



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

*"ANÁLISIS COMPARATIVO DE PARÁMETROS DE  
EXTENSÓMETROS DE RESISTENCIA ELÉCTRICA Y  
REJILLAS DE BRAGG PARA LA MEDICIÓN DE  
DEFORMACIONES"*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

P R E S E N T A :

VIOLETA ALEJANDRA MÁRQUEZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. GUILLERMO PULOS CÁRDENAS



MÉXICO

2004

# ÍNDICE GENERAL

<b><i>Índice general</i></b>	vii
<b><i>Índice de figuras</i></b>	ix
<b><i>Índice de tablas</i></b>	xiii
<b><i>Introducción</i></b>	xv
<b>1 Esfuerzo, deformación y flexión de vigas cantilever</b>	1
<b>1.1 Deformación</b>	2
1.1.1 Deformación normal	3
1.1.2 Deformación cortante	5
1.1.3 Deformación asociada a la relación de Poisson	5
<b>1.2 Esfuerzo</b>	6
1.2.1 Esfuerzo normal	6
1.2.2 Esfuerzo cortante	7
<b>1.3 Relaciones esfuerzo-deformación</b>	8
<b>1.4 Flexión de una viga cantilever</b>	9
<b>2 Métodos empleados para la medición de deformaciones</b>	15
<b>2.1 Sensores empleados en la medición de deformaciones</b>	15
<b>2.2 Extensómetros de resistencia eléctrica</b>	17
2.2.1 Factor de Galga	19
2.2.2 Sensibilidad transversal	19
2.2.3 Efectos de la temperatura	20
2.2.4 Medición de las deformaciones con el extensómetro de resistencia eléctrica	21
2.2.5 Puente de Wheatstone	22
2.2.6 Medición de un extensómetro con un puente balanceado	22
2.2.7 Medición de un extensómetro con un puente no balanceado	24
<b>2.3 Rejillas de Bragg</b>	26
<b>2.4 Propiedades de los sistemas de medición de deformaciones</b>	29

<b>3</b>	<b>Sobre el arreglo experimental y la automatización</b>	31
<b>3.1</b>	<b>Descripción del arreglo experimental</b>	31
<b>3.2</b>	<b>Automatización de las pruebas</b>	36
<b>4</b>	<b>Análisis de datos</b>	45
<b>4.1</b>	<b>Modelos teóricos para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg</b>	45
4.1.1	Relación entre las deformaciones y los desplazamientos en la punta de la viga	45
4.1.2	Relación entre deformaciones en la viga y cambios en el voltaje del extensómetro de resistencia eléctrica	46
4.1.3	Relación entre deformaciones en la viga y cambios en la longitud de onda de Bragg	49
<b>4.2</b>	<b>Modelos experimentales para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg</b>	50
4.2.1	Desplazamientos: LVDT contra PMC200	51
4.2.2	Comparación de las deformaciones teóricas contra los valores calculados a partir de los voltajes y longitudes de onda	60
4.2.3	Cálculo de los modelos experimentales	62
4.2.4	Análisis del extensómetro de resistencia eléctrica utilizando el módulo medidor de deformaciones P-3500	70
4.2.5	Invariabilidad de las mediciones con respecto al tiempo	72
<b>4.3</b>	<b>Aplicaciones: Perfilometría</b>	75
<b>5</b>	<b>Conclusiones y trabajo a futuro</b>	81
<b>5.1</b>	<b>Conclusiones</b>	81
<b>5.2</b>	<b>Trabajo a futuro</b>	86
	<b>REFERENCIAS</b>	87
	<b>Apéndice A. Instrumentos Virtuales</b>	89
	<b>Apéndice B. Análisis estadístico de datos</b>	105
	<b>Apéndice C. Hojas de especificaciones</b>	111

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Desplazamiento de los puntos de un cuerpo	3
Figura 1.2 Deformación normal unitaria	4
Figura 1.3 Deformaciones por esfuerzos de tensión y compresión	4
Figura 1.4 Deformación cortante	5
Figura 1.5 Deformación de Poisson	6
Figura 1.6 Esfuerzo normal	7
Figura 1.7 Esfuerzo cortante	7
Figura 1.8 Gráfica de deformación contra esfuerzo de un material	8
Figura 1.9 Parámetros a considerar en la flexión Cantilever	10
Figura 2.1 Extensómetro de resistencia eléctrica	18
Figura 2.2 Puente de Wheatstone	22
Figura 2.3 Puente de Wheatstone con ajuste	23
Figura 2.4 Principio de funcionamiento de una rejilla de Bragg	27
Figura 2.5 No homogeneidad en los esfuerzos en una muestra	30
Figura 3.1 Diagrama del arreglo experimental	31
Figura 3.2 Controlador de movimiento programable Newport PMC200	32
Figura 3.3 Actuador mecánico Newport 850F-LS	32
Figura 3.4 LVDT (Linear Variable Differential Transformer)	32
Figura 3.5 Acondicionador de señal para el LVDT Schaevitz ATA 2001	33
Figura 3.6 Aplicación típica de transductor de puente utilizando el circuito 2B31	34
Figura 3.7 Módulo P-3500 para medición de microdeformaciones de Micromasurements	34
Figura 3.8 Analizador de espectros ópticos y fuente para fibra óptica	35

Figura 3.9 Arreglo experimental completo	36
Figura 3.10 Panel frontal del instrumento virtual principal	37
Figura 3.11 Panel frontal del sub-VI encargado de desplazar el actuador	38
Figura 3.12 Verificación de la linealidad del LVDT (panel frontal del instrumento virtual)	40
Figura 3.13 Cálculo de constante de rejilla de Bragg (panel frontal del instrumento virtual)	41
Figura 3.14 Panel frontal del VI Deformar viga y guardar datos leídos	42
Figura 4.1 Puente de Wheatstone	47
Figura 4.2 Desviación estándar promedio de los datos tomados del LVDT contra los diferentes intervalos a los cuales se tomaron las lecturas	52
Figura 4.3 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 50 micras	52
Figura 4.4 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 3.33 micras	53
Figura 4.5 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 1 micra	53
Figura 4.6 Pendiente de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido	55
Figura 4.7 Intersección de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido	55
Figura 4.8 Error medio cuadrático de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido	56
Figura 4.9 Barrido en intervalos determinados por potencias de 2; en este caso particular tomando muestras para 0.002, 0.004, 0.008 y 0.016 mm	57
Figura 4.10 Superposición de los 8 recorridos determinados por potencias de 2	58
Figura 4.11 Superposición de algunos recorridos determinados por potencias de base 2. Nuevamente se encuentran pendientes diferentes según el recorrido	59
Figura 4.12 Comportamiento de las pendientes características de cada recorrido potencias de 2	59
Figura 4.13 Deformaciones teóricas contra experimentales	61

Figura 4.14 Gráficas con datos obtenidos para desplazamiento en intervalos de 25 micras (a)LVDT, (b) Puente de Wheatstone, (c)Extensómetro de resistencia eléctrica, (d)rejilla de Bragg	62
Figura 4.15 Gráficas de la variación de las pendientes respecto al intervalo de Barrido	63
Figura 4.16 Gráfica de la variación de parámetros e incertidumbres para el LVDT respecto al intervalo de barrido	66
Figura 4.17 Gráficas de variación de pendientes para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg	69
Figura 4.18 Gráficas de variación de las incertidumbres de las pendientes para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg	69
Figura 4.19 Gráfica de los datos tomados del módulo P-3500 de su salida analógica	70
Figura 4.20 Gráfica de los datos tomados del módulo P-3500 de su carátula	71
Figura 4.21 Fotografías de las adaptaciones realizadas para las pruebas preliminares de perfilometría	76
Figura 4.22 Barridos realizados en una fracción de la lana. Lecturas del extensómetro de resistencia eléctrica. Negro-ida, gris-regreso	77
Figura 4.23 Lecturas del extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg. 20 muestras en todo el recorrido.	78
Figura 4.24 Prueba de perfilometría para lana de 38 micras con un total de 400 muestras	79
Figura A.1 Jerarquía de los instrumentos virtuales desarrollados	91
Figura A.2 Panel frontal del instrumento virtual para las pruebas de perfilometría	98
Figura A.3 Diagrama de bloques del instrumento virtual para las pruebas de perfilometría	100
Figura A.4 Adquisición de datos del extensómetro de resistencia eléctrica	102
Figura A.5 Control y adquisición de datos del analizador de espectros ópticos	103
Figura A.6 Instrumento virtual para realizar la comunicación con el analizador de espectros ópticos	104



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1 Desviación estándar promedio de los datos tomados del LVDT para cada intervalo (de las 1000 muestras adquiridas en 1 seg. para cada lectura)	51
Tabla 4.2 Cálculo de pendiente, intersección y error medio cuadrático (MSE) de la aproximación lineal de los datos correspondientes a cada barrido según el intervalo	54
Tabla 4.3 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para el LVDT por intervalo	65
Tabla 4.4 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para el extensómetro de resistencia eléctrica por intervalo	67
Tabla 4.5 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para la rejilla de Bragg por intervalo	68
Tabla 4.6 Parámetros e incertidumbres para la salida analógica del módulo P-3500	70
Tabla 4.7 Parámetros e incertidumbres de los datos adquiridos de la carátula del módulo P-3500	72
Tabla 4.8 Cambios de longitud de onda para desplazamientos de 50 micras	73
Tabla 4.9 Cambios en longitud de onda para desplazamientos de 20 micras	73
Tabla 4.10 Cambios en voltaje para desplazamientos de 50, 20, 5 y 2 micras	74
Tabla 5.1 Comparación de parámetros del extensómetro de resistencia eléctrica y de la rejilla de Bragg, observados a lo largo de las pruebas	85



## INTRODUCCIÓN

Para realizar mediciones de cualquier índole, es necesario conocer la forma en la que cambia algún parámetro propio del dispositivo de interés. En el caso de la medición de deformaciones, se han encontrado muchos tipos de dispositivos que son capaces de medirlas, considerando características tales como resistencia, capacitancia e inductancia eléctricas; hay otros que aprovechan los patrones ópticos generados por la interferencia y la difracción y también los hay basados en sistemas mecánicos o neumáticos.

Los extensómetros de resistencia eléctrica (*Strain Gauges*) son dispositivos medidores de deformaciones, cuyo principio se basa en la variación lineal de la resistencia eléctrica del elemento en la medida en la que cambia su deformación.

Las rejillas de Bragg son dispositivos integrados dentro de una fibra óptica que tienen la capacidad de reflejar una banda bien definida y además muy estrecha de frecuencias de luz. Se ha determinado que si la rejilla es deformada, la banda de frecuencias reflejadas cambia de manera proporcional a la deformación que sufre el elemento, por lo que es posible establecer una relación entre frecuencias (o longitudes de onda) y deformaciones.

Para poder determinar qué sensor utilizar en un problema específico, es necesario determinar con precisión el tipo de mediciones a realizar; del mismo modo, se requiere también analizar las características de los sensores disponibles.

En este trabajo se pretende realizar la caracterización de un extensómetro de resistencia eléctrica y de una rejilla de Bragg, teniendo en cuenta sus características de sensibilidad, precisión, exactitud y resolución, entre otros. Desea encontrarse cuál de estos dos sensores es capaz de realizar la medición de las más pequeñas deformaciones, así como determinar cuál de ellos presenta el mejor desempeño. El objetivo de realizar el análisis de estos sensores se encamina al desarrollo de dispositivos dedicados a la caracterización de superficies de materiales y de películas delgadas, realizando pruebas de perfilometría, rayado y medición del coeficiente de fricción, entre otras.

# 1 Esfuerzo, deformación y flexión de vigas cantilever

A diferencia de la estática y la dinámica de cuerpos rígidos, que tratan sobre el comportamiento externo de los cuerpos (solamente su equilibrio y movimiento, sin atender a las pequeñas deformaciones asociadas con la aplicación de carga) la mecánica de sólidos se encarga de estudiar las relaciones existentes entre sus efectos externos (fuerzas y momentos) y sus esfuerzos internos y deformaciones.

Existen dos tipos básicos de fuerzas que actúan sobre un cuerpo para producirle esfuerzos. Las de *superficie*, llamadas así por la simple razón de que actúan sobre las superficies del cuerpo, son ejercidas generalmente cuando éste se pone en contacto con otro. El otro tipo son las llamadas *fuerzas de cuerpo* (FC), que actúan sobre cada uno de sus elementos. Éstas son generalmente producidas por la fuerza centrífuga y gravitatoria entre otros. Las más comunes son las gravitatorias, que se encuentran presentes en algún grado en casi todos los casos. Para muchas aplicaciones prácticas, sin embargo, son muy pequeñas comparándolas con las de superficie. Las FCs pueden ser despreciadas sin incurrir en errores graves.

Una fuerza de superficie puede estar distribuida de manera *uniforme* o *no uniforme* sobre un área finita. Las FCs están asociadas con la masa más que con las superficies del mismo y están distribuidas a través de su volumen. Todas las fuerzas que actúan en un elemento, incluyendo las reactivas causadas por soportes y FCs, son consideradas *externas*. Las *fuerzas internas* son las que mantienen unidas las partículas, formando el cuerpo.

Si un elemento es sujeto a un sistema de fuerzas, en general, los puntos individuales dentro de éste se moverán. Su movimiento puede ser considerado como la suma de dos partes:

1. Una traslación y/o rotación como un todo.
2. El movimiento de sus puntos con respecto a los demás.

La traslación o rotación como un todo es conocida como movimiento de cuerpo rígido (MCR). Este tipo de movimiento es aplicable ya sea al elemento rígido idealizado o al real deformable. El movimiento de los puntos del cuerpo respecto a los demás es conocido como una deformación y es obviamente una propiedad única de los elementos considerados no ideales.

Los MCRs pueden ser grandes o pequeños. Las deformaciones, en general, son pequeñas, excepto cuando están involucrados materiales muy elásticos y son cantidades que dependen de los movimientos relativos de los puntos del objeto.

La relación entre esfuerzo y deformación es uno de los conceptos más fundamentales del estudio de la mecánica de materiales y es de gran importancia para quien analiza esfuerzos. En el análisis experimental de esfuerzos, se aplica una carga dada a los miembros individuales de una estructura o máquina y se mide su deformación. Después es posible utilizar las relaciones esfuerzo-deformación para calcular los esfuerzos en los miembros, pudiendo así verificar que estos esfuerzos permanecen dentro de los límites permisibles para los materiales particulares utilizados [1].

### **1.1 Deformación**

Considérese un cuerpo sujeto a una carga externa que le ocasiona cambiar a la posición dibujada por la línea punteada, como se muestra en la figura 1.1; tal que A es desplazado hacia la posición A', B hacia B' y así sucesivamente, hasta que todos los puntos del cuerpo son desplazados a nuevas posiciones. Los desplazamientos de cualquier par de puntos A y B son AA' y BB' respectivamente y pueden ser una consecuencia de la deformación, del MCR (rotación y traslación) o de alguna combinación de ambos. Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo, éste invariablemente se deforma y las posiciones relativas de sus puntos son alteradas. Si no existe deformación, las distancias AB y A'B' son constantes y existe solamente un MCR. En este último caso, la distancia entre A y B permanece constante [1].

Para describir la magnitud y dirección de los desplazamientos, los puntos del cuerpo son localizados respecto a un sistema coordenado de referencia apropiado, por ejemplo, el sistema xy. De esta manera, en el caso bidimensional mostrado en la figura 1.1, las componentes de desplazamiento de un punto en las direcciones x y y son denotadas por  $u$  y  $v$  respectivamente. El desplazamiento en cada punto del cuerpo constituye el campo desplazamiento,  $u=u(x,y,z)$ ,  $v=v(x,y,z)$  y  $w=w(x,y,z)$ .

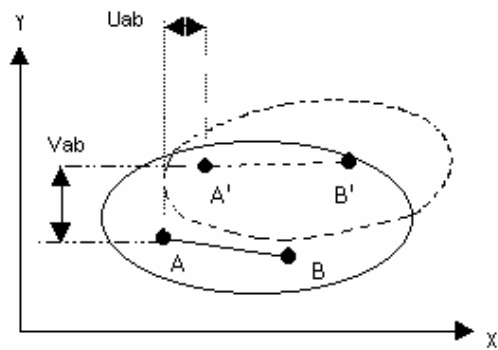


Figura 1.1 Desplazamiento de los puntos de un cuerpo

En este trabajo, se utiliza el término deformación para referirse a la deformación por cada unidad de longitud, o bien cambio fraccional en longitud, y se especifica por el símbolo  $\epsilon$  [1].

### 1.1.1 Deformación normal

Con el propósito de definir la deformación normal unitaria es necesario referirse a la figura 1.2, donde la barra de longitud  $L$  cargada axialmente ha sufrido una deformación, teniéndose que la nueva longitud de la barra es  $L+\Delta L$ . Se dice que la deformación es normal debido a que ésta es perpendicular a la sección transversal de la barra.

La deformación normal unitaria, o cambio unitario de longitud, está definida por:

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.1)$$

donde  $x$  es la dirección de la carga y  $du$  es la diferencia entre la longitud final e inicial de la barra. Cabe mencionar que cuando este proceso se lleva al límite, la ecuación representa la deformación en un punto.

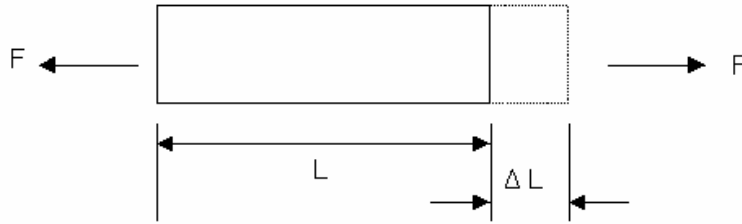


Figura 1.2 Deformación normal unitaria

Si la deformación se distribuye uniformemente sobre la longitud original, puede decirse que la deformación normal unitaria es:

$$\epsilon_0 = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\delta}{L_0} \quad (1.2)$$

donde  $L$ ,  $L_0$  y  $\delta$  son la longitud final, la longitud original y el cambio de longitud del elemento, respectivamente. Cuando no ocurre una deformación uniforme, esta ecuación representa la deformación normal unitaria promedio. Ésta es la deformación que se mide típicamente con un extensómetro. La deformación puede ser de tensión (positiva) o de compresión (negativa) como puede verse en la figura 1.3.

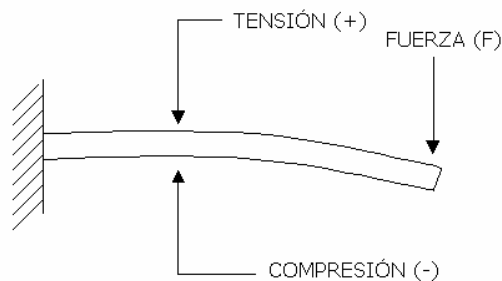


Figura 1.3 Deformaciones por esfuerzos de tensión y compresión

Según el texto que se consulte, las deformaciones pueden estar indicadas en cantidades adimensionales que suelen llamarse microdeformaciones ( $\mu\epsilon$ ). Nótese que este último término equivale a decir partes por millón (ppm). Las deformaciones normal y cortante son también descritas frecuentemente en términos de unidades como pulgadas en cada pulgada o micrómetros en cada metro y radianes o

microrradianes respectivamente. Las deformaciones en ingeniería de materiales en raras ocasiones exceden el valor de 0.002, que es equivalente a  $2000 \times 10^{-6}$  ó  $2000 \mu\epsilon$ . También es posible expresar las deformaciones de manera porcentual, que es  $\epsilon \times 100$ , es decir  $0.002 = 2000 \mu\epsilon = 0.2\%$  [2].

### 1.1.2 Deformación cortante

Otro tipo de deformación, llamada *deformación cortante*, es una medida de distorsión angular. Así como la deformación normal, es posible medirla directamente solo que no tan fácilmente. Si se tuviera un libro grueso sobre una mesa y se le aplicara una fuerza paralela a las pastas, podría verse la deformación cortante observando los bordes de las páginas, como se ve en la figura 1.4.

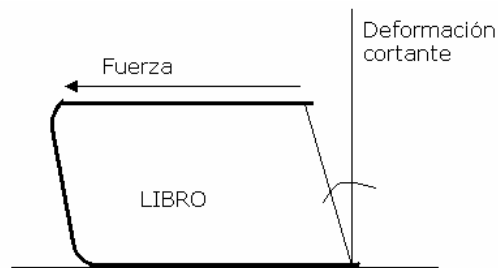


Figura 1.4 Deformación cortante

La deformación cortante  $\gamma$ , es definida como el cambio angular en radianes entre dos segmentos de línea que fueron ortogonales antes de deformar la pieza. Dado que este ángulo es muy pequeño para muchos metales, la deformación cortante puede ser expresada por la tangente del ángulo [2].

### 1.1.3 Deformación asociada a la relación de Poisson

En la figura 1.5 hay una barra a la cual se le ha aplicado una fuerza de tensión uniaxial, como a la barra de la figura 1.2. Las líneas punteadas muestran la figura de la barra después de deformarla, señalando otro fenómeno, que es la deformación de Poisson. Las líneas punteadas indican que la barra no sólo se alarga, sino que también su espesor disminuye. Esta contracción es una deformación en la dirección transversal debida a una propiedad del material conocida como relación de Poisson. *La relación de Poisson,  $\nu$* , está definida como la razón negativa de la deformación en

dirección transversal a la deformación en la dirección longitudinal. Es interesante notar que no hay esfuerzos asociados con la *deformación de Poisson*. Refiriéndonos a la figura 1.5, la ecuación para la relación de Poisson es  $\nu = -\epsilon_t / \epsilon_l$ , donde  $\epsilon_t = \Delta D / D$  y  $\epsilon_l = \Delta L / L$  [2].

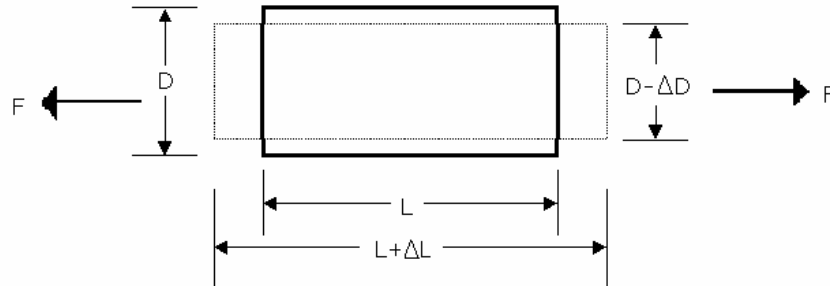


Figura 1.5 Deformación de Poisson

## 1.2 Esfuerzo

Mientras que la fuerza y la deformación son cantidades que pueden medirse y que son utilizadas por el diseñador y el analista de esfuerzos, el *esfuerzo* es el término usado para comparar la magnitud de la carga aplicada a un material con su capacidad de soportarla. Debido a que usualmente es deseable crear máquinas y estructuras tan pequeñas y ligeras como sea posible, sus partes deben ser sometidas a esfuerzos durante su uso al nivel más alto permitido. El esfuerzo se refiere a la fuerza en cada unidad de área sobre un plano dado dentro de un cuerpo.

### 1.2.1 Esfuerzo normal

A la barra que se muestra en la figura 1.6 se le aplica una fuerza de tensión uniaxial, F, aplicada a lo largo del eje x. Si se asume que la fuerza está uniformemente distribuida sobre el área de la sección transversal, A, el esfuerzo promedio sobre el plano de la sección es F/A. Este esfuerzo es perpendicular al plano y es llamado *esfuerzo normal*,  $\sigma$ . En forma de ecuación se tiene que  $\sigma = F/A$ , y se expresa en unidades de fuerza en cada unidad de área. Dado que el esfuerzo normal está en la dirección x y no hay componente de fuerza en la dirección y, no hay esfuerzo normal en esta dirección. El esfuerzo normal está aplicado a una superficie cuya normal es positiva y el esfuerzo es de tensión.

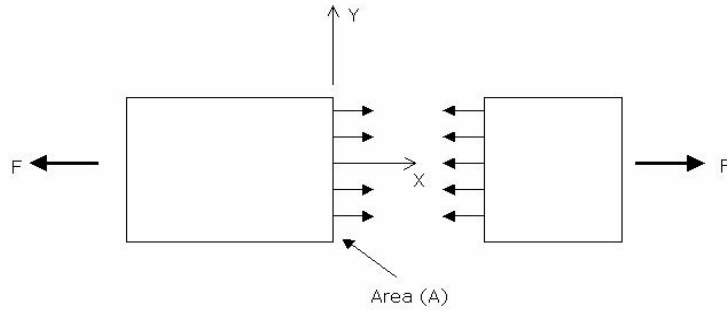


Figura 1.6 Esfuerzo normal

### 1.2.2 Esfuerzo cortante

Así como hay dos tipos de deformaciones, también hay un segundo tipo de esfuerzo, llamado *esfuerzo cortante*. De la misma forma en la que el esfuerzo normal es perpendicular al plano designado, el esfuerzo cortante es paralelo al plano y se representa por el símbolo  $\tau$ . En el ejemplo mostrado en la figura 1.6, no hay componente de fuerza en  $y$ , por lo que no hay fuerza paralela al plano de la sección y no hay esfuerzo cortante en él.

Es interesante notar lo que sucede si se cambia la orientación del plano a una posición que no sea normal a la línea de acción de la fuerza aplicada. En la figura 1.7 puede observarse este comportamiento, considerando una sección trazada sobre el sistema coordenado  $n-t$  en algún ángulo arbitrario,  $\varphi$ , respecto a la dirección de acción de la fuerza.

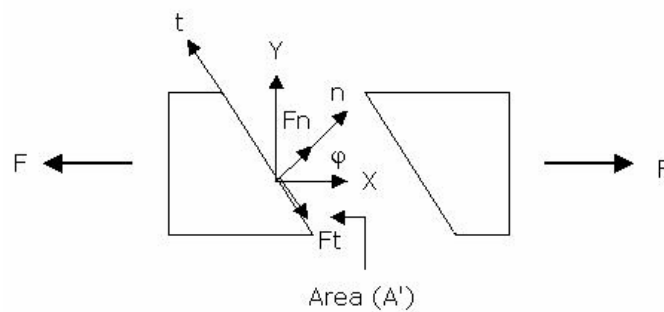


Figura 1.7 Esfuerzo cortante

Vemos que el vector fuerza,  $F$ , puede ser dividido en dos componentes,  $F_n$  y  $F_t$ , que son respectivamente normal y paralela al plano de la sección. Este plano tiene un área de sección transversal  $A'$  y presenta tanto esfuerzos normales como cortantes.



El esfuerzo normal promedio  $\sigma$  está en la dirección  $n$  y el esfuerzo cortante promedio  $\tau$  está en la dirección  $t$ ; sus ecuaciones son:  $\sigma = F_n/A'$  y  $\tau = F_t/A'$ . Nótese que fue el vector fuerza el que se dividió en componentes y no los esfuerzos; además los esfuerzos resultantes están en función de la orientación de la sección. Esto significa que los esfuerzos (y las deformaciones), aunque tengan magnitud y dirección, no son vectores y no siguen las leyes de la suma de vectores, excepto en ciertos casos especiales, y no deben ser tratados como tales. Debe notarse también que los esfuerzos son cantidades derivadas, que no pueden ser medidas directamente y deben ser calculados a partir de las deformaciones, que sí pueden ser medidas [2].

### 1.3 Relaciones esfuerzo-deformación

Habiendo definido los términos de esfuerzo y deformación, es posible establecer relaciones entre ellos. Por medio de estas relaciones se hace posible calcular los esfuerzos a partir de las deformaciones medidas. Si se tiene una barra de acero templado y se le somete a una carga incremental en tensión uniaxial y se traza la gráfica de la deformación contra el esfuerzo normal en la dirección de la carga aplicada, la gráfica resulta como puede observarse en el diagrama esfuerzo-deformación de la figura 1.8.

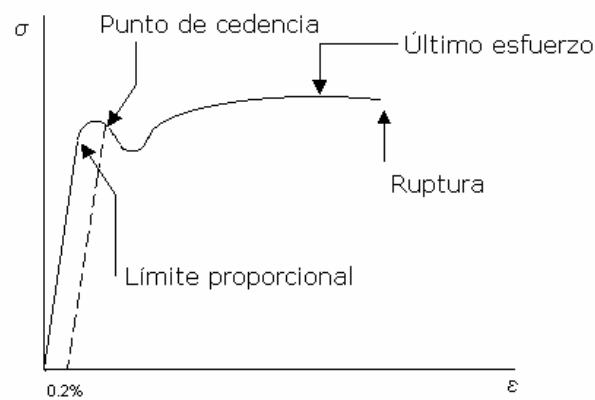


Figura 1.8 Gráfica de deformación contra esfuerzo de un material

En la figura anterior puede verse que, hasta el punto denominado límite proporcional, hay una relación lineal entre esfuerzo y deformación. La pendiente de este segmento de recta del diagrama esfuerzo-deformación es el *módulo de elasticidad* o *módulo de Young* para el material. El módulo de elasticidad,  $E$ , tiene las

mismas unidades que el esfuerzo (fuerza en cada unidad de área) y se determina experimentalmente para los materiales. Escrito en forma de ecuación, la relación esfuerzo-deformación es  $\sigma = E\varepsilon$ . Esta ecuación es conocida como *Ley de Hooke*. Como  $\varepsilon$  es una cantidad adimensional,  $E$  tiene las unidades de  $\sigma$ . Así,  $E$  está expresado en pascales en unidades del SI y en libras fuerza en cada pulgada cuadrada en el sistema inglés. Para muchos materiales,  $E$  en compresión es el mismo que en tensión.

Algunos materiales no poseen la sección lineal (por ejemplo el hierro forjado y el concreto) en sus diagramas esfuerzo-deformación. Para hacer estudios detallados de análisis de esfuerzos para estos materiales, es necesario determinar sus características de esfuerzo-deformación, así como la razón de Poisson para el material particular. Es importante saber que el módulo de elasticidad puede variar con la temperatura y además se requiere determinar experimentalmente la variación cuando se lleven a cabo análisis de esfuerzos a temperaturas extremas.

Para materiales que no presentan un punto de cedencia distintivo, es común emplear un punto de cuasi-cedencia. Existe un método llamado *método del 0.2 por ciento de offset* [1]. Éste permite conocer el punto de cedencia trazando una línea que parte del punto correspondiente a 0.002 sobre el eje correspondiente a las deformaciones, paralela al segmento recto inicial de la curva. La intersección de esta línea con la curva esfuerzo-deformación define el punto de cedencia, como puede observarse en la gráfica de la figura 1.8.

Hay también otros dos puntos de interés en el diagrama esfuerzo-deformación de la figura 1.8: el límite proporcional y el valor de último esfuerzo. El límite proporcional es el nivel de esfuerzo al cual la deformación comenzará a aumentar rápidamente con incrementos pequeños o nulos en el esfuerzo. Si el material es sometido a un esfuerzo sobre su límite proporcional y se retira el esfuerzo, el material no regresará a sus dimensiones originales y además retendrá una deformación residual. El último esfuerzo es el máximo esfuerzo efectuado en el material antes de la ruptura [1].

#### **1.4 Flexión de una viga cantilever**

Una viga es un elemento estructural de tres dimensiones que posee una dimensión considerablemente mayor que las otras dos, usualmente cargada en una dirección normal al eje longitudinal [1].

Se presenta el caso de flexión de una viga cantilever, como la que se muestra en la figura 1.9. La viga AB de sección transversal uniforme está soportando una carga  $P$  en su extremo libre A.

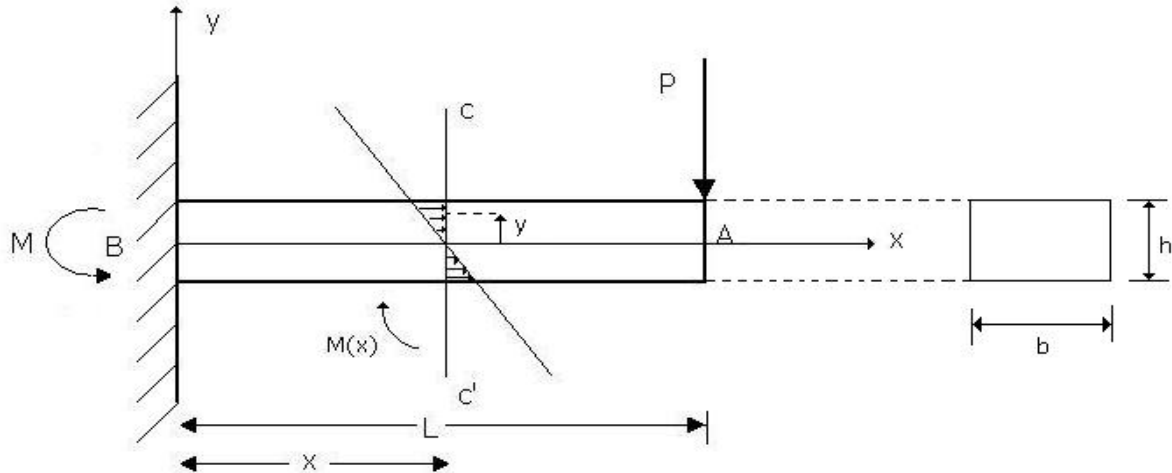


Figura 1.9 Parámetros a considerar en la flexión Cantilever

En primer lugar es necesario mencionar que la distribución de esfuerzos normales en una sección transversal dada ( $x=\text{constante}$ ) es lineal. Los esfuerzos, sin embargo, son también proporcionales a la distancia ( $L-x$ ) desde la carga hasta la sección considerada. Se dice entonces que

$$\sigma_x = cY \quad (1.4)$$

donde  $y$  es la altura, medida a partir del eje neutro de la viga y  $c$  es una constante de proporcionalidad.

