



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Determinación de la ubicación óptima de pozos  
de relleno en yacimientos naturalmente  
fracturados con entradas a producción a  
diferentes tiempos**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A**

Alfredo Carreón Blas

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Rodolfo Gabriel Camacho Velázquez



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2024**

# Tabla de contenido

LISTA DE TABLAS .....	2
OBJETIVOS .....	3
RESUMEN .....	4
INTRODUCCIÓN .....	5
CAPÍTULO I: MARCO TEORICO.....	6
Bases del modelo de Warren y Root .....	6
Declinación de la producción para pozos múltiples produciendo a presión de fondo constante diferentes entre si.....	7
Modelo analítico para doble porosidad.....	7
Modelo analítico para triple porosidad.....	12
Optimizador por el método de <i>Tunneling</i> .....	17
Uso del indicador económico VPN para la evaluación de proyectos .....	18
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA.....	19
CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	22
CASO 1: Evaluación a 5 años .....	22
CASO 2: Evaluación a 10 años .....	34
CONCLUSIONES .....	48
BIBLIOGRAFÍA .....	49
NOMENCLATURA.....	51
APÉNDICE.....	52
I.- Función de Green .....	52
II.- Diagrama de flujo de la metodología (Elaboración propia).....	53

## LISTA DE TABLAS

**Tabla 1:** Datos de entrada

**Tabla 2:** Propiedades petrofísicas

**Tabla 3:** Valores de  $\omega$  y  $\lambda$  asignados para los modelos de doble y triple porosidad

**Tabla 4:** Datos económicos considerados para el cálculo de VPN

**Tabla 5:** Sistema roca – fluido; ubicación de un pozo original y uno de relleno para 5 años de evaluación

**Tablas 6.1 - 6.3:** Comparación del perfil de producción para los modelos de **una, doble y triple porosidad** para 5 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

**Tabla 7:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para una porosidad y 5 años de evaluación

**Tabla 8:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para doble porosidad y 5 años de evaluación

**Tabla 9:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para triple porosidad y 5 años de evaluación

**Tabla 10.1 - 10.3:** Comparación del perfil de producción para los modelos de **una, doble y triple porosidad** para 5 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

**Tabla 11:** Sistema roca – fluido; ubicación de un pozo original y uno de relleno para 10 años de evaluación.

**Tabla 12.1 - 12.3:** Comparación del perfil de producción para los modelos de **una, doble y triple porosidad** para 10 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

**Tabla 13:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para una porosidad y 10 años de evaluación

**Tabla 14:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para doble porosidad y 10 años de evaluación

**Tabla 15:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para triple porosidad y 10 años de evaluación

**Tabla 16.1 - 16.3:** Comparación del perfil de producción para los modelos de **una, doble y triple porosidad** para 10 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

**Tabla 17 y 18:** Resultados del proceso de optimización del VPN de acuerdo con el tiempo de evaluación, modelo y número de pozos de relleno.

## OBJETIVOS

- General

Determinar la posición óptima de pozos de relleno para optimizar el indicador económico Valor Presente Neto (VPN) con el uso del método de optimización Tunneling en yacimientos fracturados de una, doble y triple porosidad.

- Específicos

Generar una solución que permita visualizar el perfil de producción de pozos de relleno y pozos originales con entradas a producción a diferentes tiempos. Proporcionar una herramienta de apoyo académico en el estudio de modelos de una, doble y triple porosidad. Hacer uso del optimizador (método *Tunneling*) con el propósito de encontrar la mejor solución económica con datos propuestos.

Determinar la viabilidad del uso del optimizador de acuerdo con los resultados obtenidos a partir de su uso y en escenarios donde éste no sea aplicado.

## RESUMEN

En el siguiente trabajo se plantea hacer uso de un algoritmo de optimización (técnica de **Tunneling**<sup>1</sup>) capaz de determinar la posición óptima de pozos de relleno y el VPN con base al modelo de Camacho *et al.* (1996), el cual presenta una solución analítica para la determinación de la posición óptima de pozos con entradas a diferentes tiempos<sup>2</sup>. Este trabajo cuenta con el precedente de un modelo incorporado por primera vez por Rodríguez de la Garza y Cinco Ley (1993), quienes propusieron una solución analítica para pozos múltiples con presiones de fondo constante pero diferentes entre sí <sup>3</sup>.

El objetivo consiste en analizar y comparar el perfil de producción para pozos de relleno con entrada a tiempos mayores a cero ( $t > 0$ ), donde se plantean periodos de cálculo de VPN a 5 y 10 años. A su vez, este será aplicado a los modelos de yacimiento con una, doble y triple porosidad.

A partir de los datos petrofísicos, del fluido de entrada (porosidad, permeabilidad, daño, presión de fondo, tamaño de yacimiento, etcétera), precio del barril, tasa de descuento y gastos operativos proporcionados al optimizador, se calcula el VPN óptimo y la posición de los pozos de relleno que garanticen la optimización del indicador económico. Una vez determinadas estas posiciones, se agregan a los datos de pozos originales y se generan los perfiles de producción mencionados anteriormente para su estudio. Para el proceso del trabajo, inicialmente se plantea presentar el marco teórico que muestre los modelos utilizados, así como los conceptos adicionales en el cálculo del indicador económico.

Posteriormente se desarrolla la metodología, seguida del análisis de resultados y finalmente presentar las conclusiones a las que se llegó.

---

<sup>1</sup> Gómez, S., Levy, A. (1985). *The Tunneling Method Applied to Global Optimization*. In R. H.P.T. Boggs, *Numerical Optimization*. SIAM.

<sup>2</sup> Camacho, *et al.* (1996). *Optimum Position for Wells Producing at Constant Wellbore Pressure*. Society of Petroleum Engineers. (SPE 28715)

<sup>3</sup> Rodríguez, F., Cinco-Ley, H. (1993). *A New Model for Production Decline*. Society of Petroleum Engineer. (SPE 25480)

# INTRODUCCIÓN

Con el propósito de presentar otro enfoque en la estimación de la producción en yacimientos, se implementa el uso de un modelo analítico para una, doble y triple porosidad y un algoritmo capaz de determinar las coordenadas de pozos de relleno, así como el indicador **VPN (Valor Presente Neto)** óptimo, el cual resulta ser uno de los indicadores económicos más importantes en la toma de decisiones en un proyecto petrolero.

La adquisición de información para predecir la producción de yacimientos resulta compleja incluso sin tener en cuenta el costo de uso de simuladores comerciales. Por ende, se brinda esta alternativa con fines académicos y/o comerciales.

Se considera para este caso de estudio, un yacimiento rectangular heterogéneo e isotrópico, con espesor constante y fronteras cerradas al flujo. Al implementar el algoritmo optimizador al modelo analítico, se ubica la posición de los pozos de relleno que tienen un tiempo de producción diferente de cero ( $t \neq 0$ ) y presión de fondo constante pero diferentes entre sí.

En este trabajo se hace uso del modelo de Camacho *et al.* (1996), el cual presenta una solución analítica para la determinación de la posición óptima de pozos con entradas a diferentes tiempos, contando con el precedente del modelo presentado por Rodríguez de la Garza y Cinco Ley (1993), quienes propusieron una solución analítica para pozos múltiples con presiones de fondo constante pero diferentes entre sí<sup>4</sup>.

Como consecuencia de la naturalidad de los yacimientos de hidrocarburos mexicanos (yacimientos naturalmente fracturados), su estructura requiere de un estudio que abarque un amplio conocimiento, siendo este trabajo un eslabón en la constante evolución de las herramientas de cálculo de la producción.

---

<sup>4</sup> Rodríguez, F., Cinco-Ley, H. (1993). *A New Model for Production Decline*. Society of Petroleum Engineer. (SPE 25480)

# CAPÍTULO I: MARCO TEORICO

## Bases del modelo de Warren y Root

Warren y Root fueron de los primeros en sentar las bases para el estudio de yacimientos naturalmente fracturados ya que, en el año de 1963, idealizaron un modelo que buscaba describir el comportamiento de los yacimientos de este tipo.

El modelo de Warren y Root se basó en un trabajo previo presentado por Barenblatt, Shel'tov, y Kochina <sup>5</sup>, los cuales al considerar una aproximación de flujo pseudo-estacionario entre el bloque de matriz y las fracturas que lo rodean no requiere una forma geométrica específica de los bloques de matriz, solo es necesario conocer el factor de forma de los bloques de matriz, es decir el inverso del área de contacto entre la matriz y las fracturas.

El concepto parte de un medio isotrópico con bloques rectangulares y de mismo tamaño y fracturas uniformemente distribuidas, todas interconectadas y a una sola escala entre sí en forma de rejilla.

Resaltan en su investigación que para poder describir el comportamiento de un medio homogéneo y uno heterogéneo, son necesarias reconocer dos parámetros, los cuales son la relación de almacenamiento ( $\omega$ ) y el coeficiente de flujo Interporoso ( $\lambda$ ).

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\sigma k_1 r_w^2}{\bar{k}_2} \quad (2)$$

donde:

$\phi$ ; porosidad del medio

$c_t$ ; compresibilidad total del sistema

$\sigma$ ; factor de forma de los bloques de la matriz

$k_{1,2}$ ; permeabilidad del medio

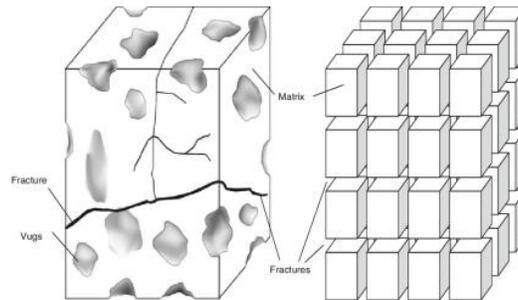
$\bar{k}$ ; permeabilidad efectiva

$r_w$ ; radio del pozo

---

<sup>5</sup> Barenblatt, G. E., I. P. Shel'tov, and I. N. Kochina. (1960), *Basic concept of the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks*, *J. Appl. Math. Mech.*, 24, 1286 – 1303

El rango en el que se encuentra Omega es:  $0 \leq \omega \leq 1$  ; y Lambda oscila entre el rango de  $10^{-3}$  y  $10^{-10}$ .



**Figura 1:** Modelo de Warren y Root. (1963)

## Declinación de la producción para pozos múltiples produciendo a presión de fondo constante diferentes entre si

Como punto de partida para este trabajo, se aborda el estudio realizado por Rodríguez de la Garza y Cinco Ley (1993), quienes plantean una solución para la predicción del comportamiento de la producción en yacimientos con fronteras cerradas al flujo con múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante pero diferentes entre sí.

Posteriormente, en 1996 Camacho *et al.* propusieron un modelo analítico el cual determina la posición óptima de pozos de relleno con entradas a producción a diferente tiempo, con la premisa anterior de tener presiones de fondo constante pero diferente entre sí y considerando un yacimiento rectangular con fronteras cerradas al flujo.

Cabe mencionar que este modelo parte de una porosidad, el cual ha sido trabajado anteriormente para su extensión a doble y triple porosidad por otros autores (Marcos Avalos<sup>6</sup>), y en este caso, combinarlo con el algoritmo de optimización con el método Tunneling el cual se abordará más adelante.

## Modelo analítico para doble porosidad

El modelo de doble porosidad contempla un sistema en el que los poros tienen una baja capacidad de flujo, mientras que la red de fracturas asociadas tiene baja capacidad de almacenamiento, pero una alta permeabilidad. Por lo tanto, para doble porosidad, el flujo

---

<sup>6</sup> Ávalos Milla, Marco. (2019). TESIS: *Producción de múltiples pozos en yacimientos rectangulares naturalmente fracturados con entradas a producción a diferentes tiempos*. Facultad de Ingeniería. UNAM

de fluidos hacia el pozo no será directamente por la matriz, sino por la red de fracturas, siendo la matriz la estructura que aporte los fluidos.

Usando la transformada de Laplace y siguiendo el mismo procedimiento utilizado en las expresiones del apéndice, se obtiene la solución para múltiples pozos produciendo a presión de fondo constante pero diferentes entre sí, los cuales inician su producción a diferentes tiempos, la cual está dada por:

$$\bar{p}_D(x_D, y_D) = -2\pi \sum_{j=1}^{nw} G(x_D, y_D, x_{Dj}, y_{Dj}) \exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} \quad (1.1)$$

La solución para los gastos de cada pozo en el espacio de Laplace se obtiene mediante el procedimiento utilizado con la función de Green del apéndice, se obtiene:

$$\exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} = \frac{1}{2\pi s} \sum_{i=1}^{n_{wj}} \frac{(-1)^{i+j} \left\{ p_{Di} + \exp[-st_{Dj}] (p_{wDi} - p_{Di}) \frac{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k + \frac{sf(s) m_{ij}}{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (|\gamma|)_k} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{sf(s) |\gamma|}{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (|\gamma|)_k} \right\}} \quad (1.2)$$

donde  $n_{wj}$  representa el número de pozos produciendo al tiempo  $t_{Dj}$ ;  $\gamma = \tilde{\beta} - \alpha_{ij}$ ;  $|\gamma|_k$  representa el determinante de la matriz formada por los elementos  $\gamma_{ij}$ , en donde la fila k está compuesta por unos;  $m_{ij}$  es el elemento menor de  $\gamma_{ij}$ , el cual pertenece a la matriz  $\gamma$   $(m_{ij})_k$  y se obtiene mediante el reemplazo de los elementos de la fila k de la matriz  $m_{ij}$  por unos;  $p_{Di} = p_D(x_{Di}, y_{Di}, t_{Di})$ . (Ávalos Milla y Camacho Velázquez 2021).

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda} \quad (1.3)$$

La ecuación anterior puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& \exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} \\
&= \frac{1}{2\pi s} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{p_{Di} s f(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{\exp[-st_{Dj}] (p_{wDi} - p_{Di})}{B + sf(s)|\gamma|} \right. \\
& \left. + \frac{\exp[-st_{Dj}] (p_{wDi} - p_{Di}) s f(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} \right\} \quad (1.4)
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\tilde{A} &= \sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k \\
B &= \sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k
\end{aligned}$$

el primer término de la ecuación 1.4 queda como:

$$\begin{aligned}
\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s (B + sf(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di} \tilde{A} [s(1-\omega) + \lambda_A]}{s \{B [s(1-\omega) + \lambda_A] + s [s\omega(1-\omega) + \lambda_A] |\gamma|\}} \\
&= \frac{p_{Di} \tilde{A} s(1-\omega) + p_{Di} \tilde{A} \lambda_A}{s [s^2 \omega(1-\omega) |\gamma| + s (B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|) + B \lambda_A]} \quad (1.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s (B + sf(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di} \tilde{A} (1-\omega)}{\omega (1-\omega) |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \\
&+ \frac{(p_{Di} \tilde{A} \lambda_A) [\omega(1-\omega) |\gamma|]}{\left[ s^3 + s^2 \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + s \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \quad (1.6)
\end{aligned}$$

resolviendo:

$$\begin{aligned}
\frac{p_{Di} \tilde{A}}{s (B + sf(s)|\gamma|)} &= \frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \\
&+ \frac{(p_{Di} \tilde{A} \lambda_A) [\omega(1-\omega) |\gamma|]}{\left[ s^3 + s^2 \frac{(B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|)}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + s \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} \quad (1.7)
\end{aligned}$$

la ecuación anterior también puede expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| \left[ s^2 + s \frac{B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|}{\omega(1-\omega) |\gamma|} + \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \right]} = \frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma| [(s+a)(s+b)]} \quad (1.8)$$

donde:

$$a + b = \frac{B(1-\omega) + \lambda_A |\gamma|}{\omega(1-\omega) |\gamma|} = C \quad (1.9)$$

$$a \cdot b = \frac{B \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} = D \quad (1.10)$$

resolviendo las ecuaciones 1.9 y 1.10

$$b = \frac{C \pm \sqrt{C^2 - 4D}}{2} \quad (1.11)$$

$$a = \frac{D}{b} \quad (1.12)$$

$$\mathcal{L}^{-1} = \left\{ \frac{1}{(s+a)(s+b)} \right\} = \frac{\exp[-at_D] - \exp[-bt_D]}{b-a} \quad (1.13)$$

$$\mathcal{L}^{-1} = \left\{ \frac{1}{(s+a)(s+b)(s)} \right\} = \frac{b \exp[-at_D] - a \exp[-bt_D] + (a-b)}{(a-b)ba} \quad (1.14)$$

el segundo término de la ecuación 1.4 puede quedar expresado como:

$$\begin{aligned} & \frac{p_{Di} m_{ij} [s\omega(1-\omega) + \lambda_A]}{B[s(1-\omega) + \lambda_A] + s|\gamma|[s\omega(1-\omega) + \lambda_A]} \\ &= \frac{[p_{Di} m_{ij}]/|\gamma|}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} \\ &+ \frac{[p_{Di} m_{ij} \lambda_A]/[|\gamma|\omega(1-\omega)]}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} \end{aligned} \quad (1.15)$$

de la ecuación anterior, el primer término puede expresarse como:

$$\frac{[p_{Di} m_{ij}]/|\gamma|}{\left\{ s^2 + s \left[ \frac{B(1-\omega) + |\gamma|\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right] + \frac{B\lambda_A}{|\gamma|\omega(1-\omega)} \right\}} = + \frac{[p_{Di} m_{ij} \lambda_A]/|\gamma| s}{[(s+a)(s+b)]} \quad (1.16)$$

donde los términos “a” y “b” están dador por las ecuaciones 1.11 y 1.12, respectivamente y por lo tanto resultando en la siguiente expresión:

$$\mathcal{L}^{-1} = \left\{ \frac{s}{(s+a)(s+b)} \right\} = \frac{a \exp[-at_D] - b \exp[-bt_D]}{a-b} \quad (1.17)$$

El tercer término de la ecuación (1.4) es similar al primero, siendo únicamente afectado por la exponencial, usando:

$$\mathcal{L}^{-1} = \{ \exp[-t_D s f(s)] \} = F(t_D - t_{Di}) H(t_D - t_{Di}) \quad (1.18)$$

$F(t_D - t_{Di}) =$  Función afectada por la exponencial invertida al espacio real

$H(t_D - t_{Di}) =$  Función escalón unitario

La función escalón unitario toma el valor de “uno” cuando su argumento es positivo y el valor de “cero” cuando su argumento es negativo.

