



Guía de estudio para la solución de problemas de Ingeniería Económica

Conceptos, enunciados y acciones

Eduardo Felipe de Jesús Ordiales Yurrita





Guía de estudio para la solución de problemas de Ingeniería Económica

Conceptos, enunciados y acciones

Eduardo Felipe de Jesús Ordiales Yurrita

ORDIALES YURRITA, Eduardo Felipe de Jesús
*Guía de estudio para la solución
de problemas de Ingeniería Económica.
Conceptos, enunciados y acciones*
Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Ingeniería, 2025, 145 p.

***Guía de estudio para la solución
de problemas de Ingeniería Económica.
Conceptos, enunciados y acciones***

Primera edición electrónica
de un ejemplar (4.5 MB) en formato PDF
Publicado en línea: junio de 2025

D.R. © 2025, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510

FACULTAD DE INGENIERÍA
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL
Cuidado de la edición: Elvia Angélica Torres Rojas
Diseño y formación editorial: Nismet Díaz Ferro

Imagen de portada: Freepik, Snowing

Prólogo	IV
1. Ingeniería económica y dinero	1
1.1 Macroeconomía y microeconomía	7
1.2 Inversión, bienestar y utilidades	10
1.3 Inflación y deflación	13
1.4 Toma de decisiones	14
1.5 Tasas de interés	16
2. Conceptos económicos-financieros básicos	38
2.1 Metodología para los cálculos	39
2.2 Diagramas de flujo de efectivo y su aplicación	41
2.3 Valor presente	44
2.4 Valor futuro	51
2.5 Series uniformes de pago y gradientes	54
Problemas utilizando anualidades	55
Anualidades y tablas de amortización	59
Diversos problemas resueltos para su estudio	62
Gradientes	69
2.6 Repaso de las fórmulas de valores presentes, futuros y series uniformes	79
Notación simplificada de factores para VP, VF y series	84
3. Métodos de evaluación de proyectos de inversión	89
3.1 Valor Presente Neto (VPN)	90
Alternativas con diferentes periodos de vida	103
3.2 Costo Anual Equivalente Uniforme (CAUE)	114
3.3 Costo Capitalizado (CC)	121
3.4 Tasa Interna de Retorno (TIR)	125
3.5 Relación Beneficio /Costo (B/C)	136
4. Anexos	139
4.1. Depreciación y amortización	139
4.2. Interpolación	142
Comentarios finales	144

El presente trabajo es el resultado de la experiencia profesional y docente del autor, y busca ser una aportación para la formación y preparación de los alumnos/lectores en su transición hasta llegar a ser analistas agudos y capacitados para alcanzar soluciones a problemas económico-financieros, tanto de índole personal como empresarial durante su desarrollo profesional.

La preparación del analista para aplicar la ingeniería económica a la evaluación de las alternativas o proyectos de inversión, tanto en el sector público como privado, requiere de entender y comprender diversos conceptos que le permitan identificar los objetivos y alcances temáticos para cumplir con el propósito de una correcta toma de decisión.

Esta “guía” permitirá al lector-estudiante adquirir nuevas habilidades, a través de la comprensión del enunciado o planteamiento del problema y de esta forma iniciar la búsqueda de respuestas a las interrogantes enunciadas.

Esta aportación, de ninguna manera, pretende ser un manual teórico; por el contrario, es totalmente práctica con el objetivo de que la asimilación de los conocimientos sea sencilla y con su comprensión se adquiera confianza durante el desarrollo de la solución a los problemas planteados.

Entender los conceptos económicos desde la perspectiva de la macro y microeconomía es fundamental, ya que mientras la primera tiene que ver con un horizonte de análisis más amplio al tratarse de problemas nacionales (públicos), la segunda se refiere a la gestión económica financiera de los individuos, compañías y empresas; la utilización de esta clasificación apoya las diversas metodologías utilizadas en este texto.

En el presente trabajo se utiliza un lenguaje sencillo, pero formal para no caer en un lenguaje autoral sino en uno con énfasis en los conceptos; simple y sencillamente trata de ser una guía didáctica para encontrar la solución a los problemas surgidos todos los días a nivel personal, empresarial y gubernamental, utilizando en algunas ocasiones definiciones y, en otras, descripciones construidas a lo largo de la práctica docente y profesional del autor.

Este “*trabajo*” contiene 4 capítulos, a partir de los cuales cualquier practicante podrá entender, comprender y aplicar diversos conceptos para resolver distintos tipos de problemas con relación a los temas expuestos, teniendo como primer objetivo el razonar el enunciado al preguntarse ¿cómo entiendo el problema planteado?, si quiero establecer criterios y aplicar la metodología adecuada en la búsqueda de su solución.

El texto establece una interacción dinámica con el alumno, en un proceso de aprendizaje ameno e incremental, a través de la comprensión de los conceptos para razonar los problemas y encontrar su solución o soluciones.

La guía está diseñada a partir de un enfoque constructivista, es decir, el alumno no solo aprenderá por descubrimiento, irá creando todo un andamiaje de manera progresiva e imperceptible, adquiriendo y desarrollando un pensamiento lógico y racional para la solución de los problemas de ingeniería económica.

Adicionalmente, a la metodología empleada en este trabajo, también se busca contextualizar los problemas haciendo diversos comentarios con relación a lo planteado.

En cada tema, la guía utiliza dos vertientes, la primera define conceptos y muestra problemas resueltos paso a paso con su correspondiente explicación en cada uno de ellos y la segunda utiliza ejercicios con enunciados para comprender los problemas planteados y únicamente se muestran sus soluciones, de esta manera el alumno podrá llevar a la práctica lo aprendido y podrá evaluar el grado de avance personal logrado en la materia a partir de los conocimientos adquiridos.

La aportación concluye con una serie de temas agrupados con el rubro de anexos, los cuales describen diferentes mecanismos matemáticos y estadísticos complementarios utilizados en la solución de problemas, los cuales pocas veces son utilizados, pero es necesario conocerlos, comprenderlos, entenderlos para así saberlos aplicar.

Se recomienda al alumno interesado en los desarrollos teóricos matemáticos que dan lugar a teorías, enfoques y visiones, como son los tratados teórico-científicos que recurran a las diversas bibliografías existentes en las bibliotecas o en la red.

El autor desea que lo expuesto en esta guía, le permita al lector adquirir las habilidades necesarias para la resolución práctica de los problemas de ingeniería económica.

Junio de 2025

Deseo reconocer a las autoridades de la Facultad de Ingeniería por su apoyo para la publicación de esta guía, en especial a la M. en I. Hilda Reyna Solís Vivanco, jefa del Departamento de Ingeniería Industrial, y al doctor Fernando Velázquez Villegas, jefe de la División de Ingeniería Mecánica e Industrial.

Asimismo, reconocer la invaluable y dedicada labor de la Lic. Elvia Angélica Torres Rojas para lograr una obra depurada en su redacción, a la LDG. Nismet Díaz Ferro por su gran trabajo en el diseño editorial del libro, y a la Lic. Patricia Eugenia García Naranjo, jefa de la Unidad de Apoyo Editorial de nuestra Facultad.

Eduardo Felipe de Jesús Ordiales Yurrita



INGENIERÍA ECONÓMICA Y DINERO

El abordaje a los temas que integra esta guía, se inicia dando respuesta a las preguntas básicas: ¿qué es la ingeniería económica?, ¿cuáles son sus objetivos, metas y propósitos?, ¿para qué sirve?

Iniciemos con la descripción de la materia prima de las evaluaciones económicas, que es el dinero.

El vocablo “dinero” proviene del latín *denario* y es utilizado para la unidad de medida y establecer la magnitud del valor de los bienes y servicios existentes en un mercado. Su aparición históricamente está ligada a la actividad de intercambio entre los individuos y pueblos inicialmente y entre empresas y consumidores actualmente.

La actividad comercial humana tiene como punto de partida el momento histórico en que los pueblos dejan su vida “nómada” para convertirla en “sedentaria”, e inician un tipo de comercio incipiente de bienes obtenidos o producidos mediante el “trueque”, es decir, el intercambio físico de bienes de distinta especie entre personas.

Con el tiempo el comercio material se convirtió en algo muy voluminoso y de poco control, la hoy llamada “contabilidad” también se dificultó; con objeto de resolver ambos problemas los romanos crearon una unidad de medida para establecer el valor de las llamadas mercancías, utilizando inicialmente distintos volúmenes de sal como la unidad de valor para el intercambio de productos.

El paso de los años demostró la inoperatividad de este mecanismo y se cambió por la utilización de pedazos de metal de forma redonda casi siempre, recibiendo la denominación de moneda, utilizada como la expresión de valor de la mercancía al venderla o comprarla; la fabricación de las monedas se realizó a través del proceso de fundición de distintos metales y su posterior acuñación; inicialmente se utilizaron metales como fierro, cobre, plata y oro, lo que prevaleció hasta el siglo XVIII.

Con los escritos de Adam Smith, Quinsey y otros autores nace la ciencia económica, buscando explicar los fenómenos del intercambio, mercados, costos, producción, riqueza, trabajo, tierra, etc.; casi todos ellos dominados por la llamada ley de la oferta y la demanda, mediante la cual se establecía el valor de las mercancías con base en su abundancia o carencia.

Lo anterior sigue vigente hoy en día y su estudio es objeto de análisis más detallados al haberse dividido la ciencia de la economía en microeconomía y macroeconomía, para estudiar la interrelación de las diversas variables que inciden en los procesos económicos.

Dentro de estos, el análisis del concepto dinero es fundamental. “Si es demandado, ofertado o si se encuentra en equilibrio en los mercados denominados financieros”, estableciendo su valor o costo a través de la llamada “tasa de interés”, tema que será expuesto en el siguiente capítulo.

El análisis macroeconómico se aplica para establecer las condiciones en que un país se encuentra desde el punto de vista financiero, económico o social principalmente, cuando estas son estables, el costo del dinero es cercano a cero, siendo posible sumar y restar los ingresos y los egresos en el mismo tiempo obteniendo una cifra de utilidad o pérdida en la evaluación de la alternativa bajo estudio.

Al dejar de ser estables estas condiciones, por cualquier motivo, aparecen distintos fenómenos que están relacionados con el poder adquisitivo de la moneda, el cual puede variar positiva o negativamente.

Para llevar a cabo las evaluaciones económicas es necesario comprender el concepto de: “valor del dinero a través del tiempo” y cómo este influye en la toma de decisiones durante la evaluación de las alternativas de inversión.

La evaluación económica tiene como objetivo el seleccionar aquella alternativa que comparada con otras genere las mayores utilidades o menores costos, esto se realiza con base en diferentes criterios utilizando métodos diversos para llevar a cabo este proceso, así observamos como las condiciones impositivas (de impuestos) pueden alentar o desalentar el proceso para seleccionar una u otra alternativa; el cálculo y diseño de los llamados flujos de efectivo consideran a estas en dos tiempos, el primero antes del pago de impuestos y el segundo una vez realizado este.

Estos dos enfoques tienen gran influencia en el cálculo de las utilidades al denominar a los beneficios privados para el primer caso como: *utilidades brutas* y para el segundo: *utilidades netas*.

Otro aspecto importante durante la evaluación económica de alternativas de inversión es que generalmente son mutuamente excluyentes, es decir, en el momento en que se selecciona una, las otras son desechadas, esto es consecuencia del análisis de dos aspectos básicos: i) las utilidades generadas por la alternativa propuesta y ii) por tener menores costos, entender estos criterios son básicos para la toma de decisión asertiva.

Por último, el saber argumentar acerca del resultado obtenido permite resaltar su significado o dicho de otra manera, si la utilidad o beneficio representa alcanzar los objetivos establecidos por los inversionistas, los consumidores o la sociedad en general, debe ser expuesto y debidamente justificado.

El término ingeniería económica es utilizado ampliamente en la literatura especializada y en algunos textos se sustituye por la evaluación económica de los distintos tipos de inversión a realizar.

Esto queda justificado por el hecho de que cualquier inversión en un negocio requiere de análisis técnicos, comerciales, administrativos, jurídicos y sobre

todo económico-financieros entre otros, para establecer su viabilidad, por lo tanto, la ingeniería económica tiene valor no solo para los ingenieros, sino también para los banqueros, contadores, gerentes y todo aquel profesionalista que de una manera u otra esté involucrado en la evaluación de alternativas de inversión.

Durante este proceso es importante conocer los términos equivalentes en el idioma inglés y que comúnmente son utilizados en el caso de algunos conceptos durante la aplicación de la ingeniería económica, como son los siguientes:

Acrónimo	Descripción	Acrónimo	Descripción
TR	Tasa de retorno	ROI	<i>Return on Investment</i>
RSA	Rendimiento / Activos	ROA	<i>Return on assets</i>
RSP	Rendimiento / Pasivos	ROE	<i>Return on equity</i>
RSV	Rendimiento / Ventas	ROS	<i>Return on sales</i>
TIR	Tasa interna de retorno	IRR	<i>Internal Ratio of Return</i>
FED	Flujo de efectivo desc.	DCFROF	<i>Discounted Cash Flow</i>
ESPAÑOL		INGLÉS	

Como conclusión: cualquier persona, negocio, empresa o industria requiere de un análisis económico acerca de los proyectos que se pretende realizar para obtener de ellos el valor máximo conforme a la inversión realizada. Los inversionistas normalmente utilizan las técnicas de análisis económico basadas en la tasa de retorno (TIR), valor presente (VP), valor anual (VA), valor futuro (VF), de Beneficio/Costo o del punto de equilibrio para alcanzar una decisión.

Todas estas técnicas están basadas en el concepto del valor del dinero a través del tiempo, es decir, el efecto generado por las tasas de interés (simple y compuesto) empleadas, para evaluar los flujos de efectivo, concepto siempre utilizado en cualquier evaluación económica.

Las técnicas de *análisis de los flujos de efectivo* durante el proceso de evaluación son fundamentales.

El término “flujo de efectivo” se utiliza generalmente como sinónimo de la expresión gráfica de la alternativa, en este sentido, el analista busca conocer a partir de este, el valor presente de los ingresos y egresos estimados para un intervalo de tiempo definido, considerando una tasa de interés asociada al costo del dinero.

En la selección del método del cálculo para evaluar una alternativa, destaca el denominado “valor presente”, el cual es ampliamente utilizado, al permitirle al analista entender los costos y las utilidades en el hoy y no en el futuro, el cual está sujeto a una cantidad significativa de variables no siempre consideradas y dotando de incertidumbre a la decisión del analista.

El flujo de efectivo puede mostrarse mediante la construcción tabular de los ingresos, egresos, sus periodos y cantidades; otra forma es a través del diseño de un diagrama o de forma gráfica, siendo ambas muy útiles para ilustrar las características de las alternativas bajo análisis. La utilización de ambas representaciones será mostrada en el capítulo 2 de este trabajo.

Durante la elaboración del flujo de efectivo se considera el costo del dinero y únicamente los ingresos y los egresos en un horizonte de tiempo determinado; la alternativa bajo análisis establecido a partir del problema planteado utilizará en su solución el costo del dinero expresado en porcentaje por periodo de tiempo, es decir, por semana, mes, semestre o año.

Continuando con la exposición de conceptos básicos a entender y comprender, estableceremos tres de ellos considerados como fundamentales en la evaluación de las alternativas:

- i) La tasa de retorno (TR), también llamada tasa interna de retorno (TIR) representa la unidad de beneficio expresada en porcentaje a obtenerse por cada alternativa de inversión bajo análisis.

- ii) Una segunda tasa de rendimiento o retorno es aquella con la que los inversionistas se sienten a gusto, es decir se le considera como la tasa que refleja el costo de oportunidad del capital, a esta se le denomina: tasa mínima atractiva de retorno (TMAR) y es el marco de referencia para aceptar o rechazar una alternativa.
- iii) El análisis del periodo representado por la letra “n” establecido para las alternativas analizadas preferentemente debe ser similar, es decir, las “n’s” deben ser iguales, no hacerlo así distorsiona el resultado final. En el capítulo 3 se analizan los casos cuando esto no acontece y cómo se resuelven este tipo de problemas

El análisis de alternativas normalmente involucra tres tipos:

- i) El *análisis económico* involucra los aspectos como son: la magnitud de la inversión, los ingresos y egresos, el periodo de análisis, el costo del dinero llevando a cabo este desde una perspectiva de utilidad costo.
- ii) El *análisis financiero* es utilizado para evaluar las fuentes de obtención de recursos monetarios para la realización del proyecto, lo que implica estudiar a fondo, las condiciones contractuales (derechos y obligaciones a las que se comprometen cumplir ambas partes), el tiempo, costo del dinero y una parte importante son las penalizaciones por incumplimiento de algún tipo.
- iii) El *análisis intangible* involucra la consideración de los factores que afectan las inversiones, pero que no pueden ser cuantificados fácilmente en términos económicos. Los factores intangibles típicos son los legales, los de seguridad, la afectación de la opinión pública, las consideraciones políticas para el caso de las inversiones extranjeras, los factores ecológicos, ambientales y la incertidumbre fiscal, entre muchos otros.

El análisis intangible parte del concepto de “contextualización” de los problemas a solucionar a partir de identificar las variables exógenas y endógenas, las primeras se refieren a todo aquello que no está bajo control del negocio y las segundas aquellas que de una u otra forma pueden ser modificadas por pertenecer al entorno del negocio.

1.1. MACROECONOMÍA Y MICROECONOMÍA

A efecto de tener una idea general de lo que es la macroeconomía y microeconomía, a continuación, se transcribe lo expuesto por Méndez Morales, José Silvestre en su libro “La economía en la Empresa”.

“La macroeconomía se ocupa del análisis de los indicadores globales de la economía, por ejemplo, del valor de la producción de bienes y servicios por periodo para cada país, conocido como el producto interno bruto (PIB); del empleo total o de alguno de sus segmentos como puede ser la población económicamente activa (PEA); del nivel general de precios dado por el índice nacional de precios al consumidor (INPC). El objeto de la macroeconomía es el estudio económico de una región, país e incluso del mundo.

La palabra macroeconomía proviene de los vocablos griegos: *μᾶκρος* que significa grande; *οἶκος* que significa casa, y *νομος*, ley; es decir, la macroeconomía estudia la estructura de forma global que integra el sistema económico de un país, para lo cual utiliza variables o agregados que, por su magnitud, se califican como macroeconómicos; algunos de los elementos que la macroeconomía examina son:

1. Producto Interno Bruto (PIB)
2. Ingreso nacional
3. Nivel general de empleo
4. Nivel general de precios
5. Tasa de crecimiento de la economía nacional
6. Demanda y oferta global
7. Consumo nacional
8. Gasto total: público y privado
9. Salarios nominales y reales
10. Oferta y demanda monetaria
11. Inversión nacional: pública, privada y extranjera
12. Balanza de pagos
13. Política económica: fiscal, monetaria, etc.

El análisis macroeconómico permite conocer el funcionamiento de la estructura económica nacional, con el objeto de explicar sus avances y sus problemas, su estudio es fundamental para la correcta aplicación de la política económica en función del desarrollo socioeconómico deseado para un país.

Por su parte, la microeconomía tiene como objetivo el estudio de la unidad económica básica, es decir, de un negocio, compañía, empresa y del comportamiento del proveedor o consumidor de manera individual.

Muchos autores llaman a la microeconomía: “Economía de la empresa”.

La microeconomía incursiona en el estudio de los hechos y fenómenos económicos que directa o indirectamente afectan a la empresa y a los consumidores. Es decir, la microeconomía estudia la producción, distribución, circulación y consumo de los bienes y servicios que satisfacen las necesidades humanas; analiza los resultados de las decisiones empresariales y establece el porqué de la conducta de los consumidores.

Los economistas neoclásicos durante su desarrollo profesional y académico analizan desde la perspectiva microeconómica comprender y desarrollar un mejor entendimiento de la conducta de los consumidores, productores y las leyes o teorías que justifican su actuar, como se modifican los precios en los distintos tipos de mercados que existen, lo que son los fallos del mercado, cuando el gobierno debe de participar como regulador o actor y como los actores sean individuos o entidades económicas actúan para consolidar su visión y poder controlar los eventos económicos anticipándose a sus resultados.

Algunos fenómenos y teorías estudiados por la microeconomía son:

- i) Teoría de la producción
- ii) Rendimientos decrecientes
- iii) Costos de la empresa
- iv) Economías de escala
- v) Equilibrio de la empresa, de la industria y de la economía
- vi) Financiamiento de la empresa y la inversión

- vii) Formación, concentración y acumulación de capital
- viii) Productividad, rentabilidad y competitividad
- ix) Estructuras de los mercados
- x) Comportamiento del consumidor
- xi) Riesgo e incertidumbre en la toma de decisiones empresariales, etc.”.

De manera específica, la empresa es la célula del sistema económico capitalista, es la unidad básica de producción y representa un tipo de organización económica dedicada a cualquier actividad en alguna de las ramas productivas o de servicio con el objetivo de obtener utilidades.

Por otro lado, también se define a la empresa o negocio como aquella unidad económica transformadora de un conjunto de insumos (materia prima), utilizando mano de obra y capital para satisfacer las necesidades detectadas en una sociedad.

Un tercer enfoque concibe a la empresa como: la unidad económica productiva integrada por recursos humanos, materiales y técnicos que conforman los procesos productivos, con el objeto de transformar insumos en bienes y servicios destinados al intercambio con otras unidades económicas.

El objetivo de la ingeniería económica es establecer las condiciones óptimas de inversión con las que la empresa puede mejorar sus procesos de producción, a través del incremento de la capacidad instalada, evitando la obsolescencia de los activos productivos y evaluando el reemplazo de equipos y procesos para mantener su nivel de eficiencia.

Todo ello a partir de evaluar los ingresos y egresos existentes en el negocio, compañía o empresa, con objeto de alcanzar un rendimiento económico, considerando los periodos de planeación para la evaluación y las distintas tasas de interés existentes en los mercados financieros.

1.2. INVERSIÓN, BIENESTAR Y UTILIDADES

En el desarrollo de cualquier evaluación económico-financiera es necesario conocer y entender los conceptos utilizados en las diferentes vertientes de este proceso.

La creación de un negocio parte de transformar una actividad no lucrativa en una que genere ingresos.

El inicio de cualquier actividad económica productiva requiere de una inversión inicial, a veces en metálico, otras con trabajo, o conocimiento como es el hecho de las patentes (*know how*), siendo posible la aportación en especie.

Para ello se destinarán recursos (inversión) con objeto de constituir una sociedad mercantil para realizar la actividad empresarial. El dinero inicialmente aportado se utiliza generalmente en la adquisición de activos productivos, materias primas y el acondicionamiento del lugar donde se va a llevar a cabo la actividad productiva o comercial.

Un negocio requiere de recursos financieros desde su constitución y durante todo el tiempo que dure su actividad, estableciendo que los resultados obtenidos deben expresarse en dos sentidos, el primero en producir bienes o servicios para satisfacer una demanda detectada o creada, con el propósito de mejorar la condición de vida de la sociedad, y el segundo en obtener beneficios expresados en dinero resultado de su actividad.

En la formación de un negocio, las aportaciones iniciales generalmente las hacen los inversionistas que reciben el nombre de accionistas. De acuerdo con la aportación individual de cada inversionista, referida al total recibido por la unidad económica, será el porcentaje que posee del mencionado negocio.

Las inversiones posteriores como parte de las necesidades de recursos financieros de los negocios podrán ser cubiertas por los accionistas o mediante emisión de acciones, papel comercial o bonos además de poder recurrir a

financiamientos bancarios para cubrir las necesidades o requerimientos mencionados.

Existe una bibliografía abundante referente a cómo se forma un negocio, cómo se distribuyen los ingresos, costos y gastos de todo tipo. El área de conocimiento que se dedica al registro y control de estas actividades mercantiles se denomina contabilidad.

El bienestar se refiere a la condición de vida de una persona o de la sociedad, en el primer caso se direcciona hacia su ingreso, educación, edad y costumbres de todo tipo; en el segundo a las demandas de la sociedad en su conjunto para poner énfasis en los aspectos como la seguridad pública, salud y servicios incluyendo la distribución de agua potable, la recolección de aguas negras, el alumbrado, infraestructura local, regional y nacional.

Estos dos grandes rubros son abarcados por el campo de estudio de la ciencia económica denominado “economía del bienestar”.

Desde una perspectiva teórica la política económica busca mejorar la condición de vida de la sociedad, entendida como la eficiencia en la utilización de los factores de la producción y la existencia de la justicia distributiva equitativa, es decir, evitar hasta donde sea posible la pobreza y también la concentración de la riqueza en unos cuantos.

El bienestar de un individuo puede analizarse a partir del monto del ingreso disponible para satisfacer sus necesidades de sustento, casa habitación, educación, salud y debe ser suficiente para lograr un ahorro.

El ingreso monetario no siempre es la magnitud adecuada para realizar la medición del bienestar del individuo, ya que hay otros aspectos como por ejemplo el esparcimiento obtenido a través del uso del tiempo libre, siendo otro aspecto importante la manera en que gasta el ingreso en diversos bienes de consumo afectando su grado de satisfacción.

En este sentido, Hirshleifer (1988: 529) establece la siguiente definición:



Una asignación de bienes en la economía se prefiere según el criterio de Pareto, si en comparación con otra, todos los participantes en cuestión se hallan por lo menos en la misma situación y uno o más de ellos estarán realmente mejor”.

La economía del bienestar “resuelve” el problema del óptimo social imaginando una clase especial de medida de la utilidad interpersonal, resumida en la llamada función del bienestar social.

De esta forma, hay que evitar la filosofía utilitarista basada en la economía del bienestar.

Las principales tesis del utilitarismo pueden resumirse de la siguiente forma: las políticas, reglas e instituciones sociales han de juzgarse exclusivamente a partir de sus consecuencias y las únicas consecuencias relevantes se refieren al grado de satisfacción de las necesidades de los individuos.

El bienestar y el utilitarismo refiere de manera global a la eficiencia existente en la distribución de los bienes de consumo entre los propietarios de los recursos para usos productivos y la de las empresas que abarcan la conversión de recursos en bienes consumibles, cuando esto ocurre existe un equilibrio competitivo.

De manera sintética, debe de buscarse desde la perspectiva económica que el negocio participe en un mercado libre donde no exista ninguna distorsión y prive a la sociedad de los beneficios mutuos del comercio, al propiciar solo ventajas a un actor (el productor) y las desventajas para todos los demás, es decir, el resto de la sociedad, esto ocurre en mercados monopólicos u oligopólicos.

Obtener utilidades es la finalidad primaria de cualquier negocio, en este sentido los ingresos deben de ser superiores a los costos y gastos, incluyendo el pago de impuestos; en el caso mexicano, también afectado por la llamada participación de utilidades.

Esta utilidad en los negocios establecidos puede ser analizada desde la perspectiva: “antes del pago de impuestos” y “después del pago de impuestos” con impacto significativo en los flujos de efectivo.

A la utilidad después de impuestos y pago de participación de utilidades (PTU) se le denomina “neta” y es la recibida por los inversionistas como consecuencia de arriesgar su dinero en determinada empresa o negocio.

Para una correcta decisión acerca de invertir o no, la utilidad expresada en términos porcentuales debe de ser superior a la obtenida en alternativas libres de riesgo, como pudiera ser el caso de los “Certificados de la Tesorería” (CETES).

La ingeniería económica se emplea para evaluar alternativas de inversión, reemplazo de equipo o nuevas líneas de producción y para ello se debe comprender los conceptos, condiciones económicas, aspectos administrativos, tecnológicos y definiciones que serán muy útiles en la resolución de problemas específicos.

1.3. INFLACIÓN Y DEFLACIÓN

El valor del dinero a través del tiempo es determinado por las condiciones establecidas en los mercados financieros consecuencia de la ley de la oferta y la demanda de los bienes, considerada como fundamental en la economía y que se describe de acuerdo con lo siguiente:



Cuando un mercado está en equilibrio, es decir, la oferta y la demanda son iguales, los precios del bien se mantienen constantes. Cuando la oferta es mayor a la demanda, los precios tienden a bajar y, como contraposición, si la oferta es menor a la demanda, los precios tienden a subir.

Desde la perspectiva económica, el dinero es un bien particular con características especiales y sujeto a la ley de la oferta y la demanda, en este sentido se debe entender que el “precio” del dinero se expresa a través de las tasas de interés, de esta forma cuando en una economía nacional se restringe el

dinero circulante las tasas de interés se elevan, no siendo esta la única causa de este fenómeno económico, sin embargo, la elevación de las tasas de interés impacta el precio de los bienes y servicios, los costos de los financiamientos se elevan y estos se repercuten en los precios.

Este efecto del incremento de los precios de los bienes y servicios recibe el nombre de inflación.

Coloquialmente, se puede describir como: la cantidad de determinado insumo que el consumidor hoy puede adquirir con la unidad monetaria y como con el paso del tiempo, digamos un año, esa misma unidad monetaria solo alcanza para adquirir un porcentaje del bien o servicio adquirido anteriormente.

Dicho de otra forma, si el día de hoy, con una unidad monetaria, se puede adquirir una manzana y se tiene una inflación anual del 10 %, en 12 meses únicamente se podrá adquirir el 90 % de la manzana.

En economías estables, la inflación es menor al 2 % anual y en la medida que esta se acerca a cero, las condiciones macroeconómicas tienden a la estabilidad.

El efecto contrario a la inflación se le denomina deflación y significa que el valor del dinero se incrementa, es decir, los precios de los bienes y servicios se mantienen constantes y los ingresos de los individuos y las empresas crecen, esto genera un fenómeno económico conocido como: estanflación, ejemplificada generalmente por el caso de Japón, donde los cuentahabientes tenían que pagar a las instituciones financieras para que recibieran en custodia su dinero; después de la pandemia del COVID este fenómeno está cambiando.

1.4. TOMA DE DECISIONES

El análisis de lo comentado con anterioridad permite establecer la magnitud positiva o negativa de las variables endógenas y exógenas que impactan a una inversión.

Estas variables han sido estudiadas cuando menos durante los últimos 300 años y abarcan desde los aspectos de la oferta y demanda, los precios, la conducta del consumidor, la conformación del mercado, la visión de desarrollo de los gobiernos nacionales, los avances en materia de tecnología de todo tipo y desde luego la distribución de la riqueza.

En este sentido, la economía abarca prácticamente todos los ámbitos productivos, sociales y políticos que inciden en las actividades de los negocios o empresas.

En el caso específico de la ingeniería económica, su actividad se centra en los aspectos para establecer primero la viabilidad del negocio y segundo el cálculo de la magnitud de la utilidad obtenida, comparando siempre el resultado de los cálculos realizados con un marco de referencia.

Por lo tanto, en la ingeniería económica se evalúan y comparan los resultados obtenidos de las distintas alternativas analizadas.

En caso de existir únicamente una alternativa, esta también se compara con otros valores, abarcando conceptos como el riesgo, la tasa mínima atractiva de rendimiento, el costo del dinero, la política fiscal, el rendimiento sobre la inversión, por mencionar los más utilizados.

Por otra parte, los niveles medios y superiores de una organización continuamente requieren del análisis numérico general y especializado para analizar el rumbo presente y futuro del negocio o empresa, en este sentido se puede considerar los productos a elaborar, los mercados donde participar, el tipo de publicidad a utilizar, pero lo más importante es a partir de los análisis de ingeniería económica poder seleccionar las alternativas de inversión.

