

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Estudio de la semblanza de las soluciones campo de fuerza y convección-difusión con observaciones de fenómenos magnéticos solares

> **TESIS** Que para obtener el título de

Ingeniero Geofísico

PRESENTA

Jorge Uriel Pérez Romero

DIRECTOR DE TESIS

M.C. Enríquez Vargas Miguel



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2023

"Si muchos de nosotros dieran más valor a la comida, la alegría y las canciones que, al oro atesorado, éste sería un mundo más feliz" J.R.R. Tolkien

"Los sabios son los que buscan la sabiduría; los necios piensan ya haberla encontrado" Napoleón Bonaparte

"Aunque había una nube sobre mi futuro, encontré, para mi sorpresa, que disfrutaba más de la vida en el presente de lo que la había disfrutado nunca" Stephen Hawking

"Las flores han caído: ahora nuestras mentes están tranquilas" Kobayashi Issa

"No hay vergüenza en necesitar tiempo a solas para recargarse" Susan Cain

Agradecimientos

A mi madre Rufina Romero que con tanto amor siempre me apoya y me anima a tomar nuevos caminos pese al miedo y la incertidumbre. Te amo mamá.

A mi padre Domingo Pérez quién me ha enseñado con sus acciones que nunca hay que dejar de soñar ni dejar de alimentar nuestra curiosidad. Ta amo papá.

A mi herma Karla quién me ha apoyado y enseñado que siempre hay algo bueno y algo que aprender dentro de lo malo. También a levantarse tantas veces sea necesarias. Te amo Karla.

A mi herma Marbella quién cultivo interés, curiosidad y conocimiento en mí. También me mostró un camino en el que debemos estar abiertos a nuevas cosas y que si no hay cambios en nuestra vida es porque no estamos avanzando. Te amo Marbella.

A mi familia núcleo que siempre me ha recibido con amor y apoyo los amo.

A mi amigo Víctor Gonzales con quién pude recorrer este camino en el que nos apoyamos mutuamente. Te quiero amigo.

A Frida Torres quién fue una persona importante en mi vida, me enseñaste que el amor que recibes es igual al que das.

A Juan Bravo juntos recorrimos una de nuestras mejores etapas de nuestras vidas, reímos, comimos y aprendimos bastante juntos. Nunca pude agradecértelo.

Al profesor Guillermo Sánchez con quién comparto interés por el cosmos y por el conocimiento en general.

Al profesor Miguel Vargas que a pesar del poco tiempo a su disposición me abrió las puertas para poder escribir esta tesis, siempre estuvo atento a mi aprendizaje y de mis avances.

Contenido

1.	Objetivos	4	
2.	Justificación	5	
3.	Introducción (Origen de los rayos cósmicos)	5	
3.1 El Sol			
	3.2 Actividad solar		
	3.3 Procesos físicos de modulación		
	3.4 Sondas espaciales	20	
	3.5 Monitores de neutrones	23	
4.	Espectro local interestelar		
	4.1 Variaciones en la radiación cósmica	29	
	4.2 Modelos del espectro local Interestelar		
5.	Ecuación de transporte	41	
	5.1 Solución campo de fuerza	46	
	5.2 Solución convección-difusión		
6.	Función de rendimiento atmosférico		
7.	Semblanza	51	
8.	Correlación de los LIS con soluciones de la ecuación de transporte	52	
	8.1 Detectores de Neutrones seleccionados por sus latitudes	52	
	8.2 Detectores de neutrones promediados		
9.	Conclusiones		
10). Glosario		
Re	Referencias		

1. Objetivos

Se propone un modelo cuantitativo que tiene como base el proceso de la semblanza con el fin de analizar la relación que hay entre la modulación de los rayos cósmicos (RC) primarios y los fenómenos magnéticos solares tales como el campo magnético solar y las manchas solares. Para cumplir con el propósito se han seleccionado tres detectores de neutrones colocados en diferentes latitudes en la Tierra y se les ha calculado el espectro de factor de modulación a través de la función de rendimiento atmosférico (Caballero-Lopez & Moraal, 2012). Después se calcula la semblanza entre el espectro de factor de modulación y los fenómenos solares previamente mencionados.

Posteriormente los monitores de neutrones localizados en diferentes latitudes de la Tierra son considerados como un solo monitor de neutrones omnidireccional, para esto se han seleccionado cinco detectores de neutrones con diferente rigidez de corte. Los espectros de factor de modulación calculados se promedian aritméticamente y el espectro obtenido se somete a semblanza con los mismos fenómenos solares. Cabe destacar que los espectros locales interestelares (LIS por sus siglas en inglés) tienen un gran impacto en los resultados obtenidos, por lo tanto, la influencia de varios LIS también es analizada.

A quantitative model based on the semblance method is proposed, the relationship between the modulation of primary cosmic rays (CR) and solar phenomena such as the mean magnetic field and sunspots is analysed. This model is computed and analysed selecting three placed neutron monitors at different latitudes on the Earth and their modulation factor is computed with the atmospheric yield function (Caballero-Lopez & Moraal, 2012). The semblance between modulation factors and solar phenomena previously mentioned is computed.

Subsequently the situated neutron monitors at various locations on the Earth are considered as a single omnidirectional neutron monitor, thence five neutron detectors with different cut-off rigidity have been selected. A new modulation factor is computed when the five selected modulation factors are arithmetically mean. The semblance between the mean modulation factor and solar phenomena is computed. The local interstellar spectra (LIS) strongly influence the obtained results; therefore, the influence of several LIS is also analysed.

4

2. Justificación

Actualmente, se emplean las soluciones de convección-difusión y campo de fuerza que son obtenidas a partir de la ecuación de transporte. Las soluciones se pueden introducir en la función de rendimiento atmosférico cuyo fin es calcular el factor de modulación de los rayos cósmicos, sin embargo, hacen falta estudios de dichas soluciones con otros fenómenos solares, tales como la cantidad de manchas solares y el campo magnético solar. Cabe destacar que el LIS también es un factor muy importante porque es introducido dentro de la solución de la ecuación de transporte.

Para cumplir el objetivo se ha empleado la semblanza, que nos indica la correlación o anticorrelación de dos señales. Se debe resaltar que la semblanza se realiza en el dominio de la frecuencia para ello es necesario aplicar la Transformada de Fourier, empero, en este documento se ha empleado la Transformada de Onda Continua (CWT).

3. Introducción (Origen de los rayos cósmicos)

Los rayos cósmicos son partículas que tienen carga eléctrica y en algunos casos alcanzan velocidades muy altas, cercanas a la velocidad de la luz, en otras palabras, son átomos que carecen de electrones y contienen altas cantidades de energía. La radiación cósmica primaria está compuesta de protones, partículas α (dos protones y dos neutrones, ⁻⁴He) y núcleos pesados.

Los rayos cósmicos se introducen a nuestro planeta (rayos cósmicos primarios) por todas direcciones e interaccionan con la magnetosfera y demás capas que componen la atmósfera de la Tierra. Como se mencionaba anteriormente, los RC primarios colisionan con las partículas que se encuentran dentro de la atmósfera terrestre, estos choques violentos hacen que las partículas se descompongan en partículas más pequeñas (rayos cósmicos secundarios). El proceso se repite varias veces hasta perder suficiente energía y las moléculas ya no se puedan dividir más, porque se han descompuesto hasta ser una partícula elemental o solamente han perdido demasiada energía. A lo mencionado anteriormente se le denomina chubasco atmosférico (Auger, Ehrenfest, Maze, Daudin, & Fréon, 1939) que se puede ver gráficamente en la Figura 1.



Figura 1. Vista esquemática de chubasco atmosférico (Dunai, 2010).

Los rayos cósmicos de alta energía son producidos por colisiones estocásticas provenientes de un plasma con turbulencia magnética como por ejemplo una supernova. Además, también existen rayos cósmicos de baja energía provenientes de estrellas semejantes al Sol (Sekido & Elliot, 1985).

3.1 El Sol

Los rayos cósmicos provenientes de fuentes ajenas al sistema solar son influenciados por la actividad producida por el Sol, es decir, su detección dependerá de los ciclos solares. El Sol también produce rayos cósmicos en la corona solar, por consiguiente, es necesario conocer las características del Sol.

El Sol es una estrella enana amarilla con una edad aproximada de 4600 millones de años. En el futuro, cuando su combustible principal, Hidrogeno, se haya agotado se convertirá en una enana roja. Su composición química con respecto a su masa es de 75% Hidrógeno, el 25% Helio y únicamente el 2% de otros elementos (Jursa, 1985). Su campo magnético solar es conocido como Campo Magnético Interplanetario (CMI) o también heliosfera, del cual se hablará con mayor detalle más adelante. El CMI cuenta con una extensión que va desde la atmósfera solar hasta las capas más externas del Sol y cuya geometría es conocida como la espiral de Parker.

El Viento Solar (VS) es el plasma congelado producido por el Sol que viaja desde sus capas externas hasta a una distancia de 120 Unidades Astronómicas (UA) aproximadamente, es decir, el VS se propaga a través del campo magnético interplanetario. Cabe agregar que el viento solar viaja a velocidades supersónicas, sin embargo, pierde energía provocando que su velocidad disminuya en cuanto más se aleja del Sol (Longair, 1981).

La heliosfera se divide en varias regiones. El límite de la heliosfera se llama heliopausa. Cuando el viento solar pierde energía (K) y se vuelve subsónico se menciona como choque terminal (TS *Termination Shock*) y la región que hay entre el TS y la heliopausa se le conoce como heliofunda justo como puede verse en la Figura 2.



Figura 2. El sistema solar representado en escala logarítmica extendiéndose de $< 1 a 10^6 UA$, donde se muestra la Heliosfera o el medio interestelar, el choque terminal, la heliopausa y la heliofunda consecutivamente (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008).

El Sol tiene un radio de $6.96 \times 10^8 m$ y se divide en el interior y atmósfera (Jursa, 1985). En la primera capa del interior se encuentra el núcleo que comprende desde el centro del Sol hasta 0.3R (*R* es el radio relativo respecto al Sol) con una temperatura de $1.5 \times 10^7 K$ y con una densidad de $1410 \frac{kg}{m^3}$. En esta parte se llevan a cabo reacciones termonucleares.

La zona radiativa se compone desde el límite del núcleo hasta 0.74 *R*. La temperatura promedio es de $5.9 \times 10^6 K$ y cuenta con una densidad de $7500 \frac{kg}{m^3}$. La energía es transportada por la radiación electromagnética generada por el núcleo y también se comporta como un *filtro*, es decir, hay perdida de energía y por lo tanto la longitud de onda se vuelve más larga.

La siguiente capa es la zona convectiva que tiene una temperatura de 5800 *K* y una densidad de $0.03 \frac{kg}{m^3}$. En esta zona hay convección (fenómeno físico presente cuando el agua hierve, por ejemplo) de modo que los fotones no se emiten, por lo tanto, la mayoría de las partículas no salen de esta capa.

La fotosfera es la superficie y la parte visible del Sol, comprende de un espesor de 500 km con una temperatura de 5800 K y se encuentra estrechamente relacionada con la zona convectiva porque se puede observar dos fenómenos originados en esa parte: las estructuras granulares y las manchas solares. Las estructuras granulares son producto de los gradientes de temperatura y las manchas solares son zonas de flujo magnético que llegan hasta la atmósfera solar, debe recordarse que ambos fenómenos proceden de la zona convectiva.

El campo magnético es tan intenso que impide el intercambio de calor con el resto de las capas. La temperatura va desde 1000 K hasta 2000 K, es decir, menor que las demás regiones y tienen un diámetro de 700 a 4000 km.

La atmosfera solar se divide en tres capas (Jursa, 1985). La cromósfera tiene una extensión de $2500 \ km$ desde la fotosfera, su temperatura es de $4300 \ K$ en la base y $1000 \ K$ en la cima, aquí se forman las espículas que son porciones de plasma expulsadas violentamente hacia el espacio y que se transporta en forma de ondas mecánicas.

La región de transición tiene un grosor de 200km, en esta zona incrementa la temperatura que va de $1 \times 10^4 K$ en la cromosfera a $1 \times 10^6 K$ en la corona. Es una capa muy dinámica y de campos magnéticos muy extensos.

La corona es la capa exterior de la atmósfera solar, se extiende a través del VS (también lo produce) alcanza temperaturas de $1 \times 10^6 K$. La dinámica de la corona se produce por el campo magnético del mismo Sol. En la corona hay líneas de campo abiertas (hoyos coronales) y cerradas, además, se producen las prominencias que son bucles de gases ionizados que toman forma del campo magnético asociado a las manchas solares. También se forman las eyecciones de masa coronal que son porciones de plasma y las

9

ráfagas que son emisiones de ondas electromagnéticas y partículas. Cabe destacar que esta capa es visible a simple vista cuando hay un eclipse solar (Erickson, 2023).

Es importante mencionar que la corona solar es más caliente que el núcleo, a causa de las ondas de Alfén, que se producen cuando un líquido (plasma solar en este caso) conductor es colocado en un campo magnético constante, el movimiento del líquido da lugar a una FEM (Fuerza Electromotriz), produciendo corrientes eléctricas. Debido a los campos magnéticos, las corrientes generan fuerzas mecánicas que cambian el estado de movimiento del líquido. Dando paso a la magnetohidrodinámica (Alfén , 1942).



Figura 3. Idealización general de las propiedades, estructura y formas de flujos de energía en el exterior del Sol. Las características proporcionadas solo es una imagen cualitativa (Billings, 1973).

3.2 Actividad solar

La actividad del Sol es cíclica, comenzando por lo que es comúnmente denominado *Sol quieto* que es cuando la actividad solar es escasa y es opuesto al *Sol activo*. Dichos ciclos pueden analizarse con las manchas solares que se manifiestan cada 11 años. Existen otros ciclos relacionados al Sol, por ejemplo, se ha estimado que la rotación del Sol tarda 24 días en el ecuador y 34 días en las regiones polares debido a su estado de la materia, sin embargo, aún no se ha comprobado del todo (Jursa, 1985).

Como se ve en la Figura 4 los ciclos también pueden ser vistos dependiendo del comportamiento de los hoyos coronales cuya duración es de 11 años (Kivelson & Russel, 1995):

- 1) Mínimo: Ausencia de hoyos coronales.
- 2) Ascendente: Los hoyos coronales polares son pequeños.
- 3) Decreciente: Aparecen hoyos coronales invertidos, pero con polaridad invertida.
- Máximo: Máxima extensión de los hoyos coronales en los polos y ausentes en el ecuador.



Figura 4. (a)Representación esquemática de una estructura coronal de luz blanca en tres fases del ciclo solar: máximo solar, (b) fase decreciente y (c) mínimo de manchas solares (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008)

El viento solar y el campo magnético interplanetario (heliosfera) son la continuidad del flujo de partículas llamado radiación solar corpuscular (Parker, 1965). La corona solar se encuentra en constante expansión llegando hasta el límite de la heliosfera, que se encuentra donde la presión de la corona y la presión del medio interestelar están en equilibro a una temperatura determinada, dicho equilibro se encuentra muy lejano

respecto al Sol, por ello se encuentra en constante expansión produciendo, el antes mencionado, viento solar (Holzer, 1979).

