

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Pruebas a pequeña escala de una estructura con un amortiguador de partícula de masa sintonizada sujeta a movimientos sísmicos

> TESIS Que para obtener el título de Ingeniera Civil

P R E S E N T A Gloria Giselle Zamudio Ramos

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Miguel Ángel Jaimes Téllez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2024

Jurado designado

Presidente: Dr. Gerardo Rodríguez Gutiérrez

Vocal: Dr. Miguel Ángel Jaimes Téllez

Secretario: M.I. Rodrigo Takashi Sepúlveda Hirose

1er suplente: Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano

2do suplente: Ing. Araceli Angélica Sánchez Enríquez

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Miguel Á. Jaimes Téllez y al Dr. Francisco A. Godínez, por la confianza depositada en mí para el desarrollo de este documento, por su apoyo al compartirme su trabajo y transmitirme parte del conocimiento que se desarrolla en el Instituto, así como mostrarme el panorama de la investigación. Los comentarios de mejora y conversaciones para revisar conceptos, propuestas y análisis son la base de estas páginas.

A mi asesor, el Dr. Miguel Á. Jaimes Téllez, le agradezco sus comentarios técnicos y observaciones al realizar la revisión de este documento. Su dedicación, su experiencia y comprensión que contribuyeron en mis habilidades que me han motivado durante este camino. Por su guía y todos sus consejos, que llevaré grabados para siempre en la memoria de mi futuro profesional. No tengo palabras para expresar mi gratitud por su inmenso apoyo y tiempo dedicado para poder llevar a buen término este documento.

Universidad Nacional Autónoma de México, por brindarme educación de calidad y darme la oportunidad de avanzar en mi carrera profesional en la Facultad de Ingeniería. También al Instituto de Ingeniería, por ser la impulsora en la investigación y abrirme las puertas para la realización de esta tesis.

Son muchos los docentes que han sido parte de mi camino universitario, y a todos ellos les quiero agradecer por transmitirme los conocimientos necesarios para hoy poder estar aquí. Especialmente al Dr. Gerardo Rodríguez Gutiérrez, al M.I. Rodrigo Takashi Sepúlveda Hirose, al Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano y a la Ing. Araceli Angélica Sánchez Enríquez, por su fina atención al revisar este trabajo y conformar el grupo de sinodales para esta tesis.

A mi familia y amistades, por su apoyo moral, su luz guía mi camino y su cariño me reconforta siempre.

RECONOCIMIENTOS

Esta investigación fue financieramente soportada por el Proyecto IG100623–PAPIIT-UNAM denominado "Evaluación del daño acumulado por efectos sísmicos y corrosivos durante el ciclo de vida en edificios de concreto reforzado". Apoyo adicional fue auspiciado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM a través del Fondo de Investigación R528.

	•••••
CIÓN	
de problemática	
lcances	
co teórico	
Sistema de un grado de libertad (1GDL)	
Sistema de 1GDL con amortiguador de masa sintonizada	
Sistema de 1GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada	
ictura a pequeña escala de dos niveles con y sin amortiguador de partícula d	le n
Sistema experimental de dos niveles original sin amortiguadores	
Sistema experimental de dos niveles con amortiguador de masa sintonizada	
Sistema experimental de dos niveles con amortiguador de partícula de masa	
ada	
rama de prueba e instalación experimental	
Diseño del prototipo	
Características de prototipo	
Características de los amortiguadores	
Adquisición y procesamiento de datos	
paración de la respuesta experimental del sistema con amortiguador d	o n
la mantine adam da nantine la mana sinterizada e enizio al	
a, amoriiguaaor ae pariicula ae masa sinionizaaa y original	<i>с</i> п
Ejemplos ilustrativos	
 Ejemplos ilustrativos	
 Ejemplos ilustrativos	
 Ejemplos ilustrativos	·····
 <i>a, amortiguador de particula de masa sinionizada y original</i> Ejemplos ilustrativos	·····
 a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original Ejemplos ilustrativos	·····
 <i>a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original</i> Ejemplos ilustrativos Caso movimiento sísmico 1R Caso movimiento sísmico 2R Caso efecto de resonancia CR Estimación de periodos dominantes del sistema <i>isis de resultados</i> sultados de estudio experimental 	
 a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original Ejemplos ilustrativos	
 <i>a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original</i> Ejemplos ilustrativos	
 <i>a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original</i> Ejemplos ilustrativos	ma
 <i>Ejemplos ilustrativos</i> Caso movimiento sísmico 1R Caso movimiento sísmico 2R Caso efecto de resonancia CR Estimación de periodos dominantes del sistema <i>isis de resultados</i> esultados de estudio experimental Caso movimiento sísmico 1R Caso movimiento sísmico 2R Estimación de periodos dominantes del sistema 	ma
 <i>a, amortiguador de particula de masa sintonizada y original</i> Ejemplos ilustrativos	ma
 <i>Ejemplos ilustrativos</i> Caso movimiento sísmico 1R Caso efecto de resonancia CR Estimación de periodos dominantes del sistema <i>isis de resultados</i> esultados de estudio experimental	ma
 <i>Ejemplos ilustrativos</i> Caso movimiento sísmico 1R Caso movimiento sísmico 2R Caso efecto de resonancia CR Estimación de periodos dominantes del sistema <i>isis de resultados</i> esultados de estudio experimental Caso movimiento sísmico 1R Caso movimiento sísmico 2R Caso movimiento sísmico 2R anterior a construction of the second state of the se	ma
 <i>a, amortiguador de partícula de masa sintonizada y original</i> Ejemplos ilustrativos Caso movimiento sísmico 1R Caso efecto de resonancia CR Estimación de periodos dominantes del sistema <i>isis de resultados</i> esultados de estudio experimental	ma
	Icances

ÍNDICE

APÉNDICES

Apéndice A. Evaluación del amortiguamiento a través del criterio de decremento logarítmico 103
Apéndice B. Evaluación del desplazamiento con el método basados en la interpolación de la excitación
Apéndice C. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 1R
Apéndice D. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 2R
Apéndice E. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 2R con foami
Apéndice F. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL con AMS y con APMS para caso resonancia, sismo CR

Índice de figuras

Figura 1.1.	Vista esquemática de sistema 1GDL sin amortiguador
Figura 1.2.	Vista esquemática de sistema 1GDL con amortiguador de masa sintonizada
Figura 1.3.	Vista esquemática de sistema 1GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada 26
Figura 2.1.	Vista esquemática de sistema 2GDL
Figura 2.2.	Vista esquemática de sistema 2GDL con amortiguador de masa sintonizada
Figura 2.3.	Vista esquemática de sistema 2GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada 30
Figura 3.1. sintonizada: a)	Vista esquemática de las configuraciones de diseño para el amortiguador de partícula de masa caso de dimensiones mayores y b) caso de dimensiones menores
Figura 3.2. a) caso de dim	Vista esquemática de las configuraciones de diseño para el amortiguador de masa sintonizada: ensiones mayores y b) caso de dimensiones menores
Figura 3.3. masa sintoniza	Vista esquemática de dimensiones del sistema de 2GDL con amortiguador de partícula de ada para caso $d+$, $\ell v+$, $m4 + a$) vista 3D y b) vista 2D con detalle de APMS
Figura 3.4. sintonizada pa	Vista esquemática de masas del sistema de 2GDL con amortiguador de partícula de masa ra caso $d+$, $\ell v+$, $m4+$
Figura 3.5. sintonizada pa	Vista esquemática de características del sistema de 2GDL con amortiguador de masa ra caso $d+$, $\ell v+$, $m4 + a$) vista 3D con masas y b) vista 2D con dimensiones y detalle de AMS
Figura 3.6. vista 2D con d	Vista esquemática de características del sistema de 2GDL original a) vista 3D con masas y b) imensiones
Figura 3.7. a) elementos d	Detalle de masas para amortiguador de partícula de masa sintonizada para caso $d+, \ell v+, m4 +$ el APMS y b) masas de elementos del APMS
Figura 3.8. del AMS y b)	Detalle de masas amortiguador con masa sintonizada para caso $d+$, $\ell v+$, $m4 + a$) elementos masas de elementos del AMS
Figura 3.9. sistema de 2G	(a) Vista de ubicación de eje de coordenadas, vara de calibración y (b) centros de masa del DL con APMS para caso $d+$, $\ell v+$, $m4$ +
Figura 3.10. con amortigua	(a) centros de masa del sistema de 2GDL original (b) centros de masa del sistema de 2GDL dor de masa sintonizada para caso $d+$, $\ell v+$, $m4+$
Figura 3.11.	Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de 2GDL original
Figura 3.12. sintonizada pa	Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de con amortiguador de masa ra caso $d+$, $\ell v+$, $m4+$
Figura 3.13. masa sintoniza	Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de con amortiguador de partícula de ada para caso $d+$, $\ell v+$, $m4+$
Figura 3.14. (línea continu desplazamient	Movimiento sísmico 1R en para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS na azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d+, \ell v+, m4 +$ (CASO +++) a) os y b) aceleraciones
Figura 3.15. AMS (línea di espectros de de	Espectros de respuesta 1R en <i>n</i> 0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con iscontinua azul) y con APMS (línea continua roja) para caso $d+$, $\ell v+$, $m4 +$ (CASO +++) a) esplazamientos y b) espectros de aceleraciones
Figura 3.16. AMS (línea co desplazamiente	Movimiento sísmico 2R en $n0$ para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con ontinua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d+, \ell v+, m4 + (CASO +++)$ a) os y b) aceleraciones

Figura 4.4. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n^2 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d+, \ell\nu+, m^4 + (CASO +++)$

Figura 4.6. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en los puntos m3 y m4 para sistema de 2GDL con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d+, \ell v+, m4 + (CASO +++).......52$

Figura 4.13. a) Desplazamiento y b) aceleración del movimiento sísmico CR obtenido en n0 para sistema de 2GDL con AMS y con APMS para caso d+, $\ell v-$, $m4 + \dots 57$

Figura 4.14. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en *n*1 para sistema de 2GDL O (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d+, $\ell v-$, m4 + (CASO +-+) 57

Figura 4.15. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en *n*2 para sistema de 2GDL O (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d+, $\ell v-$, m4 + (CASO +-+) 58

Figura 4.16. Movimiento de desplazamientos obtenidos en $t = 56.5 s$ para sistema de 2GDL a) con AMS y b) con APMS para caso $d+$, $\ell v-$, $m4 + (CASO +-+)$
Figura 4.17. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en <i>m</i> 3 para sistema de 2GDL, con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d+$, $\ell v-$, $m4 +$ (CASO +-+)
Figura 4.18. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en <i>m</i> 4 para sistema de 2GDL con APMS (línea continua rosa) para caso $d+$, $\ell v-$, $m4 +$ (CASO +-+)
Figura 4.19. Espectro de aceleraciones en la azotea para sistema de 2GDL,sismo 1R, con APMS y AMS caso +, T4 (0.21), T3 (0.17), T2 (0.47), T1 (1.46)
Figura 4.20. Espectro de aceleraciones para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS y AMS caso +++, <i>T</i> 4 (0.24), <i>T</i> 3 (0.52), <i>T</i> 2 (0.41), <i>T</i> 1 (1.61)
Figura 4.21. Espectro de aceleraciones en la azotea para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS y AMS caso +, T4 (0.23), T3 (0.15), T2 (0.47), T1 (1.49)
Figura 4.22. Espectro de aceleraciones de la partícula, para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS y AMS caso +++, <i>T</i> 4 (0.20), <i>T</i> 3 (0.54), <i>T</i> 2 (0.41), <i>T</i> 1 (1.64)
Figura 5.1. Comparación de desplazamientos, sismo 1R, de todos los casos obtenidos en $n1, n2$ y $m3$ para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)
Figura 5.2. Comparación de aceleraciones, sismo 1R, de todos los casos obtenidos en $n1, n2$ y $m3$ para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)
Figura 5.3. Comparación de desplazamientos, sismo 2R, de todos los casos obtenidos en <i>n</i> 1, <i>n</i> 2 y <i>m</i> 3 para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)
Figura 5.4. Comparación de aceleraciones, sismo 2R, de todos los casos obtenidos en $n1, n2$ y $m3$ para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)
Figura 5.5. Intensidad de Arias normalizada obtenida en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)
Figura 5.6. Comparación de aceleraciones en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)
Figura 5.7. Intensidad de Arias normalizada obtenida en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso +++ O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)
Figura 5.8. Comparación de aceleraciones en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso +++ O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)
Figura 5.9. Intensidad de Arias normalizada obtenida en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)
Figura 5.10. Comparación de aceleraciones en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso, O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)
Figura 5.11. Intensidad de Arias normalizada obtenida en n^2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso $_{+++}$ O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)
Figura 5.12. Comparación de aceleraciones en <i>n</i> 2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso ₊₊₊ O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)
Figura 5.13. Comparación de duración significativa en <i>n</i> 2 de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)
Figura 5.14. Comparación de duración significativa en <i>n</i> 2 de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

Figura 5.18. todos los caso con interior cl	Relación de duración significativa con respecto a colisiones entre el contenedor y partícula de os para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS, caso 8 +++ (rosa) y caso 1 (círculo verde aro)	; ; ;
Figura 5.19.	Configuración de APMS para a) caso 1 () y b) caso 3 (-+-)	Ĺ
Figura 5.20.	Configuración de APMS para a) caso 2 (+) y b) caso 4 (++-)	<u>)</u>
Figura 5.21.	Configuración de APMS para a) caso 5 (+) y b) caso 7 (-++)	<u>)</u>
Figura 5.22.	Configuración de APMS para a) caso 6 (+-+) y b) caso 8 (+++)	3
Figura 5.23.	Relación de parámetros que influyen en la respuesta del amortiguador APMS	ł
Figura 5.24.	Relación de función obtenida para $fT4\Pi$ vs T ₄ observada	1
Figura 5.25.	a) T ₄ calculada con ajuste lineal y b) T ₄ calculada con ajuste potencial	1

Índice de tablas

Tabla 3.1.	Dimensiones de prototipo del amortiguador
Tabla 3.2.	Valores estándar de diseño
Tabla 4.1. sin ellos, sismo	Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS, APMS y o 1R
Tabla 4.2. sin ellos, sismo	Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS, APMS y o 2R
Tabla 4.3. sin ellos, sismo	Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS, APMS y o 2R con foami
Tabla 4.4. sin ellos, sismo	Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS, APMS y o CR
Tabla 4.5.	Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS. 64
Tabla 4.6.	Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en la estructura de 2GDL con APMS65
Tabla 4.7.	Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en la estructura de 2GDL con AMS. 66
Tabla 4.8.	Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en la estructura de 2GDL con APMS66
Tabla 5.1. de 2GDL, orig	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración en n0 del sistema inal, con AMS y con APMS
Tabla 5.2. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de <i>n</i> 1 en el DL, original, con AMS y con APMS
Tabla 5.3. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de <i>n</i> 2 en el DL, original, con AMS y con APMS
Tabla 5.4. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de m3 en el DL con AMS y con APMS
Tabla 5.5. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de m4 en el DL con APMS
Tabla 5.6. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de <i>n</i> 0 en el DL, original, con AMS y con APMS
Tabla 5.7. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de <i>n</i> 1 en el DL, original, con AMS y con APMS
Tabla 5.8. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de <i>n</i> 2 en el DL, original, con AMS y con APMS
Tabla 5.9. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de m3 en el DL con AMS y con APMS
Tabla 5.10. sistema de 2Gl	Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de m4 en el DL con APMS
Tabla 5.11.	Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMS caso, sismo 1R 77
Tabla 5.12.	Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMS caso +++, sismo 1R 78
Tabla 5.13.	Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMS, caso, sismo 2R 80
Tabla 5.14.	Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMS caso +++, sismo 2R 81
Tabla 5.15. APMS, y sin e	Comparación de duración significativa, <i>Da</i> 5 – 95, en <i>n</i> 2 en el sistema de 2GDL, con AMS y llos (O)

Tabla 5.16. 95, en <i>n</i> 2 en e	Comparación de diferencia de tiempo (s) y reducción (%) de la duración significativa, $Da5 - l$ sistema de 2GDL con AMS y con APMS respecto al original
Tabla 5.17. el sistema de 2	Comparación de tiempo (s) y reducción (%) de la duración significativa, <i>Da</i> 5 – 95, en <i>n</i> 2 en 2GDL con APMS respecto al AMS
Tabla 5.18. para los casos	Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula en la estructura de 2GDL con APMS, sismo 1R
Tabla 5.19. para los casos	Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula en la estructura de 2GDL con APMS, sismo 2R
Tabla 5.20. para los casos	Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula en la estructura de 2GDL con APMS, sismo 2R con foami
Tabla 5.21. para los casos	Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula en la estructura de 2GDL con APMS, sismo CR
Tabla 5.22. 2R, 2R con for	Comparación de amortiguamiento (en %) del sistema de 2GDL con movimiento sísmico 1R, ami y CR, con AMS, APMS y sin ellos O
Tabla 5.23. sistema de 2G	Comparación de la duración significativa, $Da 5 - 95$, y el número de impactos, NI, del DL con movimientos sísmicos 1R, 2R, 2R con foami y CR, con APMS
Tabla 5.24.	Dimensiones primarias para cada uno de los parámetros n
Tabla 5.25.	Lista de parámetros con símbolo

Nomenclatura

\ddot{u}_g	Aceleración del movimiento sísmico					
\ddot{u}_{s1}	Aceleración del sistema de un grado de libertad (1GDL)					
ω_{s1}	Frecuencia no amortiguada de 1GDL					
m_{s1}	Masa del sistema de 1GDL					
k_{s1}	Rigidez del sistema de 1GDL					
ξ_{s1}	Relación de amortiguamiento viscoso nominal del oscilador 1GDL					
\ddot{u}_{s2}	Aceleración del sistema del amortiguador de masa sintonizada (AMS)					
ω_{s2}	Frecuencia no amortiguada del sistema AMS					
m_{s2}	Masa del sistema AMS					
k _{s2}	Rigidez del sistema AMS					
ξ_{s2}	Relación nominal de amortiguamiento viscoso del sistema AMS					
γ	Relación de masa entre el sistema AMS y el oscilador de 1GDL					
ü _{s3}	Aceleración de la partícula					
ω_{s3}	Frecuencia no amortiguada del sistema del amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS)					
m_{s3}	Masa de la partícula					
k _{s3}	Rigidez de la interacción entre la partícula y el contenedor					
ξ_{s3}	Relación del amortiguamiento viscoso idealizada entre la partícula y el contenedor					
β	Relación de masa entre la partícula y el contenedor					
δ	Desplazamiento relativo de la partícula con respecto al contenedor durante el proceso de impacto					
δ	Velocidad de la partícula con respecto al contenedor durante el proceso de impacto					
$\ddot{u}_{g\ mcute{a}x}$	Aceleración máxima del movimiento sísmico					
\ddot{u}_1	Aceleración de la estructura de dos grados de libertad (2GDL) en el nivel 1					
ü2	Aceleración de la estructura de 2GDL en el nivel 2					
ü ₃	Aceleración del sistema AMS y/o contenedor del APMS					
\ddot{u}_4	Aceleración de la partícula					
u_g	Desplazamiento del movimiento sismico a nivel de desplante					
$u_{g m \acute{a} x}$	Desplazamiento máximo del movimiento sismico					
u_1	Desplazamiento de la estructura de 2GDL en el nivel 1					
u ₂	Desplazamiento del sistema AMS v/o contenedor del APMS					
u3 11	Desplazamiento de la partícula					
m_1	Masa del sistema de 2GDL en el nivel 1					
m_2	Masa del sistema de 2GDL en el nivel 2					
m_3	Masa del sistema AMS y/o contenedor del APMS					
m_4	Masa de la partícula					
m_e	Masa de la estructura sin sistemas AMS y APMS					

n_0	Nivel de desplante de la estructura
Ws	Peso del sistema AMS y APMS
We	Peso de la estructura de 2GDL sin sistemas
е	Espesor de tirante
t _t	Ancho de tirante
d	Espacio libre entre la partícula y el contenedor
ℓ_v	Longitud vertical del APMS
ζ	Amortiguamiento
ξ	Relación de amortiguamiento viscoso nominal
k	Rigidez del sistema
ω	Frecuencia no amortiguada
Sd	Espectro de desplazamiento
Sa	Espectro de aceleraciones
T_1	Periodo fundamental de la estructura de 2GDL
T_2	Periodo de la estructura de 2GDL sin amortiguadores, con AMS y/o APMS
T_3	Periodo de la estructura de 2GDL con AMS y/o APMS
T_4	Periodo de la estructura de 2GDL con APMS
T_s	Periodo fundamental del movimiento sísmico

RESUMEN

En este trabajo se realizó un estudio paramétrico experimental para evaluar el desempeño de una estructura a pequeña escala, conectado en el nivel superior ya sea con: (1) un amortiguador de masa sintonizada (AMS) o (2) un amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS). Esto permite comprobar la hipótesis de una mayor disminución de vibraciones de una estructura sujeta en su base a movimientos sísmicos al colocarle un APMS en el nivel superior al ser comparada con un AMS.

Se estudiaron movimientos sísmicos de diferentes intensidades para observar el comportamiento de los casos experimentales, y así encontrar las características que optimizan la respuesta del APMS. Además, se revisaron algunos factores para determinar la efectividad del APMS comparado al AMS, tales como: (i) el amortiguamiento que aporta a la estructura, (ii) la reducción de la duración significativa del movimiento sísmico, y (iii) la disminución de vibraciones, a través de los desplazamientos y aceleraciones máximos observados en la estructura. Basado en esos factores se propuso una expresión para conocer la tendencia del período de la partícula que está en función de los parámetros que influyen en su respuesta. Los resultados muestran que una estructura de pequeña escala con APMS sujeta a movimientos en su base reduce las vibraciones comparadas a los casos de la estructura con AMS o sin estos dispositivos.