De hecho, en la vida diaria todo el tiempo se están tomando decisiones de diversos tipos, este texto nos orienta hacia la toma de decisión asertiva utilizando como criterios fundamentales los valores presentes y futuros, costos anuales uniformes equivalentes, tasas de rendimiento obtenidas y el criterio de beneficio/costo, sobre todo aplicado a los proyectos de inversión gubernamental.

De manera general, la toma de decisiones en ingeniería económica se sustenta en el comportamiento de las tasas de interés y sus impactos en las alternativas de inversión, como se demuestra en el siguiente inciso de este capítulo.

1.5. TASAS DE INTERÉS

Entender cómo funcionan las tasas de interés es fundamental para la evaluación de cualquier alternativa de inversión.

La utilización del dinero siempre tiene un costo denominado de “oportunidad”, consiste en seleccionar la mejor alternativa de un conjunto de ellas, a partir de analizar y escoger las que tengan el menor costo o el mayor beneficio económico.

El concepto “interés”, generalmente denotado por la letra “ i ”, es la unidad de medida expresada en porcentaje y denominada tasa de interés.

Esta recibe distintos nombres de acuerdo con el uso que se le vaya a dar.

El interés publicitado recibe el nombre de nominal y es utilizado para el cálculo de los costos en los que se incurre al emplear dinero ajeno; cuando existe financiamiento, el interés puede ser de tipo simple o compuesto; otro tipo de interés existente es el denominado real obtenido de restar al interés nominal la inflación.

La tasa de interés tiene distintas perspectivas: de quién la aplica, de quién lo cobra o de quién lo paga y siempre es referida al costo del dinero prevaleciente en el mercado financiero.

El costo del dinero es utilizado para evaluar alternativas de inversión en un proyecto o negocio; este concepto también se asocia a la utilidad que puede obtenerse como consecuencia de la inversión realizada.

A través de la utilización del concepto “tasa de interés”, se pueden trasladar cantidades iguales o diferentes del presente al futuro y viceversa a lo largo del periodo de evaluación.

Lo comentado se enriquece, al comprender el concepto de “equivalencia” que significa poder trasladar en el tiempo distintas cantidades de dinero utilizando el concepto de interés, el cual es fundamental en cualquier problema de ingeniería económica al asociarlo al costo del dinero y sus repercusiones al buscar tomar una decisión económica acertada.

El vocablo interés es del tipo polisémico porque se utiliza indistintamente para denominar distintas condiciones relacionadas con la evolución del valor del dinero en el tiempo, por lo que durante su aplicación se debe expresar el tipo de interés utilizado o buscado.

Este concepto muestra distintas características, mismas que se exponen a continuación:

CONCEPTO	NOMENCLATURA	DEFINICIÓN
Interés simple	i_s	Generado siempre sobre el capital.
Interés compuesto	i_c	Es el que paga interés sobre interés
Interés nominal	i_n	El ofrecido por el mercado
Interés real	i_r	Se obtiene de restar al interés nominal la inflación
Interés efectivo	i_{ef}	Se obtiene cuando el periodo de capitalización es menor a un año.
Interés continuo	i_{ct}	Se genera con periodos de capitalización infinitesimal.

El interés denominado “nominal” es definido como aquel publicitado (ofrecido o cobrado) por las instituciones de crédito o cualquier otra institución que otorgue financiamiento al consumidor.

El interés denominado “real” es obtenido a partir de restarle al interés nominal el valor de la inflación. Este resultado puede mostrar cualquiera de las siguientes tres condiciones:

- i) Cuando esta resta es menor a cero, es decir, el resultado es negativo y, por lo tanto, no debe aceptarse la propuesta ofrecida.
- ii) Cuando es igual a cero, es recomendable buscar otra inversión.
- iii) Cuando el valor del interés real es mayor a cero, la propuesta de inversión debe ser aceptada.

$$\text{Fórmula: } i_{real} = i_{nominal} - \text{inflación}$$

El tipo denominado interés efectivo existe cuando se utiliza un interés nominal, pero con capitalizaciones menores a un año. Este fenómeno cumple con la siguiente condición:

$$i_{efectivo} > i_{nominal}$$

El interés efectivo se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$i_{ef} = (1 + r/m)^m - 1$$

Donde:

i_{ef} = interés efectivo

r = tasa nominal

m = periodos de capitalización

Es importante señalar que este tipo de interés se calcula cuando los *periodos de capitalización son menores a un año*.

El cálculo de la tasa de interés continuo se realiza utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Tasa nominal para } r: i\% = e^r - 1 \quad \text{Tasa efectiva continua } i: r = \ln(1 + i)$$

Donde: r representa al periodo de capitalización

Otro concepto importante de entender es el “*Periodo de Capitalización*”, denominación utilizada para denotar el periodo en que se cobran o pagan intereses. Las tasas de interés siempre son anuales, pero se pueden dar los siguientes casos cuando la capitalización es:

PERIODO	OPERATIVIDAD	FÓRMULA
Semestral	el interés se calcula como:	Interés anual entre 2.
Trimestral	el interés se calcula como:	Interés anual entre 4.
Mensual	el interés se calcula como:	Interés anual entre 12.
Semanal	el interés se calcula como:	Interés anual entre 52.
Diaria	el interés se calcula como:	Interés anual entre 365.

Observación: a medida que el periodo de capitalización sea más pequeño, este tenderá al interés continuo; en el sistema financiero mexicano el cobro de interés para periodos pequeños se denomina “Anatocismo”; esta práctica es prohibida por la ley.

Con base en los intereses anteriormente descritos, se llevan a cabo los cálculos para obtener los valores presentes, futuros o de series uniformes de pago para el periodo utilizado en el análisis, estableciendo el concepto de *equivalencia* que permite desplazar cualquier cantidad, sea ingreso o egreso, en el tiempo.

A lo largo de esta guía se explicará con detalle cada uno de los conceptos utilizados en *Ingeniería Económica*, buscando establecer definiciones únicas y biunívocas cuando el caso lo amerite, para obtener un mayor entendimiento y razonar de una manera lógica, los problemas planteados y lo que es más importante saber cómo resolverlos.

A continuación, se presentan diversos ejemplos de los problemas que involucra el cálculo utilizando el concepto “interés”. A continuación, se muestra cómo calcular el interés simple y compuesto.

Ejercicio 1.5.1.

Se invierten \$ 10,000 el día de hoy a un **interés simple** de 10 % anual. ¿Cuánto tendré en cinco años?

Solución

i) Razonamiento: a partir del enunciado del problema se obtienen los datos (ii) y la respuesta se obtiene a través de los cálculos mostrados en el inciso (iii).

ii) Datos

$$P = \$ 10,000$$

$$n = 5 \text{ años}$$

$$i = 10 \%$$

$$F = ?$$

iii) Solución Año 1

$$F_1 = P + P \times i$$

$$F_1 = \$ 10,000 + 10,000 \times 0.10$$

$$F_1 = 10,000 + 1,000$$

$$F_1 = \$ 11,000$$

Ahora calculamos lo que ocurre en los siguientes años.

$$\text{Año 2: } F_2 = F_1 + P \times i$$

$$F_2 = 11,000 + 10,000 \times 0.1$$

$$F_2 = 11,000 + 1,000$$

$$F_2 = F_1 + i \text{ de } P$$

$$F_2 = 11,000 + 1,000$$

$$F_2 = \$ 12,000$$

$$\text{Año 3: } F_3 = F_2 + P \times i$$

$$F_3 = 12,000 + 10,000 \times 0.1$$

$$F_3 = 12,000 + 1,000$$

$$F_3 = F_2 + i \text{ de } P$$

$$F_3 = 12,000 + 1,000$$

$$F_3 = \$ 13,000$$

$$\text{Año 4: } F_4 = P + P \times i$$

$$F_4 = 13,000 + 10,000 \times 0.1$$

$$F_4 = 13,000 + 1,000$$

$$F_4 = F_3 + i \text{ de } P$$

$$F_4 = 13,000 + 1,000$$

$$F_4 = \$ 14,000$$

$$\text{Año 5: } F_5 = P + P \times i$$

$$F_5 = 14,000 + 10,000 \times 0.1$$

$$F_5 = 14,000 + 1,000$$

$$F_5 = F_4 + i \text{ de } P$$

$$F_5 = 14,000 + 1,000$$

$$F_5 = \$ 15,000$$

$$\text{Generalizando: } F_n = P + P * i * n$$

Sustituyendo los valores en fórmula se obtiene:

$$F_5 = 10,000 + 10,000 * 0.1 * 5$$

$$F_5 = \$ 15,000$$

- iv) Conclusión:** el resultado obtenido en el año 5 es la suma del interés simple más el principal; si se preguntara, ¿cuál fue el interés simple generado durante 5 años, la respuesta es: \$ 5,000. Lo recibido como importe total en el año 5 es: el dinero depositado más interés.

Una definición sencilla para el segundo para el interés denominado compuesto:

Es aquel que paga interés sobre interés partiendo de la inversión inicial

Ejemplo 1.5.2.

Si yo invierto \$ 10,000 a una **tasa de interés compuesto** del 10 % anual. ¿Cuánto tendré en tres años?

Solución

- i) Razonamiento:** A partir del enunciado del problema se obtienen los datos para ser sustituidos en la representación matemática del problema (ecuación), en la solución de esta se obtendrá el valor buscado.

- ii) Datos:** $P = \$ 10,000$ $n = 3$ años $i = 10 \%$ $F = ?$

- iii) Cálculos:**

Año 1

$$F_1 = P + P \times i$$

$$F_1 = 10,000 + 10,000 \times 0.1$$

$$F_1 = 10,000 + 1,000$$

$$F_1 = 11,000$$

Año 2

$$F_2 = F_1 + F_1 \times i$$

$$F_2 = 11,000 + 11,000 \times 0.1$$

$$F_2 = 11,000 + 1,100$$

$$F_2 = 12,100$$

Año 3

$$F_3 = F_2 + F_2 \times i$$

$$F_3 = 12,100 + 12,100 \times 0.1$$

$$F_3 = 12,100 + 1,210$$

$$F_3 = 13,310$$

iv) **Resultado:** El valor de la inversión en el año 3 es de \$ 13,310.

v) **Conclusión:** a diferencia del pago de interés simple utilizado en el ejemplo anterior, que fue de \$ 1,000 anuales, en este ejemplo, el interés crece año con año, es decir, crece exponencialmente para el caso del interés compuesto.

Comparativamente, el interés del primer año, tanto para el simple como el compuesto, es el mismo, a partir del segundo año son diferentes, ya que el interés compuesto establece el pago de interés sobre interés, situación que se repite en el tercer año y así sucesivamente.

Para calcular un valor futuro utilizando el interés compuesto, se aplica la siguiente fórmula:

$$F = P(1 + i)^n$$

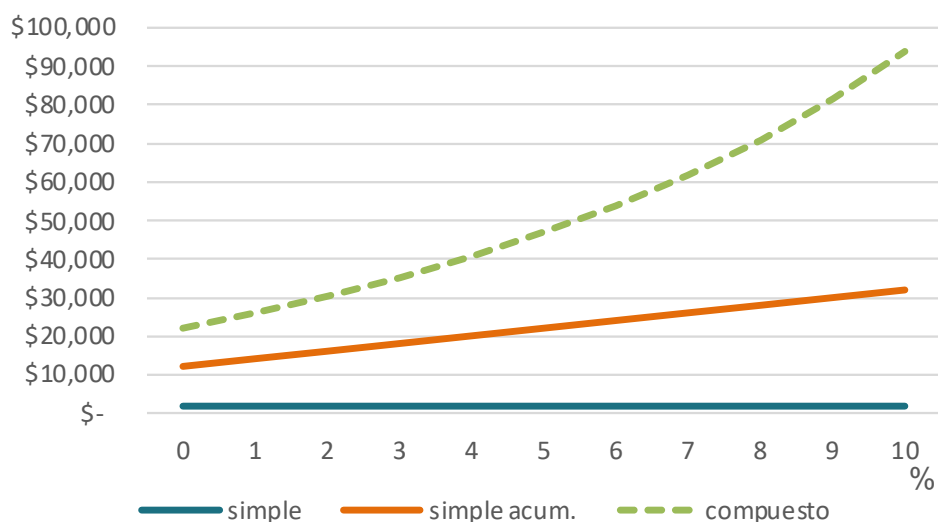
Donde:

F = valor futuro

P = valor presente

i = interés

n = periodo



Una explicación de la gráfica es:

- ⚙ El interés simple se representa por la línea recta paralela al eje de las abscisas.
- ⚙ El interés simple más la inversión es una recta con pendiente
- ⚙ El interés compuesto muestra claramente su tendencia exponencial.

Ejercicio 1.5.3.

Una cooperativa paga 6 % de interés simple por los depósitos recibidos a plazo fijo. ¿Cuál es el pago anual por intereses sobre un depósito de \$ 300,000?

Solución

- i) **Razonamiento:** al ser **interés simple** aplicaremos la fórmula:

$$F = P * i_{nominal} * n$$

- ii) **Datos:** $P = \$ 300,000$ $i_{nominal} = 6 \% \text{ anual}$ $n = 1 \text{ año}$

- iii) **Ecuación:** $F = P * i_{nominal} * n$

- iv) Sustituyendo los datos, obtenemos: $i_{simple} = \$ 300,000 * 0.06 * 1$
 $i_{simple} = \$ 18,000$

- v) **Respuesta:** \$ 18,000

- vi) **Conclusión:** la respuesta corresponde únicamente al **interés simple** obtenido. El cliente, al recoger su dinero, recibirá su depósito de \$ 300,000 más el interés de \$ 18,000, lo cual significa que recogerá \$ 318,000 después de un año.

iii) **Ecuación:** $F = P + (P * i_{nominal} * n)$

iv) **Sustituyendo los datos**, obtenemos: $F = \$ 250,000 + (250,000 * 0.15 * 4)$

$$F = \$ 250,000 + 150,000$$

$$F = \$ 400,000$$

v) **Respuesta:** \$ 400,000

vi) **Conclusión:** la respuesta anterior está conformada con la suma del principal (capital) más el interés generado durante 4 años, es decir, \$ 250,000, que invirtió más \$ 150,000 de intereses generados para un total de \$ 400,000 al término del periodo.

Ejercicio 1.5.6.

Un banco local paga un **interés compuesto** del 7% anual. El señor Sánchez piensa que es una buena oportunidad para ganar un dinero adicional, por lo que hace un depósito de \$ 100,000 el día de hoy. ¿Cuánto recibirá este cliente al cabo de 5 años?

Solución

i) **Datos:** $F_5 = ?$ $i = 7\%$ anual $n = 5$ años $P = \$ 100,000$

ii) **Ecuación:** $F = P(1 + i)^n$

iii) **Sustituyendo los datos:** $F_5 = 100,000(1 + 0.07)^5$

$$F_5 = 100,000(1.40255) = \$ 140,255$$

iv) **Respuesta:** \$ 140,255

v) **Conclusión:** La ecuación permite realizar el cálculo de un valor futuro de manera directa.

Debe recalcar que las tasas de interés publicitadas reciben el nombre de **interés nominal** y que este puede adoptar la modalidad de simple o compuesto.

En muchas ocasiones, los problemas de ingeniería económica, teniendo como datos el valor presente, el valor futuro o las series uniformes de pago y el periodo a evaluar, solicitan calcular el interés en cualquiera de estas dos modalidades.

También conociendo los valores presentes, futuros o de las series uniformes y el valor del interés, se puede conocer el valor del periodo usualmente denominado por la letra “ n ”

A continuación, se presentan ejercicios en los que se requiere el cálculo del valor del interés o del periodo utilizado en la solución del problema.

Ejercicio 1.5.7.

Una tienda de abarrotes vende sus productos a crédito a sus clientes. Si uno de ellos compra \$ 500 en mercancía el primer día de la semana y paga \$ 550 al inicio de la siguiente semana. ¿Calcule la tasa de *interés nominal anual* que la tienda cobra a sus clientes?

Solución

i) **Razonamiento:** el cliente paga \$ 50 de interés cada semana que representa el 10 % de interés nominal semanal. Si en el año existen 52 semanas, se obtiene lo siguiente:

ii) **Datos:** $P_1 = \$ 500$ $F_1 = \$ 550$ $i = x \% \text{ anual}$ $n = 1 \text{ semana}$

iii) **Ecuación:** $F = P(1 + i)^n$

iv) **Sustituyendo los datos:**

$$F/P = (1 + i)^1$$

$$550/500 = 1 + i_{\text{semanal}}$$

$$- 1 = i_{\text{semanal}}$$

$$0.1 = i_{\text{semanal}}$$

$$0.1 \times 52 = i_{\text{anual}}$$

v) **Respuesta:** el interés anual cobrado es: **5.2 %**

Ejercicio 1.5.8.

Una persona solicita un préstamo por \$ 1,200 para pagar en 5 meses, el interés simple a pagar será del 9 % anual. ¿Cuánto tendría que pagar de interés simple al final del periodo?

Solución

i) **Razonamiento:** el individuo solicitó un préstamo a pagar en cinco meses y aceptó una tasa del 9 % anual de **interés simple**. Primero se calcula el interés mensual y posteriormente se multiplica por 5 para obtener el interés simple del periodo.

ii) **Datos:** $P = \$ 1,200$ $i = 9\%$ anual $n = 5$ meses

iii) **Ecuación:** $i_{simple} = P * (i_{nominal} / 12) * n$

iv) **Sustituyendo los datos**, obtenemos: $i_{simple} = \$ 1,200 * (0.09/12) * 5$
 $i_{simple} = \$ 1,200 * (0.0075) * 5$
 $i_{simple} = \$ 45$

v) **Respuesta:** \$ 45

vi) **Conclusión:** la respuesta anterior corresponde únicamente al interés obtenido.

El día que vaya a liquidar su préstamo, la persona deberá de pagar los \$ 45 por concepto de interés más los \$ 1,200 del préstamo recibido.

A esta última cantidad se le denomina principal o capital.

Ejercicio 1.5.9.

Si con una inversión S se obtienen semestralmente \$ 340. Considere una tasa del 8 % de interés simple anual. ¿Cuál fue el monto de la inversión S ?

Solución

- i) **Razonamiento:** en este problema se introduce una variante que es conocer el monto de la inversión realizada, es decir, el valor presente P , por lo que únicamente se arreglará la fórmula del interés simple quedando de la siguiente manera:

$$i_{simple} = \$ S * i_{nominal} * n$$

- ii) **Datos:** $P = S$ Monto del Interés $_{semestral} = \$ 340$
 $i_{nominal} = 8 \%$ $n = 1$ año

- iii) **Ecuación:** $i_{simple} = S * i_{nominal} * n$

- iv) **Sustituyendo los datos, obtenemos:** $\$ 340 = S * (0.08/2) * 1$
 $\$ 340 = S * (0.04)$
 $\$ 8,500 = S$

- v) **Respuesta:** el valor de la inversión fue de \$ 8,500

- vi) **Conclusión:** es importante hacer notar cómo los problemas de ingeniería económica requieren de cuatro variables y cuando se conocen tres de ellas, sin importar cuáles sean estas, se puede calcular la variable pendiente de conocer.

Ejercicio 1.5.10.

¿Cuánto tiempo tardarían \$ 8,048 en convertirse en \$ 10,462, si se conoce la tasa anual de interés simple que es del 5 %?

Solución

- i) **Razonamiento:** Se solicita el cálculo del periodo o años en los que se alcanza la cifra de \$ 10,462. Si se multiplica la cantidad de \$ 8,048 por el 5 %, obtenemos \$ 402.40 que, sumada a la cantidad base, nos daría \$ 8,500.40 cifra inferior a los \$ 10,462, por lo que el periodo debe ser mayor a un año.

- ii) **Datos:** $P = \$ 8,048$ $i = 5\%$ de interés simple
 $F = \$ 10,462$ $n = ?$
- iii) **Ecuación:** $F = P + P * i_{simple} * n;$ $F = P(1 + i_s * n);$
 $(F/P) - 1 = i_s * n$
- iv) **Sustituyendo los datos, obtenemos:** $(10,462/8,048) - 1 = 0.05 n$
 $1.29995 - 1 = 0.05 n;$
 $0.29995/0.05 = n$
 $5.999 = n$
- v) **Respuesta:** 6 años
- vi) **Conclusión:** este problema muestra cómo, a partir de la ecuación para obtener un valor futuro utilizando el interés simple, se puede obtener el valor de “n”. No obstante ser el resultado de 5.999 años, por aproximación se obtiene que “n” es igual a 6 años.

Ejercicio 1.5.11.

Se paga una deuda de \$1,000 mediante una transferencia electrónica de \$1,120. Si la tasa anual de **interés simple** es equivalente al 12.6% anual. ¿Cuánto tiempo estuvo prestado el dinero?

Solución

- i) **Razonamiento:** en este problema es similar al anterior y la incógnita es el valor de n .
- ii) **Datos:** $P = \$ 1,000$ $F = \$ 1,120$ $i = \% 12.6$ anual
- iii) **Ecuación:** $F = P + P * i_{simple} * n;$
despejando se obtiene: $(F/P) - 1 = i_s * n$

iv) **Sustituyendo los datos, obtenemos:**

$$\begin{aligned} (1,120/1,000) - 1 &= 0.126 n \\ 1.12 - 1 &= 0.126 n \\ 0.12/0.126 &= n \\ 0.9524 &= n \end{aligned}$$

Ahora hay que calcular el valor de 0.95238 años en meses.

$$\begin{aligned} 1 \text{ año} &= 12 \text{ meses} \\ 0.9524 &= x \text{ meses} \end{aligned}$$

v) **Respuesta:** 11.43 meses

vi) **Conclusión:** Al ser el valor de “ n ” menor a 1, significa que la respuesta deberá darse en meses. Para el cálculo se utilizó una regla de tres.

Casos Especiales: Problemas con distintos periodos de capitalización

Ejercicio 1.5.12.

Nancy tomó prestados \$ 3,600 por nueve meses a una tasa del 11.25 % anual de interés simple. a) ¿Cuánto es el interés adeudado de este préstamo y b) ¿Cuánto tiene que pagar Nancy al final de los 9 meses?

Solución

i) **Razonamiento:** la comprensión de los enunciados es fundamental para entender y resolver los problemas de ingeniería económica. En este caso se sabe que el total a pagar de un préstamo se compone de dos partes que son el interés y el principal o capital.

ii) **Datos:** $P = \$ 3,600$ $i = 11.25 \% \text{ anual}$ $n = 9 \text{ meses}$

iii) **Ecuación:** $i_{simple} = P * i_{nominal} * n$

- iv) **Sustituyendo los datos, obtenemos:** $i_{simple} = \$3,600 * (0.1125/12) * 9$
 $i_{simple} = \$303.75$
- v) Respuesta para el interés adeudado: \$ 303.75
 Respuesta para el pago al final de los nueve meses: $\$3,600 + 303.75$
 $= \$3,903.75$
- vi) **Conclusión:** Todo cálculo tiene en su resultado dos componentes: el interés y el capital o principal a pagar, en este caso, se calcularon por separado para resolver el problema.

Ejercicio 1.5.13.

Si se efectúa una inversión a una tasa de interés compuesto del 12 % anual capitalizado trimestralmente, ¿qué tasa anual de interés efectivo se obtiene?

Solución

- i) **Razonamiento:** se sabe que el interés efectivo es mayor al interés nominal, como se mencionó anteriormente, al ser los periodos de capitalización menores a un año. Con base en los datos del enunciado, estos son substituidos en la fórmula correspondiente del interés efectivo y obtenemos el valor del interés para el trimestre. Para resolver este problema utilizaremos la letra r para representar el interés nominal y la letra m para denotar los periodos de capitalización.
- ii) **Datos:** $r = 12\%$ anual $i_{efectivo\ anual} = ?$ $m = 4$ periodos
- iii) **Ecuación y sustitución de valores**
- $$i_{efectivo} = (1 + r/m)^m - 1$$
- $$i_{efectivo} = (1 + 0.12/4)^4 - 1$$
- $$i_{efectivo} = 1.1255 - 1$$
- $$i_{efectivo} = 12.55$$
- iv) **Resultado:** el interés efectivo es 12.55 % expresado en porcentaje anual

- v) **Conclusión:** se cumple la hipótesis de que el interés efectivo es mayor que el interés nominal.

Ejercicio 1.5.14.

Cuando a usted le ofrecen una tasa nominal del 16 % anual y una tasa efectiva del 16.64 % anual. a) ¿Qué periodo de capitalización estaría usted utilizando respectivamente?, y b) Si se asocia con las tasas nominales y efectivas del 18 % y 18.84 %, ¿cuál es la respuesta?

Solución

- i) **Razonamiento:** para contestar la primera pregunta se despeja el valor de m (periodo de capitalización) y calculamos las tasas nominales y efectiva dadas en el enunciado para compararlas y observar si el procedimiento lleva al resultado comentado, entonces se contesta afirmativamente la segunda interrogante del problema.

- ii) **Datos:** $r = 16\%$ anual $i_{\text{efectivo anual}} = 16.64\%$ $m = ?$

- iii) **Ecuación:** $i_{\text{efectivo}} = (1 + r/m)^m - 1$

Para conocer el valor de “ m ” se aplica el método de ensayo y error, posteriormente se convierte el 16.64 % a decimales, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Para } m = 1 \text{ se tiene:} \quad & 16.64 = (1 + 0.16/1)^1 - 1 \\ & 16.64 = (1 + 0.16) - 1 \\ & 16.64 = 16.00 \qquad \qquad \qquad i_{\text{efectivo}} > i_{\text{nominal}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para } m = 3 \quad & 16.64 = (1 + 0.16/3)^3 - 1 \\ & 16.64 = (1 + 0.1687) - 1 \\ & 16.64 = 0.1687 \qquad \qquad \qquad i_{\text{efectivo}} < i_{\text{nominal}} \end{aligned}$$

El valor debe estar entre 1 y 3

$$\begin{aligned}\text{Para } m = 2 \quad 16.64 &= (1 + 0.16/2)^2 - 1 \\ 16.64 &= (1 + 0.166) - 1 \\ 16.64 &= 16.64 \quad \text{la igualdad se cumple.}\end{aligned}$$

iv) Resultado: $m = 2$

Para contestar la segunda pregunta del enunciado se aplicará el mismo proceso.

$$\begin{aligned}\text{Para } m = 2 \quad 0.1881 &= (1 + 0.18/2)^2 - 1 \\ 0.1881 &= (1.1881) - 1 \\ 0.1881 &= 0.1881\end{aligned}$$

v) Conclusión: habiendo demostrado que la igualdad se cumple para $m = 2$ en ambas preguntas, se demuestra que la condición para la segunda pregunta que es válida.

Ejercicio 1.5.15.

Si utilizamos una tasa de interés del 8.2% *capitalizable semestralmente*. a) ¿A qué tasa de interés capitalizable semanalmente es equivalente? Y b) ¿La tasa obtenida semanalmente es nominal o efectiva, justifique su respuesta? Suponga 26 semanas por semestre ($26 \text{ semanas} \times 2 = 52 \text{ semanas}$ que contiene un año).

Solución

i) Razonamiento: el procedimiento es similar al problema anterior. El analista deberá utilizar indistintamente decimales o porcentajes en la solución del problema.

a) $i/\text{semestre} = 0.082/2 = 0.0410 \quad i_{\text{efectiva}} = 8.368\%$

b) $i/\text{semana} = 0.082/52 = 0.1577 \quad i_{\text{efectiva}} = 8.538\%$

ii) Conclusión: la tasa obtenida tanto en el semestre como semanalmente son tasas efectivas y siempre serán mayores a las tasas anuales nominales.

Ejercicio 1.5.16.

El problema de las líneas de espera significa mucho para los almacenes de servicio en imagen y costo, con los desarrollos tecnológicos cada vez es mayor el uso de código de barras, dispositivos de lectura a través de las radiofrecuencias o de códigos electrónicos al dar seguimiento a sus productos.

Una tienda mayorista considera que utilizando cualquiera de estos sistemas puede ahorrar hasta \$ 2,500,000 mensuales a partir de 120 días de la fecha de instalación de la tecnología. ¿Cuánto considera usted que sería lo adecuado a pagar por la tecnología, si se utiliza una tasa de interés del 12 % anual, capitalizado mensualmente y el área financiera de la empresa desean recuperar su inversión en 30 meses, a partir del día en que realicen la inversión?

Solución

- i) **Razonamiento:** los costos por concepto de horas hombre trabajadas representan un porcentaje significativo en la integración de los costos totales de las empresas de servicio y un mal desempeño puede transmitir una imagen de ineficiencia ante el consumidor, por lo que con el uso del dispositivo tecnológico este percibirá un servicio adecuado incentivando su confianza y lealtad en el negocio.
- ii) **Datos** $F = ?$ $i = 12\%$ anual (1% mensual) $n = 30$ meses $P = ?$
- iii) **Ecuación:** $P = A (P/A, 1\%, 26) (P/F, 1\%, 4)$
La recuperación se inicia en el 4° mes.
- iv) **Sustituyendo los datos:** $P = 2,500,000 (P/A, 1\%, 26) (P/F, 1\%, 4)$
 $P = 2,500,000 (22.7952) (0.9610) = \$ 54,765,468$
- v) **Respuesta:** \$ 54,765,468 es el **valor máximo** que pagar por la nueva tecnología.
- vi) **Conclusión:** El alumno debe argumentar la respuesta.

Ejercicio 1.5.17.

El señor Cavazos, banquero de Nuevo León, consigue un préstamo al 5 % anual del Banco de Cuitzeo. Él, a su vez, lo utiliza para prestar dinero a empresarios de Nuevo León cobrando 8 % anual (su utilidad es de 3 % neto). Si bien los ingresos anuales por concepto de intereses que obtuvo en Nuevo León por prestar dinero ascendieron a \$ 3,600. a) ¿Cuánto dinero prestó en esta ciudad? Y b) ¿Cuál es el monto que debe pagar al Banco de Cuitzeo?

Solución

i) **Razonamiento:** este problema da una clara muestra de que el dinero es una mercancía y puede ser comprado y vendido con base en su precio, que es el interés. El problema se resuelve con una regla de tres. Los ingresos por concepto de intereses fueron de \$ 3,600.

ii) **Datos** $F = \$ 3,600$ $i = 3\%$ anual $n = 1$ año $P = ?$

Si \$ 3,600 equivale al 3 %, qué cantidad equivale al 97 %.

iii) **Sustituyendo los datos, obtenemos:** $\$ 3,600 = 3\%$
 $x = 100\%$
 Operando se obtiene: $x = \$ 120,000$

iv) **Respuesta para el interés adeudado:** \$ 303.75
 obtenida de $P = 3,600 (P/F, 8\%, 1)$ utilizando el factor de: 0.084375

v) **Conclusión:** no todos los problemas se resuelven utilizando los mismos mecanismos o procedimientos, a veces hay que romper los paradigmas establecidos para resolver los problemas presentados.

Ejercicio 1.5.18.