Se sabe que el esfuerzo está definido como

$$\sigma_x = \frac{P}{A},$$

o bien en forma diferencial

$$dP = \sigma_x dA \quad (1.5)$$

siendo  $A$  el área en la cual se distribuye la fuerza  $P$ .

Además el momento en A se define como

$$M(x) = \int y dP \quad (1.6)$$

y sustituyendo (1.5) en (1.6) resulta

$$M(x) = \int y \sigma_x dA \quad (1.7)$$

donde  $y$  es una distancia medida a partir del eje neutro de la viga.

Si se sustituye (1.4) en (1.7) tenemos

$$\begin{aligned}M(x) &= \int ycydA \\ &= c \int y^2 dA\end{aligned}$$

donde  $\int y^2 dA$  es el momento de inercia del área de la sección transversal de la viga respecto al eje neutro, representado por la letra  $I$  y determinado por

$$I = \frac{1}{12}bh^3 \quad (1.8)$$

donde  $b$  es el la longitud de la base de la sección transversal rectangular de la viga y  $h$  es su altura.

Entonces  $M(x) = cI$ , pero de la ecuación (1.4) se tiene que  $c = \frac{\sigma_x}{y}$ , sustituyendo

y despejando  $\sigma_x$  se obtiene

$$\sigma_x = \frac{M(x)y}{I} \quad (1.9)$$

y sustituyendo (1.9) en (1.8) resulta

$$\sigma_x = \frac{12M(x)y}{bh^3} \quad (1.10)$$

Se considera entonces que los esfuerzos a medir se encuentran en la superficie de la viga; es decir, en  $y=h/2$  a partir del eje neutro. Sustituyendo en (1.10)

$$\sigma_x = \frac{6M(x)}{bh^2} \quad (1.11)$$

pero el momento flexionante es  $M(x)=Pd$ , donde  $d=L-x$  ( $d$  se mide a partir del empotramiento de la viga). Así se tiene que  $M(x)=P(L-x)$ , y sustituyendo en (1.11)

$$\sigma_x = \frac{6P(L-x)}{bh^2} \quad (1.12)$$

La ecuación anterior permite conocer el esfuerzo normal en la dirección del eje neutro de la viga en función de la fuerza aplicada en su extremo libre y de la posición, a lo largo del eje  $x$ , en la cual se coloque el dispositivo medidor de deformaciones.

Ahora considérese que, matemáticamente, en una curva  $v(x)$  el radio de curvatura ( $\rho$ ) se define como

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

pero como  $\frac{dv}{dx}$  es generalmente de un valor muy pequeño, al elevarse al cuadrado se reduce pudiendo despreciarse, por lo que la ecuación anterior resulta en

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (1.13)$$

y también

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (1.14)$$

que es conocida como ecuación diferencial fundamental de la curva elástica. De ésta puede obtenerse el desplazamiento del eje neutro, integrando dos veces, esto es:

$$v(x) = \frac{PLx^2}{2EI} - \frac{Px^3}{6EI} + c_1x + c_2 \quad (1.15)$$

Considerando como condición de frontera  $x=0$ , que es la posición del empotramiento, puede inferirse que el desplazamiento del eje neutro es  $v=0$  y la

pendiente del mismo es  $\frac{dv}{dx} = 0$ , haciendo que  $c_1=c_2=0$ . La ecuación (1.15) puede

entonces ser escrita como

$$v(x) = \frac{PLx^2}{2EI} - \frac{Px^3}{6EI} \quad (1.16)$$

o bien

$$v(x) = \frac{P}{2EI} \left[ Lx^2 - \frac{L^3}{3} \right] \quad (1.17)$$

Evaluando  $x=L$ , es decir, calculando el desplazamiento del eje neutro en la punta de la viga se obtiene que

$$v(l) = \frac{PL^3}{3EI} \quad (1.18)$$

además, si de esta ecuación se despeja  $P$  y se sustituye en la ecuación (1.12) tenemos

$$\sigma_x = \frac{6 \left[ \frac{v(l)3EI}{L^3} \right] (L - x)}{bh^2} \quad (1.19)$$

Por medio de esta última ecuación es posible calcular el esfuerzo en un punto de la viga, en función del desplazamiento de su eje neutro.

En este trabajo es importante tener una referencia teórica de las deformaciones (o esfuerzos, según sea el caso) en función del desplazamiento del eje neutro de la viga. Posteriormente se hablará de los experimentos realizados para la caracterización de los sensores y se presentará el análisis de las deformaciones de una viga cantilever, donde la variable de interés es el desplazamiento de su punta (o bien, de su eje neutro). Para comparar los datos adquiridos de manera experimental con los valores teóricos correspondientes se realizará el cálculo de los valores teóricos empleando la ecuación 1.19.

## **2 Métodos empleados para la medición de deformaciones**

Los esfuerzos en un material no pueden ser medidos directamente; deben calcularse a partir de otros parámetros. Cuando se requiere hacer un análisis de esfuerzos, se emplean los valores de las deformaciones medidas y otras propiedades del material para calcular los esfuerzos para una condición de carga dada. Hay métodos para medir deformaciones basados en fenómenos mecánicos, eléctricos, ópticos, acústicos o neumáticos [3].

### ***2.1 Sensores empleados en la medición de deformaciones***

Los primeros dispositivos medidores de deformaciones fueron naturalmente mecánicos. Los *extensómetros* son una clase de dispositivos mecánicos utilizados para medir deformaciones, que emplean un sistema de palancas para amplificar pequeñas deformaciones a un nivel en el que puedan ser leídas. Los mejores dispositivos puramente mecánicos que se han obtenido tienen una longitud de galga de 0.5 in como mínimo y una resolución de aproximadamente  $10\mu\epsilon$ . El agregar un haz de luz y arreglos de espejos a los extensómetros mejora la resolución y disminuye la longitud de la galga, permitiendo una resolución de  $2\mu\epsilon$  y longitudes de galga menores a 0.25 in. Es importante hacer notar que en la medida en la que disminuye la longitud de galga, la lectura proporcionada por el dispositivo se aproxima a la deformación en el punto correspondiente a su posición central.

Existen muchos métodos ópticos empleados para la medición de deformaciones. Una de estas técnicas utiliza las franjas de interferencia producidas por planos ópticos. Este dispositivo es sensible y exacto, pero la técnica es tan delicada que se requieren condiciones de laboratorio para poder emplearse.

Otra categoría de dispositivos empleados para la medición de deformaciones está basada en características eléctricas, las cuales varían proporcionalmente a la deformación ocasionada en la muestra a la que se acoplan.

Existe otro tipo de dispositivo: *la galga fotoeléctrica*. Utiliza una combinación de amplificaciones mecánica, óptica y eléctrica para medir deformaciones. Esto se logra utilizando un haz de luz, dos rejillas finas y una fotocelda como detector para generar una corriente eléctrica que es proporcional a la deformación. Este dispositivo puede encontrarse en longitudes de galga de alrededor de 1/16 in, pero es costoso y

muy delicado. Todos estos dispositivos presentan el inconveniente de que tienden a ser grandes e incómodos y muchos son recomendables solamente para realizar mediciones de deformaciones estáticas [3].

Se han desarrollado extensómetros de capacitancia e inductancia eléctricas, pero la sensibilidad a la vibración, las dificultades de montaje y los complejos requerimientos de circuitería los hacen poco prácticos para el trabajo de análisis de esfuerzos. Estos dispositivos, sin embargo, son utilizados frecuentemente en transductores. El efecto piezoeléctrico de ciertos cristales también ha sido utilizado para medir deformaciones. Cuando un extensómetro cristalino es deformado, se desarrolla una diferencia de potencial eléctrico a través de la cara del cristal. Esta diferencia de voltaje es proporcional a la deformación y es de una magnitud relativamente grande. Los extensómetros cristalinos, sin embargo, son demasiado voluminosos, muy frágiles y no recomendables para la medición de deformaciones estáticas.

Muy probablemente, la característica eléctrica más importante que varía de manera proporcional a la deformación es la resistencia eléctrica. Los dispositivos cuya salida depende de esta característica son el extensómetro piezorresistivo o semiconductor, el extensómetro de resistencia de carbón y las galgas de alambre o de lámina metálica adheribles.

Los extensómetros de resistencia de carbón son los precursores de los extensómetros de resistencia de alambre adheribles. Son de bajo costo, pueden tener una pequeña longitud de galga y son muy sensibles a las deformaciones. Como algunas de sus desventajas pueden citarse su alta sensibilidad a la temperatura y a la humedad.

El extensómetro semiconductor se basa en el efecto piezorresistivo en ciertos materiales semiconductores tales como el silicio y el germanio. Las galgas semiconductoras son elásticas y se fabrican para tener cambios en su resistencia positivos o negativos cuando son deformadas. Pueden hacerse físicamente pequeñas mientras mantengan una alta resistencia nominal. El límite de deformación para estas galgas se encuentra en el rango de las 1000 y las 10000  $\mu\epsilon$ . Las galgas semiconductoras presentan una alta sensibilidad a las deformaciones, pero el cambio de la resistencia con las deformaciones no es lineal, además de ser sensibles a la temperatura. Cuando se utilizan en circuitos puente, los cambios en la resistencia son tan grandes (de hasta 10 ó 20%) que pueden causar problemas en la medición. Las correcciones matemáticas para la sensibilidad a la temperatura, la no linealidad de la salida y las características no lineales del circuito puente (en caso de usarlo)



pueden hacerse automáticamente cuando se usa instrumentación automática controlada por computadora con galgas semiconductoras. Con ellas se pueden medir deformaciones tanto estáticas como dinámicas. Cuando se miden deformaciones dinámicas, los efectos de la temperatura son usualmente menos importantes que para las mediciones de deformaciones estáticas, además la alta salida de la galga semiconductoras es una importante ventaja.

El *extensómetro de resistencia eléctrica adherible* es por mucho la herramienta más ampliamente utilizada en la actualidad para realizar análisis de esfuerzos (Dally, 1991). Consta de una rejilla de alambre muy fino (o más recientemente de una muy delgada lámina metálica) adherida a un delgado aislante que sirve de soporte llamado matriz transportadora. La resistencia eléctrica del material de la rejilla varía linealmente con la deformación. Cuando se utiliza, la matriz transportadora es adherida a la muestra de prueba con un adhesivo. Cuando la muestra es sometida a una carga, la deformación de su superficie es transmitida al material de la rejilla por el adhesivo y la cubierta de la rejilla. La deformación en la muestra puede encontrarse midiendo el cambio en la resistencia eléctrica del material de la rejilla.

Estos extensómetros de resistencia eléctrica se pueden fabricar con pequeñas longitudes de galga, se ven afectados ligeramente por los cambios en la temperatura, son físicamente pequeños y ligeros y son muy sensibles a las deformaciones. Pueden utilizarse ya sea para la medición de deformaciones estáticas o dinámicas [3].

## **2.2 Extensómetros de resistencia eléctrica**

El término de extensómetro adherible de resistencia eléctrica puede aplicarse a las galgas no metálicas (semiconductoras) o a las metálicas (de alambre o de lámina delgada). Las galgas de alambre y de lámina delgada operan con el mismo principio básico, y ambas pueden tratarse del mismo modo desde el punto de vista de la medición. Para simplificar, en lo sucesivo se utilizará el término *extensómetro* cada vez que se quiera mencionar a los extensómetros adheribles de resistencia eléctrica (llamados en inglés *Strain Gauges*).

Los extensómetros son fabricados utilizando un proceso de impresión de circuitos, empleando aleaciones conductoras formando una lámina muy delgada. Las aleaciones son sometidas a varios procesos, incluyendo tratamiento con calor con atmósfera controlada, para optimar las propiedades mecánicas y los coeficientes de

temperatura de la resistencia. Se utiliza una configuración de rejilla para el elemento sensible a las deformaciones para obtener mayores valores de la resistencia de la galga manteniendo cortas longitudes de galga. Los valores de la resistencia de galga pueden estar entre los 30 y los 3000  $\Omega$ , siendo 120  $\Omega$  y 350  $\Omega$  los valores más comúnmente empleados para el análisis de esfuerzos. Las longitudes de galga comercialmente disponibles van desde 0.008 in hasta 4 in. El conductor en una galga de lámina tiene una muy pequeña sección transversal comparada con el área de la superficie de la galga. Esto mantiene bajos los esfuerzos cortantes en el adhesivo y la matriz transportadora mientras la deformación es transmitida a través de ellos. El área grande de su superficie también permite una buena transferencia de calor entre la rejilla y la muestra. Los extensómetros son pequeños y ligeros, operan en un amplio rango de temperatura y pueden responder a deformaciones tanto estáticas como dinámicas. Estos dispositivos tienen una muy amplia aplicación y aceptación como transductores y en el análisis de esfuerzos. En la figura 2.1 se muestra una fotografía de un extensómetro de resistencia eléctrica y algunas de sus partes.

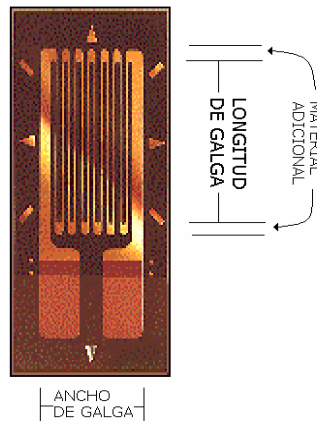


FIGURA 2.1 Extensómetro de resistencia eléctrica

En su aplicación como extensómetros, la matriz portadora y el adhesivo deben trabajar eficientemente para transmitir fielmente las deformaciones a la rejilla. También actúan como aislantes eléctricos entre la rejilla y la muestra.

Existen tres factores primarios que influyen en la selección de una galga, y son: la temperatura de operación, el estado de las deformaciones (incluyendo gradientes, magnitud y dependencia con el tiempo) y los requerimientos de estabilidad para la instalación de la galga. Los fabricantes de extensómetros proporcionan la información necesaria relacionada con la selección de la combinación adecuada de

material transportador, la aleación de la rejilla, el adhesivo y la cubierta protectora para una aplicación dada [3].

### 2.2.1 Factor de Galga

Cuando un conductor metálico es deformado, sufre un cambio en su resistencia eléctrica, y es justamente este cambio el que hace al extensómetro un dispositivo útil. La relación de este cambio en la resistencia con la deformación es el *factor de galga* (*GF*). El factor de galga está definido como la razón del cambio fraccional en la resistencia al cambio fraccional en la longitud (deformación) a lo largo del eje de la galga. El factor de galga es una cantidad adimensional, y entre mayor sea, la galga será más sensible. El factor de galga se expresa en forma de ecuación como:

$$GF = \frac{\Delta R / R}{\Delta L / L} = \frac{\Delta R / R}{\epsilon} \quad (2.1)$$

Debe notarse que el cambio en la resistencia con la deformación no se debe solamente a los cambios dimensionales en el conductor, sino que la resistividad del material conductor también cambia con la deformación: el término *factor de galga* se aplica al extensómetro como un todo, considerando también la matriz portadora, no solamente el conductor sensible a las deformaciones. El factor de galga para los extensómetros de constantán y de aleación níquel-cromo es nominalmente 2, y algunas especificaciones de instrumentación están basadas en este valor nominal [3].

### 2.2.2 Sensibilidad transversal

Si el extensómetro de resistencia eléctrica fuera un simple conductor recto de diámetro pequeño respecto a su longitud, respondería a la deformación a lo largo de su eje longitudinal y sería esencialmente insensible a la deformación aplicada perpendicular o transversalmente a su eje. Para cualquier valor razonable de resistencia de la galga, debe tener una muy grande longitud de galga. Cuando el conductor está en forma de rejilla para reducir la longitud de galga efectiva, hay pequeñas cantidades de material sensible a las deformaciones al final de las vueltas del metal en la galga que se mantienen transversales a su eje. Este material le da a la galga una sensibilidad a la deformación en la dirección transversal diferente de

cero. El factor de sensibilidad transversal  $K_t$ , está definido como

$$K_t = \frac{GF(\text{transversal})}{GF(\text{longitudinal})} \quad (2.2)$$

y usualmente se expresa de forma porcentual. Los valores de  $K_t$  van del 0 al 10%. Para minimizar este efecto, se agrega material extra al conductor que se encuentra al final de las vueltas del metal, y la distancia que separa a las líneas de la rejilla es muy pequeña. Esto sirve para minimizar la resistencia en la dirección transversal. La corrección para la sensibilidad transversal puede ser necesaria para galgas pequeñas, anchas o donde se encuentran desalineados considerablemente los ejes principal y de galga, o en análisis de rosetas donde pueden existir campos de deformaciones transversales grandes. Los datos proporcionados por el fabricante con la galga pueden ser introducidos en la computadora que controla la instrumentación, y las correcciones para la sensibilidad transversal pueden aplicarse directamente a los datos de las deformaciones leídas.

### **2.2.3 Efectos de la temperatura**

Idealmente, se preferiría que el extensómetro de este tipo cambiara su resistencia eléctrica solamente como respuesta a las deformaciones inducidas por esfuerzos en la muestra de prueba, pero la resistividad y la sensibilidad a la deformación de todos los materiales sensibles a las deformaciones varían con la temperatura. Esto significa que la resistencia de la galga y el factor de galga cambiarán cuando cambie la temperatura. Este cambio de la resistencia con la temperatura para un extensómetro montado es una función de la diferencia en los *coeficientes de expansión térmica* entre la galga y la muestra, y del coeficiente de resistencia de la aleación de la galga. Se pueden producir galgas con auto-compensación para los efectos de la temperatura para materiales específicos, procesando la aleación sensible a las deformaciones de tal forma que tenga características de resistencia térmica que compensen los efectos del cambio en los coeficientes de expansión térmica entre la galga y el material específico. Una galga con compensación de temperatura producida de este modo es exactamente compensada solamente cuando se monta en un material que tiene un coeficiente de expansión térmica específico. La compensación solamente es efectiva sobre un rango limitado de temperaturas,

debido al carácter no lineal tanto del coeficiente de expansión térmica como del coeficiente térmico de resistencia [2].

#### **2.2.4 Medición de las deformaciones con el extensómetro de resistencia eléctrica**

De la ecuación del factor de galga, se puede ver que la cantidad útil para la medición de deformaciones es el cambio en la resistencia, más que un valor de resistencia absoluta de la galga. Véase ahora qué tan grande será el cambio en la resistencia para una deformación de  $1\mu\epsilon$ . Si se utiliza un extensómetro de  $120\ \Omega$  con un factor de galga de +2, la ecuación del factor de galga indica que  $1\mu\epsilon$  aplicado a una galga de  $120\ \Omega$  produce un cambio en la resistencia de:

$$\Delta R = 120 \times 0.000001 \times 2 = 0.000240\ \Omega$$

ó 240 micro-ohms. Esto significa que se debe tener una sensibilidad de micro-ohms en la instrumentación. Dado que es el cambio fraccional en la resistencia lo que interesa, y como este cambio llegará solamente a las decenas de miliohms, se necesita un punto de referencia a partir del cual comenzar la medición. El valor nominal de la resistencia de la galga tiene una tolerancia equivalente a muchos cientos de microdeformaciones, y usualmente cambiará cuando la galga sea adherida a la muestra, así que el valor nominal no puede ser usado como una referencia.

Al inicio, la resistencia de la galga sin deformar se utiliza como la referencia contra la cual se mide la deformación. Típicamente, la galga es montada en la muestra de prueba y conectada a la instrumentación mientras la muestra se mantiene en un estado no deformado. Una lectura tomada bajo estas condiciones es el valor de referencia sin deformar, y aplicando una deformación a la muestra se generará un cambio en la lectura. Si se tuviera un óhmetro que fuera lo suficientemente exacto y sensible para hacer la lectura, se mediría la resistencia de la galga sin deformar y se restaría este valor de las mediciones subsecuentes realizadas causando una deformación en la galga. Dividiendo el resultado por el valor de referencia se obtiene el cambio fraccional de resistencia causado por la deformación en la muestra. Una manera más eficaz de medir pequeños cambios en la resistencia es mediante el uso de un circuito *punte de Wheatstone* y, de hecho, una gran parte de la instrumentación empleada en la medición de deformaciones estáticas e incluso dinámicas utiliza este circuito [3].

### 2.2.5 Puente de Wheatstone

Debido a su extraordinaria sensibilidad, el circuito puente de Wheatstone es el más frecuentemente empleado para la medición de deformaciones estáticas. En la figura 2.2 se muestra un puente de Wheatstone en configuración de  $\frac{1}{4}$  puente, es decir, con un extensómetro de resistencia eléctrica en uno de sus brazos.

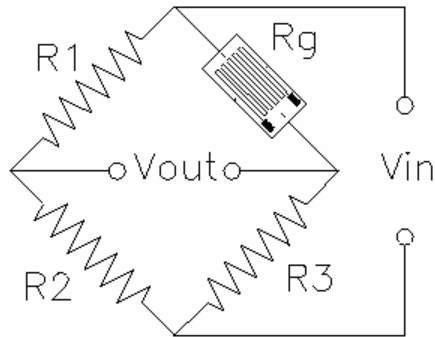


FIGURA 2.2 Puente de Wheatstone

Utilizando una computadora en conjunto con el sistema de medición, se puede simplificar el uso del circuito puente y se pueden adquirir grandes cantidades de datos en sistemas multicanal (con más de una señal a la entrada). La computadora, por medio del uso de algún software, también evita la necesidad de balancear el puente, compensa no linealidades a la salida y maneja el almacenamiento de datos en aplicaciones con varios canales [3].

### 2.2.6 Medición de un extensómetro con un puente balanceado

En la figura 2.2,  $V_{in}$  es el voltaje a la entrada del puente,  $R_g$  es la resistencia del extensómetro,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  son las resistencias del puente y  $V_{out}$  es el voltaje a la salida del puente. Se le llama configuración de  $\frac{1}{4}$  de puente cuando un brazo del puente es una galga activa y los otros brazos son resistencias de valor fijo o galgas no deformadas. Idealmente, el extensómetro  $R_g$  es la única resistencia que cambia en el circuito, y entonces solamente debido a un cambio en la deformación en la superficie de la muestra a la cual se ha adherido.  $V_{out}$  es una función de  $V_{in}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_g$ . Esta relación es:

$$V_{out} = V_{in} \left[ \frac{R_3}{R_3 + R_g} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] \quad (2.3)$$

Cuando  $(R_1/R_2)=(R_g/R_3)$ ,  $V_{out}$  se convierte en cero y el puente se encuentra balanceado. Si se pudiera ajustar uno de los valores de resistencia ( $R_2$ , por ejemplo), entonces podría balancearse el puente para diferentes valores de las otras resistencias.

Retomando la ecuación del factor de galga, puede observarse que la cantidad que deseamos medir es el cambio fraccional en la resistencia de la galga al valor antes de deformar. Esto es, cuando la galga no está deformada se ajusta  $R_2$  hasta que el puente esté balanceado y entonces se aplica deformación a la galga. El cambio en  $R_g$  debido a la deformación desbalanceará el puente y el voltaje a la salida será diferente de cero. Si se ajusta el valor de  $R_2$  para balancear nuevamente el puente, como se muestra esquemáticamente en la figura 2.3, el cambio requerido en la resistencia  $R_2$  igualará el cambio en  $R_g$  debido a la deformación. Algunos indicadores de deformaciones trabajan bajo este principio por la incorporación de provisiones para introducir el factor de galga del extensómetro utilizado e indicando el cambio en la resistencia variable  $R_2$  directamente en microdeformaciones.

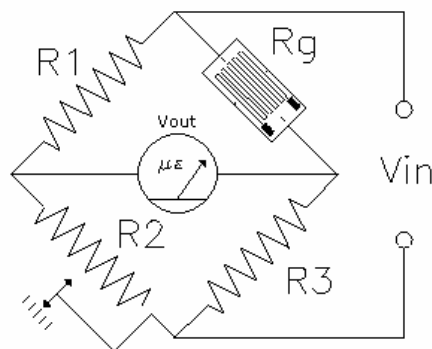


FIGURA 2.3 Puente de Wheatstone con ajuste

En el ejemplo anterior, el puente se desbalancea cuando se le aplica una deformación.  $V_{out}$  es una medida de este desbalance y está relacionado directamente al cambio en  $R_g$ , la cantidad de interés. En lugar de volver a balancear el puente, se podría instalar un indicador, calibrado en microdeformaciones, que responda a  $V_{out}$ . Si la resistencia de este indicador es mucho mayor que la del extensómetro, su efecto de carga resistiva sobre el circuito puente será despreciable. Este método frecuentemente asume: 1) una relación lineal entre  $V_{out}$  y la deformación, 2) un puente balanceado al inicio, en estado no deformado de la galga, 3) un valor

conocido de  $V_{in}$ . En un circuito puente, la relación entre  $V_{out}$  y la deformación del extensómetro es no lineal, pero para deformaciones de algunos miles de microdeformaciones, el error es lo suficientemente pequeño como para ser ignorado. A grandes valores de deformaciones se deben aplicar correcciones a las lecturas indicadas para compensar esta no linealidad. La mayoría de los indicadores comerciales de deformaciones utilizan alguna forma de puente balanceado para medir extensómetros de resistencia eléctrica [3].

### 2.2.7 Medición de un extensómetro con un puente no balanceado.

La ecuación para  $V_{out}$  puede reescribirse como una razón de  $V_{out}$  a  $V_{in}$  como:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \left[ \frac{R_3}{R_3 + R_g} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] \quad (2.4)$$

Esta ecuación se emplea tanto para un puente balanceado como para uno no balanceado. Definiendo el valor de la resistencia de la galga no deformada como  $R_g$ , el valor de la resistencia de la galga deformada es  $R_g + \Delta R_g$ . El valor efectivo de resistencia en cada brazo del puente es la suma de todas las resistencias en ese brazo, y puede incluir cables, líneas de conexión en un circuito impreso, interconexiones, etc. Mientras estas resistencias permanezcan sin cambios entre las lecturas tomadas antes y después de deformar, la medición será válida. Se define ahora un nuevo término,  $V_r$ , como la diferencia de las razones de  $V_{out}$  a  $V_{in}$ , de los estados no deformado a deformado:

$$V_r = \left[ \left( \frac{V_{out}}{V_{in}} \right)_{deformado} - \left( \frac{V_{out}}{V_{in}} \right)_{nodeformado} \right] \quad (2.5)$$

Sustituyendo los valores de resistencia que corresponden a los dos términos ( $V_{out}/V_{in}$ ) dentro de esta ecuación, puede obtenerse una nueva ecuación para  $\Delta R_g/R_g$ . Esta nueva ecuación es:

$$\frac{\Delta R_g}{R_g} = \frac{-4V_r}{1 + 2V_r} \quad (2.6)$$



Cabe notar que se asumió que  $\Delta R_g$  fue el único cambio en la resistencia de la condición no deformada a la deformada.

Retomando la ecuación para el factor de galga

$$GF = \frac{\Delta R_g / R_g}{\varepsilon}$$

y al combinar estas dos ecuaciones, se puede obtener una ecuación para la deformación en términos de  $V_r$  y GF:

$$\varepsilon = \frac{-4V_r}{GF(1 + 2V_r)} \quad (2.7)$$

Una fuente de voltaje constante provee  $V_{in}$ , y para medir  $V_{out}$  se emplea un voltímetro digital (VMD). El VMD para esta aplicación debe tener una alta resistencia de entrada (mayor de  $10^9 \Omega$ ) y una resolución de 1 microvolt o mejor. El factor de galga es provisto por el fabricante. En la práctica se utiliza una computadora para tener la lectura del VMD y almacenar  $V_{out}$  bajo condición de no deformación, posteriormente se toma la lectura de  $V_{out}$  después de que la muestra fue deformada. Dado que los valores para el factor de galga y el voltaje de excitación  $V_{in}$  son conocidos, la computadora puede calcular el valor de la deformación indicada por el cambio en el voltaje a la salida del puente. Si el valor de  $V_{in}$  es desconocido o está sujeto a cambios con el tiempo, se puede hacer que lea el VMD al mismo tiempo que se mide  $V_{out}$  para obtener un valor más preciso de  $V_r$ . Si se mide de esta manera se reducen considerablemente los requerimientos de estabilidad de la fuente de voltaje, disminuyendo los costos del sistema. Nótese que en el ejemplo precedente de  $\frac{1}{4}$  de puente, no se asumió que el puente estuviera balanceado ni que su salida estuviera aproximada como realmente lineal. En su lugar, se obtuvo una ecuación para la deformación en términos de cantidades que son conocidas y la computadora se encarga de obtener el valor exacto de la deformación.

En el ejemplo precedente, se hicieron algunas suposiciones que afectan la exactitud de la medición de las deformaciones:

- la resistencia en los tres brazos inactivos del puente permanece constante entre las lecturas antes y después de la deformación,
- la exactitud, resolución y estabilidad del VMD fueron adecuados para las mediciones requeridas,

- el cambio en la resistencia en el brazo activo se debió solo al cambio en la deformación, y
- $V_{in}$  y el factor de galga fueron cantidades conocidas.

Es muy importante mencionar que es válido hacer estas consideraciones siempre y cuando no se presenten cambios en la temperatura del sensor que rebasen las especificaciones y se cuente con un voltímetro adecuado.

### **2.3 Rejillas de Bragg**

Las rejillas de Bragg son elementos difractivos que se encuentran foto-inscritos en una fibra óptica. Para fabricarlas se expone una fibra óptica a un patrón de interferencia generado por intensos haces de luz ultravioleta que producen una variación periódica del índice de refracción en el núcleo de la fibra. Una característica importante de estas rejillas es su capacidad de realizar mediciones de deformación y temperatura, con aplicaciones reportadas en monitoreo de autopistas, puentes, componentes aeroespaciales y en sensores químicos y biológicos [4]. Estos sensores pueden ser acoplados a diversos materiales para medir parámetros tales como carga, deformación, temperatura y vibración que pueden monitorearse en tiempo real. También existen sensores químicos, de presión y acelerómetros basados en estas rejillas [5].

El principio básico de operación de un sistema sensor basado en rejillas de Bragg radica en el monitoreo del cambio de la longitud de onda de la señal de Bragg reflejada, como una función del parámetro a medir (e. g. deformación, temperatura y fuerza). La ecuación que determina la longitud de onda de Bragg depende solamente de dos factores fundamentales, del índice de refracción efectivo del material del núcleo ( $n_{ef}$ ) y de la distancia entre las bandas del patrón de interferencia con que fue fotografiada la estructura difractiva en el núcleo de la fibra óptica ( $\Lambda$ ), esto es:

$$\lambda_B = 2n_{ef}\Lambda \quad (2.8)$$

Los sistemas sensores que involucran tales rejillas usualmente trabajan por la inyección de luz de una fuente de amplio espectro dentro de la fibra, teniendo como resultado que la rejilla refleja una angosta componente espectral a la longitud de onda de Bragg. De la misma manera, el espectro de transmisión presentará una

pérdida que corresponde con  $\lambda_B$  [6]. En la figura 2.4 se muestra esquemáticamente.

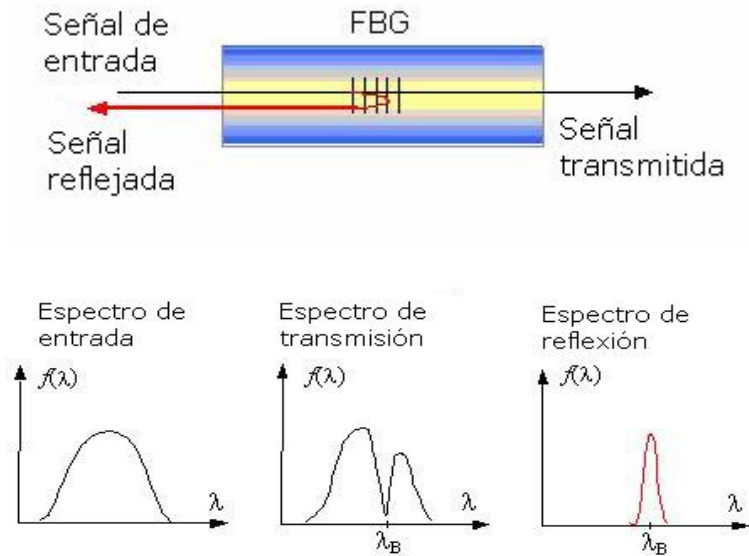


Figura 2.4. Principio de funcionamiento de una rejilla de Bragg

Debido a la periodicidad generada en el índice de refracción del núcleo de la fibra, los reflejos consecutivos se refuerzan a una longitud de onda determinada por  $\lambda_B$ . El ancho espectral de estas rejillas es muy estrecho, menor a 0.01nm y la distancia entre las bandas del patrón de interferencia con el que se graba la rejilla es menor a 100 $\mu$ m [7].

