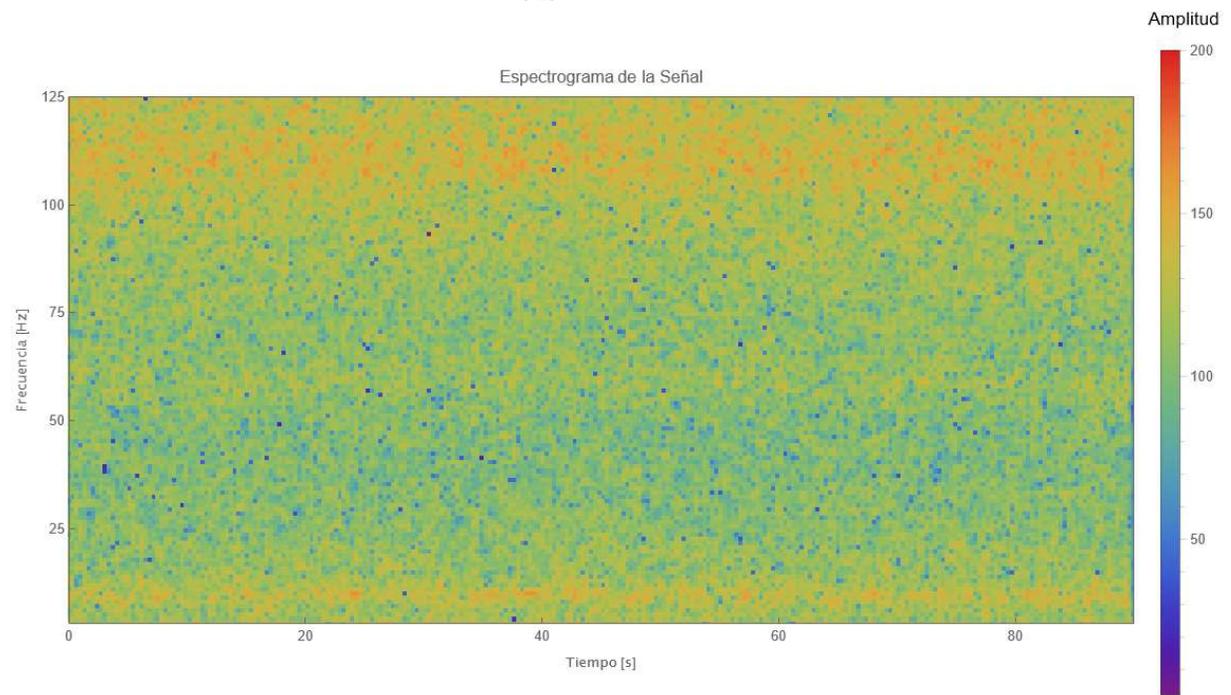
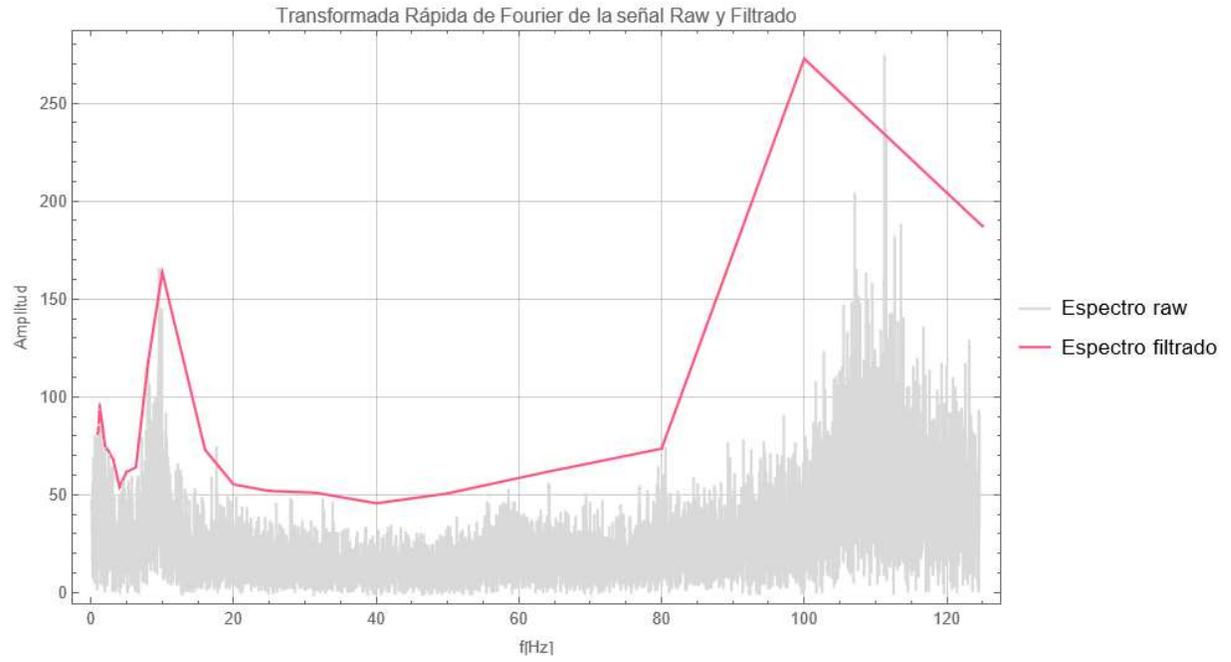


- 16 [m/s]

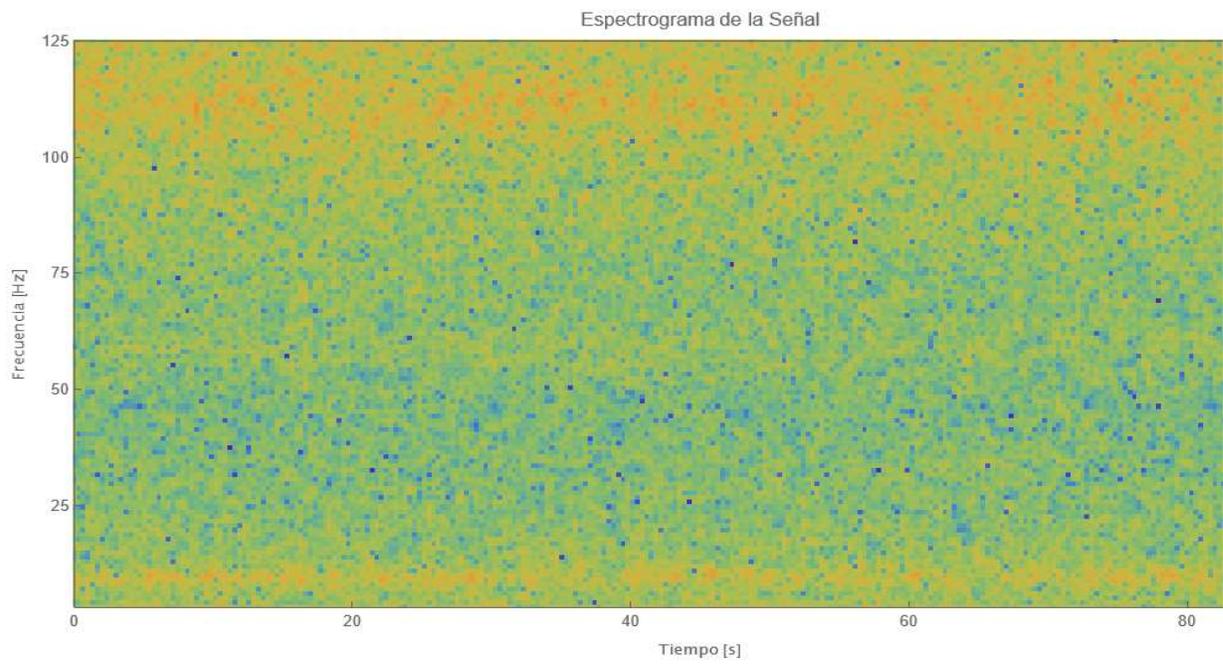
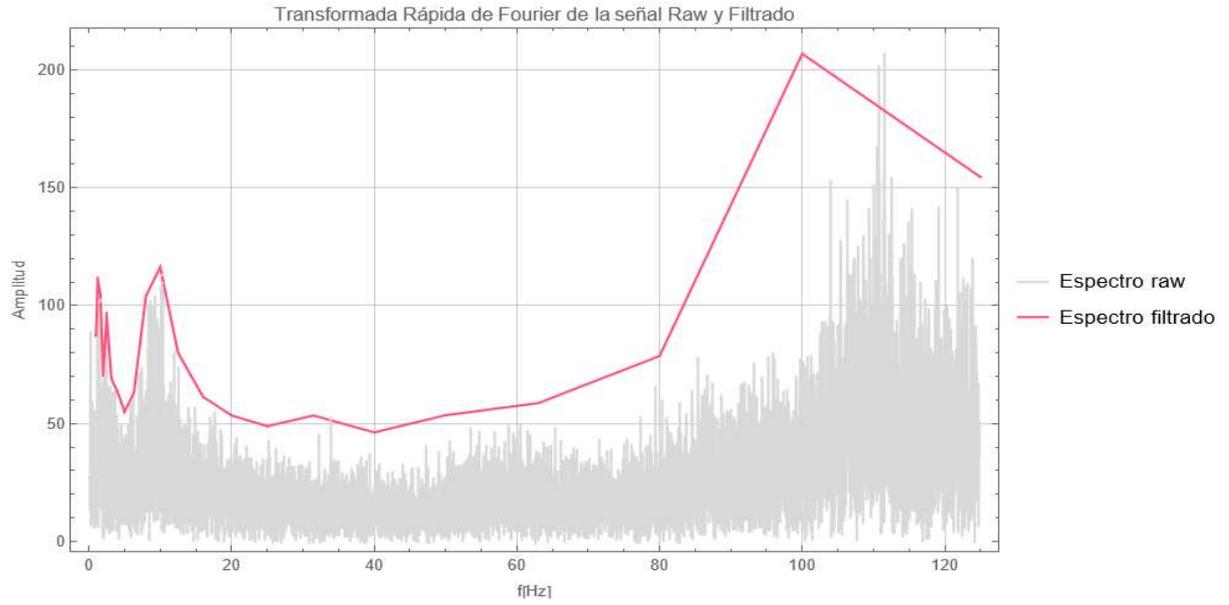
Primer evento