Para el cuarto término de la expresión 1.4 resulta similar al segundo término, solo que afectado por  $\exp[-st_{Di}]$  por lo que también se aplica la ecuación 1.18. Por lo tanto, la ecuación (1.4) en el espacio de tiempo real queda como:

$$\begin{aligned} & q_{wDj}(t_D - t_{Dj}) H(t_D - t_{Dj}) \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{\omega |\gamma|} \left( \frac{\exp[-at_D] - \exp[-bt_D]}{b-a} \right) \right. \\ &+ \frac{p_{Di} \tilde{A} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \left( \frac{b \exp[-at_D] - a \exp[-bt_D] - (a-b)}{(a-b) b a} \right) \\ &+ \frac{p_{Di} m_{ij}}{|\gamma|} \left( \frac{a \exp[-at_D] - b \exp[-bt_D]}{a-b} \right) \\ &+ \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) \tilde{A}}{\omega |\gamma|} \left( \frac{\exp[-a(t_D - t_{Di})] - \exp[-b(t_D - t_{Di})]}{b-a} \right) H(t_D - t_{Di}) \\ &+ \frac{p_{Di} m_{ij} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \\ &+ \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) \tilde{A} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} \left( \frac{b \exp[a(t_D - t_{Di})] - a \exp[-b(t_D - t_{Di})] + (a-b)}{(a-b) b a} \right) \times H(t_D \\ &- t_{Di}) + \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) m_{ij}}{|\gamma|} H(t_D - t_{Di}) \frac{a \exp[-a(t_D - t_{Di})] - b \exp[-b(t_D - t_{Di})]}{a-b} \\ &+ \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) m_{ij} \lambda_A}{\omega(1-\omega) |\gamma|} H(t_D \\ &- t_{Di}) \left. \left( \frac{\exp[a(t_D - t_{Di})] - \exp[-b(t_D - t_{Di})]}{b-a} \right) \right\} \quad (1.19) \end{aligned}$$

## Modelo analítico para triple porosidad

El modelo de triple porosidad contempla una estructura adicional la cual es el vóculo. Estas estructuras formadas durante la diagénesis de la roca se generan a partir de la disolución de ésta. Pueden generarse cavernas de dimensiones considerables a cavidades de unos cuantos centímetros de ancho.

Camacho *et al.* (2005) presentó un modelo analítico para yacimientos naturalmente fracturados vugulares, extendiendo el modelo de Warren y Root, el cual se presentó como modelo de triple porosidad-doble permeabilidad, es decir triple porosidad porque la matriz, fracturas, y vóculos tienen espacio poroso, y doble permeabilidad porque permite flujo primario en las redes de fracturas y vóculos. En esta tesis solo se considera un modelo de triple porosidad-una permeabilidad, es decir las redes de fracturas tienen flujo primario, los vóculos existen pero están aislados<sup>7</sup>.

En el modelo propuesto por Camacho *et al.* (2005), se proponen los siguientes tres coeficientes de flujo Interporoso

$$\lambda_{mf} = \frac{\sigma_{mf} k_m A}{k_f} \quad (2.1); \quad \lambda_{mv} = \frac{\sigma_{mv} k_m A}{k_f} \quad (2.2); \quad \lambda_{vf} = \frac{\sigma_{vf} k_l A}{k_f} \quad (2.3)$$

donde:

$$k_l = k_m \quad \text{si } p_m > p_v \quad ; \quad k_l = k_v \quad \text{si } p_v > p_m$$

y dos relaciones de almacenamiento de fluidos

$$\omega_f = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f + (\phi c_t)_v} \quad (2.4); \quad \omega_v = \frac{(\phi c_t)_v}{(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f + (\phi c_t)_v} \quad (2.5)$$

Para triple porosidad, la ecuación equivalente a la ecuación 1.4 es:

$$\begin{aligned} & \exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} \\ &= \frac{1}{2\pi s} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{p_{Di} s f(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} + \frac{\exp[-st_{Dj}] (p_{wDi} - p_{Di})}{B + sf(s)|\gamma|} \right. \\ & \left. + \frac{\exp[-st_{Dj}] (p_{wDi} - p_{Di}) s f(s) m_{ij}}{B + sf(s)|\gamma|} \right\} \quad (2.6) \end{aligned}$$

<sup>7</sup> Camacho-V. R., Vásquez-C. M., Castrejón-A. R. y Arana-O. V. (2005). *Pressure-transient and decline-curve behavior in naturally fractured vuggy carbonate reservoirs*. SPE Reservoir Evaluation & Engineering 8, 95-112. Recuperado de: <https://doi.org/10.2118/77689-PA>

Únicamente considerando para este caso:

$$f(s) = \omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{mv} - \lambda_{mf} f_2(s) - \lambda_{vf} f_1(s) \quad (2.7)$$

donde:

$$f_1(s) = \frac{[b_1 + b_2 s]}{[b_1 + b_4 s + b_5 s^2]} \quad (2.8)$$

$$f_2(s) = \frac{[b_1 + \lambda_{mf} \omega_v s]}{[b_1 + b_4 s + b_5 s^2]} \quad (2.9)$$

con:

$$b_1 = \lambda_{mf}(\lambda_{mv} + \lambda_{mf}) + \lambda_{mf} \lambda_{mv} \quad (2.10)$$

$$b_2 = \lambda_{vf}(1 - \omega_f - \omega_v) \quad (2.11)$$

$$b_3 = \lambda_{mv}(\lambda_{vf} + \lambda_{mf}) + \lambda_{mf} \lambda_{vf} \quad (2.12)$$

$$b_4 = \omega_v(\lambda_{mv} + \lambda_{mf}) + (1 - \omega_f - \omega_v)(\lambda_{mv} + \lambda_{vf}) \quad (2.13)$$

$$b_5 = (1 - \omega_f - \omega_v)\omega_v \quad (2.14)$$

Siguiendo un desarrollo similar al de doble porosidad para invertir analíticamente, despreciando exponentes de “s” (para la multiplicación de polinomios) mayores o iguales a 3, el primer término de la ecuación 2.6 queda como:

$$\begin{aligned} & \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \\ &= \frac{p_{Di} \tilde{A}[b_1 + s b_4 + s^2 b_5]}{s \{B + (\omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma| (b_1 + s b_4 + s^2 b_5) - \lambda_{mf} (b_1 + \lambda_{mf} \omega_v s) s |\gamma| - \lambda_{vf} (b_1 + b_2 s) |\gamma|\}} \\ & \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \\ &= \frac{p_{Di} \tilde{A}[b_1 + s b_4 + s^2 b_5]}{s \{B b_1 + \{B b_4 + |\gamma| [\lambda_{mv} + \lambda_{vf}] b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2\} s + \{B b_5 + |\gamma| [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5]\} s^2\}} \\ & \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di} \tilde{A}[b_1 + s b_4 + s^2 b_5]}{s \left( \frac{B b_1}{\theta_2} + \frac{\theta_1}{\theta_2} + s^2 \right)} \quad (2.15) \end{aligned}$$

donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son términos algebraicos utilizados para simplificar el álgebra:

$$\theta_1 = B b_4 + |\gamma| [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2] \quad (2.16)$$

$$\theta_2 = B b_5 + |\gamma| [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5] \quad (2.17)$$

con la finalidad de factorizar el denominador de la ecuación 2.15 queda como:

$$(s + a)(s + b) = s^2 + a_1s + a_0 \quad (2.18)$$

$$a + b = a_1 \quad (2.19)$$

$$ab = a_0 \quad (2.20)$$

donde:

$$a_1 = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (2.21)$$

$$a_0 = \frac{Bb_1^2}{\theta_2} \quad (2.22)$$

por lo tanto:

$$a = \frac{a_0}{b} \quad (2.23)$$

$$b = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} \quad (2.24)$$

usando las expresiones 2.23 y 2.24 en la ecuación 2.15 se tiene:

$$\frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} = \frac{p_{Di}\tilde{A}b_5 \left( s^2 + s\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5} \right)}{\theta_2 s(s+a)(s+b)} \quad (2.25)$$

de esta forma la transformada inversa de Laplace del primer término de la ecuación 2.6 está dada por:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di}\tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \right\} \\ & \approx \frac{p_{Di}\tilde{A}b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{ab} + \left[ \frac{a^2 - a\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{a(a-b)} \right] \exp[-at_D] \right\} \\ & - \left\{ \left[ \frac{b^2 - b\frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{b(a-b)} \right] \exp[-bt_D] \right\} \quad (2.26) \end{aligned}$$

Para el segundo término de la ecuación 2.6 se puede simplificar como:

$$\begin{aligned} & \frac{p_{Di}f(s)m_{ij}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \\ & = \frac{p_{Di}m_{ij}[(\omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf})(b_1 + sb_4 + s^2b_5) - \lambda_{mf}(b_1 + \lambda_{mf}\omega_v s) - \lambda_{vf}(b_1 + b_2s)]}{sB + (\omega_f s + \lambda_{mf} + \lambda_{vf})|\gamma|(b_1 + sb_4 + s^2b_5) - \lambda_{mf}(b_1 + \lambda_{mf}\omega_v s)s|\gamma| - \lambda_{vf}(b_1 + b_2s)|\gamma|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \\
&\frac{p_{Di} m_{ij} \{s[\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2] + s^2 [(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 + \omega_f b_4] + s^3 \omega_f b_5\}}{s B b_1 + s \{ [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - \lambda_{mf}^2 \omega_v b_2 |\gamma| \} + s^2 \{ [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma| \} - s^3 \omega_f |\gamma| b_5} \\
&= \frac{p_{Di} m_{ij} \omega_f b_5 (d_0 + d_1 s + s^2)}{|\gamma| \omega_f b_5 \left( \frac{B b_1}{\omega_f b_5 |\gamma|} + s c_1 + s^2 c_2 + s^3 \right)} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

Finalmente:

$$\frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{s \{B + f(s) |\gamma|\}} = \frac{p_{Di} m_{ij} (d_0 + d_1 s + s^2)}{|\gamma| (c_0 + s c_1 + s^2 c_2 + s^3)} \quad (2.28)$$

en donde:

$$d_0 = \frac{\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2}{\omega_f b_5} \quad (2.29)$$

$$d_1 = \frac{(\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 - \omega_f b_4}{\omega_f b_5} \quad (2.30)$$

$$c_0 = \frac{B b_1}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.31)$$

$$c_1 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - \lambda_{mf}^2 \omega_v b_2 |\gamma|}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.32)$$

$$c_2 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_5 + \omega_f b_4 |\gamma|}{\omega_f b_5 |\gamma|} \quad (2.33)$$

Despreciando los exponentes de “s” cuando son mayores o iguales a tres, la expresión 2.28 se puede aproximar como:

$$\frac{p_{Di} f(s) m_{ij}}{s \{B + f(s) |\gamma|\}} = \frac{p_{Di} m_{ij} \tilde{d}_2 (\tilde{d}_0 + s)}{\tilde{c}_2 (\tilde{c}_0 + s \tilde{c}_1 + s^2)} \quad (2.34)$$

donde:

$$d_2 = \omega_f b_4 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_5 \quad (2.35)$$

$$\tilde{d}_0 = \frac{\omega_f b_1 + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) b_4 - \lambda_{mf}^2 \omega_v - \lambda_{vf} b_2}{d_2} \quad (2.36)$$

$$\tilde{c}_0 = \frac{B b_1}{\tilde{c}_2}$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{[B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf}) |\gamma|] b_4 + \omega_f b_1 |\gamma| - \lambda_{mf}^2 \omega_v b_2 |\gamma|}{\tilde{c}_2} \quad (2.37)$$

$$\tilde{c}_2 = [B + (\lambda_{mf} + \lambda_{vf})|\gamma|]b_5 + \omega_f b_4 |\gamma| \quad (2.38)$$

De esta forma, la transformada inversa del segundo término de la ecuación 2.6 se aproxima a:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \right\} \approx \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ + \left[ \frac{u_1^2 - \tilde{d}_0 u_1}{u_1(u_1 - u_2)} \right] \exp[-u_1 t_D] \right\} - \left\{ \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} \quad (2.39)$$

simplificando términos semejantes queda como:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A}}{s(B + f(s)|\gamma|)} \right\} \approx \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ + \left[ \frac{u_1 - \tilde{d}_0}{(u_1 - u_2)} \right] \exp[-u_1 t_D] \right\} - \left\{ \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} \quad (2.40)$$

en donde:

$$(s + u_1)(s + u_2) = s^2 + \tilde{c}_1 s + \tilde{c}_0 \quad (2.41)$$

$$u_1 = \frac{\tilde{c}_0}{u_2} \quad (2.42)$$

$$u_2 = \frac{\tilde{c}_1 \pm \sqrt{\tilde{c}_1^2 - 4\tilde{c}_0}}{2} \quad (2.43)$$

Las ecuaciones 2.24 y 2.43 involucran dos raíces cuadradas, en donde el signo que le antecede es irrelevante para cada una de ellas, pues los resultados obtenidos mediante el uso de cualquiera de los dos signos es el mismo.

Invirtiendo término a término, se obtiene el modelo analítico para los gastos de cada pozo en el espacio real. (Ávalos Milla, Camacho Velázquez. 2022)<sup>8</sup>

$$q_{wDj}(t_D - t_{Dj})H(t_D - t_{Dj}) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} \left\{ \frac{p_{Di} \tilde{A} b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{ab} + \left[ a^2 - a \frac{b^4}{b^5} + \frac{b_1}{b_5} \right] \times \exp[-at_D] - \left[ \frac{b^2 - b \frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5} \right] \exp[-bt_D] \right\} + \frac{p_{Di} m_{ij} d_2}{\tilde{c}_2} \left\{ \left[ \frac{u_1 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_1 t_D] - \left[ \frac{u_2 - \tilde{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2 t_D] \right\} + \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) \tilde{A} b_5}{\theta_2} \left\{ \frac{b_1}{ab} + \right.$$

<sup>8</sup> Ávalos Milla, M. Y Camacho Velázquez, R.: *Producción de Múltiples Pozos en Yacimientos Ecología Rectangulares Naturalmente Fracturados con Entradas a Producción a Diferentes Tiempos*, Rev. Int. Contam. Ambie. 38 (Sedimentos y Ecología) 49-59, 2022, Recuperado de: <https://doi.org/10.20937/RICA.54298>

$$\left[ a^2 - a \frac{b^4}{b^5} + \frac{b_1}{b_5} \right] \exp[-a(t_D - t_{Di})] - \left[ \frac{b^2 - b \frac{b_4}{b_5} + \frac{b_1}{b_5}}{b(a-b)} \right] \exp[-b(t_D - t_{Di})] \left. \vphantom{\left[ a^2 - a \frac{b^4}{b^5} + \frac{b_1}{b_5} \right]} \right\} H(t_D - t_{Dj}) + \left. \frac{(p_{wDi} - p_{Di}) m_{ij} d_2}{\hat{c}_2} \left\{ \left[ \frac{u_1 - \bar{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_1(t_D - t_{Di})] - \left[ \frac{u_2 - \bar{d}_0}{u_1 - u_2} \right] \exp[-u_2(t_D - t_{Di})] \right\} H(t_D - t_{Dj}) \right\} \quad (2.44)$$

### Optimizador por el método de *Tunneling*

El algoritmo de optimización que se implementa corresponde al presentado por los trabajos de Levy y Montalvo (1985) y Levy y Gómez (1985) y se trata de un optimizador global robusto, el cual optimiza una gran cantidad de variables y de obtener múltiples mínimos globales, con buenos resultados en cuanto a precisión y tiempos de ejecución cortos.

Este algoritmo se compone de una secuencia de ciclos y cada uno consta de dos fases: una de minimización y otra de tunelización. Primero, la fase de minimización comienza en un punto inicial ( $x_0$ ), ésta decrementa el valor de la función objetivo hasta encontrar un mínimo local ( $x_1$ ). Después, partiendo del punto encontrado en la minimización, la fase de tunelización determina un mejor punto inicial en otro valle de la función para la siguiente fase de minimización. Ambas fases se repiten hasta encontrar los mínimos globales. (Gómez & Levy, 1985)

El mecanismo principal que realiza la tunelización de la función objetivo va de un valle a otro en la función, por lo que la búsqueda converge hasta encontrar el mínimo global.

$$f(x_1) \geq f(x_2) \geq \dots \geq f(x_{global})$$

El proceso consiste en encontrar un mínimo local hasta dar con una solución global, donde “f” es una función escalar con primera y segunda derivada continua; x es un vector con “n” elementos, tal que  $A \leq x \leq B$ , donde A y B son vectores prescritos.

Se deben de cumplir las siguientes condiciones:

$$(1) \quad f(x) > f(x^*), \forall x, x \neq x^* \quad \|x - x^*\| < \varepsilon, 0 < \varepsilon \ll 1$$

$$(2) \quad f(x) > f(x^*), \forall x, x \neq x^*, A \leq x \leq B$$

En el primer caso indica que  $x^*$  es mínimo de  $f(x)$  en un vecindario local, mientras que el segundo indica que  $f(x^*)$  representa un mínimo local para toda la región que es de interés.

## Uso del indicador económico VPN para la evaluación de proyectos

Como se menciona en la introducción de este trabajo, el propósito consiste en optimizar el VPN. A pesar de que una evaluación económica no está completa a partir de la toma de decisiones con base a un solo indicador económico, es posible pronosticar el comportamiento que puede tener o no la rentabilidad del proyecto.

A continuación, se muestra la teoría en la que se basan la mayoría de los proyectos económicos y de la cual se toma como referencia en este trabajo. Para llevar a cabo la realización de un proyecto de inversión, es necesario identificar los retos que presenta y así poderlo plantear en un modelo matemático para su estudio, denominando a esta tarea como el diseño o planeación del proyecto.

