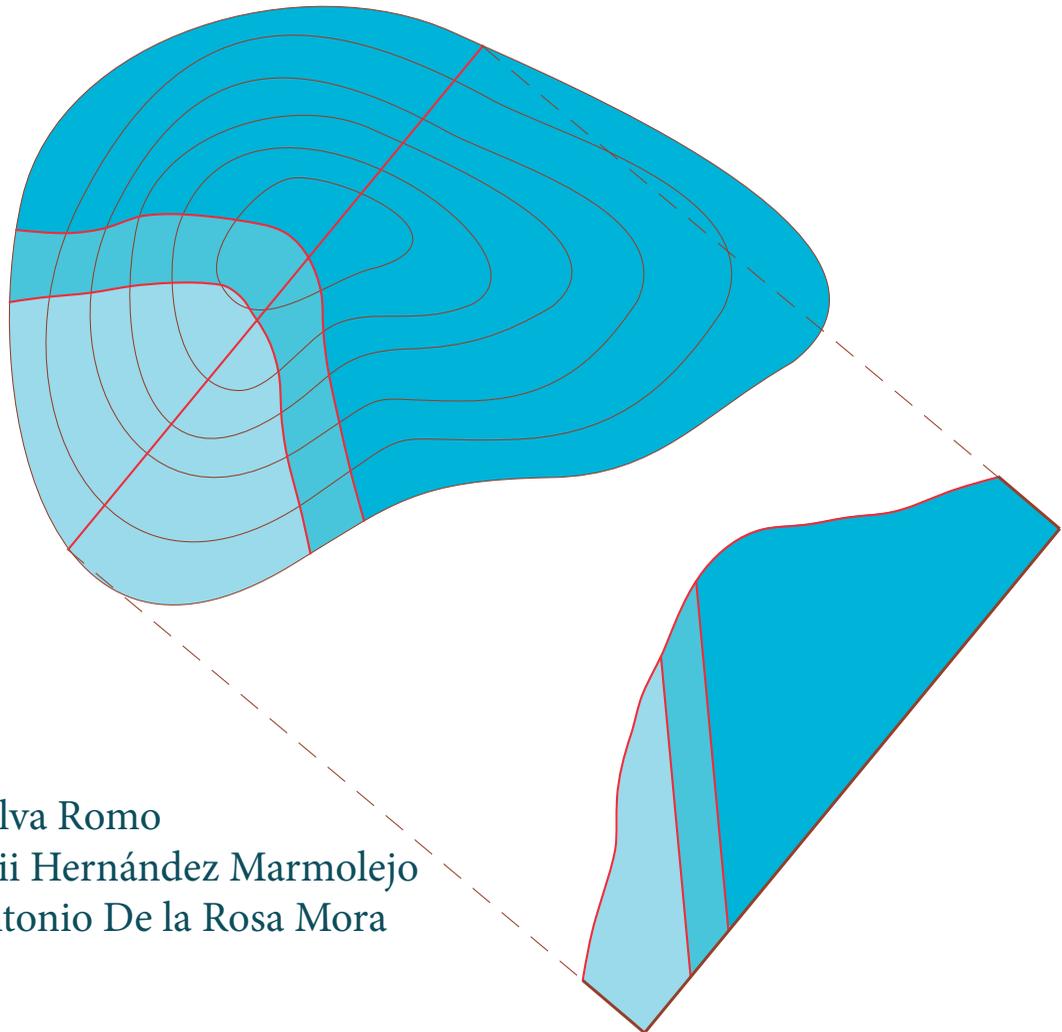


MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA

Una aproximación desde
la geometría descriptiva

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA



Gilberto Silva Romo
Yoalli Bianii Hernández Marmolejo
Orestes Antonio De la Rosa Mora



MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA

Una aproximación desde
la geometría descriptiva

Gilberto Silva Romo
Yoalli Bianii Hernandez Marmolejo
Orestes Antonio De la Rosa Mora

PAPIME PE 113119



Para visualizar la obra
te sugerimos

Acrobat Reader
Haz Click

*MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA.
Una aproximación desde la geometría descriptiva*

Gilberto Silva Romo
Yoalli Bianii Hernández Marmolejo
Orestes Antonio De la Rosa Mora

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
2023, 276 págs.
ISBN 978-607-30-8071-2

*MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA.
Una aproximación desde la geometría descriptiva*

primera edición electrónica de un ejemplar (72 MB) en formato PDF
Publicado en línea: Septiembre de 2023

D.R. © 2023, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Avenida Universidad núm. 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma
de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán,
México, Ciudad de México, Código Postal 04510.

FACULTAD DE INGENIERÍA
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

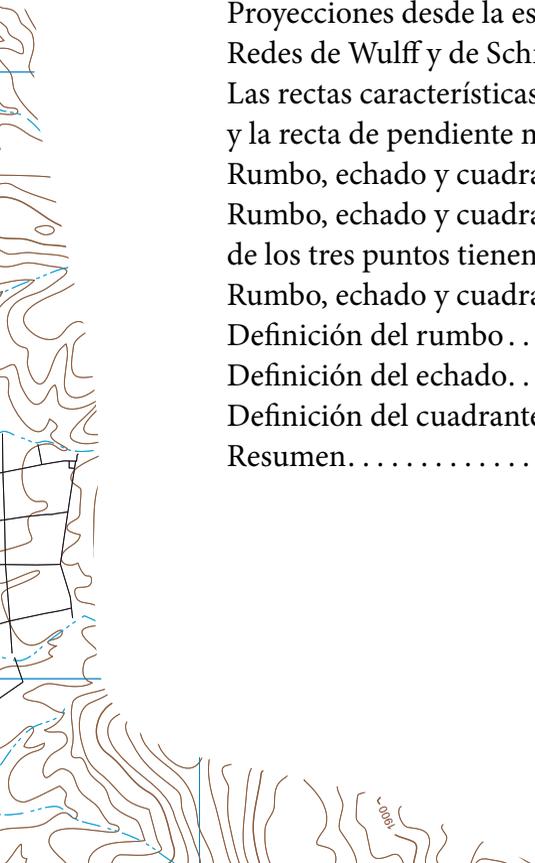
UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

Cuidado de la edición: María Cuairán Ruidíaz
Diseño y formación editorial : Luis Enrique Vite Rangel
Figuras: Yoalli B. Hernández Marmolejo

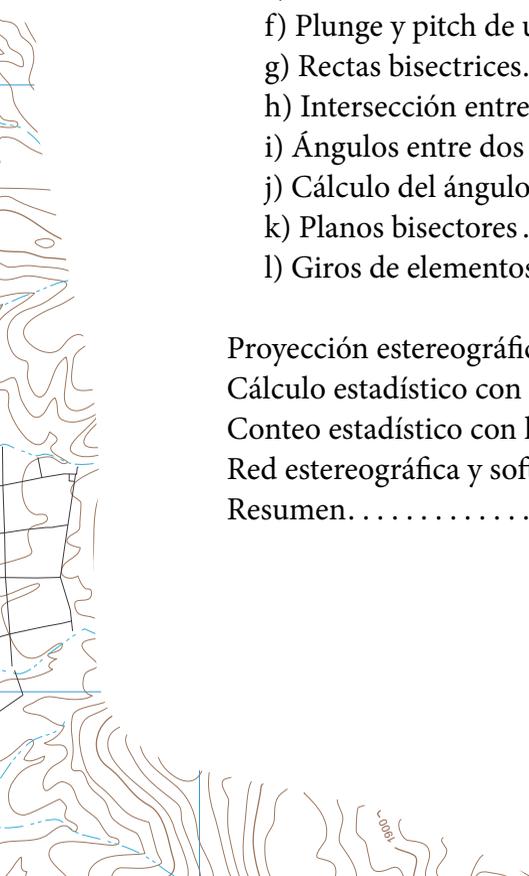
Índice

MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA. Una aproximación desde la geometría descriptiva

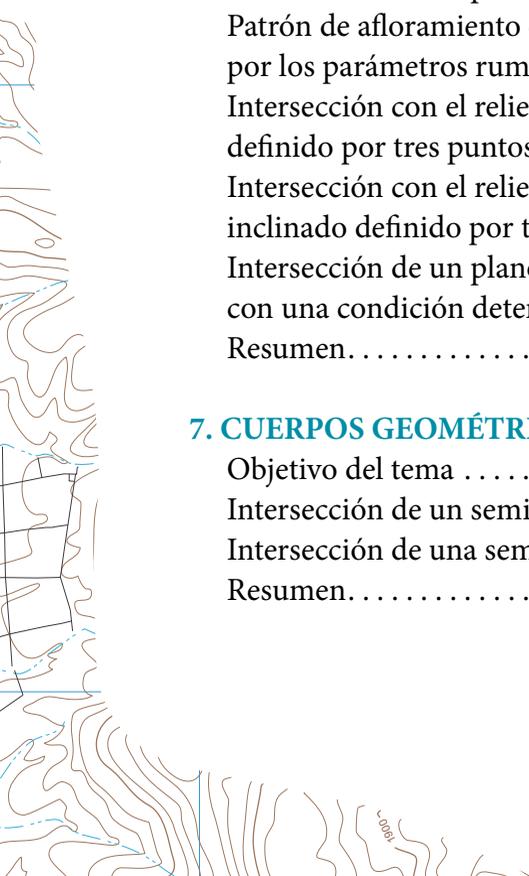
PRESENTACIÓN	1
1. DEFINICIONES Y HERRAMIENTAS	3
Objetivos del tema	3
Escalas y el escalímetro	4
Las escuadras	6
El transportador	8
Resumen	9
2. LAS PROYECCIONES GRÁFICAS	10
Objetivos del tema	10
Propiedades de las proyecciones central y paralela	13
Las proyecciones diédricas y la caja de cristal	16
Proyecciones desde la esfera	23
Redes de Wulff y de Schmidt	26
Las rectas características del plano: la recta horizontal y la recta de pendiente máxima	30
Rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por tres puntos no colineales ..	37
Rumbo, echado y cuadrante cuando dos de los tres puntos tienen la misma elevación	37
Rumbo, echado y cuadrante cuando los tres puntos tienen diferente elevación ..	42
Definición del rumbo	43
Definición del echado	45
Definición del cuadrante	46
Resumen	46



3. LOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS EN CIENCIAS DE LA TIERRA	50
Objetivo del tema	50
Líneas rectas caracterizadas mediante brújula	52
Direcciones obtenidas con una brújula	53
Notación acimutal.	54
Notación en cuadrantes	55
Conversión de direcciones en acimut a cuadrantes y viceversa	55
Planos caracterizados mediante brújula	56
Resumen.	57
4. CÁLCULO CON LAS PROYECCIONES DESDE LA ESFERA	60
Objetivos del tema	60
La red de Wulff como un nomograma en el cálculo gráfico.	60
Cálculos gráficos básicos con la red de Wulff.	63
a) Proyección estereográfica de una recta.	64
b) Proyección estereográfica de un plano.	66
c) Rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por dos rectas	70
d) Ángulos entre dos rectas.	74
e) Cálculo del echado aparente	76
f) Plunge y pitch de una recta	79
g) Rectas bisectrices.	82
h) Intersección entre dos planos	85
i) Ángulos entre dos planos	88
j) Cálculo del ángulo entre una recta y un plano	91
k) Planos bisectores.	93
l) Giros de elementos geométricos mediante la red de Wulff	96
Proyección estereográfica de cuerpos geométricos regulares.	114
Cálculo estadístico con la red de Schmidt.	119
Conteo estadístico con la falsilla de Kalsbeek.	120
Red estereográfica y software	129
Resumen.	129



5. LECTURA BÁSICA DE UN MAPA TOPOGRÁFICO.	131
Objetivos del tema	131
La cuadrícula UTM en los mapas topográficos	136
Las coordenadas UTM.....	139
Ubicación de puntos definidos en la referencia métrica UTM, en un mapa topográfico.....	140
Resumen.....	143
6. RECTAS Y PLANOS EN UN MAPA TOPOGRÁFICO	145
Objetivos del tema	145
Obtención de la inclinación y dirección de inclinación de una recta en un mapa topográfico.....	145
La inclinación de una recta	146
Visibilidad de rectas horizontales en el relieve expresado en un mapa topográfico.....	148
Mínima distancia entre dos rectas en un mapa topográfico.....	150
Intersección de un plano con el relieve topográfico.....	154
Intersección de un plano horizontal con el relieve topográfico	155
Intersección de un plano vertical con el relieve topográfico.....	156
Patrón de afloramiento de un plano inclinado definido por los parámetros rumbo, echado y cuadrante.....	160
Intersección con el relieve topográfico de un plano definido por tres puntos no colineales, dos a la misma elevación	165
Intersección con el relieve topográfico de un plano inclinado definido por tres puntos no colineales y con distinta elevación	170
Intersección de un plano paralelo a otro y que cumpla con una condición determinada	175
Resumen.....	178
7. CUERPOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS Y MAPAS TOPOGRÁFICOS.....	183
Objetivo del tema	183
Intersección de un semicilindro con el relieve topográfico	184
Intersección de una semiesfera con el relieve topográfico	188
Resumen.....	193



8. MAPAS GEOLÓGICOS 195

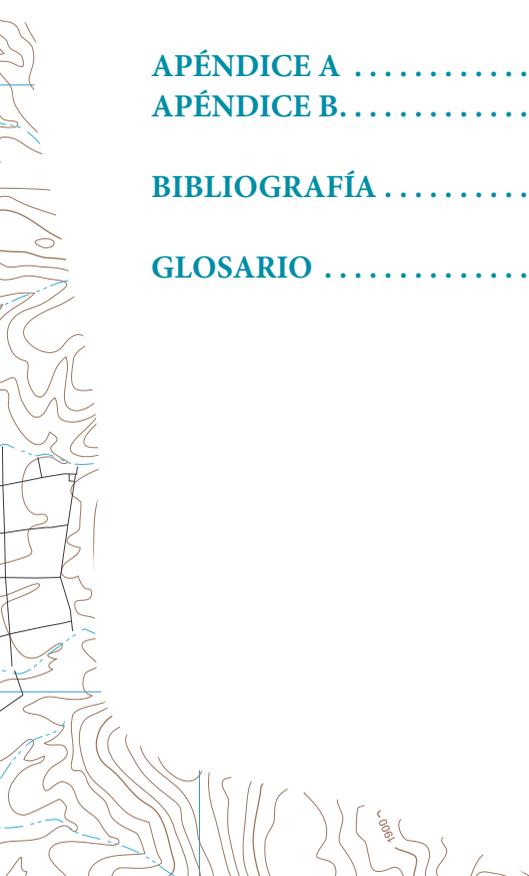
- Objetivos del tema 195
- Superficies planas en un mapa geológico (patrones de afloramiento)..... 197
 - Unidades horizontales..... 197
 - Unidades verticales 198
 - Unidades inclinadas 198
- Rumbo, echado y cuadrante a partir de un contacto en un mapa geológico 199
 - Medición del rumbo 200
 - Medición del echado 201
 - Identificación del cuadrante de inclinación 202
- Cálculo del echado aparente 205
- Regla de las “V’s ”..... 208
- Edades relativas entre unidades tabulares en un mapa geológico 210
- Cálculo de espesores en un mapa geológico 211
- Mínima distancia entre un punto y un plano 212
- Columna estratigráfica a partir de un mapa geológico 214
- Sección geológica 215
- Resumen..... 219

APÉNDICE A 224

APÉNDICE B..... 231

BIBLIOGRAFÍA 262

GLOSARIO 264



Presentación

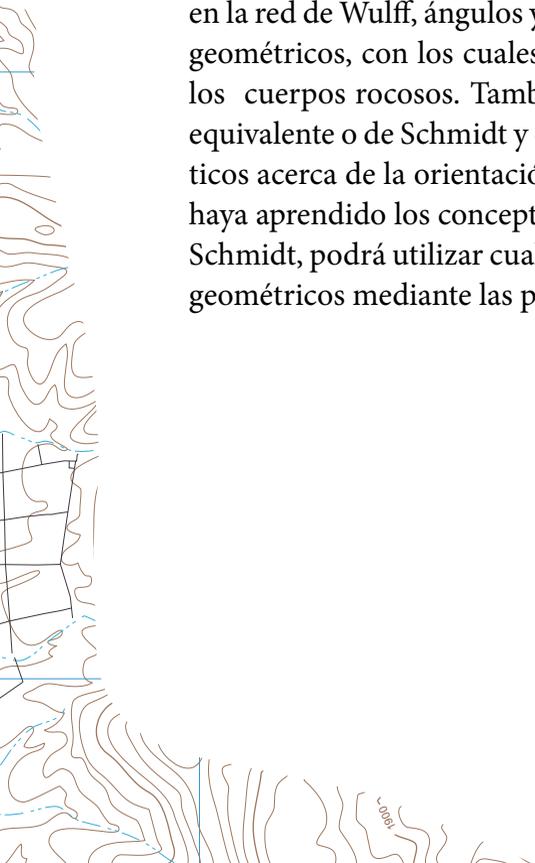
Este texto se elaboró en el Taller de Cartografía de la Facultad de Ingeniería con el financiamiento del Programa de Apoyo a Proyectos para Innovar y Mejorar la Educación, programa institucional de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM (Proyecto PAPIME PE-113119).

En este libro se presentan los métodos gráficos más usuales para calcular las relaciones angulares entre los elementos geométricos básicos, rectas y planos, mediante proyecciones geométricas. Entre las cuales, las proyecciones diédricas y la proyección estereográfica son las de uso más frecuente. El texto está inspirado en los recursos metodológicos de autores clásicos en la aplicación de la Geometría Descriptiva; por ejemplo: Hawk, (1970); Serrano-Mothelet y Minami-Koyama, (1990); Holliday-Darr, (2000); De la Torre-Carbó, (2001); Lisle y Leyshon, (2004). El cálculo gráfico facilita la obtención de parámetros para la caracterización y clasificación de las estructuras geológicas. De tal forma, los conceptos y procedimientos propuestos en el texto contribuirán al mejor aprendizaje de disciplinas geológicas que tiene que ver con la arquitectura y la representación de los cuerpos rocosos; por ejemplo, la Geología Estructural y la Cartografía Geológica y otras en las cuales la visualización de elementos volumétricos es necesaria para resolver las relaciones espaciales y temporales entre los cuerpos de roca. Aunque el enfoque del texto se refiere principalmente a los aspectos geométricos de rectas y planos, también se bosqueja su aplicación en la solución de problemas elementales como la obtención de información estructural y estratigráfica a partir de mapas geológicos, ya que se revisan los aspectos geométricos de las relaciones espaciales entre las superficies y/o líneas con que se caracterizan los rasgos estructurales en Geología. Los temas abordados se ilustran mediante dibujos isométricos para favorecer el desarrollo de la percepción tridimensional del estudiantado y la visualización de las proyecciones propuestas.

Por lo general, en el trabajo de campo, los profesionales en las disciplinas geológicas caracterizan los rasgos lineales y las superficies de su interés con el auxilio de una brújula. Por lo cual, en este texto se incluye, con un enfoque apegado a los conceptos de la Geometría Descriptiva, el uso de la brújula para obtener los parámetros rumbo, echado y cuadran-



te de un plano. El lector encontrará una aproximación a la Geología con base en mapas geológicos y topográficos, paradójicamente sin invocar conceptos geológicos más allá del rumbo, echado y cuadrante de un plano y del principio de superposición. Los autores partimos de la convicción de que, si resolvemos apropiadamente el manejo de los aspectos geométricos básicos, posteriormente el estudiante tendrá mayor éxito en los cursos que involucran a los cuerpos rocosos, tales como Estratigrafía, Geología Estructural y Cartografía Geológica y todos aquellos en los que relacionará la geometría con los conceptos geológicos que le ayudarán a comprender y a estudiar el Sistema Tierra. Esta aproximación le permitirá al estudiante una progresión natural en el aprendizaje, al darle oportunidad de incorporar conceptos en forma progresiva, con lo cual podrá, en su momento, madurar los conocimientos geológicos con mayor rapidez. En el diseño de algunos ejercicios que implican la visualización del relieve, utilizamos como mapas fuente las cartas topográficas a escala 1: 50,000 en proyección Universal Transversa de Mercator (UTM) elaboradas por el Instituto Nacional de Geografía (INEGI). Las fracciones de mapas que utilizamos en la exposición de los temas y otros adicionales se reproducen a escala real en la Colección de Mapas del apéndice B. Con este recurso, los estudiantes se familiarizarán con la lectura y uso de los mapas, y podrán ubicar en un mapa topográfico, puntos de interés del espacio geográfico. En el texto se revisarán los aspectos geométricos básicos y de aplicación de la red estereográfica de Wulff, se deja a los interesados en los aspectos matemáticos de la proyección estereográfica, la consulta de la bibliografía apropiada, por ejemplo, Rosenfeld y Sergeeva (1977). La persona lectora encontrará los elementos para calcular gráficamente, en la red de Wulff, ángulos y direcciones de planos y rectas y rotaciones de estos elementos geométricos, con los cuales se pueden representar los rasgos lineales y las superficies de los cuerpos rocosos. También se estudiará la aplicación en estadística de la red de área equivalente o de Schmidt y el contador o falsilla de Kalsbeek para realizar cálculos estadísticos acerca de la orientación de rasgos lineales y de superficie. Una vez que el alumnado haya aprendido los conceptos básicos y de la aplicación de las proyecciones de Wulff y de Schmidt, podrá utilizar cualquier software específico para resolver los distintos problemas geométricos mediante las proyecciones desde la esfera.



1 DEFINICIONES Y HERRAMIENTAS

Objetivos del tema

Definir los conceptos básicos en la Geometría Descriptiva y los principios que la rigen. Describir y presentar el manejo sugerido de las herramientas de dibujo indispensables para realizar los cálculos gráficos.

La solución gráfica de problemas geológicos que tienen que ver con los aspectos geométricos reside en el campo de la Geometría Descriptiva, entendida esta como la disciplina que representa y estudia, mediante proyecciones, las relaciones espaciales de los elementos que definen a los cuerpos tridimensionales. Para lo cual, se utilizan los principios que rigen las proyecciones gráficas y el bagaje instrumental del dibujo técnico.

En esta aproximación a la aplicación de la Geometría Descriptiva, asumimos en forma axiomática los elementos fundamentales de la Geometría Euclidiana, el punto, la recta y el plano.

El **punto** como elemento adimensional y definido por su posición en un espacio tridimensional, mediante tres magnitudes en un sistema de referencia ortogonal.

La **recta** como una sucesión de puntos, que puede estar comprendida entre dos puntos a manera de sus extremos.

El **plano** como una superficie lisa de dimensiones infinitas, definida por dos rectas que se intersequen, por dos rectas paralelas o que se puede generar al girar una recta alrededor de otra perpendicular.

Escalas y el escalímetro

En el dibujo técnico y en la lectura y uso de los mapas topográficos y geológicos, frecuentemente se requiere expresar o cuantificar las dimensiones de los elementos expresados en una figura o las distancias entre localidades. Para lo cual, se utiliza un escalímetro, el cual es un recurso muy versátil que se adapta a la medición a una de sus escalas nominales o a una escala submúltiple, como lo presentamos adelante. En general, la **escala** es la proporción que guarda la dimensión de su representación con la del objeto original.

$$e = i/o$$

Donde:

e = escala

i = dimensión de la imagen

o = dimensión del objeto

La escala se representa en forma adimensional como una fracción en la cual el numerador es la unidad y el denominador es el número de veces que el original es mayor que su representación. Usualmente, la proporción se representa separando la unidad y el número de veces con una diagonal o con dos puntos.

Por ejemplo: escala 1/25 o 1:25 (figura 1).



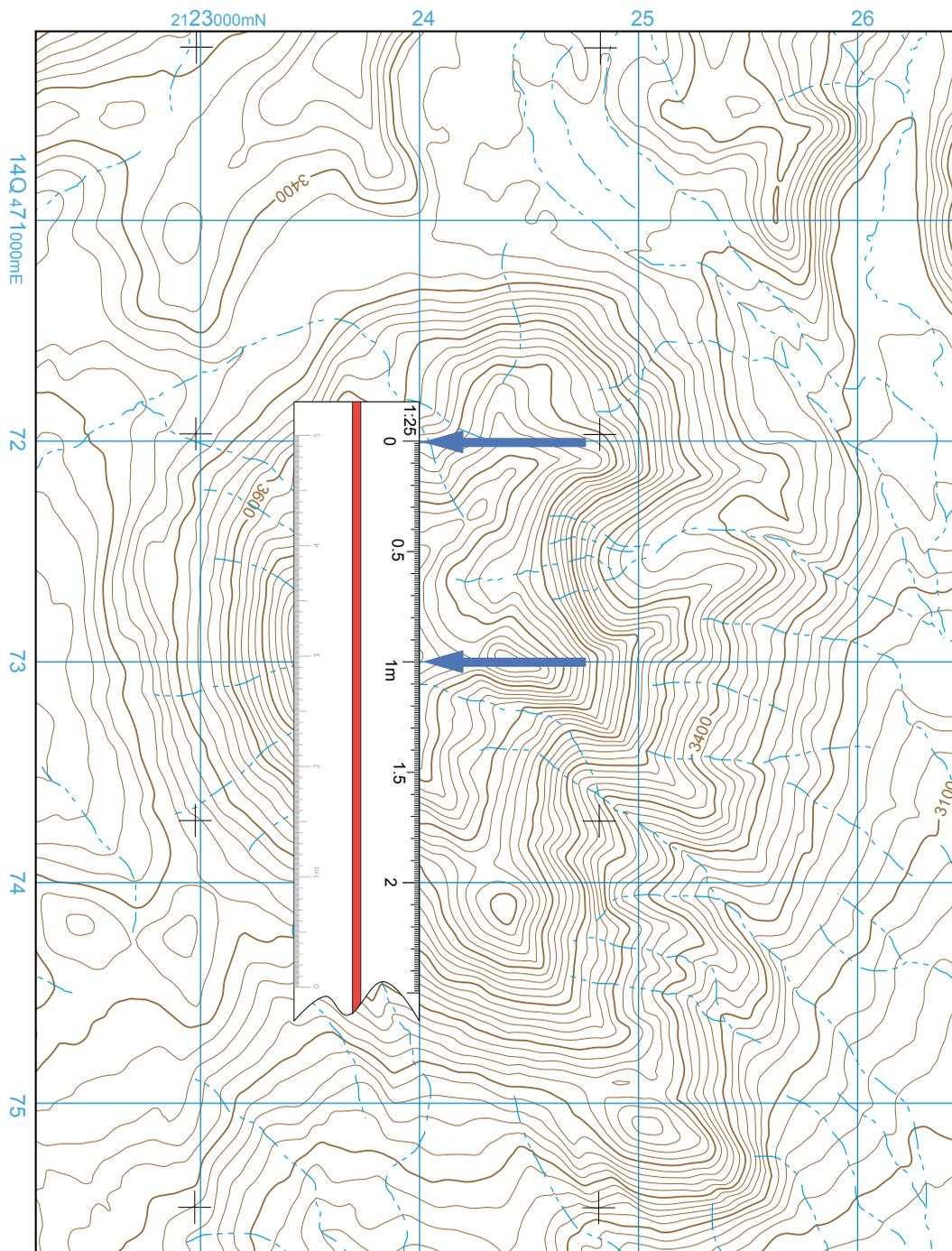


Figura 1. Para utilizar una escala 1:25 en un mapa topográfico a escala 1:25, 000, se multiplican por mil, tanto la magnitud del segmento unitario en la escala para que represente un kilómetro, como el denominador de la proporción, para que esta sea mil veces más pequeña. Las dos flechas azules señalan el segmento unitario en la escala 1:25 del escalímetro, segmento que corresponde con la distancia entre dos líneas de la cuadrícula UTM dibujadas cada kilómetro. Mapa MGG T05.

El escalímetro es una herramienta fundamental de medición tanto en el dibujo y en el cálculo gráfico, como en la lectura de los mapas (Silva-Romo 2016a). La graduación corresponde, en cada caso, a la proporción que enuncia una de sus seis escalas. Por ejemplo, en la escala 1:20 el segmento comprendido entre el origen (0) y la marca unitaria (1 m), mide cinco centímetros (cada centímetro expresa 20 centímetros que es la proporción que identifica a la escala). El escalímetro está diseñado para medir/representar magnitudes a escalas muy grandes, como en un dibujo arquitectónico. En ese caso las dimensiones se valoran directamente con el escalímetro, sus escalas están ajustadas para representar un motivo arquitectónico, en una hoja de papel de dimensiones manejables. Las escalas más usuales son 1:125; 1: 100; 1: 75; 1:50; 1:25; 1:20, en todas ellas, el segmento unitario expresa un metro (m). A diferencia de un dibujo arquitectónico que representa un edificio que mide decenas de metros por lado, un mapa topográfico a escala 1: 50,000 representa una región de aproximadamente 1,000 km². Entonces, para medir con el escalímetro algún rasgo en el mapa topográfico, debemos realizar un ajuste a la relación de proporción. En la escala 1:50, el segmento unitario mide dos centímetros y expresa un metro. En tanto que, a la escala 1: 50,000 dos centímetros representan mil metros. Entonces, debemos multiplicar por mil la magnitud representada por el segmento unitario y en concordancia, multiplicar por mil el denominador para conservar la nueva proporción de escala. Esto es, podemos utilizar las escalas del escalímetro multiplicando o dividiendo por un mismo factor el denominador de la escala y la magnitud representada por el segmento unitario. Si no conociéramos la escala de un mapa con cuadrícula de Mercator, procederíamos a medir la separación entre dos líneas de la cuadrícula con las distintas escalas del escalímetro, la apropiada sería la que ofrezca como dimensión la unidad o un múltiplo entero de la unidad; después de ello, recalculamos la proporción, conociendo que la cuadrícula, representa mil metros en los mapas a escala 1: 50,000 del INEGI (figura 1).

Las escuadras

En el cálculo gráfico como en el dibujo técnico es usual el trazo de rectas con el auxilio de herramientas básicas como las escuadras; en la práctica, las proyecciones se trazan en una hoja de trabajo en la cual se representan los planos de proyección dispuestos en forma coplanaria, como se aclara más adelante. Durante la obtención de las proyecciones se requiere el trazo de rectas, tanto paralelas, como perpendiculares con base en las escuadras. Las escuadras son un par de herramientas de dibujo con forma de triángulos rectángulos, una con dos ángulos agudos de 45°, denominada así, la escuadra de 45° y la otra con un ángulo agudo de 30° y otro de 60°, conocida como la escuadra de 30°. La destreza en el manejo de las escuadras es fundamental para obtener la mayor precisión en el cálculo gráfico. Las operaciones básicas de trazo con las escuadras son: 1) dibujo de rectas paralelas y 2) rectas perpendiculares entre sí. El trazo de rectas paralelas se logra manteniendo fija la escuadra de 30°; mientras, a lo largo de su hipotenusa,

se desplaza la escuadra de 45° apoyada en uno de sus catetos. En este arreglo, el trazo de rectas paralelas se realiza a lo largo de la hipotenusa de la escuadra de 45° (figura 2). Para el dibujo de rectas perpendiculares entre sí, una vez que se trazó una primera recta con las escuadras en el arreglo anterior, la recta perpendicular se logra al girar 90° la escuadra de 45°. Esto es, se cambia de cateto que se desliza en la hipotenusa de la escuadra de 30°; la cual se mantiene fija (figura 3).

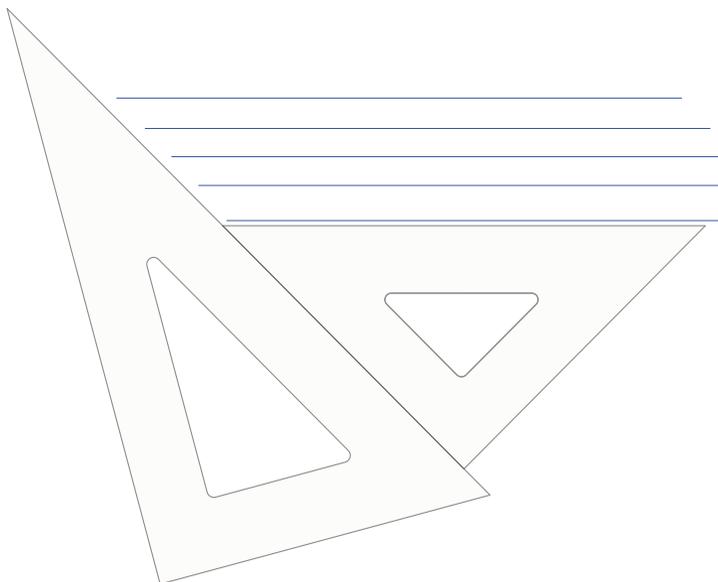


Figura 2. El trazo de rectas paralelas se logra al desplazar la escuadra de 45° a lo largo de la hipotenusa de la escuadra de 30°, la cual se mantiene fija.

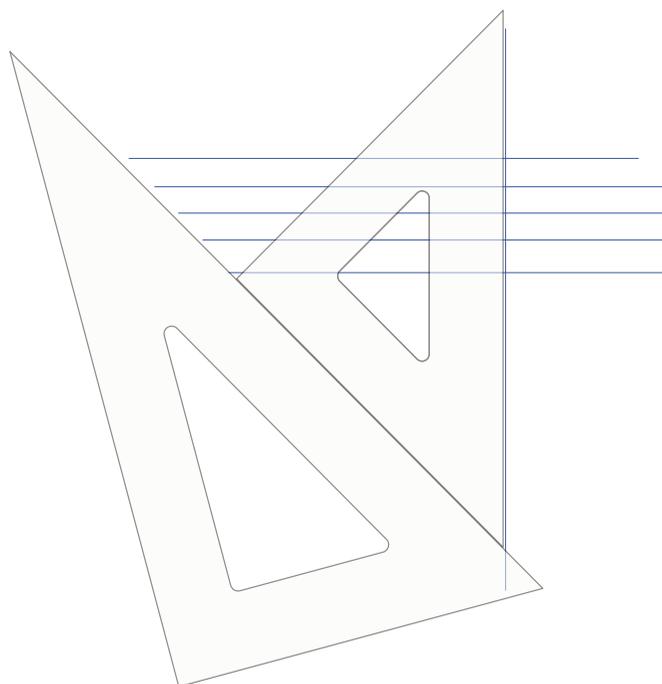
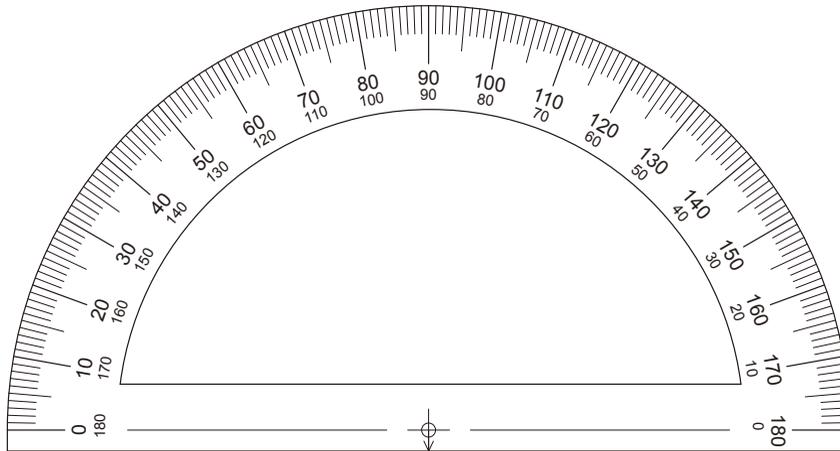


Figura 3. El trazo de rectas perpendiculares se logra al girar la escuadra de 45° para cambiar de cateto en contacto con la escuadra de 30°, mientras esta permanece fija.

El transportador

En las ciencias geológicas, muchos datos se registran como valores angulares, tanto de direcciones como de inclinaciones, obtenidos con una brújula. De tal forma, el trazo o la lectura de la dirección de rasgos diversos en un mapa impreso requiere del uso de un transportador. El transportador es un instrumento de medición de ángulos entre rectas que se intersecan. Comúnmente, la graduación tiene una precisión de un grado y en ocasiones hasta de medio grado; esta herramienta tiene dos variantes en su forma, como un círculo graduado en 360° o de semicírculo con 180° (figura 4a) y como una regleta también con una graduación de 180° (figura 4b). La medición correcta del ángulo entre dos rectas precisa alinear el eje del transportador con una de las rectas y al mismo tiempo, colocar el centro del transportador exactamente en la intersección de las dos rectas (figura 5). En el caso de la medición de un ángulo pequeño, antes de colocar el transportador, se recomienda dibujar en el punto de intersección un segmento de recta perpendicular para que sea más visible esa referencia espacial al momento de la medición.

a)



b)

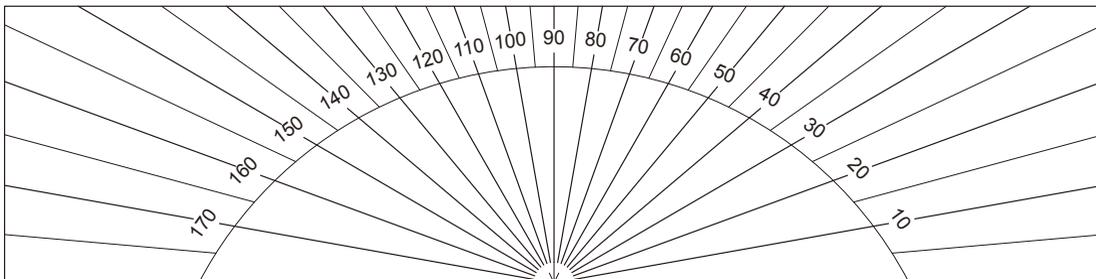


Figura 4. Tipos de transportadores. a) transportador semicircular; b) transportador en regleta.

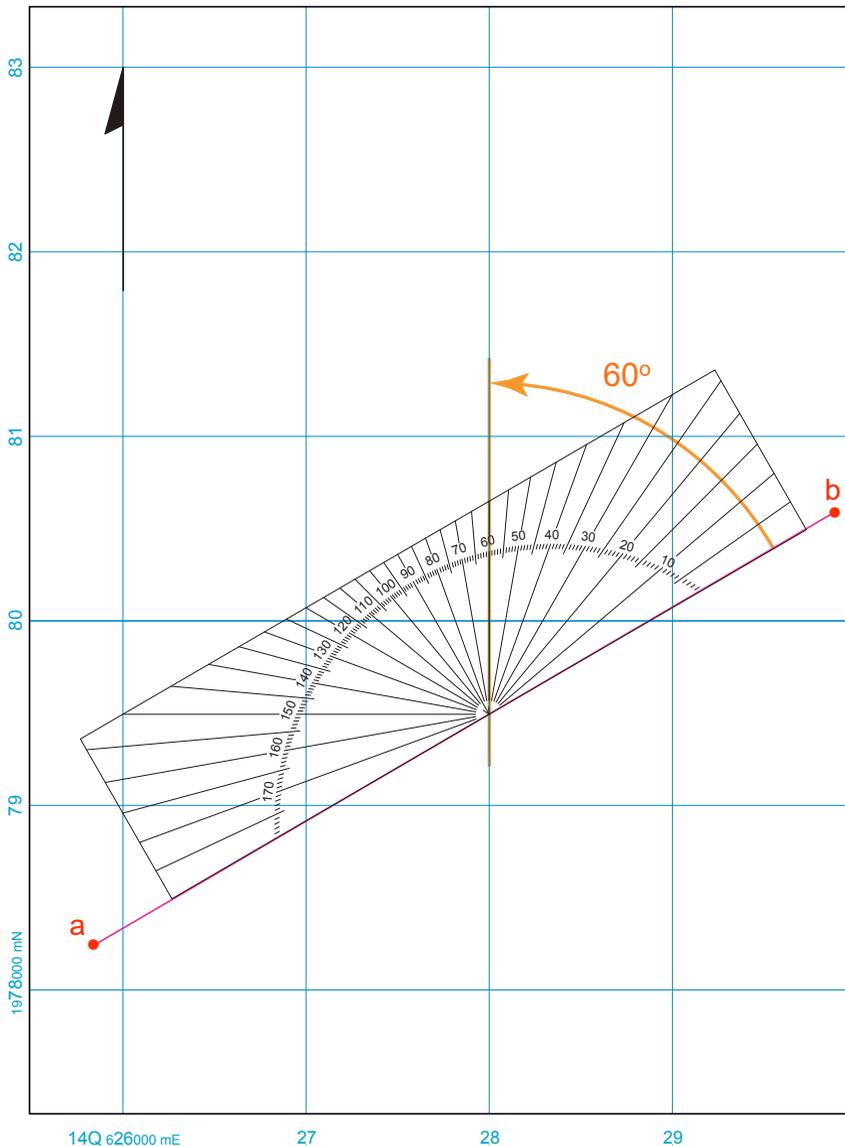


Figura 5. La medición con un transportador del ángulo entre dos rectas que se cortan, requiere alinear el eje del transportador con una de las rectas y colocar su centro en la intersección de las dos rectas. La recta a - b forma un ángulo agudo de 60° con la dirección Norte de la cuadrícula UTM.

Resumen

Las operaciones principales en la Geometría Descriptiva se basan en la asunción axiomática de los elementos fundamentales de la Geometría Euclidiana, el punto, la recta y el plano, para lo cual se utilizan los conceptos y las herramientas del dibujo técnico. En el cálculo gráfico mediante proyecciones los objetos se representan conforme a una proporción determinada, conocida como escala. El escalímetro es una regleta que expresa gráficamente la proporción de varias escalas. Las escuadras son herramientas de dibujo que permiten trazar rectas paralelas o perpendiculares con la precisión requerida en la obtención de proyecciones. El transportador es una herramienta útil en la valoración de ángulos entre rectas y en el trazo de direcciones en un mapa.

2 LAS PROYECCIONES GRÁFICAS

Objetivos del tema

*Presentar el sistema de proyección diédrico y la **caja de cristal** como recursos para visualizar las proyecciones ortogonales en los planos **horizontal** y **de perfil**.*

Presentar las características de las proyecciones estereográfica y de Lambert y de los nomogramas que se construyen para el cálculo gráfico en Geología Estructural, a partir de las proyecciones (redes o falsillas de Wulff y de Schmidt).

*Presentar el sistema de proyección diédrico y la **caja de cristal** como recursos para visualizar las proyecciones ortogonales en los planos **horizontal** y **de perfil**.*

Presentar las características de las proyecciones estereográfica y de Lambert y de las redes o falsillas de Wulff y de Schmidt, como nomogramas diseñados a partir de esas proyecciones para el cálculo gráfico en Geología Estructural.

*Transitar de las proyecciones diédricas a las proyecciones desde la esfera, al plantear la caracterización de la recta y el plano mediante valores angulares. La recta será caracterizada por los parámetros inclinación y dirección, en tanto que el plano, por su **rumbo**, **echado** y **cuadrante**.*

Presentar la solución del “problema de los tres puntos” mediante proyecciones diédricas, cuya solución es un ejemplo de la aplicación de los conceptos de la Geometría Descriptiva en el análisis estructural de una región.

En geometría, una **proyección** tiene las dos acepciones que ocuparemos a lo largo del texto:

- 1) extensión de rectas o planos para que intersequen una superficie determinada;
- 2) traslado de un punto de una superficie a una posición correspondiente en otra superficie, por medio de métodos gráficos o analíticos.

El cálculo gráfico en Geología se basa en las proyecciones diédricas y en las proyecciones desde la esfera, entre estas últimas, principalmente en la proyección estereográfica y en la proyección de Lambert.

Las **proyecciones gráficas** implican una superficie de proyección y rectas proyectantes que se definen a partir de un punto o paralelas a una dirección. De acuerdo con Gordon y Sementsov-Oguyevski (1973) se reconocen dos tipos de proyecciones gráficas: **centrales** y **paralelas**. En una proyección central, las rectas proyectantes pasan por un punto denominado centro de proyección (figura 6a). En tanto que, en una proyección paralela, las rectas proyectantes tienen como directriz una dirección, a la cual son paralelas (figura 6b).

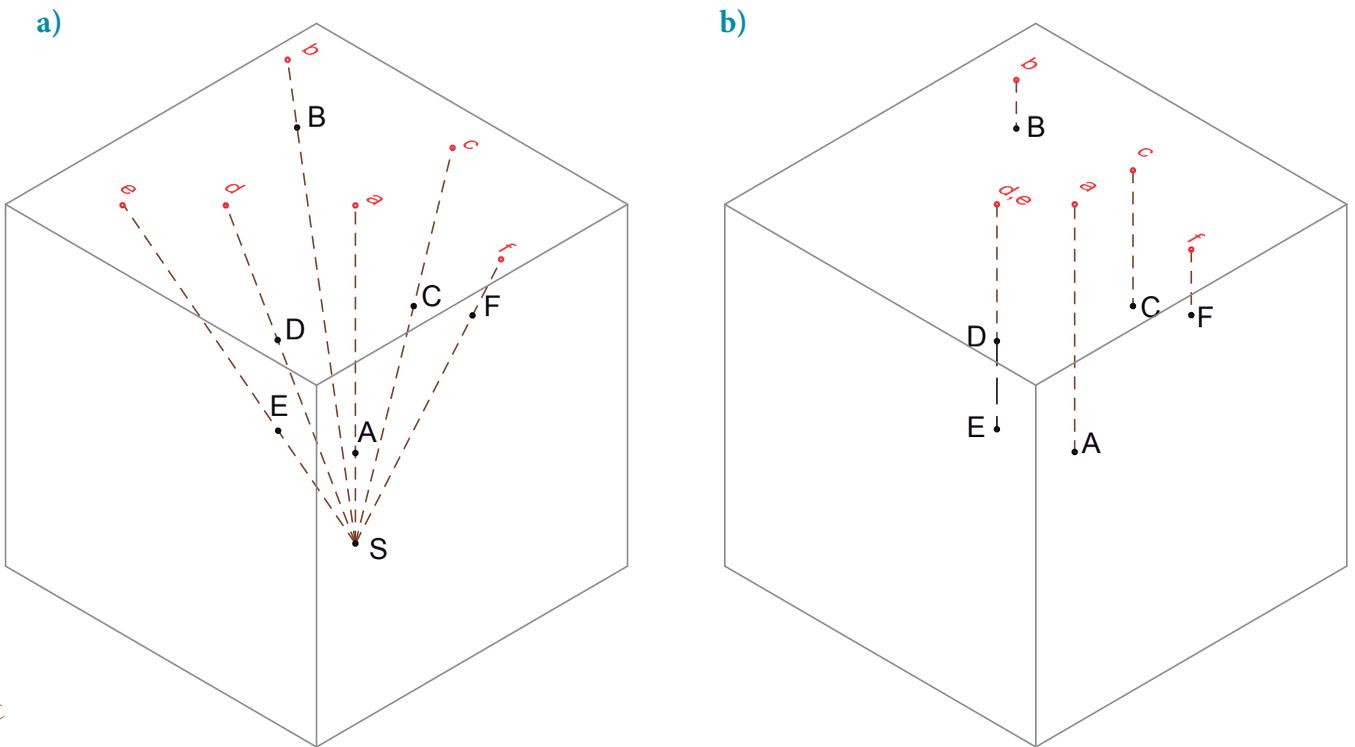


Figura 6. Note la proyección de los mismos seis puntos: a) en una proyección central todas las rectas proyectantes pasan por el punto de proyección (en este caso por el punto S); b) en una proyección paralela todas las rectas proyectantes son paralelas a una dirección, en este caso perpendicular al plano de proyección. Observe el caso singular de los puntos D y E: en la proyección central, cada punto tiene su propia proyección, mientras en la proyección paralela, las proyecciones coinciden en el mismo punto, porque los puntos D y E se encuentran alineados conforme a la recta proyectante normal al plano de proyección.

En una proyección paralela, el conjunto de rectas proyectantes de una línea genera una superficie proyectante cilíndrica (figura 7a) y si se trata de la proyección de una línea recta, las rectas proyectantes generan un plano proyectante (figura 7b). Las **proyecciones diédricas**, que se comentan más adelante con detalle, son un caso particular de las proyecciones paralelas; en las cuales, la dirección de proyección es perpendicular a la superficie de proyección.

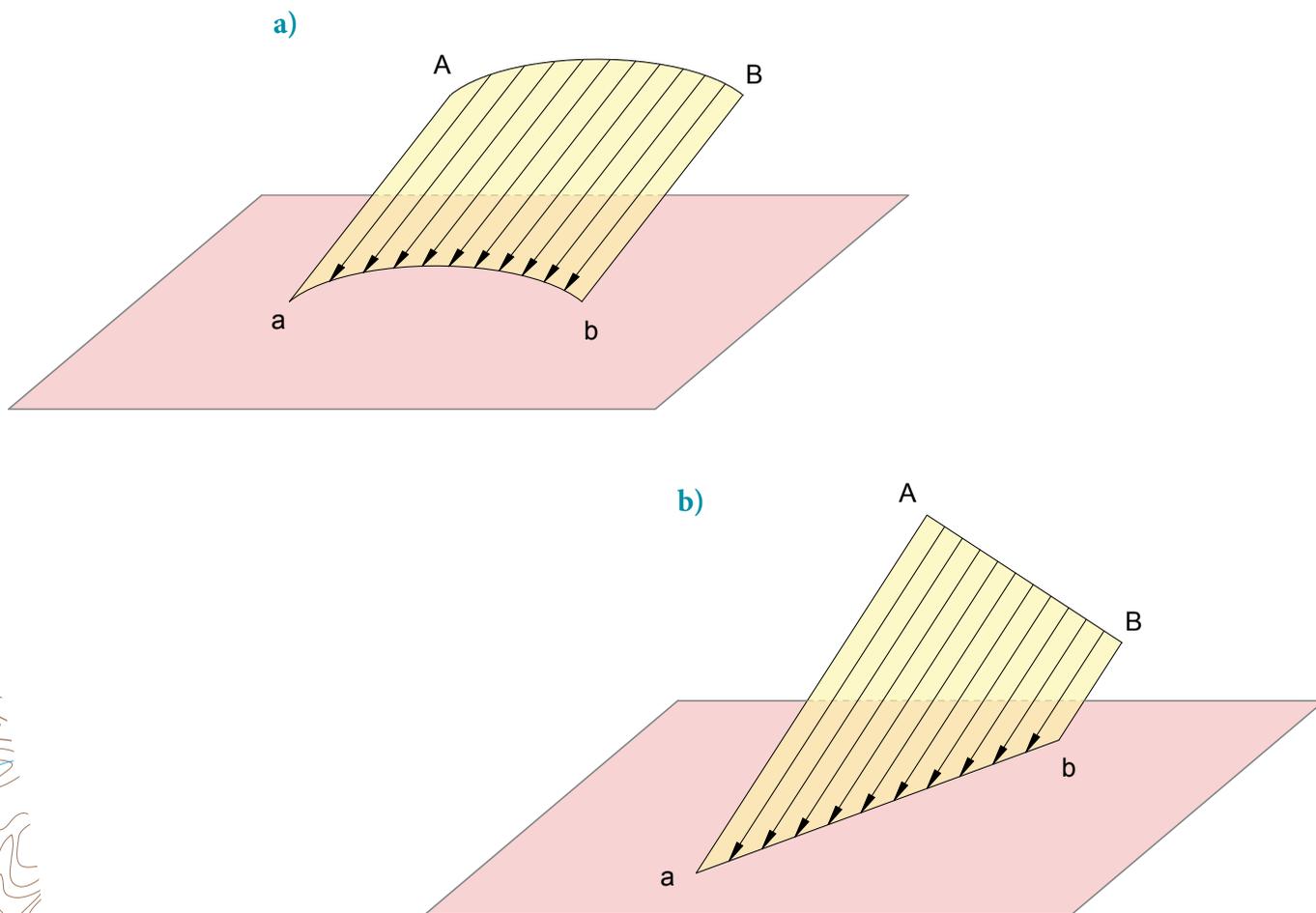
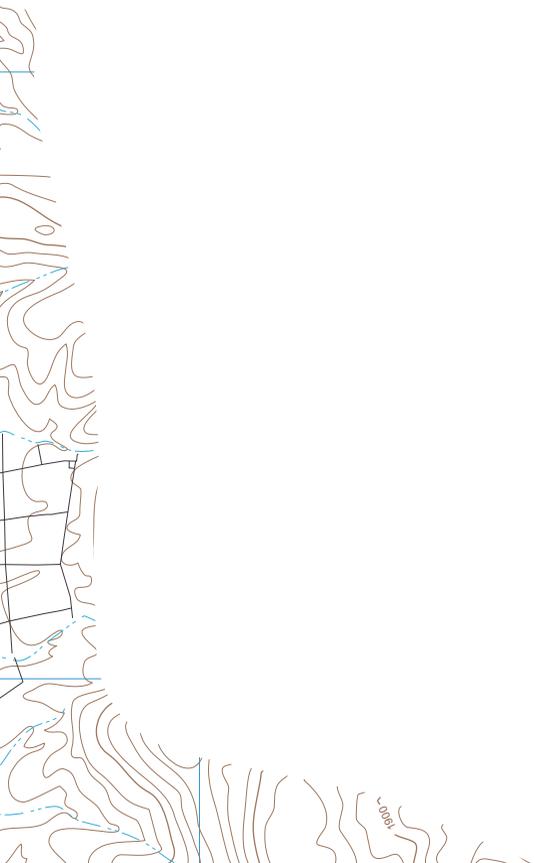


Figura 7. En la proyección de líneas desde el espacio tridimensional a un plano de proyección (en color rosa), se genera una superficie proyectante (en color amarillo): a) la superficie proyectante de una línea curva es cilíndrica; b) la superficie proyectante de una recta es un plano.

Propiedades de las proyecciones central y paralela

Para un manejo apropiado de las proyecciones, revisemos las propiedades de las proyecciones central y paralela de acuerdo a Gordon y Sementsov-Oguiyevski, (1973).

- 1) **Propiedad de congruencia.** La superficie proyectante de una línea recta es un plano; así, la línea recta se proyecta como una recta (figura 8a).
- 2) **Propiedad de unicidad.** Cada punto y línea en el espacio tienen una sola proyección (figura 8b).
- 3) **Propiedad de alineación.** Un conjunto de puntos alineados en la dirección de la recta proyectante tiene como proyección, un mismo punto en el plano de proyección (figura 8c).
- 4) **Propiedad de líneas coplanarias.** Una línea en el plano de proyección es la proyección de todas las líneas alojadas en la superficie proyectante común a todas ellas (figura 8d).
- 5) **Propiedad de simplicidad.** La proyección de una recta se materializa en la superficie de proyección, con la unión de la proyección de dos de sus puntos (figura 8e).
- 6) **Propiedad de pertenencia.** Si un punto pertenece a una recta; entonces, la proyección del punto pertenece a la proyección de la recta (figura 8f).
- 7) **Propiedad de fusión.** Una recta paralela a la dirección de proyección se proyecta en un punto (recta de punta) (figura 8g).
- 8) **Propiedad de paralelismo.** Un segmento de una recta paralela al plano de proyección se proyecta en su magnitud real (figura 8h).



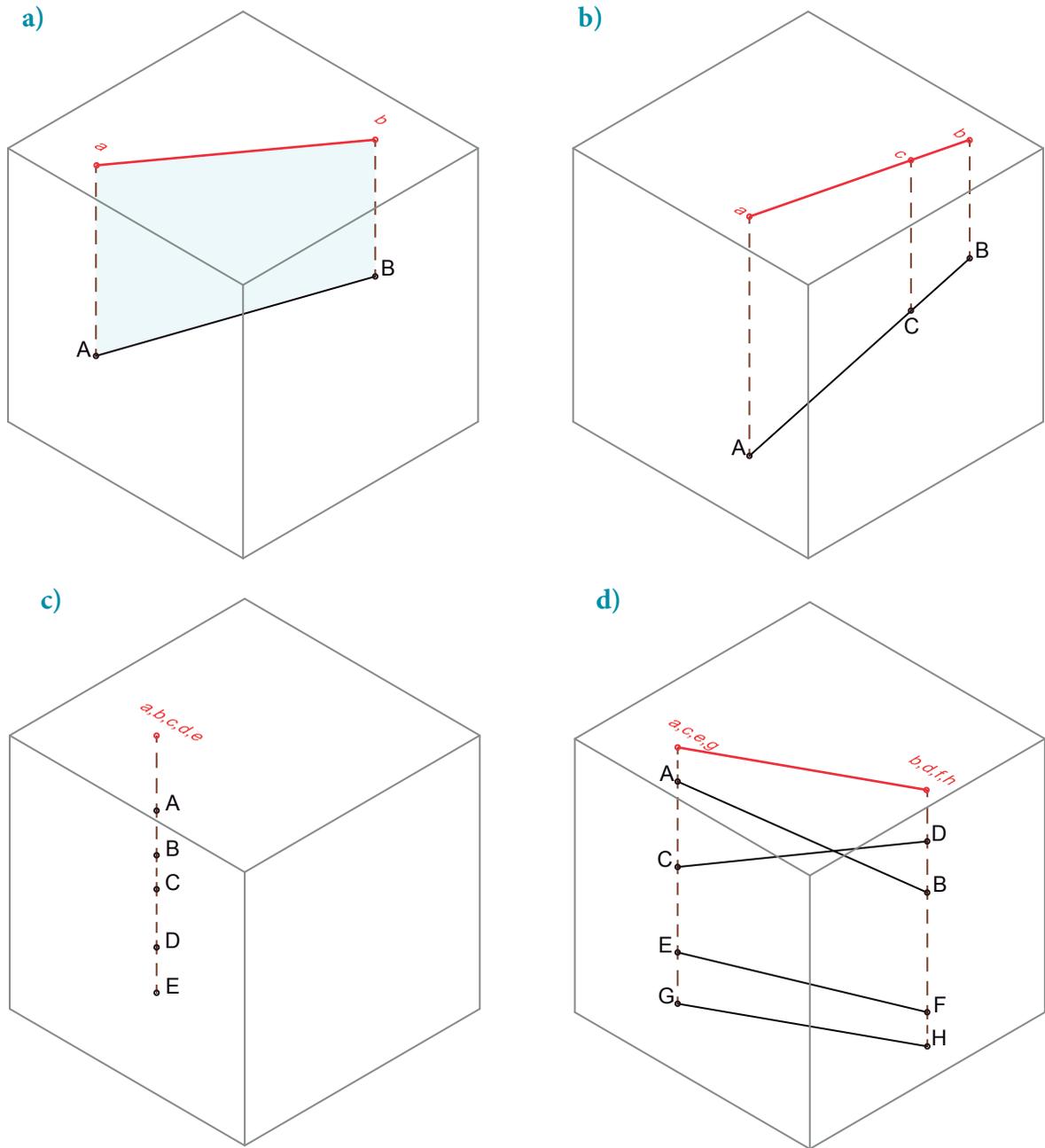


Figura 8. Propiedades de las proyecciones central y paralela de acuerdo a Gordon y Sementsov-Oguyevski, (1973): a) de congruencia, la línea recta se proyecta como una recta; b) de unicidad, cada punto y línea tienen una sola proyección; c) de alineación, un conjunto de puntos alineados en la dirección de la recta proyectante, se proyectan en un mismo punto; d) de líneas coplanares, una línea en el plano de proyección es la proyección de todas las líneas alojadas en la superficie proyectante común.

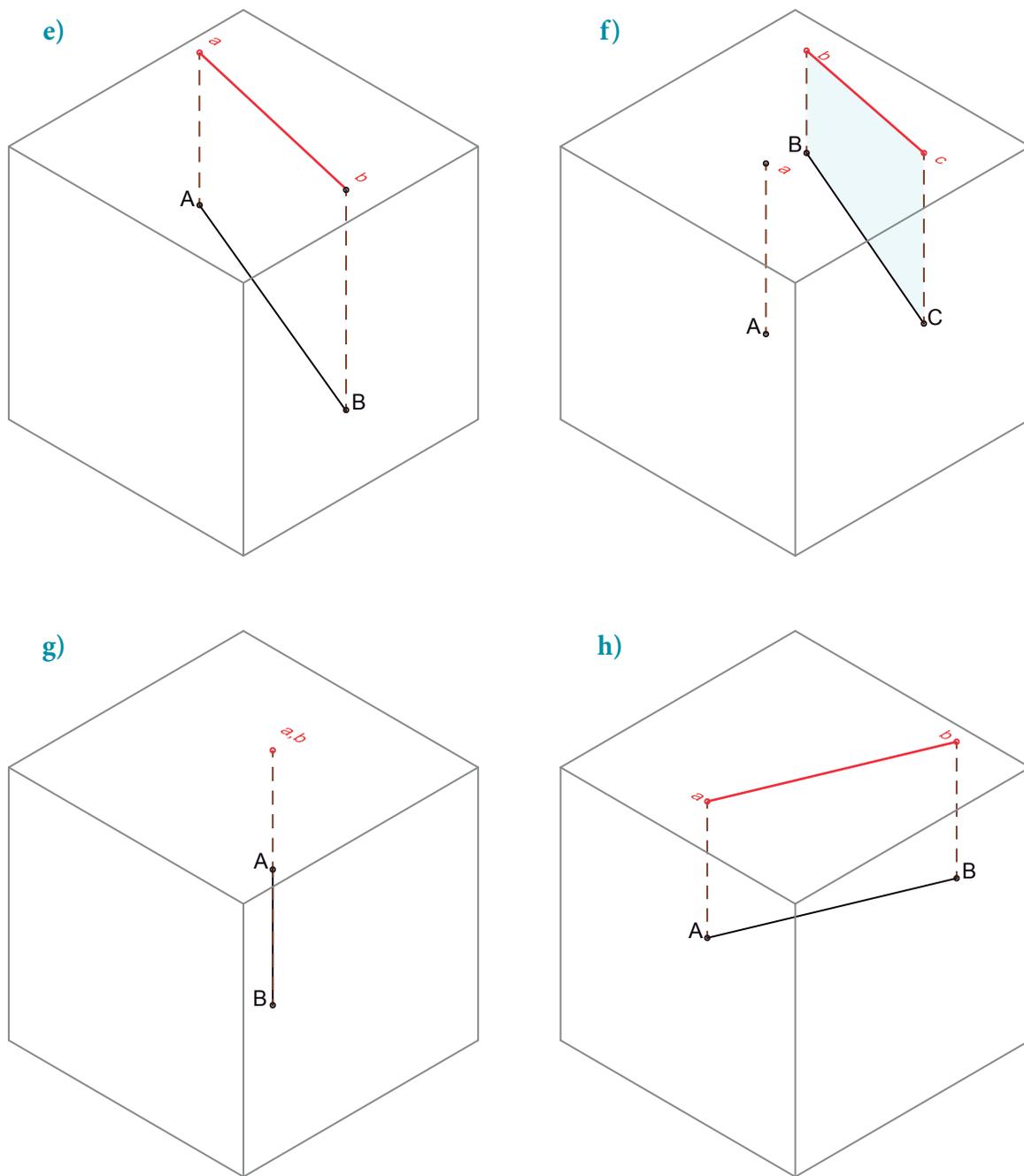


Figura 8 (continuación). Propiedades de las proyecciones central y paralela: e) de simplicidad, la proyección de una recta se materializa en la superficie de proyección, con la unión de la proyección de dos de sus puntos; f) de pertenencia, si un punto pertenece a una recta; entonces, la proyección del punto pertenece a la proyección de la recta; g) de fusión, una recta paralela a la dirección de proyección se proyecta en un punto; h) de paralelismo, un segmento de una recta paralela al plano de proyección se proyecta en su magnitud real.

Las proyecciones diédricas y la caja de cristal

Los elementos geométricos, puntos y rectas se proyectan en forma ortogonal a tres planos de proyección mutuamente perpendiculares. En dicho arreglo de los planos de proyección, dado su arreglo ortogonal, las proyecciones quedarían en alguno de los ocho octantes definidos por tres planos proyectivos. Con fines de la representación de un cuerpo volumétrico regular en un plano, en la Geometría Descriptiva se emplean las proyecciones de sus caras a dos planos de proyección ortogonales entre sí, recurso que permite representar la posición de cualquier elemento geométrico en el espacio; sin embargo, dadas las características geométricas de un cuerpo por representar, en ocasiones se utilizan superficies de proyección auxiliares. Dado que en este texto la mayor parte de los ejercicios propuestos tienen una referencia cartográfica y siempre se manejan valores métricos positivos, utilizamos la **caja de cristal** o sistema norteamericano como sistema de proyección, que representa el octante con valores positivos del sistema general (figura 9). Este sistema de proyección se adapta mejor a la interpretación y valoración cuantitativa de los mapas geológicos. En el campo de las Ciencias de la Tierra, en virtud de sus dimensiones y por sus características geométricas irregulares, por lo general, los rasgos geológicos tridimensionales se representan en mapas geológicos. La correcta interpretación cuantitativa de los mapas geológicos requiere de los métodos propios de la Geometría Descriptiva, al considerarlos como la **proyección horizontal** de los límites entre las unidades y de los rasgos geológicos. Con base en el mapa geológico a escala 1: 50,000 o mayor, el usuario elabora las proyecciones auxiliares pertinentes con base en la aproximación metodológica de la caja de cristal. Con este recurso proyectivo para los elementos geométricos, el punto, la recta y el plano, se pueden obtener tres proyecciones en los planos de **proyección horizontal** (PH), **frontal** (PF) y **de perfil** (PP) (figura 10). Es evidente que una de estas proyecciones resulta redundante; así, en lugar de utilizar proyecciones triédricas, se ocupan proyecciones diédricas. En este texto, ocuparemos los planos PH y PP (figura 11); ya que, conceptualmente favorecen la construcción de secciones o cortes a partir de un mapa geológico.

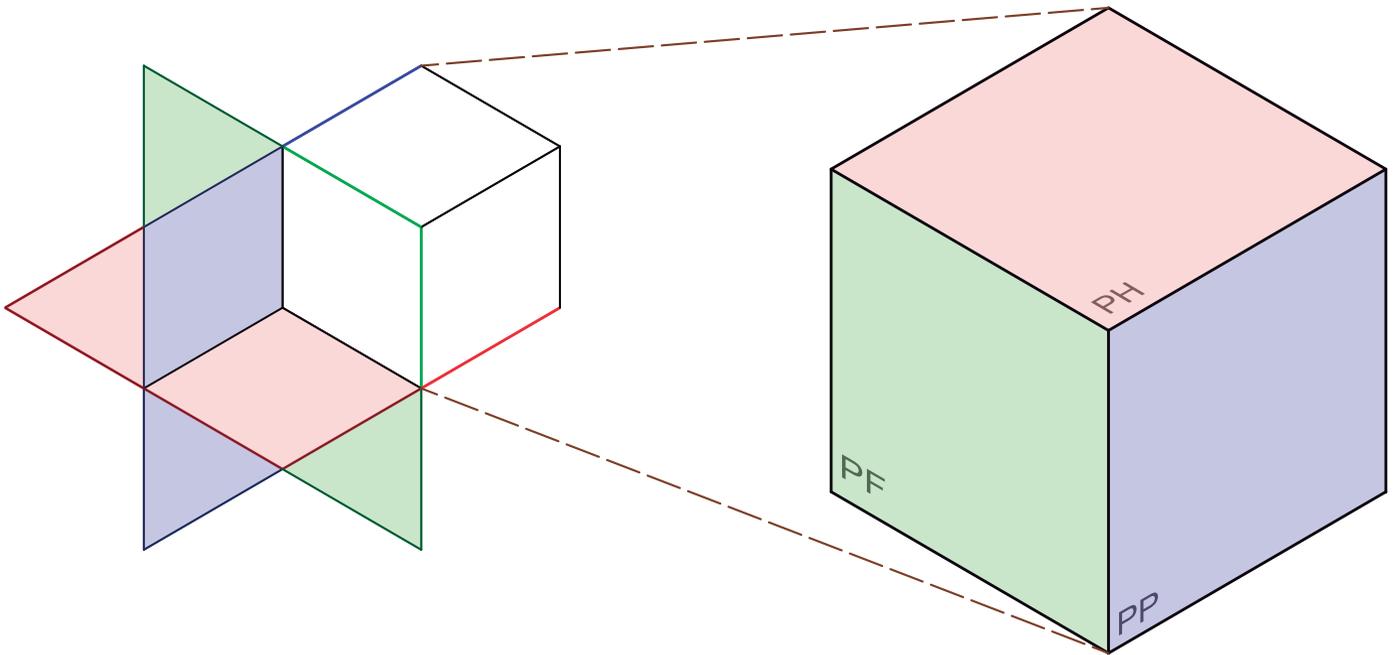


Figura 9. En un sistema de referencia tridimensional delimitado por tres planos mutuamente ortogonales se visualiza un arreglo de octantes. En este texto utilizaremos el octante con valores positivos bajo el enunciado de “la caja de cristal”. PH = plano de proyección horizontal; PP = plano de proyección de perfil; PF = plano de proyección frontal.

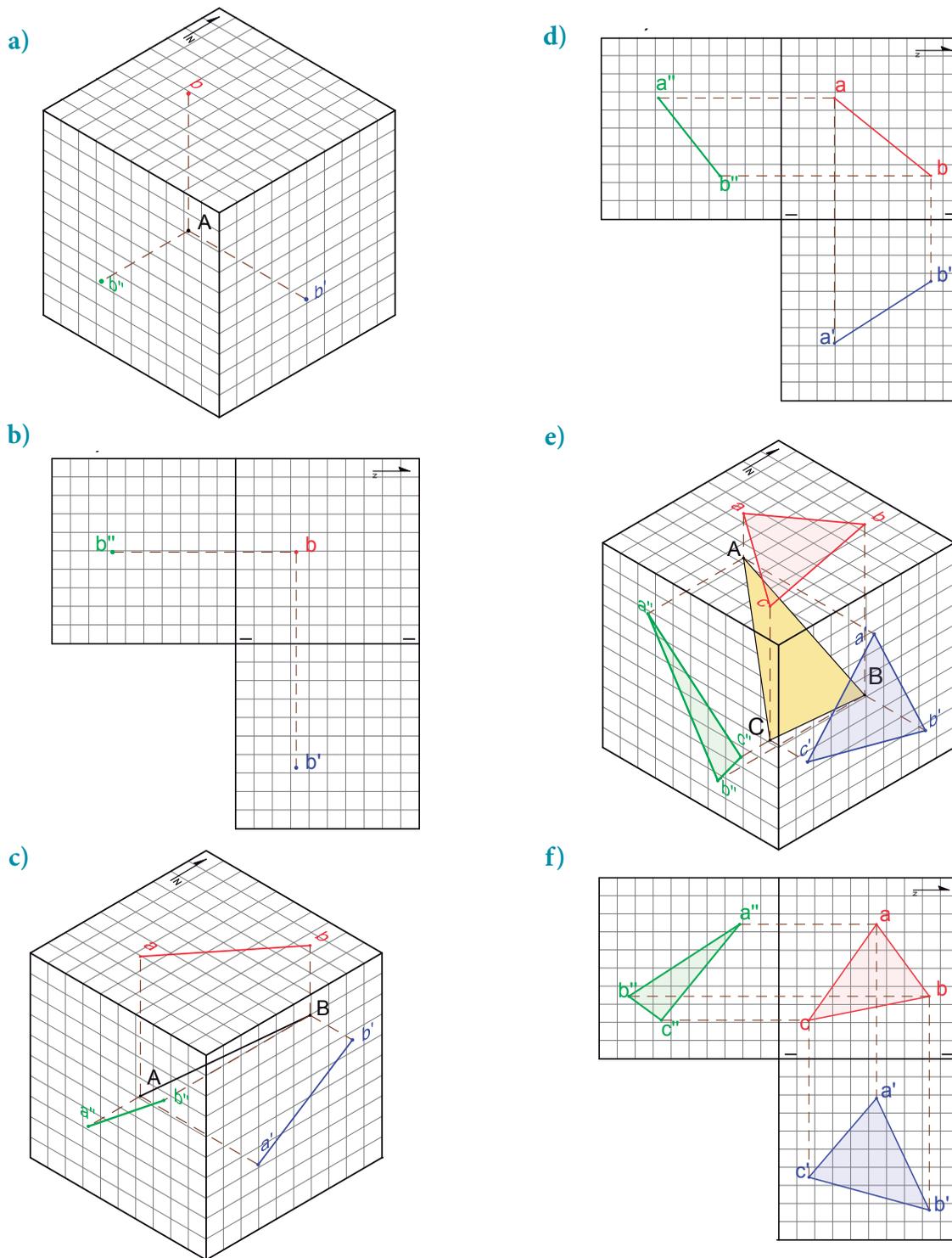


Figura 10. En la caja de cristal se visualizan tres planos de proyección: horizontal (PH), de perfil (PP), frontal (PF), a los cuales se proyectan los elementos geométricos. A partir de esa conceptualización, se pueden obtener las tres proyecciones en dos dimensiones: a) y b) de un punto, c) y d) de una recta, e) y f) de un plano. Es evidente que una de las proyecciones resulta redundante.

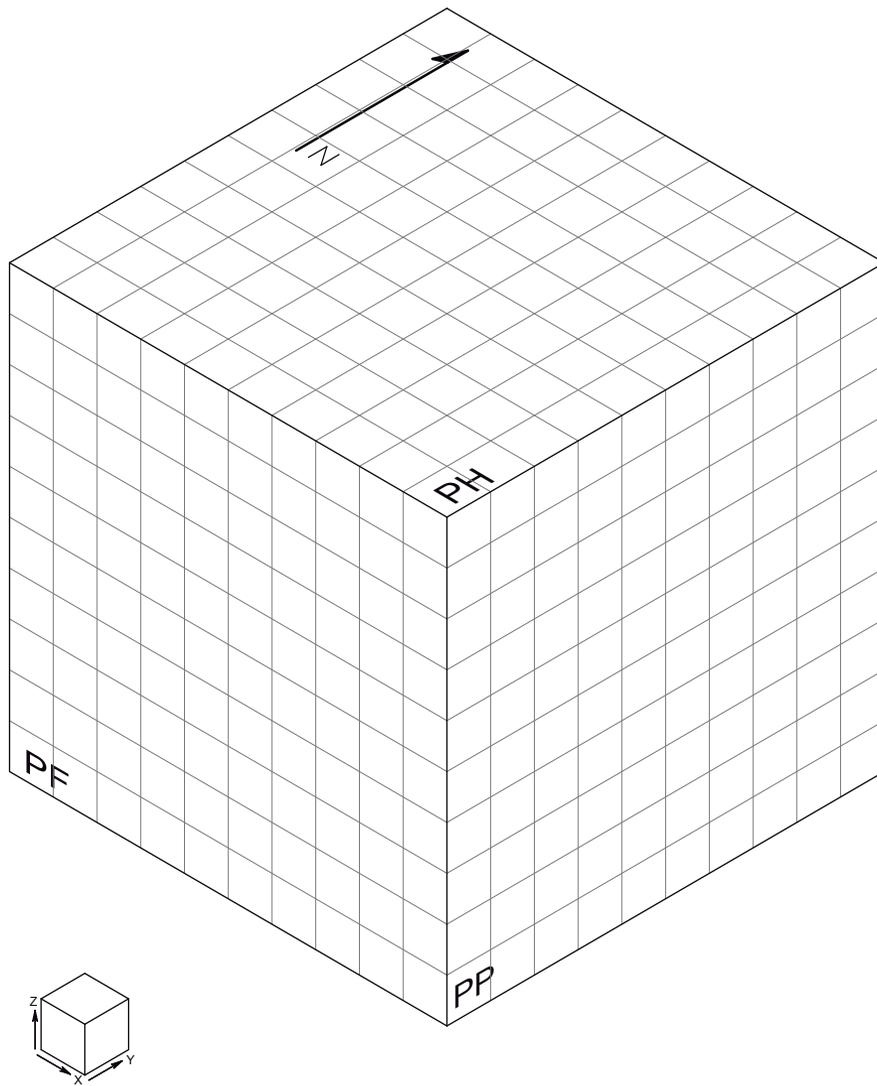


Figura 11. En la caja de cristal se visualizan tres planos de proyección. En este texto utilizamos dos de ellos: el plano horizontal (PH) y plano de perfil (PP), para una mejor transición de las proyecciones diédricas a su aplicación en la cartografía geológica. Note el sentido de las coordenadas X, Y y Z, con las cuales haremos referencia a un punto en la caja de cristal de 10 unidades por lado.

En el espacio tridimensional, las proyecciones diédricas se realizan mediante rectas proyectantes perpendiculares a los planos de proyección mutuamente perpendiculares. En la práctica, las proyecciones se trazan en una hoja de trabajo; en la cual, se representan los dos planos dispuestos en forma coplanaria, una vez que se asume el abatimiento del plano **de perfil** (figura 12). Así, en la hoja de trabajo, los dos dominios de proyección quedan separados por la recta de intersección entre los dos planos **horizontal** y **de perfil**, a la cual denominamos “**línea de tierra**”; recta que se convierte en la referencia espacial en las distintas operaciones de cálculo. Con base en la **línea de tierra**, las rectas proyectantes se trazan en dirección perpendicular; en tanto que, los planos horizontales se trazan como rectas paralelas, pues la **línea de tierra** se convierte en la referencia altitudinal en la **proyección de perfil**. Para un punto B con coordenadas (3.0, 6.0, 7.0) en el espacio de diez por diez por diez unidades, identificaremos como (b) su **proyección horizontal** y como (b') a su **proyección de perfil** (figura 13).

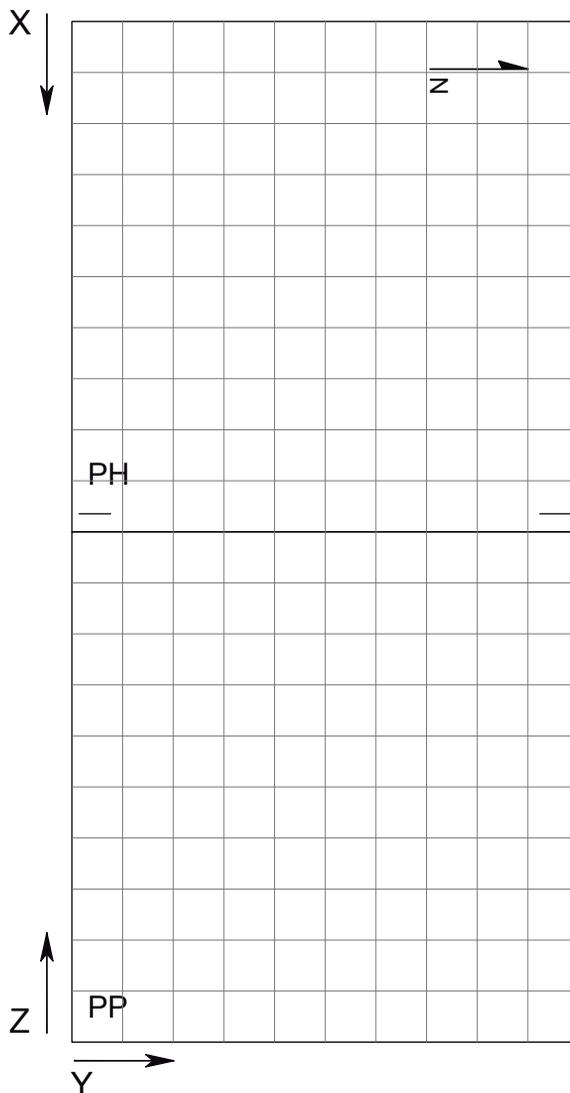


Figura 12. Abatimiento del plano de perfil (PP) para que sea coplanar con el plano de proyección horizontal (PH). La recta que limita a los dos dominios corresponde con la arista de la caja de cristal a la cual denominamos “línea de tierra” (LT). Note el sentido de las coordenadas X, Y y Z, con las cuales haremos referencia a los puntos en las proyecciones diédricas. Note también el Norte que utilizaremos en la obtención de una dirección.

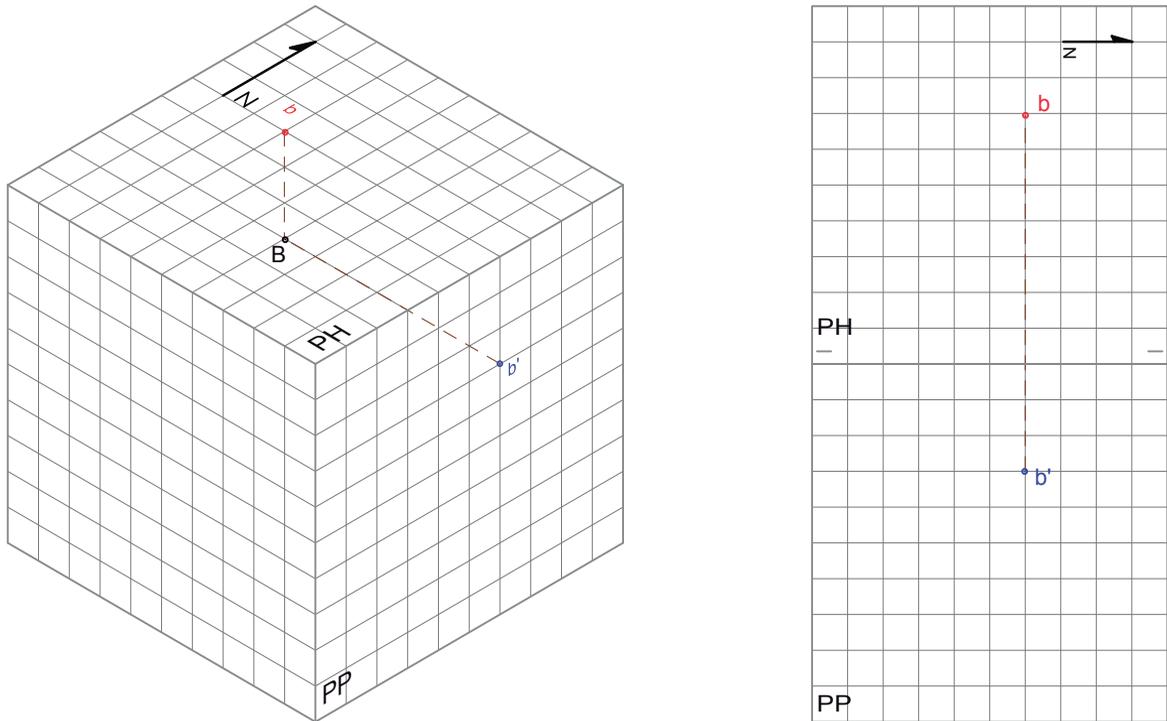


Figura 13. a) Representación tridimensional del punto B de coordenadas (3,0, 6,0, 7,0) en la caja de cristal (de diez unidades por lado) y b) sus proyecciones diédricas: horizontal PH y de perfil PP.

Para una mejor exposición de los temas, tanto en las ilustraciones en dibujo isométrico, como en las proyecciones diédricas, seguiremos las siguientes convenciones:

1. Los **elementos geométricos** y las acotaciones de los puntos, en las ilustraciones isométricas, aparecerán en color negro y con letras mayúsculas;
2. La **línea de tierra** se dibujará en color negro;
3. Las rectas proyectantes se dibujarán en color sepia;
4. Las proyecciones **horizontales** de los puntos y de las rectas aparecerán en **color rojo**, al igual que las acotaciones en letra minúscula;
5. Las proyecciones **de perfil** y sus acotaciones se dibujarán en color azul; a las letras en minúscula se les añadirá un apóstrofo;
6. Las **vistas de canto** de las curvas de nivel en el plano de perfil, donde se proyectan como rectas paralelas a la **línea de tierra**, se dibujarán en **color verde**.

Actividad de aprendizaje 2.1

Del espacio tridimensional a las proyecciones diédricas

Para realizar las actividades utilice el formato del apéndice A “**caja de cristal y proyecciones diédricas**”. Se sugiere resolver, cuando menos cinco casos entre los propuestos en la tabla siguiente:

Tabla 1. Triadas de puntos no colineales por graficar con el recurso proyectivo “caja de cristal” de diez unidades por lado (Actividades de aprendizaje 3.1 y 3.2)

Plano	Vértice A	Vértice B	Vértice C
1	(2,7,5)	(9,5,8)	(7,1,3)
2	(2,5,3)	(6,9,5)	(7,2,8)
3	(2,1,1)	(4,8,9)	(8,4,7)
4	(3,2,6)	(7,8,3)	(7,5,0)
5	(3,7,2)	(9,1,8)	(4,3,8)
6	(1,6,7)	(7,8,2)	(3,2,2)
7	(2,3,4)	9,9,7)	(7,1,3)
8	(9,8,8)	5,2,8)	(1,2,2)
9	(9,8,8)	5,2,2)	(1,2,8)
10	(9,8,9)	2,2,6)	(1,6,2)
11	(2,9,0)	6,2,4)	(9,6,8)
12	(2,2,1)	4,8,9)	(9,4,8)
13	(0,7,1)	7,3,7)	(2,1,10)
14	(2,6,3)	9,8,8)	(5,2,8)
15	(7,8,5)	9,5,7)	(2,1,4)

AA. 2.1.1. En el espacio tridimensional, representado en dibujo isométrico por la **caja de cristal** cuadriculada en diez unidades, grafique las superficies triangulares definidas por los puntos A, B y C en sus cuatro vistas:

- 1) el triángulo en el espacio tridimensional con los puntos acotados con letra mayúscula (de preferencia en color negro);
- 2) la **proyección horizontal** del triángulo con los puntos acotados con letra minúscula (de preferencia en color rojo tanto sus lados, como las letras). Por ejemplo, el punto A se acotará como (a);

- 3) la **proyección de perfil** del triángulo con los puntos acotados con letra minúscula y con un apóstrofo (de preferencia en color azul tanto sus lados, como las letras). Por ejemplo, el punto A se acotará como (a');
- 4) la proyección frontal del triángulo con los puntos acotados con letra minúscula (de preferencia en color verde tanto sus lados, como las letras). Por ejemplo, el punto A se acotará como (a").

Nota: no olvide trazar las rectas proyectantes desde los puntos en el espacio tridimensional a sus proyecciones.

AA. 2.1.2. En el formato diédrico, grafique ambas proyecciones **horizontal** y **de perfil** de los planos triangulares de la actividad AA. 3.1.1. Utilice el formato "Proyecciones diédricas-10.pdf" del apéndice A. Imprímalo en tamaño carta sin ajustar, para que la cuadrícula mida un centímetro por lado.

Proyecciones desde la esfera

En las Ciencias de la Tierra, el reconocimiento y la comunicación de los aspectos geométricos y de simetría de los cuerpos rocosos, tanto en forma cuantitativa como cualitativa se basa en las proyecciones desde la esfera, originalmente con aplicaciones astronómicas y cartográficas (Rosenfeld y Sergeeva, 1977), actualmente de uso generalizado en Geología Estructural (Howarth, 1996). Por un lado, la proyección estereográfica, materializada en la red de Wulff, permite el cálculo de las relaciones geométricas entre superficies y/o líneas estructurales, reducidas a planos y rectas. Y por otro, la proyección acimutal de Lambert permite la valoración estadística de esos elementos y la comunicación de los resultados mediante el uso de la red de Schmidt.

Mientras las proyecciones diédricas de cualquier elemento geométrico en el espacio requieren de un sistema ortogonal de referencia y el uso de una escala de representación, como se presentó antes, en las proyecciones desde la esfera (estereográfica y acimutal de Lambert), las líneas y planos se refieren mediante valores angulares de direcciones y de inclinaciones. De tal forma, la proyección estereográfica de esos elementos geométricos resulta independiente de sus dimensiones.

La proyección estereográfica se manifiesta en el plano del horizonte que biseca la esfera, se trata de una **proyección central** con punto de vista en el cenit de la esfera. Una recta inclinada que pasa por el centro de la esfera tiene como proyección estereográfica, el punto de intersección de la recta proyectante con el plano del horizonte, donde la recta proyectante parte del punto de intersección de la recta inclinada con el hemisferio inferior (figura 14a y b). Si la recta es vertical, entonces su proyección se manifiesta en el centro del círculo de proyección (figura 14c), ya que tanto la recta vertical, como la recta proyectante pasan por el centro de la esfera. En el caso de una **recta horizontal**, la recta define dos puntos de intersección con la semiesfera, puntos que

resultan opuestos diametralmente (figura 14d). La proyección estereográfica de un plano es el lugar geométrico de la proyección de todas las rectas contenidas en el plano que tienen como punto común el centro de la esfera. Se puede considerar que el plano es generado por una recta que gira alrededor otra perpendicular. El caso general se refiere a un plano inclinado (figura 15a); en tanto que la proyección estereográfica de un plano horizontal coincide con el borde circular del plano de proyección en el horizonte (figura 15b). Por su parte, la proyección de un plano vertical es un trazo rectilíneo que pasa por el centro de la semiesfera (figura 15c). Aunque en su uso en el cálculo gráfico se asume ubicada en el plano del ecuador de la esfera, la proyección de área equivalente (acimutal de Lambert) se genera en el plano tangente al nadir (figura 16) de la esfera y en lugar de rectas proyectantes, se basa en arcos de circunferencia contenidos en planos verticales (Sellés-Martínez, 1988). Así, una recta inclinada que pasa por el centro de la esfera se proyecta como un punto en el plano de proyección, desde su intersección con el hemisferio inferior de la esfera, mediante un arco de circunferencia que tiene como centro el nadir de la esfera, punto de tangencia del plano de proyección (figura 16).

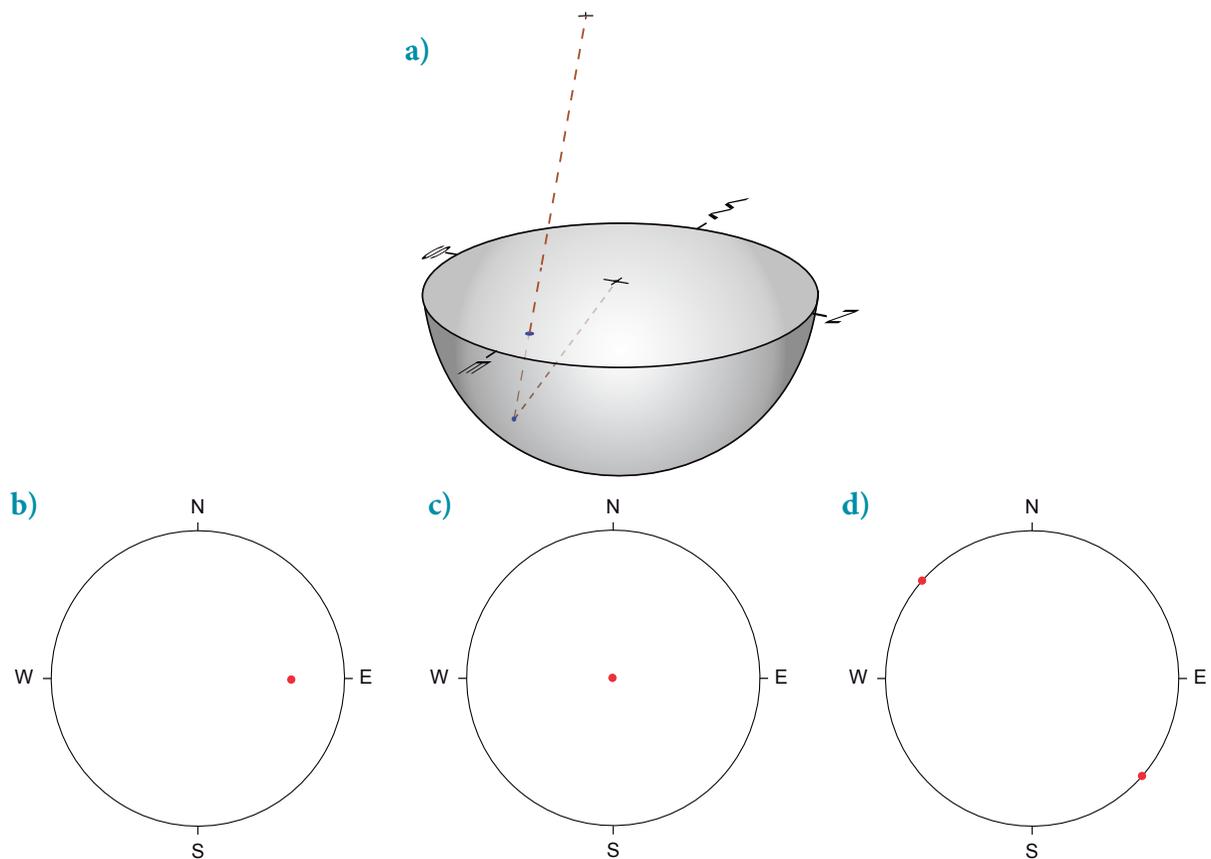


Figura 14. Proyecciones estereográficas de rectas. a) Esquema de la proyección de una recta inclinada hacia el Este, el punto de vista de la proyección se encuentra en el cenit de la esfera; b) proyección de la recta inclinada hacia el Este; c) proyección de una recta vertical, note que esta es la más singular de las proyecciones: ocurre en el centro del círculo; d) proyección estereográfica de una recta horizontal, note que esta proyección se manifiesta como dos puntos en la periferia, ya que, la recta al pasar por el centro de la esfera, la interseca en dos puntos diametralmente opuestos.

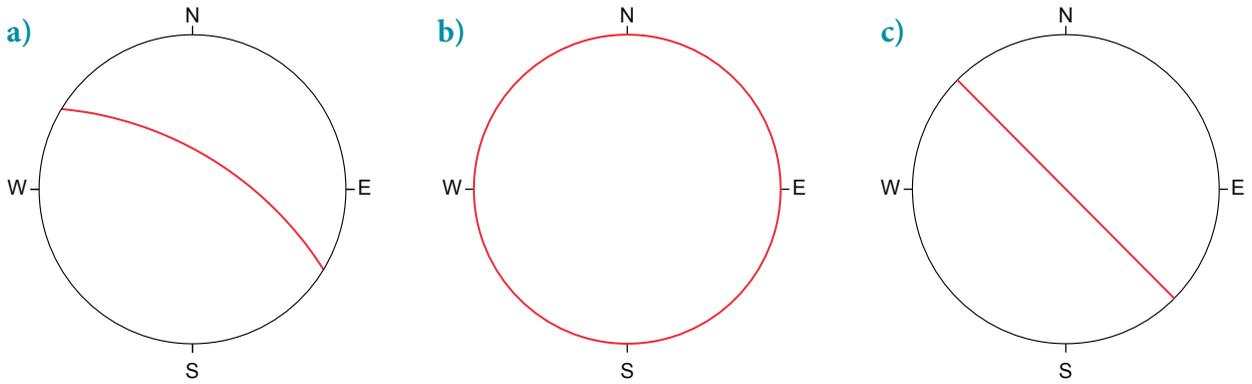


Figura 15. Proyección estereográfica de planos (en color rojo). La proyección de un plano es el lugar geométrico de todas las rectas que contiene; a) la proyección de un plano inclinado se materializa como un arco de circunferencia; b) la proyección de un plano horizontal coincide con la periferia de la esfera; c) la proyección de un plano vertical se manifiesta como una recta que pasa por el centro del plano de proyección.

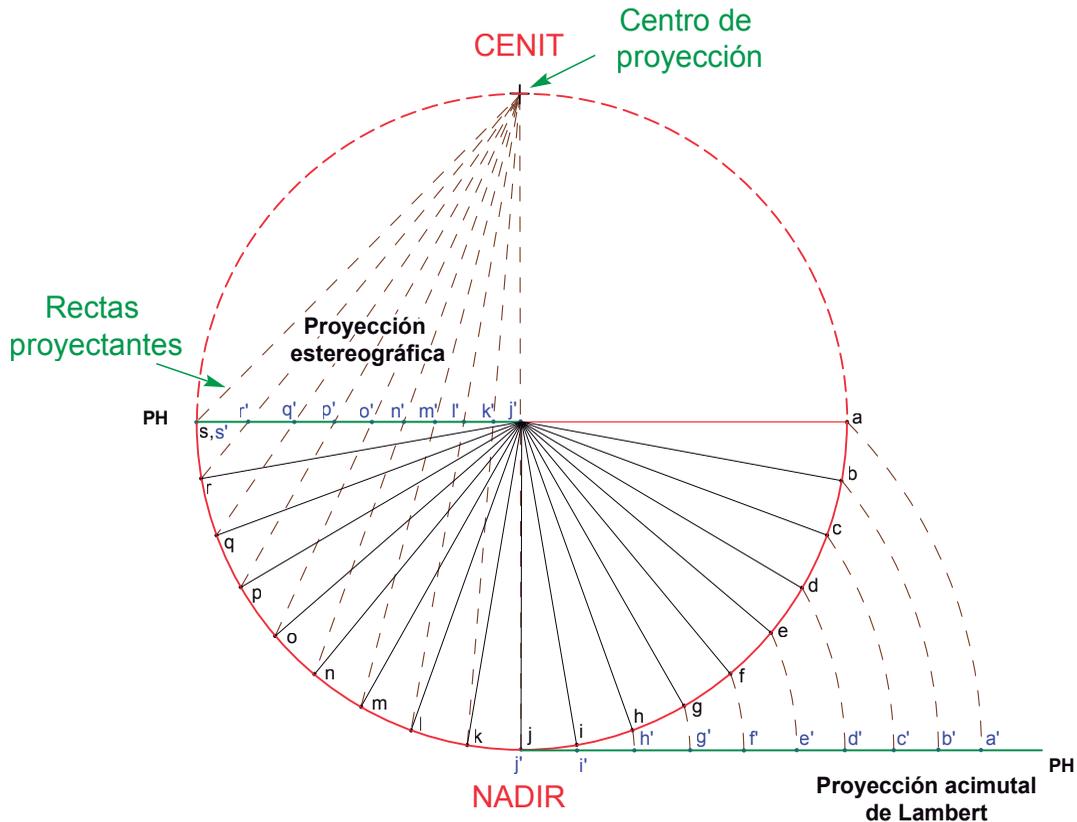


Figura 16. Esquema de las proyecciones estereográfica y de área equivalente de Lambert. El corte pasa por el centro de la esfera (en color rojo y con línea continua el hemisferio inferior y en línea discontinua el superior). En la mitad derecha, el esquema ilustra la generación de la proyección acimutal de Lambert de las rectas a, b, c, d, e, f, g, h, i y j alojadas en un plano vertical, y en la izquierda, la proyección estereográfica (de igual ángulo) de las rectas k, l, m, n, o, p, q, r y s. La primera se genera mediante arcos de circunferencia en un plano de proyección horizontal tangente en el nadir de la esfera y la segunda, en el plano horizontal que divide a la esfera en dos hemisferios, mediante rectas proyectantes desde el cenit. La vista de canto de los planos de proyección (PH) están representados con rectas en color verde.

Redes de Wulff y de Schmidt

La red de Wulff (figura 17) representa la proyección estereográfica simultánea de planos que comparten una misma **recta horizontal** y de conos cuya recta generatriz gira alrededor de la misma **recta horizontal**. Durante el trazo de la red, se proyectan los planos y los conos cada dos grados; así, el resultado es la proyección de un transportador tridimensional graduado cada dos grados (Silva-Romo et al., 2003). Cada plano es representado por un arco de circunferencia, el cual es referido como círculo mayor o traza ciclográfica (figura 18a). Por su parte, la proyección de cada cono resulta proyectado también en un arco de circunferencia denominado círculo menor (figura 18b), el cual es ortogonal a los círculos mayores. En la red, la intersección de los círculos menores con cada círculo mayor subdivide a este en arcos de igual amplitud que representan un valor de dos grados. Así, la red de Wulff es visualizada como un conjunto de transportadores cada dos grados, tanto en su inclinación como en su graduación. Se trata de un patrón de comparación con base en el cual se valoran las relaciones angulares entre planos, entre rectas y entre planos y rectas. Más adelante, en el capítulo 5 se presentan los procedimientos del cálculo gráfico con la red de Wulff.

RED DE WULFF

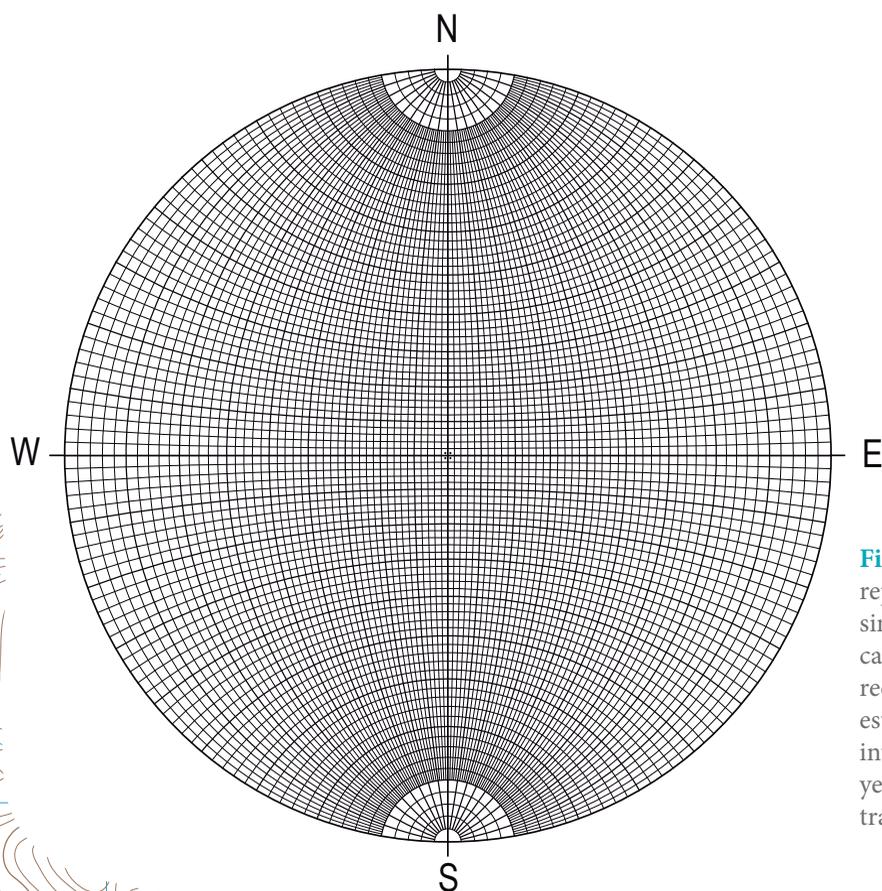


Figura 17. Red o nomograma de Wulff representa la proyección estereográfica simultánea tanto de planos inclinados cada 2° que comparten una misma recta horizontal, como la proyección estereográfica de conos cada 2° . La intersección (ortogonal) de esas proyecciones convierte al conjunto en un transportador tridimensional.

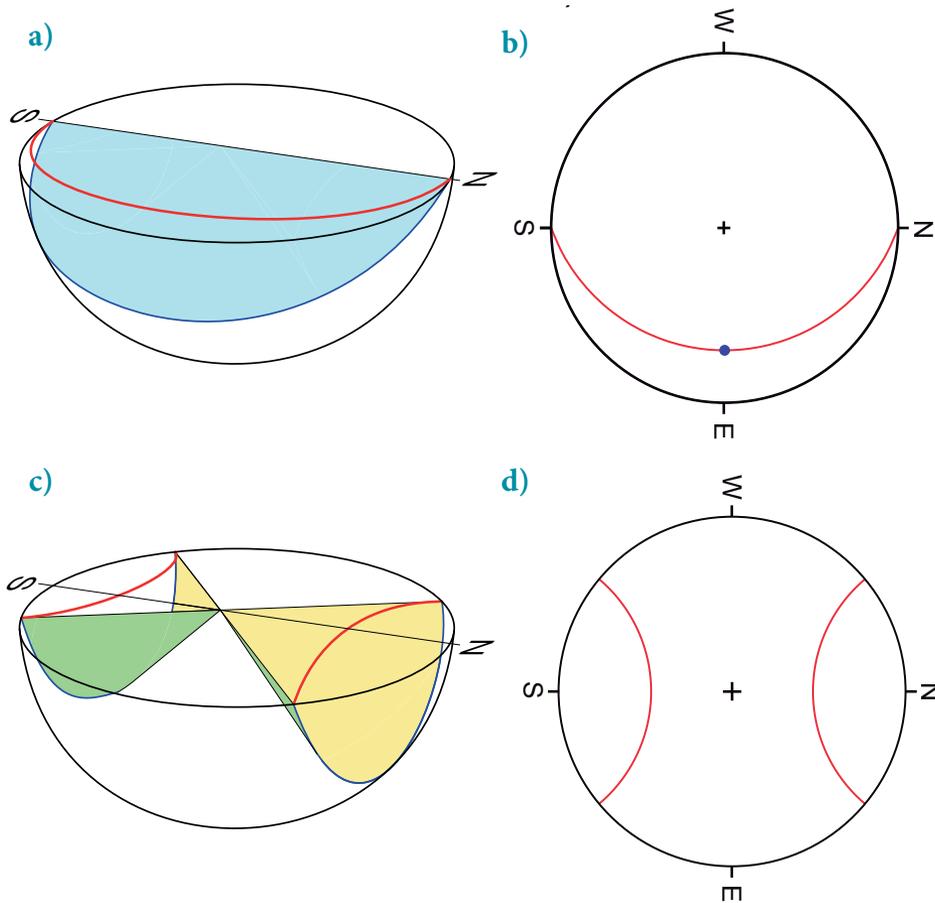


Figura 18. La proyección estereográfica de un plano inclinado define un círculo mayor a) la intersección del plano inclinado con el hemisferio inferior; b) su proyección estereográfica. La proyección estereográfica de un cono horizontal define un círculo menor c) la intersección del cono con la semiesfera; d) su proyección estereográfica.

