

Reseña histórica de los estudios referidos al

## FLUJO HELICOIDAL EN CANALES

Amado Abel  
Jiménez Castañeda

Armando  
Martínez Arriaga

Christian Alberto  
Caballero Coranguez





Reseña histórica de los estudios referidos al

## FLUJO HELICOIDAL EN CANALES

Amado Abel Jiménez Castañeda

Armando Martínez Arriaga

Christian Alberto Caballero Coranguez

Acrobat Reader  
Haz Click

JIMÉNEZ CASTAÑEDA, Amado Abel  
MARTÍNEZ ARRIAGA, Armando  
CABALLERO CORANGUEZ, Christian Alberto  
*Reseña histórica de los estudios referidos  
al flujo helicoidal en canales*  
Universidad Nacional Autónoma de México,  
Facultad de Ingeniería, 2023, 114 p.

---

## RESEÑA HISTÓRICA DE LOS ESTUDIOS REFERIDOS AL FLUJO HELICOIDAL EN CANALES

Primera edición electrónica  
de un ejemplar (4.5 MB) Formato PDF  
Publicado en línea en noviembre de 2023

D.R. © 2023, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad  
Universitaria, Delegación Coyoacán, C.P. 04510, México, CDMX.

FACULTAD DE INGENIERÍA  
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional  
Autónoma de México. Prohibida la reproducción o transmisión total  
o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita  
del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

---

Cuidado de la edición: Patricia Eugenia García Naranjo  
Diseño y formación editorial: Nismet Díaz Ferro  
Fotografía de portada: Wikipedia commons,  
Esquemas de portada: Nismet Díaz Ferro


 ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>CANALES RECTOS .....</b>	<b>9</b>
2.1	Notas de Leonardo da Vinci .....	9
2.2	Reporte de los tipos y uso de flotadores por J. F. D'Aubuisson De Voisins .....	13
2.3	Instrumentos inventados por Santorio Santorio y Henri Pitot. ....	15
2.4	Otras aportaciones y reportes de J. F. D'Aubuisson De Voisins. ....	16
2.5	Experiencias, análisis y recomendaciones de James Bicheno Francis. ....	19
2.6	Aportaciones posteriores presentadas por James Bicheno Francis .....	22
2.7	Discusiones al artículo de Francis (1878) .....	25
	Discusión de Theodore G. Ellis .....	25
	Discusión de Charles E. Emery .....	27
	Solicitud de Clemens Herschel .....	30
	Discusión de De Volson Wood .....	31
	Discusión de Charles E. Emery .....	33
	Discusión de J. T. Fanning .....	34
2.8	Contribuciones de James Thomson .....	36
2.9	Contribuciones de F. P. Stearns .....	38
2.10	Contribuciones de Arnold Hartley Gibson .....	49
2.11	Contribuciones de M. Möller .....	65

**3 CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL ..... 68**

3.1 Experiencias, hipótesis y conclusiones  
de James Thomson ..... 68

3.2 Trabajo experimental de James Thomson ..... 74

3.2.1 Características del flujo en un canal trapecial  
con curva de 180° ..... 75

3.3 Aportaciones de M. Möller al estudio del flujo  
en canales con curvatura horizontal ..... 80

3.4 Contribuciones de Arnold Hartley Gibson ..... 95

3.5 Aportaciones de S. Goldstein al estudio del flujo  
en canales con curvatura horizontal ..... 96

**4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES ..... 103**

**5 RECONOCIMIENTOS Y AGRADECIMIENTOS ..... 107**

**6 REFERENCIAS ..... 108**

## Resumen

Se presenta una investigación bibliográfica del proceso sobre el conocimiento del movimiento helicoidal dentro del flujo en canales. Se considera que el estudio del fenómeno inició al observar y demostrar que, en la sección transversal de un canal, se tiene una distribución no uniforme de las velocidades; después, se observó que la magnitud de la velocidad disminuye en el sentido vertical hacia el fondo; se continuó con la identificación de una corriente dentro del flujo, la cual se distinguía por ser de mayor velocidad, localizada por debajo de la superficie libre del agua; posteriormente, se notó la presencia de la formación de dos helicoides que se forman en ambos lados de la parte central del canal, con trazo aproximadamente recto. Las observaciones hechas en canales naturales y artificiales, tanto con flotadores como con registros de mediciones puntuales de la velocidad, permitió que varios profesores-investigadores, de diferentes países, como Italia, Francia, Inglaterra, Alemania y EUA, publicaran sus observaciones y experiencias con respecto a las características helicoidales del flujo en canales, tanto de trazo recto como con curvatura horizontal, y su interacción con el transporte de sedimento. Así, se presentan en orden cronológico, la mayoría de las primeras aportaciones al conocimiento de este fenómeno hidráulico, previos a los importantes estudios de Ludwig Prandtl, quien presentó de manera innovadora el concepto de la capa límite, y su efecto en la formación del flujo secundario en canales, desde hace ochenta años, lo que es un parteaguas en el desarrollo del estudio del flujo helicoidal.



## ABSTRACT

A bibliographic investigation of the process of knowledge of the helical motion within the flow in channels is presented. This allows us to consider that the study of the phenomenon began by observing and demonstrating that, in the cross section of a channel, there is a non-uniform distribution of velocities; then, it was observed that the magnitude of the velocity decreases in the vertical direction towards the bottom; it continued with the identification of a current within the flow, which was distinguished by being of higher velocity, and which was located below the free surface of the water; subsequently, the presence of the formation of two helicoids was noted, which are formed on both sides of the central part of the channel, with an approximately straight line. The observations made in natural and artificial channels, both with floats and with records of punctual velocity measurements, allowed several professors-researchers from different countries, such as Italy, France, England, Germany and the USA, to publish their observations and experiences regarding the helicoidal characteristics of the flow in channels, both straight and horizontally curved, and their interaction with sediment transport. Thus, most of the first contributions to the knowledge of this hydraulic phenomenon are presented in chronological order, prior to the important studies of Ludwig Prandtl, who innovatively presented the concept of the boundary layer and its effect on the formation of secondary flow in channels, eighty years ago, which is a milestone in the development of the study of helicoidal flow.

1

2

3

4

5

6

2

## 1

## INTRODUCCIÓN

La evolución de los procedimientos para cuantificar el caudal que transporta un conducto o la descarga de una estructura hidráulica ha sido fundamental para mejorar la administración del agua. Desde tiempos ancestrales, como se ha documentado, por ejemplo, en Rouse e Ince, (1956), se han hecho propuestas usando e innovando métodos que permitan obtener aforos cada vez más precisos. En la actualidad, la importancia de cuantificar lo mejor posible el caudal es internacionalmente reconocida; incluso hoy en día, el agua se cotiza en los mercados financieros, por lo que se vislumbran escenarios complicados en un futuro cercano.

Por un lado, con base en estudios teórico experimentales, se han obtenido fórmulas que son recomendadas cuando se emplean estructuras hidráulicas para aforar. Algunas de esas obras son: los vertedores de pared delgada o de cresta ancha; las compuertas planas y radiales, cuya descarga puede ser libre o sumergida; las estructuras con flujo en régimen crítico, como la canaleta Parshall y la caída libre; entre otras.

Por otro lado, en cuanto al aforo en canales, se dispone de fórmulas empíricas y semi empíricas, tradicionalmente usadas para el cálculo de la capacidad de su conducción, cuando es adecuado considerar que se tienen condiciones de flujo que cumple en forma, al menos aproximada, con la hipótesis de flujo unidimensional, en régimen permanente y uniforme. Dichas fórmulas también son empleadas

1

2

3

4

5

6

3

tanto para el diseño hidráulico de canales, como para estudios de revisión; por ejemplo, en la mayoría de libros de texto de hidráulica de canales, se comenta que el ingeniero francés Antoine Chézy (1718-1798), cerca del año 1775, propuso y utilizó una expresión empírica para calcular la velocidad media en un canal. Herschel (1897) presenta con detalle el origen de la fórmula de Chézy, la cual fue útil para calcular las dimensiones del canal que se requería para transportar agua a la ciudad de París. Dicha fórmula fue empleada como base para obtener otras como la de Gauckler-Manning-Strickler (GMS), (ver Hager, 2001), que es conocida comúnmente como la fórmula de Manning.

Otros métodos para aforar un flujo a superficie libre, se basan en medir y registrar las velocidades en distintos puntos de la sección transversal de un canal; esta ardua e importante actividad permitió saber que es significativa la variación de la magnitud de la velocidad del flujo en la misma sección transversal. Al analizar los registros en los que se reportaban las mediciones de la velocidad, en la misma sección transversal, se observó, por ejemplo, que había una zona, por debajo de la superficie libre del agua, en la que se tenía la velocidad máxima del flujo, y un conjunto de corrientes con trayectoria oblicua al flujo principal del agua en el canal. La aplicación de este laborioso método de aforo ha dado lugar a que, con base en extensos estudios y mediciones, desarrollados en canales naturales y artificiales, y también de laboratorio, quede demostrado ampliamente que, en cualquier punto definido dentro del flujo en un canal, en condiciones de régimen permanente y uniforme, el vector velocidad es diferente con respecto al vector velocidad asociado a cualquier otro punto dentro del mismo flujo; además, en cada punto, el vector velocidad también cambia con el tiempo, pero las características de este varían alrededor de un valor medio en el mismo punto.

Se considera que las primeras publicaciones que se citan en el presente trabajo, y en las que se describe la distribución no uniforme de las velocidades dentro del flujo en la sección transversal de un canal, son los antecedentes del estudio del flujo helicoidal.

Es importante aclarar que el flujo helicoidal se compone del flujo principal y del flujo secundario; este último corresponde a los dos componentes que pertenecen al plano de la sección transversal de un canal; mientras que el flujo primario se integra por los componentes de la velocidad que son normales al plano de la sección transversal; por tanto, el flujo helicoidal es el resultado de ambos flujos.

Para iniciar el estudio del flujo helicoidal, se consideró conveniente hacer la consulta de las primeras publicaciones en las que se documentan los estudios referidos al comportamiento interno de este tipo de flujo, y describir con detalle la historia del conocimiento de este fenómeno, primero en canales rectos, y después las experiencias publicadas en canales con curvatura horizontal. Así, se elaboró una amplia revisión bibliográfica, con lo que se consiguieron los primeros trabajos publicados en los que se reporta la presencia de distribución de velocidades en canales. En particular, Rouse e Ince (1956) y Biswas (1970) citan algunas de las notas elaboradas por Leonardo da Vinci (1452-1519), en las que se hace referencia a la medición aproximada de la velocidad del flujo en canales, y a la presencia de distribuciones de velocidad en la sección transversal del canal, así como también la de remolinos en el flujo; afortunadamente, una parte de esas notas están editadas en varios libros, como por ejemplo, Leonardo da Vinci (1828) y (1956).

Otros trabajos publicados, cuya antigüedad varía entre 390 y 80 años, que se distinguen por iniciar la descripción del comportamiento del

flujo en canales y la presencia de distribuciones de velocidad, fueron realizados por: Castelli (1628), Mariotte (1686), Pitot (1732), D'Aubuisson (1840), Darcy y Bazin (1865), Francis (1868) y (1878), Thomson (1876), (1877) y (1878), Stearns (1883), Gibson (1909), Möller (1929) y Goldstein (1938); todos estos trabajos fueron publicados más de un siglo después de las notas escritas por Leonardo da Vinci. Posterior a estas publicaciones están las de Prandtl (1942) y (1952). Asimismo, existen otros trabajos publicados, por: Boileau (1854), Möller (1883) y Leliavsky (1894), que tienen antigüedad similar a los documentos consultados, pero que desafortunadamente no fue posible conseguir. Seguramente habrá también otros estudios publicados por investigadores de culturas milenarias referidos al tema del flujo helicoidal, como por ejemplo China, Japón e India. Los autores de las publicaciones que se han podido conseguir, con base en la observación del funcionamiento hidráulico de canales naturales y artificiales y del aforo en canales, propusieron sendas descripciones cualitativas del comportamiento del campo de velocidades, así como las posibles causas que dan lugar al flujo helicoidal.

Desde el punto de vista académico, se ha considerado que es fundamental la importancia de actualizar la difusión de esos estudios. Así, el principal objetivo del presente trabajo, consiste en difundir las experiencias adquiridas por reconocidos profesionistas e investigadores, que participaron o estuvieron encargados de hacer aforos en canales; la mayoría de esas primeras publicaciones referidas a este proceso datan de mediados del siglo XIX, en promedio. A continuación, se incluye la interpretación detallada de cada una de las citadas publicaciones, en las que se narra la descripción de una parte de la historia con respecto al proceso de obtención del conocimiento de la existencia del flujo secundario y del flujo helicoidal en canales, así como la importancia que tiene este comportamiento del flujo a

superficie libre, por su interacción con los procesos de erosión y sedimentación en canales; es decir, se trata de documentar y difundir las ideas originales descritas en cada una de las publicaciones que se lograron conseguir, para describir la evolución del conocimiento del flujo helicoidal, y mejorar la comprensión de este interesante e importante fenómeno. Con el objetivo de que este material sea lo más claro posible en cuanto a expresar las ideas originales de los autores, se presentan los textos traducidos al idioma oficial de México (español), con letra cursiva y entre comillas, y se cita de manera clara cada una de las publicaciones originales.

Uno de los trabajos publicados, de fecha reciente, es el de Mahdad Talebpour y Xiaofeng Liu (2019); en el cual se incluye, de manera breve, el estado del arte del flujo secundario en canales, desde Prandtl (1952), hasta 2019.

En el capítulo 2 se presentan, en orden cronológico, los trabajos publicados que se lograron conseguir, con respecto a las distribuciones de las velocidades en la sección transversal, la presencia de una zona de velocidad máxima y el comportamiento helicoidal del flujo en canales de trazo aproximadamente recto.

El capítulo 3 corresponde al estudio del flujo helicoidal en canales con curvatura horizontal, y su influencia en los procesos de erosión y depósito en canales de material arenoso.

Finalmente, en el capítulo 4 se incluyen las conclusiones obtenidas de este trabajo de investigación y difusión, además de las recomendaciones para continuar con el estudio del flujo helicoidal en canales.

Es conveniente aclarar que en varios de los trabajos que se describen en el presente libro, al parecer, se emplean como sinónimos las palabras escritas en el idioma inglés como *erosion* y *scour*; sin embargo, el Diccionario de la Real Academia Española (RAE), explica que erosión se emplea para hacer referencia al «proceso en el que se produce el desgaste de la superficie terrestre por agentes externos, como el agua o el viento». Con respecto a la palabra *scour*, esta se traduce como socavar, y el diccionario de la RAE explica que esta palabra se refiere al «proceso de excavar algo por debajo», lo que favorece la eventual falla. Por otro lado, en libros como el de Melville y Coleman (2000) emplean la palabra *scour* para hacer referencia a la disminución del nivel de la superficie del cauce que se encuentra en la vecindad de las pilas y los estribos de un puente. Así, con respecto al fenómeno del movimiento de material que constituye un cauce arenoso, por el efecto del flujo de agua en un canal, se considera que es mejor emplear la palabra erosión, ya sea del cauce o de cualquier margen del canal. Sin embargo, con el objetivo de expresar las ideas originales de los autores de las publicaciones consultadas, se han conservado las palabras que cada autor ha utilizado, traducidas al idioma español.

1

2

3

4

5

6

8

La evolución de los métodos de aforo en canales, que se basan principalmente en hacer mediciones puntuales de la velocidad en una misma sección transversal, permitió saber que la velocidad del flujo es notablemente variable, y que es común que se presente una zona que se localiza en la parte central del canal, y relativamente cerca de la superficie libre del agua, en la que se tiene la velocidad máxima del flujo. Se ha intentado explicar las razones por las que el flujo en un canal tiene este comportamiento, como se muestra a continuación.

### 2.1 Notas de LEONARDO DA VINCI

En Rouse e Ince (1956) y Biswas (1970), se comenta la inmensa cantidad de notas elaboradas por Leonardo da Vinci (1452-1519); una parte de ellas se refiere a la ingeniería hidráulica. Se sabe que este gran personaje tenía planeado elaborar una publicación dedicada al estudio del agua, la cual desafortunadamente no fue realizada; sin embargo, en ambas publicaciones se citan referencias en las que se incluyen las notas de da Vinci que fueron recuperadas. Una parte de las notas que se refieren al agua fueron editadas por Francesco Cardinali en 1828, en la publicación titulada «Del moto e misura dell' acqua» (Leonardo da Vinci, 1828). Algunos de los párrafos que se refieren al contexto del presente trabajo, traducidos del idioma italiano al idioma oficial de México, son los siguientes:

## Del movimiento del agua corriente

(Página 296, Capítulo VII)

“

Dentro del flujo en un canal se tienen corrientes con infinitos movimientos de velocidades mayores y menores en comparación con la velocidad del flujo total. Esto se demuestra al introducir elementos dentro del flujo de agua clara que, al viajar en suspensión, indican los verdaderos movimientos de las corrientes que los transportan; a veces la corriente lleva los elementos hacia el fondo, y los que son de forma redonda regresan a la superficie del agua; mientras que los que son de forma más alargada o más estrecha en una dirección que en la otra, se mueven tanto como son llevados: estos movimientos son a veces rápidos, a veces lentos, a veces a la derecha, a veces a la izquierda, a veces hacia arriba, a veces hacia abajo, girando y girando dentro de sí mismos, a veces en una dirección, a veces en otra, siguiendo los movimientos de las corrientes dentro del flujo, y en las batallas libradas por tales movimientos siempre es presa del vencedor.

”

## Del curso de los ríos

(Página 301, Capítulo XX)

“

El agua, que desciende por un río recto, se desplaza siempre por un curso oblicuo desde el centro hasta las orillas opuestas, y desde estas hasta el centro del río. Esto se deduce de la explicación dada en otros párrafos, porque si los cursos de los ríos rectos son más altos en el centro y desde los lados, la necesidad dicta que el agua descienda y corra desde el centro hacia los lados, y desde los lados hacia el centro con cursos oblicuos.

”

## Si la corriente es más veloz en la superficie libre o en el fondo

(Página 304, Capítulo XXXIII)

“

El agua tiene mayor velocidad en la superficie que en el fondo. Esto sucede porque el agua en la superficie limita con el aire que es de poca resistencia, porque es más ligero que el agua, y el agua en el fondo está tocando la tierra que es de mayor resistencia, porque es más pesada que el agua y no se mueve. De esto se deduce que la parte que está a más distancia del fondo tiene menos resistencia que la de abajo.

”

Rouse e Ince (1956) describen la manera en la que Leonardo da Vinci empleó flotadores en un canal para medir la velocidad del flujo. Estos autores indican (en la página 44), que «entre los años 1502 y 1503, Leonardo trabajó como ingeniero, al planear y supervisar las obras de canales y puertos en gran parte de Italia central». Así, las notas de da Vinci tienen antigüedad de poco más de 500 años.

En particular, el párrafo referido a la página 304 Capítulo XXXIII, también es citado en la página 145 de Biswas (1979). Además, esta referencia contiene textos y figuras elaboradas por da Vinci, que narran el empleo de flotadores que se mueven tanto en la superficie libre del agua como en suspensión, lo que le permitió observar y explicar las características del movimiento del flujo a superficie libre en canales. Los escritos de Leonardo da Vinci permiten considerar que él fue el primero en referirse a las distribuciones de velocidades que ocurren en un canal con flujo a superficie libre, en régimen permanente; también, al principio de continuidad del flujo; además, del efecto de la pendiente longitudinal del canal en la capacidad de conducción. Probablemente, también fue el primero en cuantificar el caudal que transporta un canal, empleando los conceptos de velocidad media del flujo y del área hidráulica, lo cual comúnmente es atribuido a Castelli (1628).

1

2

3

4

5

6

En Frazier (1974), Levi (1986) y Pedroza (2017), también se incluye la importancia de las notas de Leonardo da Vinci, con respecto a la medición de velocidades dentro del flujo en canales.

El empleo de flotadores para medir la velocidad del flujo en canales siguió en uso por más de doscientos años; por ejemplo, Frazier (1969) reporta que «el abad italiano Benedetto Castelli (1577-1644) publicó en 1628 su libro *Della Misura Dell 'Acque Correnti* (*La medición de las corrientes de agua*); Castelli explicaba en él la conveniencia de utilizar flotadores para medir las velocidades. Si conocía el uso anterior de Leonardo da Vinci (como muchos creen), no lo mencionó. Sin embargo, logró su propósito y se inició una nueva moda de utilizar flotadores».

El empleo de flotadores para medir la velocidad del flujo, también fue utilizado por Mariotte; Levi (1985) narra (en las páginas 232 a 234) las experiencias publicadas por Mariotte en 1686, quien con el empleo de flotadores también encontró la existencia del perfil vertical de velocidades en canales.

Se hace notar que Nezu y Nakagawa (1993) indican que Leonardo da Vinci fue el primero en presentar una descripción cualitativa del fenómeno de la turbulencia en ríos; estos autores explican que él identificó la formación de dos tipos de remolinos en el flujo: uno de ellos, el producido por el mismo flujo; mientras que el otro se debía a la presencia de las pilas de un puente.

1

2

3

4

5

6

## 2.2 Reporte de los tipos y uso de flotadores por J. F. D'Aubuisson de Voisins

D'Aubuisson (1840) describe la importancia de hacer aforos en canales y el uso de los flotadores. En los párrafos siguientes se citan sus contribuciones:

### De la velocidad. Su determinación

(Página 169)

“

El conocimiento de la velocidad de un río es a menudo necesario, bien para poder distinguir la acción de la corriente sobre su cauce, bien, y más frecuentemente, para deducir el caudal de agua transportada. Esta velocidad se suele determinar de forma directa, con la ayuda de instrumentos que han recibido el nombre de hidrómetros. Presentaremos los principales, empezando por los que dan la velocidad de la superficie libre del agua.

”

### Flotadores

(Página 170)

“

145. Lo más sencillo, lo más directo, e incluso lo más seguro cuando se utiliza correctamente, es un flotador que, al colocarlo en el agua, toma su velocidad. En el uso ordinario, se utilizan trozos de madera u otros cuerpos de gravedad específica casi igual a la del agua, y se cuenta el número de segundos que tardan en recorrer una distancia previamente medida. Cuando se desea más precisión, se utilizan bolas huecas de estaño o cobre, o incluso un frasco de medicina, lastradas con bolitas de plomo, para que estos cuerpos se hundan casi por completo en el agua.

1

2

3

4

5

6

”

Se colocan en la parte en la que la velocidad de la corriente es mayor, y lo suficientemente lejos aguas arriba del punto en el que se empieza a contar el número de segundos en el que se cubre el espacio medido, para que cuando lleguen allí ya hayan adquirido la velocidad del fluido circundante. De este modo, y repitiendo la operación dos o tres veces, se puede esperar tener la velocidad de la corriente más rápida con bastante precisión. Pero para las zonas que se encuentran entre ella y los bordes, este método ya no se puede utilizar; el flotador no se mantendría en la dirección necesaria. Hay que tener en cuenta que los flotadores no deben elevarse de forma apreciable por encima de la superficie del fluido; de lo contrario, su dirección, al igual que su velocidad, se vería influida por el viento

### Volante de Inercia

“

146. La velocidad, en un punto dado de esta superficie, puede determinarse muy convenientemente por medio de un volante, o pequeña rueda de paletas hecha de madera muy ligera, y muy móvil sobre su eje. Al ponerlo en la corriente de la misma manera que una veleta se sumerge en el fluido, su centro de percusión tomará aproximadamente la misma velocidad. Dubuat utilizó con éxito una rueda de abeto de 0.73 m de diámetro, que llevaba ocho palas cuadradas de 0.08 m de lado; el eje giraba sobre dos pequeños muñones de hierro sujetos con tapas de cobre: el conjunto pesaba sólo 0.69 kg.

”

## El péndulo hidrométrico

(Página 170)

“

147. Que también se utiliza para el mismo fin, consiste en una bola de marfil o de metal hueca sostenida por un hilo, cuyo extremo se fija en el centro de un cuarto de círculo graduado. Este aparato se coloca por encima del punto cuya velocidad se quiere medir, de modo que la bola se sumerge en el agua. La corriente lo arrastra; el hilo se inclina; y la raíz cuadrada de la tangente de inclinación, multiplicada por un número constante, da la velocidad buscada.