El proyecto de inversión es un plan que, si se le asigna determinado monto de capital y se le proporcionan insumos de varios tipos, producirá un bien o servicio, útil a la sociedad..., tiene el objetivo de conocer su rentabilidad económica y social, de tal manera que asegure resolver una necesidad humana en forma eficiente, segura y rentable. Solo así es posible asignar los recursos económicos a la mejor alternativa. (Baca Urbina, Gabriel. *Evaluación de proyectos*. 2013)

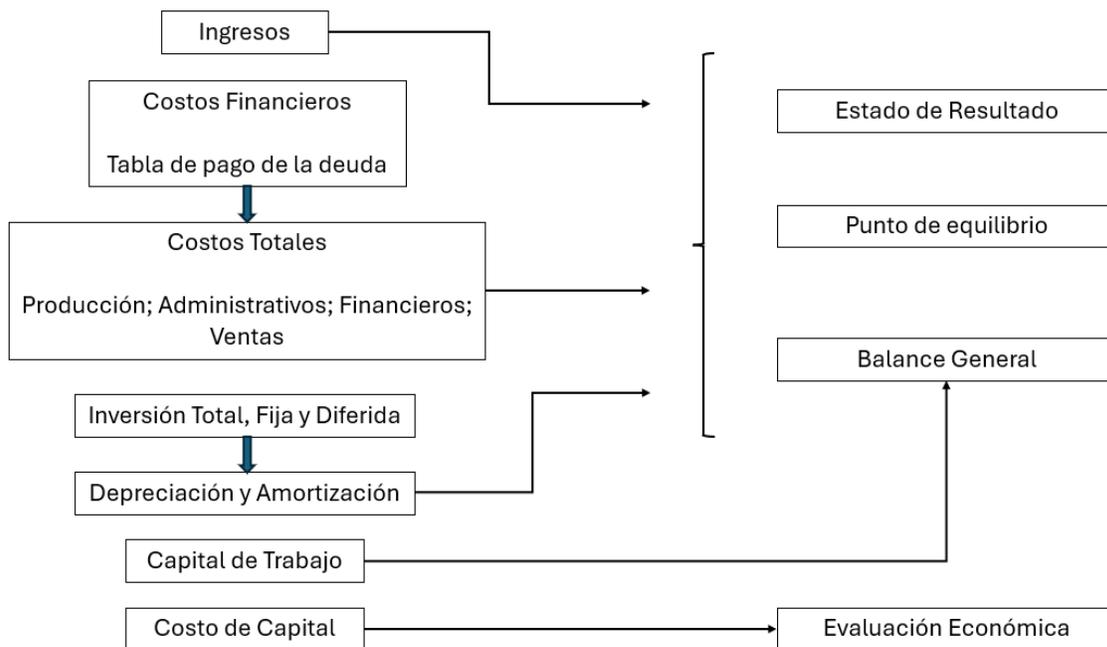


Figura 2: Estructura del análisis económico. (Baca, G., 2013)

- Inversión Inicial

La inversión inicial, deberá incluir el desembolso necesario para adquirir, transportar e instalar la maquinaria y el equipo que se requieran para realizar el proyecto y, en su caso, también los desembolsos para comprar los terrenos, edificios y otros activos fijos que se requieran. (Samaniego, 2008)

- Flujo de efectivo

Desde el punto de vista financiero, para los proyectos de inversión se considera la suma de la utilidad neta más las amortizaciones y depreciaciones del ejercicio. En toda inversión que se realiza es preciso recuperar el monto de la inversión y, en este caso, mediante las utilidades que genera la inversión.

De esta manera, los beneficios netos más la depreciación y la amortización por cada uno de los años en el horizonte de tiempo que se considera durará la inversión, son el elemento de recuperación financiera del proyecto de inversión. (López R., 2021)

- Valor Presente Neto (VPN)

El Valor Presente Neto consiste en hacer la suma de todos los flujos de caja del tiempo de análisis determinado y descontar a esta suma la inversión inicial del proyecto, quedando la ecuación de la siguiente forma.

$$VPN = \sum \frac{FE}{(1 + td)^p}$$

$FE$  = Flujo de efectivo

$td$  = Tasa de descuento

$p$  = Periodo

## CAPÍTULO II: METODOLOGÍA

Partiendo de la solución analítica de Camacho *et al.* (1993), se aplica el algoritmo optimizador a los modelos de una, doble y triple porosidad. Además de los datos de entrada con los que se alimenta el optimizador, es necesario establecer la relación de almacenamiento ( $\omega$ ) y el coeficiente de flujo Interporoso ( $\lambda$ ).

**Tabla 1. DATOS DE ENTRADA**

Dimensión Yacimiento	X = 20,000 [ft] Y = 13,000 [ft]
Radio del Pozo	0.25 [ft]
Presión Inicial	3,000 [psia]
Espesor del Yacimiento	100 [ft]
(Phi*Ct) <sub>t</sub>	2.8E-6 [psia-1]
Factor de Volumen de Formación	1.558
Viscosidad del Aceite	0.5364 [cP]

**Tabla 2. PROPIEDADES PETROFÍSICAS**

	UNA POROSIDAD	DOBLE POROSIDAD	TRIPLE POROSIDAD
Porosidad de matriz [%]	-	0.15	0.15
Porosidad de fractura [%]	0.15	0.15	0.15
Porosidad de vgulos [%]	-	-	0.30
Permeabilidad de matriz [mD]	-	10	10
Permeabilidad de fracturas [mD]	100	100	100
Permeabilidad de vgulos [mD]	-	-	30

**Tabla 3. VALORES DE  $\omega$  Y  $\lambda$  POR MODELO DE POROSIDAD**

DOBLE POROSIDAD		TRIPLE POROSIDAD	
Coefficiente Flujo Interporoso matriz – fractura ( $\lambda$ )	6.25E-5	CFI matriz – fractura ( $\lambda_{mf}$ )	6.25E-5
Relación de Almacenamiento de Fluidos en fractura ( $\omega$ )	0.5	CFI matriz – vgulo ( $\lambda_{mv}$ )	2.63E-4
		CFI vgulo – fractura ( $\lambda_{vf}$ )	1.56E-3

		Relación de Almacenamiento en fractura ( $\omega_f$ )	0.25
		Relación de Almacenamiento en vgulo ( $\omega_v$ )	0.5

Los únicos datos que se mantienen constantes para evaluar los tres modelos de porosidad por el optimizador son los indicados en la **Tabla 1**. Por lo que para el caso de una porosidad, el factor omega y lambda valen cero, mientras que para doble y triple porosidad, los valores de estas variables estn indicados en la **Tabla 3**.

También es necesario asignar un valor al precio del barril de petróleo, tasa de descuento e ingresos y egresos de acuerdo con los requerimientos de esta evaluación económica, los cuales se muestran en la **Tabla 4**, de acuerdo con los periodos a evaluar para el indicador económico.

<b>Tabla 4. DATOS ECONÓMICOS</b>	
Precio BBL de Petróleo (usd)	44.9
Tasa de descuento (%)	12
Inversión Inicial (usd)	<b>*Datos utilizados a 5 años*</b>
• Yacimiento con 1 Pozo Original	3,000,000
• Yacimiento con 2 Pozos Originales	8,000,000
Egresos (usd)	<b>*Datos utilizados a 10 años*</b>
• Yacimiento con 1 Pozo Original	1,500,000
• Yacimiento con 2 Pozos Originales	4,000,000

Es necesario definir tres aspectos antes de pasar al proceso de la optimización. El primero corresponde en fijar una función objetivo, la cual será el Valor Presente Neto. El segundo corresponde en definir cuáles serán las variables de decisión; ya que se busca encontrar la posición óptima de pozos de relleno, estas corresponderán a las coordenadas de los pozos de relleno (x, y).

Finalmente, se debe reconocer las restricciones de la optimización, y ya que se habla de posición, esto sugiere la dimensión que tenga el yacimiento.

Se establecen dos condiciones previas a iniciar con la optimización. La primera es que se evalúan dos periodos de análisis para el indicador económico, siendo de cinco y diez años respectivamente los periodos a estudiar.

Para el caso de una porosidad, se considera que los fluidos están almacenados en los poros de la matriz, o en la red de fracturas con una matriz compacta, y la permeabilidad se da por la conectividad de estos.

Posteriormente se designa un valor a omega y lambda en doble y triple porosidad, considerando los vórgulos en esta última y así observar el comportamiento de ambos modelos y compararlos en el apartado de análisis de resultados.

Una vez hecho esto, el optimizador arroja las coordenadas óptimas de los pozos de relleno, así como también del VPN. Siguiendo con el proceso, se generan las gráficas del perfil de producción de cada escenario.

## CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE RESULTADOS

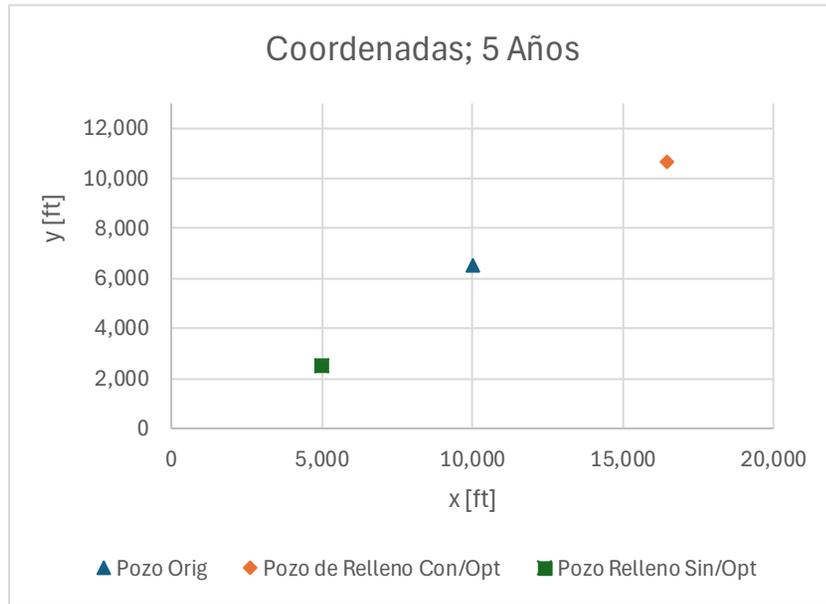
### CASO 1: Evaluación a 5 años

- 1 pozo Original; 1 pozo de Relleno

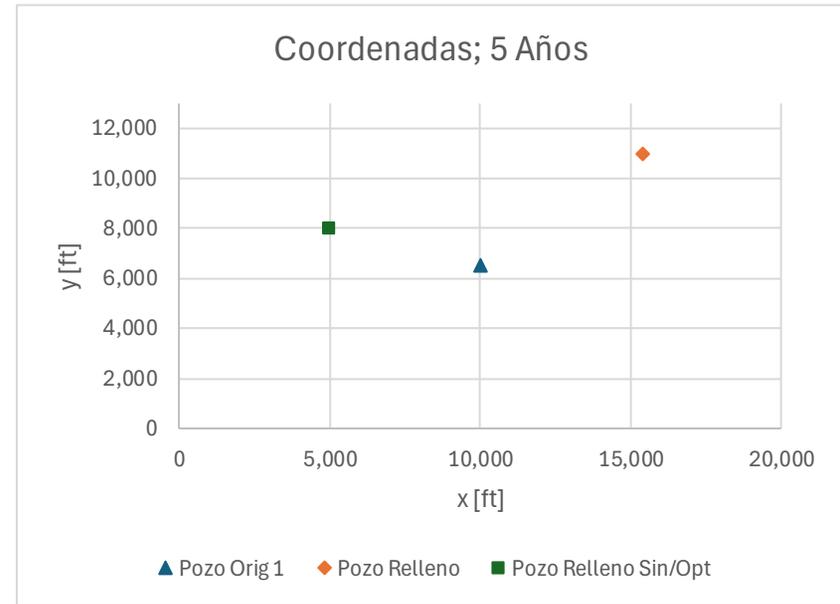
La siguiente **Tabla 5** presenta la comparación de las coordenadas de los pozos de relleno respecto al pozo original, que, para el caso de los tres modelos, es el mismo.

	Pozo Original	Pozo Relleno; 1 $\phi$	Pozo Relleno; 2 $\phi$	Pozo Relleno; 3 $\phi$	Pozo Relleno sin Opt (1 $\phi$ )	Pozo Relleno sin Opt (2 $\phi$ )	Pozo Relleno sin Opt (3 $\phi$ )
X [ft]	10,000	16,477.761	15,422.722	14,029.023	5,000	5,000	10,000
Y[ft]	6,500	10,693.028	10,975.231	11,526.448	2,500	8,000	1,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Daño	0	0	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	100	100	100	100	100	100

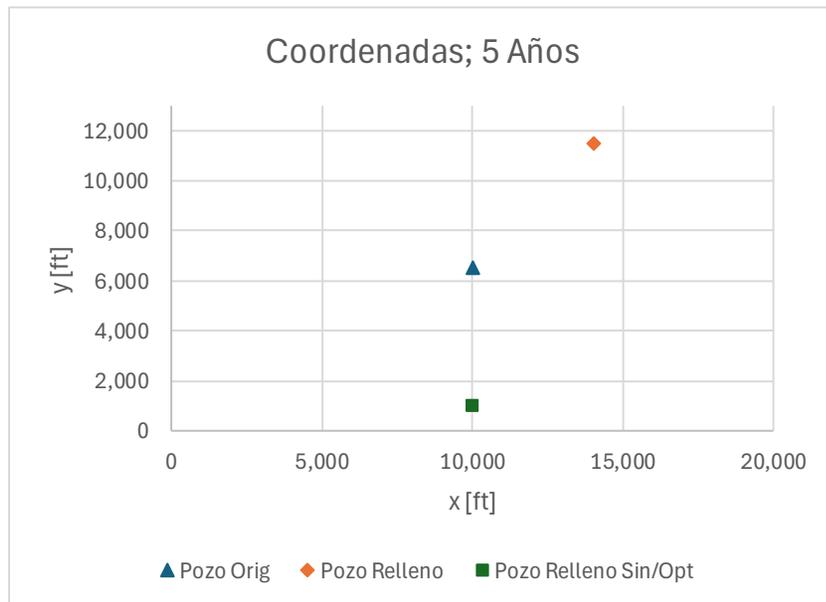
**Tabla 5:** Sistema roca – fluido; ubicación de un pozo original y uno de relleno para 5 años de evaluación



**Gráfica 1:** Una porosidad



**Gráfica 2:** Doble porosidad

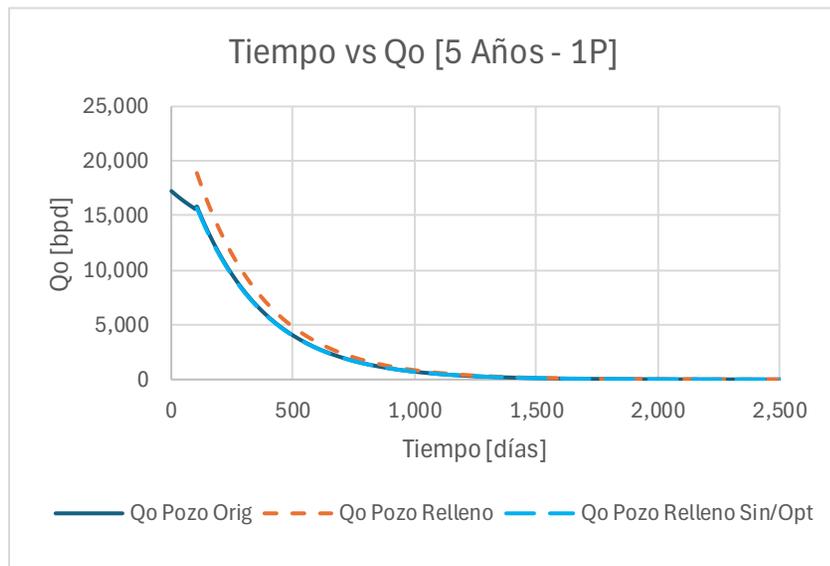


**Gráfica 3:** Triple porosidad

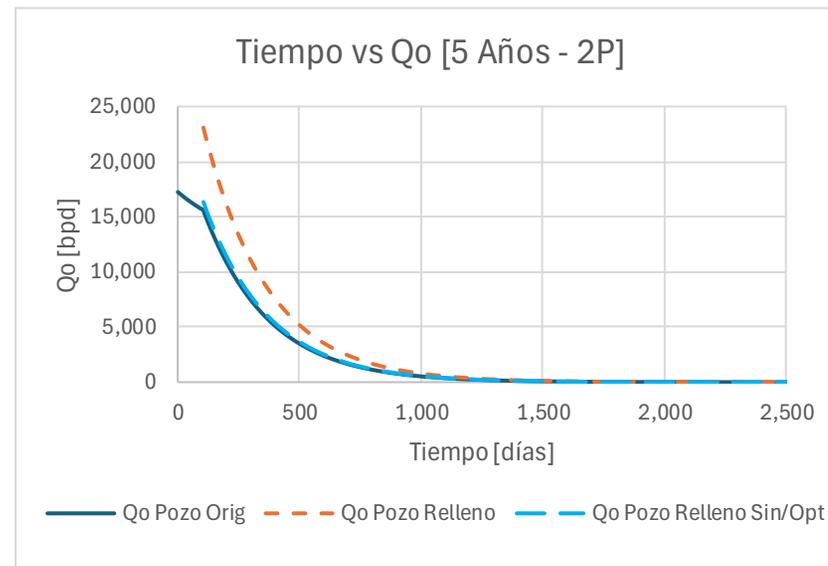
**Gráfica 1:** Se presentan la ubicación de las coordenadas óptimas del pozo de relleno y las coordenadas elegidas de forma arbitraria donde no se aplica el optimizador. Este ejemplo se realiza en todos los casos para analizar los diferentes comportamientos en donde se aplica y no se aplica el optimizador.

**Gráfica 2:** Posición de coordenadas del pozo de relleno con y sin optimizador.

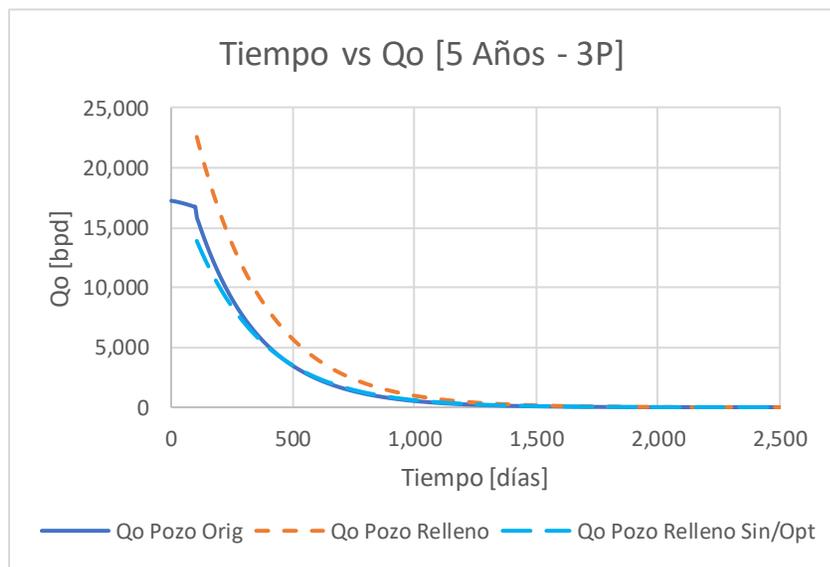
**Gráfica 3:** Posición de coordenadas del pozo de relleno con y sin optimizador.



**Gráfica 4:** Perfil de producción; una porosidad



**Gráfica 5:** Perfil de producción; doble porosidad



**Gráfica 6:** Perfil de producción; triple porosidad

Para este primer escenario y en los posteriores, se toma como referencia la entrada de producción de los pozos de relleno a partir del día cien; una vez iniciada la producción de los pozos originales.

Se presenta un incremento en la producción de los pozos de relleno para los tres modelos en comparación a la de los pozos originales. Para el modelo de triple porosidad, el gasto del pozo no optimizado cae por debajo del pozo original.

Se generó una serie de tablas en la que se compara la producción por modelo de pozos originales y de relleno para su mejor apreciación.

