



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Aplicación del aprendizaje automático
para clasificación de pruebas de
presión en yacimientos convencionales
y no convencionales**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Carlos Daniel Sahagún Ortiz

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Víctor Leonardo Teja Juárez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado APLICACION DEL APRENDIZAJE AUTOMATICO PARA CLASIFICACION DE PRUEBAS DE PRESION EN YACIMIENTOS CONVENCIONALES Y NO CONVENCIONALES, que presenté para obtener el título de INGENIERO PETROLERO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

CARLOS DANIEL SAHAGUN ORTIZ
Número de cuenta: 419048255

Este trabajo fue realizado gracias al programa CAPSEM I+DT 2024, como actividad del proyecto “Simulación numérica en yacimientos de hidrocarburos tipo shale mediante la aplicación de algoritmos de aprendizaje automático”.

A mi abuelita Teresa y a mi madre Ana Elena.

**“La dignidad no consiste en
poseer honores, sino en
merecerlos”.**

-Aristóteles

Agradecimientos

A la universidad nacional autónoma de México y a la facultad de ingeniería por brindarme la formación como ingeniero y permitirme haber vivido buenos momentos dentro y fuera de las aulas.

A mi madre Ana Elena Ortiz Rojas por darme la vida, por enseñarme a no rendirme y ser siempre mejor, gracias por apoyarme en mis decisiones y por todo tu tiempo y sacrificio que has realizado.

A mi abuelita Teresa Rojas Roque por criarme y darme todo su cariño cuando lo necesité, siempre la recuerdo.

A Carlos I. Ortiz Rojas por ser un gran tío, amigo y ejemplo a seguir, gracias por escucharme y apoyarme siempre.

A Jorge Portillo García gracias por su apoyo durante este camino, sus consejos y las vivencias.

A mi hermano Joel Oswaldo Sahagún Ortiz por escucharme las veces que lo he necesitado, apoyarme y compartir buenos momentos.

A mis padrinos Gilberto Julián Patiño Núñez y Alicia García Guerrero, por apoyarme y recibirme siempre como un hijo más.

A mis amigos Jacob, Isaac, Víctor, Ronaldo, Arturo, Manuel, Beto, Hugo, Leo, Santiago, Jesús 'cuaji', por compartir momentos gratos.

A Kevin Díaz 'el crack', por sus lecciones de matemáticas, pero sobre todo de humildad y personales que a más de uno nos motivó a salir adelante.

A mi asesor de tesis Dr. Víctor Leonardo Teja Juárez por su ayuda y por todos los conocimientos brindados, así como también a todos los profesores que participan como sinodales, gracias por su tiempo y paciencia en las revisiones.

Agradezco la beca de apoyo económico y el acceso a los recursos computacionales como parte del programa CAPSEM I+DT 2024, como actividad del proyecto "Simulación numérica en yacimientos de hidrocarburos tipo shale mediante la aplicación de algoritmos de aprendizaje automático".

Índice de figuras

Figura 1. Rangos de permeabilidad (Cinco-ley, 2012).

Figura 2. Flujo lineal (Cinco-ley, 2012).

Figura 3. Flujo radial (Cinco-ley, 2012).

Figura 4. Flujo esférico (Cinco-ley, 2012).

Figura 5. Comparación entre porosidades y permeabilidades en yacimientos convencionales y yacimientos no convencionales.

Figura 6. Típico problema inverso en donde se conocen datos de entrada y salida (Bourdet, 2002).

Figura 7. Gráfica solución línea fuente usando la función integral exponencial (elaboración propia).

Figura 8. Gráfica solución línea fuente usando una aproximación logarítmica (elaboración propia).

Figura 9. Gráfica comparativa entre la aproximación logarítmica y la función integral exponencial (elaboración propia).

Figura 10. Curva tipo para flujo radial en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 11. Curva tipo para flujo radial en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

Figura 12. Curva tipo a tiempos cortos y a tiempos largos para flujo radial en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

Figura 13. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 14. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

Figura 15. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 16. Curvas tipo doble logarítmica de Awargal, Al-Hussainy y Ramey (1970) para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 17. Curvas tipo doble logarítmica de Awargal, Al-Hussainy y Ramey (1970) para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 18. Curva tipo de Gringarten para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Figura 19. Curva tipo de Bourdet (elaboración propia).

Figura 20. Curva tipo de Gringarten-Bourdet para diagnosticar yacimientos (elaboración propia).

Figura 21. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

Figura 22. Soluciones obtenidas por la inversión (Warren y Root, 1963) (elaboración propia).

Figura 23. Soluciones a las derivadas asintóticas (Warren y Root, 1963) (elaboración propia).

Figura 24. Soluciones obtenidas para un yacimiento naturalmente fracturado infinito (Warren y Root, 1963) (elaboración propia).

Figura 25. Gráfica de presión contra el tiempo en un yacimiento naturalmente fracturado en un régimen pseudo estacionario (Teja & Torres, 2023).

Figura 26. Gráfico comparativo entre el modelo de Warren y Root (1963) y el modelo de Kazemi (1969), ambos basados en el régimen pseudo estacionario (Teja & Torres, 2023).

Figura 27. Curva tipo para flujo lineal (elaboración propia).

Figura 28. Representación del aprendizaje automático dentro de la inteligencia artificial (Mariscal, 2023).

Figura 29. Ejemplo de regresión lineal simple (elaboración propia).

Figura 30. Ejemplo regresión polinomial (elaboración propia).

Figura 31. Ejemplo *Support Vector Regression* (elaboración propia).

Figura 32. Ejemplo de regresión con árbol de decisión (elaboración propia).

Figura 33. Ejemplo de regresión con árbol de decisión (Pedregosa et al., 2011).

Figura 34. Ejemplo de regresión con *Random Forest* (elaboración propia).

Figura 35. Ejemplo de clasificación con KNN (Pedregosa et al., 2011).

Figura 36. Ejemplo de clasificación con SVM (Pedregosa et al., 2011).

Figura 37. Ejemplo de clasificación con árbol de decisión (Pedregosa et al., 2011).

Figura 38. 'Método del codo' Gráfico para seleccionar el número óptimo de Clúster (elaboración propia).

Figura 39. Dibujo representativo de una neurona (imagen tomada de Freepik).

Figura 40. Función de activación sigmoide (elaboración propia).

Figura 41. Función de activación tangente hiperbólica (elaboración propia).

Figura 42. Función de activación tangente hiperbólica (elaboración propia).

Figura 43. Ejemplo de la arquitectura de una red neuronal (elaboración propia).

Figura 44. Ejemplo de la arquitectura de una red neuronal más compleja (elaboración propia).

Figura 45. Curvas de presión generadas con simulación para yacimientos convencionales y no convencionales.

Figura 46. Comparación de resultados en la clasificación de yacimientos tomando en cuenta la porosidad y permeabilidad.

Figura 47. Árbol de decisión para clasificar yacimientos tipo “*shale*”.

Figura 48. Clasificación para yacimientos según sus características de permeabilidad, porosidad y producción.

Figura 49. Precisión del modelo ANN de clasificación de yacimientos (3 capas) (elaboración propia).

Figura 50. Análisis de curvas de presión para yacimientos convencionales: comparación de muestras (elaboración propia).

Contenido

Resumen	1
1. Introducción.	2
1.1. Planteamiento del problema.	2
1.2. Objetivo de la investigación.	3
1.3. Estructura de la tesis.	3
2. Conceptos básicos de yacimientos convencionales y no convencionales.	5
2.1. Flujo de fluidos en medios porosos.	5
2.1.1. Porosidad.	5
2.1.2. Permeabilidad.	6
2.1.3. Compresibilidad.	7
2.1.4. Otros parámetros del yacimiento.	8
2.1.5. Geometrías de flujo.	9
2.1.6. Ecuaciones fundamentales.	10
2.2. Yacimientos convencionales.	12
2.2.1. Características geológicas de los yacimientos convencionales.	12
2.2.2. Clasificación de yacimientos convencionales.	12
2.3. Yacimientos no convencionales.	13
2.3.1. Características geológicas de los yacimientos no convencionales.	13
2.3.2. Clasificación de yacimientos no convencionales.	14
3. Soluciones analíticas para pruebas de presión.	15
3.1. Pruebas de presión.	15
3.1.1. Tipos de pruebas de presión.	15
3.1.2. Interpretación de pruebas de presión.	16
3.2. Soluciones para yacimientos convencionales.	18
3.2.1. Solución Integral Exponencial.	18
3.2.2. Solución para flujo radial usando la transformada de Laplace.	19
3.2.2.1. Solución línea fuente.	20
3.2.2.2. Solución para flujo radial en un yacimiento infinito.	23
3.2.2.3. Solución para flujo radial en un yacimiento cerrado.	24
3.2.2.4. Solución para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito.	27
3.2.2.5. Solución para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento cerrado.	29
3.2.2.6. Solución para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.	31

3.2.2.7. Solución de Agarwal, Hussainy, Ramey (1970) para para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.	32
3.2.2.8. Solución de Gringarten-Bourdet (1979) para para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.	34
3.2.2.9. Solución para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento cerrado.	36
3.3. Soluciones para yacimientos no convencionales.	38
3.3.1. Modelo para yacimientos con doble porosidad y permeabilidad.	38
3.3.1.1. Modelo de Warren y Root (1963).	41
3.3.1.2. Modelo de Kazemi PSS (1969).	46
3.3.2. Modelo para flujo lineal en yacimientos con fractura únicas.	50
4. Implementación del modelo de aprendizaje automático.	52
4.1. Modelos de machine learning.	53
4.1.1. Modelos de predicción.	54
4.1.2. Modelos de clasificación.	58
4.1.3. Clustering.	60
4.1.4. Deep Learning.	62
4.1.4.1. ¿Cómo funciona una red neuronal?	62
4.1.4.2. Estructura básica de una red neuronal.	63
4.1.4.3. Neuronas y pesos.	63
4.1.4.4. Funciones de activación.	63
4.1.4.5. Red neuronal artificial (ANN).	65
4.2. Metodología.	68
4.3. Resultados.	69
5. Evaluación del modelo y propuesta de aplicación.	73
6. Conclusiones y recomendaciones.	76
Referencias bibliográficas	77

Resumen

La investigación se estructura en seis capítulos, comenzando con una introducción a los conceptos básicos de la ingeniería petrolera, incluyendo el flujo de fluidos en medios porosos, permeabilidad y porosidad. También se exploran las pruebas de presión y las soluciones analíticas para la ecuación de difusión, esenciales para entender el comportamiento del yacimiento.

El trabajo avanza hacia la implementación de modelos de machine learning, detallando métodos de clasificación, clustering y redes neuronales profundas. Estos modelos se entrenan y evalúan para demostrar su capacidad de superar las limitaciones de los métodos tradicionales, reduciendo errores y mejorando la precisión en la interpretación de datos de yacimientos.

Los resultados destacan cómo el aprendizaje automático puede transformar la clasificación de yacimientos, optimizando la toma de decisiones y el uso de recursos en la industria petrolera. La tesis concluye con recomendaciones para futuras investigaciones que puedan expandir el uso de estas tecnologías en la caracterización y explotación eficiente de recursos energéticos.

Abstract

The research is structured into six chapters, beginning with an introduction to the fundamental concepts of petroleum engineering, including fluid flow in porous media, permeability, and porosity. It also explores pressure tests and analytical solutions for the diffusion equation, which are essential for understanding reservoir behavior.

The study progresses to the implementation of machine learning models, detailing classification methods, clustering, and deep neural networks. These models are trained and evaluated to demonstrate their ability to surpass the limitations of traditional methods, reducing errors and improving the accuracy of reservoir data interpretation.

The results highlight how machine learning can transform reservoir classification, optimizing decision-making and resource utilization in the petroleum industry. The thesis concludes with recommendations for future research to expand the use of these technologies in the efficient characterization and exploitation of energy resources.

Capítulo 1.

Introducción.

En la industria petrolera, la evaluación y clasificación de yacimientos son tareas críticas para la optimización de la producción y la toma de decisiones estratégicas. Los yacimientos se dividen comúnmente en convencionales y no convencionales, cada uno con características geológicas y de flujo de fluidos únicas. Una herramienta fundamental en la caracterización de estos yacimientos es la prueba de presión, la cual proporciona información sobre las propiedades del yacimiento, como la permeabilidad, la porosidad, y la compresibilidad de los fluidos. Sin embargo, la interpretación de estas pruebas es un proceso complejo que requiere de conocimientos avanzados y experiencia técnica para evitar errores y maximizar la precisión.

En este contexto, la aplicación de tecnologías avanzadas como el aprendizaje automático (machine learning) está revolucionando la forma en que se analizan los datos de pruebas de presión. El aprendizaje automático ofrece la capacidad de procesar grandes volúmenes de datos, identificar patrones complejos y realizar predicciones con un nivel de precisión que supera las metodologías tradicionales. La integración de estas tecnologías en la ingeniería petrolera tiene el potencial de mejorar significativamente la clasificación de yacimientos, facilitando la toma de decisiones y optimizando los recursos.

1.1. Planteamiento del problema

La industria mexicana de la exploración y producción de hidrocarburos enfrenta desafíos significativos para garantizar una evaluación precisa y eficiente de los yacimientos, especialmente en un entorno energético en constante evolución. La clasificación de las pruebas de presión como yacimiento convencional o no convencionales es un componente crítico para entender la dinámica de los yacimientos, lo que permite optimizar la explotación de los recursos, mejorar la toma de decisiones y maximizar la recuperación de hidrocarburos. Sin embargo, la interpretación de estas pruebas de presión, tanto en yacimientos convencionales como no convencionales, presenta una complejidad considerable, que dependiendo de la expertise del ingeniero o de la persona responsable de su interpretación, suele ser propensa a errores humanos y estar limitado por la carga de trabajo o la cantidad de información de este. Es por ello por lo que en este trabajo se propone la utilización del aprendizaje automático (machine learning), ya que ofrece una solución innovadora y eficiente para abordar estas limitaciones, reduciendo errores, adaptándose según sea el caso al tipo de yacimiento teniendo la capacidad de manejar grandes cargas de trabajo (volúmenes de datos).

1.2. Objetivo de la investigación

Objetivo general

Desarrollar una herramienta computacional basada en algoritmos de *machine learning* (ML) con el objetivo de clasificar y seleccionar el modelo de ML más adecuado que se ajuste a una prueba de presión ya sea de un yacimiento convencional o no convencional.

Objetivos específicos

- Revisar y analizar los conceptos fundamentales de la ingeniería de petrolera, incluyendo las propiedades de los fluidos y el flujo en medios porosos.
- Investigar y aplicar soluciones analíticas y semi analíticas de curvas tipo para la interpretación de pruebas de presión en yacimientos.
- Implementar modelos de *machine learning* de aprendizaje no supervisado, como *k-means*, redes neuronales, para la clasificación de yacimientos a partir de datos de pruebas de presión.
- Comparar los modelos de machine learning de aprendizaje no supervisado para identificar el modelo a corde para este problema.

1.3. Estructura de la tesis

Esta tesis se estructura en seis capítulos, cada uno diseñado para guiar desde los fundamentos teóricos hasta la aplicación práctica del aprendizaje automático en la clasificación de yacimientos.

El capítulo 1 introduce el contexto general de la investigación, estableciendo el problema, los objetivos y la estructura de la tesis. El capítulo 2 proporciona una revisión de los conceptos básicos relacionados con yacimientos convencionales y no convencionales, incluyendo el flujo de fluidos en medios porosos y los parámetros fundamentales que afectan el comportamiento del yacimiento. Este capítulo también detalla las características geológicas y la clasificación de los yacimientos, ofreciendo una base sólida para comprender las diferencias entre ambos tipos de yacimientos.

En el capítulo 3, se exploran las soluciones analíticas utilizadas en la interpretación de pruebas de presión. Se presentan soluciones específicas para yacimientos convencionales, como las basadas en la transformada de Laplace y la solución integral exponencial, así como modelos para yacimientos no convencionales. Este capítulo destaca la importancia de las soluciones analíticas en la caracterización de yacimientos y establece el marco teórico necesario para la implementación de modelos de aprendizaje automático.

El capítulo 4 se centra en la implementación de modelos de aprendizaje automático, describiendo los diferentes tipos de modelos utilizados, como los de predicción,

clasificación, clustering, y deep learning. Se detalla la metodología seguida para el desarrollo de estos modelos, incluyendo la selección de datos, el proceso de entrenamiento y validación, y los resultados obtenidos. Este capítulo muestra cómo el aprendizaje automático puede ser aplicado eficazmente para mejorar la clasificación de yacimientos basándose en pruebas de presión.

En el capítulo 5, se evalúan los modelos desarrollados, comparando su desempeño con los métodos tradicionales y proponiendo aplicaciones prácticas en la industria petrolera. Este capítulo también discute las limitaciones de los modelos y sugiere posibles mejoras, destacando la necesidad de contar con más datos reales para entrenar y validar los modelos de manera más efectiva.

Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones de la investigación y ofrece recomendaciones para futuras aplicaciones y estudios en el campo de la ingeniería de petrolera. Se enfatiza la importancia del aprendizaje automático como una herramienta clave para la innovación en la industria petrolera y se sugieren direcciones para investigaciones futuras que puedan expandir el alcance y la aplicabilidad de esta tecnología.

Esta tesis busca no solo contribuir al campo de la ingeniería de petrolera mediante la aplicación de la inteligencia artificial, sino también sentar las bases para futuras investigaciones que exploren nuevas formas de optimizar y mejorar la producción de recursos energéticos.

Capítulo 2.

Conceptos básicos de yacimientos convencionales y no convencionales.

Un yacimiento petrolero se puede definir como un volumen de roca limitado en el espacio por trampas estratigráficas y/o estructurales, un yacimiento cuenta con propiedades físicas como la porosidad y permeabilidad; en los poros se encuentran almacenados los fluidos y la permeabilidad sirve para que estos fluidos puedan moverse a través del yacimiento, además los fluidos pueden estar en estado líquido y/o gaseoso.

Las rocas que pueden contener hidrocarburos son areniscas, carbonatos, lutitas, limos, arcillas, vetas de carbono (*Coalbed*) (Satter et al., 2016).

La clasificación que está basada en la tecnología empleada para explotar los yacimientos:

- Yacimientos convencionales
- Yacimientos no convencionales

A medida que la tecnología para producir un recurso no convencional avanza con el paso de los años, lo no convencional puede considerarse convencional.

2.1. Flujo de fluidos en medios porosos.

El flujo de fluidos en medios porosos es uno de los conceptos fundamentales para la ingeniería petrolera, en donde se usan ecuaciones diferenciales para modelar este fenómeno físico.

2.1.1. Porosidad.

En ingeniería petrolera la porosidad es una de las propiedades más importantes ya que se refiere a la fracción del volumen total de roca que está ocupada por fluidos. Puede ser expresada matemáticamente de la siguiente manera:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (1)$$

donde:

ϕ = porosidad

V_p = Volumen poroso

V_t = Volumen total

2.1.2. Permeabilidad.

La permeabilidad es la capacidad que tiene un cuerpo (en este caso la roca) para permitir el paso de fluidos. La ley de Darcy es la principal en el estudio de la permeabilidad ya que describe el flujo de fluidos a través de medios porosos. La permeabilidad se mide en Darcys (D) o milidarcys (mD).

$$q = \frac{k \cdot A \cdot \Delta P}{\mu \cdot L} \quad (2)$$

$$q = -\frac{k}{\mu} \Delta p \quad (3)$$

donde:

q = gasto

k = permeabilidad

A = Área transversal del flujo

ΔP = Diferencia de presión

μ = Viscosidad del fluido

L = Longitud del medio poroso

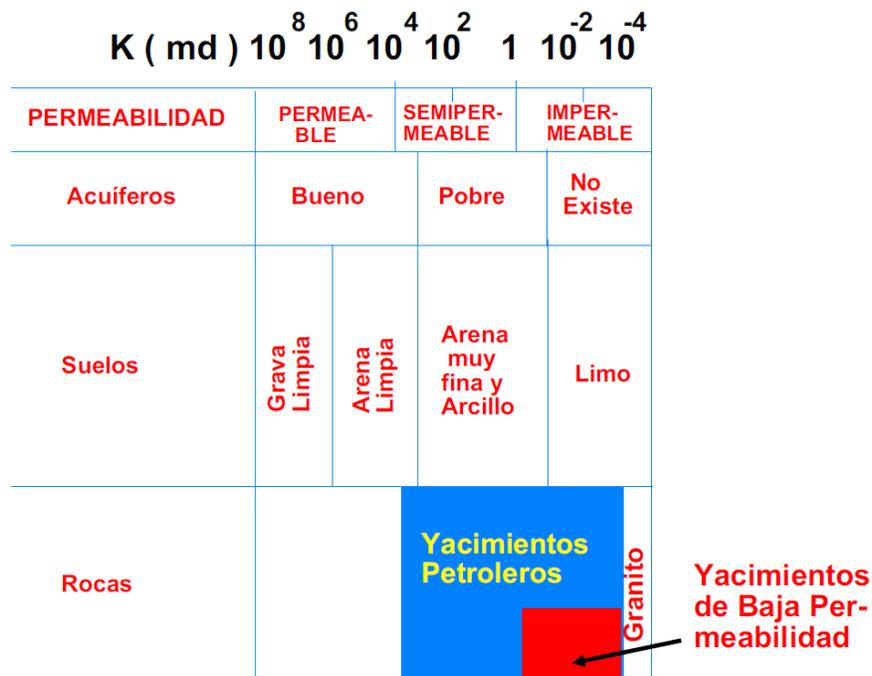


Figura 1. Rangos de permeabilidad (Cinco-ley, 2012).

2.1.3. Compresibilidad.

La compresibilidad es la variación del volumen de un fluido o la roca en respuesta a un cambio en la presión con respecto a un volumen. La compresibilidad de los fluidos como la de la roca son factores cruciales en la evaluación del comportamiento del yacimiento bajo condiciones de producción.

Compresibilidad de los fluidos: Se define como el cambio relativo del volumen del fluido debido a un cambio de presión con respecto a un volumen:

$$c_f = - \left(\frac{1}{V} \right) \cdot \left(\frac{dV}{dP} \right) \quad (4)$$

donde:

c_f = *Compresibilidad del fluido.*

V = *Volumen del fluido.*

$\frac{dV}{dP}$ = *Cambio de volumen respecto al cambio de presión.*

Compresibilidad de la roca: La compresibilidad de la roca se refiere al cambio en el volumen de la roca o en la porosidad debido a un cambio de presión:

$$c_r = - \left(\frac{1}{\phi} \right) \cdot \left(\frac{d\phi}{dP} \right) \quad (5)$$

donde:

c_r = *Compresibilidad de la roca.*

ϕ = *Porosidad.*

$\frac{d\phi}{dP}$ = *Cambio de la porosidad respecto al cambio de presión.*

La compresibilidad de la roca y del fluido se expresan como psi^{-1} , por lo que es posible calcular una compresibilidad total:

$$c_t = c_f + S_o c_o + S_g c_g + S_w c_w \quad (4)$$

2.1.4. Otros parámetros del yacimiento.

Difusividad hidráulica: La difusividad hidráulica describe cómo se propaga una perturbación hidráulica, como un cambio en la presión o el nivel de agua, a través de un medio poroso (Cinco-ley, 2012).

