



# Ejercicios de mecánica de suelos en sistema internacional de unidades

Ricardo Rubén Padilla Velázquez



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA



# Ejercicios de mecánica de suelos en sistema internacional de unidades

Ricardo Rubén Padilla Velázquez

PADILLA VELÁZQUEZ, RICARDO RUBÉN  
*Ejercicios de mecánica de suelos en sistema internacional de unidades*  
Universidad Nacional Autónoma de México,  
Facultad de Ingeniería, 2025, 68 p.

---

## **Ejercicios de mecánica de suelos en sistema internacional de unidades**

Primera edición electrónica  
de un ejemplar (4 MB) en formato PDF  
Publicado en línea en enero de 2025

D.R. © 2025, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, C.P. 04510, México, CDMX.

FACULTAD DE INGENIERÍA  
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Esta edición y sus características son propiedad de la  
Universidad Nacional Autónoma de México.  
Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial por cualquier medio  
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

---

Diseño editorial: Nismet Díaz Ferro  
Cuidado de la edición: Andrea Ayala Hernández, UDAE

Fotografía de portada: Wirestock

## Presentación

Tuve mi primer contacto formal con el Sistema Internacional de Unidades en el primer año del bachillerato que cursé en la Preparatoria 1 (en el Colegio de San Ildefonso), cuando el profesor de Física nos informó que, el texto oficial del curso sería el libro: *FÍSICA. Fundamentos y fronteras* de los autores Robert Stollberg y Faith Fitch Hill. En este texto me enteré de la intención internacional de unificar los cálculos de la física y de la química, haciendo uso del sistema de unidades más avanzado del mundo. La intención me pareció sumamente interesante.

Ya en mis estudios de licenciatura, en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, me interesó profundizar en la historia de este sistema de unidades, que es la versión más reciente del sistema que en sus inicios llevó el nombre de Sistema Métrico Decimal.

Posteriormente, en 1987, cuando ya trabajaba como profesor en la Facultad de Ingeniería y estudiaba también en el Posgrado de Ingeniería, me hice de un libro en inglés del que, según me dijeron en la librería, habían comprado varios ejemplares que no se vendían fácilmente. El libro lleva por título: *An introduction to Geotechnical Engineering* de los autores Robert D. Holtz y William D. Kovacs. En él se presentan ejemplos donde se calculan problemas de la ingeniería geotécnica, haciendo uso del Sistema Internacional de Unidades, además de ecuaciones universales (que son las que se encuentran en los libros científicos, no en los técnicos).

Cuando me gradué de la maestría, tomé la decisión de que en las asignaturas que impartiera en el Departamento de Geotecnia (Fundamentos de Mecánica del Medio continuo, Comportamiento de Suelos y Mecánica de Suelos), elabo-

rando mis notas, haría uso únicamente de ecuaciones universales, mostrando ejemplos exclusivamente con unidades del Sistema Internacional de Unidades (que es el oficial en México). Previamente había conseguido la norma: NOM-800-SCFI-1993. Compartí mi proyecto con el M.I. Gabriel Moreno Pecero (que en ese momento era el jefe de la División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica), quien me pidió que esperáramos un año, con la idea de que se invitara a profesores de todos los departamentos de la División para hacer lo mismo. Al terminar el año pactado, me reuní con el maestro Moreno y concluimos que no había nadie interesado en la idea de impartir su clase con la unificación comentada. Entonces, le hice saber que la Norma NOM me autorizaba a concretar mi proyecto.

Más adelante, en 2002, me invitaron a asistir a conferencias sobre el futuro de la ciencia y la técnica en México que se llevaron a cabo en el Claustro de Sor Juana. Allí, escuché una conferencia sobre el proyecto de la “Era del Conocimiento” que se pensaba inaugurar alrededor del año 2020. Se comentó que en ese año, cualquier persona, desde su casa u oficina, con una computadora personal sería capaz de tener acceso digital prácticamente a toda la información generada por la cultura humana. Se habló de la posibilidad de acceder a infinidad de documentos científicos y técnicos. Pensé entonces que lo más adecuado sería generar los documentos escritos sobre estos, con la idea de que fueran más accesibles para quienes los consultan, que convendría que estuvieran escritos únicamente con ecuaciones científicas, con símbolos unificados que representan conceptos específicos y que, los ejemplos, los cálculos y los resultados, se escribieran de acuerdo con las recomendaciones que marca el documento del Sistema Internacional de Unidades. Con estas ideas en mente, decidí escribir el libro *Ejercicios de Mecánica de suelos en Sistema Internacional de Unidades* que fue impreso en septiembre de 2002 y se presenta ahora en su versión digital.

## Prólogo

A finales del siglo pasado se notó una tendencia modernizadora en la ingeniería civil mundial, documentada en libros de texto de finales del siglo XX y en artículos que publican investigadores de países avanzados. Esta tendencia se caracteriza por el uso del Sistema Internacional de Unidades por ingenieros, y la utilización de expresiones en las ingenierías con formulación científica. En realidad son dos tendencias asociadas, ya que como el kilogramo es una de las unidades básicas del SI, siendo la unidad de masa, obliga a que las básculas de los países que han firmado convenios con la Conferencia General de Pesas y Medidas (como es el caso de México), se calibren para evaluar precisamente *masa*. Aunque los ingenieros que todavía utilizan el sistema MKS técnico, supongan para fines prácticos, que el dato que se extrae de una báscula es el peso (suponiendo kgf), como ha sido costumbre en los sistemas técnicos, entre los que se incluye al sistema inglés usado en los Estados Unidos (*US Customary System of Units*). Por cierto que el uso de este sistema de unidades, presupone siempre a la gravedad estándar de  $g = 9,806\ 65\ \text{m/s}^2$ . Como dato de interés, en la Ciudad de México  $g = 9,779\ 35\ \text{m/s}^2$ .

Dentro de esta tendencia, se fueron haciendo obsoletas las expresiones (fórmulas) que aparecían en los textos de países donde se usaba el sistema inglés, y se daba prioridad al peso (debido a que sus básculas se calibraban para medir este parámetro) y al peso específico. Actualmente se está implantando en las ciencias de la ingeniería civil, la tendencia de calcular, para una ingeniería que considera la gravedad del lugar donde se erigirá una obra como un dato importante. Como en México y en la mayoría de los países, las básculas miden masa, los parámetros más importantes son ésta y la densidad. No se debe perder de vista que los instrumentos de que se dispone, son los que aportan los parámetros con los que el ingeniero alimenta sus expresiones de cálculo.

Con base en estas ideas, se tomó la decisión de generar un curso para profesores de ingeniería geotécnica. Se pensó en no hacer un curso teórico, sino presentar una serie de ejemplos, donde se viera paso a paso la forma de calcular cuando se hace uso del Sistema Internacional de Unidades en la ingeniería civil. Este material contiene 24 ejemplos de mecánica de suelos que apoyan a las asignaturas Comportamiento de suelos y Mecánica de suelos que se imparten en la Facultad de Ingeniería. El autor espera que esta publicación sea de gran utilidad a profesores y alumnos.

Se agradece a la Unidad de Apoyo Editorial de la Secretaría General de la Facultad de Ingeniería de la UNAM por la edición de la obra, especialmente a la Mtra. María Cuairán Ruidíaz, jefa de la Unidad; a Andrea Ayala Hernández por la revisión editorial, a Ana María Sánchez Téllez por la tipografía, captura de correcciones, digitalización y retoque de figuras.

**Ricardo Rubén Padilla Velázquez**

## Antecedentes históricos y norma mexicana

La primera propuesta para implantar un sistema coherente de medidas la hizo Gabriel Mouton en 1670. La Revolución Francesa estalla en 1789 como un acto de ira contra la monarquía. El pueblo francés decide eliminar las unidades de medida reales, por lo cual convoca a los científicos de la época, para que propongan un sistema de medidas basado en unidades fundamentadas científicamente. En 1792 una comisión de la Academia de Ciencias de París, propuso como longitud de referencia a la cuarta parte del meridiano terrestre, definiendo como metro a la diezmillonésima parte de este cuadrante. Para concretar esta propuesta, los ingenieros Jean Delambre y Pierre Méchain midieron la longitud, de la parte del meridiano, que pasa entre Dunkerque y Barcelona, permitiendo definir el primer metro patrón.

Posteriormente se definió como gramo al peso (en esa época no se hacía todavía una clara diferencia entre peso y masa) del agua estándar que se puede contener en un centímetro cúbico. Con el tiempo se vio que esta unidad resultaba ser muy pequeña, por lo que se elevó mil veces (peso de agua estándar en un decímetro cúbico), dándole el nombre de kilogramo (única unidad básica con prefijo). A partir de este dato se fabricó un cilindro de platino al que se le dio el nombre de kilogramo patrón. Cuando quedó clara la diferencia entre peso y masa, se definió al cilindro de platino como *kilogramo masa patrón*. Fueron los comerciantes quienes propusieron considerar como más adecuada a la masa para intercambios comerciales, ya que el peso depende de la aceleración de la gravedad de cada lugar, y comerciar en un parámetro que cambia de lugar a lugar puede llevar a condiciones de intercambio no equitativas. Después de esta precisión, fue difícil cambiar de nombre a las oficinas de pesas y medidas, como de masas y medidas, lo que explica en parte la confusión de considerar

que *todas* las básculas miden peso. Con las unidades comentadas y otras que se agregan, nace el llamado sistema métrico decimal.

En 1901, el ingeniero Giovanni Giorgi formula a la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM), la conveniencia de utilizar un sistema de unidades basado en el metro, el kilogramo, el segundo y una unidad eléctrica. En 1935 la Comisión Internacional de Electricidad acepta las proposiciones de Giorgi (sistema Giorgi). En 1950 se adiciona el ampere como cuarta unidad básica del sistema Giorgi. En 1954 pierde su nombre, y se le denomina como MKSA, para ser adoptado por la Conferencia General de Pesas y Medidas, al adicionarle el grado kelvin como unidad de temperatura y la candela como unidad de intensidad luminosa. En 1960 pierde la denominación MKSA para tomar la de Sistema Internacional de Unidades en la XI Conferencia General de Pesas y Medidas, al presentarlo con seis unidades de base, dos suplementarias y veintisiete derivadas. En 1967 se cambia la denominación de grado kelvin a simplemente kelvin, para la unidad de temperatura termodinámica. En 1971 se le agrega el mol como unidad de sustancia.

El Sistema Internacional de Unidades es un sistema lógico, coherente y compatible. Tiene la ventaja de utilizar una sola unidad para cada cantidad física. Otras cantidades, como pueden ser fuerza, velocidad, trabajo, etc., se derivan de las unidades básicas, a partir de las expresiones de la ciencia. Para este sistema, la fuerza, la energía y la potencia son independientes de los procesos (ya sean mecánicos, eléctricos o químicos). Otra ventaja de este sistema es que utiliza símbolos únicos y bien definidos.

El Sistema Internacional de Unidades distingue tres clases de unidades: básicas, derivadas y suplementarias. Se fundamenta en la elección de siete unidades de base bien definidas, que se consideran independientes desde el punto de vista dimensional. Las unidades derivadas se forman, al combinar unidades de base según relaciones de la ciencia, por ejemplo, la unidad de fuerza se obtiene aplicando la segunda ley de Newton. Algunas unidades derivadas tie-

nen nombre y símbolo especial, como las del área de la mecánica: el newton, el pascal, el joule, el watt y el hertz. Las unidades suplementarias no se consideran ni de base ni derivadas y son el radián y el estereoradián.

En este sistema de unidades se recomienda el uso de prefijos, para trabajar con cifras manejables. Se utilizan nombres de origen griego para formar múltiplos y latinos para submúltiplos. Existen reglas para la correcta escritura de números, símbolos y unidades. La recomendación internacional para pronunciarlas, consiste en mencionar las unidades que llevan como nombre el apellido de una persona, como se pronuncia ese apellido en el idioma de origen. Se recomienda no seguir la costumbre española de castellanizar los apellidos (julio, vatio, etc.).

El uso de este sistema en ingeniería civil difiere del que se aplica en física, por lo cual el ingeniero civil utiliza el megagramo en lugar del kilogramo, el kilonewton por el newton, el kilopascal sustituye al pascal, el megagramo por cada metro cúbico en lugar del kilogramo por cada metro cúbico y el kilonewton por cada metro cúbico en lugar del newton por cada metro cúbico. La razón de esto estriba, en que las magnitudes que utiliza el ingeniero civil se simplifican si se procede como ya se comentó, con la ventaja de que con estas unidades, se pueden utilizar, por el ingeniero, las mismas expresiones de la ciencia.

### **Norma mexicana**

En el Diario Oficial del 7 de abril de 1961, aparece la Ley general de pesas y medidas. En una serie de artículos se establece la legalidad y obligatoriedad de la norma del Sistema Internacional de Unidades. Se establece también que la Secretaría de Industria y Comercio puede autorizar el empleo de unidades de otros sistemas, por estar relacionados con épocas anteriores o con países extranjeros que no hayan adoptado el mismo sistema, recomendando que

siempre se deberá expresar a continuación de las unidades de otro sistema su equivalencia con las del sistema general.

En la Norma oficial mexicana de 1981, se comenta que el Sistema Internacional de Unidades es el primer sistema científico de unidades de medición compatible, esencialmente completo y armonizado internacionalmente, de modo que permite a todas las naciones industriales modernas asegurar la compatibilidad de sus sistemas metrológicos, a los más altos niveles de precisión a través de sus unidades, de sus patrones y métodos de intercomparación. Se dice también que la norma es una aportación a las actividades de difusión, con el propósito de que sirva como medio común de expresión, y para un mejor entendimiento entre la comunidad científica, educativa, tecnológica, industrial y comercial.

En la Norma oficial mexicana NOM-008-SCFI-1993, aparecida en el Diario Oficial del 14 de octubre de 1993, se establece que ya no se deben utilizar el kilogramo fuerza, la caloría y el poise entre otras unidades. En esta misma norma, aparece por primera vez en México, la regla de escribir la coma como separador decimal en lugar del punto.

# Índice

|   |      |
|---|------|
| Presentación.....   | IV   |
| Prólogo .....   | VI   |
| Antecedentes históricos y norma mexicana .....                | VIII |
| <b>CAPÍTULO 1</b>   |      |
| Relaciones entre volúmenes .....                              | 1    |
| <b>CAPÍTULO 2</b>   |      |
| Flujo de agua en suelos .....                                 | 5    |
| <b>CAPÍTULO 3</b>   |      |
| Esfuerzos e incrementos de esfuerzo en la masa de suelo ..... | 14   |
| <b>CAPÍTULO 4</b>   |      |
| Deformabilidad de suelos .....                                | 23   |
| <b>CAPÍTULO 5</b>   |      |
| Resistencia al esfuerzo cortante .....                        | 32   |
| <b>CAPÍTULO 6</b>   |      |
| Empuje de suelos en elementos de retención .....              | 39   |
| <b>CAPÍTULO 7</b>   |      |
| Capacidad de carga .....                                      | 49   |
| <b>CAPÍTULO 8</b>   |      |
| Estabilidad de taludes .....                                  | 59   |
| Bibliografía.....   | 67   |

## Relaciones entre volúmenes y masas

### EJEMPLO 1.1.

Si de un suelo parcialmente saturado se conocen como datos  $e$ ,  $\rho_s$  y  $S_r$ , calcular algebraicamente los valores de  $w$ ,  $n$  y  $\rho$ .

Para la solución consultar la figura 1.1 que muestra las relaciones de fase.