Palabras clave: estructura a pequeña escala, amortiguador de masa sintonizada, amortiguador de partícula de masa sintonizada, análisis dimensional

ABSTRACT

In this work, an experimental parametric study to evaluate the performance of a small-scale structure connected at the top level with either: (1) a tuned mass damper (TMD) or (2) a particle-tuned mass damper (PTMD). This allows to test the hypothesis of a higher vibration decrease of a structure subjected at its base to seismic motions by placing a PTMD on the top level when compared to a TMD.

Seismic motions of different intensities were studied to observe the behavior of the experimental cases and find the characteristics that optimize the response of the PTMD. In addition, some facts were used to determine the effectiveness of the PTMD compared to TMD, such as: (i) the damping that contributes to the structure, (ii) the reduction of the significant duration of the seismic motion, and (iii) the decrease of vibrations, through the maximum displacements and accelerations observed in the structure. Based on these factors, an expression is proposed to know the trend of the particle period that is a function of the parameters that influence its response. The results show that a small-scale structure with PTMD subjected to movements at its base reduces vibrations compared to the cases of the structure with TMD or without these devices.

Key words: Small-scale structure, tuned mass damper, particle-tuned mass damper, dimensional analysis.

INTRODUCCIÓN

En un esfuerzo por reducir los daños por sismo en las estructuras, la comunidad internacional de ingeniería estructural ha estudiado la fabricación de dispositivos de control. En la actualidad existen diversas opciones disponibles en la práctica, por ejemplo, el amortiguador de masa sintonizada (AMS), es una tecnología que se ha utilizado tradicionalmente para suprimir y controlar pasivamente las vibraciones en las estructuras.

El sistema AMS tuvo sus inicios con Frahm (1909), quien patentó un dispositivo de amortiguamiento de vibraciones que consiste en acoplar una masa a una embarcación a través de un elemento de rigidez característica, con el fin de reducir el movimiento de balanceo. A partir de esta teoría Ormondroyd y Den Hartog (1928) realizaron el desarrollo matemático del sistema para una aceleración monofrecuencial. Sin embargo, no fue hasta 1940 cuando Den Hartog encontró una solución para los parámetros óptimos de sintonización a través de la relación de masas. Posteriormente Brock (1946) determinó los parámetros de amortiguación óptimos para el dispositivo.

El AMS es un sistema pasivo de control de vibraciones que consiste en una masa y un resorte unidos a la estructura principal, donde se quiere reducir las vibraciones, por medio de un elemento de rigidez conocida. La simplicidad del sistema hace que sea una solución idónea por su bajo coste de instalación y mantenimiento. Para el correcto funcionamiento del AMS es necesario encontrar los parámetros óptimos del dispositivo, los cuales serán aquellos que minimizan la respuesta dinámica de la estructura principal. Por lo tanto, es necesario conocer: 1) los parámetros característicos, 2) la respuesta dinámica del sistema principal y 3) los modos de vibración que se quiere amortiguar.

Dicho dispositivo está constituido conceptualmente por una masa y un resorte que se incorporan a un sistema principal, donde ocurre transferencia de energía entre ellos debido al desplazamiento relativo, que aplica fuerzas inerciales contrarias al movimiento de la estructura. Esta transferencia de energía es máxima cuando la frecuencia de oscilación del AMS es cercana a alguna frecuencia del sistema principal. Con el objetivo de reducir la respuesta dinámica del sistema a una determinada frecuencia o en un estrecho entorno de ésta, el AMS se "sintoniza" a una frecuencia natural del sistema principal, de tal forma que cuando este sea excitado a esa frecuencia sea el AMS quien vibre en resonancia, atenuando de esta manera la vibración en la estructura principal. Existen diferentes tipos de AMS, desde los puramente pasivos, como versiones activas o semiactivas (Calleja et al. 2017).

Para estructuras altas el modo de vibración predominante es el primero, y es por eso que el AMS por lo general se sintoniza a éste. La reducción de la respuesta corresponde a la razón entre la respuesta de la estructura con el dispositivo, sobre la respuesta de la estructura sola.

El AMS agrega un grado de libertad extra en el análisis dinámico de la estructura. Lo que indica que ahora el sistema posee dos periodos fundamentales, uno por cada grado de libertad, donde se nota que el periodo fundamental del sistema acoplado es más grande que el de la estructura sola (López, 2017). Sin embargo, el espectro de frecuencias con el que el AMS puede funcionar correctamente es limitado.

Otra opción con bandas de frecuencia de supresión más amplias, es el amortiguador de partículas (AP). Las aplicaciones de estos dispositivos abarcan diversos campos, ya que esta tecnología igualmente demanda bajos costos de fabricación, y se puede adaptar a casi cualquier geometría sin verse fuertemente afectada por las condiciones ambientales, en particular la temperatura, que pueden tener efectos adversos en el desempeño de los materiales viscoelásticos que se utilizan a menudo para el aislamiento y la amortiguación de vibraciones.

Lieber y Jensen (1945) propusieron una masa en movimiento entre dos paredes, un sistema AP, para mitigar la vibración de los sistemas mecánicos. Demostraron que este enfoque reducía en gran medida las vibraciones indeseables de un sistema mecánico. Más tarde, (Butt y Akl, 1997) realizaron análisis experimentales para relacionar la amortiguación modal del sistema con los parámetros AP. El estudio demostró que existía una relación no lineal entre la masa de las partículas y la relación de amortiguación modal. Además, la masa del amortiguador y el espacio no fueron los únicos parámetros que afectaron la amortiguación intrínseca del sistema. La eficacia relativa de estos mecanismos cambia en función de una serie de parámetros como el tamaño, la densidad y la forma de las partículas, la frecuencia y la amplitud de la vibración. Aunque los resultados de las pruebas iniciales de principios de la década de 1990 corroboraron el potencial de la amortiguación de partículas. Debido a las complejas interacciones involucradas en la amortiguación de partículas, aún no se dispone de una metodología de análisis integral (Mao et al. 2004).

Salueña et al. (1999) utilizaron simulaciones de dinámica molecular para investigar los efectos de los parámetros de las partículas en la relación de amortiguación de los AP. Informaron que diferentes materiales mostraban diferentes relaciones de amortiguación y que los materiales más duros mostraban un comportamiento de amortiguación mejor. Yokomichi et al. (1999) utilizaron estudios numéricos y experimentales de material granular para determinar la efectividad de los amortiguadores de impacto. Supusieron que las partículas se mueven unidireccionalmente en un entorno sin fricción. El sistema de compuerta mostró un buen desempeño bajo excitación armónica tanto horizontal como vertical (Hosseini & Karimzade, 2023).

El AP se aplicó inicialmente en el área mecánica y aeroespacial, y ha sido ampliamente investigado en el campo del control de vibraciones de la ingeniería civil. El mecanismo de

reducción de la vibración del AP es a través de los efectos combinados de colisiones y fracciones de partícula a partícula, y de partícula a pared, en las que la vibración se disipa en el proceso de colisión. El AP se puede colocar de manera flexible en todas las partes de la estructura, como las paredes internas, las vigas, la parte superior de la estructura, etc., lo que favorece los escenarios de aplicación (Meyer & Seifried, 2023).

Los materiales de partículas comúnmente adoptados son las bolas de metal, como las bolas de acero. Si se aplicara el AP en la estructura, se necesita una cantidad significativa de partículas para cumplir con el requisito de los estándares de control de vibraciones. El factor principal de los materiales que afectan el rendimiento del AP es el coeficiente elástico, que difiere significativamente según el tipo de material. La selección adecuada de materiales en el diseño del AP es de vital importancia, ya que el material tiene una relación compleja con el efecto de amortiguación del amortiguador, junto con otros parámetros, como el tamaño del contenedor, la magnitud de la excitación y los tipos de excitación. Por otro lado, los materiales metálicos suelen generar un ruido significativo durante el proceso de control de vibraciones (Wang et al. 2022).

El AP es un dispositivo pasivo de disipación de energía que llena las partículas en la estructura o su cavidad auxiliar, mitigando así la vibración estructural a través del intercambio de momento, el consumo de energía de colisión y el consumo de energía de fricción entre partículas y estructuras. Se considera que algunas partículas se mueven con el contenedor en el proceso de vibración de los amortiguadores de partículas, y esta masa está directamente unida a la estructura controlada. La otra parte está separada del contenedor para el movimiento que consume energía. Esta parte de la masa está conectada con la cavidad a través de amortiguadores viscosos. Por lo tanto, se ha estudiado su rendimiento haciendo referencia a los métodos analíticos empleados para estos amortiguadores. Sin embargo, el AP tiene fuertes características no lineales y las partículas no tienen una frecuencia fija, las cuales son esencialmente diferentes del mecanismo de amortiguación del modelo de amortiguador sintonizado.

Se han creado algoritmos inteligentes para optimizar el rendimiento del AP, como el algoritmo de optimización de enjambre de partículas y el algoritmo genético, pero estos tienen ciertas deficiencias, como la gran cantidad de cálculo requerido y la ausencia de un mecanismo amortiguador.

Al igual que los métodos de observación, el modelo mecánico existente del AP no puede reflejar intuitiva y completamente su mecanismo de amortiguación. El acoplamiento de varios parámetros en el proceso de solución es complejo y es difícil entender la expresión analítica. Por lo tanto, existe una necesidad urgente de desarrollar un modelo mecánico que pueda reflejar claramente el mecanismo de amortiguación del AP y proponer un método de optimización del rendimiento más conveniente y efectivo (Wang et al. 2023).

No obstante, los AP no son muy sensibles a la frecuencia, como lo son los AMS. Así surgió el concepto de amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS), que combina valiosas características tanto de los amortiguadores de partícula como de los amortiguadores de masa sintonizada.

En consecuencia, los APMS son sistemas de control pasivo que disipan la energía de entrada sintonizando la frecuencia, como en el caso de los AMS, y por colisiones entre partículas, impactos entre partículas y paredes del contenedor, fricción y radiación sonora, como ocurre en los AP (Liu et al. 2023). Sin embargo, hasta ahora, la investigación sobre la efectividad de los APMS para controlar la respuesta estructural debido a los terremotos se encuentra todavía en una etapa temprana de desarrollo teórico y experimental. En consecuencia, sólo se pueden encontrar algunos ejemplos de aplicación práctica y, en contraste, se ha publicado una cantidad considerable de investigación básica centrada en la atenuación de vibraciones estructurales.

En el capítulo 1 se presentan las ecuaciones diferenciales que gobiernan los sistemas de un grado de libertad (1GDL) con APMS y AMS, y sin ellos para efectos de comparación, bajo excitaciones transitorias. Se examinan tres tipos de arreglos: 1) un sistema de 1GDL sin amortiguadores; 2) un sistema de 1GDL con AMS y 3) un sistema de 1GDL con APMS.

En el capítulo 2 se muestran tres tipos de arreglos experimentales de sistemas de dos grados de libertad (2GDL): 1) sistema de 2GDL sin amortiguadores (O); 2) sistema de 2GDL con AMS y 3) un sistema de 2GDL con APMS.

En el capítulo 3 se estudia el método para obtener los resultados experimentales del arreglo del sistema estructural de dos grados de libertad a escala. Igualmente se presenta el diseño del prototipo y los amortiguadores con sus características de materiales, dimensiones y masas.

En el capítulo 4 se presenta la comparación con algunos ejemplos de la respuesta de los sistemas bajo diferentes excitaciones transitorias con los arreglos de AMS, de APMS, y sin ellos. De igual forma, se estudiaron los periodos dominantes de la estructura con el APMS.

En el capítulo 5 se muestran y se analizan los resultados del comportamiento de la estructura a escala con el AMS, el APMS y sin ellos, para observar la efectividad del APMS con una comparación respecto al AMS. También se realiza un análisis adimensional para evaluar los parámetros que influyen en la respuesta del APMS.

Presentación de problemática

Las estructuras civiles, como los edificios de gran altura, siempre son susceptibles a las cargas sísmicas y eólicas. Bajo estas excitaciones, pueden ocurrir excesivos desplazamientos y aceleraciones en la parte superior de los edificios, causando molestias a los usuarios. En otras circunstancias, cuando las excitaciones son lo suficientemente intensas, pueden ocurrir daños estructurales, incluidos eventos catastróficos. Por estas razones, es fundamental tomar acciones para controlar el exceso de vibraciones para prevenir desastres.

Objetivos y alcances

Objetivo general

Analizar pruebas del amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS) sobre una estructura a escala sujeta a movimientos sísmicos de diferentes intensidades.

Objetivos específicos

- Realizar pruebas a escala de una estructura con amortiguadores AMS y APMS bajo excitaciones sísmicas.
- Revisar el comportamiento de sistemas de amortiguador de masa sintonizada (AMS), amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS) y sin ellos (O) que tienen sobre una estructura a escala.
- Analizar el comportamiento del sistema estructural a escala con amortiguador de partícula de masa sintonizada.
- Comprobar efectividad de amortiguador de partícula de masa sintonizada sobre una estructura a escala sujeta a movimientos sísmicos.

Alcances y limitaciones

Revisar el comportamiento de diferentes sistemas con amortiguador de masa sintonizada, amortiguador de partícula de masa sintonizada y sin ellos, con los desplazamientos, las aceleraciones, la duración significativa de las vibraciones y el amortiguamiento, en una estructura a escala ante la aplicación de movimientos sísmicos. Las características del prototipo son utilizadas para el análisis del comportamiento del sistema, no se determinarán características mecánicas, ni propiedades de los materiales de la estructura, así como el costo y el procedimiento de instalación del APMS.

Capítulo I

Marco teórico

I. Marco teórico

En este capítulo se estudian las ecuaciones diferenciales que gobiernan los sistemas de un grado de libertad con o sin amortiguadores, ante los tipos de arreglos de la estructura idealizada como un cuerpo infinitamente rígido para desplazamiento en su propio plano, para su análisis dinámico concentrado la masa en un sólo punto. En este caso, la posición horizontal de cualquier punto dentro del sistema los desplazamientos serán ortogonales.

1.1. Sistema de un grado de libertad (1GDL)

La respuesta sísmica para el desplazamiento máximo de un sólo grado de libertad se presenta en la ecuación de movimiento de una estructura 1GDL, que se muestra en la figura 1.1. La ecuación gobernante de segundo orden está dada por:

$$\ddot{u}_{s1} = -\ddot{u}_g - 2\xi_{s1}\omega_{s1}\dot{u}_{s1} - \omega_{s1}^2 u_{s1}$$
(1.1.1)

En la ecuación (1.1.1), \ddot{u}_{s1} denota la aceleración de 1GDL, \ddot{u}_g denota la aceleración del suelo de entrada, $\omega_{s1} = \sqrt{k_{s1}/m_{s1}}$ es la frecuencia no amortiguada, donde m_{s1} es la masa y k_{s1} es la rigidez y $\xi_{s1} = c_{s1}/2m_{s1}\omega_{s1}$ es la relación de amortiguamiento viscoso nominal del oscilador 1GDL, es decir, el sistema estructural primario.



Figura 1.1. Vista esquemática de sistema 1GDL sin amortiguador

1.2.Sistema de 1GDL con amortiguador de masa sintonizada

El amortiguador de masa sintonizada (AMS) es una tecnología que se ha utilizado tradicionalmente para suprimir y controlar las vibraciones en las estructuras. El AMS es un dispositivo de control pasivo agregado a la parte superior del sistema, consiste en una masa secundaria suspendida unida a la estructura mediante un amortiguador y un elemento elástico, cuerdas o varillas, sintonizadas con cierta frecuencia del sistema (Jaimes & Godínez, 2023).

Las primeras investigaciones sobre los AMS tuvieron como objetivo determinar óptimamente la relación de frecuencias entre el AMS, el sistema principal y el factor de amortiguamiento para un sistema de un grado de libertad no amortiguado. Posterior a esto, se investigó el efecto de la inclusión del amortiguamiento en el sistema principal y se distintas determinaron los parámetros óptimos ante solicitaciones dinámicas. Investigaciones posteriores se orientaron al análisis de la eficiencia del AMS en el control de vibraciones en estructuras debidas a viento. De estas se concluye que, si la frecuencia natural del AMS es sintonizada con el modo fundamental de la estructura principal, casi toda la energía de vibración de la estructura principal es transferida al AMS y es disipada por el amortiguamiento (Espinoza et al. 2018).

Las ecuaciones gobernantes de movimiento para esta configuración para la respuesta sísmica de una estructura 1GDL con un AMS, que se muestra en la figura 1.2, puede ser calculado con la formulación presentada por Jerome (2002):

$$\ddot{u}_{s1} = -\ddot{u}_g - 2\xi_{s1}\omega_{s1}\dot{u}_{s1} + \gamma 2\xi_{s2}\omega_{s2}(\dot{u}_{s2} - \dot{u}_{s1}) - \omega_{s1}^2u_{s1} + \gamma \omega_{s2}^2(u_{s2} - u_{s1}) \quad (1.2.1)$$

$$\ddot{u}_{s2} = -2\xi_{s2}\omega_{s2}(\dot{u}_{s2} - \dot{u}_{s1}) - \omega_{s2}^2(u_{s2} - u_{s1})$$
(1.2.2)

En el sistema de ecuaciones (1.2.1) y (1.2.2), \ddot{u}_{s2} representa la aceleración del sistema AMS, $\omega_{s2} = \sqrt{k_{s2}/m_{s2}}$ es la frecuencia no amortiguada, donde m_{s2} es la masa y k_{s2} es la rigidez del sistema AMS, $\xi_{s2} = c_{s2}/2m_{s2}\omega_{s2}$ es la relación nominal de amortiguamiento viscoso del sistema AMS y $\gamma = m_{s2}/m_{s1}$ es la relación de masa entre el sistema AMS y el oscilador de 1GDL.

Cuando el parámetro es igual a cero en la ecuación (1.2.1), la formulación propuesta en la literatura para el caso del oscilador 1GDL elástico es obtenida. Del mismo modo, cuando el parámetro $m_{s2} = 0$ también $\ddot{u}_{s2} = 0$ y por lo tanto la ecuación (1.2.2) falta.



Figura 1.2. Vista esquemática de sistema 1GDL con amortiguador de masa sintonizada

1.3. Sistema de 1GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada

Los amortiguadores de partícula con masa sintonizada (APMS) son sistemas de control pasivos que disipan la energía de entrada sintonizando la frecuencia, como en el caso de los AMS, ya que igualmente es un contenedor suspendido en cuerdas pendulares o varillas añadidas también a la parte superior del sistema, pero dentro de este hay una o más partículas, que a través de las colisiones entre partículas, impactos entre partículas y paredes del contenedor, fricción y radiación sonora, suprimen las vibraciones del sistema principal. Sin embargo, hasta ahora, la investigación sobre la eficacia de los APMS en el control de la respuesta estructural debido a los terremotos se encuentra todavía en una etapa temprana de teoría y desarrollo experimental (Jaimes & Godínez, 2023).

Análoga a las ecuaciones (1.2.1) y (1.2.2), Lu *et al.* (2014, 2017) formularon las ecuaciones de movimiento para estructuras de 1GDL con APMS, que se muestra en la figura 1.3. El conjunto gobernante de ecuaciones es

$$\ddot{u}_{s1} = -\ddot{u}_g - 2\xi_{s1}\omega_{s1}\dot{u}_{s1} + \gamma 2\xi_{s2}\omega_{s2}(\dot{u}_{s2} - \dot{u}_{s1}) - \omega_{s1}^2u_{s1} + \gamma\omega_{s2}^2(u_{s2} - u_{s1}) \quad (1.3.1)$$

$$\ddot{u}_{2} = -2\xi_{s2}\omega_{s2}(\dot{u}_{s2} - \dot{u}_{s1}) + \beta 2\xi_{s3}\omega_{s3}H(\delta,\dot{\delta}) - \omega_{s2}^{2}(u_{s2} - u_{s1}) + \beta \omega_{s3}^{2}G(\delta) \quad (1.3.2)$$

$$\ddot{u}_{s3} = -2\xi_{s3}\omega_{s3}H(\delta,\dot{\delta}) - \omega_{s3}^2G(\delta)$$
(1.3.3)

En la ecuación (1.3.3), \ddot{u}_{s3} representa la aceleración de la partícula, $\omega_{s3} = \sqrt{k_{s3}/m_{s3}}$ es la frecuencia no amortiguada, donde m_{s3} es la masa de la partícula y k_{s3} es la rigidez de la interacción entre la partícula y el contenedor, $\xi_{s3} = c_{s3}/2m_{s3}\omega_{s3}$ es la relación del amortiguamiento viscoso idealizada entre la partícula y el contenedor.

En la ecuación (1.3.2), $\beta = m_{s3}/m_{s2}$ es la relación de masa entre la partícula y el contenedor.

Finalmente, en las ecuaciones (1.3.2) y (1.3.3), $G(\delta)$ y $H(\delta, \dot{\delta})$ describen el desplazamiento relativo $\delta = u_{s3} - u_{s2}$ y la velocidad $\dot{\delta} = \dot{u}_{s3} - \dot{u}_{s2}$, de la partícula con respecto al contenedor durante el proceso de impacto, que están asociados con la rigidez no lineal y amortiguación del amortiguador de impacto.

Los APMS disipan energía por colisión entre la partícula y la pared del contenedor, sólo cuando $|\delta| - d/2 \ge 0$ (*d* es el espacio libre entre la partícula y el contenedor, es decir, la longitud del contenedor). Mientras no ocurra colisión entre la partícula y la pared del contenedor (es decir, $|\delta| - d/2 < 0$), el APMS funciona como un AMS, es decir, sólo por transferencia de impulso se atenúa la vibración del sistema estructural primario.

Cuando $\beta = 0$ en la ecuación (1.3.2) se recupera el modelo dado por Jerome (2002).