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t} \quad (5)$$

Transmisibilidad: La transmisibilidad es una medida de la capacidad de un medio poroso para permitir el paso de un fluido a través de un área dada bajo un gradiente de presión.

$$T = \frac{kh}{\mu} \quad (6)$$

donde:

$\mu =$ Viscosidad del fluido

$h =$ Espesor de la formación

Capacidad de almacenamiento: La capacidad de almacenamiento es una medida de la cantidad de fluido que un medio poroso puede almacenar por unidad de volumen y por unidad de cambio en la presión o carga hidráulica.

$$S = \phi c_t h \quad (7)$$

Entonces también se puede definir la difusividad hidráulica como:

$$\eta = \frac{T}{S} \quad (8)$$

2.1.5. Geometrías de flujo.

Las principales geometrías de flujo son el flujo lineal y radial, para pozos productores de aceite y gas, sin embargo, otras geometrías de flujo comunes son las que se presentan en pozos parcialmente penetrantes (flujo esférico) y en pozos fracturados (flujo lineal y bilineal).

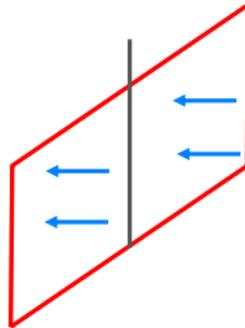


Figura 2. Flujo lineal (Cinco-ley, 2012).

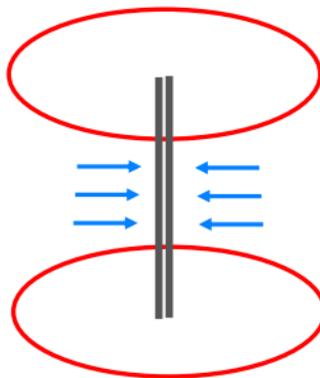


Figura 3. Flujo radial (Cinco-ley, 2012).

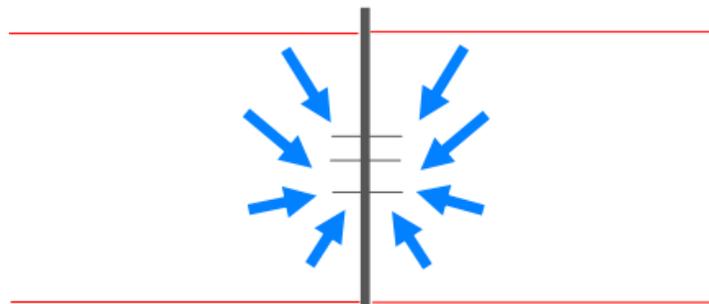


Figura 4. Flujo esférico (Cinco-ley, 2012).

2.1.6. Ecuaciones fundamentales.

Ley de Darcy: El desarrollo del estudio del flujo de fluidos en medios porosos lo empezó Henry Darcy en 1856 determinando de manera experimental la proporcionalidad del gradiente de presión y el flujo, lo que ahora se conoce como la Ley de Darcy.

$$q = \frac{k \cdot A}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (11)$$

donde:

$q =$ Gasto

$k =$ Permeabilidad

$A =$ Área transversal del flujo

$\mu =$ Viscosidad del fluido

$\Delta p =$ Cambio de presión

$L =$ Longitud

Ecuación de continuidad: Esta ecuación asegura la conservación de la masa en un volumen de control dentro del yacimiento, por lo general se trata de un balance de materia.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (12)$$

donde:

$\rho =$ Densidad del fluido

$\phi =$ Porosidad del medio

$t =$ tiempo

$v =$ Velocidad del fluido

Ecuación de difusión o difusividad: Esta ecuación es fundamental en la ingeniería de yacimientos, ya que describe el flujo de un fluido ligeramente compresible a través de un medio poroso. Esta ecuación se deriva al combinar tres principios físicos esenciales: La ley de Darcy, una ecuación de continuidad y una ecuación de estado.

Esta ecuación puede ser expresada en coordenadas lineales como:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu C_t}{k} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad (13)$$

Donde C_t es la compresibilidad total.

Si la ecuación de difusividad se expresa en coordenadas radiales se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu C_t}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (14)$$

Si la ecuación de difusividad se expresa en coordenadas esféricas se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu C_t}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (15)$$

Se emplean variables adimensionales en la ecuación de difusividad para eliminar la presencia de variables del yacimiento en la solución, siendo las variables adimensionales una combinación de variables para formar grupos sin dimensiones (Cinco-ley, 2012). Las variables adimensionales para coordenadas radiales son las siguientes:

$$P_D = \frac{kh(P_i - P)}{141.2Q\mu B} \quad (16)$$

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \quad (17)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (18)$$

$$P_{wf} = cte. \rightarrow q = f(t)$$

$$q_D = \frac{141.2B\mu q(t)}{kh(P_i - P_{wf})} \quad (19)$$

La ecuación de difusividad en coordenadas radiales se puede expresar de la siguiente manera, usando variables adimensionales:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (20)$$

2.2. Yacimientos Convencionales.

Los yacimientos convencionales son desarrollados y producidos con herramientas y técnicas tradicionales; debido a que las características del yacimiento y del fluido son favorables para tener una producción comercial viable.

2.2.1. Características geológicas de los yacimientos convencionales.

Los yacimientos convencionales están compuestos por un sistema petrolero que se refiere a los elementos y procesos clave necesarios para la generación, migración, acumulación y preservación de hidrocarburos en una trampa geológica. Este concepto es fundamental para entender cómo se forman los yacimientos de petróleo y gas y qué factores son esenciales para su explotación exitosa (Satter et al., 2016).

Estos yacimientos se caracterizan por su buena permeabilidad y porosidad, permitiendo un flujo efectivo de hidrocarburos a través de la formación; las formaciones típicas son las areniscas, carbonatos y en ocasiones con intercalaciones con lutitas.

Los valores de porosidad en yacimientos convencionales están entre el 5% y 25%, que cuentan mayormente con porosidades primarias (Satter et al., 2016), porosidades más altas están asociadas a yacimientos carbonatados o fracturados, llegando al 30% o más.

2.2.2. Clasificación de yacimientos convencionales.

Los yacimientos convencionales y no convencionales cuentan con clasificaciones que se basan en diferentes criterios para hacer más fácil su estudio, estas clasificaciones ayudan en la caracterización y posteriormente en la creación de una estrategia para el desarrollo del yacimiento.

Los yacimientos convencionales se clasifican generalmente por las características del fluido que producen o por sus características geológicas. A continuación, se muestra la clasificación de acuerdo con el tipo de hidrocarburo producido:

- Aceite negro
- Aceite volátil
- Gas seco
- Gas húmedo
- Gas y condensado

Las propiedades del hidrocarburo también pueden determinar su fluidez a través del medio poroso, por ejemplo, un aceite con una densidad y viscosidad baja podrá fluir con mayor facilidad que un aceite con una densidad y viscosidad mayor.

2.3. Yacimientos no convencionales

Los yacimientos no convencionales se caracterizan por ser muy compactos, tener aceites extrapesados, o extensiones territoriales muy grandes y profundas. Estos yacimientos requieren de nuevas tecnologías y técnicas especiales para poder producir a volúmenes comerciales, lo cual complica y aumenta los costos de la extracción.

2.3.1. Características geológicas de los yacimientos no convencionales.

A diferencia de los yacimientos convencionales, donde los hidrocarburos migran hacia una trampa geológica dentro de una roca almacén porosa y permeable, los yacimientos no convencionales tienden a ser yacimientos extendidos lateralmente, lo que significa que los hidrocarburos están distribuidos más ampliamente en la formación. Además, en muchos de estos yacimientos, la roca generadora también actúa como almacén (Satter et al., 2016) como es el caso de las lutitas o shale. Las principales características geológicas de los yacimientos no convencionales:

Baja permeabilidad y porosidad: Los yacimientos no convencionales, como lo son el tipo shale y las arenas compactas, están formados por rocas con muy baja permeabilidad y porosidad. En yacimientos de lutitas productoras de gas la porosidad está entre el 3% y el 6% (Satter et al., 2016) y en ciertos casos han llegado a encontrar de hasta 10%, sin embargo, los poros son de garganta mucho más pequeñas que en yacimientos convencionales.

Los yacimientos de lutitas están formados por rocas sedimentarias de grano fino o arcilloso, con un alto contenido de kerógeno en una escala nanométrica (Kang et al., 2011). Estos yacimientos presentan una permeabilidad extremadamente baja. Estudios como los de Nie y Zhang (2010) sugieren que hasta el 25% del volumen de los yacimientos de lutitas puede estar compuesto por kerógeno.

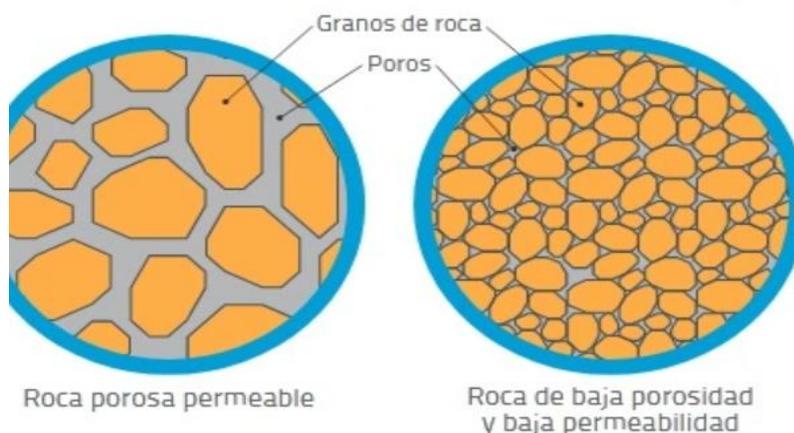


Figura 5. Comparación entre porosidades y permeabilidades en yacimientos convencionales y yacimientos no convencionales.

2.3.2. Clasificación de yacimientos no convencionales.

En los yacimientos no convencionales las formaciones a diferencia de los yacimientos convencionales presentan características geológicas únicas y pueden clasificarse de la siguiente manera de acuerdo con Y. Zee ma (2016):

- Areniscas de gas Compactas (Tight gas)
- Arenas Bituminosas
- Yacimientos de aceite Pesado
- Gas de Lutitas (Shale Gas)
- Vetas de carbón
- Aceite de lutitas (Shale Oil)
- Hidratos de Gas

Según Satter (2016), algunas de las tecnologías empleadas para desarrollar estos yacimientos son:

- Perforación de pozos horizontales.
- Perforación de pozos profundos.
- Fracturamiento hidráulico.
- Métodos de recuperación secundaria o recuperación mejorada para incrementar el factor de recuperación.
- Extracción de arenas petrolíferas con métodos térmicos.

Capítulo 3.

Soluciones analíticas para pruebas de presión.

Las soluciones analíticas para pruebas de presión son herramientas fundamentales en la ingeniería de yacimientos, ya que permiten interpretar y predecir el comportamiento de los fluidos en el subsuelo sin necesidad de recurrir a simulaciones numéricas. Estas soluciones se basan en la aplicación de ecuaciones matemáticas que describen el flujo de fluidos en medios porosos.

3.1. Pruebas de presión.

Las pruebas de presión son un método para evaluar las características y el comportamiento del yacimiento de aceite o gas y el pozo. Durante una prueba de pozo, se crea una respuesta de presión transitoria debido a un cambio temporal en la tasa de producción.

A diferencia de otros métodos para caracterizar el yacimiento, las pruebas de presión proporcionan una descripción dinámica del yacimiento, sin embargo, la información geológica, geofísica y petrofísica se utiliza, junto con la información de las pruebas de pozos para construir un modelo de yacimiento que permita predecir el comportamiento del yacimiento y la recuperación de fluidos para diferentes escenarios operativos.

La información obtenida de las pruebas de presión para caracterizar el yacimiento es la siguiente:

- Permeabilidad efectiva: medida horizontal y verticalmente.
- Heterogeneidad del yacimiento: Determina la presencia de fracturas naturales, capas y cambio de facies.
- Límites del yacimiento: Incluye la distancia, tamaño y forma.
- Presiones: Tanto la presión inicial y la presión promedio.

3.1.1. Tipos de pruebas de presión.

Prueba de decremento (*Drawdown test*): Una prueba de decremento de presión es una serie de mediciones de presión de fondo fluyendo durante un periodo de tiempo a gasto constante. Esta prueba ayuda a evaluar la capacidad del yacimiento para mantener la producción bajo condiciones de extracción.

Prueba de incremento (*Build-up test*): Esta prueba se basa en cerrar un pozo productor y se requiere que antes el pozo haya producido a gasto constante antes del cierre.

Prueba de gasto variable: analizar el comportamiento del flujo en un pozo cuando la tasa de producción cambia en el tiempo. Estas pruebas permiten estimar propiedades del yacimiento como la permeabilidad, el daño y la presencia de límites

Prueba de inyección (*fall-off test*): En la prueba fall-off se inyecta fluido en el yacimiento, por lo que la presión del fondo del pozo aumenta y, después del cierre, disminuye durante el período de caída. Las propiedades del fluido inyectado son, en general, diferentes a las del fluido del yacimiento, la interpretación de las pruebas de inyección y caída requiere más atención a los detalles que para los productores.

Prueba de interferencia y pruebas de pulso: Las pruebas de interferencia se realiza cuando un pozo productor está cerrado (pozo observador) y se mide su presión mientras otros pozos están produciendo, esta prueba sirve para obtener información sobre las propiedades del yacimiento que no pueden determinarse con los otros métodos. Con las pruebas de pulso, el pozo activo se produce con una serie de períodos cortos de flujo/cierre y se analizan las oscilaciones de presión resultantes en el pozo de observación (Bourdet, 2002).

Drill Stem Test (DST): Esta prueba se realiza durante la fase de perforación, y permite obtener información sobre la capacidad del yacimiento para producir hidrocarburos sin necesidad de completar el pozo de forma permanente.

3.1.2. Interpretación de pruebas de presión.

Los principios que rigen el análisis de pruebas de pozos se entienden más fácilmente cuando se considera la interpretación de pruebas de pozos como un problema especial de reconocimiento de patrones.

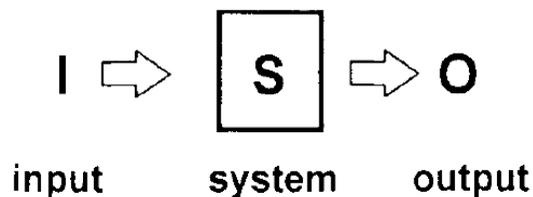


Figura 6. Típico problema inverso en donde se conocen datos de entrada y salida (Bourdet, 2002).

En una interpretación matemática, se puede considerar como un problema inverso en donde se conocen los datos de entrada (I) que en este caso es el gasto de producción, los datos de salida (O) es la presión, pero no se conoce al sistema (S) que en este caso es el yacimiento. Resolver $S=O/I$ es un problema inverso típico (Gringarten et al., 1979). A diferencia del problema directo ($O=I*S$) donde se conocen los datos de entrada y el sistema para encontrar la salida.

Uno de los desafíos en la solución de estos problemas inversos es que la solución no suele ser única. Esto implica que la interpretación depende en gran medida de los modelos utilizados, que deben seleccionarse cuidadosamente para representar las características del yacimiento real de la manera más fiel posible. Si el modelo es incorrecto, los parámetros estimados para el yacimiento no reflejarán adecuadamente la realidad.

Los métodos para interpretar estas pruebas pueden clasificarse en tres categorías principales: métodos de línea recta, análisis de curva tipo y simulación numérica. A continuación, se presenta una tabla con los métodos presentados por Cinco-ley (2012) y describe cada uno de estos métodos en detalle:

Periodo	Método	Características
1950 - 1970	Línea recta (Horner y MDH)	Yacimientos homogéneos
1970 - 1980	Curva tipo (Ramey)	Efecto de pozo y sus vecindades
1980 - 1985	Curva tipo con parámetros	Pozos fracturados y con doble porosidad
1984 - 1990	Derivada	Yacimiento heterogéneo
1990 - Actualidad	Análisis con computadora	Integración de información

Métodos de Línea Recta: Los métodos de línea recta son técnicas tradicionales y directas para interpretar pruebas de presión. Estos métodos implican graficar datos de presión y tiempo en escalas lineales o logarítmicas para identificar patrones lineales que corresponden a diferentes regímenes de flujo en el yacimiento.

Análisis de Curva Tipo: El análisis de curva tipo es un método más sofisticado que involucra la comparación de los datos de presión medidos durante la prueba con curvas tipo predefinidas que representan soluciones teóricas para diferentes modelos de yacimientos y condiciones de frontera. Este método es particularmente útil para interpretar pruebas complejas que involucran efectos de almacenamiento en el pozo, daño, o presencia de barreras y límites de yacimiento. Las ventajas de este método es que permite una interpretación más detallada al considerar una gama más amplia de condiciones del yacimiento. Además, es útil para identificar regímenes de flujo transitorios y para yacimientos heterogéneos.

Simulación Numérica: Esta técnica implica la creación de un modelo numérico del yacimiento basado en ecuaciones de flujo en medios porosos, y la comparación de los resultados simulados con los datos medidos de presión a lo largo del tiempo.

3.2. Soluciones para yacimientos convencionales.

Para resolver la ecuación de difusión, existen las soluciones analíticas, semi-analíticas que usan inversores numéricos para llegar a la solución y soluciones numéricas.

3.2.1. Solución integral exponencial.

Una de las soluciones más importantes a la ecuación de difusividad es usando la función integral exponencial, que describe el flujo radial de comportamiento infinito, se puede escribir la solución a la ecuación 20 de la siguiente manera en unidades de campo:

$$p(r, t) = P_i + \frac{70.6qB\mu}{kh} \cdot E_i \left(-\frac{948\phi\mu C_t r^2}{kt} \right) \quad (21)$$

Si aplicamos las definiciones de variables adimensionales, obtenemos:

$$P_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (22)$$

donde: $\left(\frac{r_D^2}{4t_D}\right) > 0$

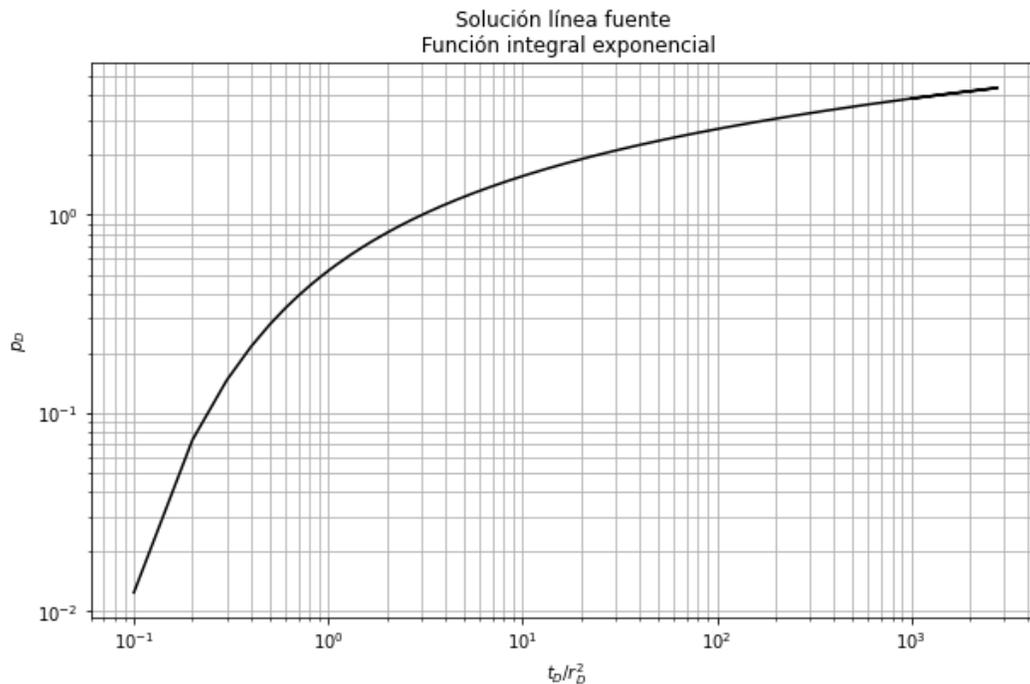


Figura 7. Gráfica solución línea fuente usando la función integral exponencial (elaboración propia).

3.2.2. Solución para flujo radial usando la transformada de Laplace.

La transformada de Laplace está definida de la siguiente manera, para una función $f(t)$ la cual se encuentra en el intervalo $[0, \infty)$, su transformada $(\mathcal{L}\{f(t)\})$ se define como la integral impropia de la siguiente ecuación (Reyes & Gallardo, 2016):

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(Z) = \bar{F}(Z) = \int_0^{\infty} e^{-Zt} f(Z) dt \quad (23)$$

donde: $Z \in \mathbb{R}$.

La ecuación de difusividad en coordenadas radiales se puede expresar de la siguiente manera, usando variables adimensionales:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (24)$$

definiendo la transformada de Laplace a la ecuación de la presión adimensional como:

$$\mathcal{L}\{P_D(r_D, t_D)\}(Z) = \bar{P}_D = \int_0^{\infty} e^{-Zt_D} P_D dt_D \quad (25)$$

si se aplican las propiedades de linealidad y de la transformada de una derivada, se obtiene:

$$\frac{d^2 P_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} = s\bar{P}_D - P_D(r_D, 0) \quad (26)$$

considerando la condición inicial:

$$P_D(r_D, 0) = 0 \quad (27)$$

se obtiene:

$$\frac{d^2 P_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} - Z \bar{P}_D = 0 \quad (28)$$

la ecuación anterior tiene la forma de la ecuación de Bessel modificada, cuya solución general está dada por:

$$\bar{P}_D(r_D, s) = A I_0(\sqrt{s} r_D) + B K_0(\sqrt{s} r_D) \quad (29)$$

A y B son constantes de integración que se conocen al evaluar las condiciones de frontera para problemas específicos.

La solución puede llamarse analítica o semi-analítica, dependiendo del método de inversión que se utilice, la obtención de las soluciones analíticas con la transformada de Laplace requiere definir su transformada inversa de como:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{F}(Z)\} = \mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{L}(f(t))\} = f(t) \quad (30)$$

y puede obtenerse mediante la fórmula de inversión de Mellin:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{F}(Z)\}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{\lambda t} f(\lambda) d\lambda \quad (31)$$

Las soluciones analíticas pueden ser soluciones completas, cuando es posible invertir la función completa de Laplace y se obtiene una solución en todo el dominio del problema, también están las soluciones asintóticas cuando no es posible invertir la función del espacio de Laplace en su totalidad, en este caso se obtienen aproximaciones en el intervalo estudiado (Reyes & Gallardo, 2016).

Cuando no es posible obtener la inversión analíticamente, es necesario utilizar un método numérico para aproximar el resultado con una buena precisión; estos son denominados “métodos de inversión numérica”, para este trabajo únicamente se empleará el método de Gaver-Stehfest debido a que en el trabajo de Reyes (2016) se observaron resultados muy cercanos a las soluciones analíticas y con un porcentaje de error muy bajo.

3.2.2.1. Solución línea fuente.

Esta solución es ampliamente utilizada para modelar el flujo de fluidos en dirección radial hacia un pozo que produce a gasto constante en un yacimiento infinito, con una presión inicial p_i . Si el radio del pozo es lo suficientemente pequeño como para considerarse despreciable ($r_w \rightarrow 0$), las condiciones de frontera son cruciales para definir el problema (Reyes & Gallardo, 2016).