”

### 2.3 Instrumentos inventados por Santorio Santorio y Henri Pitot

La bibliografía consultada permite deducir que, tal vez, el primer aparato para medir la velocidad del flujo fue propuesto por el Dr. Santorio Santorio. Frazier (1969) narra que el Dr. Santorio, aproximadamente en 1610, elaboró un instrumento que permite medir velocidades del viento y del agua, entre otras aplicaciones; sin embargo, al publicar su trabajo en tratados de medicina, su aparato de medición fue prácticamente desconocido.

Por un lado, se hace notar que el invento del Dr. Santorio se desarrolló poco más de un siglo después de las notas no publicadas que elaboró Leonardo da Vinci. Por otro lado, se sabe que el tubo de Pitot fue inventado por el ingeniero francés Henri Pitot en 1732, y que dicho instrumento fue modificado por Henry Darcy en 1858. Así, más de cien años después del invento del Dr. Santorio, se dio a conocer el tubo de Pitot.

1

2

3

4

5

6

El empleo del tubo de Pitot fue fundamental para mostrar la variación de la magnitud de la velocidad en la sección transversal de cualquier canal.

## 2.4 Otras aportaciones y reportes de J. F. D'Aubuisson de Voisins

Algunas de las aportaciones de D'Aubuisson (1840), con respecto a la distribución de velocidades que se tiene en el flujo en un canal son las siguientes:

### Relación entre las velocidades media y superficial

(Página 129)

“

109. La velocidad de las distintas corrientes fluidas de un río es mayor cuanto más alejadas están del cauce y de sus márgenes, de modo que la mayor velocidad en un canal se dará en la superficie de la corriente: en el centro, si la sección transversal es regular; y si no, en las partes que corresponden aproximadamente a la mayor profundidad; es aquí donde se encuentra generalmente la línea del agua, o corriente, de mayor velocidad.

”

Siendo esta velocidad de la superficie la que se determina más fácilmente por la experiencia, el conocimiento de su relación con la velocidad media sería de gran interés en la práctica; permitiría calcular esta última velocidad y, en consecuencia, obtener fácilmente el caudal. La búsqueda de esta relación ha sido también objeto de las observaciones de varios ingenieros hidráulicos.

1

2

3

4

5

6

(Página 171)

“

Pasemos a los hidrómetros para medir las velocidades por debajo de la superficie. Se han ideado y utilizado un gran número de ellos: cito los tres siguientes:

148. El más sencillo es el tubo de Pitot, llamado así por el autor que propuso su uso por primera vez. El que utilizó fue un simple tubo de vidrio doblado en la parte inferior. Lo colocó dentro del flujo, de tal manera que el orificio de este extremo, orientado hacia la corriente, estuvo a la altura de la vena cuya velocidad quería obtener. Esta vena, presionando el fluido contenido en el tubo, hacía que este se elevara en la rama vertical; y la altura a la que se elevaba sobre la superficie del río se consideraba como la altura debida a la velocidad de la corriente.

”

En los apartados 149 y 150, D'Aubuisson (1840) describe otros dos instrumentos desarrollados para medir la velocidad del flujo dentro de un canal, de manera puntual: uno de ellos es el Tacómetro de Brünings, y el otro es el Molinete Hidrométrico de Woltmann.

(Página 175)

“

151. Disminución de la velocidad a medida que uno se adentra en un canal. Con la ayuda de tales instrumentos (tacómetro de Brünings, molinete hidrométrico de Woltmann, tubo hidrométrico de Pitot), se ha reconocido que la velocidad del agua en una corriente disminuye a medida que se acerca al fondo o a las márgenes del canal, y se ha buscado la ley de esta disminución.

D'Aubuisson (1840), en la página 175, indica que

“

En el caso de un río, antes del siglo XVIII, se admitía que las velocidades respectivas de las distintas corrientes de fluido que fluyen unas sobre otras seguían la misma ley que la de las corrientes que emergen de un embalse, a través de un corte en una de sus paredes verticales... De este modo, la velocidad en un río habría aumentado con la profundidad, y aproximadamente como su raíz cuadrada.

Esta doctrina fue admitida por Guglielmini y otros eruditos italianos, los más avanzados de Europa en aquella época, en lo que se refiere al agua corriente. Pero, hacia 1730, Pitot, con la ayuda del tubo hidrométrico que acababa de inventar, y en las pruebas que realizó en el Sena, comprobó que la velocidad disminuía en lugar de aumentar con la profundidad del río. Publicó este importante hecho, que una multitud de observaciones han confirmado posteriormente y generalizado.

”

Se aclara que esta conclusión de Henry Pitot ya había sido obtenida, más de dos siglos antes, por Leonardo da Vinci.

(Página 176)

“

152. Ley de la disminución. Algunos observadores han creído que la mayor velocidad en un río no se tiene exactamente en su superficie, que ocurre un poco por debajo; sin embargo, el ingeniero Defontaine concluyó de sus observaciones sobre el Rin que cuando proviene de la acción del viento, está exactamente en la superficie de la corriente.

1

2

3

4

5

6

¿Según qué ley disminuye a medida que se desciende? En la segunda mitad del siglo pasado, Ximenés y otros ingenieros hidráulicos italianos se dedicaron a investigarlo. En 1789 y 1790, Brünings realizó dieciocho series de experimentos a este efecto, en los distintos brazos del río Rin que atraviesan Holand; en cada una de sus estaciones, y de pie en pie en sentido vertical, midió la velocidad del río, con la ayuda de su tacómetro. A partir de estas y otras observaciones, Woltmann pensó que podía concluir que, partiendo de la superficie, a medida que se desciende, las velocidades disminuyen como las ordenadas de una parábola invertida.

”

“

### 3. Aforo de arroyos

(Página 180)

La estimación de las velocidades, parciales o medias, que acabamos de mencionar, tiene como objeto principal el aforo de los cursos de agua, es decir, la determinación de la cantidad de agua que transportan, cantidad cuyo conocimiento es a menudo de gran interés para la Administración: le permite decidir, con certeza, qué agua se puede conceder de un río a canales, regadíos, etc., sin perjudicar la navegación fluvial; también le permite distribuir, de forma justa y adecuada, un volumen de agua disponible entre varios servicios o fábricas.

”

## 2.5 Experiencias, análisis y recomendaciones de James Bicheno Francis

James Bicheno Francis (1815-1892) publicó en 1868 algunos de los trabajos en los que él participó y/o desarrolló. Una de esas actividades fue el aforo en canales; él reporta que en esa época ya se tenían documentados algunos trabajos; en ellos se indicaba que en una misma

sección transversal de un canal, con flujo a superficie libre, la magnitud de la velocidad cambiaba de un punto a otro, tanto en canales artificiales como naturales, y que había una velocidad máxima, cuya ubicación variaba en el área hidráulica. En esa época se trataba de obtener la distribución vertical de velocidades, que en ese entonces era denominada como la escala de velocidades. La consulta de los trabajos publicados en los que se presentaba la escala de velocidades, le permitió a Francis darse cuenta que no había un acuerdo con respecto a la localización de la velocidad máxima del flujo.

En la página 160 de Francis (1868), se describe lo siguiente:

”

Defontaine, quien experimentó en el Rin, pensó, teniendo en cuenta el viento, que la velocidad máxima estaba en la superficie. Hennoeque experimentó en un brazo del Rin cerca de Estrasburgo; según Boileau, encontró la velocidad máxima como sigue:

- En una brisa tranquila o muy ligera soplando corriente arriba, a aproximadamente una quinta parte de la profundidad debajo de la superficie.
- En un fuerte viento que sopla corriente arriba, a aproximadamente la mitad de la profundidad.
- En un fuerte viento que sopla corriente abajo, en la superficie de la corriente.

Baumgarten, quien experimentó en el canal desde el Ródano hasta el Rin, informa que encontró la velocidad máxima entre un quinto y un tercio de la profundidad de la superficie.

Boileau, quien experimentó en pequeños canales de madera, informa que encontró la velocidad máxima a una quinta parte de la profundidad debajo de la superficie.

Los señores Humphreys y Abbot, del cuerpo de ingenieros topográficos de los Estados Unidos, en relación con sus operaciones para medir el flujo del Mississippi, hicieron una elaborada serie de experimentos con flotadores sumergidos, para determinar la escala de velocidades. Informan que, como resultado medio, encontraron la velocidad máxima, cuando había poco o ningún viento, a aproximadamente tres décimas de la profundidad de la superficie.

Darcy y Bazin, en su extensa serie de experimentos sobre el flujo de agua en canales abiertos, realizados con patrocinio del gobierno francés, informan que encontraron la velocidad máxima debajo de la superficie.

Al parecer, estas discrepancias dieron lugar a que Francis propusiera un método de aforo en canales, el cual aplicó al desarrollar una extensa campaña de estas mediciones, e incluyó el efecto de la velocidad y la dirección del viento en la superficie libre del agua en el canal, además de su efecto en la localización de la velocidad máxima.

En la página 206 de Francis (1868) se indica lo siguiente:

246. El mismo método puede extenderse a la medición de los cursos de agua naturales. Se debe seleccionar un lugar favorable para el propósito; es decir, uno libre de corrientes inversas, el fondo liso, de sección uniforme por una distancia suficiente, y con un tramo aguas arriba libre de curvas, sin grandes irregularidades en la sección ni obstrucciones, como se pueda encontrar. Dos secciones paralelas, en planos con ángulo recto, o casi recto, a la dirección de la corriente; las secciones

se deben medir cuidadosamente, de modo que se pueda conocer la profundidad en cada punto. La distancia adecuada entre las secciones dependerá mucho de la regularidad del canal. Por lo general, es deseable que estén lo suficientemente separadas para permitir que se realicen las observaciones de la velocidad, sin recurrir al uso del telégrafo eléctrico. Exceptuando en ríos muy grandes, una distancia de cincuenta a cien pies, dependiendo del ancho, generalmente permitiría que esto se hiciera con suficiente precisión para la mayoría de los propósitos, aunque generalmente sería deseable una mayor distancia.

## 2.6 Aportaciones posteriores presentadas por James Bicheno Francis

Diez años después, Francis (1878) declara lo siguiente:

Los ingenieros hidráulicos han sido muy reacios en admitir que, generalmente, en los canales abiertos la mayor velocidad no se encuentra en la superficie libre del agua, sino a cierta distancia por debajo de ella; sin embargo, esto ha sido bien establecido, con base en numerosos experimentos, para que se siga dudando de ello. Algunos han atribuido este efecto a la resistencia del aire, lo que sin duda, debe con frecuencia tender a producir tal efecto, en particular cuando la dirección del viento actúa notablemente en el sentido contrario a la corriente; sin embargo, se ha observado que la mayor velocidad se produce a cierta distancia por debajo de la superficie libre del agua, en casos en los que el viento y la corriente tienen la misma dirección, cuando su tendencia debe ser acelerar la velocidad de la superficie libre del agua.

Además, indica que en ese tiempo era común que se hicieran aforos en canales operados por empresas manufactureras, las cuales se

encargaban de hacer las mediciones; para mejorar los aforos, Francis propone las características que se deben tener en el tramo en el que se desarrollan los aforos. Los párrafos siguientes, traducidos del escrito original de Francis (1878), permiten mostrar su interés por compartir sus experiencias e ideas:

“

Se ha observado que hay un cambio continuo en la velocidad, en todas las partes de estos canales, aunque no haya un cambio notable en el caudal, y, por consiguiente, no cambia la velocidad media; esto debe ser producido por un cambio continuo en la posición de las corrientes que se mueven con diferentes velocidades.

El contacto del agua con los tabloncillos que forman los lados del canal reduce la velocidad de las zonas adyacentes de la corriente; las regiones más alejadas de los lados se mueven más rápidamente; esta diferencia en la velocidad tiende a producir remolinos en los que el agua se mueve, por supuesto, en todas las direcciones. Uno de los efectos de esto, creo, es permitir que algunas de las corrientes más rápidas penetren en las que se mueven más lentamente, y que influyan en las masas de agua de las corrientes lentas que están cerca de las paredes laterales, donde se mezclan las corrientes más lentas entre las que se mueven más rápido.

Las variaciones de la velocidad en determinadas partes del canal, cuando no había ningún cambio notable en la velocidad media, eran muy marcadas.

En canales rectangulares en los que la profundidad es menor que la mitad del ancho, el efecto retardador del fondo debe ser mayor que el de los lados; y los remolinos y otros movimientos irregulares resultantes, deben ser mayores en la misma proporción, y el efecto de que las corrientes más rápidas interactúen con las que se mueven más lenta-

mente, causa que las masas lentas sean transportadas desde el fondo hacia la superficie libre del agua, lo que debe producirse en mayor medida por el efecto de fricción causado por las paredes laterales.

Las masas de agua que se mueven con menor velocidad, pueden ser transportadas por el agua que tiene mayor velocidad, y pueden rápidamente, pero no al instante, adquirir la misma velocidad; muchas de ellas llegarían a la superficie antes de adquirir completamente la velocidad normal, donde su fuerza actuante, en dirección vertical, se gastaría en esparcirse lateralmente, y donde la fuerza fuera considerable, hay producción de ebulliciones, tan frecuentemente vistas, particularmente en canales naturales.

La recurrencia constante de los mismos fenómenos, debe causar una acumulación de agua en y cerca de la superficie, moviéndose con una velocidad media algo menor que la velocidad media del agua a cierta distancia por debajo de la superficie. Si estas opiniones son correctas, debe haber un movimiento constante de agua desde cerca del fondo de un canal abierto de agua corriente hasta la superficie. Para comprobarlo, se hicieron experimentos en dos canales localizados en Lowell, Massachusetts.

El párrafo siguiente permite deducir que para realizar algunos de los aforos, Francis trató de que el canal funcionara en condiciones similares a las de experimentos en laboratorio.

Para determinar la velocidad en diferentes partes del ancho del canal, los tubos de estaño se introducen en el agua y, cuando están en posición vertical, son abandonados a la corriente, y se observa el tiempo de su paso entre dos secciones transversales; de ahí se obtiene su veloci-

”

dad media. Para este método de medición del flujo de agua, se hicieron experimentos en un canal acondicionado para ello, en el que las causas habituales de los movimientos irregulares se redujeron al mínimo. Los arreglos para determinar las velocidades de los tubos por medio de un telégrafo eléctrico y un cronómetro marino, operados por hábiles observadores, también redujeron los errores de observación a un mínimo.

Las observaciones hechas por Francis durante los experimentos, le permitieron deducir que el agua que estaba cerca del fondo del canal se dirigía hacia la superficie libre del agua, en distancias que variaban desde diez hasta treinta veces el tirante del flujo. En el canal con menor profundidad y con mayores irregularidades en el fondo, las distancias tendían a tener los menores valores.

## 2.7 Discusiones al artículo de Francis (1878)

Se presentaron y documentaron seis discusiones a Francis (1878), las cuales se citan a continuación.

### Discusión de Theodore G. Ellis

“

Creo que el Sr. Francis tiene indudablemente razón al decir que no es el efecto del viento o la resistencia del aire sobre la superficie del agua lo que causa el retraso, ya que numerosos experimentos han demostrado que cuando el viento se mueve en la misma dirección del flujo, el agua seguirá siendo rezagada en la superficie. También es cierto que las corrientes están todo el tiempo entrelazadas y mezcladas. La línea de mayor velocidad nunca está mucho tiempo en el mismo lugar; se balancea constantemente de un lado a otro, subiendo y bajando. Pero

no puedo entender la idea del Sr. Francis, con respecto al ascenso de masas de materia que se mueven más lentamente por efecto de la fricción del fondo del canal, en forma de curva. De las observaciones realizadas en el río Mississippi y otros ríos, se deduce que si la resistencia proviene del fondo y actúa directamente hacia arriba, cada partícula de agua que se mueve desde el fondo, debe pasar por la línea de mayor velocidad. No veo ninguna razón para que la mayor velocidad de esta línea no se dé a cada partícula de agua que pasa hacia arriba a través de ella. Si el rezago se comunica desde abajo hacia arriba, debe ser en curvas, de modo que el agua ascendente debe tener un movimiento retardado al pasar por encima de la línea de mayor velocidad antes de llegar a la cima. Me parece que eso no puede ser transmitido directamente.

Ha preocupado mucho a los ingenieros hidráulicos saber qué causa esta resistencia en la superficie, y confesaré que soy incapaz de resolver ese problema, aunque hay algunas razones, en mi opinión, para creer que es causada por la resistencia de las riberas y del fondo cerca de las márgenes. Encontramos que en arroyos muy anchos y poco profundos la línea de máxima velocidad se acerca mucho a la superficie, mientras que en los arroyos profundos, con orillas empinadas, la línea de mayor velocidad se localiza más abajo. Como ejemplos de esto están los experimentos del Sr. Révy, en una sección de cinco millas de ancho con una profundidad de cuarenta o cincuenta pies, en la que él, al observar el flujo, encontró la mayor velocidad en la superficie; y en los experimentos de Darcy y Bazin, publicados en su obra, encontramos que en los canales rectangulares tenemos la mayor velocidad casi en la mitad de la sección; el retardo en el centro de la superficie parece ser influenciado de alguna manera desde los lados; el agua cerca de los lados al ser mucho más lenta, parecería frenar a la que está en la superficie libre y cerca del centro. Me parece que esto ofrece la única solución posible del problema. Se ha notado que en los ríos muy anchos tenemos la mayor

velocidad cerca de la superficie, y en los ríos estrechos con pendiente pronunciada y márgenes perpendiculares, la línea de mayor velocidad se presenta casi hasta el centro. Hay otra peculiaridad en la curva de velocidades verticales sobre la que me llamó la atención por primera vez el General Warren del Cuerpo de Ingenieros de los Estados Unidos. La curva resultante de un gran número de experimentos siempre tiene una depresión justo debajo de la mitad, casi haciéndola una línea recta. Esta curvatura disminuye la curva general cerca del fondo, para parecer una parábola. En pruebas experimentales cercanas al fondo del Mississippi, se encontró que la curva retrocede rápidamente.

Hay un lugar plano, entre el fondo y la mitad de la profundidad. Esta es una característica de todas las curvas verticales que he observado, y es bastante marcada en algunas de ellas. De modo que parece que hay realmente dos sistemas de fuerzas actuando, uno para producir la curva en la parte inferior y otro para producir la curva en la parte superior.

En referencia al flujo de agua en los canales, se necesitará mucha más observación de lo que se ha hecho hasta ahora, para encontrar leyes que gobiernen cualquier número de corrientes. Las fórmulas que son aplicables al Mississippi y a grandes ríos no parecen ser aplicables a los pequeños, y las fórmulas aplicables a los ríos pequeños no son aplicables a los grandes.

### Discusión de Charles E. Emery

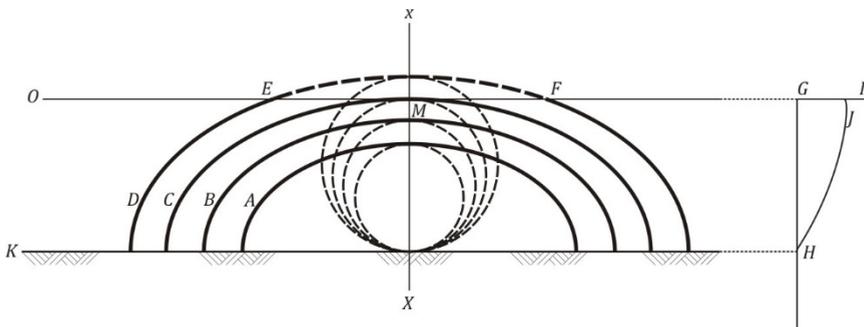
Mientras escuchaba la ponencia del Sr. Francis y los comentarios del Gral. Ellis, sobre este tema, se me ha ocurrido que los fenómenos pueden ser explicados, considerando que la combinación de los movimientos verticales y progresivos del agua se asemejan, en gran escala, a la

resistencia por turbulencia causada por el paso del fluido a lo largo de las superficies en general. Se ha demostrado que cada partícula de agua en una onda se mueve en un círculo, y que las diversas partículas que se suceden en orden causan las sucesivas crestas y valles junto con una apariencia de progresión que en realidad no existe. Sin embargo, en la resistencia por turbulencia las partículas se mueven en un círculo que tiene un movimiento progresivo, por lo que la trayectoria de cada partícula en el espacio es en una cicloide o una modificación de la misma.

Para aplicar este principio al movimiento del agua en canales abiertos, es necesario considerar que las partículas de agua reciben continuamente impulsos hacia arriba (o normales a la plantilla del canal) por deflexión, debida a los impulsos de la corriente en el fondo o del fluido retardado por ello.

El movimiento ascendente se combina con el movimiento progresivo de la corriente, pero las partículas continúan subiendo hasta que son detenidas por fuerzas opuestas e iguales a las originales. Estas fuerzas opuestas o descendentes resultan de la necesidad de reabastecer continuamente el agua proyectada hacia arriba. El camino recorrido por cada partícula debe, por lo tanto, parecerse en sus rasgos generales a una cicloide (ver figura 2.1), al menos en lo que se refiere a la repetición de la curva, aunque tal vez cada rama pueda ser modificada o distorsionada de modo que, por ejemplo, se asemeje a la trayectoria de un proyectil. Las distancias por encima del fondo que alcanzan las diferentes partículas varían en función de la intensidad de las fuerzas de desviación, de modo que el movimiento debería dar lugar a una serie de curvas similares de diferente amplitud, con sus partes ascendentes y descendentes, cruzándose continuamente entre sí.

Al representar las trayectorias aproximadas de algunas partículas por las curvas cicloidales  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  (ver figura 2.1), las ordenadas correspondrán a las variaciones de velocidad. La velocidad reducida de la superficie puede explicarse por el hecho de que el impulso ascendente de algunas partículas será suficiente para llevar la curva correspondiente por encima de la superficie  $\overline{OG}$ , de la corriente, cuando, necesariamente, tales partículas se dispersan en la superficie antes de alcanzar la velocidad máxima en  $x$ . En algún punto, por ejemplo  $M$ , por debajo de la superficie, las curvas no se interrumpen y se obtiene la velocidad máxima de la sección. Representando la velocidad a diferentes alturas por las ordenadas de una curva,  $\overline{JH}$ , medida a partir de una vertical  $\overline{GH}$ , sería de esperarse, con base en las consideraciones anteriores, que el máximo se mostraría por debajo de la superficie en torno a  $J$ , como se ha encontrado en la práctica y que los oradores anteriores han declarado. Es evidente, también, que a medida que aumenta la profundidad de la corriente y el fondo del canal se aproxima más a un semicilindro, por lo que las diversas curvas normales a la superficie del fondo deben unirse para elevar la velocidad máxima más cerca de la superficie, como ha dicho el General Ellis.



**Figura 2.1** Trayectorias en forma de cicloide, de partículas dentro del flujo (Figura original presentada en la Discusión de Charles E. Emery).

## Solicitud de Clemens Herschel

“

Esto toca uno de los temas que son de estudio familiar para mí, y lo ha sido durante muchos años. Y quizás sea bueno que aproveche la ocasión para hacer lo que llamaré un llamamiento a los ingenieros presentes para que nos den algunos datos mejores sobre este tema, de los que hemos podido obtener. Me gustaría introducir un elemento en esta investigación: el elemento de las observaciones simultáneas. Cuando hablamos de una curva de velocidad - una curva de cualquier forma que se quiera - la dibujada en la pizarra o cualquier otra y de cualquier punto de esa curva, trazada como lo haría cualquier ingeniero inteligente, el método que se seguía para obtener ese punto o curva era el siguiente: el ingeniero colocaba un instrumento (del tipo que fuera), en ese punto hoy, a tal hora y minuto, y lo pone allí diez minutos después, y tal vez media hora después, y tal vez una semana después, y, a partir de gran cantidad de veces haciendo esto, dice que en esa sección transversal, y para ese punto, el promedio está allí; y luego, durante una serie diferente de veces se hace lo mismo en otro lugar y el resultado dado es que el promedio es ese. Ahora, he sido afortunado por haber hecho una buena cantidad de trabajo en un establecimiento que visitaremos más adelante, en el que este principio de observación simultánea se ha llevado a cabo durante muchos años, y ha producido resultados de gran valor en la ingeniería hidráulica. Y me parece que si este mismo principio de observación simultánea es aplicado, producirá resultados igualmente novedosos y valiosos. Espero que algún ingeniero, con posibilidades de hacerlo, lleve a cabo la sugerencia. Quiero que utilice un cable o varilla vertical, o algo por el estilo, colocado en el río, y quiero media docena o más de medidores de corriente colocados en ese cable y conectados con registros en la superficie, mediante el uso de electricidad, para que el registro de todos ellos pueda ser leído simultáneamente, y quiero que ese registro se mantenga para que podamos disponer de él durante

1

2

3

4

5

6

”

la permanencia de cualquier período de tiempo razonable. Quiero que estos medidores se coloquen a lo largo de diferentes profundidades y también en diferentes lugares transversalmente, y creo que con una serie de tales observaciones llegaremos muy pronto a eso que todos deseamos, y en el que sólo se podrían fundar teorías seguras.

