



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Diseño del sistema de control difuso  
para el sistema de óptica activa  
(bajos órdenes) del telescopio  
óptico infrarrojo mexicano (TIM)**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero en Computación**

**P R E S E N T A**

Gabriel López Domínguez

**DIRECTOR DE TESIS**

M.I. Rubén Flores Meza



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2003

## Agradecimientos

Primeramente, quiero agradecer a mi madre *Gloria Domínguez Velasco* y a mi padre *Ramiro López Galeana* (Quién falleció hace 16 años) por conocer los fenómenos de la vida y el mundo. Para mi madre, por todo su amor y apoyo recibidos todos estos años de estudio (algunos muy difíciles). A la memoria de mi padre; una de sus últimas preguntas fue: ¿Que quieres ser de grande? a lo que respondí: *estudiar* y mire al horizonte. Ahora, después de mucho tiempo y adversidad, he sido afortunado por conocer la educación superior en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Que, por medio de la Facultad de Ingeniería, he asimilado la importancia que los profesionistas tienen, para con su labor, dentro de la sociedad humana. Jamás pensé el valor que tendría la educación para comprender tan solo un poco, de lo mucho que hay por saber en la vida, la naturaleza y el funcionamiento del universo.

También, agradezco a cada una de mis hermanas: *María Eugenia, Patricia, Laura y María de Lourdes* por cada uno de los momentos maravillosos que hemos compartido en la vida. Por las enseñanzas transmitidas y por su generosidad. El ánimo e impulso que siempre nos hemos brindado juntos, ahora, se fortalece. Seguimos unidos como unidad familiar, y es mi anhelo, que sea por siempre, mientras haya vida y esperanza. Que felicidad y alegría se experimenta, cuando sabes que una mirada te busca, que un abrazo y un apretón de manos se siente y, una sonrisa se comparte; o quizás, simplemente, experimentas la belleza de la naturaleza (el canto de los pájaros o el ladrido del perro que te busca) en fin.

Siempre he creído que la sociedad mexicana algún día podrá mejorar. Espero contribuir en lo que me sea posible, para; resolver la miseria, la pobreza, el hambre, la salud, el desempleo, la educación, la desigualdad social y muchas mas. A veces me parece que es una utopía y que jamás se alcanzará, pero en otras, cuando el trabajo se distribuye y comparte justa y conjuntamente, me parece que es posible y comienzo a soñar de nuevo. Espero en verdad, que en el fondo, lo podamos lograr.

He recibido múltiples apoyos de los profesores, amigos y amigas que he podido conocer en estos años. De la diversidad de enseñanzas de trabajadores de profesión y oficio que, me compartieron su forma de ver las cosas y valorar el trabajo que se realiza. Ahora, les expreso mi gratitud hacia ellos, porque continuemos trabajando juntos en aras del porvenir.

Quiero expresar mi agradecimiento al Instituto de Astronomía de la UNAM (IAUNAM), por haberme permitido participar en el proyecto del Telescopio Óptico Infrarrojo Mexicano (TIM) en la elaboración de esta tesis. En específico, al M. en I. Rubén A. Flores Meza quién fungió como mi asesor y, a la Dra. Irene-Cruz González por el apoyo económico obtenido del Fondo TIM. Además, quiero agradecer a todo el personal del IAUNAM (biblioteca, cómputo, almacén y administrativos). En particular, a las conferencias y coloquios (que siempre me motivaron y me dejaron dudas).

Finalmente, gracias a la UNAM por la educación pública, científica y popular, de masas y del pueblo; por haberme permitido estudiar durante este tiempo, dedicado al análisis y discusión de las ideas, entusiasmado por el saber y el conocimiento. Como los compañeros de la UNAM lo pueden confirmar. En especial, a la camarada Alejandra Ferreira por las discusiones sostenidas (con una taza de café de por medio) mucho muy nutritas –jj-. Ya para terminar, solo me resta decir, que me siento feliz conmigo mismo por otro paso mas que doy por la vida y; que confío en ser buen hombre y ser humano a la vez; para, continuar en la transmisión de tan fundamental herencia: la EDUCACIÓN!.

¡MÉXICO, PUMAS, UNIVERSIDAD! ... ¡UNIVERSIDAD!

Gabriel.

Agradecimientos	
<u>Introducción</u>	1
<u>Índice de la tesis</u>	3

*CAPÍTULO 1: ÓPTICA ACTIVA*

1.1 <u>Telescopio Óptico Infrarrojo Mexicano</u>	5
1.1.1 <u>Especificaciones ópticas del TIM</u>	6
1.1.2 <u>Estructura mecánica del TIM</u>	7
1.1.3 <u>Celda activa</u>	8
1.2 <u>Primario segmentado</u>	9
1.2.1 <u>Segmento activo</u>	10
1.2.2 <u>Control activo de un segmento</u>	12
1.2.2.1 <u>Actuadores electromecánicos</u>	13
1.2.2.2 <u>Control de posición del actuador electromecánico</u>	15
1.3 <u>Óptica activa</u>	16
1.3.1 <u>Esquema de óptica activa</u>	16
1.3.2 <u>Aberraciones ópticas</u>	18
1.3.2.1 <u>Polinomios de Zernike</u>	18
1.3.2.2 <u>Corrección de aberraciones</u>	20
<u>Bibliografía</u>	21

*CAPÍTULO 2: CONTROL DIFUSO*

2.1 <u>Lógica difusa</u>	23
2.1.1 <u>Universo de discurso</u>	23
2.1.2 <u>Parámetros de los CDs</u>	23
2.1.3 <u>Variable lingüística</u>	28
2.1.4 <u>Operaciones con los CDs</u>	29
2.2 <u>Control difuso</u>	31
2.2.1 <u>Controlador difuso</u>	31
2.2.1.1 <u>Fusificación</u>	32
2.2.1.2 <u>Base de conocimiento</u>	32
2.2.1.3 <u>Lógica de decisiones</u>	34
2.2.1.4 <u>Defusificación</u>	37
2.2.2 <u>Sintonización del controlador difuso</u>	38
2.2.3 <u>Sistema de control difuso</u>	39
2.2.4 <u>Control dedicado</u>	41
<u>Bibliografía</u>	41

*CAPÍTULO 3: SISTEMA DE CONTROL DIFUSO*

3.1 <u>Control del primario segmentado</u>	43
3.2 <u>Actuadores electromecánicos</u>	45
3.2.1 <u>Modelo eléctrico del actuador</u>	48
3.2.2 <u>Control difuso del actuador de posición</u>	50
3.2.2.1 <u>Controlador difuso</u>	51
3.2.2.2 <u>Variables lingüísticas</u>	52

3.2.2.3 <u>Base de reglas</u>	56
3.2.2.4 <u>Arreglo Asociativo Difuso (AAD)</u>	58
3.2.2.5 <u>Superficie de control</u>	59
3.2.3 <u>Sintonización del controlador</u>	60
3.3 <u>Lazo de regulación de la posición lineal de un actuador</u>	60
3.3.1 <u>Cálculo de la señal de control</u>	61
3.3.2 <u>Etapas de conversión y acoplamiento</u>	64
3.3.3 <u>Respuesta escalón</u>	65
3.3.4 <u>Señal de error y señal de control</u>	65
3.4 <u>Transformación de coordenadas</u>	66
3.4.1 <u>Transformación de 2 a 3 coordenadas (2D3D)</u>	68
3.4.2 <u>Transformación de 3 a 2 coordenadas (3D2D)</u>	69
3.4.3 <u>Detector de cuadrantes</u>	69
3.5 <u>Sistema de control difuso de posición</u>	70
<u>Bibliografía</u>	71
 <i><u>CAPÍTULO 4: SIMULACIONES Y PRUEBAS DE VALIDACIÓN DEL LAZO DE REGULACIÓN</u></i>	
4.1 <u>Actuador electromecánico con lazo abierto y cerrado</u>	73
4.2 <u>Control PID dedicado para el actuador</u>	74
4.2.1 <u>Señales de error y de control</u>	76
4.3 <u>Control Difuso embebido para el actuador</u>	77
4.3.1 <u>Señales de error y de control</u>	82
4.4 <u>Resultados del lazo regulación</u>	83
<u>Bibliografía</u>	84
 <i><u>CAPÍTULO 5: SIMULACIONES DEL CONTROL DE POSICIÓN DEL SEGMENTO</u></i>	
5.1 <u>Sistema de control PID para el sistema de posición</u>	85
5.2 <u>Control difuso de posición para aberraciones de bajos órdenes</u>	87
5.2.1 <u>Señales de error del control difuso de posición con cargas independientes</u>	90
5.2.2 <u>Señales de control del compensador difuso de posición con cargas independientes</u>	91
5.3 <u>Respuestas de los actuadores con control difuso de posición y perturbaciones simultáneas</u>	92
5.3.1 <u>Señales de error del compensador difuso con carga simultánea</u>	94
5.3.2 <u>Señales de control del compensador difuso con carga simultánea</u>	95
5.4 <u>Resultados del control difuso de posición del segmento</u>	97
<u>Bibliografía</u>	98
<u>Conclusiones</u>	99
<u>Perspectivas</u>	101

En este capítulo se describen las características de los telescopios y su funcionamiento. Se mencionan brevemente las partes fundamentales del TIM, en cuanto a óptica, mecánica y control. Se expone la conformación de la celda activa y, en específico, se describe la importancia del sistema de control del primario. Se presenta el control de posición para un segmento con la finalidad de corregir las aberraciones de bajos órdenes causadas por los esfuerzos mecánicos del telescopio. Se mencionan las partes principales de un sistema de óptica activa y se determina, la relación que tiene para la corrección de las aberraciones en el segmento.

### 1.1 Telescopio Óptico Infrarrojo Mexicano

En México existe el *Observatorio Astronómico Nacional (OAN)* ubicado en el estado de Baja California Norte en la sierra de *San Pedro Mártir (SPM)* y será el lugar donde se instale el *Telescopio Óptico Infrarrojo Mexicano (TIM)* a una altura de 2800 m; dicho proyecto es realizado por el *Instituto de Astronomía de la UNAM*. SPM es apropiado para realizar observaciones astronómicas en el hemisferio norte debido a sus características geográficas y condiciones climatológicas que presenta; un resumen de las características del sitio se encuentran en [2].

Los telescopios pueden ser clasificados con base en los elementos ópticos que los componen. Cuando los rayos luminosos de los objetos celestes son refractados con base en lentes se llaman *telescopios refractores* y, cuando los rayos son reflejados por medio de espejos son *reflectores*, cuando se combinan lentes y espejos entonces son llamados *catadióptricos*. En la Figura 1.1 se muestran diversas configuraciones ópticas para telescopios reflectores. Los rayos luminosos provenientes del objeto estelar inciden sobre la superficie del espejo primario parabólico y de ahí se reflejan hacia el espejo secundario (elíptico o hiperbólico), mismo que los volverá a reflejar hacia el foco secundario o foco principal. La geometría de los espejos son de algún tipo de sección cónica y pueden combinarse entre sí. Algunas variantes de arreglos ópticos corresponden con el telescopio de Gregory, el Newtoniano, el de Herschel y el Cassegrain.

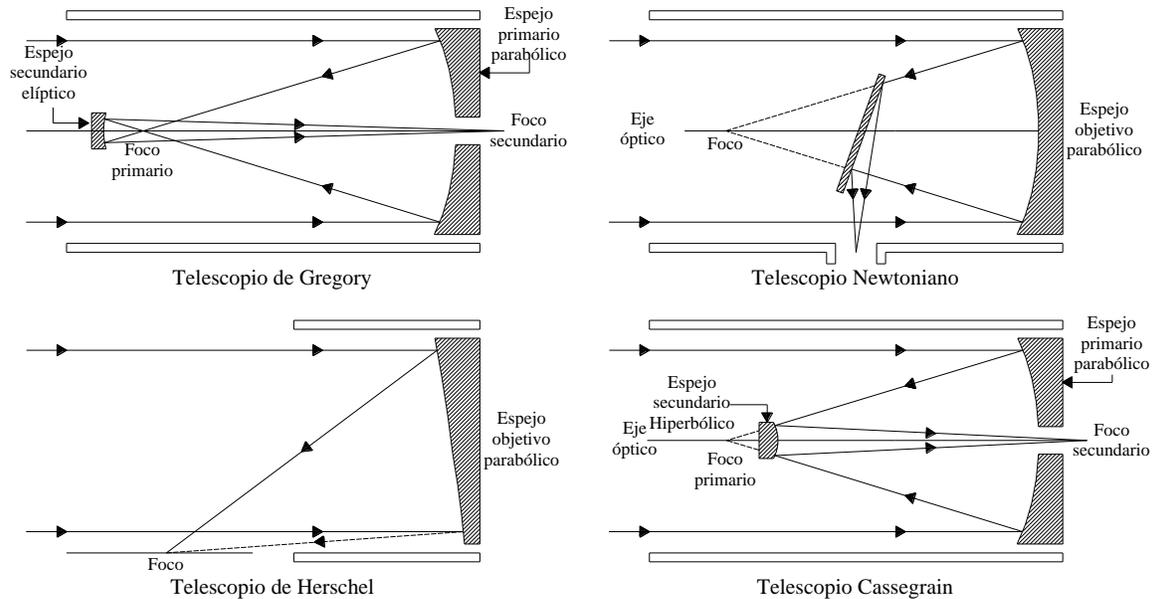


Figura 1.1: Arreglos ópticos para telescopios reflectores (Esquema tomado de [4]).

El esquema que mayor uso ha tenido es el *Cassegrain*; el cual, se compone por el espejo *primario paraboloidal* y el *secundario hiperboloidal*. La función del primario consiste en, reflejar las radiaciones provenientes del objeto astronómico hacia el secundario y después este mismo vuelve a reflejar las radiaciones hacia un hueco central hallado en la superficie del primario. Dichas radiaciones son procesadas mediante su *Frente de Onda (FO)* en forma de señales mediante dispositivos electrónicos y sistemas de detección, con el propósito de eliminar la aberración de esfericidad en ambos espejos en el foco secundario

o *foco Cassegrain*. Algunos de los parámetros del arreglo óptico, tales como, el diámetro de cada espejo, las separaciones entre estos, sus distancias focales, formas geométricas en sus superficies y sus radios de curvatura, entre otros, se muestran en la Figura 1.2. La forma de calcularlos es descrita específicamente en [4]. Es claro que también existen análisis para selección de materiales, por ejemplo, el Zerodur.

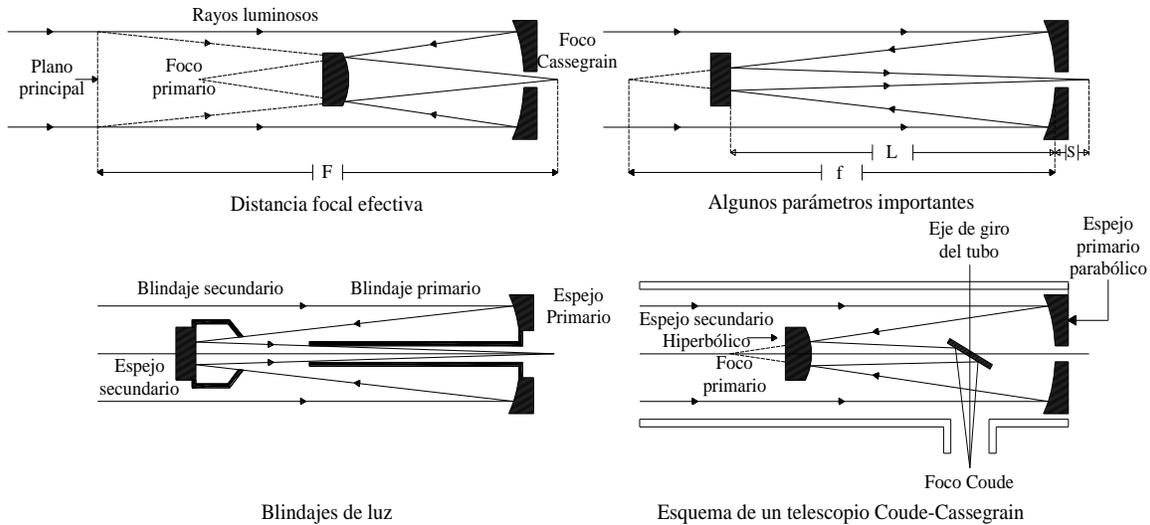


Figura 1.2: Características de la configuración Cassegrain (Esquema tomado de [4]).

Una modificación interesante del telescopio Cassegrain es el telescopio Ritchey—Chrétien diseño sugerido por el francés Henri M. Chrétien y fabricado por George W. Ritchey en el observatorio de Monte Wilson en 1922. En este telescopio los dos espejos son hiperboloidales y no como en el Cassegrain, donde el primario es paraboloïdal. De esta manera, ambos espejos tienen aberración de esfericidad pero de valor opuesto de tal manera que el valor final es cero, tiene como propósito corregir no solamente la aberración de esfericidad sino que también la de coma. Eliminando la posibilidad de usar el espejo primario sin el secundario, pues la aberración está corregida en el sistema total, pero no en cada uno de los espejos [4]. Para realizar el diseño y construcción del TIM es preciso caracterizar su óptica, las estructuras mecánicas para soporte y movimiento, el sistema de control relacionado con las múltiples señales que se enviarán a sensores y actuadores, así como identificar los instrumentos astronómicos que utilizará, entre muchas otras características para obtener la mejor calidad de imagen posible.

1.1.1 Especificaciones ópticas del TIM

El TIM será un telescopio reflector diseñado para funcionar en la banda del visible cuya longitud de onda es de (720 nm – 400 nm) y del infrarrojo (IR lejano 0.5 mm – 0.03 mm, IR cercano 30 μm – 0.72 μm). El primario tendrá una apertura mayor a 6 m que permitirá realizar observaciones en foco Cassegrain Ritchey-Chrétien. Las especificaciones ópticas se describen ampliamente en [2] y se muestran en la Tabla 1.1.

Diámetro mayor del espejo primario (equivalente en área a un diámetro circular de 6.5 m)	7888 mm
Razón focal del primario	f/1.5
Número de segmentos hexagonales	19
Diámetro mayor del segmento	1.805 m
Diámetro del agujero circular central	786 mm
Constante de conicidad del primario	-1.0
Radio de curvatura del primario	23664.0 mm
Razón focal del secundario	f/15

Tamaño del campo	750 mm
Tamaño angular del campo	21.8 x 21.8 min arc <sup>2</sup>
Radio de curvatura del secundario	2895.4 mm
Constante de conicidad del secundario	-1.494
Separación del primario y secundario	10529.1 mm
Diámetro del espejo secundario	935.4 mm
Separación del primario a la imagen	2500 mm
Distancia focal efectiva	118320 mm
Escala de placa	1.743"/mm

Los espejos primario y secundario estarán alineados con precisión nanométrica en relación al eje óptico. La geometría del espejo primario será prácticamente una superficie uniforme y continua, bien pulida, con bajo índice de refracción y alto índice de reflexión para concentrar al máximo la energía colectada en el foco principal. Las variables físicas: presión atmosférica, vientos, gravedad, campos electromagnéticos, temperatura, vibraciones, abrasión, entre otras, se combinarán con los esfuerzos mecánicos del telescopio que afectarán la alineación óptica del sistema y como consecuencia afectarán la formación de la imagen.

### 1.1.2 Estructura mecánica del TIM

Específicamente, la estructura se compone de tres partes, como se muestra en la Figura 1.3. Las partes son: 1) *Acero Tubular* cuya construcción tiene una geometría hexagonal con tres láctices de triángulos acoplados rígidamente por un poliedro que tendrá la función de soportar el espejo secundario localizado a 12 m de altura sobre el primario; 2) *Cuadro* que sostendrá al tubo, a la celda del primario y a la platina de instrumentos, a la vez que acomodará los rodamientos de elevación y 3) *Platina de instrumentos*, que permitirá corregir la rotación de campo y alojará al sistema de guiado y a los instrumentos de observación. La descripción completa puede consultarse en [2], [16] y [18]

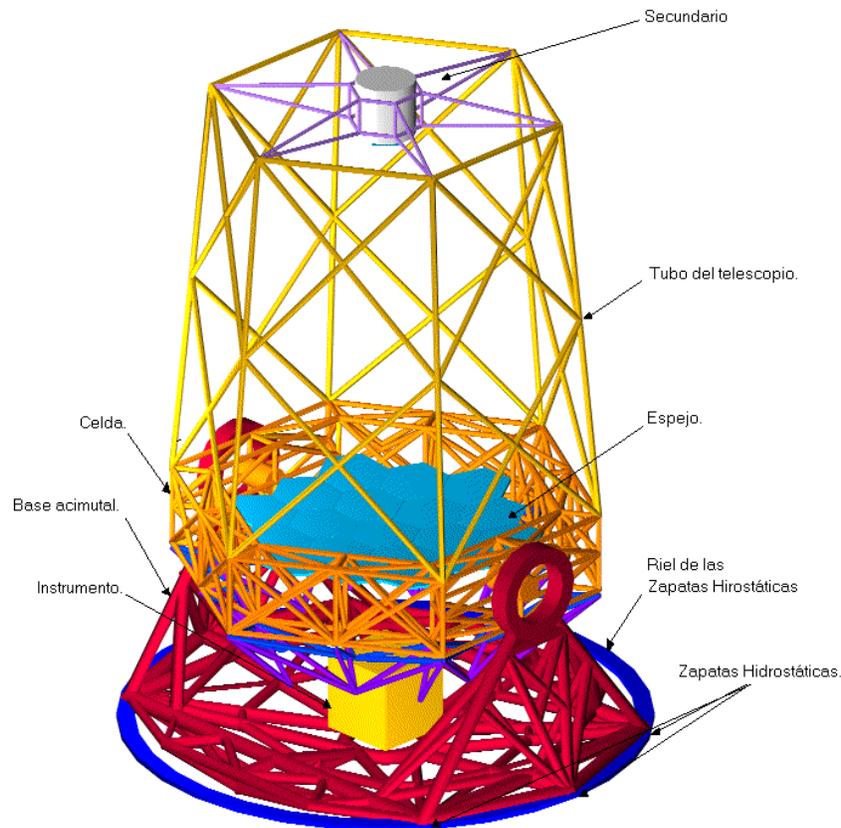


Figura 1.3: Estructura mecánica y óptica primaria del TIM (Figura tomada de [2]).

La estructura tubular metálica reforzada del TIM ha sido optimizada por técnicas de análisis por elementos finitos, siendo rígida y compacta con masa reducida alrededor de 80 toneladas. La base acimutal permite al telescopio rotar en el eje acimutal y permite el giro de la estructura de altitud alrededor del eje de altitud, además de transferir todo el peso del tubo del telescopio y el propio mediante rodamientos en la cimentación. El eje de elevación del telescopio será sostenido a cada lado por trípodes que llevarán el peso de la estructura directamente a la pista acimutal descansando sobre ella mediante zapatas hidrostáticas que eliminarán completamente la fricción estática. La estructura deberá cumplir con restricciones en su modo de vibración, ser lo mas ligera posible y de baja fricción, para un fácil control, así como reducir las turbulencias del flujo del aire [18].

### 1.1.3 Celda activa

La celda activa usa como referencia la montura altacimutal y se compone por: *el sistema óptico, la estructura de soporte y el sistema de control*. Los espejos del primario sufrirán deformaciones causadas por los esfuerzos mecánicos; la corrección de las aberraciones se logrará mediante el *control de posición y suspensión* de cada segmento [2] y [16]. Las estructuras hexagonales soportarán a los segmentos, conjunto de actuadores y platina de instrumentos. Finalmente, se encuentra la electrónica asociada para el *sistema de control* referido a sensores y actuadores. Los actuadores se clasifican en: *electromecánicos, hidráulicos y neumáticos*, su operación y control se logrará por medio de computadoras en forma automática; también existen diversos sensores como son: de *presión, temperatura y capacitivos* entre otros. En la Figura 1.4, se aprecia que la geometría será muy precisa, se observa al segmento central junto con su hueco apoyados sobre la estructura hexagonal superior, triangular media e inferior. Se observan los definidores axiales (*hard points*) y los definidores pasivos en la subcelda referida a cada segmento, además de las vigas perimetrales para cada soporte. También se aprecian la distribución de los diferentes actuadores neumáticos, hidráulicos y electromecánicos para cada segmento. Una descripción detallada de la celda puede consultarse en la referencia [16].

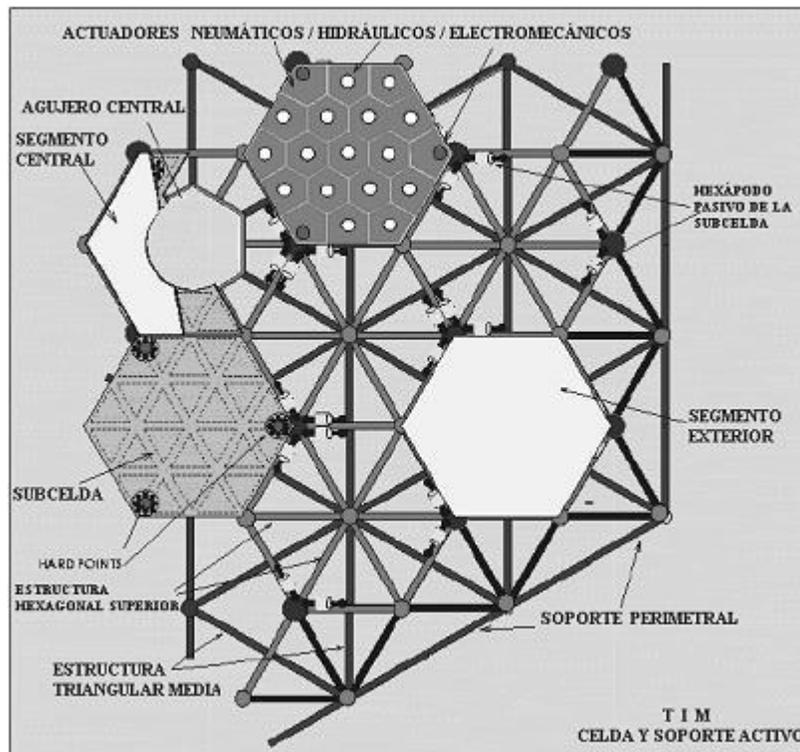


Figura 1.4: Vista superior de la suspensión activa del espejo primario del TIM (Esquema tomado de [16]).

La subcelda es una plataforma de acero ajustable a una configuración de hexápodo cuya construcción absorberá los errores de la celda mediante sus estructuras de soporte (superior, media e inferior). En la Figura 1.5 se muestra el detalle de una sección vertical de la estructura de la celda del TIM que soportará a un segmento. Se observa la lámina de acero reforzada, así como los definidores axiales y pasivos y el posicionador lateral. Nótese, como la distribución de la masa del segmento será uniforme y, las vibraciones de los esfuerzos mecánicos se propagarán uniformemente a través de la estructura, por lo cual, el segmento sufrirá deformaciones y, por consiguiente, se generarán aberraciones ópticas que afectarán la calidad de imagen.

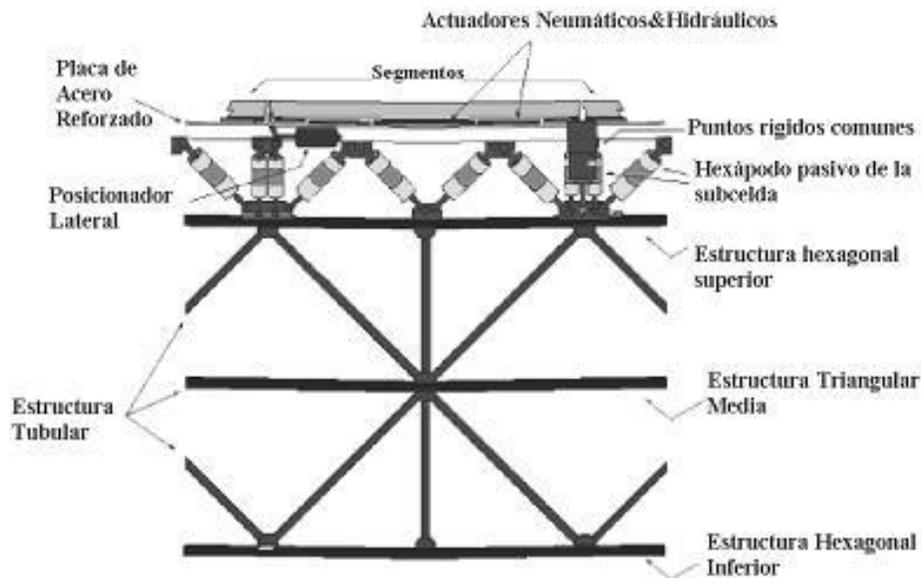


Figura 1.5 : Sección vertical de la estructura de la celda con actuadores de suspensión para un segmento (Vista lateral, figura tomada de [16]).

Por medio de los ensambles óptico y mecánico se distribuirán las vibraciones originadas por el telescopio y las debidas a movimientos terrestres en intervalos temporales cortos (menores de 1 s). Se compensarán los cambios climáticos ante la intemperie y los fenómenos naturales de la abrasión y golpeteo del viento combinados con la humedad relativa. Por lo anterior, se combinarán las características ópticas y mecánicas del telescopio junto con las variables físicas, originando con esto, diversos tipos de perturbaciones, las cuales, serán corregidas por diferentes técnicas; como lo son: la *Óptica activa (OAC)* y la *Óptica adaptativa (OAD)* [13]. Por otra parte, el control global de la celda activa es fundamental para obtener imágenes con excelente calidad astronómica, por lo cual, la corrección de las aberraciones ópticas de bajos y altos órdenes son necesarias. La ubicación del primario, junto con los esquemas de control de posición y suspensión de cada segmento, en relación con la distribución de sensores y actuadores, utilizarán como referencia, la celda activa.

## 1.2 Primario segmentado

En la Figura 1.6, se muestra al primario que se compondrá por 19 segmentos hexagonales de superficie parabólica con cuatro geometrías diferentes: una central de *tipo 0*, segmento 1; seis laterales *tipo 1* del 2 al 7 que están alrededor del segmento central y 12 segmentos laterales externos del 8 al 19, de los cuales 6 son de *tipo 2* y 6 de *tipo 3* que serán construidos con material de expansión térmica nula *Zerodur* [2] y [16]. La separación de 5 mm en los bordes de cada segmento es necesaria para realizar los ajustes en el cambio de posición de cada uno de éstos cuando se efectúen las correcciones. Véase la numeración de los espejos en sentido horario y algunas medidas de su geometría.

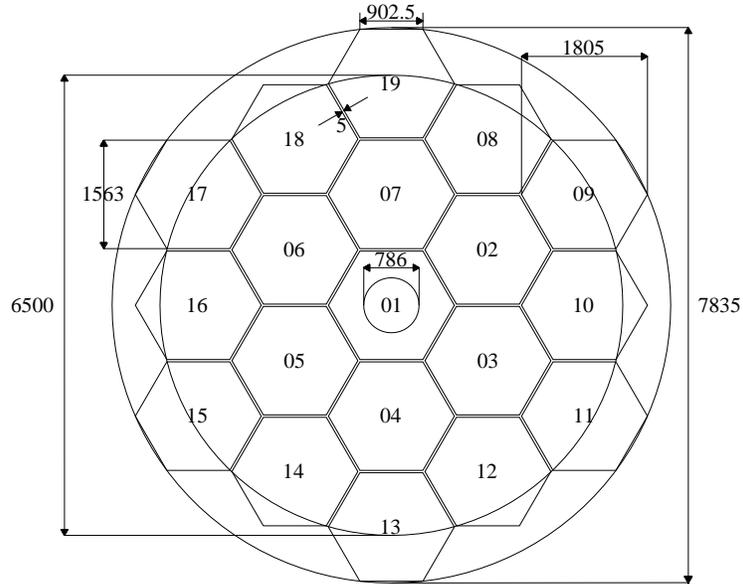


Figura 1.6: Configuración de segmentos en el primario, acotación mm (Figura tomada de [16]).

