



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Adaptación y análisis de arreglos a
una geometría electródica cuadrada
en estudios TRE 3D.

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniera Geofísica

P R E S E N T A

Gabriela Vásquez Banda

DIRECTORA DE TESIS

M. en C. T. Shamara Z. Cruz Alanís



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2023

Dedicada, con amor,

a mi papá y a Ollin.

Hasta el cielo.

¡Lo logré!

Agradecimientos

A mi mamá quien con cariño siempre ha apoyado y alentado mis elecciones; quien trabajo arduamente para darme las herramientas necesarias para hacer una carrera.

A mi hermana, Dani, quien me ha acompañado en este proceso; que con amor y mucha comprensión siempre nos dimos palabras de aliento y que junto con Akira me dieron la fortaleza para continuar.

A mi hermano, Salvador, quien me ha dado su apoyo y amor incondicional, siempre velando por mi bienestar.

A mi amado esposo, Jorge, quien me ha brindado su amor y apoyo para lograr mis sueños. Quien, con confianza, siempre me ha apoyado en este camino.

A mis queridas amigas, Sigrid, Mitzi y Daiyem, que en la distancia siempre me han tenido fe y me han dado su amor, confianza y apoyo.

A mi asesora y amiga Shamara Cruz, por el apoyo brindado, los aprendizajes y la confianza. Sin ti y tu apoyo, simplemente, no habría logrado culminar este trabajo. Porque a veces se necesita una amistad honesta para alcanzar los sueños, ¡gracias por ayudarme a estar más cerca del mío!

A mi Co-Asesor, el Dr. René Chávez, por el apoyo otorgado que me permitió realizar mi servicio social y mi trabajo de tesis. Por permitirme tener un espacio de trabajo en el Instituto de Geofísica.

A mis sinodales, el Dr. Andrés Tejero, la Dra. Claudia Arango y el Dr. Esteban Hernández, por su tiempo y recomendaciones.

A la UNAM, a la Facultad de Ingeniería y al Instituto de Geofísica, que me dieron un espacio para aprender y crecer.

Y a mi papá, quien sé estaría muy orgulloso de mí.

Contenido

Introducción	1
Capítulo 1. Marco Teórico	5
1.1 Tomografía de Resistividad Eléctrica	5
1.2 Ecuaciones del campo eléctrico	8
1.3 Resistividad Aparente	12
1.4 Arreglos electródicos	13
1.5 Teoría de inversión	20
Capítulo 2. Metodología	22
2.1 Medios	23
2.2 Arreglos	27
2.3 Modelación directa, inversa y visualización.	46
Capítulo 3. Resultados	50
3.1 Dipolo-Dipolo	50
3.2 Wenner	53
3.3 Wenner-Schlumberger	56
3.4 Wenner-Schlumberger Gradiente	59
3.5 Ecuatorial Paralelo	61
3.6 Ecuatorial Diagonal	64
3.7 Esquinas	66
3.8 Mínimo Acoplamiento	68
3.9 Rehilete	70
3.10 Combinación 1	73
3.11 Combinación 2	76
3.12 Combinación 3	79
3.13 Tabla comparativa de los arreglos	82
Capítulo 4. Conclusiones	86
Bibliografía	88

Tabla de Figuras

Figura 1.1. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Dipolo-Dipolo.	14
Figura 1.2. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Wenner.	14
Figura 1.3. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Wenner-Schlumberger.	15
Figura 1.4. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo WS Gradiente	16
Figura 1.5. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Ecuatorial Paralelo.	17
Figura 1.6. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Ecuatorial Diagonal.	18
Figura 1.7. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Esquinas. (a) Ecuatorial Dipolar. (b) y (c) Dipolar Acimutal.	19
Figura 1.8. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Mínimo Acoplamiento.	19
Figura 2.1. Medio 1. Representación de un cenote.	24
Figura 2.2. Medio 2. Representación de la intrusión de un dique granítico.	24
Figura 2.3. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 3	25
Figura 2.4. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 4.	26
Figura 2.5. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 5.	26
Figura 2.6. Ubicación de los electrodos en una geometría cuadrada de 72 m x 72 m y con una separación electródica de 3m.	27
Figura 2.7. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Dipolo-Dipolo.	28

Figura 2.8. Puntos de atribución del arreglo Dipolo-Dipolo. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	29
Figura 2.9. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Wenner.	29
Figura 2.10. Puntos de atribución del arreglo Wenner. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	30
Figura 2.11. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Wenner-Schlumberger.	30
Figura 2.12. Puntos de atribución del arreglo Wenner-Schlumberger. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	31
Figura 2.13. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo WS Gradiente.	32
Figura 2.14. Puntos de atribución del arreglo WS Gradiente. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	33
Figura 2.15. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Ecuatorial Paralelo.	34
Figura 2.16. Puntos de atribución del arreglo Ecuatorial Paralelo. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	34
Figura 2.17. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Ecuatorial Diagonal.	35
Figura 2.18. Puntos de atribución del arreglo Ecuatorial Diagonal. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	36
Figura 2.19. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Esquinas.	37
Figura 2.20. Puntos de atribución del arreglo Esquinas. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	38
Figura 2.21. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Mínimo Acoplamiento.	39

Figura 2.22. Puntos de atribución del arreglo Mínimo Acoplamiento. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	40
Figura 2.23. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Rehilete.	43
Figura 2.24. Puntos de atribución del arreglo Rehilete. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	44
Figura 2.25. Puntos de atribución de la Combinación 1. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	44
Figura 2.26. Puntos de atribución de la Combinación 2. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	45
Figura 2.27. Puntos de atribución de la Combinación 3. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.	45
Figura 3.1. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Dipolo-Dipolo en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	51
Figura 3.2. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Dipolo-Dipolo en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	53
Figura 3.3. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	54
Figura 3.4. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	56
Figura 3.5. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner-Schlumberger en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	57
Figura 3.6. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner-Schlumberger en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	58
Figura 3.7. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo WS Gradiente en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	60
Figura 3.8. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo WS Gradiente en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	61

Figura 3.9. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Paralelo en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	62
Figura 3.10. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Paralelo en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	63
Figura 3.11. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Diagonal en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	64
Figura 3.12. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Diagonal en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	65
Figura 3.13. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Esquinas en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	66
Figura 3.14. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Esquinas en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	67
Figura 3.15. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Mínimo Acoplamiento en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	68
Figura 3.16. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Mínimo Acoplamiento en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	70
Figura 3.17. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Rehilete en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	71
Figura 3.18. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Rehilete en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.	72
Figura 3.19. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 3. (a) Vista frontal. (b) Vista superior.	73
Figura 3.20. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 4. (a) Vista frontal. (b) Vista superior.	74
Figura 3.21. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 5. (a) Vista frontal. (b) Vista superior.	75
Figura 3.22. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 3. (a) Vista frontal. (b) Vista superior.	76

- Figura 3.23. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 4. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. 77
- Figura 3.24. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 5. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. 78
- Figura 3.25. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 3. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. 79
- Figura 3.26. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 4. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. 80
- Figura 3.27. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 5. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. 81

Introducción

La prospección geofísica es el conjunto de técnicas basadas en la física, las matemáticas y la geología que tiene como objetivo estudiar la distribución y variación de las propiedades físicas intrínsecas de los materiales que componen el subsuelo por medio de mediciones indirectas efectuadas en la superficie, lo cual permite caracterizarlo e identificar materiales y/o estructuras de interés económico, histórico, ambiental (Orellana, 1982). Algunas de las propiedades intrínsecas estudiadas en prospección geofísica son la velocidad de onda, la densidad de masa, la resistividad eléctrica y para cada una existen técnicas o métodos específicos.

La prospección eléctrica es el método encargado de estudiar los cambios de resistividad en el subsuelo ante el paso de una corriente eléctrica; dentro de esta existen diferentes técnicas para caracterizar el subsuelo llamadas métodos de resistividad eléctrica, los cuales tienen su origen con los experimentos de los hermanos Schlumberger en la década de 1920 (Loke, 1996). Algunos métodos son el Sondeo Eléctrico Vertical (SEV), la Calicata Eléctrica (CE) y la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE).

El Sondeo Eléctrico Vertical se caracteriza, principalmente, por hacer mediciones que permiten determinar la distribución vertical de la resistividad. La Calicata Eléctrica permite conocer la distribución horizontal de resistividad a una misma profundidad. La Tomografía de Resistividad Eléctrica se distingue por ser capaz de determinar la variación de la resistividad eléctrica en dos direcciones: horizontal y vertical; por lo tanto, podemos considerar a la Tomografía como la combinación entre el Sondeo Eléctrico Vertical y la Calicata Eléctrica. El SEV y la Calicata devuelven una representación unidimensional de la resistividad eléctrica, mientras la Tomografía 2D (TRE-2D) devuelve una representación bidimensional. Actualmente, debido a los avances tecnológicos, la toma de mediciones en los estudios de prospección eléctrica es un proceso semi automatizado, por lo tanto, el esfuerzo físico llevado a cabo en estas técnicas es prácticamente el mismo.

El proceso de adquisición de datos en estos métodos se realiza mediante arreglos electródicos, también nombrados dispositivos o configuraciones electródicas, con los cuales se crea un campo eléctrico en el subsuelo y se mide el potencial eléctrico. Generalmente, los arreglos se componen de cuatro electrodos: dos electrodos llamados A y B son de corriente y dos electrodos llamados M y N son de potencial. En esta tesis se emplean solo arreglos cuadripolares (cuatro electrodos), pero también existen estudios donde se han empleado una mayor cantidad de electrodos. Los arreglos Wenner y Schlumberger fueron los primeros arreglos creados y son los de uso más frecuente en conjunto con los arreglos Wenner-Schlumberger, Dipolo-Dipolo, Polo-Polo y Dipolo-Polo (Loke, 1996), por ello son nombrados como Arreglos Convencionales (Vargas-Díaz, 2015).

Los Arreglos Convencionales se han utilizado con mayor frecuencia en la Tomografía 2D. Estos arreglos son colineales, es decir, los electrodos de corriente y potencial están dispuestos sobre una línea recta; debido a esto, la distribución de los datos forma perfiles en forma de trapecio o triángulo invertido justo por debajo de la línea de los electrodos.

Los avances computacionales posibilitan el desarrollo de algunas técnicas de adquisición de datos para la Tomografía de Resistividad Eléctrica tridimensional (TRE-3D) a partir del agrupamiento de tomografías 2D. Por ejemplo, Loke y Barker (1996) proponen una disposición electródica de rejilla cuadrada y Dahlin y Bernstone (1997) proponen el método Roll-Along que consiste en diseñar líneas de electrodos paralelas que recorren el área de estudio. Posteriormente, Tejero-Andrade *et al.* (2015) proponen los arreglos Esquinas y “L”, los cuales surgen como una solución para los casos donde no es posible utilizar las disposiciones electródicas de rejilla cuadrada y líneas paralelas, por ejemplo, cuando existe una estructura sobre la región de interés, en este caso, los arreglos electródicos se colocan sobre líneas perpendiculares en el perímetro de la estructura y con ello se obtienen datos distribuidos en el volumen delimitado por las líneas debajo de la estructura.

La metodología de cualquier estudio de prospección eléctrica se compone del diseño del estudio, la adquisición de datos, el procesamiento y la interpretación de los datos; el correcto desarrollo de cada uno de estos pasos contribuye a obtener el mejor resultado posible. Durante el diseño del estudio se determina el objetivo, la profundidad de investigación del estudio, el área de investigación, la cantidad de electrodos, la separación electródica y los arreglos a utilizar. La selección de los arreglos implica conocer, además, su sensibilidad ante cambios verticales y horizontales de la resistividad del subsuelo y su profundidad teórica de investigación (Loke, 1996).

Siempre es importante conocer las características de los arreglos que se pretenden utilizar en el estudio, pero la importancia aumenta cuando se quieren utilizar los arreglos no convencionales, los cuales son arreglos con una disposición electródica no colineal, por ejemplo, los arreglos Esquinas y “L” o la adaptación de cualquier arreglo como el Wenner-Schlumberger, Dipolo-Dipolo, etcétera a cualquier geometría que puedan formar los electrodos. Por ejemplo, en Vargas-Díaz (2015) se colocan los electrodos en forma circular, triangular y herradura y se adaptan los arreglos Wenner-Schlumberger y Dipolo-Dipolo. Al utilizar los arreglos no convencionales no se obtiene una distribución de datos en perfiles, sino una distribución distinta para cada combinación de arreglo y geometría electródica.

Actualmente, no existe un compendio de todos los arreglos convencionales y no convencionales y sus características, aunque sí existen trabajos importantes de diferentes autores que ya han estudiado y publicado algunos arreglos. Por ejemplo, Loke (1996) compara a los arreglos Wenner, Dipolo-Dipolo, Wenner-Schlumberger, Polo-Polo, Polo-Dipolo y Multi Gradiente tomando como base las siguientes características de los arreglos: la profundidad de investigación, la sensibilidad del arreglo a los cambios verticales y horizontales en la resistividad del subsuelo, la cobertura de datos horizontal y la intensidad de la señal; mientras tanto, Dahlin y Zhou (2004), realizaron una simulación numérica para comparar la resolución y la eficiencia de los levantamientos de imágenes de resistividad 2D para 10 arreglos electródicos: Polo-Polo (PP), Polo-Dipolo (PD), medio-Wenner (HW),

Wenner- α (WN), Schlumberger (SC), Dipolo-Dipolo (DD), Wenner- β (WB), arreglo γ (GM), Multi Gradiente (GD) y medición referida al potencial del punto medio (MPR); además, Szalai y Szarka (2008) recopilaron aproximadamente cien arreglos electródicos publicados en diferentes artículos geofísicos, clasificaron estos arreglos con base en tres parámetros: la “superposición” de medidas, el “enfoco” de corrientes y la “colinealidad” del arreglo, dando lugar a 8 categorías de arreglos electródicos; por otro lado, Tejero-Andrade *et al.* (2013) presentaron a los arreglos “L”, Esquinas, Mínimo Acoplamiento, Ecuatorial Paralelo y Ecuatorial Diagonal, con el fin de poder obtener una distribución tridimensional debajo de una estructura arqueológica que no puede ser intervenida; adicionalmente Rodríguez-Aguilar (2012) propone un programa de creación de secuencias cuadripolares para la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) 3D, el cual se basa en tener la mayor información posible sobre el desplazamiento de los electrodos para luego reproducir y generar estos desplazamientos dentro de un tendido predefinido por el usuario, utiliza los arreglos Dipolo-dipolo, Wenner, Wenner-Schlumberger, arreglo “L” Ecuatorial Paralelo, Esquinas, Ecuatorial Diagonal, Mínimo Acoplamiento y Ecuatorial Dipolar.

Este trabajo se enfoca en el análisis de los arreglos Dipolo-Dipolo, Wenner, Wenner-Schlumberger, Wenner-Schlumberger Gradiente, Ecuatorial Paralelo, Ecuatorial Diagonal, Esquinas, Mínimo Acoplamiento y Rehilete adaptados a una distribución electródica cuadrada y compara sus alcances verticales y horizontales a través del uso de modelos sintéticos, con el fin de proporcionar herramientas adicionales al geofísico prospector para elegir el arreglo que pueda adaptarse mejor a su estudio.

Los arreglos Mínimo acoplamiento y Rehilete presentados en esta tesis son dos nuevos arreglos inspirados en arreglos existentes, y su creación tiene el propósito de motivar al geofísico a experimentar la generación de sus propios arreglos y así tener más opciones que le permitan lograr sus objetivos de investigación.

Capítulo 1. Marco Teórico

1.1 Tomografía de Resistividad Eléctrica

La prospección eléctrica es el método geofísico encargado de estudiar los cambios de la resistividad del subsuelo. La resistividad eléctrica (ρ) es la propiedad intrínseca de la materia que permite cuantificar la capacidad de un material a la oposición del paso de una corriente eléctrica y sus unidades son [ohm·m]. La propiedad inversa a la resistividad es la conductividad (σ) que es la capacidad de un cuerpo de permitir el paso de la corriente eléctrica y tiene como unidades [S/m]. La resistividad de un material está relacionada con su porosidad, temperatura, permeabilidad, presión y saturación de agua.

Actualmente existen diferentes técnicas de prospección eléctrica para caracterizar el subsuelo utilizando la resistividad llamadas métodos de resistividad eléctrica; algunos de ellos son el Sondeo Eléctrico Vertical (SEV), la Calicata Eléctrica (CE) y la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE). Estos tres métodos utilizan, en general, cuatro varillas conductoras llamadas electrodos, que en conjunto forman un arreglo electródico y permiten la medición de la diferencia de potencial eléctrico al clavarlos en la superficie.

Los trabajos de prospección eléctrica se realizan desde hace poco más de un siglo. En Petersson (1907) se encuentra el método diseñado por Daft y William utilizado en el primer estudio documentado de métodos eléctricos equipotenciales llevado a cabo en 1906 en Suecia. Dicho estudio era de tipo cualitativo y su objetivo fue localizar anomalías conductivas a partir del movimiento de un par de electrodos de potencial mientras se mantenían fijos los electrodos de corriente, es decir, una técnica de gradiente. Sin embargo, el método tuvo demasiados problemas y terminaron por abandonarlo. Posteriormente, Conrad Schlumberger en 1912 realizó sus primeros estudios en prospección eléctrica con los cuales estableció la distribución del voltaje en la superficie del suelo cuando se hace pasar una corriente continua entre dos electrodos distantes. Este experimento le permitió demostrar que era posible utilizar el método de mediciones eléctricas de superficie sin las

condiciones ideales de un laboratorio; para ello describió los pasos del experimento y las soluciones técnicas adoptadas para los electrodos, el galvanómetro y la generación de corriente; todo ello descrito en su famoso dibujo de 1912 (Schlumberger, 1920, como se citó en Allaud y Martin, 1977).

En 1920, se establece el método de Sondeo Eléctrico Vertical (e.g. Gish y Rooney, 1925); cuya adquisición de datos de campo se realiza con 4 electrodos incrementando el espacio entre ellos en cada medición. Estas mediciones permiten determinar la distribución vertical de la resistividad. Por otro lado, en Blokh (1962) se propone el método Calicata Eléctrica, la cual permite detectar cambios laterales de la resistividad a una misma profundidad.

La palabra tomografía se define como la técnica que permite obtener imágenes en secciones o cortes. En prospección eléctrica la Tomografía de Resistividad Eléctrica es una imagen de la distribución de la resistividad en una región. Este método se puede ver como la combinación de los métodos Sondeo Eléctrico Vertical y Calicata Eléctrica, porque se puede considerar a la TRE-2D como una interpolación de los valores de resistividad eléctrica para obtener un modelo en dos direcciones: horizontal y vertical.

Los estudios de tomografía de resistividad eléctrica tuvieron su auge en la década de los 90. Algunos ejemplos son Griffiths y Barker (1993), que describe un sistema para medir automáticamente pseudosecciones de resistividad eléctrica mediante 32 electrodos conectados a una computadora y a un resistivímetro con un cable multi núcleo, y Dahlin y Bernstone (1999), cuyo estudio menciona que la obtención de imágenes de resistividad 2D requiere mediciones con diferentes separaciones entre electrodos a lo largo de una línea porque el objetivo es tener una cantidad de datos lo suficientemente densa lateralmente para observar estructuras complejas en el subsuelo. Estos estudios requieren el uso de sistemas de electrodos múltiples y automatizados para realizar la adquisición de datos.

Los avances tecnológicos han permitido mejorar las características de los resistivímetros como incrementar su capacidad de almacenamiento, agregar múltiples entradas de conexión de cables (multicanal) y, adicionalmente, el uso de cables multi

núcleo donde se pueden conectar a varios electrodos a un mismo cable (cable multielectrodo). Todo esto ha permitido medir una mayor cantidad de datos en menos tiempo. Debido a lo anterior, se empezaron a desarrollar técnicas que permiten realizar Tomografías de Resistividad Eléctrica tridimensionales para conocer la distribución de la resistividad en tres direcciones. Por ejemplo, Loke y Barker (1996) proponen colocar a los electrodos en forma de rejilla cuadrada y utilizan el arreglo Polo-Polo para realizar las mediciones de potencial; las mediciones se realizan sobre líneas electródicas horizontales, verticales y diagonales a 45° que pasan por un electrodo de corriente. Por otro lado, Dahlin y Bernstone (1997) proponen el método Roll-Along donde utilizan 7 líneas paralelas de cables multielectrodo; primero conectan las líneas electródicas 1 y 2 al equipo para realizar las primeras mediciones, una vez terminadas el operador cambia manualmente uno de los cables y ahora se mide con las líneas 1 y 3. Se realizan mediciones con todas las combinaciones posibles con la línea 1, cuando estas mediciones terminan el cable 1 pasa a la última posición después del cable 7 y ahora el cable 2 toma el papel del cable 1 para adquirir un nuevo conjunto de mediciones; este procedimiento se puede realizar tantas veces se requiera. Recientemente, Tejero-Andrade *et al.* (2015) desarrolla una técnica que permite realizar la adquisición de datos cuando no es posible utilizar rejillas cuadradas o líneas paralelas debido a la presencia de estructuras sobre la región de estudio. Esta técnica utiliza una geometría electródica cuadrada para rodear la estructura e implementa dos arreglos llamados “L” y “Esquinas” con el fin de obtener datos en el subsuelo debajo de la estructura.

La metodología para realizar la Tomografía de Resistividad Eléctrica se conforma por el diseño del estudio, la adquisición de datos, el procesamiento de datos, la inversión e interpretación de los datos. En el diseño del estudio se determina la profundidad de investigación del estudio, el área de investigación, la cantidad de electrodos, la separación electródica y los arreglos a utilizar. La adquisición de datos de resistividad eléctrica inicia colocando los electrodos en la zona de estudio elegida de acuerdo a los criterios seleccionados en el diseño del estudio. Los electrodos, que van enterrados en el suelo, se conectan a un resistivímetro por medio de cables multinúcleo; el resistivímetro es el equipo

con el cual se registran las mediciones y lleva a cabo las secuencias de medición. En principio cada medición se realiza solo con cuatro electrodos; dos de ellos llamados electrodos de corriente (A y B) donde se genera un campo eléctrico en el subsuelo y los otros dos llamados electrodos de potencial (M y N) con los que se mide la diferencia de potencial eléctrico. En el procesamiento de los datos se eligen y aplican herramientas y algoritmos sobre los datos adquiridos, algunas de estas herramientas son la eliminación de datos anómalos llamados outliers y la aplicación de algún filtro. La inversión de datos es un proceso matemático que permite calcular valores de resistividad real a partir de las diferencias de potencial medidas. La resistividad real obtenida en el proceso de inversión permite generar imágenes que representan la distribución de las resistividades en el subsuelo y que en conjunto con el conocimiento de la geología y observaciones de la zona de estudio permiten realizar la interpretación de los datos.

1.2 Ecuaciones del campo eléctrico

Las ecuaciones de Maxwell permiten establecer las bases teóricas de la prospección eléctrica, ya que describen el comportamiento de cualquier campo electromagnético. Son ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y relacionan el campo eléctrico con el campo magnético.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Ley de Faraday} \quad \text{Ec. 1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{Ley de Ampère-Maxwell} \quad \text{Ec. 2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q \quad \begin{array}{l} \text{Ley de Gauss para el} \\ \text{campo eléctrico} \end{array} \quad \text{Ec. 3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Ley de Gauss para el} \\ \text{campo magnético} \end{array} \quad \text{Ec. 4}$$

Donde:

E es el campo eléctrico

D el campo de desplazamiento eléctrico

B el campo de inducción magnética

H el campo de intensidad magnética

J el campo densidad de corriente

q es la densidad de carga.

La ley de Faraday expresa que si el campo de inducción magnética (**B**) varía en el tiempo generará un campo eléctrico (**E**) perpendicular a él. La ley de Ampère-Maxwell indica que un campo de densidad de corriente (**J**) genera un campo de intensidad magnética (**H**) perpendicular. La ley de Gauss para el campo eléctrico relaciona la divergencia del campo de desplazamiento eléctrico (**D**) con la densidad de carga (q), con ella puede saberse si existen fuentes o sumideros. Finalmente, la ley de Gauss para el campo magnético indica que no existen fuentes o sumideros ya que las líneas de campo magnético son siempre cerradas.

Los campos eléctrico y magnético pueden ser relacionados por medio de relaciones constitutivas.

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{Ec. 5}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad \text{Ec. 6}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \text{Ec. 7}$$

Donde:

σ es la conductividad eléctrica

ε la permitividad eléctrica

μ la permeabilidad magnética.

La primera de estas relaciones constitutivas es la ley de Ohm. La ley de Ohm también es utilizada en los métodos eléctricos y caracteriza el comportamiento de una corriente eléctrica que pasa por el subsuelo y describe a la densidad de corriente \mathbf{J} en un punto que tiene la misma dirección y sentido del campo \mathbf{E} en el mismo punto y es proporcional a él. El factor de proporcionalidad es la conductividad σ inversa de la resistividad ρ .

En prospección eléctrica el campo eléctrico no varía con el tiempo, es decir es estacionario, por tanto, las derivadas temporales se anulan y las ecuaciones de Faraday y Ampère-Maxwell quedan de la siguiente manera:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad \text{Ec. 8}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \text{Ec. 9}$$

De la Ec. 8 se puede observar que el campo eléctrico \mathbf{E} es conservativo e irrotacional, condición necesaria y suficiente para justificar la existencia de un potencial escalar (U) cuyo gradiente es \mathbf{E} (Ec. 10).

$$\mathbf{E} = -\nabla U \quad \text{Ec. 10}$$

Al combinar la Ley de Ohm con la ecuación 10 da como resultado:

$$\mathbf{J} = -\sigma \nabla U \quad \text{Ec. 11}$$

Aplicando el principio de conservación de carga sobre un volumen y utilizando la ecuación de continuidad (Dey y Morrison, 1979), se obtiene:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad \text{Ec. 12}$$

Donde:

δ es la función delta de Dirac.

En los estudios realizados en prospección eléctrica las fuentes de corriente que generan la distribución del potencial se consideran puntuales. Así, la densidad de carga (q)

está asociada a un punto (x, y, z) del espacio por la función delta de Dirac. La ecuación 12 puede ser reescrita para un espacio 3D generalizado como:

$$-\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla U(x, y, z)] = \left(\frac{I}{\Delta V}\right) \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad \text{Ec. 13}$$

Donde:

I es la corriente eléctrica.

ΔV es un volumen elemental

(x_s, y_s, z_s) son las coordenadas de la fuente puntual.

La ecuación 13 incorpora a la ecuación de Poisson y la ecuación de Laplace en una misma expresión. La ecuación de Poisson es válida en las zonas donde hay carga; en prospección eléctrica esto sucede en los electrodos. Y, la ecuación de Laplace es válida en todo el subsuelo, excepto en los electrodos.

Al solucionar estas ecuaciones se obtiene la distribución del potencial de cualquier medio, utilizando una distribución de resistividades. La solución puede ser encontrada usando métodos analíticos o llegar a una solución aproximada utilizando métodos numéricos.

Uno de los métodos numéricos utilizados para obtener una solución aproximada de las ecuaciones de Poisson y Laplace es el método de Elementos Finitos, el cual consiste en dividir el subsuelo en “elementos” interconectados. A cada elemento se le asignan valores de resistividad, con el fin de representar las variaciones de la resistividad en el subsuelo. La división del subsuelo en elementos permite resolver algebraicamente problemas simples, en lugar de resolver un problema complejo en derivadas parciales. En el procedimiento de Elementos Finitos se utilizan condiciones de frontera, estas describen el comportamiento del potencial en las fronteras del medio.

Las condiciones de frontera pueden ser de tipo Dirichlet, cuando el valor del potencial se anula en los electrodos; de tipo Neumann, cuando no hay flujo de corriente

en una frontera debido a un cambio brusco en una dirección; por último, las condiciones tipo mixtas que se aplican cuando el potencial no es nulo en la frontera.

1.3 Resistividad Aparente

La diferencia de potencial obtenida en un estudio varía dependiendo del arreglo eléctrico utilizado en superficie, de tal forma que se pueden obtener diferentes valores de diferencia potencial en una misma zona cuando se cambia de arreglo eléctrico. Por este motivo, es conveniente tener un parámetro de referencia llamado resistividad aparente (Allaud y Martin, 1977), el cual es la contribución de las diferentes resistividades existentes en el subsuelo por debajo de los electrodos. La resistividad aparente (ρ_a) puede ser calculada a partir de la relación de las distancias entre los electrodos, el valor medido de la intensidad de corriente (I) que pasa entre los electrodos AB y el valor medido de la diferencia de potencial (ΔV) en los electrodos M y N, usando la siguiente ecuación (e.g. Telford, Geldart, y Sheriff, 1979):

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I} \quad \text{Ec. 14}$$

Donde:

k es el factor geométrico.

El factor geométrico representa la relación geométrica que existe entre las distancias de electrodos de corriente y los electrodos de potencial, este se puede calcular para cualquier disposición de los electrodos con la siguiente expresión:

$$k = 2\pi \left[\left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) - \left(\frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) \right]^{-1} \quad \text{Ec. 15}$$

Cada uno de los valores de resistividad aparente calculados se asocian a un punto en el subsuelo con coordenadas (x, y, z), a este punto se le conoce como punto de atribución (Orellana, 1982). La ubicación del punto en el plano XY se encuentra en el punto medio de las distancias entre los dipolos de potencial y de corriente. La profundidad del punto de

atribución depende de la geometría del arreglo y de la distribución del campo eléctrico en el medio; existe una extensa discusión de cómo calcular la profundidad del punto de atribución, así autores como Edwards (1977), Barker (1992), Loke (1996), Tejero-Andrade *et al.* (2015) hablan de cómo se puede obtener dicha profundidad.

1.4 Arreglos electródicos

Al conjunto de electrodos de corriente y electrodos de potencial se les conoce como arreglos o configuraciones electródicas. Cualquier distribución que tengan los electrodos en la superficie permite calcular la resistividad aparente en el subsuelo, debido a que la propagación del campo eléctrico es independiente de la geometría del arreglo; por ello, los arreglos electródicos pueden tener distribuciones electródicas colineales y no colineales. Las distribuciones colineales son aquellas donde los electrodos están colocados sobre una misma línea; mientras, en las distribuciones no colineales los electrodos pueden ubicarse en líneas perpendiculares, paralelas, etc. Para cada una de las distribuciones electródicas es necesario calcular el factor geométrico (k).

1.4.1 Arreglos colineales

Los arreglos colineales más utilizados son Wenner, Wenner-Schlumberger, Dipolo-Dipolo, Polo-Polo y Schlumberger (Loke, 1996), por ello son nombrados como Arreglos Convencionales. De estos arreglos la expresión del factor geométrico es conocida.

1.4.1.1 Dipolo-Dipolo

En el arreglo Dipolo-Dipolo los electrodos de corriente y potencial se encuentran sobre una línea recta, con el dipolo de corriente seguido del dipolo de potencial (ABMN); la distancia entre los electrodos de corriente y entre los electrodos de potencial es a ; mientras, la distancia entre el dipolo AB y el dipolo MN es na (fig. 1.1). En las mediciones se mantiene fijo el valor de a y el valor n incrementa de 1 en 1; los incrementos en el valor de n permiten aumentar la profundidad de investigación (Loke, 1996). La primera medición inicia con los electrodos en un extremo de la línea y con una separación a , donde

n es igual a 1; así todos los electrodos se mueven una posición en cada medición hasta llegar al otro extremo de la línea. Al terminar el recorrido, los electrodos regresan al inicio de la línea, pero ahora el valor de n incrementa una unidad y el recorrido se vuelve a realizar hasta llegar al extremo de la línea. Este proceso termina cuando n alcanza una apertura que permite lograr la profundidad de investigación.

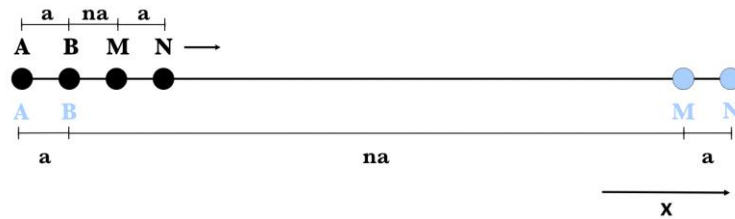


Figura 1.1. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Dipolo-Dipolo.

El factor geométrico es calculado con $k = \pi n(n + 1)(n + 2)a$.

1.4.1.2 Wenner

El arreglo Wenner se realiza sobre una línea con los electrodos de potencial en medio de los electrodos de corriente (AMNB) y las distancias entre todos los electrodos es igual al valor a . Las mediciones inician con los electrodos en un extremo de la línea y se desplazan una posición en cada medición hasta llegar al otro lado de la línea. Después, el valor de a incrementa a $2a$ y los electrodos realizan un nuevo recorrido. Los recorridos terminan cuando el parámetro a alcanza la apertura elegida en el estudio que permite obtener la profundidad de investigación (fig. 1.2).

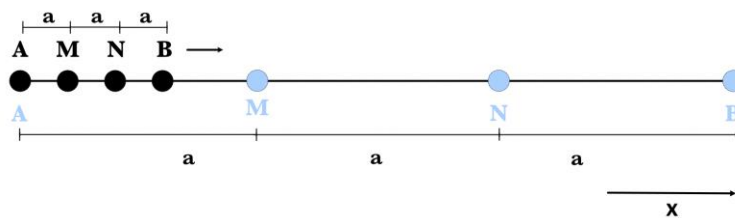


Figura 1.2. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Wenner.

El factor geométrico es calculado con $k = 2\pi a$.

