



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Filtro Savitzky – Golay  
aplicado a un registro  
geofísico de pozo de rayos  
gamma**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

José Luis González Sánchez

**DIRECTOR DE TESIS**

Ing. Francisco Alejandro Arroyo Carrasco



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2024

---

*Para mi familia.*

*Para los que hacen posible la educación pública.*

*Para los que la defienden.*

---

---

*Es necesario que haya frío, sin él, el calor sería inútil.*

*Sadi Carnot*

*Procura ser claro, especialmente si tienes fama de ser sutil.*

*Isaac Asimov*

---

---

## **Agradecimientos**

A mi familia, por todo aquello que no se puede expresar en unas cuantas palabras, pero que me acompaña siempre, guiándome, en cada paso.

A la Facultad de Ingeniería y a los profesores que no solo comparten su conocimiento, sino que van más allá, preocupándose por sus alumnos con valiosos consejos y paciencia. Sus clases las disfruté y aproveché profundamente.

Un agradecimiento especial a los profesores que contribuyeron a la realización de este trabajo. Al ingeniero Francisco Alejandro Arroyo Carrasco, cuyo apoyo fue crucial para llevar a cabo este proyecto y quien, con su ejemplo, me enseñó lo que significa ser un ingeniero. A la maestra Thalía Alfonsina Reyes Pimentel, cuyo apoyo en esta etapa final de mi vida es invaluable. A la doctora Aidé Esmeralda López González, cuyos comentarios ayudaron a mejorar considerablemente este trabajo. Al doctor Andrés Tejero Andrade, por sus sabios consejos. Y al maestro Julián Zapotitla Román, por toda la ayuda brindada para expandir mis conocimientos en el área de la ingeniería geofísica.

Finalmente, pero no menos importante, a los amigos que hice en la Facultad de Ingeniería, y que llevaré siempre en mi corazón: Ana, Ada, Lupita, Bonilla, Brayan, Tona y El Vic.

Gracias.

---

Tabla de contenido	
I Resumen	7
II Abstract	8
1 Introducción	9
1.1 Antecedentes	9
1.2 Objetivos	11
1.3 Objetivo general	11
1.4 Objetivos particulares	11
1.5 Alcance	11
2 Geología	12
2.1 Geología regional	13
2.2 Estratigrafía	14
2.3 Geología estructural	19
3 Fundamentos Teóricos del Registros Geofísico de Pozo de Rayos Gamma	22
3.1 Propiedades de los rayos gamma	22
3.2 Minerales radiactivos en las rocas	25
3.3 Equipo	27
3.3.1 Contador de centelleo	27
3.3.2 Variaciones estadísticas	29
3.3.3 Condiciones del pozo	29

---

3.3.4	Correcciones	30
4	Señales	32
4.1	Sistemas	34
4.2	Registro geofísico de pozo como una señal digital	35
4.3	Filtros	36
5	Métodos	38
5.1	Inversión de datos	38
5.1.1	Problema inverso y problema directo	39
5.2	Mínimos cuadrados	39
5.3	Implementación del filtro Savitzky – Golay en Octave	47
5.4	Derivada	49
5.5	Corrección del registro	53
6	Resultados y análisis de resultados	54
6.1	Resultado de correcciones por diámetro del pozo y peso del lodo	54
6.2	Análisis de resultados	56
7	Conclusiones	74

---

# I Resumen

Este estudio se enfoca en la aplicación del filtro Savitzky-Golay en el procesamiento de registros geofísicos de pozo de rayos gamma en el pozo Mixhuca-1, ubicado en la Ciudad de México. El registro de rayos gamma es una herramienta común y valiosa para la interpretación cualitativa de la geología del subsuelo. A pesar de su uso generalizado, aún existen oportunidades no exploradas en este campo en el procesamiento digital de señales.

En esta investigación, se llevaron a cabo correcciones comunes en los registros de rayos gamma, como la corrección por peso del lodo y el diámetro del pozo. Luego, se aplicó el filtro Savitzky-Golay utilizando Octave, una alternativa gratuita a Matlab. Se filtró el registro con varios parámetros de filtro, como el grado del polinomio de ajuste y el número de datos de la ventana del filtro, para comparar las señales filtradas y evaluar el resultado.

La evaluación de la eficacia del filtrado se basó en la comparación entre las señales filtradas y una columna litológica construida a partir de registros geofísicos de pozo y muestras de canal. Los resultados muestran una mejora significativa en la detección de capas geológicas, con límites más nítidos y una mayor claridad en las señales filtradas en comparación con la señal original.

Este estudio subraya la utilidad del filtro Savitzky-Golay como una herramienta valiosa y sencilla para facilitar la interpretación de registros geofísicos de rayos gamma en pozos. Además, resalta la importancia de investigaciones futuras para optimizar la configuración del filtro según las características específicas de cada señal.

---

## II Abstract

This study focuses on the application of the Savitzky-Golay filter in processing gamma ray well log data from the Mixhuca-1 well, located in Mexico City. Gamma ray logging is a common and valuable tool for qualitative interpretation of subsurface geology. Despite its widespread use, there are still unexplored opportunities in this field in digital signal processing.

In this research, common corrections were made to gamma ray logs, such as corrections for mud weight and well diameter. Then, the Savitzky-Golay filter was applied using Octave, a free alternative to Matlab. The log was filtered with various filter parameters, such as the degree of polynomial fitting and the number of data points in the filter window, to compare the filtered signals and evaluate the result.

The effectiveness of the filtering was evaluated by comparing the filtered signals with a lithological column constructed from well geophysical logs and core samples. The results show a significant improvement in the detection of geological layers, with sharper boundaries and greater clarity in the filtered signals compared to the original signal.

This study underscores the utility of the Savitzky-Golay filter as a valuable and straightforward tool for facilitating the interpretation of gamma ray well log data. Furthermore, it highlights the importance of future research to optimize the filter configuration according to the specific characteristics of each signal.

---

# 1 Introducción

## 1.1 Antecedentes

El desarrollo de los registros de resistividad eléctrica a finales de la década de 1930 marcó un hito en la exploración petrolera (Schlumberger , 1986). Desde entonces, los registros geofísicos de pozo se han convertido en una herramienta fundamental en las Ciencias de la Tierra, con aplicaciones que abarcan desde la industria petrolera hasta la minería, la geología y el medio ambiente, entre otros campos. Estos registros han revolucionado la obtención de información sobre las formaciones subterráneas, ofreciendo una precisión sin precedentes a un costo considerablemente más bajo que las técnicas de muestreo tradicionales (Malcolm, 2002).

Los registros geofísicos de pozo se clasifican según el principio físico con el que operan, incluyendo registros eléctricos, radioactivos, acústicos, térmicos y mecánicos (Arroyo, 1996). Para maximizar la eficiencia económica de la exploración, se suelen realizar múltiples registros simultáneamente, con el objetivo de obtener la mayor cantidad de información posible para su posterior comparación.

Sin embargo, estos registros a menudo presentan cierta distorsión de las formaciones, conocida como ruido, que puede dificultar su interpretación. A pesar de los esfuerzos de corrección, en ocasiones el ruido es tan significativo que los registros pueden quedar excluidos de los análisis posteriores.

Aunque los registros geofísicos de pozo son principalmente señales digitales, el uso de métodos digitales para reducir el ruido de las señales no es muy común en esta área, lo que representa un área de investigación importante.

---

El procesamiento de señales se centra en mejorar la resolución y reducir el ruido, especialmente en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, los filtros utilizados en este proceso pueden suavizar excesivamente las altas frecuencias, eliminando información crucial, especialmente en zonas con cambios abruptos (Honório et al. 2012).

Existen diversos métodos para mejorar la resolución de las señales geofísicas, como los propuestos por Branisa (1974), que utilizan filtros en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, estos métodos suelen requerir una cantidad significativa de cálculos. Otro enfoque para reducir el ruido es mediante la Transformada Wavelet (TW), aunque su implementación puede ser compleja debido al entrenamiento previo necesario para el algoritmo.

El filtro digital Savitzky-Golay emerge como una alternativa prometedora para suavizar señales ruidosas en registros geofísicos de pozo. Su implementación digital es relativamente sencilla y ofrece la ventaja de reducir el ruido sin eliminar picos o cambios abruptos en la señal. En este contexto, se propone aplicar este filtro a un registro geofísico de rayos gamma del pozo ubicado en la ciudad de México Mixhuca – 1, como parte de un esfuerzo por comprender las características geológicas de la cuenca después del terremoto de 1985 (Cardenas, 1987).

El registro de rayos gamma del pozo Mixhuca-1 se caracteriza por su alto nivel de ruido, lo que dificulta su interpretación. Antes de aplicar el filtro Savitzky-Golay, se realizan correcciones al registro, como el ajuste por diámetro de pozo y peso del lodo, y se unen los datos medidos por intervalos. La implementación del filtro en Octave permite comparar la señal filtrada con una columna estratigráfica del pozo para evaluar su utilidad en la interpretación del registro.

---

## 1.2 Objetivos

### 1.3 Objetivo general

- Determinar la utilidad del filtro Savitzky – Golay como herramienta para facilitar la interpretación de registros geofísicos de pozo de rayos gamma ruidosos a partir del suavizado de la señal.

### 1.4 Objetivos particulares

- Demostrar que el filtro Savitzky – Golay es un filtro fácil de calcular e implementar para el suavizado de señales de registros geofísicos de pozo.

- Mostrar las bondades y debilidades de la aplicación del filtro

### 1.5 Alcance

- Facilitar la interpretación cualitativa del registro de rayos gamma del pozo Mixhuca – 1 a partir del suavizado de la señal implementando del filtro Savitzky – Golay.

---

## 2 Geología

Según Unda (2016), la cuenca del Valle de México se encuentra en el límite meridional de la altiplanicie mexicana, conocida como la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) o Cinturón Volcánico Transmexicano (CVTM). Esta región, un arco volcánico continental, se estima que tiene una antigüedad que data del Mioceno, alrededor de hace 23 millones de años, hasta la actualidad, extendiéndose a lo largo de aproximadamente 1000 km con un ancho variable de 50 km a 250 km.

El relieve de la FVTM se compone de una serie de planicies que se extienden desde las costas del Pacífico en Nayarit hasta las costas del Golfo de México en Veracruz. Esta topografía está marcada por cientos de volcanes que conforman la faja. Su origen está estrechamente relacionado con la subducción de la placa de Cocos y la placa de Rivera bajo la placa de Norteamérica (Unda, 2016).

Morfológicamente y tectónicamente, la FVTM se divide en tres regiones principales (occidental, central y oriental), donde predomina un sistema estructural sobre otro. Las direcciones principales convergen en la placa de Cocos y Norteamericana. En esta región, se encuentran numerosos estratovolcanes poligenéticos, volcanes monogenéticos mayormente compuestos de conos cineríticos, complejos de calderas y cráteres de explosión (maares), así como productos de lavas y material piroclástico (Unda, 2016).

Las unidades volcánicas del Plioceno al Cuaternario de la FVTM están compuestas principalmente por basaltos, andesitas, dacitas y riolitas, que se superponen a una unidad magmática de edad cenozoica que incluye lavas riolíticas, andesíticas, dacíticas y coberturas ignimbríticas. Los cambios en la composición de las lavas indican diferentes pulsos magmáticos a lo largo del tiempo.

---

El límite sur de la Cuenca de México está determinado por la presencia de los sedimentos de la Sierra de Chichinautzin, que han modificado la morfología de la cuenca en los últimos 700,000 años. Esto ha resultado en la depositación de material volcánico, aluvial y lacustre con variaciones en el espesor según la topografía y el aporte del material en la zona (Vázquez & Jaimes, 1989).

La cuenca del Valle de México es endorreica y de carácter lacustre, resultado de los lagos que existieron al final de una época glacial cuando la cuenca se cerró en el Cuaternario Superior.

Esto llevó a que las aguas pluviales quedaran encajonadas, formando un conjunto de

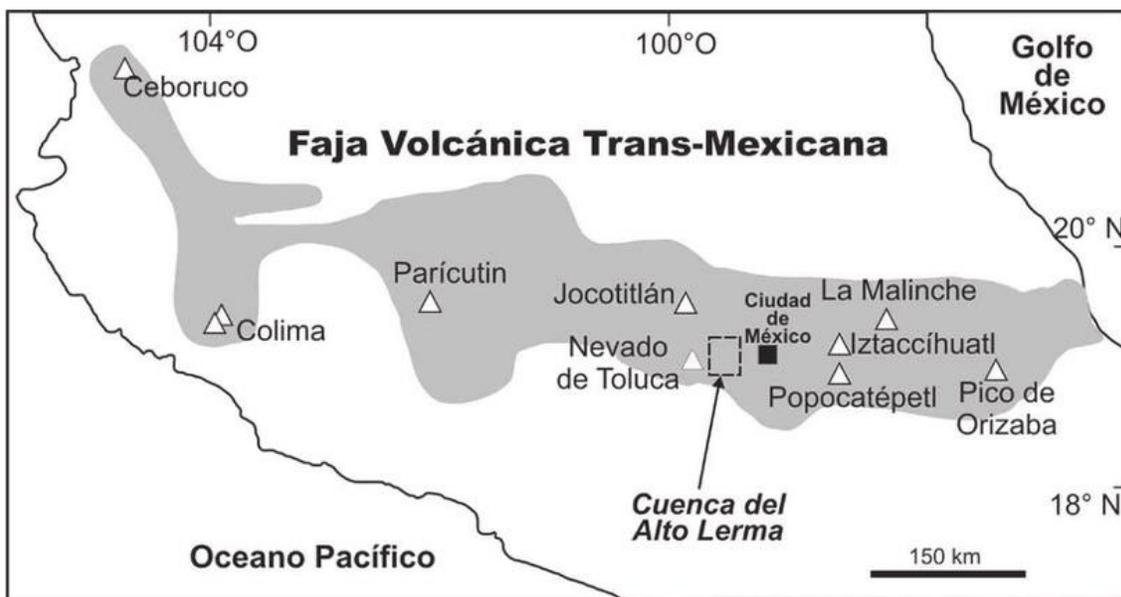


Figura 1. Cuenca del valle de México. Tomado de: <https://causanatura.org/visualizacion-de-datos/es-nuestra-montana-comunidades-se-organizan-para-salvar-el-bosque-la-malinche>.

lagos someros. Los depósitos consolidados junto con las rocas más antiguas experimentaron un intenso fracturamiento debido a los esfuerzos extensionales y transtensionales asociados al régimen tectónico que dio forma a la cuenca (Unda, 2016).

## 2.1 Geología regional

---

En la cuenca del Valle de México (Figura 1), se han identificado cerca de 200 volcanes monogenéticos que datan del Cuaternario (Unda, 2016). Esta cuenca, sedimentaria por naturaleza, ha experimentado subsidencia durante un largo período, y su relleno se ha producido mediante la acumulación de extensos espesores de sedimentos, que incluyen tanto materiales lacustres, como arcillas, como sedimentos de origen ígneo provenientes de los complejos volcánicos, como la Sierra Chichinautzin y sus alrededores. Entre estos materiales se encuentran piroclastos, brechas volcánicas, tezontle, así como una variedad de andesitas, basaltos-andesíticos, brechas y calizas.

La litología de la cuenca del Valle de México muestra una base compuesta por calizas del Cretácico, seguida por una secuencia de rocas que abarcan desde el Mioceno hasta el Cuaternario. Estas rocas incluyen derrames volcánicos intercalados con tobas, tobas cristalinas, brechas volcánicas, arcillas y arenas tobáceas. En las capas más superficiales de la cuenca se encuentran depósitos de arcillas, conglomerados y tobas arenosas, siendo estos últimos depósitos aluviales cubiertos por arcillas lacustres en la parte central del valle.

La cuenca del Valle de México ha sido testigo de una notable actividad volcánica, resultado de diversos eventos tectónicos que han sido extensamente documentados en las diferentes formaciones. Esta actividad abarca desde el Oligoceno hasta el Mioceno temprano, hasta el Plioceno-Cuaternario. Los eventos cuaternarios se caracterizan principalmente por derrames volcánicos andesítico-basálticos, depósitos lacustres y la continua actividad tectónica asociada a las placas de Cocos y Norteamérica (Vázquez & Jaimes, 1989).

## 2.2 Estratigrafía

Según Unda (2016), Cserna y colaboradores sintetizaron la información estratigráfica más destacada disponible hasta ese momento sobre la cuenca del Valle de México. Elaboraron

---

un mapa geológico tectónico que abarcaba desde Pachuca, en el Estado de Hidalgo, hasta los alrededores de Cuautla, en el Estado de Morelos (véase Figura 2). En este mapa, se cartografiaron ocho unidades distintas distribuidas en cinco categorías principales: 1) depósitos mesozoicos, 2) depósitos clásticos continentales del Terciario, 3) rocas volcánicas terciarias, 4) depósitos plioceno-cuaternarios y 5) depósitos cuaternarios.