El espectro que se genera por la reflexión en la rejilla de Bragg es sumamente estrecho en cuanto a su longitud de onda, por lo que puede constituir un filtro sumamente selectivo. Además estos dispositivos permiten medir deformaciones gracias a que es posible cambiar el parámetro  $\Lambda$  cuando se aplica una fuerza que causa una deformación a la rejilla. El dispositivo proporcionará lecturas de deformación longitudinal solamente, y en el caso de que los esfuerzos aplicados a la fibra sean de tensión, las deformaciones serán positivas y el valor de  $\lambda_B$  aumentará. Cuando los esfuerzos sean de compresión,  $\lambda_B$  disminuirá, como puede inferirse a partir de la ecuación 2.8.

Gran parte del trabajo sobre sensores de rejillas de Bragg se ha enfocado en la medición de deformación o temperatura. Se ha encontrado que la respuesta a la deformación aumenta debido a la elongación física del sensor (y el correspondiente cambio fraccional en la distancia entre las bandas de la rejilla) y el cambio en el

índice de la fibra debido a efectos fotoelásticos, mientras que la respuesta térmica aumenta debido a la expansión térmica inherente al material de la fibra. El cambio en la longitud de onda de Bragg con la deformación y la temperatura puede expresarse como:

$$\Delta\lambda_B = 2n\Lambda \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{n^2}{2} \right) [P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})] \right] \varepsilon + \left[ \alpha + \frac{dn}{dT} \right] \Delta T \right\} \quad (2.9)$$

donde  $\varepsilon$  es la deformación aplicada,  $P_{i,j}$  son los coeficientes de Pockel que definen los efectos elasto-ópticos,  $\nu$  es la relación de Poisson y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica (CET) del material de la fibra. El factor  $\left\{ \left( \frac{n^2}{2} \right) [P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})] \right\}$  tiene un valor numérico de  $\approx 0.22$ . La respuesta a la

deformación a temperatura constante resulta:

$$\frac{1}{\lambda_B} \frac{\delta\lambda_B}{\delta\varepsilon} = 0.78 \times 10^{-6} \mu\varepsilon^{-1} \quad (2.10)$$

Esta respuesta da una medida del cambio en la rejilla con la deformación, de 1 nm por 1000 $\mu\varepsilon$  a 1.3 $\mu\text{m}$ . En fibras de silicio la respuesta térmica está regida por  $\frac{dn}{dT}$ , que contribuye en un 95% del cambio observado. La respuesta térmica normalizada a deformación constante es:

$$\frac{1}{\lambda_B} \frac{\delta\lambda_B}{\delta T} = 6.67 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (2.11)$$

Para medir un cambio de temperatura de  $\approx 0.1$   $^\circ\text{C}$  o un cambio en deformación de 1  $\mu\varepsilon$  se requiere una resolución de  $\approx 1$  pm (0.001nm) a  $\lambda_B \approx 1.3$  nm. Aunque puede alcanzarse esta resolución en longitud de onda con instrumentación de laboratorio, como analizadores de espectros y láseres sintonizables, es un reto llegar a medirla empleando unidades eléctrico-ópticas pequeñas y esto ha sido el eje de muchas investigaciones en el campo de los sensores de rejillas.

El método empleado con más frecuencia para la medición de sensores de rejilla de Bragg está basado en la iluminación pasiva de banda ancha del dispositivo: se hace pasar luz de amplio espectro que cubre la banda del sensor de rejilla que es la entrada del sistema. Ya sea la componente de banda estrecha reflejada por la rejilla

de Bragg o las "ranuras" en el espectro de transmisión son dirigidas a un sistema de detección de longitud de onda, que es la salida del sistema [5].

## **2.4 Propiedades de los sistemas de medición de deformaciones**

Ningún sistema de medición de deformaciones, sin importar el principio en el que se base, posee todas las propiedades requeridas de una galga óptima. Sabiendo esto, se puede seleccionar una galga basándose en sus características particulares y considerando las características del problema a solucionar.

Algunos de los elementos comúnmente empleados para seleccionar un sistema de medición de deformaciones para una aplicación específica son los siguientes [3]:

- La constante de calibración para la galga debe ser estable; no debe variar respecto al tiempo, la temperatura ni otros factores ambientales.
- La galga tiene que ser capaz de medir deformaciones con una precisión de  $\pm 1\mu\epsilon$  sobre un rango de deformación de  $\pm 10$  por ciento.
- Es necesario que la galga sea tan pequeña que la deformación en un punto pueda ser calculada con un error pequeño.
- La respuesta de la galga, fuertemente controlada por su inercia, debe ser lo suficientemente alta para permitir el registro de deformaciones dinámicas con componentes de frecuencia por arriba de los 100 kHz.
- El sistema debe permitir tomar lecturas *in situ* o remotas.
- La salida de la galga durante el periodo de lectura tiene que ser independiente de la temperatura y otros parámetros ambientales.
- Es deseable que tanto la galga como el equipo auxiliar asociado sean de bajo costo, para permitir su uso en diversas aplicaciones.
- El sistema tiene que ser fácil de instalar y operar.
- La galga debe presentar una respuesta lineal a la deformación en un amplio rango.
- Lo ideal es que la galga sea adecuada para su uso como elemento sensor en otros sistemas transductores donde se mide una cantidad, como la presión en términos de deformación.

Puede decirse que la deformación es la medición del desplazamiento entre dos puntos separados por una distancia determinada. Esta distancia es conocida como *longitud de la galga* y es una comparación importante entre varias técnicas de

medición de deformaciones. La longitud de galga también puede ser descrita como la distancia sobre la cual la deformación es promediada. Por ejemplo, en alguna estructura simple se podría medir con un micrómetro su longitud antes y después de aplicar una carga. Después se podrían tomar ambas lecturas y calcular su diferencia para obtener la deformación total de la muestra. La longitud de la galga sería la longitud original.

Considérese el elemento de la figura 2.5. Al aplicar una fuerza  $F$  en cada extremo, la deformación en la región angosta sería localmente mayor que el valor medido, ya que el área de su sección transversal es menor. Los esfuerzos también serán mayores en la región estrecha y la muestra entonces se romperá antes de que el valor de la deformación promedio medida indique una magnitud de esfuerzo mayor que el punto de cedencia del material completo.



Figura 2.5 No homogeneidad en los esfuerzos en una muestra

Idealmente es deseable que el dispositivo utilizado para la medición de deformaciones tenga una longitud de galga infinitesimal, pudiendo así medir la deformación en un punto. Si se tiene este dispositivo ideal, podría colocarse en la sección angosta de la muestra de la figura 2.5 para medir la deformación local en esa región. Otra característica deseable para este dispositivo medidor de deformaciones ideal sería que fuera de dimensiones pequeñas y que poseyera una masa pequeña, que se acoplara fácilmente a la muestra, que tuviera alta sensibilidad a las deformaciones, bajo costo y baja sensibilidad a la temperatura y otras condiciones ambientales [2].

Los antecedentes presentados en este capítulo permiten tener una visión global de las características generales de los sistemas de medición de deformaciones, así como, de manera particular, conocer el funcionamiento de los extensómetros de resistencia eléctrica y las rejillas de Bragg. La información citada permite también establecer consideraciones en los experimentos llevados a cabo en la caracterización de los sensores.

## 3 Sobre el arreglo experimental y la automatización

### 3.1 Descripción del arreglo experimental

Para realizar la comparación de los parámetros del extensómetro de resistencia eléctrica y de la rejilla de Bragg se construyó un arreglo como el que se presenta en la figura 3.1.

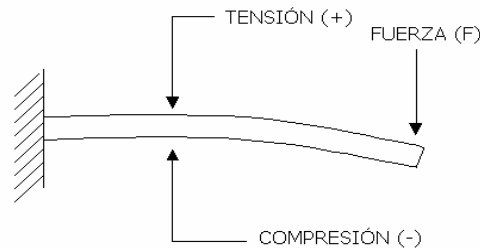


Figura 3.1 Diagrama del arreglo experimental

El arreglo está constituido por una viga de aluminio en cantilever, cuyas dimensiones son 50 x 5 x 1 mm. En la cara superior se colocó el extensómetro de resistencia eléctrica y en la parte inferior la rejilla de Bragg, tratando de colocar los sensores a la misma distancia del empotramiento. En la punta de la viga se aplica una carga de tal manera que se produzca una deformación elástica en la viga. Es importante mencionar que las deformaciones medidas por los sensores, utilizando esta configuración, serán de igual magnitud siempre y cuando los dispositivos se encuentren exactamente a la misma distancia medida desde su centro hasta el empotramiento, y tendrán signo opuesto debido a que en la parte superior de la viga se generan esfuerzos de tensión, mientras que en la parte inferior los esfuerzos en la viga son de compresión; esto es, la tensión genera deformaciones positivas (que pueden observarse como un aumento en la longitud de la galga), mientras que la compresión genera deformaciones negativas (o reducción en su longitud).

Para aplicar la carga en la punta de la viga se empleó un actuador mecánico Newport LS-850F, manipulado por medio de un controlador de movimiento del mismo fabricante, modelo PMC200, mostrados en las figuras 3.2 y 3.3. Por medio de estos dispositivos fue posible controlar los desplazamientos en la punta que producen las deformaciones en la viga, teniendo una resolución de hasta 0.1 micras [8].



Figura 3.2 Controlador de movimiento programable Newport PMC200



Figura 3.3 Actuador mecánico Newport 850F-LS

En la punta del actuador mecánico se acopló el núcleo ferromagnético de un LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*, Design Guide of Schaevitz Sensors, 1997) que se encarga de medir los desplazamientos realizados por el actuador mecánico, con la finalidad de establecer como referencia las lecturas tomadas por el LVDT, ya que gracias a sus características como dispositivo medidor de desplazamientos podría por este medio detectarse algún error cometido por parte del PMC200. El modelo del LVDT es el MHR-010 de Lucas Schaevitz, presentado en la figura 3.4, que tiene un intervalo de operación lineal de  $\pm 0.01$  in [9].



Figura 3.4 LVDT (Linear Variable Differential Transformer)



Para poder medir la señal de salida del LVDT es necesario utilizar un acondicionador de señal. Para esto se empleó el módulo de acondicionamiento de señal ATA-2001 también de Lucas Schaevitz (figura 3.5). Este módulo se encarga de alimentar al LVDT con una señal adecuada y de adquirir y acondicionar la salida, proporcionando un voltaje de corriente directa [10].



Figura 3.5 Acondicionador de señal para el LVDT Schaevitz ATA 2001

Para medir las deformaciones por medio del extensómetro de resistencia eléctrica es necesario utilizar un circuito puente, ya que los cambios en su resistencia son muy pequeños. En este caso se construyó un puente de Wheatstone en configuración de *cuarto de puente* (es decir, solamente un brazo del puente va a experimentar cambios en su resistencia debidos a las deformaciones).

El puente de Wheatstone se conectó a una tarjeta que contiene el circuito integrado acondicionador de señal 2B31L de Analog Devices. El circuito se encuentra alimentado con una fuente de voltaje de  $\pm 15$  V y se presentan el diagrama de la configuración empleada y algunas de sus partes internas en la figura 3.6. Éste es un dispositivo diseñado específicamente para transferir de manera eficiente señales de extensómetros de resistencia eléctrica o de detectores resistivos de temperatura. Consta de tres secciones básicas: un amplificador de instrumentación, un filtro paso bajas de tres polos y una excitación para el transductor. Permite ajustar la ganancia, la frecuencia de corte del filtro, la componente de corriente directa de la salida y la ganancia del puente [11].

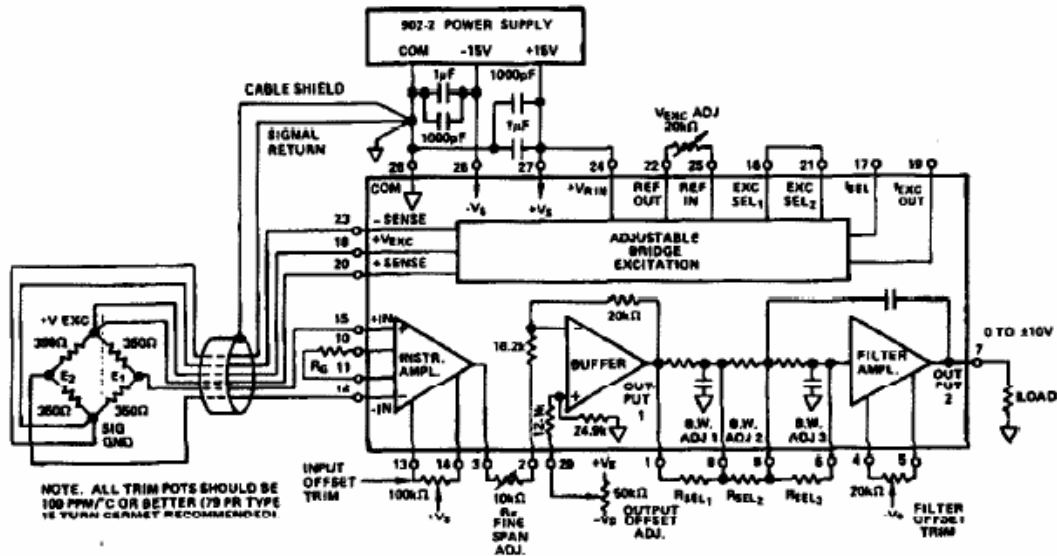


Figura 3.6 Aplicación típica de transductor de puente utilizando el circuito 2B31

Otra manera de medir las deformaciones es utilizando un módulo al cual se conectan directamente las terminales del extensómetro, que despliega en una carátula el valor de la deformación medido en microdeformaciones ( $\mu\epsilon$ ). Este instrumento posee un canal de salida de tipo BNC, que proporciona un voltaje proporcional a las deformaciones mostradas en la carátula. Se empleó este dispositivo (Strain Indicator P-3500 de Micromasurements) para realizar también la confrontación entre los dos métodos de lectura de deformaciones asociados al extensómetro de resistencia eléctrica. En la figura 3.7 se muestra una foto del módulo [12].



Figura 3.7 Módulo P-3500 para medición de microdeformaciones de Micromasurements

Para realizar las mediciones de los cambios en la longitud de onda en la rejilla de Bragg, se empleó un analizador de espectros ópticos (Optical Spectrum Analyzer, OSA) de Agilent modelo 86140B [13], y como fuente de alimentación se empleó una fuente para fibra óptica ILX Lightwave modelo MPS-8012 [14], ambos mostrados en la figura 3.8.

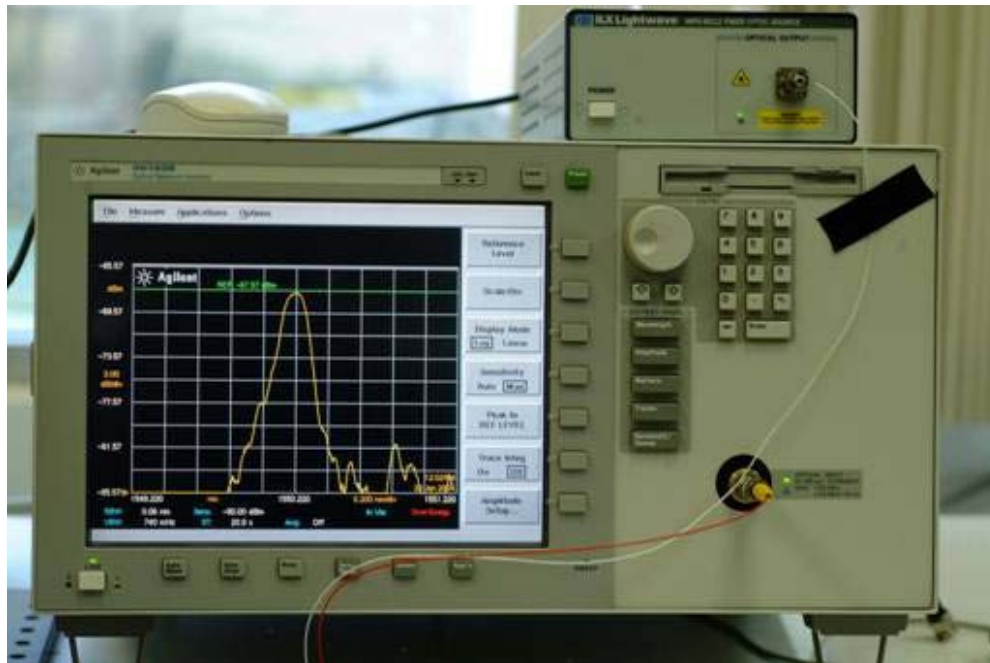


Figura 3.8 Analizador de espectros ópticos y fuente para fibra óptica

De los equipos mencionados, el PMC200 y el analizador de espectros ópticos fueron controlados de manera remota utilizando una computadora personal, una tarjeta GPIB (*General Purpose Interface Bus* PCI-GPIB) y mediante diversos programas desarrollados en LabVIEW, que se presentan en el apéndice A. La adquisición de las lecturas de voltaje del LVDT, del voltaje medido directamente de las terminales del puente de Wheatstone, de la salida del acondicionador de señal y de las lecturas de voltaje tomadas del módulo P-3500 se realizó de manera automática empleando una tarjeta de adquisición de datos (DAQ Modelo PCI-MIO-16XE-10) [15]. Los datos fueron guardados en archivos de texto para su posterior análisis.

Todo el equipo mencionado con anterioridad se emplea para realizar las lecturas de cada uno de los dispositivos que se ven involucrados en el análisis de los sensores. En la figura 3.9 se muestra el arreglo experimental completo, basado en la figura 3.1

y a partir del cual se desarrollaron diferentes pruebas para caracterizar al extensómetro de resistencia eléctrica y a la rejilla de Bragg.

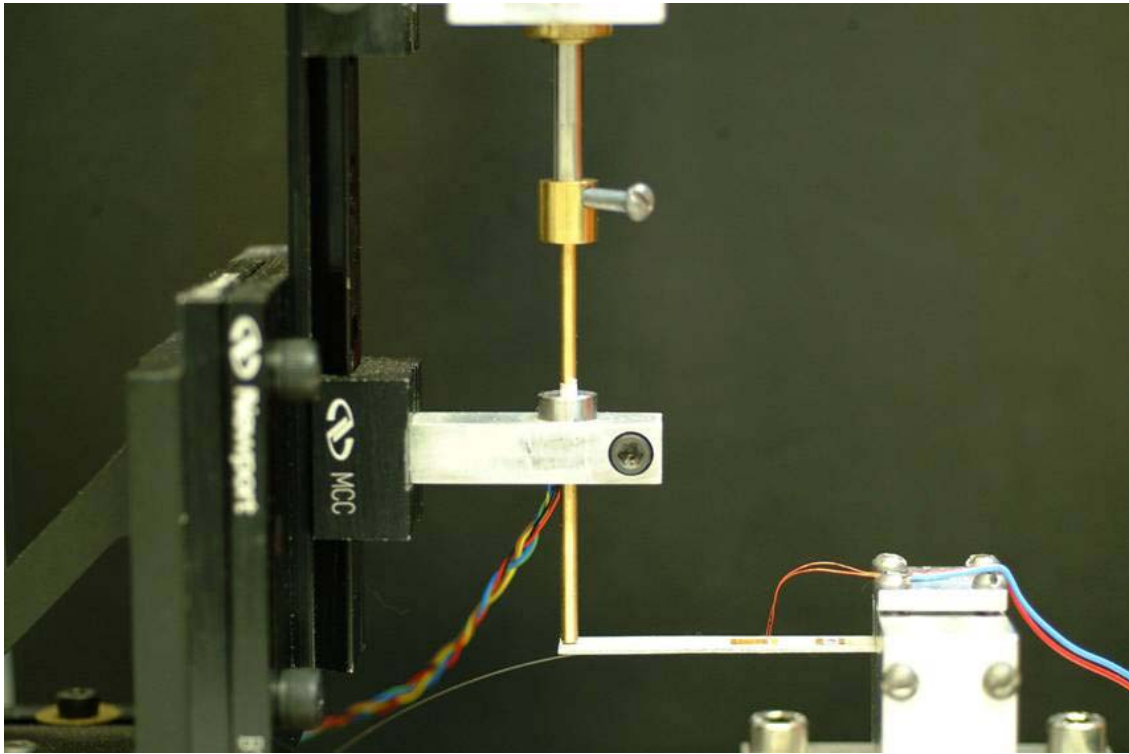


Figura 3.9 Arreglo experimental completo

### **3.2 Automatización de las pruebas**

LabVIEW es un lenguaje de programación gráfica que permite realizar el aglutinamiento de diferentes subprogramas con tareas específicas, llamados instrumentos virtuales (VIs). Consta de dos ventanas principales: una que presenta una carátula al usuario llamada *panel frontal*, donde se encuentran los controles y los indicadores del programa, y la otra ventana es el *diagrama de bloques*, donde se encuentra el desarrollo del programa [17].

Para realizar la caracterización de los dispositivos empleados se construyó un instrumento virtual que agrupa cuatro diferentes casos. Esto se realizó empleando una estructura propia de LabVIEW llamada *Event*, que brinda la posibilidad de seleccionar tareas de manera independiente (mediante el uso de botones en el panel frontal), sin tener que seguir un orden para ejecutarlas, aunque para los

experimentos sea necesario seguir una secuencia específica. El panel frontal presenta los botones que determinan las tareas a realizar, como se muestra en la figura 3.10.

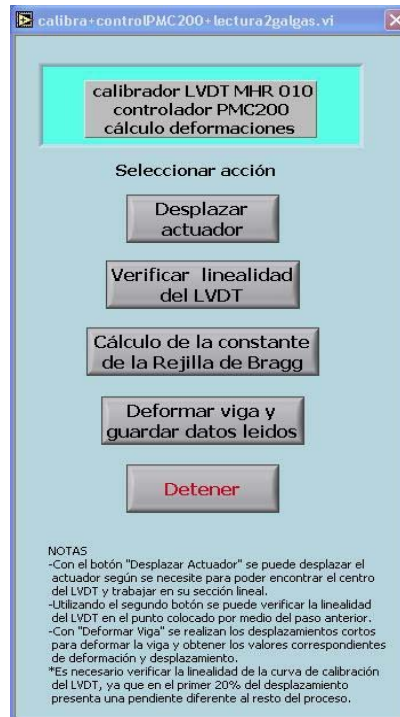


Figura 3.10 Panel frontal del instrumento virtual principal.

Las tareas que pueden realizarse con este instrumento virtual son:

- *Desplazar actuador.* El primer botón tiene asociado el programa que realiza, como su nombre lo indica, los desplazamientos del actuador mecánico sobre la punta de la viga, con la finalidad de colocarlo en la posición adecuada sobre ésta antes de realizar cualquier calibración. El panel frontal presenta a su vez tres opciones para ejecutar diferentes acciones (figura 3.11): establecer un nuevo origen en el sistema de referencia (mediante el comando *ZERO*), regresar al origen desde una posición determinada (comando *HOME*) y desplazar el actuador (comando *JOG*). Este último sub-VI posee en su panel frontal un control por medio del cual se determina el tamaño del desplazamiento medido en milímetros que debe realizarse. Este valor es enviado al controlador PMC200 vía GPIB con la instrucción para realizar el desplazamiento correspondiente. Una vez enviada la instrucción, se verifica que ésta haya sido llevada a cabo de manera satisfactoria leyendo del PMC200 la posición actual. Igualmente se verifica la correcta transferencia de

los datos mediante un indicador booleano que condiciona la ejecución de un ciclo while, de tal forma que la instrucción sea enviada al controlador hasta que desaparezca el error en el indicador. Es importante ahora aclarar que cuando se dice "colocar el actuador en la posición adecuada" significa que básicamente tienen que cumplirse dos condiciones:

1. El núcleo ferromagnético acoplado a la punta del actuador debe encontrarse en el centro del LVDT, que es la zona en la que se garantiza su operación lineal (en este caso con un rango de operación de  $\pm 0.01$  in a partir del centro) y que puede identificarse porque justamente en el centro el voltaje es prácticamente nulo. Para poder determinar la posición de este punto, es necesario ejecutar este VI de manera simultánea con un programa que opera como multímetro digital. Éste se ejecuta de manera independiente y permite verificar que se está en la posición deseada cuando se obtiene una lectura de voltaje muy cercana a cero.
2. Es necesario también realizar un desplazamiento que flexione la viga previamente a la realización de cualquier experimento (en otras palabras, aplicar una precarga). Con esto se logra eliminar (o al menos reducir) el efecto de "backlash" que presenta el actuador, debido a su funcionamiento interno. En el momento en el que la punta del actuador toca la viga, existe un intervalo en el que, aunque al controlador se le pida realizar un desplazamiento y éste ejecute la orden, ésta no es llevada a cabo de manera adecuada, manteniendo su punta en la misma posición por un intervalo determinado sin registrarse cambios en las lecturas tomadas por el LVDT.



Figura 3.11 Panel frontal del sub-VI encargado de desplazar el actuador.

- *Verificar linealidad del LVDT.* Una vez que se cumplieron las dos condiciones anteriores, puede entonces llevarse a cabo la calibración del LVDT. Para esto se construyó un programa que realiza un desplazamiento del núcleo del LVDT dentro de su intervalo de operación lineal. En su panel frontal presenta al usuario controles para determinar el número de muestras y el tamaño de los intervalos a los cuales realizar las lecturas de voltaje y posición. Mediante este sub-VI puede obtenerse de manera inmediata una gráfica de voltajes medidos con el LVDT en función de los desplazamientos realizados con el actuador mecánico, así como la pendiente de la recta (en el caso de efectivamente operar en una región lineal). Mientras se realizaba este programa se encontró que el controlador PMC200 no siempre ejecuta las instrucciones que le son enviadas, lo que ocasiona que erróneamente en la gráfica se observe un mismo valor de voltaje correspondiente a dos desplazamientos diferentes del actuador, o incluso se obtengan lecturas de posición nulas, como se muestra en la gráfica de la izquierda en la figura 3.12. Para detectar este problema se optó por presentar dos gráficas: una con los valores de desplazamientos solicitados al PMC200 y la otra con los valores leídos del mismo. Al comparar estas gráficas se verifica que los desplazamientos se hayan sido ejecutados como fueron solicitados. En la figura 3.12 se presenta el panel frontal de este instrumento virtual. También a través de estas gráficas pudo determinarse la necesidad de aplicar una precarga a la viga. En la gráfica de la derecha mostrada en la figura 3.12 se observa un escalón, debido al backlash del actuador en el momento en el que hace contacto con la viga.
- *Cálculo de la constante de la rejilla de Bragg.* Este VI se encarga de hacer un barrido semejante al del programa anterior; presenta de la misma manera en su panel frontal la posibilidad de controlar el número de lecturas y el tamaño de los desplazamientos. En este caso los datos leídos son longitudes de onda de Bragg medidas con el OSA, para las cuales se trazaron gráficas en función de los voltajes obtenidos con el LVDT, que ahora son tomados como referencia de desplazamiento. En la figura 3.13 se presenta el panel frontal de este instrumento virtual. También se obtiene la pendiente de la recta, que es la constante de proporcionalidad entre longitudes de onda de Bragg y desplazamientos de la punta de la viga. En la siguiente sección se explica la

causa por la cual no son empleados en el análisis de los datos los voltajes del LVDT como una referencia para los desplazamientos.

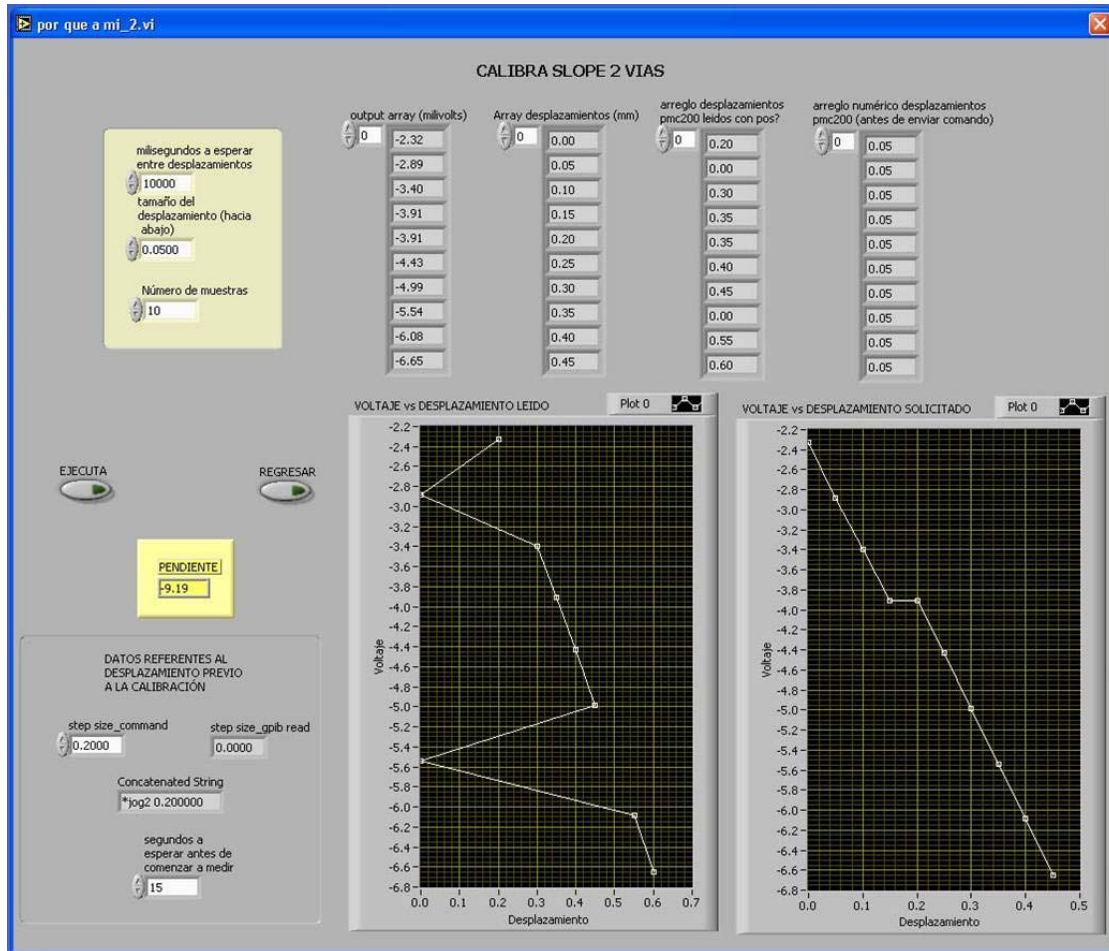


Figura 3.12 Verificación de la linealidad del LVDT (Panel frontal del instrumento virtual)

Tanto este programa como el semejante para el LVDT fueron realizados para hacer observaciones preliminares en cada dispositivo. Por medio de los siguientes sub-VIs se realizó la adquisición de los datos para el análisis que se presenta en el capítulo cuatro.



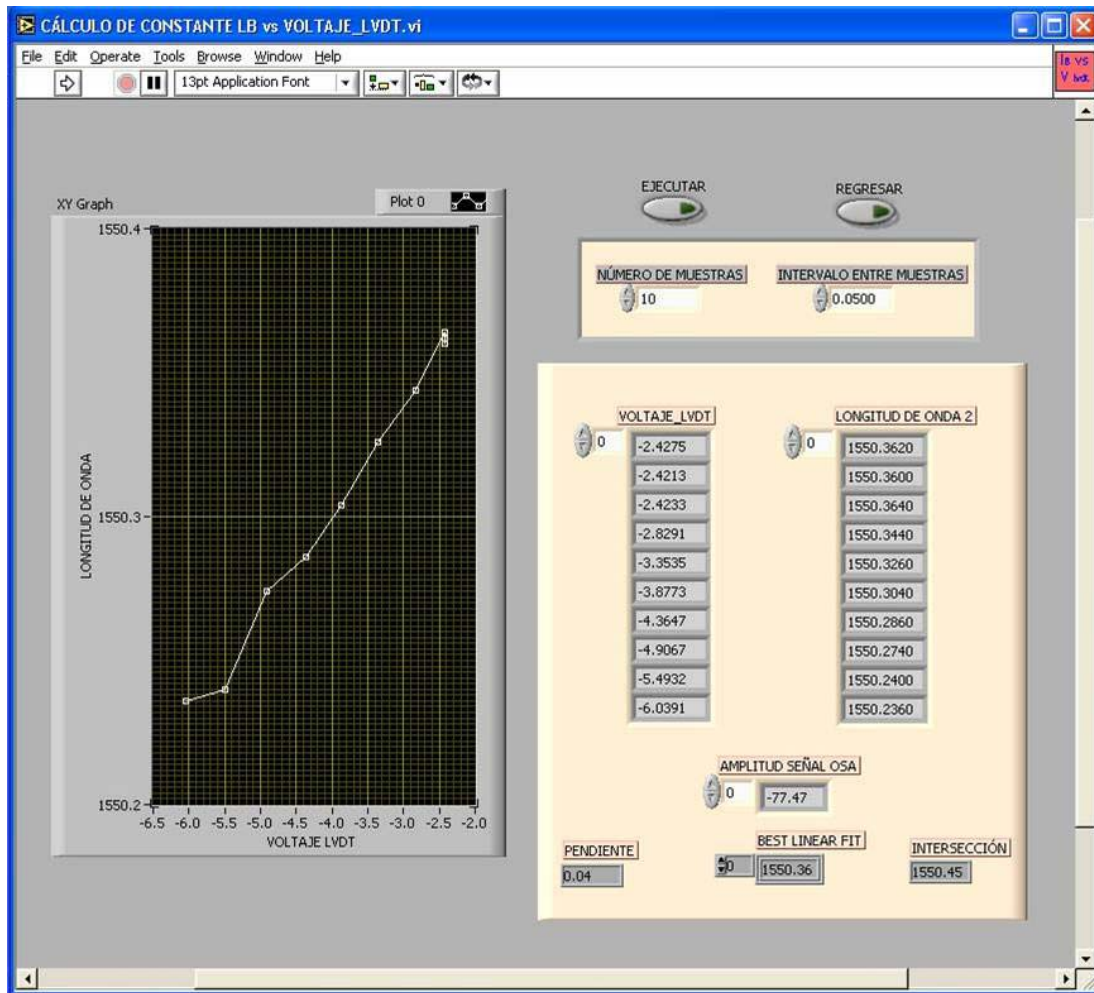


Figura 3.13 Cálculo de constante de rejilla de Bragg (Panel frontal del Instrumento Virtual)

- *Deformar viga y guardar datos leídos.* La cuarta parte del programa se encuentra dividida a su vez en cuatro etapas que son: *corridas completas*, *corridas con pausa*, *leer P-3500* y *análisis de datos*. Los tres primeros sub-VIs establecen los tres experimentos principales llevados a cabo para realizar el análisis de los sensores empleados. El cuarto sub-VI presenta a su vez un panel frontal con diferentes opciones para realizar el análisis de los datos, según el experimento del cual fueron adquiridos los datos. Todos los datos adquiridos en esta sección fueron guardados en archivos de texto, para posteriormente realizar su análisis. El panel frontal de este VI se presenta en la figura 3.14.