Por su parte, la red de Schmidt (figura 19) representa la proyección acimutal de Lambert del arreglo tridimensional de los planos y conos descrito en el párrafo anterior. Como se mencionó antes, la proyección se logra en el plano tangente al nadir de la esfera, pero se visualiza en el ecuador de la esfera. La proyección resultante es de área equivalente; esto es, el área comprendida en cada celda de dos grados por lado en la red es proporcional a la superficie correspondiente en la semiesfera fuente. Esta propiedad favorece la estimación estadística de poblaciones de rectas, ya sean independientes o asociadas a planos (como su **polo**, definido como una recta perpendicular al plano). La valoración estadística de las poblaciones de rasgos, graficados como rectas o como **polos** en la red de Schmidt, se realiza con algún recurso de estimación como la falsilla de Kalsbeek (figura 20). La falsilla de Kalsbeek es un patrón de comparación que permite cuantificar el número de rectas comprendidas en un área del uno por ciento de la red, lo cual se detalla más adelante en el Capítulo 4. La comunicación de resultados es otro uso frecuente de la red de Schmidt; por lo general, un diagrama elaborado en esta red se acompaña con la referencia del número de datos que representa y con el hemisferio de proyección (figura 21).

RED DE SCHMIDT

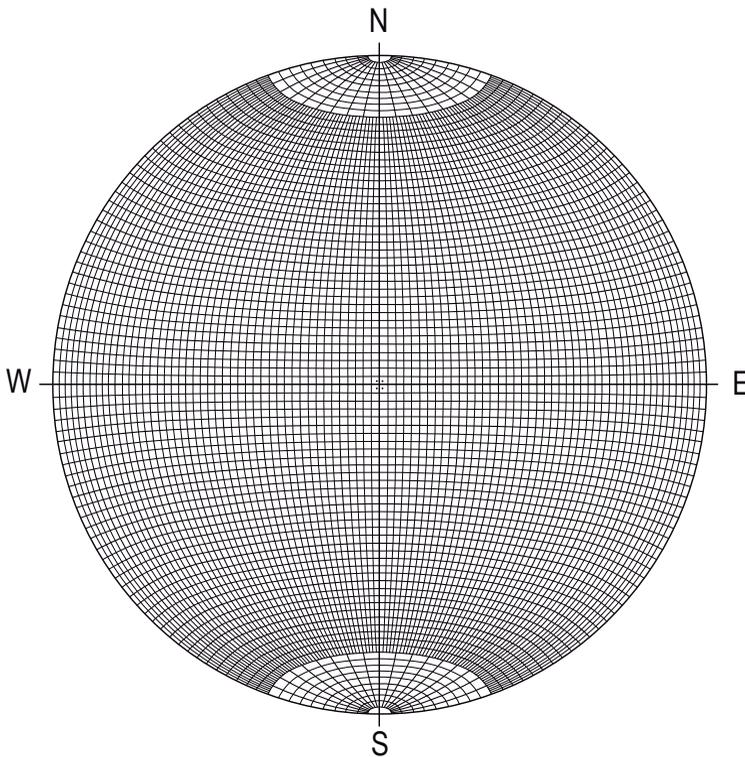


Figura 19. Red de Schmid materializa la proyección azimutal de Lambert (de área equivalente) en un arreglo tridimensional de planos y conos ortogonales separados cada 2°. La superficie comprendida en cada área de 2° por lado es proporcional al área correspondiente en la semiesfera fuente.

FALSILLA DE KALSBECK

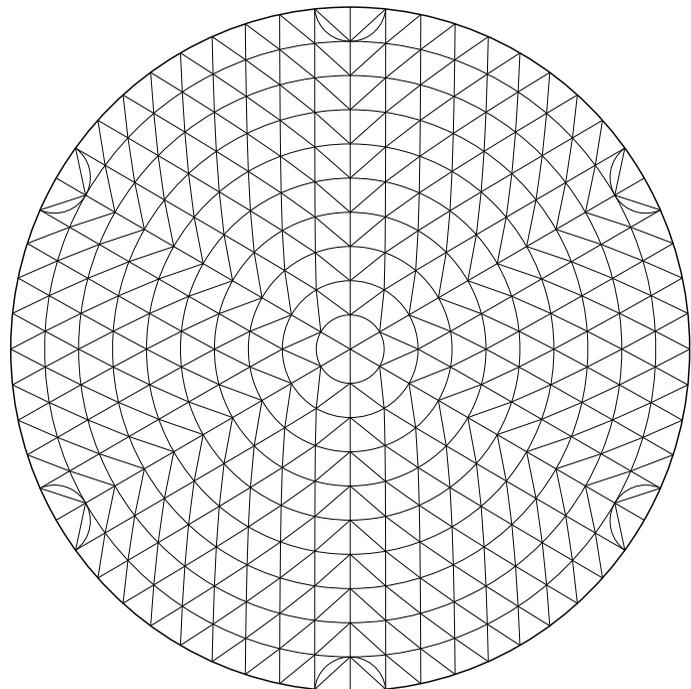
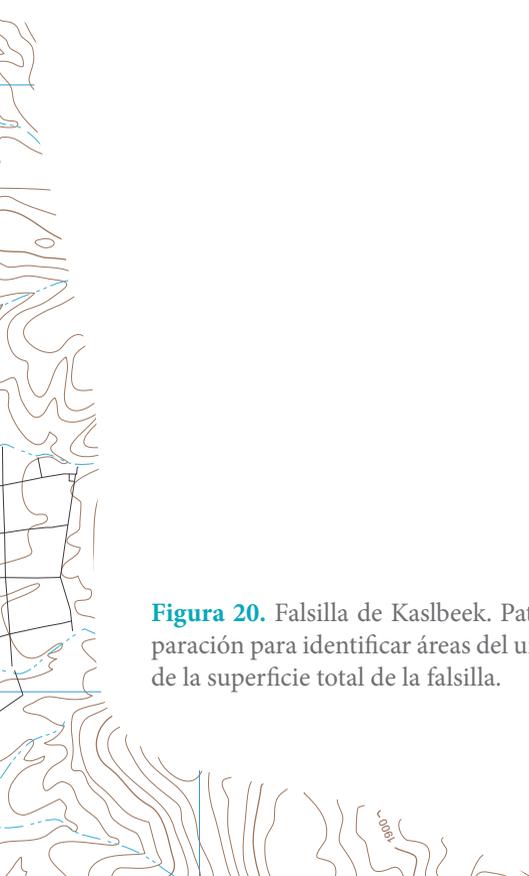
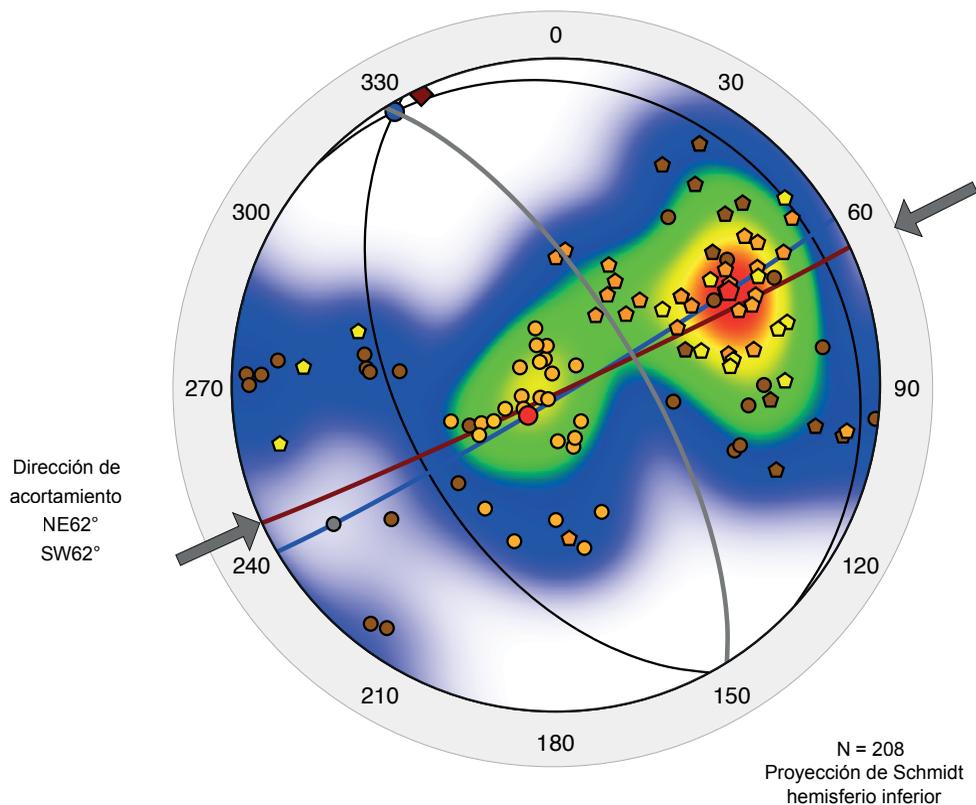


Figura 20. Falsilla de Kaslbeek. Patrón de comparación para identificar áreas del uno por ciento de la superficie total de la falsilla.





Datos de estratificación
Flanco Occidental

- ◆ S0 Estratificación Paleoceno-Eoceno
- ◆ S0 Estratificación Oligoceno
- ◆ S0 Estratificación Mioceno inferior

Datos de estratificación
Flanco Oriental

- S0 Estratificación Paleoceno-Eoceno
- S0 Estratificación Oligoceno inferior

Figura 21. Diagrama que ilustra el uso de la proyección de Schmidt en la comunicación de resultados. Note la declaratoria del tipo de proyección a partir de la esfera y el hemisferio de proyección. Tomada de De la Rosa-Mora (2021).

Los conceptos básicos y uso de las redes estereográfica y azimutal de Lambert que se enseñan en las asignaturas Geometría Descriptiva y Geología Estructural se aplican en las distintas asignaturas, por una parte, en las denominadas de Ingeniería Aplicada entre las cuales destacan, Mecánica de Rocas, Geología Aplicada a la Ingeniería Civil, Geotecnia de Excavación, Geología Aplicada a la Minería, Geología del Petróleo. También en otras asignaturas en donde el uso es esporádico, pero que contribuye a la definición de direcciones necesarias en la interpretación regional de los fenómenos: Sedimentología, Petrología Sedimentaria, Petrología Ígnea, Petrología Metamórfica y Estratigrafía.

Las rectas características del plano: la recta horizontal y la recta de pendiente máxima

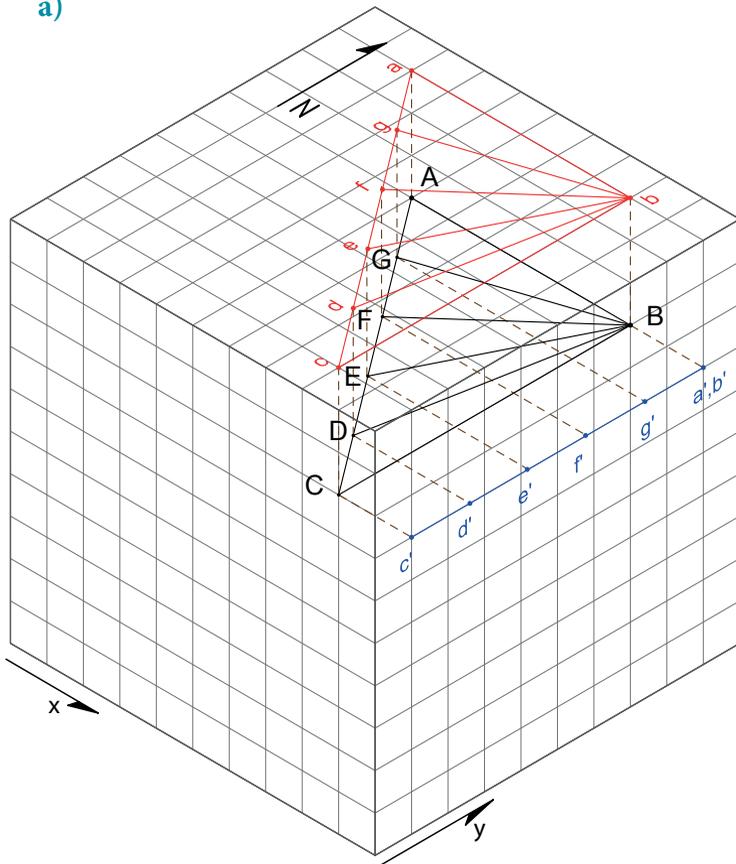
En la Geometría Descriptiva Clásica, el plano se puede caracterizar mediante dos rectas que se cortan o por tres puntos no colineales. Con base en los tres puntos se pueden trazar tres rectas que delimitan la superficie elemental: un plano triangular. Para transitar de las proyecciones ortogonales a las proyecciones desde la esfera, revisaremos la inclinación de rectas alojadas en un plano inclinado. Primero, visualizaremos un plano triangular y rectangular en posición horizontal, el cual aloja, adicionalmente, cuatro rectas. Luego giraremos el plano, utilizando como eje uno de sus catetos. Después, en el plano ya inclinado, calcularemos la inclinación de las rectas, tanto las inclinaciones correspondientes a los lados del triángulo, como a las rectas que aloja. Con base en el análisis de los resultados propondremos la caracterización del plano mediante dos rectas: una horizontal y otra de pendiente máxima. Así concluiremos el tema, con la notación sintética de ese par de rectas bajo los parámetros rumbo, echado y cuadrante.

Para favorecer la percepción tridimensional del problema, partiremos del dibujo de un plano con forma de triángulo rectángulo en posición horizontal, y de sus proyecciones en la caja de cristal con cuadrícula de 10 unidades por lado. El plano triangular tiene como vértices los puntos:

Punto	Coordenadas en un espacio tridimensional de diez unidades
A	(2, 9, 7)
B	(8, 9, 7)
C	(8, 1, 7)

En tanto que los puntos D, E, F y G son equidistantes entre sí y están contenidos en la hipotenusa A-C (figura 22a). Note que todas las rectas (A - B, B - C, A - C, B - D, B - E, B-F y B-G) se proyectan en magnitud real en el plano de **proyección horizontal**, pues guardan paralelismo con el plano (*propiedad de paralelismo*). En la **proyección de perfil** solo la recta B -C se manifiesta en magnitud real; la recta A - B se proyecta como una recta de punta (*propiedad de fusión*) y la proyección de la recta A - C coincide con la misma proyección de la recta B-C ya que comparten una misma superficie proyectante (*propiedad de líneas coplanarias*) al igual que las rectas B - D, B - E, B - F y B - G. Con lo cual, se obtuvo una vista de canto de la superficie triangular A - B - C. A partir de esta imagen tridimensional se pasa a sus proyecciones diédricas, en los planos **horizontal** y **de perfil** (figura 22b).

a)



b)

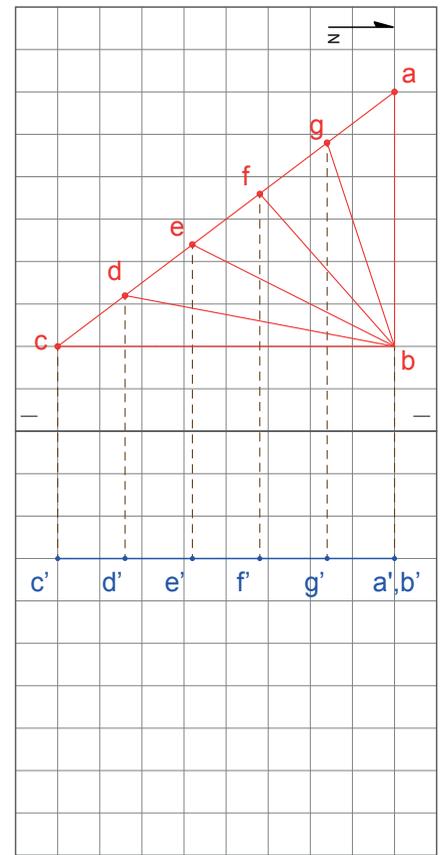


Figura 22. Proyecciones del plano horizontal definido por los puntos A (2, 9, 7), B (8, 9, 7) y C (8, 1, 7) y de las rectas B-D, B-E, B-F y B-G: a) en la caja de cristal (en color negro) y b) en el espacio diédrico (en color rojo en la proyección horizontal y en azul en la proyección de perfil).

Ahora rotaremos 45° al plano y a las rectas que aloja, alrededor de la recta A - B (cateto corto del triángulo rectángulo definido por los tres puntos). Visualicemos el resultado en la **caja de cristal** 10 X 10 X 10 (figura 23). El cateto corto es perpendicular al plano de **proyección de perfil**. Así, después de la rotación, la recta A - B en su **proyección horizontal** (a - b) se mantiene en magnitud real y su **proyección de perfil** a' - b', como recta de punta.

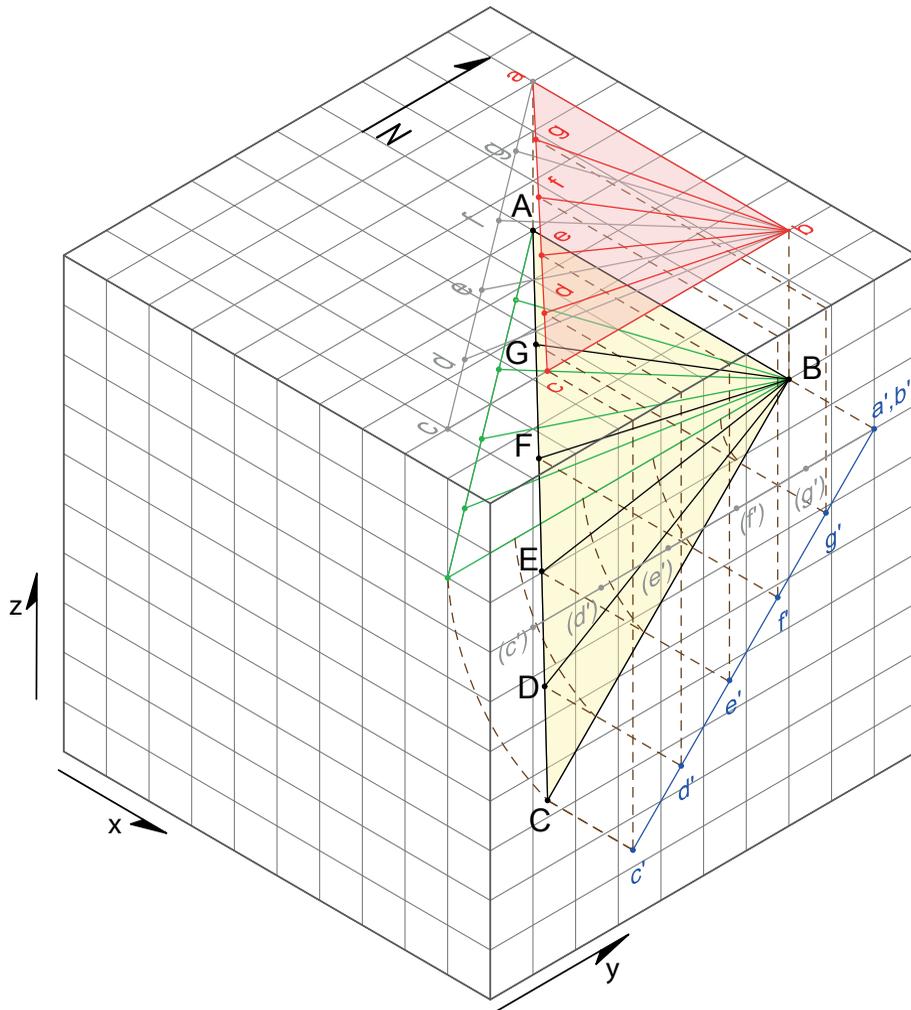


Figura 23. Vista del plano triangular A, B y C, y de las rectas B-D, B-E, B-F y B-G (en color negro) en el espacio tridimensional de la caja de cristal, después de un giro de 45° alrededor del cateto A-B. En color verde la figura triangular original y en color gris, las proyecciones de la superficie triangular y de las rectas que aloja antes del giro.

Obtengamos las proyecciones diédricas del plano y de sus rectas después del giro de 45° (figura 24). Las proyecciones **de perfil** de los puntos C, D, E, F y G (c' , d' , e' , f' y g') se obtuvieron en la vista de canto del plano triangular, con el apoyo de un compás. Note que la recta B-C conserva su misma dimensión (se proyecta en magnitud real porque permanece paralela al plano de **proyección de perfil**) y condiciona la ubicación y magnitud de su **proyección horizontal**. Durante el giro, la **proyección horizontal** del punto C se desplaza hacia la derecha en dirección perpendicular al eje (recta A - B), porque la recta B - C forma un ángulo de 90° con el eje. Con lo cual es posible establecer la **proyección horizontal** (c) del vértice C mediante una recta proyectante; así obtenemos la nueva **proyección horizontal** de la recta B - C después del giro; a su vez, las proyecciones horizontales nuevas de los puntos D, E, F y G se obtienen mediante rectas proyectantes en la proyección de la recta A - C después del giro (las proyecciones d , e , f y g en la proyección $a - c$, en la figura 24). En la notación de las rectas seguimos la siguiente convención: un segmento de recta acotado entre dos puntos se expresa con las letras de notación separadas por un guion, en esta expresión, la letra con mayor elevación aparece primero.

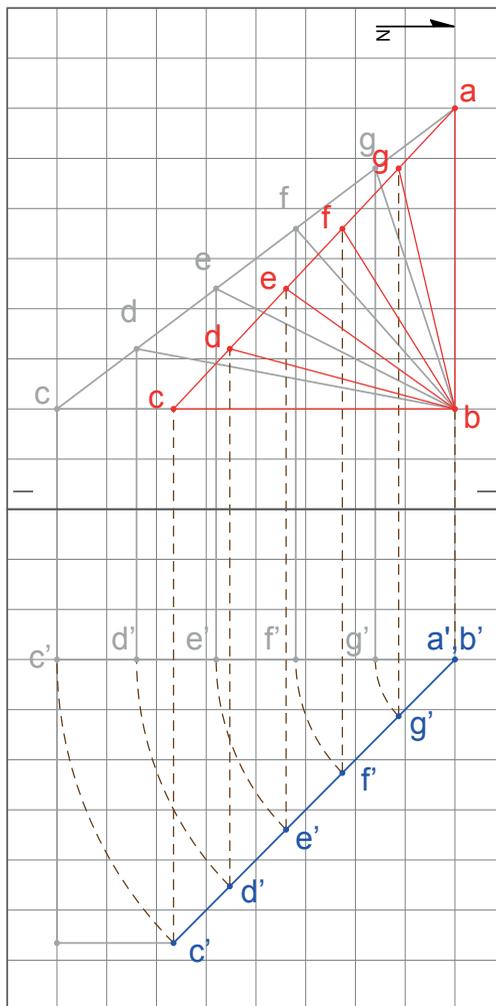


Figura 24. Proyecciones diédricas del plano A, B, C después del giro de 45° alrededor del cateto A - B. Las proyecciones horizontales en tonos de gris corresponden a las originales antes del giro, al igual que sus proyecciones de perfil correlativas.

De las proyecciones horizontales de las rectas A - B, B - C, B - D, B - E, B - F y B - G después del giro, solo la recta A - B se proyecta en magnitud real. En tanto que las proyecciones de perfil de esas rectas se funden en la vista de canto del plano A - B - C. Note que solo la **proyección de perfil** de la recta B - C se manifiesta en magnitud real. En la **proyección de perfil**, con base en las proyecciones (d'), (e'), (f') y (g'), se puede medir la altura (valor de z) para los puntos D, E, F y G (extremos de las rectas alojadas en el plano y que comparten el vértice B). Esas alturas son los datos necesarios para obtener mediante proyecciones auxiliares, la inclinación de las rectas B - D, B - E, B - F y B - G contenidas en el plano inclinado 45° . Para calcular el ángulo de inclinación de las rectas B - D, B - E, B-F y B-G debemos proyectar cada recta a un plano de perfil, que sea paralelo a su **proyección horizontal** para obtener su magnitud real, y en esta vista, medir el ángulo de inclinación respecto a la horizontal. Ilustraremos el procedimiento al calcular el ángulo de inclinación de la recta B-E. Reorientamos la **caja de cristal**, de tal forma que su arista (la **línea de tierra**) sea paralela a la **proyección horizontal** de B - E. Para lo cual, utilizamos una hoja de papel sobrepuesta (figura 25). Con este artificio rotamos virtualmente la **caja de cristal**, que estará materializada únicamente por la **línea de tierra** (que representa la intersección entre los planos de proyección **horizontal** y **de perfil**). En la figura 25 identificamos el dominio nuevo de la **proyección horizontal** con dos guiones paralelos en la **línea de tierra**. Después, con base en la diferencia de elevación de los puntos respecto a la **línea de tierra** en la **proyección de perfil** anterior, proyectamos los puntos B y E al plano **de perfil** nuevo. Para lo cual, desde las proyecciones horizontales **b** y **e**, trazamos las rectas proyectantes perpendiculares a la **línea de tierra** hacia el dominio de la **proyección de perfil**. Ahora lo que sigue es definir a lo largo de esas rectas proyectantes, la posición de las proyecciones de perfil de los puntos B y E (b' y e'). Para lo cual, a partir de **línea de tierra**, que tiene una elevación de 10 unidades (igual que la arista de la **caja de cristal**), medimos las diferencias de elevación de 3 unidades para el punto B (con una elevación de 7 unidades) y de 6.37 unidades por debajo de la **línea de tierra** para el punto E (diferencia medida en la **proyección de perfil** anterior; el punto E tiene una elevación de 3.63 unidades). Una vez graficadas las proyecciones de perfil (b') y (e'), la recta que las une representa la magnitud real de B - E. Así, medido a partir de la horizontal (desde la **línea de tierra**), el ángulo descendente de 39° corresponde con la inclinación de la recta B - E alojada en el plano inclinado 45° .

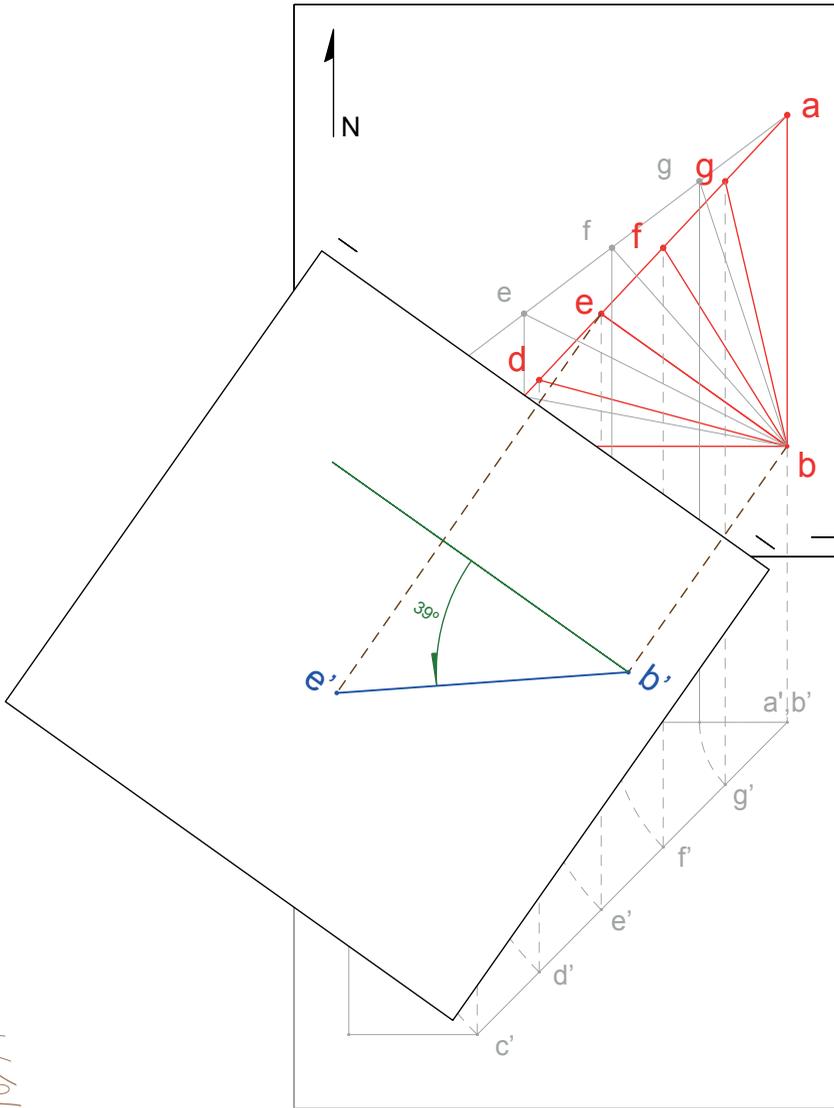


Figura 25. Obtención de la magnitud y de la inclinación reales de la recta B - E en una proyección de perfil nueva, ahora paralela a la proyección horizontal de la recta. Note que las elevaciones de las proyecciones b' y e' se miden por diferencia desde la línea de tierra.

Por otra parte, si consideramos la dirección del eje Y como la propia del norte, es posible expresar la recta B - E en términos de dos valores angulares. El ya obtenido en el plano **de perfil**, respecto al plano del horizonte y otro ángulo en el plano **horizontal** con respecto a la dirección del Norte; el cual para la recta B - E, en formato acimutal que se mide en sentido horario, es 213.5° . Al obtener los ángulos de inclinación y la dirección del resto de las rectas alojadas en el plano inclinado y con punto común en B, tendremos los siguientes resultados y relaciones angulares:

Recta	Inclinación	Dirección (Acimutal)	Ángulo entre las proyecciones horizontales de la recta y la recta B-A
B - C	45°	180°	90°
B-D	43.5°	195°	75°
B-E	39°	213.5°	55°
B-F	28.5°	238°	32.5°
B-G	12°	255.5°	15°
B-A	00°	270°	00°

Con base en los datos de la tabla, observamos que:

- 1) la inclinación de las rectas contenidas en el plano inclinado varía entre 00° y 45°;
- 2) el ángulo de inclinación aumenta conforme aumenta el ángulo entre las direcciones de la **recta horizontal** y de la recta en cuestión.

Entonces, podemos generalizar que una recta alojada en un plano inclinado puede tener inclinaciones que varían desde 00° hasta una máxima en la dirección ortogonal a la **recta horizontal**. A la recta con el mayor ángulo de inclinación, le llamaremos **recta de pendiente máxima**. Dado que un plano se puede caracterizar con dos rectas que se cortan; en Geología Estructural, el plano se expresa con base en la notación sintética de las rectas **horizontal** y **de pendiente máxima**, con los parámetros: **rumbo**, **echado** y **cuadrante** de acuerdo con la siguiente relación:

Rumbo = Dirección de la **recta horizontal**

Echado = Valor de la inclinación de la **recta de pendiente máxima** y

Cuadrante = Aquel de la rosa de los vientos, hacia donde la **recta de pendiente máxima** tiene sentido descendente.

En el caso que hemos revisado las rectas se pueden expresar de la siguiente forma:

Recta	Notación		
B - A (horizontal)	00°	al	270° (NW 90°)
B - C (de pendiente máxima)	45°	al	180° (SW 00°)

Con base en la notación sintética de las dos rectas, el plano queda definido por los siguientes parámetros:

Rumbo	Echado	Cuadrante
N 90° W	45°	SW

Existen otras formas sintéticas de caracterizar un plano con base en las relaciones espaciales entre las dos rectas, notaciones con un grado de abstracción mayor, como lo veremos más adelante en el uso de la brújula en Geología Estructural.

Rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por tres puntos no colineales

La obtención de los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante** a partir de tres puntos no colineales que definen un plano, es un problema muy frecuente en Ciencias de la Tierra. Sobre todo, cuando se requiere obtener datos cuantitativos a partir de un mapa geológico, como lo veremos más adelante en el Capítulo 8. Por este momento, trataremos los dos casos típicos mediante proyecciones diédricas:

- 1) cuando dos de los tres puntos se encuentran a la misma elevación;
- 2) cuando los tres puntos tienen diferente elevación.

Estos casos los presentaremos en forma detallada, haciendo alusión a las propiedades de las proyecciones gráficas, para en lo sucesivo, presentar los procedimientos en forma sintética, asumiendo que ya habremos aclarado el sustento formal de los enunciados.

Rumbo, echado y cuadrante cuando dos de los tres puntos tienen la misma elevación

Como sabemos: el **rumbo** es la dirección de una **recta horizontal** alojada en el plano en cuestión y el **echado** es la inclinación de la **recta de pendiente máxima**; en tanto que el **cuadrante** corresponde con el propio de la dirección de inclinación de esta última.

Dado que los tres puntos no son colineales, entonces podemos identificar, cuando menos, dos rectas que se crucen y con ello definir un plano. Para ilustrar el procedimiento mediante proyecciones diédricas, utilizaremos la **caja de cristal** de 10 unidades por lado, a la cual le añadiremos la dirección del Norte en la **proyección horizontal**, paralela al eje de las ordenadas. Ejemplificamos con tres puntos cuyas coordenadas ortogonales son:

Punto	Coordenadas en el espacio tridimensional de diez unidades
A	(2, 6, 3)
B	(9, 8, 8)
C	(3, 2, 8)

Consideremos a los tres puntos como los vértices de una superficie triangular y obtengamos la proyección de las tres rectas que la delimitan en el espacio tridimensional, proyecciones diédricas (rectas B – C, B – A y C – A en color negro en la figura 26; en tanto que el área triangular se resalta en color amarillo). En el mismo sentido, veamos las proyecciones horizontales y de perfil de las rectas y analicemos en forma cualitativa las relaciones entre los elementos expresados en la caja de cristal: dado que dos de los puntos tienen la misma elevación (los puntos B y C), entonces, la **proyección horizontal** de la recta que los une (**b – c** en la figura 26) se manifiesta en magnitud real (*propiedad de paralelismo*). Así, en forma cualitativa podemos reconocer que la dirección de la **recta horizontal** es sudoeste – noreste (SW-NE). El valor angular en esos cuadrantes (para definir estrictamente el **rumbo**) se mide directamente con un transportador en la **proyección horizontal**, desde la dirección del Norte.

Por otra parte, sabemos que el **echado** es la inclinación de la **recta de pendiente máxima**, la cual es una recta perpendicular a la **recta horizontal**. En nuestro análisis en la caja de cristal, podemos suponer una **recta de pendiente máxima** que pase por el punto A y que interseque a la **recta horizontal** en un punto que denotaremos D. En virtud de la menor elevación del punto A, denominamos a esa recta perpendicular a B – C, como D – A. Entonces, el **echado** lo mediremos en la magnitud real de la **recta de pendiente máxima** (D - A), la cual obtendremos al proyectarla a un plano de **proyección de perfil** paralelo a su **proyección horizontal**, plano de proyección que será perpendicular a la dirección de la **recta horizontal**.

En la **caja de cristal** también podemos visualizar el cuadrante de inclinación del plano, el cual está definido por el sentido descendente de la **recta de pendiente máxima**. Conocemos la elevación B - C, que contiene al punto D extremo de la **recta de pendiente máxima**. Como el punto D tiene una elevación mayor que el punto A, entonces, el sentido descendente de la **recta de pendiente máxima** es del punto D hacia el punto A; con lo cual identificamos al noroeste (NW) como el **cuadrante** de inclinación del plano (figura 26).

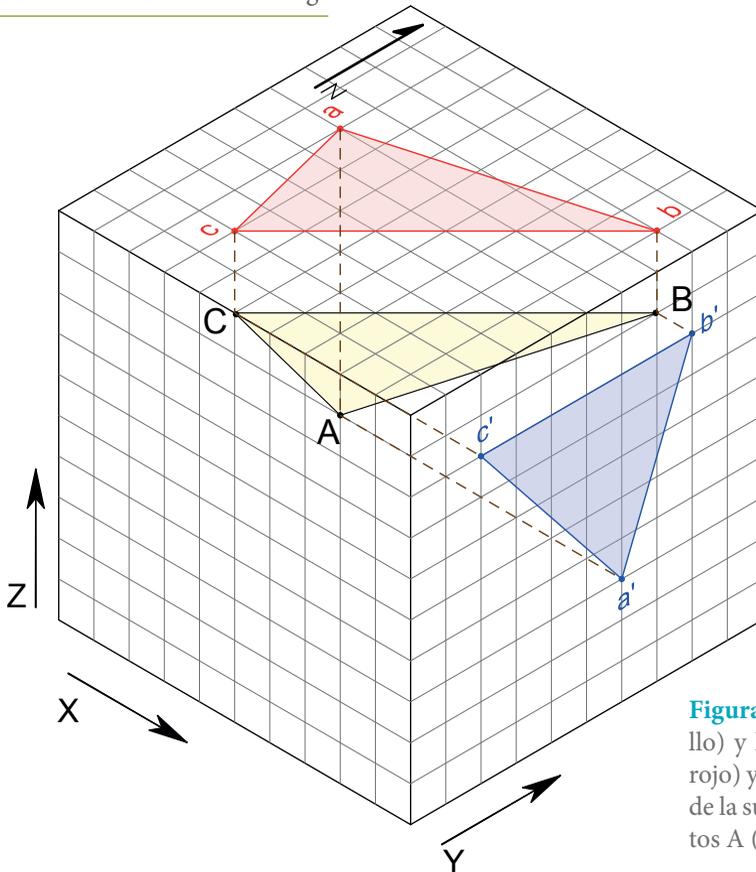


Figura 26. Vista tridimensional (en color amarillo) y las dos proyecciones, horizontal (en color rojo) y de perfil (en color azul) en la caja de cristal de la superficie triangular con vértices en los puntos A (2, 6, 3) B (9, 8, 8) y C (5, 2, 8).

Si denotamos el ángulo del **rumbo** como las letras XX y el ángulo del **echado** como YY ; podremos expresar la solución cualitativa al problema, en notación de cuadrantes con las dos direcciones posibles del **rumbo**, así:

Rumbo	Echado	Cuadrante
N XX° E	YY°	NW
S XX° W	YY°	NW

Ya que tenemos la solución cualitativa, el problema se reduce a:

- 1) Medir el ángulo XX° que forma la **recta horizontal** en magnitud real, con la dirección del Norte y
- 2) Obtener una segunda **proyección de perfil** perpendicular a la dirección de la **recta horizontal**, para que la **recta de pendiente máxima** se manifieste en magnitud real y/o el plano, en vista de canto. Y en esta vista, medir el ángulo de inclinación YY° .

Primero, se obtiene las proyecciones diédricas de la superficie triangular (figura 27). Así mediremos el ángulo XX° del **rumbo**, entre la dirección del Norte trazada desde el punto (c) y la **proyección horizontal** de la recta $c - b$ (resaltado con un arco doble en color naranja en la figura 28).

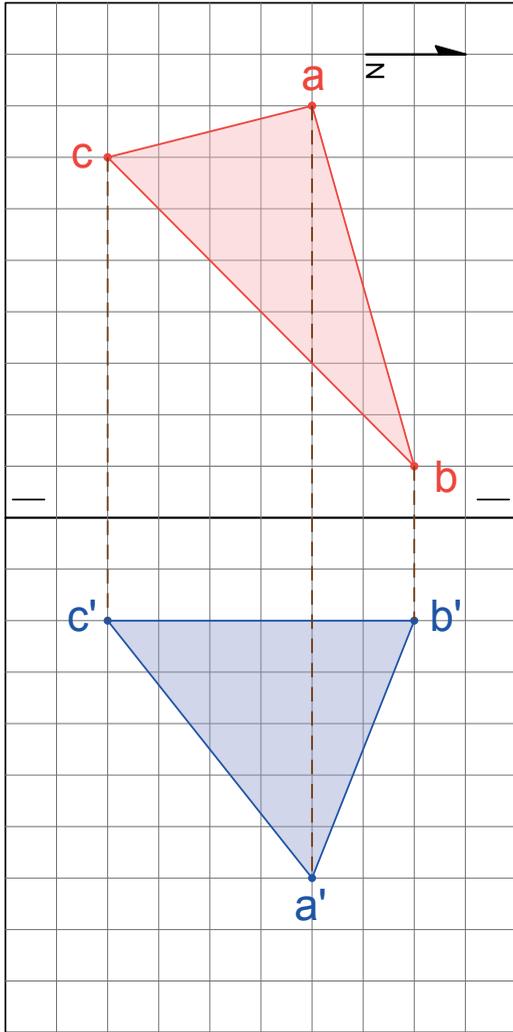


Figura 27. Proyecciones diédricas de la superficie triangular con vértices en los puntos A (2, 6, 3) B (9, 8, 8) y C (5, 2, 8). Note que la recta B - C se manifiesta en magnitud real en la proyección horizontal (b - c).

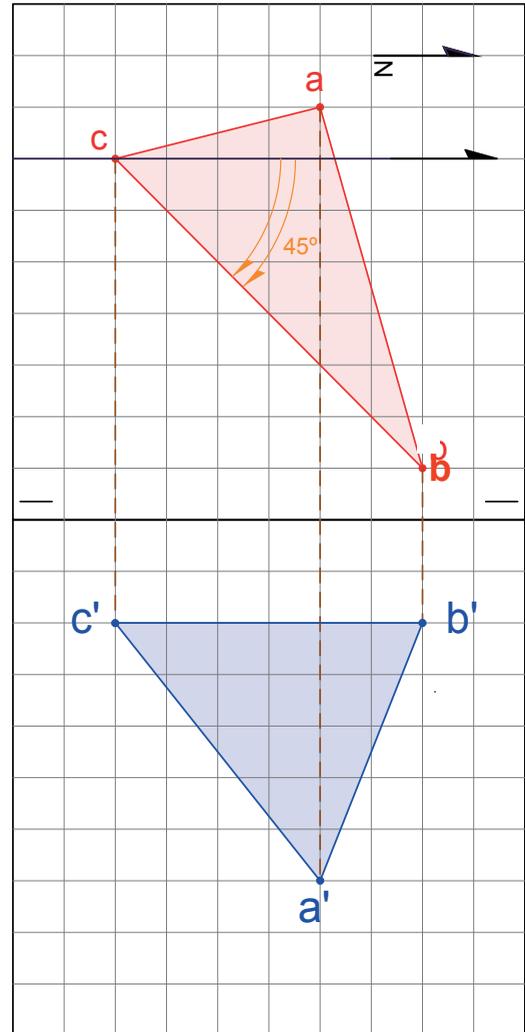


Figura 28. Ya que, en la proyección horizontal, la recta horizontal C - B se manifiesta en magnitud real, se puede generalizar que, en la proyección horizontal, al medir la dirección de la recta horizontal alojada en el plano se mide su rumbo (en este caso, N 45° E o S 45° W).

Ángulo $XX^\circ = 45^\circ$

Entonces, el **rumbo** buscado es: N 45° E

y su expresión alternativa: S 45° W

En la segunda **proyección de perfil**, obtendremos el ángulo YY° como la inclinación de la **recta de pendiente máxima**. Para lo cual, primero definimos la **proyección horizontal** de la **recta de pendiente máxima**, al trazar una recta perpendicular a la proyección **b - c** y que pase por **(a)**. Dicha proyección intersecará a **b - c** en el punto **(d)**; así, la proyección buscada será **d - a**. La

línea de tierra de la segunda **proyección de perfil** será paralela a la **proyección horizontal** de la **recta de pendiente máxima** ($d - a$ en la figura 29) y por ende perpendicular a la **recta horizontal** (a su proyección $b - c$ en la figura 29). Como lo expresamos antes, en las proyecciones diédricas, la **línea de tierra** representa la arista de la **caja de cristal** entre las proyecciones **horizontal** y **de perfil**; así, la **línea de tierra** separa los dominios de las proyecciones **horizontal** y **de perfil**. Mediante rectas proyectantes perpendiculares a la **línea de tierra** nueva, obtenemos la **proyección de perfil** de la **recta horizontal** B - C y la del punto A. De acuerdo al arreglo elegido para la **caja de cristal** virtual, en la **proyección de perfil**, la **recta horizontal** B - C (que contiene al punto D) se proyectará como una recta de punta de acuerdo a la **propiedad de fusión**. Así, la **recta horizontal** se proyecta como un punto (b', c', d') dos unidades por debajo de la **línea de tierra** de acuerdo con su elevación en la **proyección de perfil** original. Utilizando la misma escala de dibujo, obtendremos la **proyección de perfil** del punto A, el cual se proyecta siete unidades debajo de la **línea de tierra** (a'). La recta que une a las proyecciones **de perfil** de los puntos D y A ($b', c', d' - a'$ en la figura 29) representa la **recta de pendiente máxima** en magnitud real. Como el **echado** es el ángulo entre la **línea de tierra** y la **recta de pendiente máxima** (arco en color verde en la figura 29), en este ejemplo el resultado es:

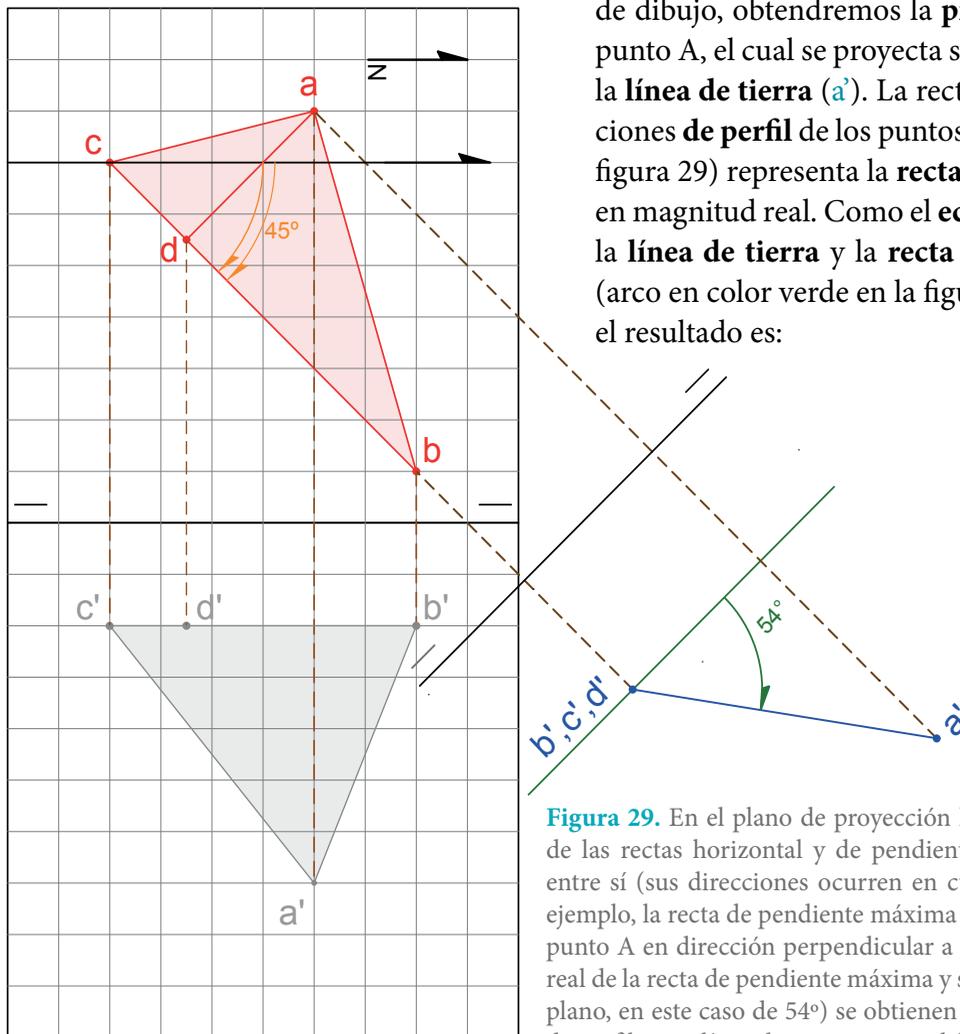


Figura 29. En el plano de proyección horizontal, las proyecciones de las rectas horizontal y de pendiente máxima son ortogonales entre sí (sus direcciones ocurren en cuadrantes contiguos). En el ejemplo, la recta de pendiente máxima (D - A) fue trazada desde el punto A en dirección perpendicular a la recta C - D. La magnitud real de la recta de pendiente máxima y su inclinación (el echado del plano, en este caso de 54°) se obtienen en una segunda proyección de perfil, cuya línea de tierra sea paralela a la proyección horizontal de la recta de pendiente máxima y, perpendicular a la recta horizontal en magnitud real (en la segunda proyección la recta horizontal se manifiesta como una recta de punta en este caso b', c', d').

Ángulo $YY^\circ = 54^\circ$

Entonces, expresamos los datos paramétricos del plano definido por tres puntos, dos de los cuales tienen la misma elevación en las dos opciones válidas de expresar el **rumbo** en notación de cuadrantes:

Rumbo	Echado	Cuadrante
N 45° E	54°	NW
S 45° W	54°	NW

Rumbo, echado y cuadrante cuando los tres puntos tienen diferente elevación

Si los puntos cumplen con la condición de no ser colineales, entonces, los puntos definen tres rectas que delimitan una superficie plana con forma de triángulo. Para ilustrar el cálculo mediante proyecciones diédricas, utilizaremos también la **caja de cristal** de 10 unidades por lado con la dirección del norte paralela al eje de las ordenadas. Ejemplificaremos con tres puntos cuyas coordenadas ortogonales son las siguientes (figura 30):

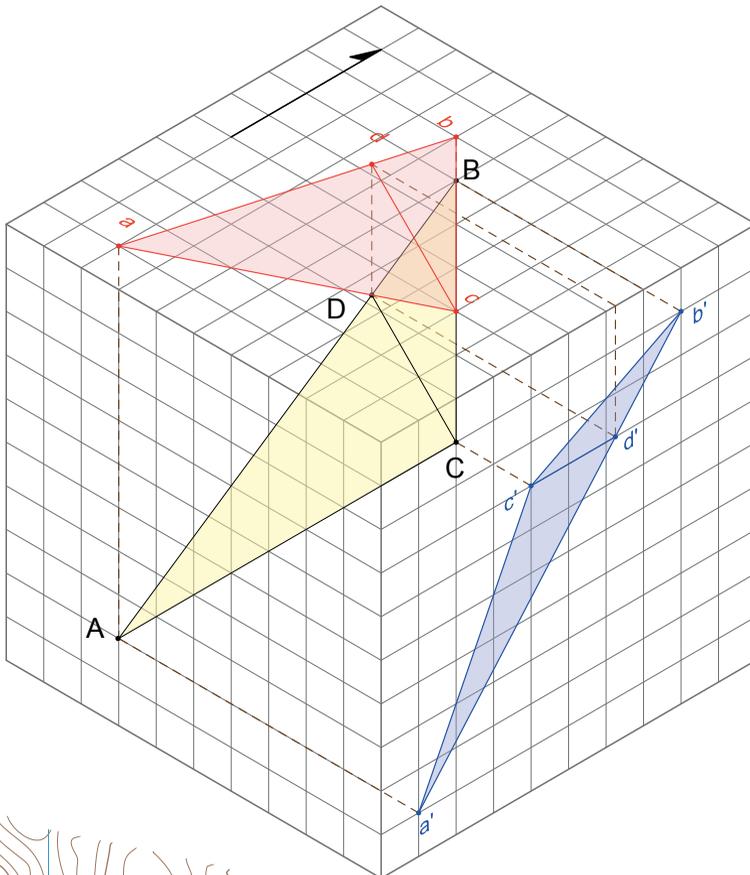


Figura 30. Proyecciones en la caja de cristal, del plano definido por los tres puntos no colineales y con distinta elevación A (2, 1, 1), B (4, 8, 9) y C (8, 4, 7). En el texto se aclara lo relativo a la recta horizontal C - D.

Punto	Coordenadas en el espacio tridimensional de diez unidades
A	(2, 1, 1)
B	(4, 8, 9)
C	(8, 4, 7)

Los tres puntos que definen el plano tienen distinta elevación; esto es, ninguna de las rectas que lo limitan es paralela al plano de **proyección de perfil**, por lo tanto, ninguna de las rectas se encuentra en magnitud real, ni en la **proyección horizontal**, ni en la **de perfil**. Como los datos paramétricos **rumbo**, **echado** y **cuadrante** se derivan de dos rectas mutuamente perpendiculares contenidas en el plano; por un lado, una **horizontal** y por otro, la de **pendiente máxima**, debemos obtener las dos rectas en magnitud real, la primera en la **proyección horizontal** y la segunda en una **proyección de perfil** que sea ortogonal a la dirección de la **recta horizontal**.

Para obtener una **recta horizontal**, debemos considerar las elevaciones relativas entre los tres puntos: en cualquier tríada, tendremos un punto de mayor elevación, uno de elevación intermedia y otro de elevación menor. Entonces, será posible obtener la magnitud real de un segmento de **recta horizontal**, cuya **proyección de perfil** esté definida por el punto de elevación intermedia y por otro punto a la misma elevación alojado en la recta comprendida entre los puntos de elevación extrema. Una vez definida la **proyección horizontal** de tal recta, esta será tanto la referencia para obtener el **rumbo** del plano, como la directriz para establecer la orientación del segundo plano de **proyección de perfil**, plano de proyección en el cual se proyectarán en magnitud real, la **recta de pendiente máxima** y/o la vista de canto del plano. Con base en estos elementos se medirá el ángulo del **rumbo** y se definirá el cuadrante en la **proyección horizontal**, en tanto que el **echado** se medirá en la segunda **proyección de perfil** como se propuso en el caso 1.

Definición del rumbo

Una **recta horizontal** se manifiesta en magnitud real en la **proyección horizontal**. En el caso propuesto, el B es el punto de mayor elevación; mientras el C tiene la elevación intermedia. La identificación del punto D, en la recta B - A, a la misma elevación que el punto C, se logra en la **proyección de perfil**, al trazar una **recta horizontal** desde el punto C hasta la recta inclinada B-A (c' - d' en la figura 31) la cual se traza paralela a la **línea de tierra**. Una vez identificada la **proyección de perfil** del punto D (d' en la figura 31) en la recta B-A, con la misma elevación que el punto C mediante una recta proyectante, será posible identificar la **proyección horizontal** del

punto D (d en la figura 31). Así, en el plano de **proyección horizontal**, se establece la proyección de la **recta horizontal** C-D ($c - d$ en la figura 31), cuya dirección corresponde con el **rumbo** del plano, el ángulo entre la dirección del norte y la proyección $c - d$ en este caso es 63° (resaltado con un arco doble en color naranja en la figura 31). Así el **rumbo** resulta N 63° W o S 63° E. La segunda **proyección de perfil** es condicionada por la orientación de la **recta horizontal**: la **línea de tierra** se traza en dirección perpendicular a la **horizontal** (figura 32).

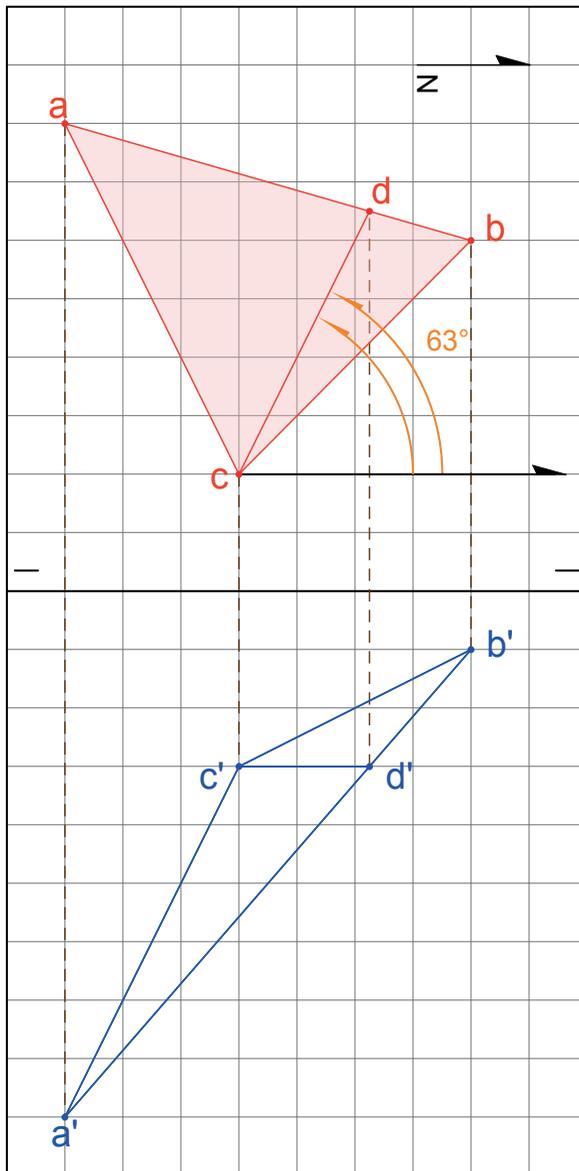


Figura 31. Dados tres puntos no colineales y con elevaciones distintas, el rumbo del plano que definen, corresponde con la dirección de la recta horizontal que se establece primero en la proyección de perfil entre el punto de elevación intermedia (c') y la recta definida por los otros dos puntos ($b' - a'$). Así se reconoce en esta recta, la proyección de perfil de un punto con la misma elevación (d'). Este punto de igual elevación tiene su proyección horizontal en (d); alojado en la proyección ($b - a$); esta proyección se reconoce con base en una recta proyectante desde (d'). Así, es posible trazar la proyección horizontal de la recta C - D; proyección que forma en el cuadrante NW, un ángulo de 63° respecto a la dirección del Norte. Entonces el rumbo de plano es N 63° W, o en forma alternativa, S 63° E.

Definición del echado

En la segunda proyección, al proyectar los tres lados del triángulo, se obtiene la vista de canto del plano (definida por proyecciones $b' - c'$, $b' - a'$ y $c' - a'$ en la figura 32), vista que contendrá a la **recta de pendiente máxima**; de tal forma, en la vista de canto, también se manifiesta el **echado**, en nuestro caso con un ángulo de 48° (indicado con un arco en color verde en la figura 32).

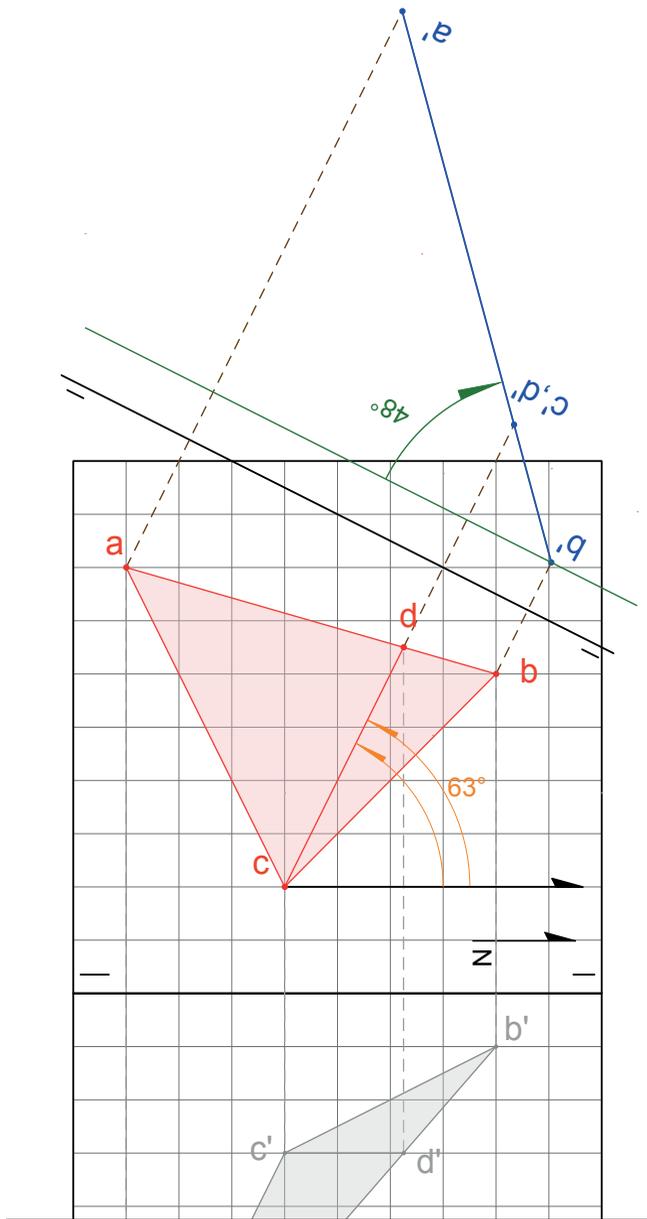


Figura 32. El echado del plano definido por tres puntos no colineales y con elevaciones distintas, se obtiene en una segunda proyección de perfil, perpendicular a la recta horizontal (en una proyección paralela a la dirección de la recta de pendiente máxima). En esta proyección de perfil, el plano se manifiesta en una vista de canto; en la cual, se mide la inclinación del plano (en este caso, de 48°).

Definición del cuadrante

En seguida, vamos a visualizar el cuadrante de inclinación, el cual está definido por el sentido descendente de la **recta de pendiente máxima**. En la **proyección horizontal**, conocemos la dirección de la **recta horizontal** C-D (proyección **c - d**); entonces, podemos visualizar una recta perpendicular a la **horizontal**, que inicie en el punto A o en el punto B. Dado el arreglo perpendicular propuesto, la dirección de esta recta se encontrará en un cuadrante contiguo a los dos propios de la **recta horizontal**. Así de los cuatro cuadrantes posibles por asignar, descartamos los dos propios del **rumbo**. Si comparamos la elevación relativa de los puntos A y B con respecto a la **recta horizontal** C-D, al considerar el sentido descendente de la recta perpendicular (la de **pendiente máxima**) elegiremos el sudoeste (SW), como **cuadrante** de inclinación del plano. Así, en notación de cuadrantes con las dos direcciones del **rumbo**, la solución al problema propuesto será:

Rumbo	Echado	Cuadrante
N 63° W	48°	SW
S 63° E	48°	SW

Resumen

Las proyecciones gráficas son un recurso geométrico para representar y estudiar las relaciones espaciales de los objetos tridimensionales. Las proyecciones gráficas implican una superficie de proyección y rectas proyectantes que se definen a partir de un punto o paralelas a una dirección. Las proyecciones se clasifican en paralelas y centrales. En las Ciencias de la Tierra, el cálculo gráfico se basa en las proyecciones diédricas y en las proyecciones desde la esfera. Las proyecciones diédricas son un caso particular de proyección paralela, en las cuales las rectas proyectantes son normales a la superficie de proyección, en tanto que las proyecciones desde la esfera son proyecciones centrales. Las proyecciones diédricas se obtienen en tres planos de proyección ortogonales entre sí, así, los planos de proyección definen octantes que representan el espacio tridimensional. Bajo la denominación de caja de cristal, en este texto haremos referencia al octante cuyos ejes tienen valores positivos, sobre todo, al estudiar rasgos expresados en un mapa topográfico o en un mapa geológico, para lo cual, ocuparemos los planos de **proyección horizontal** (PH) y de **proyección de perfil** (PP), ya que conceptualmente favorecen la construcción de secciones o cortes a partir de un mapa geológico.

En el ámbito de las Ciencias de la Tierra, el cálculo y la comunicación de los aspectos geométricos de los cuerpos rocosos se basa en las proyecciones desde la esfera. Mediante la proyección

estereográfica, materializada en la red de Wulff se realiza el cálculo de las relaciones geométricas entre rasgos estructurales, reducidos a planos y rectas. Y por otro, la proyección acimutal de Lambert expresada en la red de Schmidt junto con la falsilla de Kalsbeek permiten la valoración estadística de planos o rectas. En las proyecciones desde la esfera, las líneas y planos se analizan con base en valores angulares de direcciones y de inclinaciones, así, la proyección de los elementos geométricos es independiente de sus dimensiones. La proyección estereográfica se manifiesta en el plano del horizonte que biseca la esfera, se trata de una proyección central con punto de vista en el cenit de la esfera. Una recta inclinada tiene como proyección estereográfica, el punto en el plano del horizonte, donde la recta proyectante parte del punto de intersección de la recta inclinada con el hemisferio inferior. La proyección estereográfica de un plano es el lugar geométrico de todas las rectas contenidas en el plano. Se puede considerar que el plano es generado por una recta que gira alrededor de otra perpendicular, aunque durante el cálculo gráfico se asume ubicada en el plano del ecuador de la esfera; la proyección acimutal de Lambert (de área equivalente) se genera en el plano tangente al nadir de la esfera y en lugar de rectas proyectantes, se basa en arcos de circunferencia contenidos en planos verticales.

La red de Wulff representa la proyección estereográfica simultánea de planos que comparten una misma **recta horizontal** y de conos cuya recta generatriz gira alrededor de la misma **recta horizontal**, de forma que funciona como un transportador tridimensional graduado cada dos grados. Por su parte, la red de Schmidt representa la proyección acimutal de Lambert del arreglo tridimensional de los planos y conos semejante, con la diferencia que resulta como una proyección de área equivalente; o sea, el área comprendida en cada celda de dos grados por lado en la red es proporcional a la superficie correspondiente en la semiesfera fuente. La falsilla de Kalsbeek es un patrón de comparación que permite cuantificar el número de rectas comprendidas en un área del uno por ciento de la red. La comunicación de resultados es otro uso frecuente de la red de Schmidt.

Las proyecciones diédricas y las proyecciones desde la esfera tienen enfoques geométricos diferentes:

- 1) en las proyecciones diédricas, la recta y el plano se definen con base en puntos referidos al espacio tridimensional;
- 2) en las proyecciones desde la esfera, la recta y el plano se definen con valores angulares.

Para establecer la correspondencia entre los dos enfoques se añade la dirección del Norte a la **proyección horizontal** de la caja de cristal. Con este añadido se transita de las proyecciones diédricas a las proyecciones desde la esfera. Un plano inclinado definido por dos rectas que se cortan se puede expresar en los términos angulares más usuales cuando:

- 1) las dos rectas son ortogonales entre sí;
- 2) una recta es horizontal;
- 3) la otra recta tendrá la inclinación máxima en el plano, en adelante la llamaremos **recta de pendiente máxima**.

En Geología Estructural, con base en una notación sintética de esas dos rectas, el plano se expresa con los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante**, de acuerdo a las siguientes convenciones:

El **rumbo** corresponde con la dirección de la **recta horizontal**.

El **echado** corresponde con la inclinación de la **recta de pendiente máxima**.

El **cuadrante** es aquel que indica el sentido descendente de la recta de pendiente máxima.

En un plano definido por tres puntos no colineales, dos de ellos a la misma altura, el **rumbo** y el **cuadrante** de inclinación se obtienen en la **proyección horizontal** original y el **echado** se obtiene en una **proyección de perfil**. El **rumbo** se mide directamente en la **proyección horizontal**, entre la dirección del norte y la propia de la **recta horizontal** definida por los dos puntos de cota igual. El **cuadrante** de inclinación se define con el análisis espacial siguiente:

- a) la **recta horizontal** define dos ámbitos en la superficie inclinada en evaluación; los cuales se identifican como los dos cuadrantes alternos a la dirección de la propia recta;
- b) en uno de esos cuadrantes alternos se encontrará el tercer punto, cuya altitud relativa respecto a la elevación de la **recta horizontal**, define el cuadrante de inclinación.

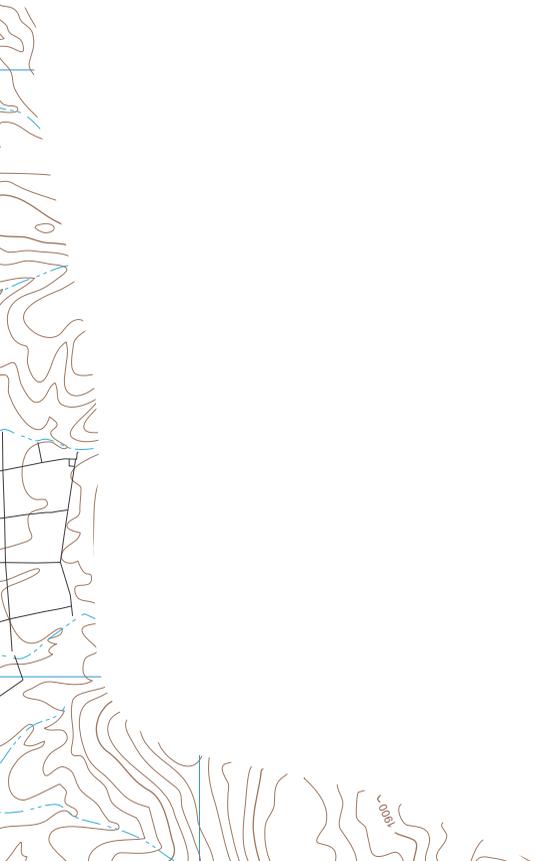
La **proyección de perfil** se construye en dirección perpendicular a la **recta horizontal**; así, la **línea de tierra** será perpendicular a la **recta horizontal** que se proyectará de punta. El **echado** será el ángulo entre la **línea de tierra** y la **recta de pendiente máxima**, definida esta por la **proyección de perfil** del tercer punto y la proyección de punta de la **recta horizontal**.

La obtención del **rumbo**, **echado** y **cuadrante** del plano definido por tres puntos, no colineales y a diferente elevación, se resuelve al establecer la proyección de una **recta horizontal** en una primera **proyección de perfil**, la recta se definirá como aquella que une el punto de elevación intermedia con otro de igual elevación y contenido en la recta entre los puntos de elevaciones extremas. La dirección de esta recta representa el **rumbo** y es la referencia para obtener una vista de canto del plano en una segunda **proyección de perfil**; vista en la cual se mide el **echado**. La segunda **proyección de perfil** se construye en dirección perpendicular a la **recta horizontal**. Como se presentó antes, el **cuadrante** se identifica en la **proyección horizontal** al visualizar el sentido descendente del plano, esto es, al considerar la elevación relativa entre la **recta horizontal** y otro punto desde el cual o hacia el cual se inclina la **recta de pendiente máxima**.

Actividad de aprendizaje 2.2

Magnitud real de rectas y rumbo, echado y cuadrante de planos

- AA. 2.2.1. Obtenga la magnitud real de las tres rectas que se pueden establecer con base en las triadas de puntos no colineales que definen los planos propuestos en la tabla 1. Para expresar las rectas en términos de inclinación y dirección, tanto en formato acimutal como en cuadrantes, considere la notación de las rectas en sentido descendente; por ejemplo, si el punto C tiene una elevación mayor que el punto A, entonces se referirá al segmento de recta como C-A. En las proyecciones utilice la convención de colores propuesta. Utilice el formato “Proyecciones diédricas-10.pdf” del apéndice A. Imprima en tamaño carta sin ajustar, para que la cuadrícula mida un centímetro por lado.
- AA. 2.2.2. Obtenga las dos rectas características del plano (la **recta horizontal** y la **recta de pendiente máxima**) en términos de inclinación y dirección, tanto en formato acimutal, como en cuadrantes. A partir de los datos de las rectas características, identifique y registre los parámetros que definen al plano en cada caso: **rumbo, echado y cuadrante**. Para realizar las actividades utilice el formato “Proyecciones diédricas-10.pdf” del apéndice A. Imprima en tamaño carta sin ajustar, para que la cuadrícula mida un centímetro por lado.



3 LOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS EN CIENCIAS DE LA TIERRA

Objetivo del tema

Revisar la forma de caracterizar rasgos lineales y de superficie con base en valores angulares mediante una brújula al considerar los rasgos como rectas y planos.

En las Ciencias Geológicas es frecuente el estudio de rasgos o estructuras a distintas escalas; algunos son tan grandes que, para su representación y análisis, se requiere la elaboración de mapas temáticos, mientras otros rasgos tienen dimensiones de unos cuantos metros o centímetros. El estudio de la mayoría pasa por su caracterización y el registro del lugar de ocurrencia. Por lo general, los aspectos geométricos de los rasgos se caracterizan considerando sus elementos de superficie como planos (frecuentemente en posición tangente a la superficie estructural). En tanto que los rasgos lineales en las rocas, ya sean de carácter material (por ejemplo, un *flute cast* o una estría de falla) o interpretados con base en algún atributo (por ejemplo, la línea de charnela en un pliegue), se representan mediante rectas. Si consideramos un sistema tridimensional de referencia, en el cual una recta se define con base en dos de sus puntos y un plano, con tres puntos no colineales (dos rectas que se cortan) o con dos rectas paralelas, entonces, la colecta de los datos geométricos de las estructuras geológicas, resultaría muy complejo y requeriría un levantamiento topográfico de precisión. Sin embargo, existe una forma alternativa para caracterizar los rasgos lineales y de superficie. Esta alternativa se basa en la caracterización de una recta en el espacio mediante dos valores angulares, la inclinación y su dirección, parámetros que se obtienen con una brújula. El campo magnético de la Tierra es un atributo natural que, una vez que se inventó la brújula, ha guiado por siglos a las personas en su desplazamiento, ya sea en el océano o en el continente, del cual cuentan o no, con un mapa de referencia. El conocimiento de la dirección del norte magnético y de su comportamiento, más o menos estable a lo largo del tiempo, permite establecer una dirección respecto al norte geográfico. La referencia al norte es angular en el sistema sexagesimal (Silva-Romo et al., 2003).

La brújula es una herramienta que ha tenido una gran aplicación en la orientación y en la elaboración de levantamientos topográficos a una escala muy grande. El uso de la brújula en el trabajo geológico simplifica la colecta de los datos, ya que permite caracterizar las rectas y, por ende, los planos, con base en valores angulares. Básicamente, la brújula es un instrumento topográfico que permite medir la dirección y la inclinación de visuales. La brújula tiene una aplicación muy amplia en Geología Estructural debido a que: 1) los rasgos geológicos lineales se caracterizan directamente y 2) los rasgos de superficie se caracterizan mediante dos rectas contenidas en el plano tangente a la superficie estructural en estudio. En el mercado existen dos tipos básicos de brújula, cuya diferencia reside en la forma de leer las direcciones. En la brújula tipo Brunton, el limbo graduado está fijo a la caja del instrumento y la lectura de las direcciones se realiza en el limbo graduado de acuerdo al punto hacia donde señala la aguja imantada cuando la brújula está nivelada. Para lograr una lectura directa de las direcciones en la brújula tipo Brunton, la graduación acimutal está inscrita en sentido antihorario y en el caso del limbo graduado en cuadrantes (la correspondencia entre las direcciones acimutal y en cuadrantes se aclara más adelante), la inscripción de los puntos cardinales Este y Oeste está permutada (figuras 33). Por su parte, la brújula cartográfica también puede tener un limbo graduado en formato acimutal o en cuadrantes. En esta brújula, el limbo graduado tiene inscritos los valores y puntos cardinales de acuerdo a las convenciones generales: la graduación acimutal en sentido horario y las direcciones de la rosa de los vientos con el Este a 90° en sentido horario a partir del Norte. Este arreglo se debe al particular diseño de la brújula cartográfica, que se basa en la posibilidad de girar 360° el limbo graduado, de tal forma, que para leer una dirección se gira el limbo graduado hasta alinear su norte con la orientación que presenta la aguja imantada en el momento de la medición. En esta operación, la lectura se realiza en el indicador alineado con el eje de la brújula (figura 34).

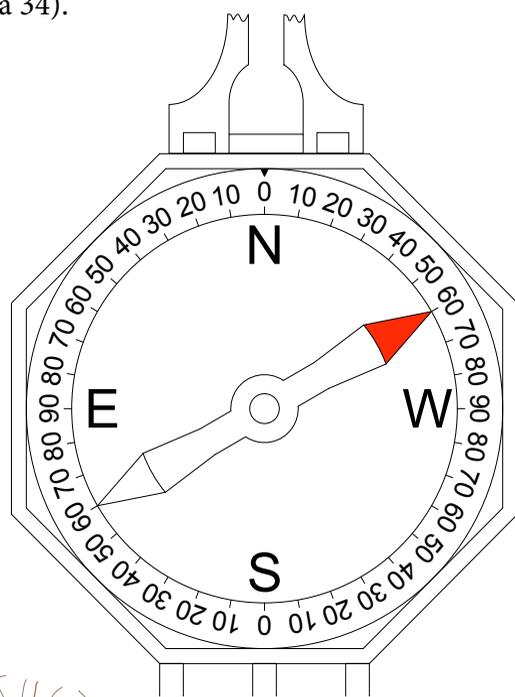


Figura 33. Esquema de la brújula tipo Brunton con graduación en cuadrantes en donde los puntos cardinales Este y Oeste se encuentran permutados, lo que favorece una lectura directa de las direcciones. Observe que, respecto a la dirección del Norte señalado por el extremo en rojo de la aguja imantada, la pínula mayor y el espejo apuntan hacia una dirección 60° al poniente del Norte, vea que la lectura NW 60° es señalada por la aguja en el limbo graduado. Note que la dirección que señala la brújula es la misma que la brújula cartográfica en la figura 34: la dirección en cuadrantes NW 60° es equivalente a la dirección acimutal 300° .

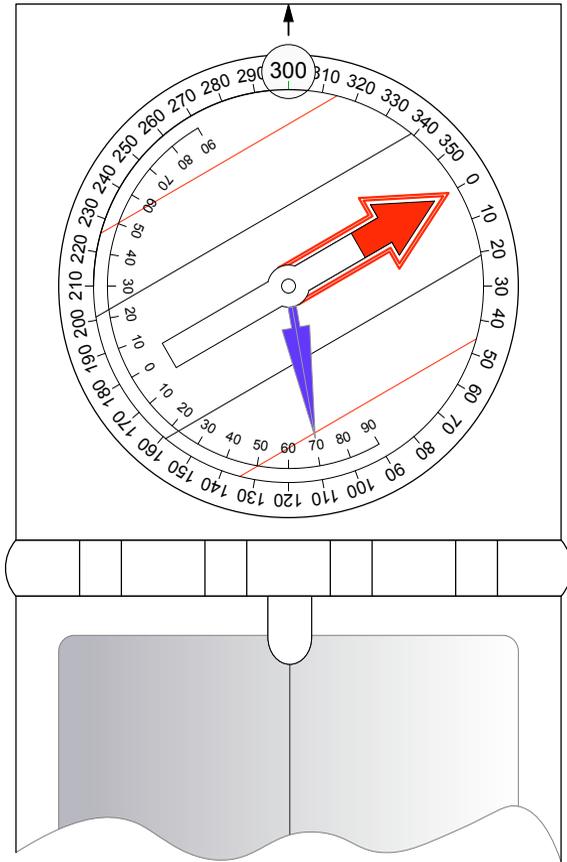


Figura 34. Esquema de una brújula cartográfica con graduación acimutal. La dirección se obtiene en la ventana de lectura, después de girar el limbo graduado hasta alinear la plantilla con la aguja magnética. Así, se hace coincidir el origen de la graduación con la dirección del norte señalado por la aguja; en este diseño, los valores angulares en la graduación aumentan en el sentido horario en que se mide el acimut. Note que la dirección que señala la brújula es la misma que la brújula tipo Brunton en la figura 33: la dirección acimutal 300° es equivalente a la dirección NW 60° en cuadrantes.

Líneas rectas caracterizadas mediante brújula

Una recta dentro del campo magnético de la Tierra se puede caracterizar por dos datos obtenidos con la brújula: su inclinación (a partir de un plano horizontal) y la dirección de inclinación (en sentido descendente) (figura 35). Ambos datos forman un binomio, para el cual se sugiere la siguiente notación:

Valor angular de la inclinación de la recta (con un rango entre 0 y 90° - seguida por la preposición "al" - y seguida por el valor angular que existe entre el Norte magnético o geográfico y la dirección descendente de la recta (los ángulos se miden en formato acimutal o en formato de cuadrantes).

Ejemplo de la notación con base en la recta de la figura 35:

Recta de la figura 35		
Inclinación		Dirección
50°	al	NE 28°

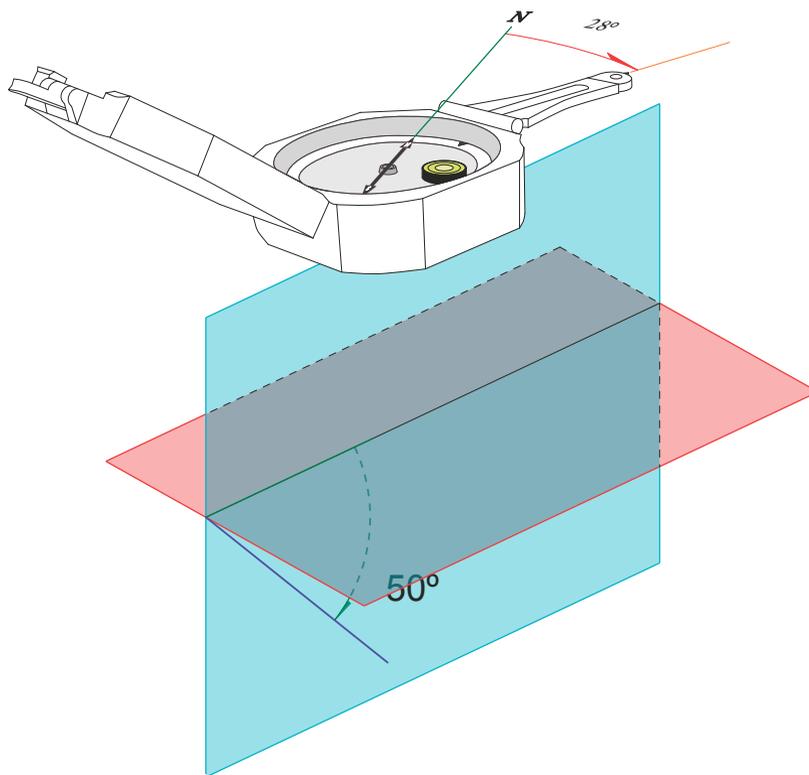


Figura 35. El uso más generalizado de la brújula es la caracterización de una recta en el espacio geográfico mediante dos valores angulares, uno de su inclinación y otro de su dirección. De acuerdo al diseño de las brújulas cartográfica y tipo Brunton, se reconoce la dirección desde el espejo hacia el puntero. Una vez que el equipo se ha nivelado, las direcciones se miden alineando el borde de la brújula (en la cartográfica) o la pínula mayor (en la brújula tipo Brunton) con el rasgo lineal por caracterizar. Se ilustra la forma de obtener la inclinación de una recta (en este caso de color azul), la cual se asume está contenida en un plano vertical; en nuestro ejemplo, la recta se inclina hacia el NE 28°. La valoración de la inclinación de la recta, se realiza con el inclinómetro de la brújula y se mide en el plano vertical como el ángulo agudo entre la horizontal y la recta de interés (ángulo mostrado con el arco en color verde en el plano vertical, en el caso que se ilustra de 50°).

Direcciones obtenidas con una brújula

En esencia, la brújula es una herramienta para definir una dirección. La lectura de la dirección se realiza con base en el limbo graduado, del cual existen dos variantes: graduado en forma acimu-

tal o en formato de cuadrantes. A continuación, analizaremos la diferencia entre las notaciones acimutal y en cuadrantes, y posteriormente la forma de transformar los datos de una notación a la otra.

Notación acimutal

El acimut es el ángulo medido en sentido horario entre la dirección del Norte y la dirección de una recta. Entonces, el acimut tiene un rango entre 0 y 360° (figura 36). Estrictamente la medición del acimut se realiza en el **plano del horizonte** entre la **dirección del Norte** y la **proyección horizontal** de la recta en cuestión.

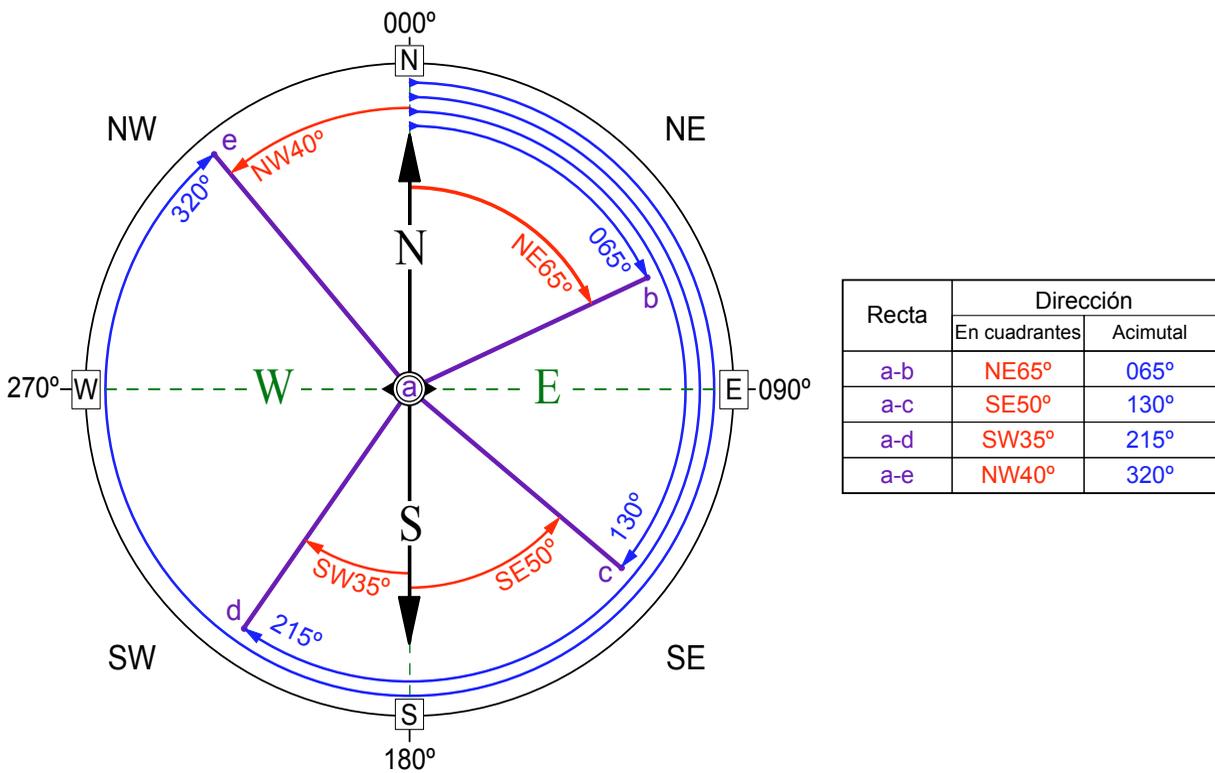


Figura 36. En las disciplinas geológicas, las direcciones se refieren a la dirección del Norte en dos formatos sexagesimales: a) la notación acimutal, con base en la cual los ángulos tienen un rango entre 0° y 360° o medidos en sentido horario; b) la notación en cuadrantes, con un rango en valores angulares entre 0° y 90°, medidos en los cuadrantes con origen en la dirección del Norte o en la dirección del Sur, así, en los cuadrantes noreste (NE) y sudoeste (SW) los ángulos se miden en sentido horario; mientras que, en los cuadrantes sudeste (SE) y noroeste (NW) se miden en sentido antihorario. Se ilustra la correspondencia entre las notaciones, para direcciones en los cuatro cuadrantes, desde el punto (a) en el centro del círculo, donde se asume que se encuentra el observador que mira hacia los puntos en los cuatro cuadrantes (hacia el punto b, en el cuadrante NE; hacia c, en el SE; hacia d, en el SW; y hacia el punto e en el cuadrante NW; desde su ubicación, el observador registra las direcciones en los formatos acimutal (arcos en color azul) y en cuadrantes (arcos en color rojo).

Notación en cuadrantes

Otra forma de definir la dirección de una recta es mediante la notación en cuadrantes. Los cuadrantes se definen con base en los cuatro puntos cardinales. Así, la notación se basa en la medición de un ángulo menor de 90° desde los puntos cardinales Norte o Sur. Primero se establece el cuadrante en el cual se encuentra la dirección y, posteriormente el ángulo se mide en sentido horario en los cuadrantes noreste (NE) y sudoeste (SW) y en sentido antihorario en los cuadrantes sudeste (SE) y noroeste (NW) (figura 36). Los sentidos en que se mide el ángulo en la notación en cuadrantes demandan cuidado en la lectura del ángulo, tanto en una brújula, como en la medición de una dirección con un transportador o al graficarla en las redes de Wulff y de Schmidt. Esta particularidad en la valoración angular de una dirección tiene implicaciones en la transformación del formato acimutal al de cuadrantes o viceversa como se presenta adelante.

Conversión de direcciones en acimut a cuadrantes y viceversa

Como en los distintos modelos de brújulas, el limbo para leer las direcciones está graduado, ya sea en los formatos en cuadrantes o acimutal, frecuentemente, el formato de la dirección no es el requerido para su captura en algún software. Consecuentemente se necesita la conversión de un formato al otro, para lo cual, se debe considerar el sentido en que se miden los ángulos en los cuadrantes: en sentido horario en los cuadrantes noreste y sudoeste; en tanto que, antihorario en los cuadrantes sudeste y noroeste (tabla 2).

Tabla 2. α = ángulo acimutal; β = valor angular en el cuadrante. Note que el ángulo en formato acimutal se debe registrar con tres guarismos (en ángulos menores a 100° , se deben anteponer los ceros necesarios para completar el número)

Conversión de direcciones en acimut a cuadrantes y viceversa				
	CUADRANTE			
	Noreste(NE)	Sudeste(SE)	Sudoeste(SW)	Noroeste(NW)
Rango de valores en formato acimutal (α) (000° a 360°)	$\alpha = 000^\circ$ a 090°	$\alpha = 090^\circ$ a 180°	$\alpha = 180^\circ$ a 270°	$\alpha = 270^\circ$ a 360°
Rango de valores en formato en cuadrantes (β) (00° a 90°)	NE (00° a 90°)	SE (00° a 90°)	SW (00° a 90°)	NW (00° a 90°)
Transformación de una dirección acimutal al formato en cuadrantes	NE (α)	SE ($180^\circ - \alpha$)	SW ($\alpha - 180^\circ$)	NW ($360^\circ - \alpha$)
Transformación de una dirección en cuadrantes al formato acimutal	(β)	($180^\circ - \beta$)	($180^\circ + \beta$)	($360^\circ - \beta$)

Planos caracterizados mediante brújula

Como vimos antes, un plano se puede caracterizar mediante los siguientes recursos en el espacio euclidiano:

- 1) tres puntos no colineales;
- 2) por dos rectas que se intersecan;
- 3) por dos rectas paralelas;
- 4) por una recta y un punto, cuando se considera a la recta como la normal al plano y al punto contenido en el plano en cuestión.

Los primeros tres recursos son tratados mediante la Geometría Descriptiva Clásica, mientras que el cuarto es una consideración muy frecuente en el manejo de los planos en las proyecciones desde la esfera.

Caracterizar un plano en Ciencias de la Tierra mediante los recursos 1, 2 y 3 resulta complejo, pues precisa de un levantamiento topográfico específico; aunque actualmente con base en un receptor GPS de precisión, potencialmente es factible y fácil el obtener tres puntos del plano referidos a un mapa topográfico a escala grande. La manera más práctica y común para caracterizar un plano en el espacio geográfico es mediante valores angulares obtenidos con una brújula. La caracterización de los elementos geométricos en términos de valores angulares con base en una brújula es un recurso muy socorrido en la disciplina Geología Estructural. Este recurso únicamente tiene una restricción: que en el lugar de uso no exista una perturbación del campo magnético terrestre. Satisfecha esta condición es posible caracterizar un plano mediante el recurso 2: por dos rectas que se intersecan.

Independientemente de sus dimensiones, con una brújula se define la posición de una recta mediante dos parámetros:

- 1) la inclinación que presenta la recta con respecto al plano del horizonte;
- 2) su orientación, en términos del valor angular entre la dirección del Norte y la de su **proyección horizontal**.

Un plano se puede caracterizar por dos rectas no paralelas contenidas en el plano. El caso singular es cuando las dos rectas son ortogonales entre sí y una de ellas es horizontal, de tal forma que el plano se define mediante la expresión sintética de estas dos rectas bajo los conceptos **rumbo**, **echado** y **cuadrante** que presentamos en el Capítulo 2.

La inclinación y la dirección de la **recta de pendiente máxima** es una forma alternativa para expresar un plano, expresión de carácter más sintético y con mayor grado de abstracción, la cual comúnmente se expresa en términos del

Echado = Valor de la inclinación de la **recta de pendiente máxima**

Dirección del **echado** = Aquella dirección hacia donde la **recta de pendiente máxima** tiene sentido descendente

Una forma usual de expresar estos parámetros es la siguiente:

Echado/Dirección

Ejemplos:

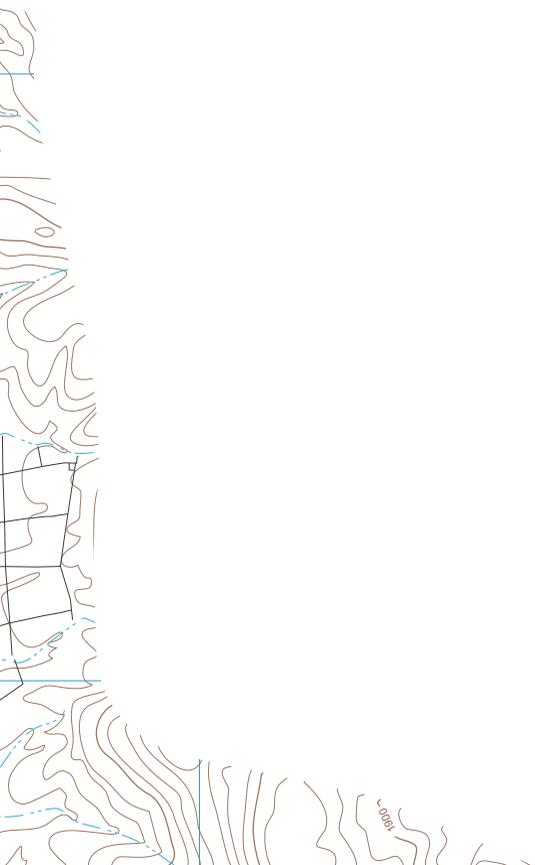
	Notación en este texto			Notación alternativa	
FORMATO	Rumbo	Echado	Cuadrante	Echado	Dirección
CUADRANTES	S72°W	53°	NW	53°	NW18°
ACIMUTAL	252°	53°	NW	53°	342°

Resumen

La caracterización de las superficies y los rasgos lineales en Geología se realiza con base en una brújula, se trata de un instrumento que permite medir direcciones y ángulos verticales. Con algunas variantes, básicamente existen dos tipos de brújulas en el mercado, la brújula Brunton y la brújula cartográfica. En ambos tipos, las direcciones se miden con referencia a la dirección del norte magnético de la Tierra, en un limbo graduado en dos versiones: acimutal (con valor angular entre 0 y 360°) y en cuadrantes (con valor angular entre 0 y 90°). En la brújula Brunton, el limbo graduado está adherido a la caja del instrumento, de tal forma, se lee en el limbo la dirección hacia donde apunta la aguja imantada. En la versión acimutal, la graduación está inscrita en sentido antihorario para una lectura directa de la dirección. En el caso de una graduación en cuadrantes, la lectura directa se lee con base en la permutación entre las inscripciones Este y Oeste en la carátula. En contraste, el limbo graduado en la brújula cartográfica está inscrito en un elemento que gira 360°. Con este artificio, la graduación acimutal aparece en el mismo sentido de lectura y los puntos cardinales tienen el arreglo de la rosa de los vientos. En la brújula cartográfica, la lectura de una dirección se lee en el indicador, una vez que se ha girado el limbo graduado hasta que su norte quede alineado con la aguja imantada.

Para convertir las direcciones de una notación acimutal a una en cuadrantes y viceversa, al momento de sumar o restar el ángulo de la notación de cuadrantes, se debe considerar su origen y su sentido de medición:

- 1) en el cuadrante NE, el ángulo se mide en sentido horario a partir del Norte, al cual se le asigna un valor acimutal de 0° ; entonces el valor acimutal es igual al propio del ángulo en el cuadrante;
- 2) en el cuadrante NW, el ángulo se mide en sentido antihorario a partir del Norte, al cual se le asigna un valor acimutal de 360° ; entonces, el valor acimutal es 360° menos el ángulo en el cuadrante;
- 3) en el cuadrante SE, el ángulo se mide en sentido antihorario a partir del Sur, al cual se le asigna un valor acimutal de 180° ; entonces, el valor acimutal es 180° menos el ángulo en el cuadrante;
- 4) en el cuadrante SW, el ángulo se mide en sentido horario a partir del Sur, al cual se le asigna un valor acimutal de 180° ; entonces, el valor acimutal es 180° más el ángulo en el cuadrante.



Actividad de aprendizaje 3.1

Conversión de direcciones de notación en cuadrantes a notación acimutal

AA. 3.1.1 En la tabla siguiente, convierta las direcciones propuestas en la notación en cuadrantes a notación acimutal o viceversa.

Notación en cuadrantes	Notación Acimutal
NW 35°	
SW 24°	
NE 48°	
NE 12°	
SE 70°	
NW 75°	
SW 16°	
NE 76°	
NE 52°	
SE 10°	
	314°
	308°
	145°
	194°
	069°
	274°
	352°
	158°
	204°
	079°

4 CÁLCULO CON LAS PROYECCIONES DESDE LA ESFERA

Objetivos del tema

Presentar los procedimientos básicos para realizar el cálculo angular entre elementos geométricos caracterizados mediante valores angulares, con base en la red de Wulff, nomograma que se opera como un transportador tridimensional.

Revisar el uso de la red de Schmidt en el cálculo estadístico de poblaciones de elementos geométricos de la misma naturaleza caracterizados mediante valores angulares, ya sean rectas o planos, para identificar la o las tendencias que presente su orientación.

En este capítulo se presentan los cálculos gráficos angular y estadístico de elementos geométricos mediante las redes de Wulff y de Schmidt y finalmente se ilustran algunas aplicaciones de los cálculos en problemas geológicos usuales. Las proyecciones diédricas de cualquier elemento geométrico precisan un sistema ortogonal de referencia y el uso de una escala de representación en el espacio tridimensional. Por otro lado, las proyecciones desde la esfera (estereográfica y de área equivalente) de las líneas y planos se refieren únicamente a valores angulares de direcciones y de inclinaciones de rectas, de forma que la proyección de un elemento geométrico desde la esfera resulta independiente de sus dimensiones (Lisle y Leyshon, 2004).

La red de Wulff como un nomograma en el cálculo gráfico

La red de Wulff es una herramienta relevante en el cálculo gráfico en Geología Estructural cuando se valoran rasgos geológicos espaciales reducidos a planos y rectas. La red estereográfica o de Wulff constituye un patrón de comparación con base en el cual se valoran las relaciones angulares entre planos, entre rectas y entre planos y rectas. La red de Wulff es una proyección de igual ángulo, en la cual todos sus círculos se intersecan en ángulos rectos (figura 37). Al considerar las intersecciones de los círculos menores con cada círculo mayor, cada círculo resulta dividido en noventa segmentos, que se asumen como arcos de 2° . Así, la red o nomograma de Wulff es

un transportador tridimensional graduado cada 2° en todos sus círculos mayores, incluidos los círculos mayores verticales y ortogonales entre sí: el **círculo mayor vertical** Norte-Sur (CMV N-S) y el **círculo mayor vertical** Este-Oeste (CMV E-W) (figura 38). A excepción del CMV E-W, todos los círculos mayores se intersecan en una misma **recta horizontal**, que para fines de cálculo se considera que representa la dirección Norte-Sur. Esta **recta horizontal** Norte-Sur (RH N-S) se reconoce como el origen para medir direcciones en el **círculo mayor horizontal** (CM H). A diferencia del resto de los círculos mayores que tienen una graduación de 180° en la red de Wulff, el CM-H es el único transportador con graduación de 360° . Si las direcciones por graficar están expresadas en forma acimutal, el origen será la dirección N, los valores tendrán un rango de 0 a 360° y se medirán en sentido horario. Si las direcciones se expresan en cuadrantes, los valores tendrán un rango de 0 a 90° , su origen se considera en los extremos Norte y Sur de la RH-NS, y tendrán sentido hacia el E o al W (Silva-Romo, 2016b).

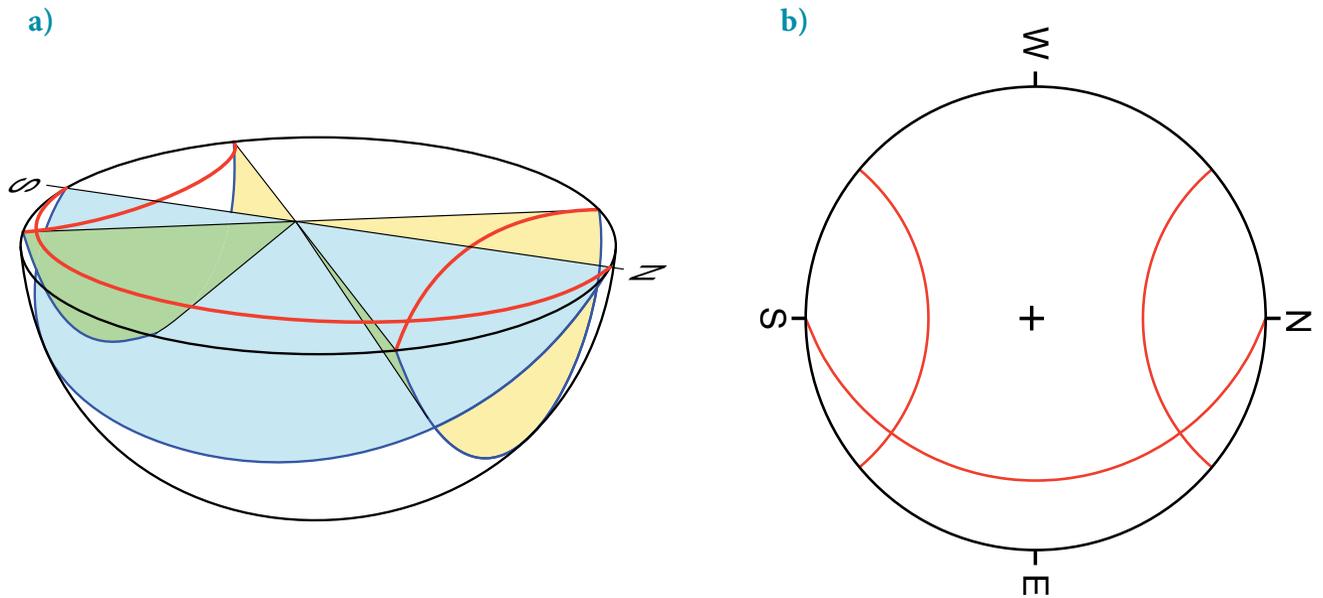


Figura 37. a) La estereográfica es una proyección ortogonal como se aprecia en la intersección entre las proyecciones de un plano y de un cono, (b) las cuales forman un ángulo recto. En rojo, las proyecciones del cono y del plano; en azul, las intersecciones del cono y del plano con la semiesfera; en azul pálido el plano inclinado; en verde, la cara externa del cono y en amarillo su cara interna.

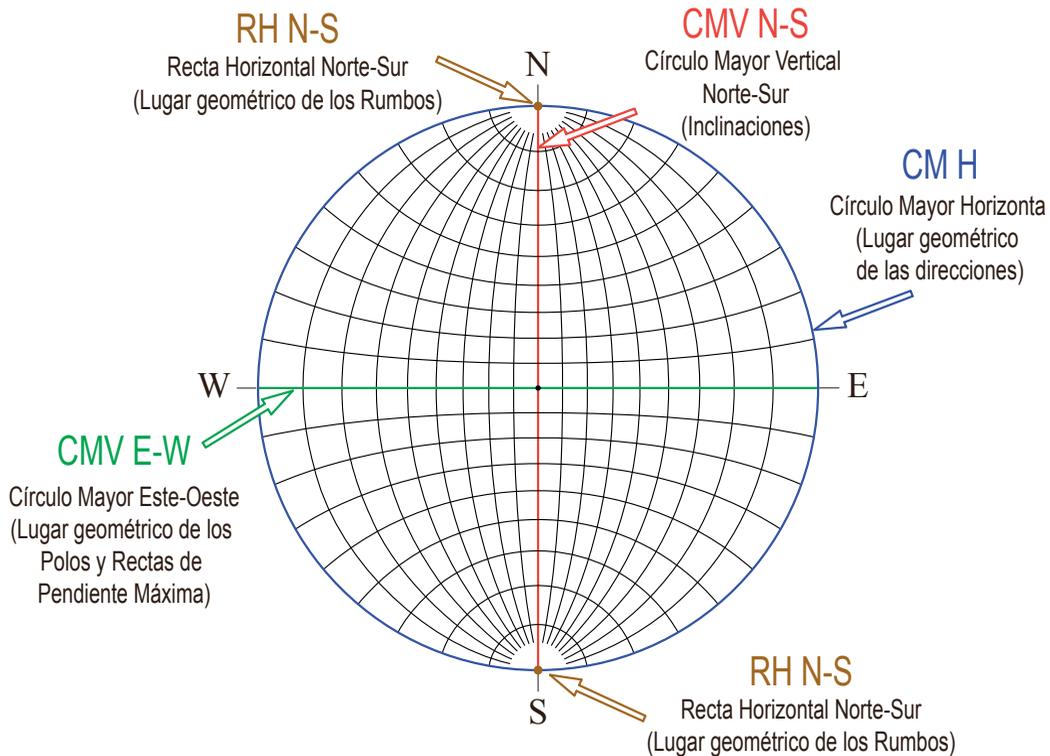


Figura 38. En la red de Wulff los ángulos se miden siempre en un círculo mayor. Entre los círculos mayores, por sus relaciones geométricas y su uso en el cálculo gráfico, destacan tres ortogonales entre sí: 1) El **círculo mayor horizontal** (CM H) en el cual se miden las direcciones es el único que tiene una graduación de 360° (el resto de los círculos mayores solo tienen una graduación de 180°). 2) El **círculo mayor vertical Norte -Sur** (CMV N-S) en el cual se miden las inclinaciones desde la periferia de la red con un valor de 0 o hacia el centro que representa un valor de 90° . 3) El **círculo mayor vertical Este-Oeste** (CMV E-W) en el cual se mide el echado del plano y se ubica el polo (recta normal al plano), cuando la recta horizontal del plano se alinea con la **recta horizontal Norte Sur** (RH N-S) lugar geométrico de los rumbos. Modificada de Silva-Romo, 2016b.

