



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**“ESTUDIO DE FLUJO BACHE EN UN SISTEMA  
DE PRODUCCIÓN COSTA AFUERA”**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**I N G E N I E R O P E T R O L E R O**

P R E S E N T A:

**ABRAHAM CHÁVEZ RAMÍREZ**

DIRECTOR:

**DR. YURI VALERIEVICH FAIRUZOV**



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F. 2009

# Agradecimientos

---

*A la memoria de mi padre Joel; a mi mamá, abuelita y hermana por todo el amor, comprensión e infinito apoyo.*

*Gracias a mis amigos Magui, José Luis, Valeria, Ángeles, David, Lucía y Gustavo por su cariño, por escucharme y por su gran paciencia.*

*Gracias al Dr. Yuri, así como a Jorge Vázquez, Iván Guerrero y Enrique Guzmán por su invaluable ayuda y por compartir siempre sus conocimientos.*

*Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería por instruirme para buscar siempre la verdad y servir a la Patria.*

*Sobre todas las cosas, gracias a la vida...*

*“Por mi raza hablará el espíritu”*

*Coyoacán, 2009*

# Tabla de contenidos

---

## ESTUDIO DE FLUJO BACHE EN UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN COSTA AFUERA

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABLAS	vii
<b>CAPÍTULO I. Introducción</b>	
1.1 Importancia del flujo multifásico en tuberías	2
1.2 Sistemas de producción costa afuera	3
1.3 Problemas ocasionados por el flujo bache	12
<b>CAPÍTULO II. Fundamentos de flujo multifásico en tuberías</b>	
2.1 Definiciones y conceptos básicos	18
2.2 Ecuaciones de conservación para flujo monofásico en tuberías	20
2.2.1 Ecuación de continuidad	22
2.2.2 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento	23
2.2.3 Discusión sobre el gradiente de presión por efectos de la fricción	25
2.2.4 Correlaciones para estimar el factor de fricción	28
2.3 Flujo multifásico en tuberías	29
2.3.1 Definiciones y conceptos fundamentales	30
2.3.2 Patrones de flujo multifásico vertical ascendente	35
2.3.3 Patrones de flujo multifásico horizontal	37
2.3.4 Factores que afectan al patrón de flujo	40
2.3.5 Mapas de patrones de flujo	41
2.3.6 Ecuación de continuidad para flujo multifásico (régimen permanente)	46
2.3.7 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento (régimen permanente)	47
2.4 Predicción del gradiente de presión	49
2.4.1 Correlaciones empíricas para flujo multifásico vertical	50
2.4.2 Correlaciones empíricas para flujo multifásico horizontal	64
<b>CAPÍTULO III. Revisión bibliográfica</b>	
3.1 El flujo bache	72
3.2 Flujo bache severo	73
3.3 Flujo bache normal o hidrodinámico	74

---

3.4 Flujo bache provocado por terreno sinuoso	76
3.5 Métodos de predicción y modelado	76
3.6 Técnicas de control de flujo bache	78
<b>CAPÍTULO IV. Caracterización del flujo bache normal</b>	
4.1 Modelado de bache hidrodinámico de Scott y Kouba (1990)	82
4.2 Formación del flujo bache	85
4.2.1 Criterio de Taitel y Dukler	87
4.2.2 Criterio de Scott y Kouba	88
<b>CAPÍTULO V. Modelo transitorio de flujo bache</b>	
5.1 Introducción	92
5.2 Modelado de flujo en la línea horizontal	93
5.3 Modelado de flujo en la tubería ascendente vertical	94
5.4 Condiciones de inicio	95
<b>CAPÍTULO VI. Proceso de experimentación y análisis de resultados</b>	
6.1 Descripción de la instalación experimental	98
6.2 Instrumentación para la adquisición de datos	99
6.3 Equipo de bombeo, compresión, separación y almacenamiento	102
6.4 Aforo volumétrico	105
6.5 Proceso de experimentación	105
6.6 Análisis de resultados	107
<b>CAPÍTULO VII. Conclusiones y recomendaciones</b>	
7.1 Conclusiones	130
7.2 Recomendaciones	130
<b>Bibliografía</b>	133
<b>NOMENCLATURA</b>	137
<b>APÉNDICE I</b>	141
<b>APÉNDICE II</b>	157
<b>APÉNDICE III</b>	179

# Lista de figuras

---

Figura	Página
Fig. 1.1 Clasificación de las operaciones costa afuera de acuerdo a la profundidad del mar en el Golfo de México	4
Fig. 1.2 Última sección de un sistema de producción costa afuera convencional	5
Fig. 1.3 Primer plataforma de acero, instalada en el Golfo de México	6
Fig. 1.4 Plataformas de producción en aguas profundas	7
Fig. 1.5 Plataforma de acero con pilotes	8
Fig. 1.6 Plataforma de acero en Cantarell	8
Fig. 1.7 Pilotes fabricados para una plataforma en el Golfo de México	9
Fig. 1.8 Construcción de una plataforma de concreto en Noruega	9
Fig. 1.9 Posicionamiento de la cubierta sobre la estructura de concreto	10
Fig. 1.10 Plataforma TLP "Ram Powell", en el Golfo de México	10
Fig. 1.11 Plataforma TLP	11
Fig. 1.12 Plataforma Spar "Genesis", Golfo de México	11
Fig. 1.13 Construcción de una plataforma "Spar"	12
Fig. 1.14 Flujo bache normal o hidrodinámico	13
Fig. 1.15 Formación del flujo bache severo	14
Fig. 1.16 Diferencia entre el bacheo en una tubería horizontal y el provocado por terreno sinuoso	15
Fig. 2.1 Posibles pérdidas de presión en un sistema integral de producción (Beggs, 1991)	20
Fig. 2.2. Volumen de control	22
Fig. 2.3 Fuerzas que actúan en el sistema	24
Fig. 2.4 Diagrama de Moody	29
Fig. 2.5 Concepción areal del colgamiento en una sección transversal de tubería	33
Fig. 2.6 Clasificación de los patrones de flujo multifásico vertical ascendente	35
Fig. 2.7 Clasificación de los patrones de flujo multifásico horizontal	38
Fig. 2.8 Mapa de patrones de flujo de Mandhane (1971) para tuberías horizontales	42
Fig. 2.9 Mapa de patrones de flujo de Govier-Aziz (1972) para tuberías verticales	45
Fig. 2.10 Mapa de patrones de flujo de Griffith y Wallis (1961) para tuberías verticales	45
Fig. 2.11 Mapa de patrones de flujo de Baker (1954) para tuberías horizontales	45
Fig. 2.12 Volumen de control	46
Fig. 2.13 Correlaciones para calcular el factor de fricción (Brill y Mukherjee, 1999)	52
Fig. 2.14 Correlaciones utilizadas por Hagedorn y Brown para el cálculo del colgamiento	56
Fig. 2.15 Efecto del ángulo de inclinación sobre el colgamiento (Brown, 1977)	60
Fig. 2.16 Correlación de Dukler et al para la determinación del colgamiento (Brown, 1977)	69
Fig. 2.17 Factores de fricción para dos fases de Dukler (Brown, 1977)	69
Fig. 4.1 Representación del modelo de Scott y Kouba	82
Fig. 4.2 Flujo estratificado estable	86

<b>Fig. 4.3</b> Representación gráfica del criterio de Kelvin-Helmholtz	87
<b>Fig. 5.1</b> Representación del modelo de Guzmán-Fairuzov para baches de gran longitud	92
<b>Fig. 6.1</b> Esquema de la instalación experimental	98
<b>Fig. 6.2</b> Sección horizontal de la instalación de experimentación	99
<b>Fig. 6.3</b> Tubería ascendente vertical ("riser")	99
<b>Fig. 6.4</b> Transductores de presión diferencial	100
<b>Fig. 6.5</b> Sistema de adquisición de datos de "National Instruments"	100
<b>Fig. 6.6</b> Sistema de adquisición, cómputo y registro de gasto de líquido	100
<b>Fig. 6.7</b> Sensor de flujo de alto rendimiento	101
<b>Fig. 6.8</b> Transmisor de flujo	101
<b>Fig. 6.9</b> Rotámetro en línea	101
<b>Fig. 6.10</b> Placa de orificio con tomas en brida	102
<b>Fig. 6.11</b> Representación del flujo en la placa de orificio	102
<b>Fig. 6.12</b> Bombas de cavidades progresivas	102
<b>Fig. 6.13</b> Variadores de frecuencia	103
<b>Fig. 6.14</b> Equipo de compresión de aire	103
<b>Fig. 6.15</b> Equipo de medición de flujo de aire	103
<b>Fig. 6.16</b> Esquema representativo del separador trifásico	104
<b>Fig. 6.17</b> Separador (parte superior) y tanques de almacenamiento de agua y aceite	104
<b>Fig. 6.18</b> Aforo volumétrico	105
<b>Fig. 6.19</b> Secciones de estudio; 1) sección horizontal, 2) sección a la salida del "riser"	106
<b>Fig. 6.20</b> Sección de estudio en la línea horizontal	106
<b>Fig. 6.21</b> Sección de estudio a la salida del "riser"	106
<b>Fig. 6.22</b> Relación entre los frentes y extremidades posteriores de los baches y burbujas	108
<b>Fig. 6.23</b> Perfil de presiones de todos los experimentos	114
<b>Fig. 6.24</b> Comparación Casos I-II	115
<b>Fig. 6.25</b> Comparación Casos II-III	116
<b>Fig. 6.26</b> Comparación Casos III-IV	117
<b>Fig. 6.27</b> Comparación Casos IV-V	118
<b>Fig. 6.28</b> Comparación Casos V-VI	119
<b>Fig. 6.29</b> Variaciones de presión Caso I	120
<b>Fig. 6.30</b> Variaciones de presión II	120
<b>Fig. 6.31</b> Variaciones de presión Caso III	121
<b>Fig. 6.32</b> Variaciones de presión Caso IV	121
<b>Fig. 6.33</b> Variaciones de presión Caso V	122
<b>Fig. 6.34</b> Variaciones de presión Caso VI	122
<b>Fig. 6.35</b> Mapa de patrones de flujo de Taitel y Dukler para la sección de prueba horizontal	123
<b>Fig. 6.36</b> Mapa de patrones de flujo de Aziz <i>et al.</i> para la tubería ascendente vertical	123
<b>Fig. 6.37</b> Presiones predicha y experimental en la base del "riser"	124
<b>Fig. 6.38</b> Relación entre presiones promedio y el cociente de gastos de aire	125

# Lista de tablas

---

Tabla	Página
<b>Tabla 2.1</b> Mapas publicados de patrones de flujo experimentales para dos fases en tuberías horizontales (O.Shoham, 2001)	43
<b>Tabla 2.2</b> Mapas publicados de patrones de flujo experimentales para dos fases en tuberías verticales (O.Shoham, 2001)	44
<b>Tabla 2.3</b> Distribución aproximada de las pérdidas de presión en pozos (Beggs, 1991)	50
<b>Tabla 2.4</b> Correlaciones empíricas para flujo ascendente vertical (Brill, 1999)	51
<b>Tabla 2.5</b> Coeficientes empíricos para colgamiento horizontal de Beggs y Brill	60
<b>Tabla 2.6</b> Coeficientes empíricos de Beggs y Brill para el cálculo de C	62
<b>Tabla 6.1</b> Condiciones de experimentación para cada caso	107
<b>Tabla 6.2</b> Análisis del bache en la sección horizontal del circuito (CASO I)	109
<b>Tabla 6.3</b> Análisis de la burbuja en la sección horizontal del circuito (CASO I)	110
<b>Tabla 6.4</b> Análisis del bache a la salida del "riser" (CASO I)	111
<b>Tabla 6.5</b> Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO I)	112
<b>Tabla 6.6</b> Resumen de los cálculos hechos para la tubería horizontal	113
<b>Tabla 6.7</b> Resumen de los cálculos hechos para la salida del "Riser"	113
<b>Tabla 6.8</b> Relación entre los gastos de aire en la línea de flujo y de inyección	113





# Capítulo I

## **Introducción**

---

## 1.1 Importancia del estudio del flujo multifásico en tuberías

El estudio del flujo multifásico en tuberías es de relevancia, especialmente en la industria petrolera. Debido a esto el estudio del flujo multifásico se ha venido desarrollando de manera exitosa desde hace décadas, teniendo mayor auge en la segunda mitad del siglo XX. El estudio de las características y los procesos de flujo en un sistema integral de producción es de suma importancia, ya que tiene como objetivo optimizar el diseño del sistema para obtener la máxima producción con las menores pérdidas de energía posibles.

El conocimiento de parámetros como los regímenes de flujo, características de la tubería, propiedades de los fluidos, entre otros, es imprescindible para la determinación de las pérdidas de presión de las mezclas de fluidos, transportadas desde el radio de drene hasta las baterías de separación.

El problema del flujo multifásico se divide en tres categorías (Brown, 1977):

- Flujo multifásico vertical.
- Flujo multifásico horizontal.
- Flujo multifásico inclinado.

El flujo multifásico vertical se encuentra prácticamente en todos los sistemas de producción en la industria petrolera. Es necesario tener la capacidad de predecir el comportamiento de flujo, con la finalidad de seleccionar de la mejor manera posible los diámetros de las tuberías, predecir los gastos de producción, así como en el diseño de los sistemas artificiales de producción.

La predicción de las caídas de presión en tuberías horizontales que presentan flujo multifásico, es una herramienta valiosa para el ingeniero, ya que tiene como objetivo dos fases operacionales (Brown, 1977):

1.- La determinación del diámetro de las líneas costa afuera para el transporte de mezclas de aceite y gas.

2.- La determinación del diámetro de las líneas de flujo superficiales, desde la cabeza del pozo hasta las baterías de separación, así como la predicción de las pérdidas de presión y gastos volumétricos de producción.

Los modelos y técnicas utilizadas para determinar las pérdidas de presión, también aplica para la correcta determinación del diámetro en las líneas para (Brown,1977):

- Inyección de glicol a gases húmedos, con el objetivo de prevenir o controlar la formación de hidratos.
- Sistemas de tuberías industriales, incluyendo refinerías.
- Sistemas de transporte que contienen agua, gas y condensado.

El flujo en dos o más fases ocurre en otras industrias, tales como la química, nuclear, plantas geotérmicas, etc.

## **1.2 Sistemas de producción costa afuera**

Las regiones costa afuera se extienden desde la costa hacia el océano profundo. La profundidad media del océano se estima en 4000 [m], aunque la máxima puede estar alrededor de 10 000 [m], más profundo que la punta del Everest por encima del nivel del mar.

Las profundidades del océano, incluso aquellas en las que se está trabajando, son inhóspitas y oscuras, y por lo tanto se requiere de equipo especial, herramientas y procedimientos de ubicación, control, operaciones y comunicación.

En la industria petrolera, existe una gran variedad de sistemas de producción costa afuera. La diferencia entre estos sistemas se debe, principalmente, a la profundidad de las operaciones que se llevan a cabo.

La clasificación de las operaciones costa afuera en el Golfo de México se muestran en la **Fig.**

### **1.1.**

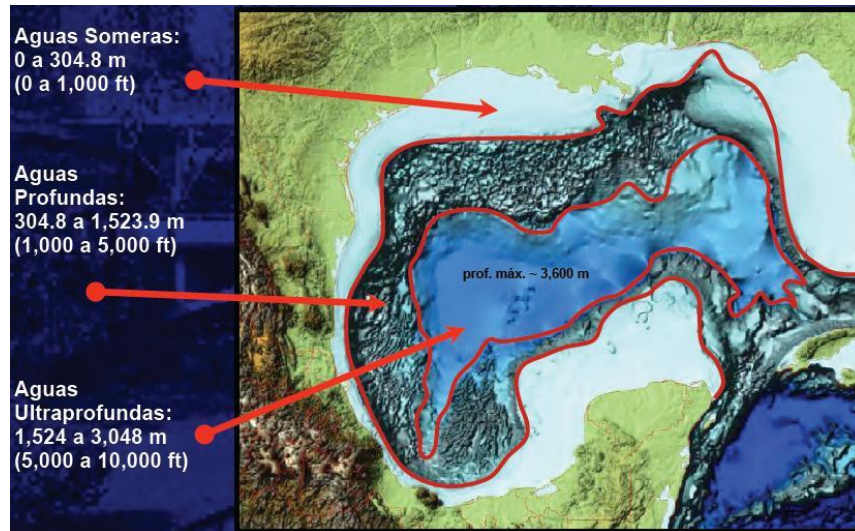
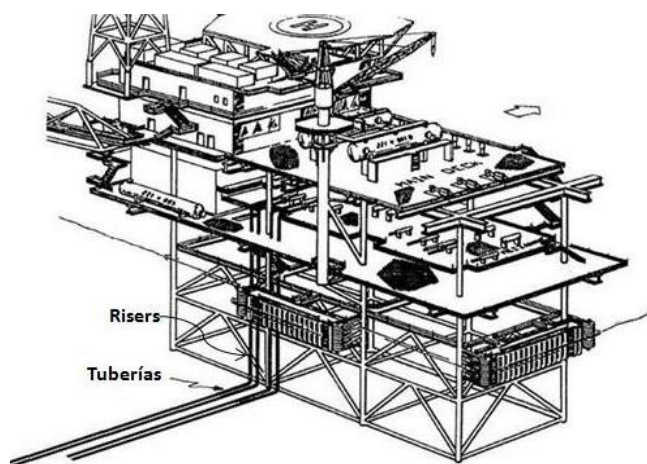


Fig. 1.1 Clasificación de las operaciones costa afuera de acuerdo a la profundidad del mar en el Golfo de México (Barbosa, 2008).

Los sistemas de producción costa afuera que operan en el Golfo de México (aguas someras), consisten esencialmente en:

- **Yacimiento(s):** se define como un cuerpo de roca que cuenta con suficiente porosidad y permeabilidad para almacenar y permitir el flujo de fluidos.
- **Pozo(s):** es el medio de comunicación entre el yacimiento y la superficie.
- **Plataformas de producción:** varían en tamaño y son clasificadas de acuerdo al número de patas que tienen. Existen desde plataformas que contienen un solo pozo, hasta estructuras llamadas octópodos, las cuales están diseñadas para contener hasta doce pozos. Otros ejemplos de plataformas son: “Sea Pony”, “Sea Horse”, trípodes y tetrápodos.

- **Líneas troncales:** la producción de los pozos de una plataforma (que pueden llegar a producir de distintos yacimientos), es enviada por una tubería a una conexión submarina con una tubería más grande, la cual puede llegar a otra plataforma con el objetivo de recolectar su producción, o bien, puede llegar directamente a la batería de separación o complejo de producción.
- **Tubería vertical:** la producción de varios pozos o plataformas, mezclada en *oleogasoductos* (casi horizontales) de gran diámetro, se eleva finalmente a través de una tubería vertical (conocida como “riser”) para su proceso de separación.
- **Batería de separación o complejo de producción:** también conocida como central de recolección, almacenamiento y bombeo-compresión, tiene como objetivo el separar los fluidos producidos (aceite, gas y agua), mediante separadores en determinado número de etapas, con el objetivo primordial de obtener la máxima recuperación de aceite (**Fig.1.2**). Desafortunadamente, en México la mayoría del gas producido no es aprovechado, y por seguridad se quema.



**Fig. 1.2** Última sección de un sistema de producción costa afuera convencional; los fluidos producidos llegan finalmente a la batería de separación (Farghaly, 1987).

La primer plataforma de producción costa afuera de acero fue construida en el año de 1947 (**Fig. 1.3**), por la empresa “Superior Oil Company” (actualmente parte de Exxon Mobil), la cual fue diseñada para un tirante de agua de apenas 6 [m] de profundidad, en el Golfo de México.



**Fig. 1.3** Primer plataforma de acero, instalada en el Golfo de México.

Antes de que esto ocurriera, las pocas plataformas costa afuera en existencia, se apoyaban en pilotes de madera. El acero resultó ser más resistente y durable que la madera, además de que distribuían mejor el peso. Inmediatamente después, se instaló una segunda plataforma, para una profundidad de 15 [m]; fue así como comenzó el desarrollo de las plataformas de acero.

Las plataformas de producción pueden clasificarse de acuerdo a la profundidad que se maneje. Existen, principalmente, dos clasificaciones:

- **Estructuras fijas:** son las plataformas de acero (las cuales se desarrollaron inicialmente en el Golfo de México), las plataformas de concreto (surgidas en el Mar del Norte) y las plataformas de patas tensionadas (Tension Leg Platform).

- **Estructuras flotantes:** plataformas “spar”, plataformas semi-sumergibles y Sistemas de producción, almacenamiento y descarga (FPSO).

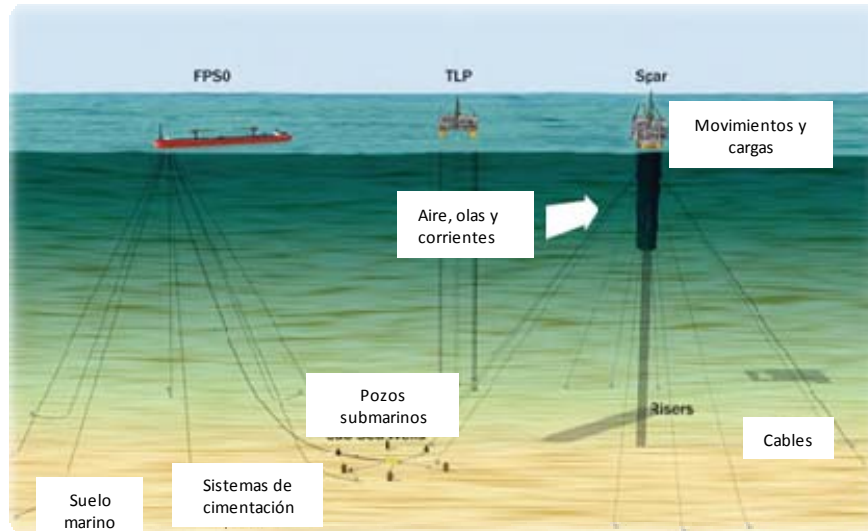
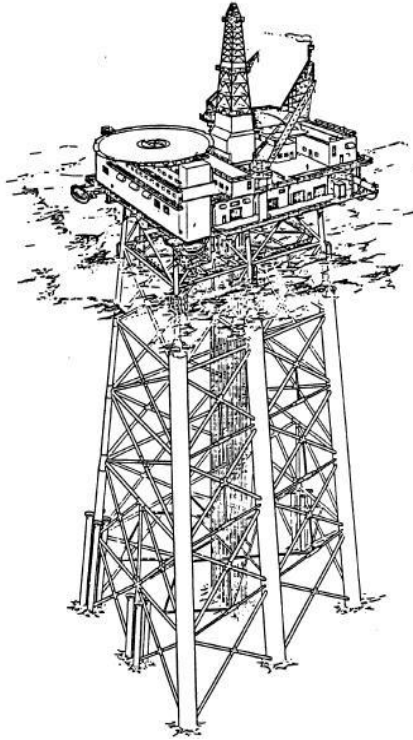


Fig. 1.4 Plataformas de producción en aguas profundas.

### Estructuras de acero

Las estructuras de acero (Figs. 1.5 y 1.6) pueden variar en tamaño y peso, y pueden ser utilizadas en profundidades de hasta 300 [m], a pesar de que lo más común es utilizarlas en tirantes de agua no mayores a 150 [m]. Dentro de esta categoría, existen torres de tres, seis y ocho patas, así como también mini-estructuras, cuyas cubiertas están apoyadas en pilotes, las cuales son utilizadas para profundidades menores a 50 [m]. Los pilotes son elementos de cimentación profunda, cuya función principal es el de repartir las cargas de la superestructura e infraestructura en un suelo relativamente blando, de tal manera que atraviesen lo suficiente para que permitan soportar la estructura con seguridad (Fig. 1.7).



**Fig. 1.5** Plataforma de acero con pilotes

Las plataformas típicas costa afuera varían su rango de aplicación, de acuerdo, como ya se mencionó anteriormente, a la profundidad del mar, la cual oscila entre los 12 y los 300 [m], y de climas relativamente benignos en el sureste de Asia, hasta aquellos del Mar del Norte y Atlántico Norte.



**Fig. 1.6** Plataforma de acero en Cantarell



Los componentes principales de este tipo de plataformas costa afuera son: la estructura de acero, los pilotes y la cubierta. La estructura de acero es prefabricada en tierra, después se transporta al sitio deseado y se asienta en el lecho marino. Posteriormente, los pilotes son metidos a través de las camisas de la estructura de acero, para luego conectarse. Por último se instala la cubierta.



**Fig. 1.7** Pilotes fabricados para una plataforma en el Golfo de México

### Plataformas de concreto

Las plataformas costa afuera de concreto (concrete gravity, gravity based) son diseñadas para colocarse encima del lecho marino (**Figs. 1.8 y 1.9**).



**Fig. 1.8** Construcción de una plataforma de concreto en Noruega

Estas estructuras sirven para operaciones de perforación, producción y almacenamiento; normalmente son construidas de materiales como concreto reforzado y pretensado, aunque existen algunas mixtas (concreto y acero). Su longitud varía entre 100 y 200 [m].



**Fig. 1.9** Posicionamiento de la cubierta sobre la estructura de concreto.

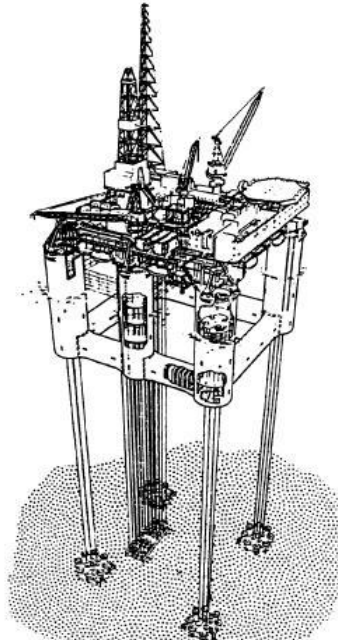
### **Plataformas de patas tensionadas (Tension Leg Platforms)**

Una plataforma de patas tensionadas (TLP) es una estructura flotante (**Figs. 1.10 y 1.11**), normalmente utilizada para la producción de aceite y gas. Son utilizadas en profundidades de agua mayores a 300 [m]. Consisten en una cubierta flotante, anclada a las cabezas de los pilotes, sobre el lecho marino, mediante tuberías sometidas a tensión, y por lo tanto pueden ser flexibles, sin riesgo de algún colapso.



**Fig. 1.10** Plataforma TLP "Ram Powell", en el Golfo de México

La profundidad que estas plataformas han alcanzado se encuentra alrededor de los 1400 [m], en el Golfo de México.



**Fig. 1.11** Plataforma TLP

### Plataformas “Spar”

Uno de los nuevos conceptos en aguas profundas es la estructura “Spar” (**Figs. 1.12 y 1.13**), la cual es, en esencia, un cilindro vertical de gran diámetro, de aproximadamente 100 [m] de longitud, sujetado mediante cables a las anclas posicionadas en el piso marino, más de un kilómetro por debajo de la estructura, aunque en la región “Perdido” alcanzó una profundidad de hasta 2400 [m].



**Fig. 1.12** Plataforma Spar “Genesis”, Golfo de México

Estas estructuras pueden ser construidas de acero o concreto; la Fig. 1.13 muestra la construcción de la estructura.



Fig. 1.13 Construcción de una plataforma “Spar”

### 1.3 Problemas ocasionados por el flujo bache

La utilización de *oleogasoductos* de grandes dimensiones, los cuales transportan la producción de varios pozos o plataformas, ha significado un importante ahorro en las inversiones de capital y en los costos de operación. Sin embargo, esto puede ocasionar problemas operacionales como el “flujo bache”.

El flujo bache consiste, esencialmente, en una secuencia de grandes burbujas de gas y tapones de líquido. La comprensión del fenómeno de flujo bache se dificulta, debido a su naturaleza transitoria; es un flujo complejo e inestable, y debido a esto, se ha complicado la predicción de las caídas de presión, transferencia de masa y calor. Aunado a esto, la naturaleza del flujo variará dependiendo de la inclinación de la tubería.

El comportamiento inestable del flujo bache en las líneas polifásicas tiene un impacto negativo en la operación de instalaciones de producción costa afuera. Frecuentemente, la variación del flujo suele ser violenta y rápida, causando flamas indeseables en el quemador, además de reducir la capacidad de operación de las unidades de separación y compresión.

Debido a la frecuencia con la que se presenta el flujo bache, y a los problemas operativos que provoca, se han desarrollado estudios para conocer la naturaleza física que los gobierna, así como métodos de prevención, disminución o eliminación de sus efectos. Gracias a esto, se han identificado los tipos de bacheo en sistemas línea horizontal-línea vertical (“riser”)-separador:

- **Flujo bache hidrodinámico (normal):** se presenta debido a una propiedad del flujo estratificado, donde los baches se forman debido a la inestabilidad de las “olas” a ciertos gastos de producción (**Fig 1.14**).
- **Flujo bache severo:** es un fenómeno de producción cíclica de líquido y gas asociado a fluctuaciones de presión en la línea de flujo, debido principalmente a la acumulación de líquido en la base del “riser”, lo que provoca una represión en la tubería por la compresión de la burbuja de gas, la cual se encuentra justo detrás del bache (**Fig. 1.15**).
- **Flujo bache provocado por terreno sinuoso:** es provocado por la acumulación y purga periódica en las partes bajas de la línea de flujo, particularmente a gastos bajos (**Fig. 1.16**).
- **Flujo bache ocasionado por movimientos operativos:** se crean cuando se obliga al sistema a cambiar sus condiciones de operación.

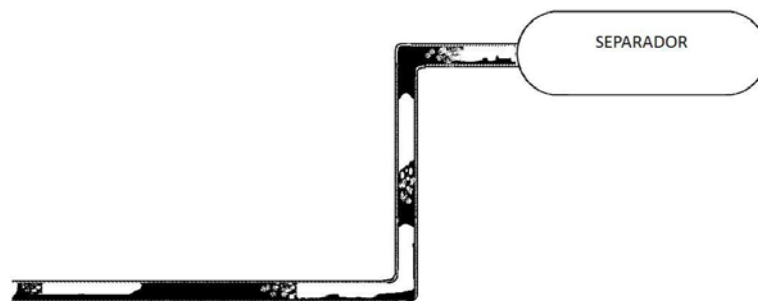


Fig. 1.14 Flujo bache normal o hidrodinámico

Existe un método para controlar, reducir o eliminar este patrón de flujo mediante válvulas de estrangulamiento, lo cual permite lograr un comportamiento de flujo más estable. Sin embargo, éste método puede provocar efectos adversos en el yacimiento y en los pozos productores, al elevar la contrapresión que éstos tienen que vencer para transportar los fluidos.

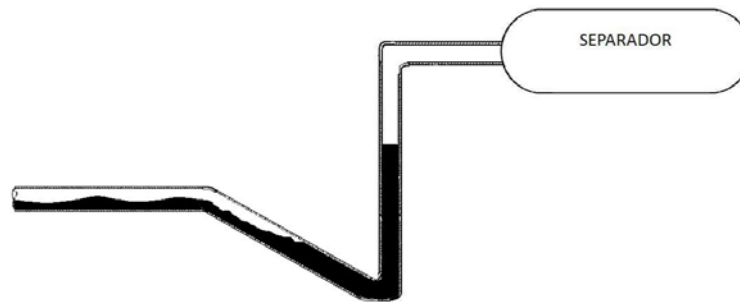
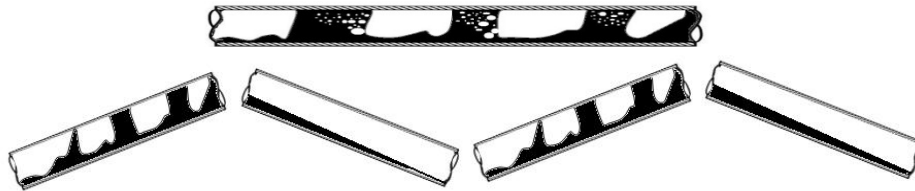


Fig. 1.15 Formación del flujo bache severo

Los principales problemas que provoca el flujo bache se enlistan a continuación:

1. **Flujo excesivo de líquido al separador:** puede representar un serio problema, ya que el nivel de líquido dentro de la vasija aumenta a un ritmo mayor y se dificulta la purga de los líquidos ya separados.
2. **Alta presión en el separador:** la presencia de burbujas grandes ocasiona problemas de seguridad en el proceso de separación, ya que la vasija se somete a presiones muy altas por períodos.
3. **Flujo excesivo de gas a compresores:** los compresores, localizados en una batería de separación, requieren de un suministro de gas constante, cosa que no ocurre en presencia de flujo bache.

4. **Golpes de ariete:** los baches pueden encontrar a su paso accesorios como válvulas y codos, provocando grandes impactos por la presión. Este patrón de flujo puede dañar además componentes internos del separador.
  
5. **Fatiga de materiales:** el flujo continuo de baches provoca el desgaste prematuro en las tuberías, accesorios y equipos.
  
6. **Aumento en las pérdidas de presión por fricción:** el flujo bache, en particular, provoca mayores caídas de presión que otros patrones de flujo.
  
7. **Corrosión:** puede provocar la acumulación de agua en las partes bajas de la tubería, lo cual puede desgastar la tubería de manera acelerada.



**Fig. 1.16** Diferencia entre el bacheo en una tubería horizontal y el provocado por terreno sinuoso.

Cuando el flujo bache normal se presenta en las instalaciones de producción, se afronta mediante métodos establecidos para el flujo bache severo, debido a la falta de estudios sobre este tema. Uno de estos métodos consiste en la inyección de gas en la base del “riser”, con el objetivo de mitigar los efectos dinámicos provocados por el patrón de flujo en cuestión.





Capítulo II

# **Fundamentos de flujo multifásico en tuberías**

---

## 2.1 Definiciones y conceptos básicos

El flujo multifásico en tuberías se define como el movimiento concurrente de gas y líquido en una tubería (aunque pueden presentarse sólidos), (Brown, 1977). El gas y el líquido pueden coexistir como una mezcla homogénea, o también el líquido puede presentarse en baches o tapones, con el gas empujándolo detrás de él. El líquido y el gas pueden fluir también de manera paralela, o bien, pueden presentarse otros patrones de flujo.

**-Fase:** se define como la cantidad de materia homogénea en toda su extensión, tanto en su composición química como en su estructura física.

**-Gasto másico:** se entiende como la cantidad de materia que atraviesa una sección transversal de una tubería en una unidad de tiempo, y se define mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{m} = \rho v A \quad (2.1)$$

$$\dot{m} = \rho q \quad (2.2)$$

Donde:

$\dot{m}$  = gasto másico.

$\rho$  = densidad del fluido.

$A$  = área transversal de flujo.

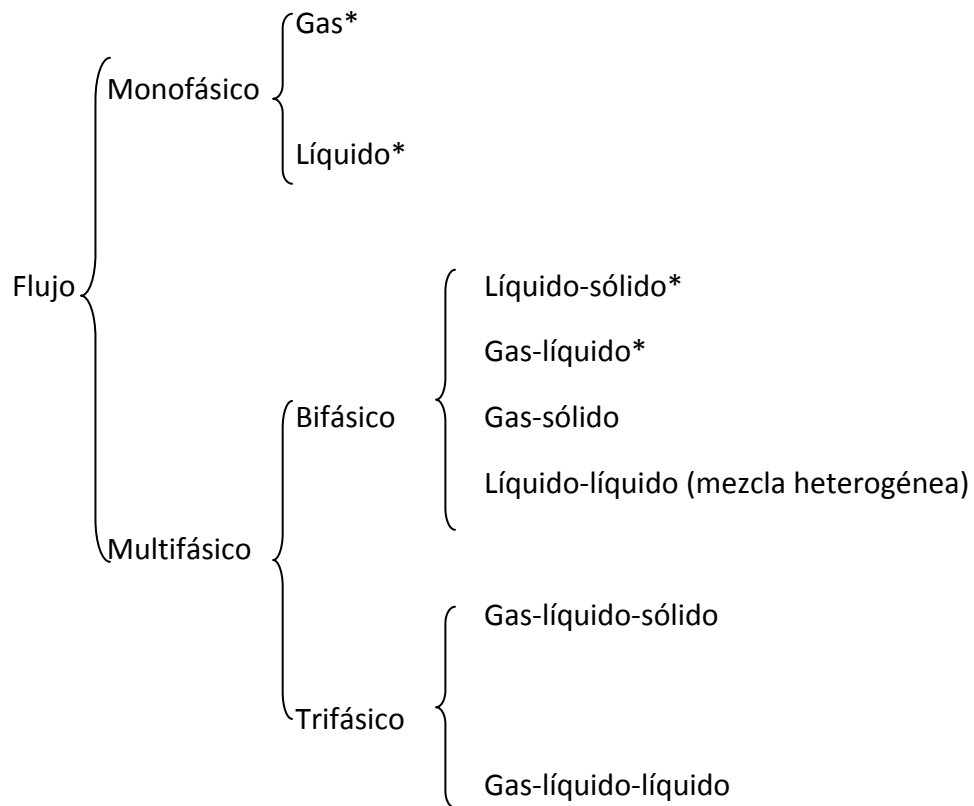
$v$  = velocidad del fluido.

$q$  = gasto volumétrico.

El flujo de fluidos puede ser clasificado de acuerdo a su dirección como:

- Flujo vertical
- Flujo inclinado
- Flujo horizontal

### Clasificación del flujo de acuerdo al número de fases presentes



***\*De interés petrolero***

El flujo bifásico se presenta desde la producción de hidrocarburos hasta su transporte. El flujo multifásico de interés puede ocurrir en el pozo o en las líneas superficiales, es decir, en

tuberías verticales, horizontales o inclinadas. En la producción costa-afuera, estas líneas pueden ser de longitudes grandes, ya que la batería de separación puede encontrarse lejos de los pozos, lo que puede traducirse en caídas de presión significativas.

De acuerdo a la dirección del flujo, éste puede clasificarse de la siguiente manera:

- **Concurrente:** ocurre cuando las fases se desplazan en el mismo sentido.
- **Contracorriente o no concurrente:** ocurre cuando las fases fluyen en direcciones opuestas.

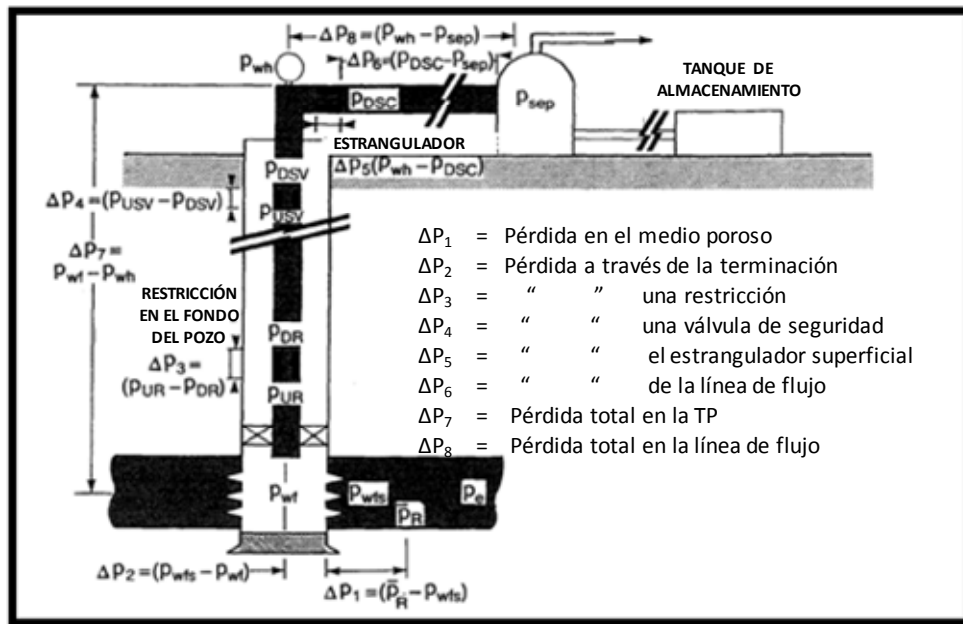


Fig. 2.1 Posibles pérdidas de presión en un sistema integral de producción (Beggs, 1991)

## 2.2 Ecuaciones de conservación para flujo monofásico de líquido en tuberías

El estudio del flujo de fluidos en tuberías está basado principalmente en las leyes de conservación de la masa, de movimiento y de energía. La aplicación de estos principios

proporciona al ingeniero una poderosa herramienta para el cálculo de la variación de la presión y temperatura respecto a la distancia.

Para la definición de un modelo físico que permita resolver dichos cálculos, se consideran las siguientes suposiciones:

- **Régimen permanente:** se refiere a la condición donde las propiedades del fluido en cualquier punto del sistema no cambian con el tiempo. Dichas propiedades incluyen temperatura, presión y velocidad. Una de las propiedades más significativas que es constante en este tipo de régimen es el gasto másico, lo que significa que no existe acumulación de masa en ningún componente del sistema.
- **No hay trabajo externo.**
- **No se consideran los efectos relacionados a la transferencia de calor:** implica que se desprecian esos efectos en el sistema, así como los que se dieran lugar entre éste y sus alrededores.
- **El perfil de temperatura es conocido.**
- **No se presentarán reacciones químicas.**
- **El área transversal de la tubería es constante.**

### 2.2.1 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es también llamada de *conservación de la masa*, lo que significa que para un volumen de control dado (como un segmento de tubería), la masa que entra menos la masa que sale debe ser igual a la masa acumulada en el sistema.

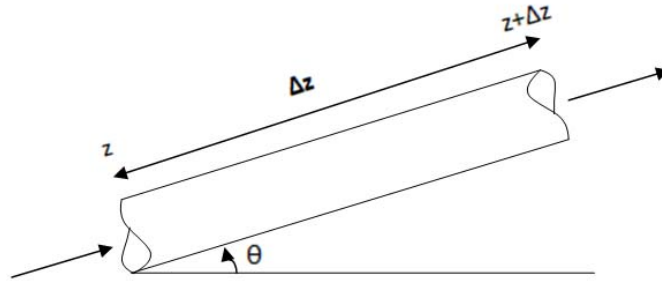


Fig. 2.2. Volumen de control

$$\dot{m}_z - \dot{m}_{z+\Delta z} = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$(vA\rho)_z - (vA\rho)_{z+\Delta z} = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$(vA\rho)_z - (vA\rho)_{z+\Delta z} = \frac{\partial(\rho A \Delta z)}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\frac{(vA\rho)_z}{\Delta z} - \frac{(vA\rho)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$-\left[ \frac{(vA\rho)_{z+\Delta z} - (vA\rho)_z}{\Delta z} \right] = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$-\left[ \frac{\Delta(vA\rho)}{\Delta z} \right] = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$-\frac{\partial(v\rho)}{\partial z} = \frac{\partial\rho}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$-\frac{\partial(v\rho)}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

Resulta evidente que el flujo en *régimen permanente* también se caracteriza por tener como resultado el que  $\rho v = \text{constante}$ .