### Discusión de De Volson Wood

“

Las observaciones hechas por el Sr. Francis con respecto al entremezclado de las líneas de corriente —quizás podría decir las partículas de agua— creo que podrán ser elogios con cierta fuerza a todos nosotros. No me atreveré a dar una razón satisfactoria para que la línea de máxima velocidad se encuentre en un punto particular por debajo de la superficie libre del agua; pero sí a hacer una sugerencia; no me atrevería a hacer ninguna afirmación al respecto que pudiera ser interpretada como una teoría, porque muchos otros han pensado antes en el mismo tema. Se dice que las partículas del fondo de una corriente se abren camino, por así decirlo, hasta la superficie, y es evidente que si eso ocurre las partículas de la superficie encuentran su camino hacia la plantilla del canal. Sabemos que cuando una partícula está sometida a la acción de la gravedad, y es libre de moverse, la aceleración de la velocidad aumenta a medida que la partícula desciende, y me parece que puede ser por alguna fuerza en la presentación de esto en este caso. Admitir que las partículas ascienden. Comienzan con velocidad muy lenta, y constantemente entran en contacto con aquellas que tienen velocidad mayor, y estas actúan unas sobre otras, las más lentas retardan a las más rápidas, y las más rápidas empujan a las más lentas; y este comportamiento continúa hasta que se alcanza una condición de equilibrio. Si esa es la única operación, debemos concluir necesariamente, creo, que la velocidad máxima estaría en la superficie. Pero esas partí-

culas que ahora han llegado a la superficie, deben encontrar su camino de vuelta al fondo de nuevo, y cuando descienden serán retrasadas por el paso de las partículas de abajo, pero aceleradas por la gravedad, y por estas causas pueden ganar un punto de velocidad máxima algo por debajo de la superficie. No veo ninguna fuerza especial en la sugerencia de que estas partículas puedan moverse en áreas cicloidales, ya que creo que es extremadamente dudoso que lo hagan. El tema del movimiento de los vórtices se ha planteado en la pregunta, y quizás muchos de mis oyentes saben tan bien como yo, o incluso mejor, que el profesor Reynolds de Manchester, Inglaterra, hizo algunos experimentos hace unos dos años, con respecto al movimiento del vórtice del agua en un canal, introduciendo alguna materia coloreada en el agua, por medio de la cual pudo ver los movimientos peculiares que se producían. Se produjo un rápido movimiento circular de pequeñas porciones del líquido, que pasaba rápidamente a lo largo de la canaleta sin alterar aparentemente el agua circundante. Este movimiento se ve a veces en el movimiento giratorio del anillo de humo cuando asciende de una pipa o de un cigarro, y que pasa por el aire sin involucrar lo que se encuentra a su alrededor. También vemos que los pequeños remolinos de los arroyos se mueven rápidamente a través del agua sin perturbar el agua circundante. Ahora, cuando reconocemos el hecho de que estos complejos movimientos existen en los arroyos, creo que no es extraño que una fórmula deducida del flujo de una corriente no se aplique a otras. Esto me recuerda una observación que he hecho a menudo en relación con los ingenieros hidráulicos. Parece que hay una satisfacción peculiar de los ingenieros hidráulicos en descartar todo lo que se ha hecho antes, y encontrar las faltas de todos sus predecesores, y especialmente con los que han escrito sobre el tema. El último teórico cree que ha pasado y superado los errores de los que le precedieron. Al menos, parece que el tema no ha sido, y quizás no pueda ser, reducido a esa certeza científica exacta que impedirá a otros investigadores modificar la fórmula

1

2

3

4

5

6

”

existente. Las variadas circunstancias bajo las cuales vemos cuerpos de agua fluyendo —en arroyos profundos, arroyos estrechos, arroyos grandes y arroyos de todos los grados de velocidad— hace bastante evidente que no podemos esperar llegar a una cierta ley matemática. Es uno de esos temas que parecen estar fuera del alcance del análisis puro y, en consecuencia, se deja necesariamente en manos del experimentador. Todo lo que favorece la precisión de la observación tiende a una solución más correcta del problema. Por tanto, la observación del Sr. Herschel con respecto a las observaciones simultáneas es muy valiosa y debería llevarse a cabo. Supongo que no podemos dudar de que la curva de velocidad observada por el General Ellis y el señor Francis es lo suficientemente precisa para establecer que la velocidad máxima es generalmente mayor en un punto por debajo de la superficie que en la superficie. Es una cuestión que nos gustaría explicar sobre bases teóricas. Pero primero los hechos y luego la teoría.

### Discusión de Charles E. Emery

“

Las observaciones del orador, con respecto a que «el agua se mueva en curvas cicloidales, pero que es dudoso que lo haga», no se justifica en vista de las investigaciones que se han hecho sobre el tema en general. Recuerdo, en particular, que la resistencia del casco de los buques se ha explicado satisfactoriamente con la hipótesis de que el agua rueda en círculos sobre la superficie a medida que el buque avanza, por lo que, evidentemente, el movimiento de cada partícula es en forma de un cicloide. Las condiciones en el caso que nos ocupa son totalmente similares. Sólo se requiere que las fuerzas de desviación sean suficientes para que las partículas lleguen a la superficie, cuando, como se ha demostrado, los diversos fenómenos descritos por los oradores anteriores se explican fácilmente.

”

## Discusión de J. T. Fanning

“

No esperaba decir nada sobre este tema. Es un tema muy relacionado con lo que el Sr. Francis y otros han discutido. Como el Sr. Darrach ha presentado, el tema se relaciona con el flujo de agua bajo presión, mientras que, tal como lo presentó el Sr. Francis, se relaciona con el flujo de agua con una superficie libre, como en un arroyo o canal, y a las corrientes resultantes.

Si consideramos el movimiento en este canal, esbozado aquí en el tablero negro, que tiene, digamos, dieciséis pies de profundidad, como el de un cuerpo de moléculas de agua, y pensamos en la profundidad como en moléculas, mil o más millones de moléculas en profundidad, todas las cuales se mueven individualmente, y se mueven entre ellas con muy poca fricción, entonces, tal vez, podamos entender más claramente el movimiento de las corrientes de agua o grupos de moléculas.

Ahora, por ejemplo, supondremos que las diminutas partículas individuales de agua en este canal avanzan con una velocidad relativamente debida al seno del ángulo de inclinación de la superficie del agua; así, si hay un pie de inclinación en una milla, entonces hay una velocidad que todas estas partículas tienden a tomar y que es debida a esa inclinación.

A medida que estas partículas avanzan se encuentran con obstáculos, por ejemplo, este trozo de roca esbozado en el lecho de la corriente, entonces estas partículas que entran en contacto (y el grupo que las rodea inmediatamente son desviadas). Se les da una dirección diferente a la que tendían a tomar fluyendo bajo la influencia de la gravedad, y el grupo de partículas desviadas pasa a través y entre las partículas que se mueven en la primera dirección. Por lo tanto, habiendo tomado una

1

2

3

4

5

6

nueva dirección, y teniendo su progreso frenado por la reacción de la obstrucción, su avance es menor que el de la masa de agua principal, y la velocidad media de todo el cuerpo se reduce. Además, si el grupo de partículas desviado atraviesa el cuerpo principal y llega a la superficie, no puede continuar en la nueva dirección y se desvía de nuevo en parte con un movimiento de dispersión hacia los lados del canal, con una mayor pérdida de velocidad de avance.

Considerando el movimiento de las partículas de esta manera, podemos entender fácilmente cómo la corriente cambia su velocidad en ciertas partes, en el fondo, en los lados y en la superficie, como lo demuestra el experimento.

Los grupos de partículas cerca del fondo y los lados del canal son desviados con frecuencia. Aunque el canal esté suavemente revestido con ladrillos, una parte de las partículas en movimiento se encuentran con obstrucciones en los bordes del revestimiento, y son desviadas hacia arriba desde el fondo y hacia adentro desde los lados, y así pierden su velocidad de avance que tienden a tomar de la gravedad en la dirección general.

Ahora bien, en los casos del agua que fluye en tuberías, hay protuberancias sobre los lados de las tuberías que influyen y retardan el movimiento hacia adelante de las partículas.

No podemos observar tan fácilmente las influencias de las obstrucciones en las tuberías como en los canales, pero el Sr. Darrach nos ha dado algunos datos muy valiosos relacionados con ellos, en sus columnas de coeficientes, que son las medidas de las influencias de esas obstrucciones.

”

## 2.8 Contribuciones de James Thomson

Es conveniente aclarar que antes de la publicación de Thomson (1878), él ya había producido otros trabajos (Thomson, 1876 y 1877); en esos materiales se trata el estudio del comportamiento del campo de velocidades en canales con curvatura horizontal. En particular, la correspondiente al año de 1878, se dedica al flujo a superficie libre en canales rectos, en condiciones de flujo uniforme; en esta publicación se hace notar que, con base en la experiencia adquirida en observaciones y mediciones de las velocidades en la sección transversal de un canal, se había notado la existencia de la distribución vertical de las velocidades, en la que la velocidad aumenta con la profundidad del flujo, desde el fondo hasta la superficie libre del agua, con la peculiaridad de que la velocidad máxima no se presenta en dicha superficie libre del agua, sino por debajo de ella.

Thomson (1878) indica que los resultados experimentales desarrollados en 1850 por Ellet en los ríos Mississippi y Ohio, el libro de D'Aubuisson (1840), y las mediciones realizadas entre los años 1850 y 1861, por el Capitán Humphreys y el Teniente Abbot, en el río Mississippi, permiten concluir que la velocidad máxima no se presenta en la superficie libre del agua, sino por debajo de ella, a una profundidad que varía entre la cuarta parte y la tercera parte del tirante. También aclara que los mismos investigadores hacen notar que este fenómeno no se debe a la interacción de la velocidad del viento con la superficie libre del agua.

Además, Thomson (1878) añade que «a mediados del siglo XVIII, tanto Boileau como Darcy y Bazin, realizaron en Francia experimentos muy importantes del flujo de agua en canales largos y conductos construidos artificialmente, algunos en madera, otros en mampostería y algu-

nos en otros materiales, y que publicaron elaborados relatos de estas investigaciones. Los resultados de los estudios experimentales de Boileau, en el año de 1854, y los de Darcy y Bazin, en 1857, coinciden con indicar que la velocidad máxima del flujo no se localiza en la superficie libre del agua».

En particular, Thomson (1878) cita explícitamente una de las conclusiones de Boileau:

“

La disminución de la velocidad, desde el lugar de máxima velocidad hasta la superficie, debe atribuirse a alguna nueva causa diferente de la que produce la disminución de la velocidad desde el lugar de máxima hasta el fondo. Por ello, la resistencia del aire no puede ser la causa del fenómeno, ello se debe principalmente a las acciones mutuas que unen entre sí a las partículas líquidas, y a los movimientos oblicuos y de rotación que resultan; para explicar la disminución de la velocidad cerca de la superficie libre del agua, se debe estudiar la influencia de esas fuerzas. Continúa diciendo que hay que concebir, en fin, que estos movimientos oblicuos produciendo fuerzas que actúan en dirección transversal al flujo principal, disminuyen según ciertas leyes generales, las fuerzas vivas de avance que los instrumentos hidrométricos están adaptados para indicar.

”

Así, se atribuye la causa del fenómeno principalmente a interacciones entre las partículas del líquido, y a los movimientos oblicuos y de rotación que resultan, bajo la influencia de ciertas fuerzas desconocidas que producen esta mecánica de movimiento.

Esta nueva causa, dice, «no puede ser únicamente debida a la resistencia del aire en contacto con la superficie libre del agua, como ocurre en un conducto a presión; ya que el efecto de fricción entre el viento y

la superficie libre del agua es mucho menor que el que se tiene entre el flujo y una frontera sólida».

Entre las conclusiones obtenidas por Thomson (1878), con base en sus estudios experimentales, destaca que «la velocidad media es mayor a una cierta profundidad de la superficie libre del agua, con disminución gradual desde esa profundidad hasta la superficie, y también, pero con mucha mayor disminución, desde la profundidad de velocidad máxima hasta el fondo del canal (como sucede en condiciones de flujo laminar). Este fenómeno, —según él—, se debe claramente a la elevación de las masas de agua, las cuales, al estar casi en el fondo, tienen menor velocidad, y suben debido a la acción directriz producida por la rugosidad del fondo. Estas masas lentas de agua que provienen del fondo, cuando llegan a la parte superior, se esparcen, haciendo que disminuya la velocidad del flujo en la superficie libre del agua». El documento, en su conjunto, constituye una exposición magistral de este importante tema.

## 2.9 Contribuciones de F. P. Stearns

A continuación, se presenta la traducción de una parte de la publicación elaborada por Stearns (1883), cuyo título es *Una razón por la que la velocidad máxima del agua que fluye en los canales abiertos está por debajo de la superficie*.

“

Este tema, parece haber interesado mucho a los ingenieros hidráulicos de la American Society of Civil Engineers, ASCE, Transactions; la publicación de mayo de 1878, contiene un artículo del Sr. J. B. Francis, ex presidente de la ASCE, cuyo título es *Sobre la causa de que la velocidad máxima del agua que fluye en canales abiertos este por debajo de*

*la superficie*. Este trabajo fue discutido por los Sres. Theodore G. Ellis, Charles E. Emery, Clemens Herschel, De Volson Wood, y John T. Fanning.

En total, se propusieron tres teorías y se señalaron muchos hechos deducidos de observaciones.

En la época en que se publicó el artículo del Sr. Francis, el escritor sostenía sustancialmente los mismos puntos de vista que ahora propone, pero no se basaban, en aquel momento, en datos suficientes para justificar su presentación.

## TEORÍA

Supongamos primero el caso de un solo obstáculo que sobresale del revestimiento de un canal. La corriente que se aproxima a este obstáculo pierde una parte de su velocidad justo antes de llegar a él, lo que provoca un exceso de energía en una pequeña pirámide de agua justo encima del saliente.

Este exceso de energía, a su vez, provoca un flujo transversal del agua en todas las direcciones; pero el flujo transversal más fuerte será en la dirección en la que hay menor resistencia, que es, por regla general, verticalmente hacia la superficie.

Las irregularidades en las superficies de los revestimientos de los canales, incluso los más lisos, que se encuentran en la práctica, son muy grandes en comparación con el tamaño de las partículas de agua que chocan con ellas, las cuales pueden considerarse como obstáculos presentes en todas las partes del revestimiento, cada uno de los cuales tiende a producir un flujo ascendente, como se ha indicado anteriormente.

Aunque la tendencia al flujo ascendente es general, esto no puede ocurrir sin un correspondiente flujo descendente para reemplazar el agua que se eleva, se deduce que sólo tendrá lugar en aquellas partes del ancho del canal, donde los obstáculos que la producen son más frecuentes y más cercanos a la superficie, es decir, generalmente en los lados o cerca de ellos.

Por tanto, la teoría es que en los lados de los canales hay un flujo ascendente,\* debido a la causa ya descrita, que lleva consigo el agua de movimiento lento que siempre se encuentra en las inmediaciones de los revestimientos de los canales, y que esta agua, al llegar a la superficie, fluye hacia el centro del canal, retardando por su movimiento más lento la velocidad de las capas superficiales, provocando así que la velocidad máxima esté, en la mayoría de los casos, por debajo de la superficie.

Hace unos seis años, el Sr. Hiram F. Mills, Ingeniero de la Compañía Essex, Lawrence, Massachusetts, me hizo notar el flujo ascendente en los lados de los canales y su efecto en la reducción de la velocidad máxima; esto ocurrió durante una conversación sobre cierta curva de velocidad vertical. Con base en una correspondencia reciente con el Sr. Mills, he aprendido que en el momento en que esta conversación tuvo lugar, él había investigado el tema y había escrito un artículo sobre el mismo que aún no ha sido publicado. En vista de este conocimiento, decidí no presentar la segunda parte de este trabajo, pero cambié mi decisión a petición suya.

No debe deducirse de lo que se acaba de exponer que el autor cree que existe un flujo continuo en las direcciones indicadas, ya que es bien sabido que los movimientos del agua son muy irregulares, especialmente en canales con revestimientos rugosos o secciones variables, y que las masas de agua encuentran su camino desde el fondo a la super-

ficie en el centro del canal, así como en otros lugares. La idea que desea transmitir es que, en la mayoría de los casos, los resultados de estos movimientos irregulares son en las direcciones indicadas.

Si la teoría que se ha propuesto es cierta, las observaciones deberían mostrar las características siguientes:

1. Un flujo ascendente en el lado de un canal.
2. Un flujo superficial hacia el centro de un canal.
3. La depresión de la velocidad máxima debe aumentar con la rugosidad del revestimiento.
4. La depresión de la velocidad máxima debe aumentar a medida que el canal se hace más profundo en proporción a su ancho, ya que el aumento de la profundidad incrementa el efecto de la rugosidad de las paredes laterales y, por tanto, aumenta el flujo ascendente; mientras que el aumento del ancho aleja el centro del canal de la influencia del flujo ascendente en la superficie.
5. La depresión de la velocidad máxima debe ser mayor en un canal con lados verticales que en uno en el que los lados están inclinados, ya que la relación entre el número de obstáculos en los lados y el número en el centro del canal es mayor en el primer caso que en el segundo.
6. Si el revestimiento de los lados y del fondo son diferentes, la mayor depresión de la velocidad máxima debe producirse cuando los lados tienen el revestimiento más rugoso.

## **OBSERVACIONES QUE APOYAN LA TEORÍA**

### **1. Flujo ascendente en los lados de un canal.**

En la estación de aforo en el conducto de Sudbury, se observó que la mayoría de las burbujas que pasaban flotando, ninguna estaba a menos

de 1 pie de los lados del conducto. Esto demuestra que el agua superficial cerca de los lados venía de abajo, de lo contrario, las burbujas se habrían distribuido por toda la superficie.

El rasgo que acabamos de señalar estaba también muy marcado en un canal recto de unos 6 pies de ancho, pavimentado con piedras ásperas colocadas sin mortero.

Una prueba más de la teoría del flujo ascendente se realizó aumentando la rugosidad lateral, hasta que el flujo ascendente se hizo visible. Esto se hizo colocando una tabla de 6 pulgadas verticalmente en la corriente, en el lado de un canal rectangular de 19 pies de ancho. El aserrín se mezcló con el agua para poder trazar sus movimientos, y se observó que el agua fluía desde abajo a lo largo de la tabla hasta la superficie, y desde ahí se movía hacia el centro del canal.

## **2.- Flujo superficial hacia el centro de un canal.**

Las observaciones ya señaladas en apoyo de la teoría del flujo ascendente son casi igualmente aplicables al flujo hacia el interior del canal en la superficie, y, además, se puede citar la afirmación del comandante Allan Cunningham, basada en observaciones hechas durante sus experimentos hidráulicos en Roorkee, en la que afirma que «incluso en las márgenes rectas artificiales, el empleo de flotadores cerca de las orillas es muy difícil, debido a la corriente transversal predominante en la superficie, que proviene desde las márgenes, y que es tan marcada que en un conjunto de flotadores colocados a sólo 7.5 pulgadas de una orilla vertical recta, ocasionalmente se corrió un centenar de flotadores de superficie antes de que se obtuvieran tres en curso justo sobre un recorrido de 12.5 pies. Se supone que este flujo superficial transversal es causado por alguna razón que reduce la presión en el centro, consecuente a la mayor velocidad central (cita como referencia una publica-

ción de Henry Moseley). Para mantener alto el nivel de agua en el borde, este flujo superficial desde la orilla implica claramente un flujo sub-superficial hacia los bordes; los experimentos mostraron esto indirectamente, ya que los flotadores dobles sumergidos profundamente y las varillas se movieron sin ningún sesgo general.»

La afirmación citada anteriormente se basa en extensos experimentos y es muy concluyente en lo que respecta al flujo ascendente y descendente del agua, aunque la sugerencia sobre la causa entra en conflicto con las ideas expuestas en este documento.

### **3.- Depresión de la velocidad máxima por aumento de la rugosidad del revestimiento.**

Esta característica se muestra claramente en los experimentos de Darcy y Bazin (1865). Los casos más marcados se observan al comparar la distribución de las velocidades en canales rectangulares revestidos de cemento pulido o de tablones, con la de canales similares revestidos de tablones en los que se han clavado listones a cada 5 cm; también comparando con canales semicirculares revestidos con cemento pulido y con grava.

### **4.- El aumento de la depresión de la velocidad máxima debido al aumento de la relación de la profundidad al ancho.**

Esta característica se muestra claramente en la Figura XX, página 324 (de la publicación original de Stearns), en la que se representa la distribución de las velocidades en el conducto de Sudbury con diferentes profundidades de agua; Darcy y Bazin indican que la misma característica se nota de manera prominente en sus resultados experimentales.

Los experimentos de Révy (se cita una publicación de Révy, J. J.), en el río de La Plata, realizados donde el agua tenía 25 pies de profundidad, a varias millas de la playa, mostraron que la velocidad máxima está en la superficie, y que la velocidad disminuía desde la superficie hasta el fondo de manera uniforme. Se puede decir que estos experimentos indican que, en un punto suficientemente alejado de la influencia de los lados, cualquier canal que tenga un fondo casi nivelado tendrá también la máxima velocidad de la corriente en la superficie. Sin embargo, esto no puede considerarse más que una indicación, ya que fueron pocos en número, realizados en una misma línea vertical del canal, afectado un poco por las mareas.

#### **5.- La depresión de la velocidad máxima es más grande cuando los lados son verticales que cuando están inclinados.**

Esta característica es notable en los experimentos de Darcy y Bazin cuando la distribución de las velocidades en los canales triangulares o semicirculares es comparada con la distribución en canales rectangulares con mismo revestimiento; sin embargo, esto no es una muestra tan definitiva como las otras características ya indicadas.

En un experimento realizado en un canal revestido de tablonés, con un lado vertical y el otro inclinado en un ángulo de 45 grados, la velocidad máxima no estaba en el centro del canal, sino que estaba más cerca del lado inclinado, lo que indica que el agua lenta fluye con más fuerza por el lado vertical que por el otro. En otro canal con una forma similar a la última descrita, pero en el que el lado casi vertical fue revestido de mampostería colocada con mortero, el fondo de tierra fangosa, y el lado inclinado con un pavimento de piedra de escombros, colocado en seco, en casi toda la altura con tierra por encima, la velocidad máxima, en lugar de estar más cerca del lado inclinado, estaba muy cerca de la pared vertical. Al parecer en este caso la rugosidad del lado inclinado, mostrada con

base en una figura de Darcy y Bazin, e indicada por una descripción, tuvo un efecto mayor en el aumento del flujo ascendente en comparación con la que tenía el lado inclinado.

#### **6.- La mayor depresión de la velocidad máxima cuando el revestimiento de los lados es más rugoso que el revestimiento del fondo.**

No se ha podido encontrar ningún experimento relacionado con este tema, excepto el único que se acaba de mencionar, en el que se combinó la influencia de diferentes revestimientos con la influencia de una sección no simétrica del canal.

### **CONCLUSIONES DE OTROS ESCRITORES**

Las conclusiones a las que han llegado y las teorías que han propuesto algunos escritores, que han tratado de explicar por qué la velocidad máxima está por debajo de la superficie, serán referidas brevemente para efectos de comparación.

El Sr. Francis (1878) ha sugerido que «puede deberse a que el agua de movimiento lento en el fondo se mueva hacia la superficie libre, y para demostrar que tal acción tiene lugar, da cuenta de algunos experimentos que demostraron que la cal descargada en medio de un canal, a unas pocas pulgadas por encima de su fondo, apareció en la superficie no muy lejos de la corriente». No cree que pueda atribuirse en gran medida a la resistencia del aire.