En la práctica, la red de Wulff es una plantilla que representa planos de igual **rumbo** con inclinaciones cada dos grados y que cada traza ciclográfica o círculo mayor está subdividido en intervalos cada 2° . La red de Wulff se utiliza como un patrón de comparación para diseñar o valorar relaciones angulares, con el auxilio de una hoja translúcida sobrepuesta y perforada al centro por un alfiler o una chincheta. La hoja de trabajo se pueda girar y permite observar a través de ella el nomograma subyacente (Silva-Romo, 2016b). Dado que se calca en la hoja de trabajo la dirección del norte, la hoja se puede rotar en cualquier sentido y después ser reorientada a su posición original.

Al realizar un cálculo gráfico con la red de Wulff, el usuario debe considerar que:

- 1) en el espacio tridimensional, todos los elementos geométricos representados en el nomograma o red de Wulff **pasan por el centro de la esfera**;
- 2) en la red de Wulff, la proyección estereográfica de una recta es **un punto**;
- 3) la proyección estereográfica de un plano es **un círculo mayor** (o traza ciclográfica) y corresponde con el lugar geométrico de las proyecciones de todas las rectas contenidas en el plano en cuestión;
- 4) cualquier **ángulo** siempre se mide en **un círculo mayor**;
- 5) aunque se recomienda medir los ángulos verticales en el CMV N-S, también se pueden medir con el mismo resultado en el CMV E-W;
- 6) el **cuadrante** de inclinación de un plano es aquel hacia donde apunta **el lado convexo** del círculo mayor o traza ciclográfica;
- 7) un plano se puede representar por su **polo**, el cual corresponde con la recta perpendicular al plano;
- 8) cuando se gira la hoja translúcida de trabajo para sobreponer la proyección de la **recta horizontal** contenida en el plano con la **recta horizontal** N-S de la red, las proyecciones de la **recta de pendiente máxima** y del **polo** estarán contenidas en el CMV E-W. Es decir, las tres rectas, horizontal, de pendiente máxima y el **polo**, son ortogonales entre sí.

Cálculos gráficos básicos con la red de Wulff

En las descripciones que se presentan adelante para las operaciones con la red de Wulff, la expresión “oriente la hoja de trabajo” se debe interpretar como: gire la hoja translúcida sobrepuesta hasta que coincida la dirección del norte de la hoja translúcida con la dirección del norte de la red.

En la descripción y desarrollo de los procedimientos se considera:

- 1) una hoja de trabajo translúcida que se puede girar alrededor del centro de la red de Wulff, la cual se ha perforado con una chincheta para contar con un eje;
- 2) que se han calcado en la hoja de trabajo las cuatro direcciones principales: Norte (N), Sur (S), Este (E) y Oeste (W);
- 3) aunque no es indispensable, es conveniente calcar el círculo mayor horizontal para un mejor control de la posición de la hoja de trabajo durante los giros requeridos en el cálculo gráfico.

a) Proyección estereográfica de una recta

Como se expuso antes, una recta se caracteriza mediante dos valores angulares:

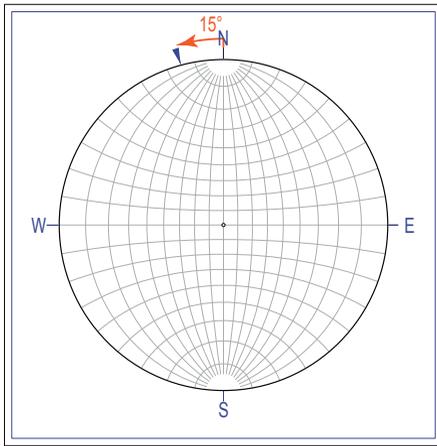
- 1) la inclinación, medida a partir de la horizontal, en el plano vertical que la contiene;
- 2) la dirección de inclinación en sentido descendente (en lo sucesivo cuando en el texto se haga referencia a la dirección de una recta, considere que se trata del sentido descendente).

Para graficar una recta en la red de Wulff, primero se define la dirección de inclinación en el CMH, y luego, previamente alineada esa dirección con un círculo mayor vertical de la red mediante la rotación de la hoja, se mide la inclinación desde el borde hacia el centro de la red, usando como patrón de comparación la graduación del círculo mayor vertical elegido. De acuerdo con Silva-Romo (2016b), se ejemplifica el procedimiento al graficar la recta (A) inclinada 30° al NW 15° (figura 39).

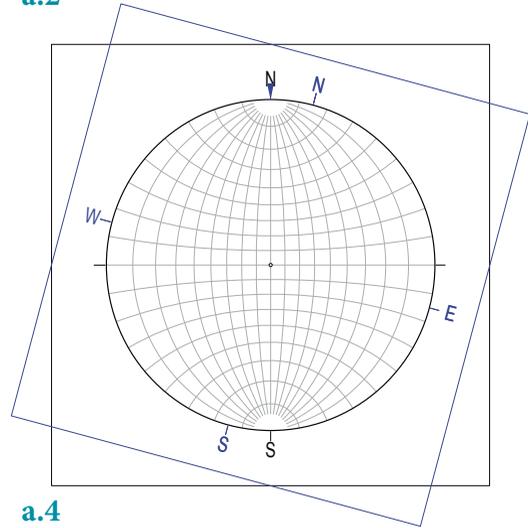
Procedimiento a:

- a.1) en la hoja de trabajo marque la dirección de inclinación de la recta, 15° desde el Norte en sentido antihorario hacia el cuadrante NW (un arco en color naranja en la figura 39a.1);
- a.2) gire la hoja de trabajo hasta que la marca que indique la dirección de inclinación quede sobre un extremo de un círculo mayor vertical, ya sea con el CMV N-S o con el CMV E-W (figura 39a.2);
- a.3) cuente el valor angular (30°) desde el borde hacia el centro de la red, al marcar con un punto el lugar hasta donde ha contado (en color morado en figura 39a.3), habrá trazado la proyección estereográfica de la recta propuesta;
- a.4) al reorientar el sobrepuesto hasta su posición original, podrá visualizar la proyección pretendida en el hemisferio inferior (figura 39a.4).

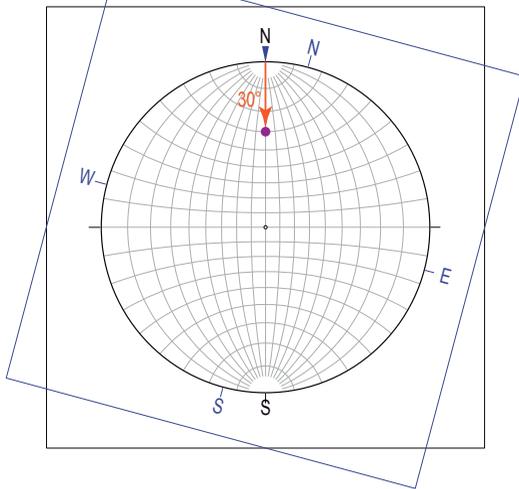
a.1



a.2



a.3



a.4

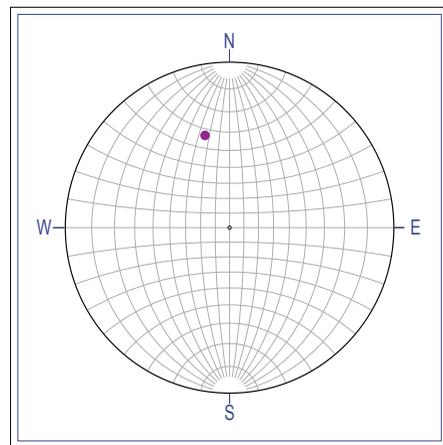


Figura 39. Procedimiento para graficar en la red de Wulff una recta caracterizada por su inclinación y su dirección. Los detalles se presentan en el texto.

Actividad de aprendizaje 4.1

Proyección estereográfica de una recta

AA. 4.1.1. Utilice la red de Wulff para encontrar el lugar geométrico de las siguientes rectas y complete la notación en formato acimutal o de cuadrantes según sea el caso.

Rectas	En cuadrantes	En acimut
R1	53° al NW 33°	
R2	24° al SW 20°	
R3	40° al NE 56°	
R4	25° al NE 27°	
R5	48° al SE 84°	
R6		13° al 275°
R7		76° al 354°
R8		22° al 156°
R9		65° al 209°
R10		90° al 090°

b) Proyección estereográfica de un plano

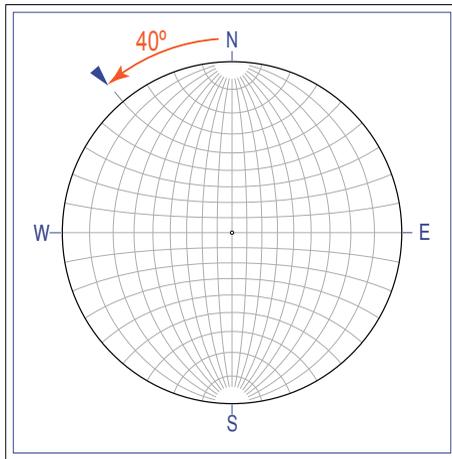
Como se expuso antes, un plano se caracteriza por los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante** que son la notación sintética de dos rectas ortogonales entre sí: la **recta horizontal** y la **recta de pendiente máxima**. Un plano también se puede representar por una recta que le sea perpendicular, la cual se conoce como el **polo** del plano (en adelante, el **polo**). Así, para cualquier plano inclinado se asocian tres rectas ortogonales entre sí: la **recta horizontal**, la **recta de pendiente máxima** y el **polo**. En tanto que en la red de Wulff, los círculos mayores CMV N-S y al CMV E-W representan a dos planos verticales ortogonales entre sí (figura 38), relación que favorece la operación de graficar un plano en la red de Wulff; se dice que esos círculos mayores son el lugar geométrico de las tres rectas asociadas al plano, de acuerdo con el siguiente arreglo espacial: una vez graficada en la hoja translúcida de trabajo y alineada la dirección de la **recta horizontal** (el rumbo) con el norte o con el sur de la red (con la **recta horizontal** Norte-Sur RH N-S). Las otras dos rectas asociadas al plano se identifican en la hoja de trabajo, al calcarlas desde el CMV E-W, pues la **recta de pendiente máxima** y el **polo** definen un plano vertical perpendicular a la dirección del rumbo. Por esto, al CMV E-W lo llamamos el lugar geométrico del **echado** y del **polo**. Un plano se grafica en la red de Wulff mediante dos recursos, usualmente se registra uno o el otro o inclusive ambos:

- 1) la **traza ciclográfica** o círculo mayor del plano y/o
- 2) el **polo**

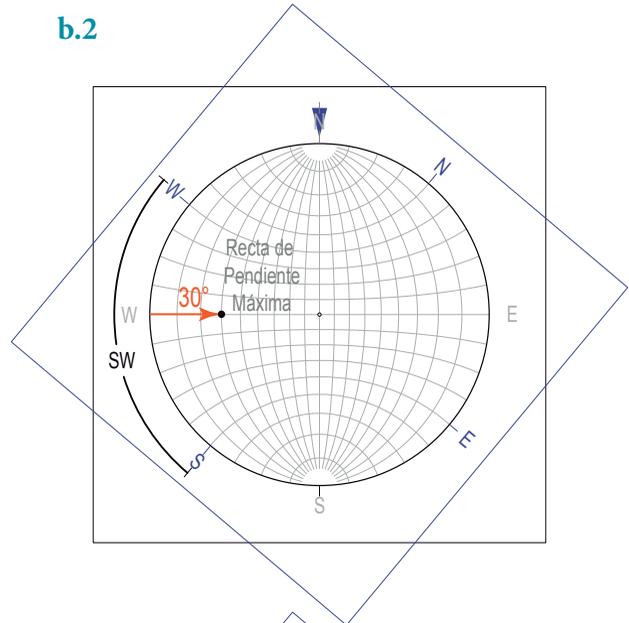
En ambos casos es indispensable conocer la dirección de inclinación de la **recta de pendiente máxima** (del **echado**) para elegir, entre los dos cuadrantes contiguos a la dirección de la **recta horizontal**, cuál corresponde al cuadrante de inclinación del plano. Cuestión que se resuelve atendiendo a la referencia de cuadrantes que previamente se registró en la hoja de trabajo.

Con base en Silva-Romo (2016b) se presenta un ejemplo al graficar el plano $N40^{\circ}W, 30^{\circ}, SW$ (figura 40).

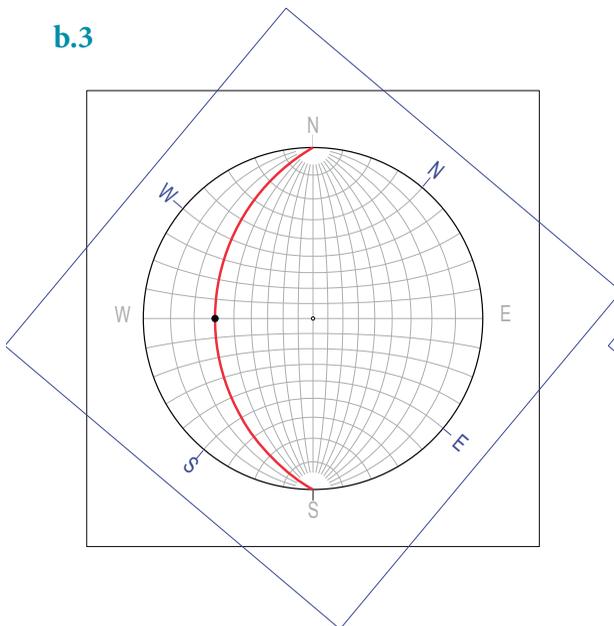
b.1



b.2



b.3



b.4

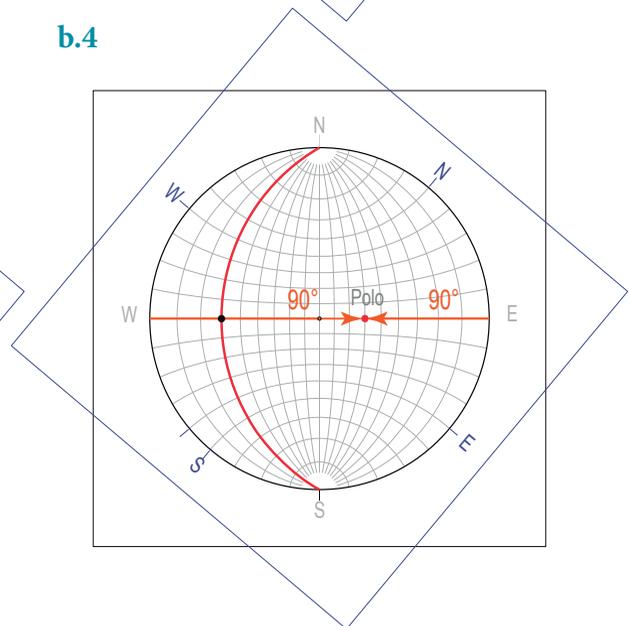
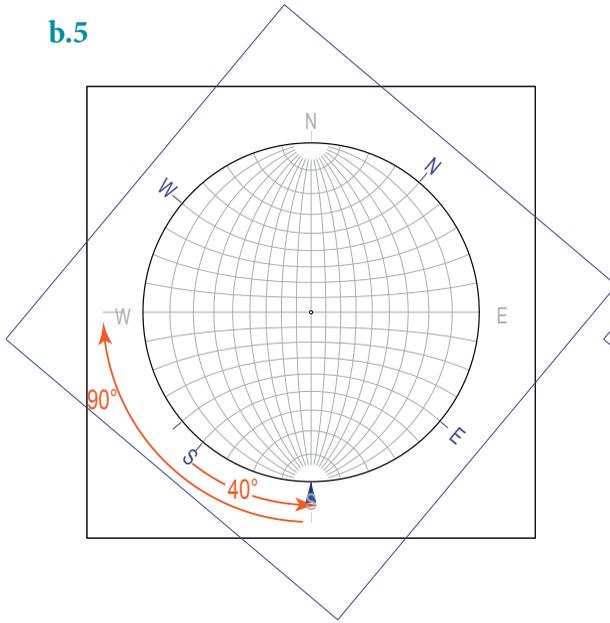


Figura 40. Procedimiento para graficar en la red de Wulff un plano definido por los parámetros rumbo, echado y cuadrante. Los detalles se presentan en el texto.

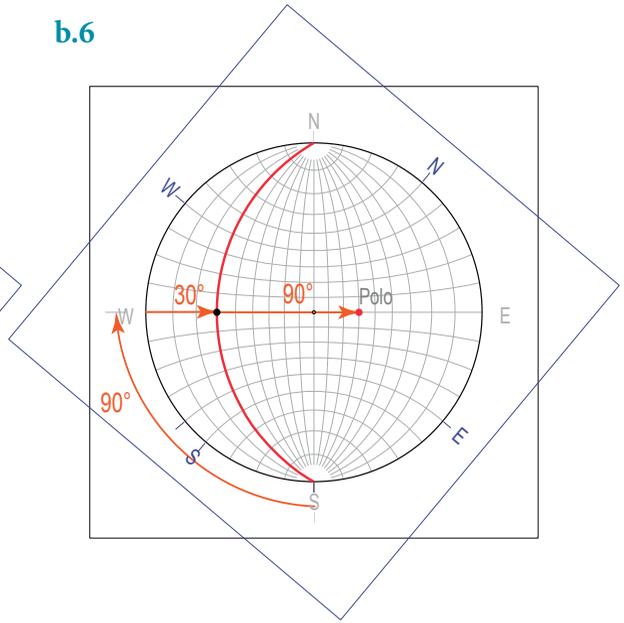
Procedimiento b:

- b.1) en la hoja de trabajo orientada, indique en el CM-H el **rumbo** del plano (la dirección NW 40° con una marca pequeña (arco en color naranja en la figura 40b.1));
- b.2) gire la hoja de trabajo hasta que la marca anterior coincida con la recta H N- S, en esta orientación del sobrepuesto translúcido, podemos elegir el círculo mayor apropiado que exprese la inclinación pretendida; analice la orientación que guarda la hoja de trabajo para elegir el cuadrante de inclinación correcto (SW). Cuenten sobre el CM E-W el ángulo del **echado** desde el borde hacia el centro de la red (habrá identificado la **recta de pendiente máxima**, en color negro en la figura 40b.2);
- b.3) calque el círculo mayor sobre el cual se encuentre la **recta de pendiente máxima** que identificó (en color rojo en la figura 40b.3);
- b.4) para graficar el **polo** del plano, cuente 90° sobre el mismo CMV E-W, a partir de la **recta de pendiente máxima** para identificar el lugar geométrico del **polo** (en el mismo color rojo en la figura 40b.4);
- b.5) si el dato estructural estuviera expresado con el criterio “Pínula mayor a la derecha”, la notación sería S 40° E, 30°. Una vez que la marca en la dirección SE 40° se encuentre sobre la **recta horizontal** N-S, a partir de esa recta cuente 90° en sentido horario en el CM H (arco en color naranja en figura 40b.5) para identificar la dirección de la **recta de pendiente máxima** (coincidirá con el CMV E-W);
- b.6) a partir del borde de la red y hacia el centro, cuente sobre el CMV E-W el valor angular del **echado** (30°). Continúe el procedimiento como se indica en los incisos b.3 y b.4 (figura 40b.6);
- b.7) oriente la hoja de trabajo para comprobar el resultado (figura 40b.7).

b.5



b.6



b.7

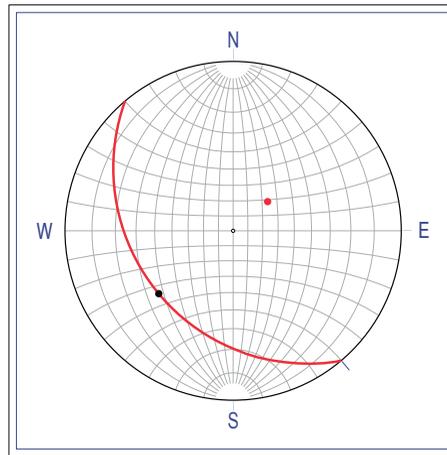


Figura 40. Continuación.

Actividad de aprendizaje 4.2

Proyección estereográfica de un plano

AA. 4.2.1 En la red de Wulff, grafique el círculo mayor y el **polo** correspondiente a los siguientes planos. Complete la notación en formato acimutal o en cuadrantes según sea el caso.

Planos	Cuadrantes	Acimutal
P1	N 24° E, 25°, SE	
P2	N 40° E, 36°, NW	
P3	S 36° E, 72°, SW	
P4	N 75° W, 44°, NE	
P5	S 23° W, 30°, SE	
P6		295°, 21°, NE
P7		306°, 47°, SW
P8		182°, 90°, SE
P9		259°, 25°, NW
P10		061°, 53°, NW

c) Rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por dos rectas

Dado que un plano se puede definir por dos rectas que se intersequen, cuando se grafican dos rectas en la red de Wulff, las rectas habrán pasado por el centro de la esfera implícita en la proyección estereográfica cumpliendo la condición de intersección. Entonces, con base en dos rectas podemos definir un plano. Plano que podremos caracterizar con los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante**, al identificar en la traza ciclográfica o círculo mayor las rectas características **horizontal** y **de pendiente máxima**. Para ilustrar este procedimiento nos basamos en la operación descrita por Silva-Romo (2016b) para las rectas:

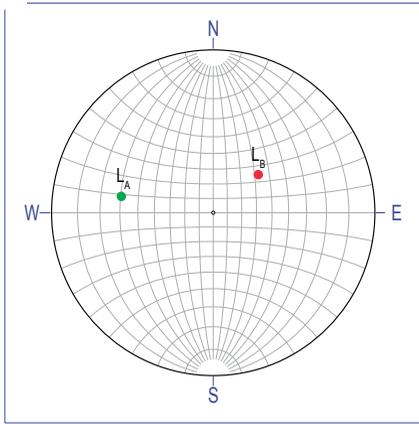
LA) 30° al NW 80°

LB) 60° al NE 50°

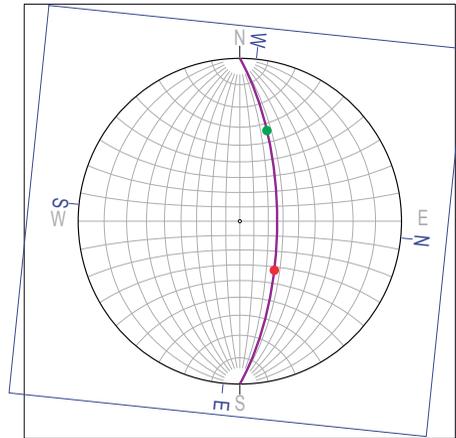
Procedimiento c:

- c.1) grafique las dos rectas inclinadas en una misma hoja de trabajo de acuerdo con el procedimiento (a) (L_A en color verde y L_B , en rojo en la figura 41c.1);
- c.2) las dos rectas se cortan y definen un plano, ya que ambas tienen como punto común el centro de la esfera. Por lo tanto, sus proyecciones estereográficas están alojadas simultáneamente en un mismo círculo mayor, que reconoceremos al girar la hoja translúcida hasta que los puntos (proyecciones estereográficas de las rectas) se encuentren sobre un mismo círculo mayor de la red, entonces calque ese círculo (en color morado en la figura 41c.2);
- c.3) la traza calcada representa todas las rectas contenidas en el plano, ahora reconozca las dos rectas características de ese plano: la de pendiente máxima cuya inclinación corresponde con el **echado** y la **recta horizontal** cuya dirección corresponde con el **rumbo** del plano. Sin girar la hoja de trabajo, valore la inclinación de la **recta de pendiente máxima**, la cual estará alojada en el CMV E-W de la red (en color negro en figura 41c.3). Cuente el ángulo agudo desde el borde hacia el centro (en este caso resulta de 64°), así, habremos medido el **echado**. En tanto que la **recta horizontal** (cuya dirección es el rumbo, graficada en color blanco) estará alojada en el CMH en la **recta horizontal** N-S, cuando reoriente la hoja de trabajo, lea la dirección del rumbo;
- c.4) una vez orientada la hoja translúcida, lea la dirección de la **recta horizontal** (el rumbo: en este caso $NE\ 84^\circ$, señalada con un arco en color naranja) e identifique el cuadrante de inclinación del plano (en este caso NW) para expresar el **rumbo, echado y cuadrante** del plano (figura 41c.4). El resultado de nuestra operación será: $N\ 84^\circ\ E,\ 64^\circ,\ NW$;
- c.5) si opta por registrar el plano con el criterio de pínula a la derecha, entonces debe elegir entre las dos direcciones de la **recta horizontal**, la que satisfaga el criterio. Para lo cual, cuente 90° en sentido antihorario desde la dirección del **echado** (en color blanco en la figura 41c.5). Así, bajo el criterio de pínula mayor a la derecha, la notación del plano será $S\ 84^\circ\ W,\ 64^\circ$ (el cuadrante queda implícito en la notación).

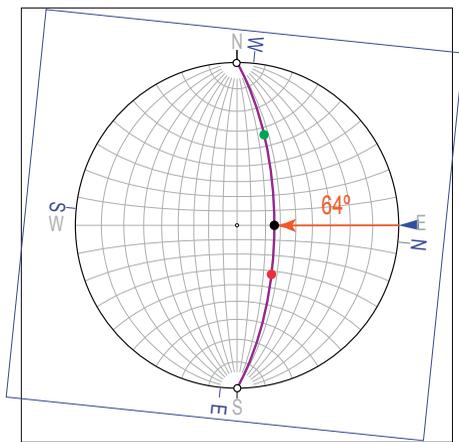
c.1



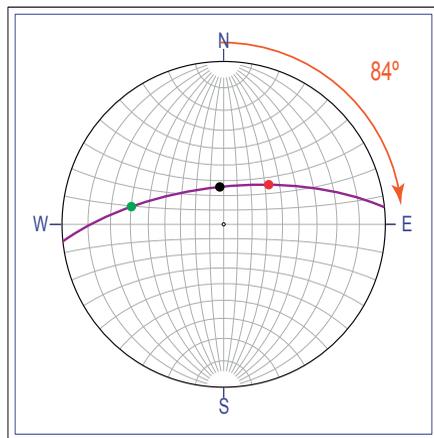
c.2



c.3



c.4



c.5

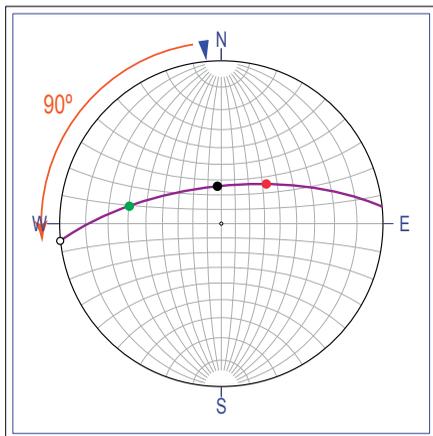


Figura 41. Procedimiento para obtener en la red de Wulff, el rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por dos rectas que se cortan. Los detalles se presentan en el texto.

Actividad de aprendizaje 4.3

Rumbo echado y cuadrante de un plano definido por dos rectas

AA. 4.3.1 Planos definidos por dos rectas. Dados los pares de rectas de la tabla siguiente, identifique las rectas características: **recta horizontal** y **recta de pendiente máxima** del plano que las contiene, a partir de los parámetros de las rectas, caracterice en términos de **rumbo**, **echado** y **cuadrante** al plano que define cada par, utilice notación en cuadrantes.

Rectas		Recta horizontal	Recta de pendiente máxima	Rumbo, echado, cuadrante
R1	30° al SW 20°			P1:
R2	40° al SE 35°			
R3	20° al NW 45°			P2:
R4	50° al NE 60°			
R5	35° al SW 60°			P3:
R6	76° al NW 26°			
R7	46° al NE 20°			P4:
R8	35° al SW 85°			
R9	68° al NW 37°			P5:
R10	32° al NE 28°			
R11	55° al SE 25°			P6:
R12	76° al NE 27°			

d) Ángulos entre dos rectas

Un cálculo básico mediante la red de Wulff es la medición de los ángulos entre dos rectas, uno agudo y otro obtuso. La operación se realiza en el círculo mayor o traza ciclográfica del plano que definen, cuando este se encuentra en coincidencia con el círculo mayor fuente de la red de Wulff. Así, se dispone de un transportador como patrón de comparación. A diferencia del transportador común, este transportador tridimensional no tiene graduación numérica alguna. Todas las valoraciones angulares se realizan a lo largo de un círculo mayor, mediante la cuenta de los arcos de diez o de dos grados definidos por las intersecciones entre los círculos mayores y menores. De diez grados entre los círculos menores dibujados con línea gruesa y de dos grados entre círculos menores expresados con línea delgada. Una estrategia recomendable es contar primero las decenas y luego las unidades al interpolar para obtener una precisión de un grado. Por lo general, una vez alojadas en un mismo círculo mayor de la red de Wulff, las dos rectas definen tres arcos a lo largo del círculo: un arco continuo comprendido entre las dos rectas y otros dos arcos entre cada una de las rectas y la **recta horizontal**. El **arco continuo** representa uno de los **ángulos entre las rectas** y el otro será **la suma de los otros dos arcos**. Evidentemente, la identificación de cuál es el agudo y cuál es el obtuso depende de su magnitud.

Se ilustra con la valoración angular entre las dos rectas que ejemplifican el procedimiento (c):

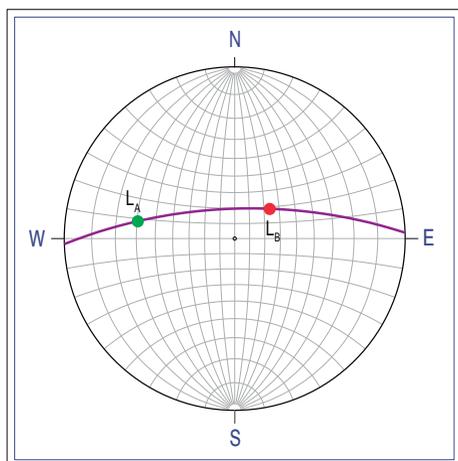
LA) 30° al NW 80°

LB) 60° al NE 50°

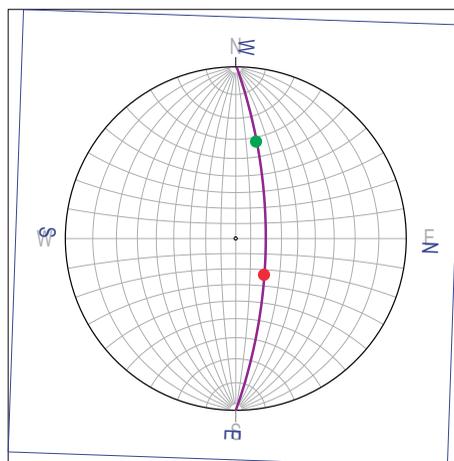
Procedimiento d:

- d.1) una vez graficados las dos rectas y el plano que definen con base en los procedimientos (a) y (c) (figura 42d.1);
- d.2) gire la hoja translúcida hasta que coincida el plano con el círculo mayor fuente (figura 42d.2);
- d.3) a lo largo del círculo mayor, podrá medir tres arcos (señalados con un arco en color naranja) con las siguientes magnitudes: entre la **recta horizontal** desde la dirección 00° SW 84° (**recta horizontal** en color blanco) y la recta LA, un ángulo de 32° ; entre las rectas LA y LB, de 82° ; en tanto que entre la recta LB y la **horizontal** (desde la dirección 00° al NE 84°), un ángulo de 66° (figura 42d.3);
- d.4) así, el arco continuo entre las rectas por su magnitud corresponde con el ángulo agudo (82°) y la suma de los arcos entre cada recta con la horizontal será el ángulo obtuso ($32^\circ + 66^\circ = 98^\circ$) (figura 42d.4);

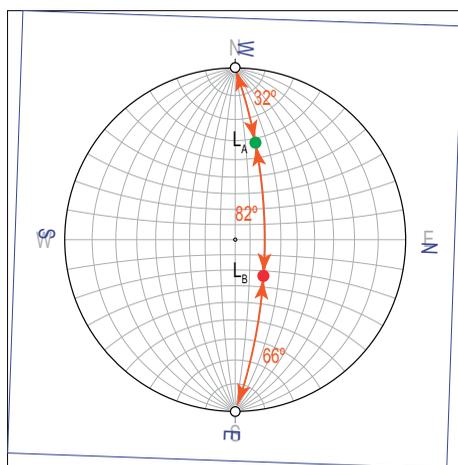
d.1



d.2



d.3



d.4

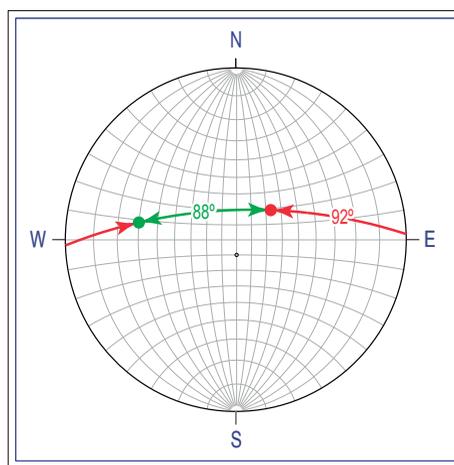


Figura 42. Procedimiento para calcular en la red de Wulff, los ángulos agudo y obtuso entre dos rectas. Los detalles se presentan en el texto.

Resultado:

Ángulos entre dos rectas		
Rectas	Ángulo agudo	Ángulo obtuso
30° al NW 80°	82°	98°
60° al NE 50°		

Actividad de aprendizaje 4.4

Ángulos entre dos rectas

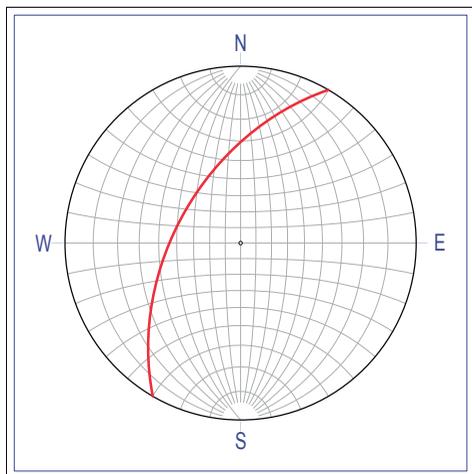
AA.4.4.1. Ángulos entre rectas. Obtenga los ángulos que la recta uno (R1) forma con cada una de las otras siete rectas de la tabla siguiente. También obtenga el plano que contiene cada par de rectas así definido.

Recta	Ángulo agudo	Ángulo obtuso	Plano: rumbo, echado, cuadrante
R1 20° al NW 30°			
R2 35° al NE 10°			P1:
R3 40° al SE 45°			P2:
R4 63° al SW 15°			P3:
R5 75° al SW 70°			P4:
R6 45° al NE 60°			P5:
R7 79° al SW 82°			P6:
R8 08° al NW 78°			P7:

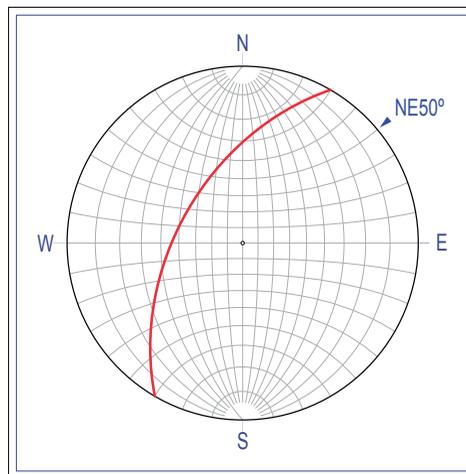
e) Cálculo del echado aparente

El **echado aparente** es el ángulo de inclinación de la recta de intersección entre un plano cualquiera (cuya posición se desea expresar en una sección geológica) y un plano vertical (el correspondiente al corte geológico). Para representar correctamente la inclinación de un plano en un corte o sección geológica se requiere conocer el **echado aparente**, el cual dependerá de la orientación que guarda la línea del corte con respecto a la estructura geológica. Ejemplo tomado de Silva-Romo (2016b): dado el plano S 30° W, 50°, NW, se calcula el **echado aparente** en la dirección NE 50° (figura 43).

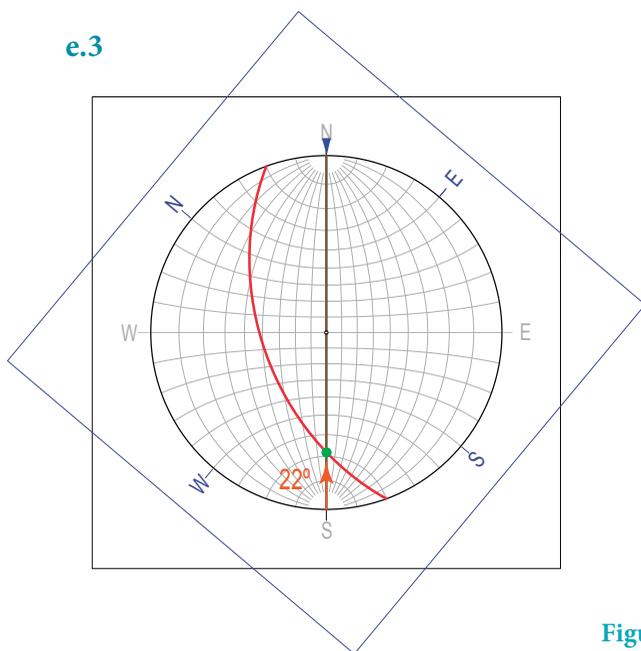
e.1



e.2



e.3



e.4

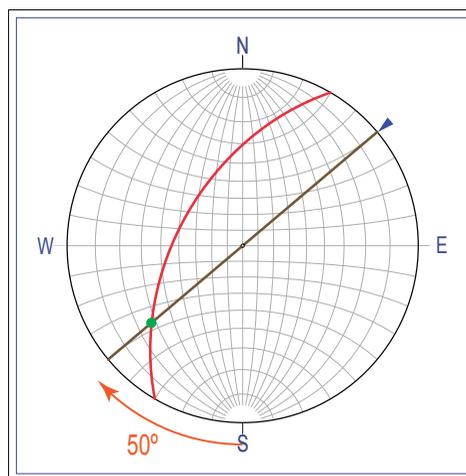


Figura 43. Cálculo del echado aparente en la red de Wulff. Para detalles consultar el texto.

Procedimiento e:

- e.1) grafique la traza ciclográfica del plano inclinado propuesto mediante el procedimiento (b) (en color rojo en la figura 43e.1);
- e.2) en la hoja de trabajo orientada, indique en el CM H la dirección del corte con una marca pequeña (NE 50° en la figura 43e.2);

- e.3) gire la hoja de trabajo hasta que la marca coincida con el CMV N-S y calque este plano vertical (en este ejemplo en color sepia). Los dos planos (el inclinado y el vertical) tienen una recta en común (en este caso, en color verde) cuya inclinación corresponde con el **echado aparente** buscado. Sobre el mismo CMV N-S, cuente el ángulo agudo correspondiente (22° señalado con un arco en color naranja) desde el CM H hasta la proyección de la recta común (figura 43e.3);
- e.4) oriente la hoja de trabajo para comprobar la dirección de inclinación de la recta de intersección (la cual está contenida en el plano de corte). En este caso la dirección de inclinación corresponde al SW 50° (figura 43e.4).

Resultado:

Plano	Dirección del corte	Echado aparente
S30°W, 50°, NW	NE 50°	22°

Actividad de aprendizaje 4.5

Cálculo del echado aparente

AA. 4.5.1. Para cada plano de la lista, obtenga el **echado aparente** en la dirección indicada del corte con la red de Wulff.

Plano	Dirección del corte	Echado aparente
N25°W, 42°, NE	SE 72°	
N29°E, 68°, NW	NW 12°	
N71°W, 37°, SW	SW 86°	
N32°E, 25°, SW	NE 40°	
S11°W, 45°, SE	SE 25°	
S63°E, 55°, NE	NE 87°	
N84°E, 87°, NW	NE 68°	
S27°W, 32°, NW	NE 07°	
N47°W, 33°, SW	SW 88°	
S65°W, 19°, NW	NE 41°	

f) Plunge y pitch de una recta

Una recta en el espacio se puede caracterizar mediante dos valores angulares: su inclinación y su dirección. Una forma de visualizar estos dos parámetros es considerar que la recta se encuentra contenida en un plano vertical imaginario y que la dirección de inclinación es el **rumbo** de ese plano vertical. En Geología Estructural a la inclinación se le denomina *plunge* (figura 44a); por lo tanto, la recta se caracteriza por su dirección y su *plunge*. En ocasiones el rasgo lineal representado mediante una recta está alojado en una superficie física. En este caso, la recta se puede caracterizar asociada al plano portador mediante el *pitch*, el cual se refiere al ángulo entre la horizontal y la recta, pero ahora, medido en el plano portador (figura 44b). Entonces, la notación de una recta contenida en un plano se expresa con los siguientes parámetros: **rumbo, echado, cuadrante y pitch**. Para un mayor control del registro es recomendable medir el *pitch* a partir de la dirección de la **recta horizontal** señalada por la pínula mayor de la brújula al momento de medir la recta.

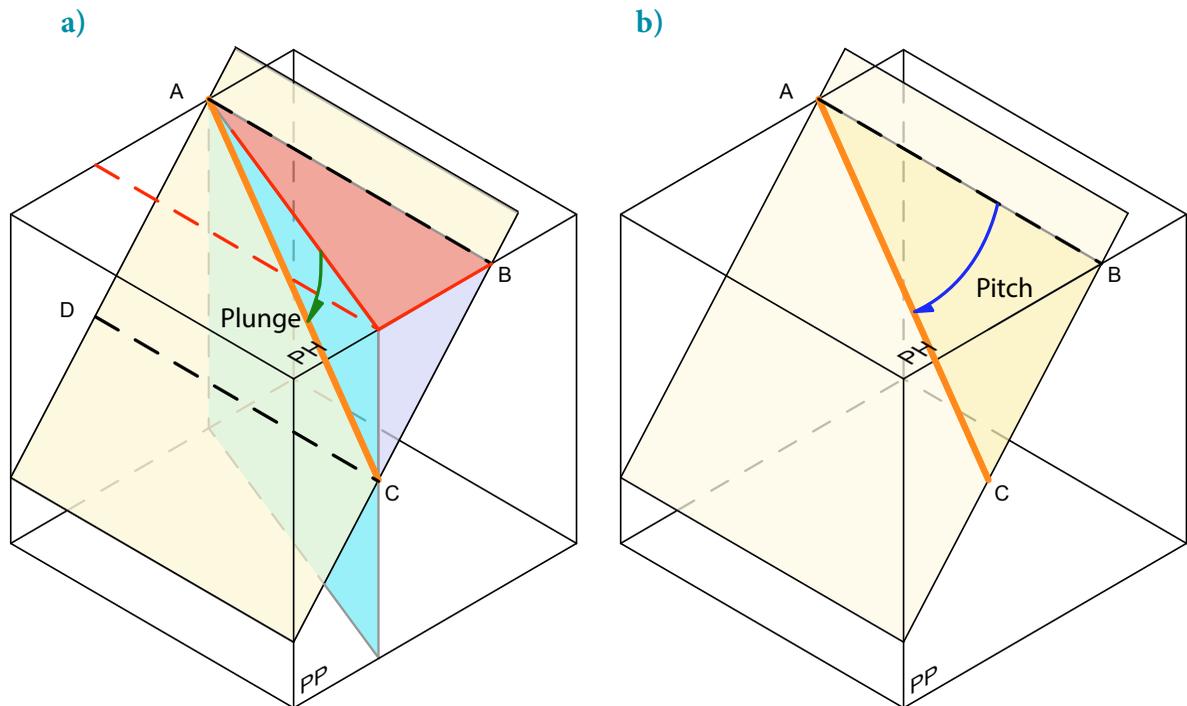
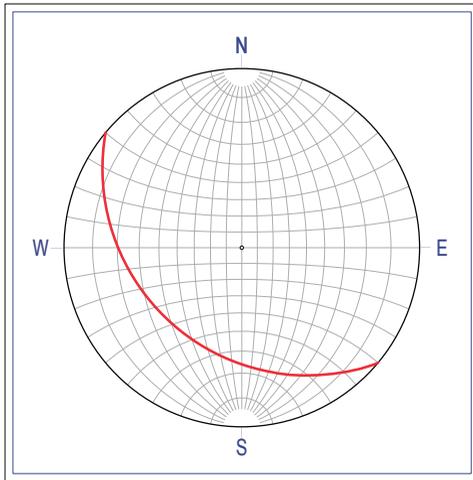


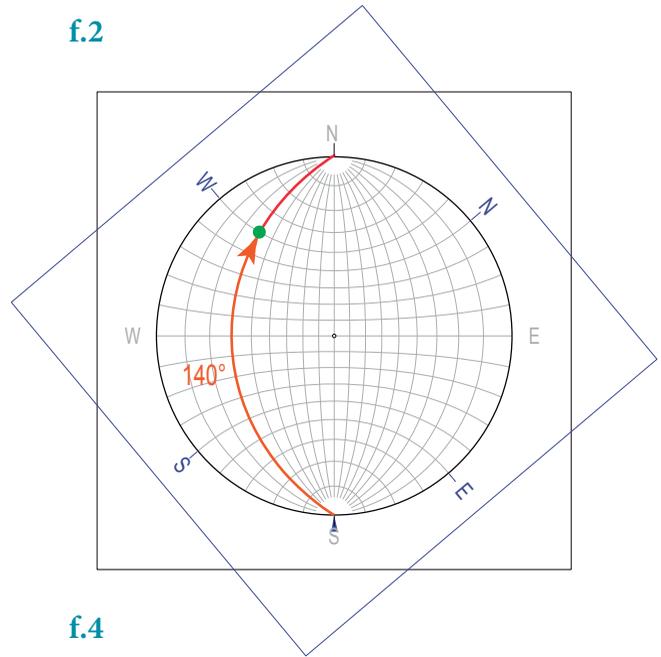
Figura 44. a) Se denomina *plunge* al ángulo de inclinación que define una recta respecto a la horizontal, el ángulo se mide en el plano vertical que contiene a la recta. Así, en forma independiente del plano en que se encuentra el rasgo, la recta se caracteriza mediante ese ángulo y la dirección de inclinación. b) Se denomina *pitch* al ángulo que forma una recta con respecto a la horizontal cuando se mide el ángulo en el plano que aloja al rasgo representado por la recta. En este caso, la caracterización de la recta se asocia al plano que la contiene, con la notación del rumbo, echado, cuadrante y *pitch*.

En ocasiones, se requiere calcular el **plunge** a partir del **pitch**. Ejemplificaremos con el siguiente caso tomado de Silva-Romo (2016b): dado el pitch S 50° E, 30°, SW, 140° (parámetros **rumbo**, **echado**, **cuadrante**, **pitch**), calcule el **plunge** de la recta. Una estrategia es considerar a la recta graficada en el plano portador como un **echado aparente**, entonces debemos calcular el plano vertical cuya intersección con el plano portador sea la recta en cuestión.

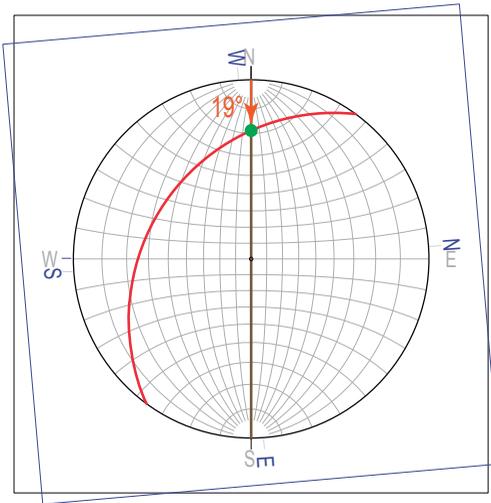
f.1



f.2



f.3



f.4

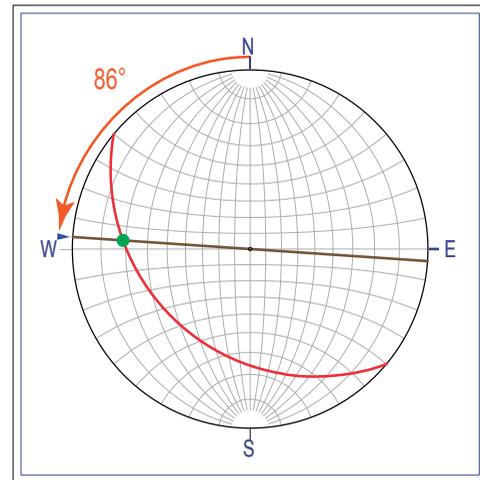


Figura 45. Cálculo gráfico del plunge y el pitch de una recta. Para detalles revisar el texto.

Procedimiento f:

- f.1) grafique la traza ciclográfica del plano portador (en color rojo) mediante el procedimiento (b) (figura 45f.1);
- f.2) cuando la traza del plano portador coincida con el círculo fuente (la dirección del **rumbo** coincidirá con la RH N-S). Cuente el ángulo del pitch (140°) sobre la traza ciclográfica o círculo mayor del plano portador, a partir de la **recta horizontal** SE 50° (arco en color naranja) y grafique la recta buscada (en color verde en la figura 45f.2);
- f.3) gire la hoja de trabajo hasta que la recta graficada en el inciso anterior quede alojada en un círculo mayor vertical, calque este círculo (en el ejemplo en color sepia). Cuente sobre este círculo el ángulo vertical agudo (19°) que forma la recta con la horizontal (este valor corresponde con el *plunge*) (figura 45f.3);
- f.4) oriente la hoja de trabajo, en el CM H, valore la dirección de inclinación que resulte ($NW86^\circ$) para la intersección entre el plano portador y el plano vertical que trazó (figura 45f.4).

Resultado:

Expresión de una recta como plunge y dirección a partir de su pitch		
<i>Pitch</i>	<i>Plunge</i>	Dirección
S 50° E, 30° , SW, 140°	19°	NW 86°

Actividad de aprendizaje 4.6

Plunge y Pitch de una recta

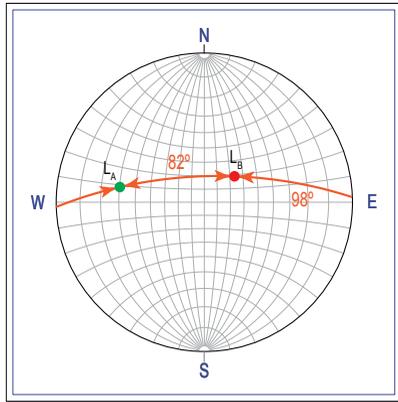
AA. 4.6.1. Cálculo del *plunge* con base en el valor de *pitch*. Obtenga el *plunge* y su dirección, a partir de un rasgo lineal contenido en un plano, para el cual se conoce su *pitch*.

Plano	<i>Pitch</i>	<i>Plunge</i>	Dirección de <i>plunge</i>
N30°E, 42°, SE	55°		
S33°E, 51°, SW	121°		
N69°W, 61°, NE	76°		
S65°E, 25°, NE	20°		
N85°W, 10°, SW	32°		
S73°W, 28°, NW	90°		
N45°E, 28°, SE	111°		
S83°E, 32°, SW	15°		
N37°W, 80°, SW	25°		
N49°E, 58°, SE	179°		

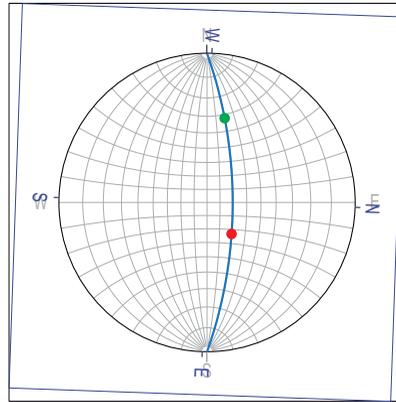
g) Rectas bisectrices

Una recta bisectriz forma un ángulo de igual magnitud con respecto a ambas rectas entre las cuales se encuentra. Una vez graficadas las dos rectas en la red de Wulff, se pueden definir dos bisectrices: una aguda y otra obtusa. Ya que se han medido los dos ángulos entre las rectas (Procedimiento d), las bisectrices se localizarán en el mismo plano. A partir de una de las rectas, se cuenta la mitad del ángulo agudo en el arco correspondiente, para identificar entre todas las rectas alojadas en el plano, cuál es la bisectriz aguda. Para localizar la recta bisectriz obtusa se repite la operación a partir de la misma recta, pero ahora se cuenta la mitad del ángulo obtuso en el sentido contrario. Así, las dos bisectrices forman entre sí un ángulo de 90°. Se ilustra con las bisectrices entre las rectas propuestas para el procedimiento (c) (figura 46).

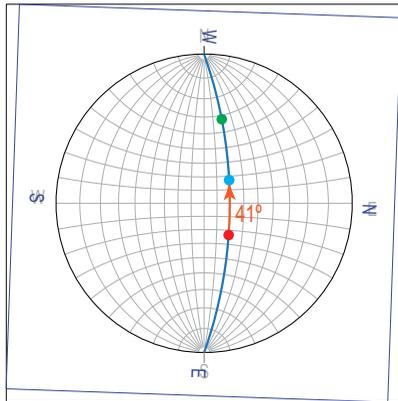
g.1



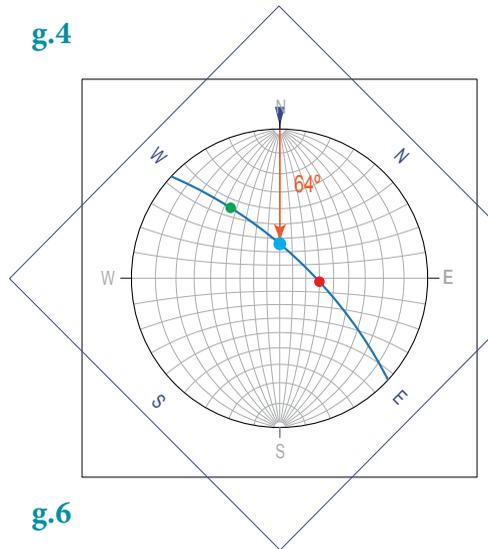
g.2



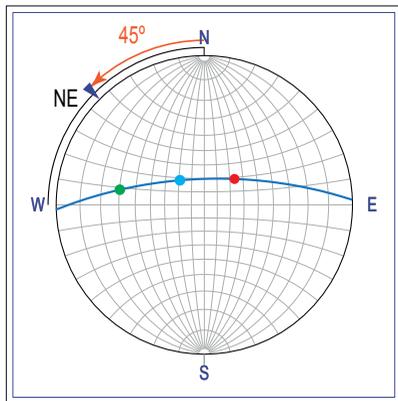
g.3



g.4



g.5



g.6

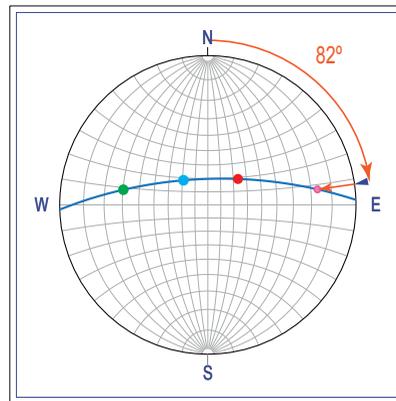


Figura 46. Procedimiento para obtener las rectas bisectrices en la red de Wulff. Los detalles se presentan en el texto.

L_A) 30° al NW 80°

L_B) 60° al NE 50°

Procedimiento g:

- g.1) una vez que ha graficado las dos rectas L_A (en color verde y L_B en rojo) y el plano que las contiene: además de que ya midieron los ángulos que forman las rectas (agudo 82°, obtuso 98°) (figura 46g.1);
- g.2) gire la hoja de trabajo hasta que el plano coincida con el círculo mayor fuente (figura 46g.2);
- g.3) en el arco correspondiente al ángulo agudo, a partir de una de las rectas mida la mitad del ángulo agudo (41° señalado con un arco en color naranja a partir de la recta L_B); el punto que resulte será la proyección de la recta bisectriz aguda (en color azul turquesa en figura 46g.3);
- g.4) para valorar la inclinación de la recta bisectriz aguda, gire la hoja de trabajo hasta que la recta quede alojada en el CM N-S, a lo largo de la cual contará un ángulo agudo (en este caso de 64°). Marque en la hoja de trabajo la dirección de la recta para su valoración posterior (figura 46g.4);
- g.5) para valorar la dirección de la recta bisectriz aguda una vez orientada la hoja de trabajo, mida el ángulo en el CM-H (45°) y valore el cuadrante correspondiente (NW) (figura 46g.5);
- g.6) para determinar la recta bisectriz obtusa (en color rosa en la figura 46g.6), opere las actividades g.3 – g.5 considerando el ángulo obtuso entre las rectas problema.

Resultados:

Rectas bisectrices		
Rectas	Bisectriz aguda	Bisectriz obtusa
30° al NW 80°	64° al NW 45°	16° al NE 82°
60° al NE 50°		

Actividad de aprendizaje 4.7

Rectas bisectrices

AA. 4.7.1 Cálculo angular entre dos rectas, el plano que definen y sus rectas bisectrices.

Dadas las rectas en la siguiente tabla:

- 1) calcule los ángulos que forman el resto de las rectas con la recta uno (R1);
- 2) obtenga el lugar geométrico de las rectas bisectrices aguda y obtusa, exprese el resultado en términos de inclinación y dirección de la recta;
- 3) exprese las rectas: **horizontal** y **de pendiente máxima** correspondientes al plano definido por cada par de rectas;
- 4) exprese los parámetros **rumbo, echado** y **cuadrante** para cada plano;
- 5) calcule el **polo** (la recta normal al plano).

Recta	Inclinación y dirección	Ángulos entre rectas		Bisectriz aguda	Bisectriz obtusa	Recta horizontal	Recta de pendiente máxima	Rumbo, echado y cuadrante	Recta (polo)
1	30° al NE 65°								
2	35° al SE 20°								
3	14° al NW 77°								
4	28° al SE 38°								
5	80° al SW 65°								
6	40° al NE 10°								
7	25° al NE 15°								

h) Intersección entre dos planos

La intersección entre dos planos corresponde a la recta que está alojada simultáneamente en ambos planos. Esto es, dados dos planos no paralelos entre sí, existe una recta que pertenece simultáneamente a ambos planos, la proyección estereográfica de la recta de intersección corresponde al punto de intersección entre los círculos mayores.

Se ilustra el procedimiento con los planos

P_A) N34°W, 28°, NE

P_B) S10°W, 52°, SE

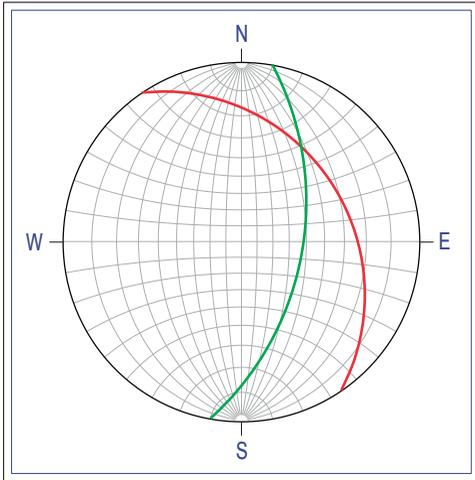
Procedimiento h:

- h.1) una vez graficadas en la red de Wulff, las trazas ciclográficas o círculos mayores de los dos planos conforme al procedimiento (b) (P_A en color rojo y P_B en verde en la figura 47h.1);
- h.2) gire la hoja de trabajo hasta que la intersección (graficada en color amarillo) entre los planos quede alojada en el CMV N– S, calque la dirección de inclinación en el borde de la red. En esa posición, cuente el ángulo descendente de la recta de intersección en esa dirección. El ángulo resulta de 26° (arco en color naranja en la figura 47h.2);
- h.3) oriente la hoja de trabajo para leer la dirección de inclinación en el CM H, en este caso, la dirección es al NE 32° (arco en naranja en la figura 47h.3).

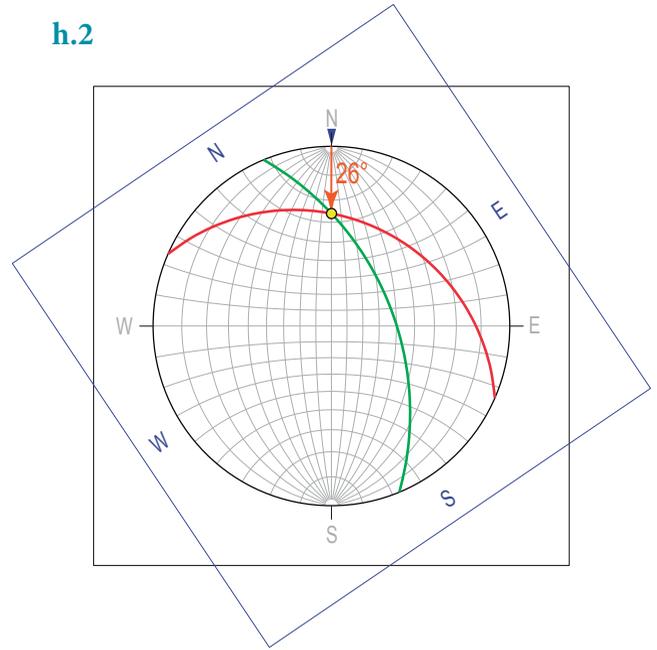
Resultado:

Intersección entre dos planos	
Planos	Recta de intersección
N34°W, 28°, NE	26° al NE 32°
S10°W, 52°, SE	

h.1



h.2



h.3

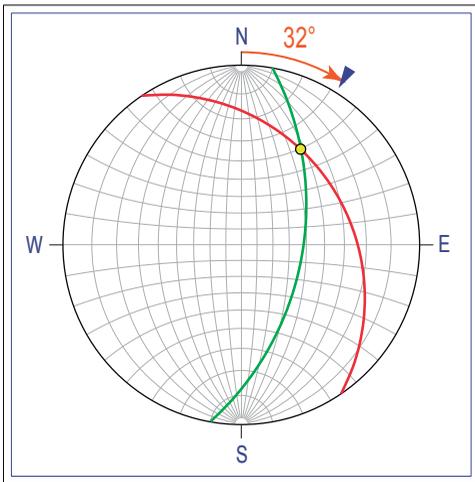


Figura 47. Valoración de la recta de intersección entre dos planos en la red de Wulff. Para los detalles consulte el texto.

Actividad de aprendizaje 4.8

Intersección entre dos planos

AA. 4.8.1. Obtenga la recta de intersección entre los pares de planos siguientes:

Plano 1	Plano 2	Recta de intersección
N 20°E, 35°, SE	S 40°E, 25°, SW	
N 35°W, 60°, SW	N70°E, 54°, NE	
N10°W, 20°, SW	N20°W, 45°, NE	
N67°E, 85°, SE	S22°E 45°, NE	
S65°W, 37°, SE	N43°W, 78°, SW	
N22°W, 49°, NE	S68°E, 25°, SW	
N64°E, 40°, SE	S60°E, 53°, NE	

i) Ángulos entre dos planos

Los ángulos entre dos planos se miden en un plano auxiliar perpendicular a ambos. A dicho plano perpendicular lo denominamos **plano de la cuenta** (PC) y corresponde con aquel cuyo **polo** es la recta de intersección entre ambos planos. El círculo mayor de ese plano perpendicular contiene a los **polos** de los planos problema. Además, en el caso de planos ortogonales entre sí, los **polos** se encuentran en la traza ciclográfica o círculo mayor del plano antagónico. En términos generales, los planos definen cuatro ángulos, dos agudos y dos obtusos. A lo largo del PC, los ángulos se miden entre las rectas de intersección de cada uno de los planos con el PC. Se ilustra el cálculo considerando los planos propuestos en el procedimiento (h).

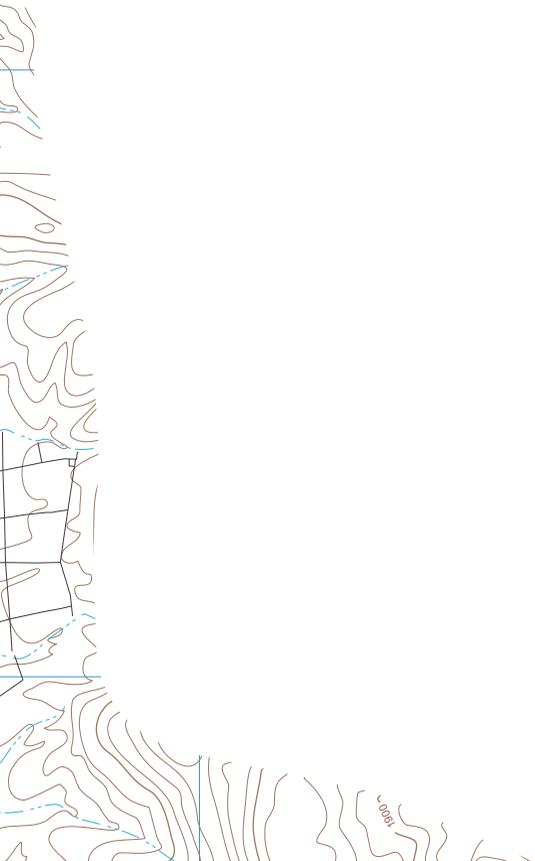
P_A) N34°W, 28°, NE

P_B) S10°W, 52°, SE

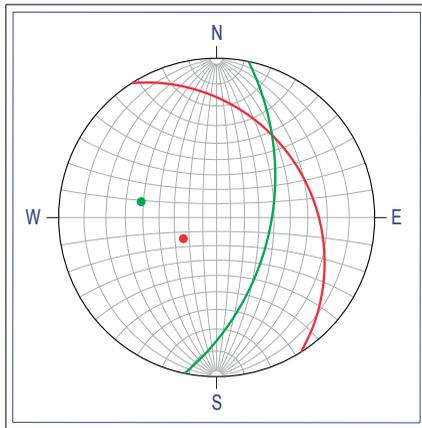
Procedimiento i:

- i.1) una vez que haya graficado los dos planos y sus **polos** de acuerdo al procedimiento (b) (P_A en color rojo y P_B en verde en la figura 48i.1);

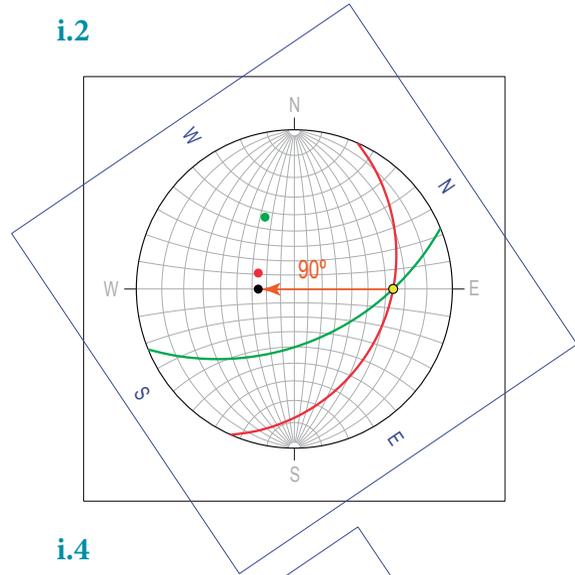
- i.2) gire la hoja de trabajo hasta que la recta de intersección entre los planos (punto amarillo en la figura i.2) quede en el CMV E- W (lugar geométrico de los **polos** y las Rectas de Pendiente Máxima). Cuente 90° (arco en color naranja) a partir de la recta de intersección (ahora considerada como polo), para encontrar la **recta de pendiente máxima** del PC (graficada como un punto negro en la figura 48i.2);
- i.3) trace el círculo mayor (en color azul) en el cual se encuentra la **recta de pendiente máxima** identificada (en este círculo mayor quedarán alojados los **polos** de los planos A y B, figura 48i.3);
- i.4) reconozca la recta de intersección del PC con cada uno de los planos propuestos (en la figura 48i.4 aparecen como las rectas i_{A-PC} e i_{B-PC} , ambas en color amarillo);
- i.5) cuantifique los ángulos agudo y obtuso entre las rectas de intersección, como se describió en el procedimiento (d). Los ángulos que obtuvo corresponden a los propios entre los planos.



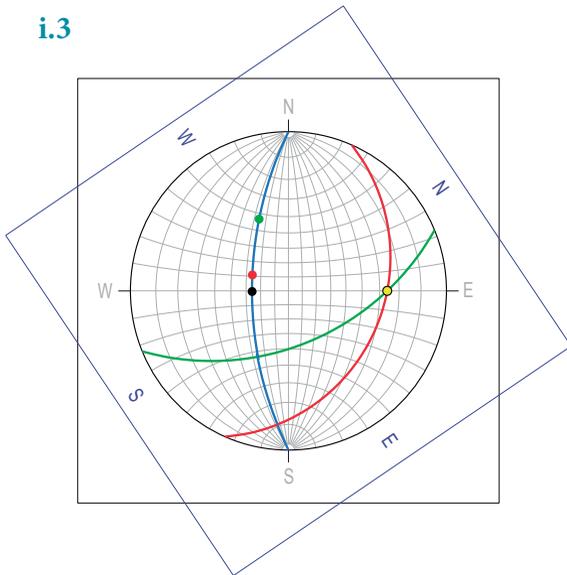
i.1



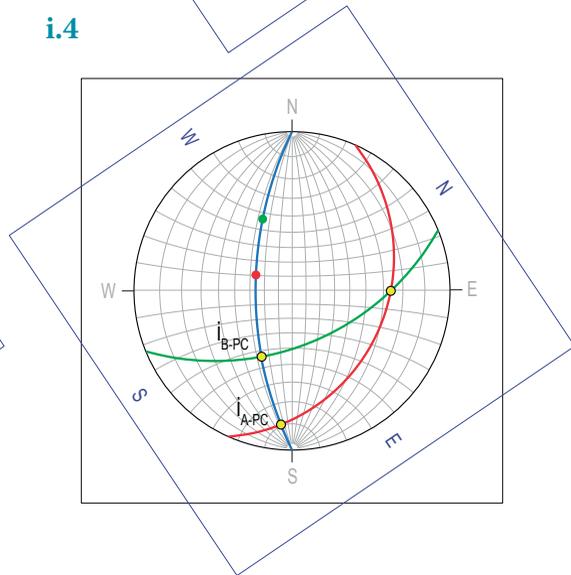
i.2



i.3



i.4



i.5

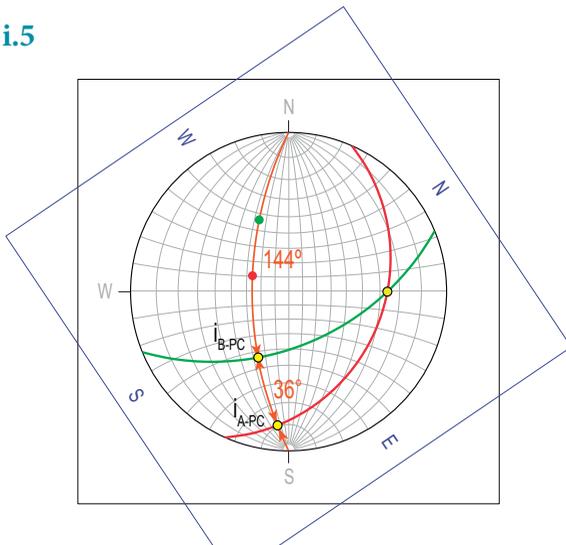


Figura 48. Procedimiento para medir los ángulos agudo y obtuso entre dos planos en la red de Wulff. Los detalles se presentan en el texto.

Resultados:

Ángulos entre dos planos		
Planos	Ángulo agudo	Ángulo obtuso
N34°W, 28°, NE	36°	144°
S10°W, 52°, SE		

Nota: obtendrá los mismos resultados angulares si mide los ángulos entre los **polos**; sin embargo, debe considerar que, en ese caso, el arco del ángulo agudo entre los **polos** queda comprendido en el arco correspondiente al ángulo obtuso entre los planos. Cuestión que es total cuando se trata de calcular los planos bisectores (procedimiento k).

Actividad de aprendizaje 4.9

Ángulos entre dos planos

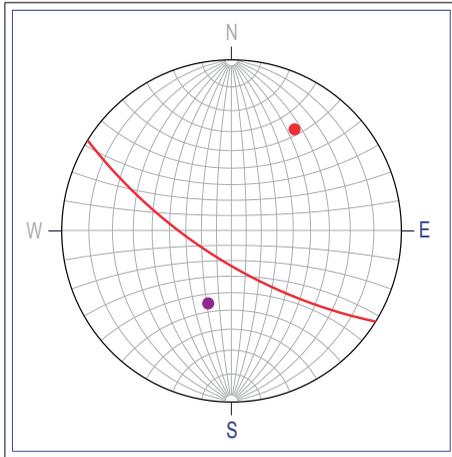
AA. 4.9.1. Con base en la Red de Wulff, obtenga los ángulos agudo y obtuso entre los siguientes pares de planos:

No	Plano 1	Plano 2	Ángulo agudo	Ángulo obtuso
1	N48°E, 22° NW	S15°E, 30° NE		
2	S24°W, 65° SE	N77°W, 43° NE		
3	S65°E, 71° SW	N48°W, 52° SW		
4	S45°E, 53° SW	N35°W, 20°NE		
5	N55°E, 39° SE	S80°W, 58° NW		
6	S29°E, 28° NE	N85°E, 10° NW		
7	N32°W, 12° NE	N10°E, 48°SE		
8	S76°W, 85° NW	N40°E, 21°NW		
9	S46°W,75°NW	S79°W, 61°NW		

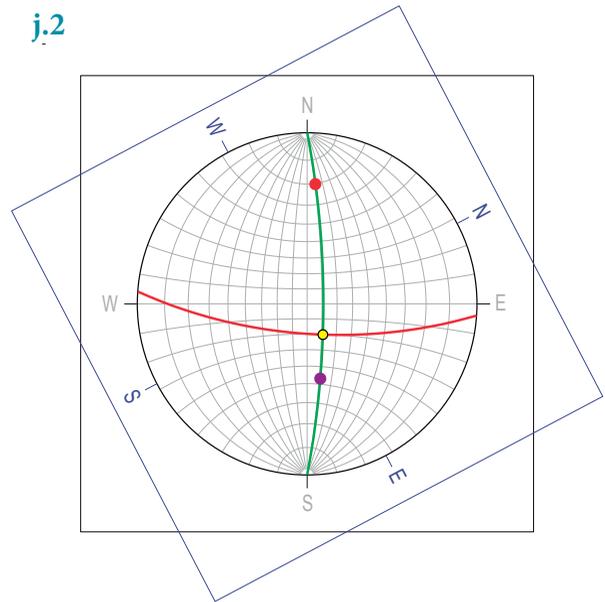
j) Cálculo del ángulo entre una recta y un plano

La medición del ángulo que forma una recta con un plano se obtiene en un plano perpendicular que contenga a la recta. Dicho plano perpendicular queda definido por la recta y por el **polo** del plano problema, con el cual, la recta forma un ángulo agudo. A este plano por contener al polo, le llamaremos **plano portador** (PP). Si el ángulo fuera de 90°, la recta sería perpendicular al plano y entonces se trataría del polo. El ángulo se mide entre la recta propuesta y la recta de intersección entre el plano problema y el PP. Se ilustra el procedimiento al resolver la siguiente pregunta. ¿Cuál es el ángulo que forma la recta 42° al SW 18° con el plano (A) N58°W, 70°, SW? En el mismo PP se mide el ángulo que forma la recta con el **polo** del plano problema, ángulo que es el complementario del primero (figura 49).

j.1



j.2



j.3

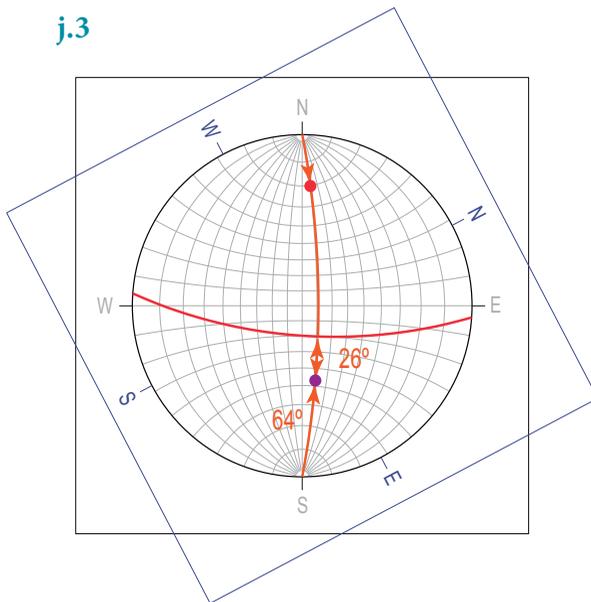


Figura 49. Obtención de los ángulos que forma una recta con un plano y o con el polo en la red de Wulff. Para los detalles consulte el texto.

Procedimiento j:

- j.1) una vez que se han graficado en la misma hoja de trabajo, de acuerdo a los procedimientos (a) y (b); por un lado, la recta (en color morado) y por otro, **el plano** y su **polo** (en color rojo) (figura 49j.1);
- j.2) obtenga el PP, el cual será aquel que aloje simultáneamente a la recta problema y al polo, en este caso se trata del plano: N28°E, 79°, SE (círculo mayor en color verde en la figura 49j.2);
- j.3) el ángulo buscado se mide a lo largo del PP entre su intersección con el plano problema (en color amarillo) y la propia recta (26°). A lo largo de PP, también se puede obtener el ángulo entre **la recta** y el **polo** (64°) (figura 49j.3).

Ángulo agudo entre una recta y un plano			
Recta	Plano	Ángulo de la recta con el plano	Ángulo de la recta con el polo
42° al SW 18°	N58°W, 70°, SW	26°	64°

Actividad de aprendizaje 4.10

Cálculo del ángulo entre una recta y un plano

AA.4.10.1. Obtenga los ángulos que forma una recta con un **plano** y con el **polo** del plano.

Plano	Recta	Ángulo con el plano	Ángulo con el polo
N35°E, 40° SE	45° al NW 15°		
S75°E, 55° SW	22° al SW 40°		
N42°W, 68° SW	30° al SE 89°		
S54°W, 20°NW	65° al NE 87°		
N65°E, 79° SE	10° al SW 10°		
S68°E, 36° NE	35° al SW90°		
N70°W, 50° SW	25° al SE 00°		
N 60° W, 70° NE	12° al SE80°		

k) Planos bisectores

Los planos bisectores son aquellos que forman ángulos de igual magnitud con respecto a dos planos que se intersecan. En Geología Estructural es muy común el cálculo de los planos bisectores para caracterizar distintas estructuras geológicas. Dados dos planos que se intersecan, la definición de los bisectores requiere de 1) el cálculo de los ángulos entre los planos y 2) la obtención de las bisectrices entre las rectas de intersección de cada plano con el PC. Los planos bisectores forman un ángulo de 90° entre sí y tienen como recta común, la recta de intersección entre los planos problema. Entonces, cada uno de ellos se reconoce como el plano que contiene a la recta bisectriz correspondiente y la recta de intersección entre los planos problema. Ilustraremos el procedimiento con los planos considerados en el procedimiento (h) (figura 50).

PA) N 34° W, 28°, NE

PB) S 10° W, 52°, SE

Procedimiento k:

k.1) una vez que:

- 1) ha graficado los **planos** y sus **polos** con el procedimiento (b) (P_A en color rojo y P_B en verde en la figura 50k.1);
- 2) ha identificado la recta de intersección entre los planos (en color azul en la figura 50k.1) de acuerdo al procedimiento (h);

k.2) y ha calculado los ángulos entre los planos (procedimiento i) (figura 50k.2);

k.3) obtenga las bisectrices entre las rectas de intersección del PC con los planos problema (i_{A-PC} e i_{B-PC}) de acuerdo al procedimiento (g) (la aguda en color azul turquesa y en rosa, la bisectriz obtusa, figura 50k.3);

k.4) para identificar el plano bisector agudo, haga coincidir en un mismo círculo mayor, la bisectriz aguda (en color azul turquesa) obtenida en el inciso anterior y la intersección entre los planos (en color azul), con la hoja de trabajo en esa posición, grafique la traza ciclográfica del plano (en color azul turquesa en la figura 50k.4). Al graficar el polo, verá que corresponde con la bisectriz obtusa obtenida en k.3;

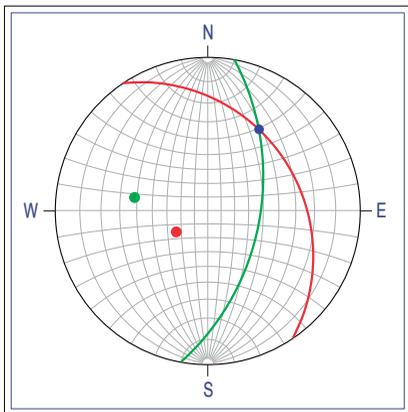
k.5) para caracterizar el plano bisector, continúe el procedimiento con la hoja de trabajo en la misma posición descrita en el inciso anterior con las tres operaciones siguientes (figura 50k.5):

- 1) valore el echado al medir el ángulo de inclinación de la recta de pendiente máxima (definida tácitamente en esa posición de la hoja de trabajo por la intersección entre el plano bisector y el CMV E-W), en el caso que se ilustra el echado es de 38° ;
- 2) identifique el cuadrante de inclinación de la recta de pendiente máxima (en este caso NE);
- 3) marque la dirección del rumbo, para su lectura posterior;

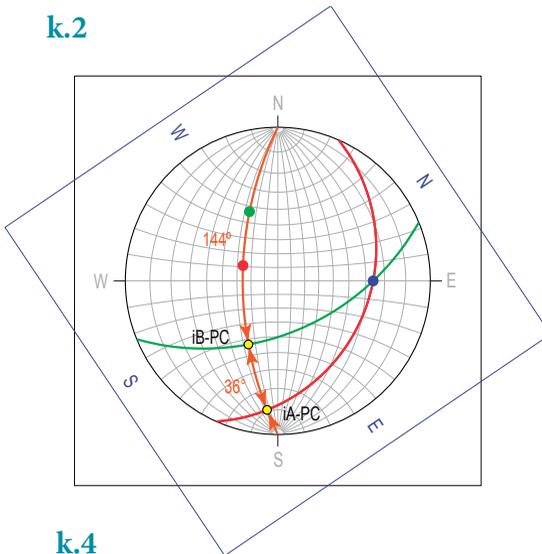
k.6) para valorar la dirección del **rumbo** una vez orientada la hoja de trabajo, mida el ángulo en el CM-H (06°) en el cuadrante correspondiente (NW) (figura 50k.6);

k.7) para determinar el plano bisector obtuso, realice los incisos k.3 – k.6 considerando la bisectriz obtusa como una de las rectas que definen el plano.

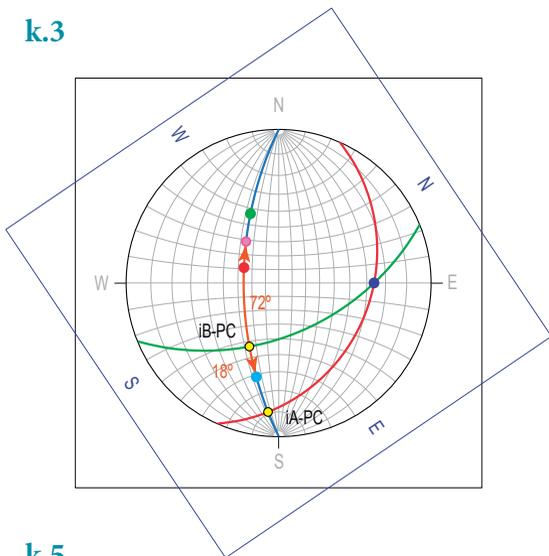
k.1



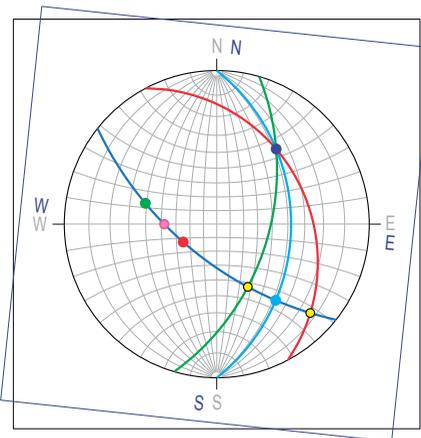
k.2



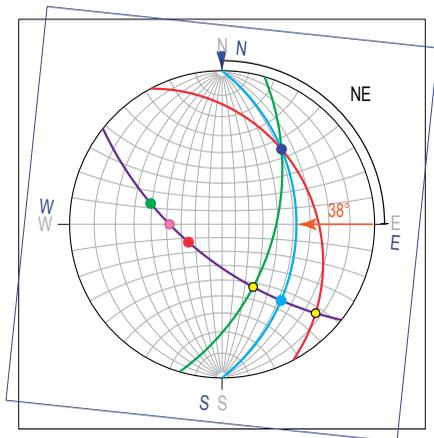
k.3



k.4



k.5



k.6

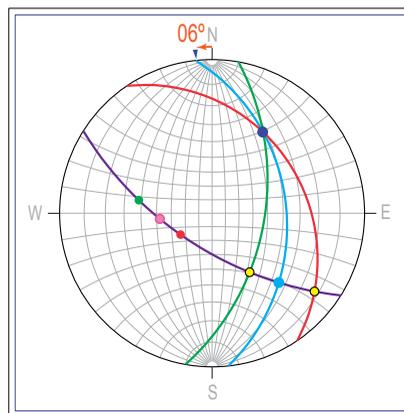


Figura 50. Procedimiento para obtener los planos bisectores agudo y obtuso en la red de Wulff. Los detalles se presentan en el texto.

Resultados:

Planos bisectores		
Planos	Plano bisector agudo	Plano bisector obtuso
N34°W, 28°, NE	N06°W, 38°, NE	S46°W, 64°, NW
S10°W, 52°, SE		

Actividad de aprendizaje 4.11

Planos bisectores

AA. 4.11.1 Considere los dos planos propuestos en cada renglón en la siguiente tabla, calcule el ángulo entre los planos y los planos bisectores agudo y obtuso.

Plano 1	Plano 2	Ángulos entre los planos		Plano bisector agudo	Plano bisector obtuso
N 35° E, 45°, SE	S 60° E, 30°, SW				
N 10°W, 62°, NE	S 80° W, 50°, NW				
S 80° W, 50°, NW	S 54° E, 18°, SW				
N 35° E, 45°, SE	N 10° W, 48°, NE				
S 60° E, 30°, SW	S 01° W, 64°, NW				
N 76° W, 70°, NE	N 54° E, 30°, SE				

1) Giros de elementos geométricos mediante la red de Wulff

La rotación de elementos geométricos es una operación muy frecuente en el procesamiento de datos estructurales, principalmente para restablecer la posición que guardaban los rasgos geológicos antes de un evento de deformación. Esta operación también se realiza con base en la red de Wulff dado que materializa la proyección estereográfica, la cual conserva los ángulos entre los elementos geométricos.

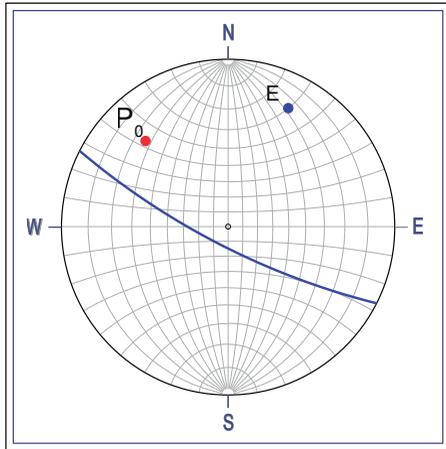
Un **giro** en la red de Wulff se puede aplicar a una **recta** o a un **plano**, cuando este último es representado por su polo. El giro de una recta alrededor de un eje es una operación que se cuantifica en **plano de la cuenta** (PC) (plano auxiliar perpendicular al eje). El ángulo del giro se mide en el (PC) a partir de su recta de intersección con el **plano portador** (PP), este último es aquel que contiene al eje y a la recta por girar. Durante el giro, es obvio que el ángulo entre el eje y la recta por girar se mantiene sin cambio. Así, la recta describe una superficie cónica al rotar alrededor del eje, excepto cuando forma un ángulo de 90° , en este caso, durante el giro la recta genera el PC. El giro se define por dos parámetros: 1) la magnitud del giro (valor angular) y 2) el sentido de giro, el cual puede ser horario (positivo) o antihorario (negativo). Como el ángulo del giro se mide en el PC a partir de la recta de intersección de ese plano con el PP, llamemos a esa recta de intersección como i_0 . Dado que la recta i_0 forma un ángulo de 90° con el eje, su trayectoria durante el giro es conocida: a lo largo del círculo mayor normal al eje, esto es, a lo largo del PC. Entonces, después del giro, el PP se identifica con base en dos rectas: 1) el eje y 2) la recta de intersección en su nueva posición en el PC, para lo cual, se habrá contado el ángulo de giro desde la posición inicial de la recta i_0 a su nueva ubicación en el PC (i_1). El sentido del giro se identifica con el siguiente criterio: el observador visualiza el sentido descendente del eje desde el centro de la semiesfera implícita en la red de Wulff, al mismo tiempo que asocia al eje, la recta de intersección i_0 que es perpendicular al eje. Para identificar hacia dónde se debe contar el ángulo de giro en el PC, se visualiza el resultado de un giro infinitesimal imaginario: con un giro horario la recta i_0 se desplazará hacia la izquierda y con un giro antihorario, hacia la derecha. Una forma práctica para aplicar este criterio, es alojar el eje en el CMV E-W como una recta inclinada hacia el Este, con este arreglo, el PC se encontrará sobrepuesto en el círculo mayor fuente de la red. Así, a lo largo del círculo mayor fuente, la acción del giro se manifestará en el desplazamiento relativo de la recta de intersección hacia el extremo Norte, en un giro horario y hacia el Sur, en un giro antihorario.

La operación de giro se puede describir en los siguientes pasos (como ejemplo giraremos 75° en sentido horario el plano $N46^\circ E, 71^\circ, SE$ alrededor del eje 13° al $NE 27^\circ$ (figura 51).

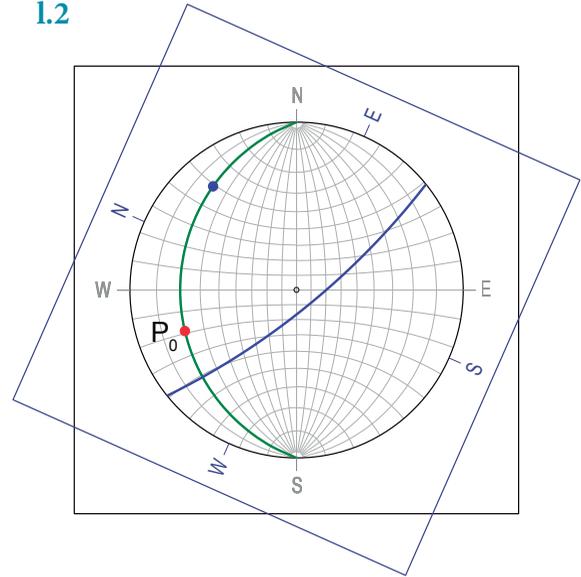
Procedimiento I:

- 1.1) una vez graficados en la red de Wulff conforme a los procedimientos (a) y (b) (figura 511.1), tanto el eje (E en color azul) como el **polo** (P_0 en color rojo) del plano por girar. Obtenga el PC al considerar al eje como un **polo** (en el ejemplo, el PC es N63°W, 77°, SW y está graficado en color azul) (figura 511.1);
- 1.2) de acuerdo con el procedimiento (c), obtenga el PP (el plano que contiene al eje y a la recta o **polo** por girar) buscando al girar la hoja de trabajo, el círculo mayor que aloje simultáneamente al eje y al **polo** por girar (en el ejemplo en color verde, N66°E, 20°, SW) (figura 511.2);
- 1.3) mida en el PP, el ángulo entre el eje y el **polo** (en el ejemplo, 68°, arco en color naranja) (figura 511.3);
- 1.4) con base en el procedimiento (h), identifique la recta de intersección (i_0) entre los planos de la cuenta y portador (en el ejemplo en color amarillo. 15° al NW 67°) (figura 511.4);
- 1.5) con el criterio presentado antes, cuente los 75° a partir de i_0 a lo largo del PC, para registrar como i_1 la posición de la recta de intersección después del giro (en el ejemplo, el ángulo se midió en dos arcos aparentemente separados en color naranja, uno de 16° entre i_0 y la horizontal y otro de 59° entre la horizontal e i_1 después del giro (57° al SE 41°) (figura 511.5);
- 1.6) obtenga el plano definido por la recta i_1 y el eje, (el PP en la nueva posición después del giro, en el ejemplo N19°E, 60°, SE en color verde). Observe El PP inicial en línea discontinua en color verde (figura 511.6);
- 1.7) en la nueva posición del PP, mida el ángulo (68°, arco en naranja) obtenido en (1.3) a partir del eje. Tenga en cuenta el mismo sentido en el que lo midió en el paso 1.3 (en el ejemplo, el ángulo se midió en dos arcos, uno de 15° y otro de 53°). Así, ubicará en el plano portador ya girado, la posición de la recta o el **polo** (P_1 en rojo) en su posición después del giro (en nuestro ejemplo el **polo** 43° al SE 15°) (figura 511.7);
- 1.8) si giró un **polo** (como es el caso del ejemplo), obtenga los datos paramétricos del plano con la siguiente estrategia: una vez girada la hoja de trabajo hasta que el **polo** coincida con el CMV E-W, a lo largo de este cuente 90° para identificar la **recta de pendiente máxima** (en color negro) y con ella el **echado** del plano (47°) y el cuadrante de inclinación (NW). Además, cuando aloje al **polo** en el CMV E-W, la **recta horizontal** del plano se encontrará en la dirección N-S de la red, la cual debe calcar en la hoja de trabajo, para leer el resultado después de su reorientación (figura 511.8);
- 1.9) una vez orientada la hoja de trabajo, para conocer el **rumbo** lea la dirección de la **recta horizontal** (75°) en el **cuadrante** NE, (figura 511.9);
- 1.10) en la figura 511.10 se muestra el resultado de la operación. Observe la trayectoria que siguió el **polo** durante el giro (señalada con una flecha en color negro), el cual en un estadio intermedio tuvo una posición horizontal. Para mayor claridad del resultado, el círculo mayor del plano girado se trazó en color rojo con línea continua y en discontinua, su posición original. Al igual, el PP después del giro se expresa con trazo continuo en color verde, en tanto que el PP original aparece graficado con línea discontinua.

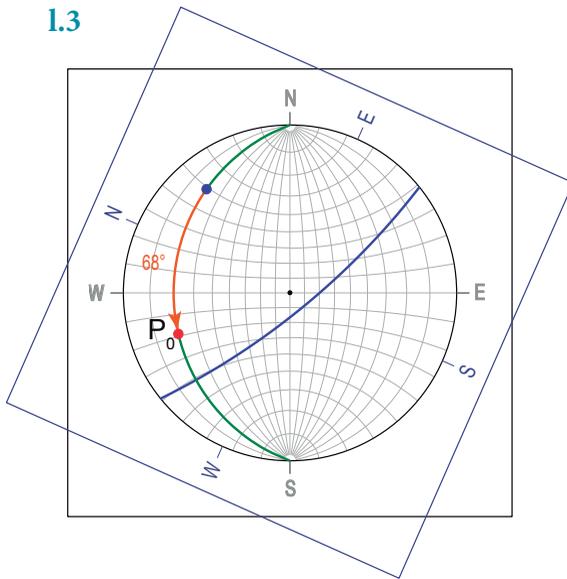
1.1



1.2



1.3



1.4

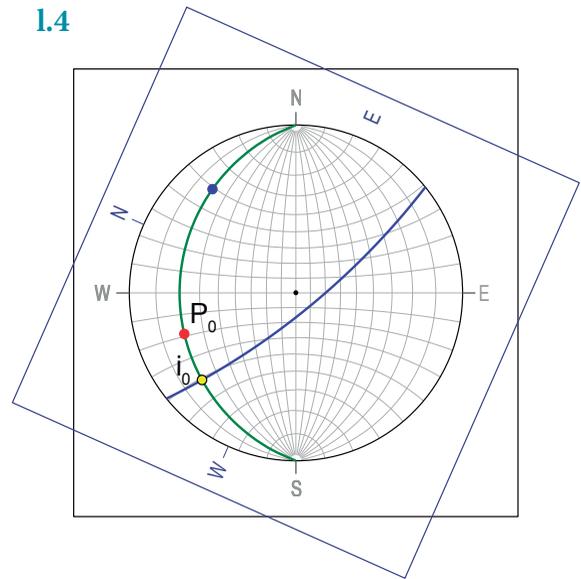
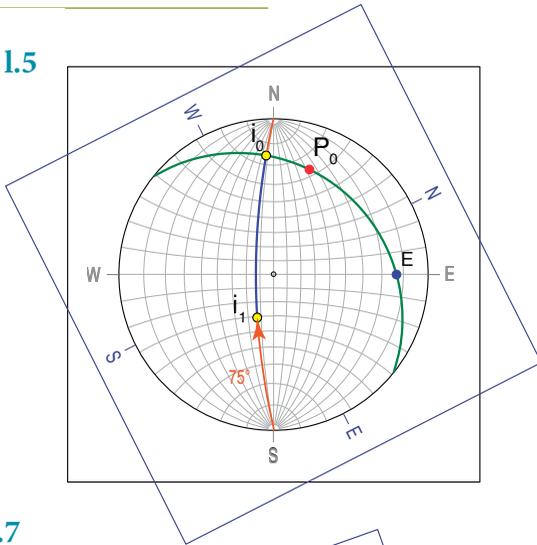
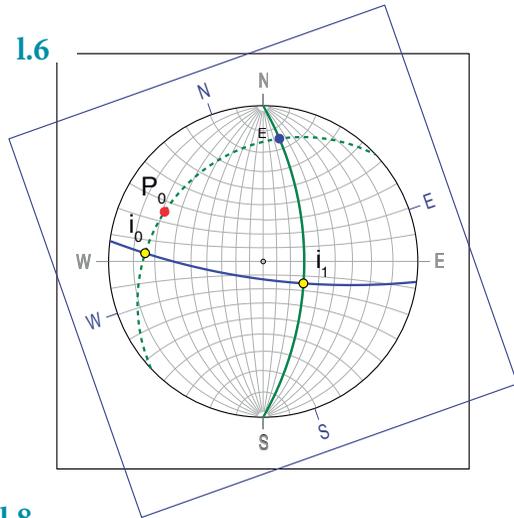


Figura 51. Giro de un elemento geométrico alrededor de un eje inclinado. Caso general. En 1.1. se graficaron en color rojo el círculo mayor y el polo del plano por girar. Para detalles consultar el texto.

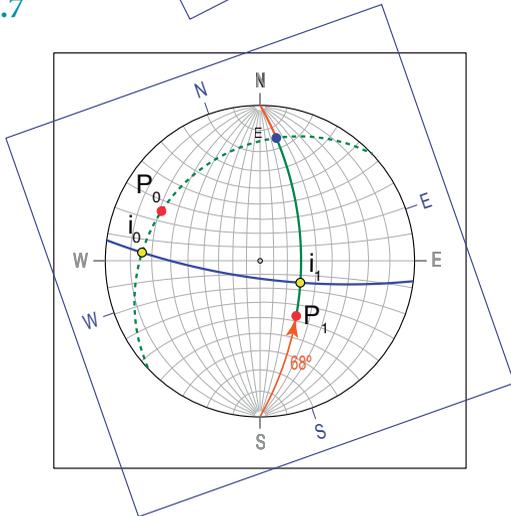
1.5



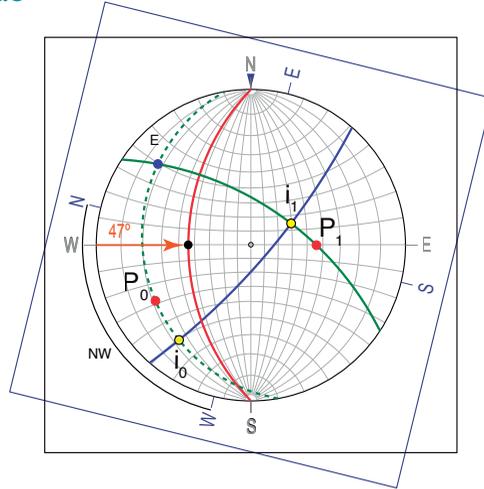
1.6



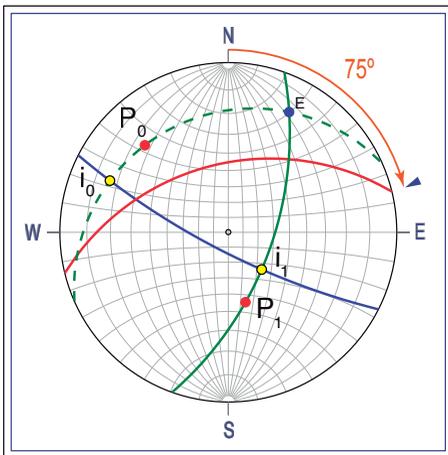
1.7



1.8



1.9



1.10

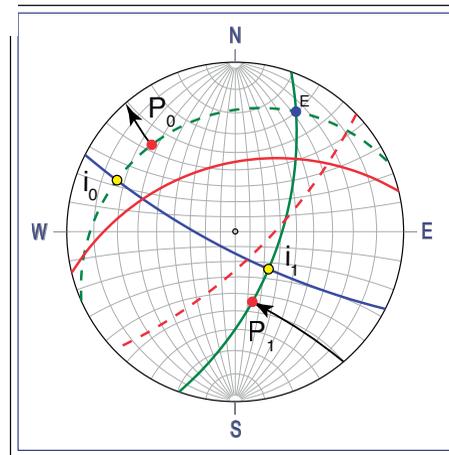


Figura 51. (Continuación). Giro de un elemento geométrico alrededor de un eje inclinado. Caso general. En 1.9 se graficaron la posición final del plano en color rojo con línea continua y en línea discontinua el círculo mayor del plano en la posición inicial. En 1.10. Se indica en color azul la trayectoria del polo; el cual, al girar alrededor del eje genera un sector cónico.

Resultado:

Ejemplo del procedimiento general: giro alrededor de un eje inclinado, se gira el plano N46°E, 71° SE en sentido horario 75° alrededor del eje 13° al NE 27°					
Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	N46°E, 71°, SE	19° al NW44°	N66°E, 20°, NW	N63°W, 77°, SW	15° al NW67°
(+)75°	N75°E, 47°, NW		N19°E, 60°, SE		56° al SE41°

De acuerdo con la posición del eje, se reconocen tres casos en la operación del giro:

- 1) giro alrededor de un eje vertical;
- 2) giro alrededor de un eje horizontal;
- 3) giro alrededor de un eje inclinado.

Para ilustrar el procedimiento propuesto y sus resultados, presentamos un ejemplo para cada caso con una operación de cinco giros antihorarios consecutivos de 72°, del mismo plano:

S30°W, 32°, SE.

- 1) Giro alrededor de un eje vertical

Si el **eje** es **vertical**, entonces su proyección estereográfica corresponde con el centro de la red de Wulff y el PC será el **círculo mayor horizontal**. En tanto que el PP siempre será un plano vertical, pues contendrá al eje que es vertical. Durante el giro, el cono que describe la recta será vertical, así la inclinación de la recta girada será constante durante la operación, mientras que las direcciones involucradas cambiarán durante el giro. De esta manera, después del giro alrededor del eje vertical, la recta conservará la inclinación y cambiará su dirección de acuerdo con el sentido y magnitud del giro. Si el elemento por girar es un plano, se opera con el **polo**, el cual conserva su inclinación, también lo hará la **recta de pendiente máxima**. En este caso, cambiará el rumbo, en tanto que el cuadrante, cambiará de acuerdo con la orientación inicial respecto a la magnitud y sentido del giro. Ejemplificaremos con el giro antihorario del plano S30°W, 32°, SE (figura 52 y tabla 3).