Alberto depositó \$ 6,000 en el banco el día de hoy. Siete años más tarde, ese depósito ascendía a \$ 8,800. ¿Cuál fue la tasa de interés, capitalizado anualmente, que obtuvo por su inversión?

Solución

i) **Datos** $P = \$6,000$ $F = \$8,800$ $i = ?$ $n = 7$ años

ii) **Ecuación:** $F = P(1 + i)^n$

iii) Despejando la i de la ecuación anterior tenemos:

$$F = P(1 + i)^n$$

$$F/P = (1 + i)^n$$

$$\$8,800/\$6,000 = (1 + i)^7$$

$$1.46666 = (1 + i)^7$$

$$\sqrt[7]{1.46666} = i$$

$$1.056623 - 1 = i$$

$$.0567 = i$$

iv) **Respuesta expresada en porcentaje es:** 5.67 % anual.

v) El alumno debe explicar su percepción acerca de la respuesta.

1.6. EJERCICIOS CON RESPUESTAS (interés compuesto)

Ejercicio 1.6.1.

El Banco de Apatzingán paga a sus depositantes un interés por 4.5 % anual con capitalización semestral. Si se dejan en depósito por un año \$ 5,000, ¿qué cantidad se le deberá al depositante al final de dicho plazo?

Respuesta: \$ 5,227.50

Ejercicio 1.6.2.

Un joven poblano deposita \$ 10,000 en un banco. ¿Cuánto tendrá después de cinco años, si el interés capitalizado anualmente es del 6 %?

Respuesta: \$ 1,338.23

Ejercicio 1.6.3.

Fernanda colocó \$ 60,000 en un banco de Guadalajara que paga a sus depositantes el 3 % anual capitalizado mensualmente. ¿Cuántos años tardará el depósito de Fernanda en convertirse en \$ 75,000?

Respuesta: 89.36 meses que equivalen a siete años, seis meses.

Ejercicio 1.6.4.

Lorena y su hermana depositaron \$ 15,000 en un banco que paga el 3 % anual, capitalizable mensualmente. ¿A cuánto ascenderá su depósito al cabo de 15 años? **Respuesta:** \$ 23,511.48

Ejercicio 1.6.5.

Grafique una inversión de \$ 10,000 a una tasa del 8 % para un periodo de 48 meses. La curva deberá de representar el interés acumulado mes con mes. Utilice la hoja de cálculo para obtener la gráfica solicitada.

2

CONCEPTOS ECONÓMICOS-FINANCIEROS BÁSICOS (Repaso y nuevos conceptos)

Los problemas de ingeniería económica utilizan los ingresos y los egresos realizados por un negocio en el tiempo para representar los retos a resolver o las oportunidades a aprovechar en materia económica.

La nomenclatura utilizada para resolver los distintos tipos de estos problemas utiliza los siguientes valores:

- i) Presente: representado por la letra **P** mayúscula y cuyo significado es el valor del dinero el día de hoy.
- ii) Futuro: representado por una letra **F** mayúscula cuyo significado es el valor del dinero en el periodo de evaluación cuando “**n**” es mayor a cero.
- iii) Series uniformes de pago representadas por la letra **A** mayúscula y cuyo significado es: la existencia de varios pagos de la misma magnitud realizados en periodos sucesivos. Un ejemplo clásico son las mensualidades que se pagan por el alquiler de un bien.

Estos tres conceptos se aplican tanto a los *ingresos* como a los *egresos*, que agrupan a los costos y gastos de todo tipo en un análisis. El concepto fundamental para llevar a cabo las evaluaciones económicas es el tiempo o periodo utilizado en el análisis de las alternativas, generalmente es expresado mediante la letra “**n**”; su unidad de medida es: años, salvo manifestación en sentido contrario.

Durante los temas de esta guía se han explicado cada uno de los conceptos por utilizar en la resolución de los problemas o casos planteados de una manera incremental, es decir, se explicará la particularidad de cada concepto y luego se emplearán para resolver problemas cada vez más complejos.

La expresión gráfica de los problemas de ingeniería económica recibe el nombre de: “Diagrama de flujo de efectivo”; este es el antecedente para plantear el problema matemáticamente a través de una ecuación.

La construcción de la expresión matemática que identifica al flujo de efectivo recibe el nombre de ecuación y es un primer paso para llevar a cabo la construcción de diferentes escenarios al darle distintos valores a las variables utilizadas.

2.1 METODOLOGÍA PARA LOS CÁLCULOS

Todo problema requiere de un método para encontrar su solución. El objetivo es evitar confusiones o errores durante la realización de cálculos en la solución de cualquier problema de ingeniería económica. El analista deberá *contemplar la utilización del método que contiene los siguientes ocho aspectos en la resolución del problema planteado:*

- 1. Lectura:** Leer con cuidado para entender y comprender el enunciado o planteamiento del problema.
- 2. Razonamiento:** Establecer, analizar y justificar el método a utilizar para la evaluación de una o más alternativas de solución.
- 3. Datos:** Obtener las cifras representativas de cada ingreso o egreso mencionadas en el enunciado.
- 4. Construir:** El diagrama de flujo de efectivo representativo del problema.
- 5. Ecuación:** Establecer la expresión matemática del diagrama de flujo.
- 6. Sustitución:** Colocar los datos obtenidos en el paso 3 en la ecuación.
- 7. Resolver:** La ecuación y obtener una respuesta
- 8. Conclusión:** Redactar la argumentación acerca del significado de la respuesta obtenida.

El analista o alumno debe adquirir la habilidad para saber cómo expresar y comunicar los conceptos e ideas a cualquier grupo o auditorio en la presentación del trabajo realizado; en este sentido debe comprender los distintos

escenarios en los que puede llevar a cabo su labor y cómo utilizar los conocimientos adquiridos para explicar su propuesta de solución.

El enunciado de un problema es su expresión escrita, la cual también puede ser representada por un diagrama de flujo, por su ecuación matemática o por una gráfica, resultado de graficar las curvas representativas de las ecuaciones del flujo de efectivo en un plano cartesiano.

De esta forma, existen cuando menos, cuatro maneras para describir un problema y consecuentemente también habrá otras tantas formas para expresar las soluciones basadas en el enunciado y el contexto del problema.

Corresponde a esta parte de la guía, mostrar cómo se construye un diagrama de flujo y se obtiene su expresión matemática a partir de la utilización de fórmulas y el empleo del concepto de equivalencia.

En los problemas de ingeniería económica hay que entender y comprender su enunciado o planteamiento para poder establecer rutas acción para su solución. No olvidar, la palabra ingeniería proviene del vocablo “ingenio” y a su vez de la voz latina *ingenium* también del prefijo “in” (hacia adentro) o por su raíz indoeuropea de “gen” (dar a luz, parir), es decir, elaborar diversas formas para resolver retos o cuestionamientos presentados por la naturaleza, la técnica o por los individuos.

El enunciado del problema permite concebir lo planteado y, por lo tanto, merece una reflexión para identificar con que datos se cuenta. La concepción es la identificación de cuáles son sus componentes, es decir, la forma como se percibe el problema, descrito con palabras y establece las condiciones para llevar a cabo su solución.

Una vez analizado y comprendido el enunciado de un problema, se extraen de este los datos y se ordenan de una forma tal que le permitan al analista conocer la información disponible en la búsqueda de una solución a la problemática planteada.

La identificación de los datos y sus características van a permitir representar gráficamente el problema analizado. El resultado será un diagrama de flujo de efectivo, el cual recibe este nombre porque involucra los datos (ingresos y egresos) de acuerdo con el tiempo en el que ocurren los eventos a analizar.

Con base en los dos aspectos anteriores, se formalizará lo encontrado a través de construir una ecuación o igualdad matemática, la cual contiene las variables conocidas y establece las incógnitas por calcular.

Esta expresión matemática es la base para llevar a cabo una simulación elemental del problema bajo análisis y poder construir diversos escenarios para justificar la toma de decisión a favor o en contra de las alternativas planteadas.

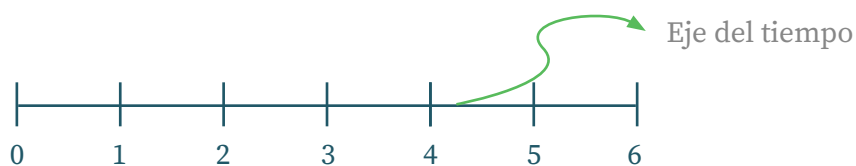
El método propuesto en este solucionario rompe con los enfoques paradigmáticos y le permite al analista cimentar sus conocimientos al saber plantear el problema bajo análisis de una manera verbal, escrita, gráfica, matemática y argumentativa, es decir, desarrollar al menos 4 formas de describir un mismo problema.

Una vez que el analista ha establecido y entendido el problema que se busca resolver, como siguiente punto deberá elaborar el diagrama de flujo correspondiente y establecer la ecuación que lo representa.

2.2 DIAGRAMAS DE FLUJO Y SU APLICACIÓN

El flujo de efectivo representa, de una manera gráfica, los ingresos y los egresos sobre una línea horizontal llamada el eje del tiempo. Por convención, *las flechas hacia arriba representarán los ingresos y las flechas hacia abajo representarán los egresos.*

La magnitud de la línea horizontal representa el periodo de la alternativa bajo análisis y esta debe ser dividida en el número de años, semestres, cuatrimestres o meses como unidad de medida para el tiempo, de igual forma se recomienda que la representación de las flechas tanto para los ingresos y egresos también sea proporcional.



Condiciones: La línea horizontal muestra un periodo de seis años y está uniformemente distribuida.

Cuando a este diagrama se le agrega una cantidad presente (P) (egreso), tendríamos un diagrama como se muestra a continuación:

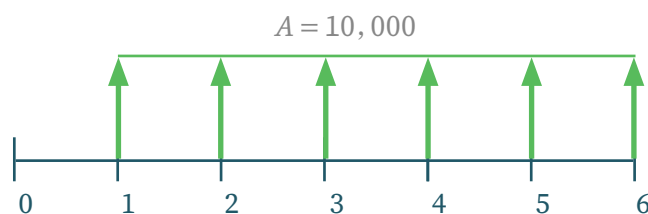


No hay que olvidar que las flechas hacia abajo representan egresos, y las flechas hacia arriba ingresos. Esta designación también aplica para el caso de los valores futuros y de las series de pagos uniformes.

Cuando al diagrama de flujo se le agrega una cantidad futura (F) como ingreso, obtendríamos un diagrama como se muestra a continuación:



Las series se representan con flechas hacia abajo o hacia arriba dependiendo de si representan ingresos o egresos quedando de la siguiente manera:



Conforme los diagramas van conteniendo más elementos, estos se enriquecen pero también se complican.

A continuación, se muestra un diagrama completo que contiene un valor presente, futuro y una serie de uniforme, así como el periodo de evaluación, en este caso “n” igual a 6 y el interés anual (i) que se utiliza como costo del dinero para la evaluación de esta alternativa es igual a un 10 %.

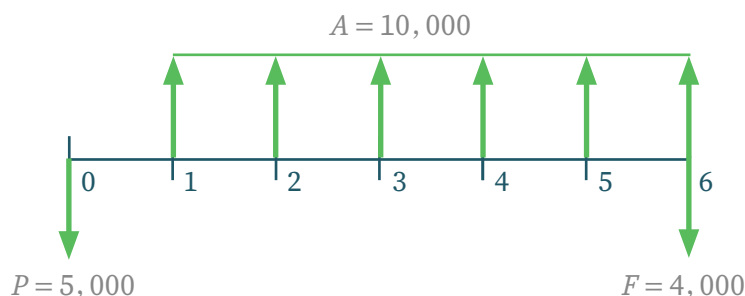
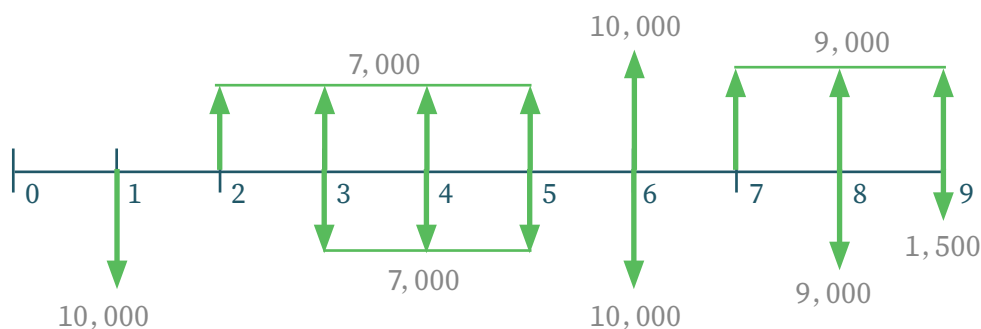


Diagrama de flujo mostrando un valor presente (P), uno futuro (F) y una serie uniforme (A)

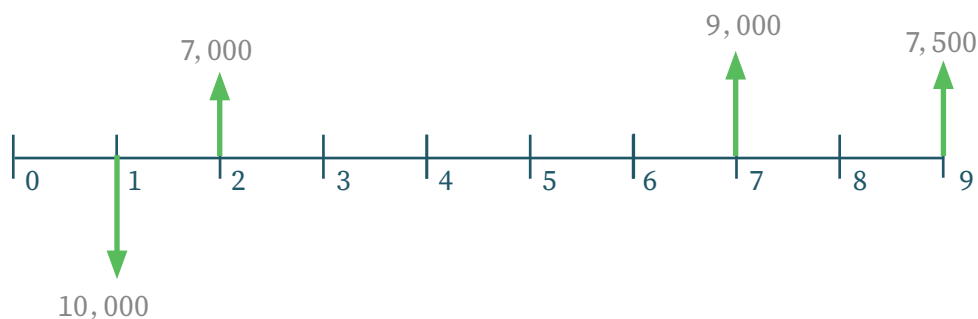
El concepto de simplificación

Desde la perspectiva de los diagramas de flujo estos pueden resultar muy complicados si son muchas las cantidades de ingresos y egresos que se registran durante el periodo de análisis, sin embargo, el diagrama de flujo en muchos casos puede ser simplificado al utilizar la regla de: sumar y restar cantidades que ocurren en el mismo tiempo.

Como ejemplo analicemos el diagrama de flujo siguiente y su simplificación, la cual permite resolver el problema con mayor facilidad.



Al simplificar obtenemos el siguiente diagrama:



Ejercicio 2.2.1

Explique cómo se llegó a este diagrama simplificado.

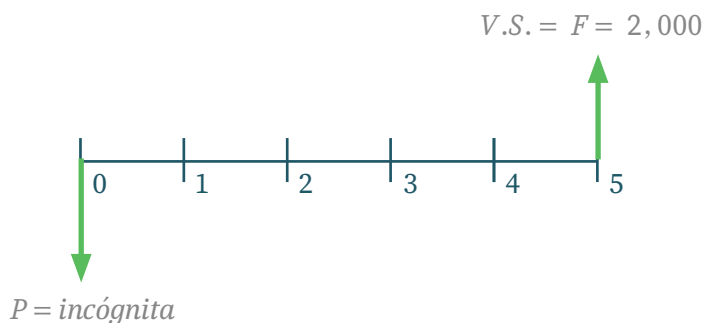
2.3. VALOR PRESENTE

Las evaluaciones económicas de proyectos de inversión consideran al valor presente de un flujo de efectivo como la referencia principal para tomar la decisión acerca de invertir, reemplazar equipo y maquinaria o ampliar las líneas de producción principalmente.

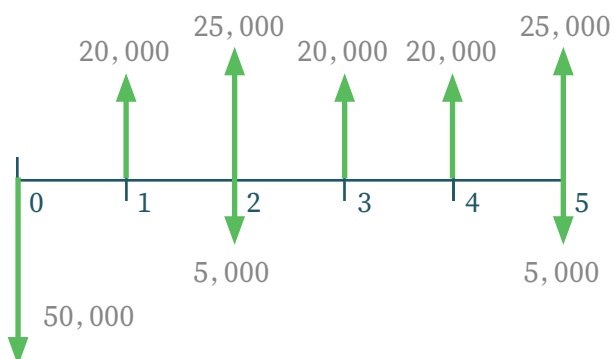
La forma sencilla de llevar a cabo este cálculo permite trasladar al presente (hoy), el valor de los flujos de efectivo futuros, considerando los ingresos y los egresos, presentados ambos como valores futuros o como series de pagos uniformes a cobrar o pagar conjuntamente o de manera independiente.

Un ejemplo clásico es el valor de salvamento (V.S. = al valor de un bien después de terminar su vida útil) ubicado en el futuro, el cual para ser evaluado se debe calcular su valor en el día de hoy.

Gráficamente, se representa de la siguiente manera:



Otro caso se presenta cuando existen ingresos y egresos futuros que deben ser evaluados en el presente. En la gráfica siguiente se mantienen valores futuros y una serie; las flechas hacia arriba indican un ingreso y las flechas hacia abajo un egreso.



A continuación, se presentan los ejercicios básicos para obtener un valor presente de un flujo de efectivo.

Ejercicio 2.3.1.

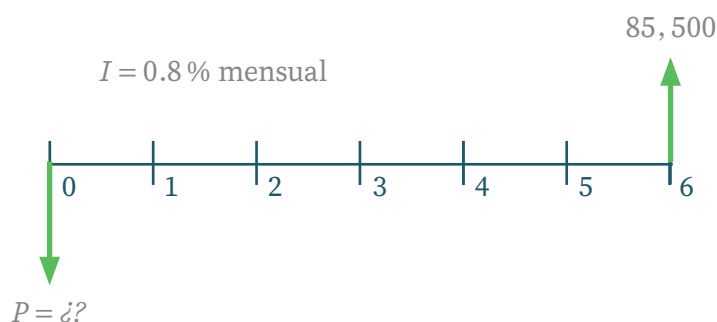
Deseo comprarme un televisor digital de 96 pulgadas cuyo valor en seis meses se estima será de \$85,500. El interés *mensual* ofrecido en el banco por mi dinero es del 0.8%. ¿Cuánto debo depositar el día de hoy para hacer realidad mi sueño?

Solución

i) **Razonamiento:** Debo calcular el valor presente de una cantidad futura considerando un interés mensual de 0.8 % y seis meses como valor del periodo.

ii) **Datos:** $F = \$ 85,500$ $i = 0.8 \% \text{ mensual}$ $n = 6 \text{ meses}$ $P = ?$

iii) **Diagrama de Flujo:**



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo:

$$P = F / (1 + i)^n$$

v) Sustituyendo datos en la ecuación se obtiene:

$$P = 85,500 / (1 + 0.008)^6$$

$$P = 85,500 / 1.0489$$

$$P = \$ 81,508.53$$

vi) **Resultado:** \$ 81,508.53

vii) **Conclusión:** para cumplir mi sueño el día de hoy, debo depositar la cantidad de \$ 81,508.53

Ejemplo 2.3.2.

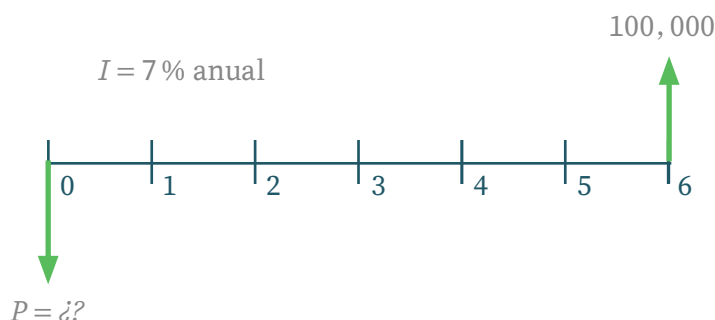
Alberto tiene 18 años y su padrino le prometió entregarle \$ 100,000 cuando cumpliera 24 años. ¿Cuánto debe invertir su padrino el día de hoy, si el banco le está ofreciendo una tasa del 7 % capitalizada anualmente, con el objeto de cumplir su promesa?

Solución

i) **Razonamiento:** Al igual que en el problema anterior, se busca calcular el valor presente conociendo el valor futuro considerando una tasa de interés capitalizada anualmente; el valor del periodo que sería de seis años.

ii) **Datos:** $F = \$ 100,000$ $i = 7 \% \text{ anual}$ $n = 6 \text{ años}$ $P = ?$

iii) **Diagrama de Flujo**



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo: $P = F / (1 + i)^n$

v) Sustituyendo los datos en la ecuación se obtiene:

$$P = 100,000 / (1 + 0.07)^6$$

$$P = 100,000 / (1.07)^6$$

$$P = 100,000 / 1.5007$$

$$P = \$ 66,635.57$$

vi) **Resultado:** \$ 66,635.57

- vii) **Conclusión:** el dinero a depositar el día de hoy por el padrino para entregarle a su ahijado los \$ 100,000 el día de su cumpleaños 24 es de: \$ 66,635.57.

Ejemplo 2.3.3.

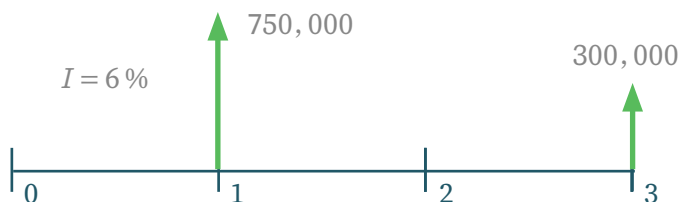
Existe un nuevo dispositivo para reducir los riesgos de daños colaterales que se tienen durante las cirugías en los hospitales. Con el uso de este dispositivo el área tecnológica del hospital espera evitar demandas futuras por \$ 750,000 el primer año y por \$ 300,000 el tercer año. **Calcule el valor presente** de estas posibles erogaciones, si solo fuera del orden del 15 % del daño colateral esperado. Utilice una tasa de interés del 6 % anual.

Solución

- i) **Razonamiento:** calcular el valor presente es sencillo a través de la notación simplificada, al importe de las demandas futuras esperadas hay que aplicarle un 15 % y a partir de la cantidad obtenida aplicarle la tasa de interés.

- ii) **Datos:** $F_1 = \$ 750,000$ $i = 6 \%$ $F_3 = \$ 300,000$ $n = 1$ y 3 años

- iii) **Diagrama de flujo**



- iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo:

$$P = F_1 (15\% \text{ del daño}) (P/F, 6\%, 1) + F_3 (15\% \text{ del daño}) (P/F, 6\%, 3)$$

- v) Sustituyendo datos en la ecuación se obtiene:

$$P = 750,000 (0.15) (P/F, 6\%, 1) + 300,000 (0.15) (P/F, 6\%, 3)$$

$$P = 112,500 (0.9434) + 45,000 (0.8396)$$

$$P = \$106,133 + \$37,782$$

$$P = \$143,915$$

- vi) **Resultado:** \$ 143,915

- vii) **Conclusión:** la cifra obtenida incluye solamente el valor del 15 % estimado que representa el daño que se espera tener en el futuro.

Ejercicio 2.3.4.

Si en una propuesta de inversión se conoce su valor presente que es de \$ 530,000 y su valor futuro de \$ 1,171,671, así como el periodo de análisis de 7 años. Calcular el valor del interés anual para que se cumpla con lo planteado.

Solución

- i) **Razonamiento:** El valor futuro se calcula a partir de la fórmula: $F = P(1 + i)^n$ despejemos i (interés) de la siguiente:

- ii) **Ecuación:** $F/P = (1 + i)^n$

Obtengamos la raíz enésima de ambos términos de la ecuación

$$\sqrt[n]{\frac{F}{P}} = \sqrt[n]{(1 + i)^n}$$

$$\sqrt[n]{\frac{F}{P}} = (1 + i)$$

$$\sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1 = i$$

Reordenando:

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

Sustituyendo valores:

$$i = \sqrt[7]{\frac{1,171,671}{530,000}} - 1$$

$$i = \sqrt[7]{2.21068} - 1$$

$$i = 12 \% \text{ anual}$$

Ejemplo 2.3.5.

Jorge depositó \$ 750,000 en el banco a una tasa del 6 % de interés anual. ¿Cuántos años tienen que transcurrir para que su capital inicial se convierta en \$ 1,250,000?

Solución

i) Razonamiento: Se utiliza un valor presente y futuro con un interés anual. En este caso el periodo es nuestra incógnita. Se utilizará la fórmula de valor futuro y se despejará la “n” para encontrar el tiempo transcurrido.

ii) Datos: $P = \$ 750,000$ $F = \$ 1,250,000$ $i = 6 \%$ $n = ?$

iii) Ecuación: $F/P = (1 + i)^n$

iv) Para obtener la magnitud de periodo, se aplican los logaritmos a ambos lados de la ecuación anterior.

$$\log (F/P) = \log (1 + i)^n$$

Haciendo uso de las propiedades de los logaritmos obtenemos:

$$\log F - \log P = n \log (1 + i)$$

Despejando n obtenemos: $(\log F - \log P) / \log (1 + i) = n$

Reordenando obtenemos: $n = (\log F - \log P) / \log (1 + i)$

Sustituimos datos:

$$n = (\log 1,250,000 - \log 750,000) / \log (1 + 0.06)$$

$$n = (6.0969 - 5.8751) / 0.0231$$

$$n = 9.602$$

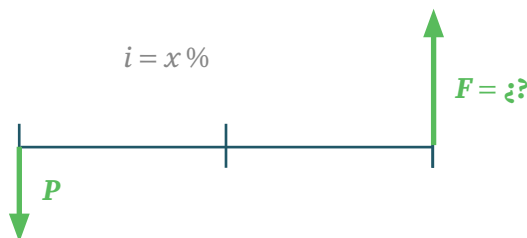
v) Resultado: 9.602 años

Deberán de transcurrir nueve años con siete meses y seis días para obtener el resultado deseado.

vi) Conclusión: no todos los problemas se resuelven utilizando los mismos mecanismos o procedimientos, a veces hay que romper esos esquemas para resolver los problemas enunciados.

2.4. VALOR FUTURO

Es la cantidad obtenida al llevar los valores presentes o series a un futuro establecido, la tasa de interés permite hacer este desplazamiento en el tiempo, quedando representado gráficamente de la siguiente manera:



Ejercicio 2.4.1.

El señor Pérez invierte el día de hoy \$ 5,000 a una tasa del 6 % de interés compuesto anual, capitalizada semestralmente. ¿Cuál es el valor de la cantidad futura al término de un año?

Solución

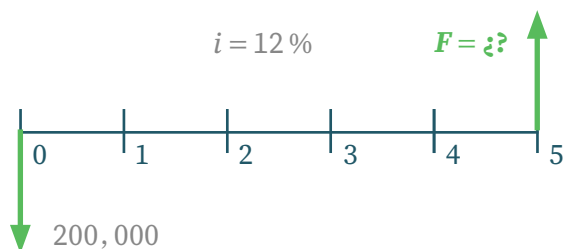
- i) **Razonamiento:** el interés anual debe dividirse entre dos para obtener el interés semestral.
- ii) **Datos:** $P = \$5,000$ $i = 6\%/2 = 3\%$ semestral $n = 2$ $F = ?$
- iii) **Ecuación:** $F = P(1 + i)^n$
- iv) **Sustitución de datos:** $F = 5,000(1 + 0.03)^2 = 5,000(1.0609) = \$5,304.50$
- v) **Resultado:** \$5,304.50
- vi) **Conclusión:** esta inversión pagará intereses dos veces al año, por lo que el interés resulta ligeramente superior a los \$ 300, cifra resultante si solo se recibiera el pago de interés una vez al año.

Ejemplo 2.4.2.

El señor González invierte \$ 200,000 en un instrumento financiero a una tasa anual del 12 %. Si planea retirar su inversión en cinco años. ¿Cuánto obtendrá al final de este periodo?

Solución

- i) **Razonamiento:** el interés será capitalizado una vez al año y en la solución del problema se aplicará de manera directa la fórmula para obtener el valor futuro dado un presente.
- ii) **Datos:** $P = \$200,000$ $i = 12\%$ $n = 5$ años $F = ?$
- iii) **Diagrama de flujo:** este es similar al mostrado al principio de este inciso.



iv) **Ecuación:** $F = P(1 + i)^n$ y en notación simplificada $F = P(F/P, i\%, 5)$

v) **Sustitución de datos:** $F = 200,000(1 + 0.12)^5$
 $F = 200,000(1.7623) = \$ 352,468.34$

vi) **Resultado:** \$ 352,468.37

vii) **Conclusión:** el interés generado durante cinco años, a una tasa del 12 % capitalizada anualmente, le permitirá al ahorrador poder contar con \$ 352,468.37 al término del periodo, integrado por capital más intereses.

Ejercicio 2.4.3.

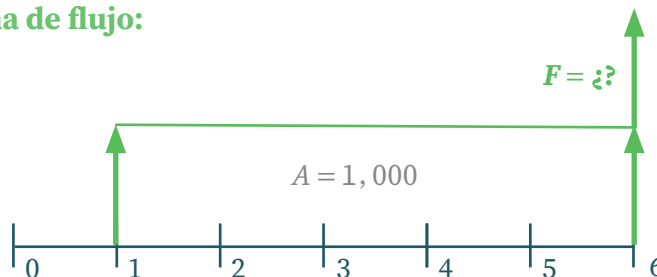
¿Cuál será el valor futuro de una anualidad de \$ 1,000 al cabo de 6 años, si consideramos un interés del 6 % anual?

Solución

i) **Razonamiento:** el interés será capitalizado una vez al año y, por lo tanto, se utilizará de manera directa la notación simplificada para expresar la ecuación y obtener el valor futuro dada una serie.

ii) **Datos:** $A = \$ 1,000$ $i = 6\%$ $n = 6$ años $F = ?$

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) **Ecuación:** $F = A(F/A, 6\%, 6)$ notación simplificada **

** Por considerar que la notación simplificada es más práctica en su uso, de aquí en adelante todos los problemas a partir de este último la utilizarán para plantear la ecuación correspondiente.

v) **Sustitución de datos:** $F = 1,000 (6.9753) = 6,975.30$

vi) **Resultado:** \$ 6,975.30

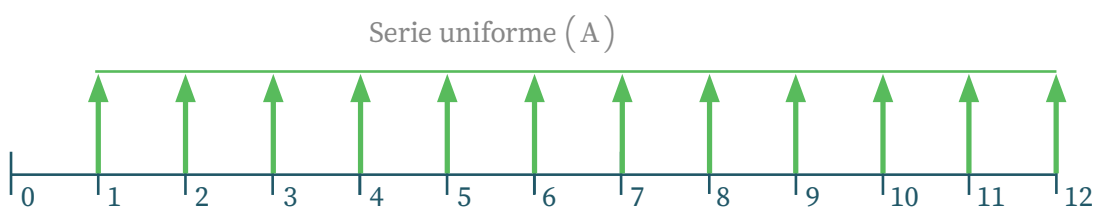
vii) **Conclusiones:** el valor futuro de la serie de \$ 1,000 anuales a una tasa de interés compuesto del 6 % anual me permitirá tener \$ 6,975.30 transcurridos 6 años.

2.5. SERIES UNIFORMES DE PAGO Y GRADIENTES

La serie uniforme de pagos se define como los ingresos o egresos expresados en cantidades idénticas y sucesivas durante un periodo determinado.