La condición inicial es:

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (32)$$

Las condiciones de frontera son:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}(r_D, t_D) = -1 \quad (33)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}(r_D, t_D) = 0 \quad (34)$$

Las ecuaciones 33 y 34 son transformadas al espacio de Laplace y se llega a:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D}(r_D, Z) = -\frac{1}{Z} \quad (35)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{P}_D(r_D, Z) = 0 \quad (36)$$

Y de esta forma, al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{1}{Z} \quad (37)$$

$$B = 0 \quad (38)$$

Con lo que la solución en el espacio de Laplace queda de la siguiente manera:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{K_0(\sqrt{Z}r_D)}{Z} \quad (39)$$

para invertir la ecuación se utiliza la propiedad de la convolución y se obtiene:

$$p_D(r_D, t_D) = \int_0^{t_D} \frac{1}{2t_D} \exp\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) dt_D \quad (40)$$

se realiza un cambio de variable donde, $u = \frac{r_D^2}{4t_D}$

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = -\frac{1}{2} E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \quad (41)$$

la ecuación anterior (38) puede ser aproximada a tiempos largos como:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = -\frac{1}{Z} \left[\ln \left| \frac{r_D \sqrt{Z}}{2} \right| + 0.5772157 \right] \quad (42)$$

y su transformada es:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left| \frac{t_D}{r_D^2} \right| + \ln|4| + \gamma \right] = \frac{1}{2} \left[\ln \left| \frac{t_D}{r_D^2} \right| + 0.80907 \right]. \quad (43)$$

La aproximación logarítmica es aplicable en tiempos largos y tiene validez para $t_D/r_D^2 \geq 5$ (Cinco-ley, 2012) y se muestra en la siguiente comparativa.

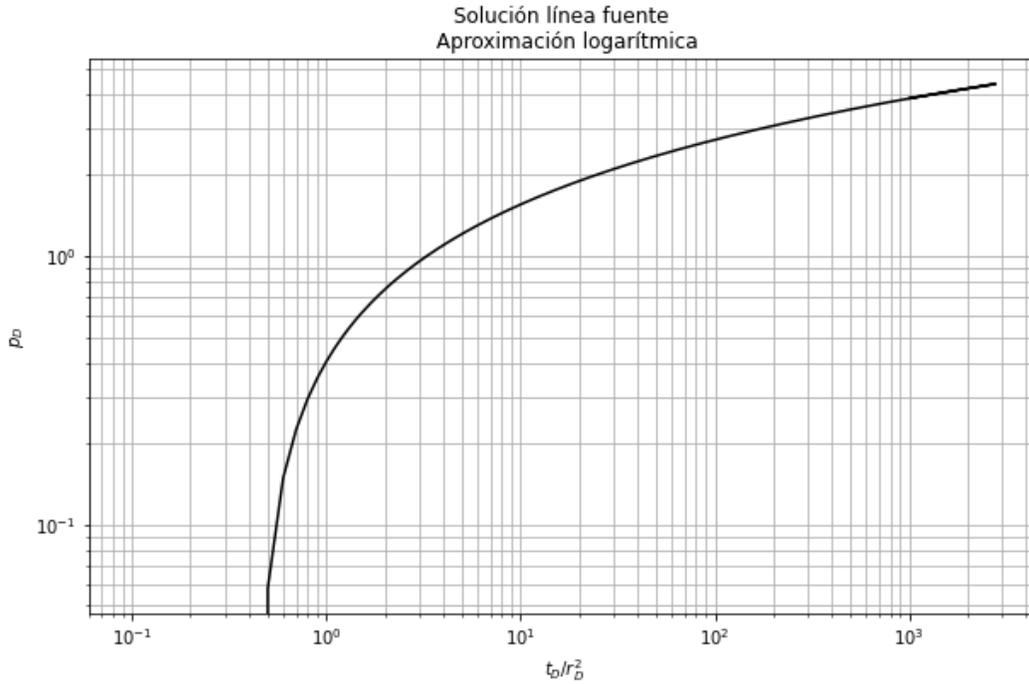


Figura 8. Gráfica solución línea fuente usando una aproximación logarítmica (elaboración propia).

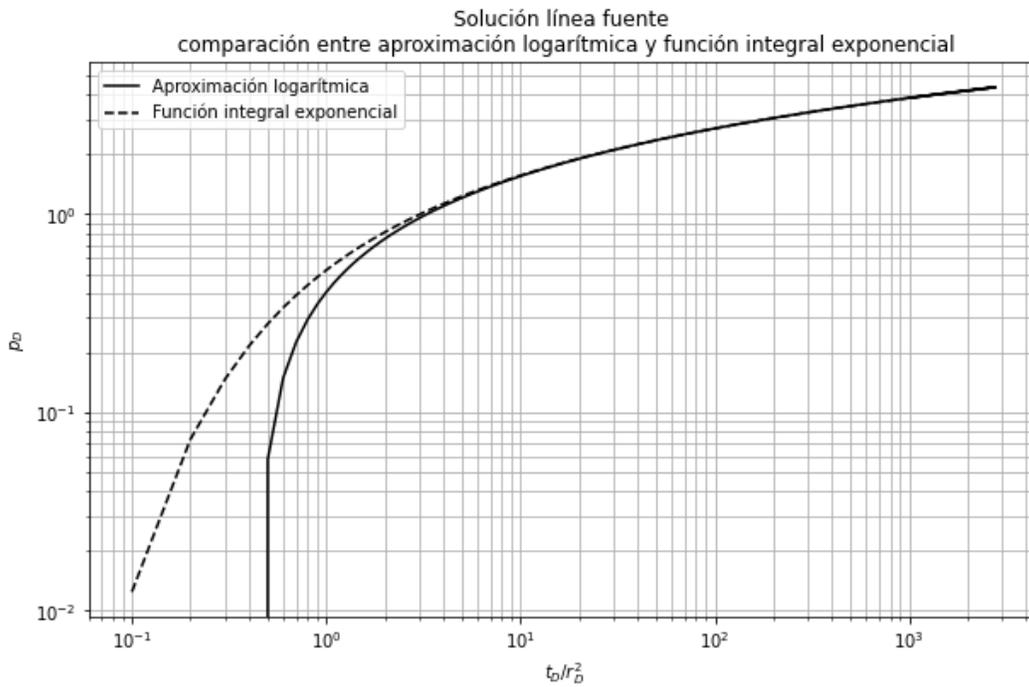


Figura 9. Gráfica comparativa entre la aproximación logarítmica y la función integral exponencial (elaboración propia).

3.2.2.2. Solución para flujo radial en un yacimiento infinito.

El flujo radial en un yacimiento infinito se refiere a un modelo en el que las líneas de flujo convergen hacia un pozo de producción, representado como un cilindro que produce a gasto constante. Este tipo de flujo ocurre en situaciones donde el yacimiento es lo suficientemente grande como para que sus límites no afecten el comportamiento del pozo, lo que se conoce como un yacimiento infinito. La condición inicial es:

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (44)$$

Las condiciones de frontera son (Reyes & Gallardo, 2016):

$$r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}(1, t_D) = -1 \quad (45)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (46)$$

al transformar las ecuaciones 43 y 44 al espacio de Laplace se obtiene:

$$r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D}(1, Z) = -\frac{1}{Z} \quad (47)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{P}_D(r_D, Z) = 0 \quad (48)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{1}{Z^{\frac{3}{2}} K_1(\sqrt{Z})} \quad (49)$$

$$B = 0 \quad (50)$$

la solución en el espacio de Laplace es:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{K_0(\sqrt{Z} r_D)}{Z^{\frac{3}{2}} K_1(\sqrt{Z})} \quad (51)$$

donde la ecuación anterior, puede ser aproximada a tiempos cortos, como:

$$\bar{P}(r_D, Z) = \frac{\exp[-\sqrt{Z}(r_D - 1)]}{Z^{\frac{3}{2}} \sqrt{r_D}} \quad (52)$$

y la inversa de la transformada es:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{\sqrt{r_D}} \left\{ 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \exp \left[-\frac{(r_D - 1)^2}{4t_D} \right] - (r_D - 1) \operatorname{erfc} \left(\frac{r_D - 1}{2\sqrt{t_D}} \right) \right\} \quad (53)$$

donde *erfc* es la función error complementario.

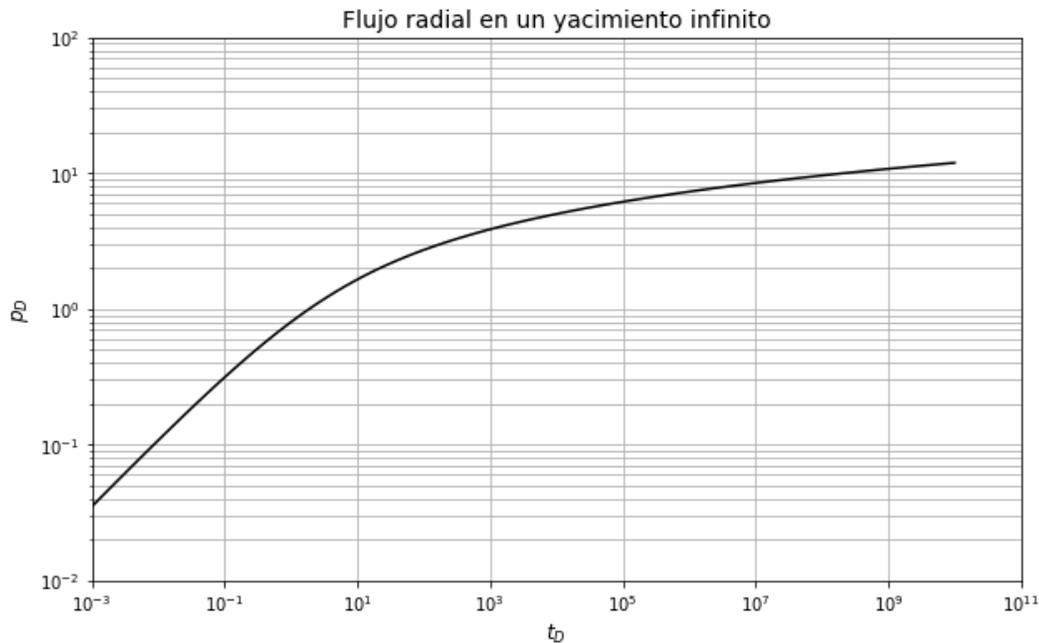


Figura 10. Curva tipo para flujo radial en un yacimiento infinito (elaboración propia).

A tiempos cortos se emplea la ecuación 51, pero a tiempos largos se llega a la ecuación 42, cuya inversión está dada por la ecuación 43.

3.2.2.3. Solución para flujo radial en un yacimiento cerrado.

Los fluidos se desplazan radialmente hacia un pozo dentro de un yacimiento cuyos límites son finitos. A diferencia del yacimiento infinito, en el cual las fronteras no afectan el flujo, en un yacimiento finito, los efectos de los límites son cruciales y tienen un impacto significativo en el comportamiento del pozo a largo plazo.

La condición inicial es:

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (54)$$

Las condiciones de frontera son (Reyes & Gallardo, 2016):

$$r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}(1, t_D) = -1 \quad (55)$$

$$r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\left(r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}, t_D\right) = 0 \quad (56)$$

donde r_e indica el radio externo del yacimiento. Las condiciones de frontera en el espacio de Laplace son las siguientes:

$$r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D}(1, Z) = -\frac{1}{Z} \quad (57)$$

$$r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D}(r_{eD}, Z) = 0 \quad (58)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{I_1(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{3/2}[I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_1(\sqrt{Z}) - I_1(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})]} \quad (59)$$

$$B = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{3/2}[I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_1(\sqrt{Z}) - I_1(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})]} \quad (60)$$

y al evaluar en el espacio de Laplace es:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{I_1(r_{eD}\sqrt{Z}) + I_0(r_D\sqrt{Z})K_0(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{3/2}[I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_1(\sqrt{Z}) - I_1(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})]} \quad (61)$$

Esta ecuación se puede aproximar cuando $S \rightarrow \infty$ a la ecuación 52, cuya transformada inversa es la ecuación 53. Y cuando $S \rightarrow 0$ la ecuación 61 es aproximada a:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{2}{Z^2(r_{eD}^2 - 1)} \quad (62)$$

y su transformada inversa es:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2 - 1} \quad (63)$$

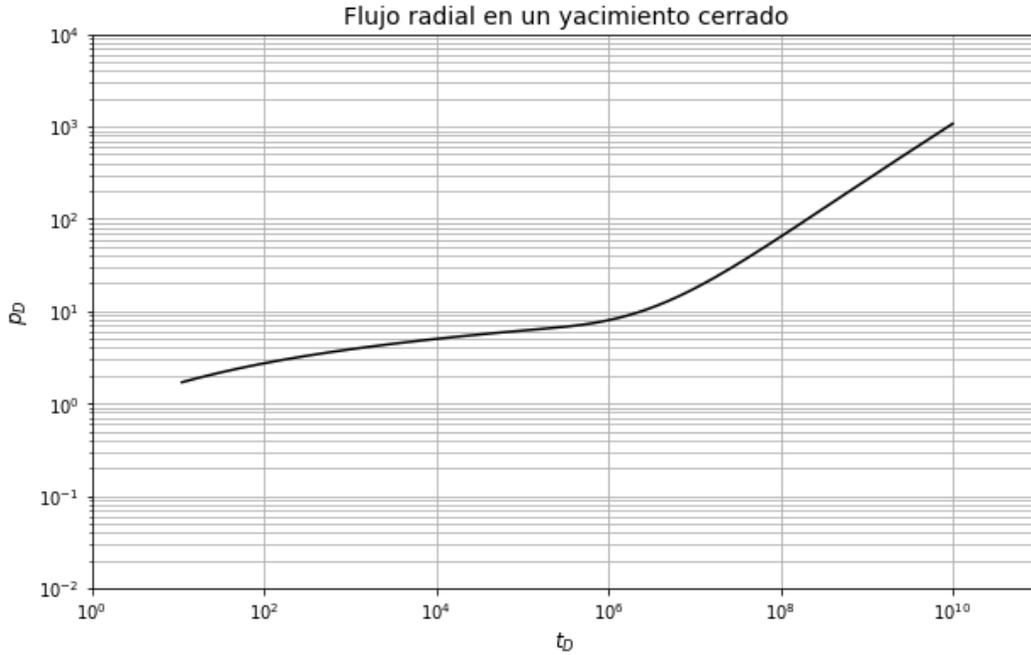


Figura 11. Curva tipo para flujo radial en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

En esta gráfica únicamente se grafican valores de tiempo largos, sin embargo, para tiempos cortos se emplea la ecuación 51.

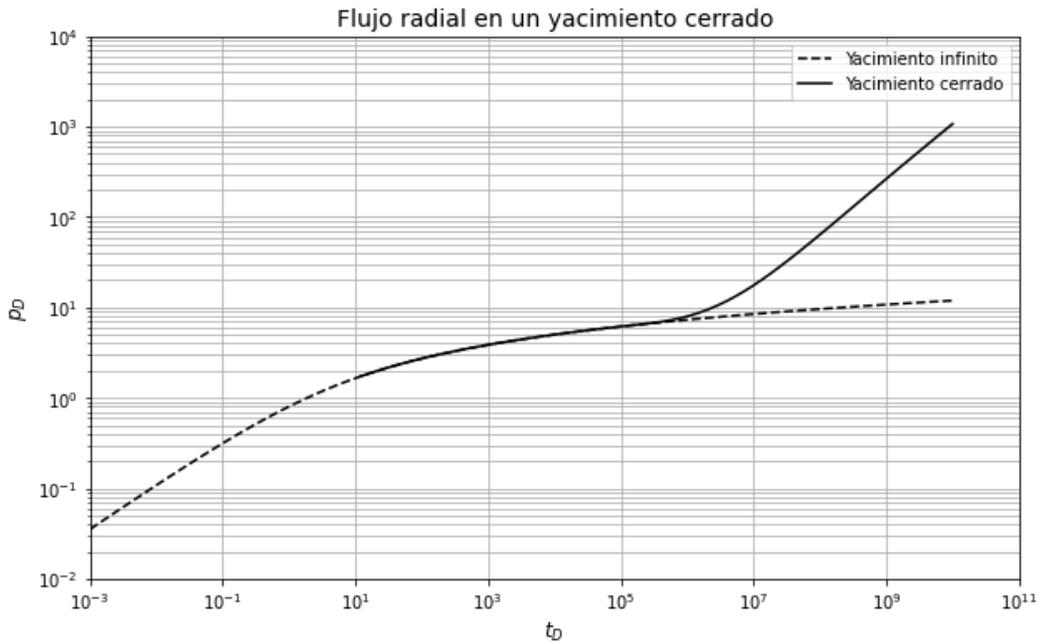


Figura 12. Curva tipo a tiempos cortos y a tiempos largos para flujo radial en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

La gráfica muestra la comparación entre el flujo radial en un yacimiento cerrado y un yacimiento infinito, representando cómo varía la presión adimensional (p_D) en función del tiempo adimensional (t_D). Las dos curvas representan diferentes escenarios para un pozo que produce a gasto constante.

3.2.2.4. Solución para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito.

En este escenario, el flujo se extiende desde el pozo hacia todas las direcciones, lo que permite suponer que la presión en el sistema solo depende de la distancia al pozo y del tiempo.

El fenómeno de almacenamiento en el pozo ocurre cuando una parte del fluido que llega a este se acumula temporalmente antes de ser producido, lo que afecta el comportamiento de la presión de fondo fluyendo en los primeros instantes de producción. Para este caso las condiciones iniciales y de frontera deben considerar el aporte del pozo, por lo que se tiene (Reyes & Gallardo, 2016):

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (64)$$

$$\left\{ C_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} - r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right\} (1, t_D) = 1 \quad (65)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (66)$$

en el espacio de Laplace son:

$$\left\{ C_D Z \bar{P}_D - r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D} \right\} (1, Z) = \frac{1}{Z} \quad (67)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{P}_D(r_D, Z) = 0 \quad (68)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{1}{Z^{3/2} [K_1(\sqrt{Z}) + C_D \sqrt{Z} K_0(\sqrt{Z})]} \quad (69)$$

$$B = 0 \quad (70)$$

y la solución en el espacio de Laplace es:

$$\bar{p}_D(r_D, Z) = \frac{K_0(r_D\sqrt{Z})}{Z^{3/2}[K_1(\sqrt{Z}) + C_D\sqrt{Z}K_0(\sqrt{Z})]} \quad (71)$$

esta ecuación puede aproximarse a tiempos cortos como:

$$\bar{p}_D(r_D, Z) = \frac{e^{-\sqrt{Z}(r_D-1)}}{Z^2 C_D \sqrt{r_D}} \quad (72)$$

su transformada inversa es:

$$p_D(r_D, t_D) = \int_0^{t_D} \frac{1}{\sqrt{r_D} C_D} \operatorname{erfc}\left(\frac{r_D - 1}{2\tau}\right) d\tau \quad (73)$$

en el caso especial donde $r_D = 1$ resulta:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{t_D}{C_D} \quad (74)$$

La transformada inversa de la aproximación a tiempos largos de la ecuación 71 está dada por la aproximación logarítmica para un yacimiento infinito (ec. 43).

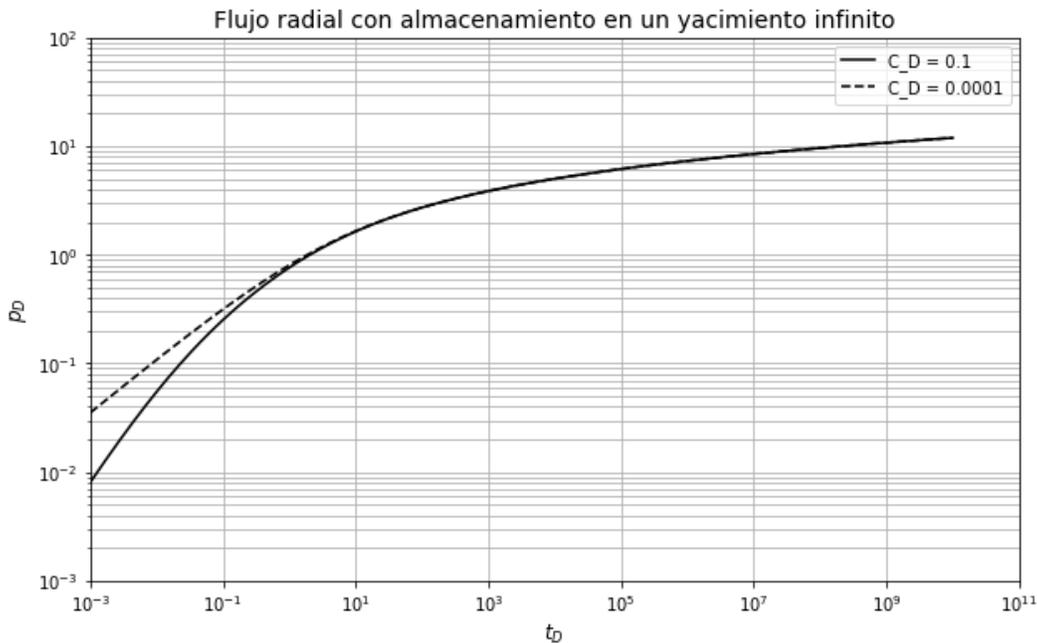


Figura 13. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito (elaboración propia).

La gráfica demuestra cómo el almacenamiento en el pozo afecta el comportamiento del sistema de flujo radial en tiempos cortos, con diferencias claras entre los valores de C_D . Sin embargo, a medida que pasa el tiempo, estas diferencias disminuyen y ambas curvas convergen, mostrando que el flujo radial en el yacimiento es dominante en tiempos largos. Esto resalta la importancia del almacenamiento en el pozo solo en las primeras etapas de la producción.

3.2.2.5. Solución para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento cerrado.

En este caso, el pozo no solo produce fluido, sino que también puede almacenar parte de él temporalmente. Este almacenamiento, junto con los límites físicos del sistema, afecta la presión cerca del pozo y en todo el medio, especialmente en tiempos cortos. La solución considera tanto el flujo hacia el pozo como las condiciones de frontera en el límite externo, permitiendo modelar cómo la presión y el flujo evolucionan en el tiempo. Las condiciones iniciales y de frontera para esta solución está dada por (Reyes & Gallardo, 2016):

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (75)$$

$$\left\{ C_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} - r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right\} (1, t_D) = 1 \quad (76)$$

$$r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \left(r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}, t_D \right) = 0 \quad (77)$$

en el espacio de Laplace se tiene que:

$$\left\{ C_D Z \bar{P}_D - r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D} \right\} (1, Z) = \frac{1}{Z} \quad (78)$$

$$r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D} (r_{eD}, Z) = 0 \quad (79)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{I_1(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{2/3}D} \quad (80)$$

$$B = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{2/3}D} \quad (81)$$

donde D está definida como:

$$D = I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_1(\sqrt{Z}) - I_1(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z}) + C_D\sqrt{Z} [I_0(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_0(\sqrt{Z})] \quad (82)$$

el espacio de Laplace resulta:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{1}{Z^{3/2}D} [I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_0(r_D\sqrt{Z}) + I_0(r_D\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})] \quad (83)$$

cuando $Z \rightarrow \infty$, su anti transformada se aproxima a la ecuación de flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito (ec. 73), y a tiempos largos:

$$\bar{P}_D(r_D, S) = \frac{2}{Z^2(r_{eD}^2 - 1) + 2C_D} \quad (84)$$

y su anti transformada es:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2 - 1 + 2C_D} \quad (85)$$

la gráfica para esta solución queda de la siguiente manera:

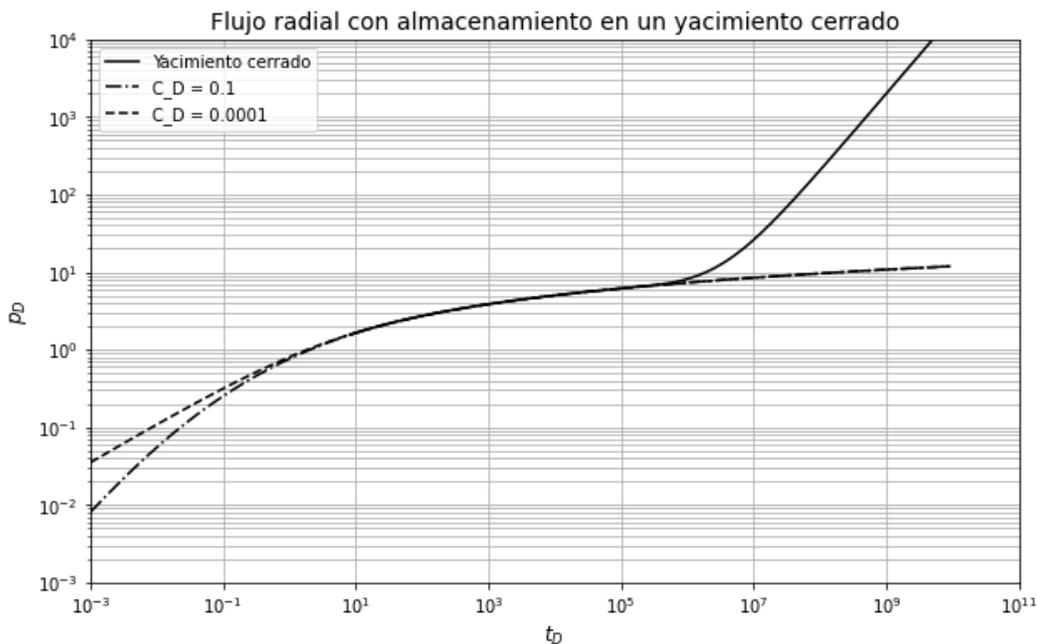


Figura 14. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

El almacenamiento tiene un impacto notable en tiempos cortos, pero en tiempos largos, el comportamiento del flujo está dominado por las fronteras del yacimiento.