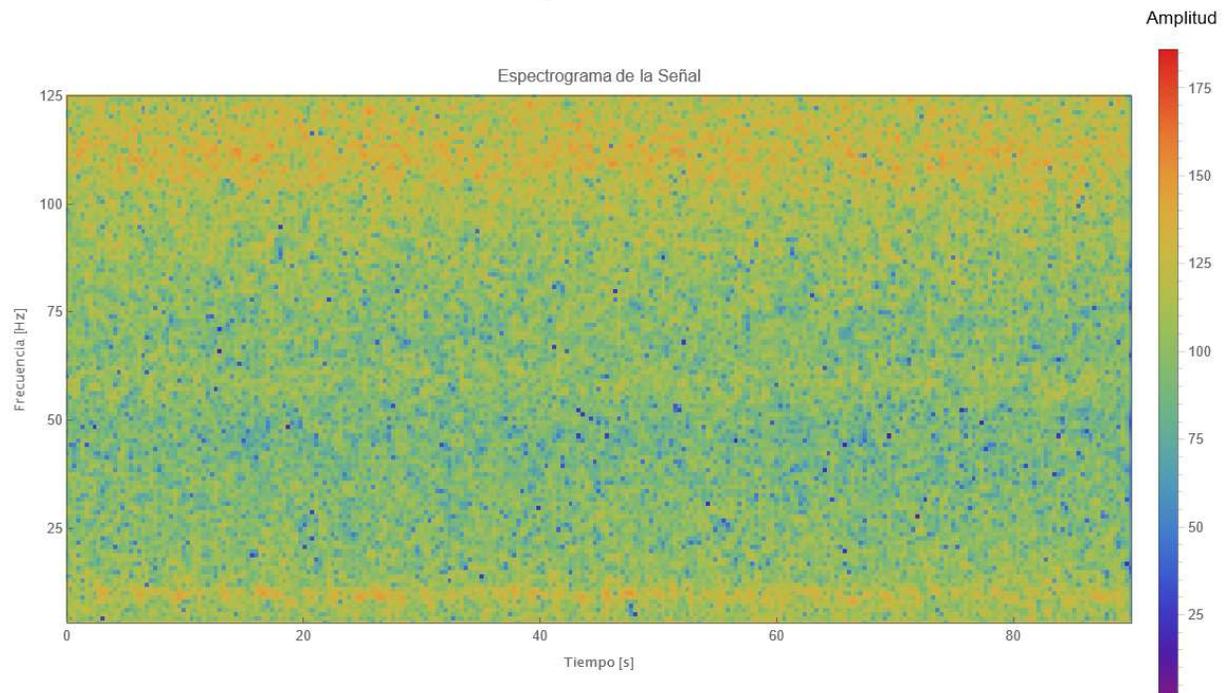
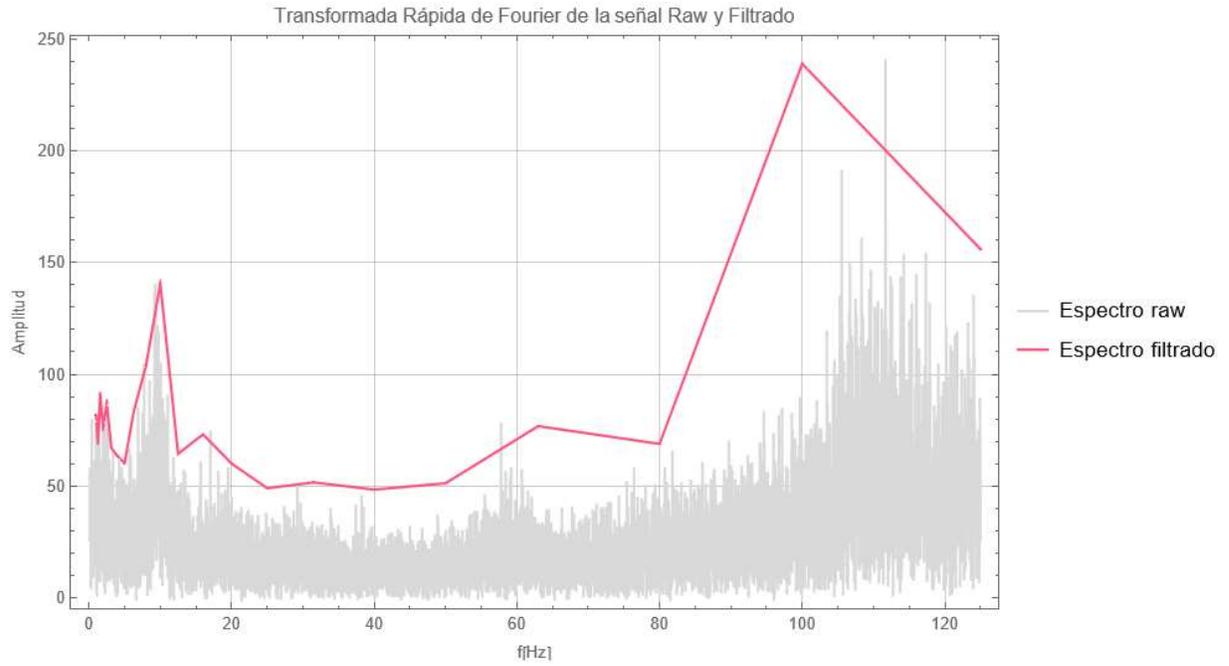
Segundo evento



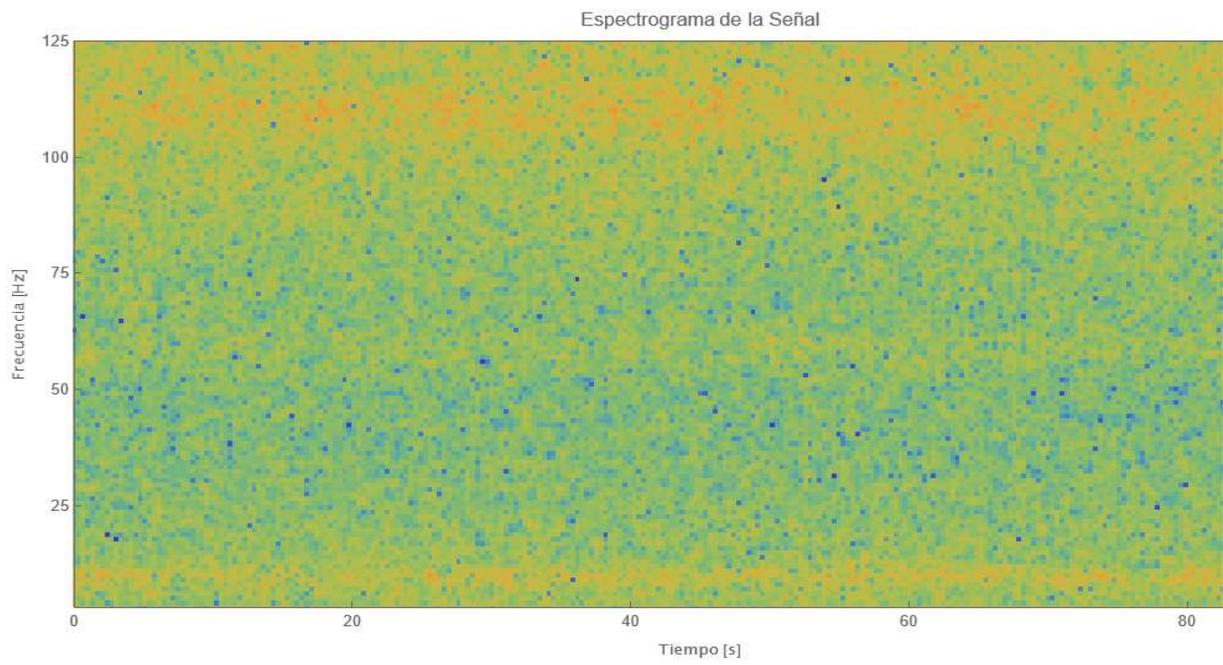
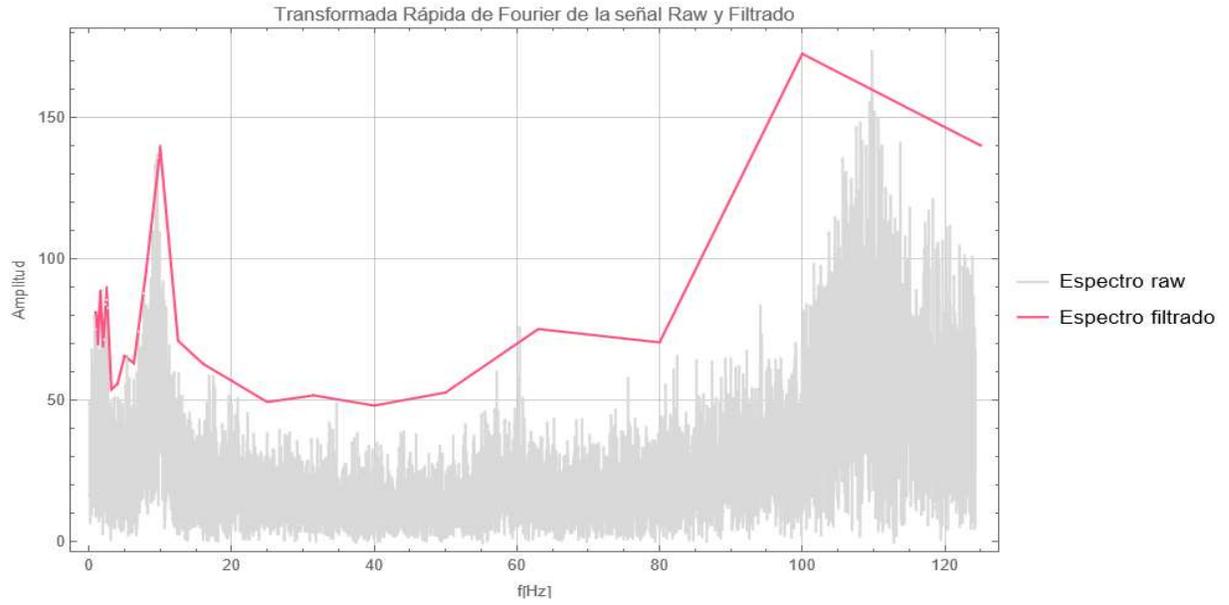
Tercer evento