Figura 1.3. Vista esquemática de sistema 1GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada

Capítulo II

Estructura a pequeña escala de dos niveles con y sin amortiguador de partícula de masa sintonizada

II. Estructura a pequeña escala de dos niveles con y sin amortiguador de partícula de masa sintonizada

En este capítulo se presenta la metodología para llevar a cabo el estudio experimental del sistema de dos grados de libertad ante los tipos de arreglos de la estructura, idealizada como un cuerpo infinitamente rígido, para su análisis dinámico concentrando cada masa en un sólo punto, con los arreglos del amortiguador de masa sintonizada, amortiguador de partícula de masa sintonizada y sin ellos.

2.1. Sistema experimental de dos niveles original sin amortiguadores

Para realizar un análisis dinámico de un edificio, se puede idealizar por medio de un modelo de masas y resortes tal como se muestra en la figura 2.1, concentrando la masa en las losas de cada entrepiso, además se considera a la losa como un diafragma infinitamente rígido, donde las masas sólo admiten traslaciones horizontales. En este modelo, únicamente las columnas aportan rigidez, siempre que la losa se pueda comportar como un diafragma rígido, en caso contrario se debe considerar la rigidez de la losa y de las trabes que aportan a la rigidez de entrepiso. Este modelo se conoce como edificio de cortante, donde no existen rotaciones de una sección horizontal, es decir, los giros en la parte superior de las columnas son nulos y que su deformación axial es despreciable (Gutiérrez, 2015).

La estructura de 2GDL de la figura 2.1 para el desarrollo de esta tesis se le denominará "estructura original" (O), ya que no cuenta con ningún tipo de arreglo de amortiguadores. Donde m_1 y m_2 , es la masa de los entrepisos, y k_1 y k_2 es la rigidez de las columnas.



Figura 2.1. Vista esquemática de sistema 2GDL

2.2. Sistema experimental de dos niveles con amortiguador de masa sintonizada

En la estructura de 2GDL que se muestra en la figura 2.2; m_1 y m_2 , es la masa para cada entrepiso; k_1 y k_2 es la rigidez de las columnas; m_3 es la masa y k_3 es la rigidez del sistema AMS. En la derecha se observa el detalle del sistema AMS, donde la partícula se encuentra fija y se sitúa a la mitad del contenedor.



Figura 2.2. Vista esquemática de sistema 2GDL con amortiguador de masa sintonizada

2.3. Sistema experimental de dos niveles con amortiguador de partícula de masa sintonizada

Para esta configuración del sistema de 2GDL con APMS que se observa en la figura 2.3; $m_1 \ y \ m_2$ es la masa de cada entrepiso respectivamente; $k_1 \ y \ k_2$ es la rigidez de las columnas; m_3 es la masa del contendor y k_3 es la rigidez del sistema; m_4 es la masa de la partícula y k_4 es la rigidez de la interacción entre la partícula y el contenedor. En la derecha se encuentra el detalle del sistema APMS, donde la partícula se encuentra suelta y se ubica a la mitad del contenedor al inicio del movimiento.



Figura 2.3. Vista esquemática de sistema 2GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada

Capítulo III

Programa de prueba e instalación experimental

III. Programa de prueba e instalación experimental

En este apartado se describe el método utilizado para el diseño del prototipo, para realizar el estudio paramétrico experimental y así evaluar el comportamiento de una estructura de dos grados de libertad a escala unido con un APMS, un AMS y sin ellos, para efectos de comparación, bajo diferentes excitaciones aplicadas al modelo a nivel del desplante n_0 , es decir, el movimiento sísmico.

3.1. Diseño del prototipo

Se identificaron las características que fueron necesarias para el desarrollo del prototipo funcional. Se aplicó el concepto de fracción de un diseño factorial, donde a un diseño no se le realizan los experimentos que se indican en una tabla estándar, sino solo una fracción de ellos. Por lo tanto, en este estudio se realizaron 8 experimentos para obtener estimaciones independientes de cada efecto. En las tablas 3.1 y 3.2, se observan las características utilizadas en cada caso para la configuración del sistema de 2GDL con APMS, mostrado en la figura 3.1, y que se aplicaron para el sistema de 2GDL con AMS, que se observa en la figura 3.2, para analizar su comportamiento.

ID	Elemento	Asignación	Medida	Unidad
	d	+	100	mm
А		-	57	
р	ℓ_v	+	125	
В		-	62	111111
C	m_4	+	81	an
C		-	16.31	gr

Tabla 3.1. Dimensiones de prototipo del amortiguador

Nota: La asignación "+" o "-" es para identificar la medida mayor o menor usadas.

Caso	A	P	С	d	ℓ_v	m_4
		D		(mm)	(mm)	(gr)
1	-	-	-	57	62	16.31
2	+	-	-	100	62	16.31
3	-	+	-	57	125	16.31
4	+	+	-	100	125	16.31
5	-	-	+	57	62	81
6	+	-	+	100	62	81
7	-	+	+	57	125	81
8	+	+	+	100	125	81

Tabla 3.2. Valores estándar de diseño

Nota: A es el identificador para la longitud horizontal d, B es el identificador para la longitud vertical ℓ_v y C es el identificador para la masa de la partícula m_4 .



Figura 3.1. Vista esquemática de las configuraciones de diseño para el amortiguador de partícula de masa sintonizada: a) caso de dimensiones mayores y b) caso de dimensiones menores



Figura 3.2. Vista esquemática de las configuraciones de diseño para el amortiguador de masa sintonizada: a) caso de dimensiones mayores y b) caso de dimensiones menores

Como se observa en la figura 3.2, la partícula forma parte del sistema de 2GDL con AMS, esto para conservar la misma masa que el arreglo APMS, ya que se une a este con un tornillo que se localiza en la mitad del espacio libre del contenedor d, es decir en d/2. A diferencia de la figura 3.1, donde la partícula se encuentra suelta, y, por lo tanto, tiene movimiento bajo las excitaciones aplicadas al modelo, de igual manera se coloca en d/2 al inicio del movimiento. Ambos sistemas se encuentran conectados a la estructura en el nivel superior.

En la figura 3.1a se muestra la configuración de dimensiones mayores, es decir, el caso 8 (+++) para el sistema APMS, donde sus dimensiones son para el ancho del contenedor d_+ de 100 mm, la longitud vertical ℓ_{v_+} de 125 mm y para la masa de la partícula m_{4+} de 81 gr. El caso contrario se muestra en la figura 3.1b con las dimensiones menores, es decir, el caso 1 (---) para el sistema APMS, con dimensión del contenedor d_- de 57 mm, la longitud vertical ℓ_{v_-} de 62 mm y para la masa de la partícula m_{4-} de 16.31 gr.

De manera similar, en las figuras 3.2a y 3.2b se muestran las configuraciones para el sistema AMS, donde la partícula se encuentra fija al contenedor para conservar la misma masa para la estructura y realizar el análisis del sistema comparando la respuesta del arreglo AMS contra el sistema APMS.

3.2. Características de prototipo

Para el desarrollo del prototipo se tomaron en cuenta las siguientes características, en el caso de las columnas se utilizaron varillas de acero, donde el ancho del tirante t_t es de 0.003 m con un espesor de tirante $e = 200 \ \mu m$ y masa $m_t = 18 \ gr$. En el caso del sistema del APMS, la varilla superior es de acero, tiene como dimensión horizontal 0.31 m; vertical de 0.0125 m; espesor $e = 6 \ mm$ y masa $m_t = 18 \ gr$. Por otra parte, los tirantes del contenedor del APMS son de acero, con un ancho de tirante t_t de 0.003 m; de espesor $e = 200 \ \mu m$ con masa $m_t = 18 \ gr$.

Las dimensiones utilizadas para el prototipo del sistema de 2GDL con APMS se observan en la figura 3.3, se muestra a la izquierda una vista esquemática 3D con las profundidades del sistema. Las dimensiones se pueden simplificar para cada losa de los entrepisos que tienen como longitud horizontal de 0.20 m, longitud vertical de 0.03 m y ancho de 0.14 m, que son de madera cada una. El detalle de las dimensiones del sistema APMS se muestra en la parte derecha de la figura.



Figura 3.3. Vista esquemática de dimensiones del sistema de 2GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} a) vista 3D y b) vista 2D con detalle de APMS

Las masas para el caso 8 (+++) de los elementos del prototipo del sistema de 2GDL con APMS experimental se muestran en la figura 3.4, donde el modelo tiene las dimensiones mayores de cada elemento del amortiguador que se variaban en cada caso. Las características de las columnas se han mencionado anteriormente, y de manera simplificada la masa de cada losa de los entrepisos no varía, ya que son del mismo material (madera) y cuentan con las mismas dimensiones.

De acuerdo a su ubicación se le asignó un nombre para la identificación de cada parte que compone el modelo, m_b para el centro de masa puntual de la base que se ubica en n_o , es decir a nivel de desplante, m_1 para la masa puntual de la losa del primer entrepiso n_1 , m_2 es la masa puntual de la azotea del modelo n_2 , m_3 es la masa puntual del sistema APMS sin la partícula y m_4 es la masa puntual de la partícula. El detalle de las masas del sistema APMS se observa en la figura 3.7.



Figura 3.4. Vista esquemática de masas del sistema de 2GDL con amortiguador de partícula de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+}

Adicionalmente, las características para el prototipo del sistema de 2GDL con AMS se encuentran en la figura 3.5 para el caso 8 (+++), donde el modelo tiene las dimensiones mayores de cada elemento, las cuales se observan con las masas utilizadas para el prototipo de lado izquierdo. Asimismo, las características de las columnas, varillas de acero, se describieron al inicio del capítulo, las masas son iguales de cada losa de los entrepisos, son del mismo material, madera, y cuentan con las mismas dimensiones.

Se utilizó la misma nomenclatura del sistema con APMS, m_b es la masa puntual a nivel del desplante ubicada en n_0 , m_1 es la masa puntual de la losa del primer entrepiso n_1 , m_2 es la masa puntual de la azotea del modelo n_2 , m_3 es la masa puntual del sistema AMS. El detalle del sistema AMS se muestra en la figura 3.8 con las masas que lo componen. En la parte derecha de la figura se observan las dimensiones del sistema, las cuales coinciden con las mencionadas en la figura 3.3, estas son para cada losa: de longitud horizontal de 0.20 m, de longitud vertical de 0.03 m y con un ancho de 0.14 m, además se muestra el detalle de las dimensiones del arreglo AMS.


Figura 3.5. Vista esquemática de características del sistema de 2GDL con amortiguador de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} a) vista 3D con masas y b) vista 2D con dimensiones y detalle de AMS

En la figura 3.6, se observa el prototipo de la estructura original utilizada, es decir sin amortiguadores, donde las masas se encuentran de lado izquierdo, con las mismas características de las columnas de los sistemas con arreglos APMS y con AMS. Las masas son iguales de cada losa de los entrepisos, ya que son del mismo material y dimensiones, donde m_b es la masa puntual a nivel del desplante ubicada en n_0 , m_1 es la masa puntual de la losa del primer entrepiso n_1 y m_2 es la masa puntual de la azotea n_2 del modelo. En la parte derecha de la figura se encuentran las dimensiones, las cuales coinciden con las mencionadas en las figuras 3.3 y 3.5, estas son para cada losa: la longitud horizontal de 0.20 m, la longitud vertical de 0.03 m y el ancho de 0.14 m.

Los prototipos de las figuras 3.3, 3.5 y 3.6 se utilizaron para la comparación de la respuesta del sistema de 2GDL sin los arreglos, O, y con los arreglos de APMS y de AMS, para así obtener un análisis de su comportamiento. Donde se conservaron las mismas características de las dimensiones y masas.



Figura 3.6. Vista esquemática de características del sistema de 2GDL original a) vista 3D con masas y b) vista 2D con dimensiones

3.3. Características de los amortiguadores

La determinación de las propiedades del AMS (masa, rigidez y amortiguamiento) para una estructura específica ha sido objeto de estudio desde hace varias décadas. El diseño del AMS está basado en la relación (μ) de las masas del AMS (m_3) y del sistema principal, es decir de la estructura (m_e), el cual puede ser calculado con la formulación propuesta por Chang (Ramírez et al. 2021):

$$\mu = \frac{m_3}{m_e} \tag{3.3.1}$$

La relación que expresa la ecuación (3.3.1) está comúnmente entre el 1% y 3%.

Por lo tanto, para que el prototipo a escala se pueda replicar, es necesario que cumpla con la relación de masas de la ecuación (3.3.1). Para la estructura se contempló con 2 losas de 580 gr y con 8 columnas de 18 gr, que dan la masa de la estructura $m_e = 1304 \text{ gr}$. Para el sistema con el soporte, los tirantes, el contenedor, las tapas y con $m_{4-} = 16.31 \text{ gr}$, la masa del sistema queda como $m_{3-} = 119.61 \text{ gr}$, haciendo la relación se obtiene:

$$\mu = \frac{m_{3-}}{m_e} = \frac{119.61}{1304} = 0.09$$

En el caso de $m_{4+} = 80.05 \ gr$ la relación de peso entre la estructura y el sistema, $m_{3+} = 183.35 \ gr$, es:

$$\mu = \frac{m_{3+}}{m_e} = \frac{183.35}{1304} = 0.14$$

Para la configuración del arreglo con APMS que se observa en la figura 3.7, m_3 es la masa del ensamble que contempla el armado del contenedor con el soporte, tirantes y tapas, sin considerar m_4 , que es la masa de la partícula.



Figura 3.7. Detalle de masas para amortiguador de partícula de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} a) elementos del APMS y b) masas de elementos del APMS

En el caso de la configuración del arreglo con AMS que se observa en la figura 3.8, m_3 es la masa total del sistema que contempla el armado del contenedor con el soporte, tirantes, tapas y m_4 que es la masa de la partícula fijada al ensamble.



Figura 3.8. Detalle de masas amortiguador con masa sintonizada para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4_+}$ a) elementos del AMS y b) masas de elementos del AMS

3.4.Adquisición y procesamiento de datos

Para evaluar el comportamiento de la estructura de 2GDL con APMS, se utilizó *Tracker*, un programa gratuito de construcción de modelos hecho en el ambiente Java del proyecto *Open Source Physics* (OSP, Física de Código Abierto). *Tracker* es un paquete de análisis de videos que permite, entre otras cosas, seguir objetos determinando su posición como función del tiempo para posteriormente graficarla o hacer otros análisis (Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education, 2022).

De este modo, a través de importar el video del estudio experimental en el programa, se le aplica un nuevo filtro como rotar +90° \cap , en caso de que el video se encuentre en formato horizontal. Posteriormente, se fija el eje de coordenadas ubicado en el centro de la masa puntual a nivel de desplante (n_o) , con la posición final del video de la estructura de 2GDL figura 3.9 (a), donde igualmente se muestra el ícono, que se consideró como sistema de referencia del origen y la dirección del eje x positivo. El origen está en la intersección de los ejes, y el eje x positivo se indica con una marca de verificación cerca del origen. El eje y positivo es siempre 90 grados, en sentido contrario a las agujas del reloj desde el eje x positivo.

Asimismo, se estableció la vara de calibración, figura 3.9 (a), donde se observa el ícono, que es la herramienta más utilizada para calibrar la escala de video, es decir, la relación entre la distancia en metros, o cualquier unidad de longitud deseada, y la distancia de la imagen en píxeles entre dos puntos. Para calibrar el video es cuestión de establecer esta longitud en metros en un valor conocido, el cual fue de 0.20 m, que es la medida horizontal del primer entrepiso n_1 .

Por otra parte, en la barra de herramientas se debe seguir la siguiente ruta y seleccionar "trayectorias \rightarrow nuevo \rightarrow masa puntual" para la ubicación de centros de masa, figura 3.9 (b) para APMS y 3.10 (a) para original y (b) para AMS, los cuales representan el centro de masa de una colección de masas puntuales. Su masa no es estable, sino que es la suma de sus masas puntuales. Del mismo modo, sus pasos no están marcados, sino que están determinados por las posiciones y masas de sus masas puntuales. Con el auto rastreador de la trayectoria del centro de masa de cada elemento se obtuvieron los valores de desplazamiento y aceleración, para cada configuración de los casos definidos en los valores estándar de diseño, tabla 3.2, ante una excitación sísmica aplicada a nivel de desplante n_0 del modelo, las excitaciones estudiadas se muestran en las figuras 3.14, 3.16 y 3.18.







Figura 3.10. (a) centros de masa del sistema de 2GDL original (b) centros de masa del sistema de 2GDL con amortiguador de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+}

En las figuras 3.11, 3.12 y 3.13 se observan las trayectorias de los centros de masa de los sistemas de 2GDL con los diferentes arreglos y sin ellos, por cada fotograma, que es al inicio del movimiento, cuando ocurren desplazamientos a la derecha e izquierda, y cuando finaliza el movimiento, donde las vibraciones son mínimas o nulas.



Figura 3.11. Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de 2GDL original

En la figura 3.12 se muestra el seguimiento de los centros de masa puntual para el arreglo AMS, que a diferencia del original se agrega el punto de seguimiento del amortiguador al centro del contenedor, donde la partícula se encuentra fija, para obtener los valores de salida del comportamiento del AMS, con los desplazamientos y aceleraciones que tiene en la estructura.



Figura 3.12. Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de con amortiguador de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4+}

En la figura 3.13 se muestra el seguimiento de los centros de masa puntual para el arreglo APMS, donde se señala el punto de seguimiento del amortiguador al centro del contenedor, además del punto de la partícula que esta suelta, con estos puntos es posible interpretar el comportamiento que tiene el APMS, es decir el sistema del contenedor con la partícula, con los desplazamientos y aceleraciones que tienen en la estructura.



Figura 3.13. Movimiento de los centros de masa puntual del sistema de con amortiguador de partícula de masa sintonizada para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4+}

Al mismo tiempo se va generando una tabla de datos del auto rastreo de cada masa puntual, la cual tiene su propia barra de herramientas para seleccionar las columnas de seguimiento y datos visibles. Los datos mostrados en la tabla se pueden analizar con la herramienta de datos o copiar al portapapeles para pegarlos en una hoja de cálculo u otra aplicación, como fue el caso para el análisis de los datos obtenidos para el desarrollo de esta tesis.

Con la selección de las columnas que se muestran en la tabla haciendo *clic* en el botón datos y comprobando las columnas de interés, se mostrará la columna de tiempo, y en el caso de las celdas para las que no existen datos estarán vacías. En particular, las velocidades y aceleraciones no se pueden determinar al principio, al final, o donde hay saltos en los datos de posición.

De esta forma al exportar los datos de tiempo, desplazamiento y aceleración a una hoja de cálculo se obtienen los movimientos sísmicos aplicados en el desplante, es decir en n_0 , que se observan en las figuras 3.14 y 3.16. Los movimientos sísmicos fueron provocados por el elongamiento de un resorte, dos resortes, dos resortes añadiendo **foami** en las tapas del contenedor, y resonancia, que se les denotará 1R, 2R, 2R con foami y CR, respectivamente, para cada condición estudiada. Similarmente se obtienen los datos de salida para los niveles n_1 y n_2 , así como para las masas puntuales del amortiguador del sistema AMS y/o

contenedor, m_3 , y de la partícula, m_4 , en el caso de la estructura de 2GDL con el arreglo APMS.

Después, en la hoja de cálculo se le agregó una celda con el intervalo de tiempo a las tablas exportadas, y se eligió una tabla de un video como "pivote", para así tener la línea base y poder generar las gráficas de los desplazamientos, u en metros, y aceleraciones, \ddot{u} en m/s^2 . En seguida se adicionó una columna con una celda de encabezado, que se utilizó para la iteración de valores, para acoplar todos los vídeos y localizar el mismo movimiento de entrada.

Comparando las figuras 3.14 y 3.16, el desplazamiento en ambas condiciones 1R y 2R es el mismo, $u_{g m \dot{a}x} = 0.08 m$, sin embargo, la aceleración que provoca el elongamiento de los resortes es diferente en cada caso. En el caso 1R la aceleración máxima es de $\ddot{u}_{g m \dot{a}x} = 1.84 m/s^2$ para el arreglo con APMS y en el caso 2R es de $\ddot{u}_{g m \dot{a}x} = 4.89 m/s^2$, mismas aceleraciones que se presentan para la estructura de 2GDL sin arreglos y con AMS.



Figura 3.14. Movimiento sísmico 1R en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4+} (CASO +++) a) desplazamientos y b) aceleraciones

Con la aceleración provocada a la estructura se calcularon los espectros de respuesta de desplazamientos y aceleraciones para cada movimiento sísmico aplicado al modelo, que se pueden observar en las figuras 3.15 y 3.17, en la izquierda el espectro de respuesta elástica de desplazamiento y en la derecha el de seudoaceleración con un periodo de 3 segundos. En el espectro de seudoaceleración se señala el periodo dominante del movimiento sísmico, el cual para para el caso 1R es de $T_s = 0.66 s$ y para el caso 2R es de $T_s = 0.39 s$. Además, se señala con la línea punteada gris el período fundamental de la estructura, que se presentan en los casos 1 a 4, y 5 a 8, estos son $T_1 = 1.46 s$ y $T_1 = 1.56 s$, respectivamente.



Figura 3.15. Espectros de respuesta 1R en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea discontinua azul) y con APMS (línea continua roja) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4+} (CASO +++) a) espectros de desplazamientos y b) espectros de aceleraciones

En el caso del espectro de aceleraciones, figura 3.15b, se observa que el periodo fundamental del movimiento sísmico es de 0.66 s y el valor máximo es de $3.06 m/s^2$, mientras que en la figura 3.15a el valor tiende a 0.08 m. Asimismo, se observa que se tiene el mismo espectro de respuesta para el sistema con los amortiguadores AMS y APMS, y sin ellos, por lo que se comprueba que se aplicó el mismo movimiento de entrada para todas las pruebas de los casos estudiados.