La composición de  $n$  segmentos permitirá aproximar áreas cada vez mayores como si fueran superficies uniformes y continuas, lo cual significa mayor concentración de luz. Se aprovechará al máximo el reflejo de los rayos recibidos por cada área del segmento para contribuir en la formación de la imagen en el foco global y corregir las aberraciones identificadas en los espejos.

### 1.2.1 Segmento activo

Cada segmento será considerado un sistema activo, tendrá perforaciones para colocación de sensores, actuadores y mecanismos de seguridad, descansará sobre el conjunto de actuadores electromecánicos que permitirán corregir aberraciones de bajo orden: *pistón*, *tip* y *tilt*. Existirán actuadores neumáticos distribuidos en  $n$  puntos de apoyo que corregirán aberraciones de mayor orden: *esfericidad*, *astigmatismo* y *coma* entre otras [3]. Las aberraciones se tratan con mayor detalle en la Sección 1.3.2. El sistema activo proporcionará rigidez contra vientos de hasta 40 km/hr. Algunas características del segmento se observan en la Tabla 1.2.

Material de fabricación	Zerodur
Geometría	Hexagonal
Diámetro del agujero central	786 mm
Lado del segmento	902.5 mm
Diámetro	1805 mm
Perímetro	5415 mm
Área colectora de luz	2.12 m <sup>2</sup>
Apotema	781.59 mm
Perímetro circunferencia externa	5.67 m
Masa	420 Kg
Peso	4120.2 N
Espesor	75 mm
Separación entre segmentos	5 mm

El espejo presentará una relación lineal y proporcional a la aplicación de fuerzas de los múltiples actuadores para modificar su posición y deformación dentro de los límites nanométricos especificados. Los actuadores de suspensión responderán ante variaciones mínimas de cambio en la superficie del segmento

deformando áreas de acción efectivas debido a su flexibilidad. La rigidez  $D$  del segmento depende del módulo de elasticidad  $E$  de Young, radio de Poisson  $\nu$  y grosor  $h$  expresados en (1.1). El análisis de esta ecuación para espejos segmentados puede encontrarse en [11] y, la respuesta mecánica del espejo puede consultarse en [10].

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{1.1}$$

Las especificaciones geométricas que muestran las dimensiones principales de un segmento prototipo en 3D con masa total fija y no deformada se observan en la Figura 1.7, así como algunos detalles del maquinado, como lo es el bisel lateral; la zona oscura representa a la superficie parabólica deseada. Para mayor descripción de sus parámetros pueden consultarse las referencias [2] y [16].

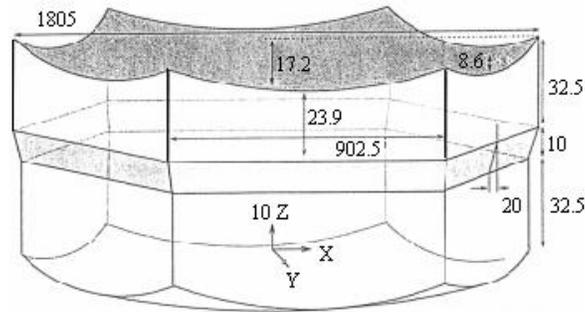


Figura 1.7: Detalle geométrico en 3D de un segmento, acotación mm (Figura tomada de [16]).

Las deformaciones que sufrirá el segmento, pueden ser agrupadas en 3 categorías [14]: las de *origen óptico* debidas a imperfecciones en el pulimento de los espejos y las no homogeneidades de los materiales; las de *origen térmico* generadas por gradientes de temperatura externos y adentro de la cúpula debido a la disipación de calor de los instrumentos utilizados y, las causadas por los *esfuerzos mecánicos* del telescopio relacionadas con vibraciones que se propagan por las estructuras.

En la Figura 1.8 se representa con las líneas a trozos la desviación del segmento respecto a los ejes X o Y que identifican al tip y tilt respectivamente. Se muestra también la elevación sobre el eje Z que indica el pistón y los movimientos posibles en traslación y rotación.

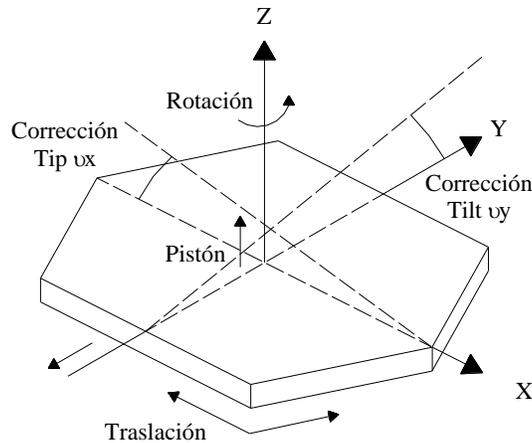


Figura 1.8: Grados de libertad de movimiento para el segmento.

Las deformaciones se aprecian analíticamente y gráficamente a través de las *figuras de mérito* [11] que, son representaciones geométricas en función del tiempo, del comportamiento físico del espejo y de sus movimientos referidos a *traslación*, *rotación* y *elevación*. La corrección de las aberraciones generadas en un segmento por los esfuerzos mecánicos, se logra por medio de un sistema de control retroalimentado para un sistema de *OAC*, misma que, se describe en la Sección 1.3.

### 1.2.2 Control activo de un segmento

El control activo se compone por los sistemas de *posición* y *suspensión* de cada segmento. Al primero, lo definen 3 actuadores electromecánicos y al segundo 19 actuadores neumáticos. Los actuadores electromecánicos serán colocados en los vértices impares de cada segmento y soportarán un tercio de su masa, proporcionarán las fuerzas apropiadas al espejo variando su posición lineal en función del tiempo, velocidad de respuesta con carga y en condiciones críticas de operación, que permitirán corregir las aberraciones de bajos órdenes. Los actuadores neumáticos serán utilizados para el sistema de suspensión y proporcionarán las fuerzas adecuadas para deformar al segmento, corrigiendo así las aberraciones de altos órdenes. Los actuadores del sistema de suspensión funcionan con base en la regulación del aire suministrado a un conjunto de bolsas que permiten deformar al espejo, tal y como se describe en el control activo del telescopio de 2.1 m de SPM [17].

Cada actuador tendrá un control independiente para realizar la regulación y control apropiados, trabajarán de manera coordinada con los demás actuadores dentro de un esquema de *Control Distribuido*, combinando así, los sistemas de posición y suspensión. La deformación del segmento debida a los actuadores es limitada y finita por lo que, no podrá deformarse arbitrariamente. En la Figura 1.9 se aprecia la ubicación de los actuadores de posición identificados como definidores axiales. También, se muestran por medio de los círculos la representación de los amortiguadores hidráulicos y las zonas de acción sobre las cuales operarán los actuadores de fuerza neumáticos [16].

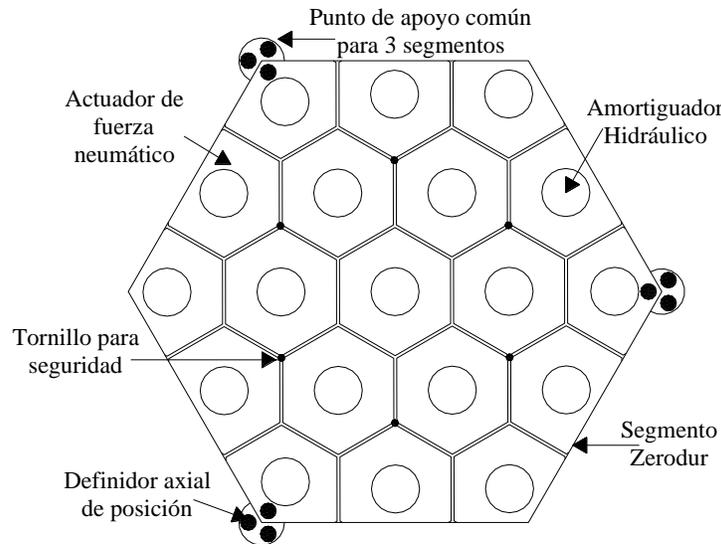


Figura 1.9: Distribución de actuadores electromecánicos y neumáticos de un segmento (Figura tomada de [16]).

El peso del segmento se repartirá en el conjunto de 22 actuadores, definiendo así el rango de fuerza y presión para cada área que puede ser uniforme o variable dependiendo de la sección o zona del espejo que se modifique [14]. En (1.2) se determina la deformación  $W$  debida a una carga uniforme por unidad de área, se incluye el factor  $\alpha_s$  determinado por la configuración del soporte,  $q$  es la carga por unidad de

área,  $b$  el espacio entre los soportes y  $D$  la rigidez del segmento. Sobre el desarrollo y restricciones en esta ecuación consultar la referencia [11].

$$w = \frac{\alpha_s q b^4}{D} \quad (1.2)$$

Las fuerzas externas afectarán a toda la superficie del primario, su concentración en el centro será mayor y en los extremos menor. La deformación hacia el centro se incrementará, por lo que, existirán zonas que se modifiquen con mayor frecuencia y por tanto que contribuyan mas significativamente en la generación de aberraciones. En la Figura 1.10, se representan múltiples fuerzas que afectarán la posición del segmento y lo deformarán, limitando así, la calidad de las imágenes obtenidas. Necesariamente, todas las fuerzas posibles que afecten al segmento serán representadas y estudiadas a través de señales. Las fuerzas externas verticales ejercen mayor presión para deformación y cambio de posición que las fuerzas laterales. La representación incluye a los actuadores de posición y suspensión.

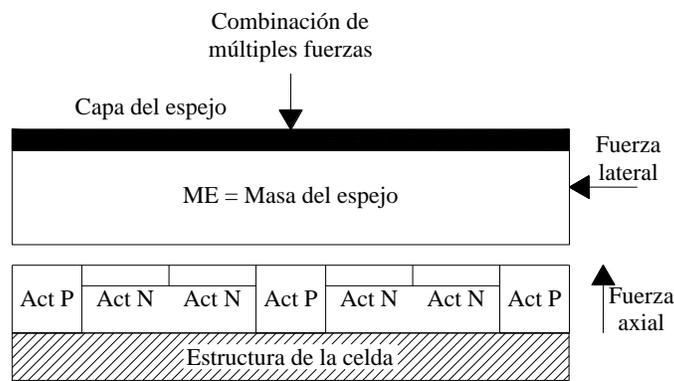


Figura 1.10: Fuerzas diversas que deformarán y cambiarán la posición del segmento.

Las fuerzas anteriores definen y limitan los cambios globales y totales que afectarán al segmento, siendo notoria su modificación con respecto a la superficie parabólica ideal del primario. La aplicación de las fuerzas axiales debidas a los Actuadores de posición (Act P) y los Actuadores para suspensión (Act N) serán normales a la estructura de la celda. La incorporación de las fuerzas laterales es posible, sin embargo, los cambios de posición en la ME se considera mínimo.

Para evitar el máximo número de deformaciones posibles, es necesario que la fuerza suministrada por los actuadores diversos sea homogénea y permita alinear la superficie de cada segmento entre sí y con los adyacentes de manera constante y continua, lo que significa que el reflejo del FO sea uniforme y su fase no sea afectada considerablemente. La concentración de fuerzas debidas a los actuadores puede agruparse por medio de una matriz en la que se indique el número de actuador y la cantidad de fuerza aplicada, lo anterior incluido dentro de un esquema de control [11].

#### 1.2.2.1 Actuadores electromecánicos

El actuador electromecánico proporcionará la fuerza adecuada para cambiar la posición del segmento y así corregir la aberración óptica identificada. El principio de funcionamiento consiste en un motor que provocará un desplazamiento angular en función de un voltaje de excitación aplicado. El acoplamiento del actuador con el segmento por medio de la barra actuadora generará un cambio en la posición lineal del espejo referido a la celda logrando corregir así el pistón y el tilt.

La fuerza  $F$  aplicada por el actuador depende del peso del espejo  $P_o$ , la constante de corrección de la fuerza  $k_1$ , la perturbación de la fuerza  $k_2$  en función del tiempo y  $z$  es el ángulo al zenith tal y como se expresa en (1.3) y que puede consultarse en [7].

$$F = P_0 \cos z + k_1 + k_2 f(t) \quad (1.3)$$

Una condición necesaria en los actuadores de posición más el tren de engranes, es que tengan una respuesta rápida ante la perturbación escalón y con baja disipación de potencia. Cada actuador tiene asociada una electrónica y control específicos para controlar su carrera en condiciones de carga en función del tiempo. Los actuadores deben tener buenas propiedades estructurales y electromecánicas. Es factible que, cuando fallen tengan la posibilidad de ser reparados o reemplazados. El esquema del actuador de posición que hace uso de un motor, un tornillo y un resorte para amortiguamiento del segmento se muestra en la Figura 1.11 y no daña al zerodur cuando se encuentra en tensión. El *diseño, construcción, control y pruebas* de este tipo de actuadores para los telescopios Keck puede encontrarse en [8]. Nótese que las fuerzas se transmiten al segmento y lo cambian de posición, no obstante, la fuerza de reacción no afecta al actuador y, como consecuencia tampoco a la estructura de referencia.

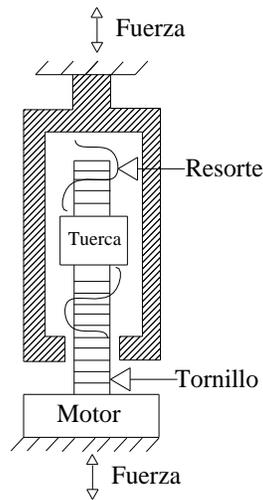


Figura 1.11: Representación del actuador electromecánico de posición para un segmento (Figura tomada de [11]).

El resorte proporciona amortiguamiento a la masa del zerodur cuando es aplicada la fuerza que cambiará la posición del segmento. Algunos parámetros del actuador se muestran en la Tabla 1.3.

Desplazamiento lineal	[nm]
Capacidad de carga	[kg]
Ganancia del motor	
Constante de tiempo del motor	[ms]
Error de posición lineal	[nm]
Sensibilidad	
Consumo y disipación de potencia	[W]
Respuesta en frecuencia	[Hz]
Peso	[N]
Velocidad	[m/s]

Los diferentes tipos de actuadores modificarán la respuesta dinámica del segmento (utilizando el esquema de control retroalimentado). Misma que, puede ser analizada en sus parámetros principales: *Sobreimpulso máximo* ( $M_p$ ), *Tiempo de Establecimiento* ( $T_e$ ) y *Banda de Tolerancia* ( $B_t$ ) mediante un esquema de control en lazo cerrado para condiciones normales y críticas de carga. Algunas características de actuadores electromecánicos, neumáticos, piezoelectromecánicos y piezohidráulicos se encuentran en [7] y [8].

## 1.2.2.2 Control de posición del actuador electromecánico

En el esquema a bloques de la Figura 1.12, el controlador envía la señal de control adecuada al actuador que modificará la posición del segmento que, por medio del sensor de posición se generará la señal de retroalimentación que será comparada con la referencia de posición lineal y así se generará la señal de error de posición lineal que recibirá el controlador. El flujo de las señales se indica por medio de las flechas.

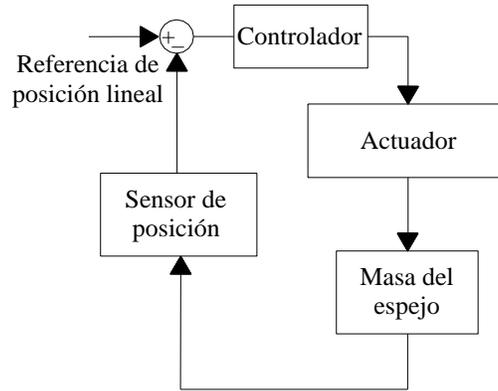


Figura 1.12: Esquema de control del actuador de posición para un segmento.

El cambio en la posición lineal (angular) del segmento (ver Figura 1.8) desviará el FO del rayo de luz que será sentido por medio del *detector de cuadrantes*. Cuando el rayo de luz permanece en el centro del detector significa que la aberración ha sido corregida, en otro caso, si el rayo es desviado por el eje X se tendría una perturbación Tip y, de manera análoga, si la desviación ocurre por el eje Y ocurre el Tilt. En la Figura 1.13 se muestra la representación bidimensional de Tip y Tilt simultáneamente en un detector de cuadrantes. Los cuadros pequeños indican solamente las zonas de detección para el haz (círculo menor). Debe precisarse que, mientras el diámetro del detector corresponda con el del objeto astronómico (círculo mayor) se incrementa su rango dinámico de detección, lo que significa mayor concentración de energía luminosa [5].

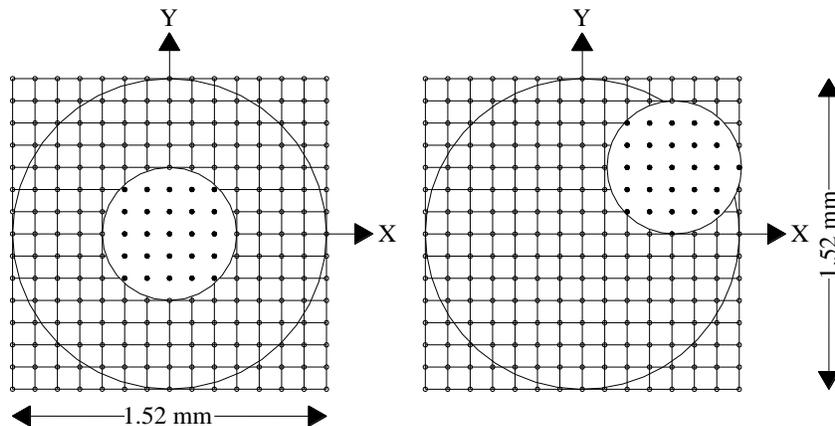


Figura 1.13: Detector de cuadrantes que sensa el FO (vista superior).

La detección del FO es fundamental para la corrección de las aberraciones de bajo y alto orden; por lo que, es necesario corregirlas por diversas técnicas, entre ellas, la OAC. La calidad de la imagen global depende de cada uno de los subsistemas de control por segmento, de tal manera, que es necesario incorporar un

*sistema de control distribuido y multivariable* para los 19 segmentos del TIM, que sea suficientemente robusto ante variaciones de carga en regulación y control.

### 1.3 Óptica activa

La óptica es la rama de la física que estudia las propiedades y naturaleza de la luz, se relaciona con el sistema de visión del ser humano y puede ser estudiada por diversos instrumentos que identifican las características de las radiaciones en cuanto a frecuencia, energía y fuentes que las producen entre otras.

La OAC es una técnica que permite controlar la luz en sistemas ópticos, tales como los de los telescopios. Tiene como objetivo corregir las aberraciones ópticas de bajos órdenes provocadas por la acción de múltiples fuerzas, en especial, los esfuerzos mecánicos del telescopio [11]. Optimiza la calidad de las imágenes astronómicas haciendo uso de elementos ópticos y mecánicos, tal y como lo propuso B. Schmidt alrededor de 1930.

Las imágenes estelares son limitadas por el diámetro  $D$  del primario y la resolución angular que permite la atmósfera. Ambas características, se combinan para afectar la concentración de los rayos luminosos en el foco del sistema provocando así las aberraciones que se comprueban en las imágenes. En la Figura 1.14 se aprecian las variables físicas gravedad y temperatura a bajas frecuencias, delimitada por la línea inferior a trozos, mismas que, se combinan con el viento, el aire local y la turbulencia atmosférica a frecuencias mayores, definiendo así los límites de la OAC y la OAD.

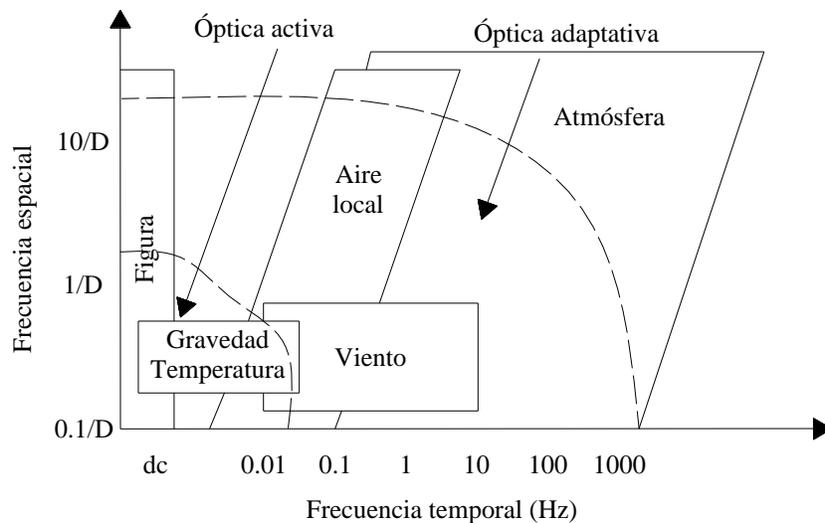


Figura 1.14: Frecuencias temporal y espacial para OAC Y OAD (Figura tomada de [13]).

Es decir, la OAC se aplica a sistemas con frecuencias menores de 3 Hz y la OAD en frecuencias mayores a 3 Hz. En 1956 un sistema de OAC de primer orden fue descrito por Leighton para compensación de imágenes en telescopios astronómicos. Conforme se incrementa  $D$  y la frecuencia, se necesitan combinar los sistemas de OAC y OAD, mismos que, corrigen las aberraciones causadas por el telescopio y la atmósfera respectivamente, mejorando la calidad de las imágenes astronómicas. Para mayor información sobre el funcionamiento de los sistemas con OAD pueden consultarse las referencias [6] y [13].

#### 1.3.1 Esquema de óptica activa

Cuando el FO de los objetos astronómicos ingresa a la atmósfera, es aberrado por la turbulencia atmosférica permanentemente, afectando la formación de las imágenes astronómicas; pero, también es afectado por los esfuerzos mecánicos en el telescopio. La importancia del sensado del FO es fundamental para los sistemas de OAC y OAD, pues permite cuantificar que tan desviado se recibe en la superficie del

primario, lo cual, contribuye en la concentración de los rayos luminosos en el foco Cassegrain. La compensación en la desviación del FO, debida a los esfuerzos, se logra por medio del funcionamiento de un esquema de OAC [14] y [15].

En la Figura 1.15, el objeto estelar genera un FO perfecto que es afectado por la turbulencia atmosférica (*frente de onda perturbado*). Los rayos de luz colectados en la superficie del primario, son detectados por medio del sensor del FO para medir que tan desviados se reciben. La señal producida por el sensor es enviada como referencia al sistema de control para que, el mismo proporcione la señal de control adecuada al elemento activo, el cual, corregirá la desviación del FO. Con base en la retroalimentación anterior se logra corregir el FO, concentrando así, la mayor cantidad de energía posible en el detector astronómico, para que, después de múltiples procesamientos por sistemas electrónicos se observen las imágenes en la computadora. La descripción de los componentes de un sistema de OAC puede consultarse a detalle en [11], [12] y [13]. En la representación siguiente se incorporan los elementos necesarios para procesar las señales de los objetos astronómicos y poderlos observar sin aberraciones en las computadoras.

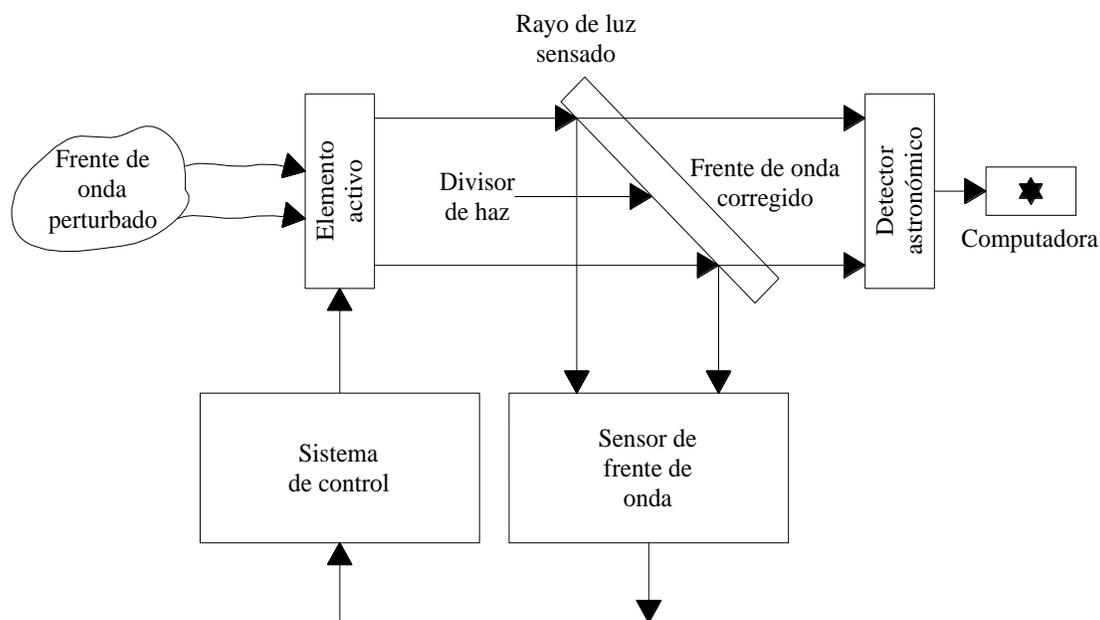


Figura 1.15: Esquema de óptica activa básica.

El esquema anterior consiste de 3 elementos fundamentales: *sensor de frente de onda*, *dispositivos de corrección* y *sistema de control*. El primero, utiliza detectores que pueden ser: de *cuadrantes* o de *curvatura de campo* [1]. El segundo, necesita *actuadores* para el acoplamiento óptico y mecánico del sistema y así, corregir la aberración identificada. Finalmente, se determina y establece el sistema de *control retroalimentado* para el conjunto de sensores y actuadores requeridos, efectuando la regulación y el control apropiados, para obtener, buen rendimiento y robustez ante variaciones en la carga. Algunas características de sistemas de control para sistemas de OAC se describen en [8], [9] y [10].

Los esfuerzos mecánicos de tensión, torsión y compresión debidos al movimiento de la estructura del telescopio cambiarán la posición del primario y lo deformarán originando las aberraciones. La corrección se logrará mediante la aplicación de fuerzas normales al espejo debidas a los diversos actuadores, como son: *electromecánicos*, *neumáticos* e *hidráulicos*, entre otros [7] (ver Figura 1.18). El funcionamiento de la OAC se basa en 4 partes: 1) la aplicación de fuerzas ortogonales debidas a los actuadores, 2) La corrección modal de las aberraciones de bajo orden empleando los polinomios de Zernike, 3) Análisis de la respuesta mecánica del espejo ante vibraciones y 4) Calibración de fuerzas de los actuadores para condiciones iniciales de operación, críticas y límite.

1.3.2 Aberraciones ópticas

Las aberraciones ópticas afectan la formación de las imágenes estelares haciéndolas confusas o distorsionándolas, reduciendo con esto, el intervalo dinámico de concentración de energía luminosa en la superficie del primario de los cuerpos celestes observados. Las mismas son modeladas mediante los polinomios de Zernike.

1.3.2.1 Polinomios de Zernike

Los diferentes modos de Zernike, expresados por medio de polinomios de distinto orden, son expresiones matemáticas formales que describen el comportamiento de las aberraciones ópticas en el espacio (3D). Las aberraciones, que son modeladas con base en los polinomios, se clasifican en bajos y altos órdenes [3] y [4]. Las primeras, corresponden con: *pistón*, *tip* y *tilt*; las segundas con: *astigmatismo*, *coma* y *esfericidad*, entre otras. Las Ecuaciones (1.4 y 1.5) definen a los polinomios en coordenadas polares.

$$Z_n^m(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \begin{cases} \sqrt{2} \cos m\theta \\ \sqrt{2} \sin m\theta \\ 1(m=0) \end{cases} \quad (1.4)$$

donde

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2-s]! [(n-m)/2-s]!} r^{n-2s} \quad (1.5)$$

Cuando son evaluadas las expresiones anteriores en términos del radio y ángulo se obtienen los modos que se muestran en la Tabla 1.4, cada uno define las aberraciones ópticas que pueden ser corregidas por los sistemas de OAC y OAD para bajas y altas frecuencias respectivamente. Los modos representados son ortogonales sobre el círculo de radio unitario.

Tabla 1.4: Expresiones para los primeros 15 modos de Zernike, donde *n* es el grado radial y *m* es la frecuencia azimutal (Tabla tomada de [1]).

n,m	0	1	2	3	4
0	$Z_1 = 1$ Pistón				
1		$Z_2 = 2r \cos \theta$ $Z_3 = 2r \sin \theta$ Tip / tilt			
2	$Z_4 = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$ Defocus		$Z_5 = \sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$ $Z_6 = \sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$ Astigmatismo (tercer orden)		
3		$Z_7 = \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \sin \theta$ $Z_8 = \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \cos \theta$ Coma		$Z_9 = \sqrt{8}r^3 \sin 3\theta$ $Z_{10} = \sqrt{8}r^3 \cos 3\theta$ Trefoil	
4	$Z_{11} = \sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$ Esfericidad		$Z_{12} = \sqrt{10}(10r^4 - 3r^2) \cos 2\theta$ $Z_{13} = \sqrt{10}(10r^4 - 3r^2) \sin 2\theta$ Astigmatismo (quinto orden)		$Z_{14} = \sqrt{10}r^4 \cos 4\theta$ $Z_{15} = \sqrt{10}r^4 \sin 4\theta$ Ashtray

Las gráficas que representan a los modos de bajos órdenes pistón, tip y tilt se muestran en la Figura 1.16 y su corrección es fundamental en un sistema de OAC Las demás gráficas para aberraciones de altos órdenes pueden consultarse en [2].

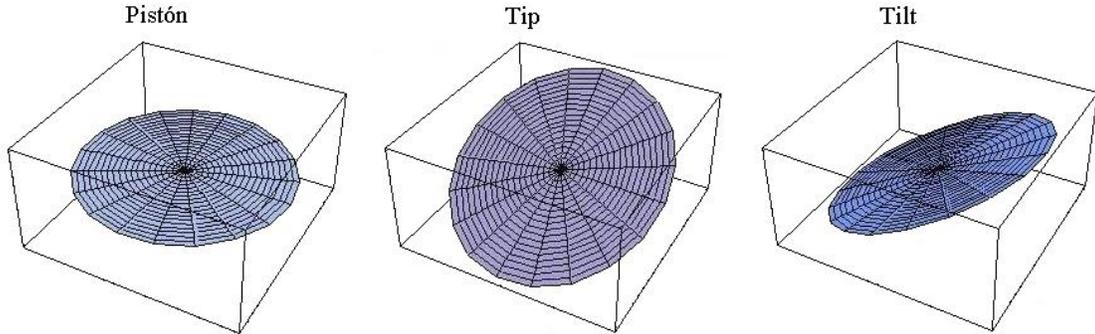


Figura 1.16: Graficación de las aberraciones de bajos órdenes mediante los polinomios de Zernike (usando el software Mathematica 2.2).

Las aberraciones en las imágenes son introducidas por el primario en mayor medida que las del secundario, de tal manera que la suma de ambas se manifestará en la imagen final. En la Figura 1.17 se muestra una imagen estelar perfecta, sin aberración. Después, en función del objeto y de su color la misma se presenta con aberración de esfericidad, coma, astigmatismo, aberración cromática axial y lateral y distorsión.