Cuarto evento

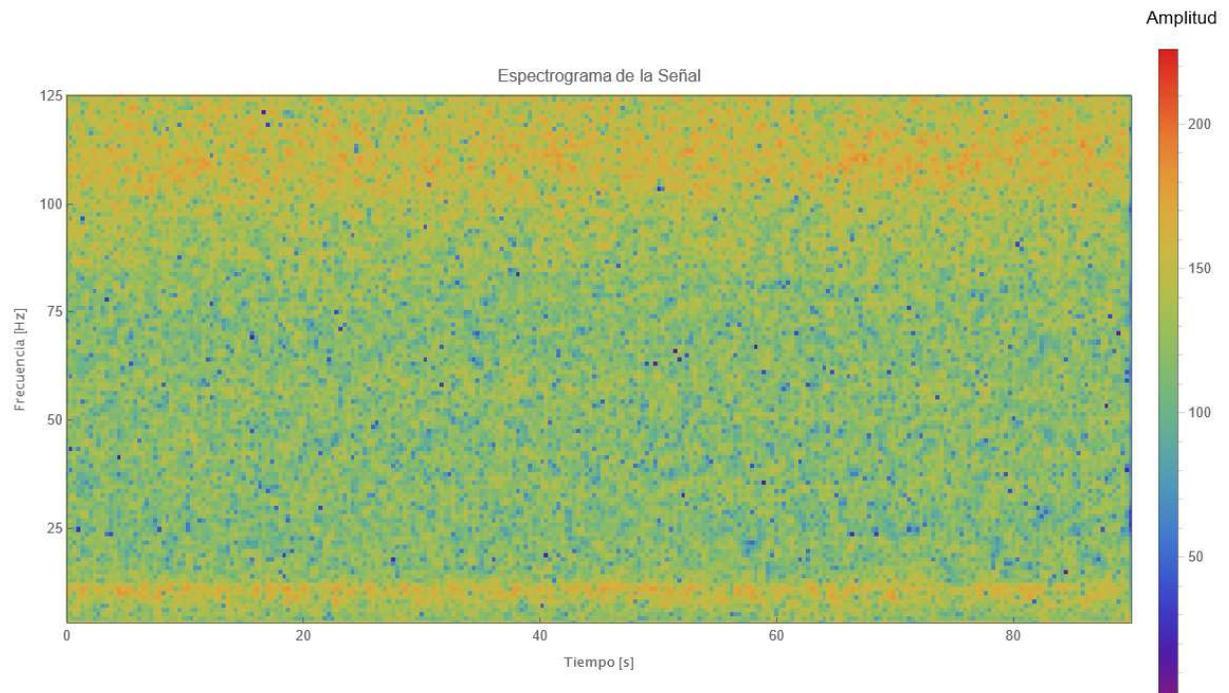
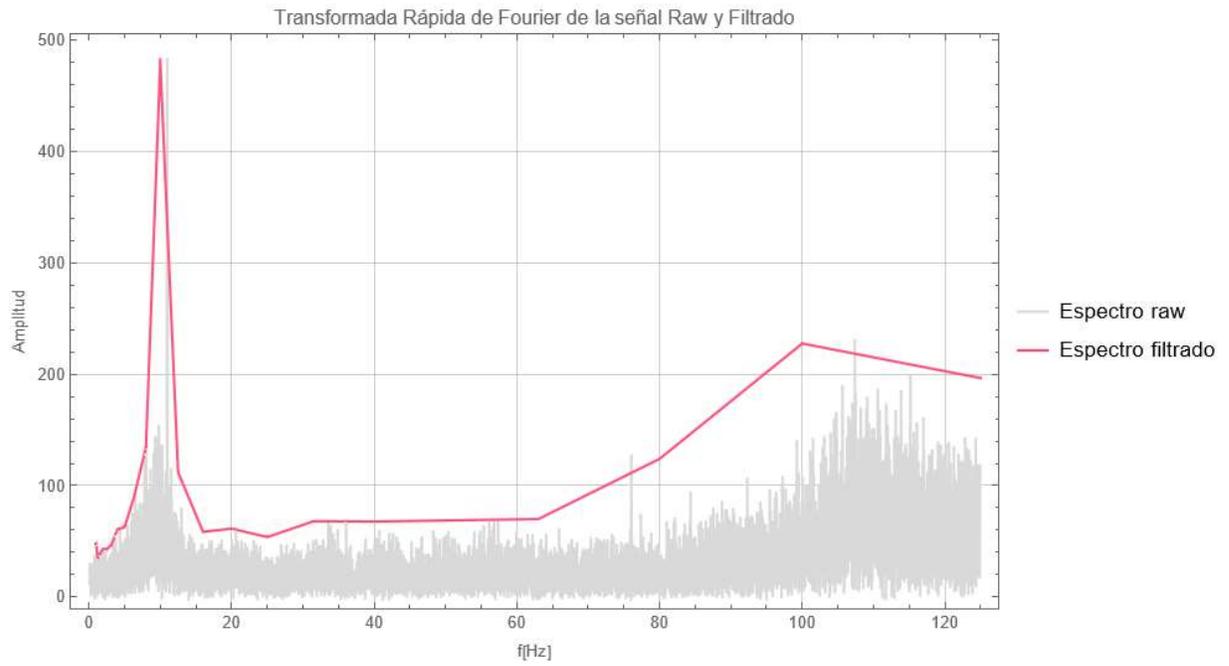


Quinto evento

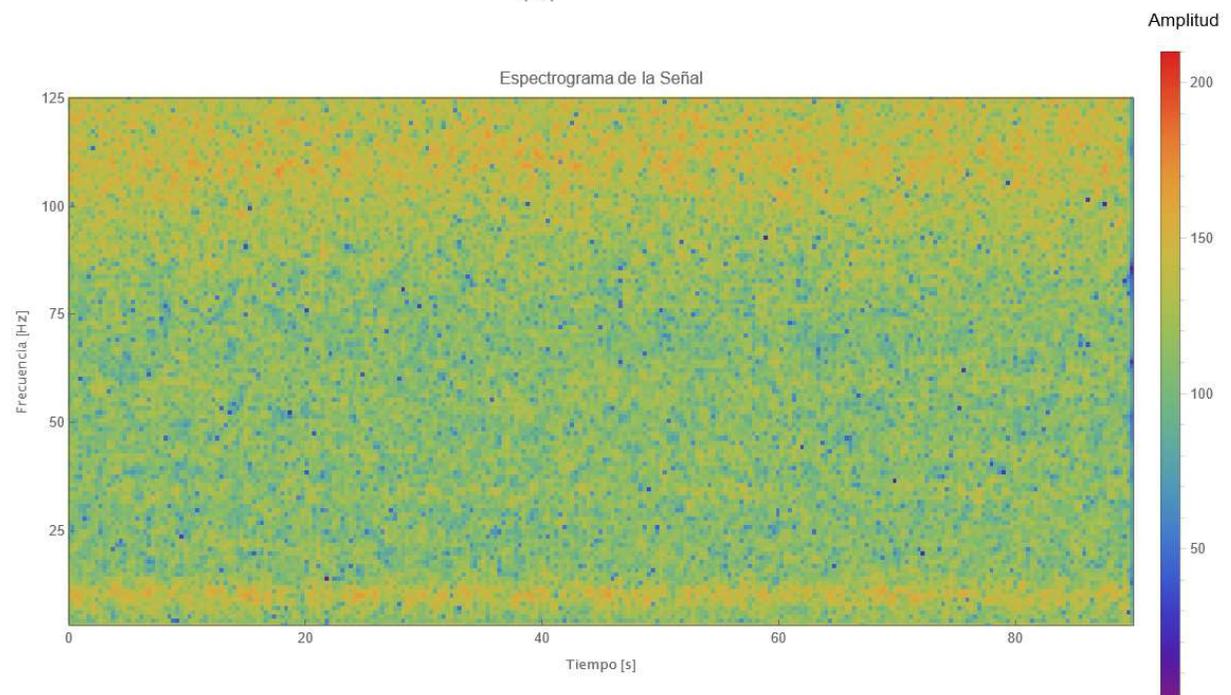
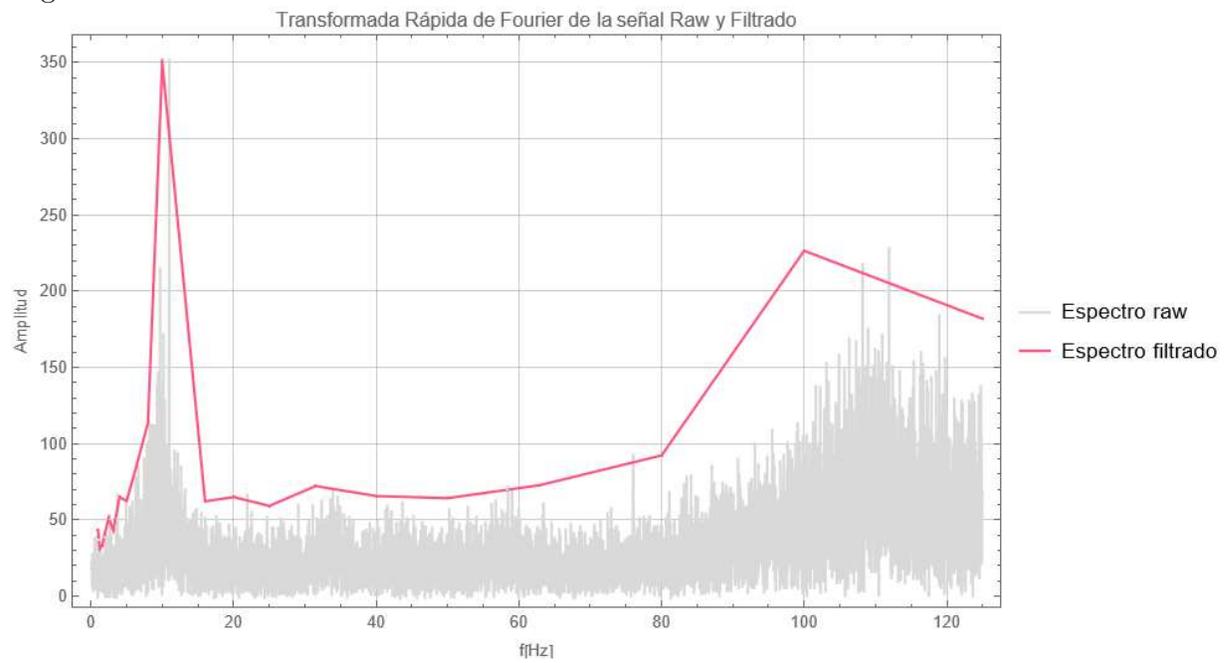


- 18 [m/s]

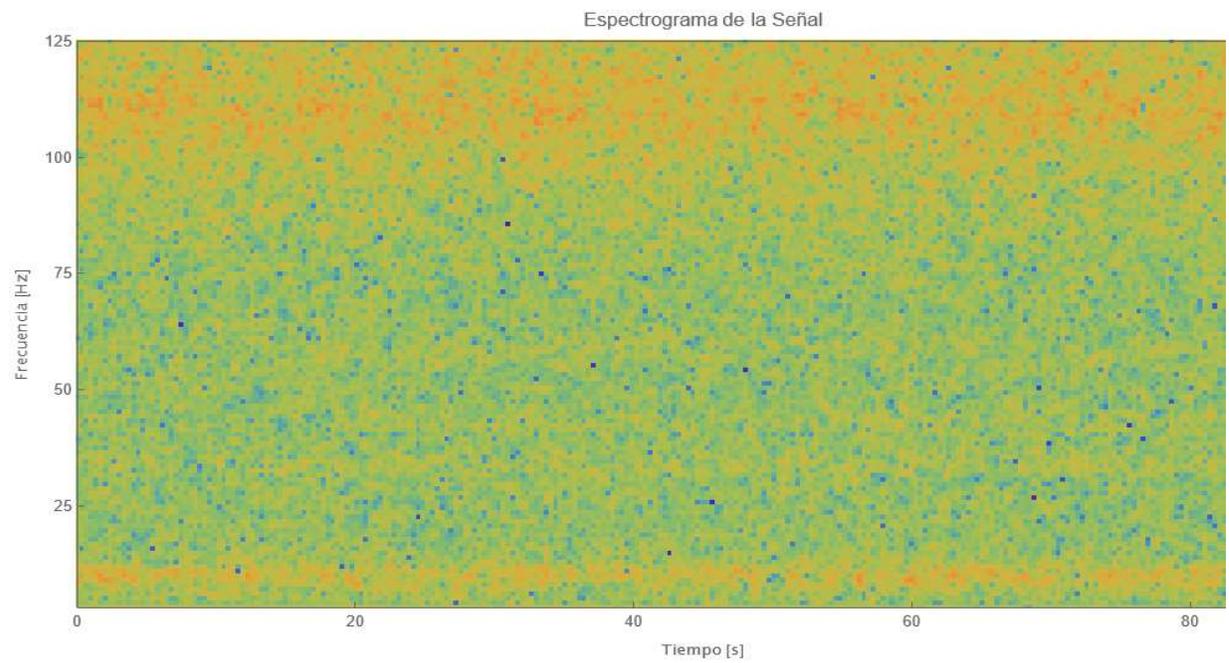
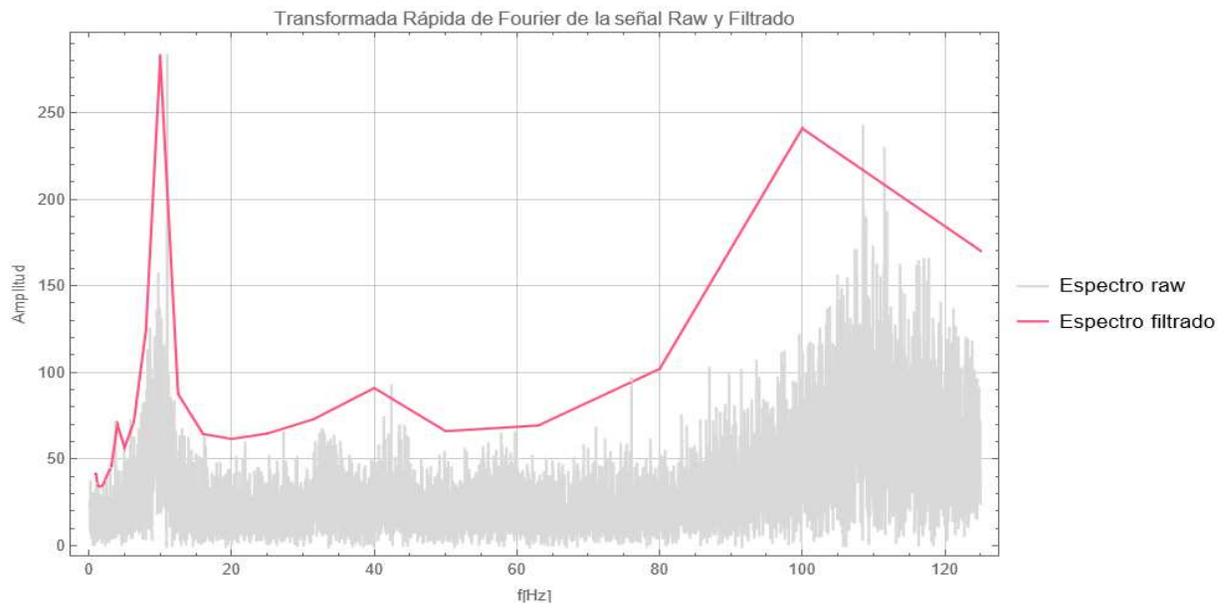
Primer evento