Figura 3.16. Movimiento sísmico 2R en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++) a) desplazamientos y b) aceleraciones



Figura 3.17. Espectros de respuesta 2R en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea discontinua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++) a) espectro de desplazamiento y b) espectros de aceleraciones

En el caso del espectro de aceleraciones, figura 3.17b, se observa que para el periodo fundamental del movimiento sísmico es de 0.39 s y el valor máximo es de 7.70 m/s^2 , mientras que en la figura 3.15a el valor tiende a 0.08 m. Similarmente, se señala con la línea punteada gris el período fundamental de la estructura, que se presentan en los casos 1 a 4, y 5 a 8, estos son $T_1 = 1.48 s y T_1 = 1.58 s$, respectivamente.

En la figura 3.18 se muestra el movimiento sísmico CR, donde a la estructura se le provoca el efecto de resonancia, con una aceleración máxima de $\ddot{u}_{g máx} = 2.31 m/s^2$ y desplazamiento máximo de $u_{g máx} = 0.045 m$.



Figura 3.18. Movimiento sísmico CR en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4+} (CASO +++) a) desplazamientos y b) aceleraciones



Figura 3.19. Espectros de respuesta CR en n_0 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{v_+} , m_{4_+} (CASO +++) a) espectro de desplazamiento y b) espectros de aceleraciones

En el caso del espectro de aceleraciones, figura 3.19b, se observa que para el periodo fundamental del movimiento sísmico es de 1.47 s y con valor de $3.09 m/s^2$, mientras que en la figura 3.19a el valor del espectro de desplazamientos es de 0.18 m. Nótese que el período dominante del movimiento sísmico coincide con el periodo fundamental de la estructura con T = 1.47s, línea punteada gris, con esto se observa que la estructura presenta el efecto de resonancia.

Capítulo IV

Comparación de la respuesta experimental del sistema con amortiguador de masa sintonizada, amortiguador de partícula de masa sintonizada y original

IV. Comparación de la respuesta experimental del sistema con amortiguador de masa sintonizada, amortiguador de partícula de masa sintonizada y original

Para realizar el análisis del comportamiento del APMS, se comparó la respuesta de la estructura sin amortiguadores con respecto a la estructura con los sistemas de AMS y de APMS añadidos en la parte superior. En este apartado se da la ejemplificación de tres casos, con el fin de observar el procedimiento para obtener la respuesta del comportamiento de los sistemas, ante tres excitaciones de diferentes magnitudes aplicadas en la parte inferior de la estructura, es decir en el desplante, n_0 . Con los desplazamientos y aceleraciones de la respuesta del sistema ante los movimientos sísmicos es posible hacer el análisis de la efectividad del APMS.

4.1. Ejemplos ilustrativos

4.1.1. Caso movimiento sísmico 1R

En el caso del movimiento sísmico 1R de la figura 4.1, se presenta la comparación para el caso +++ ($d_+ = 100 \text{ mm}, \ell_{v_+} = 125 \text{ mm}, m_{4_+} = 81 \text{ gr}$) con una aceleración máxima de $\ddot{u}_{g\,m\dot{a}x} = 1.84 \text{ m/s}^2$. En la figura 4.2 se tiene la respuesta del sistema de 2GDL con el movimiento sísmico aplicado, original en color negro, con AMS en color azul y APMS en color rosa.



Figura 4.1. a) Desplazamiento y b) aceleración máxima de sismo 1R obtenido en el desplante del sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4+}$ (CASO +++)

En las figuras 4.2 y 4.3, se muestran las comparaciones del prototipo con los amortiguadores y sin ellos en el tiempo t = 12.5 s. Se observa el comportamiento de los diferentes sistemas en el primer nivel n_1 , en el que destaca la estructura sin ningún arreglo

llamada original, ya que tiene el mayor desplazamiento que puede ser observado tanto en la gráfica de desplazamiento como en la figura del movimiento experimental. Por otro lado, el comportamiento que tiene el sistema con el arreglo APMS muestra el menor desplazamiento, el cual tiende a cero en ese instante, mientras que el AMS y el O aún tienen desplazamientos de casi 0.05 m.



Figura 4.2. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_1 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)



Figura 4.3. Movimiento de desplazamientos obtenidos en n_1 en t = 12.5 s para sistema de 2GDL a) original, b) con AMS y c) con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4_+}$ (CASO +++)

Por otra parte, en las figuras 4.4 y 4.5, se muestra la comparación del prototipo en el mismo tiempo t = 12.5 s, donde se observa el comportamiento de los diferentes sistemas con los arreglos en el segundo nivel n_2 , en el que nuevamente la estructura sin ningún arreglo

presenta el mayor desplazamiento, de la misma manera el comportamiento que tiene el sistema con el arreglo APMS muestra de nuevo el menor desplazamiento, que tiende a cero, es decir que la estructura ya no tiene movimiento en la azotea, mientras que el arreglo AMS y O continúan con la vibración de la estructura y con desplazamientos de más del doble que el arreglo APMS.



Figura 4.4. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_2 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)



Figura 4.5. Movimiento de desplazamientos obtenidos en n_2 en t = 12.5 s para sistema de 2GDL a) original, b) con AMS y c) con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4_+}$ (CASO +++)

En la figura 4.6 se observa la historia de tiempo de los desplazamientos y aceleraciones para el contenedor, u_3 y \ddot{u}_3 , sistema m_3 y de la partícula m_4 . Donde el contenedor del sistema AMS presenta los mayores desplazamientos y aceleraciones, mientras que el arreglo del APMS disminuye su desplazamiento conforme va terminando la vibración de la estructura. Por otro lado, en el desplazamiento de la partícula en comparación del contenedor es mayor, por lo tanto, se observa el funcionamiento del sistema APMS el cual ayuda a disminuir el movimiento de la estructura.



Figura 4.6. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en los puntos m_3 y m_4 para sistema de 2GDL con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)

En las figuras mostradas es posible observar el comportamiento que tienen los arreglos para hacer la comparación de los sistemas para este caso estudiado, los desplazamientos y aceleraciones para todos los casos de este movimiento sísmico, 1R, se encuentran en el apéndice C.

4.1.2. Caso movimiento sísmico 2R

A continuación, se presenta la comparación para el caso +++ $(d_+ = 100 \text{ mm}, \ell_{\nu_+} = 125 \text{ mm}, m_{4_+} = 81 \text{ gr})$ en la figura 4.7 se muestra movimiento sísmico 2R con una aceleración máxima de $\ddot{u}_{g máx} = 4.39 \text{ m/s}^2$ y un desplazamiento igual al sismo anterior, de u = 0.08 m. A pesar de tener el mismo desplazamiento de entrada la aceleración cambia, ya que el movimiento de entrada para el sismo 1R se presenta en 1 segundo, y para este caso, 2R, se presenta con una duración de medio segundo, es decir que el movimiento ocurre más rapido con el elongamiento de los dos resortes.



Figura 4.7. a) Desplazamiento y b) aceleración del sismo 2R obtenido en n_0 para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)

En la figura 4.8 se observa el comportamiento del sistema de 2GDL con la historia de tiempo de desplazamientos y aceleraciones para la estructura con arreglos, AMS y APMS, y sin ellos. En las figuras 4.8 y 4.9, se muestra la comparación del prototipo en el tiempo t = 12.5 s, donde se observa el comportamiento del sistema con los arreglos y sin ellos. En el primer nivel n_1 , donde la estructura sin ningún arreglo, original, tiene un desplazamiento de 0.045 m, presentando el mayor desplazamiento que puede ser observado tanto en la gráfica de desplazamiento como en la figura del movimiento experimental. Mientras que el movimiento que tiene el sistema con el arreglo APMS muestra el menor desplazamiento con un valor de 0.010 m.



Figura 4.8. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_1 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)



Figura 4.9. Movimiento de desplazamientos obtenidos en n_1 en t = 12.5 s para sistema de 2GDL a) original, b) con AMS y c) con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4_+}$ (CASO +++)

Además, en las figuras 4.10 y 4.11, se muestra la comparación del comportamiento del prototipo con los arreglos en el mismo tiempo t = 12.5 s. Se observa la respuesta de los diferentes sistemas en el segundo nivel n_2 , en el que la estructura sin ningún arreglo tiene el mayor desplazamiento con un valor de 0.052 m. De manera cuantitativa es posible comparar la diferencia del movimiento que tiene el sistema con el arreglo APMS, ya que con un valor de 0.019 m muestra de nuevo el menor desplazamiento.

Analizando los desplazamientos y las aceleraciones obtenidas ante la excitación aplicada, es posible encontrar el contraste de los valores que puede tener el sistema a lo largo de la duración del movimiento que provoca la excitación aplicada. De igual forma es posible ver que ante el tiempo propuesto se presenta un comportamiento independiente de cada arreglo, ya que mientras la estructura sin arreglos y con AMS siguen teniendo desplazamientos altos, la estructura con APMS presenta una atenuación del movimiento, haciendo más notable la diferencia del comportamiento de cada arreglo sobre la estructura.



Figura 4.10. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_2 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_+} , m_{4_+} (CASO +++)



Figura 4.11. Movimiento de desplazamientos obtenidos en n_2 en t = 12.5 s para sistema de 2GDL a) original, b) con AMS y c) con APMS para (CASO +++)

En la figura 4.12 se observa el comportamiento de los desplazamientos y aceleraciones del movimiento que provoca el sismo en la estructura para el sistema m_3 y de la partícula m_4 ,

en el contenedor del sistema AMS se presentan los mayores desplazamientos y aceleraciones, mientras que en arreglo con APMS estos disminuyen. Observando los desplazamientos de la partícula, se puede notar que estos son los que ayudan a que disminuya rápidamente la vibración de la estructura, a comparación del arreglo AMS y O.



Figura 4.12. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en m_3 y m_4 para sistema de 2GDL con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_+}, m_{4_+}$ (CASO +++)

En las figuras mostradas es posible observar el comportamiento que tienen los arreglos para hacer la comparación de los sistemas para este caso estudiado, los desplazamientos y aceleraciones para todos los casos de este movimiento sísmico, 2R, se encuentran en el apéndice D.

4.1.3. Caso efecto de resonancia CR

En la figura 4.13 se muestra el movimiento sísmico CR, donde a la estructura se le provoca el efecto de resonancia, con una aceleración máxima de $\ddot{u}_{g\,máx} = 2.31 \, m/s^2$ y desplazamiento máximo de $u_{g\,máx} = 0.045 \, m$. Se presenta la comparación para el caso +-+ $(d_+ = 100 \, mm, \ell_{\nu_-} = 62 \, mm, m_{4+} = 81 \, gr)$.



Figura 4.13. a) Desplazamiento y b) aceleración del movimiento sísmico CR obtenido en n_0 para sistema de 2GDL con AMS y con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4+}$

En las figuras 4.14 y 4.15, se muestran las historias de desplazamientos y aceleraciones de la estructura con AMS y APMS, donde se observa que a diferencia de los casos anteriores el sismo aplicado provoca una duración más larga, además de aumentar las aceleraciones que presenta la estructura. En la izquierda de la figura 4.14 se observa que la diferencia de los desplazamientos es significativa, con $u_{1\,m\acute{a}x} = 0.183 \,m$ para el sistema AMS y con $u_{1\,m\acute{a}x} = 0.167 \,m$ para el APMS, similarmente las aceleraciones disminuyen con el sistema, con una aceleración máxima de $\ddot{u}_{1\,m\acute{a}x} = 4.378 \,m/s^2$ para el sistema AMS y de $\ddot{u}_{1\,m\acute{a}x} = 3.944 \,m/s^2$ para el sistema APMS.



Figura 4.14. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_1 para sistema de 2GDL O (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$ (CASO +-+)

En la figura 4.15 se observan los desplazamientos obtenidos en el nivel de la azotea, con $u_{2 m \dot{a} x} = 0.261 m$ para el sistema AMS y con $u_{2 m \dot{a} x} = 0.251 m$ para el APMS. Las aceleraciones disminuyen debido al arreglo APMS, con $\ddot{u}_{2 m \dot{a} x} = 5.55 m/s^2$ para el sistema AMS, y de $\ddot{u}_{2 m \dot{a} x} = 4.96 m/s^2$ para el sistema APMS. Donde de igual forma se puede comparar con el comportamiento experimental de la estructura que se encuentra en la figura 4.16.



Figura 4.15. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en n_2 para sistema de 2GDL O (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$ (CASO +-+)





Figura 4.16. Movimiento de desplazamientos obtenidos en t = 56.5 s para sistema de 2GDL a) con AMS y b) con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$ (CASO

+-+)

En la figura 4.16, se observa la diferencia de los desplazamientos que se mencionaron anteriormente, está marcado con una línea negra el punto de referencia que hace notar el contraste del movimiento en el instante presentado para cada arreglo.

En la figura 4.17 se observa el comportamiento que tiene el contenedor ante el sismo aplicado, donde los sistemas AMS y APMS tienen un comportamiento similar al de los niveles de la estructura.



Figura 4.17. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en m_3 para sistema de 2GDL, con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para caso d_+ , ℓ_{ν_-} , m_{4_+} (CASO +-+)



Figura 4.18. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos en m_4 para sistema de 2GDL con APMS (línea continua rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$ (CASO +-+)

En la figura 4.18 se presenta el comportamiento que tiene la partícula que se encuentra dentro del contenedor del sistema APMS, donde con una comparación visual y cuantitativa se observa que es donde se presentan las mayores aceleraciones de toda la estructura, con un valor de $\ddot{u}_{4\ m\acute{a}x} = 9.771\ m/s^2$. Con este análisis se puede concluir que gracias a que la partícula se encuentra suelta es capaz de disipar la energía que provoca el sismo aplicado, que en caso contrario de encontrarse fija esto no sucede, por no tener colisiones con el contenedor. Los desplazamientos y aceleraciones para todos los casos de este movimiento sísmico, CR, se encuentra en el apéndice F.

4.2. Estimación de periodos dominantes del sistema

Para obtener el espectro de aceleraciones para cada caso se utilizó el *software DEGTRA* (Ordaz et al. 2005), este programa es de gran utilidad ya que permite generar los espectros de respuesta, con las lecturas de las aceleraciones medidas en la obtención y procesamiento de datos. Además, disminuye el tiempo en el cálculo de las ecuaciones utilizadas para dicho espectro de respuesta. Se pueden ver los valores de las aceleraciones registradas ante los movimientos sísmicos 1R, 2R y CR del subcapítulo anterior, asimismo el intervalo de tiempo en el que se obtuvieron las lecturas, el cual fue de $\Delta t = 0.0417 s$, con los datos de las aceleraciones para los niveles, $n_0, n_1 y n_2$, y las masas puntuales, $m_3 y m_4$, mostrados en los apéndices C a F. Se guardan estos registros con una extensión de texto plano.

Luego de guardar cada uno de los registros con dicha extensión, se ingresan al programa DEGTRA para abrir cada registro de aceleraciones, para que el programa pueda graficar se ingresa el intervalo de tiempo (Δt), con la opción de ASCII. Finalmente se calcula el espectro de respuesta para seudoaceleraciones definiendo el número de puntos para la discretización, así como el período mínimo y máximo.

Para generar el espectro de seudoaceleraciones y de desplazamientos, se ingresaron los registros de las aceleraciones para todos los casos, con una discretización de 300 puntos y un período mínimo de 0.05 y un período máximo de 3 segundos. Para identificar los periodos dominantes del sistema se normalizaron los espectros de seudoaceleraciones, esto se obtuvo al dividir los valores del movimiento sísmico con los de la estructura, que da de resultado la amplitud del espectro.

En la figura 4.19 se observa cómo se identificaron los períodos dominantes de la estructura obtenidos en la azotea n_2 con el espectro de aceleraciones para el caso +--, cuando se presenta el movimiento sísmico 1R.



Figura 4.19. Espectro de aceleraciones en la azotea para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS y AMS caso +--, T_4 (0.21), T_3 (0.17), T_2 (0.47), T_1 (1.46)

En la figura 4.20 se observan los períodos obtenidos con los espectros de aceleraciones en n_2 para el caso +++, con el movimiento sísmico 1R. Donde a diferencia de la figura 4.19, los períodos cambian ya que en cada caso las características del arreglo del amortiguador en la estructura cambian.



Figura 4.20. Espectro de aceleraciones para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS y AMS caso +++, T_4 (0.24), T_3 (0.52), T_2 (0.41), T_1 (1.61)

De manera similar se estimaron los períodos de la estructura para el sismo 2R, en la figura 4.21 se observa en el espectro de aceleraciones del n_2 los puntos donde se identificaron los períodos dominantes del sistema con AMS y APMS. Nótese que los valores obtenidos son similares a los presentados en la figura 4.19, ya que son las mismas características de los amortiguadores.



Figura 4.21. Espectro de aceleraciones en la azotea para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS y AMS caso +--, T_4 (0.23), T_3 (0.15), T_2 (0.47), T_1 (1.49)

En la figura 4.22, se observa en el espectro de aceleraciones de m_4 , los puntos señalan donde se identificaron los períodos dominantes del sistema con AMS y APMS para el caso

+++ con el sismo 2R. Similarmente los periodos del sistema coinciden con los presentados en la figura 4.20, esto se debe a las características del amortiguador, ya que son las mismas.



Figura 4.22. Espectro de aceleraciones de la partícula, para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS y AMS caso +++, T_4 (0.20), T_3 (0.54), T_2 (0.41), T_1 (1.64)

De la misma manera se obtuvieron los periodos para todos los movimientos sísmicos estudiados, de la tabla 4.1 a la 4.4, se encuentra el resumen de los resultados obtenidos de los períodos, en segundos, de los sistemas para cada caso, para los sismos 1R, 2R, 2R con foami y CR, respectivamente.

En la tabla 4.1 se observa que el periodo T2 es similar para los casos con las mismas características, ℓ_v y m_4 , como el 1-2 y 5-6, mientras que el T3 es similar para los casos que coinciden con la misma longitud vertical, ℓ_v , como el 3-4 y 7-8, por otro lado, el T4 es independiente en cada caso, por lo que su tendencia no es predecible.

			1 R			
Id	Caso	Ts	T1	T2	Т3	T4
1		0.66	1.46	0.47	0.15	0.24
2	+	0.66	1.46	0.47	0.17	0.21
3	-+-	0.66	1.46	0.41	0.49	0.21
4	++-	0.66	1.46	0.41	0.49	0.24
5	+	0.66	1.56	0.44	0.17	0.32
6	+-+	0.66	1.56	0.47	0.17	0.35
7	-++	0.66	1.58	0.41	0.52	0.32
8	+++	0.66	1.61	0.41	0.52	0.24
9	0	0.66	1.30	0.42		

Tabla 4.1. Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de2GDL con AMS, APMS y sin ellos, sismo 1R

Nótese que en la tabla 4.2 se observa el mismo comportamiento de los periodos que la tabla anterior, como lo es el periodo T2 que es similar para los casos con las mismas características de la longitud vertical del contenedor y de la masa de la partícula, ℓ_v y m_4 , como el 1-2 y 5-6, para T3 que coincide con los casos de la misma longitud vertical, como el 3-4 y 7-8, y en T4 nuevamente no se observan coincidencias entre los casos.

	2R										
Id	Caso	Ts	T1	T2	Т3	T4					
1		0.39	1.49	0.49	0.17	0.21					
2	+	0.39	1.49	0.49	0.17	0.23					
3	-+-	0.39	1.49	0.41	0.52	0.26					
4	++-	0.39	1.50	0.41	0.52	0.24					
5	+	0.39	1.61	0.48	0.18	0.33					
6	+-+	0.39	1.61	0.49	0.18	0.33					
7	-++	0.39	1.64	0.41	0.54	0.32					
8	+++	0.39	1.64	0.41	0.54	0.20					
9	0	0.39	1.30	0.42							

Tabla 4.2. Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de2GDL con AMS, APMS y sin ellos, sismo 2R

Similarmente en la tabla 4.3 se observa el mismo comportamiento de los periodos que en las tablas anteriores, donde no existe una variación significativa con la tabla 4.2, ya que el sismo es el mismo que en el 2R, pero a este se le añade una capa de foami a las tapas del contenedor, por lo que el T4 de la tabla 4.3 aumenta con respecto a la anterior.

	2R con foami										
Id	Caso	Ts	T1	T2	Т3	T4					
1		0.17	1.49	0.47	0.18	0.29					
2	+	0.17	1.49	0.47	0.18	0.24					
3	-+-	0.17	1.50	0.41	0.51	0.26					
4	++-	0.17	1.50	0.41	0.51	0.29					
5	+	0.17	1.59	0.48	0.15	0.29					
6	+-+	0.17	1.59	0.48	0.17	0.29					
7	-++	0.17	1.58	0.39	0.52	0.24					
8	+++	0.17	1.59	0.41	0.52	0.29					
9	0	0.17	1.31	0.42							

Tabla 4.3. Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de2GDL con AMS, APMS y sin ellos, sismo 2R con foami

En la tabla 4.4 se presentan los periodos para el sismo donde la estructura se le provoca el efecto de resonancia, esto se observa comparando el periodo del suelo con en el de la estructura, Ts y T1, nótese que los valores son similares, ya que se estimaron los datos tomando un promedio con todas las pruebas realizadas para cada caso. El periodo T2 es similar para los casos con las mismas características, ℓ_v y m_4 , nótese que la longitud vertical influye en el periodo T3, por otro lado, el T4 presenta valores similares a los mostrados anteriormente.

	CR										
Id	Caso	Ts	T1	T2	Т3	T4					
1		1.50	1.49	0.47	0.23	0.18					
2	+	1.50	1.47	0.48	0.27	0.23					
3	-+-	1.50	1.47	0.49	0.36	ND					
4	++-	1.50	1.47	0.49	0.36	0.18					
5	+	1.50	1.57	0.51	0.39	0.26					
6	+-+	1.50	1.60	0.47	0.39	0.26					
7	-++	1.50	1.58	0.54	0.38	0.26					
8	+++	1.50	1.57	0.41	0.38	0.29					
9	Ο	1.50	1.29	0.42							

Tabla 4.4. Comparación de periodos en (s) para los casos en la estructura de2GDL con AMS, APMS y sin ellos, sismo CR

En las tablas 4.5 y 4.6, se presentan los desplazamientos máximos obtenidos a partir del espectro de desplazamientos de la estructura con el sistema, ya sea con AMS o con APMS, alcanzados en cada elemento del sistema, n_1 , n_2 , m_3 y m_4 para el sismo 1R.