1.4.1.3 Wenner-Schlumberger

El arreglo Wenner-Schlumberger es la combinación de los arreglos Wenner y Schlumberger. Es un arreglo colineal en el cual los electrodos de potencial se encuentran entre los electrodos de corriente (AMNB). La distancia entre los electrodos A y M y los electrodos N y B es na ; por otro lado, la distancia entre los electrodos M y N es a . Las mediciones inician con los electrodos colocados en un extremo de la línea con n igual a 1 para el primer recorrido. Cuando terminan un recorrido n aumenta su valor una unidad y con esta nueva separación inician un nuevo recorrido. La adquisición termina cuando el valor n permite lograr la profundidad de investigación (fig. 1.3).

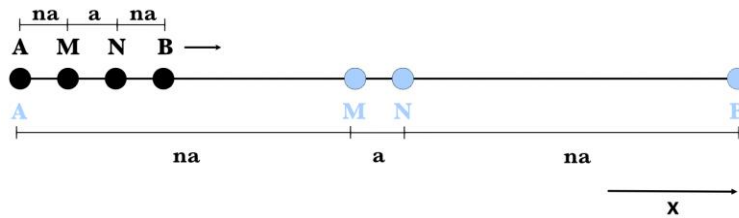


Figura 1.3. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Wenner-Schlumberger.

El factor geométrico es calculado con $k = \pi an(n + 1)$.

1.4.2 Arreglos no colineales

Los arreglos no colineales se caracterizan por tener una disposición electródica no lineal y las formas o disposiciones que pueden tener son variadas y dependen del estudio a realizar y sus objetivos. Por ejemplo, los arreglos Ecuatorial Paralelo y Mínimo Acoplamiento necesitan de dos líneas paralelas para su realización, en tanto, el arreglo Ecuatorial Diagonal está definido para ser usado en cuatro líneas perpendiculares. Cuando se utilizan arreglos no colineales es necesario calcular el factor geométrico en cada medición utilizando fórmula general (Ec. 15), por esta razón no se indica una fórmula específica de calcular k en cada arreglo.

1.4.2.1 Wenner-Schlumberger Gradiente

El arreglo Wenner-Schlumberger Gradiente (WS Gradiente) es realizado con 3 líneas de electrodos que hacen forma de herradura, es decir, dos líneas paralelas con la misma cantidad de electrodos en las cuales se moverá el dipolo de corriente A y B y una línea perpendicular con cualquier cantidad de electrodos unida a las anteriores y por donde se moverá el dipolo de potencial M y N (fig. 1.4).

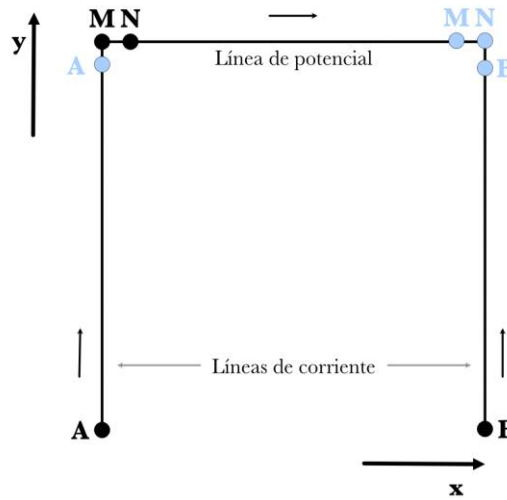


Figura 1.4. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo WS Gradiente

La primera medición se realiza designando a los primeros electrodos de las líneas de corriente como los electrodos de corriente A y B, mientras los primeros electrodos de la línea de potencial actúan como el dipolo M y N. Después, la pareja de electrodos M y N se recorre una posición hacia la derecha hasta llegar al final de la línea tomando una medición en cada cambio. Durante todo el recorrido de M y N los electrodos A y B mantienen su posición; con esto se termina el primer recorrido en la línea superior. Para las siguientes mediciones, A y B se recorren una posición hacia arriba y M y N vuelven a recorrer la línea superior tal y como se hizo anteriormente. El último recorrido de M y N se realiza cuando A y B se encuentran en los penúltimos electrodos de las líneas de corriente (Tejero *et al.*, 2018).

1.4.2.2 Ecuatorial Paralelo

El arreglo Ecuatorial Paralelo, tal y como su nombre lo indica, utiliza dos líneas paralelas de igual longitud. Los electrodos A y M se colocan en una línea y en la paralela están B y N. Los electrodos de corriente se fijan al inicio de las líneas seguidos por los electrodos de potencial, después los electrodos de potencial se recorren una posición hasta llegar al último electrodo. Cuando los electrodos de potencial terminan su recorrido, los electrodos de corriente y de potencial se moverán una posición para iniciar un nuevo recorrido. Las mediciones terminan cuando los electrodos llegan a la última posición (Tejero *et al.*, 2013) (fig. 1.5).

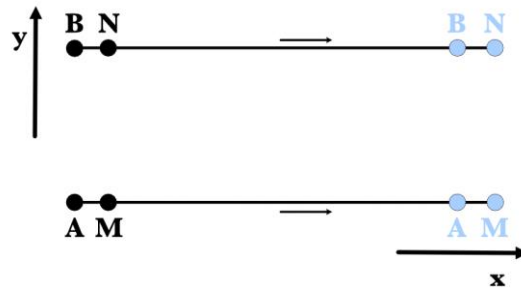


Figura 1.5. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Ecuatorial Paralelo.

1.4.2.3 Ecuatorial Diagonal

El arreglo Ecuatorial Diagonal se realiza con cuatro líneas electrónicas que forman un cuadrado. Los electrodos de corriente se colocan en dos esquinas contrarias y los electrodos de potencial se colocan en las posiciones adyacentes a A y B (fig. 1.6). Los recorridos de M y N se realizan hacia la esquina y terminan cuando se encuentren a una posición de la esquina. Al terminar el recorrido, M y N volverán a sus posiciones iniciales y los electrodos de corriente se recorren una posición hacia la esquina contraria. Las mediciones terminan cuando los dipolos de corriente y de potencial estén a una posición de sus respectivas esquinas.

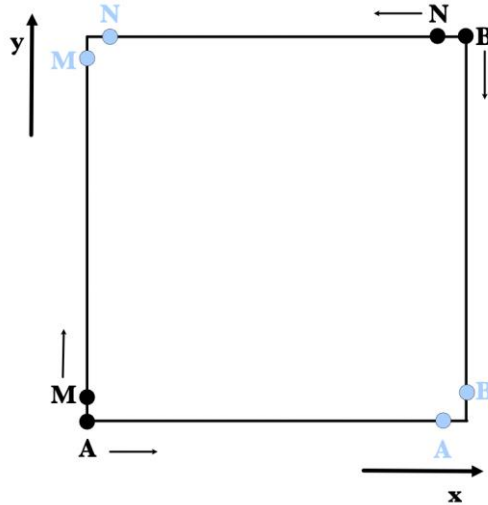


Figura 1.6. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Ecuatorial Diagonal.

1.4.2.4 Esquinas

El arreglo Esquinas definido por Tejero *et. al* (2015) utilizan dos líneas perpendiculares y la adquisición de datos se lleva a cabo en dos etapas.

En la primera etapa llamada Ecuatorial Dipolar (fig. 1.7a) los electrodos de corriente se colocan en cada uno de los extremos de las líneas perpendiculares, mientras los electrodos de potencial se colocan en los electrodos inmediatos a cada uno de los de corriente. Los electrodos A y B permanecen fijos, mientras M y N avanzan de uno en uno hasta llegar a la esquina donde cruzan las líneas. Para las siguientes mediciones, los electrodos de corriente se recorren una posición y los electrodos de potencial repiten el proceso. Las mediciones terminan cuando ambos dipolos están en la esquina.

En la segunda etapa llamada Dipolar Acimutal (fig. 1.7b) los electrodos de corriente se colocan en los extremos de las líneas perpendiculares y ahora el dipolo M y N estará junto al electrodo B, el dipolo de potencial avanza de uno en uno hasta llegar a la esquina, cuando los electrodos de potencial terminan el recorrido los electrodos de corriente se mueven una posición; el proceso se repite hasta que todos los electrodos estén en la esquina. Posteriormente, el dipolo de potencial cambia de ubicación al lado de A y repite el proceso explicado anteriormente (fig. 1.7c).

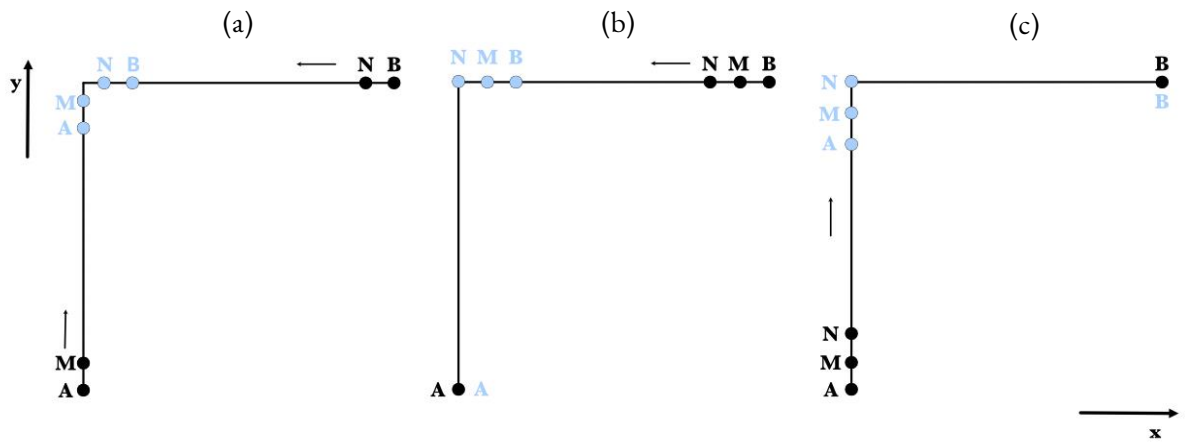


Figura 1.7. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Esquinas. (a) Ecuatorial Dipolar. (b) y (c) Dipolar Acimutal.

1.4.2.5 Mínimo Acoplamiento

La realización del arreglo Mínimo Acoplamiento requiere dos líneas paralelas de electrodos de igual magnitud. Los electrodos de corriente se fijan al inicio de cada línea, el dipolo de potencial MN se coloca delante del electrodo A para hacer un recorrido hacia el extremo de una de las líneas. Luego, los electrodos de corriente y potencial avanzan una posición, el recorrido de M y N inicia nuevamente; el proceso termina cuando A, M y N están al final de la línea (fig. 1.8a). Posteriormente, se sigue el procedimiento anterior con los electrodos de potencial sobre la otra línea (Tejero *et al.*, 2013) (fig. 1.8b).

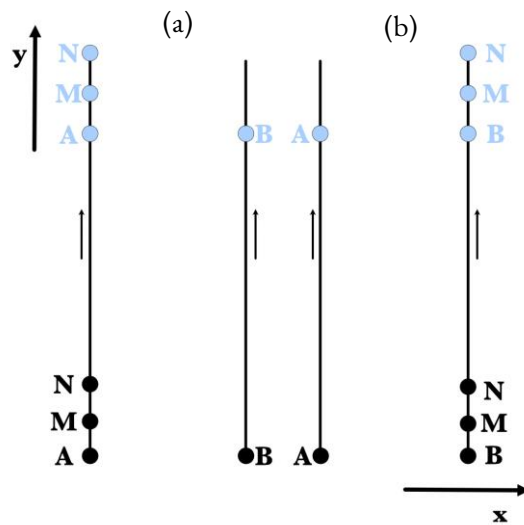


Figura 1.8. Posición inicial (círculos negros) y posición final (círculos azules) para los electrodos del arreglo Mínimo Acoplamiento.

1.5 Teoría de inversión

Las resistividades aparentes observadas en un estudio se utilizan para calcular valores de resistividad real con los cuales se hace la imagen de la Tomografía mediante el proceso de inversión.

El proceso de inversión abarca dos tipos de problemas que deben ser resueltos: el problema directo y el problema inverso. Los conceptos involucrados en estos problemas son modelo directo (G), dato (d) y parámetros del modelo (m). Los datos (d) son los valores de diferencia de potencial o resistividad aparente medidos en campo; los parámetros del modelo (m) son las resistividades reales y las geometrías de los cuerpos que conforman el medio, y el modelo directo (G) es la función obtenida al resolver las ecuaciones de Poisson y Laplace, que calcula valores de voltaje o resistividad aparente para diversos arreglos electródicos.

El problema directo tiene como incógnita a los valores de potencial, pero se conoce la distribución de las resistividades en el medio y la forma general del modelo. La resolución del problema directo se obtiene evaluando las resistividades en el modelo directo, dando como salida las diferencias de potencial. La solución del problema directo permite hacer predicciones de resistividades aparentes dada una distribución de resistividades y una configuración electródica.

Parámetros del modelo + Modelo = Datos predichos

$$G(m) = d$$

El problema inverso tiene como incógnita los valores de resistividad real de todos los cuerpos del medio, pero se conoce la resistividad aparente observada y la forma general del modelo directo. Generalmente, la solución del problema inverso se obtiene mediante la comparación entre los valores de resistividades aparentes medidas y calculadas.

Datos + Modelo = Parámetros del modelo estimados

$$G^{-1}(d) = m$$

La teoría de inversión, en términos generales, aborda el problema inverso, es decir, a partir de datos de resistividad aparente y un modelo directo general, estima los valores de los parámetros del modelo (resistividades reales) (Menke, 1989).

La búsqueda de los parámetros correctos se realiza utilizando algoritmos que son conocidos como métodos de inversión. El método Mínimos Cuadrados suele ser uno de los más utilizados en la resolución del problema inverso en TRE. El método de Mínimos Cuadrados se basa en la comparación entre los datos de resistividad aparente observada y calculada mediante una función de ajuste que se busca optimizar. Si la función de ajuste se define como la distancia euclidiana entre los dos conjuntos de datos, el método de Mínimos Cuadrados buscará minimizar dicha función y se llamará función objetivo. La solución se obtiene con los parámetros (resistividades) que generan los datos calculados que minimizan la función objetivo.

Por otro lado, el problema inverso que se presenta en una TRE es mal condicionado, esto significa que no cumple alguna de las siguientes características:

- La solución existe
- La solución es única
- La solución es continua respecto a los datos observados, esto es, pequeñas variaciones en los datos generan pequeñas variaciones en la solución (Hadamard, 1902).

En el caso de la TRE no hay una única solución, por ello es necesario utilizar una técnica llamada regularización con la cual se cambia de un problema mal condicionado a uno bien condicionado.

Capítulo 2. Metodología

Cuando se lleva a cabo el diseño de un estudio se eligen los arreglos que generan una distribución de datos que se adapte a los objetivos del estudio, para ello se debe conocer la mayor cantidad de arreglos existentes y sus características. Una forma de conocer estas características es evaluar los arreglos a través del uso de modelos sintéticos y así determinar si los arreglos tienen una distribución de datos que cumpla para los objetivos del estudio y den información sobre la región de estudio. Los modelos sintéticos son pruebas computacionales en las cuales se lleva a cabo una simulación de la adquisición de datos realizada en campo con los arreglos seleccionados. Al realizar un modelo sintético se diseña un medio por computadora, lo que implica que sus dimensiones y resistividades sean conocidas, y se utiliza una función matemática llamada modelo directo que devuelve valores de potencial eléctrico o resistividad aparente.

La metodología de esta tesis consiste en comparar las tomografías de dos medios sintéticos obtenidas con diferentes arreglos electródicos, tanto convencionales como no convencionales, y adaptados a una geometría cuadrada de los electrodos (fig. 2.6). Los arreglos adaptados son Dipolo-Dipolo, Wenner, Wenner-Schlumberger, WS Gradiente, Ecuatorial Paralelo, Ecuatorial Diagonal, Esquinas, Mínimo Acoplamiento y Rehilete.

Para llevar a cabo las comparaciones con modelos sintéticos se utilizó el programa ERTLab 64® tanto para generar datos de resistividad aparente como para invertirlos. ERTLab 64® utiliza el método de elementos finitos para calcular datos de resistividad aparente, por lo tanto, solo pueden modelar anomalías con forma de prisma rectangular. Los parámetros que se deben ingresar para crear el medio sintético son la resistividad del medio, la resistividad de la anomalía, las dimensiones de la anomalía y su posición. Por otro lado, el proceso de inversión se lleva a cabo con el método de Mínimos Cuadrados con una regularización de Tikhonov para obtener una solución suavizada.

Al evaluar los 9 arreglos en los dos medios sintéticos se obtuvieron 18 tomografías en total. Adicionalmente, se realizaron tres combinaciones de arreglos que fueron probadas

en tres medios adicionales. La primera combinación incluye a los arreglos Wenner, Wenner-Schlumberger y Dipolo-Dipolo; la segunda combinación contiene a los arreglos WS Gradiente, Ecuatorial Paralelo, Ecuatorial Diagonal y Esquinas y, por último, la tercera combinación formada por el agrupamiento de los arreglos Mínimo Acoplamiento y Rehilete. Con estas 9 tomografías adicionales se tiene un total de 27 tomografías.

2.1 Medios

La comparación se realizó utilizando cinco medios sintéticos con el objetivo de identificar el alcance de cada arreglo ante los cambios verticales y horizontales de la resistividad. El Medio 1 presenta cambios verticales; el Medio 2 tiene cambios horizontales y verticales; mientras, los últimos tres medios están compuestos por tres cuerpos de menor tamaño distribuidos a lo largo del medio. La dimensión de las estructuras que conforman en cada medio se eligió para que coincidieran con las dimensiones de las estructuras que podemos encontrar en la naturaleza.

El Medio 1 es la idealización de una caverna con agua, el cual es un caso especial de un acuífero. El medio está compuesto de tres capas horizontales (fig. 2.1), donde el estrato superficial es una roca caliza con 12 m de espesor y tiene una resistividad de 1000 ohm·m. Debajo hay una capa de agua con una resistividad de 10 ohm·m y 16 m de espesor. El tercer estrato de caliza con al menos 10 m de espesor, tiene una resistividad de 1000 ohm·m. Este medio puede representar a un cenote cerrado, el cual está cubierto bajo el macizo rocoso de caliza; un ejemplo es XKeke ubicado en Valladolid, Yucatán. Los cenotes son atracciones turísticas que también funcionan como una de las fuentes hídricas más importantes en el estado de Yucatán, ya que de los cenotes proviene un 42 % de volumen total de agua para las actividades diarias del estado (Becerril y Hernández-Cuevas, 2020).

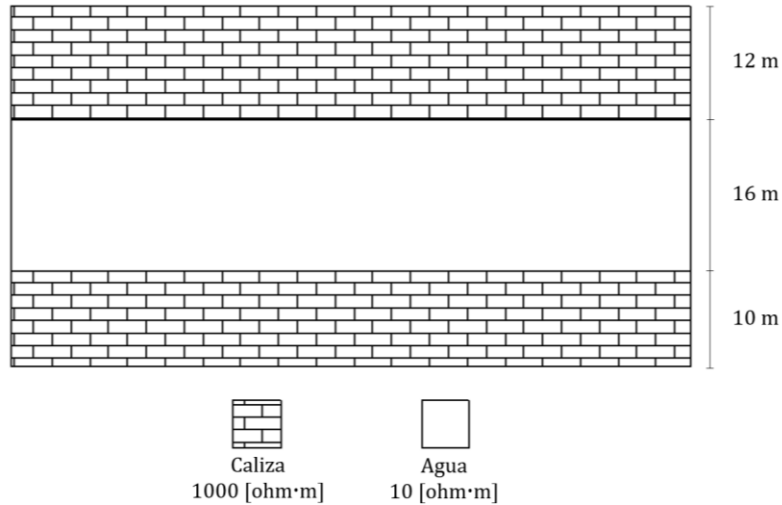


Figura 2.1. Medio 1. Representación de un cenote.

El Medio 2 es la representación de una estratificación con intrusión de un dique granítico, por lo tanto, presenta cambios horizontales y cambios verticales (fig. 2.2). El primer estrato es una mezcla de gravas y arenas limosas con un espesor de 5 m desde la superficie y tiene una resistividad de 300 ohm·m. El segundo estrato es un basalto con resistividad de 2000 ohm·m con un espesor mínimo de 35 m. Estos dos estratos están siendo intrusionados por un dique de granito que está presente desde la superficie hasta al menos 40 m de profundidad y tiene una resistividad de 5000 ohm·m. El granito es una roca ígnea intrusiva con un valor económico debido a su utilidad como recubrimiento en edificios y mobiliario por su alta durabilidad.

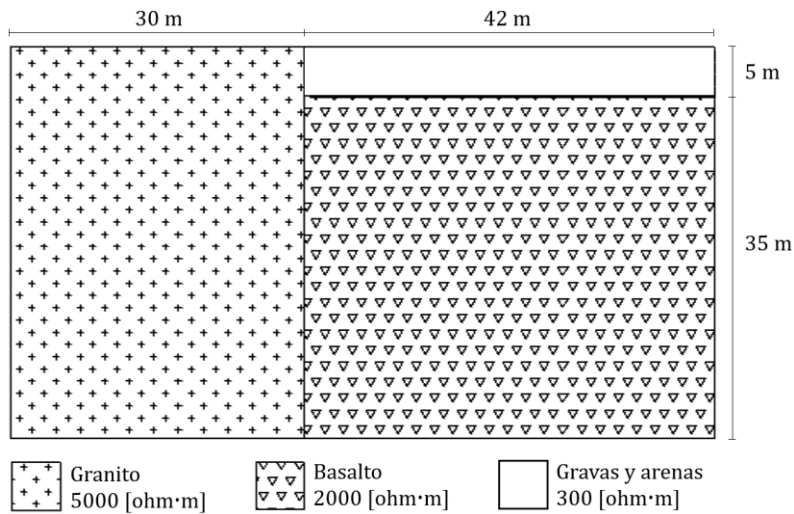


Figura 2.2. Medio 2. Representación de la intrusión de un dique granítico.

Por último, se presentan al Medio 3, Medio 4 y Medio 5, que están caracterizados por contener 3 prismas distribuidos en el medio. Estos medios permiten poner a prueba la sensibilidad de los arreglos para localizar cuerpos aislados, lo cual es un escenario común en estudios arqueológicos.

El Medio 3 tiene una resistividad de 100 ohm·m y contiene tres prismas llamados A, B y C cuya dimensión es de 5 m x 5 m x 5 m (fig. 2.3) y con una resistividad de 500 ohm·m. El centro del cuerpo A se ubica en el punto con coordenadas (10, 10, -4.5); B tiene su centro en el punto (35, 35, -4.5); C tiene su centro en (64.5, 64.5, -4.5).

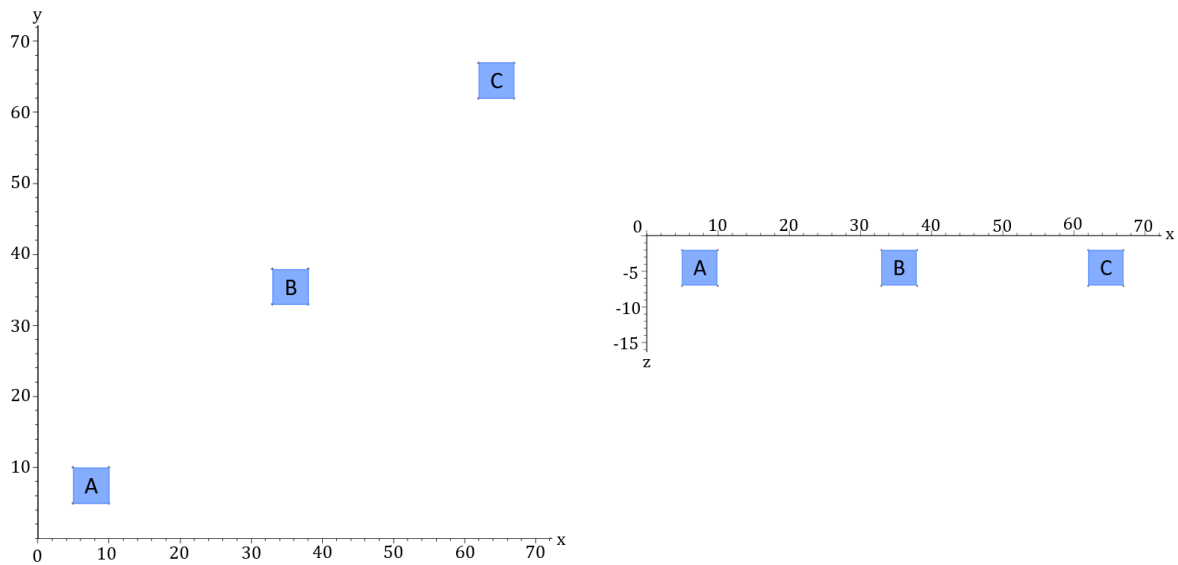


Figura 2.3. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 3

El Medio 4 es similar al Medio 3, sin embargo, los prismas se encuentran más profundos (fig. 2.4). El centro del cuerpo A se ubica en el punto con coordenadas (10, 10, -12.5); B tiene su centro en el punto (35, 35, -12.5); C tiene su centro en (64.5, 64.5, -12.5).

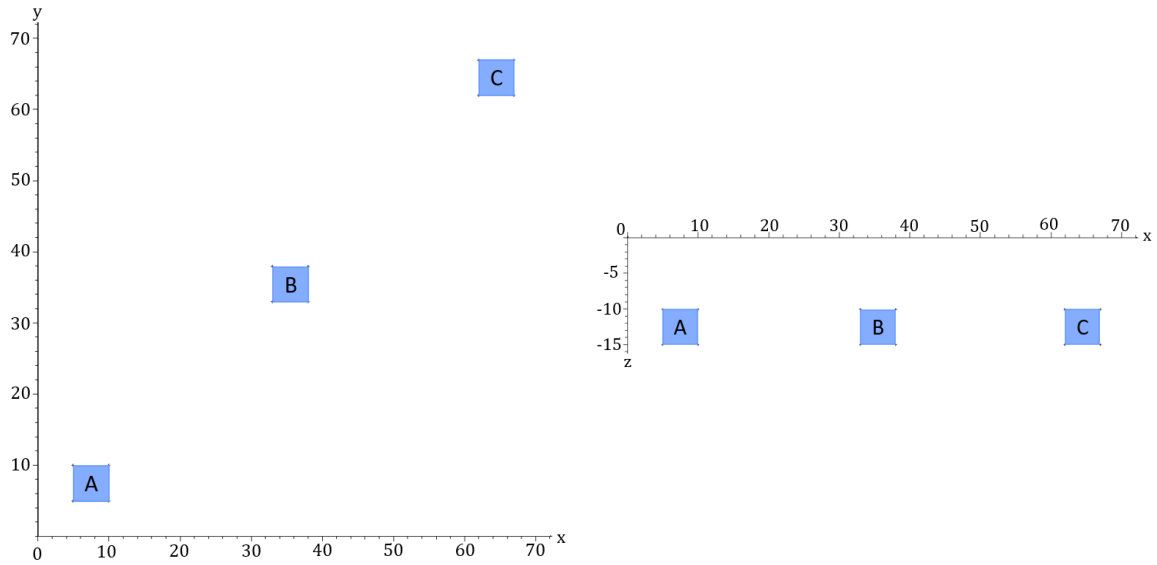


Figura 2.4. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 4.

El Medio 5 se diferencia a los anteriores al tener los prismas alineados al centro del eje X (fig. 2.5). Entonces, se tiene el centro del cuerpo A en el punto con coordenadas (35.5, 7.5, -4.5); B tiene su centro en el punto (35.5, 35.5, -4.5); C tiene su centro en (35.5, 64.5, -4.5).

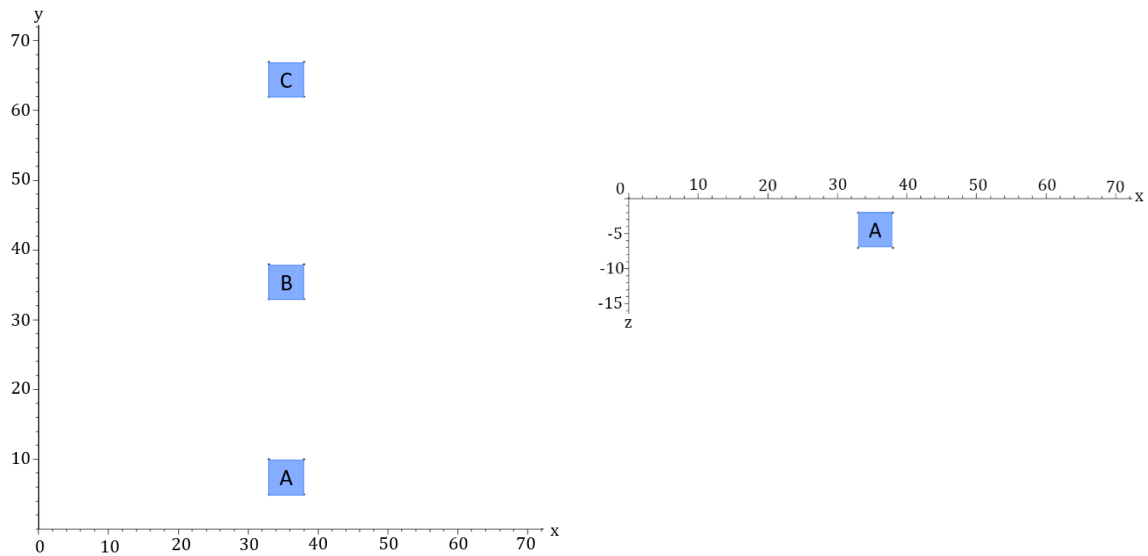


Figura 2.5. Vista superior y frontal de la disposición de los cubos en el Medio 5.

2.2 Arreglos

El diseño del estudio consistió en colocar 96 electrodos formando un cuadrado cuya área es de 72 m x 72 m y con una separación electródica de tres metros; con esta separación electródica es posible identificar los cambios verticales y horizontales de las estructuras propuestas en los medios sintéticos (fig. 2.6).

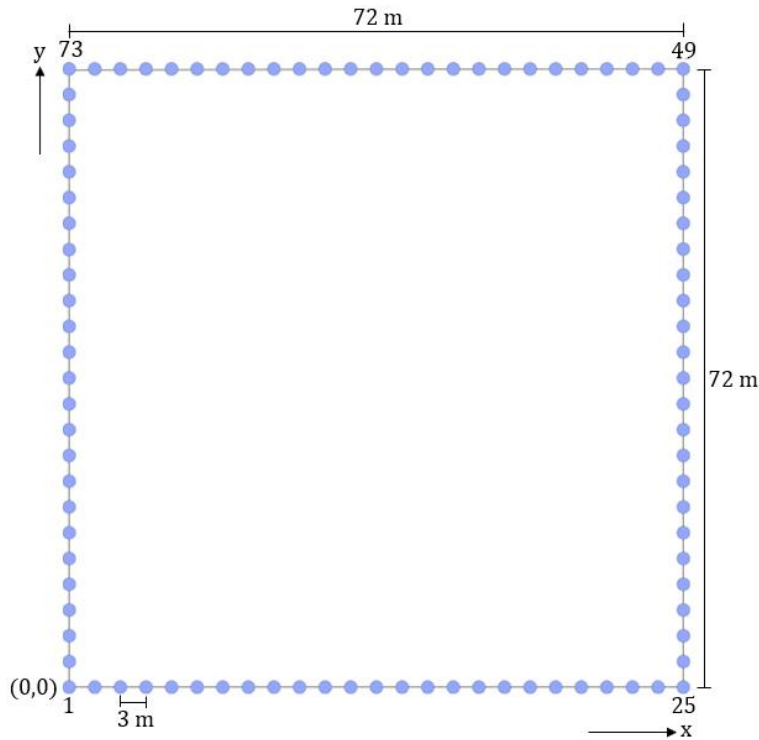


Figura 2.6. Ubicación de los electrodos en una geometría cuadrada de 72 m x 72 m y con una separación electródica de 3m.

Los arreglos elegidos son el Dipolo-Dipolo, Wenner, Wenner-Schlumberger, Ecuatorial Paralelo, Esquinas, WS Gradiente, Ecuatorial Diagonal, Mínimo Acoplamiento y Rehilete. Para este estudio fue necesario realizar algunas modificaciones a los arreglos elegidos para adaptarlos a la geometría cuadrada. En general, es posible agrupar en cinco grupos las modificaciones realizadas. Los arreglos Dipolo-Dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger se adaptaron pensando en el perímetro del cuadrado como una línea recta. Los arreglos Ecuatorial Paralelo y Mínimo Acoplamiento se realizan sobre dos líneas de electrodos paralelas; debido a que el cuadrado se conforma de dos pares de líneas paralelas

se pudieron adaptar estos arreglos a ambos pares de líneas. Para realizar el arreglo WS Gradiente se necesita contar con tres líneas de electrodos con forma de herradura; en el cuadrado de electrodos existen cuatro herraduras, por tanto, se realizan mediciones con estos arreglos en cada una de las herraduras; adicionalmente, el arreglo Rehilete también utiliza tres líneas de electrodos con forma de herradura, pero, es posible hacer 8 mediciones en este estudio. El arreglo Esquinas se realiza sobre dos líneas perpendiculares que forman una esquina, la adaptación en el estudio es hacer mediciones para los dos pares de esquinas del cuadrado. El arreglo Ecuatorial Diagonal está diseñado para usarse sobre una geometría cuadrada, por lo cual no se le hizo ninguna modificación.

Para comprender mejor la adaptación de cada uno de los arreglos en la forma cuadrada se describen las secuencias realizadas para cada uno.