### 2.2.2 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

La aplicación de la primera ley de Newton al flujo de fluidos en tuberías sugiere que la variación de la cantidad de movimiento entre la entrada y salida de una sección de tubería respecto a una unidad de tiempo debe ser igual a la suma de todas las fuerzas que actúan sobre los fluidos.

$$\Sigma F_z = \frac{d(mv)}{dt} \quad (2.11)$$

En el contexto de la mecánica newtoniana, la cantidad de movimiento se define como el producto de la masa por la velocidad del fluido:

$$\overline{p} = mv \quad (2.12)$$

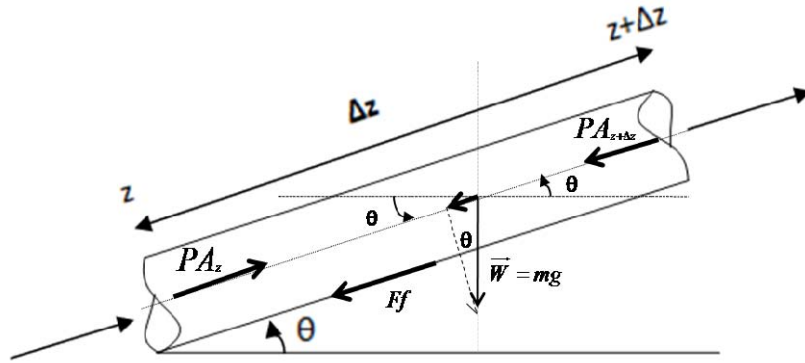


Fig. 2.3 Fuerzas que actúan en el sistema

Luego entonces se obtiene el siguiente desarrollo:

$$-mg \operatorname{sen} \theta - \tau_w (\pi d \Delta z) + (PA)_z - (PA)_{z+\Delta z} = \frac{d(\rho A \Delta z v)}{dt} \quad (2.13)$$

$$-\rho A \Delta z g \operatorname{sen} \theta - \tau_w (\pi d \Delta z) + PA_z - PA_{z+\Delta z} = \frac{\rho A \Delta z d(v)}{dt} \quad (2.14)$$

$$-\rho g \operatorname{sen} \theta - \frac{\tau_w (\pi d)}{A} \left[ \frac{P_{z+\Delta z} - P_z}{\Delta z} \right] = \rho \left( \frac{dv}{dt} \right) \left( \frac{dz}{dz} \right) \quad (2.15)$$

$$-\frac{\Delta P}{\Delta z} = \rho \left( \frac{dv}{dz} \right) \left( \frac{dz}{dt} \right) + \rho g \operatorname{sen} \theta + \frac{\tau_w (\pi d)}{A} \quad (2.16)$$

$$-\frac{dP}{dz} = \rho v \left( \frac{dv}{dz} \right) + \rho g \operatorname{sen} \theta + \tau_w \left( \frac{\pi d}{A} \right) \quad (2.17)$$

Finalmente, al modelo 2.17 se le conoce como *ecuación de balance de energía* o bien *ecuación de gradiente de presión*. El primer miembro está referido a la *aceleración convectiva*, la cual se genera en las partículas de un fluido cerca de un cambio en la



geometría de la misma, tal como un codo o una contracción del conducto, y en consecuencia, la velocidad de las partículas se modifica. Debe distinguirse la aceleración convectiva de la *aceleración local*, ya que esta última se presenta, por ejemplo, si se abre o cierra una válvula, modificando la velocidad del fluido respecto al tiempo. Luego entonces, la aceleración total de una partícula de fluido es la suma de las aceleraciones *local* y *convectiva*. Sin embargo, debido a que se ha considerado en el desarrollo de las ecuaciones anteriores *régimen permanente*, el término de aceleración convectiva puede ser despreciado.

El segundo miembro de la ecuación 2.17 está referido a la oposición al flujo de fluidos que presenta la fuerza de *gravedad* debido a un cambio en la elevación; éste término contribuye al gradiente de presión entre un 80 y 95% del total.

El tercer miembro del modelo 2.17 es resultado de la *fricción* o esfuerzos de corte que se generan en la tubería con el paso de los fluidos, lo que ocasiona una caída de presión que representa normalmente entre el 5 y 20% del total.

### 2.2.3 Discusión sobre el gradiente de presión por efectos de la fricción

Henry Darcy desarrolló experimentalmente un modelo matemático que permite asociar la energía cinética de los fluidos con los esfuerzos de corte que se generan en las paredes de una tubería como consecuencia del flujo de fluidos. Dicho modelo fue refinado por Julius Weisbach:

$$\frac{\rho v^2}{2} \propto 4\tau_w$$
$$f = \frac{8\tau_w}{\rho v^2} \quad (2.18)$$

Donde:

$f$  = factor de fricción de Darcy-Weisbach

$\tau_w$  = esfuerzo de corte entre el fluido y las paredes de la tubería

Considerando el miembro de la ecuación 2.17 referido a las pérdidas de presión por fricción, se tiene lo siguiente:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \frac{\tau_w \pi d}{A} \quad (2.19)$$

Sustituyendo la ecuación 2.18 en 2.19 se obtiene:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \frac{f \rho v^2 \pi d}{8A} \quad (2.20)$$

Debido a que el área de una tubería de sección circular transversal es  $\pi d/4$ , se obtiene:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \frac{f \rho v^2}{2d} \quad (2.21)$$

El factor de fricción depende de dos parámetros; uno de ellos es el **número de Reynolds**.

El número de Reynolds ( $N_{Re}$ ) se define como una medida de la relación que existe entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas y en consecuencia, cuantifica la importancia entre estos dos tipos de fuerzas para ciertas condiciones de flujo.

También es utilizado para identificar y predecir los diferentes regímenes de flujo, tales como **laminar** o **turbulento**. El *flujo laminar* se presenta cuando dominan las fuerzas viscosas y se caracteriza por ser suave, con movimiento de fluido constante, mientras que el *flujo turbulento* ocurre a números de Reynolds grandes y es dominado por fuerzas inerciales, lo cual tiende a producir remolinos aleatorios, vórtices y otras fluctuaciones en el flujo.

$$N_{Re} = \frac{\rho v l}{\mu} \quad (2.18)$$

Donde:

$N_{Re}$  = número de Reynolds [adim]

$l$  = longitud característica; en el caso de tuberías de sección transversal circular  
 $l$  = diámetro.

$v$  = velocidad característica.

$\mu$  = viscosidad del fluido.

La **rugosidad** que poseen las tuberías es otro parámetro importante a considerar para la determinación del factor de fricción. La rugosidad de las paredes de una tubería ( $\varepsilon$ ) depende del tipo de material que la constituye, del acabado y del desgaste que haya sufrido debido al tiempo de uso; es una característica que se define por el conjunto de pliegues o crestas unidas, las cuales forman una superficie homogéneamente distribuida.

La rugosidad relativa ( $\varepsilon_r$ ) es la relación existente entre la rugosidad absoluta de las paredes de una tubería con el diámetro de la misma; en consecuencia se trata de un parámetro adimensional.

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{d} \quad (2.19)$$

#### 2.2.4 Correlaciones para estimar el factor de fricción

Cundo se trata de calcular el factor de fricción de flujo en **régimen laminar** ( $NRe < 2300$ ) basta con recurrir a la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$f = \frac{64}{NRe} \quad (2.20)$$

El factor de fricción para un **flujo crítico** ( $2300 < NRe < 3100$ ) puede ser estimado con la siguiente ecuación:

$$f = \left( \frac{NRe - 2300}{2300} \right) \left[ \frac{1.3521}{\left( 2.3026 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{3100\sqrt{f}} \right) \right)^2} \right] + 0.032 \quad (2.21)$$

Finalmente, cuando se trata de estimar el factor de fricción para un flujo en la **zona de transición o completamente turbulento**, puede hacerse mediante el uso de la ecuación de Colebrook y White:

$$f = \left[ -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{\sqrt{f} N Re} \right) \right]^{-2} \quad (2.22)$$

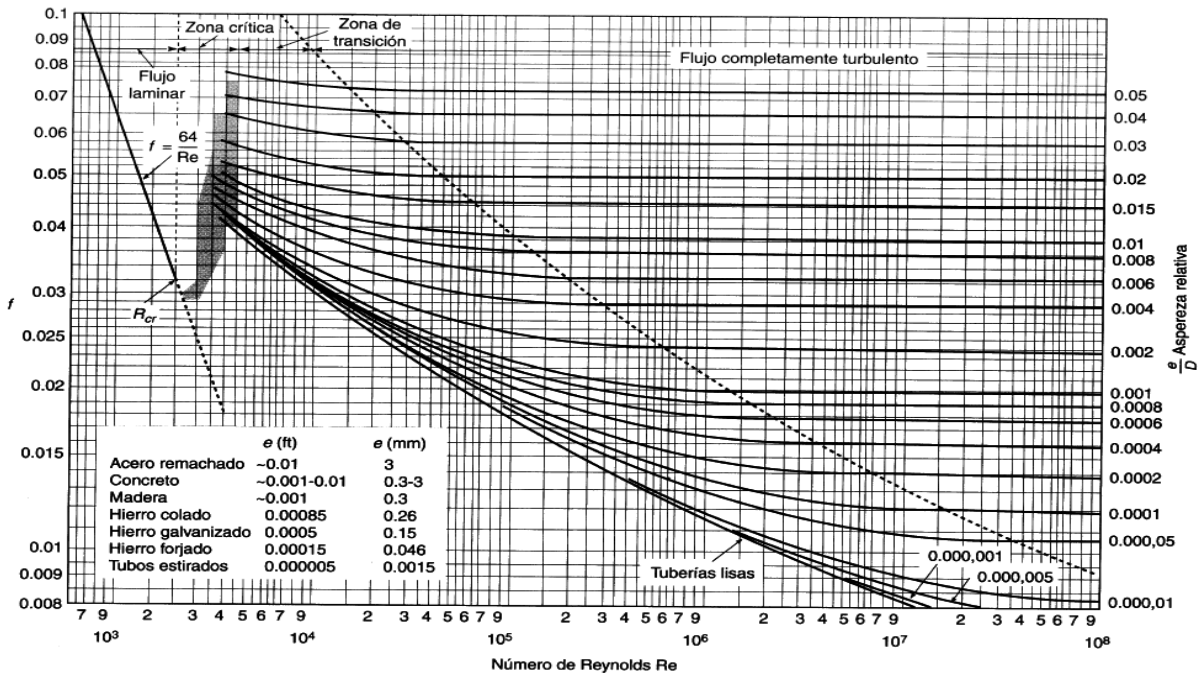


Fig. 2.4 Diagrama de Moody

Otra manera para obtener el factor de fricción es auxiliándose con el diagrama de Moody, el cual está basado en la ecuación 2.22. Está compuesto por una familia de curvas que relacionan la rugosidad relativa y el número de Reynolds, de tal manera que puede localizarse el factor de fricción correspondiente.

### 2.3 Flujo multifásico en tuberías

Cuando dos o más fases fluyen simultáneamente en una tubería, el comportamiento de flujo es más complejo que para un flujo monofásico. Las fases tienden a separarse debido a la

diferencia de sus densidades. Los esfuerzos de corte en la tubería son diferentes para cada fase como resultado de la diferencia entre sus densidades y sus viscosidades. La expansión de la fase gaseosa (altamente compresible) causada por una caída de presión, aumenta el gasto de gas.

Como consecuencia de todo lo anterior, las fases líquida y gaseosa normalmente viajan a diferentes velocidades en la tubería. Cuando se trata de flujo ascendente, la fase menos densa, más compresible y menos viscosa tiende a fluir a una velocidad mayor que la fase líquida; dicho fenómeno es conocido como **resbalamiento entre fases**. Análogamente, cuando se presenta un flujo descendente, el líquido se moverá con mayor rapidez que el gas.

Un aspecto fundamental en el flujo multifásico es el estudio de la variación en la distribución de las fases en una tubería; dicho estudio se conoce como **patrones o regímenes de flujo**. El patrón de flujo que se presente dependerá de las magnitudes relativas de las fuerzas que actúan sobre los fluidos.

También es de suma importancia el estudio de la variación del gradiente de presión de acuerdo al tipo de patrón de flujo; debido a esto, la predicción del comportamiento de flujo en función de los parámetros del mismo es elemental.

### 2.3.1 Definiciones y conceptos fundamentales

**-Interfaz:** se define como la superficie que existe entre dos fases.



**-Gasto másico total ( $\dot{m}_t$ ):** es la suma de los gastos másicos de cada fase presente en el flujo.

$$\dot{m}_t = \dot{m}_L + \dot{m}_g \quad (2.23)$$

**-Gasto volumétrico de líquido ( $q_o$ ):** se define como el volumen de líquido que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo. El gasto volumétrico de líquido (aceite) medido a condiciones de flujo se relaciona con el gasto volumétrico de aceite a condiciones estándar como se indica:

$$q_o @ c.f. = q_o @ c.s. * B_o \quad (2.24)$$

**- Gasto volumétrico de gas ( $q_g$ ):** es el volumen de gas que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo. El gasto volumétrico de gas a condiciones de flujo, igualmente se relaciona con el gasto volumétrico de gas a condiciones estándar mediante la siguiente ecuación:

$$q_g @ c.f. = q_g @ c.s. * (R_p - R_s) * B_g \quad (2.25)$$

**- Gasto volumétrico total ( $q_t$ ):** es el volumen de la mezcla que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo; el gasto volumétrico total es la suma de los gastos de cada fase.

$$q_t = q_L + q_g \quad (2.26)$$

**-Relación de velocidades (  $k$  ):** se define como la relación entre la velocidad del gas y la velocidad del líquido.

$$k = \frac{v_g}{v_L} \quad (2.27)$$

**-Velocidad relativa o de resbalamiento:** es la diferencia entre las velocidades de las fases.

$$v_r = v_g - v_L \quad (2.28)$$

**-Fracciones volumétricas de entrada:** se define como el área de la sección transversal de tubería ocupada por líquido o gas, suponiendo que las dos fases se desplazan a la misma velocidad, es decir, no se consideran los efectos de resbalamiento.

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_L + q_g} \quad (2.29)$$

$$\lambda_g = \frac{q_g}{q_L + q_g} \quad (2.30)$$

Donde:

$\lambda_L$  = fracción volumétrica de entrada de líquido.



$\lambda_g$  = fracción volumétrica de entrada de gas.

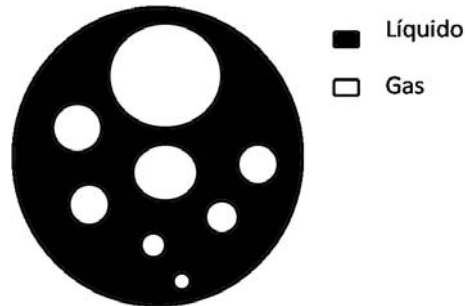
$q_L$  = gasto de líquido @ c.f.

$q_g$  = gasto de gas @ c.f.

### -Colgamiento y fracción de vacío

El *colgamiento* ( $\alpha_L$ ) se define como el área fraccional promedio ocupada por el líquido (a condiciones de flujo) en una sección transversal de tubería. También puede entenderse como la fracción volumétrica promedio ocupada por líquido en cierto volumen de tubería.

En ambas definiciones, las fracciones areal y volumétrica son tomadas como valores promedio, tanto en espacio como en tiempo.



**Fig. 2.5** Concepción areal del colgamiento en una sección transversal de tubería

$$\alpha_L = A_t - \frac{\sum_{i=1}^n A_g(i)}{A_t} \quad (2.31)$$

$$\alpha_L = \frac{\text{volumen de líquido}}{\text{volumen de líquido} + \text{volumen de gas}} \quad (2.32)$$

$$\alpha_g = 1 - \alpha_L \quad (2.33)$$

La ecuación 2.33 se define como *fracción de vacío* ( $\alpha_g$ ), la cual es de idéntico concepto que el colgamiento, pero referido al gas presente.

El colgamiento también se le conoce con el término  $H_L$ .

**-Velocidad superficial ( $v_s$ ):** se entiende como la velocidad que tendría una fase si fluyera sola en la tubería. A esta velocidad también se le llama flujo volumétrico de la fase por unidad de área de la sección transversal de la tubería.

$$v_{sL} = \frac{q_L}{A_t} \quad (2.34)$$

$$v_{sg} = \frac{q_g}{A_t} \quad (2.35)$$

**-Velocidad (volumétrica) de la mezcla ( $v_m$ ):** se entiende como la suma de las velocidades superficiales de las fases.

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} \quad (2.36)$$

**-Densidad de la mezcla ( $\rho_m$ ):** se calcula mediante una razón proporcional al área que ocupa cada fase en un punto determinado del sistema.

$$\rho_m = \rho_L \alpha_L + \rho_g \alpha_g \quad (2.37)$$

-**Perímetro mojado ( $S$ ):** es el perímetro de una sección transversal de tubería en contacto con el líquido  $S_L$ ; también puede tratarse del perímetro definido por la interfase en la misma sección transversal de tubería  $S_i$ .

### 2.3.2 Patrones de flujo multifásico vertical ascendente

#### Flujo burbuja

El flujo burbuja se caracteriza porque el líquido constituye la fase continua, en cuyo seno se encuentra dispersa la fase gaseosa como pequeñas burbujas.

El número y el diámetro de las burbujas pueden incrementarse como consecuencia de la expansión del gas y a la coalescencia de las mismas conforme aumenta su velocidad.

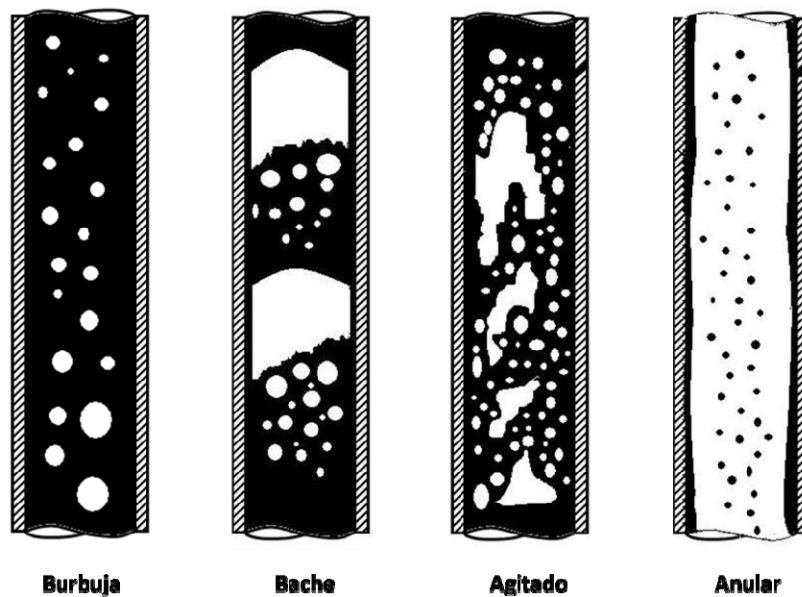


Fig. 2.6 Clasificación de los patrones de flujo multifásico vertical ascendente

Con base en la presencia o ausencia del resbalamiento entre las fases, el flujo burbuja a su vez, puede clasificarse como **flujo burbujeante** y **flujo burbuja dispersa**.

El **flujo burbujeante** ocurre a velocidades del líquido relativamente bajas, y se caracteriza por el resbalamiento entre las fases líquida y gaseosa.

Por otra parte, el **flujo burbuja dispersa** ocurre a velocidades de líquido relativamente altas. En estas condiciones, la fase líquida transporta las burbujas de gas y el resbalamiento entre las fases es despreciable. En este tipo de flujo, la alta turbulencia de la corriente de flujo impide la coalescencia de las burbujas, y por lo tanto, la transición al flujo bache.

### **Flujo bache**

Conforme la velocidad del gas se incrementa, las burbujas presentan coalescencia y eventualmente forman grandes burbujas cilíndricas que ocupan casi toda la sección transversal de la tubería. La parte frontal de estas burbujas tiene forma de bala, a las cuales se les conoce como *burbujas de Taylor*, las cuales son simétricas con respecto al eje axial de la tubería. El flujo se caracteriza por la alternación de burbujas de Taylor y *baches* o *tapones de líquido*. Además, una película de líquido fluye entre las burbujas y la pared de la tubería, la cual fluye en sentido descendente relativamente a las burbujas de Taylor.

El bache contiene una dispersión de burbujas, mientras que en la burbuja de Taylor pueden viajar pequeñas gotas de líquido. Cuando en el bache de líquido no existe tal dispersión de burbujas, suele llamársele *flujo tapón*.

### **Flujo agitado**

Al flujo agitado también se le conoce como caótico o "*churn flow*". En este caso, a velocidades superiores, las burbujas de Taylor se estrechan y colapsan por la presión ocasionada por el crecimiento de la película de líquido. Asimismo la velocidad de los baches se interrumpe, el líquido retrocede y se acumula bloqueando el flujo hasta que el gas en ascenso adquiere la presión suficiente para expulsarlo; así se inicia un nuevo ciclo. Este

movimiento cíclico de ascenso y descenso de líquido constituye una de sus principales características.

Es un flujo altamente turbulento, caótico, agitado, en el cual ninguna de las fases es continua; a este patrón de flujo se le puede considerar como un patrón de transición entre el flujo bache y el flujo anular.

### **Flujo anular**

Este patrón de flujo se caracteriza porque el líquido fluye como una película alrededor de la pared de la tubería y como gotas entrampadas en un núcleo de gas, el cual posee una alta velocidad. La interfaz es altamente ondulante, resultando en grandes esfuerzos de corte en la interfaz. Dicho esfuerzo de corte generado entre el núcleo de gas y la película de líquido, así como la cantidad de líquido entrampado son dos parámetros importantes en el modelado de flujo anular.

Entre mayor velocidad tenga el núcleo de gas, mayor será la cantidad de líquido entrampado en el núcleo y menor el espesor de la película.

### **2.3.3 Patrones de flujo multifásico horizontal**

#### **Flujo estratificado**

Este tipo de patrón de flujo ocurre cuando las velocidades tanto del líquido como del gas son relativamente bajas. Ambas fases se encuentran separadas por efectos gravitacionales.

El líquido fluye en la parte baja de la tubería, mientras que el gas en la parte superior. Este patrón de flujo se divide en:

- **Flujo estratificado suave:** en este patrón de flujo la interfaz gas-líquido es suave, casi plana.

- **Flujo estratificado ondulado:** se presenta cuando la velocidad del gas es relativamente alta, y se caracteriza por la presencia de “olas” estables en la interfase gas –líquido.

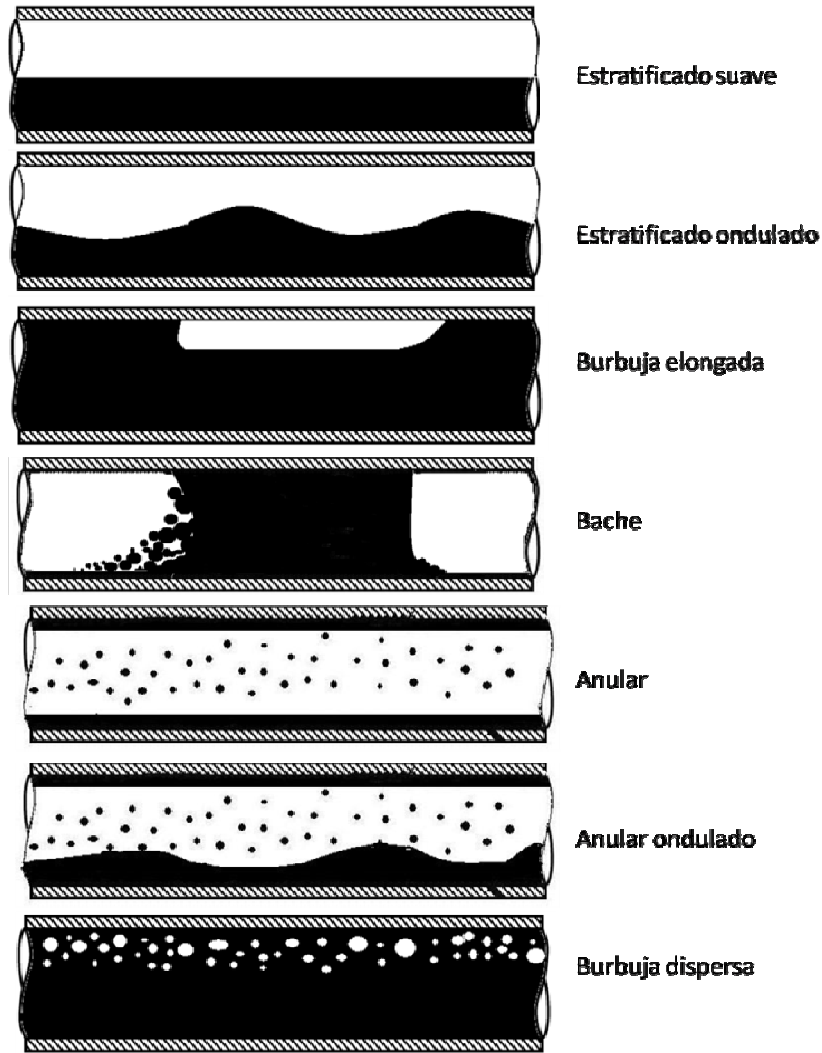


Fig. 2.7 Clasificación de los patrones de flujo multifásico horizontal

### Flujo intermitente

Este patrón de flujo se caracteriza por el flujo alternado de líquido y gas. Los baches o tapones de líquido (que ocupan el área total de la sección transversal de la tubería), están separados por grandes burbujas, las cuales contienen una capa o película de líquido fluyendo

en la parte baja de la tubería. Uno de los mecanismos de este patrón de flujo es el que los baches (los cuales fluyen a alta velocidad) barren a la película de líquido (que fluye más lento). El líquido del bache puede airearse con las pequeñas burbujas que se concentran en el frente del bache y en la parte superior de la tubería.

El *flujo intermitente* puede subdividirse en:

- **Flujo bache**
- **Flujo tapón o burbuja alargada**

El comportamiento de los flujos bache o de burbuja alargada es el mismo con respecto al mecanismo del flujo, y por lo tanto, usualmente no se hace la distinción entre uno y otro. El flujo burbuja alargada es el caso límite del flujo bache, cuando el cuerpo del bache está libre de burbujas atrapadas. Esto ocurre a velocidades relativamente bajas. A velocidades más altas, en que en el frente del bache se forman remolinos, hablamos de flujo bache.

### **Flujo anular**

El flujo anular ocurre a altas velocidades del gas. La fase gaseosa fluye en un núcleo de alta velocidad, el cual puede contener gotas de líquido atrapadas. El líquido fluye como una película en la parte inferior de la tubería y tiene generalmente un espesor mayor que en la parte superior de la misma, dependiendo de la magnitud relativa de las velocidades del gas y del líquido.

A velocidades de gas bajas, la mayor parte del líquido fluye en la parte inferior, en tanto que se presentan olas inestables aireadas y son barridas alrededor de la periferia de la tubería, mojando la parte superior de la misma.

Este flujo ocurre en la frontera de transición entre el flujo estratificado suave, el flujo bache y el flujo anular. Suele llamarsele *flujo anular ondulado*, para diferenciarlo del *flujo estrictamente anular*.

*El flujo estrictamente anular* se presenta cuando la velocidad del gas es alta; se caracteriza porque la película de líquido es estable a lo largo de la periferia de la tubería.

### **Flujo burbuja dispersa**

A velocidades altas de líquido, la fase líquida es la fase continua, y en ella la fase gaseosa se encuentra dispersa como pequeñas burbujas. La transición a este patrón de flujo se define ya sea por la condición en que las burbujas están dispersas en el líquido, o cuando las burbujas alargadas son colapsadas; cuando esto sucede, la mayor parte de las burbujas tienden a distribuirse en la parte superior de la tubería. Conforme se incrementa la velocidad del líquido tienden a dispersarse de manera más homogénea en toda la sección transversal de la tubería.

Bajo condiciones de flujo burbuja dispersa, debido a la alta velocidad del líquido, las dos fases se desplazan a la misma velocidad y el flujo puede considerarse homogéneo.

### **2.3.4 Factores que afectan al patrón de flujo**

Existen elementos determinantes para que cierto comportamiento de flujo se presente; los más importantes se consideran a continuación:

- Gasto de cada fase
- Presión
- Condiciones de transferencia de calor
- Propiedades de los fluidos transportados ( $\rho, \mu, \sigma, \dots$ )
- Geometría del ducto
- Dirección del flujo (ascendente, descendente, flujo paralelo, flujo contracorriente)



### 2.3.5 Mapas de patrones de flujo

Los objetivos principales que se persiguen al modelar el comportamiento de flujo en la producción de fluidos en pozos, tuberías y “risers”, son el de predecir la caída de presión, la distribución de las fases, el potencial de la producción en presencia de flujo bache y las características térmicas del sistema.

La identificación y clasificación del flujo multifásico en patrones de flujo, aunque de manera subjetiva, ha representado una aproximación útil para modelar los comportamientos de flujo en el sistema. En particular, la **caída de presión y el colgamiento difieren en gran medida entre un patrón de flujo y otro**, de ahí los beneficios de la predicción del mismo y la subsecuente aplicación de correlaciones apropiadas y específicas a cada patrón de flujo en cuestión.

Las primeras aproximaciones para la predicción de los patrones de flujo fueron empíricas. Dichas aproximaciones eran llevadas a cabo principalmente mediante observaciones experimentales. Usualmente los datos eran registrados en una gráfica de dos dimensiones, y los límites de transición entre los diferentes patrones de flujo eran determinados; a este tipo de gráficas se les llamó “*mapas de patrones de flujo*”. En la mayoría de los casos, las coordenadas fueron elegidas de manera arbitraria, sin poseer realmente bases físicas. Por consiguiente, cada mapa es confiable sólo en el rango de condiciones similares a aquellas bajo las cuales los datos fueron adquiridos, y por lo tanto, la extensión para otras condiciones de flujo es incierta.

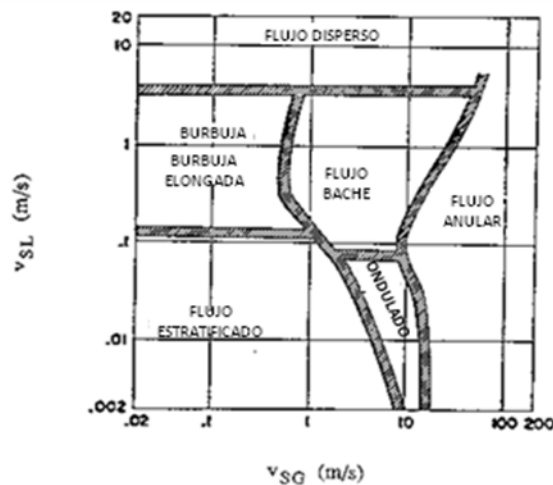
A continuación se presenta en las **Tablas 2.1 y 2.2** un resumen de las principales características de los mapas de patrones de flujo publicados (Shoham, 2001), tanto para flujo multifásico horizontal como para vertical. Como puede observarse, la mayoría de los mapas poseen coordenadas dimensionales, tal como gastos másicos, cambios en la cantidad de movimiento o las velocidades superficiales de las fases, éstas últimas utilizadas por Mandhane (1974).

El mapa de patrones de flujo de Mandhane, mostrado en la **Fig. 2.8**, es el único basado en un gran banco de datos (banco de datos de AGA-API), cuya cantidad asciende a 1178 datos puntuales para sistemas de agua-aire en tuberías de diámetro reducido, es decir, entre 1.3 y 5 [cm].

Varios investigadores han intentado extender la validez de sus mapas de patrones de flujo eligiendo coordenadas adimensionales o factores de corrección para las propiedades físicas de los fluidos. Un ejemplo de un mapa de patrones de flujo con factores de corrección de las propiedades del fluido es el de Govier y Aziz (1972), mostrado en la **Fig. 2.9**, desarrollado para flujo multifásico vertical.

Las coordenadas adimensionales han sido propuestas, por ejemplo, por Griffith y Wallis (1961). Ellos han demostrado que la transición de flujo bache a flujo anular está gobernado por los grupos adimensionales de  $v_{sg}/v_m$  y  $v_m^2/gd$ , teniendo como resultado su mapa de patrones de flujo, tal como se muestra en la **Fig. 2.10**.

Por otra parte, es conveniente mencionar el trabajo realizado por O. Baker, ya que es considerado el pionero en el área de mapas de patrones de flujo; dio a conocer su mapa en 1954, mostrado en la **Fig. 2.11**, y parece ser el más perdurable, ya que se sigue utilizando en la industria petrolera.



**Fig. 2.8** Mapa de patrones de flujo de Mandhane (1971) para tuberías horizontales

**Tabla 2.1** Mapas publicados de patrones de flujo experimentales para dos fases en tuberías horizontales (O.Shoham, 2001).

Autor	Diámetro de la tubería [cm]	Sistema	Coordenadas de los mapas
Kostrein (1949)	2.54, 5.1, 7.62, 10.16	agua-aire	$v_{sg} / v_m, v_m$
Begelin y Gazley (1949)	2.54	agua-aire	$\dot{m}_L, \dot{m}_g$
Johnson y Abou Sabe (1952)	2.21	agua-aire	$\dot{m}_L, \dot{m}_g$
Alves (1954)	2.54	aire-agua-aceite	$v_{sg}, v_{sL}$
Baker (1954)	datos de otros	agua-aire	$\frac{G_g}{\lambda}, \frac{\lambda \psi G_l}{G_g}$
White y Huntington (1959)	2.54, 3.8, 5.1	aire/gas natural- aire/aceite	$M_g, M_L$
Hoogendorn (1959)	2.54, 9.1, 14	agua-aire/aceite	$v_{sg} / v_m, v_m$
Govier y Omer (1962)	2.54	aire-agua	$M_g, M_L$
Eaton et al. (1967)	5.1, 10.16, 43.18	gas natural- agua/aceite crudo	$Re_{TP}, We_{TP}$
Al-Sheikh et al. (1970)	banco de datos	gas-líquido	10 coordenadas diferentes
Govier y Aziz (1972)	datos de otros	agua-aire	$v_{sL}, v_{sg}$
Mandhane et al. (1974)	banco de datos	agua-aire	$X_{v_{sl}}, Y_{v_{sg}}$
Simpson et al. (1977)	12.7, 21.6	agua-aire	$v_{sL}, v_{sg}$
Weisman et al. (1979)	1.2, 2.54, 5.1	gas-líquido	$M_g, M_L$

**Tabla 2.2** Mapas publicados de patrones de flujo experimentales para dos fases en tuberías verticales (O.Shoham, 2001).

Autor	Diámetro de la tubería [cm]	Sistema	Coordenadas de los mapas
Kostrein (1949)	2.54	agua-aire	$v_{sg} / v_m, v_m$
Kozolov (1954)	2.54	agua-aire	$\frac{v_{sg}}{v_m}, \frac{v_m^2}{gd}$
Galegar et al. (1954)	1.2, 5.1	agua-aire/keroseno	$M_g, M_L$
Govier et al. (1957, 1958, 1960)	2.54	aire-agua	$\dot{m}_L, \dot{m}_g$
Griffith y Wallis (1961)	1.2 a 5.75	vapor-agua	$\frac{v_{sg}}{v_m}, \frac{v_m^2}{gd}$
Duns y Ros (1963)	8	aire-aceite	$v_{sg} \left( \frac{\rho_{sL}}{g\sigma} \right)^{1/4}, v_{sL}$
Sterling (1965)	2.54	agua-aire	$v_{sL}, v_{sg}$
Wallis (1969)	2.54	aire-agua	$v_{sL}, v_{sg}$
Hewitt y Roberts (1969)	3.18	agua-aire	$\rho_g v_{sg}^2, \rho_L v_{sL}^2$
Govier y Aziz (1972)	2.54	agua-aire	$Xv_{sL}, Yv_{sg}$
Oshinowo y Charles (1974)	2.54	agua-aire/glicerina	$\frac{v_m^2}{gd\sqrt{\Lambda}}, \left( \frac{v_{sg}}{v_{sL}} \right)^{0.5}$
Gould (1974), Gould et al. (1974)	datos de otros	agua-aire/aceite	$v_{sg} \left( \frac{\rho_L}{g\sigma} \right)^{0.25}, v_{sL} \left( \frac{\rho_L}{g\sigma} \right)$
Simpson et al. (1977)	datos de otros	varios sistemas de líquido-gas	$\rho_g v_{sg}^2, \rho_L v_{sL}^2$
Weisman et al. (1979)	1.2, 2.54, 5.1	gas-líquido	$M_g, M_L$

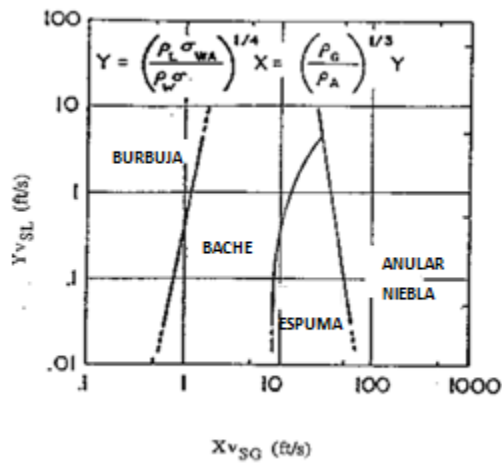


Fig. 2.9 Mapa de patrones de flujo de Govier-Aziz (1972) para tuberías verticales

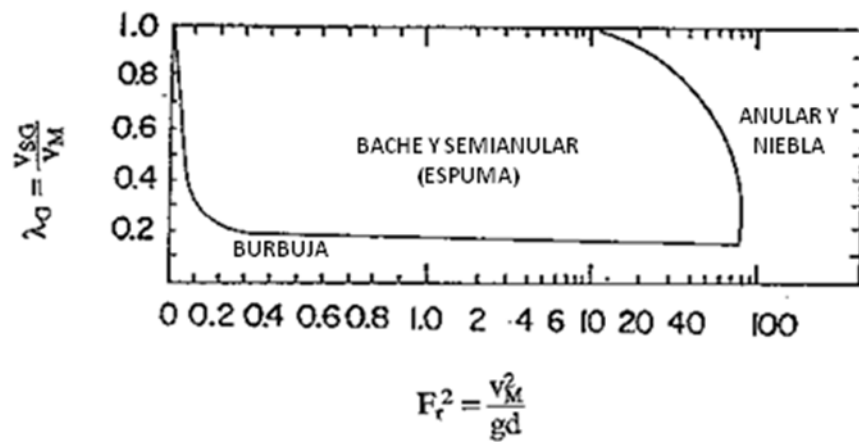


Fig. 2.10 Mapa de patrones de flujo de Griffith y Wallis (1961) para tuberías verticales

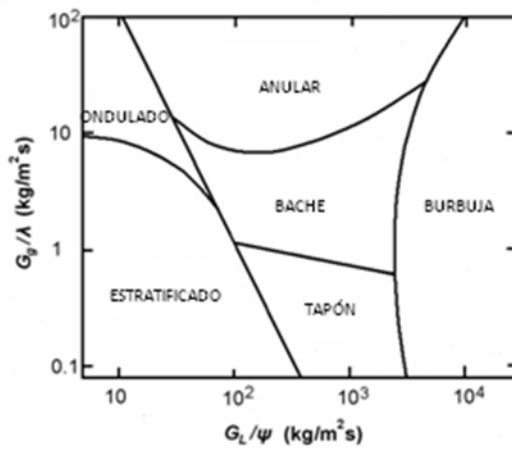


Fig. 2.11 Mapa de patrones de flujo de Baker (1954) para tuberías horizontales

## 2.3.6 Ecuación de continuidad para flujo multifásico (régimen permanente)

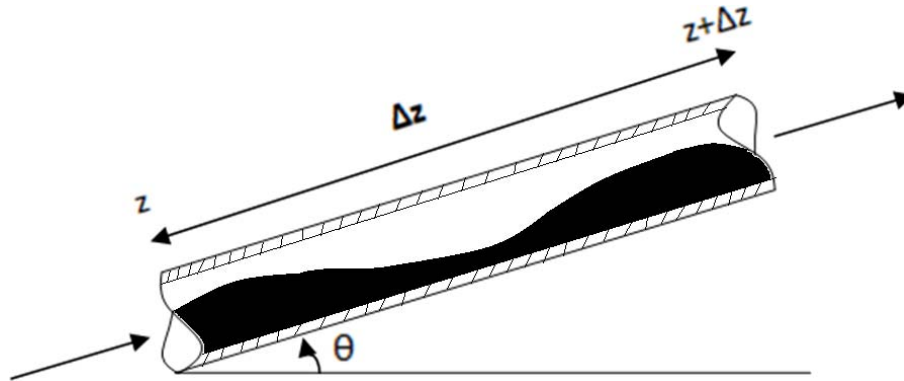


Fig. 2.12 Volumen de control

## Fase líquida

$$\dot{m}_{L(z)} - \dot{m}_{L(z+\Delta z)} + \Gamma_{LG} A \Delta z = \frac{\partial m_L}{\partial t} \quad (2.38)$$

$$(\rho_L v_L A_L)_Z - (\rho_L v_L A_L)_{Z+\Delta Z} + \Gamma_{LG} A \Delta z = \frac{\partial (\rho_L A_L \Delta z)}{\partial t} \quad (2.39)$$

$$(\rho_L v_L A_L)_Z - (\rho_L v_L A_L)_{Z+\Delta Z} + \Gamma_{LG} A \Delta z = A \Delta z \frac{\partial (\rho_L \alpha_L)}{\partial t} \quad (2.40)$$

$$(\rho_L v_L \alpha_L)_Z - (\rho_L v_L \alpha_L)_{Z+\Delta Z} + \Gamma_{LG} = \frac{\partial (\rho_L \alpha_L)}{\partial t} \quad (2.41)$$

$$-\frac{\Delta (\rho_L v_L \alpha_L)}{\Delta z} + \Gamma_{LG} = \frac{\partial (\rho_L \alpha_L)}{\partial t} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial (\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_L v_L \alpha_L)}{\partial z} = \Gamma_{LG} \quad (2.43)$$

Similarmente, para la fase gaseosa:

$$\frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G v_G)}{\partial z} = -\Gamma_{LG} \quad (2.44)$$

Para una mezcla de gas-líquido:

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L v_L + \rho_G \alpha_G v_G)}{\partial z} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L v_{SL} + \rho_G v_{SG})}{\partial z} = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_L v_{SL} + \rho_G v_{SG}) = 0 \quad (2.47)$$

$$(\rho_L v_{SL} + \rho_G v_{SG}) A = C_1 A \quad (2.48)$$

$$\dot{m}_L + \dot{m}_G = \dot{m}_T \quad (2.49)$$

### 2.3.7 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento (régimen permanente)

$$\Sigma F_z = \frac{d(mv)}{dt} = 0 \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned}
 (P_L A_L)_Z - (P_L A_L)_{Z+\Delta Z} - \rho_L A_L \Delta z g \sin \theta - \tau_{WL} S_L \Delta z + [(\rho_L A_L v_L)^* v_L]_Z \\
 - [(\rho_L A_L v_L)^* v_L]_{Z+\Delta Z} + \tau_i S_i \Delta z = 0
 \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$-\frac{\Delta (P_L \alpha_L)}{\Delta z} - \rho_L \alpha_L g \sin \theta - \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} - \frac{\Delta (\rho_L \alpha_L v_L^2)}{\Delta z} = 0 \quad (2.52)$$

$$-\frac{\partial (P_L \alpha_L)}{\partial z} - \rho_L \alpha_L g \sin \theta - \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} - \frac{\partial (\rho_L \alpha_L v_L^2)}{\partial z} = 0 \quad (2.53)$$

$$-\frac{\partial (P_L \alpha_L)}{\partial z} - \rho_L \alpha_L g \sin \theta - \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} - v_L \frac{\partial (\rho_L \alpha_L v_L)}{\partial z} - \rho_L \alpha_L v_L \frac{\partial v_L}{\partial z} = 0 \quad (2.54)$$

$$-\frac{\partial (P_L \alpha_L)}{\partial z} - \rho_L \alpha_L g \sin \theta - \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} - v_L \Gamma_{GL} - \rho_L \alpha_L v_L \frac{\partial v_L}{\partial z} = 0 \quad (2.55)$$

Similarmente, para la fase gaseosa se tiene:

$$-\frac{\partial (P_G \alpha_G)}{\partial z} - \rho_G \alpha_G g \sin \theta - \frac{\tau_{WG} S_G}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} - v_G \Gamma_{GL} - \rho_G \alpha_G v_G \frac{\partial v_G}{\partial z} = 0 \quad (2.56)$$



En consecuencia, se tiene para una mezcla:

$$\begin{aligned} \frac{-\partial (P_L \alpha_L + P_G \alpha_G)}{\partial z} - (\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G) g \sin \theta - \left( \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_{WG} S_G}{A} \right) + (v_G - v_L) \Gamma_{GL} \\ - \rho_L \alpha_L v_L \frac{\partial v_L}{\partial z} - \rho_G \alpha_G v_G \frac{\partial v_G}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_m g \sin \theta - \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{fricción}} + \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{aceleración}} = 0 \quad (2.58)$$

Donde:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{fricción}} = \left( \frac{\tau_{WL} S_L}{A} + \frac{\tau_{WG} S_G}{A} \right) = f_{TP} \frac{\rho_m v_m^2}{2d}$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{aceleración}} = \rho_L \alpha_L v_L \frac{\partial v_L}{\partial z} - \rho_G \alpha_G v_G \frac{\partial v_G}{\partial z}$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{hidrostático}} = \rho_m g \sin \theta = (\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G) g \sin \theta$$

$$(v_G - v_L) \Gamma_{GL} = \text{pequeño comparado con otros términos.}$$

## 2.4 Predicción del gradiente de presión

En los primeros estudios realizados para la predicción del gradiente de presión, el flujo multifásico se consideraba como una mezcla homogénea de gas y líquido; dicha

consideración no tomaba en cuenta la diferencia entre las velocidades a las que viajaban las fases, despreciando así el efecto del resbalamiento y obteniendo resultados poco satisfactorios para el cálculo de la caída de presión en la tubería.