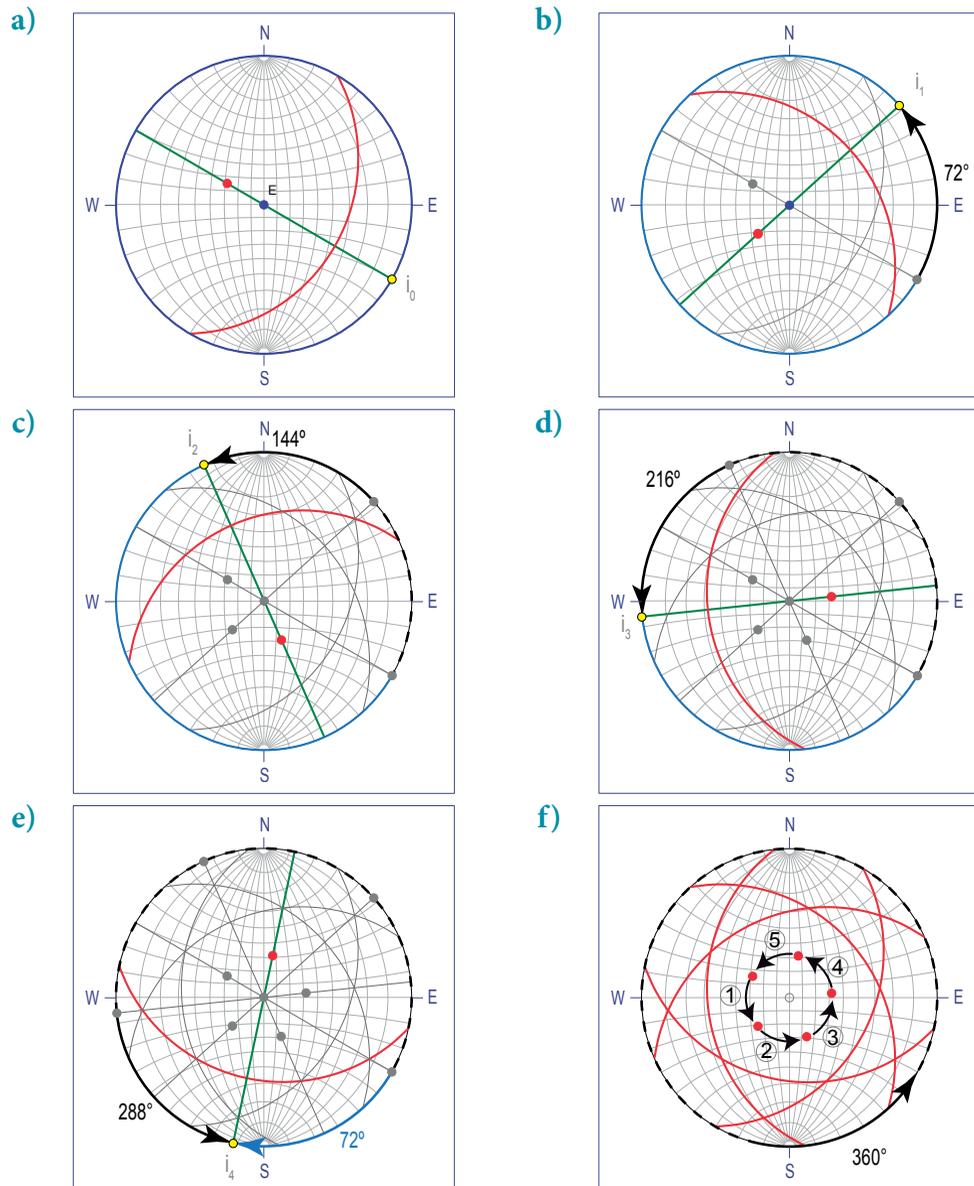


Figura 52. Cinco giros consecutivos del plano S30°W, 32°, SE alrededor de un eje vertical, mediante la red de Wulff. Convención cromática: en color rojo el polo y el círculo mayor del plano por girar, en color azul el eje y el plano de la cuenta (PC); en color verde el plano portador (PP) y en color amarillo la recta de intersección entre el PP y el PC, esta convención se utiliza también en las figuras 53, 54 y 55. a) Posición inicial del plano (giro 0° en la tabla 3). b) Resultado del primer giro antihorario de 72° medido en el PC que coincide con el CM H (se trata del único círculo mayor de 360°) en color gris se presenta la posición original del polo, del plano y del PC; en los siguientes diagramas c), d), y e), al igual, en las figuras 53, 54 y 55 se sigue este recurso. c) El segundo giro se señala con línea negra en el PC, el arco del giro previo se presenta en línea discontinua, se rotula con el valor 144° para resaltar la magnitud de giro acumulada desde la posición inicial. d) Con el tercer giro, el plano habrá rotado 216°. e) Note que el giro antihorario de 288° desde la posición original, tendría el mismo resultado que un giro horario de 72° (señalado con flecha en color azul). f) Un giro adicional de 72°, llevará al plano a la posición inicial. En este diagrama con los resultados parciales graficados, se resalta la trayectoria del polo durante los giros. Note que al girar alrededor del eje vertical, el polo genera un cono vertical y sus proyecciones describen un círculo menor.

Tabla 3. Resultados de cinco giros consecutivos de 72° , en sentido antihorario, del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$ alrededor de un eje vertical. Se presentan los datos graficados en la figura 52.

Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$	58° al $NW60^\circ$	$N60^\circ W, 90^\circ$	horizontal	00° al $NW60^\circ$
1	$S42^\circ E, 32^\circ, NE$	58° al $SW48^\circ$	$S48^\circ W, 90^\circ$		00° al $SW48^\circ$
2	$N66^\circ E, 32^\circ, NW$	58° al $SE24^\circ$	$S24^\circ E, 90^\circ$		00° al $SE24^\circ$
3	$N06^\circ W, 32^\circ, NE$	58° al $NE84^\circ$	$N84^\circ E, 90^\circ$		00° al $NE84^\circ$
4	$N78^\circ W, 32^\circ, NE$	58° al $NE12^\circ$	$N12^\circ E, 90^\circ$		00° al $NE12^\circ$
5	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$				

2) Giro alrededor de un eje horizontal

Si el eje es horizontal, entonces su proyección estereográfica corresponde con algún punto en el **círculo mayor horizontal** de la red de Wulff y el **plano de la cuenta** será un círculo mayor vertical. Cuando se gira un plano alrededor de un eje horizontal, se reconocen dos casos:

- 2a) El eje tiene la misma dirección que el **rumbo** del plano, o tiene una dirección perpendicular a la propia de la recta por girar.
- 2b) La dirección del eje es diferente al **rumbo** del plano o es ortogonal a la propia de la recta por girar.

Si el eje tiene la misma dirección que el **rumbo** del plano por girar, durante el giro, el plano conserva su **rumbo** y cambia su inclinación. En este arreglo, ambos, el **polo** del plano y la **recta de pendiente máxima** se encontrarán en el **plano de la cuenta** (PC). Por su parte, el PP tendrá el mismo **rumbo** que el plano. Durante el giro, una recta con dirección normal a la correspondiente al eje se desplaza a lo largo del PC. En el caso propuesto de cinco giros antihorarios de 72° alrededor de un eje paralelo al **rumbo** del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$, consideramos como el eje la recta 00° al $SW 30^\circ$ (figura 53).

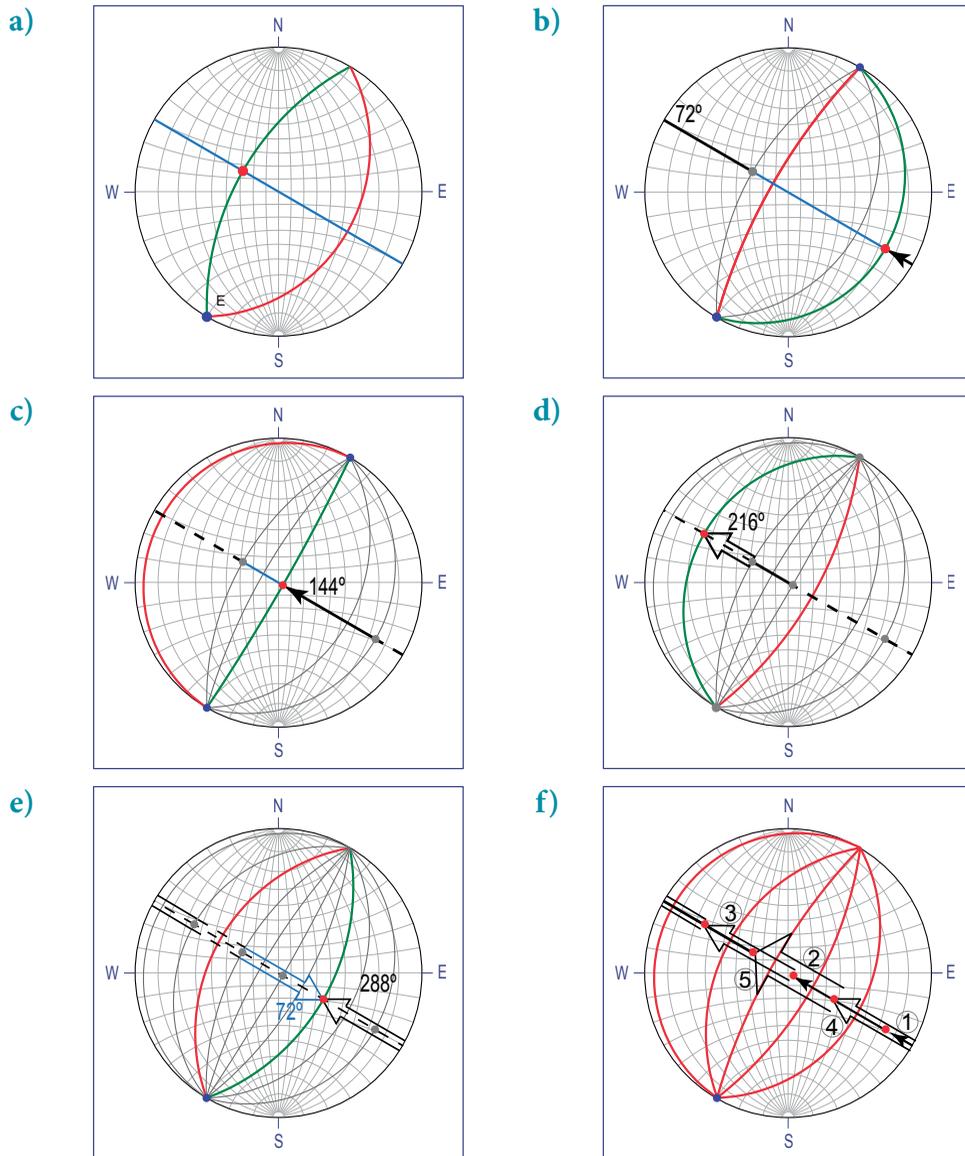


Figura 53. Cinco giros consecutivos del plano $S30^{\circ}W, 32^{\circ} SE$ alrededor de un eje horizontal (00° al $SW 30^{\circ}$) paralelo al rumbo del plano: a) Posición inicial del plano, note que la recta de intersección entre el PC y el PP coincide con el lugar del polo (giro 00° en la tabla 4). b) Resultado del primer giro antihorario de 72° medido en el PC vertical (como el resto de los círculos mayores excepto el CM H, este PC representa un arco de 180°); note que si se considera como eje la otra dirección del rumbo (00° al $NE 30^{\circ}$), el giro sería horario. c) El segundo giro se señala con línea negra en el PC, el arco previo se presenta en línea discontinua en el PC vertical, se rotula con el valor 144° para resaltar la magnitud de giro acumulada desde la posición inicial. d) Con el tercer giro, el plano habrá rotado 216° , ya que para contar el ángulo acumulado utilizamos una segunda vez el mismo círculo mayor vertical, resaltamos el hecho con una flecha doble el arco de 36° duplicado. e) Note que el giro antihorario de 288° desde la posición original tendría el mismo resultado que un giro horario de 72° (señalado con flecha doble en color azul). En el diagrama se presenta el arco de 108° duplicado durante la medición del ángulo acumulado. f) Un giro adicional de 72° llevará al plano a la posición inicial. En este diagrama con los resultados parciales previos graficados se resalta la trayectoria del polo durante los giros. Note que al girar alrededor del eje horizontal, el polo genera un plano vertical y sus proyecciones describen un círculo mayor.

Tabla 4. Resultados de cinco giros consecutivos de 72° , en sentido antihorario, del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$ alrededor de un eje horizontal 00° al $SW30^\circ$ (Una **recta horizontal** con la misma dirección que el **rumbo** del plano). Se presentan los datos graficados en la figura 53.

Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$	58° al $NW60^\circ$	$S30^\circ W, 58^\circ, NW$	$N60^\circ W, 90^\circ$	58° al $NW60^\circ$
1	$S30^\circ W, 76^\circ, NW$	14° al $SE60^\circ$	$S30^\circ W, 14^\circ, SE$		14° al $SE60^\circ$
2	$S30^\circ W, 04^\circ, NW$	86° al $SE60^\circ$	$S30^\circ W, 86^\circ, SE$		86° al $SE60^\circ$
3	$S30^\circ W, 68^\circ, SE$	22° al $NW60^\circ$	$S30^\circ W, 22^\circ, NW$		22° al $NW60^\circ$
4	$S30^\circ W, 68^\circ, NW$	50° al $NW60^\circ$	$S30^\circ W, 50^\circ, SE$		50° al $NW60^\circ$
5	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$				

2b) El **eje** es **horizontal**, pero la dirección del eje es diferente a la propia del **rumbo** del plano o no es ortogonal a la propia de la recta por girar.

Si el eje tiene una dirección diferente que el **rumbo** del plano, durante el giro, el plano cambiará tanto su rumbo, como su inclinación. En este arreglo, el **polo** del plano o la recta por girar se encontrarán en el plano portador, el cual tendrá como **rumbo** la dirección del eje. Durante el giro, el **polo** o la recta generarán un cono horizontal, así la inclinación y la dirección de la recta o del **polo**, cambiarán durante la operación. Durante el giro alrededor de un eje horizontal, la proyección del elemento tendrá como trayectoria un mismo círculo menor de la red de Wulff. En el caso propuesto de cinco giros de 72° en sentido antihorario, alrededor de un eje horizontal diferente al **rumbo** del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$, consideremos el eje 00° al $NW 30^\circ$ (figura 54).

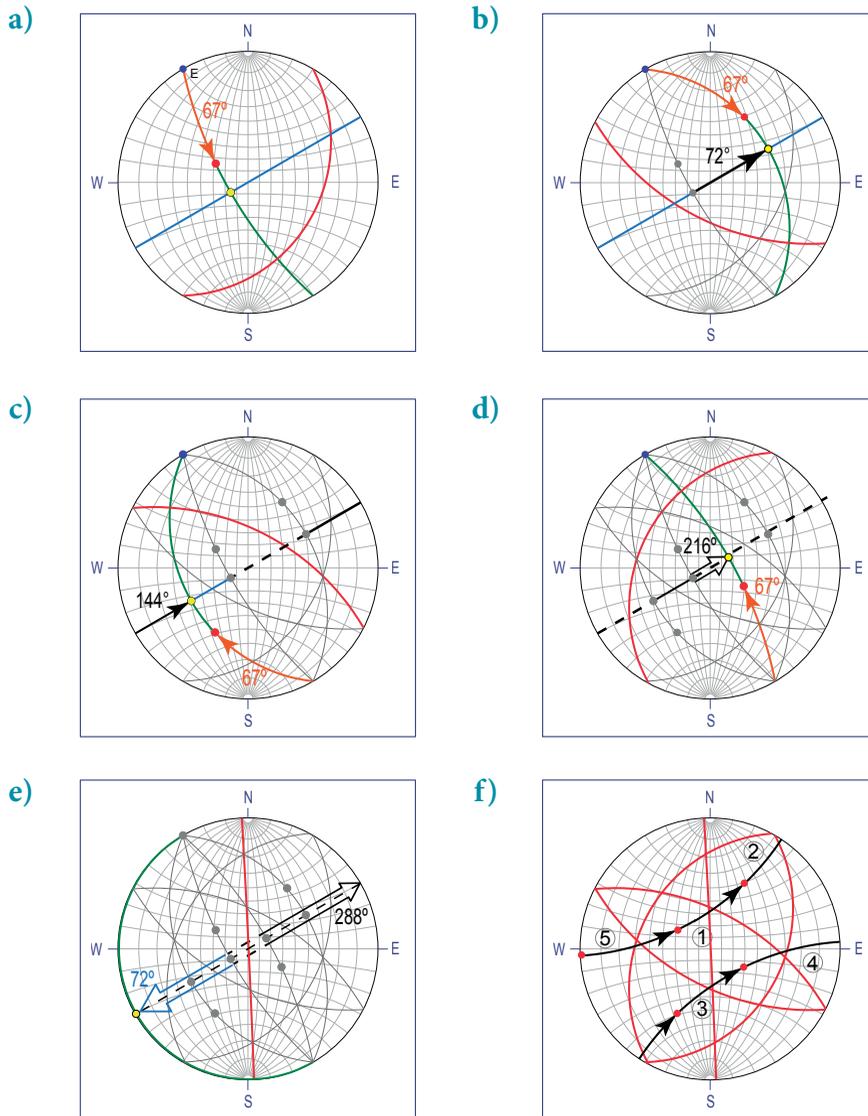


Figura 54. Cinco giros consecutivos del plano $S30^{\circ}W, 32^{\circ}, SE$ alrededor de un eje horizontal (00° al $NW30^{\circ}$) con dirección diferente al rumbo del plano: a) Posición inicial del plano (giro 0° en la tabla 5). Note que la recta de intersección entre el PC y el PP no coincide con el lugar del polo y que este forma un ángulo de 67° con el eje. b) Resultado del primer giro antihorario de 72° medido en el PC vertical. La posición del polo se establece al medir el ángulo de 67° a partir del eje. c) El segundo giro se rotula al igual que en el resto de los diagramas y se señala con línea negra en el PC vertical y el arco previo en línea discontinua. Note que en un estadio intermedio durante este giro, el polo adoptó una posición horizontal en el cuadrante NE y simultáneamente intersecó el cuadrante SW. Al incrementar el giro a partir de esa posición horizontal, el polo arribó a la posición graficada en el diagrama. d) Con el tercer giro, el plano habrá rotado 216° para señalar el ángulo acumulado, resaltamos el hecho con una flecha doble el arco de 36° duplicado. e) Note que el giro antihorario de 288° desde la posición original tendría el mismo resultado que un giro horario de 72° (señalado con flecha doble en color azul). Durante el cuarto giro, otra vez el polo adoptó una posición intermedia horizontal, que lo llevó a cambiar del cuadrante NE al cuadrante SW. f) Con un giro adicional de 72° , el plano regresa a la posición inicial. En este diagrama que incluye los resultados parciales, se resalta la trayectoria del polo durante los giros. Durante el giro alrededor del eje horizontal con dirección diferente al rumbo, el polo genera un cono horizontal. Así, sus proyecciones tienen una trayectoria conforme a un círculo menor de la red de Wulff.

Tabla 5. Resultados de cinco giros consecutivos de 72° en sentido antihorario del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$ alrededor de un eje horizontal 00° al $NW30^\circ$ (Una **recta horizontal** con una dirección cualquiera). Se presentan los datos graficados en la figura 54.

Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$	58° al $NW60^\circ$	$S30^\circ E, 72.5^\circ, SW$	$N60^\circ E, 90^\circ$	72.5° al $SW60^\circ$
1	$S63.5^\circ E, 59^\circ, SW$	31° al $NE27.5^\circ$	$S30^\circ E, 35.5^\circ, NE$		35.5° al $NE60^\circ$
2	$S63^\circ E, 58^\circ, NE$	32° al $SW27^\circ$	$S30^\circ E, 36.5^\circ, SW$		36.5° al $SW60^\circ$
3	$N28^\circ E, 32.5^\circ, SE$	57.5° al $SE62^\circ$	$S30^\circ E, 71.5^\circ, NE$		71.5° al $NE60^\circ$
4	$S03^\circ E, 89.5^\circ, NE$	00.5° al $SW87^\circ$	$S30^\circ E, 01^\circ, SW$		01° al $SW60^\circ$
5	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$				

3) Giro alrededor de un eje inclinado

El giro alrededor de un **eje inclinado** es el caso general. La operación tiene como resultado la modificación de todos los parámetros del elemento sujeto al giro. El PC se traza al considerar como **polo** al eje; en tanto que el PP se identifica como el que contiene al eje y a la recta o **polo** por girar. Así, la operación se puede visualizar como el giro del PP alrededor de una sus rectas (el eje). Durante el giro, todas las rectas contenidas en el PP generan superficies cónicas alrededor del eje. La trayectoria de cada recta es una incógnita, solo podemos conocer el ángulo que forma con respecto al eje, excepto para una recta ortogonal. Esta recta se desplazará a lo largo del plano perpendicular al eje (a lo largo del PC). Como se conoce su posición después del giro, una recta perpendicular al eje permite definir al PP después del giro como aquel plano que contiene al eje y a esa recta perpendicular. Ya conociendo la posición del PP después del giro. Se puede identificar cualquier otra recta en la nueva posición del PP, con base en el ángulo que forma respecto al eje. En el caso propuesto de cinco giros antihorarios de 72° alrededor de un eje inclinado cualquiera, consideremos como eje a la recta inclinada 20° al $NW30^\circ$ (figura 55).

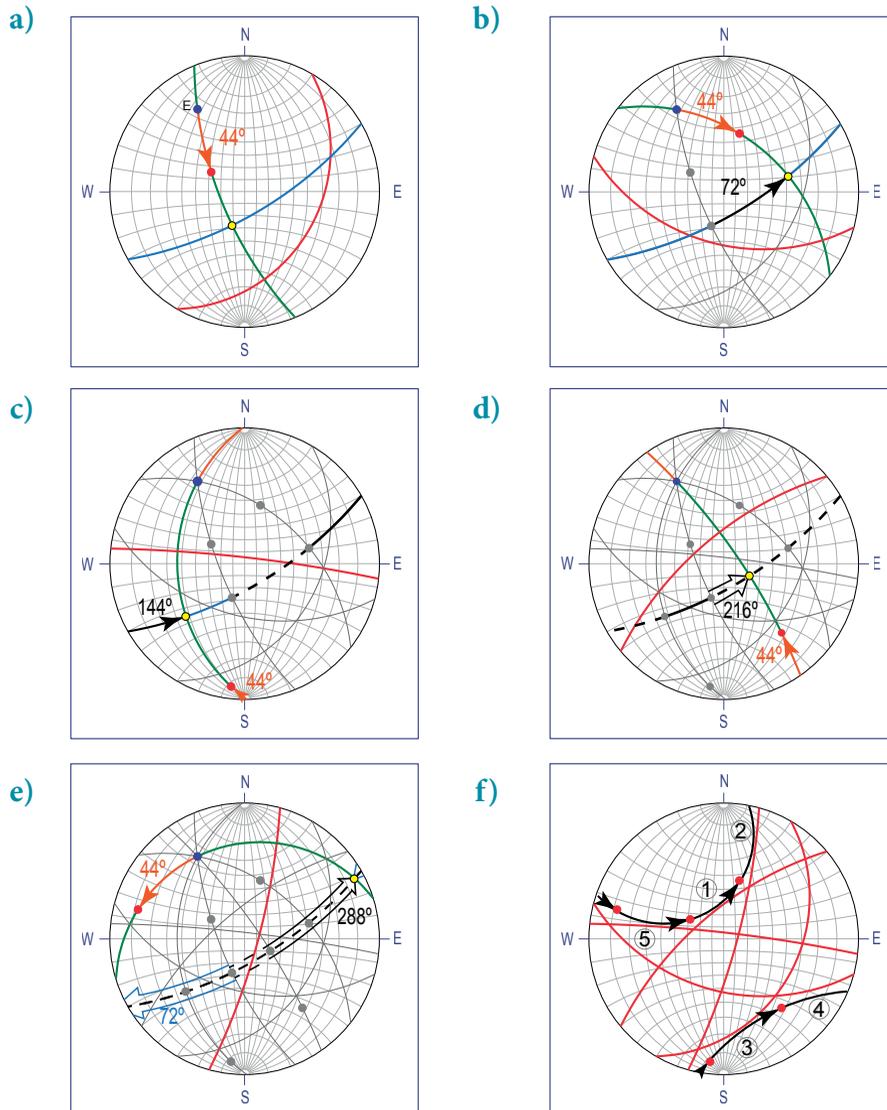


Figura 55. Cinco giros consecutivos del plano S30°W, 32°, SE alrededor de un eje inclinado (20° al NW30°). a) Posición inicial del plano (giro 0° en la tabla 6). Este es el caso general, con el eje inclinado y por lo tanto el plano de la cuenta también es inclinado. Note que el polo forma un ángulo de 44° con el eje, ángulo que no cambiará durante el giro. b) Resultado del primer giro antihorario de 72° medido en el PC inclinado. La posición del polo se establece al medir el ángulo de 44° a partir del eje. c) El segundo giro se rotula al igual que en el resto de los diagramas se señala con línea negra en el PC vertical y el arco previo en línea discontinua. Note que en un estadio intermedio durante este giro, el polo adoptó una posición horizontal en el cuadrante NE y simultáneamente intersecó el cuadrante SW. Al incrementar el giro a partir de esa posición horizontal, el polo arribó a la posición graficada en el diagrama. d) Con el tercer giro, el plano habrá rotado 216°, para señalar el ángulo acumulado, resaltamos el hecho con una flecha doble el arco de 36° girado después de medir los 180° del círculo mayor. e) Note que el giro antihorario de 288° desde la posición original, tendría el mismo resultado que un giro horario de 72° (señalado con flecha doble en color azul). Durante el cuarto giro, otra vez el polo adoptó una posición horizontal intermedia, que lo llevó a cambiar del cuadrante SE al cuadrante NW. f) Con el quinto giro de 72°, el plano regresa a la posición inicial. Durante el giro alrededor del eje inclinado, el polo genera un cono inclinado. En este diagrama junto con los cinco planos graficados, se resalta la trayectoria del polo alrededor del eje inclinado durante los cinco giros. Las proyecciones de la trayectoria definen un cono inclinado que no corresponde con ninguno de los inscritos en la red.

Tabla 6. Resultados de cinco giros consecutivos de 72° , en sentido antihorario del plano $S30^\circ W, 32^\circ, SE$ alrededor de un eje inclinado 20° al $NW30^\circ$ (una recta inclinada cualquiera). Se presentan los datos graficados en la figura 55.

Giro	Plano	Polo porgirar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$	58° al $NW60^\circ$	$S22^\circ E, 69^\circ, SW$	$N60^\circ E, 70^\circ, SE$	60° al $SW20.5^\circ$
1	$S75^\circ E, 48^\circ, SW$	42° al $NE15^\circ$	$S52^\circ E, 44^\circ, NE$		37.5° al $NE76^\circ$
2	$S84^\circ E, 84.5^\circ, NE$	05° al $SW06^\circ$	$S01^\circ E, 36.5^\circ, SW$		29.5° al $SW48^\circ$
3	$N50^\circ E, 67^\circ, NW$	23° al $SE40^\circ$	$S35^\circ E, 77^\circ, NE$		66° al $SE65^\circ$
4	$N15^\circ E, 79^\circ, SE$	11° al $NW75^\circ$	$N73^\circ E, 20.5^\circ, SW$		04° al $NE61.5^\circ$
5	$S30^\circ W, 32^\circ, SE$				

Actividad de aprendizaje 4.12

Giro de elementos geométricos en la red de Wulff

AA. 4.12.1. Calcule los resultados de 6 giros consecutivos de 60° alrededor de un eje vertical del plano propuesto en la tabla. Utilice el formato para registrar sus resultados y los elementos solicitados.

Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	S30°W, 32°, SE				
1					
2					
3					
4					
5					
6	S30°W, 32°, SE				

AA 5.12.2. Calcule los resultados de 6 giros consecutivos de 60° del plano, alrededor del eje inclinado propuesto en la tabla. Utilice el formato para registrar sus resultados y los elementos solicitados.

Eje para el ejercicio: 20° al NW18°					
Giro	Plano	Polo por girar	Plano portador	Plano de la cuenta	Recta de intersección (i)
0	S30°W, 32°, SE				
1					
2					
3					
4					
5					
6	S30°W, 32°, SE				

AA 5.12.3 Giro de una recta respecto a un eje inclinado. Calcule la posición de la recta R1 después de efectuar un giro alrededor del eje propuesto en el sentido y con la magnitud indicados en la tabla. Obtenga la posición de los planos portadores PP y PP', el **plano de la cuenta** PC, el ángulo entre el eje y la recta R1, y las intersecciones entre los planos portadores (PP y PP') con el **plano de la cuenta** (PC).

R1	15° al SE 70°	53° al NW 46°	45° al SW 35°	20° al NE 76°	35° al SW 67°
Eje	25° al NE 40°	60° al SW 30°	65° al SE 80°	15° al SW 80°	45° al SE 25°
Giro	110°	85°	140°	30°	72°
Sentido	antihorario	horario	horario	antihorario	antihorario
R1'					
PC					
PP					
PP'					
Ángulo agudo Eje-R1					
Ángulo obtuso Eje-R1					

AA. 5.12.4. Giro de un plano respecto a un eje inclinado. Calcule la posición del plano P1 después de efectuar un giro de sentido y magnitud indicados en la tabla con respecto al eje propuesto. Obtenga la posición de los planos portadores PP y PP', el **plano de la cuenta** PC, el ángulo entre el eje y la recta R1, y las intersecciones entre los planos portadores (PP y PP') con el plano PC.



P1	N60°W, 35°, NE	S45°W, 25°, SE	N65°E, 68°, SE	S47°W, 43°, SE	N87°W, 10°, NE
Eje	40° al NE 55°	60° al NE 35°	15° al SW 76°	54° al SW80°	45° al NW45°
Giro	78°	136°	40°	65°	120°
Sentido	antihorario	horario	horario	antihorario	antihorario
R1'					
PC					
PP					
PP'					
Ángulo agudo Eje-P1					
Ángulo obtuso Eje-P1					

AA. 5.12.5 Giro de un plano a la posición horizontal. Obtenga el eje, la magnitud angular y el sentido del giro mínimo requeridos para llevar a la posición horizontal al plano P1.

P1	S 48°W, 66°, NW	S37°E, 85°, SW	N45°E, 48, NW	N88°W, 39°, SW
Eje				
Magnitud angular				
Sentido				

AA. 5.12.6. Giro consecutivo de un conjunto de rectas con respecto a un eje. Realice ocho giros de 45° en sentido antihorario alrededor del eje, grafique la posición de las rectas después de cada giro. Grafique todos los elementos del giro: eje, planos portadores, **plano de la cuenta** e intersecciones entre los planos portadores y el **plano de la cuenta**.

Recta	Dato
Eje	22° al NW 38°
R1	34° al NW 54°
R2	45° al NW 77°
R3	50° al SW 74°
R4	45° al SW 44°
R5	36° al SW 21°
R6	22° al SW 04°

Registre los resultados en términos de inclinación y dirección. Ejemplo 20° al SE 30° .

Recta	R'	R''	R'''	R ^{IV}	R ^V	R ^{VI}	R ^{VII}	R ^{VIII}
R1								
R2								
R3								
R4								
R5								
R6								

Plano	Rumbo echado y cuadrante	Intersección con PC
PC		
PP		
PP'		
PP''		
PP'''		
PP ^{IV}		
PP ^V		
PP ^{VI}		
PP ^{VII}		
PP ^{VIII}		

Proyección estereográfica de cuerpos geométricos regulares

Con el propósito de mejorar la comprensión de la proyección estereográfica y la visualización del arreglo de discontinuidades, proponemos graficar las caras de cuerpos geométricos delimitados por planos. Consideremos el cuerpo geométrico más elemental, un tetraedro formado por cuatro triángulos equiláteros apoyado en una de sus caras. Para obtener los datos paramétricos de las caras del tetraedro, partamos de su **proyección horizontal**, en una orientación tal que, una de sus aristas horizontales tenga una dirección Norte-Sur (00° al NE 00°). Las tres caras inclinadas tendrán una misma inclinación (YY°), la cual calcularemos mediante proyecciones diédricas. En la posición propuesta, las cuatro caras del tetraedro tendrán los siguientes parámetros:

Cara	Rumbo	Echado	Cuadrante
1	N 00° E	(YY°)	W
2	N 60° E	(YY°)	SE
3	N 60° W	(YY°)	NE
4	Horizontal		

Veamos el tetraedro en la **caja de cristal** y sus proyecciones en el espacio tridimensional y para una mejor referencia acotaremos los vértices (figura 56). Para calcular el **echado**, obtendremos la **proyección de perfil** del tetraedro en una dirección apropiada para obtener la vista de canto de una de sus caras (perpendicular a la arista A - C). De acuerdo con la disposición del tetraedro, la cara uno (con vértices A - C - D) se manifestará de canto en la **proyección de perfil**. En esta cara, D - E es la **recta de pendiente máxima** y como las caras son iguales, D - E es igual a la recta B - E (la altura del triángulo). En tanto que la recta D - B es un lado de triángulo (igual a la recta A - B). Estas dos rectas D - E y D - B, se manifestarán en magnitud real al proyectarlas a un plano **de perfil** paralelo a sus proyecciones horizontales. Con ese razonamiento, una vez que obtengamos la **proyección de perfil** de las rectas A - C (de punta a' , c') y B - C (b' - c'), ambas en la base del tetraedro. Utilizamos las proyecciones de los puntos A y B, como pivote para trazar arcos de circunferencia con las magnitudes reales de las rectas D - E (la altura del triángulo) y D - B (la longitud de un lado del triángulo); para la primera recta, desde la **proyección de perfil** de la recta de punta A - C, en tanto que trazaremos el arco D - B, desde la proyección del punto B. La intersección de ambos arcos definirá la ubicación de la **proyección de perfil** del punto D.

Entonces trazaremos la **recta de pendiente máxima** (D - E) y/o la vista de canto de la cara; en la cual, a partir de una **recta horizontal** trazada en el vértice D mediremos la inclinación buscada, que resulta de $\sim 71^\circ$. En tanto que la recta D - B tiene una inclinación de ~ 55 (figura 57).

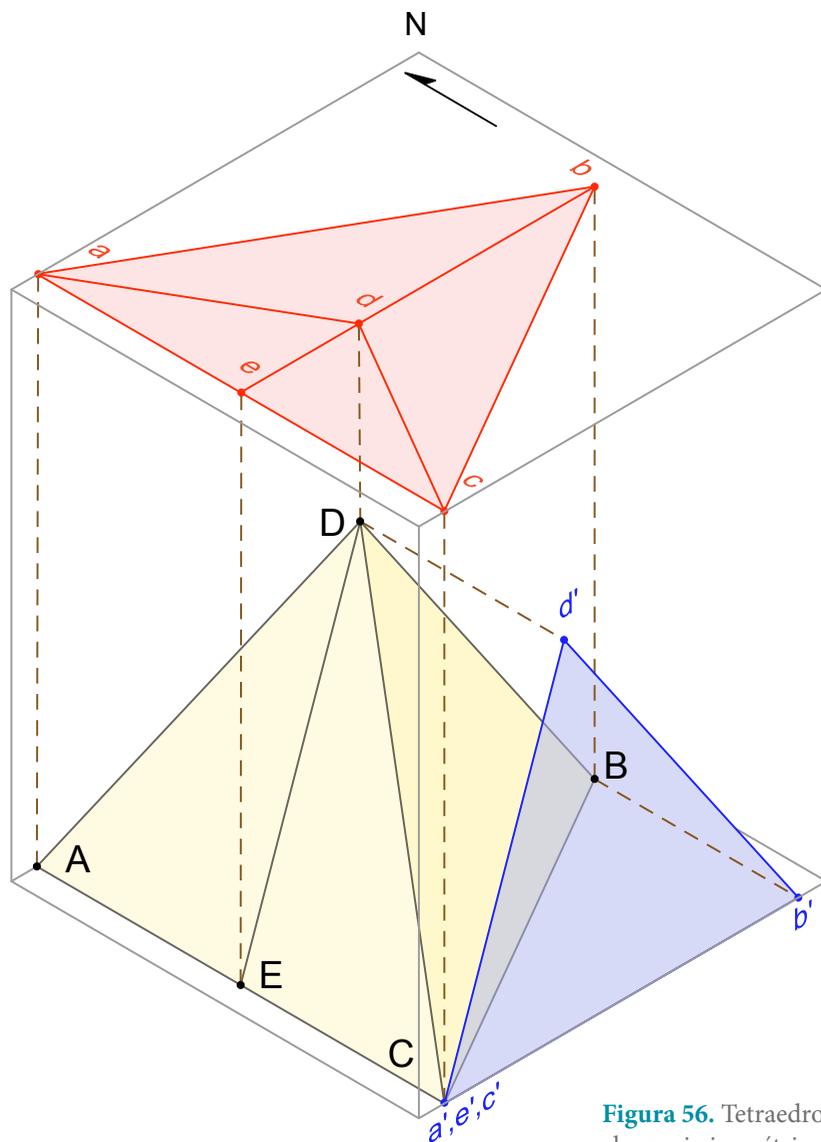


Figura 56. Tetraedro con una cara con rumbo $N00^\circ E$, en el espacio isométrico de la caja de cristal, acotado con sus vértices A, B, C y D. En color rojo, su proyección horizontal, y en color azul, su proyección de perfil.

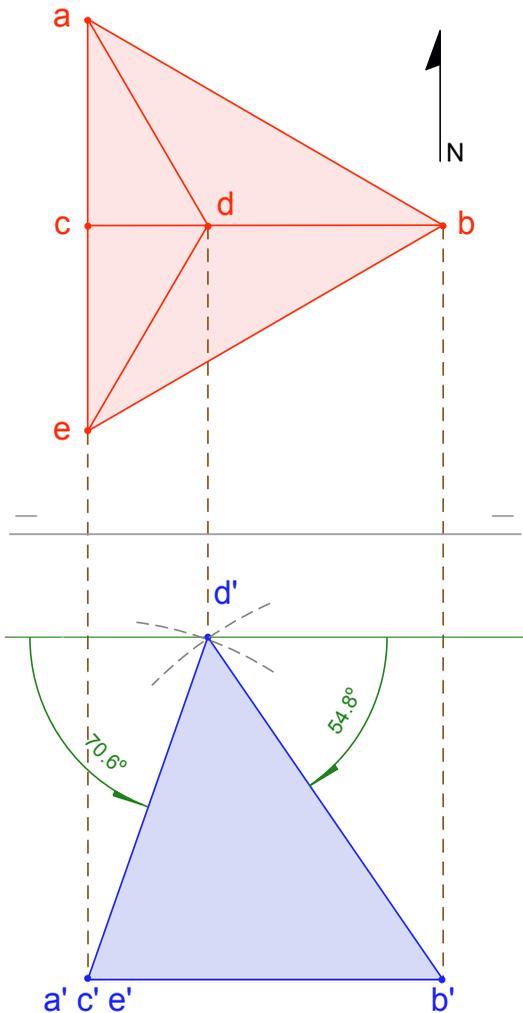


Figura 57. Proyecciones diédricas del tetraedro. En la proyección de perfil, la cara A - C - D se muestra en vista de canto. La recta de pendiente máxima D - E y la arista D - B se trazaron en magnitud real de acuerdo con su correspondencia con las dimensiones de la base: la recta D - E es igual a la altura del triángulo (recta E - B) y la arista D - B es igual a un lado del triángulo. A partir de esas dimensiones, mediante arcos de circunferencia, se obtuvo la proyección de perfil de D y con ello, la inclinación de las caras ($\sim 71^\circ$) y la inclinación de las aristas ($\sim 55^\circ$).

Con base en los datos paramétricos obtenidos estaremos en posibilidad de graficar las proyecciones estereográficas del tetraedro mediante el procedimiento (b), (figura 58). A partir de este diagrama estereográfico es posible caracterizar las aristas como seis rectas, tres inclinadas y tres horizontales. Las aristas inclinadas se leen en forma inversa del procedimiento (a).

Procedimiento m:

- m.1) gire el sobrepuesto hasta que la recta de intersección por evaluar quede en un círculo mayor vertical, ya sea en el CMV E-W o en el CMV N-S;
- m.2) en esa posición, cuente la inclinación de la recta y marque la dirección para su posterior lectura;
- m.3) al reorientar la hoja de trabajo, lea la dirección en el CM H.

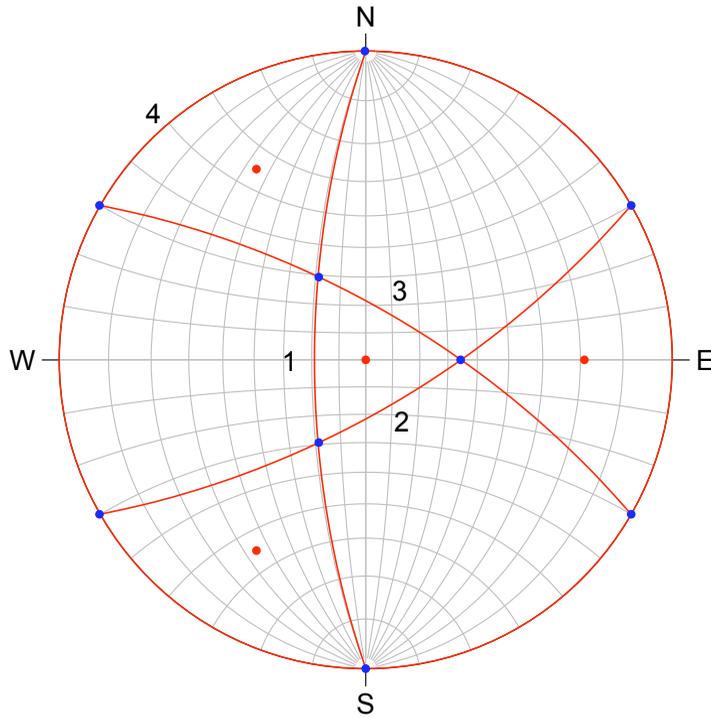


Figura 58. Proyección estereográfica del tetraedro ilustrado en la figura 56, en color rojo los círculos mayores de las cuatro caras y sus polos; en color azul, las seis aristas D - A, D - B, D - C, A - B, A - C y B - C. Note que la cara basal corresponde al CM H. El número en los círculos mayores corresponde con las caras de la tabla 7.

Los resultados de las operaciones se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 7. Valores característicos de las caras y de las aristas de un tetraedro. Las rectas se refieren a las aristas en la figura 56.

Cara	Rumbo echado y cuadrante	Rectas de intersección con la cara 1	Rectas de intersección con la cara 2	Rectas de intersección con la cara 3
1	N00°E, 71°, W			
2	N 60° E, 71°, SE	55° al SW30° (Recta D - C)		
3	N 60° W, 71°, NE	55° al NW30° (Recta D - A)	55° al NE90° (Recta D - B)	
4 (base)		Horizontal 00° al NE00° (Recta A - C) 00° al NE60° (Recta B - C)		00° al NW60° (Recta A - B)

Actividad de aprendizaje 4.13

Proyección estereográfica de cuerpos geométricos regulares

Calcule los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante** de las caras de las siguientes pirámides y luego obtenga su proyección estereográfica en la red de Wulff. En todos los casos, considere que la cara (1) tiene un **rumbo** N 90° E.

AA. 4.13.1. Pirámide de base hexagonal regular. Considere que la altura de la pirámide es igual a la longitud de las aristas de la base de la pirámide.

Cara	Rumbo, echado y cuadrante
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Base	

AA. 4.13.2. Pirámide pentagonal regular. Considere que la altura de la pirámide es igual al doble de la longitud de las aristas de la base de la pirámide.

Cara	Rumbo, echado y cuadrante
1	
2	
3	
4	
5	
Base	

AA. 4.13.3. Pirámide octagonal. Considere: 1) las aristas de la base tienen la misma longitud; 2) la altura de la pirámide es igual a una vez y media con relación a la longitud de las aristas de la base.

Cara	Rumbo, echado y cuadrante
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Base	

Cálculo estadístico con la red de Schmidt

La red de Schmidt es una proyección equivalente. Entonces, la distribución de rectas o de **polos** de una población de rasgos de igual naturaleza, puede ser analizada estadísticamente con esta red para identificar sus valores característicos. Por lo general, el análisis estadístico se realiza en poblaciones de más de 25 datos. Una vez graficada la población en la red de Schmidt, se realiza un conteo para conocer la distribución de los datos. Así, se identifica el número de proyecciones que aparecen en un área determinada de la red. El conteo se realiza desplazando el área o caja de conteo por la red, para valorar toda la población graficada. El área de conteo se determina con base en algún criterio, por ejemplo, un porcentaje del área de la red. La falsilla de Kalsbeek (figura 25) es un recurso utilizado frecuentemente para realizar el conteo estadístico en forma manual. Los valores resultantes se configuran mediante isolíneas de igual densidad. Una vez que se normaliza la población, a cada isolínea se le asigna un valor en porcentaje. Esto es, cuando se establece el valor ponderado de cada dato en proporción al número total, cuando este se considera como cien.

Conteo estadístico con la falsilla de Kalsbeek

La falsilla Kalsbeek fue diseñada para cuantificar el número de datos graficados en áreas del uno por ciento del total de la red de Schmidt. Se trata de un patrón de comparación con un área igual a la propia de la red de Schmidt. La falsilla tiene impresa una retícula de triángulos, por lo general con lados curvos. La falsilla está diseñada de forma tal que, al considerar seis triángulos con un vértice común, se identifica un área correspondiente al uno por ciento de la superficie total de la red. El vértice común se considera como el centro del área unitaria y es el lugar en donde se registra el valor obtenido en la cuenta. Si se considera un triángulo de la falsilla de Kalsbeek, cada uno de sus tres vértices pueden ser el centro de un área del uno por ciento durante el conteo estadístico (figura 59). De lo cual, se deriva que cada **recta o polo** será contada tres veces, cuestión que no modifica el cálculo estadístico, porque al final el número de proyecciones contadas será el triple del original, lo cual no modifica la valoración de la distribución en la red. Para la mejor comprensión del uso del binomio red de Schmidt –falsilla de Kalsbeek, se presenta como ejemplo, el caso de la población de 25 planos con una distribución bimodal (tabla 8).

Tabla 8. Población de 25 planos por analizar su tendencia

Población de planos				
S 28° E, 20°, NE	N 31° W, 26°, SW	S 22° E, 25°, SW	S 20° W, 21°, SE	S 33° E, 32°, SW
N 09° W, 20°, NE	S 33° E, 29°, SW	S 08° E, 18°, NE	S 35° E, 19°, SW	N 25° W, 26°, SW
N 03° E, 20°, SE	N 06° E, 24°, SE	N 26° W, 22°, NE	N 35° W, 27°, SW	N 20° W, 22°, SW
S 22° W, 20°, SE	S 23° E, 35°, SW	N 12° W, 17°, NE	S 30° E, 31°, SW	S 11° E, 18°, NE
S 37° E, 20°, SW	N 23° W, 29°, SW	S 08° W, 23°, SE	N 11° E, 28°, SE	S 28° E, 29°, SW

Para efectos del análisis estadístico, se grafican los **polos** en una misma hoja de trabajo, con base en la red de Schmidt y siguiendo la estrategia propuesta para graficar un **polo** en la red de Wulff. Una vez que se han graficado los **polos** (figura 59), la hoja de trabajo se sobrepone al contador de Kalsbeek y, en previsión de algún error en el proceso subsecuente, se le sobrepone otra hoja translúcida para conservar la hoja con los **polos** graficados como un respaldo. Ambas hojas de trabajo se fijan para lograr un conteo confiable de **polos** por cada área unitaria. Durante el conteo, puede ocurrir que un **polo** quede sobre una línea limítrofe entre dos triángulos, en este caso, se asigna el **polo** a uno de los dos triángulos a criterio del operador, esta asignación se mantiene durante el conteo en las áreas unitarias correspondientes a cada uno de los vértices del triángulo elegido (figura 60).

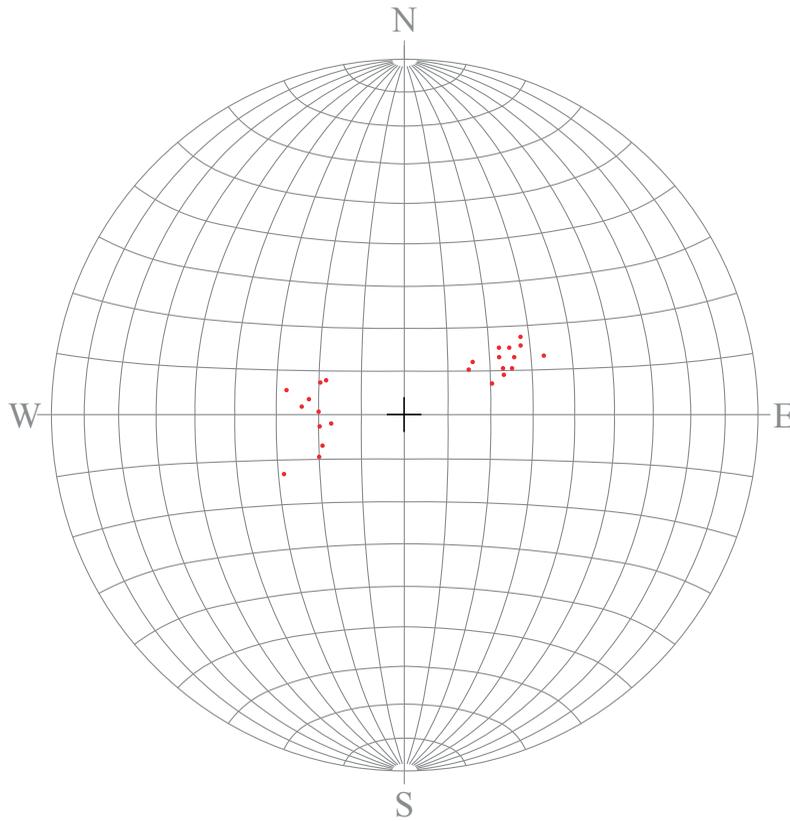


Figura 59. Polos de la población en estudio (de acuerdo a la lista de planos de la tabla 8) graficados en la red de Schmidt (de área equivalente). Población cuya distribución será valorada mediante la falsilla de Kalsbeek.

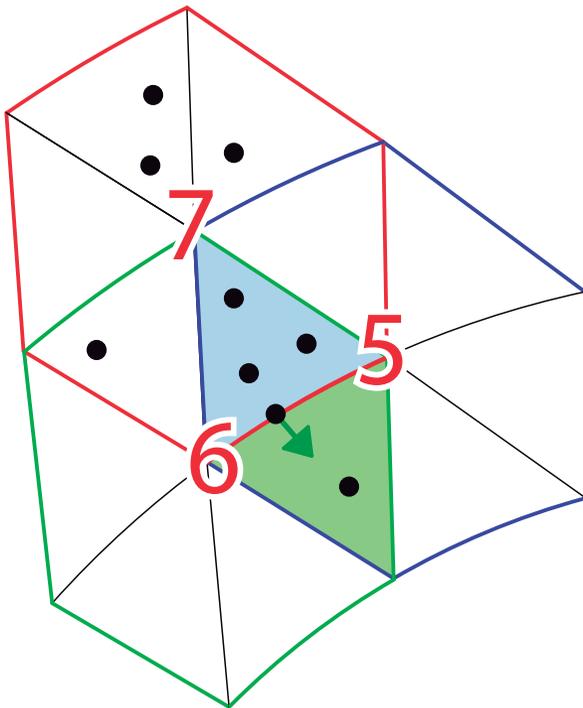


Figura 60. En la falsilla de Kalsbeek, se identifican áreas correspondientes al uno por ciento del total al considerar seis triángulos con un vértice común. Se ilustran las tres áreas unitarias en las cuales el triángulo resaltado en color azul forma parte (un área por cada uno de sus vértices). Durante el conteo, las rectas graficadas dentro de ese triángulo son consideradas en la valoración de la subpoblación en cada área del uno por ciento. Cuando una recta queda en el límite entre dos triángulos, se asocia a uno de los dos triángulos y solo se cuenta cuando se consideran las rectas graficadas dentro del triángulo asignado como anfitrión. Como ejemplo, en la figura la recta que queda entre los triángulos azul y verde fue asignada a este último, como lo indica la flecha; así cuando se contaron las rectas comprendidas en el área unitaria resaltada en rojo, se contaron 7 rectas excluyendo la compartida.

Una vez que, en todos los vértices se ha registrado el número de casos correspondiente (figura 61), se asigna el valor cero a las áreas unitarias que bordean a la región con valores. Así, el enjambre de **polos** quedará delimitado por las áreas unitarias inmediatas sin casos. Esta estrategia permite identificar, en la periferia del enjambre, puntos con valores intermedios al interpolar entre el área con valor cero y el valor más próximo. La interpolación se realiza también entre los valores del resto de las áreas unitarias contiguas, con lo cual se identifican puntos adicionales con valores de densidad, asumiendo una variación lineal (figura 62). Con base en los valores de todos los puntos, se dibujan las isolíneas que representan la distribución de los **polos** (figura 63).

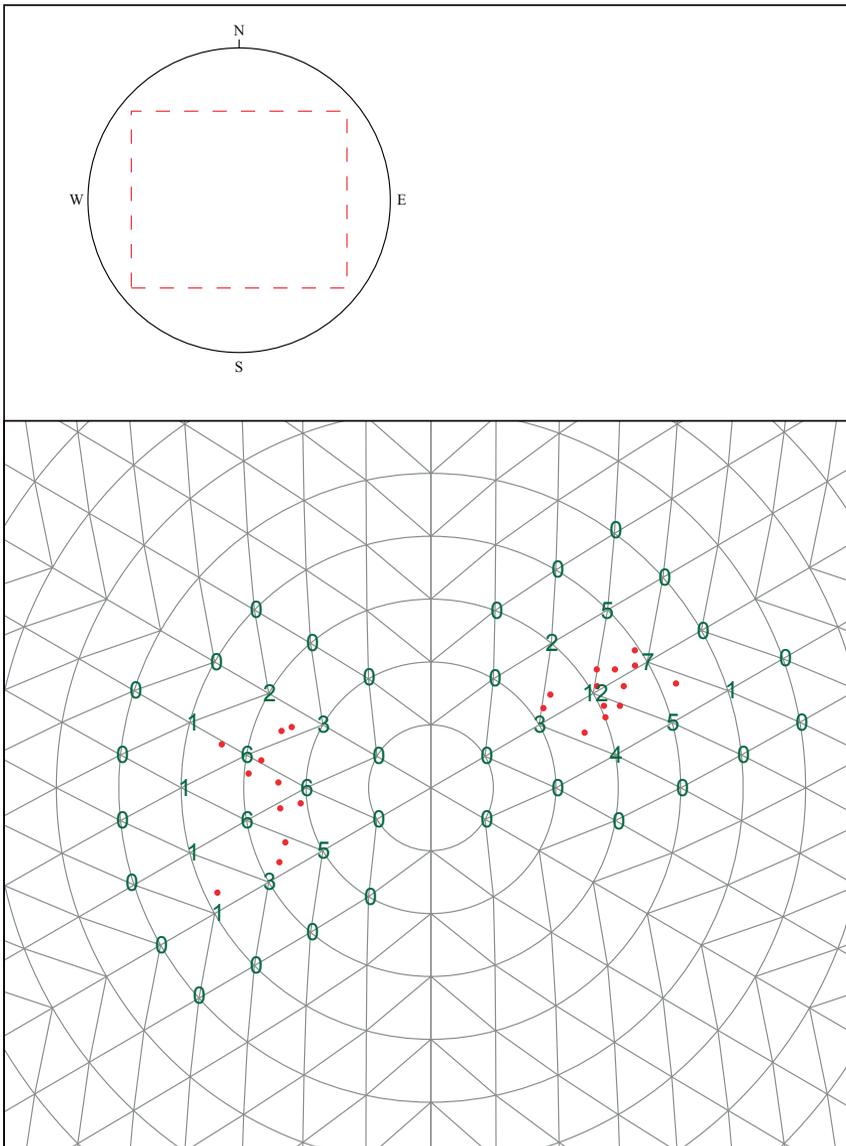


Figura 61. Se ilustra el conteo en el área de distribución de una de las dos modas que presenta la población analizada. Con base en la estrategia de la figura 60, se realizó el conteo de polos en cada área unitaria y se registró el número en cada centro del área. Además, en la periferia del área de distribución de los polos, se les asignó valor cero a las áreas sin casos.

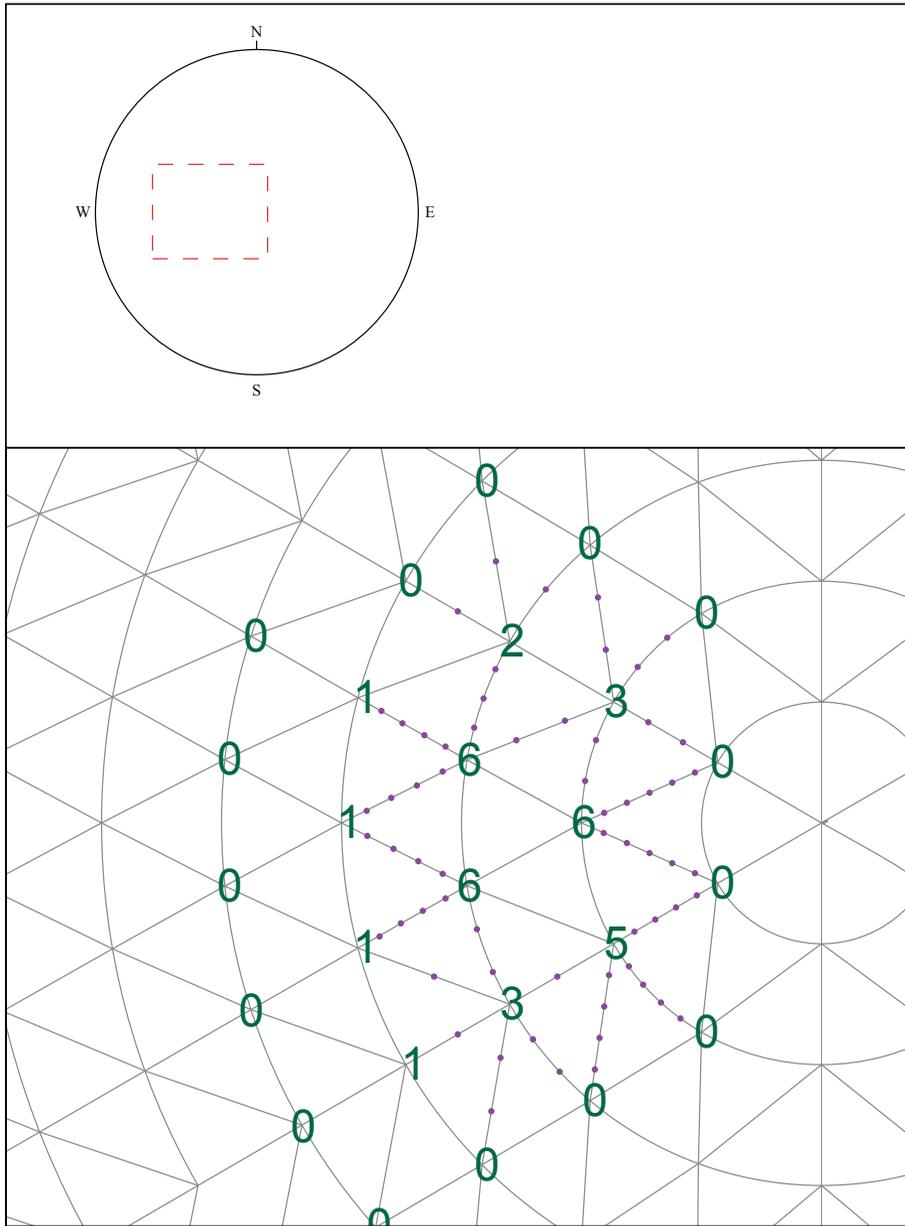


Figura 62. Como preparativo para configurar la distribución, mediante isolíneas a manera de curvas de nivel, asumiendo una variación uniforme y por interpolación entre los identificados en las áreas unitarias, se identifican puntos con valores intermedios. Se ilustra con una de las modas en la población analizada.

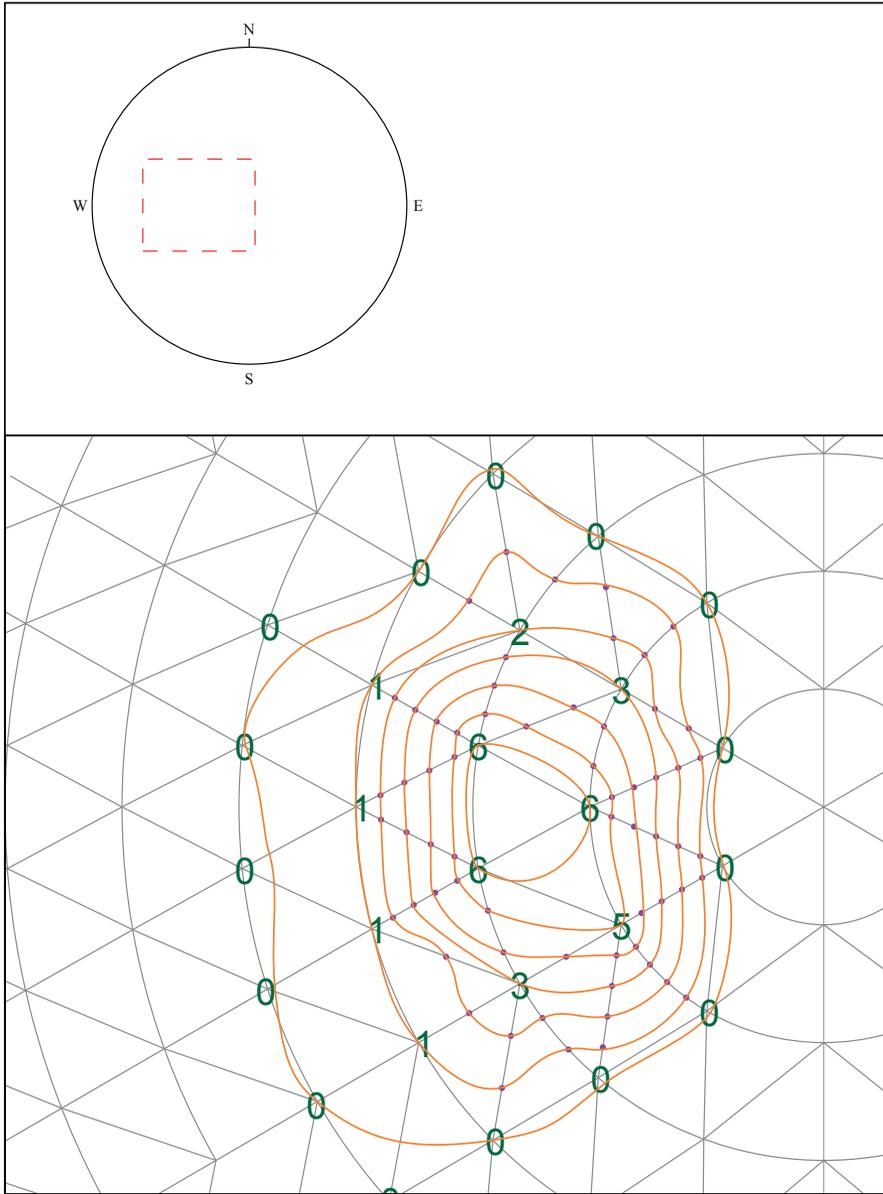


Figura 63. Con base en los valores identificados por interpolación, se dibujan las isolíneas como curvas cerradas, procurando suavizar los trazos.

En el caso que se ilustra, la población tiene una distribución bimodal que se manifiesta en las dos concentraciones de isolíneas. De acuerdo con el número de casos graficados en este ejemplo, después de normalizar la distribución, a la isolínea de valor uno se le asigna como valor el 4% y así sucesivamente (figura 64). Para obtener el o los valores característicos de la distribución, con base en la tendencia que presentan las isolíneas, dentro de la curva cerrada de valor mayor, se estima y grafica el punto con el valor máximo relativo (figura 65). Posteriormente, con base en la red de Schmidt, en la cual se graficó la población, cada punto de valor mayor se leerá como

un **polo**. Para obtener los datos paramétricos del plano: se gira el sobrepuesto hasta que el **polo** quede ubicado en el CMV -EW, a partir de ese punto se cuentan 90° en ese círculo mayor vertical, para ubicar la **recta de pendiente máxima**, cuya inclinación corresponde con el **echado** y su cuadrante es el propio del plano. Sin girar el sobrepuesto, se identifica, con una pequeña marca, la dirección de la **recta horizontal** a 90° de la dirección del **polo** (de la **recta horizontal** Norte - Sur en la red de Schmidt). Después de orientar la hoja de trabajo, se lee la dirección de la **recta horizontal**, para registrarla como el **rumbo** del plano. Así, en el caso que se ilustra, las dos modas representan los siguientes planos (expresados en notación de cuadrantes y con las dos direcciones posibles para el **rumbo** de cada una):

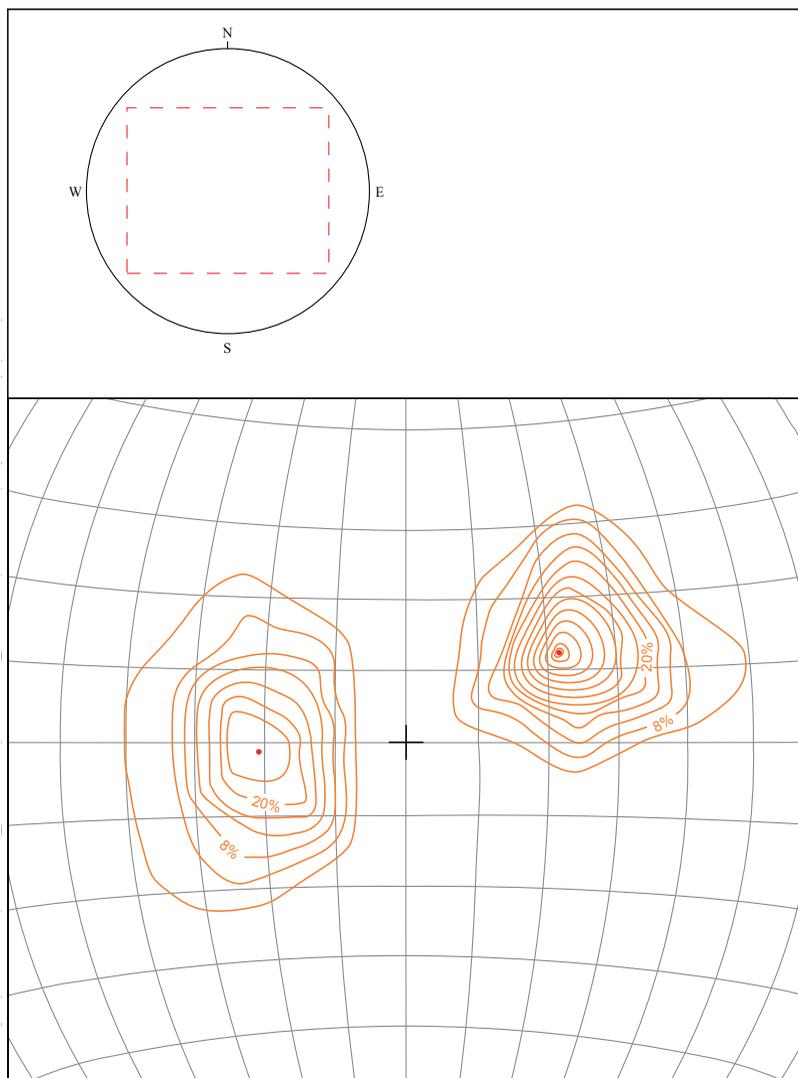


Figura 64. Una vez que se normalizan los valores, se les asignan a las isolíneas sus valores en términos de porcentaje de ocurrencia (como la población es de 25 datos, entonces cada caso representa el 4%, así la isolínea trazada originalmente con los valores 2, recibe el valor 8%). Con base en el análisis de la tendencia de las isolíneas, en el área de la curva cerrada de mayor valor de cada moda, se grafica la proyección del polo que la caracterice. El o los polos así graficados se leen en la red de Schmidt para conocer los planos en términos de rumbo, echado y cuadrante.

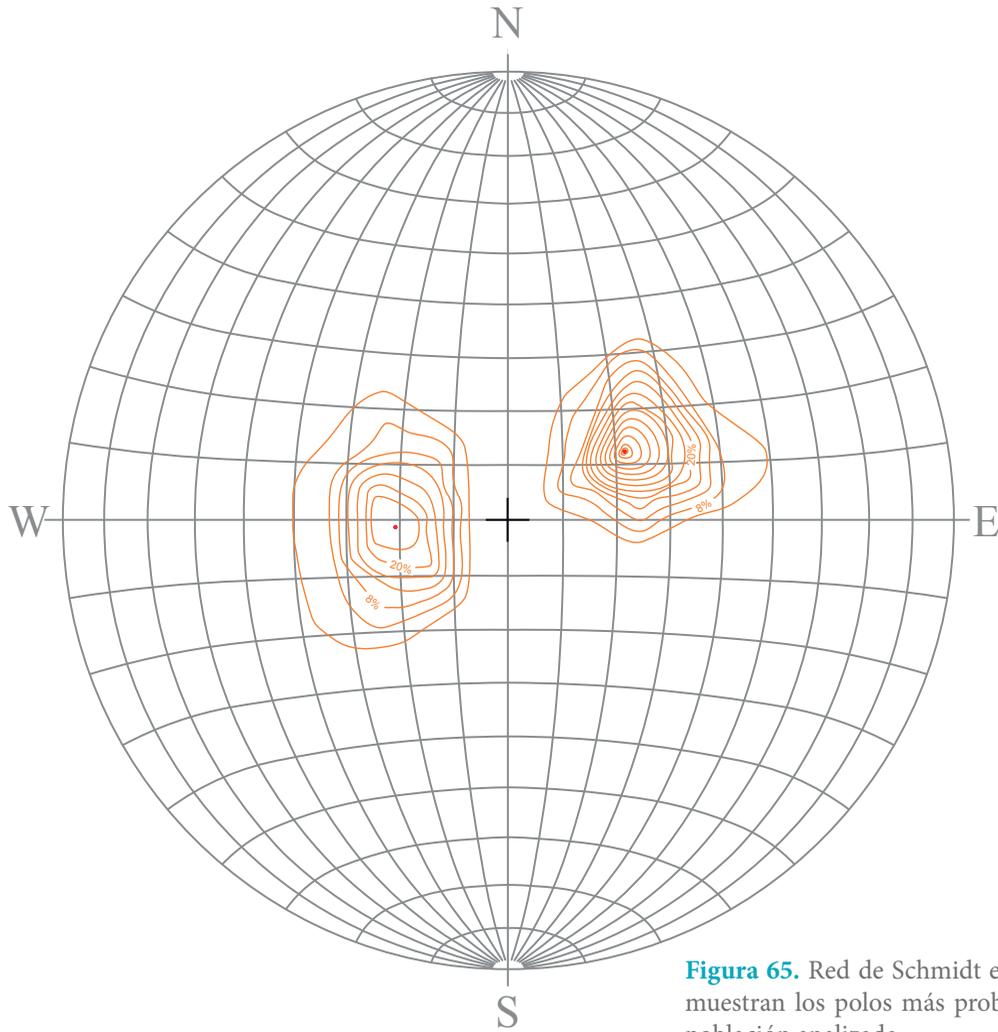


Figura 65. Red de Schmidt en donde se muestran los polos más probables de la población analizada.

Moda	Rumbo	Echado	Cuadrante
1	N 04° W	21°	NE
	S 04° E		
2	N 31° W	25°	SW
	S 31° E		

Actividad de aprendizaje 4.14

Cálculo estadístico con la red de Schmidt

AA. 4.14.1 Con base en el análisis estadístico con la red de Schmidt y la falsilla de Kalsbeek, encuentre los planos que representen las densidades máximas en la población de **polos** siguiente:

Polo	Polo
17° al NE 39°	21° al NE 43°
17° al NE 45°	11° al NE 46°
26° al NE 48°	22° al NE 48°
29° al SE 59°	19° al SE 63°
25° al SE 67°	37° al SE 67°
18° al NE 48°	20° al NE 49°
15° al SE 68°	28° al SE 68°
23° al SE 82°	32° al SE 80°
14° al NE 57°	20° al NE 56°
26° al SE 77°	20° al SE 77°
34° al NE 54°	25° al NE 53°
23° al SE 69°	26° al SE 70°
20° al SE 72°	28° al SE 73°
15° al NE 49°	21° al NE 51°
18° al NE 52°	24° al SE 73°
21° al NE 66°	15° al SE 74°

P1	
P2	

AA. 4.14.2 Con base en el análisis con la red de Schmidt y la falsilla o contador de Kalsbeek, encuentre los planos característicos de la población siguiente:

N52°E, 59°SE	N58°E, 49° SE	S72°W, 54°SE	S52°W, 53° SE
N39°E, 50° SE	S61°W, 60° SE	N42°E, 62° SE	N50°E, 51° SE
N58°E, 50° SE	S47°W, 55° SE	N53°W, 51°SW	S04°E, 58°SW
S29°W, 55° SE	S74°E, 46° SW	N 60°W, 47° SW	N34°W, 60°SW
N80°E, 48° SE	N51°W, 35° SW	S56°E, 54° SW	S11°E, 46° SW
S56°E, 41° SW	S44°E, 41° SW	N36°W, 47° SW	N34°W, 26° SW
N50°W, 44°SW	N43°W, 49° SW	S58°W, 56° SE	S37°E, 53°SW
S49°E, 47° SW	S27°E, 45° SW	N42°W, 62° SW	N21°W, 68° SW
N35°W, 38°SW	N12°W, 38° SW	S28°E, 56° SW	S20°E, 62° SW
S48°E, 61° SW	S56°W, 75° SE	N59°E, 66° SE	N74°W, 24° SW
S57°E, 71° SW	S74°E, 72° SW	N65°W, 62° SW	S18°E, 76° SW
S34°E, 77° SW	N11°W, 67° SW	S07°W, 58° NW	S05°W, 24°NW
N47°W, 11°SW	S48°W, 48° SE	N30°E, 74°SE	N46°E, 76°SE
S23°W, 02° NW	N40°E, 65° SE	S65°W, 74° SE	S71°W, 79°SE
S20°E, 52° SW	S89°E, 42° SW	N43°E, 67° SE	N22°W, 39° SW
N74°E, 63° SE	S68°W, 61° SE	S49°W, 43°SE	S82°W, 34° SE
S87°E, 60° SW	N84°E, 63° SE	N29°W, 71° SW	N45°W, 56°SW
N44°W, 73°SW	S15°E, 48° SE	N21°E, 69° SE	N35°E, 63°SE
S25°W, 60°SE	S07°E, 20°SW	S02°W, 32° NW	S15°W, 69° SE
S32°W, 83° SE	S81°E, 69° SW	N58°W, 77° SW	S70°E, 54°SW
N64°W, 33° SW	S34°W, 40° SE	S08°E, 67° SW	S56°W, 79° SE
N44°E, 71° SE	N11°E, 66° SE	N47°E, 62° SE	N30°W, 51° SW

P1	
P2	

Red estereográfica y software

El cálculo gráfico, ya sea angular mediante la red de Wulff o estadístico con la red de Schmidt se puede realizar con programas de computadora, con resultados más precisos que en la operación manual; sin embargo, la correcta lectura de los resultados que ofrecen los distintos softwares requiere la comprensión de las relaciones espaciales que hasta aquí se han presentado. Queda al lector, la exploración de los softwares especializados disponibles ya sea en el mercado o de uso libre como es el caso de los programas Orient o Stereo32. Con base en lo aprendido aquí, será más fácil entender la sintaxis específica para ingresar los datos por procesar y, sobre todo, la lectura inequívoca de los resultados para una correcta interpretación de las relaciones espaciales entre rectas y planos y para aprovechar los recursos de comunicación de resultados que ofrecen los softwares.

Ejemplos de software libre

<http://www.geo.cornell.edu/geology/faculty/RWA/programs/stereonet.html>

Stereonet (by Rick Allmendinger): <http://www.geo.cornell.edu/geology/faculty/RWA/programs.html>

StereoNett: <http://www.ruhr-uni-bochum.de/hardrock/downloads.htm>

Stereo32: <http://www.ruhr-uni-bochum.de/hardrock/downloads.htm>

OpenStereo: <http://www.structuralgeology.org/2011/01/openstereo-stereographic-software.html>.

Orient: https://www.frederickvollmer.com/orient/download/Orient_User_Manual.pdf

Resumen

La red de Wulff es una proyección de igual ángulo, se trata de una herramienta relevante en el cálculo gráfico en Geología Estructural cuando se valoran rasgos geológicos espaciales reducidos a planos y rectas. El cálculo gráfico con la red de Wulff se realiza fundamentalmente mediante la valoración angular entre los elementos previamente graficados en una hoja translúcida. Las rectas definidas por su inclinación y dirección se grafican como un punto, en tanto que los planos definidos por los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante** se grafican por su **polo**, su traza ciclográfica o ambos. La dirección de una recta se establece en **círculo mayor horizontal** (CMH) y su inclinación se mide en el **círculo mayor vertical** Norte-Sur (CMV N-S), desde el borde de la red hacia el centro; en el caso de un plano, una vez que se identifica la dirección del **rumbo**, marcando una **recta horizontal** en el CMH. Si se rota la hoja translúcida hasta que esa **recta horizontal** quede en la dirección Norte, entonces la **recta de pendiente máxima** y el **polo** quedarán alojados en un plano vertical normal al rumbo. La inclinación de la **recta de pendien-**

te máxima (el **echado**) se mide en el cuadrante correspondiente, a lo largo del **círculo mayor vertical** Este – Oeste (CMV E-W), desde el borde hacia el centro de la red de Wulff. A partir de esta recta y en el mismo círculo, se grafica el **polo** del plano a 90° . Si se opta por graficar la traza ciclográfica del plano, entonces, se calca el círculo mayor en el cual se encuentren alojadas simultáneamente la **recta de pendiente máxima** y la **horizontal**.

La valoración angular entre los elementos graficados siempre se realiza en un círculo mayor de la red. Una vez que dos rectas graficadas en un sobrepuesto translúcido estén alojadas en el mismo círculo mayor, se pueden obtener: 1) el plano que definen, 2) los ángulos entre ellas y 3) sus bisectrices aguda y obtusa. Una vez que dos planos sean graficados en un sobrepuesto translúcido, la **recta de intersección** entre dos planos es la recta común a ambos. Los **ángulos entre dos planos** y sus **planos bisectores** se obtienen con base en la valoración angular en un **plano de la cuenta** (PC). El PC: 1) es un plano perpendicular a ambos (el plano cuyo **polo** es la intersección entre los planos), 2) es el plano que contiene a los **polos** de los planos problema. Los ángulos se miden entre las rectas de intersección del PC con los planos en cuestión. Esas rectas de intersección se consideran también para obtener las bisectrices entre ellas, como un paso previo para definir los dos planos bisectores. Así, un plano bisector queda definido por la recta común a los planos y por la bisectriz correspondiente.

Un giro en la red de Wulff se puede aplicar a una recta o al **polo** de un plano alrededor de otra recta (el eje). El giro puede ser horario (positivo) o antihorario (negativo), el sentido del giro se visualiza cuando desde el centro de la esfera (implícita en la proyección estereográfica) se mira a lo largo del eje. El giro se cuantifica en el PC (perpendicular al eje) a partir de la recta de intersección con el **plano portador** (PP), el cual es aquel que contiene al eje y a la recta (o el **polo**) por girar. Una vez que se define la posición de la recta de intersección después del giro, esta recta y el eje definen al PP en su posición nueva después del giro. La recta (o el **polo**) por girar forma con el eje un ángulo (que se mide en el PP). Ángulo que es invariante durante el giro y es la referencia para ubicar la recta (o el **polo**) en su nueva posición, en el PP después del giro.

La red de Schmidt es una proyección equivalente que junto con la falsilla de Kalsbeek favorecen el análisis estadístico de poblaciones de rectas o planos (de sus **polos**) para identificar sus valores característicos. Primero se grafica la población en una hoja translúcida con la red de Schmidt. Luego, con base en la falsilla de Kalsbeek y sobre otra hoja translúcida, se cuenta el número de proyecciones que aparecen en cada área del uno por ciento de la falsilla. La falsilla de Kalsbeek está subdividida en áreas triangulares, de tal forma que cada uno de sus tres vértices pueden ser el centro de un área del uno por ciento formada por seis triángulos. Los valores así obtenidos se configuran mediante isolíneas de igual densidad, a las cuales se les asigna el valor normalizado que les corresponde. Con base en la configuración de las isolíneas, se identifica en cada concentración el punto (proyección de la recta o del **polo**) que representa el valor característico de la población, la cual puede resultar con una sola o varias modas.

5 LECTURA BÁSICA DE UN MAPA TOPOGRÁFICO

Objetivos del tema

Conocer los aspectos básicos de la cartografía topográfica, para la correcta lectura del relieve a partir de su expresión mediante curvas de nivel.

Conocer el sistema de referencia de la cuadrícula impresa en los mapas en la Proyección Universal Transversa de Mercator, como un recurso para ubicar puntos de interés en un mapa topográfico en esa proyección.

En un mapa topográfico se representan, con base en un sistema de proyección, el relieve terrestre, la red hidrográfica y los rasgos culturales relativamente permanentes, tales como las vías de comunicación y las poblaciones. Todas las representaciones cartográficas implican distorsión en alguna de las propiedades espaciales de los elementos expresados, ya sea la forma, la escala o las direcciones. Aunque tiene distorsión en todas las propiedades espaciales, la Proyección Universal Transversa de Mercator (UTM) ofrece uno de los mejores balances cartográficos. Aquí solo presentaremos los elementos para la lectura del relieve asumiendo que los mapas no tienen distorsión y dado que operaremos con fracciones pequeñas, las trataremos como la **proyección horizontal** del terreno que representan (figura 66). Los interesados en conocer acerca de los detalles propios de la proyección UTM y de otros sistemas de proyección y de los temas relativos a la elaboración de los mapas deben consultar textos como Robinson et al. (1995) o Silva- Romo et al. (2016).

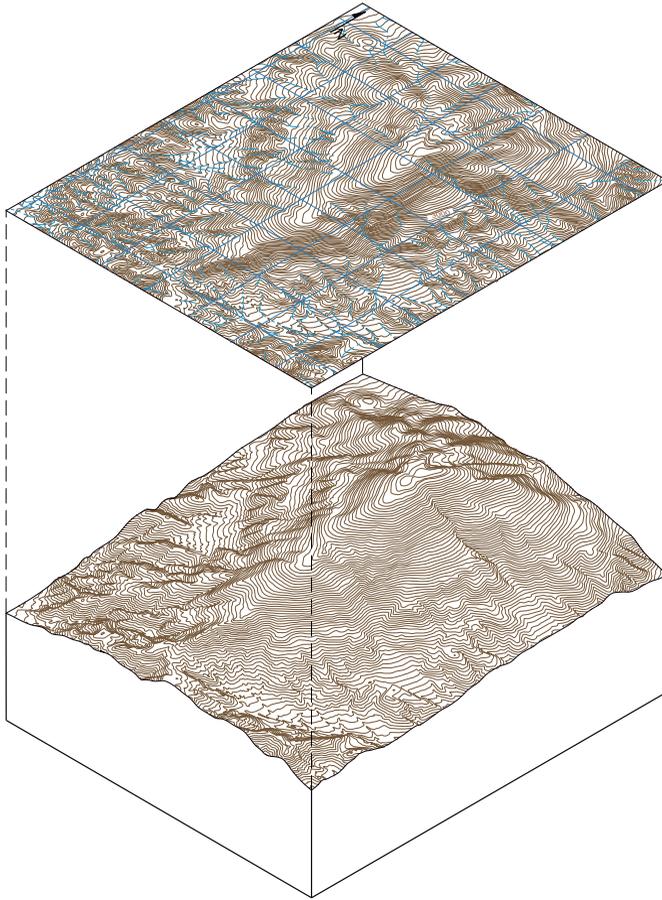


Figura 66. En la parte inferior, dibujo isométrico a manera de una maqueta para mostrar la expresión tridimensional que representa el mapa MGG T04 reproducido en la parte superior (proyección horizontal del relieve). Para apreciar mejor este relieve, observe en forma estereoscópica la imagen del mapa MGG T04-E incluido en la colección de mapas anexa.

Los mapas topográficos expresan el relieve terrestre usualmente mediante curvas de nivel. Se trata de líneas que unen puntos de igual elevación con respecto al nivel medio del mar. Las curvas se trazan a intervalos de desnivel constante, por lo general cada cinco curvas se dibujan con línea más gruesa, las denominadas curvas maestras. En los mapas a escala 1:50,000 del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), el intervalo de configuración es de 10 o 20 metros (figura 67). Para favorecer la lectura del relieve, en forma selectiva algunas curvas de nivel maestras aparecen acotadas con el valor de su altitud. El implante de los números que expresan el valor de las cotas favorece la visualización del relieve, ya que el relieve asciende de la base a la parte alta de los números (figura 67). Es posible reconocer el intervalo de configuración con base de los valores de las cotas en dos curvas de nivel maestras de diferente altitud. Los propios valores de las cotas sirven para identificar el intervalo: si los valores son múltiplos de cien, es

más probable que el intervalo sea cada 20 metros y si son múltiplos de cincuenta, sin duda, el intervalo es cada 10 metros. Con base en las curvas de nivel se visualiza la configuración de terreno representado por el mapa; es decir, se reconocen los accidentes del terreno y se calculan las pendientes de las laderas.

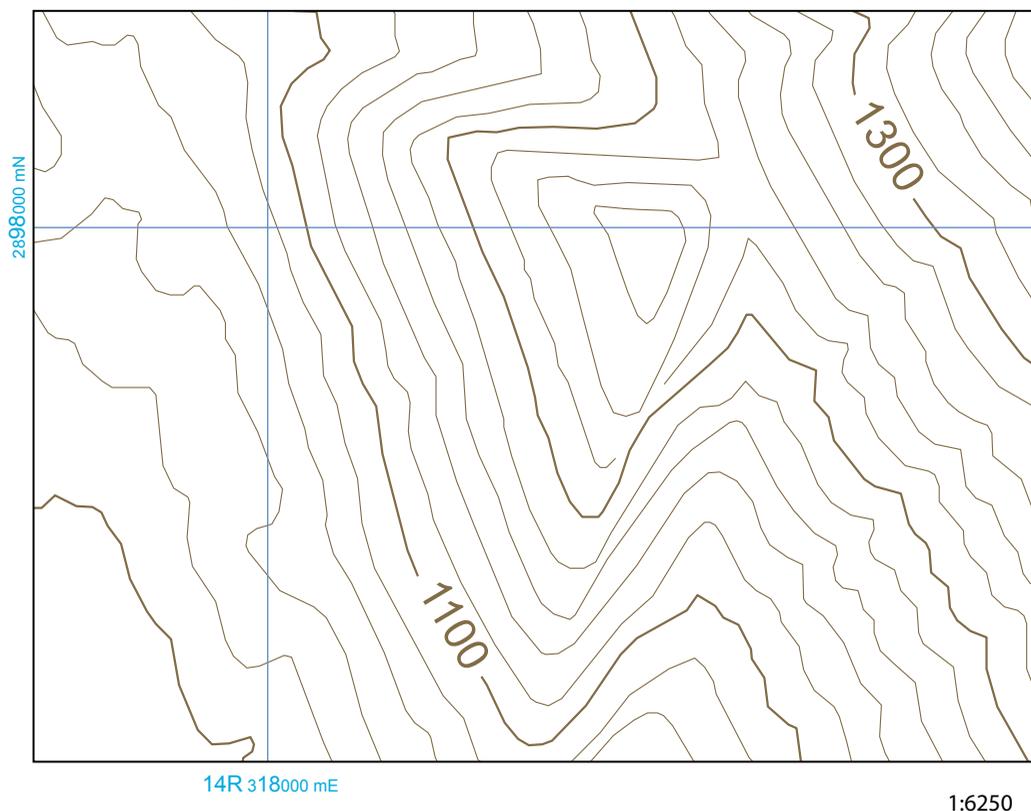


Figura 67. La configuración del terreno se expresa mediante curvas de nivel, las curvas de nivel ordinarias con línea delgada y las maestras con línea más gruesa cada cinco curvas. El valor de las cotas se alinea con las curvas de nivel; los números se orientan de forma tal que su cima indica hacia dónde asciende el relieve. Se ilustra un intervalo de configuración cada 20 m. Fracción del mapa topográfico de INEGI San José La Popa (G14A84).

El reconocimiento de los puntos relativamente más altos en el relieve se basa en la identificación de curvas de nivel cerradas. La altitud del punto más alto se estima como la propia de la última curva de nivel cerrada, más una fracción del intervalo de configuración. Los collados o “puertos” son otros puntos singulares importantes para reconocer la lectura del relieve. Los collados son puntos de inflexión en un parteaguas, se entiende este como la línea imaginaria que une los puntos más altos del relieve (con línea verde en la figura 68). A lo largo de un parteaguas, un collado es una depresión relativa entre puntos de mayor elevación; se identifica como un punto más bajo comprendido entre dos curvas de nivel de igual elevación (círculos rojos en la figura 68).

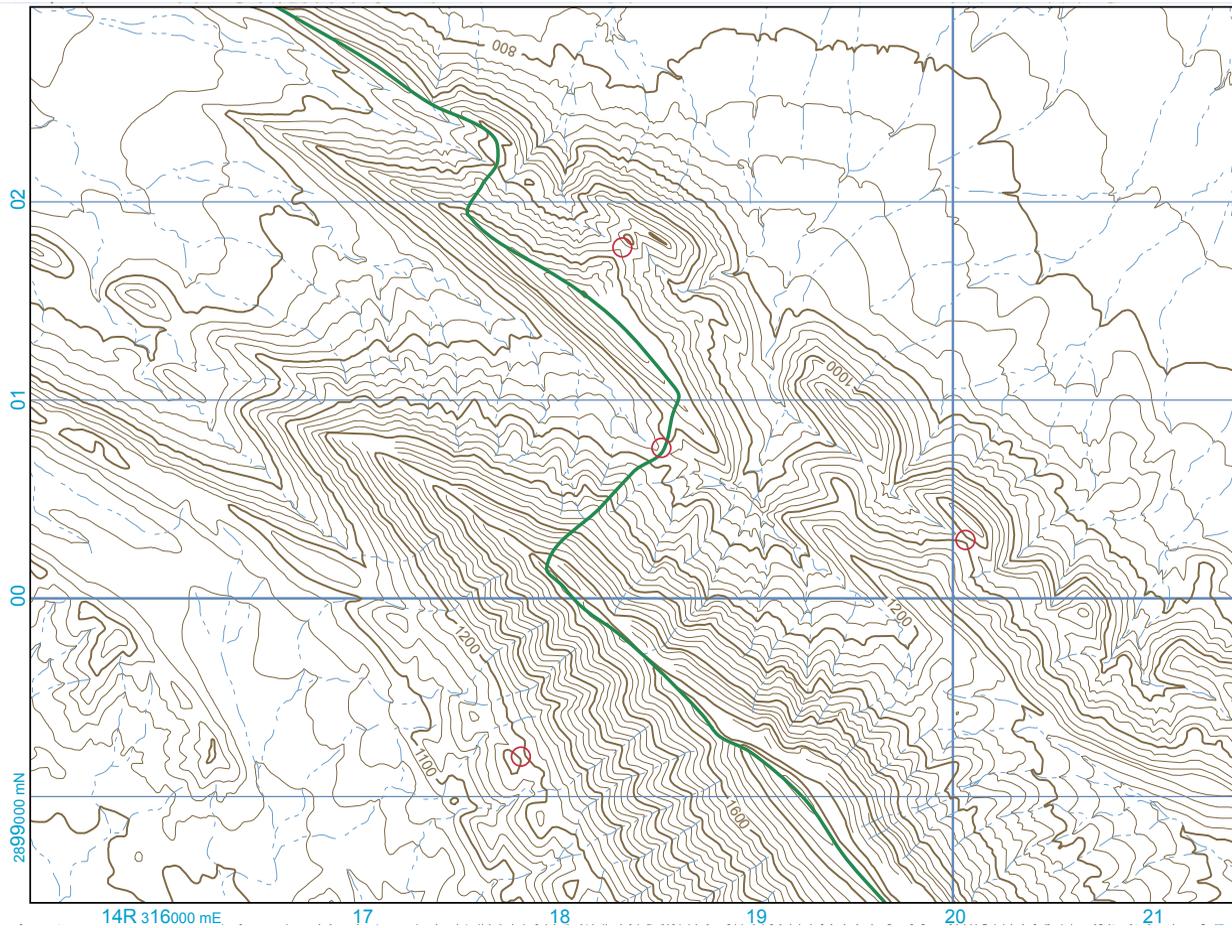


Figura 68. En el relieve, los collados o “puertos” son puntos singulares a lo largo de un partaguas o interfluvio. Un collado corresponde con un punto bajo entre dos prominencias. En un mapa topográfico se identifican como el punto más bajo entre dos curvas de nivel con la misma elevación. Los círculos rojos señalan algunos de los collados del área del mapa MGG T11. El partaguas es una línea imaginaria que une los puntos más altos del relieve, representa el límite entre dos cuencas hidrográficas. El partaguas principal se trazó con línea de color verde.

La identificación del drenaje contribuye a la mejor visualización del relieve expresado en el mapa topográfico. Por lo general, en el mapa se señalan los drenajes con un símbolo lineal que representa los puntos más bajos a lo largo de los cuales discurren las escorrentías en la región. En el mapa, las líneas del drenaje cortan las curvas de nivel en dirección perpendicular, para una mejor lectura del relieve, se debe considerar el tipo de línea del símbolo para identificar las características de los rasgos del drenaje. De acuerdo con la escala de mapa o a la propia configuración del terreno con numerosas escorrentías, en ocasiones no aparece señalado todo el drenaje en el mapa. El usuario del mapa debe discernir si la inflexión en las curvas de nivel corresponde con un drenaje (*talweg*) o con un interfluvio, esto es, si se trata de un surco o de un cordón en el relieve. Un criterio para discriminar entre esas posibilidades se basa en el sentido del relieve, si los

puntos aledaños al lado cóncavo de la inflexión de la curva tienen menor elevación que la curva de nivel, se trata de un drenaje, en caso contrario, entonces se trata de un interfluvio (figura 69).

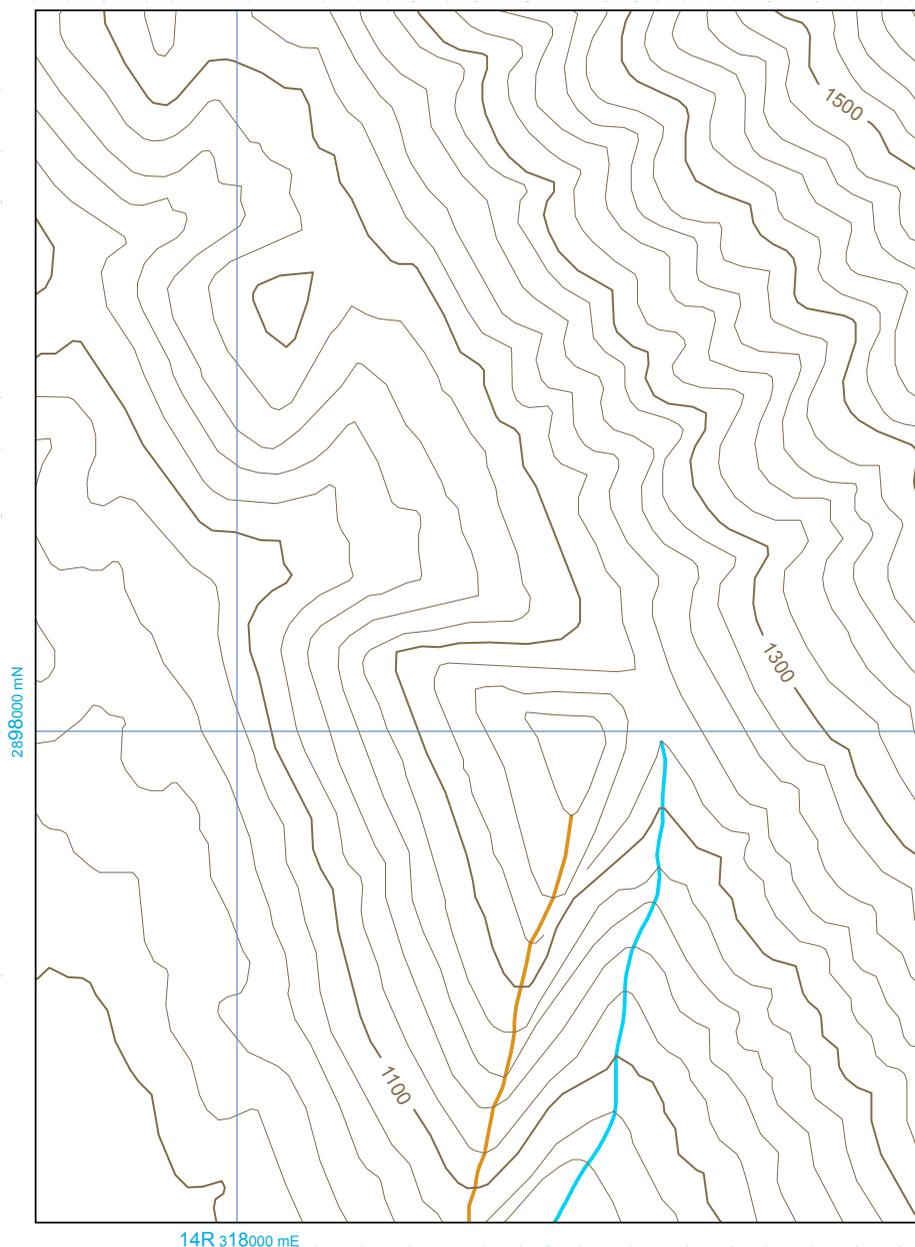
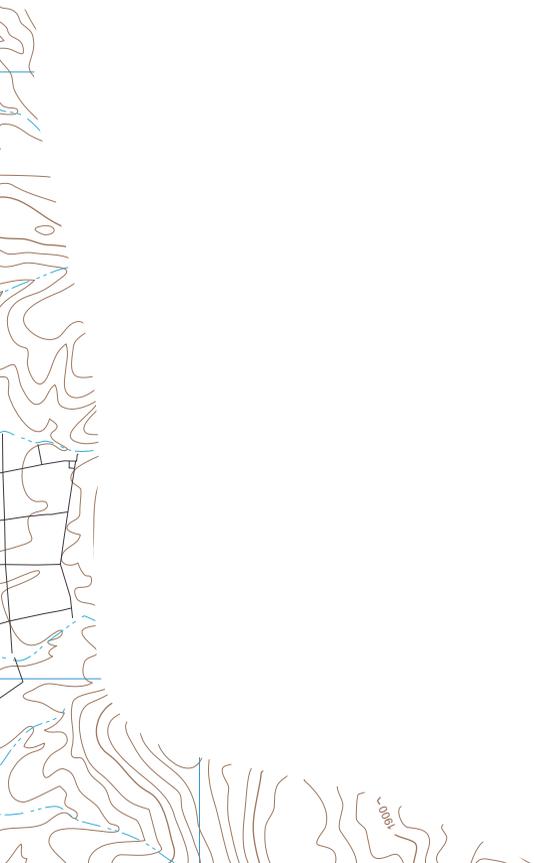


Figura 69. En un mapa topográfico, las curvas de nivel presentan inflexiones en su trazo. La línea que une los puntos de inflexión corresponde con un talweg o con un interfluvio. En el mapa se puede discernir entre las dos posibilidades, con base en la elevación relativa en el área aledaña a la inflexión: Si el relieve descende hacia el lado cóncavo de la curva, la línea corresponde con un talweg (línea imaginaria que une los puntos más bajos de un valle, en la figura en color azul); si el terreno asciende hacia el lado cóncavo de la curva, se trata de un interfluvio (en color naranja). Fracción del mapa topográfico de INEGI San José La Popa (G14A84).

La cuadrícula UTM en los mapas topográficos

En los mapas a escala 1: 50,000 en proyección UTM editados por el INEGI, las coordenadas geográficas son expresadas en forma numérica en los vértices de los mapas y en forma selectiva a lo largo de sus bordes y en forma tácita en algunos puntos dentro de la planta. En adición, los mapas incluyen una cuadrícula ortogonal cada kilómetro. La cuadrícula se traza en cada huso UTM paralela a la proyección del ecuador en sentido Este-Oeste y al meridiano central del huso en sentido Norte-Sur. El ecuador y el meridiano central son los únicos círculos mayores que se proyectan como rectas ortogonales en el sistema de proyección UTM (figura 70). La cuadrícula está diseñada para manejar valores métricos positivos. En el sentido de las abscisas se denotan los valores como “metros al Este” (m E), en cada uso UTM, a manera de un origen ficticio, al meridiano central se le asigna un valor de 500,000 m (figura 70). En el sentido de las ordenadas, a los valores métricos se les identifican como “metros al Norte” (m N), el origen se considera en el ecuador para el hemisferio norte (0 m N), en tanto que, en el hemisferio sur al ecuador se le asigna el valor de 10'000,000 m N. Con esta convención, teóricamente a un punto en el Polo Sur le correspondería un valor de 0 m N y uno en el polo norte tendría una asignación de 10'000,000 m N. Como los valores métricos en un mismo huso se repiten dos veces, para una referencia única, al valor métrico en sentido al Este se le anteponen el número de huso y la letra de la faja UTM que le corresponda. Las veinte fajas UTM en los husos se identifican con una letra del abecedario, empezando en letra C, entre los paralelos 80 y 72° S (en la notación se omiten las letras I y O (figura 70)).



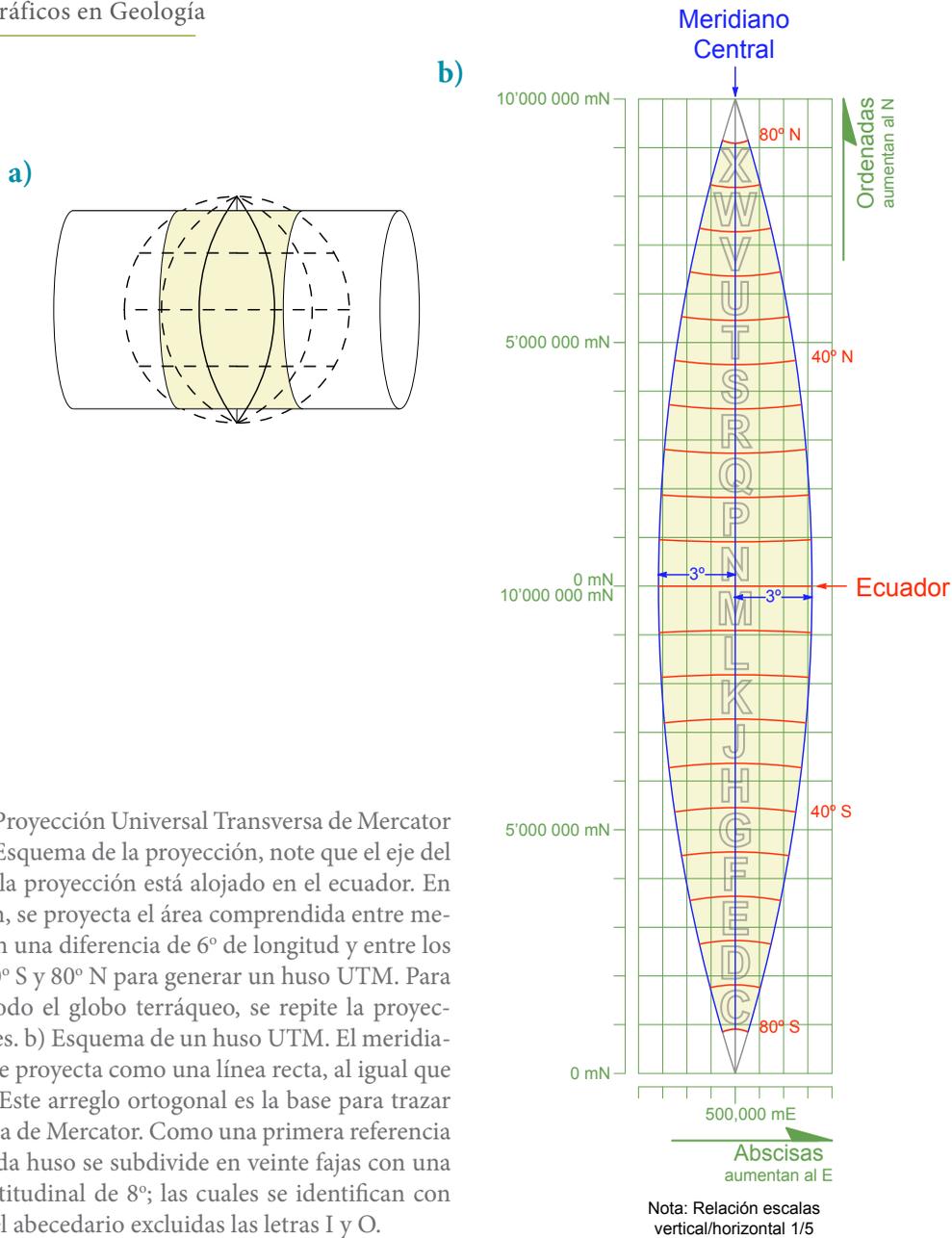


Figura 70. Proyección Universal Transversa de Mercator (UTM). a) Esquema de la proyección, note que el eje del cilindro de la proyección está alojado en el ecuador. En esa posición, se proyecta el área comprendida entre meridianos con una diferencia de 6° de longitud y entre los paralelos 80° S y 80° N para generar un huso UTM. Para proyectar todo el globo terráqueo, se repite la proyección 60 veces. b) Esquema de un huso UTM. El meridiano central se proyecta como una línea recta, al igual que el ecuador. Este arreglo ortogonal es la base para trazar la cuadrícula de Mercator. Como una primera referencia espacial, cada huso se subdivide en veinte fajas con una amplitud latitudinal de 8°; las cuales se identifican con una letra del abecedario excluidas las letras I y O.