2.2.1 Dipolo-Dipolo

Por definición el arreglo Dipolo-Dipolo se realiza utilizando una línea de electrodos y para adaptarlo a la geometría cuadrada es posible suponer al perímetro de dicho cuadrado como una línea extendida, sobre este perímetro se efectúan las mediciones.

El primer recorrido de los electrodos se realiza con $n=1$ y los electrodos ABMN tienen las posiciones 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Los recorridos terminan cuando $n=24$, en la última medición los electrodos están en las posiciones 96, 1, 24 y 25 (fig. 2.7). El parámetro a es constante e igual a 1 para todos los recorridos.

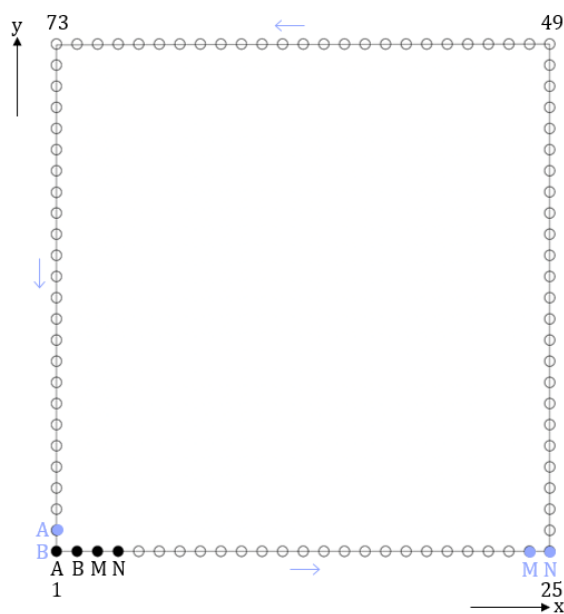


Figura 2.7. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Dipolo-Dipolo.

Para que los datos sean simétricos en las esquinas se finalizan las mediciones de cada recorrido hasta que A tenga la posición 96. Con esta adaptación del arreglo se obtienen 2112 mediciones (fig. 2.8); los datos obtenidos se encuentran principalmente en las esquinas, el arreglo no genera datos en el centro del cuadrado. La profundidad teórica del arreglo es de 19.07 m.

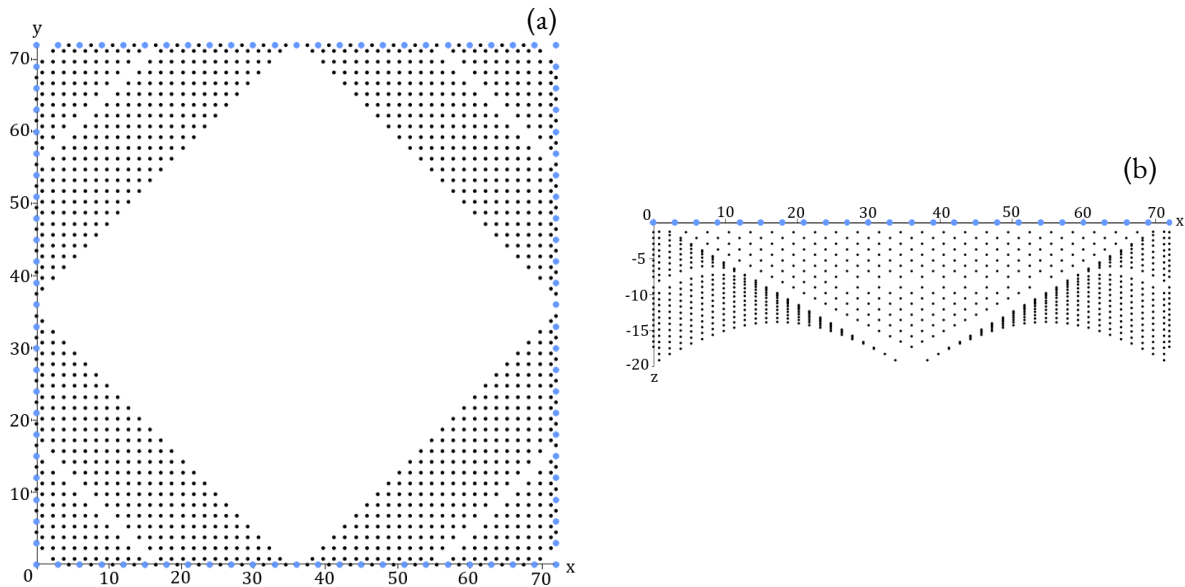


Figura 2.8. Puntos de atribución del arreglo Dipolo-Dipolo. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.2 Wenner

La adaptación del arreglo Wenner se efectúa al pensar al perímetro del cuadrado como una línea extendida y sobre este perímetro se realizan las aperturas pertinentes. En el primer recorrido el valor de a es 1 y los electrodos AMNB tienen las posiciones 1, 2, 3 y 4. Después el valor de a aumenta una unidad en los recorridos siguientes hasta llegar a una separación electródica de 24; los recorridos terminan cuando el electrodo A esté en la posición 96

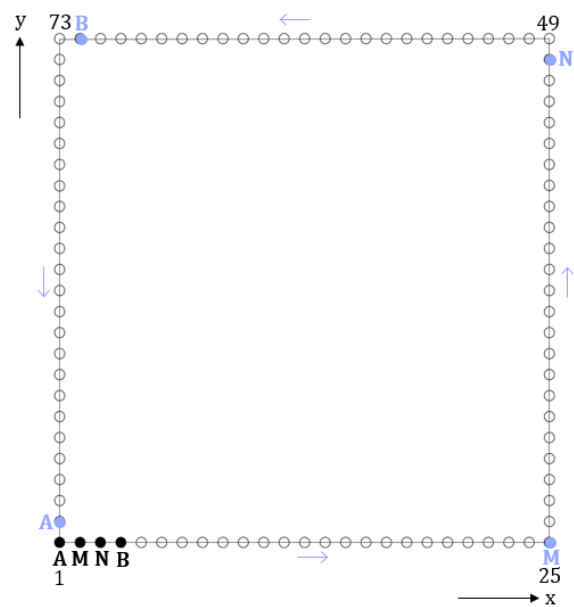


Figura 2.9. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Wenner.

(fig. 2.9). Al tener estas consideraciones se obtienen 1142 medidas (fig. 2.10). La vista superior (fig. 2.10a) indica que existen datos en todo el plano XY, es decir hay una buena cobertura horizontal; el arreglo no genera datos en la zona central cercana a la superficie y a mayor profundidad los datos disminuyen. La profundidad teórica del arreglo es de 32.46 m.

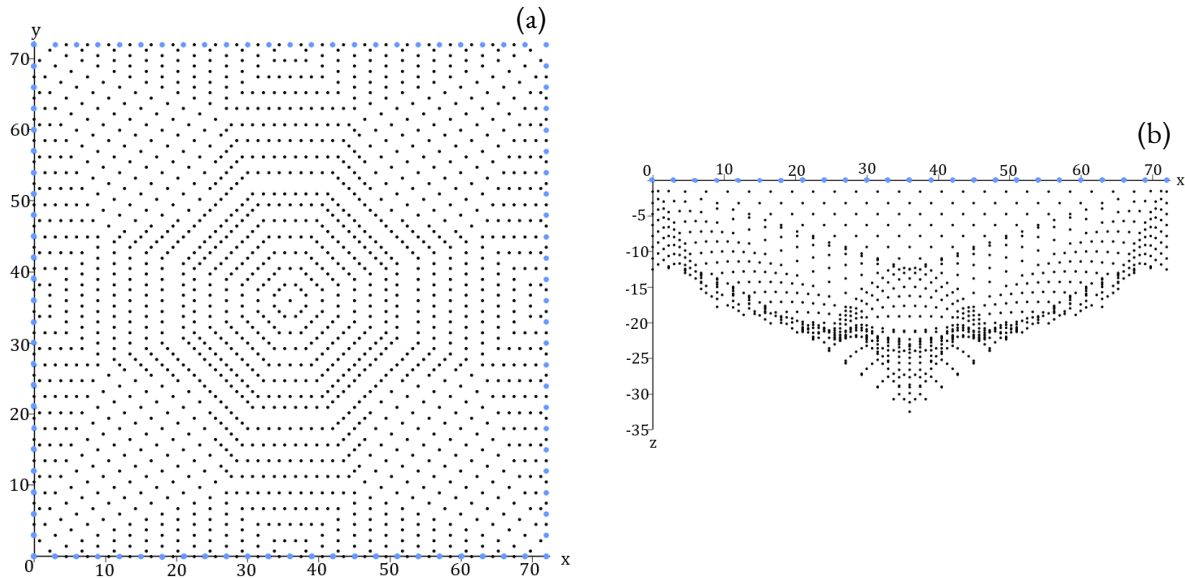


Figura 2.10. Puntos de atribución del arreglo Wenner. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.3 Wenner-Schlumberger

El arreglo Wenner-Schlumberger se realiza utilizando una línea de electrodos, la adaptación para usarlo en una geometría cuadrada se lleva a cabo suponiendo al perímetro de dicho cuadrado como una línea extendida.

El primer recorrido de los electrodos es con $n=1$ y los electrodos AMNB tienen las posiciones 1, 2, 3 y 4. Posteriormente, el valor de n aumenta en los recorridos siguientes hasta llegar a $n=24$. El parámetro a es

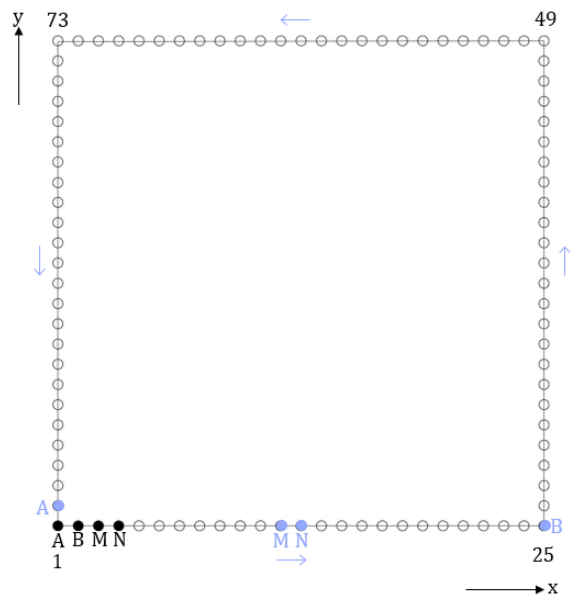


Figura 2.11. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Wenner-Schlumberger.

constante e igual a 1 en todos los recorridos. Sin embargo, las mediciones no terminan cuando N se posiciona en el electrodo 96, pues faltarían datos de la esquina inferior izquierda; para ello se continúan las mediciones hasta que A se encuentre en el electrodo 96 (fig. 2.11); esto se realiza en todos los recorridos. El total de mediciones obtenidas es 1142, las cuales se encuentran principalmente en las esquinas del cuadrado (fig. 2.12). La profundidad teórica del arreglo es de 14.33 m.

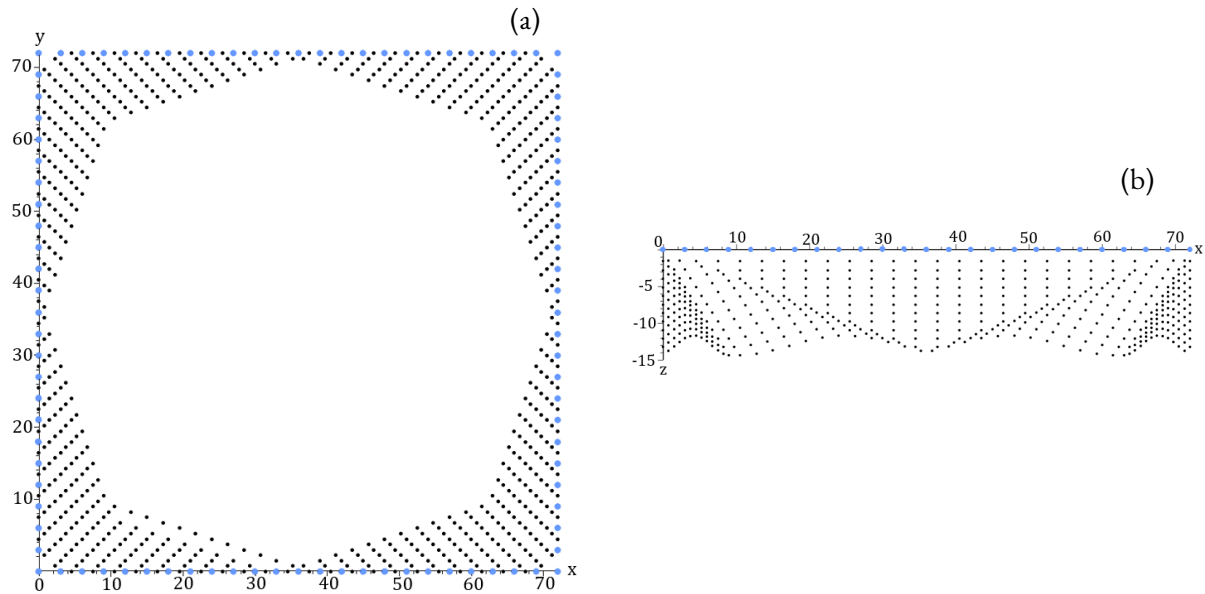


Figura 2.12. Puntos de atribución del arreglo Wenner-Schlumberger. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.4 Wenner-Schlumberger Gradiente

Como se menciona en la descripción del arreglo para realizarlo se necesitan tres líneas perpendiculares de electrodos en forma de herradura. El diseño del estudio utiliza una geometría electródica cuadrada, por tanto, se pueden identificar cuatro herraduras (fig. 2.13).

En la primera herradura, las líneas de corriente están dadas por las líneas de electrodos 1 a 73 y 25 a 49 y la línea de potencial la conforman los electrodos 73 a 49 (fig. 2.13a). La segunda herradura utiliza como líneas de corriente a las líneas paralelas de electrodos 73 a 96 y 49 a 26 y como línea de potencial a los electrodos 1 a 25 (fig. 2.13b). En la tercera herradura, las líneas de corriente están dadas por los electrodos 1 a 24 y 73 a 50, mientras la línea de potencial está conformada por los electrodos 25 a 49 (fig. 2.13c). Finalmente, la

última herradura, tiene a las líneas de electrodos 25 a 2 y 49 a 72 como líneas de corriente y a los electrodos 1 a 96 como línea de potencial (fig. 2.13d). El proceso de adquisición en cada herradura se realizó de acuerdo a la definición del arreglo, con ello se obtuvieron 576 mediciones en cada caso, dando un total de 2304 mediciones para el estudio, dichas mediciones se observan principalmente en la zona central del cuadrado, en cambio, en las esquinas no existen algún dato que las cubra (fig. 2.14). La profundidad teórica del arreglo es de 37.92 m.

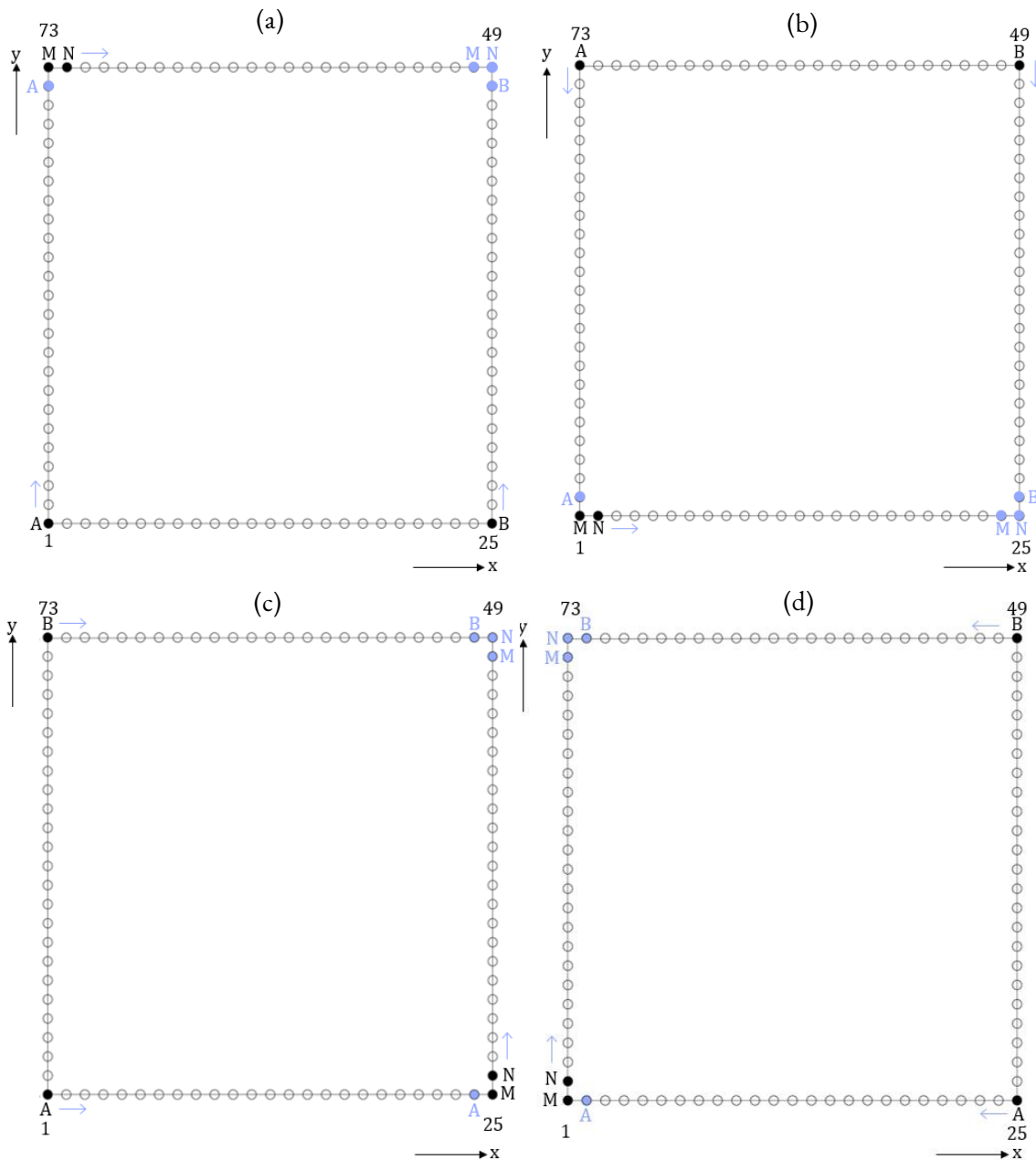


Figura 2.13. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo WS Gradiente.

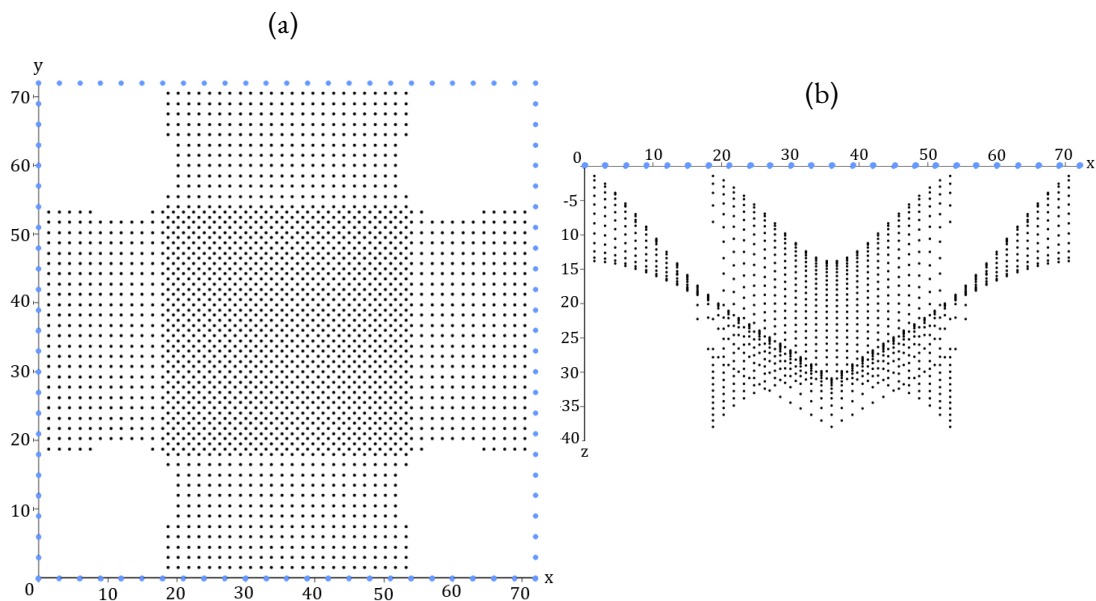


Figura 2.14. Puntos de atribución del arreglo WS Gradiente. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.5 Ecuatorial Paralelo

El arreglo Ecuatorial Paralelo emplea dos líneas paralelas y la geometría cuadrada del estudio cuenta con dos pares de líneas paralelas, de esta manera, es posible realizar dos veces el procedimiento. El primer procedimiento se realiza para las líneas verticales del cuadrado y el segundo procedimiento se hace para las líneas horizontales (fig. 2.15). Para cada par de líneas electródicas se obtienen 300 mediciones, por lo cual es posible medir 600 datos con el arreglo Ecuatorial Paralelo, estos se encuentran sobre dos líneas perpendiculares en el centro; la densidad mayor de datos está cerca de la superficie (fig. 2.16). La profundidad teórica del arreglo es de 32.46 m.

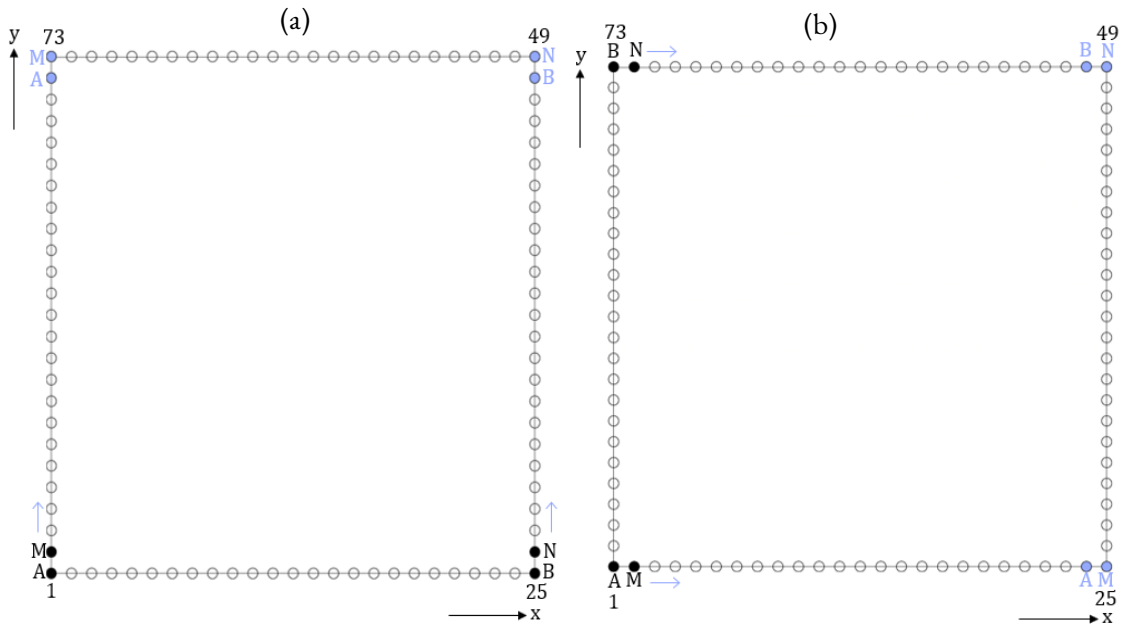


Figura 2.15. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Ecuatorial Paralelo.

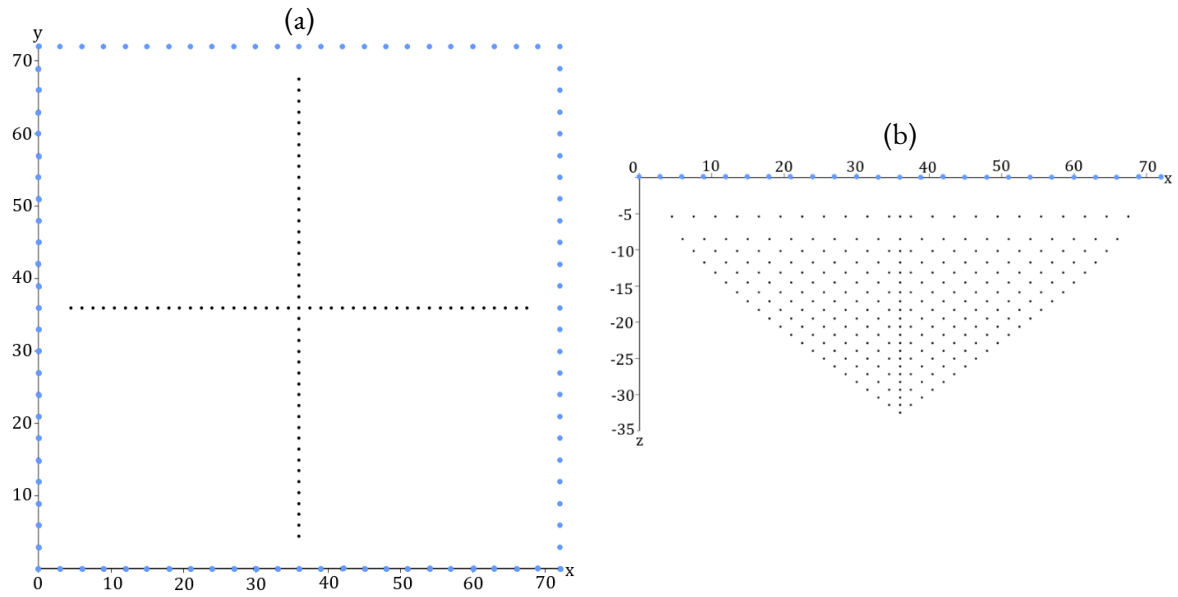


Figura 2.16. Puntos de atribución del arreglo Ecuatorial Paralelo. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.6 Ecuatorial Diagonal

El arreglo Ecuatorial Diagonal emplea 4 líneas de electrodos que forman un cuadrado, por lo cual, se hizo una adquisición según se establece en la definición del arreglo y una adquisición complementaria que permite tener datos simétricos. La primera adquisición de datos se lleva a cabo con los electrodos de corriente en las esquinas 1 y 49 y adyacentes a ellos están M y N en las posiciones 96 y 50 (fig. 2.17a). La adquisición complementaria, inicia el recorrido con los electrodos de corriente en las esquinas 25 y 73 y los electrodos de potencial en los puntos 24 y 74 (fig. 2.17b). Las mediciones resultantes son de 1104 en total; los datos se observan desde la vista superior (fig. 2.18a) en forma de x y la vista frontal muestra que la mayor densidad de datos está entre los -30 m y -25 m (fig. 2.18). La profundidad teórica del arreglo es de 37.41 m.

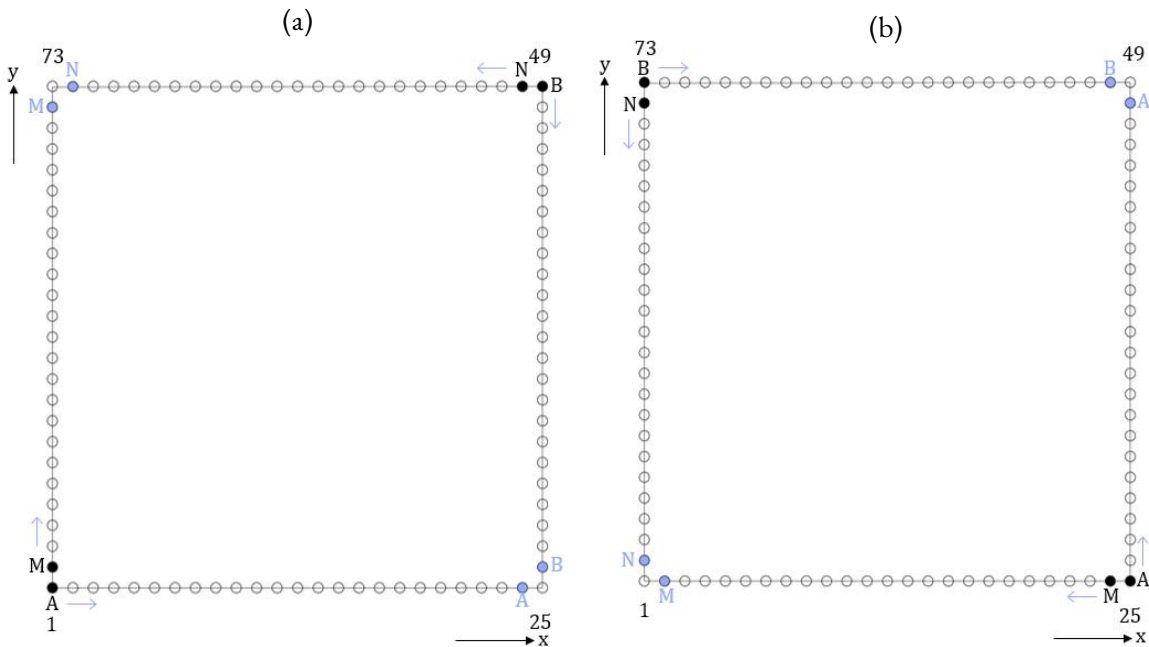


Figura 2.17. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Ecuatorial Diagonal.

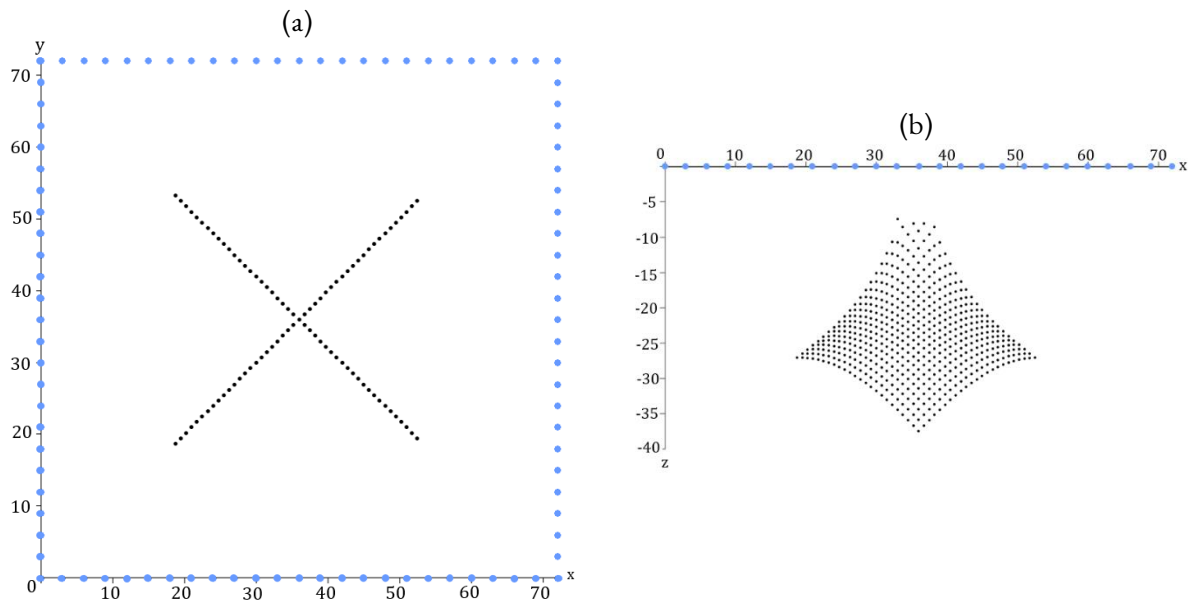


Figura 2.18. Puntos de atribución del arreglo Ecuatorial Diagonal.
 (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.7 Esquinas

La adaptación del arreglo Esquinas implica realizar las etapas Ecuatorial Dipolar (fig. 2.19a) y Dipolar Acimutal para cada esquina del cuadrado, es decir, cuatro veces (fig. 2.19b y c). La primera etapa de mediciones tiene como resultado 276 datos en cada esquina y la segunda etapa proporciona 552 mediciones; en total se adquieren 3312 datos los cuales se encuentran principalmente en las esquinas (fig. 2.20a); además la vista frontal (fig. 2.20b) muestra que los datos se encuentran principalmente cerca de la superficie. La profundidad teórica del arreglo es de 27.02 m.