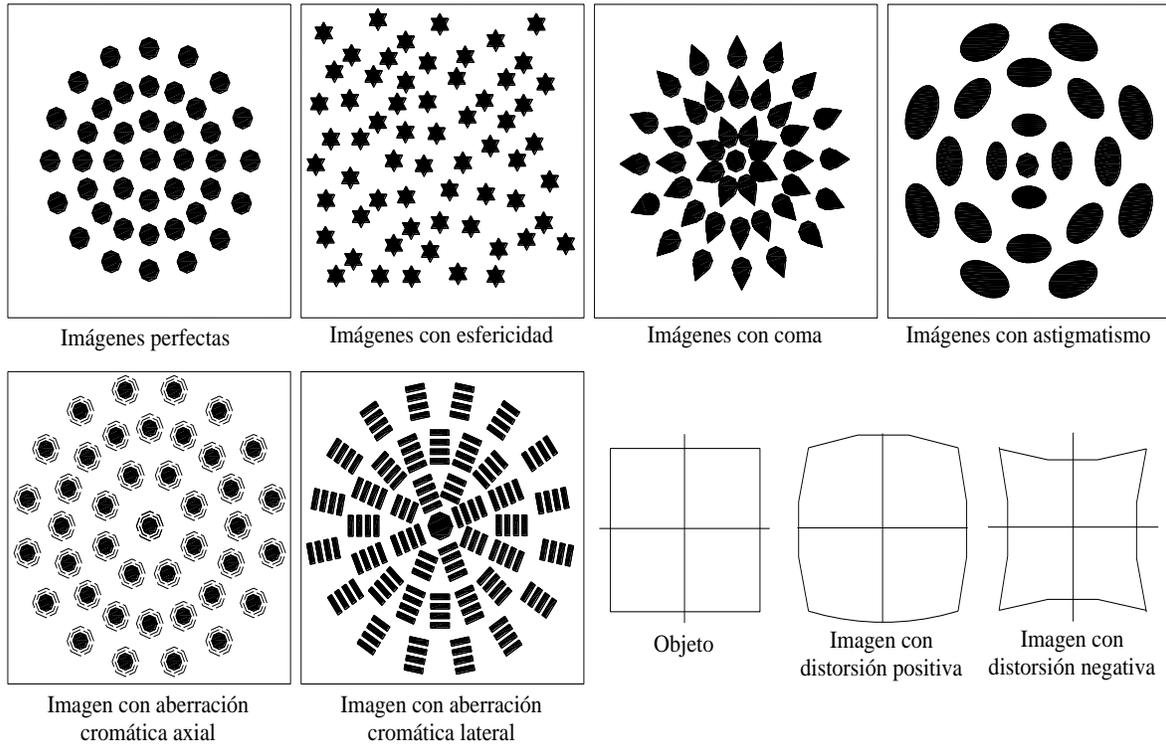


Figura 1.17: Imágenes estelares con diferentes aberraciones (Figura tomada de [4]).

Obsérvese que las imágenes perfectas se representan como fuentes puntuales de energía; cuando hay presencia de esfericidad cada punto adquiere un patrón diferente. En el caso de la coma se muestra el

alargamiento en un extremo; para el astigmatismo, las formas son elipses y, en la distorsión el objeto cambia de forma. Las aberraciones cromática axial y lateral, existen sólo si el color del objeto es blanco. En la primera, se forman “anillos” alrededor de cada punto y, en la segunda se presentan franjas con cierta regularidad por cada fuente. Dichas aberraciones se explican con mayor detalle en [3] y [4]. Finalmente, cuando los parámetros de diseño en lentes y espejos son óptimos, las aberraciones se corrigen.

### 1.3.2.2 Corrección de aberraciones

La idea consiste en mantener lo mejor alineado el sistema óptico y en particular la superficie del primario. Lo anterior se logra mediante *espejos segmentados*, *espejos continuos de lámina delgada*, *espejos monolíticos o espejos de membrana*, entre otros. En la Figura 1.18 se muestran los espejos segmentados, apoyados sobre un conjunto de actuadores de posición, nótese que los segmentos del lado izquierdo representan la corrección pistón y, la inclinación de los del lado derecho al tip o tilt, respectivamente. La región sombreada indica la estructura de soporte y, la región oscura el acoplamiento entre el actuador y el segmento. Además, se aprecia la barra actuadora entre el actuador y la zona de sujeción. Por otro lado, los espejos continuos de lámina delgada también están sujetos a un conjunto de actuadores que provocan la deformación en la superficie por medio de la aplicación de fuerzas normales, tal y como se representa en la superficie curva amortiguada.

Cada actuador proporciona la carrera y fuerza necesaria para modificar la posición de los espejos y de la lámina. Sin embargo, es posible tener espejos monolíticos que deformen su superficie con base en la fabricación de materiales piezoeléctricos que funcionan a través de la aplicación de un voltaje o, la utilización de espejos de membrana que son aún más sensibles a la deformación. La idea fundamental de los espejos activos es lograr la corrección del FO en el menor tiempo posible y con la máxima calidad de imagen. La descripción y funcionamiento completos de cada uno de ellos puede consultarse en el capítulo referido a *espejos deformables* en la referencia [1] y el en artículo de Hardy de la referencia [11].

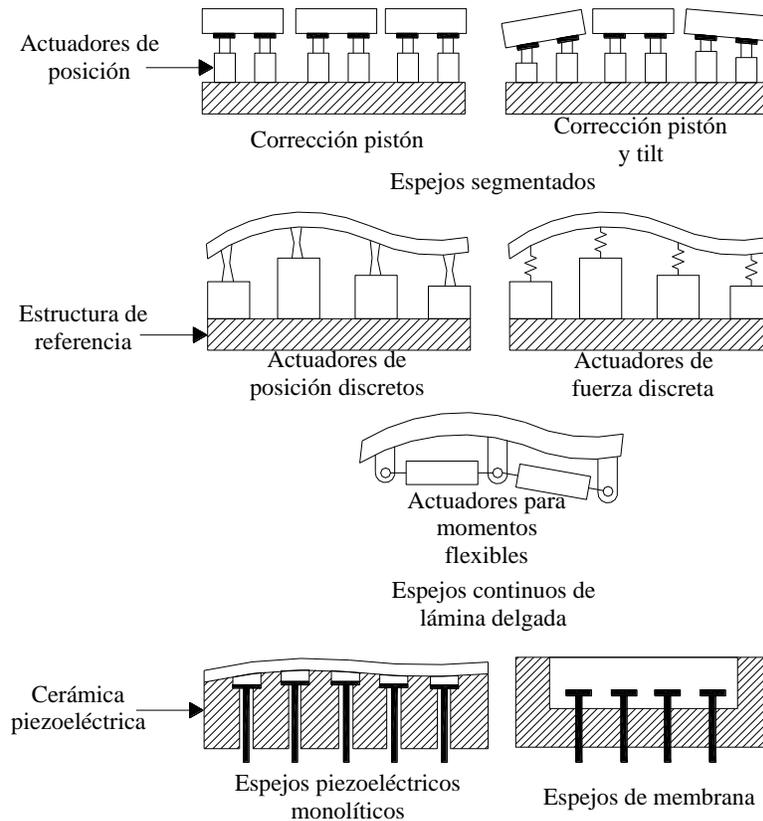


Figura 1.18: Corrección de aberraciones mediante espejos activos (Esquema tomado de [11]).

Cada espejo posee diferentes referencias para alineación. La principal, el eje óptico del sistema; no obstante, existen otras como son: la estructura mecánica de la celda activa o, las diversas señales para alineación que existen entre los segmentos. Por lo que, es preciso establecer sistemas de control que permitan corregir las aberraciones de bajos y altos órdenes empleando espejos activos. Por tal razón, en el Capítulo 2 se expone la teoría del *Control Difuso* como técnica para controlar los actuadores del sistema de posición de un segmento de la celda activa del TIM.

### Bibliografía

#### Libros

- [1] Alloin, D. and Mariotti, J. *Adaptive Optics for Astronomy*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers: NATO ASI Series. Vol 423. 1994. 338 p.
- [2] Cruz-González, I., et al. *Proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano de Nueva Tecnología: TIM*. Instituto de Astronomía, UNAM, Enero, 1998.
- [3] Hecht, E. Zajac, A. *Óptica*. Argentina; México: Addison-Wesley Iberoamericana, c1986. 586 p.
- [4] Malacara, D.; Malacara, J. *Telescopios y estrellas*. México: Sep: Fondo de Cultura Económica: Conacyt, 1988. 175 p.
- [5] Sotelo, J. *Desarrollo de un Sistema de Óptica Adaptativa de Bajos órdenes para uso astronómico*. Tesis Maestría. Facultad de Ingeniería. UNAM. 2000. 105 p.
- [6] Tyson, Robert K. *Principles of adaptive optics*. Boston: Academic, c1998. 2nd ed. 345 p.

#### Artículos

- [7] Citterio, O. et al. “*Axial Force Actuators For Active Control of Large Primary Mirrors*”. *ESO Conference on very large telescopes and their instrumentation. ESO Conference and Workshop Proceedings*. Ulrich, M. Volume 1. 1988. p 515-524.
- [8] Gabor G. “*Actuators For A Segmented Mirror Control System*”. Keck Observatory Report No. 111, (September 1983). *SPIE. Proceedings, “Advanced Technology Optical Telescopes II”*, 444. p 287-296.
- [9] Gabor G. “*Displacement Sensors and Actuators Needed to Control a Segmented Primary Mirror*”. *Kitt Peak National Observatory Conference. Optical and infrared telescopes for the 1990s. Proceedings Volume 1*. 1980. p 587-608.
- [10] Gabor G. “*Mirror control system for the University of California technical demonstration prototype*”. *SPIE Vol. 332 Advanced Technology Optical Telescopes (1982)*. p 382-395.
- [11] Hardy, J. W. “*Active Optics: A New Technology for the Control of Light*”. *Proceedings of the IEEE, Vol. 66, No. 6, June 1978*. p 651-697.
- [12] Hardy, J. W. “*The Role of Active Optics in Large Telescopes*”. *ESO Conference Optical Telescopes of the future*. Geneva, December 1977. p 455-467.
- [13] Hubin, N. and Noethe, L. “*Active Optics, Adaptive Optics and Laser Guide Stars*”. *Science Vol. 262, Nov 1993*. p 1390-1394.

[14] Lemaître, G. “*Various aspects of active optics*”. SPIE Vol. 1114 Active Telescope Systems, 1989. p 328-341.

[15] Noethe, L. et al. “*ESO active optics system: verification on a 1m diameter test mirror*”. SPIE Vol. 628 Advanced Technology Optical Telescopes III, 1986. p 285-289.

[16] Ruiz, E. et al. “*Mirror Cell and Active Support System of the Mexican Infrared-Optical Telescope (TIM)*”. Proceedings of SPIE Vol. 3352 Conference on Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI. Kona, Hawaii. March 1998. p 544-550.

[17] Salas, L. et al. “*Performance of the active M1-cell for the 2.1-m telescope of the Observatorio Astronómico Nacional de México*”. Proceedings of SPIE Vol. 3352 Conference on Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI. Kona, Hawaii. March 1998. p 344-347.

[18] Sierra G. Y Martínez F. “*Base acimutal del Telescopio Infrarrojo Mexicano (TIM)*”. Ingeniería Civil. No. 386. Junio 2001. p 14-18

En este capítulo se hace énfasis en las características de la *lógica difusa*. Se describen los parámetros fundamentales de los conjuntos difusos, así como las variables lingüísticas y las operaciones que se realizan con estos. También, se examinan las partes que componen al controlador difuso y la forma en que se realiza la inferencia para proporcionar las señales de control adecuadas a las características de la planta, para poderla controlar satisfactoriamente dentro de un esquema de control retroalimentado y poder evaluar con esto la respuesta escalón en regulación y con carga.

## 2.1 Lógica difusa

La *lógica* es un conjunto de razonamientos o proposiciones que permiten comprobar la verdad o falsedad de algún problema en particular. Ofrece reglas y técnicas para determinar si los argumentos son válidos [5]. La lógica bivalente (*cierto o falso*) en algunas circunstancias no ofrece una respuesta satisfactoria al razonamiento humano debido a la ambigüedad existente entre no es completamente falso pero tampoco completamente verdadero, es decir, existe una cantidad parcial de cada una. Con base en lo anterior surge el concepto de *lógica multivaluada* que puede aceptar múltiples valores a la vez, tal y como lo investigaron Post (1921), Lukasiewicz (1929) y Moisil (1940) entre otros. Posteriormente, el matemático **Lotfi A. Zadeh** en 1965 fundamenta la *lógica difusa* basada en el razonamiento humano y tiene como base el concepto de *Conjuntos Difusos (CDs)* [19], misma que, se compone por 3 partes: *etapa de fusificación, evaluación de reglas y etapa de defusificación*.

### 2.1.1 Universo de discurso

Es un conjunto de números reales considerado infinito, sin embargo, para aplicaciones prácticas se considera finito; puede ser *continuo o discreto*. Se representa mediante un eje numérico identificado como  $U$  el cual tiene un inicio y un fin con valores específicos  $u$ . Cuando el universo es continuo se agrupa un conjunto de datos *ordenados, consecutivos y no repetitivos*, si el universo es discreto existen secuencias de valores no continuos que pueden ser estudiados por intervalos de longitud variable. En investigaciones teóricas es común considerarlo infinito debido a las abstracciones que se necesitan. El universo continuo contiene al universo discreto. Cada universo tiene una longitud determinada susceptible de normalizarse y discretizarse.

La *normalización* consiste en hacer la longitud del universo de discurso finita e igualarla con la unidad u otro número conveniente mediante la multiplicación o división, dicho escalar comúnmente es un número real positivo aunque pueden ser negativos. Dado que se usa como referencia la unidad, la normalización existe en el intervalo  $[-1, +1]$  de manera general.

La *discretización* subdivide al universo en  $n$  intervalos de longitud constante o variable según se requiera con la finalidad de distribuir la información de la variable en cuestión, indicando su nombre y sus unidades también por medio de los CDs.

### 2.1.2 Parámetros de los CDs

Un CD  $F$  se caracteriza por medio de una función de membresía  $\mu_F$ , la cuál se aplica a cada uno de los elementos genéricos  $u$  del universo de discurso  $U$ , obteniendo así los *grados de pertenencia* respectivos comprendidos en el intervalo  $[0,1]$ . La función definida en forma funcional se expresa como el conjunto de parejas ordenadas en las que a cada elemento  $u$  se le asigna un grado de pertenencia a través de  $\mu$  y se expresa como:

$$F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\}$$

Las funciones indican la distribución y concentración de información que consideran la *posibilidad y/o necesidad* de algún tipo de evento, son continuas y las más comunes son: *triángulos, trapecios y gaussianas*, entre otras posibles [2], por ejemplo: los conjuntos N, C y P de la Figura 2.1. Así, la distribución triangular aproxima a una distribución normal con una variación mínima de datos. En cada una

de las formas geométricas es importante considerar sus dimensiones tales como: *base, altura, pendientes, intersecciones de pendientes, forma y número de figuras*, así como su *ordenamiento y selección* y la cantidad de área que pudieran cubrir cada una de ellas en el traslape de unas con otras, tal y como se muestra en las regiones sombreadas.

Teóricamente un CD puede *contener* múltiples conjuntos dentro de si mismo. Es conveniente estudiar y distribuir la información de cada *variable lingüística* mediante un número apropiado de conjuntos; comúnmente un entero positivo y es mayor a cero (por lo menos existe un conjunto), en términos prácticos es evidente que no pueden ser infinito, de acuerdo a la idea anterior su selección depende plenamente de la aplicación, precisión y exactitud con que se quiera representar a la variable en cuestión, para fines de implementación se valoran los recursos de hardware y software disponibles. A mayor número de conjuntos se obtiene mas precisión. Es práctico proponer un número impar de conjuntos debido a la posibilidad de simetría que pudieran tener en torno a cierta referencia, inicialmente pueden ser de 3 a 7 conjuntos y con base en ello variarlos con la finalidad de encontrar el número más adecuado y así representar la variable de la mejor manera.

Los CDs pueden obtenerse mediante la partición del universo de discurso, lo cual equivale a hallar el número de *CDs primarios*, sin embargo, es necesario realizar diferentes pruebas para determinar una partición óptima. Una representación de tres CDs que pueden mostrarse en siete se observa en la Figura 2.1, puede apreciarse que la partición ilustra un universo de discurso normalizado en el intervalo [-1 +1] con tres conjuntos: *Negativo (N)*, *Cero (C)* y *Positivo (P)* la cual se trata con mayor precisión en siete conjuntos: *Negativo Grande (NG)*, *Negativo Medio (NM)*, *Negativo Corto (NC)*, *Cero (C)*, *Positivo Corto (PC)*, *Positivo Medio (PM)* y *Positivo Grande (PG)*.

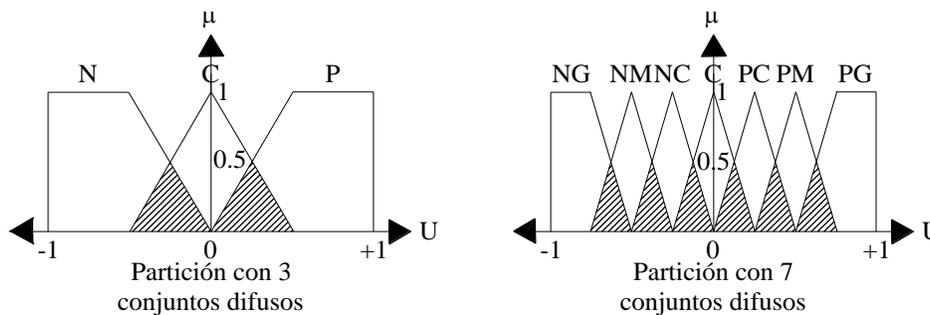


Figura 2.1: Partición de CDs (Figura tomada de [14]).

Cada conjunto tiene una frontera o borde relacionado con sus pendientes, siendo necesario acotar su rango mínimo y/o máximo para aprovechar la concentración de información de los CDs. En una primera aproximación las *simetrías* son asociadas con el eje de simetría del conjunto y también son referidas respecto a múltiples conjuntos, es decir, que pueden analizarse con base en una función y después poder combinarse con otras. Los conjuntos NM, NC, C, PC y PM son simétricos cada uno de ellos porque son triángulos isósceles y, cuando se incluyen los conjuntos NG y PG son simétricos todos respecto a  $\mu$ . Las simetrías son importantes debido a la distribución de datos que se presenten y, se pueden ir ajustando en función de la variable a representar.

El *soporte* de un CD  $F$  es un conjunto de valores específicos  $u$  en el universo de discurso  $U$ , los cuáles cumplen la siguiente condición:

$$Sup(F) = \{u \in U \mid \mu_F(u) > 0\},$$

que delimita la cantidad de datos del universo de discurso sobre los cuales opera la función de membresía correspondiente, lo que significa que existe un límite en los mismos y por tanto no pueden reducirse a cero, es decir, a un solo valor [2]. Es conveniente identificar y determinar el punto de *intersección de las rectas*

de inclinación de dos o más funciones que representan a los CDs, pues es una forma indirecta de saber como serán tratados los valores del universo de discurso, se sugiere que la intersección se de a una altura de 0.5 respecto al eje de la función de membresía, porque el dato en  $u$  puede considerarse que no es 1, pero tampoco 0. Por ejemplo: las pendientes de los conjuntos NM y NC se intersecan en 0.5. Cuando se aplica la función de membresía  $\mu_F$  a cada elemento  $u$  en  $U$  y si el valor es  $\mu_F = 0.5$  entonces el punto de intersección se conoce como "punto de cruce"; cuando se obtiene  $\mu_F = 1.0$  entonces el valor es conocido como "valor simple" difuso, por ejemplo: el valor 0 del conjunto C en la partición con 3 conjuntos tiene el valor de 1. Los CDs también definen a los números difusos y, con base en esto, pueden realizarse operaciones básicas de aritmética difusa, las cuáles pueden consultarse en [4].

La separación entre dos conjuntos se conoce como *distancia* y se considera a partir del centroide de un CD hacia otro, se utiliza para identificar el nivel de *similaridad* o cuánto se pueden comparar dos CDs, está comprendida entre 0 y 1; cuando vale cero significa que los conjuntos están sobrepuestos uno con otro. Cuando es uno los conjuntos están separados y si el valor está entre cero y uno indica que hay traslape [17]. Por ejemplo, en la Figura 2.2 los centroides de los conjuntos A2 y A3 en la izquierda están sobrepuestos uno con otro y su distancia es cero; en otro caso, los conjuntos A1 y A2 no tienen influencia uno sobre otro y su distancia es 1; finalmente los conjuntos A1, A2 y A3 presentan traslapes entre si por lo que su distancia está entre 0 y 1. Cada conjunto posee un centroide que, se modifica cuando cambian sus parámetros referidos a pendientes y soportes. Debe observarse que, conforme la distancia tiende a cero la influencia de un conjunto sobre otro es mayor y, si tiende a 1, la influencia será menor.

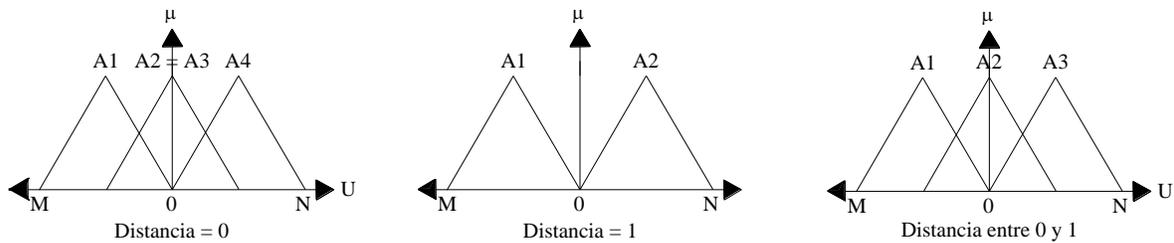


Figura 2.2: Distancia entre CDs.

Considerando la enumeración de los conjuntos de izquierda a derecha y en específico, los conjuntos de los extremos, el valor de sus soportes se relacionan con algún valor del universo de discurso, el valor más a la izquierda se conoce como *ínfimo* y el valor más a la derecha es el *supremo*; en la Figura 2.2 corresponden con M y N, respectivamente. En la Figura 2.3 puede apreciarse la distribución de CDs *cerrados* y en la Figura 2.4 a los conjuntos *abiertos*, *semiabiertos* o *semicerrados* [17] que establecen la forma de los *conjuntos inicial* y *terminal*. Lo anterior es importante porque determinan el grado de pertenencia que le asignarán a los valores extremos del universo de discurso, por ejemplo, los conjuntos A1 y A5 son cerrados porque incluyen los valores extremos del universo de discurso.

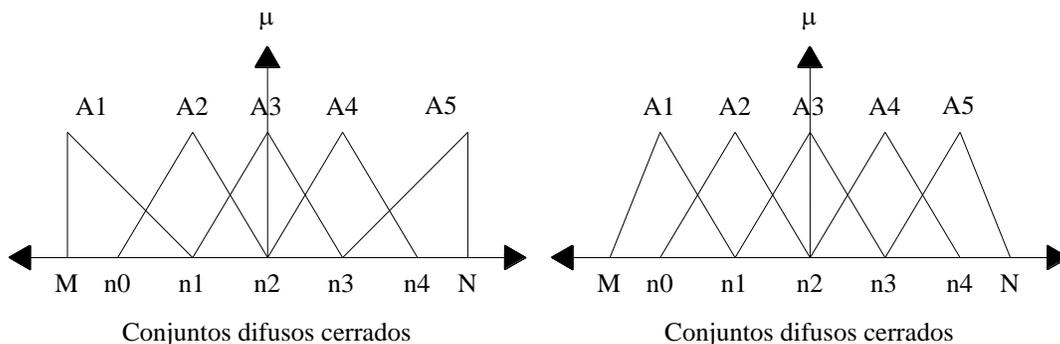


Figura 2.3: Conjuntos difusos cerrados (Figura tomada de [17]).

Por otra parte, cuando los conjuntos difusos no incluyen los valores extremos del universo de discurso, entonces son conjuntos abiertos. En el caso de que se incluya a un valor extremo o no (ínfimo o supremo) los conjuntos son semiabiertos o semicerrados [17].

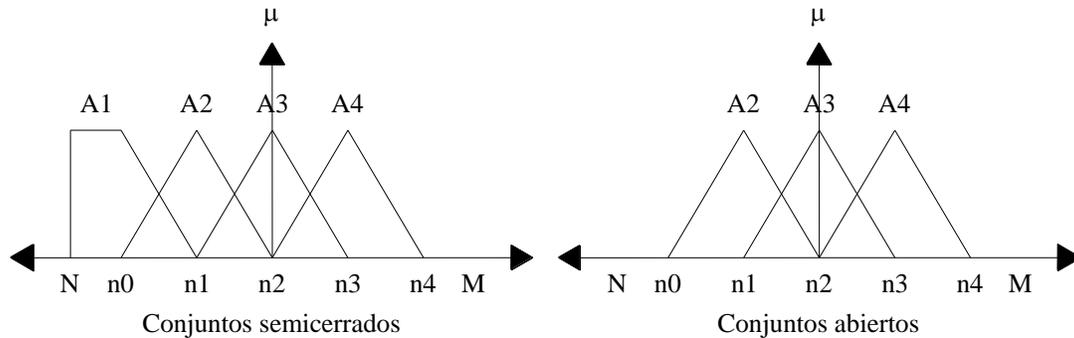


Figura 2.4: Conjuntos difusos semicerrados y abiertos (Figura tomada de [17]).

La *distribución de conjuntos* se entiende como la forma en que se relacionan, el orden y su selección, por ejemplo: se puede proponer un primer CD en forma trapezoidal A1, el siguiente pudiera ser triangular A2 o de alguna otra forma hasta llegar al último conjunto A5 (ver Figura 2.5). Así, la selección del orden de las figuras depende de la naturaleza de la variable y de la importancia que tengan los valores concretos del universo de discurso.

Es provechoso realizar un análisis detallado sobre la selección de cómo deberán ser el *primer* y *último* conjuntos, justificar su ordenamiento y características. La selección de CDs establecen que tan “fina” será la manipulación de cada uno de los valores del universo de discurso. Es conveniente que los conjuntos sean *continuos* y, en el caso de interrupción se llaman *discontinuos*. En la Figura 2.5, los conjuntos A1, A2, A3, A4 y A5 son continuos porque a cada valor del universo de discurso existe un grado de pertenencia y, son discontinuos cuando algún valor del universo de discurso su grado de pertenencia es cero [17].

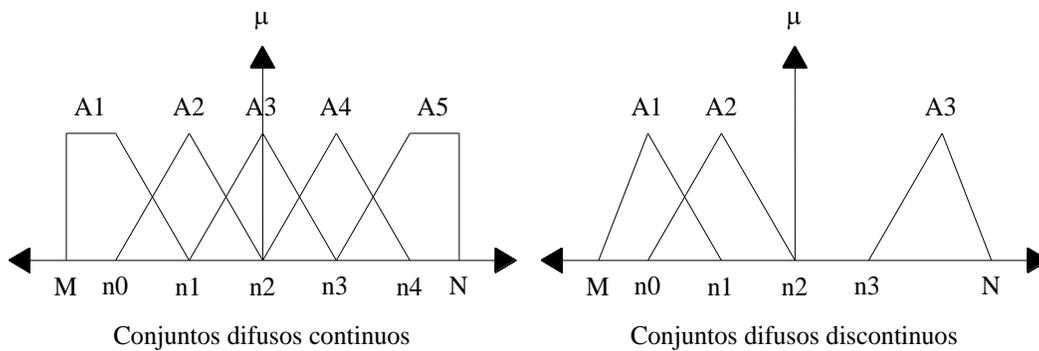


Figura 2.5: La selección y distribución de conjuntos depende de las características de la variable (Figura tomada de [17]).

Los CDs son *parcialmente ordenados* si en la definición de cada uno de ellos no existe posibilidad de confusión y pueden ser comparados entre sí. Son totalmente ordenados si son parcialmente ordenados y para cada CD existe uno inmediatamente superior o inmediatamente subordinado [17]. El grupo de CDs se puede comparar uno por uno o todos a la vez. Los conjuntos que pueden compararse son aquellos que tienen funciones de membresía equivalentes, es decir, pueden cotejarse triángulos con triángulos pero no

triángulos con trapecios u otras funciones, la comparación es útil cuando se manipulan los valores de la variable lingüística con cierto orden.

Se ve en la Figura 2.6 que los conjuntos A2, A3 y A4 son parcialmente ordenados porque cada uno de ellos es independiente entre sí y están definidos correctamente. A1, A2, A3, A4 y A5 son totalmente ordenados, debido a que no pueden ser descritos, por ejemplo como: A5, A3, A1, A4 y A2, porque no satisfacen la *sintaxis* y *semántica* de la variable lingüística. En este caso, los conjuntos no tienen una descripción correcta ni completa del conocimiento de la variable estudiada.

Los conjuntos son comparables cuando poseen funciones equivalentes, por ejemplo, los triángulos A1, A2 y A3 de la Figura 2.6, no importando las pendientes, centroides o soportes y, son no comparables cuando cambian las funciones entre sí, por ejemplo, no es factible comparar A3 y A4 correspondientes con el triángulo y el trapecio. Los intervalos de los soportes de cada conjunto pueden o no coincidir. Por ejemplo, en los conjuntos comparables, los intervalos de A1, A2 y A3 son de la misma longitud. En otro caso, A3 y A4 de los conjuntos no comparables tienen soportes (n1, n4) y (n3, N) diferentes. También, existe la posibilidad de coincidencia de las pendientes de los CDs tal y como se muestra en los segmentos derecho e izquierdo de los conjuntos A1 y A3 de los conjuntos comparables, ya que, coinciden en el punto n2. Desprendiéndose así, que las pendientes de los conjuntos pueden o no coincidir. Es claro que los conjuntos pueden ser comparados por formas y por centroides.

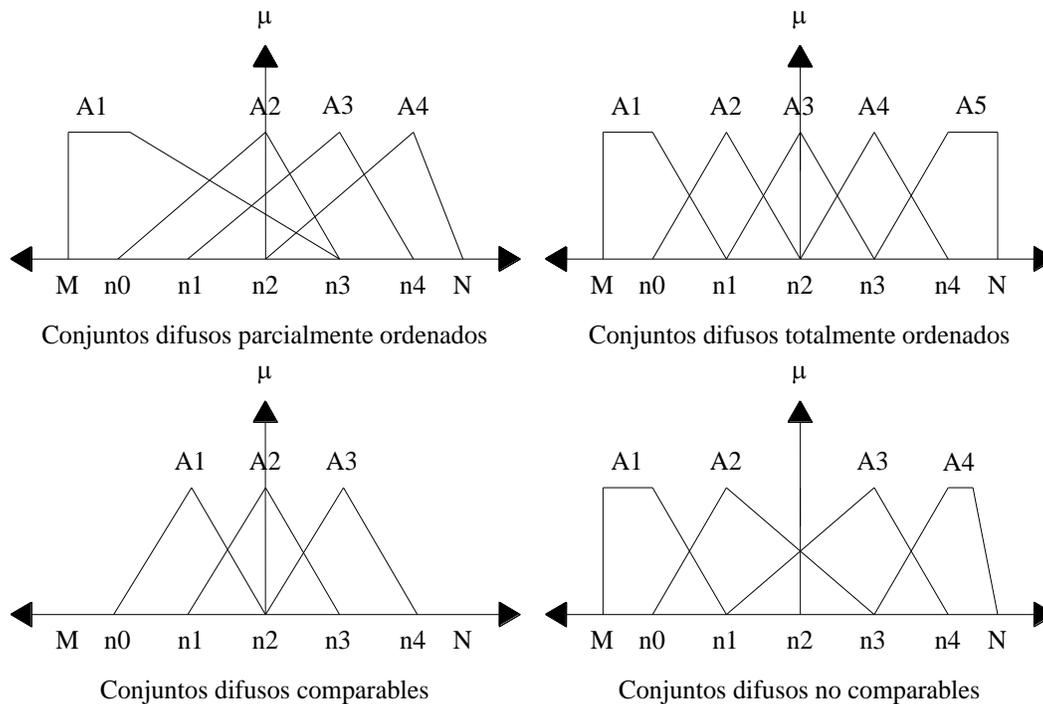


Figura 2.6: Ordenamiento y comparación en CDs (Figura tomada de [17]).