**Tabla 6.1:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **una porosidad** para 5 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>UNA POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,254.00	0.0	0.0
<b>100</b>	15,841.00	18,902.00	15,695.00
183	12,000.00	14,319.00	11,890.00
<b>AÑO 1</b>	6,458.90	7,707.10	6,399.50
547	3,403.00	4,060.60	3,371.60
<b>AÑO 2</b>	1,831.60	2,185.50	1,814.70
913	965.00	1,151.50	956.11
<b>AÑO 3</b>	508.42	606.67	503.74
1,278	273.65	326.53	271.13
<b>AÑO 4</b>	144.18	172.04	142.85
1,643	77.60	92.60	76.89
<b>AÑO 5</b>	40.89	48.79	40.51

**Tabla 6.2:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **doble porosidad** para 5 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>DOBLE POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,245.00	0.0	0.0
<b>100</b>	15,556.00	23,084.00	16,340.00
183	11,483.00	17,040.00	12,062.00
<b>AÑO 1</b>	5,833.70	8,656.90	6,127.80
547	2,895.30	4,296.50	3,041.30
<b>AÑO 2</b>	1,470.90	2,182.80	1,545.10
913	730.03	1,083.30	766.84
<b>AÑO 3</b>	370.88	550.37	389.58
1,278	184.07	273.15	193.35
<b>AÑO 4</b>	91.36	135.57	95.96
1,643	46.41	68.87	48.75
<b>AÑO 5</b>	23.04	34.18	24.20

**Tabla 6.3:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **triple porosidad** para 5 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

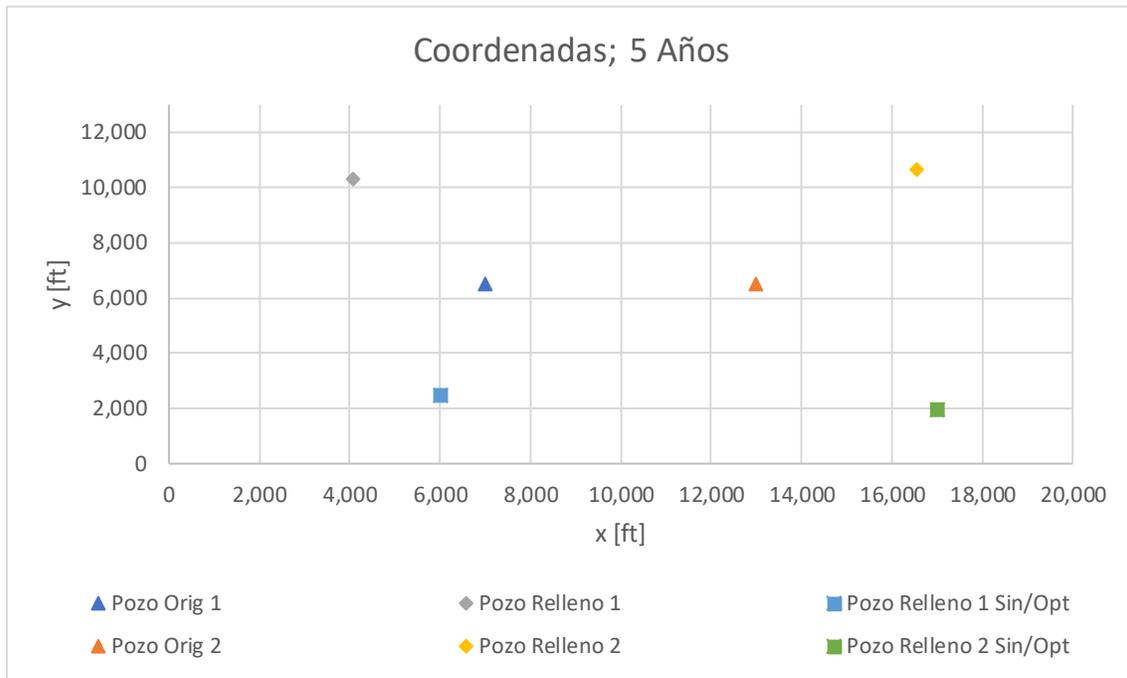
<b>TRIPLE POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,250.00	0.0	0.0
<b>100</b>	15,891.00	22,586.00	13,891.00
183	11,624.00	17,097.00	10,516.00
<b>AÑO 1</b>	5,821.00	9,155.60	5,631.20
547	2,868.90	4,778.10	2,938.80
<b>AÑO 2</b>	1,457.30	2,540.20	1,562.30
913	727.43	1,317.90	810.59
<b>AÑO 3</b>	373.43	697.53	429.02
1,278	188.13	360.59	221.78
<b>AÑO 4</b>	95.12	186.16	114.50
1,643	49.34	98.16	60.37
<b>AÑO 5</b>	25.08	50.59	31.11

\*Qo PO: Gasto de Aceite Pozo Original

\*Qo PR: Gasto de Aceite Pozo de Relleno

\*Qo PR Sin/Opt: Gasto de Aceite Pozo de Relleno Sin Optimizador

- 2 pozos Originales; 2 Pozos de Relleno

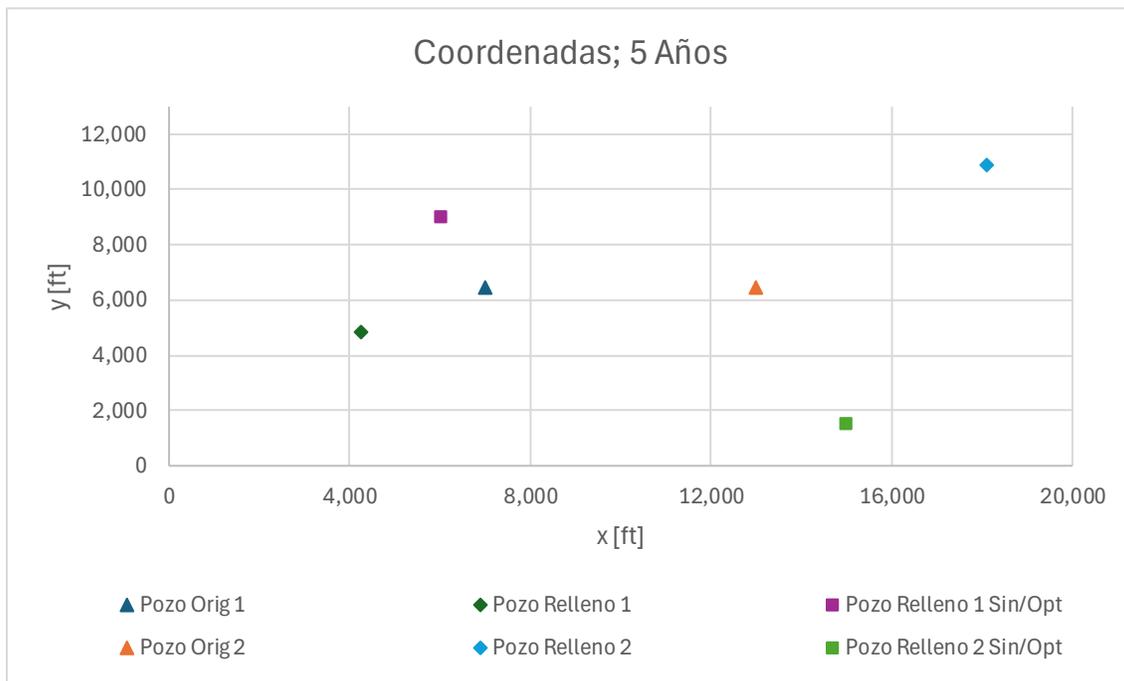


**Gráfica 7:** Una porosidad

1 $\phi$	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7,000	10,000	4,072.426	16,563.859	6,000	2,500
Y[ft]	6,500	6,500	10,303.385	10,685.471	2,500	2,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 7:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para una porosidad y 5 años de evaluación

En la **Gráfica 7**, los pozos de relleno sin optimizar se ubican en una zona arbitraria contraria al determinado por el optimizador, respectivamente. El pozo original 1 presenta daño.

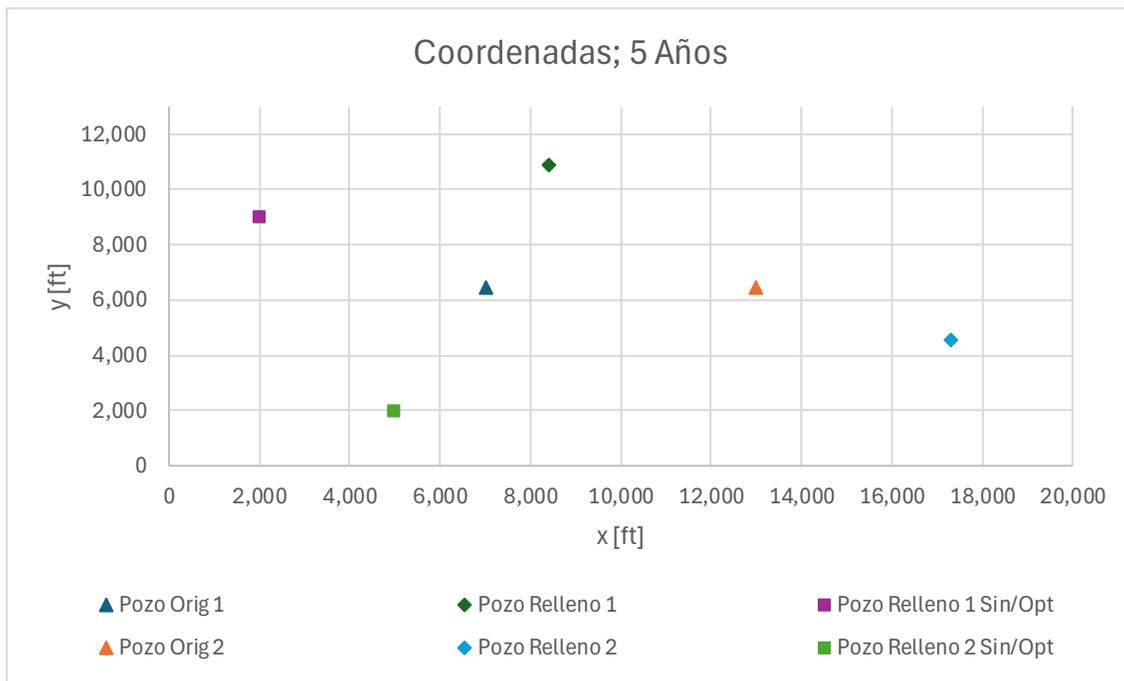


**Gráfica 8:** Doble porosidad

<b>2 <math>\phi</math></b>	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7,000	13,000	4,257.855	18,114.541	6,000	9,000
Y[ft]	6,500	6,500	4,847.108	10,897.108	15,000	1,500
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 8:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para doble porosidad y 5 años de evaluación

En la **Gráfica 8**, se observa que el pozo de relleno 2 está próximo al pozo original dañado. Se considera que a pesar del daño que presenta, la zona con presencia de fracturas es un área de rendimiento considerable en la producción.

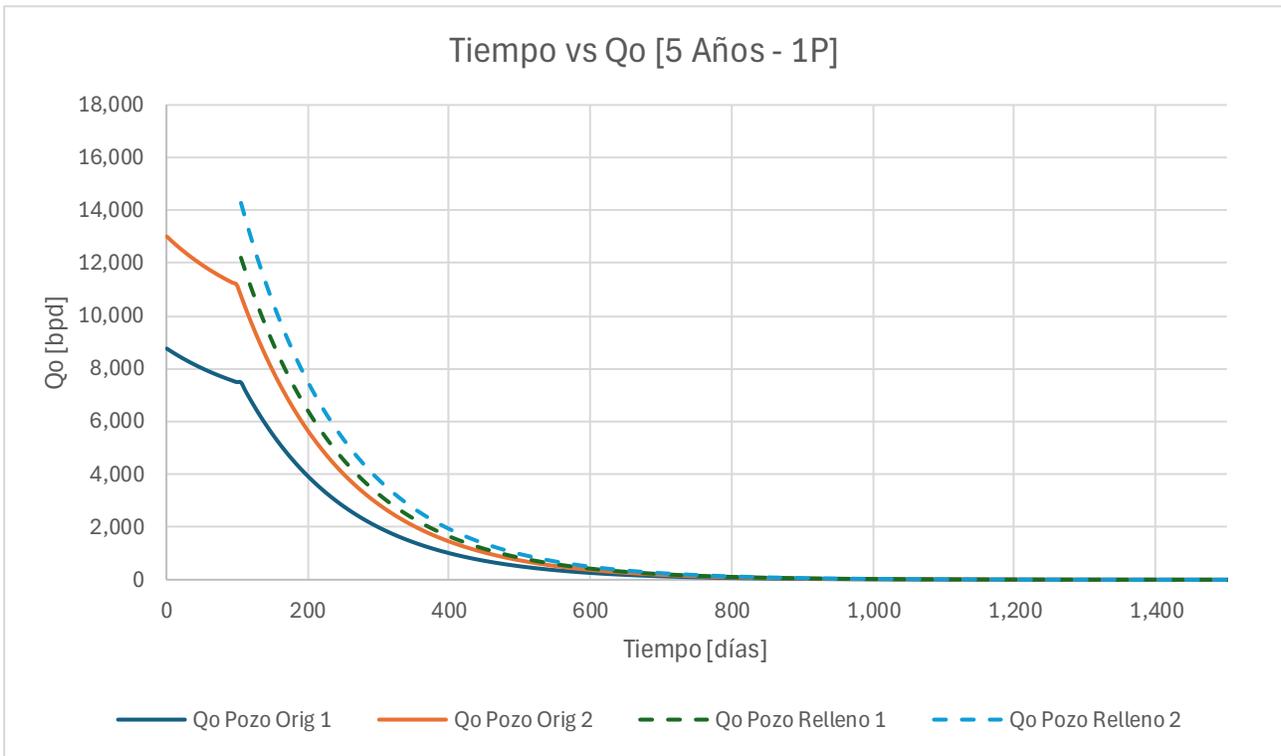


**Gráfica 9:** Triple porosidad

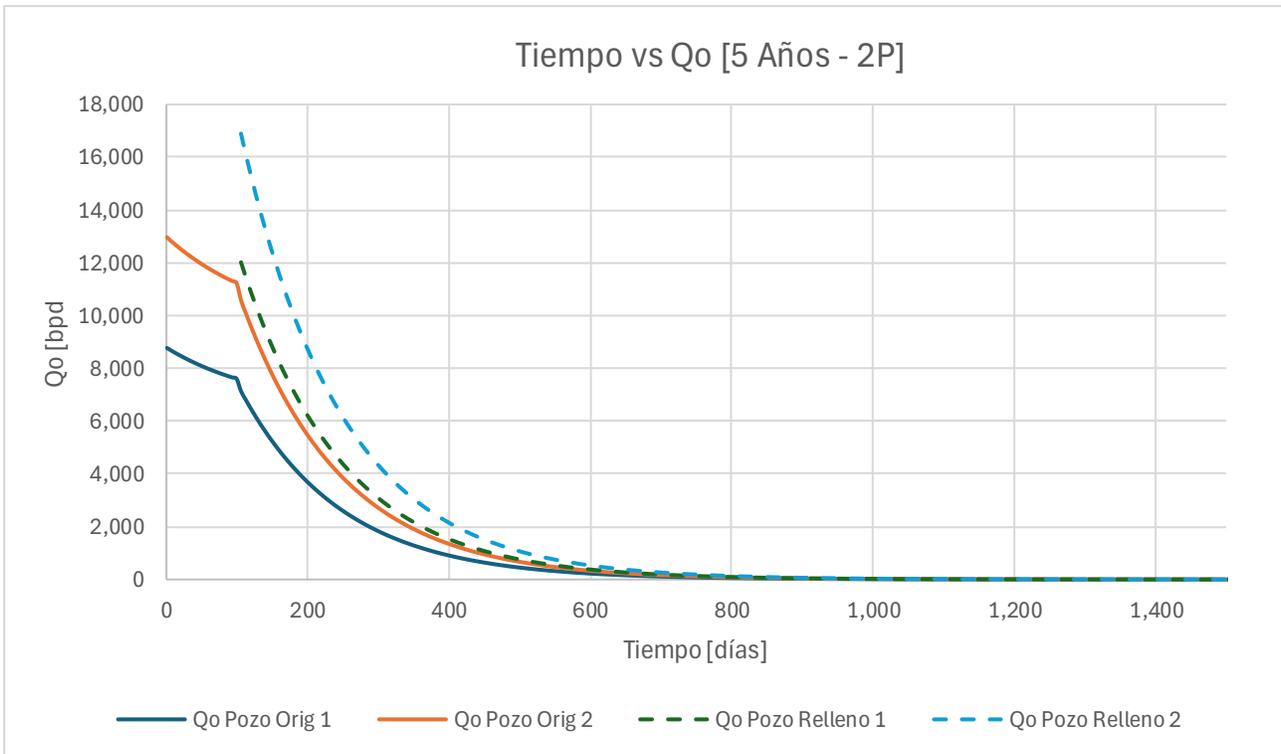
3 $\phi$	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7,000	13,000	8,404.762	17,283.269	2,000	5,000
Y[ft]	6,500	6,500	10,903.184	4,596.184	9,000	2,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 9:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para triple porosidad y 5 años de evaluación

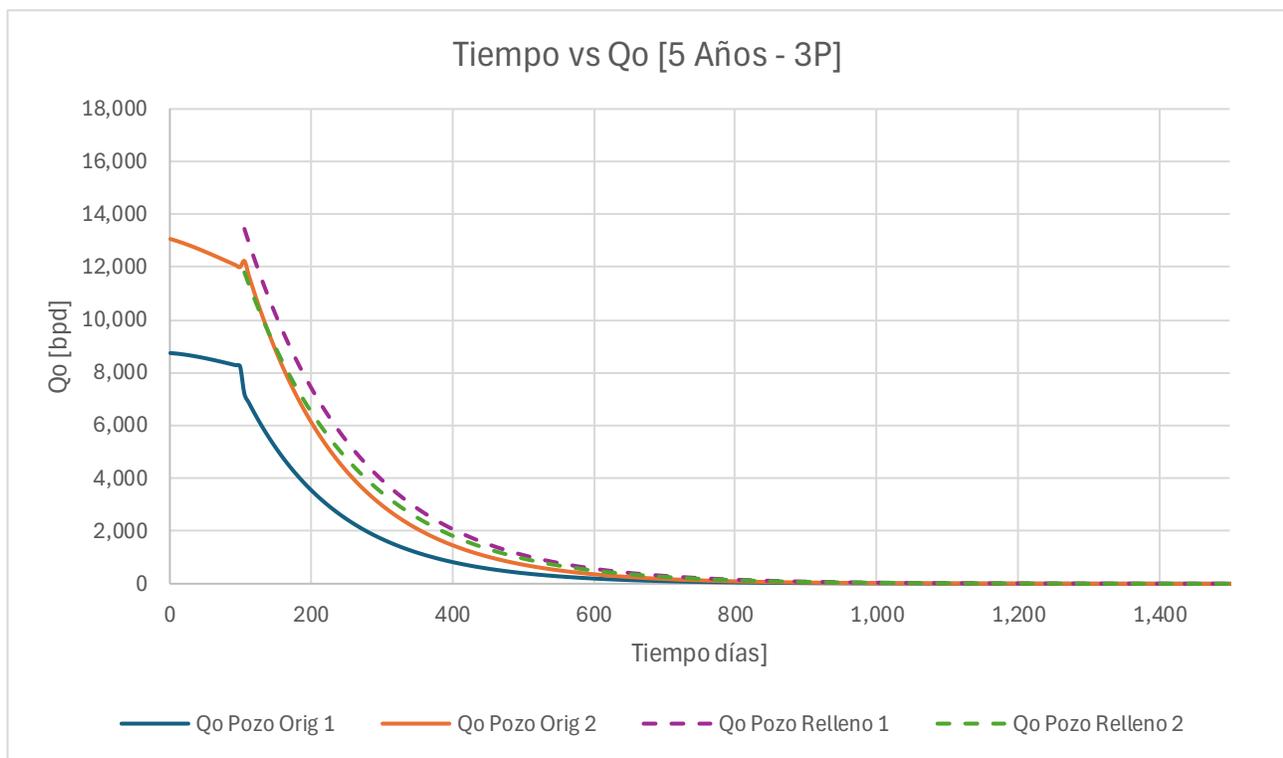
En la **Gráfica 9**, el optimizador parece demostrar que hay un mayor alcance de recuperación al determinar las coordenadas del pozo de relleno 1 en una región más separada de la producción de los pozos iniciales, teniendo en cuenta la premisa de no interferir directamente con la producción del pozo original.