3.2.2.6. Solución para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.

El daño se refiere a una reducción en la permeabilidad alrededor del pozo, lo que afecta la eficiencia del flujo. Esta solución permite evaluar cómo estos dos factores (almacenamiento y daño) influyen en la caída de presión y en el comportamiento del pozo durante la producción. Para las condiciones iniciales y de frontera son (Reyes & Gallardo, 2016):

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (86)$$

$$\left\{ C_D \left[\frac{\partial p_D}{\partial t_D} - s r_D \frac{\partial}{\partial t_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right] - r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right\} (1, t_D) = 1 \quad (87)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (88)$$

su transformada al espacio de Laplace es:

$$\left\{ C_D Z \bar{P}_D - r_D [s C_D Z + 1] \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D} \right\} (1, Z) = \frac{1}{Z} \quad (89)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{P}_D(r_D, Z) = 0 \quad (90)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{1}{Z^{2/3}} [K_1(\sqrt{Z}) + C_D \sqrt{Z} K_0(\sqrt{Z}) + s C_D Z K_1(\sqrt{Z})] \quad (91)$$

$$B = 0 \quad (92)$$

la solución en el espacio de Laplace es:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{K_0(r_D \sqrt{Z})}{Z^{3/2}} [K_1(\sqrt{Z}) + C_D \sqrt{Z} K_0(\sqrt{Z}) + s C_D Z K_1(\sqrt{Z})] \quad (93)$$

su anti transformada se aproxima a la ecuación de flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito (ec. 73). Y en tiempos largos, en $r_D = 1$, se tiene:

$$p_D(r_D = 1, t_D) = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0.80907 + 2s] \quad (94)$$

la gráfica para esta solución queda de la siguiente manera:

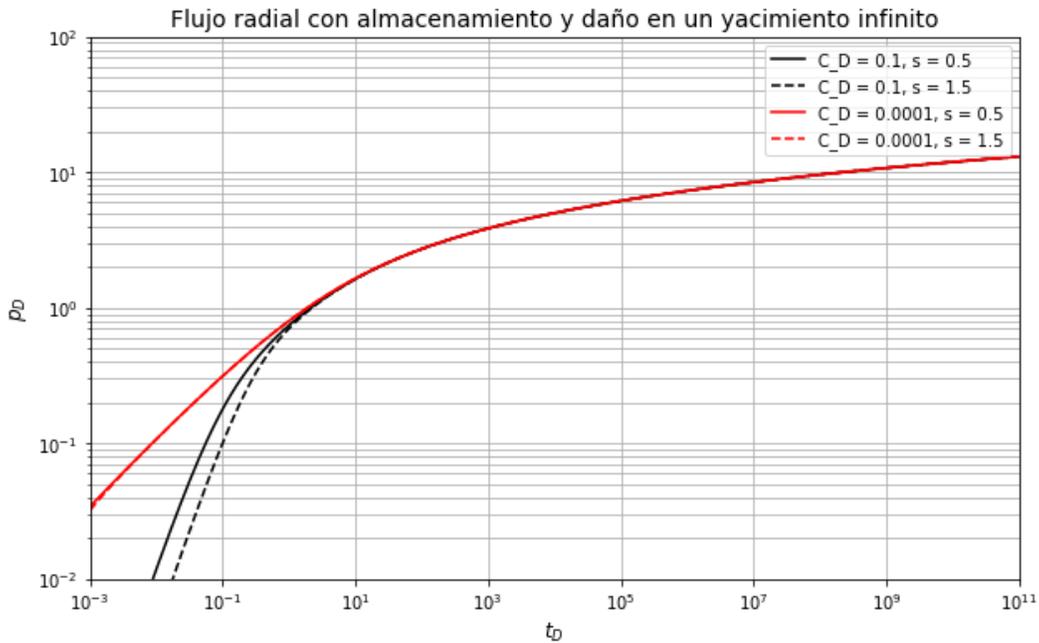


Figura 15. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

El almacenamiento tiene un impacto significativo en tiempos cortos, mientras que el daño influye en la caída de presión. Las curvas muestran cómo estos dos factores combinados afectan la evolución de la presión a lo largo del tiempo.

3.2.2.7. Solución de Agarwal, Hussainy, Ramey (1970) para para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.

Considerando las condiciones iniciales y de frontera externa:

$$P_D(r_D, 0) = 0 \tag{95}$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \{p_D(r_D, t_D)\} = 0; \tag{96}$$

mientras que las condiciones de frontera interna son:

$$\bar{c} \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \tag{97}$$

$$p_{wD} = \left[p_D - s \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1} \quad (98)$$

Agarwal, Hussainy, Ramey (1970) desarrollaron la transformada de la presión adimensional como:

$$\mathcal{L}\{P_{wD}\} = \frac{K_0(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}K_1(\sqrt{p})}{p[\sqrt{p}K_1(\sqrt{p}) + \bar{c}_p\{K_0(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}K_1(\sqrt{p})\}]} \quad (99)$$

la inversión de la ecuación 99 se realizó mediante la fórmula de Mellin y se obtuvo:

$$P_{wD}(s, C_D, t_D) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(1 - e^{-u^2 t_D}) du}{u^3 \{ [uC_D J_0(u) - (1 - C_D s u^2) J_1(u)]^2 + [uC_D Y_0(u) - (1 - C_D s u^2) Y_1(u)]^2 \}} \quad (100)$$

donde J_n y Y_n son las funciones de Bessel de primer y segundo grado de enésimo orden.

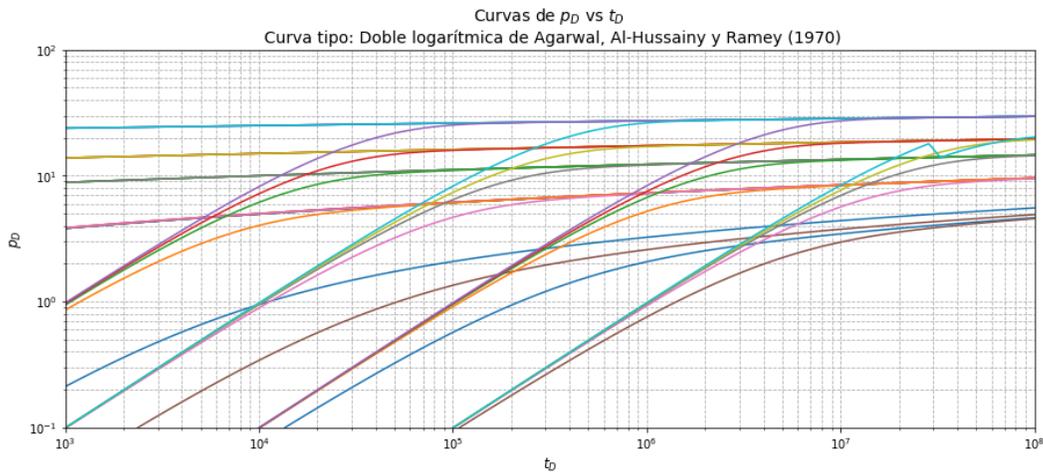


Figura 16. Curvas tipo doble logarítmica de Agarwal, Al-Hussainy y Ramey (1970) para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

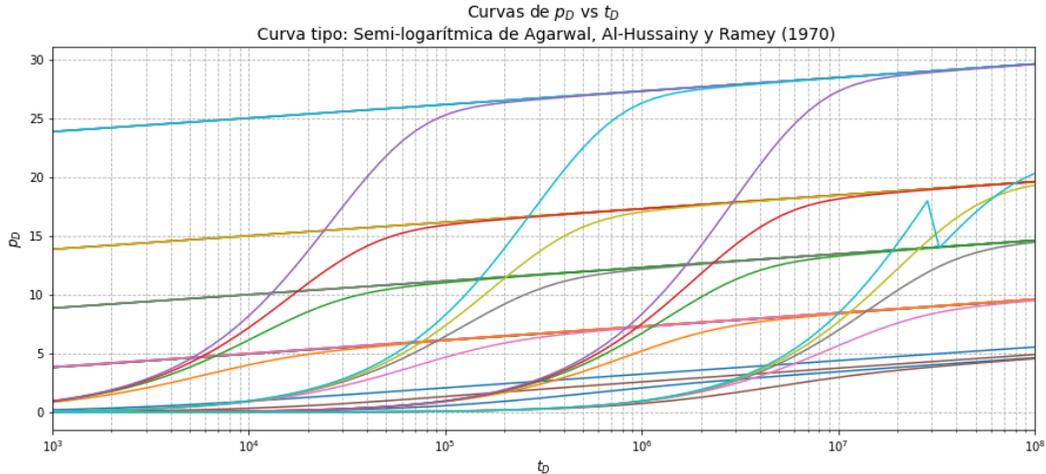


Figura 17. Curvas tipo doble logarítmica de Agarwal, Al-Hussainy y Ramey (1970) para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

Las gráficas realizadas por Agarwal, Al-Hussainy, Ramey son buenas para diagnosticar los yacimientos, sin embargo, tiene limitaciones, debido a que la ecuación 100 se utilizó para daños positivos.

3.2.2.8. Solución de Gringarten-Bourdet (1979) para para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito.

Una curva más utilizada es la de Gringarten-Bourdet (Gringarten, Bourdet, Landel, Kniazeff, 1979) que describe la respuesta de presión de un pozo vertical con un almacenamiento y daño en un yacimiento infinito. A diferencia de las curvas anteriores, en donde se graficaba p_D vs t_D , en esta solución se grafica p_D vs $\frac{t_D}{C_D}$.

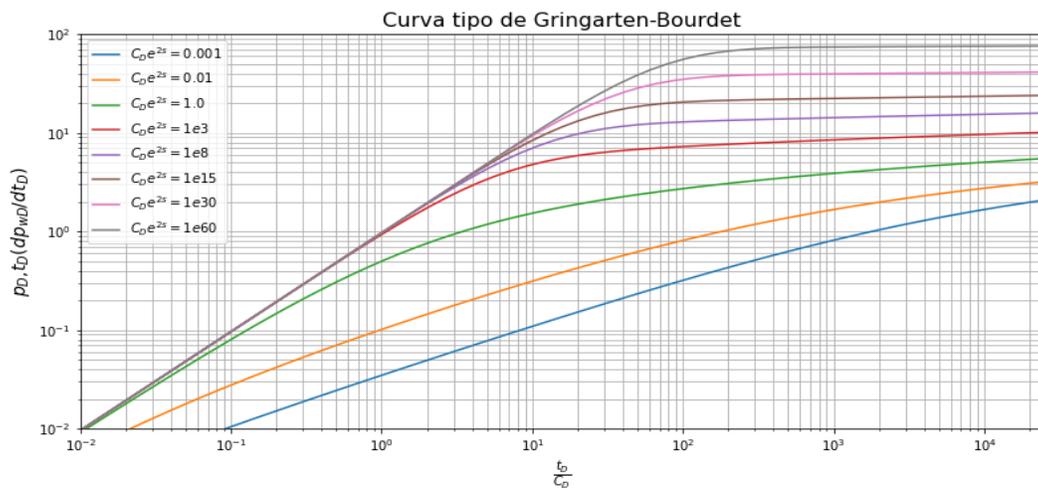


Figura 18. Curva tipo de Gringarten para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento infinito (elaboración propia).

La introducción de la derivada de presión logarítmica junto con la curva tipo de Bourdet revolucionó la práctica de interpretación de pruebas de pozos al permitir la determinación inequívoca del período dominado por el almacenamiento en el pozo, así como varios otros regímenes de flujo (Spivey & Lee, 2013). La derivada de la ecuación 93 respecto a r_D , la ecuación es:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{K_0(r_D\sqrt{Z})}{Z^{3/2}} [K_1(\sqrt{Z}) + C_D\sqrt{Z}K_0(\sqrt{Z}) + sC_D Z K_1(\sqrt{Z})]$$

se puede ver que la parte dependiente de r_D es solo el término $K_0(r_D\sqrt{Z})$. La derivada de $K_0(r_D\sqrt{Z})$ respecto a r_D es:

$$\frac{d}{dr_D} K_0(r_D\sqrt{Z}) = -\sqrt{Z}K_1(r_D\sqrt{Z}) \quad (101)$$

$$\frac{d}{dr_D} \bar{P}_D(r_D, Z) = -\frac{d}{dr_D} \left[\frac{K_0(r_D\sqrt{Z})}{Z^{3/2}} [K_1(\sqrt{Z}) + C_D\sqrt{Z}K_0(\sqrt{Z}) + sC_D Z K_1(\sqrt{Z})] \right] \quad (102)$$

$$\frac{d}{dr_D} \bar{P}_D(r_D, Z) = -\frac{\sqrt{Z}K_1(r_D\sqrt{Z})}{Z^{3/2}} (K_1(\sqrt{Z}) + C_D\sqrt{Z}K_0(\sqrt{Z}) + sC_D Z K_1(\sqrt{Z})) \quad (103)$$

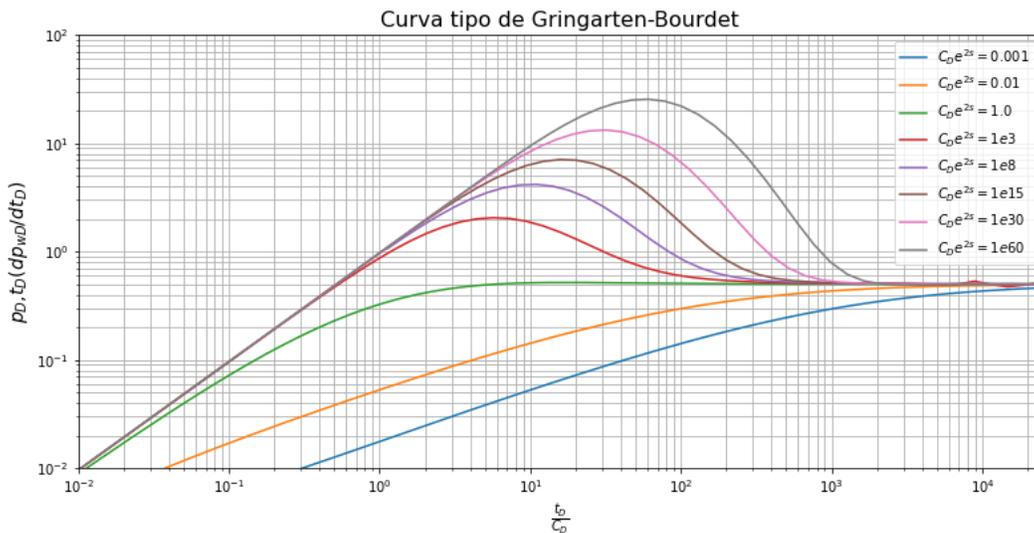


Figura 19. Curva tipo de Bourdet (elaboración propia).

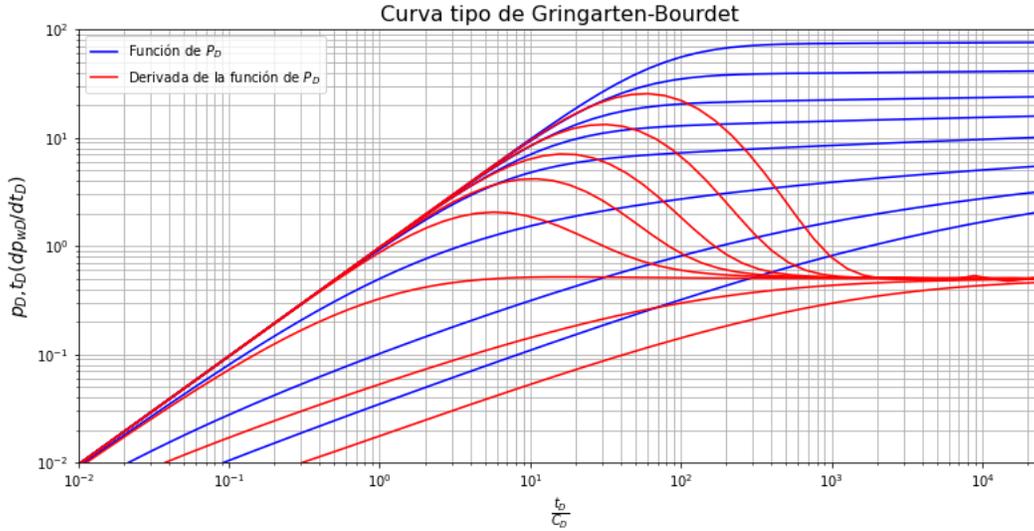


Figura 20. Curva tipo de Gringarten-Bourdet para diagnosticar yacimientos (elaboración propia).

3.2.2.9. Solución para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento cerrado.

Las iniciales y condiciones de frontera en este caso son las siguientes (Reyes & Gallardo, 2016):

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (104)$$

$$\left\{ C_D \left[\frac{\partial p_D}{\partial t_D} - s r_D \frac{\partial}{\partial t_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right] - r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right\} (1, t_D) = 1 \quad (105)$$

$$r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}(r_{eD}, t_D) = 0 \quad (106)$$

y su transformada es:

$$\left\{ C_D Z \bar{P}_D - r_D [s C_D Z + 1] \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D} \right\} (1, Z) = \frac{1}{Z} \quad (107)$$

$$r_D \frac{\partial \bar{P}_D}{\partial r_D}(r_{eD}, Z) = 0 \quad (108)$$

al evaluar en la ecuación general (29), se obtiene:

$$A = \frac{I_1(r_{eD} \sqrt{Z})}{Z^{2/3} D} \quad (109)$$

$$B = \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{Z})}{Z^{2/3}D} \quad (110)$$

D se encuentra definida como:

$$D = (sZC_D + 1)[I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_1(\sqrt{Z}) - I_1(\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})] + C_D\sqrt{Z}[I_0(\sqrt{Z})K_0(r_{eD}\sqrt{Z}) + I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_0(\sqrt{Z})] \quad (111)$$

la solución en el espacio de Laplace es:

$$\bar{P}_D(r_D, Z) = \frac{1}{Z^{3/2}D} [I_1(r_{eD}\sqrt{Z})K_0(r_D\sqrt{Z}) + I_0(r_D\sqrt{Z})K_1(r_{eD}\sqrt{Z})] \quad (112)$$

cuya inversa de la transformada se aproxima a tiempos cortos a la ecuación de flujo radial con almacenamiento en un yacimiento infinito (ec. 73) y cuando $Z \rightarrow 0$ y $r_D = 1$ como:

$$p_D(r_D = 1, t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2 - 1 + 2C_D} + s \quad (113)$$

la gráfica queda de la siguiente manera:

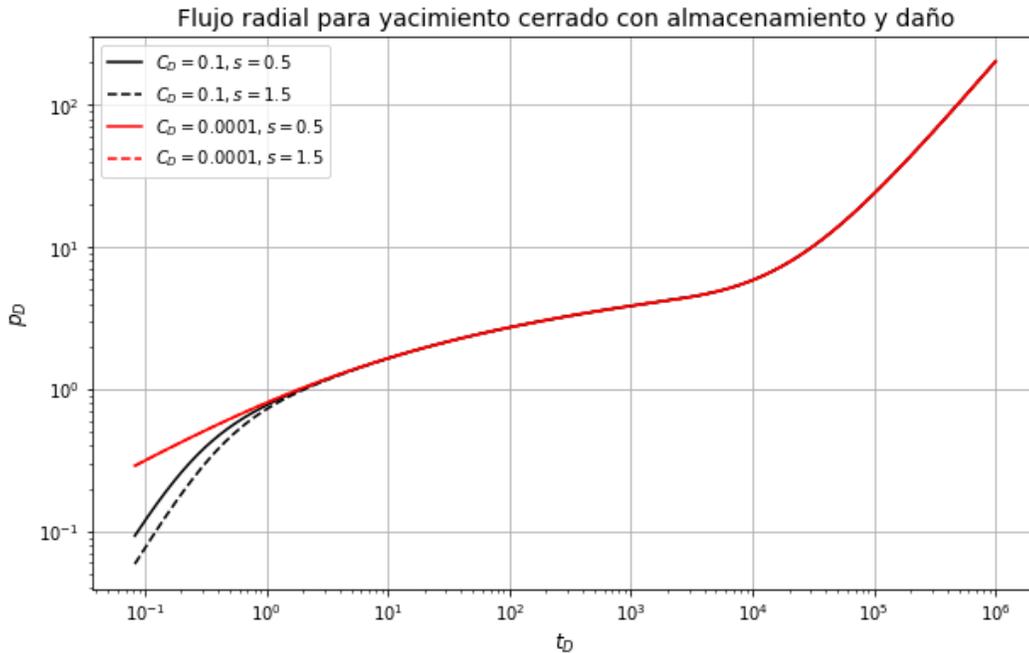


Figura 21. Curva tipo para flujo radial con almacenamiento y daño en un yacimiento cerrado (elaboración propia).

3.3. Soluciones analíticas para yacimientos no convencionales.

Los yacimientos no convencionales presentan características que requieren el uso de soluciones analíticas específicas para modelar el comportamiento de la presión y el flujo de fluidos.

3.3.1. Modelo para yacimientos con doble porosidad y permeabilidad.

Lo primero que se necesita hacer para abordar este modelo es conceptualizarlo y estudiar los parámetros clave:

Se considera el yacimiento como una serie de paralelepípedos cuadrados, las fracturas presentarán una red tridimensional de alta conductividad, donde su porosidad se calculará a través del espaciamiento que existe entre cada fractura en las tres dimensiones (L_x, L_y, L_z), que será la longitud de cada uno de los bloques de la matriz (L_x, L_y, L_z), así como el espesor de la fractura (w_f):

$$\phi_f = 3.2808 \times 10^{-6} \left[\frac{w_f}{L_x} + \frac{w_f}{L_y} + \frac{w_f}{L_z} \right] \quad (114)$$

respecto a la permeabilidad de la fractura natural, se puede calcular de la siguiente manera:

$$k_f = 1013 \frac{w_f^2}{12} \approx 10^3 \frac{w_f^2}{12} \quad (115)$$

ahora se puede calcular la permeabilidad efectiva de la fractura y del yacimiento:

$$k_{feff} = k_f \phi_f \quad (116)$$

$$k_{t/eff} = k_{feff} + k_m = k_f \phi_f + k_m \quad (117)$$

donde:

w_f [μm] = *Espesor de la fractura natural*

L_x, L_y, L_z [ft] = *Longitud de la fractura natural*

ϕ_f [fracción] = *Porosidad de la fractura natural*

k_f [mD] = *permeabilidad de la fractura natural*

k_{feff} [mD] = *permeabilidad efectiva de la fractura natural*

$k_{t/eff}$ [mD] = *permeabilidad efectiva del yacimiento (matriz + fractura)*

Función de transferencia (τ).