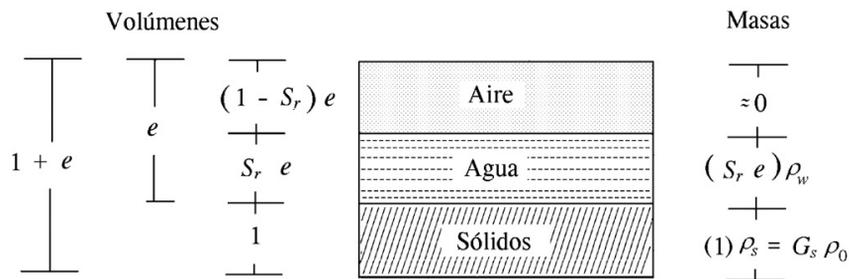


Figura 1.1

Con los datos de la figura 1.1 se tiene

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} (\times 100) = \frac{(S_r e) \rho_w}{\rho_s} (\times 100) = \frac{S_r e}{G_s} (\times 100)$$

$$n\% = \frac{V_v}{V} \times 100 = \frac{e}{1 + e} \times 100$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{(S_r e) \rho_w + \rho_s}{1 + e} \approx \frac{[(S_r e) + G_s] \rho_0}{1 + e}$$

## EJEMPLO 1.2.

Se tiene un suelo teóricamente saturado ( $S_r = 100\%$ ) se conocen como datos, tanto la porosidad con un valor de 85,71%, como la densidad relativa de los sólidos del suelo, con un valor de 2,41. Calcular algebraicamente los valores de la relación de vacíos, el contenido de agua y la densidad del suelo, véase figura 1.2 donde se muestran los siguientes datos:

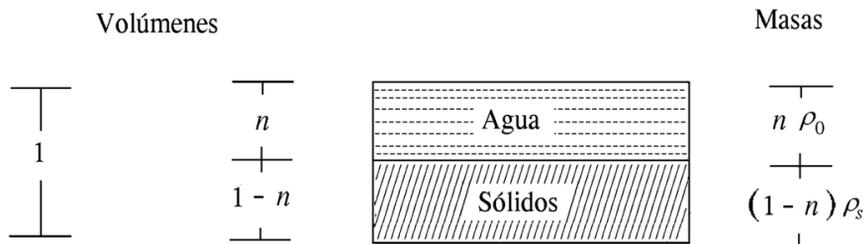


Figura 1.2

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{n}{1-n} \approx \frac{0,8571}{1-0,8571} \approx 5,9979 \approx 6$$

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} (\times 100) = \frac{n \rho_w}{(1-n)\rho_s} (\times 100)$$

A falta del dato de la densidad del agua de trabajo en este suelo, suponer que  $\rho_w \approx \rho_0 = 1 \text{ Mg/m}^3$ , entonces

$$\begin{aligned} w\% &= \frac{n \rho_0}{(1-n)\rho_s} \times 100 \approx \frac{n}{(1-n)G_s} \times 100 \\ &\approx \frac{0,8571}{(1-0,8571)(2,41)} \times 100 \approx 248,88\% \end{aligned}$$

Finalmente, se calcula la densidad (saturada) de este suelo

$$\rho = \rho_{sat} = \frac{m}{V} = \frac{(1-n)\rho_s + n\rho_w}{1} \approx [(1-n)G_s + n]\rho_0$$

$$\rho = \rho_{sat} \approx [(1 - 0,8571)(2,41) + 0,8571] [1 \text{ Mg/m}^3] = 1,201 \text{ Mg/m}^3$$

### EJEMPLO 1.3.

Una muestra de suelo parcialmente saturado tiene una masa de 560 g. El volumen que se midió en el laboratorio es de  $300 \text{ cm}^3$ . La masa seca de la muestra (masa de los sólidos del suelo) medida en la báscula, resultó ser de 468 g. Con la prueba de laboratorio correspondiente, se obtuvo que la densidad de los sólidos del suelo es de  $2,63 \text{ Mg/m}^3$ . Calcular  $e$ ,  $S_r$  %,  $w$  %,  $\rho$  y  $\rho_d$ . Además obtener el peso específico de la muestra, si en el lugar se tiene que:  $g = 9,77 \text{ m/s}^2$ .

Con estos datos, se genera el esquema de la siguiente figura:

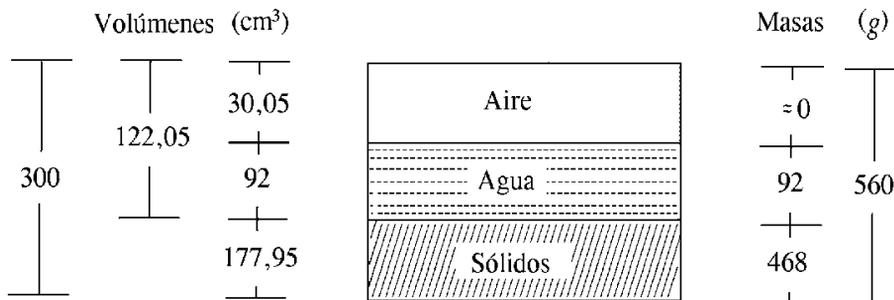


Figura 1.3

$$e = \frac{V_v}{V_s} \approx \frac{122,05 \text{ cm}^3}{177,95 \text{ cm}^3} \approx 0,686$$

$$S_r \% = \frac{V_w}{V_v} \times 100 \approx \frac{92 \text{ cm}^3}{122,05 \text{ cm}^3} \times 100 \approx 75,38 \%$$

$$w \% = \frac{m_w}{m_s} \times 100 \approx \frac{92 \text{ g}}{468 \text{ g}} \times 100 \approx 19,66 \%$$

$$\rho = \frac{m}{V} \approx \frac{560 \text{ g}}{300 \text{ g}} \approx 1,87 \text{ g/cm}^3 = 1,87 \text{ Mg/m}^3$$

$$\rho_d = \frac{m_s}{V} = \frac{468 \text{ g}}{300 \text{ cm}^3} = 1,56 \text{ g/cm}^3 = 1,56 \text{ Mg/m}^3$$

$$\gamma = \rho g = (1,87 \text{ Mg/m}^3)(9,77 \text{ m/s}^2) \approx 18,27 \text{ kN/m}^3$$

## FLUJO DE AGUA EN SUELOS

### EJEMPLO 2.1.

Un tubo de vidrio con una perforación central capilar de 0,1 mm de diámetro, de 50 cm de longitud, se introduce verticalmente 10 cm en agua, en condiciones estándar, lugar donde  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ . Suponiendo que permanece en esta posición un tiempo muy largo (para permitir que el agua alcance su altura capilar máxima), dibujar el diagrama de presión del agua para el tubo en toda su longitud y para largo tiempo. En un diagrama anotar las presiones y longitudes más significativas.

Calcular la altura capilar máxima a la que asciende el agua en un cierto tiempo hasta que teóricamente se forme totalmente un menisco semiesférico. Aplicar la expresión siguiente:

$$h_{c \text{ máx}} = \frac{4T_s}{\rho_w g D}$$

donde

- $T_s$  tensión superficial del agua
- $\rho_w$  densidad del agua
- $g$  gravedad en el lugar del experimento
- $D$  diámetro interior del tubo capilar

En un libro de física moderno se tiene que el valor de la tensión superficial del agua a 20°C corresponde a 0,073 N/m. En este ejemplo se supone el mismo

valor para el agua estándar a 4°C. En ingeniería civil este mismo valor se puede expresar como de  $7,3 \times 10^{-5}$  kN/m.

Datos del problema en unidades del Sistema Internacional de Unidades

Longitud total del tubo capilar 0,5 m

Longitud del tubo capilar que penetra en el agua 0,1 m

Tensión superficial del agua  $\approx 0,073$  N/m =  $7,3 \times 10^{-5}$  kN/m

Densidad del agua estándar  $\rho_w \approx \rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup> = 1 Mg/m<sup>3</sup>

Gravedad local  $\approx 9,78$  m/s<sup>2</sup>

Diámetro del tubo capilar 0,0001 m

Un físico probablemente procedería de la siguiente forma:

$$h_{c \text{ máx}} \approx \frac{4(0,073 \text{ N/m})}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,0001 \text{ m})} \approx 0,2986 \text{ m}$$

Un ingeniero civil efectúa el cálculo así

$$h_{c \text{ máx}} \approx \frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m})}{(1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0,0001 \text{ m})} \approx 0,2986 \text{ m}$$

Para generar el diagrama de presión del agua en el tubo capilar, utilizar la expresión

$$u = \rho_w g z$$

La presión en el menisco se puede calcular de dos formas: la primera utilizando la altura capilar máxima y aplicando la expresión anterior, con la salvedad de que profundidades por encima del nivel freático se tienen que plantear

como negativas. La segunda forma sería aplicando la expresión que permite calcular la presión del agua que se tiene en el menisco y que es:

$$u = \frac{4T_s}{D}$$

Las literales en esta expresión tienen el mismo significado ya visto.

Por los dos procedimientos calcular la presión del agua a nivel del menisco

$$u = \rho_w g z \approx (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(-0,2986 \text{ m}) \approx -2,92 \text{ kPa}$$

o

$$u = -\frac{4T_s}{D} \approx -\frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m})}{0,0001 \text{ m}} \approx -2,92 \text{ kPa}$$

En el espejo de agua, la presión manométrica que utilizan los ingenieros es igual a cero.

En el extremo inferior del tubo capilar, que se encuentra sumergido 0,1 m, se tiene que la presión del agua es:

$$u = \rho_w g z = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(-0,1 \text{ m}) = 0,978 \text{ kPa}$$

Finalmente, el diagrama de presión del agua a lo largo de todo el tubo capilar queda

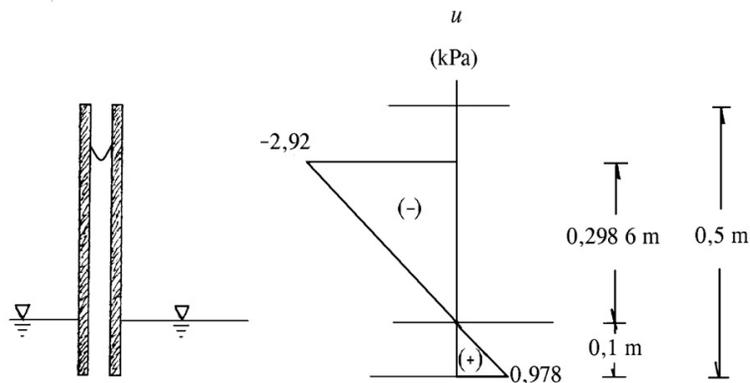


Figura 2.1

## EJEMPLO 2.2.

Se realizó una prueba en el permeámetro de carga variable, como el que se muestra en la figura 2.2. La probeta de suelo tiene el diámetro del tubo cilíndrico que la contiene y mide 10 cm de diámetro. La altura de la probeta es de 12 cm. La distancia entre las marcas y el espejo de agua es de 47 cm para la superior y 32 cm para la inferior. El tiempo que lleva al menisco moverse de la marca superior a la inferior es de 8 minutos con 52 segundos. El diámetro interior del tubo capilar de alimentación es de 3 mm. Calcular el coeficiente de permeabilidad en m/s si en el lugar de la prueba  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$  y la temperatura es de  $20^\circ\text{C}$ .

Datos en unidades utilizadas en el laboratorio

|                   |  |
|-------------------|--|
| $D$               | diámetro de la probeta de suelo 10 cm  |
| $L$               | longitud de la probeta en dirección del flujo 12 cm                          |
| $h_{1\text{med}}$ | altura mayor medida (espejo - marca 1, para $t = 0 \text{ s}$ ) = 47 cm      |
| $h_{2\text{med}}$ | altura menor medida (espejo - marca 2, para $t = t$ ) = 32 cm                |
| $t$               | tiempo en que el menisco va de la marca 1 a la 2 = 8 minutos con 52 segundos |
| $d$               | diámetro interior del tubo capilar 3 mm                                      |
| $g$               | aceleración de la gravedad en el lugar de la prueba $9,80 \text{ m/s}^2$     |

Datos en unidades del Sistema Internacional que utiliza el ingeniero civil

|                   |   |
|-------------------|---|
| $D$               | 0,1 m   |
| $L$               | 0,12 m  |
| $h_{1\text{med}}$ | 0,47 m  |
| $h_{2\text{med}}$ | 0,32 m  |
| $t$               | 532 s   |
| $d$               | 0,003 m   |
| $g$               | $9,80 \text{ m/s}^2$  |
| $T_s$             | tensión superficial del agua estándar $\approx 7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m}$ |

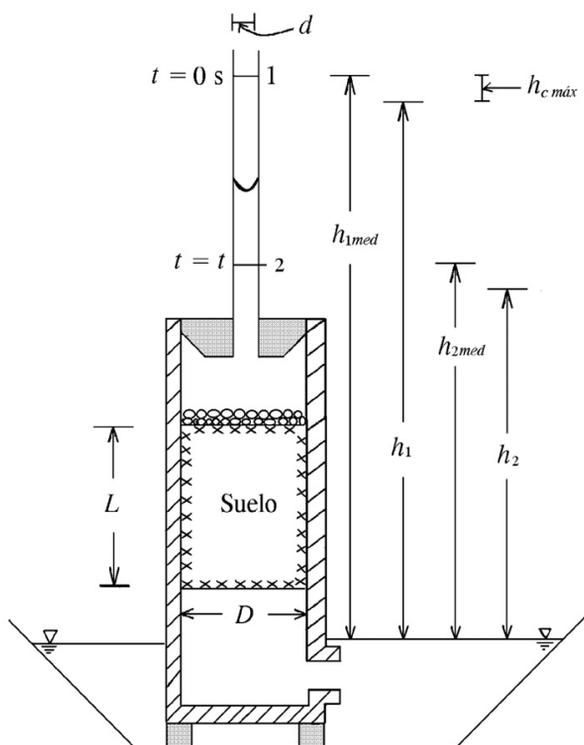


Figura 2.2

Calcular primero el área transversal de la probeta

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0,1 \text{ m})^2}{4} \approx 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

luego calcular el área transversal interior del tubo capilar

$$a = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0,003 \text{ m})^2}{4} \approx 7,07 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Calcular la altura capilar máxima posible para el tubo capilar

$$h_{c \text{ máx}} = \frac{4T_s}{\rho_w g D} \approx \frac{4(7,3 \times 10^{-5} \text{ kN/m})}{(1 \text{ Mg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(0,003 \text{ m})} \approx 9,9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Calcular, para poder alimentar de datos la expresión que calcula para este permeámetro el valor de la permeabilidad, las cargas reales del espejo de agua a las marcas

$$h_1 = h_{1med} - h_{c\ máx} = 0,47\text{ m} - 0,0099\text{ m} = 0,4601\text{ m}$$

$$h_2 = h_{2med} - h_{c\ máx} = 0,32\text{ m} - 0,0099\text{ m} = 0,3101\text{ m}$$

Finalmente aplicar la expresión

$$k = \frac{aL}{At} \ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{aL}{At} \ln \frac{h_{1med} - h_{c\ máx}}{h_{2med} - h_{c\ máx}}$$

$$k \approx \frac{(7,07 \times 10^{-6}\text{ m}^2)(0,12\text{ m})}{(7,85 \times 10^{-3}\text{ m}^2)(532\text{ s})} \ln \frac{0,4601\text{ m}}{0,3101\text{ m}} \approx 8,02 \times 10^{-8}\text{ m/s}$$

### EJEMPLO 2.3.

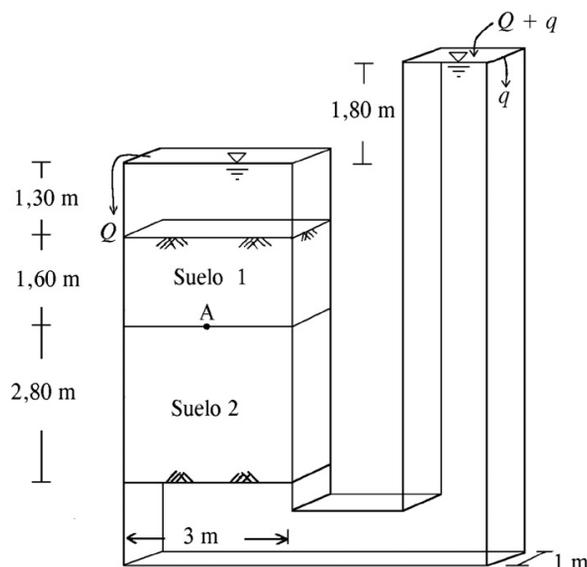
En la figura 2.3 se muestra un permeámetro muy grande, que contiene dos suelos homogéneos, con las siguientes propiedades:

$$\text{Suelo 1. } \rho_1 = 1,89\text{ Mg/m}^3; k_1 = 2,03 \times 10^{-5}\text{ m/s}$$

$$\text{Suelo 2. } \rho_2 = 1,97\text{ Mg/m}^3; k_2 = 7,35 \times 10^{-6}\text{ m/s}$$

En el lugar donde se encuentra el permeámetro, la gravedad tiene un valor de  $9,77\text{ m/s}^2$ .