**Gráfica 10:** Perfil de producción; una porosidad



**Gráfica 11:** Perfil de producción; doble porosidad



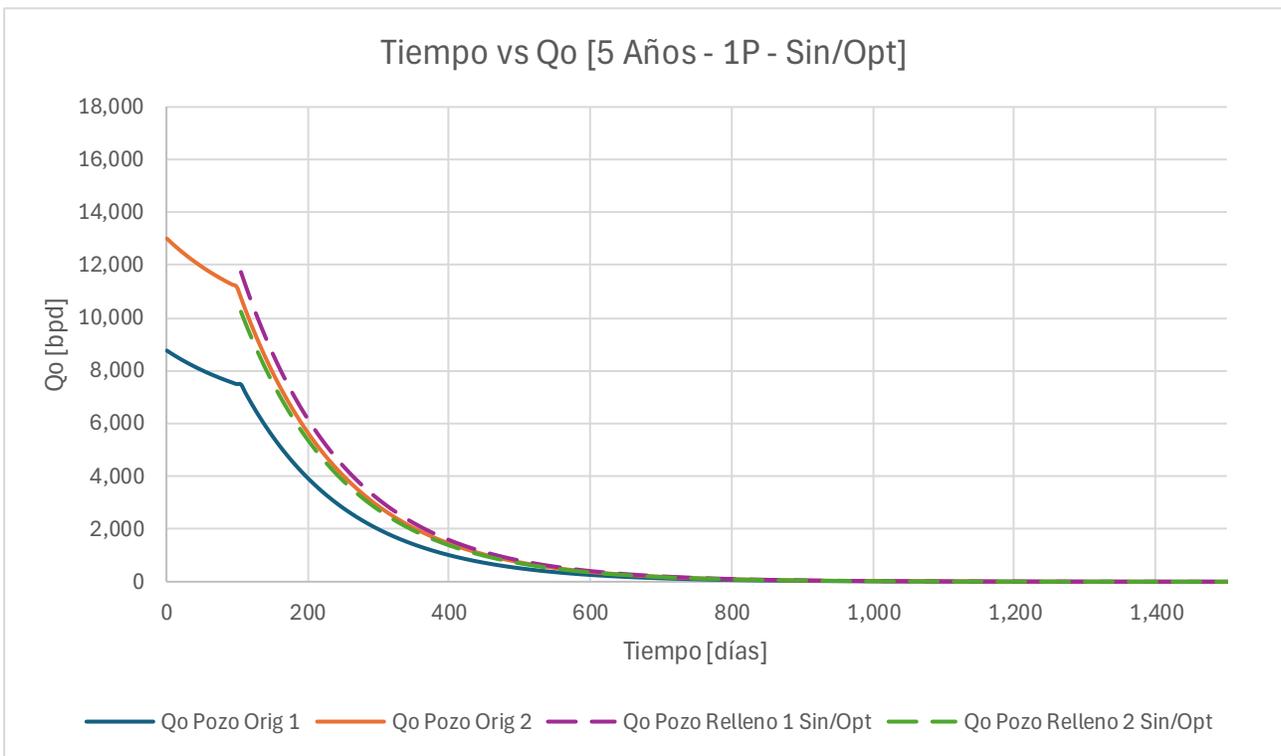
**Gráfica 12:** Perfil de producción; triple porosidad

Debido a que los datos reflejados en las graficas se ven encimados, se han generado las **Tablas 10.1 - 10.3**, las cuales contiene los datos de la producción comparando los tres modelos año por año.

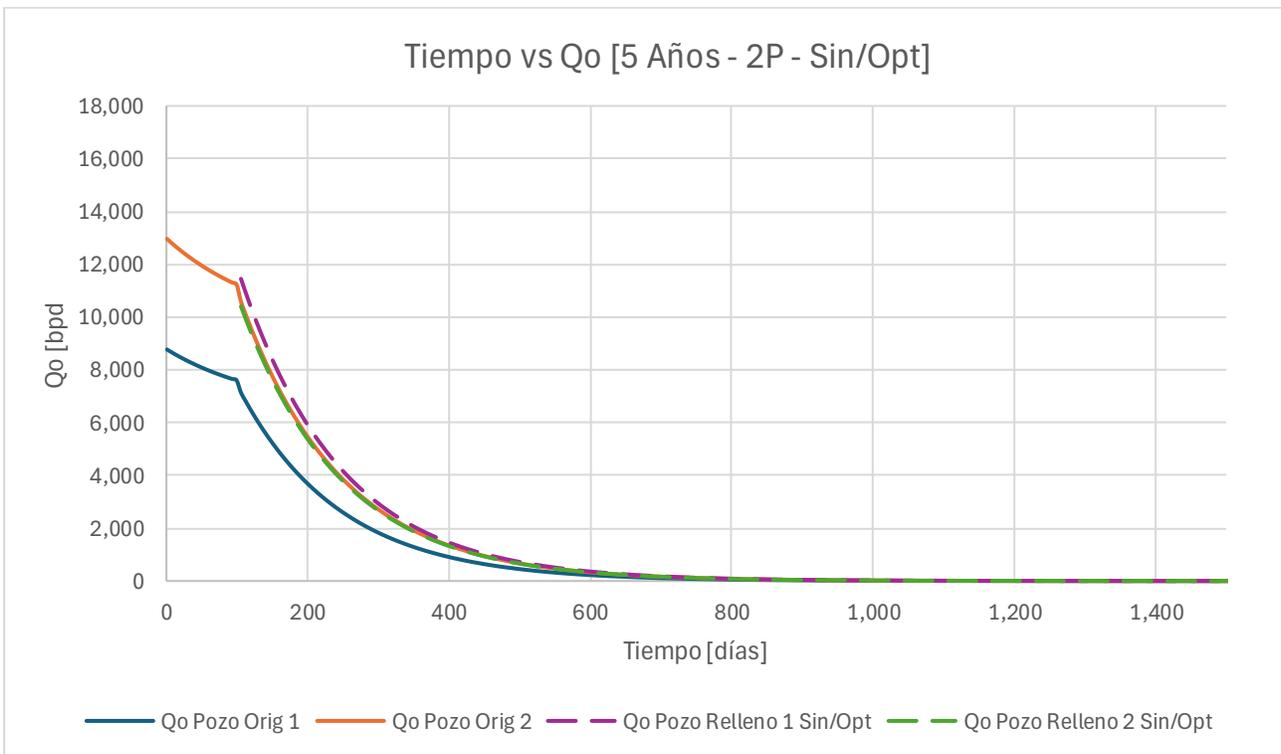
En el perfil de producción de una porosidad (**Gráfica 10**), la producción del pozo de relleno 2 es superior incluso a la registrada por los dos pozos originales. El pozo de relleno 1 registra también una producción alta pero no iguala a la del pozo de relleno 2.

El perfil de producción para doble porosidad (**Gráfica 11**), muestra una producción inicial muy superior en los pozos de relleno comparado con los pozos originales. Además, de los tres modelos es el que alcanza el mayor pico de producción.

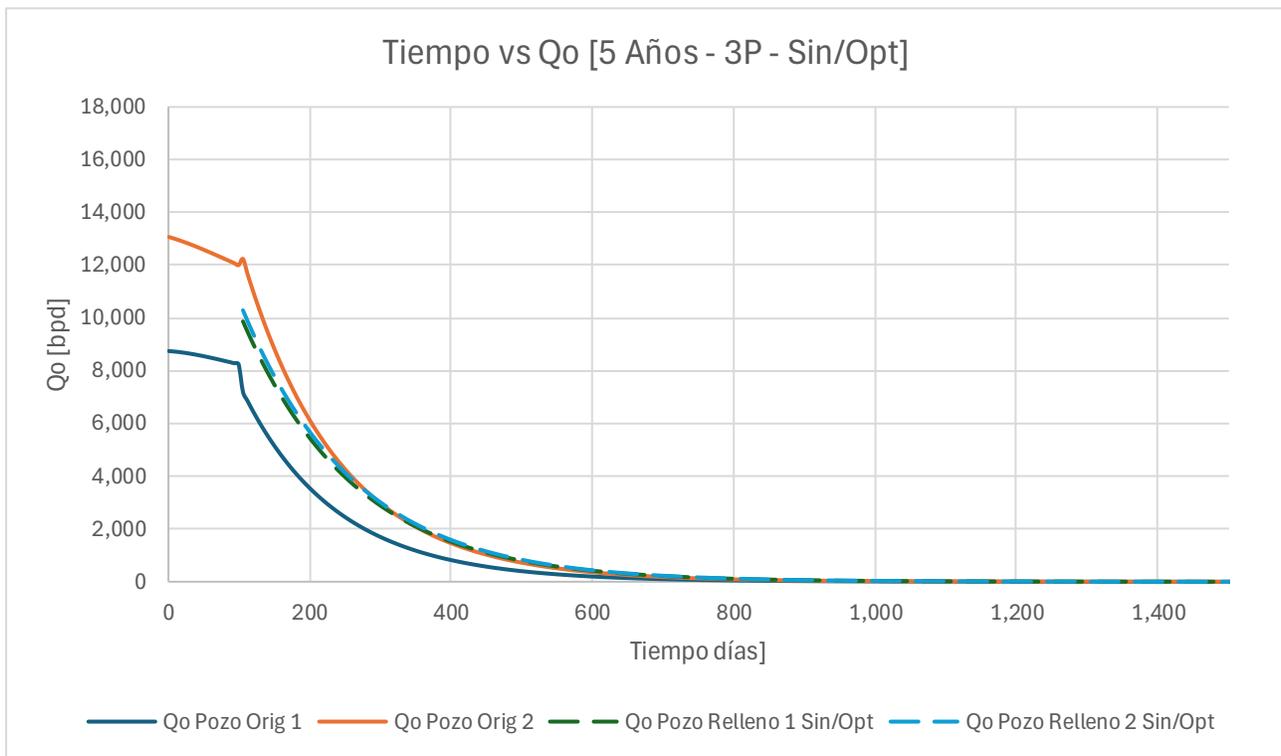
La **Gráfica 12** correspondiente a triple porosidad, el pozo de relleno 1 es el único que alcanza un pico inicial elevado a la entrada de su producción. Para el pozo de relleno 2, la entrada a producción iguala el gasto que el pozo original 2 presentaba previo al día cien.



**Gráfica 13:** Perfil de producción; una porosidad sin Optimizador



**Gráfica 14:** Perfil de producción; doble porosidad sin Optimizador



**Gráfica 15:** Perfil de producción; triple porosidad sin Optimizador

La **Gráfica 13** muestra el comportamiento de la producción cuando se presenta el caso de una porosidad sin aplicar el optimizador. Comparando esta gráfica con el caso donde se aplica el optimizador, el optimizador determina un área óptima en las coordenadas de los pozos de relleno con una mejor producción.

La **Gráfica 14** que muestra el caso para doble porosidad, el gasto del pozo de relleno 1 sin optimizar apenas y supera la producción que el pozo original registraba previo al día cien. Posterior a ese día, la tendencia en el gasto es similar, con excepción del pozo original 1.

La **Gráfica 15** que muestra el caso para triple porosidad, siendo el caso donde no se aplica el optimizador, la caída en el gasto a la entrada de los pozos de relleno ubicados de forma aleatoria, presenta el inicio de la producción más baja en comparación con los casos de una y doble porosidad.

**Tabla 10.1:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **una porosidad** para 5 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>UNA POROSIDAD</b>						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,757.50	13,003.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,471.80	10,757.00	12,201.00	14,278.00	11,734.00	10,230.00
183	4,329.00	6,232.30	7,068.80	8,272.50	6,798.50	5,927.10
<b>AÑO 1</b>	<b>1,281.20</b>	<b>1,844.50</b>	<b>2,092.10</b>	<b>2,448.30</b>	<b>2,012.10</b>	<b>1,754.20</b>
548	363.60	523.46	593.72	694.82	571.01	497.83
<b>AÑO 2</b>	<b>107.61</b>	<b>154.92</b>	<b>175.72</b>	<b>205.64</b>	<b>169.00</b>	<b>147.34</b>
913	30.54	43.97	49.87	58.36	47.96	41.81
<b>AÑO 3</b>	<b>9.04</b>	<b>13.01</b>	<b>14.76</b>	<b>17.27</b>	<b>14.19</b>	<b>12.38</b>
1,278	2.57	3.69	4.19	4.90	4.03	3.51
<b>AÑO 4</b>	<b>0.73</b>	<b>1.05</b>	<b>1.19</b>	<b>1.39</b>	<b>1.14</b>	<b>1.00</b>
1,643	0.22	0.31	0.35	0.41	0.34	0.29
<b>AÑO 5</b>	<b>0.06</b>	<b>0.09</b>	<b>0.10</b>	<b>0.12</b>	<b>0.10</b>	<b>0.08</b>

**Tabla 10.2:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **dobles porosidad** para 5 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>DOBLE POROSIDAD</b>						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,773.30	12,967.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,138.20	10,585.00	12,019.00	16,893.00	11,449.00	10,407.00
183	4,070.20	6,035.80	6,853.20	9,632.50	6,528.20	5,934.20
<b>AÑO 1</b>	<b>1,162.40</b>	<b>1,723.80</b>	<b>1,957.20</b>	<b>2,750.90</b>	<b>1,864.40</b>	<b>1,694.80</b>
548	317.93	471.47	535.32	752.42	509.93	463.53
<b>AÑO 2</b>	<b>90.80</b>	<b>134.65</b>	<b>152.88</b>	<b>214.88</b>	<b>145.63</b>	<b>132.38</b>
913	24.83	36.83	41.82	58.77	39.83	36.21
<b>AÑO 3</b>	<b>7.09</b>	<b>10.52</b>	<b>11.94</b>	<b>16.79</b>	<b>11.38</b>	<b>10.34</b>
1,278	1.94	2.88	3.27	4.59	3.11	2.83
<b>AÑO 4</b>	<b>0.53</b>	<b>0.79</b>	<b>0.89</b>	<b>1.26</b>	<b>0.85</b>	<b>0.77</b>
1,643	0.15	0.22	0.26	0.36	0.24	0.22
<b>AÑO 5</b>	<b>0.04</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.10</b>	<b>0.07</b>	<b>0.06</b>

**Tabla 10.3:** Comparación del perfil de producción para el modelo de triple porosidad para 5 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) CON y SIN uso del Optimizador

TRIPLE POROSIDAD						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,739.80	13,062.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,191.30	12,230.00	13,446.00	11,796.00	9,863.70	10,284.00
183	3,943.80	6,795.60	8,124.90	7,128.00	5,960.40	6,214.70
<b>AÑO 1</b>	<b>1,059.70</b>	<b>1,875.30</b>	<b>2,600.70</b>	<b>2,281.60</b>	<b>1,907.90</b>	<b>1,989.30</b>
548	281.47	509.59	788.21	691.49	578.23	602.90
<b>AÑO 2</b>	<b>80.27</b>	<b>147.86</b>	<b>246.26</b>	<b>216.04</b>	<b>180.66</b>	<b>188.36</b>
913	22.40	41.83	73.45	64.44	53.89	56.18
<b>AÑO 3</b>	<b>6.63</b>	<b>12.49</b>	<b>22.72</b>	<b>19.93</b>	<b>16.67</b>	<b>17.38</b>
1,278	1.90	3.61	6.73	5.91	4.94	5.15
<b>AÑO 4</b>	<b>0.55</b>	<b>1.05</b>	<b>1.99</b>	<b>1.75</b>	<b>1.46</b>	<b>1.52</b>
1,643	0.16	0.31	0.59	0.52	0.43	0.45
<b>AÑO 5</b>	<b>0.05</b>	<b>0.09</b>	<b>0.18</b>	<b>0.16</b>	<b>0.13</b>	<b>0.14</b>

\*Qo PO: Gasto de Aceite Pozo Original

\*Qo PR: Gasto de Aceite Pozo de Relleno

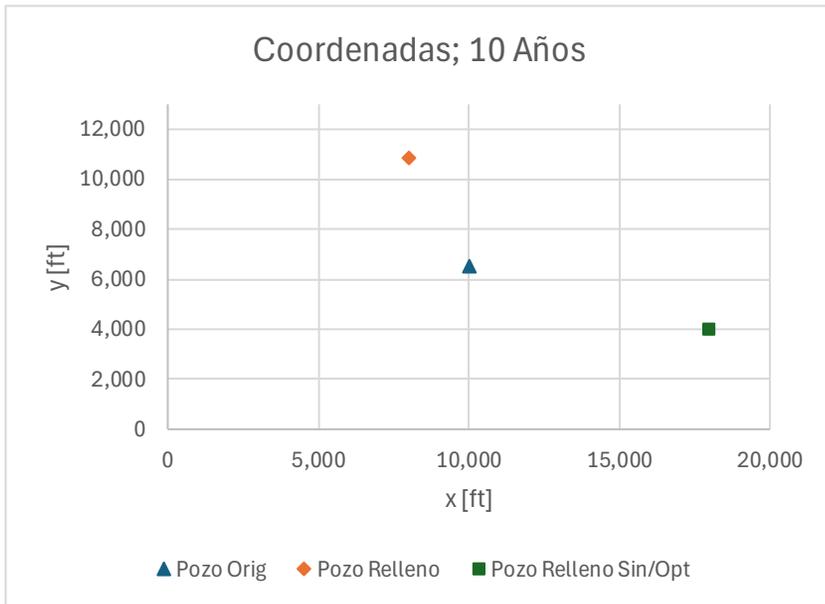
\*Qo PR Sin/Opt: Gasto de Aceite Pozo de Relleno Sin Optimizador