Para lograr una descripción favorable del conocimiento de la variable lingüística, es benéfico comenzar con figuras compatibles, continuas, simétricas, un número impar de las mismas, con punto de cruce inicial en 0.5, completamente ordenadas, de soportes constantes, con áreas de traslape y no traslape y, es ventajoso utilizar un universo de discurso normalizado. Las características previas facilitan la interpretación de los valores concretos de cada variable.

En la Figura 2.7 se muestra la *cardinalidad de un conjunto* A2 basada en todos aquellos puntos incluidos dentro de su *soporte*; se considera un universo de discurso finito con intervalo arbitrario [M, N] que contiene los soportes para tres CDs.

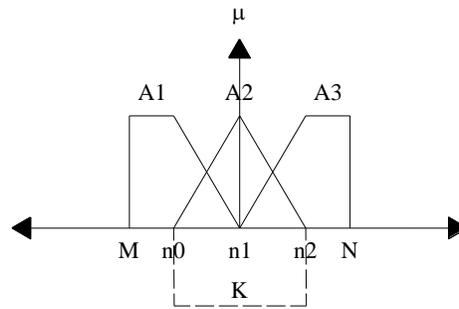


Figura 2.7: Cardinalidad de un CD expresada en función de su soporte.

Considerando los CDs de la Figura 2.7 se observa que A1 tiene el soporte en el segmento (M, n1); A2 en (n0, n2) y A3 en (n1, N). Los soportes se proponen con base en una longitud apropiada K que permita el análisis y estudio de la información de la variable lingüística apoyada en la normalización y discretización de U. Si existen múltiples universos que contienen n conjuntos distintos, como se expone en la Figura 2.8, se define otro tipo de cardinalidad que se obtiene a través de la multiplicación de los CDs de cada variable lingüística de entrada, determinando así, el número de reglas posibles que identifican el conocimiento de un sistema determinado.

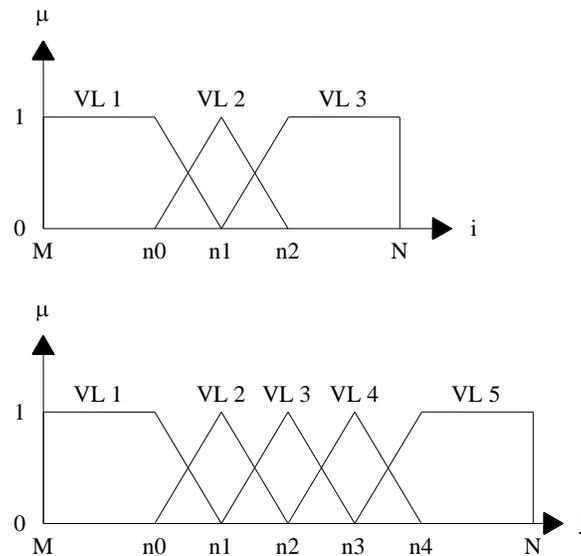


Figura 2.8: Cardinalidad de CDs en función de las variables lingüísticas.

Se representan los universos i y j con los valores lingüísticos VL de cada conjunto, el primero contiene 3 y el segundo 5, lo que permite obtener una cardinalidad de 15, lo que significa el número máximo de reglas que pueden formarse. Véase que se incluyen conjuntos cerrados en los extremos.

2.1.3 Variable lingüística

Con base en la información anterior, la variable lingüística se expresa en forma descriptiva por medio de 5 parámetros: nombre de la variable x, valores lingüísticos T(x), un universo de discurso finito U, una regla sintáctica G y una regla semántica M. Su representación es la quintupla siguiente:

$$(x, T(x), U, G, M)$$

Por ejemplo: En la Figura 2.9, la temperatura corresponde con una variable lingüística; los valores lingüísticos pueden ser  $T(\text{temperatura}) = \{baja, media, alta\}$  contenidos en el universo de discurso finito  $U = [0,50]^\circ\text{C}$ , donde el valor lingüístico "baja" se considera en el intervalo entre  $0^\circ\text{C}$  y  $35^\circ\text{C}$ , el valor lingüístico "media" entre  $10^\circ\text{C}$  y  $40^\circ\text{C}$  y el valor lingüístico "alta" en  $35^\circ\text{C}$  y  $50^\circ\text{C}$ , cada uno de los valores lingüísticos define a un CD; aún más, las pendientes de los conjuntos se intersecan y existen intervalos para traslape, lo que significa, que la temperatura puede ser considerada simultáneamente baja o media o ambas. Una consideración importante, la variable no define en sí las características de los CDs; los mismos dependen del criterio e interpretación humana.

En la representación se utilizan conjuntos trapezoidales en los extremos y el triángulo en el centro. Las temperaturas son consideradas positivas; los soportes son diferentes, los intervalos de  $[0, 10]$  y  $[40, 50]$  son considerados límites para no traslape de los conjuntos y, las áreas de traslape están contenidas en el intervalo  $[10,40]$ , lo anterior significa que la temperatura puede ser considerada baja y media o media y alta, o ambas.

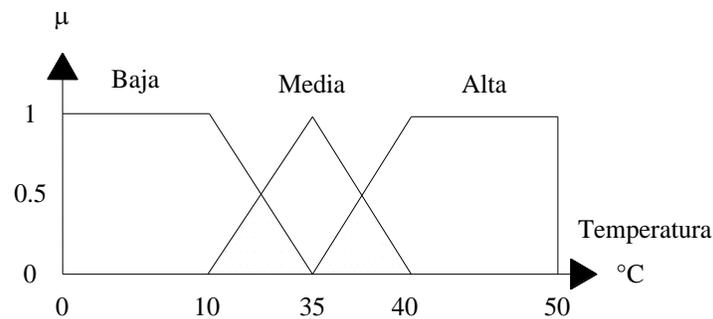


Figura 2.9: Descripción de la variable lingüística Temperatura.

Los 3 conjuntos tienen altura máxima 1. Nótese el orden en el incremento de la temperatura para representar los valores lingüísticos: baja, media y alta, dicha clasificación se fundamenta en la experiencia humana. Para seleccionar una variable es preciso conocer y especificar su importancia que presenta, ya que, es una descripción de los fenómenos que cambian rápidamente.

Con base en el ejemplo anterior, se deben de identificar plenamente cada una de las partes que involucran al universo de discurso tales como: unidades, medidas y nombre de la variable; así como describir los valores lingüísticos respectivos de cada CD y asegurar que tengan una interpretación coherente con orden y significado, esto último se relaciona estrechamente con las formas sintáctica y semántica que permiten construir y formular la base de reglas. Además de considerar la distribución, continuidad, simetrías y selección de conjuntos cerrados en los extremos, así como analizar la intersección de las pendientes, áreas de traslape y no traslape. Por otro lado, las operaciones que se pueden realizar con los conjuntos se describen a continuación.

#### 2.1.4 Operaciones con los CDs

Dados dos CDs  $A$  y  $B$  en un universo de discurso  $U$  con funciones de membresía  $\mu_A$  y  $\mu_B$  se definen las siguientes operaciones [14]:

- **Unión:** La función de membresía  $\mu_{A \cup B}$  de la unión  $A \cup B$  es el punto definido para todo  $u \in U$  como:

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- *Intersección:* La función de membresía  $\mu_{A \cap B}$  de la intersección  $A \cap B$  es el punto definido para todo  $u \in U$  expresado por:

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- *Complemento:* La función de membresía  $\bar{\mu}_A$  es el complemento de un CD  $A$  para todo punto definido  $u \in U$  y se calcula como:

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$$

- *Igualdad:* Dos CDs  $A$  y  $B$  son iguales si y solo si se cumple que sus funciones de membresía son iguales:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in U$$

- *Producto cartesiano:* Si  $A_1, \dots, A_n$  son CDs en  $U_1, \dots, U_n$  respectivamente, el producto cartesiano de  $A_1, \dots, A_n$  es un CD en el espacio producto  $U_1 \times \dots \times U_n$  con la función de membresía siguiente:

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{\mu_{A_1}(u_1), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\}$$

otra forma es:

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1}(u_1) \cdot \mu_{A_2}(u_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n}(u_n)$$

- *Relación difusa:* Una relación difusa n-aria es un CD en  $U_1 \times \dots \times U_n$  y se expresa como sigue:

$$R_{U_1 \times \dots \times U_n} = \left\{ \left( (u_1, \dots, u_n), \mu_R(u_1, \dots, u_n) \right) \mid (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n \right\}$$

- *Composición Sup-Estrella:* Si  $R$  y  $S$  son relaciones difusas en  $U \times V$  y  $V \times W$  respectivamente, la composición de  $R$  y  $S$  es una relación difusa expresada como  $R \circ S$  y se define como:

$$R \circ S = \left\{ \left[ (u, w), \sup_v (\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w)) \right], u \in U, v \in V, w \in W \right\}$$

El símbolo  $*$  puede ser un operador dentro de las clases de las *normas triangulares*, comúnmente *el mínimo, el producto algebraico, el producto limitado o el producto drástico* [15].

Conocidos los parámetros de los CDs, la descripción de la variable lingüística y, definidas el conjunto de operaciones, es posible, aplicar la lógica difusa a la teoría del control. Desarrollando así, el *control difuso* que utiliza como elemento central al *Controlador Difuso*, mismo que, se describirá en detalle en la Sección 2.2.1.

## 2.2 Control difuso

El **control difuso** es una técnica o metodología basada en las características y ventajas de la *lógica difusa* que utiliza un *controlador difuso* cuya finalidad consiste en proporcionar las señales de control más adecuadas a las características de la planta y lograr con ello su *regulación, control y estabilidad*. Básicamente, los controladores pueden ser clasificados dependiendo del tipo de consecuentes que tengan en las reglas de control difuso. Los controladores más comunes son, el *Mamdani* y *Sugeno*. Por otro lado, existen una gran cantidad de aplicaciones del control difuso en las últimas 3 décadas, por ejemplo: desde hardware difuso hasta helicópteros controlados por voz.

Investigadores pioneros como Mamdani y Sugeno realizaron aplicaciones de la lógica difusa a *sistemas de control* [14] y, demostraron mejores resultados en comparación con los controladores tradicionales dando origen al Control Difuso y, con base en ello, propusieron un nuevo tipo de *implicación difusa*. Por ejemplo, en la regla de min-operación de Mamdani las funciones de membresía sobre los conjuntos A y B están relacionados por el operador min, mismo que, es el que se ocupa en el formato de las reglas y se expresa como:

$$R_c = A \times B = \int_{U \times V} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u, v)$$

Debe comprenderse que, el símbolo  $\int$  no corresponde propiamente con el conocido para el cálculo diferencial e integral, solamente representa los valores definidos en el conjunto producto de los CDs de los universos de discurso U y V. Existen múltiples funciones de implicación que pueden ser ocupadas por el sistema de control a desarrollar. Por ejemplo, las implicaciones de Larsen, Zadeh, Booleana, Goguen y Gödel entre otras [2] y [15].

### 2.2.1 Controlador difuso

La idea central de un *Controlador Difuso* consiste en poder manejar la información de las variables a controlar de manera precisa y exacta, mediante un conocimiento experto expresado en forma de *reglas de control difuso*, mejorando con ello las señales de control requeridas para la dinámica de la planta, teniendo como consecuencia la planta controlada y estable. En la Figura 2.10 se identifican los bloques del controlador [2] y [14]: *Etapa de fusificación, base de conocimiento, lógica de decisiones y etapa de defusificación*, que permiten proporcionar las señales de control específicas para la planta [6]. Nótese que el flujo de las flechas indica la forma en que es procesada la información de la señal de entrada hasta obtener la señal de salida.

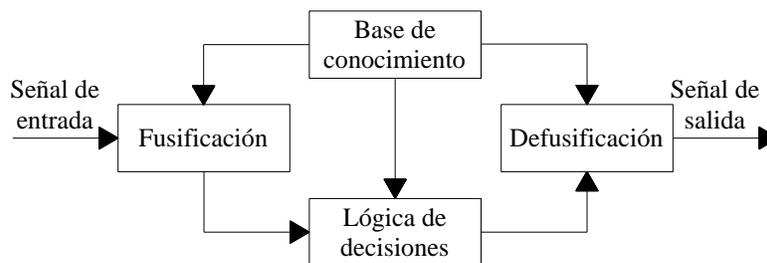


Figura 2.10: Bloques principales que componen al controlador difuso (Esquema tomado de [14]).

Dentro de las múltiples características que componen al controlador se destacan: *Ganancia variable, es no lineal y altamente robusto* [12], se considera como *aproximador universal de funciones* [6] y [16] y el retraso en tiempos de cálculo y procesamiento son mínimos. El manejo de las variables lingüísticas lo hace flexible y fácil de diseñar. Finalmente, el algoritmo del controlador difuso puede ser implementado en una gran variedad de software y hardware. La descripción del funcionamiento de cada bloque se desarrolla a continuación.

### 2.2.1.1 Fusificación

En la Figura 2.11, el conjunto de valores de entrada  $u_i$  de la variable lingüística  $U$  (que corresponde con la señal de entrada) son mapeados por medio de las funciones de membresía de los CDs A1, A2 y A3, asignando el grado de pertenencia respectivo comprendido en el intervalo  $[0,1]$ , el valor  $u_i$  tiene un grado de pertenencia  $\mu_1$  debido al conjunto A2 y  $\mu_2$  debido a A3. Después de obtenidos los grados de pertenencia respectivos se aplica el *operador fusificación* para obtener un valor final.

Los operadores pueden ser MAX o MIN entre otros [2] y [14], si fuera el MAX quedaría  $\text{MAX} = \{\mu_1, \mu_2\} = \mu_1$ . La distribución de CDs y la selección de las funciones de membresía depende de las características del sistema a controlar y en particular de como será manipulada la variable lingüística. Es claro que el proceso de fusificación puede incorporar múltiples funciones y grados de pertenencia.

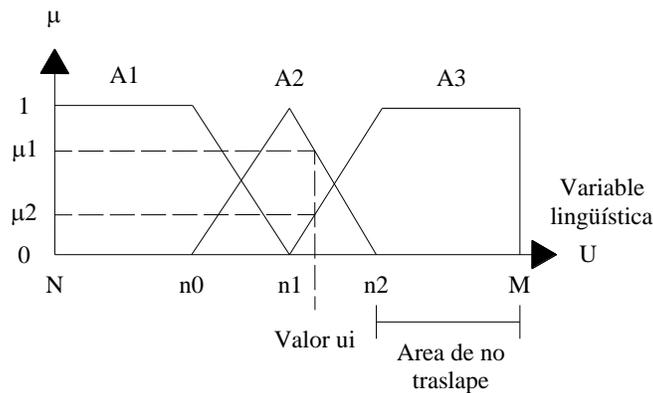


Figura 2.11: Grados de pertenencia  $\mu_1$  y  $\mu_2$  por medio de los CDs A2 y A3.

Se observa que la variable lingüística se compone por el universo de discurso  $[N, M]$ , los conjuntos trapezoidales A1 y A3, y el conjunto triangular A2, con soportes  $(N, n1)$ ,  $(n1, M)$  y  $(n0, n2)$ , respectivamente. Los puntos de intersección de las pendientes de los CDs son alrededor de 0.5, además existen áreas de traslape y no traslape.

### 2.2.1.2 Base de conocimiento

La base de conocimiento se compone por dos partes: la *base de datos* y la *base de reglas* de control difuso; la primera contiene información de las variables lingüísticas así como la correspondiente a los CDs y sus funciones de membresía. La segunda, se compone de expresiones descriptivas escritas en forma condicional con el formato: *si (antecedentes) entonces (consecuentes)* que involucran el conocimiento de la planta expresado por medio de las variables lingüísticas; debe advertirse que pueden existir múltiples antecedentes y consecuentes que conforman la estructura de la regla.

Los antecedentes son un conjunto de condiciones a satisfacer y los consecuentes son el conjunto de acciones a realizar; ambos son relacionados por medio de los operadores “y” y “también” que permiten manejar apropiadamente la estructura del enunciado y la base de reglas. Las reglas satisfacen las propiedades siguientes [14]: *completitud*, es decir, que para cada antecedente exista necesariamente un consecuente; *número de reglas de control difuso*, son aquellas que describen la dinámica del sistema a controlar y están determinadas por la cardinalidad de los CDs de las variables lingüísticas de entrada; *consistencia*, significa que debe evitarse la posibilidad de contradicción; e *interactividad de reglas*, consiste en identificar como se relacionan unas con otras para obtener la señal de control final. Las reglas que describen el proceso a controlar pueden ser mejoradas con base en el comportamiento de la planta y con el conocimiento adquirido por la experiencia humana. La concentración de la información de la base de conocimiento se incluye en el *Arreglo Asociativo Difuso (AAD)*.

Por ejemplo: en la Figura 2.12 se muestran las *variables lingüísticas de entrada* X y Y; Z es la *variable lingüística de salida*. X tiene 3 CDs X0, X1 y X2, análogamente Y tiene Y0, Y1 y Y2, y Z se compone por Z0, Z1 y Z2. Por simplicidad, cuando X y Y valen  $x_i, y_i$  respectivamente son seleccionados 4 CDs X1, X2, Y1 y Y2 mismos que generan 4 reglas de control difuso (2 por 2), las cuales tienen como consecuentes los conjuntos Z1 y Z2 con valores  $z_i$  que corresponden a los centroides de Z1 y Z2 cuando se realiza la defusificación. Es claro que el número de conjuntos, los soportes, pendientes, áreas de traslape y puntos de intersección pueden ser diferentes y dependen en demasía, de la forma en que se desee manipular la variable.

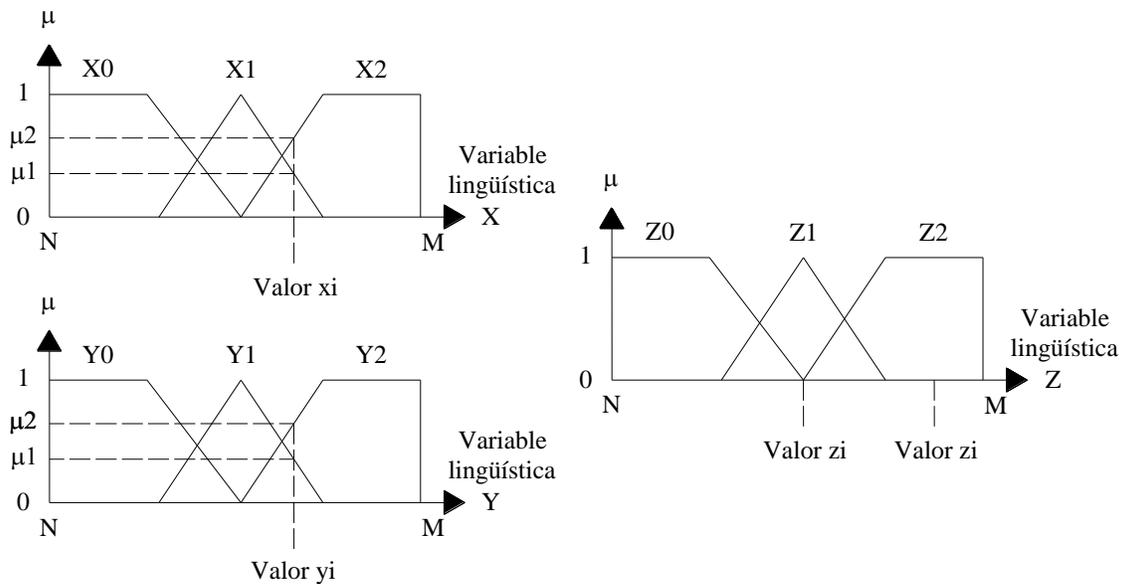


Figura 2.12: Selección de CDs cuando se tienen valores  $x_i, y_i$  y  $z_i$ .

Los CDs trapezoidales y triangulares de X y Y asignan a los valores  $x_i$  y  $y_i$  los grados de pertenencia respectivos  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , como se muestran en la Tabla 2.1. De la descripción de las variables lingüísticas debe recordarse que las variables X, Y son tratadas como señales de entrada al controlador y, que la señal de salida Z corresponde con la señal de control.

Tabla 2.1: Grados de pertenencia asociados a los valores de entrada $x_i, y_i$			
Variable lingüística	Valor	CDs seleccionados	Grado de pertenencia
X	$x_i$	X1	$\mu_{X1}(x_i) = \mu_1$
		X2	$\mu_{X2}(x_i) = \mu_2$
Y	$y_i$	Y1	$\mu_{Y1}(y_i) = \mu_1$
		Y2	$\mu_{Y2}(y_i) = \mu_2$

Conocidos los valores  $x_i, y_i$  de las variables X y Y, e identificados los conjuntos difusos seleccionados, se generan 4 reglas de control difuso, mismas que, relacionan los antecedentes y los consecuentes. La base de reglas se expresa mediante el AAD en la Figura 2.13, la variable X se coloca en la fila horizontal y Y en la vertical y, los consecuentes de la variable Z son colocados adentro de los cuadros.

Debe recordarse que es posible tener AAD completos, lo que significa que existen todos los consecuentes, aunque, puede ocurrir que no sean completos, tal y como se describe en la aplicación de la referencia [18]. El AAD en general tiene dimensiones de  $m \times n$ , donde  $m$  corresponde con el número de CDs de la primer variable y  $n$  con los conjuntos de la segunda variable. Cuando intervienen más de 2 variables de entrada, o más variables de salida, el AAD es mas complejo de construir. La importancia que tiene el arreglo determina las acciones que se realizarán mediante la evaluación de las reglas, es decir, que trayectoria lingüística se seguirá para obtener la señal de control final, para las condiciones de entrada de los valores  $x_i$ ,  $y_i$ . En el arreglo siguiente se construyen 9 reglas de control difuso, de las cuales, solo se muestran 4.

	X0	X1	X2	
Y2	Z1	Z1	Z2	
Y1	Z0	Z1	Z2	R1: Si $x_i$ es X1 y $y_i$ es Y1 entonces $z_i$ es Z1 R2: Si $x_i$ es X1 y $y_i$ es Y2 entonces $z_i$ es Z1
Y0	Z0	Z0	Z1	R3: Si $x_i$ es X2 y $y_i$ es Y1 entonces $z_i$ es Z2 R4: Si $x_i$ es X2 y $y_i$ es Y2 entonces $z_i$ es Z2

Figura 2.13: Arreglo asociativo difuso y reglas de control.

Su evaluación es necesaria para obtener señales de control específicas, las cuales cambian conforme se modifican los antecedentes, consecuentes y características de los CDs. En sí, la evaluación se logra mediante la lógica de decisiones y un esquema de inferencia apropiado para determinar la señal de control final. Sobre el análisis de las trayectorias seguidas por los consecuentes puede consultarse [2]. Otra característica que se genera a partir del AAD es la superficie de control, la cual, representa la señal de control que se proporcionará a la planta en función de los valores lingüísticos de las variables de entrada [13].

### 2.2.1.3 Lógica de decisiones

Consiste básicamente en establecer los mecanismos de inferencia para evaluar las reglas de control difuso. Los modos de inferencia usados son: el *Modus Ponens Generalizado (MPG)* y el *Modus Tollens Generalizado (MTG)* [8]; el primero es conocido como razonamiento hacia delante y el segundo como razonamiento hacia atrás. El MPG es empleado en los controladores difusos. La evaluación de las reglas anteriores (R1-R4) se describe en las figuras siguientes.

En la Figura 2.14, se representa la regla R1: Si  $x_i$  es X1 y  $y_i$  es Y1 entonces  $Z$  es Z1. En la fusificación de  $x_i$ ,  $y_i$  se observa que  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son iguales, cuando se aplica el operador MAX es seleccionado el conjunto Z1 acotando la altura de la región sombreada para después obtener el valor del centroide  $z_i$ .

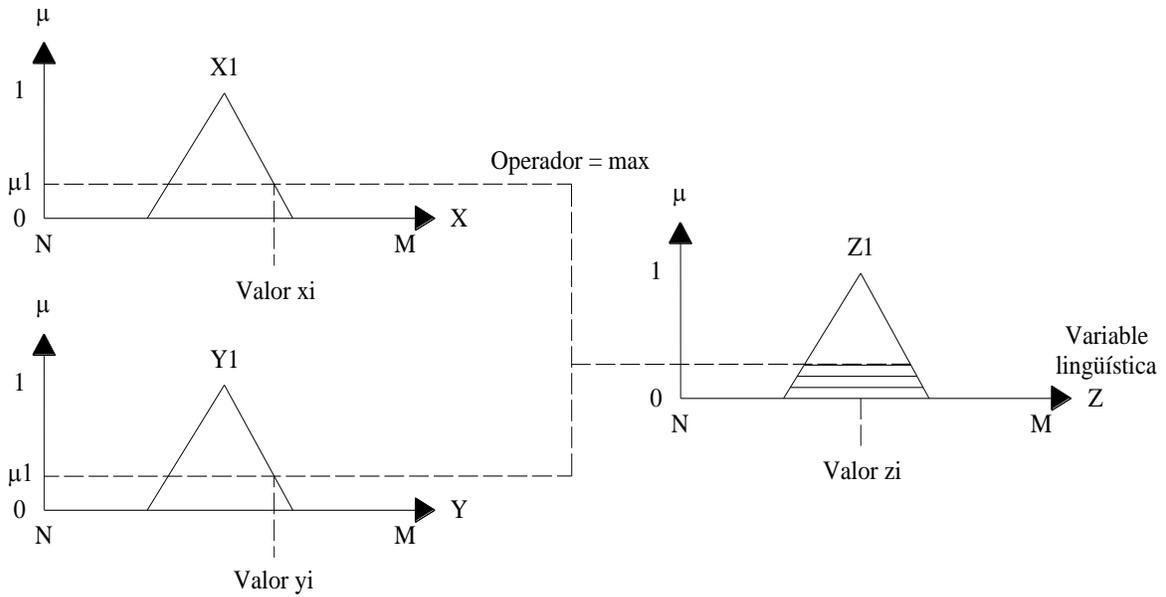


Figura 2.14: Fusificación y evaluación de R1.

Análogamente, para la evaluación de la regla R2: Si  $x_i$  es X1 y  $y_i$  es Y2 entonces Z es Z1 se muestra en la Figura 2.15. Los valores  $x_i, y_i$  tienen grados de pertenencia  $\mu_1$  y  $\mu_2$  diferentes. Mediante el operador MAX se acota la altura de Z1 y se procede a encontrar el centroide  $z_i$ .

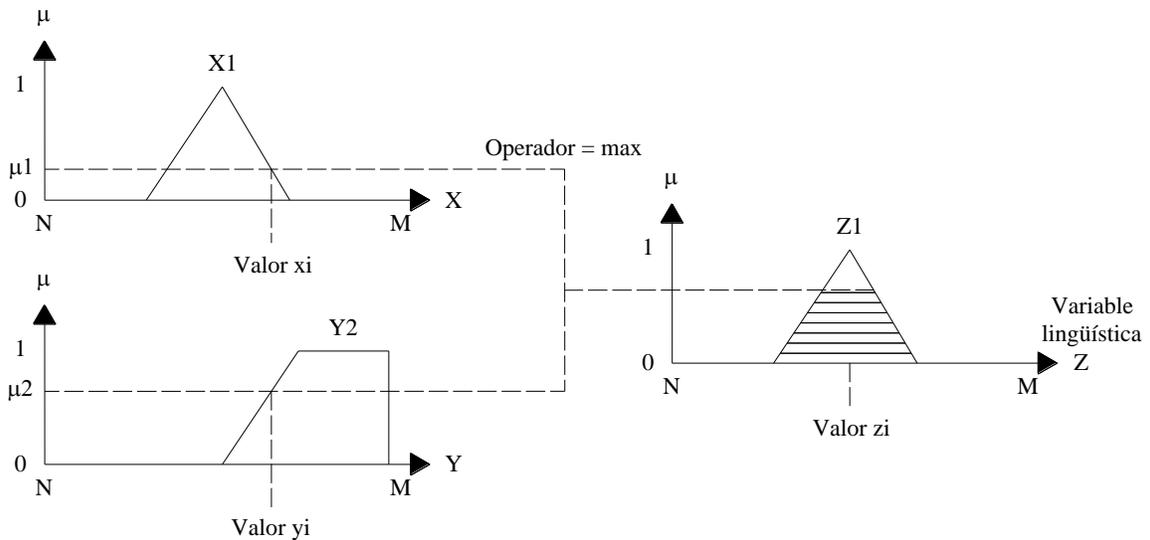


Figura 2.15: Fusificación y evaluación de R2.

En forma similar las reglas R3: Si  $x_i$  es X2 y  $y_i$  es Y1 entonces Z es Z2 y R4: Si  $x_i$  es X2 y  $y_i$  es Y2 entonces Z es Z2 se aprecian en las Figuras 2.16 y 2.17. También, se obtienen los valores de cada uno de los centroides de Z2. La evaluación de las reglas se resume en la Tabla 2.2.

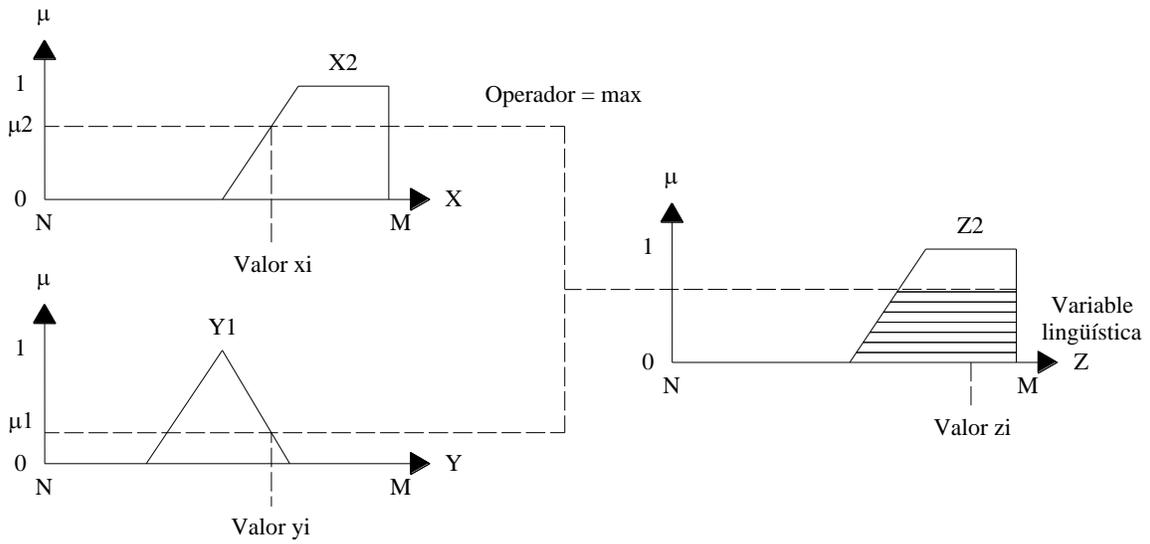


Figura 2.16: Fusificación y evaluación de R3.