Figura 2.3



Con estos datos calcular lo siguiente:

- a) El gasto que pasa por todo el permeámetro (en  $\text{m}^3/\text{s}$ ).
  - b) La presión hidrodinámica teórica que se espera tener en el punto A (en kPa).
  - c) El posible esfuerzo vertical efectivo en el mismo punto A (en kPa).
- a) Calcular la permeabilidad equivalente de los dos suelos

$$\frac{1}{k_N} = \frac{\frac{1}{k_1} D_1 + \frac{1}{k_2} D_2}{D_1 + D_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2,03 \times 10^{-5} \text{ m/s}} (1,60 \text{ m}) + \frac{1}{7,35 \times 10^{-6} \text{ m/s}} (2,80 \text{ m})}{1,60 \text{ m} + 2,80 \text{ m}} \approx 104\,490 \text{ s/m}$$

$$\Rightarrow k_N \approx 9,57 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

El gasto se puede calcular aplicando la ley de Darcy

$$Q = k_N A \frac{h}{L} = k_N A \frac{h}{D_1 + D_2} = 9,57 \times 10^{-6} \text{ m/s} (3 \text{ m}^2) \frac{1,80 \text{ m}}{1,60 \text{ m} + 2,80 \text{ m}}$$

$$\approx 1,175 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

- b) Se calcula primero la caída de carga que se tiene en cada suelo. Aplicar una expresión similar a la anterior, despejando el valor de la carga hidráulica, como se muestra a continuación

$$h_1 = \frac{Q D_1}{k_1 A} \approx \frac{1,175 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} (1,60 \text{ m})}{2,03 \times 10^{-5} \text{ m/s} (3 \text{ m}^2)} \approx 0,309 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{Q D_2}{k_2 A} \approx \frac{1,175 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} (2,80 \text{ m})}{7,35 \times 10^{-6} \text{ m/s} (3 \text{ m}^2)} \approx 1,491 \text{ m}$$

Se debe cumplir que la suma de estas caídas de carga parciales sea igual a la caída de carga total, es decir

$$h = h_1 + h_2 = 0,309 \text{ m} + 1,491 \text{ m} \approx 1,80 \text{ m}$$

En el cálculo anterior, se desprecian las pérdidas de carga cuando el agua atraviesa por el conducto, aunque el agua se encuentra en estado estacionario, la presión en las interfases suelo-agua se puede calcular como si fuera presión hidrostática. De acuerdo con esto, la presión hidrodinámica en la interfase suelo 2-agua es proporcional a la columna de agua desde el espejo de agua superior hasta el nivel de esta interfase (con distancia de 7,50 m), por lo que

$$u_{2-H_2O} = \rho g z_2 = 1 \text{ Mg/m}^3 (9,77 \text{ m/s}^2) (7,50 \text{ m}) \approx 73,28 \text{ kPa}$$

En la interfase de los suelos 1 y 2 (está el punto A donde se pide el dato), se puede encontrar la presión hidrodinámica, restando la columna de agua de la interfase anterior a la interfase actual, además de descontar la pérdida de carga al atravesar el agua al suelo 2, por lo que en términos de presión se tiene

$$u_A = u_{2-H_2O} - [\rho g (D_2 + h_2)] \approx 73,28 \text{ kPa}$$

$$- [1 \text{ Mg/m}^3 (9,77 \text{ m/s}^2) (2,80 \text{ m} + 1,491 \text{ m})] \approx 31,35 \text{ kPa}$$

- c) Primero calcular el esfuerzo vertical total en el punto A así

$$\sigma_{vA} = 1 \text{ Mg/m}^3 (9,77 \text{ m/s}^2) (1,30 \text{ m})$$

$$+ 1,89 \text{ Mg/m}^3 (9,77 \text{ m/s}^2) (1,60 \text{ m}) \approx 42,25 \text{ kPa}$$

Finalmente, el esfuerzo vertical efectivo que se pide en el punto A, se puede obtener aplicando la expresión de Terzaghi, como se muestra a continuación

$$\sigma'_{vA} = \sigma_{vA} - u_A \approx 42,25 \text{ kPa} - 31,35 \text{ kPa} \approx 10,90 \text{ kPa}$$

## ESFUERZOS E INCREMENTOS DE ESFUERZO EN LA MASA DE SUELO

### EJEMPLO 3.1.

Se desea calcular los esfuerzos verticales geostáticos, para el suelo cuyo perfil se muestra en la figura 3.1. Las condiciones del agua son hidrostáticas. Mostrar los resultados en diagramas de esfuerzo vertical total, presión del agua y esfuerzo vertical efectivo.

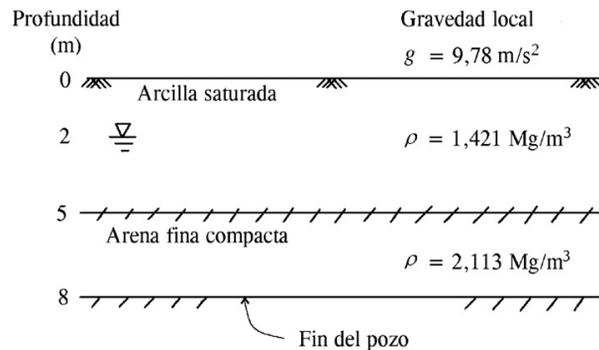


Figura 3.1

Calcular los esfuerzos verticales totales, aplicando la siguiente expresión:

$$\sigma_v = \rho g z$$

donde

$\rho$  densidad de una muestra de suelo representativa del estrato

$g$  gravedad local en el lugar donde se obtuvo el perfil

$z$  profundidad a la cual se desea calcular el esfuerzo vertical

A 2 m de profundidad se tiene que

$$\sigma_v = (1,421 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m}) \approx 27,79 \text{ kPa}$$

A 5 m de profundidad se tiene que

$$\sigma_v = (1,421 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) + 27,79 \text{ kPa}$$

$$\approx 41,69 \text{ kPa} + 27,79 \text{ kPa} \approx 69,48 \text{ kPa}$$

A 8 m de profundidad se debe tener

$$\sigma_v = (2,113 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) + 69,48 \text{ kPa}$$

$$\approx 62,00 \text{ kPa} + 69,48 \text{ kPa}$$

$$\sigma_v \approx 131,48 \text{ kPa}$$

Calcular la presión del agua con la expresión

$$u = \rho_w g z \approx p_0 g z$$

Como el agua asciende por capilaridad hasta la superficie y el NAF (nivel de aguas freáticas) está a 2 m de profundidad, se tiene que en la superficie

$$u = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(-2 \text{ m}) = -19,56 \text{ kPa}$$

A 2 m de profundidad la presión del agua es la misma que la presión atmosférica (en escala manométrica), por lo que su valor es nulo.

A 5 m de profundidad la presión del agua es:

$$u = (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) = 29,34 \text{ kPa}$$

A 8 m de profundidad la presión del agua debe ser:

$$\begin{aligned}u &= (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) + 29,34 \text{ kPa} \\ &= 29,34 \text{ kPa} + 29,34 \text{ kPa} = 58,68 \text{ kPa}\end{aligned}$$

Aplicando la expresión de Terzaghi para calcular esfuerzos verticales efectivos, que expresa

$$\sigma'_v = \sigma_v - u$$

Al nivel de la superficie (0 m), el esfuerzo vertical efectivo es:

$$\sigma'_v = 0 \text{ kPa} - (-19,56 \text{ kPa}) = 19,56 \text{ kPa}$$

A 2 m de profundidad, el esfuerzo vertical efectivo resulta ser:

$$\sigma'_v = 27,79 \text{ kPa} - 0 \text{ kPa} = 27,79 \text{ kPa}$$

A 5 m de profundidad, este esfuerzo vale

$$\sigma'_v = 69,48 \text{ kPa} - 29,34 \text{ kPa} = 40,14 \text{ kPa}$$

Finalmente a los 8 m de profundidad, este esfuerzo toma como valor

$$\sigma'_v = 131,48 \text{ kPa} - 58,68 \text{ kPa} = 72,80 \text{ kPa}$$

En la siguiente figura se muestran los diagramas de esfuerzo vertical total, presión del agua y esfuerzo efectivo.

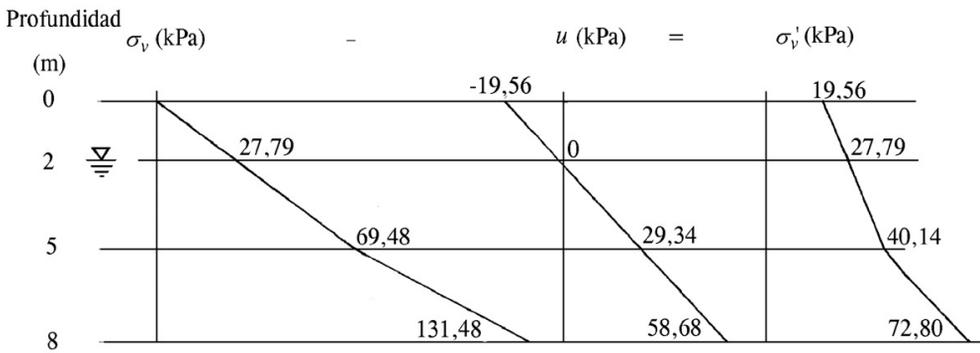


Figura 3.2

**EJEMPLO 3.2.**

Un recipiente cúbico de concreto armado de 3 m de lado, con paredes lisas, se llena con agua y se añade arena que desplaza parte del agua que inicialmente lo colmaba. La arena se coloca controlando lo mejor posible sus propiedades físicas, en un lugar donde  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ . El espesor final de la arena coincide con la altura del recipiente. Desde el punto de vista práctico, se supone que las propiedades de la arena quedaron así

$$e = 0,58$$

$$G_s = 2,65$$

$$\rho_{sat} = 2,044 \text{ Mg/m}^3$$

$$K_0 = 0,41$$

Calcular el empuje horizontal total que actúa en cada una de las paredes del recipiente, por efecto de los sólidos del suelo y el agua. Deducir el empuje horizontal que aportan sobre cada pared, los sólidos exclusivamente del suelo.

Calcular los diagramas de esfuerzo. A partir de los diagramas de esfuerzo horizontal, calcular los empujes que se piden. Por facilidad, calcular los esfuerzos y presión del agua en el fondo del recipiente.

El esfuerzo vertical total en el fondo del recipiente vale

$$\sigma_v = \rho_{sat} g z = (2,044 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) \approx 59,97 \text{ kPa}$$

La presión del agua en el fondo del recipiente, suponiendo que el agua de trabajo fuera agua estándar, debe ser:

$$u = \rho_w g z \approx \rho_0 g z \approx (1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) \approx 29,34 \text{ kPa}$$

El esfuerzo vertical efectivo en el fondo del recipiente debe ser la diferencia de los dos valores anteriores, de acuerdo con la expresión de Terzaghi, de modo que

$$\sigma'_v \approx 59,97 \text{ kPa} - 29,34 \text{ kPa} \approx 30,63 \text{ kPa}$$

El esfuerzo horizontal efectivo en reposo se puede obtener en este caso, multiplicando el esfuerzo vertical efectivo por el coeficiente de suelo en reposo  $K_0$ . Recordando que

$$K_0 = \frac{\sigma'_{h0}}{\sigma'_v}$$

Para el ejemplo, en el fondo del recipiente este esfuerzo toma el siguiente valor:

$$\sigma'_{h0} \approx K_0 \sigma'_v \approx (0,41)(30,63 \text{ kPa}) \approx 12,56 \text{ kPa}$$

El agua tiene el mismo valor de presión tanto en dirección vertical como horizontal. Sumando el esfuerzo efectivo horizontal en reposo con la presión del agua en el fondo del recipiente se obtiene, el esfuerzo horizontal total en reposo como se muestra a continuación

$$\sigma_{h0} \approx 12,56 \text{ kPa} + 29,34 \text{ kPa} \approx 41,90 \text{ kPa}$$

Los diagramas de esfuerzo relativos a este ejemplo se presentan en la siguiente figura

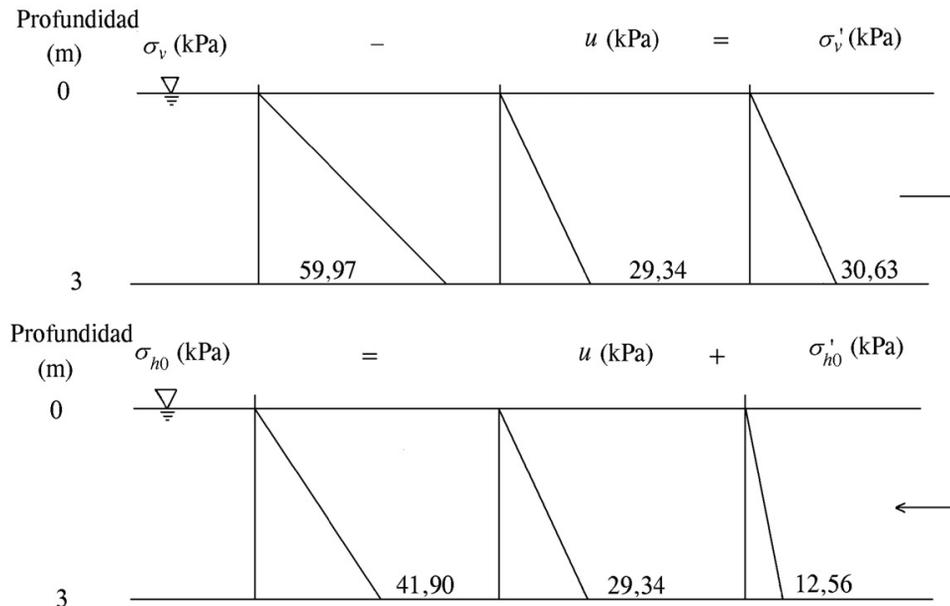


Figura 3.3

El empuje por cada unidad de espesor (un metro de ancho), se calcula evaluando el área del diagrama correspondiente. El empuje horizontal total por unidad de espesor es:

$$E_{ho} \approx \frac{1}{2} (41,90 \text{ kN/m}^2) (3 \text{ m de profundidad}) \approx 62,85 \text{ kN/m}$$

El empuje horizontal total que actúa sobre cada pared del recipiente vale

$$E_{totalho} \approx (62,85 \text{ kN/m}) (3 \text{ m de ancho}) \approx 188,55 \text{ kN}$$

El empuje horizontal efectivo por unidad de espesor que aportan solamente los sólidos del suelo y el empuje horizontal efectivo total que actúa en la pared del recipiente son:

$$E'_{h0} \approx \frac{1}{2} (12,56 \text{ kN/m}^2) (3 \text{ m de profundidad}) \approx 18,84 \text{ kN/m}$$

y

$$E'_{total\ h0} \approx (18,84 \text{ kN/m}) (3 \text{ m de ancho}) \approx 56,52 \text{ kN}$$

### EJEMPLO 3.3.

Una estructura de 5 niveles, tiene planta de triángulo rectángulo con catetos de  $30 \times 20$  m, resuelta por losas y columnas de concreto armado, descarga sobre el suelo un esfuerzo en superficie que se puede considerar distribuido uniformemente, ya que transmite la descarga a través de una losa corrida muy rígida. Calcular el incremento de esfuerzo que se debe tener a 15 m de profundidad, bajo el vértice agudo ligado al cateto más largo, suponiendo que el suelo cumple con las suposiciones de Boussinesq.

Se puede considerar, para fines prácticos de la ingeniería, que una estructura del tipo ya comentado y descargando por medio de una losa corrida rígida, transmite aproximadamente 10 kPa por cada nivel construido. Al ser 5 niveles, se dice que el esfuerzo uniforme en superficie así calculado, se toma como  $q_0 = 50$  kPa.

Aplicar la solución de Damy-Boussinesq, que para un área triangular cualquiera desarrollaron los ingenieros mexicanos Julio Damy Ríos y Carlos Casales G. La expresión a utilizar es la que se propone como la más simple, a partir de la propuesta por Damy y desarrollada por el autor de estos ejemplos. En la figura 3.4 se muestra un esquema asociado a la expresión simple y a continuación se da el significado de los símbolos que se emplearon.

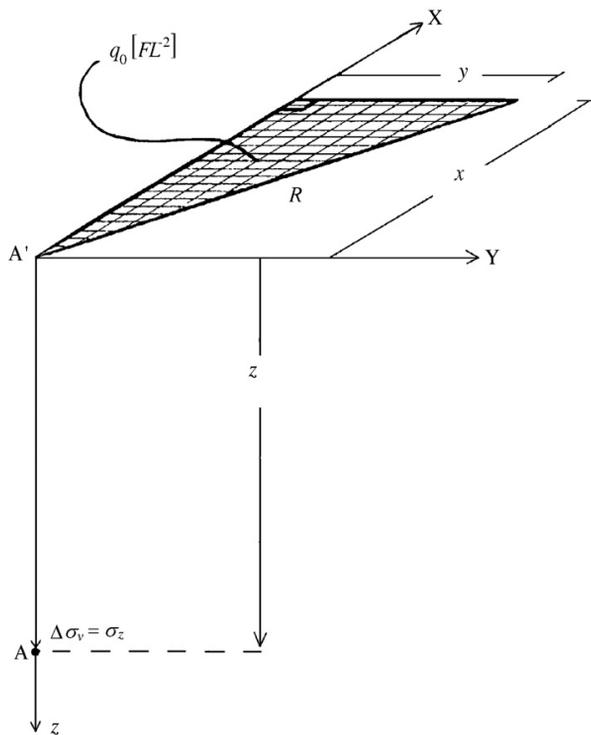


Figura 3.4

donde

$q_0$  esfuerzo uniforme que actúa en el área del triángulo rectángulo

$A'$  punto vértice con el cual se desea calcular  $\Delta\sigma_v$

$A$  punto en el cual se calcula  $\Delta\sigma_v$

$x$  cateto adyacente al vértice para calcular  $\Delta\sigma_v$

$y$  cateto opuesto al vértice de cálculo

$R$  hipotenusa del triángulo rectángulo

$z$  profundidad a la cual se calcula  $\Delta\sigma_v$

De acuerdo con los datos del ejemplo

$q_0$  50 kPa

$x$  30 m

$y$  20 m

$z$  15 m

Aplicar la expresión simple (para triángulo rectángulo)

$$\Delta\sigma_v = \frac{q_0}{2\pi} \left[ tg^{-1}b - tg^{-1}\left(\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2+1}}\right) + \frac{1}{1+a^2} \left(\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2+1}}\right) \right]$$

En esta expresión

$$a = \frac{z}{x}$$

y

$$b = \frac{y}{x}$$

La expresión se opera en radianes, para no obtener un resultado erróneo.