El tamaño de la Heliosfera cambia principalmente por variaciones en la densidad, temperatura, composición y campo magnético que están relacionadas a la actividad solar, las propiedades físicas mencionadas anteriormente no pueden ser medidas directamente, sino que se deduce indirectamente (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008).

La modulación de los RC depende de los cambios de tamaño y/o geometría de la heliosfera, así mismo, de los cambios de los parámetros de propagación tales como los coeficientes del tensor de difusión de partícula, que pueden ser asociadas a las llamaradas solares propagándose de adentro hacia afuera de la heliosfera (Bastian, McKibben, Pyle, & Simpson, 1981).

Después de varias observaciones al Sol se analizó que la intensidad promedio del campo magnético perteneciente del VS es de 5nT, la densidad de energía es $10^{-2} \frac{nJ}{m^3}$, tiene una velocidad que va desde los 400 a $800 \frac{km}{s}$ y depende de la velocidad de la rotación del Sol, la densidad de partícula promedio es de $3 \frac{particulas}{cm^3}$ a una unidad atmosférica. El viento solar se acelera cerca del Sol, después de 1UA tiene una velocidad constante (Kallenrode & May-Britt, 1998). El VS puede ser modelado como:

$$V(r) = V_0(1 - e^{-13.862r})$$
(1)

Donde *r* es la distancia en UA y V_0 es la velocidad inicial por lo general $V_0 = 400 \frac{m}{s}$ (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008)

El modelo de Parker (Parker, 1965) describe el campo magnético del Sol, sin embargo, ignora el campo magnético cuando la corona solar se encuentra en actividad alta y supone una simetría azimutal quedando en forma de una espiral de Arquímedes (Owens & Forsyth, 2013) como puede verse en la Figura 5. Sobre la misma figura se puede apreciar la vista perpendicular al ecuador solar y al eje de rotación, también se muestran varias líneas de campo que se originan en diferentes latitudes solares. Los vectores de velocidad del viento solar son radiales. Las líneas de campo son hélices que se encuentran en conos con semiángulos iguales a las latitudes de la fuente. A una distancia

13

radial dada, los campos están estrechamente en espiral en el ecuador y radiales sobre el polo. Las observaciones del ángulo de la espiral son importantes porque representa la prueba del modelo de Parker y proporciona información cuantitativa sobre la velocidad de rotación angular del Sol y la helio-latitud del campo en la fuente solar (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008). La ecuación del ángulo de la espiral es la siguiente:

$$tan\varphi = \Omega r \frac{sin\theta}{V(r)} \qquad (2)$$

Donde

- φ : Es el ángulo de la espiral
- r: Es la velocidad radiocéntrica
- θ : Colatitud
- V(r): Velocidad del VS a una distancia r
- Ω : Es la velocidad angular solar



Figura 5. El modelo de Parker en el plano solar meridional (Balogh, Lanzerotti, & Suess, 2008).

La Hoja de Corriente Heliosférica (HCS *Heliospheric Current Sheet*) es una capa de plasma que surge en el ecuador del Sol y divide la heliosfera en regiones con diferentes polaridades magnéticas como se muestra en la Figura 6. Las líneas de campo magnético se originan en un dipolo magnético cuyo eje M, está inclinado con respecto al eje de rotación del Sol Ω . Las líneas abiertas de campo en los polos norte y sur se encuentran por encima y por debajo de la capa actual. Algunas líneas cerradas de campo comienzan y terminan en el Sol (Smith, Balogh, Forsyth, & McComas, 2001).

La Figura 7 es otra perspectiva que muestra dos sectores y dos rotaciones solares y la lámina de corriente deformada que se extiende hasta aproximadamente a 15 UA. El ángulo de inclinación entre el HCS y el eje de rotación del Sol es de aproximadamente 30°, un valor característico del mínimo solar (Jokipii & Thomas, 1981).

El HCS tiene un espesor aproximado que va desde 1000 a 10000 *km*. Cada región es unipolar, pero cuando se invierten los polos hay polaridad mixta (Czechowski, y otros, 2010).



Figura 6. Esquema tridimensional de dipolo inclinado con campos abiertos y cerrados (Smith, Balogh, Forsyth, & McComas, 2001).



Figura 7. Esta figura tridimensional muestra el HCS a grandes distancias del Sol (Jokipii & Thomas, 1981).

3.3 Procesos físicos de modulación

La modulación solar es el resultado de fenómenos que alteran la trayectoria de los rayos cósmicos y estos cambios son perceptibles en el espectro de energía de los RC.

Convección

Las partículas de los RC que vienen del medio interestelar comienzan a girar alrededor de las líneas de campo contenidas en el VS porque la intensidad de las líneas de campo aumenta cuando se está más cerca del Sol. La velocidad del VS es mayor que la velocidad de flujo de partículas.

Difusión

Es cuando la partícula cargada queda girando en torno a las líneas del campo magnético contenidas en el viento solar y tiene una variación dispersa, porque el CM solar tiene irregularidades en cuanto a su magnitud y trayectoria. Para $r_g = \frac{p}{B}$ (ver Figura 8); p es el momento y B la intensidad del campo.

En la Figura 8 se puede observar que (a) en un campo magnético uniforme, la partícula tiene una órbita en espiral con un radio de giro $r_g = \frac{P}{Bc}$ (como se exponía en el párrafo anterior). (b) cuando el campo no es uniforme, la partícula se aleja de una línea de campo debido al gradiente y la curvatura del campo. (c) Cuando una partícula se encuentra con un pliegue en el campo que tiene una longitud de escala r_g , todas las partículas seguirán la trayectoria a través del pliegue (pero pueden desplazarse a líneas de campo adyacentes mientras lo hacen). (d) Del mismo modo, si r_g tiene la misma escala que de la torcedura, todas las partículas pasarán a través de ella sin verse afectadas en gran medida. (e, f, g) Cuando r_g es aproximadamente el tamaño de la torcedura depende de la girofase del movimiento cuando las partículas comienzan a sentir la torcedura si la han atravesado (e), se reflejarán hacia atrás (f) o se atascarán efectivamente en la torcedura (g). Este proceso se denomina dispersión de ángulo de paso a lo largo del campo. (h) Cuando las partículas se encuentran con tal torcedura, también hay una dispersión en el ángulo de fase, que conduce a la dispersión a través de las líneas de campo, pero de tal manera que $k_{\perp} \ll k_{\perp \parallel}$ (Moraal, 2013).

Entonces:

- $r_g \ll L$: Una partícula no será perturbada en su trayectoria
- $r_g \gg L$: Seguirá la irregularidad dando un solo giro, como si la irregularidad fuese muy pequeña
- $r_g \sim L$: La partícula sigue la trayectoria dada la irregularidad
- y se dispersa, pero no cambia su dirección.



Figura 8. Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético. (Moraal, 2013).

Deriva

El *centro guía* es aquella línea por la que se mueve la partícula cargada. Cambia de dirección cuando el gradiente de la curvatura del campo magnético es muy notorio cambiando de dirección los RC. En las líneas magnéticas polares del HCS, también hay deriva de partículas. Entre mayor actividad solar tendrá mayor relevancia en el transporte de partículas.

Desaceleración adiabática

El VS requiere de energía para expandirse, misma que va perdiendo al encontrarse con los RC que vienen del exterior de la heliosfera.

Todos los fenómenos mencionados anteriormente dependen de la actividad solar, es decir, habrá mayor intensidad de RC provenientes del Sol cuando sea mínimo Solar. Y habrá menor intensidad cuando sea máximo solar.

3.4 Sondas espaciales

Los LIS son un elemento muy importante para poder calcular el espectro de factor de modulación. En el cálculo de algunos LIS fue necesario recurrir a la información proporcionada por los satélites, por lo tanto, es conveniente hablar de las sondas mencionadas más adelante y algunas de sus características principales. Las sondas se han acomodado de acuerdo con su fecha de lanzamiento.

Pioneer 10

Fue lanzada el 2 de marzo de 1972 en Cabo Cañaveral Florida sobre el cohete Atlas Centaur siendo la primera sonda que atraviesa con éxito el cinturón de asteroides y llegar hasta Júpiter que era una de sus misiones principales. Gracias a las fotos proporcionadas, permitió un estudio más detallado sobre el gigante gaseoso y en 1983 atravesó la órbita de Neptuno. La sonda se volvió muy popular por la placa que lleva, misma que es fácil de interpretar si llegase a encontrar una civilización extraterrestre avanzada. La última recepción exitosa de telemetría fue el 27 de abril de 2002 que fueron apenas detectables y hasta el 23 de enero de 2003 que emitió una señal muy débil. En el 2006 se trató de contactarse, pero fracasó. Actualmente se dirige a la estrella Aldebarán en la constelación de Tauro¹.

Pioneer 11

Fue lanzado el 6 de abril de 1973 en Cabo Cañaveral sobre el cohete Atlas Centaur. Después de atravesar el cinturón de asteroides el 19 de abril de 1974 su velocidad fue ajustada para que su trayectoria se ajustará hacia Júpiter. Obteniendo imágenes de la gran mancha roja. El 1 de septiembre de 1979 llegó a la órbita de Saturno obteniendo las primeras fotos a corta distancia que permitieron descubrir dos satélites naturales y anillos adicionales. Su ruta continuó para estudiar las partículas del viento solar, cabe destacar que tiene la misma placa que Pioneer 10².

¹ In Depth | Pioneer 10 – NASA Solar System Exploration

² In Depth | Pioneer 11 – NASA Solar System Exploration

Voyager 2

Es hermana gemela de Voyager 1 y fue desarrollada dentro del proyecto Mariner, fue lanzada el 20 de agosto de 1997 en Cabo Cañaveral a bordo del cohete Titan IIIE. Su objetivo era obtener información sobre Saturno, sin embargo, el proyecto tuvo mayor impulso y su viaje se extendió hasta Urano y Neptuno. El 21 de diciembre de 2020 se encontraba a 125.32 UA. En marzo del 2020 se perdió contacto, sin embargo, pudo contactarse de nuevo en marzo del 2021. Ahora sólo funciona una antena para dar órdenes. El 10 de diciembre de 2007 permitió comprender que la forma del sistema solar no es esférica como se pensaba, sino que es ovalada debido al campo magnético interestelar del espacio profundo. El 5 de noviembre de 2018 salió de la heliopausa por lo que tuvo una caída de partículas del viento solar. Lleva la misma placa que su hermana Voyager 1³.

Voyager 1

Fue lanzado el 5 de septiembre de 1977 desde Cabo Cañaveral Florida. Actualmente se encuentra a 159 UA respecto al Sol dejando casi atrás la heliopausa, sin embargo, los efectos del Sol aún son evidentes⁴. Tiene un peso de 722 kg. Su misión principal era obtener información sobre Júpiter y Saturno para conocer más sobre estos planetas, logrando capturar fotos de gran calidad de los mismos planetas mencionados anteriormente y de algunos más. La orbita de Voyager 1 tiene una trayectoria hiperbólica y ha alcanzado la velocidad de escape (es la segunda sonda más rápida) por lo que nunca regresara al planeta de nuevo. La energía la obtiene con un generador termoeléctrico de radioisótopos. La vida de la sonda se ha extendido más de lo planeado y se cree que se tenga comunicación con él hasta el año 2025. Lleva consigo un disco de Oro que contiene saludos y frases en varios idiomas, sonidos particulares de la Tierra, música, imágenes y ondas cerebrales. con el fin de que, si en algún momento llegase encontrar vida extraterrestre, puedan reproducirlo⁵.

³ In Depth | Voyager 2 – NASA Solar System Exploration

⁴ Voyager 1 se acerca al espacio interestelar | Ciencia de la NASA

⁵ Voyager (nasa.gov)

Ulysses

La sonda fue creada por ESA, NASA y JPL con el propósito de estudiar el Sol desde todas las latitudes posibles. Fue lanzada el 6 de octubre de 1990 por el transbordador espacial Discovery. La sonda estaba equipada principalmente con instrumentos para medir campos, partículas y polvo. Su energía era obtenida por un generador termoeléctrico de radioisótopos. La misión terminó el 30 de junio de 2009 por agotamiento de la fuente de energía, la sonda está en un estado de "*solo escucha*"⁶.

Espectrómetro Magnético Alpha

En inglés conocido como Alpha Magnetic Spectometre (AMS-02 y AMS-01) es un módulo experimental de física de partículas. Instalado en la Estación Espacial Internacional cuyo propósito era detectar diferentes clases de materia exótica mediante la medición de rayos cósmicos. El AMS-01 fue enviado en junio de 1998, fue el último de un transbordador espacial de la estación MIR, que desafortunadamente no logró detectar antihelio. Las últimas pruebas se hicieron en Ginebra Suiza donde se probó la explosión de haces de nucleones generados por los aceleradores de partículas del CERN. La sonda fue lanzada por el transbordador Endeavour el 16 de mayo de 2011 comenzando sus operaciones tres días después. Su misión se extendió debido a que el suministro de helio que enfriaba el solenoide magnético superconductivo es muy grande y pesado para traerlo de regreso como se tenía pensado en un principio, y ahora está midiendo radiación cósmica, sin embargo, como ya no cuenta con el solenoide superconductivo perderá habilidad⁷.

BESS

Por sus siglas en inglés Balloon-borne Experimente with a Superconducting Spectometer. Es una serie de experimentos entre científicos japoneses y estadunidenses con el fin de investigar antimateria y radiación cósmica, como medidas de energía y componentes menos exóticos de la radiación cósmica. La sonda se eleva con un globo en la mayor latitud posible, donde se pueda detectar partículas ionizadas provenientes de fuentes ajenas a nuestro sistema solar, es por ello que el experimento se lleva a cabo en el Circulo Ártico. Cabe mencionar que es un proyecto que se modifica y mejora cada año e

⁶ In Depth | Ulysses – NASA Solar System Exploration

⁷ AMS-01 | The Alpha Magnetic Spectrometer Experiment (ams02.space)

históricamente, las diversas versiones del instrumento BESS, han consistido en un gran imán superconductor solenoidal de pared delgada, un sistema de tiempo de vuelo con hodoscopios de contador de centelleo, cámaras de deriva internas (IDC), una cámara de seguimiento de partículas de deriva de tipo chorro y un contador Cherenkov de aerogel (que reemplazó a las cámaras de deriva externas utilizadas en los primeros vuelos). Las herramientas con las que cuenta BESS son las mismas que en versiones anteriores, sin embargo, con el avance de la tecnología, los materiales se han mejorado⁸.

PAMELA

Es un satélite que se hizo para llevar a cabo la medición de radiación cósmica también conocido como rayos cósmicos. Fue montado en un satélite ruso llamado Resurs DK1 que fue lanzado en el cosmódromo Bainkonur el 15 de junio de 2006. Cuenta con un sistema de tiempo de vuelo, un espectrómetro magnético, un calorímetro electromagnético de silicio-tungsteno, un sistema anticoincidencia, un centellador captador de cola de ducha y un detector de neutrones⁹.

3.5 Monitores de neutrones

Los monitores de neutrones son herramientas que permiten detectar rayos cósmicos secundarios dentro del rango de 0.5 a 20 GeV.