En un yacimiento naturalmente fracturado podemos considerar dos medios, la matriz y la red de fracturas, existiendo interacción entre estos dos medios. Considerando que el flujo de fluidos hacia el pozo será a través del medio fracturado (medio continuo) donde el principal papel de la matriz (medio discontinuo) será el aporte de fluidos a las fracturas naturales (Teja & Torres, 2023).

La transferencia de fluidos entre ambos medios es a través de la definición de la **función de transferencia matriz-fractura (τ)**, indica el volumen de fluido sobre tiempo por volumen de roca transferido entre la matriz y la fractura.

$$\tau = \hat{q}_{m-f} = \frac{q_{m-f}}{V_r} \quad (118)$$

donde:

$$\tau \left[\frac{ft^3}{V_r} \right] = \text{Función de transferencia matriz - fractura}$$

$$\hat{q}_{m-f} \left[\frac{ft^3}{V_r} \right] = \text{Volumen de fluido sobre tiempo por volumen de roca transferido}$$

$$q_{m-f} \left[\frac{ft^3}{D} \right] = \text{Volumen de fluido sobre tiempo transferido}$$

$$V_r [ft^3] = \text{Volumen de roca}$$

Capacidad de almacenamiento (ω).

Este parámetro representa la magnitud de almacenamiento de la fractura natural y de la distribución y magnitud del almacenamiento de la matriz. Para un modelo de doble porosidad el valor de ω debe ser menor a uno $\omega < 1$, pero no igual a cero $\omega \geq 0$.

Si $\omega = 1$ se considera como un modelo de porosidad simple semi convencional, donde solo existirán efectos de las fracturas en el sistema.

Si $\omega = 0$ se considera como un modelo de porosidad simple convencional, donde solo existirán efectos de la matriz en el sistema.

$$\omega = \frac{(\phi C_t)_f}{(\phi C_t)_m + (\phi C_t)_f} \quad (119)$$

Transmisibilidad o flujo Inter poroso (λ).

Este parámetro fue introducido por Barenblatt et al. (1960) y proporciona un estimado de la magnitud de la capacidad de flujo de la matriz hacia las fracturas, en régimen pseudo estacionario.

Para un modelo de doble porosidad el valor de λ debe tener valores bastante pequeños, entre 10^{-3} y 10^{-10} .

Si $\lambda > 10^{-3}$ se considera que los efectos de la fractura natural son suficientemente pequeños para considerar un comportamiento de doble porosidad, con lo cual, es conveniente utilizar un modelo de una porosidad convencional.

Factor de forma (σ).

Este factor está definido por la geometría que se asumirá de los bloques de la matriz, originalmente Warren and Root (1963) definieron para un modelo de bloques de matriz cúbico de dimensiones L con un comportamiento de tipo pseudo estacionario, donde N es el número de dimensiones del sistema, que puede ser 1, 2 o 3:

$$\sigma = \frac{4N(N + 2)}{L^2} \quad (120)$$

$N = 1$: Flujo en una dimensión (por ejemplo, flujo lineal).

$N = 2$: Flujo en dos dimensiones (por ejemplo, flujo radial en un plano).

$N = 3$: Flujo tridimensional (por ejemplo, bloques de matriz cúbica).

Kazemi (1976) obtuvo el siguiente factor de forma suponiendo flujo pseudo estacionario y con una geometría de bloques de matriz cúbica:

$$\sigma = 4 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (121)$$

Esta fórmula permite tener en cuenta la anisotropía geométrica, es decir, cuando los bloques de matriz no son cúbicos, sino rectangulares, con dimensiones distintas.

Otro modelo de geometría es el tipo slab donde los bloques de matriz se consideran como placas delgadas.

$$\sigma = \frac{4}{L^2} \quad (122)$$

Esta geometría se utiliza cuando los bloques de matriz tienen un espesor reducido en una de las direcciones. Es útil en situaciones donde la matriz del yacimiento tiene un carácter laminar, como en formaciones de lutitas o arenas compactas. El flujo es principalmente unidimensional en este caso.

La siguiente fórmula para el factor de forma desarrollada por Kasemi (1992) puede ser usado en modelos multi fase

$$\sigma = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^J \frac{A_j}{d_j} \quad (123)$$

para matriz de geometría esférica con radio r_m , el factor de forma puede ser calculado como:

$$\sigma = \frac{\pi^2}{r_m^2} \quad (124)$$

Modelo pseudo estacionario (PSS).

El modelo pseudo estacionario (PSS) asume que la presión dentro de los bloques de la matriz del yacimiento es uniforme, permitiendo definir el flujo de la matriz hacia las fracturas naturales mediante la diferencia de presión entre ambas. Este modelo es particularmente adecuado para yacimientos naturalmente fracturados con bloques de matriz “pequeños” o cuando se analiza a tiempos prolongados. A tiempos largos, se establece un equilibrio de presiones entre la matriz y la fractura, lo cual es una característica clave del PSS (Warren y Root, 1963)

Modelo transitorio (USS).

El modelo transitorio (USS) considera que la presión dentro de los bloques de la matriz no es uniforme, sino que varía en función de la posición dentro del bloque. Este modelo describe el flujo de la matriz hacia la fractura como un proceso de difusión. El USS es más adecuado para yacimientos con bloques de matriz grandes, ya que permite una representación más realista de la distribución de presión y el flujo matriz-fractura en medios de mayor tamaño, donde las diferencias de presión son más significativas.

3.3.1.1. Modelo de Warren y Root (1963).

Warren y Root asumieron un modelo pseudo estacionario (PSS) en la matriz, suponiendo así un equilibrio instantáneo entre la fractura natural y la misma, y con ello la suposición de una presión promedio en el medio de la matriz, con lo cual, la transferencia matriz-fractura se definirá a partir de una diferencia de presión entre la fractura natural y la matriz.

Con respecto a los dos medios en el yacimiento, el medio continuo que será la fractura natural y el medio discontinuo que será la matriz:

Para la fractura:

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \theta^2} = (1 - \omega) \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} - \omega \frac{\partial \psi_2}{\partial \tau} \quad (125)$$

Para la matriz:

$$(1 - \omega) \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} = \lambda(\psi_2 - \psi_1) \quad (126)$$

Para este desarrollo matemático se consideró que:

ψ_2 : Presión de la fractura (medio continuo).

ψ_1 : Presión de la matriz (medio discontinuo).

ξ : Término espacial.

τ : Término temporal.

Solución para un yacimiento infinito con el modelo de Warren y Root.

Como se realizó anteriormente, para solucionar una ecuación diferencial es necesario conocer las condiciones de frontera, en este caso es para un yacimiento infinito considerando un pozo a producción constante:

$\psi_1 = \psi_2 = 0$; para todo $\tau = 0$ y para todo ξ y θ

$\psi_2 = 0$; para todo $\tau > 0$ y $\xi \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \psi_2}{\partial n} d\theta = -1 \quad (127)$$

para $\tau > 0$ y $R = \frac{1}{\sqrt{K \cos^2 \theta + \frac{1}{K} \sin^2 \theta}}$

donde:

$$\psi(\xi, \theta, \tau) = \frac{2\pi \bar{k}_2 h}{q\mu B} [P - p(\xi, \theta, \tau)] \quad (128)$$

$$\tau = \frac{\bar{k}_2 t}{[\phi_1 C_1 + \phi_2 C_2] \mu r_w^2} \quad (129)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{X^2}{K r_w^2} + \frac{K_y^2}{r_w^2}} \quad (130)$$

$$\bar{k}_2 = \sqrt{k_{2x} k_{2y}}, \quad k = \sqrt{\frac{k_{2x}}{k_{2y}}} \quad (131)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{K_y}{x} \right) \quad (132)$$

la solución simétrica del problema está dada por la expresión $\psi^*(1, \tau)$ con $K = 1$ evaluado con $\xi = 1$

$$\psi_w(\tau) = \psi_2^*(1, \tau) - s^* \quad (133)$$

donde: $s^* = \ln \left(\frac{K+1}{2\sqrt{K}} \right)$

la solución en el espacio de Laplace está dada por:

$$\psi(1, \tau) = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)} K_1(\sqrt{sf(s)})} \quad (134)$$

K_0 y K_1 : son las funciones de Bessel modificadas de segundo tipo

$f(s)$: Es una función que depende de ω y λ

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda} \quad (135)$$

la inversa de su transformada es:

$$\psi^*(1, \tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K_0(\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)} K_1(\sqrt{sf(s)})} \right] \quad (136)$$

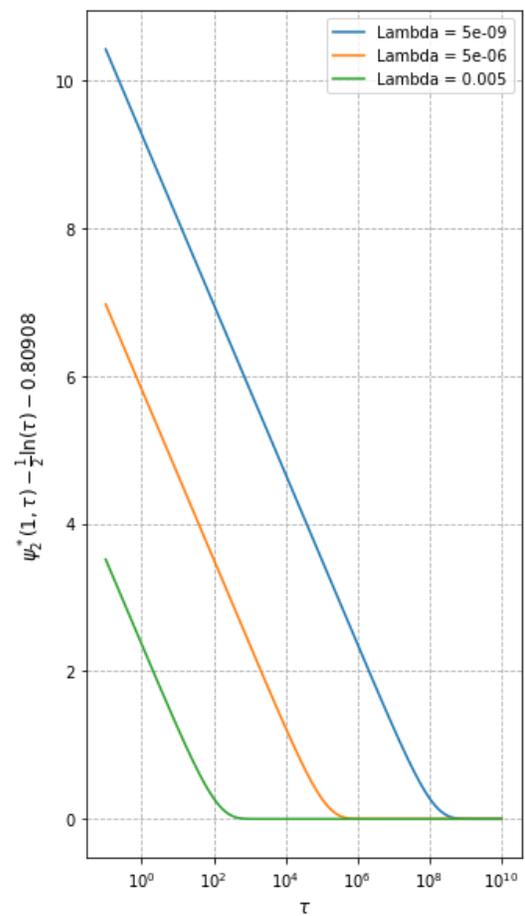
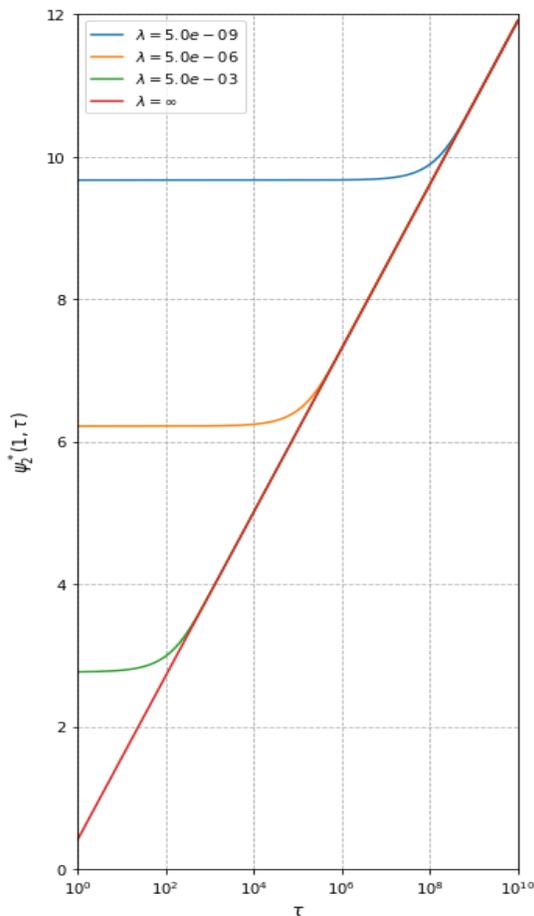
La solución asintótica o aproximación para valores de $\tau > 100$, lo que corresponde a tiempos suficientemente largos para que el sistema haya alcanzado un estado asintótico.

$$\psi_2^*(1, \tau) = \frac{1}{2} \left[\ln(\tau) + 0.80908 + E_i\left(\frac{-\lambda\tau}{\omega(1-\omega)}\right) - E_i\left(\frac{-\lambda\tau}{(1-\omega)}\right) \right] \quad (137)$$

si se realiza un cambio a variables en coordenadas radiales obtenemos la ecuación:

$$P_{wD} = \frac{1}{2} \left[\ln(t_D) + 0.80908 + E_i\left(-\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)}\right) - E_i\left(-\frac{\lambda t_D}{(1-\omega)}\right) \right] \quad (138)$$

las siguientes gráficas son a la solución asintótica con $\omega = 0$:



En las figuras anteriores, de lado izquierdo se muestra la solución obtenida por la aproximación inversa y del lado derecho se observa la derivación de la solución asintótica.

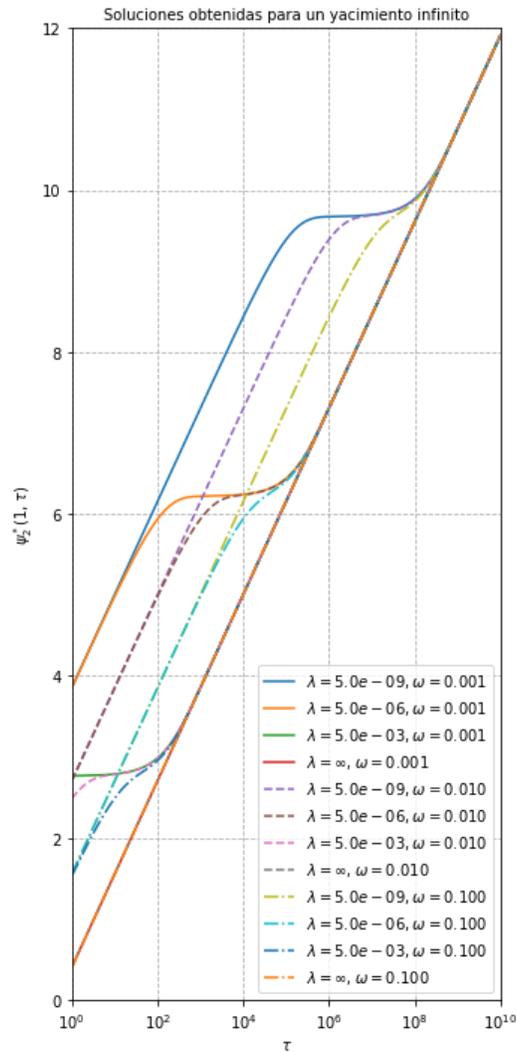


Figura 24. Soluciones obtenidas para un yacimiento naturalmente fracturado infinito (Warren y Root, 1963) (elaboración propia).

Para $\lambda = 5 \times 10^{-6}$ las curvas, con excepción de $\omega = 0$, exhiben un tipo de acumulación de doble pendiente; Al parecer, este comportamiento es típico de yacimientos fracturados. Sin embargo, también es característica de los yacimientos estratificados, por lo que la evaluación de dichos datos puede ser incierta.

Solución para un yacimiento finito con el modelo de Warren y Root.

La solución para el caso de un yacimiento finito puede ser obtenido de manera similar que para un yacimiento infinito si la condición de frontera de la ecuación (126) es remplazada por:

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} = 0, \text{ para } \tau > 0, \quad \xi = R, \quad \text{para toda } \theta \quad (139)$$

Para un yacimiento finito, la solución es más compleja, ya que hay un tiempo después del cual las fronteras del yacimiento afectan al comportamiento del flujo.

$$P_{wD} = \left[\frac{2}{r_{D2} - 1} \right] \left[\frac{1}{4} + t_D + \frac{(1 - \omega)^2}{\lambda} \left(1 - e^{\frac{-\lambda t_D}{\omega(1-\omega)}} \right) \right] - \left[\frac{3r_D^4 - 4r_D^4 \ln(r_D) - 2r_D^2 - 1}{4(r_D^2 - 1)^2} \right] \quad (140)$$

Este modelo de Warren y Root para yacimientos no convencionales aplica principalmente para yacimientos carbonatados naturalmente fracturados y yacimientos de lutitas, en este último se observa fracturamiento natural y la matriz es extremadamente baja en permeabilidad, este modelo puede ayudar a entender el flujo entre las fracturas inducidas y la matriz del yacimiento.

3.3.1.2. Modelo de Kazemi PSS (1969).

El modelo de Kazemi es una extensión del modelo de doble porosidad que describe el comportamiento de flujo de fluidos en yacimientos naturalmente fracturados. A diferencia del modelo de Warren y Root, el modelo de Kazemi introduce una representación más detallada del flujo entre la matriz y las fracturas a través de una función de transferencia explícita.

Para este modelo se considera un yacimiento naturalmente fracturado en coordenadas radiales, suponiendo a la fractura natural como el medio continuo y una función de transferencia matriz-fractura de tipo PSS (Teja & Torres, 2023).

Para la fractura natural:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_{f,eff}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + \hat{q} + \tau = (\phi C_t)_f \frac{\partial P_f}{\partial t} \quad (141)$$

para la matriz:

$$-\tau = (\phi C_t)_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (142)$$

si la función de transferencia matriz-fractura es:

$$\tau = \left(\sigma \frac{K_m}{\mu} \right) (P_m - P_f) \quad (143)$$

si aplicamos factores de conversión:

para la fractura natural:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_{f,eff}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + \beta \hat{q} + \tau = (\phi C_t)_f \frac{\partial P_f}{\partial t} \quad (144)$$

para la matriz:

$$-\tau = (\phi C_t)_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (145)$$

$$\tau = \left(\alpha \sigma \frac{K_m}{\mu} \right) (P_m - P_f) \quad (146)$$

donde:

r [ft] = Distancia en dirección r .

$k_{f,eff}$ [mD] = Permeabilidad efectiva de la fractura natural.

μ [cP] = Viscosidad.

ϕ [Fracción] = Porosidad.

$C_t \left[\frac{1}{psi} \right]$ = Compresibilidad total.

t [D] = Tiempo.

$\hat{q} \left[\frac{\frac{BBL}{D}}{V_r} \right]$ = Producción por tiempo, por volumen de roca.

P [psi] = Presión.

$\alpha = 6.328051 \times 10^{-3}$

$\beta = 5.614583$

La solución analítica del modelo para un yacimiento infinito es la siguiente:

$$P_{wD} = \frac{1}{2} \left[\ln(t_D) + 0.80908 + E_i \left(-\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda t_D}{(1-\omega)} \right) \right] + S \quad (147)$$

$$t_D = \alpha \frac{k_{f,eff} t}{[(\phi C_t)_f + (\phi C_t)_m] \mu r_w^2} \quad (148)$$

$$\omega = \frac{(\phi C_t)_f}{(\phi C_t)_m + (\phi C_t)_f} \quad (149)$$

$$\lambda = \sigma \frac{k_m}{k_{feff}} r_w^2 \quad (150)$$

$$\sigma = 4 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (151)$$

posteriormente se despeja el valor de P_{wD} de la ecuación de P_D

$$P_{wD} = \frac{2\pi k_{feff} h [P_i - P_{wf}]}{\alpha q B \mu} \quad (152)$$

$$\frac{\alpha q B \mu P_{wD}}{2\pi k_{feff} h} = [P_i - P_{wf}] \quad (153)$$

$$P_{wf} = P_i - \frac{\alpha q B \mu P_{wD}}{2\pi k_{feff} h} \quad (154)$$

donde:

$$k_{f,eff} = k_f \phi_f \text{multi}_{k_f}$$

$$k_f = 10^3 \frac{w_f^2}{12}$$

$$\phi_f = 3.2808 \times 10^{-6} \left[\frac{w_f}{L_x} + \frac{w_f}{L_y} + \frac{w_f}{L_z} \right]$$

$$\sigma = 4 \left[\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right]$$

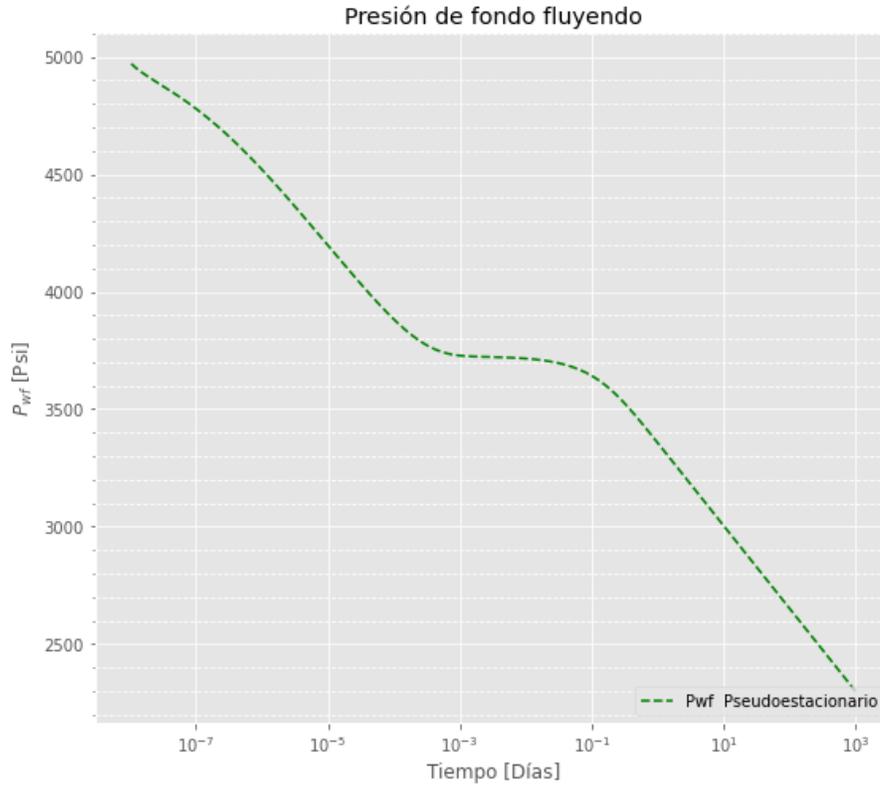


Figura 25. Gráfica de presión contra el tiempo en un yacimiento naturalmente fracturado en un régimen pseudo estacionario (Teja & Torres, 2023).

En la siguiente gráfica se hace una comparación entre los modelos de Warren y Root con el modelo de Kazemi, en dónde se puede observar una diferencia a tiempos cortos, el modelo de Kazemi es más preciso en tiempos cortos y en tiempos largos ambas soluciones convergen hacia la misma solución.