# UNIDADES LITOSTRATIGRÁFICAS

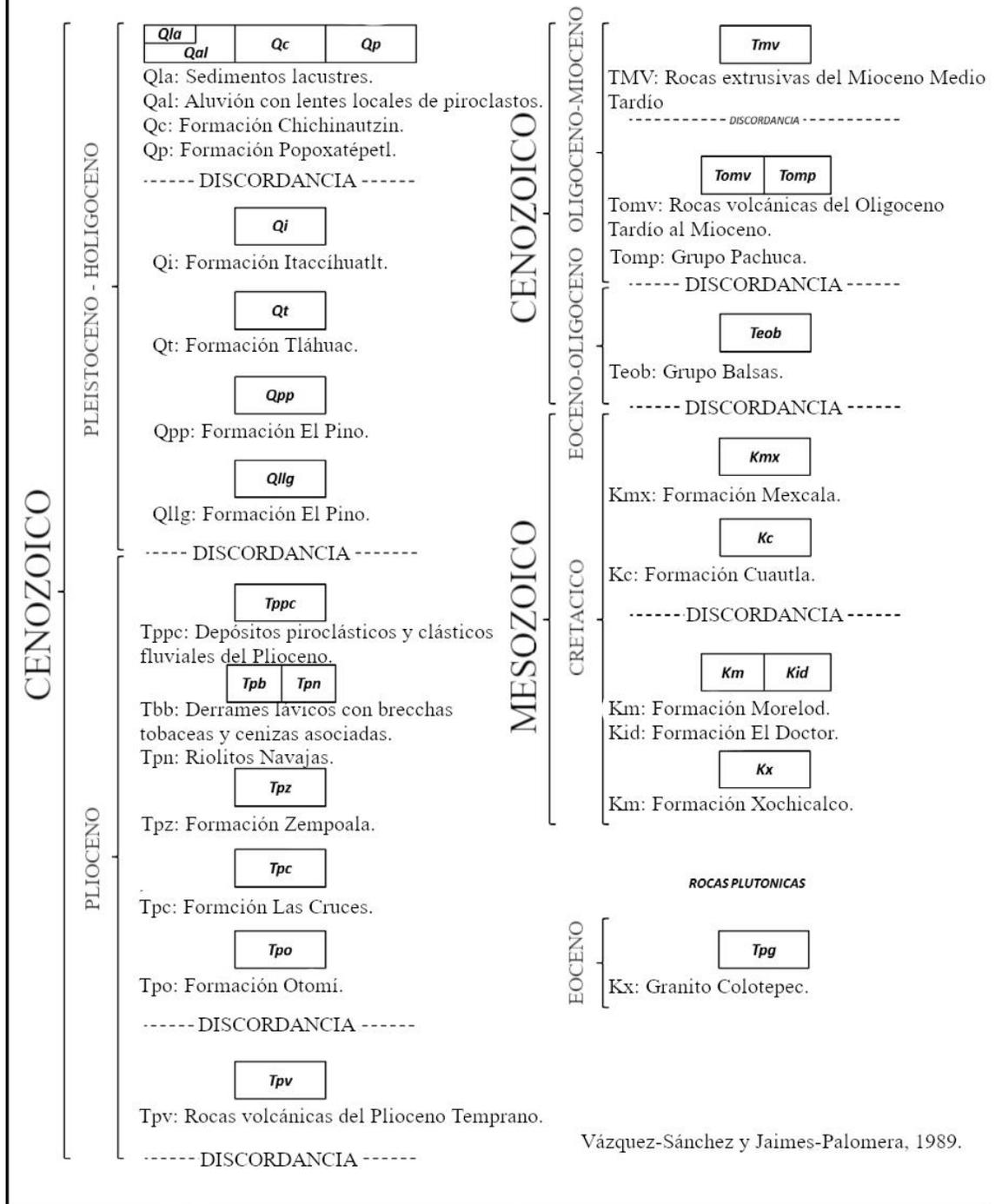


Figura 2. Unidades litoestratigráficas de la cuenca del valle de México. (Modificado de Unda, 2016).

---

La estratigrafía se ha reconstruido a partir de la correlación de varios pozos, como el pozo Mixhuca, que exhibe una columna de 1568 metros compuesta por rocas tanto del Mesozoico como del Cenozoico. Estas rocas sobreyacen una base de rocas calizas carbonatadas con un espesor de hasta 879 metros, que datan del Cretácico Medio y Superior, donde se pueden observar rocas del Cretácico Medio debido a una falla inversa (Cardenas, 1987).

Las rocas modificadas por procesos erosivos generaron una discordancia angular que subyace a una secuencia vulcanoclástica de hasta 1483 metros de espesor del Terciario, que se engrosa hacia el poniente con un espesor de hasta 2000 metros de rocas vulcanoclásticas, observadas en los pozos Copilco 1 y Roma 1 (Cardenas, 1987).

En la estratigrafía local, los depósitos volcánicos de basalto, andesita, conglomerados, tobas y brechas, observados en los pozos, son registros de varios ciclos de vulcanismo que van desde el Oligoceno hasta el Cuaternario, como los que se pueden observar en el sur de la Ciudad de México.

Durante el Terciario Medio, se encuentran clastos de origen volcánico, como tobas, brechas volcánicas y derrames de basalto y andesita, todos ellos estratificados, que afloran en los límites de la Cuenca de México. El Terciario Superior comprende grandes depósitos de lava de este a oeste de la cuenca, así como derrames andesíticos procedentes del volcán Iztaccihuatl y del Ajusco. El último ciclo de vulcanismo incluye rocas andesíticas, andesíticas-basálticas y basaltos, de origen cuaternario.

En la parte norte, occidental y sur de la cuenca, hay presencia de afloramientos del Mesozoico, aunque su distribución a lo largo de la cuenca es irregular. Estos afloramientos datan del período Jurásico y Cretácico.

---

En el pozo Mixhuca, se han identificado ocho unidades litoestratigráficas. Una parte significativa de las rocas observadas en este pozo corresponde a rocas del Cenozoico, con un espesor de 1568 metros, que descansan sobre sedimentos del Mesozoico afectados por una falla inversa. Las rocas carbonatadas comprenden dos unidades principales: una caliza de colores claros con abundante fauna bentónica, indicativa de un ambiente de plataforma de edad Cretácico Inferior a Medio, y una caliza arcillosa del Cretácico Superior, depositada en un ambiente de cuenca. En la Tabla 1 se presentan las unidades que fueron atravesadas por el pozo Mixhuca – 1 en la columna estratigráfica.

Era	Profundidad (m)	Descripción
Cenozoico	0 – 90	Sedimentos lacustres, arcillas de edad reciente, con un espesor de 85 m.
	90 – 160	Basaltos, arcillas y tobas, con un espesor 70 m. La arcilla tiene aspecto arenoso, con intercalaciones de basalto, el cual presenta vesículas y estructura masiva, y de toba de compacta a semi compacta, está unidad presenta fracturas rellenas por tobas y bentonita.
	160 – 272	Conglomerados, arcillas y tobas, con un espesor de 112 m. El conglomerado es volcánico con clastos sub redondeados de toba lítica, basalto y fragmentos dispersos de caliza, englobados en una matriz areno-arcillosa poco consolidada. En el límite se tienen intercalaciones de arcillas con toba
	272 – 592	Tobas, andesitas y conglomerados con un espesor de 320 m. En esta unidad se tienen dos colores de toba que tiende a ser dura, intercalaciones de dos tonalidades de andesita cuya textura es afanítica y conglomerado polimíctico constituido por fragmentos de andesita, toba y basalto, en una matriz arcillo-arenosa
	592 – 675	Brecha volcánica con fragmentos de basalto y toba en una matriz areno-tobácea, cuyo espesor es de 83 m. Por otra parte, también se tiene basalto cuya textura está alterada y presenta vesículas.
	675 – 817	Tobas, basaltos y brechas volcánicas, el espesor es de 142 m. La toba presenta intercalaciones de basalto fresco con basalto alterado, con abundantes fenocristales de olivino. La brecha contiene fragmentos de toba y basalto en una matriz areno-tobácea.
	817 – 948	Tobas y basaltos, con espesor de 131 m, la toba se encuentra compactada y en la base presenta basalto fresco, con textura porfídica y pirita diseminada. De 948 a 1573 m, la unidad consta de basaltos y tobas de considerable tamaño, con un espesor de 625 m. En la base se tiene toba ligeramente calcárea, y una intercalación de basalto de diferente tonalidad, masivo y textura afanítica.
	948 – 1573	Basaltos y tobas de considerable tamaño, con un espesor de 625 m. En la base se tiene toba ligeramente calcárea, y una intercalación de basalto de diferente tonalidad, masivo y textura afanítica.
Mesozoico	1573 – 1736	Caliza mudstone compacta y recristalizada, con fracturas rellenas por calcita, el espesor es de 163 m y es el bloque alto del Cretácico Medio.
	1736 – 1832	Caliza mudstone perteneciente al Cretácico Superior, compacta, parcialmente recristalizada y con abundantes fracturas verticales y horizontales rellenas por calcita y arcilla, su espesor es de 96 m.
	1832 – 2452	Caliza mudstone del Cretácico Medio, parcialmente recristalizada y con sus fracturas rellenas de calcita y en tramos dispersos por material arcilloso, consta de un espesor de 620 m

Tabla 1. Unidades estratigráficas del pozo Mixhuca – 1. (Tomado de Cardenas, 1987).

### 2.3 Geología estructural

Son característicos de esta zona una serie de pliegues en rocas del Cretácico, los cuales son mayormente simétricos y reclinados al oriente y poniente. Los ejes de estos pliegues tienden a ser sinuosos y están principalmente orientados al nor-noroeste, con la excepción del anticlinal

---

de Tecumán. Estos pliegues se formaron debido a un esfuerzo de compresión profunda, generado por fuerzas en dirección este-noreste y oeste-sureste (Fries, 1960). La mayoría de estos pliegues tienen extensiones que oscilan entre 2 y 3 km de longitud, aunque el anticlinal de Ticumán es una excepción, con más de 40 km de longitud. Estos pliegues pertenecen a las rocas jurásicas y cretácicas de la Sierra Madre Oriental (Vásquez, 1989).

Los pozos Mixhuca – 1 y Tulyehualco – 1 en el Valle de México atravesaron las rocas del Cretácico a profundidades de 1570 m y 2200 m, respectivamente. Se infiere la existencia de fallas normales y laterales posteriores al Mioceno, similares a las observadas en el sur y el norte del Valle, en los estados de Hidalgo y Morelos, debido a la repetición de las columnas cortadas por los pozos (Unda, 2016). Además, hay un grupo de fallas del Eoceno-Oligoceno Temprano, conocidas como Jojutla y Cañón de Lobos, que se localizan en la porción centro meridional. Estas son un grupo de fallas normales con desplazamiento lateral derecho (Vásquez, 1989).

La falla de Jojutla tiene un rumbo noreste a lo largo de 35 km, mientras que la segunda falla tiene un rumbo noreste a lo largo de al menos 15 km, continuando con la misma dirección por debajo de rocas terciarias. En el extremo noroccidental de la falla de Jojutla se observa una ramificación de fallas normales divergentes, con un desplazamiento vertical de 1500 m, visible en el contacto de las formaciones Mezcala y Morelos (Vásquez, 1989).

En los pozos Mixhuca – 1 y Roma – 1 se observa una diferencia considerable de altitud con respecto a la cima de las rocas del Cretácico, lo que indica una falla normal. En esta falla, el bloque que cae tiene un desplazamiento vertical del orden de 1500 m, con un rumbo N15°W que se extiende por lo menos a 25 km de longitud (según interpretaciones sísmicas de reflexión y gravimetría) (Vásquez, 1989).

---

En el Oligoceno Tardío al Eoceno Temprano se tiene otro conjunto de fallas, no más antiguo que el Terciario Medio, ya que dislocan al Grupo Balsas. Estas fallas solo se han podido reconocer en la zona más al sur, donde aflora el Grupo Balsas (Unda, 2016).

Al sur de la Cuenca del Valle de México, existe un grupo de fallas normales que cortan las rocas volcánicas del Mioceno, Plioceno y Cuaternario en las Sierras de Guadalupe, Tepoztlán y en el cerro de Chimalhuacán. Estas fallas tienen longitudes promedio de 4 km y buzamiento en direcciones indefinidas, con un echado que varía entre los 60° y 80°. Además, se pueden observar fallas normales en diversas partes de la cuenca, como las que se han observado en Cuajimalpa, que cortan rocas del Mioceno Tardío al Medio, la falla que disloca la Formación de las Cruces, también en Cuajimalpa, la Formación Tláloc al oriente de Chicoloapan, y la falla que corta la Formación el Pino en el cerro de Chiconautla (Vásquez, 1989).

---

## 3 Fundamentos Teóricos del Registros Geofísico de Pozo de Rayos Gamma

Según Arroyo (1996), los registros geofísicos de pozo son representaciones digitales o analógicas de una propiedad física que se mide en función de la profundidad. Se utilizan para medir propiedades físicas de las rocas de manera casi directa en un pozo y son fundamentales para comprender la geología del subsuelo y determinar la saturación de recursos como hidrocarburos y agua.

Estos registros se clasifican en diferentes tipos según su principio de funcionamiento, incluyendo registros eléctricos, radiactivos, acústicos, térmicos y mecánicos. Dentro de los registros radiactivos, se distinguen dos tipos principales: los rayos gamma naturales, que miden la radiación total de las rocas, principalmente por el contenido de potasio, torio y uranio, y el registro de espectrometría de rayos gamma, que además de medir la radiactividad total de la formación, determina la concentración de los elementos radiactivos (Schlumberger, 1989).

Los registros de rayos gamma son especialmente útiles para la reconstrucción litológica de las formaciones atravesadas por el pozo. Permiten definir el límite entre las capas, evaluar la porosidad, permeabilidad de las rocas y el contenido de arcilla, dado que el material radiactivo tiende a concentrarse principalmente en las arcillas y lutitas. La curva de rayos gamma es particularmente efectiva en pozos con lodos altamente salinos y en pozos entubados, donde la curva SP no proporciona una buena definición.

### 3.1 Propiedades de los rayos gamma

Según Serra (1998), la radioactividad es el proceso natural de descomposición de ciertos átomos, donde isótopos inestables se transforman en otros más estables. En ocasiones, este

---

proceso lleva a la formación de isótopos radiactivos, repitiéndose hasta que los elementos alcanzan cierta estabilidad. A este fenómeno se le conoce como series radiactivas (Figura 3). La radiactividad puede manifestarse en tres formas: alfa, beta y gamma.

La radiactividad alfa ( $\alpha$ ) implica la emisión de un núcleo de átomo de helio de alta energía, con carga positiva, y posee una capacidad de penetración muy limitada a través de la materia. Por otro lado, la radiación beta ( $\beta$ ) consiste en una partícula físicamente similar al electrón, pero con mayor energía cinética. Tiene una penetración mayor que la radiación alfa, aunque no supera unos pocos milímetros, dependiendo del material.

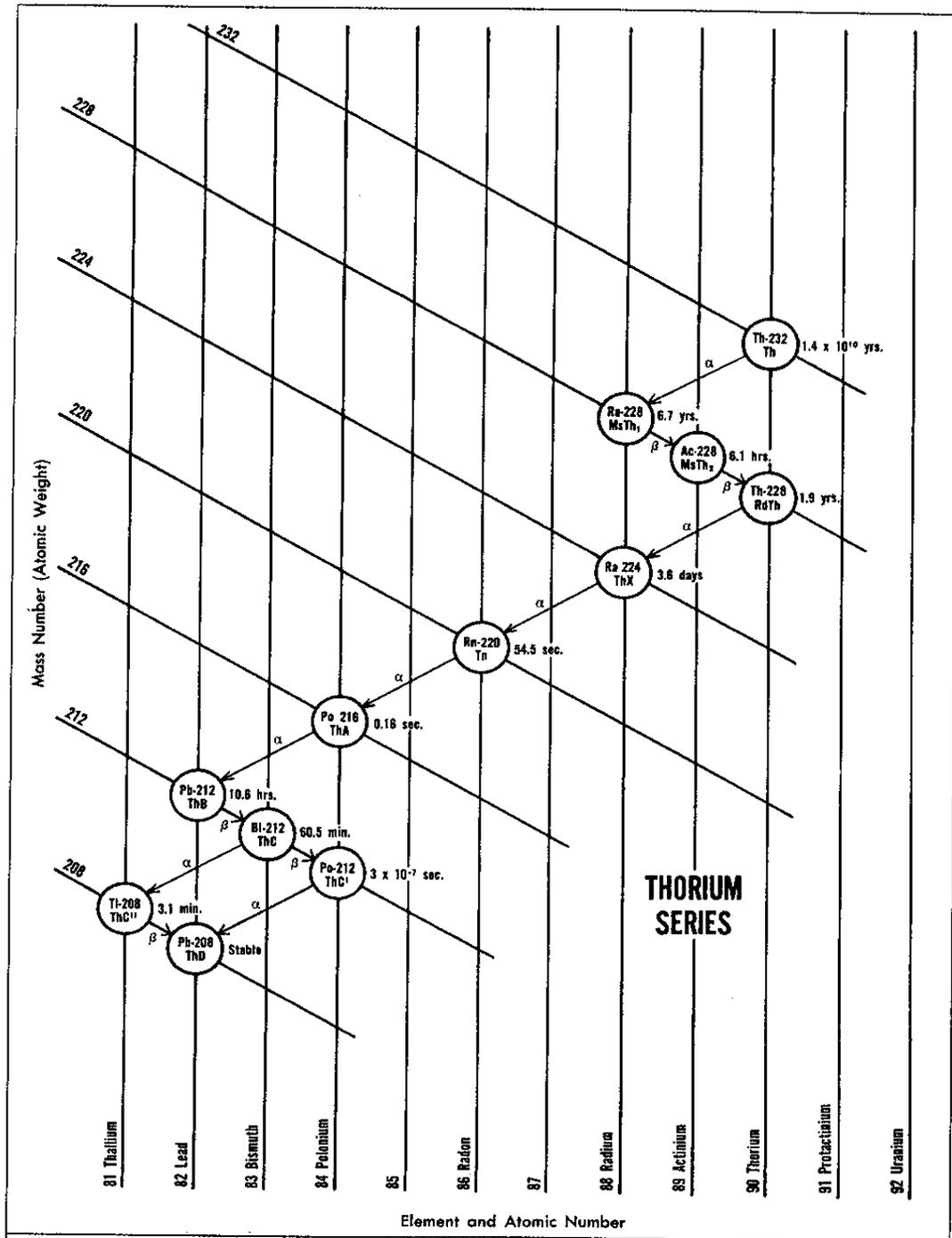


Figura 3. Serie radiactiva de algunos isótopos de torio. (Tomado de Bassiouni, 1994).

---

La radiación gamma ( $\gamma$ ) consiste en una onda electromagnética similar a la luz o los rayos X, caracterizada por su alta energía y capacidad de penetración a través de la materia. En la Tierra, los elementos que emiten suficientes rayos gamma para ser detectados incluyen el potasio 40 ( $^{40}\text{K}$ ), con una vida media de  $1.3 \times 10^9$  años, la serie del torio 232 ( $^{232}\text{Th}$ ), con una vida media de  $1.4 \times 10^{10}$  años, y la serie del uranio 238 ( $^{238}\text{U}$ ), con una vida media de  $4.4 \times 10^9$  años.

Cuando los rayos gamma atraviesan las formaciones geológicas, interactúan con los electrones de los átomos, produciendo una colisión elástica. En este proceso, parte de la energía cinética de los rayos gamma se transfiere al electrón con el que chocan, provocando su dispersión. Este fenómeno se conoce como efecto Compton. Posteriormente, los rayos gamma pueden perder suficiente energía después de varias colisiones para ser absorbidos por los átomos de la formación, en lo que se denomina efecto fotoeléctrico.