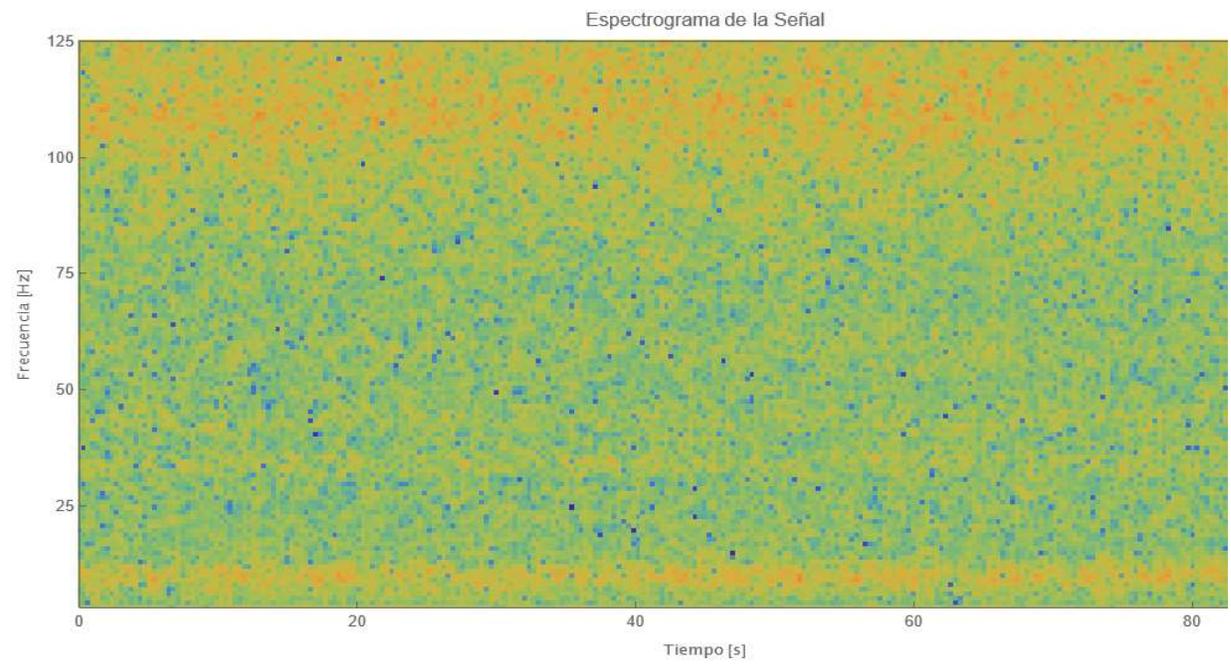
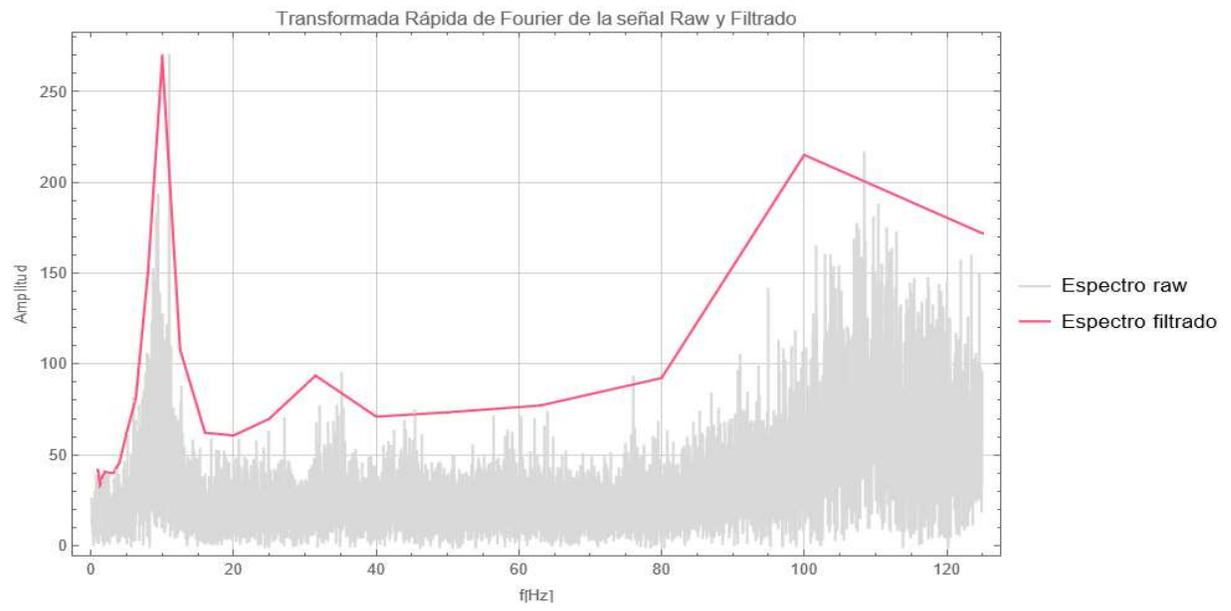
Segundo evento



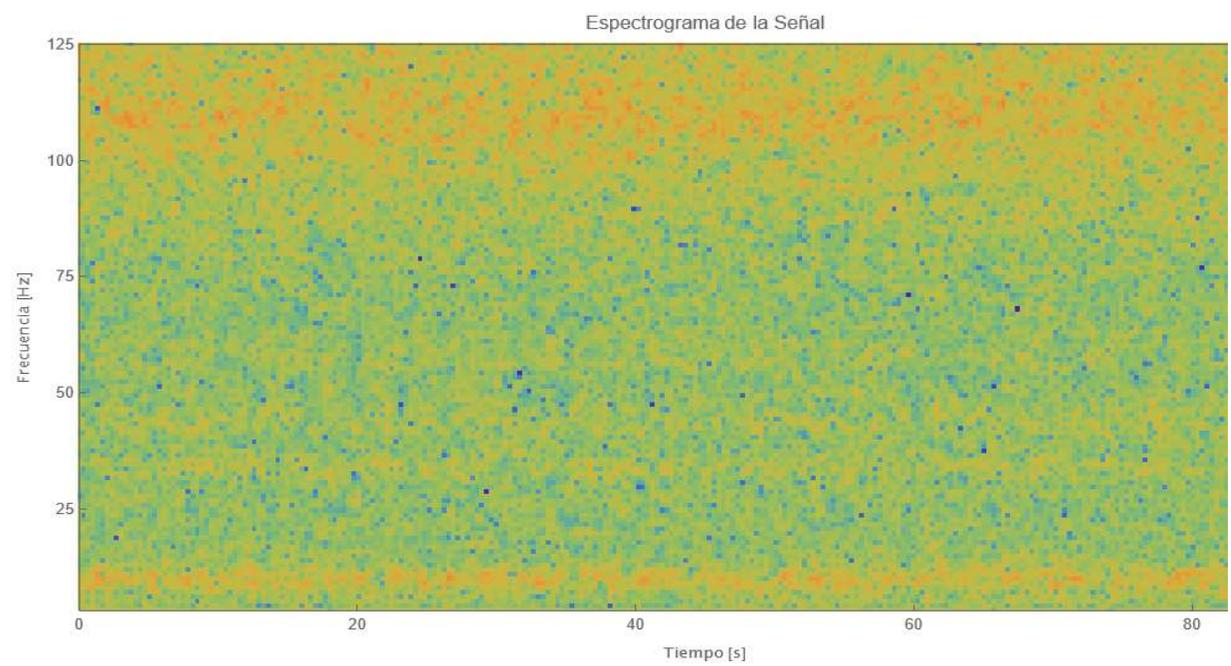
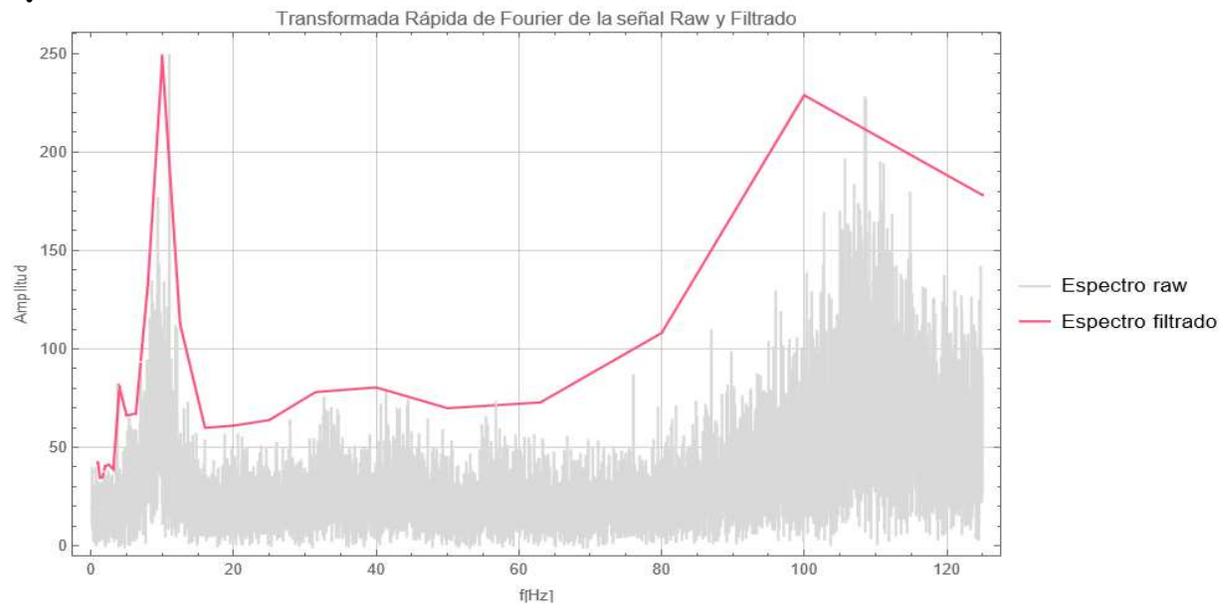
Tercer evento



Cuarto evento



Quinto evento



Anexo H: Protocolo Experimental



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**



FACULTAD DE INGENIERÍA

Protocolo experimental

Metodología experimental de UNAM Aero Design para la
medición de frecuencias de vibración del ala

Presenta

Francisco Javier Delfino Núñez

Tutor

M.I. César Abraham Luna Estrada

UNAM Aero Design

División de Ingeniería Mecánica e Industrial

2025

El presente documento toma como base la estructura del MADO-56 [70], del laboratorio de mecánica de fluidos de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, y trata de un complemento del trabajo de tesis “Caracterización numérica y experimental de parámetros dinámicos en estructuras SAE Aero Design”, elaborado por el mismo autor que el presente protocolo.