Apréciase que, la región sombreada de cada conjunto de Z está en función de la altura acotada después de haber terminado la fusificación por medio del operador utilizado que relaciona los conjuntos de la variable de entrada con los conjuntos de la variable de salida. Además, la obtención del centroide  $z_i$  es necesario para realizar el proceso de defusificación final.

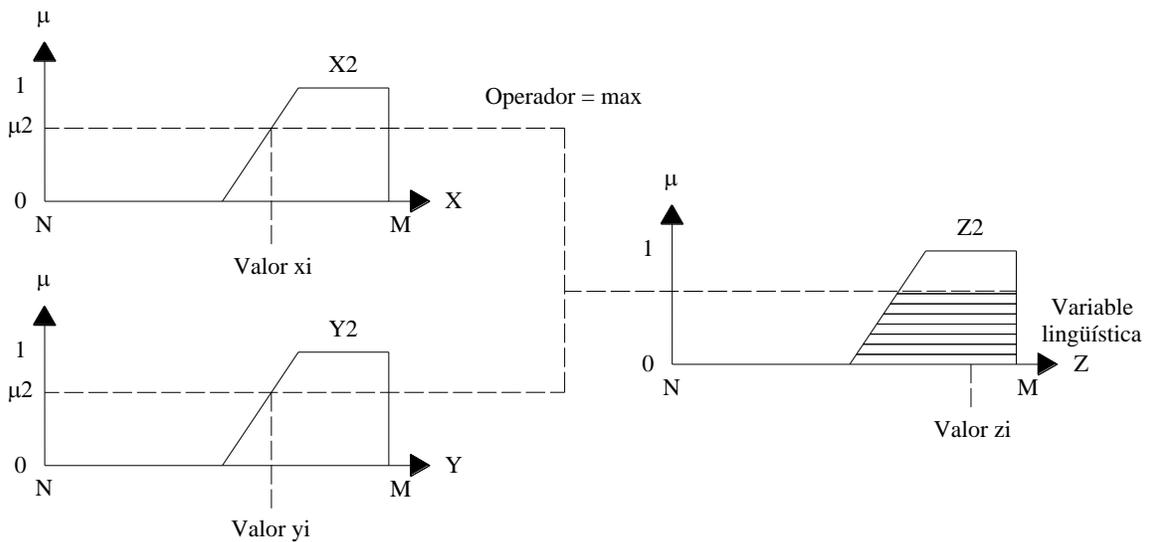


Figura 2.17: Fusificación y evaluación de R4.

*Tabla 2.2: Evaluación de las reglas de control difuso  $R_{1-4}$*

Regla	Grado de pertenencia	Operador = MAX	Fusificación	$\mu_i$
R <sub>1</sub>	$\mu_{x_1}(x_i) = \mu_1$ $\mu_{y_1}(y_i) = \mu_1$	$\{\mu_{x_1}(x_i), \mu_{y_1}(y_i)\}$	$\mu_{x_1}(x_i) = \mu_{y_1}(y_i)$	$\mu_1$
R <sub>2</sub>	$\mu_{x_1}(x_i) = \mu_1$ $\mu_{y_2}(y_i) = \mu_2$	$\{\mu_{x_1}(x_i), \mu_{y_2}(y_i)\}$	$\mu_{y_2}(y_i) = \mu_2$	$\mu_2$
R <sub>3</sub>	$\mu_{x_2}(x_i) = \mu_2$ $\mu_{y_1}(y_i) = \mu_1$	$\{\mu_{x_2}(x_i), \mu_{y_1}(y_i)\}$	$\mu_{x_2}(x_i) = \mu_2$	$\mu_3$
R <sub>4</sub>	$\mu_{x_2}(x_i) = \mu_2$ $\mu_{y_2}(y_i) = \mu_2$	$\{\mu_{x_2}(x_i), \mu_{y_2}(y_i)\}$	$\mu_{x_2}(x_i) = \mu_{y_2}(y_i)$	$\mu_4$

La lógica de decisiones se basa en la *evaluación de reglas* que utiliza un modo de inferencia apropiado MPG o MTG, los cuales hacen uso del conocimiento expresado en las *variables lingüísticas* de entrada y salida que determinan la *base de datos y reglas* que se usarán para obtener la señal de salida (*señal de control*) cuando se aplica algún proceso para defusificación.

#### 2.2.1.4 Defusificación

Consiste en transformar los valores difusos obtenidos después de la evaluación de reglas mediante algún método de defusificación a valores concretos para obtener la señal de control. La estrategia más común corresponde con el *método del centroide* [2]. Para aplicar este procedimiento se utiliza la expresión (2.1). No obstante, deben haberse obtenido previamente los centroides de los conjuntos difusos de salida seleccionados al momento de ser evaluadas las reglas respectivas que relacionan la información de las variables de entrada con las de salida.

$$S_f = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i(u) C_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i(u)} \quad (2.1)$$

Donde  $S_f$  significa la señal de control final que se obtendrá; los valores  $\mu_i(u)$  corresponden a los grados de pertenencia obtenidos en cada regla al terminar el proceso de fusificación, y  $C_i$  son los *centroides* de los CDs de salida.

En la Figura 2.18, se muestran los conjuntos seleccionados en Z al momento de ser evaluadas las reglas R1-R4 de control difuso.

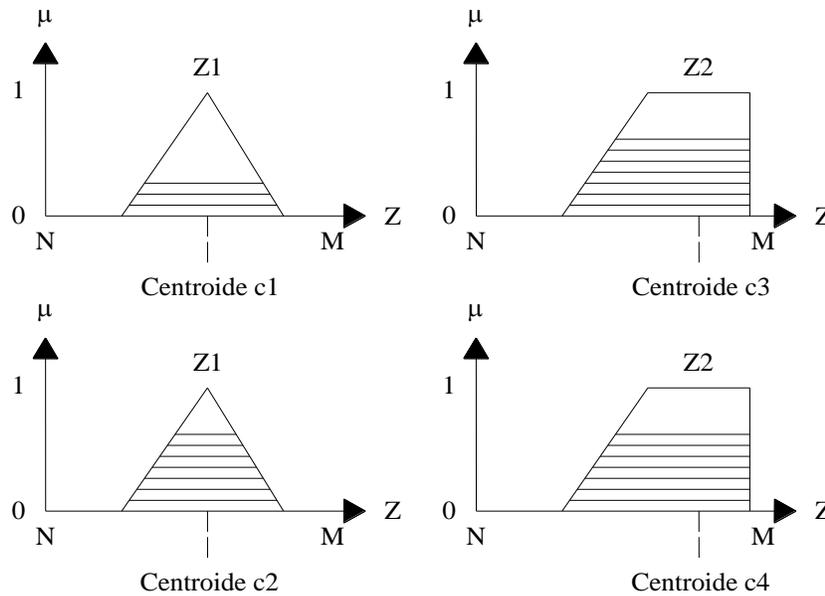


Figura 2.18: Representación de centroides para los CDs seleccionados.

Para ocupar (2.1), se aplican los valores  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  y  $\mu_4$  de la Tabla 2.2 y los valores de los centroides  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  obtenidos de la Figura 2.18, con lo cual, se obtendrá el cálculo de la señal de control final. Para realizar el proceso en forma dinámica, se utiliza la plataforma *Matlab* con el *Toolbox de Fuzzy Logic* utilizando *Simulink*; determinando así, las características y ambiente del proceso de simulación. Relacionando de esta manera los algoritmos propios de la lógica difusa y las simulaciones dinámicas realizadas por *Matlab* [10]. Por otro lado, hechas las simulaciones dinámicas del controlador difuso, es posible sintonizarlo por medio de múltiples procedimientos como son: sintonización por medio del ajuste de los parámetros de las variables lingüísticas y sintonización por medio de la base de reglas, entre otros.

### 2.2.2 Sintonización del controlador difuso

La sintonización consiste en ajustar los parámetros del controlador de manera óptima para proporcionar la mejor señal de control a la planta; logrando una regulación y control aceptables en la dinámica del control para obtener una respuesta rápida y estable. Los procedimientos de sintonización son:

- *Ajuste de los parámetros de las variables lingüísticas.*

Se determinan las características de los universos de discurso, la distribución y número de los CDs, así como la selección de las funciones de membresía y los intervalos de variación de las pendientes, delimitando los intervalos de soporte de cada conjunto y los puntos de intersección entre sus traslapes. La concentración hacia el centro y las simetrías de los conjuntos son importantes para mejorar la señal de control.

Geoméricamente, es conveniente que los conjuntos sean uniformes, continuos y simétricos como aproximación inicial; que los soportes tengan el mismo intervalo y que las intersecciones de las pendientes sean en 0.5. El análisis en los conjuntos centrales y en los extremos son fundamentales, pues proporcionan *sensibilidad* y *robustez* en las señales de control respectivamente. Es importante comprender los efectos que cada conjunto tiene sobre la respuesta final del sistema a controlar, en cuanto a: Sobreimpulso máximo y amortiguamiento; después se analizan los efectos de los traslapes para conseguir una señal de control fina y reducir con ello el tiempo de establecimiento. Es conveniente saber si habrá o no intersección de los soportes.

- *Sintonización por medio de reglas de control difuso.*

Dado que, las reglas son representadas mediante el AAD correspondiente (ver Figura 2.13), el estado de equilibrio del sistema a controlar es en torno a cero y la idea consiste en cambiar los consecuentes alrededor del cero (*primer anillo*) en  $n+1$ , luego en el *segundo anillo* y así sucesivamente hasta mejorar la respuesta obtenida. Posteriormente se vuelve a resintonizar en  $n+1$  en dichos anillos mediante el *método sistemático de ensayos* hasta alcanzar un límite. Los consecuentes son seleccionados de acuerdo a la dinámica de control de la planta. La evaluación de las reglas determinan la *trayectoria lingüística* que siguieron los consecuentes para obtener la señal de control final [2] y [14].

En la respuesta de estado estable, es factible que existan oscilaciones dentro de la banda de tolerancia, lo cual, significa que la trayectoria lingüística converge hacia el cero de referencia. Para modificar la trayectoria se realiza el ajuste en los consecuentes de las reglas de control difuso. La selección de las reglas a modificar, corresponde en mayor medida con las involucradas en los conjuntos centrales de las variables en cuestión, que junto con la variación de conectivos en las mismas hacen al sistema más robusto. Debido a que se ocupan un conjunto finito de reglas, es obvio que las relacionadas en torno a cero se ocuparán con mayor frecuencia por lo que es posible realizar una clasificación de las mismas, tal y como se describe en la referencia [18]. La modificación de consecuentes o incluso la eliminación de algunas reglas que se supone nunca ocurrirán, es riesgosa debido a, que pueden volver al sistema inestable y que la trayectoria lingüística permanezca en un ciclo límite. El conocimiento en la dinámica de las reglas permite adaptar al sistema en condiciones críticas o difíciles de operación.

Los efectos de la sintonización se muestran en la superficie de control y en los parámetros de la respuesta de estado estable del sistema a controlar. La superficie relaciona las variables de entrada al controlador con la correspondiente señal de control generada. Dependiendo de las características de la misma, es como se pueden apreciar las señales de control que se enviarán a la planta y que modificarán su respuesta en lazo cerrado. La superficie no se genera en función del tiempo, se forma con base en la evaluación de las reglas de control difuso que describen la dinámica del sistema a controlar. Dependiendo del tipo de superficie que se tenga es como se modificará la señal de control. La superficie es *no lineal* aunque puede ser linealizada por tramos y cambia con base en el tipo de controlador usado, la misma indica un cambio de *ganancia variable* del sistema. Cuando la superficie es suave las acciones de control son “menos fuertes” y consumen mas tiempo para estabilizar el sistema, en caso contrario el rendimiento del controlador mejora, para mayor información sobre los diferentes tipos de superficies consultar [12] y [13].

De acuerdo con los procedimientos para sintonizar es claro que todos se complementan y están relacionados entre sí. Los parámetros de sintonización del controlador repercuten en los parámetros de la respuesta de estado estable del sistema a controlar en lazo cerrado. La sintonización termina cuando la respuesta del sistema es la deseada en condiciones normales de operación, críticas y límite, dentro de los tiempos y restricciones establecidos.

### 2.2.3 Sistema de control difuso

El controlador es parte fundamental de cualquier esquema de control, puesto que, proporciona las señales de control necesarias para modificar el comportamiento de la planta. Los *controladores lineales* conocidos son los siguientes: Proporcional (P), Proporcional Integral (PI) y Proporcional Integral Derivativo (PID); se describen ampliamente en [7], [9] y [11]. Existen *controladores no lineales* como son: los controladores difusos y controladores adaptivos entre otros. El controlador difuso es no lineal debido a la estructura que lo compone: *operadores usados en la fusificación, el modo de inferencia empleado, la construcción de la base de reglas y la selección del método para defusificación*. Debido a lo anterior no existe una función de transferencia analítica del mismo, sin embargo, puede ser utilizado como un controlador difuso tipo PD, PI o PID [2] con alto índice de rendimiento y robustez.

La representación a bloques en la Figura 2.19 muestra al controlador difuso con ganancia  $G1$ , la planta con  $G2$  y la retroalimentación con  $G3$  y las señales: *Señal de entrada  $x(t)$* , *Señal de salida  $y(t)$* , *Señal de error  $Se$* , *Señal de control  $Sc$* , *Señal de perturbación  $Per$* , *Señal de control final  $Scf$*  y *Señal de retroalimentación  $Sr$* . Cada bloque consume un tiempo  $t_i$  de procesamiento en las señales mencionadas para realizar la regulación y control del sistema sin carga y con carga respectivamente. El sistema a controlar es excitado por la función escalón de magnitud  $K$  en  $t_0$ , conforme el tiempo se incrementa se aprecia que la respuesta sigue a la entrada y después se estabiliza en  $t_1$  logrando el efecto de la regulación. Después, se activa la perturbación en  $t_2$  y se aprecia como el controlador la absorbe y evita la inestabilidad del sistema realizando así el control. Finalmente, el sistema de control difuso presenta buen *rendimiento* cuando se comprueba la reducción de la señal de error a cero [1] y [7], misma que, puede ser evaluada mediante el índice de desempeño a través de la integral del error.

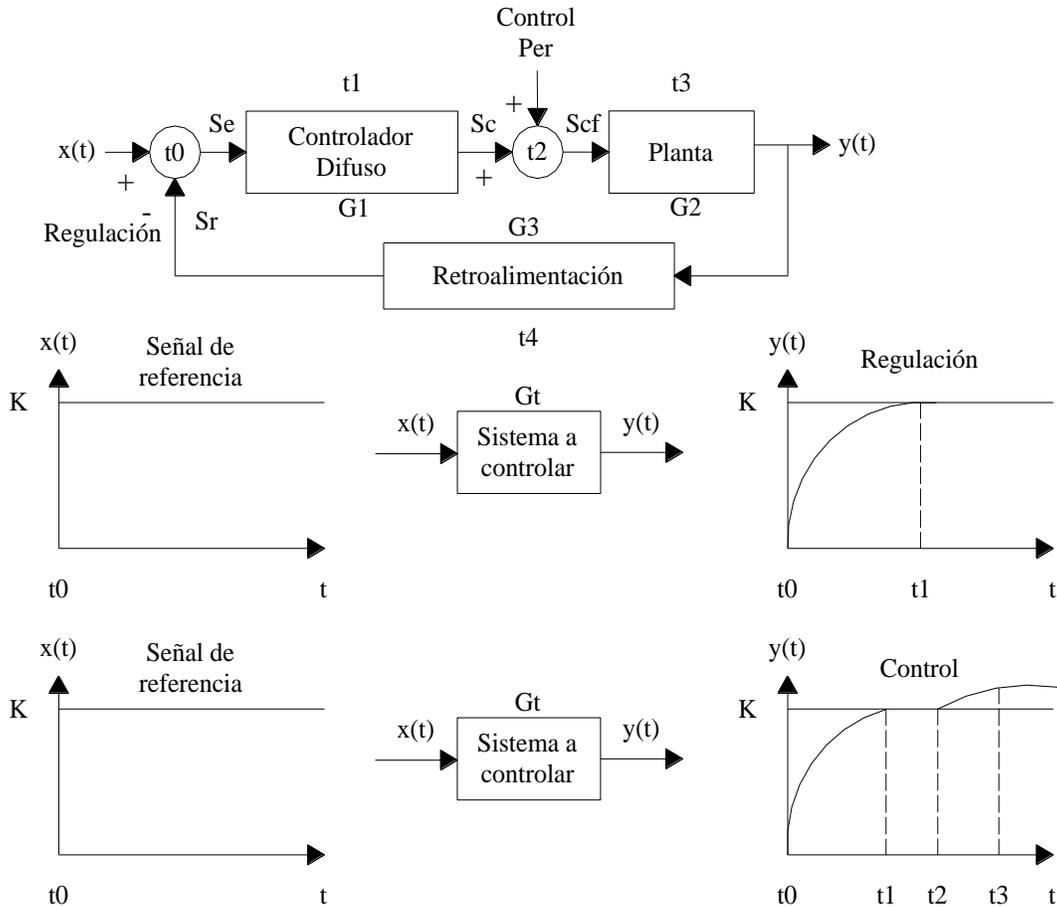


Figura 2.19: Regulación y control en el esquema de control difuso retroalimentado.

Nótese que el punto de ajuste puede ser estático o dinámico empleando las señales escalón y rampa entre otras. La carga es representada por medio de la función escalón; también pueden ser analizadas las señales de error y control. La respuesta del sistema de control puede ser analizada mediante los parámetros de un sistema de 2do. Orden. Dichos parámetros se aprecian en la Figura 2.20 y son: tiempo de subida ( $t_s$ ), tiempo pico ( $t_p$ ) y tiempo de establecimiento ( $t_e$ ), el sobreimpulso máximo ( $M_p$ ); la banda de tolerancia ( $bt$ ) en  $\pm 1\%$  y la señal de error de estado estable  $e$ .

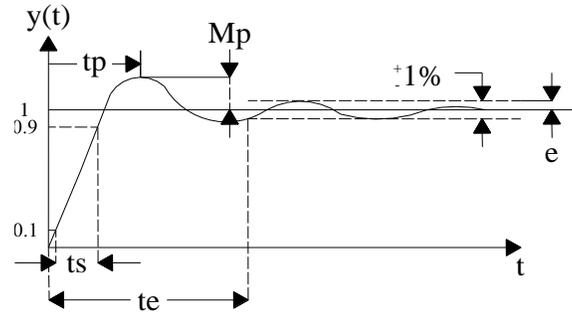


Figura 2.20: Respuesta del sistema de control en lazo cerrado.

Caracterizadas y especificadas las *variables a controlar* y las *variables de control* es necesario determinar como es el flujo de cada una de ellas en los bloques del esquema utilizado; las configuraciones que relacionan las señales de entrada con las de salida pueden clasificarse como esquemas *Single Input Single Output (SISO)*, *Multiple Input Single Output (MISO)* y *Multiple Input Multiple Output (MIMO)*; dado que los esquemas MIMO pueden descomponerse en configuraciones MISO y estos a su vez en SISO [3] y [9]. Por otra parte, el control dedicado es utilizado en los esquemas de control distribuido MIMO.

#### 2.2.4 Control dedicado

El *control embebido* hace uso de un esquema de control específico para el sistema a controlar; genera las señales de control necesarias para la dinámica de la planta en función de los tiempos de procesamiento de cada bloque y la transmisión de señales. Se desarrolla un control permanente y constante que realiza las acciones de regulación y control ante condiciones distintas de perturbación en el sistema. Cuando son combinados múltiples controladores dedicados la complejidad del control se incrementa y el procesamiento de señales también por lo que, estas características del control dedicado pueden ser aprovechadas dentro de un *esquema de control distribuido* [9]. Dicho esquema es funcional, eficiente y robusto. Las señales funcionan de manera coordinada y sincronizada. Su estructura incluye a un *controlador central* o maestro que distribuye y supervisa las tareas de control a un conjunto de controladores embebidos, los cuales, continuamente están operando y controlando procesos específicos del sistema a controlar que pueden ser considerados como subplantas. El control distribuido es útil en plantas multivariables no lineales, con dinámicas complejas que exigen la separación de procesos. Por tanto, en el Capítulo 3 se analizará la técnica del control difuso para el control de posición de un segmento de la celda activa del TIM que corregirá las aberraciones de bajos órdenes.

#### Bibliografía

Libros

- [1] Doebelin, E. O. *Dynamic analysis and feedback control*. New York: McGraw-Hill, 1962. 401 p.
- [2] Driankov, D. et al. *An introduction to Fuzzy Control*. Berlin: Springer, 1996. 316 p.
- [3] Franklin, G. et al. *Feedback control of dynamic systems*. Addison-Wesley Publishing Company, Third Edition 1994. 778 p.
- [4] Kaufmann, A. Gupta, M. *Introduction to fuzzy arithmetic: Theory and Applications*. New York: Reinhold. 351 p.
- [5] Kolman, B. Busby, R. *Estructuras de Matemáticas Discretas para la Computación*. México: Prentice Hall, c1986. 441 p.

- [6] Nguyen, H. et al. *Theoretical aspects of fuzzy control*. New York: J. Wiley 1995. 359 p.
- [7] Ogata, K. *Ingeniería de Control Moderna*. México: Prentice Hall, 1993. 2da ed. 1020 p.
- [8] Russell, S y Norvig P. *Inteligencia Artificial*. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1996. 979 p.
- [9] Takahashi, Y. et al. *Control and Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Company. 1972. 800p.
- [10] The MATH WORKS. *Simulink Dynamic System Simulation Software*. June 1995.
- [11] Van de Vegte, J. *Feedback control systems*. Englewood cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Second Edition, 1990. 461 p.

## Artículos

- [12] Jantzen, J. "A Robustness study of fuzzy control rules". In EUFIT (ed), Proceedings Fifth European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, ELITE Foundation, Promenade 9, D-52076 Aachen, p 1222-1227.
- [13] Jantzen, J. "Tuning Of Fuzzy PID Controllers", p 1-22.
- [14] Lee, C. C. "Fuzzy Logic in control system: fuzzy logic controller Part I". IEEE. Transactions. On Systems. Man and Cybernetics, vol 20, no. 2, March./April, 1990. p 404-418.
- [15] Lee, C. C. "Fuzzy Logic in control system: fuzzy logic controller Part II". IEEE. Transactions. On Systems. Man and Cybernetics, vol 20, no. 2, March./April, 1990. p 419-435.
- [16] Lewis, F. et al. "Function Approximation by fuzzy systems", p 3760-3764.
- [17] Liu, K. and Lewis F. "Some Issues About Fuzzy Logic Control". In: Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference on decision and control. San Antonio, Texas. December 1993. p 1743-1748.
- [18] Marchbanks, R. "A fuzzy two-axis mirror controller for laser beam alignment", p 149-170.
- [19] Zadeh, L. "Fuzzy Sets". Inf. Control vol 8, 1965. p 338-353.

En el presente capítulo se analiza el primario segmentado del TIM y se hace énfasis en la celda activa. En particular, se desarrolla el sistema de control difuso de posición para un segmento; el cual, permitirá corregir las aberraciones de bajos órdenes. Se realiza el análisis del modelo del actuador electromecánico de posición y, con base en esto, se establece el esquema de control para regulación. Se diseña el controlador difuso Mamdani tipo PD en la configuración MISO, el cual, es incorporado en el esquema de control embebido. A su vez, son analizados, los parámetros de la respuesta escalón del actuador y las señales de error y de control. Además, se evalúa el rendimiento del esquema de control por medio de la integral del error. Por otro lado, se efectúa la transformación de coordenadas para representar el cambio de posición angular del segmento en 3D mediante la representación del haz en el plano bidimensional del detector de cuadrantes, logrando así, unir las técnicas de la óptica activa y el control difuso. Mediante el software *Matlab*, y con el *Toolbox* de *Fuzzy Logic* y *Simulink* se realizan simulaciones dinámicas de los esquemas de control para regulación del actuador y para control del segmento.

3.1 Control del primario segmentado

El sistema óptico global del TIM será un arreglo Cassegrain Ritchey-Crétien [3] que se compondrá por un espejo primario de 19 segmentos hexagonales y uno secundario monolítico, tal y como se muestra en la Figura 3.1, en la cual, se aprecia que el frente de onda de los rayos luminosos incide sobre la superficie del primario y de ahí son reflejados hacia el secundario para después concentrar la energía de los rayos en el foco secundario.

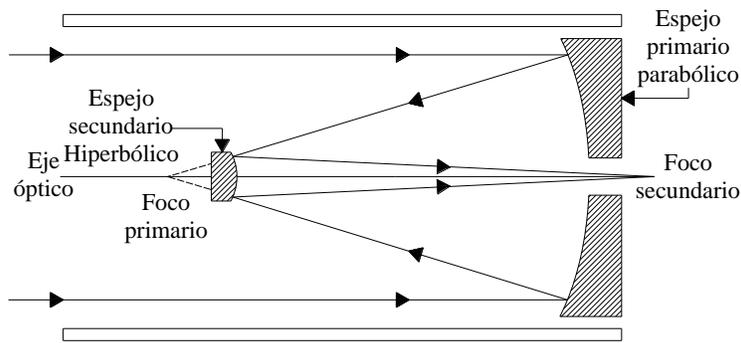


Figura 3.1: Arreglo óptico del telescopio Cassegrain.

La alineación de los espejos con el eje óptico es fundamental, por lo que, es necesario utilizar un conjunto de sensores y actuadores para alinearlos. Los sensores utilizados son de posición, suspensión, térmicos y capacitivos; además, existirán actuadores electromecánicos, neumáticos e hidráulicos para los sistemas de posición y suspensión de cada segmento. En la Figura 3.2 se muestran las posiciones de sensores y actuadores para el primario y, en la Tabla 3.1 se cuantifican. Nótese que los totales fueron multiplicados por 19; la descripción completa y detallada puede consultarse en [5].

*Tabla 3.1: Sensores y actuadores del primario del TIM (Tabla tomada de [5]).*

<b>SENSORES</b>					
Segmento	Posición	Suspensión	Térmicos	Capacitivos	Total
1 a 7	3	19	6	12	40/280
8 a 19	3	19	6	6	34/408
					688
<b>ACTUADORES</b>					
Posición		Suspensión		Total	
3		19		22	
				418	

Como se aprecia de la Tabla 3.1 existirán aproximadamente 1106 señales para establecer el sistema de control del primario referido a sensores y actuadores; por lo cual, se hace necesario establecer el *sistema de*

*control distribuido.* La referencia y orientación de la celda activa servirá de base para la posición de los segmentos y por ende de los actuadores y sensores.

Debido a que el sistema de *Óptica activa (OAC)* corrige las aberraciones de bajos órdenes, es necesario considerar los intervalos dinámicos de posición lineal de cada uno de los segmentos; mismos que, afectan la superficie parabólica ideal del primario. Para esto, cuando es comparada la superficie inicial de cada segmento con la deformada, se generarán errores de superficie, en el orden de nm, que serán corregidos por los sistemas activos. Cada segmento sufrirá deformaciones por múltiples fuerzas (ver Figura 1.10 del Capítulo 1) entre las que se encuentran: fuerza de gravedad, presión atmosférica, golpeteo del viento y los esfuerzos mecánicos del telescopio, así como movimientos aleatorios debidos a temblores que afectarán la propagación de los rayos luminosos disminuyendo, así, la concentración de energía en el foco global del sistema óptico.

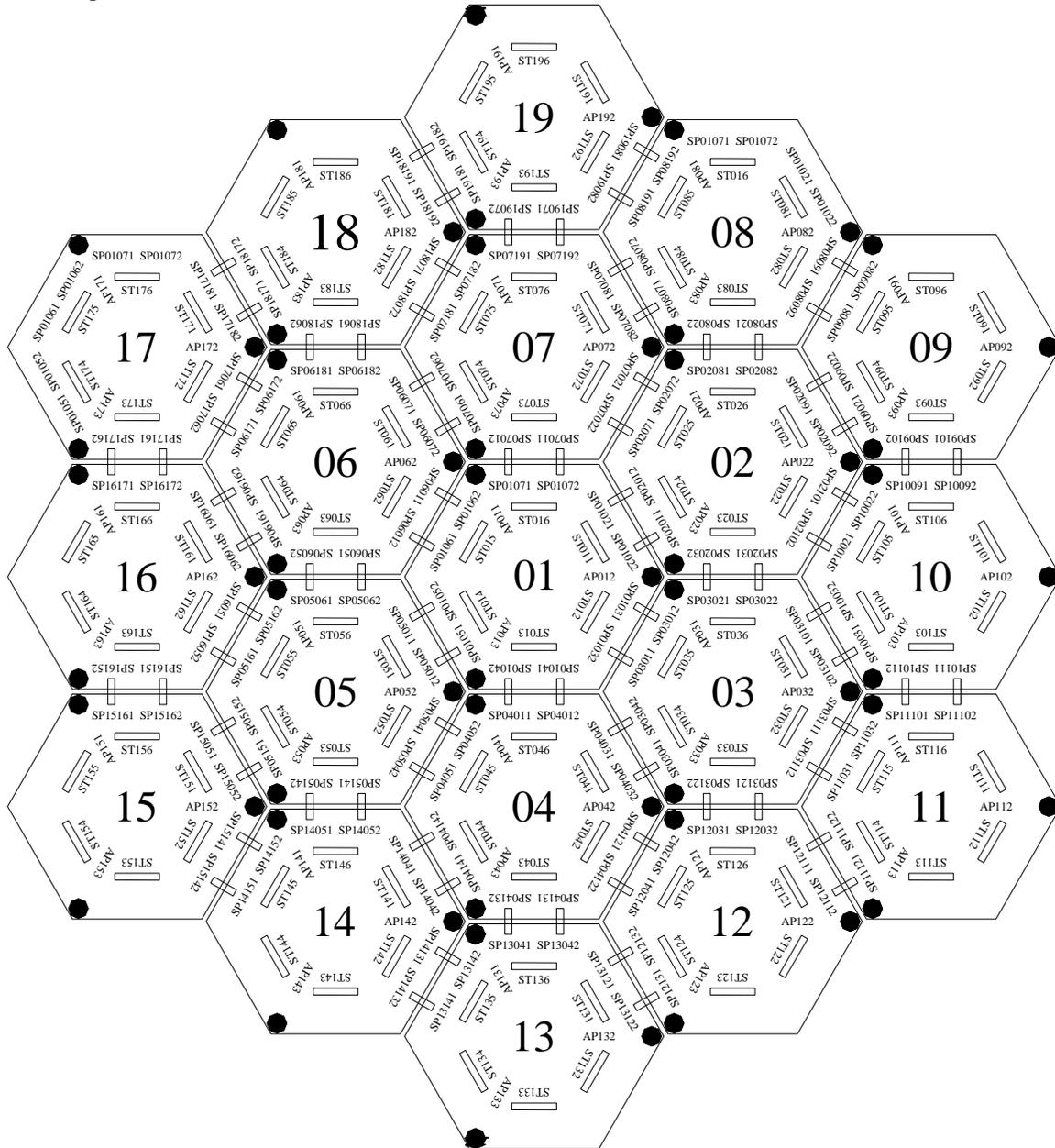


Figura 3.2: Distribución y clasificación global de sensores y actuadores de la celda activa del TIM (Figura tomada de [5]).