En cuanto al diseño de un monitor de neutrones existen dos tipos de monitores estandarizados, los de tipo IGY (Simpson, 1957) y el monitor estándar cuyo fin es estudiar la variación en el tiempo de la energía de los rayos cósmicos cercanos a la Tierra en unidades de GeV. Más tarde el monitor de tipo NM64 contaba con un número de cuentas mayor que fue el detector del congreso de International Quiet Sun Year en 1964 (Pomerantz, 1963).

A grandes rasgos, los monitores están compuestos por unos tubos de un gas especifico, contadores proporcionadores rodeados por un moderador, un material productor hecho de plomo y un reflector. Los nucleones que provienen de rayos cósmicos secundarios incidentes en el detector provocan reacciones nucleares en el Plomo, mismas que

⁸ BESS - Information Page (nasa.gov)

⁹ PAMELA experiment web page (infn.it)

generan neutrones de evaporación de baja energía. El moderador reduce la velocidad de los nuevos neutrones hasta el rango de energía térmica. Para el caso de los detectores NM64, aproximadamente el 6% de los RC de protones serán detectados por los detectores (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

Con los detectores IGY el nucleón incidente interacciona con el plomo provocando la aparición de tres neutrones de evaporación que siguen caminos aleatorios atravesando diferentes materiales del monitor. Dos neutrones son absorbidos por el reflector y otro logra atravesar el moderador donde es desacelerado y detectado por el tubo contador (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

Tubo presión con gas

Los tubos de un monitor de neutrones detectan neutrones térmicos, es decir, aquellos que se mueven con una energía cinética de 0.025 eV. El gas que se encuentra en su interior por lo general es trifloruro de Boro enriquecido al 96% con el isotopo 10B a una presión de 0.27 bar produciendo una reacción exotérmica. Los productos de la reacción son detectados debido a la ionización del gas dentro del tubo que se comporta como un contador proporcional trabajando a una tensión cerca de -2800 V para el caso del detector (NM64) (Simpson, 1957). Actualmente los tubos contadores usan Helio-3 en lugar de F3 como en los nuevos monitores de neutrones (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

El moderador

Cuando los neutrones incidentes son muy rápidos tienen poca probabilidad de hacer una reacción con el gas del contador, por lo que pueden ser indetectables, entonces se deben desacelerar. La función del moderador es reducir la energía de los neutrones hasta el valor de energías térmicas que rondan en un rango de 1/40 eV.

Para conseguir que las partículas desaceleren deben colisionar con otros núcleos. El cambio de energía cinética es mejor cuando más se parezca la masa de los núcleos con la del propio neutrón. Los materiales empleados deben tener una masa atómica baja que preferencialmente este compuesto de hidrogeno, como la parafina o agua y polietileno (NM64) (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

Plomo productor

La función de esta herramienta es:

- Generar neutrones de evaporación y neutrones de baja energía mediante reacciones nucleares entre las partículas energéticas incidentes y el Plomo.
- Incrementar la probabilidad de detección porque los neutrones de evaporación producidos por la partícula incidente que reacciona con el Plomo son de aproximadamente de 15 *MeV*.

Se elige el Plomo porque su masa atómica es muy alta y tiene un núcleo muy grande que favorece la producción de neutrones de evaporación, además de que presenta una sección transversal de absorción relativamente baja para los neutrones térmicos (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

Reflector

Es un conjunto formado por tubos contadores, moderador y plomo que se encierra en un armazón de polietileno (NM64) o parafina (IGY). El armazón modera y refleja los neutrones de evaporación producidos por en el plomo hacia los tubos contadores. También aísla y absorbe neutrones de baja energía producidos por en el entorno externo del monitor de neutrones (Stoker, Dorman, & Clem, 2000).

Los monitores de neutrones son dispositivos estandarizados, colocados en diferentes partes del mundo. La frecuencia de conteo de cada monitor es configurada de acuerdo con el umbral de energía y de rigidez magnética. Los parámetros dependen de la localización de los monitores por lo que la interconexión de los monitores proporciona una notable extracción de los datos como el espectro de energía y la dirección de propagación de las partículas primarias, permitiendo entender mejor los fenómenos de modulación. También los monitores pueden emplearse como alertas meteorológicas espaciales por eso es necesario una red que mida en tiempo real.

Las principales ventajas de las estaciones es que permiten visualizar pequeñas variaciones a corto plazo de intensidad de rayos cósmicos que no se pueden detectar en el espacio. Las estaciones en la Tierra no se ven saturados por intensas ráfagas de partículas enérgicas solares. Otra ventaja sobre las estaciones espaciales es su fiabilidad a largo plazo y que es fácil automatizar el proceso de adquisición de datos.

Dos efectos producidos por el campo geomagnético influyen en la detección de los monitores de neutrones; la energía mínima de corte y la dirección asintótica de las

25

partículas incidentes, ambas dependen de la localización geográfica, por lo tanto, dada esa particularidad es necesario tener varios monitores alrededor de todo el mundo.

Los diferentes monitores que se encuentran en el mundo pueden considerarse como si se tratase de un solo instrumento con capacidad omnidireccional y con resolución energética.

Actualmente una de las aplicaciones más importantes es la meteorología espacial porque las emisiones de masa coronal se desplazan a través del medio interplanetario que pueden producir tormentas geomagnéticas que cuando coinciden con la magnetosfera de la Tierra, altera su campo magnético e induce corrientes eléctricas que puede interferir con el funcionamiento de equipos técnicos y en los equipos de las plataformas espaciales.

Cuando se escribió esta tesis existían 52 estaciones en funcionamiento de acuerdo con Neutron Monitor Database¹⁰ que son:

Alma-Alta A, Alma-Alta B, Ahmedabad, Apatity, Aragats, Athens, Baksan, Calgary, NM de Castilla la Mancha, Climax, Daejeon, Dome C mini NM, Dome C mini NM, Dourbes, Emilio Segre Obs. Israel, Fort Smith, Hermanus, Huancayo, Inuvik, Irkustk 2, Irkutsk 3, Irkustk, JangBogo, IGY Jungfraujoch, NM64 Jungfraujoch, Kerguelen, Kingston, Kiel, KielRT, Lomnicky Stit, Mc Murdo, Mobile Cosmic Ray Laboratory, Magadan, Moscow, Mirny, Mawson, Mexico, Nain, Nor-Amberd, Neumayer III mini neutron monitor, Newark, Norilsk, Novosibirsk, Oulu, Doi Inthanon, Potchefstroom, Peawanuck, Rome, Sanae D, Sanae IV, South Pole Bare, South Pole, Terre Adelie, Thule, Tsumeb, Tixie Bay, Zugspitze, Yakutsk, Zugspitze.

¹⁰ (Impressum | NMDB)



Figura 9. Distribución de los monitores de neutrones (Väisänen, Usonkin, & Mursula, 2021).

El campo magnético terrestre juega un papel esencial en la calibración de los monitores de neutrones (rigidez de corte, término que será explicado más adelante), por lo que es necesario tener en cuenta al campo de referencia geomagnético internacional (*International Geomagnetic Reference Field:* IGRF), que es una serie de modelos matemáticos que describe el campo magnético de la Tierra a gran escala entre 1900 A.D hasta el 2025. El IGRF ha sido mantenido y calculado por un equipo interno de científicos bajo el International Association of Geomagnetism and Aeronomy desde 1965 (Thébault, y otros, 2015). Es usado por científicos, quienes deben conocer las variaciones y dinámica del campo magnético, así mismo para conocer anomalías locales. La información puede ser usada por organizaciones comerciales e individuales como una fuente de información¹¹.

El modelo IGRF debe ser revisado regularmente para seguir los cambios de continuidad temporal geomagnéticos. El periodo entre revisiones es suficientemente corto para preservar su confiabilidad como un modelo de referencia que se pueda aplicar en proyectos reales, debido a esos cambios no es modelo definitivo (Alken, Thébault, & Beggan , 2021).

¹¹ IAGA V-MOD Geomagnetic Field Modeling: International Geomagnetic Reference Field IGRF-13 (noaa.gov)

4. Espectro local interestelar

Como se mencionaba anteriormente, en la actualidad los rayos cósmicos que entran a nuestro planeta se pueden cuantificar con monitores de neutrones que cuentan con la suficiente sensibilidad para detectarlos. El espectro local interestelar (LIS) es una forma de describir el contenido de energía en el núcleo y energía cinética.

El LIS se puede contener e interpretar de la siguiente manera (ver Figura 10):

- Antes de la rodilla: Rayos de origen solar (corona solar) y galáctico.
- Después de la rodilla: Extragalácticos.
- Después del tobillo: Supernovas y otros eventos ultraenergéticos.

Cabe mencionar que también existen RC anómalos que tienen origen solar, tiene baja energía y son muy sensibles a los efectos de modulación, estos rayos pueden ser detectables en Sol quieto.

Los rayos cósmicos anómalos (ACR *Anomalous Cosmic Rays*) son descritos con mayor detalle en 1974 (Fisk, Kozlovsky, & Ramaty, 1974). Se analiza que los ACR son el resultado de la aceleración heliosférica de partículas interestelares que entran en el sistema solar y que son ionizadas por los rayos solares ultravioletas o por un intercambio de carga con el viento solar, donde solo las partículas con carga neutra son participantes de esta anomalía.

En 1981 se mencionó que, si los rayos anómalos tomaran lugar en el choque terminal y fueran efecto del fenómeno de difusión, muchas características podrían explicarse (Pesses, Jokipii, & Eichler, 1981).



Figura 10. Partes de un espectro interestelar (Fisk & Gloeckler, 2011)

Modulación Solar Simulada

Para obtener información sobre los fenómenos de modulación en todo el sistema solar es actualmente imposible porque no se puede tener información del flujo de partículas muy cercanas al Sol o en los límites de la heliosfera, por lo tanto, es necesario hacer simulaciones del arribo de los rayos cósmicos al sistema solar considerando las variaciones solares.

4.1 Variaciones en la radiación cósmica

Los rayos cósmicos captados en la Tierra tienen variaciones en la intensidad que dependen de la actividad solar (tiempo solar) o interestelar (tiempo sideral) que tienen mayor amplitud.

Variaciones 11 a 22 años

Es la inversión de los polos magnéticos del Sol, provocando que los rayos cósmicos provenientes de fuentes externas sean más abundantes que cuando las manchas solares están casi ausentes, es decir, en el mínimo solar. Los efectos de los fenómenos mencionados anteriormente son perceptibles en cualquier punto de la heliosfera. El VS es modificado por la variación secular en equilibrio, la difusión de partículas y el

movimiento de los rayos cósmicos en el CMI. Esta variación se da cada 11 años (una inversión de los polos), mientras que el ciclo solar magnético dura 22 años en total (polos acomodados antes de que se invirtieran).

Las líneas del campo magnético entran por el polo Sur y salen por el polo Norte. Los RC entran por los polos y salen por la HCS entonces la intensidad de los rayos cósmicos es mayor en el ecuador. Existe el caso donde los RC con gran intensidad entran por el HCS y salen por los polos, sin embargo, al recorrer mayores distancias provoca que la intensidad disminuya rápido.

Variación de 27 días

Estas variaciones están asociadas a el Sol activo y es producido por las altas velocidades de los flujos comprimiendo el bordo superior del HCS, debido a la rotación solar. Esta variación dura 13.5 días (Valdes-Galicia, 1997).

Variación diurna

Los RC varían a lo largo del día debido a su anisotropía en la intensidad respecto a la rotación de la Tierra. El flujo convectivo superpuesto a la difusión de las líneas de campo del VS (convección-difusión) da como resultado un flujo neto con variación diurna detectable a las 15:00 horas.

Decrecimiento Forbush

Es la disminución abrupta en la intensidad de la radiación (Forbush, 1954). La intensidad baja hasta un 20% en pocas horas y se recupera muy lentamente. Se puede asociar a regiones de la heliosfera con un campo magnético muy intenso como una tormenta solar. (Barouch & Burlaga, 1975).

4.2 Modelos del espectro local Interestelar

Los espectros locales interestelares (LIS) son modelos creados a partir de observaciones o simulaciones que describen el arribo de los rayos cósmicos fuera de la atmósfera.

Espectro de Vos & Potgieter LIS en 2015

Los datos empleados pertenecen a un ciclo 23/24 en el mínimo solar del año 2006 al 2009. Los datos usados fueron obtenidos por Voyager 1 para lograr modelar un espectro después de haber cruzado la heliopausa combinado con medidas de PAMELA y AMS-02 en la Tierra.

El LIS obtenido es el siguiente (Vos & Potgieter, 2015):

$$j_{LIS} = 2.70 \left(\frac{E^{1.12}}{\beta^2}\right) \left(\frac{E+0.67}{1.67}\right)^{-3.93}$$
(3)

Donde

E: Energía cinética

 $\beta = \frac{v}{c}$: Velocidad de partícula relativamente cercana a la velocidad de la luz

 $j_{LIS} = P^2 f$: La intensidad diferencial

El objetivo era crear un modelo tridimensional a partir de condiciones de modulación en la heliosfera, también tomando en cuenta varias intensidades de rayos cósmicos galácticos (GCR). El resultado obtenido está basado en la solución numérica de la ecuación de transporte de la heliosfera (TPE), mejor conocida como la ecuación de Parker (Parker, 1965):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(V + \langle v_D \rangle) \cdot \nabla f + \nabla \cdot (K_S \cdot \nabla f) + \frac{1}{3} (\nabla \cdot V) \frac{\partial f}{\partial InP}$$
(4)

Donde *f* es la función de distribución, *t* es el tiempo, $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ porque se encuentra en estado estacionario para la modulación de mínimo solar cuando los parámetros cambian gradualmente. *V* es la velocidad del viento solar, $\langle V_D \rangle$ es la velocidad de partícula producida por gradientes, *K*_S tensor de difusión simétrico y *P* la rigidez. Debe aclararse que si $\nabla \cdot V > 0$ pierde energía adiabática, es decir, no hay intercambio calor con el entorno, excepto dentro de la heliosfera donde se asume que $\nabla \cdot V = 0$. Para resolver la TPE se usó un sistema de coordenadas esféricas heliocéntricas por lo que la geometría del campo magnético heliosférico (HMF) se encuentra en función de tres coordenadas

 r, θ, φ (coordenadas esféricas) dando un tensor de nueve elementos que describen un proceso de difusión y deriva de partículas que termina por tener geometrías muy complicadas.

Espectro de Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017

Se emplearon los datos de los satélites AMS-01, AMS-02, BESS-Polar y PAMELA que eran la información más actual en aquella época. La información otorgada por Voyager 1 también fue tomada en cuenta por su alta confiabilidad. Para calcular este espectro primero se propone un modelo simplificado que vincula las cantidades no moduladas (IS) a moduladas (TOA, *Top-of-Atmosphere*) que es una aproximación a la solución campo de fuerza propuesta por (Gleeson & Axford, 1967) y (Fisk L. A., 1980):

$$\frac{E^{TOA}}{A} = \frac{E^{IS}}{A} - \frac{|Z|}{A}\phi \qquad (5)$$
$$J^{TOA}(E^{TOA}) = \left(\frac{p^{TOA}}{p^{IS}}\right)^2 \times J^{IS}(E^{IS}) \qquad (6)$$

Donde *E* es la energía, *p* es el momento y $J \equiv \frac{dJ}{dE_{\frac{k}{n}}}$ es el flujo diferencial por efectos de la energía cinética por nucleón $E_{\frac{k}{n}}$. El modelo de la Ecuación 5 tiene un parámetro libre $\theta(t)$, cuya dimensión es la rigidez.