El ejemplo clásico son las rentas que se pagan mensualmente por ocupar un inmueble, es decir, el valor de la serie denominada por la letra A es el mismo a lo largo de 12 meses. Generalmente, los arrendamientos de inmuebles se realizan por periodos anuales con rentas mensuales.

Para el arrendador, la expresión como diagrama de flujo queda representada de la siguiente manera:



El uso de las series es amplio y, sobre todo, es utilizado para valorar deudas a liquidar mediante pagos uniformes, como es el caso de los créditos bancarios, comerciales, hipotecarios e inclusive automotrices.

Este concepto se usa con aceptación generalizada y se utiliza la letra A para designar a la serie uniforme, consecuencia de la voz inglesa “Annuality”.

La característica de las anualidades es que se calcula su valor presente en el periodo inmediato anterior al que empieza a contabilizarse la serie.

De esta forma la serie mostrada en la anterior figura corresponde perfectamente a un diagrama de flujo que permite el cálculo del valor presente de manera directa, sin embargo, si la serie hubiera iniciado en el periodo $n = 2$, se tendría que calcular en dos pasos el valor presente, es decir, la serie se calcularía en el periodo uno y de ahí se llevaría al periodo cero, considerando la primera cifra obtenida como un valor futuro que se llevara al presente.

Regla: el valor de una serie se calcula en el periodo inmediato anterior, es decir, si la serie inicia en $n = 1$ entonces su valor se obtendrá en $n = 0$, o sea su valor presente se obtendrá directamente; si la serie inicia en $n = 2$, se calculará su valor en $n = 1$ y de ahí se podrá llevar al presente o al futuro según se requiera.

Problemas utilizando anualidades

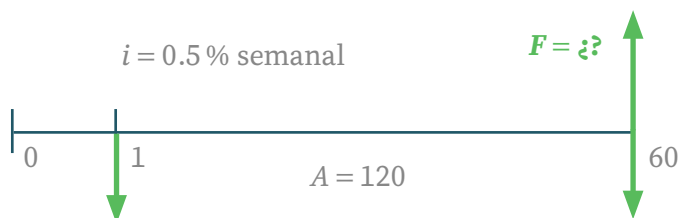
Ejercicio 2.5.1.

Un establecimiento comercial les ofrece a sus clientes un enser doméstico mediante el pago al contado de \$ 7,300 o un plan de pagos semanales de \$ 120 durante 60 semanas, si se sabe que el interés que utiliza el establecimiento es de 0.5 % semanal. ¿Cuál alternativa seleccionaría usted?

Solución

- i) **Razonamiento:** el pago semanal durante 60 semanas es de \$ 120 a un interés de 0.5 % semanal. Esto permite calcular el importe a pagar por el enser al final del periodo, mismo que se comparará con el pago al contado para poder tomar la decisión.
- ii) **Datos:** $A = \$ 120$ $i = 0.5 \% \text{ semanal}$ $n = 60 \text{ semanas}$ $F = ?$

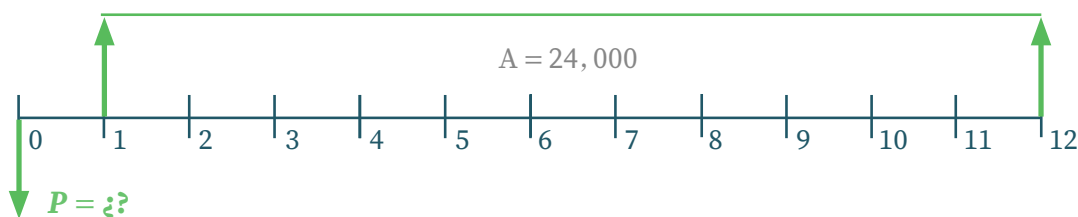
iii) Diagrama de flujo:

iv) **Ecuación:** $F = A (F/A, 0.5 \%, 60)$ notación simplificadav) **Sustitución de datos:** $F = 120 (69.7700)$ vi) **Resultado:** \$ 8,372.40vii) **Conclusiones:** el costo del enser al final del periodo será de \$ 8,372.40, que comparado con el pago de contado representa aproximadamente un incremento del 10 % al precio ofrecido de contado. El motivo de seleccionar el plan de pagos semanal puede ser que no se cuenta con el dinero para comprar el enser mediante un solo pago.**Ejercicio 2.5.2.**

Un arrendador desea conocer el valor presente de sus rentas de \$ 24,000 anuales por los próximos doce años. Considere para el cálculo un interés del 6 % anual.

Solucióni) **Razonamiento:** el interés se capitaliza una vez al año y, por lo tanto, se aplicará de manera directa la fórmula para obtener el valor presente dada una serie.ii) **Datos:** $A = \$ 24,000$ $i = 6 \%$ $n = 12$ años $P = ?$

iii) Diagrama de flujo:



iv) **Ecuación:** $P = A (P/A, 6\%, 12)$ con notación simplificada

v) **Sustitución de datos:** $P = 24,000 (8.3838)$

vi) **Resultado:** \$201,211.20

vii) **Conclusiones:** el valor presente de las rentas por los próximos 12 años para el arrendatario es igual a \$ 201,211.20, cifra con la que podrá planear sus gastos o nuevas inversiones.

Con objeto de reforzar los conocimientos adquiridos en este subtema, se sugiere resolver los siguientes problemas conforme la metodología propuesta en la página 42.

En estos problemas se le da al lector o alumno la respuesta como ayuda para que pueda verificar si el procedimiento utilizado fue el correcto y, por lo tanto, su resultado.

Ejercicio 2.5.3.

¿Cuál es mayor, el monto de una anualidad de un peso por 10 años al 1 % anual o la alternativa de invertir ese peso por 9 años al 3 % anual? Justifique su respuesta.

Respuesta: la primera es mayor.

Ejercicio 2.5.4.

Si se invierten \$ 1,000 cada año a una tasa del 5 % anual y esta cifra se convierte en \$ 9.549. ¿Cuánto tiempo estuvo invertido el dinero?

Respuesta: ocho años

Ejercicio 2.5.5.

¿Cuál es la tasa de interés utilizada anualmente si se invierten \$ 1,000 por un periodo de seis años y se obtiene un valor futuro de \$ 5,014?

Respuesta: 2 %

Ejercicio 2.5.6.

La empresa en la que trabaja Victoria creó un fondo de amortización sobre el que podía obtener 5 % anual para redimir una emisión de obligaciones de \$ 1,000,000 dentro de 20 años.

¿Qué pago anual habría que hacer con cargo a este fonde de amortización al final de cada año, de modo que después de efectuar 20 pagos iguales se pudiera redimir la emisión de obligaciones citada?

Respuesta: \$ 30,242.59

Anualidades y tablas de amortización

Las series uniformes, también conocidas como anualidades, tienen un uso específico en el cálculo de los pagos diferidos con los que se va amortizando la deuda adquirida. Para comprender este método se construye la llamada tabla de amortización considerando el interés anual y el periodo otorgado para la liquidación del crédito.

Ejercicio 2.5.7.

La empresa J.K.V. planea pagar un préstamo de \$ 3,000,000 en 20 pagos anuales iguales, si se considera un 6 % de interés anual. ¿Cuál es el importe de cada pago anual para liquidar la deuda? Construya la tabla de amortización correspondiente.

Solución

i) **Razonamiento:** Cuando una persona física o moral solicita un crédito y se le otorga, debe considerar que este tiene un costo llamado interés y que se cobra periodo a periodo, dependiendo de si este es anual, semestral, trimestral, mensual o semanal.

Para observar la evolución del crédito, es decir, cuánto se ha pagado al capital y cuánto se ha pagado de intereses, es necesario construir la tabla de amortización utilizando para ello una hoja de cálculo.

ii) **Datos:** $P = 3,000,000$ $n = 20$ $i = 6\%$ $A = ?$

iii) **Ecuación:** $A = P(A/P, i\%, n)$ con notación simplificada

iv) **Sustitución de datos:** $A = 3,000,000(0.08718) = \$ 261,540$
valor del pago anual

- v) La tabla de amortización se muestra a continuación y permite observar cómo disminuye la deuda adquirida anualmente.

TABLA DE AMORTIZACIÓN

Monto inicial del crédito	Número de pagos	Interés anual	Pago anual
\$ 3,000,000	20	6%	\$ 261,553.66

Pago	Saldo inicial	Interés	Pago	Saldo final
0				3,000,000
1	3,000,000	180,000	261,553.66	2,918,446
2	2,918,446	175,107	261,553.66	2,831,999
3	2,831,999	169,920	261,553.66	2,740,366
4	2,740,366	164,422	261,553.66	2,643,234
5	2,643,234	158,594	261,553.66	2,540,274
6	2,540,274	152,416	261,553.66	2,431,137
7	2,431,137	145,868	261,553.66	2,315,452
8	2,315,452	138,927	261,553.66	2,192,825
9	2,192,825	131,570	261,553.66	2,062,841
10	2,062,841	123,770	261,553.66	1,925,058
11	1,925,058	115,503	261,553.66	1,779,008
12	1,779,008	106,740	261,553.66	1,624,195
13	1,624,195	97,452	261,553.66	1,460,093
14	1,460,093	87,606	261,553.66	1,286,144
15	1,286,144	77,169	261,553.66	1,101,759
16	1,101,759	66,106	261,553.66	906,311
17	906,311	54,379	261,553.66	699,136
18	699,136	41,948	261,553.66	479,531
19	479,531	28,772	261,553.66	246,749
20	246,749	14,805	261,553.66	0

- vi) **Conclusión:** Como se puede notar, el valor de la anualidad obtenida mediante fórmula es inferior en \$ 13.50 (\$ 261,540.00 – \$ 261,553.50) que el obtenido mediante la tabla de amortización, cuyo saldo al final del periodo (último pago) debe ser cero. Esto es consecuencia de los decimales del factor utilizado.

Esta tabla de amortización se denomina sobre “saldos insolutos”, que significa un pago de interés sobre el adeudo pendiente de liquidar después de restarle el pago realizado.

Ejercicio 2.5.8.

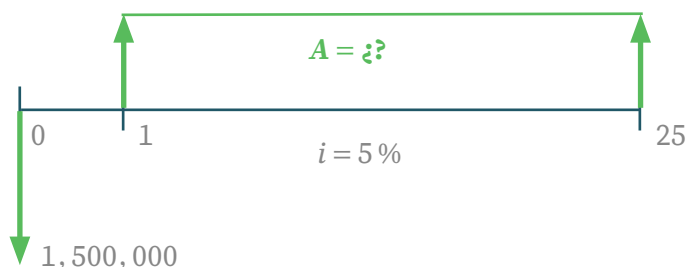
Melissa deposita el día de hoy en un fondo de inversiones la cantidad de \$ 1,500,000 a una tasa del 5 % anual. ¿Cuál es el interés anual por recibir para esa cantidad depositada durante 25 años?

Solución:

- i) **Razonamiento:** el valor de la inversión debe convertirse en una serie uniforme de pagos, considerando la tasa del 5 % y un horizonte de 25 años.

- ii) **Datos:** $P = 1,500,000$; $A = ?$ $i = 5\%$ $n = 25$

- iii) **Diagrama de flujo:**



- iv) **Ecuación del flujo de efectivo:** $A = P(A/P, 5\%, 25)$

v) **Sustituyendo los datos se obtiene:** $A = 1,500,000 (0.2310)$
 $A = \$106,425$

vi) **Resultado:** \$ 106,425 es el valor que recibirá anualmente por el inversionista.

vii) **Conclusión:** El inversionista recibirá una cantidad de \$ 106,425 anualmente por invertir hoy \$ 1,500,000.

Diversos problemas resueltos para su estudio

Ejercicio 2.5.9.

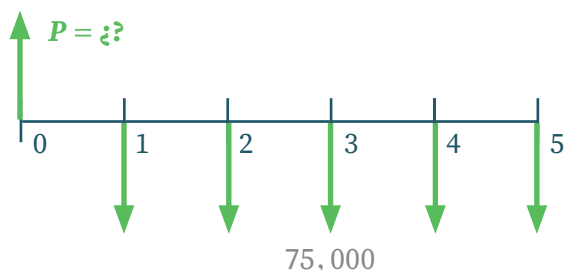
Un empleado recibe un sueldo anual de \$ 300,000. Considera que la cuarta parte de este la puede destinar para adquirir un vehículo eléctrico hoy y con la proporción separada de su sueldo, liquidar el saldo de su deuda durante los próximos cinco años. Si la tasa cobrada por el distribuidor automotriz es del 8 % anual, ¿cuál es el valor máximo del carro al que puede aspirar el día de hoy para no faltar a su compromiso de pago durante los próximos 5 años?

Solución

i) **Razonamiento:** El empleado desea destinar el 25 % de su sueldo para la adquisición de un vehículo eléctrico equivalente a una cantidad disponible de \$ 75,000 anualmente durante los próximos cinco años. La tasa de interés cobrada por el distribuidor es del 8 % anual. Se debe buscar el valor presente de una serie uniforme de pagos para el periodo establecido.

ii) **Datos:** Anualidad (A): $\$300,000 \times 0.25 = \$75,000$
Tasa de interés (i): = 8 % anual
Periodo (n): = 5 años

iii) Diagrama de flujo de efectivo:



- iv) Utilizando la notación simplificada para la ecuación del diagrama, se tiene que:

$$P = A(P/A, 8\%, 5)$$

Sustituyendo los datos en la ecuación se obtiene:

$$P = \$75,000 (3.9927)$$

$$P = \$299,452.50$$

- v) **Respuesta:** El valor del vehículo adquirido en el día de hoy no podrá ser mayor de \$299,452.50 para poder cumplir con el compromiso al destinar el 25 % de su sueldo anual al pago de su carro.
- vi) **Conclusión:** El valor obtenido le permite al empleado cumplir con su compromiso y no hacerse acreedor a alguna sanción manteniendo su historial crediticio sin mancha.

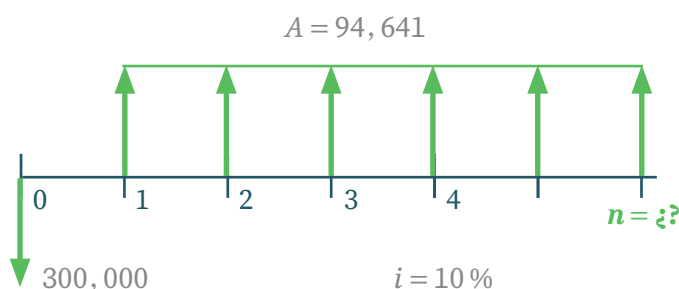
Ejercicio 2.5.10.

Un empleado desea adquirir un vehículo con un precio de \$800,000, si paga al contado obtiene un descuento de \$50,000. Él tiene únicamente ahorrado \$500,000 por lo que necesita un préstamo por la cantidad de \$300,000 para pagar de contado el carro y recibir el descuento mencionado. El comprador estima poder pagar el adeudo mediante una anualidad de \$94,641, considerando un costo del dinero del 10 % anual. Con estas hipótesis, ¿cuánto tiempo le llevará liquidar el préstamo de \$300,000?

Solución

i) **Razonamiento:** el crédito adquirido hoy en día (P) es de \$ 300,000, de acuerdo con sus ingresos, lo puede pagar anualmente (A) aportando una cantidad máxima de \$ 94,641; el costo del dinero (i) es de 10 % anual. Se solicita calcular el tiempo (n) para liquidar el préstamo conforme a las cantidades enunciadas.

ii) **Diagrama de flujo**



iii) Utilizando la siguiente fórmula y sustituyendo valores, se tiene:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$P = A \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$= 300,000/94,641 = \left[\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1(1,1)^n} \right]$$

Operando, se obtiene:

$$3.1699 = 10 - 10/(1.1)^n$$

$$6.8301 = 10/(1.1)^n$$

Aplicando logaritmos:

$$n \log (1.1) = \log (10/ 6.8301)$$

$$n 0.04139 = 0.1656$$

$$n = 4$$

iv) Resultado: En cuatro (4) años se pagará el crédito.

v) Conclusión: Aquí se utilizó la fórmula para calcular un presente dada una anualidad y aplicando transformaciones algebraicas y logaritmos se obtuvo el valor de la incógnita. Debe recalarse que un pago menor a los \$ 94,641 anuales aumentaría el valor de “n”

En una segunda variante del problema se puede buscar el monto de la cuota utilizando un periodo mayor, por ejemplo, de seis años.

$$= 300,000 = A \left[\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0.1(1.1)^6} \right]$$

$$300,000 = A (10 - 5.6447)$$

$$300.000 = A (4.3553)$$

$$A = 300,000 / 4.3553$$

$$A = \$ 68,881$$

El resultado obtenido de la anualidad es de \$ 68,881.5.

Una tercera variante del problema es calcular el costo del dinero, para ello utilizaremos los siguientes datos: un crédito por \$ 300,000, cuotas anuales por \$ 118,698.01 y un periodo de 5 años. Sustituyendo estos datos en la fórmula, se tiene la expresión algebraica siguiente:

$$300,000 = 118,698 \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^5} \right]$$

Se deja al lector obtener el valor de la “i” para practicar su álgebra.

La respuesta a este problema es: 28.09 % anual.

Ejercicio 2.5.11.

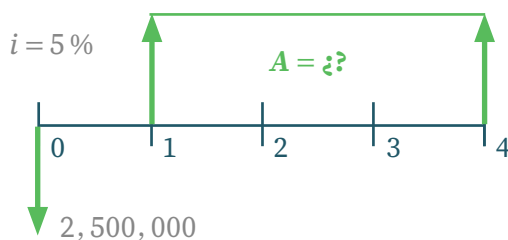
Una pequeña fundición está experimentando con distintas aleaciones para conseguir la mejor mezcla de metales y ofertar al mercado un bronce de gran calidad. La compañía a través de distintos procesos metalúrgicos pretende optimizar sus costos. El proceso nuevo requiere de una inversión de \$ 2,500,000. ¿Cuánto debe ahorrarse cada año para recuperar la inversión en 4 años, si la tasa de interés considerada es del 5 % anual?

Solución

i) **Razonamiento:** La empresa pretende recuperar la inversión realizada en un máximo de cuatro años, para ello hay que calcular la cantidad uniforme anual durante este periodo.

ii) **Datos:** $P = \$ 2,500,000$ $i = 5\%$ $A = ?$ $n = 4$ años

iii) **Diagrama de Flujo:**



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo: $A = P (A/P, 5\%, 4)$

v) Sustituyendo datos en la ecuación se obtiene: $A = 2,500,000 (0.2820)$
 $A = 705,000$

vi) **Resultado:** \$ 688,725

vii) **Conclusión:** la compañía deberá de obtener ahorros por \$ 705,000 anuales para recuperar el valor de la inversión en 4 años, considerando un costo del dinero del 5 %.

Ejercicio 2.5.12.

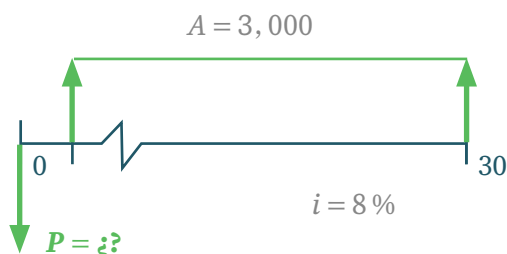
Los programas de promoción de una empresa con sus empleados les garantizan aumentos a su sueldo conforme aprueben los diversos cursos de capacitación a los que asisten. Un empleado de la empresa aprobó el curso de comercialización en diciembre y a partir del primero de enero siguiente recibirá un aumento de \$ 3,000 cifra que se entregará anualmente durante el periodo que trabaje para la compañía. Si consideramos una tasa de interés anual del 8 %, ¿Cuál es el valor presente de los \$ 3,000 a recibir cada año, si espera permanecer en la empresa durante 30 años?

Solución

i) **Razonamiento:** El horizonte de evaluación es de 30 años, para una serie de \$ 3,000 anuales con un interés del 8 %, hay que calcular el valor presente de la serie.

ii) **Datos:** $A = \$ 3,000$ $i = 8 \%$ $P = ?$ $n = 30$ años

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo: $P = A (P/A, 8 \%, 30)$

v) Sustituyendo datos en la ecuación se obtiene: $P = 3,000 (11.25778)$
 $P = \$ 33,773.35$

vi) **Resultado:** \$ 33,773.35

vii) **Conclusión:** El valor presente del ingreso adicional otorgado es de \$ 33,773.35, es decir, por haber aprobado su curso, el empleado puede recibir esta cifra el día de hoy o \$ 3,000 anuales durante los próximos 30 años.

Ejercicio 2.5.13.

Una empresa tiene pensado construir un campo eólico generador de energía eléctrica con una inversión de \$ 2,200 millones. Se estima una vida útil para el proyecto de 15 años y durante este periodo, el campo producirá ingresos por \$ 300 millones anuales. El compromiso con las autoridades ambientales es desmantelar todo lo construido al término de la vida útil del campo eólico; se estima que el costo de esta acción será de \$ 900 millones. ¿Cuál es el valor presente neto del proyecto si la tasa de interés es de 5 %? ¿Qué pasaría si fuera del 18 %?

Solución

i) **Razonamiento:** A la inversión inicial hay que restarle el valor de los ingresos generados durante el periodo de evaluación de 15 años y sumarle el costo de rehabilitación del terreno.

ii) **Datos:** ingresos = \$ 300 millones inversión = \$ 2,200 millones
rehabilitación = \$ 900 millones periodo: 15 años; interés: 5%

iii) Diagrama de flujo**iv) Ecuación del diagrama de flujo:**

$$P = -2,200 + 300(P/A, 5\%, 15) - 900(P/F, 5\%, 15)$$

v) Sustituyendo los factores:

$$P = -2,200 + 300(10.3797) - 900(0.4810)$$

$$P = 481.01$$

vi) **Resultado:** \$ 481.01 millones de pesos

vii) Conclusión: del análisis del flujo de efectivo, la inversión generaría un ingreso presente positivo y, por lo tanto, se recomienda la construcción del proyecto.

En la medida que se incremente la tasa de interés, el valor presente disminuirá y para el caso de una la tasa de interés del 18 % anual, se tendrá un valor negativo presente equivalente a \$ 747.69 millones, por lo tanto, con esta condición, **No** se recomienda realizar el proyecto.

Gradientes

Cuando existe un aumento en el valor de la serie en una cantidad idéntica, se le denomina gradiente, este concepto es utilizado en la solución de diversos problemas, como puede ser el cálculo del valor de la acción en una compañía, donde se espera que los dividendos se incrementen año con año en una misma cantidad o porcentaje.

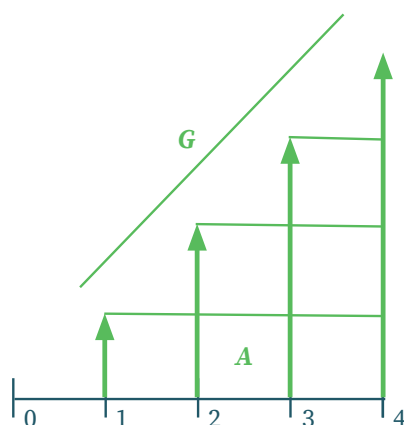
El gradiente se representa en los diagramas de flujo como un incremento uniforme durante cada periodo, inician en el segundo año de la serie y se mantienen hasta el periodo n . El incremento recibe el nombre de *gradiente* y se denota por la letra **G**.

Los gradientes existen como un incremento en cada periodo como consecuencia de una negociación establecida; para el caso del mercado, por incremento en los costos de producción, gastos de administración, y eventualmente por la inflación, entre otras causas.

Los gradientes pueden ser crecientes o decrecientes y aritméticos o geométricos, independientemente de las características de estos, se puede calcular su valor presente, un valor futuro o una serie uniforme para un periodo determinado.

Para el caso del gradiente aritmético, su descripción básica establece: “año con año se incrementa de manera uniforme (en la misma magnitud) la cantidad a recibir o a erogar”.

La representación del flujo de efectivo de un gradiente aritmético se presenta a continuación:



Nota: Cada periodo se incrementa en la misma cantidad.

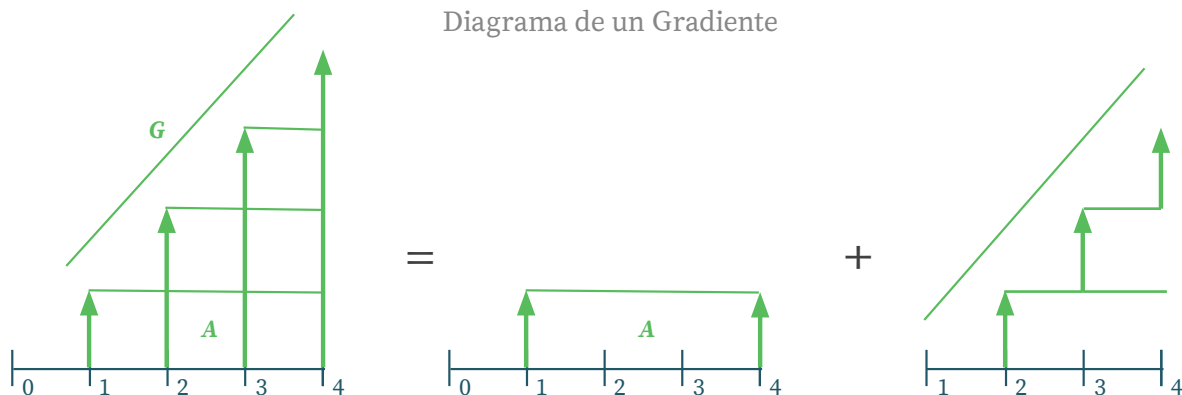
La fórmula para el cálculo del valor presente de un gradiente es la siguiente:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

Si el gradiente existe como consecuencia de un incremento periódico en el valor de la serie uniforme entonces hay que entender que el cálculo de un valor presente de una serie con gradiente tendrá dos cantidades como componentes, lo anterior se muestra a continuación:

Si se parte del diagrama anterior y lo descomponemos gráficamente tendremos:

Diagrama de un Gradiente



Como puede observarse, el diagrama muestra un gradiente y tiene el componente de la serie y el del gradiente propiamente dicho; la característica importante de entender es que el valor de “n” para el gradiente siempre será el mismo aplicado a la serie. Entonces, el valor presente de un gradiente se integrará del valor presente de la serie más el valor presente del gradiente.

Para el cálculo del valor presente se utilizará la siguiente fórmula:

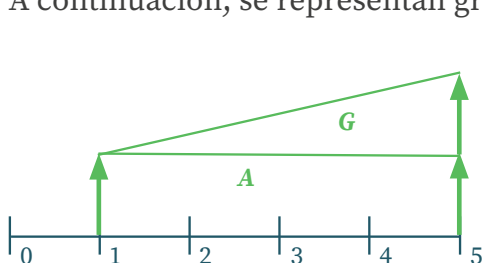
$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

Entender el concepto gradiente permite al analista tener una herramienta adicional para llevar a cabo cálculos con mayor amplitud, conocimiento y certidumbre

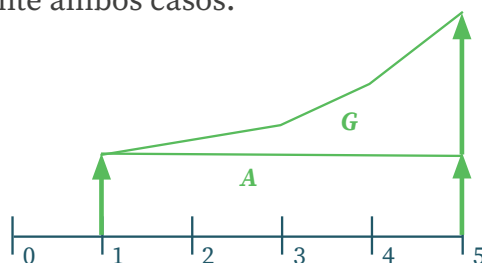
Los gradientes pueden ser de:

- i) Tipo aritmético consecuencia de un crecimiento uniforme y de
- ii) Tipo geométrico cuando el crecimiento es exponencial.

A continuación, se representan gráficamente ambos casos:



Gradiente aritmético



Gradiente geométrico

Ejercicio 2.5.14.

Todas las compañías tecnológicas corren el riesgo de ser demandadas por los efectos colaterales generados por fallas en la utilización de las piezas fabricadas. El Consejo de Administración de una de estas empresas decide crear

un fondo para enfrentar una posible contingencia como consecuencia de lo mencionado y estiman que el hecho podría suceder en seis años, con un valor presente estimado en \$ 35,000,000.

La compañía desarrolla un plan para reservar \$ 8,000,000 el primer año e incrementar esta cifra de manera uniforme (G) durante cada uno de los seis años siguientes.

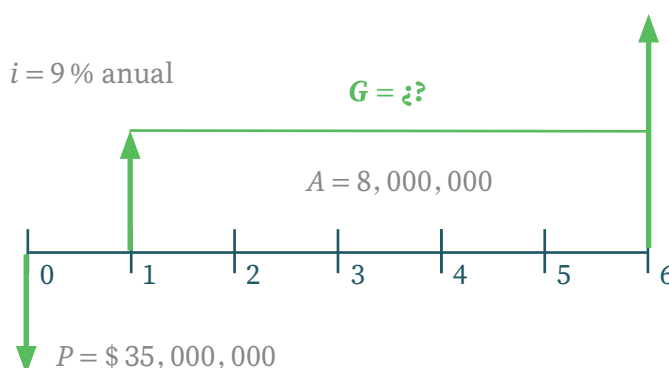
Si la empresa espera obtener un rendimiento del 9% anual sobre el dinero reservado. ¿Cuál sería el valor del gradiente aritmético para alcanzar la cifra estimada?

Solución

i) **Razonamiento:** La creación de un fondo contingente permitirá enfrentar una posible demanda futura, para ello se aplicará un ahorro anual incrementado año con año (G), y llegar de esta manera al monto estimado para cubrir el potencial hecho.

ii) **Datos:** $P = 35,000,000$; $A = 8,000,000$;
 $n = 6$ años; $i = 9\%$; $G = ?$

iii) **Diagrama de flujo**



iv) La ecuación que representa este diagrama es la siguiente:

$$P = A (P/A, 9\%, 6) + G (P/G, 9\%, 6)$$

- v) Sustituyendo los datos en la ecuación anterior se obtiene:

$$\begin{aligned}
 35,000,000 &= 8,000,000 (4.4859) + G(10.0924) \\
 35,000,000 &= 35,887,200 + 10.0924 G \\
 87,907.73 &= G
 \end{aligned}$$

- vi) **Resultado:** \$ 87,907.73

- vii) **Conclusión:** del periodo 2 al 6, la cantidad ahorrada anualmente deberá incrementarse en \$ 87,907.73 año con año, para cubrir el monto contingente establecido.

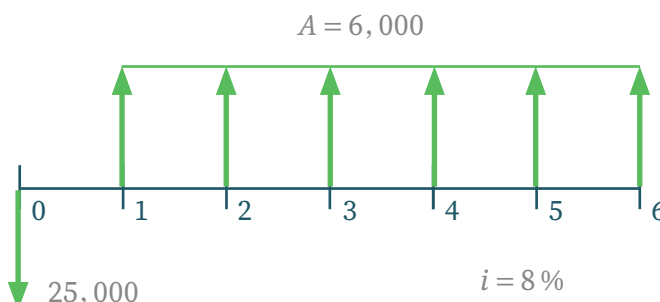
Ejercicio 2.5.15.

El arquitecto Felipe está analizando un proyecto de inversión con un costo inicial de \$ 25,000. Este le proporcionará \$ 6,000 durante los seis años siguientes. ¿Aconsejaría usted realizarlo si la tasa de interés es de 8 %? En caso afirmativo, justifique su decisión. Calcule la tasa de interés con que el proyecto deja de ser atractivo.