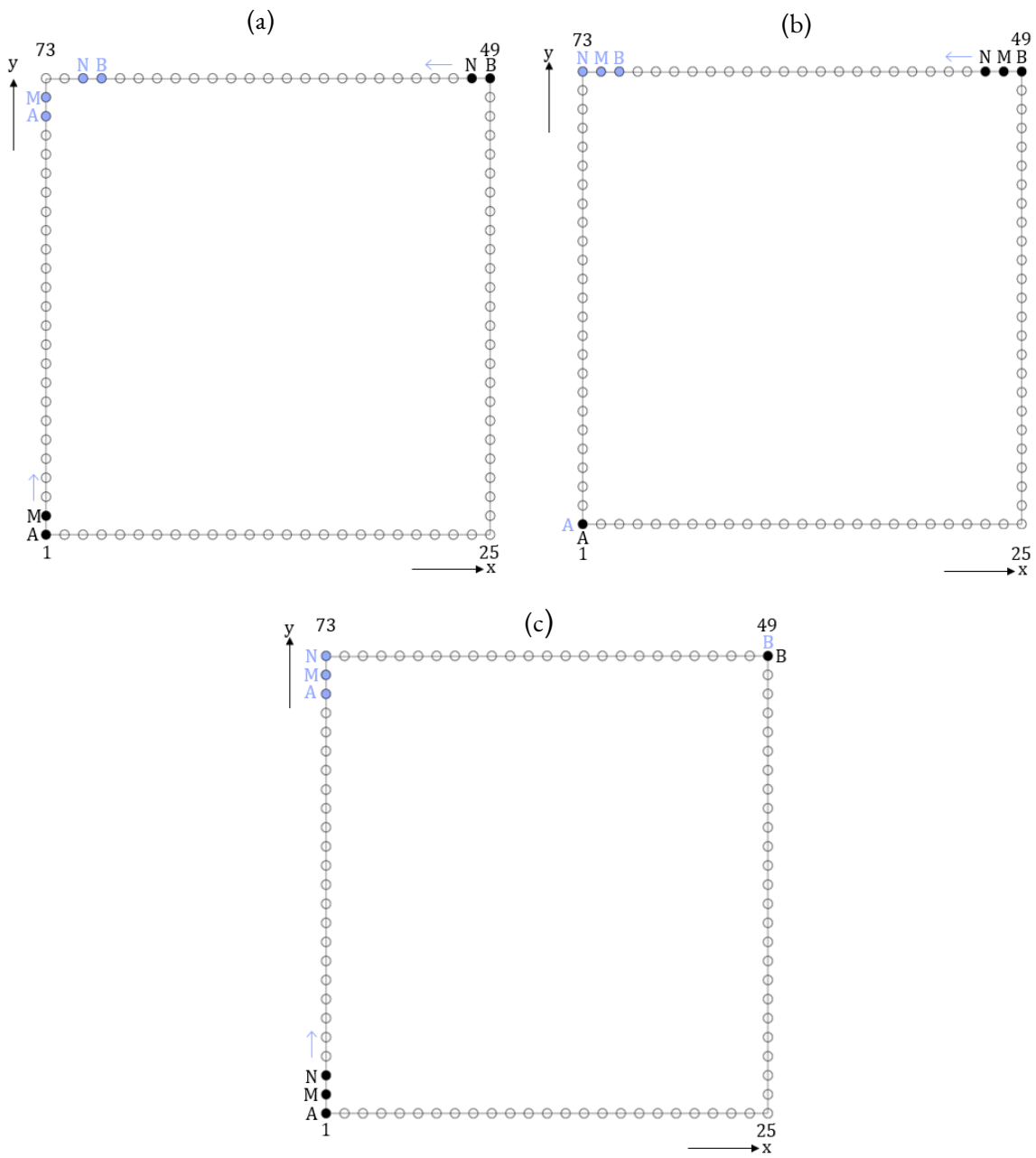


Figura 2.19. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Esquinas.

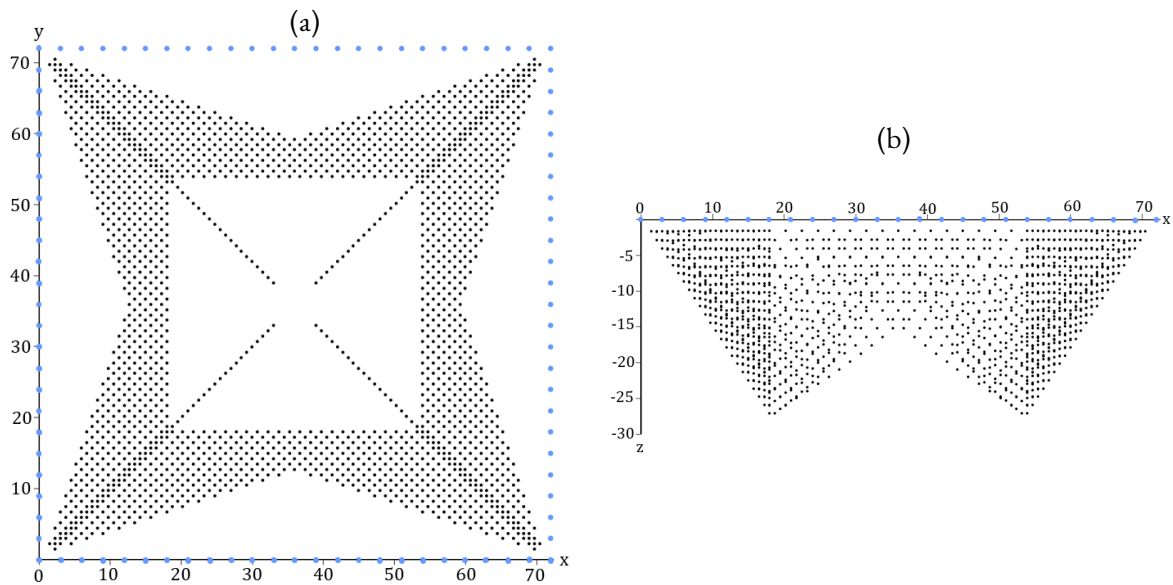


Figura 2.20. Puntos de atribución del arreglo Esquinas.
(a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.8 Mínimo acoplamiento

Como se menciona en la definición del arreglo Mínimo Acoplamiento es necesario el uso de dos líneas paralelas de electrodos para hacer las mediciones. En la geometría eléctrica cuadrada utilizada es posible realizar el procedimiento en dos ocasiones, pues se cuentan con dos pares de líneas paralelas. En principio, el arreglo se hizo tal y como está descrito en la definición, sin embargo, se decidió experimentar con las separaciones entre los electrodos de potencial y la separación de este dipolo con el dipolo de corriente. Entonces, la distancia inicial entre los electrodos M y N es de 2 posiciones y la distancia entre el dipolo MN al electrodo A también es de 2 posiciones; por lo tanto, las posiciones iniciales de A y B son 1 y 25 y de M y N son de 95 y 93. El primer recorrido de M y N se hace desde los electrodos 95-93 hasta los electrodos 75-73. Una vez terminado el recorrido, A y B se mueven una posición a los electrodos 96 y 26 y M y N harán un recorrido desde 94-92 hacia los electrodos 75-73. Los recorridos terminan cuando A y B estén en las posiciones 77 y 45 y los electrodos de potencial en las posiciones 75 y 73. El procedimiento para los siguientes recorridos se realiza de la misma manera hasta que la última apertura eléctrica sea de 12 (fig. 2.21).

El proceso se realiza nuevamente ahora para las líneas paralelas de electrodos 1-25 y 73-49. Con la adquisición finalizada se obtienen 3784 datos los cuales forman 4 líneas perpendiculares y se observa que la mayor cantidad de datos está cerca de la superficie (fig. 2.22). La profundidad teórica del arreglo es de 22.06 m.

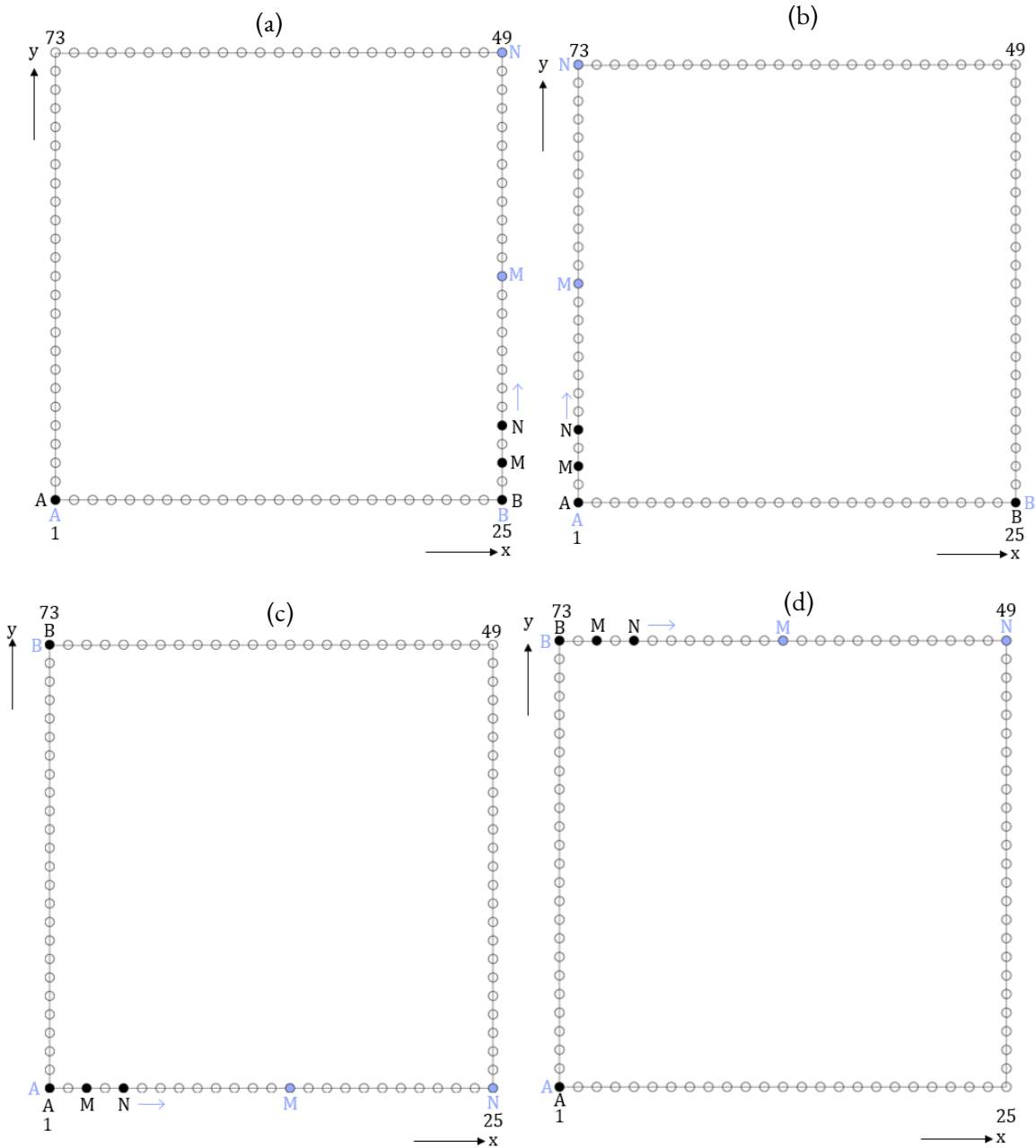


Figura 2.21. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Mínimo Acoplamiento.

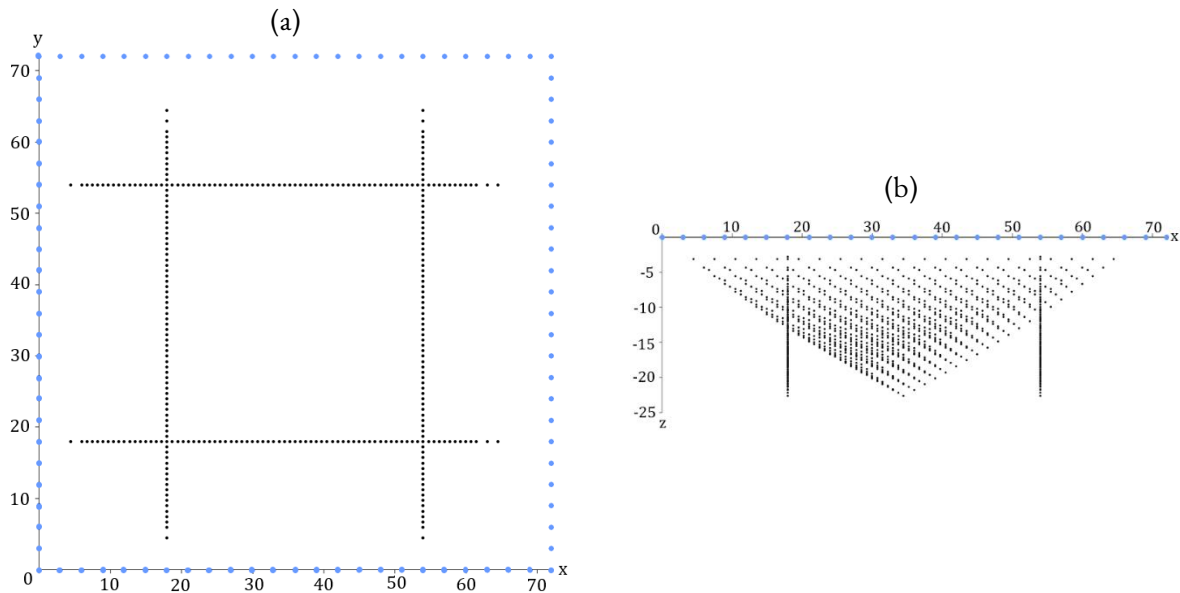


Figura 2.22. Puntos de atribución del arreglo Mínimo Acoplamiento. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.9 Rehilete

El arreglo está inspirado en el arreglo Wenner-Schlumberger Gradiente, por lo tanto, al realizarlo se necesitan tres líneas electródicas que formen la forma de herradura.

La primera medición se realiza con los electrodos de corriente fijos en las posiciones 1 y 73, los electrodos de potencial inician en las posiciones 25 y 72. De tal modo que B y N son contiguos, y A y M están en el inicio de las líneas paralelas (fig. 2.23a). Después, N se recorre una posición en cada medición hasta llegar al electrodo 50 y M se recorre una posición para llegar al electrodo 49. En el siguiente recorrido A se mueve a la posición 96 y B se mantiene fijo en el electrodo 73; mientras los electrodos M y N inician en las posiciones 26 y 72, respectivamente, y realizan un nuevo recorrido.

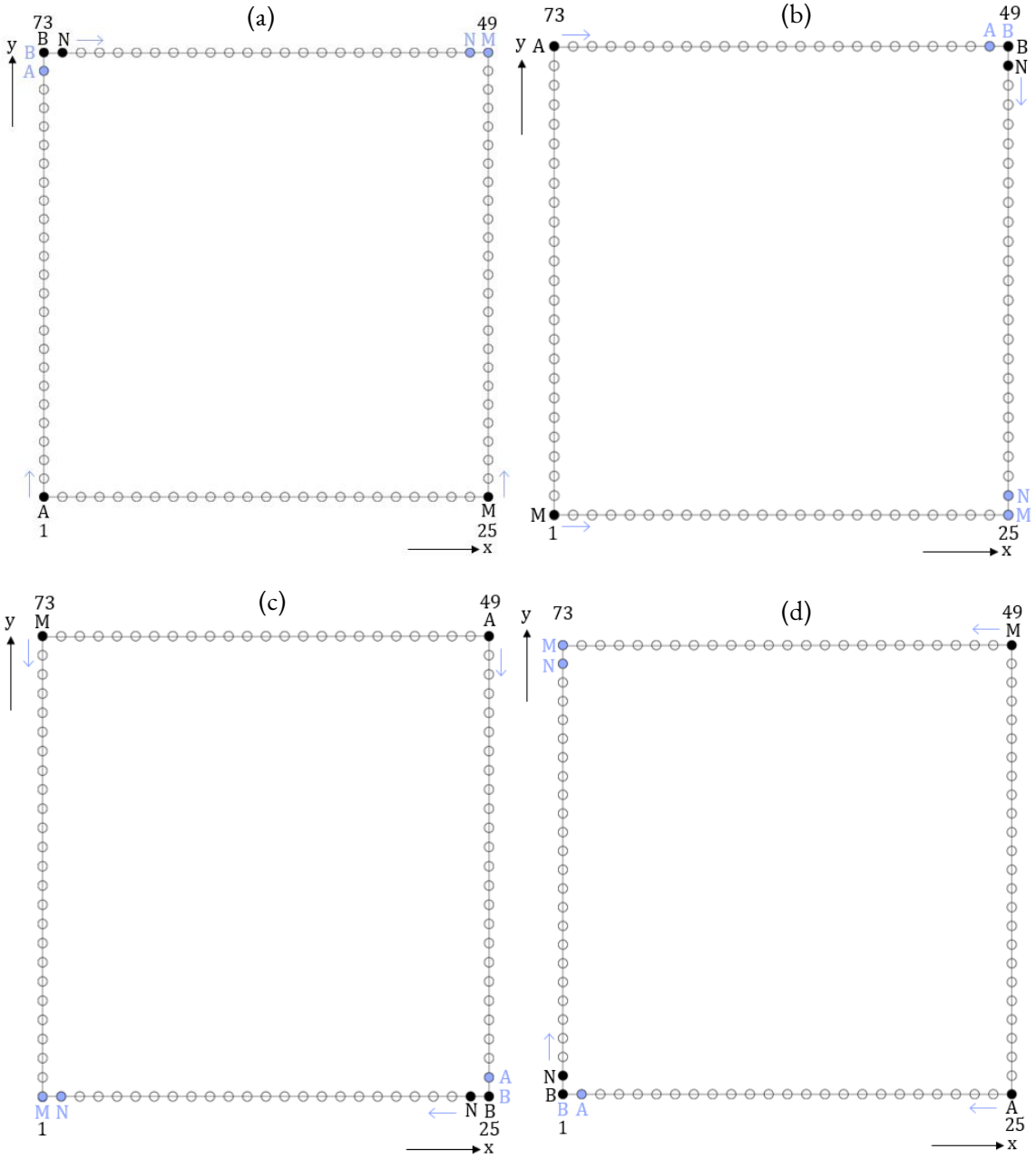
A partir del cuarto recorrido el electrodo M se mueve menos posiciones que el electrodo N, por lo tanto, al llegar M al electrodo 49 se queda fijo hasta que N termina su recorrido. Las mediciones terminan cuando A llega a la posición 74, M a la posición 49 y N a la posición 50. B se mantiene fijo en todas las mediciones.

La segunda herradura está formada por las líneas paralelas con los electrodos 49-73 y 1-25 y la línea perpendicular con electrodos de 25-49, las posiciones de los electrodos A, B,

M y N son 73, 49, 1 y 48, respectivamente (fig. 2.23b). La tercera herradura inicia con los electrodos A y B en las ubicaciones 49 y 25 y los electrodos M y N en las ubicaciones 73 y 24; utiliza las líneas paralelas con los electrodos 73-96 y 25-49 y como línea perpendicular la conformada por los electrodos 1 a 25 (fig. 2.23c). La cuarta herradura se lleva a cabo al tener a los electrodos M y N en las coordenadas 25 y 1 y a los electrodos A y B en las coordenadas 49 y 96; en este caso las líneas paralelas se conforman por lo electrodos 1 a 25 y 49 a 73, mientras la línea perpendicular está dada por los electrodos 73 a 96 (fig. 2.23d). Las mediciones que se realizan en las herraduras anteriores tienen sentido de las manecillas del reloj.

Adicionalmente, es posible volver a medir sobre las mismas herraduras y obtener una mayor cantidad de mediciones; estas mediciones adicionales se realizan en sentido contrario a las manecillas del reloj. La primera herradura inicia con los electrodos A y B en las ubicaciones 25 y 49 y los electrodos M y N en las ubicaciones 1 y 50 (fig. 2.23e). Las posiciones iniciales de la segunda herradura son 1 y 25 para los electrodos de corriente y los electrodos de potencial se encuentran posicionados en 73 y 26 (fig. 2.23f). La tercera herradura ahora está formada por los electrodos A y B en las posiciones 73 y 1 y los electrodos M y N en las posiciones 49 y 2 (fig. 2.23g). La cuarta herradura se lleva a cabo al tener a los electrodos de corriente en las coordenadas 49 y 73 y a los electrodos de potencial en las coordenadas 25 y 74 (fig. 2.23h).

De esta manera, el procedimiento se repite 8 veces, con lo cual se obtienen un total de 4424 datos medidos, los cuales no están presentes en las esquinas y el centro del cuadrado (fig. 2.24). La profundidad teórica del arreglo es de 37.92 m.



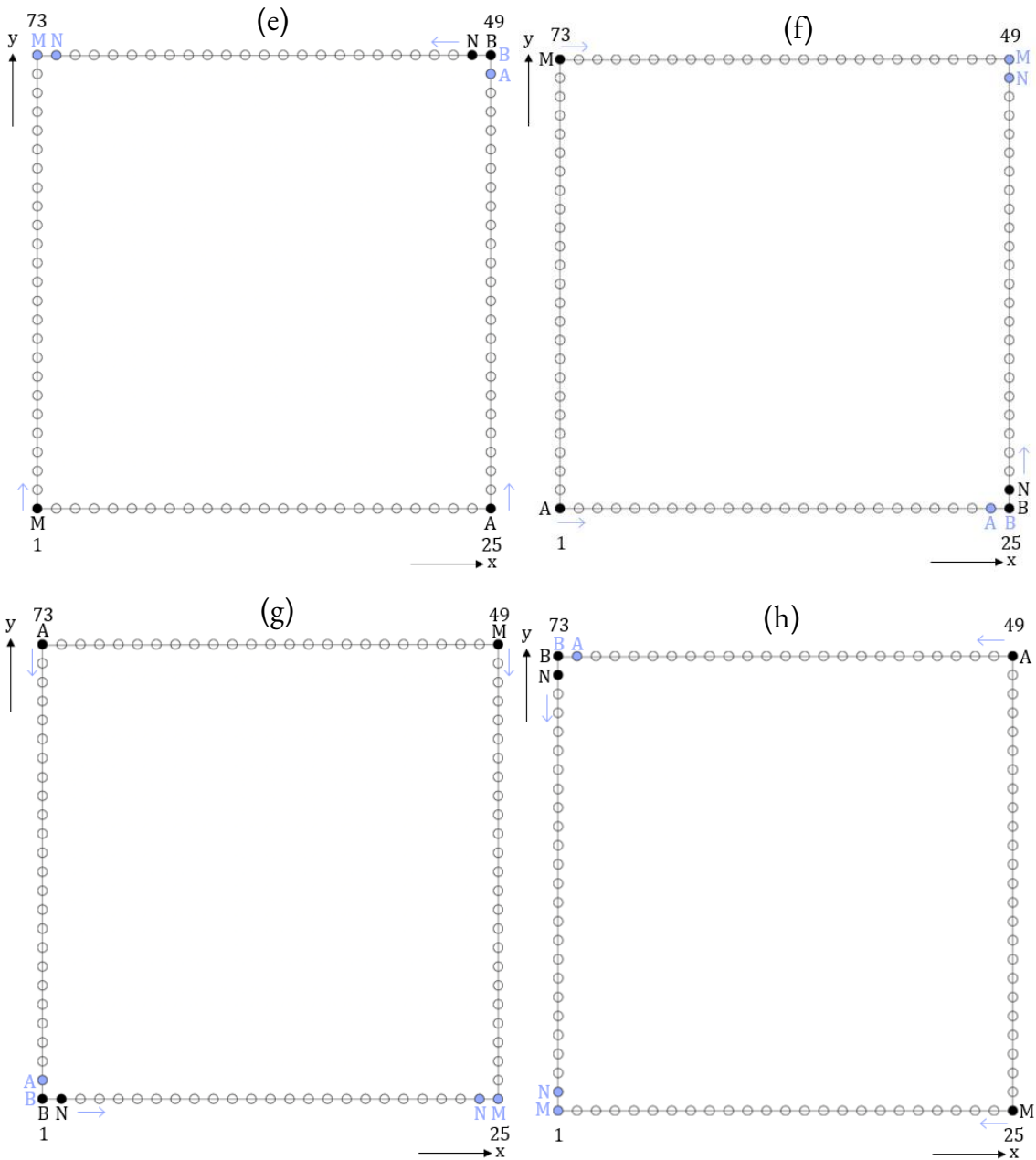


Figura 2.23. Primera posición (círculos negros) y última posición (círculos azules) de los electrodos del arreglo Rebilite.

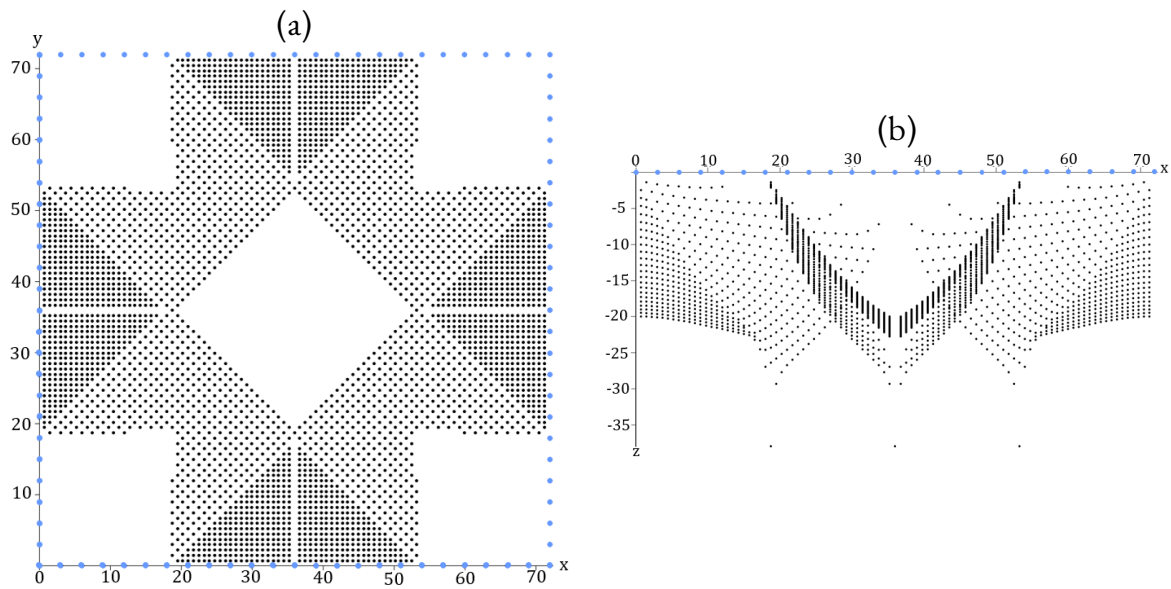


Figura 2.24. Puntos de atribución del arreglo Rebite. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.10 Combinación 1

La Combinación 1 está dada por los arreglos Dipolo-Dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger. En total se obtienen 4396 mediciones (fig. 2.25).

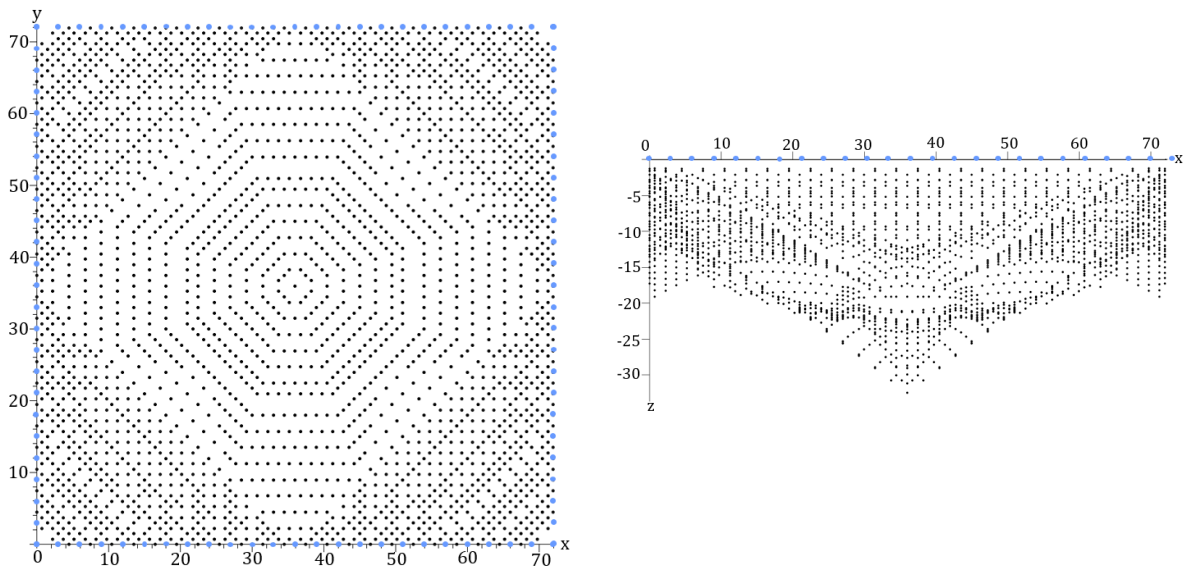


Figura 2.25. Puntos de atribución de la Combinación 1. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.11 Combinación 2

La Combinación 2 está formada por los arreglos WS Gradiente, Ecuatorial Paralelo, Ecuatorial Diagonal y Esquinas. En total se obtienen 7320 mediciones (fig. 2.26).

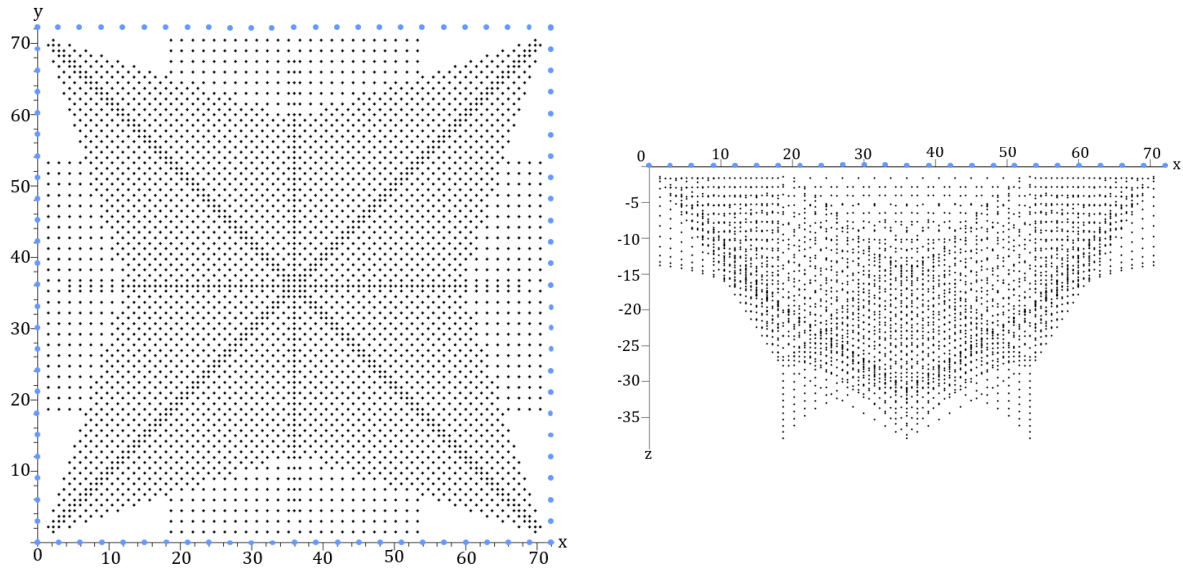


Figura 2.26. Puntos de atribución de la Combinación 2. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.2.12 Combinación 3

La Combinación 3 la conforman los arreglos Mínimo Acoplamiento y Rehilete. En total se obtienen 8208 mediciones (fig. 2.27).

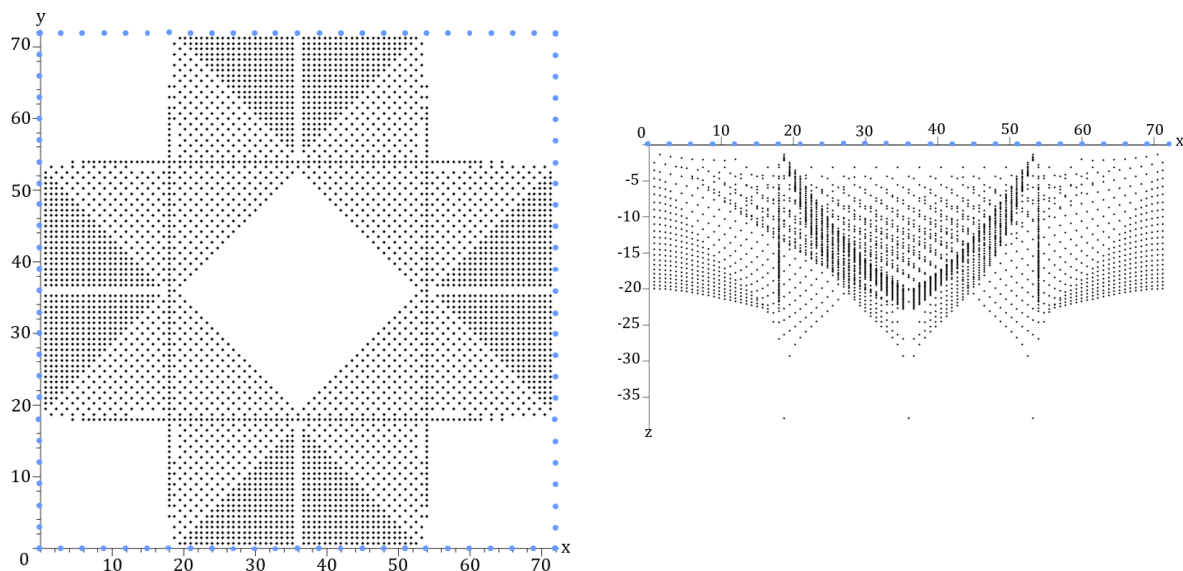


Figura 2.27. Puntos de atribución de la Combinación 3. (a) Vista superior. (b) Vista frontal.

2.3 Modelación directa, inversa y visualización.

En esta sección se explican los parámetros numéricos que se usaron en el modelado directo para generar datos sintéticos ruidosos de resistividad aparente y los parámetros numéricos que definieron el proceso de inversión; así como la manera de visualizar y generar la TRE-3D con cada arreglo y medio.