El General T. G. Ellis ha hecho la siguiente declaración (Francis, 1878): «Los ingenieros hidráulicos se han preocupado mucho por saber cuál es la causa de esta resistencia en la superficie, y confieso que soy incapaz

de resolver ese problema, aunque hay algunas razones, en mi opinión, para creer que es causada por la resistencia de las orillas y del fondo cerca de las orillas. Encontramos que en los arroyos muy anchos y poco profundos la velocidad se acerca mucho a la superficie, mientras que en los arroyos profundos, con orillas empinadas, la línea de mayor velocidad se lleva más abajo. Como ejemplos de esto, están los experimentos del Sr. Révy, en una sección de 5 millas de ancho con una profundidad de 40 o 50 pies; al observar la corriente encontró la mayor velocidad en la superficie; y en los experimentos de Darcy y Bazin, publicados en sus obras, encontramos que en los canales rectangulares tenemos la mayor velocidad casi en la mitad de la sección; el retardo en la mitad de la superficie parece provenir de alguna manera desde los lados; también parece que el agua cerca de los lados, siendo mucho más lenta, parecería, estando cerca de la superficie, retenerla cerca del centro. Me parece que esto ofrece la única solución plausible del problema. Se ha encontrado que en los ríos muy anchos tenemos la mayor velocidad cerca de la superficie, y en los ríos angostos, con pendiente longitudinal fuerte y márgenes perpendiculares, la línea de mayor velocidad es llevada hacia abajo, casi hasta el centro. Este hecho parece verificar esta teoría».

En otro lugar dice: *«Creo que el Sr. Francis tiene sin duda razón al decir que no es el efecto del viento o la resistencia del aire sobre la superficie del agua lo que causa el retardo».*

El Sr. Charles E. Emery ha dado una explicación (Francis, 1878), basada en la suposición de que las partículas de agua se mueven en trayectorias que son aproximadamente curvas cicloidales.

El profesor De Volson Wood (1879), partiendo de la premisa de que debe producirse un flujo descendente de partículas de agua desde la superficie hacia el fondo, para reemplazar el agua que sube desde el fondo,

como lo demuestran los experimentos de Francis (1879), dice: «que la gravedad que actúa sobre las partículas durante su descenso aceleraría, o al menos tendería a acelerar, su movimiento; y que la acción de la gravedad, combinada con los movimientos producidos por las acciones mutuas de las partículas, podría explicar la posición del punto de máxima velocidad».

El Sr. D. Farrand Henry (1871), después de un examen exhaustivo de los experimentos a los que tuvo acceso estableció: «el descenso de la velocidad máxima parece depender de la relación entre la profundidad y el ancho, aumentando con la profundidad, y de las características del fondo, aumentando un poco con su rugosidad; también, que la velocidad máxima es menor en los canales rectangulares que en los triangulares». También hace notar un hecho que es observable mediante una inspección de la Figura XX (Francis, 1878), que las líneas de igual velocidad siguen aproximadamente paralelas al fondo y a los lados hasta la proximidad de la profundidad media, «cuando se dirigen en líneas con curvatura hacia el centro, como si fueran forzadas desde la parte superior de los lados verticales».

Entre los experimentos de Darcy y Bazin, hay algunos con respecto al flujo en un canal rectangular cerrado que funciona lleno con poca presión, y cuando funciona medio lleno en condiciones ordinarias de un canal abierto. En el primer caso, las líneas de igual velocidad fueron casi paralelas con las paredes de la sección, mientras que en el segundo caso mostraron las características de movimiento irregular que fueron notadas en los demás canales rectangulares abiertos. Refiriéndose a estos experimentos, M. Bazin observó que la distribución uniforme de las velocidades en el canal, cuando se llena, es causada por la invariabilidad de los lados, lo que establece una especie de concordia entre todas las partes del líquido, y opuesta a todos los movimientos irregula-

res y a las ondulaciones que se observan en la superficie de los canales. Bazin añade: «en el flujo en el canal abierto, por el contrario, la ausencia de resistencia en la superficie superior de la corriente y la falta de simetría e invariabilidad en la sección favorece la producción de toda clase de movimientos irregulares que se acercan a la superficie; y es a esta causa, sin duda, que podemos atribuir en gran parte a la disminución de la velocidad en las capas superficiales». Tras afirmar que no puede deberse a la resistencia del aire, concluye: «Está, por tanto, en la propia naturaleza de los elementos constitutivos y en los movimientos interiores de la corriente que debemos buscar la causa de las irregularidades que se producen en las capas superiores».

Las últimas observaciones sobre este tema de las que ha tenido conocimiento el autor son las del comandante Cunningham. Como resultado de sus experimentos en Roorkee, observa (cita una referencia titulada *Recent Hydraulic Experiments*): «que ni la depresión real ni la de la velocidad máxima depende mucho de la profundidad del agua, de la pendiente de la superficie, de la velocidad o del estado del viento, también, todos los experimentos modernos muestran que la velocidad de avance disminuye al acercarse a un margen, debido a la fricción». Al autor le parece que el propio aire debe considerarse como un margen de resistencia superior eficiente en todos los canales abiertos, y si el aire es resistente en absoluto, entonces es una causa siempre presente de retardo del flujo superficial hacia adelante. Si es así, incluso en un grado pequeño, la línea de velocidad máxima debe ser necesariamente deprimida en todas partes, y en un canal rectangular esta depresión aumentaría, y sería mayor (pero por encima de la profundidad media) en las orillas, porque la resistencia de los bordes que forman parte del perímetro mojado, es decir, de los lados y de la parte superior, aumentaría hacia las orillas. Estas conclusiones coinciden con los resultados mostrados tanto en los experimentos de Bazin como en los experimentos hidráulicos de Roorkee.

”

De las citas que se han dado, se verá que las opiniones de los diferentes escritores sobre las causas de la disminución de la velocidad máxima son muy diversas, y puede ser que el próximo que intente dilucidar el tema, coloque la teoría expuesta en este artículo entre los que disiente. Al revisar todo el tema, sin embargo, el autor considera que la evidencia es muy fuerte en cuanto a que un flujo ascendente en los lados y un flujo hacia el centro en la superficie son razones para un descenso de la posición de la velocidad máxima.

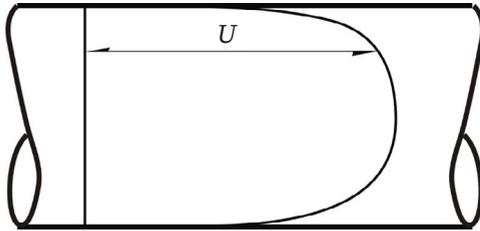
## 2.10 Contribuciones de Arnold Hartley Gibson

El Ingeniero y Profesor Gibson (1878-1959), publicó en 1909 un trabajo titulado *Profundidad del filamento de velocidad máxima en el flujo de un canal abierto*. En los párrafos siguientes están citadas las observaciones e ideas del Prof. Gibson, con respecto a la presencia de corrientes que se mueven en dirección oblicua al eje longitudinal de un canal, y que influyen en la trayectoria y localización del filamento de máxima velocidad del flujo, así como la serie de experimentos que desarrolló y sus conclusiones.

Gibson, inicia con la descripción siguiente:

“

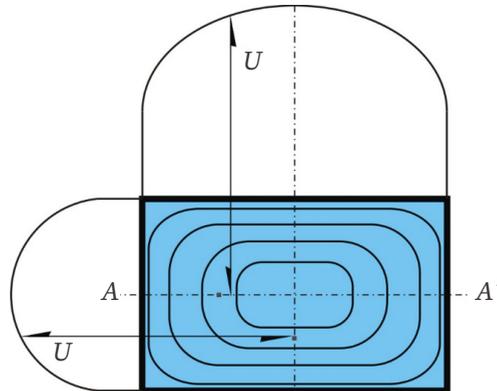
Quando el agua fluye con movimiento sinuoso a través de una tubería circular, la fricción del flujo con las paredes sólidas del conducto reduce la velocidad del flujo axial; así el efecto es mayor mientras más cerca esté el flujo de las fronteras laterales, siendo la velocidad mayor en el centro y menor en los lados, como lo indica la distribución transversal de velocidades mostrada en el esquema de la figura 2.2.



**Figura 2.2** Efecto de las fronteras sólidas en la distribución transversal de la velocidad (Figura original de Gibson, 1909, con adecuaciones)

En el caso del flujo a través de una tubería con sección transversal rectangular, se nota el mismo efecto, siendo las curvas de velocidad transversal y las curvas que unen puntos de igual velocidad, o los contornos de igual velocidad en una sección transversal, como se presenta en la figura 2.3. Nuevamente, la velocidad máxima se encuentra en el centro de la sección transversal del conducto.

**Figura 2.3** Distribuciones de velocidades en una tubería de sección transversal rectangular (Figura tomada de Gibson, 1909)



Por analogía con este último caso, cabría esperar que cuando el flujo sea a través de un canal abierto, con sección transversal de forma rectangular, el filamento de la velocidad máxima se encontraría en la superficie del agua y en el centro de la corriente, y se tendría una distribución de velocidades como la que se tiene entre la plantilla del conducto y la línea AA' de la tubería rectangular mostrada en la figura 2.3, o incluso a través de un canal abierto de cualquier forma de sección transversal.

En la mayoría de los casos, esta última suposición es bastante bien justificada con base en resultados experimentales, aunque en algunos casos se han observado dos puntos de velocidad máxima, uno a cada lado y a cierta distancia del centro. Posteriormente se hará referencia a este hecho.

En el caso de una corriente ancha, rápida y poco profunda, se encuentra que el filamento de velocidad máxima se produce a cierta profundidad por debajo de la superficie libre del agua. Su profundidad varía un poco con la dirección del viento y con las características físicas del arroyo y, en un día tranquilo, suele oscilar entre una y cuatro décimas de la profundidad del flujo.

Este fenómeno de la depresión del filamento de velocidad máxima ha sido muy discutido, y se han propuesto tres teorías para su explicación.

En la primera de ellas se supone que la superficie libre del agua actúa de la misma manera que una frontera sólida, es decir, reduce la velocidad del flujo en la vecindad de la superficie libre del agua. Esta teoría ha sido descartada, por el hecho de que, incluso con un viento en la misma dirección y sentido del flujo, de velocidad considerablemente mayor que la corriente, el filamento de velocidad máxima permanece por debajo de la superficie libre del agua.

En una segunda teoría se sugiere que «los remolinos de agua, producidos por el contacto con el fondo del canal, se desprenden y vagan por todas las partes de la corriente, pero finalmente se acumulan y se extienden en la superficie, formando una capa de agua que se mueve lentamente». Esta teoría es cuestionable, pues no parece haber ninguna razón especial por la que los remolinos formados cerca del fondo de un canal tiendan a vagar hacia arriba y finalmente permanezcan en la superficie. Y si esto

ocurriera, según la teoría, cualquier remolino dado tendría que pasar a través de toda la profundidad del flujo, antes de llegar a la superficie libre del agua, por lo que tendría que adquirir la velocidad axial media de cada punto de la profundidad, y finalmente llegaría a la superficie con una velocidad mayor que la de cualquier punto intermedio.

La tercera teoría sugiere que, como el agua está menos afectada en la superficie libre del agua que en cualquier otro punto, ahí se establecen movimientos irregulares de todo tipo y la energía se utiliza para producir esos movimientos, pero no contribuye a la translación del agua (ver el libro *Hidraulique* de Flaman).

Esta sugerencia se opone directamente a los reportes de Reynolds (1883), quien con base en sus investigaciones sobre las causas de la inestabilidad del flujo en el agua, indicó que las fronteras sin restricciones tienden a estabilizar, y no a inestabilizar, el flujo.

La naturaleza insatisfactoria de estas teorías llevó al autor a elaborar una investigación de la cuestión, y como resultado de esto se ofrece la siguiente explicación del fenómeno.

En cualquier canal, aunque las paredes y el fondo sean notablemente lisas, la velocidad del flujo es mayor en la parte central del canal y menor cerca de los lados y el fondo del mismo; en el caso ideal de tener un flujo en el que las líneas de corriente fueran paralelas al eje de la corriente, con flujo permanente a lo largo de un tramo recto del canal, se debería tener la mayor velocidad en la superficie libre del agua y en el centro de la corriente, y el nivel de la superficie del agua en la sección transversal sería horizontal.

En la realidad, esto se ve modificado por la formación de remolinos que siempre tiene lugar a los lados de la corriente, y el fenómeno en cuestión parecería que se debe casi por completo a la presencia de los remolinos.

Una consideración del proceso de formación de remolinos, tal y como suele ocurrir en los lados de una corriente, muestra que esto implica la existencia temporal de una región de presión inferior a la normal en el lado de aguas abajo de la rugosidad de la pared que produce el remolino, y, como resultado de esto, cuando la formación de remolinos se produce continuamente en una corriente uniforme, cuya plantilla es horizontal en la sección transversal, es de esperar que la profundidad del agua sea, en consecuencia, ligeramente menor en los lados que en el centro; así, la superficie libre del agua, en la sección transversal, se vuelve cóncava con respecto a la plantilla del canal.

Esta curvatura del perfil superficial ha sido notada por varios observadores, como por ejemplo Humphreys y Abbot, en un reporte con respecto a aforos en el río Mississippi.

La sobreelevación de la superficie libre del agua en la parte central del canal, crea la tendencia de un flujo general hacia las paredes laterales, es decir, desde el centro a los lados del canal, este régimen permanece, y es acompañado por un flujo hacia adentro, que es dirigido en forma de remolinos, desde las paredes laterales.

Considérese que un remolino, extendido desde la superficie hasta el fondo, se desprende de la pared del canal. Su velocidad de avance es algo menor que la de la corriente en la que se encuentra, siendo mayor la diferencia, cerca de la superficie. Al considerar tanto su dirección de rotación como las fuerzas externas que actúan sobre su masa, en virtud de su rotación en una corriente que se desplaza más rápidamente que

”

su centro de masa, parece que estos efectos tienden a conducirlo hacia el centro de la corriente.

En el texto original se incluye este párrafo a pie de página:

“

La observación muestra que cuando dos remolinos se mueven en la dirección del flujo, con diferentes velocidades de desvío, y aproximadamente a la misma distancia de las paredes laterales del canal, el más lento tiende a desplazarse hacia el centro en relación con el más rápido. También que un remolino que tiene mayor velocidad de desvío que la de la corriente en la que se encuentra, siempre tiende a moverse hacia aquel lado de la corriente en el que su dirección de rotación supondría que se ha formado.

Este funcionamiento será más notable a medida que la velocidad relativa de la masa de agua que forma el remolino junto con la velocidad del flujo sean mayores, y por lo tanto aumentarán desde el fondo a la superficie. De ello se deduce que el desvío del «flujo de remolinos» será mayor cerca de la superficie y menor cerca del fondo, y, como resultado neto, que se establecerá un sistema de corrientes transversales consistente en un desvío superficial de cada lado hacia el centro; un desvío hacia el exterior de las partes inferiores de la corriente; y, acompañando a estas, una corriente descendente cerca del centro y una corriente ascendente cerca de cada pared lateral.

Dado que los desvíos superficiales hacia el interior consisten de agua que ha viajado por los lados y proviene de la región de velocidad mínima, evidentemente tendrán el efecto de reducir la velocidad de la superficie y de deprimir el filamento de velocidad máxima.

1

2

3

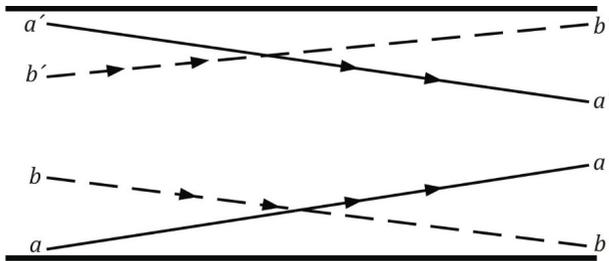
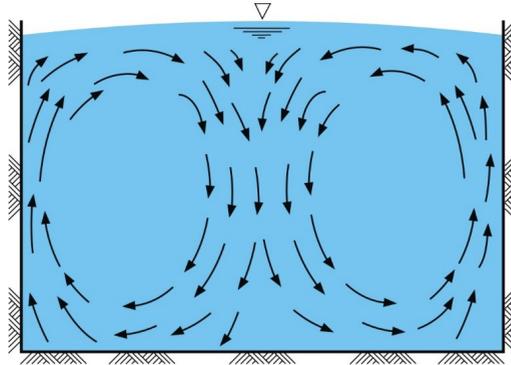
4

5

6

Los esquemas que se presentan en las figuras 2.4 y 2.5 muestran, respectivamente, las direcciones de las corrientes transversales y del movimiento resultante de la corriente; las líneas continuas  $a'a'$  y  $aa$  (de la figura 2.5), indican la dirección de las corrientes superficiales, y las líneas discontinuas  $b'b'$  y  $bb$ , las corrientes que se mueven cerca del fondo del canal.

**Figura 2.4** Esquema de las corrientes en la sección transversal (Figura original de Gibson, 1909)



**Figura 2.5** Esquema de las corrientes superficiales y del fondo a lo largo del canal (Figura original de Gibson, 1909)

Con el fin de confirmar estas deducciones, se llevaron a cabo experimentos en: un pequeño canal experimental en los laboratorios hidráulicos de la Universidad de Manchester; en un tramo recto del Mersey, a unos pocos cientos de yardas aguas abajo del puente del condado en Northenden y en dos tramos rectos de los canales de Derbyshire y Peak Forest, cerca de Marple.

En el caso del canal experimental, que tiene lados y fondo de madera, se examinó la formación de la corriente por medio de un colorante de anilina introducido en varias partes de la corriente, y también mediante hilos fijados a clavijas en el fondo y las paredes laterales.

Aunque este último método no resultó muy satisfactorio debido al peso de los hilos al mojarse, sí mostró una deriva superficial muy definida de los lados hacia el centro, los hilos flotantes unidos a los lados forman un ángulo de unos  $5^\circ$  con estos. El examen de los filamentos de agua coloreada, sin embargo, mostró todo el proceso muy claramente y demostró definitivamente la existencia de las corrientes transversales.

El tramo examinado del Mersey es prácticamente recto, con ancho casi uniforme de aproximadamente 36 pies y una profundidad media de unos 6 pies. El flujo a lo largo del tramo parecía ser lo más uniforme posible, con una velocidad superficial media de unos 3 pies por segundo. En este caso, la deriva superficial del lado hacia el centro era muy evidente. De 10 cañas flotantes, de 6 pulgadas de longitud, lanzadas al arroyo a unos 2 pies de cada orilla, ocho llegaron a menos de 2 pies del centro de la corriente antes de haber atravesado más de 100 yardas del tramo. El comportamiento que se observó de porciones de hojas colocadas en suspensión en la corriente ofrecía pruebas evidentes de una corriente ascendente cerca de los lados y de una corriente descendente a unos pocos pies del centro en cada lado, pero el estado turbio del agua impidió notar el comportamiento de estos cuerpos para una profundidad de más de 6 pulgadas.

Los dos tramos del Canal del Pico tienen cada uno unos 7 pies y 6 pulgadas de ancho y 5 pies de profundidad, y el comportamiento del flujo fue observado por medio de bolitas de cera con peso. Estos dieron evidencia clara de una corriente ascendente en los lados; una corriente que

comienza aproximadamente a una pulgada por debajo de la superficie hacia el centro; y una corriente descendente que comienza a unos 2.5 pies de los lados. Debido a lo fangoso del agua era imposible seguir las bolitas a una profundidad considerable, y notar la profundidad de la corriente de retorno, aunque su comportamiento demostró que estaba presente.

Además de esta verificación experimental directa de la teoría, se dispone de mucha evidencia indirecta de su validez, ya que explica varios fenómenos interesantes que se han observado y son de importancia en la medición de corrientes, y cuya razón no había estado clara.

Así, es bien sabido que la profundidad del filamento de máxima velocidad:

- a) Depende de las condiciones físicas del canal, y aumenta a medida que la rugosidad de los lados es mayor.
- b) Depende de la profundidad de la corriente, y especialmente de la relación de la profundidad al ancho del canal, su profundidad aumenta a medida que aumenta esta última relación. En una corriente ancha y poco profunda el filamento se encuentra en la superficie libre del agua.
- c) Es mayor para cualquier vertical en un canal rectangular a medida que esa vertical se acerca al lado, y se encuentra a media profundidad cerca de las paredes laterales de dicho canal.
- d) Depende de la velocidad del flujo, aumentando a medida que esta disminuye.

Es evidente que, dado que un aumento de la rugosidad de los lados tiende a aumentar la depresión de la superficie en los lados, esto, al aumentar la carga disponible para producir una corriente transversal, aumentará la magnitud y el efecto de esta corriente y tenderá a deprimir el filamento de máxima velocidad. A medida que la profundidad de la corriente aumenta relativamente al ancho del canal, la influencia de los

lados aumentará, de modo que el efecto será el mismo que un aumento de su rugosidad. Por otro lado, la rugosidad del fondo tiende a retrasar la corriente transversal sin tener ningún efecto compensatorio, por lo que un aumento de la rugosidad del fondo frente a la de los lados del canal tiende a elevar el filamento de velocidad máxima. Un aumento del ancho con relación a la profundidad de la corriente tendrá el mismo efecto, y con una corriente muy poco profunda la influencia de los lados será bastante insignificante.

Además, como el efecto de la corriente disminuye a medida que aumenta la distancia de los lados, esto explica la mayor depresión relativa del filamento cerca de los lados.

En un canal con una profundidad de agua determinada, un aumento de la velocidad media del flujo podría esperarse razonablemente, como se ha encontrado en este caso, que disminuya la importancia relativa de la corriente transversal, por tanto, elevar el filamento de velocidad máxima.

Estos puntos están bien expuestos en los registros publicados de los aforos de gran número de ríos y canales por los miembros del Servicio Geológico de los Estados Unidos (se cita como referencia a U. S. Geological Survey, Water Supply and Irrigation Paper, No 95, p. 111). De ellos se han escogido los resultados de una serie de aforos del canal experimental de la Universidad de Cornell, los cuales son empleados para fines de ilustración. Estos pueden ser divididos en dos grupos, denotados por A y B.

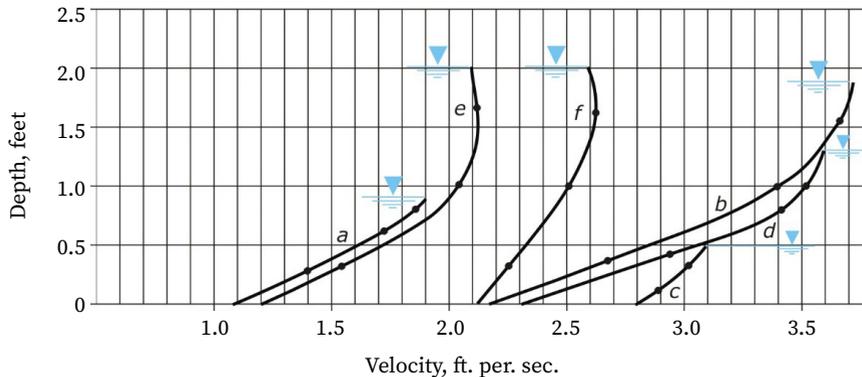
Los experimentos de las series A se realizaron con altas velocidades de flujo y pequeñas profundidades de agua, la velocidad media varió entre 2.06 y 3.166 pies por segundo, y la profundidad de 0.46 a 1.88 pies.

“

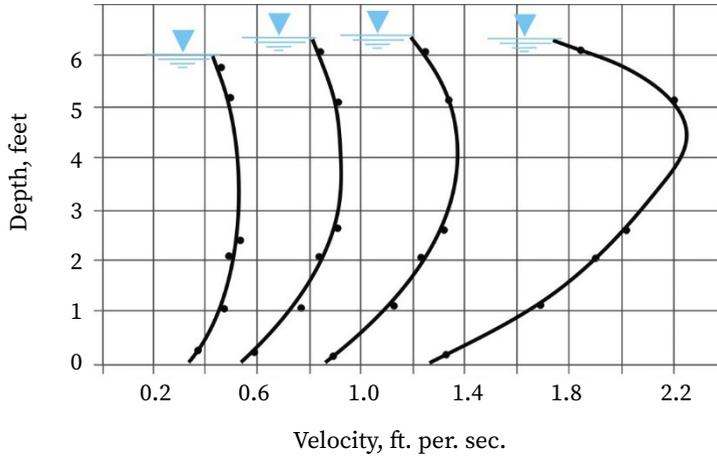
En las series B las profundidades fueron mayores y las velocidades menores; la profundidad varió desde 6.0 a 9.5 pies y la velocidad desde 0.23 a 2 pies por segundo.