Solución

- i) **Razonamiento:** la serie de \$ 6,000 debe de llevarse al presente y compararlo con el costo de la inversión para tomar una decisión. La segunda pregunta se resuelve al igualar los ingresos con los costos: esa será la tasa de interés del proyecto para dejar de ser atractivo.

- ii) **Diagrama de flujo**



iii) Aplicando la notación simplificada se tiene: $P = A (P/A, 8\%, 6)$

Sustituyendo los datos en la ecuación: $P = 6,000 (4.6229)$

iv) El resultado es el siguiente: $P = \$ 27,737.40$

v) **Conclusión:** los ingresos son mayores que los egresos y, por lo tanto, con esta tasa de interés, se acepta el proyecto.

Para el cálculo de la tasa de interés donde el proyecto deja de ser atractivo, se aplicará el método de tanteo utilizando los intervalos de las tasas de interés del 8 % al 14 % para resolver el problema. Realice los cálculos necesarios y obtenga las conclusiones.

A una tasa del 8% los ingresos fueron mayores que los egresos en:
 $6,000 (4.6229) = \$ 27,737.40 - \$ 25,000.00 = \$ \mathbf{2,773.79}$

A una tasa del 9% los ingresos fueron mayores que los egresos en:
 $6,000 (4.4859) = \$ 26,915.40 - \$ 25,000 = \$ 1,691.54 = \$ \mathbf{1691.54}$

A una tasa del 10% los ingresos fueron mayores que los egresos en: $\$ \mathbf{1,131.80}$

A una tasa del 11% los ingresos fueron mayores que los egresos en: $\$ \mathbf{383.00}$

A una tasa del 12% los ingresos fueron mayores que los egresos en: $-\$ \mathbf{331.60}$

A una tasa del 13% los ingresos fueron mayores que los egresos en: $-\$ \mathbf{1,015.00}$

A una tasa del 14% los ingresos fueron mayores que los egresos en :
 $-\$ \mathbf{1,668.40}$

La tasa de interés buscada se encuentra entre 11 % y 12 %. Utilizando el método de interpolación, se obtiene la tasa buscada: $\mathbf{11.48\%}$

También se puede calcular la tasa de interés al graficar los valores anteriores, encontrando la tasa buscada en la intersección de la curva con el eje de las “ x ”.

Ejercicio 2.5.16.

Una compañía petrolera pretende agotar todas las reservas que existen en sus pozos, principalmente, aquellos clasificados como residuales, los cuales muestran una disminución en su producción de acuerdo con un gradiente aritmético de \$ 50,000 por año. Los ingresos anuales esperados son del orden de \$ 350,000, al final del año uno. Se estima que la producción en estos pozos tenga una duración de 6 años, tiempo en el que suspenderán su producción.

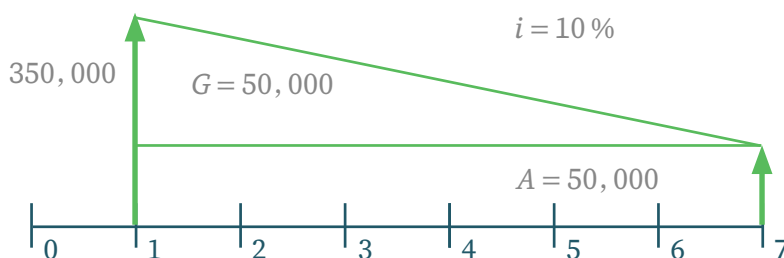
Solución

a) ¿Cuál será el monto del flujo del valor futuro en el año 4? y b) ¿Cuál es el valor anual uniforme equivalente (VAUE) en el periodo de año 1 al 6, considerando una tasa de interés del 10 % anual?

i) **Razonamiento:** dependiendo de la planeación estratégica para la producción de crudo, todas las empresas petroleras, cuando los pozos están en su fase terminal, producen barriles de crudo de forma marginal. Por ello, esta empresa aplica el concepto de gradiente financiero para representar la disminución de producción de cada pozo hasta suspender su explotación cuando los ingresos sean iguales a \$ 50,000.

ii) **Datos:** $A = \$ 350,000$ $i = 10 \%$ $VAUE = ?$
 $G = \$ 50,000$ $n_a = 4$ $n_b = 7$

iii) **Diagrama de flujo**



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad VF_4 &= 350,000 (P/A, 10\%, 7) (F/P, 10\%, 4) \\
 &\quad - 50,000 (P/G, 10\%, 7) (F/P, 10\%, 4) \\
 &= 350,000 (4.8684) (1.4641) - 50,000 (12.7631) (1.4641) \\
 &= 2,494,738.55 - 934,322.74 \\
 &= \$2,400,415.81
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad VAUE &= 350,000 (A/P, 10\%, 6) \\
 VAUE &= 350,000 (0.22961) \\
 VAUE &= \$80,363.50
 \end{aligned}$$

El alumno debe explicar los resultados obtenidos.

Las evaluaciones económicas se realizan a partir de datos independientes presentados de manera tabular o por un flujo de efectivo.

Existen ocasiones en que es necesario calcular los valores de las variables de los problemas cuando estos no son explícitos, como se muestra a continuación:

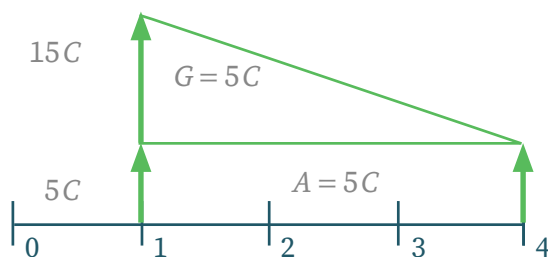
Ejercicio 2.5.17.

Dado el siguiente diagrama de flujo de efectivo, calcule el valor de C si la tasa de interés es de 12 % capitalizada anualmente.

Solución

i) **Razonamiento:** para encontrar la ecuación que representa al diagrama de flujo, igualamos la parte que genera ingreso con el gradiente negativo y los términos que generan ingresos con el gradiente positivo.

ii) Diagrama de flujo de efectivo:



iii) Ecuación:

$$\begin{aligned}
 20C(P/A, 12\%, 4) - 5C(P/G, 12\%, 4) &= 100(P/A, 12\%, 4) + 100(P/G, 12\%, 4) \\
 20C(3.0373) - 5C(4.1273) &= 100(3.0373) + 100(4.1273) \\
 40.11C &= 716.44 \\
 C &= 17.86
 \end{aligned}$$

iv) **Resultado:** El valor de C es: \$ 17.86

v) **Conclusión:** este valor de C se sustituye en la ecuación y se obtiene el valor presente de la alternativa.

Ejercicio 2.5.18.

Una compañía solicita un préstamo de \$ 100,000 a un interés de 15 % anual. El préstamo será rembolsado de acuerdo con la siguiente tabla. Encuentre el valor de X que permitirá liquidar el préstamo al final del año 5.

Solución

i) **Razonamiento:** La compañía solicitó un préstamo que causa un interés de 15 % anual sobre el saldo del préstamo, decide pagar \$ 25,000 los primeros 4 años y un último pago para liquidar su deuda.

ii) Datos en forma tabular

Año	Importe
1	\$25,000
2	\$25,000
3	\$25,000
4	\$25,000
5	X

iii) Tabla de amortización:

TABLA DE AMORTIZACIÓN				15%
PAGO	SALDO INICIAL	INTERES	PAGO	SALDO
0	100,000			100,000
1	100,000	15,000	25,000.00	90,000
2	90,000	13,500	25,000.00	78,500
3	78,500	11,775	25,000.00	65,275
4	65,275	9,791	25,000.00	50,066
5	50,066	7,510	57,576.19	0

iv) **Resultado:** El valor de X es \$ 57,576.19

v) **Conclusión:** Para el año cuatro, la compañía había pagado \$ 100,000 en términos nominales, sin embargo, en la tabla de amortización se observa que el adeudo al final de ese año era de \$ 57,576.19.

2.6. REPASO DE LAS FÓRMULAS DE VALORES PRESENTES, FUTUROS Y SERIES UNIFORMES

En la solución de problemas de ingeniería económica se utilizan los siguientes elementos: datos, diagramas de flujo de efectivo y fórmulas; con la lectura y el razonamiento del enunciado se busca comprender el problema y obtener o calcular los datos necesarios para su solución.

Con la elaboración de los diagramas de flujo denominados simples o de primer grado de dificultad, se realizan únicamente cálculos sencillos y directos, como en los siguientes dos casos:

Primer caso: Cuando se conoce un valor presente y se desea conocer su valor futuro con la condición de un interés (costo del dinero) establecido y el periodo de análisis estipulado.

Ejercicio 2.6.1.

Se depositan el día de hoy \$ 10,000 en una institución bancaria que paga a sus ahorradores un interés (tasa) de 10 % anual. Se desea conocer la cantidad que el ahorrador tendrá dentro de 6 años.

Solución

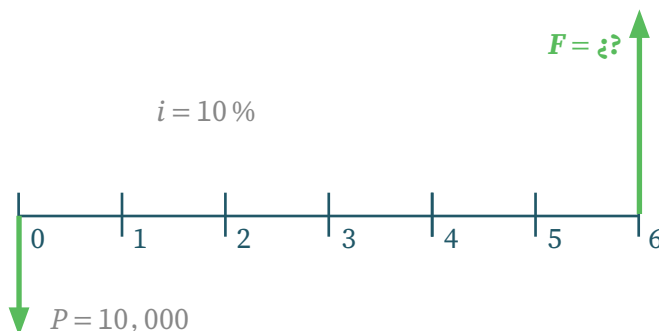
i) **Razonamiento:** En este caso, son conocidas tres de las cuatro variables utilizadas en la solución del problema, siendo la cuarta variable la que llamaremos “incógnita”. Por lo tanto, deberemos utilizar la fórmula del valor futuro para encontrar el valor faltante.

Este cálculo se realiza a partir de utilizar la siguiente fórmula:

$$F = P(1 + i)^n$$

- ii) **Datos:** Valor presente = \$ 10,000 Interés = 10 % anual
Periodo = 6 años Valor futuro = ¿?

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) **Ecuación del diagrama de flujo**

Para encontrar el valor futuro de este diagrama, la ecuación que lo representa únicamente tendrá un término, quedando esta de la siguiente forma:

$$F = P(1 + i)^n$$

Debe mencionarse que los diagramas de flujo más complicados serán consecuencia de incluir los ingresos y los egresos en la línea del tiempo y la ecuación mostrará tantos términos como cantidades de ingresos y egresos estén distribuidas en el periodo de análisis.

v) **Sustituyendo los datos en la ecuación, tenemos:**

$$F = 10,000(1 + 0.1)^6$$

- vi) **Resolviendo la ecuación:** $F = 10,000(1.1)^6$
 $F = 10,000(1.7716)$
 $F = \$ 17,716$

vii) **Conclusión:** Este ejemplo es clásico. Su aplicación se lleva a cabo cuando el analista desea calcular una cantidad futura dado un presente para un periodo e interés conocidos.

En este caso, \$ 10,000 en el presente equivalen a \$ 17,716 en el futuro, si se utiliza una tasa de 10 % y seis años para el cálculo.

Por el concepto de equivalencia podríamos haber hecho el cálculo a la inversa, es decir, conociendo el futuro, calcular el valor presente.

Segundo caso: Cuando se conoce la serie uniforme (A) y se desea calcular su valor futuro (F), o un valor presente con la condición de un interés (costo del dinero) establecido y el periodo de análisis estipulado.

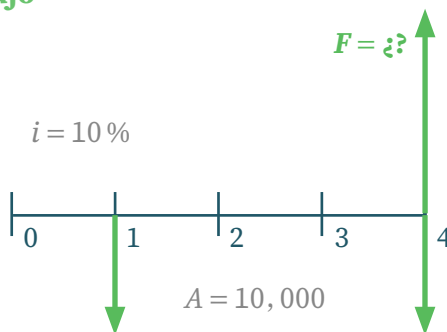
El caso práctico queda ejemplificado cuando se ahorra la misma cantidad (A) periódicamente y se desea saber cuánto habrá ahorrado para un tiempo establecido conociendo el interés.

Ejercicio 2.6.2.

Si un ahorrador deposita \$ 10,000 a partir del próximo año y durante los siguientes 3 años, a una tasa del 10 %. ¿Cuándo podrá retirar inmediatamente después del último depósito?

i) **Razonamiento:** este problema ejemplifica muy bien el caso de un ahorrador que decide depositar en un banco una cantidad anual a partir del año 1 hasta el año 4, para obtener un rendimiento y así poder incrementar su patrimonio o adquirir un bien.

ii) **Diagrama de flujo**



En este caso utilizaremos la fórmula siguiente que nos permite calcular un valor futuro dada una serie uniforme a una tasa conocida y durante un periodo establecido.

iii) Ecuación del diagrama de flujo

Para encontrar el valor futuro de este diagrama, la ecuación que lo representa únicamente tendrá un término, quedando de la siguiente forma:

$$F = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

iv) Sustituyendo los datos en la ecuación, tenemos:

$$F = 10,000 \left[(1 + 0.1)^4 / 0.1 - (1 / 0.1) \right]$$

v) Resolviendo la ecuación:

$$F = 10,000 \left[(1.1)^4 / 0.1 - (1 / 0.1) \right]$$

$$F = 10,000 \left[(1.4641) / 0.1 - (1 / 0.1) \right]$$

$$F = 10,000 (4.641)$$

$$F = \$ 46,410$$

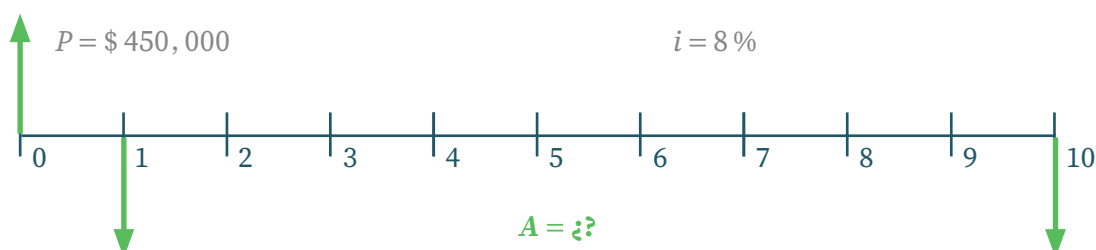
vi) **Conclusión:** El analista calculó una cantidad futura, dada una serie de pagos uniformes para un periodo e interés conocidos. En este caso, \$ 10,000 fueron depositados anualmente durante 4 años cada final de año, los cuales equivalen a \$ 46,410 en el futuro. Se utilizó una tasa de 10 %. Lo anterior significa que el ahorrador podrá retirar del banco esa cantidad cuando haya transcurrido el plazo establecido.

Ejercicio 2.6.3.

Un agricultor compra una trilladora en \$ 450,000. ¿Cuál sería el pago anual por realizar si desea liquidar la adquisición en 10 años? Considere una tasa de interés anual del 8 %.

- i) **Razonamiento:** La labor de los agricultores no se limita a plantar semillas, cuidar el crecimiento de la planta y cosechar el producto, también se realizan diversos cálculos, ya que los costos influyen significativamente en su disponibilidad de efectivo.

ii) **Diagrama de flujo**



- iii) **Ecuación:**
- $$A = P(A/P, 8\%, 10)$$
- $$A = 450,000(A/P, 8\%, 10)$$
- $$A = 450,000(0.1490)$$

- iv) **Resultado:** $A = \$67,050$

- v) **Conclusión:** el pago anual a realizar sería de \$67,050 para liquidar su deuda en 10 años, en las condiciones pactadas para la adquisición de la trilladora.

Otro caso posible es el calcular el valor presente dada una serie con la siguiente fórmula:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} \right]$$

Nota del autor: En la página número 79 se ubican las fórmulas para el cálculo de valores presentes, futuros y series uniformes conociendo el periodo y la tasa de interés. Consultar esta información ante cualquier duda.

Notación simplificada factores para VP, VF y series

A veces la aplicación de fórmulas puede resultar complicada y sujeta a diversos errores en la sustitución de valores o en la realización de los cálculos, por ello, es recomendable utilizar las notaciones simplificadas y los valores existentes en las tablas de factores incluidos como anexos en los libros de ingeniería económica.

Los problemas de ingeniería económica se pueden resolver utilizando las fórmulas comentadas y calculando la incógnita buscada al sustituir en ellas los valores conocidos.

Este proceso puede ser muy laborioso al utilizar numerosas fórmulas en el cálculo de valores presentes, futuros o series uniformes utilizados en la representación de los flujos de efectivo, tornándose el problema bajo análisis en uno de tipo complejo, por ello la forma moderna es utilizar las hojas de cálculo electrónicas donde se establece la fórmula para el cálculo de los factores y así resolver estos problemas de una manera ágil y minimizando la probabilidad de errores al no recordar completamente la fórmula o no identificar adecuadamente los valores en las tablas de factores.

Se recomienda utilizar cinco decimales como máximo, sin embargo, esto generará siempre diferencias ante el cálculo realizado utilizando la fórmula y el llevado a cabo utilizando las tablas de factores con cinco posiciones decimales.

El analista habrá de ser cuidadoso en el cálculo de la cifra final, ya que los sistemas contables mundiales únicamente utilizan dos posiciones decimales en los resultados.

El manejo de la notación simplificada, como su nombre lo indica, puede reducir la dificultad en el cálculo de una solución de un problema de ingeniería económica, sin embargo, existen ocasiones en que, por no utilizar esta anotación de manera continua, los analistas prefieren utilizar la fórmula desarrollada, sin importar la posibilidad de equivocarse en los valores utilizados.

La utilización de la notación simplificada ayuda a presentar trabajos profesionales y le permiten al auditorio o al lector comprender con facilidad lo que el expositor o analista está exponiendo.

Fórmula	Notación simplificada
$P = F(1 + i)^n$	$(P/F, i\%, n)$
$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$	$(F/P, i\%, n)$
$P = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$	$(P/A, i\%, n)$
$A = P \left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$	$(A/P, i\%, n)$
$F = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$	$(F/A, i\%, n)$
$A = F \left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right]$	$(A/F, i\%, n)$
$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} - \frac{n}{(1 + i)^n} \right]$	$(P/G, i\%, n)$
$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} - n \right]$	$(F/G, i\%, n)$

Ejercicio 2.6.4.

Escriba la ecuación para el cálculo de un futuro conociendo el presente, periodo e interés.

$$F = P(F/P, i\%, n)$$

Lo que está dentro del paréntesis se lee de la siguiente manera: deseo conocer el valor futuro (F) dado un valor presente (P), a un interés ($i\%$) y un periodo (n).

De igual forma, si se quiere conocer el valor de una serie uniforme anual, se utiliza la notación simplificada siguiente:

$$A = P(A/P, i\%, n)$$

Esta fórmula se lee de la siguiente manera: deseo conocer el valor de la serie uniforme dado un presente a un interés establecido para n periodos.

La descripción permite la comprensión de la notación simplificada y puede ser utilizada en todos los problemas de ingeniería económica ya resueltos con anterioridad utilizando fórmulas, por lo que se sugiere al lector/alumno los resuelva otra vez utilizando la notación simplificada y trate de leer en voz alta cómo se interpreta esta notación para familiarizarse con la misma.

La notificación simplificada tiene entre paréntesis lo que se llaman factores, actualmente casi todos los libros de ingeniería económica presentan al final de su texto estos factores que se encuentran calculados a partir de las fórmulas tradicionales y se presentan de manera tabulada, como se presenta a continuación:

Tabla de factores para $i = 10\%$

Periodo	(F/P)	(P/F)	(A/F)	(F/A)	(A/P)	(P/A)	(P/G)	(A/G)
1	1.1000	0.9091	1.0000	1.0000	1.1000	0.9091		
2	1,2100	0.8264	0.47619	2.1000	0.57619	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.7513	0.30211	3.3310	0.40211	2.4869	2.3291	0.9366
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.9374	0.16275	6.1446	22.8913	3.7255
15	4,1772	0.2394	0.03147	31.7725	0.11746	7.6061	40.1520	5.2789
20	6.7275	0.1486	0.01746	57.2750	0.11746	8.51236	55.4069	6.5081
25	10.8347	0.0923	0.01017	98.3471	0.11017	9.0770	67.6964	7.4580

Del lado izquierdo de la tabla aparece el periodo (n) y en las siguientes columnas, el valor de los factores. El valor buscado se encuentra en la intersección del periodo y el factor deseado. Ejemplo: $(A/P, 10\% \ 10) = 0.16275$.

Utilice la tabla de factores de cualquier libro de ingeniería económica y verifique el valor de los factores mostrados:

$$1.- (P/F, 10\%, 5) = 0.62090$$

$$2.- (P/A, 8\%, 11) = 7.1390$$

$$3.- (F/A, 1\%, 10) = 10.46220$$

$$4.- (F/G, 30\%, 7) = 10.46220$$

$$5.- (A/P, 12\%, 16) = 0.04144$$

$$6.- (A/G, 18\%, 4) = 1.2927$$

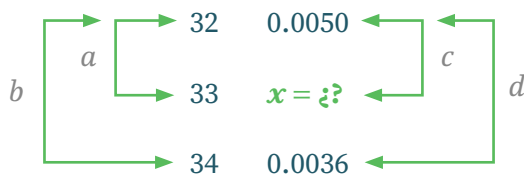
Encuentre este factor $(P/F, 18\%, 33)$ a partir de la notación simplificada.

Solución

i) **Razonamiento:** las tablas de factores no muestran valores para n igual a 33, por lo que se utilizarán los existentes para $n = 32$ y $n = 34$, de esta manera obtenemos:

ii) **Fórmula para interpolar:** $a/b = c/d$ Para $n = 32$ el valor es: 0.0050
Para $n = 34$ el valor es: 0.0036

Presentación práctica para utilizar el método de interpolación



iii) Sustituyendo en la fórmula se obtiene

$$C = [(33 - 32) / (34 - 32)] / (0.0036 - 0.0050)$$

$$= [(1) / (2)] = X / 0.0014 \quad 1/2 = x / 0.0014$$

despejando x se obtiene el valor de la incógnita buscada que es igual a 0.0007.

El factor $(P/F, 18\%, 33)$ es $= 0.0050 - 0.0007 = 0.0043$

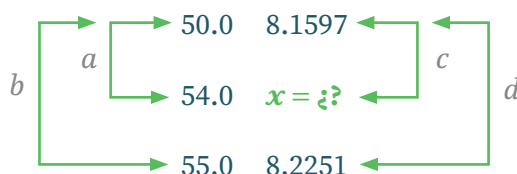
Ejercicio 2.6.5.

Encuentre el factor $(A/G, 12\%, 54)$

Solución

i) **Razonamiento:** Para el caso del gradiente no existe un valor para 54 y, por lo tanto, deberemos utilizar los valores pertenecientes a $n = 50$ cuyo factor es 8.1597, y para $n = 55$ cuyo factor es: 8.2251. Para obtener el valor buscado se interpola.

ii) **Datos:** $a = 4$; $b = 5$; $c = x$; $d = 0.0654$



Sustitución de valores en la fórmula $c = (a/b) * d$ permite obtener el valor de 54.

$$C = \left[\frac{54.0 - 50.0}{55.0 - 50.0} \right] (8.2251 - 8.1597)$$

Entonces $C = 4/5 * (0.0654) = 0.0532$ y, por lo tanto, $x - 8.1597 = 0.0532$;
 $C = 8.1597 + 0.0532 = 8.2129$

Por lo tanto, $(A/G, 12\%, 54)$ es igual a 8.2129

iii) Con fórmula se tiene lo siguiente: $(P/F, 18\%, 33) = 1/(1 + 0.18)^{33}$
 $= 0.0042$

iv) $(A/G, 12\%, 54) = \left\{ (1/0.12) - 54 / [(1 + 0.12)^{54} - 1] \right\}$
 $= 8.2143$

El alumno debe explicar por qué la pequeña diferencia entre los resultados obtenidos utilizando la interpolación y las fórmulas.

3

MÉTODOS DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

Después de exponer los distintos problemas de tipo, representación gráfica, matemática y los cálculos conducentes para obtener los valores presentes, futuros, series uniformes o gradientes, debe recalcar: “La información económica siempre es utilizada para tomar decisiones acerca de diferentes alternativas de inversión planteadas”.

Dependiendo del tipo de proyecto que se analiza, se podrán utilizar cualquiera de los métodos siguientes e incluso una combinación de ellos para justificar y argumentar la toma de decisiones.

- i) Valor Presente Neto (VPN)
- ii) Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE)
- iii) Costo Capitalizado (CC)
- iv) Tasa Interna de Retorno (TIR)
- v) Relación Beneficio /Costo (B/C)

Los cuatro primeros están orientados a evaluar inversiones privadas, mientras que el quinto método se utiliza generalmente en los proyectos gubernamentales.

La evaluación financiera de los proyectos siempre estará relacionada:

- 1° Con el valor del dinero en el tiempo,
- 2° Con las inversiones, los ingresos y los egresos necesarios de realizar durante la vida del proyecto.
- 3° Con la habilidad desarrollada por el analista financiero para tomar la decisión de invertir o no y justificarla.

A continuación, se exponen casos clásicos que los estudiantes o profesionales financieros deben de solucionar diariamente.

La evaluación de los problemas de ingeniería económica debe considerar vidas idénticas para alternativas en evaluación, cuando esto no es así, se aplica el método del mínimo común múltiplo, es decir, igualar en el tiempo las condiciones de las alternativas en estudio para el caso del valor presente.

La utilización de los métodos para resolver los problemas económico-financieros depende principalmente del objetivo planteado al evaluar distintas alternativas de inversión.

3.1 MÉTODO DEL VALOR PRESENTE NETO (VPN)

Este método consiste en llevar el flujo de efectivo (ingresos y egresos) a un valor presente, utilizando una tasa de interés conocida, así como el periodo y horizonte de evaluación.

La ecuación del flujo de efectivo debe cumplir con la condición de que los ingresos sean mayores a los egresos, de otra forma, no tiene sentido aplicar este método, pues su valor sería una cantidad negativa.

Considere usted una alternativa donde la inversión sea de \$ 11,500 y los ingresos para los siguientes cinco años son de: \$ 7,500, \$ 8,000, \$ 8,500, \$ 9,500 y \$ 9,500.

Lo anterior proporciona un flujo y si se conoce el costo del dinero (interés), se puede determinar su valor presente. El analista experimentado seleccionará el costo del dinero publicitado por las instituciones financieras o por el distribuidor de un producto al financiar este, como es el caso de las concesionarias automotrices, se utiliza el que más se apegue a los objetivos de la evaluación; a falta del conocimiento de la tasa de interés se puede utilizar la llamada tasa mínima atractiva de retorno (TMAR) para llevar a cabo el análisis de cualquier inversión.

Existen tres escenarios que utiliza el analista/inversionista para aceptar o no el proyecto:

- i) Cuando el valor presente neto es **mayor que cero** se acepta el proyecto, esto quiere decir que la alternativa evaluada genera utilidades.
- ii) Cuando el valor presente neto **es igual a cero**, en este caso el proyecto no es atractivo, es decir, no genera ni pérdidas ni ganancias y no tiene sentido invertir en él.
- iii) Cuando el valor presente neto **es menor que cero**, en este caso la alternativa presentada no debe considerarse porque la rentabilidad ofrecida es negativa.

Es importante hacer notar que el valor presente depende de la tasa de interés empleada para calcularlo.

Ejercicio 3.1.1.

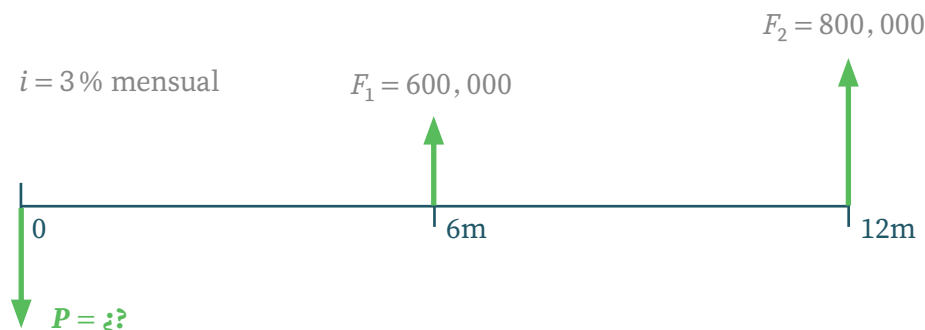
Un proyecto de inversión establece realizar una inversión de \$ 1,000,000 el día de hoy para obtener \$ 600,000 dentro de seis meses y \$ 800,000 dentro de 12 meses, suponiendo un costo del dinero del 3 % mensual, determinar su **valor presente** y recomendar si el proyecto se acepta o se rechaza.

Solución

Aplicando la metodología utilizada en esta guía se tiene lo siguiente:

- i) **Razonamiento:** Existen dos ingresos futuros y su valor presente debe ser mayor a \$ 1,000,000 para aceptar el proyecto. Considere un costo del dinero de 3 % mensual.
- ii) **Datos:**
 $F_1 = \$ 600,000$ $P = ?$ $n = 6 \text{ y } 12 \text{ meses}$
 $F_2 = \$ 800,000$ $i = 3 \% \text{ mensual}$

iii) Diagrama de flujo:



iv) Ecuación que representa el flujo de efectivo:

$$P = F_1(P/F, 3\%, 6) + F_2(P/F, 3\%, 12)$$

v) Sustituyendo valores:

$$P = 600,000 (0.8375) + 800,000 (0.7014)$$

$$P = 502,500 + 561,120 = 1,063,620$$

vi) **Resultado:** \$ 1,063,620

vii) **Conclusión:** El valor presente calculado es mayor a la inversión realizada, por lo tanto: se acepta el proyecto

Ejercicio 3.1.2.

Un analista estudia 2 proyectos que son mutuamente excluyentes, es decir, o se selecciona uno o el otro. Los dos casos implican una inversión inicial de \$ 120,000. Los flujos de efectivo representan las utilidades después de impuestos más depreciación; los proyectos tienen horizontes de tiempo iguales (5 años). El proyecto A se refiere a una inversión minera, mientras el proyecto B es una inversión en árboles frutales; el analista debe aconsejar al inversionista dónde invertir su dinero.

El **proyecto A** por su tipo tendrá rendimientos más altos en los primeros años y rendimientos más bajos en los años posteriores. En los proyectos mineros

denominados a “cielo abierto” los costos de extraer el mineral son más bajos al inicio de la explotación de los yacimientos, consecuencia de un acceso más fácil a la zona mineralizada para su explotación.

El **proyecto B** produce rendimientos bajos en los primeros años y rendimientos más elevados en los años posteriores. Se trata de una inversión en árboles frutales y se sabe de la necesidad de que transcurra un largo periodo para que estos maduren y puedan tener una producción a plena capacidad.