2.3.1 Modelación directa

El proceso de modelación directa consiste en simular computacionalmente la adquisición de datos de resistividad aparente con cada uno de los 9 arreglos previamente descritos sobre cada uno de los tres medios sintéticos diseñados. Para ello, se usó la herramienta “Survey Design” del software ERTLab 64® que utiliza el método de Elemento Finito para resolver la ecuación de Laplace sobre cada uno de los miles de elementos en los que discretiza el medio. Los parámetros que se deben definir para llevar a cabo el cálculo son el tamaño de la malla, la resistividad de fondo, las características geométricas y resistivas de las anomalías que conforman el medio, número máximo de iteraciones, valor de tolerancia y tipo de condiciones de frontera.

- Malla: Se compone de 2 regiones, la principal y la de fondo. La región principal está limitada en las direcciones XY por los electrodos y en la dirección vertical por la coordenada Z del punto de atribución más profundo de cada arreglo; cada elemento de esta región mide 1.5 m x 1.5 m x 1.5 m. Por otro lado, la región de fondo tiene elementos de diferente tamaño; en las direcciones XY se agregaron nodos cada 1.5 x 1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 40 y 48 metros; mientras en la dirección vertical fue 1.5 x 1, 2, 4, 8, 16 y 24 metros.
- Resistividad de fondo: En el caso del medio 1, la resistividad de fondo corresponde al material de la caliza (1000 ohm·m). En el medio 2 corresponde al basalto (2000 ohm·m). Por último, en el medio 3 corresponde al medio encajonante de 300 ohm·m.

- Anomalías: En el medio 1 se agregó sólo una anomalía que corresponde a la capa de agua de 10 ohm·m. En el medio 2 se agregaron dos anomalías, la primera corresponde a la capa de gravas y arenas, mientras la segunda anomalía corresponde al dique granítico. En el medio 3 se agregaron cuatro anomalías que corresponde a cada uno de los cubos descritos en la sección 2.1.
- Número máximo de iteraciones: 400
- Valor de tolerancia: 1×10^{-7}
- Condiciones de frontera: Mixtas.

Una vez que los datos de resistividad aparente fueron calculados, se les agregó 10% de ruido aleatorio de distribución Gaussiana con el fin de recrear este fenómeno presente en las adquisiciones en campo.

2.3.2 Inversión

El proceso de inversión consiste en calcular datos de resistividad real a partir de los datos sintéticos de resistividad aparente generados en la sección anterior. Cada conjunto de datos fue invertido con el algoritmo comercial ERTLab 64® que se conforma por el método de inversión Mínimos Cuadrados con una regularización de Tikhonov y la función de ajuste es el estadístico Chi-cuadrado con una media de N (número de mediciones) y una desviación estándar de $\sqrt{2N}$; el modelo directo ya se mencionó en la sección anterior.

En el proceso de inversión se deben establecer los parámetros numéricos tanto para el modelo directo como para el modelo inverso. En el caso del modelo directo se establecieron prácticamente los mismos valores que se usaron para calcular los datos de resistividad aparente en la sección anterior, pero se modificó la resistividad de fondo al valor medio de los datos sintéticos y no se agregó ninguna anomalía.

Los parámetros numéricos del modelo inverso se pueden dividir en tres categorías: los parámetros del proceso iterativo, los parámetros de la heterogeneidad del modelo y los parámetros del ruido.

Parámetros del proceso iterativo

- Máximo número de iteraciones: 15
- Máximo número de iteraciones del proceso interno para determinar el parámetro de robustez: 15
- Valor de tolerancia para detener el proceso de inversión: 0.001

Parámetros de la heterogeneidad del modelo.

- Factor de robustez inicial: Controla la habilidad de la inversión para hacer grandes cambios en el modelo heterogéneo. La robustez es una medida de la heterogeneidad del medio. Se fijó su valor inicial en 10.
- Factor de cambio de robustez: 10.0
- Peso en la dirección X: Controla la estratificación en la dirección X. Valores menores a 1 incrementan la estratificación, mientras valores mayores a 1 hacen modelos más suavizados. Se fijó el valor en 1.
- Peso en la dirección Y: Controla la estratificación en la dirección Y. Valores menores a 1 incrementan la estratificación, mientras valores mayores a 1 hacen modelos más suavizados. Se fijó el valor en 1.
- Peso en la dirección Z: Controla la estratificación en la dirección Z. Valores menores a 1 incrementan la estratificación, mientras valores mayores a 1 hacen modelos más suavizados. Se fijó el valor en 0.1.

Parámetros del ruido

- Porcentaje de error: Es el porcentaje de diferencia aceptable entre los datos y el modelo. Su valor debe reflejar el valor estimado de ruido. Se fijó su valor en 10.
- Valor de error: Es la diferencia absoluta aceptable entre los datos y el modelo que es aceptable. Su valor debe reflejar el umbral de ruido inferior estimado del instrumento utilizado para recoger los datos. Se fijó su valor en 0.0001.

Se utilizaron los mismos parámetros numéricos en todas las inversiones.

2.3.3 Visualización

Para visualizar las TRE-3D obtenidas de cada conjunto de datos invertidos se usó el programa Voxler3, de esta manera todos los modelos de resistividad fueron generados con el mismo método de interpolación (Inverso de la distancia con potencia 2 y suavizado 0) para obtener imágenes continuas de resistividad.

Una vez generada la malla de miles de datos se utilizó la herramienta VolRender para visualizar el volumen de resistividades. Se seleccionó una escala de Arcoíris para asociar los valores más altos de resistividad al color rojo y los valores más pequeños al color azul. El rango de la paleta de colores se asignó de acuerdo a los valores extremos que conforman los modelos sintéticos, es decir, para el modelo 1 el rango de resistividades fue [10, 1000 ohm·m], para el modelo 2 fue [300, 5000 ohm·m] y para los modelos 3, 4 y 5 los intervalos de resistividad cambian dependiendo de la combinación usada sobre cada medio. Esto con el fin de poder analizar el alcance que tiene cada arreglo para detectar anomalías.

Capítulo 3. Resultados

A continuación, se presentan las TRE-3D resultantes de usar cada arreglo sobre el Medio 1 y el Medio 2. Los resultados se agruparon por arreglo para analizar el alcance de cada uno en cada medio sintético. El rango de la escala de colores de cada tomografía se ajustó al valor mínimo y máximo de resistividad de cada medio sintético con el fin de hacer una mejor comparativa entre el modelo solución y el modelo correcto.

Respecto al Medio 3, Medio 4 y Medio 5, todas las TRE-3D presentan un rango de resistividad muy pequeño entre [94,135 ohm·m]. Por ello, fue necesario introducir una gráfica de isosuperficie para visualizar las pequeñas variaciones de resistividad que se pueden asociar a diferentes anomalías. El valor de resistividad de los prismas es de 500 ohm·m y en ningún caso se resuelve la resistividad.

3.1 Dipolo-Dipolo

3.1.1 Medio 1

En la vista frontal de la TRE-3D se observa un contraste vertical de resistividad que se puede asociar a dos capas de materiales diferentes (fig. 3.1a). La capa más superficial tiene un rango de resistividad de [580, 3200 ohm·m], con un espesor aproximado de 12 m en el centro y en las orillas de 5 m. La segunda capa tiene un rango de resistividades de [180, 580 ohm·m] y tiene un espesor aproximado de 14 m. La vista superior (fig. 3.1b) muestra variaciones laterales de resistividad, teniendo los valores más resistivos hacia las esquinas [580, 3200 ohm·m], mientras los más conductivos se encuentran en el centro [78,580 ohm·m]. Desde esta vista se tiene que la capa resistiva que observada en la vista lateral no continúa de forma homogénea a lo largo del medio dado que en el centro se presenta una zona circular de menor resistividad. Las dos capas horizontales presentes en la vista frontal también se observan de la misma manera en la vista 3D (fig. 3.1c), lo cual puede llevar a pensar que existe una anomalía conductiva en el centro del medio que aflora hasta la superficie, lo cual no es cierto y no se debería interpretar dicha zona porque no hay

información en ella; en cambio, en las caras laterales del volumen de resistividad sí hay información que permite interpretar la existencia del contraste vertical de resistividad.

El modelo sintético está compuesto por tres capas, sin embargo, este arreglo no pudo detectar la tercera capa que inicia a los 28 m de profundidad porque el arreglo no generó datos hasta esa profundidad. Por el contrario, la primera capa resuelve correctamente, tanto la profundidad del contraste (12m) como su carácter resistivo. Mientras, para la segunda capa no se resuelve la resistividad.

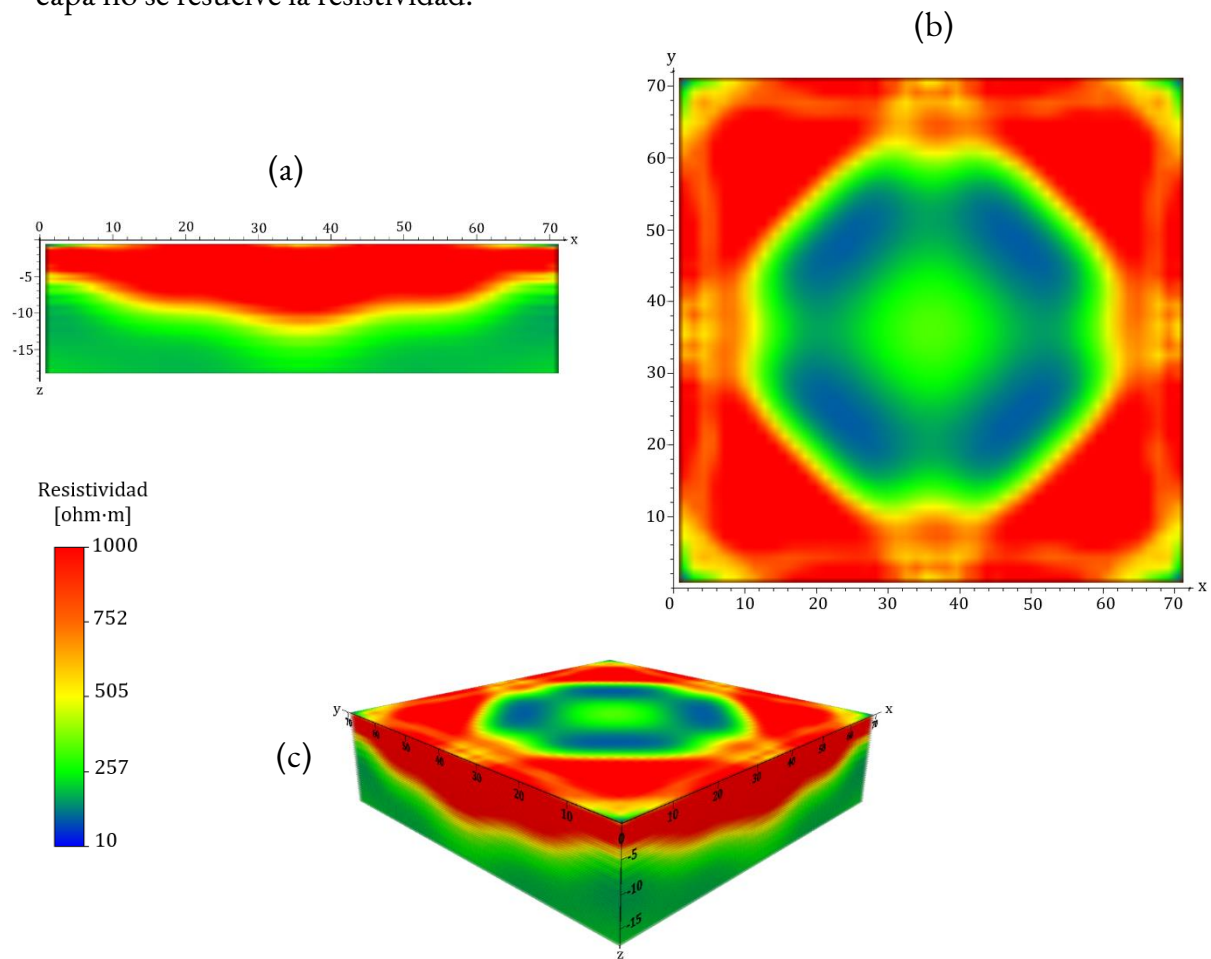
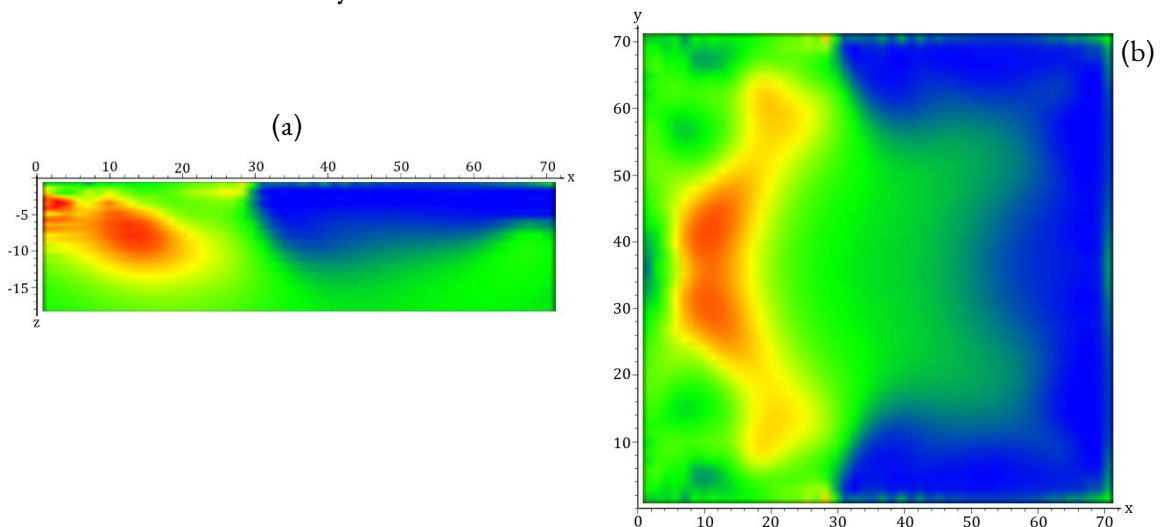


Figura 3.1. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Dipolo-Dipolo en el Medio 1.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.1.2 Medio 2

En la vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.2a) están presentes dos anomalías; la primera de tipo resistiva se representa con color rojo [2650, 17000 ohm·m], tiene dimensiones aproximadas de 14 m en la dirección Z y 28 m en la dirección X. La segunda anomalía es de tipo conductiva [108, 980 ohm·m] y tiene forma de una capa horizontal localizada entre $x = 30$ m y $x = 72$ m con un espesor aproximado de 11 m. En la vista superior (fig. 3.2b) se observan dos cambios notorios de resistividad laterales en la dirección X. De izquierda a derecha se tiene primero una zona resistiva [2650, 17000 ohm·m] que comprende los primeros 28 m aproximadamente en X, luego sigue una zona de menor resistividad [980, 2650 ohm·m] localizada principalmente en la zona central del volumen y finalmente una zona conductiva [108, 980 ohm·m] a partir de los 30 m aproximadamente en X que abarca principalmente las zonas laterales del volumen. Estas anomalías tienen continuidad a lo largo de la dirección Y.

A partir de la figura 3.2 se puede concluir que el arreglo detecta las variaciones correctas de resistividad que conforman el medio, pero sus dimensiones y forma no son precisas. La anomalía que corresponde al estrato de gravas y arenas sí resuelve correctamente su espesor y su longitud lateral. La anomalía que corresponde al dique resuelve su resistividad, pero no su forma ya que parece estar encajonado en el material representado por el color verde. Dicho material parece aflorar hasta la superficie en la zona central, lo cual es un error y una de sus causas es la falta de información en la zona.



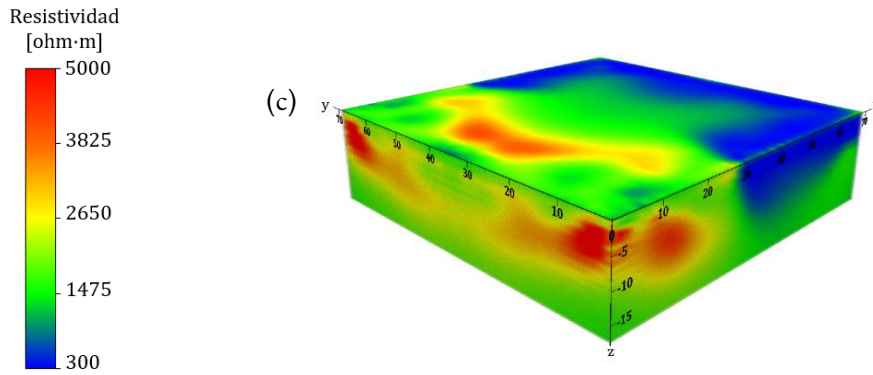


Figura 3.2. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Dipolo-Dipolo en el Medio 2.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.2 Wenner

3.2.1 Medio 1

A través de la vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.3a) se tiene un cambio vertical gradual en la resistividad. Dicho cambio puede asociarse a dos capas de diferente composición. La capa más superficial en color rojo presenta el rango de resistividades de [650, 2076 ohm·m] y tiene un espesor aproximado de 11 m. La segunda capa tiene un rango de resistividades [27, 650 ohm·m] y un espesor aproximado de 20 m. La vista superior (fig. 3.3b) muestra cambios laterales de resistividad; los valores más grandes [650, 2076 ohm·m] se encuentran en las orillas del volumen mientras los valores más bajos [27, 650 ohm·m] se hallan en el centro en forma de círculo; a partir de esto se podría interpretar que la capa resistiva no es continua a lo largo del medio debido a que en el centro hay una zona conductiva, lo cual es un error. Las capas presentes en la vista frontal (fig. 3.3c) se distinguen también en las otras caras del volumen; con esta información se podría interpretar que en medio de esta capa resistiva existe una anomalía conductiva, lo cual no es cierto. Además, sería un error interpretar esta zona porque no tiene información. Sin embargo, es posible interpretar las orillas del volumen pues en estas zonas existe suficiente información que respalda el cambio vertical de la resistividad.

El modelo sintético está compuesto por tres capas, sin embargo, el arreglo solo pudo detectar la primera y segunda capa; en la tercera, que inicia a los 28 m de profundidad, hay

muy poca información del arreglo. La primera capa se resuelve correctamente, tanto la profundidad del contraste (12 m) como su carácter resistivo. Y la segunda capa tiene una resistividad muy cercana a la del modelo sintético (10 ohm·m). Es importante resaltar que la capa delgada verde que se observa no se debe interpretar ya que corresponde únicamente a la zona de transición de una zona resistiva a una conductiva generada por la selección de un modelo inverso suavizado.

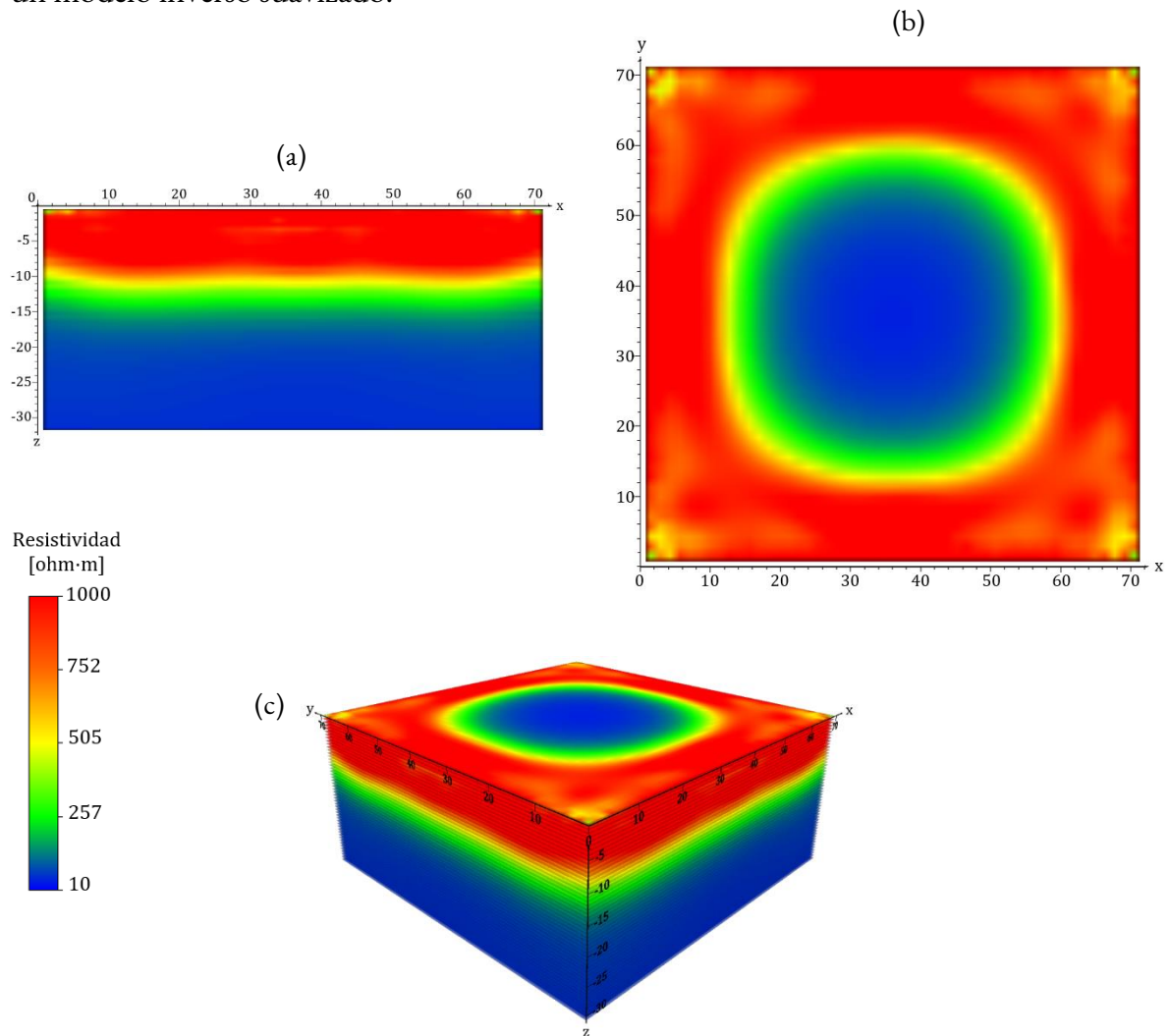
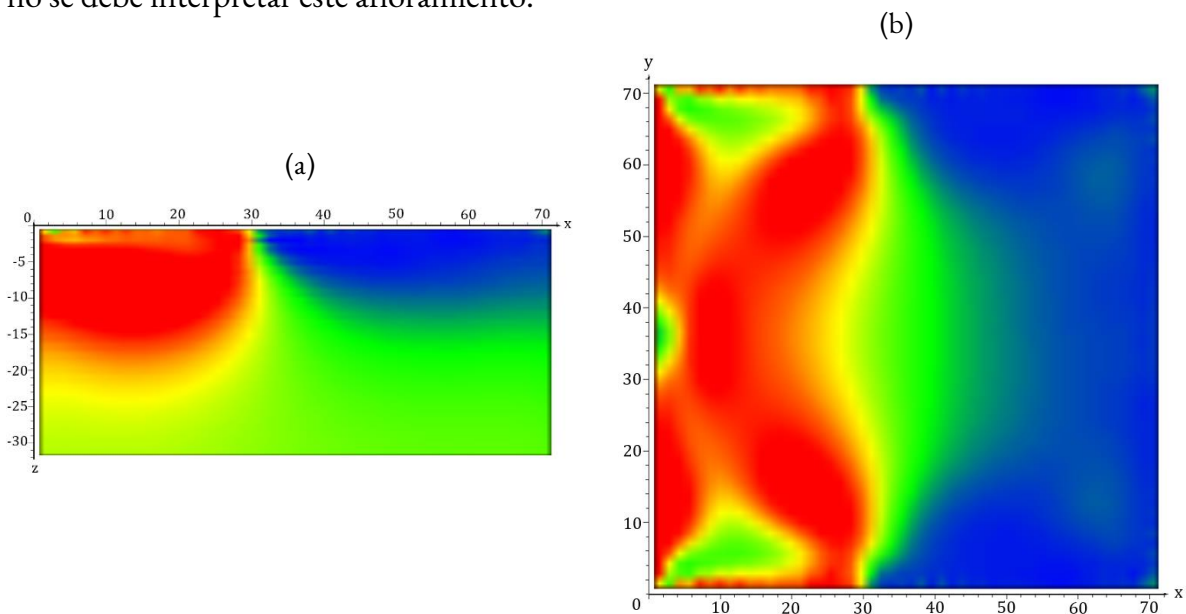


Figura 3.3. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner en el Medio 1.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.2.2 Medio 2

En la vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.4a) destacan dos contrastes de resistividad. El primer contraste se genera entre la anomalía resistiva roja [3000, 15900 ohm·m] con forma de cuadrado redondeado que mide aproximadamente 30 m en X y 22 m en Z y la anomalía conductiva en color azul [228, 1054 ohm·m] que mide aproximadamente 42 m en X y 14 m en Z. La vista superior (fig. 3.4b) muestra un cambio lateral de la resistividad; a la izquierda se observa una región resistiva [3000, 15900 ohm·m] que comprende los primeros 30 m en X y en azul se encuentra una zona conductiva con resistividades [228, 1054 ohm·m] desde los 30 m en X y que abarca principalmente las zonas laterales del volumen. Estas anomalías tienen continuidad a lo largo de la dirección Y.

Se concluye que el arreglo permite detectar las variaciones correctas de resistividad que conforman el medio, pero las formas no son precisas. La anomalía que corresponde al estrato de gravas y arenas sí resuelve correctamente su espesor y su longitud lateral. La anomalía que corresponde al dique resuelve su resistividad, pero no su forma ya que parece estar rodeado por el basalto representado en color verde. El basalto parece aflorar hasta la superficie en la zona central; la zona central del arreglo no cuenta con información, por ello no se debe interpretar este afloramiento.



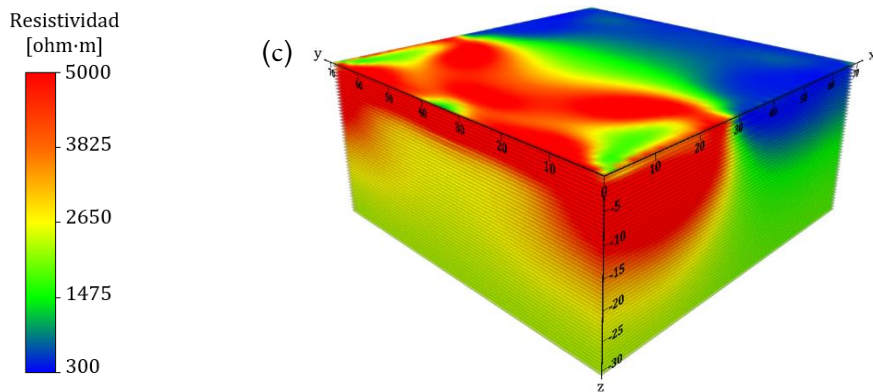


Figura 3.4. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner en el Medio 2.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.3 Wenner-Schlumberger

3.3.1 Medio 1

La vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.5a) muestra un cambio vertical de la resistividad. La anomalía resistiva en rojo tiene el rango de resistividades [550, 4260 ohm·m] y un espesor aproximado entre 9 m y 12 m. La segunda anomalía en color verde está en el rango de [300, 550 ohm·m] y mide aproximadamente 5 m en Z. El cambio observado en la vista frontal se puede relacionar a dos capas. La vista superior (fig. 3.5b) presenta cambios laterales en la resistividad, la zona conductiva está en el centro del volumen en color verde con un rango de [300, 550 ohm·m] y la zona resistiva se manifiesta en las orillas del volumen en un rango de resistividades de [550, 4260 ohm·m]. La vista 3D (fig. 3.5c) señala que el cambio vertical en la resistividad observado en la vista frontal se repite en las tres caras laterales restantes del volumen. Entonces, a partir de estas vistas se puede deducir que existen dos capas y que la capa resistiva rodea a una anomalía conductiva. Sin embargo, esto no debe tomarse como cierto ya que no existe información en la zona central que apoye la anomalía central.

La comparación entre la TRE-3D y el modelo sintético correspondiente lleva a la conclusión que se resuelve el espesor y resistividad del estrato de caliza superficial. Mientras

para el segundo estrato, no puede resolver correctamente la resistividad y la profundidad por la carencia de información. Así mismo, no existe información que llegue hasta la tercera capa y por ello no aparece en la TRE-3D.

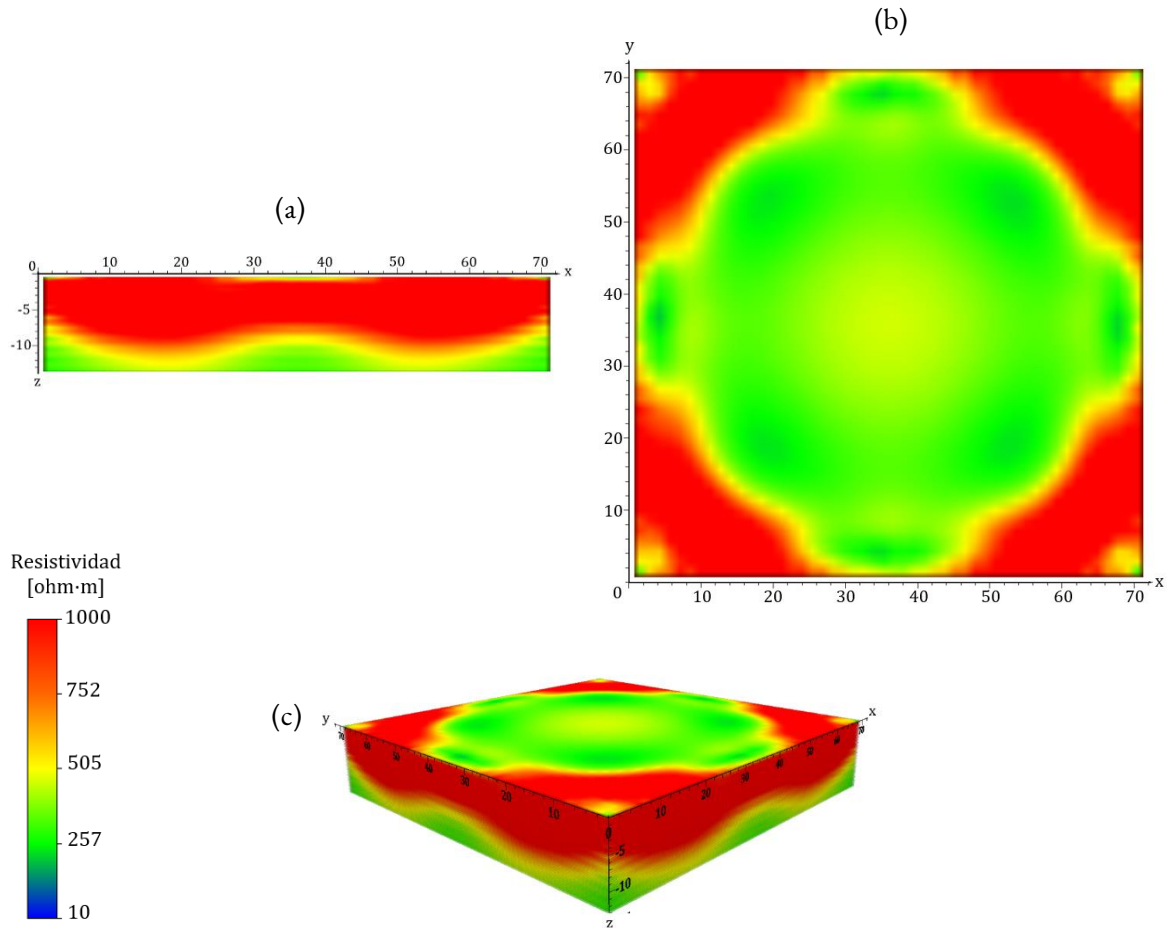


Figura 3.5. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner-Schlumberger en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.3.2 Medio 2

En la vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.6a) se observan dos anomalías. La primera de tipo resistivo [3000, 13090 ohm·m] con 30 m en la dirección X y un espesor de 12 metros aproximadamente. La segunda anomalía de carácter conductivo y con forma de estrato, tiene un rango de resistividades de [212, 760 ohm·m] y mide aproximadamente 42 m en la dirección X y 8 m en Z. La vista superior (fig. 3.6b) muestra que existe una zona resistiva [3000, 13090 ohm·m] en color rojo que llega hasta las esquinas, en el centro se tiene un

rango de [760, 3000 ohm·m] en color verde y hacia la izquierda existe una zona conductiva [212, 760 ohm·m] que llega hasta las orillas del volumen. Estas anomalías tienen continuidad a lo largo de la dirección Y.

Al observar las vistas correspondientes de la TRE-3D (fig. 3.6) se puede concluir que el arreglo detecta las variaciones correctas de resistividad que conforman el medio, pero sus dimensiones y forma no son precisas. La anomalía que corresponde al estrato de gravas y arenas sí resuelve correctamente su espesor y su longitud lateral. La anomalía que corresponde al dique resuelve su resistividad, pero no su forma ya que parece estar sobre y entre el basalto mostrado en color verde. La anomalía que representa al basalto parece aflorar hasta la superficie en la zona central, lo cual no debe ser interpretado como cierto debido a la falta de información en la zona.