El canal era de sección rectangular, con lados y fondo de concreto, pendiente de plantilla de 1 en 500, y ancho de 16 pies. Las mediciones de velocidad se realizaron en ocho verticales en una sección transversal mediante medidores de flujo cuidadosamente calibrados. La estación de medición de las series A estaba a 234 pies del inicio y en las series B estaba a 280 pies del mismo punto.

Las curvas de las figuras 2.6 y 2.7 muestran los perfiles típicos de las distribuciones verticales de velocidad obtenidas experimentalmente, cada punto representa el valor medio de las ocho observaciones a esa profundidad en la sección transversal. Las curvas de la figura 2.6 se refieren a las series A y las de la figura 2.7 a las series B.



**Figura 2.6** Distribución vertical de velocidades de las Series A  
(Figura original de Gibson, 1909)



**Figura 2.7** Distribución vertical de velocidades de las Series B  
(Figura original de Gibson, 1909)

El efecto de una relación grande entre el ancho y la profundidad para elevar el filamento de velocidad máxima es evidente al comparar las curvas de la figura 2.5 y de la figura 2.6, mientras que el efecto de una mayor velocidad de flujo en la elevación del filamento es evidente al comparar las distintas curvas de la figura 2.6. La relación entre la velocidad del flujo y la profundidad del filamento, obtenida del conjunto de los experimentos de las series B, es la siguiente:

Velocidad media del flujo,      0.45      0.80      1.4      1.9  
en pies por segundo

Profundidad del filamento       $0.44h$      $0.42h$      $0.34h$      $0.29h$   
de máxima velocidad

Donde  $h$  es el tirante del flujo.

La gran diferencia entre las distintas curvas de la figura 2.6 se debe probablemente al hecho de que, mientras que en algunos casos la descarga en el extremo final del canal estaba restringida por el cierre parcial de las compuertas de salida, en otros casos era libre. En los experimentos (e) y (f) se produjo un claro remanso debido al cierre parcial de la compuerta, y en estos dos casos se sabe definitivamente que el flujo en la sección de medición fue del tipo retardado. En los otros casos se dice que la descarga fue libre, y a juzgar por las bajas velocidades del flujo, es seguro que el flujo seguía siendo acelerado en la sección de aforo, excepto, posiblemente en el experimento (c).

Antes de seguir considerando estas curvas, es conveniente ver si una aceleración o desaceleración del flujo, como podría ocurrir en un remanso, puede tener algún efecto sobre la posición del filamento de velocidad máxima.

Es evidente que cualquier aceleración en el flujo medio de la corriente será más marcada en la parte central de la misma, el nivel de la superficie en cualquier sección en la que haya una aceleración disminuirá en mayor medida en el centro que en los lados. Lo contrario ocurre en un remanso del flujo. Así, cualquier aceleración de la corriente tenderá a disminuir, y cualquier remanso a aumentar, la formación de las corrientes transversales ya descritas. Este efecto es muy marcado en los resultados de experimentos (e) y (f) de las Series A, donde, en comparación con el experimento con aproximadamente la misma profundidad de agua, la profundidad del filamento de máxima velocidad se reduce 0.15h.

Para comprobar que la desaceleración del flujo no es el principal motivo de la producción de las corrientes transversales, se desarrollaron otros experimentos en el canal experimental de la Universidad de Manchester, con flujo acelerado y desacelerado. Estos mostraron de forma con-

cluyente que, en este canal, en todas las pruebas, la influencia de los lados fue el factor predominante que producen las corrientes, siendo notable su comportamiento, como ya se ha descrito, con cualquiera de los dos tipos de flujo.

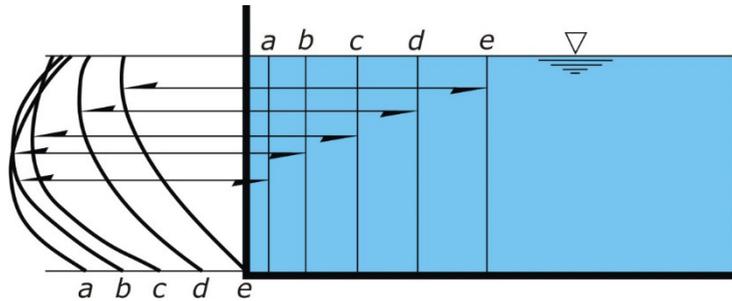
De hecho, a menos que esto sea así, prácticamente todos los aforos de aguas profundas que muestran una depresión del filamento de máxima velocidad, deben haber sido inadvertidamente realizados en un flujo desacelerado. La improbabilidad de que este sea el caso no necesita ningún énfasis.

Una comprobación más de esta conclusión la ofrece el aforo del canal de Farad de la Compañía General Eléctrica del Río Truckee (U.S. Geological Survey, 'Water Supply and Irrigation Paper,' No. 95, p. 111). Este canal tiene lados y fondo de madera, y fue aforado en dos secciones transversales a 200 pies de distancia. El ancho fue de 10.09 pies en todo el tramo. La profundidad en la sección inicial del tramo (aguas arriba), era de 5.98 pies, y en la sección final del tramo (aguas abajo), era de 5.96 pies, mientras que el filamento de la velocidad máxima, obtenido con el promedio de los máximos en seis verticales, tenía una profundidad de 0.50 h en la sección inicial y 0.42 h en la sección final, a pesar del flujo ligeramente acelerado.

Parece probable que en los pocos casos en que se ha observado que el filamento de velocidad máxima se encuentra en la superficie de un río de profundidad considerable, se deba a que la estación de medición se ha fijado en una sección que experimenta un flujo notablemente acelerado.

El aumento de la profundidad del filamento a medida que los lados del canal se acercan se muestra bien en la figura 2.8, que es un ejemplo de

un aforo por Darcy de un canal rectangular de 0.25 metros de profundidad y 0.8 metros de ancho.



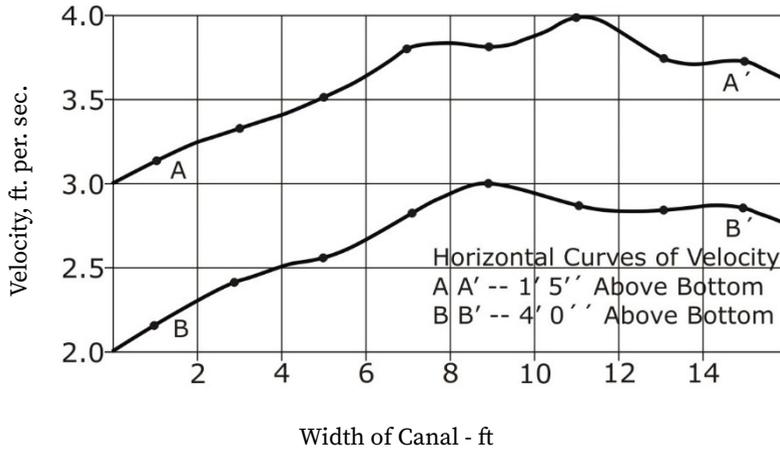
**Figura 2.8** Distribuciones de velocidad en un experimento de Darcy (Figura tomada de Gibson, 1909)

Hay aún otro hecho que refuerza la teoría, y que se aclara al examinar las figuras 2.9 y 2.10. En ellas se muestran las curvas de velocidad obtenidas en secciones horizontales del Canal Cornell; las curvas de la figura 2.9 son ejemplos de las obtenidas en los experimentos de flujo acelerado de las series A, y las de la figura 2.9 son muestras de las obtenidas en las series B ('Water Supply and Irrigation Paper,' No. 95, pp. 73 and 74).

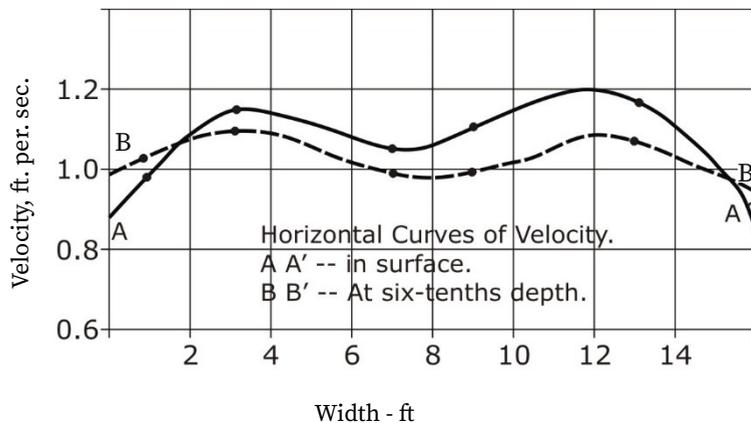
El análisis de la figura 2.9 permite notar que mientras en las series A el punto de máxima velocidad en un plano horizontal está aproximadamente en el centro de la corriente, la desviación de este punto se debe probablemente a una mayor rugosidad de un lado del canal, y en cada una de las curvas de las series B hay dos puntos en cada una de las curvas, uno a cada lado del centro, en los que la velocidad es mayor que en el centro. Este punto se puso de manifiesto en cada experimento de las series.

Pero este es precisamente el efecto que un sistema vigoroso de corrientes cruzadas como el que se muestra en la figura 2.4 tendería a producir, la corriente central descendente de agua que se mueve lentamente

causando la depresión del centro de las curvas de la figura 2.10. Por otro lado, en las series A la profundidad de la corriente fue pequeña y la acción de los lados es insignificante, por lo que no es de esperar este fenómeno.



**Figura 2.9** Distribución horizontal de velocidades de la Prueba A



**Figura 2.10** Distribución horizontal de velocidades de la Prueba B

Esta investigación permite establecer las conclusiones siguientes:

- 1) La depresión del filamento de máxima velocidad en el tramo recto de un río o canal, se debe a la acción de los lados del mismo en la producción de corrientes transversales superficiales, hacia la parte central, y hacia las márgenes, cerca de la plantilla del canal, distribuyendo así una capa de agua que se mueve lentamente sobre la parte central del canal.
- 2) Este efecto se ve incrementado por un retardo, y disminuido, por una aceleración del flujo, pero, en la mayoría de los casos en una corriente de profundidad considerable, nunca disminuye tanto por una aceleración como para no que no sea notable.

”

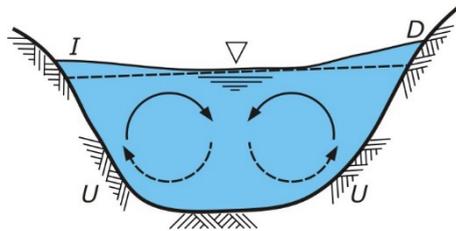
## 2.11 Contribuciones de M. Möller

Uno de los trabajos que integran la publicación editada por Freeman (1929) es el elaborado por Möller (1929), quien destaca que en sus investigaciones ha incluido las distribuciones tridimensionales de las velocidades que se presentan en un canal con flujo a superficie libre, y también el comportamiento del campo de velocidades en la dirección del movimiento principal del flujo; además, la erosión del fondo del cauce y de las márgenes, y la naturaleza del transporte de los sedimentos. En particular, el movimiento en espiral de los filamentos de agua. En las referencias de Möller (1929), está la de Möller (1883), lo que permite saber que él también fue uno de los pioneros en el estudio del flujo helicoidal en canales rectos y con curvatura horizontal.

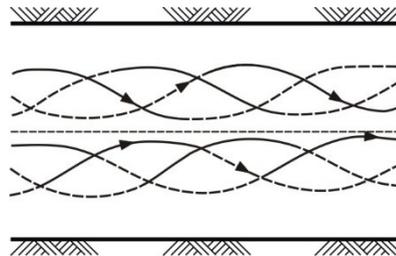
En 1882, Möller inició experimentos de flotación en el río Ruhr, Alemania, y notó que «el agua en el canal se movía en forma de espiral, con la presencia de efectos muy interesantes. Cada filamento de agua

que se aproxima al pie del talud de cada margen (figura 2.11) se expone cada vez más a la influencia de la fricción, por lo que disminuye su velocidad, y por lo tanto requiere mayor sección transversal, mientras las condiciones en el centro de la corriente se invierten, es decir, los filamentos de agua allí se aceleran y requieren menor sección transversal. Ambas acciones repercuten en que la superficie libre del agua, en la sección transversal, disminuye desde ambas márgenes hacia el centro del canal, como se ilustra en la figura 2.11, y en la formación de un movimiento en espiral en ambos lados (figuras 2.11 y 2.12)».

**Figura 2.11** Interacción del flujo helicoidal con la superficie libre del agua (Figura original de Möller, 1929, con adecuaciones)



**Figura 2.12** Esquema en planta del movimiento helicoidal del flujo en un canal (Figura original de Möller, 1929)



«Este comportamiento del flujo es el que hace que las embarcaciones que quedan a la deriva por sí mismas, así como los témpanos de hielo, se desplacen hacia el centro de una corriente para continuar allí en dirección a la corriente. El agua que fluye con mayor velocidad a lo largo del thalweg del canal, se dirige de manera gradual hacia el fondo del canal, y, en el caso de un canal recto, socava el fondo

aproximadamente a lo largo del centro. El sedimento así removido es transportado hacia las márgenes, como se indica con las líneas discontinuas de la Figura 2.12, que representan el movimiento del agua en forma de espiral, y favorece el depósito del material al pie del talud de las márgenes.»

«En ese mismo año, F. P. Stearns, un ingeniero estadounidense, emprendió experimentos sobre el flujo de agua en un canal con paredes de cristal. Al esparcir aserrín dentro del agua se observaron las trayectorias de las partículas individuales de agua. El movimiento en espiral al que se hace referencia también se puso de manifiesto en este caso».

Las observaciones de Möller, le permiten comentar que «como un resultado del movimiento en espiral descrito, en un canal cuyas aguas son turbias, debido a las partículas de arcilla en suspensión (por ejemplo, en las cunetas de las calles), puede verse una marca longitudinal oscura, frecuentemente cerca de su eje central. La marca es compuesta por el agua que, mientras estaba en la superficie, experimentó la sedimentación de las partículas de arcilla, y luego, al moverse hacia el centro, por el movimiento en espiral hacia abajo, formó una zona con movimiento vertical del flujo (abismo de agua clara), que permite ver hacia las profundidades más oscuras».

Además, que «el desplazamiento de los sedimentos en un canal fluvial recto se produce de tal manera que el material más grueso se desplaza por el centro de la sección transversal, ya que las velocidades allí son mayores. Las partículas finas son removidas desde allí y son arrastradas por la parte inferior del flujo espiral hacia la orilla, donde o bien se detienen en lugares en los que la velocidad es baja, o bien continúan moviéndose en dirección descendente a lo largo de una franja a cada lado de la corriente entre el centro del canal y la orilla».

### 3.1 Experiencias, hipótesis y conclusiones de James Thomson

Entre los primeros trabajos publicados en los que se trata el comportamiento del flujo en un canal con curvatura horizontal están los del Profesor James Thomson (1822-1892). En Thomson (1912) se presenta un compilado de 65 de sus publicaciones; de ellas, 28 corresponden al tema del movimiento de fluidos. Particularmente, en tres de esos 28 trabajos se trata el estudio del fenómeno del flujo helicoidal en canales abiertos con curvatura horizontal; estos son: Thomson (1876), Thomson (1877) y Thomson (1879). Además, en Thomson (1912), se incluye una *Nota Necrológica* escrita por el Dr. J. T. Bottomley, con respecto a los trabajos desarrollados por Thomson en el tema del flujo de agua en canales. La nota de Bottomley indica lo siguiente:

“

Un tema muy interesante y de gran importancia al que el profesor Thomson prestó gran atención, es el flujo de agua en los ríos. Investigó, con gran cuidado, y desde un punto de vista teórico, el origen del serpienteo de los ríos en las llanuras aluviales, y sus conclusiones fueron publicadas en los Proceedings of the Royal Society. En 1876 construyó un pequeño canal de arcilla con curvas; él observó las trayectorias del flujo al pasar por esas curvas; después, hizo un canal de madera, de mayor tamaño y casi horizontal, con muchas curvas y diversos obstáculos. Con la ayuda de finos hilos insertados en las paredes y plantilla

”

del canal, pequeños elementos que se mueven en la superficie libre del agua y dentro del flujo, y corrientes de fluido coloreadas por partículas sólidas de anilina que se dejaban caer en el canal, pudo seguir de un punto a otro los movimientos del fluido, y de esta manera describir detalladamente las trayectorias del flujo; estas observaciones le permitieron ampliar su teoría, por etapas.

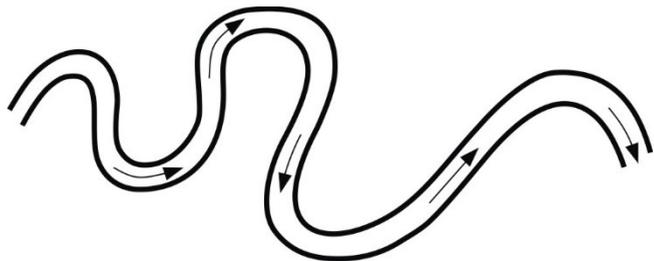
En seguida se presenta la traducción al idioma oficial de México, los trabajos elaborados por Thomson en los años 1876, 1877 y 1879. Primero se presenta la traducción del trabajo de Thomson (1876), cuya publicación original fue consultada en *Proceedings of the Royal Society*, de Londres. Las otras dos publicaciones se consultaron en Thomson (1912).

En el mes de mayo de 1876, se publicó el artículo de Thomson *Sobre el origen de las curvas de los ríos en las llanuras aluviales, con observaciones sobre el flujo de agua en las curvas de las tuberías*.

“

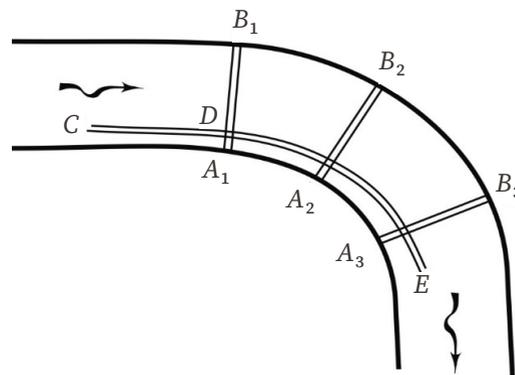
Con respecto al origen de las curvas de los ríos que fluyen a través de las llanuras aluviales, la gente ha tomado generalmente la noción aproximada de que al llegar el flujo a una curva, el agua simplemente se desplaza hacia la ribera exterior del río en la curva, y erosiona esa orilla, moviendo esa ribera y permitiendo que haya depósito de material en la margen interior de la curva, lo que hace que la sinuosidad del cauce aumente (ver figura 3.1).

**Figura 3.1** Tramo de río sinuoso (meandro o serpenteo del cauce) (Figura original de Thomson, 1876)



Pero en este proceso no incluyen el principio hidráulico, generalmente desconocido, de que cuando una corriente que fluye a lo largo de un canal recto ingresa a una curva, el flujo se mueve con una velocidad menor a lo largo de la margen exterior, y aumenta a lo largo de la ribera interior, si consideramos el flujo como el de un fluido ideal o perfecto. En vista de este principio, hace algunos años me surgió la pregunta: ¿Por qué no es mayor la erosión en la ribera interior que en la exterior? Sabemos por la experiencia y la observación general que, de hecho, la margen exterior se erosiona, y que el sedimento se deposita normalmente a lo largo de la curva interior. ¿Cómo se produce esto?.

La explicación se me ocurrió en el año 1872, principalmente como sigue: considérese cualquier línea de partículas en la sección transversal de un río, como  $A_1 B_1, A_2 B_2$ , etc. (ver figura 3.2), en general  $AB$ ; al obtener la variación del nivel de la superficie libre del agua en la sección transversal, se deducirá que la presión del agua debe aumentar de  $A$  a  $B$ , a causa de la fuerza centrífuga de las partículas que están en esa línea o barra de agua; es decir, la superficie del agua tendrá una inclinación transversal que aumenta de  $A$  a  $B$ .



**Figura 3.2** Secciones transversales y líneas de corriente en una curva horizontal (Figura original de Thomson, 1876)

El agua en cualquier línea de corriente, como por ejemplo la  $CDE^*$ , en o cerca de la superficie libre, o en cualquier línea que no esté cerca del fondo, fluyendo cerca y a lo largo de la ribera interior, no se acelerará al entrar en la curva, excepto a consecuencia de que tenga una disminución de la superficie libre del agua al pasar a lo largo de esa línea de corriente \*\*.

\* Así, aunque aquí se habla convenientemente de una línea de corriente, no se debe suponer que se tenga realmente un flujo permanente. Se debe considerar como una línea de corriente promedio, en un lugar en el que el flujo es perturbado con remolinos, o por el agua circundante que se mezcla con esta.

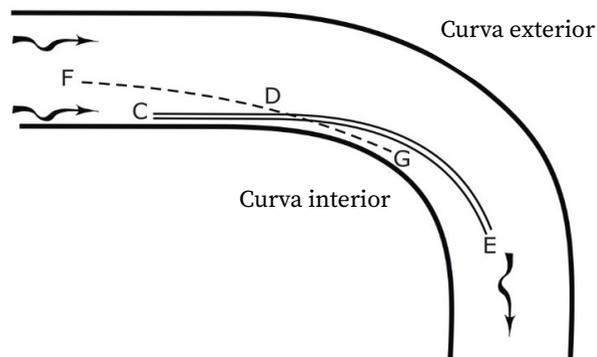
\*\* Este párrafo hace referencia a explicar que la expresión nivel libre es empleada para considerar que en la superficie libre del agua se tiene la presión atmosférica.

Pero la capa de agua a lo largo del fondo, disminuye notablemente su velocidad por el efecto de la fricción, y por ello también tiene menos fuerza centrífuga en cualquier barra de sus partículas la cuales se extienden a través del río; y en consecuencia fluirá lateralmente a lo largo del fondo hacia la orilla interior, por lo que, al menos una parte, se elevará entre la línea de corriente y la orilla interior y protegerá la orilla de la rápida socavación que produce esa línea de corriente y de otras partes adyacentes de la corriente que fluye rápidamente; además, como la arena y el lodo del fondo, que están en movimiento, son transportados en esa capa, serán en cierto grado llevados a la ribera interior y existirá una tendencia a depositarse allí.

Por otro lado, a lo largo de la margen exterior habrá una tendencia general a que el agua superficial descienda, con velocidades mayores,

debido a que el efecto de la fricción es menor, y esto erosionará la ribera y llevará el material desgastado en gran medida hasta el fondo, donde, como ya se explicó, habrá una tendencia general predominante hacia la orilla interior.

Ahora, además, parece que incluso desde el inicio de la curva hacia adelante habrá una protección considerable para la orilla interior. Así, una línea de corriente superficial, como la *CD*, u otra que no sea cercana al fondo, fluyendo a lo largo de la ribera (ver figura 3.3), que entre a la curva cerca de la margen interior, tenderá a alejarse de esa orilla en *D*, desde el inicio de la curva, y a seguir la trayectoria *DE*, o por alguna trayectoria similar, dejando el espacio *G* entre esta y la orilla, para ser ocupado por agua de menor velocidad, que se ha estado moviendo a lo largo del fondo del río, tal vez por alguna trayectoria oblicua, como la línea punteada *FG*.