1R AMS									
ID	Caso	N1	N2	m ₃					
1		0.47	0.60	0.60					
2	+	0.45	0.62	0.57					
3	-+-	0.47	0.65	0.66					
4	++-	0.47	0.62	0.65					
5	+	0.48	0.66	0.61					
6	+-+	0.49	0.66	0.62					
7	-++	0.46	0.62	0.65					
8	+++	0.46	0.63	0.66					
9	Ο	0.48	0.64						

Tabla 4.5. Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en laestructura de 2GDL con AMS

Nótese que el valor máximo en la tabla 4.5 para el arreglo AMS en el nivel de la azotea es de 0.66m, y el mínimo de 0.60m, que corresponden a los casos 5 y 1, respectivamente, mientras que, para el caso sin amortiguadores, caso 9, es de 0.64m. Mientras que en la tabla 4.6 para el arreglo APMS en la azotea el valor máximo es de 0.60m, para el caso 1 y 3, y el mínimo es de 0.46m, que se presenta en los casos 6 y 8. Con estos valores es notable el funcionamiento del arreglo APMS, ya que reduce significativamente los desplazamientos en el nivel superior de la estructura.

	1R APMS											
ID	Caso	N1	N2	m 3	m 4							
1		0.45	0.60	0.57	0.67							
2	+	0.42	0.56	0.53	0.68							
3	-+-	0.44	0.60	0.63	0.67							
4	++-	0.42	0.56	0.59	0.68							
5	+	0.41	0.56	0.53	0.59							
6	+-+	0.34	0.46	0.44	0.57							
7	-++	0.39	0.54	0.56	0.65							
8	+++	0.33	0.46	0.48	0.62							

Tabla 4.6. Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en laestructura de 2GDL con APMS

En las tablas 4.5 y 4.6, se observan las reducciones de los desplazamientos que presenta el sistema de 2GDL con el arreglo APMS respecto al original, que es del 12% en el segundo nivel, mientras que el arreglo simple AMS con el original lo reduce en 1%. Los parámetros que tienen los menores desplazamientos para el arreglo APMS son en los casos +-+ y +++, los cuales coinciden en las características de d = 100 mm y de $m_4 = 81 gr$, y el porcentaje que presentan son de 27% y 28%, respectivamente.

De manera similar en las tablas 4.7 y 4.8, se presentan los desplazamientos máximos obtenidos a partir del espectro de desplazamientos de la estructura con el sistema, ya sea con AMS o con APMS, en cada elemento del sistema, n_1 , n_2 , m_3 y m_4 , para el sismo 2R.

Se observa que el valor máximo en la tabla 4.7 para el arreglo AMS en el nivel de la azotea es de 0.69m, y el mínimo de 0.66m, mientras que para el caso sin amortiguadores es de 0.67m. Con estos datos es posible notar el funcionamiento del arreglo, aunque no es tan significativa la diferencia de los desplazamientos.

		2R AMS		
ID	Caso	N1	N2	m 3
1		0.52	0.69	0.64
2	+	0.52	0.68	0.64
3	-+-	0.51	0.69	0.72
4	++-	0.51	0.68	0.71
5	+	0.50	0.66	0.63
6	+-+	0.52	0.69	0.65
7	-++	0.49	0.66	0.68
8	+++	0.51	0.69	0.70
9	0	0.51	0.67	

Tabla 4.7. Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en laestructura de 2GDL con AMS

Por otro lado, en la tabla 4.8 para el arreglo APMS en la azotea el valor máximo es de 0.66m para el caso 1, y el mínimo es de 0.49m que se presenta en el caso 8. Es posible notar el funcionamiento del arreglo APMS ya que los desplazamientos mayores se encuentran en el punto de medición de m_4 , el cual pertenece a la partícula del amortiguador.

Tabla 4.8. Comparación de desplazamientos en (m) para los casos en la
estructura de 2GDL con APMS

		2R	APMS		
ID	Caso	N1	N2	m 3	m 4
1		0.50	0.66	0.62	0.72
2	+	0.48	0.62	0.58	0.74
3	-+-	0.49	0.64	0.68	0.77
4	++-	0.46	0.61	0.64	0.80
5	+	0.44	0.58	0.55	0.62
6	+-+	0.38	0.50	0.47	0.60
7	-++	0.45	0.60	0.62	0.72
8	+++	0.36	0.49	0.51	0.67

En las tablas 4.7 y 4.8, se observa la reducción del desplazamiento que presenta la estructura de 2GDL con el arreglo APMS respecto al original, que es del 10% en el segundo nivel, mientras que el arreglo simple AMS con el original no tiene reducción. Los parámetros que tienen los menores desplazamientos son con: $d = 100 \text{ mm}, \iota_v = 125 \text{ mm y}$ $m_4 = 81 \text{ gr}$, los cuales se encuentran en el caso +-+ y +++, donde el porcentaje de reducción es de 27%. Capítulo V

Análisis de resultados

V. Análisis de resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al llevar a cabo el estudio experimental, para comparar el funcionamiento de los amortiguadores, a través de la evaluación del comportamiento de la estructura con los desplazamientos y aceleraciones, en los casos propuestos, sismo 1R y 2R, para el sistema de dos grados de libertad ante los tipos de arreglos, con amortiguador de masa sintonizada (AMS), con amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS) y sin ellos.

5.1 Resultados de estudio experimental

5.1.1. Caso movimiento sísmico 1R

Los resultados presentados en las siguientes tablas fueron obtenidos al hacer una comparación del comportamiento del sistema de 2GDL original sin amortiguadores, y con los arreglos AMS y APMS. Los cuales se obtuvieron después de procesar los vídeos experimentales de cada caso, para tener los valores respectivos de desplazamiento y de aceleración en cada centro de masa puntual ubicado, m_b en el desplante n_0, m_1 en el n_1, m_2 en el n_2, m_3 y m_4 , para así estudiar los datos máximos absolutos medidos.

En la tabla 5.1, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamientos y de aceleraciones, obtenidos a nivel de desplante n_0 ante el sismo 1R, para la estructura con APMS, AMS y sin arreglos, O. Se muestra la comparación para comprobar que se tiene el mismo movimiento de entrada en todos los casos.

					NIVEL 0							
_				u (m)				ü (m/s	²)			
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS			
1	-	-	-		0.09	0.09		1.84	1.78			
2	+	-	-		0.09	0.09		1.31	2.05			
3	-	+	-		0.09	0.09		1.69	1.83			
4	+	+	-	0.00	0.09	0.09	2.22	1.78	1.67			
5	-	-	+	0.09	0.09	0.09	2.22	1.88	2.00			
6	+	-	+		0.09	0.09		2.12	2.32			
7	-	+	+		0.08	0.08		1.59	1.89			
8	+	+	+		0.08	0.08		1.98	1.76			

Tabla 5.1. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración en n_0 del sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS

En la tabla 5.2, se muestran los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en n_1 para la estructura con APMS, AMS y sin ellos. Nótese que los

valores destacados con rojo son para los casos con los desplazamientos y aceleraciones mayores, mientras que en color verde se encuentran los valores mínimos, los cuales se presentan con el arreglo APMS.

					NIVEL 1							
					u (m)		ü (m/s ²)					
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS			
1	-	-	-		0.100	0.097		1.715	1.617			
2	+	-	-		0.102	0.101		1.704	1.718			
3	-	+	-		0.103	0.106		1.587	1.728			
4	+	+	-	0.102	0.101	0.100	2 1 6 0	1.490	1.764			
5	-	-	+	0.102	0.099	0.100	2.100	1.403	1.342			
6	+	-	+		0.102	0.103		1.608	1.445			
7	-	+	+		0.094	0.093		1.790	1.350			
8	+	+	+		0.093	0.090		1.689	3.757			

Tabla 5.2. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de n_1 en el sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS

De manera similar en la tabla 5.3, se encuentran los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en n_2 para la estructura con APMS, AMS y sin arreglos. Se observa que los valores destacados con rojo son para los casos 2 y 3 con los desplazamientos y aceleraciones mayores, mientras que en color verde se encuentran los valores mínimos, donde estos se presentan con el arreglo APMS y coinciden en los casos con la masa de la partícula grande.

					NIVEL 2							
				u (m)				ü (m/s ²	²)			
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS			
1	-	-	-		0.099	0.098		1.894	1.624			
2	+	-	-		0.105	0.098		2.443	2.305			
3	-	+	-		0.109	0.111	0.1.67	1.832	1.984			
4	+	+	-	0 105	0.104	0.101		1.767	2.047			
5	-	-	+	0.105	0.102	0.099	2.107	1.436	1.729			
6	+	-	+		0.103	0.106		1.775	1.858			
7	-	+	+		0.096	0.099		1.920	1.613			
8	+	+	+		0.099	0.098		1.736	1.842			

Tabla 5.3. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de n_2 en el sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS

En la tabla 5.4, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en el sistema AMS y contenedor del arreglo APMS, m_3 , para la estructura. Nótese que igualmente los valores destacados con rojo son para los casos con los desplazamientos y aceleraciones mayores, mientras que en color verde se encuentran los valores mínimos, donde estos casos extremos se presentan en el sistema AMS.

				m ₃						
				u	(m)	ü (1	m/s ²)			
ID	d	ℓ_v	m_4	AMS	APMS	AMS	APMS			
1	-	-	-	0.085	0.086	1.864	2.174			
2	+	-	-	0.090	0.087	2.618	2.692			
3	-	+	-	0.096	0.090	3.277	3.090			
4	+	+	-	0.096	0.092	3.421	3.187			
5	-	-	+	0.087	0.087	1.709	1.940			
6	+	-	+	0.088	0.089	1.970	2.648			
7	-	+	+	0.092	0.088	3.472	2.848			
8	+	+	+	0.092	0.090	3.590	2.259			

Tabla 5.4. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento yaceleración de m_3 en el sistema de 2GDL con AMS y con APMS

En la tabla 5.5, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en el sistema APMS, m_4 . Nótese que la aceleración máxima que alcanza la partícula es de 5.413 m/s² la cual es la mayor que se presenta en toda la estructura, con estos valores se puede observar el funcionamiento del arreglo APMS.

				<u>m4</u>			
				u (m)	ü (m/s²)		
ID	d	ℓ_v	m_4	APMS	APMS		
1	-	-	-	0.100	3.814		
2	+	-	-	0.114	4.763		
3	-	+	-	0.119	4.592		
4	+	+	-	0.117	5.413		
5	-	-	+	0.102	2.900		
6	+	-	+	0.110	3.763		
7	-	+	+	0.111	2.402		
8	+	+	+	0.124	3.243		

Tabla 5.5. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y
aceleración de m_4 en el sistema de 2GDL con APMS

En las figuras 5.1 y 5.2, se observan las comparaciones de los desplazamientos y aceleraciones, respectivamente, para todos los casos estudiados del sistema de 2GDL con el movimiento sísmico 1R, en el caso de los desplazamientos destacan con los valores mínimos para el nivel 1 (n_1) algunos casos como el 1, 2, 4 y 5, mientras que para el nivel 2 (n_2) los desplazamientos mínimos se presentan en los casos 1, 2 y 4. Para los desplazamientos que se presentan en el contenedor del amortiguador o m_3 , se puede notar que para cada caso tiene un comportamiento similar.



Figura 5.1. Comparación de desplazamientos, sismo 1R, de todos los casos obtenidos en n_1 , n_2 y m_3 para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

En el caso de las aceleraciones, se observa que los valores mínimos para el nivel 1 (n_1) los presenta el sistema con APMS, mientras que para el nivel 2 (n_2) las aceleraciones mínimas se presentan en los casos 1 a 4 y el caso 6 con APMS. Para las aceleraciones que se presentan en el contenedor del amortiguador, m_3 , se puede notar que para cada caso tiene un comportamiento similar, por ejemplo, para los casos 1 a 3, mientras que en los restantes los valores se encuentran dispersos.



Figura 5.2. Comparación de aceleraciones, sismo 1R, de todos los casos obtenidos en n_1 , n_2 y m_3 para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

5.1.2. Caso movimiento sísmico 2R

En la tabla 5.6, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamientos y de aceleraciones, obtenidos a nivel de desplante n_0 ante el movimiento sísmico 2R, para la estructura con APMS, con AMS y sin arreglos, O. Se muestra la comparación para comprobar que se tiene el mismo movimiento de entrada en todos los casos.

				NIVEL 0						
				u (m)			ü (m/s ²)			
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS	
1	-	-	-		0.09	0.09		4.74	4.61	
2	+	-	-		0.09	0.09		4.46	4.43	
3	-	+	-	0.09	0.09	0.09	4.69	4.90	4.34	
4	+	+	-		0.09	0.09		4.89	4.51	
5	-	-	+		0.09	0.09		4.78	4.82	
6	+	-	+		0.09	0.09		4.45	4.53	
7	-	+	+		0.09	0.08		4.51	4.20	
8	+	+	+		0.09	0.09		4.16	4.39	

Tabla 5.6. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de n_0 en el sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS

En la tabla 5.7, se muestran los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en n_1 para la estructura con APMS, con AMS y sin ellos. Nótese que lo destacado en rojo son para los valores mayores, mientras que en color verde se encuentran los valores mínimos, donde ambos extremos se presentan en las aceleraciones con el arreglo APMS.

				NIVEL 1					
				u (m)			ü (m/s ²)		
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS
1	-	-	-		0.095	0.095	2.68	2.412	2.418
2	+	-	-		0.093	0.096		2.295	2.354
3	-	+	-	0.102	0.090	0.093		2.157	1.762
4	+	+	-		0.093	0.094		2.397	1.893
5	-	-	+		0.094	0.095		2.059	1.909
6	+	-	+		0.097	0.095		2.225	1.991
7	-	+	+		0.092	0.092		2.189	1.521
8	+	+	+		0.093	0.091		2.160	3.665

Tabla 5.7. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de n_1 en el sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS
Similarmente en la tabla 5.8, se encuentran los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en n_2 para la estructura con APMS, AMS y sin estos. Nótese que los valores máximos están destacados con rojo, caso 1, 2 y O, mientras que en color verde se encuentran los valores mínimos, los cuales se presentan con el arreglo APMS y coinciden en los casos del sismo 1R.

					NIVEL 2					
					u (m)		ü (m/s ²)			
ID	d	ℓ_v	m_4	0	AMS	APMS	0	AMS	APMS	
1	-	-	-		0.096	0.096		2.665	2.549	
2	+	-	-		0.095	0.100		2.421	2.458	
3	-	+	-		0.094	0.094	0.167	2.218	2.188	
4	+	+	-	0 105	0.092	0.095		2.482	2.002	
5	-	-	+	0.105	0.096	0.098	2.107	2.126	2.086	
6	+	-	+		0.100	0.093		2.413	2.158	
7	-	+	+		0.095	0.093		1.846	1.750	
8	+	+	+		0.096	0.092		1.852	1.879	

Tabla 5.8. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y aceleración de n_2 en el sistema de 2GDL, original, con AMS y con APMS

En la tabla 5.9, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en el sistema AMS y contenedor del arreglo APMS, m_3 . Nótese que los valores máximos están destacados con rojo, y en color verde se encuentran los valores mínimos, donde estos casos extremos se presentan en el sistema AMS.

					n	13		
				u	(m)	ü (m/s ²)		
ID	d	ℓ_v	m_4	AMS	APMS	AMS	APMS	
1	-	-	-	0.089	0.092	2.848	3.082	
2	+	-	-	0.091	0.093	2.800	3.385	
3	-	+	-	0.103	0.090	4.397	3.787	
4	+	+	-	0.105	0.090	4.643	3.967	
5	-	-	+	0.091	0.093	2.556	3.389	
6	+	-	+	0.094	0.090	2.781	4.261	
7	-	+	+	0.088	0.093	3.425	3.485	
8	+	+	+	0.090	0.093	3.622	3.805	

Tabla 5.9. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y
aceleración de m_3 en el sistema de 2GDL con AMS y con APMS

En la tabla 5.10, se presentan los valores máximos absolutos de desplazamiento y de aceleración, obtenidos en el sistema APMS, m_4 . Nótese que la aceleración máxima que alcanza la partícula es de 6.578 m/s², la cual es la mayor que se presenta en toda la estructura.

				m4		
				u (m)	ü (m/s ²)	
ID	d	ℓ_v	m_4	APMS	APMS	
1	-	-	-	0.108	4.342	
2	+	-	-	0.126	5.151	
3	-	+	-	0.106	6.524	
4	+	+	-	0.118	6.578	
5	-	-	+	0.099	2.550	
6	+	-	+	0.123	3.556	
7	-	+	+	0.107	3.712	
8	+	+	+	0.127	3.168	

Tabla 5.10. Comparación de valores máximos absolutos de desplazamiento y
aceleración de m_4 en el sistema de 2GDL con APMS

En la figura 5.3, se muestran las comparaciones de los desplazamientos para todos los casos estudiados del sistema de 2GDL con el movimiento sísmico 2R, los valores mínimos para el nivel 1 (n_1) se encuentran en los casos 6 y 8, mientras que para el nivel 2 (n_2) los desplazamientos mínimos se presentan en los casos 3, 6 y 8. Por otra parte, los desplazamientos que presenta el contenedor del amortiguador o m_3 , son menores en los casos 3 y 4.



Figura 5.3. Comparación de desplazamientos, sismo 2R, de todos los casos obtenidos en n_1 , n_2 y m_3 para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

En la figura 5.4, se muestran las aceleraciones, donde es posible observar que los valores mínimos para el nivel 1 (n_1) los presenta el sistema con APMS para la mayoría de los casos a excepción del caso 2, mientras que para el nivel 2 (n_2) las aceleraciones mínimas se presentan en todos los casos con el sistema APMS. Para las aceleraciones que se presentan en el contenedor del amortiguador, m_3 , se puede notar que para cada uno de los casos tiene un comportamiento similar.



Figura 5.4. Comparación de aceleraciones, sismo 2R, de todos los casos obtenidos en n_1 , n_2 y m_3 para sistema de 2GDL con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

Con las comparaciones anteriores de los resultados obtenidos, que se muestran en las tablas y figuras, se observa el funcionamiento de los amortiguadores, y con el análisis de los valores máximos absolutos que presenta la estructura se comprueba que el arreglo APMS es el que tiene los desplazamientos y aceleraciones mínimas, lo cual repercute en la disminución de vibraciones en la estructura. Los casos que coinciden con los valores menores en ambos movimientos sísmicos estudiados son los que tienen la masa de la partícula mayor, como lo son los casos 6 y 8.

5.2Efectividad de amortiguador de partícula de masa sintonizada vs amortiguador de masa sintonizada

Para llevar a cabo el análisis de la efectividad del amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS) respecto al amortiguador de masa sintonizada (AMS) y sin ellos, se aplicó como parámetro la intensidad de Arias (1970), IA, que es una medida instrumental que sirve para determinar los daños que un terremoto provoca en las estructuras y edificaciones en un área. La *IA* por tanto se aplica a partir del registro de las aceleraciones de un sismo que es registrado por un acelerógrafo, en este caso se emplearon las aceleraciones del nivel de la azotea, n_2 , obtenidas a través del programa Tracker.

Es importante mencionar que la *IA* es usada por los ingenieros cuando diseñan sus obras, ya que permite prever la reacción de un suelo determinado ante la energía sísmica, además la *IA* permite determinar el patrón de amplificación o de atenuación de las ondas sísmicas que viajan por el interior de la tierra. Esta información es clave para los estudios de riesgo sísmico previos a la construcción de cualquier estructura (Alva et al. 2022). Por lo tanto, el resultado obtenido a través de la aplicación de este parámetro se utilizó para observar cuantitativamente la respuesta del APMS y así ver el efecto que tiene en la duración ante los movimientos sísmicos aplicados.

De igual manera, Trifunac y Brady (1975) definieron la duración significativa de un terremoto como el intervalo en el que se acumula entre el 5% y el 95% de la *IA* (D_{a5-95}), la cual coincide, normalmente, con la fase fuerte del evento. La IA es definida mediante la siguiente ecuación (5.2.1).

$$IA = \int_0^t a(t)^2 dt$$
 (5.2.1)

Donde $a(t)^2$ es la aceleración del movimiento del terreno elevada al cuadrado y t es la duración total del registro. Estos parámetros están relacionados con la energía del movimiento del terreno registrado que, a su vez, está relacionado con la magnitud, la distancia a la fuente y las condiciones del sitio.

Aplicando la ecuación a los datos obtenidos de la aceleración en el nivel de azotea se obtuvieron los resultados de los valores normalizados, como primer paso se elevó al cuadrado la aceleración para poder obtener la integral y finalmente se normalizaron los datos respecto al máximo. Posteriormente se buscaron los valores del tiempo que se encontraban en el 5% y el 95%, para obtener la diferencia entre ellos y así conseguir la duración significativa.

A través de la figura 5.5 que se presenta, muestra un ejemplo para obtener la duración significativa (D_{a5-95}) para el caso $- - (d_{-} = 57 \text{ mm}, \ell_{\nu_{-}} = 62 \text{ mm}, m_{4_{-}} = 16.31 \text{ gr})$,

con el sismo 1R, en el que después de normalizar los datos con la ecuación de *IA* se localizan los valores para 5% y 95% para hacer la diferencia del tiempo y calcular la (D_{a5} . 95), donde el resultado se encuentra en la última columna para los amortiguadores AMS, APMS y original los cuales se muestran en la tabla 5.11.