La función de distribución estadística χ^2 fue empleada para ajustar los flujos de TOA a varias especies (especies de RC) medidas $N_j(i)$ en cada instante t_i para toda energía $E_k(i,j)$ (Ghelfi, Barao , Derome, & Maurin, 2017):

$$\chi^{2} = \sum_{t_{i}} \sum_{N_{j(i)}} \sum_{E_{k(i,j)}} \frac{\left(J^{TOA}(J_{j}^{IS}, \phi_{j}, E_{k}) - data_{ijk}\right)^{2}}{\sigma_{ijk}}$$
(7)

Donde los parámetros libres son el flujo de las IS para cada especie y los parámetros de modulación TOA.

Los flujos de energía están diseñados tomando como base las leyes de energía total (O'Neill, 2006) o rigidez (Shikaze, y otros, 2007). Sin embargo, estas leyes son suficientemente flexibles para describir el comportamiento suave sobre decenas de $\frac{GeV}{n}$.

La baja energía está en función de β^{α} y no permite suficiente libertad para ajustar a la parábola de flujo TOA. Las leyes de energía en términos de rigidez, energía cinética y energía total ofrecen poco ajuste de parametrización por lo tanto complica la tarea de ajustar una curva.

Los flujos TOA para la radiación cósmica compuesta de H y He tenían datos con mayores inconsistencias debido a su antigüedad, por lo que fue necesario aplicar otro análisis χ^2 como el que se muestra en la ecuación 8, con el fin de minimizar errores. Para poder cumplir con lo anterior mencionado se ha recurrido al programa *MINUIT minimisation package* (James & Goossens, 2017) desde las bibliotecas de Root CERN (Sartini, et al., 2010)

$$\chi_{Exp}^{2} = \frac{\left\{ \sum_{E_{k}} \frac{J^{TOA} \left((J_{P}^{IS, best}, \phi_{Exp}^{best}) - data_{k} \right)^{2} \right\}}{\sigma_{k}} \qquad (8)$$

Debe aclararse que el proceso anteriormente mencionado se repite varias veces porque cuando se eliminan datos, el modelo calculado pierde la geometría deseada, en otras palabras, las inconsistencias de baja energía indica que el modelo se está forzando, además de que no se está relacionado a la modulación por la actividad solar.

La información con la que se contaba se sometió al algoritmo de Cadena de Markov Monte Carlo porque se buscaba que existiera credibilidad entre los intervalos de flujo ϕ e IS y para ello se ha empleado el algoritmo implementado en el paquete GreAT (Putze & Derome, 2014) cuyo fin es determinar la Función de Densidad de Probabilidad (PDF).

Análisis de Cadena de Markov Monte Carlo (MCMC)

El algoritmo MCMC toma como base el teorema de Bayes (probabilidad condicional) que vincula los parámetros de la función de densidad de probabilidad (PDF *probability density functions*) multidimensional y el modelo de una función de probabilidad:

$$PDF(\theta|data) \propto P(\theta)$$
 (9)

Donde θ corresponde a todos los flujos de IS y los parámetros de modulación solar, también a la información seleccionada para el experimento. En la interpretación

bayesiana $P(\theta)$ describe la información conocida en cada parámetro y aquí se toma un plano para todos los parámetros. Para esto se usa la siguiente función:

$$L(data|\theta) = exp\left(-\frac{\chi^2(\theta, data)}{2}\right)$$
(10)

Con θ_N dentro de un rango de probabilidad, es decir, se emplea un proceso iterativo generando una cadena (Putze, Derome, Maurin, Perotto, & Taillet, 2009).

La cadena de Markovian permite muestrear θ_{i+1} que únicamente depende de los valores de θ_i , lo que implica una correlación entre los valores consecutivos en cadena de θ (Ghelfi, Barao, Derome, & Maurin, 2017). Debe tenerse cuidado de que no salga de los límites de los valores y que la calidad de los datos no sea baja.

Para que los datos de J^{IS} tengan un buen ajuste, cada valor de θ que se calculó debe asociarse a un valor de momento p y a cualquier flujo de He (Helio) contenido en los IS. Los flujos de He son más sensibles al análisis porque el contenido de energía de los RC es similar al de los rayos γ que son acelerados en una nebulosa.

Los datos que mejor se adaptaron al modelo fueron los de Voyager 1 porque al aplicar el análisis MCMC no presentaron tanta incertidumbre como el resto, por lo tanto, no fue necesario repetir el análisis (Stone, y otros, 2013).

Haciendo referencia a lo anterior mencionado, los flujos IS son dos funciones logaritmicopolinomial extrapolada combinadas a partir de las leyes de potencia, en concreto, se emplea una función *spline* que es una función definida por polinomios conectados por nudos (*n*). El orden del spline está relacionado con el contenido de polinomios empleados y por el suavizado con la que tiene continuidad. Los nudos se encuentran en función de la rigidez por lo tanto deben ser seleccionados cuidadosamente debido a que el valor de energía en cada nudo representa el tipo de RC.

$$log_{10}(J_{IS}) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{12} c_i \left(\frac{log_{10}\left(E_{\frac{k}{n}}\right)}{log_{10}\left(800_{\frac{GeV}{n}}\right)} \right)^i & Si E_{\frac{k}{n}} < 800 \frac{GeV}{n} \\ \widetilde{C_0} - \widetilde{C_1} \left(\frac{log_{10}\left(E_{\frac{k}{n}}\right)}{log_{10}\left(800_{\frac{GeV}{n}}\right)} \right) & > 800 \end{cases}$$
(11)

Espectro de Langner, Potgieter y Webber LIS en 2003

El espectro se calculó a partir de la ecuación de (Parker, 1965), los datos del Voyager 1, Voyager 2 y Pioneer a unos 70 UA cerca del choque terminal (TS) en el mínimo solar durante 1987 y 1997.

La modulación desarrollada por Parker incluye efectos de deriva relacionados a la polaridad del campo magnético solar, por lo tanto, la ecuación (4) se reescribe de la siguiente manera:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(V + \langle v_D \rangle) \cdot \nabla f + \nabla \cdot (K_S \cdot \nabla f) + \frac{1}{3} (\nabla \cdot V) \frac{\partial f}{\partial InP} + j_{source}$$
(12)

Donde se ha agregado el termino j_{source} que representa una fuente local. En esta ecuación se tomó un coeficiente de difusión paralela, perpendicular y otro asimétrico que describe derivas de gradiente y curvatura en la HMF a gran escala. Para calcular este espectro se resuelve la ecuación 12 considerando que no hay fuentes locales, depende del tiempo en un sistema de coordenadas esférico como si fuese un modelo combinado de aceleración de choque difusivo y modulación de deriva en dos dimensiones espaciales, descuidando cualquier dependencia azimutal y contemplando que es simétrico alrededor del campo ecuatorial (Langner, Potgieter, & Webber, 2003).

Lo anterior mencionado provoca diferentes intensidades de RC, mismas que no serán interpretadas como fuentes sino como partículas de diferente composición. Cuando se encuentra en el periodo de polaridad positiva, la modulación cercana o fuera del TS es determinada en términos de rigidez.

Para el espectro de protones se tiene:
$$J_{H} = \frac{2.1E_{k/n}^{-2.8}}{1 + 5.85E_{k/n}^{-1.2} + 1.18E_{k/n}^{-2.54}}$$
(13)

Y para el Helio:

$$J_{H} = \frac{1.075E_{k/n}^{-2.8}}{1 + 3.9E_{k/n}^{-1.09} + 0.90E_{k/n}^{-2.54}}$$
(14)

Espectro de Burguer & Potgieter LIS en 2000

Para el cálculo del espectro se emplearon los datos capturados por la sonda ULYSSES en septiembre de 1994 a julio de 1995 moviéndose a diferentes latitudes (gradientes) con un escaneo rápido de latitud (FLS).

Para calcular el LIS fue necesario resolver la ecuación de transporte (Parker, 1965) y se interpretó como una función de distribución omnidireccional en dos dimensiones. La fuente se encuentra a 100 UA, la velocidad del viento solar es de $400 \frac{km}{s}$ en el plano ecuatorial e incrementa a $800 \frac{km}{s}$ en las zonas polares. El ángulo de la hoja de corriente de onda es de 15° que es un valor apropiado para las condiciones de modulación solar. El LIS obtenido se muestra a continuación (Bieber, 1999):

$$f_{IS}(R) = \begin{cases} 1.9 \times 10^4 R^{-2.78} & Si R \ge 7GV \\ exp(9.472 - 1.999R - 0.6938R^2 + 0.2988R^3 - 0.04714R^4) & Si R < 7 GV \end{cases}$$
(15)

Expresado de otra manera como:

$$J_H = \frac{1.9 \times 10^4 P^{-2.78}}{1 + 0.4866 P^{-2.51}}$$
(16)

$$J_{He} = \frac{(3.8 \times 10^4 P^{-2.78})}{(1 + 0.9732 P^{-2.51})}$$
(17)

Espectro de Boschini, Della Torre, Gervani & más LIS en 2018

Los autores usaron dos paqueterías de propagación de rayos cósmicos GALPROP y HeldMod combinándose para proporcionar diferentes medidas de RC y se usaron los datos de las sondas de Voyager 1, BESS, PAMELA, AMS-01, AMS-02 y ULYSSES.

El código GALPROP utiliza información astronómica, física de partículas y nuclear para predecir, de manera auto-consistente, los flujos de RC, rayos X, emisiones de sincrotrones y su polarización (Strong, Moskalenko, & Ptuskin, 2007).

Para calcular este LIS se han generado datos por GALPROP que fueron comparados y seleccionados cuidadosamente con el análisis MCMC contenido en el programa HelMod. El proceso se repitió en diferentes latitudes de la heliosfera. A continuación, se describe de manera breve la metodología que se lleva a cabo dentro de los códigos mencionados anteriormente.

A partir de la ecuación de Parker (Parker, 1965), se emplea el modelo de deriva (Potgieter & Moraal, 1985) y usando la definición del campo magnético propuesto por Parker con una corrección polar (Bobik , y otros, 2013) quedando de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{v_d} = f(\theta) \vec{v}_{dr} + \vec{v}_{HCS} \qquad (18)$$

Donde θ es la colatitud solar, \vec{v}_{dr} está relacionada a la gran estructura de HMF, $f(\theta)$ son los efectos de transporte por el HMF y \vec{v}_{HCS} es la velocidad de HMF. Debe tenerse cuidado de no tener tanta turbulencia interplanetaria porque es mínima en el mínimo solar y pueden ser imperceptible proporcionando grandes cambios en el modelo.

Se emplea una función de probabilidad (análisis MCMC) como se muestra a continuación con el fin de omitir información con poca credibilidad:

$$\chi^{2} = \sum_{i} \frac{\left[J_{HelMod}(R_{i}) - J_{Exp}(R_{i})\right]^{2}}{\sigma_{i}^{2}}$$
(19)

Donde J_{HelMod} es la intensidad diferencial evaluada que usa del código HelMod, J_{Exp} es la intensidad diferencial observada, R_i es la rigidez promedio para cada distribución de intensidad, σ_i es el error experimental que corresponde a la rigidez. Después se ajustó

el modelo obtenido a los datos leídos empleado $\Delta \chi^2$ dando un intervalo de confiabilidad de 68%.

Las partículas de baja energía son de interés porque se encuentran asociadas a protones y al *He*. Además, se ha proporcionado una función analítica que está en función de la rigidez, misma que fue calculada por un ajuste avanzado en el análisis MCMC y recurriendo al programa Eureqa¹² se tiene que:

$$F(R) \times R^{2.7} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{5} a_i R^i & R \le 1 GV \\ b + \frac{c}{R} + \frac{(d_1)}{d_2 + R} + \frac{(e_1)}{e_2 + R} + \frac{(f_1)}{f_2 + R} + gR & R \ge 1 GV \end{cases}$$
(20)

Donde los valores de los parámetros se presentan en la tabla 1. Los efectos de baja energía son provocados por el helio que va en un rango de $0.15 < R < 2 \, GV$.

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	b	С	d_1	d_2	e_1	e_2	f_1	f_2	g
p He	$\begin{array}{c} 94.1 \\ 1.14 \end{array}$	-831 0	$0 \\ -118$	$\begin{array}{r} 16700 \\ 578 \end{array}$	$-10200 \\ 0$	$^{0}_{-87}$	$\begin{array}{c} 10800\\ 3120 \end{array}$	$\frac{8590}{-5530}$	$-4230000\ 3370$	$3190 \\ 1.29$	$\begin{array}{c} 274000\\ 134000 \end{array}$	$\begin{array}{c} 17.4 \\ 88.5 \end{array}$	$-39400 \\ -1170000$	$\begin{array}{r} 0.464 \\ 861 \end{array}$	0 0.03

Tabla 1. Valores de los parámetros (Boschini, y otros, 2017).

Espectro de Garcia-Munoz, Mason y Simpson LIS en 1975

La información recurrida fue tomada por los satélites IMP-5, IMP-7, IMP-8 (7, 8 tienen sensores de masa muy sensibles): que identifica varios tipos de partículas y energía, energía residual y rango, y velocidad a la que viajan las partículas. Se seleccionaron datos de protones $\geq 10 \text{ MeV}$ y electrones $\geq 1 \text{ MeV}$. Los datos fueron tomados durante el mínimo solar.

Los efectos de modulación solar fueron calculados a partir de la ecuación de Parker (Parker, 1965) considerando un sistema de coordenadas esféricas simétricas en estado estacionario resuelto a través del método de Fisk (Fisk, Goldstein, Klimas, & Sandri, 1974).

¹² Nutonian | DataRobot AI Cloud Platform

Las expresiones para el coeficiente de difusión $k = k_0\beta f(r)g(P)$ se expresan de la siguiente manera:

Para $P < 0.4 \, GV$

$$f(r) = exp\left[\frac{r-1}{33}\right]; g(P) = P^{\frac{1}{2}}; k_0 = 6.32 \times 10^{21}$$
(21)

Para $P \ge 0.4 \ GV$

$$f(r) = exp\left[\frac{r-1}{33}\right]; g(P) = P; k_0 = 6.32 \times 10^{22}$$
(22)

Donde *k* es la difusión interplanetaria, *r* es la distancia heliocéntrica, *P* es la rigidez magnética de la partícula cargada, β es la velocidad de la partícula dividida por la velocidad de la luz (Garcia Munoz, Manson, & Simpson, 1975).

El espectro interestelar de rayos cósmicos primarios calculada analíticamente es:

$$j = A(T+m)^{\gamma}, \quad m = Bexp(-CT)$$
 (23)

Donde la *j* es el flujo de partículas, *T* es la energía cinética y los parámetros se presentan en la siguiente tabla.

Species	Α	В	С	γ
Н	9.9 × 10 ⁸	780	2.5×10^{-4}	2.65
⁴ He	1.8×10^{8}	660	1.4×10^{-4}	2.77
С	1.8×10^{6}	620	5.2×10^{-4}	2.68

Tabla 2. Valores de los parámetros. Tomado de (Garcia Munoz, Manson, & Simpson, 1975)

Espectro de Moskalenko, Strong, Ormes & Potgieter LIS en 2002

Los autores consideraron que para el cálculo de este espectro hacía falta información y por ello recurrieron a dos algoritmos que simulan la producción de antiprotones: el algoritmo DTUNUC Monte Carlo (Ferrari, Ranft, Roesler, & Sala, 1996) y los datos de (Tan & Ng, 1983) y (Tan & Ng, 1983).