Posteriormente hubo mejoras en los métodos mediante la implementación de correlaciones empíricas de colgamiento, y como consecuencia, se consideraba ya el resbalamiento entre fases; sin embargo, a pesar de que el colgamiento y los efectos de fricción dependían fuertemente de los patrones de flujo, predichos por los mapas de patrones de flujo empíricos, estos métodos siguen considerando al flujo como una mezcla homogénea, lo cual se aleja de la realidad, propiciando la obtención de información insuficiente en cuanto a la predicción del gradiente de presión. La necesidad de mejorar las predicciones del comportamiento de flujo ha llevado a diversos investigadores a crear **correlaciones empíricas** o **modelos mecanicistas**; estos últimos se basan en el uso de las leyes básicas de la física.

#### 2.4.1 Correlaciones empíricas para flujo multifásico vertical

Tal como se mencionó anteriormente, las pérdidas de energía en un sistema integral de producción están distribuidas en los diferentes componentes del mismo. El flujo en los pozos suele representar alrededor del 80% del total de la caída de presión en el sistema. Estas pérdidas de presión se originan principalmente por aceleración, fricción y cambio en la elevación, cuya contribución se muestra en la **Tabla 2.3**:

**Tabla 2.3** Distribución aproximada de las pérdidas de presión en pozos (Beggs, 1991)

Componente	Porcentaje de la $\Delta P$ total	
	Pozos de aceite	Pozos de gas
Elevación	70-90	20-50
Fricción	10-30	30-60
Aceleración	0-10	0-10

### Clasificación de las correlaciones empíricas:

**Categoría A.** Aquí se incluyen todas aquellas correlaciones que no hacen consideración del resbalamiento, así como tampoco distinguen patrones de flujo. La densidad de la mezcla es calculada mediante los gastos de gas y líquido en la entrada, lo que significa que se hace la consideración de que las fases viajan a la misma velocidad. La única correlación requerida es para estimar el factor de fricción.

**Categoría B.** En esta categoría, las correlaciones ya consideran el resbalamiento entre las fases, lo cual significa que se tiene en cuenta el que las fases viajan a diferentes velocidades. Sin embargo, no se consideran los patrones de flujo. Para el cálculo del gradiente de presión, se requieren de correlaciones tanto para estimar el factor de fricción como para el colgamiento.

**Categoría C.** En esta categoría se incluyen las correlaciones más completas, ya que se considera tanto el resbalamiento entre fases como el patrón de flujo presente. Se necesitan diferentes métodos para la predicción del patrón de flujo, ya que una vez establecido éste, se determinan las correlaciones indicadas para el cálculo de la fricción y colgamiento.

La **Tabla 2.4** muestra las correlaciones empíricas publicadas para flujo ascendente vertical, así como la categoría a las que pertenecen:

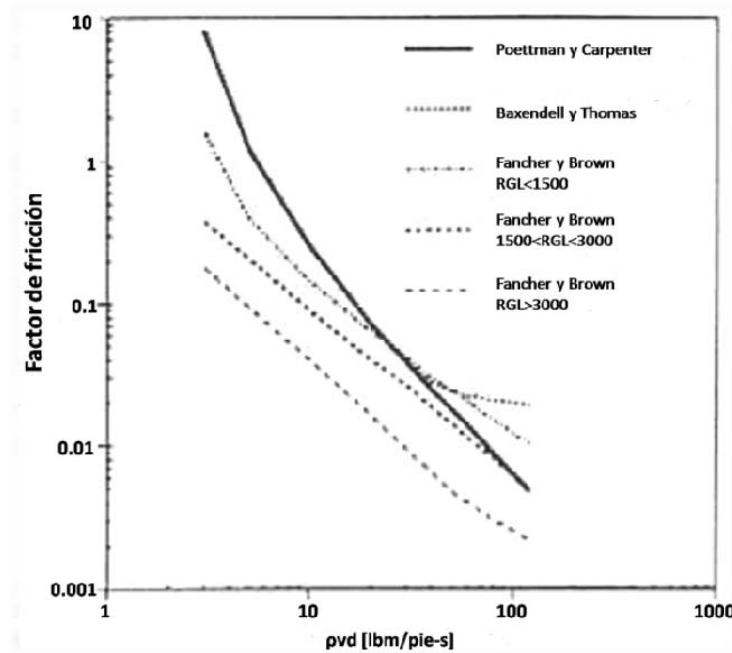
**Tabla 2.4** Correlaciones empíricas para flujo ascendente vertical (Brill, 1999)

Método	Categoría
Poettman y Carpenter	A
Baxendell y Thomas	A
Fancher y Brown	A
Hagedorn y Brown	B
Gray	B
Asheim	B
Duns y Ros	C
Orkiszewsky	C
Aziz et al.	C
Chierici et al.	C
Beggs y Brill	C
Mukherjee y Brill	C

Es importante señalar que las correlaciones de *Beggs-Brill* y *Mukherjee-Brill* también están diseñadas para ángulos diferentes al flujo vertical, por lo que son aplicables tanto en pozos inyectoros como en tuberías con distintos ángulos de inclinación.

### Categoría A

Los tres métodos considerados en esta categoría únicamente difieren en la correlación en que se basan para determinar el valor del factor de fricción, tal como se muestra en la **Fig. 2.13**.



**Fig. 2.13** Correlaciones para calcular el factor de fricción (Brill y Mukherjee, 1999)

Para un flujo vertical de una mezcla homogénea sin resbalamiento, la ecuación 2.17 puede expresarse como:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right) = \frac{f\rho_n v_m^2}{2d} + \rho_n g \tag{2.59}$$

Donde:

$$\rho_n = \rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - \lambda_L) \quad (2.60)$$

Cabe mencionar que los parámetros con subíndice “*n*” o “*s*”, están referidos a la consideración o no del resbalamiento entre fases. Dichos subíndices tienen origen en los términos en inglés “*slip*” (con resbalamiento), o bien, “*no-slip*” (sin resbalamiento).

### **Categoría B**

En esta categoría se incluyen tres métodos. Hagedorn y Brown es un método general desarrollado para un amplio rango de condiciones de flujo bifásico. El método de Gray es un método orientado para utilizarse con pozos de gas que además producen condensados y/o agua libre. El método de Asheim utiliza un programa llamado MONA, el cual está basado en un método que incorpora algunos mecanismos básicos, pero también permite el ajuste de parámetros empíricos para ajustar las mediciones de presión disponibles.

### **Método de Hagedorn y Brown**

El método de Hagedorn y Brown fue desarrollado mediante la obtención de datos experimentales de caídas de presión y gastos de flujo de un pozo instrumentado de 1500 pies de profundidad. El aire representaba la fase gaseosa, y además se utilizaron cuatro líquidos diferentes: agua y aceite crudo con viscosidades de 10, 30 y 110 [cP]; se utilizaron también tuberías de 1.0, 1.25 y 1.5 [pg] de diámetro. Los datos utilizados para la determinación de este método representan uno de los trabajos más extensos reportados. Durante el estudio de Hagedorn y Brown no se midió colgamiento ni se identificó ningún patrón de flujo.

Finalmente desarrollaron una ecuación de gradiente de presión que, después de asumir una correlación para calcular el factor de fricción, permitió el cálculo de valores de *pseudo-colgamiento* para cada prueba, con la finalidad de ajustar los gradientes de presión medidos.

Por lo tanto, los valores utilizados para desarrollar la correlación de colgamiento no fueron medidas reales de la porción de tubería ocupada por líquido.

$$\frac{dP}{dz} = \frac{f \rho_n v_m^2}{2\rho_s d} + \rho_s g + \frac{\rho_s \Delta (v_m^2)}{2dz} \quad (2.61)$$

Se debe determinar un valor de colgamiento para calcular el componente del gradiente de presión correspondiente al cambio en la elevación. Para correlacionar los valores de *pseudo-colgamiento*, Hagedorn y Brown utilizaron grupos adimensionales propuestos por Duns y Ros:

- Número de velocidad del líquido:

$$N_{Lv} = v_{SL} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g\sigma_L}} \quad (2.62)$$

- Número de velocidad del gas:

$$N_{Gv} = v_{SG} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g\sigma_L}} \quad (2.63)$$

- Número de diámetro de la tubería:

$$N_d = d \sqrt{\frac{\rho_L g}{\sigma_L}} \quad (2.64)$$

- Número de viscosidad de líquido:

$$N_L = \mu_L \sqrt[4]{\frac{g}{\rho_L \sigma_L^3}} \quad (2.65)$$

Donde:

$$\begin{array}{lll} v_{SL} = [\text{pie/s}] & \rho_L = [\text{lbm/pie}^3] & \mu_L = [\text{cP}] \\ v_{SG} = [\text{pies/s}] & \sigma_L = [\text{dinas/cm}] & d = [\text{pies}] \end{array}$$

La **Fig. 2.14** muestra las correlaciones utilizadas en el método de Hagedorn y Brown. La **Fig. 2.14b** muestra una correlación para el colgamiento dividido entre un factor de corrección  $\psi$ ; la abscisa requiere el valor de  $N_{LC}$ , el cual está correlacionado con  $N_L$  en la **Fig. 2.14a**. La **Fig. 2.14c** muestra la correlación para determinar el factor de corrección. Una vez determinado el valor del colgamiento, la densidad de la mezcla puede ser calculada mediante la ecuación **2.37**.

Luego entonces, Hagedorn y Brown asumieron que los factores de fricción para las dos fases podían calcularse de la misma manera que para el caso de una fase. Por lo tanto,  $f$  es obtenida a partir del diagrama de Moody de una fase (Fig. 2.4), para una rugosidad relativa dada y para un Número de Reynolds para dos fases, definido de la siguiente manera:

$$N_{Re} = \frac{\rho_n v_m d}{\mu_s} \quad (2.66)$$

$$\mu_s = \mu_L H_L + \mu_g (1 - H_L) \quad (2.67)$$

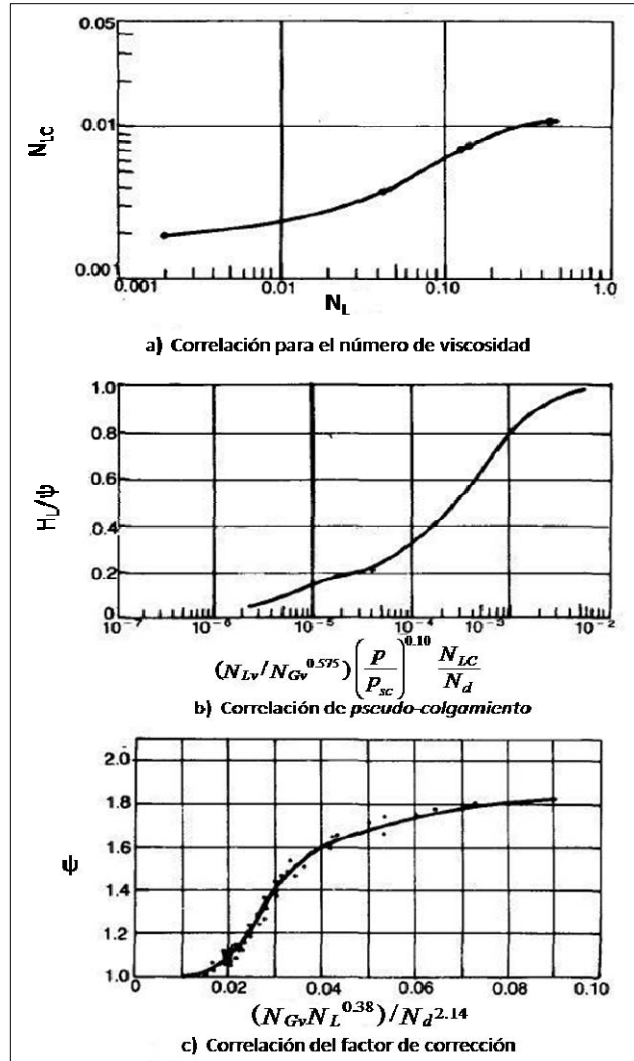


Fig. 2.14 Correlaciones utilizadas por Hagedorn y Brown para el cálculo del colgamiento (modificado de Beggs, 1991)

Finalmente, el componente del gradiente de presión debido a la aceleración se determina mediante:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{\text{aceleración}} = \frac{\rho_s \Delta(v_m^2)}{2dz} \quad (2.68)$$

Donde:

$$\Delta(v_m^2) = v_{m1}^2 - v_{m2}^2 \quad (2.69)$$



## Categoría C

Los métodos incluidos en esta categoría difieren en la manera de predecir el patrón de flujo; una vez determinado éste, se predice el valor del colgamiento y de los componentes de fricción y aceleración del gradiente de presión.

### Método de Beggs y Brill

El método de Beggs y Brill fue el primero con el que se contó para la predicción del comportamiento de flujo con todos los ángulos de inclinación, incluyendo pozos direccionales. Su instalación de prueba fue de 1 y 1.5 [pg] de secciones de tubería de acrílico de 90 [pies] de longitud. La tubería podía inclinarse a cualquier ángulo respecto a la horizontal. Los fluidos eran aire y agua. Para cada tamaño de tubería, se variaron los gastos de líquido y gas; cuando se inclinó la tubería de manera vertical, todos los patrones de flujo pudieron ser observados. Después de que fue establecido un conjunto de gastos de flujo, la inclinación de la tubería se varió a diferentes ángulos; así se pudieron observar los efectos de la inclinación en el colgamiento y en el gradiente de presión. Tanto el colgamiento como el gradiente de presión, fueron medidos con los siguientes ángulos de inclinación respecto a la horizontal:  $0^\circ$ ,  $\pm 5^\circ$ ,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 35^\circ$ ,  $\pm 55^\circ$ ,  $\pm 75^\circ$  y  $\pm 90^\circ$ . Las correlaciones se desarrollaron con base en 584 pruebas.

Beggs y Brill propusieron la siguiente ecuación de gradiente de presión para una tubería inclinada:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{\frac{f\rho_n v_m^2}{2d} + \rho_s g \sin\theta}{1 - E_k} \quad (2.70)$$

Donde el valor de  $\rho_s$  está dado por la ecuación 2.37 y  $E_k$  por se define como sigue:

$$E_k = \frac{v_m v_{Sg} \rho_n}{p} \quad (2.71)$$

La Fig. 2.7 ilustra los patrones de flujo horizontal considerados por Beggs y Brill. Sobre la base de las observaciones hechas únicamente para flujo horizontal, ellos crearon un mapa empírico para la predicción del patrón de flujo. Su mapa de patrones de flujo original ha sido ligeramente modificado para incluir una zona de transición entre los patrones de flujo segregado e intermitente.

Beggs y Brill eligieron correlacionar las fronteras de transición de los patrones de flujo sin resbalamiento y el Número de Froude, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$N_{Fr} = \frac{v_m^2}{gd} \quad (2.72)$$

Las ecuaciones para las fronteras de transición de patrones de flujo modificadas son:

$$L_1 = 316 \lambda_L^{0.302} \quad (2.73)$$

$$L_2 = 0.000925 \lambda_L^{-2.468} \quad (2.74)$$

$$L_3 = 0.10 \lambda_L^{-1.452} \quad (2.75)$$

$$L_4 = 0.5 \lambda_L^{-6.738} \quad (2.76)$$

Las siguientes desigualdades son utilizadas para determinar el patrón de flujo que existiría si la tubería fuera horizontal. Este patrón de flujo es un parámetro de correlación, y de no ser la tubería horizontal, no da información acerca del patrón de flujo presente.

- **Flujo segregado:**  $\lambda_L < 0.01$  y  $N_{Fr} < L_1$     o     $\lambda_L \geq 0.01$  y  $N_{Fr} < L_2$
  
- **Flujo de transición:**  $\lambda_L \geq 0.01$  y  $L_2 \leq N_{Fr} \leq L_3$
  
- **Flujo intermitente:**  $0.01 \leq \lambda_L < 0.4$  y  $L_3 < N_{Fr} \leq L_1$     o     $\lambda_L \geq 0.4$  y  $L_3 < N_{Fr} \leq L_4$
  
- **Flujo distribuido:**  $\lambda_L < 0.4$  y  $N_{Fr} \geq L_1$     o     $\lambda_L \geq 0.4$  y  $N_{Fr} > L_4$

Fueron desarrolladas diferentes correlaciones para estimar el gradiente de presión para tres patrones de flujo horizontales. Primero se calcula el colgamiento que existiría si la tubería estuviese horizontal, y después es corregido para el ángulo de inclinación que se presente. La **Fig. 2.15** muestra la variación del colgamiento con respecto a la inclinación de la tubería para tres de sus pruebas. El colgamiento alcanzó su máximo valor a aproximadamente  $-50^\circ$ . Para grandes gastos de flujo, correspondientes a lo que ahora se llama flujo “*burbuja dispersa*”, el colgamiento fue prácticamente independiente del ángulo de inclinación.

Además, se utilizan las mismas ecuaciones para calcular el colgamiento para todos los patrones de flujo. Sin embargo, los coeficientes empíricos son diferentes para cada patrón de flujo.

El colgamiento que existiría si la tubería estuviese horizontal, puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$H_{L(0)} = \frac{a \lambda_L^b}{N_{Fr}^c} \quad (2.77)$$

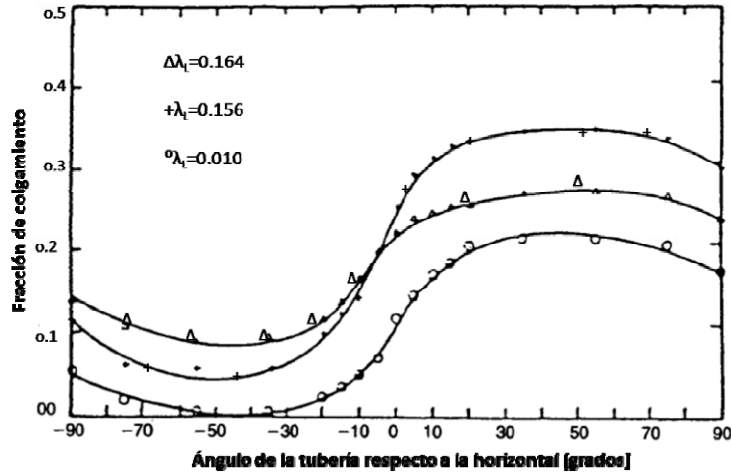


Fig. 2.15 Efecto del ángulo de inclinación sobre el colgamiento (Brown, 1977)

La ecuación anterior tiene la restricción de  $H_{L(0)} \geq \lambda_L$ . Los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  están determinados por la **Tabla 2.5**, para cada uno de los tres patrones de flujo horizontales considerados. La siguiente ecuación calcula el valor del colgamiento corregido por efecto de la inclinación de la tubería.

$$H_{L(\theta)} = H_{L(0)} \psi \quad (2.78)$$

**Tabla 2.5** Coeficientes empíricos para colgamiento horizontal de Beggs y Brill

Patrón de flujo	$a$	$b$	$c$
Segregado	0.980	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

El factor de corrección  $\psi$  está definido por la siguiente ecuación:

$$\psi = 1.0 + C \left[ \text{sen}(1.8\theta) - 0.333\text{sen}^3(1.8\theta) \right] \quad (2.79)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo real de inclinación de la tubería, respecto a la horizontal. El parámetro “C” es calculado de la siguiente forma:

$$C = (1.0 - \lambda_L) \ln (e \lambda_L^f N_{Lv}^g N_{Fr}^h) \quad (2.80)$$

La ecuación 2.80, tiene la restricción de  $C \geq 0$ . Los coeficientes  $e, f, g$  y  $h$ , son determinados mediante **la Tabla 2.6** para cada patrón de flujo.

Cuando el patrón de flujo resulta ubicarse en la región de transición, el colgamiento debe interpolarse entre los valores de colgamiento de los patrones segregado e intermitente, tal como se muestra a continuación:

$$H_{L(\theta)Tr} = AH_{L(\theta)seg} + (1-A) H_{L(\theta)int} \quad (2.81)$$

Donde:

$$A = \frac{L_3 - N_{Fr}}{L_3 - L_2} \quad (2.82)$$

**Tabla 2.6** Coeficientes empíricos de Beggs y Brill para el cálculo de  $C$

Patrón de flujo	$e$	$f$	$g$	$h$
<b>Segregado ascendente</b>	0.011	-3.768	3.5390	-1.6140
<b>Intermitente ascendente</b>	2.960	0.3050	-0.4473	0.0978
<b>Distribuido ascendente</b>	Sin corrección: $C=0; \psi=1$			
<b>Todos descendente</b>	4.700	-0.3692	0.1244	-0.5056

Posteriormente, la predicción del factor de fricción, se calcula con la siguiente ecuación:

$$f = f_n \left( \frac{f}{f_n} \right) \quad (2.83)$$

El factor de fricción ( $f_n$ ) se determina mediante el diagrama de Moody, con el uso del Número de Reynolds:

$$N_{Re} = \frac{\rho_n v_m d}{\mu_n} \quad (2.84)$$

Donde:

$$\mu_n = \mu_L \lambda_L + \mu_G (1 - \lambda_L) \quad (2.85)$$

La fracción del factor de fricción para dos fases fue correlacionado por datos experimentales de Beggs y Brill, resultando lo siguiente:

$$\left(\frac{f}{f_n}\right) = e^s \quad (2.86)$$

Donde:

$$s = \frac{\ln y}{-0.0523 + 3.182 \ln y - 0.8725(\ln y)^2 + 0.01853(\ln y)^4} \quad (2.87)$$

$$y = \frac{\lambda_L}{[H_{L(\theta)}]^2} \quad (2.88)$$

La ecuación 2.88 contiene discontinuidades para valores de “y” aproximadamente entre  $2.63 \times 10^{-4}$  y 1.016. Debido a lo anterior, Beggs y Brill propusieron la siguiente correlación para calcular el valor de “s” cuando  $1 < y < 1.2$ :

$$s = \ln ( 2.2y - 1.2) \quad (2.89)$$

### Unidades para las correlaciones anteriores

Parámetro(s)	Unidades	Parámetro(s)	Unidades
Viscosidades	[cP]	Presión	[lbf/pg <sup>2</sup> ]
Tensión superficial	[dinas/cm]	Diámetro	[pg]
Gastos volumétrico de aceite	[bpd]	Gasto volumétrico de gas	[scf/d]
Densidades	[lbm/pie <sup>3</sup> ]	Rugosidad	[pies]

### 2.4.2 Correlaciones empíricas para flujo multifásico horizontal

Las mejores correlaciones empíricas para calcular el gradiente de presión en tuberías horizontales (Brown,1977) son: Dukler (caso I y II), Eaton *et al.* y Beggs-Brill .Dentro de esta consideración, se cree que la correlación de Dukler (caso II) es la que proporciona mejores resultados. Las razones principales para ello es que la correlación de Eaton *et al.* presenta deficiencias para crudos muy viscosos, deteriorando su método en la presencia de valores pequeños de RGA.

Cabe mencionar que la mayoría de los casos de flujo horizontal se presentan de manera turbulenta. El método de Eaton *et al.* proporciona buenos resultados para tuberías de 2 y 4 [pg], ya que la mayoría de sus datos provienen de esos diámetros. El método de Beggs-Brill representa una correlación práctica, ya que puede utilizarse para cualquier ángulo de inclinación de la tubería.

#### Método de Dukler

Dukler identificó cuatro fuerzas diferentes que actúan sobre los fluidos. Estas fuerzas son: las que se originan debido a la presión, fuerzas viscosas de corte, fuerzas de gravedad y las fuerzas debido a la inercia o a la aceleración del fluido. Para un flujo horizontal no existe la fuerza debida a la gravedad; por lo tanto restan tres. Dukler asumió la existencia de la similitud entre la cinemática y dinámica de los fluidos.

Posteriormente, Dukler utilizó una combinación del análisis dimensional y el de similitud, con la finalidad de establecer expresiones que pudieran calcular las pérdidas de presión. El colgamiento se correlacionó con el colgamiento sin resbalamiento ( $\lambda_L$ ) y con un Número de Reynolds para dos fases. La manera de calcular el valor de  $H_L$  es iterativa, ya que el Número de Reynolds incluye a  $H_L$  en el término de la densidad. La correlación de colgamiento se muestra en la **Fig. 2.16**. Posteriormente, en la **Fig. 2.17**, se ilustra un factor de fricción normalizado, mediante el cual se calcula el factor de fricción para las dos fases.



El método de Dukler ha sido ampliamente utilizado en las industrias del petróleo y de tuberías; ha proporcionado buenos resultados para un amplio rango de diámetros.

Dukler propuso correlaciones para dos escenarios en particular. El caso I es aplicable cuando se asume que no existe resbalamiento entre fases, y en consecuencia, se supone que los fluidos viajan como una mezcla homogénea. En el caso II, se considera que existe resbalamiento entre las fases, pero la relación de sus velocidades respectivas con la promedio es constante.

### **Dukler Caso-I**

El primer caso del método de Dukler considera un flujo homogéneo, sin resbalamiento. A pesar de que casi siempre el flujo horizontal es altamente transitorio, la suposición de que el flujo se presenta en régimen permanente puede ser muy útil. El concepto clave del *Caso I*, consiste en que el colgamiento se define como la relación del gasto volumétrico de líquido con el gasto volumétrico total, o bien, la relación entre la velocidad superficial del líquido con la velocidad superficial total. Este método es muy simple y no requiere una predicción del patrón de flujo. Es en esencia, tan simple como el cálculo de la caída de presión en un flujo monofásico. Una vez que las propiedades del fluido son calculadas, se estiman los valores de colgamiento sin resbalamiento, la densidad y viscosidad de la mezcla. Mediante estos valores, se calcula el Número de Reynolds para dos fases, y en consecuencia, se obtiene un factor de fricción. El valor del gradiente de fricción es calculado y sumado al gradiente de aceleración si es necesario. Todo lo anterior proporciona la  $\Delta p$  total, y los procedimientos se repiten de ser necesario.

El procedimiento de prueba y error puede suprimirse con la suposición de una  $\Delta p$  y resolviendo para  $\Delta x$  directamente, hasta que  $\Sigma \Delta x$  sea igual a la longitud de la línea. Para el *Caso I*, la mezcla bifásica se considera equivalente a un solo fluido.

La ecuación que relaciona el factor de fricción con el Número de Reynolds es:

$$f_{TP} = 0.00140 + \frac{0.125}{(N_{Re})_{TP}^{0.32}} \quad (2.90)$$

No es necesario recurrir a ninguna correlación para obtener  $f_{TP}$  (del inglés “Two-Phase”). De hecho no es necesario recurrir a figuras o gráficas en el *Caso I*. La ecuación para calcular el número de Reynolds es:

$$(N_{Re})_{TP} = \frac{1488 \dot{m}_t}{\left(\frac{\pi}{4}\right) d \mu_n} \quad (2.91)$$

Donde:

$$\lambda_L = H_{L(ns)} = \frac{q_L}{q_L + q_g}$$

El componente del gradiente de presión debido a la fricción, puede ser obtenido mediante la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{2 M_T^2 f_{TP}}{g_c \rho_n d} \quad (2.92)$$

$$M_T = \frac{\dot{m}_t}{A_p} \quad (2.93)$$

La ecuación 2.93, se define como la *velocidad total de la masa*, la cual está definida por la relación entre el gasto másico total y el área transversal de tubería.

El gradiente de presión total se obtiene mediante la inclusión del término referido a la fricción al término referido a la aceleración. Por lo tanto, la ecuación final es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_t = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f}{(1-a)} \quad (2.94)$$

$$a = \frac{16\dot{m}_t \dot{m}_g \bar{p}}{\pi^2 g_c d^4 p_1 p_2 \rho_g} \quad (2.95)$$

En resumen, el método de *Dukler-Caso I*, consiste en los siguientes pasos:

- 1.- Conociendo la presión de entrada, suponer la caída de presión que se tendría para la longitud total de la línea horizontal, o bien, sólo para una distancia corta. En seguida, calcular una presión promedio entre la entrada y el extremo determinado.
- 2.- Obtener los valores de las propiedades de los fluidos, tales como  $Rs$ ,  $Bo$  y  $Z$ .
- 3.- Calcular los gastos volumétricos de líquido y de gas. [ $\text{pies}^3/\text{s}$ ]
- 4.- Calcular la fracción volumétrica de entrada de líquido ( $\lambda_l$ ).
- 5.- Calcular el gasto másico total ( $\dot{m}_t$ ). [ $\text{lb}_m/\text{s}$ ]
- 6.- Calcular la velocidad total de masa ( $M_T$ ). [ $\text{lb}_m/\text{s}^2 \cdot \text{pie}$ ]
- 7.- Calcular la densidad de la mezcla homogénea ( $\mu_n$ ). [ $\text{lb}_m/\text{pie}^3$ ]
- 8.- Calcular la viscosidad de la mezcla ( $\mu_n$ ). [cP]
- 9.- Calcular el Número de Reynolds para las dos fases ( $(N_{Re})_{TP}$ )
- 10.- Calcular el factor de fricción asumiendo una mezcla homogénea ( $f_{TP}$ ).
- 11.- Calcular el término del gradiente de presión debido a la fricción.
- 12.- Calcular el término del gradiente de presión debido a la aceleración.
- 13.- Calcular el gradiente total.
- 14.- Calcular la caída de presión total.

15.- Si la  $\Delta p$  supuesta no coincide con la obtenida finalmente, se repiten los catorce pasos anteriores.

### Dukler Caso-II

El Caso II de Dukler, también llamado “método de resbalamiento constante”, representa a uno de los métodos más ampliamente utilizados para un rango amplio de condiciones. El Caso II no requiere una correlación para el cálculo del colgamiento. Puede presentarse una confusión en el Caso II, la cual se origina al calcular el colgamiento sin resbalamiento,  $(\lambda_L)$ , de forma idéntica que para el Caso I; sin embargo, este valor es requerido para calcular el factor de fricción, tal como se muestra en la **Fig. 2.16**, para posteriormente determinar el verdadero valor de colgamiento  $(H_L)$ .

En el Caso II se asume que se presenta el fenómeno de resbalamiento, pero también que la relación de la velocidad de cada una de las fases con la velocidad promedio es constante. El factor de fricción está relacionado empíricamente con el Número de Reynolds, y además se requiere de un método para la predicción del colgamiento. Dukler originalmente sugirió utilizar la correlación de colgamiento de Hughmark, pero posteriormente, presentó otra correlación para el cálculo del mismo, como se muestra en la **Fig. 2.17**. El Número de Reynolds para la mezcla se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$(N_{Re})_{TP} = \frac{d v_m \rho_{TP}}{\mu_n} \quad (2.96)$$

$$\rho_{TP} = \rho_L \left( \frac{\lambda^2}{H_L} \right) + \rho_g \frac{(1-\lambda)^2}{(1-H_L)} \quad (2.97)$$

Finalmente, el gradiente de presión debido a la fricción es:

$$\Delta p_f = \frac{2 f_{TP} L \bar{v}_m^2 \rho_{TP}}{12 g_c d} \quad (2.98)$$

Donde:

$$L = [\text{pies}] \quad \bar{v}_m = [\text{pies/s}] \quad \rho_{TP} = [\text{lb}_m/\text{pie}^3] \quad d = [\text{pg}]$$

La pérdida de presión total, es la suma de las pérdidas por fricción y las pérdidas por aceleración, éstas últimas se consideran despreciables.

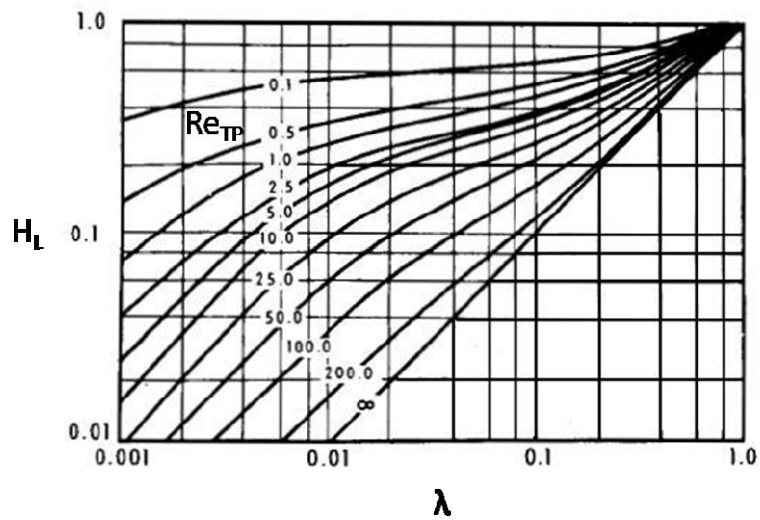


Fig. 2.16 Correlación de Dukler et al para la determinación del colgamiento (Brown, 1977)

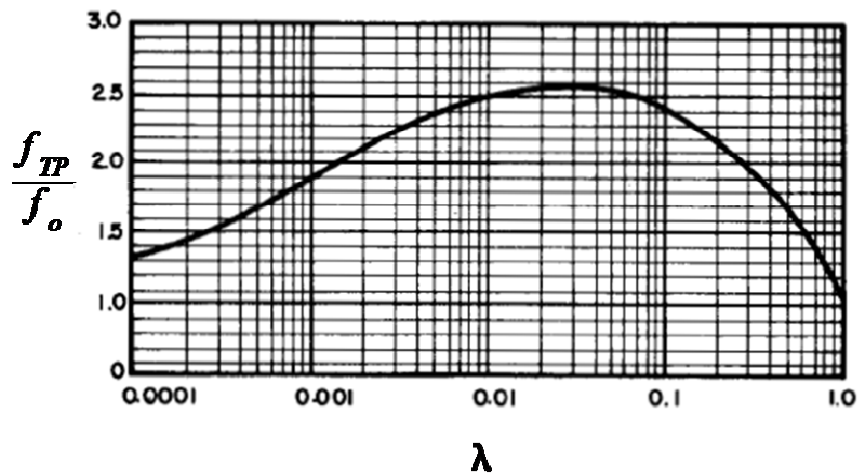


Fig. 2.17 Factores de fricción para dos fases de Dukler (Brown, 1977)

En resumen, el método de Dukler *Caso II*, consiste en el siguiente procedimiento:

- 1.- Conociendo la presión de entrada, asumir un  $\Delta p$  y calcular la presión promedio ( $\bar{P}$ ).
- 2.- Obtener valores promedio para  $R_s, Bo, Z$ .
- 3.- Calcular los gastos volumétricos tanto de líquido como de gas. [pies<sup>3</sup>/s]
- 4.- Calcular el valor de la fracción volumétrica de entrada de líquido ( $\lambda_L$ ).
- 5.- Calcular la densidad del líquido. [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]
- 6.- Calcular la densidad del gas. [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]
- 7.- Calcular la velocidad de la mezcla. [pies/s]  $v_m = \frac{144}{A} q_t$
- 8.- Calcular la viscosidad de la mezcla ( $\mu_n$ ). [lb<sub>m</sub>/pie\*s]
- 9.- Estimar un valor para el colgamiento ( $H_L$ ).
- 10.- Calcular la densidad para las dos fases ( $\rho_{TP}$ ). [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]
- 11.- Calcular el Número de Reynolds para las dos fases ( $(N_{Re})_{TP}$ ).
- 12.- Con los valores de  $(N_{Re})_{TP}$  y de  $\lambda_L$ , acudir a la Fig. 2.16 para leer el valor del colgamiento ( $H_L$ ).
- 13.- Revisar el valor obtenido de colgamiento; si coincide con el supuesto en el punto 9 con un error de hasta el 5%, utilizar el valor obtenido. En caso contrario, repetir los pasos 9 a 13, hasta obtener una discrepancia menor al 5%.
- 14.- Leer el cociente  $\frac{f_{TP}}{f_o}$  de la Fig. 2.17.
- 15.- Calcular  $f_o$  mediante:  $f_o = 0.00140 + \frac{0.125}{\left[ (N_{Re})_{TP} \right]^{0.32}}$
- 16.- Calcular el valor de  $f_{TP}$ .
- 17.- Calcular las pérdidas de presión totales.

Capítulo III

## **Revisión bibliográfica**

---

### 3.1 El flujo bache

El origen del estudio del fenómeno del flujo bache en sistemas de flujo polifásico en la industria petrolera se remonta a mediados del siglo XX, gracias a los esfuerzos realizados para el desarrollo de métodos que pudieran predecir las pérdidas de presión en las tuberías (Brill y Arirachakaran, 1992). Los primeros desarrollos empíricos fueron condicionados por la complejidad del flujo multifásico y por la urgencia de proporcionar a la industria herramientas para el diseño; los procesos experimentales evidenciaron la relación que guardan las pérdidas de presión con el tipo de patrón de flujo.

El flujo bache resultó ser de gran importancia, debido a su carácter transitorio (dependiente del tiempo), a su frecuente presencia en las operaciones de la industria petrolera, dependiendo de los volúmenes de producción, longitudes y diámetros de las tuberías, además de las trayectorias que éstas describen.

El primer investigador que documentó los problemas ocasionados por flujo bache fue Yocum B.T., en el año de 1973. En su trabajo identificó causas y efectos del fenómeno del flujo bache en sistemas de tubería horizontal-tubería ascendente (“riser”)-separador, así como técnicas para su atenuación o eliminación. Además de lo anterior, propuso un método de predicción y técnicas de diseño para evitar la presencia del patrón de flujo en estudio.

Un elemento fundamental documentado por Yocum fue el de las pérdidas de capacidad de manejo de la producción en las instalaciones, ocasionadas por la aplicación de medidas operativas para reducir los efectos negativos del flujo bache. Dichas medidas consistían en el estrangulamiento en válvulas de llegada en la cima de los “risers” y en el aumento de la contrapresión en el sistema de separación, lo que puede significar la pérdida de capacidad de manejo hasta un 50% del valor de diseño.



### 3.2 Flujo bache severo

El estudio de Yocum fue retomado por Schmidt (1977) y Schmidt *et al.* (1979), quienes restringieron la investigación del fenómeno del flujo bache a sistemas de tubería horizontal-“riser”. Dichos investigadores puntualizaron que el fenómeno reportado por Yocum consistía en un caso especial de flujo bache, al cual denominaron como “severo”, fundamentalmente distinto al flujo bache normal o hidrodinámico, el cual se había observado en estudios experimentales para patrones de flujo en tuberías horizontales.

El flujo bache severo descrito por Schmidt *et al.* (1979), requiere de la existencia de ciertos elementos para que pueda presentarse, tales como: gastos bajos de líquido y gas en la tubería horizontal, lo cual propiciará la presencia de flujo estratificado, y la presencia de un segmento de tubería de pendiente negativa que una a la línea horizontal con el “riser”. Bajo estas condiciones, el líquido tendrá la tendencia de acumularse en la base del “riser”, obstruyendo así el flujo de gas y provocando la formación de un tapón de líquido (cuya longitud varía entre una y varias veces la longitud del “riser”), hasta que la presión del gas corriente arriba del tapón sea suficiente para que obligue al líquido a salir del “riser” hacia el separador.

En el artículo citado se incluyeron los resultados obtenidos en un circuito experimental, y se indicó que no se obtuvo flujo bache severo cuando el tramo de tubería que conecta a la línea horizontal con el “riser” no se encontraba inclinado con una pendiente negativa. También se presentó una descripción del ciclo del flujo bache severo, el cual consiste en cuatro etapas, que van desde la generación del tapón de líquido hasta la expulsión de éste hacia el separador, debido a la compresión del gas detrás de él.