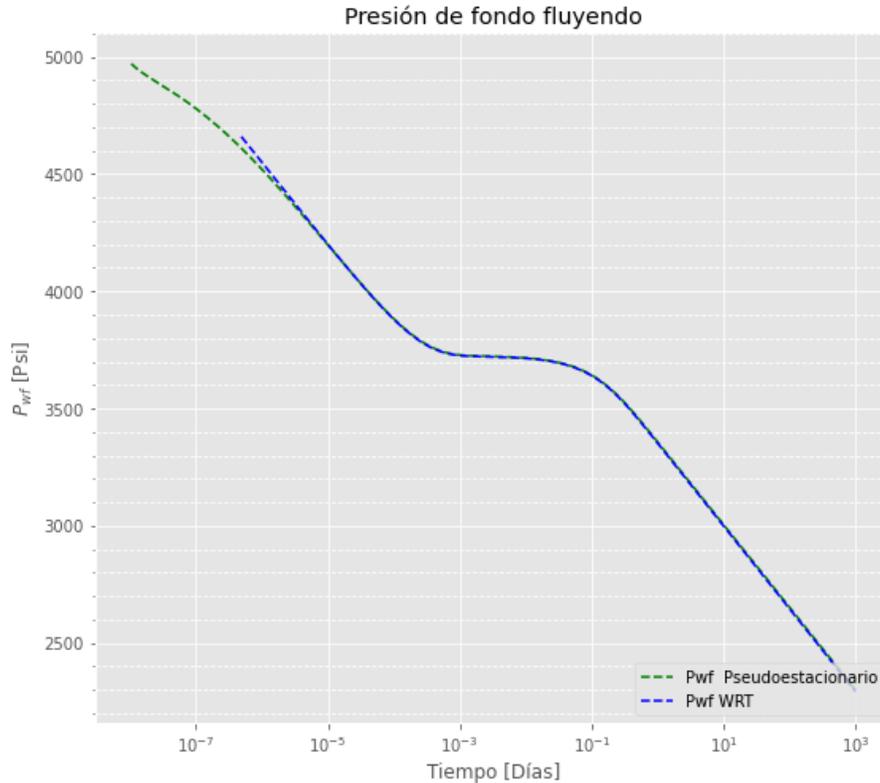


Figura 26. Gráfico comparativo entre el modelo de Warren y Root (1963) y el modelo de Kazemi (1969), ambos basados en el régimen pseudo estacionario (Teja & Torres, 2023).

3.3.2. Modelo para flujo lineal en yacimientos con fractura únicas.

El modelo de fractura única en yacimientos no convencionales se utiliza para describir el flujo de fluidos en formaciones que tienen una fractura dominante y se asume que existe un flujo lineal.

Las aplicaciones de este modelo de flujo lineal son las siguientes (Cinco-ley, 2012):

- Pozos fracturados
- Arenas lenticulares
- Pozos horizontales
- Canales
- Yacimientos fracturados

Una forma común de modelar este sistema es mediante la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu\phi} \nabla^2 P \quad (155)$$

Las condiciones de frontera se considera que el gasto es constante y la presión es constante y la solución analítica para este caso está dada por (Cinco-ley, 2012):

$$\frac{P_{DL}(x_D, t_D)}{x_D} = 2 \sqrt{\frac{t_{DL}/x_D^2}{\pi}} e^{-\frac{1}{4t_{DL}/x_D^2}} - \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{t_{DL}/x_D^2}}\right) \quad (156)$$

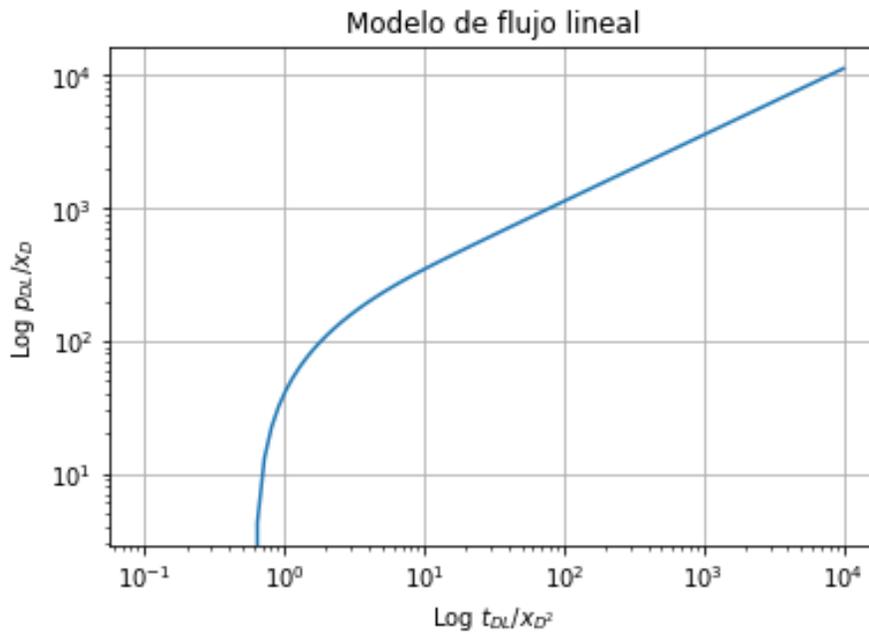


Figura 27. Curva tipo para flujo lineal (elaboración propia).

Capítulo 4.

Implementación del modelo de aprendizaje automático.

La implementación de un modelo de aprendizaje automático (machine learning) se enfoca en el desarrollo de sistemas capaces de aprender y mejorar automáticamente a partir de datos históricos, sin necesidad de estar explícitamente programados para cada situación. Este proceso busca que las máquinas reconozcan patrones en conjuntos de datos para realizar predicciones o clasificaciones en nuevos datos, siendo de importancia en áreas como la ingeniería de yacimientos, donde los datos complejos y no lineales pueden ocultar características clave del yacimiento.

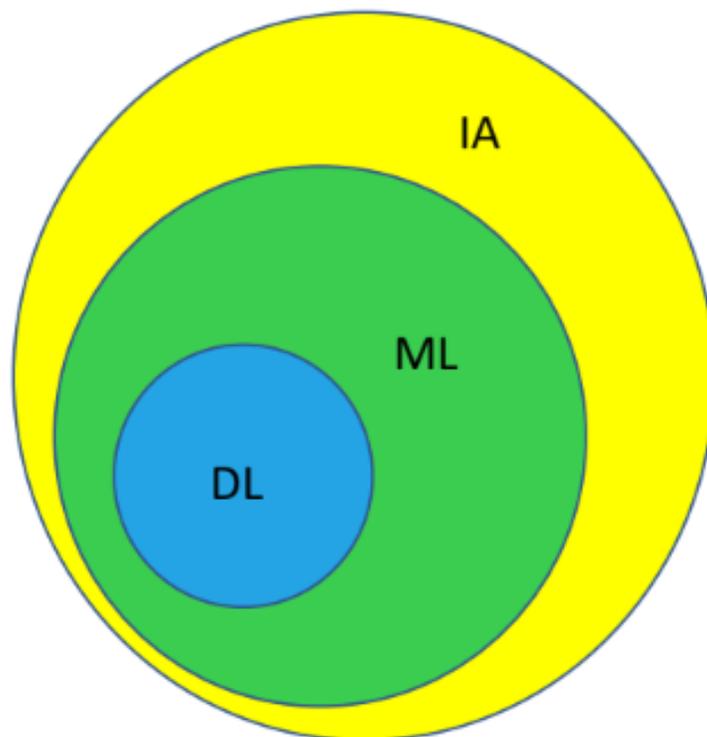


Figura 28. Representación del aprendizaje automático dentro de la inteligencia artificial (Mariscal, 2023).

El aprendizaje automático es un subcampo de la inteligencia artificial (IA) que se centra en el desarrollo de algoritmos y modelos que permiten que los sistemas informáticos aprendan de los datos. Existen diversos tipos de aprendizaje automático, como el supervisado, no supervisado y el aprendizaje por refuerzo,

cada uno diseñado para resolver tipos específicos de problemas. En el caso de los yacimientos, el aprendizaje supervisado es particularmente útil, ya que permite clasificar el tipo de yacimiento y sus características petrofísicas en función de datos históricos de pruebas de presión.

4.1. Modelos de *machine learning*.

Los modelos de *machine learning* (ML) son algoritmos que permiten a las máquinas aprender patrones a partir de datos y hacer predicciones o tomar decisiones sin ser programadas explícitamente para cada tarea. Estos modelos están diseñados para identificar relaciones complejas en los datos y mejorar su desempeño a medida que reciben más información.

En general, los modelos de machine learning se clasifican en tres categorías principales:

1. Aprendizaje supervisado: En este enfoque, los modelos se entrenan utilizando un conjunto de datos etiquetados, donde las entradas están asociadas a salidas conocidas. El objetivo es aprender una función que mapee correctamente las entradas a las salidas. Los problemas típicos incluyen la clasificación y la regresión.
2. Aprendizaje no supervisado: En este caso, los modelos trabajan con datos no etiquetados, buscando patrones o estructuras inherentes. Los algoritmos de clustering (como el *k-means*) agrupan datos en subconjuntos basados en similitudes, mientras que los algoritmos de reducción de dimensionalidad simplifican la complejidad del conjunto de datos.
3. Aprendizaje por refuerzo: Este tipo de aprendizaje se basa en la interacción de un agente con su entorno. El agente aprende a tomar decisiones mediante ensayo y error, recibiendo recompensas o castigos en función de sus acciones. Es común en áreas como el control robótico y los juegos.

4.1.1. Modelos de predicción.

Los modelos de regresión son utilizados para predecir valores numéricos continuos basados en una o más variables de entrada. Estos modelos permiten realizar predicciones sobre variables cuantitativas, como la permeabilidad, la porosidad o la presión del yacimiento, en función de otros datos de prueba y parámetros del yacimiento.

Regresión lineal.

Este modelo es un método estadístico y es el más simple para realizar una predicción, ya que únicamente se involucran 2 variables continuas una independiente (X) y otra dependiente (Y) que permite estudiar la relación entre ellas. El modelo tiene la forma:

$$Y = \beta_1 X + \beta_0 \quad (157)$$

donde:

$\beta_0 =$ Intersección

$\beta_1 =$ Pendiente

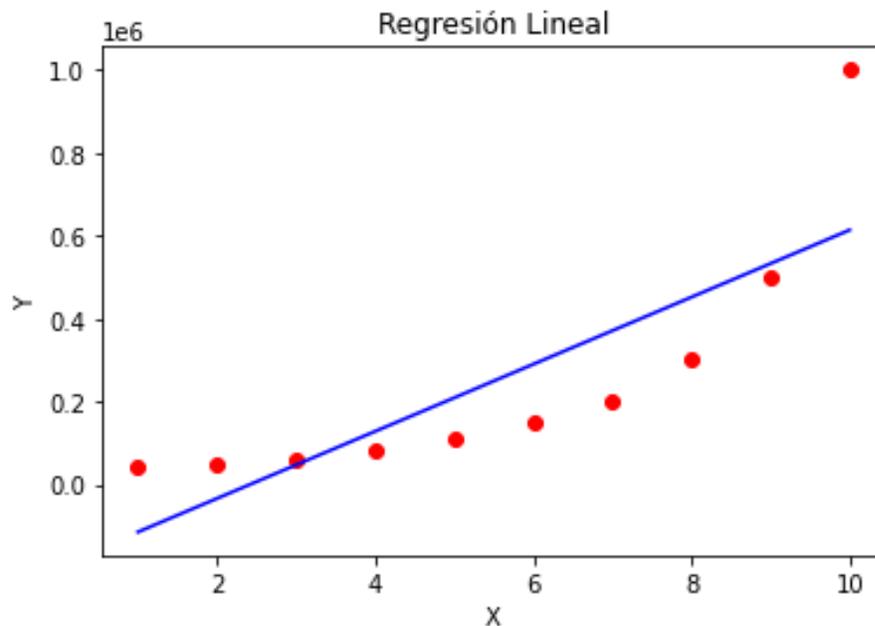


Figura 29. Ejemplo de regresión lineal simple (elaboración propia).

Regresión lineal múltiple.

La regresión lineal múltiple extiende el modelo simple para incluir múltiples variables independientes. Es útil para analizar cómo varios factores influyen en una variable dependiente.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_p X_p \quad (158)$$

donde:

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_p = \text{Variables independientes}$

Regresión polinómica.

Este método ajusta una relación no lineal entre X e Y mediante un polinomio de grado n. Aunque sigue siendo un modelo lineal en los parámetros, permite capturar tendencias más complejas.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \dots + \beta_n X^n \quad (159)$$

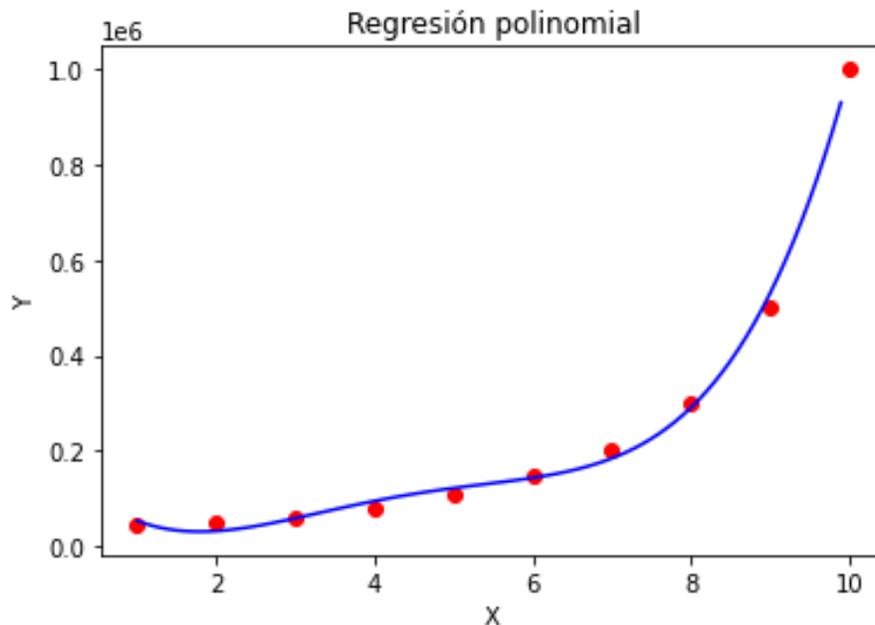


Figura 30. Ejemplo regresión polinomial (elaboración propia).

Support Vector Regression (SVR).

Las máquinas de soporte vectorial (SVM) se utilizan principalmente para clasificación, pero su variante para regresión, conocida como Support Vector Regression (SVR), es una herramienta poderosa para modelar relaciones complejas entre variables dependientes e independientes. Las SVR sirven tanto para regresiones lineales como no lineales (Pedregosa *et al.*, 2011).

El objetivo de SVR es encontrar una función que prediga valores continuos dentro de un margen de tolerancia (ε) alrededor de los valores reales, minimizando el error y manteniendo la complejidad del modelo baja. El modelo de SVR está definido por la ecuación:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i, x) + b \quad (160)$$

donde:

$K(x_i, x)$ = Función kernel (lineal, RBF, polinómica)

b = Término de sesgo

α_i y α_i^* = multiplicadores de Lagrange

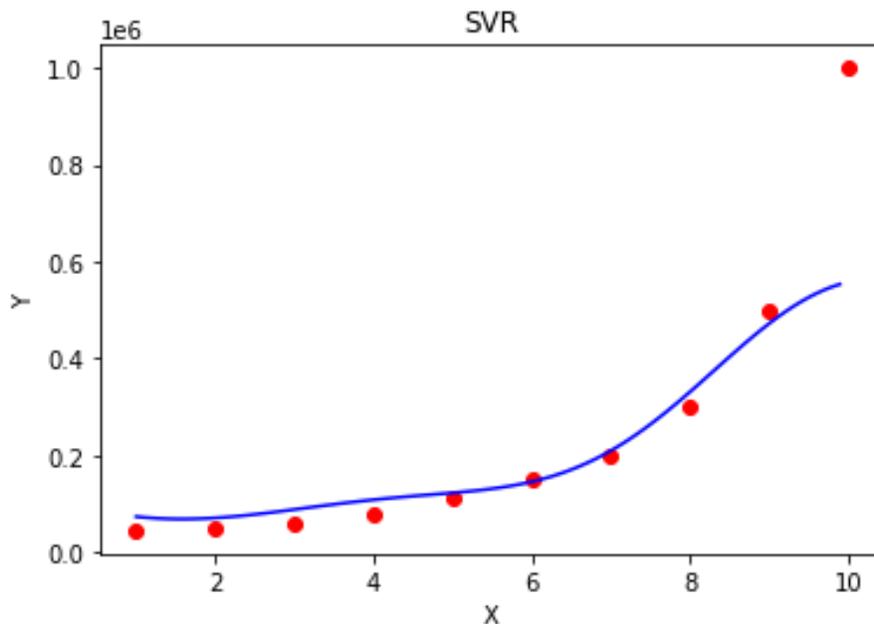


Figura 31. Ejemplo Support Vector Regression (elaboración propia).

Árboles de decisión para regresión.

Un árbol de decisión es un modelo no paramétrico que divide iterativamente los datos en subconjuntos basados en preguntas condicionales. Como resultado, aprende regresiones lineales locales que aproximan la curva (Pedregosa *et al.*, 2011).

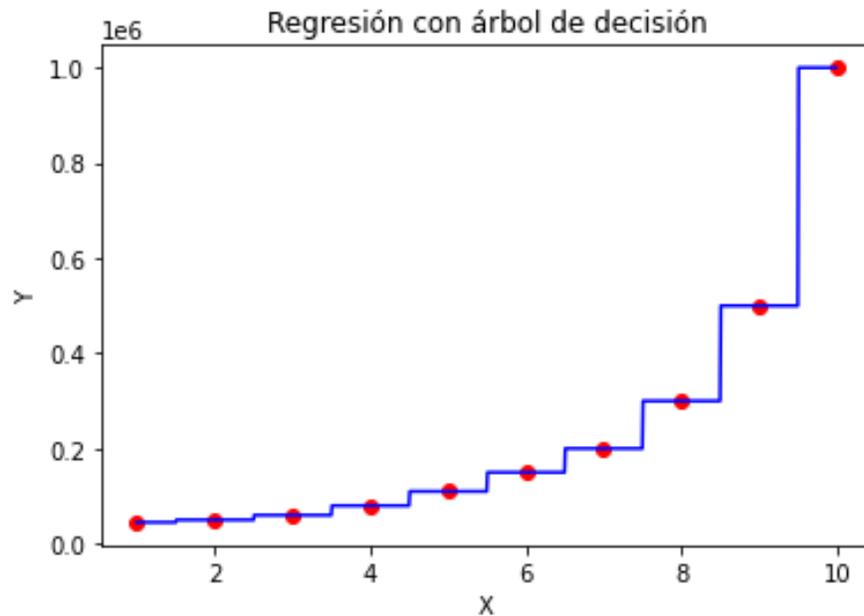


Figura 32. Ejemplo de regresión con árbol de decisión (elaboración propia).

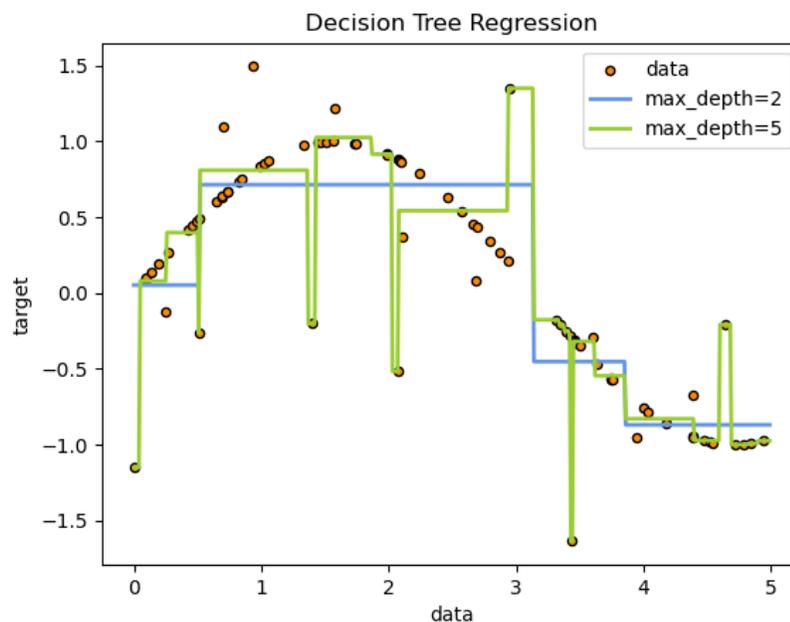


Figura 33. Ejemplo de regresión con árbol de decisión (Pedregosa *et al.*, 2011).

Random forest.

Random Forest es un conjunto de árboles de decisión entrenados en subconjuntos aleatorios de los datos y características. Combina las predicciones de múltiples árboles para mejorar la precisión y reducir el sobreajuste (Pedregosa *et al.*, 2011).

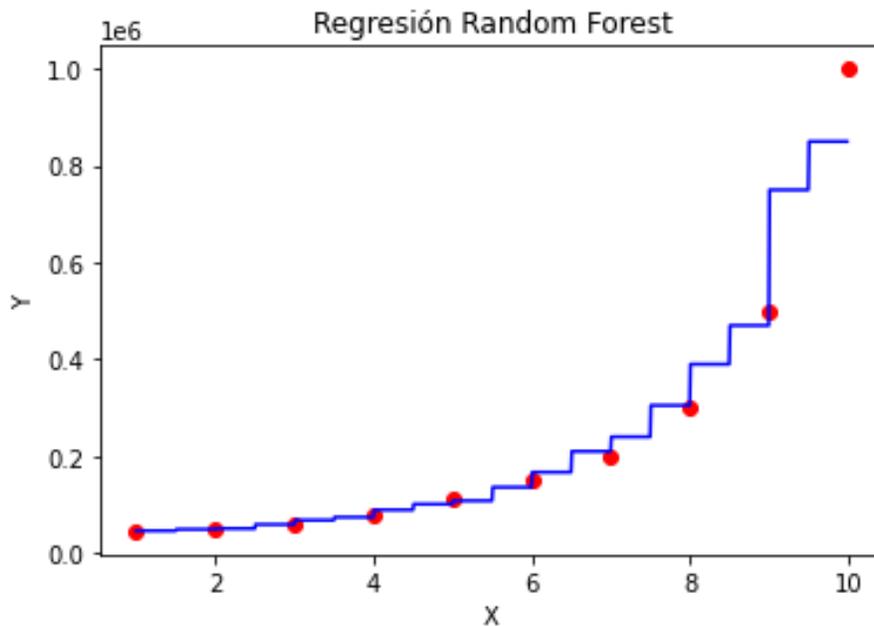


Figura 34. Ejemplo de regresión con Random Forest (elaboración propia).

4.1.2. Modelos de Clasificación.

Los modelos de clasificación se utilizan para asignar categorías o etiquetas a las observaciones, y son especialmente útiles en problemas donde se requiere una clasificación discreta, como diferenciar entre yacimientos convencionales y no convencionales. Por este motivo, se comparan diferentes tipos de algoritmos para intentar clasificar los yacimientos con base en sus propiedades petrofísicas.

K-nearest neighbor (K-NN).

K-NN es uno de los algoritmos más simples pero efectivos en el aprendizaje automático supervisado. Es particularmente útil tanto para problemas de clasificación como de regresión. Su principio básico se fundamenta en la idea de que objetos similares tienden a estar cerca unos de otros en el espacio de características.

Cuando se realiza una predicción, el algoritmo identifica los K puntos de datos más cercanos al punto de consulta en el espacio de características.