La deformación elástica y flexibilidad del zerodur se consideran mínimas aunque existen; no debe olvidarse que cada segmento es sometido a tensión superficial por acción de los actuadores. Debido a lo anterior el espejo puede sufrir fracturas cuando las presiones o esfuerzos se incrementen a un límite establecido [13] y [17]. Cada espejo es referenciado a la celda activa, misma que, se mueve dentro del intervalo de posición angular para la estructura de altitud del TIM [18].

El control activo para un segmento, descrito en la Sección 1.2.2 del Capítulo 1, muestra la combinación de actuadores electromecánicos y neumáticos que corregirán las aberraciones mencionadas y como consecuencia se mejorará la resolución de las imágenes estelares. El segmento será deformado por los actuadores de posición y suspensión definiendo así los límites de acción de cada una de las funciones de influencia de los actuadores [12], mismas que, se relacionan con la distribución geométrica de los actuadores, las características físicas del zerodur y las fuerzas necesarias para modificar la posición del segmento.

La representación de los modelos dinámicos tanto del segmento como de los actuadores y sensores son necesarios para determinar la estructura del sistema de control. Las referencias del primario, en principio, son ópticas; sin embargo, pueden complementarse con las referencias de la estructura mecánica, que, todo en su conjunto utilizará diversas señales. Para el caso del control del primario y, en particular de un segmento se usa la celda activa como referencia para establecer la posición lineal de cada segmento por medio de los actuadores de posición.

### 3.2 Actuadores electromecánicos

La alineación de la superficie del primario es fundamental, por lo que, las condiciones iniciales de referencia propuestas para un segmento son 5 nm, lo que equivale a desarrollar una carrera inicial del actuador, cuyo máximo desplazamiento será de 10 nm. Su velocidad y aceleración dependen de la carga a la que estén sometidos dinámicamente y en condiciones críticas de operación. Se tiene la ventaja que el sistema de posición soporta la masa del espejo y que a su vez corrige el pistón y el tilt. También modifica la posición para suspensión.

La distribución de los actuadores electromecánicos se muestra en la Figura 3.3 y es como sigue: se hace corresponder el primer actuador A1 con el eje X que corrige el tip ( $\theta_x$ ); los actuadores A2 y A3 están a 120° y 240°; sus variaciones corrigen el tilt ( $\theta_y$ ). Los ángulos máximos y coordenadas de cada actuador se obtienen con base en las dimensiones del segmento y se expresan como:

$$\tan \theta_x = \frac{5nm}{902.5mm} \therefore \theta_x = 5.5402 * 10^{-9} rad \quad (3.1)$$

$$\tan \theta_y = \frac{5nm}{781.6mm} \therefore \theta_y = 6.3972 * 10^{-9} rad \quad (3.2)$$

Las posiciones del segmento en los planos XZ y YZ definen el tip y tilt respectivamente en el espacio; los movimientos lineales máximos corresponden con 5 nm y la posición angular es de 5.54 nrad para tip y 6.4 nrad para tilt.

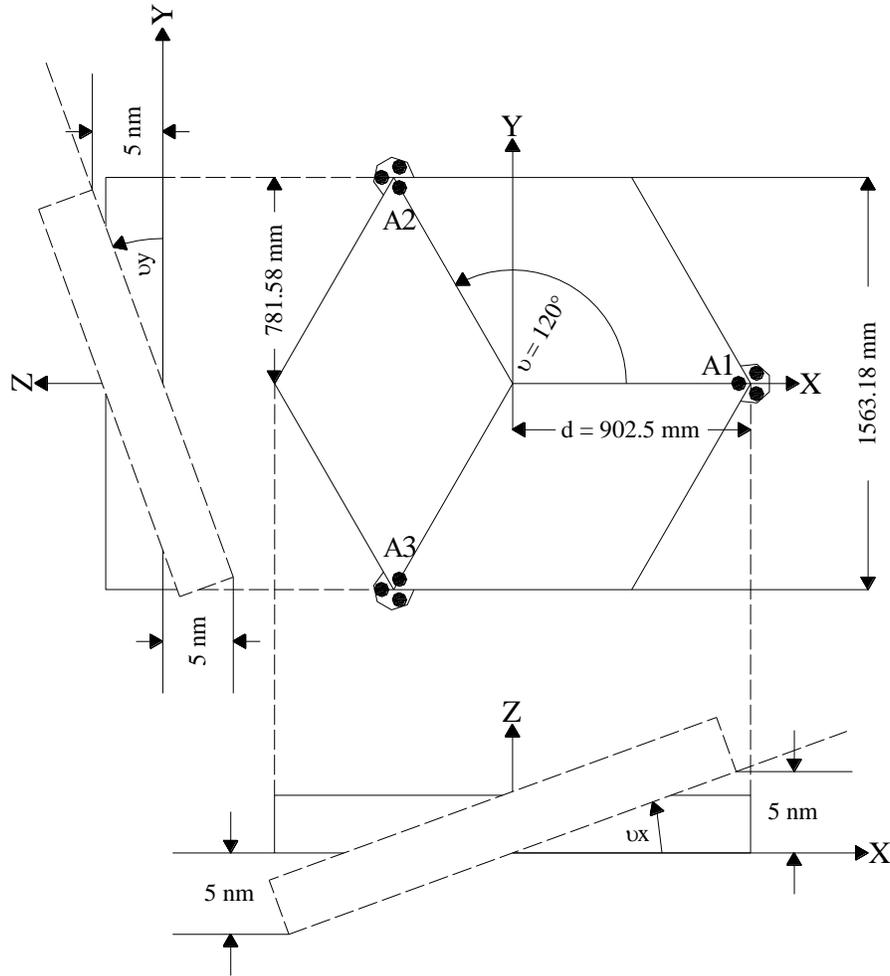


Figura 3.3: Coordenadas de  $A1(d, 0)$ ,  $A2(-d \cos 60^\circ, d \sin 60^\circ)$  y  $A3(-d \cos 60^\circ, -d \sin 60^\circ)$ .

La distribución de  $A1$ ,  $A2$  y  $A3$  en el plano  $XY$  es equidistante y, la fuerza provocada por los mismos, afectarán la misma cantidad de área en el segmento para su movimiento. Las características físicas y de funcionamiento de los actuadores se describen junto con su esquema de control en las Secciones 1.2.2.1 y 1.2.2.2 del Capítulo 1. En la Tabla 3.2 se muestran algunas características de la posición de los actuadores.

<i>Tabla 3.2: Ubicación de actuadores del sistema de posición.</i>	
Separación angular entre actuadores.	120 grados
Carrera de actuadores.	10 nm
Distancia límite entre actuadores.	1563.18 mm
Coordenadas de actuadores	$A_1(902.5 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$ $A_2(-451.25 \text{ mm}, 781.59 \text{ mm})$ $A_3(-451.25 \text{ mm}, -781.59 \text{ mm})$

En la Figura 3.4 se aprecia el posicionamiento del segmento (zona sombreada) debido a las fuerzas de  $A1$ ,  $A2$  y  $A3$ . La precisión alcanzada en la posición, en el orden de nm, depende del consumo de energía, velocidad y repetitividad de cada actuador, mismos que, tienen buen desempeño en condiciones difíciles de operación y con carga. Además, se resalta con líneas punteadas la inclinación del segmento.

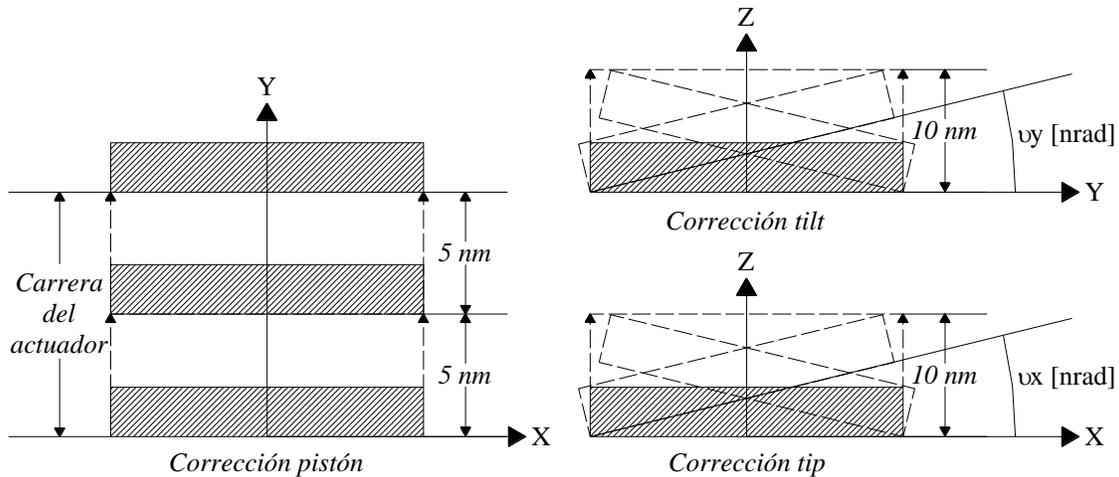


Figura 3.4: Corrección de aberraciones de bajos órdenes.

Se generan los movimientos en los planos  $xz$  y  $yz$ , indicando así la corrección efectuada en tip o tilt. El desplazamiento lineal de 5 nm a través de la barra actuadora originará un cambio de posición angular en toda la masa del segmento. Dicho cambio determina el punto de ajuste dinámico en el esquema de control de regulación utilizado; por lo que, el máximo escalón permisible es de 5 nm y el mínimo de 0 nm. Los movimientos ascendentes y descendentes, en el segmento, existen dentro de un límite de desplazamiento [0,10] nm.

En la Figura 3.5 se aprecia la barra actuadora, la zona oscura indica la sujeción y la carrera esta indicada en 5nm, los actuadores de posición se encuentran apoyados sobre la estructura de la celda [1] y en el segmento derecho se tiene corregido el pistón, mientras que, en el segmento izquierdo se aprecia corregido el tip.

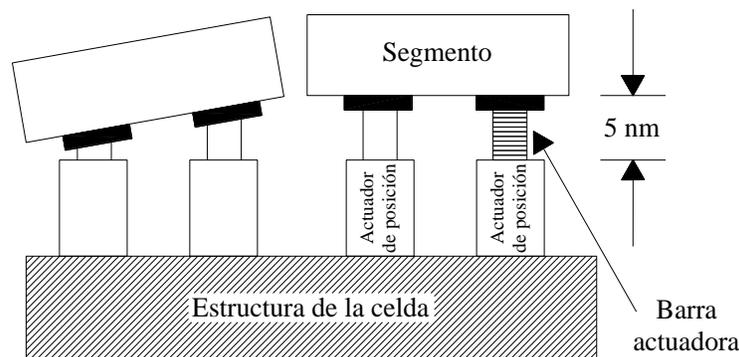


Figura 3.5: El posicionamiento de los segmentos usa como referencia la estructura de la celda activa.

La potencia que cada actuador necesite es una función de la carga que soporta y la máxima fuerza que se aplica sometiendo así a tensión y compresión al zerodur. Cada segmento tiene un peso de 4120.2 N. Las señales de control que reciben A1, A2 y A3 están en función del control de posición global para cada segmento; la programación del control de los actuadores depende de la electrónica que se disponga. Como la precisión de los actuadores es nanométrica, la corrección no se observará por el ojo humano, aunque sus efectos se comprobarán en la calidad de imagen que se registre [17]. Los cambios de presión y deformación se combinan con el rango de flexibilidad del segmento. La propagación de vibraciones en los diferentes materiales como el acero y el zerodur deberá ser mínima

3.2.1 Modelo eléctrico del actuador

En la Figura 3.6 se observa que, el modelo eléctrico relaciona las características de: la resistencia de armadura, la inductancia en la armadura, el par, el campo magnético constante y la fuerza contraelectromotriz que se desarrolla para mover la masa del segmento. Se espera que la transducción de la energía eléctrica a mecánica sea óptima. Con la aplicación de la tensión  $ea$  al motor provoca un desplazamiento angular  $\theta$  afectando al momento de inercia de la carga  $J$ . La velocidad se da como una función lineal del voltaje aplicado a la armadura que puede ser variable. Nótese que la corriente de campo se mantiene constante.

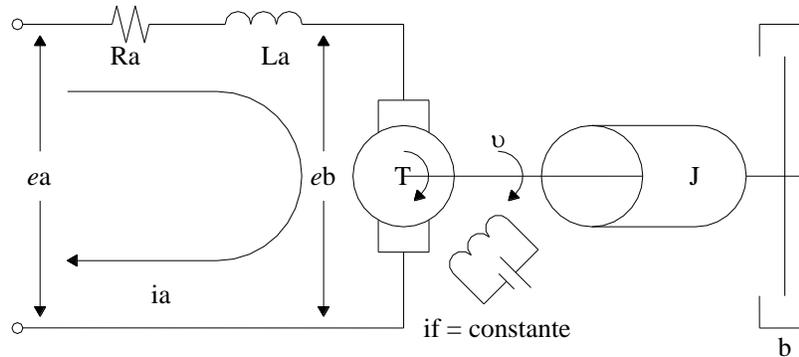


Figura 3.6: Modelo eléctrico del actuador de posición (Figura tomada de [6])

Como el voltaje de referencia es constante, el par  $T$  y la velocidad angular  $\theta$ , son funciones del voltaje de control. Cuando se aplica un voltaje positivo se obtienen giros en sentido horario y, si el voltaje es negativo se obtendrán giros en sentido antihorario. De tal manera que, los intervalos de voltaje estarán acotados entre  $[k -k]$  donde  $k$  pertenece a los reales. El sistema de referencia se inicia en cero grados o cero revoluciones, es decir, se establecen las condiciones de equilibrio que significan estado de energía inicial. La velocidad angular en estado estacionario es proporcional al voltaje de control. Las características del servomotor se detallan ampliamente en [6] y son las siguientes:

$R_a$  = resistencia de la armadura [ $\Omega$ ]

$L_a$  = inductancia en la armadura [H]

$i_a$  = corriente en la armadura [A]

$i_f$  = corriente de campo [A]

$e_a$  = tensión aplicada en la armadura [v]

$e_b$  = fuerza contra-electromotriz [v]

$\theta$  = desplazamiento angular del eje del motor [rad]

$T$  = par desarrollado por el motor [ $N \cdot m$ ]

$J$  = momento de inercia equivalente del motor y carga con referencia al eje del motor [ $kg \cdot m^2$ ]

$b$  = coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y carga referido al eje del motor [ $N \cdot m / rad / s$ ]

Para una corriente de campo constante, el flujo se vuelve constante y el par es directamente proporcional a la corriente de armadura, esto es:

$$T = K i_a \quad (3.3)$$

Donde  $K$  es una constante del par motriz. Si el signo de la corriente  $i_a$  se invierte, también se invierte el signo del par  $T$ , lo que significa la inversión del sentido de rotación del eje del motor. Para un flujo

constante la tensión inducida  $e_b$  es directamente proporcional a la velocidad angular  $\frac{d\theta}{dt}$  esto es:

$$e_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad (3.4)$$

La velocidad de un servomotor se controla mediante la tensión  $e_a$  de la armadura. La ecuación diferencial que representa al modelo físico del circuito de armadura, mostrado en la Figura 3.6, se expresa como:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a \quad (3.5)$$

La corriente de armadura produce el torque que se aplica a la inercia y la fricción de la carga obteniéndose:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = T = K i_a \quad (3.6)$$

Suponiendo las condiciones iniciales cero y considerando la transformada de Laplace en (3.4, 3.5 y 3.6) se obtienen las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} K_b s \Theta(s) &= E_b(s) \\ (L_a s + R_a) I_a(s) + E_b(s) &= E_a(s) \\ (J s^2 + b s) \Theta(s) &= T(s) = K I_a(s) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Considerando  $E_a(s)$  como señal de entrada y  $\theta(s)$  como la señal de salida, es posible construir el esquema de control a bloques como se observa en la Figura 3.7.

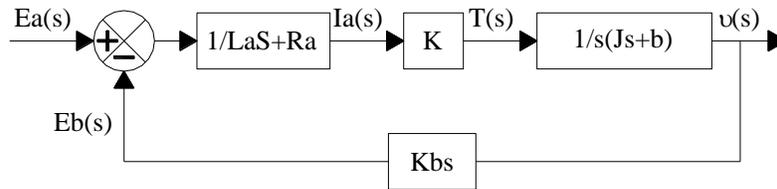


Figura 3.7: Control retroalimentado del servomotor para posición angular en función de  $E_a(s)$  (Figura tomada de [6]).

Se observa que el efecto de la fuerza contra-electromotriz es una retroalimentación de la señal proporcional a la velocidad del motor. Simplificando el diagrama a bloques anterior, la función de transferencia resulta:

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s[L_a J s^2 + (L_a b + R_a J)s + R_a b + K K_b]} \quad (3.8)$$

La inductancia  $L_a$  del circuito de armadura es pequeña y puede despreciarse. La función de transferencia del actuador que relaciona una posición angular con base en la aplicación de un voltaje se expresa como:

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} \quad (3.9)$$

donde  $K_m$  es la constante de ganancia del motor y  $T_m$  es la constante de tiempo del motor,  $T_m$  tiende a cero cuando  $R_a$  y  $J$  son pequeñas.

$$\begin{aligned} K_m &= K / (R_a b + K K b) \\ T_m &= R_a J / (R_a b + K K b) \end{aligned} \quad (3.10)$$

La constante de tiempo dominante del sistema es fundamental, pues mantiene una relación estrecha con los parámetros de la planta en lo referido a la ubicación de polos y ceros, respuesta y estabilidad. De tal manera que, los polos dominantes pertenecen a la planta y cuando se mueven por la acción del controlador mejoran la estabilidad del sistema aún si la misma es marginal. Como se aprecia en (3.9), el modelo del actuador corresponde a un sistema de segundo orden por lo que es conveniente que la estrategia de control sea en lazo cerrado, para regular la ganancia y mejorar con ello el tiempo de establecimiento de la respuesta del actuador.

La constante de tiempo  $\tau$  del actuador significa el tiempo mínimo necesario para que se realice la transducción de la energía eléctrica a energía mecánica y esta a su vez permita obtener un desplazamiento angular. Para el caso de los sistemas de primer orden, la constante de tiempo del sistema se define como el tiempo necesario para que la respuesta escalón de un sistema de primer orden adquiera el 63.2% de su valor final [8]. Es posible que, debido a los efectos de la retroalimentación el sistema se establezca dentro de los tiempos de la constante lo cual representa una ventaja considerable; es decir, el sistema es estable mucho antes de que la respuesta del actuador haya concluido. Por otro lado, el tiempo de establecimiento depende de la estrategia de control utilizada y además del tipo de controlador empleado [6].

### 3.2.2 Control difuso del actuador de posición

Cada actuador tiene asociada una electrónica y control internos que permiten modificar el desplazamiento lineal a través de un tornillo que se ajusta al resorte que soportará la masa del segmento (ver Figuras 1.11 y 1.12 del Capítulo 1). El esquema de control se compone por las características de la planta en combinación con el controlador difuso y los elementos de retroalimentación. La *planta* se representa por medio del actuador electromecánico y, debido a que es un sistema lineal se relaciona íntimamente con el principio de superposición. La respuesta producida por el actuador en lazo cerrado cambia de un estado a otro debido a la señal de voltaje aplicada al mismo, lo anterior se relaciona con el principio de causalidad. El sensor es un elemento que mide la señal de salida y la procesa; generando así, la señal de retroalimentación. En la Figura 3.8 se muestran los bloques fundamentales del control difuso embebido para regulación y control; las características básicas del sistema de control difuso se describen en la Sección 2.2.3 del Capítulo 2.

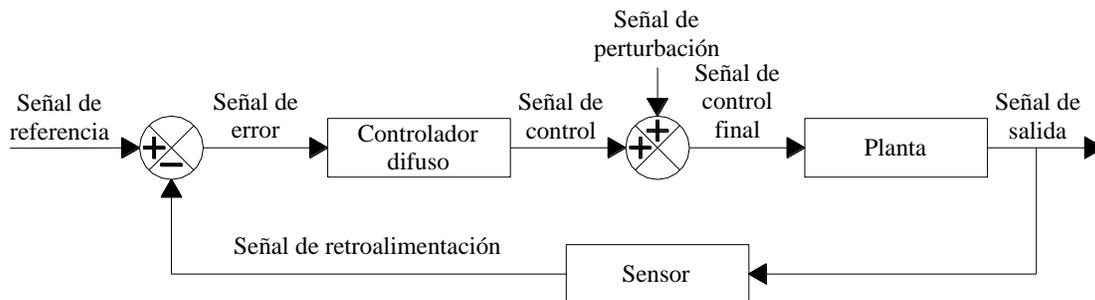


Figura 3.8: Control difuso dedicado para posición lineal del segmento.

La distribución de señales que intervienen en el esquema de control difuso es amplia. Las inmediatas son: el punto de ajuste dinámico, la señal de error, la señal de control, la perturbación y las originadas por los sensores de posición. Los tiempos de procesamiento por cada uno de los bloques de control, debido a la electrónica que los implementará, es del orden de los  $\mu$ s y ns. La transmisión de señales es continua y

finita. El tiempo de procesamiento invertido por el controlador difuso se considera mínimo; es claro que existen tiempos para la fusificación, evaluación de reglas y defusificación que se relacionan con el algoritmo de control difuso.

### 3.2.2.1 Controlador difuso

El modelo del controlador difuso para un actuador del sistema de posición es *no lineal*; el acoplamiento de la barra actuadora con el segmento tiene una dinámica asociada, debido a que el espejo se comporta como un sistema cuasi-rígido. El controlador proporcionará la señal adecuada al motor para que produzca el movimiento rotacional que será convertido a un desplazamiento lineal. El controlador tiene la propiedad de que la señal de control es cero cuando las señales de entrada son cero y la salida es una función continua. La respuesta del controlador difuso es en general *una función no algebraica no lineal* de las señales de entrada al controlador; los bloques fundamentales del controlador se ven en la Figura 2.10 del Capítulo 2.

Para diseñar y desarrollar el *algoritmo de control difuso* para el sistema de posición de un segmento del sistema de OAC del TIM fue programado y simulado en *Simulink* con el *Toolbox de Fuzzy Logic de Matlab* [10]. Fundamentado con base a las características del controlador difuso para manipular las variables de la planta y proporcionar las correspondientes señales de control. El algoritmo es susceptible de implementarse en dispositivos de procesamiento de información digital; debe recordarse que, se desarrollan por separado los algoritmos para el sistema de posición y suspensión. Resulta interesante comprobar y demostrar que mientras más conjuntos difusos se utilicen para la representación de las variables lingüísticas mejores resultados se obtendrán para lograr el control de la planta; sin embargo esto repercute en los recursos computacionales del hardware a utilizar.

En la Figura 3.9, se representa la estructura completa del controlador Mamdani con dos entradas y una salida para un actuador electromecánico; las variables lingüísticas de entrada son: *error de posición lineal* y *variación del error de la posición lineal* y, la variable de salida es la señal de control (*voltaje*) que corresponde con la posición lineal del actuador. Las características de las variables lingüísticas, la formación de la base de reglas y el esquema de inferencia se desarrollan en las siguientes secciones.

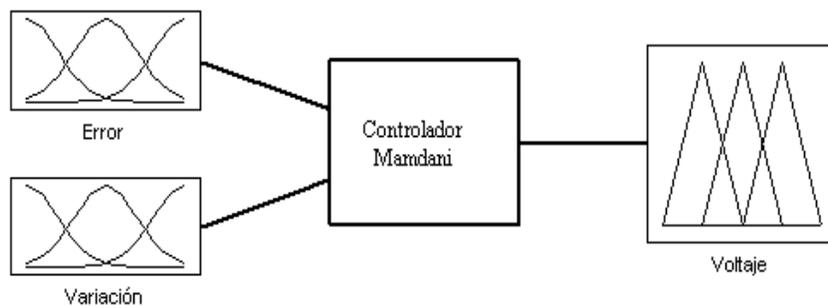


Figura 3.9: Controlador Mamdani para un actuador de posición.

Deben destacarse los componentes siguientes: número de variables de entrada y de salida con el acotamiento de intervalos de los universos de discurso, estructura del controlador utilizado y selección de los operadores empleados para la fusificación, implicación difusa y método para defusificación. Además de la representación del esquema de inferencia usado para clasificación y distribución de consecuentes de las reglas de control difuso, logrando con esto, la representación del AAD y obtener así, la superficie de control. Proporcionando de esta manera, la señal de control correspondiente mas apropiada.

Se utiliza un *controlador Mamdani* con la estructura MAXMIN porque se ocupa el operador MAX al realizarse el proceso de fusificación y el operador MIN se relaciona con el conectivo empleado por cada una de las reglas de control difuso (revisar las secciones 2.2.1 del Capítulo 2). La selección de los operadores depende en mucho de la interpretación física que se requiera de la variable en cuestión. Por ejemplo, si la señal de error y su variación son altas entonces que se seleccione la mayor y con base en esto se envíe una señal de control “fuerte” a la planta para reducir el error a cero. El conjunto de operadores que

se ocupan en la etapa de fusificación, evaluación de reglas y defusificación determinan el rendimiento del controlador difuso. Dicho controlador puede ser superado por un *controlador Sugeno* debido a que en los consecuentes se utilizan funciones [4].

3.2.2.2 Variables lingüísticas

Debido a la posibilidad de movimientos del segmento para pistón, tip y tilt (Figura 3.4), su posición inicial es de 5 nm. En el esquema de control de la Figura 3.8, cuando la señal de referencia es máxima, o sea 10 nm, la señal de error valdrá  $10\text{ nm} - 5\text{ nm} = 5\text{ nm}$ . Si la referencia desciende a 0 nm y con la condición inicial de 5 nm en la planta, entonces la señal de error valdrá  $0\text{ nm} - 5\text{ nm} = -5\text{ nm}$ . Por lo que, el intervalo del universo de discurso de la señal de error queda comprendido entre [-5, 5] nm.

- Señal de error

En la Figura 3.10, el universo de discurso continuo para el *error* va del intervalo de [-5.1, 5.1] y son utilizados nueve conjuntos difusos identificados como e-4, e-3, e-2, e-1, e0, e1, e2, e3 y e4. Los conjuntos cerrados en los extremos (e-4 y e4) son trapecios; todos los conjuntos presentan entre sí una distribución continua. Se hace énfasis en su agrupación simétrica respecto a 0 y, la concentración de las pendientes hacia el centro de e-1 y e1, además el soporte de los conjuntos e-3, e-2, e2 y e3 se ha uniformizado de manera proporcional al universo de discurso. El soporte del conjunto central e0 es muy reducido, lo que significa una resolución fina que afecta la manipulación del error.

Obsérvense las diferencias en los puntos de intersección de las pendientes de e-2 y e-1, e-1 y e0, e0 y e1, e1 y e2 que ha sido menor a 0.5 respecto al grado de pertenencia  $\mu$ , mismas que fueron el resultado final después de haber sido realizada la sintonización del controlador por el método sistemático de ensayos. El efecto de variar las pendientes centrales se refleja en la respuesta escalón del sistema de control.

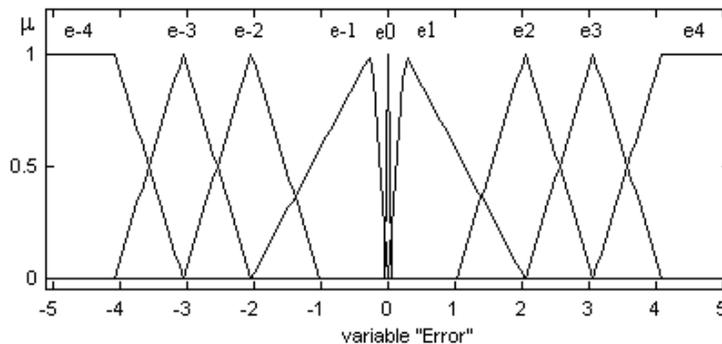


Figura 3.10: Distribución de conjuntos difusos para la variable error de posición lineal.

De la Figura 3.10, se aprecia que en los conjuntos trapezoidales existe una región de no traslape específica en los intervalos [-5.1, -4] y [4, 5.1], para asegurar que cuando se tenga el máximo error y su variación dentro del sistema de control, el controlador produzca una señal de la misma magnitud pero de sentido contrario y poder así alcanzar el estado de equilibrio del sistema rápidamente. Obsérvense el detalle de intersección en los soportes derecho e izquierdo de los conjuntos e-4 y e-2, e-3 y e-1, e-1 y e1, e1 y e3, finalmente e2 y e4. Lo anterior es importante porque influye en la sintonización “fina” para el amortiguamiento de la respuesta de estado estable del esquema de control. En la Tabla 3.3, se presentan las características básicas de los conjuntos difusos para la señal de error.

Tabla 3.3: Coordenadas y funciones de los conjuntos difusos para la señal de error.		
Conjunto difuso	Coordenadas	Funciones
e-4	[-5.1 -5.1 -4.08 -3.06]	$f_1(u) = 1$ $f_2(u) = -0.98u - 2.9984$

e-3	[-4.08 -3.06 -2.04]	$f_3(u) = 0.98u + 3.9984$ $f_4(u) = -0.98u - 1.9988$
e-2	[-3.06 -2.04 -1.02]	$f_5(u) = 0.98u + 2.9988$ $f_6(u) = -0.98u - 0.9992$
e-1	[-2.04 -0.25 0]	$f_7(u) = 0.56u + 1.1424$ $f_8(u) = -3.93u$
e0	[-0.03 0 0.03]	$f_9(u) = 28.12u + 1$ $f_{10}(u) = -28.12u + 1$
e1	[0 0.25 2.04]	$f_{11}(u) = 3.93u$ $f_{12}(u) = -0.56u + 1.1424$
e2	[1.02 2.04 3.06]	$f_{13}(u) = 0.98u - 0.9992$ $f_{14}(u) = -0.98u + 2.9988$
e3	[2.04 3.06 4.08]	$f_{15}(u) = 0.98u - 1.9988$ $f_{16}(u) = -0.98u + 3.9984$
e4	[3.06 4.08 5.1 5.1]	$f_{17}(u) = 0.98u - 2.9984$ $f_{18}(u) = 1$

Los análisis cuantitativos en el cálculo de la señal de error son necesarios, pues la separación que existe entre un error y otro de posición lineal conlleva a un error de posición angular en el segmento y como consecuencia la desviación del FO. Es importante considerar el traslape de las pendientes, áreas y variaciones de los soportes de los conjuntos, además de la discretización de  $U$ . Debido a que el error existirá permanentemente en el lazo de control retroalimentado, la información del mismo debe ser manipulada en forma continua y permanente.

- Señal de variación del error

Similarmente, la señal de *variación del error* (debido a que es una consecuencia directa del error) también presenta nueve conjuntos equivalentes en forma a como fue definido el error, estos son: ve-4, ve-3, ve-2, ve-1, ve0, ve1, ve2, ve3 y ve4 (véase la Figura 3.11). Los conjuntos cerrados en los extremos ve-4 y ve4 también son trapecios, el criterio utilizado para determinar el universo de discurso fue considerarlo en principio como un décimo del error. Sin embargo, se encontró que conforme se incrementaba el universo de discurso la acción derivativa sobre la respuesta del sistema mejoraba notoriamente quedando finalmente como [-1.63, 1.63].