**Figura 3.3** Líneas de corriente superficiales y en el fondo (Figura original de Thomson, 1876)

Además, hay que observar que ordinariamente o con mucha frecuencia habrá sedimentos que se desplazan a lo largo del fondo y que tenderán a sedimentarse, porque los casos que aquí se consideran, son sólo los que se dan en las llanuras aluviales; y en regiones de ese tipo, es común en promedio que haya más depósito que erosión. Esta consideración

explica que no hay que buscar el material que se sedimenta en la orilla interior, en el material desgastado de la orilla exterior de la misma curva del río. El material erosionado de la orilla exterior puede tener que recorrer una larga distancia río abajo antes de encontrar una orilla interior de una curva en la que quede depositado. Así, parece muy claro que en la grava, la arena y el lodo arrastrados por la corriente, a lo largo del fondo del río, hasta el lugar donde comienza la curva, hay un amplio suministro de sedimentos para depositar en la orilla interior del río, incluso en donde inicia la curva que permitirá que se deposite el material. En particular, es importante hacer notar el hecho de que el flujo oblicuo a lo largo del fondo hacia la orilla interior comienza incluso a moverse desde aguas arriba de la curva, como ya se explicó, y como se muestra por la línea discontinua FG, en la figura 3.3. El movimiento transversal comprendido en este flujo oblicuo es influido por la disminución de la presión, o descenso del nivel de la superficie libre del agua, a lo largo de la orilla interior, producido por la fuerza centrífuga en la forma ya explicada.

Entre las consideraciones argumentadas en el presente documento, con respecto a las características del flujo del agua alrededor de una curva de un río, destacan las siguientes: la disminución de la superficie libre del agua en la orilla interior y cerca de ella; la sobre elevación de la superficie del agua en y cerca de la orilla exterior, ambas particularidades con respecto al nivel del agua en el centro de la corriente; además, el efecto de la fricción influye en la desaceleración de la velocidad en la capa que fluye a lo largo del lecho del canal, lo que también implica la disminución de la fuerza centrífuga de dicha capa; esto da lugar a que la capa fluya oblicuamente hacia la orilla interior, incluso en un canal recto que llega a la curva, de forma similar a la del agua que fluye en las curvas de las tuberías y la manera en que las curvas causan un aumento de la resistencia a la fricción en las tuberías, un tema respecto al cual creo que hasta ahora no se ha publicado ninguna buena exposición en ningún

”

libro o documento impreso, pero sobre el que se han publicado de vez en cuando diversas opiniones, en su mayoría burdas y engañosas, que ahora se repiten a menudo, pero que, casi en su totalidad, deberían ser rechazadas de inmediato.

### 3.2 Trabajo experimental de James Thomson

En 1877, Thomson publicó en *Proceedings of the Royal Society* el artículo *Demostración experimental del origen de los ríos en las llanuras aluviales, y al modo del flujo del agua en las curvas de las tuberías*. La correspondiente traducción se presenta a continuación.

“

En un artículo que tuve el honor de presentar a la Royal Society hace algo más de un año, y que está impreso en las Actas del 4 de mayo de 1876, propuse, sobre los principios hidrocinéticos, una visión teórica del modo de fluir del agua alrededor de las curvas de los ríos y de las tuberías, además, ofrecí bajo ese punto de vista explicaciones sobre el origen de las sinuosidades de los ríos que fluyen por las llanuras aluviales. Los puntos de vista presentados fueron sometidos a pruebas experimentales, y para hacer muy claramente perceptibles los fenómenos previstos, construí, en el verano de 1876, un pequeño canal artificial, de unas ocho pulgadas de ancho y una o dos pulgadas de profundidad, con una curva que gira alrededor de una media caña, o  $180^\circ$ , por lo que el curso del río podría compararse con la letra U mayúscula. El agua que fluye en este río mostró de manera muy completa, y muy notable, los fenómenos que se habían anticipado, y que se encuentran descritos por Thomson (1876). Los cursos de la corriente de agua en las distintas partes de un río, a lo largo del lecho, y en la parte superior, y en cualquier lugar dentro del cuerpo de la corriente, fueron hechos para mostrarse de diversas maneras. Una forma era mediante hilos de longitud adecuada (de uno

o dos centímetros), algunos de los cuales estaban anclados en el fondo, mientras que otros se fijaban a varias profundidades en el río a clavijas o cables delgados que se mantenían erguidos como finos postes en el río. Estos hilos, por las líneas de dirección que trataban de seguir, mostraban muy bien las direcciones de la corriente en el fondo y a diversas profundidades. Otra forma, que resultó muy satisfactoria para mostrar las corrientes del fondo, era dejando caer en el canal gránulos de diversos tipos, como arena y guisantes seleccionados de forma bastante redonda, y otras pequeñas semillas redondas, como semillas de trébol y de amapola. Estos tipos de gránulos mostraron muy claramente numerosos fenómenos, no sólo del flujo del agua, sino también de la transmisión de material como los sedimentos hacia adelante a lo largo del fondo en las partes rectas, y muy oblicuamente a través del fondo en la curva; lo anterior, dio imitaciones en una pequeña escala, fácil de observar, de los procesos de acumulación de sedimentos a lo largo de las orillas interiores de las curvas de los ríos, y presentó también interesantes sugerencias y consideraciones en cuanto a algunos de los detalles o acciones secundarias que intervienen en los procesos.

”

### 3.2.1 Características del flujo en un canal trapecial con una curva horizontal de 180°

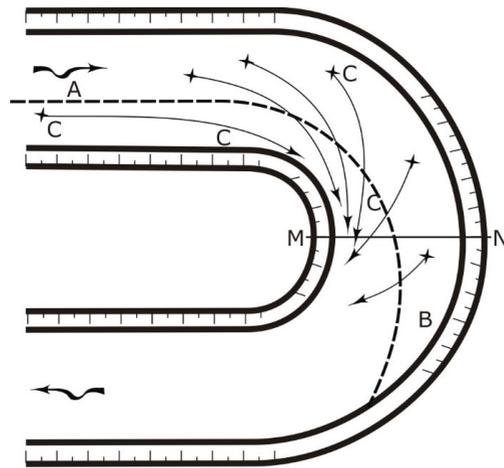
En 1879, Thomson publicó en *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers* el artículo *El flujo de agua en las curvas de los ríos*. La consulta de este trabajo se hizo en la publicación de Thomson (1912). La presentación del escrito inicia con la narración siguiente:

“

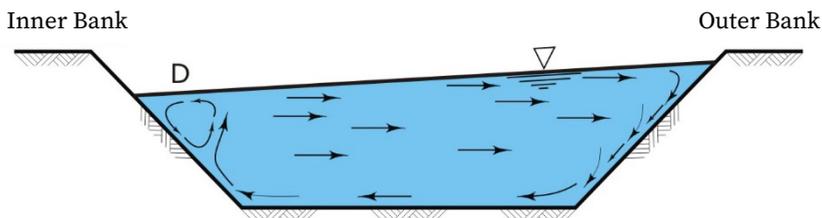
El profesor James Thomson dio una breve descripción de un aparato, mostrado en los esquemas de las figuras 3.4 y 3.5, para ilustrar las características del movimiento del agua en las curvas de los ríos, y también en las curvas de tuberías.

A este respecto, hacía tiempo que se sentía insatisfecho con los puntos de vista propuesto y consideraba que las diversas fórmulas que se habían publicado para calcular la resistencia debida a las curvas de las tuberías al flujo del agua, que eran utilizadas desde hacía mucho tiempo por los ingenieros hidráulicos, no se basaban en ninguna teoría razonable del comportamiento del agua. En este contexto, se le ocurrió plantear una hipótesis que presentó en Thomson (1876) a la Royal Society. Para ello, construyó un aparato experimental que confirmó su teoría, mostrando de forma muy clara los fenómenos que él había propuesto como hipótesis. El aparato experimental fue presentado, adecuado y utilizado en la Institución de Ingenieros Mecánicos.

**Figura 3.4** Vista en planta de un canal trapecial con curvatura horizontal (Figura original de Thomson, 1879)



**Figura 3.5** Sección transversal MN (Figura original de Thomson, 1879)



Es sabido que comúnmente los ríos que forman parte de llanuras aluviales sigan trayectorias sinuosas, también llamadas serpenteantes o con meandros; los ríos Mississippi y Ohio, en USA, son ejemplos claros de esta característica; de hecho, en el mundo, los ríos, ya sean grandes o pequeños, presentan fenómenos y comportamientos muy interesantes, tanto en cuestiones hidráulicas como en cuestiones de geografía física, en lo que se refiere a la hidrodinámica y en los modos de crecimiento o cambio de las curvas. Se sabe que, en los ríos que fluyen en las llanuras aluviales, las curvas, ya existentes, tienden a erosionar la margen exterior, y a depositar sedimento a lo largo de la orilla interior. A menudo, las sinuosidades aumentan, hasta que se forma un bucle en el que sólo queda un estrecho istmo de tierra entre las dos orillas del río; el proceso continúa hasta que se produce un corte, abriéndose un pequeño paso para el agua a través del istmo, y el bucle queda separado del curso del río, permaneciendo como una laguna o pantano en forma de herradura; a menudo, en el caso de grandes ríos, se extiende hasta cinco o diez millas de distancia del nuevo cauce del río. La suposición habitual había sido que el agua, que tiende siempre a avanzar directamente en la línea recta de su curso existente, simplemente se precipitaba hacia afuera contra la orilla exterior y la desgastó, y al mismo tiempo causó depósitos en la orilla interior; y que así las sinuosidades, una vez iniciadas, tendían a aumentar. Este punto de vista no era erróneo, pero estaba muy lejos de la verdad. Había un principio importante en hidráulica, que no era muy conocido, y cuya relación con el presente tema no parece haber sido notado en ninguna de las teorías que se habían propuesto antes de la suya. Este principio indica que la velocidad con la que fluye el agua en una curva, según la verdadera teoría dinámica y según los hechos realmente observados, sería mayor cerca de la orilla interior que cerca de la orilla exterior. Una ilustración de ello puede verse en un lavabo, al girar un poco el agua y retirar el tapón presenta un ejemplo del «remo-lino de libre movilidad»; a medida que el agua fluye hacia el desagüe,

el flujo tiende a formar un remolino libre en el que la velocidad lineal es en todo momento inversamente proporcional a la distancia del centro, de modo que no sólo la velocidad angular, sino la velocidad lineal, se incrementa a medida que el agua fluye hacia el centro. El agua que fluye hacia el interior de un remolino puede considerarse prácticamente como si fluyera cuesta abajo, o más propiamente, como si fluyera de una región de mayor a una de menor nivel libre; y por lo tanto debe adquirir la velocidad debida por la gravedad a su descenso, en el caso de una partícula que fluye dentro del cuerpo del remolino.

De la misma manera, y por las mismas razones, el agua en la curva de un río fluye más rápidamente a lo largo de los tramos adyacentes a la orilla interior de la curva, en comparación con los tramos adyacentes a la orilla exterior. De ahí que se le ocurriera la pregunta: ¿por qué entonces la orilla interior no se desgasta más? De hecho, sabíamos que no lo hacía, pero ¿por qué el agua desgasta más rápidamente el tramo de la orilla interior que el de la orilla exterior?, si el agua se desplaza más rápidamente a lo largo de la orilla interior que a lo largo de la orilla exterior. Durante mucho tiempo este fenómeno no se pudo explicar, fue hasta después que se encontró la verdadera explicación. El agua que fluye en la curva de un río, presiona hacia el exterior de la misma, debido a la fuerza centrífuga, y la superficie libre del agua se eleva desde la orilla interior hacia la exterior, como se ilustra en el esquema de la sección transversal mostrada en la figura 3.5. Así, en cualquier nivel de la corriente, por esta razón, la presión es mayor cerca de la orilla exterior que cerca de la interior. Otra manera de describir el comportamiento del flujo en la curva de un río es el siguiente: en la superficie libre del agua, el nivel de cualquier partícula cerca de la orilla exterior es más alto que el nivel para cualquier partícula cerca de la orilla interior, en la misma sección transversal; y el agua tiende a fluir desde el lugar de mayor nivel hacia el lugar de menor nivel; pero la acción centrífuga mantiene el agua hacia afuera contra esa tendencia hacia adentro.

Además, el punto más especial de la explicación es el siguiente: En el cauce hay una fina lámina de agua que, por la fricción o la viscosidad del fluido, impide en todo momento tener una velocidad como la velocidad media general de la corriente por encima de ella; y por consiguiente, la fuerza centrífuga no es suficiente para anular la tendencia del flujo hacia el lado interior, debido al mayor nivel libre en el exterior que en el interior. Así, el agua en el fondo debe tener una tendencia predominante desde la margen exterior hacia la interior, y consecuentemente a transportar en la misma dirección grava, arena, lodo y otros materiales para depositarlos en la orilla interior. Conjuntamente con este flujo hacia el interior en el fondo, debe haber en la zona media y superior de la corriente, un flujo predominante hacia la orilla exterior; pero el flujo hacia el lado exterior debe ser más suave que hacia el interior, ya que participa en él una masa de agua mucho mayor.

Esa teoría la publicó en el *Proceedings de la Royal Society*, ver Thomson (1876, leído el 4 de mayo). Después procedió a probar su teoría experimentalmente, y las pruebas resultaron verificar completamente la teoría. Se construyó un canal, a pequeña escala, que incluía una curva a imitación de un río, y se colocaron clavijas verticales en el fondo, como si fueran postes en un canal; en las clavijas se amarraron pequeños trozos de hilo, algunos en el fondo, otros en la superficie del agua y otros en niveles intermedios; los hilos ondeaban como banderas, permitiendo notar las diferentes direcciones del flujo a diferentes profundidades. En el fondo del canal se colocaron arena y semillas que sirvieran para simular el comportamiento del sedimento en un cauce. Se observaron las trayectorias de las corrientes del fondo y su acción para transportar el material empleado para simular el sedimento del fondo, a través del canal, en la curva hacia la orilla interior; también se notó la forma en la que se acumuló el material, empleado como sedimento, en o adyacente a la ribera interior.

En el aparato, instalado en la Institución de Ingenieros Mecánicos, el fenómeno puede ser notado al observar las semillas y pequeños trazadores flotando en la superficie; y también mediante pequeñas manchas de colorante de anilina introducidas para que se adhieran al lecho del canal en varios lugares del fondo y de las orillas bajo el agua. El movimiento del agua que pasaba por cada mancha del tinte adherido al fondo mostraba el curso de una fina traza de la corriente, cerca del lecho, a lo largo de líneas tales como la CC de la figura 3.4; así se observó que la corriente fluye notablemente hacia la orilla interior; mientras que un objeto flotante colocado en la superficie del agua se movía a lo largo de una línea como AB (figura 3.4), yendo hacia la orilla exterior. Toda la parte superior del flujo se movió hacia la curva exterior lentamente, mientras que la corriente a lo largo del fondo fluía hacia la curva interior muy rápidamente. Había un pequeño remolino en D (figura 3.5), cuya existencia se manifestaba muy claramente por el tinte de anilina. Las consideraciones teóricas relacionadas con este remolino eran muy interesantes, pero no fue discutido.

”

### 3.3 Aportaciones de M. Möller al estudio del flujo en canales con curvatura horizontal

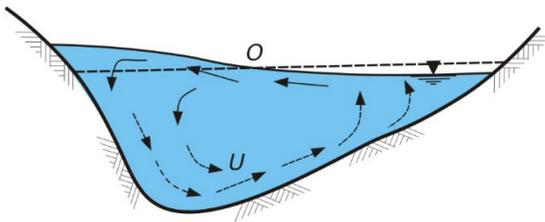
Uno de los trabajos que están incluidos en Freeman (1929) es el de Möller (1929), en cuya publicación se incluyen las referencias de Möller (1883) y Möller (1890); estas citas permiten deducir que M. Möller también fue uno de los pioneros en documentar y publicar sus experiencias y conocimientos referentes a las características del movimiento del flujo y el transporte de sedimentos en canales con curvatura horizontal.

En Möller (1929), también se incluyen los trabajos que desarrolló en laboratorio, motivado por sus observaciones en el comportamiento del flujo en canales naturales con curvatura horizontal. Al respecto, en Möller (1929) se incluye el apartado siguiente:

“

### b) Formación de una sola espiral en los canales curvos y la socavación de las fosas

La fuerza centrífuga hace que el agua que fluye rápidamente en el centro de la superficie de un canal recto, al entrar en una curva, sea forzada hacia la orilla cóncava, donde se acumula, dando lugar a una pendiente transversal en la superficie, y haciendo que el agua de la superficie se hunda a lo largo de la orilla cóncava, arrastrando así todos los materiales sueltos a lo largo de la orilla y el fondo del río. El resultado es la erosión de la orilla y la socavación de los agujeros por los remolinos. Al colorear el agua antes de que entre en una curva en O (figura 3.6), se verá que la corriente se mueve hacia la orilla cóncava, donde se hundirá.



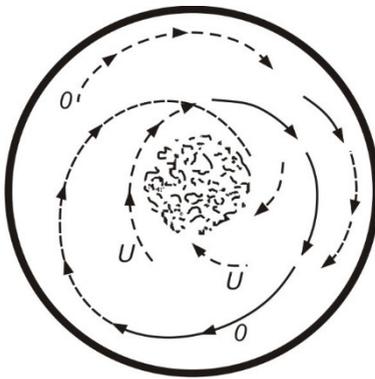
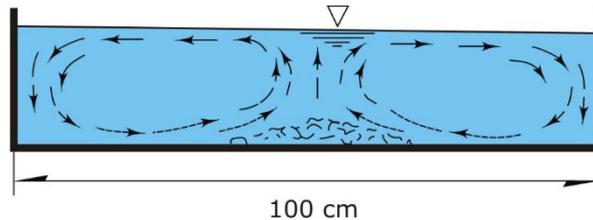
**Figura 3.6** Erosión de la margen exterior de la curva de un canal (Figura original presentada en Möller, 1929)

Los materiales erosionados son transportados por el flujo sub superficial U (figura 3.6), hacia la orilla convexa en una trayectoria oblicua aguas abajo, y al llegar al agua de flujo más lento son, en su mayor parte, depositados, formando acumulaciones como barras de arena en el lecho opuesto del río, pero ligeramente aguas abajo del hoyo socavado. Ver las figuras 3.6 a 3.8, tomadas de Möller (1929), y las figuras 3.9 y 3.10, tomadas de Möller (1890).

”

En el Apartado C, de Möller (1929), Möller indica que en 1886 utilizó un tanque circular (hecho con placas de hierro), como el mostrado en los esquemas de las figuras 3.7 y 3.8, para estudiar los torbellinos y el movimiento del sedimento dentro de ellos.

**Figura 3.7** Vista lateral del tanque (Möller, 1929)



**Figura 3.8** Vista en planta del tanque (Möller, 1929)

“

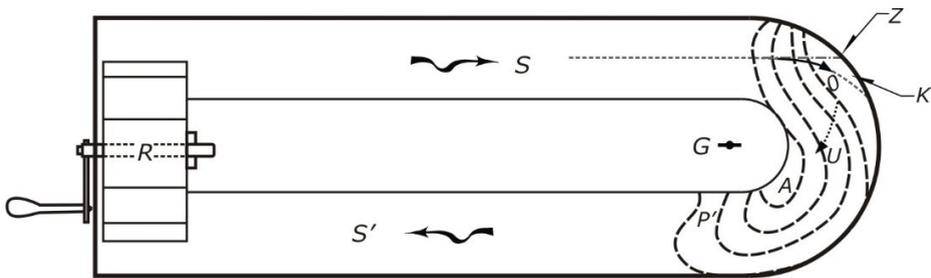
El experimento se basó en poner el agua en movimiento de remolino mediante agitación, y después de un tiempo se introdujo un colorante cerca del fondo. Se pudo observar la formación de espirales, también el movimiento de sedimentos en el fondo, cerca del centro del remolino, y la tendencia de las partículas flotantes en la superficie a desplazarse hacia los bordes del tanque. En este caso, los sedimentos son atraídos hacia el centro del torbellino. Las partículas en suspensión siguen el movimiento en espiral que se muestra en la figura 3.7 (vista lateral) y en la figura 3.8 (vista en planta). Las corrientes superficiales se indican con líneas sólidas; los movimientos verticales de ascenso o descenso, con líneas discontinuas; y las corrientes de fondo, con líneas de puntos.

”

Möller utilizó en 1891 un pequeño canal, para explicar durante sus actividades de docencia el transporte de sedimentos y el fenómeno de la erosión, así como el depósito en curvas de canales (de fondo móvil); el canal fue como el mostrado en el esquema de la figura 3.9, en el que el movimiento del agua se realizaba con base en una rueda con paletas.

“

En la figura 3.9, R es una rueda de paletas utilizada para poner el agua en movimiento; S es el flujo de entrada y S' el flujo de retorno; Z un punto que se localiza en la dirección del flujo superficial y U la dirección del flujo subsuperficial en la curva; K la zona de socavación de la arena; A el depósito de sedimentos; y G un tornillo de fijación para nivelar el aparato.



”

**Figura 3.9** Canal experimental usado en 1891 (Möller, 1929)

Con respecto a sus investigaciones en el movimiento vertical y transversal del agua en un canal, Möller (1929) describe en el Apartado E lo siguiente:

“

### E. Primeras determinaciones de las direcciones de las corrientes superficiales y subsuperficiales

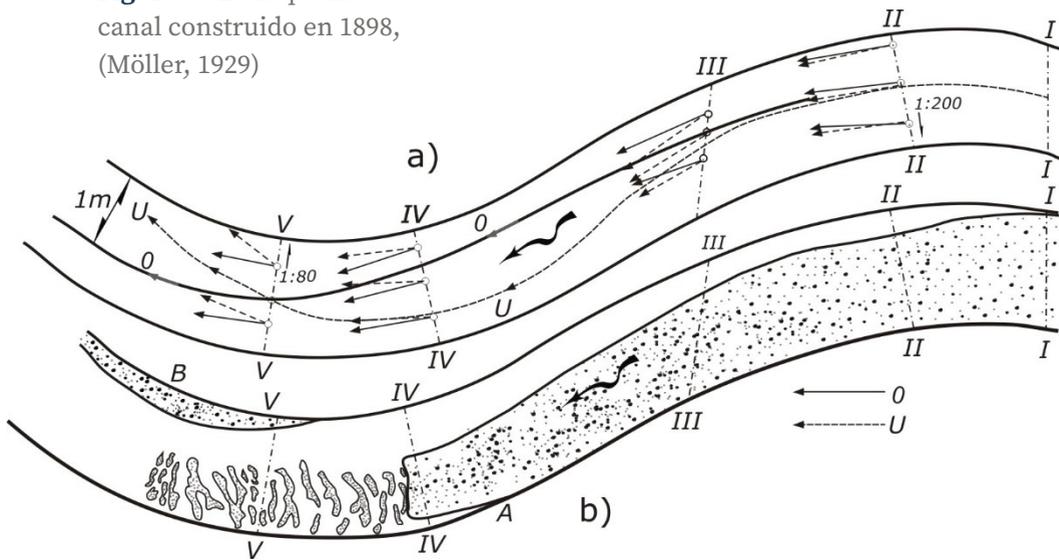
El segundo canal que usó Möller en 1898, hecho con placa de zink, tenía 15 m de largo y 1 m de ancho; en las figuras 3.10a y 3.10b se presentan

”

los esquemas de ese canal. En la ilustración se ha omitido el canal de entrada de 4 m de longitud.

Möller, con la ayuda de sus estudiantes, «determinó las direcciones del flujo en el canal con tirante de 0.40 m; para la prueba experimental, el fondo se cubrió con un espesor uniforme de arena».

**Figuras 3.10** Esquema del canal construido en 1898, (Möller, 1929)



Al parecer, se ubicaron tres puntos en la sección transversal II (figura 3.10a). Por ejemplo, en el punto central de la sección transversal II, se colocó un colorante sobre la plantilla del canal, y con el flujo se formó una raya de agua coloreada; se procedió a fijar un hilo en un punto de medición, de manera que siguiera la posición media de la raya de agua coloreada; así se determinó la trayectoria del flujo en la plantilla del canal. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.10a.