La tasa de absorción de los rayos gamma varía en función de la densidad del material. La respuesta del registro geofísico después de aplicar correcciones como el diámetro del pozo, el peso del lodo, entre otros, es proporcional a la concentración del material radiactivo presente.

$$GR = \frac{\sum p_i V_i A_i}{\rho_b} \quad (1)$$

Donde  $p_i$  representa las densidades de los minerales radiactivos,  $V_i$  los factores de volumen total de los minerales,  $A_i$  los factores de proporcionalidad correspondientes a la radiactividad del material, y  $\rho_b$  es la densidad total de la formación. Para formaciones sedimentarias, la profundidad de investigación del registro de rayos gama (o GR por sus siglas en inglés) es de un pie (aproximadamente 30 cm) (Schlumberger, 1989).

### 3.2 Minerales radiactivos en las rocas

Según Serra (1998), durante el proceso de alteración de minerales como los feldespatos, estos se disuelven completamente, lo que resulta en la liberación de potasio en forma de iones.

---

Este potasio disuelto es transportado hacia los ríos y eventualmente llega al mar, donde interactúa con otros minerales y organismos orgánicos, formando parte de ciertas rocas sedimentarias. Los minerales más comunes que contienen potasio incluyen evaporitas, arcillas, y micas como biotita y moscovita, así como feldespatos como microclina y ortoclasa, y feldespatoides como leucita y nefelina.

En cuanto al uranio, se encuentra principalmente en rocas volcánicas, con una concentración mayor en rocas ácidas que en rocas básicas. Serra (1998) presenta una tabla (Figura 4) que muestra las concentraciones de minerales radiactivos en las rocas ígneas.

<i>Rocas ígneas</i>	<i>Th (ppm)</i>	<i>U (ppm)</i>	<i>K(%)</i>
<i>Ácidas intrusivas</i>			
<i>Granito</i>	19 – 20	3.6 – 4.7	2.75 – 4.26
<i>Rhode Island</i>	21.5 – 26.6 (25.2)	1.32 – 3.4 (1.99)	3.92 – 4.8 (4.51)
<i>New Hampshire</i>	50 – 62	12 – 16	3.5 – 5
<i>Precámbrica</i>	14 – 27	3.2 – 4.6	2 – 6
<i>Promedio para rocas graníticas</i>	15.32	4.35	4.11
<i>Cianita</i>	1338	2500	2.63
<i>Ácidas extrusivas</i>			
<i>Riolita</i>	6 – 15	2.5 – 5	2 – 4
<i>Traquita</i>	9 – 25	2 – 7	5.7
<i>Basicas intrusivas</i>			
<i>Gabro</i>	2.7 – 3.85	0.84 – 0.9	0.46 – 0.58
<i>Granodiorita</i>	9.3 – 11	2.6	2 – 2.5
<i>Diorita</i>	8.3	2.0	1.1
<i>Basicas extrusivas</i>			
<i>Basalto</i>			
<i>Basalto alcalino</i>	4.6	0.99	0.61
<i>Andesita</i>	1.9	0.8	1.7
<i>Andesita en Oregon</i>	5.5 – 15 (6.81)	1.2 – 2.2 (1.73)	2.4 – 4.28 (2.89)
<i>Ultra basica</i>			
<i>Dunita</i>	0.01	0.01	0.02
<i>Peridotita</i>	0.05	0.01	0.2
<i>Peridotita en california</i>	0.0108	0.0048	0.019

Figura 4. Contenido de minerales radiactivos en rocas ígneas. (Modificado de Serra, 1988).

### 3.3 Equipo

Para detectar la radioactividad de las formaciones, se emplean varias herramientas, siendo el contador de centelleo la más común. El registro de GR suele ejecutarse junto con registros de resistividad corta, larga, lateral y potencial natural, entre otros, especialmente en el caso de los registros para agua (Castro, 2012).

#### 3.3.1 Contador de centelleo

---

Arroyo (1996) explica que el contador de centelleo opera con material de centelleo, como el yoduro de sodio activado con talio, que emite luz en forma de fotones al absorber radiación. La cantidad de luz emitida por el material es proporcional a la energía de los rayos gamma absorbidos. Luego, los fotones chocan con un fotocátodo, convirtiéndose en electrones debido al efecto fotoeléctrico. Estos electrones pasan al fotomultiplicador, compuesto por una serie de ánodos conectados a un voltaje alto, dispuestos de tal manera que cada colisión con un electrón emite varios electrones (generalmente de 4 a 8), amplificando así el efecto del fotón original.

El último ánodo está conectado a una fuente positiva, lo que provoca que la última colisión se registre como un pulso de electrones. Este pulso puede ser registrado en los circuitos del registro (Figura 5).

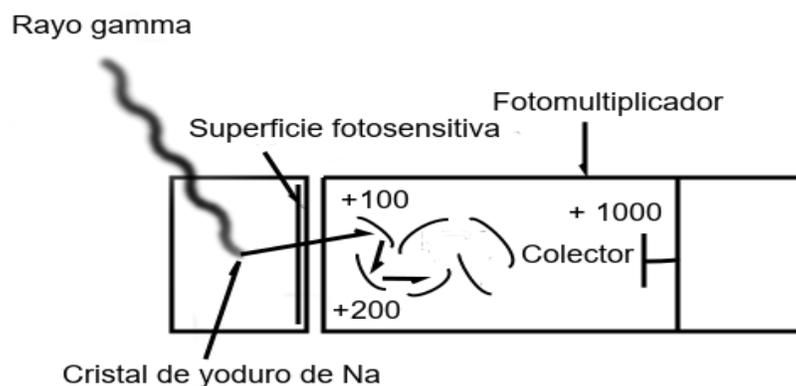


Figura 5. Esquema de un contador de centelleo. Modificado de Arroyo, 1996.

### 3.3.2 Variaciones estadísticas

Los fenómenos de radiación son inherentemente aleatorios. El recuento de la radioactividad fluctúa alrededor de un valor medio, y para que este valor se aproxime al verdadero, se requiere realizar numerosas mediciones durante periodos prolongados para obtener una estimación estadística más precisa.

### 3.3.3 Condiciones del pozo

Serra (1998) señala que la absorción de los rayos gamma por el material a través del cual viajan, como el lodo de perforación, y sus características, afectan el registro. Factores como la densidad, el volumen y la composición del lodo (por ejemplo, la bentonita es radiactiva) pueden alterar parte de la radiación de la formación que detecta la herramienta. Además, la posición de la herramienta (centrada en el pozo o no) desempeña un papel crucial, ya que el radio de investigación del registro de rayos gamma es una esfera relativamente pequeña alrededor de la herramienta, cuyo tamaño depende de la energía de los rayos gamma y de la densidad de la formación.

---

Por otro lado, el grosor mínimo de capa que la herramienta puede medir es igual al tamaño de la herramienta misma, ya que las capas más delgadas que la herramienta no son detectadas.

#### 3.3.4 Correcciones

Para contrarrestar los efectos del pozo antes mencionados, se utilizan las tablas de Schlumberger (Figura 6), en las cuales se toma en cuenta el diámetro del pozo (debido a que la intensidad de rayos gamma decrece con la distancia), la posición de la herramienta y el peso del lodo de perforación. De esta manera, se encuentra el factor de corrección (Serra, 1988).

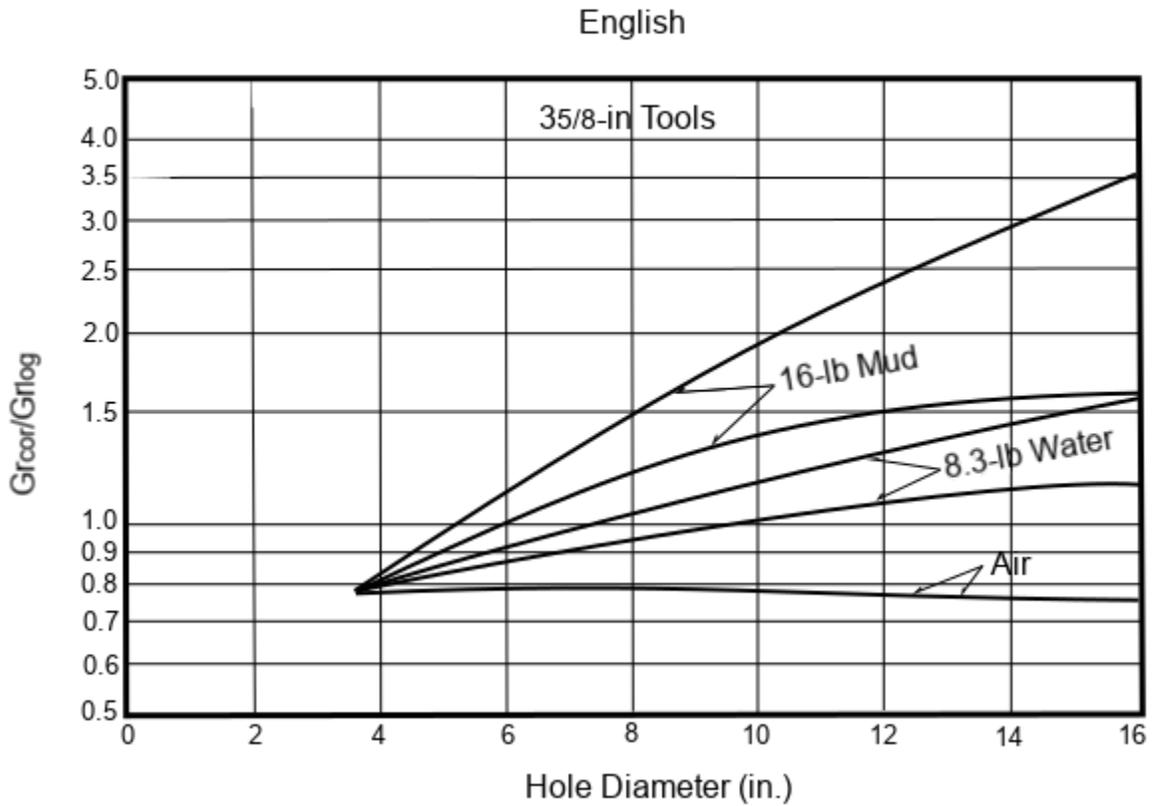


Figura 6. Catas Por 7 de Schlumberger de la edición 1986 para corrección del diámetro del pozo y peso del lodo.  $Gr_{cor}/Gr_{log}$  se refiere a la relación de la respuesta de la herramienta de  $3\frac{5}{8}$  pulgadas no centradas en un pozo de 8 pulgadas de diámetro. (Modificado de Schlumberger, 1986).

---

## 4 Señales

Según Proakis & Manolakis (2007), una señal se define como cualquier magnitud física que varía con respecto a otra variable o variables independientes. Estas señales están asociadas con un medio llamado sistema, donde se crean e interactúan, y contienen información sobre dicho sistema.

El ruido, en el contexto de las señales, comprende toda la información no deseada en la señal, pero que está asociada al sistema que las genera. En la práctica, el ruido puede tener diversas fuentes y causas, lo que dificulta su eliminación total (Zuñiga, 2018).

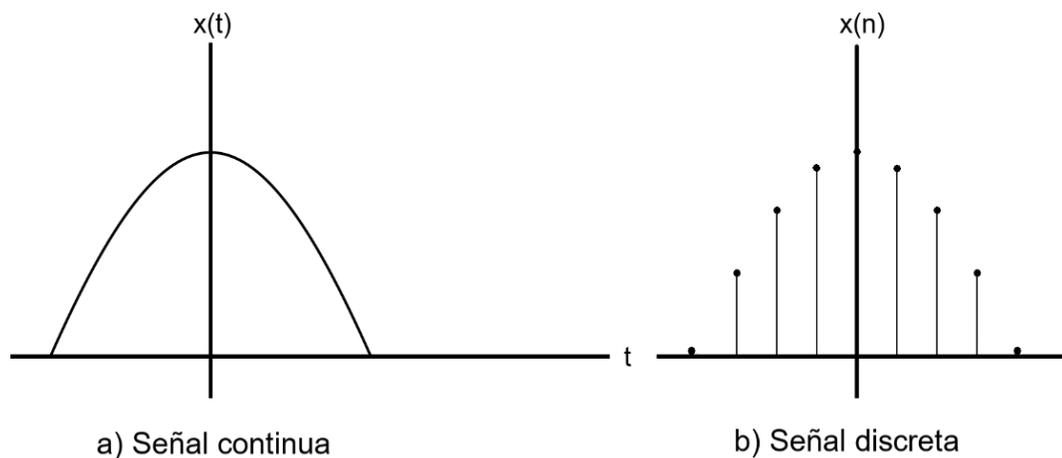


Figura 7. Ejemplo de una señal continua (a) y una señal discreta (b).

Las señales pueden clasificarse de diversas maneras según diferentes criterios, como mencionan Proakis et al. (2007). Una señal que abarca todos los valores posibles en un intervalo ya sea finito o infinito, se considera una señal continua o analógica. Por otro lado, si la señal solo toma un conjunto de valores dentro de un conjunto finito, se le denomina señal discreta o digital

---

(Figura 7). Los valores de una señal discreta suelen ser equidistantes y, por conveniencia, se representan con números enteros.

Todas las señales que pueden ser representadas de manera explícita mediante una fórmula matemática o una tabla de datos se consideran señales deterministas, dado que conocen los valores pasados, presentes y futuros de la señal.

Por otro lado, las señales cuya representación matemática exacta no se conoce o resulta muy compleja para ser práctica se denominan señales aleatorias, ya que no se puede predecir su comportamiento (Figura 8). En el caso de los registros geofísicos, al no conocerse la relación matemática de la señal, no es posible predecir los valores de esta en ningún intervalo, lo que la clasifica como una señal aleatoria.

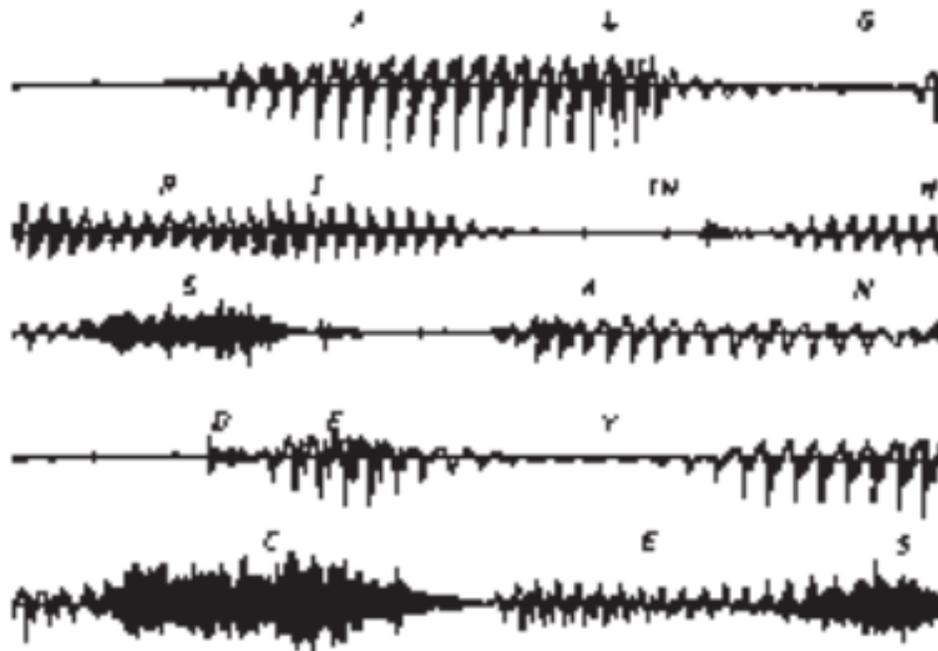


Figura 8. Ejemplo de señal aleatoria. (Tomado de Proakis et al. 2007).

---

## 4.1 Sistemas

En un contexto anterior, se discutió que las señales están intrínsecamente ligadas a los sistemas que las generan y con los cuales interactúan. Los sistemas pueden ser definidos como un conjunto de operaciones que actúan sobre una secuencia de entrada, la transforman a través del sistema, y producen una secuencia de salida. Oppenheim & Schaffer (2011) identifican varios tipos de sistemas. Al igual que las señales, existen sistemas discretos y continuos, lo que significa que algunos sistemas pueden aceptar cualquier valor de entrada, mientras que otros solo admiten valores específicos, generalmente equidistantes por comodidad.

Por otro lado, los sistemas lineales presentan la propiedad de que, cuando se suman dos valores de entrada, la salida se puede obtener sumando los valores y luego pasándolos por el sistema, o aplicando el sistema a cada valor por separado y luego sumando las salidas resultantes.

Los sistemas invariantes en el tiempo son aquellos que, cuando se les presenta una secuencia de entrada con algún desplazamiento hacia la derecha o hacia la izquierda, la salida del sistema presenta el mismo desplazamiento, en la misma dirección.

La combinación de estas dos propiedades da lugar a los sistemas LTI (Linear Time Invariant, por sus siglas en inglés). Estos sistemas son significativos por dos razones principales. En primer lugar, pueden ser representados como la suma de impulsos unitarios desplazados a lo largo de la señal. En segundo lugar, en un sistema LTI, es posible realizar la convolución de dos sistemas.

La convolución es un proceso aplicado a dos señales o sistemas. En este proceso, uno de los sistemas permanece fijo mientras que el otro se desplaza a lo largo de la señal fija, desde la

---

izquierda hacia la derecha. Los valores que coinciden se multiplican término a término y luego se suman, dando como resultado el nuevo valor del sistema.

#### 4.2 Registro geofísico de pozo como una señal digital

En un registro geofísico de pozo, la señal registrada refleja la respuesta detectada por la sonda ante un cambio en la litología, es decir, en la interfaz entre diferentes formaciones geológicas. La curva obtenida representa la acumulación de los impulsos registrados en los puntos donde se producen estos cambios de litología a lo largo del pozo, tal como se ilustra en la Figura 9 (Castro, 2012).

En la Figura 9 se evidencia cómo cada unidad litológica genera una respuesta en la señal, la cual puede ser positiva o negativa, y de magnitudes diferentes. Al sumar la respuesta de cada unidad, se obtiene la curva del registro geofísico de pozo. Por lo tanto, es posible concebir un registro geofísico de pozo como un conjunto de impulsos desplazados a lo largo de la señal, lo que permite considerarlo como un sistema LTI.