En los mapas topográficos a escala 1: 50,000 del INEGI, la cuadrícula UTM aparece expresada en color azul, con espaciamiento de un kilómetro. Cada diez kilómetros, la línea está dibujada con trazo más grueso. Para fines de ubicar puntos en el mapa, los valores métricos en sentido de las abscisas (eje de las X's) se expresan al Este (E) y en el sentido de las ordenadas (eje de las Y's) se expresan al Norte (N). En un mapa UTM, los valores métricos completos para la primera línea de valor constante aparecen en la esquina sudoeste; tanto en sentido al Este, como en sentido al Norte (figura 71). La tipografía de los valores tiene dos tamaños, el mayor corresponde a los kilómetros en decenas y unidades. En las líneas sucesivas de la cuadrícula, el valor aparece

expresado solo con dos guarismos (decenas y unidades); así, para una referencia exacta, se debe leer considerando los valores completos (figura 71). En las fracciones de mapas que se reproducen en este texto, se inscriben los valores métricos para la cuadrícula en sentido al Este y al Norte, en forma semejante al uso de INEGI. Utilizamos la cuadrícula como referencia para ubicar puntos en algunos ejercicios. Por otra parte, el hecho de que no estén inscritos los puntos en las fracciones de los mapas de la colección anexa de mapas topográficos, ofrece la oportunidad para que estos se utilicen en el diseño de ejercicios semejantes a los propuestos.

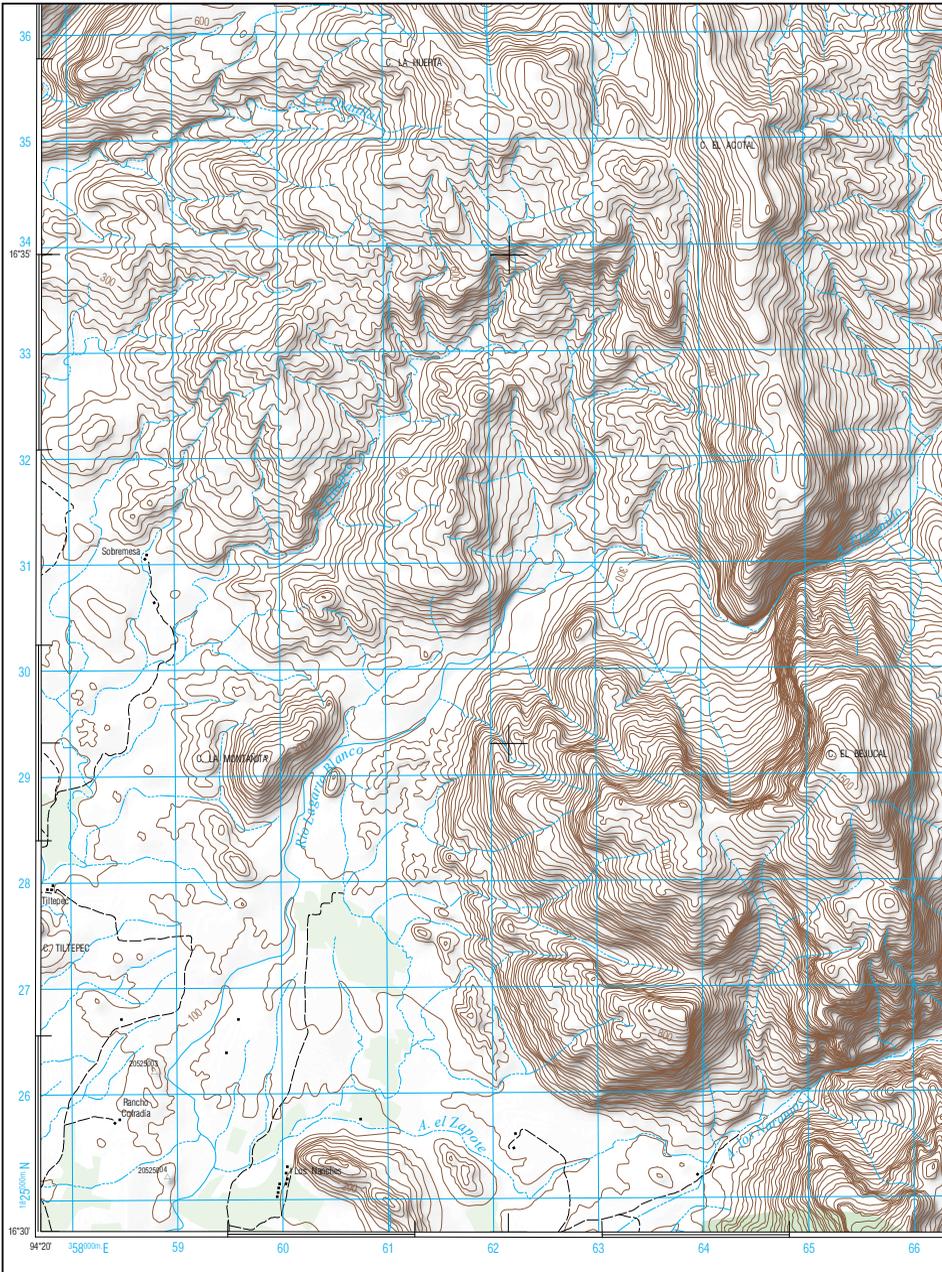


Figura 71. Reproducción de la esquina sudoeste de una carta topográfica a escala 1:50 000 (mapa MGG T03). En este sector de los mapas editados por el INEGI, se inscriben los valores métricos completos de la cuadrícula ortogonal de Mercator, cabe recordar que los valores en sentido al Este están referidos a un valor ficticio de 500,000 m para el meridiano central del huso en cuestión. En tanto que, en el hemisferio norte, los valores métricos (al Norte) tienen su origen en el ecuador.

Las coordenadas UTM

Como ejemplo de la referencia métrica UTM, valoremos el punto A resaltado con el círculo rojo en la figura 72, cuyas coordenadas geográficas son:

Longitud $94^{\circ} 17' 30''$ W;

Latitud $16^{\circ} 32' 30''$ N.

En la referencia métrica UTM, los valores para ese punto son:

15Q 362, 200 m E; 1'829, 200 m N.

Para el valor al Este, el número 15 expresa que el punto se encuentra en el huso 15 de los 60 de la proyección UTM; la Q indica que la latitud del punto está comprendida entre 16° y 24° N, de acuerdo con la subdivisión internacional de cada huso (figura 72). El punto se encuentra 200 metros al oriente de la línea acotada con el número 62 y se le debe anteponer el número 3 (trescientos kilómetros) y añadir los tres ceros a la derecha y las unidades (de acuerdo con la inscripción en la esquina sudoeste del mapa). Así el valor al E es de $362,000 \text{ m} + 200 \text{ m} = 362, 200 \text{ m E}$. Para el valor al Norte, el punto está ubicado 200 metros al norte de la línea acotada con el valor 29 en kilómetros se le debe anteponer los números 18 (mil ochocientos kilómetros) y añadir los tres ceros a la derecha y las unidades (de acuerdo con la inscripción en la esquina sudoeste). Así el valor al N es de $1'829,000 \text{ m} + 200 \text{ m} = 1'829,200 \text{ m N}$.

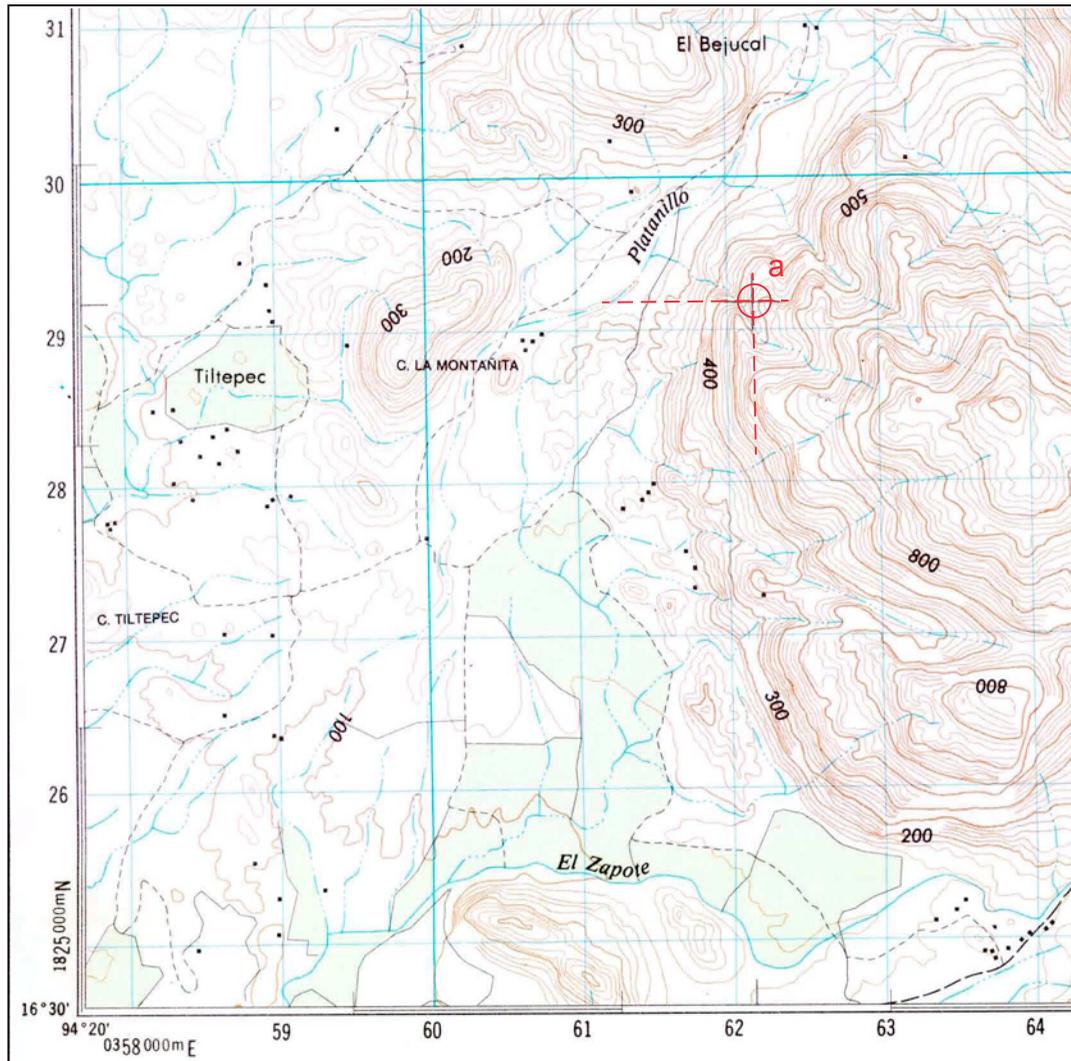


Figura 72. Con el círculo se resalta el punto de coordenadas geográficas: Longitud $94^{\circ} 17' 30''$ W, Latitud $16^{\circ} 32' 30''$, el cual corresponde con la referencia métrica UTM (ITRF92): 15Q 362, 200 m E; 1'829, 200 m N (fracción del mapa MGG T03). En el texto se comentan los detalles para leer los valores métricos.

Ubicación de puntos definidos en la referencia métrica UTM, en un mapa topográfico

Frecuentemente, durante el trabajo de campo, el profesional se encuentra en la necesidad de ubicar un punto en un mapa topográfico, cuando conoce su referencia métrica UTM. Para lo cual, requiere conocer la escala del mapa. Conforme a los valores métricos del punto, se deben identificar en el mapa las líneas de la cuadrícula con los valores cerrados en kilómetros, a partir

de las cuales y con el auxilio del escalímetro, se miden las fracciones de kilómetro, hacia la derecha en caso de la asignación al Este y hacia arriba en el caso del valor al Norte. Por ejemplo:

En el mapa MGG T04 de la colección, ubique el punto B

Punto	Coordenadas UTM	
	m E	m N
B	14Q 475,520	2' 125,260

Procedimiento n:

- n.1) obtenga la escala del mapa con base en la medida de un lado del cuadro que representa un kilómetro en el mapa. En forma alterna, busque en cuál escala del escalímetro queda comprendida la mínima distancia entre dos líneas de la cuadrícula del mapa (en el caso del ejemplo la escala del mapa es 1: 25,000);
- n.2) identifique el cuadro de un kilómetro por lado que le que corresponde al punto por graficar (de acuerdo con la magnitud del valor al Este, el punto se encuentra entre las abscisas con valores 75 y 76 kilómetros; en tanto que, hacia el Norte, entre las ordenadas 48 y 49 (figura 73);
- n.3) a partir de la línea de abscisa menor en el cuadro de un kilómetro (en este caso de 75 km) mida hacia el Este la distancia fraccional (520 m) y trace por ese punto una recta paralela a las líneas de abscisa constante;
- n.4) a partir de la ordenada con valor menor 48 km, mida hacia el Norte la distancia fraccional correspondiente (340 m) y trace por ese punto una recta paralela a las líneas de ordenada constante;
- n.5) la intersección entre los dos trazos en el mapa corresponde con la **proyección horizontal** del punto, cuya elevación se lee con base en las curvas de nivel. Así en este caso, el punto B tiene una elevación (cota) de 3,200 m.

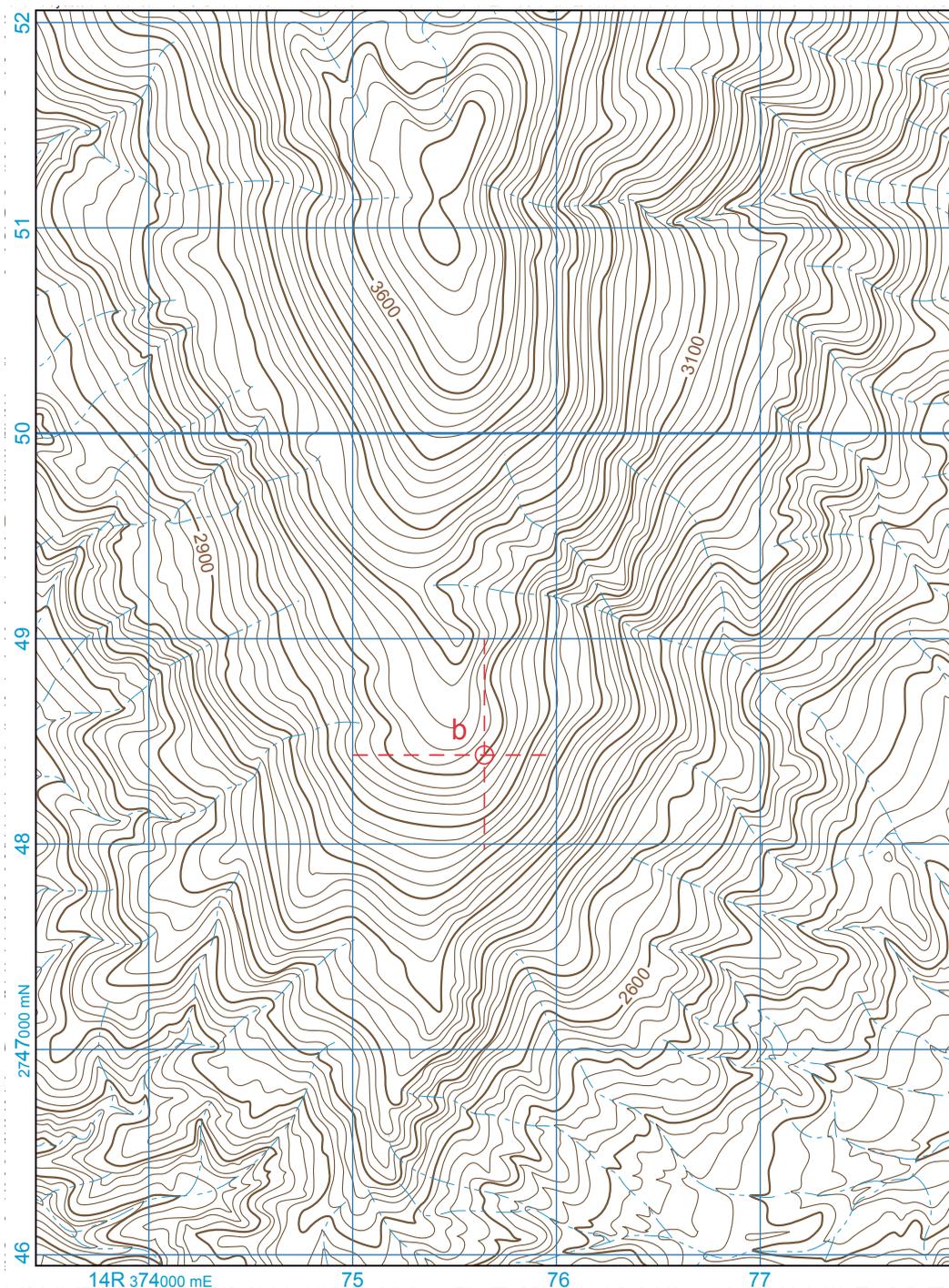


Figura 73. Para ubicar un punto definido en la referencia métrica UTM, en un mapa topográfico a escala 1: 50, 000, se sugiere la siguiente estrategia: 1) con base en los valores al Este y al Norte, se identifica el cuadro de un kilómetro que le corresponde al punto; y 2) a partir de los bordes Oeste y Sur del cuadro, se miden las fracciones de kilómetro al Este y al Norte respectivamente. Mapa MGG T04.

Resumen

En un mapa topográfico se representan, con base en un sistema de proyección, el relieve terrestre, la red hidrográfica y los rasgos culturales relativamente permanentes. Los mapas topográficos expresan el relieve terrestre mediante curvas de nivel a intervalos de desnivel constante. Cada cinco curvas se dibujan con línea más gruesa las curvas maestras, algunas de las cuales son acotadas con su altitud. El implante de los números favorece la visualización del relieve, el cual asciende de la base a la parte alta de los números. En este texto operamos con fracciones pequeñas de mapas en proyección Universal Transversa de Mercator (UTM) tomados del INEGI. Con base en ello, asumimos que los mapas no tienen distorsión y los trataremos como la **proyección horizontal** del terreno que representan.

Los mapas a escala 1: 50,000 en proyección UTM del INEGI incluyen una cuadrícula ortogonal cada kilómetro. La cuadrícula está diseñada para manejar valores métricos positivos: en cada uso UTM, a manera de un origen ficticio, al meridiano central se le asigna un valor de abscisa de 500,000 m al Este (m E). En el sentido de las ordenadas, el ecuador es el origen para el hemisferio norte con un valor 0 m N. Para localidades en el hemisferio sur, al ecuador se le asigna el valor de 10'000,000 m N. Para una referencia espacial única, al valor métrico en sentido al Este se le anteponen el número de huso (entre los 60 de la proyección UTM) y la letra que corresponda entre las 20 fajas UTM. En los mapas topográficos a escala 1: 50,000 del INEGI, la cuadrícula UTM aparece en color azul, con espaciamiento de un kilómetro. Para fines de ubicar puntos en un mapa, los valores métricos completos para la primera línea de valor constante aparecen en la esquina sudoeste; tanto en sentido al Este, como en sentido al Norte. En forma semejante, se presentan los valores métricos para la cuadrícula en sentido al Este y al Norte en las fracciones de mapas incluidas en este texto.

Actividad de aprendizaje 5.1

Cuadrícula de Mercator

AA-5.1.1. Con base en las dimensiones de la cuadrícula de Mercator, compruebe la escala de los mapas topográficos en la colección de mapas.

AA-5.1.2. En el mapa MGG T04 ubique los puntos siguientes de acuerdo a sus coordenadas ortogonales en la Proyección Universal Transversa de Mercator.

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14R 374,180 m E	2'750,500 m N	3,200
B	14R 375,520 m E	2'748,340 m N	3,200
C	14R 376,450 m E	2'750,860 m N	3,200
D	14R 375,350 m E	2'750,880 m N	3,700
E	14R 376,760 m E	2'749,350 m N	2,800
F	14R 375,730 m E	2'746,340 m N	2,500

6 RECTAS Y PLANOS EN UN MAPA TOPOGRÁFICO

Objetivos del tema

Aplicar los conceptos previos para realizar cálculos gráficos con base en la información espacial representada en un mapa topográfico.

Revisar estrategias para predecir el patrón de afloramiento de superficies en un mapa topográfico.

En las ingenierías en Ciencias de la Tierra, un mapa en proyección UTM a escala 1: 50,000 o mayor se considera como la **proyección horizontal** del relieve; así, sobre el mapa se realizan cálculos gráficos mediante proyecciones diédricas. En este capítulo aplicaremos los conceptos y estrategias propuestas en el **Capítulo 2. Proyecciones**, para referir las rectas y los planos a un mapa topográfico. Utilizaremos la cuadrícula de Mercator y las curvas de nivel como referencia espacial a distintas escalas. Así, en los ejemplos, utilizaremos la **caja de cristal** solo como referencia virtual al trazar la **línea de tierra** y seguiremos la convención cromática propuestas en el Capítulo 2.

Obtención de la inclinación y dirección de inclinación de una recta en un mapa topográfico

La dirección de una recta

Dados dos puntos en un mapa topográfico, la recta que los une representa la **proyección horizontal** del elemento y si los puntos tienen la misma altitud, la proyección se manifestará en **magnitud real**. La altitud o elevación se lee con base en las curvas de nivel. En el caso de que los puntos tengan distinta cota, la **dirección** de la recta se considera desde el punto de mayor altitud hacia el de menor cota. En el caso de que ambos puntos tengan la misma elevación, la dirección se establece en forma indistinta, desde uno o desde el otro punto. Para fines de una comunica-

ción congruente a la elevación relativa entre los puntos, la recta que los une se denota con las letras o números de los puntos separados por un guion, con la convención de que la primera letra tiene mayor cota. A falta de la dirección del norte geográfico, en los ejemplos y ejercicios propuestos se utiliza el Norte de la cuadrícula.

La inclinación de una recta

Una vez identificado que los puntos extremos de un segmento de recta tienen distinta elevación y que se ha trazado su **proyección horizontal** en el mapa, se obtiene su vista en magnitud real. De acuerdo con la propiedad de paralelismo de las proyecciones, **la magnitud real** de una recta se manifiesta en un plano de proyección paralelo. Como ya contamos con la **proyección horizontal** de la recta (su trazo en el mapa), podemos visualizar una **caja de cristal** con las dimensiones necesarias para alojar el área del mapa. La orientación de la **caja de cristal** debe ser tal, que su plano de **proyección de perfil** interseque al plano de **proyección horizontal** conforme a una **línea de tierra** paralela a la **proyección horizontal** de la recta problema. En esta construcción, de acuerdo con el área de dibujo disponible, podemos trazar la **línea de tierra** sobre el área del mapa. Ahora debemos asignar una elevación al plano horizontal acorde con las cotas de los puntos. En el arreglo de los planos de proyección en la caja de cristal, la **línea de tierra** es una de sus aristas y tiene la misma cota que le asignamos al plano de **proyección horizontal**. A partir de aquí, le asignaremos a la **línea de tierra** la elevación que elijamos de acuerdo con el problema por resolver. Así, al proyectar puntos a la **proyección de perfil**, sus elevaciones se medirán a la misma escala del mapa, por diferencia en relación con la cota asignada a la **línea de tierra**.

Ilustraremos los procedimientos descritos al obtener la inclinación y dirección de la recta definida por los puntos A y B en el mapa MGG T05. Los puntos tienen las siguientes coordenadas en la referencia UTM.

Punto	Coordenadas UTM	Altitud
A	14Q 475,520 m E; 2' 125,260 m N	3,800 m
B	14Q 473,350 m E; 2' 123,780 m N	3,100 m

Procedimiento o:

- o.1) trace la recta entre los dos puntos propuestos:
- o.2) identifique si se trata de una **recta horizontal** o inclinada. En el ejemplo se trata de una recta inclinada. Dada la elevación de los puntos, de acuerdo con lo convenido, denominaremos a la recta B - A:
- o.3) mida la dirección de la recta en la **proyección horizontal**, desde el punto B hacia el punto A; este se encuentra al noroeste de B. A partir del norte de la cuadrícula, la dirección de la recta B - A forma un ángulo de 56° al oeste (figura 74); entonces, la recta B - A tiene una dirección NW 56° en formato en cuadrantes o 304° en formato acimutal:
- o.4) proyecte la recta B - A hacia una **proyección de perfil** paralela a la proyección b - a. En el caso que se ilustra, la **proyección de perfil** se construyó al noroeste de la **proyección horizontal** de la recta B - A (figura 74). Con base en el implante de la cota asignada a la **línea de tierra** y de las acotaciones de los puntos, se aclara el sentido ascendente de la construcción;
- o.5) mida la inclinación de la recta desde la horizontal representada por la **línea de tierra** y/o los planos horizontales trazados en la **proyección de perfil** (resultado 13°).

Una vez que se proyectaron los puntos de acuerdo con su elevación, se obtuvo la magnitud real de la recta B - A y en ella, el valor de la inclinación de la recta. Una vez que contamos con los dos parámetros para caracterizar la recta B - A, expresamos el resultado con la notación que proponemos: la inclinación y la dirección con la preposición “al” que los enlaza:

Resultado:

Recta B - A		
Inclinación		Dirección
13°	al	NW 56°

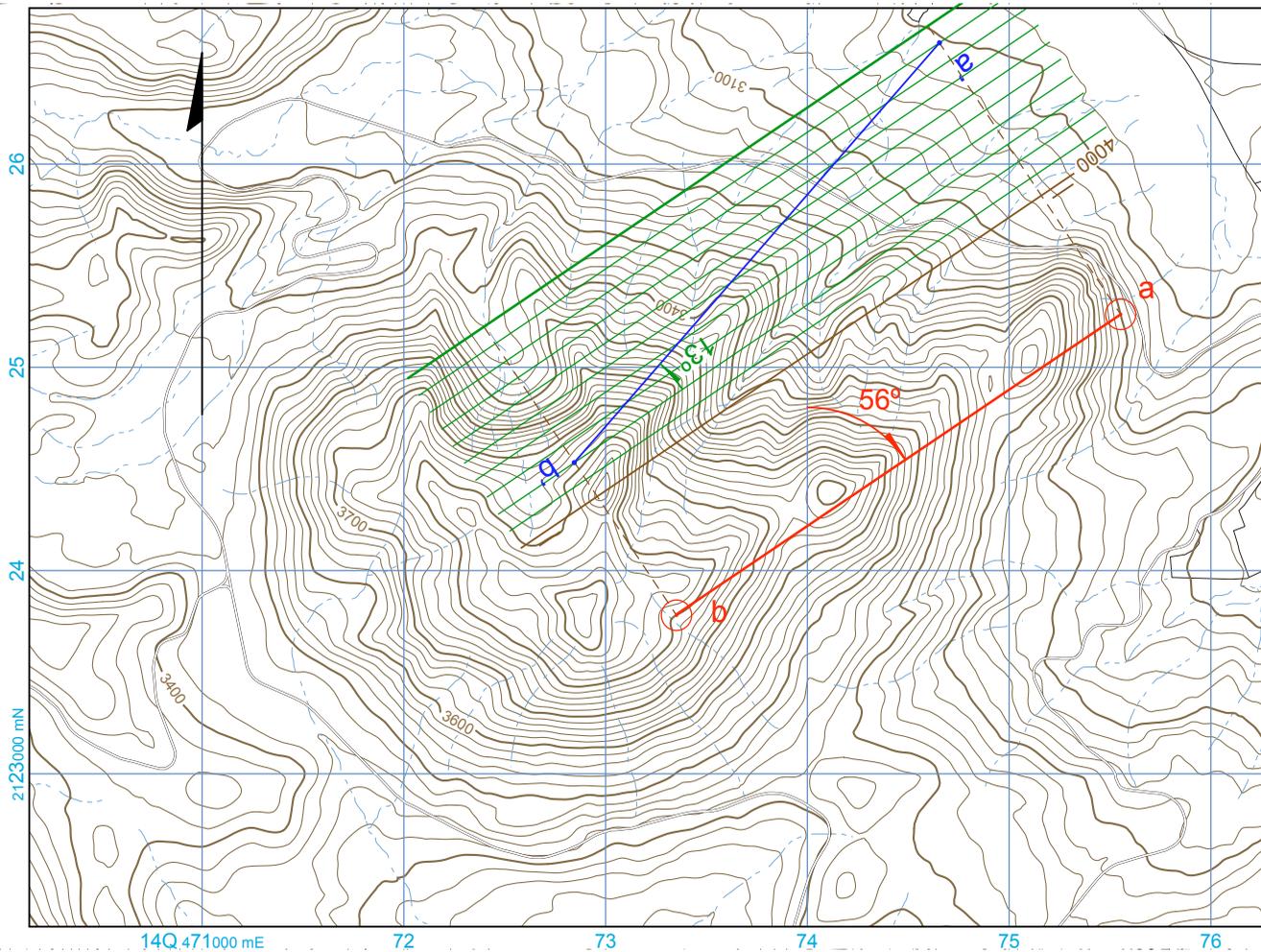


Figura 74. Inclinación y dirección de una recta. En el ejemplo, la recta B - A se inclina 13° al NE 56° . Observe la orientación de la proyección de perfil que se trazó paralela a la proyección horizontal de la recta, para obtener su magnitud real y su inclinación (13°). Note que las proyecciones de perfil aparecen en color azul ($b' - a'$), y las proyecciones de canto de las curvas de nivel en color verde. La dirección de inclinación se mide en la proyección horizontal, respecto a la dirección del Norte de la cuadrícula (en este caso NE 56°), desde el punto de mayor cota, en este caso desde el punto (b). Mapa MGG T05.

Visibilidad de rectas horizontales en el relieve expresado en un mapa topográfico

Para leer correctamente los mapas topográficos o geológicos con trama topográfica y para el trazo de la intersección de superficies estructurales con el relieve topográfico, es necesario reconocer la visibilidad de una **recta horizontal en relación con el relieve** representado en el mapa mediante curvas de nivel. La operación implica identificar, tanto los valores de las cotas de las curvas de nivel cortadas por la **proyección horizontal** de la recta, como las inflexiones singulares en el relieve, a lo largo de la proyección de la recta bajo análisis, ya sean puntos de mayor elevación, collados, interfluvios o *talwegs*. Si se visualiza el relieve aledaño a la traza de la recta,

será más fácil identificar los puntos de intersección de la recta con el relieve. Esto es, los puntos en que coinciden las elevaciones de la recta y de las curvas de nivel (los puntos A, B, C, D, E y F en la figura 75). Una vez identificados estos puntos de intersección, atendiendo la elevación relativa entre los puntos de recta y los del relieve, se resalta con línea discontinua el o los tramos de la recta que quedan por debajo del relieve, en tanto que se retocan con línea continua los tramos en los cuales la elevación de la recta es mayor que la propia del relieve (figura 75, mapa MGG T05). Si se desea conocer la visibilidad de una recta inclinada, es necesario obtener en su vista en magnitud real, su intersección con la silueta del relieve a lo largo de su **proyección horizontal**. Esta última construcción se presenta más adelante, bajo el enunciado Intersección de un plano vertical con el relieve.

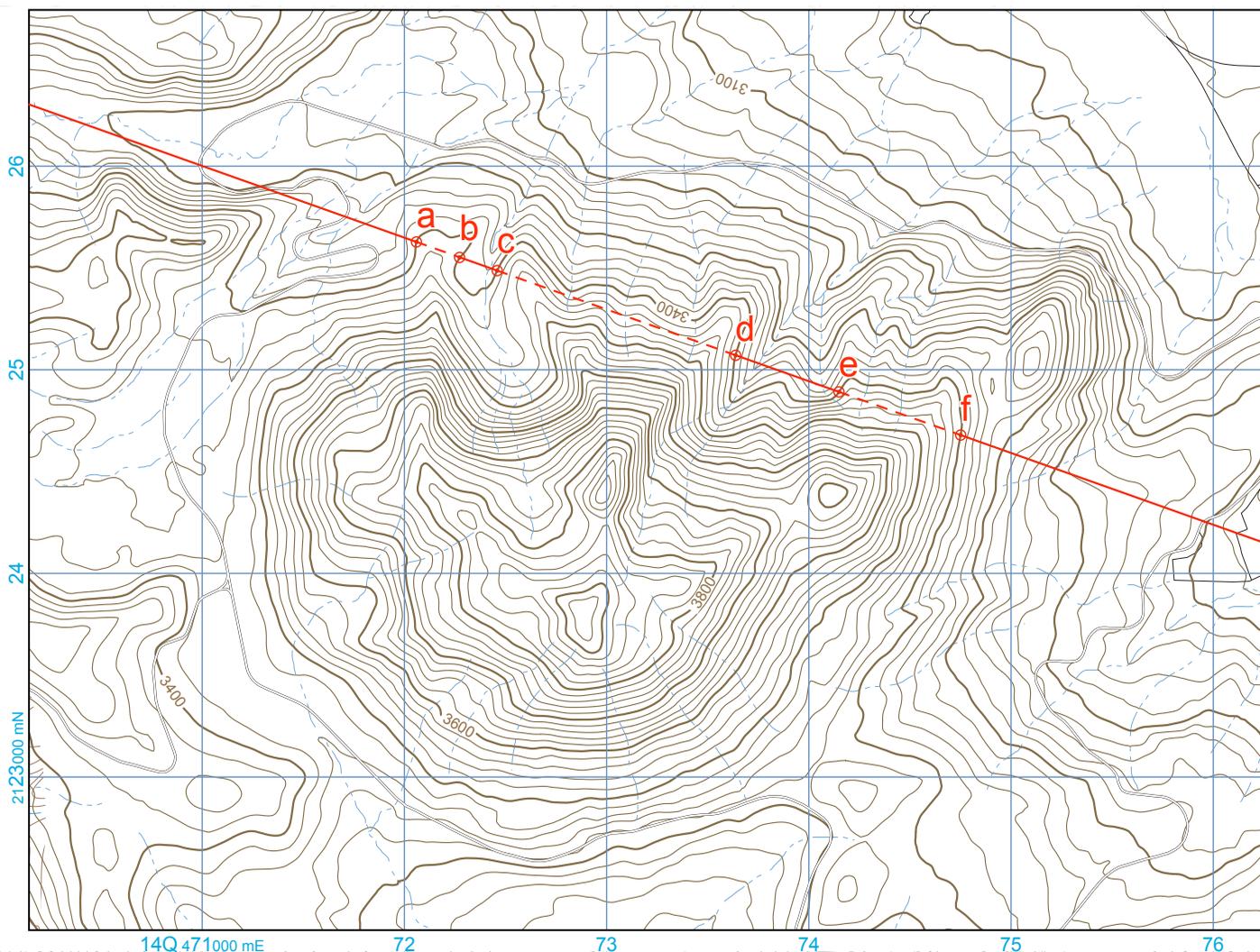


Figura 75. Visibilidad de una recta horizontal respecto al relieve en un mapa topográfico. En el ejemplo, se considera que la recta horizontal tiene una elevación de 3,400 m. Después de identificar los puntos de intersección de la recta con el relieve expresado por las curvas de nivel, se trazaron con línea discontinua los segmentos que están por debajo del relieve porque no son visibles (segmentos a - b; c - d y e - f). Mapa MGG T05.

Mínima distancia entre dos rectas en un mapa topográfico

Dos rectas no paralelas entre sí definen un plano si tienen un punto común, en caso contrario, se puede cuantificar la distancia mínima entre ellas. La solución gráfica del problema se logra mediante proyecciones diédricas, al obtener una proyección auxiliar en la cual una de las rectas se manifieste en vista de punta. La distancia mínima será la magnitud de un segmento de recta desde la vista de punta y perpendicular a la proyección de la otra recta. De acuerdo con la propiedad de fusión, una recta se manifiesta como **recta de punta** cuando se proyecta a un plano perpendicular. Si la recta fuera horizontal, la vista de punta se lograría en un plano de **proyección de perfil** normal a su dirección (vertical). En el caso general, se tratará de una recta inclinada; entonces, el plano de proyección sería también inclinado y ortogonal a la recta. En este caso, la directriz del plano de proyección será la recta inclinada en una proyección en magnitud real. Como el plano de proyección se obtiene en vista de canto, la solución requiere el giro del plano de proyección para obtener finalmente la vista de punta pretendida y con ello la medición de la distancia mínima. Para ilustrar el procedimiento, primero investigaremos si dos rectas trazadas en un mapa topográfico tienen un punto en común. En caso negativo, obtendremos la distancia mínima entre esas rectas.

Planteamiento del problema. Dadas las rectas A - B y C - D en el mapa MGG T17, investigue si definen un plano o en su defecto, obtenga la distancia mínima entre ellas.

Considere que los puntos tienen las siguientes coordenadas UTM:

PUNTO	Faja UTM	Metros Este	Metros Norte
A	14Q	626,112.5	1'978,792.5
B	14Q	626,312.5	1'977,947.5
C	14Q	626, 220.0	1978,415.0
D	14Q	626,840.0	1978,167.5

Procedimiento p:

- p.1) una vez que ha trazado las proyecciones horizontales de las rectas en el mapa, observe que aparentemente las dos rectas se intersecan en el punto E. Obtenga una proyección de perfil a la cual proyecte ambas rectas, para comprobar si existe una sola proyección para el punto E. La proyección de perfil puede tener cualquier orientación, en el ejemplo se construyó en dirección norte-sur en el borde oriental del mapa (figura 76).

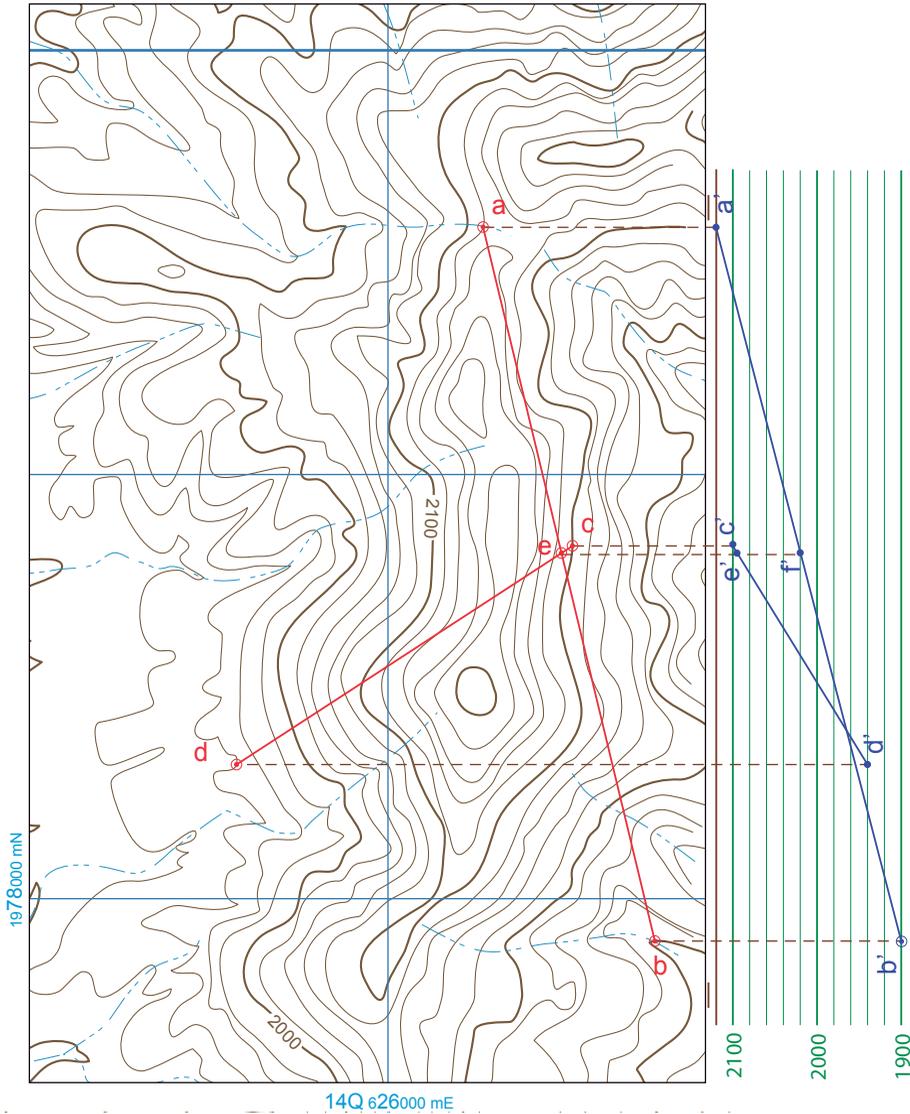


Figura 76. Valoración de la posible intersección entre dos rectas; las cuales, en la proyección horizontal aparentemente se cortan (mapa MGG T17). Para comprobar si el punto de intersección aparente (e) tiene como proyección de perfil un punto alojado simultáneamente en las dos rectas, se obtiene una proyección con una orientación cualquiera. En este caso, la proyección de perfil tiene su línea de tierra paralela a la dirección del Norte y el resultado es negativo: las rectas no se cortan. La intersección en la proyección horizontal no corresponde con la intersección aparente entre las rectas en la proyección de perfil (se trata de dos puntos con una misma proyección horizontal: (e') y (f')).

p.2) al trazar la recta proyectante a partir de la proyección horizontal del punto E, observe que en la proyección de perfil existen dos puntos con la misma proyección horizontal: uno en la recta A - B, y otro en la recta C - D. Lo cual contradice la propiedad de unicidad de las proyecciones: un punto tiene una sola proyección. La explicación es que, en el plano de proyección horizontal, coexisten las proyecciones de dos puntos. El punto E con una elevación de 2020 m contenido en la recta A - B y otro punto F con una elevación de 2090 m contenido en la recta C - D. Una vez comprobado que las dos rectas no se cortan, se puede investigar la distancia mínima entre ellas, en un plano de proyección en el cual una de las rectas se proyecte de punta. En el ejemplo elegimos a la recta C - D para tal efecto:

p.3) primero en un plano de perfil paralelo a la proyección horizontal $c - d$, obtenga la magnitud real de la recta $C - D$ y proyecte la recta $A-B$, ($c'_2 - d'_2$ y $a'_2 - b'_2$ en la figura 77);

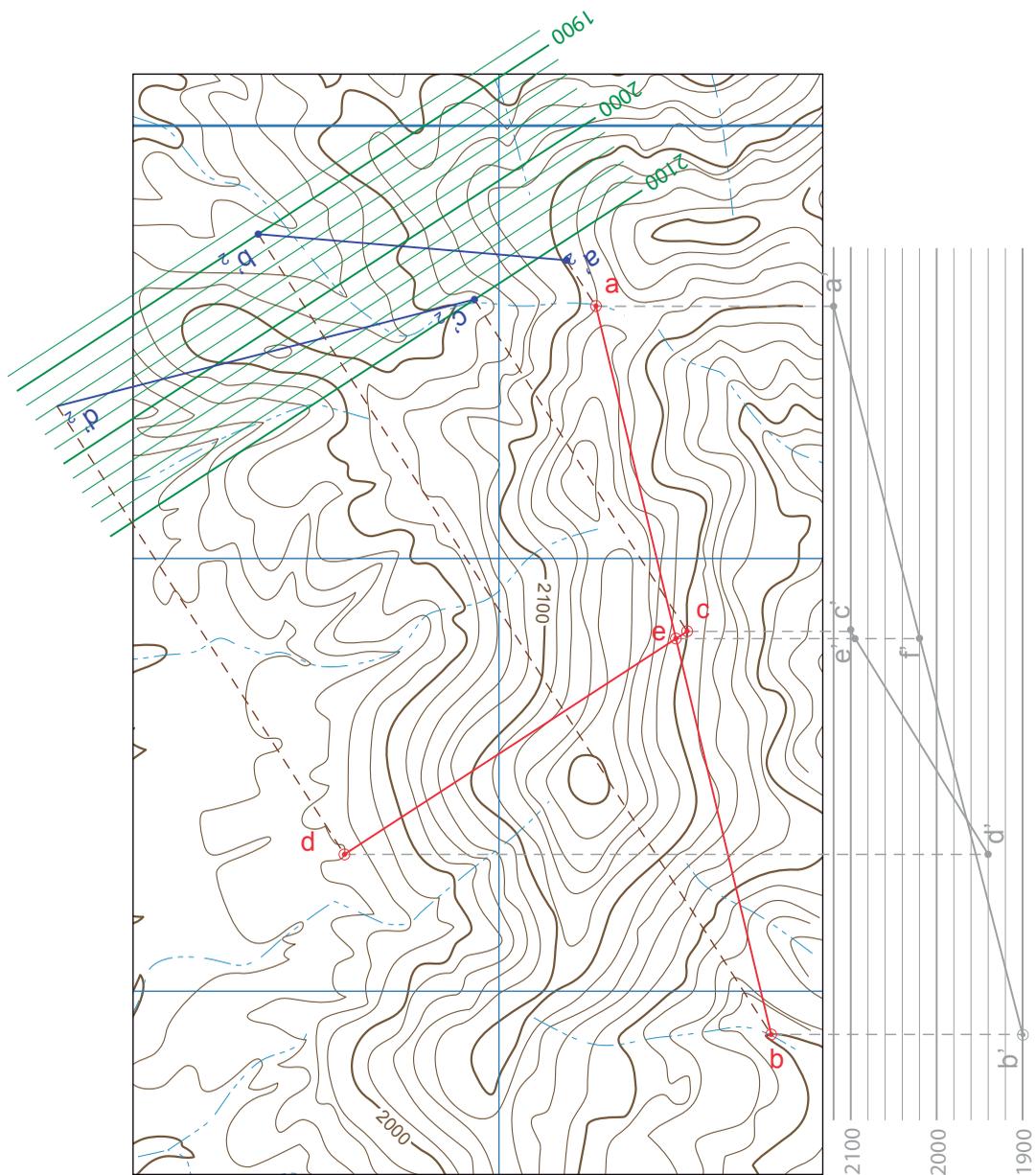


Figura 77. Ya que se ha comprobado que las dos rectas no se intersecan, para conocer la mínima distancia entre ellas, se proyectan a un plano perpendicular a una de ellas. Para obtener la recta directriz en proyección de punta, en este caso, la recta $C - D$. Primero se obtiene la magnitud real de la recta $C - D$ ($c'_2 - d'_2$) en una proyección de perfil paralela a su proyección horizontal, proyección de perfil, a la cual se proyecta la otra recta $A - B$ ($a'_2 - b'_2$).

- p.5) proyecte las rectas A - B ($a'_3 - b'_3$ en la figura 78) y C - D al plano de proyección nuevo. La recta C - D se proyectará en un solo punto (c'_3, d'_3 en la figura 78);
- p.6) rote el plano de proyección y los puntos extremos de las rectas hasta que el plano de proyección auxiliar quede en posición horizontal, para lo cual haga pivote en la intersección del plano auxiliar con la línea de tierra. Trace arcos proyectantes desde la proyección normal a la recta C - D hasta una proyección horizontal (figura 78);
- p.7) abata el plano auxiliar conforme a una recta horizontal a manera de bisagra, para obtener la proyección de la recta A-B ($a'_4 - b'_4$) respecto a la vista de punta de la recta C-D (c'_4, d'_4 en la figura 78). La proyección de los puntos extremos de las rectas A - B y C - D, las obtendrá mediante la intersección de rectas proyectantes, por un lado, perpendiculares a la vista de canto ya girada, las cuales se intersecarán con las rectas proyectantes paralelas a la dirección original de la proyección de la recta directriz, en este caso C - D;
- p.8) en esta vista trace desde la recta de punta C - D (desde c'_4, d'_4 en la figura 78) una recta perpendicular a la recta A - B (a la proyección $a'_4 - b'_4$). La magnitud de esta recta corresponde con la distancia mínima buscada.

Resultado:

Distancia mínima entre las rectas C - D y A - B
69.5 metros

Intersección de un plano con el relieve topográfico

La intersección de una superficie con el relieve topográfico es uno de los problemas clásicos en Geología que se resuelve con base en los conceptos propios de la Geometría Descriptiva, ya que tiene una aplicación directa en la predicción del patrón de afloramiento de dos cuerpos separados por una superficie estructural, tanto en la cartografía geológica, como en el diseño de obras que implican remoción de materiales y cuantificación de volúmenes. La línea de intersección de una superficie estructural con el relieve topográfico se conoce como contacto geológico. Como una primera aproximación a la predicción de patrones de afloramiento revisaremos la intersección de una superficie plana con el relieve, para la cual se reconocen tres casos:

- 1) el plano es horizontal y cuando menos se conoce la ubicación de uno de sus puntos;
- 2) el plano es vertical y cuando menos se conoce la ubicación de uno de sus puntos;

3) el plano es inclinado y se conocen:

- 3a) El **rumbo**, **echado** y **cuadrante** del plano y un **punto** por donde pasa el plano;
- 3b) la ubicación de tres puntos no colineales, dos a la misma elevación;
- 3c) la ubicación de tres puntos no colineales, todos a distinta elevación.

Intersección de un plano horizontal con el relieve topográfico

La traza de la intersección de un plano horizontal con el relieve topográfico coincide con una curva de nivel o es paralela a las curvas de nivel entre las cuales se encuentra la cota de un punto del plano. En el mapa MGG T18 a escala 1: 6,250 (figura 79), se ilustra la intersección de un plano horizontal que pasa por el punto X con las siguientes coordenadas UTM:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
X	14R 325 815 m E	2'878,460 m N	1020 m

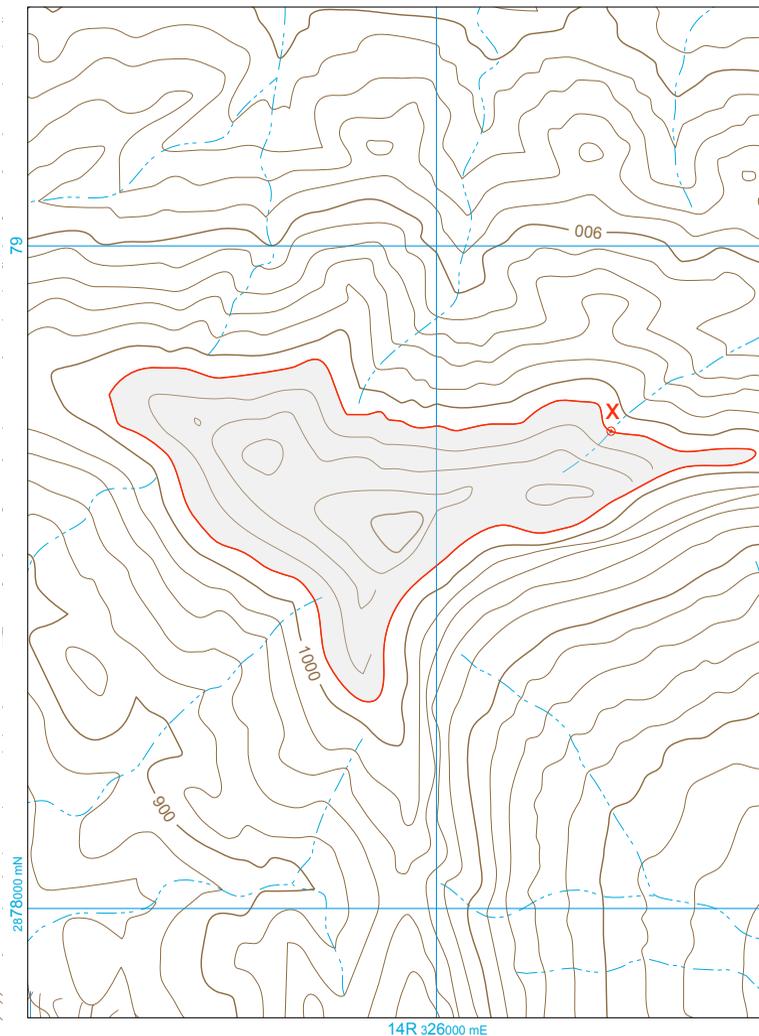


Figura 79. Intersección de un plano horizontal con el relieve topográfico. Observe que el contacto (en color rojo) coincide con la curva de nivel (1,020 m) en la cual se encuentra el punto (x). Mapa MGG T18.

Intersección de un plano vertical con el relieve topográfico

Si asumimos que un mapa a escala grande es una **proyección horizontal** en la caja de cristal, un plano vertical se proyecta como una recta en el plano de **proyección horizontal**. Esto es, la traza de la intersección de un plano vertical con el relieve topográfico corresponde con una línea recta con la dirección propuesta para el **rumbo** del plano por intersectar. En tanto que, en la **proyección de perfil**, los puntos de la línea de intersección definen una silueta del relieve, conocida como perfil topográfico. En el mapa MGG T13 a escala 1: 12,500 (figura 80), se ilustra la intersección de un plano vertical que pasa por el punto A con las siguientes coordenadas UTM:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14R 318 120 m E	2'091, 540 m N	1,200 m

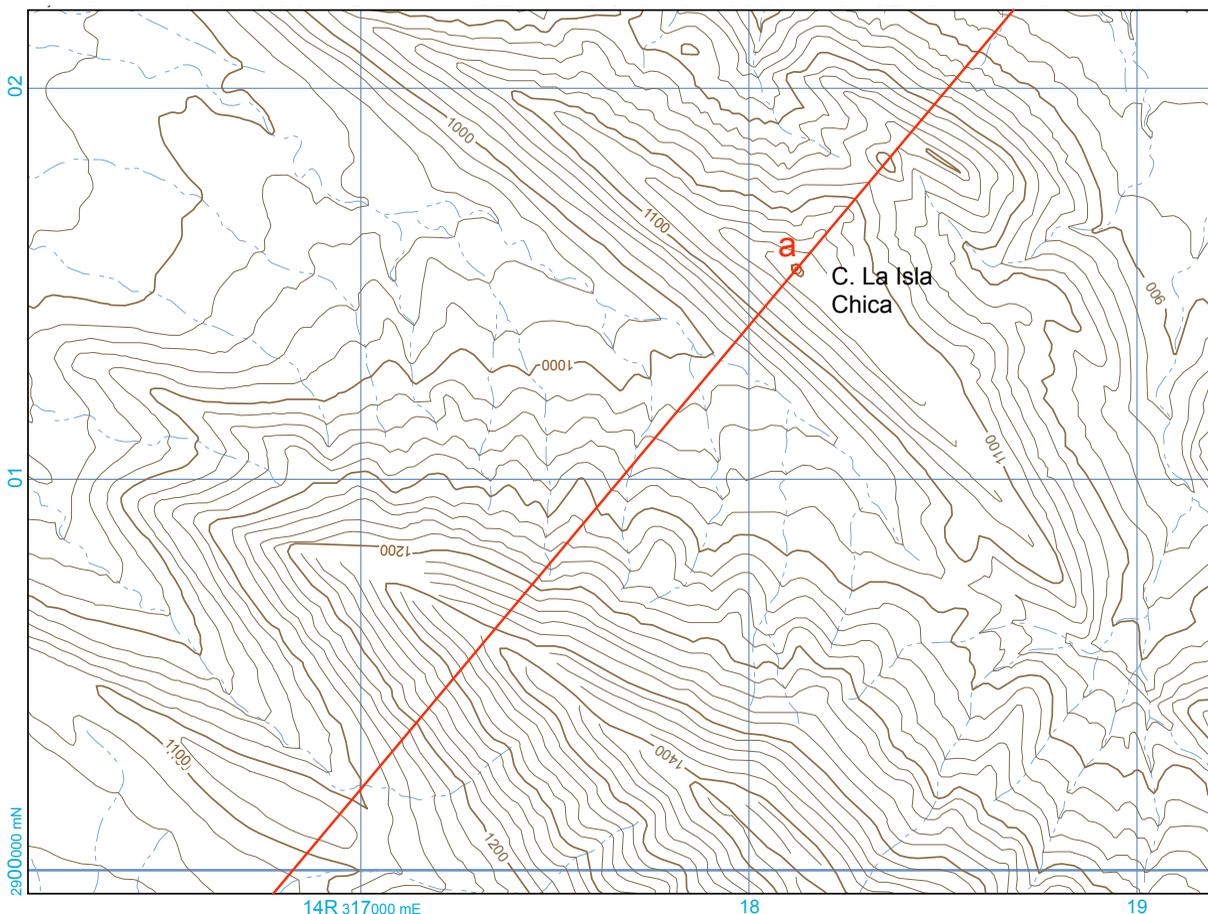


Figura 80. Intersección de un plano vertical con el relieve topográfico (mapa MGG T13). Se ejemplifica con un plano con rumbo N40°E y que pasa por el punto (a) (14R 318 120 m E; 2'091, 540 m N; 1,200 m). En la proyección horizontal, la traza de la intersección del plano es rectilínea.

El perfil topográfico es una construcción básica en la elaboración de una sección geológica, como se presenta más adelante. El perfil topográfico se dibuja en una **proyección de perfil** paralela a la línea de corte, al interpolar entre los puntos de intersección de la línea con las curvas de nivel. La construcción se realiza de preferencia en un papel con cuadrícula milimétrica para favorecer la asignación de elevaciones. Se dibuja a la misma escala horizontal. Por lo general, la vista se obtiene con el observador mirando desde el sureste, entonces el extremo sudoeste (o sur) de la construcción aparecerá a la izquierda del papel y el extremo noreste (o norte), en el extremo derecho. En los casos que la pendiente de la ladera sea uniforme, se proyectan los puntos de elevación correspondientes a las curvas de nivel maestras, en el contrario se proyecta la intersección de la traza del plano con las curvas ordinarias críticas en las cuales se aprecia un cambio en la inclinación de la ladera (puntos de inflexión). Como los puntos de inflexión tienen elevaciones intermedias entre las curvas de nivel maestras, entonces, con el escalímetro se les asigna su cota en la recta proyectante correspondiente a cada punto de inflexión, para efectos del trazo de la intersección. Con el uso del código de colores, será más fácil identificar el sentido de inflexión o cambio al momento de dibujar mediante interpolación, la intersección del plano vertical con el relieve.

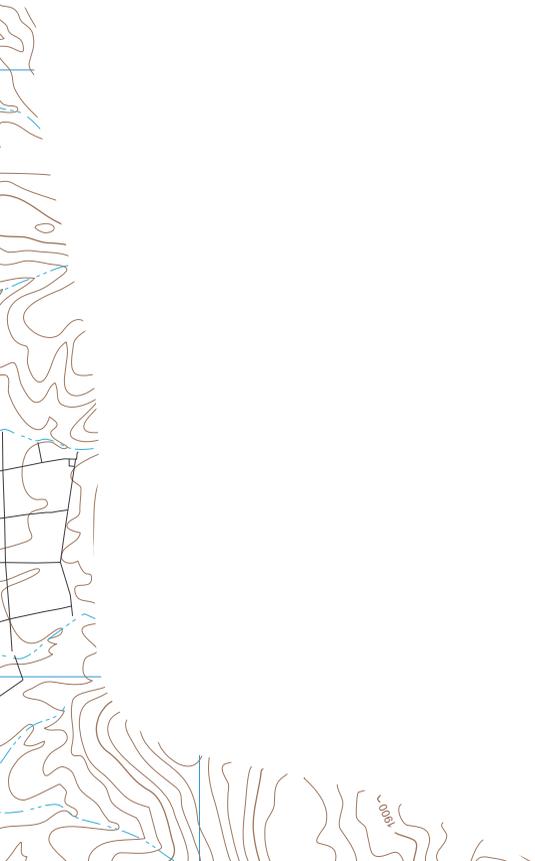
Se ilustra el procedimiento al obtener la intersección del plano vertical (el perfil topográfico) con **rumbo** N 40° E y que pasa por el punto A en el mapa MGG T13. La **proyección horizontal** del punto aparece como (a) en la cima del cerro La Isla Chica (figura 80).

Procedimiento q:

- q.1) trace una recta que corte todo el mapa en la dirección propuesta y que pase por el punto A. Le será más cómodo y fácil medir en forma precisa la dirección del **rumbo** con un transportador, si previamente traza una recta paralela al norte de la cuadrícula que pase por el punto A. Con base en esta referencia, mida cuidadosamente el ángulo (40°) desde el norte en el sentido propuesto (al Este). La recta que trace será la **proyección horizontal** de la intersección pretendida (figura 80);
- q.2) identifique a lo largo de la línea de corte, los puntos de intersección con las curvas de nivel maestras y los puntos críticos (figura 81), de acuerdo con un código de colores como el siguiente:
 - Cimas (partes más altas, con flecha roja);
 - Arroyos (puntos bajos relativos, mediante una flecha azul);

“Puertos” (con una flecha verde);
Puntos de inflexión (señalados con una flecha amarilla);

- q.3) defina un plano de **proyección de perfil** paralelo y al sureste respecto a la **proyección horizontal** de la línea de corte (figura 81). Establezca la **línea de tierra** a una elevación acorde con una curva de nivel maestra debajo del punto más bajo del corte. Así, la medición de las alturas de los puntos será por diferencia y siempre en sentido positivo;
- q.4) proyecte los puntos de acuerdo a su elevación y su clasificación. La elevación específica se lee en la intersección de la **proyección horizontal** del plano con las curvas de nivel. Tome en cuenta el intervalo de configuración de las curvas de nivel (20 metros en este caso);
- q.5) una vez que ha dibujado todos los puntos de cota conocida a lo largo de la línea de corte, mediante interpolación y a mano alzada, trace la línea de intersección pretendida (figura 81);
- q.6) acote los extremos del perfil topográfico de acuerdo a la identificación que tenga la línea de corte en el mapa (en este caso I – I'), otra forma de identificar el perfil es inscribir las direcciones relativas del corte (se ilustra en la figura 81).



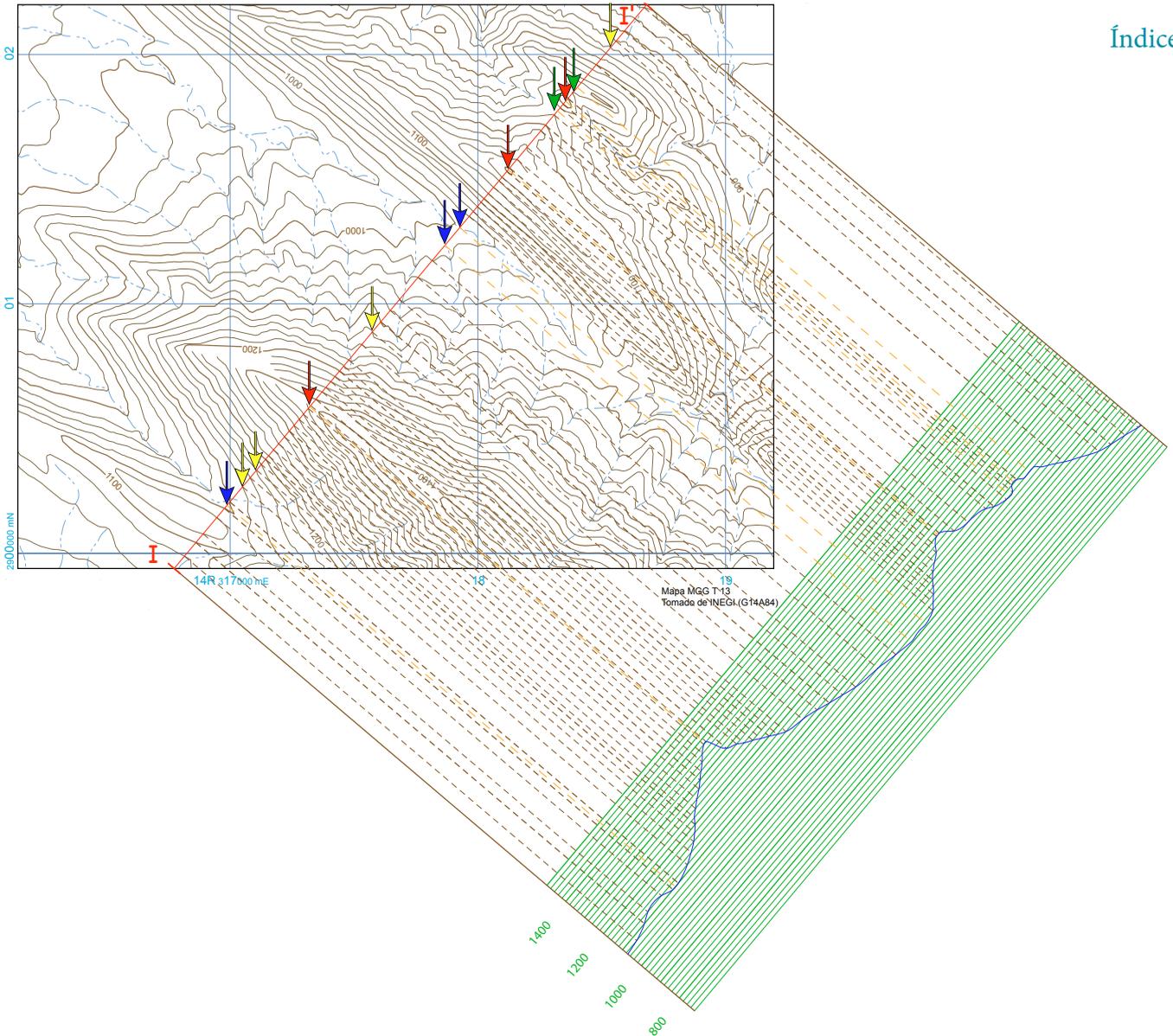


Figura 81. El perfil topográfico como la proyección de perfil en magnitud real de la línea de intersección de un plano vertical con el relieve topográfico se ejemplifica con la obtención del perfil topográfico correspondiente a la intersección del plano propuesto para la figura 80. De acuerdo a la convención, la construcción se hace en una proyección de perfil con vista desde el sudeste (la línea de tierra se trazará al sudeste de y paralela a la línea de corte). El perfil topográfico se obtiene al considerar 1) los puntos de intersección de la proyección horizontal del plano con las curvas de nivel y 2) los puntos críticos ya sean de mayor elevación relativa en un interfluvio (partes más altas, aquí señalados con flecha roja) o de mínima elevación relativa en un talweg (arroyos, mediante una flecha azul), los collados o “puertos” (con una flecha verde); puntos de inflexión (señalados con una flecha amarilla. Rasgos todos ellos, que se señalan en el ejemplo. A partir de la línea de tierra, que en este caso tiene una cota de 700 m, se miden a escala las elevaciones de las curvas de nivel maestras (cada 100 m), las cuales se dibujan en su vista de canto en color verde, esto es como rectas paralelas a la línea de tierra. Estos trazos se acotan con su elevación para utilizarlos como referencia. Después, se proyectan los puntos críticos identificados. Una vez que se tienen los puntos en la proyección, se traza a mano alzada el perfil topográfico mediante interpolación.

Patrón de afloramiento de un plano inclinado definido por los parámetros rumbo, echado y cuadrante

La obtención de la intersección de un plano con el relieve expresado en un mapa topográfico, cuando se conoce el **rumbo, echado** y **cuadrante** del plano en un punto, se basa en la identificación de los puntos de coincidencia entre las configuraciones orográfica y la del plano inclinado. La primera superficie ya está expresada mediante las curvas de nivel del mapa, en tanto que la segunda es una construcción que se elabora con base en rectas horizontales alojadas en el plano con un intervalo de configuración equivalente al propio de las curvas de nivel del mapa, para lo cual, las rectas horizontales alojadas en el plano inclinado se obtienen primero como **rectas de punta** en la **vista de canto del plano** y luego se proyectan a la **proyección horizontal**. La coincidencia entre las dos configuraciones se identifica al valorar la visibilidad de las rectas horizontales en comparación con el relieve topográfico. Una vez establecidos los puntos de coincidencia, se dibuja la intersección mediante interpolación entre dos puntos de intersección contiguos, al visualizar el lugar que ocuparía la intersección de otras rectas horizontales con el relieve. Ilustraremos el procedimiento al obtener la intersección del plano $N32^{\circ}W, 25^{\circ}, NE$; que pasa por el punto A señalado en el mapa MGG T15 (figura 82).

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 350 140 m E	2'928,870 m N	800 m

Procedimiento r:

- r.1) por el punto A propuesto, trace una **recta horizontal** en la dirección correspondiente al **rumbo** y extiéndala en la dirección opuesta (correspondiente a la otra posibilidad de la expresión del **rumbo**);
- r.2) defina un plano de **proyección de perfil** perpendicular a la dirección de la **recta horizontal** mediante el trazo de la **línea de tierra**, a la cual le asignamos la elevación del punto A. En el caso que nos ocupa, utilizamos el mapa para visualizar ambas proyecciones; así, trazamos la **línea de tierra** sobre el mismo punto del mapa. Dado que se trazó la **línea de tierra** por el mismo punto y que le asignamos a la **línea de tierra** la elevación del punto, entonces, ambas proyecciones **horizontal** y **de perfil** del punto A coinciden en la misma ubicación en el mapa (figura 82);

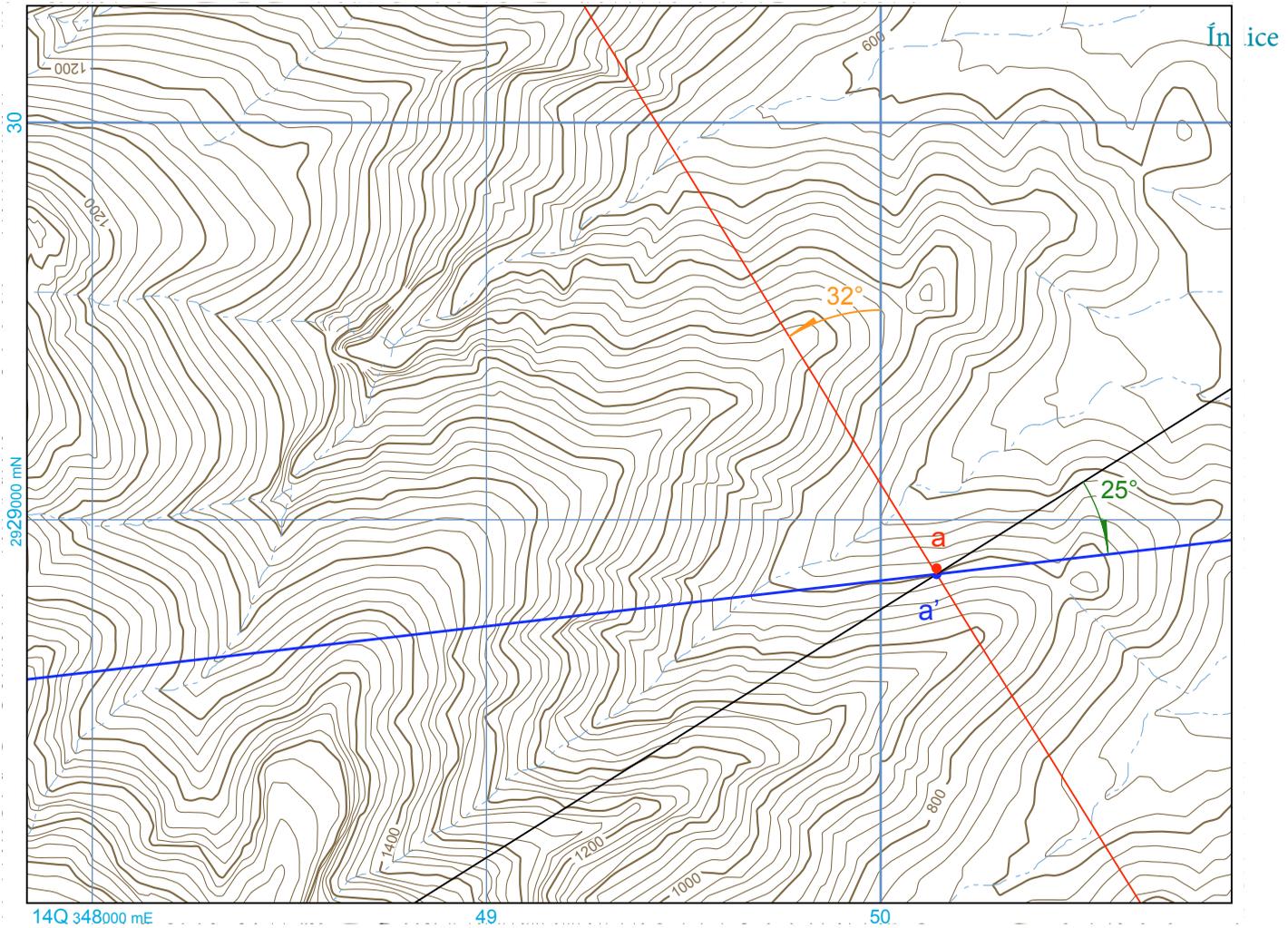


Figura 82. Intersección de un plano inclinado con el relieve topográfico cuando el plano está definido por su rumbo, echado y cuadrante (mapa MGG T15). Una vez que se ha trazado una primera recta horizontal (en la dirección del rumbo), esta recta es la referencia para trazar la línea de tierra en dirección perpendicular; en este caso elegimos realizar la construcción sobre el mismo mapa. Así, la línea de tierra (en color negro) está trazada en el mismo punto A y le asignamos la elevación del punto (800 m); de tal forma que ese punto se convierte simultáneamente en la proyección horizontal (a cuando se visualiza el mapa) y en la proyección de perfil (a' cuando nos referimos a la línea de tierra). Después, se traza la vista de canto del plano inclinado de acuerdo al dato estructural (el plano se inclina 25° hacia el noreste). Se hace pivote en el punto A (a') y en esa dirección medimos el ángulo del echado 25°, así se obtiene la vista de canto del plano. Como le asignamos a la línea de tierra una elevación de 800 m y el relieve topográfico del mapa asciende hacia el SW, extendemos la vista de canto del plano por arriba de la línea de tierra con la expectativa de que el plano interseque puntos con una elevación mayor a los 800 m.

r.3) trace la vista de canto del plano propuesto en la **proyección de perfil**, de acuerdo con el **echado** (25°) y al **cuadrante** de inclinación (NE). A partir de la **línea de tierra**, mida el ángulo del **echado** en sentido descendente, en el segmento noreste de la **línea de tierra** respecto a la **proyección de perfil** del punto A (a' en la figura 82);

r.4) en la vista de canto del plano, en la cual la **recta horizontal** se proyecta como recta de punta (en el mismo punto A), obtenga la vista de punta de las rectas horizontales alojadas en el plano cada curva de nivel (en este caso cada curva maestra). Identifique estas rectas de punta al intersecar la vista de canto del plano con las proyecciones de perfil de las curvas de nivel, las cuales se manifiestan como rectas paralelas a la **línea de tierra** (figura 83);

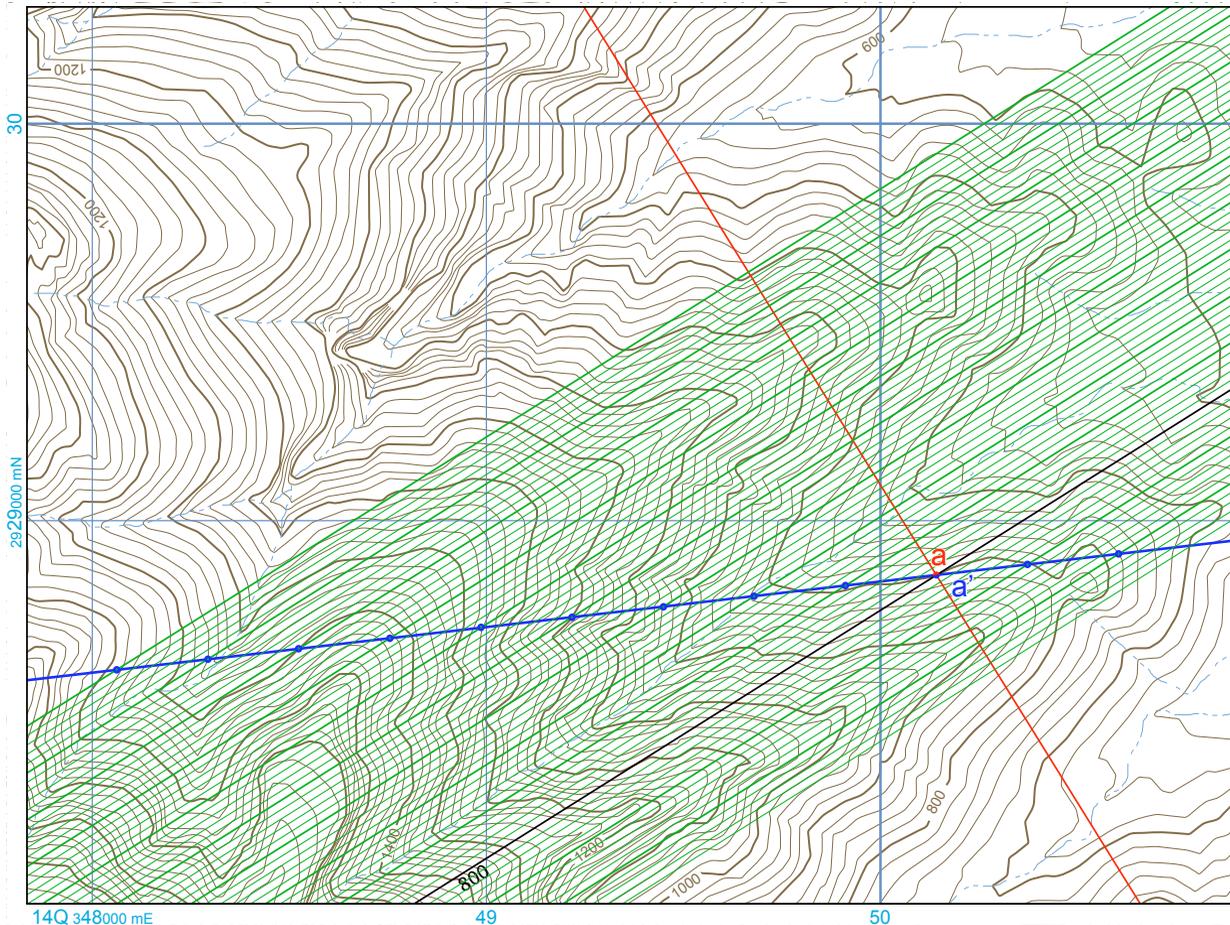


Figura 83. En la vista de canto del plano, se identifican rectas horizontales cada 20 m (como rectas de punta) alojadas en el plano de acuerdo a la elevación de las curvas de nivel, las rectas serían la intersección del plano inclinado con los planos horizontales. Los planos horizontales se proyectan como rectas paralelas (en color verde) a la línea de tierra. En la proyección de perfil, las rectas de punta cada 100 m se resaltan con un punto azul.

r.5) proyecte las rectas de punta desde la **proyección de perfil** a la **proyección horizontal** (a la planta del mapa), mediante rectas perpendiculares a la **línea de tierra** (en color rojo las rectas cada 100 m y en color naranja las rectas cada 20 m en la figura 84). En la **proyección horizontal**, estas rectas tendrán un arreglo equidistante y paralelo a la **recta horizontal** trazada inicialmente en el inciso (r.1), con lo cual habrá configurado el plano inclinado con curvas de nivel rectilíneas;

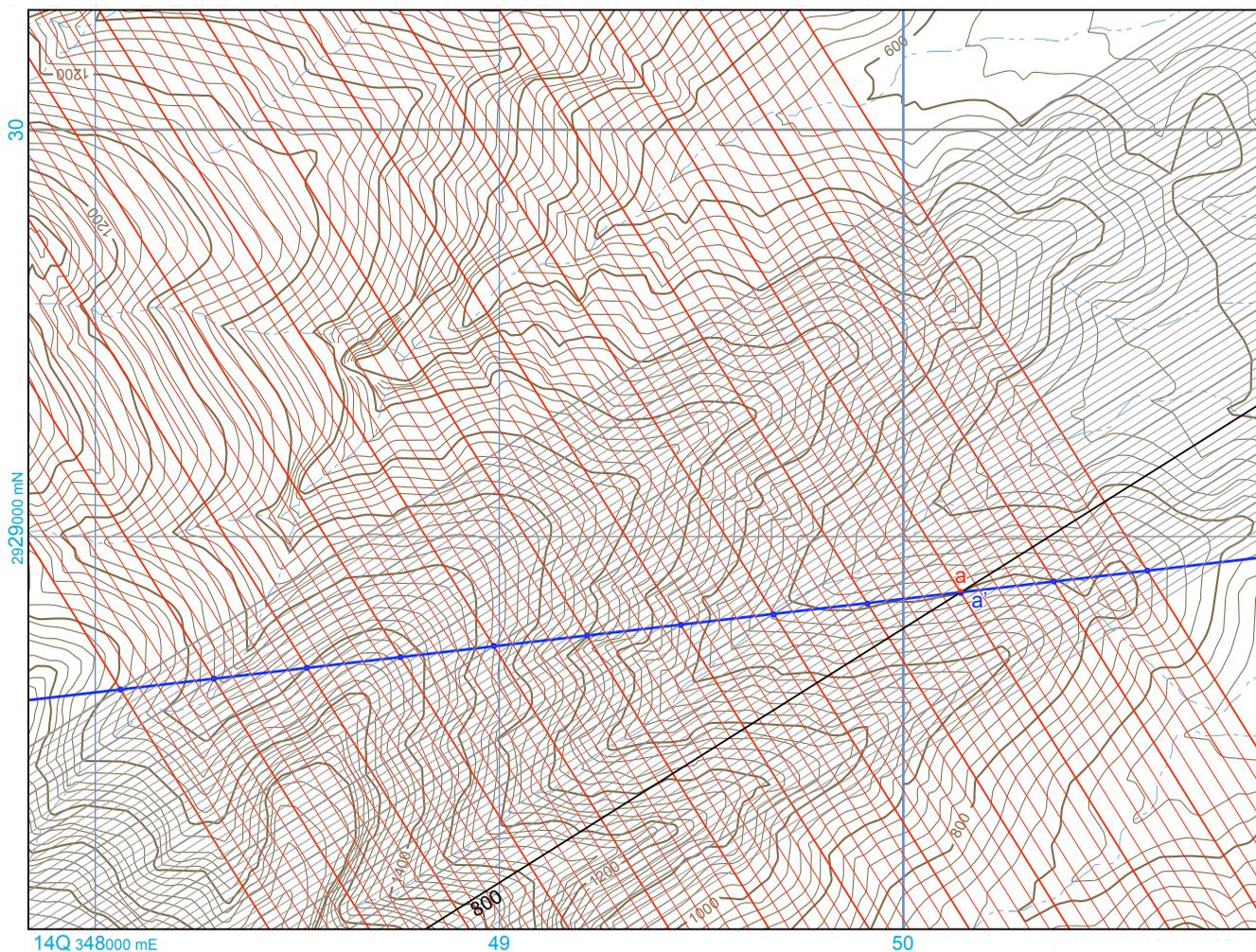


Figura 84. A partir de las rectas de punta en la vista de canto del plano se obtienen sus proyecciones horizontales, las cuales serán perpendiculares a la línea de tierra. Por ende, paralelas a la recta horizontal trazada previamente como la dirección del rumbo. Con lo cual se habrá configurado la superficie plana con rectas horizontales cada 100 m (en color rojo). Dado que se trata de un plano, se pueden trazar por interpolación, las cuatro rectas equidistantes correspondientes a las elevaciones de las curvas de nivel ordinarias (en color naranja).

- r.6) reconozca la visibilidad de las rectas horizontales respecto al relieve expresado por las curvas de nivel del mapa, identifique los puntos de intersección entre cada **recta horizontal** y la curva de nivel con la misma elevación (figura 85);
- r.7) trace la intersección del plano con el relieve topográfico con base en la extrapolación de los puntos identificados, asuma que se trata de la intersección de un continuo de rectas horizontales alojadas en el plano inclinado (figura 85).

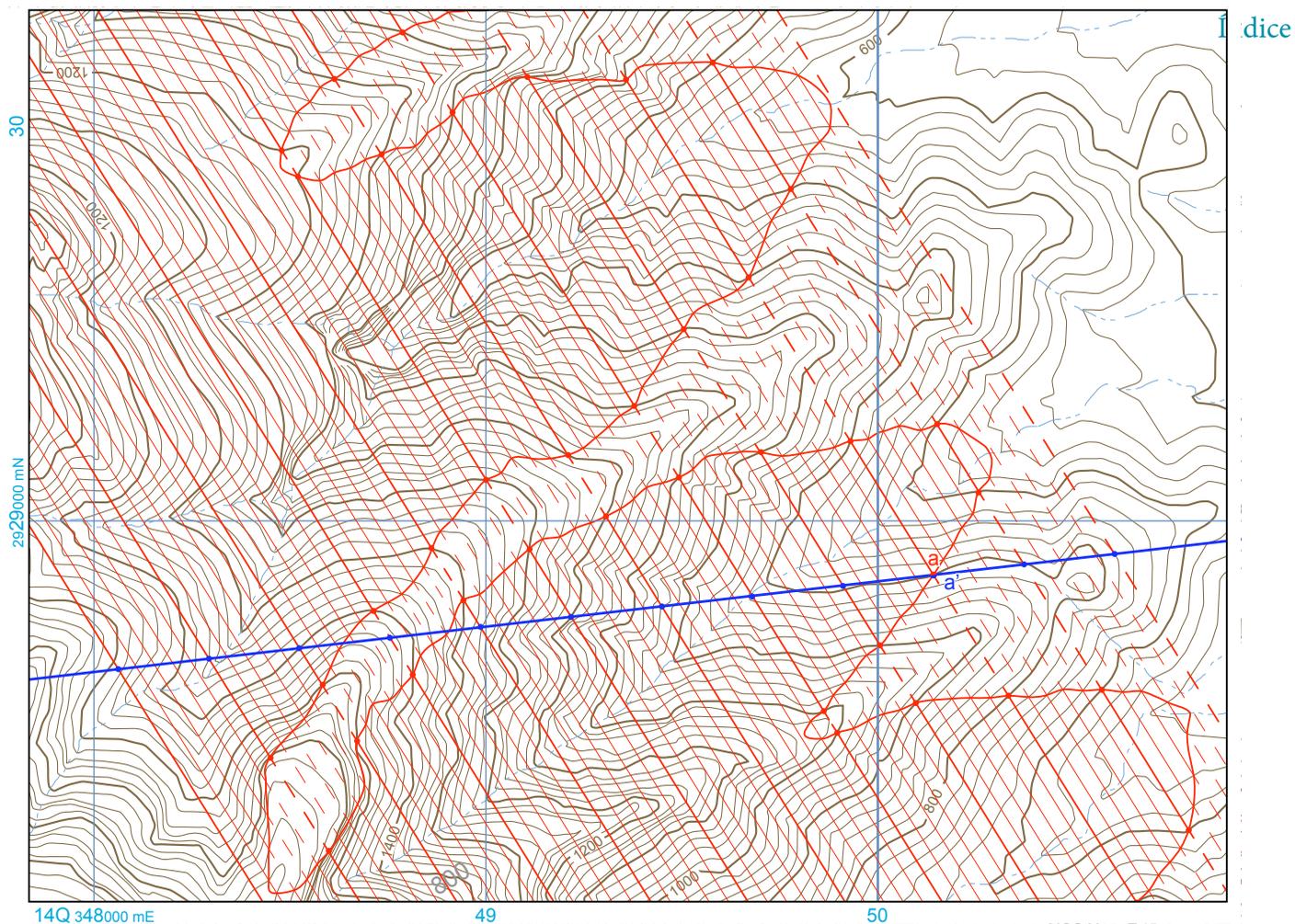


Figura 85. Intersección de un plano inclinado con el relieve topográfico, cuando el plano está definido por su rumbo, echado y cuadrante. Como ya contamos con la configuración del plano mediante rectas horizontales con elevaciones correspondientes a las curvas de nivel, el paso siguiente es identificar la visibilidad de las rectas (en este caso, los puntos de intersección entre las rectas horizontales y las curvas de nivel cada 100 m se identifican con un punto rojo). Finalmente se traza la intersección del plano mediante interpolación asumiendo que visualizamos un continuo de rectas horizontales alojadas en el plano inclinado.

Intersección con el relieve topográfico de un plano definido por tres puntos no colineales, dos a la misma elevación

Como vimos antes, el trazo de la intersección de un plano con el relieve expresado en un mapa topográfico se basa en la identificación de los puntos de coincidencia entre las configuraciones orográfica y la del plano inclinado. Cuando el plano está definido por tres puntos no colineales, la estrategia es obtener primero la vista de canto del plano, para identificar en esa vista de canto las rectas horizontales de punta. Durante esta operación se obtienen adicionalmente los datos paramétricos del plano: su **rumbo**, **echado** y **cuadrante**. En el caso de que dos puntos estén a la misma elevación, la dirección de la recta que los una, será el **rumbo** de plano. En dirección perpendicular a esa recta, se define la **proyección de perfil**, en la cual, el plano se manifiesta en vista de canto. La identificación de rectas horizontales en vista de punta se logra al intersectar al plano de canto con planos horizontales con las elevaciones correspondientes a las curvas de nivel del mapa con las cuales se pretenden comparar la configuración del plano inclinado. Cabe aclarar que es posible obtener la intersección del plano inclinado con base en una configuración conforme a una equidistancia de las rectas horizontales igual a la propia de las curvas de nivel maestras en el mapa. Esto es posible cuando la superficie topográfica involucrada tiene pendientes uniformes y con pocas irregularidades. Como ejemplo, obtendremos en el mapa MGG T04, la intersección del plano definido por los puntos no colineales siguientes:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14R 374,180 m E	2'750,500 m N	3,200
B	14R 376,450 m E	2'750,860 m N	3,200
C	14R 376,760 m E	2'749,350 m N	2,800

Procedimiento s:

- s.1) ya que los puntos A y B tienen la misma elevación, trace la **recta horizontal A - B** (figura 86), mida la dirección de la recta ($N 81^\circ E$), la cual corresponde con el **rumbo** del plano;
- s.2) trace la **proyección horizontal** de la **recta de pendiente máxima** como una perpendicular a la recta A - B que pase por el punto C; así, la **recta de pendiente máxima** cortará a la extensión de la **recta horizontal** en el punto D (en **d**) en la figura 86);
- s.3) defina un plano de **proyección de perfil** normal a la **recta horizontal**, para lo cual trace una **línea de tierra** perpendicular a la recta A - B. Si le asigna a la **línea de tierra** la elevación de la recta A - B (3,200 m); entonces, la **proyección de punta** de A - B quedará en la misma **línea de tierra** e incluirá al punto D;
- s.4) proyecte el punto C conforme a su elevación en la **proyección de perfil**, se proyectará a 400 m por abajo de la **línea de tierra**. Obtenga la proyección de la **recta de pendiente**

- máxima** C - D trazando una recta entre la proyección del punto C (c') y la proyección de la recta de punta A - B - D (figura 86);
- s.5) mida el ángulo entre la **recta de pendiente máxima** y la horizontal representada por la **línea de tierra** (14°), con lo cual obtendrá el **echado** del plano (figura 86);
- s.6) Defina el cuadrante de inclinación del plano (SE) al reconocer que el punto D es más alto que C, identificará que el plano se inclina hacia el sudeste.

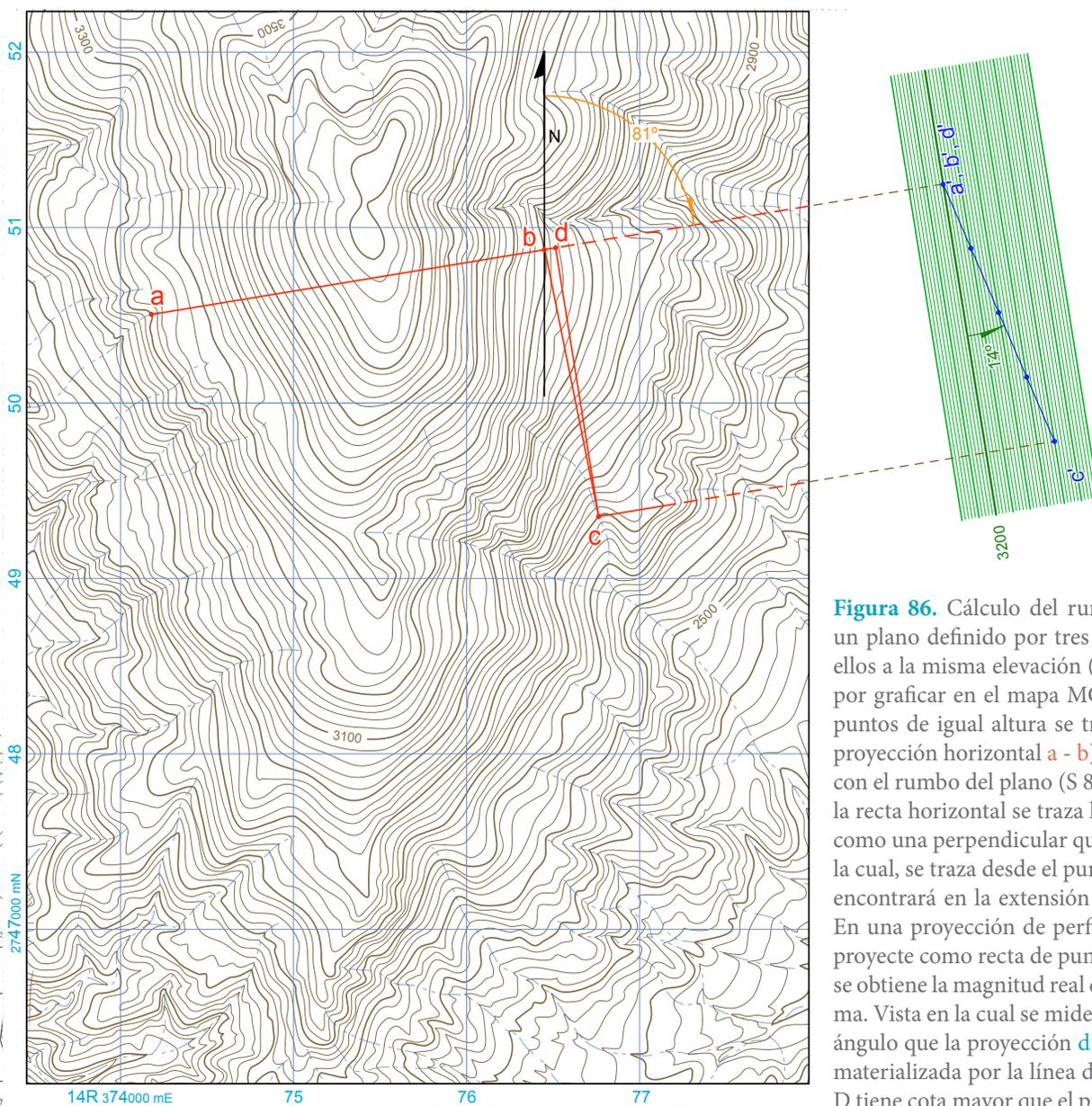


Figura 86. Cálculo del rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por tres puntos no colineales, dos de ellos a la misma elevación (consulte en el texto los datos por graficar en el mapa MGG T04). A partir de los dos puntos de igual altura se traza una recta horizontal (su proyección horizontal $a - b$), cuya dirección corresponde con el rumbo del plano (S 81° E o N 81° W). Con base en la recta horizontal se traza la recta de pendiente máxima como una perpendicular que contenga al punto C ($d - c$), la cual, se traza desde el punto C hasta el punto D, que se encontrará en la extensión de la recta horizontal A - B. En una proyección de perfil en la cual la recta A - B se proyecte como recta de punta (que le sea perpendicular), se obtiene la magnitud real de la recta de pendiente máxima. Vista en la cual se mide el echado. Así, el echado es el ángulo que la proyección $d' - c'$ forma con la horizontal, materializada por la línea de tierra (14°). Como el punto D tiene cota mayor que el punto C, entonces el cuadrante de inclinación es hacia el SW, rumbo, echado y cuadrante = N 81° E, 14° , SW.

Hasta este momento, ha obtenido los datos paramétricos del plano definido por los puntos A, B y C:

- 1) el **rumbo** como la dirección de la **recta horizontal** medida en la **proyección horizontal**;
- 2) el **echado** como la inclinación de la **recta de pendiente máxima** medida en la **proyección de perfil** perpendicular a la **recta horizontal**;
- 3) el cuadrante con base en la dirección de inclinación de la **recta de pendiente máxima**.

Rumbo	Echado	Cuadrante
N 81° E	14°	SW

Para establecer la intersección del plano con el relieve topográfico siga los incisos 5 al 7 del procedimiento (p), los cuales se presentan en forma sintética: en la vista de canto del plano, identifique las rectas de punta con el intervalo de configuración elegida, en este caso cada 20 metros. Con este objetivo, trace las proyecciones de los planos horizontales en la **proyección de perfil** (en color verde en la figura 87); así, identificará las rectas de punta (cada cien metros con un punto azul en la figura 87). La intersección del plano la obtendrá al comparar la configuración del plano con la propia de las curvas de nivel. Para disponer de la configuración del plano inclinado, proyecte al mapa, las rectas horizontales mediante trazos perpendiculares a la **línea de tierra** (en línea naranja cada 20 m y en color rojo cada 100 m, figura 87). Una vez que ha trazado las rectas horizontales en el plano inclinado, proceda a establecer los puntos de igual elevación alojados simultáneamente en el plano y en el relieve (figura 88). Identifique la coincidencia entre las dos configuraciones al valor la visibilidad de las rectas horizontales respecto al relieve topográfico. Una vez que identifique esos puntos, complete la intersección mediante interpolación (figura 88).

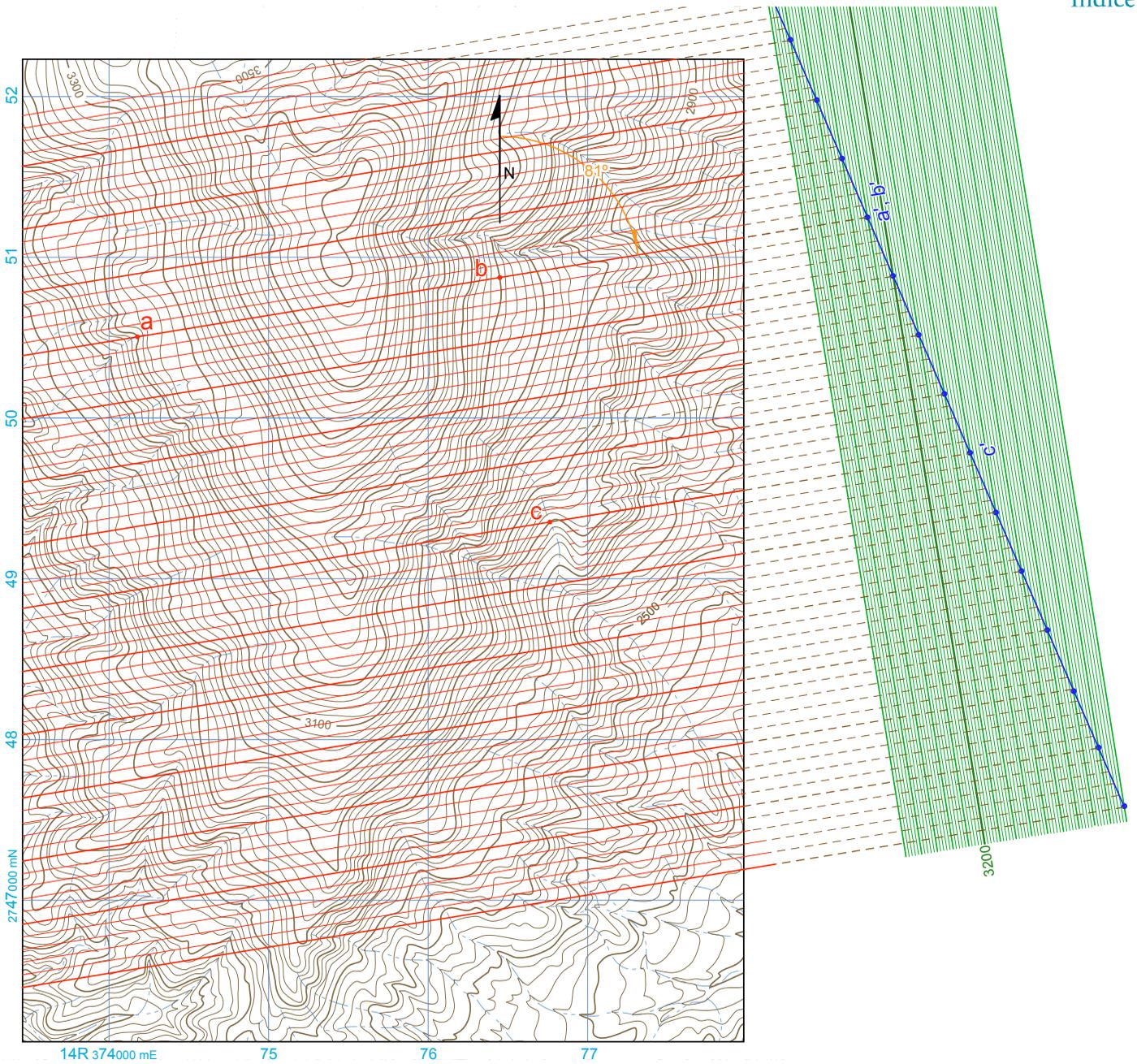


Figura 87. Configuración mediante rectas horizontales igualmente espaciadas de un plano definido por tres puntos no colineales, dos de ellos a la misma elevación. En la proyección de perfil, en la vista de canto del plano se identifican rectas horizontales de punta con elevaciones equivalentes a las propias de las curvas de nivel del mapa. Estas rectas corresponden con la intersección de la vista de canto del plano con los planos horizontales que representan a las curvas de nivel (puntos azules cada 100 m). A partir de esas proyecciones de punta, se obtienen sus proyecciones horizontales en el mapa.

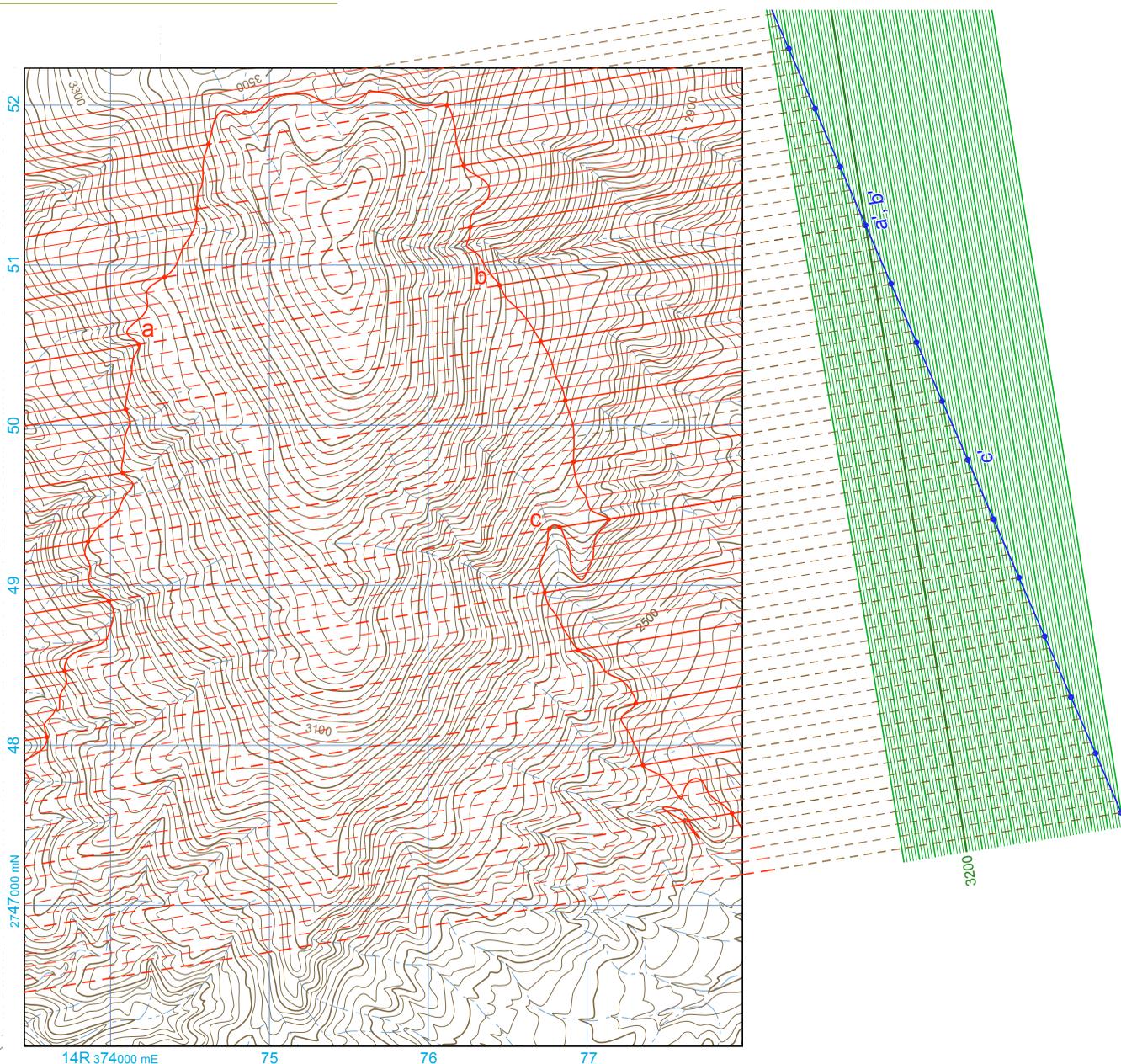


Figura 88. Intersección entre el relieve topográfico y un plano definido por tres puntos no colineales, dos de ellos a la misma elevación. Una vez que se obtuvo la configuración del plano inclinado mediante rectas horizontales igualmente espaciadas, se identifican los puntos de intersección de dichas rectas con el relieve topográfico. Con base en esos puntos de intersección se interpola para obtener la traza de la intersección del plano inclinado con el relieve topográfico expresado por el mapa.