Figura 3.14 Panel frontal del VI Deformar viga y guardar datos leídos.

- Con el sub-VI llamado *corridas completas* se realizaron barridos en el intervalo de operación lineal del LVDT, tomando lecturas de todos los dispositivos (excepto del módulo P-3500) y realizando desplazamientos de la punta de la viga de diferentes valores, según lo seleccione el usuario a partir del panel frontal, donde se presentan las controles para modificar la cantidad de muestras a tomar, el intervalo de los desplazamientos y la ruta del archivo de texto en el que se guardan los datos.
- Con *corridas con pausa* se tomaron algunas lecturas de manera muy semejante al experimento controlado por el VI anterior. En este caso se realizó el barrido tomando dos muestras para cada desplazamiento de la punta de la viga, haciendo una pausa entre ellas. Con esto puede determinarse si las lecturas se mantienen estables al paso del tiempo. En su panel frontal se presentan las mismas opciones que en el sub-VI anterior, pero además se presenta un control para determinar el tiempo que separa cada una de las lecturas.
- Con *Leer P-3500* se realizaron algunos barridos tomando muestras a diferentes intervalos, como en el primer sub-VI, sólo que en este caso no se tomaron lecturas del acondicionador de señal para el caso del extensómetro de resistencia eléctrica. En este sub-VI se empleó el módulo P-3500 y se tomaron de manera automática las lecturas de su salida analógica. También se leyeron de su carátula, aunque no de manera automática, los valores de las microdeformaciones.

- En la última sección se presenta el sub-VI que se encarga de realizar el análisis de los datos adquiridos en las etapas anteriores. Se obtiene a partir de estos sub-VIs el modelo lineal asociado a cada dispositivo y la incertidumbre de sus parámetros. También, a partir del análisis de datos pueden determinarse características particulares de cada sensor, como intervalo óptimo de operación y resolución.

En el apéndice A puede encontrarse información adicional sobre la programación realizada para automatizar las pruebas. En el capítulo cuatro se presenta el análisis de los datos adquiridos a partir del arreglo experimental y con ayuda de los instrumentos virtuales presentados en esta sección. Podrán compararse los modelos teóricos con los modelos experimentales obtenidos a partir de esta configuración y se analizarán algunas de sus características.

## 4 Análisis de datos

### 4.1 Modelos teóricos para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg.

Aunque tanto el extensómetro de resistencia eléctrica como la rejilla de Bragg son dispositivos empleados en la medición de deformaciones, en los experimentos realizados los datos leídos son siempre voltajes o longitudes de onda. Se vuelve entonces necesario establecer un modelo teórico -entre estos parámetros y las deformaciones causadas a la viga- para posteriormente compararlo con los resultados obtenidos experimentalmente.

#### 4.1.1 Relación entre las deformaciones y los desplazamientos en la punta de la viga

En principio se requiere establecer una referencia teórica del comportamiento de las deformaciones que experimenta la viga al ser flexionada, en función del desplazamiento de su punta. Esto porque es el parámetro que puede conocerse directamente, de manera independiente del sensor a considerar.

Retomando del primer capítulo tenemos que:

$$\sigma = E\varepsilon$$

al despejar  $\varepsilon$  y sustituir la ecuación 1.19 obtenemos que

$$\varepsilon_x = \frac{6 \left[ \frac{V(l)3EI}{L^3} \right] (L - x)}{Ebh^2} \quad 4.1$$

donde  $V(l)$  es el desplazamiento vertical de la punta de la viga,  $L$  es la longitud de la viga,  $b$  es la base del rectángulo definido por la sección transversal de la viga,  $h$  es su altura,  $x$  es la distancia medida desde el empotramiento hasta el punto en el cual desea conocerse la deformación,  $E$  es el módulo de Young para el aluminio e  $I$  es el momento de inercia del área de sección transversal de la viga.

Para una viga rectangular el momento de inercia es

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

y al sustituir y simplificar la ecuación 4.1 se llega a lo siguiente:

$$\varepsilon_x = \frac{3}{2} \frac{h(L-x)}{L^3} V(l) \quad 4.2$$

Los valores correspondientes al arreglo experimental son:  $h=0.001\text{m}$ ,  $L-x=0.03\text{m}$ , y  $L=0.05\text{m}$  y al sustituirse en la ecuación anterior, se obtiene

$$\varepsilon_x = 0.36V(l) \quad 4.3$$

con  $V(l)$  en metros. Si  $V(l)$  se da en micras, entonces  $\varepsilon_x$  se medirá en microdeformaciones o deformación  $\times 10^{-6}$ , que es una unidad adimensional que se utiliza típicamente para las especificaciones de galgas eléctricas. Puede observarse que la deformación de la viga en un punto determinado está relacionada de manera proporcional con los desplazamientos generados en su punta a causa de la aplicación de una carga determinada (actuador mecánico). En este caso la constante de proporcionalidad teórica entre los desplazamientos de la punta de la viga y las deformaciones causadas en la posición en la que está colocado el extensómetro es de  $0.36 \text{ m}^{-1}$ , y está relacionada principalmente con las dimensiones de la viga y con el material con el que ésta fue fabricada.

#### **4.1.2 Relación entre deformaciones en la viga y cambios en el voltaje del extensómetro de resistencia eléctrica**

Como ya se mencionó, el extensómetro de resistencia eléctrica se conectó a un puente de Wheatstone en configuración de cuarto de puente.

La deformación de la viga puede expresarse por medio de la siguiente relación [3]:

$$\frac{\Delta R}{R} = GF\varepsilon_x \quad 4.4$$

donde  $\Delta R/R$  es el cambio fraccional en la resistencia del extensómetro,  $R$  es su valor inicial,  $GF$  es el factor de galga y  $\varepsilon_x$  es la deformación normal de la viga.

Para conocer el valor de la deformación de la viga, es necesario encontrarlo a partir del voltaje del puente, de donde puede conocerse el valor de  $R_g$  después de deformar la viga. El valor  $GF$  es proporcionado por el fabricante del extensómetro y es de 2.130 para este caso particular [17].

Para conocer el valor de la resistencia del extensómetro de resistencia eléctrica ( $R_g$ ) es necesario determinar el voltaje a la salida del puente, que llamaremos  $V_s$ , en términos de las resistencias conocidas del puente y del voltaje de excitación  $V_e$ .  $V_s$  puede medirse directamente a la salida del acondicionador de señal y entonces el

único valor desconocido en el circuito será la resistencia  $R_g$ , que es nuestro parámetro de interés.

Retomemos el circuito de la figura 2.2 y asignemos a cada nodo un nombre, como se muestra en la figura 4.1.

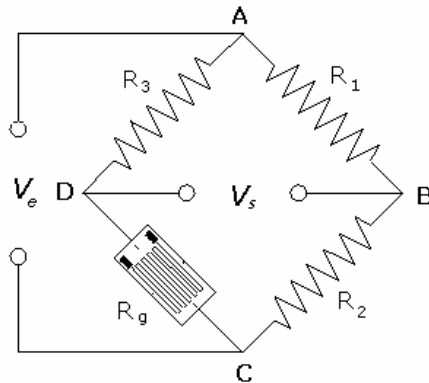


Figura 4.1 Puente de Wheatstone

Se sabe que el voltaje a la salida del puente,  $V_s$ , está determinado por

$$V_s = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} \quad 4.5$$

pero

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e \quad \text{y} \quad V_{AD} = \frac{R_3}{R_g + R_3} V_e \quad 4.6$$

entonces

$$V_s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e - \frac{R_3}{R_g + R_3} V_e \quad 4.7$$

ahora reduciendo

$$V_s = \frac{R_1 R_g - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_g + R_3)} V_e \quad 4.8$$

$$\frac{V_s}{V_e} (R_1 R_g + R_2 R_g + R_1 R_3 + R_2 R_3) = R_1 R_g - R_2 R_3 \quad 4.9$$

factorizando  $R_g$

$$R_g = \frac{R_3 \left[ R_2 \left( 1 - \frac{V_e}{V_s} \right) + R_1 \right]}{R_1 \left( \frac{V_e}{V_s} - 1 \right) - R_2} \quad 4.10$$

$R_g$  es el nuevo valor de la resistencia del extensómetro, donde la única variable es  $V_s$ . Realmente lo que interesa conocer es el cambio en la resistencia de la galga  $\Delta R$  y no solamente el nuevo valor de  $R$ . Para ello es necesario conocer el valor previo a la deformación de  $R_g$ . Nominalmente es de  $120 \Omega$ , aunque con una cierta tolerancia y durante su manejo e instalación este valor puede cambiar. También puede medirse con un multímetro el valor de su resistencia inicial, pero debido a que para realizar las pruebas se aplicó una precarga a la viga, este último es un procedimiento no muy recomendable.

Lo mejor es calcular el valor de la resistencia empleando la ecuación 4.10. Para esto puede entonces considerarse que  $V_{s1}$  es el voltaje a la salida del puente previo a la deformación de interés, o bien, una vez aplicada una precarga a la viga y que  $V_{s2}$  es el voltaje correspondiente a la deformación que nos interesa. La ecuación queda entonces como

$$R_{gn} = \frac{R_3 \left[ R_2 \left( 1 + \frac{V_e}{V_{sn}} \right) + R_1 \right]}{R_1 \left( \frac{V_e}{V_{sn}} - 1 \right) - R_2} \quad \text{donde } n= 1 \text{ ó } 2 \quad 4.11$$

y sustituyendo los valores empleados en el experimento:  $V_e= 4.5 \text{ V}$ ,  $R_1=120.7 \Omega$ ,  $R_2=120.6 \Omega$  y  $R_3=120.65 \Omega$ , resulta:

$$R_{g1} = \frac{120.65 \left[ 120.6 \left( 1 + \frac{4.5}{V_{s1}} \right) + 120.7 \right]}{120.7 \left( \frac{4.5}{V_{s1}} - 1 \right) - 120.6} \quad 4.12$$

$$R_{g2} = \frac{120.65 \left[ 120.6 \left( 1 + \frac{4.5}{V_{s2}} \right) + 120.7 \right]}{120.7 \left( \frac{4.5}{V_{s2}} - 1 \right) - 120.6} \quad 4.13$$

pero

$$\Delta R = R_{g2} - R_{g1} \quad 4.14$$

El valor de la deformación de la viga en el punto central del extensómetro puede entonces conocerse por medio de la siguiente relación, obtenida de la ecuación 4.4, una vez sustituido el factor de galga:

$$\varepsilon_x = \frac{R_{g2} - R_{g1}}{2.130R_{g1}} \quad 4.15$$

#### 4.1.3 Relación entre deformaciones en la viga y cambios en la longitud de onda de Bragg

De manera semejante, la longitud de onda de Bragg puede relacionarse con las deformaciones de la viga por medio de la siguiente ecuación [6],[7]:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = m\varepsilon_x \quad 4.16$$

donde  $\lambda_B$  es la longitud de onda de Bragg inicial, medida en nm,  $\Delta\lambda_B$  es el cambio en la longitud de onda de Bragg,  $\varepsilon_x$  es la deformación de la viga, en microdeformaciones y  $m$  es la pendiente de la recta, obtenida experimentalmente en la caracterización. Su valor típico encontrado en la literatura es de 0.78 [5] y es igual para todas las rejillas. En la práctica puede cambiar, debido a las condiciones de transferencia de esfuerzos del pegamento hacia la rejilla. Este valor depende principalmente de las constantes fotoelásticas del material de la fibra. A diferencia del extensómetro de resistencia eléctrica, los cambios en  $\lambda_B$  pueden medirse directamente utilizando el analizador de espectros óptico.



## **4.2 Modelos experimentales para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg**

Habiendo establecido que ambos sensores presentan teóricamente un comportamiento lineal, se realizó su caracterización para la medición de deformaciones pequeñas. El realizar deformaciones pequeñas en la viga implica no causarle una deformación plástica: todas ellas serán en su rango elástico; es decir, la viga siempre recuperará su forma original.

Los objetivos que conciernen a esta sección son los siguientes:

- Demostrar experimentalmente que la operación de los sensores es lineal.
- Obtener un modelo matemático experimental que describa el comportamiento del LVDT, así como los correspondientes para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg.
- De manera semejante establecer una función que caracterice el comportamiento del extensómetro de resistencia eléctrica cuando es leído por medio del módulo P-3500.
- Calcular la incertidumbre de los modelos obtenidos.
- Verificar si existen cambios en las lecturas respecto al tiempo.

Como se mencionó en el funcionamiento del programa que controla los experimentos, el trabajo de caracterización está dividido en diferentes etapas. A continuación se presentan algunas consideraciones:

- Sabiendo que el intervalo de operación lineal del LVDT es de 0.5 mm aproximadamente, se tomó esta longitud como el rango máximo de la prueba.
- Se realizaron tres barridos a lo largo de cada rango, tomando diez muestras en cada barrido, en intervalos de 50, 25, 16.66, 12.5, 10, 5, 3.33, 2.5, 2, 1.66, 1.43, 1.25, 1.11 y 1 micras para los desplazamientos en la punta de la viga.
- Es importante mencionar que todas las lecturas de los diferentes dispositivos a caracterizar fueron tomadas de manera simultánea para cada desplazamiento de la punta de la viga, pero para realizar el análisis se extraen los datos reagrupándolos según el dispositivo del que se trate.

#### 4.2.1 Desplazamientos: LVDT contra PMC200

El actuador mecánico puede ser caracterizado por medio de las lecturas tomadas del LVDT; tomar a este último como referencia puede proporcionar lecturas de posiciones más confiables, gracias a su característica lineal en el intervalo a utilizar que no presenta alteraciones en sus lecturas debidas a efectos mecánicos y además de no presentar histéresis.

Por medio del sub-VI *Análisis de datos*, se calcularon para cada barrido: pendiente de la recta, intersección con el eje de las ordenadas y error medio cuadrático de los datos respecto a la aproximación lineal realizada por el método de mínimos cuadrados.

Para cada dato de voltaje del LVDT se tomaron 1000 muestras en un segundo por medio de la tarjeta de adquisición de datos. Estos valores fueron promediados y se obtuvo la desviación estándar para cada dato. En promedio, las desviaciones estándar para cada intervalo obtenidas a partir de los datos del LVDT son:

Intervalo (mm)	Desv. Estándar (V)
0.05	2.76 E -05
0.025	0.023
0.0166	0.01407
0.0125	2.41 E -05
0.01	2.23 E -05
0.005	2.077 E -05
0.00333	1.94 E -05
0.0025	2.99 E -05
0.002	2.18 E -05
0.00166	1.89 E -05
0.00143	1.88 E -05
0.00125	1.88 E -05
0.00111	1.95 E -05
0.001	2.63 E -05

Tabla 4.1 Desviación estándar promedio de los datos tomados del LVDT para cada intervalo (de las 1000 muestras adquiridas en 1 segundo para cada lectura).

Gráficamente puede observarse el siguiente comportamiento:

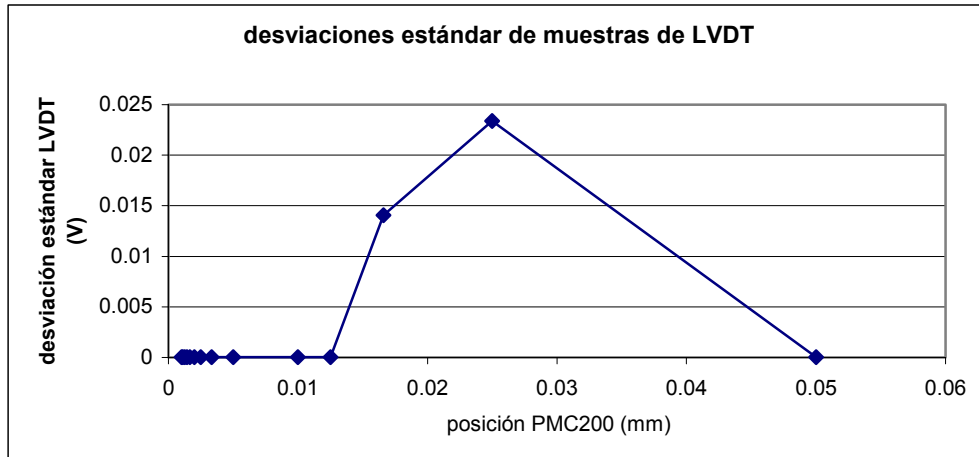


Figura 4.2 Desviación estándar promedio de los datos tomados del LVDT contra los diferentes intervalos a los cuales se tomaron las lecturas

Si se traza la gráfica de los datos leídos para el LVDT contra los desplazamientos del actuador mecánico, pueden observarse gráficas como las siguientes:

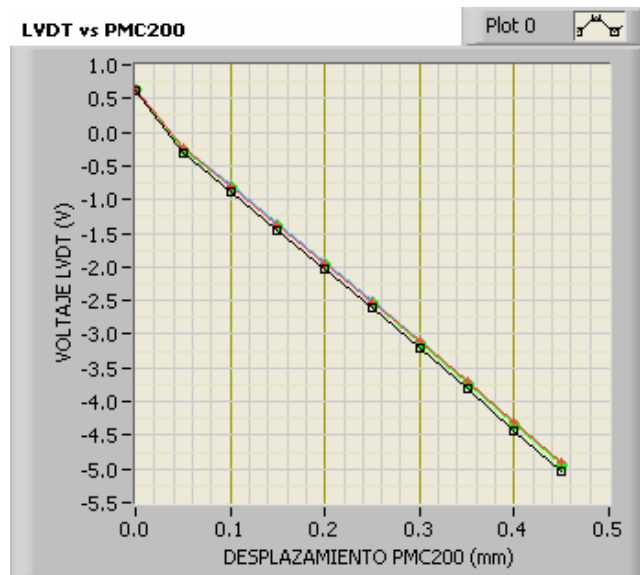


Figura 4.3 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 50 micras

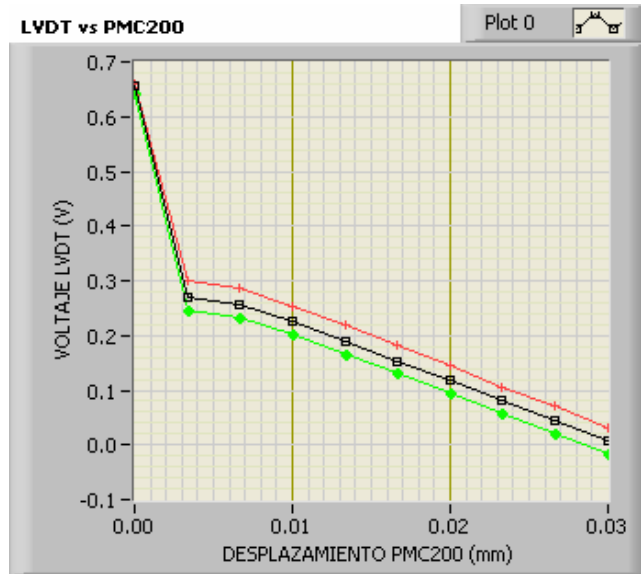


Figura 4.4 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 3.33micras

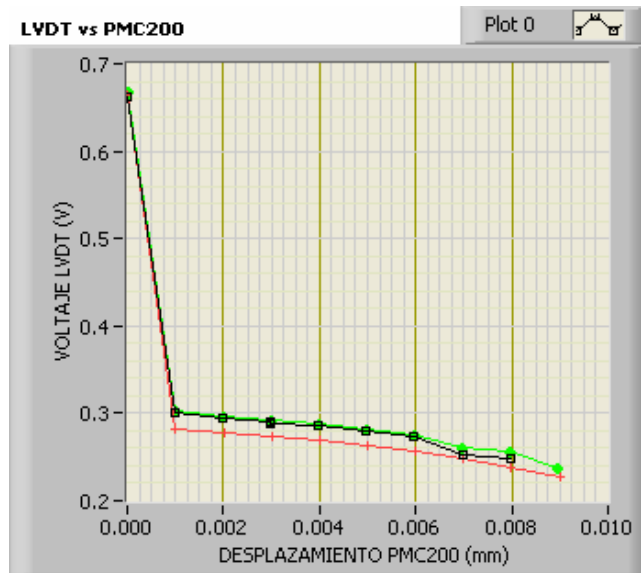


Figura 4.5 Gráfica de los datos adquiridos del LVDT contra la posición referida al PMC200 para los tres barridos en intervalos de 1 micra

De las gráficas anteriores puede observarse que se mantiene un comportamiento lineal a lo largo del recorrido, salvo en el caso del primer dato. Los datos se adquirieron de manera continua; es decir, se realizó un barrido, se regresó el actuador a la posición inicial e inmediatamente después se comenzaron a tomar las siguientes lecturas. Esto afecta el primer dato de cada secuencia, ya que no se ajustó adecuadamente el factor de *backlash* para el actuador mecánico y puede

verse como un efecto de "histéresis". Para realizar el análisis de los datos y el cálculo de los modelos experimentales, se omitió el primer dato en todas las secuencias. El cálculo del modelo experimental se basa en el método de mínimos cuadrados. La forma general del ajuste lineal está expresada de la forma

$$F = aX + b \quad 4.17$$

donde  $F$  representa la secuencia calculada de mejor ajuste lineal,  $X$  representa la secuencia de entrada de las abscisas,  $a$  es la pendiente de la recta y  $b$  es la intersección de la recta con el eje de las ordenadas.

El error medio cuadrático está calculado por medio de la ecuación:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (f_i - y_i)^2 \quad 4.18$$

donde  $f_i$  representa cada uno de los valores del mejor ajuste lineal,  $y_i$  representa los valores obtenidos experimentalmente como ordenadas y  $n$  es el número de datos.

Como se realizaron 3 barridos para cada intervalo, se promediaron a su vez los resultados obtenidos para cada uno, obteniendo entonces un modelo para cada intervalo. Los resultados se presentan en la tabla 4.2.

Intervalo (mm)	Pendiente (V/mm)	Intersección (V)	MSE (V)
0.05	-11.71	0.34	0.000
0.025	-11.47	0.31	2.17 E -05
0.0166	-11.34	0.30	2.23 E -05
0.0125	-11.20	0.30	4.28 E -05
0.01	-11.23	0.31	5.02 E -05
0.005	-10.72	0.33	5.79 E -05
0.00333	-10.31	0.32	5.12 E -05
0.0025	-8.95	0.31	4.71 E -05
0.002	-8.50	0.31	3.78 E -05
0.00166	-8.42	0.32	3.38 E -05
0.00143	-7.97	0.31	2.24 E -05
0.00125	-7.27	0.30	2.59E -05
0.00111	-7.15	0.31	7.34 E -06
0.001	-7.26	0.30	1.56 E -05

Tabla 4.2. Cálculo de pendiente, intersección y error medio cuadrático (MSE) de la aproximación lineal de los datos correspondientes a cada barrido según el intervalo

De la tabla anterior puede observarse que los valores de las pendientes cambian para cada intervalo de medición. Estos valores fueron calculados empleando el instrumento virtual propio de LabVIEW llamado *Linear Fit Coefficients*.

Si analizamos gráficamente cada columna tenemos:

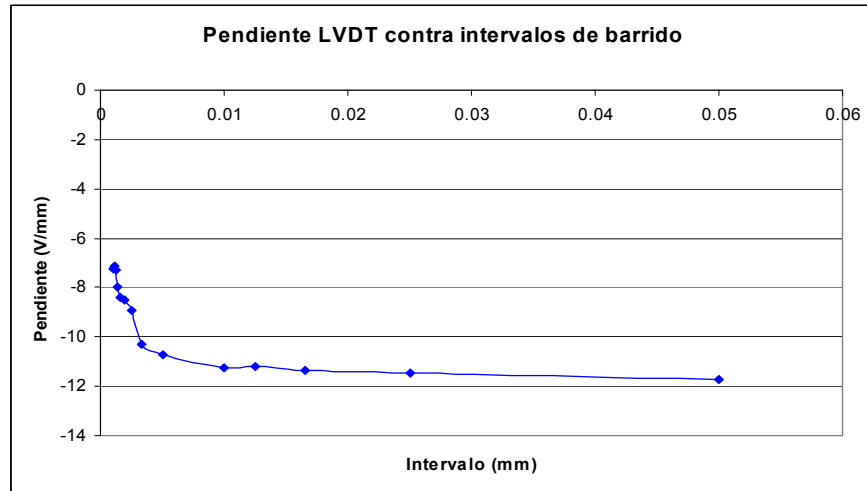


Figura 4.6 Pendiente de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido

En el caso de las intersecciones, puede notarse que también cambian, pero no de manera regular, como en el caso de las pendientes.

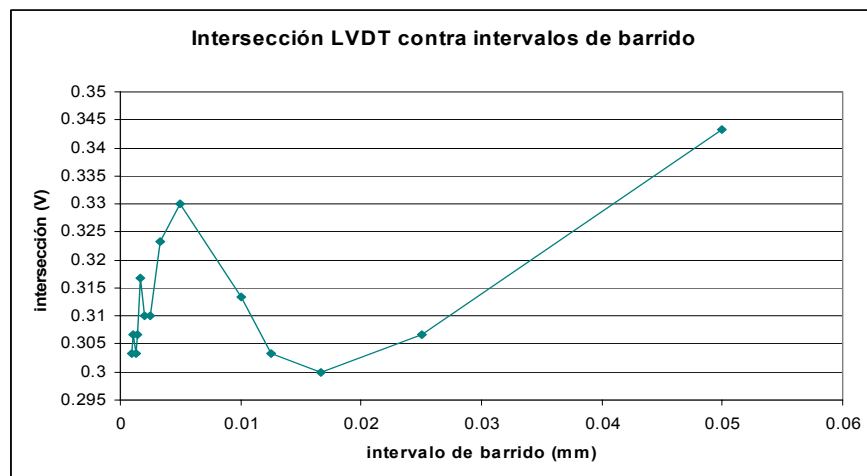


Figura 4.7 Intersección de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido

Y del error medio cuadrático tenemos la siguiente gráfica:

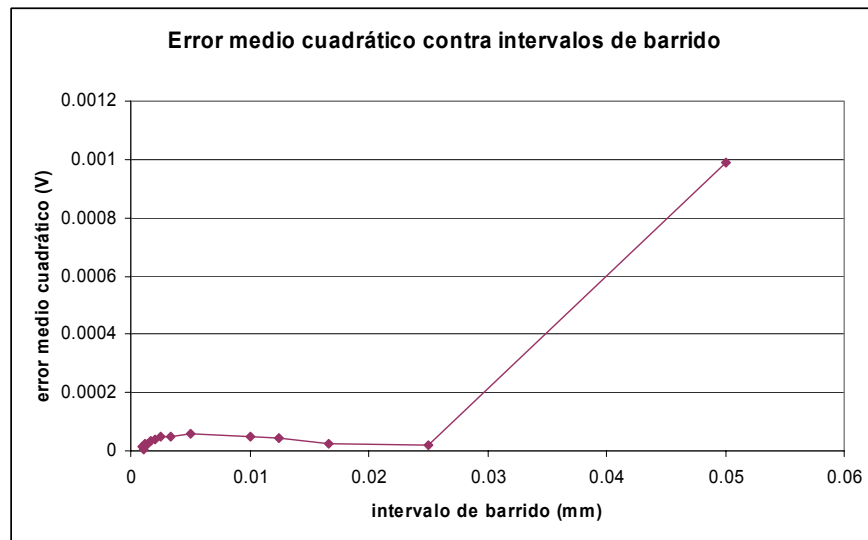


Figura 4.8 Error medio cuadrático de la curva del LVDT contra intervalo característico de barrido

Puede observarse que tanto los valores de intersecciones como los de MSE presentan un comportamiento poco predecible (o en otras palabras aleatorio) conforme cambian los intervalos característicos de barrido.

Debido al funcionamiento y las especificaciones del LVDT, debería mantenerse constante el valor de la pendiente, independientemente de los intervalos a los que se tomen las lecturas. Puede observarse en la figura 4.6 que la pendiente no cumple con lo predicho. El valor de la pendiente disminuye en tanto que disminuye el tamaño de los intervalos de las lecturas formando una curva suave.

No obstante, si con el experimento anterior pretendía establecerse un modelo lineal global que representara el comportamiento del LVDT en función de los desplazamientos determinados por el PMC200, puede verse que esto resulta imposible, ya que para cada barrido se obtuvo un valor de pendiente diferente.

Con el fin de realizar un análisis más detallado de esta variación no lineal de los valores de las pendientes, se realizó otra prueba, en la cual se tomaron lecturas también para diferentes intervalos, pero variando en potencias de base 2. También se hicieron coincidir los puntos con el intervalo del barrido precedente, partiendo del origen, hacia arriba y hacia abajo, pasando por las posiciones (0, +0.002mm, 0, -

0.002, 0), después (0, +0.002, +0.004, +0.002, 0 -0.002, -0.004, -0.002, 0), luego (0, +0.002, +0.004, +0.008, +0.004,+0.002, 0 -0.002, -0.004, -0.008, -0.004 - 0.002, 0) y así sucesivamente.

Gráficamente se observa lo siguiente:

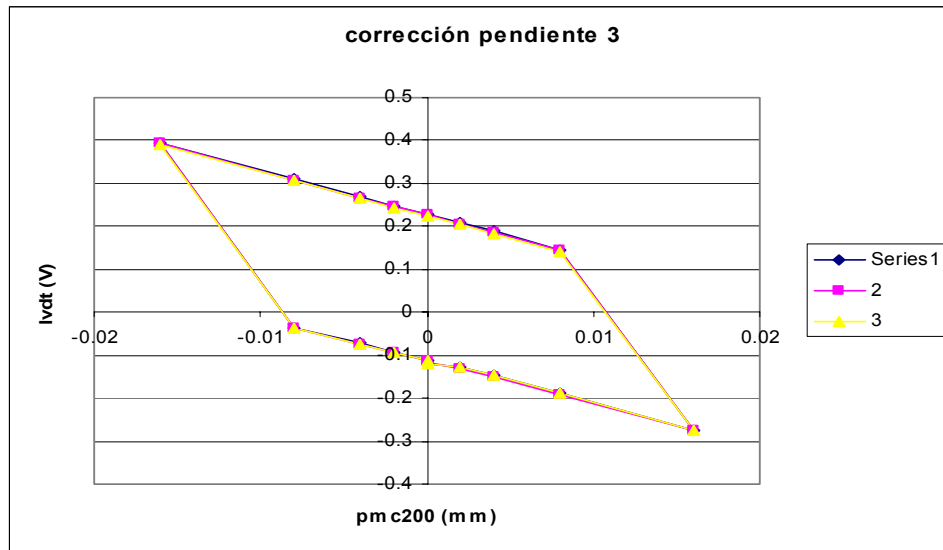


Figura 4.9 Barrido en intervalos determinados por potencias de 2; en este caso particular tomando muestras para 0.002, 0.004, 0.008 y 0.016 mm.

Se realizaron nuevamente tres barridos para cada recorrido específico. En el caso de los diferentes recorridos se observan gráficas semejantes, cambiando solamente el número de puntos trazados, pero en general el experimento se mantiene igualmente repetible en los tres barridos realizados.

En las gráficas se observa que las rectas presentan un corrimiento recurrente en el sentido de las ordenadas, debido nuevamente a que no se compensó completamente el factor de *backlash* del PMC200.