“

En la figura 3.10 b, las zonas blancas indican los lugares en los que la arena fue arrastrada, lo que demuestra que la erosión comienza al principio de una curva en forma de una estrecha franja que se ensancha en dirección a la corriente. Esto tiene lugar a lo largo de la orilla derecha, comenzando en la sección transversal *I* de la figura 3.10 b, y la tendencia a la socavación se extiende aguas abajo casi hasta donde la corriente superficial indicada por la línea continua sigue a lo largo de la orilla derecha. Sólo donde el eje de la corriente cambia hacia la orilla izquierda comienza la sedimentación en *B*, a la derecha. A lo largo de la orilla izquierda se ve que la arena no es transportada en el tramo convexo; pero allí, también la socavación comienza en el punto *A*, donde la corriente entra en el nuevo canal cóncavo a lo largo de la orilla izquierda. Aguas abajo de la sección transversal *IV* se formaron barras de arena que fueron gradualmente arrastradas. En las secciones transversales *II* y *V* se midieron las pendientes transversales que se indican en la figura 3.10 a. La superficie del agua en el lado cóncavo en *II* resultó ser 5 mm y en *V* 12.5 mm más alta que en los lados opuestos. La línea discontinua *U*, en la figura 3.10 a, indica la trayectoria media de un filamento de agua en la corriente de fondo, partiendo de un punto de la sección transversal *I* en el centro del canal. En cualquier lugar que esta línea se acerque a la orilla, se produce la sedimentación. La corriente superficial *O* y la corriente subsuperficial *U* forman el mayor ángulo entre sí en la sección transversal *V*, aproximadamente en el punto de máxima curvatura. La caída longitudinal en la sección en la que se realizaron las mediciones fue de aproximadamente 1:500, siendo la velocidad a lo largo del *thalweg* o eje de la corriente en la superficie en el extremo aguas arriba de 0.49 m/s, y en el extremo de aguas abajo 0.44 m/s.

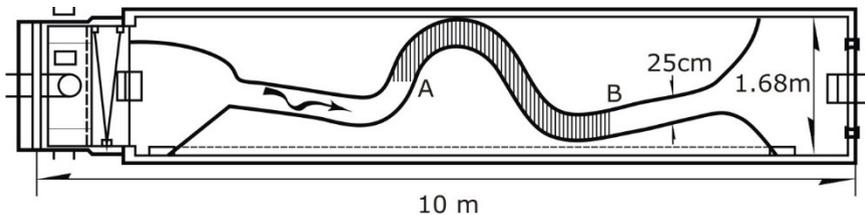
”

En cuanto al material transportado, Möller (1929) presenta el apartado siguiente:

## 66 G. Movimiento de material transportado

De especial importancia, en relación con la mejora de los ríos, es la naturaleza del movimiento del material transportado, siguiendo una línea de forma sinuosa a lo largo del cauce, es decir, en los lugares en los que el eje de la corriente se cruza de una margen del río a la otra, lo que siempre tiene lugar cuando la curvatura del canal se invierte. Sobre este tema se dispone de exhaustivos resultados experimentales obtenidos en laboratorio (ver, por ejemplo, Lüders, 1925).

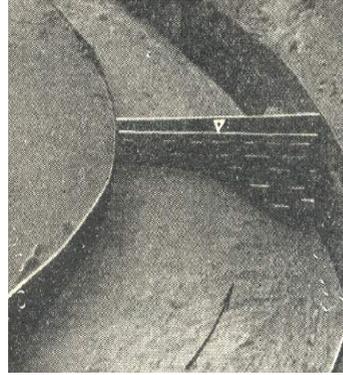
En la figura 3.11 se muestra un esquema del canal experimental construido con paredes verticales de placa de hierro. El tramo A-B, utilizado para las mediciones, se indica con sombreado; tiene 3.5 m de largo por 0.25 m de ancho, con un tirante inicial de 0.037 m. El fondo está formado por arena fina de color claro. En primer lugar, se produjo un flujo con velocidad superficial de 0.25 m/s, lo que provocó una socavación en algunos lugares de hasta 0.08 m, medido desde la superficie del agua hacia abajo, mientras que la profundidad sobre los depósitos llegó a ser de apenas 0.01 m.



**Figura 3.11** Canal experimental de fondo móvil  
(Figura de Möller, 1929)

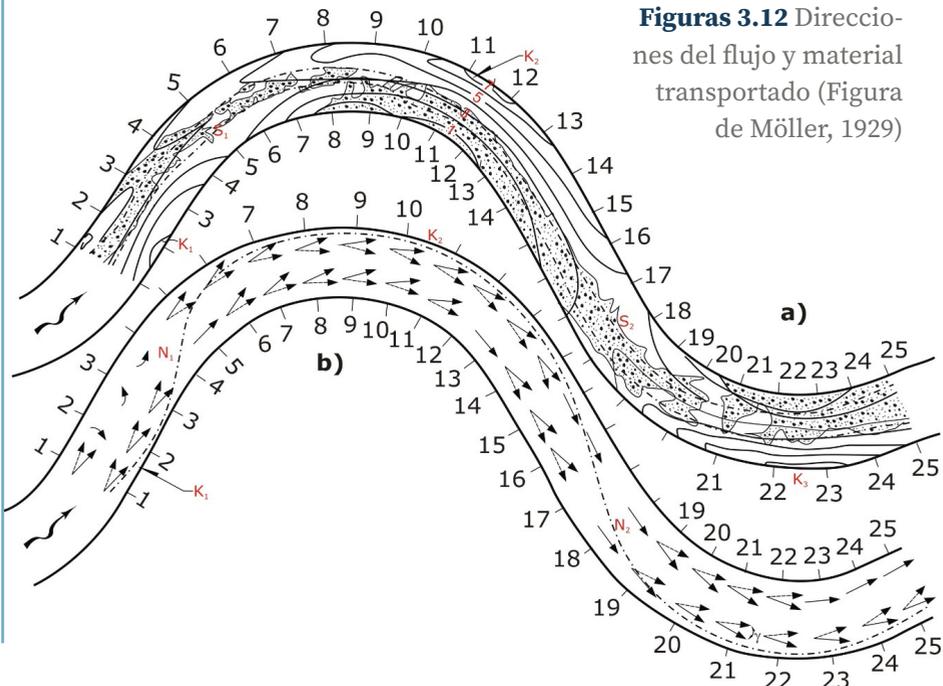
La fotografía 3.1 muestra uno de esos hoyos socavados; su forma se ve acentuada por una pizarra negra pegada transversalmente al canal.

**Fotografía 3.1** Socavación en el lado exterior de la curva de un canal (Fotografía tomada de Möller, 1929)



Se realizó un estudio de la configuración del fondo con un contrapeso desde un puente. Las mediciones se realizaron después de que el fondo se secase mediante el drenaje lento del agua. Las figuras 3.12 muestran los resultados obtenidos.

**Figuras 3.12** Direcciones del flujo y material transportado (Figura de Möller, 1929)



A continuación, se permitió que el agua entrara lentamente con un gradiente de 1:4000, hasta que se restablecieron aproximadamente las profundidades existentes anteriormente sobre los hoyos de socavación y los depósitos arrastrados. La velocidad de la superficie era de sólo 0.1 m/s. Después, en donde inicia el canal se vertió lignito pulverizado o carbón blando frotado en forma de lechada mediante la mezcla con agua, y se realizaron observaciones sobre los movimientos y la forma de sedimentación del material ligero. El tamaño de los granos, el peso por volumen (obtenido a partir de la masa seca agitada), la gravedad específica de la masa antes de ser frotada hasta convertirla en polvo, y los volúmenes de precipitación en el agua se determinaron tanto para la arena blanca como para el lignito en polvo. El color oscuro de este último permitía rastrear con gran claridad su divagación.

La figura 3.12a muestra, mediante líneas sólidas, los contornos de la profundidad del agua derivados de la primera parte del experimento. Las líneas onduladas delimitan las zonas en las que se depositó el polvo de lignito durante la segunda parte del experimento. El camino recorrido por las partículas más finas de lignito, allí donde había suficiente velocidad a lo largo del fondo, está encerrado entre líneas discontinuas; forma una estrecha banda que se extiende entre los depósitos y el centro del canal.

En los tramos rectos del canal se mantiene en el lado en el que se produce la deposición y se cruza sólo cuando se invierte la curvatura. En la figura 3.12b las direcciones de las corrientes superficiales se indican con flechas sólidas, y las de las corrientes sub superficiales y de fondo con flechas de puntos. Por último, el eje de flujo que siguen los cuerpos que flotan en la corriente se indica con una línea de puntos y rayas.

Todo lo que se ha explicado en las secciones anteriores se mostró claramente aquí; por ejemplo, la tendencia de los sedimentos en un tramo recto a mantenerse cerca de los lados donde se inicia, debido a que el flujo de fondo está siempre en direcciones ligeramente oblicuas y se mueve desde el centro del perfil del canal hacia las orillas. Esta acción, en un tramo recto, tiene lugar a ambos lados del eje del canal (figuras 2.10 y 2.11, del Capítulo 2 del presente trabajo). Y lo que ocurre en un canal curvo puede describirse como correspondiente a los fenómenos de remolinos y anillos de agua (figuras 3.7 y 3.8).

El movimiento descendente a lo largo de las orillas cóncavas, figura 3.6, apareció en los experimentos de Lüders; los hilos de medición que se encontraban justo debajo de la superficie fueron claramente arrastrados hacia abajo a pesar de los flotadores de corcho. Además, el proceso de erosión se mostró aquí, y fue notable en los experimentos de 1898, en forma de una franja muy estrecha a lo largo de la orilla cóncava en la entrada de una curva. A medida que el movimiento en espiral avanza río abajo a lo largo de la orilla cóncava, el extremo inferior afecta la orilla y el movimiento se hace más notable, por lo que aumenta el ancho de la superficie erosionada. El sedimento, resultante de la erosión de la orilla o del lecho, y puesto en movimiento por esta acción de erosión, es arrastrado a lo largo de líneas oblicuas hacia la orilla opuesta (en ese punto, convexa). Los sedimentos procedentes de puntos situados aguas arriba no se depositan en el hoyo erosionado, ya que las corrientes de fondo que emanan de este los arrastran hacia la otra orilla.

La trayectoria del material sedimentario que se desplaza desde puntos situados aguas arriba, en el caso de un canal perfectamente recto, es de doble naturaleza, aunque no está claramente definida. Aparece en forma de dos bandas, que se extienden a ciertas distancias de las orillas donde hay suficiente velocidad para transportar el material. Estas ban-

das dobles no pueden existir excepto cuando los sedimentos procedentes de puntos situados aguas arriba llegan a ambos lados.

Cuando existe una curva aguas arriba, sus corrientes sub superficiales arrastran el sedimento que llega desde arriba hacia la orilla convexa, donde permanece, vagando por esta orilla hasta que en una inversión de la curvatura, es arrastrado hacia la orilla opuesta.

En el primer caso, el material que viaja se encuentra en un canal recto sólo en el lado en el que llegó al extremo superior. Esto se ve claramente en las figuras 3.12, entre las estaciones 13.5 y 16.5. Por tanto, el material transportado no recorre el camino más corto posible de una barra de arena a la siguiente, sino que mantiene su trayectoria hacia un lado hasta que comienza un tramo cóncavo. En consecuencia, el desgaste de los materiales de las paredes de las tuberías de alcantarillado se produce en el lado convexo.

La trayectoria de una partícula de material sedimentario depende de su tamaño y de su peso específico; está sometida a dos fuerzas que actúan en ángulo recto con respecto al canal, una de ellas es la gravedad, que tiende a obligar a la partícula a descender por las laderas de los bancos hacia el punto de mayor profundidad del perfil, y la otra son las corrientes transversales del fondo (que la obligan a desplazarse lateralmente) en los lugares cóncavos. Ambas fuerzas se unen en los lugares cóncavos y continúan haciéndolo hasta el punto de mayor profundidad del perfil; como resultado, estos tramos de bancos cóncavos se liberan de material susceptible de ser transportado, el cual se mantiene en el lado opuesto.

A lo largo de las franjas situadas entre la parte más profunda del canal y la orilla convexa, la corriente transversal impulsa a la partícula aún

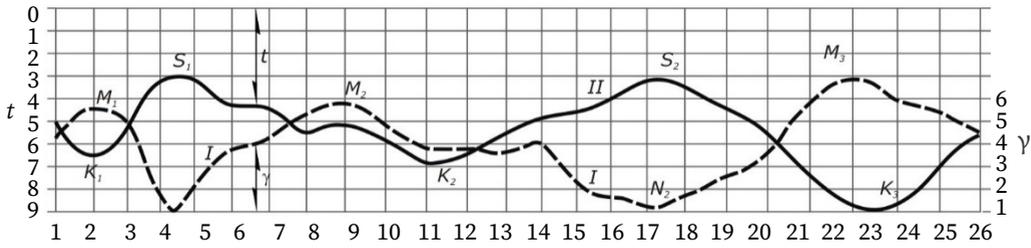
más cerca de esta última, aunque su tendencia aquí es a deslizarse por gravedad por el fondo inclinado hacia el punto más profundo de la sección transversal. Donde estas dos fuerzas opuestas que actúan sobre la partícula sedimentaria se igualan, es el lugar geométrico que determina la trayectoria de la partícula en el movimiento fluido. Otras sustancias más ligeras tienen sus trayectorias más cerca de la orilla, formando así, a lo largo del fondo inclinado cerca de la orilla convexa, una banda o franja de material viajero.

A la orilla de esta franja, la corriente es demasiado débil para transportar el sedimento, especialmente la parte más pesada, lo que hace que se deposite allí.

En la figura 3.12b se indica, mediante flechas, las direcciones de las corrientes superficiales y sub superficiales; estas últimas se muestran con líneas discontinuas. Los puntos en los que se acercan el ángulo de desviación y el de las direcciones al valor cero están marcados con una N. Es en estos puntos donde se encuentra el cruce o la barra; mientras que en los puntos en los que  $\gamma$  es grande, se produce la socavación. Una punta de flecha curva indica la aparición de un remolino.

Las relaciones anteriores se pueden ver claramente en la figura 3.13. En ella se muestran los valores de  $\gamma$  (véase la línea I de la figura 3.13) y las profundidades de agua  $t$  (véase la línea II de la figura 3.13) que son mostradas por la línea formada por punto y guion en la figura 3.12b; los primeros se representan como ordenadas de abajo hacia arriba, y las profundidades  $t$  desde la superficie (línea cero en la parte superior) hacia abajo. Un valor de  $\gamma=1$  corresponde a un ángulo de  $5^{\circ}43.2'$ ; asimismo, el ángulo es de  $11^{\circ}19'$  para  $\gamma=2$ ;  $16^{\circ}42'$  para  $\gamma=3$ ;  $21^{\circ}48'$  para  $\gamma=4$ ; y  $26^{\circ}35'$  para  $\gamma=5$ . Las profundidades del agua se indican en centímetros. Las barras S (lugares de menor profundidad a lo largo del talud) coinciden

con los puntos  $N$  (valores nulos de  $\gamma$ ), mientras que los valores máximos de  $\gamma$ , marcados con  $M$ , producen agujeros de socavación  $K$ . En la mitad de la curva, que tiene un ángulo central de  $120^\circ$ , el punto más profundo de socavación no aparece, sin embargo, hasta aguas abajo de  $M_2$  (donde  $\gamma$  alcanza un máximo), una distancia igual al doble del ancho del canal.



**Figura 3.13** Valores de  $\gamma$  y  $t$  (Figura de Möller, 1929)

”

Las mediciones se repitieron con un flujo de agua bajo. El eje del flujo gira entonces más bruscamente de un lado a otro. Además, durante las etapas de caída se observa una muy pronunciada en las barras, seguida de un lavado parcial de las mismas.

### H. Fenómenos de perturbación

“

Una influencia real en la formación de la sección transversal la ejercen las direcciones de los vientos dominantes a lo largo de un río; estos producen una acumulación del agua a lo largo de la orilla hacia la que sopla el viento y la socavación de la misma. Merece la pena realizar experimentos de laboratorio sobre este tema, ya que los efectos del viento son de considerable importancia en los tramos de los ríos que son notablemente anchos.

Por otro lado, es muy pequeña la tendencia para que el thalweg sea empujado desde el centro del canal, debido a la rotación de la tierra sobre su eje; el efecto de este último en todas las corrientes, y para todas las direcciones del flujo ya sea norte, este, sur u oeste, es producir la misma fuerza débil que tiende a profundizar la sección transversal a lo largo de la orilla derecha en el hemisferio norte y a lo largo de la orilla izquierda en el hemisferio sur. Esta fuerza se hace nula en el ecuador, donde  $\sin \phi = 0$  [ $\phi$  es la latitud, supuesto por el editor original] y es mayor en los polos. En las corrientes de marea con la inversión del sentido del flujo con la marea alta y baja, la orilla hacia la que se empuja el talweg es, por tanto, alterna. Es posible demostrar experimentalmente estas influencias haciendo girar el canal recto un eje vertical. Por ejemplo, para obtener el efecto de la rotación de la tierra en un punto del paralelo  $50^\circ$  de latitud, magnificado 1000 veces, sería necesario girar el canal sobre su eje una vez en

$$\frac{(24)(3600)1}{(1000) \sin 50^\circ} = 113 \text{ s}$$

”

Y dar forma a su cauce para que corresponda con la parábola de rotación.

En Möller (1890), se trata «La relación matemática entre la pendiente transversal y el radio de las trayectorias superficiales y sub superficiales de las corrientes en curvas de ríos».

“

## K. Líneas de corriente y flujo turbulento de agua

Cuando la profundidad es suficiente y la velocidad baja, el agua se acumula detrás de un punto elevado en el fondo, como por ejemplo una piedra, y fluye por encima de esta obstrucción, creando así un valle ondu-

lado de profundidad insignificante. Esto es típico del flujo de corriente que se encuentra principalmente en los grandes arroyos, y del cual el proverbio dice: «Las aguas tranquilas corren profundas». Esta condición favorece la nivelación del fondo rellenando las depresiones existentes.

En contraste con lo anterior está el movimiento turbulento del agua, en el que esta, en virtud de su energía, salta por encima de las obstrucciones, provocando así una ola en el punto en el que se eleva el fondo (por ejemplo, por una piedra,), cuya altura excede la del objeto que forma la obstrucción. Rehbock llama a este tipo de flujo «flujo de disparo». Véanse como ejemplo en este sentido las ondas de la figura 7 (fotografía incluida en Möller 1929, pág. 69), también las ondas estacionarias en los arroyos de montaña o en el Isar, cerca de Múnich.

El modelo matemático y las relaciones físicas que se obtienen en los dos casos han sido investigados a fondo por mí, Möller (1894). Estos fenómenos, por lo general, están siendo demostrados con fines de instrucción en el laboratorio hidráulico. Se ha demostrado además, que en el flujo turbulento la velocidad del mismo es bastante pequeña en las ondas estacionarias, y rápida en la depresión entre las ondas. Esto favorece la acentuación de las irregularidades del fondo, provocando la formación de ondas o barras de arena en el lecho.

Estas ondas de arena se desplazan río arriba. La mayor velocidad y el mayor efecto de la erosión se producen en la depresión de estas ondas de arena.

”

En cuanto a sus experimentos, Möller (1929) comenta que el de mayor interés es el desarrollado en un canal trazado primero en línea recta; por efecto del flujo de agua, el canal se deterioró gradualmente; después de reconstruir la entrada del canal, la corriente tuvo un curso oblicuo hacia

una orilla, lo que resultó en un pronunciado meandro del canal y la erosión de las márgenes, con socavación y depósito de material en el fondo, oblicuamente opuestos, ofreciendo así muchos puntos de observación.

### 3.4 Contribuciones de Arnold Hartley Gibson

“

En un canal con curvatura horizontal, el funcionamiento hidráulico se complica aún más por una corriente que, como lo demostró Thomson (1877), barre la orilla interior y luego, como corriente superficial se extiende desde la orilla interior a la exterior de la curva, extendiendo así una capa de agua que se mueve lentamente sobre la superficie de la corriente.

Esto tendrá el efecto de deprimir el filamento de máxima velocidad en una cantidad que será mayor en la orilla interior, y que probablemente sólo se sentirá ligeramente en la orilla exterior. De hecho, es probable que, debido al barrido del agua de mayor velocidad, desde el centro hacia el lado exterior de la corriente, el filamento de máxima velocidad en todos los puntos entre el centro y la orilla exterior esté en la superficie. Esta conclusión está confirmada por los resultados publicados de los aforos del río Oswego, en Battle Island, Nueva York (*Water Supply and Irrigation Paper*, No. 95, p. 129), estos aforos se tomaron muy cerca de una curva.

”

En la mayoría de los ríos esta acción modificará notablemente el efecto de las márgenes y la distribución de las corrientes transversales.

En sus conclusiones con respecto a canales curvas, indica lo siguiente;

“

(3) En un canal curvo este efecto se modifica por la formación de una corriente transversal, debida a la acción centrífuga del agua y que se extiende sobre la superficie desde la margen interior hasta la exterior;

1

2

3

4

5

6

”

esta corriente tiende en general, a que el filamento de máxima velocidad se presente a menor profundidad en todos los puntos que están entre la margen interior y el centro de la corriente, y a elevarlo en los puntos entre el centro y la margen exterior de la curva.

### 3.5 Aportaciones de S. Goldstein al estudio del flujo en canales con curvatura horizontal

En el libro de Goldstein (1938), página 84, se presenta la descripción siguiente:

“

Si el fluido fluye a lo largo de una tubería curva de sección cuadrada, por ejemplo, debe haber un gradiente de presión a través de la tubería para equilibrar la fuerza centrífuga. La presión debe ser mayor en la pared exterior, o pared más alejada del centro de curvatura, y menor en la pared interior, o pared más cercana al centro de curvatura. Sin embargo, el fluido cerca de las paredes superior e inferior se mueve más lentamente que el fluido en las partes centrales, y requiere un gradiente de presión menor para equilibrar su fuerza centrífuga. En consecuencia, se crea un flujo secundario en el que el fluido cerca de la parte superior y del fondo se mueve hacia el interior y el fluido del centro se desplaza hacia el exterior (figura 3.14).



**Figura 3.14** Flujo secundario en tuberías de sección rectangular y circular (Figura original de Goldstein, 1938)

La presión en la pared exterior es mayor en el centro de la tubería que en la parte superior o inferior, mientras que en la pared interior es menor. El flujo secundario se superpone a la corriente principal, de modo que el flujo resultante es helicoidal en la parte superior e inferior de la tubería. Este tipo de flujo secundario se establece sea cual sea la sección de la tubería, si es circular, por ejemplo. También se produce en los canales abiertos y en las curvas de los ríos. En consecuencia, la región de máxima velocidad se desplaza desde el centro de la tubería o de la superficie libre del canal o río hacia la pared exterior.

Se produce un fenómeno similar si se hace girar el fluido en un recipiente circular fijo, cerrado por abajo y abierto por arriba. La capa próxima al fondo gira más lentamente que el resto del fluido, y su fuerza centrífuga es, por tanto, menor que la de las capas superiores que determinan el gradiente de presión. Por lo tanto, el fluido se desplaza hacia el interior cerca del fondo, hacia arriba cerca del centro, hacia fuera en la parte superior y hacia abajo de nuevo cerca de la pared. Los cuerpos pequeños en el fondo del recipiente son arrastrados hacia el centro y se depositan allí (por ejemplo, azúcar no disuelto u hojas de té en una taza). En el libro se indica la referencia siguiente: «James Thomson, British Association Report, Dublin, 1857, Transactions of the Sections, p. 39; Papers in Physics and Engineering, p. 147».

En los ríos, la arena o la grava del fondo adquieren movimiento, de manera continua, por la corriente cerca del fondo, a cierta distancia y luego se vuelven a depositar. El efecto del flujo secundario en las curvas es el que retira material de la parte exterior y lo amontona en la parte interior. Esto explica el hecho, generalmente observado, de que los lechos de los ríos se desplacen cerca de la orilla exterior y se sedimentan cerca de la orilla interior, mientras que la curva se hace cada vez más pronunciada. Esta explicación, junto con una confirmación experi-

mental, fue dada por James Thomson. En el libro se indica la referencia siguiente: «Proc. Roy. Soc. A, 25 (1876-7), 5-8 and 356, 357; Proc, Institution of Mechanical Engineers (1879), 456-460; Papers in Physics and Engineering, pp. 96-106».