Tiempo después, Schmidt *et al.* (1980) construyeron un circuito experimental, con el objetivo de simular el flujo de fluidos en una instalación costa afuera típica. Dicho circuito estaba compuesto por un segmento horizontal de 100 [pies] y por una tubería vertical ascendente de 50 [pies] de altura; ambos de 2 [pg] de diámetro interno. Se utilizaron mezclas de queroseno y aire, las cuales pudieron generar tanto flujo bache normal como severo. En este

estudio los autores propusieron el establecimiento de las diferencias entre los dos tipos de flujo bache a través de dos características: el patrón de flujo en la tubería horizontal y la longitud de los baches observados. Sin embargo, su trabajo se enfocó al estudio del flujo bache severo, y con ayuda de un mapa de patrones de flujo desarrollado por ellos mismos, presentaron un modelo matemático para la caracterización de los baches, el cual depende de manera importante de los efectos gravitatorios.

### **3.3 Flujo bache normal o hidrodinámico**

Schmidt *et al.* (1981) continuaron con la documentación de las investigaciones, enfocadas ahora al estudio del flujo bache normal observado en la instalación experimental anteriormente descrita. Según las observaciones de dichos autores, el flujo bache normal se distingue por la presencia de baches de longitud corta (en relación con la longitud de la tubería vertical ascendente), los cuales se originan en la misma línea horizontal. Los resultados de los experimentos demostraron que los baches de mayor longitud registrados fueron de aproximadamente 14 [pies], lo cual representa menos del 30% de la longitud de la tubería ascendente vertical.

Finalmente, al comparar los resultados obtenidos para flujo bache normal e hidrodinámico, concluyeron que el primero ocurre a gastos bajos, y que el segundo, además de presentarse para rangos de velocidades superficiales intermedias, puede ocurrir para cualquier inclinación de la línea horizontal ( $\pm 5^\circ$ ). Aunado a lo anterior, enfatizaron que el flujo bache severo es el patrón de flujo más problemático e indeseado en un sistema de producción.

A pesar de la importancia teórica y experimental de los trabajos desarrollados por Schmidt *et al.* (1980,1981), las diferencias con los resultados obtenidos en la industria fueron evidentes. Brill *et al.* (1981) documentaron los resultados obtenidos de una serie de pruebas realizadas en las instalaciones de producción de la Bahía de Prudhoe, al norte de Alaska. Dichas pruebas se efectuaron en tuberías de 12 y 16 [pg], respectivamente. Ambas líneas contaban con una

longitud de 3 [mi] y con una sección ascendente de 30 [pies], transportando mezclas de crudo y gas. Se midieron gastos de flujo, presiones de entrada y salida, así como temperaturas. También se utilizaron densitómetros gamma, los cuales tienen la función de monitorear el patrón de flujo, determinar las densidades de las mezclas y determinar las características de los baches. El patrón de flujo que se identificó fue el de flujo bache normal, con longitudes de baches de varias veces la longitud del segmento vertical, alcanzando 1538 [pies], ocasionados por el alto gasto de líquido (71 300 [bpd]) en la tubería de 16 [pg].

Además de lo anterior, demostraron que los mapas de patrones de flujo desarrollados por Mandhane (1971), Taitel y Dukler (1976) y Schmidt *et al.* (1980), los cuales se basaron en experimentos realizados en tuberías pequeñas, no resultaron ser muy eficientes para la predicción de los patrones de flujo presentes en las pruebas. Adicionalmente, la falta de precisión de los mapas antes mencionados, también se le atribuye a la geometría de flujo y a las propiedades de los fluidos, como por ejemplo la tendencia del crudo de la región a formar espuma.

Inicialmente el término “severo” fue adoptado mediante la consideración de que en este tipo de patrón de flujo se formaban baches en los “risers” de mayor longitud que en el caso del flujo bache normal. Sin embargo, diversos estudios han demostrado que el flujo bache hidrodinámico también puede consistir en baches de gran longitud. Por lo tanto, se considera que el flujo bache severo se origina a partir de la presencia de flujo estratificado corriente arriba del “riser”; de cualquier forma la longitud de estos baches suele exceder la longitud de la tubería ascendente vertical. El flujo bache hidrodinámico tiene su origen en presencia de flujo bache en la tubería horizontal, cuyos baches no se desintegran al fluir a través del “riser”.

### **3.4 Flujo bache provocado por terreno sinuoso**

Investigadores como Sarica *et al.* (1991) y Al-safran (2003) han descrito otro fenómeno de características similares a los flujos baches normal y severo, el cual ha sido denominado como flujo bache provocado por terreno sinuoso (“Hilly terrain induced slug flow”).

El comportamiento de flujo de fluidos en líneas instaladas en terrenos accidentados, con gastos bajos de líquido y gas, es dominado principalmente por efectos gravitatorios. Estas características se han encontrado tanto en campos terrestres como costa afuera. Tanto la compresibilidad del gas como la geometría de flujo (longitudes, diámetros y cambios en la elevación), determinan el comportamiento de flujo, lo cual provoca los mismos problemas que los asociados a flujo bache normal y severo.

El sistema de flujo bache provocado por terreno sinuoso consiste, principalmente, en secciones de tubería interconectadas, las cuales pueden presentar flujo ascendente, descendente o inclusive, horizontal. A pesar de que se han tenido avances significativos en el estudio del comportamiento de flujo en cualquiera de las tres secciones anteriores, el problema se dificulta en gran medida al pretender analizarlo en conjunto. Cuando estas líneas transportan fluidos a gastos bajos, como puede ocurrir al inicio de la explotación de un yacimiento, o bien al encontrarse en su etapa de declinación, las fases tienden a separarse, y por diferencia de densidades el líquido se acumula en la parte baja de la tubería, mientras que el gas fluye a través de la parte superior, provocando así la generación de baches en las partes ascendentes; dichos baches pueden desintegrarse o no cuando el flujo se vuelve horizontal o descendente, con el riesgo de que si no se disipan, pueden llegar a ser mucho más largos que los que se desarrollan en otros casos.

### **3.5 Métodos de predicción y modelado**

La mayor parte de los estudios previos sobre flujo bache en sistemas de tubería horizontal-“riser”-separador, se han concentrado principalmente en el estudio del flujo bache severo

(Schmidt *et al.* 1979 y 1980, Farghaly 1987, Pots *et al.* 1987, Fabre *et al.* 1990, Jansen *et al.* 1995, Henriot *et al.* 1999, etc.), y en el provocado por terreno sinuoso (Sarica *et al.* 1991, Henriot *et al.* 1999, Yoshida *et al.* 2000, Fozard 2001, McGuinness 2002, etc.), mientras que el desarrollo para el estudio de flujo bache normal no ha sido significativo.

Schmidt *et al.* (1981) analizaron baches de longitud menor que la del “riser”, cuya ocurrencia fue predicha por los números de velocidad de líquido y gas, respectivamente, y por el mapa de patrones de flujo vertical ascendente presentado en su trabajo.

Brill *et al.* (1981) describieron y analizaron la ocurrencia de baches hidrodinámicos de hasta 2000 [pies] de longitud en líneas de grandes diámetros. Desarrollaron un modelo mecanicista que determina las características del flujo bache en régimen permanente, aplicable sólo al tramo horizontal de la tubería.

Miyoshi *et al.* (1988) trabajaron en el diseño de un sistema de separación rompedor de baches tipo vasija (Vessel-type Slug-catching separator), en un sistema de producción típico; sus estudios aportaron avances significativos en la comprensión y el modelado del flujo bache normal; también se incluyó el concepto de crecimiento de los baches (Kouba, 1986 y Scott, 1987), en la medida a la que se desplazan desde el punto en que se generan hasta el “riser”.

Luego entonces, utilizando como base el modelo de cálculo desarrollado por Brill *et al.* (1981) para la caracterización de movimiento y propiedades físicas de los baches, Miyoshi *et al.* desarrollaron un nuevo modelo a partir de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para el tapón de líquido, y de la ley de los gases ideales para la burbuja. Los parámetros del bache (velocidades, colgamientos, posiciones,...), se calcularon mediante la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales representan principios físicos fundamentales de los baches.

Guzmán *et al.* (2007) presentaron un modelo que extiende el estudio realizado por Schmidt *et al.* (1981) para baches de gran longitud. El sistema de análisis es muy similar al de Miyoshi *et al.*; sin embargo, este nuevo modelo mecanicista es validado con resultados de

experimentos de laboratorio, en un circuito experimental construido en la Universidad Nacional Autónoma de México, el cual representa un sistema de producción típico costa afuera (tubería horizontal-“riser”-separador). Los resultados de dicho modelo son muy aproximados a los resultados experimentales.

### 3.6 Técnicas de control de flujo bache

Yocum (1973) propuso cinco métodos para atenuar o bien eliminar los efectos dinámicos provocados por el flujo bache, mediante el cambio del patrón de flujo de la mezcla de fluidos antes de su llegada al separador:

- **Aumento de la contrapresión en la línea:** esto puede lograrse ya sea aumentando la presión de separación o bien, estrangulando el flujo de fluidos antes de arribar al separador. Dicho aumento puede provocar un cambio en el patrón de flujo, lo cual permite la reducción de las oscilaciones de gastos de flujo y presiones. Sin embargo, esta medida reduce la capacidad del sistema de producción.
  
- **Reducción del diámetro de la tubería de llegada al “riser”:** este método consiste en reducir el diámetro de la tubería una distancia determinada antes de llegar a la base del “riser”, con el objetivo de acelerar la mezcla y cambiar el patrón de flujo. Sin embargo, este procedimiento es delicado, ya que si se reduce mucho el diámetro de la tubería podría provocarse un flujo bache de mayor intensidad.
  
- **“Riser” doble o múltiple:** esta medida tiene el objetivo también de aumentar la velocidad de los fluidos, sustituyendo el “riser” convencional por dos o más “risers” de menor diámetro, mediante los cuales se distribuye la producción.

- **Volver a mezclar los fluidos a la entrada del “riser”:** este método consiste en la implementación de dispositivos que provoquen que las fases se vuelvan a mezclar antes de su llegada al “riser”; estos dispositivos pueden consistir en hélices o agitadores. Empero, se ha experimentado que la acción de dichos mecanismos puede provocar una separación adicional de las fases, por lo que el problema del flujo bache podría empeorar sin un diseño apropiado.
- **Inyección de gas en la base del “riser”:** este método consiste, esencialmente, en la inyección de gas en la base de la tubería vertical ascendente, con el objetivo de disminuir la densidad de la columna hidrostática y el de aumentar la velocidad del gas. Dichos efectos dificultan la formación de los baches en el “riser”, provocando a su vez un flujo más continuo de fluidos al separador.

Éste método en particular ha sido considerado como una de las mejores opciones. Hill (1990) lo definió como el mejor método para la eliminación del flujo bache en el campo Forties (Reino Unido); sin embargo Schmidt *et al.* (1979) y Pots (1987) lo consideraron un método poco viable poco viable, debido principalmente a los costosos requerimientos de compresión, de gas y de la instalación de un ducto de gas desde la fuente de gas hasta la base del “riser”.

Jansen *et al.* (1996) estudiaron de manera teórico-experimental los métodos de estrangulamiento y de inyección de gas, desarrollando modelos que fueran capaces de predecir el comportamiento de flujo en el “riser” para ambos casos. Ellos reportaron la reducción en la capacidad de flujo al implementar el método de estrangulamiento; también puntualizaron grandes cantidades de gas al considerar el método de inyección en la base del “riser”.

Tengesdal (2002) presentó una revisión completa de los métodos empleados para la eliminación del flujo bache severo. Dicho autor propone una variante del método de

inyección de gas, la cual consiste en inyectar parte del mismo gas que fluye en la tubería horizontal aprovechando la presión a la que se encuentre. A dicho método se le conoce como “auto-levantamiento” (Self-lifting), y fue desarrollado en un circuito experimental de flujo en la Universidad de Tulsa.



Capítulo IV

# **Caracterización del flujo bache normal**

---

#### 4.1 Modelo de bache hidrodinámico de Scott y Kouba (1990)

En las últimas décadas se han logrado avances en el análisis del flujo bache; un ejemplo es el modelo propuesto por Scott y Kouba (**Fig. 4.1**), que como la mayor parte de los modelos de flujo bache más aceptados, es una modificación al modelo original de Hubbard y Dukler (1975).

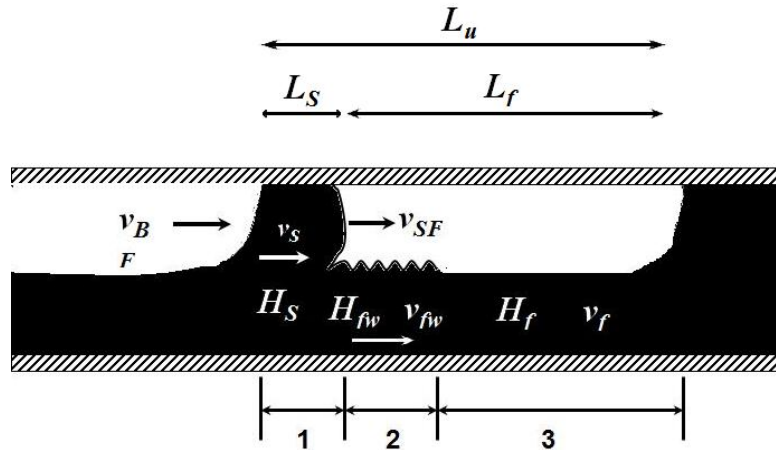


Fig. 4.1 Representación del modelo de Scott y Kouba

**Donde:**

Zona 1: tapón de líquido.

$V_{SF}$ : velocidad del frente del tapón.

Zona 2: ondulación.

$V_S$ : velocidad del cuerpo del tapón.

Zona 3: burbuja/película.

$V_{BF}$ : velocidad del frente de la burbuja.

$H_s$ : colgamiento de líquido en el tapón.

$V_{fw}$ : velocidad del líquido en la zona de ondulación.

$H_f$ : colgamiento de líquido en la burbuja.

$V_f$ : velocidad de la película de líquido por debajo de la burbuja.

El frente del tapón de líquido se mueve a una velocidad de traslación " $v_{ST}$ ", mientras que el frente de la burbuja de gas se mueve a una velocidad " $v_{BF}$ ". Scott y Kouba consideraron al cuerpo del tapón como una mezcla homogénea, y por tal motivo consideraron que la velocidad del tapón ( $v_S$ ) es esencialmente la velocidad de la mezcla:

$$v_S = v_w = v_{ST} + v_{BF} \quad (4.1)$$

Las zonas ocupadas por el tapón de líquido y por la burbuja/película definen sus longitudes, identificadas como  $L_S$  y  $L_B$  respectivamente. Los autores de este análisis definen como la longitud de una unidad de bache, la cual se define de la siguiente manera:

$$L_u = L_S + L_B \quad (4.2)$$

Al desplazarse el tapón de líquido en la tubería, el frente de éste incorpora gradualmente líquido de la zona de película que lo precede, (el líquido incorporado al tapón cambia su velocidad de  $v_f$  a  $v_S$ ). Al mismo tiempo de que esto ocurre, la extremidad posterior del tapón de líquido presenta una pérdida de masa, la cual se incorpora a la película de líquido que fluye detrás del cuerpo de líquido. El ritmo de crecimiento o disipación del bache, está determinado precisamente con la relación que existe entre el ritmo en que el tapón aumenta su masa en el frente y el ritmo con el que la pierde en su extremidad posterior. Si se encuentra con que ambos ritmos (de ganancia y pérdida de líquido) son prácticamente iguales, entonces se concluye que se trata de un flujo estabilizado, donde las longitudes del tapón, burbuja y bache unitario son constantes.

La velocidad del frente de la burbuja puede calcularse mediante la ecuación de Nicholson:

$$v_{BF} = 1.2v_s + v_D \quad (4.3)$$

En la ecuación 4.3  $V_D$  ("drift velocity") es la diferencia entre las velocidades máximas del gas en la burbuja ( $V_{BF}$ ) y del líquido en el tapón ( $V_s$ ); asumiendo un flujo homogéneo (sin resbalamiento en el tapón), su velocidad es aproximadamente  $1.2V_m$ . Algunos investigadores aseguran que el término " $V_D$ " es despreciable en flujo horizontal; existen diferentes métodos de cálculo para el flujo en tuberías inclinadas.

Mediante la aplicación de un balance de masa entre el frente del tapón y un punto en el cuerpo del mismo, Scott y Kouba obtuvieron una expresión para calcular la velocidad del frente del tapón:

$$v_{BF} = \frac{H_s v_s - H_f v_f}{H_s - H_f} \quad (4.4)$$

La ecuación anterior requiere del cálculo del colgamiento de líquido y la velocidad, tanto en el tapón como en la zona de película de líquido. El colgamiento de líquido en el tapón puede ser obtenido mediante la ecuación 4.5, la cual se conoce como correlación de Gregory *et al* (1978).

$$H_s = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_g}{28.4}\right)^{1.39}} \quad (4.5)$$

Donde:

$V_g$ : velocidad del tapón de líquido [pie/s]

Para el caso en que la velocidad de la película sea muy pequeña  $V_f \approx 0$ .

El colgamiento de líquido en la película puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$H_f = \frac{1}{6} H_s \quad (4.6)$$

Para el cálculo de la longitud del tapón ( $L_s$ ), puede emplearse la correlación de Scott *et al.* (1989):

$$\ln(L_s) = -25.41 + 28.5(\ln d)^{0.1} \quad (4.7)$$

Donde:

$L_s$ : longitud del tapón de líquido en [pies]

$d$ : diámetro de la tubería en [pies]

## 4.2 Formación del flujo bache

Existen diferentes métodos para la predicción del patrón de flujo bache en tuberías. La mayor parte de ellos consideran que este patrón de flujo se genera a partir de inestabilidades en la interfase del patrón de flujo estratificado estable (Fig. 4.1). Debido a ello se estudian diferentes parámetros (propiedades físicas, velocidades, inclinación de la tubería...), los cuales determinan el nivel de líquido en la tubería.

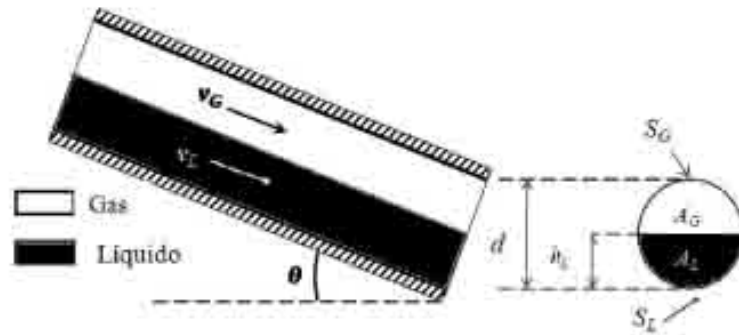


Fig. 4.2 Flujo estratificado estable

En la sección transversal de tubería, representada en la Fig. 4.1, se muestran las áreas ocupadas por líquido y gas ( $A_L, A_G$ ), así como los perímetros mojados por líquido y gas ( $S_L, S_G$ ), respectivamente. El parámetro  $h_L$  representa el nivel de líquido dentro de la tubería, o bien, la altura de la interfase, en condiciones de equilibrio.

Para la determinación de  $h_L$ , Taitel y Dukler aplicaron balances de flujo de cantidad de movimiento para las zonas ocupadas por gas y líquido, respectivamente. Mediante el empleo del concepto de "diámetro hidráulico" y expresando las variables geométricas del problema en parámetros adimensionales, obtuvieron un modelo de balance de cantidad de movimiento para ambas fases:

$$\tilde{X} \left[ (\tilde{v}_L \tilde{d}_L)^* \tilde{v}_L^2 \frac{S_L}{\tilde{A}_L} \right] - \left[ (\tilde{v}_G \tilde{d}_G)^* \tilde{v}_G^2 \left( \frac{S_G}{\tilde{A}_G} + \frac{S_L}{\tilde{A}_L} + \frac{S_L}{\tilde{A}_G} \right) \right] + 4Y = 0 \quad (4.8)$$

Los términos tildados en la ecuación 4.8 representan variables adimensionales, las cuales son función exclusivamente del nivel adimensional de líquido en la tubería bajo condiciones de equilibrio ( $\tilde{h}_L$ ), el cual se define como sigue:

$$\bar{h}_l = \frac{h_l}{d} \quad (4.9)$$

También en la ecuación 4.8 se presenta el término  $X$ , es el cual representa al parámetro adimensional de Lockhart y Martinelli. El término  $Y$  es un parámetro adimensional, el cual es función del ángulo de inclinación de la tubería.

Finalmente, existen criterios para determinar los cambios en las condiciones de flujo inicialmente estable. Algunos de los más importantes se muestran a continuación.

#### 4.2.1 Criterio de Taitel y Dukler

Taitel y Dukler realizaron un análisis de estabilidad basado en el criterio de Kelvin-Helmholtz, representado en la Fig. 4.3.

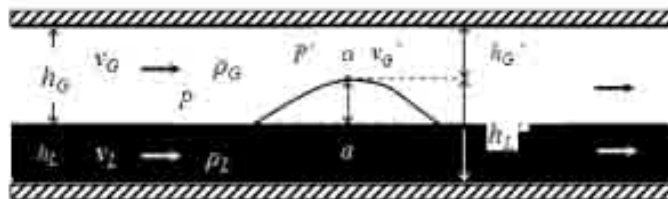


Fig. 4.3 Representación gráfica del criterio de Kelvin-Helmholtz

El grado de estabilidad del flujo estratificado depende de la interacción de al menos dos de las siguientes fuerzas:

- Fuerza de flotación debida a la acción de la gravedad, proporcional a la diferencia de densidades de los fluidos. En el caso de flujo estratificado, la fase más densa fluyendo por debajo de la menos densa. Esta fuerza tiene un efecto estabilizador.
- Fuerza debida a la tensión superficial. Su efecto es siempre estabilizador.

- Efecto de Bernoulli, el cual genera un cambio en la presión en la interfase debido al cambio de velocidad, originado por el desplazamiento de la superficie del punto "a" al punto "a' ". Dicho efecto depende de la diferencia de velocidades de las fases, de manera que si el desplazamiento ascendente de la interfase provoca un incremento en la velocidad local del gas ( $v_G$  a  $v_G'$ ), al mismo tiempo la velocidad del líquido experimenta un decremento ( $v_L$  a  $v_L'$ ), lo cual inducirá a una diferencia de presión ( $p$  a  $p'$ ) en el punto "a' ". El efecto de Bernoulli es siempre desestabilizador, provocando que la distancia ( $h_L$ ) aumente proporcionalmente al incremento en la diferencia de velocidades entre las fases.

Mediante la aplicación del análisis de estabilidad de Kelvin-Helmholtz, Taitel y Dukler definieron la frontera de transición entre el flujo estratificado y el flujo bache para su mapa de patrones de flujo, considerando que la transición ocurre cuando las condiciones son tales que las ondas en la interfase crecen lo suficiente para alcanzar la parte alta de la tubería (cuando el líquido ocupa el total del área transversal del flujo).

#### 4.2.2 Criterio de Scott y Kouba

Scott y Kouba definen la transición de flujo estratificado a bache en base a un análisis de estabilidad del primer tapón de líquido que se presente. Para tal efecto, asumen un estado inicial en el que el flujo se presenta como estratificado estabilizado. Dicho estado estabilizado, es perturbado por la introducción de un bache a la línea de flujo. Analizando la estabilidad de dicho bache, definen un "punto de crecimiento neutral", en el cual el tapón de líquido no crece ni se desintegra. Dadas las condiciones mencionadas, la estabilidad del tapón en cuestión determina la transición a flujo bache.

El criterio de estabilidad del tapón se define mediante la siguiente expresión:

$$\frac{dl_x}{dx} = 1 - \frac{v_{bl}}{v_{sp}} = 0 \quad (4.10)$$



Estudio de flujo bache en un sistema de producción costa afuera

---

Donde:

$\frac{dl_g}{dx}$  : variación de la longitud del tapón respecto al cambio de posición en la tubería.

$v_{bf}$ : velocidad del frente de la burbuja.

$v_{tf}$ : velocidad del frente del tapón.

Scott y Kouba enfatizan que su método proporciona mejores resultados que el criterio de Taitel y Dukler, principalmente cuando se aplica a tuberías de diámetro grande.



Capítulo V

## **Modelo transitorio de flujo bache**

---

### 5.1 Introducción

En 2007 Guzmán y Fairuzov crearon un modelo mecanicista de flujo bache transitorio, como resultado del análisis teórico-experimental de un sistema de tubería horizontal- “riser”-separador, en el cual la longitud de los tapones de líquido excede la longitud de la tubería ascendente vertical ( $L_S < H_r$ ). Dicho modelo toma como base los trabajos anteriormente descritos por Miyoshi *et al.* y Schmidt *et al.*, los cuales consistieron el estudio de flujo bache con longitud de tapones menor a la del “riser”. La Fig. 5.1 representa el fenómeno analizado por Guzmán y Fairuzov.

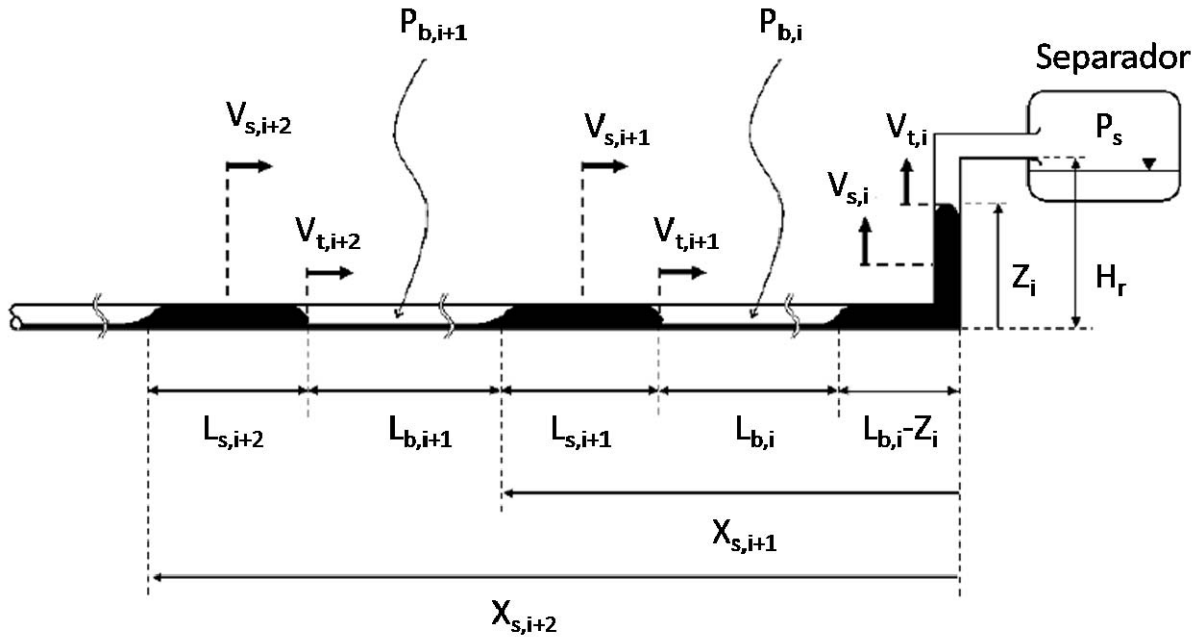


Fig. 5.1 Representación del modelo de Guzmán-Fairuzov para baches de gran longitud

El desarrollo del modelo mecanicista está basado en la aplicación de las siguientes consideraciones:

- Ecuaciones de conservación de la masa y de cantidad de movimiento lineal para los tapones de líquido.
- Ecuación de conservación de masa para las burbujas de gas.
- Ecuación de estado para la fase gaseosa.
  
- Ecuaciones constitutivas para el cálculo de la fracción volumétrica de líquido en el cuerpo del tapón, longitud de los tapones, velocidad del frente del tapón y el factor de fricción para las dos fases.

## 5.2 Modelado de flujo en la línea horizontal

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento para el *i-ésimo* tapón que se mueve en la tubería horizontal puede expresarse como:

$$\rho_L H_{s,i+1} L_{s,i+1} \frac{dV_{t,i+1}}{dt} = (P_{b,i+1} - P_{b,i}) - g \rho_L H_{s,i+1} L_{s,i+1} \text{sen } \beta_{i+1} - \frac{2f_{TP,i+1} \rho_L H_{s,i+1} L_{s,i+1} V_{t,i+1}^2}{D_{\text{int}}} \quad (5.1)$$

La posición del tapón en la tubería se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{dx_{i+1}}{dt} = V_{t,i+1} \quad (5.2)$$

En la ecuación 5.1 es necesario determinar la longitud de los tapones, así como la fracción volumétrica de líquido en ellos. Para tal efecto se utilizan la correlación de Scott *et al.* (ecuación 5.3) y la correlación de Gregory et al (ecuación 5.4), respectivamente:

$$\ln(L_s) = -25.41 + 28.5 (\ln d)^{0.1} \quad (5.3)$$

$$H_{s,i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{s,i}}{8.66}\right)^{1.39}} \quad (5.4)$$

Las unidades de  $L_s$  y  $d$  están expresadas en ambas ecuaciones en [pies] y  $v_{s,i}$  en [m/s].

Por otra parte, la velocidad del frente del tapón ( $v_i$ ) se obtiene mediante la correlación de Nicholson *et al.*:

$$V_{t,i+1} = C_o V_{s,i+1} + V_d \quad (5.5)$$

La variación de la presión en las burbujas con respecto al tiempo se obtiene al obtener la derivada de la ecuación de estado, y al introducir en ella la ecuación de conservación de la masa. De este modo, la presión en la  $i$ -ésima burbuja está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dp_{b,i}}{dt} = \frac{V_{s,i+1} - V_{s,i}}{x_i - x_{i+1} - L_{s,i}} P_{b,i} \quad (5.6)$$

### 5.3 Modelado de flujo en la tubería ascendente vertical

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para el  $i$ -ésimo tapón de líquido en la tubería ascendente vertical puede expresarse como sigue:

$$\rho_L H_{s,i} L_{s,i} \frac{dV_{s,i}}{dt} = (P_{b,i+1} - P_{b,i}) - g \rho_L H_{s,i} Z_i - \frac{2f_{TP,i} \rho_L H_{s,i} L_{s,i} V_{s,i}^2}{D_{int}} \quad (5.7)$$

Se asume que tanto el cuerpo como el frente del tapón se mueven a la misma velocidad:

$$\frac{dZ_i}{dt} = V_{t,i} \quad (5.8)$$

Para el cálculo del factor de fricción se recurre a la correlación de Adams *et al.* :

$$f_{TP,i} = f_{l,i} \left[ 1 + \frac{X (v_g - v_l)}{v_l} \right] \left[ 1 + \frac{X (\mu_l - \mu_g)}{\mu_l} \right]^{-1/4} \quad (5.9)$$

Donde el factor de fricción del líquido se calcula con la ecuación de Silvester (1987):

$$f_{l,i}^{-1/2} = -2 \log \left[ \frac{2\varepsilon/D_{int}}{3.7} - \frac{5.02}{Re_i} \log \left( \frac{2\varepsilon/D_{int}}{3.7} - \frac{13}{Re_i} \right) \right] \quad (5.10)$$

Las ecuaciones 5.1, 5.2, 5.6 y 5.7 forman un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, y para su solución, Guzmán y Fairuzov emplearon el método numérico de *Runge-Kutta* de cuarto orden.

#### 5.4 Condiciones de inicio

Para la determinación de las condiciones de inicio, se asumieron las siguientes consideraciones:

- El frente del primer tapón se ubica en la entrada de la base del “riser”.
- Todos los taponos de líquido se desplazan a la misma velocidad.
- La distribución inicial de presión se calculó con la ecuación 5.1, suponiendo el término de aceleración nulo.
- Como condición de frontera a la salida del “riser”, se estableció una presión constante en el separador.
- La velocidad y frecuencia de los baches a la entrada de la sección de prueba, correspondieron a los gastos de flujo de entrada de gas y líquido.

Las ecuaciones (5.1), (5.2) y (5.6) son ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden. Pueden ser resueltas mediante un método numérico, tal como el de *Runge-Kutta*, el cual se describe en el Apéndice III.



Capítulo VI

# **Proceso de experimentación y análisis de resultados**

---

### 6.1 Descripción de la instalación experimental

La instalación experimental consiste esencialmente en la línea de flujo horizontal, la sección vertical (“riser”), el separador de tres fases, los tanques, el compresor, las bombas y las líneas de alimentación (**Fig. 6.1**).

La sección experimental de flujo consiste en un conjunto de tuberías de PVC transparente de 3 [pulg] de diámetro nominal, cédula 40, con capacidad de soportar presiones de hasta 125 [psi]; la sección inferior (**Fig. 6.2**) está compuesta de tuberías de 3 [m] de longitud, unidas mediante bridas marca “SPEARS”, lo que permite a la instalación tener flexibilidad para la experimentación con algunos grados de inclinación. La línea de flujo horizontal tiene una longitud de 75 [m], mientras que la sección vertical ascendente (**Fig. 6.3**) cuenta con 2.8 [m] de longitud.

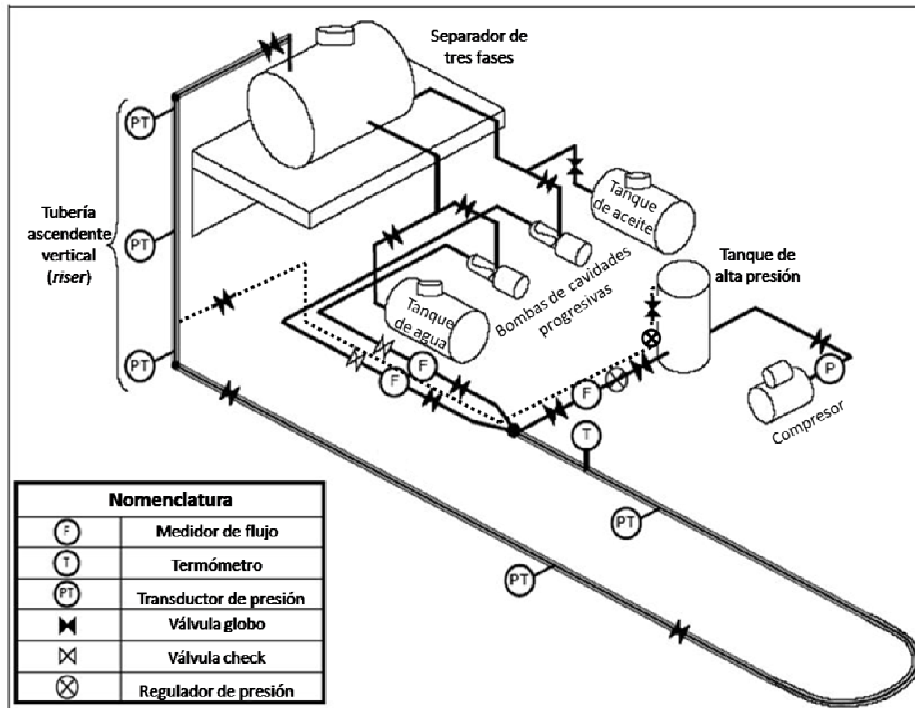


Fig. 6.1 Esquema de la instalación experimental

La instalación anteriormente descrita tiene la capacidad de simular algunos de los fenómenos que ocurren en las líneas de flujo de hidrocarburos reales. El proceso de experimentación tiene como objetivo reproducir lo que sucede en las instalaciones de producción costa afuera típicas (línea de flujo horizontal-tubería ascendente vertical-separador), en presencia del fenómeno de bacheo normal, con baches de líquido de longitud aproximadamente igual o mayor a la del “riser”, y el efecto que se espera obtener mediante la inyección de aire en la base de la tubería vertical.



**Fig. 6.2** Sección horizontal de la instalación de experimentación



**Fig. 6.3** Tubería ascendente vertical (“riser”)

## 6.2 Instrumentación para la adquisición de datos

Se instalaron tres transductores de presión: uno de ellos a 27 [m] de distancia de la base del “riser” en la sección horizontal, el segundo fue instalado en la base de la tubería vertical y el tercero a la mitad de la misma. El objetivo de los transductores de presión (**Fig. 6.4**), es el de

proporcionar información mediante señales enviadas a un sistema de adquisición de datos; dichas señales se componen de variaciones en la corriente eléctrica, debido a las fluctuaciones de presión en la tubería respecto al tiempo, por lo que después de registrarse en un sistema de cómputo, es posible obtener su equivalente en unidades de presión.

Las características de los transductores de presión son las siguientes:

- Marca: Honeywell/Sensotec
- Modelo: FP2000
- Salida: 4 – 20 mA
- Temperatura de operación: - 40 – 116 °C



Fig. 6.4 Transductores de presión diferencial

Se instaló un equipo de adquisición de datos marca “National Instruments” (Fig. 6.5), modelo SCXI-1000, el cual tiene por objetivo el convertir las señales eléctricas generadas en señales digitales, las cuales se registran en una computadora personal vía USB.



Fig. 6.5 Sistema de adquisición de datos de “National Instruments”



Fig. 6.6 Sistema de adquisición, cómputo y registro de gasto de líquido

Se instaló un sensor de flujo de alto rendimiento tipo turbina marca GF SIGNET, modelo 2540, a la entrada del circuito experimental, cuyas terminales se conectaron a un transmisor de flujo, el cual transforma la señal enviada por el sensor a una señal digital, con la finalidad de proporcionar el gasto volumétrico de agua.



**Fig. 6.7** Sensor de flujo de alto rendimiento



**Fig. 6.8** Transmisor de flujo

Además de los instrumentos anteriores, se utilizó un rotámetro marca “Key Instruments”, modelo FR47A11PI (**Fig. 6.9**), para la medición del gasto volumétrico de aire a la entrada del circuito experimental. Dicho instrumento tiene las siguientes características:

- Presión máxima de operación: 100 [psig]
- Gasto de medición: 150 – 1500 [LPM]
- Temperatura máxima de operación: 65°C
- Resolución: 100 [LPM]



**Fig. 6.9** Rotámetro en línea

Para la medición del gasto volumétrico de aire de inyección en la base de la tubería vertical ascendente, se instaló una placa de orificio de 5/8 de [pg] con conexión y tomas en brida (Figs. 6.10 y 6.11), junto con un manómetro en “U” (Fig. 6.15), el cual contiene agua. La determinación de la relación entre la altura de agua del manómetro y el gasto de flujo de aire se muestra a detalle en el Apéndice I de este trabajo.

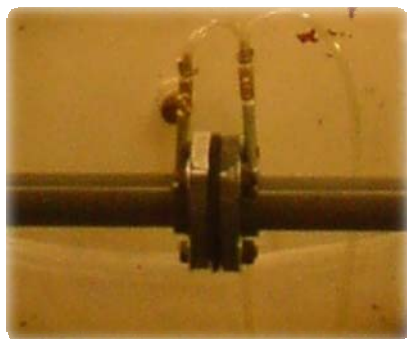


Fig. 6.10 Placa de orificio con tomas en brida

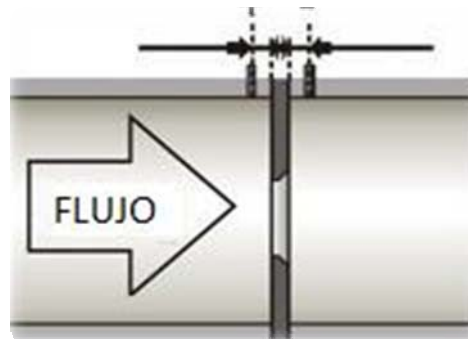


Fig. 6.11 Representación del flujo en la placa de orificio

### 6.3 Equipo de bombeo, compresión, separación y almacenamiento

El equipo utilizado para la reproducción del flujo bache consiste en lo siguiente:

- Equipo de bombeo: se compone de dos bombas de cavidades progresivas (Fig. 5.12), las cuales impulsan a los fluidos (agua o aceite) hacia la línea de flujo. Cuentan con motores trifásicos a 220 [V] y 19.5 [A]. Poseen una capacidad de transporte desde 30 hasta 500 000 [l/h]; la presión



Fig. 6.12 Bombas de cavidades progresivas

de trabajo puede alcanzar hasta 720 [psi]. Las bombas son operadas mediante un variador de frecuencia (**Fig. 6.13**).

- Equipo de compresión: consiste en un compresor que puede operar hasta 17.5 [kg/cm<sup>2</sup>], con capacidad de hasta 120 [gal]. (**Fig. 6.14**).



**Fig. 6.13** Variadores de frecuencia



**Fig. 6.14** Equipo de compresión de aire



**Fig. 6.15** Equipo de medición de flujo de aire

- Tanque hidroneumático: en este tanque de alta presión se aloja el aire proveniente del compresor; tiene una capacidad de 1500 [l] y está diseñado para manejar presiones de hasta 20 [kg/cm<sup>2</sup>] (**Fig. 6.15**).
- Separador trifásico: consiste en un tanque horizontal de polietileno de alta resistencia, con capacidad de almacenamiento de 5000 [l]. Posee dos mamparas, una para controlar la turbulencia del flujo de entrada y la otra para verter la fase menos densa al extremo derecho del tanque (**Fig. 6.16**).

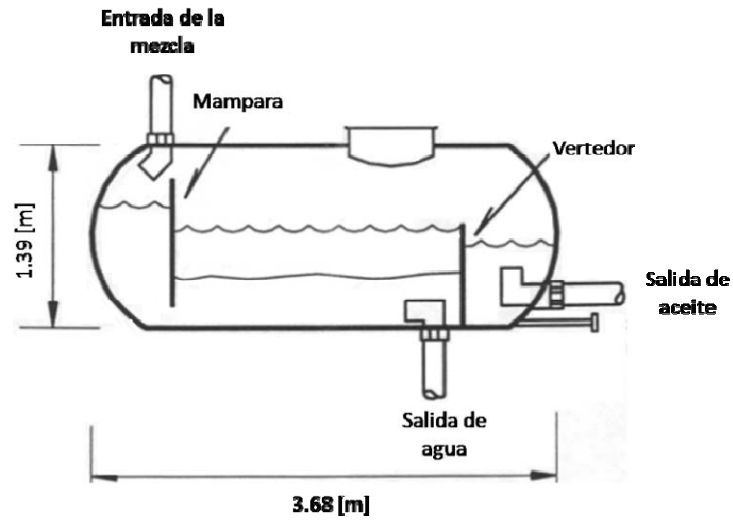


Fig. 6.16 Esquema representativo del separador trifásico

- Tanques de almacenamiento: son dos tanques del mismo material que el separador, con una capacidad de almacenamiento de 2800 [l]; uno de ellos se destina al almacenamiento de aceite mineral y el otro para contener agua (Fig. 6.17).



Fig. 6.17 Separador (parte superior) y tanques de almacenamiento de agua y aceite.