TIPO	D_{a5} (s)	D_{a95} (s)	$D_{a5-95}(s)$
0	2.8	41.9	39
AMS	2.9	47	44.1
APMS	2.9	34.4	31.5

Tabla 5.11. Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMScaso ---, sismo 1R



Figura 5.5. Intensidad de Arias normalizada obtenida en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso--- O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)

En la figura 5.6, se presenta la comparación de las aceleraciones en el sistema para el nivel de la azotea n_2 , para el amortiguador de masa sintonizada la duración significativa se encuentra sombreada de color azul, para el APMS sombreada en color rosa y para el sistema original en color gris. En esta figura se puede apreciar la diferencia de cada D_{a5-95} , y así observar con el parámetro de la *IA* la efectividad del amortiguador de partícula de masa sintonizada.



Figura 5.6. Comparación de aceleraciones en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso... O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)

En la figura 5.7 se presenta un ejemplo para obtener la duración significativa (D_{a5-95}) para el caso +++ ($d_+ = 100 \text{ mm}, \ell_{v_+} = 125 \text{ mm}, m_{4_+} = 81 \text{ gr}$), con el sismo 1R, en el que, realizando el mismo procedimiento, utilizando la expresión de Intensidad de Arias se localizan los valores para 5% y 95%, para calcular la diferencia del tiempo y obtener la (D_{a5-95}). En la última columna de la tabla 5.12 se ubica el resultado para el sistema con los amortiguadores AMS, APMS y original.

 Tabla 5.12. Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMS

 caso +++, sismo 1R

TIPO	D_{a5} (s)	D_{a95} (s)	D_{a5-95} (s)
0	2.8	41.9	39
AMS	1.7	49.2	47.5
APMS	0.9	12.2	11.3



Figura 5.7. Intensidad de Arias normalizada obtenida en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso +++ O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)

En la figura 5.8 se observa la comparación de las aceleraciones en el sistema para el nivel de la azotea n_2 , para el AMS la duración significativa se encuentra sombreada de color azul, para APMS sombreada en color rosa y para el sistema original en color gris. En esta figura se puede apreciar la D_{a5-95} , y así observar la reducción de la intensidad del movimiento con el parámetro de la *IA*, igualmente se identifica la efectividad de la aplicación de un APMS, ya que la D_{a5-95} se reduce un 43% en este caso.



Figura 5.8. Comparación de aceleraciones en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 1R, caso +++ O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)

Por otra parte, para el movimiento sísmico 2R para el caso --- $(d_{-} = 57 \text{ mm}, \ell_{\nu_{-}} = 62 \text{ mm}, m_{4_{-}} = 16.31 \text{ gr})$, en la figura 5.9 se presenta la duración significativa (D_{a5-95}), en el que realizando el mismo procedimiento utilizando la expresión de intensidad de Arias se localizan los valores para 5% y 95% para obtener la (D_{a5-95}). En la última columna de la tabla 5.13 se ubica el resultado de las duraciones para el sistema con los amortiguadores AMS, APMS y original.

	TIPO	D_{a5} (s)	D_{a95} (s)	$D_{a5-95}(s)$
	0	1.8	48	46.2
	AMS	1.8	39.6	37.8
	APMS	1.7	34	32.3
1				
IA normalizadi			~-	,
U	0	·	40	·
			t (s)	

Tabla 5.13. Duración significativa, D_{a5-95}, para el sistema O, con AMS y APMS, caso ---, sismo 2R

Figura 5.9. Intensidad de Arias normalizada obtenida en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso ... O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)

En la figura 5.10, se observa la comparación de las aceleraciones en el sistema para el nivel de la azotea, n_2 , para el AMS la duración significativa se encuentra sombreada de color azul, para APMS sombreada en color rosa y para el sistema original en color gris. Se puede apreciar con el parámetro de *IA* la D_{a5-95} , con la reducción de la intensidad del movimiento que se muestra sombreado.



Figura 5.10. Comparación de aceleraciones en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso ... O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)

En la figura 5.11 se presenta la duración significativa (D_{a5-95}) para el sismo 2R, en el caso +++ ($d_+ = 100 \text{ mm}, \ell_{v_+} = 125 \text{ mm}, m_{4_+} = 81 \text{ gr}$), similarmente con la expresión de Intensidad de Arias se localizan los valores para 5% y 95% para calcular la (D_{a5-95}). La cual se encuentra en la última columna de la tabla 5.14 para el sistema con los amortiguadores AMS, APMS y O.

TIPO	D_{a5} (s)	D_{a95} (s)	$D_{a5-95}(s)$
Ο	1.8	48	46.2
AMS	1.2	50.1	48.9
APMS	0.4	19.5	19.1

Tabla 5.14. Duración significativa, Da5-95, para el sistema O, con AMS y APMScaso +++, sismo 2R



Figura 5.11. Intensidad de Arias normalizada obtenida en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso +++ O (línea discontinua negra), AMS (línea punteada azul) y APMS (línea continua rosa)

En la figura 5.12 se observa la comparación de las aceleraciones en el sistema para el nivel de la azotea n_2 , para el AMS la duración significativa se encuentra sombreada de color azul, para APMS en color rosa y para el sistema original en color gris. Nótese la reducción en la intensidad del movimiento con el parámetro de la *IA*, donde se aprecia la efectividad de implementar un APMS en la parte superior de la estructura.



Figura 5.12. Comparación de aceleraciones en n_2 para sistema de 2GDL, sismo 2R, caso₊₊₊ O (línea discontinua gris), AMS (línea azul) y APMS (línea rosa)

Se realizó consecutivamente el mismo procedimiento para todos los casos con los sismos estudiados. En la tabla 5.15 se presenta el resumen de la (D_{a5-95}) con la comparación de cada caso después de aplicar los movimientos sísmicos, con las aceleraciones que se presentan en el nivel de la azotea de la estructura, n_2 , con los arreglos AMS, APMS y sin ellos. Las D_{a5-95} mayores se presentan con el sismo CR, ya que al tener el efecto de resonancia se amplifica la duración del movimiento en la estructura.

1R			2 R		2R con foami		CR	
Caso	AMS D (s)	APMS D (s)						
	44.5	33.6	41.1	44.9	28.8	32.2	65.2	52.3
+	43.8	27.2	44.6	40.9	28.3	30.4	64.1	42.6
- + -	45.3	29.6	47.8	36.3	26	31.2	70.1	ND
++-	45	28.5	50.4	40	22.5	23.8	61.2	44.4
+	51.8	19.1	37.2	38.4	20.7	19.9	67.9	41
+ - +	39.5	20.7	41.9	40.6	14.2	12.6	65.8	23.6
-++	52.4	24.2	54.1	76	24.8	21.8	67.2	41.3
+++	51.1	15.3	49.3	41.8	13.3	16.4	64	24.2
Ο	3	6.6	4	6.4	4	6.4	1	65

Tabla 5.15. Comparación de duración significativa, D_{a5-95} , en n_2 en el sistema de 2GDL, con AMS y APMS, y sin ellos (O)

En la tabla 5.16, se presenta la comparación de la reducción en la duración significativa, en tiempo y porcentaje, en cada caso después de aplicar los sismos 1R y 2R, con las aceleraciones obtenidas en el nivel superior de la estructura, n_2 , con los arreglos AMS y APMS, respecto a la estructura sin ellos.

Nótese que en todos los casos se tiene una reducción gracias al APMS, donde destacan los casos +++, ya que presenta una reducción del tiempo de 31.1 segundos respecto a la D_{a5-95} del sistema original (sismo 1R), y el caso +-+, que tiene una reducción de 30.7s respecto a la original (sismo 2R). Ambos casos tienen en común las siguientes características en el arreglo: longitud horizontal d = 100 mm y para la masa de la partícula $m_4 = 81 gr$.

		1	R		2R				2R con foami			
	Α	MS	AF	MS	AMS APMS		AMS		AP	APMS		
Cas	Dif	Red	Dif	Red	Dif	Red	Dif	Red	Dif	Red	Dif	Red
0	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)
	1.8	4.0	12.8	27.5	5.3	11.4	14.1	30.5	1.5	3.2	17.6	37.9
+	2.6	5.6	19.2	41.4	1.8	3.9	16.0	34.5	5.5	11.8	18.0	38.9
- + -	1.1	2.4	16.8	36.2	-1.4	-3.0	15.1	32.6	10.1	21.7	20.3	43.9
+ + -	1.4	3.0	17.9	38.5	-4.0	-8.6	22.6	48.7	6.4	13.7	23.9	51.5
+	-5.4	-11.8	27.3	58.8	9.2	19.8	16.7	36.0	8.0	17.3	25.7	55.4
+ - +	6.8	14.8	25.7	55.4	4.5	9.7	30.7	66.2	5.8	12.4	32.2	69.4
• + +	-6.1	-13.1	22.2	47.9	-7.8	-16.7	24.5	52.9	-29.7	-64.0	21.6	46.5
+ + +	-4.7	-10.2	31.1	67.1	-2.9	-6.3	24.9	53.7	4.6	10.0	33.1	71.3

Tabla 5.16. Comparación de diferencia de tiempo (s) y reducción (%) de laduración significativa, D_{a5-95} , en n_2 en el sistema de 2GDL con AMS y conAPMS respecto al original

En la tabla 5.17, se presenta la comparación de la diferencia de tiempo que tiene la duración significativa con el APMS respecto al sistema con AMS, en la cual se puede observar la efectividad del APMS con los resultados mostrados, ya que en todos los casos se presenta una reducción en la (D_{a5-95}) , la cual destaca para el caso +++, como se ha mencionado anteriormente.

	1	R	2	R	2R con	n foami
Caso	Diferencia (s)	Reducción (%)	Diferencia (s)	Reducción (%)	Diferencia (s)	Reducción (%)
	10.9	24.6	8.8	21.5	16.1	35.8
+	16.6	37.9	14.2	31.8	12.5	30.7
- + -	15.7	34.7	16.5	34.6	10.3	28.3
+ + -	16.5	36.6	26.6	52.8	17.5	43.8
+	32.7	63.2	17.3	46.6	17.7	46.1
+ - +	18.8	47.7	29.3	70.0	26.4	65.1
- + +	28.3	53.9	32.3	59.6	51.2	67.4
+ + +	35.8	70.1	32.9	66.8	28.4	68.1

Tabla 5.17. Comparación de tiempo (s) y reducción (%) de la duración significativa, D_{a5-95} , en n_2 en el sistema de 2GDL con APMS respecto al AMS

En la figura 5.13, se observa la comparación de la duración significativa que se presenta en la tabla 5.17, para el movimiento de 1R para todos los casos estudiados, para el AMS la duración significativa se encuentra de color azul, para APMS en color rosa y para el sistema original en color gris. Nótese la reducción de la duración en todos los casos del sistema con el arreglo APMS, mientras que con el AMS aumenta.



Figura 5.13. Comparación de duración significativa en n_2 de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

En la figura 5.14, se observa la comparación de la duración significativa que se presenta en la tabla 5.17, para el movimiento de 2R para todos los casos estudiados, para el AMS, el APMS y para el original. Se puede apreciar la reducción de la duración en todos los casos del sistema con el APMS, mientras que con el AMS es mayor o similar al original.



Figura 5.14. Comparación de duración significativa en n_2 de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

En la figura 5.15, se muestra la comparación de la duración significativa contra el desplazamiento a la izquierda 5.15a y contra la aceleración en la 5.15b, para el movimiento de 1R para todos los casos estudiados, con los arreglos AMS, APMS y sin ellos. Se observa

que el desplazamiento no aumenta ni disminuye a causa de la duración, al igual que la aceleración que tiene un comportamiento similar.



Figura 5.15. Relación de duración significativa con respecto a (a) desplazamientos y (b) aceleraciones en n_2 de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS (círculo rosa), AMS (triángulo azul) y O (cuadrado negro)

En la tabla 5.18, se tiene la comparación de la duración significativa con respecto al número de colisiones del contenedor y partícula, # impactos, los cuales fueron medidos por observación de todas las pruebas experimentales y comparando el movimiento de la historia de tiempo del desplazamiento para la partícula, para los casos con arreglo APMS, con el movimiento sísmico 1R.

Tabla 5.18. Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula para los casos en la estructura de 2GDL con APMS, sismo 1R

ID	Caso)	Duración (s)	# Impactos
1		-	35.9	59
2	+ -	-	26.5	34
3	- +	-	28.6	51
4	+ +	-	28.3	37
5		+	18.9	32
6	+ -	+	22.0	17
7	- +	+	24.9	38
8	+ +	+	15.5	16

En la figura 5.16, se muestra la comparación de la duración significativa contra el número de impactos de la tabla 5.19, para el movimiento de 1R para todos los casos estudiados, con el arreglo APMS. Se observa que los impactos influyen en la disminución o aumento de la duración, ya que el que menos impactos tiene es el caso con menor duración. Es decir, los

casos 8 y 6, mientras que en caso inverso con más impactos tiene mayor duración. La correlación que existe con estos aspectos evaluados es de 0.76.



Figura 5.16. Relación de duración significativa con respecto a colisiones entre el contenedor y partícula de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 1R, con APMS, caso +++ (rosa) y caso --- (círculo verde con interior claro)

En la figura 5.17, se muestra la comparación de la duración significativa contra el desplazamiento a la izquierda 5.17a y contra la aceleración en la 5.17b, para el movimiento de 2R para todos los casos estudiados, con los amortiguadores AMS y APMS, y sin ellos. Nuevamente se observa que el desplazamiento no cambia a causa de la duración, por otro lado, la aceleración y la duración es menor para el arreglo APMS a comparación del O, que presenta las aceleraciones mayores y también la duración.





En la tabla 5.19, se tiene la comparación de la duración significativa con respecto al número de colisiones del contenedor y partícula, # impactos, para el caso del arreglo APMS

con el movimiento 2R. Destaca el caso 1 con los valores máximos que se muestran en la tabla, por el contrario, los casos 6 y 8 presentan los registros menores.

ID	Caso	Duración (s)	# Impactos
1		32.3	58
2	+	30.4	42
3	- + -	31.6	52
4	+ + -	23.8	42
5	+	19.9	35
6	+ - +	12.6	17
7	- + +	22.0	35
8	+ + +	16.4	16

Tabla 5.19. Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula para los casos en la estructura de 2GDL con APMS, sismo 2R

En la figura 5.18, se muestra la comparación de la duración significativa contra el número de impactos, para el movimiento de 2R para todos los casos estudiados, con el APMS. Se observa nuevamente la influencia de los impactos en la duración, ya que el caso que menos impactos tiene también es el de menor duración, es decir el caso 6, mientras que el caso inverso con más impactos tiene mayor duración, como se ha mencionado anteriormente. La correlación que existe con estos aspectos evaluados es de 0.91, por lo tanto, estos parámetros corresponden al comportamiento del arreglo APMS.



Figura 5.18. Relación de duración significativa con respecto a colisiones entre el contenedor y partícula de todos los casos para sistema de 2GDL, sismo 2R, con APMS, caso 8 +++ (rosa) y caso 1 --- (círculo verde con interior claro)

En la tabla 5.20 se tiene la comparación de la duración significativa con respecto al número de colisiones del contenedor y partícula, # impactos, para el caso del arreglo APMS con el movimiento 2R con foami, la cual tiene resultados similares a la tabla anterior.

ID	Caso	Duración (s)	# Impactos
1		28.5	61
2	+	28.5	43
3	- + -	25.7	57
4	+ + -	23.0	37
5	+	- 20.4	39
6	+ - +	- 11.8	19
7	- + +	- 24.8	47
8	+ + +	- 13.0	18

Tabla 5.20. Comparación de duración significativa con respecto a colisiones delcontenedor y partícula para los casos en la estructura de 2GDL con APMS,sismo 2R con foami

En la tabla 5.21 se tiene la comparación de la duración significativa con respecto al número de colisiones del contenedor y partícula, # impactos, para el caso del arreglo APMS con el movimiento CR, la cual, a pesar de aumentar la duración e impactos, es proporcional a las tablas anteriores, ya que se presenta el mismo comportamiento para todos los casos con los movimientos sísmicos estudiados.

Tabla 5.21. Comparación de duración significativa con respecto a colisiones del contenedor y partícula para los casos en la estructura de 2GDL con APMS, sismo CR

ID	Ca	so	Duración (s)	# Impactos
1		-	52.3	142
2	+ -	-	42.6	112
3	- +	-	ND	ND
4	+ +	-	44.4	136
5		+	41	96
6	+ -	+	23.6	49
7	- +	+	41.3	97
8	+ +	+	24.2	50

5.3Análisis del comportamiento experimental del sistema estructural con amortiguador de partícula de masa sintonizada

Los resultados presentados en la tabla 5.22, fueron obtenidos al hacer una comparación del comportamiento del sistema de 2GDL original y con los arreglos AMS y APMS ante la aplicación de los movimientos sísmicos 1R, 2R, 2R con foami y CR, además de calcular el amortiguamiento que aportan a la estructura a través de decrementos logarítmicos, que se presenta en el apéndice A.

					1R	2	R	2R con	n foami	CR	
				AMS	APMS	AMS	APMS	AMS	APMS	AMS	APMS
ID	d	ℓ_v	m_4				ζ				
1	-	-	-	0.58%	0.79%	0.70%	0.81%	0.61%	0.73%	0.50%	0.53%
2	+	-	-	0.61%	1.15%	0.62%	0.96%	0.61%	0.90%	0.55%	0.70%
3	-	+	-	0.53%	0.82%	0.67%	0.88%	0.68%	1.02%	0.50%	ND
4	+	+	-	0.58%	1.20%	0.60%	1.36%	0.78%	1.76%	0.68%	0.73%
5	-	-	+	0.59%	1.61%	0.70%	1.21%	0.58%	1.35%	0.49%	0.72%
6	+	-	+	0.65%	2.47%	0.72%	3.11%	0.51%	2.54%	0.48%	1.87%
7	-	+	+	0.63%	0.99%	0.72%	1.23%	0.44%	1.13%	0.66%	0.72%
8	+	+	+	0.48%	2.13%	0.60%	2.61%	0.78%	2.54%	0.50%	1.48%
9	0			0.59%		0.55%		0.55%		0.42%	

Tabla 5.22. Comparación de amortiguamiento (en %) del sistema de 2GDL con movimiento sísmico 1R, 2R, 2R con foami y CR, con AMS, APMS y sin ellos O

Nótese que los valores destacados son los que mayor amortiguamiento aportan a la estructura en todos los movimientos sísmicos estudiados, los cuales coinciden principalmente con el caso 6 y después con el 8, ambos con el arreglo APMS. Donde las características que tienen en común estos casos son: el ancho del contenedor y la masa de la partícula. Además, cabe destacar que, respecto a la estructura sin amortiguadores, el incremento del amortiguamiento por el sistema APMS es significativa.

A continuación, en la tabla 5.23 se presenta la comparación de la duración significativa y el número de impactos que presenta el sistema de 2GDL con el arreglo APMS, con todos los movimientos sísmicos estudiados. Donde se observa que la duración menor en todos los casos nuevamente se presenta en el caso 6, el cual coincide con el número de impactos menor de acuerdo con cada sismo.

		1 R		2 R		2R con foami		CR	
ID	$d\ell_v m_4$	$D_{a_{5-95}}(s)$	NI	$D_{a_{5-95}}(s)$	NI	$D_{a_{5-95}}(s)$	NI	$D_{a_{5-95}}(s)$	NI
1		35.9	59	32.3	58	28.5	61	52.3	142
2	+	26.5	34	30.4	42	28.5	43	42.6	112
3	- + -	28.6	51	31.6	52	25.7	57	ND	ND
4	+ + -	28.3	37	23.8	42	23.0	37	44.4	136
5	+	18.9	32	19.9	35	20.4	39	41	96
6	+ - +	22	17	12.6	17	11.8	19	23.6	49
7	- + +	24.9	38	22	35	24.8	47	41.3	97
8	+ + +	15.5	16	16.4	16	13.0	18	24.2	50

Tabla 5.23. Comparación de la duración significativa, $D_{a 5-95}$, y el número de impactos, NI, del sistema de 2GDL con movimientos sísmicos 1R, 2R, 2R con foami y CR, con APMS

En los apéndices C al F se presentan las figuras de los desplazamientos y de las aceleraciones obtenidas en la estructura, donde se observa que para el caso 1 (---), la comparación del comportamiento de los amortiguadores es similar, ya que no se observa la disminución de los desplazamientos en la azotea. Por otro lado, para el caso 3 (-+-), tiene el movimiento en la azotea similar al del caso 1, en estos casos el amortiguamiento es el menor en todos los movimientos sísmicos estudiados, que se observan en la tabla 5.22. Las características que presentan similares son: la masa y el espacio del contenedor, m_{4-} y d_{-} , por lo tanto, se observa que la masa pequeña es un factor importante que influye en la respuesta del amortiguador, ya que en la tabla 5.23 se observa que tiene el mayor número de impactos. Se muestran estas características en la figura 5.19.



Figura 5.19. Configuración de APMS para a) caso 1 (---) y b) caso 3 (-+-)

Para el caso 2 (+--), el amortiguamiento del sistema APMS es el que aporta más con respecto al AMS, ya que aumenta un 0.5%, con los movimientos sísmicos estudiados. En el caso 4 (++-), tiene alrededor de un 0.6% más de amortiguamiento el sistema APMS, esto se ve reflejado en la historia de tiempo de los desplazamientos en la azotea. Las características que comparten estos casos nuevamente son la masa y el espacio del contenedor, donde al

comparar el número de impactos para cada movimiento sísmico coinciden en ser similares, aunque con los casos estudiados previamente (1 y 3) estos disminuyen. En la figura 5.20 se presentan estos casos.



En los casos 5 (--+) y 7 (-++) ocurre un comportamiento similar, ya que comparando el amortiguamiento para el sistema con el arreglo APMS, los valores son similares para cada movimiento sísmico, esto sucede también con el arreglo AMS, donde el amortiguamiento que aporta a la estructura es menor. Estos casos se comparan al coincidir con las características de la masa y el espacio del contenedor, donde a diferencia de los casos anteriormente mencionados se observa el incremento del amortiguamiento en un mayor porcentaje, esto también al comparar el número de impactos. En la figura 5.21 se observan las diferencias de las características.