Intersección con el relieve topográfico de un plano inclinado definido por tres puntos no colineales y con distinta elevación

En un mapa, la intersección del relieve con un plano inclinado requiere de la configuración de este, mediante rectas horizontales con elevaciones congruentes a las propias de las curvas de nivel. En el caso de un plano definido por tres puntos no colineales y con elevaciones distintas, la solución implica dos proyecciones diédricas, con las cuales se obtiene el **rumbo, echado y cuadrante** del plano. La primera proyección se construye para definir una **recta horizontal** alojada en el plano, la segunda se define para obtener la **vista de canto del plano**. Con base en esta vista, se obtiene la configuración del plano inclinado y luego se traza la intersección buscada, a partir de esa configuración. Como ejemplo presentamos el procedimiento para trazar la intersección entre el relieve topográfico expresado en el mapa MGG T04 con el plano definido por los siguientes puntos no colineales:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14R 374,180 m E	2'750,500 m N	3,200 m
B	14R 375,350 m E	2'750,880 m N	3,700 m
C	14R 376,760 m E	2'5749,350 m N	2,800 m

Con base en el razonamiento presentado en el Capítulo 2, para obtener el **rumbo, echado y cuadrante** del plano definido por tres puntos a diferente elevación, presentamos este procedimiento cuando los puntos están referidos a un mapa topográfico (figura 89).

Procedimiento t:

- t.1) con base en los tres puntos defina dos rectas, cuyo punto común tenga una elevación extrema (en el ejemplo se eligieron las rectas B - A y B-C y sus proyecciones horizontales **b - a** y **b - c**) (figura 89);
- t.2) defina un plano de **proyección de perfil** trazando una **línea de tierra** con una orientación cualquiera (en el ejemplo se eligió con una orientación norte - sur y se trazó al poniente del mapa, figura 89) y obtenga las proyecciones de las dos rectas (**b' - a'** y **b' - c'**);
- t.3) en el plano de **proyección de perfil**, mediante el trazo de una **recta horizontal** desde la proyección del punto de elevación intermedia (en el ejemplo desde **a'**) hasta intersectar la otra recta (**b' - c'**) en un punto que identificamos como **d'** (figura 89);

- t.4) desde la **proyección de perfil** del punto D (d'), trace una recta proyectante hasta que intersecte la **proyección horizontal** de la recta que lo aloja ($b - c$), con lo cual, obtiene la **proyección horizontal** del punto D (d) a la misma elevación que B, figura 89;
- t.5) trace la **proyección horizontal** ($a - d$) de la recta que pase por los dos puntos con la elevación intermedia (puntos A y D, figura 89);
- t.6) defina un segundo plano de **proyección de perfil** al trazar una **línea de tierra** perpendicular a la dirección de la **recta horizontal** del inciso anterior (en el ejemplo se trazó al oriente del mapa, figura 89);
- t.7) proyecte las dos rectas (B - A y B - C) a este plano de **proyección de perfil**. Note que las dos rectas se funden en un mismo trazo rectilíneo, se trata de la vista de canto del plano (figura 89);
- t.8) para obtener el **rumbo** del plano, en la **proyección horizontal**, mida el ángulo (77°) entre la dirección Sur y la **recta horizontal** en el cuadrante SE (figura 89);
- t.9) para obtener el **echado** del plano, mida en la segunda **proyección de perfil**, el ángulo (36°) entre la vista de canto del plano y la horizontal materializada por la **línea de tierra** (figura 89);
- t.10) en la **proyección horizontal**, trace una recta perpendicular a la **recta horizontal** que contenga a uno de los puntos de elevación extrema (en el ejemplo, B). Así, en la **recta horizontal** A - D se identifica otro punto (E), el cual se encuentra contenido también en la **recta de pendiente máxima** del plano. Con base en la elevación relativa entre los puntos extremos de esta recta se identifica el cuadrante de inclinación del plano (en este caso SW) (figura 89).

Resultado:

Rumbo	Echado	Cuadrante
S 77° E	36°	SW

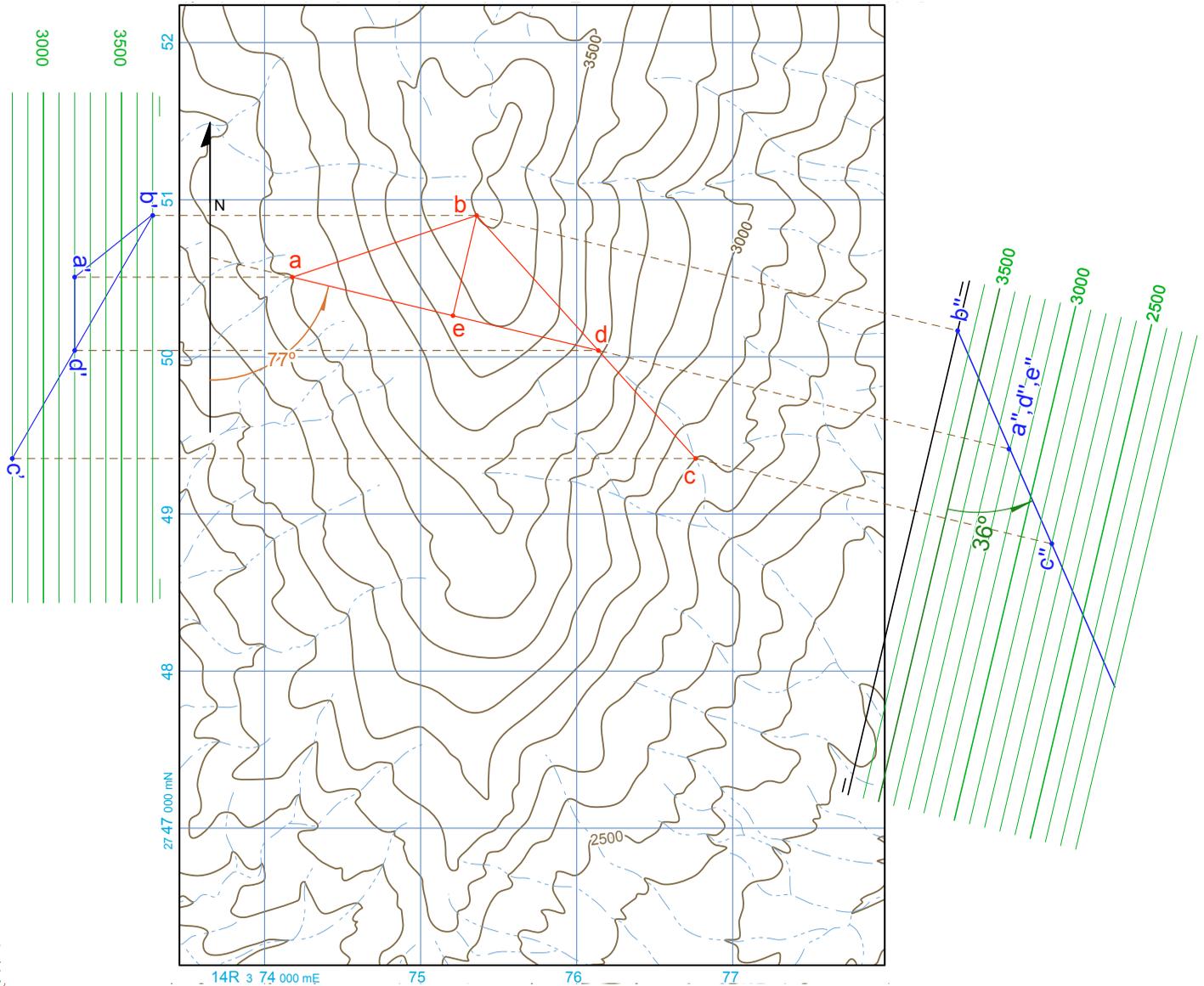


Figura 89. Cálculo del rumbo, echado y cuadrante de un plano definido por tres puntos no colineales con distinta elevación (consulte en el texto los datos por graficar en el mapa MGG T04). La solución del problema se basa en dos proyecciones de perfil, en la primera con una orientación cualquiera (en este caso N-S, al poniente del mapa), en la recta que definen los puntos de elevación extrema (B - C) se encuentra un cuarto punto (D) de elevación igual a la del punto de elevación intermedia (A). Dado que el punto A es el de elevación intermedia, en la proyección de perfil se traza una recta horizontal desde el punto (a') hasta la proyección de la recta b' - c', el punto de intersección se identifica como (d'). Para conocer la proyección horizontal del punto D (d), se traza una recta proyectante desde (d') hacia la proyección horizontal de la recta B - C. Así, se encuentra en la proyección horizontal b - c, la proyección homóloga del punto D (d). Con base en los dos puntos de igual elevación, se traza la recta horizontal (a - d), cuya dirección corresponde con el rumbo del plano (S 77° E o N 77° W). La segunda proyección de perfil se define en dirección perpendicular a la recta horizontal. En esta segunda proyección, la recta A - D se proyecta como recta de punta (a', b'), en tanto que la vista de canto del plano se obtiene entre la recta de punta y la proyección de otro punto (en este caso C). En esa vista se mide el echado (36°), como el punto (d') tiene cota mayor que el punto (c'); entonces el cuadrante de inclinación es hacia el SW, rumbo, echado y cuadrante = S 76° E, 36°, SW.

De acuerdo con los incisos 5-7 del procedimiento (p), para obtener la intersección del plano, en su vista de canto se identifican rectas de punta con elevaciones iguales a las curvas de nivel (en este caso cada 100 con puntos de color azul en la figura 90). Con la **proyección horizontal** de las rectas de punta se configura el plano inclinado mediante curvas de nivel rectilíneas (en color rojo en el mapa de la figura 90). Una vez que así se configura el plano inclinado, se reconoce la visibilidad de cada recta alojada en el plano al comparar su elevación con las cotas de las curvas de nivel. Después de marcar los puntos de coincidencia de todas las rectas con las curvas de nivel de igual elevación, se obtiene la intersección mediante la interpolación entre los puntos identificados previamente (en color rosa en la figura 91).

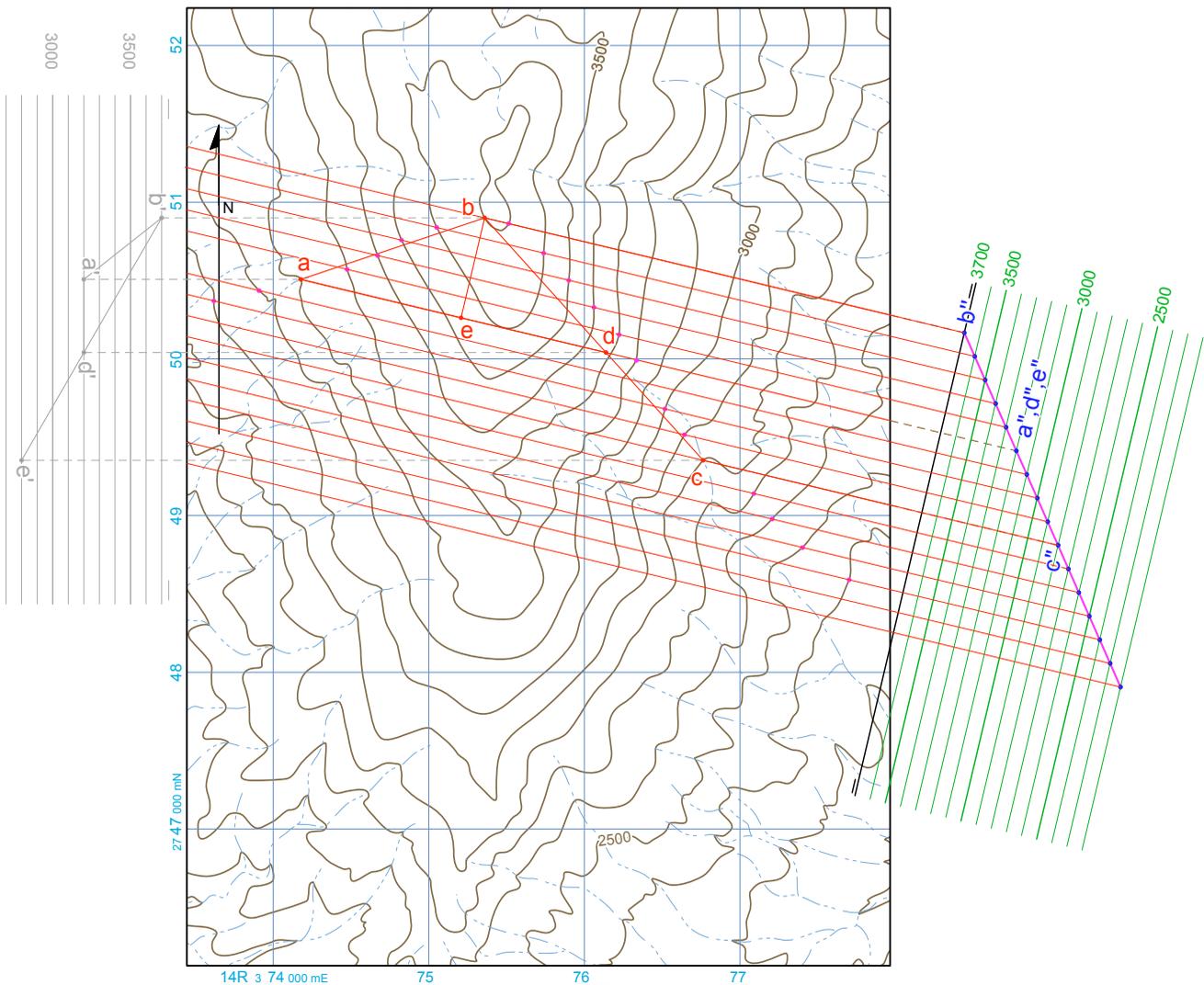


Figura 90. En la vista de canto del plano se identifican las rectas horizontales de punta con elevaciones equivalentes a las propias de las curvas de nivel en el mapa. Mediante rectas proyectantes, a partir de esas proyecciones de punta, se obtienen sus proyecciones horizontales en el mapa, paralelas a la primera recta horizontal.

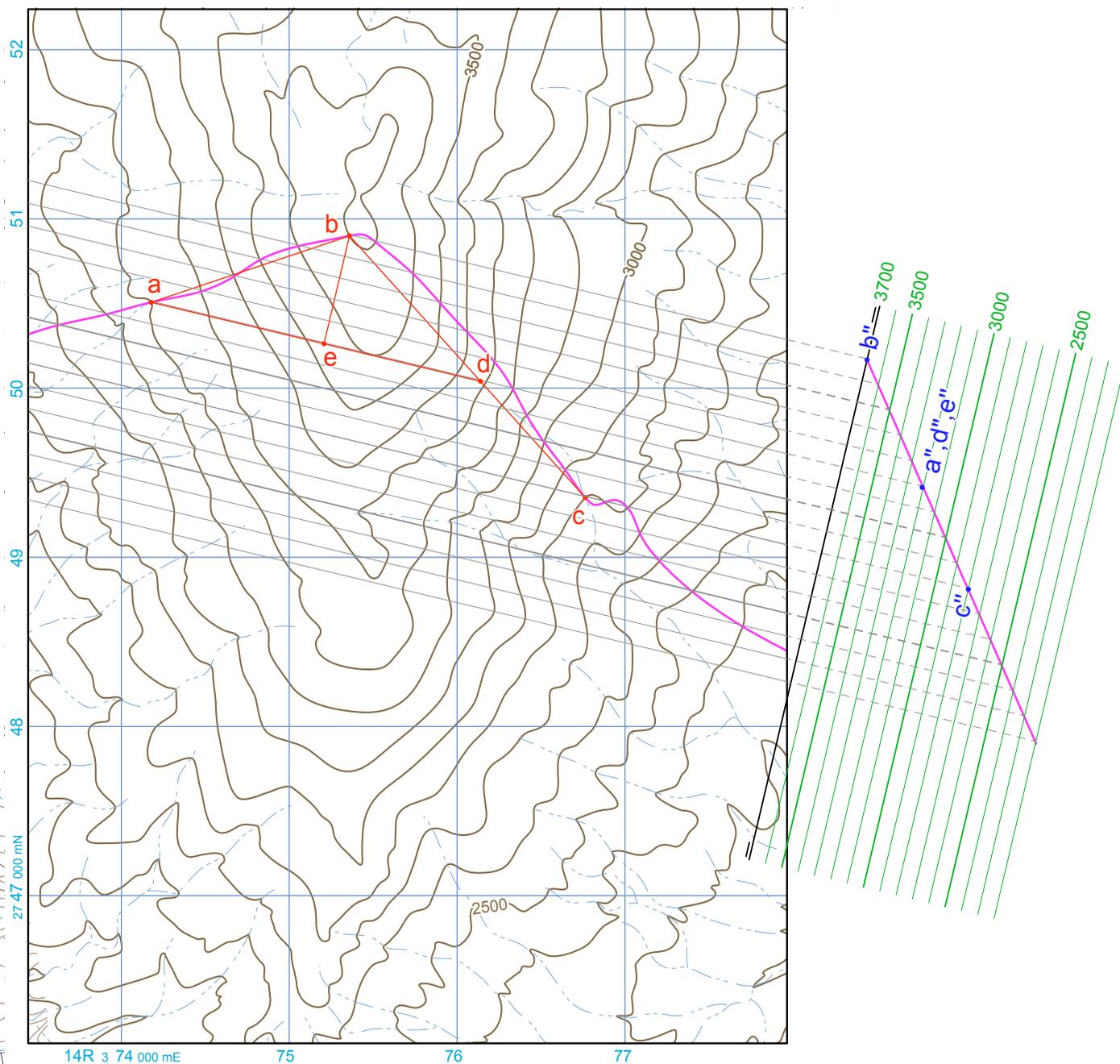


Figura 91. Intersección entre el relieve topográfico y el plano definido por tres puntos no colineales con distinta elevación. Una vez que se obtuvo la configuración del plano inclinado mediante rectas horizontales, se identifican los puntos de intersección de dichas rectas con el relieve topográfico. Con base en esos puntos de intersección, se interpola para obtener la traza de la intersección del plano inclinado con el relieve topográfico expresado por el mapa.

Intersección de un plano paralelo a otro y que cumpla con una condición determinada

Un problema frecuente en Ciencias de la Tierra es predecir el patrón de afloramiento de un cuerpo tabular delimitado por superficies planas. Por lo general, se requiere obtener la intersección de un plano paralelo a otro y que cumpla con una condición. La condición más usual es su espesor. Una vez que:

- 1) se definió uno de sus planos mediante los parámetros **rumbo, echado y cuadrante** en un punto, o a partir de tres puntos no colineales;
- 2) se obtuvo la intersección del primer plano, mediante alguno de los procedimientos (p), (q) o (r).

El problema se resuelve en la misma **proyección de perfil** a partir de la **vista de canto** del segundo plano. Vista que se diseña paralela a la primera, separada por la magnitud propuesta como espesor medida en sentido perpendicular a la vista de canto del primer plano. Después, se identifican las rectas de punta, el segundo plano de canto al intersecarlo con las curvas de nivel (rectas paralelas a la **línea de tierra**). Como ejemplo, obtendremos la intersección de un plano paralelo al definido por los tres puntos no colineales a distinta elevación (A, B y C en el mapa MGG T04, figuras 89, 90 y 91). Consideraremos al plano previo (plano 1) como la base de un cuerpo tabular con espesor de 500 m.

Procedimiento u:

- u.1) una vez que haya obtenido la intersección del primer plano mediante alguno de los procedimientos (p), (q) o (r);
- u.2) en la **proyección de perfil**, a partir de la **vista de canto del plano 1**, trace una recta perpendicular hacia arriba (figura 92);
- u.3) a la escala de la construcción, en el segmento perpendicular, marque un punto a 500 m (espesor propuesto) del plano 1 considerado como base del cuerpo tabular (figura 92);
- u.4) trace por el punto anterior una recta paralela al plano 1, la cual representará la vista de canto del plano de la cima del cuerpo tabular (figura 92);
- u.5) marque las rectas de punta alojadas en el plano 2 (puntos en color azul en la **proyección de perfil**), para ello identifique las intersecciones del plano con las curvas de nivel en vista de canto que utilizó para operar con el plano 1 (figura 92).

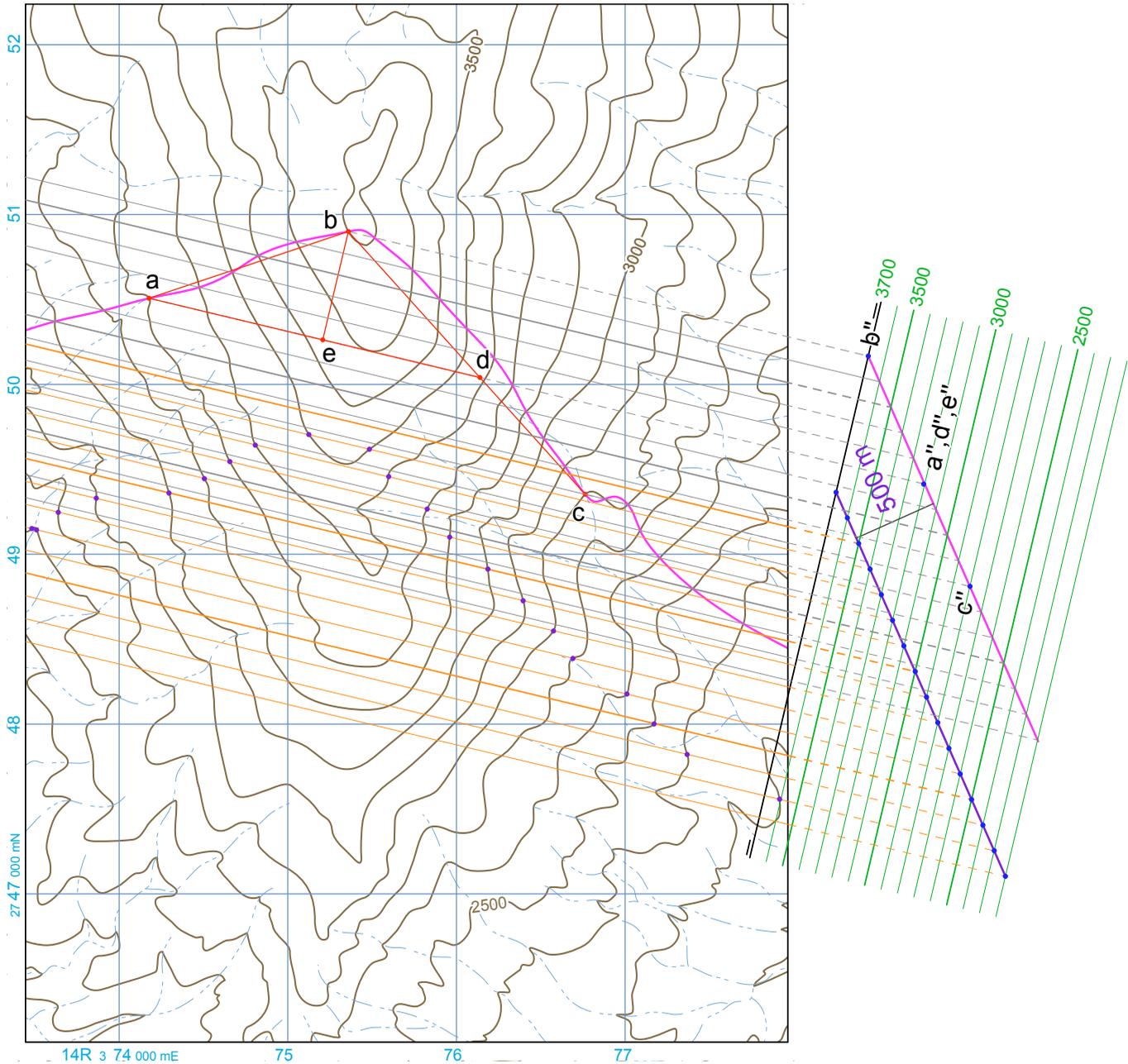


Figura 92. La intersección de un plano paralelo a otro dado, se obtiene con base en la proyección de perfil, en la cual, el primer plano se manifieste en vista de canto. En esa proyección, a la distancia propuesta, se traza la vista de canto del segundo plano paralela a la propia del primero. El espesor se mide en dirección perpendicular al plano previo. En analogía con el procedimiento expuesto para obtener la intersección de un plano inclinado 1) se identifican las rectas horizontales de punta con elevaciones equivalentes a las propias de las curvas de nivel, en la vista de canto del segundo plano, en donde se interseca con las vistas de canto de los planos horizontales (curvas de nivel en vista de canto); 2) se obtienen las proyecciones horizontales de las rectas de punta, mediante rectas proyectantes. Las rectas horizontales en el segundo plano, resultan paralelas a las propias del primer plano. Observe que la primera familia de rectas horizontales, en este ejemplo aparece en color gris.

El resto de la solución es semejante a lo presentado antes: se obtiene la **proyección horizontal** de las rectas de punta (trazos en color naranja, las proyecciones de las rectas horizontales alojadas en el primer plano aparecen en color gris en la figura 92). Se reconoce la visibilidad de las rectas horizontales en relación con las curvas de nivel del mapa (puntos en color morado en la figura 92). Se interpola entre los puntos de intersección entre cada **recta horizontal** y las curvas de nivel, para obtener la traza del plano paralelo propuesto (en color morado en la figura 93).

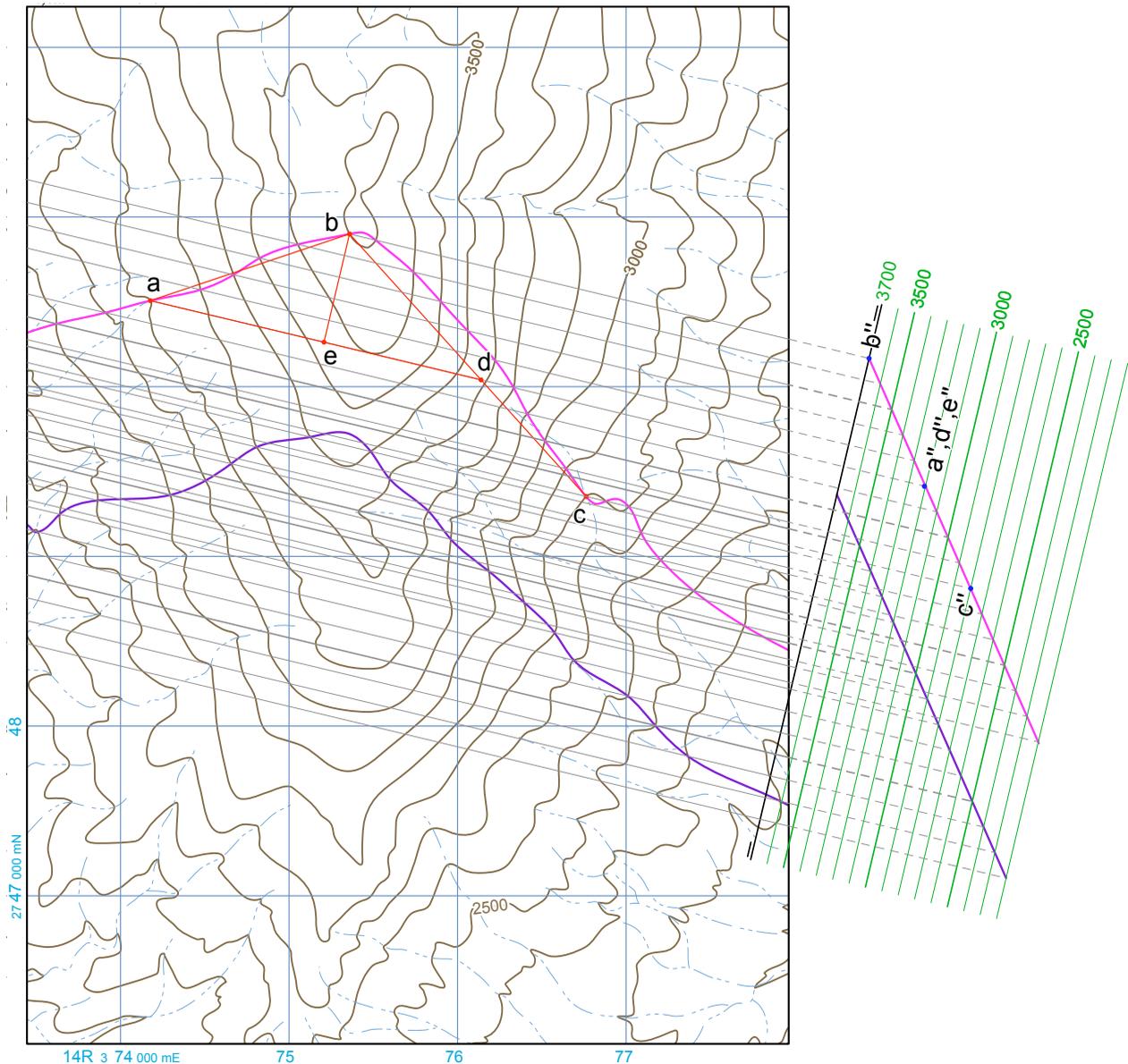


Figura 93. Intersección entre el relieve topográfico y un plano paralelo a otro. Una vez que se obtuvo la configuración del segundo plano inclinado mediante rectas horizontales, se identifican los puntos de intersección de dichas rectas con el relieve topográfico (en este caso, en color morado). Con base en esos puntos de intersección se interpola para obtener la traza del plano paralelo.

Resumen

Con base en la cuadrícula de Mercator en los mapas topográficos en proyección UTM, sobre todo a escala 1: 50,000 o mayor, es posible utilizar las proyecciones diédricas para realizar cálculos gráficos con la estrategia de la caja de cristal. La caracterización de una recta mediante parámetros angulares es el cálculo más elemental. Así a partir de dos puntos ubicados en el mapa, se obtiene su inclinación y dirección, para ello, se identifica el desnivel entre los puntos para obtener el sentido descendente de la recta que los una. Este trazo se considera como la **proyección horizontal** de la recta en cuestión. La inclinación de la recta se obtiene en una **proyección de perfil** paralela a su **proyección horizontal**, para que se manifieste en **magnitud real**. Así, su inclinación se mide como el ángulo agudo entre la **línea de tierra** y su **proyección de perfil**. La dirección de la recta se establece al medir el ángulo que forma su sentido descendente con el Norte del mapa (en su defecto con el norte de la cuadrícula). En el caso que se trate de una **recta horizontal**, la dirección tendrá dos resultados válidos, con una diferencia de 180° entre ellos.

Definir la visibilidad de una **recta horizontal** respecto al relieve expresado mediante curvas de nivel es una operación básica en la obtención de la intersección de un plano con el relieve. Una vez que en el mapa se ha trazado una **recta horizontal** y se le ha asignado su elevación, se identifican los puntos de intersección de la recta con la curva de nivel a la misma elevación. Después, se reconoce la elevación relativa de cada segmento comprendido entre esos puntos de intersección en relación con el relieve. Así, al visualizar la tendencia del relieve, se identifican los tramos de la recta que están por abajo del relieve y aquellos que quedan por arriba.

La intersección de un plano inclinado con el relieve expresado en un mapa topográfico se obtiene con base en el reconocimiento de puntos alojados simultáneamente en el plano y en el relieve. Esto se logra al comparar las proyecciones horizontales de rectas horizontales alojadas en el plano inclinado con las curvas de nivel, mediante el reconocimiento de los puntos de intersección de cada **recta horizontal** con la **curva de nivel** de la misma elevación. La intersección del plano con el relieve se logra al interpolar entre los puntos de coincidencia identificados, otros puntos adicionales asumiendo que se trata de la intersección de un continuo de rectas horizontal alojadas en el plano inclinado.

La estrategia para trazar las rectas horizontales alojadas en el plano inclinado depende de los datos que lo definen:

- 1) se conocen los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante** del plano en un punto del mapa;
- 2a) en el mapa se conocen tres puntos no colineales del plano, dos de ellos a la misma elevación;

2b) en el mapa se conocen tres puntos no colineales del plano, los tres con distinta elevación.

Si se conoce el **rumbo** del plano (caso 1) o si conocen dos puntos a la misma elevación (caso 2a). Se obtiene una primera recta horizontal al trazarla conforme a la dirección del **rumbo** o al unir los dos puntos a la misma elevación. En el caso 2b, la primera **recta horizontal** se obtiene con base en una **proyección de perfil** cualquiera, en la cual se identifica en la recta comprendida entre los puntos de elevación extrema, un segundo punto a la elevación del punto de altura intermedia; así es posible el trazo de la primera **recta horizontal**.

Después de contar con la primera **recta horizontal**, se define una **proyección de perfil** que le sea perpendicular, mediante el trazo de una **línea de tierra** a la cual se le asigna la elevación de la recta. En seguida, se proyecta la **recta horizontal**, la cual se manifiesta como una **recta de punta** en la **línea de tierra**, por este punto se traza la vista de perfil del plano de acuerdo con el **echado** y el cuadrante del plano (caso 1). O mediante el trazo de una recta entre la recta de punta y la **proyección de perfil** del tercer punto (en los casos 2a y 2b).

Una vez que se ha obtenido la vista de canto del plano, el procedimiento es semejante en los casos analizados: Se obtiene la vista de punta de rectas horizontales al intersectar la vista de canto del plano con planos horizontales a las elevaciones correspondientes a las curvas de nivel. Para esto, se trazan rectas paralelas a la **línea de tierra** conforme al intervalo pretendido. A partir de las rectas horizontales de punta, se proyectan al mapa (a la **proyección horizontal**) las rectas horizontales, que resultan paralelas y equidistantes a la primera **recta horizontal**, para con ello proceder a obtener la intersección como se planteó antes.

En un mapa topográfico, dos rectas paralelas entre sí definen un plano, cuando las dos rectas no son paralelas, definirán un plano si se cortan, esto es, si tienen un punto en común. Si las rectas no se cortan, es posible obtener su mínima distancia en una proyección en la cual una de ellas sea recta de punta. El procedimiento empieza con la obtención de una de las rectas en magnitud real en una **proyección de perfil** paralela a su **proyección horizontal**. Después, se diseña un plano de proyección perpendicular a la recta en magnitud real; a este plano de proyección se proyectan las dos rectas. La recta considerada como directriz lo hará como **recta de punta**. Con base en una rotación del plano de proyección, se contará con la vista buscada para trazar una recta perpendicular desde la recta de punta hasta la otra, la longitud del segmento trazado será la mínima distancia entre las rectas.

La intersección de un plano vertical con el relieve topográfico es un caso singular, en el mapa se manifiesta como un trazo rectilíneo, en tanto que en la **proyección de perfil**, en magnitud real. La magnitud real es la silueta del relieve conforme al corte, la cual es conocida como perfil topográfico. Esta construcción es muy frecuente en Geología Estructural cuando se elabora una sección geológica.

La intersección de un plano paralelo a otro se obtiene a partir de su vista de canto en la misma **proyección de perfil**, en la cual se logró la vista de canto del plano original. En esa proyección, el plano propuesto se traza como una recta paralela que cumpla con una condición determinada. Si la condición es un espesor o una distancia por arriba o por abajo del plano, la magnitud se mide a partir del plano a lo largo de una recta perpendicular. Cuando la condición es que el plano pase por un punto en el mapa, se proyecta el punto a la **proyección de perfil**, para que sea la referencia en el trazo del plano paralelo. En la vista de canto nueva, se identifican las rectas de punta con la intersección con los planos horizontales que representan a las curvas de nivel. Luego se proyectan las rectas de punta al mapa, para proceder a la definición de la intersección con los procedimientos comentados antes.

Actividad de aprendizaje 6

Intersección de un plano con el relieve topográfico

AA. 6.1.1. En el mapa MGG T05, obtenga la intersección de un plano vertical con el relieve topográfico (perfil topográfico). Considere que el plano contiene a los puntos X y X' :

Punto	Coordenadas UTM	
X	14Q 470,500 m E	2' 122,650 m N
X'	14Q 475,940 m E	2' 125,300 m N

Intersección con el relieve topográfico de un plano definido por su **rumbo, echado** y **cuadrante**

AA. 6.2.1. En el mapa MGG T05, obtenga la intersección entre el relieve topográfico y el plano definido por los parámetros **rumbo, echado** y **cuadrante**. Considere que el plano S84°E, 32°, NE contiene al punto A con referencia UTM: 14Q 472,820 m E; 2' 124,680 m N, elevación 3,700 m.

AA. 6.2.2. En el mapa MGG T15, obtenga la intersección del relieve topográfico y el plano definido por los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante**. Considere que el plano N30°W, 36°, NE contiene al punto A con referencia UTM: 14R 349,640 m E; 2'929,470 m N, elevación 900 m.

AA. 6.2.3. En el mapa MGG T18, obtenga la intersección del relieve topográfico con dos planos definidos por los parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante**. Considere los datos de la tabla siguiente.

Punto	Coordenadas UTM		Altitud	Rumbo	Echado	Cuadrante
A	14R 326, 860	2, 878, 865 m N	1000 m	N84°W	30°	NE
B	14R 326, 660	2, 878, 550 m N	1,000 m	S44°E	21°	SW

AA. 6.3.1. Obtenga la intersección entre el relieve topográfico y un plano definido por tres puntos no colineales. Considere los siguientes puntos en el mapa MGG T06:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 466,540 m E	2,130, 820 m N	3,600 m
B	14Q 468,560 m E	2,132,930 m N	3,500 m
C	14Q 466,700 m E	2, 133,360 m N	3,100 m

AA. 6.3.2. Obtenga la intersección entre el relieve topográfico y un plano definido por tres puntos no colineales. Considere los siguientes puntos en el mapa MGG T12:

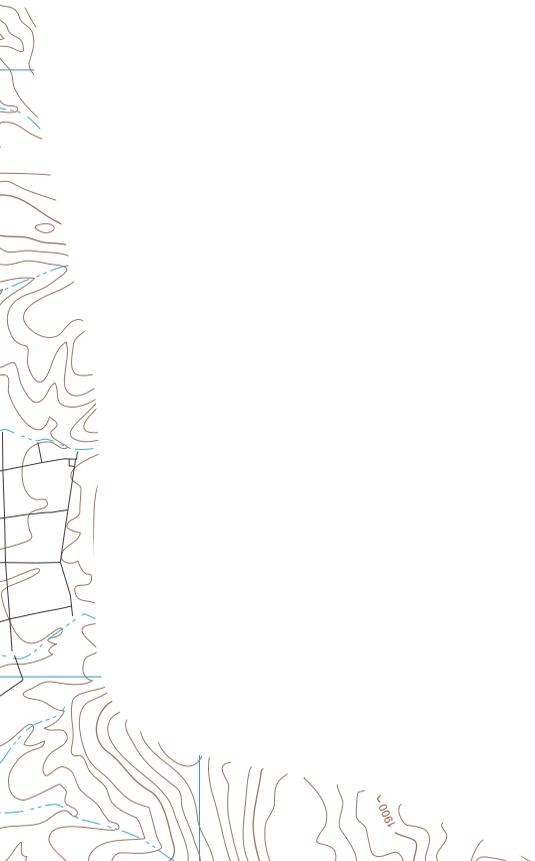
Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 371,540 m E	2'800,580 m N	2,900 m
B	14Q 372,100 m E	2'800,530 m N	2,400 m
C	14Q 371,610 m E	2'801,510 m N	2,400 m

AA. 6.4.1. Obtenga la intersección entre el relieve topográfico y un plano definido por tres puntos no colineales. Considere los siguientes puntos en el mapa MGG T10:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 662,925 m E	1 '921,520 m N	1,900 m
B	14Q 663,940 m E	1 '920,690 m N	2,400 m
C	14Q 663,550 m E	1 '921,800 m N	2,100 m

AA. 6.4.2. Obtenga la intersección entre un plano definido por tres puntos no colineales. Y el relieve topográfico. Considere que plano pasa por los siguientes puntos en el mapa MGG T11:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 663, 060 m E	1, 922, 330 m N	2,200 m
B	14Q 664, 750 m E	1, 922, 650 m N	1,700 m
C	14Q 662, 000 m E	1, 923, 520 m N	1,900 m



7 CUERPOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS Y MAPAS TOPOGRÁFICOS

Objetivo del tema

Visualizar la intersección de la superficie de un cuerpo geométrico regular con el relieve topográfico como una aproximación a la expresión cartográfica de entes rocosos volumétricos, tal como se representan en un mapa geológico.

En los mapas geológicos se representan entes volumétricos delimitados por superficies generalmente curvas y/o irregulares. Como una estrategia para desarrollar la percepción tridimensional a partir de un mapa geológico; en este capítulo proponemos la obtención de la intersección de cuerpos geométricos regulares con el relieve. Por ejemplo, a) una pirámide cuadrangular b) un semicilindro, c) una semiesfera. La intersección se logra al configurar el cuerpo geométrico mediante curvas de nivel y luego identificar la intersección de esa configuración con la topográfica expresada en el mapa.

Hasta el momento, hemos obtenido la intersección de un plano con el relieve expresado en un mapa topográfico, cuando el plano está definido por tres puntos o por su **rumbo, echado y cuadrante**. Hemos configurado el plano, mediante rectas horizontales equidistantes y con el mismo intervalo de configuración que las curvas de nivel. En forma análoga, se procede para obtener la intersección de un cuerpo regular con el relieve expresado en un mapa topográfico (considerado como una **proyección horizontal**). Si el cuerpo está limitado por caras planas, se obtiene la intersección de cada plano con el relieve en el área comprendida entre las aristas, como sería el caso de un tetraedro o de una pirámide. Para obtener la intersección entre estas figuras regulares y el relieve topográfico definimos líneas horizontales alojadas en la figura por intersectar. Las líneas horizontales se diseñan a la misma cota e intervalo de configuración que las curvas de nivel con las que se expresa el relieve. Como resultado obtendremos para la figura en cuestión, rectas de nivel, así, podremos identificar los puntos de intersección entre estas líneas horizontales y las curvas de nivel en el mapa. Al obtener la intersección de las rectas horizontales con las curvas de nivel, podemos valorar los segmentos visibles de las rectas, al valorar la tendencia del relieve topográfico expresado en el mapa. Para finalmente, obtener la intersección mediante interpolación.

Intersección de un semicilindro con el relieve topográfico

De forma análoga al caso del plano, se obtiene la intersección de otras superficies regulares; por ejemplo, un semicilindro cuyo eje sea horizontal. En este caso, la configuración de la superficie cilíndrica resulta en rectas paralelas entre sí, como en el caso del plano. Todas las rectas se diseñan con igual diferencia de elevación, pero de acuerdo con el sector de ocurrencia en el cilindro, será diferente el espaciamiento entre sus proyecciones horizontales, muy próximas en el sector inferior y muy separadas en el sector superior (figura 94). El trazo de las rectas en el mapa se basa en una **proyección de perfil** del semicilindro, en la cual se obtiene una vista de canto del cilindro, en dirección perpendicular a la orientación propuesta para el eje del semicilindro. Para ilustrar el procedimiento, obtendremos la intersección de un semicilindro horizontal cuyo eje de cresta tenga una dirección N 00° E (esto es, que sea paralelo a la dirección del norte de la cuadrícula) y que pase por el punto A del mapa MGG T 07 (figura 95), de acuerdo a los siguientes datos:

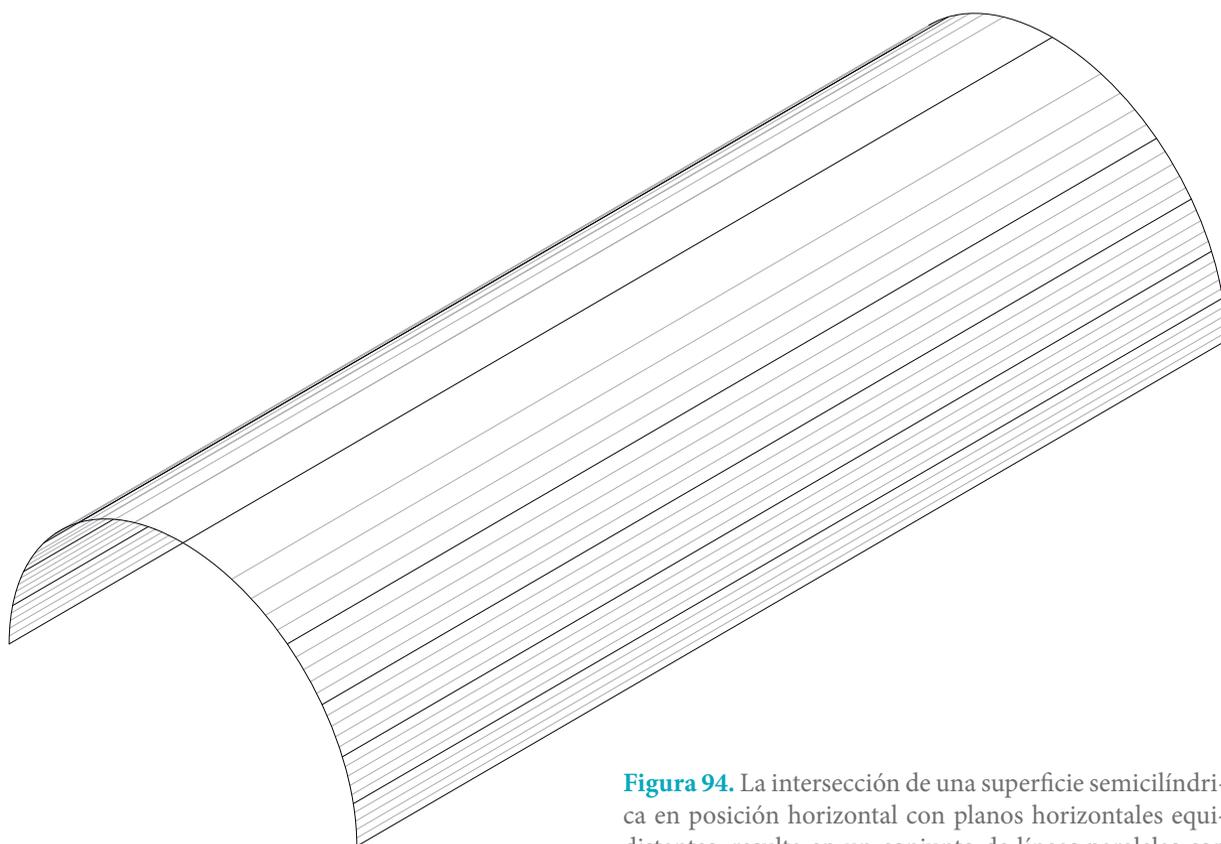


Figura 94. La intersección de una superficie semicilíndrica en posición horizontal con planos horizontales equidistantes, resulta en un conjunto de líneas paralelas con un arreglo espacial simétrico, con espaciamiento desigual en sus proyecciones horizontales.

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14R 319,000 m E	2' 854,650 m N	1,300 m

Nota: Después de ubicar el punto A con estas coordenadas, se considera el mapa a escala 1: 12,500.

Diámetro del semicilindro 1,000 m.

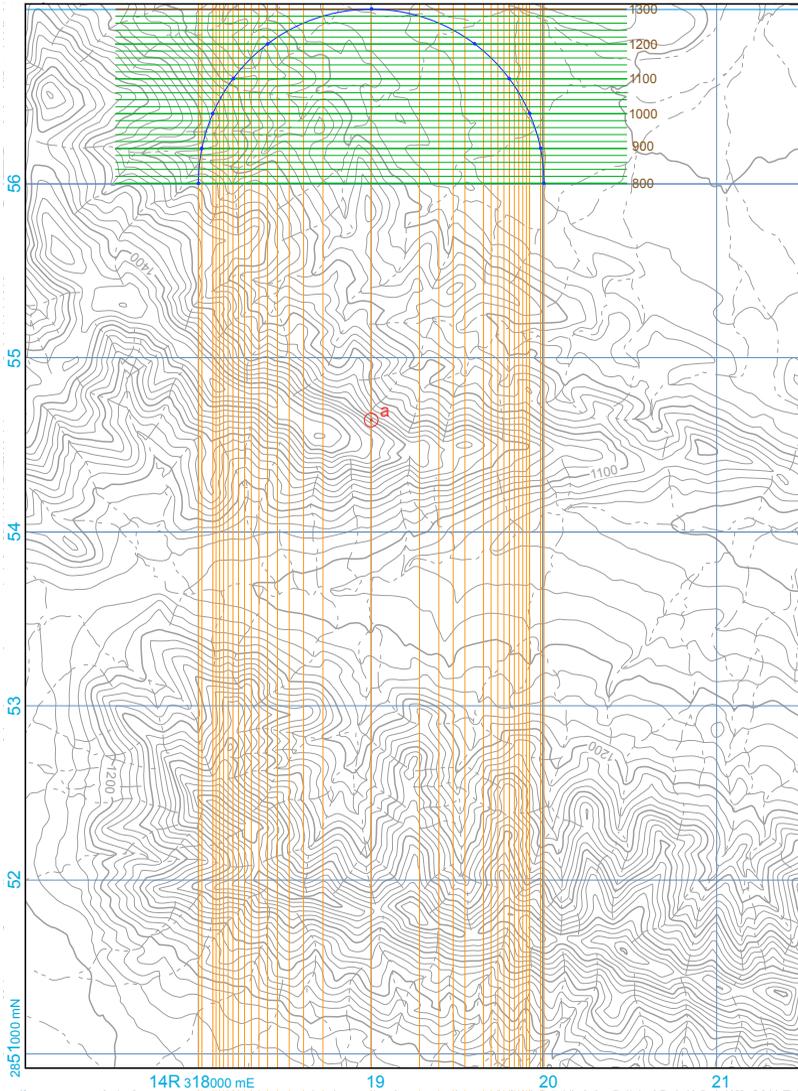


Figura 95. Intersección de un semicilindro con el relieve topográfico. Se ilustra con base en el relieve del mapa MGG T07, pero después de graficar el eje del semicilindro, se considera al mapa con una escala 1: 12,500. Los datos para la construcción: 1) cilindro con 1,000 m de diámetro; 2) eje horizontal paralelo a la dirección del norte; 3) la parte alta del semicilindro pasa por el punto A (a) 14R 319,500 m E; 2' 853,320 m N; 1,300 m. La definición de la intersección se basa en identificar la visibilidad, respecto al relieve topográfico, de rectas horizontales alojadas en el semicilindro. Dichas rectas horizontales serán identificadas como rectas de punta en la vista de canto del semicilindro al intersecarlo con planos horizontales de canto (en color verde). A partir de esta construcción, en la proyección horizontal, se obtiene la proyección de las rectas horizontales alojadas en el semicilindro.

Procedimiento v:

- v.1) trace la directriz de la construcción (en este caso el eje del semicilindro) de acuerdo con la orientación propuesta (en el ejemplo por el punto (a) y paralela al norte de la cuadrícula, figura 95);
- v.2) diseñe una **proyección de perfil** trazando una **línea de tierra** en dirección perpendicular al eje del semicilindro y asígnele una elevación apropiada (en el ejemplo se trazó en el borde del sector norte del mapa y se le asignó una elevación de 1,300 m en la figura 95);
- v.3) en la **proyección de perfil**, trace rectas paralelas a la **línea de tierra**, para representar los planos horizontales a las elevaciones correspondientes de las curvas de nivel con las cuales se pretende intersecar el semicilindro (en este caso, cada 20 m, figura 95);
- v.4) haga pivote en la intersección de la directriz y la **recta horizontal** de elevación acorde con las especificaciones del caso (en el ejemplo a 500 m debajo de la **línea de tierra**, o sea a una cota de 800 m) y trace un arco de circunferencia con el radio especificado (500 m). Este arco representa la vista de canto del semicilindro (en color azul en la figura 95);
- v.5) identifique las rectas horizontales en proyección de punta con base en la intersección de la vista de canto del semicilindro con los planos horizontales cada 20 m (en el ejemplo de figura 95, se resaltaron cada 100 m con un punto azul);
- v.6) obtenga la **proyección horizontal** de las rectas de punta alojadas en el semicilindro mediante rectas perpendiculares a la **línea de tierra**, desde su vista de canto al área del mapa. (En el ejemplo de la figura 95, se trazaron las rectas cada 20 m entre las cotas 1,000 y 1,300 m, debajo de los 1,000 m solo se trazaron las rectas a 900 y 800 m, ya que los trazos de las rectas intermedias quedarían empalmados. Note que las rectas se trazaron en color naranja a lo largo de todo el mapa);
- v.7) en forma análoga al procedimiento (r.6), reconozca la visibilidad de las rectas horizontales respecto al relieve expresado por las curvas de nivel del mapa, identifique los puntos de intersección entre cada **recta horizontal** y la curva de nivel con la misma elevación (figura 96);
- v.8) en forma análoga al procedimiento (r.7), trace la intersección del semicilindro con el relieve topográfico con base en la extrapolación de los puntos identificados, asuma que se trata de la intersección de un continuo de rectas horizontales alojadas en el semicilindro (figura 96).

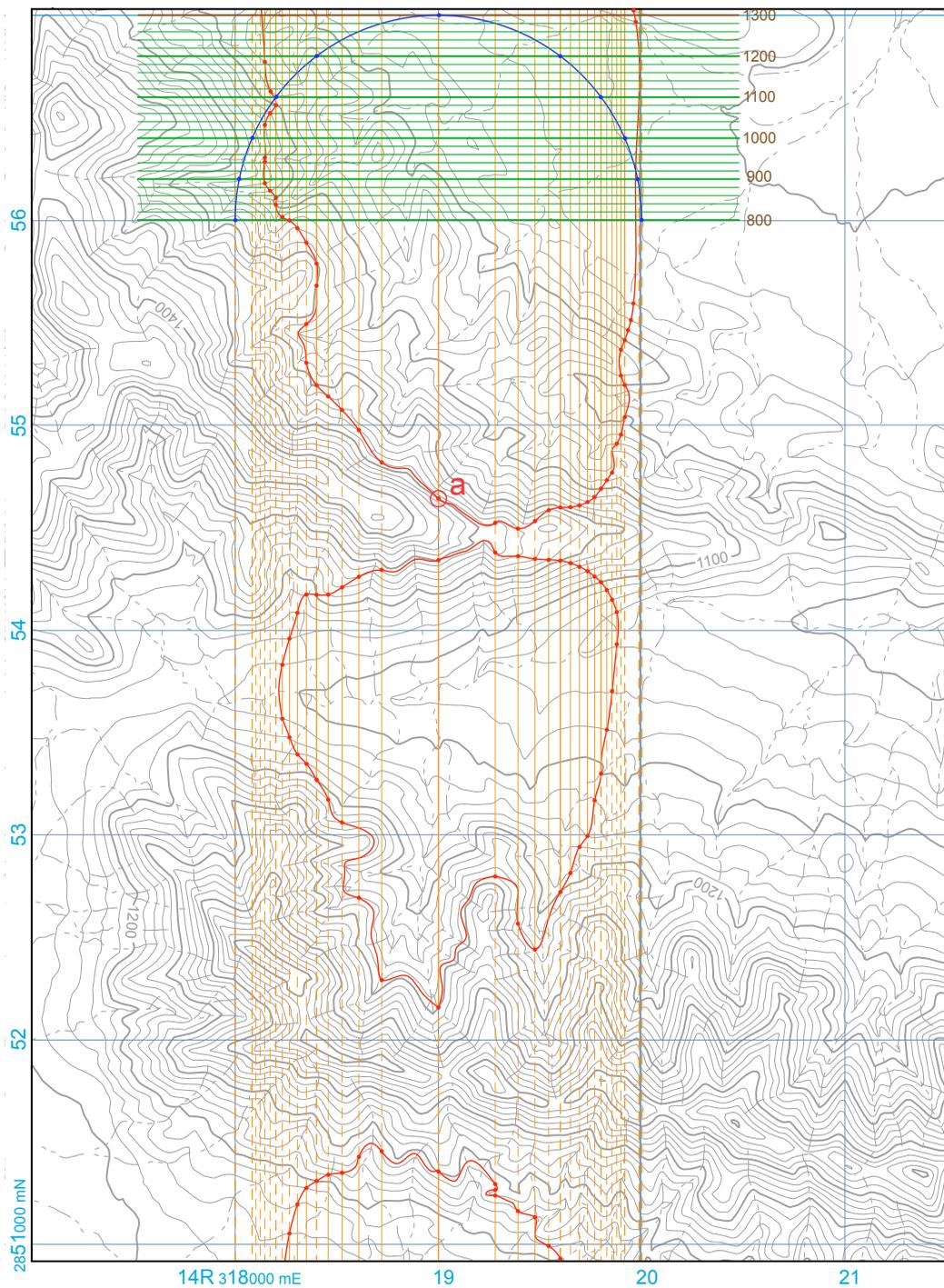


Figura 96. Intersección de un semicilindro con el relieve topográfico. Una vez que se cuenta con la proyección de las rectas horizontales alojadas en el semicilindro, se identifican los puntos de intersección de las rectas con las curvas de igual elevación al reconocer la visibilidad de las rectas. La intersección de la figura con el relieve se obtiene al interpolar entre los puntos de coincidencia entre el semicilindro y el relieve topográfico.

Cabe aclarar que con el procedimiento descrito, se puede diseñar la intersección de la cara exterior del semicilindro a manera de un pliegue cilíndrico antiforme, o en la cara interior del semicilindro como si se tratara de un pliegue cilíndrico sinforme.

Intersección de una semiesfera con el relieve topográfico

Si se pretende intersecar una semiesfera con el relieve topográfico, la configuración de la superficie mediante isolíneas resulta en circunferencias concéntricas más próximas entre sí, en la parte baja de la figura con respecto a la parte alta. En forma semejante a como ocurre en un semicilindro con las rectas horizontales (figura 97). Los radios de las circunferencias concéntricas se manifiestan en magnitud real al proyectar a una misma **proyección de perfil**: 1) la intersección entre la semiesfera y un plano vertical que pase por el centro de la esfera y 2) los planos horizontales a las elevaciones propias de las curvas de nivel (figura 98, mapa MGG T17).

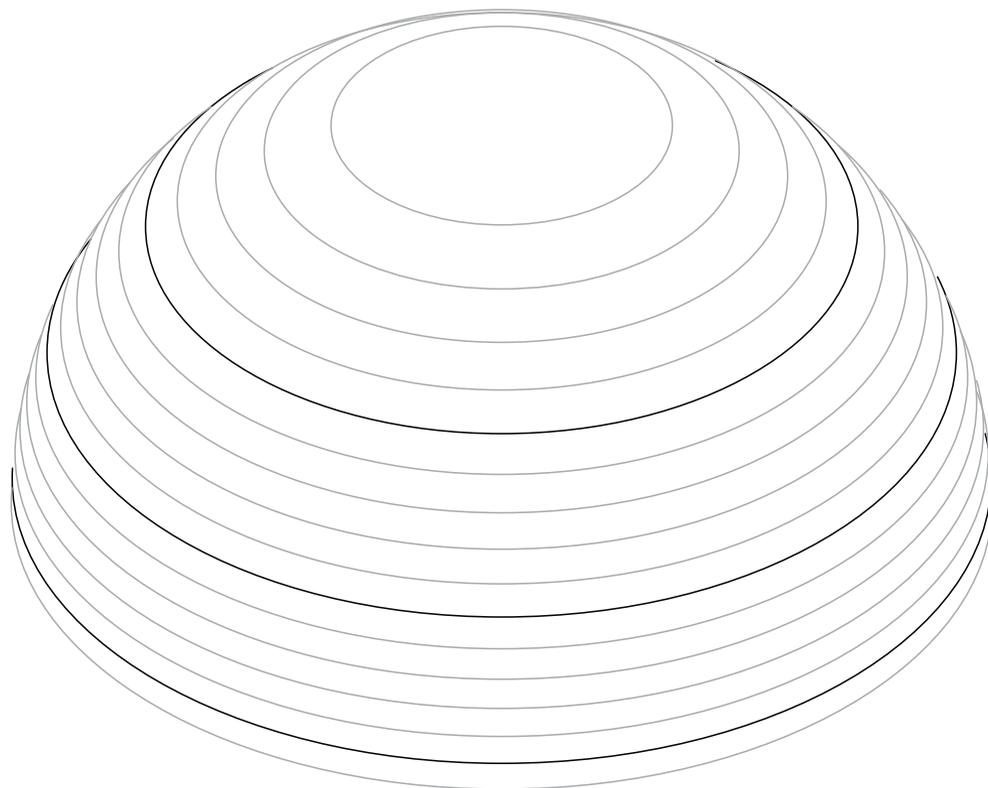


Figura 97. La intersección de una superficie semiesférica en posición horizontal con planos horizontales equidistantes, resulta en un conjunto de círculos concéntricos con un espaciamiento desigual en sus proyecciones horizontales (si fueran igualmente espaciadas, se trataría de un cono).

Para ilustrar el procedimiento, obtendremos la intersección de una semiesfera cuyo punto cenit pase por el punto A del mapa MGG T 17, de acuerdo con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas UTM		Altitud
A	14Q 626,200 m E	1 '978,490 m N	2,200 m

Nota: Después de ubicar el punto A con estas coordenadas, se considera el mapa a escala 1: 6,250.

Diámetro de la semiesfera 600 m

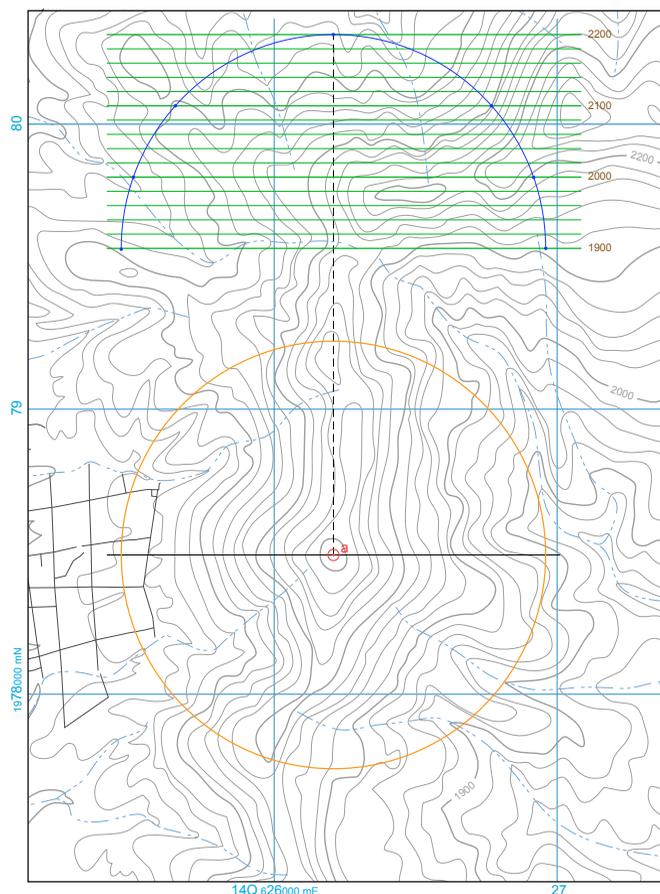


Figura 98. La intersección de una semiesfera con el relieve topográfico, como en los casos anteriores, requiere la obtención de la configuración de la figura mediante isólinas que representen las alturas correspondientes a las curvas de nivel en el mapa. La intersección de planos horizontales con la semiesfera define un conjunto de círculos concéntricos. El ejemplo considera los siguientes datos: 1) referencia topográfica mapa MGG T17, considerado a escala 1: 6,250 después de graficar el centro del domo; 2) domo semiesférico con radio de 300 m; 3) punto (a) como proyección horizontal del centro de domo 14Q 626,100 m E; 1 '978,250 m N; 2,200 m; 4) base del domo a una elevación de 1900 m. La proyección horizontal de la semiesfera se trazó en color naranja y la proyección de perfil de su intersección con un plano vertical (en negro) con rumbo N 90° E, en color azul. En la proyección de perfil, también se trazan los planos horizontales con las elevaciones de las curvas de nivel en color verde cada 20 m. Note que la intersección de los planos horizontales con la sección de la semiesfera se identificó con un punto azul cada 100 m.

Procedimiento w:

- w.1) una vez ubicado el punto en el mapa, obtenga la **proyección horizontal** de la semiesfera, al trazar una circunferencia del radio correspondiente a lo propuesto con centro en el punto (en este caso en color naranja en la figura 98);
- w.2) trace la proyección de un plano vertical que pase por el centro de la semiesfera (en la figura 98, una recta en negro);
- w.3) obtenga una **proyección de perfil** trazando una **línea de tierra** paralela a la dirección del plano vertical y asígnele una elevación apropiada (en el ejemplo se trazó en el borde del sector norte del mapa y se le asignó una elevación de 1, 900 m figura 98);
- w.4) en la **proyección de perfil**, trace la intersección de la semiesfera con el plano vertical (la semicircunferencia en color azul en la figura 98);
- w.5) trace rectas paralelas a la **línea de tierra**, para representar los planos horizontales a las elevaciones correspondientes de las curvas de nivel con las cuales se pretende intersectar la semiesfera (en este caso, cada 20 m y en color verde, figura 98). Note que la intersección entre los planos y la semiesfera serán circunferencias concéntricas con un intervalo de 20 m;
- w.6) en la **proyección de perfil**, identifique los puntos de intersección entre la proyección de la semiesfera y los planos horizontales (en nuestro caso cada 20 m, en la figura 98 están señalados con un punto azul las intersecciones cada 100 m);
- w.7) proyecte los puntos de intersección al plano vertical en la **proyección horizontal** (en la figura 99 las rectas proyectantes aparecen en color sepia). Así, la distancia entre el centro de la **proyección horizontal** de la semiesfera y cada punto de intersección será la magnitud del radio correspondiente;
- w.8) con base en los radios que obtuvo en w.7), trace las circunferencias concéntricas con centro en el punto (a), con lo cual obtendrá la configuración de la semiesfera mediante curvas de nivel circulares;
- w.9) en forma análoga al procedimiento (r.6), reconozca la visibilidad de los círculos horizontales respecto al relieve expresado por las curvas de nivel del mapa, identifique los puntos de intersección entre cada círculo horizontal y la curva de nivel con la misma elevación (en color rojo en la figura 100);
- w.10) en forma análoga al procedimiento (r.7), trace la intersección del plano con el relieve topográfico con base en la extrapolación de los puntos identificados, asuma que se trata de la intersección de un continuo de círculos horizontales alojados en el semicilindro. Observe que la intersección en la parte alta de la semiesfera tiene un trazo que respeta la condición curva de la superficie (figura 100).

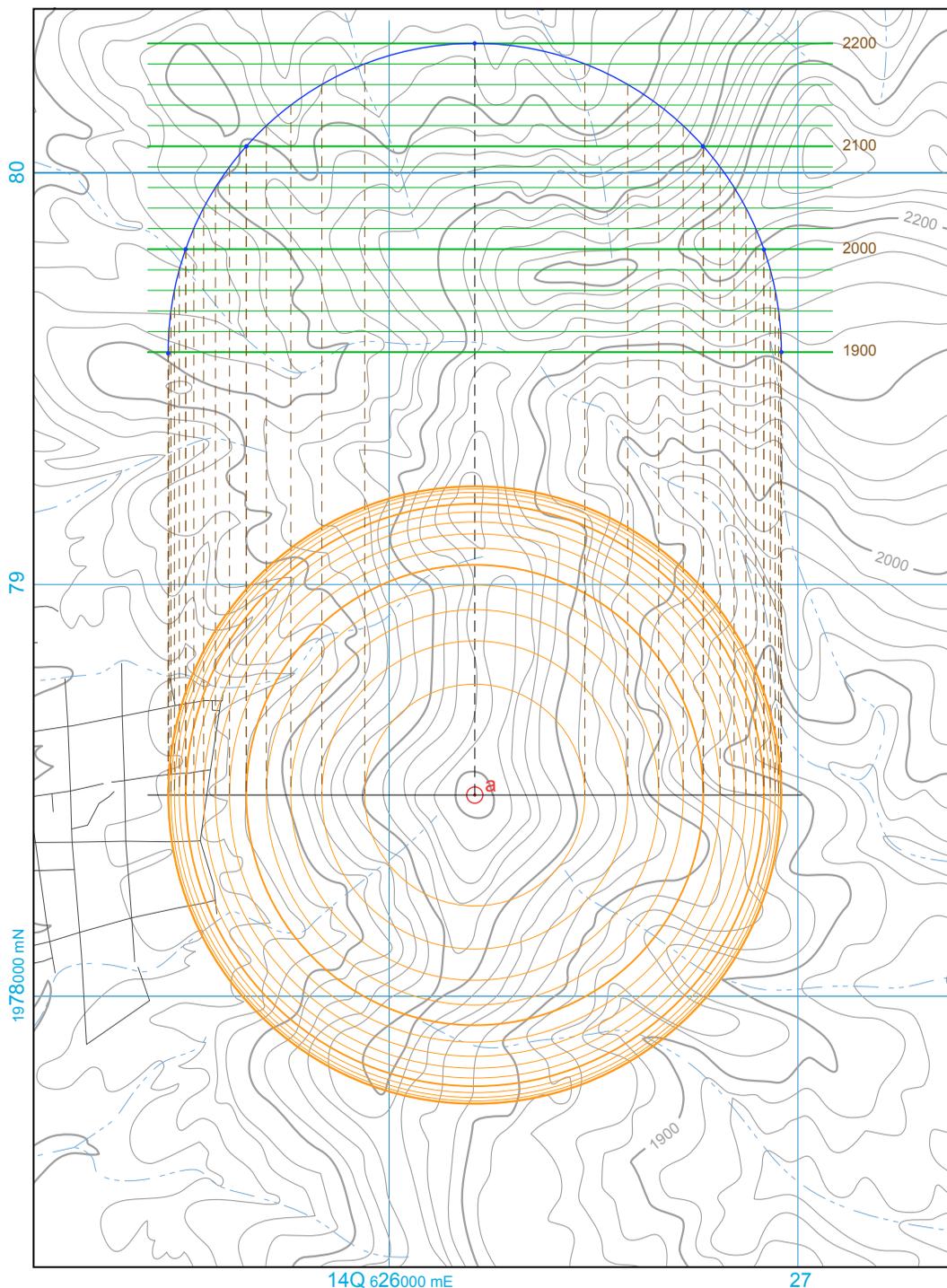


Figura 99. Al proyectar a la proyección horizontal del plano vertical los puntos de intersección cada 20 m, se obtienen los radios. Así, al hacer pivote en la proyección horizontal del punto (a), se trazan con un compás las isolíneas circulares alojadas en la semiesfera (en color naranja) con intervalo de configuración de 20 m.

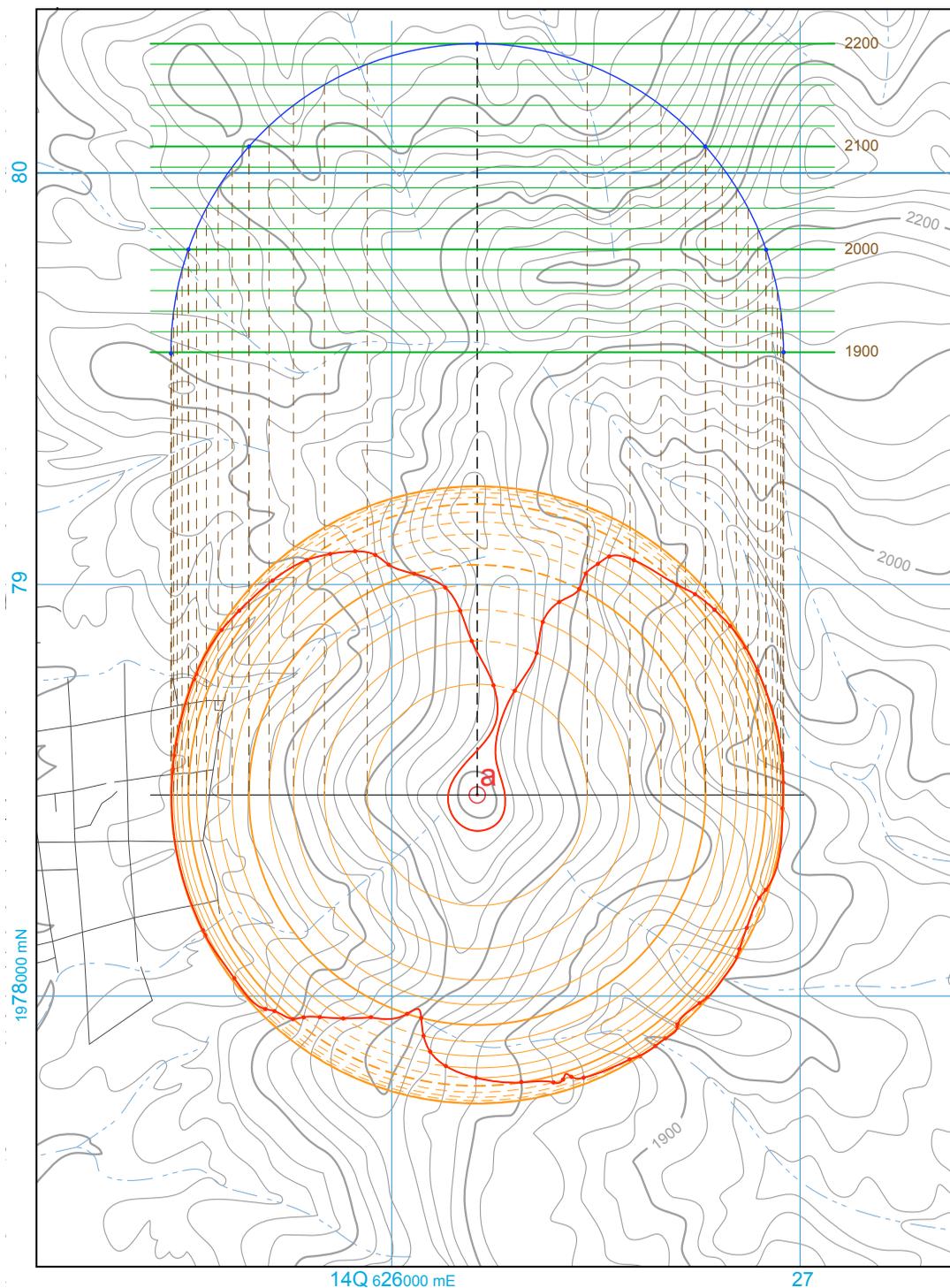


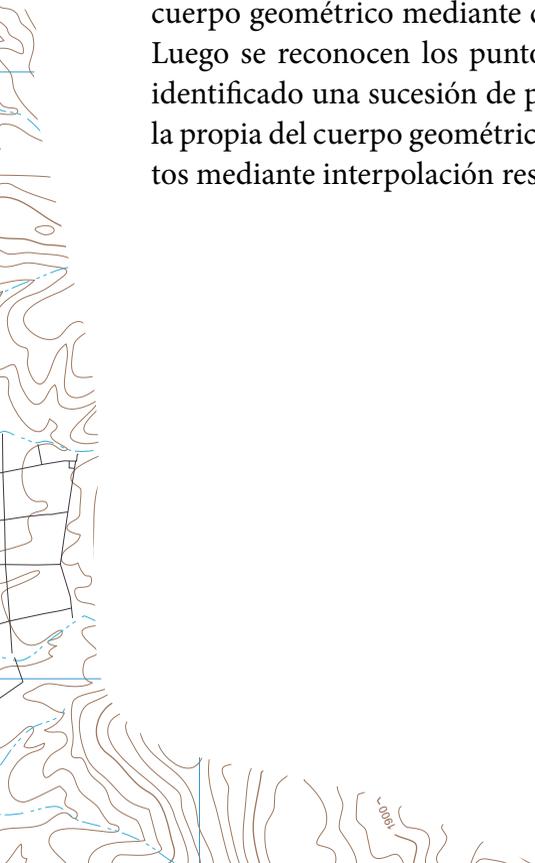
Figura 100. Intersección de una semiesfera con el relieve topográfico. Una vez que se cuenta con la configuración el domo semiesférico con círculos concéntricos, se identifican las intersecciones de los círculos de nivel alojados en la semiesfera con las propias del relieve (marcados con un punto rojo). La traza de la intersección se obtiene por interpolación entre los puntos de coincidencia entre las dos superficies.

El trazo de la intersección entre la semiesfera y el relieve se basa en la identificación de los tramos visibles de las circunferencias para reconocer los puntos de coincidencia en elevación de ambas configuraciones, topográfica y geométrica. El procedimiento descrito considera a la semiesfera como un domo, pero también se puede utilizar para obtener la intersección de una cubeta estructural semiesférica.

Resumen

Para obtener la intersección entre una figura regular y el relieve topográfico, cuando la figura está delimitada por caras planas, se trazan rectas horizontales alojadas en cada cara de la figura por intersectar. Las rectas se diseñarán a la misma cota e intervalo que las curvas de nivel con las que se expresa el relieve; así, obtendremos para la figura en cuestión, isolíneas rectilíneas y análogas a las curvas de nivel. Con lo cual, podremos identificar para cada cara, los puntos de intersección entre estas rectas horizontales y las curvas de nivel. Después de obtener las intersecciones de esas rectas con las curvas de nivel, con base en la tendencia del relieve topográfico podremos valorar los segmentos visibles de las rectas y finalmente obtener la intersección pretendida al interpolar entre esos puntos del mapa.

En el caso de la intersección con el relieve expresado en un mapa topográfico de un cuerpo geométrico delimitado por una superficie curva regular, primero se obtiene la configuración del cuerpo geométrico mediante curvas de nivel, con el mismo intervalo que las propias de mapa. Luego se reconocen los puntos de coincidencia entre ambas configuraciones. Así, se habrán identificado una sucesión de puntos que se encuentran simultáneamente en ambas superficies, la propia del cuerpo geométrico y en la superficie topográfica. Finalmente, la unión de esos puntos mediante interpolación resultará en el trazo de la intersección buscada.



Actividad de aprendizaje 7.1**Intersección de cuerpos regulares con el relieve topográfico**

AA. 7.1.1. En el mapa MGG T05, encuentre la intersección con el relieve topográfico de una pirámide de base rectangular alargada en sentido Este – Oeste, con dos caras trapezoidales y dos caras triangulares (utilice la cuadrícula de Mercator como referencia para el trazo de los lados). Considere:

- 1) una altura de 1,000 m;
- 2) la base tiene por dimensiones 4,000 m de largo por 3,000 m de ancho;
- 3) la base se encuentra a una altitud de 3,000 m;
- 4) en la referencia UTM, el vértice sudoeste de la pirámide tiene las coordenadas 14Q 471,000 m E, 2' 123,000 m N.

AA. 7.1.2. En el mapa MGG T19, encuentre la intersección del hemisferio superior de una esfera con el relieve topográfico. Considere:

- 1) un diámetro de 800 m;
- 2) el centro de la esfera tiene una altitud de 460 m y se proyecta en el punto de coordenadas 14R 350,000 m E, 2' 929,500 m N.
- 3) escala del mapa 1: 6,250

AA. 7.1.3. En el mapa MGG T08, encuentre la intersección de un semicilindro con el relieve topográfico. Considere:

- 1) para este ejercicio el mapa tiene una escala 1: 12,500;
- 2) diámetro del cilindro, 1,000 m;
- 3) el eje orientado al NE 45°;
- 4) la proyección horizontal del eje contiene al punto de coordenadas UTM 14R 345,500 m E, 2' 886,000 m N;
- 5) la base se encuentra a una altitud de 1,100 m.

AA. 7.1.4. En el mapa MGG T15, encuentre la intersección de un semicilindro inclinado 30° con el relieve topográfico. Considere:

- 1) se trata de un canal semicilíndrico;
- 2) un diámetro de 780 m;
- 3) el eje se inclina hacia el NE 56°;
- 4) el eje del semicilindro pasa por el punto A de coordenadas UTM: 14R 348,730 m E; 2' 928,850 m N;
- 5) el punto A se encuentra en la superficie semicilíndrica y tiene una cota de 700 m.

8 MAPAS GEOLÓGICOS

Objetivos del tema

Presentar los recursos básicos para la valoración de los patrones de afloramiento en un mapa geológico. Presentar estrategias para analizar los contactos geológicos en un mapa geológico y obtener información estructural y estratigráfica mediante la aplicación de los conceptos expuestos previamente.

En el campo de las Ciencias de la Tierra, en virtud de sus dimensiones y por sus características geométricas irregulares, los rasgos geológicos tridimensionales se representan por lo general en mapas geológicos. En un mapa geológico se representan simultáneamente varias configuraciones: expresamente, el relieve topográfico y tácitamente, la configuración de las superficies estructurales que delimitan a las unidades geológicas. Por lo general, las unidades geológicas aparecen caracterizadas por su litología, por una asociación litológica o por algún atributo estratigráfico (figura 101). La configuración orográfica se expresa mediante curvas de nivel; en tanto que las superficies estructurales se representan mediante la traza de su intersección con el relieve topográfico. Dichas trazas son conocidas como contactos geológicos, porque delimitan las áreas de afloramiento de dos unidades geológicas (figura 102). La lectura del mapa geológico precisa de la valoración simultáneamente de los contactos y del propio relieve topográfico. Así, el usuario puede obtener información estructural y estratigráfica de las superficies expresadas en los mapas al interpretar las relaciones espaciales expresadas por los contactos. En una aproximación muy laxa, de acuerdo con su geometría, los cuerpos rocosos se clasifican en tabulares y no tabulares. Entre los tabulares, quedan los cuerpos dispuestos en estratos, tanto sedimentarios, como piroclásticos; así como los mantos, los diques, las vetas y algunos derrames ígneos. Entre los cuerpos rocosos no tabulares destacan los batolitos, los diapiros salinos y en general las unidades litodémicas. Una unidad tabular o un arreglo de unidades con esa geometría presenta contactos geológicos con un patrón subparalelo cuya simetría depende de la configuración orográfica. En un mapa geológico, se pueden reconocer el carácter tabular, su posición y los espesores de las unidades con una valoración cualitativa/cuantitativa. La correcta interpretación

cuantitativa de los mapas requiere de los métodos propios de la Geometría Descriptiva. Para lo cual, a partir del mapa geológico - **proyección horizontal** de los límites entre las unidades y de otros rasgos geológicos – el usuario del mapa elabora las proyecciones auxiliares pertinentes con base en la aproximación metodológica de la **caja de cristal**.

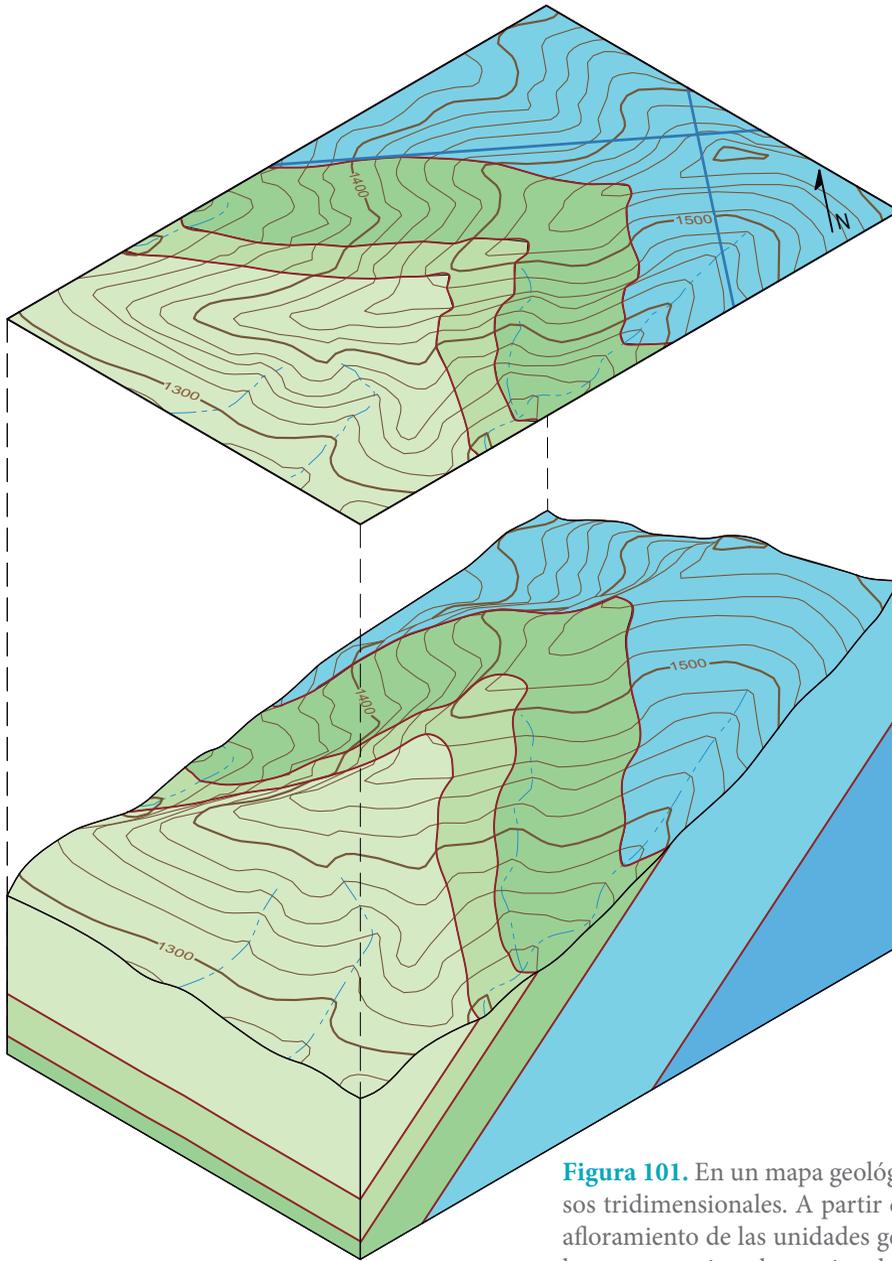


Figura 101. En un mapa geológico se representan entes rocosos tridimensionales. A partir de la expresión de las áreas de afloramiento de las unidades geológicas, como se muestra en la parte superior, el usuario o lector de mapa puede visualizar el arreglo volumétrico de los cuerpos de roca, al identificar la relación entre el relieve expresado por las curvas de nivel y los contactos geológicos, como se muestra en la maqueta en dibujo isométrico de la parte inferior.

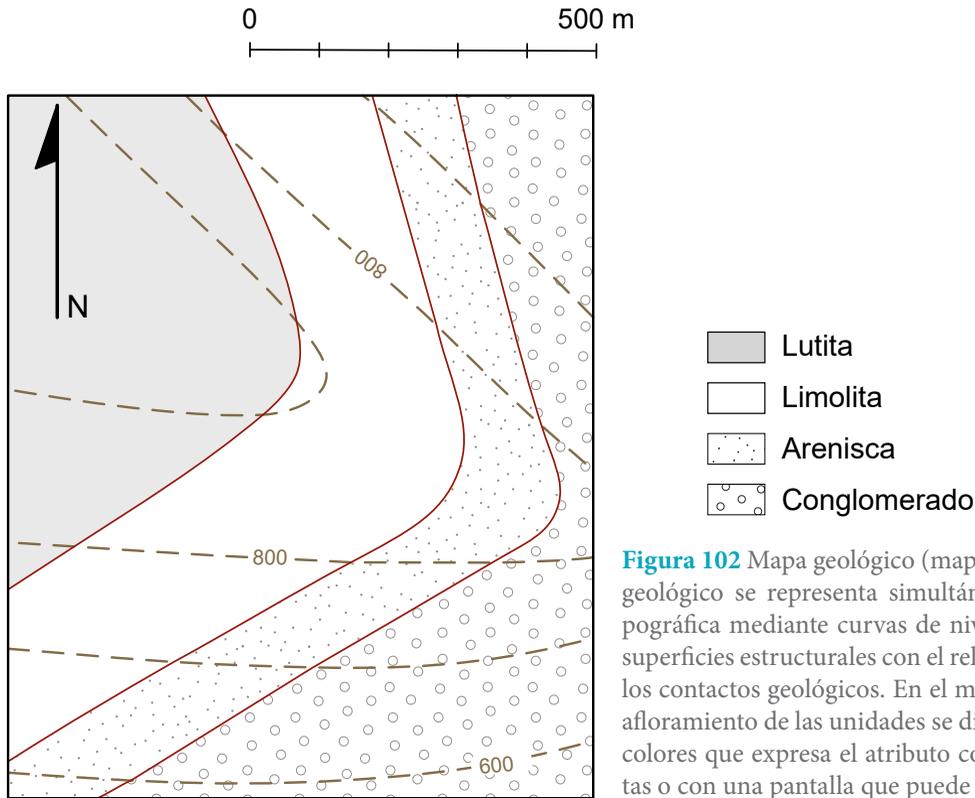


Figura 102 Mapa geológico (mapa MGG G01). En un mapa geológico se representa simultáneamente la superficie topográfica mediante curvas de nivel y la intersección de las superficies estructurales con el relieve topográfico, mediante los contactos geológicos. En el mapa geológico, las áreas de afloramiento de las unidades se distinguen con una gama de colores que expresa el atributo con el cual fueron propuestas o con una pantalla que puede evocar al atributo como se presenta en la figura, donde la trama representa la granulometría de las rocas.

Superficies planas en un mapa geológico (patrones de afloramiento)

El arreglo espacial de los contactos y su relación con la configuración topográfica se conoce como patrón de afloramiento. Con base en el análisis de los patrones de afloramiento es posible visualizar la disposición de los cuerpos geológicos tabulares, ya sea en posición subhorizontal o inclinada. Ángulos de inclinación intermedios producen patrones en zigzag más o menos regulares. A mayor ángulo de inclinación, los contactos tienden a ser rectilíneos. Dependiendo de la configuración del relieve, las inclinaciones de ángulo bajo producen patrones irregulares. En general, los cuerpos tabulares presentan patrones de afloramiento conforme a tres casos:

Unidades horizontales

Las unidades tabulares horizontales presentan sus contactos paralelos a las curvas de nivel. Los contactos siguen la forma del terreno (figura 103a). Los límites basal y cimero de la unidad son similares, pero no necesariamente concéntricos. El ancho del afloramiento depende de la pendiente del terreno, en las laderas poco inclinadas será mayor y menor en aquellas áreas donde la pendiente sea mayor.

Unidades verticales

En el caso de que las unidades presenten una inclinación cercana a los 90° , sus contactos son prácticamente rectilíneos y paralelos, independientemente de la configuración topográfica (figura 103b).

Unidades inclinadas

En un mapa geológico, la inclinación de los cuerpos rocosos tabulares se reconoce porque sus contactos cortan a las curvas de nivel del mapa (figura 103c). En este caso, el patrón de afloramiento está condicionado por la forma del terreno y la propia inclinación de la unidad. De acuerdo con su relación con la red de drenaje, se puede aplicar la regla de las “V’s” para conocer la dirección de inclinación del cuerpo, como se presenta más adelante.

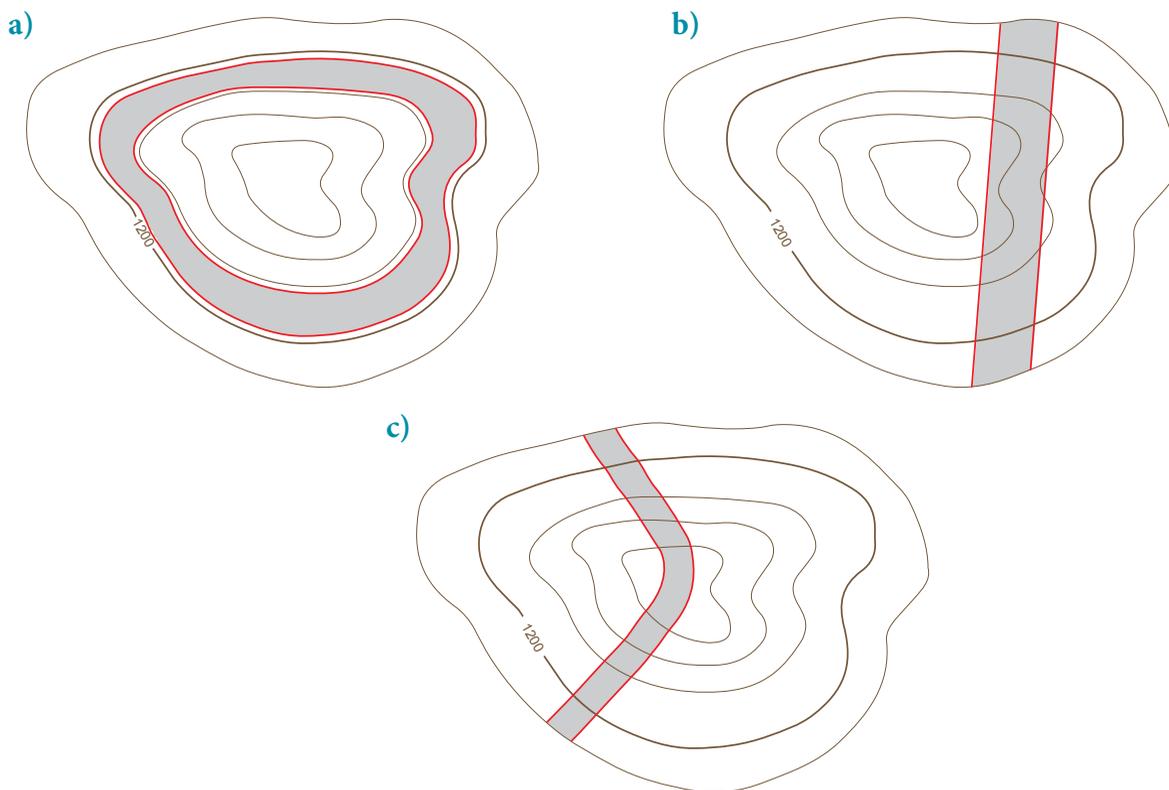
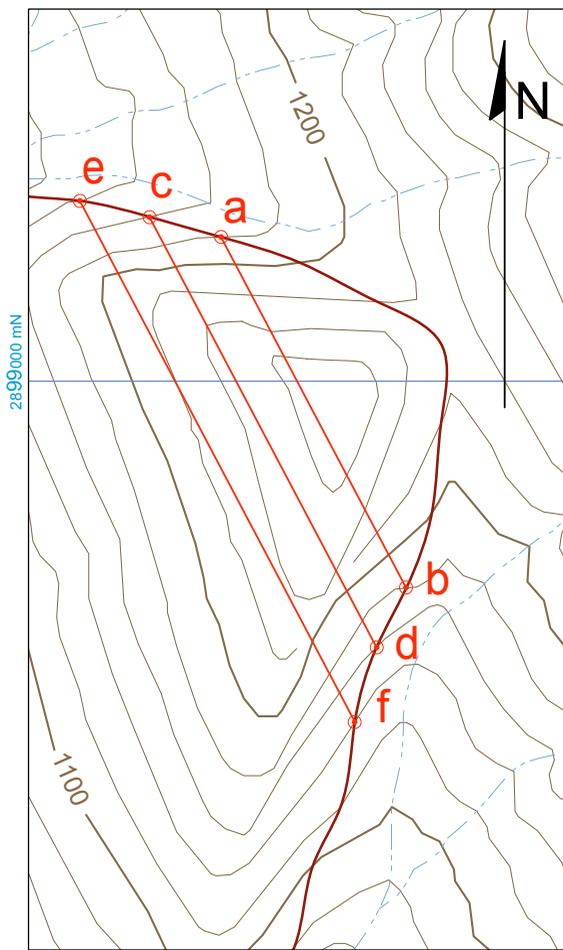


Figura 103. Patrones de afloramiento de unidades tabulares. a) Unidades horizontales, los contactos son paralelos a las curvas de nivel b) unidades verticales, los contactos son rectilíneos, no se ven afectados por la configuración topográfica; c) unidades inclinadas, los contactos definen un patrón en zigzag, cuanto más pronunciado entre menos inclinadas las unidades. Modificada de Silva-Romo y Mendoza-Rosales (2016)

Rumbo, echado y cuadrante a partir de un contacto en un mapa geológico

En un mapa geológico con trama topográfica, el cálculo del **rumbo**, **echado** y **cuadrante** de una superficie estructural se resuelve mediante proyecciones diédricas; se considera una porción de la superficie estructural relativamente pequeña, que se asume como plana. El carácter de superficie plana se valora fácilmente: la superficie será plana si las proyecciones horizontales de rectas horizontales alojadas en la superficie se mantienen paralelas y si las proyecciones horizontales de tres o más rectas horizontales con la misma diferencia de elevación son equidistantes (figura 104). Dado que las tres rectas que trazamos están alojadas en la superficie estructural, podemos considerarlas como rectas de nivel, con las mismas propiedades que las curvas de nivel, ya que unen puntos de igual elevación en la superficie estructural.



1:6250

Figura 104. La valoración de un contacto para identificar si representa un plano se basa en el trazo de rectas horizontales con la misma diferencia de elevación. Así, se trazaron los segmentos de recta a - b; c - d y e - f con una diferencia de elevación de 20 metros. El resultado es congruente con el criterio: las rectas son paralelas entre sí y sus proyecciones son equidistantes. Así se comprueba que es plana la superficie comprendida entre los puntos (a), (b), (e) y (f). Figura formada con una fracción del mapa topográfico de INEGI San José La Popa (G14A84).

Medición del rumbo

Una vez que se comprueba la geometría plana del sector analizado, podemos calcular sus parámetros **rumbo**, **echado** y **cuadrante**. De acuerdo con la definición que establecimos en el Capítulo 3, el **rumbo** es la dirección de una **recta horizontal** alojada en el plano. Entonces, medimos el ángulo que forma la **proyección horizontal** de cualquiera de las rectas horizontales (en color naranja en la figura 105) respecto a la dirección del norte o del sur, dependiendo del formato elegido para expresar el resultado, ya sea en notación de cuadrantes o en notación acimutal como lo presentamos en el Capítulo 2 (figura 105).

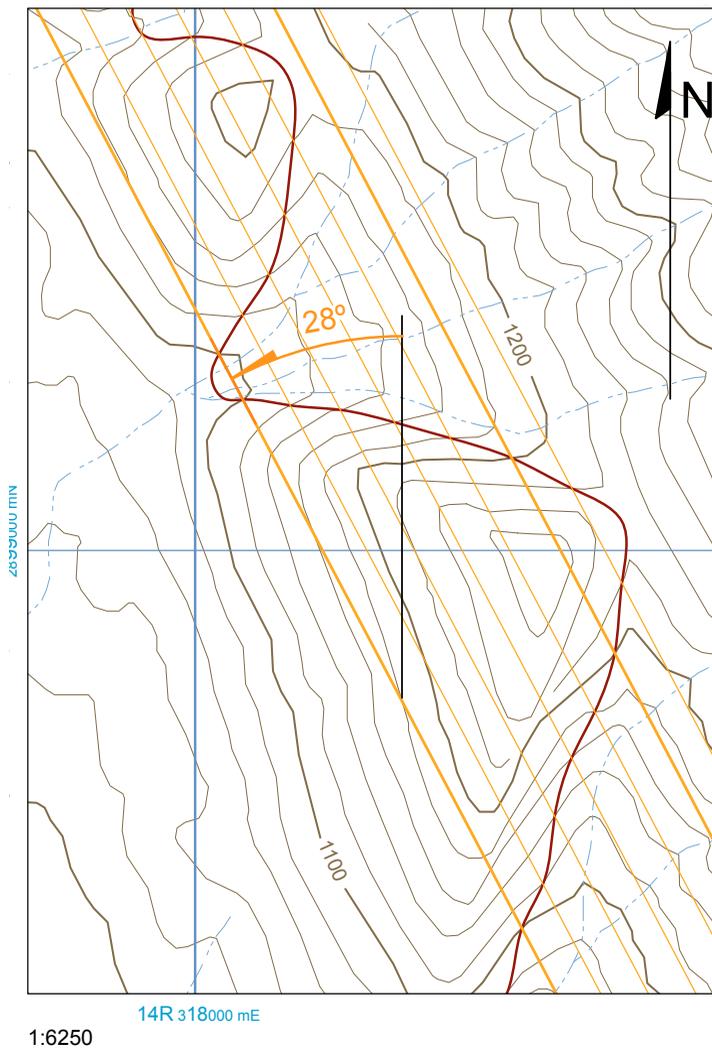


Figura 105. Cálculo del rumbo a partir de un contacto geológico. Como hemos visto el rumbo corresponde con la dirección de una recta horizontal alojada en un plano inclinado. En este ejemplo utilizaremos la notación en cuadrantes, a partir del Norte, una recta horizontal forma un ángulo agudo de 28° hacia el oeste; así, expresaremos el rumbo N 28° W. La otra posibilidad de establecer la dirección de la recta horizontal es medir el ángulo agudo respecto al Sur, en este caso el valor angular es igual, pero hacia el Este. Así, el rumbo alternativo resulta S 28° E. Figura formada con una fracción del mapa topográfico de INEGI San José La Popa (G14A84).

Medición del echado

Como el **echado** es el ángulo que forma la **recta de pendiente máxima** con respecto al plano del horizonte; entonces, para medir el **echado** se requiere la magnitud real de la **recta de pendiente máxima**, la cual se obtiene al proyectarla a un plano de **perfil** paralelo a su **proyección horizontal**. Dado el arreglo ortogonal entre la **recta de pendiente máxima** y las rectas horizontales, el plano de **proyección de perfil** será perpendicular a las rectas horizontales y estas se proyectarán como rectas de punta. Para visualizar el resultado de la proyección al plano de **perfil**, consideremos a la **caja de cristal** como sistema de proyección. En concordancia trazamos una **línea de tierra** ortogonal a la **recta horizontal**. En la operación, el geómetra mide la elevación de los puntos a partir de la cota que le haya asignado a la **línea de tierra**. Lo más usual es que se le asigne a la **línea de tierra** la elevación propia de uno de los puntos por proyectar (figura 106). Al unir las proyecciones de perfil de las rectas de punta, se materializa la **recta de pendiente máxima** en magnitud real. Así, mediremos el **echado** como el ángulo comprendido entre la **línea de tierra** y la **recta de pendiente máxima**. Cabe recordar que la **recta de pendiente máxima** queda contenida en la vista de canto de la superficie plana bajo análisis.

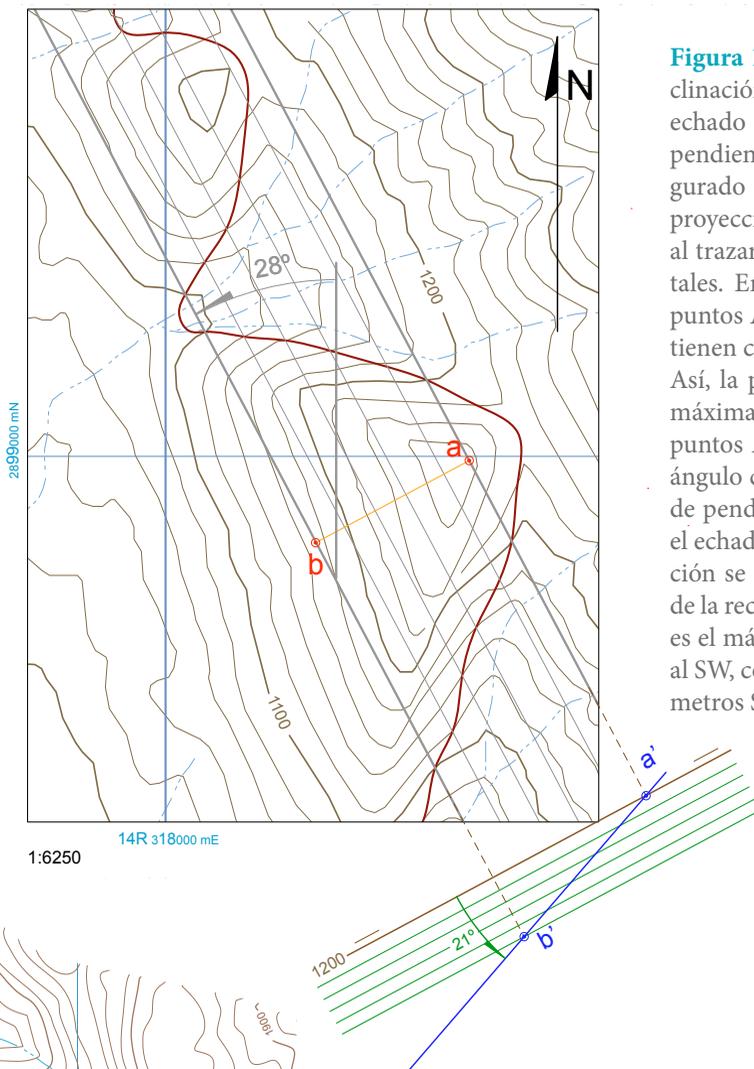


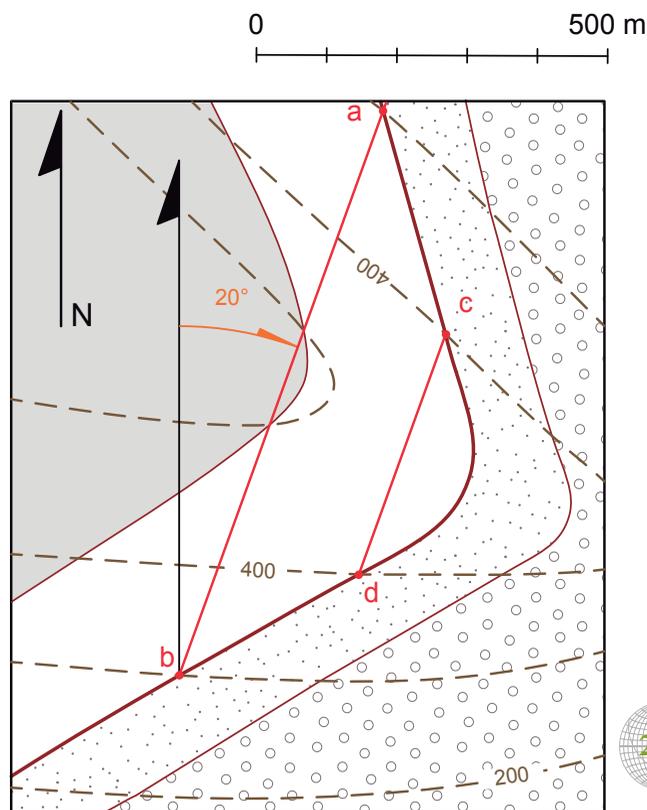
Figura 106. Cálculo del echado y el cuadrante de inclinación a partir de un contacto geológico. Ya que el echado corresponde con la inclinación de la recta de pendiente máxima, una vez que el plano está configurado por rectas horizontales, identificamos en la proyección horizontal la recta de pendiente máxima al trazar una perpendicular entre dos rectas horizontales. En el ejemplo, acotaremos esa recta entre los puntos A y B, cuyas proyecciones horizontales (a y b) tienen cotas de 1,200 y 1,100 metros respectivamente. Así, la proyección de perfil de la recta de pendiente máxima será la recta que une las proyecciones de los puntos A y B (a' - b'). En esta proyección se mide el ángulo comprendido entre la línea de tierra y la recta de pendiente máxima en magnitud real para obtener el echado (en el ejemplo 21°). El cuadrante de inclinación se establece al visualizar el sentido descendente de la recta de pendiente máxima. Dado que el punto A es el más elevado, se identifica que el plano se inclina al SW, con lo cual, el plano se caracteriza por los parámetros S 28° E, 21°, SW.