Los flujos de efectivo presentados de manera tabular se describen a continuación:

Año	Proyecto A	Proyecto B
1	70,000	10,000
2	40,000	20,000
3	30,000	30,000
4	10,000	50,000
5	10,000	80,000

Se le solicita al analista que obtenga lo siguiente:

- Calcular el valor presente de cada proyecto cuando el costo del dinero para la empresa es de: 0 %, 10 %, 15 %.
- Haga una gráfica del valor presente de los dos proyectos, colocando el valor presente neto sobre el eje de las ordenadas y el costo de capital sobre el eje de las abscisas.
- ¿Qué proyecto seleccionaría usted? Explique su respuesta.

Solución

Este problema tipo le permitirá al alumno/lector entender y mecanizar el método, conociendo el flujo de efectivo de cada alternativa y la vida para la evaluación financiera de cada proyecto, en este caso de cinco años ($n = 5$).

Se calcula el valor presente de cada alternativa para los siguientes tres valores del costo del dinero. Lo primero a realizar es demostrar que los ingresos son mayores a los egresos, lo que significa que el proyecto genera utilidades y, por lo tanto, existe una tasa de rendimiento positiva.

Análisis del proyecto A

Para $i = 0\%$ se tiene lo siguiente:

$$P = -120,000 + 70,000 + 40,000 + 30,000 + 10,000 + 10,000$$

$$P = 40,000$$

De la ecuación anterior se puede observar cómo los ingresos son mayores a los egresos ($I > E$) y, por lo tanto, este proyecto tiene una tasa de rendimiento positiva.

Para $i = 10\%$ se tiene lo siguiente:

$$P = -120,000 + 70,000 (P/F, 10\%, 1) + 40,000 (P/F, 10\%, 2) \\ + 30,000 (P/F, 10\%, 3) + 10,000 (P/F, 10\%, 4) \\ + 10,000 (P/F, 10\%, 5)$$

$$P = -120,000 + 70,000 (0.9091) + 40,000 (0.8264) + 30,000 (0.7513) \\ + 10,000 (0.6830) + 10,000 (0.6209)$$

$$P = -120,000 + 63,637 + 33,056 + 22,539 + 6,830 + 6,209$$

$$P = 12,271 \quad I > E$$

Para $i = 15\%$ se tiene lo siguiente:

$$P = -120,000 + 70,000 (P/F, 15\%, 1) + 40,000 (P/F, 15\%, 2) \\ + 30,000 (P/F, 15\%, 3) + 10,000 (P/F, 15\%, 4) \\ + 10,000 (P/F, 15\%, 5)$$

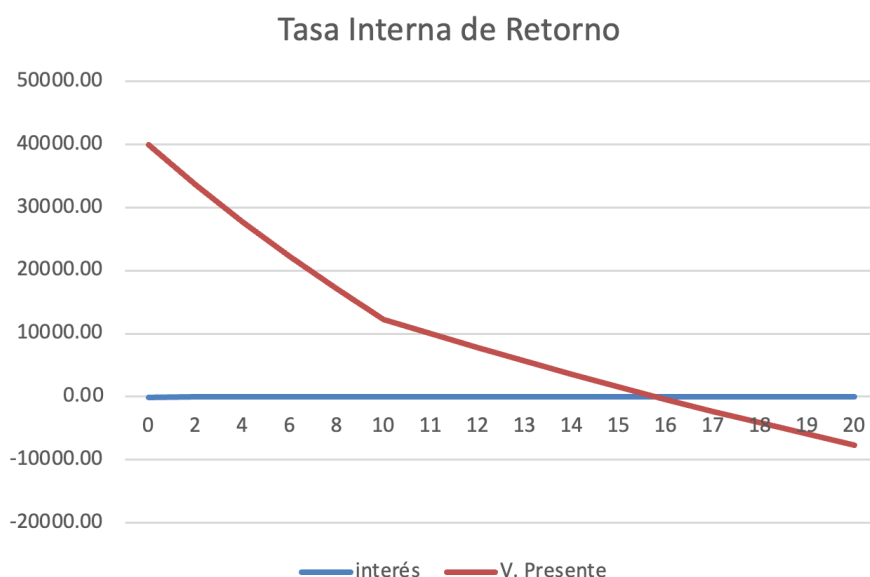
$$P = -120,000 + 70,000 (0.8696) + 40,000 (0.7561) + 30,000 (0.6575) + 10,000 (0.5718) + 10,000 (0.4972)$$

$$P = -120,000 + 60,872 + 30,244 + 19,725 + 5,718 + 4,972 = 1531$$

$$P = 1,531$$

$$I > E$$

Haga una gráfica del valor presente del proyecto A colocando el valor presente neto sobre el eje de las ordenadas y el costo del dinero (interés) sobre el eje de las abscisas.



Para el caso de la alternativa A la tasa interna de retorno es: **15.78%**

Como ejercicio obtenga este valor a través de la aplicación del método de interpolación.

Obtenga la gráfica del proyecto B procediendo de igual manera.

Ejercicio 3.1.3.

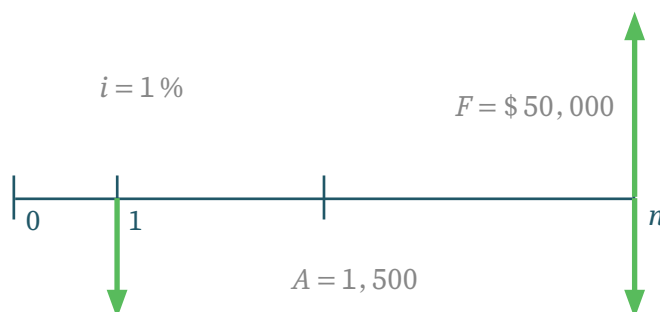
Si usted empieza a ahorrar dinero mediante depósitos mensuales de \$ 1,500 y conoce que el banco donde depositará su dinero paga 1 % capitalizado mensualmente, ¿cuántos años le tomará acumular \$ 50,000? Los depósitos se inician a partir del siguiente mes.

Solución

i) Razonamiento: El enunciado menciona depósitos mensuales (periódicos) lo que lleva a establecer que esta cantidad la podemos referir a una serie uniforme de depósitos que denominaremos con la letra A (anualidad) y su valor será de \$ 1,500.

Por otra parte, se conoce el valor futuro (F) equivalente a \$ 50,000; si se sabe que el interés (i) pagado mensualmente es de 1 %; deseamos conocer qué tiempo transcurrirá " n " para que el ahorrador alcance su objetivo.

ii) Datos: Serie de depósitos mensuales (A) = \$ 1,500
 Futuro deseado = \$ 50,000
 interés pagado (i) = 1 % mensual
 La incógnita es el periodo (n)

iii) Diagrama de flujo de efectivo

iv) La fórmula a utilizar es:
$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

v) Sustituyendo los datos: $1,500 = 50,000 \left[\frac{0.01}{(0.01)^n - 1} \right]$

Se utiliza el método de ensayo y error para encontrar el valor de n .

Empecemos con n igual a 28. Sustituyendo este valor en la última ecuación, se obtiene:

$$1,500 = 50,000 \left[\frac{0.01}{(0.01)^{28} - 1} \right]$$

$$1,500 = 50,000 [0.01 / (1.3213 - 1)]$$

$$1,500 = 50,000 [.031123]$$

$$1,500 = 1,556.18$$

Para $n = 29$ nos da: $1,500 = 1,494.77$

Entonces, utilizando la extrapolación, se obtiene:

n	$valor$		
28	1,556.18	$a = x - 28$	$b = 29 - 28$
x	1,500.00	$c = 1,500.00 - 1,556.23 = -56.23$	
29	1,494.77	$d = -1,494.77 - 1,556.23 = -61.46$	

Utilizando $x - 28 = -56.23/61.46$ y resolviendo para x , se tiene que:
 $n = 28.915$ meses

Se deja al estudiante/lector verificar el resultado.

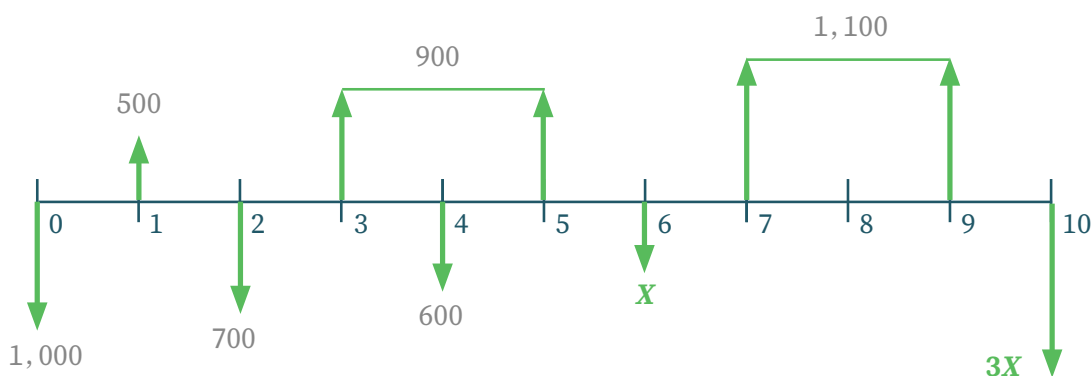
Ejercicio 3.1.4.

Suponga que se tiene el siguiente diagrama de flujo. Calcule el valor de X para que el flujo de efectivo de los ingresos sea igual al flujo de efectivo de los egresos. Considere una tasa anual del 11 % y un periodo de evaluación de 10 años.

Solución:

i) **Razonamiento:** A partir de la ecuación que representa al diagrama de flujo de efectivo, la cual contiene ocho términos, se despeja la incógnita y se resuelve para X .

ii) **Diagrama de flujo de efectivo:**



iii) **La ecuación es:**

$$\begin{aligned}
 1000 &= 500(P/F, 11\%, 1) - 700(P/F, 11\%, 2) \\
 &+ 900(P/A, 11\%, 3)(P/F, 11\%, 2) - 600(P/F, 11\%, 4) \\
 &- X(P/F, 11\%, 6) + 1,100(P/A, 11\%, 3)(P/F, 11\%, 6) \\
 &- 3X(P/F, 11\%, 10)
 \end{aligned}$$

iv) Sustituyendo valores y ordenando se obtiene:

$$\begin{aligned}
 1,000 &= 500(0.9009) - 700(0.8116) + 900(2.4437)(0.8116) \\
 &- 600(0.6587) - X(0.5346) + 1,100(2.4437)(0.5346) - 3X(0.3522) \\
 1,000 &= 450.45 - 568.12 + 1,784.98 - 395.22 - 0.5346X + 1,437.04 - 1.06X \\
 1,000 &= 3,104.35 - 1.5912X; \quad 1.5912X = 2104.35; \quad X = 1,322.50
 \end{aligned}$$

- v) **Resultado:** El valor de $X = \$1,322.50$ permite igualar los ingresos con los egresos.
- vi) **Conclusiones:** El obtener los datos de cualquier fuente confiable es obligación del analista. Este ejercicio muestra cómo obtener información de un diagrama de flujo rompiendo la inercia de obtenerlos de un enunciado.

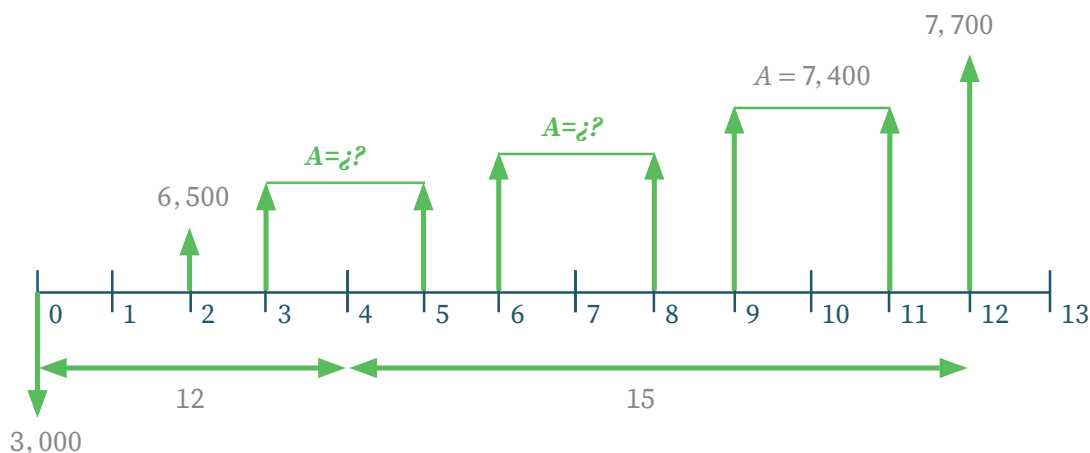
Ejercicio 3.1.5.

Una compañía petrolera está planeando vender una cantidad de sus pozos petrolíferos en producción. De acuerdo con sus registros contables, el iniciar la producción de cada pozo tiene un costo de \$3,000,000. Se espera que cada pozo produzca 100,000 barriles anuales de petróleo y tenga una vida útil de 11 años. Si el precio de venta por barril es actualmente de \$65, ¿cuánto estaría usted dispuesto a pagar por cada pozo, si se espera que el precio del petróleo aumente \$3 por barril cada 3 años y que el primer aumento sea dentro de 1 año, periodo en que inicia la producción. Suponga que la tasa de interés es 12% anual para los primeros 4 años y 15% para los años subsecuentes.

Solución:

- i) **Razonamiento:** En muchos países es práctica común que las empresas petroleras multinacionales hagan la exploración y las empresas del Estado realicen la explotación y comercialización del crudo o gas obtenido. Los pozos tienen una vida útil de 11 años una vez iniciada la producción; el precio actual del barril es de \$65, el primer aumento será en $n = 1$, para llegar a \$68 por barril y estará vigente hasta $n = 4$, posteriormente cada tres años aumentará en \$3 dólares por barril; para el periodo de $n = 5$ a $n = 7$ se espera un precio de \$71 por barril; para el periodo de $n = 8$ a $n = 11$ será de \$74 y para el año doce el precio del barril será de \$77. Si la tasa de interés es del 12% para los primeros cuatro años y a partir del quinto será de 15% anual, ¿cuánto recomienda usted pagar por cada pozo ofrecido?

ii) Diagrama de flujo de efectivo en miles de dólares.



* No olvidar que el diagrama está en miles de dólares

Es importante comprender el concepto de inicio de año y final de año en las series, no hacerlo lleva a grandes errores en el cálculo. Si un pozo requiere para su desarrollo de un año, los ingresos los generarán durante el segundo año, es decir, del mes 13 al 24.

Para plantear el problema se deben conocer los periodos en que se aplican las series, los futuros y las distintas tasas de interés.

- 1° De $n = 0$ a $n = 1$ Se desarrolla el pozo.
- 2° En $n = 1$ Se inicia la explotación.
- 3° De $n = 1$ a $n = 2$ El precio es de \$ 65 por barril.
- 4° De $n = 3$ a $n = 5$ El precio es de \$ 68 por barril.
- 5° De $n = 6$ a $n = 8$ El precio es de \$ 71 por barril.
- 6° De $n = 9$ a $n = 11$ El precio es de \$ 74 por barril.
- 7° En $n = 12$ El precio es de \$ 77 por barril.

El alumno debe verificar con cuidado el concepto de inicio y final del periodo.

iii) Ecuación que describe al diagrama de flujo en miles de dólares.

$$P = -3,000 + 6,500 (P/F, 12\%, 2) + 6,800 (P/A, 12\%, 2) (P/F, 12\%, 2) \\ + 6,800 (P/F, 15\%, 5) + 7,100 (P/A, 15\%, 3) (P/F, 15\%, 5) \\ + 7,400 (P/A, 15\%, 3) (P/F, 15\%, 7) + 7,700 (P/F, 15\%, 12)$$

$$P = -3,000 + 6,500 (0.7972) + 6,800 (1.6901) (0.7972) + 6,800 (0.5674) \\ + 7,100 (2.2832) (0.4972) + 7,400 (2.2832) (0.3269) + 7,700 (0.1869)$$

$$P = -3,000 + 5,181.80 + 9,161.96 + 3,858.32 + 8,062.09 \\ + 5,523.20 + 1,439.13$$

$$P = \$30,226.50$$

iv) **Resultado:** el máximo a pagar por cada pozo es \$ 30,226,500. Sin embargo, este monto es el valor del pozo al que habría que restarle el importe de la ganancia del comprador.

El estudiante o lector debe argumentar acerca de esta última aseveración.

v) **Conclusiones:** el analista debe ser cuidadoso con su análisis y no tomar “atajos”. Los cálculos deben ser puntuales, sin importar si son cálculos diversos y variados; en este caso, el valor de cada pozo se calcula a partir de su capacidad de generar utilidades.

Ejercicio 3.1.6.

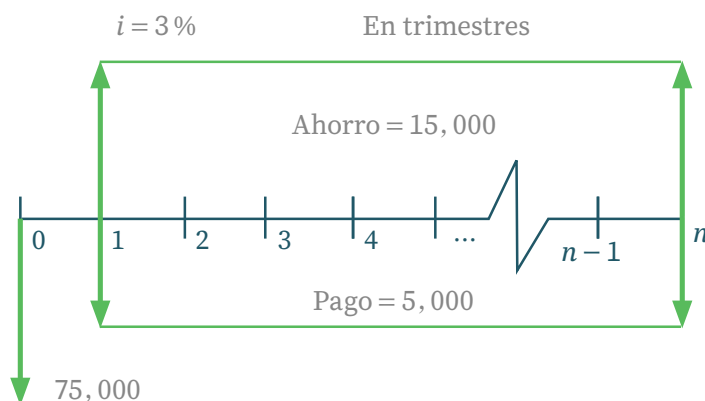
Un software para contabilidad se vende en \$ 75,000 por la licencia. El importe por saldar se efectúa mediante el pago de \$ 5,000 por trimestre. Un negocio familiar pequeño podría ahorrar \$ 15,000 cada trimestre mediante su utilización. ¿Cuánto tiempo tomará para que la empresa recupere su inversión si se considera una tasa de interés del 3 % trimestral?

Solución

i) **Razonamiento:** La sistematización y automatización ayuda a disminuir los costos y gastos de cualquier negocio. En este caso se adquiere la licencia para utilizar un software con el que se pretende disminuir las erogaciones del negocio. Antes de que esto suceda, hay que recuperar la inversión realizada.

ii) **Datos:** $P = \$ 75,000$; Ahorro trimestral = $\$ 15,000$;
Costo trimestral: $\$ 5,000$; i trimestral = 3% $n = ?$

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) Ecuación del diagrama simplificado:

$$P = inversión + (ahorro - tarifa) (P/A, 3\%, n)$$

v) Sustitución de valores: $(P/A, 3\%, n) = 75,000/10,000$
 $(P/A, 3\%, n) = 7.5$

Si utilizamos la fórmula $a = b (c/d)$ podemos interpolar entre los valores para n igual a 8 y n igual a 9 obteniendo lo siguiente:

para $n = 8$ tenemos $7.0197 < 7.50$ y

para $n = 9$ tenemos $7.7861 > 7.50$

por lo que el valor buscado se encuentra en este intervalo

De los valores anteriores podemos calcular:

$$b = (9 - 8) = 1.000$$

$$c = (7.861 - 7.50) = 0.361$$

$$d = (7.7861 - 7.0197) = 0.7664$$

Sustituyendo los valores en la fórmula: $a = b (c/d)$

se obtiene: $a = 1 (0.361 / 0.7664) = 0.4710 + 8 = 8.47$

vi) Resultado: 8.47 es equivalente a 8 trimestres con 1 mes y 12.3 días.

vii) Conclusión: Este problema utiliza trimestres como periodos y la interpolación se utiliza como método. No se utilizan los diagramas rectangulares que permiten intuir los valores de b , c y d ; y el resultado permite romper el paradigma de que los periodos siempre se miden en años.

Alternativas con diferentes periodos de vida

Ejercicio 3.1.7.

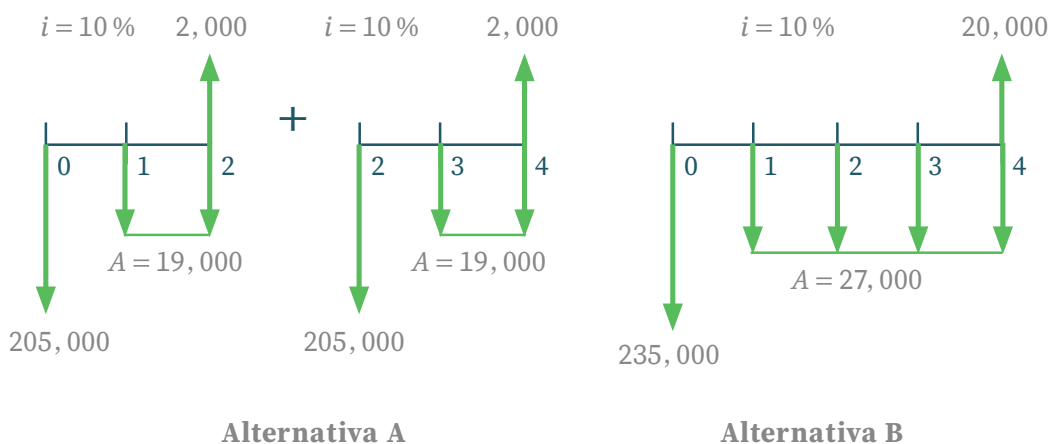
La AQE S.A. ha estudiado dos materiales para utilizarlos durante la construcción de un vehículo automotriz en el futuro. ¿Cuál de las siguientes alternativas debería seleccionarse sobre la base de una comparación de su valor presente considerando una tasa de interés del 10 % anual.

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial	- 205,000	- 235,000
Costo de mantenimiento	- 19,000	- 27,000
Valor de rescate	2,000	20,000
Vida en años	2	4

Solución

i) **Razonamiento:** El cálculo del valor presente se debe realizar a partir de igualar las vidas de cada alternativa, por lo que primero se calcula el valor del mínimo común múltiplo; segundo, se construyen los diagramas de flujo de efectivo correspondientes y posteriormente se calcula el valor presente de cada alternativa para luego seleccionar la que tenga el menor costo.

ii) Diagrama de flujo



iii) La ecuación para la alternativa A es la siguiente:

$$P_A = -205,000 - 19,000(P/A, 10\%, 2) + 2,000(P/F, 10\%, 2) \\ - 205,000(P/F, 10\%, 2) - 19,000(P/A, 10\%, 2)(P/F, 10\%, 2) \\ + 2,000(P/F, 10\%, 4)$$

$$P_A = -205,000 - 19,000(1.7355) + 2,000(.8264) - 205,000(.8264) \\ - 19,000(1.7355)(.8264) + 2,000(.6830)$$

$$P_A = -205,000.0 - 32,974.5 + 1,652.8 - 169,412.0 - 27,250.1 + 1366.0$$

$$P_A = -431,617.7$$

La ecuación para la alternativa B es la siguiente:

$$P_B = -235,000 - 27,000 (P/A, 10\%, 4) + 20,000 (P/F, 10\%, 4)$$

$$P_B = -235,000 - 27,000 (3.1699) + 20,000 (.6830)$$

$$P_B = -235,000 - 85,587.30 + 13,660$$

$$P_B = -306,927.30$$

- iv) **Resultado:** Se selecciona la alternativa B por tener el menor costo.
- v) **Conclusión:** Para resolver los problemas con vidas diferentes durante el periodo de evaluación, se calcula el mínimo común múltiplo.

Ejercicio 3.1.8.

El coordinador de un consorcio dedicado al desarrollo de alta tecnología presentó a su Consejo de Administración, tres propuestas de contrato diferentes para operar las nuevas líneas de producción de dispositivos electrónicos a través del concepto de *outsourcing*.

El contrato A es por un año renovable. Los pagos serían por la cantidad de \$ 1,000,000 al comienzo de cada año.

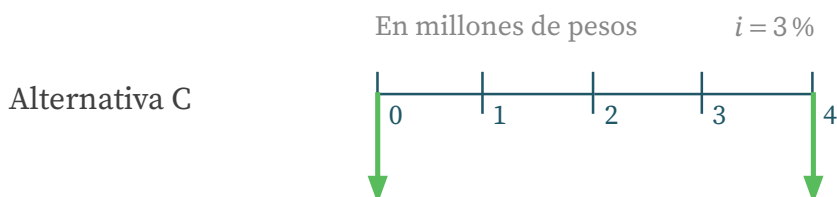
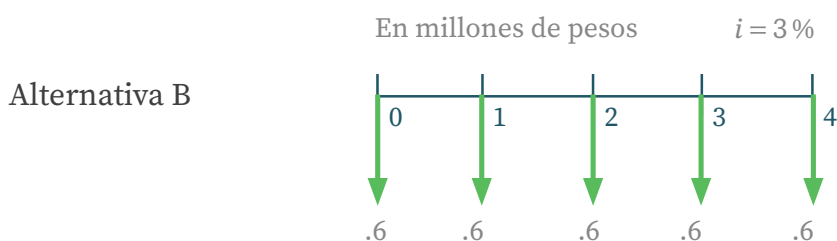
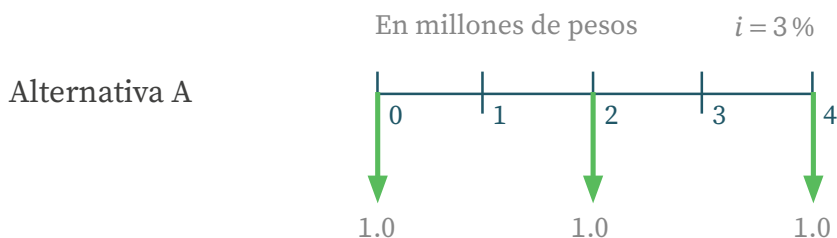
El contrato B es por dos años y requeriría de cuatro pagos de \$ 600,000 cada uno, el primero se efectuaría ahora y los otros tres a intervalos de seis meses.

El contrato C es por tres años e implica un pago de \$ 1,500,000 ahora y otro de 500,000 dentro de dos años.

Si se supone que el consorcio podría renovar cualquiera de los contratos en las mismas condiciones de quererlo así a su vencimiento; ¿cuál contrato es mejor, **según el criterio del análisis del valor presente**, considerando una tasa de interés del 6 % anual?

Solución

- i) **Razonamiento:** al ser diferentes los periodos de cada contrato, hay que igualar sus vidas antes de calcular su valor presente. Por otro lado, el interés es anual pero capitalizado semestralmente.
- ii) Los diagramas de flujo de efectivo son los siguientes para cada alternativa:



- iii) Las ecuaciones que corresponden a cada diagrama de flujo son las siguientes:

Alternativa A:
$$P_A = -1,000,000 - 1,000,000 (P/F, 3\%, 2) - 1,000,000 (P/F, 3\%, 4)$$

Alternativa B:
$$P_B = -600,000 - 600,000 (P/A, 3\%, 11)$$

Alternativa C:
$$P_C = -1,500,000 - 500,000 (P/F, 3\%, 4)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\text{Alternativa A: } PA = -1,000,000 - 1,000,000(0.9426) - 1,000,000(0.8885)$$

$$\text{Alternativa B: } PB = -600,000 - 600,000(3.7171)$$

$$\text{Alternativa C: } PC = -1,500,000 - 500,000(0.8885)$$

iv) Resultados por alternativas

$$\text{Alternativa A: } PA = -1,000,000 - 942,600 - 888,500 = -2,831,100$$

$$\text{Alternativa B: } PB = -600,000 - 2,230,260 = -2,830,260$$

$$\text{Alternativa C: } PC = -1,500,000 - 444,250 = -1,944,250$$

v) **Conclusión:** Se selecciona la alternativa C por ser la de menor costo.

Ejercicio 3.1.9.

Un ahorrador deposita el día de hoy, la cantidad de \$10,000, en un banco que le ofrece pagar un interés del 5% capitalizado anualmente. a) ¿Cuánto tendrá el ahorrador en el primer año, el tercer año, el quinto año y finalmente el séptimo año?

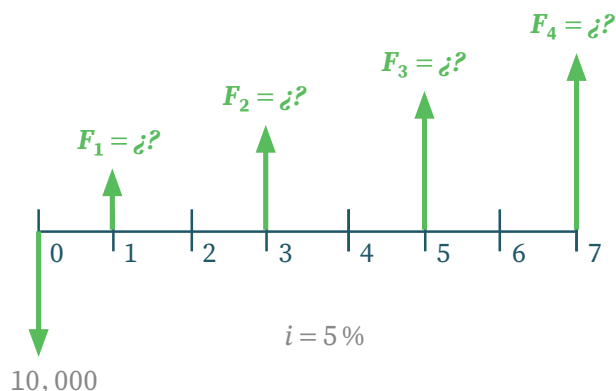
Solución

i) **Razonamiento:** el ahorrador desea conocer cómo evoluciona su depósito con relación a una tasa fija en el tiempo. Por ello obtendrá los valores futuros para los periodos solicitados y en una segunda instancia observará gráficamente cómo crece el depósito.

ii) **Datos:**

Depósito =	$P = \$10,000$
Periodo =	$n = 5 \text{ años}$
Interés =	$i = 5\% \text{ anual}$
Futuro =	$F_1, F_3, F_5 \text{ y } F_7$, son las incógnitas

iii) Diagrama de flujo de efectivo para todo el periodo



iv) **Fórmula por utilizar:** $F = P(1 + i)^n$

Al sustituir los datos en la ecuación considerando los distintos valores de “n”, se obtiene lo siguiente:

Para $n = 1$ $F = \$10,000(1.05)^1 = 10,000(1.0500) = \$10,500$

Para $n = 3$ $F = \$10,000(1.05)^3 = 10,000(1.1576) = \$11,576$

Para $n = 5$ $F = \$10,000(1.05)^5 = 10,000(1.2760) = \$12,760$

Para $n = 7$ $F = \$10,500(1.05)^7 = 10,000(1.4071) = \$14,071$

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla anterior.

v) **Conclusión:** El valor del séptimo año será el monto por retirar finalmente.

Ejercicio 3.1.10.

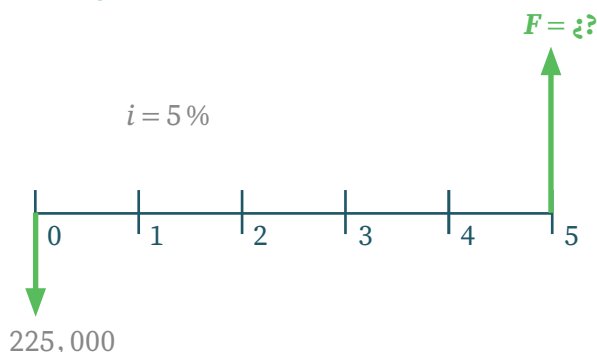
Alberto recibió la utilidad correspondiente a su inversión en un negocio de comida por un total de \$ 225,000. Él desea comprarse un carro dentro de cinco años, estimando que su costo futuro será de \$ 290,000. El banco le ofrece una tasa anual de rendimiento para su inversión del 5%. ¿Considera usted que el dinero invertido el día de hoy será suficiente para cumplir con su sueño?

i) **Razonamiento:** se desea invertir en el banco \$ 225.000 a una tasa del 5 % durante los próximos cinco años, por lo tanto, se deberá calcular el valor futuro de la inversión.

ii) **Datos:**

Valor presente =	$P = \$ 225,000$
Periodo =	$n = 5$ años
Valor futuro =	$F = \$ 290,000$
Interés =	$i = 5 \%$

iii) **Diagrama de flujo**



iv) Ecuación para llevar el presente al futuro.

$$F = P(1 + i)^n$$

Los valores se sustituyen en las ecuaciones anteriores y se obtiene lo siguiente:

$$F = 225,000(1.05)^5$$

$$F = 225,000(1.2763)$$

$$F = \$ 287,167.50$$

v) **Respuesta:** La cantidad futura que se obtendrá en 5 años es de: \$ 287,167.50.

vi) **Conclusión:** El ejercicio permite mostrar cómo, conociendo los valores presentes y futuros, se puede tomar una decisión. Para este problema, la conclusión es que el depósito realizado el día de hoy bajo las condiciones enunciadas no le permitirán adquirir el carro en 5 años.