A continuación se muestra una gráfica que superpone los ocho diferentes recorridos:



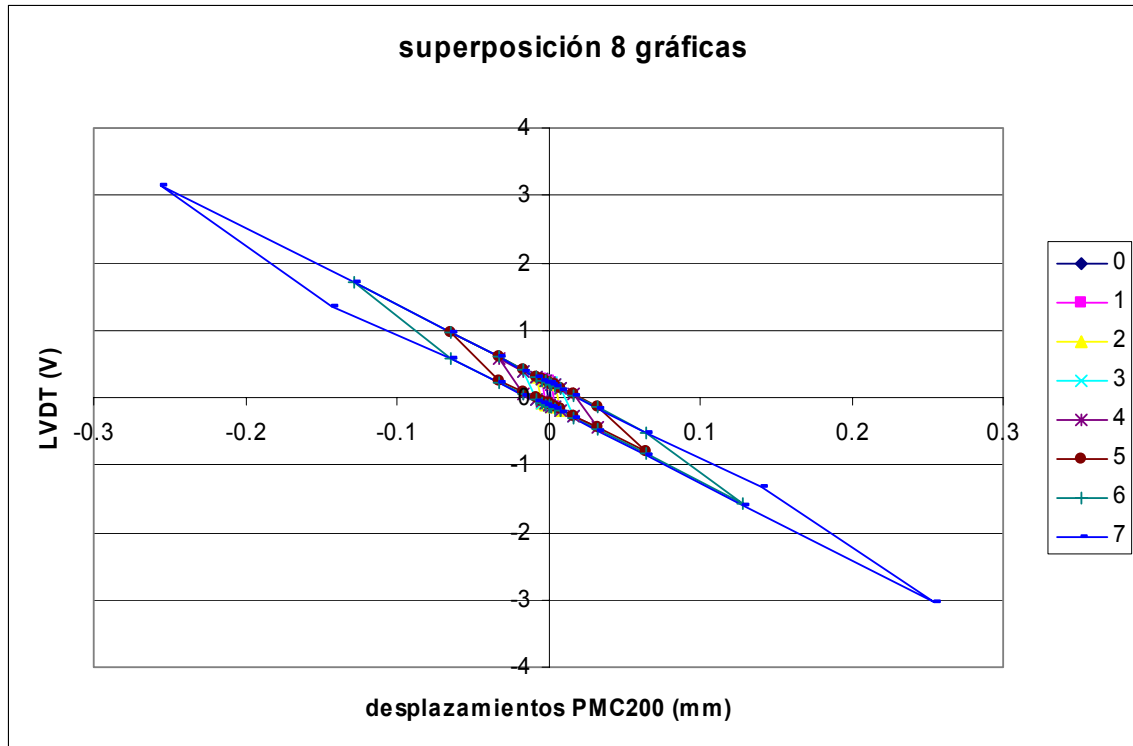


Figura 4.10 Superposición de los 8 recorridos determinados por potencias de 2

A simple vista todo parece indicar que la pendiente para los diferentes recorridos es la misma. De esta manera podría obtenerse un modelo matemático lineal único para el LVDT, pero realizando el análisis de los datos adquiridos se observa que para cada recorrido nuevamente se obtiene un valor diferente de pendiente. Si se observa con detalle la gráfica anterior, puede encontrarse que a pesar de que *grosso modo* pareciera no haber una diferencia en las pendientes de las rectas, hay una variación en su valor, como puede apreciarse en la figura 4.11.

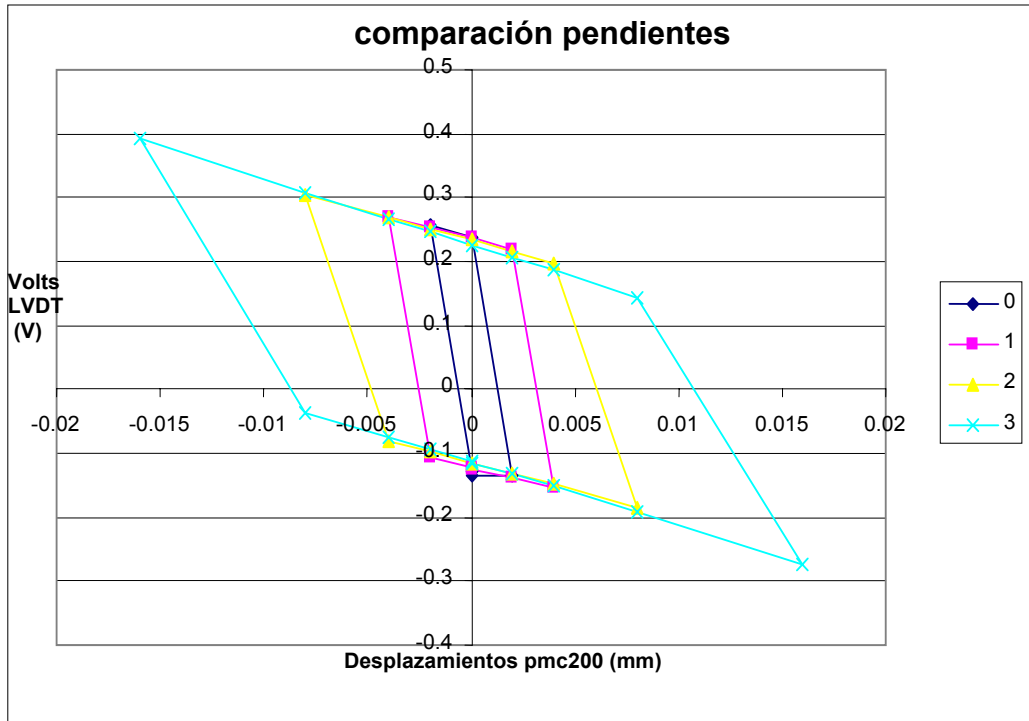


Figura 4.11 Superposición de algunos recorridos determinados por potencias de base 2. Nuevamente se encuentran pendientes diferentes según el recorrido

Finalmente, la figura 4.12 muestra el comportamiento para las pendientes. Cabe mencionar que la curva que describe es muy semejante a la obtenida en el experimento previo.

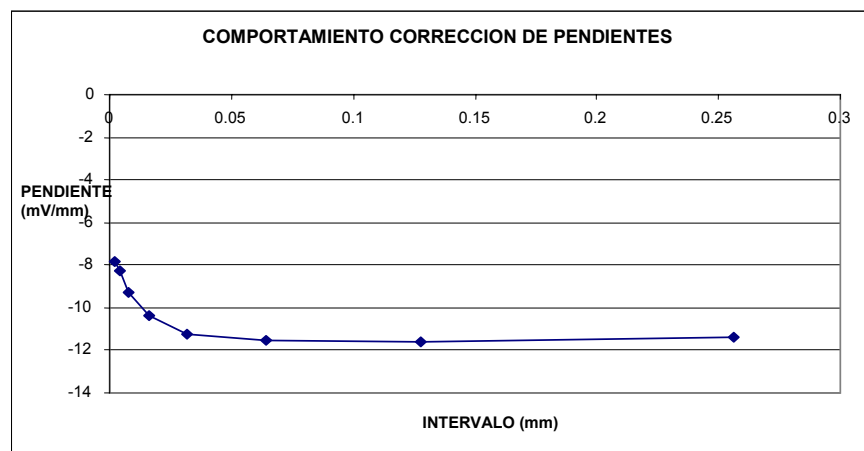


Figura 4.12 Comportamiento de las pendientes características de cada recorrido en potencias de 2

Como ya se observó, a pesar de estar relacionados de una forma lineal, no es posible utilizar los voltajes del LVDT como una referencia absoluta para los desplazamientos, ya que presentan pendientes diferentes según el intervalo que se analiza. Por esta razón todo el análisis de los datos de los sensores se realizó refiriéndolos a las posiciones registradas por el controlador PMC200. Con el LVDT se encontró que existe un error sistemático debido al backlash del actuador mecánico y se verificó que las instrucciones para el desplazamiento del PMC200 no fueran ignoradas por el actuador, consiguiendo que no se repitieran lecturas de voltajes para un mismo valor de posición.

#### **4.2.2 Comparación de las deformaciones teóricas contra los valores calculados a partir de los voltajes y longitudes de onda**

En secciones anteriores se ha mencionado que el cambio en el valor de las deformaciones en nuestra configuración está regido por una relación lineal con los desplazamientos en la punta de la viga. También es lineal la relación entre los parámetros de interés de nuestros dispositivos medidores de deformaciones (voltajes para el extensómetro de resistencia eléctrica y longitudes de onda para la rejilla de Bragg) y los desplazamientos ya mencionados. Para hacer el análisis de los datos adquiridos durante el experimento, puede pensarse en convertir los voltajes y longitudes de onda en deformaciones, una vez que se conocen las constantes que relacionan a estas magnitudes con las deformaciones. Veamos con ayuda de las gráficas de la figura 4.13 lo que sucede. Las gráficas presentadas se obtuvieron a partir de las ecuaciones 4.3, 4.4 y 4.16 y son los valores correspondientes al primer barrido para los desplazamientos realizados en intervalos de 25 micras. Puede observarse que el sentido de las deformaciones para el caso de la rejilla de Bragg es contrario al del extensómetro de resistencia eléctrica, debido al tipo de esfuerzo al cual fueron sometidos. También salta a la vista el hecho de que para el caso del extensómetro de resistencia eléctrica, los valores obtenidos de deformaciones son cuando menos dos órdenes de magnitud mayores que los valores calculados a partir de la ecuación 4.3. Para el caso de la rejilla de Bragg, los valores obtenidos tienen variaciones del mismo orden que los valores teóricos.

Considerando lo anterior, todo el análisis subsecuente de los datos puede realizarse eficientemente sin tener que transformar los voltajes y las longitudes de onda a deformaciones. Los dispositivos pueden entonces caracterizarse completamente sin tener que hacer esta conversión.

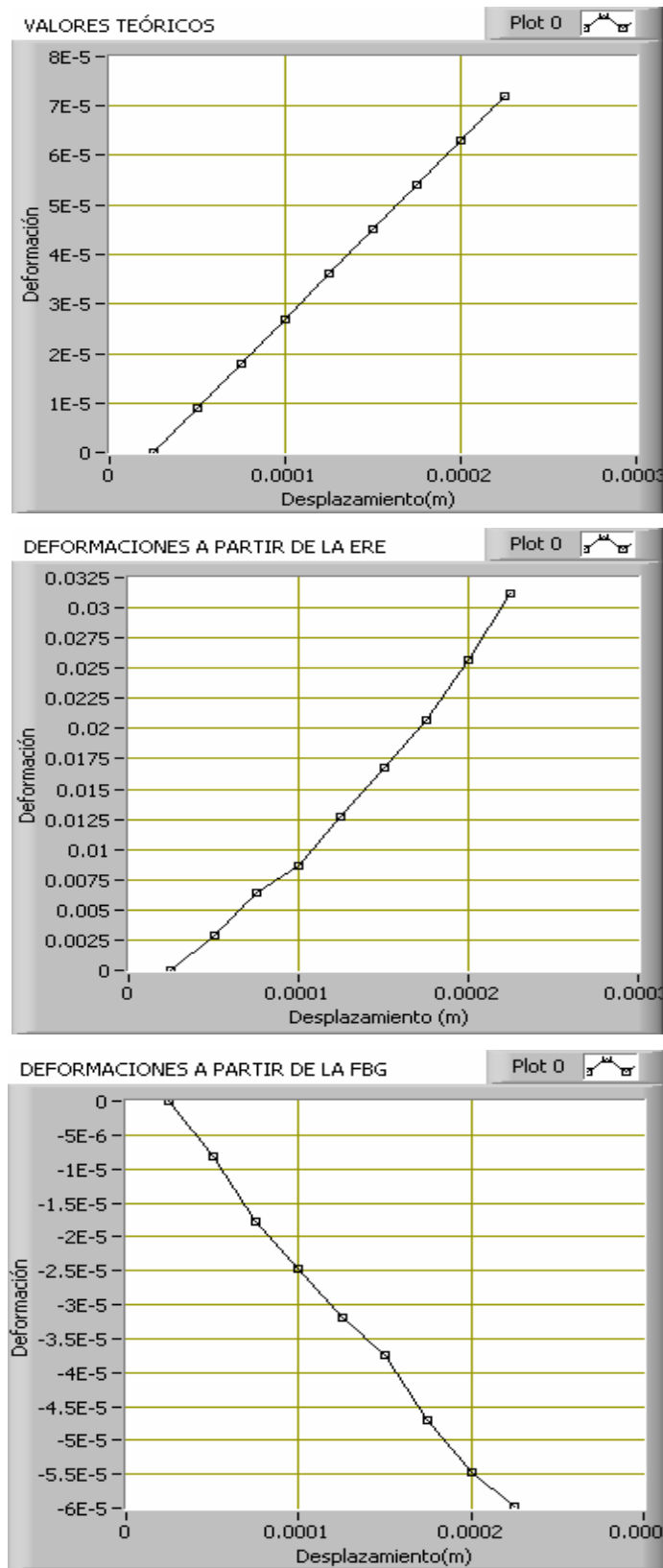


Figura 4.13 Deformaciones teóricas contra experimentales

### 4.2.3 Cálculo de los modelos experimentales

En la figura 4.14 se presentan algunas gráficas obtenidas a partir de los datos adquiridos con los dispositivos utilizados para los tres barridos realizados en los diferentes intervalos. Puede observarse que en los cuatro casos, en mayor o menor medida, las gráficas presentan un desplazamiento a lo largo del eje de las ordenadas que, como ya se mencionó, en este momento se asocia principalmente al backlash del actuador mecánico. En algunos otros casos no solamente se distingue el corrimiento en el eje vertical, sino que también hay un cambio en la pendiente de la recta.

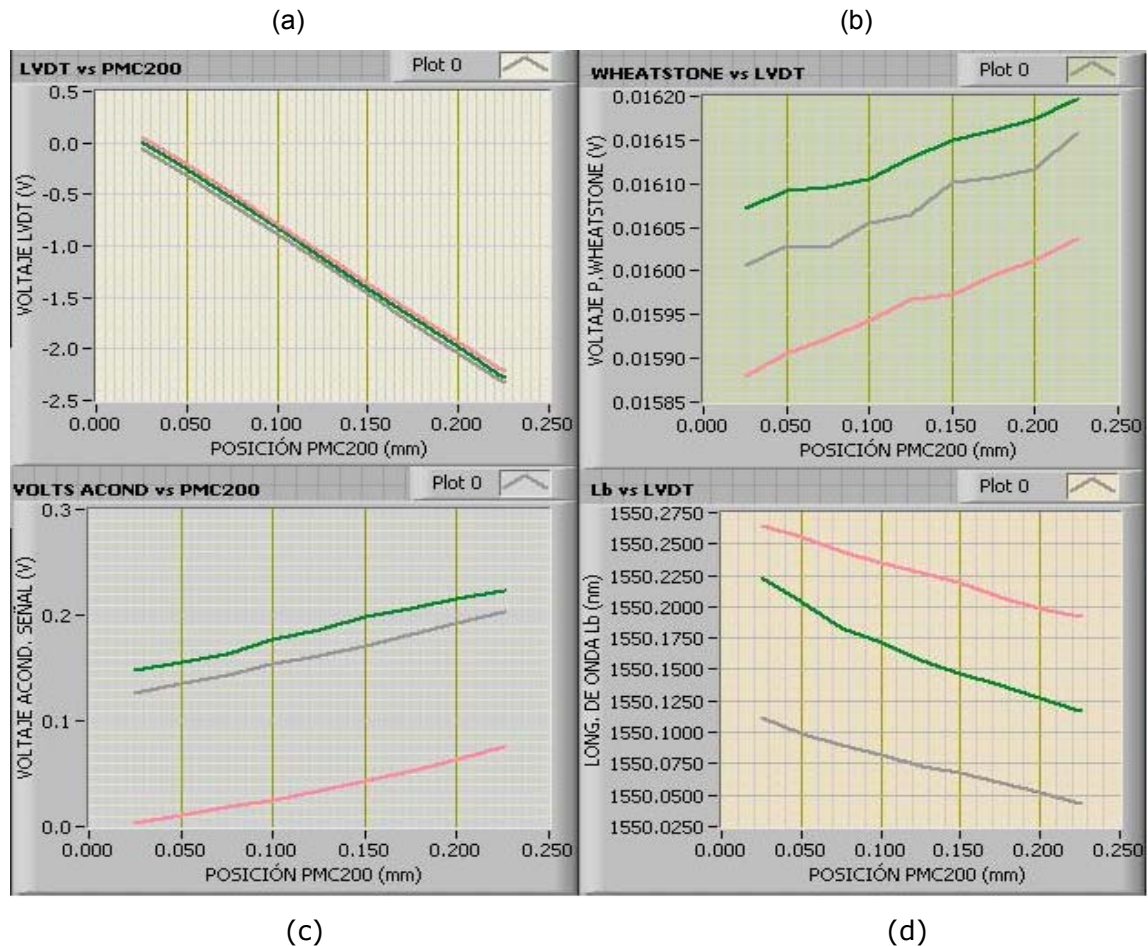


Figura 4.14 Gráficas con datos obtenidos para desplazamientos en intervalos de 25 micras (a) LVDT, (b) Puente de Wheatstone, (c) extensómetro de resistencia eléctrica, (d) rejilla de Bragg

En particular, para el caso de las lecturas tomadas directamente del puente de Wheatstone (figura 4.14 (b)), puede apreciarse que las diferencias entre los datos y una posible aproximación lineal son grandes; además las diferencias son muy grandes para los valores correspondientes a un mismo desplazamiento. Puede verse

que estas lecturas mejoran considerablemente después de pasar por el filtro conformado por el circuito acondicionador de señal y el filtro digital implementado en el programa de adquisición de datos, como se puede observar en las figuras 4.14 (b) y (c). En la figura 4.14 (d) se presentan los datos obtenidos para la rejilla de Bragg. De manera general, de las gráficas para los diferentes dispositivos en los diferentes recorridos realizados puede notarse que la tendencia general de los dispositivos es seguir un modelo lineal.

Después de observar los resultados obtenidos con el LVDT, vale la pena detenerse un poco a analizar los valores de las pendientes para cada dispositivo, para determinar si éstas son diferentes para cada intervalo. Primero se calculó el modelo lineal para cada uno de los tres barridos que se realizaron para cada intervalo. Los valores de las pendientes obtenidas fueron promediados, para determinar un valor único para cada intervalo. Los resultados se presentan en la figura 4.15.

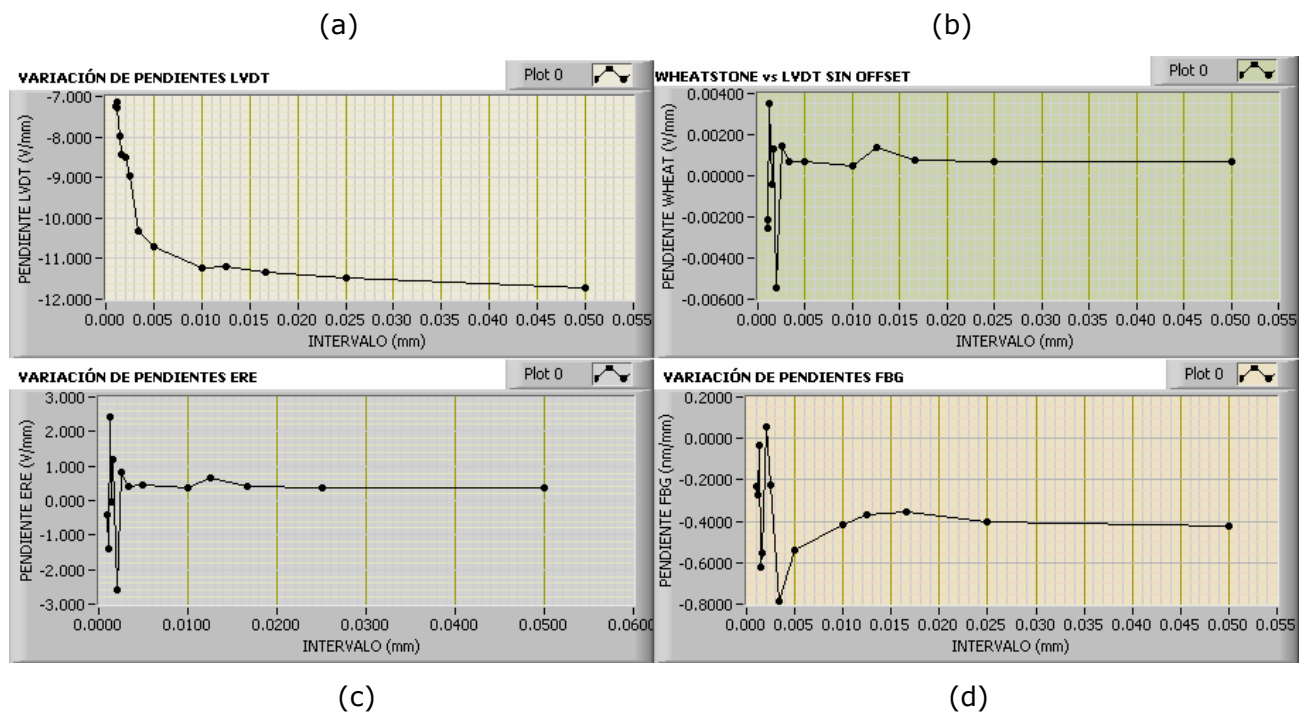


Figura 4.15 Gráficas de la variación de las pendientes respecto al intervalo de barrido.

En este análisis preliminar puede verse que solamente en el caso del LVDT se presenta un comportamiento más o menos regular de la variación de las pendientes, y puede notarse que su valor disminuye mientras aumenta el tamaño del intervalo al cual se realiza el barrido. En el caso tanto del extensómetro de resistencia eléctrica como en el de la rejilla de Bragg (figuras 4.15 (c) y (d)), se mantiene más o menos

constante el valor de la pendiente, mientras el valor del intervalo no se aproxime a cero. Puede anticiparse que el extensómetro de resistencia eléctrica tiene un comportamiento lineal en el rango de intervalos de 5 a 50 micras, y la rejilla de Bragg tiene una salida lineal para el rango de 10 a 50 micras aproximadamente.

Después de realizar este análisis previo, nos centraremos ahora en la construcción de un modelo que caracterice al LVDT y principalmente a los sensores de deformaciones. Se obtendrán, mediante el método de mínimos cuadrados, un valor de pendiente y uno de intersección con el eje de las ordenadas, para el modelo de dos parámetros del tipo  $y=ax+b$ . También se calculará la incertidumbre correspondiente a los valores de  $a$  y  $b$  ( $w_a$  y  $w_b$ ), resultando entonces un modelo de la forma:

$$y = (a \pm w_a)x + (b \pm w_b)$$

Para hacer este análisis estadístico se construyó un instrumento virtual llamado "Cálculo de parámetros con incertidumbres", que realiza lo siguiente:

- De los datos adquiridos durante las pruebas, resta el primer dato, ya que es el que presenta un valor de desviación mayor que el resto de los datos tomados, debido al *backlash* del actuador.
- Calcula un modelo lineal para cada grupo de datos mediante el sub-VI *Linear Fit*, del cual se toma el valor de intersección con el eje de las ordenadas. Al nuevo grupo de datos se le resta este valor para localizar la intersección de cada recta en el origen.
- Agrupa los datos de los tres barridos realizados para cada intervalo formando un arreglo para cada uno.
- Mediante el sub-VI llamado "Cálculo de incertidumbres" se realiza, empleando el método de mínimos cuadrados, el cálculo de los dos parámetros, así como sus incertidumbres.

En la tabla 4.3 se presentan los valores obtenidos para cada intervalo, correspondientes al LVDT.

Los resultados de los valores de pendiente son muy semejantes a los obtenidos en el análisis preliminar. Debido a los cambios de pendiente, una vez más se confirma la imposibilidad de utilizar el LVDT como referencia de desplazamiento para los análisis correspondientes al extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg. Es

interesante señalar que el cambio en las pendientes sigue un comportamiento al parecer no aleatorio y éste puede determinarse mediante una aproximación polinomial. Como no es éste el objetivo de este trabajo, el estudio del LVDT se concluye con este último análisis.

INTERVALO (mm)	a	w <sub>a</sub>	w <sub>a</sub> /a  (%)	b	w <sub>b</sub>	w <sub>b</sub> /b  (%)
0.05000	-11.70	0.04	0.3	0.00	0.01	>100
0.02500	-11.46	0.02	0.2	0.000	0.002	>100
0.01660	-11.33	0.05	0.4	0.000	0.005	>100
0.01250	-11.3	0.1	0.9	0.004	0.007	>100
0.01000	-11.22	0.09	0.8	0.000	0.005	>100
0.00500	-10.7	0.1	0.9	0.000	0.003	>100
0.00333	-10.3	0.2	1.9	0.000	0.003	>100
0.00250	-9.0	0.3	3.3	0.000	0.004	>100
0.00200	-8.5	0.4	4.7	0.000	0.004	>100
0.00166	-8.4	0.3	3.6	0.000	0.003	>100
0.00143	-8.0	0.3	3.8	0.000	0.002	>100
0.00125	-7.3	0.5	6.9	0.000	0.003	>100
0.00111	-7.1	0.5	7.0	0.000	0.003	>100
0.00100	-7.2	0.4	5.6	0.000	0.002	>100

Tabla 4.3 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para el LVDT por intervalo.

Gráficamente pueden observarse las variaciones de los datos calculados como sigue:



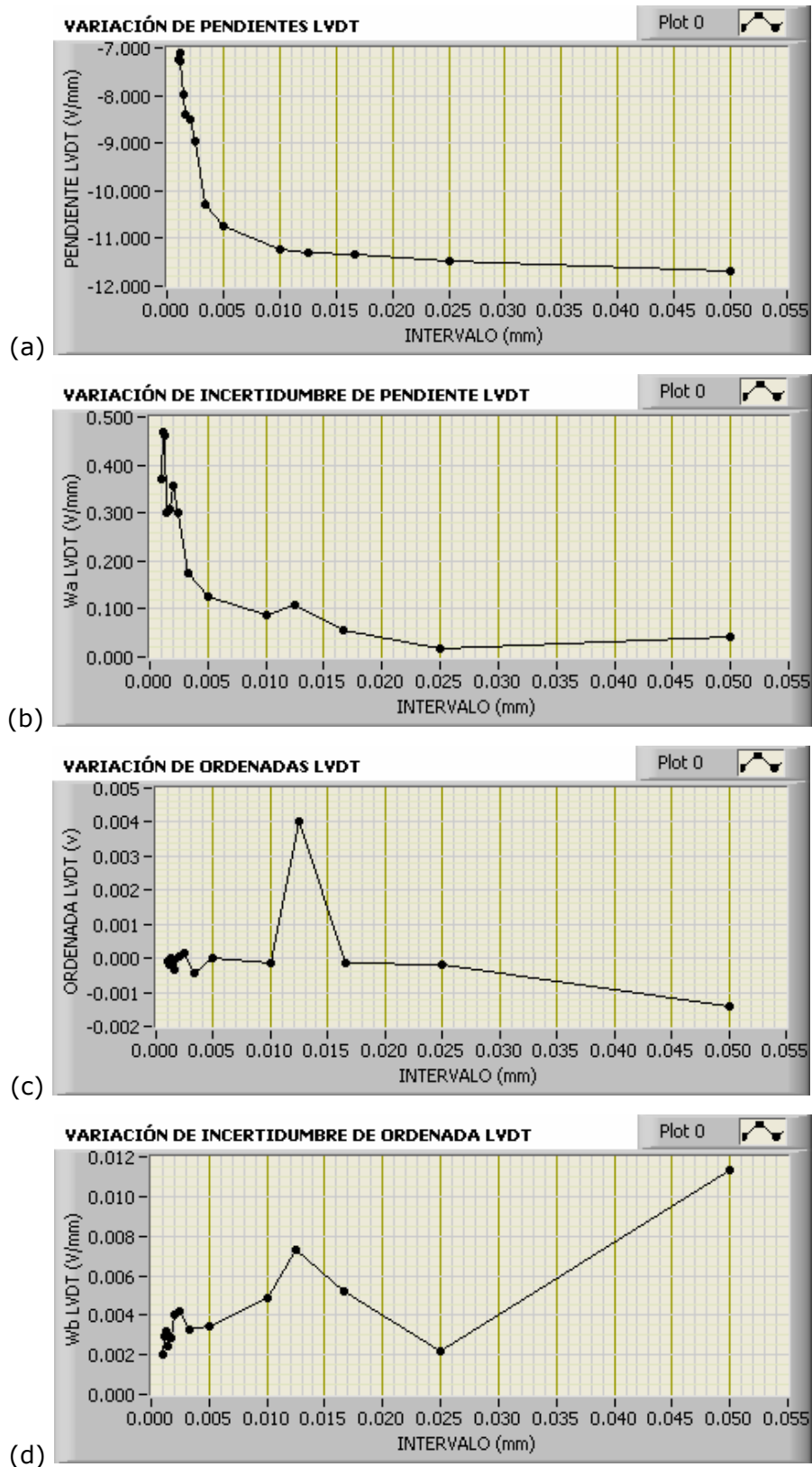


Figura 4.16 Gráfica de la variación de parámetros e incertidumbres para el LVDT respecto al intervalo de barrido.

Ahora centraremos nuestra atención en el extensómetro de resistencia eléctrica y en la rejilla de Bragg. Para el primero se obtuvo lo siguiente:

INTERVALO(mm)	a	$w_a$	$ w_a/a $ (%)	b	$w_b$	$ w_b/b $ (%)
0.05000	0.380	0.009	2.4	0.000	0.003	>100
0.02500	0.375	0.009	2.4	0.000	0.001	>100
0.01660	0.42	0.04	10	0.000	0.004	>100
0.01250	0.7	0.2	28.6	0.00	0.02	>100
0.01000	0.38	0.03	7.9	0.000	0.002	>100
0.00500	0.43	0.06	14	0.000	0.002	>100
0.00333	0.4	0.2	50	0.000	0.003	>100
0.00250	0.8	0.6	75	0.000	0.009	>100
0.00200	-3	3	100	0.00	0.03	>100
0.00166	1.17	1.40	>100	0.000	0.01	>100
0.00143	0.002	0.3	>100	0.000	0.002	>100
0.00125	2	1	50	0.000	0.009	>100
0.00111	-1	2	>100	0.00	0.01	>100
0.00100	-1	1	>100	0.001	0.005	>100

Tabla 4.4 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para el extensómetro de resistencia eléctrica por intervalo

Para la rejilla de Bragg se obtuvieron los datos que se presentan en la tabla 4.5. Se puede ver que las incertidumbres relativas de la pendiente son pequeñas para intervalos de medición grandes; en el caso del extensómetro de resistencia eléctrica las incertidumbres relativas más pequeñas están alrededor de 2.5% y crecen arriba del 100% cuando el intervalo se reduce a 0.0025 mm. Para las rejillas de Bragg las incertidumbres relativas más pequeñas están alrededor de 7% y aumentan a más del 100% cuando el intervalo es menor a 0.00333mm, aunque se presentan algunos intervalos (como 0.00166 o 0.001 mm) con incertidumbre relativa menor a la del intervalo precedente, denotando un comportamiento considerablemente más aleatorio. Para el extensómetro de resistencia eléctrica sucede algo semejante, pero solamente para el intervalo de 0.00125mm y la incertidumbre relativa se reduce solamente al 50%. Las incertidumbres relativas para el intercepto siempre son mayores al 100% y por lo tanto podemos considerarlo como cero, excepto para el

caso de la rejilla de Bragg con intervalo de 0.0125 mm, que presenta incertidumbre relativa para b de 14%.

INTERVALO(mm)	a	w <sub>a</sub>	w <sub>a</sub> /a  (%)	b	w <sub>b</sub>	w <sub>b</sub> /b  (%)
0.05000	-0.43	0.03	7	-0.002	0.008	>100
0.02500	-0.40	0.04	10	0.001	0.005	>100
0.01660	-0.3	0.1	33	0.00	0.01	>100
0.01250	-0.6	0.1	17	0.007	0.001	14 *
0.01000	-0.5	0.2	40	0.00	0.01	>100
0.00500	-0.5	0.2	8.1	0.001	0.005	>100
0.00333	-0.74	0.06	100	-0.001	0.001	100
0.00250	-0.2	0.2	100	0.000	0.003	>100
0.00200	0.0	0.3	>100	0.001	0.004	>100
0.00166	-0.5	0.3	60	0.000	0.002	>100
0.00143	-1.1	0.4	36	0.002	0.003	>100
0.00125	-0.5	0.5	100	0.001	0.003	>100
0.00111	-0.1	0.9	>100	-0.001	0.005	>100
0.00100	-0.7	0.4	57	0.000	0.002	>100

Tabla 4.5 Parámetros e incertidumbres del modelo lineal para la rejilla de Bragg por intervalo

Es importante recordar que para calcular los modelos se restaron los valores del intercepto en cada intervalo. De esta manera, los valores de b son cero o se le aproximan mucho. Así, resalta el hecho de que los parámetros que influyen en los sensores son solamente los cambios ya sea de voltaje o de longitud de onda.

En general, consideraremos que un dispositivo es bueno si mantiene constantes cada uno de sus parámetros y sus incertidumbres, independientemente del intervalo al cual se realizaron las mediciones. Observemos el comportamiento de los parámetros y de las incertidumbres de las tablas 4.4 y 4.5 de cada uno de los sensores, auxiliándonos de sus gráficas.