## CASO 2: Evaluación a 10 años

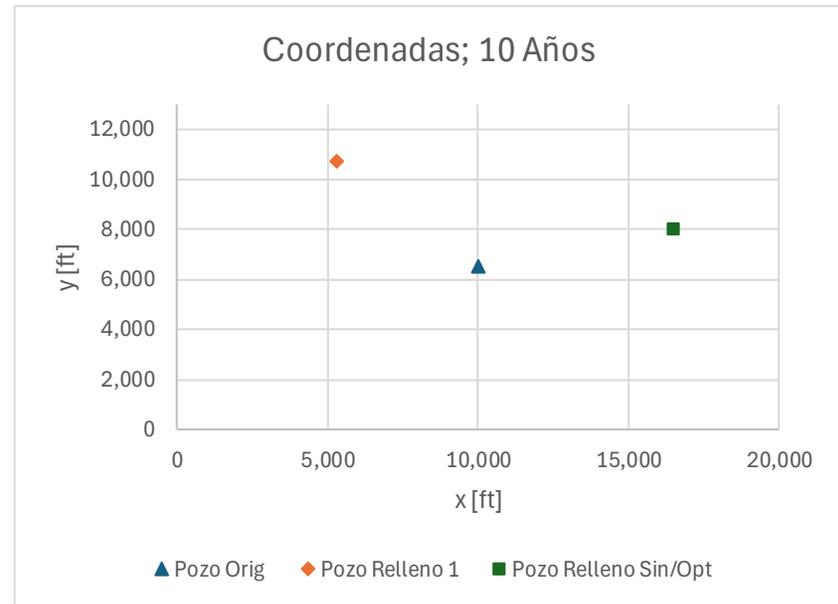
- 1 pozo Original; 1 pozo Relleno (10 años)

	Pozo Original	Pozo Relleno; 1 φ	Pozo Relleno; 2 φ	Pozo Relleno; 3 φ	Pozo Relleno sin Opt. (1 φ)	Pozo Relleno sin Opt. (2 φ)	Pozo Relleno sin Opt. (3 φ)
X [ft]	10,000	7,998.394	5,307.484	3,653.395	1,800	16,500	5,000
Y[ft]	6,500	10,854.375	10,704.262	10,906.092	4,000	8,000	2,200
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Daño	0	0	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	100	100	100	100	100	100

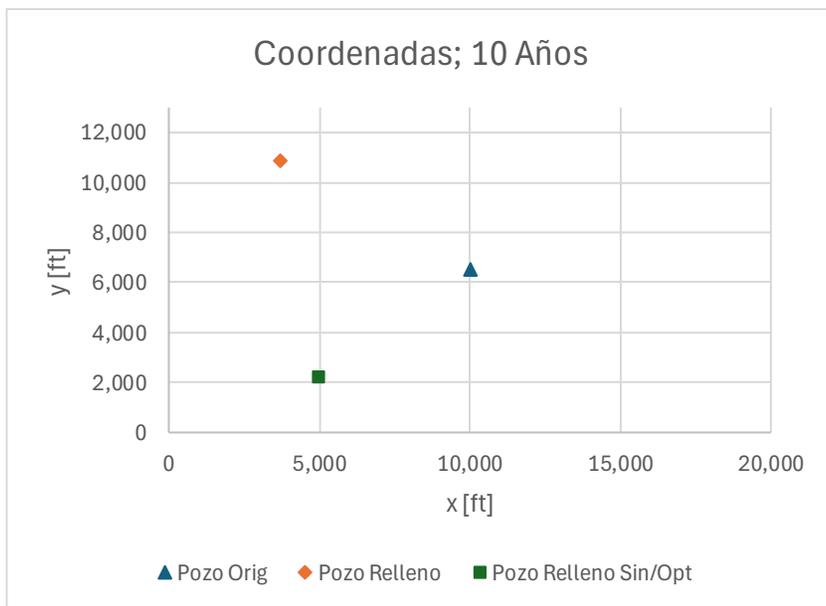
**Tabla 11:** Sistema roca – fluido; ubicación de un pozo original y uno de relleno para 10 años de evaluación.



**Gráfica 16:** Una porosidad



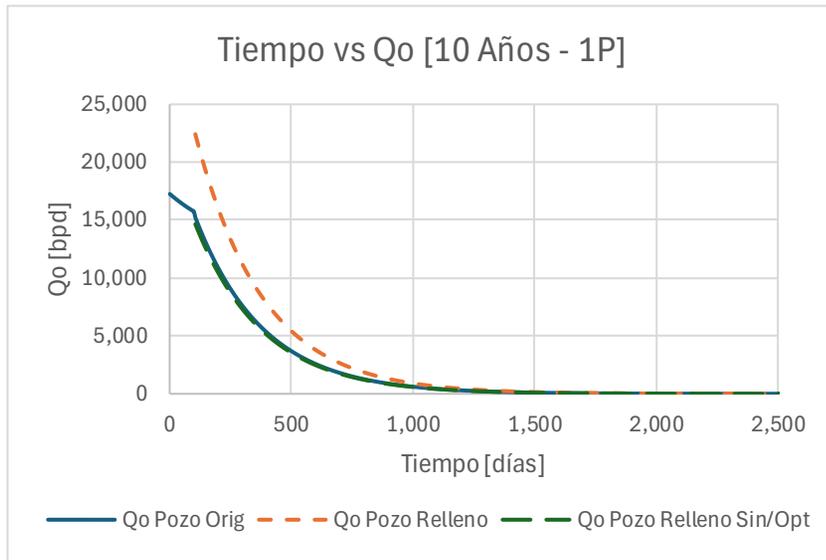
**Gráfica 17:** Doble porosidad



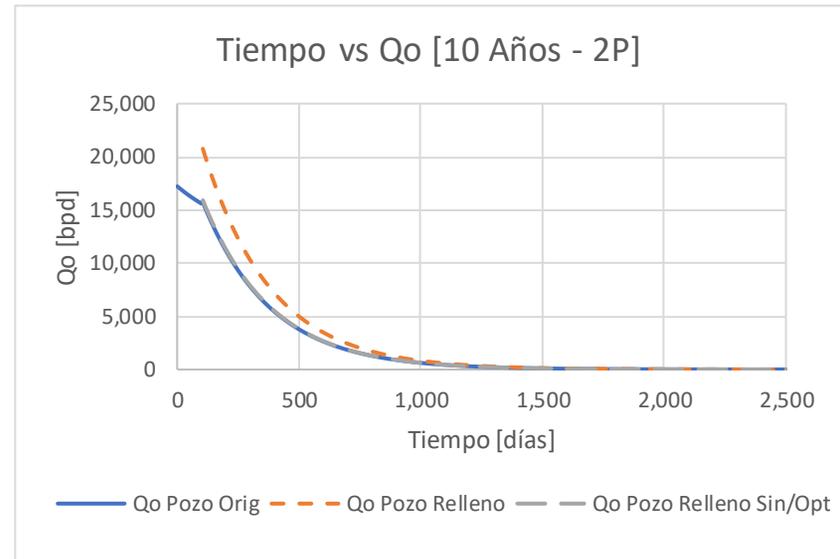
**Gráfica 18:** Triple porosidad

Con el propósito de alcanzar una mayor producción del yacimiento, se ubican las coordenadas de los pozos de relleno sin optimizar contrarias a las que determina el optimizador en una región más amplia.

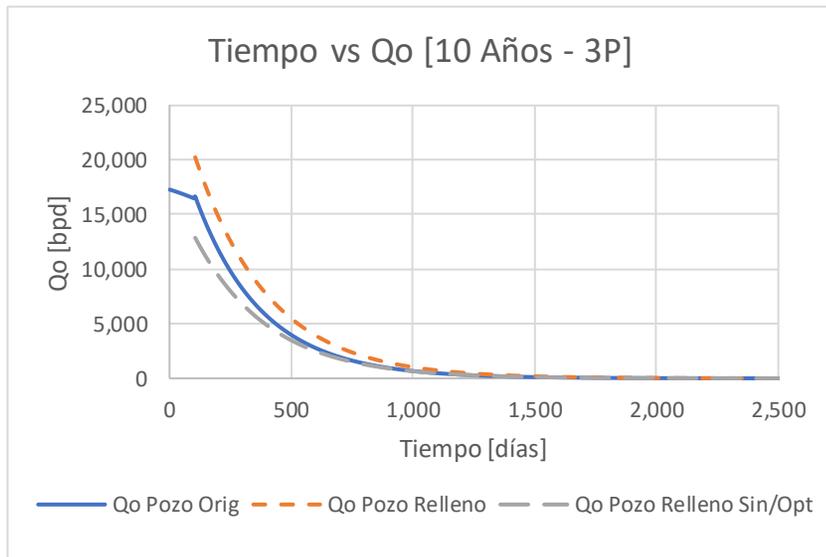
De igual forma, los pozos de relleno optimizados presentan resultados positivos, los cuales serán descritos a continuación con los perfiles de producción.



**Gráfica 19:** Perfil de producción; una porosidad



**Gráfica 20:** Perfil de producción; doble porosidad



**Gráfica 21:** Perfil de producción; triple porosidad

La coordenada del pozo de relleno determinada de forma aleatoria para el modelo de triple porosidad, presenta un inicio en su producción muy por debajo del pozo original, mientras que la coordenada del pozo de relleno optimizado presenta una producción inicial superior a los veinte mil barriles.

La producción reflejada en las gráficas de los modelos de doble y triple porosidad tienen una disminución hasta los 5 años producidos, aunque antes de concluido el cuarto año, se tiene una producción superior de 30 barriles diarios.

**Tabla 12.1:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **una porosidad** para 10 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>UNA POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,258.00	0.0	0.0
100	15,234.00	22,421.00	14,652.00
183	11,418.00	16,805.00	10,982.00
<b>AÑO 1</b>	6,001.50	8,833.10	5,772.40
547	3,085.30	4,541.00	2,967.50
<b>AÑO 2</b>	1,621.70	2,386.80	1,559.80
913	833.68	1,227.00	801.86
<b>AÑO 3</b>	428.59	630.80	412.22
1,278	225.27	331.56	216.67
<b>AÑO 4</b>	115.81	170.45	111.39
1,643	60.87	89.59	58.55
<b>AÑO 5</b>	31.29	46.06	30.10

**Tabla 12.2:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **doble porosidad** para 10 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>DOBLE POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,250.00	0.0	0.0
100	15,737.00	20,793.00	15,939.00
183	11,785.00	15,571.00	11,936.00
<b>AÑO 1</b>	6,181.40	8,167.20	6,260.60
547	3,171.00	4,189.70	3,211.60
<b>AÑO 2</b>	1,663.30	2,197.60	1,684.60
913	853.25	1,127.40	864.18
<b>AÑO 3</b>	437.71	578.33	443.31
1,278	229.59	303.35	232.53
<b>AÑO 4</b>	117.78	155.62	119.29
1,643	61.78	81.63	62.57
<b>AÑO 5</b>	31.69	41.87	32.10

**Tabla 12.3:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **triple porosidad** para 10 años de evaluación (1 pozo original; 1 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

<b>TRIPLE POROSIDAD</b>			
Tiempo [días]	Qo PO [bpd]	Qo PR [bpd]	Qo PR Sin/Opt [bpd]
0	17,264.00	0.0	0.0
100	16,637.00	20,223.00	12,857.00
183	12,405.00	15,535.00	9,876.90
<b>AÑO 1</b>	6,476.10	8,598.70	5,466.80
547	3,327.20	4,645.00	2,953.10
<b>AÑO 2</b>	1,757.30	2,553.70	1,623.50
913	912.26	1,371.90	872.21
<b>AÑO 3</b>	485.97	751.04	477.48
1,278	254.20	402.07	255.62
<b>AÑO 4</b>	133.36	214.97	136.67
1,643	71.65	117.25	74.54
<b>AÑO 5</b>	37.76	62.58	39.78

\***Qo PO:** Gasto de Aceite Pozo Original

\***Qo PR:** Gasto de Aceite Pozo de Relleno

\***Qo PR Sin/Opt:** Gasto de Aceite Pozo de Relleno Sin Optimizador

- 2 pozos Originales; 2 Pozos de Relleno



**Gráfica 22:** Una porosidad

1 $\phi$	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7,000	13,000	3,000.912	16,454.002	7,000	18,000
Y[ft]	6,500	6,500	6,337.644	10,885.121	2,000	4,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 13:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para una porosidad y 10 años de evaluación

Se observa en la **Gráfica 22** las coordenadas determinadas por el optimizador para los pozos de relleno y una porosidad. El pozo de relleno 1 está más apartado del pozo original 2. Adicionalmente, se presentan las coordenadas elegidas arbitrariamente para el ejemplo donde no se aplica el optimizador.

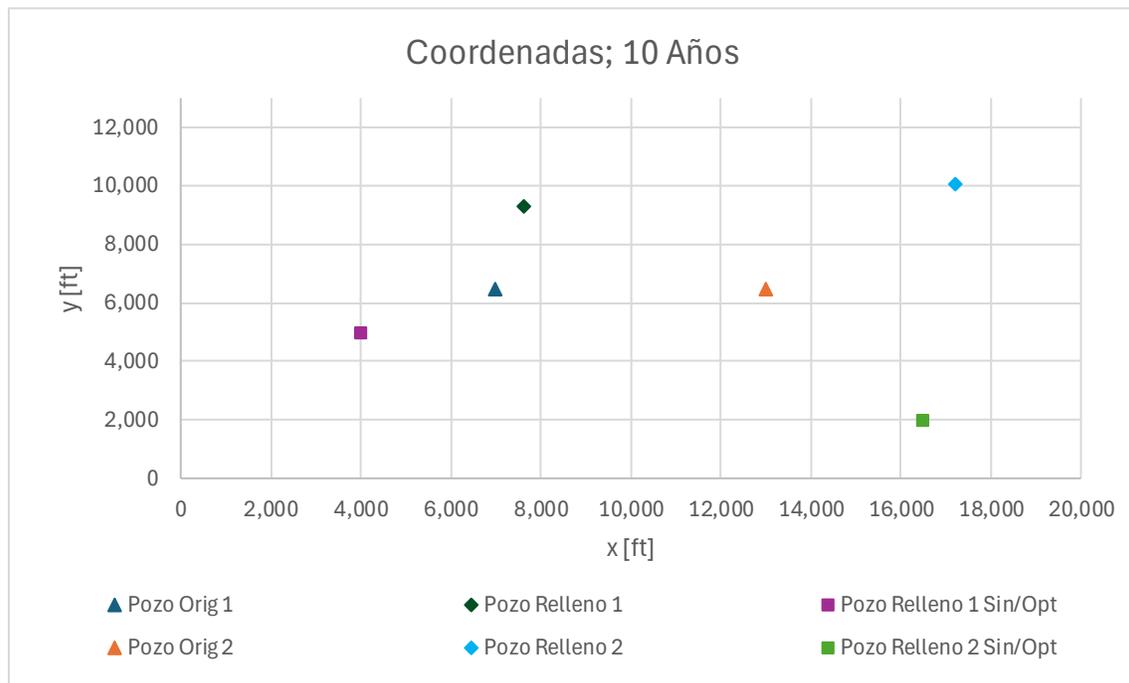


**Gráfica 23:** Doble porosidad

$2 \phi$	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7000	13,000	4,072.426	13,663.859	4,500	17,000
Y[ft]	6,500	6,500	8,303.385	10,762.307	2,000	4,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 14:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para doble porosidad y 10 años de evaluación

La configuración de los pozos de relleno en el yacimiento determinada por el optimizador presenta una distribución diferente en cada modelo de porosidad. Se percibe la influencia del daño en el pozo original 1 por la corta distancia entre éste y el pozo de relleno 1. Aun así, su posición resulta optima en su producción.