Con los datos del ejemplo, obtener

$$a = \frac{15 \text{ m}}{30 \text{ m}} = 0,5 \quad \text{y} \quad b = \frac{20 \text{ m}}{30 \text{ m}} \approx 0,667$$

Finalmente, introduciendo estos datos en la expresión simple obtener

$$\Delta\sigma_v \approx \frac{50 \text{ kPa}}{2\pi} \left[ tg^{-1}(0,667) - tg^{-1}(0,256) + (0,8)(0,256) \right] \approx 4,31 \text{ kPa}$$

**EJEMPLO 4.1.**

Se piensa construir una estructura de concreto armado de 3 niveles, sobre el suelo modelado por el perfil que se muestra en al figura 4.1. Suponiendo que la estructura descarga su peso mediante una losa corrida de  $20 \times 10$  m, desplantada en la superficie (a nivel de la superficie, profundidad 0 m). Si la losa transmite un esfuerzo de contacto de 35 kPa, calcular el asentamiento total (con la expresión común que presupone compresión unidimensional) que se espera tener bajo el centro del área cargada, suponiendo que la cimentación es perfectamente flexible, exclusivamente por efecto de la compresión del estrato de arcilla mostrado en el perfil. Se dan datos de una curva de compresibilidad, obtenida con una prueba de laboratorio (completa, de consolidación unidimensional en el odómetro) aplicada a una probeta labrada, de una muestra tomada al centro del estrato de arcilla, que por falta de espacio no se muestra.

Primero se debe calcular, con los datos que se muestran en el perfil del suelo, el esfuerzo vertical efectivo al centro del estrato de arcilla y para la condición inicial que corresponde a la relativa al peso propio del suelo (antes de colocar la sobrecarga en superficie). Este esfuerzo vale

$$\sigma'_{vi} = 118,98 \text{ kPa}$$

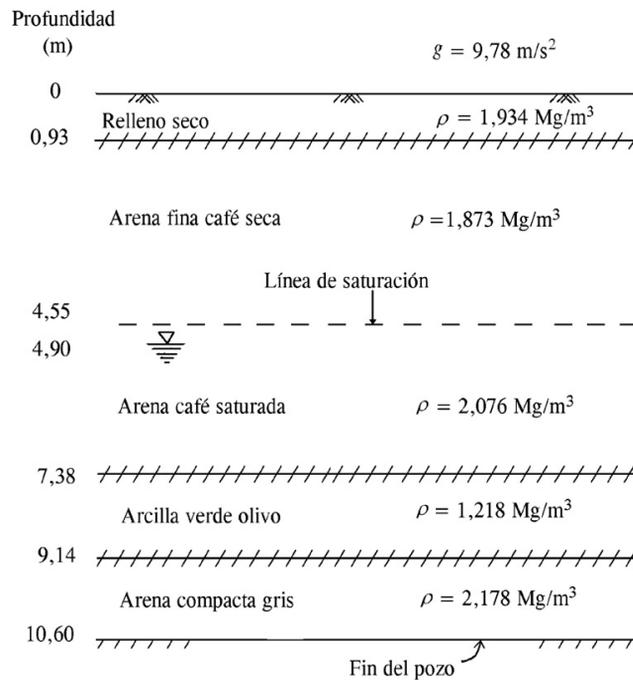
Se aplica la solución de Boussinesq para los suelos, aunque se sabe que los suelos no son elástico-lineales. Para el cálculo bajo el centro del área cargada, se tiene que

$$x = 10 \text{ m} ; y = 5 \text{ m} ; z = 8,26 \text{ m} ; q_0 = 35 \text{ kPa}$$

El incremento de esfuerzo bajo centro del área cargada y para el centro del estrato de arcilla, resulta ser:

$$\Delta\sigma_{vc} \approx 4(5,047 \text{ kPa}) \approx 20,19 \text{ kPa}$$

Figura 4.1



El esfuerzo vertical final efectivo tiene como valor

$$\sigma'_{vf} = \sigma'_{vi} + \Delta\sigma_{vc} \approx 118,98 \text{ kPa} + 20,19 \text{ kPa} \approx 139,17 \text{ kPa}$$

De acuerdo con lo anterior y haciendo uso de la curva de compresibilidad, se tiene que

$$\sigma'_{vi} = 118,98 \text{ kPa} \Rightarrow e_i = 5,56$$

$$\sigma'_{vf} = 139,17 \text{ kPa} \Rightarrow e_f = 5,325$$

En el perfil de suelo se puede constatar que el espesor total inicial del estrato de arcilla es:

$$H_i = 9,14 \text{ m} - 7,38 \text{ m} = 1,76 \text{ m}$$

La deformación unitaria vertical para compresibilidad unidimensional, se puede expresar en función de las relaciones de vacíos, como se muestra a continuación:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta e}{1 + e_i} = \frac{e_i - e_f}{1 + e_i} \approx \frac{5,56 - 5,325}{6,56} \approx 3,58 \times 10^{-2}$$

De acuerdo con lo anterior, el asentamiento total bajo el centro del área cargada y para el estrato de arcilla, suponiendo cimentación perfectamente flexible, se puede calcular como

$$\Delta H_c = \frac{\Delta e}{1 + e_i} H_i = \varepsilon_z H_i \approx 3,58 \times 10^{-2} (1,76 \text{ m}) \approx 0,063 \text{ m} \approx 6,3 \text{ cm}$$

## EJEMPLO 4.2.

Con el perfil del suelo, los datos del ejemplo anterior, y haciendo uso de los parámetros de consolidación que se comentan más adelante, responder las siguientes preguntas:

- De acuerdo con la teoría de consolidación de Terzaghi, decir en cuánto tiempo se esperaría tener la mitad del asentamiento total en el estrato de arcilla, bajo el centro del área cargada, suponiendo que la estructura se descarga en forma instantánea y suponiendo también un cimiento perfectamente flexible.

- b) De acuerdo con la misma teoría, decir qué asentamiento se puede esperar, asignable al estrato de arcilla, en año y medio, a partir de la aplicación instantánea de la descarga de la estructura, bajo el centro del área cargada y suponiendo un cimiento perfectamente flexible.

Para responder se obtiene el coeficiente de consolidación asignable al esfuerzo efectivo vertical promedio entre las condiciones inicial y final, correspondientes al centro del estrato de arcilla y bajo el centro del área cargada.

$$\sigma'_{vm} + \sigma'_{vi} + \frac{1}{2} \Delta\sigma_{vc} \approx 118,98 \text{ kPa} + \frac{1}{2} (20,19 \text{ kPa}) \approx 129,08 \text{ kPa}$$

Con el dato anterior se entra a la gráfica  $\sigma'_v(\log)$  contra  $c_v$ , generada con la información de todos los procesos de consolidación, debidos a los incrementos de esfuerzo aplicados en el laboratorio, a la probeta que modela el estrato, de modo que

$$\sigma'_{vm} = 129,08 \text{ kPa} \quad \Rightarrow \quad c_v = 5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

Habiendo obtenido el coeficiente de consolidación asignable al estrato de arcilla y para la condición bajo centro de área cargada, se puede responder lo que se pide.

## RESPUESTAS

- a) Aplicar la expresión  $t = \frac{T H_{di}^2}{c_v}$  para calcular el tiempo solicitado

donde

- $t$  tiempo en que se tiene un cierto porcentaje de consolidación  
 $T$  factor tiempo de la teoría de Terzaghi

$H_{di}$  espesor de drenaje del estrato y bajo el punto de análisis  
 $c_v$  coeficiente de consolidación asignable

Con los datos que se tienen y considerando que el análisis se hace para un punto bajo el centro del área cargada

$$t = \frac{(0,197)(0,88 \text{ m})^2}{5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}} \approx 30\,209\,267 \text{ s} \approx 349,6 \text{ días}$$

b) En este caso aplicar la expresión

$$s_t = \left( \frac{U\%}{100} \right) \Delta H$$

donde

$s_t$  asentamiento esperado en un cierto tiempo  
 $U\%$  porcentaje de consolidación para el estrato en el tiempo deseado  
 $\Delta H$  asentamiento total bajo cierto punto del área cargada

Como el tiempo pedido es de año y medio, se traduce este dato a segundos (por ser la unidad de tiempo en el Sistema Internacional de Unidades).

$$t = 1,5 \text{ año} = 547,5 \text{ días} = 13\,140 \text{ horas} = 47\,304\,000 \text{ segundos}$$

Con este tiempo y conociendo el coeficiente de consolidación asignable a este suelo, se procede a calcular el factor tiempo correspondiente.

En este caso se aplica

$$T = \frac{c_v t}{H_{di}^2}$$

De acuerdo con los datos del proyecto planteado, se tiene que

$$T \approx \frac{(5,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s})(47\,304\,000 \text{ s})}{(0,88 \text{ m})^2} \approx 0,308$$

Con el dato anterior se entra a la gráfica teórica de Terzaghi, de factor tiempo contra porcentaje de consolidación ( $T$  contra  $U\%$ ), obteniendo en este caso que

$$T = 0,308 \quad \Rightarrow \quad U = 61\%$$

Con el resultado del ejemplo anterior y aplicando la expresión correspondiente a este inciso, el asentamiento en el tiempo requerido y bajo el centro del área cargada, puede ser teóricamente:

$$s_{tc} = \left(\frac{U\%}{100}\right) \Delta H_c \approx \left(\frac{61}{100}\right) (0,063 \text{ m}) \approx 0,038 \text{ m} \approx 3,8 \text{ cm}$$

### EJEMPLO 4.3.

Con el método de Zeevaert, para calcular asentamientos en suelos granulares (módulo de deformación en función del confinamiento), calcular la aportación en el asentamiento total de la estructura del ejemplo 4.1, que tendrá la arena encima de la arcilla, en un subestrato de espesor igual a la distancia entre el nivel freático y la interface arena-arcilla, en un cálculo bajo el centro del área cargada. Las propiedades mecánicas que se suponen para la arena en este ejemplo, son:

- $\nu$  relación de Poisson = 0,25
- $K_0$  coeficiente de esfuerzo horizontal para el suelo en reposo =  $1/3$
- $M_z$  suelo 2, figura 27-II.3, pág. 67 del libro *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions*, de Leonardo Zeevaert

Por simplificación, se hará el cálculo para un espesor igual al sustrato completo planteado (en cálculos que pretendan ganar precisión, se puede subdividir a un estrato en varios sustratos).

Se calcula en primer lugar, el esfuerzo vertical efectivo en el centro del sustrato planteado, el cual, a partir de los datos del perfil de suelo del ejemplo 4.1, resulta ser:

$$\sigma'_{vi} \approx 104,06 \text{ kPa}$$

De acuerdo con los datos del suelo, se puede calcular el esfuerzo de confinamiento efectivo inicial en ese punto (igual al esfuerzo octaédrico). Se procede aplicando la siguiente expresión:

$$\sigma'_{ci} = \frac{1 + 2K_0}{3} (\sigma'_{c0})$$

con los datos del ejemplo se tiene

$$\sigma'_{ci} \approx \frac{1 + 2(1/3)}{3} (104,06 \text{ kPa}) \approx 57,81 \text{ kPa}$$

Calcular el incremento de confinamiento que se produce al sobrecargar con la estructura. Para esto, primero se calcula el incremento de esfuerzo vertical al centro del sustrato y bajo el centro del área cargada, de acuerdo con Boussinesq, de tal forma que

$$x = 10 \text{ m} ; y = 5 \text{ m} ; z = 6,14 \text{ m} ; q_0 = 35 \text{ kPa}$$

en este caso se tiene

$$\Delta\sigma_v \approx 4(6,277 \text{ kPa}) \approx 25,11 \text{ kPa}$$

por lo que el incremento de confinamiento efectivo toma como valor

$$\Delta\sigma_c = \frac{1 + 2K_0}{3} (\Delta\sigma_v) \approx \frac{1 + 2(1/3)}{3} (25,11 \text{ kPa}) \approx 13,95 \text{ kPa}$$

El valor del esfuerzo efectivo de confinamiento promedio (o medio), que permite elegir el valor del módulo  $M_z$  adecuado para el cálculo es el siguiente

$$\sigma'_{cm} = \sigma'_{ci} + \frac{1}{2} \Delta\sigma_c$$

Con los datos del ejemplo, se llega a

$$\sigma'_{cm} \approx 57,81 \text{ kPa} + \frac{1}{2} (13,95 \text{ kPa}) \approx 64,79 \text{ kPa}$$

Con este dato, traducido a las unidades del libro, en la figura. 27-II.3, se obtiene un dato, que traducido a Sistema Internacional de Unidades, resulta ser:

$$M_z \approx 7,65 \times 10^{-5} \text{ kPa}^{-1}$$

Por otro lado, si se conoce el valor de  $\nu$  para el suelo, se puede obtener el valor de  $\nu_c$  que se usará más adelante (ver libro citado), como sigue:

$$\nu_c = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} = \frac{[1 + (0,25)][1 - 2(0,25)]}{1 - (0,25)} \approx 0,83$$

El asentamiento de este substrato, bajo el centro del área cargada, se obtiene aplicando la expresión

$$\Delta H_c = \varepsilon_z H_i$$

donde

$\varepsilon_z$  deformación unitaria vertical asignable al sustrato

$H_i$  espesor inicial total del sustrato (o estrato) analizado

La deformación unitaria se puede expresar en función del coeficiente de variación volumétrica  $m_v$ , como se muestra

$$\varepsilon_z = m_v \Delta\sigma_z = m_v \Delta\sigma_v \quad \text{donde} \quad m_v = \nu_c M_z$$

De acuerdo con lo anterior, el asentamiento se puede expresar como

$$\Delta H = \nu_c M_z \Delta\sigma_v H_i$$

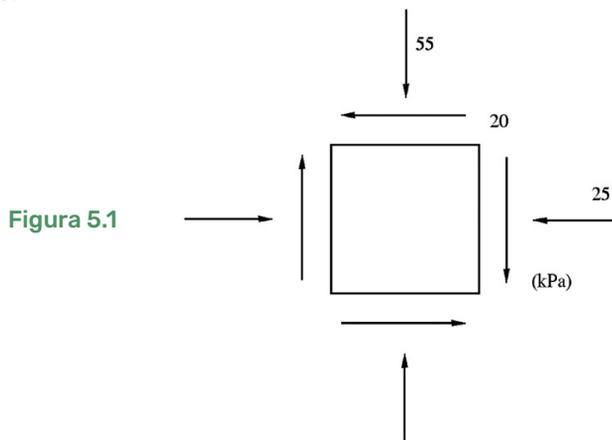
Con datos del ejemplo y bajo el centro del área cargada, se obtiene

$$\Delta H_c = (0,83)(7,65 \times 10^{-5} \text{ kPa}^{-1})(25,11 \text{ kPa})(2,48 \text{ m}) \approx 0,00395 \text{ m} \approx 4 \text{ mm}$$

## RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE

## EJEMPLO 5.1.

En la figura 5.1 se muestra un cuadrado diferencial orientado, que cumple con las condiciones que exige el análisis plano de esfuerzos. Obtener mediante el método gráfico del polo fijo, los esfuerzos cortantes máximos y su esfuerzo normal asociado. Dibujar un cuadrado diferencial orientado respecto a el sistema de referencia  $XZ$ , e indicar allí los sentidos correctos de los esfuerzos solicitados.