### 6.4 Aforo volumétrico

Primeramente se realizó un aforo volumétrico en un tanque de 200 [l] (Fig. 6.18), con la finalidad de establecer una relación entre la frecuencia a la cual trabaja la bomba con el gasto volumétrico de agua; dicho aforo arrojó los siguientes datos:

<b>AFOROS A TANQUE 200 LITROS</b>		
<b>Frecuencia</b>	<b>Tiempo de llenado</b>	<b>Qlq</b>
<b>[Hz]</b>	<b>[s]</b>	<b>[l/s]</b>
<b>10</b>	<b>278.9</b>	<b>0.7171</b>
<b>20</b>	<b>167.8</b>	<b>1.1919</b>
<b>30</b>	<b>112.2</b>	<b>1.7825</b>
<b>40</b>	<b>85.5</b>	<b>2.3392</b>
<b>50</b>	<b>74</b>	<b>2.7027</b>
<b>55</b>	<b>64.3</b>	<b>3.1104</b>

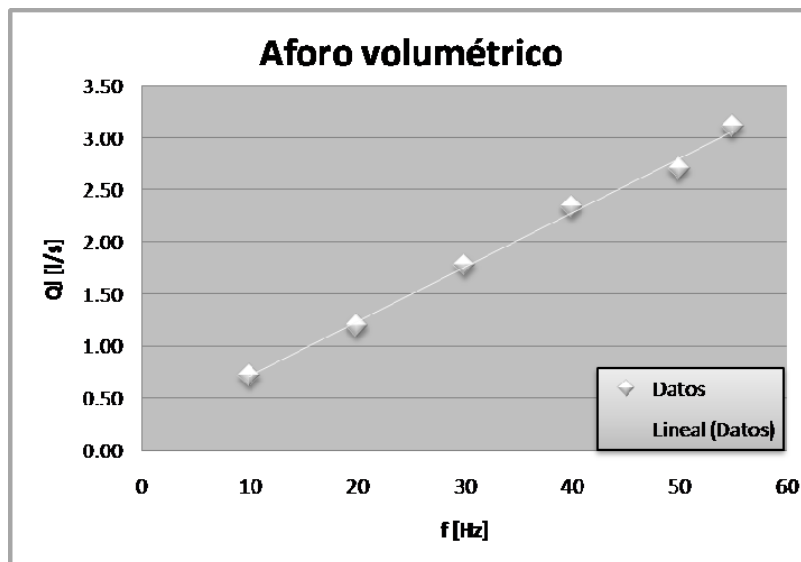


Fig. 6.18 Aforo volumétrico

### 6.5 Proceso de experimentación

El experimento consistió en el estudio de flujo bache normal, el cual se generó con un gasto volumétrico de agua de 1.78 [l/s] y con un gasto de aire de 5 [l/s] @ c.s.

Se eligieron dos secciones de tubería para el estudio del fenómeno (**Fig. 6.19**); una de ellas en la parte horizontal de la línea de flujo (**Fig. 6.20**), y la otra justo a la salida de la tubería ascendente vertical (**Fig. 6.21**), ambas secciones de 1 [m] de longitud. Se instaló un equipo de videograbación con una resolución de 30 [cuadros/s], frente a cada una de las secciones señaladas, con el objetivo de su observación y estudio.

El experimento se dividió en seis casos; el primero de ellos se considero como “caso base”, ya que sólo se reprodujo el flujo bache en la línea de flujo. En los casos restantes se modificó gradualmente el gasto de inyección de gas en la base de la tubería vertical ascendente, con el objetivo de conocer el comportamiento de flujo antes de la entrada de la mezcla al separador, es decir, conocer el perfil de velocidades a las que se desplazaban tanto los tapones de líquido como las burbujas de gas, y en consecuencia conocer también la longitud de ambos cuerpos. La variación del gasto de inyección se muestra en la **Tabla 6.1**.



**Fig. 6.19** Secciones de estudio; 1) sección horizontal, 2) sección a la salida del “riser”



**Fig. 6.21** Sección de estudio a la salida del “riser”



**Fig. 6.20** Sección de estudio en la línea horizontal

Además de lo anterior, se registró la presión en la base del “riser”, con lo cual se estableció un perfil de presiones para cada uno de los casos en estudio. El sistema de adquisición de datos registró la presión medida por cada décima de segundo; cada prueba tuvo una duración de aproximadamente de 2 [min].

**Tabla 6.1** Condiciones de experimentación para cada caso

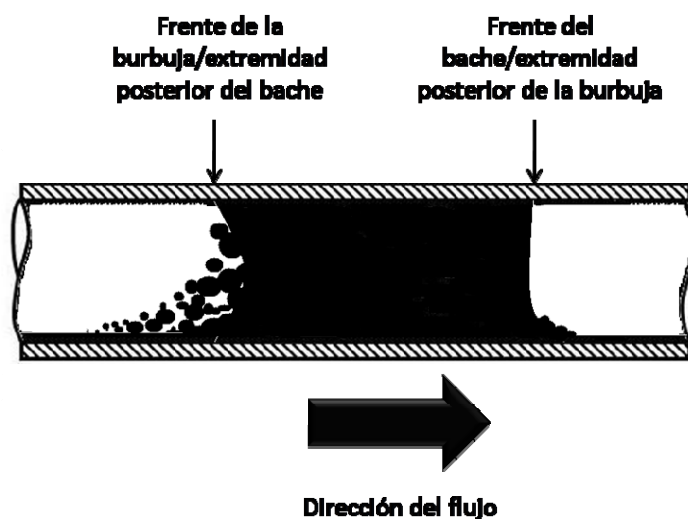
Condiciones de experimentación @ Tf=15°C y Pi=70 [psi]	
Caso	Qi [l/s]
I	0
II	3.66
III	5.17
IV	8.15
V	8.92
VI	10.3

## 6.6 Análisis de resultados

El análisis de resultados se divide en dos partes; la primera es, en esencia, la naturaleza física de los baches y burbujas (como longitudes, velocidades promedio), tanto en la sección horizontal como a la salida del “riser”; la segunda parte consiste en el registro y análisis de los perfiles de presión en la base del “riser”.

Con ayuda del equipo de videgrabación se determinó la velocidad tanto en el frente del tapón de líquido como en su extremidad posterior (**Fig. 6.22**), lo cual permitió calcular la velocidad promedio de los cuerpos de líquido. Para el caso de las burbujas, se tomó en cuenta la velocidad de la extremidad posterior. Mediante la consideración de que cada segundo se compone de 30 cuadros para cada grabación, se determinó el tiempo que el

tapón de líquido se desplazaba desde el inicio de las secciones de estudio hasta alcanzar la marca final, es decir, hasta lograr que el frente del lograra recorrer 1 [m] de longitud. Se hizo la misma consideración para el caso de las extremidades posteriores del bache, lo que en conjunto permitió obtener valores de velocidad promedio en los tapones; en el caso de las burbujas sólo se consideró el tiempo que tardaba la extremidad posterior de éstas en desplazarse 1 [m]. Posteriormente, al conocer la velocidad promedio y el tiempo que consumía el bache (o la burbuja) en atravesar la sección de estudio (horizontal o a la salida del “riser”), pudo determinarse la longitud promedio de los cuerpos de agua y aire, respectivamente. A continuación se muestra el procedimiento de cálculo para el “Caso I” (caso base, sin inyección de aire) en las **Tablas 6.2 – 6.5**; se siguió un procedimiento análogo para el resto de los casos, los cuales se muestran a detalle en el Apéndice II de este trabajo. El resumen de resultados de estas mediciones y cálculos es mostrado enseguida en las **Tablas 6.6, 6.7y 6.8**.



**Fig. 6.22** Relación entre los frentes y extremidades posteriores de los baches y burbujas

**Tabla 6.2** Análisis del bache en la sección horizontal del circuito (CASO I)

Tapón	Frente del bache			Extremidad posterior del bache			V. promedio	$\Delta T$ total	Longitud
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	[m/s]	[s]	[m]
1	11	0.37	2.73	9	0.30	3.33	3.03	0.80	2.4
2	7	0.23	4.29	7	0.23	4.29	4.29	0.73	3.1
3	14	0.47	2.14	7	0.23	4.29	3.21	1.20	3.9
4	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	0.53	2.5
5	7	0.23	4.29	9	0.30	3.33	3.81	1.57	6.0
6	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	1.10	4.2
7	15	0.50	2.00	23	0.77	1.30	1.65	1.43	2.4
8	6	0.20	5.00	6	0.20	5.00	5.00	0.73	3.7
9	13	0.43	2.31	9	0.30	3.33	2.82	0.73	2.1
10	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	0.47	1.9
11	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	0.93	3.6
12	11	0.37	2.73	5	0.17	6.00	4.36	1.03	4.5
13	12	0.40	2.50	9	0.30	3.33	2.92	0.57	1.7
14	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.20	4.8
15	9	0.30	3.33	26	0.87	1.15	2.24	1.97	4.4
16	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	1.27	4.9
17	19	0.63	1.58	7	0.23	4.29	2.93	1.93	5.7
18	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	1.10	4.8
19	17	0.57	1.76	11	0.37	2.73	2.25	1.43	3.2
20	9	0.30	3.33	9	0.30	3.33	3.33	0.60	2.0
21	12	0.40	2.50	8	0.27	3.75	3.13	1.10	3.4
22	15	0.50	2.00	9	0.30	3.33	2.67	1.77	4.7
23	12	0.40	2.50	5	0.17	6.00	4.25	0.93	4.0
24	10	0.33	3.00	25	0.83	1.20	2.10	2.83	6.0
25	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	0.67	2.4
26	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	0.93	4.1

**Velocidad promedio**      **3.48**      **Longitud promedio**      **3.70**

**Tabla 6.3** Análisis de la burbuja en la sección horizontal del circuito (CASO I)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	40	1.33	7	0.23	4.29	5.71
2	157	5.23	14	0.47	2.14	11.21
3	244	8.13	7	0.23	4.29	34.86
4	13	0.43	7	0.23	4.29	1.86
5	264	8.80	9	0.30	3.33	29.33
6	83	2.77	15	0.50	2.00	5.53
7	100	3.33	6	0.20	5.00	16.67
8	200	6.67	13	0.43	2.31	15.38
9	19	0.63	8	0.27	3.75	2.38
10	32	1.07	9	0.30	3.33	3.56
11	195	6.50	11	0.37	2.73	17.73
12	192	6.40	12	0.40	2.50	16.00
13	42	1.40	8	0.27	3.75	5.25
14	62	2.07	9	0.30	3.33	6.89
15	216	7.20	11	0.37	2.73	19.64
16	183	6.10	19	0.63	1.58	9.63
17	192	6.40	8	0.27	3.75	24.00
18	176	5.87	17	0.57	1.77	10.35
19	74	2.47	9	0.30	3.33	8.22
20	74	2.47	12	0.40	2.50	6.17
21	181	6.03	15	0.50	2.00	12.07
22	183	6.10	12	0.40	2.50	15.25
23	65	2.17	10	0.33	3.00	6.50
24	205	6.83	9	0.30	3.33	22.78
25	27	0.90	8	0.27	3.75	3.38
26	204	6.80	13	0.43	2.31	15.69
<b>PROMEDIOS</b>					<b>3.06</b>	<b>12.54</b>

**Tabla 6.4** Análisis del bache a la salida del “riser” (CASO I)

Tapón	Frente del bache		Extremidad posterior del bache			V. Promedio [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]	
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]				Velocidad [m/s]
1	10	0.33	3.00	9	0.30	3.33	3.17	2.47	7.8
2	14	0.47	2.14	8	0.27	3.75	2.95	1.03	3.0
3	21	0.70	1.43	9	0.30	3.33	2.38	1.67	4.0
4	22	0.73	1.36	8	0.27	3.75	2.56	6.90	17.6
5	12	0.40	2.50	9	0.30	3.33	2.92	3.07	8.9
6	19	0.63	1.58	8	0.27	3.75	2.66	3.23	8.6
7	13	0.43	2.31	11	0.37	2.73	2.52	1.57	3.9
8	21	0.70	1.43	8	0.27	3.75	2.59	1.67	4.3
9	21	0.70	1.43	9	0.30	3.33	2.38	2.80	6.7
10	19	0.63	1.58	10	0.33	3.00	2.29	3.27	7.5
11	14	0.47	2.14	9	0.30	3.33	2.74	1.77	4.8
12	15	0.50	2.00	7	0.23	4.29	3.14	4.33	13.6
13	12	0.40	2.50	7	0.23	4.29	3.39	3.30	11.2
14	19	0.63	1.58	10	0.33	3.00	2.29	4.03	9.2
15	17	0.57	1.76	9	0.30	3.33	2.55	2.03	5.2
16	16	0.53	1.88	8	0.27	3.75	2.81	3.10	8.7
17	21	0.70	1.43	10	0.33	3.00	2.21	3.03	6.7
18	19	0.63	1.58	8	0.27	3.75	2.66	3.03	8.1
19	16	0.53	1.88	8	0.27	3.75	2.81	1.83	5.2
20	20	0.67	1.50	17	0.57	1.76	1.63	2.17	3.5
21	19	0.63	1.58	15	0.50	2.00	1.79	1.37	2.4
22	17	0.57	1.76	9	0.30	3.33	2.55	1.57	4.0

**Velocidad promedio**      **2.59**      **Longitud promedio**      **7.05**

**Tabla 6.5** Análisis de la burbuja a la salida del “riser” (CASO I)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	57	1.90	14	0.47	2.14	4.07
2	174	5.80	21	0.70	1.43	8.29
3	195	6.50	22	0.73	1.36	8.86
4	109	3.63	12	0.40	2.50	9.08
5	178	5.93	19	0.63	1.58	9.37
6	113	3.77	13	0.43	2.31	8.69
7	77	2.57	21	0.70	1.43	3.67
8	168	5.60	21	0.70	1.43	8.00
9	159	5.30	19	0.63	1.58	8.37
10	81	2.70	14	0.47	2.14	5.79
11	133	4.43	15	0.50	2.00	8.87
12	120	4.00	12	0.40	2.50	10.00
13	155	5.17	19	0.63	1.58	8.16
14	107	3.57	17	0.57	1.76	6.29
15	119	3.97	16	0.53	1.88	7.44
16	108	3.60	21	0.70	1.43	5.14
17	116	3.87	19	0.63	1.58	6.11
18	81	2.70	16	0.53	1.88	5.06
19	154	5.13	20	0.67	1.50	7.70
20	36	1.20	19	0.63	1.58	1.89
21	35	1.17	17	0.57	1.76	2.06
22	114	3.80	15	0.50	2.00	7.60

**PROMEDIOS                      1.79                      6.84**



**Tabla 6.6** Resumen de los cálculos hechos para la tubería horizontal

PARÁMETROS PROMEDIO EN LA SECCIÓN HORIZONTAL						
Caso	$V_{SF(P)}$ [m/s]	$V_{ST(P)}$ [m/s]	$V_{S(P)}$ [m/s]	$L_{S(P)}$ [m]	$V_{BT(P)}$ [m/s]	$L_{B(P)}$ [m]
I	3.08	3.88	3.48	3.70	3.06	12.54
II	2.77	3.85	3.31	3.77	2.84	16.13
III	2.85	3.60	3.22	4.39	2.80	14.93
IV	2.49	3.64	3.07	3.87	2.42	9.80
V	3.38	3.55	3.46	4.35	3.39	19.76
VI	3.09	3.93	3.51	4.71	3.11	18.03

**Tabla 6.7** Resumen de los cálculos hechos para la salida del "Riser"

PARÁMETROS PROMEDIO A LA SALIDA DEL "RISER"						
Caso	$V_{SF(S)}$ [m/s]	$V_{ST(S)}$ [m/s]	$V_{S(S)}$ [m/s]	$L_{S(S)}$ [m]	$V_{BT(S)}$ [m/s]	$L_{B(S)}$ [m]
I	1.83	3.35	2.59	7.05	1.79	6.84
II	2.60	3.77	3.18	7.78	2.56	8.79
III	3.02	4.86	3.94	13.34	2.91	12.19
IV	3.48	4.83	4.16	10.98	3.47	12.19
V	3.49	4.81	4.15	11.64	3.54	12.86
VI	4.08	4.79	4.43	11.95	3.97	13.16

**Tabla 6.8** Relación entre los gastos de aire en la línea de flujo y de inyección

Caso	$Q_g$ [lt/min]	$Q_{gi}$ [lt/min]	$Q_{gi}/Q_g$ [Adim]
I	300	0.00	0.00
II	300	219.73	0.73
III	300	309.95	1.03
IV	300	488.97	1.63
V	300	535.45	1.78
VI	300	617.99	2.06

Donde " $V_{SF(P)}$ " y " $V_{ST(P)}$ " son las velocidades del frente y de las extremidades posteriores de los tapones de líquido en la línea horizontal ("pipeline"); " $V_{S(P)}$ " y " $V_{BT(P)}$ " son las velocidades promedio de los tapones de líquido y de las burbujas en la misma sección horizontal; lo mismo sucede con las longitudes y velocidades a la salida del "riser", las cuales presentan un subíndice "S", para referirse a la entrada del separador. Por otra parte, se obtuvieron los perfiles de presión en la base del "riser" respecto al tiempo; dichos resultados se muestran en las **Figs. 6.23-6.28**.