Identificación del cuadrante de inclinación

La identificación del cuadrante de inclinación es una operación factible con varias estrategias o criterios. La primera opción es a partir de la magnitud real de la **recta de pendiente máxima**; para lo cual, se considera el punto de vista que resulta del abatimiento del plano de **proyección de perfil** perpendicular a la dirección de la **recta horizontal** en el plano. Como esa vista es perpendicular a la dirección del rumbo, en ella, el geómetra mira los dos cuadrantes contiguos al cuadrante del rumbo. Con este punto de vista, resulta inmediata la elección del cuadrante hacia el cual la recta de máxima pendiente tiene sentido descendente (figura 106). Otra estrategia, tal vez más evidente, se obtiene en la planta del mapa geológico, en el cual, una **recta horizontal** trazada en una superficie estructural define los dos cuadrantes contiguos al propio del rumbo. Al comparar la elevación relativa entre dos rectas horizontales contenidas en la superficie estructural, se identifica cualitativamente la **recta de pendiente máxima** y su sentido descendente, con lo cual se logra el objetivo pretendido. Un recurso alternativo en la planta del mapa es comparar la elevación de una **recta horizontal** de referencia con la altitud de un punto igualmente alojado en la traza de la superficie en valoración. De lo cual, también será fácil identificar cualitativamente entre las dos posibilidades, el sentido descendente de la **recta de pendiente máxima** y con ello, el cuadrante buscado.

Como síntesis de lo anterior presentamos un procedimiento general para obtener el **rumbo**, **echado** y **cuadrante** a partir de un contacto en un mapa geológico (como ejemplo, valoraremos el mapa de la figura 107).

Figura 107. En un mapa geológico, a partir del análisis del contacto entre unidades tabulares, se obtiene el rumbo, echado y cuadrante (mapa MGG G01). El análisis se inicia con el reconocimiento de las particularidades del relieve expresado en las curvas de nivel, en este caso un interfluvio con orientación SE-NW. Posteriormente, se identifican puntos de igual elevación en un mismo contacto geológico, como los puntos (A) y (B) (ambos con una altitud de 300 m en el contacto entre las unidades de arenisca y limolita). Ya que el rumbo es la dirección de una recta horizontal en el contacto, con base en los dos puntos a la misma elevación se traza esa recta y se mide el ángulo (20° en el cuadrante NE) respecto al Norte, cuya dirección se trazó desde (B). Si consideramos la elevación relativa entre la recta horizontal (en este caso 300 m) y un tercer punto en el contacto, por ejemplo, el punto (D con una altitud de 400 m), entonces, se reconoce cualitativamente que el plano se inclina hacia el NW. Así, el rumbo y el cuadrante se obtienen en la planta del mapa (en la proyección horizontal).



Procedimiento x:

- x.1) reconozca el relieve topográfico expresado por las curvas de nivel, analice la tendencia que presentan las curvas de nivel, hasta que visualice claramente los rasgos orográficos del mapa. Así, identificará las líneas de inflexión en el relieve: *talwegs* e interfluvios. De acuerdo con el implante de las cotas en la curva de nivel con elevación 400 m, en el mapa se reconoce un interfluvio con orientación general SE - NW (figura 107);
- x.2) enfoque su atención a la relación que guardan los contactos con la tendencia del relieve expresada por las curvas de nivel. Valore la elevación de los puntos de un contacto en particular para reconocer su tendencia. Si todos los puntos se encuentran a la misma altura, la traza corresponde a una superficie horizontal. De otra forma, con base en las cotas de las curvas de nivel, podrá identificar para una misma traza, a partir de los puntos de cota máxima o mínima, pares de puntos con la misma elevación. En el caso del ejemplo los puntos A y B se encuentran a una elevación de 300 m y los puntos C y D, lo hacen a una altitud de 400 m. Note que los cuatro puntos se encuentran en el mismo contacto (figura 107);
- x.3) trace un segmento de **recta horizontal** con base en dos puntos a la misma elevación en el contacto que analiza, la dirección de la recta corresponde al **rumbo** del plano (consideremos los puntos A y B en la figura 107);
- x.4) trace una recta paralela a la dirección del Norte, para medir el ángulo del rumbo, (como ejemplo la trazamos por el punto B en la figura 107);
- x.5) mida el ángulo entre la dirección del Norte y la **recta horizontal** (en el ejemplo con la recta B - A, y como resultado 20° en el cuadrante NE, así el **rumbo** es N 20° E);
- x.6) trace una recta perpendicular a la **recta horizontal**, la cual será la de pendiente máxima y su inclinación, el **echado** del plano (en la figura 107, el trazo pasa por la proyección del punto D);
- x.7) diseñe un plano de **proyección de perfil** perpendicular a la **recta horizontal**, para ello trace una **línea de tierra** a la cual le asigne la cota de uno de los puntos conocidos. En el ejemplo, la **línea de tierra** tiene una elevación de 400 m (figura 108);
- x.8) mediante rectas proyectantes, obtenga la proyección de dos rectas horizontales contenidas en el plano (en el ejemplo, las rectas C - D y B - A, figura 108), las cuales se manifestarán como rectas de punta;
- x.9) en la **proyección de perfil**, trace una recta entre las dos proyecciones de punta (**c'**, **d'** y **a'**, **b'** en la figura 108), con lo cual, obtendrá la magnitud real del segmento de **recta de pendiente máxima**;
- x.10) mida el ángulo entre la **línea de tierra** y **recta de pendiente máxima** (28° en la figura 108). Si el segmento de esta última recta es muy corto, extienda el trazo para un mejor resultado en la medida (recuerde que el trazo extendido representa la vista de canto del plano);
- x.11) identifique el cuadrante con cualquiera de las siguientes estrategias:

- a) en la **proyección de perfil**, reconozca los cuadrantes. En el ejemplo, la construcción tiene una orientación noroeste – sudeste, con el noroeste a la izquierda (figura 108). Así, vemos que la **recta de pendiente máxima** tiene el sentido descendente hacia el noroeste, entonces el cuadrante resulta NW;
- b) en el mapa, analice la altura relativa entre los extremos de la **recta de pendiente máxima**, con lo cual identificará el cuadrante hacia donde la recta tiene su sentido descendente. En el ejemplo de la figura 108, el punto D tiene una elevación mayor que la recta B - A, con lo cual se define que el cuadrante buscado es NW;
- c) en el mapa, identifique la altura relativa de dos rectas horizontales alojadas en el plano analizado, con lo cual establecerá cualitativamente el sentido descendente de la **recta de pendiente máxima** y/o del plano. En el ejemplo de la figura 108, la recta C - D, tiene una cota mayor que la recta B - A, y la recta B - A se encuentra al NW de la recta C - D, entonces, el NW es el cuadrante del plano.

Resultado:

Rumbo	Echado	Cuadrante
N 20° E	28°	NW

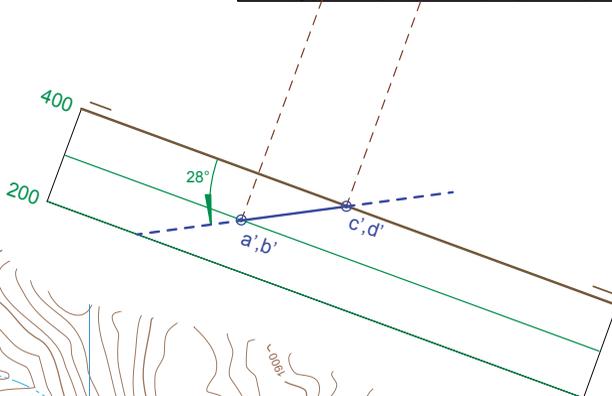
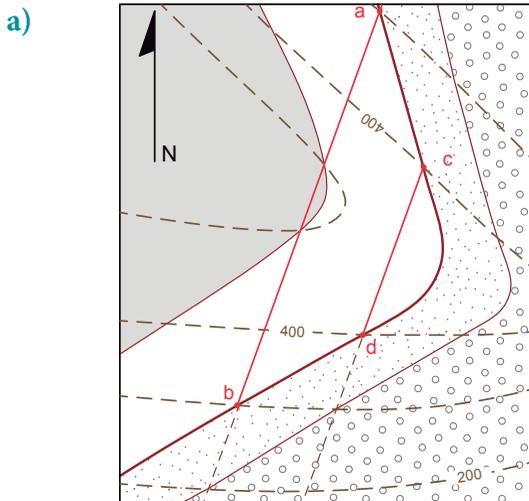
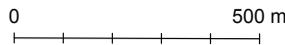


Figura 108. Una vez que se ha establecido una recta horizontal alojada en un contacto geológico (como se ilustra en la figura 107), para efectos de obtener el echado, se define un plano de proyección de perfil perpendicular a la recta horizontal (en este caso, materializada por la línea de tierra con elevación de 400 m). El echado se mide en la vista del canto del plano, la cual se obtiene con base en el trazo de una recta entre las vistas de punta que resulta al proyectar dos rectas horizontales alojadas en el contacto (en este caso, a', b' y c', d' con elevaciones de 300 y 400 m, respectivamente). El echado (28°) se mide entre la horizontal (en este caso la línea de tierra) y la vista de canto del plano. En esta proyección (en el ejemplo con orientación SE - NW), se reconoce el cuadrante (NW) al observar que el sentido descendente del plano. Así, el echado se obtiene en una proyección de perfil perpendicular a la dirección del rumbo, proyección en la que también se puede establecer el cuadrante de inclinación.

Actividad de aprendizaje 8.1

Rumbo, echado y cuadrante a partir de un contacto geológico

AA. 8.1.1. Obtenga el **rumbo**, **echado** y **cuadrante** de un contacto en el mapa MGG G02.

Escala del mapa 1:10,000

Rumbo	Echado	Cuadrante

AA. 8.1.2. Cálculo del **rumbo**, **echado** y **cuadrante** de un plano a partir de un contacto geológico. Obtenga el **rumbo**, **echado** y **cuadrante** en los dos sectores que se observan en el mapa MGG G07

Escala del mapa 1:10,000

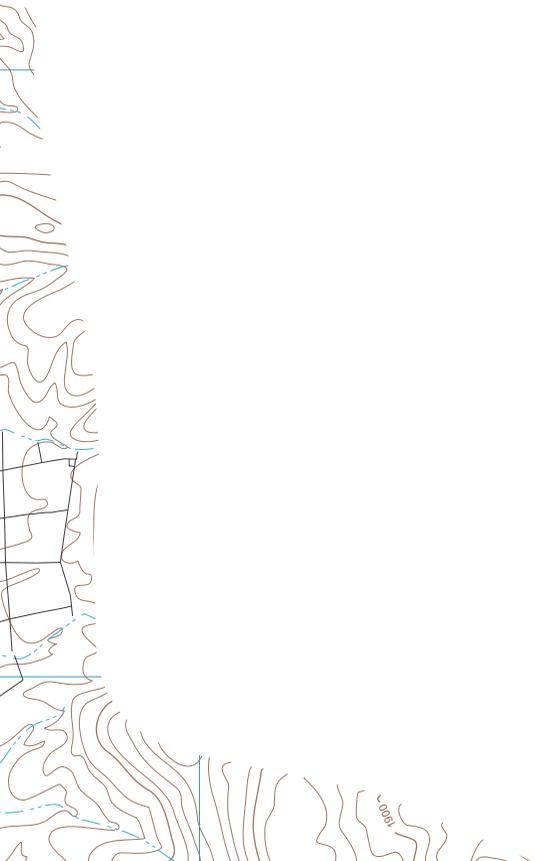
Sector	Rumbo	Echado	Cuadrante
NW			
SE			

Cálculo del echado aparente

Obtención del **echado aparente** a partir de un mapa geológico con trama topográfica. Cuando se construye una sección geológica cuya línea de sección corta a un plano inclinado en una dirección diferente a la propia de la pendiente máxima, en el corte se manifiesta un **echado aparente**.

El **echado aparente** se puede calcular con dos métodos gráficos:

- a) Mediante la proyección estereográfica al obtener la recta de intersección de ambos planos: el inclinado y el vertical, como se presentó en el Capítulo 4.
- b) Mediante proyecciones diédricas. Método que se basa en la obtención de la recta de intersección entre los planos inclinado y el vertical, cuando este último plano forma un ángulo agudo con la dirección del **rumbo** en el plano inclinado en cuestión. En este caso, se requiere la valoración del mapa geológico bosquejada en el apartado anterior, hasta la definición de dos rectas horizontales contenidas en el plano. Una vez que se han trazado dos rectas horizontales alojadas en el contacto y analizado que estas cumplen con la condición de paralelismo entre sí, entonces se considera la **recta de intersección** entre el plano inclinado con el plano vertical del corte geológico (cuya traza es la línea de sección). La recta de intersección estará acotada por los puntos alojados simultáneamente en las rectas horizontales del plano inclinado y en el plano vertical del corte. Entonces, se procede a obtener la **magnitud real** del segmento de recta al proyectarlo, de acuerdo con la cota de sus extremos, a un plano de perfil paralelo a la línea de sección. El **echado aparente** será el ángulo entre la horizontal y el segmento de recta, la relación entre el **echado** y el **echado aparente** se puede visualizar al analizar la orientación del plano de proyección respecto al **rumbo** del plano (figura 109). Por otra parte, el **echado aparente** se puede calcular mediante un método analítico (entre otros, ver Silva- Romo et al. 2016).



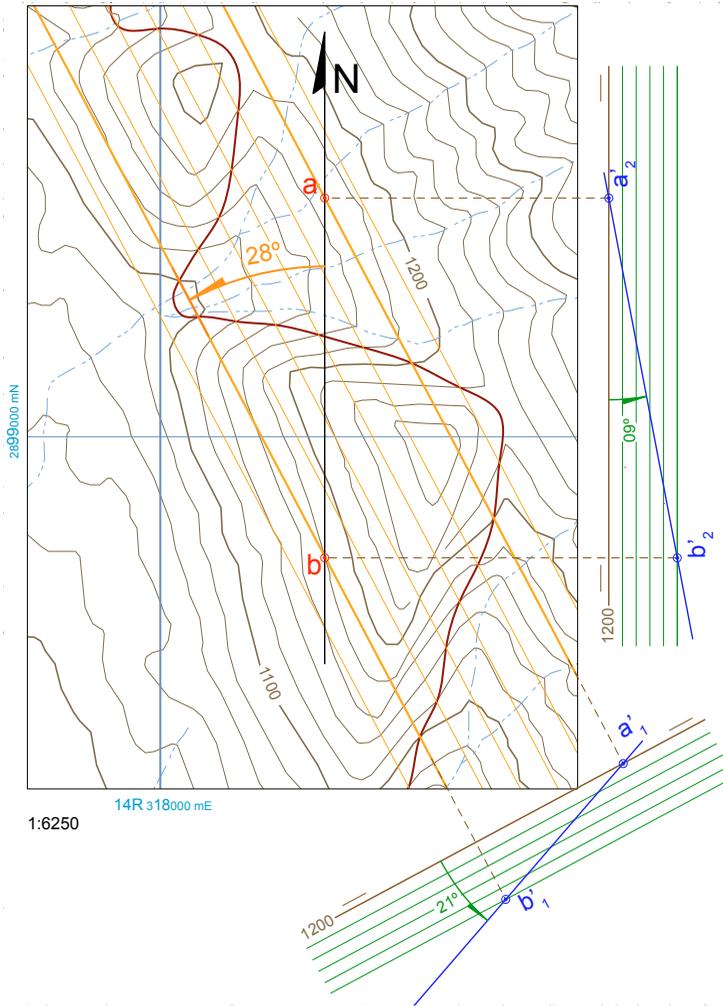


Figura 109. Cálculo del echado aparente mediante proyecciones diédricas. El echado aparente es el ángulo de inclinación de la recta de intersección entre el plano inclinado y un plano vertical, cuando este forma un ángulo agudo con el rumbo del plano. En el ejemplo, el plano vertical tiene una dirección Norte-Sur, mientras el plano inclinado, NW 28° . Para medir el echado aparente, se debe identificar puntos que estén alojados simultáneamente en el plano vertical y en el plano inclinado. En este ejemplo se utilizan las rectas horizontales alojadas en el plano, las rectas a las elevaciones 1,200 y 1,100 m cortan al plano vertical en los puntos (A) y (B), respectivamente. Si los puntos se proyectan a una proyección de perfil perpendicular a la dirección del rumbo, sus proyecciones (a_1 y b_1) corresponderán al mismo tiempo, a las proyecciones de las rectas horizontales alojadas en el plano (las cuales serán rectas de punta), así, al unir esas proyecciones se obtienen la vista de canto del plano y el echado (21° como se ilustró en la figura 106). Por otra parte, los dos puntos (A) y (B) se encuentran contenidos simultáneamente en el plano inclinado y en el plano vertical del corte. Después de proyectar los puntos a un plano de perfil paralelo al plano vertical (en este ejemplo a_2 y b_2 , con línea de tierra con 1,200 m de elevación), el trazo entre las proyecciones de los puntos corresponde a la magnitud real de la recta de intersección (el segmento A -B). Con base en la magnitud real del segmento se mide el echado aparente (el ángulo entre la horizontal y la recta de intersección, en este caso de 09°). Note que si mantenemos a las mismas elevaciones los puntos A y B mientras alejamos sus proyecciones horizontales al deslizar los puntos a lo largo de las rectas que los alojan, el echado aparente será cada vez menor. Al contrario, si los aproximamos, el echado aparente aumentará hasta el valor del echado cuando los puntos A y B definan la recta de pendiente máxima. Figura formada con una fracción del mapa topográfico de INEGI San José La Popa (G14A84).

Actividad aprendizaje 8.2

Cálculo del echado aparente

AA. 8.2.1 Cálculo del **echado aparente** en una dirección indicada. En el mapa MGG G02 obtenga el **echado aparente** en la dirección N - S.

Dirección	Echado aparente

AA. 8.2.2 Cálculo del **echado aparente** en una dirección indicada. En el mapa MGG G03. Obtenga el **echado aparente** en la dirección NE 80°.

Dirección	Echado aparente

Regla de las “V’s ”

Cuando se analiza un mapa geológico con trama topográfica, una vez que se visualiza el relieve topográfico, la regla de las “V’s” le ofrece al lector del mapa una aproximación cualitativa a la dirección de inclinación de la superficie que limita a un cuerpo rocoso. La regla establece “En un arroyo que corta en dirección perpendicular a un cuerpo tabular, la traza del contacto forma una V, cuyo vértice indica la dirección del **echado**” (figura 110). Para una valoración correcta, el criterio se debe aplicar visualizando simultáneamente tanto la inclinación del cuerpo tabular, como la propia de la ladera, ya que se reconocen excepciones. Veamos las posibilidades de ocurrencia o no de una V:

- 1) si las unidades tienen sentido de inclinación contrario al de la ladera, se cumple el criterio (figura 110a);
- 2) si las unidades tienen una posición vertical, no se forma “V” alguna (figura 110b);
- 3) si las unidades tienen el mismo sentido de inclinación y esta es mayor que la propia de la ladera, se cumple el criterio (figura 110c);
- 4) si las unidades tienen el mismo sentido de inclinación y esta es igual que la propia de la ladera, no se define la “V” (figura 110d);

- 5) si las unidades tienen el mismo sentido de inclinación y esta es menor que la propia de la ladera, no se cumple el criterio: la “V” se forma en sentido contrario al de la inclinación de las unidades (figura 110e);
- 6) en el caso de que los estratos sean horizontales, se puede formar una “V” sin que ello implique que las unidades estén inclinadas (figura 110f).

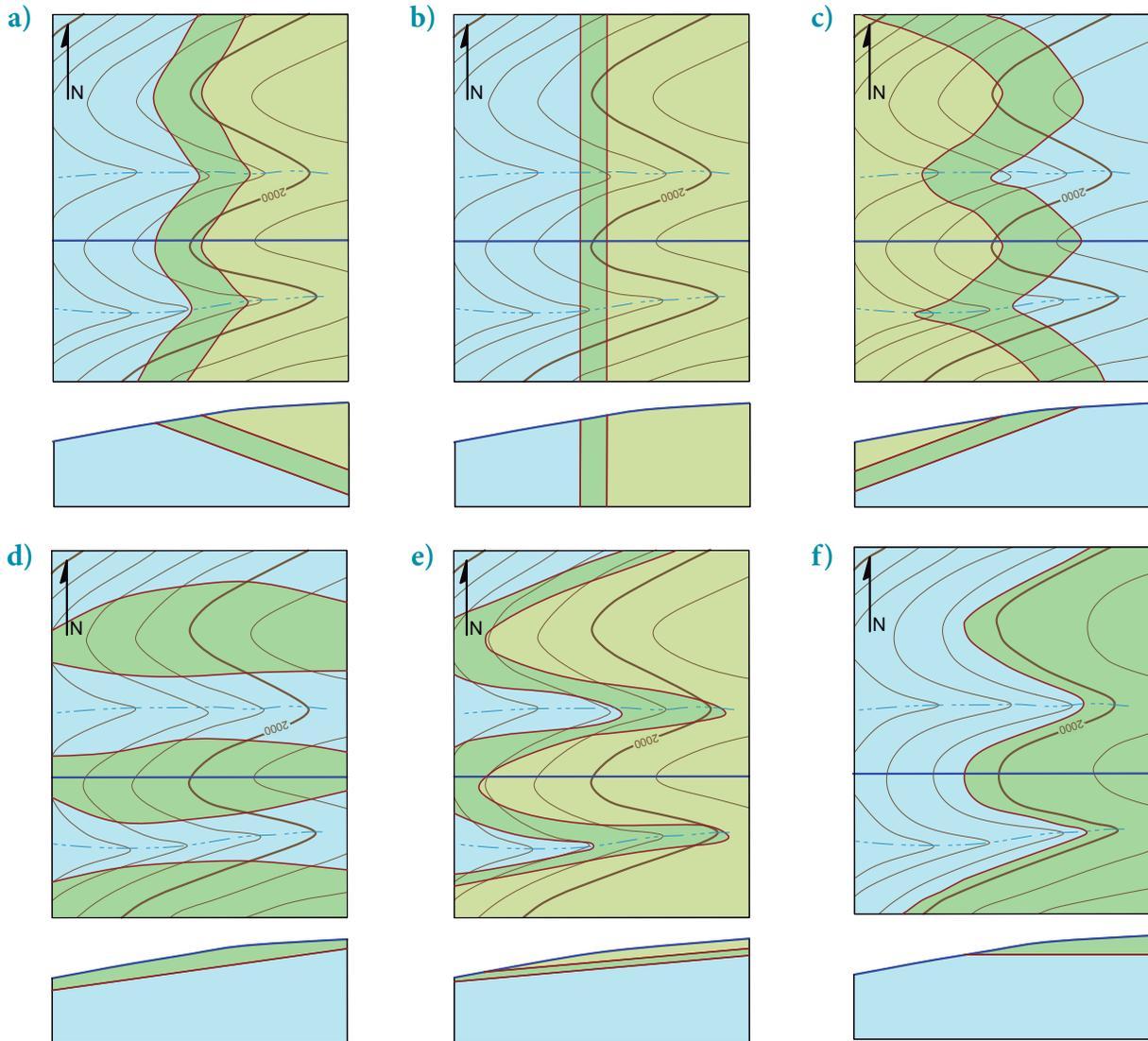


Figura 110. Patrones de afloramiento de una unidad tabular cortada por una corriente perpendicular a su rumbo. a) La unidad se inclina en sentido contrario que la ladera (aguas arriba), el vértice de la “V” indica la dirección de inclinación del plano. b) La unidad tabular tiene una inclinación de 90°, no define la “V”. c) Caso típico de la regla de las “V’s”. La unidad se inclina en el mismo sentido y con un ángulo mayor que la ladera; entonces, el vértice de la “V” indica la dirección de inclinación del plano. d) La unidad se inclina en el mismo sentido, pero un ángulo igual al de la ladera, no se define la “V”. e) El cuerpo tabular se inclina en el mismo sentido que la ladera, pero con un ángulo menor, se define la “V” pero no se cumple con la regla. f) Caso “0” La unidad tiene una posición horizontal, las trazas son paralelas a las curvas de nivel.

Edades relativas entre unidades tabulares en un mapa geológico

En el análisis de un mapa geológico, la identificación de la relación estratigráfica entre dos cuerpos tabulares es una aplicación básica de la Geometría Descriptiva. El reconocimiento de esa relación se logra mediante la aplicación del principio estratigráfico de superposición, el cual enuncia “En una sucesión estratigráfica es más antiguo el cuerpo rocoso que está debajo de otro”. Su observancia requiere que el lector del mapa geológico tenga un criterio sólido para establecer la superposición entre los cuerpos rocosos separados por una superficie horizontal o inclinada. Una vez que se establece, en una vista de canto, la inclinación del plano que separa dos cuerpos de roca, la superposición puede resultar inmediata para un observador entrenado. Para confirmar la relación de superposición, se aconseja elegir en la **proyección horizontal** (en el mapa geológico) un punto que se encuentre en una de las unidades yuxtapuestas por el contacto bajo análisis; del cual, previamente, se obtuvo su vista de canto (en una **proyección de perfil** perpendicular al **rumbo** del contacto). Al obtener la **proyección de perfil** del punto, su ubicación relativa ya sea por arriba o por debajo de la vista de canto del plano, hace evidente la relación de superposición entre los cuerpos tabulares involucrados y con ello, la edad relativa entre los cuerpos de roca separados por el contacto (figura 111).

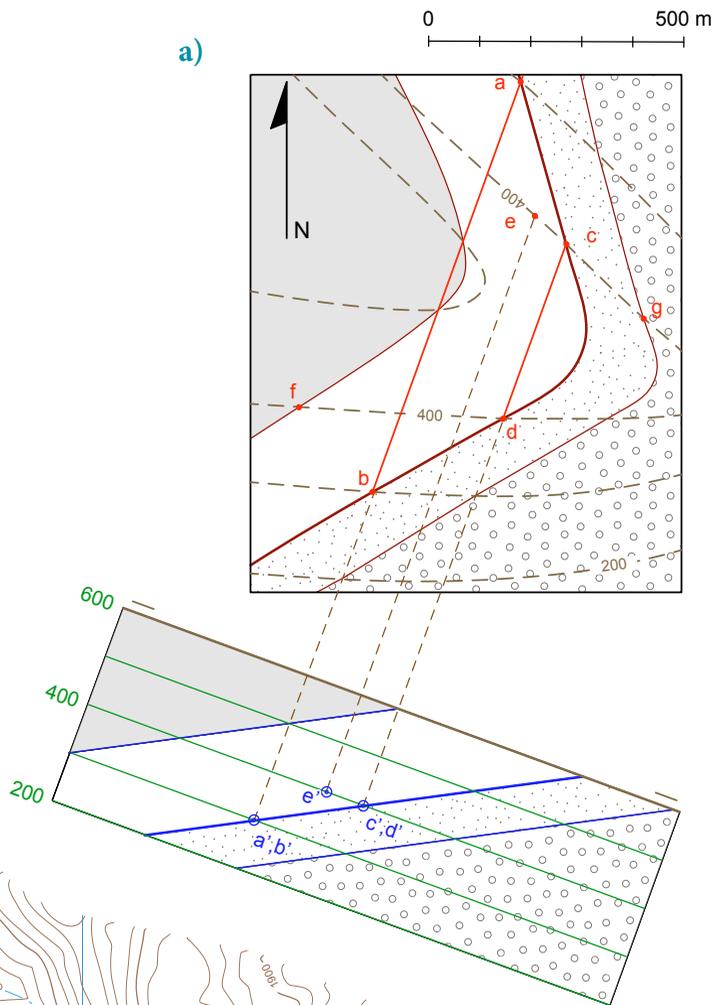


Figura 111. Edad relativa entre unidades tabulares (mapa MGG G01). La edad relativa se basa en la identificación de la superposición entre los cuerpos separados por una superficie horizontal o inclinada, cuestión que se puede valorar por la inspección visual de la superficie. En caso de duda, se puede apelar a una construcción geométrica sencilla: como elemento discriminador, se proyecta un punto contenido en una de las dos unidades a la misma proyección en la cual se obtuvo la vista de canto de la superficie. En este caso, el punto E (su proyección e' con una cota de 400 m) contenido en la unidad sin pantalla (de limolita) permite identificar a esta como la más joven respecto a la unidad con pantalla de puntos (de arenisca).

Cálculo de espesores en un mapa geológico

En un mapa geológico se representan cuerpos rocosos, esto es, unidades volumétricas separadas por superficies. En el caso de las unidades tabulares, estas quedan comprendidas entre dos superficies estructurales planas paralelas entre sí. De acuerdo con la posición relativa que guardan las dos superficies, a la que queda abajo le llamamos **base** y a la que queda arriba, **cima**. El espesor de una unidad tabular corresponde a la mínima distancia entre las dos superficies. La mínima distancia entre dos planos paralelos se mide en una proyección en la cual ambos planos aparecen en vista de canto. Así, el espesor será la mínima distancia entre las vistas de canto de las superficies que delimitan al cuerpo tabular, tanto de la basal, como de la cimera (figura 112).

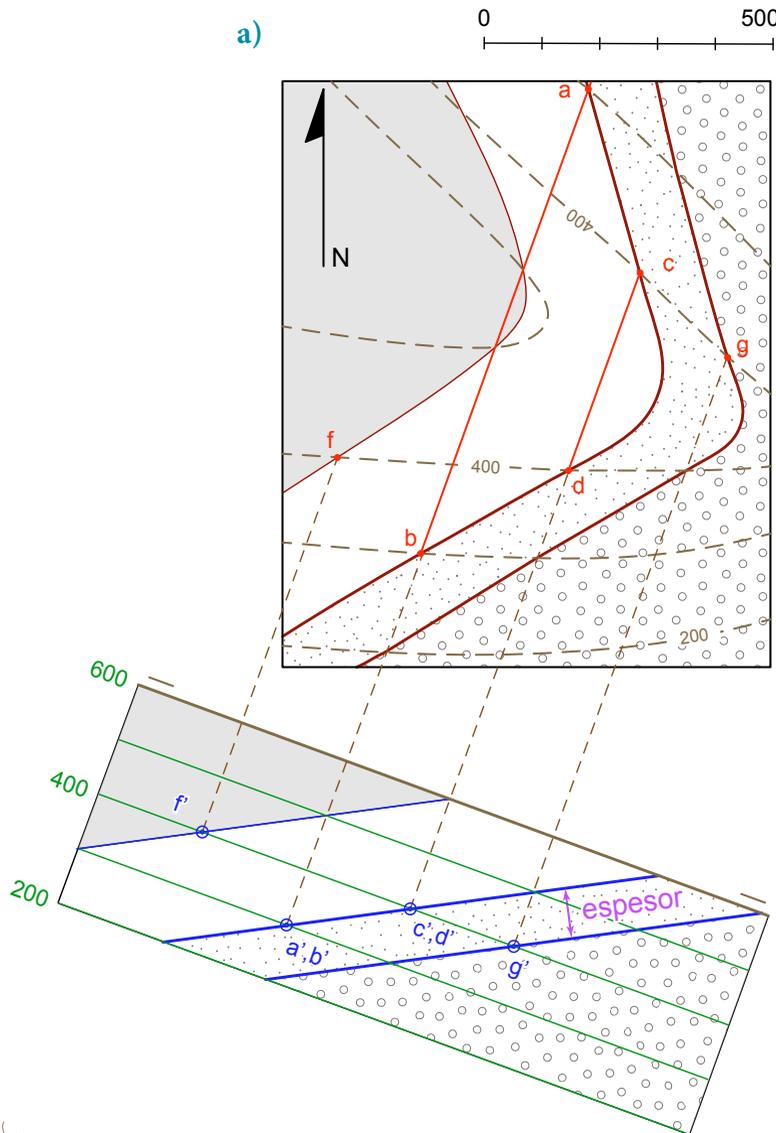


Figura 112. Espesor de una unidad tabular (mapa MGG G01). El cálculo se basa en obtener una vista de canto de los dos planos estructurales, para lo cual, se define un plano de proyección de perfil perpendicular al rumbo. En el plano de perfil se obtiene las vistas de canto de los dos planos. En el ejemplo, una vista de canto se obtuvo al proyectar como rectas de punta (a', b' y c', d'), las dos rectas horizontales: 1) la que contiene los puntos (A) y (B); 2) la recta que contiene los puntos (C) y (D). La otra vista de canto se trazó al proyectar un punto (G) contenido en el otro plano, al asumir que los planos son paralelos, se trazó una vista de canto paralela por la proyección de perfil (g'). En esta construcción, el espesor se mide como la mínima distancia entre los planos a lo largo de un segmento de recta perpendicular entre las dos vistas de canto.

Mínima distancia entre un punto y un plano

La mínima distancia de un punto a un plano es un cálculo frecuente en la interpretación de un mapa geológico. La distancia se mide en una recta que contenga al punto y sea perpendicular al plano. Esa recta se obtiene en magnitud real en la **proyección de perfil** donde el plano se proyecta en vista de canto, esto es en una proyección perpendicular a las rectas horizontales contenidas en plano y previamente identificadas en el mapa. Así, la mínima distancia al plano será la magnitud de una recta trazada desde la proyección del punto perpendicular a la vista de canto del plano (figura 113).

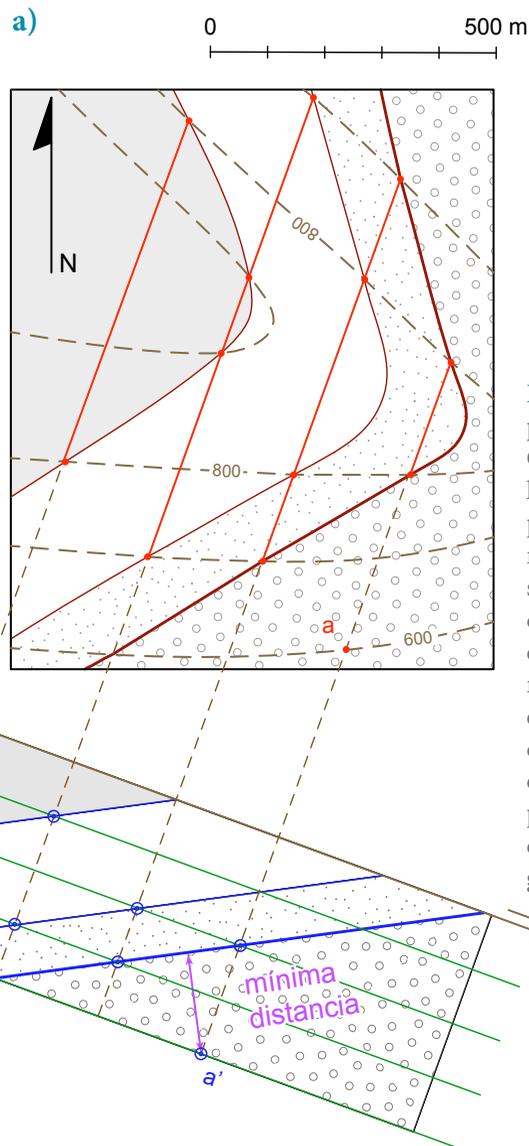


Figura 113. Mínima distancia de un punto a una superficie (mapa MGG G01). La mínima distancia se mide a lo largo de una recta perpendicular al plano y que contenga al punto. La magnitud real de una recta normal al plano, se proyecta en el plano de perfil, en el cual, el plano en cuestión se manifiesta en vista de canto. Como ya lo planeamos, la vista de canto del plano se logra en una proyección de perfil perpendicular al rumbo del plano. Se ilustra la obtención de la mínima distancia del punto (A') al plano de la cima de la unidad con pantalla de círculos (del conglomerado).

Cuando solo se conoce una de las superficies limítrofes de una unidad tabular, ya sea su base o su cima, la obtención de la mínima distancia entre un punto y plano tiene aplicación en el cálculo del espesor expuesto. Para ubicar ese punto crítico, se requiere que el usuario del mapa tenga una imagen tridimensional a partir del mapa (vea el caso de los espesores en la figura 114, con los puntos M y N). Una estrategia útil para comprobar cualitativamente si un punto cumple con el requisito, es que el usuario debe imaginar que por el punto supuesto pasa un plano paralelo al conocido, si es posible visualizar o trazar un bosquejo de ese plano, entonces el punto no es el más alejado y habrá que elegir otro dentro del área remanente.

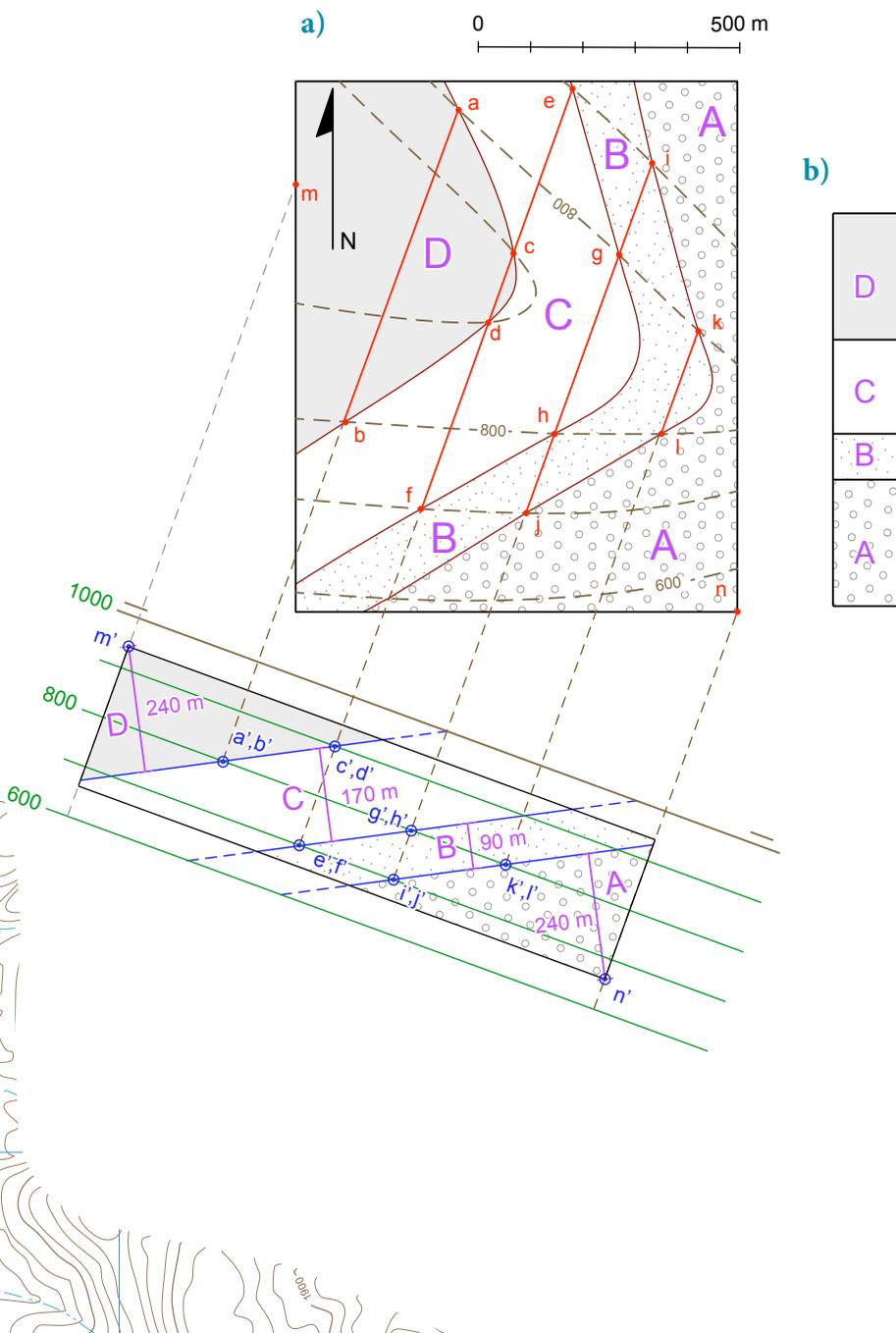


Figura 114. Sucesión estratigráfica y columna estratigráfica a partir de un mapa geológico (mapa MGG G02). Temas que resultan de la conjunción de los recursos para: 1) establecer la superposición (figura 111), 2) medir el espesor de una unidad tabular (figura 112) y 3) obtención de la mínima distancia entre un punto y un plano (figura 113). Se ejemplifica con un mapa no estratigráfico en el cual se expresan cuatro unidades tabulares caracterizadas por su carácter litológico, las dos intermedias con espesor completo y las extremas con espesor parcial. a) La sucesión estratigráfica se establece al identificar la superposición relativa entre las unidades. La sucesión se puede expresar con base en el orden alfabético, se propone asignar la letra “A” a la unidad más vieja, una “B” a la que está arriba y así sucesivamente. b) La columna estratigráfica representa el orden en el que se acumularon y los espesores que presentan las unidades, con la convención siguiente: la unidad más vieja se registra en la parte inferior de la columna. Los espesores parciales de las unidades A y D son, en cada caso, el comprendido entre el contacto expuesto y el punto más alejado dentro de la unidad en cuestión. Así, para la unidad A, el punto (n’) es el más alejado de su base y el punto (m’) es el más alejado de la base de la unidad D.

Columna estratigráfica a partir de un mapa geológico

Con base en el análisis de un mapa geológico, el usuario obtiene una percepción en cuatro dimensiones de la región representada, además de las tres espaciales, la dimensión temporal. Primero obtiene información estructural que le permite identificar la superposición entre las unidades geológicas, sobre todo entre las unidades tabulares. Con base en el principio de superposición, el usuario reconoce el orden en que se acumularon las unidades: esto es, identifica la sucesión estratigráfica. El orden reconocido se puede expresar en un mapa litológico al añadir a cada unidad una letra en orden alfabético, con el criterio de asignar a la unidad más vieja, la letra A y así sucesivamente (figura 114). Una vez que se ha reconocido la sucesión estratigráfica y que ha calculado o medido los espesores de las unidades, el intérprete del mapa puede organizar el arreglo original de la sucesión, asumiendo el principio estratigráfico de horizontalidad original, cuyo enunciado dice que las unidades sedimentarias se acumularon en una posición horizontal. En concordancia con este principio, se construye la columna estratigráfica, dibujando las unidades con sus espesores en la disposición horizontal original, la unidad más antigua se expresa en la parte baja de la columna y sobre ella se representan las demás unidades conforme al arreglo que se identificó en el mapa (figura 114). La correcta percepción de la configuración orográfica es un factor que influye en el resultado que se obtiene tanto en la sección geológica como en la columna estratigráfica inferida (figura 115).

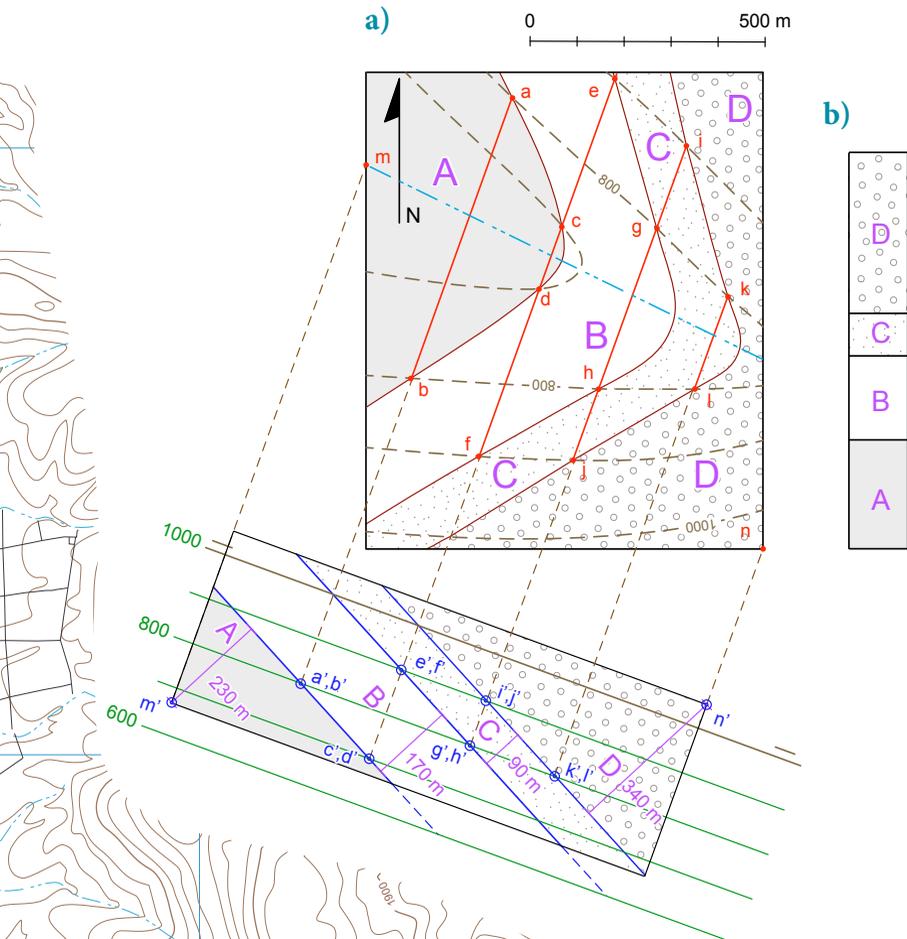


Figura 115. a) Sucesión estratigráfica y columna estratigráfica a partir de un mapa geológico. Mapa aparentemente igual al de la figura 114 (mapa MGG G02), pero con la configuración orográfica invertida de un interfluvio a un talweg (comparar el implante de las cotas y sus valores). Al modificar el sentido de las curvas de nivel, se cambia el orden estratigráfico y los espesores parciales de las unidades basal y cimera.

Sección geológica

A partir de la imagen tridimensional y cronológica que tiene el cartógrafo del área o que logra el intérprete del mapa geológico, es posible construir una sección geológica. En una sección o corte geológico se representa la proyección a profundidad, de las unidades geológicas expresadas en el mapa. En la construcción se obtiene el perfil topográfico (de acuerdo con el procedimiento q) y de acuerdo a la orientación relativa de la línea de sección respecto al rumbo, se proyectan los límites entre los cuerpos rocosos conforme al **echado verdadero** o al **echado aparente** (figura 116). Si la línea de sección es perpendicular al **rumbo** de los estratos, la inclinación de los contactos será la propia de la **recta de pendiente máxima** (37° en la figura 117). Si la línea de corte forma un ángulo agudo respecto a la dirección del rumbo, entonces los contactos aparecerán con la inclinación del **echado aparente** (31° figura 118).

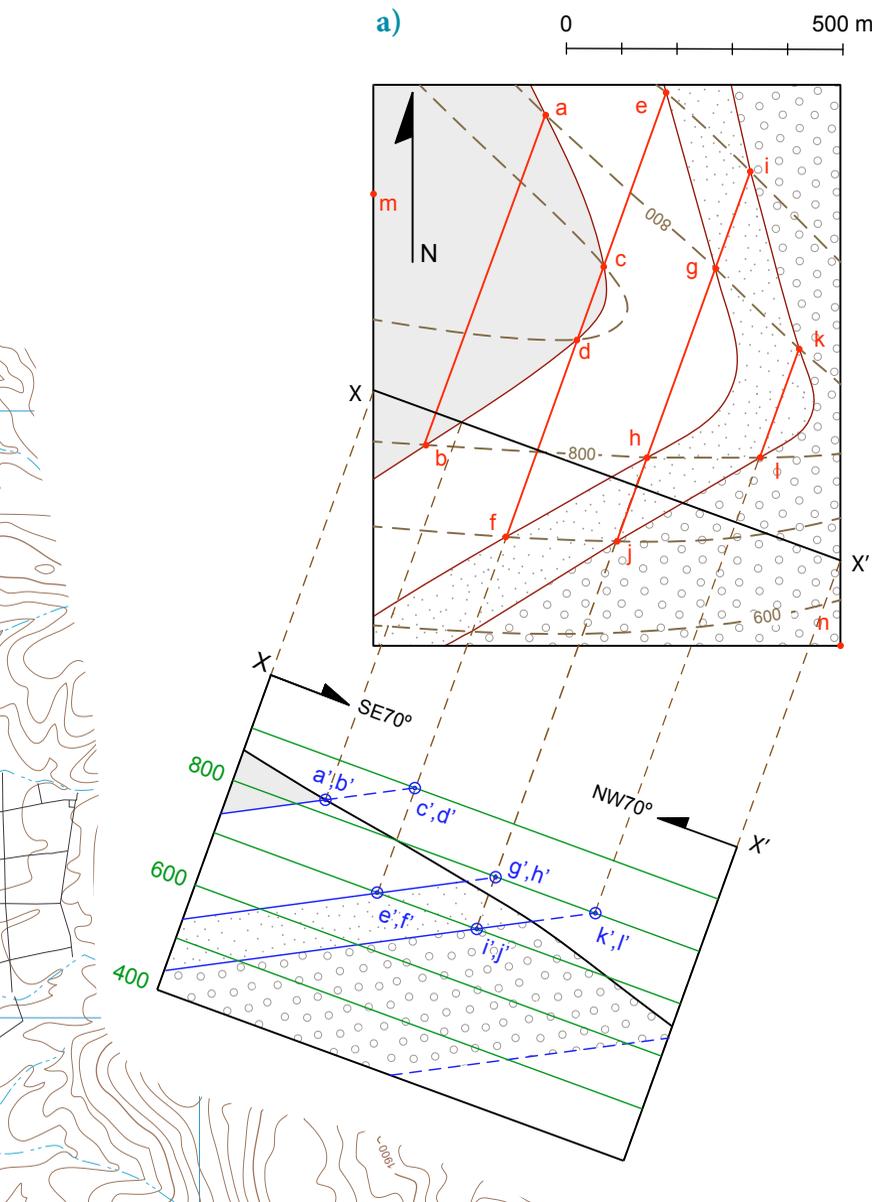


Figura 116. Sección geológica (mapa MGG G02). En una sección geológica se presenta el perfil topográfico conforme a una línea de corte y se extrapola a profundidad el arreglo espacial que guardan las unidades geológicas. En este ejemplo, la línea de corte X - X' tiene una orientación SE 70° - NW 70° perpendicular a la dirección del rumbo de las unidades tabulares. Usualmente, esa información se añade a la sección geológica con base en flechas que indican las direcciones. En el ejemplo se utilizó el echado verdadero porque la sección geológica es perpendicular al rumbo de las unidades tabulares.

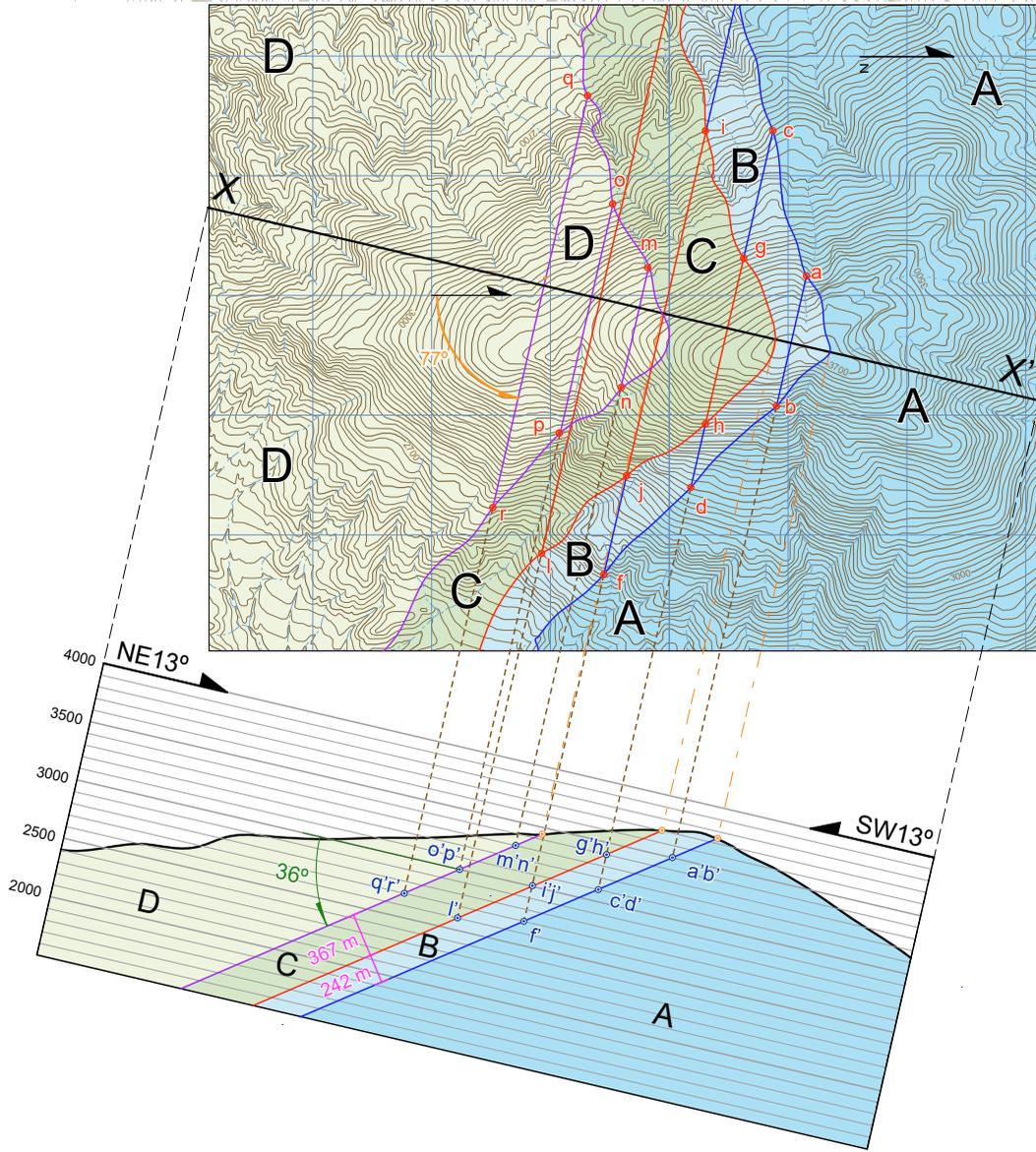


Figura 117. Sección geológica de unidades tabulares. Si la dirección de la línea de corte corresponde con la propia de la recta de pendiente máxima, los contactos se proyectan como planos de canto y la inclinación de las unidades tendrá la propia del echado (de 36° en este ejemplo, sección X - X'). Como se ve, todas las rectas horizontales se proyectan como rectas de punta, por ejemplo, las rectas A - B, C - D y E - f alojadas en la superficie de contacto entre las unidades (A) y (B), se proyectan como de punta ($a', b'; c', d'$ y e', f'). Note que las proyecciones horizontales de las rectas C - D y E - F ($c - d$ y $e - f$) coinciden respectivamente con las propias de las rectas G - H e I - J ($g - h$ e $i - j$), estas últimas contenidas en el contacto entre las unidades (B) y (C). Note que el rumbo de los planos inclinados y paralelos entre sí corresponde con la dirección de las rectas horizontales (S 77° E o N 77° W) y que el plano se inclina hacia el SW. Así, los parámetros para caracterizar los planos son: S 77° E, 36° , SW o en forma alternativa, N 77° W, 36° , SW.

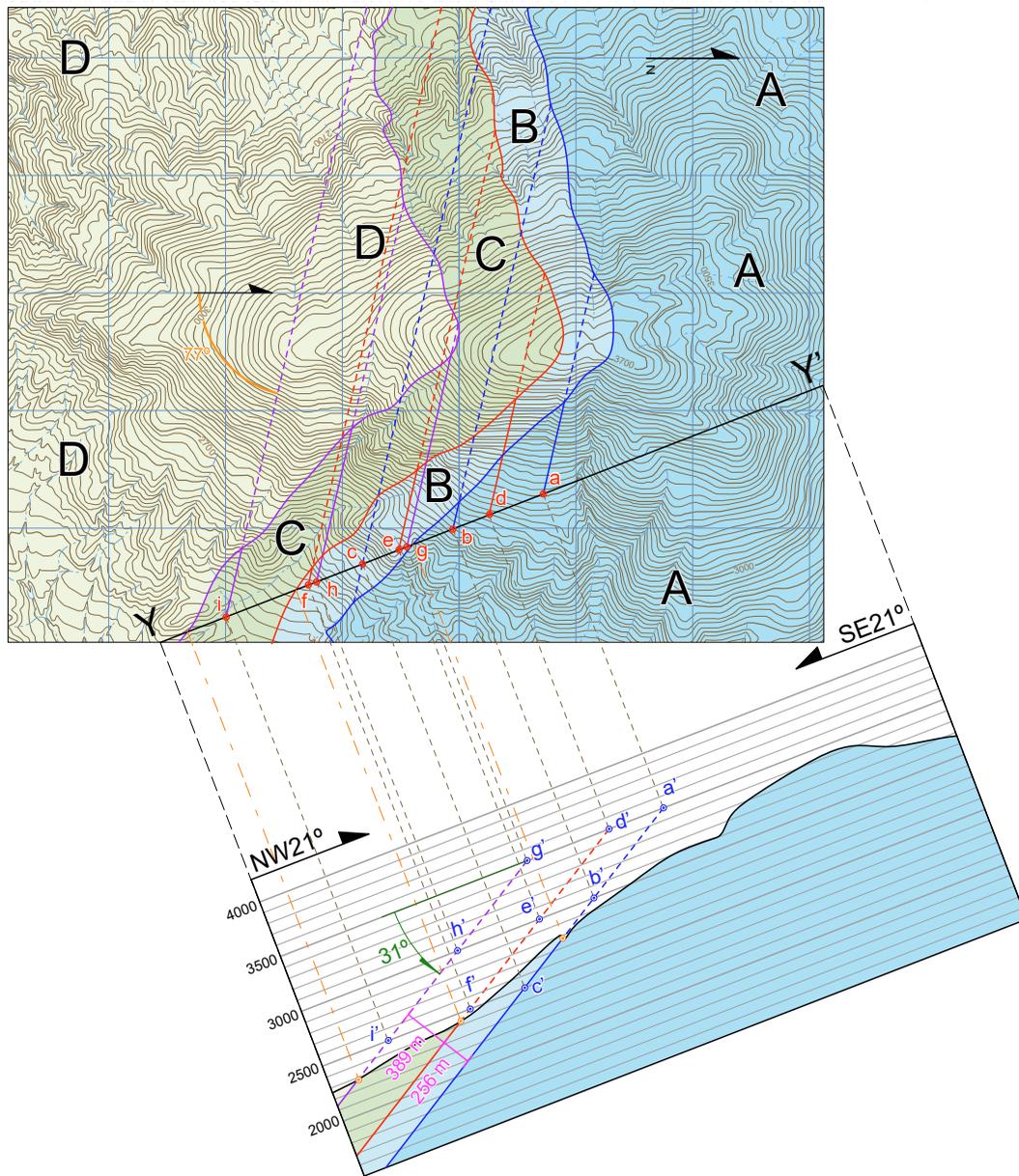


Figura 118. Sección geológica de unidades tabulares. Si el corte se diseña en una dirección diferente a la propia de la recta de pendiente máxima, la inclinación de las unidades será menor a la del echado. En el ejemplo, la línea de corte Y - Y' forma un ángulo de 56° con el rumbo de los estratos. En una sección geológica, el echado aparente se mide en la recta que contiene los puntos de intersección del plano vertical del corte con las rectas horizontales alojadas en el plano inclinado. Para visualizar estas relaciones en el ejemplo, las rectas horizontales alojadas en el contacto entre las unidades (A) y (B) aparecen con el mismo color azul que el contacto y con línea discontinua en los tramos debajo del relieve. Se aplicó el mismo recurso en las rectas horizontales alojadas en los otros dos planos, en color rojo entre las unidades B y C, y morado entre las unidades C y D. Así, el punto (a) de elevación 3,400 m se encuentra tanto en la recta horizontal en el contacto entre (A) y (B), como en el plano vertical acotado con las letras Y e Y'. En forma análoga, los puntos (b) y (c) se encuentran simultáneamente en el plano de contacto (o su extensión) y el plano del corte. Con el trazo de una recta que pase por las proyecciones de perfil de los puntos (a'), (b') y (c'), se obtiene la recta de intersección entre los planos inclinado y de corte. Para finalmente, obtener el echado aparente al medir la inclinación de esa recta (31°).

Con base en una sección geológica construida en la dirección de la **recta de pendiente máxima** se pueden obtener los espesores de las unidades y a partir de ello construir la columna estratigráfica correspondiente; construcción que no se debe realizar a partir de una sección geológica en otra dirección, en la cual los espesores no corresponden con los reales (figura 119). En una sección geológica el espesor aparente aumenta con la inclinación de los estratos. En el caso de estratos horizontales, el espesor se manifiesta en su magnitud real independientemente de la orientación del corte.

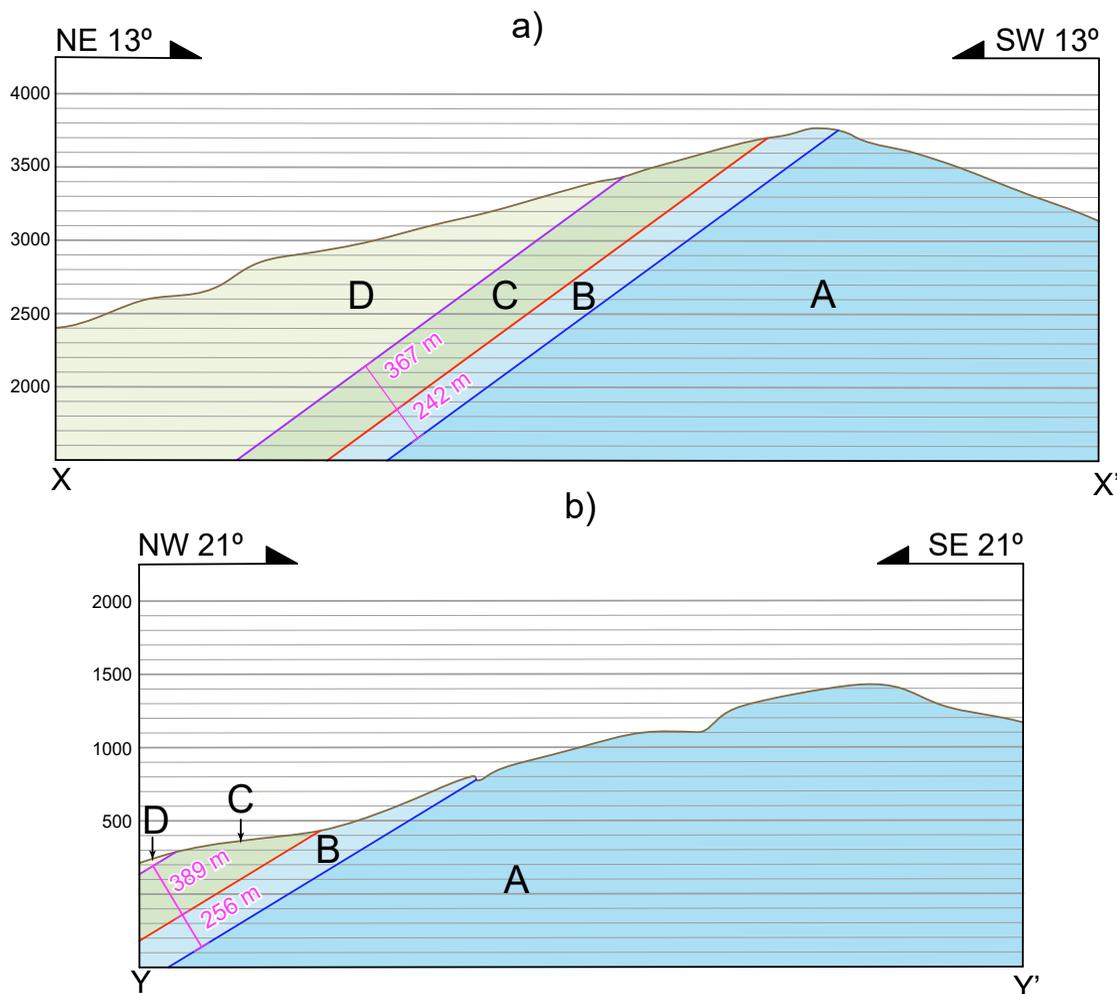


Figura 119. a) En una sección geológica perpendicular al rumbo de las unidades, se manifiesta el espesor real de las unidades tabulares, con base en lo cual se puede construir la columna estratigráfica. b) En el caso de una sección geológica en una dirección diferente a la recta de pendiente máxima, los espesores de las unidades son aparentes. No se puede construir una columna estratigráfica con base en los espesores que resultan en una sección cuya dirección no es perpendicular al rumbo. En este ejemplo, se ilustra con los resultados al cambiar la dirección del corte, vea que los espesores aparentes (de 256 y 389 m para las unidades B y C respectivamente cuando el corte forma un ángulo de 56° con el rumbo, figura 118) son mayores a los reales (de 242 y 367 m para las mismas unidades cuando el corte es perpendicular al rumbo, figura 117). Entonces, el espesor aparente aumenta con la inclinación de los estratos.

Resumen

Un contacto geológico representa la intersección entre el relieve topográfico y una superficie estructural que limita dos cuerpos de roca. La Geometría Descriptiva se aplica en la valoración del mapa geológico para conocer la posición y relación entre los cuerpos separados por un contacto geológico. El arreglo espacial de los contactos y su relación con la configuración topográfica se conoce como patrón de afloramiento. Con base en el análisis de los patrones de afloramiento es posible visualizar la disposición de los cuerpos geológicos tabulares, ya sea esta subhorizontal o inclinada.

En un mapa geológico, a partir del análisis del contacto entre unidades tabulares, se puede obtener su **rumbo, echado y cuadrante**. En el sector analizado, el **rumbo** corresponde a la dirección de una **recta horizontal** alojada en la superficie de contacto entre las unidades geológicas. El reconocimiento de puntos a la misma altura en el contacto se basa en la elevación de las curvas de nivel que corta. El desnivel relativo entre dos rectas horizontales alojadas en la superficie de contacto permite definir el sentido descendente de la superficie y con ello, el cuadrante de inclinación. Gráficamente, el ángulo del **echado** se cuantifica en la magnitud real de la recta de máxima pendiente. Cuando se considera un corte en dirección diferente al propio de la **recta de pendiente máxima**, la inclinación de la recta de intersección entre el plano vertical del corte y el plano inclinado resulta menor que la del **echado**, a esta inclinación se le conoce como **echado aparente**.

Al obtener la vista de canto de una superficie plana que separa dos unidades geológicas tabulares expresadas en un mapa, se visualiza la superposición entre los cuerpos y con ello se establece la edad relativa entre las unidades conforme al principio estratigráfico de superposición. La valoración del mapa geológico incluye el cálculo del espesor de una unidad tabular. El espesor de una unidad se obtiene en la vista de canto de los planos que la limitan, para lo cual los planos se proyectan a una **proyección de perfil** perpendicular al **rumbo** del cuerpo tabular. Una vez que se obtiene la vista de canto de las superficies planas de la base y de la cima de la unidad tabular, se mide el espesor en un segmento de recta perpendicular entre las vistas. El cálculo de la mínima distancia es una aplicación cartográfica frecuente en la cuantificación del espesor expuesto de una unidad tabular. La mínima distancia de un punto a un plano se obtiene al proyectar el punto a la **proyección de perfil** en la cual el plano se manifiesta en **vista de canto**. La distancia buscada se mide en el segmento de recta que parte del punto y es perpendicular a la vista de canto.

Con base en la valoración de la superposición entre unidades tabulares representadas en un mapa y del cálculo de sus espesores, se puede construir la columna estratigráfica. La columna estratigráfica es una representación gráfica en la cual el cartógrafo muestra tanto el orden en que se depositaron las unidades geológicas, como sus espesores. La columna se construye en sentido vertical, el orden se expresa de abajo hacia arriba, esto es, la unidad más antigua se representa en la parte basal.

La sección geológica es una construcción que representa la disposición a profundidad de las unidades conforme a una línea de corte, por lo general se construye asumiendo que el observador mira desde el sur o desde el sureste. Se trata de una proyección de la información estructural y estratigráfica por debajo del perfil topográfico. De acuerdo con la orientación relativa entre las direcciones del corte y del **rumbo** de las unidades, la inclinación de los planos se traza conforme al valor del **echado** cuando el corte es perpendicular al rumbo, en caso contrario, se utiliza el **echado aparente**.

Actividad de aprendizaje 8.3

Sucesión y columna estratigráficas. Construcción de la sección geológica

AA. 8.3.1a. En el mapa MGG G03, identifique la sucesión estratigráfica de las unidades tabulares. A la unidad más antigua añada una letra A y a las subsecuentes las letras B, C y D en orden estratigráfico.

AA. 8.3.1b. Calcule los espesores de las unidades expresadas en el mapa MGG G03.

Unidad	Espesor
D	
C	
B	
A	

AA. 8.3.1c. Con base en los espesores que obtuvo el mapa MGG G03, construya la columna estratigráfica a escala 1: 2,500.

AA. 8.3.1d. Con base en el mapa MGG G03, elabore la sección geológica X-X'. No olvide utilizar la misma escala en sentidos horizontal y vertical.

AA. 8.3.2a. En el mapa MGG G04, identifique la sucesión estratigráfica de las unidades tabulares. A la unidad más antigua añada una letra A y a las subsecuentes las letras B, C y D en orden estratigráfico.

AA. 8.3.2b. Calcule los espesores de las unidades expresadas en el mapa MGG G04.

Unidad	Espesor
D	
C	
B	
A	

AA. 8.3.2c. Con base en los espesores que obtuvo el mapa MGG G04, construya la columna estratigráfica a escala 1: 6,250.

AA. 8.3.2d. Con base en el mapa MGG G04, elabore la sección geológica X-X'. No olvide utilizar la misma escala en sentidos horizontal y vertical.

AA. 8.3.3. Compare las columnas estratigráficas y las secciones geológicas que resultan de resolver, en cada uno de los mapas MGG G05 y MGG G06, los siguientes incisos:

AA. 8.3.3a. Identifique la sucesión estratigráfica de las unidades tabulares. A la unidad más antigua añada una letra A y a las subsecuentes las letras B y C en orden estratigráfico.

AA. 8.3.3b. Calcule los espesores de las unidades expresadas en el mapa.

Mapa MGG G05		Mapa MGG G06	
Unidad	Espesor	Unidad	Espesor
C		C	
B		B	
A		A	

AA. 8.3.3c. Con base en los espesores que obtuvo en el mapa geológico construya la columna estratigráfica a escala 1: 5,000.

AA. 8.3.3d. Con base en el mapa geológico, elabore la sección geológica X-X'. No olvide utilizar la misma escala en sentidos horizontal y vertical.

AA. 8.3.4a. En el mapa MGG G07(a escala 1:5,000), identifique la sucesión estratigráfica de las unidades tabulares. A la unidad más antigua añada una letra A y a las subsecuentes las letras B y C en orden estratigráfico.

AA. 8.3.4b. Calcule los espesores de las unidades expresadas en el mapa MGG G07.

Unidad	Espesor
C	
B	
A	

AA. 8.3.4c. Con base en los espesores que obtuvo el mapa MGG G07, construya la columna estratigráfica a escala 1: 5,000.

AA. 8.3.4d. Con base en el mapa MGG G07, elabore la sección geológica X-X'. No olvide utilizar la misma escala en sentidos horizontal y vertical.

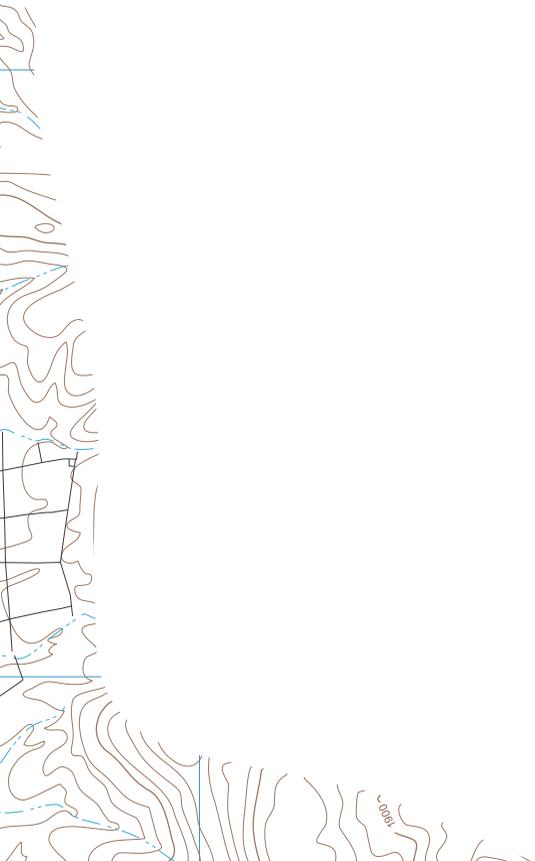
AA. 8.3.5a. En el mapa MGG G08 (a escala 1:10,000), identifique la sucesión estratigráfica de las unidades tabulares. A la unidad más antigua añada una letra A y a las subsecuentes las letras B y C en orden estratigráfico.

AA. 8.3.5b. Calcule los espesores de las unidades expresadas en el mapa MGG G08. No olvide expresar las unidades.

Unidad	Espesor
C	
B	
A	

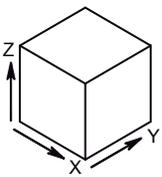
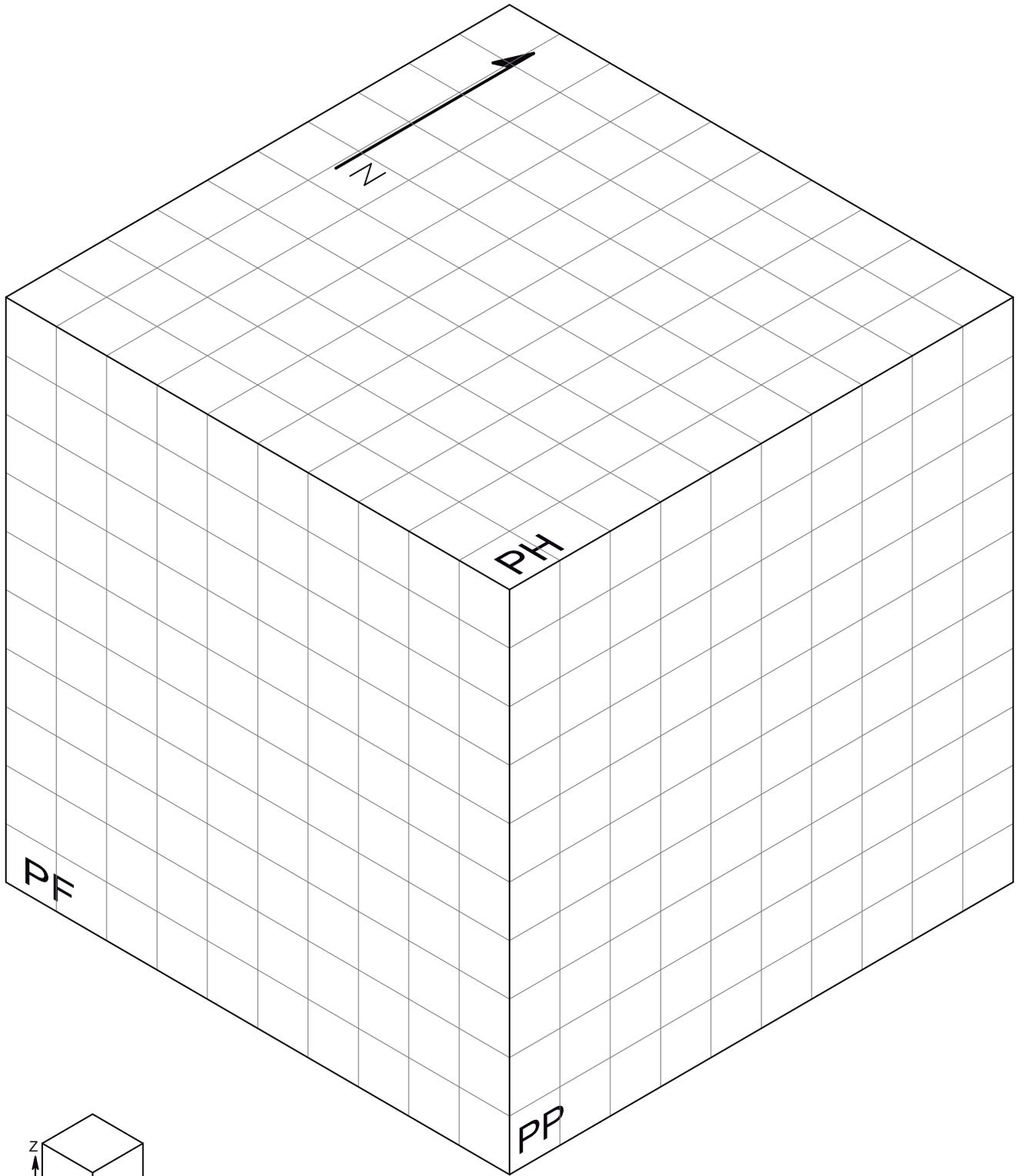
AA. 8.3.5c. Con base en los espesores que obtuvo el mapa MGG G08, construya la columna estratigráfica a escala 1: 5,000. [Índice](#)

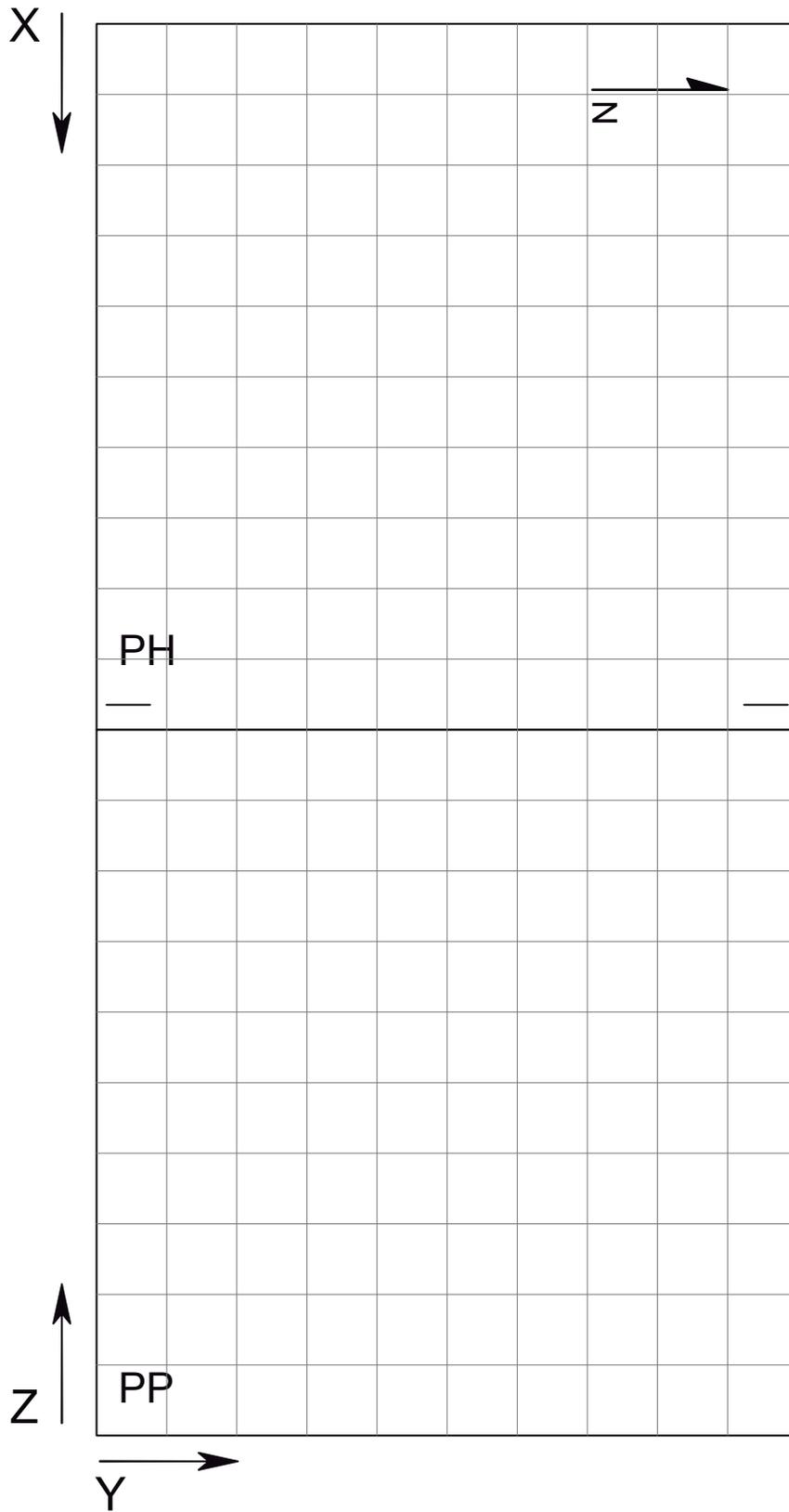
AA. 8.3.5d. Con base en el mapa MGG G08, elabore la sección geológica X-X'. No olvide utilizar la misma escala en sentidos horizontal y vertical.

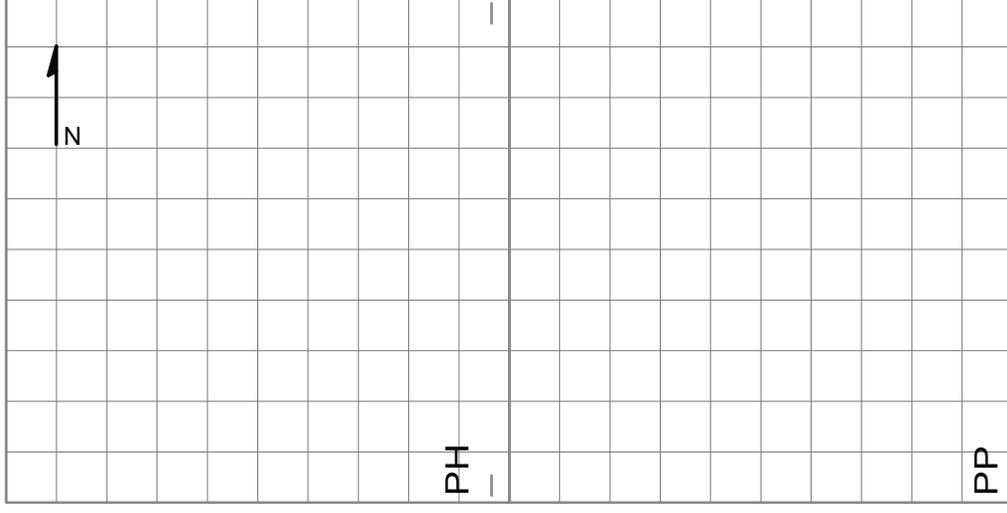
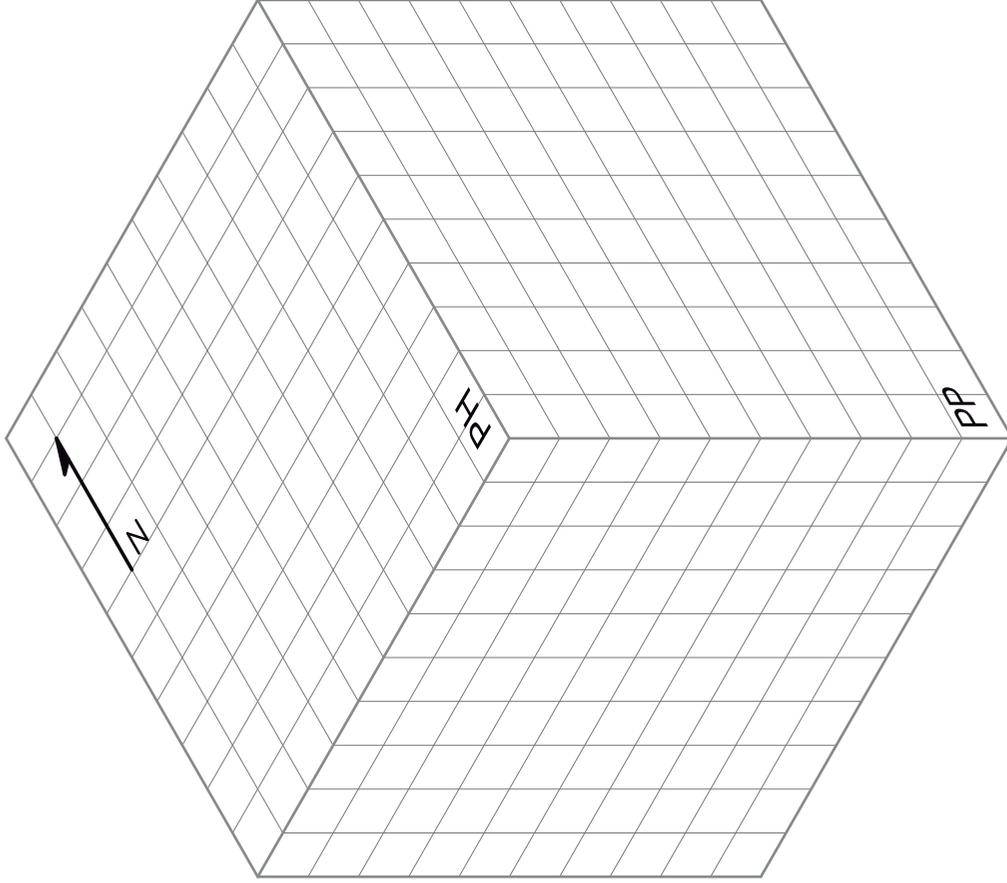


APÉNDICE A

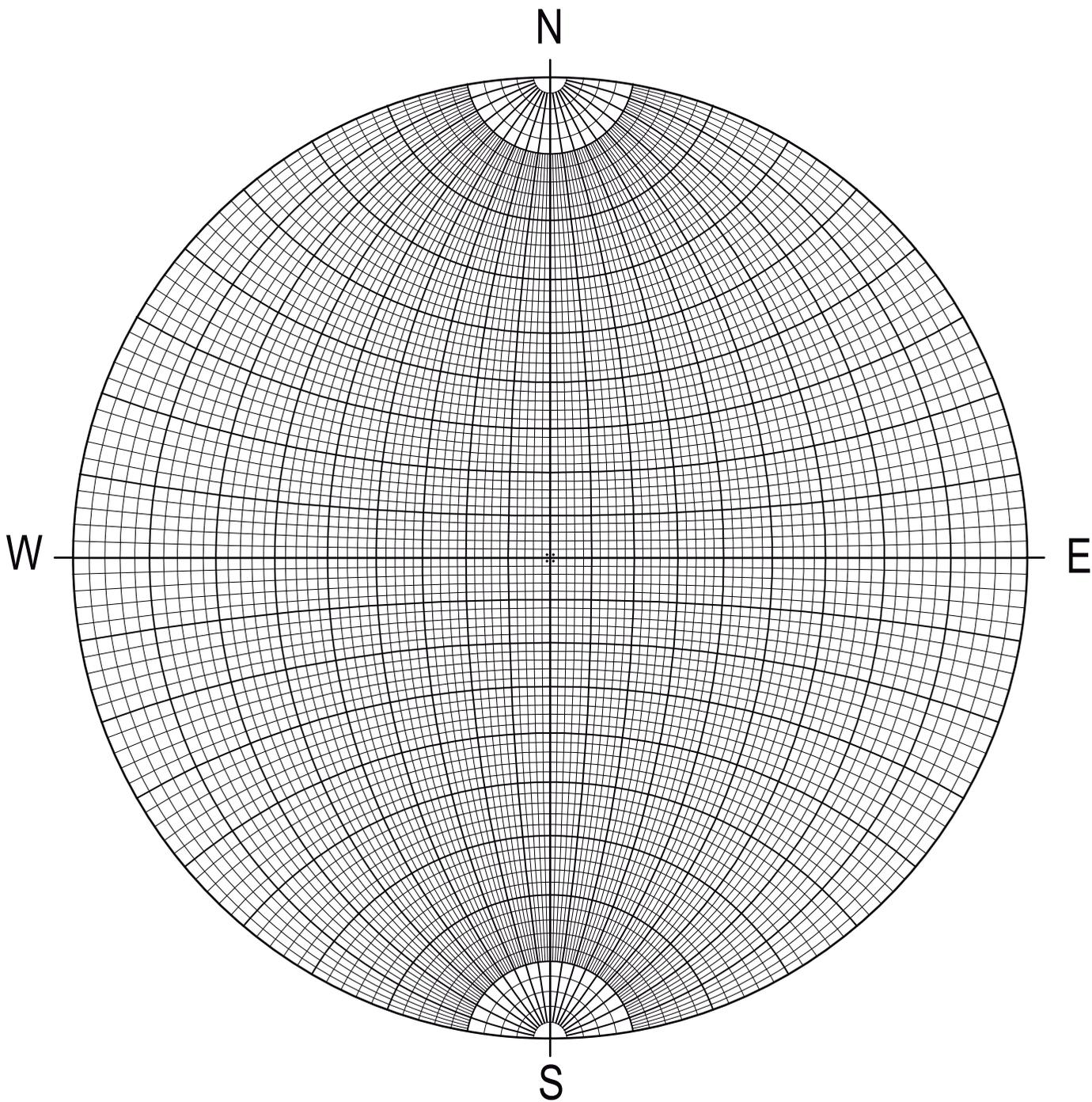
Métodos Gráficos en Geología.
Una aproximación desde
la Geometría Descriptiva



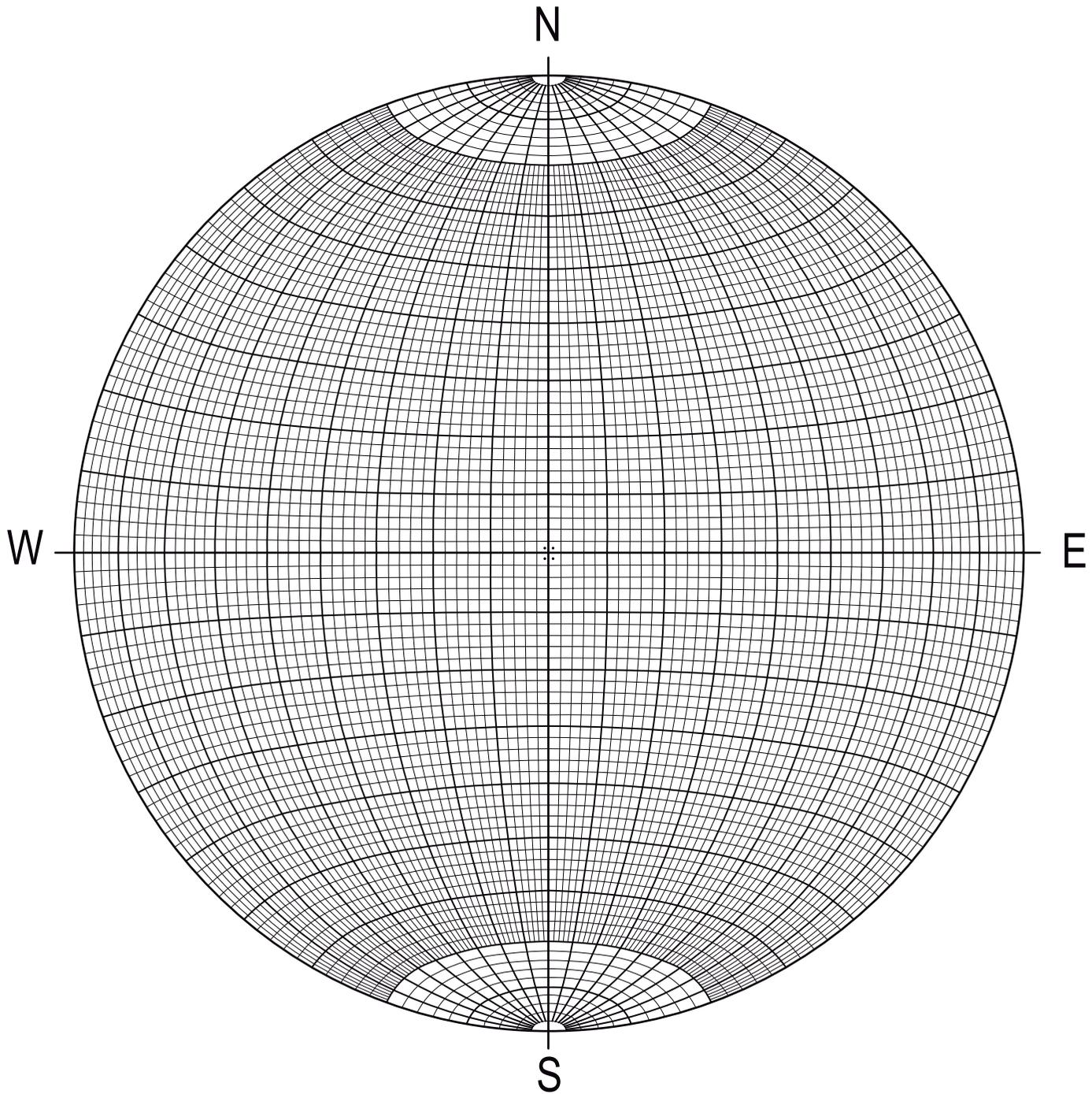




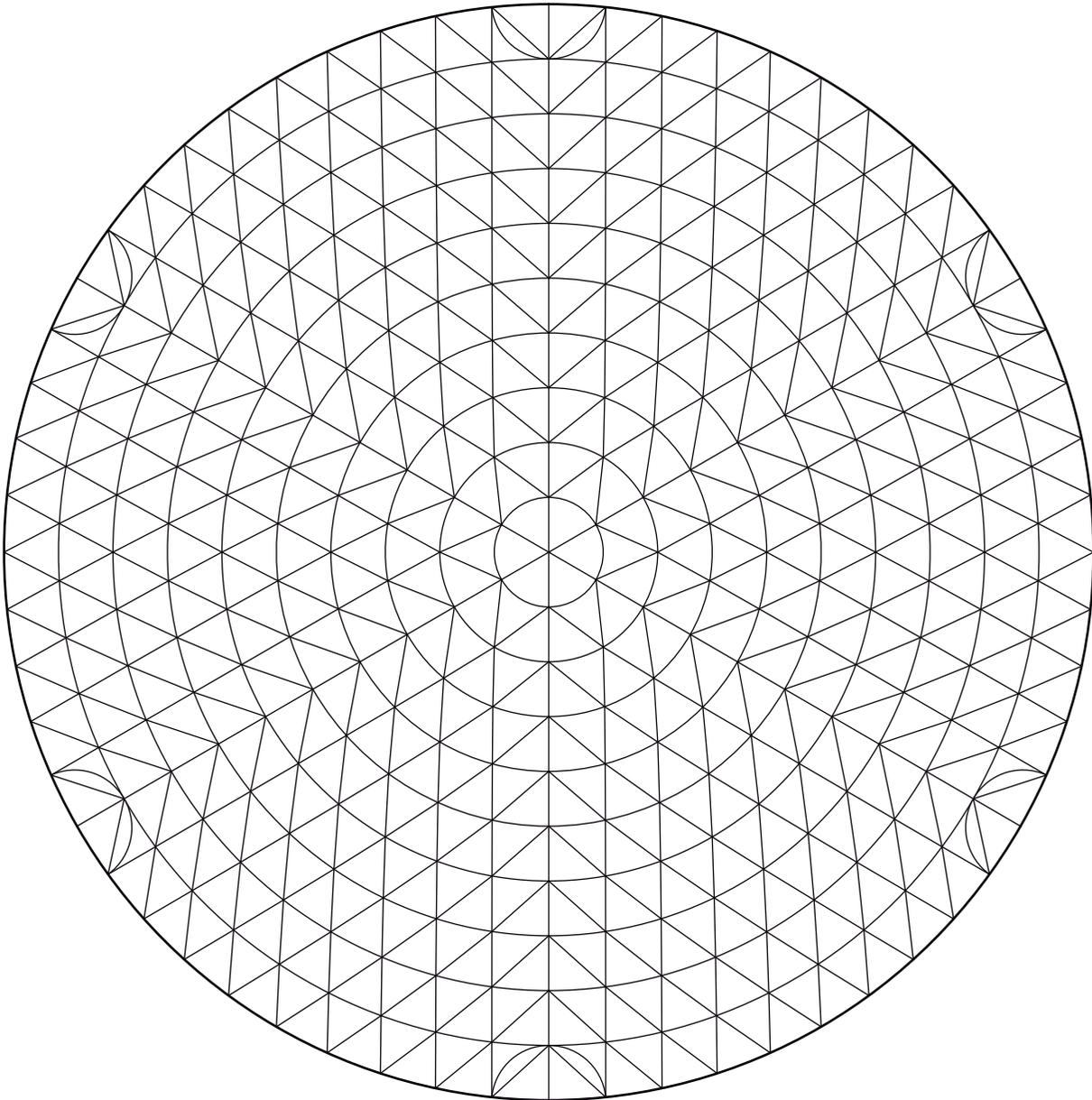
RED DE WULFF



RED DE SCHMIDT



FALSILLA DE KALSBECK



APÉNDICE B

COLECCIÓN DE MAPAS

APÉNDICE B. COLECCIÓN DE MAPAS

MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA. Una aproximación desde la Geometría Descriptiva

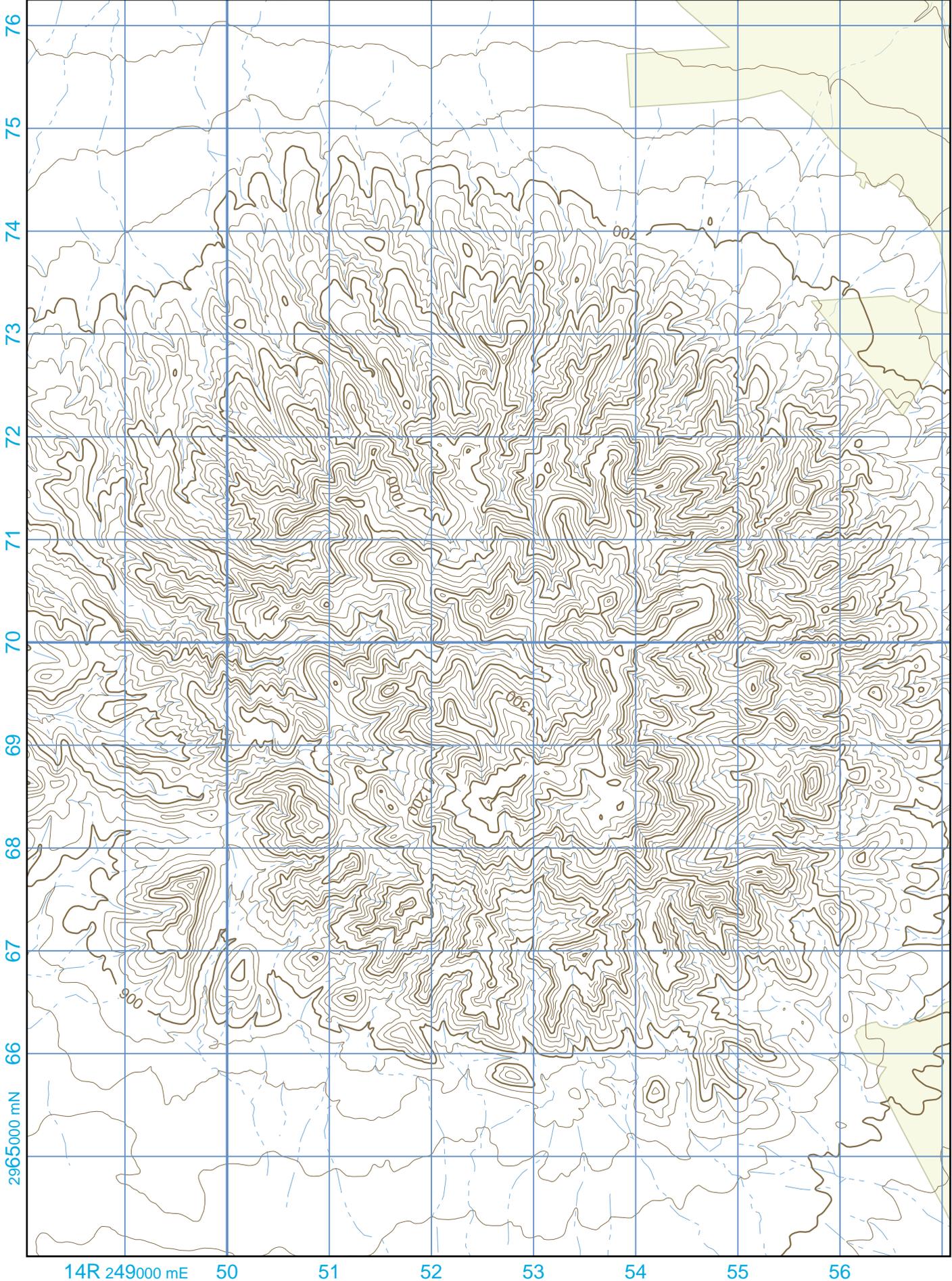
Fuentes de la Colección de Mapas

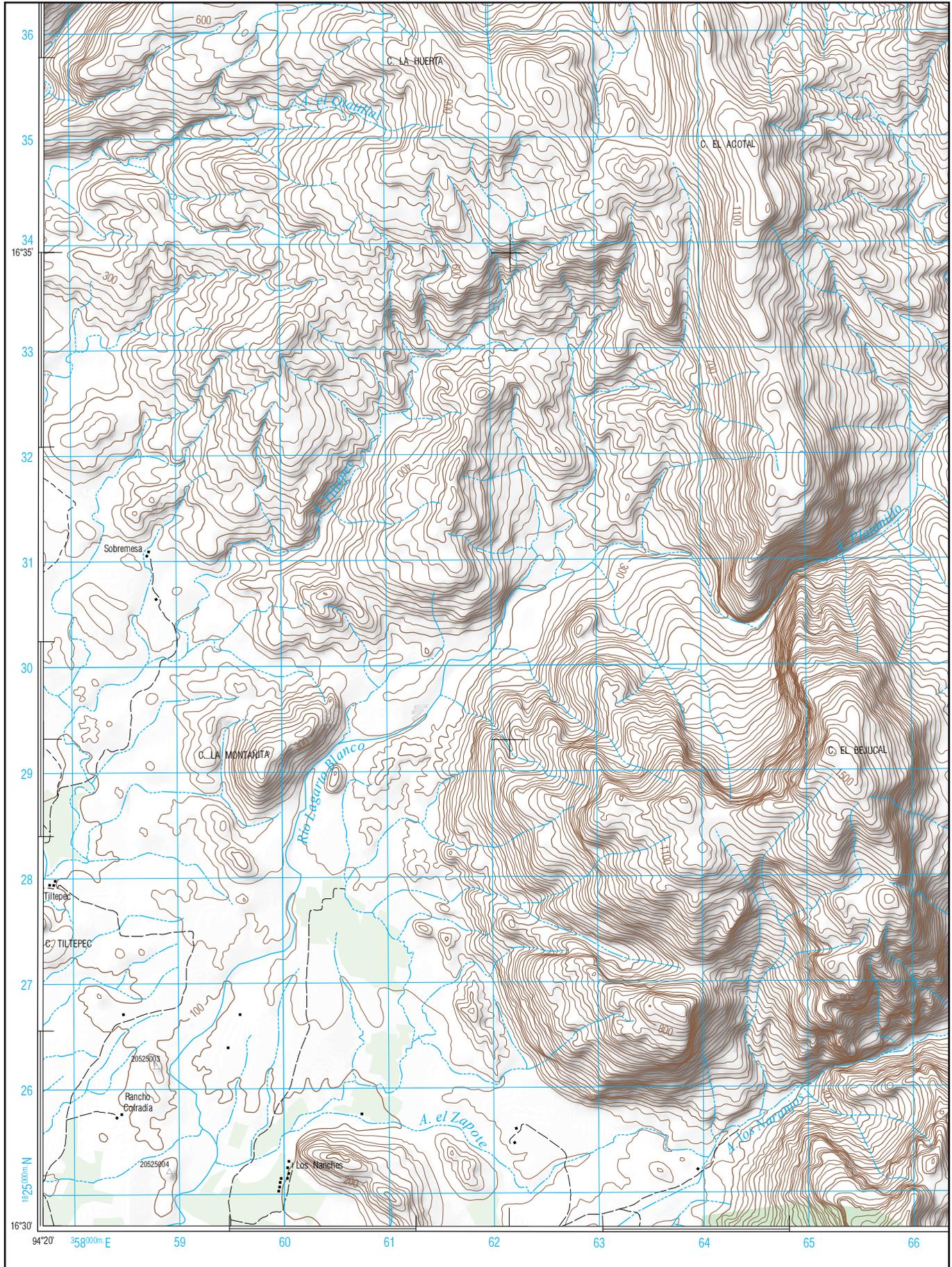
Mapa	Carta Topográfica	Clave	Escala	Fuente
Mapa MGG T01	El Socorro	G13B29	1: 50,000	INEGI
Mapa MGG T02	Monclova	G14A52	1: 50,000	INEGI
Mapa MGG T03	Benito Juárez	E15C66	1: 50,000	INEGI
Mapa MGG T04	Galena	G14C56	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T04_E	Galena	G14C56	Imagen estereoscópica	INEGI, Este trabajo
Mapa MGG T05	Milpa Alta	E14A49	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T06	Ciudad de México	E14A39	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T07	Paredón	G14C14	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T08	Mina	G14A85	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T09	Alaquines	F14A88	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T10	Tehuacán	E14B75	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T11	San José La Popa	G14A84	1:25,000	INEGI
Mapa MGG T12	Allende	G14C36	1:12,500	INEGI
Mapa MGG T13	San José La Popa	G14A84	1:12,500	INEGI
Mapa MGG T14	Ciudad de México	E14A39	1:12,500	INEGI
Mapa MGG T15	Ciudad de Villaldama	G14A75	1:12,500	INEGI
Mapa MGG T16	Ciudad de Villaldama	G14A75	1:10,000	INEGI
Mapa MGG T17	Huajuapán de León	E14D14	1: 12,500	INEGI
Mapa MGG T18	San José La Popa	G14A84	1: 6,250	INEGI
Mapa MGG T19	Ciudad de Villaldama	G14A75	1: 6,250	INEGI
Mapa MGG G01	-----	-----	1: 10,000	Este trabajo
Mapa MGG G02	-----	-----	1: 10,000	Este trabajo
Mapa MGG G03	-----	-----	1: 10,000	Este trabajo
Mapa MGG G04	-----	-----	1: 5,000	Este trabajo
Mapa MGG G05	-----	-----	1: 10,000	Este trabajo
Mapa MGG G06	-----	-----	1: 10,000	Este trabajo
Mapa MGG G07	-----	-----	1: 6,250	Este trabajo
Mapa MGG G08	Ciudad de Villaldama	E14A75	1: 5,000	INEGI, Este trabajo
Mapa MGG G09	Galena	G14C56	1:25,000	INEGI, Este trabajo