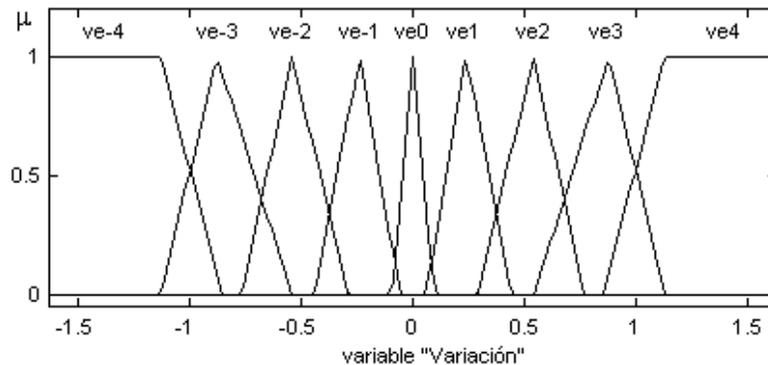


Figura 3.11: Distribución de conjuntos difusos de la variable variación del error.

También existe una región de no traslape en los trapecios ve-4 y ve4 con intervalos definidos [-1.63, -1.1] y [1.1, 1.63] respectivamente, para asegurar robustez del controlador ante perturbaciones bruscas en la carga.

Nótese que los soportes derecho e izquierdo de ve-4 y ve-2 no coinciden en un punto de intersección común, al igual que ve-3 y ve-1, ve-1 y ve1, ve1 y ve3 y finalmente ve2 y ve4; esto es importante para atenuar las oscilaciones de la respuesta de estado estable. La Tabla 3.4 resume las características de los conjuntos difusos de la variación del error.

<i>Tabla 3.4: Coordenadas y funciones de los conjuntos difusos para la señal variación de error.</i>		
Conjunto difuso	Coordenadas	Funciones
ve-4	[-1.63 -1.63 -1.13 -0.85]	$f_1(u) = 1$ $f_2(u) = -3.59u - 4.8517$
ve-3	[-1.13 -0.87 -0.54]	$f_3(u) = 3.95u + 4.4674$ $f_4(u) = -2.99u - 1.6243$
ve-2	[-0.77 -0.54 -0.29]	$f_5(u) = 4.46u + 3.4213$ $f_6(u) = -3.93u - 1.1328$
ve-1	[-0.44 -0.24 -0.06]	$f_7(u) = 4.87u + 2.1628$ $f_8(u) = -5.52u - 0.3182$
ve0	[-0.09 0 0.09]	$f_9(u) = 10.42u + 1$ $f_{10}(u) = -10.42u + 1$
ve1	[0.06 0.24 0.44]	$f_{11}(u) = 5.52u - 0.3182$ $f_{12}(u) = -4.87u + 2.1628$
ve2	[0.29 0.54 0.77]	$f_{13}(u) = 3.93u - 1.1328$ $f_{14}(u) = -4.46u + 3.4213$
ve3	[0.54 0.88 1.13]	$f_{15}(u) = 2.99u - 1.6243$ $f_{16}(u) = -3.95u + 4.4674$
ve4	[0.85 1.13 1.63 1.63]	$f_{17}(u) = 3.59u - 3.072$ $f_{18}(u) = 1$

Los conjuntos difusos de la variación del error fueron propuestos como una consecuencia directa del error, es decir, el error varía en forma proporcional a la respuesta que tenga la planta, por ejemplo: si el error es cero, implica que no existen perturbaciones en el esquema de control y por consiguiente el sistema se encuentra en equilibrio. Por lo tanto, la variación del error estrictamente debe ser cero y de acuerdo con esto, es claro que hay una relación directa. La distribución adecuada de los conjuntos difusos, en principio, puede lograrse por medio de la prueba y error, sin embargo, los conjuntos de mayor importancia son aquellos relacionados con el centro de referencia de las variables *error*, *variación* y *voltaje* debido a que en estos se identifica la precisión de la señal de control que mejora la respuesta del actuador ante una referencia escalón unitario.

Haciendo múltiples pruebas de sintonización al variar las reglas de control difuso y complementándola con la sintonización “fina” al mover los soportes y pendientes de los conjuntos difusos ve-1, ve0 y ve1; son notorios los puntos de intersección de las pendientes menores o iguales a 0.5 del grado de pertenencia referidas a todos los conjuntos. De esta manera, se obtuvo la distribución continua y simétrica que absorbe los efectos de la perturbación dinámica, mejorando la respuesta del sistema ante la excitación escalón de 1 nm, comprobando sus efectos al reducir el Sobreimpulso máximo  $\ll 1\%$  respecto al valor final de la respuesta de estado estable cuando el sistema responde.

Lo anterior tiene como ventaja una reducción en el tiempo de establecimiento del sistema y la acción de regulación y control se ve favorecida. La acción derivativa tiene mayor efectividad en la respuesta transitoria del sistema y los conjuntos centrales ve-1, ve0 y ve1 intervienen activamente para lograr la reducción de las oscilaciones y en mayor importancia ve0, por lo que su función puede ser triangular, gaussiana o trapezoidal. Su selección depende de la respuesta del sistema.

- Señal de voltaje

La señal de control relacionada con el *voltaje* suministrado al actuador tiene un rango de [-50, 50] volts. Debido a que se utiliza un controlador Mandani los consecuentes son analizados por la distribución continua de 9 conjuntos difusos, expresados en la Figura 3.12 como: v-4, v-3, v-2, v-1, v0, v1, v2, v3 y v4; son utilizados conjuntos cerrados (trapezios) en los extremos para incrementar la robustez de la señal de control cuando el punto de ajuste cambia de magnitud. Hacia el centro también existe un traslape por debajo de 0.5 en el grado de pertenencia de los conjuntos centrales. Las pendientes y los soportes también son variables. Debe notarse la simetría de los conjuntos respecto a  $\mu$  a partir de v0, considerado como referencia del sistema.

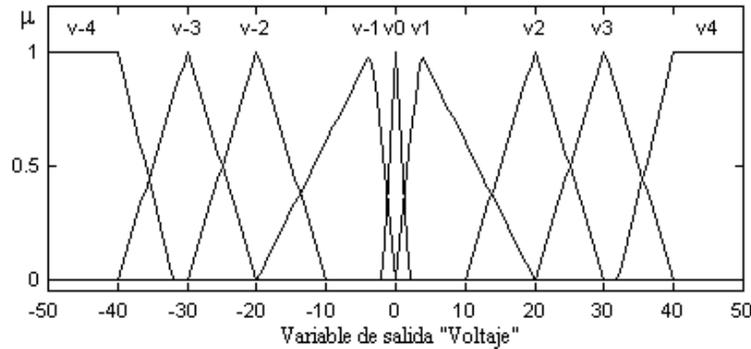


Figura 3.12: Distribución de los conjuntos difusos para la señal de control (voltaje).

Es conveniente resaltar los intervalos de no traslape [-50, -40] y [40, 50] en los trapezios v-4 y v4 de los extremos, además de los puntos de no intersección en los soportes derecho e izquierdo de v-4 y v-2, v-2 y v0, v0 y v2, v2 y v4. Así también, obsérvese la intersección de los soportes derecho e izquierdo de v-3 y v-1, v-1 y v1, v1 y v3. Lo anterior sustenta la forma en la cual se manipulara la señal de control. En la Tabla 3.5 se concentran las características de los conjuntos de la señal voltaje.

Tabla 3.5: Coordenadas y funciones de los conjuntos difusos para la señal voltaje.		
Conjunto difuso	Coordenadas	Funciones
v-4	[-50 -50 -40 -32]	$f_1(u) = 1$ $f_2(u) = -0.125u - 4$
v-3	[-40 -30 -20]	$f_3(u) = 0.1u + 4$ $f_4(u) = -0.1u - 2$
v-2	[-30 -20 -10]	$f_5(u) = 0.1u + 3$ $f_6(u) = -0.1u - 1$
v-1	[-20 -3.5 0]	$f_7(u) = 0.06u + 1.2$ $f_8(u) = -0.28u + 0.02$
v0	[-2 0 2]	$f_9(u) = 0.5u + 1$ $f_{10}(u) = -0.5u + 1$
v1	[0 3.5 20]	$f_{11}(u) = 0.28u + 0.02$ $f_{12}(u) = -0.06u + 1.2$
v2	[10 20 30]	$f_{13}(u) = 0.1u - 1$ $f_{14}(u) = -0.1u + 3$

v3	[20 30 40]	$f_{15}(u) = 0.1u - 2$ $f_{16}(u) = -0.1u + 4$
v4	[32 40 50 50]	$f_{17}(u) = 0.125u - 4$ $f_{18}(u) = 1$

Una vez que fueron definidos los conjuntos del error, variación y voltaje; se procede a desarrollar la base de reglas de acuerdo al conocimiento del actuador electromecánico que se disponga y así poderlo relacionar con el sistema de posición del segmento.

3.2.2.3 Base de reglas

Como fueron utilizados 9 conjuntos para el error y su variación, la cardinalidad de los conjuntos permite construir 81 reglas de control difuso, que pueden expresarse en formato simbólico con el uso de la implicación ( $\rightarrow$ ) o en forma descriptiva. La Tabla 3.6 contiene el conocimiento de las variables lingüísticas de entrada y salida para proporcionar la señal de control que requiera el actuador electromecánico de posición; el conectivo usado para las reglas es “y” debido a que el error y su variación están estrictamente ligados, el usado entre reglas será “también”. Obsérvese que los consecuentes son escritos de tal forma que, cuando se termine el proceso de defusificación y se obtenga la señal de control, se produzca una respuesta por parte del actuador que cambie de signo en el comparador al agregar la retroalimentación (ver Figura 3.8) y, cuando la señal de referencia sea comparada con la señal de retroalimentación se reduzca el error de posición lineal a cero.

Tabla 3.6: Reglas de control difuso para el sistema de OA de bajos órdenes.

#		Antecedente		Consecuente	
1	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
2	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
3	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
4	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
5	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
6	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-3</b> )	<i>También</i>
7	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
8	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-2</b> )	<i>También</i>
9	Si	(Error es <b>e-4</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
10	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
11	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
12	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
13	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
14	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
15	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-3</b> )	<i>También</i>
16	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
17	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
18	Si	(Error es <b>e-3</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v2</b> )	<i>También</i>
19	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
20	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
21	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
22	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
23	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
24	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
25	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
26	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>
27	Si	(Error es <b>e-2</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>

28	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
29	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
30	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
31	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
32	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-2</b> )	<i>También</i>
33	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
34	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>
35	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v3</b> )	<i>También</i>
36	Si	(Error es <b>e-1</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v3</b> )	<i>También</i>
37	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
38	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-4</b> )	<i>También</i>
39	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-3</b> )	<i>También</i>
40	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-2</b> )	<i>También</i>
41	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
42	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v2</b> )	<i>También</i>
43	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v3</b> )	<i>También</i>
44	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
45	Si	(Error es <b>e0</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
46	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-3</b> )	<i>También</i>
47	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-3</b> )	<i>También</i>
48	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
49	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
50	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v2</b> )	<i>También</i>
51	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
52	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
53	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
54	Si	(Error es <b>e1</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
55	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-2</b> )	<i>También</i>
56	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
57	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
58	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>
59	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
60	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
61	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
62	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
63	Si	(Error es <b>e2</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
64	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v-1</b> )	<i>También</i>
65	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
66	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>
67	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v3</b> )	<i>También</i>
68	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
69	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
70	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
71	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
72	Si	(Error es <b>e3</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
73	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v0</b> )	<i>También</i>
74	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v2</b> )	<i>También</i>

75	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v1</b> )	<i>También</i>
76	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve-1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v3</b> )	<i>También</i>
77	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve0</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
78	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve1</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
79	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve2</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
80	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve3</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>
81	Si	(Error es <b>e4</b> ) y (Variación del error es <b>ve4</b> )	entonces	(Voltaje es <b>v4</b> )	<i>También</i>

Las reglas son numeradas consecutivamente y son expresadas en forma ordenada usando como referencia los conjuntos de la señal de error desde e-4 hasta e4 y agrupadas de 9 en 9. Es preciso recordar que, es posible formar la base de reglas como mejor convenga siempre y cuando se respeten sus propiedades (ver secciones 2.2.1.2 y 2.2.1.3 del Capítulo 2).

3.2.2.4 Arreglo Asociativo Difuso (AAD)

La representación de reglas mediante su AAD indica la forma en la cual puede ser controlada la planta cuando se realiza un análisis de consecuentes. El total de reglas puede ser clasificado en diferentes grupos de consecuentes, por ejemplo: Los que están en torno a cero o primer anillo proporcionan acciones de control “drásticas”. De acuerdo a la trayectoria que se siga durante la evaluación de reglas es como se comprueba si el sistema a controlar es estable o inestable. Es necesario que el sistema converja hacia el estado estable partiendo desde cualquier posición [4]. El arreglo puede considerarse como un mapa de estados dinámicos que expresan el comportamiento de las señales de control. El análisis comienza desde cualquier “estado” y son recorridos aquellos que fueron seleccionados mediante la evaluación, mismos que convergen hacia el estado estable del sistema. Lo que significa que el conjunto de perturbaciones se reducen y tienden hacia cero, es decir, son controladas.

En la Figura 3.13, se muestra el AAD de las señales error, variación del error y voltaje. Se colocan los conjuntos difusos de la variable del error en la fila horizontal superior y en la columna izquierda se ubican los conjuntos de la señal variación del error. Hecho lo anterior, se procede a determinar los consecuentes en cada una de las casillas de intersección del arreglo.

	E-4	E-3	E-2	E-1	E0	E1	E2	E3	E4
VE4	V0 9	V2 18	V1 27	V3 36	V4 45	V4 54	V4 63	V4 72	V4 81
VE3	V-2 8	V0 17	V1 26	V3 35	V4 44	V4 53	V4 62	V4 71	V4 80
VE2	V-1 7	V-1 16	V0 25	V1 34	V3 43	V4 52	V4 61	V4 70	V4 79
VE1	V-3 6	V-3 15	V-1 24	V-4 33	V2 42	V4 51	V4 60	V4 69	V4 78
VE0	V-4 5	V-4 14	V-4 23	V-2 32	V0 41	V2 50	V4 59	V4 68	V4 77
VE-1	V-4 4	V-4 13	V-4 22	V-4 31	V-2 40	V4 49	V1 58	V3 67	V3 76
VE-2	V-4 3	V-4 12	V-4 21	V-4 30	V-3 39	V-1 48	V0 57	V1 66	V1 75
VE-3	V-4 2	V-4 11	V-4 20	V-4 29	V-4 38	V-3 47	V-1 56	V0 65	V2 74
VE-4	V-4 1	V-4 10	V-4 19	V-4 28	V-4 37	V-3 46	V-2 55	V-1 64	V0 73

Figura 3.13: Arreglo asociativo difuso para obtener las señales de control del voltaje.

Para el ajuste de los consecuentes en las reglas, pueden seleccionarse en forma de anillo o por región, por líneas verticales u horizontales o diagonales de la distribución del arreglo, identificando como afecta el funcionamiento de cada una de ellas en la respuesta dinámica del sistema. Primeramente, se procede a establecer el arreglo de manera simétrica respecto al cero de referencia [41], se analizan los consecuentes que forman el primer anillo {31, 32, 33, 40, 42, 49, 50, 51}. Posteriormente, se sintoniza con respecto al siguiente consecuente para establecer una acción de control específica. Por ejemplo: {33, 49} fueron sintonizados de V0 a V-4 y V4 respectivamente. Hecho lo anterior, se procede análogamente con los demás anillos. El segundo sería {21, 22, 23, 24, 25, 30, 34, 39, 43, 48, 52, 57, 58, 59, 60, 61} y así respectivamente. Es importante considerar la diagonal principal compuesta por los consecuentes {9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73} que, referidos a ellos se establece la simetría, por ejemplo: {(8, 18), (7, 27), (16, 26), (6, 36), ...}.

En la primera sintonización global se identifican los efectos que tengan las reglas sobre la respuesta de la planta y después se procede a reducir los consecuentes del error y la variación en menos uno hasta reducir oscilaciones. Debe señalarse que la sintonización de consecuentes no puede ser aleatoria depende del conocimiento del sistema. Cuando el número de variables de entrada se incrementa en el controlador difuso las reglas de control difuso son más difíciles de manejar y los arreglos se complican en relación con la trayectoria lingüística de control y como consecuencia la superficie de control también (ver Sección 2.2.2 del Capítulo 2 y las referencias [15] y [16]).

Cuando en el segmento existen fuentes de perturbación: *mecánicas, ópticas, térmicas, de fuerza y de los actuadores*, entre otras, es necesario considerar la distribución de reglas y de los conjuntos difusos para que las reduzcan, ese conjunto de ruidos no deseados y fuentes de perturbación modificarán el punto de ajuste y el funcionamiento de la planta.

### 3.2.2.5 Superficie de control

El análisis de la señal de control puede realizarse por medio de la superficie de control mostrada en la Figura 3.14, la cual indica una relación simultánea permanente entre las señales error y su variación y las mapea hacia un voltaje de salida. Nótese en las escalas que si el error y la variación son positivos la señal de control es positiva; si el error y su variación son negativos también lo será la señal de control (ver Sección 3.2.2.3). La relación que tienen los consecuentes del AAD se complementan con la señal de control obtenida mediante la superficie de control. Existen múltiples tipos y formas de superficies de control [15] y [16], no obstante, aquí solo se analiza la del controlador difuso Mamdani para el lazo dedicado de posición lineal mostrado en la Figura 3.8.

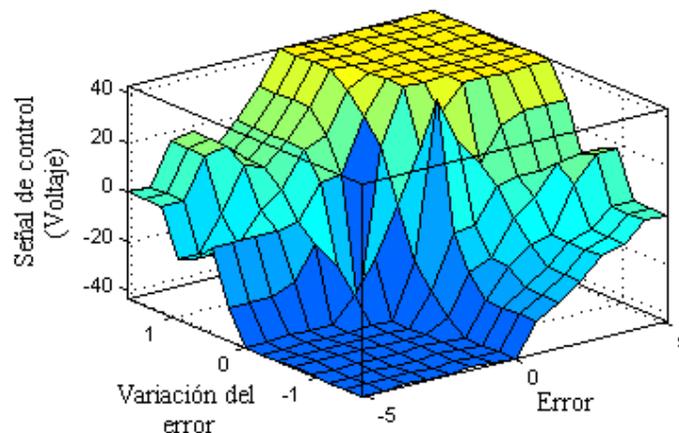


Figura 3.14: Mientras más abruptas sean las pendientes las acciones de control serán más “drásticas” (Superficie obtenida mediante el Toolbox de Fuzzy Logic de Matlab).

Las señales de entrada son procesadas mediante la etapa de fusificación, luego, se realiza la evaluación de reglas y posteriormente se efectúa la defusificación, obteniendo así, la señal de control y por ende la superficie.

Las reglas de control difuso usan como base el conocimiento adquirido por la experiencia humana; el cual, se extiende a ciertos dominios de aplicación en las que existe incertidumbre en los datos. Para fines prácticos, muchos sistemas industriales son operados por personas que adquieren destrezas y habilidades en el funcionamiento de cierto equipo, maquinaria u otros y que constituye un conocimiento acumulado del sistema en su conjunto, es decir, se establece una relación *humano-máquina* en la que el primero conoce las entradas que requiere la máquina y por tanto, infiere las salidas que de ésta espera con un grado de precisión y certidumbre aceptables. Lo anterior puede ser aprovechado para el diseño y modelado de sistemas de control difuso. Una vez que se identifica el comportamiento del sistema, se puede crear un modelo del mismo basado sobre su dinámica con la finalidad de mejorar sus respuestas en forma automática [4].

### 3.2.3 Sintonización del controlador

Debe apreciarse que, las técnicas de sintonización son muy versátiles y amplias porque no solamente dependen de los criterios de diseño de los conjuntos difusos, sino que, también por medio del AAD y del análisis de la trayectoria lingüística. Toda la información se complementa en la superficie de control, que refleja la dinámica del controlador ante los valores que tomen las señales de entrada. La sintonización depende del tipo de respuesta que se tenga en la planta y cómo sean analizados los parámetros  $M_p$ ,  $T_e$  y  $B_t$ .

### 3.3 Lazo de regulación para la posición lineal de un actuador

En el esquema de control de posición y seguimiento de la Figura 3.15, el controlador, proporciona una señal de control que es amplificada por una etapa de potencia que tiene ganancia de 12.4. Los parámetros de la función de transferencia que representa al modelo del actuador son desarrollados en detalle en [6]. El actuador posee una constante de tiempo  $\tau = 130$  ms y es la mayor del sistema. El valor de  $\tau$  puede variar de manera temporal debido a fallas en el embobinado o debido a los efectos de la retroalimentación y la carga.

Los retrasos de tiempo de procesamiento por el controlador se consideran despreciables. La sumatoria para todos los tiempos de procesamiento posibles de las señales del esquema de control se reduce en comparación con el tiempo de retardo de la planta. El controlador difuso permite estabilizar el sistema con bandas de tolerancia menores al 1%, según se comprueba en las simulaciones, reduciendo así la señal de error a cero. La representación a bloques fue desarrollada en *Matlab* por medio de *Simulink* [10].

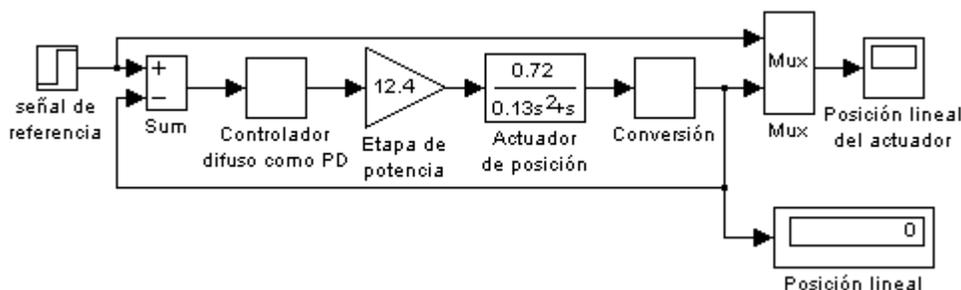


Figura 3.15: Lazo de regulación dedicado para un actuador electromecánico.

El esquema de control anterior recibe la señal de referencia de posición lineal en nm y es comparada con la señal de retroalimentación, generando así las señales de error y variación del error que serán manipuladas por el controlador difuso. Debido a que no se puede probar el esquema con una señal impulso para saber la respuesta instantánea del actuador, se prueba con un escalón de magnitud unitaria.

La correspondiente señal de control es amplificada por la etapa de potencia, dicha señal se aplica al actuador para que el mismo produzca una posición angular, que, por medio de la etapa de conversión se obtenga una posición lineal. Por otro lado, el bloque del controlador difuso como PD se observa en la Figura 3.16, se compone por el error, la variación del error y el controlador [14].

La señal de error acoplada con el conector 1 se envía al elemento de retardo identificado como memoria y por medio del punto suma se vuelve a comparar el valor actual del error con el anterior, obteniendo así la variación del error, después, el multiplexor conmuta las señales de error y variación que ingresan al controlador difuso; la descripción del funcionamiento de cada uno de los bloques mencionados puede encontrarse en [10].

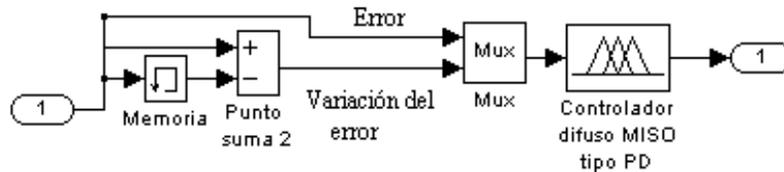


Figura 3.16: Detalle de la señal de error y su variación que ingresan al controlador.

Es importante comprender que la señal de control se obtiene cuando el error y su variación existen dentro de los límites establecidos para los universos de discurso de las señales de entrada y salida.

### 3.3.1 Cálculo de la señal de control

Se presenta el desarrollo y cálculo para obtener la señal de control por medio del controlador difuso PD diseñado cuando el lazo de regulación es excitado con una señal escalón de 1 nm, pasando de 5 nm a 6 nm en la referencia y, conocidas las distribuciones de los conjuntos difusos de las variables lingüísticas de entrada y salida (Figuras 3.10, 3.11 y 3.12), además de sus funciones correspondientes mostradas en las Tablas 3.3, 3.4 y 3.5, se generan los valores siguientes:  $e = 1nm$ ,  $\Delta e = 1nm$ , cuando se compara la referencia con la retroalimentación. En la Tabla 3.7, se presentan los conjuntos relacionados con el error y su variación. Para llevar a cabo el proceso de fusificación es preciso conocer los puntos que definen a e1, e2, ve3 y ve4, para así, obtener sus correspondientes funciones y poder asignar el grado de membresía.

Tabla 3.7: Coordenadas y funciones de los conjuntos difusos seleccionados cuando $e = 1nm$ , $\Delta e = 1nm$ .		
Conjunto difuso	Coordenadas	Funciones
e1	[0 0.25 2.04]	$f_{11}(u) = 3.93u$ $f_{12}(u) = -0.56u + 1.1424$
e2	[1.02 2.04 3.06]	$f_{13}(u) = 0.98u - 0.9992$ $f_{14}(u) = -0.98u + 2.9988$
ve3	[0.54 0.88 1.13]	$f_{15}(u) = 2.99u - 1.6243$ $f_{16}(u) = -3.95u + 4.4674$
ve4	[0.85 1.13 1.63 1.63]	$f_{17}(u) = 3.59u - 3.072$ $f_{18}(u) = 1$

Así, como el conjunto e2 esta definido en [1.02 2.04 3.06] no afecta al valor del error. La evaluación para e1 es:  $f_{12}(u) = -0.56u + 1.1428$ ; cuando  $f_{12}(u = e = 1) = -0.56(1) + 1.1428 = 0.5828$ , para ve3 y ve4 son:

$f_{16}(u) = -3.95u + 4.4674$ ; cuando  $f_{16}(u = \Delta e = 1) = -3.95(1) + 4.4674 = 0.5174$  y para  $f_{17}(u) = 3.59u - 3.07$ , cuando  $f_{17}(u = \Delta e = 1) = 3.59(1) - 3.072 = 0.518$ . El resumen se muestra en la Tabla 3.8.

Señal de entrada	Valor	Conjuntos difusos seleccionados	Grado de pertenencia
Error	1 nm	e1	$\mu_{e1}(e = 1) = 0.5828$
Variación	1 nm	ve3 ve4	$\mu_{ve3}(\Delta e = 1) = 0.5174$ $\mu_{ve4}(\Delta e = 1) = 0.518$

Debido a que se utilizan 9 conjuntos para el error y su variación, el número máximo de reglas es de 81. En la Tabla 3.9 se observa la evaluación de las reglas 53 y 54 correspondientes cuando se ocupan los conjuntos e1, ve3 y ve4; mismas que, son evaluadas por medio del esquema de inferencia MPG (ver Sección 2.2.1.3 del Capítulo 2).

Regla	Grado de pertenencia	Operador = MAX	Fusificación	$\mu_i$
R <sub>53</sub>	$\mu_{e1}(e = 1) = 0.5828$ $\mu_{ve3}(\Delta e = 1) = 0.5174$	$\{\mu_{e1}(e), \mu_{ve3}(\Delta e)\}$	$\mu_{e1}(e = 1) = 0.58$	$\mu_1 = 0.58$
R <sub>54</sub>	$\mu_{e1}(e = 1) = 0.5828$ $\mu_{ve4}(\Delta e = 1) = 0.518$	$\{\mu_{e1}(e), \mu_{ve4}(\Delta e)\}$	$\mu_{e1}(e = 1) = 0.58$	$\mu_2 = 0.58$

Los valores  $\mu_i$  serán utilizados en la ecuación referida al método del centroide (Sección 2.2.1.4 del Capítulo 2) para efectuar la defusificación. Las reglas 53 y 54 tienen consecuente v4 de la variable voltaje (ver Figura 3.12). Para obtener el centroide del conjunto v4 definido en [32 40 50 50] y con funciones  $f_{17}(u) = 0.125u - 4$  y  $f_{18}(u) = 1$  se considera la densidad superficial  $\delta = 1$ , el intervalo [32 50] y el grado de pertenencia  $\mu_1 = 0.58$ . Se encuentra la masa de la región y sus momentos, por medio de las expresiones (3.11 y 3.12).

- La masa de la región es:

$$m = \delta \int_a^b f(x) dx \tag{3.11}$$

- Los momentos  $M_x$  y  $M_y$  de la región son:

$$M_x = \delta \int_a^b \frac{1}{2} f(x) \cdot f(x) dx \quad y \quad M_y = \delta \int_a^b x \cdot f(x) dx \tag{3.12}$$

- El centro de masa es el punto:

$$p(x, y) \quad \text{donde} \quad mx = M_y \quad y \quad my = M_x$$

Debe notarse que, en la Figura 3.17 la función trapezoidal se expresa como:  $f(x)=0.125x-3.42$  y que el centroide correspondiente se identifica con el valor de  $C1$ .

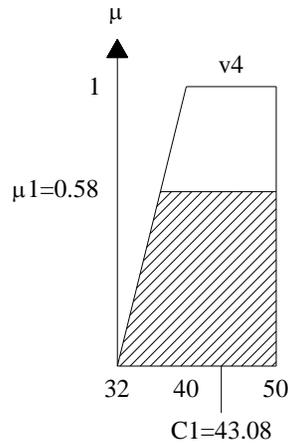


Figura 3.17: Centroide del conjunto trapezoidal sombreado.

Los valores de masa, momentos y coordenadas se presentan en la Tabla 3.10. Debe recordarse que, en este caso el centroide es el mismo para las Reglas 53 y 54.

*Tabla 3.10: Parámetros para obtención del centroide de V4.*

Conjunto	Masa	$M_x$	$M_y$	Centroide	Valor $C_i$
v4	30.74	2191.73	1324.18	$C_{v4}(43.08, 71.3)$	$C_1=43.08$

Con los valores anteriores se procede a calcular la señal de control final como:

$$S_f = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i(u) C_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i(u)} = \frac{(0.58 * 43.08) + (0.58 * 43.08)}{0.58 + 0.58} = 43.08$$

Cuando en el lazo dedicado cambia la referencia de 5 nm a 6 nm se generan las señales  $e = 1nm$  y  $\Delta e = 1nm$ , seleccionándose así los conjuntos difusos e1, ve3, ve4 y v4, los cuales son evaluados por las reglas 53 y 54. La defusificación se realiza por el método del centroide obteniendo una señal de control de  $S_c = 43.08 v$ .

Al evaluar el error y su variación por medio de *Simulink* en forma dinámica, se observa en la Figura 3.18 el visualizador de reglas del *Toolbox de Fuzzy Logic de Matlab* [10], con un valor en la señal de voltaje de 42.3 v, las líneas verticales muestran los conjuntos seleccionados cuando  $e = 1nm$ ,  $\Delta e = 1nm$ . Asimismo, se representan 30 reglas de control difuso de un total de 81.