Ejercicio 3.1.11.

El día de hoy, 24 junio, un empleado sueña regalarle a su familia para la Navidad, una televisión digital con un costo de \$ 10,500. ¿Cuánto debe depositar esta persona el día de hoy, para hacer realidad su sueño? Se conoce que el interés mensual ofrecido por el banco es de 0.05 % mensual?

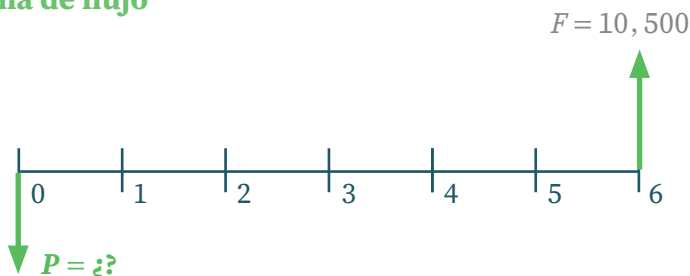
Solución

i) **Razonamiento:** el periodo que existe entre la fecha del día de hoy y la Navidad es de seis meses; el depósito realizado con esta fecha devengaría (obtendría) intereses; si se conoce la tasa de interés (en este caso 0.05 % mensual), el valor futuro se calculará utilizando la fórmula correspondiente y así conocer cuánto se debe de depositar el día de hoy.

ii) **Datos:**

Valor presente =	$P =$ Es la incógnita
Valor futuro =	$F = \$ 10,500$
Periodo =	$n = 6$ meses
Interés =	$i = 0.05\%$ mensual

iii) **Diagrama de flujo**



iv) Ecuación que representa el diagrama de flujo:

$$P = F / (1 + i)^n$$

v) Los datos se sustituyen en la ecuación anterior y se obtiene lo siguiente:

$$P = 10,500 / (1 + 0.05)^6$$

$$P = 10,500 / 1.3401$$

$$P = 7,835.24$$

- vi) **Resultado:** El empleado para poder regalar la televisión digital, con un costo futuro de \$ 10,500, necesita depositar el día de hoy la cantidad de \$ 7,835.24.
- vii) **Conclusión:** Este ejercicio muestra cómo, desde la perspectiva de la ingeniería económica, se puede cambiar la vida diaria de los individuos al poder planear sus gastos.

Ejercicio 3.1.12.

Una compañía minera pequeña explota carbón a cielo abierto y trata de decidir si debiera comprar o arrendar una pala mecánica nueva para mejorar la eficiencia de su operación. La compra costaría \$ 150,000 con un valor de rescate de \$ 65,000 dentro de seis años. Como alternativa, la compañía podrá arrendar el mismo modelo de pala por \$ 30,000 anuales, pero el pago del arrendamiento tendría que hacerse al comienzo de cada año. Si la máquina se compra, podría rentarse a otras empresas mineras siempre que fuera posible, actividad que se espera produzca ingresos por \$ 12,000 al año. Si la tasa de rendimiento mínima atractiva (TMAR) de la compañía es del 15 % anual. ¿Debería comprarse o arrendarse la pala mecánica, de acuerdo con un análisis del valor futuro?

Solución

- i) **Razonamiento:** en el análisis y utilización de series hay que identificar con detalle, si los ingresos o egresos de estas son al inicio o al final del año. Este concepto puede cambiar el valor de “ n ” y, por lo tanto, desvirtuar el cálculo si no se toma en cuenta esta condición.

- i) **Datos:**

Alternativa de compra	Inversión = \$ 150,000	V.S. = \$65,000
Alternativa de arrendamiento	Costo A. = \$ 30,000	Ingresos = \$12,000
Para ambas alternativas	Interés = 15 % anual	Periodo = 6 años

ii) **Diagrama de flujo:** El alumno debe desarrollar el flujo de efectivo.

iii) **Ecuaciones:**

$$\begin{aligned}\text{Alternativa de compra} &= -150,000 (F/P, 15\%, 6) + 65,000 \\ &= -150,000 (2.3131) + 65,000 \\ F &= -\$346,965 + 65,000 = \$411,965\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Alternativa de renta} &= -30,000 (F/A, 15\%, 5) \\ &= -30,000 (8.7537) \\ F &= -\$262,611\end{aligned}$$

iv) **Resultado:** Por ser menor el costo de la alternativa de renta, se selecciona esta.

v) **Conclusión:** Los valores futuros muestran un signo negativo al corresponder estos a los costos.

Ejercicio 3.1.13.

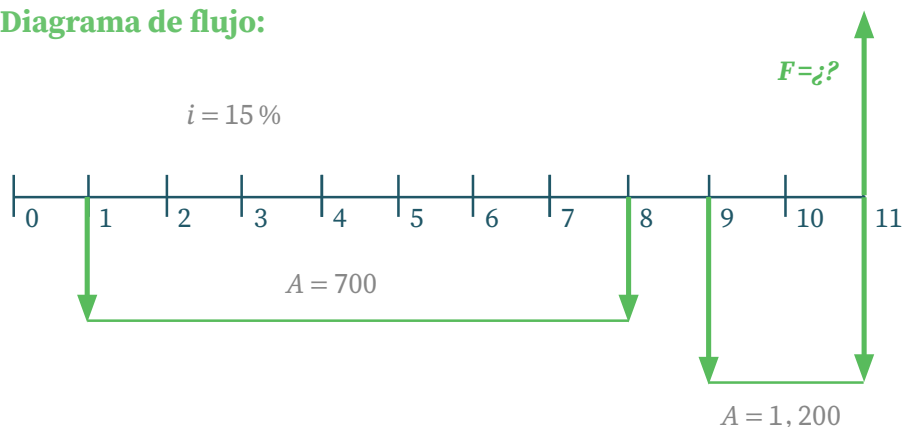
Una mujer ha depositado \$ 700 anuales durante 8 años al final de cada año. A partir del noveno año, aumentó sus depósitos a \$ 1,200 anuales durante 4 años. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta inmediatamente después de que hizo su último depósito? Considere una tasa de interés del 15 % anual.

Solución

i) **Razonamiento:** La mujer invertirá del periodo 1 al 8 la cantidad de \$ 700 anuales y del periodo 9 al 13 depositará \$ 1,200. Considerando la tasa de interés del 15 %, hay que calcular el valor futuro de estos depósitos en el año 12.

ii) **Datos:** Fueron descritos en el inciso anterior

iii) Diagrama de flujo:

iv) Ecuación: $F = 700 (P/A, 15\%, 8) (F/P, 15\%, 12) + 1,200 (F/A, 15\%, 4)$

Sustituyendo valores obtenidos de “tablas”:

$$F = 700 (4.4873) (5.3503) + 1,200 (4.9934)$$

$$F = \$ 16,805.88 + 5,992.08 = \$ 22,797.96$$

v) Resultado: El dinero que tendrá la mujer en el día de su último depósito será: \$ 22,797.96

vi) Conclusión: Este problema permite seguir practicando con series uniformes en el tiempo.

Ejercicio 3.1.14.

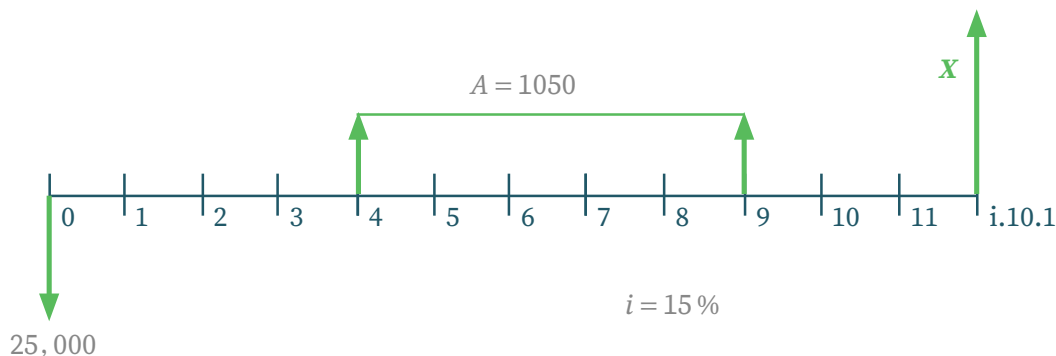
Encuentre el valor de X en el diagrama siguiente, que haría igual a \$ 25,000 el valor mostrado en el flujo de caja. Considere una tasa de interés del 15 % por año.

Solución

i) Razonamiento: Se tiene que calcular el valor futuro equivalente a la serie y el valor presente en el hoy.

ii) **Datos:** $P = \$ 25,000$ $A = \$ 1,050$ $F = X$ $i = 15 \%$

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) **Ecuación:** $25,000 = 1,050 (P/A, 15 \%, 6) (P/F, 15 \%, 3) + X (P/F, 15 \%, 12)$

v) Sustituyendo los datos en la ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned}
 25,000 &= 1,050 (3.7845) (0.6575) + X (0.1869) \\
 X &= (25,000 - 2,612.72) / (0.1869) \\
 X &= \$ 119,782.13
 \end{aligned}$$

vi) **Resultado:** El valor de la X es $\$ 119,782.13$

i) **Conclusión:** Este tipo de ejercicios es utilizado para mostrar al lector/alumno los diversos problemas que pueden ser abordados desde la perspectiva de la ingeniería económica.

3.2. COSTO ANUAL EQUIVALENTE UNIFORME (CAEU)

En la evaluación económica existen casos donde únicamente se conocen los egresos. La primera variante es aplicada a las inversiones; la segunda, cuando se busca una mejora al proceso de producción, y la tercera, cuando se desea reemplazar un equipo, debiendo analizarse la inversión inicial y costos de operación y mantenimiento.

Los acrónimos utilizados para efectuar el análisis de los costos son los siguientes: **CAUE** que significa **C**osto **A**nual **U**niforme **E**quivalente; **CAO** que significa **C**osto **A**nual de **O**peración y **CAM** que significa **C**osto **A**nual de **M**antenimiento. Estos costos son anuales y, generalmente, se asocian con las series por ser magnitudes uniformes durante un periodo o se les puede asociar a una serie con el incremento en los costos denotado por un gradiente. Existe también otro análisis que se realiza con estos tipos de problemas y recibe el nombre de análisis del valor incremental.

Ejercicio 3.2.1.

Para desalojar los sedimentos contaminantes del agua generados durante un proceso industrial, una compañía textil necesita seleccionar una de las siguientes alternativas para utilizar después de haber terminado la operación de secado; la primera es un sistema de centrifugación y la segunda por soplado. Compárelas sobre la base de sus costos anuales. Emplee una tasa del 10 % anual.

Solución

i) **Razonamiento:** todo se llevará a costos anuales, es decir, los valores presentes y futuros se transformarán en anualidades, incluyendo los mantenimientos; las alternativas tienen las vidas útiles diferentes, por lo que debe buscarse un mínimo común múltiplo.

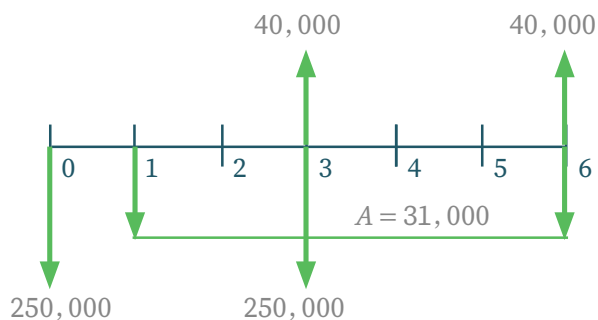
ii) **Datos:**

	Centrifugación	Soplado
Costo inicial	\$250,000	\$170,000
C. de operación	\$ 31,000	\$ 35,000
C. de mantenimiento en el año 2	0	\$ 26,000
Valor de rescate	\$ 40,000	\$ 10,000
Vida en años	3	2

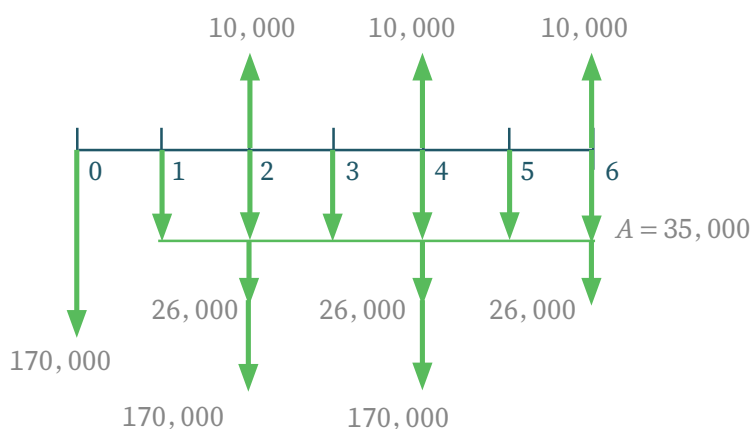
- iii) Los diagramas de flujo muestran cómo se igualan las vidas útiles.

Para ello, en los diagramas de flujo de efectivo se igualaron los periodos de evaluación para ambas alternativas en $n = 6$.

De esta forma, el sistema de centrifugación tendrá 2 componentes, el primero para $n = 2$ más un periodo adicional para tener $n = 4$.



Sistema de centrifugación



Sistema de soplado

- iv) Ecuaciones con los valores de los egresos e ingresos sustituidos.

$$\begin{aligned}
 C. \text{ Anual } C = & -250,000 (A/P, 10\%, 6) \\
 & + 40,000 (P/F, 10\%, 3) (A/P, 10\%, 6) \\
 & - 250,000 (P/F, 10\%, 3) (A/P, 10\%, 6) \\
 & + 40,000 (A/F, 10\%, 6) - 31,000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C. \text{ Anual } C &= -250,000(0.2296) + 40,000(0.7513)(0.2296) \\
 &\quad -250,000(0.7513)(0.2296) + 40,000(0.5645)31,000 \\
 &= -57,400 + 6,899.94 - 43,124.62 + 5,184 - 31,000 \\
 &= -\$119,440.68
 \end{aligned}$$

A partir del diagrama simplificado se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 C. A_s &= -170,000(A/P, 10\%, 6) \\
 &\quad -186,000(P/F, 10\%, 2)(A/P, 10\%, 6) \\
 &\quad -186,000(P/F, 10\%, 4)(A/P, 10\%, 6) \\
 &\quad -16,000(A/F, 10\%, 6) - 35,000 \\
 C. A_s &= -170,000(0.2296) - 186,000(0.8264)(0.2296) \\
 &\quad -186,000(0.6830)(0.2296) - 16,000(0.2296) - 35,000 \\
 &= -39,032 - 35,291.91 - 29,167.92 - 3,673.60 - 35,000 \\
 &= -138,165.43
 \end{aligned}$$

$$C. \text{ Anual } S = -\$138,165.43$$

- v) **Resultados:** El criterio para seleccionar la mejor alternativa es la que tenga el menor costo anual, por lo tanto, se selecciona el sistema de centrifugación.
- vi) **Conclusión:** Para evaluar alternativas con distintas vidas hay que igualarlas a través de obtener el M.C.M. para que los periodos sean idénticos.

Ejercicio 3.2.2.

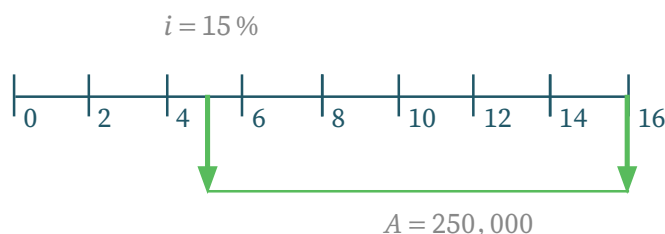
Calcule el costo anual uniforme equivalente (CAUE) (este se calcula llevando los costos al presente y a partir de ahí se distribuye en anualidades). El horizonte de evaluación es de 16 años, se sabe que el negocio gastará \$250,000 anuales en los próximos 12 años, empezando con un primer pago dentro de 5 años. La tasa de interés es del 15% anual.

Solución

i) **Razonamiento:** considerando el flujo de efectivo, los futuros y la serie se llevan al presente y de ahí se transforman en anualidades.

ii) **Datos:** $A = \$ 250,000$ $n = 12$ $i = 15 \% \text{ anual}$

iii) **Diagrama de flujo de efectivo:**



iv) Ecuación del diagrama de flujo

$$CAU_{1-16} = [250,000 (P/A, 15\%, 12) (P/F, 15\%, 4)] (A/P, 15\%, 16)$$

Sustituyendo los valores en la ecuación, se obtiene:

$$CAU_{1-16} = [250,000 (5.2337) (0.4972)] (0.16795)$$

$$CAU_{1-16} = 109,259.69$$

v) **Resultado:** El costo anual uniforme equivalente es de \$ 109,259.69.

vi) **Conclusión:** el analista debe observar cómo el valor de la serie disminuye cuando se calcula el valor del CAUE en un horizonte de 16 años.

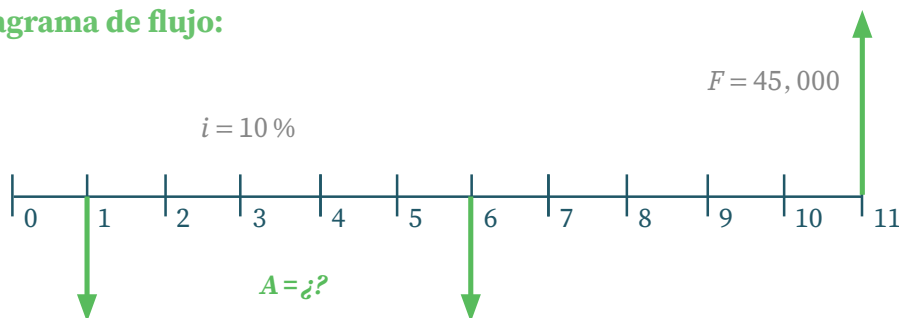
Ejercicio 3.2.3.

¿Cuánto dinero tendría que depositar usted durante seis años consecutivos, empezando dentro de un año, si desea retirar \$ 45,000 dentro de 11 años, contados a partir del día primero, o sea hoy? Suponga que la tasa de interés es 10 % anual.

Solución

- i) **Razonamiento:** los depósitos abarcan el periodo de $n = 1$ a $n = 6$, esta es una serie (A) que es la incógnita, sin embargo, este dinero continuará generando intereses hasta $n = 11$.

- ii) **Diagrama de flujo:**



- iii) La ecuación del diagrama del flujo de efectivo:

$$P = F(P/F, 10\%, 11)$$

- iv) **Sustituyendo valores:**

$$P = 45,000(P/F, 10\%, 11)$$

$$P = 45,000(0.6806)$$

$$P = \$30,627$$

Ahora se lleva el presente a una serie uniforme, pero con $n = 6$.

$$A = P(A/P, 10\%, 6)$$

$$A = 30,627(0.2296)$$

$$A = 7,031.96$$

- v) **Resultado:** La cantidad por depositar anualmente durante los próximos 6 años es: \$ 7,031.96

- vi) **Conclusión:** Es muy importante entender cómo se pueden resolver los problemas desde distintas perspectivas, conociendo los periodos y costo del dinero.

Ejercicio 3.2.4.

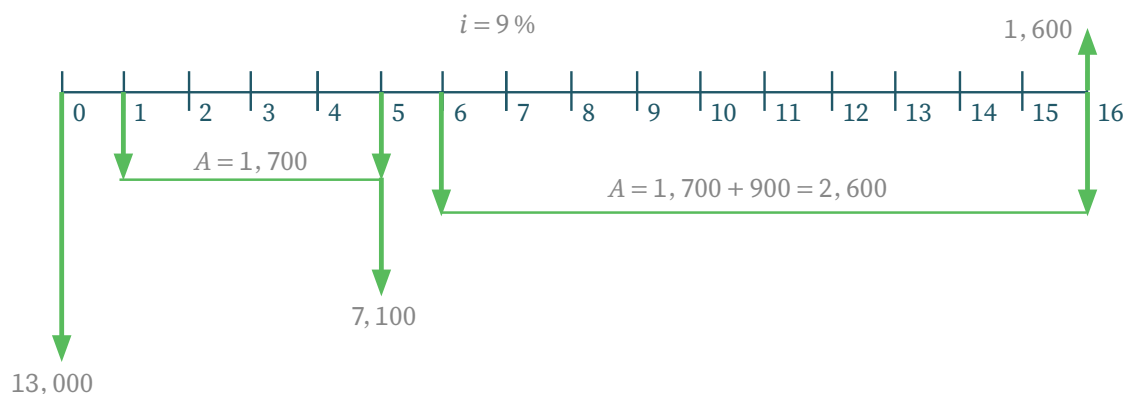
Una importante compañía manufacturera compró una máquina semiautomática por \$ 13,000. Su mantenimiento y el costo de operación ascendieron a \$ 1,700 anuales. Cinco años después de la adquisición inicial, la compañía decidió comprar una unidad adicional totalmente automática. La unidad adicional tuvo un costo original de \$ 7,100 y el costo de operación de la máquina fue de \$ 900 anuales. La compañía utilizó la máquina semiautomática durante un total de 16 años, mientras que la unidad automática la vendió en \$ 1,800 en ese año (en $n = 16$) ¿Cuál fue el costo anual uniforme equivalente de las máquinas considerando una tasa de interés de 9 %?

Solución

i) **Razonamiento:** Los egresos se consideran sobre la misma línea del tiempo, y solo del año 6 al 16, los costos de mantenimiento y operación se incrementan a \$ 2,600 anuales.

ii) **Datos:** Los de enunciado

iii) **Diagrama de flujo:**



iv) **Ecuación:**

$$\begin{aligned}
 CAUE &= P(A/P, 9\%, 16) - A_1(P/A, 9\%, 5)(A/P, 9\%, 16) \\
 &\quad - F_1(P/F, 9\%, 5)(A/P, 9\%, 16) \\
 &\quad - A_2(P/A, 9\%, 11)(P/F, 9\%, 5)(A/P, 9\%, 16) + F_2(A/F, 9\%, 16)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores se obtiene:

$$\begin{aligned} CAUE = & -13,00(0.1203) - 1,700(3.8897)(0.1203) \\ & - 7,100(0.6499)(0.1203) - 2,600(6.8052)(0.6499)(0.1203) \\ & + 1,600(0.3030) \end{aligned}$$

$$CAUE = \$ 2,429.68$$

v) Resultado: El CAUE para esta alternativa es de \$ 2,429.80

vi) Conclusión: Este problema le permite al estudiante lector seguir mejorando sus habilidades para manejar los diversos valores futuros y de series uniformes a través del tiempo.

3.3. COSTO CAPITALIZADO (CC)

Este método se aplica cuando la vida útil de los activos se considera infinita. Principalmente se utiliza en la evaluación económica de las obras gubernamentales o públicas, como pueden ser puentes, puertos, carreteras, ferrocarriles o sistemas de comunicación.

El cálculo a través de este método involucra al valor presente y anualidades donde “ n ” es igual a ∞ y parte de la siguiente fórmula:

$$P = A \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)} \right]$$

Si dividimos el numerador y el denominador entre $(1+i)^n$ se obtiene:

$$P = A \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

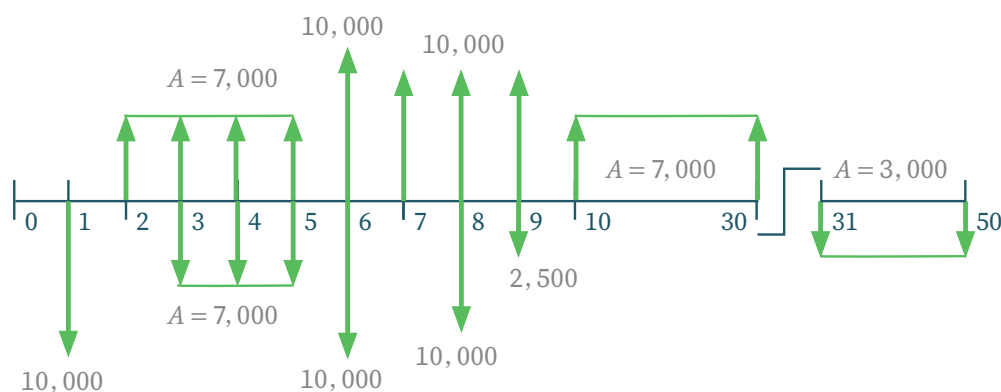
Cuando n tiende a ∞ , el término entre corchetes se convierte en: $1/i$, quedando la fórmula de la siguiente de manera:

$$P = A \left[\frac{1}{i} \right] = A/i \quad \text{valor denominado costo capitalizado.}$$

Ejercicio 3.3.1.

Utilice el siguiente diagrama de flujo y calcule su costo capitalizado para $i = 10\%$.

Diagrama de flujo:



El estudiante lector debe realizar un diagrama de flujo simplificado.

Solución

Partiendo del diagrama de flujo simplificado, procedamos a la construcción de la ecuación que lo representa:

i) Ecuación:

$$\begin{aligned} P = & 10,000 (P/F, 10\%, 1) + 7,000 (P/F, 10\%, 2) \\ & + 10,000 (P/F, 10\%, 7) \\ & + 7,500 (P/F, 10\%, 9) + 7,000 (P/A, 10\%, 21) (P/F, 10\%, 9) \\ & - 3,000 (P/A, 10\%, 20) (P/F, 10\%, 30) \end{aligned}$$

Sustituyendo los factores correspondientes en la ecuación, se obtiene:

$$P = -10,000(0.9091) + 7,000(0.8264) + 10,000(0.5132) \\ + 7,500(2.3579) - 7,000(8.6487)(0.4241) \\ - 3,000(8.5136)(0.0573)$$

$$P = -9,091 + 5,784.8 + 5,132 + 17,684.3 - 25,675.4 - 1,464.5$$

$$P = -7,629.80$$

Habiendo calculado el valor presente, este se convierte a anualidades y se aplica la notación simplificada para obtener el costo capitalizado:

$$A = P(A/P, 10\%, 50) = -7,629.80(0.10086) \\ CC = A/i \\ = -769.54/0.10 \\ CC = -7,695.42$$

- ii) **Resultado:** El costo capitalizado para esta alternativa es de \$ 7.695.42
- iii) **Conclusión:** Este problema nos permite visualizar en el largo plazo lo que representa el costo capitalizado y su interpretación, los \$ 7,695.42 serían el costo anual llevado al infinito.

Ejercicio 3.3.2.

¿Cuál es el costo capitalizado (valor absoluto) de la diferencia entre los dos planes siguientes? Utilice una tasa de interés del 10 % anual? El plan A requiere un gasto de \$ 75,000 cada cinco años para siempre (se comienza en el año 5). El plan B requiere de un gasto de \$ 90,000 cada 10 años para siempre (empieza en el año 10).

Solución

i) **Razonamiento:** Una vez obtenido el costo capitalizado para cada alternativa, se comparan estas, seleccionando la que muestre el menor costo capitalizado.

ii) **Datos:**

Plan A

Cada 5 años se depositan \$ 75,000

$n = \infty$

$i = 10\%$

$CCA = ?$

Plan B

Cada 10 años se depositan \$ 90,000

$n = \infty$

$i = 10\%$

$CCB = ?$

iii) **Ecuaciones:**

$$\begin{aligned}\text{Alternativa}_A &= -\$75,000 (A/F, 10\%, 5) \\ &= -\$75,000 (0.4092) = -\$8,190\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Alternativa}_B &= -\$100,000 (A/F, 10\%, 10) \\ &= -\$100,000 (0.06472) = -\$6,472\end{aligned}$$

Para obtener el costo capitalizado, sumamos los dos resultados y los dividimos entre i .

$$\begin{aligned}CC &= (-8,190 - 6,472) / 0.1 \\ CC &= \$1,718\end{aligned}$$

iv) **Resultado:** el costo capitalizado es de \$ 1,718

v) **Conclusión:** La importancia de leer y comprender el enunciado es básica, ello permitió al analista restar los valores de las series y dividirla entre el costo del dinero para encontrar la respuesta buscada.

3.4. TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

Cada proyecto tiene una tasa de rentabilidad, la cual es expresada en porcentaje anual, esta se obtiene calculando el valor presente de los ingresos e igualándolo al valor presente de los egresos, lo que algebraicamente significa que la tasa interna de retorno (TIR) debe cumplir con la relación siguiente: $I > E$, esto implica la existencia de una tasa de rendimiento positiva.

Al iniciar el análisis de las alternativas de inversión, la TIR de estas se desconoce y se convierte en la incógnita del problema, para encontrar su valor, generalmente se utiliza la técnica de iteraciones sucesivas, realizando la primera para un valor de “ i ” = 0 % que será aplicado en la ecuación que representa la alternativa propuesta y deberá de cumplir con la condición de $I > E$; esto implica poder realizar la siguiente iteración; en caso contrario, se suspende el cálculo al no existir un valor positivo para la TIR.

Si se cumple la condición establecida, el valor de la tasa “ i ” se incrementa y se realiza una nueva iteración, así sucesivamente hasta que se observa que los egresos son mayores a los ingresos $E > I$. Entonces, el valor buscado se encuentra en el intervalo de las dos últimas iteraciones.

La solución de la ecuación puede tener una o más raíces, es decir, valores para “ i ” o tasas de retorno o rendimiento diferentes, estas se pueden calcular de una manera sencilla, a partir de aplicar la ley de Descartes: el número de raíces de una ecuación será igual al número de cambios de signo (de positivo a negativo o viceversa) en términos de la ecuación.

La tasa calculada puede ser aceptada o no por el inversionista, sin embargo, el analista no debe olvidar que este siempre tiene en mente una tasa con la que acepta o rechaza proyectos de inversión donde va a arriesgar su dinero, denominada la tasa mínima de retorno (TMAR), de tal forma que sus criterios para aceptar o rechazar invertir son los siguientes:

Cuando la TMAR es mayor a TIR: el proyecto no será aceptado por el inversionista, pues no satisface sus expectativas de rentabilidad.

Cuando la TMAR es igual a la TIR: el proyecto le es indiferente.

Cuando la TMAR es menor a la TIR: el proyecto será aceptado por el inversionista al superar sus expectativas.

Si los valores del flujo de efectivo cambian de signo una sola vez, el proyecto tiene una TIR única. Si los flujos de efectivo cambian de signo varias veces, el proyecto tiene varias TIR y si los valores del flujo neto todos son positivos, la TIR será igual a cero, es decir, el proyecto no tiene TIR.