Es conveniente obtener primero el tensor esfuerzo asociado a este cuadrado diferencial

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 25 & 20 \\ 20 & 55 \end{bmatrix} \text{ kPa}$$

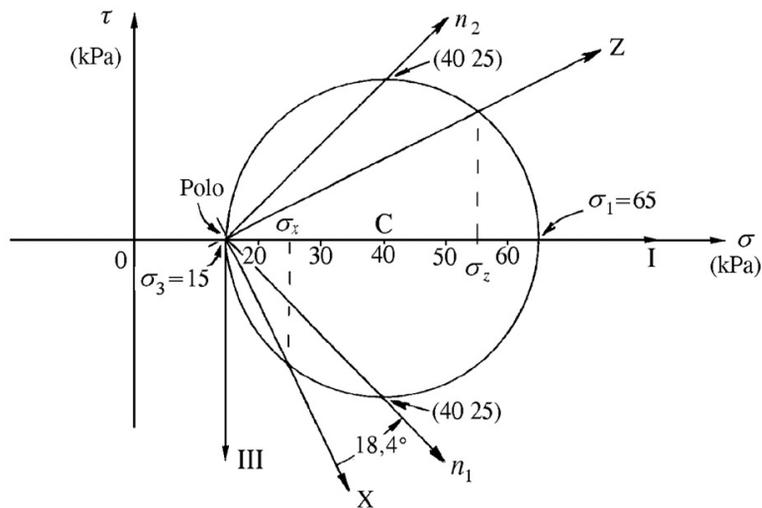
A continuación se siguen los pasos recomendados para obtener la circunferencia visible de Mohr.

Primero se dibuja la circunferencia visible (porque en realidad son tres, dos sobrepuestas y una tercera convertida en un punto). La regla que se aplica es dibujar el cortante asociado a  $\sigma_x$  con el signo cambiado de como aparece en el tensor, y dibujar el cortante asociado a  $\sigma_z$  con el mismo signo que tiene en el tensor.

Se unen los puntos obtenidos con una línea recta. La distancia entre los puntos define el diámetro de la circunferencia visible y el cruce de esta línea con el eje de los esfuerzos normales define el centro. Se traza la circunferencia.

Donde la circunferencia cruza al eje de los esfuerzos normales se puede leer los valores de los esfuerzos principales ( $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ ). En este método el polo siempre se ubica donde se encuentra  $\sigma_3$ . Ver la figura 5.2.

Figura 5.2



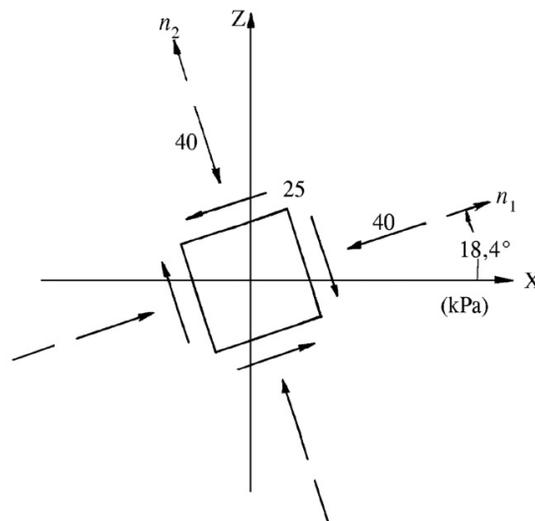
Mediante el método del polo fijo se realizan los siguientes pasos:

Dibujar una línea que una al polo con el punto que tiene cortante asociado a  $\sigma_x$ . Esta línea representa al eje X, aunque todavía no se define su sentido. Se traza otra línea que una al polo con el punto que tiene cortante asociado a  $\sigma_z$ . Esta línea representa al eje Z, aunque todavía no se defina su sentido. El sentido correcto se elige cumpliendo que el sistema de referencia sea sistema

derecho, y que se centren lo más posible el primer cuadrante de los sistemas X Z y III I. Observar la figura 5.2.

En este método, la dirección del esfuerzo principal mayor se ubica siempre sobre el eje de los esfuerzos normales y con su mismo sentido. Saliendo del polo, perpendicular al eje de los esfuerzos normales y con sentido contrario al eje de los esfuerzos cortantes, se ubica la dirección del esfuerzo principal menor. Como se puede ver en la figura 5.3, este método introduce en el plano de Mohr a los dos sistemas de referencia (el asociado al tensor y el principal derecho usado en ingeniería geotécnica).

Figura 5.3



En la circunferencia visible, los esfuerzos cortantes máximos están representados por los puntos más alto y más bajo de la circunferencia. Se propone apuntar con un versor  $n_1$  al punto donde se encuentra el esfuerzo cortante negativo y apuntar con un versor  $n_2$  hacia el punto donde está el cortante positivo. Gráficamente es fácil deducir el ángulo de desfase entre estos versores y los ejes del sistema XZ. En el caso del ejemplo, el ángulo es de aproximadamente  $18,4^\circ$ . En el cruce de los versores definidos con la circunferencia visible, se puede leer el valor del cortante y del esfuerzo normal asociado, que actúan en las caras normales a esos versores. En la figura 5.2 se muestran las coordenadas de esos cruces.

En la figura 5.3, se muestra un cuadrado diferencial orientado respecto de el sistema de referencia  $XZ$ , mostrando, con los datos que se obtuvieron mediante el método gráfico del polo fijo, los sentidos correctos de los esfuerzos. Observar en la figura, que la misma relación de ejes planteada en el plano de Mohr, se reproduce para observar los esfuerzos que actúan en las caras de este particular cuadrado diferencial.

### EJEMPLO 5.2.

En el laboratorio de mecánica de suelos se realizó una prueba triaxial en arcilla de la Ciudad de México. La prueba fue del tipo CU de compresión aumentando el esfuerzo axial. El esfuerzo de confinamiento se mantuvo constante durante toda la prueba en los 300,1 kPa. El esfuerzo desviador calculado para el momento de la falla alcanzó el valor de 263,5 kPa. Por otro lado, el incremento de presión de poro reportado en el momento de la falla fue de 216,4 kPa. Calcular

- El esfuerzo principal mayor en esfuerzos totales, en el momento de la falla.
- Los esfuerzos principales expresados en esfuerzos efectivos, para la falla.
- El ángulo de fricción interna real en términos de esfuerzos efectivos.

Con los datos de la prueba se irá calculando y respondiendo a cada uno de los incisos. De acuerdo con los datos y para el tipo de prueba ya visto, se tiene que

$$\sigma_c = \sigma_{3f} = 300,1 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{af} = 263,5 \text{ kPa}$$

Por lo anterior

- $\sigma_{1f} = \sigma_c + \Delta\sigma_{af} = 300,1 \text{ kPa} + 263,5 \text{ kPa} = 563,6 \text{ kPa}$

Los esfuerzos principales en la falla, expresados en esfuerzos efectivos quedan

$$\text{b) } \sigma'_{1f} = \sigma_{1f} - \Delta u_f = 563,6 \text{ kPa} - 216,4 \text{ kPa} = 347,2 \text{ kPa}$$

y

$$\sigma'_{3f} = \sigma_{3f} - \Delta u_f = 300,1 \text{ kPa} - 216,4 \text{ kPa} = 83,7 \text{ kPa}$$

Analíticamente se puede calcular el ángulo requerido en esfuerzos efectivos, por medio de la expresión

$$\text{c) } \phi' = \text{sen}^{-1} \frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}} = \text{sen}^{-1} \frac{347,2 \text{ kPa} - 83,7 \text{ kPa}}{347,2 \text{ kPa} + 83,7 \text{ kPa}} = \text{sen}^{-1} \frac{263,5 \text{ kPa}}{430,9 \text{ kPa}}$$

$$\approx 37,7^\circ$$

En la siguiente figura se muestra en el plano de Mohr qué se obtuvo analíticamente

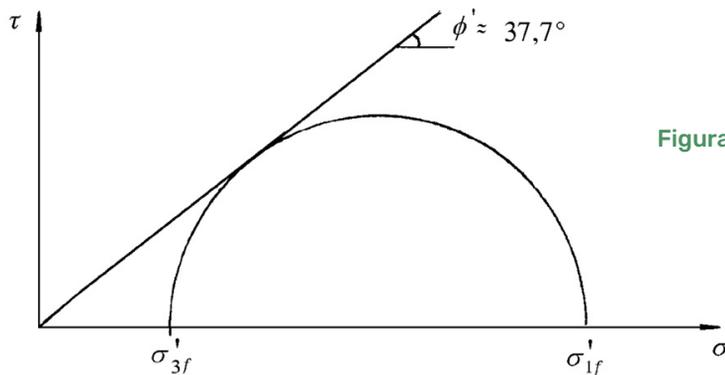


Figura 5.4

### EJEMPLO 5.3.

Se realizó una prueba de corte directo CD a una probeta de arena, con compactación relativa controlada. El área transversal de la probeta es cuadrada con 5 cm de lado. La carga vertical que se aplicó y que permaneció constante fue de 103 N. La fuerza horizontal que produjo la falla, alcanzó el valor de 86,27 N. Se pide obtener analíticamente, el valor del ángulo de fricción interna de esa

arena, en términos de esfuerzos efectivos. Además, se pide calcular el valor de los esfuerzos principales en el momento de la falla. Finalmente se pide obtener el valor del esfuerzo normal horizontal en el momento de la falla.

Primero calcular el valor del esfuerzo normal y el esfuerzo cortante en el plano de falla que la misma prueba predetermina

$$\sigma_v = \frac{P}{A} = \frac{0,103 \text{ kN}}{(0,05 \text{ m})^2} = 41,2 \text{ kPa}$$

$$\tau_f = \frac{T}{A} = \frac{8,627 \times 10^{-2} \text{ kN}}{(0,05 \text{ m})^2} \approx 34,51 \text{ kPa}$$

El ángulo de fricción interna se puede calcular mediante la función trigonométrica tangente

$$\phi' = \text{tg}^{-1} \frac{\tau_f}{\sigma'_v} \approx \text{tg}^{-1} \frac{34,51 \text{ kPa}}{41,2 \text{ kPa}} \approx 39,95^\circ$$

El valor de los esfuerzos principales se puede calcular, obteniendo la abscisa del centro de la circunferencia en el plano de Mohr y posteriormente sumar y restar el radio de la circunferencia. La figura 5.5 muestra esquemáticamente lo comentado, así como algunos valores de interés que se deseen obtener.

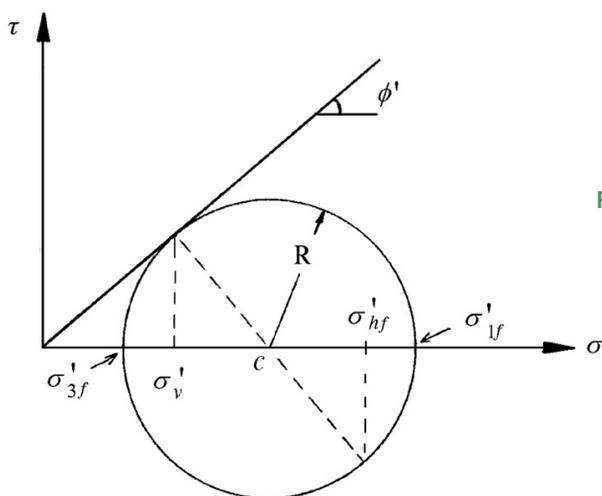


Figura 5.5

El radio y el centro de la circunferencia, analíticamente se obtienen así

$$R = \frac{\tau_f}{\cos \phi'} \approx \frac{34,51 \text{ kPa}}{\cos 39,95^\circ} \approx 45,02 \text{ kPa}$$

$$C = \sigma'_v + R \sin \phi' \approx 41,2 \text{ kPa} + (45,02 \text{ kPa}) \sin 39,95^\circ \approx 70,11 \text{ kPa}$$

Los esfuerzos principales en la falla y en esfuerzos efectivos quedan

$$\sigma'_{1f} = C + R \approx 70,11 \text{ kPa} + 45,02 \text{ kPa} \approx 115,13 \text{ kPa}$$

y

$$\sigma'_{3f} = C - R \approx 70,11 \text{ kPa} - 45,02 \text{ kPa} \approx 25,09 \text{ kPa}$$

Finalmente, el esfuerzo normal horizontal se puede calcular sumando al valor del esfuerzo normal en la abscisa, dos veces la distancia de este valor al centro, como sigue:

$$\sigma'_{hf} = \sigma'_v + 2R \sin \phi' \approx 41,2 \text{ kPa} + 2(45,02 \text{ kPa}) \sin 39,95^\circ \approx 99,02 \text{ kPa}$$

Es interesante observar que el esfuerzo normal horizontal en el momento de la falla, siempre es bastante mayor que el esfuerzo normal vertical. En este caso es mayor que el doble de este valor

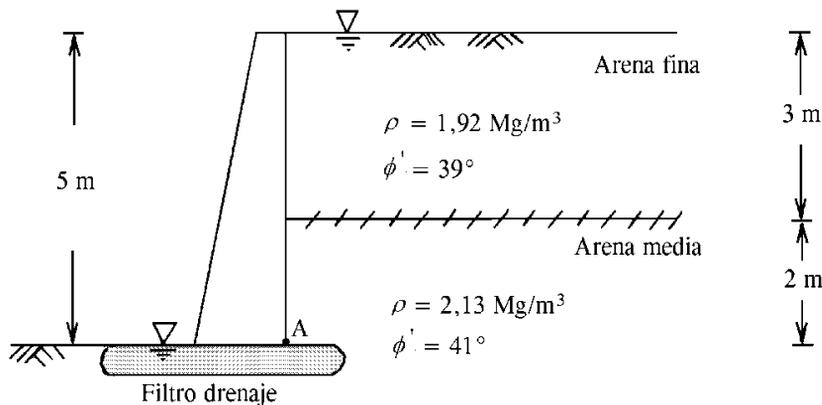
$$\sigma'_v \approx 41,2 \text{ kPa} < 99,02 \text{ kPa} \approx \sigma'_{hf}$$

## Empuje de suelos en elementos de retención

### EJEMPLO 6.1.

Con la teoría de Rankine, calcular el empuje activo y su posición a partir de la base (punto A), para el sistema de dos estratos que se muestran en la figura 6.1. Los estratos empujan sobre un muro muy rígido con un respaldo liso y vertical. En el lugar donde se desea construir el muro, la gravedad tiene un valor de  $9,78 \text{ m/s}^2$ . Se supone una lluvia muy intensa, pero que el drenaje está funcionando.

Figura 6.1



Calcular los esfuerzos verticales totales a profundidades de interés. Al nivel de la corona del muro, el esfuerzo vertical es nulo. A 3 m de profundidad se tiene

$$\sigma_v = \rho g z \approx (1,92 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m}) \approx 56,33 \text{ kPa}$$

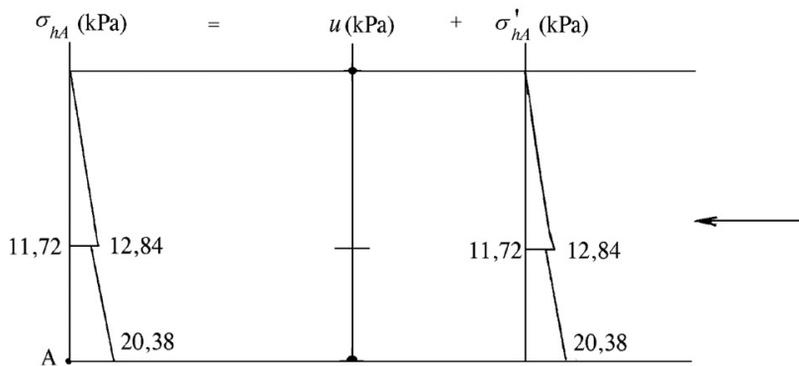
A una profundidad de 5 m, donde se tiene la base del muro

$$\sigma_v \approx (2,13 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m}) + 56,33 \text{ kPa} \approx 98,00 \text{ kPa}$$

En el caso del agua, al nivel de la corona, la presión es igual que la atmosférica (en ingeniería se toma como cero de presión manométrica), por lo cual se tiene una presión cero, ya que en la base del muro el drenaje está conectado a la atmósfera, se puede considerar que a esa profundidad la presión del agua también es cero. Como la presión en estos extremos es cero, en la línea vertical que une a estas dos profundidades también se tiene presión cero.

Considerando lo anterior, el diagrama de esfuerzos verticales efectivos es igual al del esfuerzo vertical total, como se muestra en la figura 6.2.