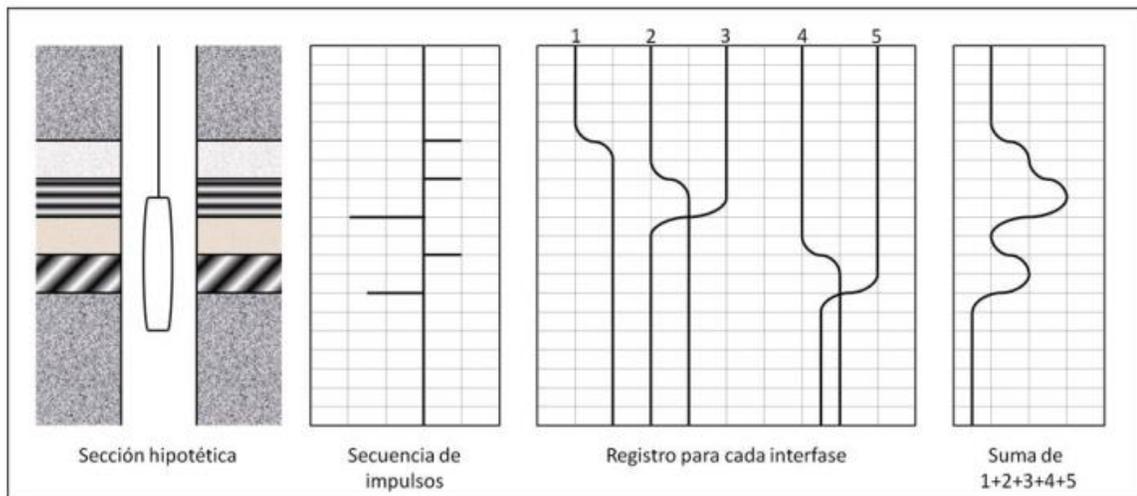


Figura 9. Ejemplo de la respuesta de la sonda a las propiedades de una formación en un registro geofísico de pozo. (Tomada de Castro, 2012).

### 4.3 Filtros

Un filtro, en términos generales, es un dispositivo que discrimina o elimina ciertos atributos de los objetos que pasan a través de él. En el contexto de las señales digitales, los sistemas LTI son considerados filtros.

Los filtros ideales suelen clasificarse en el dominio de la frecuencia como paso bajo, paso alto o paso banda (Figura 10). Sin embargo, los filtros digitales pueden operar en diferentes dominios, ya sea el tiempo, el espacio o cualquier otra variable independiente de la señal, como, por ejemplo, la media móvil o la primera y segunda derivada.

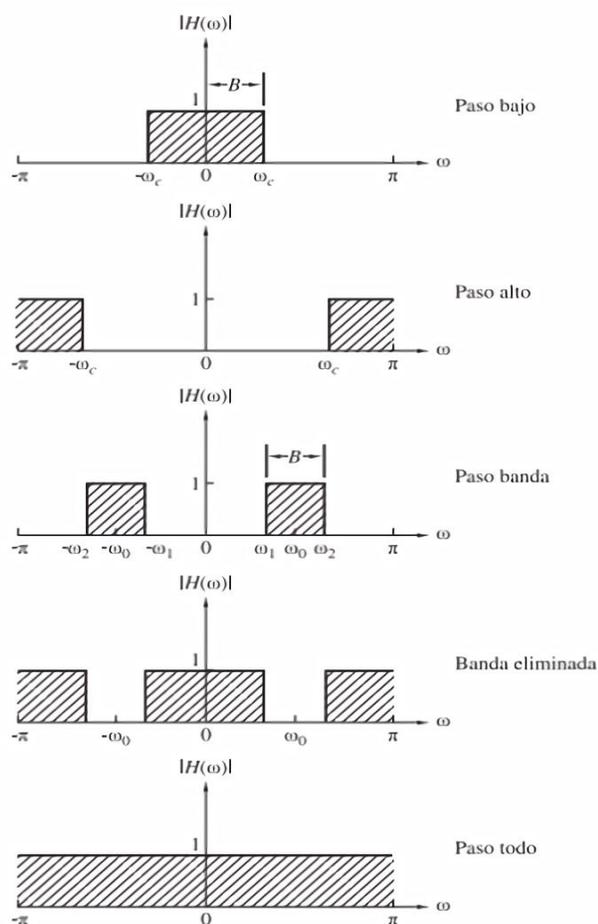


Figura 10. Clasificación de los filtros ideales en el dominio de la frecuencia. (Tomado de Proakis, 2007).

---

Los filtros en el dominio de la frecuencia presentan una ventaja considerable, dado que existen diversas técnicas matemáticas y recursos digitales que facilitan la traslación de las señales a dicho dominio. Una vez en el dominio de la frecuencia, manipular las señales resulta más sencillo, permitiendo la aplicación de operadores como filtros de manera más eficiente.

No obstante, existen situaciones en las que un enfoque basado en el dominio de la frecuencia puede no ser la mejor opción para filtrar una señal. Por ejemplo, cuando se requiere un suavizado leve, un filtro de media móvil puede ser adecuado. La elección del tipo de filtro se fundamenta en las necesidades específicas del estudio y en la simplicidad de su implementación.

---

## 5 Métodos

El Filtro Savitzky – Golay emerge como una herramienta de suavizado de señales de gran utilidad, operando en el dominio del tiempo o del espacio, donde residen los datos de la señal a filtrar. Esto supone un ahorro notable de cálculos y recursos computacionales. Además, destaca por mantener una relación equilibrada entre los valores máximos y mínimos de la señal, lo cual reviste relevancia en el análisis de las señales, dado que los filtros en el dominio de la frecuencia a menudo tienden a atenuar estos extremos de manera significativa.

La construcción del filtro Savitzky – Golay implica la combinación de diversas técnicas matemáticas, como la inversión de datos y el método de los mínimos cuadrados, los cuales se detallarán a continuación.

### 5.1 Inversión de datos

La inversión de datos, según Menke (1984), surge como una necesidad imperativa para obtener información sobre las propiedades inherentes a los datos adquiridos en el mundo físico, ya sea en el contexto de un experimento científico o un estudio investigativo. Estas propiedades se refieren a los parámetros fundamentales del modelo, cuyo conocimiento es crucial para predecir los resultados de un fenómeno determinado.

Menke (1984) aborda la inversión de datos con un ejemplo ilustrativo: consideremos el caso de querer determinar la distribución de temperatura en el interior de la Tierra a diferentes profundidades. Si asumimos que la temperatura aumenta de manera lineal con la profundidad, podemos expresar esta relación como:

$$T(z) = az + b \quad (2)$$

---

Donde  $T$  es una función de  $z$ , y  $b$  es la ordenada al origen. Se conoce que los valores de  $a$  y  $b$  son 0.1 y 25, respectivamente. Con esta información, es posible calcular la temperatura a cualquier profundidad. Si se dispone de una tabla de datos con temperaturas medidas a diferentes profundidades, se puede determinar los valores de  $a$  y  $b$  a partir de estos datos, lo que permite calcular la temperatura en cualquier profundidad, no solo en los puntos medidos.

En el ejemplo anterior, los parámetros  $a$  y  $b$  se consideran como los del modelo, y al conocerlos, se puede obtener información sobre el modelo en cuestión. La inversión de datos comprende un conjunto de técnicas matemáticas que nos ayudan a determinar estos parámetros del modelo de interés.

### 5.1.1 Problema inverso y problema directo

Menke (1984) continúa su explicación diferenciando los dos enfoques presentados en el ejemplo anterior. Conocer los parámetros del modelo permite realizar predicciones precisas, un proceso denominado problema directo. Por otro lado, obtener los parámetros a partir de un conjunto de datos medidos constituye el problema inverso. Es importante destacar que estos parámetros no son únicos, ya que varían según diversos factores asociados tanto con las características del modelo como con el método utilizado para su determinación.

En este caso, se empleará un método de inversión conocido como Mínimos Cuadrados, el cual se explicará a continuación.

## 5.2 Mínimos cuadrados

Esta técnica de inversión implica la aproximación de un polinomio de grado  $M$  a un conjunto de datos observados  $d$  (Figura 11). Este polinomio se distingue por ser el más cercano a los datos, es decir, presenta el menor error, y requiere el cálculo preciso de sus parámetros  $m$ .

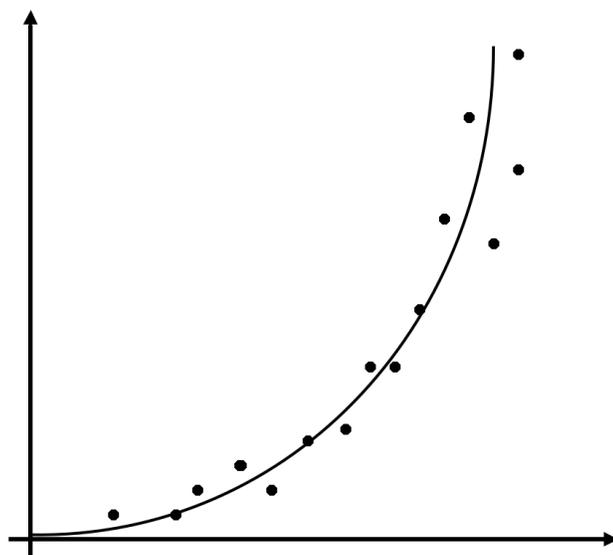


Figura 11. Ajuste de un polinomio a un conjunto de puntos.

Menke (1984) describe el proceso de la siguiente manera: primero, se debe considerar que existe un error entre los datos observados y los datos estimados ( $e_i$ ).

$$e_i = d_i - d$$

3)

Donde  $d_i$  representa un vector con los datos observados, y  $d$  es un vector con los datos estimados.

Dado que este error puede ser tanto positivo como negativo, conviene considerar el cuadrado de la operación anterior y sumar el error de cada punto observado para obtener el error total.

---


$$E = \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (4)$$

En donde N es el número total de mediciones. Si se considera el error entre los valores observados y estimados como un vector columna, la ecuación anterior se puede expresar como la multiplicación de la transpuesta del error entre cada dato estimado y observado, el cual es un vector renglón, y el vector error.

$$[e_1 e_2 \dots e_N] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix} = [e_1 \cdot e_1 + e_2 \cdot e_2 + \dots e_N \cdot e_N] \quad (5)$$

$$E = e_i^T e_i \quad (6)$$

Un polinomio de grado M tiene la forma  $d = m_0 + m_1x + m_2x^2 + \dots + m_Mx^M$ , donde  $m_1, m_2, \dots, m_M$  son los parámetros del polinomio. Por ejemplo, un polinomio de grado 3 se puede expresar como  $d = m_0 + m_1x + m_2x^2 + m_3x^3$ , y puede ser representado como una matriz.

$$d_i = m_0 + m_1x_i + m_2x_i^2 + m_3x_i^3 \quad (7)$$

---


$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_N & x_N^2 & x_N^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$d = Gm \quad (9)$$

A la matriz G se le suele llamar kernel. Con la notación anterior, el error total se puede expresar como:

$$E = (d - Gm)^T (d - Gm) \quad (10)$$

Para asegurar que el error sea mínimo, se deriva el error total con respecto a m, y se iguala a cero. Se obtienen las siguientes expresiones.

$$G^T Gm = G^T d \quad (11)$$

$$m = [G^T G]^{-1} G^T d \quad (12)$$

Las cuales representan la expresión de inversión de mínimos cuadrados, también conocidas como ecuaciones normales. El vector m contiene los parámetros del polinomio al cual se ajustan los datos, los cuales se evalúan en  $d_i$ .

---

El problema con la ecuación anterior radica en que en ciertas ocasiones y con ciertos valores, "m" se vuelve indeterminado, por lo que se debe buscar algún método para evitar este inconveniente. Gander y Hrebícek (2004) proponen la factorización QR de la matriz G.

En esta factorización, una matriz G de tamaño mxn puede expresarse como la multiplicación de una matriz Q de tamaño mxn y una matriz R de tamaño nxn. La matriz Q tiene la característica de estar conformada por columnas ortonormales, resultado de aplicar el proceso de Gram-Schmidt al conjunto de vectores columna de G, y R es una matriz triangular superior invertible (Larson, 2016).

$$G = QR \quad (13)$$

Sustituyendo la expresión anterior de mínimos cuadrados

$$Q^T R^T Q R m = Q^T R^T d \quad (14)$$

De las propiedades de las matrices ortogonales se tiene

$$Q^T Q = I \quad (15)$$

y como precisamente Q es una matriz ortogonal, entonces (Mínimos cuadrados, s.f)

---

$$m = R^{-1}Q^T b \quad (16)$$

Cómo se puede apreciar, en la última expresión es muy sencillo encontrar la solución del vector  $m$  que contiene los parámetros del polinomio de inversión.

El parámetro  $C$  es la multiplicación de  $R^{-1}Q^T$ , el cual es una matriz de  $n \times m$ . Se obtiene

$$m = Cb \quad (17)$$

El filtro Savitzky – Golay (SG) es un filtro que implica un ajuste polinomial de grado  $M$  a una ventana de tamaño  $n_L + n_R + 1$  (donde  $n_L$  representa los datos a la izquierda del valor central y  $n_R$  los datos a la derecha del valor central) en un conjunto de datos de tamaño  $N$ . Por lo tanto, el método de mínimos cuadrados juega un papel crucial en la implementación de este filtro.

Dentro de la ventana, se realiza un ajuste polinomial a los datos y el valor calculado de la curva ajustada se sustituye por el valor central de la ventana. Posteriormente, la ventana se desplaza un lugar a la derecha y se repite el proceso. En esencia, el filtro es una especie de media móvil con regresión por mínimos cuadrados.

El filtro SG se utiliza principalmente como un método de análisis gráfico en el dominio del tiempo, ya que mantiene la proporción de los máximos y mínimos relativos. Sin embargo, en ocasiones, el ancho de las curvas entre un máximo o un mínimo puede variar (Press et al. 1997).

Gander et al. (2004) proponen el siguiente método para calcular los parámetros del filtro. El polinomio al que se ajustan los datos está dado por  $g_i = P_i(x_i)$ .

---


$$P_i(x) := \sum_{k=0}^M b_k \left( \frac{x - x_i}{\Delta x} \right)^k \quad (18)$$

Donde el subíndice  $i$  indica el dato filtrado,  $x$  es la posición del dato a la izquierda o a la derecha del dato central ( $n_L$  datos a la izquierda y  $n_R$  datos a la derecha) y  $\Delta x$  es el espacio que hay entre los datos. Si se asume a  $x_i = 0$  es decir, que estamos en el dato central, y  $\Delta x = 1$ ,  $p_i$  se puede expresar como

$$P_i = \sum_{k=0}^M b_k x_i^k \quad (19)$$

Si se toma  $n_L$  puntos a la izquierda, y  $n_R$  puntos a la derecha, se puede expresar como matriz, donde  $A$  es la matriz de los datos medidos evaluados en  $x$ ,  $b$  es la matriz de coeficientes, y  $d$  el vector de datos medidos

$$A = \begin{bmatrix} -n_L^M & \dots & -n_L & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ n_R^M & \dots & n_R & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$b = \begin{bmatrix} b_M \\ \dots \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$f = \begin{bmatrix} f_{i-nL} \\ \dots \\ f_i \\ \dots \\ f_{i+nR} \end{bmatrix} \quad (22)$$

---

Expresado en forma de ecuación se tiene.

$$f = Ab \quad (23)$$

La ventaja de ecuación  $f = Ab$  con respecto a la ecuación  $d = Gm$ , es que la matriz A, a diferencia de la matriz G, es independiente de los datos tomados y del espaciamiento entre ellos, depende sólo de la posición de los datos en la ventana a considerar para el filtrado, por lo tanto, la multiplicación de  $R^{-1}Q^T$  (a la que se le suele llamar el parámetro c) sólo se calcula una vez en todo el proceso. En este caso, las matrices Q y R son la factorización de la matriz A, y c se calcula de la siguiente manera

$$c = R^{-1}Q^T \quad (24)$$

En donde la matriz Q es de  $(n_L + n_R + 1)$  por  $(M+1)$ , la matriz R es una matriz cuadrada de  $M+1$ . La matriz c de orden  $(n_L + n_R + 1)$  por  $(M+1)$  contiene en cada renglón, todos los coeficientes del polinomio de ajuste, sin embargo, sólo interesa el polinomio en la posición central de la ventana, el cual, es el que se va a sustituir en el vector de datos observados, por lo tanto, no es necesaria toda la matriz, sólo un renglón.

Debido a la forma en la que se calcula c, Gander et al. (2004) proponen una forma en la que se facilita el cálculo del renglón de interés de la matriz c, de la siguiente manera

---


$$c = \frac{Qe_{M+1}}{R_{M+1,M+1}} \quad (25)$$

en donde  $Qe_{M+1}$  representa la columna  $M+1$  de  $Q$ , y el denominador es el valor de  $R$  en las coordenadas  $M+1, M+1$ , por lo tanto,  $c$  es un vector columna resultado de una división entre un escalar. De esta manera  $g_i$  queda definido como

$$g_i = c^T f = \sum_{j=i-n_L}^{i+n_R} c_{j-i} f_j \quad (26)$$

La desventaja de calcular  $m = Cb$  es que cada vez que avanza la ventana de datos de longitud  $n_L+n_R+1$ , hay que calcular el vector  $m$ , y posteriormente evaluar el polinomio  $d_i$ , donde  $i$  es el valor entre  $n_L$  y  $n_R$  en cada ventana móvil. Es decir, por cada ventana se debe de calcular  $G$ , la factorización QR de  $G$ , el vector de parámetros  $m$ , y posteriormente el polinomio  $b_i$ .

La ventaja de calcular  $g_i$  es que  $c$  es independiente de los datos  $f$ , por lo tanto, sólo se calcula una vez. Posteriormente, para encontrar el vector  $g_i$ , se realiza una multiplicación escalar entre  $c^T$  y cada ventana  $f$ .

En pocas palabras, al calcular  $g_i$  no es necesario calcular el vector de parámetros ni una sola vez, sólo se calcula  $c$  una vez y por cada ventana se calcula  $c^T f_i$ .

### 5.3 Implementación del filtro Savitzky – Golay en Octave

Para el análisis del registro de Rayos Gamma del pozo Mixhuca – 1, se empleó el filtro desarrollado por Gander et al. (2004) utilizando el software Octave. Este filtro se basa en el método previamente descrito, el cual implica la construcción de la matriz  $A$ , la descomposición en las matrices  $Q$  y  $R$ , la determinación del parámetro  $c$  y, finalmente, la multiplicación de  $c^T$  por

---

fi en cada ventana. Sin embargo, es importante señalar que debido a la manera en que Octave maneja las matrices, el vector  $f$  que contiene los datos observados debe ser un vector fila en lugar de un vector columna.