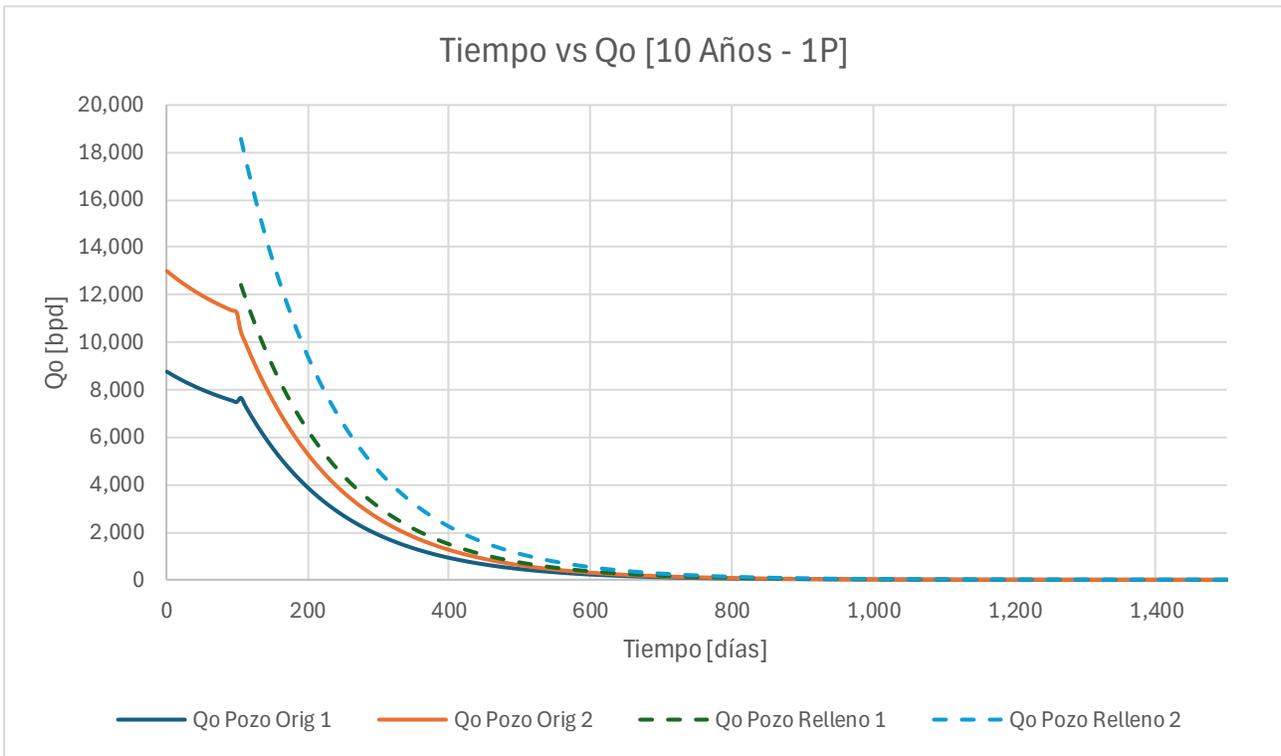


**Gráfica 24:** Triple porosidad

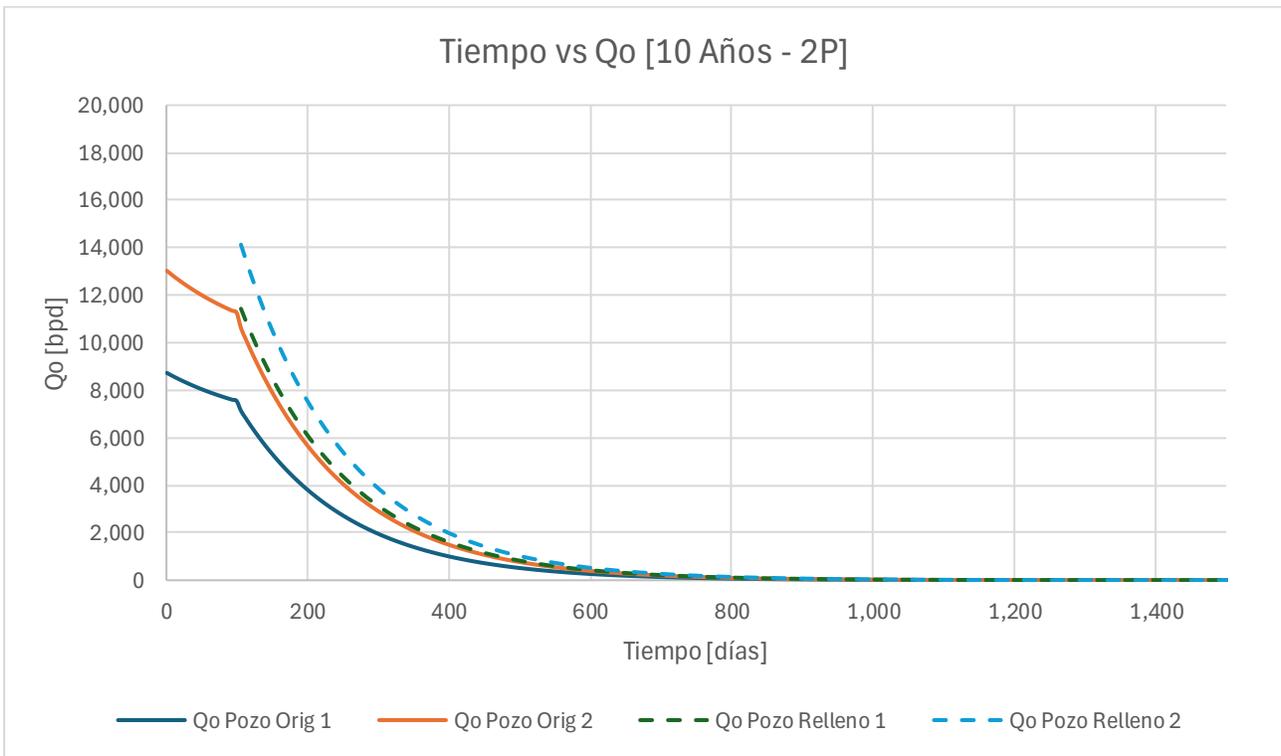
$3 \phi$	Pozo Original 1	Pozo Original 2	Pozo Relleno 1	Pozo Relleno 2	Pozo Relleno 1 sin Opt.	Pozo Relleno 2 sin Opt.
X [ft]	7,000	13,000	17,205.677	7,635.663	4,000	16,500
Y [ft]	6,500	6,500	10,078.859	9,323.859	5,000	2,000
Radio Pozo [ft]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
P. Inicial [psia]	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
Daño	5	0	0	0	0	0
T. inicio de producción. [días]	0	0	100	100	100	100

**Tabla 15:** Sistema roca – fluido; ubicación de pozos originales y de relleno para triple porosidad y 10 años de evaluación

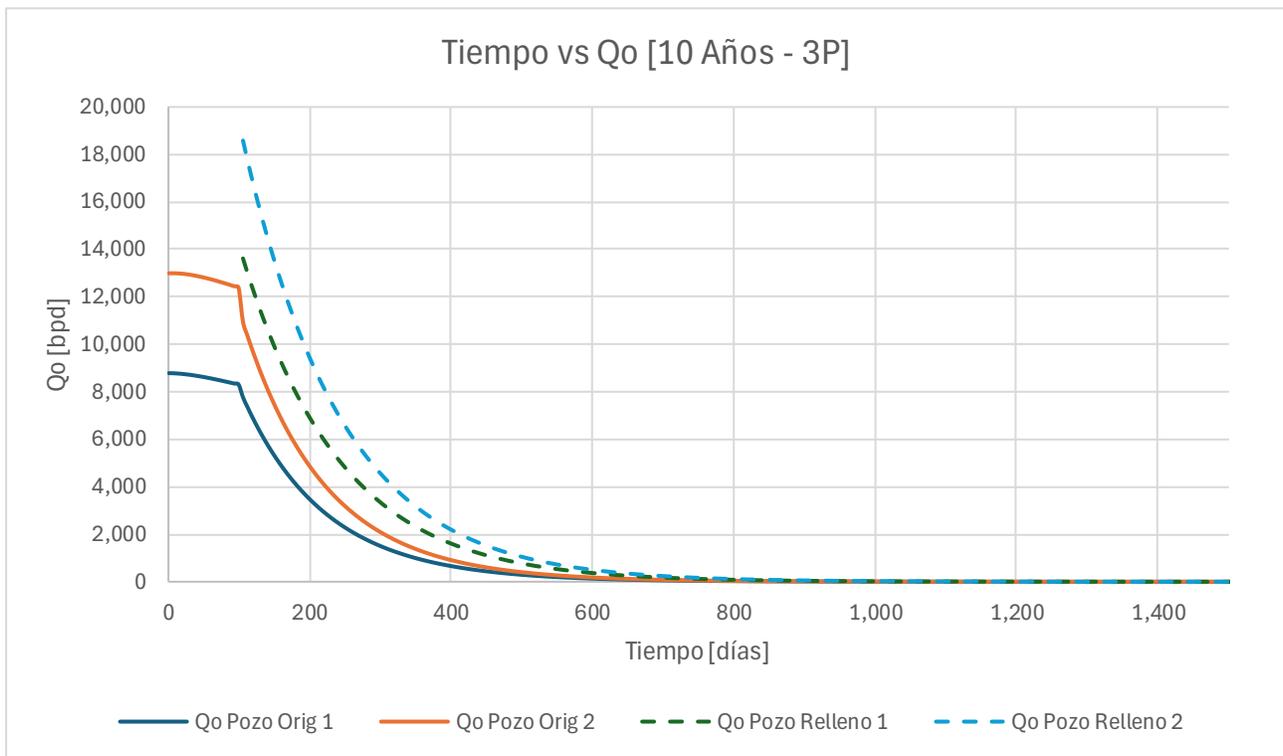
En la **Gráfica 24** se observa una región más amplia del yacimiento cubierta por el pozo de relleno 2 con coordenadas óptimas y sin optimizar. El resultado de dicha optimización se muestra en los perfiles de producción generados a partir de los datos de entrada y petrofísicos correspondientes a este modelo.



**Gráfica 25:** Perfil de producción; una porosidad



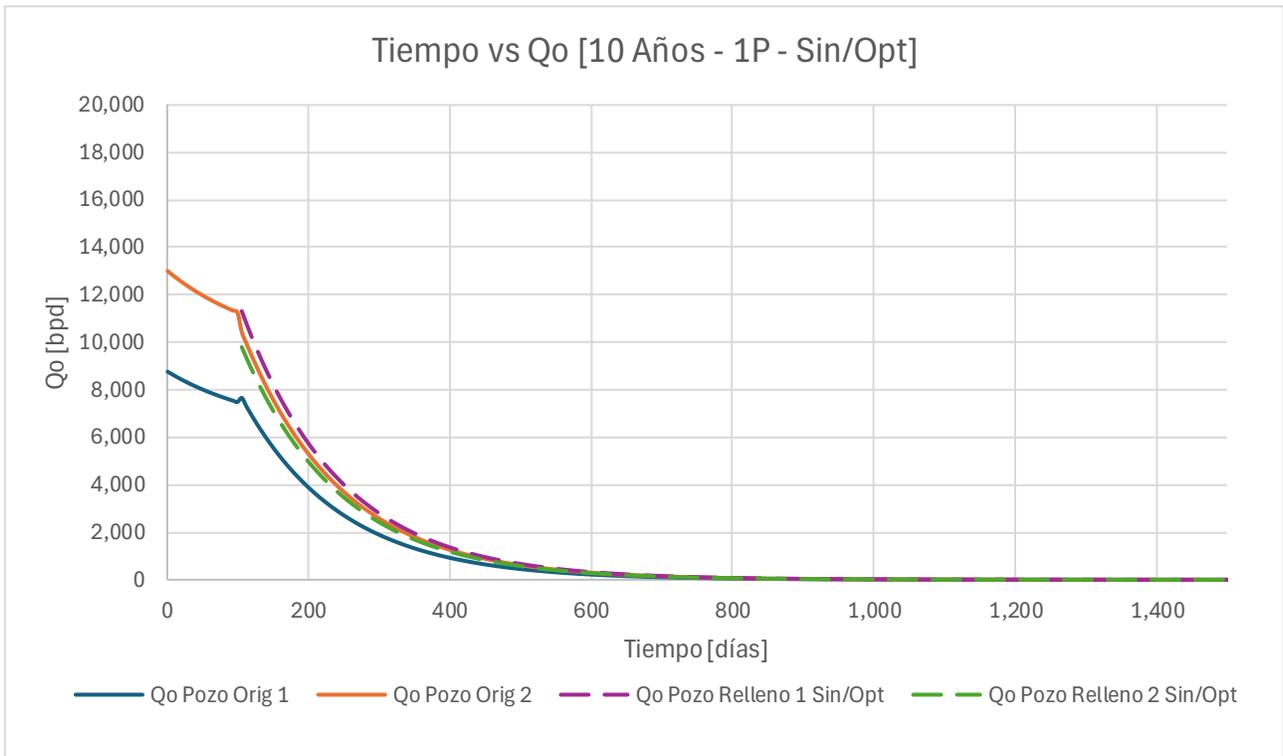
**Gráfica 26:** Perfil de producción; doble porosidad



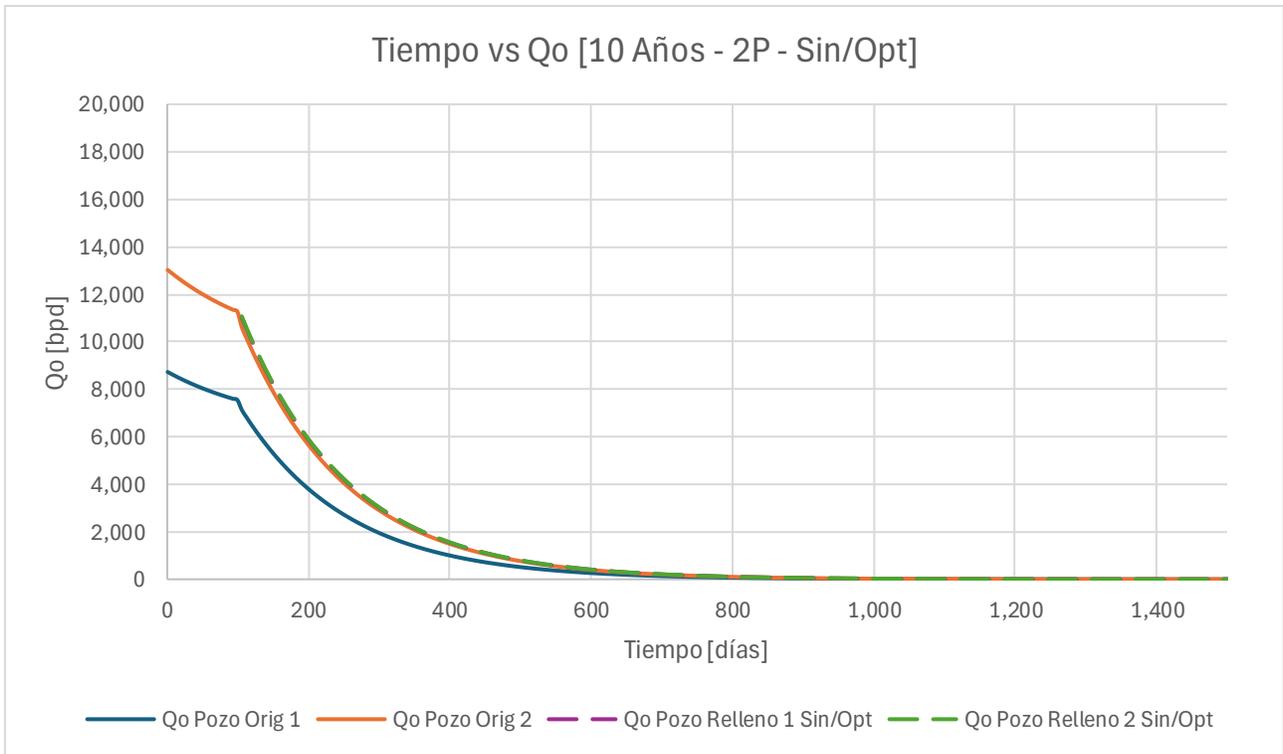
**Gráfica 27:** Perfil de producción; triple porosidad

Para el caso de una porosidad (**Gráfica 25**), la caída en la producción entre los dos pozos de relleno y el original 2 siguen la misma tendencia, mientras que el pozo original 1 presenta el efecto de daño.

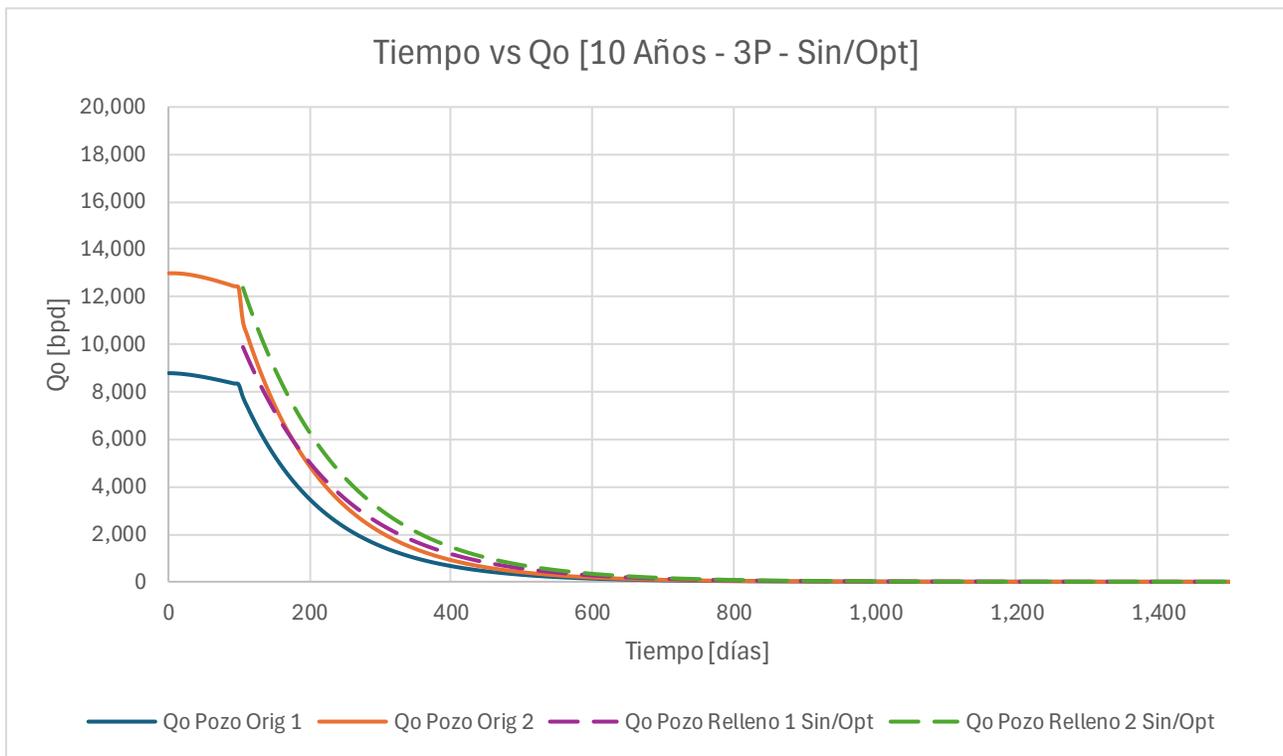
Los gastos de los pozos de relleno en los tres modelos de porosidad son superiores a los producidos por los pozos originales una vez iniciada la producción de los primeros. En doble porosidad, los gastos iniciales de los pozos nuevos son superiores a los originales pero es el que presenta un pico menos elevado a partir del día cien, cuando entran a producir los de relleno.



**Gráfica 28:** Perfil de producción; una porosidad sin Optimizador



**Gráfica 29:** Perfil de producción; doble porosidad sin Optimizador



**Gráfica 30:** Perfil de producción; triple porosidad sin Optimizador

En el caso de doble porosidad (**Gráfica 29**), el gasto registrado por ambos pozos de coordenadas no optimizadas es similar en su inicio al último gasto registrado por el pozo original 2 a partir del día 100.

En comparación a doble y triple porosidad, la presencia de fracturas en el yacimiento facilita el vehículo por el que los poros y vórgulos aportan hacia los pozos productores. La **Gráfica 35** correspondiente al modelo de doble porosidad sin el uso del optimizador, proyecta un comportamiento similar al determinado por el medio óptimo.

Finalmente, con base en los indicadores económicos obtenidos en cada caso y uso del optimizador, se concluye y verifica la viabilidad del modelo de optimización.