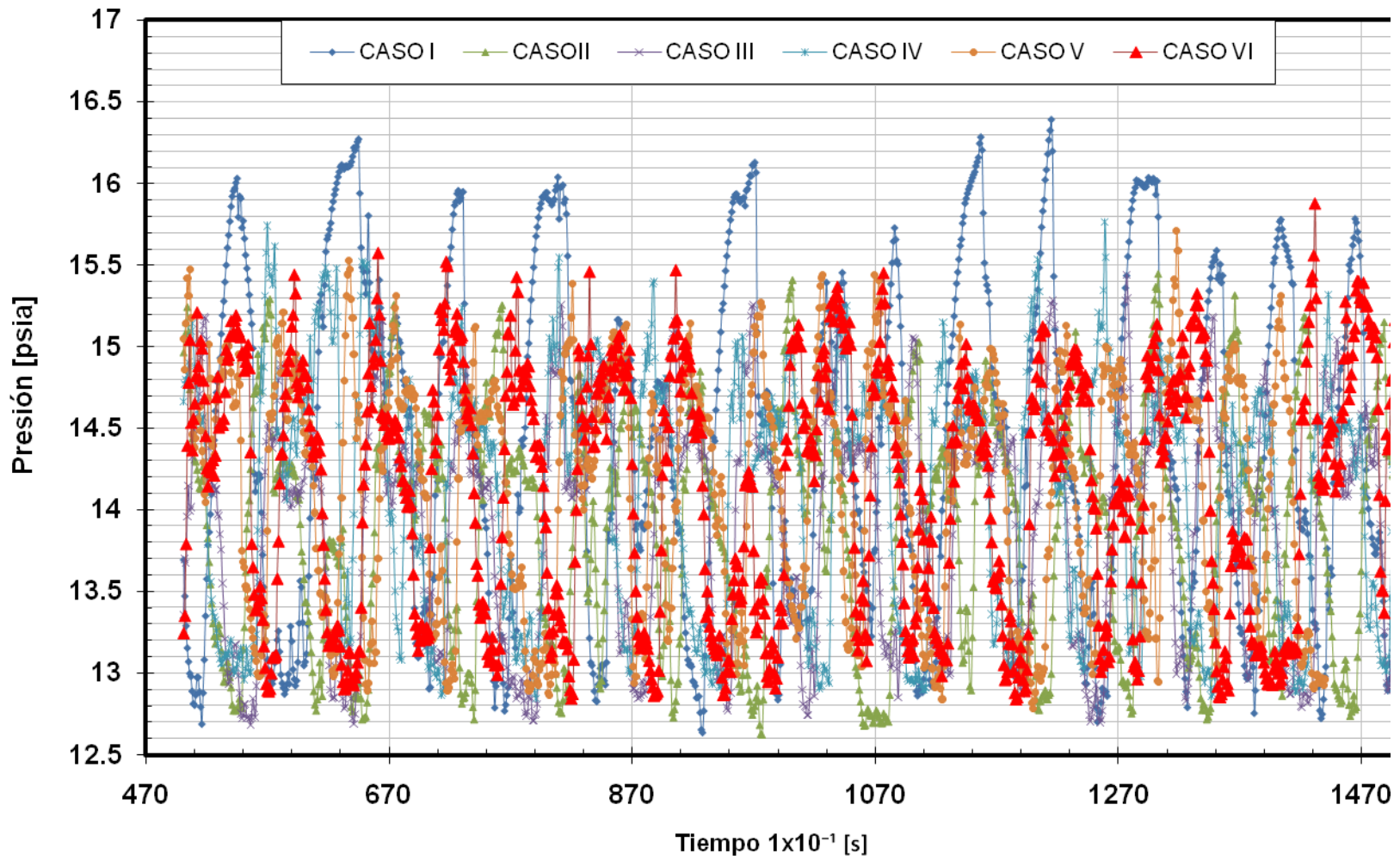


Fig. 6.23 Perfil de presiones de todos los experimentos

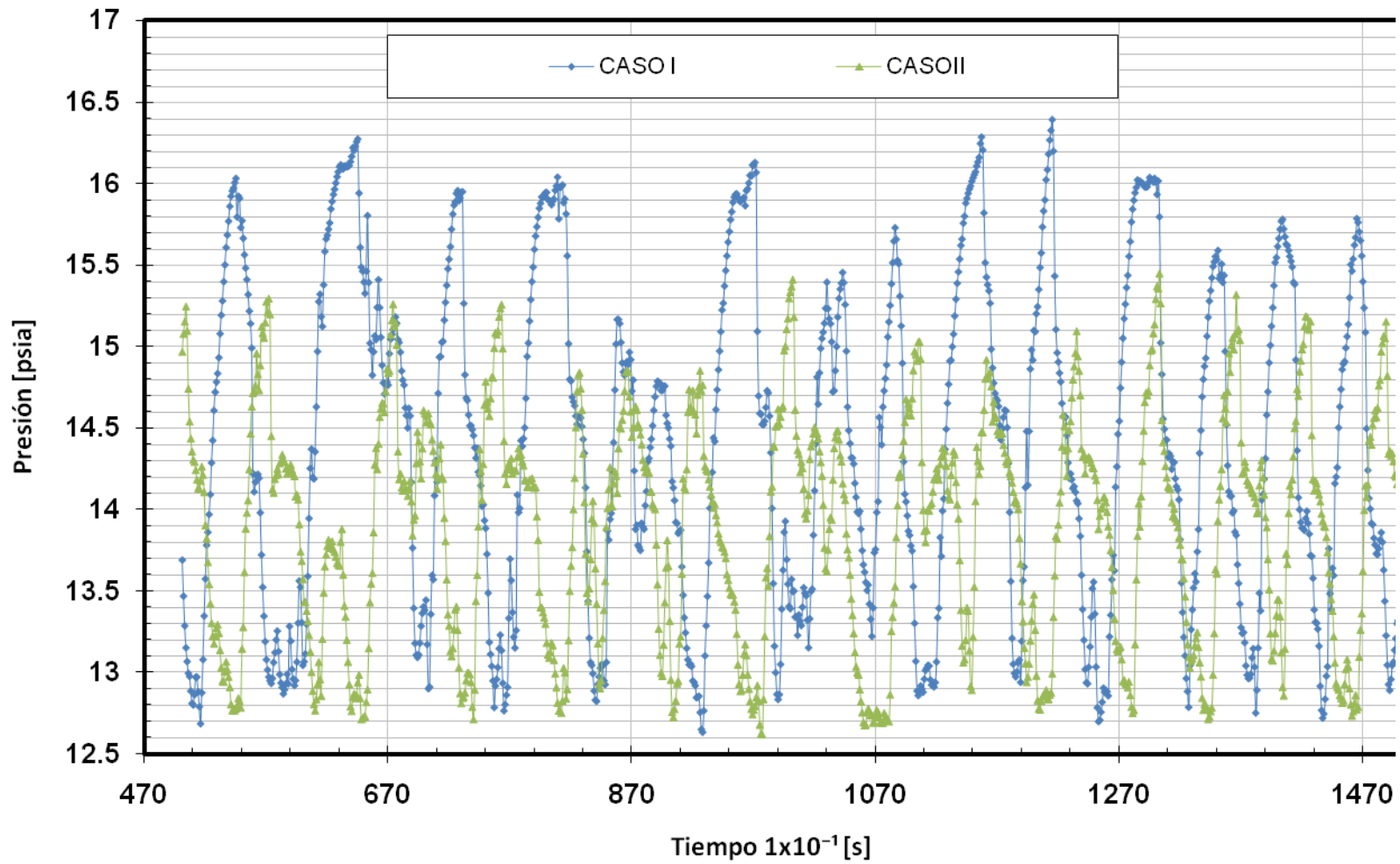


Fig. 6.24 Comparación Casos I-II

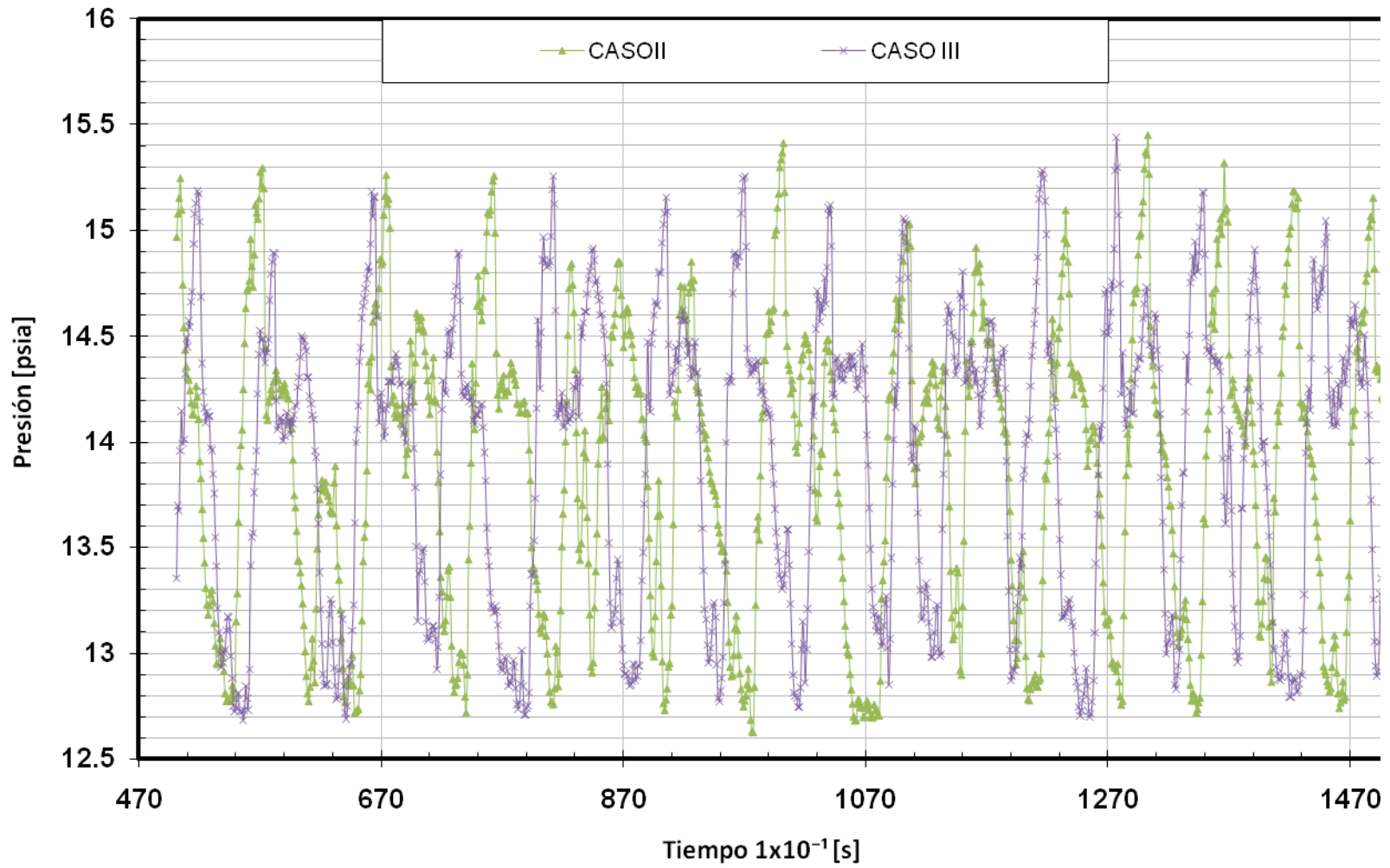


Fig. 6.25 Comparación Casos II-III

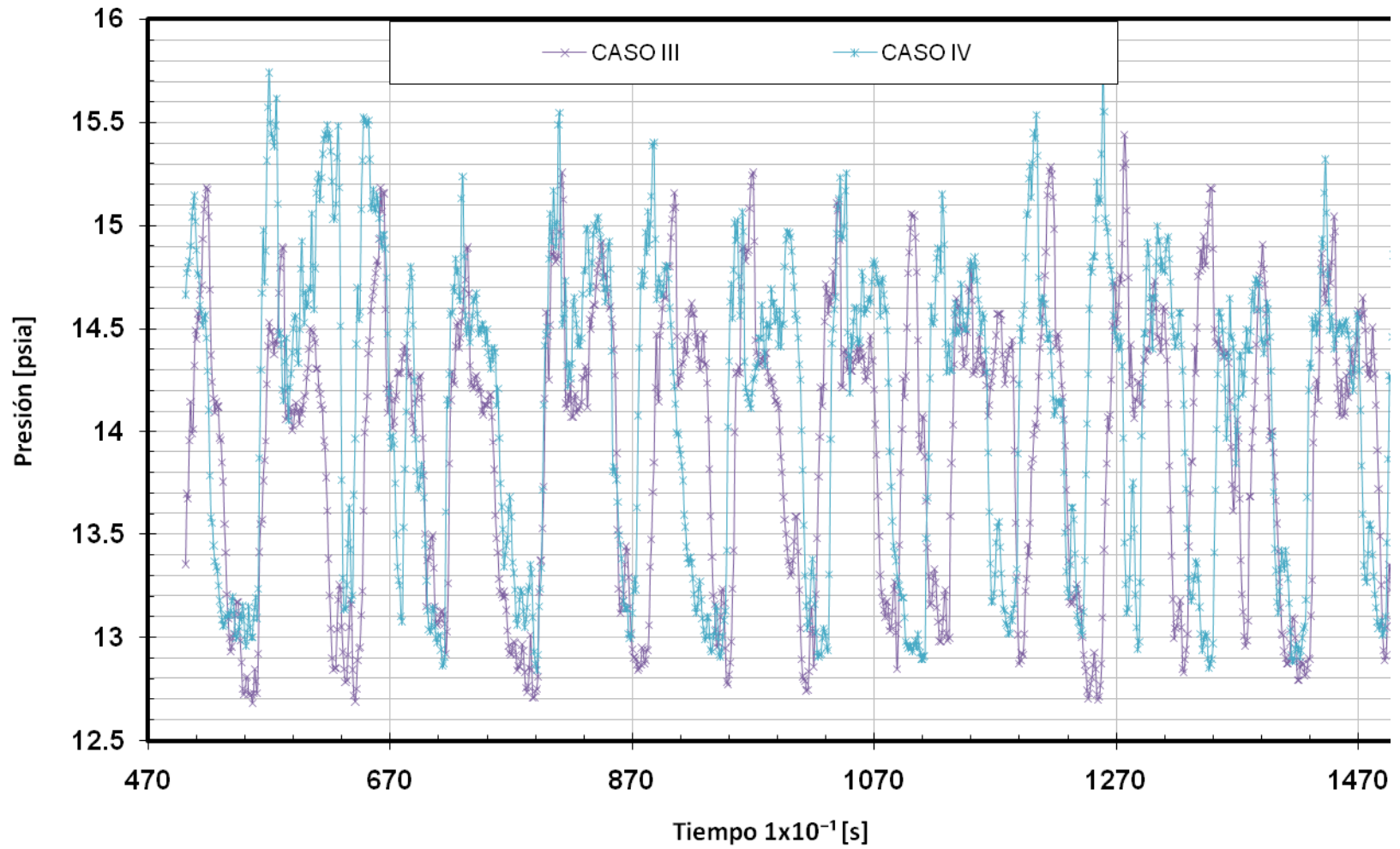


Fig. 6.26 Comparación Casos III-IV

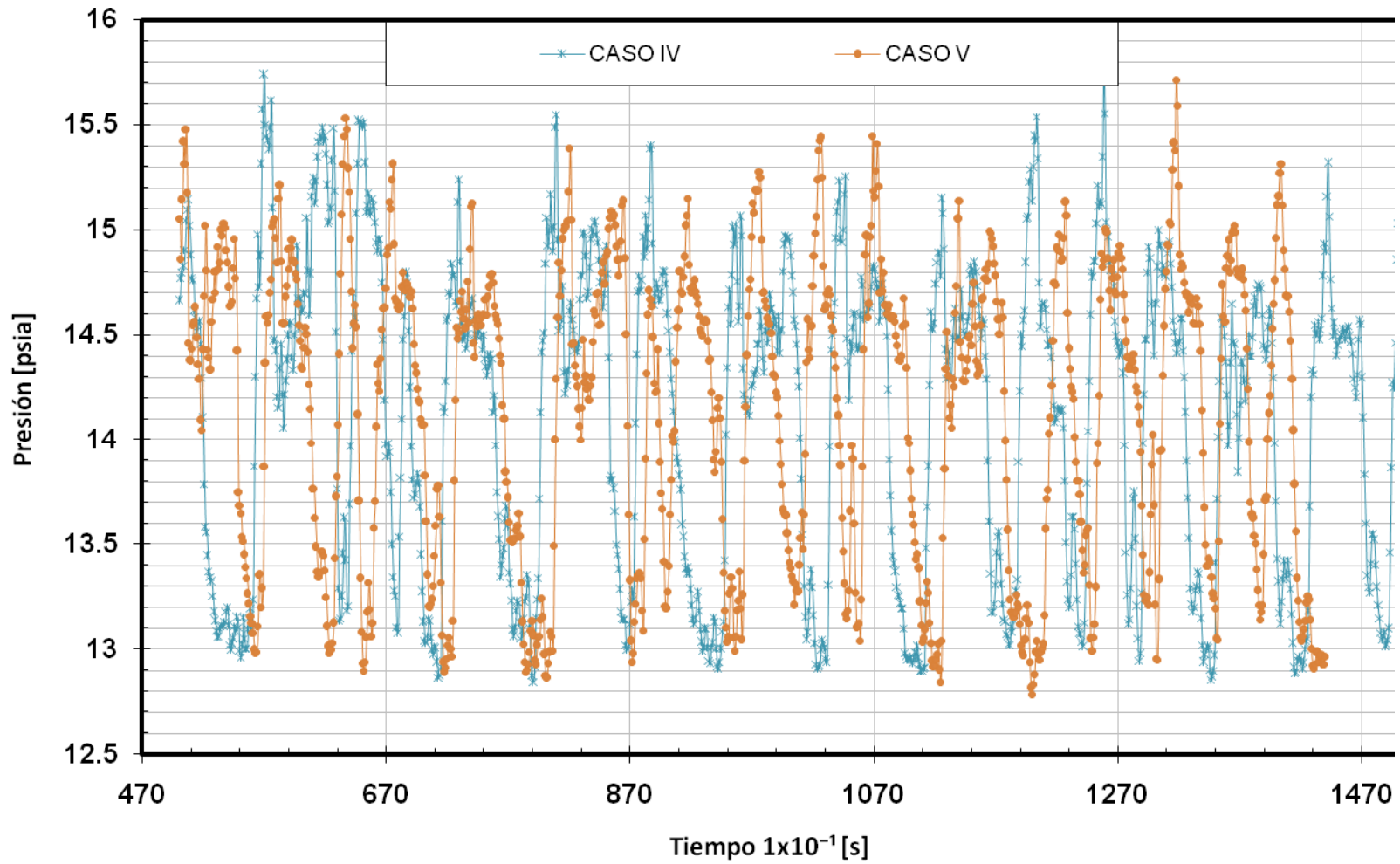


Fig. 6.27 Comparación Casos IV-V

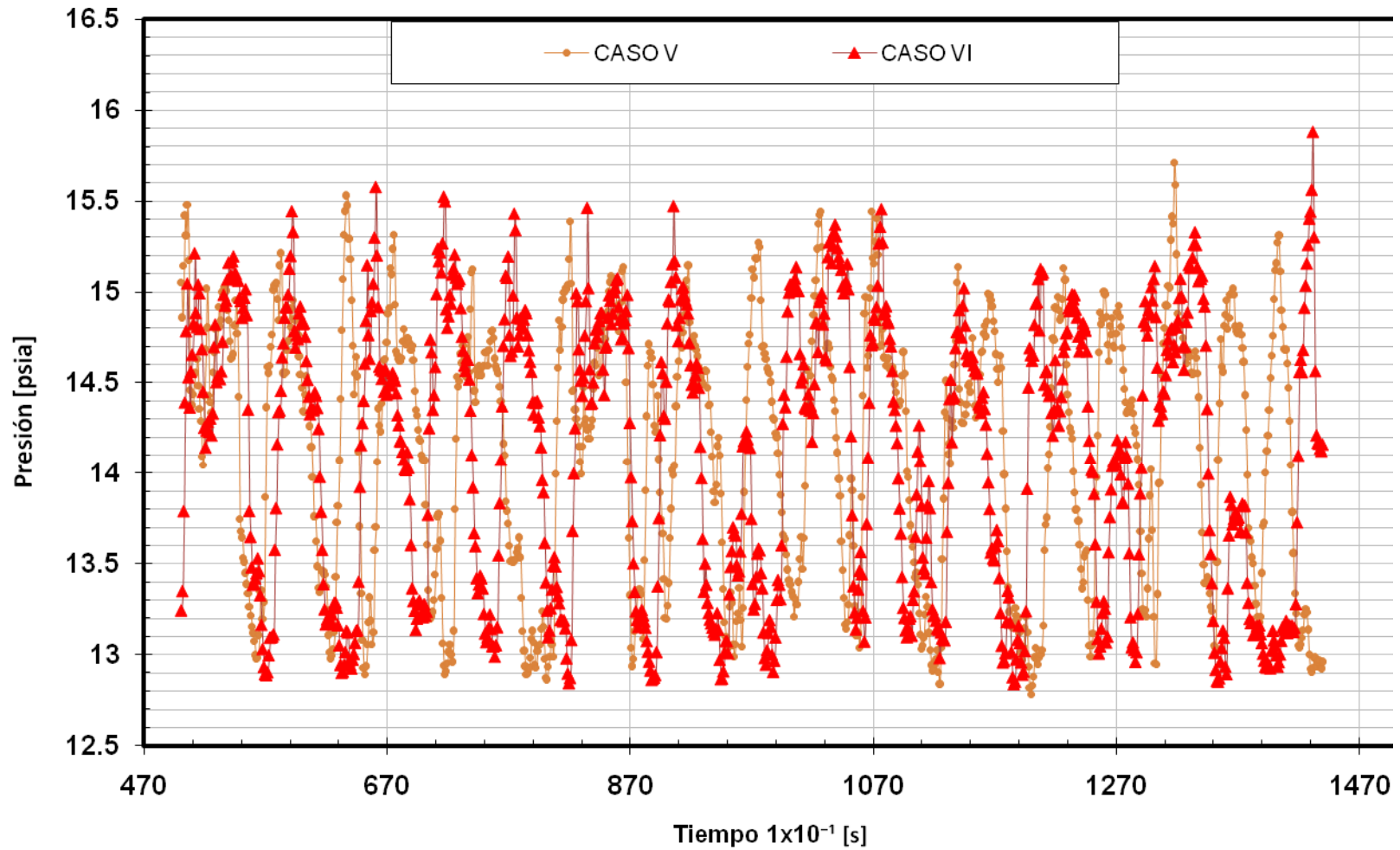


Fig. 6.28 Comparación Casos V-VI

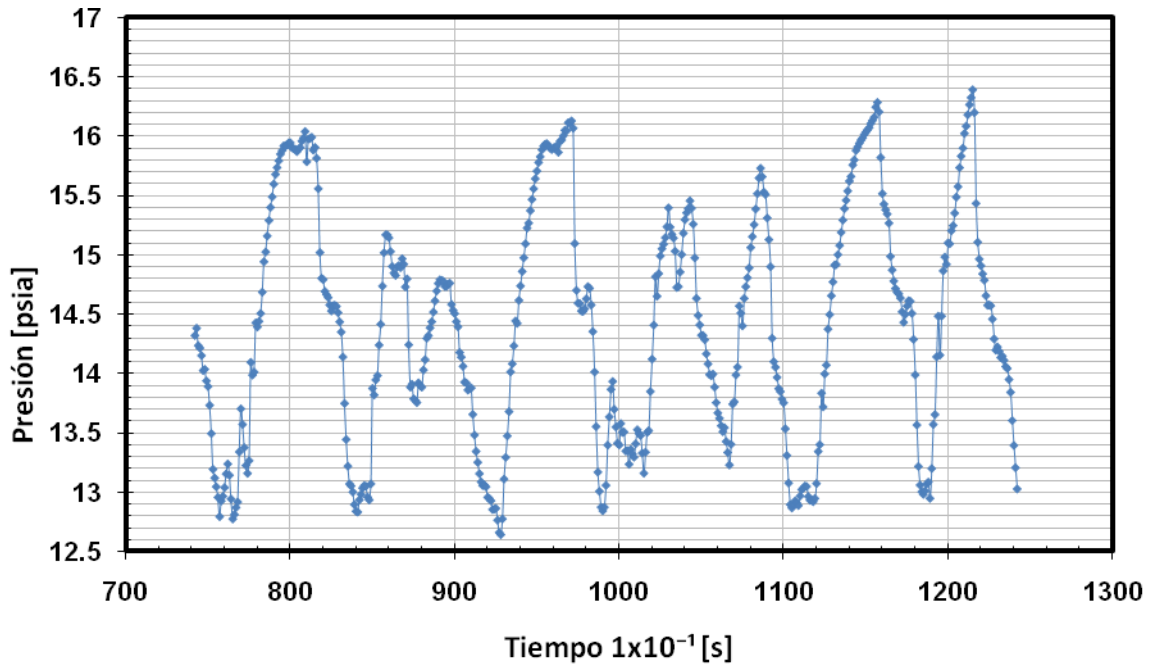


Fig. 6.29 Variaciones de presión Caso I

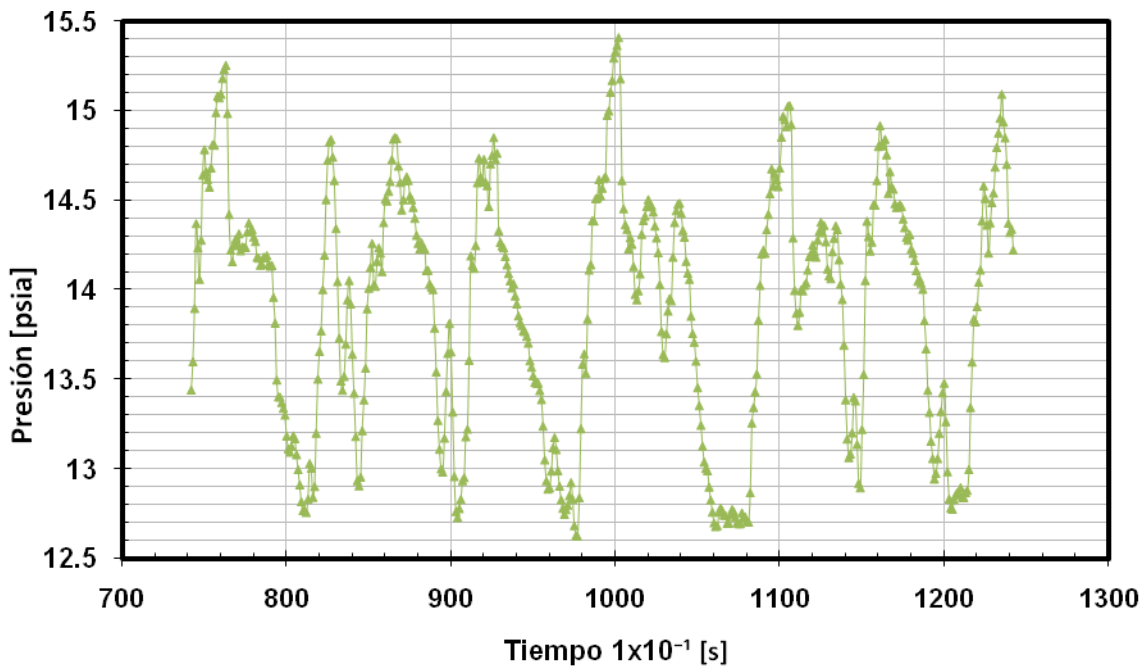


Fig. 6.30 Variaciones de presión Caso II



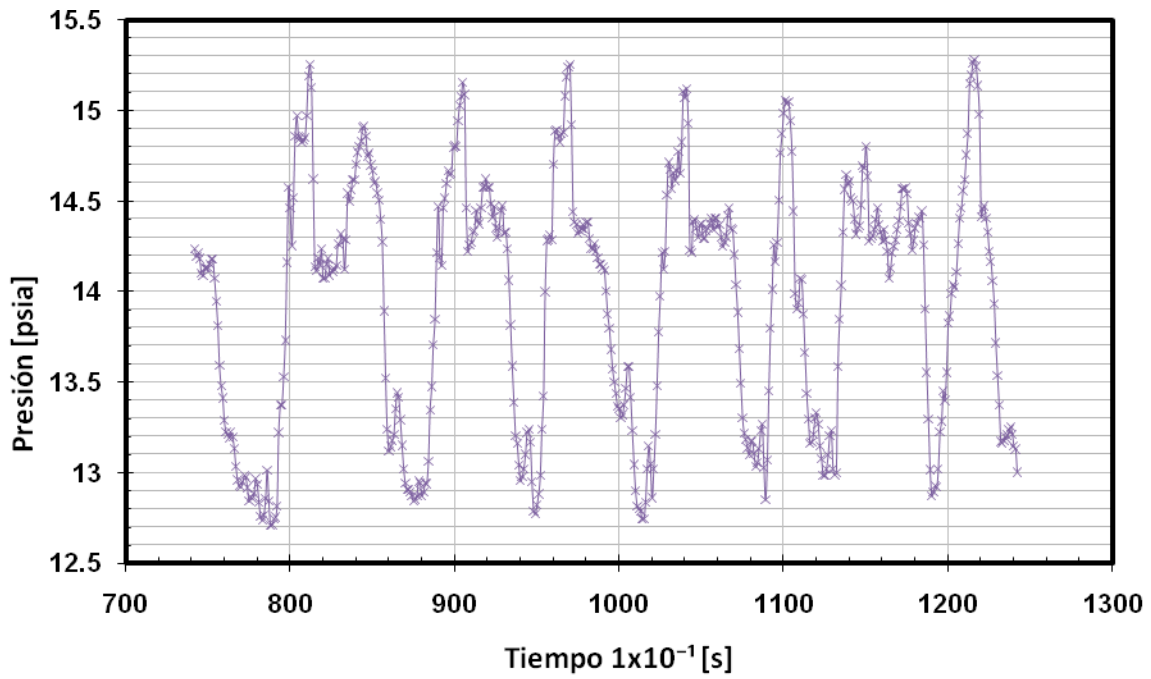


Fig. 6.31 Variciones de presión Caso III

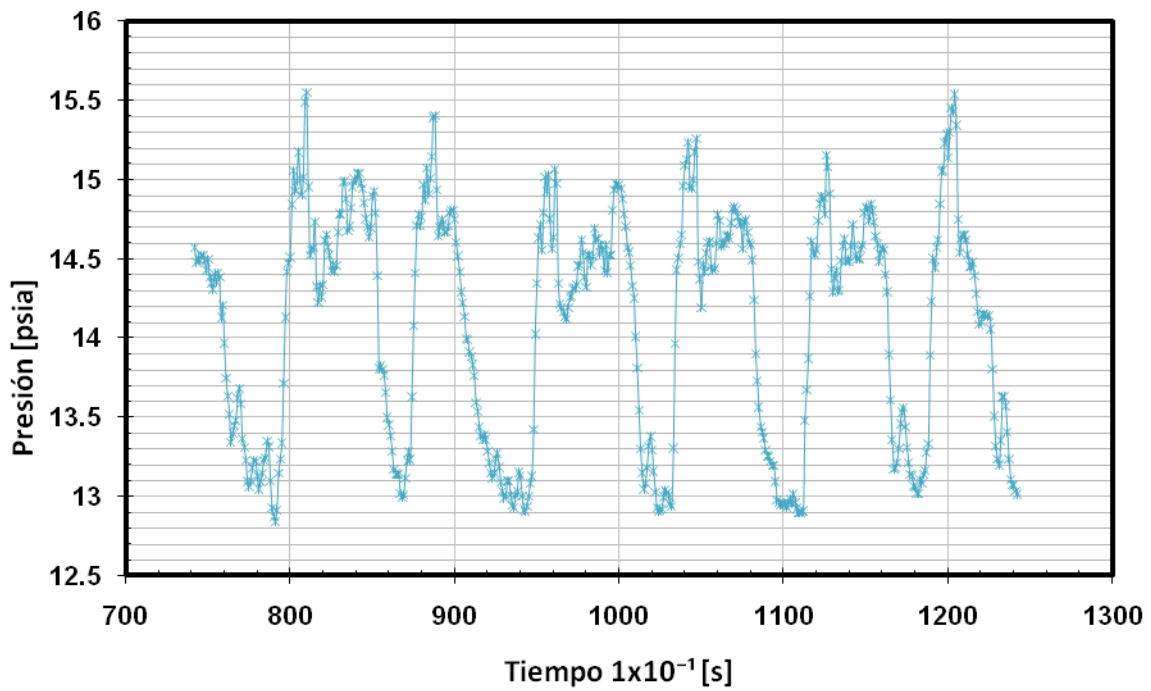


Fig. 6.32 Variciones de presión Caso IV

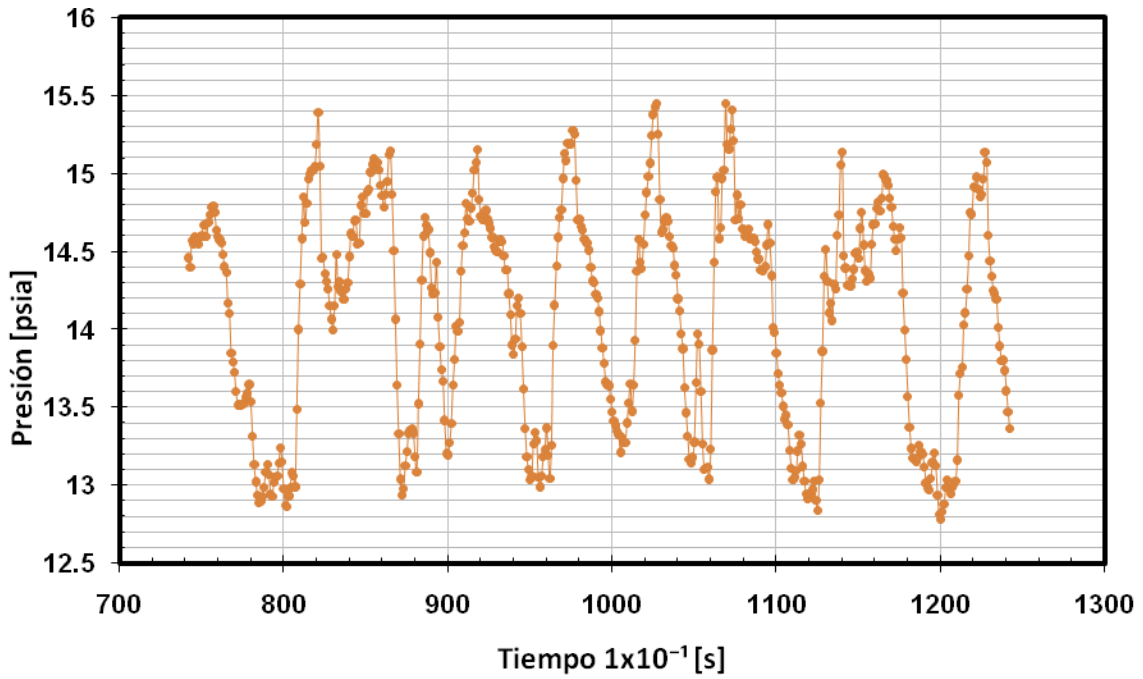


Fig. 6.33 Variaciones de presión Caso V

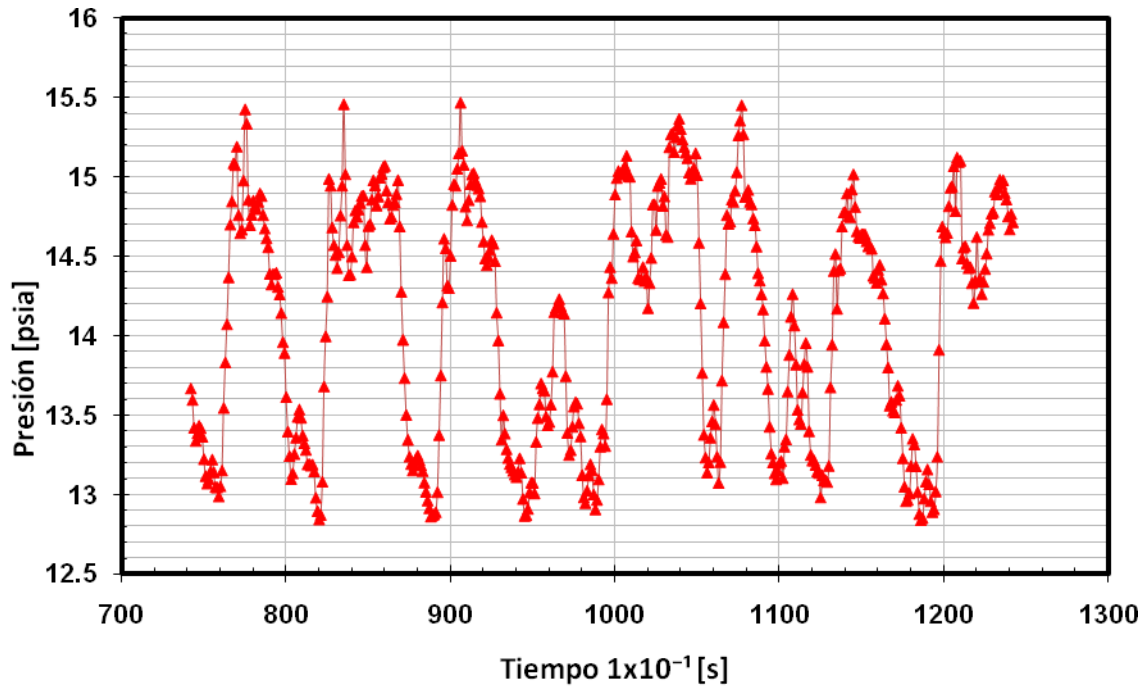
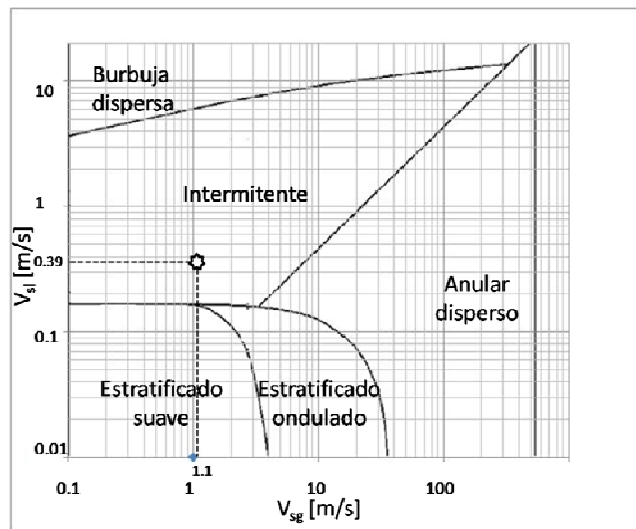
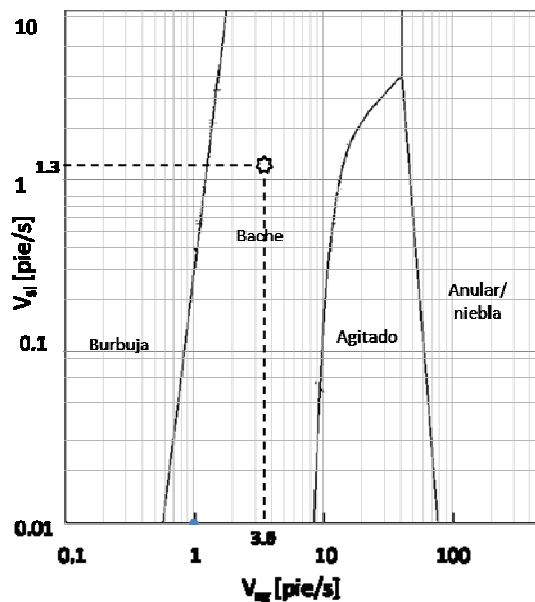


Fig. 6.34 Variaciones de presión Caso VI

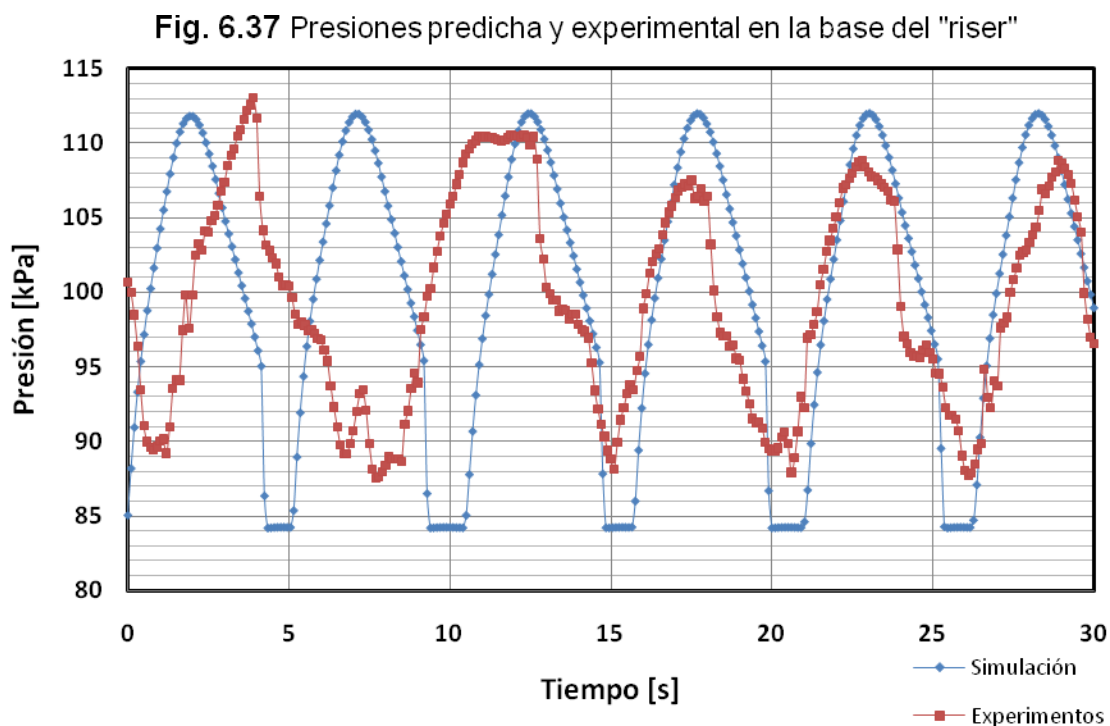
En las **Figs. 6.35 y 6.36** se muestran los mapas de patrones de flujo que justifican la presencia de flujo bache en ambas secciones de prueba; para la sección horizontal se consultó el mapa de patrones de flujo de Taitel y Dukler, y para la sección ascendente vertical se recurrió al mapa de patrones de flujo de Aziz *et al.*



**Fig. 6.35** Mapa de patrones de flujo de Taitel y Dukler para la sección de prueba horizontal



**Fig. 6.36** Mapa de patrones de flujo de Aziz *et al.* para la tubería ascendente vertical

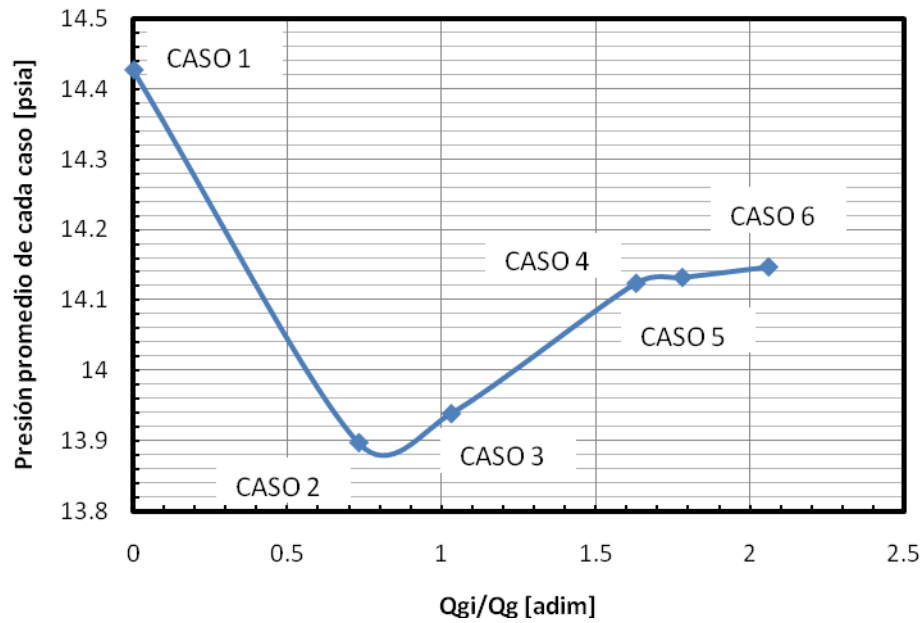


La **Fig. 6.37** muestra la aproximación entre la predicción de la presión en la base del "riser" y los resultados experimentales, para el caso "base" o sin inyección de aire. La predicción se realizó mediante el modelo de flujo bache transitorio anteriormente mencionado.

Las velocidades superficiales de cada fase se obtuvieron mediante el cociente del gasto de cada fase entre el área transversal de la línea de flujo, respectivamente.

En la **Fig. 6.38** se muestra la relación entre valores de presión promedio de cada caso y las razones de gastos volumétricos de gas de inyección y en la línea de flujo.

**Fig. 6.38** Relación entre presiones promedio y el cociente de gastos de aire



### Velocidades y longitudes promedio

En el *Caso I* se muestran variaciones tanto en la velocidad como en la longitud de los tapones de líquido al pasar de la sección horizontal a la sección en la salida del “riser”; en este caso, la velocidad promedio de los tapones disminuía cuando éstos pasaban a la sección vertical, lo cual parece trivial, ya que el tapón consumía parte de su energía para poder elevarse; sin embargo los tapones no sólo fueron impulsados por las burbujas comprimidas de aire que las seguían, sino que estas últimas, de acuerdo a los resultados obtenidos, penetraban o aireaban parte de los tapones, lo cual provocaba que la longitud de los cuerpos de aire disminuyera a la salida del “riser”, así como su velocidad; al mismo tiempo aumentaba la longitud de los tapones.

En el *Caso II*, las variaciones de algunos parámetros fueron casi despreciables; tal es el caso de las velocidades de los cuerpos de líquido y aire, los cuales variaron su velocidad al pasar a la sección en la salida del “riser” de manera muy reducida a diferencia del *Caso I*. Lo anterior, parece poder explicarse debido a la inyección de aire en la base del “riser”, lo cual ayudó a

“impulsar” (disminuir la densidad de la columna hidrostática y facilitar el flujo de ésta) tanto a los tapones de líquido como a las burbujas de aire. Esto último también se reflejó en la longitud promedio de los tapones, ya que éstos aumentaron su tamaño debido a la penetración de aire en ellos, provocado por la inyección de aire. Sin embargo, los resultados indican que la longitud de las burbujas disminuyó de manera similar al caso anterior, lo que sugiere que parte de la materia de los cuerpos de aire penetraban también parte de los tapones de líquido.

En el *Caso III* se hace evidente que las velocidades de los cuerpos de líquido aumentan al pasar de la sección horizontal de prueba a la vertical. Los datos revelan que la longitud de los cuerpos de líquido aumenta a más del triple, lo que se explica con la penetración de aire en ellos; aquí las burbujas de aire que viajaban en la línea horizontal, variaban su longitud de manera despreciable al pasar por la sección vertical, lo que puede explicarse mediante el hecho de que la cantidad de gas de inyección es suficiente tanto para airear los tapones como para compensar algún intercambio de masa entre éstas y los tapones de líquido.

En el *Caso IV*, de manera similar al anterior, las velocidades tanto de los cuerpos de líquido como de aire aumentaron como consecuencia del incremento en la inyección de gas. Es importante hacer notar que el aumento en la longitud de los cuerpos de líquido es muy similar que para el caso anterior, no así en el aumento de la velocidad, ya que éste último fue de mayor proporción. En este caso la longitud de las burbujas no varió de manera significativa.

Los *Casos V y VI* arrojaron una serie de resultados muy similares en cuanto a la proporción en la variación de los parámetros de velocidades y longitudes de los cuerpos de líquido y gas. En ambos casos, al pasar a la sección en la salida del “riser”, aumentaron las velocidades promedio de los tapones y burbujas; las longitudes de los cuerpos de líquido aumentaron, mientras que las longitudes de los cuerpos de aire disminuyeron.

## Variaciones de presión

En la **Fig. 6.23** se muestran las variaciones de presión de todos los casos, medidos mediante el transductor de presión colocado en la base del “riser”. Dicha figura contiene datos de los experimentos “estabilizados”, es decir, datos provenientes de un intervalo de tiempo en el cual las pruebas se registraron sin errores de ajuste de gastos en la línea de flujo o de inyección. En esta figura se hace evidente la disminución en la presión en el “riser” en los casos de inyección, respecto al “*Caso base*”.

### - Comparación Casos I-II

La **Fig. 6.24** hace evidente que la inyección de gas en el *Caso II* disminuye la presión de manera importante en el “riser”. Con ayuda de las **Figs. 6.29 y 6.30** se observa que al inyectar el aire en la base del “riser” el perfil de presión no sólo disminuye, sino que cambia de forma; en el perfil del *Caso II* ya no se observan incrementos y decrementos “violentos” en la presión, sino más bien el surgimiento de la presencia de “brazos” del lado derecho de los picos de presión, lo cual se traduce en caídas de presión no abruptas.

### - Comparación Casos II-III

La **Fig. 6.25** muestra la variación de presión de los *Casos II y III*. Gracias a las variaciones de presión individuales, se puede observar que la forma de ambos es muy similar, aunque el promedio de las presiones registradas (**Fig. 6.37**) para ambos casos revela que el perfil del *Caso II* disminuye de manera más efectiva los picos de presión, al obtener una presión promedio menor.

### - Comparación Casos III y IV

La **Fig. 6.26** muestra las variaciones de presión de los *Casos III y IV*, lo que hace evidente que los valores de presión en éste último son de mayor magnitud; esto también se explica mediante el cálculo de las presiones promedio para cada caso, los cuales indican que los valores mayores de presión corresponden al *Caso IV*.

La **Fig. 6.32** muestra que si bien el perfil de presión para el *Caso IV* no es muy distinto en forma a los *Casos II y III*, indica la presencia de algunos incrementos y decrementos violentos en la presión.

- **Comparación de los Casos IV y V**

En la **Fig. 6.27** se muestran las variaciones de presión de los *Casos IV y V*, los cuales no presentan, aparentemente, variaciones importantes. Sin embargo, gracias a la **Fig. 6.33**, se hace evidente que la forma de variación de presión del *Caso V* es diferente a la del *Caso IV*, y comienza a parecerse más bien al *Caso I*, lo que indica variaciones violentas en la presión. De acuerdo a los cálculos realizados para la determinación de la presión promedio de cada caso, se mostró una mayor magnitud para el *Caso V*.

- **Comparación de los Casos V y VI**

En la **Fig. 6.28** se muestran las variaciones de presión de los *Casos V y VI*. De acuerdo con la **Fig. 6.34**, el perfil para éste último Caso se muestra más inestable que los anteriores, lo que se traduce en oscilaciones fuertes en la presión. Así lo indica también el promedio de las presiones para el *Caso VI*, el cual resulta ser ligeramente mayor que para el *Caso V*.



Capítulo VII

## **Conclusiones y recomendaciones**

---

## **7.1 Conclusiones**

Se realizó una revisión bibliográfica de los diferentes sistemas de producción costa afuera, así como la tendencia de su evolución de acuerdo a la necesidad de producción con tirantes de agua cada vez mayores.

Se encontró que el patrón de flujo bache es el más frecuente y problemático en los sistemas de producción costa afuera, así como los efectos negativos más comunes que provoca. Se hizo también la distinción entre la variedad de flujo bache, de acuerdo a las causas que provocan su generación.

Se realizó un estudio experimental de flujo bache en el laboratorio, cuyos resultados fueron analizados.

Se aplicó un modelo transitorio de flujo bache para el análisis del comportamiento de flujo en la línea experimental, el cual tuvo una coincidencia importante en la predicción del perfil de presión en la tubería ascendente vertical para el “Caso base”.

Por último, se observaron, midieron y analizaron experimentalmente los efectos de la inyección de aire en la base del “riser”; dichos efectos se manifestaron en las propiedades físicas de los tapones de líquido y burbujas (longitudes y velocidades), así como en los perfiles de presión para cada caso. La información obtenida y analizada fue enriquecida con la observación de los efectos dinámicos (vibraciones) en el circuito experimental.

## **7.2 Recomendaciones**

Se recomienda realizar un análisis del fenómeno más completo, con rangos más amplios de gastos de inyección de aire, así como los de producción de aire y de líquido en la línea de flujo. Además se propone la realización de los experimentos con aceite.

Dado que el modelo mecanicista transitorio de flujo bache normal arroja aproximaciones al comportamiento de flujo real del mismo, sería conveniente también el modificar dicho

modelo, mediante la introducción del término de la inyección de gas en la base del “riser”, para obtener predicciones del comportamiento a la salida del sistema.



# Nomenclatura

---

$a$	Parámetro para la correlación de Dukler Caso I
$A$	Área de la sección transversal de flujo
$A_p$	Área transversal de la tubería
$B_o$	Factor de volumen del aceite
$B_g$	Factor de volumen del gas
$d$	Diámetro
$D_i$	Diámetro interno
$E_k$	Parámetro adimensional de la energía cinética (definido mediante la ecuación 2.93)
$f$	Factor de fricción
$f_{TP}$	Factor de fricción de dos fases
$g$	Aceleración debida a la gravedad
$g_c$	Factor de conversión gravitacional
$G_L$	Velocidad de la masa de líquido
$G_g$	Velocidad de la masa de gas
$H_f$	Colgamiento en la burbuja
$H_L$	Colgamiento (definido mediante las ecuaciones 2.31 y 2.32)
$H_r$	Longitud del "riser"
$H_S$	Colgamiento en el tapón
$h_L$	Nivel adimensional de líquido
$k$	Relación de velocidades (definida mediante la ecuación 2.27)
$L_b$	Longitud de la burbuja de aire

---

$l$	Longitud
$L_f$	Longitud de la burbuja
$L_s$	Longitud del tapón de líquido
$L_u$	Longitud de una unidad de bache
$m$	Masa
$M_t$	Velocidad total de la masa (definida mediante la ecuación 2.93)
$\dot{m}$	Gasto másico (definido mediante la ecuación 2.1)
$\dot{m}_g$	Gasto másico de gas
$\dot{m}_L$	Gasto másico de líquido
$N_d$	Número de diámetro de la tubería (definido mediante la ecuación 2.64)
$N_{Fr}$	Número de Froude (definido mediante la ecuación 2.99)
$N_{GV}$	Número de velocidad del gas (definido mediante la ecuación 2.63)
$N_{LV}$	Número de velocidad del líquido (definido mediante la ecuación 2.62)
$N_{Re}$	Número de Reynolds (definido mediante la ecuación 2.18)
$P$	Presión
$\bar{p}$	Cantidad de movimiento
$\bar{P}$	Presión promedio
$P_b$	Presión en la burbuja
$P_s$	Presión en el separador
$q$	Gasto volumétrico
$q_g$	Gasto volumétrico de gas
$q_i$	Gasto de inyección de gas en la base del "riser"
$q_L$	Gasto volumétrico de líquido
$q_t$	Gasto volumétrico total

$Rs$	Relación de solubilidad
$S$	Perímetro mojado
$S_g$	Perímetro mojado por gas
$S_l$	Perímetro de la interfase
$S_L$	Perímetro mojado por líquido
$t$	tiempo
$T$	Temperatura
$v$	Velocidad del fluido
$v_{BF}$	Velocidad del frente de la burbuja
$v_{BT}$	Velocidad de la burbuja
$v_D$	“drift velocity”
$v_f$	Velocidad de la película de líquido por debajo de la burbuja
$v_{fo}$	Velocidad del líquido en la zona de ondulación
$v_r$	Velocidad relativa o de resbalamiento (definida mediante la ecuación 2.28)
$v_s$	Velocidad del tapón
$v_{sf}$	Velocidad del frente del tapón
$v_{sf}(p)$	Velocidad promedio del frente del tapón
$v_{sL}$	Velocidad superficial del líquido (definida mediante la ecuación 2.34)
$v_{sg}$	Velocidad superficial del gas (definida mediante la ecuación 2.35)
$v_{st}(p)$	Velocidad promedio del extreme posterior del tapón
$v_m$	Velocidad volumétrica de la mezcla (definida mediante la ecuación 2.36)
$X$	Parámetro de Lockhart y Martinelli
$Y$	Grupo adimensional
$\alpha_L$	Colgamiento (definido por las ecuaciones 2.31 y 2.32)

---

$\alpha_g$	Fracción de vacío
$\Gamma_{LG}$	Transferencia de masa por cambio de fase
$\Gamma_{GL}$	Transferencia de masa por cambio de fase
$\Delta p$	Caída de presión
$\Delta t$	Intervalo de tiempo
$\theta$	Ángulo de inclinación de la tubería respecto a la horizontal
$\varepsilon$	Rugosidad
$\varepsilon_r$	Rugosidad relativa
$\lambda_L$	Fracción volumétrica de entrada de líquido (definida mediante la ecuación 2.29)
$\lambda_g$	Fracción volumétrica de entrada de gas (definida mediante la ecuación 2.30)
$\mu$	Viscosidad
$\mu_s$	Viscosidad de la mezcla con resbalamiento (definida por la ecuación 2.67)
$\pi$	3.1415926
$\rho$	Densidad del fluido
$\rho_g$	Densidad del gas
$\rho_L$	Densidad del líquido
$\rho_m$	Densidad de la mezcla (definida mediante la ecuación 2.37)
$\rho_s$	Densidad de la mezcla con resbalamiento (definida mediante la ecuación 2.37)
$\rho_n$	Densidad de la mezcla sin resbalamiento (definida mediante la ecuación 2.60)
$\sigma_L$	Tensión superficial del líquido
$\tau_w$	Esfuerzo de corte en la pared de la tubería
$\tau_{wG}$	Esfuerzo de corte en la pared de la tubería debido al flujo de la fase gaseosa
$\tau_{wL}$	Esfuerzo de corte en la pared de la tubería debido al flujo de la fase líquida
$\Psi$	Factor de corrección del ángulo de inclinación (definido mediante la ecuación 2.79)



Apéndice I

**Medición de flujo de aire con placa  
de orificio con tomas en brida (API)**

---

$$Q_h = C' \sqrt{(h_w P_f)}$$

$Q_h$  = gasto volumétrico de gas a las condiciones base en [pies<sup>3</sup> / hr]

$C'$  = constante de la placa de orificio

$h_w$  = presión diferencial en pulgadas de agua

$P_f$  = presión estática en [psia]

$$C' = F_b \times F_r \times Y \times F_{bp} \times F_{tb} \times F_{tf} \times F_g \times F_{pv} \times F_m \times F_a \times F_l$$

$F_b$  = factor base del orificio

$F_r$  = factor del número de Reynolds

$Y$  = factor de expansión

$F_{pb}$  = factor de la presión base

$F_{tb}$  = factor de la temperatura base

$F_{tf}$  = factor de la temperatura de flujo

$F_g$  = factor de la gravedad específica

$F_{pv}$  = factor de supercompresibilidad

$F_m$  = factor del manómetro

$F_a$  = factor de expansión térmica del orificio

$F_l$  = factor de localización

- 1.- El factor base del orificio ( $F_b$ ) es función del diámetro de la tubería y del diámetro del orificio (D y d) en pulgadas; puede obtenerse mediante la **Tabla A1.1**.
- 2.- El factor del número de Reynolds se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$F_r = 1 + \frac{b}{\sqrt{(h_w \cdot P_f)}}$$

El parámetro “b” es función de los diámetros de la tubería y orificio (D y d) en pulgadas; se obtiene mediante la **Tabla A1.2**. El denominador del segundo término se compone de la medición de la columna diferencial de agua en el manómetro ( $h_w$ ) en pulgadas y de la presión absoluta de flujo antes de la placa ( $P_f$ ) en [psia].

- 3.- El factor de expansión (Y) es función de la relación de diámetros  $\beta$  y de la relación entre la columna de agua y la presión estática ( $P_f$ ), tal como lo muestra la **Tabla A1.3**.
- 4.- El factor de la presión base ( $F_{pb}$ ) se determina como sigue:

$$F_{pb} = \frac{14.73}{P_b}$$

La  $P_b$  es el valor de la presión base considerada.

- 5.- El factor de temperatura base ( $F_{tb}$ ) se calcula como sigue:

$$F_{tb} = \frac{T_b}{520}$$

La  $T_b$  es el valor de la temperatura base considerada.

- 6.- El factor de temperatura de flujo ( $T_f$ ) se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$T_f = \sqrt{\frac{520}{T_f}}$$

Donde la  $T_f$  representa a la temperatura de flujo en [R].

- 7.- El factor de la gravedad específica ( $F_g$ ) se debe tomar en consideración cuando ésta es diferente de 1; se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$F_g = \sqrt{\frac{1}{G}}$$

Donde " $G$ " representa el valor de la densidad relativa del gas en cuestión.

- 8.- El factor de supercompresibilidad ( $F_{pv}$ ) se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$F_{pv} = \sqrt{\frac{1}{z}}$$

Donde  $z$  es el factor de compresibilidad del gas.

- 9.- El factor del manómetro ( $F_m$ ) es utilizado para corregir el error en la medición de la presión diferencial en manómetros de mercurio, provocado por el peso de la columna desequilibrada de gas denso por encima del mercurio. Se puede determinar mediante la **Tabla A1.4**.
- 10.- El factor de expansión térmica del orificio ( $F_a$ ) es utilizado para ajustar la desviación en el diámetro del orificio, debido a cambios de temperatura extremos. Este parámetro se ignora para un rango de temperaturas entre 0 y 120 °F. Se determina mediante la **Tabla A1.5**.
- 11.- El factor de localización ( $F_l$ ) se determina mediante la **Tabla A1.6**. Se aplica al manómetro, con el objetivo de ajustar las mediciones hechas bajo fuerzas gravitacionales que se desvían de la gravedad estándar.

Tabla A1.1 Determinación del parámetro  $F_b$

**FACTORES BASE DEL ORIFICIO  $F_b$**

Diámetro del orificio $d$ [pg]	Diámetro interno de la tubería, $D$ [pg]								
	2			3			4		
	1.589	1.939	2.067	2.300	2.526	2.900	3.068	3.152	3.438
.250	12.695	12.796	12.711	12.714	12.712	12.708	12.709	12.703	12.697
.375	28.474	28.440	28.427	28.411	28.393	28.382	28.376	28.373	28.364
.500	50.777	50.587	50.521	50.435	50.356	50.313	50.292	50.283	50.258
.625	80.090	79.508	79.311	79.052	78.817	78.687	78.629	78.599	78.523
.750	117.09	115.62	115.14	114.52	113.99	113.70	113.56	113.50	113.33
.875	162.95	159.56	158.47	157.12	155.00	155.41	155.14	155.03	154.71
1.000	219.77	212.47	210.22	207.44	205.18	204.04	203.54	203.33	202.75
1.125	290.99	276.19	271.70	266.35	262.06	259.95	259.04	258.65	257.63
1.250	380.78	353.38	345.13	335.12	327.39	323.63	322.03	321.37	319.61
1.375	...	448.59	433.50	415.75	402.18	395.80	393.09	391.97	389.03
1.500	...	...	540.27	510.86	487.98	477.36	472.96	471.14	466.39
1.625	...	...	...	623.91	586.82	569.65	562.58	559.72	552.31
1.750	...	...	...	...	701.26	674.44	663.42	658.96	647.54
1.875	...	...	...	...	...	753.88	777.18	770.44	733.17
2.000	...	...	...	...	...	930.65	966.01	896.06	870.59
2.125	...	...	...	...	...	1041.2	1042.6	1038.1	1001.4
2.250	...	...	...	...	...	...	1223.2	1199.9	1147.7
2.375	...	...	...	...	...	...	...	...	1311.7
2.500	...	...	...	...	...	...	...	...	1438.4

Diámetro del orificio $d$ [pg]	Diámetro interno de la tubería, $D$ [pg]								
	4			6			8		
	3.826	4.026	4.897	5.189	5.761	6.065	7.525	7.981	8.071
.250	12.688	12.683	...	...	...	...	...	...	...
.375	28.353	28.348	...	...	...	...	...	...	...
.500	50.804	50.804	50.197	50.191	50.108	50.176	...	...	...
.625	78.450	78.421	78.338	78.321	78.296	78.287	...	...	...
.750	113.15	113.08	112.87	112.82	112.75	112.72	...	...	...
.875	154.40	154.27	153.88	153.78	153.63	153.56	153.34	153.31	153.31
1.000	202.20	201.99	201.34	201.19	200.96	200.85	200.46	200.40	200.38
1.125	256.69	256.33	255.31	255.08	254.72	254.66	253.99	253.89	253.87
1.250	318.03	317.45	315.83	315.48	314.95	314.72	313.91	313.78	313.74
1.375	386.45	385.51	382.99	382.47	381.70	381.37	380.25	380.06	380.02
1.500	462.27	460.79	456.93	456.16	455.03	454.57	453.02	452.78	452.72
1.625	545.89	543.61	537.77	536.64	535.03	534.38	532.27	531.95	531.87
1.750	637.83	634.39	625.73	624.09	621.79	620.89	618.02	617.60	617.50
1.875	738.75	733.68	721.03	718.69	715.44	714.18	710.32	709.77	709.64
2.000	849.41	842.12	823.99	820.68	816.13	814.41	809.22	808.50	808.34
2.125	970.90	960.48	934.97	930.30	924.07	921.71	914.76	913.65	913.04
2.250	1104.7	1089.9	1054.4	1048.1	1039.5	1036.3	1027.1	1025.9	1025.6
2.375	1252.1	1231.7	1182.9	1174.2	1162.6	1158.3	1146.2	1144.7	1144.3
2.500	1415.0	1387.2	1320.9	1309.3	1293.8	1288.2	1272.3	1270.3	1269.8
2.625	1595.6	1558.2	1469.2	1453.9	1433.5	1426.0	1405.4	1402.9	1402.3
2.750	1797.1	1746.7	1629.9	1608.7	1582.0	1572.3	1545.7	1542.5	1541.8
2.875	...	1955.5	1801.0	1774.5	1740.0	1727.5	1693.4	1689.3	1688.4
3.000	...	2195.0	1986.6	1952.4	1907.8	1891.9	1848.6	1843.5	1842.3
3.125	...	...	2187.2	2143.4	2089.4	2066.1	2011.6	2005.2	2003.0
3.250	...	...	2404.2	2348.8	2276.5	2250.8	2182.6	2174.6	2172.9
3.375	...	...	2679.5	2569.8	2479.1	2446.8	2361.8	2352.0	2349.9
3.500	...	...	2855.5	2808.1	2695.1	2654.9	2549.7	2537.7	2535.0
3.625	...	...	3180.8	3065.3	2925.7	2876.0	2746.5	2731.8	2728.6
3.750	...	...	...	3345.5	3172.1	3111.2	2952.6	2934.8	2930.8
3.875	...	...	...	3657.7	3435.8	3361.5	3168.3	3146.9	3142.1
4.000	...	...	...	...	3718.0	3608.2	3364.3	3348.5	3349.9
4.250	...	...	...	...	4354.8	4216.6	3879.4	3842.3	3834.2
4.500	...	...	...	...	...	4900.9	4412.8	4360.5	4349.0
4.750	...	...	...	...	...	...	5000.7	4928.1	4912.2
5.000	...	...	...	...	...	...	5650.0	5551.1	5529.5
5.250	...	...	...	...	...	...	6369.3	6216.4	6207.3
5.500	...	...	...	...	...	...	7170.9	6992.0	6983.6
5.750	...	...	...	...	...	...	...	7830.0	7777.8
6.000	...	...	...	...	...	...	...	...	8767.0