A modo de ejemplo, consideremos un polinomio de grado 3 con una ventana de 5 datos a la izquierda y a la derecha. Los resultados obtenidos son los siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} (-5)^3 & (-5)^2 & -5 & 1 \\ (-4)^3 & (-4)^2 & -4 & 1 \\ (-3)^3 & (-3)^2 & -3 & 1 \\ (-2)^3 & (-2)^2 & -2 & 1 \\ (-1)^3 & (-1)^2 & -1 & 1 \\ 0^3 & 0^2 & 0^1 & 1 \\ (1)^3 & (1)^2 & 1^1 & 1 \\ (2)^3 & (2)^2 & 2^1 & 1 \\ (3)^3 & (3)^2 & 3^1 & 1 \\ (4)^3 & (4)^2 & 4^1 & 1 \\ (5)^3 & (5)^2 & 5^1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -125 & 25 & -5 & 1 \\ -64 & 16 & -4 & 1 \\ -27 & 9 & -3 & 1 \\ -8 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

*Figura 12. Ejemplo de una matriz  $A$  con un polinomio de grado 3 y una ventana de longitud 5.*

---


$$c = \begin{bmatrix} -0.083916 \\ 0.020979 \\ 0.102564 \\ 0.160839 \\ 0.195804 \\ 0.207459 \\ 0.195804 \\ 0.160839 \\ 0.102564 \\ 0.020979 \\ -0.083916 \end{bmatrix}$$

Figura 13. Ejemplo de una matriz de parámetro  $c$  con un polinomio de grado 3 y una longitud de ventana de 5.

Como puede verse en la Figura 12 y en la Figura 13,  $A$  es una matriz de  $11 \times 4$  y  $c$  de  $11 \times 1$  como se esperaba, la transpuesta de este parámetro se multiplica escalarmente por cada ventana.

## 5.4 Derivada

La interpretación habitual de la derivada de una función en un punto es la pendiente de la curva en ese punto. En el caso de una función continua, la derivada se define como

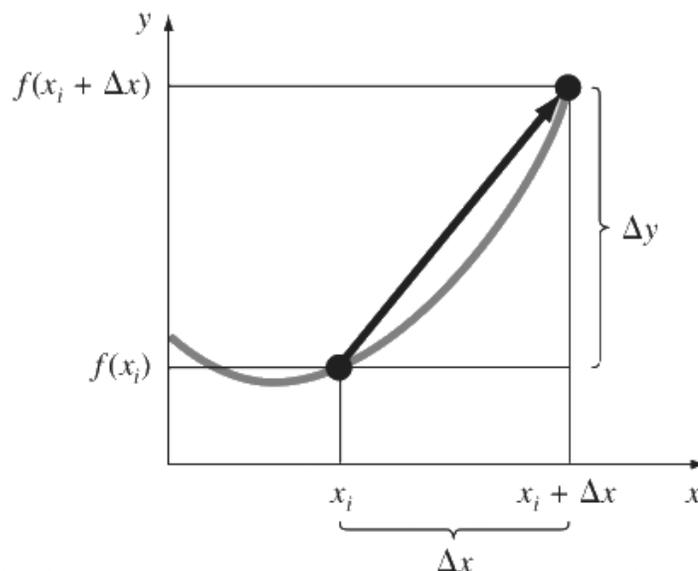
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} \quad (27)$$

No obstante, en el ámbito discreto, el cálculo se lleva a cabo mediante diferencias (Chapra & Canale, 2011), lo que significa

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} \quad (28)$$

---

En la Figura 14, se observa que la expresión mencionada se deriva al considerar el punto  $x_i$  como punto de referencia y tomar un punto hacia adelante, lo que comúnmente se denomina diferencia finita hacia adelante. Una expresión equivalente se puede derivar al considerar un punto anterior al valor  $x_i$  o un punto hacia adelante y otro hacia atrás del valor  $x_i$ , lo que resulta en las diferencias finitas hacia atrás y centrada, respectivamente.



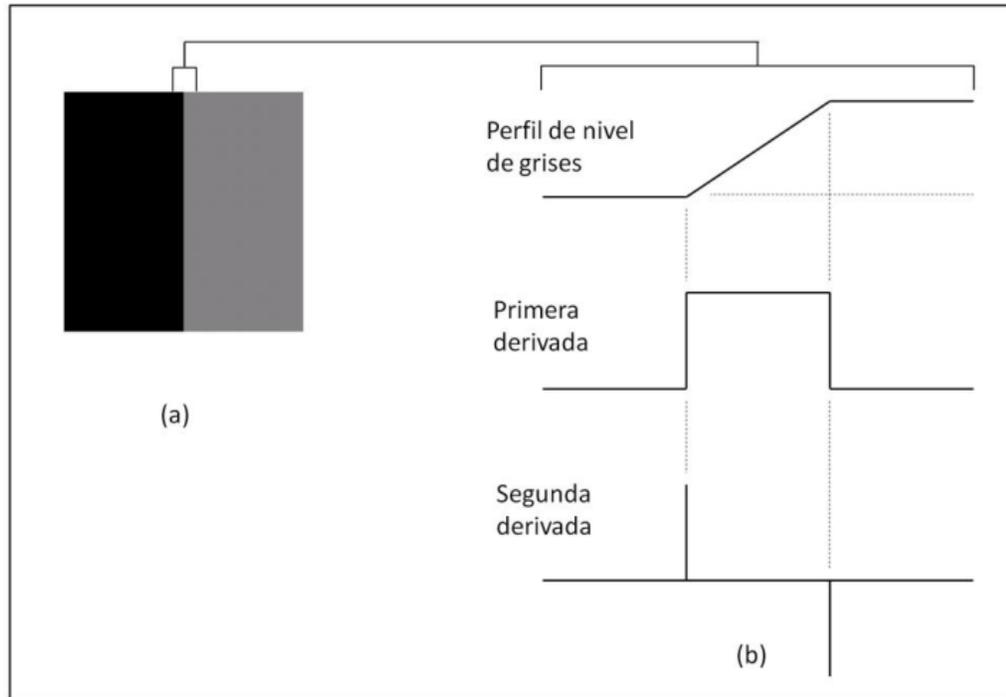
*Figura 14. Diferencia finita discreta hacia adelante. (Tomado de Chapra,2011).*

De acuerdo con Chapra et al. (2011), entre los tres casos mencionados anteriormente, la diferencia finita centrada es aquella que muestra el menor error, lo que la convierte en la más ampliamente empleada. En relación con un conjunto de datos discreto, con  $\Delta x = 1$ , la formulación de la diferencia finita centrada es la siguiente:

---

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2} \quad (29)$$

Cuando se aplica la primera derivada a un conjunto de datos discretos, como se mencionó anteriormente, se calcula el valor de la pendiente en cada punto, lo que proporciona información sobre la variación de los datos a lo largo de la curva. La segunda derivada es aún más sensible a estas variaciones y puede obtenerse mediante el cálculo de la derivada con dos iteraciones sucesivas. Tanto la primera como la segunda derivada discreta se interpretan como filtros que permiten analizar la variación dentro de una señal, lo que resulta especialmente útil en datos con un alto nivel de ruido.



*Figura 15. Detección de bordes de la primera y segunda derivada en una sección de niveles de grises. (Tomado de Castro, 2012).*

Adicionalmente, las primeras y segundas derivadas resultan ser herramientas útiles para la segmentación de curvas en regiones más pequeñas, dado que son sensibles a la detección de bordes (Castro, 2012). Tal como se muestra en la Figura 15, la primera derivada detecta la pendiente de una sección, la cual podría coincidir con una interfaz o un borde, y en ciertos casos, puede ser interpretada como un impulso. Por otro lado, la segunda derivada puede ser vista como el signo de ese impulso.

---

## 5.5 Corrección del registro

Para corregir los datos por el diámetro del pozo y el peso del lodo, se emplearon las curvas de corrección de Schlumberger de la edición de 1986. Se consideran como parámetros el peso del lodo, el diámetro del pozo y si la herramienta de toma de datos está centrada o no.

El proceso implica tomar el valor de radiación del registro que se desea corregir, junto con el diámetro de pozo correspondiente. Luego, se localiza el valor del diámetro en el eje de las abscisas de la carta de corrección y se obtiene su correspondiente valor en el eje de las ordenadas. Este parámetro obtenido en la carta se multiplica por el valor de radiación medido para obtener el dato corregido.

Para la corrección digital, se seleccionaron algunos valores de la curva de corrección y se realizó una interpolación polinómica de grado 4 utilizando una hoja de cálculo (ver Figura 16).

Herramienta descentrada

$$y = 0.78 - 0.036x + 0.0134x^2 - 0.000953x^3 + 0.0000218x^4 \quad (30)$$

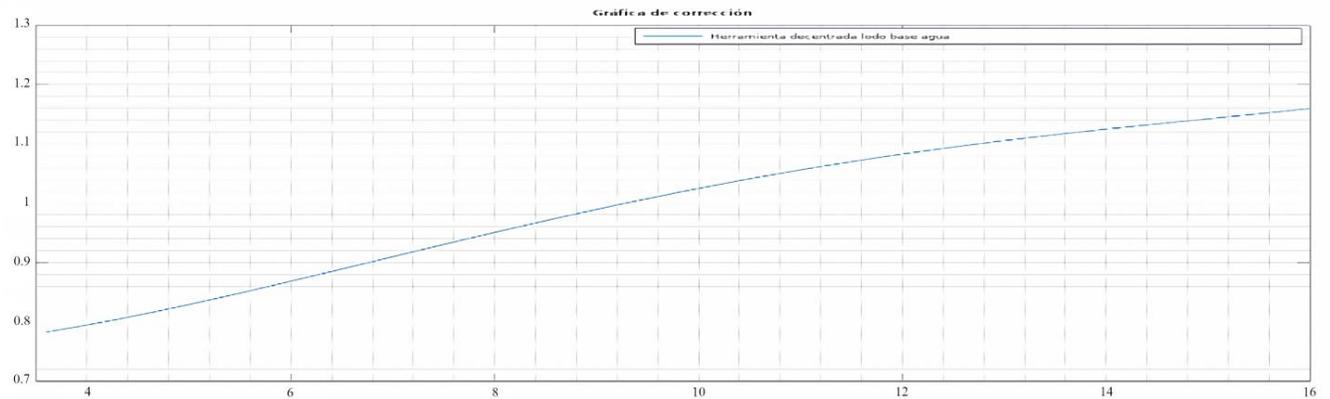


Figura 16. Curva de corrección por diámetro de pozo y peso del lodo.

## 6 Resultados y análisis de resultados

### 6.1 Resultado de correcciones por diámetro del pozo y peso del lodo

Se generó una curva con incrementos de 0.1 en el eje de las abscisas, junto con sus respectivos valores de ordenada. Luego, se extrajeron los datos del diámetro del pozo y el peso del lodo del registro del Caliper, y se llevó a cabo la corrección correspondiente (ver Figura 17).

El registro de Rayos gamma se encontraba fragmentado en varios intervalos con diversas densidades de lodo y diámetros de pozo, lo que requirió la corrección individual de cada registro. Tras obtener los registros corregidos, se procedió a identificar las zonas de empalme. En estos casos, se promediaron las señales, tal como se puede apreciar en la Figura 18.

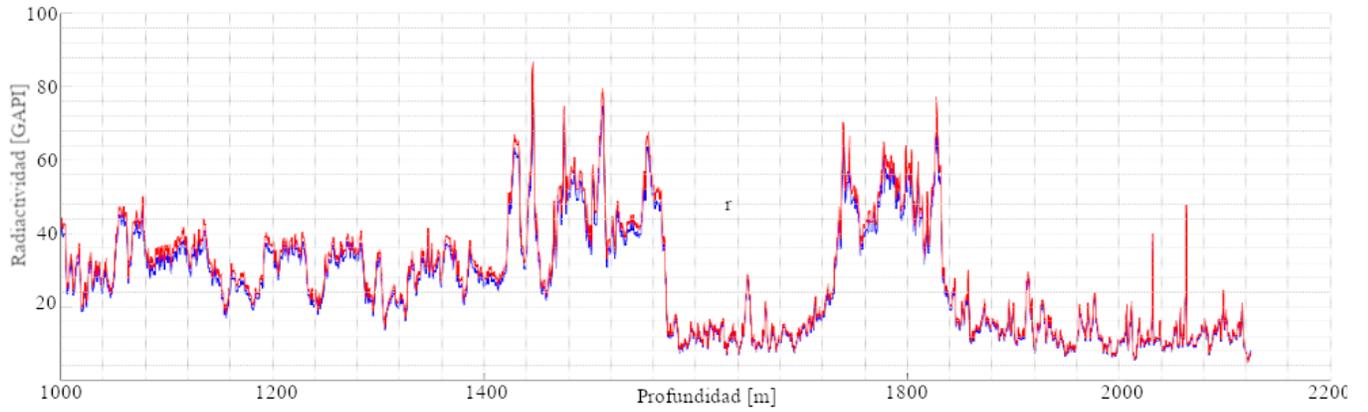


Figura 17. En azul el registro de rayos gama a partir de los 1000 m de profundidad, en rojo la curva corregida por diámetro de pozo y peso del lodo.

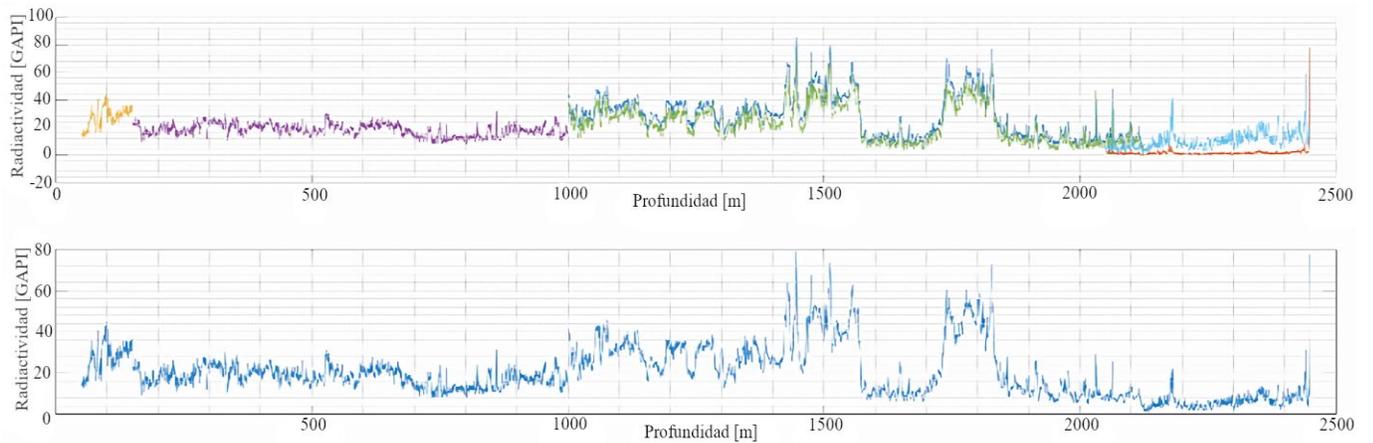


Figura 18. Unión de los registros de rayos gama. Arriba se tiene el empalme de los registros, abajo, el registro unido después de la corrección por diámetro de pozo y peso del lodo.

---

## 6.2 Análisis de resultados

Tras obtener el registro unificado y corregido por diámetro de pozo y peso del lodo, procedimos a filtrar la señal utilizando el filtro Savitzky – Golay. Los parámetros empleados incluyeron el grado del polinomio y el número de datos a la izquierda y a la derecha (longitud de la ventana).

Exploramos varios tamaños de ventana del filtro para determinar el que mejor se adaptara a la reconstrucción litológica realizada por Unda (2016) del pozo Mixhuca – 1 utilizando muestras de canal, registros geofísicos de pozo y correlaciones con pozos cercanos (ver Figura 19). Finalmente, seleccionamos un filtro con 51 datos a la izquierda y a la derecha, y un polinomio de grado 2.

En la Figura 20, se presenta en azul la señal de rayos gamma corregida por diámetro de pozo y peso del lodo, mientras que en rojo se muestra la señal filtrada con el filtro mencionado. Como se puede apreciar, el ruido en la señal disminuye notablemente, lo que facilita distinguir con mayor claridad la variación de la radiación a lo largo del pozo.

Además, en los puntos de mínimo o máximo locales, la señal se atenúa en mayor medida, mientras que, en las zonas de menor variación, el suavizado es menos intenso. Esto se ejemplifica cerca de las profundidades de 1500 m y 1800 m en el primer caso, y alrededor de los 500 metros en el segundo caso.