Seguridad en la ejecución

En [40] se mencionan los siguientes posibles riesgos en este tipo de metodologías:

Uso del túnel

- Cortes con objetos punzocortantes.
- Caídas generadas por el empuje del viento.
- Exposición prolongada a ruido aerodinámico.

Medidas de seguridad

- Verificar, previo a la corrida de cualquier condición, la correcta fijación y estabilidad de los componentes del modelo antes de iniciar la operación del túnel.
- Usar gafas de seguridad para evitar lesiones causadas por partículas en suspensión.
- Garantizar que ningún integrante del personal se sitúe dentro de la corriente de flujo durante la operación.

Montaje del modelo experimental

- Lesiones por el uso de herramientas manuales, como taladros, destornilladores, cúteres y lijas.

Medida de seguridad

- Usar guantes de protección mecánica al operar herramientas manuales.

Uso de thinner para limpieza de mesa giratoria

- Irritación en vías respiratorias, ojos y piel por exposición directa al thinner.
- Riesgo de incendio si se utiliza cerca de fuentes de calor o chispas.

Medida de seguridad

- Realizar la limpieza en un área ventilada para evitar la acumulación de vapores inflamables.
- Evitar su uso cerca de fuentes de ignición, como equipos eléctricos en funcionamiento o llamas abiertas.

Objetivos

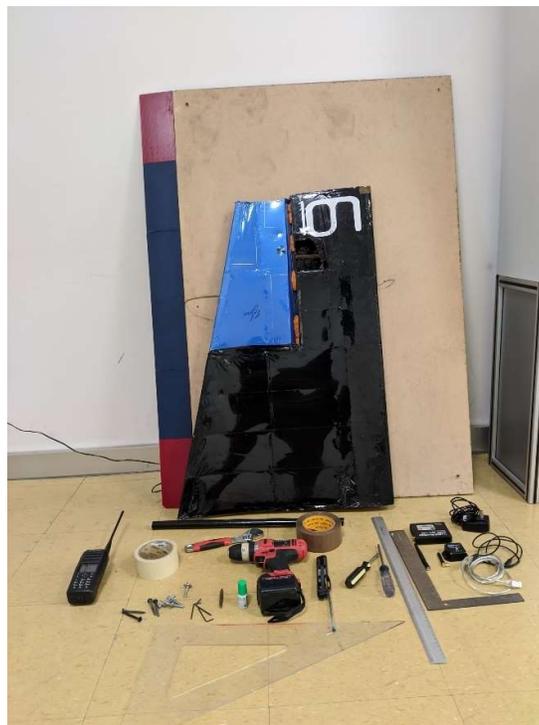
Generales

- Desarrollar y ejecutar una metodología experimental en el laboratorio de túnel de viento Fiidem de Instituto de Ingeniería de la UNAM para analizar los parámetros dinámicos de una sección del ala de una aeronave SAE Aero Design.
- Establecer un procedimiento replicable para futuras investigaciones en la agrupación.

Específicos

- Evaluar las frecuencias de vibración de la sección del ala a diferentes velocidades de operación mediante la utilización de un acelerómetro triaxial.
- Comparar las frecuencias obtenidas de manera experimental con las frecuencias naturales más relevantes obtenidas por medio de análisis modal en FEM.
- Establecer un procedimiento replicable para la metodología experimental, documentando todos los pasos relevantes y consideraciones importantes para futuros estudios.

Material utilizado



1. Equipo de acelerómetro triaxial MicroStrain®.
2. Juego de escuadras y reglas.
3. 1 Kola Loka®.

4. Radios de comunicación.
5. 6 pijas para madera.
6. Taladro de mano.
7. 1 broca de punta de cruz.
8. 4 tornillos de 1/4".
9. 4 arandelas.
10. Llave Allen.
11. Cinta masking.

Desarrollo

Se considera que, para este punto, ya se ha finalizado la manufactura del montaje explicado en la bitácora correspondiente al Anexo F.

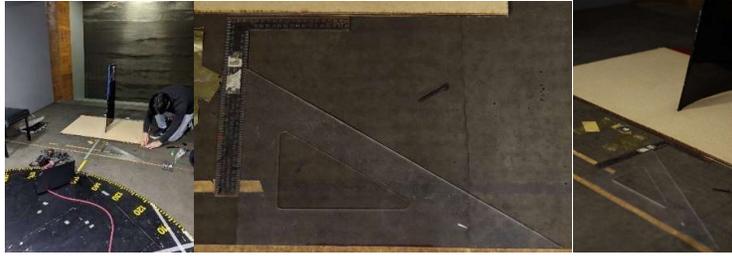
1. Tomar datos de temperatura del controlador de temperatura del aire.



2. Dado algunas irregularidades en la mesa giratoria que no permitieron un buen ensamble, y dado que no era necesario el cambio de ángulo de ataque, se recomienda la instalación del montaje aguas arriba. Esta ubicación además ayuda a una mejor calidad de flujo, dado que se tiene un menor crecimiento de capa límite. Cuidar que este se encuentre por delante del barreno del piso sobre el que pasará la instrumentación hacia la parte inferior del túnel.



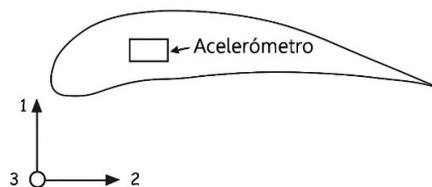
3. Por tanto, alinear el montaje tomando las referencias existentes por medio del uso de escuadras.



- Una vez alineado, con ayuda de un taladro de mano y una broca de cruz, colocar tres pijas para madera de cada lado, dos cerca de las esquinas y una aproximadamente en el medio.



- En lo correspondiente al montaje del acelerómetro, instalarse sobre el perfil más cercano a la ubicación del 75% de la envergadura. En el caso del presente trabajo, se hizo uso del espacio y los barrenos existentes destinados para la instalación del servomotor de la superficie de control. Se recomienda el acomodo que se muestra a continuación, con la finalidad de capturar en la dirección 1 las señales de lo que se espera sean las de máximo desplazamiento.



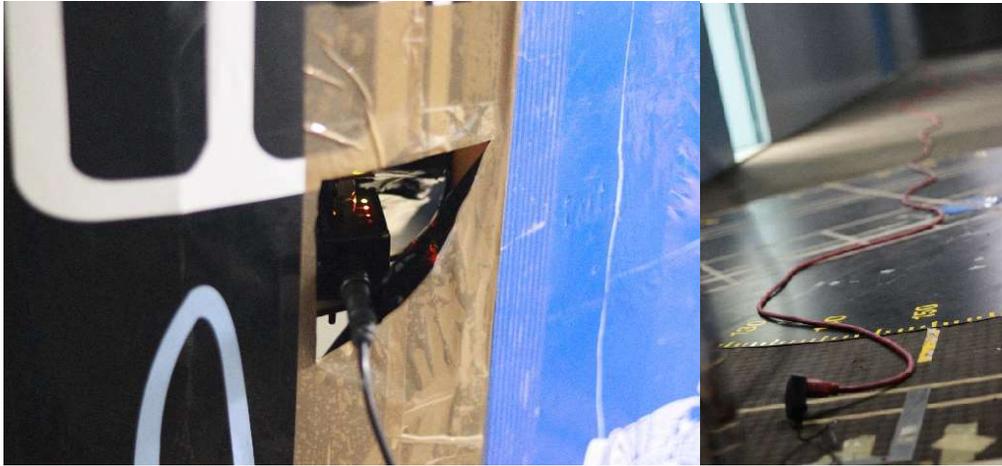
6. Utilizar la tornillería correspondiente al servomotor de la superficie de control y atornillarse con ayuda del juego de llaves Allen.



7. Una vez recargada la batería del sensor, tapar el hueco generado para la instalación del sensor, recordando la importancia de dejar descubierta una pequeña parte de la antena del acelerómetro para no interferir en la comunicación con el receptor.



8. Una vez instalado el sensor, recargarlo con ayuda de su cargador y una extensión como se muestra a continuación:



9. Comprobar la comunicación del sensor y el receptor de forma preliminar utilizando la unidad de cómputo. Para ello, aplicar impactos controlados al piso del túnel y verificar el decremento logarítmico de la señal.



10. Hacer que baje el receptor para poderse conectar a la unidad de cómputo. Una vez hecho esto, configurar el sensor de acuerdo a la frecuencia de muestreo máxima de 250 [Hz].



11. Una vez comprobada la comunicación, asegurar el receptor cerca de la estructura por medio de cinta masking para no perder datos de transmisión.



12. Identificar RPM de acuerdo a las velocidades deseadas para las pruebas. Estas ya han sido calibradas previamente por el personal técnico del laboratorio.

v/s	Punto	RPM	m/s	Columnal	mod Secc
0	1	58	2	0	0
1	2	110	4	20	30
2	3	156	6	40	58
3	4	201	8	60	85
4	5	247	10	80	110
5	6	293	12	120	133
6	7	338	14	160	156
7	8	384	16	210	179
8	9	430	18	260	201
9	10	476	20	310	224
10	11	522	22	360	247
11	12	567	24	460	270
12				560	293
13	P	774.7 hPa			315
14	ro	0.912 kg/m ³			338
15					361
16					384
17		-29.5			407

13. Si bien el siguiente procedimiento es realizado en su mayoría por personal del laboratorio, la configuración de una velocidad se realiza mediante la unidad de control que se muestra a continuación. Para esto es necesario seguir las siguientes instrucciones:

Presionar botón verde → Presionar F_2 → Digitar las RPM identificadas en el paso anterior → Presionar F_5

Además, recordar que, para empezar cualquier medición, es necesario esperar alrededor de 45 [s] una vez realizadas las instrucciones anteriores, con el fin de permitir una estabilización del flujo.



Ejecución

1. Ejecutar una prueba preliminar a baja velocidad (se propone 3 [m/s]) para validar la estabilidad del montaje y la funcionalidad de los acelerómetros.
2. Haciendo uso del concepto de bloqueo (agrupar pruebas a condiciones experimentales similares para controlar factores externos que pueden influir en los resultados), se propone la realización de cada velocidad en bloques. Primeramente, dado el rango de velocidades establecido anteriormente, una vez completados los pasos anteriores, se procede a correr el túnel de viento a una velocidad de operación de 12 [m/s] durante un tiempo de 90 [s].
3. Tomar las mediciones del acelerómetro en función del tiempo en cada una de las tres direcciones. No es necesario parar el túnel en cada medición.
4. Para cada condición de velocidad se recomienda al menos un total de cinco mediciones, con la finalidad de analizar un buen análisis estadístico en futuros estudios. Una vez realizadas las mediciones, apagar el túnel en la sala de control.
5. Realizar las pruebas para una velocidad diferente del rango propuesto. Se propone un incremento de 2 [m/s], resultando el siguiente conjunto de velocidades:

a. Velocidades por medir:

- i. 12 [m/s]
- ii. 14 [m/s]
- iii. 16 [m/s]
- iv. 18 [m/s]

Repetir pasos de 2-4 para velocidades ii-iv.