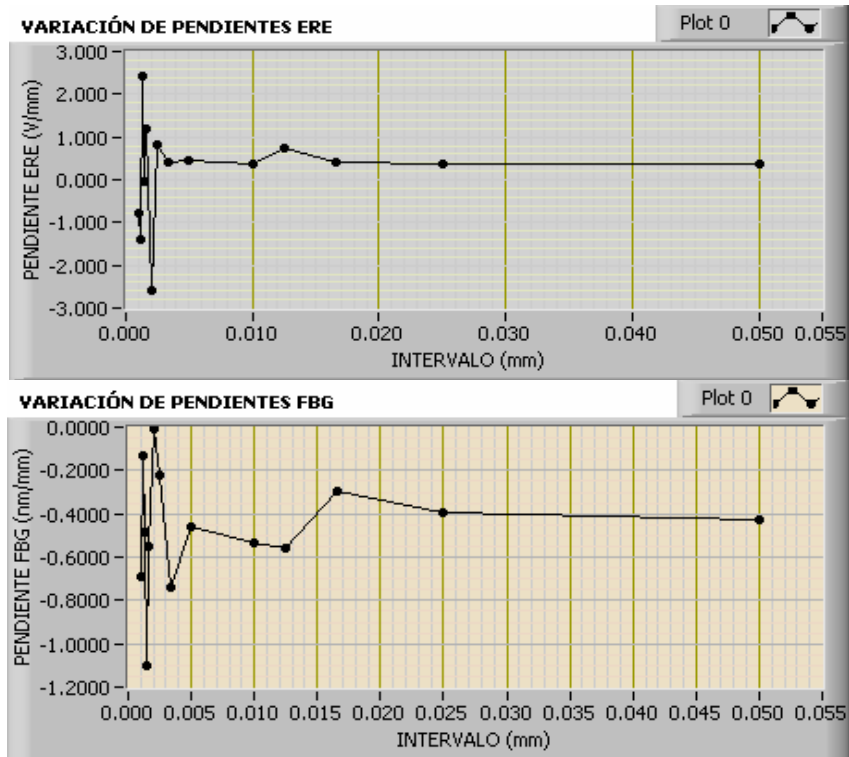


Figura 4.17 Gráficas de variación de pendientes para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg

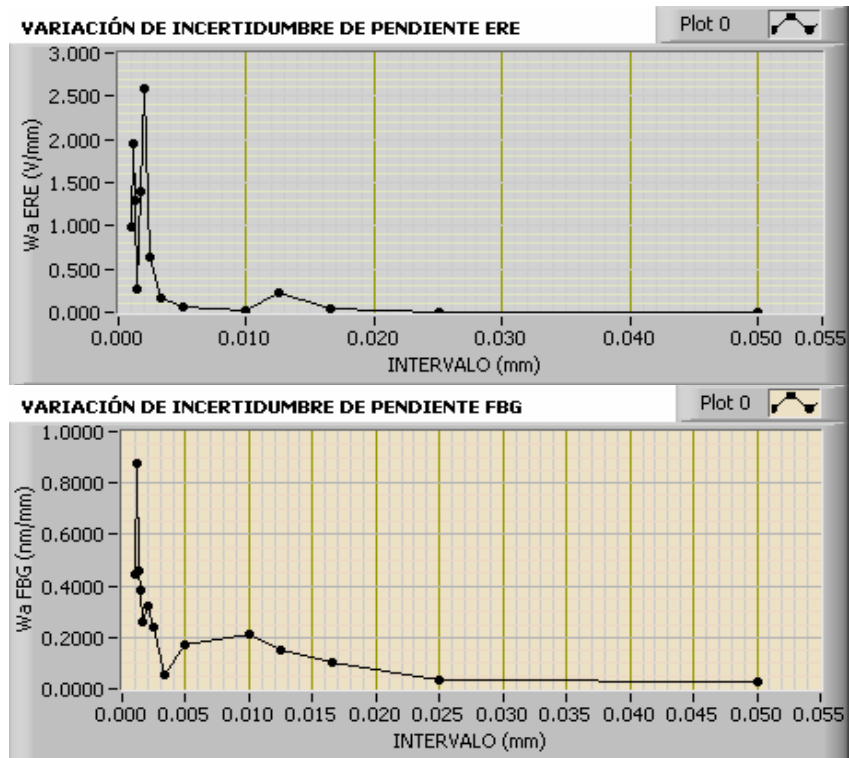


Figura 4.18 Gráficas de variación de las incertidumbres de las pendientes para el extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg.

No se presentan gráficas para la variación de  $b$  ni de  $w_b$  por tener valores de incertidumbre relativa casi siempre mayores al 100%. En el apartado correspondiente a las conclusiones se presenta una breve discusión sobre los resultados presentados.

#### 4.2.4 Análisis del extensómetro de resistencia eléctrica utilizando el módulo medidor de deformaciones P-3500

Como se mencionó en la sección que describe el arreglo experimental, también se hicieron algunas mediciones utilizando el módulo comercial medidor de deformaciones P-3500 de *Micromasurements*. Se tomaron las lecturas de los datos en barridos a intervalos de 50, 20, 10 y 3 micras. Los datos fueron tomados tanto de la salida analógica del dispositivo como de su carátula. En la figura 4.19 se muestran trazados los cuatro barridos para la salida analógica.

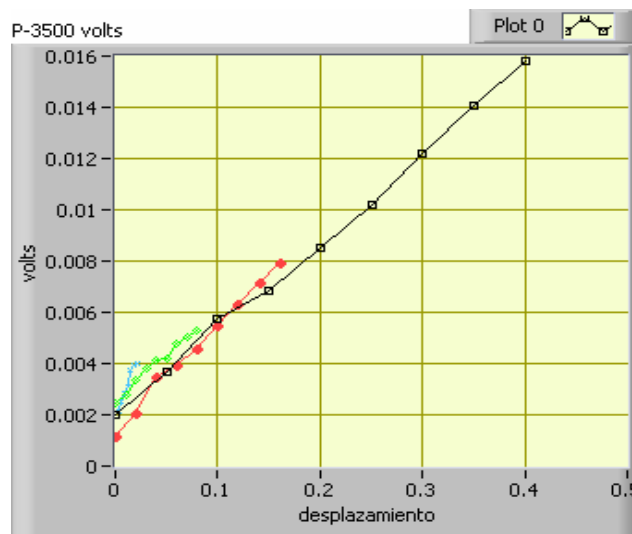


Figura 4.19 Gráfica de los datos tomados del módulo P-3500 de su salida analógica.

De la gráfica presentada puede a simple vista afirmarse que el dispositivo tiene una salida lineal, aunque ésta presenta problemas conforme disminuye la magnitud de los desplazamientos en la punta de la viga, presentando irregularidades proporcionalmente grandes en los datos de los desplazamientos menores.

Para el módulo P-3500 se hizo un ajuste lineal de cada barrido, obteniendo el valor de los parámetros de la recta y los valores de las incertidumbres para cada uno de ellos. En la tabla 4.6 se presentan estos datos.

INTERVALO(mm)	a	w <sub>a</sub>	w <sub>a</sub> /a  (%)	b	w <sub>b</sub>	w <sub>b</sub> /b  (%)
0.05	0.0343	0.0006	2.8	0.0002	0.0002	100
0.02	0.041	0.001	2.4	0.0005	0.0001	20
0.01	0.002	0.001	50	0.002	0.000	0
0.003	0.115	0.008	7	0.0018	0.0001	5.6

Tabla 4.6 Parámetros e incertidumbres para la salida analógica del módulo P-3500

De la columna correspondiente a los valores de pendiente (a) puede verse que cambian para cada intervalo leído. Nótese que sus incertidumbres son más o menos bajas, excepto para el intervalo de 0.01 mm.

Ahora analicemos los valores leídos directamente de la carátula del módulo P-3500. En la figura 4.20 se muestra una gráfica que contiene los cuatro barridos realizados en los diferentes intervalos.

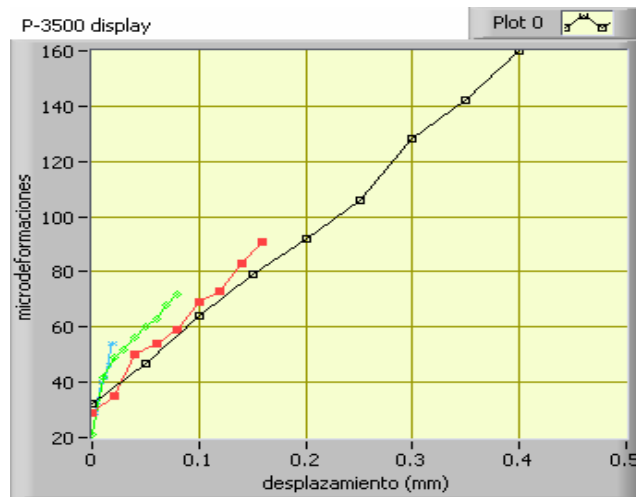


Figura 4.20 Gráfica de los datos tomados del módulo P-3500 de su carátula

También en este caso se realizó un ajuste lineal de los datos leídos, obteniendo para cada barrido un modelo característico con la incertidumbre de cada uno de los parámetros. Los resultados se presentan en la tabla 4.7.

INTERVALO(mm)	a	w <sub>a</sub>	w <sub>a</sub> /a  (%)	b	w <sub>b</sub>	w <sub>b</sub> /b  (%)
0.05	317	6	1.9	15	2	13.3
0.02	380	16	4.2	23	2	8.7
0.01	530	71	13.4	27	4	14.8
0.003	1464	111	7.6	25	2	8

Tabla 4.7 Parámetros e incertidumbres calculados a partir de los datos tomados de la carátula del módulo P-3500

Ahora los valores de pendiente aumentan conforme disminuye el intervalo de barrido. Nuevamente para el intervalo de 0.01 mm se presenta un valor mayor. Puede observarse el mismo comportamiento que en los casos anteriores; esto es, la incertidumbre relativa de la pendiente aumenta conforme se disminuye el intervalo. Sin embargo, en este caso el valor del intercepto es diferente de cero, ya que no se restaron las componentes de intersección de los grupos de datos.

#### 4.2.5 Invariabilidad de las mediciones con respecto al tiempo

Puede considerarse que un buen instrumento de medición es aquél que, entre otras características, mantiene sus lecturas con respecto al tiempo; es decir, si se realiza una lectura en un momento dado bajo ciertas condiciones, y se realiza otra medición en otro momento sin cambiarlas, ésta debe ser igual a la primera.

Para poder analizar las variaciones de las lecturas tomadas respecto al tiempo, se construyó un instrumento virtual que se encargó de realizar los desplazamientos de la punta de la viga, tomar las lecturas de cada uno de los dispositivos, esperar 5 minutos y volver a leer. En este caso solamente se realizaron dos desplazamientos y se realizaron 5 veces las pruebas, considerando desplazamientos de 50, 20, 5 y 2 micras. Los datos fueron guardados en archivos de texto.

Observemos los datos adquiridos para la rejilla de Bragg para un desplazamiento de 50 micras, presentados en la tabla 4.8. En la primera columna se presentan los datos tomados para la posición 0.050 mm, en la segunda columna están los datos correspondientes a la posición 0.10 mm, en la tercera columna se encuentran las diferencias de los datos de las dos primeras columnas, y existen en total 5 renglones de datos que corresponden a las 5 lecturas tomadas para el mismo desplazamiento.

0.05 mm	0.10 mm	DIFERENCIA
1550.1888	1550.1716	-0.0172
1550.1880	1550.1724	-0.0156
1550.1920	1550.1735	-0.0185
1550.1812	1550.1756	-0.0056
1550.1827	1550.1783	-0.0044

Tabla 4.8 Cambios en longitud de onda para desplazamientos de 50 micras

En la tabla 4.9 se presentan datos semejantes pero para desplazamientos de 20 micras.

0.02 mm	0.04 mm	DIFERENCIA
1550.2284	1550.2300	0.0016
1550.2324	1550.2336	0.0012
1550.2321	1550.2372	0.0051
1550.2332	1550.2393	0.0061
1550.2375	1550.2416	0.0041

Tabla 4.9 Cambios en longitud de onda para desplazamientos de 20 micras

Si hay cambios en los datos correspondientes a la columna de diferencias para cualquiera de los intervalos, entonces se considera que las lecturas cambiaron con el tiempo. Aquí cabe mencionar que los cambios en las longitudes de onda son generados por deformaciones muy pequeñas y siempre se encuentran por debajo de la resolución del analizador de espectros óptico, aún en las deformaciones correspondientes a los desplazamientos mayores en las pruebas realizadas. Por esta razón no puede determinarse la causa precisa de las variaciones en las lecturas, aunque pueden atribuirse principalmente a la resolución del analizador.

Ahora hagamos un análisis semejante pero para los datos leídos en el extensómetro de resistencia eléctrica. En la tabla 4.10 se presentan los datos.



0.05 mm	0.10 mm	DIFERENCIA
0.2640	0.2817	0.0177
0.2628	0.2783	0.0155
0.2638	0.2759	0.0121
0.2729	0.2759	0.0030
0.2747	0.2737	-0.0010
0.02 mm	0.04 mm	DIFERENCIA
0.2554	0.2203	-0.0351
0.4764	0.2142	-0.2622
0.2286	0.2121	-0.0165
0.2231	0.2055	-0.0176
0.2200	-0.2029	-0.4229
0.005 mm	0.01 mm	DIFERENCIA
0.1761	0.1669	-0.0092
0.1730	0.1657	-0.0073
0.1715	0.1645	-0.0070
0.1682	0.1639	-0.0043
0.1675	0.1643	-0.0032
0.002 mm	0.004 mm	DIFERENCIA
0.1755	0.1730	-0.0025
0.1746	0.1730	-0.0016
0.1740	0.1736	-0.0004
0.1740	0.1743	0.0003
0.1743	0.1733	-0.0010

Tabla 4.10 Cambios en voltaje para desplazamientos de 50, 20, 5 y 2 micras

Para poder verificar que ahora no estamos cayendo en una situación como la observada con la rejilla de Bragg, verificamos la resolución de la tarjeta de adquisición de datos con la que se tomaron las lecturas del voltaje del extensómetro de resistencia eléctrica. Para la tarjeta de adquisición de datos PCI-MIO-16XE-10 [15] se encontró que la resolución depende de la ganancia que se le dé a la tarjeta. En este caso en particular se utilizó el rango de la tarjeta de -10 a 10 V, y en el caso correspondiente a la menor ganancia se tiene que la lectura mínima que puede hacerse es de 305.18  $\mu\text{V}$ . En la tabla 4.9 puede observarse que para los

desplazamientos a 50 y 20 micras, todos los valores son leídos adecuadamente con la tarjeta. Para el caso de los desplazamientos de 5 y 2 micras existen algunos cambios en voltaje que caen fuera de la resolución mínima que la tarjeta de adquisición de datos puede proporcionar. Sin embargo, puede afirmarse que las variaciones en los voltajes sí son medibles (o al menos puede confiarse en sus lecturas, gracias a la resolución de la tarjeta de adquisición de datos; además, las lecturas presentan variaciones en magnitud con respecto al tiempo que están por arriba de los valores de incertidumbre obtenidos para los parámetros del extensómetro de resistencia eléctrica en los intervalos citados, y de las desviaciones estándar calculadas (a partir de las 1000 muestras tomadas en un segundo, para obtener un valor medio correspondiente a cada lectura) durante la ejecución de estas pruebas.

### ***4.3 Aplicaciones: Perfilometría***

Este trabajo tuvo como motivación, entre otras, el analizar la posibilidad de, en una etapa más avanzada, desarrollar un dispositivo capaz de realizar diversas pruebas para caracterizar materiales y películas delgadas (mediante pruebas de rayado y de perfilometría entre otras). En la actualidad ya existen aparatos con una excelente calidad, capaces de realizar estas pruebas, con el inconveniente de que son muy costosos y se encuentran limitados a un rango muy específico de operación. Es probable que, continuando con este trabajo, pueda encontrarse alguna manera de diseñar un dispositivo que supere estas limitaciones y que además sea más versátil. En esta sección se presentan algunas pruebas preliminares dirigidas a realizar un perfilómetro, con los inconvenientes que nuestro diseño implica.

Para esta parte del trabajo se modificó el arreglo experimental empleado en los experimentos previos de caracterización, como puede observarse en la figura 4.21. Se adaptó a la punta de la viga un tornillo con la punta redondeada, de tal manera que éste pudiera pasar encima de alguna superficie transmitiendo sus desplazamientos verticales hacia la viga y convertirlos finalmente en deformaciones. El actuador mecánico se acopló a una platina móvil para dar desplazamientos a la superficie a caracterizar. La viga con su empotramiento fueron montados en una plataforma de desplazamiento vertical, y ésta a su vez sobre una platina de desplazamiento horizontal, perpendicular a la dirección del actuador.

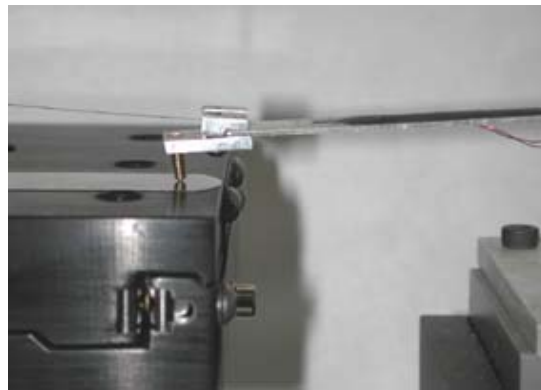
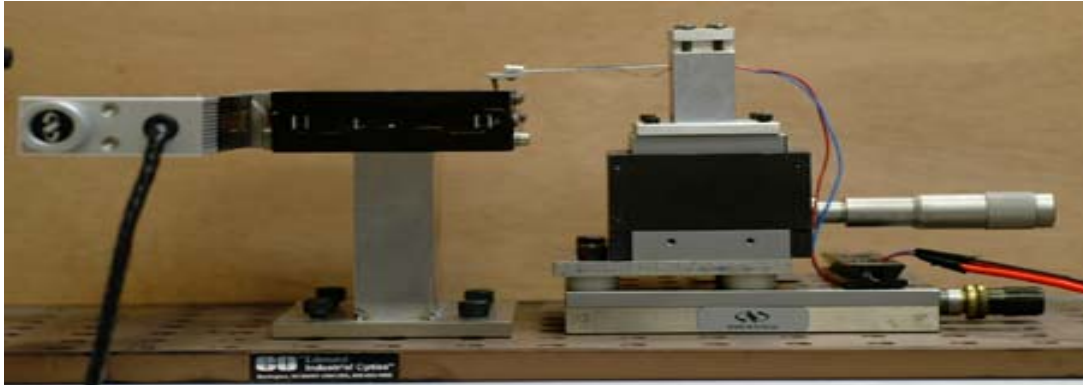


Figura 4.21 Fotografías de las adaptaciones realizadas para las pruebas preliminares de perfilometría

Mediante estos elementos fue posible tener movimiento en tres direcciones perpendiculares y esto nos permitió colocar la viga en la posición óptima para realizar las pruebas. Para realizar las pruebas se empleó como superficie a caracterizar una lámina de acero inoxidable de 38 micras de espesor (laina), que puede verse como un escalón a lo largo de la trayectoria que recorre la punta de la viga.

Gracias a la nueva configuración se puede considerar que desaparece el backlash del actuador mecánico, debido a la forma de la platina a la que fue acoplado. Ésta tiene un resorte interno que ejerce una presión permanente sobre la punta del actuador y de esta manera puede suponerse disminuido el "juego" entre sus partes internas.

Se construyó un instrumento virtual específicamente para realizar las pruebas de perfilometría y se realizaron algunos barridos. En este capítulo se reportan algunos de los resultados obtenidos.

El primer experimento consistió en realizar mediciones primero con el extensómetro de resistencia eléctrica, recorriendo solamente una fracción de la laina en dos

sentidos, ida y vuelta. En la figura 4.22 se presentan superpuestas las gráficas obtenidas con los cambios en el voltaje a la salida del acondicionador de señal. Es importante notar que nuevamente existe un corrimiento sobre el eje de las ordenadas de la gráfica. Idealmente las dos gráficas deberían coincidir en todos sus puntos, ya que son barridos realizados sobre la misma superficie. También puede notarse que, alrededor de los 4.5 mm del recorrido, se presenta un salto en las lecturas y existe un grupo de datos que, cuando la punta que realiza el barrido se encuentra sobre la lana, presentan diferencias respecto a los valores leídos para el barrido en sentido contrario correspondientes a la misma posición.

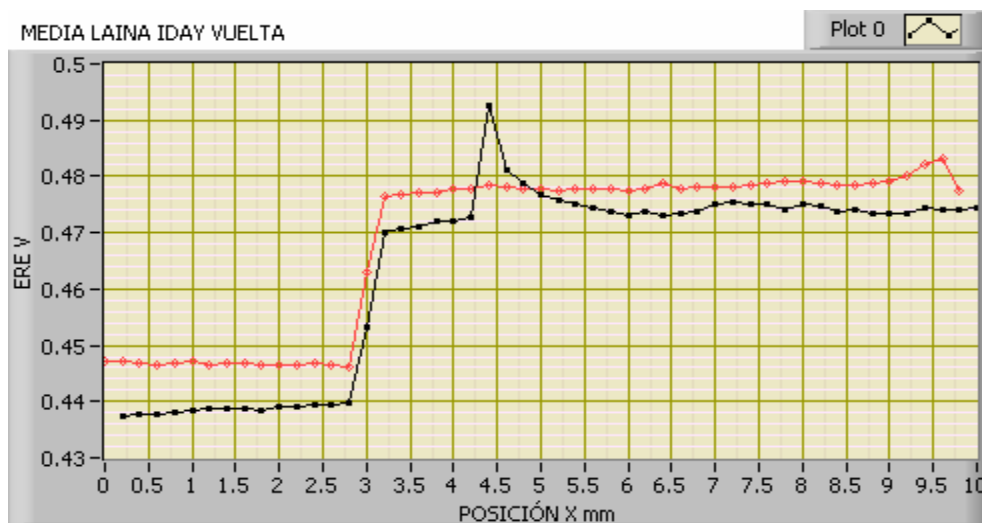


Figura 4.22 Barridos realizados en una fracción de la lana. Lecturas del extensómetro de resistencia eléctrica. Negro-ida, gris-regreso.

Se realizaron también algunas pruebas utilizando los dos sensores. En la figura 4.23 se muestra un barrido realizado igualmente para un segmento de la lana. Como en el experimento anterior, se presentan superpuestas las gráficas para los dos sentidos de barrido. En los experimentos de caracterización cada valor registrado de longitud de onda era el resultado de un promedio de diez lecturas tomadas para una misma posición, pero en esta prueba solamente se tomaron muestras simples, es decir, una para cada posición.

Salta a la vista el hecho de que, en la gráfica correspondiente a los desplazamientos de regreso al origen para el extensómetro de resistencia eléctrica, existe un punto con una desviación grande respecto a la tendencia general. Además, no refleja en las lecturas el escalón que implica la presencia de la lana sobre la platina. En la gráfica

correspondiente a la rejilla de Bragg se observa que las variaciones en las lecturas son muy grandes, y con dificultad se alcanza a distinguir el escalón.

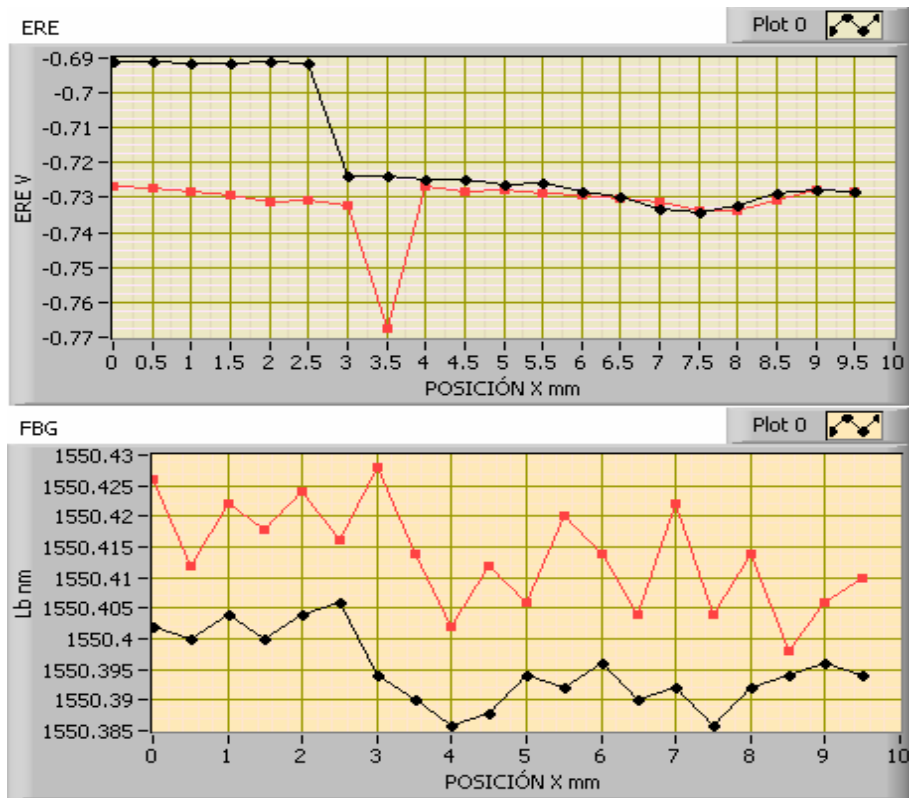


Figura 4.23 Lecturas del extensómetro de resistencia eléctrica y la rejilla de Bragg. 20 muestras en todo el recorrido.

Finalmente se presenta la gráfica de un barrido en el cual se tomaron 400 muestras a lo largo del recorrido. El barrido se realizó ahora en la lana completa y los valores registrados correspondientes a las longitudes de onda fueron el resultado de un promedio de diez muestras tomadas para cada posición. En la figura 4.24 se presentan las gráficas correspondientes a cada dispositivo. Puede observarse que el desempeño del analizador de espectros mejora cuando se consideran valores promedio de un grupo de datos para una muestra. También es interesante observar que las gráficas están inclinadas, y muy probablemente la causa sea que la platina que desplaza a la muestra tenga una inclinación con respecto al empotramiento de la viga.

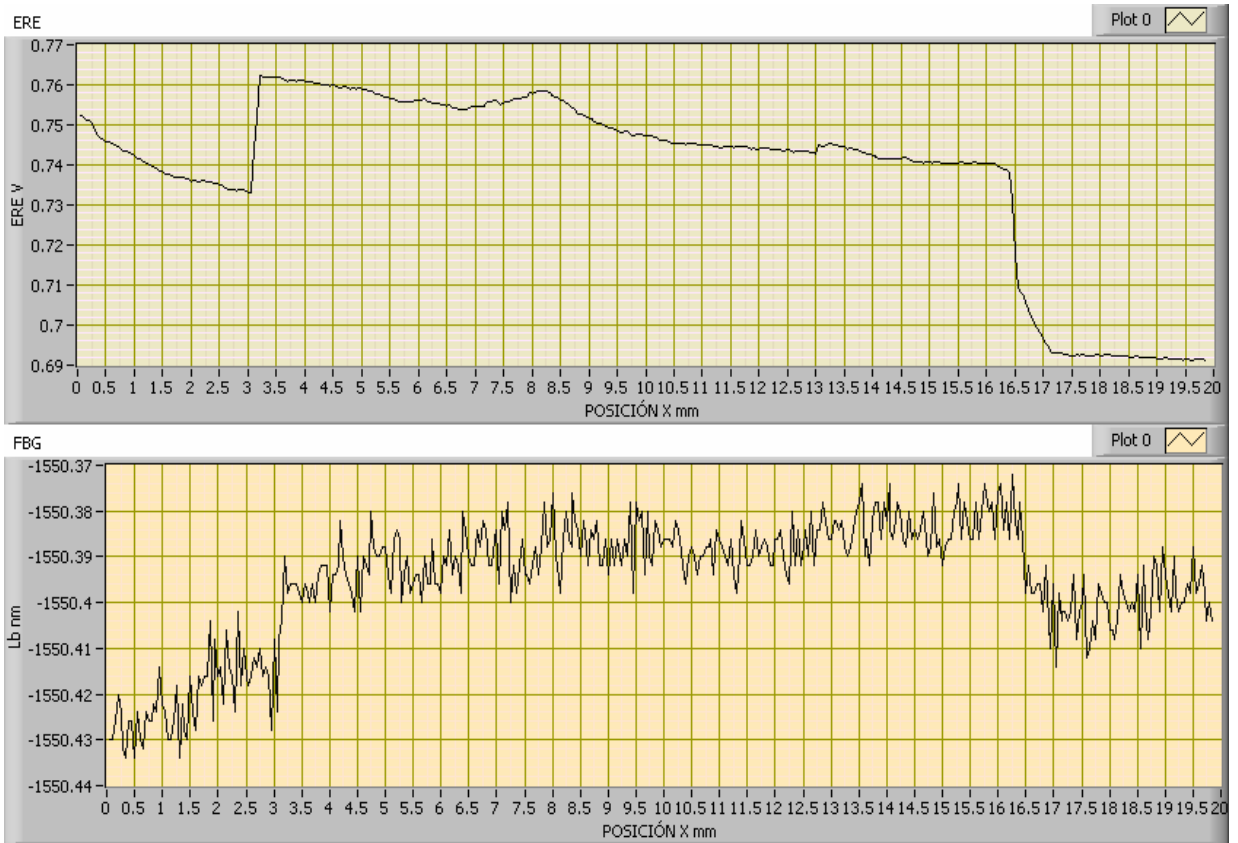


Figura 4.24 Prueba de perfilometría para lana de 38 micras con un total de 400 muestras.

## **5 Conclusiones y trabajo a futuro**

La principal motivación para la realización de este trabajo fue comparar el desempeño de dos dispositivos capaces de medir deformaciones: el *extensómetro de resistencia eléctrica* y la *rejilla de Bragg*. De los dos, el más conocido y más ampliamente utilizado es el primero, gracias a su gran versatilidad y a la sencillez de su funcionamiento. En el campo de las rejillas de Bragg aún queda mucho por hacer; su estudio para estas aplicaciones es todavía limitado, por ser un dispositivo relativamente nuevo. A continuación se presentan algunos puntos importantes con los que puede concluirse este trabajo, así como también se exponen algunos de los problemas encontrados mientras se realizaron los experimentos, y finalmente algunas propuestas para realizar aplicaciones prácticas que involucren los conceptos tratados en este trabajo.

### **5.1 Conclusiones**

El objetivo central de este trabajo fue realizar la caracterización de los dos dispositivos medidores de deformaciones. El uso de un LVDT representaba una parte muy importante en este análisis, ya que las deformaciones en la viga siempre tuvieron como variable única el desplazamiento de su punta. Se pretendía con el LVDT establecer una referencia más confiable que el controlador PMC200, al ser un dispositivo explícitamente diseñado para medir desplazamientos, y presentar entre otras virtudes una característica lineal en su zona de operación, una resolución muy alta y no presentar histéresis. Gracias al LVDT pudo determinarse la existencia del backlash en el actuador y la forma en la que afecta a las pruebas siempre que se cambiaba el sentido del desplazamiento. Nos permitió también encontrar que, para empezar a hacer las mediciones de las deformaciones, era necesario aplicar una precarga a la viga, ya que al momento de hacer contacto la punta del actuador con la viga se hacía presente nuevamente esa "zona muerta" en la que no se efectuaban desplazamientos efectivos cada vez que así se requería, aunque no se tratara de un cambio de sentido en los desplazamientos.

Se encontró que, de acuerdo con la teoría, el LVDT presenta un comportamiento lineal, como pudo observarse en las gráficas correspondientes a su caracterización. De manera individual todas las gráficas obtenidas para cada intervalo de barrido pueden ajustarse de manera satisfactoria a un modelo lineal. Sin embargo, fue

imposible calcular un modelo único para todos los intervalos utilizados durante la caracterización. No pudo encontrarse, con las pruebas realizadas, elemento alguno que justificara este comportamiento. Probablemente puede asociarse este problema con algún tipo de no linealidad cerca del cero en el LVDT, o bien puede deberse a un problema inherente a la configuración mecánica empleada en el arreglo experimental.

Para medir las deformaciones del extensómetro de resistencia eléctrica y analizar su comportamiento se emplearon dos dispositivos diferentes: un acondicionador de señal particular y el módulo medidor de deformaciones P-3500. Este último presenta la ventaja de que no requiere circuito alguno adicional para poder medir las deformaciones; solamente se requiere conectar las terminales del extensómetro a los bornes correspondientes, realizar los ajustes y puede directamente tomarse la lectura de las microdeformaciones de su carátula o bien de su salida analógica. Tiene el inconveniente de ser voluminoso y además no puede realizarse modificación alguna al circuito interno en caso de así requerirse. El acondicionador es mucho más versátil en cuanto a su tamaño, pero tiene el inconveniente de que el ajuste de las partes eléctricas para el circuito acondicionador de señal es difícil, ya que el puente de Wheatstone detecta variaciones muy pequeñas de voltaje (del orden de microvolts) y además es necesario encontrar, a prueba y error, la combinación ideal con los mejores valores de ganancia y de offset para tener una mayor sensibilidad en la respuesta del sistema.

Si se comparan los modelos obtenidos para ambos métodos (Tablas 4.4 y 4.6) puede verse que los valores de las incertidumbres para las pendientes del módulo P-3500 en los correspondientes intervalos característicos, son proporcionalmente menores a los obtenidos para el acondicionador de señal, pero las incertidumbres para las intersecciones con el eje de las ordenadas son mayores para el módulo comercial.