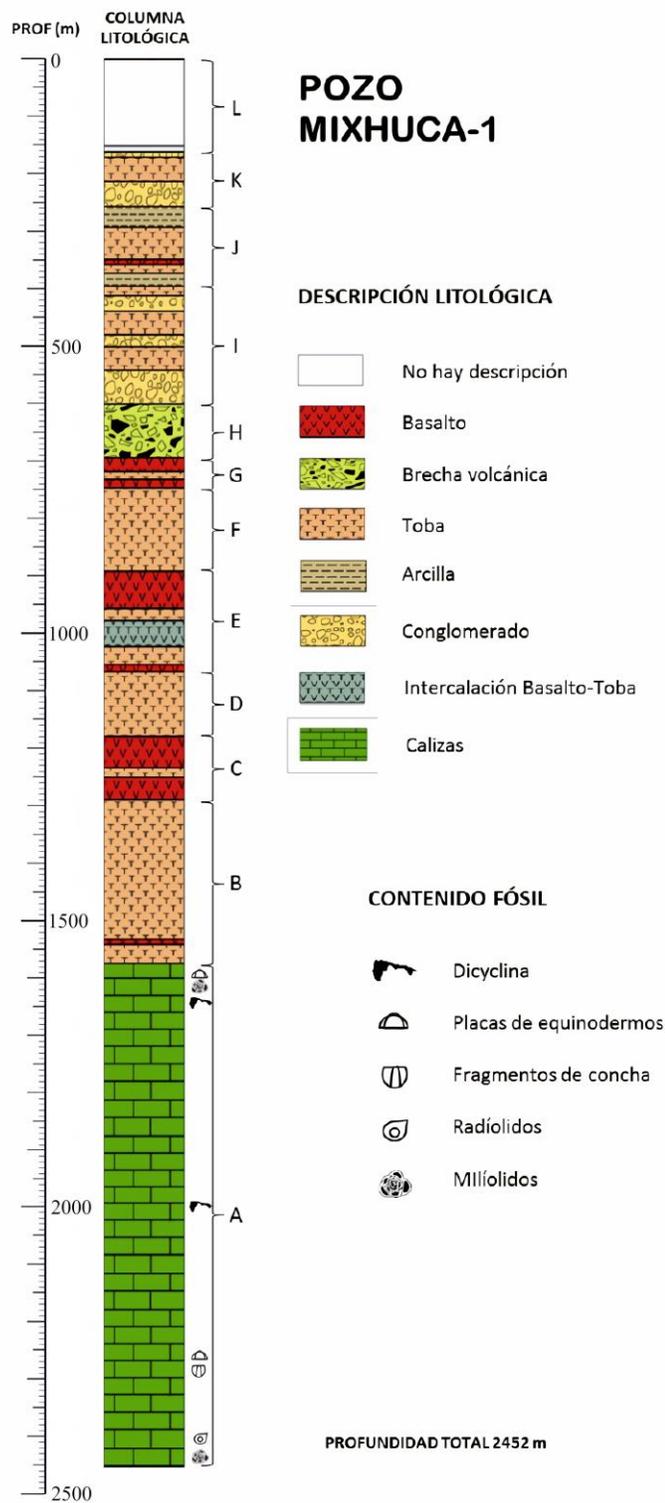
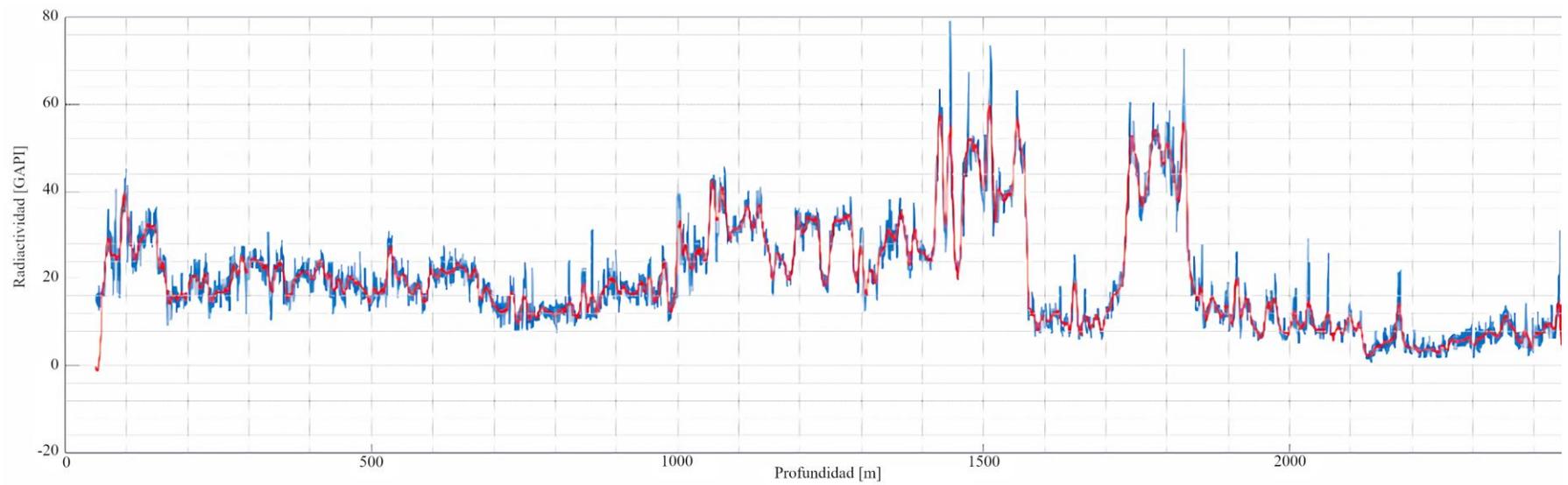


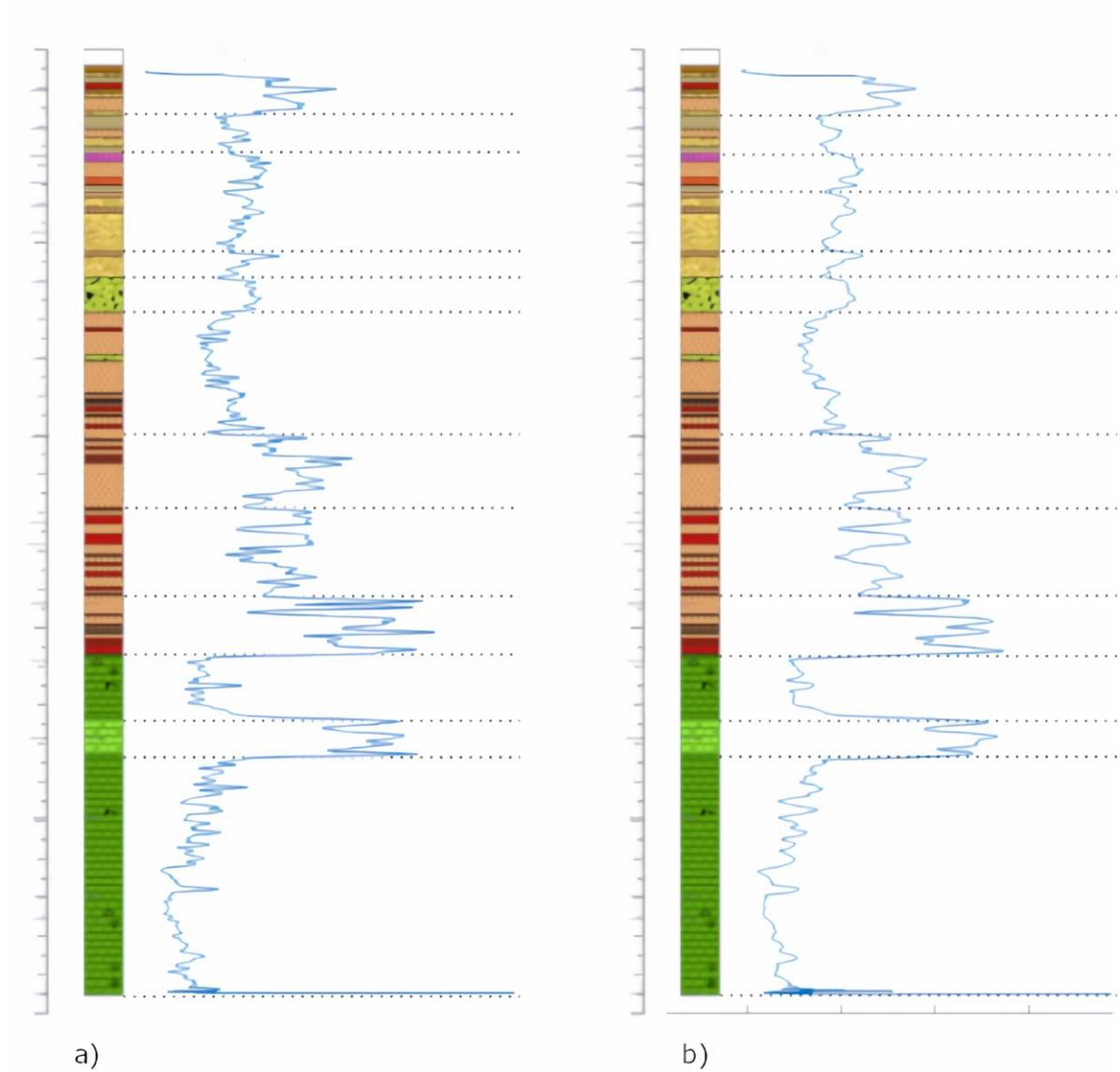
Figura 19. Columna estratigráfica de pozo Mixhuca - 1. (Tomado de Unda, 2016).



*Figura 20. Comparación de la señal de rayos gamma corregida en azul, y en rojo la señal filtrada con SG.*

---

De la Figura 21 a la Figura 24, se muestra la señal filtrada procesada con filtros de diversas longitudes, correlacionada con la columna estratigráfica del pozo Mixhuca – 1 reconstruida por Unda (2016).



*Figura 21. Comparación de la señal filtrada a con ventana de 51 datos, b con 101 datos, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.*

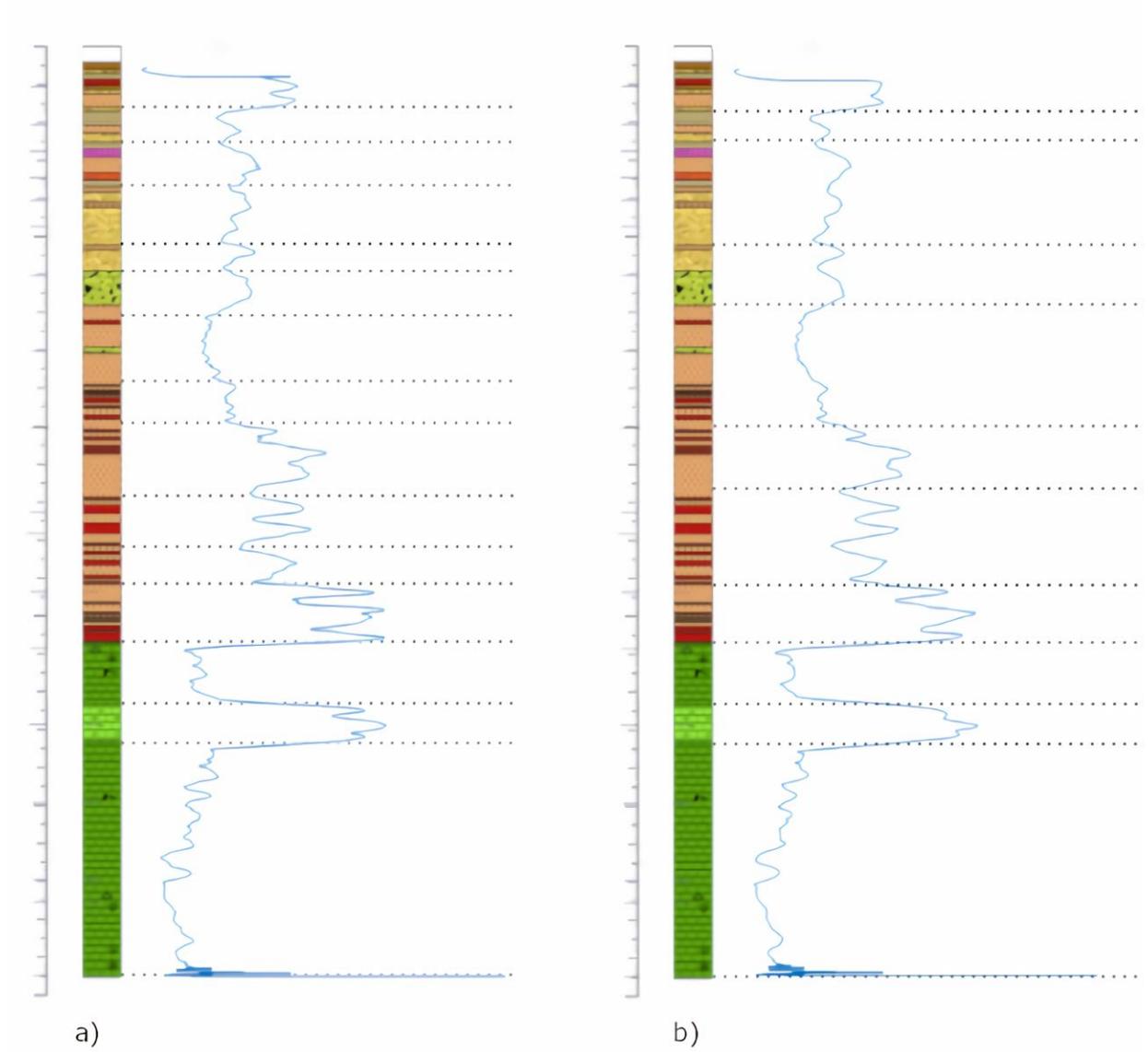


Figura 22. Comparación de la señal filtrada a con ventana de 151 datos, b con 201 datos, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.

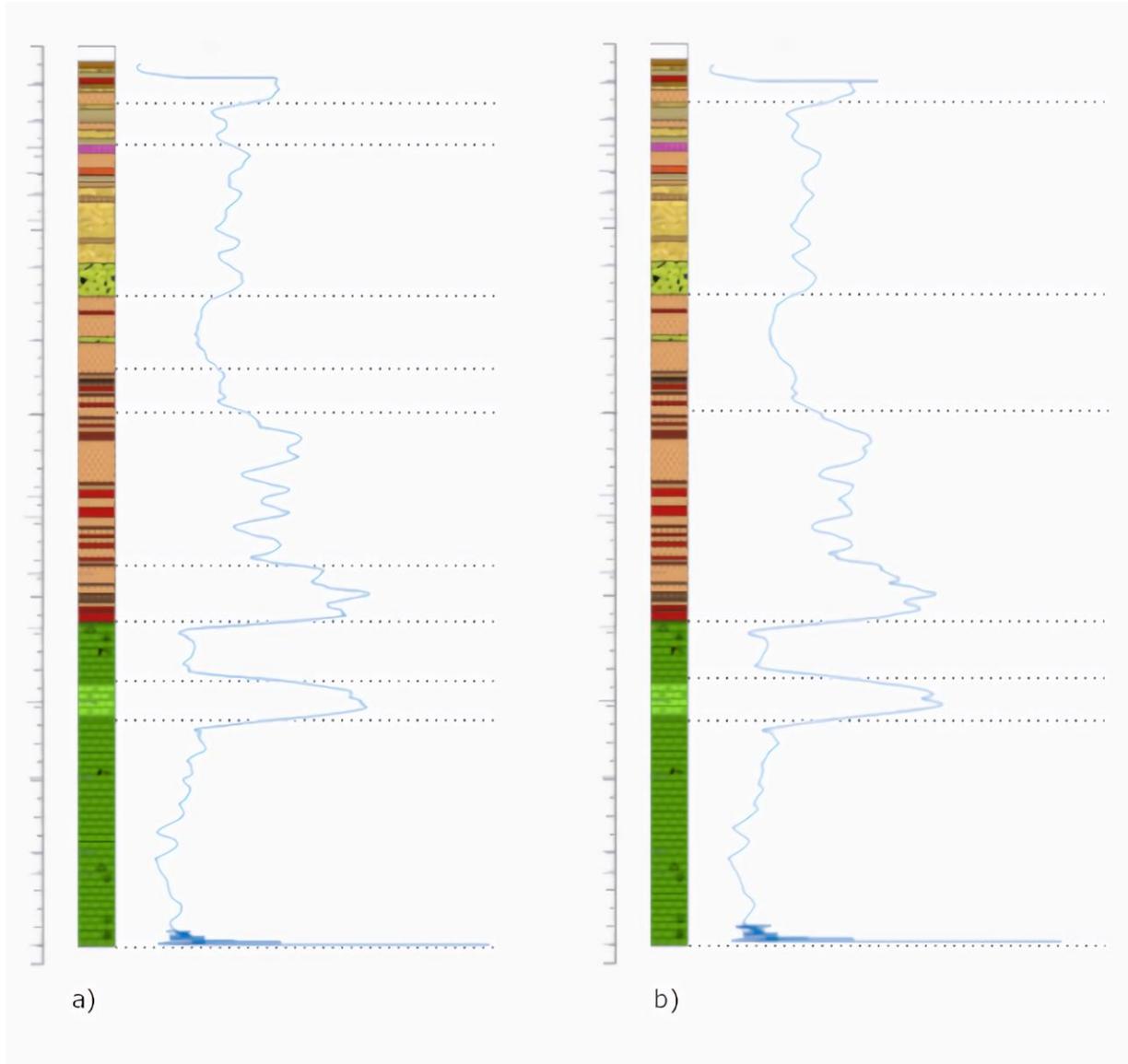


Figura 23. Comparación de la señal filtrada a con ventana de longitud 251 datos, b con 301 datos, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.