El primer paso para calcular el espectro fue partir del modelo de Parker (Parker, 1965) y tomando como base la solución numérica de Crank-Nicholson (Press, Flannery,

Teukosky, & Vetterling, 1986). Se buscó que el modelo obtenido fuera más realista y para ello se aplicó el código *leaky box*, también conocido como weighted-slab otorgando muchas ventajas (Jones, 1991). También se usó el programa GALPROP que reproduce datos observados relacionados al origen y propagación de RC en 3D.

Para el cálculo del LIS compuesto de helio se ha partido del modelo de Parker (Parker, 1965), debido a la baja energía producida se aproxima a un campo de fuerza. La aproximación del potencial de la modulación Φ ha sido escogida usando el monitor de neutrones CLIMAX. Para semejar el espectro a los valores simulados, se ha aproximado una ley de potencias dependiente de la energía cinética, misma que no solo puede ser descrita por una sola función. También se consideró la solución de convección-difusión, incluso se empleó una función χ_n^2 para determinar la calidad de los datos ajustados en cada medición individual.

La función a la que se llegó es (Moskalenko, Strong, Ormes, & Potgieter, 2002):

$$J_{H} = \begin{cases} exp\left(4.64 - 0.08\left(\log\left(E_{\frac{k}{n}}\right)\right)^{2} - 2.91\sqrt{E_{\frac{k}{n}}}\right), & E_{\frac{k}{n}} \le 1GeV\\ exp\left(3.22 - 2.86\log\left(E_{\frac{k}{n}}\right) - \frac{1.5}{E_{\frac{k}{n}}}\right), & E_{\frac{k}{n}} > 1GeV \end{cases}$$
(24)

Para los espectros locales interestelares presentados anteriormente se les ha hecho su gráfica con el fin de compararlos y seleccionar aquellos que ofrezcan un modelo de composición en el núcleo. Como resultado se han seleccionado los LIS propuestos por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017, Burguer & Potgieter LIS en 2000, Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 y Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003. A pesar de que el espectro de Vos & Potgieter LIS en 2015 es más usado por su gran confiabilidad y sencilles, no cuenta con el espectro para núcleos de helio.

El LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 ya no se usa, sin embargo, debe comprobarse nuevamente porque se ha descontinuado su uso, observando de cerca como afecta al cálculo de la semblanza.

Los LIS juegan un papel esencial en el cálculo de la semblanza porque las soluciones de la ecuación de transporte están en función del espectro local interestelar.



Figura 11. Gráfica de los diferentes LIS propuestos por diferentes autores.

5. Ecuación de transporte

Comenzando por una función de distribución F = (x, p, t), que es una función del momento p en un determinado espacio x y tiempo t. Para este caso se obtienen integrando respecto al momento en el intervalo (p, p + dp). La derivada de la función de distribución es:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + v_x \frac{\partial F}{\partial x} + v_y \frac{\partial F}{\partial y} + v_z \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{dp_x}{dt} \frac{\partial F}{\partial p_x} + \frac{dp_y}{dt} \frac{\partial F}{\partial p_y} + \frac{dp_z}{dt} \frac{\partial F}{\partial p_z}$$
$$= \frac{\partial F}{\partial t} + V \cdot \nabla F + \dot{p} \cdot \nabla_p F \qquad (25)$$

Donde $v_x = \frac{dx}{dt}$, $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$, ∇_p es el gradiente en el espacio respecto al momento.

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial F}{\partial x} + v_{y}\frac{\partial F}{\partial y} + v_{z}\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{dp_{x}}{dt}\frac{\partial F}{\partial p_{x}} + \frac{dp_{y}}{dt}\frac{\partial F}{\partial p_{y}} + \frac{dp_{z}}{dt}\frac{\partial F}{\partial p_{z}}$$
$$= \frac{\partial F}{\partial t} + V \cdot \nabla F + \frac{dp}{dt} \cdot \nabla_{p}F \qquad (26)$$

De la ecuación (26) se integra ambos lados (tomando como referencia el signo igual) obteniendo como resultado la ecuación (27) donde el lado izquierdo se integra respecto a todas las direcciones quedando de la siguiente manera:

$$\int_{\Omega} \frac{dF}{dt} d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{\Omega} F d\Omega = 4\pi \frac{df}{dt} \qquad (27)$$

La integral del primer término de la derecha de la ecuación 26 da como resultado:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial F}{\partial t} d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} F d\Omega = 4\pi \frac{\partial f}{\partial t} \qquad (28)$$

Es parcial porque las variables espaciales son independientes entre sí.

Otra forma de escribir el segundo término de la derecha de la ecuación 28 es:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial F}{\partial x} v_x d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial (v_x F)}{\partial x} d\Omega - \int_{\Omega} F \frac{\partial v_x}{\partial x} d\Omega = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{\Omega} v_x F d\Omega \right]$$
(29)

Recordando que v_x y x son independientes. El promedio de la velocidad en dirección x es:

$$\langle v_{\chi} \rangle = \frac{\int_{\Omega} v_{\chi} F d\Omega}{\int_{\Omega} F d\Omega} = \frac{\int_{\Omega} v_{\chi} F d\Omega}{4\pi f}$$
 (30)

Entonces la ecuación (30) se rescribe como:

$$4\pi f < v_x >= \int_{\Omega} v_x F d\Omega \qquad (31)$$

Finalmente obteniendo:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial F}{\partial x} v_x d\Omega = 4\pi \frac{\partial}{\partial x} (f < v_x >) \qquad (32)$$

Se hace lo mismo con el resto de los términos, entonces de forma general se tiene:

$$\int_{\Omega} V \cdot \nabla F d\Omega = 4\pi \nabla \cdot (\langle v_{\chi} \rangle f)$$
(33)

Las integrales de momento se calculan de la siguiente manera:

$$\int_{\Omega} \dot{p} \cdot \nabla_{p} F d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla_{p} (\dot{p}F) - F \nabla_{p} \cdot \dot{p}) d\Omega = \int_{\Omega} \nabla_{p} \cdot (\dot{p}F) d\Omega$$
(34)

Las fuerzas son independientes de la velocidad, pero no de la fuerza electromagnética, $\frac{dp_x}{dt}$ es independiente de p_x . De acuerdo con el teorema de divergencia se tiene:

$$\int \nabla_{p} \cdot (\dot{p}F) d^{3}p = \int_{S} (\dot{p}F) \cdot da = \int_{\Omega} (\dot{p}F) \cdot e_{p} p^{2} d\Omega = \int_{\Omega} p^{2} \dot{p}F d\Omega$$
(35)

Se define da como el área que cubre el volumen.

Integrando respecto a la superficie interna y externa de ancho dp es:

$$\int \nabla_{p} \cdot (\dot{p}F) d^{3}p = \int_{p=p_{2}} p^{2} \dot{p}F d\Omega - \int_{p=p_{1}} p^{2} \dot{p}F d\Omega = 4\pi \left[(p^{2} < \dot{p} > f)_{p_{2}} - (p^{2} < \dot{p} > f)_{p_{1}} \right]$$
$$= 4\pi \frac{\partial}{\partial p} (p^{2} < \dot{p} > f) dp \qquad (36)$$

Por lo tanto:

$$\int_{\Omega} \dot{p} \cdot \nabla_{p} F d\Omega = \frac{1}{p^{2} dp} \int_{V} \nabla_{p} \cdot (\dot{p}F) d^{3}p = \frac{4\pi}{p^{2}} \frac{\partial}{\partial p} (\langle \dot{p} \rangle p^{2}f)$$
(37)

Si se sustituye la ecuación (37) en la ecuación (36) se tiene:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left[< V > f \right] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[< \dot{p} > p^2 f \right]$$
(38)

Se emplea $U_p(x, p, t) = 4\pi p^2 f(x, p, t)$ que es la densidad diferencial de partículas respecto del momento, que no se puede medir directamente, y $S_p \int_{\Omega} V p^2 F(x, p, t) d\Omega = 4\pi p^2 v F_1$ que es el número de partículas por unidad de tiempo, es decir, la densidad diferencial de corriente que relaciona el momento de primer orden F_1 con la densidad diferencial de corriente S_p . Se tiene:

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{\partial U_p}{\partial t} + \nabla \cdot S_p + \frac{\partial}{\partial p} \left(\langle \dot{p} \rangle U_p \right)$$
(39)

La ecuación (39) es conocida como la derivada convectiva, donde la densidad de corriente $S_p = \langle V \rangle U_p$ es el número de partículas por unidad de área, tiempo y

momento. $\frac{dU_p}{dt} \equiv$ a la razón de cambio de U_p siguiendo el movimiento de la partícula que se encuentra compuesto de tres partes:

- $\frac{\partial U_p}{\partial t}$ es el término de cambio temporal.
- $\nabla \cdot S_p$ es el término de flujo.
- $\frac{\partial}{\partial p}(\langle \dot{p} \rangle U_p)$ es el término de cambio de energía.

Las ecuaciones (38) y (39) da como resultado al número de partículas que se pierden en las fuentes y se pierden en los sumideros (Q). De tal forma que la ecuación de transporte de partículas se escribe:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left[< V > f \right] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[< \dot{p} > p^2 f \right] = Q_f \tag{40}$$

Y la ecuación (40) se reescribe como:

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} + \nabla \cdot S_p + \frac{\partial}{\partial p} \left(< \dot{p} > U_p \right) = Q_{U_p} \tag{41}$$

La ecuación (41) es conocida como ecuación de continuidad que es equivalente a la ecuación de continuidad de masa (conservación de masa). Para comprobarlo solo basta con integrar la ecuación en los valores de momento: $0 \le p \le \infty$:

- Primer término: $\int_0^\infty \frac{\partial U_p}{\partial t} dp = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty U_p dp = \frac{\partial n}{\partial t}$ donde *n* es la densidad de las partículas.
- Segundo término: ∫₀[∞] ∇ · S_pdp = ∇ · ∫₀[∞] S_pdp = ∇ · J, donde J es la densidad de corriente. Recordando que J = ∫ S_pdp = n ≪ V ≫ visto anteriormente.
- Tercer término: $\int_0^\infty \frac{\partial(\langle \dot{p} \rangle U_p)}{\partial p} dp = \langle \dot{p} \rangle U_p |_0^\infty = 0$ porque si $p \to \infty$ entonce U_p es cero, mientras que si p = 0, $U_p = 4\pi p^2 F$ también $\to 0$.

Finalmente se llega a la ecuación de continuidad expresada a continuación:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot J = 0 \qquad (42)$$

La notación $\langle \rangle$ significa el promedio sobre todas las direcciones de Ω en el intervalo $p, p + dp, \ll \gg$ es el promedio direccional sobre todos los valores del momento p desde 0 hasta ∞ .

La ETRC en la heliosfera fue deducida la por primera vez por (Parker, 1965), sin embargo, tuvo un error en el término de convección, más tarde en un par de documentos (Gleeson & Axford, 1968) y (Gleeson & Axford, 1968) se planteó una ecuación de continuidad para la función de distribución omnidireccional respecto al momento:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot S + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 < \dot{p} > f) = Q \qquad (43)$$

Donde la densidad diferencial de corriente *S* es:

$$S = CVf - K \cdot \nabla f \tag{44}$$

Donde *V* es la velocidad del VS. Para las dos últimas ecuaciones el momento p puede cambiarse por la rigidez de partícula *P* (imposible que se modifique la distancia en el transcurso de movimiento) o la energía por nucleón *T* con la siguiente relación:

$$P \equiv \frac{pc}{q} = \frac{A}{Z}\sqrt{T(T+2E_0)}$$
(45)

Donde *T* y *E*₀ son la energía en reposo del protón cuyas unidades son *eV nucleón P* en *V*. *K* que es el tensor de difusión de las partículas que contiene los elemento paralelos y perpendiculares respecto al HMF, también existe una parte asimétrica $K_T = \frac{\beta P}{3B}$ que describe las derivas de curvatura y gradiente.

$$C = -\frac{1}{3}\partial \ln f / \ln p \tag{46}$$

La ecuación (46) es el factor de Comton-Getting denotado como *C* (Gleeson & Axford, 1968) indica que al medir un espectro de partículas que se propagan en un medio en movimiento, respecto a un observador fijo, se ve un valor diferente que al de un observador en movimiento en el medio (parecido al efecto Doopler).

 $\langle \dot{p} \rangle \frac{p}{3}V \cdot \frac{\nabla f}{f}$ es la perdida adiabática de los rayos cósmicos visto desde el VS en expansión respecto a un observador fijo, dicho de otra forma, es como si se calculara posicionándose en el viento solar, entonces cambiaria a la forma $\langle \dot{p} \rangle - (\frac{1}{3}) \nabla \cdot V$.

Si se sustituye el flujo y el término de perdida adiabática en la ecuación de continuidad toma varias formas (Caballero-Lopez & Moraal, 2004):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (CVf - K \cdot \nabla f) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^3 V \cdot \nabla f) = Q \qquad (47)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (CVf - K \cdot \nabla f) + \frac{1}{3p^2} (\nabla \cdot V) \frac{\partial}{\partial p} (p^3 f) = Q \qquad (48)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V \cdot \nabla f - \nabla \cdot (K \cdot \nabla f) - \frac{1}{3} (\nabla \cdot V) \frac{\partial f}{\partial lnp} = Q \qquad (49)$$

Debido a su complejidad de las tres ecuaciones presentadas anteriormente no se emplean directamente, pero se usan soluciones aproximadas considerando las siguientes condiciones:

- Suposición de simetría azimutal. Elimina términos cruzados, pero reduce su valor de validez a escalas mayores a una rotación solar.
- Estado estacionario: Reduciendo la variable tiempo a un parámetro y perdiendo la posibilidad de analizar la aceleración en el choque terminal.
- Simetría esférica: Elimina la coordenada latitudinal y perdiendo la referencia del HMF y las derivas.
- Reemplazo de la pérdida adiabática por la pérdida simulada de energía. Solución campo de fuerza.
- Despreciar las pérdidas de energía. Difusión hacia dentro y convección hacia afuera, solución difusión-convección.

5.1 Solución campo de fuerza

Suponiendo que no hay fuentes de rayos cósmicos en la heliosfera (estado estacionario) y no hay pérdida adiabática entonces la densidad diferencial de corriente es:

$$CVf - K \cdot \nabla f = cte = 0 \tag{50}$$

Debe ser igual a cero para evitar singularidad en el origen. Si se supone una geometría esférica se tiene que:

$$CVf - k\frac{\partial f}{\partial r} = 0 \tag{51}$$

Para hacer válida la ecuación anterior en términos convectivos y difusivos se requiere que:

- 1. $\frac{V_r}{V} \ll 1$ valido con altas energías.
- 2. $g = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial r} \ll \frac{c}{r}$ valido para r pequeño.

Lo que significa que la solución de campo de fuerza es una aproximación a la modulación que puede aplicarse en la heliosfera interior y para partículas de alta energía (cientos de MeV/n).