Figura 5.21. Configuración de APMS para a) caso 5 (--+) y b) caso 7 (-++)

Con las historias de tiempo del desplazamiento y de la aceleración en los apéndices C al F, para el caso 8 (+++), se observa el comportamiento de la estructura original y con los arreglos AMS y APMS, donde al examinar cada figura se ve la disipación de la energía gracias al arreglo con APMS, al igual que el caso 6 (+-+), donde al ser tan similares los comportamientos fue necesario hacer un análisis cuantitativo y cualitativo, para estudiar en qué medida favorecían las características que los hacen diferentes.

El amortiguamiento que se presenta en la tabla 5.22, se observa que el que aporta mayor porcentaje de este es el caso 6, aunque en el movimiento sísmico 2R con foami es el mismo

amortiguamiento en ambos casos, mientras que el número de impactos para cada movimiento es similar, ya que la diferencia es de solo un impacto. Por otro lado, la duración significativa en la mayoría de los casos estudiados es menor para el caso 6. En estos casos se observa fácilmente que el funcionamiento del sistema APMS mejora el comportamiento de la estructura con respecto al AMS y el original, al disminuir los desplazamientos, las aceleraciones, la duración significativa y aumentar el amortiguamiento.

Las características que comparten los casos 6 y 8, son la masa y el espacio del contenedor, por lo tanto, con lo mencionado en este subcapítulo se puede observar que estas características son importantes para considerar en el diseño del APMS, ya que influyen en la disminución de vibraciones. En la figura 5.22 se observa el diseño de estos casos.



El comportamiento experimental más favorable fue el caso 6, este caso de estudio se eligió porque gracias a la combinación de características en su diseño fue la más efectiva, y es así como se pueden observar los parámetros que influyen en su comportamiento para la estructura de 2GDL. En los apéndices se exponen las combinaciones de todos los casos, para observar cómo con esas combinaciones de parámetros no se obtiene la mejor optimización en la disminución de vibraciones, con el desplazamiento y la aceleración en cada centro de masa puntual de la estructura.

5.4 Parámetros que influyen en la respuesta del amortiguador de partícula de masa sintonizada

Conociendo los parámetros que influyen en la respuesta del APMS se pueden obtener los valores que optimizan el control de los desplazamientos y aceleraciones en la estructura, que tienen efecto sobre la respuesta y son de interés para la comparación del comportamiento de los arreglos, se pueden observar en la figura 5.23.



Figura 5.23. Relación de parámetros que influyen en la respuesta del amortiguador APMS

Aplicando la técnica del análisis dimensional la cual tiene como propósitos principales, generar parámetros adimensionales que ayuden en el diseño de experimentos, físicos y/o numéricos, obtener leyes de escalamiento de modo que se pueda predecir el desempeño del prototipo a partir del desempeño del modelo y predecir las tendencias en la relación entre parámetros (Cengel, 2006).

Para encontrar los parámetros se realizó un analisis dimensional de T₄, que es el período de la partícula del APMS. Las dimensiones primarias se muestran en la tabla 5.24. El sistema APMS, T₄, está en $f(\ell_v, d, m_4, m_e, g, T_1, \zeta_4)$, es decir de la longitud vertical, el espacio libre del contenedor, la masa de la partícula, la masa de la estructura, la gravedad, el periodo fundamental de la estructura y el amortiguamiento del sistema APMS, respectivamente. A continuación, se enlistan en la tabla 5.25 las variables dimensionales y variables adimensionales, que fueron parámetros propuestos y previamente obtenidos.

Tabla 5.24. Dimensiones primarias para cada uno de los parámetros n

j	Dimensión	Símbolo	Unidad SI
1	Masa	m	kg (kilogramo)
2	Longitud	L	m (metro)
3	Tiempo	t	s (segundo)

n	Parámetros	Símbolo
1	T_4	t
2	ℓ_v	L
3	d	L
4	m_4	m
5	m_e	m
6	g	Lt ⁻²
7	T_1	t
8	ζ_4	adimensional

 Tabla 5.25.
 Lista de parámetros con símbolo

Se usa la letra griega mayúscula pi (Π) para denotar un parámetro adimensional. En un problema general de análisis dimensional, existe una Π que se llama Π dependiente, a la que se le da la notación Π_1 . El parámetro Π_1 es, en general, una función de otras varias, que se llaman independientes. La relación funcional es { Π_1 } = $f{\Pi_2, \Pi_3, ..., \Pi_k}$, donde *k* es el número total de Π .

Aplicando el teorema Pi de Buckingham, el número esperado de $\Pi'(k)$ es igual a *n* menos *j*, k = n - j; k = 8 - 3; k = 5. Empleando el método de repetición de variables, los parámetros repetitivos son 3, porque *j*=3, los cuales serán m_e , $d \neq g$. Se combinan los parámetros repetitivos en productos con cada uno de los parámetros restantes, uno a la vez, para crear las Π .

$$\Pi_1 = T_4 \, m_e^{a_1} \mathcal{d}^{b_1} \, g^{c_1} \tag{5.4.1}$$

Donde a_1 , $b_1 y c_1$ son exponentes constantes que es necesario determinar. Y se iguala para cada dimensión primaria en la ecuación (5.4.2).

$$\{\Pi_1\} = \{(t) \ (m)^{a_1} \ (L)^{b_1} \ (Lt^{-2})^{c_1}\} = \{t^0 m^0 L^0\}$$
(5.4.2)

Los exponentes se calculan cuando se fuerza que la Π sea adimensional, el álgebra se muestra de la ecuación (5.4.3) a la (5.4.5).

Tiempo
$$\{t^0\} = \{t^1 t^{-2c_1}\}; 0 = 1 - 2c_1$$
 $\therefore c_1 = \frac{1}{2c_1}$ (5.4.3)

Masa $\{m^0\} = \{m^{a_1}\}$ $\therefore c_1 = \frac{1}{2}$ $\therefore a_1 = 0$ (5.4.4)

Longitud $\{L^0\} = \{L^{b_1} L^{c_1}\}; 0 = b_1 + c_1; 0 = b_1 + \frac{1}{2}$ $\therefore b_1 = -1/2$ (5.4.5)

Sustituyendo los exponentes encontrados queda la Π dependiente.

$$\Pi_1 = \frac{T_4 \sqrt{g}}{\sqrt{d}} \tag{5.4.6}$$

De manera similar, se generan las $\Pi's$ independientes, se omite el álgebra.

$$\Pi_2 = T_1 m_e^{a_2} d^{b_2} g^{c_2}; \ \{\Pi_2\} = \{(t) \ (m)^{a_2} \ (L)^{b_2} \ (Lt^{-2})^{c_2}\} = \{t^0 m^0 L^0\}$$
(5.4.7)

El segundo parámetro adimensional es

$$\Pi_2 = \frac{T_1 \sqrt{g}}{\sqrt{d}} \tag{5.4.8}$$

$$\Pi_3 = \ell_v \, m_e^{a_3} d^{b_3} \, g^{c_3} \, ; \{\Pi_3\} = \{(L) \, (m)^{a_3} \, (L)^{b_3} \, (Lt^{-2})^{c_3}\} = \{t^0 m^0 L^0\}$$
(5.4.9)

El tercer parámetro adimensional queda como una relación de las dimensiones del contenedor, el cual es

$$\Pi_3 = \frac{\ell_v}{d} \tag{5.4.10}$$

$$\Pi_4 = m_4 \, m_e^{a_4} d^{b_4} \, g^{c_4}; \ \{\Pi_4\} = \{(m) \, (m)^{a_4} \, (L)^{b_4} \, (Lt^{-2})^{c_4}\} = \{t^0 m^0 L^0\}$$
(5.4.11)

El cuarto parámetro adimensional queda como la relación de la masa de la partícula entre la masa de la estructura, la cual es

$$\Pi_4 = \frac{m_4}{m_e} \tag{5.4.12}$$

Finalmente, el quinto Π es un parámetro adimensional, por lo tanto, no cambia y queda como

$$\Pi_5 = \zeta_4 \tag{5.4.13}$$

Donde el cálculo de ζ_4 se encuentra en el apéndice (A).

Con la relación funcional entre los parámetros adimensionales, $\{\Pi_1\} = f\{\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5\}$, se obtiene la función para el modelado del período de la partícula, $\frac{T_4\sqrt{g}}{\sqrt{d}} = \frac{T_1\sqrt{g}}{\sqrt{d}} \frac{\ell_v}{d} \frac{m_e}{m_e} \zeta_4$, despejando la variable dependiente:

$$f_{T_4}(\Pi) = T_1 \cdot \frac{\ell_v}{d} \cdot \frac{m_4}{m_e} \cdot \zeta_4 \tag{5.4.14}$$



Figura 5.24. Relación de función obtenida para $f_{T_4}{\Pi}$ vs T₄ observada

Con los ajustes obtenidos de línea de tendencia, ecuación (5.4.15a), y potencial, ecuación (5.4.15b) de la figura 5.24, se sustituyeron con los valores obtenidos con la ecuación (5.4.14) para obtener el período de la partícula calculado, es decir, $T_{4 cal}$ que se observa en la figura 5.25.

$$T_{4 cal} = 67.325 \cdot f_{T_4}(\Pi) + 0.2338 \tag{5.4.15a}$$

$$T_{4\,cal} = 0.8265 \left(f_{T_4}(\Pi) \right)^{0.1338}$$
(5.4.15b)



Figura 5.25. a) T₄ calculada con ajuste lineal y b) T₄ calculada con ajuste potencial

La correlación de los datos obtenidos para el período de la partícula con respecto a los datos observados es de 0.90 y 0.95 respectivamente, que se encuentran en la figura 5.21, por lo que se considera que es un ajuste adecuado para modelar T_4 . Con este ajuste es posible predecir la tendencia del período de la partícula para el sistema de 2GDL con APMS.

Conclusiones

La presente tesis estudia el comportamiento del amortiguador de partícula de masa sintonizada (APMS) sobre una estructura a escala, para el uso y aplicación a estructuras que son afectadas ante excitaciones intensas a causa de cargas sísmicas y eólicas, y así poder mitigar los desplazamientos, las aceleraciones y las vibraciones excesivas que afectan a toda la estructura causando daños estructurales que afectan a los usuarios.

En el primer capítulo se presentaron las ecuaciones diferenciales que gobiernan los sistemas de un grado de libertad ante los tipos de arreglos de la estructura idealizada, para que a partir del fundamento de encontrar la respuesta sísmica para el desplazamiento máximo se pueda replicar para un sistema de dos grados de libertad, que es de los intereses principales de este trabajo.

En el segundo capítulo se presentó el sistema de dos grados de libertad experimental de una estructura idealizada a escala con los arreglos de los amortiguadores de partícula de masa sintonizada y con masa sintonizada, que fue utilizada para realizar las pruebas.

En el tercer capítulo se mostró la metodología para obtener el análisis del sistema de dos grados de libertad con los arreglos APMS y AMS, donde además se mostró el diseño de cada experimento para poder obtener resultados independientes de cada caso estudiado. Asimismo, se expusieron las características de los diseños de los modelos con los arreglos de amortiguadores y sin ellos. También se mostró el programa utilizado para conseguir los resultados de los desplazamientos y aceleraciones de los elementos de la estructura.

En el capítulo cuatro debido a la comparación de los resultados obtenidos de cada experimento independiente de cada uno de los casos, se consiguieron las características con las cuales el sistema de dos grados de libertad presentaba los desplazamientos y aceleraciones de la estructura menores, por lo cual se podía observar los parámetros que influían en la respuesta del sistema con el arreglo APMS, logrando controlar y disminuir significativamente las vibraciones excesivas que afectaban a toda la estructura.

En el capítulo cinco se discuten los resultados de todos los casos ante los movimientos sísmicos propuestos, para poder analizar el comportamiento de cada experimento que se estudió con una comparación cuantitativa, que es una manera sencilla de poder identificar los valores significativos que se han obtenido, y con ello encontrar aquellos que tienen características evidentes para la disipación de la energía ante las diferentes excitaciones estudiadas. Finalmente, con el análisis dimensional de la relación de los parámetros que intervienen en el desempeño del APMS, se obtuvo la expresión para predecir la tendencia del período de la partícula.

Con el análisis e interpretación de los espectros de desplazamiento y seudoaceleraciones, se obtuvieron los períodos dominantes de la estructura, para encontrar un parámetro que influye en el comportamiento del sistema APMS primordialmente. Además, gracias a la combinación de las valiosas características del sistema AP y AMS, para obtener el sistema APMS se pudo comprobar la efectividad del funcionamiento del arreglo, con la optimización de los parámetros del prototipo estudiado, ya que además de minimizar los desplazamientos y aceleraciones sobre toda la estructura, también se observó con las historias de tiempo que la duración de las vibraciones de la estructura disminuía de manera significativa, en comparación del sistema con el arreglo AMS y sin él, con esto se logró un análisis integral de cada sistema para observar su comportamiento.

Por otra parte, se encontró que el caso que aporta mayor amortiguamiento a la estructura fue el 6 (d = 100 mm, $\ell_v = 62 \text{ mm} \text{ y } m_4 = 81 \text{ gr}$), con un incremento con respecto a la estructura original de 1.88% y 2.56%, para los movimientos sísmicos presentados, 1R y 2R, respectivamente. De igual forma analizando los desplazamientos máximos en la azotea, se obtuvo que para el caso 6, los desplazamientos disminuyeron en un 28% con el sismo 1R con respecto a la estructura original y 26% con el sismo 2R. Con los datos de la duración significativa el caso 8 (+++) tuvo una reducción del 67%, y el caso 5 (--+) de 59%, para el sismo 1R, en el sismo 2R los casos que tuvieron una reducción en la duración de las vibraciones fueron el 6 y 8, con 66% y 54%, respectivamente.

Con el análisis de resultados presentado en el capítulo 5, se observó que, a pesar de los diferentes movimientos sísmicos estudiados, la tendencia del comportamiento de cada uno de los casos se repetía, ya que en todos se tuvieron las mismas conclusiones, las cuales fueron que el caso más efectivo es el 6 y el que menos le aportó a la estructura fue el 1. Por lo tanto, se encontraron los parámetros que optimizan el funcionamiento del APMS. Que en este caso al ser la masa grande y el espacio del contenedor también, se tiene una mejor disipación de energía al tener menos colisiones de la partícula con el contenedor, provocando una disminución en la vibración de la estructura a escala.

Adicionalmente en el apéndice B se presenta el método basado en la interpolación de la excitación que se utilizó para comprobar los datos obtenidos de forma experimental, como el desplazamiento y la velocidad, con los valores conocidos de la estructura a escala como: el período natural de la estructura, la frecuencia y el amortiguamiento obtenido a partir de los decrementos logarítmicos que se presenta en el apéndice A.

Referencias

- Alva, R. E., Pinzón, L. A., & Pujades, L. G. (2022). Intensidad de arias y duración significativa en análisis dinámico de estructuras. Ingeniería, 32(2), 1-14. https://dx.doi.org/10.15517/ri.v32i2.49580
- Arias, A. (1970). A measure of earthquake intensity. Seismic design for nuclear plants, 438-483.
- Brock, J. (1946). A note on the damped vibration absorber.
- Brown, D., Christian, W., & Hanson, R. M. (2011). *Tracker video analysis and modeling tool for physics education*. https://physlets.org/tracker/.[Accessed: 14-Dec-2020].
- Butt, A., & Akl, F. (1997). Experimental analysis of impact-damped flexible beams. Journal of engineering mechanics, 123(4), 376-383. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:4(376)
- Cabada, C. (2016). Uso de amortiguador de masa sintonizada para el control de la respuesta de modos superiores en edificios altos (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría). http://132.248.9.195/ptd2016/noviembre/0752430/Index.html
- Calleja, V., Fernández, R., Barreiro, J., & Calvo, Á. (2017). Desarrollo y ensayo de un amortiguador de masas sintonizadas para sistemas de catenaria rígida. DYNA-Ingeniería e Industria, 92(6). http://dx.doi.org/10.6036/8498
- Cengel, Y., Cimbala, V., & John, M. (2006). Fluid mechanics fundamentals and applications. Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones. No. TA357. C, 4318, 2006.
- Chopra, A. K. (2014). Dinámica de estructuras. Pearson educación.
- Den Hartog, J., & Ormondroyd, J. (1928). *Theory of the dynamic vibration absorber*. Transaction of the ASME, **50**, 9-22.
- Espinoza, G., Neira, D., & Cifuentes, A. (2018). Análisis de un amortiguador de masa sintonizado óptimo en estructuras asimétricas no lineales. Obras y proyectos, (23), 39-54.
- Fernández, S. (2020). Diseño de experimentos: Diseño factorial (Master's thesis, Universitat Politécnica de Catalunya). https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/339723/TFM_Fernandez_Bao_S heila.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Frahnm, H. (1909). Devices for Damping Vibration of Bodies. US: Patent No. 989958.

- Godínez, F., Valdes, J., Jaimes, M., Ortíz, A., Chávez, O., & Rosas, I. (2023). Amortiguamiento granular con contenedor de paredes internas reconfigurables y de rugosidad variable (MX/a/2023/010075).
- Gutiérrez, D. (2015). Sistemas de múltiples grados de libertad. https://davidgcalzada.com/wp-content/uploads/2017/07/Sistemas-multiples-degrados-de-libertad-analisis-estructural-2.pdf
- Hosseini, S., & Karimzade, O. (2023, Julio). Performance of tuned particle impact damper and tuned mass damper seismic control systems considering mainshock-aftershock. In Structures., 56, p. 104924. Elsevier. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.104924
- Jaimes, M., & Godínez, F. (2023). *Effectiveness of particle tuned mass dampers in buildings subjected to narrow-band seismic excitations*. Instituto de Ingeniería, 30.
- Kuehl, R. (2001). Diseño de experimentos: Principios estadísticos de diseño y análisis de investigación.
- Lieber, P., & Jensen, D. (1945). An acceleration damper: development, design, and some applications. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 67(7), 523-530. https://doi.org/10.1115/1.4018316
- Liu, S., Li, H., Zhang, F., Lu, Z., Yang, S., & Li, P. (2023). The optimum design of particle tuned mass damper for structural seismic control considering soil-structure interaction. Journal of Vibration and Control, 10775463231164198. https://journals-sagepubcom.pbidi.unam.mx:2443/doi/pdf/10.1177/10775463231164198
- López, I. (2017). Estudio e identificación del comportamiento y eficiencia de un amortiguador de masa sintonizada, de rigidez cúbica, para su utilización en estructuras con incertidumbre en su periodo. https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/148538
- Mao, K., Wang, M. Y., Xu, Z., & Chen, T. (2004). *DEM simulation of particle damping*. Powder Technology, **142**(2-3), 154-165. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2004.04.031
- Meyer, N., & Seifried, R. (2023). Systematic design of particle dampers for transient vertical vibrations. Granular Matter, 25(1), 3. https://link-springercom.pbidi.unam.mx:2443/article/10.1007/s10035-022-01290-y

- Montenegro, J. (2016). Use of the Logarithmic decrement to assess the damping in oscillations. Revista de Investigacion de Fisica, **19**, 161901551. https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/fisica/article/view/13552/119 65
- Ordaz, M., & Montoya, C. (2005). *DEGTRA A4 Versión 5.1*. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Ramírez, A., González, J., Cundumi, O., & Villalba, J. (2021). Optimización del diseño de estructuras conformadas por pórticos de acero resistentes a momentos y amortiguadores de masa sintonizada (TMD). Ciencia e Ingeniería Neogranadina, **31**(2), 9-25. https://doi.org/10.18359/rcin.5442
- Salueña, C., Pöschel, T., & Esipov, S. (1999). *Dissipative properties of vibrated granular materials*. Physical Review E, **59**(4), 4422. https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.59.4422
- Trifunac, M. D., & Brady, A. G. (1975). A study on the duration of strong earthquake ground motion. Bulletin of the Seismological Society of America, **65**(3), 581-626.
- Wang, B., He, H., Cheng, S., & Chen, Y. (2023). Experimental and optimization analysis of a multiple unidirectional single-particle damper. Journal of Sound and Vibration, 553, 117664. https://www-sciencedirect-com.pbidi.unam.mx:2443/science/article/pii/S0022460X2300113X?via%3Dihub
- Wang, D., Xiao, J., Wang, C., Lu, Z., & Ding, T. (2022). Experimental and analytical studies of the dynamic behavior of particle dampers prepared with waste cement-based materials. Structural Concrete, 23(6), 4038-4057. https://onlinelibrary-wileycom.pbidi.unam.mx:2443/doi/pdf/10.1002/suco.202100921
- Yokomichi, I., Araki, Y., Aisaka, M., & Kusano, H. (1999). The effectiveness of the impact damper with granular material. In Dynamics of Vibro-Impact Systems: Proceedings of the Euromech Collaquium 15–18 September 1998 (pp. 59-68). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-60114-9_7

Apéndice A. Evaluación del amortiguamiento a través del criterio de decremento logarítmico

Para calcular el amortiguamiento de la estructura y el amortiguamiento que aporta el sistema con AMS y APMS se usó el decremento logarítmico. El decremento logarítmico se define como el logaritmo natural de la relación de dos desplazamientos máximos sucesivos cualesquiera en oscilación amortiguada. Donde estas dos amplitudes máximas u_i y $u_{(i+j)}$ están separadas por un cierto incremento de tiempo Δt (Montenegro, 2016).

Para los sistemas ligeramente amortiguados, la fracción de amortiguamiento ζ puede determinarse a partir de la expresión:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln\left(\frac{u_i}{u_{(i+j)}}\right) \tag{A.1}$$

En la ecuación (A.1), *j* denota el número de ciclos de las oscilaciones, u_i es el desplazamiento máximo y $u_{(i+j)}$ es el desplazamiento para el número de ciclos contemplados, como se muestra en la figura A.1.