Es importante mencionar que para todas las mediciones realizadas, entre menor sea el intervalo que se lee, mayor es la incertidumbre que se tiene en los parámetros obtenidos y el valor absoluto de las pendientes; en todos los casos, aumenta en la medida en la que disminuye el intervalo característico de barrido.

Conocer la incertidumbre con la cual se realizan mediciones conduce a la posibilidad de establecer un intervalo de confianza en la lectura de los dispositivos. A partir de un valor determinado de incertidumbre, pueden aceptarse o rechazarse los datos. En las tablas donde se presentan los valores calculados para los sensores, se trazó una



línea divisoria entre incertidumbres menores y mayores de 1 (ó 100%). La línea puede situarse según las exigencias del usuario y de las aplicaciones que realice.

De los dos dispositivos analizados para la medición de las deformaciones, ninguno de ellos muestra una ventaja rotunda sobre el otro. Para algunas de las mediciones de menor magnitud se presentan en ambos grandes irregularidades y en las gráficas de los datos adquiridos incluso llegan a presentarse cambios en la pendiente de las gráficas. Para el caso del extensómetro de resistencia eléctrica es difícil mejorar el diseño, ya que incluso midiendo con el módulo comercial, existen grandes irregularidades para las deformaciones de menor magnitud. En el caso de las lecturas tomadas con el acondicionador de señal, tal vez puedan mejorarse realizando alguna otra configuración de filtrado. Para la rejilla de Bragg se presentó como principal limitante la resolución del analizador de espectros ópticos (0.06 nm). En todos los casos, aún para las deformaciones mayores, los cambios en la longitud de onda de Bragg ( $\Delta\lambda_b$ ) fueron menores al valor de la resolución del analizador.

Es interesante ver que, a pesar de esta limitante, el analizador alcanzó a medir estas pequeñas variaciones, aunque con este antecedente no se puede otorgar una confiabilidad absoluta al dispositivo. Además, el realizar mediciones de manera remota con el analizador de espectros es muy lento, comparado con las velocidades alcanzadas con la tarjeta de adquisición de datos, ya que es necesario ajustar el tiempo de barrido del OSA para que pueda medir adecuadamente con la máxima resolución. También el hecho de realizar 10 lecturas para cada punto y promediarlas aumenta considerablemente el tiempo invertido para los barridos, restándole puntos a favor a este sistema.

En todos los casos se realizó el análisis de los datos considerando los valores originales de voltajes y longitudes de onda, ya que estos parámetros traducidos en deformaciones implicaban tener discrepancias muy grandes respecto a los valores teóricos calculados. Esta consideración no afecta de manera significativa el análisis, ya que como todos son parámetros relacionados de manera lineal, las proporciones de los modelos y las incertidumbres se conservan.

Un problema que se observa en todos los datos adquiridos, es que de una manera prácticamente generalizada se presenta un corrimiento en el eje de las ordenadas de

los datos presentados en las gráficas. En un inicio se atribuía este comportamiento al backlash del actuador mecánico, aunque posteriormente se encontró que también se presentaba en las pruebas preliminares de perfilometría, donde se supone se elimina este efecto. Puede pensarse que éste es entonces un problema asociado a la configuración mecánica del arreglo, siendo este desplazamiento de las rectas una consecuencia del juego entre las piezas.

Gran parte de las discrepancias del modelo teórico con los resultados experimentales pueden deberse a que el módulo elástico de la viga es diferente del teórico debido a impurezas intrínsecas en el material (en el análisis se consideró al material como isótropo), pequeñas irregularidades en su geometría y a la presencia del pegamento de la rejilla de Bragg (que es el que más área ocupa). Todo esto afecta los resultados de manera considerable, dadas las dimensiones de la viga. De las gráficas correspondientes a la figura 4.13 puede observarse que los valores teóricos para la rejilla de Bragg se aproximan más a los obtenidos a partir del modelo mecánico (aunque con signo opuesto) que los correspondientes al extensómetro de resistencia eléctrica. Es probable que las variaciones tan grandes para el este último se deban a la ganancia que le fue dada a la salida del acondicionador de señal. Otro elemento a considerar relacionado con los desplazamientos verticales de las gráficas es la configuración mecánica del dispositivo, ya que puede haber juego entre el empotramiento y la viga, o entre ésta y la pieza que se acopla a la punta de la viga en las pruebas de perfilometría, o también entre el tornillo de la punta y esta última pieza. Esta movilidad en el acoplamiento de las partes, aunque sea muy pequeña, es de consideración en estos experimentos, ya que se realizaron desplazamientos en la punta de la viga del orden de micras.

Una parte muy importante de este trabajo fue la automatización de los experimentos. En este aspecto, puede decirse que los instrumentos virtuales creados son de alguna manera genéricos y pueden emplearse en otro tipo de aplicaciones que involucren el control de los mismos dispositivos, que empleen estructuras semejantes (o un proceso semejante en la ejecución de los experimentos), que requieran almacenar datos en archivos de texto o incluso realizar análisis de datos por el método de mínimos cuadrados. Puede pensarse entonces en el programa desarrollado como una plantilla dotada de gran versatilidad, a la que se requeriría realizar solamente algunas modificaciones para emplearla en otro tipo de pruebas.

En la tabla 5.1 se presentan algunas de las características que pudieron

determinarse a partir de las pruebas realizadas.

PARÁMETRO	EXTENSÓMETRO DE RESISTENCIA ELÉCTRICA ACOND. DE SEÑAL P-3500	REJILLA DE BRAGG
Costo sensor+equipo	menor	alto
sensibilidad	ajustable	fija-baja
resolución	limitada por el sistema de adquisición de datos (resolución de la DAQ: 305.18 $\mu$ V)	limitada por el OSA (0.06 nm)
Intervalo confiable de operación	Desplazamientos de Hasta 5 $\mu$ m @ $w_a = 28.6\%$	Desplazamientos de hasta 5 $\mu$ m @ $w_a = 40\%$
Velocidad de medición y adquisición de datos	alta	baja
Estabilidad de las lecturas con el tiempo	Los cambios pueden exceder a la resolución de la DAQ	Limitada solamente por la resolución del OSA
Precisión (repetición de lecturas)	No aplica debido al backlash y corrimientos de las gráficas en el eje vertical	No aplica
Exactitud -a partir del modelo teórico	menor	mayor

Tabla 5.1 Comparación de parámetros del extensómetro de resistencia eléctrica y de la rejilla de Bragg, observados a lo largo de las pruebas.

Finalmente puede decirse que mediante este trabajo pudieron conocerse las limitaciones que implica trabajar con estos dos tipos de sensores midiendo deformaciones tan pequeñas. Se sabe ahora que debe tenerse especial cuidado en la colocación de los sensores, en la selección del material a deformar y principalmente en el diseño del arreglo mecánico del dispositivo. Puede hablarse también de la presencia de ruido en las mediciones, aunque no todo éste se asocie a un origen electromagnético. Básicamente en estas pruebas debe considerarse la existencia de dos tipos de ruido: mecánico y electromagnético. Las mediciones realizadas con el extensómetro de resistencia eléctrica se ven afectadas directamente por el segundo.

Al ser tan pequeñas las variaciones en los voltajes del puente de Wheatstone, cualquier componente de ruido, por pequeña que sea, será lo suficientemente significativa para la señal. Sin embargo puede decirse que este problema fue prácticamente eliminado, al establecer como frecuencia de corte para el filtro analógico de 2 Hertz y para el digital 1 Hertz. Prácticamente no habrá en las señales adquiridas componentes representativas de ruido electromagnético por debajo de este valor de frecuencia. Es necesario mencionar un *ruido mecánico* asociado con el acoplamiento de cada una de las piezas del arreglo experimental que, al tratar con deformaciones de magnitud tan pequeña, acarrear errores comunes a todos los dispositivos, como el corrimiento en el eje vertical de los datos adquiridos.

## **5.2 Trabajo a futuro**

Este trabajo fue inspirado en la idea de desarrollar un dispositivo capaz de caracterizar materiales mediante pruebas de rayado, perfilometría o la medición de coeficientes de fricción. Esta es la primera etapa de este trabajo. Una vez observados los resultados, puede verse que es necesario mejorar las características del sistema de medición a emplear. Se pretende en un futuro desarrollar un dispositivo óptico, basado en otro principio de funcionamiento, diferente al del analizador de espectros ópticos, capaz de realizar mediciones de cambios de longitud de onda con una mayor resolución y de manera más rápida. Para realizar pruebas de caracterización de materiales es necesario establecer una nueva configuración mecánica del dispositivo, tratando de evitar acoplar piezas para prevenir desplazamientos que afecten las lecturas, ya que debido al orden de estos desplazamientos, cualquier juego entre las partes puede acarrear grandes errores en las mediciones. Puede emplearse un material con un módulo elástico mayor, para evitar posibles deformaciones plásticas de la viga. Es posible también diseñar una configuración capaz de medir deformaciones en dos direcciones perpendiculares, con la finalidad de medir coeficientes de fricción de superficies y dureza de materiales. Se pretende también que la nueva configuración sea más versátil que los dispositivos actuales y que tenga un menor costo, sin disminuir con esto sus cualidades. Será también necesario establecer un sistema de control, para realizar los barridos de las superficies aplicando una fuerza constante. De manera adicional desea encontrarse la causa que hizo que el LVDT presentara un comportamiento diferente a lo esperado.

## REFERENCIAS

- [1] Ugural, A. C., Fenster, S. K., 1995. *Advanced Strength and Applied Elasticity*. Prentice Hall PTR.
- [2] Omega Engineering, Inc., 2000. *The Pressure, Strain and Force Handbook*.
- [3] Dally, J. W, Riley, W. F., 1991. *Experimental Stress Analysis*. Mc Graw-Hill. U.S.A. 3<sup>rd</sup> Edition.
- [4] Chen Yang, 2003. *Sensors, Magnetics and Measurements ISM*, Technical Bulletin.
- [5] Kersey, Alan D.; Davis, Michael A.; Patrick, Heather J.; LeBlanc, Michel; Koo, K. P.; Askins, C. G.; Putnam, M. A. and Friebele, E. Joseph, August 1997. *Fiber Grating Sensors*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 15, No. 8.
- [6] Kashyap, Raman, 1999. *Fiber Bragg Gratings*, Academic Press. U. S. A.
- [7] Escalante, Joel, 2002. *Sistema de control para estabilización de longitud de onda de emisión en fibras ópticas láser* (Tesis de Licenciatura). UNAM. México.
- [8] Newport Corporation, 1991. *PMC200-P2 Command Reference Manual and PMC-200/PMC200-P2-Axis Controller System*.
- [9] Lucas Control Systems, *Design Guide of Schaevitz Sensors*, 1997.
- [10] ATA 2001 LVDT Signal Conditioner, Operation Manual, Lucas Control Systems 1998.
- [11] Analog Devices-High Performance, Economy Strain Gage/RTD Conditioners Models 2B31 @ 2B32.
- [12] Portable Strain Indicator Model P-3500. Description, Features and Specifications [http://www.vishay.com/brands/measurements\\_group/guide/inst/p3500/p3500.htm](http://www.vishay.com/brands/measurements_group/guide/inst/p3500/p3500.htm)
- [13] Agilent Technologies, 2001. *Agilent 86140B Series Optical Spectrum Analyzer User's Guide*.
- [14] ILX Lightwave Corp. MPS-8012 Technical specifications. [www.testmart.com](http://www.testmart.com)
- [15] National Instruments Corporation, 2002. *DAQ PCI-E Series User's manual*, Part number 370509B-01.
- [16] National Instruments, LabVIEW Help., April 2003 Edition, Part Number 370117C-01.
- [17] Measurements Group, Inc., Micromasurements Division. EA 12120LZ-120. Strain gage specifications.
- [18] Holman, J.P., 1978. *Métodos experimentales para ingenieros*. Mc Graw-Hill. México.

- [19] National Instruments Corporation, 2003. *LabVIEW Bookshelf-LabVIEW Analysis Concepts*, Part Number 370110C-01.
- [20] MHR series, Miniature LVDT specifications, [www.schaevitz.com](http://www.schaevitz.com).
- [21] Schaevitz, Linear Variable Differential Transducers. Test and inspection data. Type 010 MHR, Serial No. 46575.

## ***Apéndice A. Instrumentos Virtuales***

### **INTRODUCCIÓN**

LabVIEW constituye un sistema de programación gráfica de gran utilidad para aplicaciones que involucren adquisición, control, análisis y presentación de datos. A continuación se presentan algunas de sus ventajas:

- Puede reducirse el tiempo de desarrollo de las aplicaciones por ser intuitivo y fácil de aprender.
- Dota de gran flexibilidad a los sistemas, permitiendo realizar cambios y actualizaciones tanto del hardware como del software.
- Con un mismo sistema de desarrollo se integran las funciones de adquisición, análisis y presentación de datos.
- Tiene la posibilidad de incorporar aplicaciones escritas en otros lenguajes.

LabVIEW es un entorno de programación destinado al desarrollo de aplicaciones, similar a los sistemas de desarrollo comerciales que utilizan el lenguaje *C* o *BASIC*. Sin embargo, LabVIEW se diferencia de dichos programas en un importante aspecto: los citados lenguajes de programación se basan en líneas de texto para crear el código fuente del programa, mientras que LabVIEW emplea la programación gráfica o *lenguaje G* para crear programas basados en diagramas de bloques.

LabVIEW posee extensas librerías de funciones y subrutinas. Además de las funciones básicas de todo lenguaje de programación, LabVIEW incluye librerías específicas para la adquisición de datos, control de dispositivos mediante tarjetas de comunicación VXI, GPIB y serie, análisis, así como presentación y almacenamiento de datos [7].

### **¿CÓMO TRABAJA LABVIEW?**

Los programas desarrollados mediante LabVIEW se denominan Instrumentos Virtuales (VIs), porque su apariencia y funcionamiento imitan los de un instrumento real. Sin embargo, son análogos a las funciones creadas con los lenguajes de programación convencionales. Los VIs tienen una parte interactiva con el usuario y otra parte de código fuente. De ahí que se presente en cada aplicación un panel frontal y un diagrama de bloques.

El panel frontal se trata de la interfaz gráfica del VI con el usuario. Éste toma las

entradas proporcionadas por el usuario y representa las salidas proporcionadas por el programa. Un panel frontal está formado por una serie de botones, pulsadores, potenciómetros, gráficos, etc. y cada uno de ellos puede estar definido como un control o como un indicador. Los primeros sirven para introducir parámetros al VI, mientras que los indicadores se emplean para mostrar los resultados producidos, ya sean datos adquiridos o resultados de alguna operación.

El diagrama de bloques constituye el código fuente del VI. En él es donde se realiza la implantación del programa del VI para controlar o realizar cualquier procesamiento de las entradas y salidas que se crearon en el panel frontal. El diagrama de bloques incluye funciones y estructuras integradas en las librerías que incorpora LabVIEW; además son análogas a los operadores o librerías de funciones de los lenguajes convencionales. En esta parte, los controles e indicadores colocados en el Panel Frontal se hacen presentes en el diagrama de bloques mediante las terminales.

El diagrama de bloques se construye conectando los distintos objetos entre sí como si se tratara de un circuito. Los cables unen terminales de entrada y salida con *sub-instrumentos virtuales*, funciones o estructuras y a través de ellos fluyen los datos. A todas las funciones y a los sub-VIs (propios de LabVIEW o creados por el programador) se les puede encontrar en el diagrama de bloques en forma de pequeños cuadros con terminales a las cuales se conectan controles o indicadores, según sea la tarea que se desempeñe. LabVIEW posee una extensa biblioteca de funciones, entre ellas aritméticas, comparaciones, conversiones, análisis de datos, etc. Posee de la misma manera estructuras, similares a los ciclos en los lenguajes convencionales (for, while, case, etc.) [7].

## **JERARQUÍA DE LOS INSTRUMENTOS VIRTUALES**

Gracias a su sencillez, LabVIEW permite anidar instrumentos virtuales partiendo de programas simples, hasta lograr tan complejas estructuras como se desee, con la finalidad de realizar alguna tarea específica.

Existe una herramienta (*Show VI-Hierarchy*) que permite al programador visualizar de manera esquemática los instrumentos virtuales que se emplean en una aplicación determinada. De la misma manera, en el diagrama de la jerarquía de un VI puede verse el nivel en el que se encuentran situados los diferentes sub-VIs involucrados.

En la figura A.1 se muestra el diagrama de la jerarquía de los instrumentos virtuales creados en este trabajo. Existen VIs propios de LabVIEW que fueron utilizados y que





apéndice se volvería muy extenso al presentar cada uno de ellos, por lo que se recurrió a hacer una breve descripción de su funcionamiento, tomando como referencia el icono que representa a cada instrumento virtual.



Este instrumento virtual se encarga de agrupar diversas tareas, que pueden ejecutarse de manera independiente. El panel frontal de este VI presenta al usuario cuatro botones por medio de los cuales se puede seleccionar la acción que se desee realizar. Esto se logra mediante el uso de la estructura *Event*. A continuación se presentan los instrumentos virtuales asociados a este programa:



Este sub-VI (*desplazar actuador*) a su vez agrupa tres acciones, de una manera semejante a la empleada en el VI principal, por medio de la estructura *Event*. Pueden ejecutarse de manera independiente según se requiera en el experimento.



Realiza los desplazamientos del actuador mecánico. Mediante el puerto GPIB se envía la instrucción *JOG*, que se encarga de realizar un desplazamiento con una longitud determinada por el usuario. El programa tiene asociado un ciclo *while* condicionado por un indicador de tipo booleano que determina si ha habido algún error en la comunicación con el controlador PMC200, enviando así la instrucción hasta que ésta se ejecute de manera satisfactoria.



Este sub-VI envía al módulo PMC200 el comando *ZERO*, que establece un nuevo origen en el sistema de referencia de los desplazamientos.



Por medio de este sub-VI se envía el comando *HOME* al controlador PMC200. De esta manera se regresa a la posición cero.



Realiza una calibración preliminar del LVDT. Toma lecturas del voltaje del LVDT y de desplazamiento del PMC200 en intervalos determinados por el usuario. A la salida presenta gráficas de los datos de voltaje en función de los desplazamientos solicitados al controlador y de los efectuados por el mismo. Presenta también un valor de la pendiente de la recta obtenida en la calibración.

calibra  
2 vías

Por medio de este sub-VI se realiza el control de los instrumentos y la adquisición de los datos para calibrar el LVDT.

y=mx

Este sub-VI realiza el cálculo del modelo lineal a partir de los datos adquiridos en el proceso de calibración. Proporciona a la salida un valor de pendiente de la recta, su intersección con el eje de las ordenadas y un valor de error medio cuadrático.

l<sub>B</sub> vs  
V<sub>lvdt</sub>

Verifica la linealidad de la rejilla de Bragg. Opera de una manera semejante al instrumento virtual que realiza la calibración del LVDT, con la diferencia de que los datos adquiridos en este caso son longitudes de onda de Bragg tomados de la rejilla, leídos por medio del OSA, y voltajes del LVDT. El usuario determina igualmente el número de lecturas que se desean tomar y el intervalo al cual se realizan los desplazamientos. A la salida presenta una gráfica con las longitudes de onda en función de los voltajes del LVDT. De la misma manera, posee indicadores donde se muestran los arreglos de los datos adquiridos, así como para la pendiente de la recta, su intersección y el error medio cuadrático. Este programa emplea, entre otros, los siguientes sub-VIs:

R&W  
GPIB

Por medio de este sub-VI se envían las instrucciones correspondientes hacia el analizador de espectros ópticos. Se envía un arreglo de datos tipo cadena (string) mediante el cual se solicita determinar el valor de la longitud de onda del pico de la señal correspondiente al espectro de la banda de paso de la rejilla de Bragg. A la salida se presentan como indicadores la longitud de onda de Bragg y la amplitud de la señal.

OSA

En esta etapa se controla la ejecución de las lecturas tomadas del analizador de espectros. Para cada muestra se realiza una serie de lecturas, mismas que son promediadas y de las cuales se obtiene su desviación estándar. El número de lecturas a realizar lo determina el usuario por medio de un control asociado a un ciclo *for* que encierra la secuencia de los pasos a seguir para obtener cada lectura.



En este sub-VI se agrupan diferentes tareas, relacionadas con las pruebas definitivas para realizar la caracterización de los dispositivos, es decir, los tres principales experimentos realizados. Todos los datos adquiridos por medio de estos instrumentos virtuales fueron guardados en archivos de texto. A continuación se presentan los programas:



*(Corridas completas)* Realiza la ejecución del programa de control, adquisición y guardado de datos correspondientes a la caracterización de los dispositivos, tomando lecturas del LVDT, del analizador de espectros ópticos, del acondicionador de señal para el extensómetro de resistencia eléctrica y guardando los datos en archivos de texto. En su panel frontal presenta controles para determinar el número de muestras a adquirir, el intervalo al cual tomar las muestras, el archivo de texto destino para los datos adquiridos y el número de corridas a realizar para cada prueba. La única salida para este programa son los datos almacenados en archivo de texto. Este programa emplea, por mencionar algunos, los siguientes sub-VIs:



Este programa principalmente funciona como osciloscopio. Realiza la adquisición de datos de la tarjeta DAQ y presenta de manera gráfica, en tiempo real, las lecturas.



Por medio de este VI puede realizarse el ajuste de un filtro digital, que se encarga de eliminar el ruido que no alcanzó a filtrarse con el acondicionador de señal. Existe un sub-VI propio de LabVIEW que proporciona un filtro digital, con la posibilidad de conectar a una de sus terminales controles para determinar el tipo de filtro, de ventana a utilizar y el orden del filtro. A la salida se presenta una gráfica del mismo tipo que la del osciloscopio donde puede observarse la señal en tiempo real.



Mediante este sub-VI se realiza la adquisición de los datos correspondientes al extensómetro de resistencia eléctrica por medio de la tarjeta DAQ. A partir de los datos filtrados, se toma

un número de muestras (determinado por el usuario), se promedia y se obtiene la desviación estándar para una posición determinada del actuador. De la misma manera, presenta como indicadores una gráfica donde pueden observarse en tiempo real los voltajes leídos y filtrados, el promedio calculado y desviación estándar. Como controles se encuentran los correspondientes al ajuste del filtro digital y el número de muestras a tomar para cada lectura entre otros.



(Leer P-3500) En este programa la ejecución es semejante al llamado *corridas completas*, con la diferencia de que en este caso los datos que se toman son voltajes obtenidos a partir de la salida analógica del módulo P-3500. También se emplea la tarjeta de adquisición de datos y de la misma manera se toma un número determinado de muestras, los mismos que son promediados para dar como resultado un valor para cada desplazamiento. Para realizar este experimento también se requirió tomar lecturas de la carátula del módulo medidor de deformaciones, mismas que tienen que ser tomadas por el usuario.



(*Corridas con pausa*) Este sub-VI se encarga de ejecutar las pruebas que corresponden al análisis de variabilidad de las lecturas con el tiempo. Es muy semejante al sub-VI llamado *corridas completas*, con la diferencia de que éste realiza solamente dos desplazamientos en cada prueba, y para cada posición toma dos lecturas de cada uno de los dispositivos separadas por un lapso de tiempo determinado por el usuario. En su panel frontal presenta los controles para determinar la ruta del archivo de texto destino, el número de barridos a realizar, el tamaño de los desplazamientos y el número de muestra a tomar. A su vez, contiene el siguiente programa:



Se encarga de la adquisición de los datos de manera individual para el sub-VI *corridas con pausa*. En su panel frontal presenta los controles para el filtro digital, para el número de lecturas a tomar en cada posición, el tamaño de los desplazamientos y el número de barridos a realizar. Como

indicadores tiene una gráfica que presenta los voltajes leídos del acondicionador en tiempo real y los arreglos de los datos adquiridos.



En este instrumento virtual se agrupan los sub-VIs encargados de realizar el análisis de los datos adquiridos a través de los programas anteriores. Nuevamente fue empleada una estructura *sequence* para agrupar las diferentes tareas a realizar. En el panel frontal se presentan tres botones que corresponden a cada uno de los análisis a realizar. A continuación se presenta una breve descripción.



Este programa calcula los valores teóricos de las deformaciones en función de los desplazamientos realizados en la punta de la viga, para posteriormente confrontarlos con los valores calculados a partir de los datos obtenidos experimentalmente. Por este medio se obtienen valores teóricos de deformaciones, de voltajes del extensómetro de resistencia eléctrica y de longitudes de onda de Bragg. Para realizar estos cálculos se emplean operadores aritméticos básicamente.



Este sub-VI realiza el cálculo de los parámetros y las incertidumbres de los modelos lineales de cada dispositivo a partir de los datos adquiridos con el programa llamado *corridas completas*, empleando el ajuste lineal por el método de mínimos cuadrados. Cada uno de los valores obtenidos es guardado en un archivo de texto para posteriormente analizar su comportamiento en función de los intervalos característicos de barrido. Tiene como auxiliares los siguientes sub-VIs:



Por medio de este programa se extraen los datos de los archivos de texto y se separan según su categoría, agrupándolos según el tipo de dispositivo de donde fueron adquiridos, y del tipo de experimento del que fueron tomados. En el panel frontal se presentan tres controles que permiten seleccionar la ruta de los archivo de texto de los cuales se desean extraer los datos. Como indicador se presentan los arreglos ordenados por categorías, para su posterior análisis.



Este sub-VI se encarga de construir un arreglo único por cada intervalo característico de barrido, a partir de los datos extraídos por medio del instrumento anterior. Como para cada intervalo característico se realizaron tres barridos, es necesario integrar cada uno de ellos en un solo arreglo, para obtener un modelo para cada intervalo. Al hacer las pruebas, fue necesario tomar las lecturas con desplazamientos en un sentido, regresar al origen y realizar desplazamientos en el sentido original, lo que implica enfrentarse al backlash debido al cambio de sentido en el desplazamiento del actuador mecánico, por lo que fue necesario en esta etapa eliminar el primer dato adquirido en cada uno de los barridos, para no alterar la tendencia general de los datos.



En este sub-VI se realiza el cálculo de los parámetros y las incertidumbres del modelo lineal de cada dispositivo de manera aislada, a partir de los arreglos obtenidos del instrumento virtual anterior. Para realizar este análisis se recurrió a algunas funciones estadísticas de LabVIEW y algunas otras aritméticas.



Este sub-VI se encarga de calcular, de manera semejante, los parámetros e incertidumbres para caracterizar el módulo P-3500, extrayendo los datos de los archivos de texto correspondientes.



Éste es el segundo instrumento virtual de más alto nivel. Se encarga de realizar las pruebas de perfilometría.

Para describir un poco más en detalle la dinámica de los instrumentos virtuales, analicemos el programa encargado de realizar el control y la adquisición de los datos para las pruebas preliminares de perfilometría. En la figura A.2 se presenta el panel frontal del instrumento virtual.

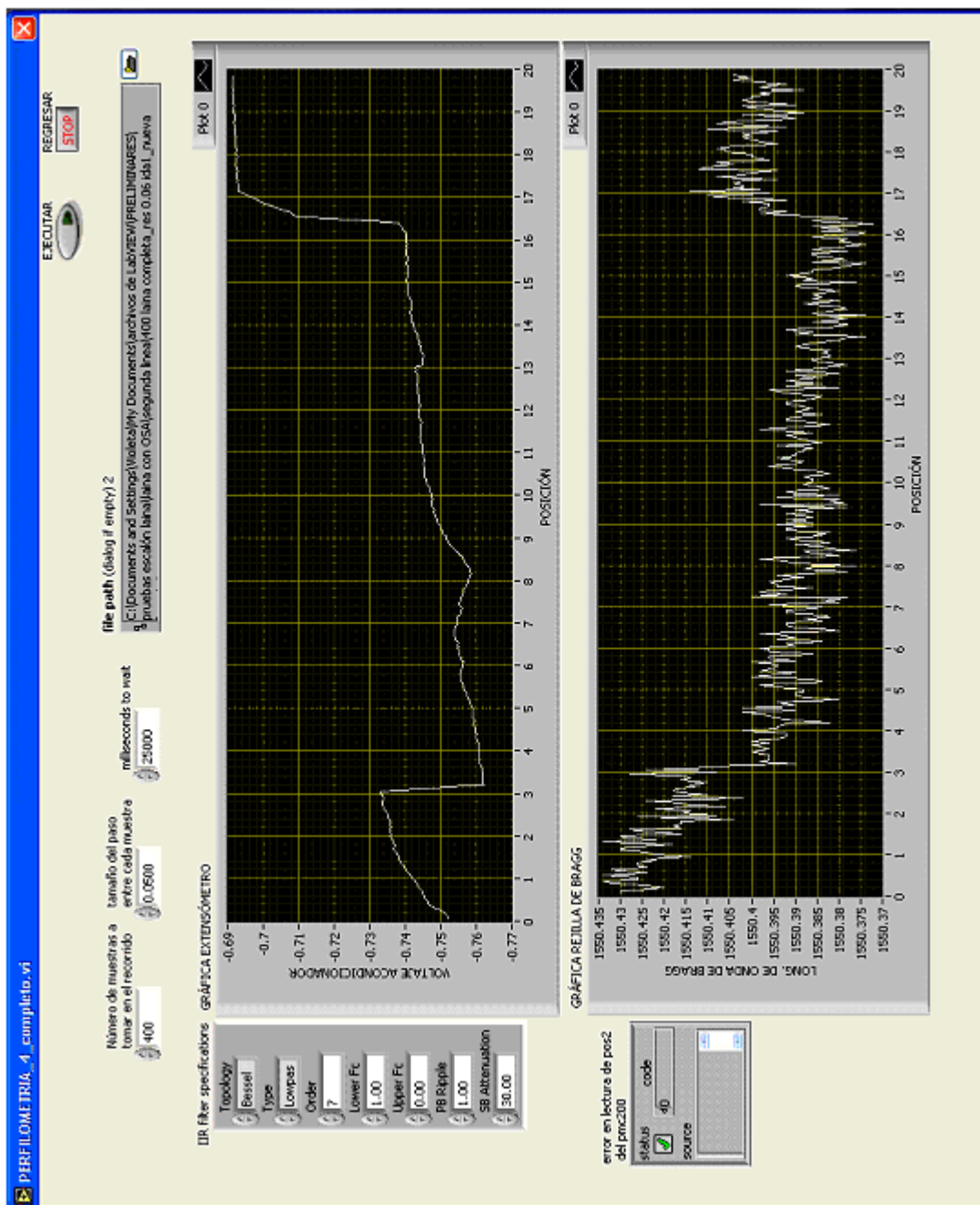


Figura A.2 Panel frontal del instrumento virtual para las pruebas de perfilometría



En el caso de este programa, en el panel frontal se presentan como controles el número de muestras a tomar a lo largo del recorrido, el tamaño del desplazamiento entre cada una de las lecturas, el tiempo a esperar entre cada desplazamiento, el buscador para la ruta del archivo en el que se guardan los datos, el control de los parámetros del filtro digital para los datos adquiridos del extensómetro de resistencia eléctrica y un control de ejecución del programa. Como indicadores se presentan las dos gráficas que presentan los datos correspondientes al extensómetro de resistencia eléctrica y a la rejilla de Bragg.

En la figura A.3 se presenta el diagrama de bloques correspondiente. Puede observarse que la programación se realiza por medio de gráficos, teniendo por ejemplo un ciclo *while* en el recuadro de la parte exterior del diagrama, posteriormente se encuentran las estructuras *for*, *case* y *sequence*. En la parte central se presenta la sección, en la estructura más interna, que se encarga de realizar las lecturas del controlador PMC200 por medio del puerto GPIB de la computadora. En la parte derecha del programa pueden verse las estructuras *sequence* encargadas de guardar los datos leídos en archivos de texto, y de agregarles un encabezado, para posteriormente poder identificarlos fácilmente. Pueden también observarse los íconos correspondientes a los elementos presentados en el panel frontal, como las gráficas y los controles diversos.

La primera estructura *sequence* (observando de la más externa a la interna), incluye diferentes tareas a realizar además de leer datos del controlador PMC200, como ya se mencionó. En las figuras A.3 y A.4 se muestran estos elementos.

En la figura A.3 se muestra la sección encargada de tomar las lecturas correspondientes al extensómetro de resistencia eléctrica, por medio de la tarjeta de adquisición de datos, filtrando digitalmente la señal tomada del acondicionador de señal, promediando 1000 muestras tomadas en un segundo para una posición determinada y dando a la salida el valor promedio de las lecturas.