Para obtener estas distancias se usa el concepto de distancia Euclídea:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (161)$$

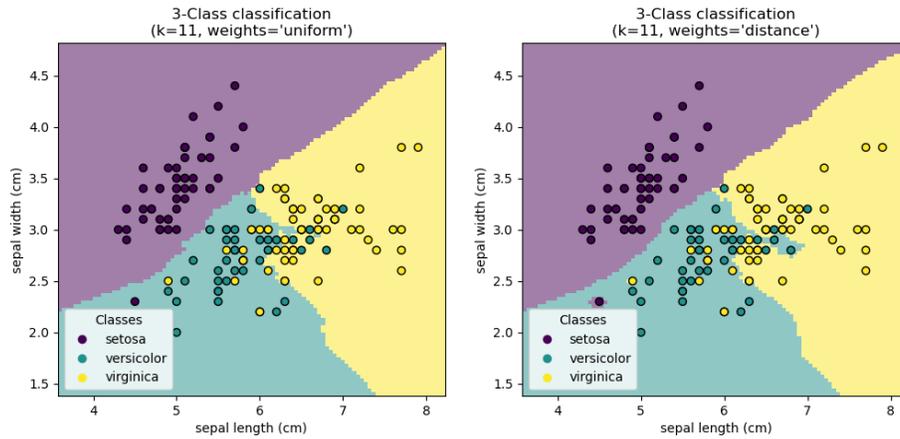


Figura 35. Ejemplo de clasificación con KNN (Pedregosa et al., 2011).

Máquinas de soporte vectorial (SVM).

Las SVM son algoritmos de clasificación supervisada que buscan encontrar un hiperplano óptimo que separe las clases de datos en un espacio multidimensional.

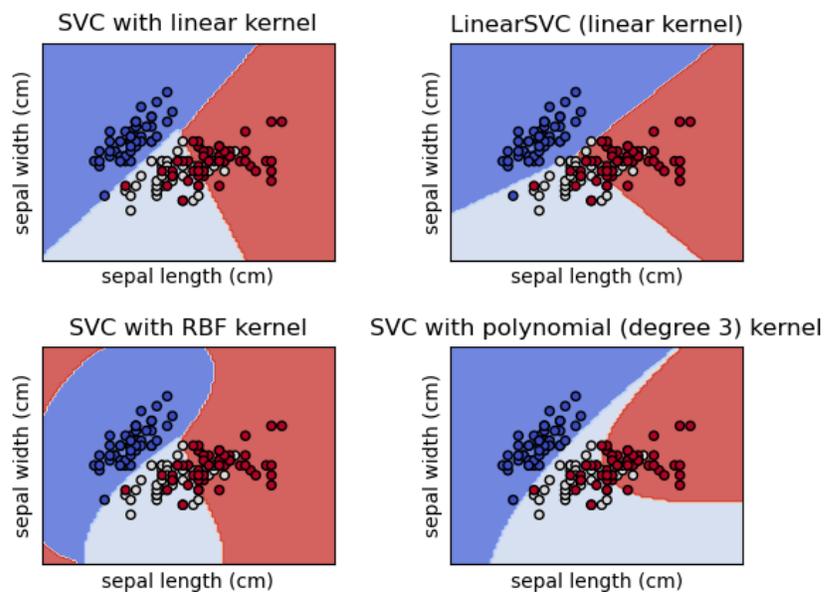


Figura 36. Ejemplo de clasificación con SVM (Pedregosa et al., 2011).

Árboles de decisión.

Un árbol de decisión es un modelo predictivo que utiliza una estructura jerárquica basada en decisiones lógicas y resultados. Cada nodo representa una prueba sobre un atributo, y cada rama representa un resultado de la prueba.

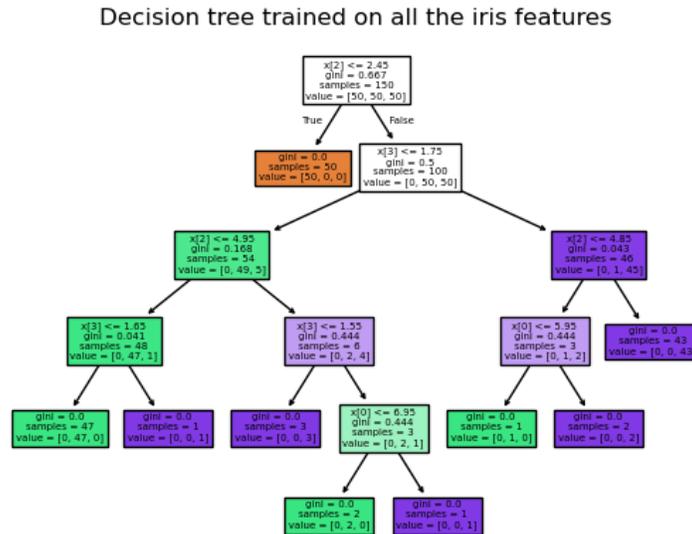


Figura 37. Ejemplo de clasificación con árbol de decisión (Pedregosa et al., 2011).

Random forest.

Es un conjunto de múltiples árboles de decisión que trabajan en conjunto para realizar una clasificación o regresión. Cada árbol se entrena con un subconjunto aleatorio del conjunto de datos y sus resultados se combinan para generar la predicción final.

4.1.3. Clustering.

El clustering es un enfoque de aprendizaje no supervisado utilizado para agrupar datos similares sin la necesidad de etiquetas predefinidas. El clustering puede ayudar a identificar patrones comunes en los datos de pruebas de presión o a agrupar yacimientos con propiedades similares.

K-Means.

K-Means es un algoritmo de aprendizaje no supervisado utilizado para resolver problemas de clustering. Agrupa un conjunto de datos en un número específico de clúster o grupos (k), donde cada grupo está definido por su centroide. Es

ampliamente utilizado para particionar datos en subconjuntos que comparten características similares.

K-Means intenta minimizar la **suma de las distancias cuadradas** (WCSS: Within-ClusterSumofSquares) entre los puntos y sus centroides asignados:

$$WCSS = \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - \mu_i\|^2 \quad (162)$$

donde:

C_i = Conjunto de puntos en el clúster

μ_i = Centroide del clúster

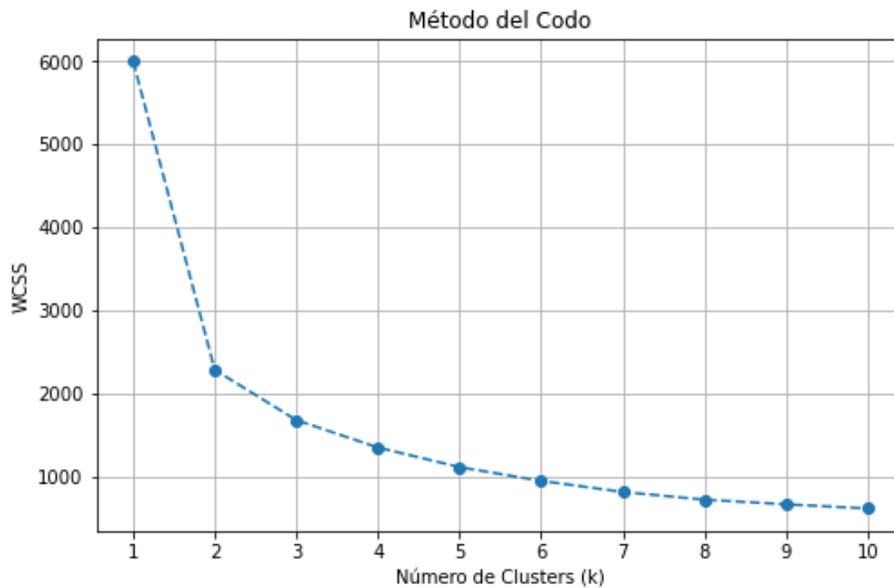


Figura 38. 'Método del codo' Gráfico para seleccionar el número óptimo de Clúster (elaboración propia).

4.1.4. Deep Learning.

El Deep Learning es una rama del machine learning que emplea redes neuronales artificiales profundas para resolver problemas complejos, caracterizados por grandes cantidades de datos y múltiples variables. Las redes neuronales profundas constan de varias capas ocultas, cada una de las cuales aprende características específicas de los datos de manera jerárquica, permitiendo extraer patrones avanzados. Esta capacidad es fundamental en la ingeniería petrolera, donde los datos suelen ser de gran volumen y con relaciones complejas, como en las pruebas de presión o la caracterización de yacimientos no convencionales.

4.1.4.1. ¿Cómo funciona una red neuronal?

Una red neuronal es un modelo computacional inspirado en el funcionamiento del cerebro humano, diseñado para reconocer patrones y hacer predicciones basadas en datos.

El cerebro de los humanos tiene millones de neuronas interconectadas entre sí y gracias a esas neuronas interconectadas podemos tomar decisiones y realizar todas las funciones vitales.

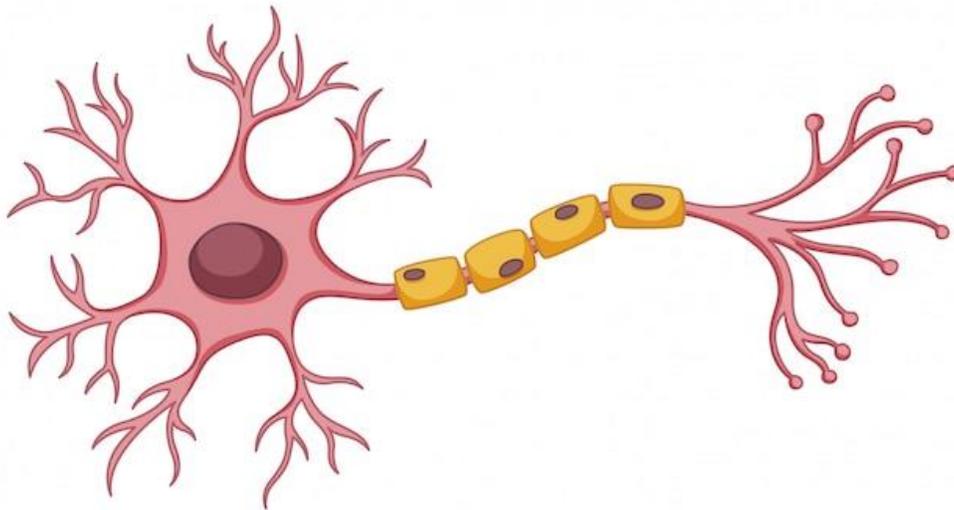


Figura 39. Dibujo representativo de una neurona (imagen tomada de Freepik).

Esas neuronas cerebrales de manera general funcionan recibiendo estímulos eléctricos de una neurona a otra neurona y procesa esos estímulos, se activa y dispara para estimular a su vez a otras neuronas a las que está conectada esas otras neuronas reciben ese estímulo, volviéndolo a procesar y en ciertos casos también se activan y disparan estímulos a otras neuronas, así sucesivamente.

4.1.4.2. Estructura básica de una red neuronal

Una red neuronal típica está compuesta por capas de entrada que reciben los datos de entrada en forma de vectores, capas ocultas que procesan la información recibida, realizando combinaciones lineales de los datos de entrada y aplicando funciones de activación para introducir no linealidad y la capa de salida que produce la predicción o resultado final de la red, como una clase en un problema de clasificación o un valor en un problema de regresión.

4.1.4.3. Neuronas y pesos

Cada neurona en la red recibe una serie de entradas, cada una multiplicada por un peso, que representa la importancia de esa entrada para la neurona. La neurona luego suma estas entradas ponderadas y aplica una función de activación para determinar su salida.

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b \quad (163)$$

donde

w_i son los pesos

x_i son las entradas

b es el sesgo

z es el valor ponderado que se pasa a la función de activación

4.1.4.4. Funciones de activación

Las funciones de activación son componentes esenciales en las redes neuronales, ya que introducen no linealidad en el modelo, permitiendo que las redes aprendan y modelen relaciones complejas. Una función de activación determina si una neurona debe activarse o no, basándose en el resultado de una combinación lineal de sus entradas y pesos.

Función Sigmoide

La función sigmoide transforma los valores de entrada a un rango entre 0 y 1, lo que es útil para modelar probabilidades. Sin embargo, una de sus limitaciones es la saturación para valores muy altos o bajos, lo que puede causar el problema de desvanecimiento del gradiente en redes profundas (Goodfellow et al., 2016).

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (164)$$

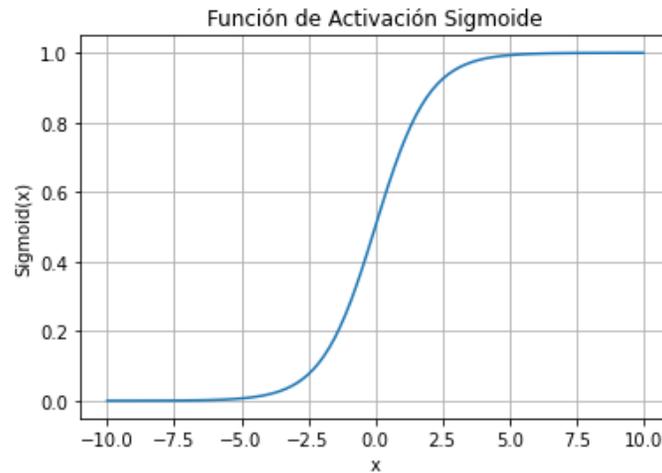


Figura 40. Función de activación sigmoide (elaboración propia).

Función Tangente Hiperbólica (tanh)

Similar a la función sigmoide, pero su rango es de -1 a 1, lo que centra las salidas alrededor de cero, ayudando a que la convergencia durante el entrenamiento sea más rápida (LeCun et al., 1998).

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (165)$$

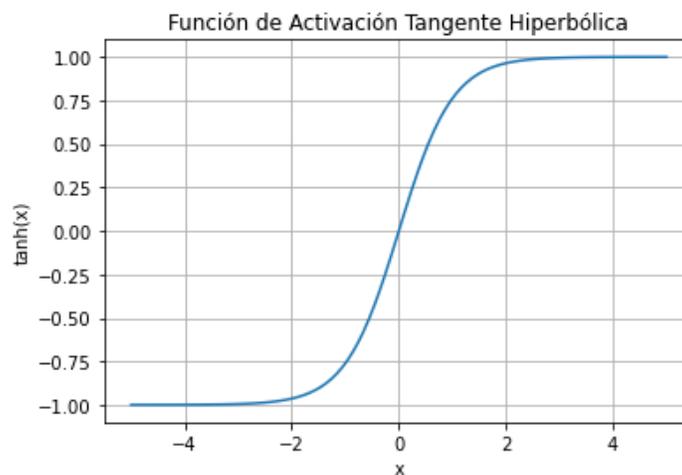


Figura 41. Función de activación tangente hiperbólica (elaboración propia).

Rectified Linear Unit (ReLU)

ReLU es una de las funciones más utilizadas debido a su simplicidad y efectividad. Se define como $f(x) = \max(0, x)$, lo que permite una propagación eficiente del gradiente y evita problemas de saturación (Nair & Hinton, 2010).

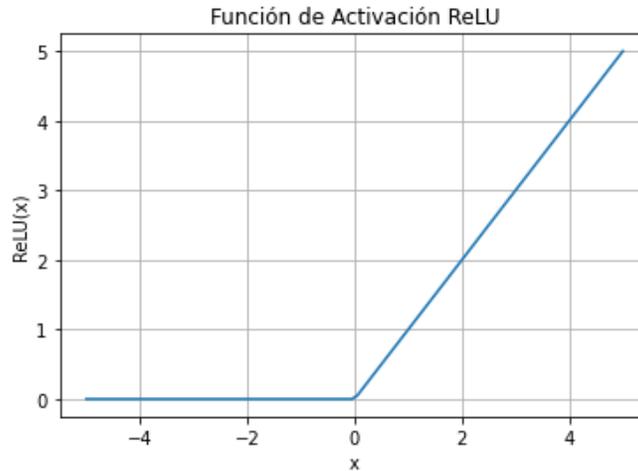


Figura 42. Función de activación tangente hiperbólica (elaboración propia).

4.1.4.5. Redes Neuronales Artificiales (ANN).

Las redes neuronales artificiales son modelos computacionales inspirados en el cerebro humano. Están compuestas por capas de neuronas artificiales que transforman datos de entrada en salidas mediante funciones de activación y un ajuste iterativo de los pesos a través del entrenamiento.

A continuación, se muestra un ejemplo básico de la arquitectura de una red neuronal artificial, en donde las x simbolizan los datos de entrada, los círculos azules son las capas ocultas y la y simboliza en dato de salida, ya sea una clasificación o un valor predicho.

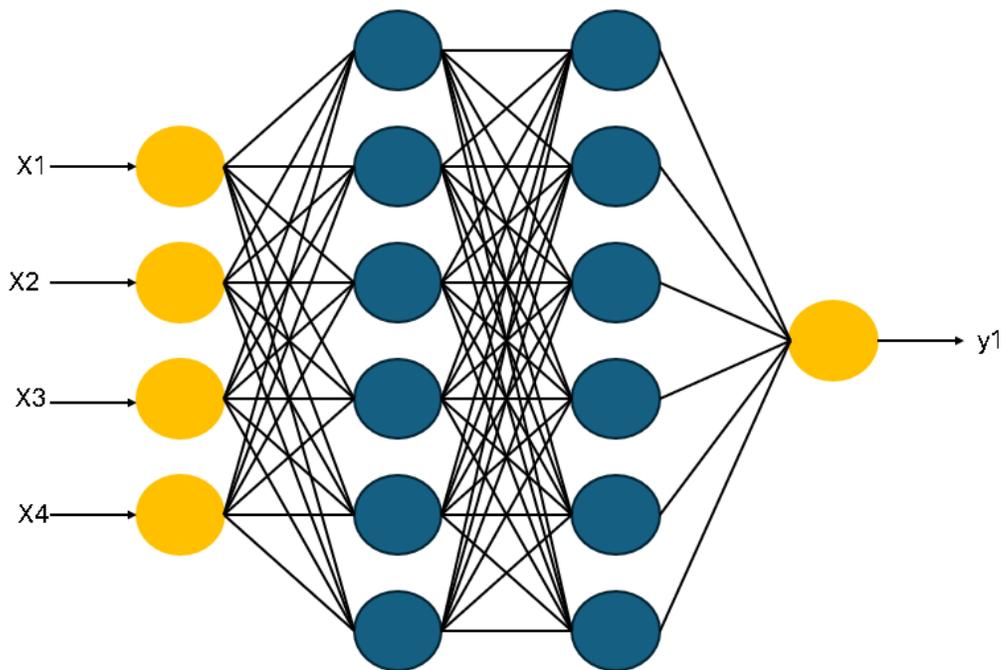


Figura 43. Ejemplo de la arquitectura de una red neuronal (elaboración propia).

Las arquitecturas de las redes neuronales pueden variar, dependiendo desde la cantidad de datos de entrada, las cantidades de capas ocultas, la cantidad de neuronas y la cantidad de datos de salida que se obtienen.

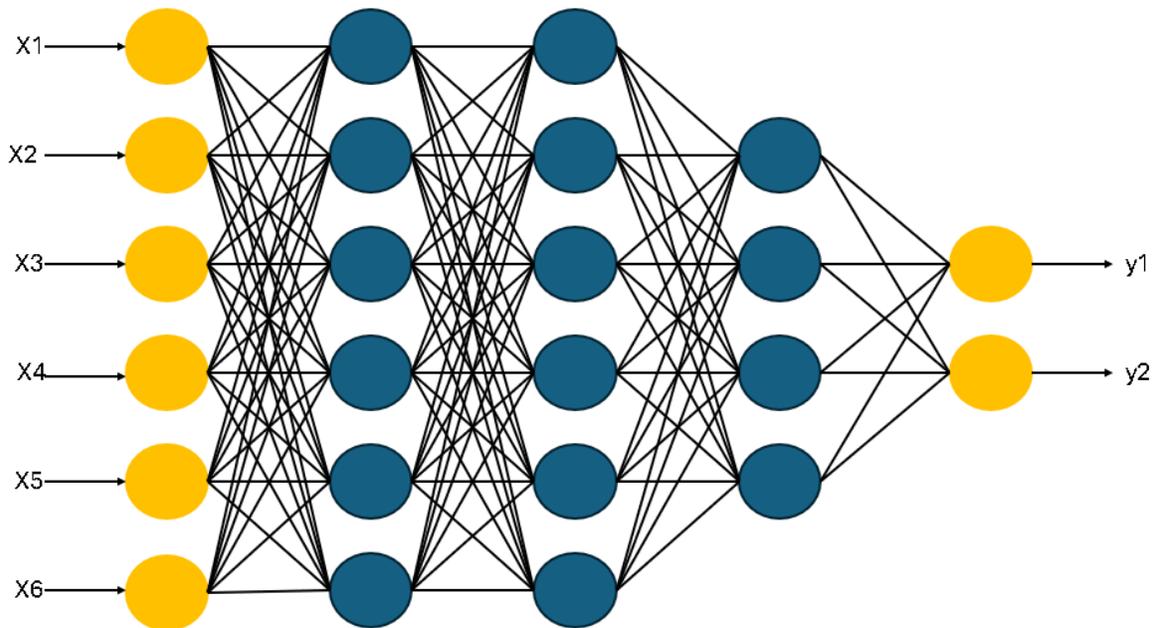


Figura 44. Ejemplo de la arquitectura de una red neuronal más compleja (elaboración propia).

La arquitectura de la red neuronal puede ser tan compleja como sea requiera el problema, a veces no es necesario tener tantas capas ocultas, pero sí agregar más neuronas en cada capa.

Este tipo de redes neuronales tiene varias aplicaciones en la ingeniería petrolera, pero algunas de sus aplicaciones en las pruebas de presión son las siguientes:

- Una ANN puede analizar datos de presión y caudal para identificar si un yacimiento es convencional o no convencional.
- Las ANN son útiles para aproximar funciones complejas, como las relaciones entre tiempo, presión y permeabilidad.
- Permiten predecir características como permeabilidad, presión de poro o presión inicial a partir de las pruebas.

4.2. Metodología.

La metodología desarrollada para este proyecto inicia con la recopilación de datos, en donde las fuentes principales fueron gráficas de presión contra tiempo generadas mediante datos sintéticos ingresados a las soluciones analíticas vistas en el capítulo 4 y crear una base de datos.

Es necesario que los datos recopilados sean de alta calidad, lo que implica la ausencia de valores faltantes, inconsistencias o datos atípicos que pudieran sesgar el entrenamiento de los algoritmos. En cuanto al volumen, se generaron y recopilaron aproximadamente 1000 gráficos por categoría, asegurando una representación equilibrada de los tipos de yacimientos.

Posteriormente, se realizó un preprocesamiento de los datos. Que se basó en la limpieza y normalización de las curvas de presión y tiempo, lo que elimina la influencia de magnitudes absolutas y permite que los algoritmos se enfoquen en los patrones inherentes del comportamiento del yacimiento.

También se aplicó una interpolación para ajustar todas las curvas a un tamaño fijo de 1000 puntos, garantizando la uniformidad en la entrada de los algoritmos. Para los modelos que no trabajan directamente con imágenes, se derivaron características relevantes de las curvas, como la pendiente inicial, el tiempo de estabilización, el máximo y el mínimo de presión, entre otras.