Como paso final, tomar datos de temperatura de flujo y compararlo con el obtenido en el paso 1, a fin de verificar que se haya cumplido con el parámetro de repetibilidad en el experimento, y que este no sea un factor en los resultados.

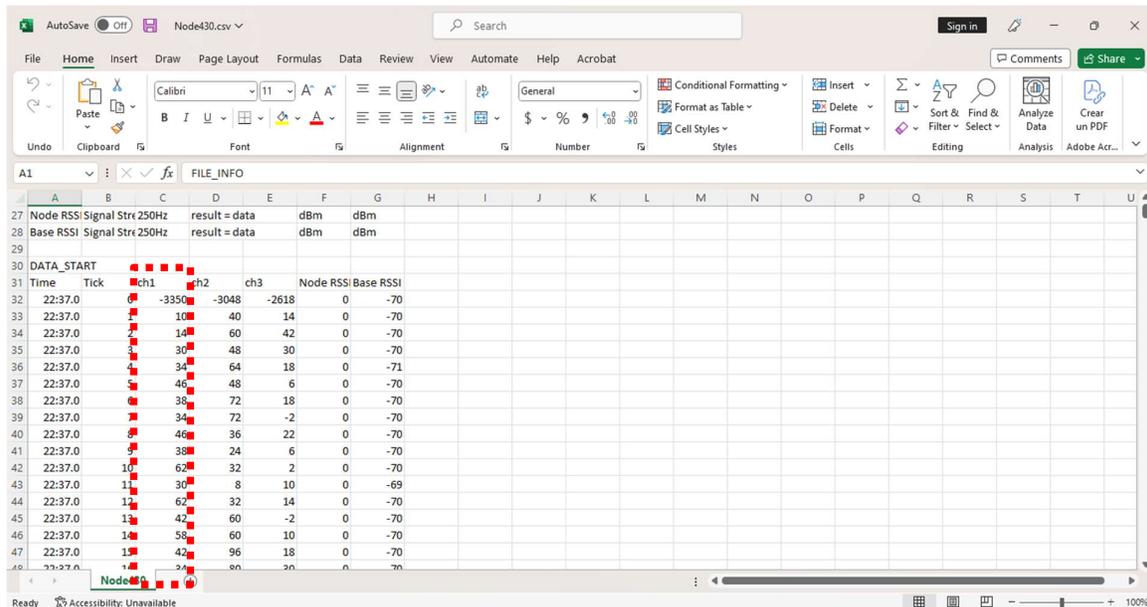
Resultados

Dependiendo de las condiciones de velocidad y ángulo de ataque, se cuenta con tres posibles escenarios. Se señala en [4] que, en un perfil aerodinámico bidimensional se pueden presentar tres tipos de modos: armónico, cuasi periódico y caótico, que se presentan en un mismo perfil dependiendo fuertemente en rangos de AoA y su número de Reynolds. Sin embargo, dado que en este caso se trata de un ala finita, el comportamiento podría ser más complejo.

Verificación de tipo de señal

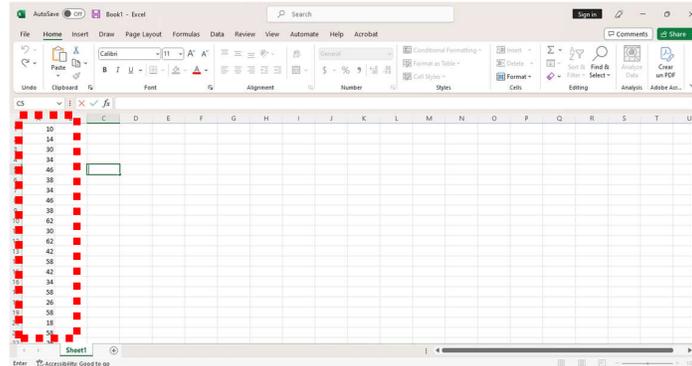
Con base en las señales del acelerómetro, bajo el supuesto de que en cada dirección las frecuencias serían las mismas, se propone hacerse únicamente los siguientes pasos para la dirección correspondiente a “X”, dado que es el eje en donde se espera se tengan los mayores desplazamientos.

1. De los datos obtenidos de cada ensayo, identificar la columna correspondiente a la dirección 1, etiquetada como “ch1”.



Time	Tick	ch1	ch2	ch3	Node RSSI	Base RSSI
22:37.0		-3350	-3048	-2618	0	-70
22:37.0		10	40	14	0	-70
22:37.0		14	60	42	0	-70
22:37.0		30	48	30	0	-70
22:37.0		34	64	18	0	-71
22:37.0		46	48	6	0	-70
22:37.0		38	72	18	0	-70
22:37.0		34	72	-2	0	-70
22:37.0		46	36	22	0	-70
22:37.0		38	24	6	0	-70
22:37.0	10	62	32	2	0	-70
22:37.0	11	30	8	10	0	-69
22:37.0	12	62	32	14	0	-70
22:37.0	13	42	60	-2	0	-70
22:37.0	14	58	60	10	0	-70
22:37.0	15	42	96	18	0	-70
22:37.0	16	80	20	0	0	-70

2. Sobre un nuevo documento de Excel®, pegar los datos de la columna “ch1”, excluyendo el nombre de la columna y el primer dato. Guardar el archivo en formato “csv”.



3. Descargar el código de Mathematica “FFT”, el cual se descarga en:

https://drive.google.com/drive/folders/1LrSR1qdDu_ev31FYWqcWk0eI7eofFibl?usp=sharing

Este documento se trata de una adaptación del archivo "Ejemplo Análisis Modal" realizado en la clase de NVH semestre 2025 - 1.

4. Primeramente, ejecutar la sección de “Funciones”.

Transformada Rápida de Fourier para señal de acelerómetros

El siguiente programa realiza la transformada rápida de Fourier de la señal de los acelerómetros en una sola dirección. Es una adaptación del archivo "Ejemplo Análisis Modal" realizado en la clase de NVH semestre 2025 - 1.

FUNCIONES

- Conversión de dB a dBA en bandas de octava
- Conversión de dB a dBA en bandas de 1/3 de octava
- Intervalo del espectro de frecuencias
- Frecuencia central para filtro de octava
- Frecuencia central para filtro de 1/3 de octava
- Valores de SPL por banda
- Gráficas Listas

5. Después, ingresar la dirección del documento “csv” previamente generado, en la sección del código “Importación de datos” y ejecutar.

Importación de datos

```
data = Import["C:\Users\Francisco\Desktop\Tesis\Escrito\Resultados\Excel Resultados Metodología\12_1_x.csv"] // Flatten; (*Aquí se copiaría la dirección del archivo a analizar*)
[Import]
```

Figura 91. Sección importación de datos.

6. Ejecutar en orden las secciones “Generación de pares ordenados”, “Visualización preliminar de la señal”, “Submuestra a analizar” y “Obtención del espectro”, verificando que todo se ejecute con normalidad en cada paso.

Generación pares ordenados [☞](#)

Visualización preliminar de la señal [☞](#)

Submuestra a analizar [☞](#)

Obtención del espectro [☞](#)



7. En la sección “Espectrograma”, modificar la ruta y el nombre del archivo donde se guardará la imagen generada del espectrograma (recuadro rojo). Aquí es importante modificar los valores del recuadro azul, según sea el caso de los intervalos del tiempo en segundos (primer par de datos) y las frecuencias de interés en Hertz (segundo par de datos), dependiendo del tiempo del evento y frecuencia de muestreo utilizados. Se recomienda introducir un intervalo de frecuencias que omita las frecuencias más bajas, debido a la aparición de un comportamiento asintótico que ensucia la visualización correcta de los datos. Habiendo realizado lo anterior, ejecutar.

Espectrograma

```
fs = Round[Length[data] / Tiempodata] // N
grafica = Spectrogram[data, SampleRate -> fs, ColorFunction -> "Rainbow", ColorFunctionScaling -> True,
FrameLabel -> {Style["Tiempo [s]", FontFamily -> "Poppins"], Style["Frecuencia [Hz]", FontFamily -> "Poppins"]}, ImageSize -> 800, PlottLabel -> "Espectrograma de la Señal",
ClippingStyle -> Automatic, PlotRange -> {{0, 90}, {3, 125}}, PlotLegends -> BarLegend[{"Rainbow", {Min[Abs[data]], Max[Abs[data]]}], LegendLabel -> "Amplitud", AspectRatio -> Full]
Export["C:\\Users\\Francisco\\Desktop\\Tesis\\Escrito\\Resultados\\Espectrogramas\\espectrograma_12_1.png", grafica, "PNG"]
```

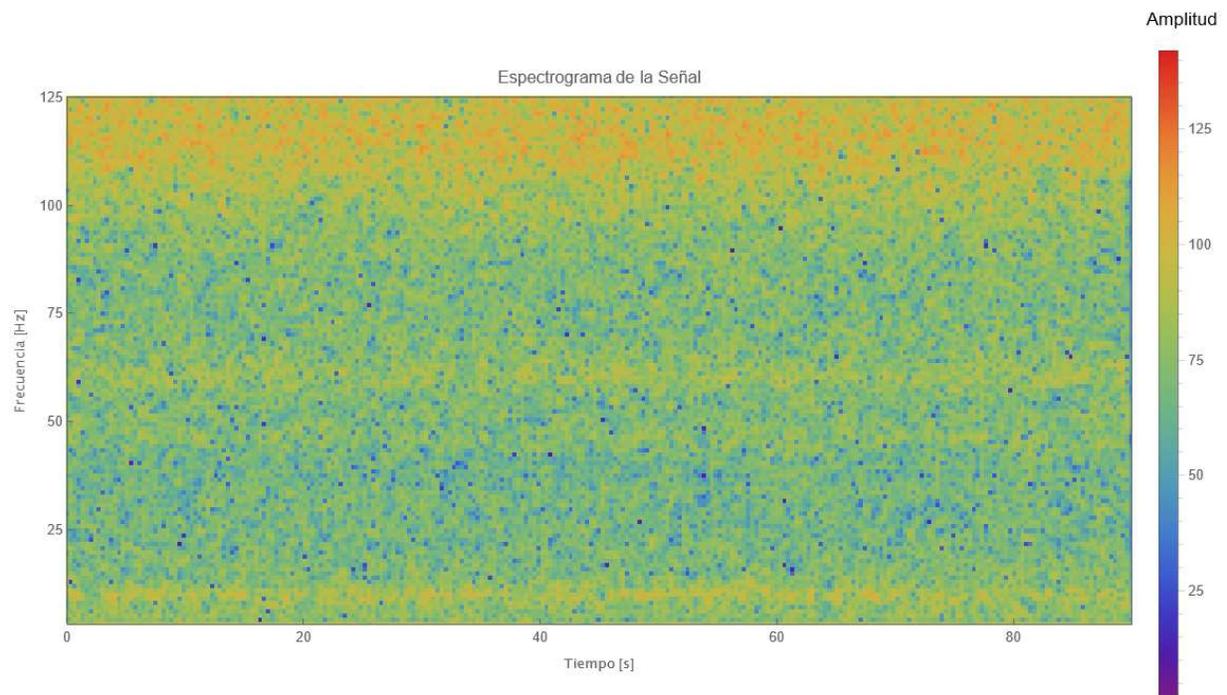
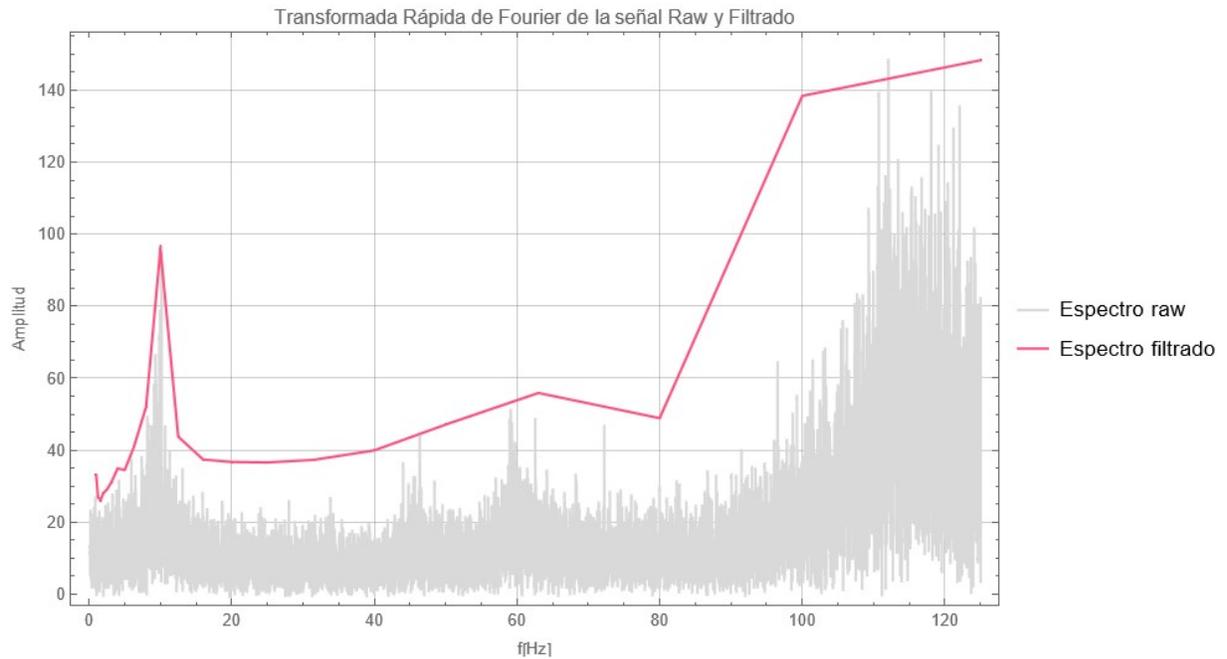
8. En la siguiente sección, “Filtrado de tercios de octava”, en el apartado “Transformada Rápida de Fourier”, modificar la ruta y el nombre del archivo donde se guardará la imagen generada de la FFT (recuadro rojo). Realizado esto, ejecutar la sección.