Figura A.1. Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL original, sismo 1R

El periodo natural T_d (s) del sistema también puede determinarse a partir del registro de la vibración libre al medir el tiempo requerido para completar un ciclo de vibración. Si se compara esto con el periodo natural obtenido de la rigidez y la masa calculada para un sistema idealizado, es posible conocer exactamente cómo se calcularon estas propiedades y qué tan bien la idealización representa a la estructura real. Está dado por la siguiente expresión (Chopra, 2014):

$$T_d = \frac{\Delta t}{\# \, de \, ciclos} \tag{A.2}$$

En la ecuación (A.2), Δt es la diferencia del tiempo de los desplazamientos $u_{(i+j)}$ y u_i , donde u_i comienza en cero como se muestra en la derecha de la figura A.2.



Figura A.2. Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL original (línea continua negra), sismo 1R

Aplicando las ecuaciones (A.1) e (A.2) para el cálculo del amortiguamiento del sistema de 2GDL original, se tienen los valores para los desplazamientos y tiempos que se observan en la figura A.2.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi(13)} \ln\left(\frac{0.09 \ m}{0.05 \ m}\right) = 0.0066 = 0.66\%$$
$$T_d = \frac{19.83 \ s - 3.13 \ s}{13} = 1.29 \ s$$

Repitiendo el procedimiento anterior para todas las pruebas experimentales se tienen los siguientes valores de la tabla A.

Tabla A. Amortiguamiento del sistema de 2GDL original (con decrementos logarítmicos), sismo1R

t1 (s)	U₀(m)	t ₂ (s)	U _j (m)	Ciclos	ζ	T _d (s)
3.08	0.09	19.92	0.05	13	0.66%	1.29
3.46	0.10	20.25	0.06	13	0.56%	1.29
2.38	0.09	19.21	0.06	13	0.59%	1.29
2.79	0.09	19.63	0.06	13	0.61%	1.29
3.25	0.09	20.04	0.06	13	0.57%	1.29
2.96	0.09	19.79	0.06	13	0.57%	1.29

Con el promedio de los valores obtenidos para el amortiguamiento ζ de la tabla A, se consideró el valor de $\zeta = 0.59\%$.



Figura A.3 Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL a) con AMS (línea azul) y b) con APMS (línea rosa) para caso $d_-, \ell_{\nu_-}, m_{4_-}$, sismo 1R

En el caso del sistema AMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.61\%$ con la expresión (A.1), donde el número de ciclos u oscilaciones es de 11 en ambos casos de los sistemas AMS y APMS.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi(11)} \ln\left(\frac{0.081\,m}{0.05\,m}\right) = 0.0061 = 0.61\%$$

Para el sistema APMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.76\%$, con los valores observados en la derecha de la figura A.3.



Figura A.4. Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL a) con AMS (línea azul) y b) con APMS (línea rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$, sismo 1R

En la figura A.4 se observan valores para el caso donde se observa el mayor amortiguamiento dado por el sistema APMS, en el sistema AMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.64\%$, donde el número de ciclos es de 8 en ambos casos de los sistemas, AMS y APMS. Mientras que para el sistema APMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 2.51\%$, con los valores observados en la derecha de la figura A.4.

				AM	S	APMS			Diferencia	
ID	d	ℓ_v	m_4	ζ	T _d (s)	ζ	T _d (s)	AMS VS O	APMS VS AMS	APMS VS O
1	-	-	-	0.58%	1.45	0.79%	1.45	0.01%	0.20%	0.19%
2	+	-	-	0.61%	1.46	1.15%	1.46	0.01%	0.54%	0.56%
3	-	+	-	0.53%	1.46	0.82%	1.46	0.06%	0.28%	0.22%
4	+	+	-	0.58%	1.46	1.20%	1.46	0.02%	0.62%	0.60%
5	-	-	+	0.59%	1.55	1.61%	1.55	0.01%	1.02%	1.02%
6	+	-	+	0.65%	1.56	2.47%	1.53	0.05%	1.82%	1.88%
7	-	+	+	0.63%	1.55	0.99%	1.57	0.03%	0.36%	0.40%
8	+	+	+	0.48%	1.57	2.13%	1.58	0.11%	1.64%	1.53%
9	0			0.59%	1.29					

 Tabla A.1 Comparación de amortiguamientos del sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS, sismo 1R

En la tabla A.1 se presenta la comparación del amortiguamiento que aportan los sistemas para los casos estudiados, se observa que en el caso +-+ es el que tiene la combinación de las características que aumentan el amortiguamiento, incrementándolo respecto al de la estructura con 1.88%.

Para el movimiento sísmico 2R, se repitió el mismo procedimiento para calcular el amortiguamiento del sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS.



Figura A.5 Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL original, sismo 2R

En el caso del sistema de la estructura original se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.55\%$ con la expresión (A.1), donde el número de ciclos u oscilaciones es de 15 que se observan en la figura A.5.



Figura A.6 Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL a) con AMS (línea azul) y b) con APMS (línea rosa) para caso $d_-, \ell_{\nu_-}, m_{4_-}$, sismo 2R

En el sistema AMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.66\%$ donde el número de ciclos es de 12 en ambos casos de los sistemas AMS y APMS. Para el sistema APMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.79\%$, con los valores observados en la derecha de la figura A.6.



Figura A.7 Desplazamiento en n_2 para sistema de 2GDL a) con AMS (línea azul) y b) con APMS (línea rosa) para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$, sismo 2R

En la figura A.7 se observan los valores para el caso +-+ en el cual nuevamente se observa el mayor amortiguamiento dado por el sistema APMS, en el sistema AMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 0.61\%$, con 7 ciclos. Para el sistema APMS se obtuvo un amortiguamiento $\zeta = 3.41\%$, con 6 ciclos, con los valores observados en la derecha de la figura A.7.

				AM	AMS APMS		Diferencia			
ID	d	ℓ_v	m_4	ζ	T _d (s)	ζ	T _d (s)	AMS VS O	APMS VS AMS	APMS VS O
1	-	-	-	0.70%	1.48	0.81%	1.48	0.16%	0.11%	0.27%
2	+	-	-	0.62%	1.48	0.96%	1.48	0.08%	0.33%	0.41%
3	-	+	-	0.67%	1.50	0.88%	1.50	0.12%	0.21%	0.33%
4	+	+	-	0.60%	1.49	1.36%	1.49	0.05%	0.76%	0.82%
5	-	-	+	0.70%	1.58	1.21%	1.59	0.15%	0.52%	0.67%
6	+	-	+	0.72%	1.58	3.11%	1.60	0.17%	2.39%	2.56%
7	-	+	+	0.72%	1.60	1.23%	1.62	0.17%	0.51%	0.68%
8	+	+	+	0.60%	1.59	2.61%	1.62	0.05%	2.01%	2.06%
9	0			0.55%	1.30					

 Tabla A.2 Comparación de amortiguamientos del sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS, sismo 2R

 Tabla A.3 Amortiguamientos del sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS, sismo 2R con foami

				AN	1 S	APM	MS
ID	d	ℓ_v	m_4	ζ	T _d (s)	ζ	T _d (s)
1	-	-	-	0.61%	1.48	0.73%	1.48
2	+	-	-	0.61%	1.49	0.90%	1.49
3	-	+	-	0.68%	1.49	1.02%	1.50
4	+	+	-	0.78%	1.50	1.76%	1.51
5	-	-	+	0.58%	1.59	1.35%	1.61
6	+	-	+	0.51%	1.59	2.54%	1.61
7	-	+	+	0.44%	1.56	1.13%	1.56
8	+	+	+	0.78%	1.60	2.54%	1.60
9	Ο			0.55%	1.30		
				AN	AS	APM	MS
----	---	----------	-------	-------	--------------------	-------	--------------------
ID	d	ℓ_v	m_4	ζ	T _d (s)	ζ	T _d (s)
1	-	-	-	0.50%	1.49	0.53%	1.47
2	+	-	-	0.55%	1.46	0.70%	1.47
3	-	+	-	0.50%	1.56	ND	ND
4	+	+	-	0.68%	1.48	0.73%	1.47
5	-	-	+	0.49%	1.56	0.72%	1.58
6	+	-	+	0.48%	1.56	1.87%	1.60
7	-	+	+	0.66%	1.58	0.72%	1.58
8	+	+	+	0.50%	1.57	1.48%	1.56
9	0			0.42%	1.29		

Tabla A.4 Amortiguamientos del sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS, sismo CR

Con las tablas A.1 y A.2 se observa que para el caso +-+ es el que tiene la combinación de las características que aumentan el amortiguamiento, incrementándolo respecto al de la estructura con 1.88% y 2.56%, respectivamente. Con todos los casos estudiados que se observan en las tablas anteriores, A.1 a A.4, el caso que presenta el mayor amortiguamiento es el 6 (+-+).

Apéndice B. Evaluación del desplazamiento con el método basados en la interpolación de la excitación

En el caso de los sistemas lineales es posible desarrollar un procedimiento numérico muy eficiente mediante la interpolación de la excitación en cada intervalo de tiempo y el desarrollo de la solución exacta usando métodos numéricos. Si los intervalos de tiempo son cortos, la interpolación lineal es satisfactoria. Los sistemas oscilatorios se definen como un sistema dinámico, el movimiento de un cuerpo o una masa se pueden intuir si se conocen las condiciones iniciales del movimiento y las fuerzas externas que propician (Chopra, 2014). La función de excitación está dada por:

$$p(\tau) = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau \tag{B.1.1a}$$

Donde

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \tag{B.1.1b}$$

Y la variable de tiempo τ varía de 0 a Δt_i . La ecuación por resolver es:

$$m\ddot{\mathbf{u}} + k\mathbf{u} = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i}\tau \tag{B.1.2}$$

Sometida a las condiciones iniciales $u(0) = u_i y \dot{u}(0) = \dot{u}_i$. La respuesta $u(\tau)$ durante el intervalo de tiempo $0 \le \tau \le \Delta t_i$ es la suma de tres partes: la vibración libre debida al desplazamiento inicial u_i y la velocidad \dot{u}_i en $\tau = 0$, la respuesta a la fuerza de paso p_i con condiciones iniciales nulas y la respuesta a la fuerza incremental $\frac{\Delta p_i}{\Delta t_i}\tau$ con condiciones iniciales nulas. Se obtiene:

$$u(\tau) = u_i \cos \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \sin \omega_n \tau + \frac{p_i}{k} (1 - \cos \omega_n \tau) + \frac{\Delta p_i}{k} \left(\frac{\tau}{\Delta t_i} - \frac{\sin \omega_n \tau}{\omega_n \Delta t_i} \right)$$
(B.1.3a)

y la diferenciación de $u(\tau)$ conduce a

$$\frac{\dot{u}(\tau)}{\omega_n} = -u_i \sin \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cos \omega_n \tau + \frac{p_i}{k} \sin \omega_n \tau + \frac{\Delta p_i}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} (1 - \cos \omega_n \tau)$$
(B.1.3b)

Estas ecuaciones pueden reescribirse después de sustituir la ecuación (B.1.1b) como fórmulas de recurrencia:

$$u(t_{i+1}) = A \cdot u(t_i) + B \cdot \dot{u}(t_i) + C \cdot \ddot{u}_g(t_i) \cdot m + D \cdot \ddot{u}_g(t_{i+1}) \cdot m$$
(B.2.1a)

$$\dot{u}(t_{i+1}) = A' \cdot u(t_i) + B' \cdot \dot{u}(t_i) + C' \cdot \ddot{u}_g(t_i) \cdot m + D' \cdot \ddot{u}_g(t_{i+1}) \cdot m$$
(B.2.1b)

Al repetir la deducción anterior para los sistemas amortiguados por debajo del nivel crítico (es decir, $\zeta < 1$), se observa que las ecuaciones (B.2.1) también son aplicables a los

sistemas amortiguados con las expresiones para los coeficientes A, B, ..., D' dadas en la tabla B.1. Los coeficientes dependen de los parámetros del sistema $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, k y $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$, y del intervalo de tiempo $\Delta t = \Delta t_i$. Como las fórmulas de recurrencia provienen de la solución exacta de la ecuación de movimiento, la única restricción en el tamaño del paso de tiempo Δt es que permita una aproximación cercana a la función de excitación y que proporcione resultados de respuesta en intervalos de tiempo lo suficientemente cercanos, de manera que no se pierdan los picos de la respuesta. Este procedimiento numérico es de gran utilidad cuando la excitación se define en intervalos de tiempo espaciados de tal forma (como en la aceleración del suelo en un sismo) que la interpolación lineal es en esencia perfecta. Si el paso de tiempo Δt es constante, los coeficientes A, B, ..., D' necesitan calcularse sólo una vez (Chopra, 2014).

Tabla B.1 Coeficientes en las fórmulas de recurrencia

$$A = e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} \sin(\omega_{D}\Delta t) + \cos(\omega_{D}\Delta t) \right)$$

$$B = e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left(\frac{\zeta}{\omega_{D}} \sin(\omega_{D}\Delta t) \right)$$

$$C = \frac{1}{k} \left\{ \frac{2\zeta}{\omega_{n}\Delta t} + e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left[\left(\frac{1-2\zeta^{2}}{\omega_{n}\Delta t} - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} \right) \sin(\omega_{D}\Delta t) - \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_{n}\Delta t} \right) \cos(\omega_{D}\Delta t) \right] \right\}$$

$$D = \frac{1}{k} \left\{ 1 - \frac{2\zeta}{\omega_{n}\Delta t} + e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left[\frac{2\zeta^{2}-1}{\omega_{D}\Delta t} \sin(\omega_{D}\Delta t) + \frac{2\zeta}{\omega_{n}\Delta t} \cos(\omega_{D}\Delta t) \right] \right\}$$

$$A' = -e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} \sin(\omega_{D}\Delta t) \right)$$

$$B' = e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left(\cos(\omega_{D}\Delta t) - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} \sin(\omega_{D}\Delta t) \right)$$

$$C' = \frac{1}{k} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left[\left(\frac{\omega_{n}}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} + \frac{\zeta}{\Delta t\sqrt{1-\zeta^{2}}} \right) \sin(\omega_{D}\Delta t) + \frac{1}{\Delta t} \cos(\omega_{D}\Delta t) \right] \right\}$$

$$D' = \frac{1}{k\Delta t} \left\{ 1 - e^{-\zeta\omega_{n}\Delta t} \left[\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^{2}}} \sin(\omega_{D}\Delta t) + \cos(\omega_{D}\Delta t) \right] \right\}$$

La solución exacta de la ecuación de movimiento necesaria en este procedimiento numérico es factible sólo para los sistemas lineales. Está convenientemente desarrollada para los sistemas de 1GDL, como se mostró con anterioridad, pero no sería práctica para los sistemas de VGDL a menos que su respuesta se obtenga mediante la superposición de respuestas modales.

El método basado en la interpolación de la excitación se utilizó para comprobar los datos obtenidos de forma experimental, como el desplazamiento y la velocidad, conociendo el

período natural de la estructura $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$, la frecuencia como $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, y el ζ , amortiguamiento obtenido a partir de los decrementos logarítmicos que se presenta en el apéndice A. Se muestran los datos del sistema de 2GDL sin amortiguadores, original, aplicados para el método en el caso CR en la tabla B.2.

Tabla B.2 Características del sistema de 2GDL original para caso de sismo CR

	ζ:	0.004		
	k:	237.24	kg/s ²	
n	n:	10	kg	
Δ	t:	0.04	S	
α)n:	4.87	rad/s	
Т	'n:	1.29	S	
ω	р:	4.87	rad/s	

En la figura B.1 se observa el movimiento sísmico que se utilizó para sustituir en las fórmulas de recurrencia.



Figura B.1 Aceleración del movimiento sísmico ü_q para sistema de 2GDL original para sismo CR

Se sustituyeron los datos de las características del sistema original para calcular los valores para los coeficientes de las fórmulas de recurrencia, que se muestran a continuación.

A=	0.97946	A'=	-0.98165
B=	0.04138	В'=	0.97776
C=	0.00006	C'=	0.00206
D=	0.00003	D'=	0.00208

Graficando la interpolación de la excitación se obtiene la figura B.2, donde se observa de color rojo la fórmula de recurrencia y de color azul los datos experimentales obtenidos del programa *Tracker*, a la izquierda se observa el desplazamiento de la estructura en el nivel 2, azotea, donde se la diferencia de los comportamientos no se distingue en todo el intervalo

de tiempo mostrado, mientras que a la derecha se muestra la velocidad de la estructura en la azotea donde se observa que tiende a tener el mismo comportamiento.



Figura B.2 Desplazamiento y velocidad en n_2 para sistema de 2GDL original para sismo CR

Se repitió el mismo procedimiento para los sistemas de 2GDL con amortiguadores, a continuación, se presentan los datos utilizados para el AMS con el caso CR en la tabla B.3.

ζ:	0.005		
k:	162.22	kg/s ²	
m:	10	kg	
Δt:	0.04	S	
ω _n :	4.03	rad/s	
T _n :	1.56	S	
ω _D :	4.03	rad/s	

Tabla B.3 Características del sistema de 2GDL AMS para caso de sismo CR

En la figura B.3 se observa el movimiento sísmico que se utilizó para sustituir en las fórmulas de recurrencia para el sistema AMS.



Figura B.3 Aceleración del movimiento sísmico \ddot{u}_g para sistema de 2GDL con AMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$, sismo CR

Se sustituyeron los datos de las características del sistema AMS para calcular los valores para los coeficientes de las fórmulas de recurrencia, que se muestran a continuación.

A= 0.98594 **A'=** -0.67275

B=	0.04147	B'=	0.98433
C=	0.00006	C'=	0.00207
D=	0.00003	D'=	0.00208

Graficando la interpolación de la excitación se obtiene la figura B.4, donde se observa de color rojo la fórmula de recurrencia y de color azul los datos experimentales, a la izquierda se encuentra el desplazamiento de la estructura en la azotea y a la derecha la velocidad, donde se observa que tienden a un comportamiento similar en todo el intervalo mostrado.



Figura B.4 Desplazamiento y velocidad en n_2 para sistema de 2GDL con AMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$, sismo CR

Para el sistema APMS se presentan los datos utilizados con el caso CR en la tabla B.4.

ζ:	0.019	
k:	162.22	kg/s²
m:	10	kg
∆t:	0.04	S
۵ _n :	4.03	rad/s
T _n :	1.56	S
ω _D :	4.03	rad/s

Tabla B.4 Características del sistema de 2GDL APMS para caso de sismo CR

En la figura B.5 se observa el movimiento sísmico que se utilizó para sustituir en las fórmulas de recurrencia para el sistema APMS.



Figura B.5 Aceleración del movimiento sísmico \ddot{u}_g para sistema de 2GDL con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4+}$, sismo CR

Se sustituyeron los datos de las características del sistema APMS para calcular los valores para los coeficientes de las fórmulas de recurrencia, que se muestran a continuación.

A=	0.98596	A'=	-0.67118
B=	0.04137	В'=	0.97973
C=	0.00006	C'=	0.00206
D=	0.00003	D'=	0.00208

Graficando la interpolación de la excitación se obtiene la figura B.6, en color rojo se muestra la fórmula de recurrencia y en color azul los datos experimentales, a la izquierda se encuentra el desplazamiento de la estructura en la azotea y a la derecha la velocidad, donde se observa que al inicio del movimiento el comportamiento es similar, pero hay una variación a partir de que se presenta el valor máximo, aunque en el intervalo de la segunda mitad vuelve a coincidir.



Figura B.6 Desplazamiento y velocidad en n_2 para sistema de 2GDL con APMS para caso $d_+, \ell_{\nu_-}, m_{4_+}$, sismo CR



Apéndice C. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 1R

Figura C.1. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ---). Se presentan 6, 3, y 8 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.2. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +--). Se presentan 6, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.3. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -+-). Se presentan 6, 7, y 4 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.4. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ++-). Se presentan 6, 3, y 10 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.5. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO --+). Se presentan 6, 7, y 8 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.6. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +-+). Se presentan 6, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.7. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -++). Se presentan 6, 4, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura C.8. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +++). Se presentan 6, 3, y 4 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Apéndice D. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 2R

Figura D.1. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ---). Se presentan 3, 4, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.2. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +--). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.3. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -+-). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.4. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ++-). Se presentan 3, 2, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.5. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO --+). Se presentan 3, 4, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.6. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +-+). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.7. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -++). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura D.8. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +++). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Apéndice E. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL original, con AMS y con APMS para sismo 2R con foami

Figura E.1. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ---). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.2. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +--). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.3. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -+-). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.4. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ++-). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.5. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO --+). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.6. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +-+). Se presentan 3, 2, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.7. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -++). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura E.8. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +++). Se presentan 3, 3, y 3 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Apéndice F. Desplazamientos y aceleraciones obtenidos para sistema de 2GDL con AMS y con APMS para caso resonancia, sismo CR

Figura F.1. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ---). Se presentan 5, 3, y 4 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.2. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +--). Se presentan 5, 6 y 7 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.3. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -+-). Se presentan 5, 3 y 4 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.4. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel , n_1 , azotea , n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO ++-). Se presentan 5, 5 y 4 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.5. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO --+). Se presentan 5, 4 y 5 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.


Figura F.6. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +-+). Se presentan 5, 5 y 7 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.7. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO -++). Se presentan 5, 4 y 5 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.



Figura F.8. Desplazamiento u (izquierda) y aceleraciones ü (derecha) a nivel de desplante, n_0 , primer nivel, n_1 , azotea, n_2 , contenedor de sistema AMS y APMS, m_3 , y partícula de sistema APMS, m_4 , para sistema de 2GDL original (línea continua negra), con AMS (línea continua azul) y con APMS (línea continua rosa) para (CASO +++). Se presentan 5, 4 y 7 historias de tiempo para O, AMS y APMS, respectivamente.