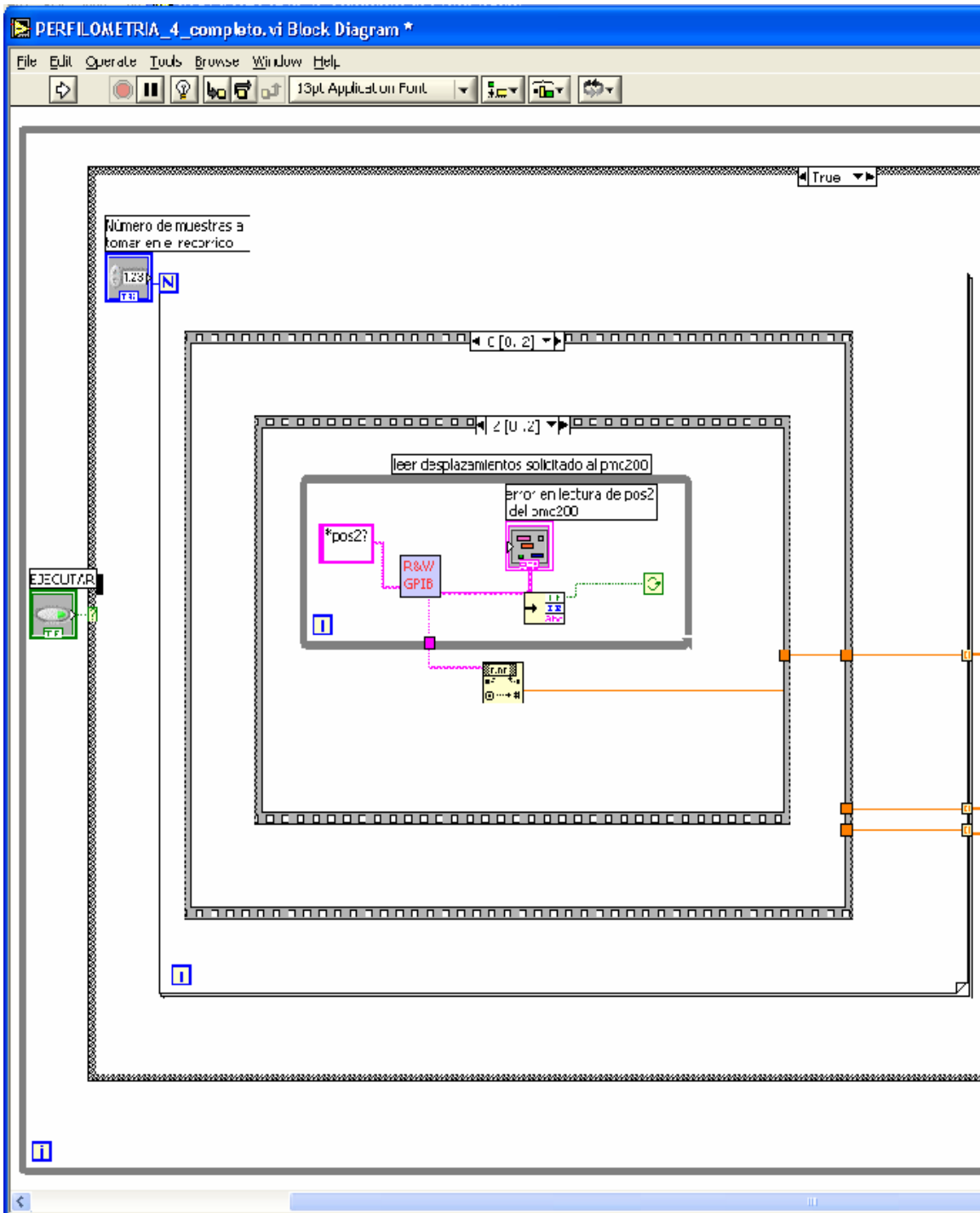
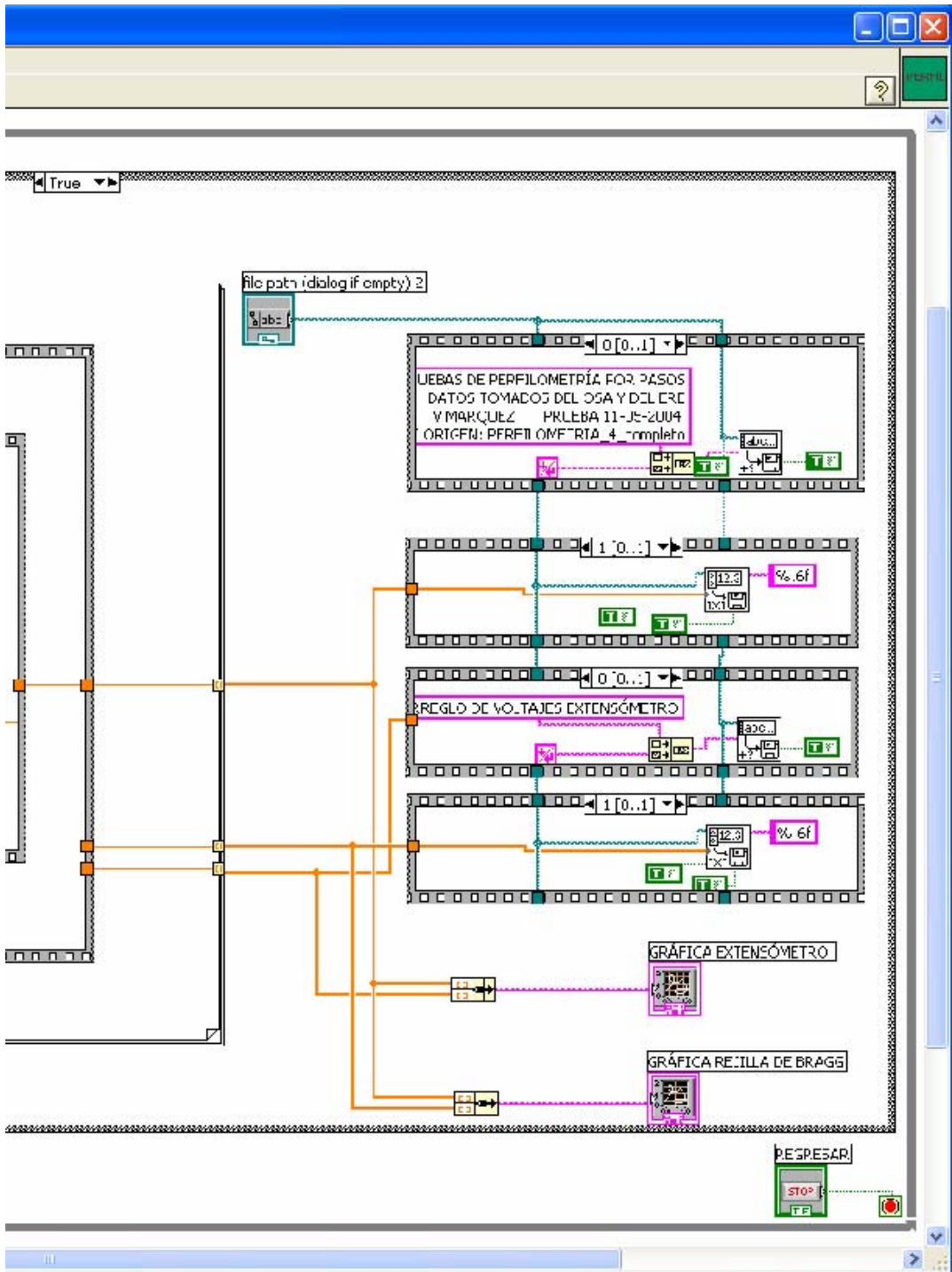


Figura A.3 Diagrama de bloques del instrumento virtual para las pruebas de



perfilometría.

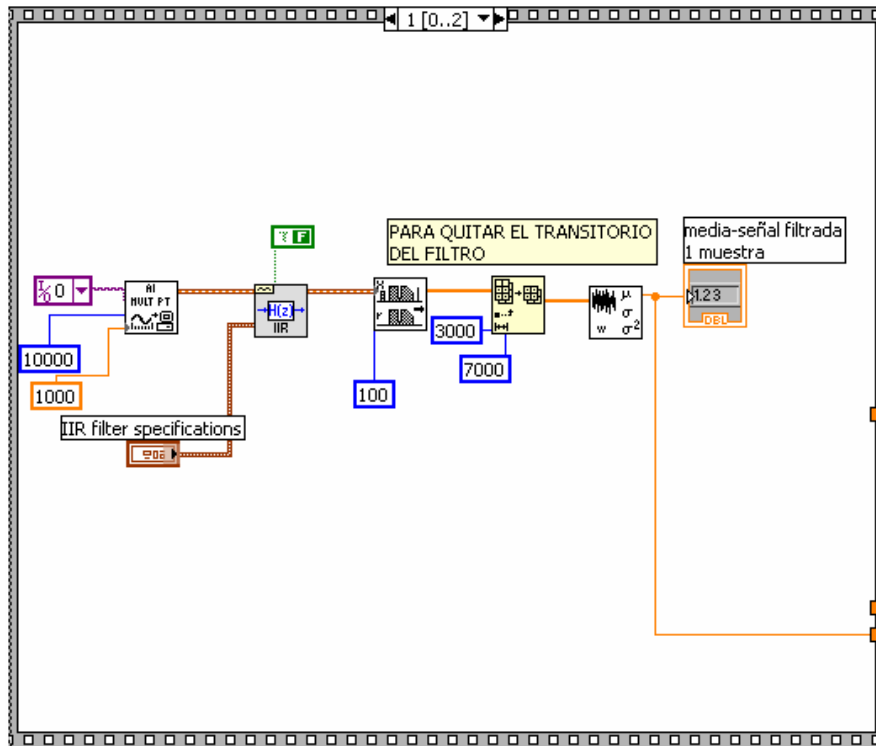


Figura A.4 Adquisición de los datos del extensómetro de resistencia eléctrica

En la figura A.5 se presenta la sección encargada de realizar la adquisición de los datos del analizador de espectros ópticos. Toma las lecturas de amplitud de la señal y su longitud de onda, enviando este último dato a un archivo de texto.

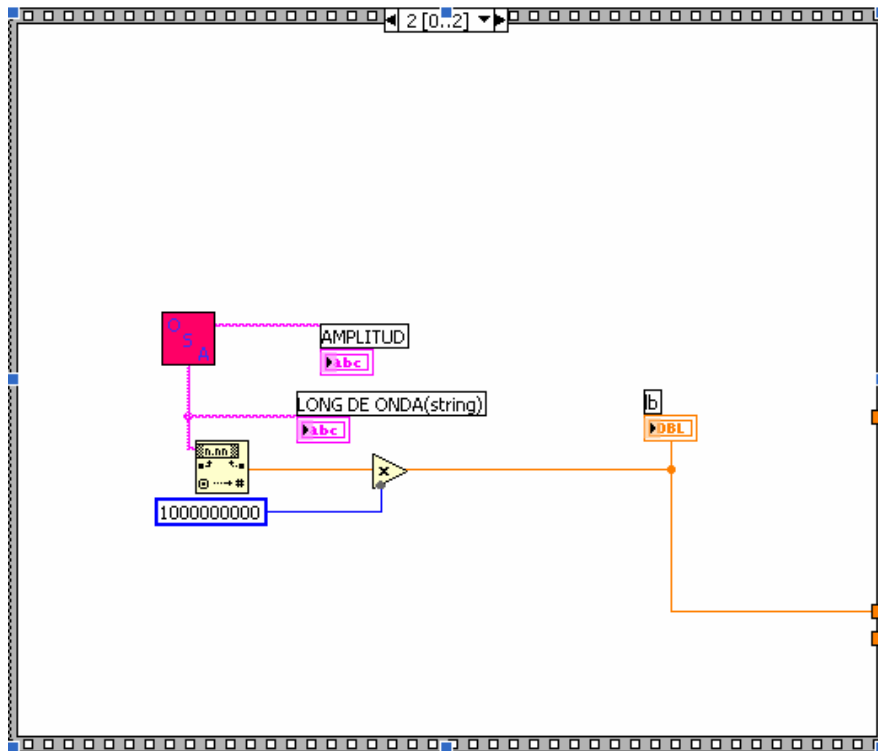


Figura A.5 Control y adquisición de los datos del analizador de espectros ópticos

Como puede observarse, es posible realizar el aglutinamiento de diferentes programas en un instrumento virtual, según se necesite. En este último caso se encuentra un sub-VI que fue construido para realizar la comunicación con el analizador de espectros ópticos, y a su vez tiene un panel frontal y un diagrama de bloques, de manera semejante a la expuesta previamente. En la figura A.6 se presentan las dos partes de este último instrumento virtual.

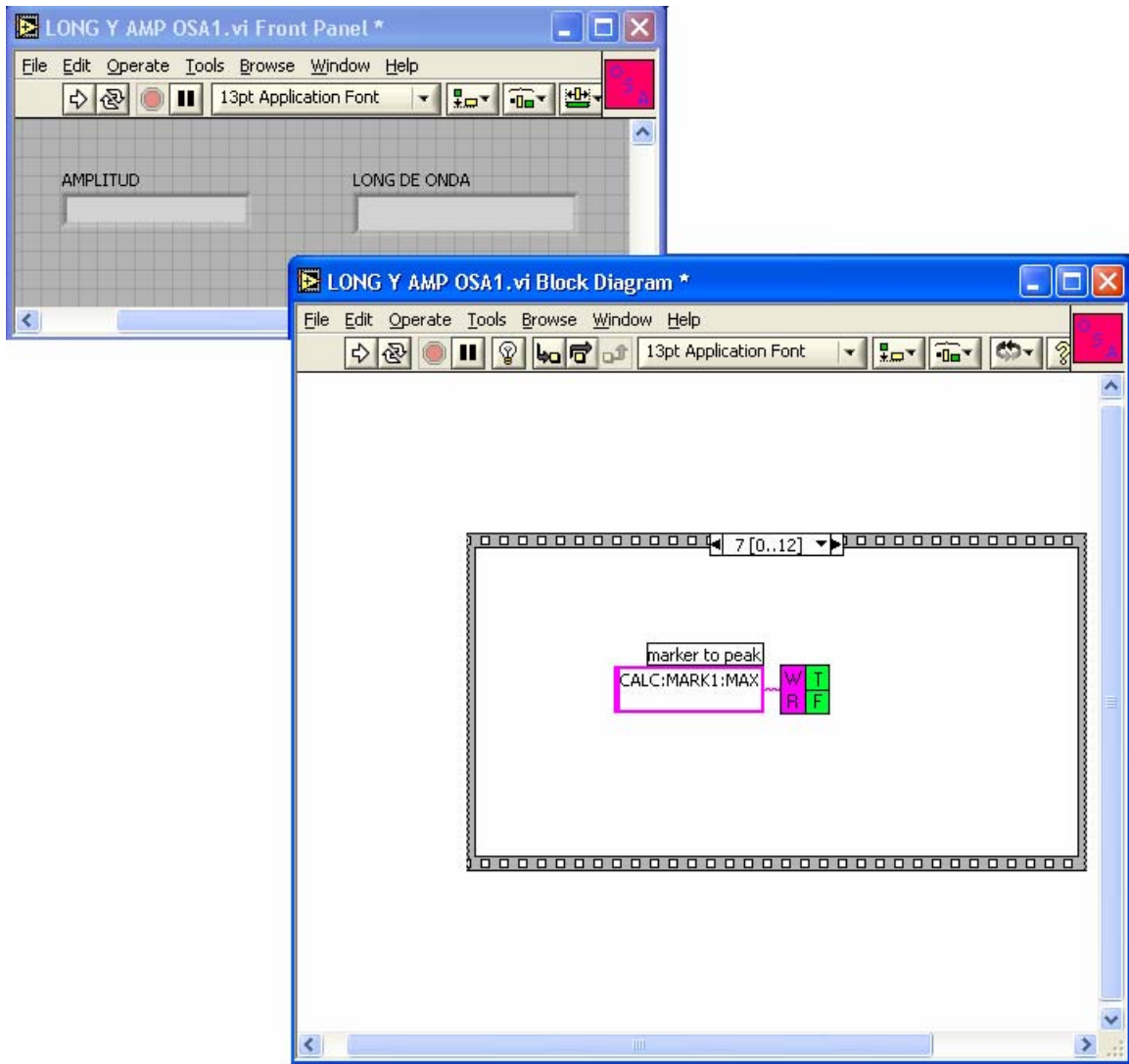


Figura A.6 Instrumento virtual para realizar la comunicación con el analizador de espectros ópticos

## **Apéndice B. Análisis estadístico de datos**

Cuando se toma un conjunto de lecturas de un instrumento, las lecturas individuales sufren alguna variación de una a otra y el experimentador está normalmente interesado en la *media* de todas ellas. Si denominamos a cada lectura como  $x_i$  y hay  $n$  lecturas, la *media aritmética* está dada por:

$$x_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{B.1})$$

La desviación  $d_i$  para cada lectura está definida por:

$$d_i = x_i - x_m \quad (\text{B.2})$$

Es importante mencionar que el promedio de las desviaciones de todas las lecturas es cero, pero el promedio de los valores absolutos de las desviaciones no es necesariamente cero.

La *desviación estándar* o *desviación media cuadrática* está definida por:

$$\sigma = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.3})$$

y el cuadrado de la desviación estándar  $\sigma^2$  se denomina *varianza* [18].

### **AJUSTE DE CURVAS. MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.**

El análisis para el ajuste de curvas es una técnica para extraer un conjunto de parámetros de la curva o coeficientes de un grupo de datos para obtener una descripción funcional de éste. El algoritmo que ajusta una curva a un grupo particular de datos es el Método de Mínimos Cuadrados. El error está definido como

$$e(a, b) = [f(x, a, b) - y(x)]^2 \quad (\text{B.4})$$

donde  $e(a)$  es el error,  $y(x)$  es el conjunto de datos leídos,  $f(x, a)$  es la descripción funcional del grupo de datos y  $a$  es el conjunto de coeficientes de la curva que mejor la describen.

Por ejemplo, si  $a = \{a_0, a_1\}$ , la descripción funcional de una recta es

$$f(x, a) = a_0 + a_1 x$$

El algoritmo de mínimos cuadrados encuentra  $a$  resolviendo el sistema

$$\frac{\partial}{\partial a} e(a, b) = 0 \quad (\text{B.5})$$

Para resolver este sistema debe establecerse y resolverse el sistema Jacobiano generado por la expansión de la ecuación B-5. Después de resolver el sistema para

$(a, b)$ , puede obtenerse un estimado del conjunto de los datos leídos para cualquier valor de  $x$  usando la descripción funcional  $f(x, a, b)$ .

De los datos adquiridos, existe una secuencia de datos correspondiente a las abscisas ( $X$ ), y una secuencia de datos correspondientes a los valores de las ordenadas ( $Y$ ), de donde un punto o muestra en el conjunto de datos es

$$(x_i, y_i)$$

donde  $x_i$  es el  $i$ -ésimo elemento de la secuencia  $X$  y  $y_i$  es el  $i$ -ésimo elemento de la secuencia  $Y$ .

Como el análisis se trata de un sistema discreto, para el análisis de los datos se cuenta con un instrumento virtual de LabVIEW que calcula el Error Medio Cuadrático ( $MSE$ ), que es una medida relativa de los residuales entre los valores esperados de la curva y los valores leídos, empleando la fórmula

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (f_i - y_i)^2 \quad (\text{B.6})$$

donde  $f$  es la secuencia que representa los valores ajustados,  $y$  es la secuencia que representa los valores leídos y  $n$  es el número de muestras tomadas [19].

## TEORÍA GENERAL DEL AJUSTE LINEAL

El problema general del ajuste lineal puede describirse como sigue.

Dado un conjunto de datos leídos, encontrar un conjunto de coeficientes que ajuste el modelo lineal. Como se trata de un método general, y se tratará de encontrar un número  $n$  de coeficientes, emplearemos la letra  $b$  para todos ellos, asignando un subíndice característico para cada uno.

$$\begin{aligned} y_i &= b_0 x_{i0} + \dots + b_{k-1} x_{ik-1} \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} b_j x_{ij} \quad i=0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

donde  $B$  es el conjunto de Coeficientes,  $n$  es el número de elementos leídos  $Y$  y el número de columnas de  $H$  y  $k$  es el número de coeficientes.

$x_{ij}$  son datos leídos y están contenidos en  $H$ .



$$H = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{01} & \dots & X_{0k-1} \\ X_{10} & X_{11} & \dots & X_{1k-1} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ X_{n-10} & X_{n-11} & \dots & X_{n-1k-1} \end{bmatrix}$$

La ecuación B.4 también puede escribirse como  $Y=HB$ .

Éste es un modelo múltiple de regresión lineal que usa muchas variables  $x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{ik-1}$  para predecir una variable  $y_i$ .

En la mayoría de los casos, se tienen más muestras que coeficientes. Las ecuaciones en B.7 pueden no tener solución. El problema del ajuste se vuelve entonces encontrar el coeficiente  $B$  que minimiza la diferencia entre las muestras leídas  $y_i$  y el valor predicho por el mejor ajuste lineal ( $z_i$ ):

$$z_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_j x_{ij}$$

LabVIEW emplea en el VI *General LS Linear Fit* el método del mínimo plano chi-cuadrada para obtener los coeficientes de B.7 encontrando la solución  $B$  que minimiza la cantidad:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{y_i - z_i}{\sigma_i} \right)^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{y_i - \sum_{j=0}^{k-1} b_j x_{ij}}{\sigma_i} \right)^2 = |H_{0B} - Y_0|^2 \quad (\text{B.8})$$

donde

$$h_{oij} = \frac{x_{ij}}{\sigma_i}, y_{oi} = \frac{y_i}{\sigma_i}, i=0,1,\dots,n-1; j=0,1,\dots,k-1$$

En esta ecuación  $\sigma$  es la desviación estándar. Si los errores en la medición son independientes y distribuidos normalmente con desviación estándar constante  $\sigma_i=\sigma$ , la ecuación precedente es también una estimación de mínimos cuadrados.

Hay diferentes formas de minimizar  $\chi^2$ . Una forma de hacerlo es igualar sus derivadas parciales con cero respecto a  $b_0, b_1, \dots, b_{k-1}$ .

$$\begin{cases} \frac{\partial \chi^2}{\partial b_0} = 0 \\ \frac{\partial \chi^2}{\partial b_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \chi^2}{\partial b_{k-1}} = 0 \end{cases}$$

Las ecuaciones precedentes pueden resultar en

$$H_0^T H_0 B = H_0^T Y \quad (\text{B-9})$$

Donde  $H_0^T$  es la matriz transpuesta de  $H_0$ .

Las ecuaciones en B-6 también son llamadas ecuaciones normales de problemas de mínimos cuadrados. Para minimizar  $\chi^2$  debe encontrarse la solución a las ecuaciones  $H_0 B = Y_0$ .

La matriz de Covarianza se calcula como

$$C = (H_0^T H_0)^{-1}$$

El mejor ajuste  $Z$  está dado por

$$z_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_j x_{ij}$$

El error medio cuadrático se obtiene empleando la siguiente fórmula:

$$mse = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{y_i - z_i}{\sigma_i} \right)^2$$

Si el conjunto de datos observados son  $\{x_i, y_i\}$ , donde  $i=0,1,\dots,n-1$ , el modelo para el ajuste polinomial es

$$y_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_j x_i^j = b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 + \dots + b_{k-1} x_i^{k-1} \quad (\text{B-10})$$

$$i=0, 1, 2, \dots, n-1$$

Comparando las ecuaciones B.7 y B.10 resulta que  $x_{ij} = x_i^j$ . En otras palabras,

$$\begin{aligned} X_{i0} &= x_i^0 \\ &= 1, \quad X_{i1} = x_i, \quad X_{i2} = x_i^2, \quad \dots, \quad X_{ik-1} = x_i^{k-1} \end{aligned}$$

En este caso, se puede construir  $H$  como sigue:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 \dots & x_0^{k-1} \\ 1 & x_1 & x_1^2 \dots & x_1^{k-1} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 1 & x_{n-1} & x_{n-1}^2 & x_{n-1}^{k-1} \end{bmatrix}$$

En lugar de usar  $x_{ij} = x_j^i$ , puede seleccionarse otra función para ajustar los conjuntos de datos  $\{x_i, y_i\}$ . En general, puede seleccionarse  $x_{ij} = f_j(x_i)$ . Aquí  $f_j(x_i)$  es el modo de función que se selecciona para ajustar los datos observados.

En general se puede construir  $H$  como sigue:

$$H = \begin{Bmatrix} f_0(x_0) & f_1(x_0) & f_2(x_0) \dots & f_{k-1}(x_0) \\ f_0(x_1) & f_1(x_1) & f_2(x_1) \dots & f_{k-1}(x_1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_0(x_{n-1}) & f_1(x_{n-1}) & f_2(x_{n-1}) \dots & f_{k-1}(x_{n-1}) \end{Bmatrix}$$

Y el modelo del ajuste es

$$y_i = b_0 f_0(x) + b_1 f_1(x) + \dots + b_{k-1} f_{k-1}(x)$$

En la discusión anterior del método de los mínimos cuadrados no se ha hecho ninguna mención de la influencia de la incertidumbre experimental en el cálculo. Fundamentalmente, estamos considerando la utilidad del método en el ajuste de una serie de datos de acuerdo a una relación algebraica.

Obviamente, los diferentes  $x_i$  y  $y_i$  podrían tener diferentes incertidumbres experimentales. Para tomar a todas ellas en cuenta, se requiere de un procedimiento de cálculo para el cual se establecen las siguientes reglas:

- Los valores de  $x_i$  y  $y_i$  se consideran de la siguiente forma:  $y$  como el valor de datos y el valor de  $x$  en la curva ajustada para el mismo valor de  $y$ , entonces, se hace la suposición de que la incertidumbre en  $x$  es grande comparada con la que hay en  $y$ .

- Si los valores de  $x_i$  y  $y_i$  se consideran como el valor del dato en  $y$  y el valor de la curva ajustada para el mismo valor de  $x$ , la suposición es que domina la incertidumbre en  $y$ .
- Si se cree que tanto la incertidumbre en  $x_i$  como en  $y_i$  tienen aproximadamente la misma magnitud, entonces se debe usar una técnica especial para promediar. El método para obtener los valores de incertidumbre para los coeficientes obtenidos anteriormente se describe a continuación.

De la matriz de covarianza, se obtienen los elementos de su diagonal principal, dando como resultado un vector de tantos elementos como parámetros tiene el modelo. Posteriormente se multiplica este vector y por la varianza ( $\sigma^2$ ) y la raíz cuadrada de este producto nos proporciona los valores de la incertidumbre para cada uno de los parámetros calculados [19].

# Apéndice C. Hojas de especificaciones

**Schaevitz**

## Linear Variable Differential Transducers

### Test and Inspection Data

Type: 010 MHR Serial No. 46575 Range  $\pm .010$ "

**PLEASE READ BEFORE USING THIS TRANSDUCER**

This measurement device is manufactured to high precision standards. Our factory tests prior to shipment assure its performance. To obtain the optimum performance in your application, handle and install with care. Do not machine, grind or tap permanent magnet core and coil assembly. Permanent magnet core and coils are matched sets; for best performance do not interchange cores.

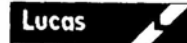
TEST CONDITIONS	
Primary connections	<u>yellow</u> and <u>brown</u> <input checked="" type="checkbox"/> grounded <input type="checkbox"/> not grounded
Secondary Connections	<u>black</u> and <u>red</u> <input checked="" type="checkbox"/> grounded <input type="checkbox"/> not grounded
Secondary Midpoints	(a) <u>green</u> (b) <u>blue</u> <input checked="" type="checkbox"/> (a) tied to (b) <input type="checkbox"/> (a) not tied to (b)
Case Connections	<input type="checkbox"/> grounded <input checked="" type="checkbox"/> not grounded
Primary Excitation	<u>3</u> volts at <u>2500</u> Hz
Secondary Load	0.5 Meg ohms (in parallel with _____ mfd)

TEST DATA	
Displacement	+ _____ inches
Output	_____ volts
	_____ volts/input volts
Linearity	+ _____ % of full range output
Null (Combined Quadrature and Harmonics)	_____ mv (rms)
Output-to-Input Phase Angle	_____ degrees <input type="checkbox"/> leading (+) <input type="checkbox"/> lagging (-)
Special Tests	

INSPECTION
<input checked="" type="checkbox"/> Workmanship <input checked="" type="checkbox"/> High Voltage Test <input checked="" type="checkbox"/> Completeness of assembly

REMARKS

ACCEPTANCE	Q.C.	S.E.	23	DMF	Tested by _____ Date _____	Inspected by <u>DMF</u> Date <u>12/2/98</u>	Military Inspection _____ Date _____	(When Required)



LUCAS CONTROL SYSTEMS  
 HARRISON, VIRGINIA  
 \*\*\*\*\*

MPR 010

3079100-000

RANGE +/- .01 Inches

S/N 46575

INDEPENDENT LINEARITY DATA

LEAST SQUARES LINE

12-01-1998

MEASURED Inches	MEASURED Volts RMS	CALC. Volts RMS	CALC. DEVIATION
-0.0100	-0.1012	-0.1015	+0.0003
-0.0080	-0.0812	-0.0812	+0.0000
-0.0060	-0.0610	-0.0609	-0.0001
-0.0040	-0.0408	-0.0406	-0.0001
-0.0020	-0.0206	-0.0204	-0.0002
+0.0020	+0.0202	+0.0202	+0.0000
+0.0040	+0.0404	+0.0405	+0.0000
+0.0060	+0.0607	+0.0607	+0.0000
+0.0080	+0.0811	+0.0810	+0.0001
+0.0100	+0.1014	+0.1013	+0.0001

Linearity = .1493%  
 Sensitivity = 3.37893 mv/Volts RMS/.001 Inches  
 NULL (actual) = .00092 Volts RMS

Tested by

Q.C.  
S.E.  
25

Inspected by

Q.C.  
S.E.  
23

# EA-13-120LZ-120

EA-13-120LZ-120

Gage Type

120.0 ±0.3%

Resistance in ohms at 24°C

2.130±0.5%

Gage Factor at 24°C

(+0.8 ±0.2)%

Transverse Sensitivity at 24°C

E

Option

R-A55AF501

Lot Number

093920-6832

Code



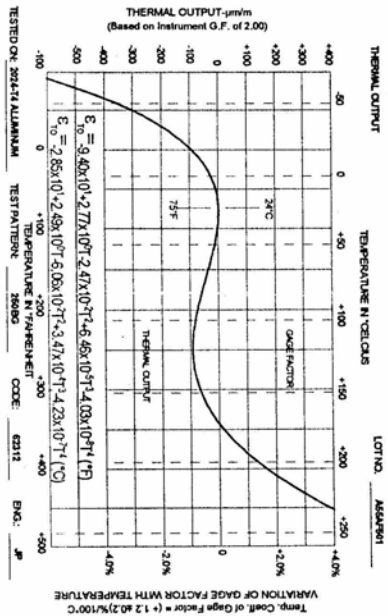
Micro-Measurements  
Division

MEASUREMENTS  
GROUP, INC.

P.O. Box 27777

Raleigh, North Carolina 27611  
(919) 365-3800

**SELF-TEMPERATURE COMPENSATION:** These gages have been manufactured with self-temperature compensation (STC) characteristics to minimize thermal output (See Tech Note TN-504). Thermal output data given below are valid only for the indicated test material, since thermal output is a function of the thermal expansion properties of the test specimen.



## GENERAL INFORMATION SERIES EA STRAIN GAGES

**GENERAL DESCRIPTION:** Student Gages are EA Series gages. This series is a general-purpose family of constantan alloy strain gages widely used in experimental stress analysis. EA gages are constructed with a 0.001 inch (0.03 mm) tough, flexible polyimide film backing. All Student Gages include Option E, a polyimide encapsulation of the grid face, with exposed solder tabs. See Tech Note TN-505 for assistance in gage selection.

**TEMPERATURE RANGE:** Normal use temperature range for static strain measurement is -100°F to +350°F (-75°C to +175°C). For special or short-term exposure, an expanded range of -320°F to +400°F (-195°C to +205°C) may be used.

**STRAIN LIMITS:** Approximately 5% for 0.240 in (6 mm) gage length and approximately 3% for 0.120 in (3 mm) and 0.060 in (1.5 mm) gage lengths for single cycle use. See Tech Tip TT-605 for high elongation measurements.

**FATIGUE LIFE:** Dependent on gage length and method of cycling: 10<sup>6</sup> cycles at ±1200µε, 10<sup>6</sup> cycles at ±1500µε. Derate 10% for non-zero mean strains of same absolute (peak-to-peak) values. See Tech Note TN-508 for additional data.

**ADHESIVES:** M-Bond 200 is an excellent, general purpose adhesive for those learning to bond strain gages (see Instruction Bulletin B-127). M-Bond AE-10 may be used when a wider range of bonding properties is needed (see Instruction Bulletin B-137). Refer to Instruction Bulletin B-129 for proper surface preparation, and to Catalog A-110 for other bonding agents.

**SOLDER:** M-Line solder type 361 is recommended for leadwire attachment when operating temperatures do not exceed +300°F (+150°C). See Catalog A-110 for higher temperature solders.

**PROTECTIVE COATINGS:** Because of Option E encapsulation, Student Gages require no further protection under most laboratory conditions. When further protection is required, refer to Catalog A-110 for M-Coat protective coatings information.

**NOTE:** The backing of Student Gages has been specifically treated for optimum bond formation with all appropriate gage adhesives. No further cleaning is necessary if contamination of the prepared surface is avoided during handling. Should contamination occur, clean with a cotton swab slightly moistened with a low residue solvent such as isopropyl alcohol. Allow the gage to dry for several minutes before bonding.

*REJILLA DE BRAGG*

O/E LAND Inc. Fiber Bragg Grating

Central Wavelength: 1549.976 nm

Bandwidth: 0.124 nm

Reflectivity: 95.8 % (13.79 dB)

S/N: 15-021-2-0157