Transformada Rápida de Fourier

```
FFT = ListLinePlot[{SampleAmplitudFrecuencia, DataFiltrado}, Joined -> {True, True}, Mesh -> All, Frame -> True, FrameLabel -> {"f [Hz]", "Amplitud"}, GridLines -> Automatic,
PlotLabel -> "Transformada Rápida de Fourier de la señal Raw y Filtrado", PlotStyle -> {LightGray, RGBColor[1, 0.33, 0.5]}, PlotRange -> All,
PlotLegends -> {"Espectro raw", "Espectro filtrado"}, ImageSize -> 600]
Export["C:\\Users\\Francisco\\Desktop\\Tesis\\Escrito\\Resultados\\FFT\\FFT_12_1.png", FFT, "PNG"]
```

Evaluación de resultados y conclusiones

Una vez realizados los pasos anteriores, se habrán conseguido las imágenes correspondientes a la Transformada Rápida de Fourier de la señal sin procesar, su respectiva señal con filtro de tercios de octava, así como el respectivo espectrograma. Un ejemplo de una señal típica se muestra a continuación, para un $\alpha = 0^\circ$ (pero incidencia de 3°) y $v = 12 \frac{m}{s}$.



Comparación de frecuencias

De acuerdo con lo establecido en [4], existen diferentes tipos de resultados al menos en lo correspondiente a un perfil bidimensional a bajo número de Reynolds, en función del ángulo de ataque y del mismo parámetro adimensional. A continuación, se muestran los tipos de resultados que podrían ser factibles.

En lo que respecta a la Figura 92, se muestra la respuesta para un $\alpha = 5^\circ$. En [4], se le llama “Estado Estable”, debido a que las fluctuaciones muestran amplitudes muy pequeñas, relacionadas al desprendimiento de la capa límite en una región muy pequeña cercana al Borde de Salida. Sin embargo, se muestra un comportamiento irregular en el tiempo, dando lugar a un espectro de frecuencias que presenta armónicos incluso cercanos a los 300 [Hz].

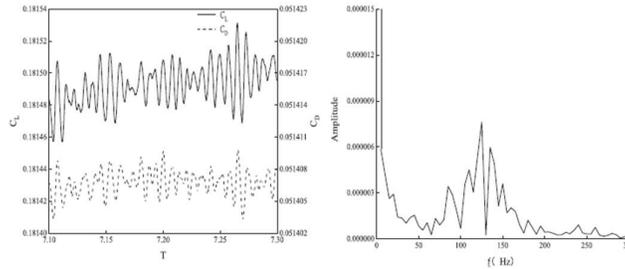


Figura 92. Diagrama de coeficientes aerodinámicos en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia de un perfil bidimensional a $Re=1 \times 10^4$ y $\alpha = 5^\circ$ (Obtenida de [4]).

La Figura 93 muestra un ejemplo de una salida periódica, en la cual se trata de una señal casi sinusoidal (aunque también existe el caso de señales meramente armónicas compuesta por una sola frecuencia). En este caso, existe claramente un armónico primer armónico fundamental, así como también la existencia de un segundo armónico de menor amplitud. Este tipo de casos son comúnmente asociados con la aparición del fenómeno conocido como “calle de vórtices de Von Kármán”.

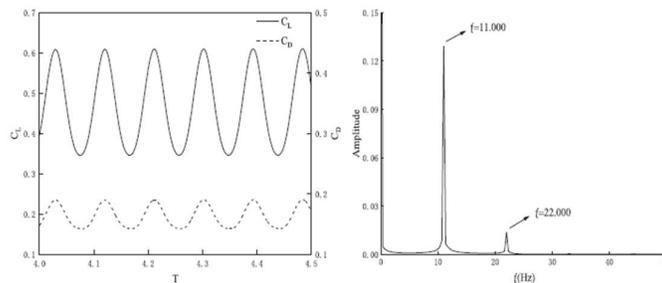


Figura 93. Diagrama de coeficientes aerodinámicos en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia de un perfil bidimensional a $Re=1 \times 10^4$ y $\alpha = 14^\circ$ (Obtenida de [4]).

Para el caso de la Figura 94, para un $\alpha = 16^\circ$, se muestra un comportamiento llamado como “Caótico” por [4], el cual podría ser asociado a un fenómeno de vibración estocástica. En esta, a diferencia de lo presentado para bajos ángulos de ataque, presenta amplitudes más marcadas y con espectro de frecuencias más reducidos. Este tipo de casos requieren un análisis estadístico más riguroso.

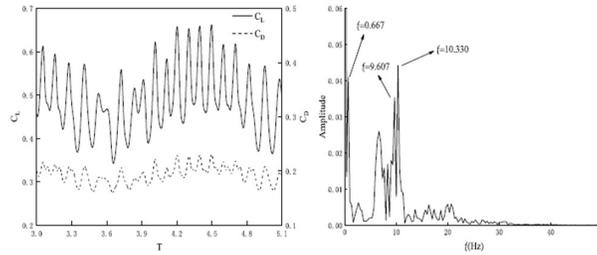


Figura 94. Diagrama de coeficientes aerodinámicos en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia de un perfil bidimensional a $Re=1 \times 10^4$ y $\alpha = 16^\circ$ (Obtenida de [4]).

Finalmente, se presenta en la Figura 95 un comportamiento llamado por [4] como “Cuasi periódico”, el cual está formado por armónicos principalmente sesgados hacia las bajas frecuencias.

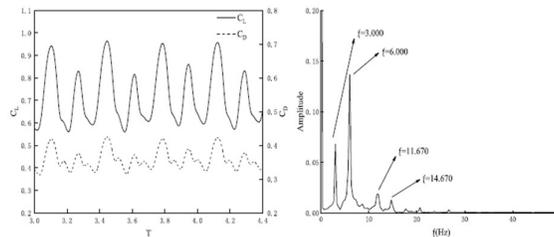


Figura 95. Diagrama de coeficientes aerodinámicos en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia de un perfil bidimensional a $Re=1 \times 10^4$ y $\alpha = 22^\circ$ (Obtenida de [4]).

Dependiendo del tipo de resultado observado en la experimentación, será necesario tratar los datos obtenidos de diferentes maneras. En el caso de los comportamientos mostrados en la Figura 93 y la Figura 95, al tratarse de comportamientos determinísticos, la comparación con frecuencias modales puede ser realizada fácilmente. En el caso de presentarse casos como los presentados en la Figura 92 y la Figura 94, se requiere de un análisis más riguroso, siendo necesario su interpretación a través de métodos probabilísticos. Sin embargo, el desarrollo de esta interpretación queda como trabajo futuro para el lector.

Es necesario identificar si existen componentes del espectro que se aproximen a las frecuencias modales teóricas previamente calculadas mediante análisis FEM.

Por ello, se sugiere al lector:

- Comparar las frecuencias más repetidas en los espectrogramas con las frecuencias modales dadas.
- Identificar si existe algún fenómeno de amplificación localizada cerca de esas frecuencias.
- Observar algún posible patrón o desplazamiento de las frecuencias mostradas en términos de las variables estudiadas.

- Realizar estudios numéricos o experimentales con las frecuencias observadas, con el fin evaluar criterios de integridad estructural.
- Utilizar los datos recabados como parámetros de diseño para futuras aeronaves, para garantizar la integridad de estas.