Si se sustituye *C* en la ecuación (51):

$$\frac{Vp}{3}\frac{\partial f}{\partial p} + k\frac{\partial f}{\partial r} = 0$$
 (52)

Que se puede reescribir como:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \langle v \rangle \frac{\partial f}{\partial r} + \langle v \rangle \frac{Vp}{3k} \frac{\partial f}{\partial p} = 0$$
(53)

Donde $F = \langle v \rangle \frac{Vp}{3k}$

Que también puede reescribirse en función de la rigidez

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{VP}{3k} \frac{\partial f}{\partial P} = 0 \tag{54}$$

La rigidez se obtiene integrando respecto la distancia desde el punto inicial hasta a un punto en la frontera.

El coeficiente de difusión se puede separar:

$$k(r, P) = \beta k_1(r) k_2(P)$$
 (55)

Cuya solución es:

$$\int_{P}^{P_{b}(r,P)} \frac{\beta(P')k_{2}(P')}{P'} dP' = \int_{r}^{r_{b}} \frac{V(r')}{3k_{1}(r')} dr' \equiv \phi(r)$$
(56)

Donde ϕ se le conoce como el parámetro de campo de fuerza. Cuando $k_2 \propto P$, ϕ es un potencial y si $\beta \approx 1$ la solución en una dimensión es $P_b - P = \phi$ (Solución empleada en el código). ϕ no representa perdida adiabática

5.2 Solución convección-difusión

Partiendo de la ecuación (49), si se desprecia $Q, \frac{\partial f}{\partial t}$ y el último término, que no es el termino de perdida adiabática, se obtiene:

$$Vf - k\frac{\partial f}{\partial r} = 0 \tag{57}$$

Cuya solución es:

 $f = f_b e^{-M}$ donde $M = \int_r^{r_b} \frac{V dr}{k}$ es la función de modulación y está relacionada con el parámetro de campo de fuerza ϕ , teniendo como resultado:

$$M = \frac{3\phi}{\beta k_2} \tag{58}$$

Donde *M* es adimensional.

Ambas soluciones se encuentran influidas por el LIS, al menos por los parámetros de rigidez porque calculan un LIS en un punto determinado. Debe calcularse adecuadamente ambas soluciones porque son de suma importancia debido a que la función de rendimiento atmosférico se encuentra en términos de las soluciones de la ecuación de transporte, cuyo fin es calcular un espectro de factor de modulación.



Figura 12. Representación gráfica de las soluciones Campo de Fuerza (Φ) y Convección-Difusión (M) comparado con un Espectro Local Interestelar (f_{LIS}). (Caballero-Lopez & Moraal, 2004).

6. Función de rendimiento atmosférico

La función de rendimiento atmosférico (*atmospheric yield function* en inglés) es la relación entre la intensidad de los rayos cósmicos primarios y el conteo realizado por un instrumento en particular dentro de la atmósfera (Caballero-Lopez & Moraal, 2012).

Matemáticamente el proceso es descrito por la tasa de conteo del detector $N(P_c, x, t)$ que se encuentra en función de una rigidez de corte P_c a una profundidad atmosférica x en un determinado tiempo t quedando de la siguiente manera:

$$N(P_c, x, t) = \int_{P_c}^{\infty} \left(-\frac{dN}{dP}\right) dP = \sum_i \int_{P_c}^{\infty} S_i(P, x) j_i(P, t) dP$$
(59)

donde $j_i(P,t)$ es el espectro de rayos primarios *i* sobre la atmosfera, $S_i(P,x)$ es la función de rendición atmosférico dado las partículas, $-\frac{dN}{dP}$ es la tasa de conteo diferencial del instrumento dentro de la atmosfera, a menudo es llamado como función de respuesta diferencial del detector. Sin embargo, este nombre debería ser reservado para la relación $-d \ln N/dP$, el cual es una contribución fraccional por unidad de rigidez para la tasa de conteo del detector. La rigidez de corte es la rigidez mínima necesaria para que una

partícula entre a la magnetosfera. La cantidad dN = dP es la tasa de conteo diferencial del instrumento dentro de la atmósfera. La función de rendimiento que fue usado en el análisis es el siguiente (Caballero-Lopez & Moraal, 2012):

$$S_{H} = \frac{-\binom{dN}{dP}}{J_{H}(P) + 1.584F(P)j_{He}}$$
(60)

Donde F(P) es la tasa entre la función de rendimiento de He y H (Clem & Dorman, 2000):

$$F(P) = F_0 (P_0^a + P^a)^{\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{a}} P \gamma^2$$
(61)

Los valores de la ecuación son: $F_0 = 2.0$, $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 10$, a = 1.4 y $P_0 = 0.45$.

La ecuación (59) permite calcular el espectro de factor de modulación, mismo que es necesario para obtener la semblanza. Los términos J_H y J_{He} de la ecuación (60) son las soluciones de la ecuación de transporte que se encuentran en función de un LIS de acuerdo con su composición en el núcleo. Para facilitar los cálculos se ha recurrido a codificar un programa en Python que se puede encontrar en la siguiente liga: https://github.com/JorUrie/TRC.git

Programa codificado en Python

Se ha codificado un programa en Python versión 3.7 usando el paradigma de programación funcional, con el fin de facilitar el cálculo del espectro de modulación. Para que el código funcione adecuadamente, el usuario debe ingresar datos de un monitor de neutrones y su rigidez de corte correspondiente, con esta información proporcionada, el programa calcula el espectro de modulación a través de la ecuación (59).

Antes de calcular el espectro de modulación se debe calcular un LIS de rayos cósmicos primarios, por lo tanto, se recurre a las soluciones de la ecuación de transporte, convección-difusión y campo de fuerza, que permite calcular un espectro local interestelar para cada uno de los datos de los monitores de neutrones de acuerdo con un LIS como los que se exponía en la sección 4.2.

En resumen, primero se introducen los datos del monitor de neutrones y la rigidez de corte, después el programa calcula un LIS en el límite de la atmósfera terrestre a partir de las soluciones de la ecuación de transporte y que se encuentra en función de la rigidez

de un LIS propuesto por sus correspondientes autores. Finalmente, a partir de los espectros locales interestelares calculados anteriormente, se computa el espectro de factor de modulación, el cuál es sumamente necesario para obtener la semblanza.

7. Semblanza

La semblanza es la correlación cruzada entre dos trazas, es decir, la semejanza de dos señales dadas.

La semblanza convencional es una coherencia normalizada hecha por primera vez por (Taner & Koehler, 1969). Tiempo después (Neidell & Taner, 1971) volvieron a analizarla y observaron que la coherencia y la semblanza eran dos operadores distintos, por lo tanto, la semblanza quedó expresada matemáticamente a continuación:

$$S_{NT}[i] = \frac{\sum_{j=i-M}^{i+M} (\sum_{k=0}^{N-1} q[j,k])^2}{N \sum_{j=i-M}^{i+M} \sum_{k=0}^{N-1} q[j,k]^2}$$
(62)

Donde *i*, *j* son los índices de muestras, *k* es el número de trazas y q[i, j] es la amplitud de traza en el índice de tiempo *j* y número de traza *k* de la corrección *Normal-moveout correction gather* (*NMO gather*). En la práctica es bueno aplicar un filtro *boxcar* h[j] (ventana rectangular) para que el decaimiento sea suavizado, reescribiéndose como:

$$S_{C}[i] = \frac{\sum_{j} h[i-j] (\sum_{k} q[j,k])^{2}}{N \sum_{j} h[i-j] \sum_{k} q[j,k]^{2}}$$
(593)

Existe una expresión alternativa para la semblanza convencional. También se puede expresar como un coeficiente de correlación normalizada, pero primero se debe definir una traza r[j] como una suma sobre el número de trazas:

$$r[j] \equiv \sum_{k} q[j,k] \tag{64}$$

Para simplificar la notación, se define:

$$C_{rq}[i] \equiv \sum_{j} h[i-j] \sum_{k} r[j]q[j,k] \qquad (605)$$

$$C_{rr}[i] \equiv \sum_{j} h[i-j] \sum_{k} r[j]^{2}$$
(66)
$$C_{qq}[i] \equiv \sum_{j} h[i-j] \sum_{k} q[j,k]^{2}$$
(67)

Ahora escribiendo como una semblanza convencional (Luo & Hale, 2010):

$$S_{C}[i] = \frac{C_{rq}[i]^{2}}{C_{rr}[i]C_{qq}[i]}$$
 (618)

La semblanza empleada en este texto fue codificada en Matlab (Cooper & Cowan, 2008) y modificado por el autor. El código empleado calcula la semblanza a partir de la Transformada de Onda Continua (CWT por sus siglas en inglés) que representa una onda 1D en otra más compleja y en dos dimensiones. La CWT se define como:

$$CWT(u,s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \frac{1}{|s|^{0.5}} \Psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$
(69)

Donde *s* es la magnitud, *u* el desplazamiento, Ψ es la señal madre, * significa el complejo conjugado y *t* es la coordenada en tiempo. También se puede expresar en términos espaciales (Teolis, 1998), si la señal madre se expresa como a continuación:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\pi f_b} e^{2\pi i f_c x} e^{-\frac{x^2}{f_b}}$$
(70)

Los modelos obtenidos son figuras bidimensionales cuyos ejes son número de datos contra longitud de onda (proporcionada por el usuario), a un lado se mostrará una barra de colores: rojo para valores igual a 1, que expresa correlación. De color azul corresponde a -1 y se interpretará como anticorrelación.

8. Correlación de los LIS con soluciones de la ecuación de transporte

8.1 Detectores de Neutrones seleccionados por sus latitudes

Anteriormente se sabía que existía correlación entre las manchas solares (MS) y los fenómenos de modulación, así como la anticorrelación entre el campo magnético solar (CM) y los fenómenos de modulación debido al patrón que siguen y que se puede ver en las siguientes imágenes.



Figura 13. Datos de manchas solares obtenidos del Índice de Manchas Solares y Observaciones Solares a Largo Plazo.



Figura 14. Campo magnético solar obtenido del Observatorio Solar Wilcox.

En la Figura 13 se muestra el número de manchas solares registradas desde mayo de 1957 hasta julio de 2022 (tomando un dato por mes). Sobre la misma Figura, también es muy perceptible los ciclos solares en forma de cúspide; se puede apreciar máximos solares en los años 1958, 1970, 1980, 1990, 2014 y con la tendencia que tiene, probablemente el siguiente máximo será en el 2024. Los mínimos solares pertenecen a los años 1965, 1976, 1986, 1997 y 2010, lo mencionado anteriormente corresponde al ciclo de 11 años. En 1958 el Sol tuvo más manchas que en otros años, mientras que en 1970 también hubo un máximo solar, sin embargo, no presentó tantas manchas en comparación a otros años presentados. En cuanto los mínimos solares no hay mayor relevancia porque los valores son muy similares.

La Figura 14 corresponde a un dato por mes del campo magnético solar desde mayo de 1975 a diciembre de 2015. La información presenta varias cúspides y parece no tener cambios en su tendencia, no obstante, en septiembre de 1981 fue el mayor máximo registrado mientras que en marzo de 1991 fue el mínimo valor. Si se traza una línea a lo largo de la gráfica como si fuese una *"regresión"*, nuevos máximos y mínimos perceptibles, mismos que en su mayoría son inversamente proporcional a las manchas solares.

Para poder calcular los modelos deseados, primero se debe computar los factores de modulación a partir de las soluciones convección-difusión (*M*) y campo de fuerza (φ) empleando diferentes espectros interestelares locales, en este caso, se usaron los espectros propuestos por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003, Burguer & Potgieter LIS en 2000, Garcia-Muñoz y Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.

Una vez calculados los factores de modulación, se someterán a semblanza con datos de campo magnético solar y manchas solares respectivamente.

Para el primer análisis se ha seleccionado tres estaciones localizadas en diferentes latitudes de la Tierra y para el segundo se han elegido cinco estaciones, que una vez calculado el factor de modulación, se promediaran.

Los tres detectores de neutrones han sido elegidos de acuerdo con su localización en diferentes latitudes de la Tierra, por lo tanto, uno debe encontrarse cercano al polo

54

magnético norte y otro al sur, mientras que el tercero debe localizarse cerca o en el ecuador como puede verse en la siguiente tabla:

MONITOR DE NEUTRONES	$RIGIDEZ \ DE \ CORTE \left[\frac{Counts}{seg} \right]$
SNAE	0.73
OULU	0.81
AATB	5.90

Tabla 3. Nombre del monitor de neutrones con su respectiva rigidez de corte.

Donde AATB (Alma-Ata B) se ubica en Kazajistán a 43.1°N y 76.6°E a 897 metros sobre el nivel del mar¹³, es decir, se trata de la estación localizada más cercana al ecuador. La estación OULU ubicada en Finlandia a 65.05°N y 25.47°E a 15 msnm¹⁴.

¹³ Almaty, Kazakhstan | NMDB

¹⁴ Oulu, Finland | NMDB

Finalmente, la estación SNAE se encuentra en una base de la Antártica a 71.40°S y 2.51°W a 856 msnm¹⁵.

Las gráficas a continuación son datos descargados que proporcionan los monitores de neutrones mencionados anterioremente desde *the Neutron Monitor Database*¹⁶, los cuales, fueron normalizados de acuerdo al valor más alto contenido en cada estación.



Figura 15. Datos SNAE normalizados obtenidos de NMDB.

¹⁵ SANAE, Antarctica | NMDB

 $^{^{16}}$ NMDB



Figura 16. Datos OULU normalizados obtenidos de NMDB.



Figura 17. Datos AATB normalizados obtenidos de NMDB.

8.2 Detectores de neutrones promediados

MONITOR DE NEUTRONES	RIGIDEZ DE CORTE $\begin{bmatrix} Counts \\ seg \end{bmatrix}$
THUL	0.3
OULU	0.81
KERG	1.14
MOSC	2.43
HRMS	4.58

Los cinco detectores seleccionados se presentan en la tabla a continuación:

Tabla 4. Valores de rigidez de corte para diferentes monitores de neutrones localizados en algún punto de la Tierra.

La estación OULU se localiza a 65.05°N y 25.47° en Finlandia a 15 msnm¹⁷. THUL se localiza a 76.5°N y 68.7°W en Groenlandia a 26 msnm¹⁸. La estación HRMS se encuentra a 34.43°S y 19.23°E en Sudáfrica a 26 msnm¹⁹. MOSC a 55.47°N y 37.32°E en Moscú a 200 msnm²⁰. KERG a 49.35°S y 70.25°E en la isla Kerguelen a 33 msnm, Antártica/Francia²¹.

A continuación, se muestran las estaciones descargadas en NMDB normalizadas, pero antes debe mencionarse que los datos han sido normalizados porque son lecturas de rayos secundarios capturados por un monitor de neutrones localizado en la superficie terrestre, por lo tanto, las partículas recibidas por el monitor de neutrones ya han sido influenciadas por partículas de la atmósfera terrestre, además de haber perdido energía. Sin embargo, los registros son muy útiles porque a partir de aquella información se puede calcular un espectro de factor de modulación que nos indica la cantidad de partículas antes de entrar a la atmósfera terrestre o ser afectadas por la magnetósfera en un tiempo dado (*Counts/s*) en una fecha determinada (*Date*).

