Logaritmos

Ecuaciones logarítmicas

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez

1

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Resolver la siguiente ecuación utilizando las propiedades de los logaritmos

$$\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$$

Utilizando la propiedad $\log_b(\,a^k) = k\log_b(a)$

$$\frac{1}{2}\log(\,x-1) = \log(x+1) - \frac{1}{2}\log(x+4)$$

Multiplicando por 2 toda la ecuación -> $\log(\,x-1) = 2\log(x+1) - \log(x+4)$

Aplicando la propiedad $\log_b(\,a^k) = k\log_b(a)$

$$\log(\,x-1) = \log(x+1)^2 - \log(x+4)$$

Agrupando con la propiedad de coeficiente de logaritmos → $\log(\,x-1) = \log\frac{(x+1)^2}{(x+4)}$

Aplicando base 10 del logaritmo en cada lado de la ecuación → $x-1 = \frac{(x+1)^2}{(x+4)}$

Desarrollando los miembros de la ecuación → $(x-1)(x+4) = (x+1)^2$

Resolviendo -> $x^2 + 3x - 4 = x^2 + 2x + 1 \;\rightarrow\; x = 5$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

2

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Resolver la siguiente ecuación utilizando las propiedades de los logaritmos

$$\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)}=2$$

Multiplicando por el denominador en ambos miembros de la ecuación

$$\log(16-x^2)=2\log(3x-4)$$

En el segundo miembro aplicando la propiedad $\log_b(a^k)=k\log_b(a)$

$$\log(16-x^2)=log(3x-4)^2$$

Aplicando base 10 en ambos miembros $\quad 16-x^2=(3x-4)^2$

Resolviendo la ecuación resultante $\quad 10x^2-24x=0$

Obteniendo $\quad x=0 \qquad x=\frac{12}{5}$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

3

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Resolver la siguiente ecuación aplicando propiedades de logaritmos

$$\log[x * (x+3)] = \log(x+1)^2$$

Por igualdad de logaritmos:

$$x * (x+3) = (x+1)^2$$

Resolviendo la ecuación resultante

$$x^2 + 3x = x^2 + 2x + 1$$
$$x = 1$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez

Logaritmos

Ecuaciones exponenciales

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez

1

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

$\boxed{log_a a^x = x}$

Determine el valor de x que satisface la ecuación $2^{x-4} = 8$

Aplicando logaritmo en base 2

$$\log_2 2^{x-4} = \log_2 8$$

Por lo que

$$x - 4 = \log_2 8$$

Expresando $8 = 2^3$

$$x - 4 = \log_2 2^3$$
$$x - 4 = 3$$
$$x = 7$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

2

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Determine el valor de X que satisface la siguiente ecuación

$$10^{x+3} = 100$$

Expresando como potencia el lado derecho

$$10^{x+3} = 10^2$$

Por propiedad $a^x = a^y \rightarrow x = y$

$$x + 3 = 2$$

$$x = -1$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

3

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Determine los valores de x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$5^{2x+1} - 3(5^{2x-1}) = 550$$

Aplicando leyes de los exponentes

$$5(5^{2x}) - \frac{3}{5}(5^{2x}) = 550$$

Multiplicando por 5 toda la ecuación

$$25(5^{2x}) - 3(5^{2x}) = 2750$$

Factorizando

$$(25-3)5^{2x} = 2750$$

$$5^{2x} = 125; 5^{2x} = 5^3$$

Finalmente:

$$2x = 3; x = \frac{3}{2}$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez

Logaritmos

Ecuaciones logarítmicas con cambio de base

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez

1

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Obtener los valores del logaritmo que se solicita, a partir de los que se dan:

$$\log_2 5 \quad ; si \quad \log 5 = 0.698 \;\; y \quad \log 2 = 0.3010$$

$$\log_a(Q) = \frac{\log_b(Q)}{\log_b(a)}$$

Aplicando la fórmula de cambio de base

$$\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2}$$

Sustituyendo los valores

$$\log_2 5 = \frac{0.698}{0.3010}$$

$$\log_2 5 = 2.321$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

2

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Logaritmos

$$\log_a(Q) = \frac{\log_b(Q)}{\log_b(a)}$$

Resolver la siguiente ecuación utilizando cambio de base

$$\log_4 x = 2 + \log_{16} x$$

Agrupando logaritmos $\log_4 x - \log_{16} x = 2$

En el segundo término del lado izquierdo se realiza un cambio de base

$$\log_{16} x = \frac{\log_4 x}{\log_4 16} \qquad \log_4 x - \frac{\log_4 x}{\log_4 16} = 2$$

Utilizando el concepto de logaritmo se tiene que $\log_4 16 = 2$ $\qquad \log_4 x - \frac{\log_4 x}{2} = 2$

Al aplicar la propiedad del cociente entre dos números se tiene

$$\log_4 x - \log_4 x^{\frac{1}{2}} = 2 \qquad \log_4\left(\frac{x}{x^{\frac{1}{2}}}\right) = 2$$

Simplificando el exponente de x $\qquad \log_4 x^{\frac{1}{2}} = 2$

Nuevamente se aplica la definición de logaritmo y se despeja la incógnita

$$x^{\frac{1}{2}} = 4^2 \qquad \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = {4^2}^2 \qquad x = 4^4 = 256$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

3

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

Resolver la siguiente ecuación utilizando cambio de base

$$\log_a(Q) = \frac{\log_b(Q)}{\log_b(a)}$$

$$\log_2 x + \log_4 x = 1$$

Se realiza un cambio de base en el segundo término del lado izquierdo de la ecuación

$$\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = 1$$

Al aplicar la definición de logaritmo al denominador se tiene $\log_2 4 = 2$

$$\log_2 x + \frac{\log_2 x}{2} = 1$$

Utilizando propiedades de los logaritmos se tiene

$$\log_2 x + \log_2 x^{\frac{1}{2}} = 1 \qquad \log_2\left(x * x^{\frac{1}{2}}\right) = 1 \qquad \log_2 x^{\frac{3}{2}} = 1$$

Aplicando nuevamente la definición de logaritmo y despejando a x

$$x^{\frac{3}{2}} = 2 \qquad x = 2^{\frac{2}{3}} \qquad x = \sqrt[3]{4}$$

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez JMA

J.M.A

Elaboró: Jacquelyn Martínez Alavez