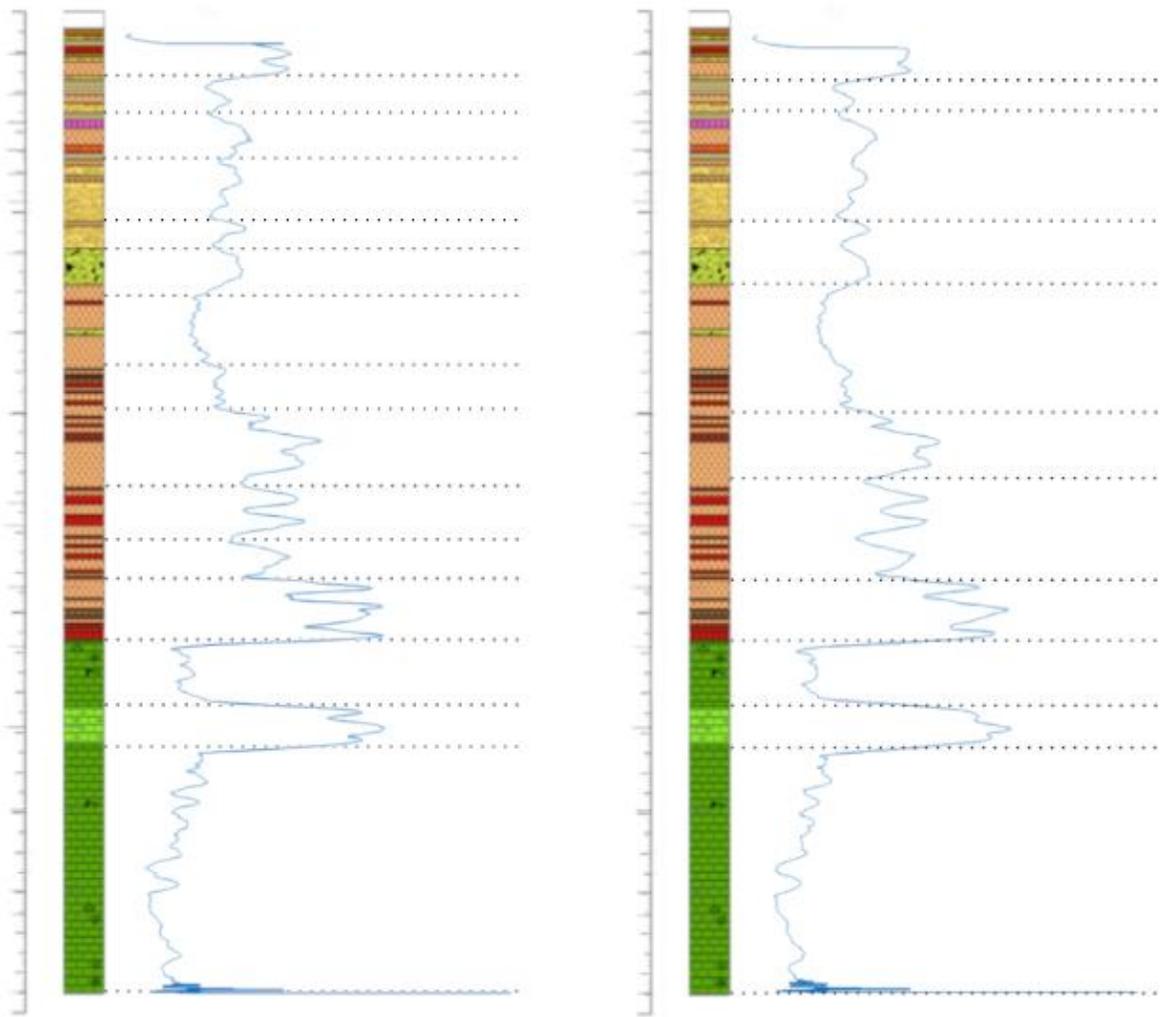


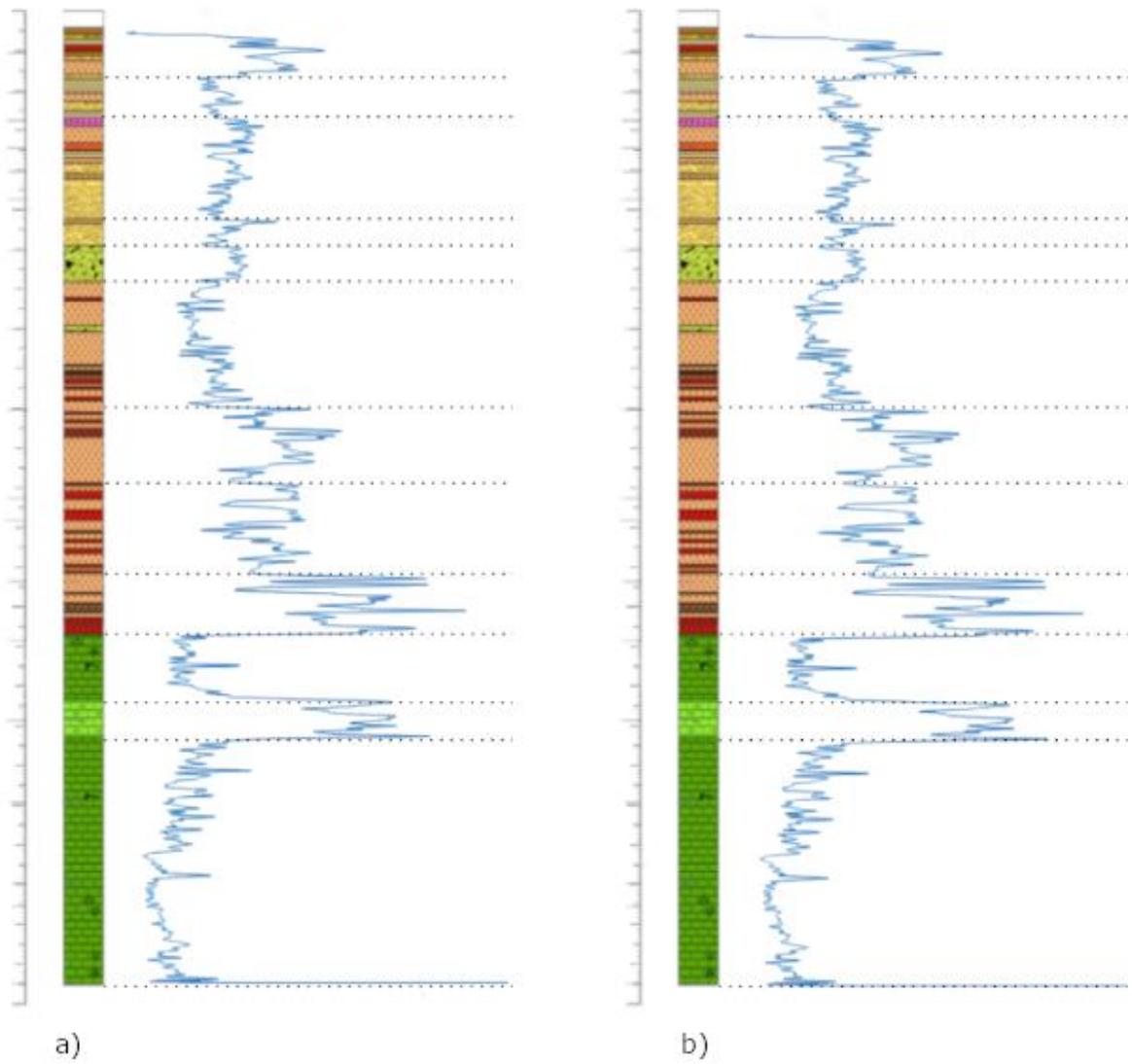
Figura 24. Comparación de la señal filtrada con 151 del lado izquierdo y 201 datos del lado derecho, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.

---

En la señal original, solo se pueden apreciar algunas tendencias generales, y las capas entre las unidades son difíciles de distinguir. Sin embargo, en las señales filtradas, dependiendo de la longitud del filtro utilizado, se pueden observar diversas capas entre las unidades que no eran visibles en la señal original. Es importante destacar que, en todos los filtros, las capas más delgadas pueden pasar desapercibidas.

Los valores más altos de la señal filtrada coinciden con las regiones donde se encuentran tobas con fragmentos de basaltos, intercaladas con capas delgadas de basalto, así como en la zona con caliza arcillosa. Este comportamiento es esperado, ya que estas son rocas en las cuales se concentra el material radiactivo.

En cuanto al grado del filtro, en la Figura 25 y la Figura 26 se presentan señales con diversos grados de filtro para facilitar una comparación entre ellas.



*Figura 25. Comparación de la señal filtrada con filtro a de segundo grado, b de cuarto grado, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.*

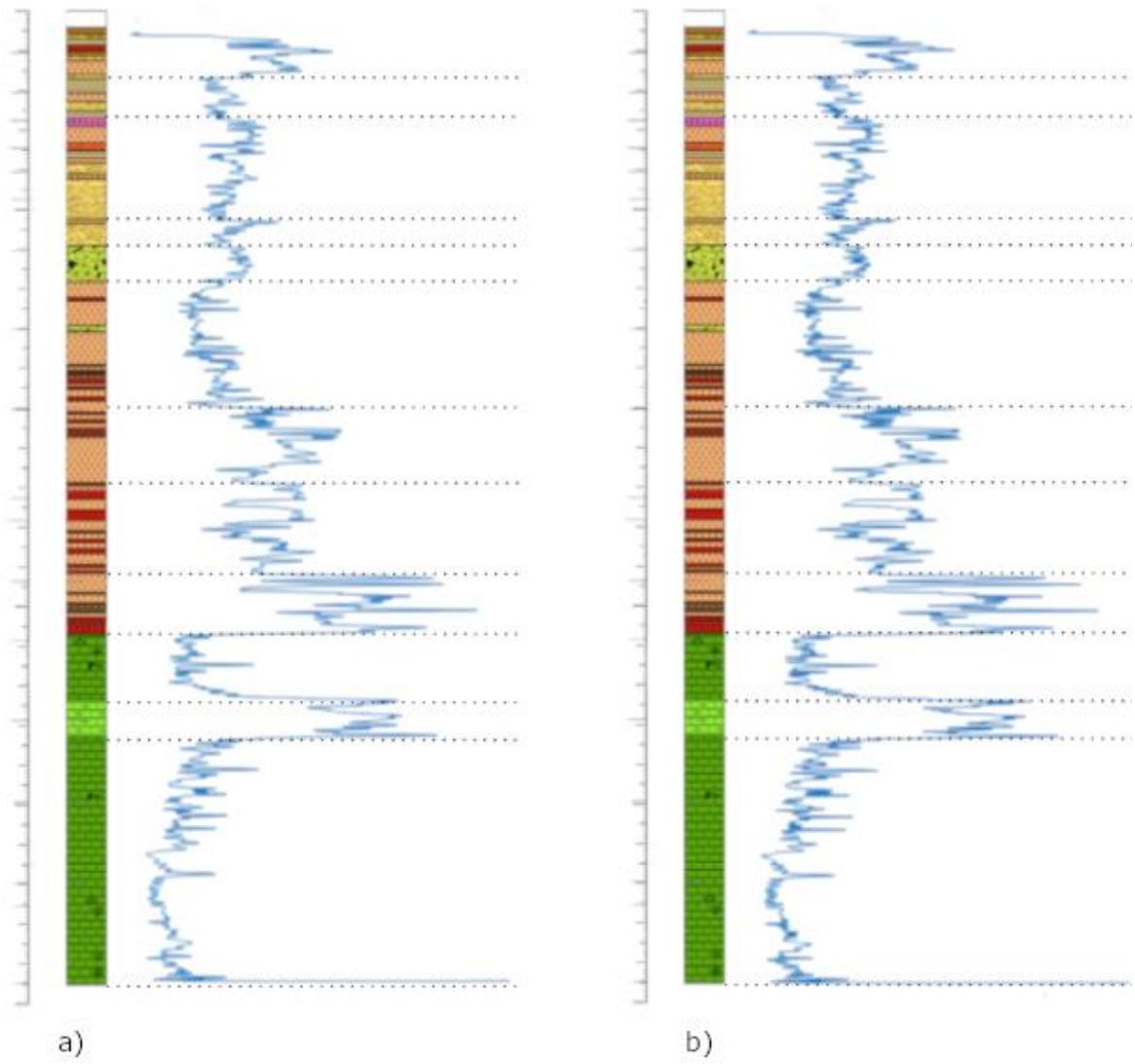


Figura 26. Comparación de la señal filtrada con un filtro a de sexto grado, b de octavo grado, y la columna estratigráfica del pozo Mixhuca - 1.

---

En relación con el grado del filtro, no se percibe una diferencia significativa entre uno y otro; sin embargo, es importante destacar que, a medida que el grado del filtro disminuye, el suavizado aumenta, mientras que un grado mayor del filtro se aproxima más a la señal original. Es relevante señalar que en el filtro implementado no existe un límite en el grado del filtro, y el tamaño de la ventana está limitado por el número de datos disponibles.

La variación en el suavizado en función del grado del filtro y el tamaño de la ventana puede explicarse por la variación de la ventana cada 50 datos, lo que representa aproximadamente el 0.31% de la longitud de la señal. Aunque pueda parecer pequeño, la contribución de la ventana al promedio del valor del polinomio de aproximación del filtro es significativa.

Respecto a los datos del inicio y el final de la señal filtrada, es importante mencionar que presentan un alto grado de incertidumbre. Esto se debe a que, al inicio, el filtrado se realiza en el centro de la ventana, lo que implica que la primera ventana no cuenta con datos suficientes para el filtrado. Lo mismo ocurre al final de la señal. Aunque en una señal con pocos datos esto puede representar un problema, en registros geofísicos de pozo de rayos gamma, que suelen tener cientos o miles de datos, los extremos no suponen una desventaja en el filtrado y la interpretación.

Se optó por la señal filtrada con 51 puntos y un grado de 2 (Figura 21) debido a que en esta señal se aprecia claramente la variación de la señal, sin una atenuación excesiva que pudiera perder las variaciones de esta. Aunque el filtro abarca un espesor de 16.764 metros, lo cual implica que las capas más pequeñas no son captadas en la señal filtrada, para cuestiones hidrogeológicas, esto no implica una pérdida de información relevante, dada la profundidad del pozo de aproximadamente 2500 metros.

En la Figura 27 se realiza una comparación entre la señal original y la señal filtrada en la columna litológica, donde se destaca la transición de la brecha volcánica y la toba clara con

---

fragmentos de basalto. Es evidente que en la señal filtrada se hace más notable la transición entre las dos capas y la tendencia que mantiene a lo largo de la sección.

Otro punto de comparación de los resultados del filtrado es la señal del pozo Mixhuca – 1 realizada por Espinosa y Silva (2022) con un filtro de media móvil con una ventana de 59 datos, utilizado para correlacionar con los pozos Mirador 2 y Santa Catarina 3 – A.

En la Figura 28 se puede observar que los resultados obtenidos con el filtro de media móvil y el filtro Savitzky – Golay son muy similares, mostrando la misma tendencia en general. Sin embargo, los valores más altos de la señal se ven notablemente amortiguados en la señal filtrada con el filtro de media móvil, mientras que en la señal filtrada con el filtro Savitzky – Golay mantienen una amplitud proporcional a la señal original.

En el trabajo de Flores y Solorzano (2019), se aplicaron los filtros Savitzky – Golay y de media móvil a una curva de resistividad aparente con 16 muestras. En la Figura 29 se observa cómo las curvas de media móvil y Savitzky – Golay se desplazan hacia la derecha en relación con la curva original. Además, la curva de media móvil atenúa la curva en los valores donde esta tiene máximos y mínimos locales, mientras que la curva de Savitzky – Golay mantiene los valores más cercanos a los mínimos y máximos locales de la curva original.

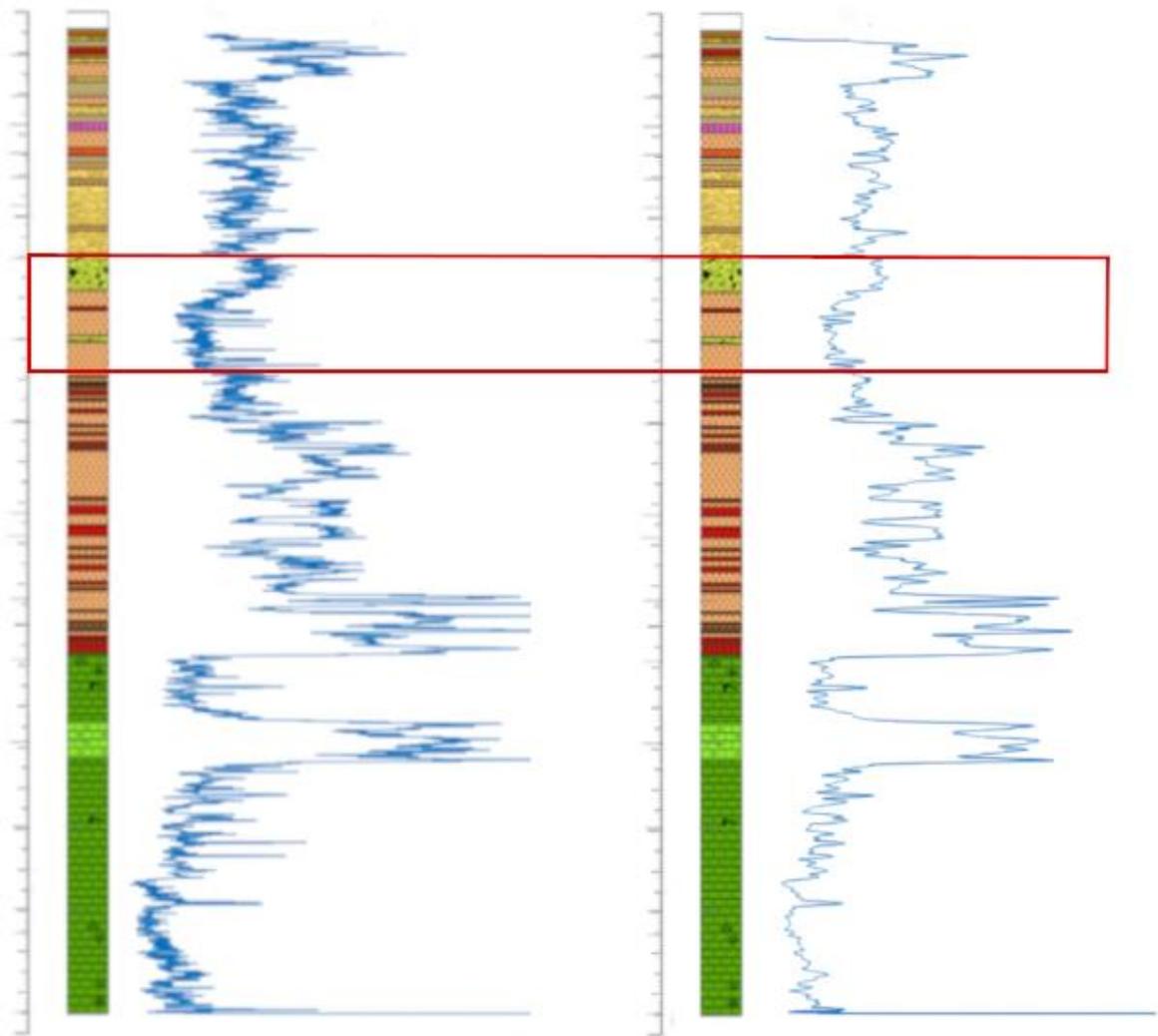


Figura 27. Comparación de la señal original (lado izquierdo) y la señal filtrada con SG (lado derecho) en una sección de la columna estratigráfica.