¹⁷ Oulu, Finland | NMDB

¹⁸ Thule, Greenland / Bartol | NMDB

¹⁹ Thule, Greenland / Bartol | NMDB

²⁰ Moscow, Russia | NMDB

²¹ Kerguelen, Antarctica / France | NMDB



Figura 18. Datos THUL normalizados obtenidos de NMDB.



Figura 19. Datos OULU normalizados obtenidos de NMDB.



Figura 20. Datos KERG normalizados obtenidos de NMDB.



Figura 21. Datos MOSC normalizados obtenidos de NMDB.



Figura 22. Datos HRMS normalizados obtenidos de NMDB.

Las gráficas mostradas a continuación son los factores de modulación calculados a través de la solución convección-difusión, seguidos por la solución campo de fuerza empleando el espectro propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003. Cabe destacar que se trata de las estaciones seleccionadas de acuerdo por su latitud y sin normalizar.

Como podrá verse en las siguientes figuras el factor de modulación obtenido por ambas soluciones de la ecuación de transporte son similares.



Figura 23. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 24. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 25. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 26. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 27. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 28. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.

Las gráficas presentadas en breve son las semblanzas entre los factores de modulación a través de ambas soluciones (M y φ) y manchas solares para cada detector de neutrones seleccionados que han sido presentados anteriormente. Los ejes de los siguientes modelos son el número de datos (eje de las abscisas) y longitud de onda (eje de las ordenadas) que es propuesta por el usuario; se ha elegido 100 porque de otro modo los modelos se distorsionan, perdiendo resolución y dificultando el análisis.



Figura 29. Estación SNAE a) Semblanza entre el Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 30.Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 31.Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.

nblance Convection-Diffusion SNAE a) 200 Semblance Force Field SNAE 100 b) ath 60 Nav 150 200 250 400 Diff. FF-CD 100 80 c) Wavelength 60 40 150 200 250 300 350 400 450 50 100

Figura 32. Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 33.Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de

Las gráficas de la semblanza entre factor de modulación contra campo magnético para cada detector de neutrones:





Figura 34. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.

Como se puede observar en las figuras presentadas anteriormente, hay pequeñas variaciones que son dependientes de la longitud de onda, por ejemplo, tomando como referencia la Figura 34 a) en el dato 150 a una longitud de onda de 20 podemos ver que hay correlación entre la modulación de rayos cósmicos y el campo magnético solar, sin embargo, si se elige una longitud de onda mayor a 40, se puede observar que hay anticorrelación, ilustrado de color azul. El resto de las figuras se pueden analizar igual por lo que la correlación o anticorrelación se mencionará en función de los colores predominantes.

La semblanza entre el factor de modulación a través de la solución convección-difusión contra cantidad de manchas solares y la semblanza entre el factor de modulación a través de la solución campo de fuerza contra cantidad de manchas solares (figuras 28, 29 y 30) ofrecen soluciones con gran similitud, incluso la diferencia entre amabas semblanzas son valores cercanos a cero en su mayoría. El comportamiento se repite

para las semblanzas entre el factor de modulación a través de la solución conveccióndifusión contra campo magnético solar y factor de modulación a través de la solución campo de fuerza contra campo magnético solar (figuras 31, 32 y 33).

Por lo tanto, los factores de modulación calculados a través de ambas soluciones son semejantes a los datos proporcionados por los detectores de neutrones, además existe correlación entre las manchas solares y los fenómenos de modulación, así como anticorrelación entre campo magnético solar y la modulación.

Para el segundo análisis se calculó el factor de modulación con la solución campo de fuerza y convección-difusión para cada una de las cinco estaciones, que después fueron promediadas con el fin de conocer el comportamiento general de los fenómenos de modulación obteniendo las gráficas que se presentan a continuación:



Figura 35. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 36. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 37. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 38. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 39. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.


Figura 40. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 41. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 42. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 43. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 44. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 45. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 46. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Webber y Lockwood.



Figura 47. Promedio de los factores de modulación de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 48. Valeres mayores y menores a cero de la diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 49. Promedio de los factores de modulación de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 50. Ceros mayores y menores a ceros diferencia entre ambas semblanzas.

Como se puede ver los espectros obtenidos por medio de ambas soluciones proporcionan información análoga a la información proporcionada por los detectores de neutrones, incluso los valores de los factores de modulación son semejantes.

Las semblanzas obtenidas (véase figuras 46a, 46b, 48a y 48b) son semejantes entre sí respectivamente y es más evidente en las diferencias porque se obtiene valores cercanos a cero representado con color verde. Sin embargo, en los extremos se encuentran valores dentro del rango 1 y -1 en su mayoría.

Haciendo referencia a las figuras 47 y 49, los porcentajes obtenidos en las semblanzas a través de ambas soluciones son casi idénticas o iguales, entonces el factor de modulación puede calcularse empleando cualquiera de las dos soluciones indistintamente, sin embargo, si se debe elegir una solución en específico, la solución campo de fuerza es la que mejor se ha ajustado a la información proporcionada por los monitores de neutrones.

77

Gracias a lo realizado anteriormente, se reconfirma que existe correlación entre las manchas solares y los fenómenos de modulación y anticorrelación entre el campo magnético solar y los fenómenos de modulación.

Lo elaborado anteriormente se hizo nuevamente, pero empleando otro LIS, para este caso se eligió el espectro interestelar local propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 51. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 52. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 53. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 54. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 55. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 56. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Las semblanzas entre los factores de modulación contra manchas solares

Figura 57.Estación SANE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 58. Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 59. Esttación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.

Las siguientes figuras son las semblanzas entre factores de modulación contra campo magnético solar.



Figura 60. Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a

través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 61. Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 62. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a

través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.

Ahora los espectros calculados y promediados.



Figura 63. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 64. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 65. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 66. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 67. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 68. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 69. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 70. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 71. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 72. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 73. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.



Figura 74. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000.

Las figuras a continuación son las semblanzas entre los factores de modulación promediados contra la cantidad de manchas solares.



Figura 75. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 76. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas.

A continuación, se muestra la semblanza entre los factores de modulación promediados contra campo magnético solar



Figura 77. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Burguer & Potgieter LIS en 2000 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 78. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas.

También se empleó el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 (Garcia Munoz, Manson, & Simpson, 1975).



Figura 79. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 80. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 81. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 82. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 83. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 84. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.

A continuación, se presentan las semblanzas entre los factores de modulación por ambas soluciones contra cantidad manchas solares y campo magnético solar.



Figura 85.Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 86.Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 87. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Las siguientes figuras son la semblanza entre el factor de modulación contra el campo magnético solar.

Figura 88. Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 89. Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 90. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Nuevamente se calcularon los espectros y se han promediado.

Figura 91. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 92. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 93. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 94. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 95. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 96. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 97. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 98.Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 99. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 100. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.



Figura 101. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.


Figura 102. Promedio de los factores de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975.

Las siguientes figuras son las semblanzas entre los factores de modulación calculada por alguna de las dos soluciones (M o φ) contra manchas solares



Figura 103. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas

Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 104. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas.

Lo mismo para campo magnético



Figura 105. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 106. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas.

Los factores de modulación y semblanzas empleando el espectro propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 (Ghelfi, Barao , Derome, & Maurin, 2017) A continuación, se presentan los factores de modulación seleccionados por su localización geográfica



Figura 107. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 108. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 109. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 110. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 111. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 112. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.

Realizando la semblanza entre los datos mostrados anteriormente contra manchas solares y campo magnético solar se obtiene a continuación:



Figura 113. Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 114. Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 115. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas Solares y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 116. Estación SNAE a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 117. Estación OULU a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 118. Estación AATB a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.

Nuevamente se ha calculado el factor de modulación de cinco monitores de neutrones y se han promediado. Primero se muestra los factores de modulación y después el promedio que es sometido a semblanza contra manchas solares o campo magnético solar, como se ha realizado en los casos anteriores.



Figura 119. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 120. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 121. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 122. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 123. Factor de modulación a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 124. Factor de modulación promedio a través de la solución Convección-Difusión empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 125. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 126. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 127. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 128. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 129. Factor de modulación a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.



Figura 130. Factor de modulación promedio a través de la solución Campo de Fuerza empleando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017.

Se han obtenido las semblanzas a continuación:



Figura 131. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas
 Solares. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Manchas



Figura 132. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas .



Figura 133. Promedio de las estaciones THUL, OULU, KERG, MOSC y HRMS a) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Convección-Difusión usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo
 Magnético Solar. b) Semblanza entre Factor de Modulación a través de la solución Campo de Fuerza usando el LIS propuesto por Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017 contra Campo Magnético Solar y c) diferencia entre ambas semblanzas.



Figura 134. Porcentaje de valores mayores y menores a cero. Diferencia entre ambas semblanzas.

Los espectros calculados por las soluciones convección-difusión y campo de fuerza proporcionan resultados similares entre sí y muy relacionada a la información proporcionada por los detectores de neutrones. También las semblanzas calculadas cuentan con el mismo comportamiento, es decir, existe mayor correlación entre el factor de modulación y manchas solares, así como anticorrelación mayoritaria entre el factor de modulación y campo magnético solar, cabe mencionar que tal comportamiento se repite con los factores de modulación promediados.

Para resumir el análisis de ceros contenidos en las semblanzas se presenta la siguiente tabla:

Análisis de ceros contenidos en las semblanzas	Manchas solares		Campo magnético solar	
	<0	>0	<0	>0
Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003	47	53	46	54
Burguer & Potgieter LIS en 2000	47	53	46	54
Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975	49	51	47	53
Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017	49	51	46	54

Tabla 5. análisis de ceros contenidos de los diferentes modelos presentados anteriormente usando las soluciones de la ecuación de transporte: Convección-Difusión y Campo de Fuerza.

9. Conclusiones

Los análisis en esta tesis se llevaron cabo de manera exitosa permitiendo cuantificar la correlación existente entre el factor de modulación y las Manchas Solares, así mismo como la anticorrelación entre los RC detectados y el Campo Magnético Solar.

Para el primer análisis que fue seleccionar tres grupos de datos proporcionados por los detectores de neutrones localizados en diferentes latitudes de la Tierra, los factores de modulación a través de alguna de las dos soluciones empleadas en este documento ofrecen resultados similares que solo dependerá del factor de rigidez.

Las semblanzas entre las Manchas Solares y el factor de modulación de las estaciones cercanas a los polos muestran mayor correlación que la que se encuentra cercana al

ecuador. El comportamiento no se repite para la semblanza entre el factor de modulación y el Campo Magnético solar, donde la estación cercana al ecuador presenta mayor anticorrelación que para las estaciones cercanas a los polos. El patrón se repite para cada una de las semblanzas que se han realizado en este documento.

Gracias al segundo análisis, que fue la semblanza entre el promedio de cinco estaciones y la información de Campo Magnético solar o Manchas Solares, se logró generalizar y confirmar lo que se presentaba en el primer análisis, además de demostrar que la solución campo de fuerza se ajusta mejor a los datos proporcionados por los detectores.

También, debe destacarse que el factor de modulación calculado con cualquier espectro será similar a la información proporcionada por los detectores, teniendo pequeñas variaciones en las amplitudes. El porcentaje de la cantidad de datos cercanos a cero contenidos en las semblanzas entre los factores de modulación y los datos de manchas solares o campo magnético solar son, en su mayoría, por otra parte, siguen manteniendo cierta proporcionalidad, aunque se han calculado de manera independiente.

De acuerdo con la Tabla 5 que contiene la información proporcionada del análisis de ceros contenidos en la diferencia de las semblanzas, para el contenido de ceros empleado la información de manchas solares y el factor de modulación promediado son muy semejantes al igual que el valor de los ceros contenidos si se usan los LIS de Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003 y Burguer & Potgieter LIS en 2000. Lo mismo sucede si se usan los LIS de Garcia-Munoz, Mason & Simpson LIS en 1975 y Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en 2017. Por lo tanto, los LIS que mejor se ajustan al modelo de la semblanza son Lagner, Potgieter & Webber LIS en 2003, Burguer & Potgieter LIS en 2000 y Ghelfi, Barao, Derome & Maurin LIS en corte a Maurin LIS en 2017 usando la solución campo de fuerza, porque ofrecen valores más constantes.

Gracias a lo realizado en este documento se ha logrado calcular un modelo que permita confirmar con mayor seguridad que existe correlación entre la modulación y las Manchas Solares, porque la actividad solar es menor permitiendo detectar más rayos provenientes del Sol. También se afirma que existe una anticorrelación entre la modulación y el campo magnético solar porque la actividad solar es mayor y hay menos rayos provenientes del Sol que afecte a los rayos cósmicos provenientes de otras fuentes.

132

10. Glosario

AATB: Monitor de neutrones Alma-Ata B ubicado en Kazajistán a 43.1°N y 76.6°E a 897 metros sobre el nivel del mar.

ACR: Rayos cosmicos anomalos (Anomalous Cosmic Ray).

AMS: Alpha Magnetic Spectrometre.

BESS: Ballon-borne Experiment with a Superconducting Spectrometer.

C: Factor de Comton-Getting.

CM: Campo magnético.

CMI: Campo magnético interplanetario.

CWT: Transformada de onda continua.

FEM: Fuerza Electromotriz

FLS: Escaneo rápido de latitud.

H: Hidrógeno.

HCS: Hoja de corriente heliosférica (Heliospheric Current Sheet).

He: Helio.

HRMS: Monitor de neutrones ubicado a 34.43°S y 19.23°E en Sudáfrica a 26 msnm.

IDC: Cámaras de deriva internas.

IGRF: Campo geomagnético internacional de referencia (*International Geomagnetic Reference Field*).

IGY: Modelo de un tipo de monitor de neutrones que se caracteriza por su armazón de parafina.

IS: Cantidades no moduladas.

K: Perdida de energía del viento solar.

KERG: Monitor de neutrones localizado a 49.35°S y 70.25°E en la isla Kerguelen a 33 msnm, Antártica/Francia.

LIS: Espectro Local Interestelar (Local Interstellar Spectra).

M: Solución de la ecuación de transporte convección-difusión.

MCMC: Análisis de cadena de Markov Monte Carlo.

MOSC: Monitor de neutrones localizado a 55.47°N y 37.32°E en Moscú a 200 msnm.

MS: Manchas solares.

NM64: Tipo de monitor de neutrones que se caracteriza por su armazón de polietileno.

NMBD: Neutron Monitor Database.

NMO gather: Normal-moveout correction gather.

OULU: Monitor de neutrones ubicado en Finlandia a 65.05°N y 25.47°E a 15 msnm.

PAMELA: A Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics.

PDF: Función de densidad de probabilidad (*Probability density functions*).

R: Radio relativo al Sol.

RC: Rayos cósmicos.

SNAE: Monitor de neutrones ubicado en una base de la Antártica a 71.40°S y 2.51°W a 856 msnm.

THUL: Monitor de neutrones localizado a 76.5°N y 68.7°W en Groenlandia a 26 msnm.

TOA: Cantidades de rayos cósmicos primarios modulados (Top-of-atmosphere).

TS: Termination Shock.

UA: Unidades atmosféricas.

VS: Viento solar.

 φ : Solución de la ecuación de transporte campo de fuerza.