Figura 6.2



Calcular el coeficiente de empuje activo, correspondiente a cada suelo. Al coeficiente se le pondrá como subíndice el número de estrato, yendo de arriba hacia abajo. De acuerdo con esto

$$K_{A1} = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi'}{1 + \operatorname{sen} \phi'} = \frac{1 - \operatorname{sen} 39^\circ}{1 + \operatorname{sen} 39^\circ} \approx 0,228$$

$$K_{A2} = \frac{1 - \operatorname{sen} 41^\circ}{1 + \operatorname{sen} 41^\circ} \approx 0,208$$

El diagrama de esfuerzos horizontales activos efectivos se obtiene multiplicando el diagrama de esfuerzos verticales efectivos, por el coeficiente respectivo para cada estrato, por lo que a las profundidades de interés tenemos:

A 3 m de profundidad, se tiene prácticamente el mismo valor en la frontera de los dos estratos, por lo que a ese nivel se tienen dos valores distintos. Para el primer estrato

$$\sigma'_{hA} = K_{A1}(\sigma'_v) \approx (0,228)(56,33 \text{ kPa}) \approx 12,84 \text{ kPa}$$

Para el segundo estrato

$$\sigma'_{hA} = K_{A2}(\sigma'_v) \approx (0,208)(56,33 \text{ kPa}) \approx 11,72 \text{ kPa}$$

A una profundidad de 5 m se tiene

$$\sigma'_{hA} \approx (0,208)(98 \text{ kPa}) \approx 20,38 \text{ kPa}$$

Para obtener el diagrama de los esfuerzos horizontales activos totales, se debe sumar el diagrama de esfuerzos horizontales activos efectivos al diagrama de presión del agua. Como el valor de presión del agua en direcciones vertical y horizontal es el mismo, se suma entonces para este caso, un diagrama de presión de agua nulo, por lo cual los datos del diagrama final son iguales a los ya obtenidos, véase la figura 6.3.

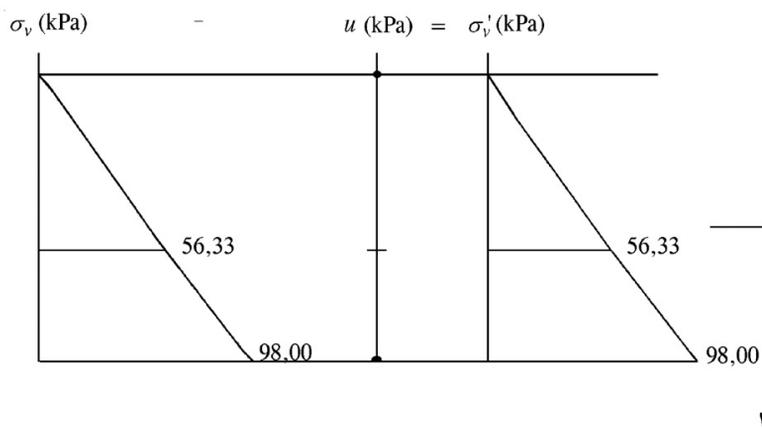


Figura 6.3

El empuje horizontal activo total, para cada unidad de espesor (1 m), es equivalente al área del diagrama de esfuerzos horizontales activos totales, por lo cual en este ejemplo, se puede descomponer el área (por facilidad), en un triángulo superior y un trapecio inferior. A partir del triángulo correspondiente de 0 a 3 m de profundidad, se puede calcular el empuje que aporta el primer estrato de la siguiente forma

$$E_{hA1} = \frac{1}{2} bh \approx \frac{1}{2} (12,84 \text{ kPa}) (3 \text{ m}) = \frac{1}{2} (12,84 \text{ kN/m}^2) (3 \text{ m}) \approx 19,26 \text{ kN/m}$$

El trapecio correspondiente, de 3 a 5 m de profundidad, reporta otro empuje activo parcial, de modo que se puede calcular como

$$E_{hA1} = \frac{1}{2} h(a+b) \approx \frac{1}{2} (2 \text{ m}) (11,72 \text{ kN/m}^2 + 20,38 \text{ kN/m}^2) \approx 32,10 \text{ kN/m}$$

Finalmente, el empuje horizontal activo total es la suma de los dos anteriores, así

$$E_{hATot} = E_{hA1} + E_{hA2} \approx 19,26 \text{ kN/m} + 32,10 \text{ kN/m} \approx 51,36 \text{ kN/m}$$

La dirección de los empujes parciales y del empuje total es en este caso horizontal y normal al muro. La posición del empuje total resultante, se puede obtener, aplicando momentos alrededor del punto A en la base del muro. La altura del centro de área del triángulo se tiene a un tercio de su altura, la cual se debe sumar a la altura total del trapecio. La altura del centro de área del trapecio se puede calcular con la expresión simple ya conocida.

La distancia de aplicación a partir de la base del muro, será

$$d = \frac{\sum M_A}{E_{hATot}} \approx \frac{(19,26 \text{ kN/m})(3 \text{ m}) + (32,10 \text{ kN/m})(0,917 \text{ m})}{51,36 \text{ kN/m}} = 1,70 \text{ m}$$

## EJEMPLO 6.2.

Por el método de Rankine, calcular la magnitud del empuje activo y su posición a partir de la base, por cada unidad de espesor, para el muro de retención mostrado en la figura 6.4. El muro tiene respaldo vertical y liso. El relleno es de arcilla saturada con superficie horizontal. La altura, los parámetros de la arcilla y el valor de la sobrecarga se muestran en la misma figura. En el lugar donde se encuentra el muro, la gravedad vale  $9,78 \text{ m/s}^2$ .

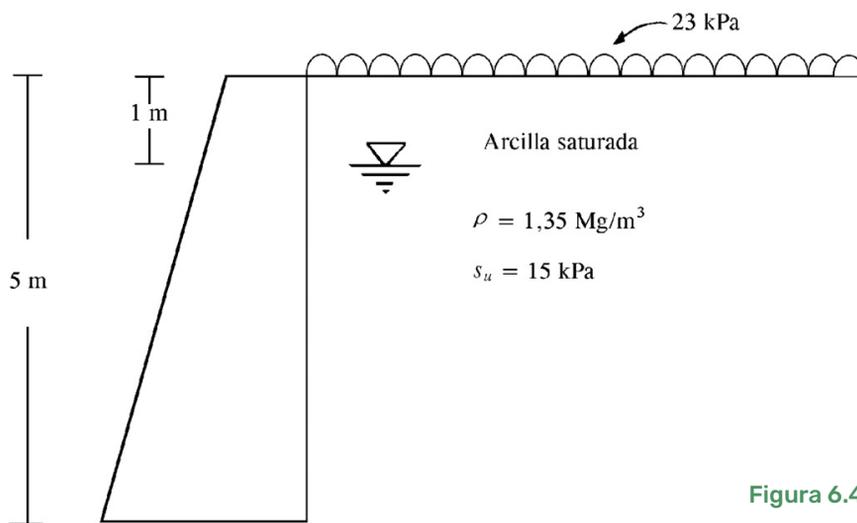


Figura 6.4

Para generar el diagrama de esfuerzos horizontales totales, utilizar la siguiente expresión:

$$\sigma_{hA} = (\sigma_v + q) - 2s_u$$

donde

$\sigma_v$  esfuerzo vertical total a cierta profundidad

$q$  sobrecarga aplicada

$s_u$  resistencia no drenada de la arcilla (de prueba UU)

El esfuerzo vertical total, en este caso se puede expresar como

$$\sigma_v = \rho g z$$

De acuerdo con esto, el esfuerzo horizontal activo se puede escribir como

$$\sigma_{hA} = (\rho g z + q) - 2 s_u$$

Evaluando esta expresión para diferentes profundidades, se tiene

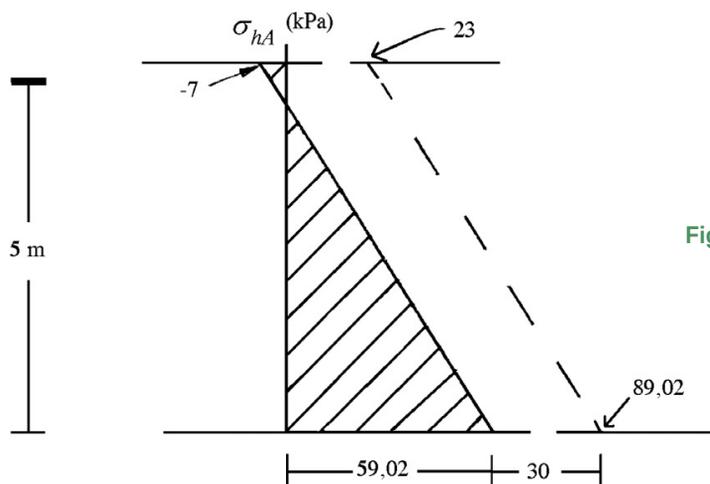
para  $z = 0$  m

$$\begin{aligned} \sigma_{hA} &= [(1,35 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(0 \text{ m}) + 23,0 \text{ kPa}] - 2(15,0 \text{ kPa}) \\ &= -7 \text{ kPa} \end{aligned}$$

para  $z = 5$  m

$$\begin{aligned} \sigma_{hA} &= [(1,35 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}) + 23,0 \text{ kPa}] - 2(15,0 \text{ kPa}) \\ &\approx 59,02 \text{ kPa} \end{aligned}$$

El diagrama de esfuerzo horizontal activo es la zona sombreada de la figura 6.5



Recordar que en este caso no se debe tomar en cuenta la zona de tensión interna del suelo, ya que representa a una fuerza que no jala al muro (no tira de éste).

Se puede aplicar una regla de tres para calcular la altura de los esfuerzos de compresión. El esfuerzo en la base si el diagrama arrancara de cero sería

$$59,02 \text{ kPa} + 7 \text{ kPa} = 66,02 \text{ kPa}$$

La regla de tres se plantea como

$$66,02 \text{ kPa} : 5 \text{ m} :: 59,02 \text{ kPa} : H^*$$

De acuerdo con lo anterior

$$H^* = \frac{59,02 \text{ kPa} (5 \text{ m})}{66,02 \text{ kPa}} = 4,47 \text{ m}$$

El empuje activo en este caso, se obtiene con el área de compresión

$$E_{hA} \approx \frac{1}{2} (59,02 \text{ kPa}) (4,47 \text{ m}) = \frac{1}{2} (59,02 \text{ kN/m}^2) (4,47 \text{ m}) \approx 131,9 \text{ kN/m}$$

La posición de aplicación del empuje, medido como una distancia desde la base del muro, debe ser en este caso:

$$d = \frac{1}{3} H^* \approx \frac{1}{3} (4,47 \text{ m}) \approx 1,49 \text{ m}$$

### EJEMPLO 6.3.

Aplicando el método de Rankine, calcular la magnitud del empuje activo y su posición desde la base del muro, por cada metro de espesor, para el muro de

retención que se muestra en la figura 6.6. El muro se supone con respaldo vertical y liso. El relleno es de arena arcillosa parcialmente saturada, con superficie horizontal. La altura, los parámetros del suelo de relleno y el valor de la sobrecarga se muestran en la misma figura. En el lugar donde se encuentra el muro, la gravedad vale  $9,82 \text{ m/s}^2$ .

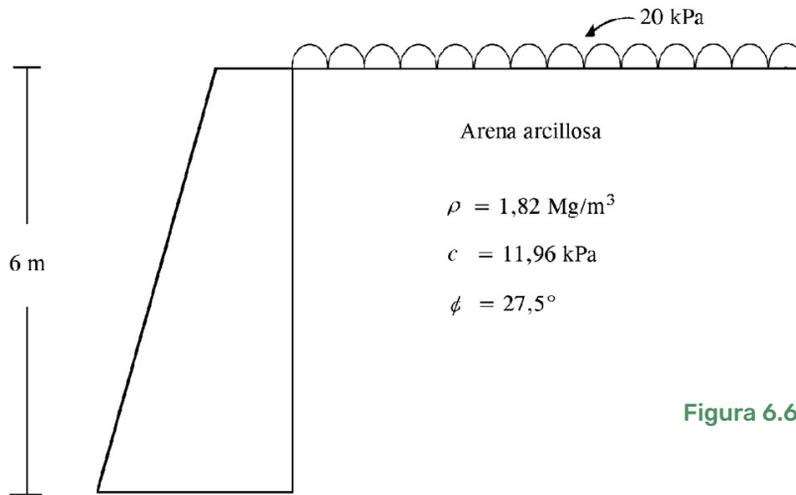


Figura 6.6

Para generar el diagrama de esfuerzos horizontales activos totales, se utiliza la expresión

$$\sigma_{hA} = K_A(\sigma_v + q) - \frac{2c}{\sqrt{K_p}}$$

Además se sabe que

$$\sigma_v = \rho g z$$

De acuerdo con lo anterior

$$\sigma_{hA} = K_A(\rho g z + q) - \frac{2c}{\sqrt{K_p}}$$

En este suelo el coeficiente de empuje para suelo en estado activo es:

$$K_A = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 - \operatorname{sen} 27,5^\circ}{1 + \operatorname{sen} 27,5^\circ} \approx 0,368 \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{1}{K_A} \approx 2,72$$

De acuerdo con esto, al nivel de la corona, para  $z = 0$  m

$$\sigma_{hA} = 0,368 \left[ (1,82 \text{ Mg/m}^3)(9,82 \text{ m/s}^2)(0 \text{ m}) + 20 \text{ kPa} \right] \\ - \frac{2(11,96 \text{ kPa})}{\sqrt{2,72}} \approx -7,14 \text{ kPa}$$

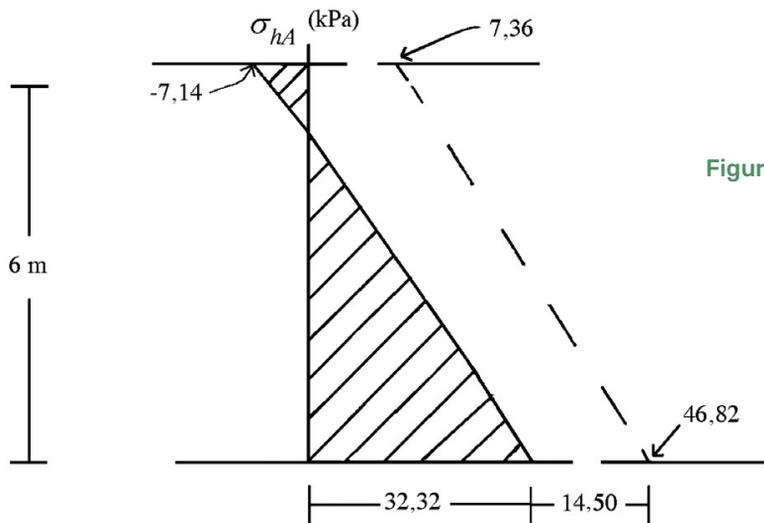
Al nivel de la base del muro, para  $z = 6$  m

$$\sigma_{hA} \approx 0,368 \left[ (1,82 \text{ Mg/m}^3)(9,82 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m}) + 20 \text{ kPa} \right] \\ - \frac{2(11,96 \text{ kPa})}{\sqrt{2,72}} \approx 32,32 \text{ kPa}$$

El diagrama de esfuerzo horizontal activo se define como la zona sombreada de la figura 6.7.

De igual forma que en el ejemplo anterior, sólo se toma en cuenta la zona de compresión contra el muro, de modo que si el diagrama arrancara de cero, se tiene

$$32,32 \text{ kPa} + 7,14 \text{ kPa} = 39,46 \text{ kPa}$$



Planteando la regla de tres

$$39,46 \text{ kPa} : 6 \text{ m} :: 32,32 \text{ kPa} : H^* \Rightarrow H^* \approx 4,91 \text{ m}$$

El empuje horizontal activo se calcula con el área de compresión, de modo que

$$E_{hA} \approx \frac{1}{2} (32,32 \text{ kPa})(4,91 \text{ m}) 79,35 \text{ kN/m}$$

La aplicación del empuje horizontal activo, en este caso, medido desde la base del muro es:

$$d = \frac{1}{3} H^* \approx \frac{1}{3} (4,91 \text{ m}) \approx 1,64 \text{ m}$$

## CAPACIDAD DE CARGA

## EJEMPLO 7.1.

Con base en la teoría de Skempton, calcular la capacidad de carga admisible y la carga admisible para la zapata cuadrada apoyada sobre estratos de arcilla saturada, que se muestra en la figura 7.1. En el lugar donde se va a cimentar la zapata, se tiene que la gravedad local es de  $9,78 \text{ m/s}^2$ . Aplicar un factor de seguridad ( $FS$ ) de 3. Con la gráfica clásica de Skempton calcular el factor de capacidad de carga.