Diámetro del orificio $d$ [pg]	Diámetro interno de la tubería, $D$ [pg]								
	10			12			16		
	9.564	10.020	10.135	11.375	11.938	12.090	14.688	15.000	15.250
1.000	200.20	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1.125	253.56	253.48	253.47	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1.250	313.31	313.20	313.18	312.94	312.85	312.83	.....	.....	.....
1.375	379.44	379.29	379.26	378.94	378.82	378.79	.....	.....	.....
1.500	451.95	451.76	451.72	451.30	451.14	451.10	450.53	450.48	.....
1.625	530.87	530.63	530.57	530.04	529.84	529.78	529.06	528.99	528.94
1.750	616.20	615.90	615.83	615.16	614.91	614.84	613.94	613.85	613.78
1.875	707.98	707.60	707.51	706.68	706.36	706.28	705.18	705.07	704.99
2.000	806.23	805.76	805.65	804.61	804.23	804.13	802.78	802.65	802.56
2.125	910.97	910.38	910.24	908.98	908.51	908.39	906.77	906.61	906.49
2.250	1022.2	1021.5	1021.3	1019.8	1019.2	1019.1	1017.1	1017.0	1016.8
2.375	1140.1	1139.2	1139.0	1137.1	1136.4	1136.2	1133.9	1133.7	1133.5
2.500	1264.5	1263.4	1263.1	1260.8	1260.0	1259.8	1257.1	1256.8	1256.6
2.625	1395.6	1394.2	1393.9	1391.1	1390.1	1389.9	1386.7	1386.4	1386.1
2.750	1533.4	1531.7	1531.3	1528.0	1526.8	1526.5	1522.7	1522.4	1522.1
2.875	1678.0	1675.9	1675.4	1671.4	1670.0	1669.6	1664.6	1664.4	1664.1
3.000	1829.4	1826.9	1826.3	1821.4	1819.7	1819.3	1814.1	1813.7	1813.3
3.125	1987.8	1984.7	1984.0	1978.1	1976.1	1975.6	1969.6	1969.0	1968.6
3.250	2153.2	2149.5	2148.6	2141.5	2139.2	2138.6	2131.5	2130.9	2130.4
3.375	2325.7	2321.2	2320.2	2311.7	2308.9	2308.2	2299.9	2299.2	2298.7
3.500	2505.6	2500.1	2498.9	2488.7	2485.4	2484.6	2474.9	2474.1	2473.5
3.625	2692.8	2686.2	2684.7	2672.6	2668.7	2667.7	2656.4	2655.5	2654.8
3.750	2887.6	2879.7	2877.9	2863.5	2858.8	2857.7	2844.6	2843.5	2842.7
3.875	3090.1	3080.7	3078.5	3061.4	3055.9	3054.6	3039.4	3038.1	3037.2
4.000	3300.6	3289.3	3286.8	3266.4	3260.0	3258.5	3240.8	3239.4	3238.3
4.250	3746.1	3730.2	3726.7	3698.4	3689.6	3687.5	3663.8	3661.9	3660.5
4.500	4226.0	4204.1	4199.2	4160.4	4148.4	4145.5	4113.9	4111.5	4109.7
4.750	4742.7	4712.8	4706.2	4653.4	4637.2	4633.4	4591.5	4588.4	4586.0
5.000	5290.6	5250.4	5240.6	5176.0	5167.4	5163.2	5097.0	5090.1	5088.1
5.250	5897.4	5843.6	5831.8	5738.5	5710.0	5703.3	5631.4	5626.1	5622.2
5.500	6543.1	6471.9	6456.3	6333.8	6296.6	6287.9	6194.8	6188.1	6183.1
5.750	7240.0	7146.9	7128.5	6966.9	6919.0	6907.8	6788.1	6779.6	6773.3
6.000	7993.3	7872.9	7846.6	7640.4	7579.0	7564.7	7412.3	7401.5	7393.6
6.250	8808.9	8654.8	8621.1	8357.3	8278.9	8268.7	8068.3	8054.8	8044.8
6.500	9693.3	9498.1	9455.3	9121.0	9021.7	8998.7	8757.3	8740.3	8727.9
6.750	10654	10409	10355	9935.2	9810.5	9781.6	9480.4	9459.4	9444.0
7.000	11711	11394	11327	10804	10649	10613	10239	10213	10194
7.250	.....	12467	12381	11732	11540	11496	11035	11003	10980
7.500	.....	13656	13541	12725	12489	12434	11869	11831	11803
7.750	.....	.....	.....	13787	13500	13433	12745	12698	12664
8.000	.....	.....	.....	14927	14578	14498	13664	13607	13566
8.250	.....	.....	.....	16126	15739	15633	14928	14900	14870
8.500	.....	.....	.....	17505	16963	16845	15642	15560	15500
8.750	.....	.....	.....	.....	18297	18148	16706	16609	16538
9.000	.....	.....	.....	.....	.....	19566	17826	17711	17627
9.250	.....	.....	.....	.....	.....	.....	19004	18868	18769
9.500	.....	.....	.....	.....	.....	.....	20245	20085	19969
9.750	.....	.....	.....	.....	.....	.....	21552	21365	21229
10.000	.....	.....	.....	.....	.....	.....	22930	22712	22554
10.250	.....	.....	.....	.....	.....	.....	24389	24132	23947
10.500	.....	.....	.....	.....	.....	.....	25924	25628	25414
10.750	.....	.....	.....	.....	.....	.....	27567	27210	26960
11.000	.....	.....	.....	.....	.....	.....	29331	28899	28558
11.250	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	30710	30346

Tabla A1.2 Valores del parámetro "b" para el cálculo del Fr

VALORES DE "b" PARA EL FACTOR DEL NÚMERO DE REYNOLDS

$$Fr = 1 + \frac{b}{\sqrt{h_w \rho f}}$$

Diámetro del orificio d [pg]	2			3				4	
	1.669	1.939	2.067	2.300	2.426	2.900	3.068	3.152	3.438
	.250	.0879	.0911	.0926	.0950	.0979	.0999	.1010	.1014
.375	.0677	.0709	.0726	.0755	.0792	.0820	.0836	.0844	.0867
.500	.0562	.0576	.0588	.0612	.0648	.0677	.0685	.0703	.0730
.625	.0520	.0500	.0506	.0519	.0541	.0569	.0563	.0591	.0618
.750	.0536	.0485	.0471	.0462	.0470	.0486	.0498	.0504	.0528
.875	.0595	.0506	.0478	.0445	.0429	.0433	.0438	.0442	.0460
1.000	.0677	.0559	.0515	.0458	.0416	.0403	.0402	.0403	.0411
1.125	.0762	.0636	.0574	.0495	.0427	.0395	.0386	.0383	.0380
1.250	.0824	.0707	.0646	.0550	.0456	.0408	.0388	.0381	.0365
1.375	....	.0772	.0715	.0614	.0501	.0435	.0406	.0394	.0365
1.500	....	....	.0773	.0679	.0554	.0474	.0436	.0420	.0378
1.625	....	....	....	.0735	.0613	.0522	.0477	.0457	.0402
1.750	....	....	....	....	.0669	.0575	.0524	.0509	.0434
1.875	....	....	....	....	....	.0628	.0574	.0549	.0473
2.000	....	....	....	....	....	.0717	.0676	.0624	.0517
2.125	....	....	....	....	....	.0715	.0669	.0644	.0563
2.250	....	....	....	....	....	....	.0706	.0685	.0607
2.375	....	....	....	....	....	....	....	....	.0648
2.500	....	....	....	....	....	....	....	....	.0683
Diámetro del orificio d [pg]	4		6				8		
	3.826	4.026	4.897	5.189	5.761	6.065	7.625	7.981	8.071
	.250	.1047	.1094	....	....	....	....	....	....
.375	.0894	.0907	....	....	....	....	....	....	
.500	.0763	.0779	.0836	.0852	.0880	.0892	....	....	
.625	.0653	.0670	.0734	.0753	.0785	.0801	....	....	
.750	.0561	.0578	.0645	.0665	.0701	.0718	....	....	
.875	.0487	.0502	.0567	.0587	.0625	.0643	.0723	.0738	.0742
1.000	.0430	.0442	.0500	.0520	.0557	.0576	.0660	.0675	.0680
1.125	.0388	.0396	.0444	.0462	.0498	.0517	.0602	.0619	.0623
1.250	.0361	.0364	.0399	.0414	.0447	.0464	.0549	.0566	.0571
1.375	.0347	.0344	.0363	.0375	.0403	.0419	.0501	.0518	.0523
1.500	.0345	.0336	.0336	.0344	.0367	.0381	.0457	.0474	.0479
1.625	.0354	.0338	.0318	.0322	.0337	.0348	.0418	.0435	.0439
1.750	.0372	.0356	.0307	.0306	.0314	.0322	.0383	.0399	.0403
1.875	.0388	.0370	.0305	.0298	.0298	.0303	.0353	.0366	.0371
2.000	.0430	.0399	.0308	.0296	.0287	.0288	.0327	.0340	.0343
2.125	.0467	.0427	.0318	.0300	.0281	.0278	.0304	.0315	.0318
2.250	.0507	.0462	.0334	.0310	.0281	.0274	.0286	.0296	.0297
2.375	.0548	.0501	.0354	.0324	.0286	.0274	.0271	.0273	.0280
2.500	.0589	.0540	.0376	.0342	.0295	.0279	.0259	.0264	.0265
2.625	.0626	.0579	.0406	.0365	.0308	.0287	.0251	.0253	.0254
2.750	.0659	.0619	.0436	.0391	.0324	.0300	.0246	.0245	.0245
2.875	....	.0647	.0468	.0418	.0343	.0314	.0244	.0240	.0240
3.000	....	.0673	.0500	.0448	.0366	.0332	.0245	.0238	.0237
3.125	....	....	.0533	.0479	.0389	.0353	.0248	.0239	.0237
3.250	....	....	.0564	.0510	.0416	.0375	.0254	.0242	.0240
3.375	....	....	.0594	.0541	.0443	.0400	.0263	.0248	.0244
3.500	....	....	.0620	.0569	.0472	.0426	.0273	.0255	.0251
3.625	....	....	.0643	.0597	.0500	.0452	.0286	.0260	.0260
3.750	....	....	....	.0621	.0527	.0479	.0300	.0275	.0271
3.875	....	....	....	.0640	.0553	.0505	.0316	.0289	.0283
4.000	....	....	....	....	.0578	.0531	.0334	.0304	.0297
4.250	....	....	....	....	.0620	.0579	.0372	.0338	.0330
4.500	....	....	....	....	....	.0618	.0414	.0375	.0366
4.750	....	....	....	....	....	....	.0457	.0416	.0405
5.000	....	....	....	....	....	....	.0500	.0457	.0446
5.250	....	....	....	....	....	....	.0539	.0497	.0487
5.500	....	....	....	....	....	....	.0574	.0535	.0524
5.750	....	....	....	....	....	....	....	.0569	.0569
6.000	....	....	....	....	....	....	....	....	.0588

VALORES DE "b" PARA EL FACTOR DEL NÚMERO DE REYNOLDS

$$F_r = 1 + \frac{b}{\sqrt{h_w \rho_f}}$$

Diámetro del orificio d [pg]	10			12			14		
	9.564	10.020	10.136	11.375	11.938	12.090	14.688	15.000	15.250
1.000	.0738	....	....	....	....	....	....	....	....
1.125	.0685	.0701	.0705	....	....	....	....	....	....
1.250	.0635	.0652	.0656	.0698	.0714	.0718	....	....	....
1.375	.0588	.0606	.0610	.0654	.0671	.0676	....	....	....
1.500	.0545	.0563	.0568	.0612	.0631	.0635	.0706	.0713	....
1.625	.0504	.0523	.0527	.0573	.0592	.0597	.0670	.0678	.0684
1.750	.0467	.0485	.0490	.0538	.0558	.0560	.0636	.0644	.0650
1.875	.0433	.0451	.0455	.0501	.0521	.0526	.0604	.0612	.0618
2.000	.0401	.0419	.0423	.0469	.0488	.0492	.0572	.0581	.0587
2.125	.0372	.0389	.0393	.0438	.0458	.0463	.0542	.0551	.0558
2.250	.0346	.0362	.0366	.0411	.0432	.0434	.0514	.0523	.0530
2.375	.0322	.0337	.0341	.0383	.0402	.0407	.0487	.0496	.0502
2.500	.0302	.0315	.0319	.0359	.0377	.0382	.0461	.0470	.0476
2.625	.0283	.0296	.0299	.0336	.0354	.0358	.0436	.0445	.0452
2.750	.0267	.0278	.0281	.0316	.0332	.0336	.0413	.0422	.0428
2.875	.0254	.0263	.0265	.0297	.0312	.0317	.0391	.0399	.0406
3.000	.0243	.0250	.0252	.0278	.0294	.0298	.0370	.0378	.0385
3.125	.0234	.0239	.0241	.0264	.0278	.0282	.0350	.0358	.0365
3.250	.0226	.0230	.0231	.0251	.0263	.0266	.0331	.0339	.0346
3.375	.0221	.0223	.0224	.0243	.0255	.0258	.0321	.0329	.0336
3.500	.0219	.0218	.0218	.0229	.0238	.0241	.0298	.0305	.0311
3.625	.0218	.0214	.0214	.0221	.0228	.0230	.0282	.0290	.0295
3.750	.0218	.0213	.0212	.0214	.0219	.0221	.0268	.0275	.0281
3.875	.0221	.0213	.0211	.0208	.0212	.0213	.0255	.0262	.0267
4.000	.0225	.0214	.0212	.0204	.0206	.0207	.0243	.0249	.0254
4.250	.0238	.0222	.0219	.0200	.0198	.0198	.0223	.0228	.0232
4.500	.0256	.0236	.0231	.0201	.0195	.0194	.0206	.0210	.0213
4.750	.0279	.0254	.0249	.0207	.0196	.0194	.0193	.0196	.0198
5.000	.0307	.0277	.0270	.0217	.0202	.0199	.0184	.0185	.0187
5.250	.0337	.0303	.0296	.0231	.0212	.0208	.0178	.0178	.0179
5.500	.0370	.0332	.0323	.0249	.0224	.0221	.0176	.0174	.0174
5.750	.0404	.0363	.0354	.0270	.0243	.0237	.0176	.0174	.0172
6.000	.0438	.0396	.0386	.0294	.0263	.0255	.0180	.0176	.0173
6.250	.0473	.0429	.0418	.0320	.0285	.0277	.0186	.0180	.0177
6.500	.0505	.0462	.0451	.0347	.0309	.0300	.0195	.0188	.0183
6.750	.0536	.0493	.0483	.0376	.0335	.0325	.0206	.0198	.0192
7.000	.0562	.0523	.0513	.0406	.0362	.0351	.0220	.0210	.0202
7.250	....	.0550	.0540	.0435	.0390	.0379	.0235	.0224	.0216
7.500	....	.0572	.0564	.0463	.0415	.0407	.0252	.0240	.0230
7.750	....	....	....	.0491	.0445	.0434	.0271	.0257	.0246
8.000	....	....	....	.0517	.0473	.0461	.0291	.0276	.0264
8.250	....	....	....	.0540	.0498	.0487	.0312	.0296	.0283
8.500	....	....	....	.0560	.0522	.0511	.0334	.0317	.0303
8.750	....	....	....	....	.0543	.0534	.0357	.0338	.0324
9.000	....	....	....	....	....	.0563	.0380	.0361	.0346
9.250	....	....	....	....	....	....	.0402	.0383	.0368
9.500	....	....	....	....	....	....	.0425	.0406	.0390
9.750	....	....	....	....	....	....	.0447	.0428	.0412
10.000	....	....	....	....	....	....	.0469	.0449	.0434
10.250	....	....	....	....	....	....	.0489	.0470	.0455
10.500	....	....	....	....	....	....	.0508	.0490	.0475
10.750	....	....	....	....	....	....	.0526	.0509	.0495
11.000	....	....	....	....	....	....	.0541	.0526	.0513
11.250	....	....	....	....	....	....	....	.0541	.0528



VALORES DE "b" PARA EL FACTOR DEL NÚMERO DE REYNOLDS

$$Fr = 1 + \frac{b}{\sqrt{h_w pf}}$$

Diámetro del orificio d [pg]	20			24			30		
	18.814	19.000	19.250	22.626	23.000	23.250	28.628	29.000	29.250
2.000	.0667	.0671	.0676	....	....	....	....	....	....
2.125	.0640	.0644	.0649	....	....	....	....	....	....
2.250	.0614	.0618	.0622	....	....	....	....	....	....
2.375	.0588	.0592	.0597	.0650	.0665	.0669	....	....	....
2.500	.0563	.0568	.0573	.0636	.0642	.0646	....	....	....
2.625	.0540	.0544	.0549	.0614	.0620	.0624	....	....	....
2.750	.0517	.0521	.0526	.0592	.0599	.0603	....	....	....
2.875	.0494	.0498	.0504	.0571	.0578	.0582	.0660	....	....
3.000	.0473	.0477	.0483	.0551	.0557	.0562	.0644	.0649	.0652
3.125	.0452	.0457	.0462	.0531	.0538	.0542	.0626	.0631	.0634
3.250	.0433	.0437	.0442	.0511	.0518	.0523	.0608	.0613	.0616
3.375	.0414	.0418	.0423	.0493	.0500	.0504	.0590	.0596	.0599
3.500	.0395	.0399	.0405	.0474	.0481	.0486	.0574	.0579	.0582
3.625	.0378	.0382	.0387	.0457	.0464	.0468	.0557	.0562	.0566
3.750	.0361	.0365	.0370	.0440	.0447	.0451	.0541	.0546	.0550
3.875	.0345	.0349	.0354	.0423	.0430	.0435	.0526	.0530	.0534
4.000	.0329	.0333	.0339	.0407	.0414	.0419	.0509	.0515	.0518
4.250	.0301	.0304	.0310	.0370	.0384	.0388	.0479	.0485	.0488
4.500	.0275	.0279	.0283	.0348	.0355	.0360	.0450	.0456	.0460
4.750	.0252	.0256	.0260	.0322	.0328	.0333	.0423	.0429	.0433
5.000	.0232	.0235	.0239	.0297	.0304	.0308	.0397	.0403	.0407
5.250	.0214	.0217	.0220	.0275	.0281	.0285	.0373	.0378	.0382
5.500	.0199	.0201	.0204	.0254	.0260	.0264	.0349	.0355	.0359
5.750	.0186	.0188	.0191	.0236	.0241	.0245	.0327	.0333	.0337
6.000	.0176	.0177	.0179	.0219	.0224	.0228	.0306	.0312	.0316
6.250	.0167	.0168	.0170	.0204	.0208	.0212	.0287	.0292	.0296
6.500	.0161	.0162	.0163	.0191	.0195	.0198	.0269	.0274	.0277
6.750	.0157	.0157	.0157	.0179	.0183	.0185	.0252	.0257	.0260
7.000	.0155	.0155	.0154	.0169	.0172	.0174	.0236	.0240	.0244
7.250	.0155	.0154	.0153	.0161	.0163	.0165	.0221	.0226	.0229
7.500	.0157	.0155	.0154	.0154	.0156	.0157	.0208	.0212	.0215
7.750	.0160	.0158	.0156	.0148	.0150	.0151	.0195	.0199	.0202
8.000	.0166	.0163	.0160	.0144	.0145	.0146	.0184	.0187	.0190
8.250	.0172	.0169	.0165	.0142	.0142	.0142	.0174	.0177	.0179
8.500	.0180	.0177	.0172	.0141	.0140	.0140	.0164	.0168	.0170
8.750	.0190	.0186	.0180	.0141	.0140	.0139	.0156	.0159	.0161
9.000	.0201	.0196	.0190	.0143	.0141	.0140	.0149	.0152	.0153
9.250	.0213	.0208	.0201	.0146	.0143	.0141	.0143	.0145	.0146
9.500	.0226	.0220	.0213	.0150	.0146	.0144	.0136	.0139	.0141
9.750	.0240	.0234	.0226	.0155	.0150	.0147	.0133	.0135	.0136
10.000	.0256	.0249	.0240	.0161	.0155	.0152	.0130	.0131	.0132
10.250	.0271	.0264	.0255	.0168	.0162	.0158	.0128	.0128	.0128
10.500	.0288	.0280	.0270	.0176	.0169	.0164	.0126	.0126	.0126
10.750	.0305	.0297	.0286	.0185	.0176	.0172	.0125	.0125	.0125
11.000	.0322	.0314	.0303	.0194	.0186	.0181	.0125	.0124	.0124
11.250	.0340	.0332	.0320	.0205	.0196	.0190	.0126	.0125	.0124
11.500	.0358	.0349	.0338	.0216	.0207	.0200	.0128	.0126	.0125
11.750	.0376	.0367	.0355	.0228	.0218	.0211	.0130	.0128	.0127
12.000	.0394	.0385	.0373	.0241	.0230	.0223	.0134	.0131	.0129
12.500	.0420	.0420	.0408	.0267	.0255	.0248	.0140	.0138	.0136
13.000	.0463	.0454	.0442	.0296	.0282	.0274	.0153	.0148	.0145
13.500	.0494	.0485	.0474	.0326	.0311	.0302	.0166	.0160	.0157
14.000	.0520	.0512	.0502	.0356	.0341	.0331	.0182	.0175	.0171
14.500	....	....	....	.0386	.0370	.0360	.0199	.0192	.0187
15.000	....	....	....	.0415	.0400	.0390	.0218	.0209	.0204
15.500	....	....	....	.0443	.0428	.0418	.0239	.0230	.0224
16.000	....	....	....	.0470	.0455	.0446	.0260	.0250	.0244
16.500	....	....	....	.0494	.0480	.0471	.0283	.0273	.0266
17.000	....	....	....	....	.0503	.0494	.0307	.0296	.0288
17.500	....	....	....	....	....	....	.0331	.0319	.0312
18.000	....	....	....	....	....	....	.0355	.0343	.0335
18.500	....	....	....	....	....	....	.0379	.0366	.0358
19.000	....	....	....	....	....	....	.0402	.0390	.0382
19.500	....	....	....	....	....	....	.0424	.0412	.0404
20.000	....	....	....	....	....	....	.0446	.0434	.0425
20.500	....	....	....	....	....	....	.0466	.0455	.0448
21.000	....	....	....	....	....	....	.0485	.0475	.0467
21.500	....	....	....	....	....	....	....	.0492	.0485

Tabla A1.3 Determinación del factor de expansión Y

$\frac{h_v}{P_1}$ Ratio	$\beta = \frac{d}{D}$ Ratio												
	.63	.64	.65	.66	.67	.68	.69	.70	.71	.72	.73	.74	.75
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.1	.9987	.9987	.9987	.9987	.9987	.9987	.9985	.9985	.9985	.9986	.9986	.9986	.9986
0.2	.9974	.9974	.9974	.9974	.9973	.9973	.9973	.9973	.9972	.9972	.9972	.9971	.9971
0.3	.9961	.9961	.9961	.9960	.9960	.9960	.9959	.9959	.9958	.9958	.9958	.9957	.9957
0.4	.9948	.9948	.9948	.9947	.9947	.9946	.9946	.9945	.9945	.9944	.9943	.9943	.9942
0.5	.9935	.9935	.9934	.9934	.9933	.9933	.9932	.9931	.9931	.9930	.9929	.9929	.9928
0.6	.9923	.9922	.9921	.9921	.9920	.9919	.9918	.9918	.9917	.9916	.9915	.9914	.9913
0.7	.9910	.9909	.9908	.9907	.9907	.9906	.9905	.9904	.9903	.9902	.9901	.9900	.9899
0.8	.9897	.9895	.9895	.9894	.9893	.9892	.9891	.9890	.9889	.9888	.9887	.9886	.9884
0.9	.9884	.9883	.9882	.9881	.9880	.9879	.9878	.9877	.9875	.9874	.9873	.9871	.9870
1.0	.9871	.9870	.9869	.9868	.9867	.9865	.9864	.9863	.9861	.9860	.9859	.9857	.9855
1.1	.9858	.9857	.9856	.9854	.9853	.9852	.9851	.9849	.9848	.9846	.9844	.9843	.9841
1.2	.9845	.9844	.9843	.9841	.9840	.9838	.9837	.9835	.9834	.9832	.9830	.9828	.9826
1.3	.9832	.9831	.9829	.9828	.9827	.9825	.9823	.9822	.9820	.9818	.9816	.9814	.9812
1.4	.9819	.9818	.9816	.9815	.9813	.9812	.9810	.9808	.9806	.9804	.9802	.9800	.9798
1.5	.9806	.9805	.9803	.9802	.9800	.9798	.9795	.9794	.9792	.9790	.9788	.9786	.9783
1.6	.9793	.9792	.9790	.9788	.9787	.9785	.9783	.9781	.9778	.9776	.9774	.9771	.9769
1.7	.9780	.9779	.9777	.9775	.9773	.9771	.9769	.9767	.9764	.9762	.9760	.9757	.9754
1.8	.9768	.9766	.9764	.9762	.9760	.9758	.9755	.9753	.9751	.9748	.9745	.9743	.9740
1.9	.9755	.9753	.9751	.9749	.9747	.9744	.9742	.9739	.9737	.9734	.9731	.9728	.9725
2.0	.9742	.9740	.9738	.9735	.9733	.9731	.9728	.9726	.9723	.9720	.9717	.9714	.9711
2.1	.9729	.9727	.9725	.9723	.9720	.9717	.9715	.9712	.9709	.9706	.9703	.9700	.9696
2.2	.9716	.9714	.9711	.9709	.9706	.9704	.9701	.9698	.9695	.9692	.9689	.9685	.9682
2.3	.9703	.9701	.9698	.9696	.9693	.9690	.9688	.9685	.9681	.9678	.9675	.9671	.9667
2.4	.9690	.9688	.9685	.9683	.9680	.9677	.9674	.9671	.9668	.9664	.9661	.9657	.9653
2.5	.9677	.9675	.9672	.9669	.9666	.9663	.9660	.9657	.9654	.9650	.9646	.9643	.9639
2.6	.9664	.9662	.9659	.9656	.9653	.9650	.9647	.9643	.9640	.9636	.9632	.9628	.9624
2.7	.9651	.9649	.9646	.9643	.9640	.9637	.9633	.9630	.9626	.9622	.9618	.9614	.9610
2.8	.9638	.9635	.9633	.9630	.9626	.9623	.9620	.9616	.9612	.9608	.9604	.9600	.9595
2.9	.9625	.9623	.9620	.9616	.9613	.9610	.9606	.9602	.9598	.9594	.9590	.9585	.9581
3.0	.9613	.9610	.9606	.9602	.9600	.9596	.9592	.9588	.9584	.9580	.9576	.9571	.9566
3.1	.9600	.9597	.9593	.9590	.9586	.9583	.9579	.9575	.9571	.9566	.9562	.9557	.9552
3.2	.9587	.9584	.9580	.9577	.9573	.9569	.9565	.9561	.9557	.9552	.9547	.9542	.9537
3.3	.9574	.9571	.9567	.9564	.9560	.9555	.9552	.9547	.9543	.9538	.9533	.9528	.9523
3.4	.9561	.9558	.9554	.9550	.9546	.9542	.9538	.9534	.9529	.9524	.9519	.9514	.9508
3.5	.9548	.9545	.9541	.9537	.9533	.9529	.9524	.9520	.9515	.9510	.9505	.9500	.9494
3.6	.9535	.9532	.9528	.9524	.9520	.9515	.9511	.9506	.9501	.9496	.9491	.9485	.9480
3.7	.9522	.9518	.9515	.9511	.9506	.9502	.9497	.9492	.9487	.9482	.9477	.9471	.9465
3.8	.9509	.9505	.9502	.9497	.9493	.9488	.9484	.9479	.9474	.9468	.9463	.9457	.9451
3.9	.9496	.9492	.9488	.9484	.9480	.9475	.9470	.9465	.9460	.9454	.9448	.9442	.9436
4.0	.9483	.9479	.9475	.9471	.9466	.9462	.9457	.9451	.9446	.9440	.9434	.9428	.9422

h <sub>v</sub> p <sub>v</sub> Ratio	$\beta = \frac{d}{D}$ Ratio												
	.1	.2	.3	.4	.45	.50	.52	.54	.56	.58	.60	.61	.62
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.1	1.0007	1.0007	1.0006	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005
0.2	1.0013	1.0013	1.0013	1.0013	1.0012	1.0012	1.0012	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0010
0.3	1.0020	1.0020	1.0020	1.0019	1.0019	1.0018	1.0018	1.0018	1.0017	1.0017	1.0016	1.0016	1.0016
0.4	1.0027	1.0027	1.0026	1.0026	1.0025	1.0024	1.0024	1.0023	1.0023	1.0022	1.0022	1.0021	1.0021
0.5	1.0033	1.0033	1.0033	1.0032	1.0031	1.0030	1.0030	1.0029	1.0029	1.0028	1.0027	1.0027	1.0026
0.5	1.0040	1.0040	1.0040	1.0039	1.0038	1.0038	1.0038	1.0035	1.0034	1.0034	1.0033	1.0032	1.0032
0.7	1.0047	1.0047	1.0046	1.0045	1.0044	1.0043	1.0042	1.0041	1.0040	1.0039	1.0038	1.0038	1.0037
0.8	1.0054	1.0053	1.0053	1.0052	1.0050	1.0049	1.0048	1.0047	1.0046	1.0045	1.0044	1.0043	1.0042
0.9	1.0060	1.0060	1.0060	1.0058	1.0057	1.0055	1.0054	1.0053	1.0052	1.0050	1.0049	1.0048	1.0048
1.0	1.0067	1.0067	1.0066	1.0065	1.0063	1.0061	1.0060	1.0059	1.0058	1.0056	1.0055	1.0054	1.0053
1.1	1.0074	1.0074	1.0073	1.0071	1.0069	1.0067	1.0066	1.0065	1.0063	1.0062	1.0060	1.0059	1.0058
1.2	1.0080	1.0080	1.0080	1.0078	1.0076	1.0073	1.0072	1.0071	1.0069	1.0068	1.0066	1.0065	1.0064
1.3	1.0087	1.0087	1.0086	1.0084	1.0082	1.0080	1.0078	1.0077	1.0075	1.0073	1.0071	1.0070	1.0069
1.4	1.0094	1.0094	1.0093	1.0091	1.0089	1.0086	1.0085	1.0084	1.0082	1.0080	1.0079	1.0077	1.0076
1.5	1.0101	1.0101	1.0100	1.0097	1.0095	1.0092	1.0090	1.0089	1.0087	1.0085	1.0082	1.0081	1.0080
1.6	1.0108	1.0107	1.0106	1.0104	1.0101	1.0098	1.0096	1.0095	1.0093	1.0090	1.0088	1.0087	1.0085
1.7	1.0114	1.0114	1.0113	1.0110	1.0108	1.0104	1.0103	1.0101	1.0099	1.0096	1.0094	1.0092	1.0091
1.8	1.0121	1.0121	1.0120	1.0117	1.0114	1.0111	1.0109	1.0107	1.0104	1.0102	1.0099	1.0098	1.0096
1.9	1.0128	1.0128	1.0126	1.0123	1.0121	1.0117	1.0115	1.0113	1.0110	1.0108	1.0105	1.0103	1.0102
2.0	1.0135	1.0134	1.0133	1.0130	1.0127	1.0123	1.0121	1.0119	1.0116	1.0114	1.0110	1.0109	1.0107
2.1	1.0142	1.0141	1.0140	1.0136	1.0134	1.0129	1.0127	1.0125	1.0122	1.0119	1.0116	1.0114	1.0112
2.2	1.0148	1.0148	1.0147	1.0143	1.0140	1.0136	1.0133	1.0131	1.0128	1.0125	1.0122	1.0120	1.0118
2.3	1.0155	1.0155	1.0154	1.0150	1.0146	1.0142	1.0140	1.0137	1.0134	1.0131	1.0127	1.0126	1.0124
2.4	1.0162	1.0162	1.0160	1.0156	1.0153	1.0148	1.0146	1.0143	1.0140	1.0137	1.0133	1.0131	1.0129
2.5	1.0169	1.0168	1.0167	1.0163	1.0159	1.0154	1.0152	1.0149	1.0146	1.0142	1.0139	1.0137	1.0134
2.6	1.0176	1.0175	1.0174	1.0170	1.0166	1.0161	1.0158	1.0155	1.0152	1.0148	1.0144	1.0142	1.0140
2.7	1.0182	1.0182	1.0180	1.0176	1.0172	1.0167	1.0164	1.0161	1.0158	1.0154	1.0150	1.0148	1.0146
2.8	1.0189	1.0189	1.0187	1.0183	1.0179	1.0173	1.0170	1.0167	1.0164	1.0160	1.0156	1.0154	1.0151
2.9	1.0196	1.0196	1.0194	1.0189	1.0185	1.0180	1.0177	1.0173	1.0170	1.0166	1.0162	1.0159	1.0157
3.0	1.0203	1.0203	1.0201	1.0196	1.0192	1.0186	1.0183	1.0180	1.0176	1.0172	1.0167	1.0165	1.0162
3.1	1.0210	1.0210	1.0208	1.0203	1.0198	1.0192	1.0189	1.0186	1.0182	1.0178	1.0173	1.0170	1.0168
3.2	1.0217	1.0216	1.0214	1.0209	1.0205	1.0198	1.0195	1.0192	1.0188	1.0184	1.0179	1.0176	1.0173
3.3	1.0224	1.0223	1.0221	1.0216	1.0211	1.0205	1.0202	1.0198	1.0194	1.0189	1.0184	1.0182	1.0179
3.4	1.0230	1.0230	1.0228	1.0223	1.0218	1.0211	1.0208	1.0204	1.0200	1.0195	1.0190	1.0187	1.0184
3.5	1.0237	1.0237	1.0235	1.0229	1.0224	1.0217	1.0214	1.0210	1.0206	1.0201	1.0196	1.0193	1.0190
3.6	1.0244	1.0244	1.0242	1.0236	1.0231	1.0224	1.0220	1.0216	1.0212	1.0207	1.0202	1.0199	1.0196
3.7	1.0251	1.0251	1.0248	1.0243	1.0237	1.0230	1.0226	1.0222	1.0218	1.0213	1.0207	1.0204	1.0201
3.8	1.0258	1.0258	1.0256	1.0249	1.0244	1.0236	1.0233	1.0229	1.0224	1.0219	1.0213	1.0210	1.0207
3.9	1.0265	1.0264	1.0262	1.0256	1.0250	1.0243	1.0239	1.0235	1.0230	1.0225	1.0219	1.0216	1.0213
4.0	1.0272	1.0271	1.0269	1.0263	1.0257	1.0249	1.0245	1.0241	1.0236	1.0231	1.0225	1.0222	1.0218

Tabla A1.4 Factores para el manómetro de mercurio  $F_m$

		Metros de mercurio						
Gravedad específica	Temperatura ambiente	Presión estática [psi]						
		0	500	1000	1500	2000	2500	3000
.550	0°F	1.0030	1.0019	1.0006	.9990	.9973	.9960	.9951
.600	0°F	1.0030	1.0018	1.0002	.9982	.9962	.9949	.9940
.650	0°F	1.0030	1.0017	.9997	.9971	.9950	.9938	.9930
.700	0°F	1.0030	1.0015	.9991	.9957	.9937	.9926	.9920
.750	0°F	1.0030	1.0014	.9984	.9940	.9923	.9913	.9910
.550	20°F	1.0020	1.0010	.9997	.9983	.9969	.9956	.9947
.600	20°F	1.0020	1.0009	.9994	.9977	.9959	.9946	.9937
.650	20°F	1.0020	1.0008	.9990	.9968	.9949	.9936	.9927
.700	20°F	1.0020	1.0007	.9985	.9957	.9936	.9924	.9917
.750	20°F	1.0020	1.0005	.9980	.9944	.9924	.9912	.9907
.550	40°F	1.0010	1.0000	.9989	.9977	.9964	.9952	.9942
.600	40°F	1.0010	.9999	.9986	.9972	.9956	.9943	.9933
.650	40°F	1.0010	.9998	.9983	.9965	.9947	.9933	.9923
.700	40°F	1.0010	.9997	.9980	.9957	.9936	.9922	.9913
.750	40°F	1.0010	.9996	.9975	.9947	.9925	.9912	.9903
.550	60°F	1.0000	.9991	.9980	.9969	.9957	.9946	.9936
.600	60°F	1.0000	.9990	.9978	.9965	.9951	.9938	.9928
.650	60°F	1.0000	.9989	.9975	.9959	.9943	.9929	.9919
.700	60°F	1.0000	.9988	.9972	.9953	.9933	.9919	.9909
.750	60°F	1.0000	.9987	.9968	.9944	.9923	.9909	.9900
.550	80°F	.9990	.9981	.9971	.9961	.9950	.9940	.9931
.600	80°F	.9990	.9980	.9969	.9957	.9945	.9933	.9923
.650	80°F	.9990	.9979	.9967	.9953	.9938	.9925	.9915
.700	80°F	.9990	.9978	.9964	.9948	.9930	.9916	.9905
.750	80°F	.9990	.9977	.9961	.9941	.9921	.9906	.9896
.550	100°F	.9980	.9972	.9962	.9953	.9943	.9933	.9925
.600	100°F	.9980	.9971	.9960	.9949	.9938	.9926	.9917
.650	100°F	.9980	.9970	.9958	.9945	.9932	.9919	.9909
.700	100°F	.9980	.9969	.9956	.9941	.9925	.9912	.9901
.750	100°F	.9980	.9968	.9953	.9935	.9917	.9903	.9892
.550	120°F	.9970	.9962	.9953	.9944	.9935	.9926	.9918
.600	120°F	.9970	.9961	.9951	.9941	.9930	.9920	.9911
.650	120°F	.9970	.9960	.9949	.9937	.9925	.9914	.9904
.700	120°F	.9970	.9959	.9947	.9933	.9920	.9907	.9896
.750	120°F	.9970	.9958	.9945	.9929	.9913	.9899	.9888

Tabla A1.5 Factor de expansión térmica del orificio  $F_a$

(304 and 316 Stainless Steel)										
°F	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
-100	.9969	.9971	.9973	.9974	.9975	.9978	.9980	.9982	.9984	.9986
0	.9987	.9989	.9991	.9993	.9995	.9997	.9999	1.0000	1.0002	1.0004
100	1.0006	1.0008	1.0010	1.0011	1.0013	1.0015	1.0017	1.0019	1.0021	1.0023
200	1.0024	1.0026	1.0028	1.0030	1.0032	1.0034	1.0036	1.0037	1.0039	1.0041
300	1.0043	1.0045	1.0047	1.0048	1.0050	1.0052	1.0054	1.0056	1.0058	1.0060
400	1.0062	1.0064	1.0066	1.0068	1.0070	1.0072	1.0074	1.0076	1.0078	1.0080
500	1.0082	1.0084	1.0086	1.0088	1.0090	1.0092	1.0094	1.0096	1.0099	1.0101
600	1.0103	1.0105	1.0107	1.0109	1.0111	1.0113	1.0115	1.0117	1.0119	1.0121
700	1.0124	1.0126	1.0128	1.0130	1.0132	1.0134	1.0136	1.0138	1.0141	1.0143
800	1.0145	1.0147	1.0149	1.0151	1.0154	1.0156	1.0158	1.0160	1.0162	1.0165
900	1.0167	1.0169	1.0171	1.0173	1.0175	1.0178	1.0180	1.0182	1.0185	1.0187
1000	1.0189	1.0191	1.0194	1.0196	1.0198	1.0200	1.0203	1.0205	1.0207	1.0209
1100	1.0212	1.0214	1.0216	1.0219	1.0221	1.0223	1.0226	1.0228	1.0230	1.0233
1200	1.0235	1.0237	1.0240	1.0242	1.0244	1.0247	1.0249	1.0252	1.0254	1.0256

(Monel)										
°F	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
-100	.9973	.9975	.9976	.9978	.9980	.9981	.9983	.9984	.9986	.9988
0	.9989	.9991	.9992	.9994	.9995	.9997	.9999	1.0000	1.0002	1.0003
100	1.0005	1.0007	1.0008	1.0010	1.0011	1.0013	1.0015	1.0016	1.0018	1.0019
200	1.0021	1.0023	1.0024	1.0026	1.0027	1.0029	1.0031	1.0032	1.0034	1.0035
300	1.0037	1.0038	1.0040	1.0042	1.0043	1.0045	1.0046	1.0048	1.0050	1.0051
400	1.0054	1.0055	1.0057	1.0059	1.0061	1.0063	1.0064	1.0066	1.0068	1.0070
500	1.0072	1.0073	1.0075	1.0077	1.0079	1.0081	1.0083	1.0084	1.0086	1.0088
600	1.0090	1.0092	1.0094	1.0096	1.0097	1.0099	1.0101	1.0103	1.0105	1.0107
700	1.0109	1.0111	1.0113	1.0114	1.0116	1.0118	1.0120	1.0122	1.0124	1.0126
800	1.0128	1.0130	1.0132	1.0134	1.0136	1.0138	1.0140	1.0142	1.0144	1.0146
900	1.0148	1.0150	1.0152	1.0154	1.0156	1.0158	1.0160	1.0162	1.0164	1.0166
1000	1.0168	1.0170	1.0172	1.0174	1.0176	1.0178	1.0180	1.0182	1.0184	1.0186
1100	1.0188	1.0190	1.0192	1.0194	1.0197	1.0199	1.0201	1.0203	1.0205	1.0207
1200	1.0209	1.0211	1.0213	1.0216	1.0218	1.0220	1.0222	1.0224	1.0226	1.0228

**Tabla A1.6** Determinación del factor de localización ( $F_l$ )

Degrees Latitude	Gage Elevation Above Sea Level—Feet					
	Sea Level	2000	4000	6000	8000	10000
0 (Equator)	.9987	.9986	.9985	.9984	.9983	.9982
5	.9987	.9986	.9985	.9984	.9983	.9982
10	.9988	.9987	.9986	.9985	.9984	.9983
15	.9989	.9988	.9987	.9986	.9985	.9984
20	.9990	.9989	.9988	.9987	.9986	.9985
25	.9991	.9990	.9989	.9988	.9987	.9986
30	.9993	.9992	.9991	.9990	.9989	.9988
35	.9995	.9994	.9993	.9992	.9991	.9990
40	.9998	.9997	.9996	.9995	.9994	.9993
45	1.0000	.9999	.9998	.9997	.9996	.9995
50	1.0002	1.0001	1.0000	.9999	.9998	.9997
55	1.0004	1.0003	1.0002	1.0001	1.0000	.9999
60	1.0007	1.0006	1.0005	1.0004	1.0003	1.0002
65	1.0008	1.0007	1.0006	1.0005	1.0004	1.0003
70	1.0010	1.0009	1.0008	1.0007	1.0006	1.0005
75	1.0011	1.0010	1.0009	1.0008	1.0007	1.0006
80	1.0012	1.0011	1.0010	1.0009	1.0008	1.0007
85	1.0013	1.0012	1.0011	1.0010	1.0009	1.0008
90 (Pole)	1.0013	1.0012	1.0011	1.0010	1.0009	1.0008

A continuación se presentan los datos y condiciones de experimentación en el segmento de tubería destinado a la inyección de aire en la base del “riser”, con la finalidad de determinar la constante de la placa de orificio y en consecuencia poder calcular el gasto volumétrico de aire:

**Datos:**

Diámetro del orificio [d]= 0.625 [pg]                      Densidad relativa del gas [G]=1  
 Diámetro de la tubería [D]= 1.913 [pg]                      Presión atmosférica= 14.2239 [psia]  
 Temperatura base= 60 [°F]                      Temperatura de flujo= 53.6 [°F]  
 Presión base= 14.6967 [psia]                      Temperatura ambiente= 68 [°F]

**Cálculos:**

$F_b = 79.5685$                        $F_{pb} = 1.0022$                        $F_g = 1$   
 $b = 0.0507$                        $F_{tb} = 1$                        $F_{pv} = 1$   
 $\beta = 0.3267$                        $F_{tf} = 1$                        $F_m = 1$

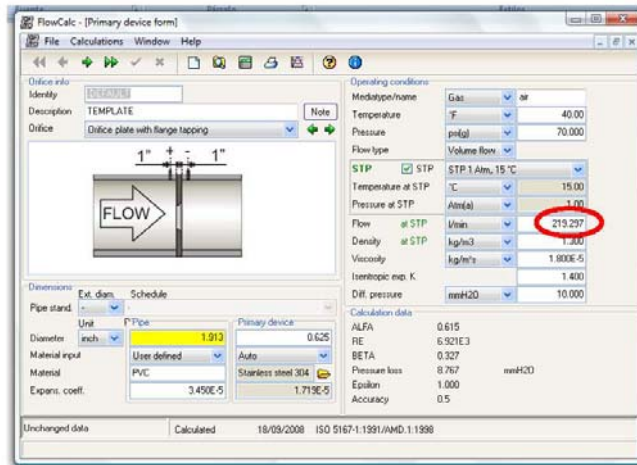
$Fa = 1$

$Ff = 0.999$

La inyección de gas en la base del "riser" se realizó con una presión de aproximadamente 70 [psi]. El gasto volumétrico de aire correspondiente a cada diferencial de presión en columna de agua se muestra a continuación:

$h_w$ [cm]	$h_w$ [in]	$P_f$ [psig]	$P_f$ [psia]	$(h_w P_f)^{0.5}$	$F_r$	$h_w/P_f$	$Y$	$C'$	$Q_h$ [lt/min]
1	0.3937	70	84.2239	5.7584	1.0088	0.0047	0.9998	80.8535	219.7321
2	0.7874	70	84.2239	8.1436	1.0062	0.0093	0.9998	80.6468	309.9537
3	1.1811	70	84.2239	9.9738	1.0051	0.0140	0.9998	80.5553	379.1832
4	1.5748	70	84.2239	11.5168	1.0044	0.0187	0.9998	80.5007	437.5464
5	1.9685	70	84.2239	12.8761	1.0039	0.0234	0.9998	80.4634	488.9653
6	2.3622	70	84.2239	14.1051	1.0036	0.0280	0.9998	80.4359	535.4516
7	2.7559	70	84.2239	15.2353	1.0033	0.0327	0.9998	80.4146	578.2002
8	3.1496	70	84.2239	16.2872	1.0031	0.0374	0.9998	80.3973	617.9896
9	3.5433	70	84.2239	17.2752	1.0029	0.0421	0.9998	80.3831	655.3607
10	3.9370	70	84.2239	18.2096	1.0028	0.0467	0.9998	80.3710	690.7070

Se recurrió a un software comercial para verificar que los gastos obtenidos eran los correctos; se muestra el resultado obtenido para 1 [cm] de columna diferencial de agua, obteniendo una error relativo del 0.2%.