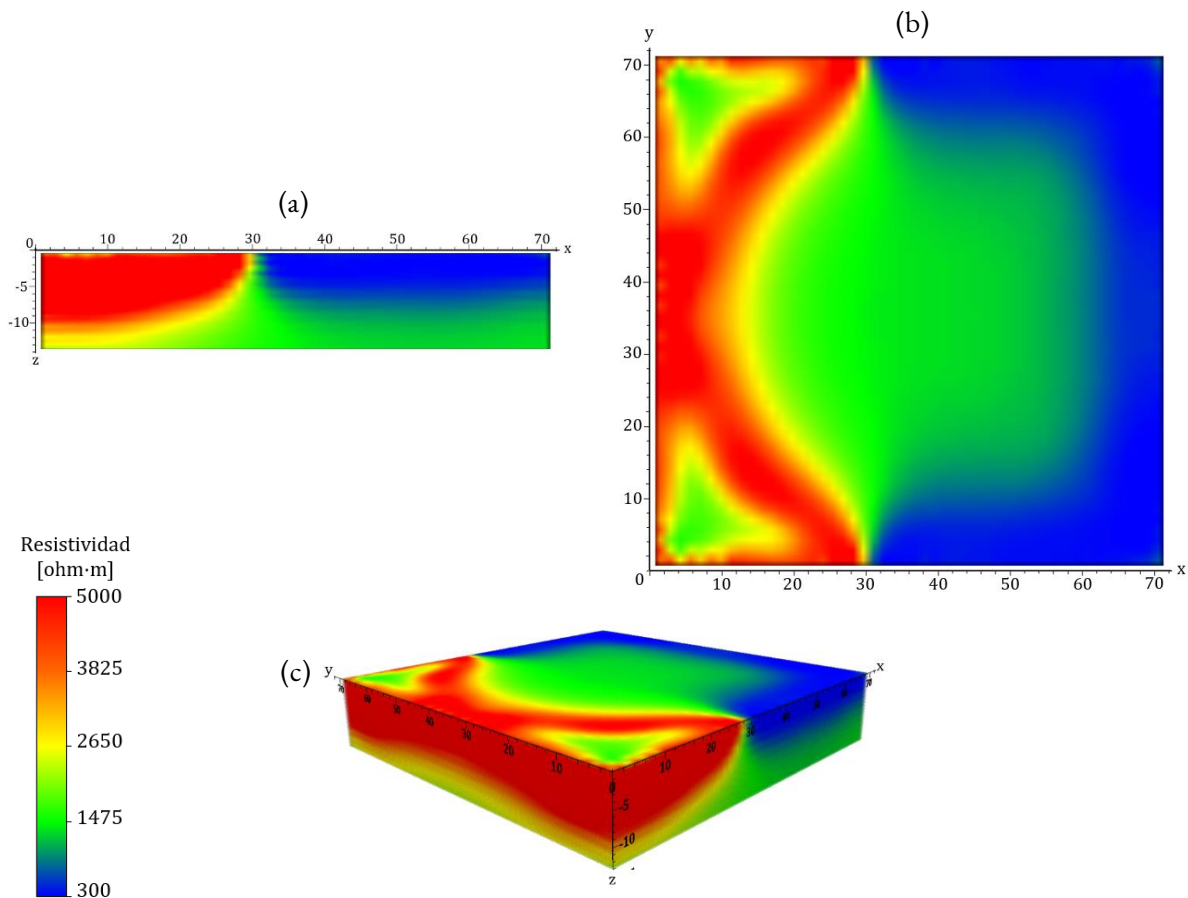
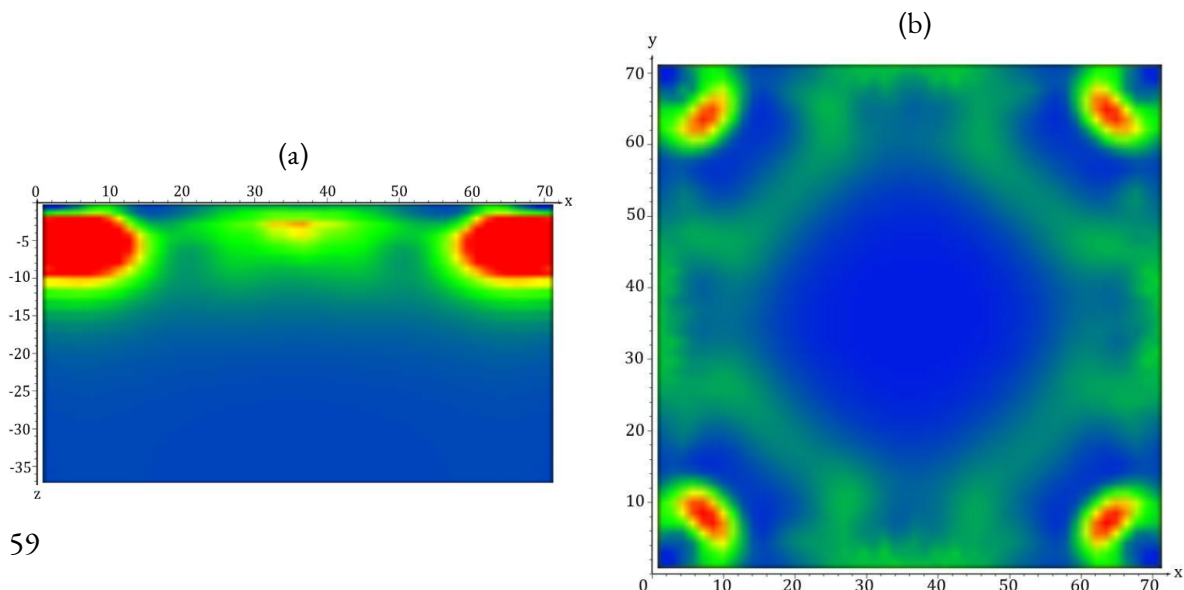


Figura 3.6. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Wenner-Schlumberger en el Medio 2.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.4 Wenner-Schlumberger Gradiente

3.4.1 Medio 1

La vista frontal de la TRE-3D (fig. 3.7a) señala dos contrastes de resistividad en las esquinas superiores del volumen. El rango de resistividad [14, 570 ohm·m] predomina en el volumen y se visualiza en color azul desde los 11 m aproximadamente hasta el fondo. En los primeros 11 m aproximadamente parecen estar encajonados dos cuerpos ovalados resistivos de tamaño similar y con el mismo rango de resistividad [570, 8360 ohm·m] y miden 16 m en X aproximadamente. Desde la vista superior (fig. 3.7b) está presente el mismo cambio de resistividad que en la vista frontal, es decir, una zona pequeña resistiva en las esquinas que da paso a una región conductiva predominante en color azul. Aunque las pequeñas anomalías resistivas están en zonas donde no hay información, no corresponden a efectos inventados por el modelo de inversión, ya que dichos efectos se asocian a la zona somera central. Las anomalías resistivas en las esquinas se producen por el gran contraste que hay entre la segunda capa de bajas resistividades y la capa superficial de altas resistividades. Con la vista 3D (fig. 3.7c) se puede hacer la comparación con el modelo correcto. La tomografía resuelve el cambio de resistividad entre la capa superficial de caliza (1000 ohm·m) y la segunda capa de agua (10 ohm·m) y calcula correctamente su espesor en las esquinas; sin embargo, no devuelve la forma de estrato porque tiene una menor densidad de datos en la zona somera central. Además, no logra identificar el último estrato de caliza que comienza a los 28 m a pesar de haber información a esta profundidad.



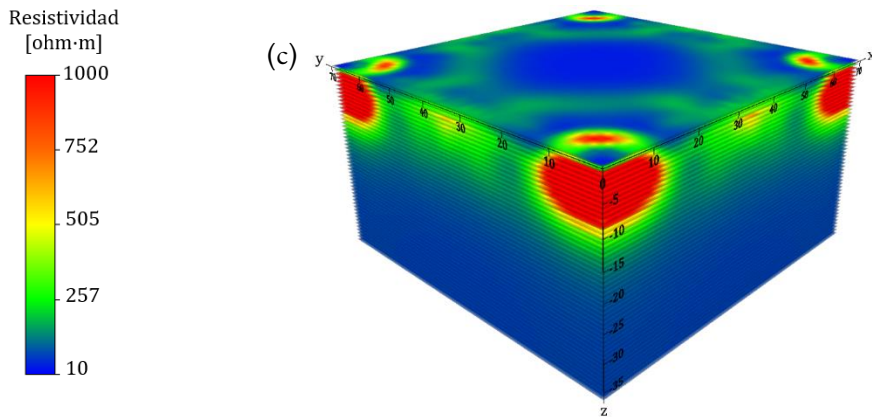


Figura 3.7. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo WS Gradiente en el Medio 1.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.4.2 Medio 2

En la vista frontal (fig. 3.8a) de la TRE-3D se observan 2 contrastes de resistividad, uno lateral somero entre dos anomalías resistiva y conductiva y otro contraste vertical entre las anomalías y lo que parece el medio encajonante en color verde. La anomalía resistiva está en un rango de [3200, 11650 ohm·m] y abarca desde 0 m a los 30 m en X y desde la superficie hasta los 19 m aproximadamente. La anomalía conductiva está en el rango de [325, 950 ohm·m] y comprende desde los 30 m hasta los 72 m en X, en Z va desde la superficie hasta los 11 m aproximadamente. En la vista superior (fig. 3.8b) se distingue un cambio lateral de resistividad en la dirección de X que corresponde a las anomalías presentes en la vista frontal, pero desde esta perspectiva se observa la continuación de ellas a lo largo de la dirección Y. Mediante la vista 3D (fig. 3.8c) se verifica que el espesor de la capa conductiva sí se calcula correctamente, pero el espesor de la resistiva se queda muy corta ya que debería llegar hasta el fondo. El contraste lateral está correctamente ubicado en la coordenada 30 m en X. Por último, las resistividades de los tres materiales que conforman el medio están bien resueltas.

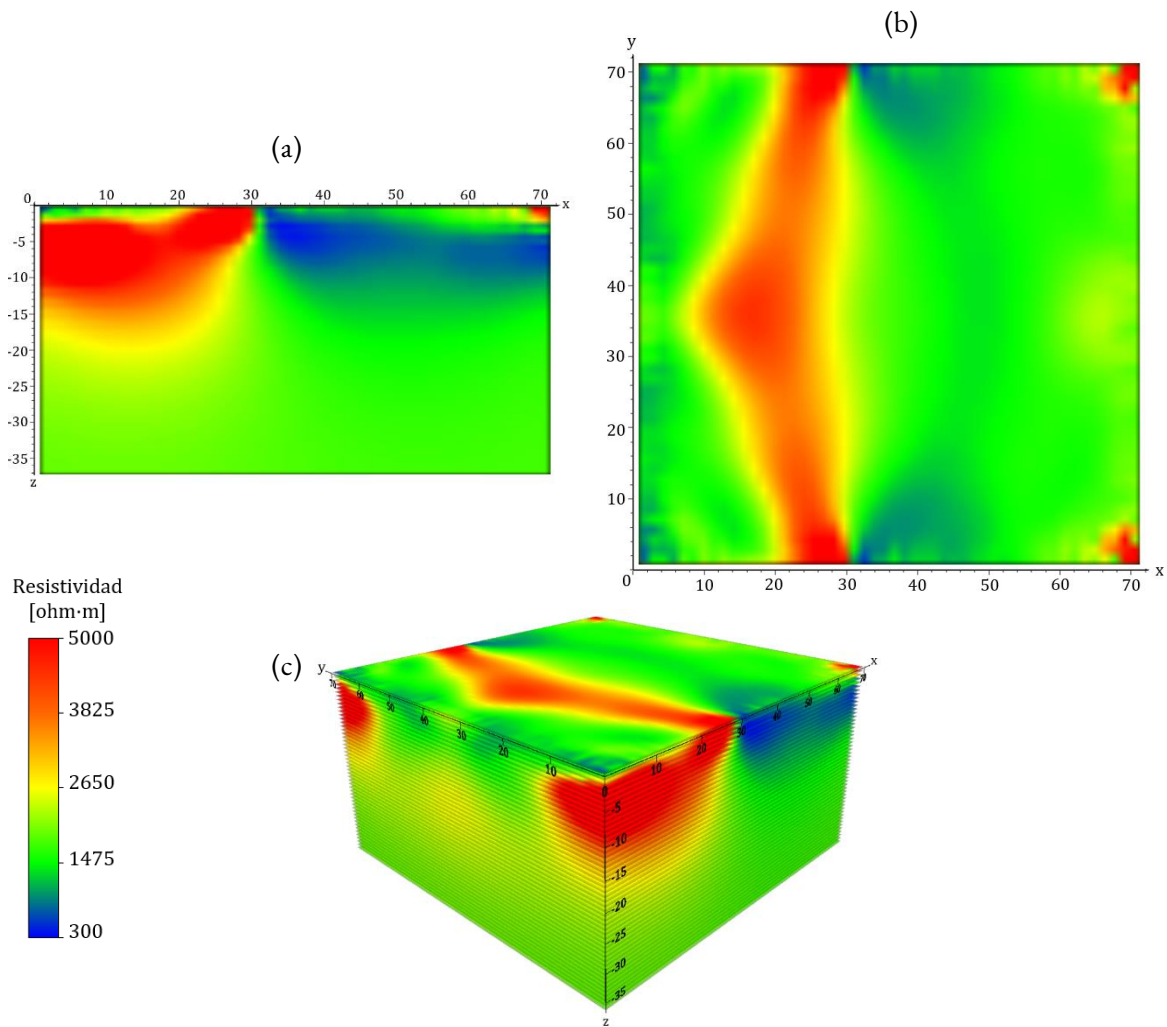


Figura 3.8. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo WS Gradiente en el Medio 2.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.5 Ecuatorial Paralelo

3.5.1 Medio 1

En la vista frontal (fig. 3.9a) se presenta un cambio de resistividad vertical que pasa de un medio resistivo [500, 2600 ohm·m] ubicado en la parte somera del volumen a uno conductivo [30, 500 ohm·m] que inicia a los 13 m de profundidad aproximadamente y parece llegar hasta el fondo. La vista superior (fig. 3.9b) muestra un cambio lateral de resistividad hacia la zona somera central del volumen, es decir, desde las esquinas se aprecia una zona resistiva, pero hacia el centro se observa una zona conductiva.

Al comparar el modelo sintético con la solución se concluye que la tomografía resuelve las resistividades y los espesores de las anomalías correctamente. Aunque se presentó el efecto de afloramiento de la anomalía conductiva continuándola hasta la superficie en el centro del volumen.

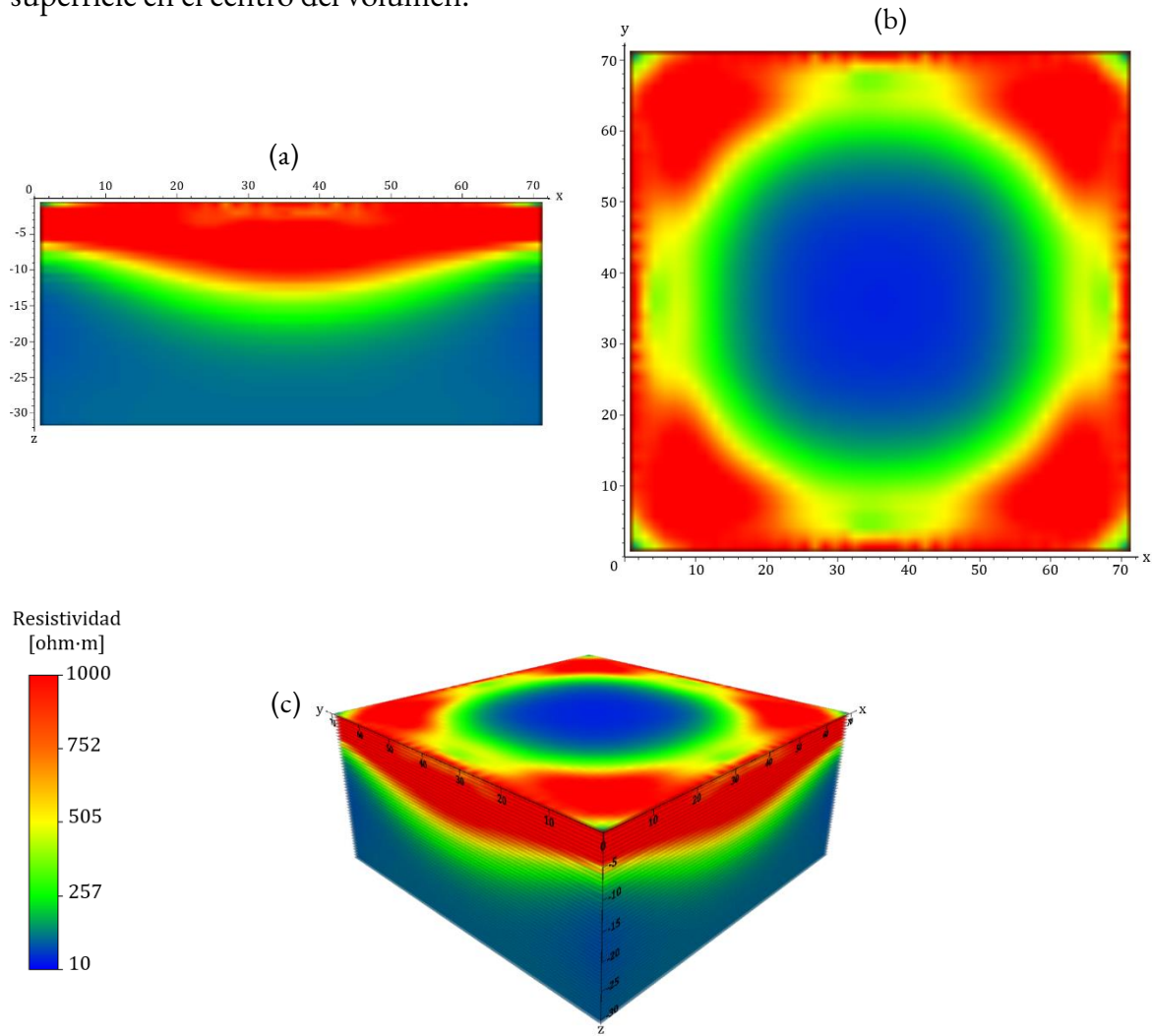


Figura 3.9. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Paralelo en el Medio 1. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.5.2 Medio 2

En la vista frontal (3.10a) de la TRE-3D se observan dos cambios de resistividad. El primero es un cambio horizontal en la coordenada 30 m en X producida por dos anomalías. La anomalía resistiva está en el rango de [3000, 9300 ohm·m] y parece abarcar 30 m en la

horizontal y 21 en la vertical desde la superficie. La anomalía conductiva está en el rango de [280, 900 ohm·m] y parece medir 42 m en la horizontal y 10 en la vertical. El medio encajonante queda representado por la anomalía en color verde con valor de [900, 3000 ohm·m]. Desde la vista superior (fig. 3.10b) se observa que dichas anomalías continúan en la superficie a lo largo de la dirección Y. Respecto al medio sintético, la solución presenta un error al calcular el espesor de la anomalía resistiva ya que la resuelve con un valor mucho menor; sin embargo, el espesor de la anomalía conductiva sí está correctamente resuelto. Las resistividades de los materiales que conforman el medio están correctamente resueltas.

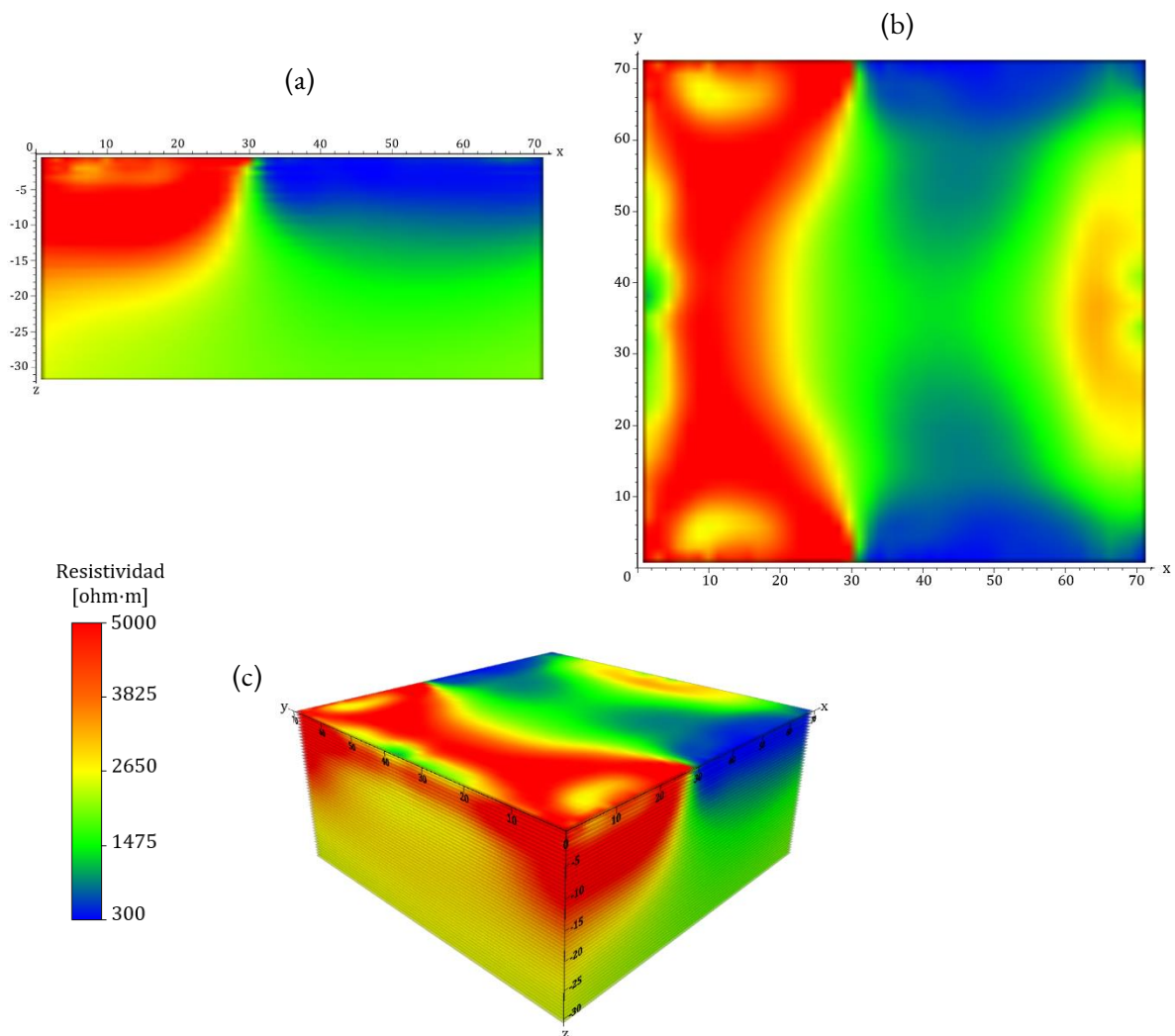


Figura 3.10. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Paralelo en el Medio 2. (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.6 Ecuatorial Diagonal

3.6.1 Medio 1

La vista frontal (fig. 3.11a) de la ERT-3D también muestra un contraste de resistividades vertical como lo hacen los demás arreglos, pero este contraste es mucho menor porque los valores de resistividad solo están en el rango de [17, 906 ohm·m]. Aun así, el límite de dicho contraste se ubica en la posición correcta del límite del modelo sintético. La vista superior (fig. 3.11b) presenta una anomalía en forma de circunferencia con valor de [210, 870 ohm]; esta anomalía genera un contraste pequeño de resistividad y al compararla con el modelo sintético no tiene relación alguna con el estrato superior, más que su naturaleza resistiva respecto a la siguiente capa. A partir de la vista 3D (fig. 3.11c) y comparando con el modelo sintético correcto, se concluye que este arreglo no resolvió las características geométricas ni resistivas de los cuerpos que conforman el medio, solo logró determinar un ligero contraste de resistividades.

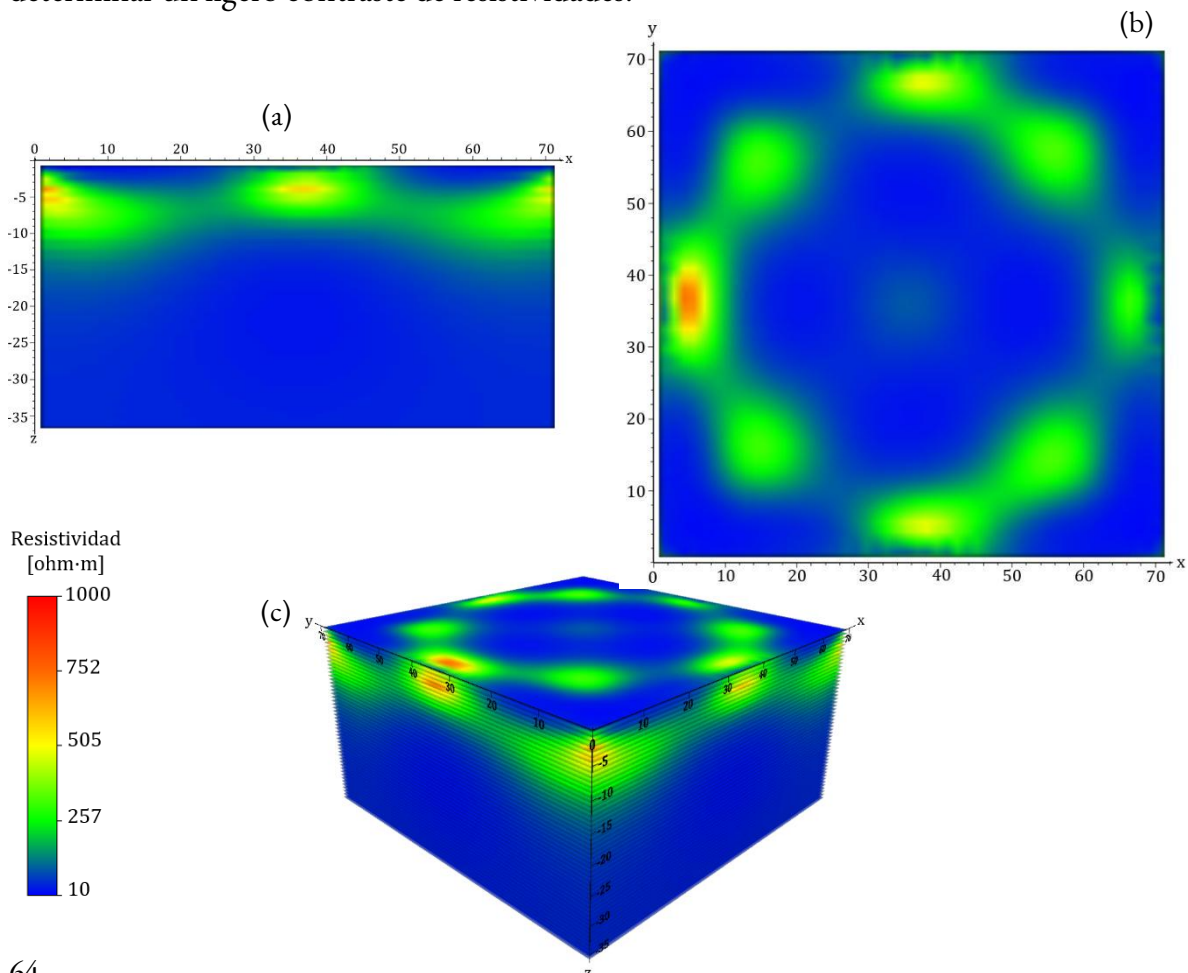


Figura 3.11. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Diagonal en el Medio 1.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.6.2 Medio 2

La tomografía resultante del arreglo Ecuatorial Diagonal también muestra dos anomalías someras en un medio de resistividad [1100, 3190 ohm·m], pero su forma y dimensiones son diferentes. La primera anomalía es de carácter resistivo [3190, 11250 ohm·m] y sus dimensiones son 32 m en X y 15 m en Z; mientras la segunda es de carácter conductivo respecto al medio [560, 1100 ohm·m] y sus dimensiones 24 m en X y 6 m en Z aproximadamente. Con este arreglo se calcula un menor tamaño de la anomalía conductiva. En la vista superior (fig. 3.12b) se observa la continuación de la anomalía resistiva a lo largo de la dirección Y, pero no para la anomalía conductiva porque solo se presentan pequeñas anomalías en los bordes del volumen. Respecto al medio sintético, la solución no logra resolver el estrato ni el dique en su forma, solo su carácter resistivo.

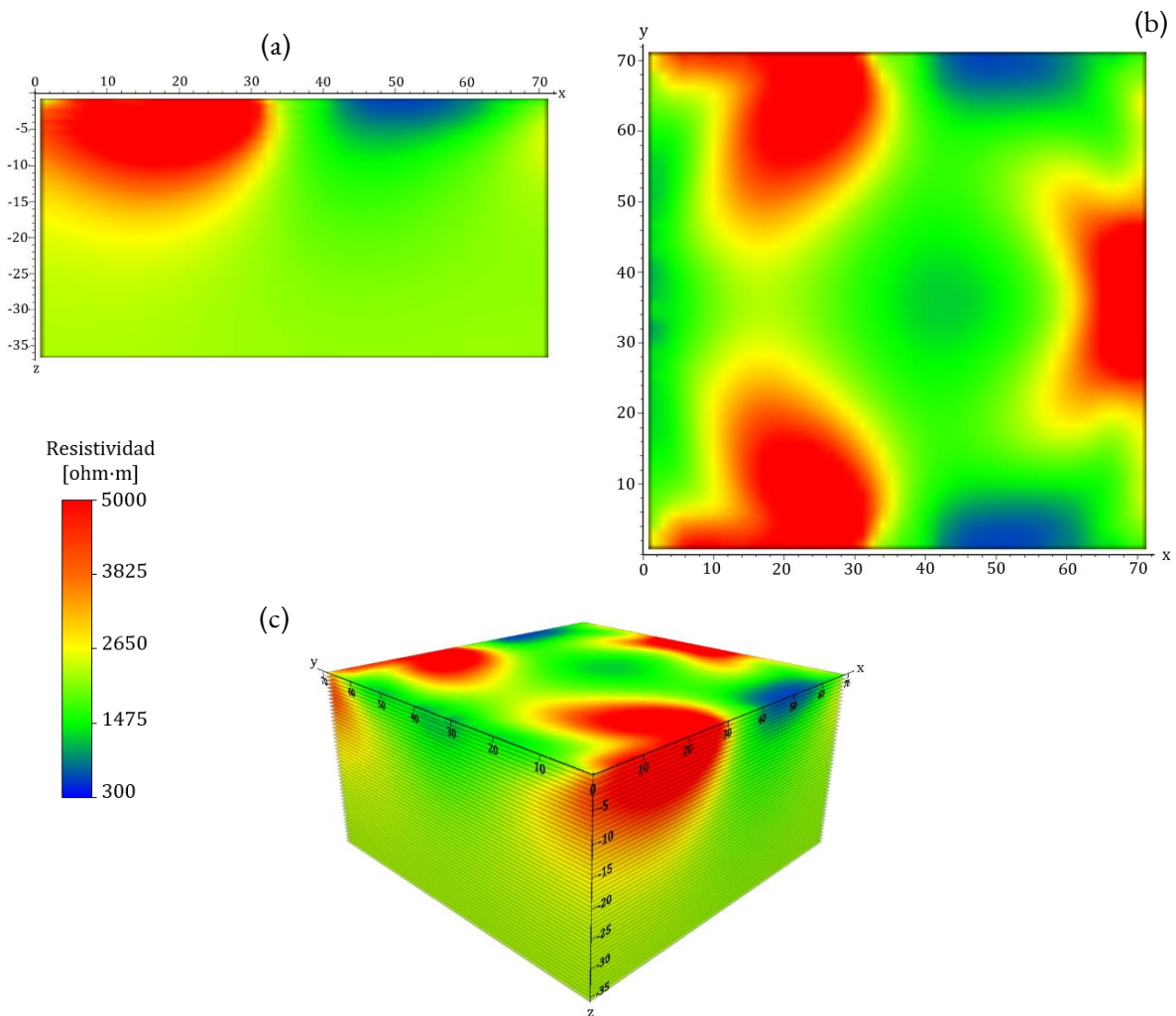


Figura 3.12. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Ecuatorial Diagonal en el Medio 2.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.7 Esquinas

3.7.1 Medio 1

La vista frontal (fig. 3.13a) de la TRE-3D indica un cambio vertical de resistividad. Se observa una capa resistiva en un rango de [550, 6780 ohm·m] de aproximadamente 13 m de profundidad, después inicia la segunda capa que tiene un rango de resistividad [180, 550 ohm·m]. En la vista superior (fig. 3.13b) se presenta un cambio de resistividad desde el centro hacia los bordes del volumen. Esta resistividad pasa de conductiva a resistiva. Desde esta perspectiva, no se resuelve la forma del estrato de caliza, pero sí su resistividad y profundidad. La tercera capa, al igual que los demás arreglos no se detecta.