Referencias

- Alken, P., Thébault, E., & Beggan , C. D. (2021). International Geomagnetic Reference Field: the thirteenth generation. *Earth Planets Space 73*, 49. doi:10.1186/s40623-020-01288-x
- Auger, P., Ehrenfest, P., Maze, R., Daudin, J., & Fréon, R. A. (1939). Extensive Cosmic-Ray Showers. *Reviews of Modern Physics*, 11(3-4), 288-291. doi:10.1103/RevModPhys.11.288
- Balogh, A., Lanzerotti, L. J., & Suess, S. T. (2008). *The Heliosphere through the Solar Activity Cycle*. UK: Springer Berlin, Heidelberg. doi:10.1007/978-3-540-74302-6
- Barouch, E., & Burlaga, L. F. (1975). Causes of Forbush Decreases and Other Cosmic Ray Variations. Journal of Geophysical Research, 80(4), 449. doi:10.1029/JA080i004p00449
- Bastian, T. S., McKibben, R. B., Pyle, K. R., & Simpson, J. A. (1981). Gradients of galactic cosmic rays and anomalous helium to more than 23 A.U. during the increase of solar modulation in 1978-80. *International Cosmic Ray Conference, 10*, 88-91. doi:1981ICRC...10...88B
- Bieber, J. (1999). Perpendicular Diffusion of Charged Test Particles in Magnetostatic Slab Turbulence. 26th International Cosmic Ray Conference (ICRC26), 7, 61.
- Billings, D. E. (1973). Solar Physics: The Quiet Sun. Edward G. Gibson. National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C., 1973 (available from the Superintendent of Documents, Washington, D.C.). xviii, 330 pp., illus. \$6.20. NASA SP-303. *Science*, *182*(4113), 706-706. doi:10.1126/science.182.4113.706.a
- Bobik , P., Boella , G., Boschini , M. J., Consolandi , C., Della Torre, S., Gervasi , M., . . . Tacconi, M. (2013).
 Latitudinal Dependence of Cosmic Rays Modulation at 1 {AU} and Interplanetary Magnetic Field
 Polar Correction. Advances in Astronomy, 1-12. doi:10.1155/2013/793072
- Boschini, M., Della Torre, S., Gervasi, M., Grandi, D., Jóhannesson, G., Kachelriess, M., . . . Tacconi, M. (2017). Solution of Heliospheric Propagation: Unveiling the Local Interstellar Spectra of Cosmic-ray Species. *The Astrophysical Journal*, *840*(2), 115. doi:10.3847/1538-4357/aa6e4f
- Caballero-Lopez, R. A., & Moraal, H. (2004). Limitations of the force field equation to describe cosmic ray modulation. *Journal of Geophysical Research*, *109*(A1), 1-7. doi:10.1029/2003JA010098
- Caballero-Lopez, R., & Moraal, H. (2012). Cosmic-ray yield and response functions in the atmosphere. *Journal of Geophysical Research*, *117*(A12), 1-11. doi:10.1029/2012JA017794
- Clem, J., & Dorman, L. (2000). Neutron Monitor Response Functions. *Space Science Reviews, 93*. doi:10.1023/A:1026508915269
- Cooper, G., & Cowan, D. (2008). Comparing time series using wavelet-based semblance analysis. *Computers & Geosciences, 34*(5), 95-102. doi:10.1016/j.cageo.2007.03.009
- Czechowski, A., Strumik, M., Grygorczuk, J., Grzedzielski, S., Ratkiewicz, R., & Scherer, K. (2010). Structure of the heliospheric current sheet from plasma convection in time-dependent heliospheric models. *Astronomy and Astrophysics*, *516*, 1-10. doi:10.1051/0004-6361/200913542

- Dunai, T. (2010). *Cosmogenic Nuclides: Principles, Concepts and Applications in the Earth Surface Sciences.* Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511804519
- Erickson, K. (2023, Junio 15). ¿Qué es la corona solar? Retrieved from NASA Ciencia SpacePlace: https://spaceplace.nasa.gov/suncorona/sp/#:~:text=La%20corona%20solar%20es%20la,un%20eclipse%20total%20de%20Sol.
- Ferrari, A., Ranft, J., Roesler, S., & Sala, P. R. (1996). The production of residual nuclei in peripheral high energy nucleus-nucleus interactions. *Zeitschrift für Physik C: Particles and Fields*, 71(1), 75-86. doi:10.1007/s002880050149
- Fisk, L. A. (1980). Solar Modulation of Galatic Cosmic Rays. The Astrophysical Journal, 103-118.
- Fisk, L. A., & Gloeckler, G. (2011). ACCELERATION OF GALACTIC COSMIC RAYS IN THE INTERSTELLAR MEDIUM. *The Astrophysical Journal, 744*(2), 127. doi:10.1088/0004-637X/744/2/127
- Fisk, L. A., Kozlovsky, B., & Ramaty, R. (1974). An Interpretation of the Observed Oxygen and Nitrogen Enhancements in Low-Energy Cosmic Rays. *The Astrophysical Journal, 190*, L35.
- Fisk, L., Goldstein, M., Klimas , A., & Sandri, G. (1974). The Fokker-Planck Coefficient for Pitch-Angle Scattering of Cosmic Rays. *Astrophysical Journal, 190*, 417-428. doi:10.1086/152893
- Forbush, S. E. (1954). World-wide cosmic ray variations, 1937–1952. *Journal of Geophysical Research* (1896-1977), 59(4), 525–542. doi:10.1029/JZ059i004p00525
- Garcia Munoz, M., Manson, G. M., & Simpson, J. A. (1975). The anomalous He-4 component in the cosmic-ray spectrum at below approximately 50 MeV per nucleon during 1972-1974. *The Astrophysical Journal, 202*, 265-275. doi:10.1086/153973
- Ghelfi, A., Barao , F., Derome, L., & Maurin, D. (2017). Non-parametric determination of H and He interstellar fluxes from cosmic-ray data. *Astronomy & Astrophysics, 605*, C2. doi:10.1051%2F0004-6361%2F201527852e
- Gleeson, L. J., & Axford, W. I. (1967). Cosmic Rays in the Interplanetary Medium. *The Astrophysical Journal*, *149*, 115-119. doi:10.1086/180070
- Gleeson, L. J., & Axford, W. I. (1968). Solar Modulation of Galactic Cosmic Rays. *Astrophysical Journal*, *154*, 1011. doi:10.1086/149822
- Gleeson, L. J., & Axford, W. I. (1968). The Compton-Getting Effect. *Astrophysics and Space Science*, 2(4), 431-437. doi:10.1007/BF02175919
- Gleeson, L. J., & Axford, W. I. (1968). The solar radial gradient of galactic cosmic rays. *Canadian Journal* of Physics Supplement, 46, 937. doi:10.1139/p68-388
- Holzer, T. (1979). The solar wind and related astrophysical phenomena. In E. N. Parker, C. F. Kennel, & L.
 J. Lanzerotti, *Solar System Plasma Physics* (Vol. 1, pp. 101-176). Washington, DC: National
 Academy of Sciences. Retrieved from https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1979sswp.book..101H

- James, F., & Goossens, M. (2017, December 06). *MINUIT: Funtion Minimization and Error Analysis Reference Manual.* Retrieved from CERN Document Server: https://cds.cern.ch/record/2296388?In=es
- Jokipii, J. R., & Thomas, B. (1981). Effects of drift on the transport of cosmic rays. IV Modulation by a wavy interplanetary current sheet. *Astrophysical Journal, 243*, 1115-1122. doi:10.1086/158675
- Jones, F. C. (1991). Best Approximation to the Weighted Slab Method. *International Cosmic Ray Conference, 2*, 268. Retrieved from https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1991ICRC....2..268J
- Jursa, A. S. (1985). Handbook of geophysics and the space environment, 4th edition. United States.
- Kallenrode, & May-Britt. (1998). *Sun and Solar Wind: Plasmas in the Heliosphere.* Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-662-03653-2_8
- Kivelson, M., & Russel, C. (1995). *Introduction to Space Physics*. Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781139878296
- Langner, U. W., Potgieter, M. S., & Webber, W. R. (2003). Modulation of cosmic ray protons in the heliosheath. *Journal of Geophysical Research*, *108*(A10), 1-9. doi:10.1029/2003JA009934
- Longair, M. (1981). The Solar Wind and its influence upon the local flux of cosmic rays. *High Energy astrophysics*, *1*, 297-327.
- Luo, S., & Hale, D. (2010). Velocity analysis using weighted semblance. *GEOPHYSICS*, 77(2), U15-U22. doi:10.1190/geo2011-0034.1
- Luo, X., Zhang, M., Potgieter, M., Feng, X., & Pogorelov, N. (2015). A Numerical Simulation of Cosmic-Ray Modulation Near the Heliopause. *The Astrophysical Journal*, 808(1), 1-7. doi:10.1088/0004-637X/808/1/82
- Moraal, H. (2013). Cosmic-Ray Modulation Equations. *Space Science Reviews*, *176*(1), 299–319. doi:10.1007/s11214-011-9819-3
- Moskalenko, I. V., Strong, A. W., Ormes, J. F., & Potgieter, M. S. (2002). Secondary Antiprotons and Propagation of Cosmic Rays in the Galaxy and Heliosphere. *The Astrophysical Journal, 565*(1), 280-296. doi:10.1086/324402
- Neidell, N. S., & Taner, T. M. (1971). SEMBLANCE AND OTHER COHERENCY MEASURES FOR MULTICHANNEL DATA. *GEOPHYSICS*, *36*(3), 482-497. doi:10.1190/1.1440186
- O'Neill, P. M. (2006). Badhwar O'Neill galactic cosmic ray model update based on advanced composition explorer (ACE) energy spectra from 1997 to present. *Advances in Space Research*, *37*(9), 1727-1733. doi:10.1016/j.asr.2005.02.001
- Owens, M. J., & Forsyth, R. J. (2013). The Heliospheric Magnetic Field. *Living Reviews in Solar Physics*, 10(1), 5. doi:10.12942/lrsp-2013-5
- Parker, E. N. (1965). The passage of energetic charged particles through interplanetary space. *Planet. Space Sci, 13*(1), 9-49. doi:10.1016/0032-0633(65)90131-5

- Pesses, M. E., Jokipii, J. R., & Eichler, D. (1981). Cosmic ray drift, shock wave acceleration, and the anomalous component of cosmic rays. *The Astrophysical Journal, 246*, L85-L88. doi:10.1086/183559
- Pomerantz, M. A. (1963). International Years of the Quiet Sun, 1964-65. *Science*, *142*(3596), 1136-1143. doi:10.1126/science.142.3596.1136
- Potgieter, M. S., & Moraal, H. (1985). A drift model for the modulation of galactic cosmic rays. Astrophysical Journal, 294, 425-440. doi:10.1086/163309
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukosky, S. A., & Vetterling, W. T. (1986). *Numerical Recipes Example Book* FORTRAN. United States of America: Cambridge University Press.
- Putze, A., & Derome, L. (2014). The Grenoble Analysis Toolkit (GreAT)-A statistical analysis framework. *Physics of the Dark Universe, 5,* 29-34. doi:10.1016/j.dark.2014.07.002
- Putze, A., Derome, L., Maurin, D., Perotto, L., & Taillet, R. (2009). A Markov Chain Monte Carlo technique to sample transport and source parameters of Galactic cosmic rays. I. Method and results for the Leaky-Box model. Astronomy and Astrophysics, 497(3), 991-1007. doi:10.1051/0004-6361/20081082
- Sartini, L., Simeone, F., Pani, P., Io bue, N., Marinaro, G., Grubich, A., . . . Favali, P. (2010). Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*.
- Sekido, Y., & Elliot, H. (1985). Early History of Cosmic Ray Studies. *Astrophysics and Space Science Library, 118*, 33–38. doi:10.1007/978-94-009-5434-2
- Shikaze, Y., Haino, S., Abe, K., Fuke, H., Hams, T., Kim, K. C., . . . Yoshimura, K. (2007). Measurements of 0.2 20 GeV/n cosmic-ray proton and helium spectra from 1997 through 2002 with the BESS spectrometer. *Astroparticle Physics, 28*(1), 154-167. doi:10.1016/j.astropartphys.2007.05.001
- Simpson, J. A. (1957). Cosmic-Radiation Neutron Intensity Monitor. *Annals of the Intertational Geophysical Year*, *4*, 351-373. doi:10.1016/B978-1-4832-1304-0.50020-8
- Smith, E. J., Balogh, A., Forsyth, R. J., & McComas, D. J. (2001). Ulysses in the south polar cap at solar maximum: Heliospheric magnetic field. *Geophysical Research Letters*, 28(22), 4159-4162. doi:10.1029/2001GL013471
- Stoker, H. P., Dorman, I. L., & Clem, M. J. (2000). Neutron Monitor Design Improvements. *Space Science Reviews*, 93, 361–380. doi:10.1023/A:1026560932107
- Stone, E. C., Cummings, A. C., McDonald, F. B., Heikkila, B. C., Lal, N., & Webber, W. R. (2013, jul).
 Voyager 1 Observes Low-Energy Galactic Cosmic Rays in a Region Depleted of Heliospheric Ions.
 Science, 341, 150-153. doi:10.1126/science.1236408
- Strauss, R. D., Potgieter, M. S., Ferreira, S. E., Fichtner, H., & Scherer, K. (2013). Cosmic Ray Modulation Beyond the Heliopause: A Hybrid Modeling Approach. *The Astrophysical Journal Letters*, 765(1), 1-6. doi:10.1088/2041-8205/765/1/L18

- Strong, A. W., Moskalenko, I. V., & Ptuskin, V. S. (2007). Cosmic-Ray Propagation and Interactions in the Galaxy. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 57(1), 285-327. doi:10.1146/annurev.nucl.57.090506.123011
- Tan, L. C., & Ng, L. K. (1983). Calculation of the equilibrium antiproton spectrum. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 9(2), 227-242. doi:10.1088/0305-4616/9/2/015
- Tan, L. C., & Ng, L. K. (1983). Prediction of Interstellar Antiproton Flux Using a Nonuniform Galatic Disk Model. *The Astrophysical Journal, 269*, 751-764. doi:10.1086/161084
- Taner, T. M., & Koehler, F. (1969). VELOCITY SPECTRA—DIGITAL COMPUTER DERIVATION APPLICATIONS OF VELOCITY FUNCTIONS. *GEOPHYSICS*, *34*(6), 859–881. doi:10.1190/1.1440058
- Teolis, A. (1998). *Computational Signal Processing with Wavelets*. Birkhäuser Boston: Birkhäuser Boston, MA. doi:10.1007/978-1-4612-4142-3
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., . . . Zvereva, T. (2015). International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space,* 67(1), 1880-5981. doi:10.1186/s40623-015-0228-9
- Väisänen, P., Usonkin, I., & Mursula, K. (2021). Seven Decades of Neutron Monitors (1951-2019): Overview and Evaluation of Data Sources. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 126(5), 1-11. doi:10.1029/2020JA028941
- Valdes-Galicia, J. F. (1997). 27 Day Cosmic Ray Variation and its Relation to the Interplanetary Neutral Current Sheet Tilt. *International Cosmic Ray Conference, 2*, 121.
- Vos, E. E., & Potgieter, M. S. (2015). New Modeling of Galactic Proton Modulation during the Minimum of Solar Cycle 23/24. *The Astrophysical Journal, 815*(2), 1-8. doi:10.1088/0004-637X/815/2/119