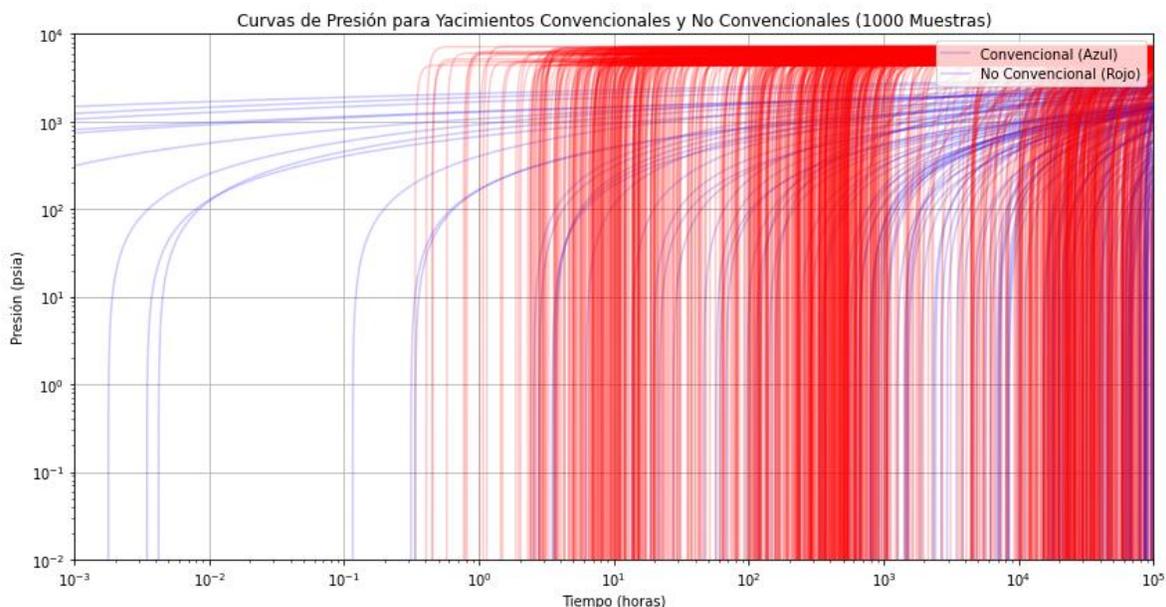


Figura 45. Curvas de presión generadas con simulación para yacimientos convencionales y no convencionales.

4.3. Resultados

Se emplearon los métodos de clasificación de *machine learning* a una base de datos sintéticos con valores de yacimientos convencionales y no convencionales, se obtuvieron los siguientes resultados en la clasificación:

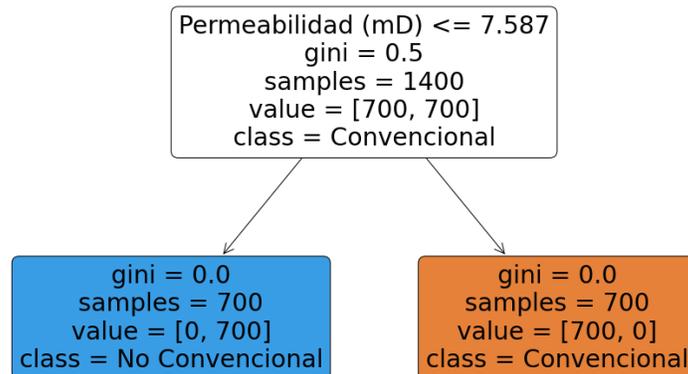
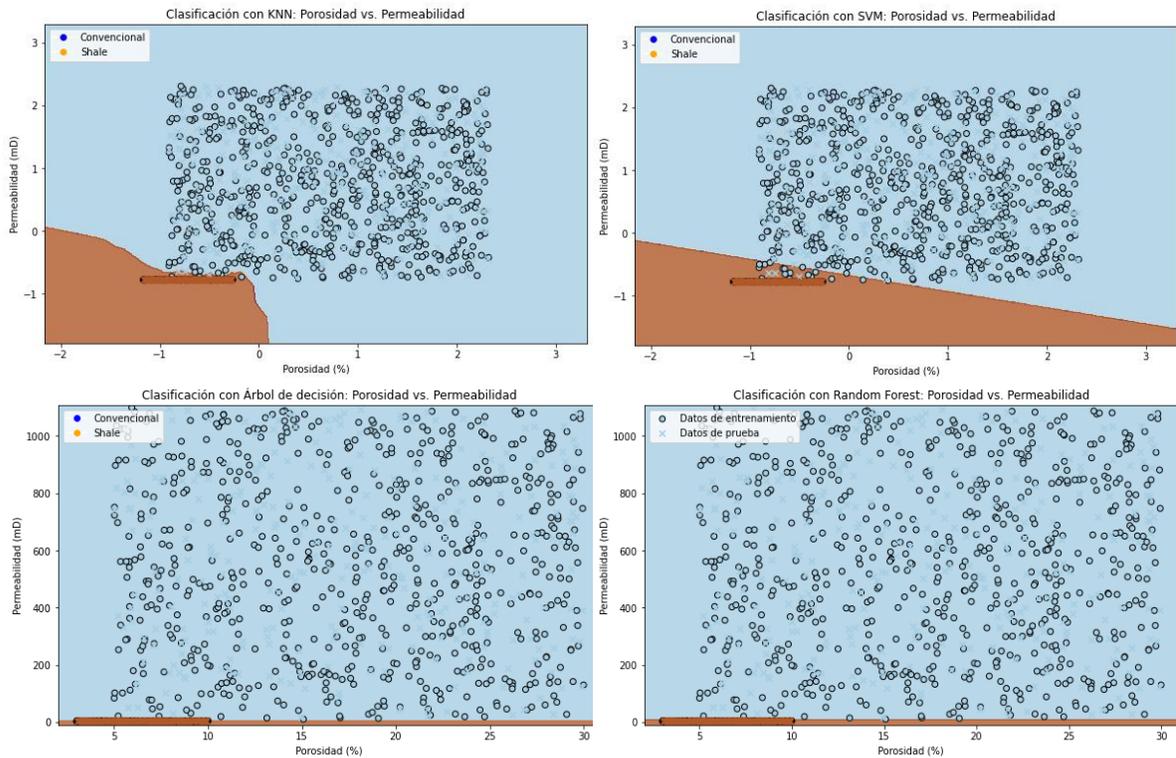
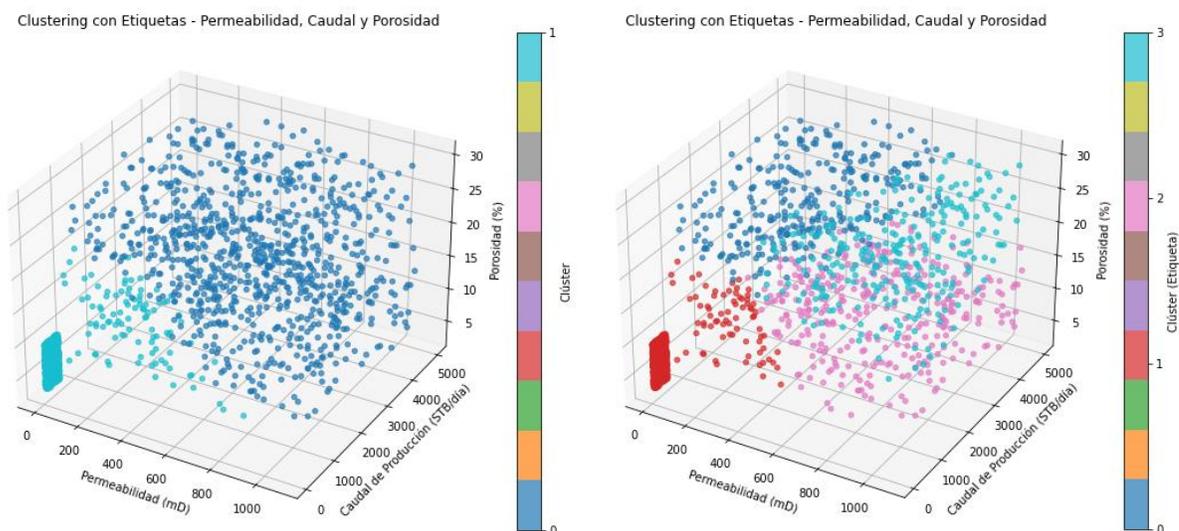


Figura 47. Árbol de decisión para clasificar yacimientos tipo “shale”.

K-Means

Estas clasificaciones, aunque parezca básica da paso a más clasificaciones basada en características empleando el aprendizaje no supervisado como se muestra a continuación, en donde se usaron 3 variables de entrada (porosidad, permeabilidad y gasto).

El número de clúster óptimo es de 2, y es congruente debido a que en la base de datos que estamos trabajando solamente se hicieron 2 clasificaciones 'Yacimientos convencionales' y 'Yacimientos No Convencionales', los YNC tienen características de yacimientos tipo 'Shale'.



Sin embargo, si se aumentaran los números de grupos o de clúster el algoritmo encontraría más tipos de yacimientos según sus características.

En esta agrupación podríamos decir que existen otros tipos de yacimientos como lo son: yacimientos de alta permeabilidad y buena producción, yacimientos de alta porosidad con baja permeabilidad y producción, yacimientos no convencionales (baja permeabilidad, porosidad y producción).

ANN

En los algoritmos que se desarrollaron se desarrolló un modelo de red neuronal capaz de diferenciar entre yacimientos convencionales y no convencionales. Los datos de entrada fueron datos de presión que surgen a partir de introducir los datos sintéticos de yacimientos convencionales y no convencionales.

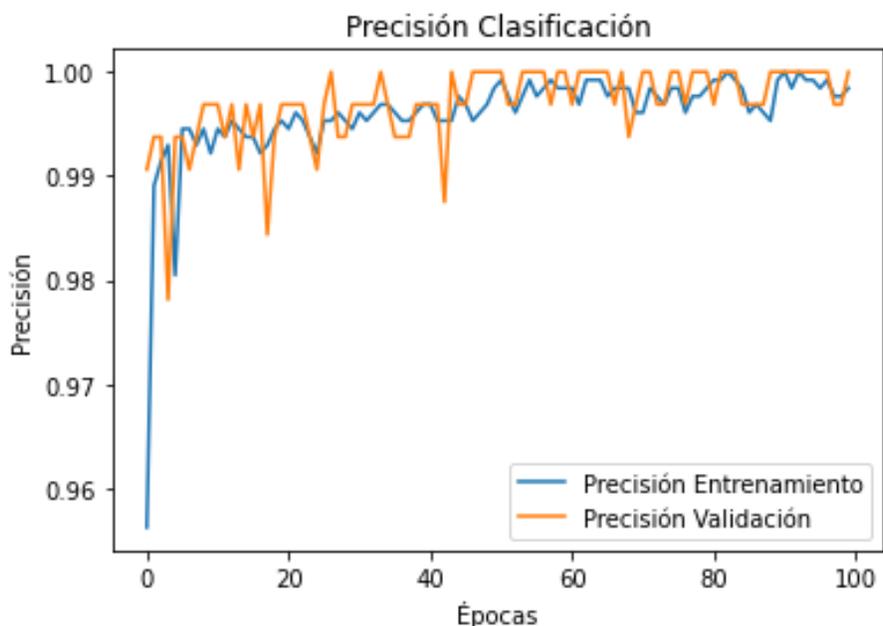


Figura 49. Precisión del modelo ANN de clasificación de yacimientos (3 capas) (elaboración propia).

El desempeño de los algoritmos se evaluó en profundidad utilizando un conjunto de prueba que incluyó un equilibrio entre yacimientos convencionales y no convencionales. En el caso de las redes neuronales, se logró una buena precisión de clasificación.

Selección e Implementación de los algoritmos.

La selección del algoritmo depende de la naturaleza del problema y los datos disponibles, si se trata de predicciones o clasificaciones sencillas se puede optar por modelos como regresión, clasificación o clustering, pero si se requiere de modelos más complejos será necesario implementar alguna red neuronal.

El modelo *Random Forest* obtuvo una precisión ligeramente menor, alcanzando un promedio del 88%. Aunque este modelo tuvo una buena capacidad para clasificar yacimientos convencionales, su desempeño fue menos consistente en los casos de yacimientos no convencionales, donde se observaron mayores tasas de falsos negativos. SVM, en cambio, mostró un buen desempeño global con un F1-score de 0.89, aunque su precisión disminuyó en casos con características más atípicas de las curvas.

Una comparativa más detallada entre yacimientos convencionales y no convencionales reveló que las curvas de yacimientos convencionales tienden a estabilizarse más rápidamente, mostrando pendientes iniciales pronunciadas seguidas de una meseta bien definida. En contraste, los yacimientos no convencionales presentan transiciones más suaves y tiempos de estabilización más largos, lo que los hace más desafiantes de clasificar correctamente.

Además, las redes neuronales convolucionales destacaron por su capacidad de aprendizaje visual, capturando características no explícitas que los modelos tradicionales no pudieron identificar. Esto sugiere que las CNN son más adecuadas para trabajar con imágenes gráficas que con datos tabulares.

Capítulo 5.

Evaluación de los modelos de *machine learning* y propuesta de aplicación.

La evaluación de los modelos realizados ha mostrado un porcentaje de error, resalta la necesidad de trabajar con datos reales para mejorar la precisión y aplicabilidad de los modelos en situaciones del mundo real.

La aplicación de algoritmos de ML en ingeniería petrolera ofrece herramientas poderosas para la clasificación y predicción de propiedades clave de los yacimientos petroleros. Sin embargo, deben de ser evaluados y monitoreados para su correcto funcionamiento, así como también siempre debe de influir el criterio del ingeniero que use estas herramientas.

5.1. Ejemplos de aplicación.

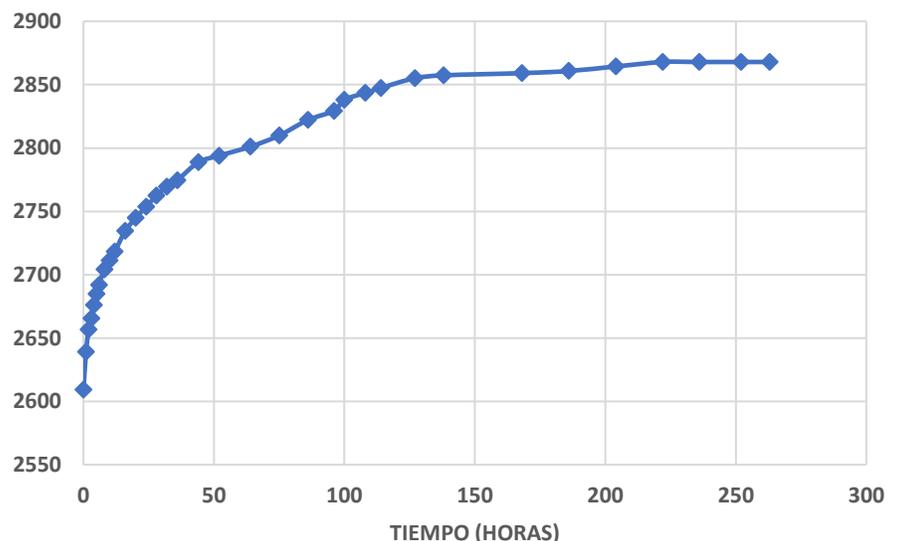
El modelo desarrollado se aplicó utilizando datos reales provenientes de yacimientos mexicanos, lo que permitió validar su eficacia y precisión en un contexto operativo real. Estos datos incluyeron pruebas de presión y características geológicas de yacimientos convencionales y no convencionales, proporcionando un escenario auténtico para evaluar el desempeño del modelo.

5.1.1. Clasificación de los yacimientos.

La aplicación más directa y práctica de la red neuronal desarrollada es la clasificación de los yacimientos en categorías de convencionales y no convencionales. Los datos usados para evaluar el modelo son los siguientes:

horas	kg/cm2	psi
0	183.45	2609.20935
1	185.56	2639.21988
2	186.79	2656.71417
3	187.41	2665.53243
4	188.15	2676.05745
5	188.77	2684.87571
6	189.27	2691.98721
8	190.13	2704.21899
10	190.63	2711.33049
12	191.11	2718.15753
16	192.26	2734.51398
20	192.98	2744.75454
24	193.60	2753.5728
28	194.22	2762.39106
32	194.71	2769.36033

PRESIÓN [PSI]



36	195.08	2774.62284
44	196.07	2788.70361
52	196.44	2793.96612
64	196.94	2801.07762
75	197.56	2809.89588
86	198.42	2822.12766
96	198.93	2829.38139
100	199.54	2838.05742
108	199.92	2843.46216
114	200.20	2847.4446
127	200.74	2855.12502
138	200.90	2857.4007
168	201.02	2859.10746
186	201.14	2860.81422
204	201.39	2864.36997
222	201.64	2867.92572
236	201.64	2867.92572
252	201.64	2867.92572
263	201.64	2867.92572

Antes de ingresar estos datos al modelo fueron preprocesados, debido a que el modelo necesita 1000 datos de entrada y los datos de la tabla únicamente son 35 datos, existen muchas alternativas, sin embargo, la que se usó en este caso fue el manejo de secuencias de longitud variable que consiste en procesar los datos en bloques de tamaño fijo que coincidan con la entrada del modelo.

Una vez teniendo los datos con las dimensiones correctas se procedió a ingresar en el modelo para clasificar el tipo de yacimiento que tenemos, dando como resultado un yacimiento '**convencional**'.

Si realizamos un empalme de los datos reales con los datos de simulación encontraremos que efectivamente el comportamiento de la presión refleja un yacimiento convencional.

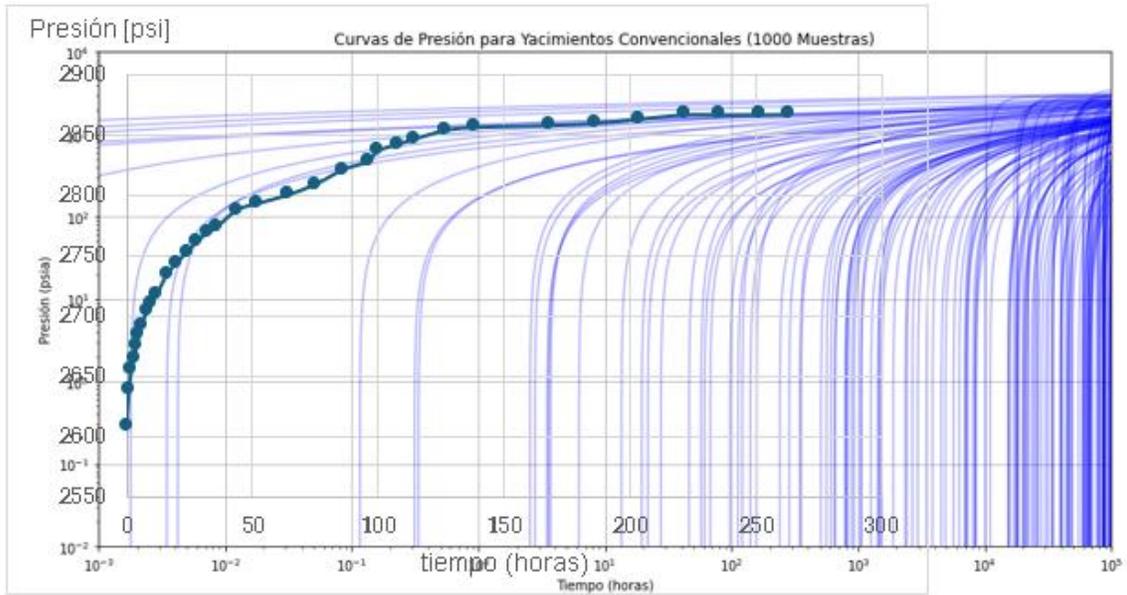


Figura 50. Análisis de curvas de presión para yacimientos convencionales: comparación de muestras (elaboración propia).

Capítulo 6.

Conclusiones y recomendaciones.

La clasificación de yacimientos, lograda a través de modelos de aprendizaje automático, ha demostrado ser efectiva con datos de simulación, proporcionando una base sólida para su aplicación futura en situaciones reales.

A pesar de los avances alcanzados, el principal desafío identificado es la disponibilidad limitada de datos reales. Este aspecto ha restringido la capacidad de los modelos para generalizar sus resultados y alcanzar niveles óptimos de precisión.

En esta tesis, aunque resuelve una situación básica en la industria, se demuestra que los modelos de ML son capaces de aprender y de identificar patrones y poder clasificar los yacimientos, abre la puerta a futuras investigaciones.

Una de las recomendaciones más urgentes es la recopilación de un volumen significativo de datos reales de pruebas de presión. Esta tarea debe abordarse mediante la colaboración estrecha con empresas y dependencias de gobierno.

Además, se recomienda expandir el uso de redes neuronales avanzadas, como las redes neuronales convolucionales (CNN) y las redes neuronales recurrentes (RNN), conocidas por su capacidad para manejar datos complejos y secuenciales.

Otra recomendación clave es la integración de nuevas soluciones, combinando las metodologías analíticas tradicionales con los modelos de aprendizaje automático. Este enfoque puede proporcionar una mayor robustez a las predicciones, aprovechando lo mejor de ambos mundos: la precisión de los modelos matemáticos y la capacidad de aprendizaje de los algoritmos modernos.

Estas recomendaciones, de aplicarse adecuadamente, tienen el potencial de transformar la manera en que se interpretan y gestionan las pruebas de presión en yacimientos, ofreciendo una ventaja competitiva significativa en la exploración y explotación de recursos petroleros.

Referencias bibliográficas

1. Abdus Satter & Ghulam M. Iqbal. (2016). "Reservoir Engineering: The Fundamentals, Simulation, and Management of Conventional and Unconventional Recoveries."
2. Y. Zee Ma. (2016). – "Unconventional Resources from Exploration to Production, Unconventional Oil and Gas Resources Handbook."
3. Choquette, P.W., & Pray, L.C. (1970). "Geologic nomenclature and classification of porosity in sedimentary carbonates. American Association of Petroleum Geologists Bulletin".
4. Teja Juárez, V.L., Torres López, J.A. (2023). "Apuntes de simulación numérica de yacimientos naturalmente fracturados: Simulación 1D Radial".
5. J. E. Warren, P. J. Root. (1963). "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs."
6. Nelson, R.A. (2001). "Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs. Contributions in Petroleum Geology and Engineering".
7. Cinco-Ley, H. (1996). "Fluid flow in naturally fractured reservoirs. Society of Petroleum Engineers".
8. Cinco-Ley, H. (2012). "Análisis de pruebas de presión".
9. Reyes Bautista, J.E. (2016). "Aplicaciones de métodos de inversión numérica para la generación de curvas tipo mediante la transformada de Laplace".
10. Ram G. Agarwal, Rafi Al-Hussainy, H.J. Ramey Jr. (1970). "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment."
11. Alain C. Gringarten, Dominique P. Bourdet, Pierre A. Landel & Vladimir J. Kniazeff. (1979). "A comparison between different skin and wellbore storage type-curves for early-time transient analysis."
12. John P. Spivey, W. John Lee. (2013). "Applied well test interpretation".
13. Wu, Y. S. (2016). "Multiphase fluid flow in porous and fractured reservoirs. Golden: Gulf professional publishing".
14. G.I. Barenblatt, Iu.P. Zheltov, I.N. Kochina. (1960). "Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks"
15. Kazemi H. (1969). "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution."
16. Hernández Mendoza O.D. (2018). "Modelo matemático para análisis de prueba de presión en yacimientos naturalmente fracturados".
17. H. Cinco-Ley, F. Samaniego V, F. Kucuk. (1985). "The Pressure Transient Behavior for Naturally Fractured Reservoirs With Multiple Block Size."
18. S.M. Kang, E. Fathi, R.J. Ambrose, I.Y. Akkutlu, R.F. Sigal. (2011). "Carbon dioxide storage capacity of organic-rich shales".

19. Pedregosa, F., Varoquaux, Ga"el, Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., ... others. (2011). Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, 12(Oct), 2825–2830.
20. LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). *Deep learning* Nature.
21. Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). *Long Short-Term Memory*. *Neural Computation*
22. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press.
23. LeCun, Y., Bottou, L., Bengio, Y., & Haffner, P. (1998). *Gradient-Based Learning Applied to Document Recognition*.
24. Nair, V., & Hinton, G. E. (2010). *Rectified Linear Units Improve Restricted Boltzmann Machines*. *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning*.