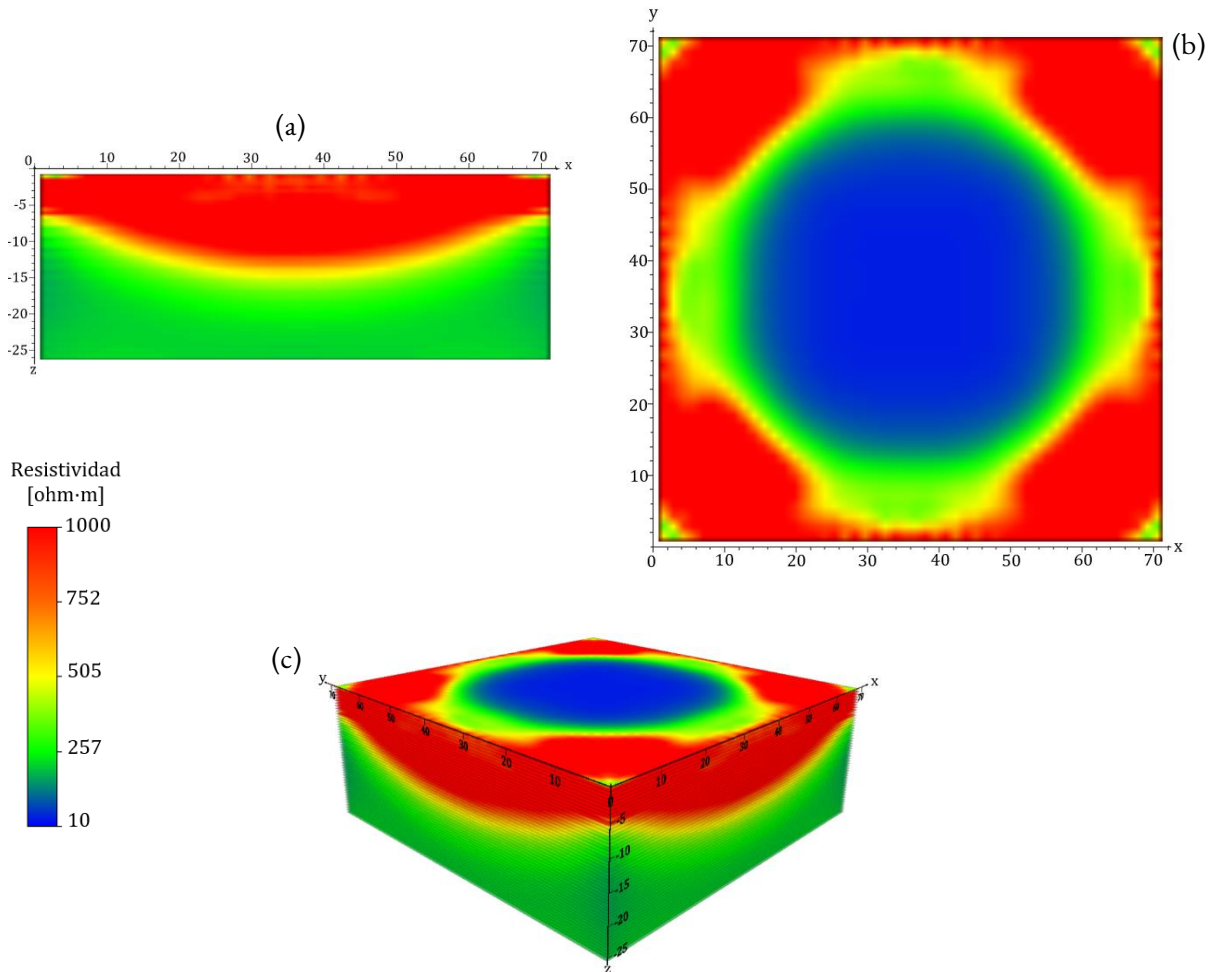


Figura 3.13. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Esquinas en el Medio 1.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.7.2 Medio 2

En la vista frontal (fig. 3.14a) de la TRE-3D destaca un contraste lateral de resistividades a los 30 m en la dirección X con una anomalía resistiva [2800, 9415 ohm·m] en el lado izquierdo y la anomalía conductiva en el derecho [175, 860 ohm·m]. Esta última tiene un espesor de 8 m aproximadamente, mientras la anomalía resistiva tiene un espesor de 18 m. Este es el segundo arreglo en calcular el mayor espesor del dique. El medio encajonante tiene una resistividad de [860, 2800 ohm·m]. En la vista superior (fig. 3.14b) se presentan estas mismas anomalías, pero continuadas a lo largo de la dirección Y con su contacto muy bien delimitado en la posición correcta.

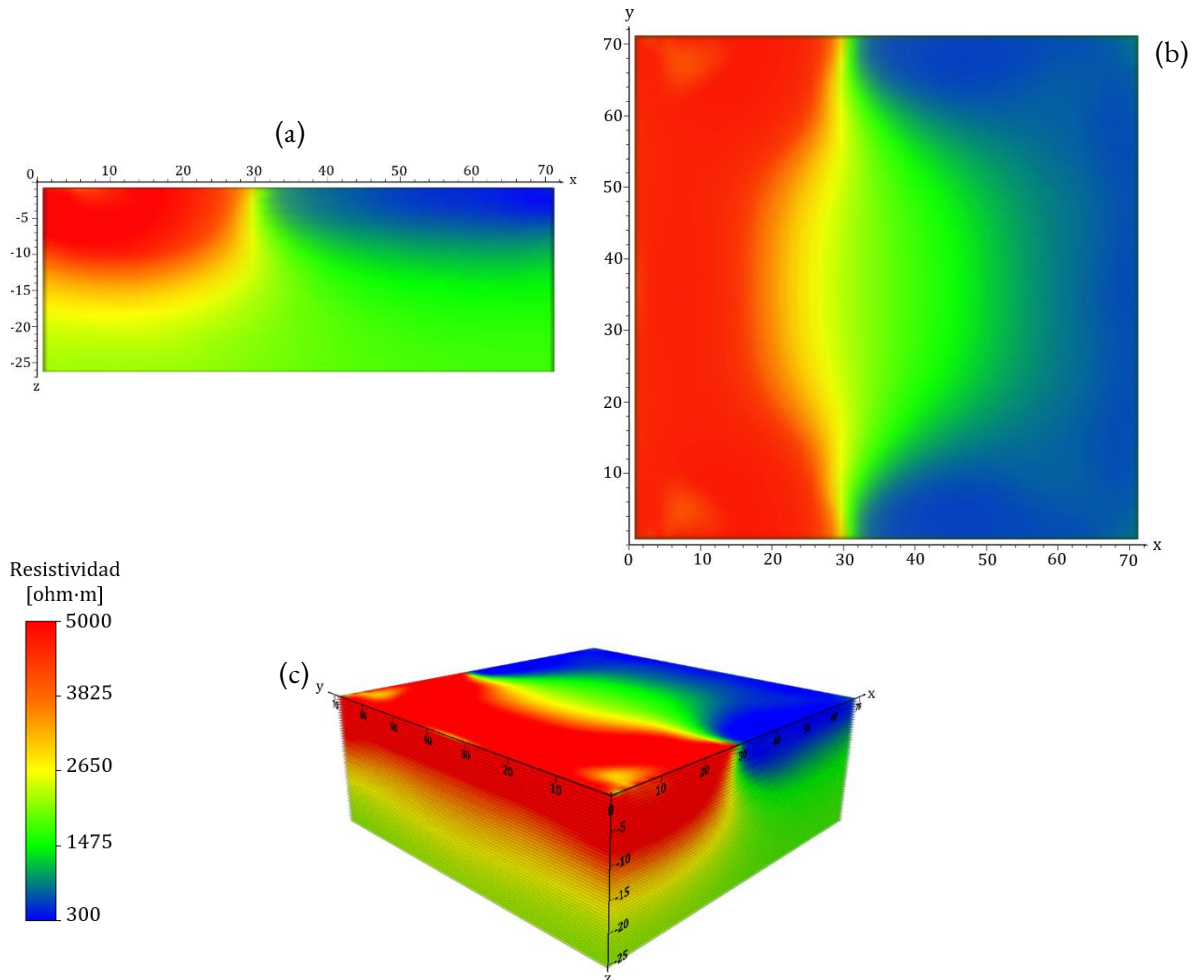


Figura 3.14. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Esquinas en el Medio 2.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.8 Mínimo Acoplamiento

3.8.1 Medio 1

En la vista frontal de la TRE-3D está presente una anomalía resistiva [608, 2080 ohm·m] ovalada superficial que inicia en la coordenada 0 del eje X y llega hasta los 60 m aproximadamente; respecto a su tamaño en la dirección vertical, tiene un espesor de 12 m aproximadamente. El medio encajonante tiene una resistividad de [180, 608 ohm·m]. Desde la vista superior se observa una anomalía conductiva [60, 180 ohm·m] redonda en el centro que continúa hacia la esquina superior derecha. En el resto del volumen impera la anomalía resistiva (fig. 3.15). Este arreglo resuelve el espesor y resistividad de la primera capa, pero no su longitud y forma. No resuelve la segunda capa, ni en su forma ni en su resistividad.

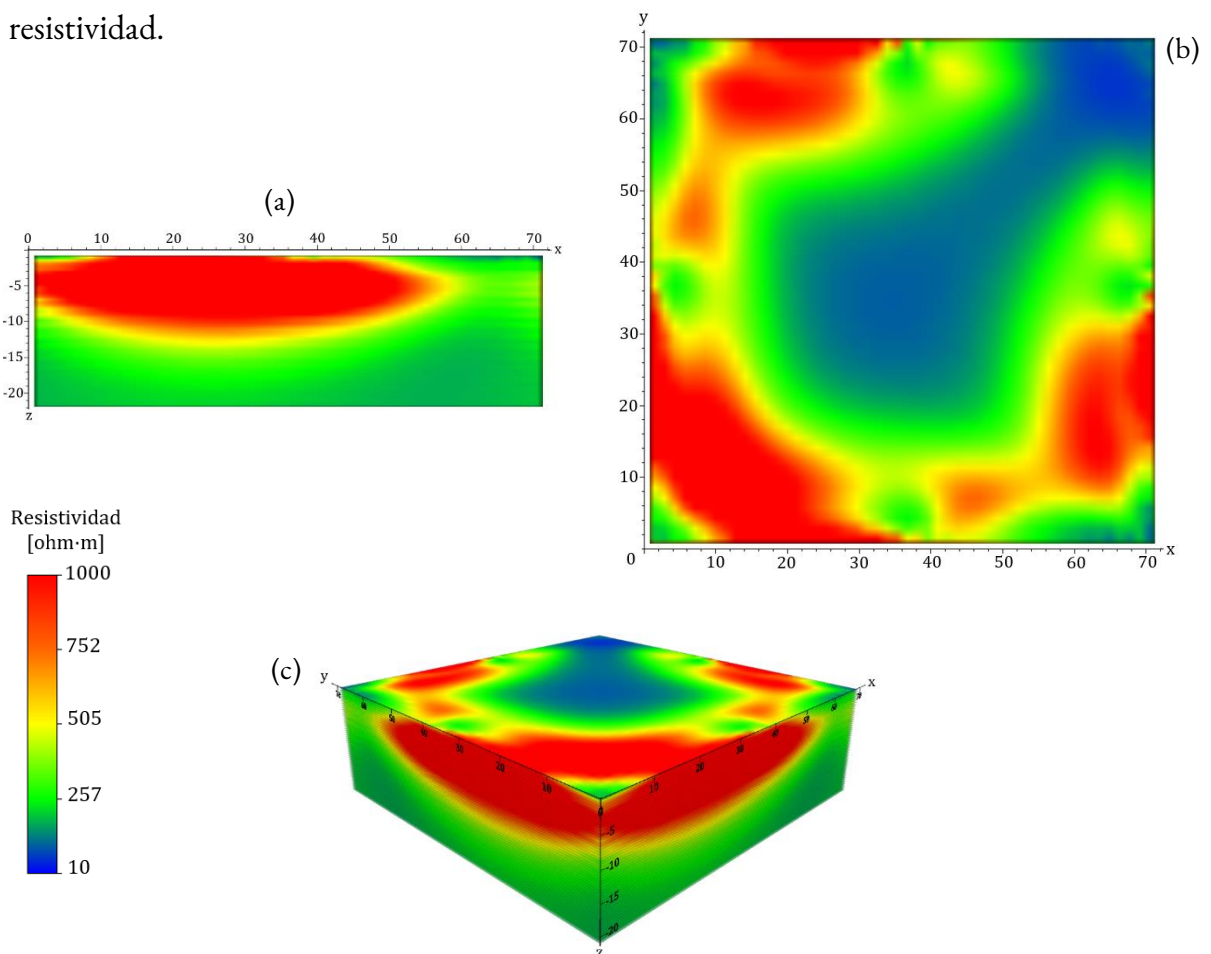


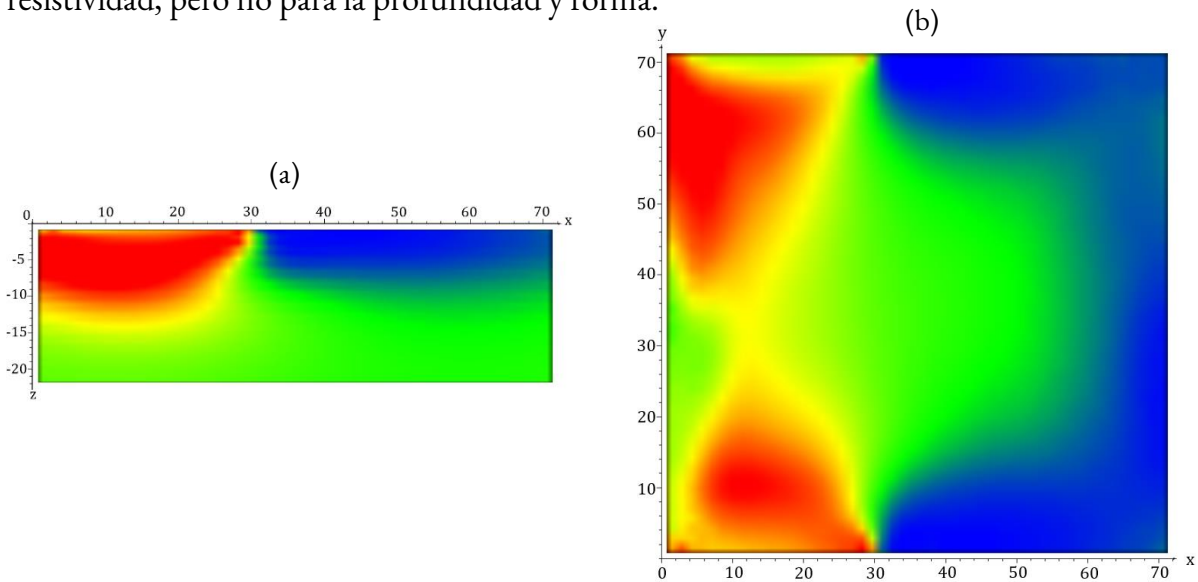
Figura 3.15. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Mínimo Acoplamiento en el Medio 1.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.8.2 Medio 2

En la vista frontal (fig. 3.16a) son notables dos contrastes, el primer contraste se observa entre la anomalía resistiva [3150, 7110 ohm·m] en color rojo y la anomalía conductiva [200, 950 ohm·m] en color azul; además, existe un contraste entre estas anomalías y el medio de [950, 3150 ohm·m]. El área abarcada por la anomalía resistiva es de 30 m en X y 13 m en Z; mientras la anomalía conductiva mide aproximadamente 42 en X y 9 m en Z.

En la vista superior (fig. 3.16b) se observa un cambio en la resistividad vertical; las anomalías corresponden en dimensión y rango de resistividad a las observadas en la vista frontal y se encuentran a todo lo largo del Y.

Al comparar la tomografía con el modelo se concluye que el material relacionado con el estrato de las gravas y arenas se resuelve en espesor, longitud en X y resistividad, pero no en la forma. Mientras la anomalía relacionada con el dique, resuelve su longitud en X y resistividad, pero no para la profundidad y forma.



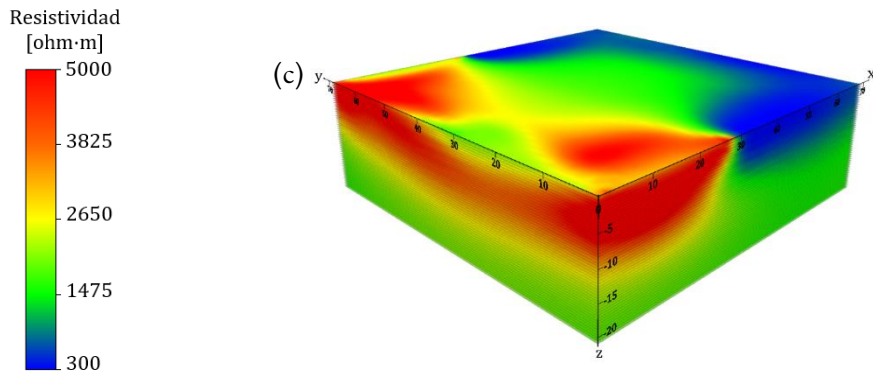
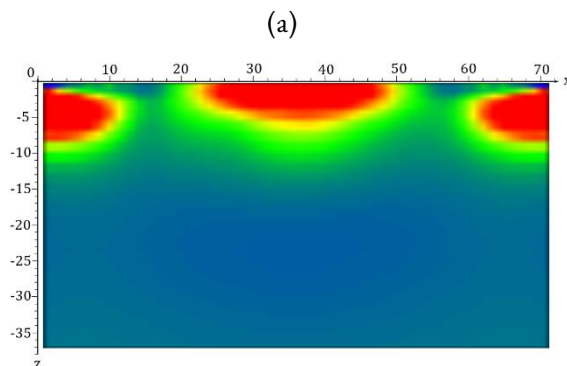


Figura 3.16. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Mínimo Acoplamiento en el Medio 2.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.9 Rehilete

3.9.1 Medio 1

La vista frontal (fig. 3.17a) permite determinar un contraste grande en los valores de resistividad, pero de dimensiones pequeñas. El contraste se da entre una anomalía resistiva superficial de 10 m de espesor y rango de resistividad [535, 5820 ohm·m] y el medio encajonante [150, 535 ohm·m]. La vista superior muestra una zona conductiva en el centro rodeada una zona resistiva que llega hasta los bordes. Es importante señalar, que la zona resistiva no se visualiza de forma continua sino en círculos contiguos. Entonces, al comparar las tomografías con modelo sintético se concluye que el arreglo resuelve las resistividades de las primeras dos capas; casi resuelve la profundidad de la primera capa, pero no su forma. Y no resuelve la tercera capa, aunque existen algunos datos que cubren esa zona.



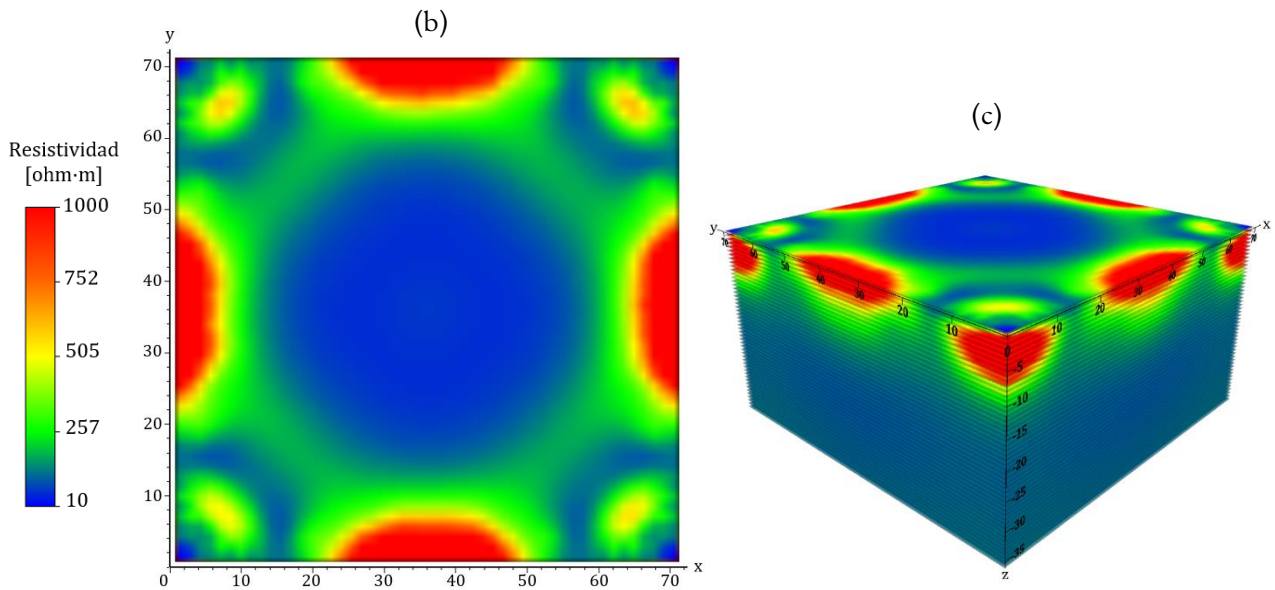


Figura 3.17. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Rebilette en el Medio 1.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.9.2 Medio 2

La vista frontal (fig. 3.18a) muestra dos cambios importantes en la resistividad. El primer cambio se da entre la anomalía resistiva [3090, 36500 ohm·m] y la anomalía conductiva [215, 800 ohm·m]. La anomalía resistiva tiene dimensiones aproximadas de 30 m en X y 14 m en Z. Mientras la anomalía resistiva mide aproximadamente 42 m en X y 10 m en Z.

Las anomalías observadas en la vista superior tienen simetría respecto al plano $y = 36$, dicho esto podemos ver una zona conductiva en azul de [215, 800 ohm·m] que mide 6 metros aproximadamente en X y 50 m en Y. Después están presentes dos anomalías resistivas en rojo de [3090, 36500 ohm·m] que miden aproximadamente 14 m en X y 14 m en Y. Por último, se observan dos semicírculos de carácter conductivo [215, 800 ohm·m] ohm·m y miden aproximadamente 24 en X (desde los 30 m) y 20 m en Y.

La comparación entre el modelo y los resultados obtenidos con este arreglo permite concluir que este arreglo obtiene las resistividades correspondientes, así como el espesor

para el estrato de gravas y arenas. Sin embargo, la forma y tamaño de los cuerpos no es adecuado y no cumple para la profundidad del dique.

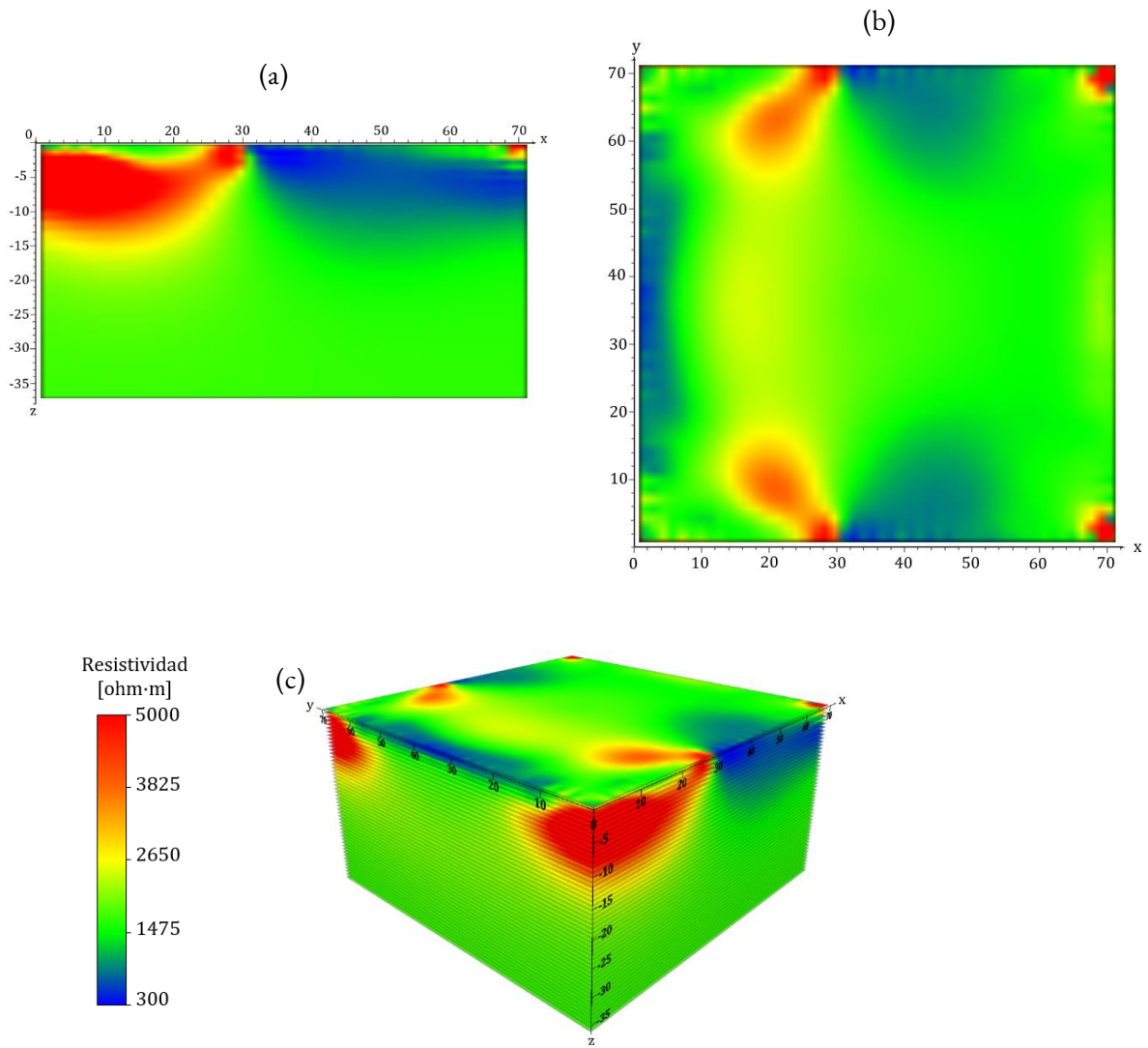


Figura 3.18. Tomografía obtenida al aplicar el arreglo Rebilote en el Medio 2.
 (a) Vista frontal. (b) Vista superior. (c) Vista 3D.

3.10 Combinación 1

3.10.1 Medio 3

La isosuperficie utilizada en esta tomografía fue $\rho=106$ ohm·m; con ella destacan dos cuerpos anómalos. Desde la vista frontal (fig. 3.19a), se observa al primer cuerpo presente aproximadamente desde $x = 0$ m hasta $x = 14$ m y desde $z = -10$ m hasta la superficie. El segundo abarca aproximadamente desde $x = 56$ m hasta $x = 72$ m y $z = -10$ m hasta la superficie. La vista superior (fig. 3.19b) indica que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0$ m hasta $y = 14$ m, mientras que el otro cuerpo va de $y = 56$ m hasta $y = 72$ m, aproximadamente.

Comparando la TRE-3D con el modelo correcto, se concluye que se logra resolver solo los prismas en las esquinas. Mientras el prisma central no se detecta ya que no hay información que lo cubra.

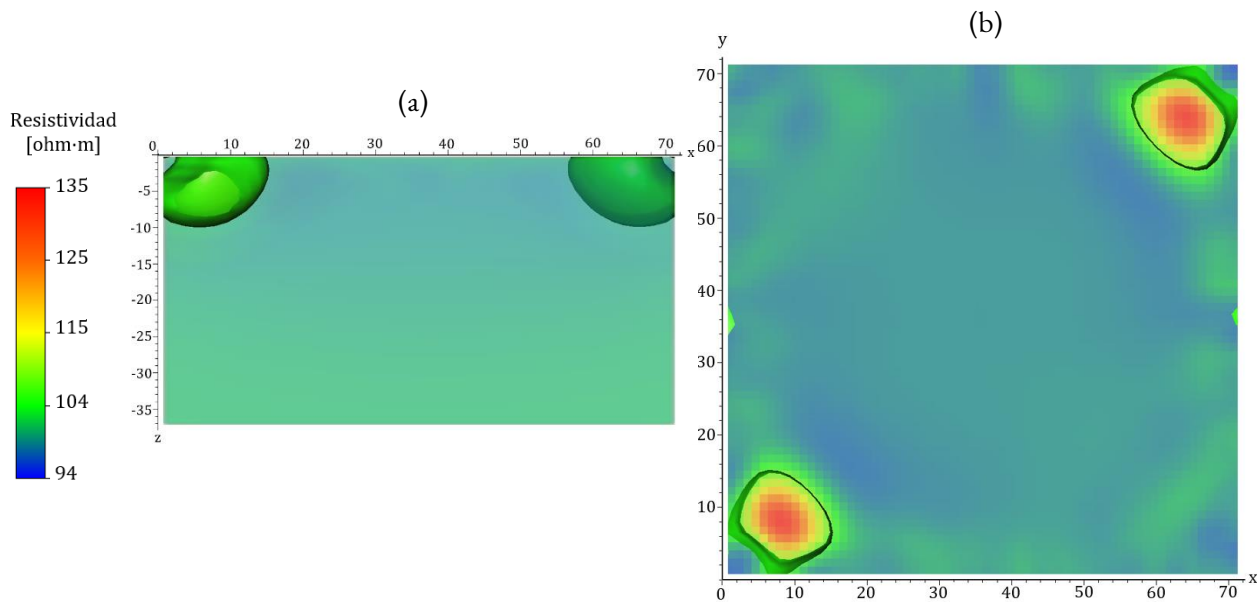


Figura 3.19. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 3.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.10.2 Medio 4

Al utilizar la isosuperficie en $\rho=100$ ohm·m se puede observar una anomalía con tres protuberancias. Estas se encuentran a una profundidad entre 7 y 17 metros aproximadamente (fig. 3.20a). La primera protuberancia está presente desde $x = 8$ hasta $x = 20$ y desde $y = 8$ m hasta $y = 22$ m aproximadamente. La segunda abarca desde $x = 26$ hasta $x = 44$ y desde $y = 28$ m hasta $y = 44$ m aproximadamente. La tercera abarca aproximadamente en X de los 54 m a los 68 m y en Y desde 51 m hasta los 66 m (fig. 3.20b).

Al comparar la TRE-3D con el modelo, se infiere que las protuberancias observadas pueden asociarse a los prismas del modelo. Sin embargo, la ubicación de la protuberancia de la esquina inferior izquierda no es cercana a la del prisma correspondiente.

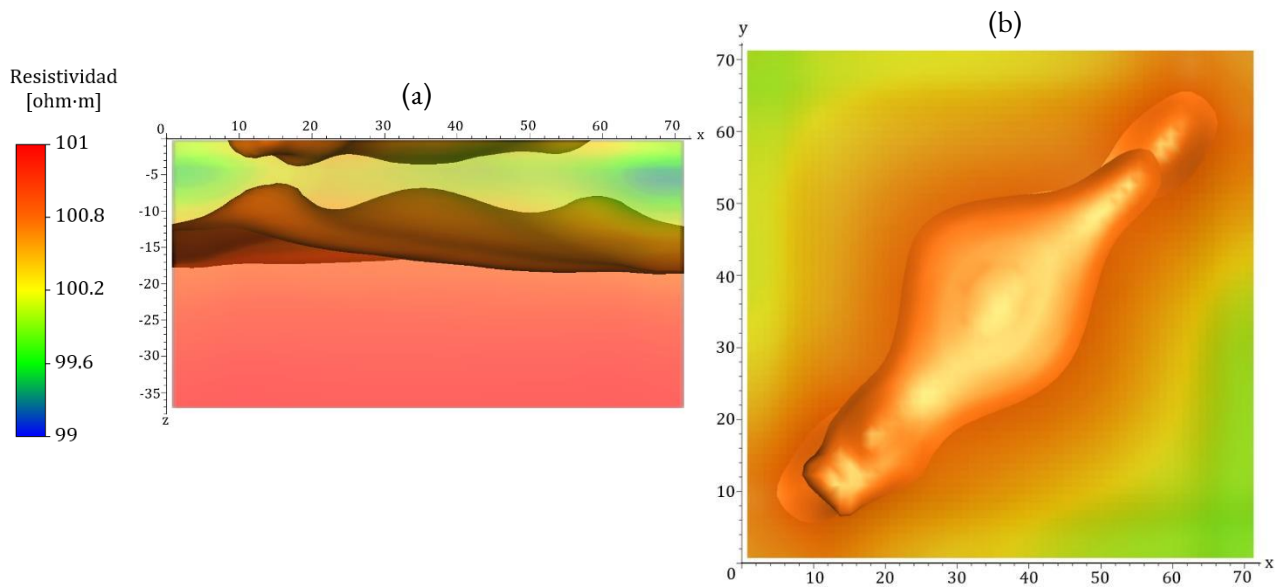
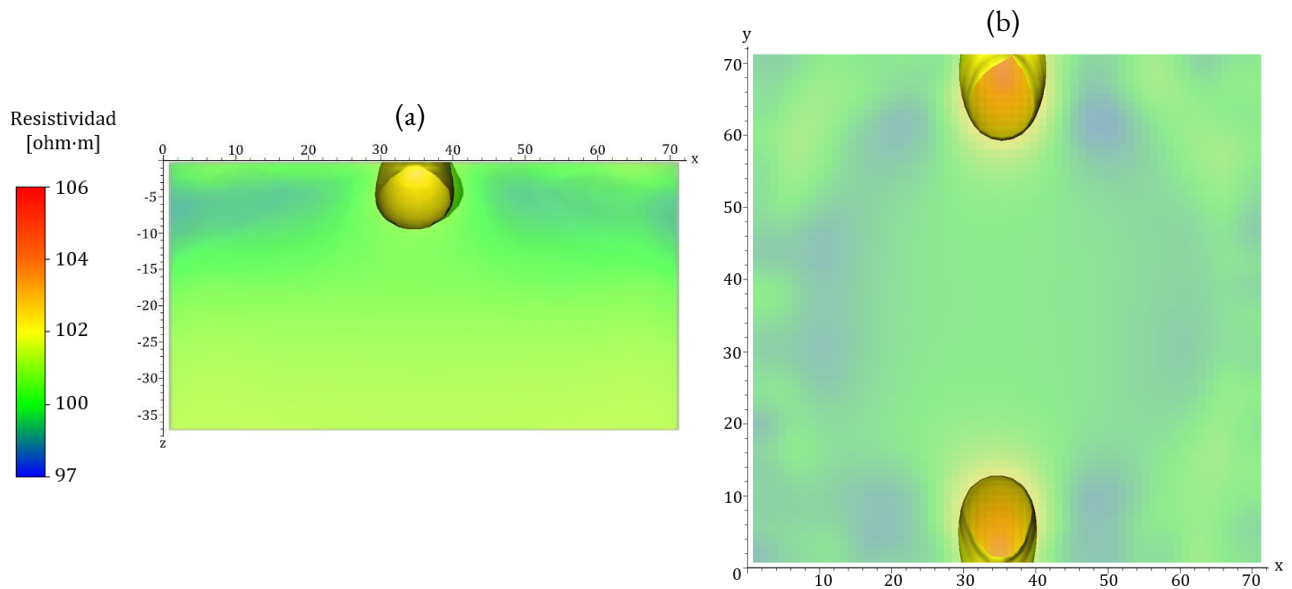


Figura 3.20. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 4. (a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.10.3 Medio 5

La isosuperficie utilizada en esta tomografía fue $\rho=102 \text{ ohm}\cdot\text{m}$; con ella se detectan dos cuerpos anómalos. Ambos cuerpos se observan en la vista frontal (fig. 3.21a) desde $x = 30 \text{ m}$ hasta $x = 40 \text{ m}$ y desde $z = -9 \text{ m}$ hasta la superficie, aproximadamente. La vista superior (fig. 3.21b) muestra que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0 \text{ m}$ hasta $y = 11 \text{ m}$, mientras que el otro cuerpo va de $y = 59 \text{ m}$ hasta $y = 72 \text{ m}$, aproximadamente.