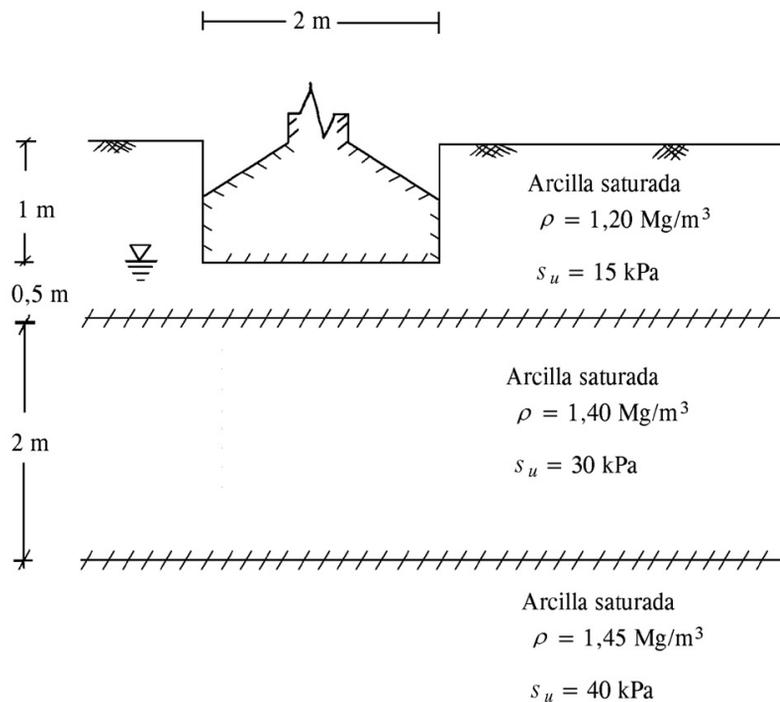


Figura 7.1

En este caso, para calcular la capacidad de carga admisible, se aplica la expresión

$$q_a = \frac{1,2(N_c \text{ Larga})s_u}{FS} + \gamma D_f$$

donde

|                     |   |
|---------------------|---|
| $N_c \text{ Larga}$ | factor de capacidad de carga para zapata muy larga              |
| $s_u$               | resistencia no drenada de la arcilla ( <i>shear undrained</i> ) |
| $FS$                | factor de seguridad   |
| $\gamma D_f$        | sobrecarga al nivel del desplante                               |

De este ejemplo se puede decir, que desde el punto de vista teórico, en caso de producirse la falla, se genera una superficie de corte que involucraría a los dos estratos superficiales, por lo cual, se tiene que calcular un *promedio pesado* que tome en cuenta a la resistencia de cada uno de estos suelos y que entre a la expresión ya comentada.

Se acostumbra valorar el promedio pesado, tomando en cuenta el espesor del suelo involucrado de cada estrato, en función de una profundidad igual al ancho de la zapata. De acuerdo con esto

$$s_{u \text{ pp}} = \frac{15 \text{ kPa}(0,5 \text{ m}) + 30 \text{ kPa}(1,5 \text{ m})}{0,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m}} + 26,25 \text{ kPa}$$

Como la zapata se encuentra empotrada en el primer estrato, se debe tomar esto en cuenta para calcular el factor de capacidad de carga, de acuerdo con Skempton la relación empotramiento respecto de ese ancho es:

$$\frac{D}{B} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad N_c \text{ Larga} \approx 5,8$$

Para la zapata de este ejemplo, la sobrecarga debe ser el esfuerzo vertical efectivo al nivel del desplante, que también en este caso coincide con el esfuerzo vertical total, de modo que

$$\gamma D_f = \sigma'_v = \sigma_v = \rho g z \approx (1,2 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) \approx 11,74 \text{ kPa}$$

De acuerdo con esto, la capacidad de carga admisible calculada para el factor de seguridad recomendado debe ser:

$$q_a \approx \frac{1,2(5,8)(26,25 \text{ kPa})}{3} + 11,74 \text{ kPa} \approx 72,64 \text{ kPa}$$

Finalmente, para calcular la carga admisible, aplicar la expresión

$$Q_a = q_a A$$

donde

A      área en planta de la zapata (cuadrada en este caso)

Para este ejemplo

$$A = 2 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$$

La carga admisible para este caso es:

$$Q_a \approx 72,64 \text{ kPa} (4 \text{ m}^2) \approx 291 \text{ kN}$$

Esta sería la descarga que se puede tener al nivel del desplante, para que la zapata cumpla con el factor de seguridad que se pide aplicar.

## EJEMPLO 7.2.

A partir de los datos que se muestran en la figura 7.2, y con la teoría de Terzaghi, calcular la capacidad de carga última y la carga última, para la zapata rectangular con la longitud que se muestra en la figura. La gravedad en el lugar del proyecto es de  $9,78 \text{ m/s}^2$ .

En este caso, aplicar la expresión de capacidad de carga última, la cual toma en cuenta que la zapata es rectangular y que está apoyada en un suelo granular, donde el ángulo de fricción interna es el único parámetro de resistencia

$$q_u = \left( 0,5 - 0,1 \frac{B}{L} \right) \gamma B N_y + \gamma D_f N_q \quad (7.1)$$

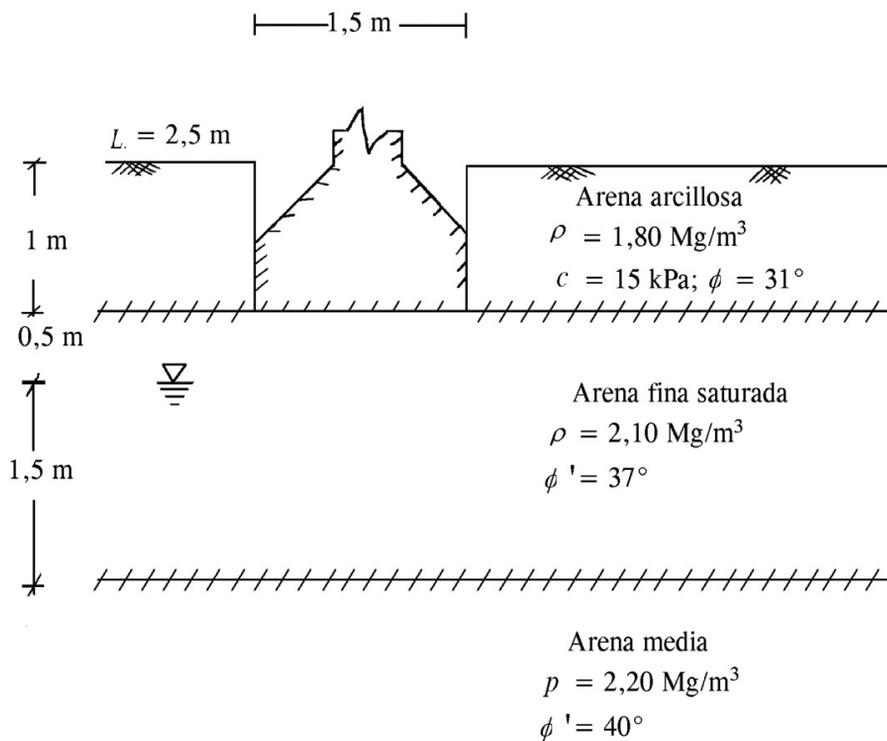


Figura 7.2

donde

$B$  ancho de la zapata

$L$  largo de la zapata

$\gamma$  peso específico del material movilizado por el mecanismo de falla

$\gamma D_f$  sobrecarga al nivel del desplante de la zapata

$N_\gamma$  y  $N_q$  factores de capacidad de carga en función del ángulo de fricción

Para este caso en particular, se obtiene el valor de los parámetros que alimentan la expresión. La relación  $B/L$  será:

$$\frac{B}{L} = \frac{1,5 \text{ m}}{2,5 \text{ m}} = 0,6$$

El peso específico que alimenta la expresión se obtendrá mediante un promedio pesado de peso específico y peso específico sumergido, por involucrar a ambos el mecanismo teórico de falla, de modo que los pesos específicos y el promedio pesado quedan

$$\gamma = (2,1 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2) \approx 20,54 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w \approx 20,54 \text{ kN/m}^3 - 9,78 \text{ kN/m}^3 \approx 10,76 \text{ kN/m}^3$$

El peso específico promedio pesado que debe entrar en la expresión es:

$$\gamma = \gamma_{pp} \approx \frac{(20,54 \text{ kN/m}^3)(0,5 \text{ m}) + (10,76 \text{ kN/m}^3)(1 \text{ m})}{0,5 \text{ m} + 1 \text{ m}} = 14,02 \text{ kN/m}^3$$

Además, el ancho es  $B = 1,5 \text{ m}$ . La sobrecarga al nivel del desplante es el esfuerzo vertical efectivo, que en este caso coincide con el esfuerzo vertical total, con valor

$$\gamma D_f = \sigma'_v = \sigma_v = \rho g z \approx (1,8 \text{ Mg/m}^3)(9,78 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) \approx 17,60 \text{ kPa}$$

El valor de los factores de capacidad de carga se tomó de la gráfica clásica de Terzaghi, donde se obtuvo para

$$\phi' = 37^\circ \quad \Rightarrow \quad N_\gamma = 57 \quad \text{y} \quad N_q = 55$$

Introduciendo todos los datos anteriores en la expresión 7.1, se tiene que

$$\begin{aligned} q_u &\approx [0,5 - 0,1(0,6)](14,02 \text{ kN/m}^3)(1,5 \text{ m})(57) \\ &+ (17,60 \text{ kPa})(55) \\ &\approx 1\,495 \text{ kPa} \end{aligned}$$

La carga última se obtiene multiplicando la capacidad de carga última por el área de la zapata en planta. En este caso el área en planta es:

$$A = (1,5 \text{ m})(2,5 \text{ m}) = 3,75 \text{ m}^2$$

Finalmente, calcular la carga última que teóricamente resista esta zapata

$$Q_u = q_u A \approx (1\,495 \text{ kPa})/3,75 \text{ m}^2 \approx 5\,606 \text{ kN}$$

### EJEMPLO 7.3.

Aplicando la teoría de Terzaghi y con los datos de la figura 7.3, calcular la capacidad de carga admisible y la carga admisible, para la zapata rectangular con la longitud que se muestra en la misma figura. La gravedad en el lugar del proyecto es de  $9,78 \text{ m/s}^2$ . Utilizar  $FS = 3,1$ .

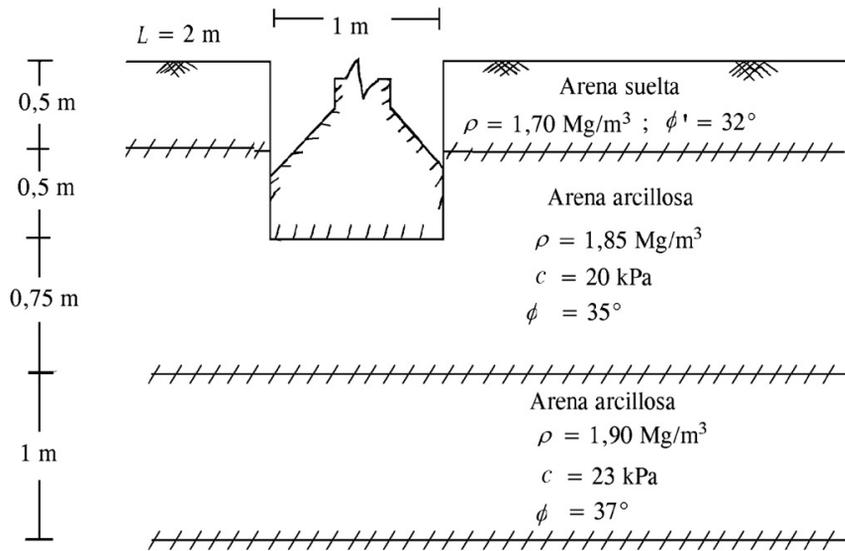


Figura 7.3

En la solución de este problema, aplicar la expresión de capacidad de carga admisible de Terzaghi, que toma en cuenta que la zapata es rectangular y que está apoyada en un suelo con cohesión y fricción. Terzaghi corrige la forma de la zapata mediante coeficientes, como se muestra a continuación

$$q_a = \frac{\left(1 + 0,3 \frac{B}{L}\right) c N_c + \left(0,5 - 0,1 \frac{B}{L}\right) \gamma B N_\gamma + \gamma D_f N_q}{FS}$$

donde

$B$  ancho de la zapata

$L$  largo de la zapata

$\gamma$  peso específico del material movilizado por el mecanismo de falla

$\gamma D_f$  sobrecarga al nivel del desplante de la zapata

$N_c$ ,  $N_\gamma$  y  $N_q$  factores de capacidad de carga en función del ángulo de fricción ( $\phi$ )

Para este caso, obtener el valor de los parámetros que alimentan la expresión.

La relación ancho/largo será:

$$\frac{B}{L} = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,5$$

La cohesión que alimenta la expresión se obtiene calculando el promedio pesado en función de la fracción que entra de cada estrato, respecto de una profundidad igual al ancho de la zapata. De acuerdo con esto se tiene

$$c_{pp} = \frac{20 \text{ kPa} (0,75 \text{ m}) + 23 \text{ kPa} (0,25 \text{ m})}{0,75 \text{ m} + 0,25 \text{ m}} = 20,75 \text{ kPa}$$

El ángulo de fricción interna que permite calcular los factores de capacidad de carga, se debe obtener en este caso también, por medio de un promedio pesado. Se acostumbra, para mayor precisión calcular el promedio pesado de las tangentes de los ángulos de fricción interna, como se muestra a continuación

$$\text{tg } \phi_{pp} = \frac{\text{tg } 35^\circ (0,75 \text{ m}) + \text{tg } 37^\circ (0,25 \text{ m})}{1 \text{ m}} \approx 0,7135 \quad \Rightarrow \quad \phi_{pp} \approx 35,51^\circ$$

Los factores de capacidad de carga, para este ángulo, son aproximadamente los siguientes:

$$N_c \approx 60 \quad ; \quad N_\gamma \approx 44 \quad ; \quad N_q \approx 45$$

El peso específico que alimenta la expresión se obtiene, “para variar”, mediante un promedio pesado de pesos específicos, por involucrar a dos estratos el mecanismo teórico de falla.

El peso específico del primer suelo involucrado en el mecanismo de falla será

$$\gamma_1 = 1,85 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) \approx 18,09 \text{ kN/m}^3$$

El peso específico del segundo suelo involucrado en el mecanismo de falla debe ser:

$$\gamma_2 = 1,90 \text{ Mg/m}^3 (9,78 \text{ m/s}^2) \approx 18,58 \text{ kN/m}^3$$

De acuerdo con lo anterior, el promedio pesado debe ser:

$$\begin{aligned} \gamma_{pp} &\approx \frac{(18,09 \text{ kN/m}^3)(0,75 \text{ m}) + (18,58 \text{ kN/m}^3)(0,25 \text{ m})}{1 \text{ m}} \\ &\approx 18,21 \text{ kN/m}^3 \end{aligned}$$

La sobrecarga al nivel del desplante es el esfuerzo vertical efectivo, que en este caso, por tratarse de un suelo seco, coincide con el esfuerzo vertical total, con valor

$$\begin{aligned} \gamma D_f = \sigma_v &\approx [1,7 \text{ Mg/m}^3(0,5 \text{ m}) + 1,85 \text{ Mg/m}^3(0,5 \text{ m})][9,78 \text{ m/s}^2] \\ &\approx 17,36 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Considerando los datos obtenidos, en la expresión anterior, se tiene que la capacidad de carga admisible debe parecerse a

$$\begin{aligned} q_a &\approx \frac{[1+0,3(0,5)] 20 \text{ kPa}(60) + [0,5-0,1(0,5)] 18,21 \text{ kN/m}^3(1\text{m})(44) + 17,36 \text{ kPa}(45)}{3,1} \\ &\approx 830,2 \text{ kPa} \end{aligned}$$

La carga admisible se obtiene multiplicando la capacidad de carga admisible por el área de la zapata en planta. En este caso el área en planta es:

$$A = (1\text{ m})(2\text{ m}) = 2\text{ m}^2$$

Finalmente, calcular la carga admisible que teóricamente resista esta zapata, antes de restar su propio peso y el suelo que rellena la excavación así

$$Q_a = q_a A \approx (830,2\text{ kPa})(2\text{ m}^2) \approx 1\,660,4\text{ kN} \approx 1,66\text{ MN}$$

## EJEMPLO 8.1.

Por el método de Casagrande, calcular el factor de seguridad para el talud mostrado en la figura 8.1 y la circunferencia propuesta. El talud se supone homogéneo e isotrópico, y está formado por arcilla saturada. La resistencia no drenada de la arcilla es  $s_u = 28,6 \text{ kPa}$ , y su densidad  $1,38 \text{ Mg/m}^3$ . La gravedad en el lugar donde se encuentra el talud es de  $9,76 \text{ m/s}^2$ . El mismo suelo continúa a mucha profundidad.

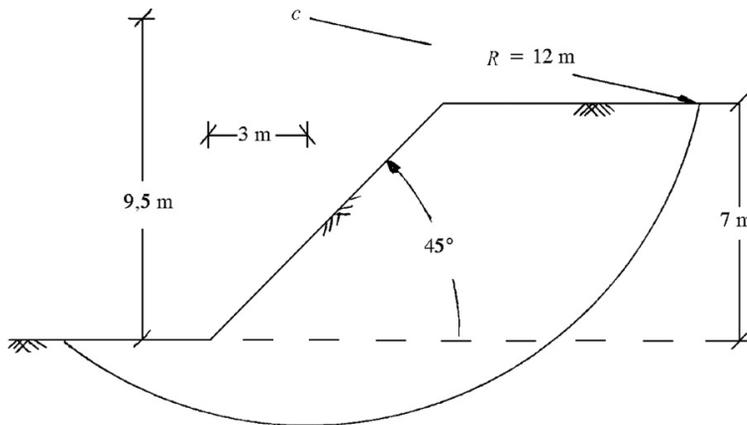


Figura 8.1

Para el cálculo de las fuerzas y posteriormente de los momentos motores, se propone dividir al talud en los bloques que se muestran en la figura 8.2.