**Tabla 16.1:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **una porosidad** para 10 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

UNA POROSIDAD						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,759.30	12,995.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,653.20	10,433.00	12,410.00	18,558.00	11,308.00	9,793.80
183	4,300.40	5,862.20	6,973.30	10,428.00	6,353.90	5,503.30
<b>AÑO 1</b>	1,188.70	1,620.40	1,927.50	2,882.60	1,756.30	1,521.20
548	314.33	428.49	509.70	762.24	464.43	402.25
<b>AÑO 2</b>	86.89	118.44	140.89	210.70	128.38	111.19
913	22.98	31.32	37.26	55.72	33.95	29.40
<b>AÑO 3</b>	6.35	8.66	10.30	15.40	9.38	8.13
1,278	1.68	2.29	2.72	4.07	2.48	2.15
<b>AÑO 4</b>	0.44	0.61	0.72	1.08	0.66	0.57
1,643	0.12	0.17	0.20	0.30	0.18	0.16
<b>AÑO 5</b>	0.03	0.04	0.05	0.08	0.05	0.04

**Tabla 16.2:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **doble porosidad** para 10 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

DOBLE POROSIDAD						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,728.60	13,026.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,133.50	10,617.00	11,430.00	14,128.00	11,033.00	11,070.00
183	4,178.80	6,219.60	6,695.50	8,276.40	6,463.30	6,485.00
<b>AÑO 1</b>	1,267.50	1,886.50	2,030.90	2,510.40	1,960.40	1,967.00
548	368.97	549.17	591.18	730.77	570.68	572.60
<b>AÑO 2</b>	111.92	166.57	179.32	221.66	173.10	173.68
913	32.58	48.49	52.20	64.52	50.39	50.56
<b>AÑO 3</b>	9.88	14.71	15.83	19.57	15.28	15.34
1,278	2.88	4.28	4.61	5.70	4.45	4.46
<b>AÑO 4</b>	0.84	1.25	1.34	1.66	1.30	1.30
1,643	0.25	0.38	0.41	0.50	0.39	0.39
<b>AÑO 5</b>	0.07	0.11	0.12	0.15	0.11	0.11

**Tabla 16.3:** Comparación del perfil de producción para el modelo de **triple porosidad** para 10 años de evaluación (2 pozos originales; 2 de relleno) **CON** y **SIN** uso del Optimizador

TRIPLE POROSIDAD						
Tiempo [días]	Qo PO1 [bpd]	Qo PO 2 [bpd]	Qo PR 1 [bpd]	Qo PR 2 [bpd]	Qo PR 1 Sin/Opt [bpd]	Qo PO 2 Sin/Opt [bpd]
0	8,781.20	12,985.00	0.0	0.0	0.0	0.0
100	7,765.90	10,941.00	13,611.00	18,574.00	9,880.70	12,372.00
183	3,918.70	5,489.10	7,656.60	10,449.00	5,558.30	6,959.50
<b>AÑO 1</b>	881.10	1,219.50	2,083.30	2,843.10	1,512.40	1,893.60
548	196.34	268.97	532.70	726.97	386.71	484.20
<b>AÑO 2</b>	47.52	64.60	141.12	192.59	102.45	128.27
913	11.23	15.18	35.49	48.43	25.76	32.26
<b>AÑO 3</b>	2.83	3.81	9.31	12.70	6.76	8.46
1,278	0.69	0.93	2.33	3.17	1.69	2.11
<b>AÑO 4</b>	0.17	0.23	0.58	0.79	0.42	0.53
1,643	0.04	0.06	0.15	0.21	0.11	0.14
<b>AÑO 5</b>	0.01	0.01	0.04	0.05	0.03	0.03

\*Qo PO: Gasto de Aceite Pozo Original

\*Qo PR: Gasto de Aceite Pozo de Relleno

\*Qo PR Sin/Opt: Gasto de Aceite Pozo de Relleno Sin Optimizador

1 POZO	VPN [usd]		
<b>VPN OBTENIDO CON EL OPTIMIZADOR</b>			
Tiempo [años]	1_φ	2_φ	3_φ
5	63,883,000.00	65,517,000.00	67,995,000.00
10	63,901,000.00	61,729,000.00	63,315,000.00
<b>VPN OBTENIDO SIN EL OPTIMIZADOR</b>			
Tiempo [años]	1_φ	2_φ	3_φ
5	58,149,000.00	54,393,000.00	52,592,000.00
10	50,457,000.00	53,354,000.00	51,593,000.00

2 POZOS	VPN [usd]		
<b>VPN OBTENIDO CON EL OPTIMIZADOR</b>			
Tiempo [años]	1_φ	2_φ	3_φ
5	37,648,000.00	38,232,000.00	38,784,000.00
10	33,338,000.00	31,030,000.00	33,256,000.00
<b>VPN OBTENIDO SIN EL OPTIMIZADOR</b>			
Tiempo [años]	1_φ	2_φ	3_φ
5	33,326,000.00	31,776,000.00	33,575,000.00
10	24,367,000.00	27,660,000.00	24,281,000.00

**Tabla 17 y 18:** Resultados del proceso de optimización del VPN de acuerdo con el tiempo de evaluación, modelo y número de pozos de relleno.

Cuando hay dos pozos de relleno, se observa una diferencia con una producción elevada cuando entran en operación los pozos de relleno con el uso del optimizador.

Hay una diferencia significativa entre los resultados obtenidos para el indicador económico (VPN) entre evaluar un yacimiento con un solo pozo original y de relleno y dos pozos originales y sus respectivos pozos de relleno.

También, los vórgulos son los que guardan mayor volumen en relación con las fracturas de acuerdo con la variable  $\omega_v$ , y es hacia las fracturas donde hay un mayor aporte, como se dijo anteriormente, porque la red de fracturas es la única que transporta fluidos hacia los pozos productores.

La matriz brinda un mayor aporte de fluidos a la fractura que al vórgulo, porque se considera que la red de fracturas es la única que conduce fluidos y los vórgulos no conducen fluidos hacia los pozos productores, mientras que el aporte del vórgulo a la fractura es muy bajo. Esto se debe a que el área de contacto de la matriz con la red de fracturas es mucho mayor que el área de contacto de entre los vórgulos y las fracturas.

## CONCLUSIONES

- Los optimizadores juegan un rol importante en la mejora de la predicción de la producción. En este trabajo se logra hacer la combinación de un algoritmo robusto de optimización con los modelos de una, doble y triple porosidad.
- Para un uso correcto de la información y obtención de datos, se debe aplicar el análisis que corresponde a cada modelo de porosidad, por lo que intentar estudiar el efecto de doble porosidad con un modelo de triple, o bien viceversa, puede arrojar errores no deseados.
- Tener información robusta respecto a los variables omega y lambda ayuda a que el comportamiento de los fluidos en el yacimiento sea lo más parecido a la realidad. Para este caso se propusieron valores de un escenario en específico conforme a lo que se desea estudiar.
- El interés por optimizar el VPN surge de brindar un horizonte de decisiones de acuerdo con los resultados mostrados durante este trabajo, por lo que, a pesar de no ser el único indicador económico, a partir de él se puede identificar qué dirección tendrá un proyecto petrolero.
- De igual modo, y como consecuencia de la naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados, este trabajo presenta una solución a los modelos de doble y triple porosidad con una formulación Euclidiana, es decir fracturas uniformemente distribuidas, todas interconectadas y a una sola escala. Desde luego si esta formulación cambia a fractal, se podrá representar de mejor manera los yacimientos naturalmente fracturados, ya que estas tres hipótesis se eliminan.

## BIBLIOGRAFÍA

- Gómez, S., Levy, A. (1985). *The Tunneling Method Applied to Global Optimization*. In R. H.P.T. Boggs, *Numerical Optimization*. SIAM.
- Camacho, et al. (1996). *Optimum Position for Wells Producing at Constant Wellbore Pressure*. Society of Petroleum Engineers. (SPE 28715)
- Rodríguez, F., Cinco-Ley, H. (1993). *A New Model for Production Decline*. Society of Petroleum Engineer. (SPE 25480)
- Ávalos M.A., y Camacho R.G. (2021). *Producción de múltiples pozos en yacimientos rectangulares naturalmente fracturados con entradas a producción a diferentes tiempos*. Facultad de Ingeniería. UNAM.
- Camacho-V. R., Vásquez-C. M., Castrejón-A. R. y Arana-O. V. (2005). *Pressure-transient and decline-curve behavior in naturally fractured vuggy carbonate reservoirs*. SPE Reservoir Evaluation & Engineering 8, 95-112. Recuperado de: <https://doi.org/10.2118/77689-PA>
- Ávalos Milla, M. Y Camacho Velázquez, R.: *Producción de Múltiples Pozos en Yacimientos Ecología Rectangulares Naturalmente Fracturados con Entradas a Producción a Diferentes Tiempos*, Rev. Int. Contam. Ambie. 38 (Sedimentos y Ecología) 49-59, 2022, Recuperado de: <https://doi.org/10.20937/RICA.54298>
- Pétriz J.M., et al. (2017). *Comportamiento de la doble porosidad como caso particular en la distribución del fracturamiento por ley de potencias*. Colegio de Ingenieros Petroleros de México. Vol. 5, No. 2. (ISSN 0185-3899)
- Camacho-Velázquez, R., Vásquez-Cruz, M., Castrejón-Aivar, R., Arana-Ortiz, V.: (, 2002). *Pressure transient and decline curve behaviors in naturally fractured vuggy carbonate reservoirs*. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- Samaniego, Norma. (2008). *El crecimiento explosivo de la economía informal*. Universidad Nacional Autónoma de México. Distrito Federal. México
- López Martínez, Reynaldo. (2021). Temario: *Evaluación Financiera de Proyectos*. Facultad de Economía. Recuperado de: [http://economia.unam.mx/ea20212/INSTRUMENTALES/LOPEZ\\_MART%3%8DNEZ\\_REYNALDO\\_%20EVALUACI%3%93N%20FINANCIERA%20DE%20PROYECTOS.pdf](http://economia.unam.mx/ea20212/INSTRUMENTALES/LOPEZ_MART%3%8DNEZ_REYNALDO_%20EVALUACI%3%93N%20FINANCIERA%20DE%20PROYECTOS.pdf)
- Barenblatt, G. E., I. P. Shel'tov, and I. N. Kochina. (1960), *Basic concept of the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks*, J. Appl. Math. Mech., 24, 1286 – 1303

- Candía Gutiérrez, Oscar. (2017). *Comportamiento de producción de pozos múltiples en yacimientos rectangulares heterogéneos y anisotrópicos con una porosidad*. TESIS DE MESTRÍA. Facultad de Ingeniería. División de Estudios de Posgrado – UNAM. Ciudad de México. México.
- Onofre Lucerna, Tomás. (2021). *Determinación de la ubicación y el número óptimo de pozos de relleno*. TESIS DE LICENCIATURA. Facultad de Ingeniería – UNAM. Ciudad de México. México.

## NOMENCLATURA

$\alpha$  : *Parámetro geométrico para la región heterogénea*  $\left[ \frac{1}{ft^2} \right]$

$k$  : *Permeabilidad del medio* [mD]

$\bar{k}$  : *Permeabilidad efectiva del medio* [mD]

$\lambda$  : *Coefficiente de flujo interporoso* [adim]

$\lambda_{mf}$  : *Coefficiente de flujo interporoso matriz – fractura* [adim]

$\lambda_{mv}$  : *Coefficiente de flujo interporoso matriz – vóculo* [adim]

$\lambda_{vf}$  : *Coefficiente de flujo interporoso vóculo – fractura* [adim]

$\omega$  : *Relación de almacenamiento* [adim]

$\omega_f$  : *Relación de almacenamiento de fluidos en la fractura* [adim]

$\omega_v$  : *Relación de almacenamiento de fluidos en el vóculo* [adim]

$\phi$  : *Porosidad* [adim]

$c$  : *Compresibilidad del sistema*  $\left[ \frac{1}{psi} \right]$

$p_D$  : *Presión adimensional*

$\bar{p}_D$  : *Presión adimensional en el espacio de Laplace*

$p_i$  : *Presión inicial* [psi]

$p_{wDj}$  : *Presión adimensional del pozo j*

$\bar{q}_{wDj}$  : *Gasto adimensional del pozo j en el espacio de Laplace*

$q_{wDj}$  : *Gasto adimensional en el pozo j*

$r_w$  : *Radio del pozo* [ft]

$s$  : *Variable de Laplace*

$S_j$  : *factor de daño del pozo j*

$p_{wDj}$  : *Presión adimensional del pozo*

$t_D$  : *Tiempo adimensional*

$t_{Dj}$  : *Tiempo adim. basado en el área de drene en el que el pozo j inicia su producción*

# APÉNDICE

## I.- Función de Green

$$G(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}; s) = \frac{1}{\sqrt{s}x_{eD}} \frac{\cosh[\sqrt{s}(y_{Di})]\cosh[\sqrt{s}(y_{Dj} - y_{eD})]}{\sinh[\sqrt{s}(y_{eD})]} - \frac{2}{x_{eD}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cosh[a_n(y_{Dj} - y_{eD})]\cosh[a_n y_{Dj}]}{a_n \sinh[a_n y_{eD}]} \times \cos\left[\frac{n\pi x_{Di}}{x_{eD}}\right] \cos\left[\frac{n\pi x_{Dj}}{x_{eD}}\right]$$

Solución para los gastos en el espacio de Laplace para pozos múltiples del modelo de una porosidad dada por:

$$\begin{aligned} & \exp[-st_{Dj}] \bar{q}_{wDj} \\ &= \frac{1}{2\pi s} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} [p_{Di} + \exp[-st_{Di}](p_{wDi} - p_{Di})] \frac{\sum_{k=1}^{n_{wj}-1} (m_{ij})_k}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k} \right. \\ & \left. + s \frac{\sum_{k=1}^{n_{wj}} (-1)^{i+j} m_{ij} [p_{Di} + \exp[-st_{Di}](p_{wDi} - p_{Di})]}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} |\gamma|_k} \right\} / \left( 1 + \frac{s}{\sum_{k=1}^{n_{wj}} \frac{|\gamma|_k}{|\gamma|}} \right) \end{aligned}$$

n donde  $\tilde{\beta}$  y  $\alpha_{ij}$  son:

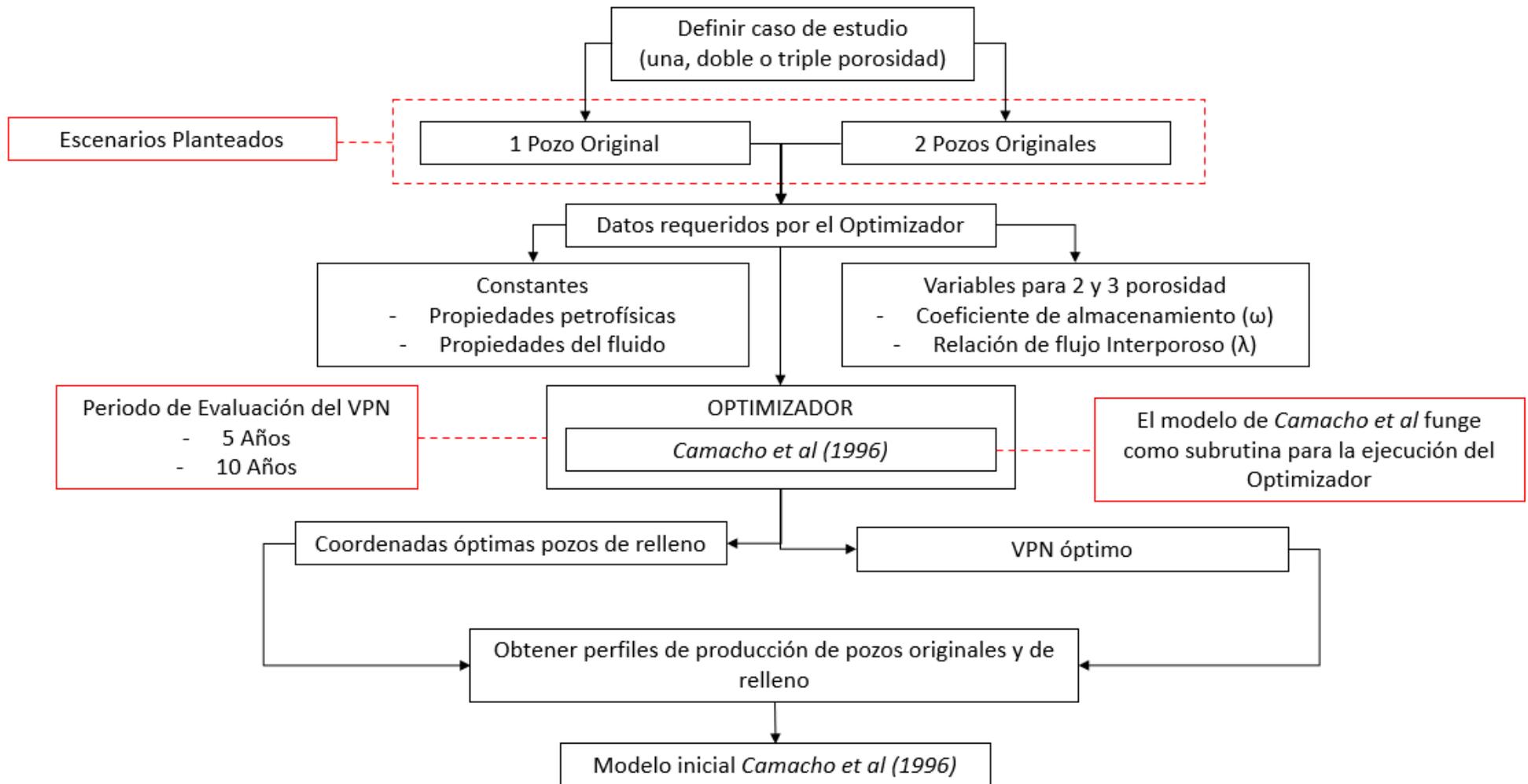
$$\begin{aligned} \tilde{\beta}(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) &= \beta(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) + \frac{y_{eD}}{x_{eD}} \left[ \frac{1}{3} - \frac{\tilde{y}}{y_{eD}} + \frac{y_{Di}^2 + y_{Dj}^2}{2y_{eD}^2} \right] \\ \alpha_{ij} &= \begin{cases} -\frac{s_i}{2\pi} & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \end{aligned}$$

Finalmente, la función beta está definida por:

$$\beta(x_{Di}, y_{Di}, x_{Dj}, y_{Dj}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cosh[n\pi(y_{Di} - y_{eD})/x_{eD}]\cosh[n\pi y_{Di}/x_{eD}]}{n\pi \sinh[n\pi y_{eD}/x_{eD}]} \times \cos[n\pi x_{Di}/x_{eD}] \cos[n\pi x_{Dj}/x_{eD}]$$

## II.- Diagrama de flujo de la metodología (Elaboración propia)

### IMPLEMENTACIÓN DEL OPTIMIZADOR



## SIN LA IMPLEMENTACIÓN DEL OPTIMIZADOR