La comparación entre la TRE-3D y el modelo sintético, permite concluir que en este caso se logra resolver solo los prismas de las orillas. Mientras el prisma central no se detecta ya que no hay información que lo cubra.



*Figura 3.21. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 1 en el Medio 5.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.*

3.11 Combinación 2

3.11.1 Medio 3

La isosuperficie utilizada en este caso fue $\rho=107 \text{ ohm}\cdot\text{m}$; con ella se distinguen dos cuerpos anómalos. Desde la vista frontal (fig. 3.22a) se observa al primero presente aproximadamente desde $x = 0 \text{ m}$ hasta $x = 16 \text{ m}$ y desde $z = -7 \text{ m}$ hasta la superficie. Y al segundo desde $x = 56 \text{ m}$ hasta $x = 70 \text{ m}$ y desde $z = -7 \text{ m}$ hasta la superficie, aproximadamente. La vista superior indica que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0 \text{ m}$ hasta $y = 16 \text{ m}$, mientras que las dimensiones del otro cuerpo van de $y = 57 \text{ m}$ hasta $y = 72 \text{ m}$, aproximadamente.

Al comparar la TRE-3D y el modelo correspondiente, se concluye que solo se logran resolver los prismas de las esquinas. Mientras el prisma central no se visualiza a pesar de que, en teoría, existe información que lo cubre.

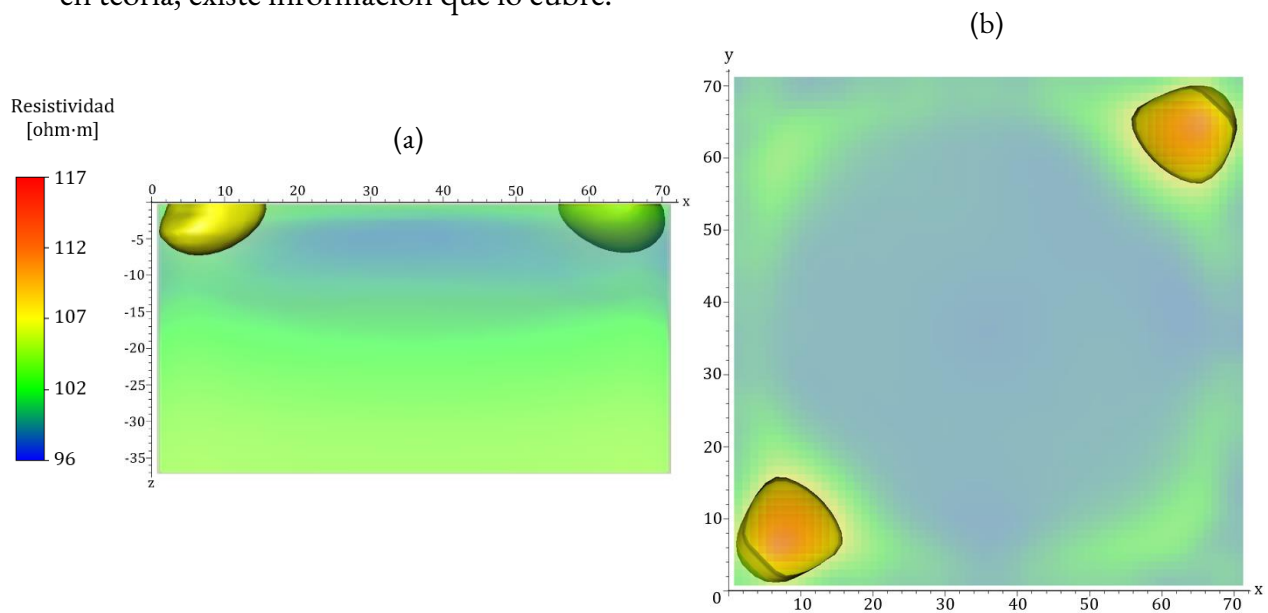


Figura 3.22. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 3.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.11.2 Medio 4

Al utilizar la isosuperficie en $\rho=101 \text{ ohm}\cdot\text{m}$ se puede observar dos estructuras tubulares. La vista frontal (fig. 3.23a) coloca a estas estructuras desde la superficie hasta una profundidad de 15 m. Se observa con la vista superior (fig. 3.23b) a la primera estructura presente desde $x = 4 \text{ m}$ hasta $x = 14 \text{ m}$ y desde $y = 4 \text{ m}$ hasta $y = 16 \text{ m}$ aproximadamente. Y la segunda estructura abarca desde $x = 58 \text{ m}$ hasta $x = 70 \text{ m}$ y desde $y = 56 \text{ m}$ hasta $y = 68 \text{ m}$ m aproximadamente.

La comparación entre la TRE-3D y el modelo sintético, concluye que las estructuras tubulares corresponden a las anomalías originadas por los prismas, pero la tomografía no logra caracterizar su forma ni su resistividad.

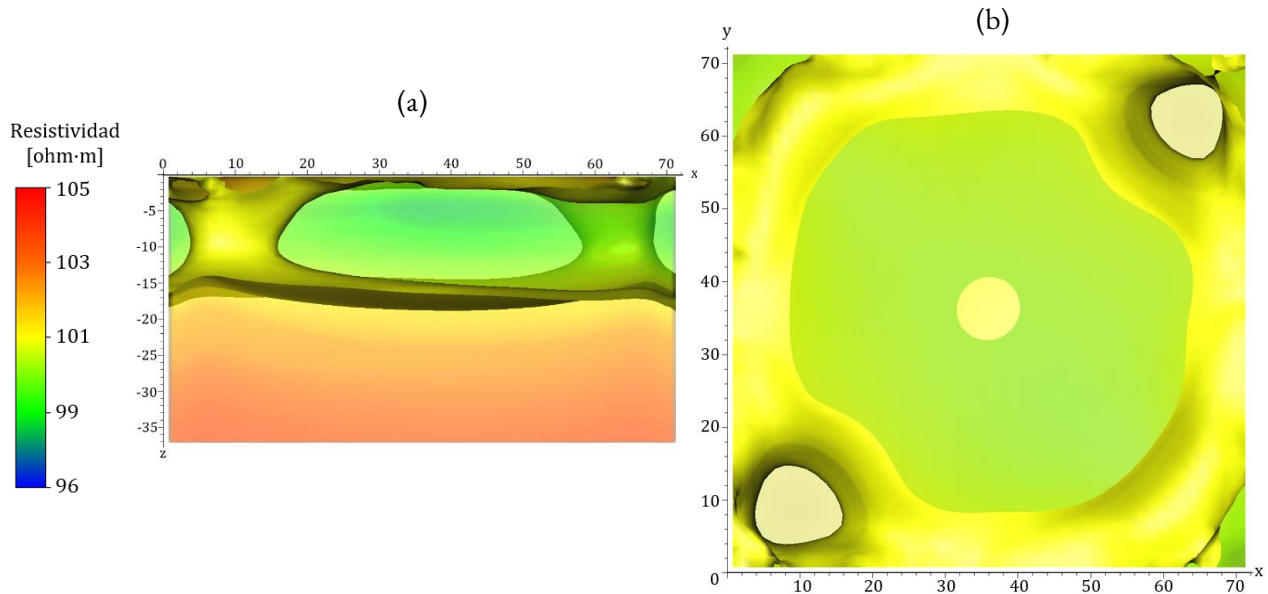


Figura 3.23. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 4.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.11.3 Medio 5

La isosuperficie utilizada en esta tomografía fue $\rho=103 \text{ ohm}\cdot\text{m}$; con ella se detectan dos cuerpos anómalos. Ambos cuerpos se localizan desde $x = 32$ hasta $x = 38$ y desde $z = -9$ hasta la superficie, aproximadamente. La vista superior (fig. 3.24a) muestra que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0$ hasta $y = 8$ metros, mientras que el otro cuerpo va de $y = 62$ m hasta $y = 72$ m, aproximadamente.

Comparando la TRE-3D con el modelo sintético, se concluye que se logró resolver solo los prismas de las orillas; mientras el prisma central no se detecta a pesar de haber, en teoría, información que lo cubre.

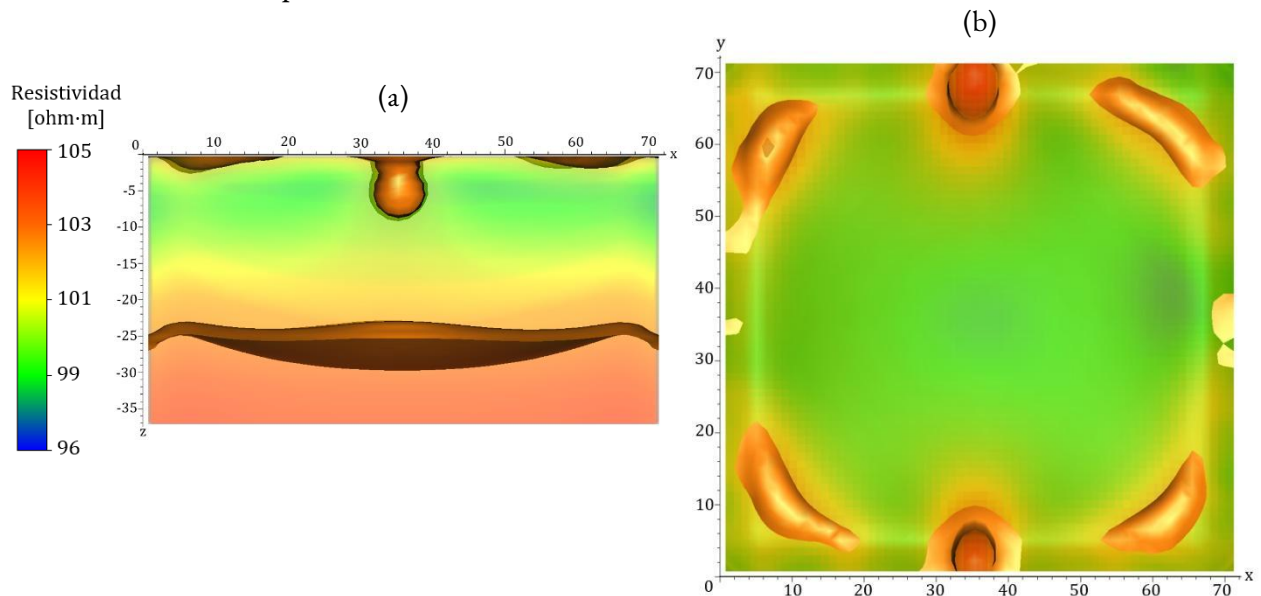


Figura 3.24. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 2 en el Medio 5.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.12 Combinación 3

3.12.1 Medio 3

La isosuperficie utilizada en esta tomografía fue $\rho=108 \text{ ohm}\cdot\text{m}$; con ella se observan dos cuerpos anómalos. A partir de la vista frontal (fig. 3.25a), se localiza el primero desde $x = 0 \text{ m}$ hasta $x = 14 \text{ m}$ y desde $z = -6 \text{ m}$ hasta la superficie, aproximadamente. El segundo abarca desde $x = 59 \text{ m}$ hasta $x = 70 \text{ m}$ y desde $z = -6 \text{ m}$ hasta la superficie, aproximadamente. La vista superior (fig. 3.25b) indica que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0$ hasta $y = 14$, mientras que el otro cuerpo va de $y = 59 \text{ m}$ hasta $y = 72 \text{ m}$, aproximadamente.

Comparando la TRE-3D con el modelo correcto, se concluye que se logran resolver solo los prismas de las esquinas. Mientras el prisma central no se detecta ya que no hay información que lo cubra.

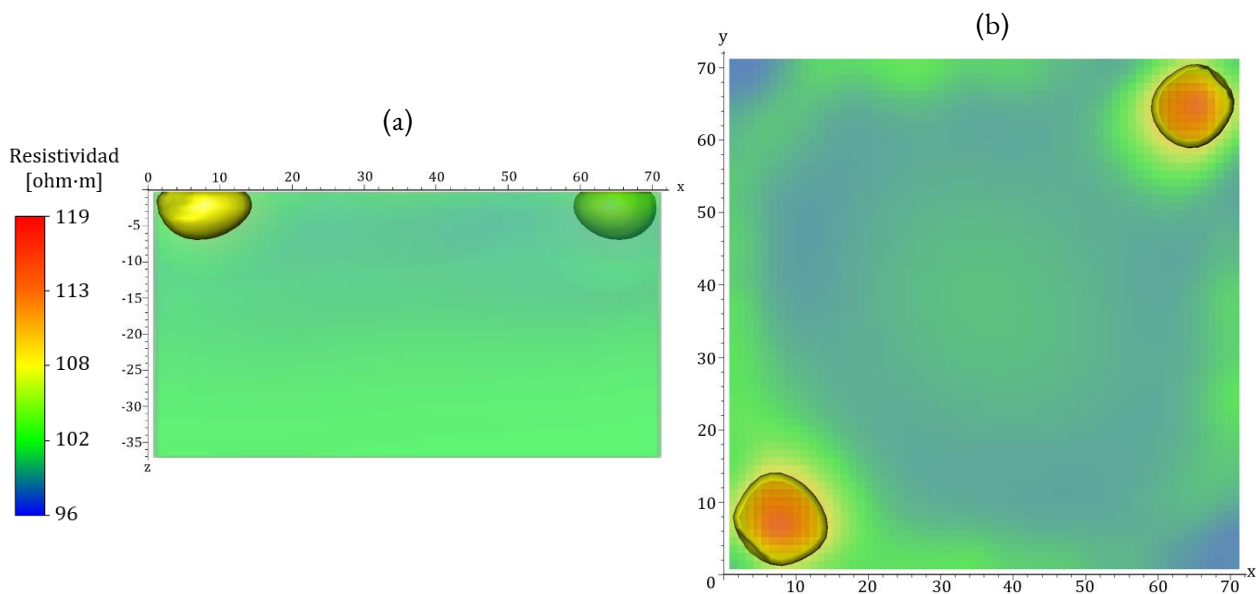


Figura 3.25. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 3.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.12.2 Medio 4

Al utilizar la isosuperficie en $\rho=100$ ohm·m se puede distinguir dos estructuras tubulares y una protuberancia. Con la vista frontal (fig. 3.26a) se observan que estas anomalías se encuentran abarcando una profundidad de 20 metros desde la superficie aproximadamente. La primera estructura tubular está presente desde $x = 4$ m hasta $x = 22$ m y desde $y = 6$ m hasta $y = 26$ m aproximadamente. La protuberancia abarca desde $x = 28$ m hasta $x = 46$ m y desde $y = 28$ m hasta $y = 46$ m aproximadamente. La segunda estructura tubular abarca aproximadamente en X de los 54 m a los 66 m y en Y desde 54 m hasta los 64 m.

Comparando la TRE-3D con el modelo correcto, se concluye que la protuberancia observada puede asociarse al prisma central del modelo y las estructuras tubulares a los prismas de las esquinas; estas anomalías rodean aproximadamente la ubicación de los prismas restantes.

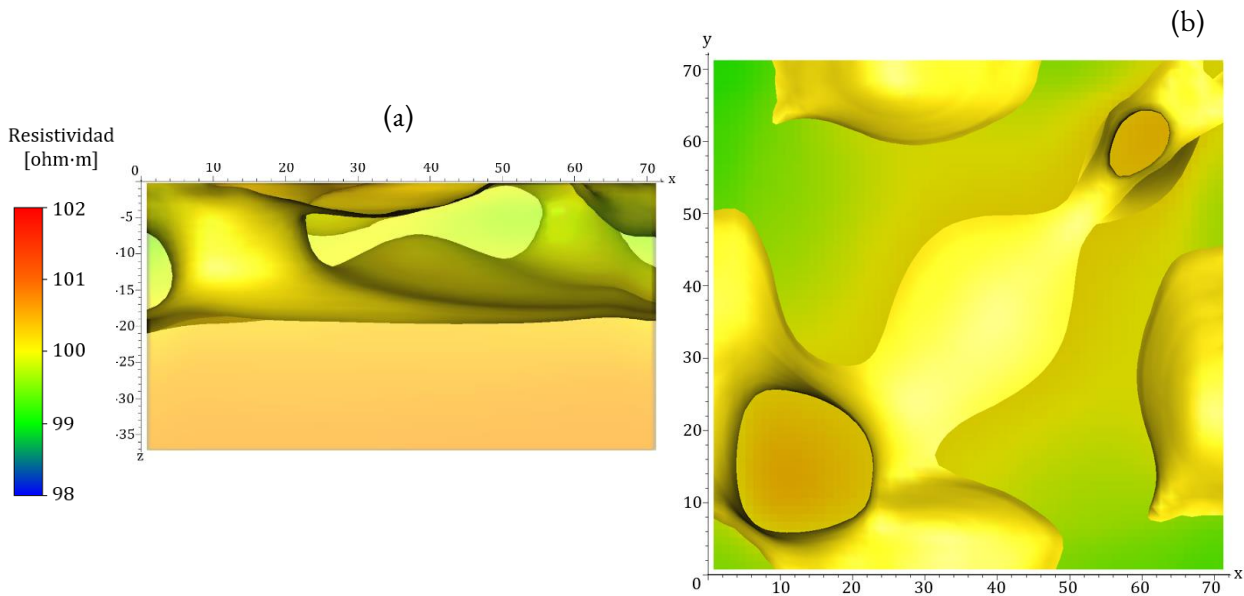


Figura 3.26. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 4.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.12.3 Medio 5

La isosuperficie utilizada en esta tomografía fue $\rho=102 \text{ ohm}\cdot\text{m}$; con ella se observan dos cuerpos anómalos. Ambos cuerpos se presentan desde $x = 28 \text{ m}$ hasta $x = 44 \text{ m}$ y desde $z = -8 \text{ m}$ hasta la superficie, aproximadamente. La vista superior muestra que el primer cuerpo abarca aproximadamente desde $y = 0 \text{ m}$ hasta $y = 14 \text{ m}$, mientras que el otro cuerpo va de $y = 58 \text{ m}$ hasta $y = 72 \text{ m}$, aproximadamente (fig. 3.27).

Comparando la TRE-3D con el modelo sintético, se concluye que se logra resolver solo los prismas de las orillas. Mientras el prisma central no se detecta ya que no hay información que lo cubra.

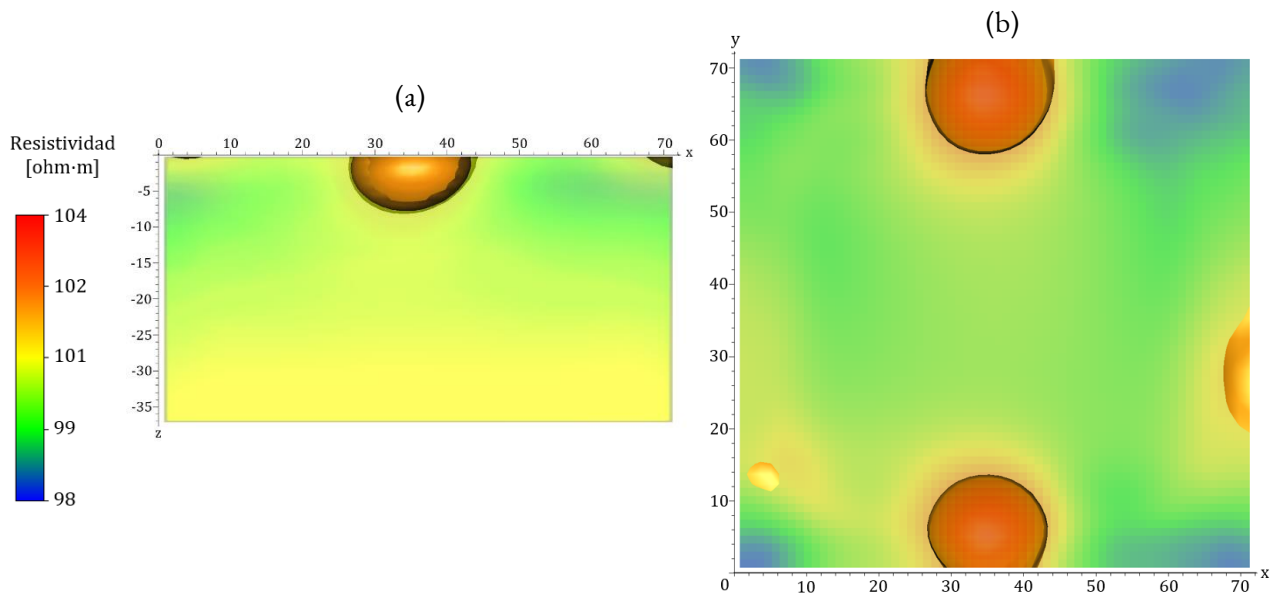


Figura 3.27. Tomografía obtenida al aplicar la Combinación 3 en el Medio 5.
(a) Vista frontal. (b) Vista superior.

3.13 Tabla comparativa de los arreglos

3.13.1 Medio 1

Arreglo	Número de mediciones	¿Detecta el contacto resistivo-conductivo?	¿Detecta la profundidad del primer contacto? (12 m)	¿Detecta el contacto conductivo-resistivo?	¿Detecta la profundidad del segundo contacto? (28 m)
Dipolo-Dipolo	2112	Sí	Regular. Varia (-5 m, -12 m)	No	No
Wenner	1142	Sí	Sí	No	No
Wenner - Schlumberger	1142	Sí	Regular. Varia (-7 m, -13 m)	No	No
WS Gradiente	2304	Regular. No es uniforme.	Regular, 11 m aproximadamente	No	No
Ecuatorial Paralelo	600	Sí	Regular. Varia (-7 m, -12 m)	No	No
Ecuatorial Diagonal	1104	Regular. No es uniforme.	Regular, 11 m aproximadamente	No	No
Esquinas	3312	Sí	Regular. Varia (-7 m, -14 m)	No	No
Mínimo Acoplamiento	3784	Regular. No es continuo.	No	No	No
Rehilete	4424	Regular. No es uniforme.	Regular. Varia (-7 m, -9 m)	No	No

3.13.2 Medio 2

Arreglo	Número de mediciones	¿Localiza el contacto horizontal $x = 30$ m?	¿Localiza el contacto vertical $z = 5$ m?	¿Resuelve la geometría del dique?	¿Resuelve la geometría del estrato de grava y arena?
Dipolo-Dipolo	2112	Regular, $x = 24$ m	Regular, (-5 m, 11 m)	Pobrememente	Regular
Wenner	1142	Sí	Regular. 10 m aproximadamente	Regular	Sí
Wenner - Schlumberger	1142	Sí	Sí	Regular	Regular
WS Gradiente	2304	Sí	Regular. 12 m aproximadamente	Pobrememente	Pobrememente
Ecuatorial Paralelo	600	Sí	Regular (7 m)	Regular	Pobrememente
Ecuatorial Diagonal	1104	Sí	Pobrememente	Pobrememente	Pobrememente
Esquinas	3312	Sí	Sí	Sí	Regular
Mínimo Acoplamiento	3784	Sí	Sí	Regular	Regular
Rehilete	4424	Sí	Regular. 12 m aproximadamente	Pobrememente	Pobrememente

Tabla 3.2. Comparación entre arreglos para el Medio 2.

3.13.3 Medio 3

Arreglo	Número de mediciones	¿Qué prismas identifica?	¿Resuelve su geometría?	¿Resuelve su resistividad?
Combinación 1	4396	A y C	Sí	No
Combinación 2	7320	A y C	Sí	No
Combinación 3	8208	A y C	Sí	No

Tabla 3.3. Comparación entre combinaciones para el Medio 3.

3.13.4 Medio 4

Arreglo	Número de mediciones	¿Qué prismas identifica?	¿Resuelve su geometría?	¿Resuelve su resistividad?
Combinación 1	4396	A, B y C	No	No
Combinación 2	7320	A y C	No	No
Combinación 3	8208	A, B y C	No	No

Tabla 3.4. Comparación entre combinaciones para el Medio 4.

3.13.5 Medio 5

Arreglo	Número de mediciones	¿Qué prismas identifica?	¿Resuelve su geometría?	¿Resuelve su resistividad?
Combinación 1	4396	A y C	Sí	No
Combinación 2	7320	A y C	Sí	No
Combinación 3	8208	A y C	Sí	No

Tabla 3.5. Comparación entre combinaciones para el Medio 5.

Capítulo 4. Conclusiones

El análisis de las tomografías obtenidas para el Medio 1 da como resultado que todos los arreglos son capaces de resolver el espesor del estrato correspondiente a la caliza y su resistividad de 1000 ohm·m. Los arreglos Wenner, Ecuatorial Paralelo y Esquinas son los que mejor resuelven la forma y dimensiones del estrato. Los arreglos WS Gradiente y Rehilete no resuelven correctamente la forma del primer estrato.

Los arreglos que determinan mejor la resistividad de la segunda capa son Wenner, WS Gradiente y Ecuatorial Paralelo. Los que no determinan correctamente la resistividad de la segunda capa son Dipolo-Dipolo, Wenner-Schlumberger, Ecuatorial Diagonal y Rehilete.

El arreglo que da los peores resultados es el Mínimo Acoplamiento debido a que genera anomalías que no existen y no resuelve ninguna característica de la segunda capa.

El análisis de las tomografías obtenidas del Medio 2 permite concluir que casi todos los arreglos logran resolver la resistividad y la profundidad de los estratos de arenas y gravas y del basalto; el único arreglo que no resuelve las dimensiones del estrato de gravas y arenas es el Ecuatorial Diagonal. En general, los arreglos no logran resolver correctamente las dimensiones del dique granítico, pero sí su resistividad. Los mejores resultados para este medio los proporcionan los arreglos Esquinas, Wenner y el Mínimo Acoplamiento. Los arreglos WS Gradiente y Rehilete son los que dan los peores resultados porque caracterizan pobremente el dique y el estrato de gravas y arenas.

Las combinaciones de los arreglos se utilizaron sobre Medio 3, Medio 4 y Medio 5 debido a que, en general, un solo arreglo tiene muy poca capacidad de visualizar cuerpos aislados y de menor tamaño. Las tres combinaciones lograron identificar los prismas que se encuentran en la periferia, pues todos tienen una distribución de datos en las orillas. Debido al tamaño pequeño de los prismas no se logra resolver su resistividad.

Por otro lado, es importante señalar que se hicieron pruebas con otros prismas de mayor tamaño y localizados a mayor profundidad (los resultados no se muestran en este

trabajo), pero permitieron concluir que todas las combinaciones identificaban los prismas en la periferia, mas nunca los prismas en la zona central. Además, los prismas localizados a una profundidad mayor a 15 metros ya no fueron detectados por ninguna combinación.

Todas las tomografías 3D del Medio 1 y Medio 2 presentan una anomalía en el centro de forma circular; causada por la falta de datos en esta zona.

Los arreglos Wenner y Esquinas son los que definen mejor la forma y localización de los cuerpos que conforman los medios ya que resuelven el contacto vertical y el contacto horizontal; además, tienen la capacidad de llegar a una profundidad teórica cercana a los 30 m. Sin embargo, es el arreglo Wenner es el que mejor resuelve las resistividades de los dos primeros medios.

El arreglo Ecuatorial Diagonal presenta los peores resultados de caracterización del medio, por lo que no se recomienda utilizarlo solo.

El arreglo Ecuatorial Paralelo por sí solo es capaz de dar buena cobertura horizontal y vertical, pero también se recomienda utilizarlo en conjunto con otros arreglos.

Los arreglos WS Gradiente y Rehilete proporcionan tomografías muy parecidas; esto se debe a las características heredadas del arreglo WS Gradiente al arreglo Rehilete. Debido a la complejidad de realizar las secuencias de electrodos y la cantidad de datos obtenidos en el arreglo Rehilete, puede ser mejor opción el uso del arreglo WS Gradiente.

La creación del arreglo Rehilete (derivado del arreglo WS Gradiente) y la modificación en el arreglo Mínimo Acoplamiento tienen como fin motivar al prospector a crear nuevos arreglos para obtener información en nuevas áreas de cobertura mediante la modificación de arreglos ya existentes.

Bibliografía

- Allaud, L. A., Martin, M. H. (1977). *Schlumberger The History of a Technique*. John Wiley & Son, Inc.
- Barker, R. (1992). A simple algorithm for electrical imaging of the subsurface. *First Break*, 10(2).
- Argote-Espino, D., Tejero-Andrade, A., Cifuentes-Nava, G., Iriarte, L., Farías, S., Chávez, R. E., & López, F. (2013). 3D electrical prospecting in the archeological site of El Pahñú, Hidalgo State, Central Mexico. *Journal of Archaeological Science*, 40, 1213–1223.
- Becerril, J., & Hernández-Cuevas, I. (2020). *MCS Reserva Estatal Hidrológica Anillo de Cenotes 2020*. Yucatán: Patrimonio, Desarrollo y Sustentabilidad A. C.
- Blokh, I. M. (1962). Elektroprofilirovanie Metodon Soprotivleniy (Goelectric resistivity profiling, in Russian). *Gosgeoltechizdat, Moscow*.
- Dahlin, T., & Bernstone, C. (1999). Assessment of Two Automated Electrical Resistivity Data Acquisition Systems for Landfill Location Surveys: Two Case Studies. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 4(2), 81-133.
- Dahlin, T., & Bernstone, C. (1997). A Roll-Along Technique For 3D Resistivity Data Acquisition with Multi-Electrode Arrays. In *10th EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, cp-204. European Association of Geoscientists & Engineers.
- Dahlin, T., & Bing, Z. (2003). A numerical comparison of 2D resistivity imaging with ten electrode arrays. *Geophysical Prospecting*, 52, 379–398.
- Dey, A. & Morrison, H. F. (1979). Resistivity modeling for arbitrary shaped three-dimensional structures. *Geophysics*, 44(4), 753–780.

- Edwards, L. (1977). A modified pseudosection for resistivity and induced polarization. *Geophysics*, 42(5), 1020–1036.
- Gish, O. E., & Rooney, W.J. (1925). Measurement of Resistivity of Large Masses of Undisturbed Earth. *Terr. Magn. Atmos. Electr.*, 30(4), 161–188.
- Griffiths D.H. & Barker R.D. (1993). Two-dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 29, 211–226.
- Hadamard, J. (1902). Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 49–52.
- Loke, M. (1996). *Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys*. Recuperado el Junio de 2023, de Geotomo Software: <http://geotomosoft.com/>
- Loke, M. H., Barker, R. D. (1996). Practical techniques for 3D resistivity surveys and data inversion techniques. *Geophysical Prospecting*, 44, 499–524.
- Menke, W. (1984). Geophysical data analysis: Discrete Inverse Theory. *Academic Press*.
- Orellana, E. (1982). *Prospección geoelectrica en corriente continua* (Segunda ed.). Madrid: Ediciones Paraninfo.
- Petersson, W. (1907). Om malmsökande medelst electricitet. *Jern-Kontorets Annaler* 2-3, 153–171.
- Rodríguez-Aguilar, A. (2012). Programa de creación de secuencias cuadripolares para la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) en 3D. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Schlumberger, C. (1920). Étude sur la Prospection Electrique du Sous-Sol. París. Gauthier-Villars.
- Szalaj, S., & Szarka, L. (2008). On the classification of surface geoelectric arrays. *Geophysical Prospecting*, 56, 159-175.

- Tejero-Andrade, A., Argote-Espino, D. L., Cifuentes-Nava, G., Hernández-Quintero, E., Chávez-Segura, R. E., & García-Serrano, A. (2018). 'Illuminating' the interior of Kukulcan's Pyramid, Chichén Itzá, Mexico, by means of a non-conventional ERT geophysical survey. *Journal of Archaeological Science*, *90*, 1-11.
- Tejero, A., Cifuentes, G., Chávez, R., López-Gonzalez, A., & Delgado-Solórzano, C. (2015). "L" and "Corner" arrays for 3D electrical resistivity tomography: An alternative for urban zones. *Near Surface Geophysics*, *13*(4), 355–367.
- Telford, W., Geldart, L., & Sheriff, R. (1979). *Applied Geophysics* (2 ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Vargas-García, D. (2015). *Arreglos no convencionales de tomografía de resistividad eléctrica 3D*. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.