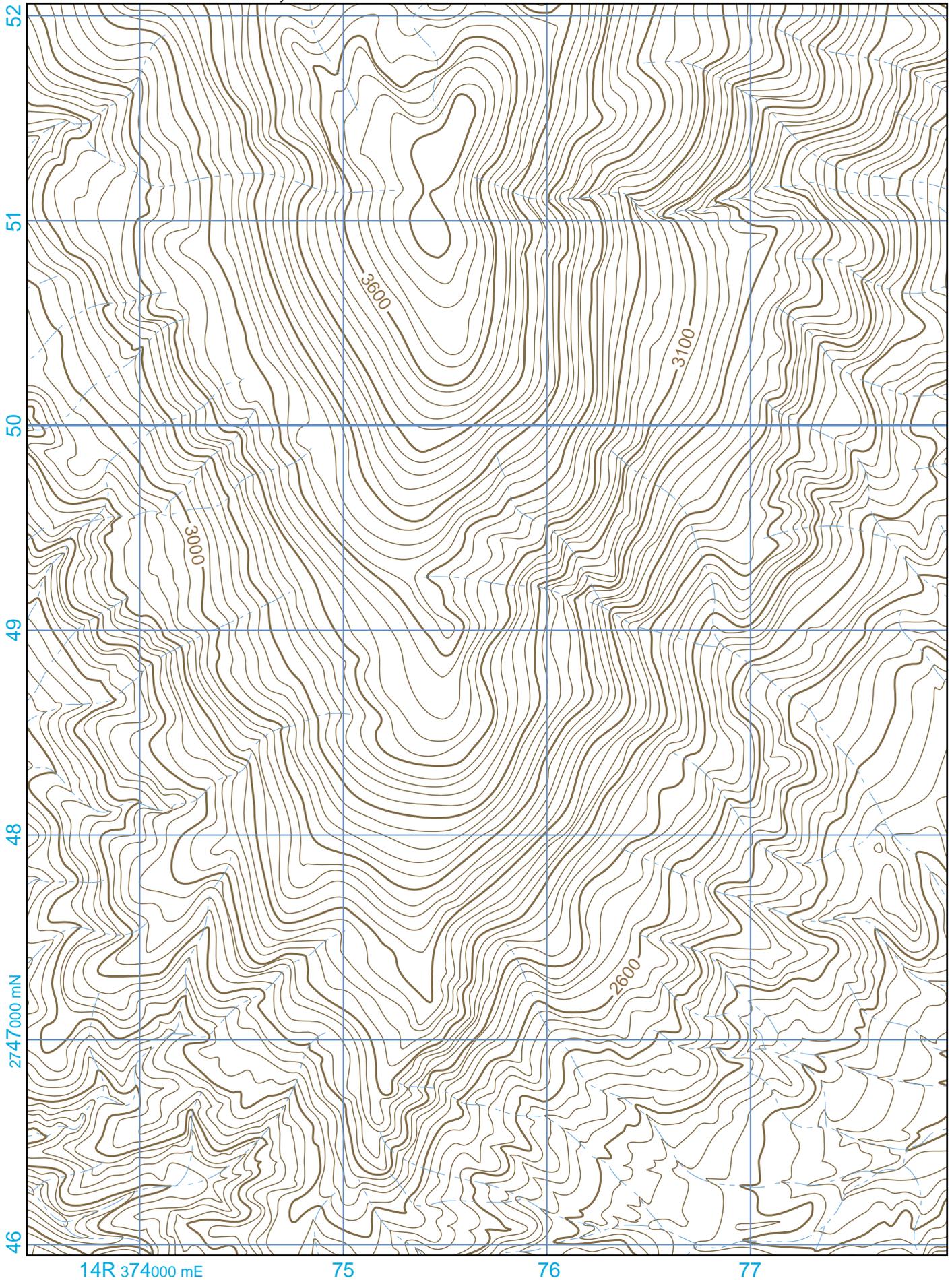


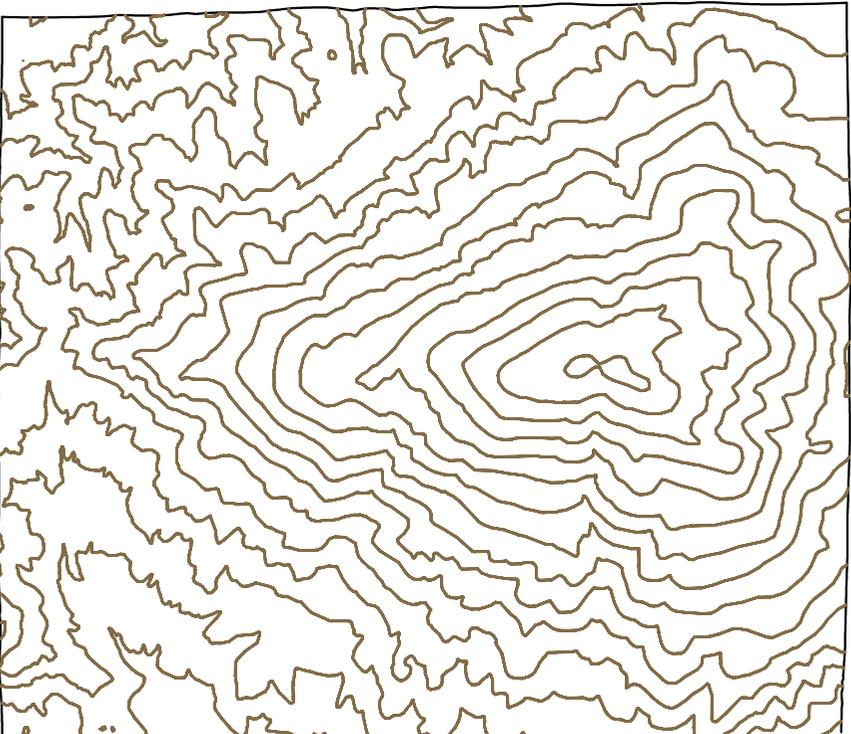
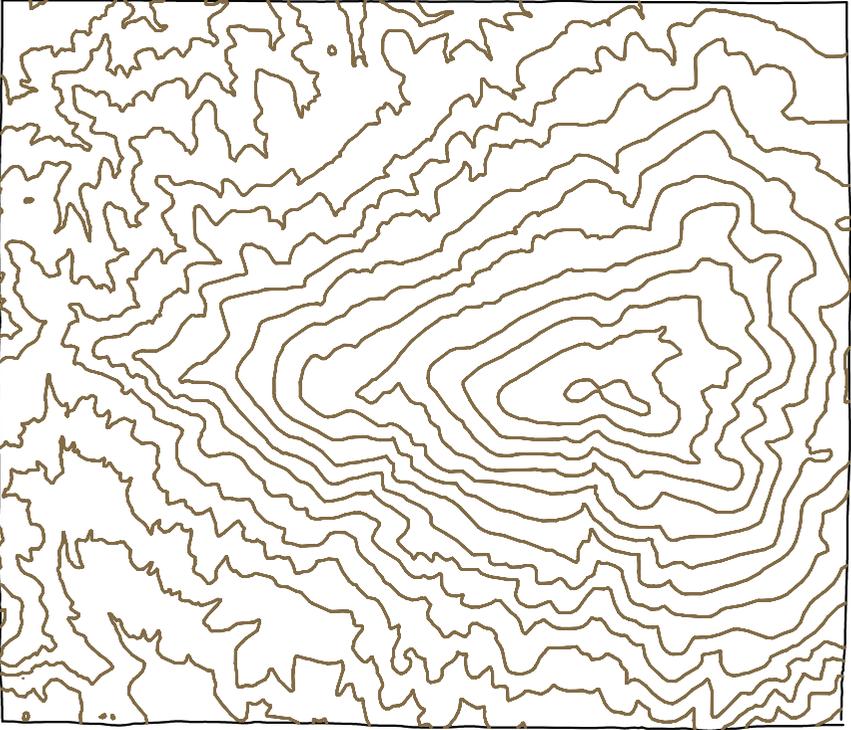
3050000 mN

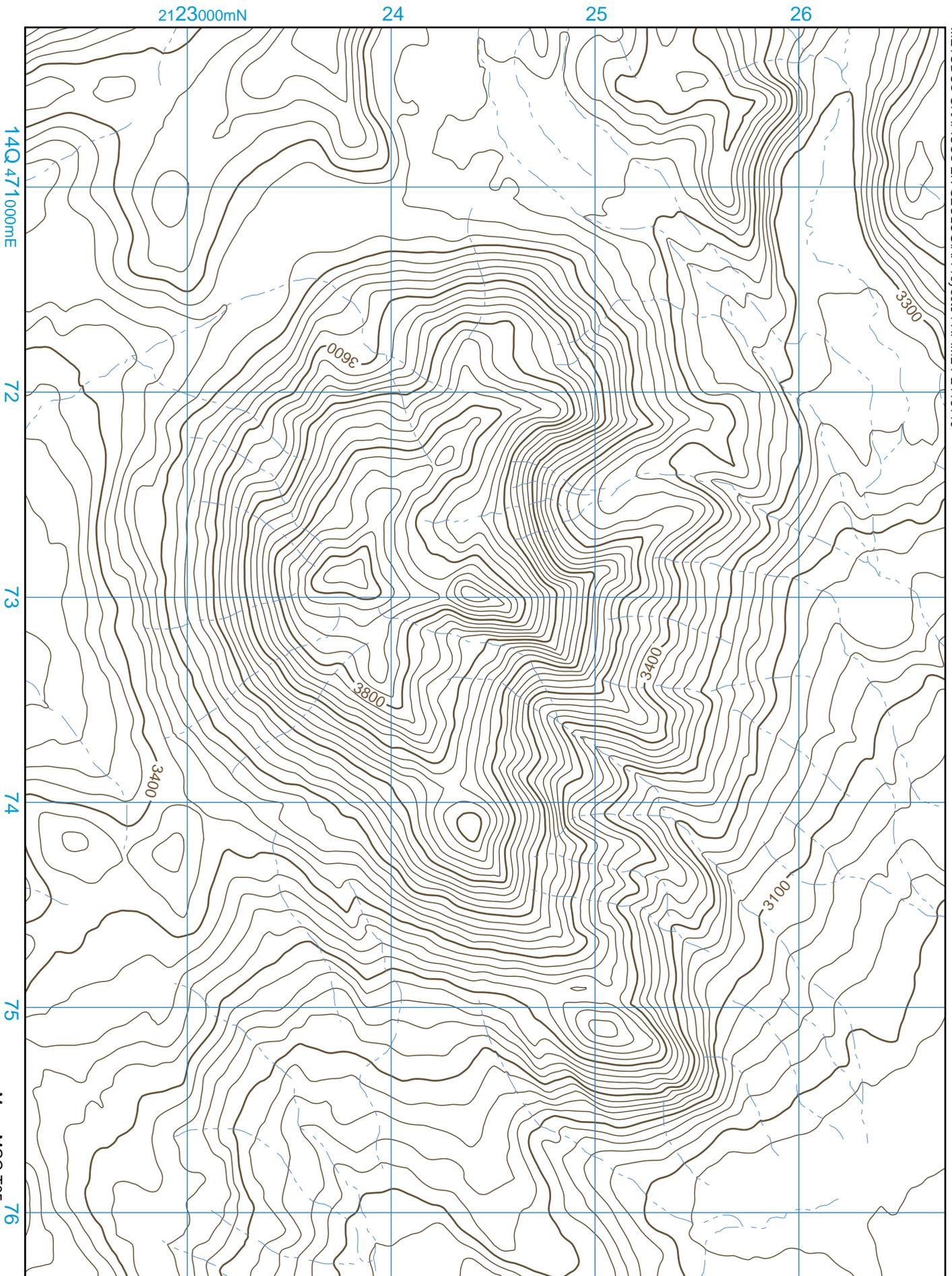
13R 776000 mE 77 78 79 80 81 82 83



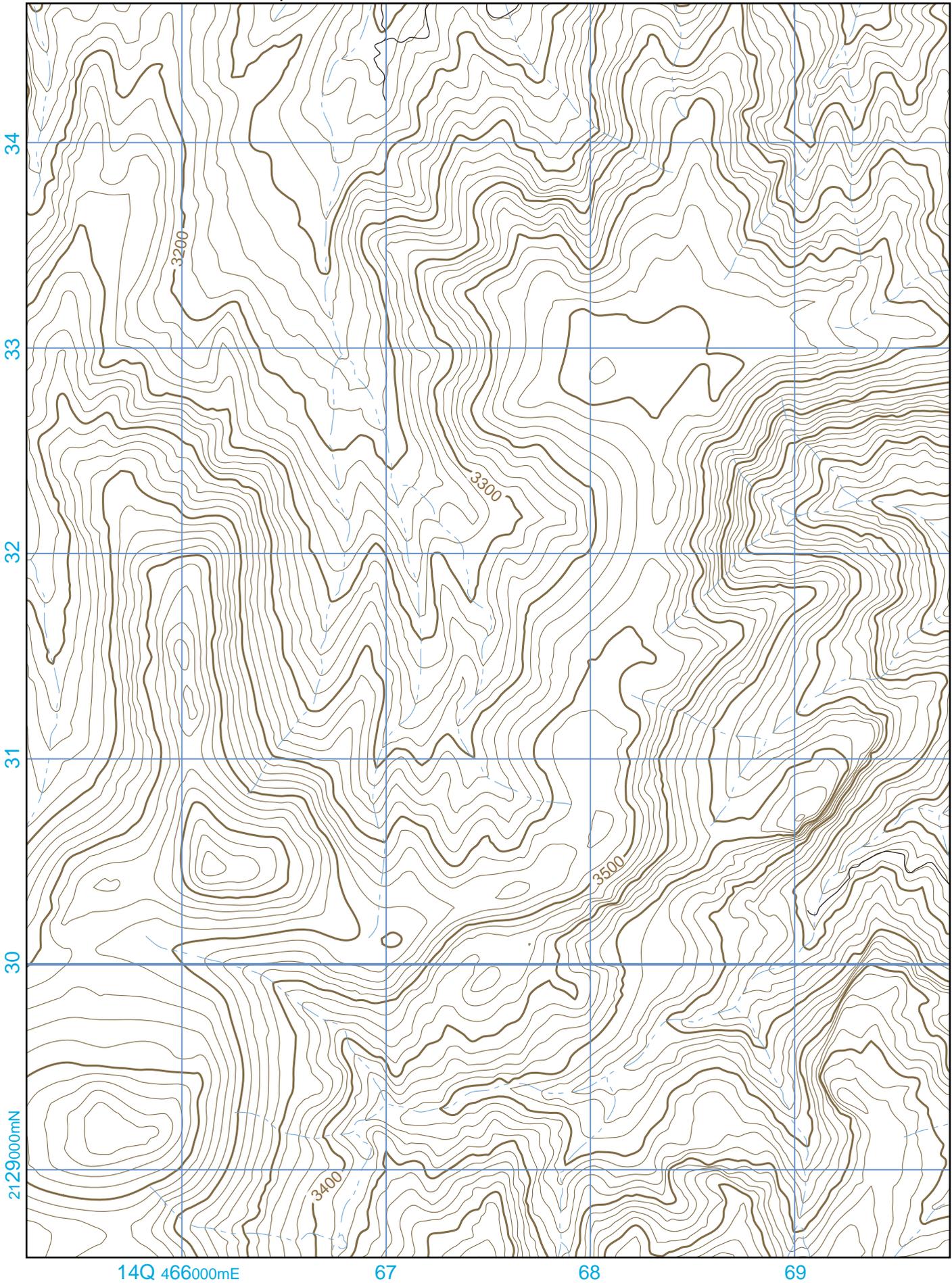


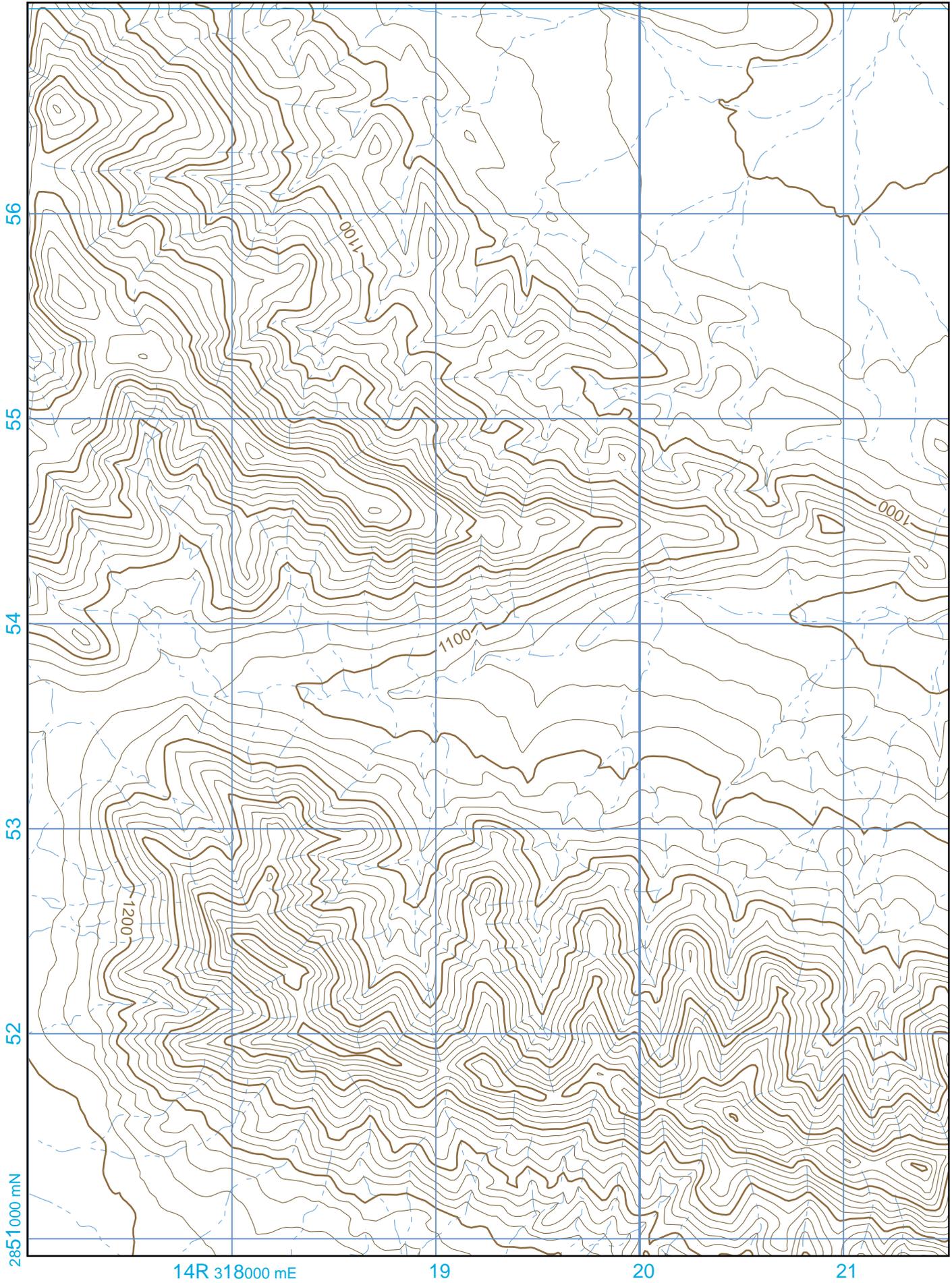


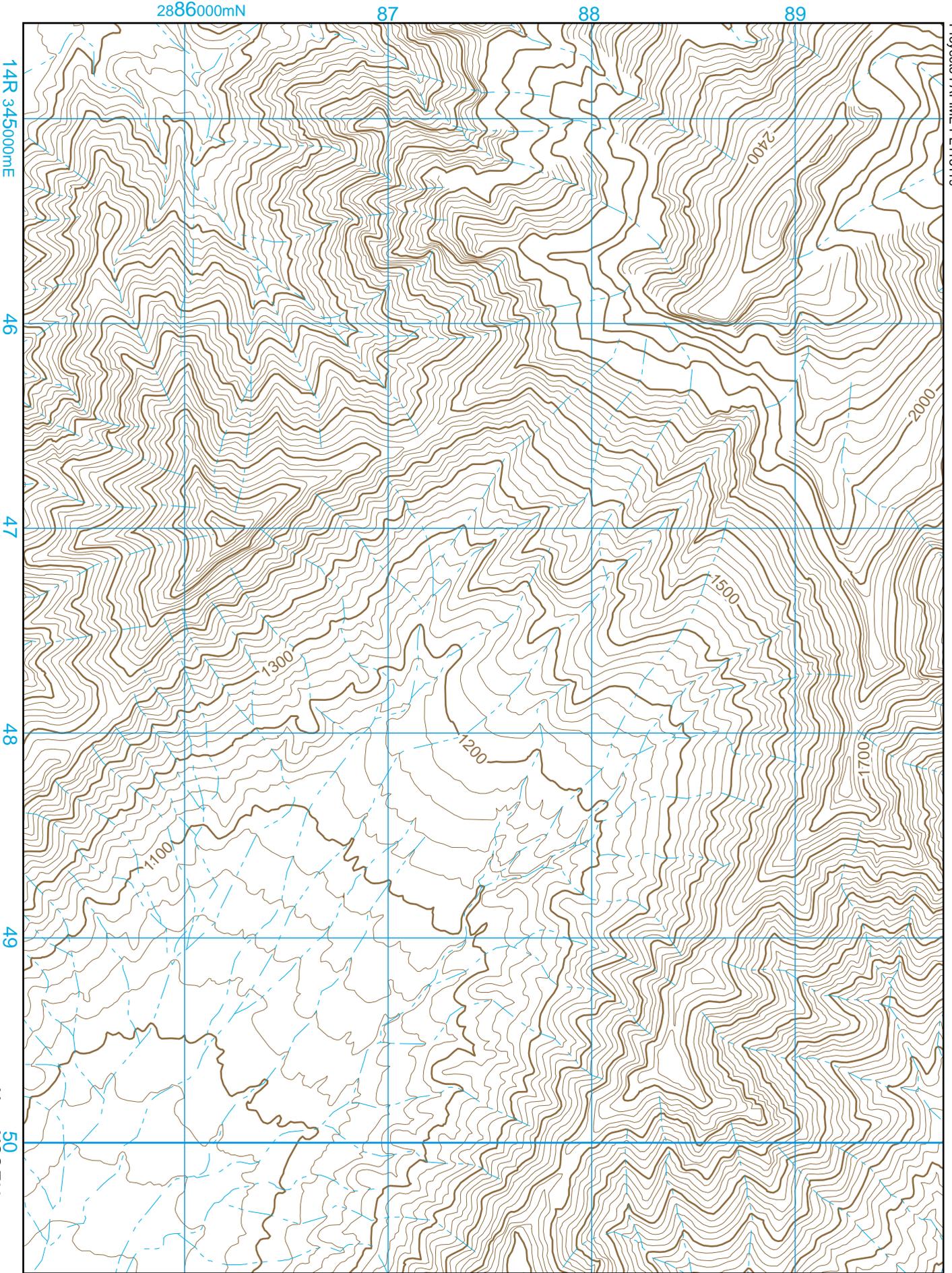


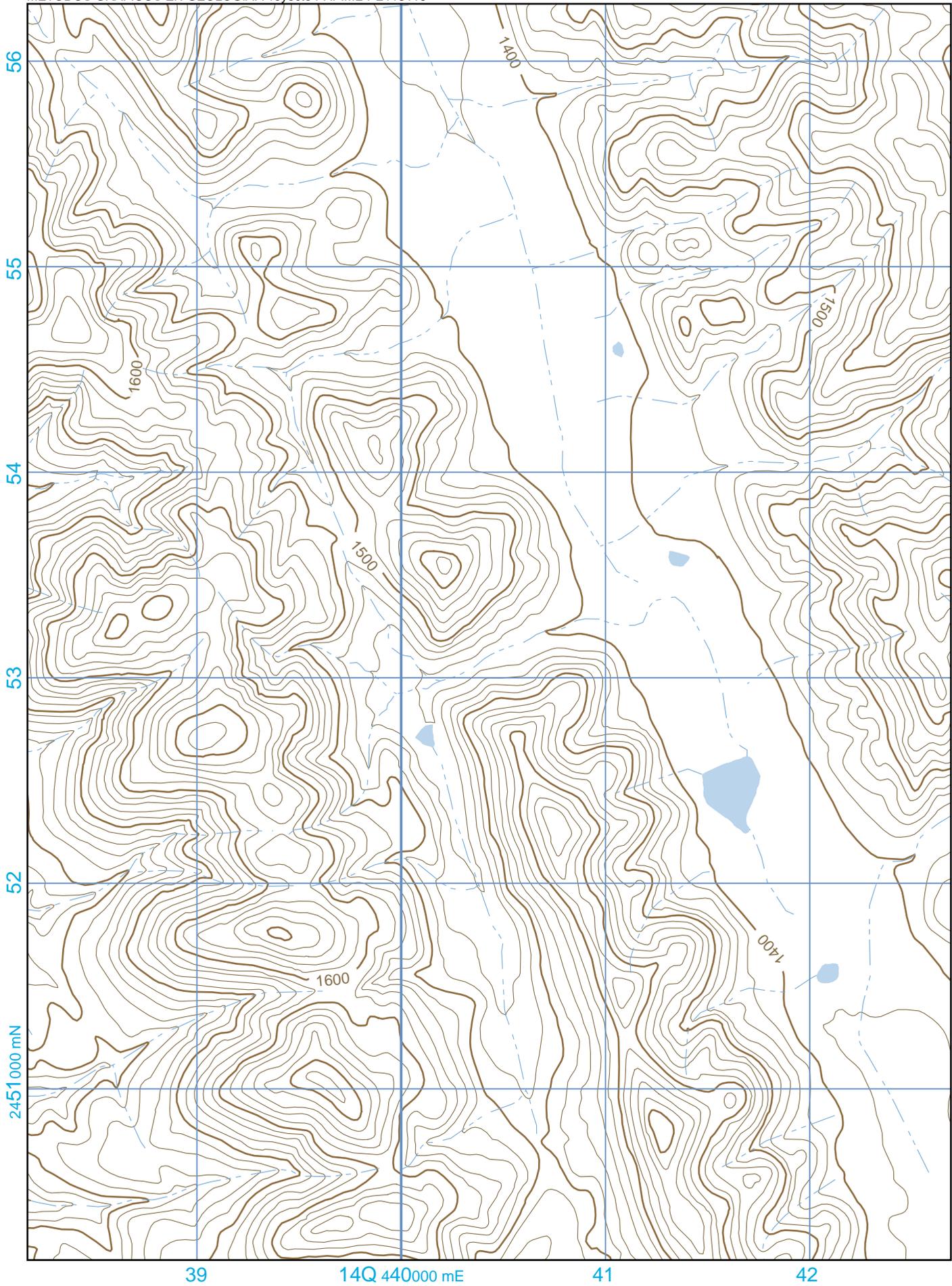


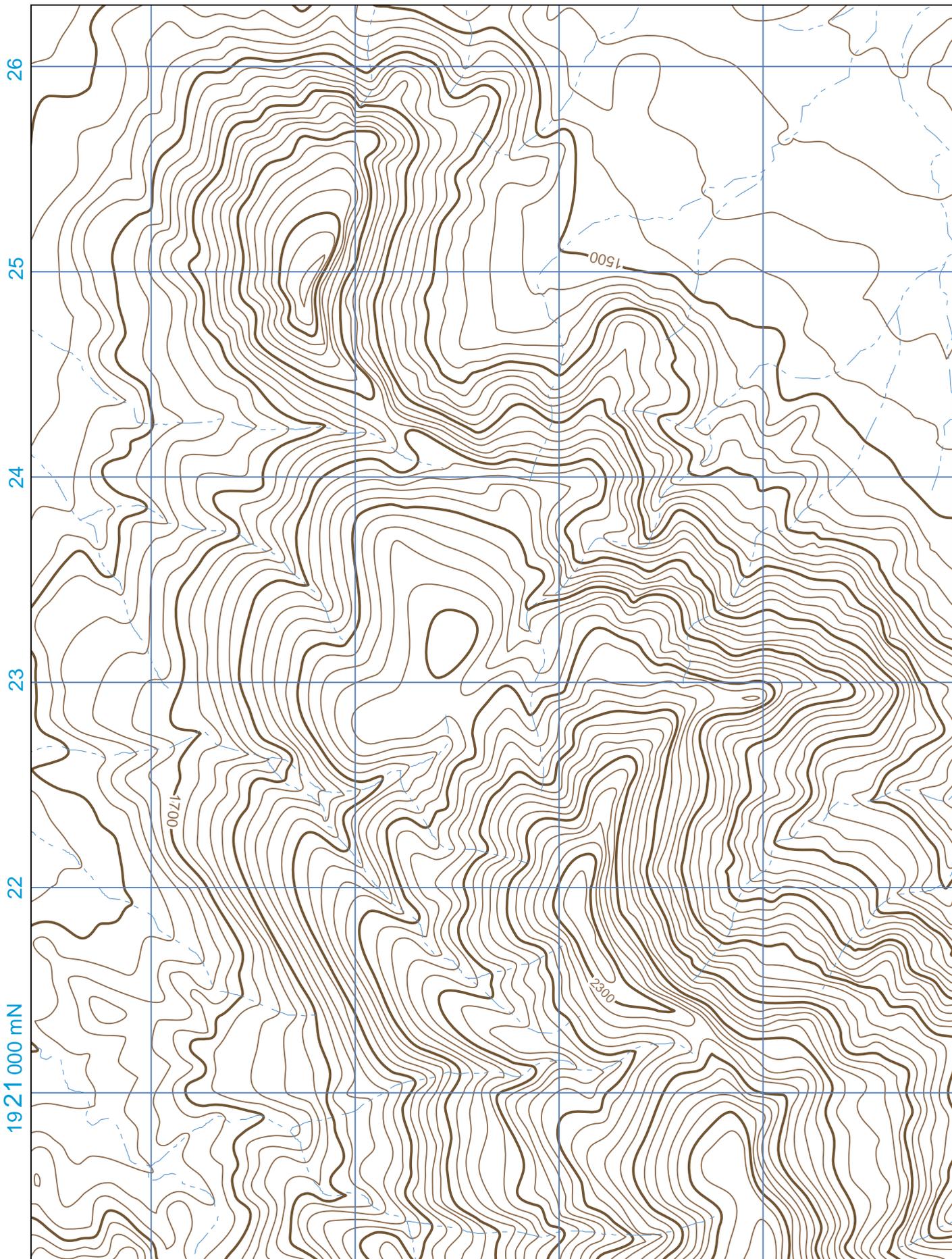
Mapa MGG T05
Tomado de INEGI (E14A49)











14Q 661000 mE

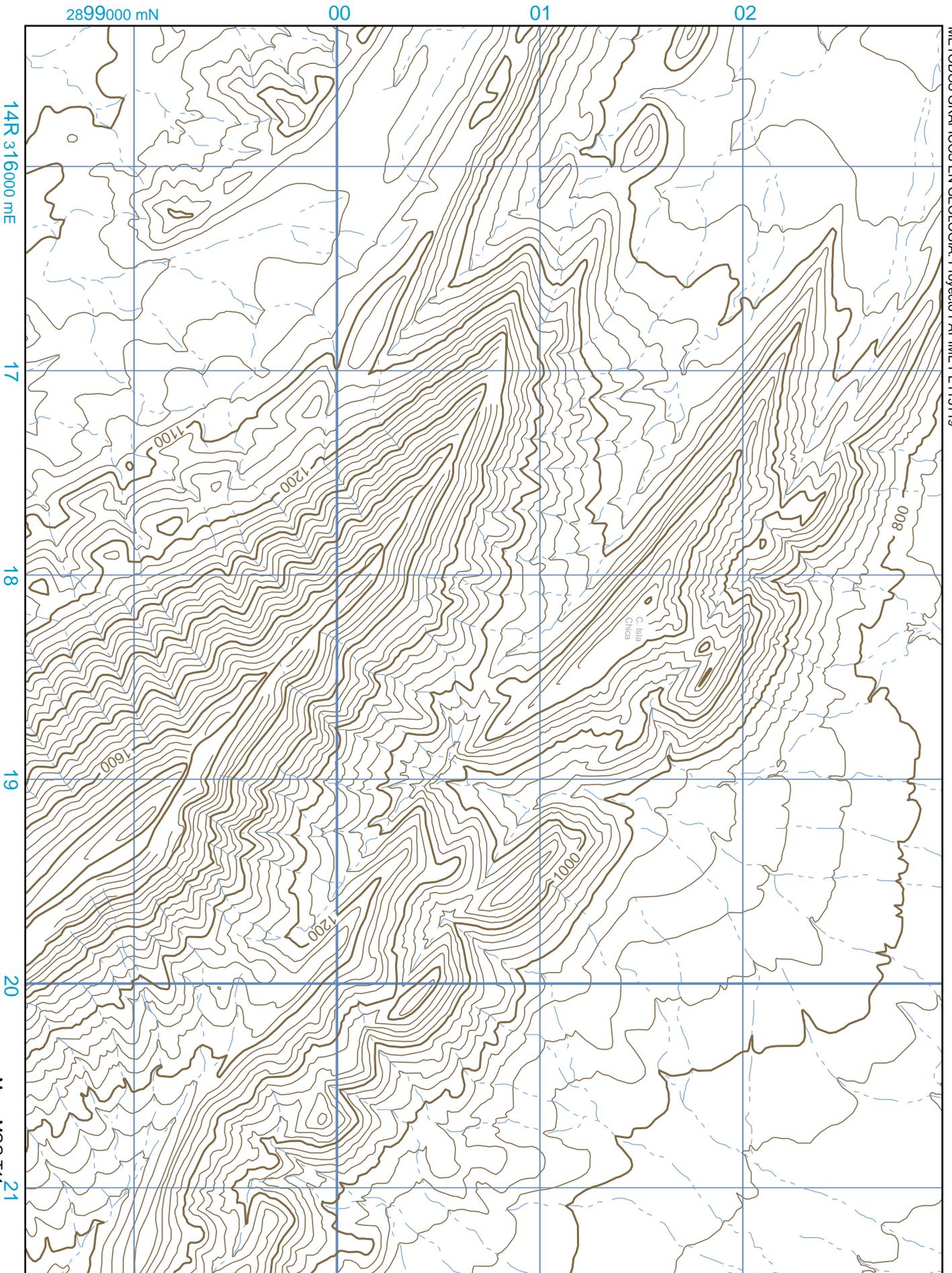
62

63

64

Mapa MGG T10
Tomado de INEGI (E14A75)





Mapa MGG T11
Tomado de INEGI (G14A84)

2800000 mN

01

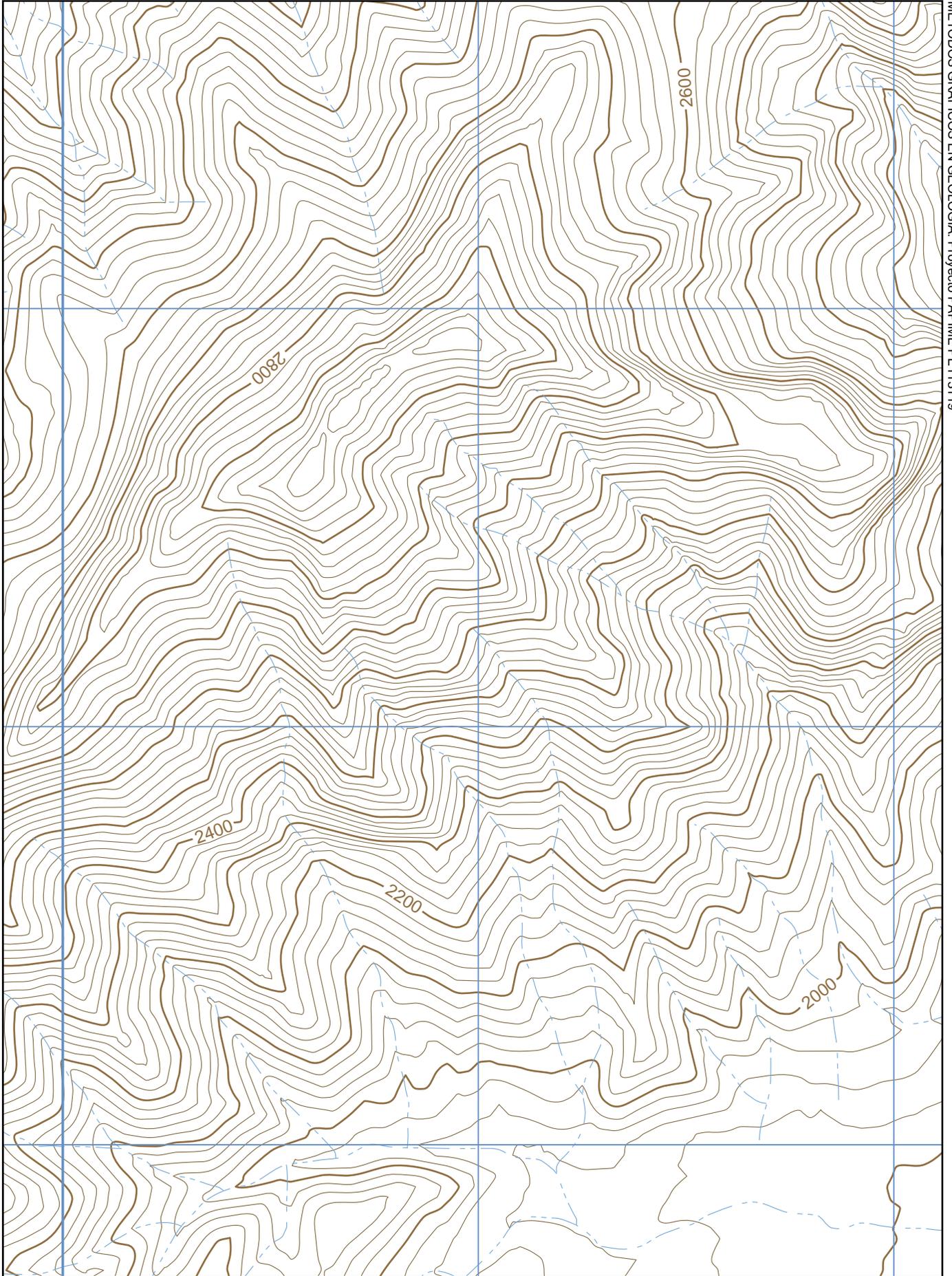
MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA. Proyecto PAPIME PE113119

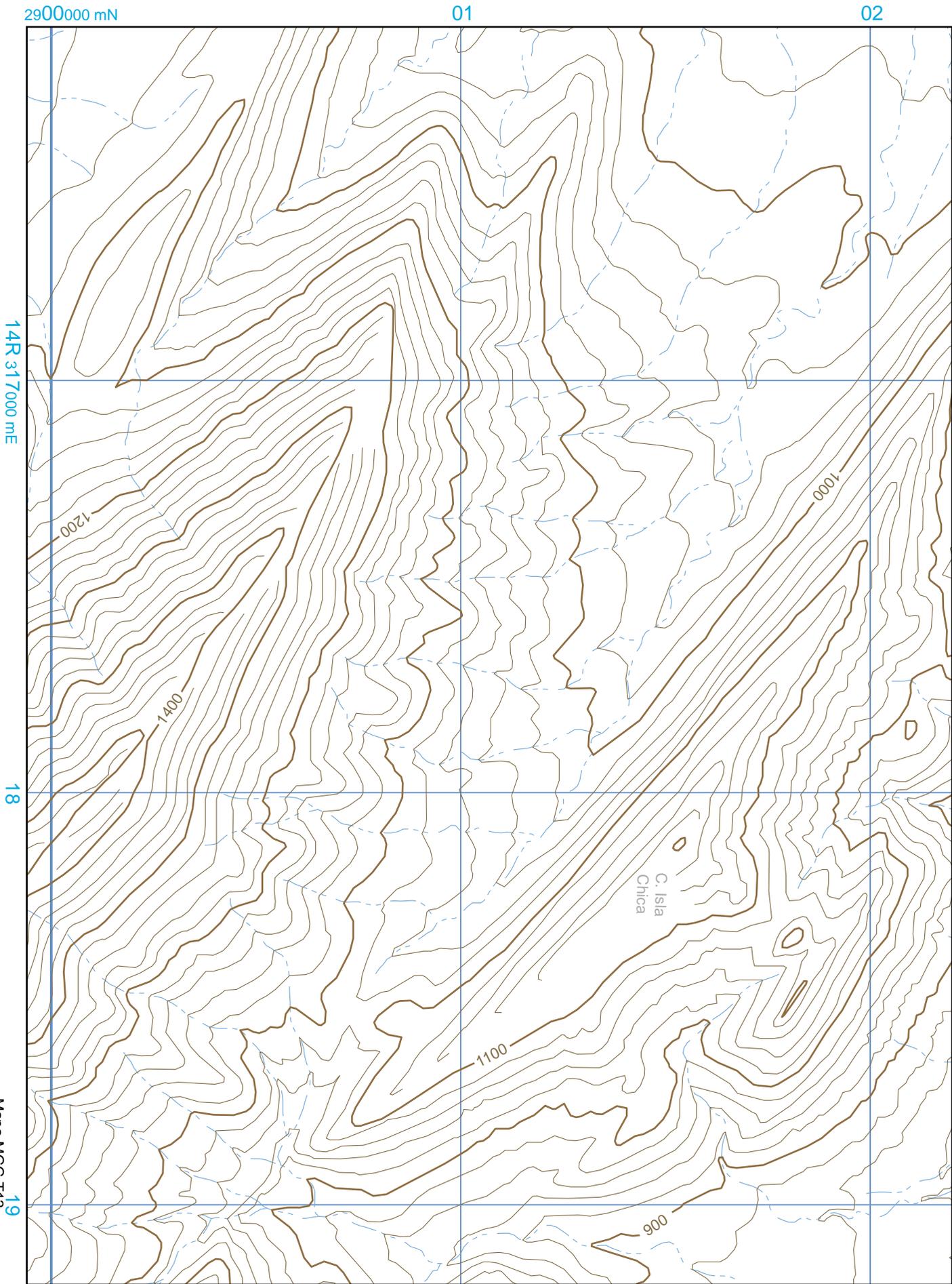
14R 371000 mE

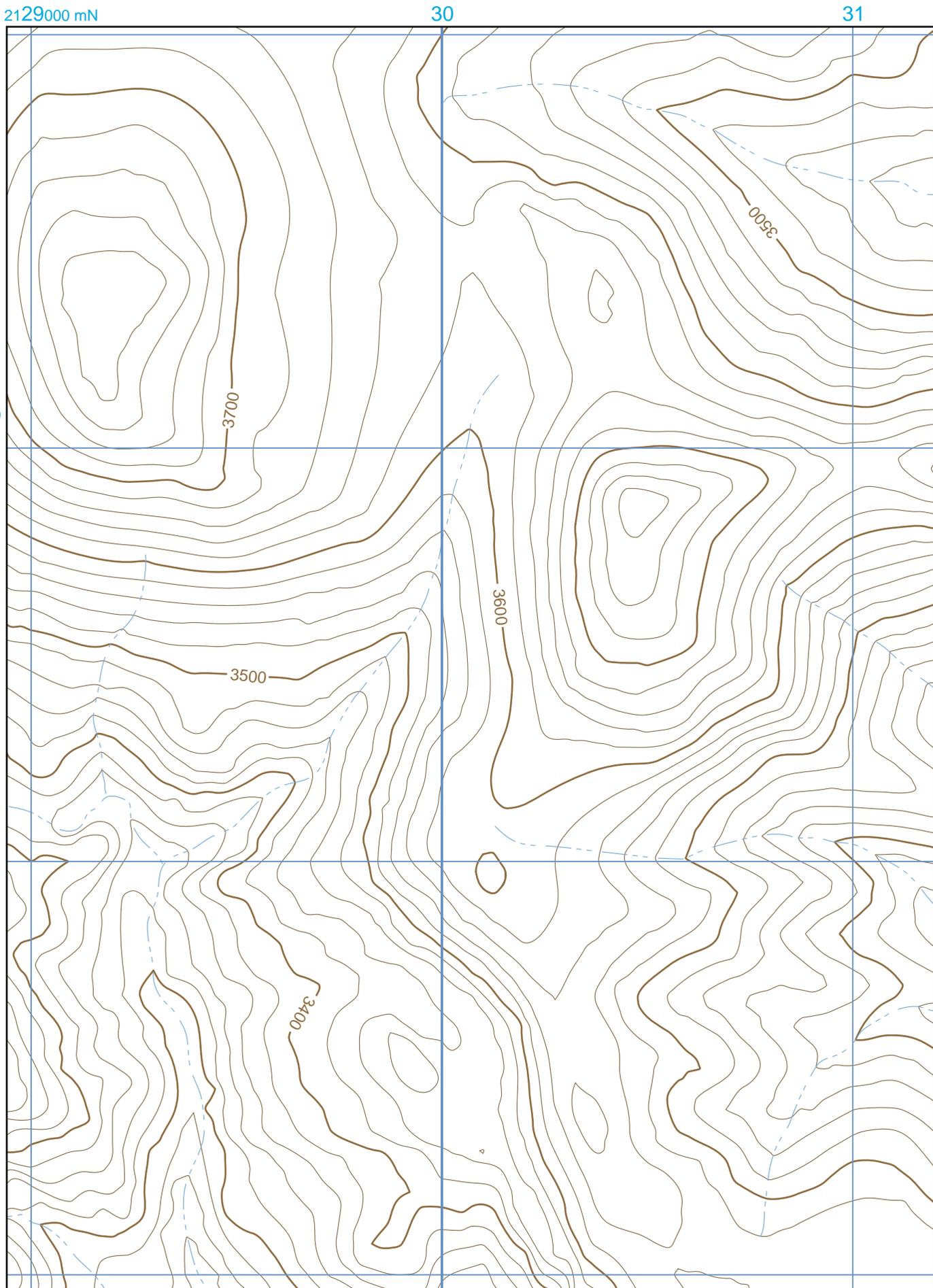
72

73

Mapa MGG T12
Tomado de INEGI (G14C36)







30

2929000 mN

1200

1300

1400

1200

1000

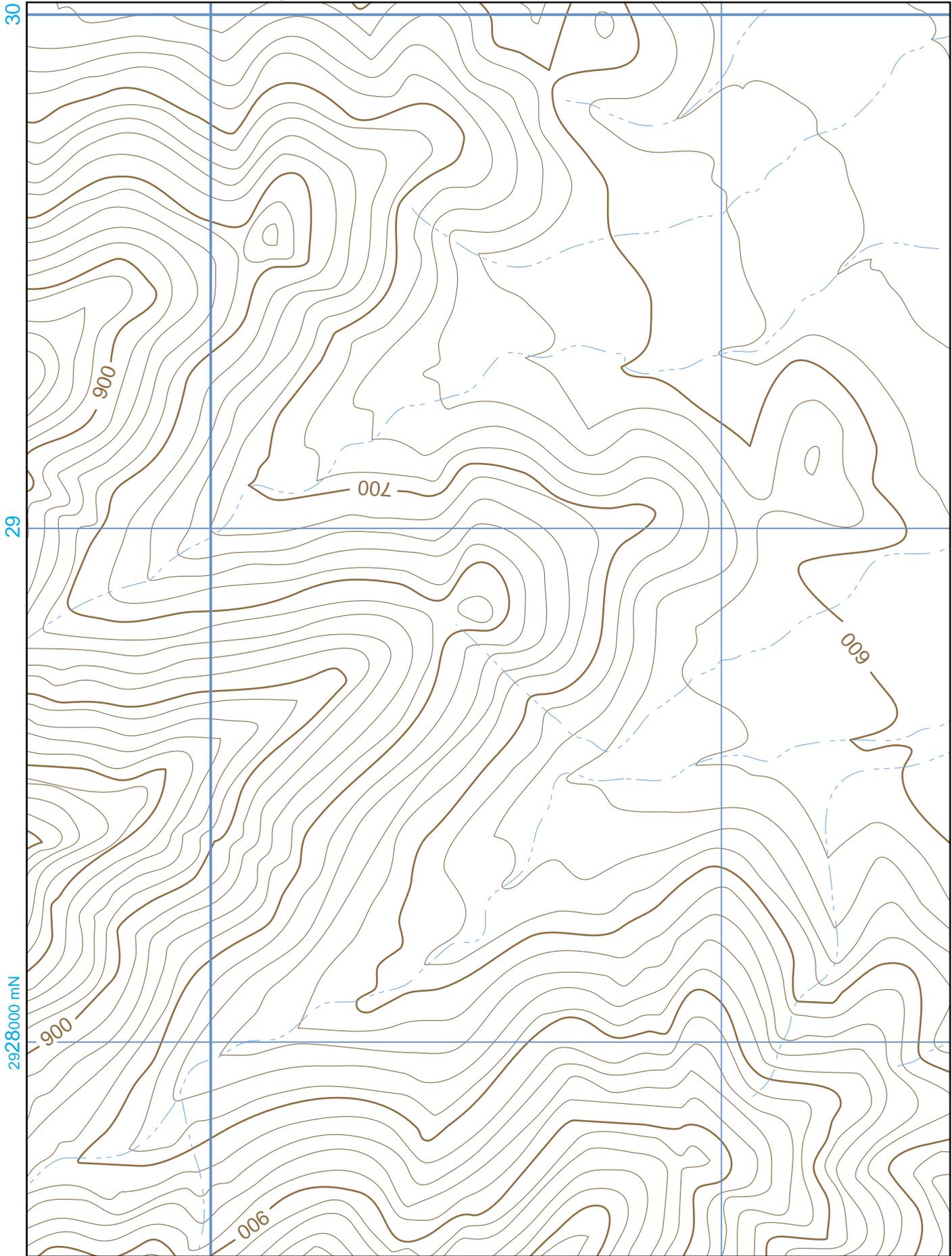
800

600

14R 348000 mE

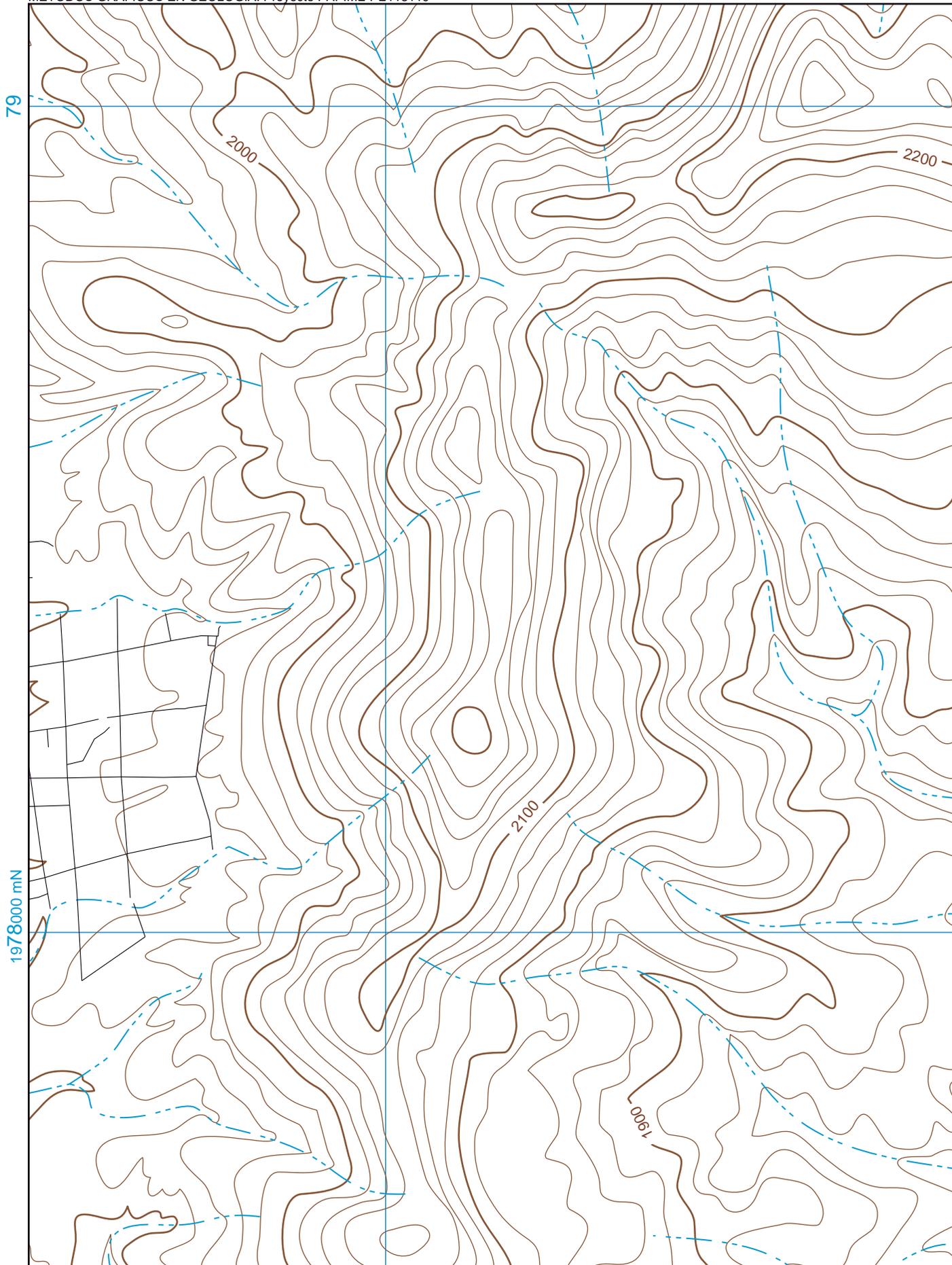
49

50

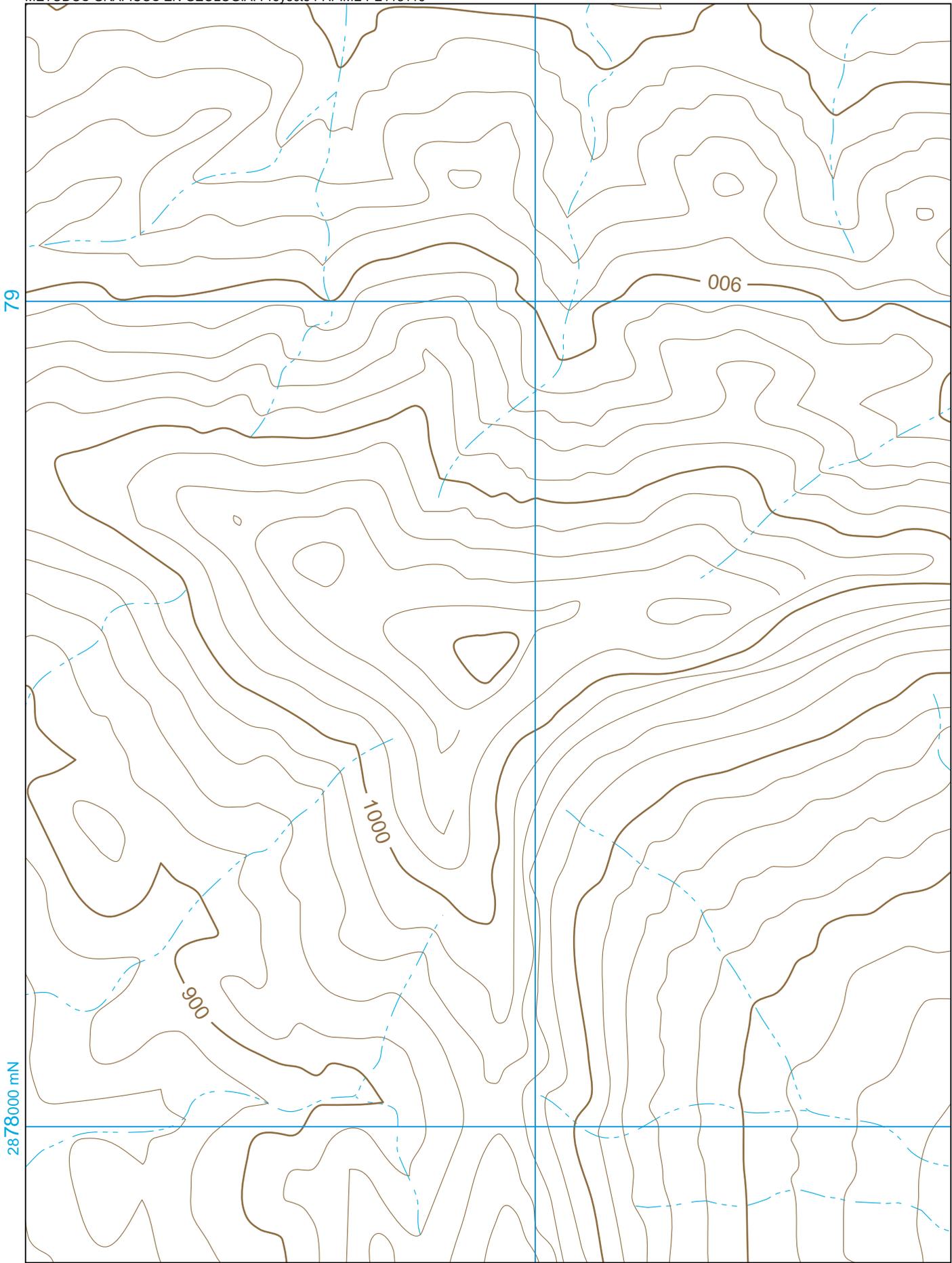


14R 35000 mE

51



14Q 626000 mE



79

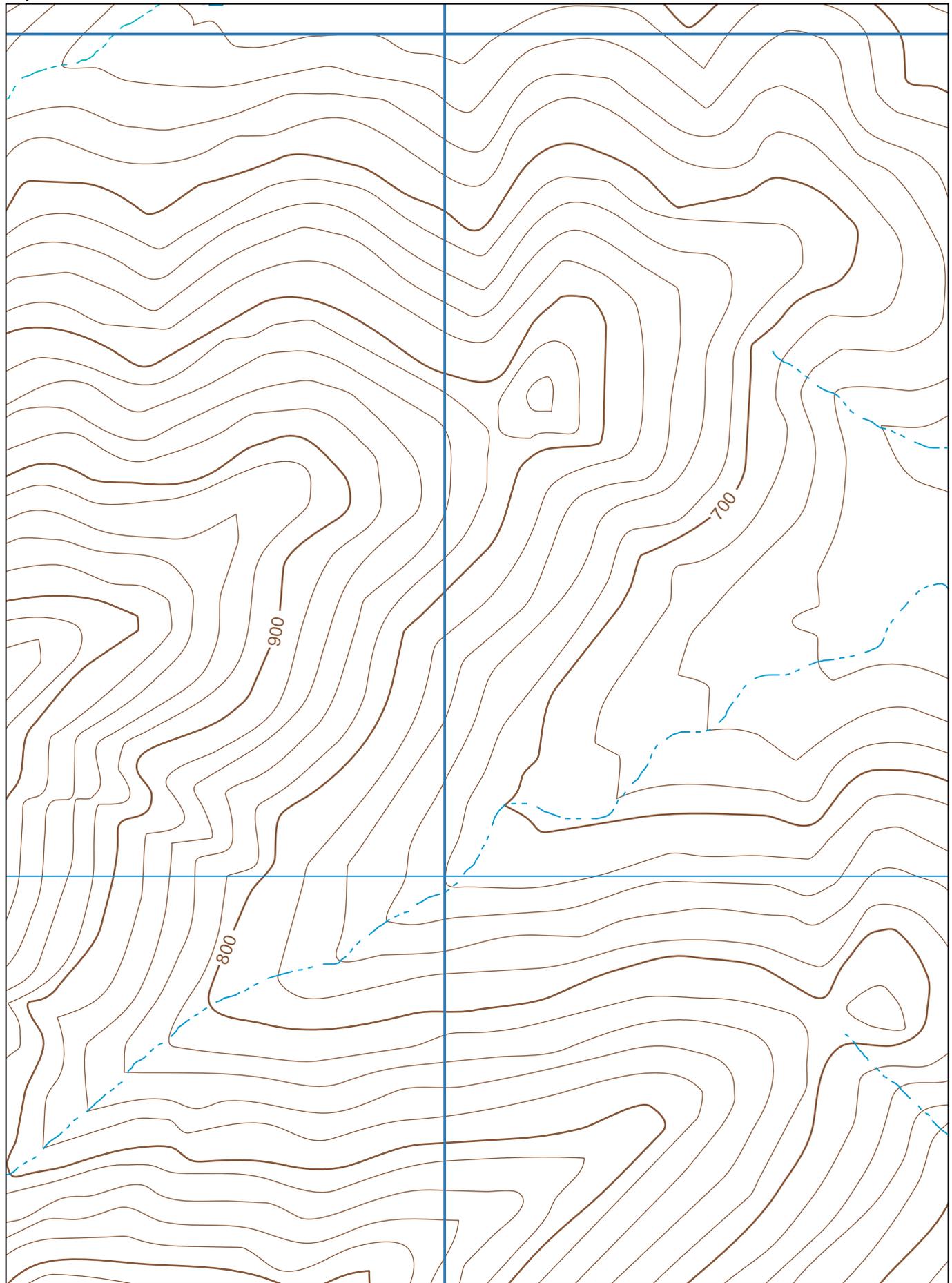
006

1000

900

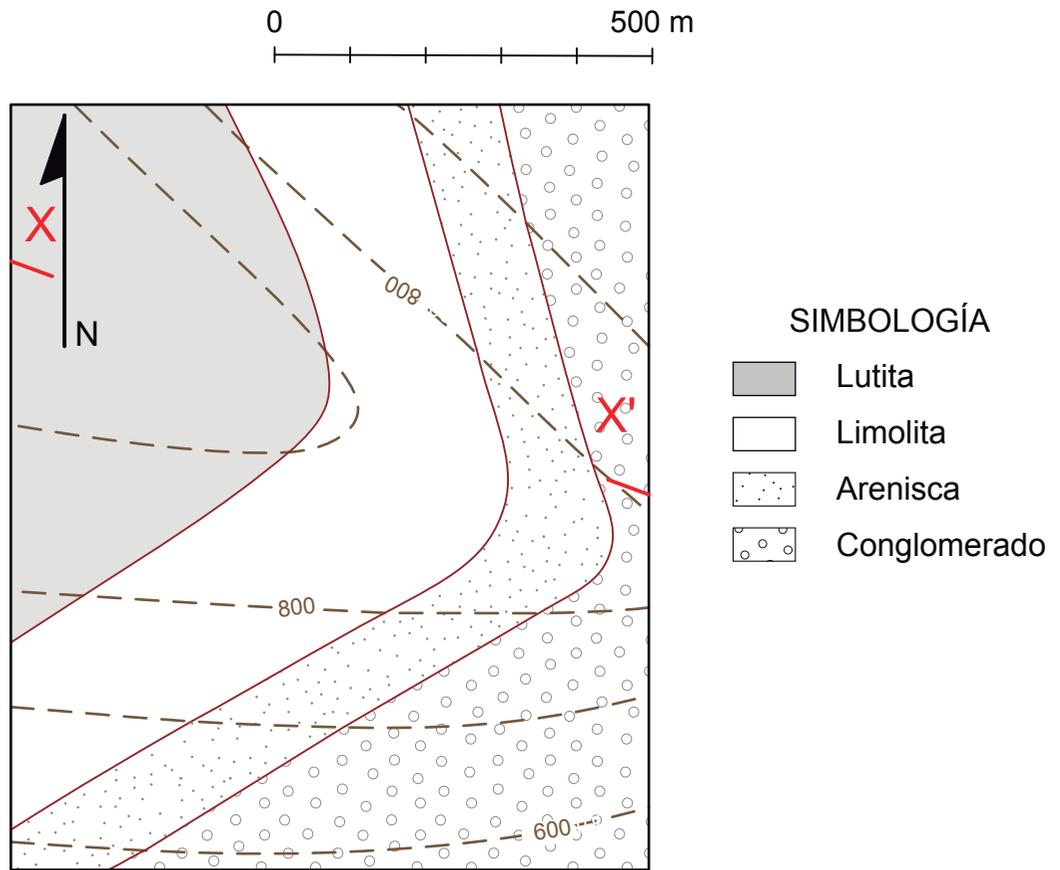
2878000 mN

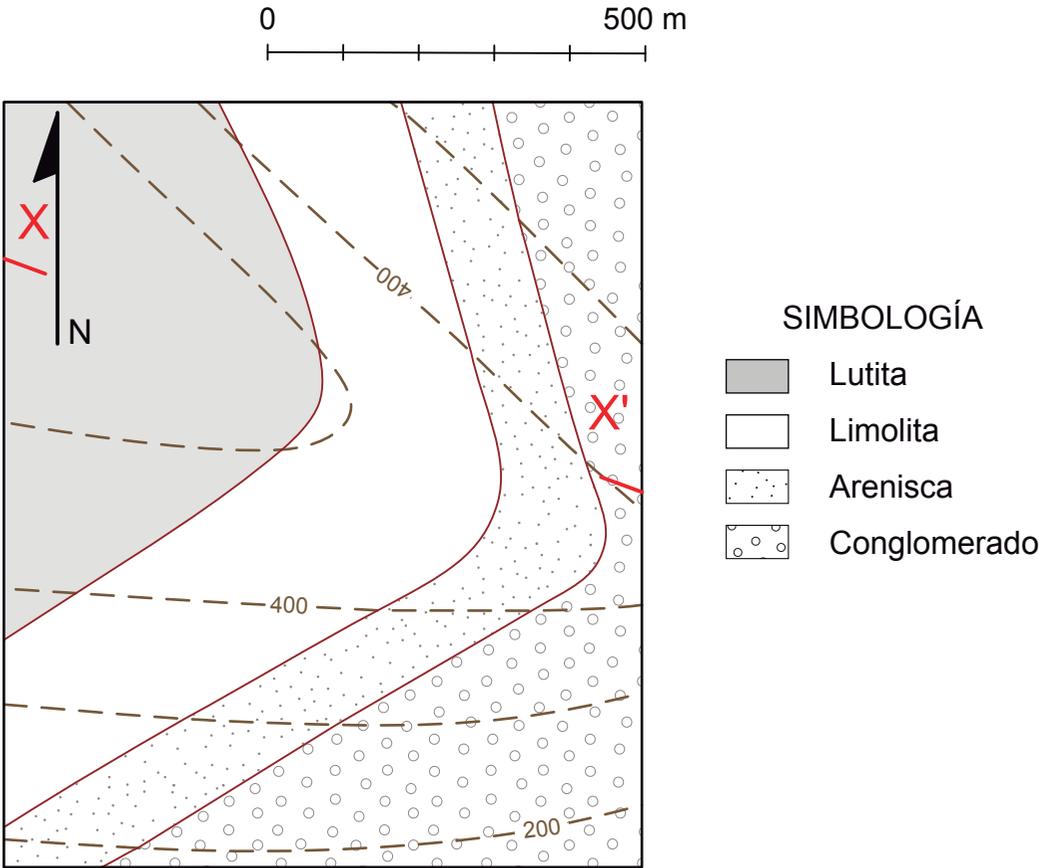
14R 326000 mE

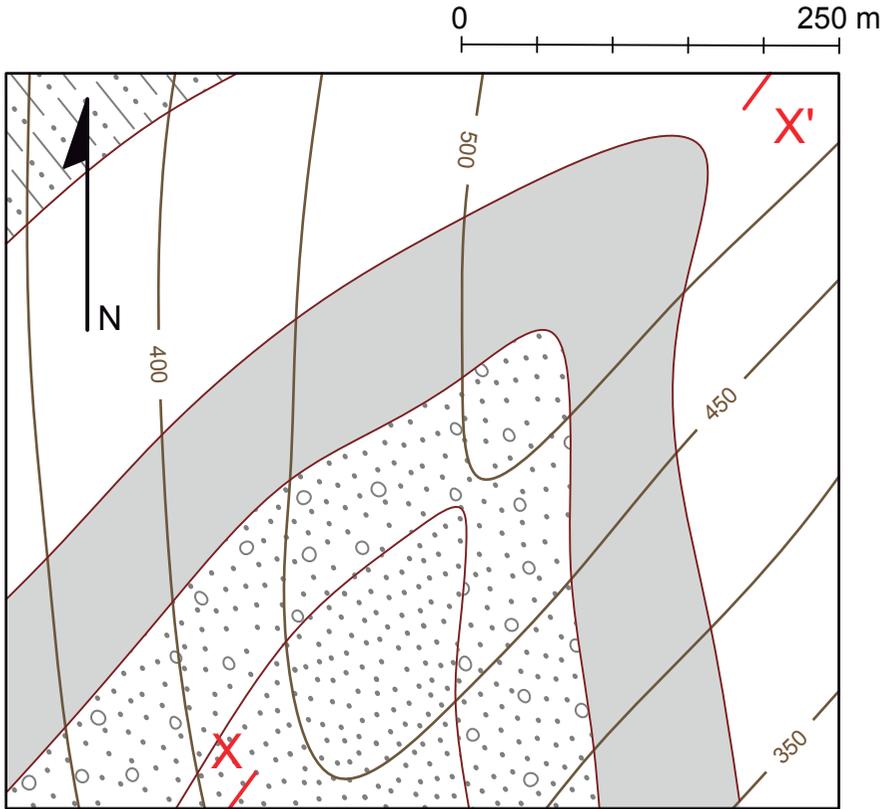


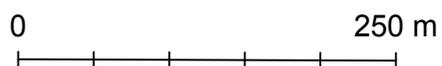
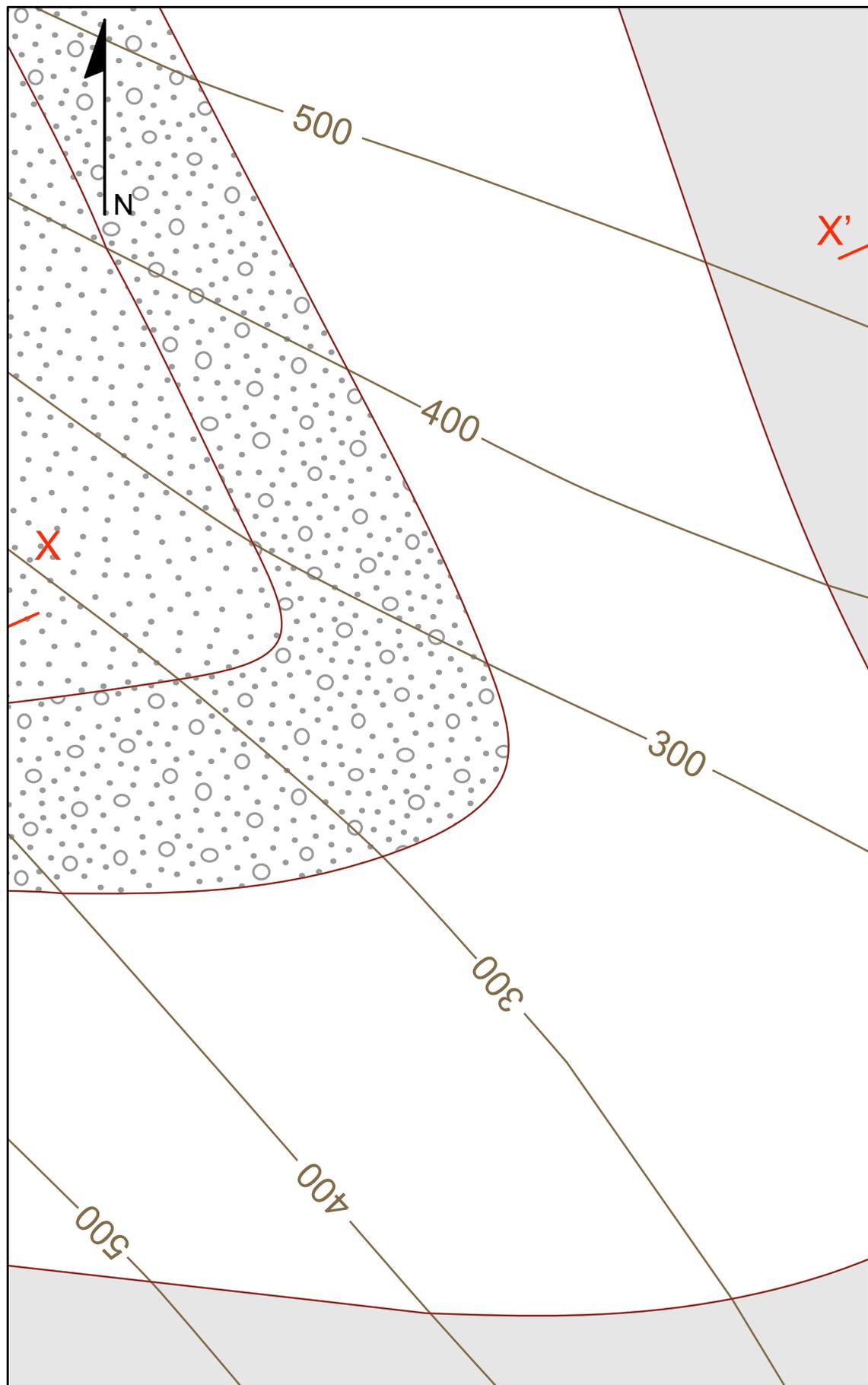
2929000 mN

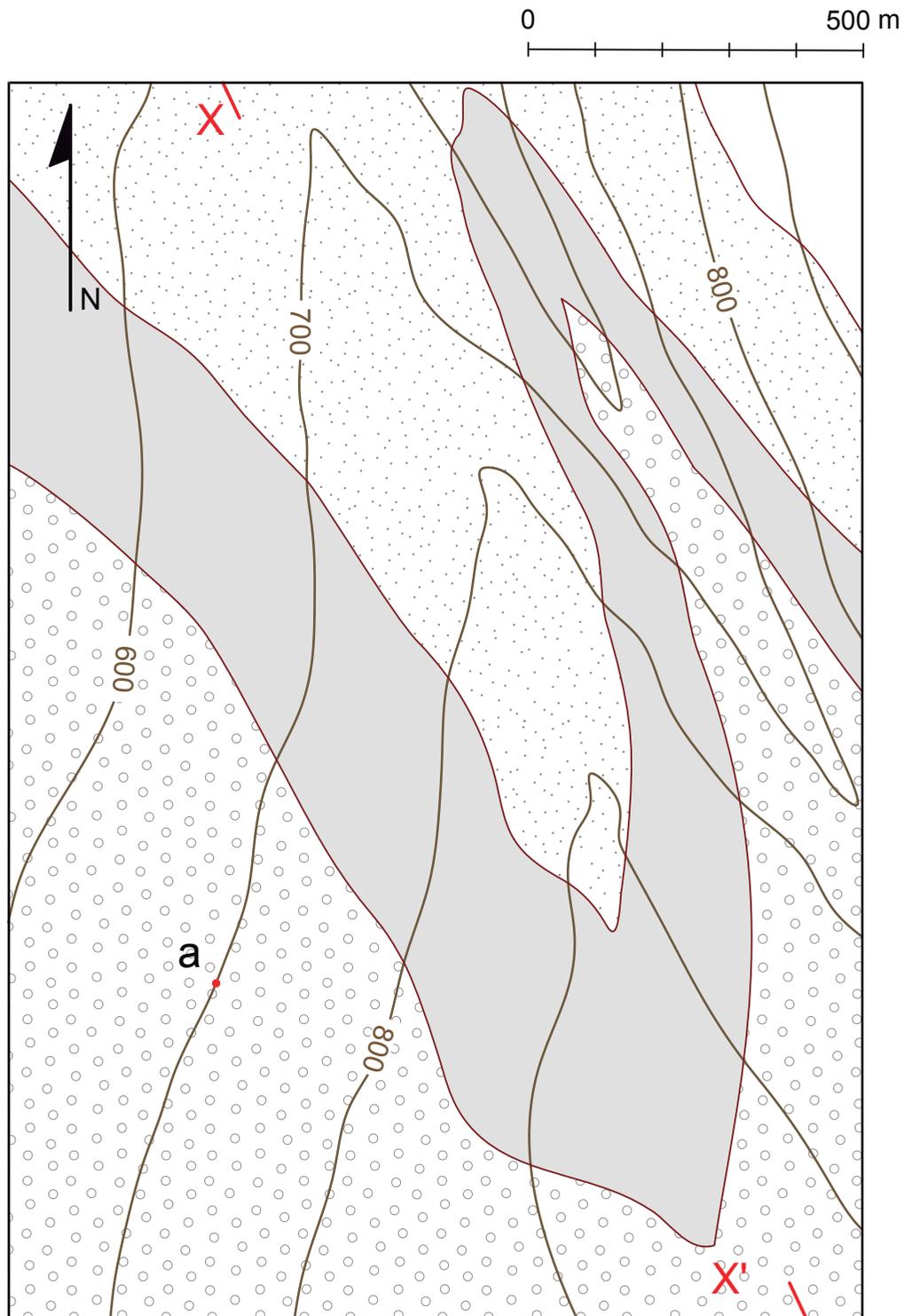
14R 35000 mE

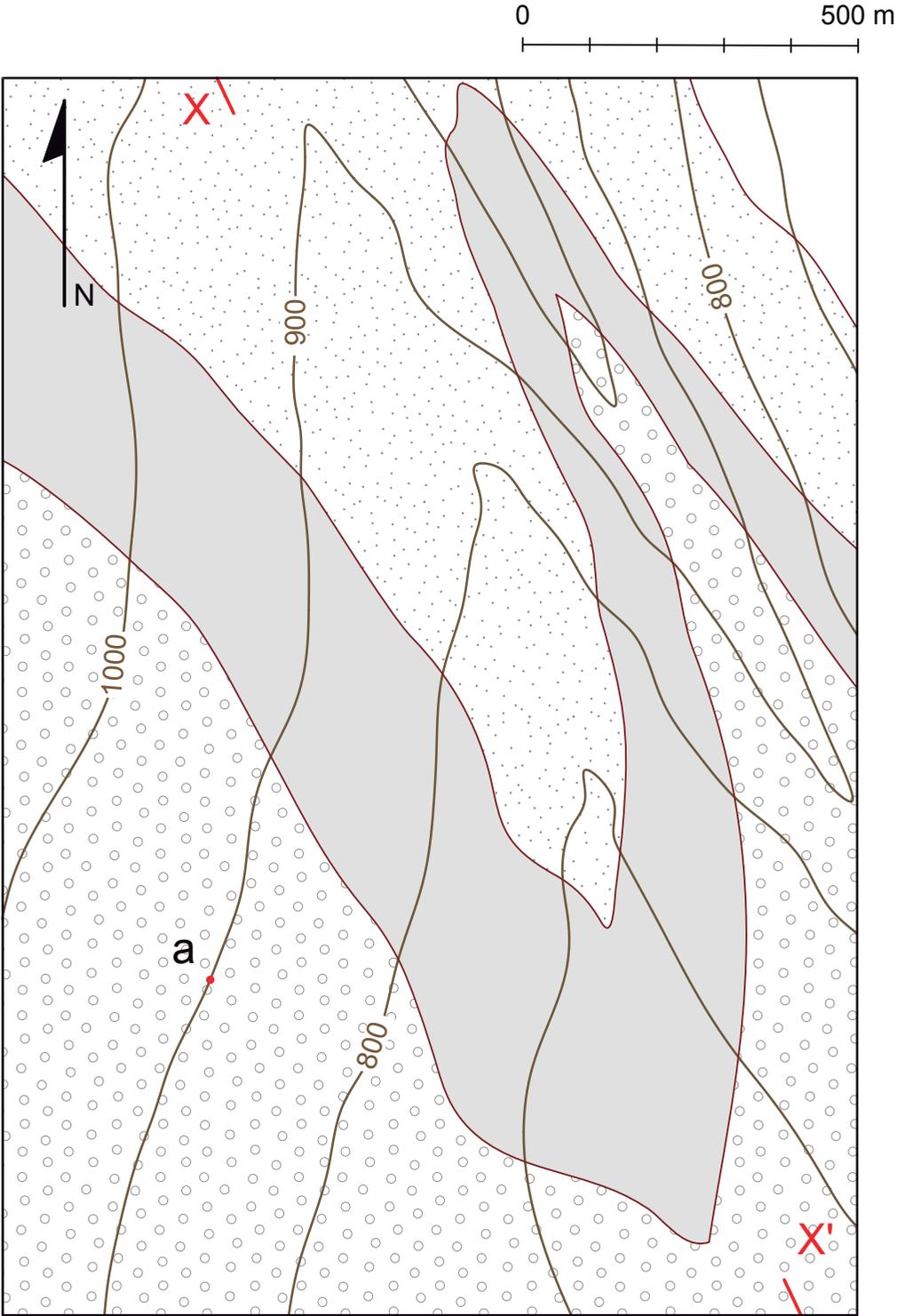


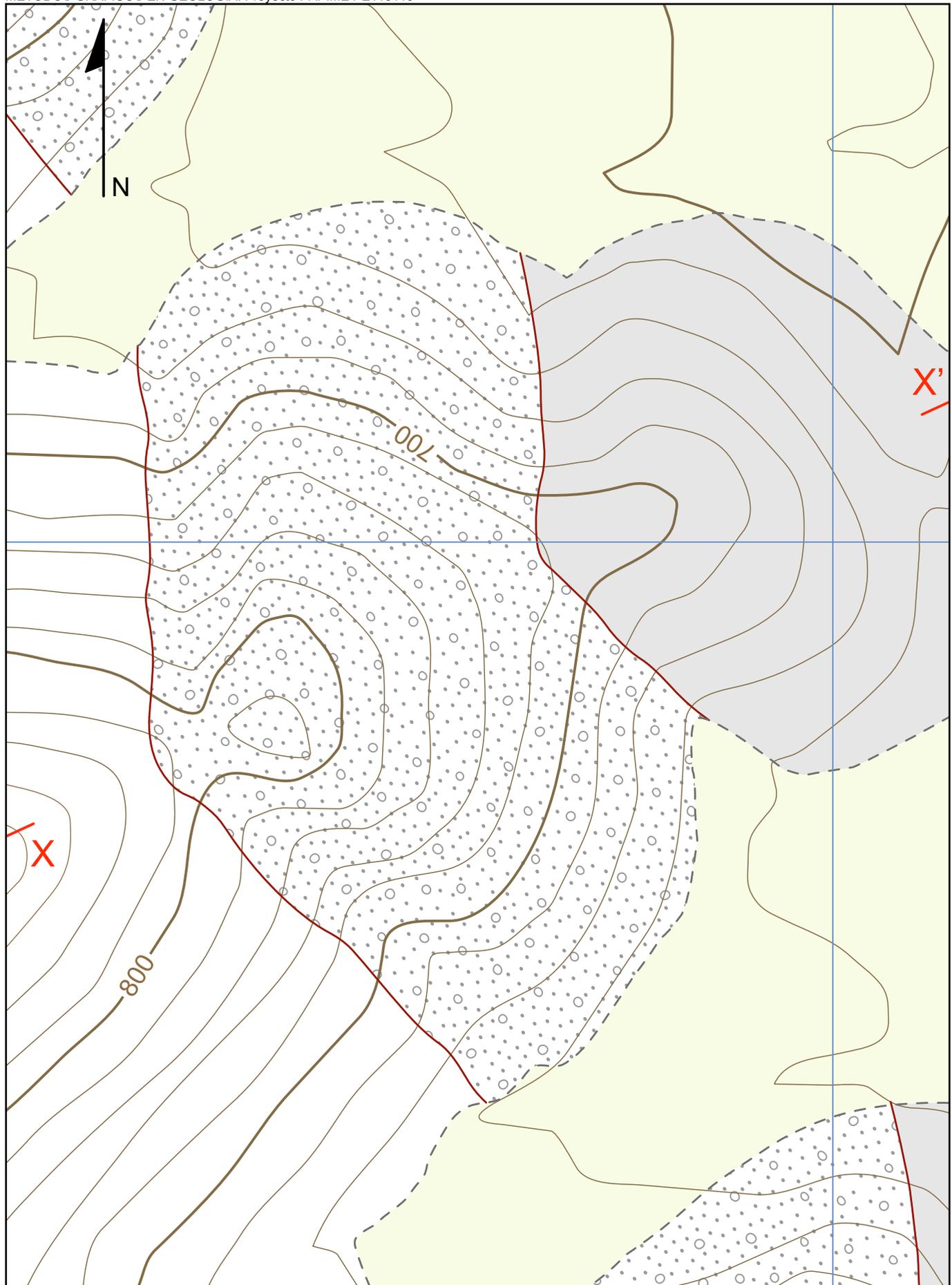




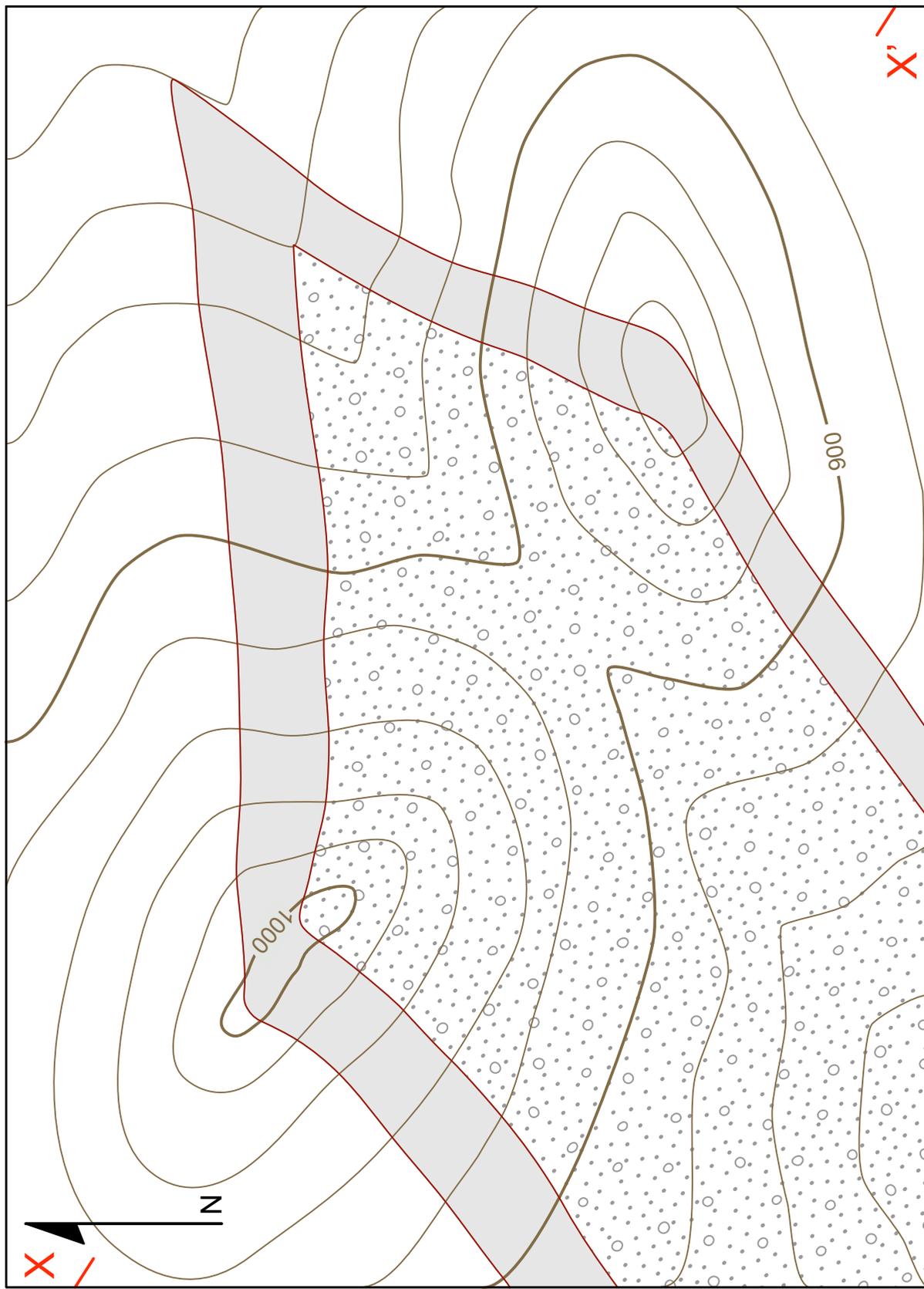


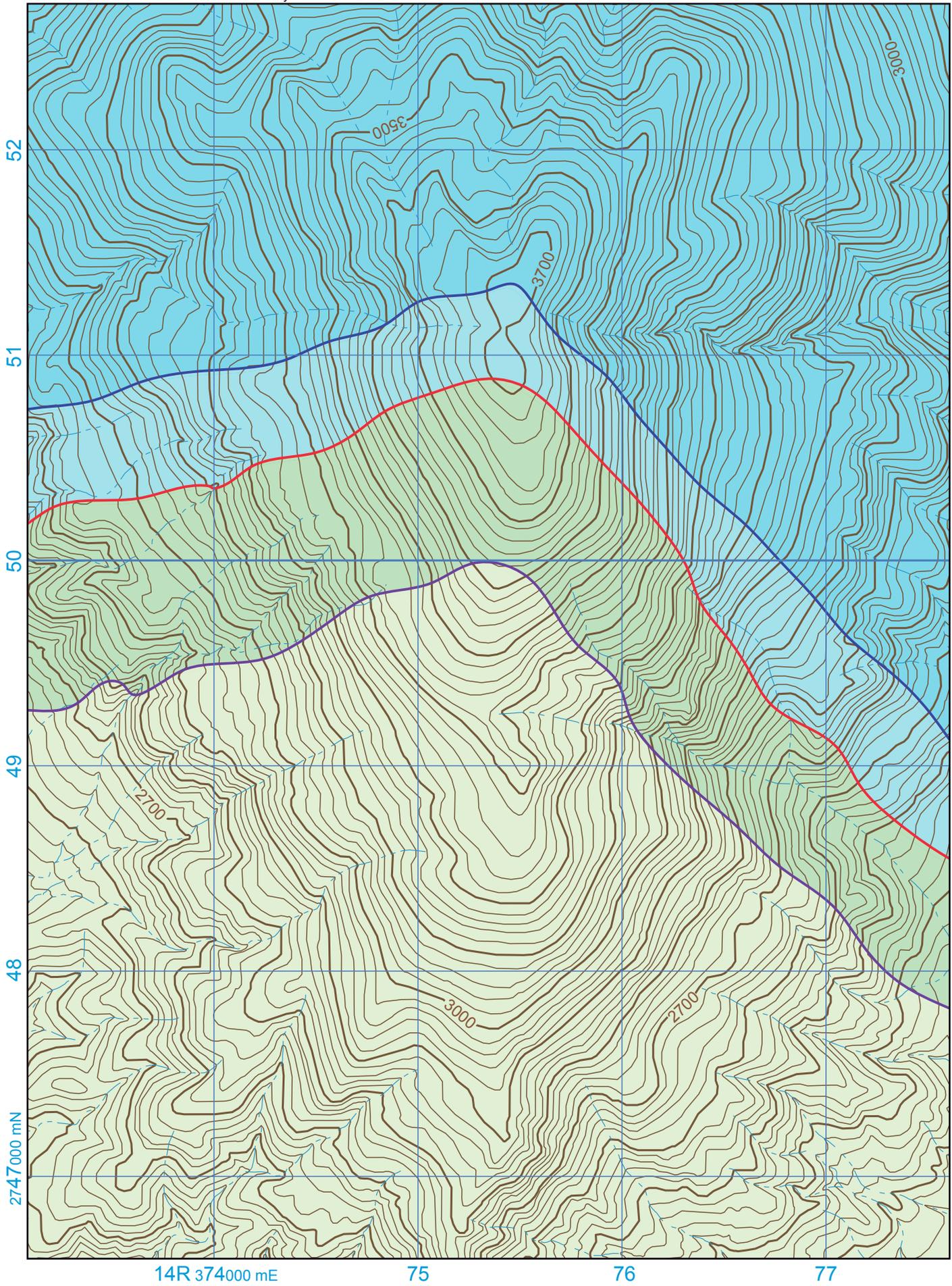






0 200 m





BIBLIOGRAFÍA

- De la Torre-Carbó, M., 2001. Geometría descriptiva. FES Acatlán, Universidad Nacional Autónoma de México.
- De la Rosa Mora, O.A., 2021. Cartografía geológica y origen de la estructura en flor de Cerro Pelón, Veracruz. Borde de la Cuenca Salina, Sureste de México. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Gordon, V.O. y Sementsov-Oguyevski. M.A., 1973. Curso de Geometría Descriptiva. Editorial Mir, Moscú.
- Hawk, M.C., 1970. Teoría y Problemas de Geometría Descriptiva. Serie de compendios Schaum. Libros McGraw-Hill. 216 p.
- Holliday-Darr, K., 2000. Geometría Descriptiva Aplicada. 2da edición. Trads. Minami-Koyama, Y., Miranda-Cordero, L.O., y Arenas-González, A., Internacional Thomson Editores. México.
- Howarth, R.J., 1996. History of the stereographic projection and its early use in geology. Terra Nova, 8, 499-513.
- Lisle, R.J., & Leyshon, P.R., 2004. Stereographic Projection Techniques for Geologists and Engineers. Cambridge, U.K Cambridge University Press, 2004.
- Rosenfeld, B. A. y Sergeeva, N.D., 1977. Proyección Estereográfica. Lecciones populares de matemáticas. Trad. Medkov, K. P. Editorial Mir. Moscú.
- Sellés-Martínez, J., 1988. La Proyección Estereográfica. Principio y Aplicaciones en Geología Estructural. Serie B. Didáctica y complementaria. No. 18. Asociación Geológica Argentina.
- Serrano-Mothelet, D., y Minami-Koyama, Y., 1990 Notas y ejemplos de geometría descriptiva aplicada a la geología. Facultad de Ingeniería

- Silva-Romo, G., 2016a. El uso del escalímetro en un mapa. In: Silva-Romo, G., Mendoza-Rosales, C.C. (eds). 2016. Trabajo geológico de campo. ISBN 978-607-02-2076-0. Facultad de Ingeniería. <http://www.librosoa.unam.mx/handle/123456789/292>
- Silva-Romo, G., 2016b. La Red Estereográfica en el Trabajo de Campo. In: Silva-Romo, G., y Mendoza-Rosales, C.C. (eds). 2016. Trabajo geológico de campo. ISBN 978-607-02-2076-0. Facultad de Ingeniería. <http://www.librosoa.unam.mx/handle/123456789/292>.
- Silva-Romo, G., Mendoza-Rosales, C.C., y Castro-Flores, A., 2003. Dispositivo para Reafirmar la Comprensión de la Proyección Estereográfica (falsilla o red estereográfica de Wulff). Ingeniería Investigación y Tecnología, 4, 101-107.
- Silva-Romo, G., Mendoza-Rosales, C.C., y Campos-Madrigal, E. 2016. Elementos de Cartografía Geológica. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. ISBN 978-607-02-7900-3. <http://www.librosoa.unam.mx/handle/123456789/291>.



GLOSARIO

En este glosario se presentan las definiciones básicas de los temas de Cartografía, de Geometría Descriptiva y de Geología Estructural que se mencionan en este texto.

Afloramiento. Sitio en el que las rocas están expuestas desprovistas de suelo y/o de cubierta vegetal.

Ángulo de inmersión. Ver Plunge.

Arenisca. Roca sedimentaria clástica formada por detritos con tamaños entre 1/16 y 2 milímetros.

Bisectriz. Recta que forma un ángulo igual con otras dos que se cortan. Puede ser aguda u obtusa.

Caja de cristal. Recurso proyectivo para visualizar las proyecciones diédricas de elementos geométricos en el espacio, se trata de un sistema de referencia tridimensional con valores positivos.

Círculo mayor. Arco de circunferencia cuya traza interseca el borde de la Red de Wulff, en dos puntos opuestos 180°, a los cuales confluyen todos los círculos mayores.

Círculo menor. En la Red de Wulff. Arco de circunferencia cuya traza interseca a los círculos mayores en un ángulo de 90°.

Collado. Rasgo orográfico singular que corresponde al punto más bajo entre dos prominencias relativas identificadas a lo largo de un interfluvio o parteaguas; también conocido como “puerto”.

Conglomerado. Roca sedimentaria clástica formada por detritos con tamaños mayores a 2 milímetros.

Contacto geológico. Representación en un mapa geológico, de la línea de intersección entre una superficie topográfica y una superficie estructural que limita dos cuerpos rocosos.

Cuadrantes. Los que resultan entre las cuatro direcciones principales de la rosa de los vientos Norte, Este, Sur y Oeste y se denominan Noreste (NE), Sudeste (SE), Sudoeste (SW) y Noroeste (NW).

Curva de nivel. En un mapa topográfico, línea que expresa los puntos de igual elevación en el relieve (línea de intersección entre un plano horizontal y el relieve topográfico). Para definir la configuración topográfica de una región, se utilizan curvas de nivel que expresan entre sí un intervalo de configuración constante. En una proyección de perfil, las curvas de nivel se transforman en rectas horizontales equidistantes.

Echado. Valor angular de la recta de pendiente máxima en un plano, medido en sentido descendente a partir de la horizontal.

Echado aparente. Magnitud del ángulo de la recta de intersección entre un plano inclinado y un plano vertical, cuya dirección es diferente a la recta de pendiente máxima del primero.

Escala gráfica. Segmento acotado dibujado en la leyenda de un mapa que aparece subdividido en unidades cuyos valores corresponden con aquellos que representa; esto es, la dimensión física de cada subdivisión se puede comparar con las dimensiones del mapa con el fin de cuantificar las dimensiones de un rasgo de interés.

Escala nominal. Relación adimensional que expresa cuantas unidades de distancia son expresadas por cada unidad, expresada como una proporción referida a la unidad. Por ejemplo, En un mapa se menciona una escala nominal de 1: 20,000, el usuario del mapa puede asignarle la misma unidad de medida lineal a cada uno de los términos de la expresión, si elige el milímetro como unidad de medida, entonces leerá un milímetro representa 20,000 milímetros; esto es, cada milímetro que se mida en el mapa corresponderá con 20 metros en la realidad.

Estrato. Cuerpo rocoso de origen sedimentario frecuentemente de forma tabular.

Estría de falla. Rasgo lineal impreso en una superficie de falla, que se puede generar en la superficie durante el desplazamiento entre los dos bloques rocosos que disloca la falla.

Interfluvio. En el relieve topográfico, cordón orográfico entre dos corrientes fluviales. En un mapa topográfico, línea virtual que une los puntos de inflexión de las curvas de nivel, cuando la curva adyacente en el sentido cóncavo tiene una elevación mayor.

Flute cast. Rasgo lineal a manera de un cilindro ahusado en la base de un estrato como resultado del relleno de un surco excavado por la corriente durante el proceso sedimentario de transporte-depósito.

Intervalo de configuración. Diferencia de elevación entre dos curvas de nivel contiguas.

Línea de charnela. Aquella que une los puntos de curvatura máxima en una superficie plegada.

Línea de tierra. Denominación para referirse a la recta de intersección entre los planos de proyección horizontal y de perfil, una vez que este último se abate para que sea coplanario con el horizontal.

Limolita. Roca sedimentaria clástica formada por detritos con tamaños entre 1/256 y 1/16 de milímetro.

Lutita. Roca sedimentaria clástica formada por detritos con tamaños menores de 1/256 de milímetro (por arcillas).

Mapa geológico. Representación de la distribución espacial de las unidades y/o las estructuras geológicas en una trama topográfica.

Mapa topográfico. Representación gráfica de la configuración orográfica de una región determinada obtenida mediante algún sistema de proyección.

Pitch. Se dice del ángulo que forman una recta con respecto a la horizontal, medido en el plano portador en sentido descendente.

Plano. En la Geometría Euclidiana superficie llana sin relieve.

Plano bisector. Aquel que forma un ángulo igual con otros dos planos que se cortan. Puede ser agudo u obtuso.

Pliegue cilíndrico antiforme. Estructura geológica en la cual las superficies estructurales presentan una curvatura regular convexa hacia arriba.

Pliegue cilíndrico sinforme. Estructura geológica en la cual las superficies estructurales presentan una curvatura regular cóncava hacia arriba.

Plunge. Ángulo medido en un plano vertical entre la horizontal y una recta inclinada.

Polo. En las Proyecciones estereográfica y de Schmidt, recta normal al plano asociado.

Principio de superposición. Principio estratigráfico, mediante el cual, se asume que la unidad estratigráfica que está debajo de otra, tiene una edad mayor; cuando no hay una relación estructural entre ellas.

Proyecciones diédricas. Aquellas que se obtienen en dirección perpendicular a dos planos mutuamente ortogonales, para definir la posición de un elemento geométrico en el espacio, en este texto una proyección horizontal y otra de perfil.

Proyección estereográfica. Se dice de aquella que, para una recta que interseca al hemisferio inferior, se genera en el plano horizontal que biseca la esfera y tiene como punto de vista el cenit de la esfera.

Proyección horizontal. Proyección diédrica de un elemento geométrico en un plano horizontal.

Proyección de perfil. Proyección diédrica de un elemento geométrico en un plano vertical.

Rake. Ver Pitch.

Recta de pendiente máxima. Aquella recta que manifiesta la mayor inclinación en un plano inclinado.

Recta de punta. Dícese de la proyección de una recta perpendicular al plano de proyección.

Recta en magnitud real. Se dice de aquella proyección diédrica que resulta al proyectar una recta inclinada a un plano de proyección de perfil paralelo a su proyección horizontal.

Rumbo. Dirección de una recta horizontal contenida en un plano. Valor angular entre las direcciones del norte y de una recta horizontal contenida en el plano en cuestión.

Sección geológica. Vista de perfil en la cual se expresa la disposición que guardan a profundidad los cuerpos de roca expresados en un mapa geológico. Se trata de una proyección a profundidad de la información que presenta el mapa.

Talweg. En el relieve topográfico corresponde con un rasgo fluvial, ya sea un arroyo o un río. En un mapa topográfico, línea que une los puntos de inflexión de las curvas de nivel, cuando la curva adyacente en el sentido cóncavo tiene una elevación menor.

Traza ciclográfica. Sinónimo de círculo mayor.

Unidad litodémica. En la Clasificación Estratigráfica, cuerpo rocoso por lo general de carácter cristalino, ya sea intrusivo o metamórfico, cuyo arreglo estratigráfico interno no se puede establecer mediante el principio de Superposición.

Vista de canto de un plano. Aquella traza rectilínea que resulta de proyectarlo a un plano de proyección perpendicular a su rumbo.





MÉTODOS GRÁFICOS EN GEOLOGÍA.
Una aproximación desde la geometría descriptiva
se publicó digitalmente en el repositorio de la
Facultad de Ingeniería en septiembre
de 2023. Primera edición electrónica de un
ejemplar (72 MB) en formato PDF.

El cuidado de la edición y diseño estuvieron
a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la
Facultad de Ingeniería. La familia tipográfica
utilizada fue Minion Pro para títulos
y textos con sus respectivas variantes.