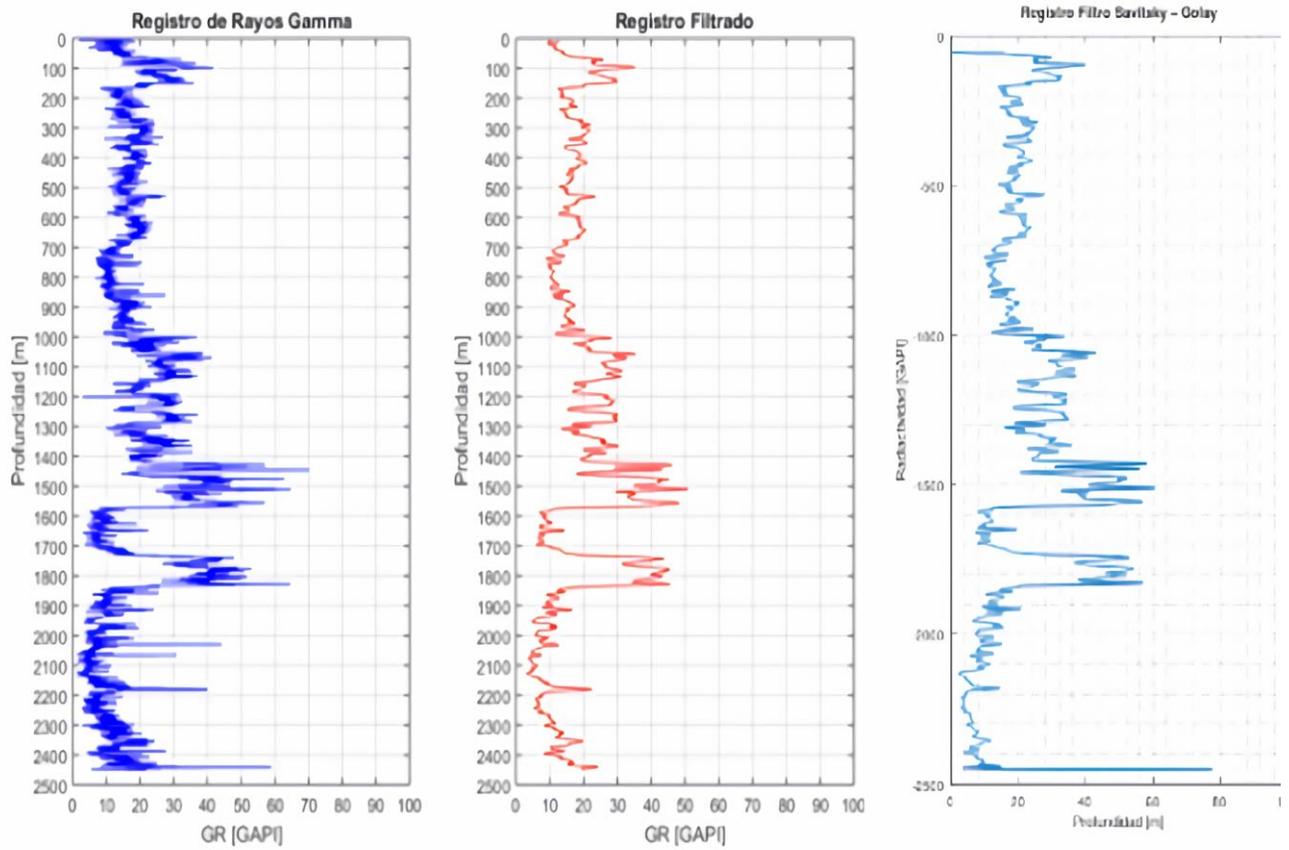


Figura 28. Registro de Rayos Gamma del Pozo Mixhuca – 1 a la izquierda, en el centro el registro filtrado con media móvil y a la derecha el registro con filtro Savitzky – Golay. Modificado de Espinosa & Silva, 2022.

Posteriormente, se llevó a cabo una comparación entre la señal filtrada y las señales a las

### Curva de Resistividad aparente, $a=9$ , $n=3.66$

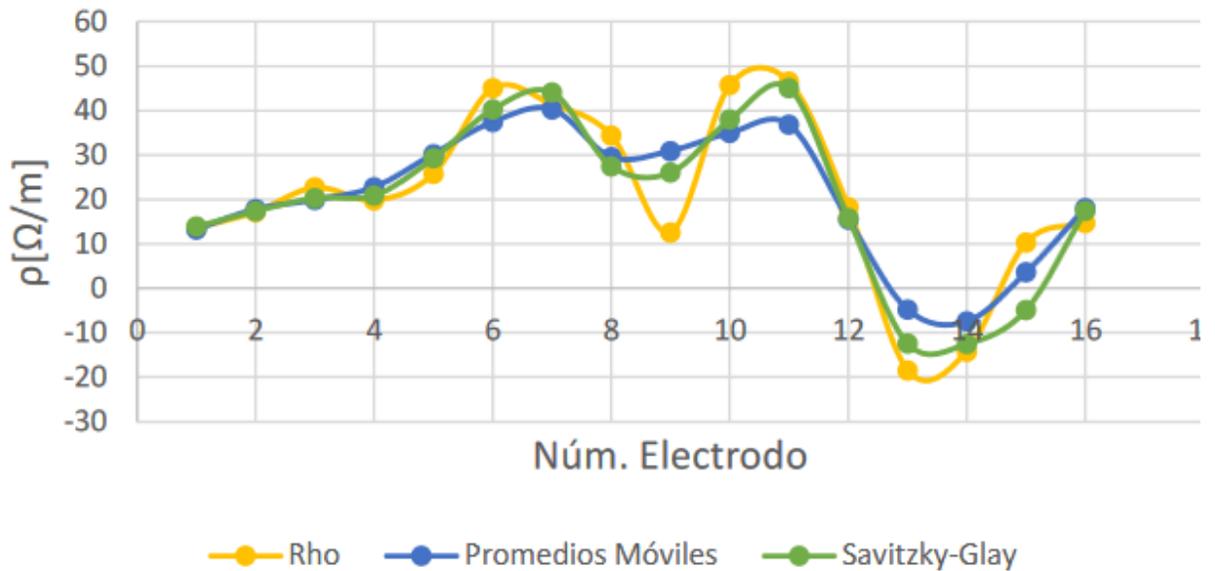


Figura 29. Curva de resistividad aparente en amarillo, en azul la curva filtrada con media móvil, y en verde la curva filtrada con un filtro Savitzky – Golay. Tomado de (Flores Santiago & Solorzano Silva, 2019).

que se aplicaron los filtros de primera (Figura 30) y segunda derivada (Figura 31). Como se mencionó anteriormente, tanto la primera como la segunda derivada son herramientas valiosas para analizar la variación general de una curva o para detectar los bordes de una sección dentro de una señal, es decir, las tendencias locales dentro de la señal.

Para facilitar la observación de la variación de la primera derivada con respecto a la señal filtrada, se presenta la comparación de ambas derivadas multiplicadas por un factor de 10. Esto se debe a que, debido a que el filtro calcula la diferencia entre los valores consecutivos, la amplitud máxima de la señal resultante es de aproximadamente 30 unidades, mientras que la amplitud del

---

registro original alcanza aproximadamente 75 unidades API. Por lo tanto, algunos valores pueden sobresalir en la señal, pero esto se debe al factor de 10 y no a errores en el cálculo de las derivadas.

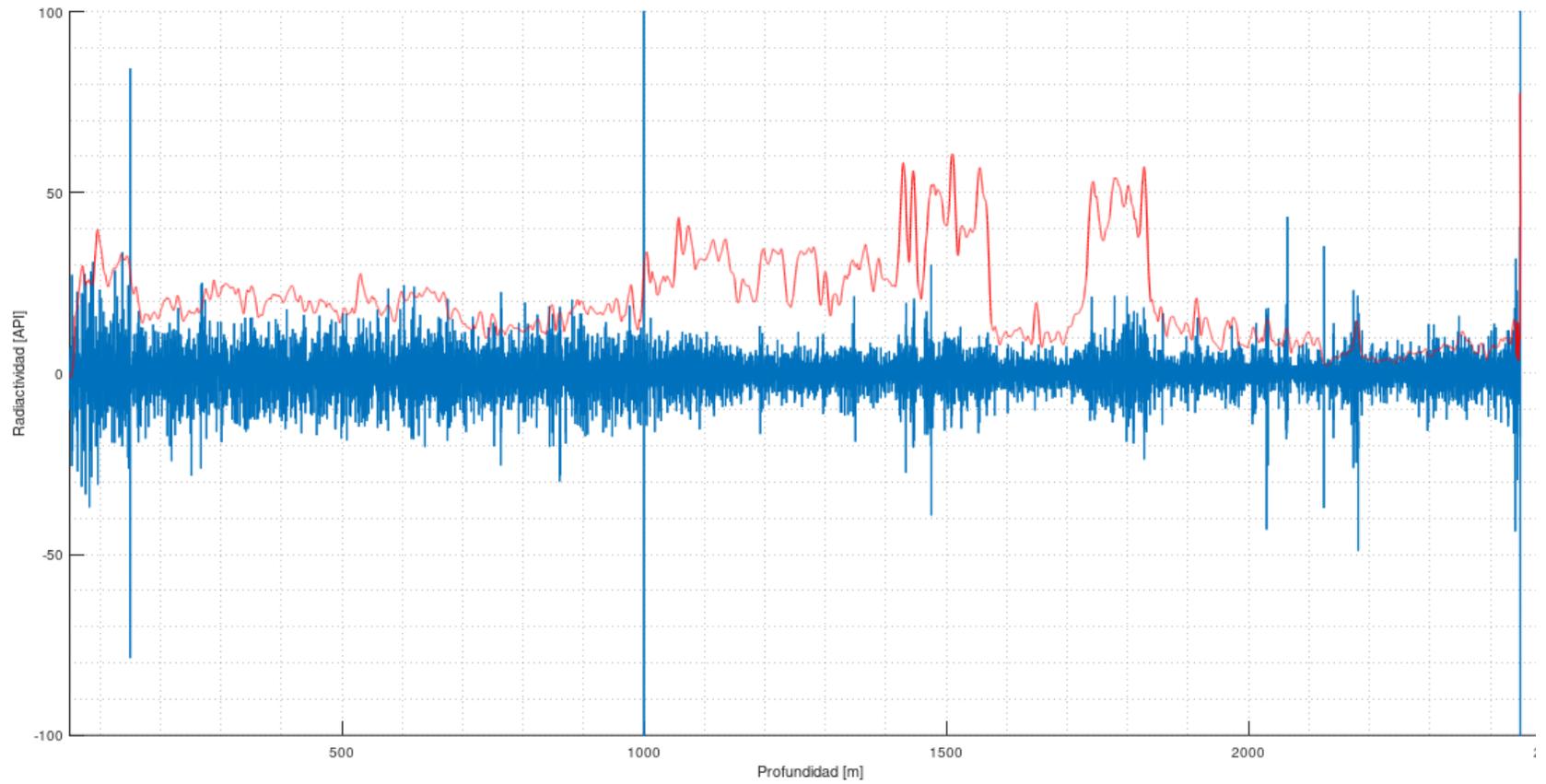
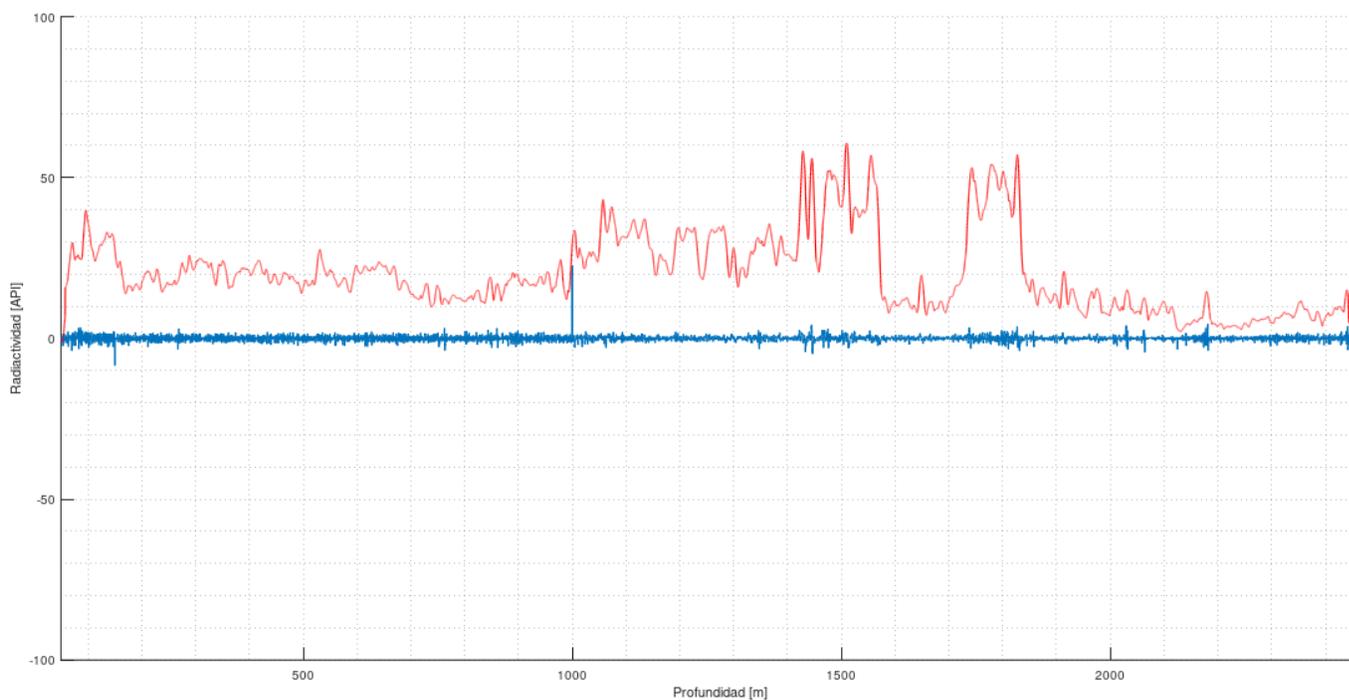


Figura 30. Segunda derivada de la señal filtrada en azul multiplicada por un factor de 10, y en rojo la señal filtrada.

En la representación gráfica, se presenta la primera derivada en color azul y la señal filtrada en rojo. Se puede observar una congruencia entre ambas señales, ya que las variaciones coinciden. Este mismo patrón se aprecia en la segunda derivada, donde los picos de ambas señales coinciden nuevamente, lo que indica una congruencia entre ambas.



*Figura 31. Comparación de la señal filtrada en rojo y la primera derivada sin factor de 10 en azul.*

---

## 7 Conclusiones

El suavizado proporcionado por el filtro Savitzky – Golay resulta especialmente efectivo en los mínimos y máximos locales, lo cual es altamente beneficioso en los registros de rayos gamma. Estos registros se utilizan principalmente para interpretaciones cualitativas, donde las variaciones locales por zonas son cruciales para interpretar la litología.

Al realizar la correlación con la columna estratigráfica, se observa una compatibilidad general entre ambos elementos, ya que las capas más prominentes de la columna se reflejan como zonas de tendencia en la señal. Esto sugiere que el registro geofísico de pozo puede compararse con casi cualquier otro registro, lo que ofrece una contribución valiosa en la interpretación general del registro. Además, puede complementarse con otros registros en áreas específicas de interés.

En lo que respecta a la implementación del filtro, la propuesta de Gander optimiza las operaciones del filtro al hacer que los coeficientes del polinomio de interpolación sean independientes de los datos. Esto conlleva a un menor número de operaciones en cada posición de la ventana.

Sin embargo, respecto a los parámetros del filtro, no queda claro un método definitivo para seleccionar el grado del filtro y el tamaño de la ventana. Se evidencia que, a medida que la longitud de la ventana aumenta y el grado del filtro disminuye, el suavizado de la señal se intensifica.

En resumen, el filtro Savitzky – Golay se presenta como una alternativa eficaz para el filtrado de datos en el dominio espacial, especialmente por sus resultados en el suavizado de señales en general, y en particular en el registro de rayos gamma debido a la naturaleza cualitativa de la información que contienen estas señales. Además, su sencillez en la implementación y su

---

capacidad de aplicación a señales, incluso con un gran número de datos, lo convierten en una herramienta versátil, ya que no tiene límites en la longitud de la ventana (limitado al número de datos de la señal) ni en el grado del filtro.

---

---

## Bibliografía

Arroyo Carrasco, F. A. (1996). *Bases teóricas e interpretación de registros geofísicos de pozo (parte 1)*. UNAM. Capítulo 1, Capítulo 3.

Bassiouni, Z. (1994). *Theori, measuraments, and interpretation of well logs*. Capítulo 2, Capítulo 7.

Branisa, F. (1974). *Filtering of well - logs curves*.

Castro, L. M. (2012). *Aplicación de filtrado en registros geofísicos de pozo. Tesis de licenciatura*.

*Causa Natura*. (2021). Obtenido de <https://causanatura.org/visualizacion-de-datos/es-nuestra-montana-comunidades-se-organizan-para-salvar-el-bosque-la-malinche>

Chapra, S. G., & Canale, R. P. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros*, 595-598.

Espinosa Arce, G., & Silva Bustamante, A. E. (2022). *Correlación geológica - Registros geofísicos de pozos profundos para agua (caso Valle de México)*. Tesis de Licenciatura.

Flores Santiago, N. A., & Solorzano Silva, A. M. (2019). *Caracterización geofísica de detalle de la Unidad Habitacional Canal Once, Xochimilco para definir las causas de la afectación de las estructuras civiles*. Tesis de Licenciatura.

Fries, C. (1960). *Geología del estado de Morelos y de partes adyacentes de México y Guerrero, región central meridional de México*. Instituto de Geología, Boletín, 148-151.

Gander, W., & Hřebíček, J. (2004). *Solving problems in scientific computing using maple and matlab*, 133-138.

Honório, B., Drummond, R., Vidal, A., Sanchetta, A., & Leite, E. (2012). *Well log denoising and geological enhancement based on discrete wavelet transform and hybrid thresholding*.

---

- 
- Larson, R. (2016). *Fundamentos de álgebra lineal*. Cengage Learning. Capítulo 5.
- Malcolm, R. (2002). *The geological interpretation of well logs*. Rider - French Consulting Ltd. Capítulo 1, Capítulo 7.
- Menke, W. (1984). *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. Academic Press, Inc. Capítulo 1, Capítulo 3.
- Mínimos cuadrados. (s.f). Obtenido de <http://matematicas.uis.edu.co/sites/default/files/paginas/archivos/Minimos%20Cuadrados%20%281%29.pdf>
- Oppenheim, A. V., & Schafer, R. W. (2011). *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. Capítulo 2.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (1997). *Numerical recipes in Fortran 77*, 644-649.
- Proakis, G. P., & Manolakis, D. G. (2007). *Tratamiento digital de señales*. Capítulo 1, Capítulo 2.
- Schlumberger . (1986). *Log interpretation charts*.
- Schlumberger . (1989). *Log interpretation principles/applications*. Capítulo 1, Capítulo 3.
- Serra, O. (1988). *Fundamentals of well-log interpretation*. Elsevier. Capítulo 5, Capítulo 6.
- Unda López, J. A. (2016). *Construcción y correlación de columnas geológicas de los pozos profundos del Valle de México. Tesis de licenciatura*.
- Vázquez Sánchez, E., & Jaimes Palomera, R. (1989). *Geología de la Cuenca de México*, 166-172.
- Zuñiga, D. J. (2018). *Filtro Savitzky y Golay de Segundo Grado en datos de Tomografía de Resistividad Eléctrica 2D. Tesis de licenciatura. UNAM*.
-