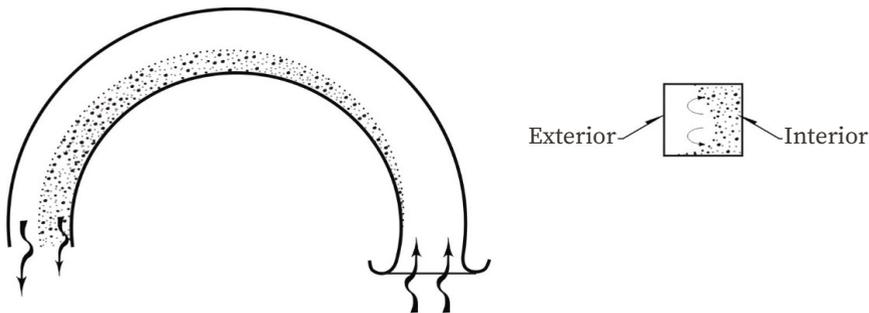
En la confirmación experimental, la pendiente de la margen interior aumentó y al fluir hacia arriba la corriente se separaba de la pared, además de que se formaba un remolino cerca de la superficie libre en la parte superior del banco interior, cuya existencia se demostró mediante el uso de filamentos coloreados sugeridos por Archibald Barr.

Exner da una explicación diferente del meandro de los arroyos {Ergebnisse der kosmischen Physik, 1 (Leipzig, 1931; Supplement to Gerlands Beiträge zur Geophysik), 373-445). Según Exner, cuando una corriente se sedimenta en un lado se forman remolinos de sotavento con ejes verticales detrás del banco de arena (similares a los remolinos detrás de un cilindro descritos en § 10, p. 38). La corriente se desvía hacia la orilla opuesta con velocidad extra, y se produce una rápida erosión. La parte posterior de la margen queda sobresaliendo; se forman remolinos de sotavento detrás de la superficie que sobresale, con más sedimentación; y así sucesivamente. Los remolinos de sotavento probablemente desempeñan algún papel, pero la teoría propuesta por James Thomson parece ser sustancialmente correcta.

Para un ejemplo de la complicada situación de un río real, se puede consultar Eakin, Nat. Res. Counc. part 2 (1935), 467-472, donde se describen las observaciones en el Mississippi.

El flujo secundario también explica por qué hay una capa mucho más gruesa de fluido en movimiento lento en la pared interior de un tubo curvo que en la exterior. El fluido que se mueve más rápido en el centro

se desplaza hacia el exterior, empujando el fluido de la capa límite en la pared exterior hacia la parte superior e inferior, y a lo largo de las paredes superior e inferior hacia la pared interior. De este modo, el fluido que ingresa al centro es llevado continuamente a la vecindad de la pared exterior y luego es forzado a dar la vuelta hacia la pared interior, siendo continuamente desacelerado. De este modo, se produce una acumulación de fluido retardado en la pared interior (figura 3.15).



**Figura 3.15** Fluido desacelerado en el interior de la curva (Figura original de Goldstein, 1938)

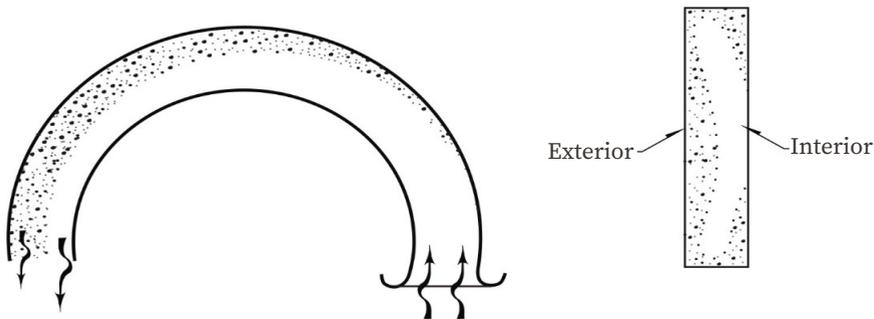
En cambio, en un canal curvo, profundo y estrecho, se da exactamente el resultado contrario. Hay una acumulación de líquido retardado en la pared exterior. Para explicar esto podemos considerar primero el flujo bidimensional a lo largo de un canal curvo. En un flujo curvo de este tipo, la fuerza centrífuga sobre un elemento de fluido debe ser equilibrada por un gradiente de presión hacia el interior. Si una partícula va demasiado despacio, su fuerza centrífuga es demasiado pequeña y se desplaza hacia el interior. A la inversa, un elemento que va demasiado rápido se desplaza hacia el exterior. Cerca de las paredes el fluido se retrasa. Por lo tanto, la tendencia es que las partículas cercanas a la

pared se dirijan hacia el interior, y que las partículas fuera de la capa límite se desplacen hacia el exterior. En la pared exterior aumenta el intercambio entre el fluido que se mueve más rápido y el que se mueve más lentamente, y se engrosa la capa retardada. En cambio, en la pared interior, el intercambio entre el fluido más rápido y el más lento aumenta la capa retardada. El resultado es que la capa retardada es más gruesa en la pared exterior que en la interior.

Supongamos de nuevo que el flujo tiene lugar entre dos cilindros coaxiales, y consideremos su estabilidad. Si el momento angular del fluido alrededor del eje en el flujo no perturbado aumenta hacia el interior, y si un elemento de fluido se mueve hacia el interior, manteniendo su momento angular original, este tiene una velocidad menor que la propia a su nuevo entorno. Por lo tanto, según el argumento anterior, tiende a desplazarse más hacia el interior. De ahí que dicho flujo sea inestable. En cambio, un flujo en el que el momento angular aumenta hacia el exterior es estable. El argumento puede aplicarse a cualquier flujo curvo siempre que el número de Reynolds sea grande y la influencia de la viscosidad no sea demasiado grande. El flujo en la capa límite es, por tanto, inestable en la pared exterior y estable en la pared interior. Esto amplía el argumento dado anteriormente, y vemos de nuevo que la capa de fluido retardado será más amplia en la pared exterior.

En un flujo recto no hay gradiente de presión a través de un canal. Por lo tanto, en la transición de un flujo recto a uno curvo hay un aumento de la presión en la pared exterior y una disminución en la pared interior. El aumento de la presión en la pared exterior ayuda al engrosamiento de la capa límite. Pero incluso cuando la curvatura es ligera y este efecto es relativamente poco importante, el engrosamiento total es grande. La influencia del aumento de presión no puede ser grande.

Si ahora tenemos un canal curvo con una sección transversal rectangular finita, pero con el lado exterior muy largo en comparación con el del interior, el flujo secundario se limita a ambos lados extremos. El recorrido a lo largo de la pared exterior y de la parte superior o inferior que tendría que seguir el fluido procedente del centro del canal, en el flujo secundario, para llegar a la pared interior, sería muy largo, demasiado largo para ser recorrido. Por eso el flujo secundario está, de hecho, confinado a los extremos. Cerca del centro no hay un gradiente de presión notable hacia o desde la parte superior o inferior, como ocurre, por ejemplo, en un tubo cuadrado. Por lo tanto, en el centro de un canal de este tipo, con sus lados en la proporción de, digamos, 8:1, el fluido retardado se acumularía realmente en la pared exterior, y no en la pared interior como en el caso de una sección cuadrada (figura 3.16). (Betz, *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete*, Aachen, 1929 (Berlin, 1930), pp. 10-18, desde las cuales, las figuras 3.15 y 3.16 están copiadas con sencillas modificaciones).



**Figura 3.16** Canal con curvatura (Figura original de Goldstein, 1938)

Sin embargo, para evitar malentendidos, cabe señalar que el flujo secundario es diferente en el flujo turbulento a través de tubos rectos que no son de sección circular, así como en el flujo recto ordinario de una

corriente de sección no circular, y también en el flujo recto ordinario de una corriente. En este último caso, por ejemplo, hay un flujo transversal lento hacia fuera del centro, cerca del fondo; hacia arriba, cerca de los lados; hacia adentro, cerca de la parte superior; y hacia abajo, cerca del centro; de modo que, por ejemplo, la región de máxima velocidad se produce a cierta distancia por debajo del centro de la superficie libre. Estos son fenómenos diferentes a los que hemos considerado.

Esta explicación de la posición de la región de máxima velocidad se debe también a Thomson (1878), donde se dan referencias a los informes del material de observación. Él explicó (1) que el fenómeno del flujo secundario se debe a la turbulencia de la corriente; (2) que la acción retardadora de las paredes se ejerce casi por completo a través de la mezcla con la corriente principal del fluido retardado que ha estado cerca de las paredes, excepto en una capa delgada junto a ellas donde los procesos de distorsión del fluido tienen lugar con gran intensidad; en otros lugares que no sean estas capas, la mera viscosidad del agua tiene un efecto insignificante; y (3) que las corrientes transversales son causadas por la acción del fluido en movimiento irregular de la corriente principal sobre esta capa retardada. Él dice: «La delgada lámina de agua muerta tenderá, por la acción del agua más rápida que se mueve siempre sujeta a variaciones tanto de velocidad como de dirección de movimiento, a ser impulsada en masas irregularmente distribuidas; y estas, forzadas por el fluido de movimiento más rápido que pasa por ellas, moverán a esa agua hacia los lados, y se mezclarán con ella y pasarán con algún movimiento transversal para combinarse con otras partes de la corriente». Pero esto difícilmente puede ser descrito como una explicación completa.

”

## 4

CONCLUSIONES  
Y RECOMENDACIONES

En este complicado comportamiento del flujo helicoidal en canales intervienen: la fricción dinámica que se produce entre el flujo y las fronteras sólidas del canal, la interacción entre las partículas del flujo, la viscosidad del fluido, la forma y dimensiones de la sección transversal, el cambio en el alineamiento de las paredes del canal, entre otras variables. Todas estas interacciones contribuyen a la presencia de las llamadas corrientes secundarias en el flujo, que se distinguen por seguir trayectorias oblicuas a la dirección del flujo total. En este contexto, el movimiento de las partículas del flujo es de forma helicoidal, el cual se forma de manera natural.

En canales rectos, el comportamiento helicoidal de las partículas del flujo aumenta en función de las dimensiones y forma de la sección transversal, de la rugosidad de las paredes del canal, de la relación ancho - tirante del canal, de la velocidad del flujo, etc.

En canales con transporte de sedimento, la presencia del flujo helicoidal influye en los procesos del transporte de material en el fondo y en suspensión; por tanto, también tiene influencia en la formación de la configuración del fondo, lo que hace que se modifique la resistencia al flujo.

En canales con curvatura horizontal, además de ser más notable el movimiento helicoidal del flujo, también influye en los procesos de

1

2

3

4

5

6

transporte, erosión y sedimentación, lo que da lugar a que se modifique la forma de la sección transversal a lo largo del canal.

Actualmente, es ampliamente conocido que, en cuanto a la formación de vórtices con eje casi vertical, estos aparecen en la interacción que hay entre el flujo y las paredes laterales de un canal, con alineamiento divergente a la dirección del flujo total; estos cambios producen estelas de pequeños remolinos o vórtices en zonas llamadas de separación. En estos casos, los remolinos son más fáciles de notar al observar una pequeña franja de la superficie libre del agua que colinda con la pared lateral del canal; dichos vórtices se mueven en la dirección del flujo total. Las estelas de los vórtices de eje casi vertical también son producidas por la presencia de obstáculos en el flujo; un ejemplo son las pilas y los estribos que forman parte de la cimentación de un puente carretero o ferroviario que cruza un río; otro ejemplo son las estructuras de defensa marginal, como los espigones. En canales de sección compuesta, la formación de remolinos y del flujo helicoidal se produce en la zona que hay entre el canal principal y el canal lateral; también se tiene flujo helicoidal en los canales de rugosidad compuesta, que se distinguen porque la rugosidad de las paredes laterales del canal es variable a lo largo del perímetro mojado. Así, el campo vectorial de las velocidades que se tiene en cualquier flujo turbulento a superficie libre en un canal es esencialmente tridimensional.

Por tanto, es de gran importancia conocer la cinemática y dinámica del flujo helicoidal y su interacción con fronteras móviles, como lo son los cauces arenosos.

Por un lado, en la actualidad se dispone de instrumentos como el micro ADV-Lab y el VectrinoII: el primero mide los tres componentes de la velocidad en un punto dentro del flujo; mientras que el segundo

registra la distribución vertical, en un intervalo del orden de tres centímetros, de los tres componentes de la velocidad, ambos de manera semi - invasiva dentro del flujo. Desde luego, se siguen desarrollando otros instrumentos para registrar la velocidad del flujo en canales.

Por otro lado, se dispone de sistemas de modelación matemática, como Telemac-Mascaret y FLOW3D (entre otros), que permiten calcular el campo tridimensional de las velocidades en canales. La disponibilidad de estos sistemas de modelación matemática y de una instalación experimental para canales, de dimensiones adecuadas, permite desarrollar estudios de investigación del tipo numérico-experimental, del desarrollo del flujo helicoidal. De esta manera, se tendrán resultados que permitan considerar la necesidad de hacer un proceso de calibración, verificación y validación del correspondiente sistema de modelación matemática que se use, con base en los resultados experimentales.

Un primer estudio podría consistir en la modelación numérico experimental del flujo helicoidal en un canal recto, con fondo fijo y paredes hidráulicamente lisas y rugosas. Una vez que se conoce el grado de aproximación de alguno de los sistemas de modelación matemática, se podría continuar con estudios en canales rectos de fondo móvil, con cambios en la resistencia al flujo, el transporte de sedimentos en el fondo, y, en el caso de disponer de la infraestructura necesaria, estudios de transporte de material en suspensión; después, con canales de fondo fijo y curvatura horizontal, en los que también podría incluirse, posteriormente, el fondo móvil y el transporte de sedimento en suspensión.

Otros estudios podrían consistir en la modelación numérico experimental del funcionamiento hidráulico de diversas estructuras hidráulicas como: expansiones y contracciones, vertedores, compuertas, pilas, espigones, etc.

También se pueden proponer otras pruebas para estudiar el efecto de la presencia de pilas, espigones, etc. en canales de fondo móvil.

Se pretende que este trabajo sea considerado como una invitación para quienes quieran desarrollar estudios en hidráulica de canales e hidráulica fluvial, con base en aplicaciones del tipo numérico experimental, pero considerando que el campo de velocidades del flujo es tridimensional.

1

2

3

4

5

6

## 5

RECONOCIMIENTOS  
Y AGRADECIMIENTOS

Es muy agradable incluir este párrafo, como testimonio de gratitud para las Licenciadas Patricia Eugenia García Naranjo y Nismet Díaz Ferro, por su paciente ayuda en la revisión del texto, lo que permitió mejorar todo este trabajo, en cuanto a la redacción, el retoque de figuras, la adecuación a un novedoso y agradable formato, así como a la elaboración de la portada, con el objetivo de que la presente publicación sea atractiva y útil, principalmente para las y los estudiantes de la Asignatura de Hidráulica de Canales, que forma parte del plan de estudios de Ingeniería Civil, de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Las Licenciadas J. Elizabeth Plata García, María Guillermina Sánchez Nahucatl y Suria Noemí Bustos Venegas, de la Unidad de Servicios de Información, USI, del IIUNAM, se encargaron de conseguir algunas de las referencias consultadas; sin su ayuda no se habría podido mejorar la documentación del tema que se trata en el presente trabajo.

El Sr. Israel García Castro, de la sección de dibujo del IIUNAM, elaboró los esquemas de las figuras que se incluyen en el presente trabajo.

Se agradece la aprobación del Coordinador de Hidráulica, Dr. Edgar Mendoza Baldwin; de la Sub Directora de Hidráulica y Ambiental, Dra. Rosa María Flores Serrano; y de la Directora del Instituto de Ingeniería, Dra. Rosa María Ramírez Zamora, para la realización del presente trabajo.

1

2

3

4

5

6

También se agradece al Ing. Jesús Gallegos Silva, Jefe del Departamento de Hidráulica; al Ing. Marcos Trejo Hernández, Secretario Académico; al M. en I. Octavio García Domínguez, Jefe de la División de Ingenierías Civil y Geomática; y al Dr. José Antonio Hernández Espriú, Director de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por las facilidades otorgadas para la publicación del presente documento.

1

2

3

4

5

6

- BISWAS, A. K. (1970). *History of hydrology*, Amsterdam, The Netherlands: North-Holland Publishing Company.
- BOILEAU, P. P. (1854). *Traité sur la mesure des eaux courantes: ou expériences, observations et méthodes concernant les lois des vitesses, le jaugeage et l'évaluation de la force mécanique des cours d'eau de toute grandeur; le débit des puits des usines, des fortifications et des canaux d'irrigation; et l'action dynamique des courants sur les corps en repos*, Paris: Mallet-Bachelier.
- CASTELLI, B. (1628). *Della misura dell'acqua corrente*. Roma, Nella Stamparia Camerale.
- DARCY, M. H. y Bazin, M. H. (1865). *Recherches Hydrauliques. Première Partie. Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts, Mémoires présentées par divers savants à L'Académie des Sciences*, Paris.
- D'AUBUISSON DE VOISINS, J. F. (1840). *Traité D'Hydraulique, A L'usage Des Ingénieurs*, Seconde Édition, Paris.
- De Volson Wood, C. E. (1879). *On the flow of water in rivers*, *Transactions*, ASCE, 8(1), pp 173-178.
- DE LELIAVSKY, N. (1894). *Currents in streams and the formation of stream beds*. *6th Int. Congress on Internal Navigation*, The Hague, Netherlands.
- Ferrand H. D. (1871). *On the flow of water in rivers and canals*, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. LXII, pp 167-173.

FRANCIS, J. B. (1868). *Experiments on hydraulic motors, Lowell hydraulic experiments. Flow of water over weirs, in open canals of uniform rectangular section, and through submerged orifices and diverging tubes*, Lowell, Massachusetts, Second Edition.

FRANCIS, J. B. (1878). On the cause of the maximum velocity of water flowing in open channels being below the surface, *Transactions*, ASCE, Vol. VII, pp 109-113.

FRAZIER, A. H. (1969). Dr. Santorio's water current meter, circa 1610, *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 95, No. HY1, pp 249-253.

FRAZIER, A. H. (1974). *Water Current Meters*. Washington: Smithsonian Institute Press.

FREEMAN, J. R. (1929). *Hydraulic Laboratory Practice*, Ed. Consulting Hydraulic Engineer. Published by the American Society of Mechanical Engineers, New York.

GIBSON, A. H. (1909). On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, *Proceedings of the Royal Society A*, Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Vol. 82, No, 553, DOI:<https://doi.org/10.1098/rspa.1909.0016>, pp 149-159.

GOLDSTEIN, S. (1938). *Modern development in fluid dynamics*, Clarendon Press, Oxford, Vol. 1.

HAGER, W. H. (2001). Gauckler and the GMS formula, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 127 (8), [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2001\)127:8\(635\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:8(635))

HERSCHEL, C. (1897) On the origin of the Chézy formula, *Journal of the Association of Engineering Societies*, Vol. 18, pp 363-369.

LEONARDO DA VINCI. (1828). *Del moto e Misura dell'Acqua*, Edited by Francesco Cardinali. In: *Riccolta d'autori Italiani che trattano del moto dell'acque*, Bologna, Italia.

1

2

3

4

5

6

- LEONARDO DA VINCI. (1924). *Del moto e Misura dell'Acqua*, edited by E. Carusi and Favaro. A., Istituto di Studii Vinciani, Nuova Serie, Vol. 1, Bologna, Italia.
- LEONARDO DA VINCI. (1956). *The notebooks of Leonardo da Vinci*, edited by E. MacCurdy, Vol.1, London, Jonathan Cape.
- LEVI, E. (1985). *El agua según la ciencia. Evolución de la Hidráulica*. Vol. I, Series del Instituto de Ingeniería, D-24, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- LEVI, E. (1986). *El agua según la ciencia. Evolución de la Hidráulica*. Vol. II, Series del Instituto de Ingeniería, D-24, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- LÜDERS, K. (1925). Beitrag zur Geschiebebewegung in S-Förmig getrümmten Flussläufen (Contribution to Movement of Sedimentary Material in S-Shaped River Bends). *Dissertation for obtaining doctor's degree at the Brunswick (Braunschweig), Technical University*.
- MAHDAD Talebpour y Xiaofeng Liu, (2019). Numerical investigation on the suitability of a fourth-order nonlinear  $k-\omega$  model for secondary current of second type in open- channels, *Jou. of Hydraulic Research*, 57:1, 1-12, DOI:10.1080/00221686.2018.1444676
- MARIOTTE, E. (1686). *Traité de mouvement des eaux et des autres corps fluides*. Transcribed and Reviewed by Digital Volunteers. Paris, E. Michallet.
- MELVILLE, B. W. y Coleman, S. E. (2000). *Bridge Scour*, Water Resources Publications, LLC, Highlands Ranch, CO.
- MÖLLER, M. (1883). Studien über die Bewegung des Wassers in Flüssen mit Bezugnahme auf die Ausbildung des Flussprofils (Studies Relating to the Flow of Water in Rivers with Reference to the Configuration of the Channel Cross Section). *Zeitschrift für Bauwesen. Ernst and Korn*, Berlin, Germany, p. 201.

- MÖLLER, M. (1890). Über Wasserbewegung im Strom und Gestaltung der Flussohle (Concerning Flow of Water in Rivers and the Configuration of Stream Beds). *Zeitschrift des Architekten und Ingenieur Vereins zu Hannover*, pp 455-468.
- MÖLLER, M. (1894). Ungleichförmige Wasserbewegung (The Irregular Flow of Water). *Zeitschrift des Architekten und Ingenieur Vereins zu Hannover*, pp 581-608.
- MÖLLER, M. (1929). IV. The hydraulic laboratory of the technical University at Brunswick, *Hydraulic Laboratory Practice*, In: Freeman, J. R. (ed.), ASME, New York.
- NEZU, I. y Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open-channel flows*. IAHR Monograph, A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- PEDROZA, G. E. (2017). *El molinete, importancia, fundamentos y buenas prácticas*. Primera edición digital, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), México.
- PITOT, M. (1732). *Description d'une Machine pour mesurer la vitesse des Eaux courantes, Et le sillage des Vaisseaux*. Histoire de L'Académie Royale des Sciences, pp 504-519.
- PRANDTL, L. (1904). *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*. In Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses, Heidelberg, S. 484–491.
- PRANDTL, L. (1942) *Führer durch die Strömungslehre*. Vieweg, Braunschweig.
- PRANDTL, L. (1952). *Essentials of Fluid Dynamics*. Hafner Publications, New York. (Es una traducción por Royal Society of London).
- REYNOLDS, O. (1883). XXIX. An Experimental Investigation of the Circumstances which determine whether the Motion of Water shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels, The Royal Society, *Philosophical Transactions*, Vol. 174, DOI: <https://doi.org/10.1098inst1883.0029>.

1

2

3

4

5

6

- ROUSE, H. e Ince, S. (1956). *History of hydraulic*. Iowa Institute of Hydraulic Research, State University of Iowa, Dover, New York p. 49
- STEARNS, F. P. (1883). On the current meter, together with a reason why the maximum velocity of water flowing in open channels is below the surface, *Transactions of ASCE*, 12, 331-338 pp.
- THOMSON, J. (1876). On the Origin of Windings of Rivers in Alluvial Plains, with Remarks on the Flow of Water round Bends in Pipe, *Proceedings of the Royal Society of London*, A, Vol. 25, pp 5-8 and 356-357; y (1912) *Collected Papers in Physics and Engineering*, Cambridge University Press, pp
- THOMSON, J. (1877). Experimental Demonstration in respect to the Origin of Windings of Rivers in Alluvial Plains, and to the Mode of Flow of Water round Bends of Pipe, *Proceedings of the Royal Society of London*, 356-357; y (1912) *Collected Papers in Physics and Engineering*, Cambridge University Press, pp
- THOMSON, J. (1878). On the Flow of Water in Uniform Régime in Rivers and other Open Channels, *Proceedings of the Royal Society of London*, 114-127; y (1912) *Collected Papers in Physics and Engineering*, Cambridge University Press, pp. 106-122.
- THOMSON, J. (1879). On the flow of water round river bends, *Proceedings Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 6, 456 - 460; y (1912) *Collected Papers in Physics and Engineering*, Cambridge University Press, pp. 96-106.

1

2

3

4

5

6



UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

*Reseña histórica de los estudios referidos  
al flujo helicoidal en canales*

Se publicó la primera edición electrónica de un ejemplar (3 MB) en formato PDF en noviembre de 2023, en el repositorio de la Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, Ciudad de México. C.P. 04510

El diseño estuvo a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. Las familias tipográficas utilizadas fueron Source Serif Pro y Sienna Math Pro, para texto y fórmulas matemáticas, y Brevia para títulos.