Apéndice II

**Cálculo de las velocidades y  
longitudes promedio de los tapones  
de líquido y burbujas**

---

**Tabla A2.1** Análisis del tapón en la sección horizontal del circuito (CASO II)

Tapón	Frente del tapón		Extremidad posterior del tapón		Vel. Prom. [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]		
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	# Cuadros				$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]
1	14	0.47	2.14	6	0.20	5.00	3.57	1.10	3.9
2	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.33	5.6
3	8	0.27	3.75	10	0.33	3.00	3.38	0.83	2.8
4	7	0.23	4.29	8	0.27	3.75	4.02	1.57	6.3
5	18	0.60	1.67	11	0.37	2.73	2.20	1.67	3.7
6	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.27	5.3
7	13	0.43	2.31	7	0.23	4.29	3.30	1.20	4.0
8	13	0.43	2.31	7	0.23	4.29	3.30	1.57	5.2
9	18	0.60	1.67	13	0.43	2.31	1.99	2.83	5.6
10	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	1.33	5.2
11	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.33	5.6
12	17	0.57	1.76	7	0.23	4.29	3.03	1.30	3.9
13	8	0.27	3.75	9	0.30	3.33	3.54	2.27	8.0
14	10	0.33	3.00	6	0.20	5.00	4.00	1.10	4.4
15	16	0.53	1.88	10	0.33	3.00	2.44	1.03	2.5
16	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.07	4.3
17	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	1.30	4.6
18	11	0.37	2.73	25	0.83	1.20	1.96	1.83	3.6
19	10	0.33	3.00	10	0.33	3.00	3.00	1.53	4.6
20	16	0.53	1.88	9	0.30	3.33	2.60	1.50	3.9

Velocidad promedio      3.31      Longitud promedio      4.64

**Tabla A2.2** Análisis de la burbuja en la sección horizontal del circuito (CASO II)

Burbuja #	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	185	6.167	11	0.37	2.73	16.82
2	33	1.100	8	0.27	3.75	4.13
3	255	8.500	7	0.23	4.29	36.43
4	150	5.000	18	0.60	1.67	8.33
5	193	6.433	9	0.30	3.33	21.44
6	178	5.933	13	0.43	2.31	13.69
7	174	5.800	13	0.43	2.31	13.38
8	104	3.467	18	0.60	1.67	5.78
9	180	6.000	11	0.37	2.73	16.36
10	195	6.500	9	0.30	3.33	21.67
11	172	5.733	17	0.57	1.76	10.12
12	252	8.400	8	0.27	3.75	31.50
13	245	8.167	10	0.33	3.00	24.50
14	155	5.167	16	0.53	1.88	9.69
15	39	1.300	8	0.27	3.75	4.88
16	195	6.500	11	0.37	2.73	17.73
17	63	2.100	11	0.37	2.73	5.73
18	202	6.733	10	0.33	3.00	20.20
19	190	6.333	16	0.53	1.88	11.88
20	198	6.600	7	0.23	4.29	28.29

PROMEDIOS      2.84      16.13

**Tabla A2.3** Análisis del tapón a la salida del "riser" (CASO II)

Tapón	Frente del tapón		Extremidad posterior del tapón			V. Prom. [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]			
1	9	0.30	3.33	9	0.30	3.33	2.83	9.4
2	13	0.43	2.31	8	0.27	3.75	2.93	8.9
3	10	0.33	3.00	6	0.20	5.00	4.00	2.9
4	6	0.20	5.00	7	0.23	4.29	4.64	3.7
5	11	0.37	2.73	8	0.27	3.75	3.24	4.20
6	11	0.37	2.73	8	0.27	3.75	3.24	2.47
7	17	0.57	1.76	8	0.27	3.75	2.76	3.53
8	14	0.47	2.14	7	0.23	4.29	3.21	2.50
9	10	0.33	3.00	69	2.30	0.43	1.72	2.90
10	15	0.50	2.00	8	0.27	3.75	2.88	2.63
11	13	0.43	2.31	8	0.27	3.75	3.03	3.37
12	12	0.40	2.50	11	0.37	2.73	2.61	2.50
13	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	1.43
14	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	2.73
15	12	0.40	2.50	7	0.23	4.29	3.39	5.90
16	12	0.40	2.50	9	0.30	3.33	2.92	3.43
17	13	0.43	2.31	8	0.27	3.75	3.03	1.10
18	15	0.50	2.00	8	0.27	3.75	2.88	1.57
19	11	0.37	2.73	9	0.30	3.33	3.03	1.90
20	18	0.60	1.67	6	0.20	5.00	3.33	0.97

Velocidad promedio 3.18 Longitud promedio 7.78

**Tabla A2.4** Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO II)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	146	4.867	13	0.433	2.308	11.23
2	33	1.100	10	0.333	3.000	3.30
3	46	1.533	6	0.200	5.000	7.67
4	30	1.000	11	0.367	2.727	2.73
5	87	2.900	11	0.367	2.727	7.91
6	147	4.900	17	0.567	1.765	8.65
7	124	4.133	14	0.467	2.143	8.86
8	139	4.633	10	0.333	3.000	13.90
9	165	5.500	15	0.500	2.000	11.00
10	126	4.200	13	0.433	2.308	9.69
11	139	4.633	12	0.400	2.500	11.58
12	28	0.933	11	0.367	2.727	2.55
13	87	2.900	11	0.367	2.727	7.91
14	226	7.533	12	0.400	2.500	18.83
15	115	3.833	12	0.400	2.500	9.58
16	109	3.633	13	0.433	2.308	8.38
17	66	2.200	15	0.500	2.000	4.40
18	151	5.033	11	0.367	2.727	13.73
19	93	3.100	18	0.600	1.667	5.17
20	105	3.500	12	0.400	2.500	8.75

PROMEDIOS      2.557      8.791

**Tabla A2.5** Análisis del tapón en la sección horizontal del circuito (CASO III)

Tapón	Frente del tapón		Extremidad posterior del tapón			Vel. Prom.	$\Delta T$ total	Longitud	
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	[s]	[m]	
1	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.20	4.8
2	12	0.40	2.50	7	0.23	4.29	3.39	1.10	3.7
3	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.67	6.7
4	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	0.93	4.1
5	10	0.33	3.00	6	0.20	5.00	4.00	0.93	3.7
6	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.43	6.0
7	15	0.50	2.00	11	0.37	2.73	2.36	0.93	2.2
8	12	0.40	2.50	10	0.33	3.00	2.75	3.27	9.0
9	17	0.57	1.76	10	0.33	3.00	2.38	1.43	3.4
10	17	0.57	1.76	14	0.47	2.14	1.95	0.97	1.9
11	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	2.23	9.0
12	14	0.47	2.14	8	0.27	3.75	2.95	1.23	3.6
13	13	0.43	2.31	14	0.47	2.14	2.23	2.07	4.6
14	10	0.33	3.00	8	0.27	3.75	3.38	1.53	5.2
15	8	0.27	3.75	8	0.27	3.75	3.75	1.27	4.8
16	16	0.53	1.88	9	0.30	3.33	2.60	1.47	3.8
17	12	0.40	2.50	10	0.33	3.00	2.75	0.67	1.8
18	9	0.30	3.33	9	0.30	3.33	3.33	1.20	4.0
19	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	1.17	4.1
20	11	0.37	2.73	10	0.33	3.00	2.86	1.17	3.3
21	10	0.33	3.00	11	0.37	2.73	2.86	0.80	2.3

Velocidad promedio      3.22      Longitud promedio      4.38

**Tabla A2.6** Análisis de la burbuja en la sección horizontal del circuito (CASO III)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	191	6.367	12	0.40	2.50	15.92
2	216	7.200	8	0.27	3.75	27.00
3	242	8.067	8	0.27	3.75	30.25
4	195	6.500	10	0.33	3.00	19.50
5	185	6.167	9	0.30	3.33	20.56
6	166	5.533	15	0.50	2.00	11.07
7	88	2.933	12	0.40	2.50	7.33
8	154	5.133	17	0.57	1.76	9.06
9	105	3.500	17	0.57	1.76	6.18
10	84	2.800	8	0.27	3.75	10.50
11	185	6.167	14	0.47	2.14	13.21
12	81	2.700	13	0.43	2.31	6.23
13	172	5.733	10	0.33	3.00	17.20
14	227	7.567	8	0.27	3.75	28.38
15	172	5.733	16	0.53	1.88	10.75
16	65	2.167	12	0.40	2.50	5.42
17	140	4.667	9	0.30	3.33	15.56
18	259	8.633	9	0.30	3.33	28.78
19	22	0.733	11	0.37	2.73	2.00
20	210	7.000	10	0.33	3.00	21.00
21	83	2.77	11	0.37	2.73	7.55

PROMEDIOS      2.80      14.92

**Tabla A2.7** Análisis del tapón a la salida del "riser" (CASO III)

Tapón	Frente del tapón			Extremidad posterior del tapón			V. Prom. [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]			
1	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	2.33	8.3
2	10	0.33	3.00	6	0.20	5.00	4.00	4.87	19.5
3	9	0.30	3.33	5	0.17	6.00	4.67	3.43	16.0
4	11	0.37	2.73	8	0.27	3.75	3.24	4.00	13.0
5	12	0.40	2.50	5	0.17	6.00	4.25	3.60	15.3
6	10	0.33	3.00	7	0.23	4.29	3.64	1.10	4.0
7	10	0.33	3.00	5	0.17	6.00	4.50	3.90	17.6
8	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	2.17	7.7
9	13	0.43	2.31	6	0.20	5.00	3.65	4.07	14.9
10	12	0.40	2.50	5	0.17	6.00	4.25	2.93	12.5
11	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	0.80	3.0
12	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	4.07	16.9
13	9	0.30	3.33	9	0.30	3.33	3.33	4.20	14.0
14	12	0.40	2.50	6	0.20	5.00	3.75	3.23	12.1
15	14	0.47	2.14	7	0.23	4.29	3.21	3.53	11.4
16	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	6.00	26.3
17	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	2.53	11.8
18	11	0.37	2.73	5	0.17	6.00	4.36	3.67	16.0

V. promedio 3.94 Longitud promedio 13.34



**Tabla A2.8** Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO III)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	181	6.033	10	0.333	3.000	18.10
2	142	4.733	11	0.367	2.727	12.91
3	114	3.800	11	0.367	2.727	10.36
4	110	3.667	12	0.400	2.500	9.17
5	114	3.800	10	0.333	3.000	11.40
6	111	3.700	19	0.633	1.579	5.84
7	92	3.067	9	0.300	3.333	10.22
8	141	4.700	13	0.433	2.308	10.85
9	106	3.533	12	0.400	2.500	8.83
10	80	2.667	9	0.300	3.333	8.89
11	144	4.800	9	0.300	3.333	16.00
12	144	4.800	9	0.300	3.333	16.00
13	97	3.233	12	0.400	2.500	8.08
14	146	4.867	14	0.467	2.143	10.43
15	181	6.033	8	0.267	3.750	22.63
16	76	2.533	7	0.233	4.286	10.86
17	184	6.133	11	0.367	2.727	16.73
18	109	3.633	9	0.300	3.333	12.11

PROMEDIOS      2.912      12.189

**Tabla A2.9** Análisis del tapón en la sección horizontal del circuito (CASO IV)

Tapón	Frente del tapón		Extremidad posterior del tapón			Vel. Prom.	$\Delta T$ total	Longitud	
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	[m/s]	[s]	[m]
1	9	0.30	3.33	10	0.33	3.00	3.17	1.07	3.4
2	7	0.23	4.29	8	0.27	3.75	4.02	0.40	1.6
3	14	0.47	2.14	9	0.30	3.33	2.74	1.37	3.7
4	15	0.50	2.00	7	0.23	4.29	3.14	1.37	4.3
5	23	0.77	1.30	10	0.33	3.00	2.15	2.37	5.1
6	7	0.23	4.29	7	0.23	4.29	4.29	0.37	1.6
7	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	1.47	5.6
8	17	0.57	1.76	17	0.57	1.76	1.76	1.33	2.4
9	15	0.50	2.00	7	0.23	4.29	3.14	2.00	6.3
10	18	0.60	1.67	6	0.20	5.00	3.33	1.63	5.4
11	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	0.93	3.6
12	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	1.33	4.7
13	25	0.83	1.20	8	0.27	3.75	2.48	2.40	5.9
14	19	0.63	1.58	18	0.60	1.67	1.62	1.07	1.7
15	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	0.93	4.3
16	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	1.10	4.3
17	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	1.13	4.4
18	26	0.87	1.15	13	0.43	2.31	1.73	1.30	2.3
19	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	0.60	2.1
20	15	0.50	2.00	7	0.23	4.29	3.14	1.50	4.7
21	16	0.53	1.88	16	0.53	1.88	1.88	1.30	2.4
22	7	0.23	4.29	8	0.27	3.75	4.02	1.30	5.2
23	18	0.60	1.67	9	0.30	3.33	2.50	1.53	3.8
24	19	0.63	1.58	16	0.53	1.88	1.73	1.13	2.0

Velocidad promedio 3.08 Longitud promedio 3.78

**Tabla A2.10** Análisis de la burbuja en la sección horizontal del circuito (CASO IV)

Burbuja #	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	# Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	29	0.967	7	0.23	4.29	4.14
2	126	4.200	14	0.47	2.14	9.00
3	158	5.267	15	0.50	2.00	10.53
4	110	3.667	23	0.77	1.30	4.78
5	54	1.800	7	0.23	4.29	7.71
6	147	4.900	9	0.30	3.33	16.33
7	135	4.500	17	0.57	1.76	7.94
8	154	5.133	15	0.50	2.00	10.27
9	160	5.333	18	0.60	1.67	8.89
10	166	5.533	11	0.37	2.73	15.09
11	169	5.633	11	0.37	2.73	15.36
12	137	4.567	25	0.83	1.20	5.48
13	115	3.833	19	0.63	1.58	6.05
14	59	1.967	7	0.23	4.29	8.43
15	176	5.867	11	0.37	2.73	16.00
16	177	5.900	11	0.37	2.73	16.09
17	145	4.833	26	0.87	1.15	5.58
18	24	0.800	11	0.37	2.73	2.18
19	161	5.367	15	0.50	2.00	10.73
20	113	3.767	16	0.53	1.88	7.06
21	213	7.10	7	0.23	4.29	30.43
22	176	5.87	18	0.60	1.67	9.78
23	94	3.133	19	0.633	1.579	4.95

PROMEDIOS      2.44      10.12

**Tabla A2.11** Análisis del tapón a la salida del "riser" (CASO IV)

Tapón	Frente del tapón			Extremidad posterior del tapón			V. Prom [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]			
1	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	2.50	9.5
2	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	2.97	13.0
3	10	0.33	3.00	6	0.20	5.00	4.00	2.07	8.3
4	8	0.27	3.75	5	0.17	6.00	4.88	0.97	4.7
5	10	0.33	3.00	9	0.30	3.33	3.17	2.80	8.9
6	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	1.57	6.9
7	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.97	7.9
8	14	0.47	2.14	9	0.30	3.33	2.74	3.73	10.2
9	9	0.30	3.33	5	0.17	6.00	4.67	3.33	15.6
10	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	2.97	13.0
11	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	3.27	12.6
12	11	0.37	2.73	5	0.17	6.00	4.36	1.93	8.4
13	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	4.43	18.5
14	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.53	6.4
15	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	3.07	14.2
16	7	0.23	4.29	8	0.27	3.75	4.02	2.63	10.6
17	12	0.40	2.50	6	0.20	5.00	3.75	2.63	9.9
18	6	0.20	5.00	7	0.23	4.29	4.64	3.40	15.8
19	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	2.57	9.9
20	6	0.20	5.00	6	0.20	5.00	5.00	2.80	14.0
21	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	2.77	12.1
22	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	2.70	11.3

V. promedio    4.16    Longitud promedio    10.98

**Tabla A2.12** Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO IV)

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	102	3.400	8	0.267	3.750	12.75
2	82	2.733	10	0.333	3.000	8.20
3	81	2.700	8	0.267	3.750	10.13
4	123	4.100	10	0.333	3.000	12.30
5	74	2.467	8	0.267	3.750	9.25
6	61	2.033	8	0.267	3.750	7.63
7	156	5.200	14	0.467	2.143	11.14
8	99	3.300	9	0.300	3.333	11.00
9	84	2.800	8	0.267	3.750	10.50
10	97	3.233	11	0.367	2.727	8.82
11	71	2.367	11	0.367	2.727	6.45
12	165	5.500	9	0.300	3.333	18.33
13	71	2.367	9	0.300	3.333	7.89
14	115	3.833	7	0.233	4.286	16.43
15	110	3.667	7	0.233	4.286	15.71
16	126	4.200	12	0.400	2.500	10.50
17	122	4.067	6	0.200	5.000	20.33
18	85	2.833	11	0.367	2.727	7.73
19	120	4.000	6	0.200	5.000	20.00
20	121	4.033	8	0.267	3.750	15.13
21	138	4.600	10	0.333	3.000	13.80
22	127	4.233	9	0.300	3.333	14.11

promedio      3.465      12.188

**Tabla A2.13** Análisis del tapón en la línea horizontal (CASO V).

Tapón	Frente del tapón		Extremidad posterior del tapón			Vel. Prom.	$\Delta T$ total	Longitud	
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	[s]	[m]	
1	10	0.33	3.00	10	0.33	3.00	3.00	1.43	4.3
2	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	1.20	5.3
3	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.17	4.7
4	7	0.23	4.29	5	0.17	6.00	5.14	1.00	5.1
5	6	0.20	5.00	9	0.30	3.33	4.17	1.53	6.4
6	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	0.80	3.3
7	11	0.37	2.73	11	0.37	2.73	2.73	0.60	1.6
8	8	0.27	3.75	13	0.43	2.31	3.03	1.80	5.5
9	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	0.73	3.4
10	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	1.60	5.7
11	7	0.23	4.29	9	0.30	3.33	3.81	1.13	4.3
12	12	0.40	2.50	8	0.27	3.75	3.13	1.00	3.1
13	8	0.27	3.75	9	0.30	3.33	3.54	0.50	1.8
14	19	0.63	1.58	9	0.30	3.33	2.46	2.27	5.6
15	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.43	5.8
16	7	0.23	4.29	7	0.23	4.29	4.29	0.53	2.3
17	9	0.30	3.33	17	0.57	1.76	2.55	2.27	5.8
18	20	0.67	1.50	11	0.37	2.73	2.11	2.30	4.9
19	13	0.43	2.31	14	0.47	2.14	2.23	2.33	5.2
20	10	0.33	3.00	19	0.63	1.58	2.29	1.30	3.0

Velocidad promedio      3.46      Longitud promedio      4.34

**Tabla A2.14** Análisis de la burbuja en la línea horizontal (CASO V).

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	218	7.267	8	0.27	3.75	27.25
2	215	7.167	8	0.27	3.75	26.88
3	215	7.167	7	0.23	4.29	30.71
4	241	8.033	6	0.20	5.00	40.17
5	218	7.267	9	0.30	3.33	24.22
6	154	5.133	11	0.37	2.73	14.00
7	72	2.400	8	0.27	3.75	9.00
8	207	6.900	7	0.23	4.29	29.57
9	224	7.467	9	0.30	3.33	24.89
10	244	8.133	7	0.23	4.29	34.86
11	173	5.767	13	0.43	2.31	13.31
12	45	1.500	8	0.27	3.75	5.63
13	217	7.233	19	0.63	1.58	11.42
14	185	6.167	8	0.27	3.75	23.13
15	218	7.267	7	0.23	4.29	31.14
16	66	2.200	9	0.30	3.33	7.33
17	147	4.900	20	0.67	1.50	7.35
18	86	2.867	13	0.43	2.31	6.62
19	79	2.633	10	0.33	3.00	7.90

PROMEDIOS      3.38      19.76

**Tabla A2.15** Análisis del tapón a la salida del "riser" (CASO V).

Tapón	Frente del tapón			Extremidad posterior del tapón			V. Prom. [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]			
1	12	0.40	2.50	7	0.23	4.29	3.39	3.53	12.0
2	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	4.43	17.8
3	10	0.33	3.00	5	0.17	6.00	4.50	4.97	22.4
4	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	4.03	14.1
5	10	0.33	3.00	7	0.23	4.29	3.64	4.70	17.1
6	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	3.73	16.3
7	7	0.23	4.29	5	0.17	6.00	5.14	0.67	3.4
8	11	0.37	2.73	6	0.20	5.00	3.86	2.93	11.3
9	7	0.23	4.29	8	0.27	3.75	4.02	2.80	11.3
10	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	4.87	20.3
11	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	0.87	3.5
12	8	0.27	3.75	5	0.17	6.00	4.88	2.97	14.5
13	10	0.33	3.00	7	0.23	4.29	3.64	2.03	7.4
14	6	0.20	5.00	6	0.20	5.00	5.00	1.77	8.8
15	6	0.20	5.00	6	0.20	5.00	5.00	2.50	12.5
16	6	0.20	5.00	7	0.23	4.29	4.64	2.53	11.8
17	8	0.27	3.75	5	0.17	6.00	4.88	0.87	4.2
18	15	0.50	2.00	7	0.23	4.29	3.14	2.17	6.8
19	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	2.33	10.2
20	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	3.07	10.8
21	7	0.23	4.29	7	0.23	4.29	4.29	1.83	7.9
22	12	0.40	2.50	6	0.20	5.00	3.75	2.30	8.6
23	12	0.40	2.50	6	0.20	5.00	3.75	3.93	14.8

V. promedio      4.15      Longitud promedio      11.64



**Tabla A2.16** Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO V).

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	146	4.867	8	0.267	3.750	18.25
2	118	3.933	10	0.333	3.000	11.80
3	130	4.333	11	0.367	2.727	11.82
4	170	5.667	10	0.333	3.000	17.00
5	107	3.567	8	0.267	3.750	13.38
6	114	3.800	7	0.233	4.286	16.29
7	87	2.900	11	0.367	2.727	7.91
8	122	4.067	7	0.233	4.286	17.43
9	169	5.633	9	0.300	3.333	18.78
10	89	2.967	8	0.267	3.750	11.13
11	86	2.867	8	0.267	3.750	10.75
12	103	3.433	10	0.333	3.000	10.30
13	101	3.367	6	0.200	5.000	16.83
14	100	3.333	6	0.200	5.000	16.67
15	140	4.667	6	0.200	5.000	23.33
16	29	0.967	8	0.267	3.750	3.63
17	154	5.133	15	0.500	2.000	10.27
18	75	2.500	8	0.267	3.750	9.38
19	100	3.333	11	0.367	2.727	9.09
20	70	2.333	7	0.233	4.286	10.00
21	77	2.567	12	0.400	2.500	6.42
22	149	4.967	12	0.400	2.500	12.42

PROMEDIOS      3.540      12.857

**Tabla A2.17** Análisis del tapón en la línea horizontal (CASO VI).

Tapón	Frente del tapón			Extremidad posterior del tapón			Vel. Prom.	$\Delta T$ total	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	[m/s]	[s]	[m]
1	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	1.43	6.3
2	8	0.27	3.75	8	0.27	3.75	3.75	1.50	5.6
3	7	0.23	4.29	4	0.13	7.50	5.89	0.60	3.5
4	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	1.07	4.7
5	20	0.67	1.50	11	0.37	2.73	2.11	3.00	6.3
6	16	0.53	1.88	6	0.20	5.00	3.44	1.30	4.5
7	16	0.53	1.88	6	0.20	5.00	3.44	1.77	6.1
8	6	0.20	5.00	4	0.13	7.50	6.25	0.60	3.8
9	14	0.47	2.14	16	0.53	1.88	2.01	0.87	1.7
10	9	0.30	3.33	10	0.33	3.00	3.17	2.77	8.8
11	19	0.63	1.58	10	0.33	3.00	2.29	0.93	2.1
12	9	0.30	3.33	10	0.33	3.00	3.17	0.73	2.3
13	7	0.23	4.29	9	0.30	3.33	3.81	0.83	3.2
14	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	0.97	3.9
15	6	0.20	5.00	9	0.30	3.33	4.17	1.97	8.2
16	10	0.33	3.00	11	0.37	2.73	2.86	3.50	10.0
17	22	0.73	1.36	16	0.53	1.88	1.62	2.17	3.5
18	11	0.37	2.73	10	0.33	3.00	2.86	0.77	2.2
19	10	0.33	3.00	7	0.23	4.29	3.64	0.80	2.9
20	14	0.47	2.14	13	0.43	2.31	2.23	1.73	3.9
21	9	0.30	3.33	6	0.20	5.00	4.17	1.33	5.6

Velocidad promedio      3.51      Longitud promedio      4.71

**Tabla A2.18** Análisis de la burbuja en la línea horizontal (CASO VI).

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	244	8.133	8	0.27	3.75	30.50
2	215	7.167	7	0.23	4.29	30.71
3	184	6.133	8	0.27	3.75	23.00
4	105	3.500	20	0.67	1.50	5.25
5	168	5.600	16	0.53	1.88	10.50
6	162	5.400	16	0.53	1.88	10.13
7	194	6.467	6	0.20	5.00	32.33
8	167	5.567	14	0.47	2.14	11.93
9	101	3.367	9	0.30	3.33	11.22
10	181	6.033	19	0.63	1.58	9.53
11	69	2.300	9	0.30	3.33	7.67
12	115	3.833	7	0.23	4.29	16.43
13	209	6.967	8	0.27	3.75	26.13
14	239	7.967	6	0.20	5.00	39.83
15	342	11.400	10	0.33	3.00	34.20
16	89	2.967	22	0.73	1.36	4.05
17	147	4.900	11	0.37	2.73	13.36
18	42	1.400	10	0.33	3.00	4.20
19	108	3.600	14	0.47	2.14	7.71
20	175	5.833	9	0.30	3.33	19.44
21	214	7.13	7	0.23	4.29	30.57

PROMEDIOS      3.11      18.03

**Tabla A2.19** Análisis del tapón a la salida del "riser" (CASO VI).

Tapón	Frente del tapón			Extremidad posterior del tapón			V. Prom. [m/s]	$\Delta T$ total [s]	Longitud [m]
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Velocidad [m/s]			
1	8	0.27	3.75	9	0.30	3.33	3.54	1.17	4.1
2	6	0.20	5.00	5	0.17	6.00	5.50	4.37	24.0
3	9	0.30	3.33	5	0.17	6.00	4.67	2.50	11.7
4	11	0.37	2.73	7	0.23	4.29	3.51	2.93	10.3
5	6	0.20	5.00	7	0.23	4.29	4.64	2.70	12.5
6	7	0.23	4.29	5	0.17	6.00	5.14	2.50	12.9
7	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	3.70	17.2
8	7	0.23	4.29	5	0.17	6.00	5.14	2.37	12.2
9	6	0.20	5.00	8	0.27	3.75	4.38	0.57	2.5
10	10	0.33	3.00	7	0.23	4.29	3.64	4.73	17.2
11	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	1.97	7.9
12	5	0.17	6.00	7	0.23	4.29	5.14	0.90	4.6
13	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	3.00	12.1
14	8	0.27	3.75	6	0.20	5.00	4.38	4.57	20.0
15	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	5.03	23.4
16	9	0.30	3.33	8	0.27	3.75	3.54	1.17	4.1
17	12	0.40	2.50	5	0.17	6.00	4.25	5.57	23.7
18	9	0.30	3.33	7	0.23	4.29	3.81	1.10	4.2
19	7	0.23	4.29	6	0.20	5.00	4.64	0.83	3.9
20	5	0.17	6.00	5	0.17	6.00	6.00	1.53	9.2
21	8	0.27	3.75	7	0.23	4.29	4.02	2.10	8.4
22	7	0.23	4.29	7	0.23	4.29	4.29	3.93	16.9

V. promedio    4.43    Longitud promedio    11.95

**Tabla A2.20** Análisis de la burbuja a la salida del "riser" (CASO VI).

Burbuja	Burbuja completa		Extremidad posterior de la burbuja		Velocidad	Longitud
	Cuadros	$\Delta T$ [s]	Cuadros	$\Delta T$ [s]	[m/s]	[m]
1	60	2.000	6	0.200	5.000	10.00
2	110	3.667	9	0.300	3.333	12.22
3	149	4.967	11	0.367	2.727	13.55
4	95	3.167	8	0.267	3.750	11.88
5	111	3.700	7	0.233	4.286	15.86
6	119	3.967	7	0.233	4.286	17.00
7	114	3.800	7	0.233	4.286	16.29
8	141	4.700	6	0.200	5.000	23.50
9	105	3.500	10	0.333	3.000	10.50
10	79	2.633	8	0.267	3.750	9.88
11	74	2.467	5	0.167	6.000	14.80
12	66	2.200	8	0.267	3.750	8.25
13	124	4.133	8	0.267	3.750	15.50
14	152	5.067	7	0.233	4.286	21.71
15	86	2.867	9	0.300	3.333	9.56
16	154	5.133	12	0.400	2.500	12.83
17	57	1.900	9	0.300	3.333	6.33
18	77	2.567	7	0.233	4.286	11.00
19	38	1.267	5	0.167	6.000	7.60
20	87	2.900	8	0.267	3.750	10.88
21	125	4.167	7	0.233	4.286	17.86
22	139	4.633	11	0.367	2.727	12.64

PROMEDIOS      3.97      13.16



Apéndice III  
**Método de Runge-Kutta**

---

### III.1 Métodos de Runge-Kutta

El método de *Runge-Kutta* es un método numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Para la resolución de una ecuación diferencial ordinaria, se procede mediante el siguiente razonamiento:

Nuevo valor = valor anterior + pendiente x tamaño de paso

o en términos matemáticos,

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (\text{III.1})$$

De acuerdo con esta ecuación, la pendiente estimada  $\phi$  se usa para extrapolar desde un valor anterior  $y_i$  a un nuevo valor  $y_{i+1}$  en una distancia  $h$  (**Fig. III.1**). Esta fórmula se aplica paso a paso para calcular un valor posterior y, por lo tanto, para trazar la trayectoria de la solución.

Todos los métodos de un paso que se expresen de esta forma general, tan sólo van a diferir en la manera en la que se estima la pendiente.

Los métodos de *Runge-Kutta (RK)* logran la exactitud del procedimiento de la serie de Taylor sin necesitar del cálculo de derivadas de orden superior. Existen muchas variantes, pero todas tienen la forma generalizada de la ecuación III.1:

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h) h \quad (\text{III.2})$$



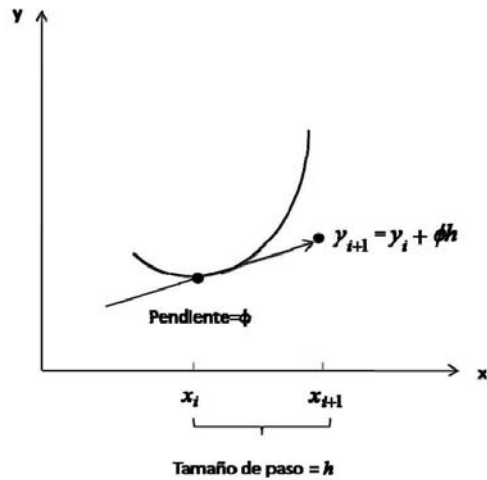


Fig. III.1 Ilustración del método de un paso

donde  $\phi(x_i, y_i, h)$  se conoce como función de incremento, la cual puede interpretarse como una pendiente representativa en el intervalo. La función incremento se escribe en forma general como:

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (\text{III.3})$$

donde las  $a$  son constantes y las  $k$  son:

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{III.3a})$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \quad (\text{III.3b})$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \quad (\text{III.3c})$$

.  
.  
.

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \quad (\text{III.3d})$$

donde las  $p$  y las  $q$  son constantes. Observe que las  $k$  son relaciones de recurrencia. Es decir,  $k_1$  aparece en la ecuación  $k_2$ , la cual aparece en la ecuación  $k_3$ , y así sucesivamente.

Es posible tener varios tipos de métodos de *Runge-Kutta* empleando diferentes números de términos en la función incremento especificada por  $n$ . Una vez que se elige  $n$ , se evalúan las  $a, p$  y  $q$  igualando la ecuación III.2 a los términos en la expansión de la serie de Taylor.

### III.2 Métodos de Runge-Kutta de cuarto orden

El más popular de los métodos de *Runge-Kutta* es el de cuarto orden. Como en el caso de los procedimientos de segundo orden, hay un número infinito de versiones. Se presenta la forma comúnmente usada y, por lo tanto, se le denomina *método clásico RK de cuarto orden*:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) h \quad (\text{III.4})$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{III.5})$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1 h) \quad (\text{III.6})$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2 h\right) \quad (III.7)$$

$$k_4 = f\left(x_i + h, y_i + k_3 h\right) \quad (III.8)$$

Como se muestra en la Fig. III.2, cada una de las  $k$  representa una pendiente. La ecuación III.4 entonces representa un promedio ponderado de éstas para establecer la mejor pendiente.

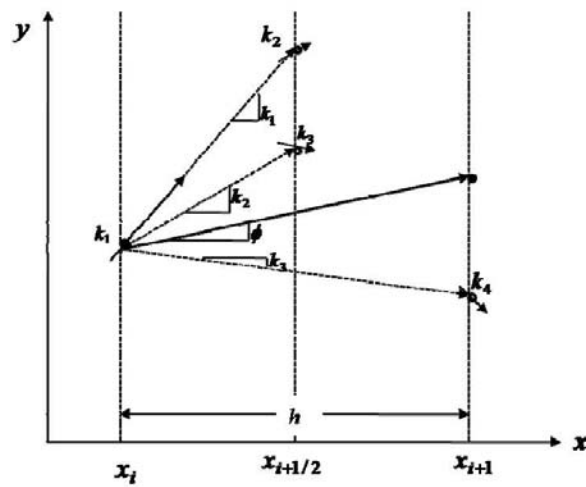


Fig. III.2 Representación gráfica de las pendientes estimadas empleadas en el método de RK de cuarto orden.

# Bibliografía

---

1. Al-safran, E. M. *"An Experimental and Theoretical Investigation of Slug Flow Characteristics in the Valley of a Hilly-Terrain Pipeline"*. Tesis de doctorado. The University of Tulsa. Tulsa, Oklahoma. EEUU. 2003.
2. Barbosa, Fabio. *"Situación actual de Pemex en las aguas profundas del Golfo de México"*. Instituto de Investigaciones Económicas de la UNAM, Volumen 5, número 15. México, 2008.
3. Beggs, H.D. *"Production optimization using Nodal Analisis"*. OGCI Publications, EEUU 1991.
4. Brill, J. P. & Arirachakaran, S. J. *"State of the Art in Multiphase Flow"*. Journal of Petroleum Technology. Richardson, Texas EEUU. Mayo, 1992.
5. Brill, J.P. & Mukherjee, H. *"Multiphase flow in Wells"*. SPE, EEUU 1999.
6. Brill, J. P., Schmidt, Z., Coberly, W. A., Herring, J. D. & Moore, D. W. *"Analysis of Two-Phase Tests in Large-Diameter Flow Lines in Prudhoe Bay Field"*. Society of Petroleum Engineers Journal. Dallas, Texas. EEUU. Junio, 1981.
7. Brown, K.E. *"The technology of artificial lift methods"*, Vol.1. PennWell Books, EEUU 1977.
8. Chapra, S. et.al. *"Métodos numéricos para ingenieros"*. Mc Graw Hill, México 2003.
9. Corradini, M. L. *"Fundamental of Multiphase Flow"*. University of Wisconsin. <http://wins.engr.wisc.edu/teaching/mpfBook/main.html>. Madison, Wisconsin. EEUU, Agosto 1997.
10. Fabre, J., Peresson, L. L., Corteville, J., Odello, R. & Bourgeois, T. *"Severe Slugging in Pipeline/Riser Systems"*. SPE Production Engineering. Dallas, Texas. EEUU. Agosto 1990.
11. Farghaly, M. A. *"Study of Severe Slugging in Real Offshore Pipeline Riser-Pipe System"*. 5th Middle East Oil Show. Manama, Bahrain. Marzo, 1987.

12. Fozard, J. "*Terrain Slugging in Near Horizontal Oilwells*". Master of Science Thesis. University of Oxford. Oxford, Inglaterra. Septiembre, 2001.
13. Gerwick, B. "*Construction of marine and offshore structures*". CRC Press, EEUU 2000.
14. Guzmán Vázquez, E. & Fairuzov, Y. V. "*A Study of Normal Slug Flow in an Offshore Production Facility with a Large-Diameter Flowline*". 2007 International Oil Conference and Exhibition. Veracruz, México. Junio, 2007.
15. Henriot, V., Duret, E., Heintzé, E. & Courbot, A. "*Multiphase Production Control: Application to Slug Flow*". Oil & Gas Science and Technology. Rev. IFP. Vol. 57. Rueil-Malmaison, Cedex. Francia. Enero 2002.
16. Hill, T. J. "*Gas Injection at Riser Base Solves Slugging Flow Problems*". Oil & Gas Journal. Tulsa, Oklahoma. EEUU, Febrero, 1990.
17. Jansen, F. E., Shoham, O & Taitel, Y. "*The Elimination of Severe Slugging Experiments and Modeling*". International Journal of Multiphase Flow. Vol. 22, No. 6. Oxford, Inglaterra. Junio, 1996.
18. McGuinness, M. & McKibbin, R. "*Terrain Induced Slugging*". Proceedings of the 2002 Mathematics-in-Industry Study Group. University of South Australia. Adelaide, Australia. Febrero, 2002.
19. Miyoshi, M., Dotty, D. R. & Schmidt, Z. "*Slug-Catcher Design for Dynamic Slugging in an Offshore Production Facility*". SPE Production Engineering. Dallas, Texas. EEUU. Noviembre, 1988.
20. Pots, B, Bromilow, I. G. & Konijn, M. "*Severe Slug Flow in Offshore Flowline-Riser Systems*". SPE Production Engineering. Dallas, Texas. USA. November, 1987.
21. Potter, M. *et.al.* "*Mecánica de fluidos*". Thomson, México 2002.
22. Sabert, R. "*Estática y dinámica de hidrocarburos*".
23. Sarica, C., Shoham, O. & Brill, J. P. "*Two-Phase Flow in Low-Velocity Hilly Terrain Pipelines*". 66th Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas. EEUU. Octubre, 1991.
24. Schmidt, Z. "*Experimental Study of Two-Phase Normal Slug Flow in a Pipeline-Riser Pipe System*". Ph. D. Dissertation. The University of Tulsa. EEUU. Noviembre, 1977.

25. Schmidt, Z., Brill, J. P. & Beggs, D. H. "*Choking Can Eliminate Severe Pipeline Slugging*". Oil & Gas Journal. Tulsa, Oklahoma EEUU. Noviembre 12, 1979.
26. Schmidt, Z., Brill, J. P. & Beggs, D. H. "*Experimental Study of Severe Slugging in a Two-Phase Flow Pipeline-Riser Pipe System*". Society of Petroleum Engineers Journal. Dallas, Texas. EEUU. Octubre, 1980.
27. Schmidt, Z., Doty, D. L. & Dutta-Roy, K. "*Severe Slugging Flow in Offshore Pipeline Riser-Pipe Systems*". Society of Petroleum Engineers Journal. Dallas, Texas. EEUU. Febrero, 1985.
28. Scott, S. L. "*Modeling Slug Growth in Pipelines*". Tesis de doctorado. The University of Tulsa. Tulsa, Oklahoma. EEUU. 1987.
29. Shoham, O. "*Two-phase flow modeling*". The University of Tulsa, EEUU 2001.
30. Streeter, V. et.al. "*Mecánica de fluidos*". Mc Graw Hill, Colombia, 2000.
31. Taitel, Y. & Dukler, A. E. "*A Model for Predicting Flow Regime Transition in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow*". AIChE Journal Vol. 22, No. 1. New York, NY. EEUU. Enero 1976.
32. Tengesdal, J. Æ. "*Investigation on Self-Lifting Concept for Severe Slugging Elimination in Deep-Water Pipeline-Riser Systems*". Ph. D. Dissertation. The University of Tulsa. Tulsa, Oklahoma. EEUU. Agosto, 2002.
33. Yocum, B.T. "*Offshore Riser Slug Flow Avoidance: Mathematical Models for Design and Optimization*". 2nd Annual European Meeting of the SPE of AIME. London, England. Abril, 1973.