Una forma de solucionar el problema cuando hay varias tasas de interés es utilizar el método gráfico, donde se plasma la curva de la ecuación del diagrama de flujo para los valores de “ i ” iguales a cero y mayores, cumpliendo con lo siguiente:

- ⚙ Primero: Ingresos > Egresos para $n = 0$, en caso contrario no se justifica continuar con el cálculo.
- ⚙ Segundo: Para un valor de “ n ” en el que $E < 0$, el valor de la “ i ” queda acotado por el valor inmediato anterior y
- ⚙ Tercero: en caso de que se cumpla la condición $I > E$, se encuentra el valor de la TIR mediante la técnica de la interpolación.

En el ejercicio 4.1.2., se obtuvieron los valores presentes para las tasas de interés del 0 %, 10 % y 15 %. Utilicemos los cálculos realizados para calcular la tasa interna de retorno de cada alternativa procediendo de la siguiente manera:

- 1° Se debe de comprobar que los ingresos son mayores a los egresos y, por lo tanto, existe una tasa interna de retorno para el proyecto.
2. Se plantea la ecuación que representa al flujo de efectivo.
3. Mediante el método de iteraciones se encuentra el valor de la tasa, donde los egresos son iguales a los ingresos ($E = I$).

Para la tasa del 0 %, sustituida en la ecuación del flujo de efectivo que se mostró, tenemos lo siguiente:

Alternativa A

$$0 = -120,000 + 70,000(P/F, 10\%, 1) + 40,000(P/F, 10\%, 2) \\ + 30,000(P/F, 10\%, 3) + 10,000(P/F, 10\%, 4) \\ + 10,000(P/F, 10\%, 5)$$

Para $i = 0\%$, en este caso los factores tienen un valor de 1 y, por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera:

$$0 = -120,000 + 70,000 + 40,000 + 30,000 + 10,000 + 10,000 = \mathbf{40,000}$$

En este caso, los ingresos son mayores en 40,000 a los egresos. La tasa buscada debe ser superior $a = 0\%$. En la segunda iteración se utilizará una tasa del 10%.

$$0 = -120,000 + 70,000(P/F, 10\%, 1) + 40,000(P/F, 10\%, 2) \\ + 30,000(P/F, 10\%, 3) + 10,000(P/F, 10\%, 4) \\ + 10,000(P/F, 10\%, 5) = \mathbf{12,271}$$

En este caso, también los ingresos son mayores en 12,271 a los egresos.

La tasa buscada debe ser superior $a = 10\%$. La tercera iteración se realiza utilizando una tasa del 15%.

$$0 = -120,000 + 70,000(P/F, 15\%, 1) + 40,000(P/F, 15\%, 2) \\ + 30,000(P/F, 15\%, 3) + 10,000(P/F, 15\%, 4) \\ + 10,000(P/F, 15\%, 5) = \mathbf{1,531}$$

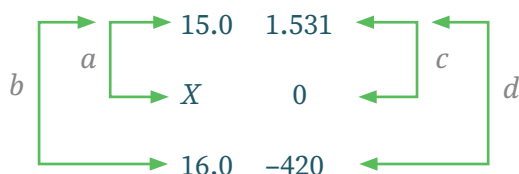
En este caso, los ingresos son mayores en 1,531 a los egresos, pero ya está cercana la convergencia $I = E$.

La tasa buscada debe ser superior $a = 15\%$. La cuarta iteración se realizará utilizando una tasa del 16%.

$$\begin{aligned}
 0 = & -120,000 + 70,000(P/F, 16\%, 1) + 40,000(P/F, 16\%, 2) \\
 & + 30,000(P/F, 16\%, 3) + 10,000(P/F, 16\%, 4) \\
 & + 10,000(P/F, 16\%, 5) = -420
 \end{aligned}$$

En este caso, los ingresos son menores en 420 a los egresos.

La tasa buscada debe estar entre los valores de 15 % y 16 %, por lo que para encontrar el valor buscado se utiliza el método de la interpolación.



$$\begin{aligned}
 a &= b(c/d) \\
 x - 15 &= 1(1,531) / (-420 - 1.531) \\
 x &= 15 + 0.7847 = \mathbf{15.7847}
 \end{aligned}$$

b. Calcular la tasa interna de rendimiento (TIR) del proyecto B.

Para $i = 0\%$ se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Presente} = P &= -120,000 + 10,000 + 20,000 + 30,000 + 50,000 + 80,000 \\
 P &= \mathbf{70,000}
 \end{aligned}$$

Para $i = 12\%$ se tiene lo siguiente:

$$0 = -120,000 + \frac{70,000}{(1+n)^1} + \frac{40,000}{(1+n)^2} + \frac{30,000}{(1+n)^3} + \frac{10,000}{(1+n)^4} + \frac{10,000}{(1+n)^5}$$

$$0 = -120,000 + \frac{70,000}{(1+.12)^1} + \frac{40,000}{(1+.12)^2} + \frac{30,000}{(1+.12)^3} + \frac{10,000}{(1+.12)^4} + \frac{10,000}{(1+.12)^5}$$

$$0 = -120,000 + 8,928.57 + 15,943.88 + 21,353.41 + 31,775.90 + 45,395.91$$

$$0 = \$3,395.41$$

Para $i = 13\%$ se tiene lo siguiente:

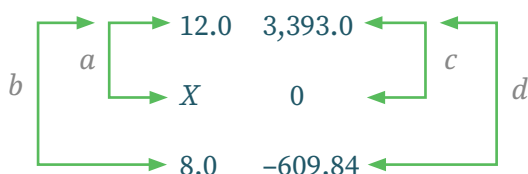
$$0 = -120,000 + \frac{70,000}{(1+n)^1} + \frac{40,000}{(1+n)^2} + \frac{30,000}{(1+n)^3} + \frac{10,000}{(1+n)^4} + \frac{10,000}{(1+n)^5}$$

$$0 = -120,000 + \frac{70,000}{(1+.13)^1} + \frac{40,000}{(1+.13)^2} + \frac{30,000}{(1+.13)^3} + \frac{10,000}{(1+.13)^4} + \frac{10,000}{(1+.13)^5}$$

$$0 = -120,000 + 8,849 + 15,662.93 + 20,791.50 + 30,665.94 + 43,420.80$$

$$0 = -\$609.84$$

La tasa buscada debe estar entre los valores de 12% y 13% , por lo que para encontrar el valor buscado se utiliza el método de la interpolación.



$$\begin{aligned} a &= b(c/d) \\ x - a &= 1(-3,394/-609.84 - 3,393) \\ x - 12 &= 1(0.8476) \\ x &= 12.8476 \end{aligned}$$

Ejercicio para el lector analista: obtenga en un plano cartesiano las dos curvas y explique lo deducido con este método gráfico.

Ejercicio 3.4.1.

Se compra una bodega en \$ 100,000 con los términos de venta siguientes: pagar la deuda durante un periodo de cinco años, a través de pagos mensuales, considerando una amortización a 30 años, pero el saldo adeudado al final del año cinco deberá pagarse en una sola exhibición. a) ¿Cuál será el monto pagado hasta esa fecha? y b) ¿Cuál es el monto del total a liquidar? La tasa de interés sobre el préstamo de 6% anual capitalizado mensualmente.

Solución

i) **Razonamiento:** Se pacta una adquisición a pagar en 30 años con mensualidades, sin embargo, existe la propuesta de liquidar la deuda al final del año 5. Hay que calcular primero el monto de los pagos mensuales y luego el monto adeudado al año 5.

ii) **Datos:** $P = 100,000$; $i_m = 6\%/12 = 0.05\%$; $n = 30 \times 12 = 360$

iii) **Ecuación:** $A = P(A/P, i\%, n)$

Sustitución de datos: $A = 100,000 (A/P, 0.5\%, 360)$
 $A = 100,000 (0.00600)$
 $A = \$600$ es el valor de la mensualidad.

Cálculo del adeudo al final del año 5 que deberá de pagarse en una sola exhibición.

$$F = 100,000 (F/P, 0.5\%, 60) - 600 (F/A, 0.5\%, 60)$$

$$F = 100,000 (1.3489) - 600 (69.7700)$$

$$F = \$93,028$$

iv) **Respuesta:** el pago al final del año cinco será de: \$93,028.

v) **Conclusión:** este problema permite visualizar cómo, después de transcurrido un periodo de 1/6 (16.7% del tiempo acordado), la deuda ha disminuido en apenas \$6,972, equivalente a un 7%.

Ejercicio 3.4.2.

El costo de la energía eléctrica cada vez es más elevado, por lo que una universidad privada decide construir una planta de cogeneración para producir 8 MW-hora para satisfacer sus necesidades de energía.

Plan propuesto: La inversión inicial es de \$41,000,000 y el costo de producción de cada mega watt-hora es de \$120. La universidad consume al año 55,000 MW-hora.

- a) Si la universidad fuera capaz de producir energía eléctrica a la mitad del costo que paga ahora, ¿qué tasa de rendimiento lograría por su inversión? Suponiendo una vida útil de la planta de 30 años.
- b) Si la universidad vendiera un promedio de 12,000 MW-hora por año de sus excedentes, en \$ 90 cada uno. ¿Qué rendimiento obtendría?

Solución

i) **Razonamiento:** Las inversiones, sin importar su destino, se deben procurar que sean autosuficientes cuando menos.

ii) **Datos:** $P = 41,000,000$; Consumo anual en megas = 55,000
 $\text{costo} \times \text{mega} = \$ 120/2 = \$ 60$ $i_m = 6\%/12 = 0.05\%$;
 $n = 30 \times 12 = 360$

iii) **Ecuación:** $0 = -P + (\text{Consumo} \times \text{costo}) (P/A, i\%, n)$

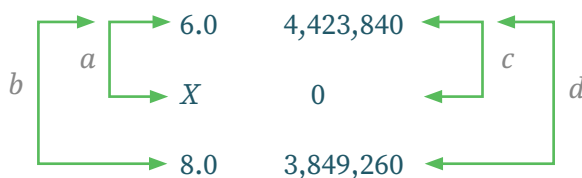
Sustitución de valores: $0 = -41,000,000 + (55,000 \times 60) (P/A, 6\%, 30)$

para $i = 6\%$ $0 = -41,000,000 + (3,300,000) (13.7648)$

$$0 = 41,000,000 - 45,423,840 = \mathbf{4,423,840}$$

para $i = 8\%$ $0 = -41,000,000 + (3,300,000) (11.2578)$

$$0 = 41,000,000 - 37,150,740 = \mathbf{-3,849,260}$$



Conociendo que $a = b (c/d)$, realizamos la interpolación para contestar la primera pregunta.

$$x - a = (8 - 6) \left[(0 - 4,423,840) / (3,849,290 - 4,423,840) \right]$$

$$x - 6 = 2 \left[(-4,423,840) / (-574,550) \right]$$

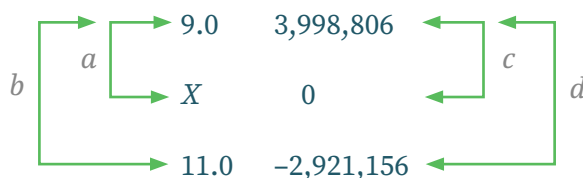
$$x = 6 + 2(0.5347) = 7.07$$

La respuesta para la segunda pregunta se obtiene planteando la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}\text{Para } i = 9\% \quad 0 &= -41,000,000 + [55,000(60) + 12,000(90)](P/A, 9\%, 30) \\ 0 &= -41,000,000 + (4,380,000)(10.2737) \\ 0 &= -41,000,000 + 44,998,806 = \$3,998,806\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Para } i = 11\% \quad 0 &= -41,000,000 + [55,000(60) + 12,000(90)](P/A, 11\%, 30) \\ 0 &= -41,000,000 + (4,380,000)(8.6938) \\ 0 &= -41,000,000 + 38,078,844 = -\$2,921,156\end{aligned}$$

Con el cambio de signo aplicamos el método de interpolación.



Conociendo que $a = b(c/d)$, realizamos la interpolación para contestar la primera pregunta.

$$\begin{aligned}x - a &= (11 - 9) [(0 - 3,998,806) / (-2,921,156 - 3,998,806)] \\ x - 9 &= 2 [(-3,998,806) / (-6,919,962)] \\ x &= 9 + 2(0.5779) = 10.156\end{aligned}$$

Ejercicio 3.4.3.

Un individuo demandó a su empleador y ganó el juicio, obteniendo una compensación de \$ 4,800 por mes durante cinco años. Al demandante se le presenta una alternativa atractiva de inversión, pero requiere hoy de una suma grande de dinero para realizarla, por lo que le ofreció al defensor de su oponente la oportunidad de pagar \$ 110,000 en una sola exhibición, evitando el pago mensual durante los próximos 5 años. Si el defensor acepta la oferta y paga \$ 110,000 ahora **¿cuál sería la tasa de rendimiento que obtendría el defensor**

por aceptar esta propuesta? Supóngase que el próximo pago de \$ 4,800 debe hacerse dentro de un mes.

Solución

i) **Razonamiento:** Para conocer si le conviene a la empresa pagar hoy \$ 110,000 y no \$ 4,800 mensuales durante 60 meses, se debe obtener el valor presente de la serie mensual.

ii) **Datos:** $A = \$ 4,800$; $n = 5 \times 12 = 60$; $i = ?$, $P = \$ 110,000$

iii) **Ecuación:** $0 = -P + A(A/P, i\%, n)$

Sustitución de valores: $0 = -110,000 + 4,800(A/P, i\%, 60)$

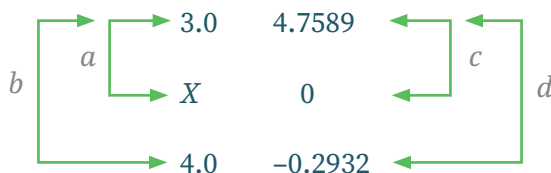
Reordenando $110,000/4,800 = (A/P, i\%, 60)$
 $22.9167 = (A/P, i\%, 60)$

El valor de i se obtendrá a partir de la interpolación, empezando con $i = 3\%$

Para $i = 3\%$ $22.9167 = (P/A, 3\%, 60)$
 $22.9167 = 27.6756$ no se cumple con la igualdad.

Para $i = 4\%$ $22.9167 = (P/A, 4\%, 60)$
 $22.9167 = 22.6235$ existe un cambio de signo.

El cambio de signo indica que es momento de aplicar el método de interpolación:



Partiendo de $a = b(c/d)$

Sustituyendo valores se obtiene: $x - 3 = 1[(0 - 4.7589)/(-0.2932 - 4.7589)]$
 $x = 3 + 0.942 = 3.942$

Ejercicio 3.4.4.

Se espera que un material nuevo utilizado en la fabricación de celdas solares prolongue su vida útil y, con este cambio, incremente su eficiencia en 40 %, lo que representa un ahorro del casi el doble del costo de las celdas solares convencionales. De usarse las celdas nuevas, la vida útil de un satélite de comunicaciones podría ampliarse de 10 a 15 años. ¿Qué tasa de rendimiento podría obtenerse, si se requiere una inversión adicional de \$ 950,000, lo que generará ingresos extra de \$ 450,000 en el año 11 y después esa cantidad crecerá a razón de \$ 50,000 anualmente hasta el año 15.

Solución

i) **Razonamiento:** El cálculo de la tasa de rendimiento implica aplicar el valor de un gradiente a partir del año 11.

ii) **Datos:** $P = \$ 950,000$; $n = 5$; $i = \text{¿?}$,
Ingresos = \$ 450,000; $G = \$ 50,000$

iii) **Ecuación:** $0 = -P + [I(P/A, i\%, 5) + G(P/G, i\%, 5)] (P/F, i\%, 10)$

Sustitución de valores:

Para $i = 8\%$

$$0 = -950,000 + [450,000 (P/A, 8\%, 5) + 50,000 (P/G, 8\%, 5)] (P/F, 8\%, 10)$$

$$950,000 = [450,000 (3.9927) + 50,000 (7.3724)] (0.4642)$$

$$950,000 = [2,165,335] (0.4642)$$

$$950,000 = 1,005,148.51$$

no se cumple la igualdad.

Para $i = 9\%$

$$0 = -950,000$$

$$+ [450,000(P/A, 9\%, 5) + 50,000(P/G, 9\%, 5)] (P/F, 9\%, 10)$$

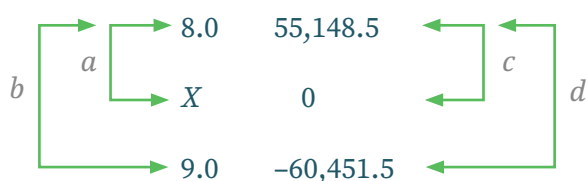
$$950,000 = [450,000(3.8897) + 50,000(7.1110)] (0.4224)$$

$$950,000 = [2,105,915] (0.4224)$$

$$950,000 = 889,538.50$$

existe un cambio de signo.

El cambio de signo muestra que debe utilizarse el método de interpolación.



Partiendo de la fórmula $a = b(c/d)$ se obtiene la tasa buscada.

iv) Datos: $a = x - 8$ $b = 9.0 - 8.0 = 1$
 $c = 0 - 55,148.5$ $d = -60,415.5 - 55,148.5 = -115,564$

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$X - 8 = 1 [(-55,148.5) / (-115,564)]$$

$$X = 8 + 0.4772$$

$$X = 8.4772$$

v) Resultado: La tasa buscada para esta alternativa es de 8.4772 %

3.5. RELACIÓN BENEFICIO COSTO (B/C)

Las alternativas del sector público y las del sector privado se diferencian por las siguientes características:

- a) Magnitud de la inversión
- b) Vida del proyecto
- c) Financiamiento

Los proyectos del sector público usualmente requieren de grandes inversiones iniciales mientras que muchas de las inversiones del sector privado son de montos medianos a pequeños.

Los proyectos gubernamentales o públicos tienen muy larga vida útil, generalmente de 25 a 50 años, mientras que los del sector privado difícilmente llegan a 20 años.

Los proyectos públicos generalmente se financian con dinero proveniente de los impuestos o de papel gubernamental, como es el caso de CETES, mientras que los proyectos privados se financian mediante aportaciones de los accionistas, emisión de acciones de papel comercial, préstamos bancarios, etc.

Ejercicio 3.5.1¹.

Clasifica cada flujo de efectivo como beneficio, pérdida o costo.

Solución

a) Ingreso anual por \$ 500,000 generado por el turismo en un almacenamiento de agua dulce	beneficio
--	-----------

¹ El problema 4.5.2 fue tomado del libro *Ingeniería Económica* de Leland Blank y Anthony Tarquin. Sexta edición, Mc Graw Hill, p. 349.

b) \$700,000 de mantenimiento anual pagado por los con- tenedores de los barcos a la autoridad de un puerto	beneficio para el gobierno
c) Gasto de 45 millones para la construcción de un túnel en una autopista interestatal	costo
d) Eliminación de 1.3 millones por concepto de salarios para los residentes de un municipio, con base en el comercio internacional	beneficio
e) Reducción de \$375,000 anuales en las reparaciones debidas a accidentes automovilísticos, gracias al mejoramiento de la iluminación	beneficio
f) Pérdida de \$700,000 anuales en el ingreso de los agri- cultores a causa de la compra de los derechos de la vía de una autopista	pérdida

Ejercicio 3.5.2.

Calcule la razón beneficio-costos para las estimaciones del siguiente flujo de efectivo si se considera una tasa de descuento del 6 % anual.

Valor presente de los beneficios	\$ 3, 800, 000
Valor anual de las pérdidas (desbeneficios)	\$ 45, 000
Inversión inicial	\$ 2, 200, 000
Costos de operación y mantenimiento	\$ 300, 000
Vida del proyecto	15 años

Solución

i) Razonamiento: Los costos y los desbeneficios se llevan a valor presente.

ii) Cálculos:

$$\text{Desbeneficios} = 45,000 (P/A, 6\%, 15) = \$ 437,049$$

$$\text{C.A. \& Manto.} = 300,000 (P/A, 6\%, 15) = \$ 2,913,660$$

$$B/C = (3,800,000 - 437,049) / (2,200,000 + 2,913,660) = 0.66$$

iii) Respuesta: por ser menor a 1 la razón B/C , se desecha el proyecto.

Ejercicio 3.5.3.

Aplique el análisis beneficio-costos incremental con una tasa del 8 % anual para determinar qué opción debe seleccionarse. Utilice un periodo de estudio de 20 años y suponga que los costos por daños ocurrirían en el año 6 del periodo de estudio.

	Alternativa A	Alternativa B
Inversión inicial	\$ 600, 000	\$ 800, 000
C. anual de Operación & Manto.	\$ 50, 000	\$ 70, 000
Desbeneficios por daño potencial	\$ 950, 000	\$ 250, 000

Solución

i) **Razonamiento:** La alternativa B muestra un mayor costo anual, pero el menor daño potencial. Esta hipótesis hay que verificarla a través de un análisis incremental justificado.

ii) **Cálculos:**

$$\begin{aligned}\text{Costo incremental} &= (800,000 - 600,000) \\ &+ (70,000 - 50,000)(P/A, 8\%, 20) \\ &= \$ 396,362\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Beneficio incremental} &= (950,000 - 250,000)(P/F, 8\%, 6) \\ &= 441,140\end{aligned}$$

$$\text{Ratio incremental de } B/C = 441,140 / 396,362 = 1.11$$

iii) **Respuesta:** se selecciona B

4 ANEXOS

4.1. DEPRECIACIÓN Y AMORTIZACIÓN

Al gobierno federal le interesa que la planta productiva del país siga operando de manera total y eficiente, el incentivo para que esto ocurra es establecer el periodo de operación de cada activo (denominado vida útil) en condiciones de diseño y cuando por consecuencia de su uso alcance un deterioro significativo u obsolescencia, sea sustituido por un nuevo activo manteniendo el negocio competitivo.

La autoridad fiscal reconoce el fenómeno descrito y crea el concepto denominado “depreciación” aplicable a los activos productivos. Contablemente, la depreciación se registra en una cuenta específica con su monto anual respectivo, este monto se refleja en el cálculo de la llamada “base gravable” utilizada por todos los negocios para el pago de impuestos.

Al término de la vida útil del activo, el monto del valor depreciado y contabilizado deberá ser idéntico al valor nominal del activo adquirido menos su valor de salvamento.

Todos los activos cuando terminan su vida útil pueden ser enajenados y, por lo tanto, el negocio recibirá un ingreso por este concepto. Para el cálculo de la depreciación, este ingreso recibe el nombre de valor de rescate, residual o de salvamento y se denomina con las letras mayúsculas: “VS”.

El flujo de efectivo tradicional se puede calcular antes o después de impuestos y debe de considerar el concepto depreciación por ser una pérdida real del valor de un activo en el tiempo y reflejarse en el Balance General.

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público (S.H.C.P.) establece cada año calendario, el número de años en que se va a llevar a cabo la depreciación de los diferentes activos que un negocio puede tener y lo publicita en la llamada “miscelánea fiscal”.

Existe también otro método para llevar a cabo el cálculo de la depreciación de un activo, que es la depreciación por suma de años dígitos.

Depreciación lineal: la depreciación en línea recta con una amplia utilización en todos los países establece que un activo productivo muestra un desgaste u obsolescencia con el paso del tiempo.

Para efectos del cálculo de la depreciación en línea recta se utilizará la siguiente fórmula:

$$D_n = \frac{\text{Inversión} + \text{Valor de Salvamento}}{\text{Vida útil}} \quad \text{o} \quad D_n = \frac{I + VS}{n}$$

El cálculo de la depreciación se realiza anualmente y el valor del activo queda representado contablemente en la cuenta generalmente denominada “valor en libros”. A continuación, se presenta un ejercicio para determinar la depreciación de un activo.

Ejercicio 4.1.1.

Una empresa adquiere un activo por la cantidad de \$ 200,000, la autoridad fiscal le establece una vida útil de cinco años y su valor de salvamento se calcula en \$ 20,000. Determine el monto anual de la depreciación utilizando el método de la línea recta.

Solución

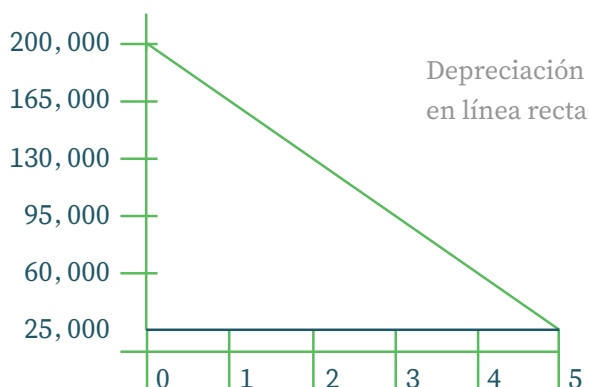
i) **Razonamiento:** Se conocen los elementos para calcular la depreciación anual.

ii) **Fórmula:**
$$D_n = \frac{I - VS}{n}$$

Sustituyendo valores se obtiene: $D_1 = \frac{200,000 - 20,000}{5} = \frac{220,000}{5}$

$$D_1 = 45,000$$

iii) Gráficamente, la depreciación del activo también podría representarse así:



iv) **Resultado:** el valor del activo en libros al año 5 es igual a cero más el valor de salvamento, de la gráfica anterior puede observarse también la evolución del valor del activo anualmente.

Ejercicio 4.1.2.

El valor de salvamento de un activo es de \$ 50,000, su saldo a los 20 meses es de \$ 475,000 y el saldo a los 22 meses es de \$ 325,000. ¿De cuántos meses es la vida útil del activo y cuál fue su valor inicial?

Solución

i) **Fórmula:** $D_n = \frac{I - VS}{n}$

$$D = (\$ 475,000 + \$ 325,000) / 2$$

$$D = \$ 150,000 / 2 = \$ 75,000$$

Meses restantes:

$$(\$ 325,000 - \$ 50,000) / 75,000 = 11 / 3 = 3.67 = 4 \text{ meses}$$

Como a los 22 meses restan 4 de depreciación, se puede establecer que la vida útil del activo es de 26 meses.

ii) Resultado:

$$\begin{aligned}\text{Valor inicial} &= 25 \times 75,000 + 75,000 \times 0.6666667 + 50000 \\ &= \$1,975,000\end{aligned}$$

Otra forma de hacerlo es:

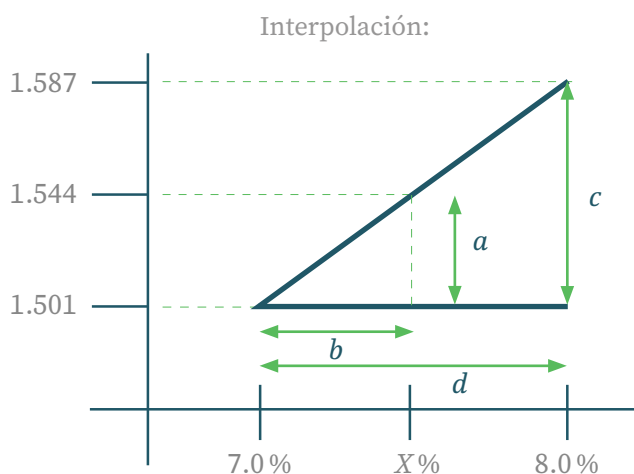
$$\begin{aligned}\text{valor del bien} &= 475,000 + 75,000 \times 20 = 1,975,000 \\ \text{vida útil del bien} &= (1,975,000 - 50,000) / 75,000 \\ &= 25.67 \text{ meses}\end{aligned}$$

El segundo método es llamado de la suma de los años dígitos y es una técnica rápida de eliminación por la cual la mayor parte del valor del activo se disminuye en el primer tercio de la vida del activo. Es decir, los costos de depreciación son muy altos en los primeros años, pero disminuyen rápidamente en los años posteriores a la vida del activo.

En la República mexicana es un método utilizado pocas veces.

4.2. Interpolación

Este algoritmo se sustenta en la proporcionalidad de triángulos semejante, por lo que el intervalo de las cifras utilizadas debe ser el menor posible.



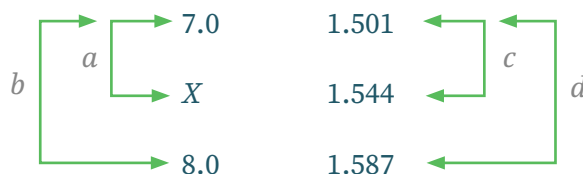
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a = b(c/d)$$

La anterior gráfica muestra cómo se pueden conocer los factores para distintas tasas, como son: 7%; 7.5 % u 8 %.

Supongamos que, conociendo los valores de los factores, se desea conocer la tasa correspondiente a 1.500, en este caso aplicaremos la siguiente fórmula $a = b (c/d)$ derivada de la propiedad geométrica de la igualdad de triángulos.

Conociendo el valor de cada literal se obtiene, en este caso, el valor buscado, para ello, nos auxiliaremos de la siguiente figura:



Si obtenemos los datos

$$a = X - 7.0 \quad b = 8.0 - 7.0 \quad c = 1.544 - 1.501 \quad d = 1.587 - 1.501$$

Sustituyendo en $a = b (c/d)$ se obtiene:

$$X - 7 = 1 (0.043/0.086)$$

$$X = 7 + 0.5 = 7.5 \% \quad \text{que es la tasa buscada.}$$

COMENTARIOS FINALES

Una vez terminado de leer el texto y habiendo comprendido los conceptos y aplicados estos en los ejercicios descritos, el estudiante lector debe estar seguro de que ha adquirido conocimientos fundamentales para llevar a cabo la evaluación de alternativas de inversión, reemplazo de equipo o ampliación de líneas de producción.

Esta guía será un gran asistente durante el desarrollo de distintos tipos de análisis a partir de diferentes perspectivas y permite el cálculo del valor del dinero a través del tiempo, pudiendo este ser expresado en valor presente, futuro o como series de pagos uniformes.

Con lo anterior, el analista tiene las herramientas básicas que conjuntadas con los distintos métodos descritos en el documento, le permitirá llevar a cabo el proceso de toma de decisión acerca de cualquier alternativa y justificar por qué esta se dio en sentido positivo o negativo, teniendo siempre los elementos para argumentar sobre su conclusión.

Este texto se complementará con una próxima edición donde se abordarán los aspectos avanzados de la ingeniería económica, la cual incluye principalmente la vinculación de los aspectos financieros con la ingeniería económica, la utilización de la probabilidad y estadística en la evaluación de portafolios de inversión, así como la evaluación del riesgo y rendimiento en las inversiones que involucran ingresos y egresos, además de otras consideraciones.

Reconociendo que todos los textos son mejorables, les invito a hacer de mi conocimiento cualquier error u omisión detectado durante la lectura o aplicación de lo comentado al correo electrónico institucional: eduardo.ordiales@ingeniería.unam.edu



UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

*Guía de estudio para la solución
de problemas de Ingeniería Económica.
Conceptos, enunciados y acciones*

Se publicó la primera edición electrónica de un ejemplar
(7 MB) en formato PDF en junio de 2025,
en el repositorio de la Facultad de Ingeniería, UNAM,
Ciudad Universitaria, Ciudad de México. C.P. 04510

El diseño estuvo a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial
de la Facultad de Ingeniería. Las familias tipográficas uti-
lizadas fueron Source Serif Pro y Cambria para texto,
y Rubik para títulos.