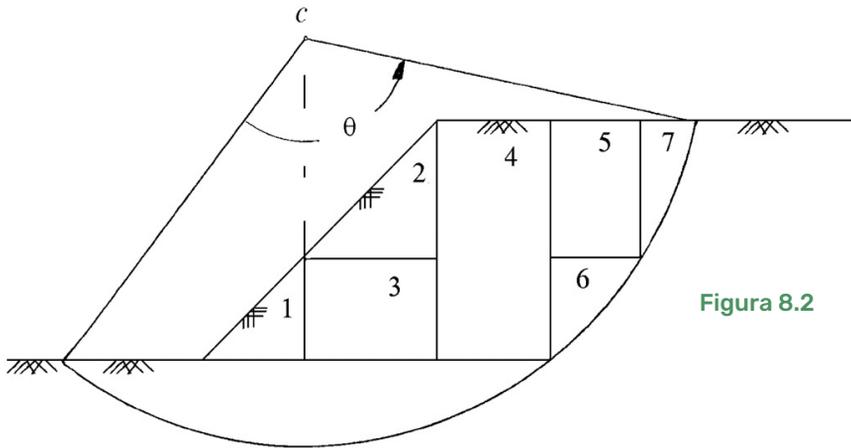


Figura 8.2

Por lo ya comentado, se supone que la resistencia es la misma a todo lo largo de la superficie de posible falla supuesta. Calcular el ángulo  $\theta$  para poder evaluar la longitud de la posible superficie de falla. De la figura,  $\theta = 115,91^\circ$ . La longitud de falla se puede evaluar como

$$L = \theta \cdot R \approx (2,023 \text{ rad})(12 \text{ m}) \approx 24,276 \text{ m}$$

El factor de seguridad, en este caso, se define como

$$FS = \frac{\text{momento resistente}}{\text{momento actuante}} = \frac{M_R}{M_A}$$

El momento resistente potencial, se puede obtener multiplicando la resistencia no drenada por la longitud de posible falla y por un metro de espesor, y finalmente, por el radio de la circunferencia, como

$$M_R = s_u \cdot L \cdot (1 \text{ m})R \approx (28,6 \text{ kPa})(24,276 \text{ m})(1 \text{ m})(12 \text{ m})$$

$$\approx 8\,331,52 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento actuante o motor, se calcula evaluando el peso de cada bloque y multiplicando por el brazo del peso. Los brazos medidos a la izquierda de la circunferencia se consideran negativos, a la derecha positivos. Por ejemplo,

el bloque 3 tiene un área rectangular de  $4 \times 3$  m, por lo cual su volumen es de  $12 \text{ m}^3$ . El peso de este bloque resulta ser:

$$W_3 = V_3 \cdot \rho \cdot g \approx (12 \text{ m}^3)(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2) \approx 161,63 \text{ kN}$$

El brazo de este peso es de 2 m, por lo que la aportación en momento motor o actuante de este bloque es:

$$M_{A3} = W_3 \cdot d_3 \approx (161,63 \text{ kN})(2 \text{ m}) \approx 323,26 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En la tabla 8.1, se muestra un cálculo para cada bloque, obteniendo finalmente, en la columna de pesos por brazos (distancias), el momento actuante. Se llega a

$$M_A \approx 4\,689,87 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El factor de seguridad para la circunferencia del ejemplo, toma como valor

$$FS = \frac{M_R}{M_A} \approx \frac{8\,331,52 \text{ kN} \cdot \text{m}}{4\,689,87 \text{ kN} \cdot \text{m}} \approx 1,78$$

De acuerdo con la teoría de estado límite, la condición analizada es estable.

**Tabla 8.1**

| Bloque | Volumen<br>( $V_i$ )<br>( $\text{m}^3$ ) | Densidad<br>( $\text{Mg/m}^3$ ) | Gravedad<br>( $\text{m/s}^2$ ) | Peso<br>( $W_i$ )<br>(kN)  | Brazo<br>( $D_i$ )<br>(m) | Mom. Ac.<br>$W_i \cdot d_i$<br>( $\text{kN} \cdot \text{m}$ ) |
|--------|--|---------------------------------|--------------------------------|--|---------------------------|---|
| 1      | 4,5                                      | 1,38                            | 9,76                           | 60,61  | -1                        | - 60,61   |
| 2      | 8  | 1,38                            | 9,76                           | 107,75   | 2,67                      | 287,69  |
| 3      | 12                                       | 1,38                            | 9,76                           | 161,63   | 2                         | 323,25  |
| 4      | 23,8                                     | 1,38                            | 9,76                           | 320,56   | 5,7                       | 1827,18   |
| 5      | 10,8                                     | 1,38                            | 9,76                           | 145,46   | 8,75                      | 1272,80   |
| 6      | 4,35                                     | 1,38                            | 9,76                           | 58,59  | 8,37                      | 490,39  |
| 7      | 3,8                                      | 1,38                            | 9,76                           | 51,18  | 10,73                     | 549,18  |
|        |  |                                 |                                | $\sum_{i=1}^{i=7} w_i \cdot d_i = 4\,689,87 \text{ kN} \cdot \text{m}$ |                           |   |

**EJEMPLO 8.2.**

Calcular el factor de seguridad del talud del ejemplo anterior, empleando el método de Taylor.

Como en el caso anterior, se supone que el suelo saturado que conforma el talud es el mismo que el del terreno de cimentación, y que continúa con las mismas propiedades hasta una profundidad muy importante.

De acuerdo con este método, la resistencia no drenada necesaria para la estabilidad, se define modernamente como

$$s_{un} = N_e \rho gH \quad (1)$$

donde

- $s_{un}$  resistencia no drenada necesaria para la estabilidad
- $N_e$  número de estabilidad del talud
- $\rho$  densidad del suelo que conforma el talud
- $g$  gravedad existente en el lugar donde se encuentra el talud
- $H$  altura del talud respecto al terreno de cimentación

El factor de seguridad se define como la relación entre la resistencia no drenada del suelo del talud y la resistencia no drenada necesaria para la estabilidad.

$$FS = \frac{s_u}{s_{un}} \quad (2)$$

De modo que sustituyendo la fórmula 1 en la 2, se tiene:

$$FS = \frac{s_u}{N_e \rho gH}$$

Con los datos del ejemplo

$$FS \approx \frac{28,6 \text{ kPa}}{(0,181)(1,38 \text{ Mg/m}^3)(9,76 \text{ m/s}^2)(7 \text{ m})} \approx 1,68$$

Comparar este factor de seguridad con el del ejemplo 8.1. El factor de seguridad es válido sólo para la circunferencia propuesta, y no es el más bajo de todo el talud. En este ejemplo el factor de seguridad es el del talud y por tanto el más bajo posible.

### EJEMPLO 8.3.

Calcular el factor de seguridad que corresponde al talud y a la circunferencia de 18 m de radio que se propone, y que se muestran en la figura 8.3. Se supone que existe isotropía en la resistencia y que es la misma en cualquier punto del talud, al igual que su densidad. La resistencia de ese suelo es  $c = 39,23 \text{ kPa}$  y  $\phi = 4^\circ$ . La densidad del suelo que conforma al talud tiene un valor de  $1,604 \text{ Mg/m}^3$ . La gravedad en el lugar donde se encuentra el talud es de  $9,78 \text{ m/s}^2$ . El suelo sigue a gran profundidad.

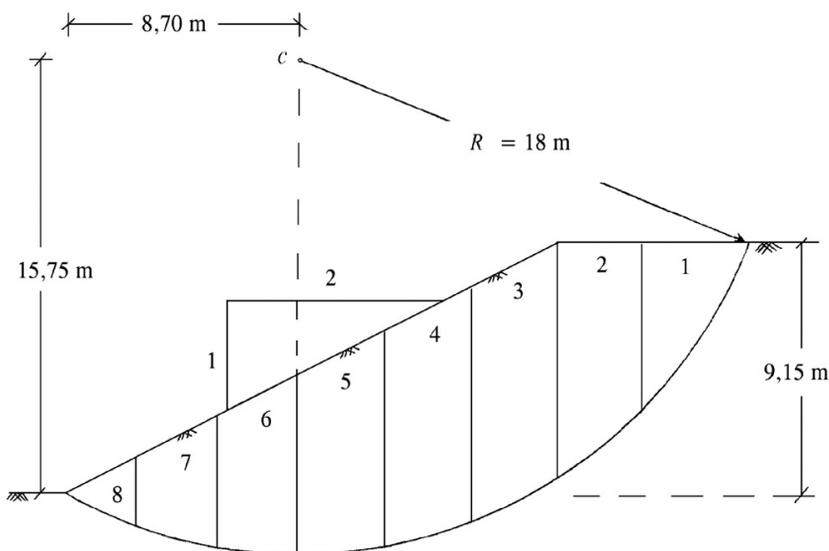


Figura 8.3

En la figura 8.3 se propone una división de 8 dovelas. Las dovelas están numeradas de derecha a izquierda. Se presentan los cálculos de la dovela 4.

Calcular de la dovela 4 su volumen en un análisis por unidad de espesor (en este caso de 1 m de espesor). Para facilitar el cálculo, la dovela se puede considerar como un trapecio, de tal forma que su volumen es:

$$V_4 \approx \frac{h(a+b)(1\text{ m})}{2} \approx \frac{3,2\text{ m}(7,9\text{ m} + 8,6\text{ m})(1\text{ m})}{2} \approx 26,4\text{ m}^3$$

El peso de la dovela se obtiene multiplicando el volumen por la densidad del suelo y por la gravedad local. Para la dovela 4 se tiene

$$W_4 = V_4 \rho g \approx (26,4\text{ m}^3)(1,604\text{ Mg/m}^3)(9,78\text{ m/s}^2) \approx 414,14\text{ kN}$$

El punto medio de la base de esta dovela tiene con la vertical un ángulo de  $15,46^\circ$ . Con este dato calcular tanto la fuerza normal en la base de la dovela, como la fuerza motora actuante en la base

$$N_4 = W_4 \cos \theta_4 \approx 414,14\text{ kN}(\cos 15,46^\circ) \approx 399,155\text{ kN}$$

$$T_4 = W_4 \sin \theta_4 \approx 414,14\text{ kN}(\sin 15,46^\circ) \approx 110,395\text{ kN}$$

Resulta oportuno recordar que la fuerza motora, para este problema, se considera positiva si produce momento en el sentido de las manecillas del reloj (se considera negativa para el sentido contrario). Visto de otra forma, las fuerzas motoras en base de dovela colocada a la derecha del centro de la circunferencia serán positivas, las fuerzas motoras en base de dovela a la izquierda de ese centro se consideran negativas.

Como el ancho de la dovela es de 3,2 m, calcular la longitud secante de la base de la dovela 4, como se muestra a continuación

$$L_4 = \frac{b_4}{\cos \theta_4} \approx \frac{3,2 \text{ m}}{\cos 15,46^\circ} \approx 3,32 \text{ m}$$

Esta longitud se debe multiplicar por el metro de espesor, para tener el área de la base de esta dovela. El esfuerzo normal promedio se obtiene de dividir la fuerza normal entre el área, en la cual actúa esa fuerza normal, de modo que

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{L_4(1 \text{ m})} \approx \frac{399,155 \text{ kN}}{(3,32 \text{ m}^2)} \approx 120,227 \text{ kPa}$$

La resistencia potencial promedio en la base, se puede calcular a partir de conocer el esfuerzo normal que actúa en la base de la dovela, aplicando la ecuación de resistencia de Coulomb

$$s_4 = c + \sigma_4 \operatorname{tg} \phi = 39,23 \text{ kPa} + 120,227 \text{ kPa}(\operatorname{tg} 4^\circ) \approx 47,637 \text{ kPa}$$

La fuerza resistente potencial de que se dispone en la base de la dovela, se puede calcular multiplicando la resistencia potencial promedio en la base, por la base de la dovela, en este caso

$$S_4 = s_4 \cdot L_4(1 \text{ m}) \approx 47,637 \text{ kPa} (3,32 \text{ m})(1 \text{ m}) \approx 158,155 \text{ kN}$$

En la tabla 8.2 se muestra el mismo procedimiento para todas las dovelas de este problema. El factor de seguridad para la circunferencia propuesta se calcula con la expresión

$$FS = \frac{\text{momento resistente}}{\text{momento motor}} = \frac{\sum_{i=1}^n R \cdot s_i \cdot L_i(1 \text{ m})}{\sum_{i=1}^n R \cdot T_i} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \cdot L_i(1 \text{ m})}{\sum_{i=1}^n T_i} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

El factor de seguridad del talud debe ser igual al factor de seguridad más bajo de todas las circunferencias posibles. Cabe aclarar que en este caso no se está calculando el factor de seguridad más bajo sino que se calcula el factor de seguridad para la supuesta superficie de falla definida por el arco de circunferencia ya propuesto.

Como se puede observar en la tabla 8.2 el factor de seguridad para este caso resultó ser:

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n T_i} = \frac{1\,319,944 \text{ kN}}{632,170 \text{ kN}} \approx 2,09$$

Se puede decir finalmente, que para la circunferencia propuesta en el talud trabajado, la condición es estable por el factor de seguridad que se obtuvo.

**Tabla 8.1** Datos para las dovelas

| Dovela   | Volumen (m <sup>3</sup> ) | Peso (Wi) (kN) | Inclinación (°) | Ni (kN)                                     | Ti (kN)  | b (m) | Li × 1 m (m <sup>2</sup> ) | Esfuerzo (i) (kPa) | si (kPa) | si · Li (× 1 m) (kN) |
|--|---------------------------|----------------|-----------------|---|----------|-------|----------------------------|--------------------|----------|----------------------|
| 1  | 12,608                    | 197,783        | 54,85           | 113,867                                     | 161,717  | 4     | 6,948                      | 16,388             | 40,376   | 280,532              |
| 2  | 22,863                    | 358,655        | 38,34           | 281,309                                     | 222,483  | 3,1   | 3,952                      | 71,181             | 44,207   | 174,708              |
| 3  | 27,52                     | 431,710        | 26,42           | 386,621                                     | 192,088  | 3,2   | 3,537                      | 109,308            | 46,874   | 165,792              |
| 4  | 26,4                      | 414,140        | 15,46           | 399,155                                     | 110,395  | 3,2   | 3,32                       | 120,227            | 47,637   | 158,155              |
| 5  | 23,2                      | 363,941        | 5,1             | 362,5                                       | 32,352   | 3,2   | 3,213                      | 112,823            | 47,119   | 151,394              |
| 6  | 17,1                      | 268,250        | - 4,78          | 267,317                                     | - 22,353 | 3     | 3,01                       | 88,810             | 45,440   | 136,775              |
| 7  | 10,95                     | 171,774        | - 14,46         | 166,333                                     | - 42,893 | 3     | 3,098                      | 53,690             | 42,984   | 133,166              |
| 8  | 3,375                     | 52,944         | - 24,1          | 48,329                                      | - 21,619 | 2,7   | 2,958                      | 16,338             | 40,372   | 119,422              |
| $\sum T_i = 632,17 \text{ kN}$                           |                           |                |                 | $\sum s_i \cdot Li = 1\,319,944 \text{ kN}$ |          |       |                            |                    |          |                      |
| $FS = 1\,319,944 \text{ kN} / 632,170 \text{ kN} = 2,09$ |                           |                |                 |   |          |       |                            |                    |          |                      |

## Bibliografía

Holtz, Robert D., and William D. Kovaks. *An Introduction to Geotechnical Engineering*, N. J., Prentice-Hall, 1981, 733 p.

Norma Oficial Mexicana NOM-008-SCFI-1993, *Diario oficial*, México, 14 de octubre de 1993, 13-80 p.

Tipler, Paul A. *Física*. Tomo I, Bilbao, Reverté, 1995, 595 p.

Whitlow, Roy. *Fundamentos de mecánica de suelos*. México, Continental, 1992, 589 p.



UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

***Ejercicios de mecánica de suelos en  
sistema internacional de unidades***

se publicó de manera provisional en el repositorio de la Facultad de Ingeniería en enero de 2025.

Primera edición electrónica de un ejemplar  
(4 MB) en formato PDF.

El cuidado de la edición y diseño estuvieron a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. Las familias tipográficas utilizadas son Rubik, Source Serif Pro y Sienna Math Pro con sus respectivas variantes.