6 Referencias

- [1] V. E. Gasparetto, M. R. Machado y S. H. Carneiro, «Experimental modal analysis of an aircraft wing prototype for SAE Aerodesign Competition,» *DYNA*, vol. 87, n° 214, pp. 100-110, 2020.
- [2] R. L. Bisplinghoff, H. Ashley y R. L. Halfman, *Aeroelasticity*, Cambridge, Mass.: Dover Publications Inc., 1996.
- [3] AeroRio - AeroDesign PUC-Rio, « AeroRio Advanced - Full Payload Test Flight - Wing Flutter,» 6 noviembre 2012. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=dVSSsWDlt4>.
- [4] J. Chang, Q. Zhang, L. He y Y. Zhou, «Shedding vortex characteristics analysis of NACA 0012 airfoil at low,» de *International Conference on New Energy and Power Engineering (ICNEPE 2021)*, Sanya, China, 2021.
- [5] Y. Elimelech, R. Arieli y I. G., «Flow over NACA-0009 and Eppler-61 Airfoils at Reynolds,» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, vol. 45, n° 10, pp. 2414-2421, 2007.
- [6] UNAM Aero Design, «Reporte Clase Regular SAE Aero Design México 2023,» Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria UNAM, CDMX, 2023.
- [7] R. D. Blevins, *Flow Induced Vibrations*, Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 2001.
- [8] S. S. Rao, *Vibraciones Mecánicas*, México: Pearson Educación, 2012.
- [9] C. A. Luna Estrada, *Apuntes de Fundamentos de NVH para el diseño*, Ciudad Universitaria, CDMX: Facultad de Ingeniería de la UNAM, 2022.
- [10] ESSS, «Dinámica de Fluidos Computacional: ¿qué es?,» 24 junio 2016. [En línea]. Available: <https://www.esss.com/es/blog/dinamica-de-fluidos-computacional-que-es/>. [Último acceso: mayo 2025].
- [11] B. Andersson, R. Andersson, L. Hakansson, M. Mortensen, R. Sudiyo y B. Van Wachem, *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [12] ANSYS, «Ansys Fluent,» 2025. [En línea]. Available: <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-fluent>.
- [13] Y. A. Cengel y J. M. Cimbala, *Mecánica de Fluidos, fundamentos y aplicaciones*, Mc Graw Hill, 2018.
- [14] F. Goetten, D. F. Finger, M. Carino, C. Bil, M. Havermann y C. Braun, «A review of guidelines and best practices for subsonic aerodynamic simulations using RANS CFD,» *Asia Pacific International Symposium of Aerospace Technology*, 2019.
- [15] ANSYS, Inc., «Mesh Topologies,» 29 enero 2009. [En línea]. Available: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/node161.htm>. [Último acceso: mayo 2025].
- [16] Fluid Mechanics 101, «[CFD] The Finite Volume Method in CFD,» 30 marzo 2019. [En línea]. Available: https://www.youtube.com/watch?v=E9_kyXjtRHc.
- [17] J. O. Hinze, *Turbulence*, New York: McGraw-Hill, 1975.
- [18] W. K. George, «Lectures in Turbulence for the 21st Century,» 16 enero 2013. [En línea]. Available: http://www.turbulence-online.com/Publications/Lecture_Notes/Turbulence_Lille/TB_16January2013.pdf.
- [19] P. Palies, «Premixed swirling flame stabilization,» de *Stabilization and Dynamic of Premixed Swirling Flames*, Academic Press, 2020, pp. 105-158.
- [20] Applied Computational Fluid Dynamics, « RANS Turbulence Models: Which Should I Choose?,» 7 septiembre 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=abK48luZtNQ&t=1795s>. [Último acceso: marzo 2025].
- [21] Altair, «Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) Simulations,» 2023. [En línea]. Available: https://2023.help.altair.com/2023/hwcfdsolvers/acusolve/topics/acusolve/training_manual/rans_simulations_r.htm. [Último acceso: marzo 2025].
- [22] Steve Brunton, « Turbulence Closure Models: Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) & Large Eddy Simulations (LES),» 23 abril 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=zIQpxmLwbXQ&t=308s>. [Último acceso: mayo 2025].
- [23] Fluid Mechanics 101, «[CFD] Eddy Viscosity Models for RANS and LES,» 24 febrero 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=SVYXNlCeNWA&t=794s>.
- [24] Escuela Colombiana de Carreras Industriales, «Movimiento Browniano,» [En línea]. Available: <https://delatorresteffani.wordpress.com/tareas/movimiento-browniano/>.
- [25] Fluid Mechanics 101, « [CFD] How Fine should my CFD mesh be?,» 30 abril 2019. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=60fDz2cVdy8&t=106s>. [Último acceso: marzo 2025].
- [26] Fluid Mechanics 101, «[CFD] The k-epsilon Turbulence Model,» 15 junio 2019. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=fOB91zQ7HJU&t=596s>.
- [27] H. Dietrich, «Differenze between k-epsilon and realizable k-epsilon,» CFD Online, 9 noviembre 2015. [En línea]. Available: <https://www.cfd-online.com/Forums/main/162378-differenze-between-k-epsilon-realizable-k-epsilon.html>.
- [28] F. P. Beer, E. R. Johnston, J. T. DeWolf y D. F. Mazurek, *Mecánica de Materiales*, Ciudad de México: McGraw-Hill Education, 2017.
- [29] Forest Products Laboratory, *Wood Handbook: Wood as an Engineering Material*, Madison, WI, 2010.
- [30] Aero Design MX, «NOTES ON STRUCTURES,» Aero Design MX, Querétaro, 2024.
- [31] C. A. Luna Estrada, *Apuntes de Estructuras Aeroespaciales*, Ciudad Universitaria, CDMX: Facultad de Ingeniería de la UNAM, 2024.
- [32] The Efficient Engineer, «Understanding the Finite Element Method,» 27 abril 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=GHjopp47vvQ>.
- [33] A. Açıkgöz, *Bending Stress Analysis And Fatigue Life Estimation Of Involute Spur Gears By Finite Element Method (Fem)*, ResearchGate, 2019.
- [34] R. M. Jones, *Mechanics of composite materials*, Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.
- [35] J. He y Z.-F. Fu, *Modal Analysis*, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.

- [36] J. Wijker, *Random Vibrations in Spacecraft Structure Design*, Springer Science & Business Media., 2009.
- [37] Dynamox, «Spectral analysis: how to apply it to analyze vibration in industrial assets,» 16 febrero 2024. [En línea]. Available: <https://dynamox.net/en/blog/spectral-analysis-how-to-apply-it-to-analyze-vibration-in-industrial-asset>. [Último acceso: mayo 2025].
- [38] MATLAB, «Understanding the Discrete Fourier Transform and the FFT,» 29 noviembre 2023. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=QmgJmh2l3Fw&t=199s>. [Último acceso: mayo 2025].
- [39] Veritasium, «The Most Important Algorithm Of All Time,» 23 noviembre 2022. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=nmgFG7PUHfo>. [Último acceso: mayo 2025].
- [40] J. B. Barlow, W. H. Rae y A. Pope, *Low-Speed Wind Tunnel Test*, Hoboken: John Wiley & Sons, 1999.
- [41] motor.es, «Qué es el túnel de viento, para qué se utiliza y por qué tiene tanta importancia,» 24 mayo 2023. [En línea]. Available: <https://www.motor.es/que-es/tunel-de-viento>. [Último acceso: mayo 2025].
- [42] C. Knowlen y M. Hudgins, «Kirsten Wind Tunnel Flow Quality Assessment: 2018,» Aerospace Research Center, San Diego, California, 2019.
- [43] H. Bippes y M. Turk, «Half Model Testing Applied to Wings above and below stall,» de *Recent Contributions to Fluid Mechanics*, Berlin, Heidelberg, Springer, 1982, pp. 22-30.
- [44] M. Abdullah y P. M. Render, «Use of Wall Suction in Half Model Wind Tunnel Testing,» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2010.
- [45] Modarres-Sadeghi, Yahya, *Introduction to Fluid-Structure Interactions*, Springer Cham, 2001.
- [46] David te explica, «Exani III. Metodología de proyectos. Método. Parte 3.,» 3 septiembre 2021. [En línea]. Available: <https://youtu.be/bVvm1VI4MnaM?si=ID8CtAvDxg9vm008>. [Último acceso: mayo 2025].
- [47] Grupo SSC & Instituto Sanmiguelense, *Lecture 8: Turbulence (Módulo 08)*, San Miguel de Allende: Curso: Introduction to ANSYS Fluent, 2017.
- [48] ANSYS, Inc, «Realizable k-epsilon Model,» Project Neptunius, 23 enero 2009. [En línea]. Available: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node60.htm>. [Último acceso: marzo 2025].
- [49] M. Lanfrit, «Best practice guidelines for handling Automotive External Aerodynamics with FLUENT,» 2005. [En línea]. Available: https://www.southampton.ac.uk/~nwb/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/Ext_Aero_Best_Practice_Ver1_2.pdf. [Último acceso: 3 junio 2019].
- [50] T. Dhekane y N. Sherje, «CFD Simulation of Different Taper Ratio Wings, Performing Trade-off Assessment and Development of A New Methodology to Plot Lift Distribution Curve and 3D Local Coefficient of Lift Distribution Graph,» *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, vol. 9, n° 4, 2020.
- [51] A. Martínez Sahagún, *Diseño y análisis asistido por computadora de un prototipo de aeronave no tripulada con un sistema de ala cerrada*, Ciudad de México: Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Ticomán, Instituto Politécnico Nacional, 2019.
- [52] Cillian Thomas, «Mesh Independence in CFD: NACA2412 Example (Ansys Student),» 6 mayo 2023. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=Bzr35PLVupA&t=868s>.
- [53] M. A. Gordillo Andrade, «Calculadora de Y+ para simulaciones CFD en UAD,» UNAM Aero Design, Ciudad de México, 2022.
- [54] A. Martínez Sahagún, «Conferencia: Ingeniería asistida por computadora aplicada en SAE Aerodesign,» Kukulcan Aero Design, 2020.
- [55] ANSYS, Inc, «Overview of Flow Solvers,» Project Neptunius, 23 enero 2009. [En línea]. Available: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node360.htm>.
- [56] ANSYS, Inc, «Pressure-Based Solver,» Project Neptunius, 23 enero 2009. [En línea]. Available: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node361.htm>.
- [57] C. Greenshields y H. Weller, «Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles,» CFD Direct, 11 abril 2022. [En línea]. Available: <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/steady-state-solution>. [Último acceso: abril 2025].
- [58] J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, New Delhi: Tata McGraw Hill, 2010.
- [59] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, 1991.
- [60] G. Pahl, W. Beitz, J. Feldhusen y K.-H. Grote, *Engineering Design: A Systematic Approach*, London: Springer, 2007.
- [61] Fluid Mechanics 101, «[CFD] The SIMPLE Algorithm (to solve incompressible Navier-Stokes),» 25 septiembre 2018. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=OOILoJlzuw&t=175s>. [Último acceso: marzo 2025].
- [62] Fluid Mechanics 101, «[CFD] Enhanced Wall Functions in ANSYS Fluent,» 23 octubre 2020. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=h5OiFpu0L4M&t=1633s>. [Último acceso: marzo 2025].
- [63] SIMSCALE, «Mesh Quality,» 30 julio 2024. [En línea]. Available: <https://www.simscale.com/docs/simulation-setup/meshing/mesh-quality/>.
- [64] C. Greenshields y H. Weller, «Aspect ratio,» CFD Direct, 11 abril 2022. [En línea]. Available: <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/aspect-ratio>.
- [65] M. Song, C. Li, X.-W. Guo y J. Liu, «An adaptive gradient correction method based on mesh skewness for finite volume fluid dynamics simulations,» *Physics of fluids*, vol. 37, 2025.
- [66] PTC, «Global Mesh Size Control—Creo Ansys Simulation,» [En línea]. Available: https://support.ptc.com/help/creo/creo_pma/r11.0/usascii/index.html#page/simulate/ansys_simulation/global_mesh_sizing_ansys_sim.html. [Último acceso: mayo 2025].
- [67] Ansys Learning, «How to Set Up Curvature Local Sizing – Add Local Sizing – Ansys Fluent Watertight Geometry Workflow,» 2 enero 2022. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=exphVA1mjSw&t=254s>. [Último acceso: mayo 2025].
- [68] Fluid Mechanics 101, «[CFD] Inflation Layers / Prism Layers in CFD,» 24 junio 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=1gSHN99I7L4>. [Último acceso: abril 2025].
- [69] J. I. Fajardo, M. N. Villa, J. A. Pozo y D. R. Urgilés, «Caracterización de las propiedades tensiles de un material compuesto laminado Epoxi-Carbono empleado en la fabricación de un monoplaza tipo Fórmula SAE,» *Enfoque UTE*, vol. 10, n° 3, pp. 1-12, 2019.

- [70] Facultad de Ingeniería, UNAM, «Manual de Prácticas del Laboratorio de Mecánica de Fluidos I,» 15 agosto 2022. [En línea]. Available: https://www.ingenieria.unam.mx/termofluidos/docs/labtermofluidos/MADO-56_Laboratorio_Mecanica_Fluidos_I.pdf. [Último acceso: mayo 2025].
- [71] Applied Computational Fluid Dynamics, «Turbulence: An introduction,» 16 noviembre 2020. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=sUqfatUVUPM&t=3s>.
- [72] Carmona y A. Isidoro, Aerodinámica y actuaciones del avión, Madrid, España: Paraninfo, 2000.