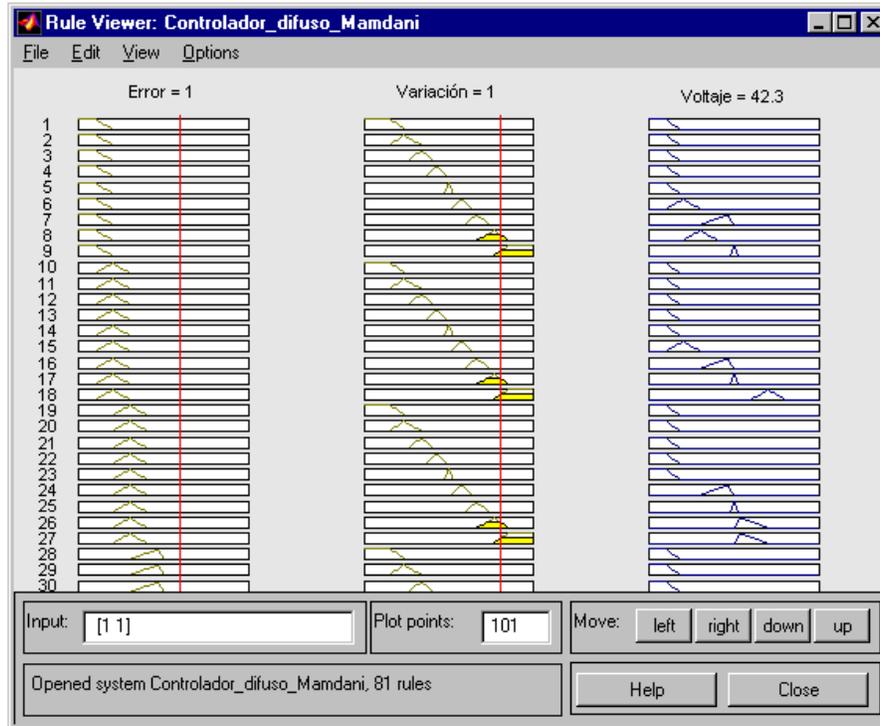


Figura 3.18: Señal de voltaje proporcionada para las condiciones de error y variación.

Obsérvese que, conforme cambian las condiciones de las señales de error y variación, se ocupan diferentes reglas, mismas que, al ser evaluadas se proporciona la señal de control por medio de la defusificación. Así, obtenida la señal de control y aplicada al actuador se genera la respuesta del mismo, que es procesada por medio de la etapa de conversión y acoplamiento.

3.3.2 Etapa de conversión y acoplamiento

De la Figura 3.15, el bloque de conversión y acoplamiento recibe la señal de posición angular que será convertida a una posición lineal. La condición inicial del actuador es  $\pi$  rad, lo que significa 5 nm de referencia. Esto equivale al estado estable. Las condiciones de  $2\pi$  rad = 10 nm, significan el máximo desplazamiento lineal positivo,  $0\pi$  rad = 0 nm. Como  $1 \text{ rad} = 180^\circ/\pi$ , el factor se obtiene como:

$$\text{Factor} = \frac{180^\circ}{360} * 10 = 1.59$$

Una vez que ha sido convertido el valor angular de radianes a grados se divide entre 360 para obtener la correspondencia con un giro completo del eje del motor. Posteriormente se escala el factor por 10 para ajustar la comparación de las unidades en el bloque del comparador en el lazo de regulación. En la Figura 3.19 se muestra el bloque de conversión utilizado.

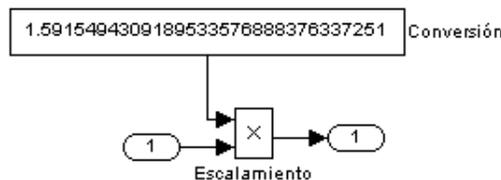


Figura 3.19: Factor de conversión de una posición angular en radianes a una lineal en nm.

Una vez que han sido comprendidos cada uno de los bloques del esquema de control, es fundamental analizar la respuesta transitoria de la planta para la excitación escalón por medio de métodos iterativos con tiempos de simulación adecuados, tal y como lo es el Runge-Kutta. Dependiendo del tipo de método utilizado es como se aproxima de mejor manera la respuesta de la planta, reduciendo así errores por redondeos y truncamientos. Existen diversos métodos de aproximación como son: Euler ode1, Heun ode2, Bogacki-Shampine ode3, Runge-Kutta ode4 y Dormand-Prince ode5, para mayor información consultar [2] y [10]. Para esta tesis, se utiliza en las simulaciones el método numérico Runge-Kutta ode 4, para aproximar la respuesta de la planta ante la referencia escalón en forma continua favorablemente, esto, debido a la reducción en la propagación de error del método, cuando son efectuados los cálculos durante el proceso iterativo.

### 3.3.3 Respuesta escalón

La respuesta escalón para el lazo de regulación de la Figura 3.15 fue obtenida mediante la simulación efectuada en *Simulink*. La condición inicial de salida de la planta es de  $\pi$  rad y es convertida a una posición lineal de 5 nm. La excitación de 1 nm fue aplicada con un tiempo de simulación de 100 ms con tamaño de paso de 10 ms. En la Figura 3.20 se observa que la respuesta va de 5 nm a 6 nm en 29.6 ms y que las oscilaciones en la señal de estado estable son absorbidas rápidamente.

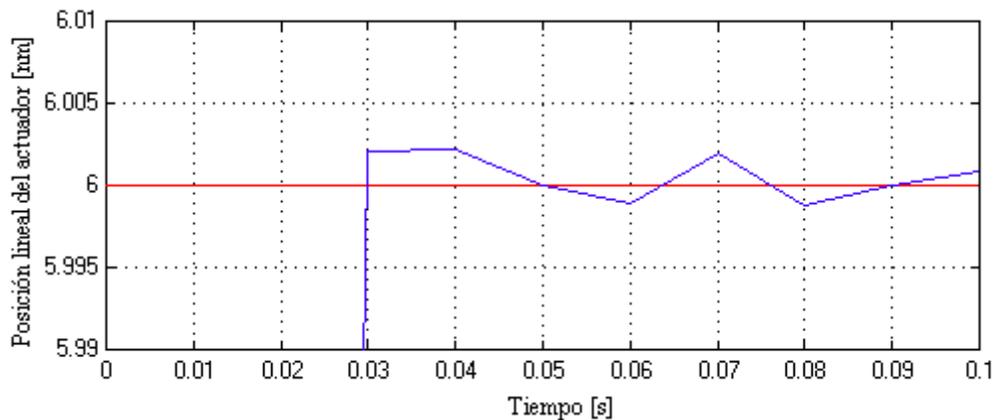


Figura 3.20: Respuesta escalón de un actuador electromecánico en regulación.

La señal presenta un sobreimpulso máximo del 0.22%  $\ll$  1% y tiempo pico de 40 ms. El tiempo de establecimiento es de 29.6 ms para la banda de tolerancia del 1%. Por otra parte, analizando la respuesta ante escalones de diferente magnitud se observa que el comportamiento de la planta tiene una estabilidad apropiada en función de los parámetros:  $M_p$ ,  $T_p$  y  $T_e$  dentro de los límites de la OAC.

Debe de recordarse que, para reducir el tiempo de establecimiento, se reducen los soportes de los conjuntos centrales del error y su variación alrededor del cero; tal y como se mostró en las Figuras 3.10 y 3.11; también se modifican las pendientes derecha e izquierda de  $V-1$  y  $V1$  respectivamente de la variable voltaje (ver Figura 3.12). Además, también cambian las pendientes de  $V0$ . Lo anterior acelera la respuesta transitoria y reduce las oscilaciones de estado estable.

### 3.3.4 Señal de error y señal de control

El rendimiento del esquema de control difuso para un lazo de regulación se valora por medio del índice de desempeño de la sumatoria de los valores absolutos del error [6] y [11]. En la Figura 3.21 la variable  $eI$  almacena los valores del error generados durante el tiempo de simulación. Se presenta la señal de error en el lado izquierdo y la señal de control en el derecho para condiciones de regulación, sin carga.

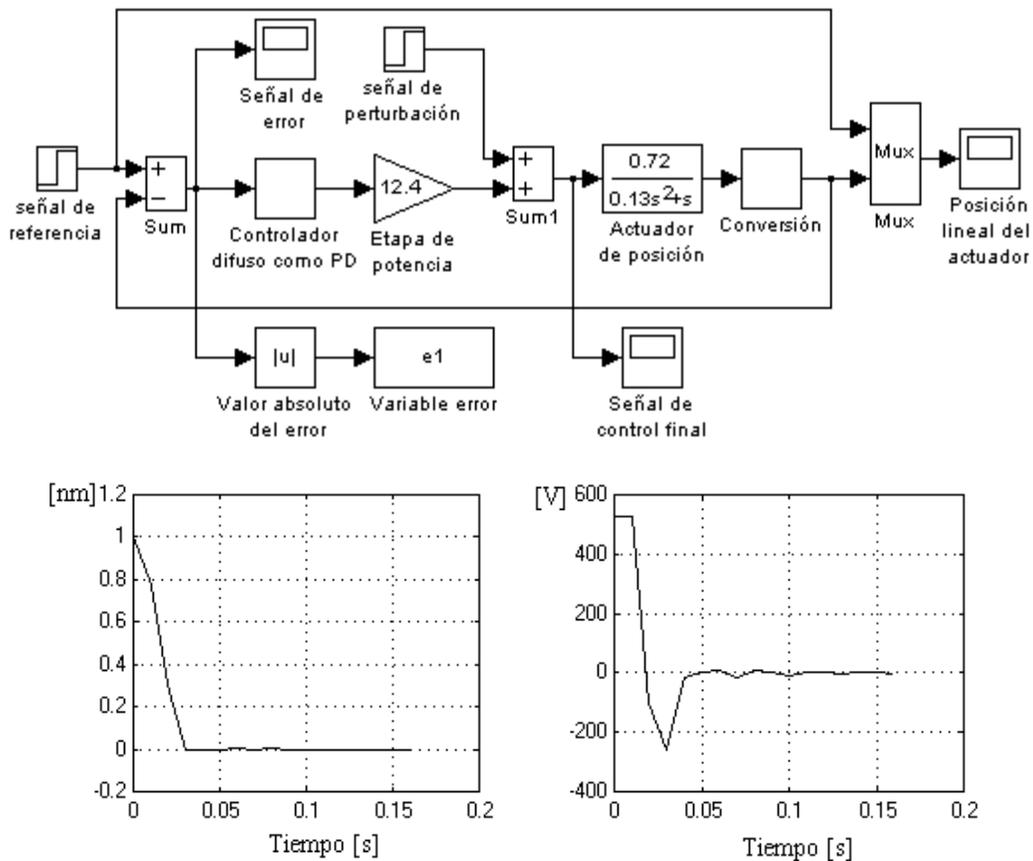


Figura 3.21: Señal de error y señal de control para la posición lineal de un actuador electromecánico.

Cuando se activa la perturbación de 1 nm inmediatamente se aprecia como la señal de error se va reduciendo a cero y después de 30 ms se mantiene fijo. Análogamente, la señal de control se activa con 425.913 v en un tiempo de 10 ms alcanzando un valor negativo en  $-211.735$  v en 30 ms para posteriormente estabilizarse entre  $-1$  v y  $1$  v en 71.5 ms, es decir, las señales de control son proporcionadas por el conjunto  $v0$ .

Es fundamental analizar la respuesta del lazo de control embebido para lograr la mejor sintonización del controlador cuando se tiene un punto de ajuste dinámico y a su vez es sometido a perturbaciones en la planta. Dichas perturbaciones pueden ocurrir como no linealidades, por ejemplo: *histéresis mecánica en el acoplamiento de engranes*. La cual, afecta directamente los grados de libertad de movimiento que tenga el segmento y se generen las aberraciones mostradas en las Figuras 1.16 y 1.17 del Capítulo 1. Desviando así el haz de luz del objeto celeste.

### 3.4 Transformación de coordenadas

Recordando la distribución de actuadores de la Figura 3.3 y considerando al segmento rígido y cuasi-plano, es necesario analizar su comportamiento en 3D para lograr la corrección del pistón, tip y tilt, descritos en la Figura 3.4. Lo anterior se logra por medio de la *transformación de coordenadas* del segmento plano al espacio y se expresa por medio de la *matriz pseudoinversa* [7]; un análisis teórico detallado que representa a un espejo plano y con dos actuadores y que se combina con un espejo con 3 actuadores se encuentra en la referencia [9].

La ecuación matricial que describe el movimiento del segmento en 3D es:  $A = dBC + kD$ , donde A es la matriz formada por cada una de las alturas del actuador, d es la separación que hay del centro del segmento hacia cada actuador, B es la matriz que se compone por las coordenadas de los actuadores A1, A2 y A3 (Figura 3.3, Tabla 3.2), donde las filas indican a cada actuador respectivamente y las columnas son la posición en el plano X-Y. C contiene los valores angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$  máximos para tip y tilt (Ecuaciones 3.1 y 3.2), y k es una constante para el desplazamiento L de la carrera máxima del actuador en nm. Finalmente, D es una matriz con elementos unitarios. La expresión matricial se define en (3.13).

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \\ A \end{matrix} = \begin{matrix} d \\ d \end{matrix} \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\cos 60^\circ & \text{sen}60^\circ \\ -\cos 60^\circ & -\text{sen}60^\circ \end{pmatrix} \\ B \end{matrix} \begin{matrix} \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{pmatrix} \\ C \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ kD \end{matrix} \quad (3.13)$$

La expresión  $A = dBC + kD$  transforma el sistema de dos variables ( $\theta_x, \theta_y$ ) a un sistema de tres variables (A1, A2 y A3). Cuando se despeja C se tiene una transformación de tres coordenadas (A1, A2 y A3) a dos ( $\theta_x, \theta_y$ ) como  $C = \frac{1}{d}B^{-1}[A - kD]$ , donde la matriz pseudoinversa de B se obtiene como  $B^{-1} = (B^T B)^{-1} B^T$  [7] y es como sigue:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 0.866 \\ -0.5 & -0.866 \end{bmatrix}, B^T = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0.866 & -0.866 \end{bmatrix}, B^T B = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}, (B^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.6667 & 0 \\ 0 & 0.6667 \end{bmatrix},$$

$$(B^T B)^{-1} B^T = \begin{bmatrix} -0.6666 & -0.3333 & -0.3333 \\ 0 & 0.57737 & -0.57737 \end{bmatrix}.$$

Así, la matriz pseudoinversa con dimensiones de 2 por 3 es:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -0.6666 & -0.3333 & -0.3333 \\ 0 & 0.57737 & -0.57737 \end{bmatrix}.$$

Considerando  $C = \frac{1}{d}B^{-1}[A - kD]$ , tenemos la expresión (3.14) como:

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \\ C \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{d} \\ \frac{1}{d} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{bmatrix} -0.6666 & 0.3333 & -0.3333 \\ 0 & 0.5774 & -0.5774 \end{bmatrix} \\ B^{-1} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \\ A \end{matrix} - \begin{matrix} \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ K D \end{matrix} \quad (3.14)$$

Que corresponde con la transformación de un sistema de tres coordenadas (A1, A2 y A3) a uno de dos ( $\theta_x, \theta_y$ ) a partir de las alturas en los actuadores.

Lo anterior es aprovechado para proporcionar los puntos de ajuste angulares referidos a tip y tilt del segmento, mismos que, mediante la transformación 2D3D generarán los puntos de ajuste dinámicos SP1, SP2 y SP3 (ver Figura 3.22), que serán las referencias de cada lazo dedicado del *sistema de control de posición*. Así, las respuestas de los actuadores A1, A2 y A3 modificarán la posición angular del segmento mediante la transformación 3D2D desviando el frente de onda hacia el detector de cuadrantes (ver Figura 1.13 del Capítulo 1). Finalmente, se retroalimenta el lazo óptico hacia las referencias angulares Ref1 y Ref2.

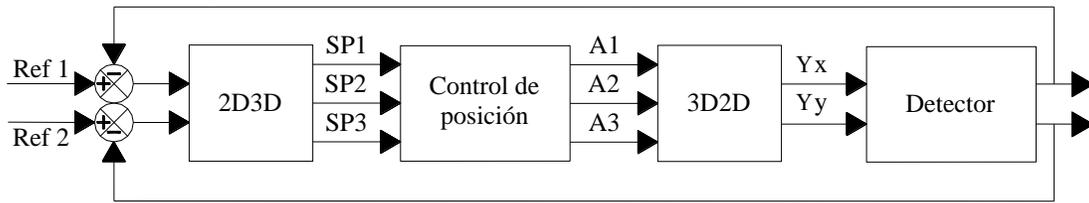


Figura 3.22: Control difuso de posición para corregir aberraciones de bajos órdenes de un segmento.

La simulación de la transformación de coordenadas 2D3D, 3D2D y el detector se describen a continuación. Posteriormente se desarrollará el bloque de Control de posición para un segmento.

### 3.4.1 Transformación de 2 a 3 coordenadas (2D3D)

La transformación de la ecuación matricial  $A = dBC + kD$  no depende del tiempo. Sin embargo, se realizaron pruebas dinámicas con el método numérico Runge-Kutta ode4 para calcular la respuesta escalón en 100 ms, paso fijo y con tamaño de paso 10 ms. La simulación se implementó por medio de los bloques aritméticos de Simulink de Matlab.

En la Figura 3.23 por medio de los conectores 1 y 2 se reciben las señales de posición angular X y Y referidos a tip y tilt; el desplazamiento, la distancia y carrera del actuador son constantes, los valores se manipulan por los bloques aritméticos de multiplicación, división, suma y el factor de ganancia. Nótese el escalamiento  $1e9$  para proporcionar los puntos de ajuste dinámicos SP1, SP2 y SP3 en nm. Los valores pueden ser desplegados por medio de los bloques valor 1, 2 y 3.

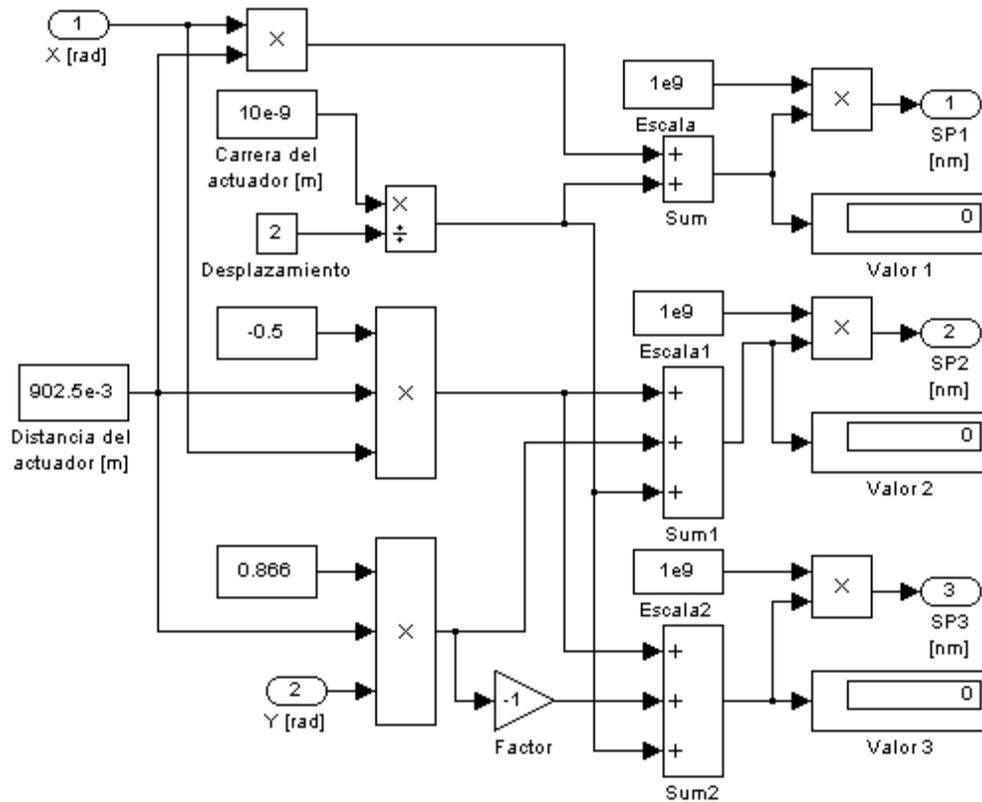


Figura 3.23: Implementación aritmética en simulink de 2D3D.

Debe recordarse que la transformación anterior corresponde con la ecuación matricial  $A = dBC + kD$  y, que el flujo de las flechas indica el sentido que llevan los datos.

3.4.2 Transformación de 3 a 2 coordenadas (3D2D)

Análogamente, el bloque referido a 3D2D tiene por ecuación matricial  $C = \frac{1}{d}B^{-1}[A - kD]$  y se implementa en la Figura 3.24. Las señales de posición lineal A1, A2 y A3 son recibidas a través de los conectores 1, 2 y 3 para generar las señales de posición angular  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ . Similarmente, los bloques aritméticos: suma, resta, multiplicación, división, factor de ganancia y recíproco son utilizados para implementar la transformación en *Simulink*. Véanse los factores de escalamiento  $1e9$  para las señales Ai, las diversas constantes y el flujo de datos a través de las flechas.

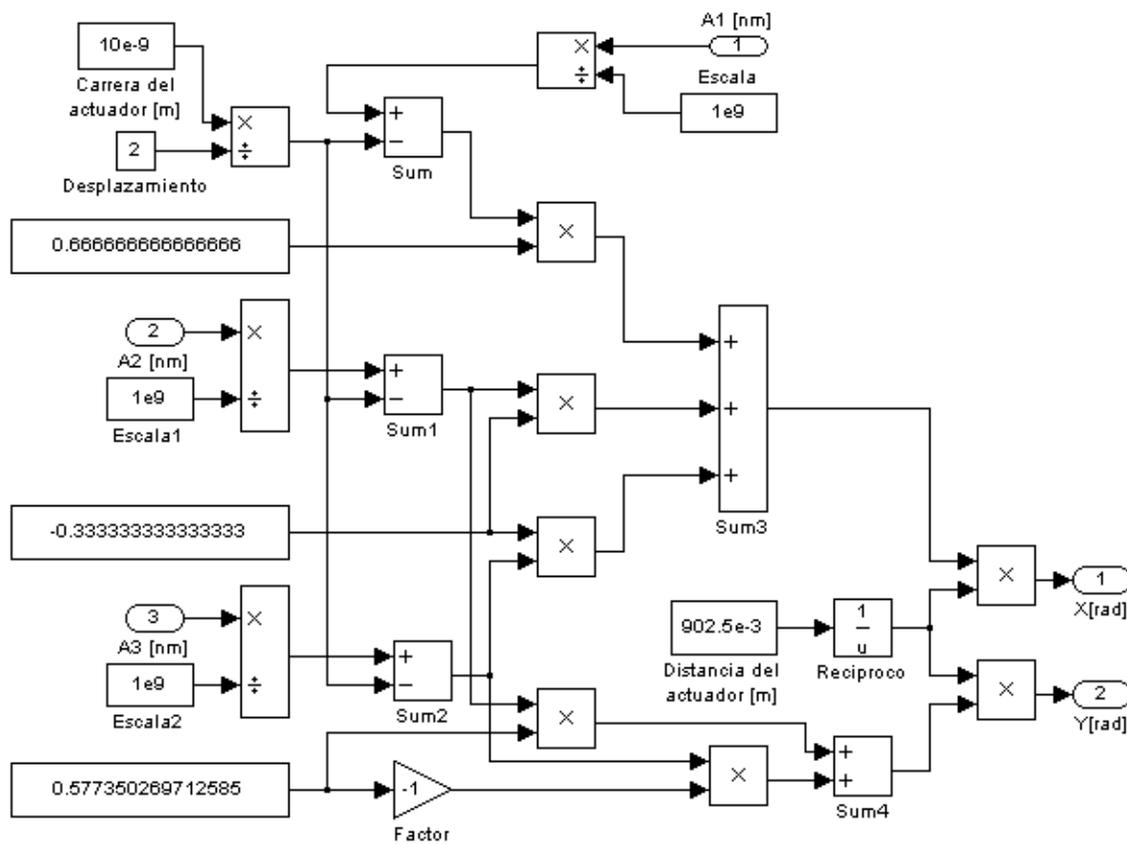


Figura 3.24: Implementación aritmética en simulink de 3D2D.

Las señales X[rad] y Y[rad] son representadas por medio del detector de cuadrantes, mismo que, se describe a continuación y se simula en *Simulink*.

3.4.3 Detector de cuadrantes

La variación angular del segmento respecto al eje X o Y provoca una desviación del frente de onda y como consecuencia la concentración de los rayos luminosos en el foco varían. El detector de cuadrantes simplificado, de la Sección 1.2.2.2 del Capítulo 1, muestra al diámetro del objeto astronómico en el centro y la posición que tendría cuando ocurrieran simultáneamente tip y tilt.

La implementación aritmética del detector se muestra en la Figura 3.25. Por medio de los conectores 1 y 2 se reciben las señales tip y tilt, las cuales, se hacen corresponder con las variaciones máximas en los ejes X y Y. Se emplean los ángulos máximos de las Ecuaciones (3.1 y 3.2), el diámetro del detector es constante y las variaciones del haz se indican por Var X y Var Y. Nótese también, los bloques de multiplicación y división.

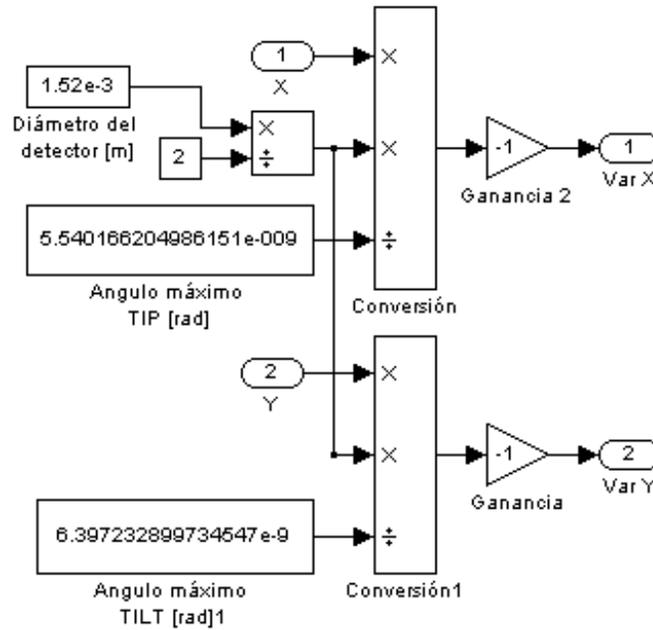


Figura 3.25: Implementación aritmética del detector de cuadrantes en Simulink.

El esquema a bloques del control global de posición mostrado en la Figura 3.22 relaciona las características de los actuadores, los controladores, la transformación de coordenadas, el detector y la retroalimentación óptica, mismas que, se combinan en el control difuso de posición. Se ocupa la señal escalón para realizar las pruebas de regulación y carga. Lo anterior con la finalidad de corregir las aberraciones de bajos órdenes.

### 3.5 Sistema de control difuso de posición

El esquema de control difuso para el sistema de posición se compone por 3 lazos retroalimentados de posición lineal representados en la Figura 3.26 y que emplean el controlador Mamdani mostrado en la Figura 3.9. Se aprecia la incorporación de los bloques Pistón, Tip y Tilt que corresponden con las aberraciones, y el bloque de conversión de una posición lineal hacia una angular, como elemento intermedio en el lazo óptico. Dicho lazo, en realidad, corresponde con la propagación de la luz, cuya referencia es de 0 rad lo que significa que el segmento no se deforma en alguna posición.

Se asume que las constantes de tiempo  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  y  $\tau_3$  de cada uno de los actuadores son iguales y que el controlador difuso PD es el mismo para cada actuador. En el esquema, son recibidas las señales de posición angular del segmento en tip y tilt, que, por medio de la transformación 2D3D se generan los puntos de ajuste dinámicos SP1, SP2 y SP3 en 5nm. Estos, pueden incrementarse o disminuirse por medio del bloque de Pistón a través de los sumadores; activándose así los 3 lazos de regulación que disminuirán el error hacia cero por medio de los comparadores de los lazos dedicados, para después, ser multiplexadas las señales de referencia y la respuesta de cada actuador (previamente realizadas las conversiones) en los graficadores (por ejemplo SP1 y respuesta A1).

Posteriormente, por medio de la transformación 3D2D, se desvía el frente de onda reflejado en la superficie del primario hacia el detector. Cuando el frente es afectado por las perturbaciones tip y tilt, el mismo, se representa por medio del valor numérico indicado en X[m] y Y[m]. Dichos valores, son convertidos a una posición angular que se compara con la referencia inicial del segmento a través del lazo óptico.

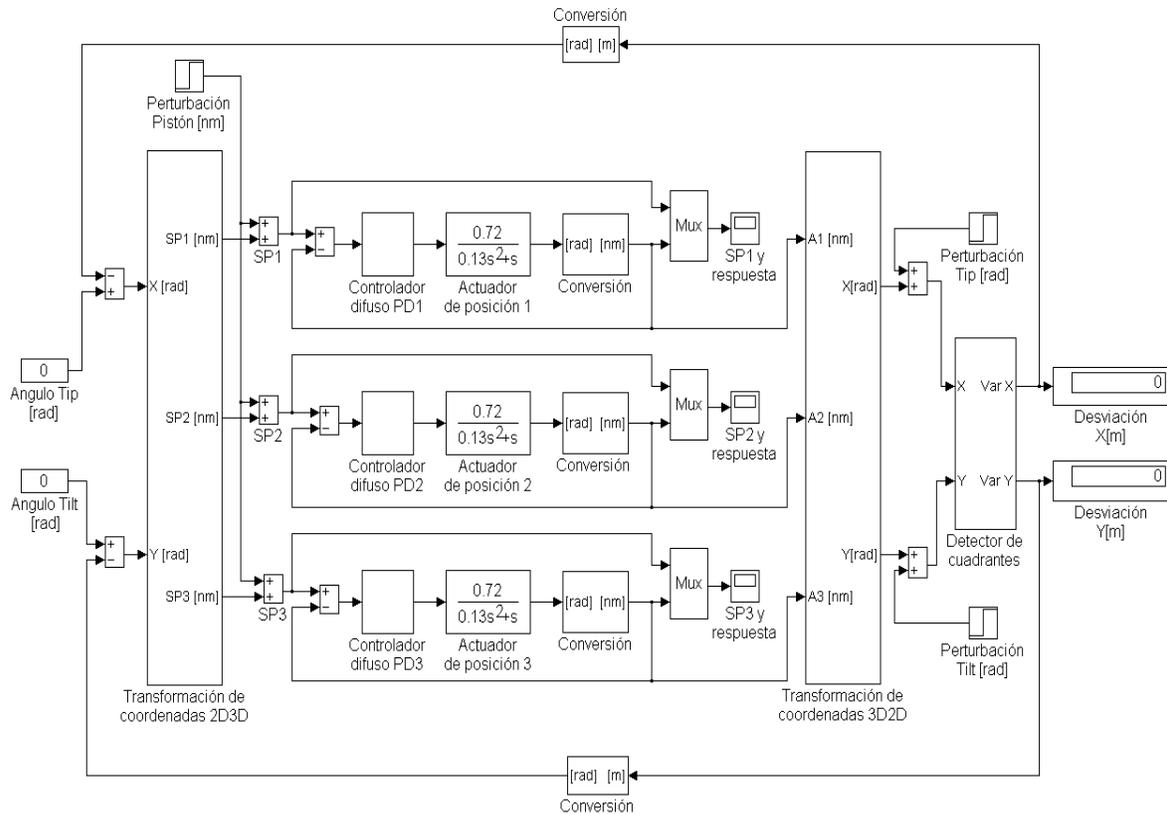


Figura 3.26: Control difuso de posición para corrección de aberraciones de bajos órdenes.

El control de posición anterior fue simulado en *Simulink* usando el *Toolbox de Fuzzy Logic (Matlab)*. El conjunto de pruebas se desarrolla para el estado estable, la regulación y la carga. Las perturbaciones *Pistón (P)*, *Tip (Tx)* y *Tilt (Ty)* definen el conjunto de pruebas siguientes: Pruebas =  $\{\{\}, \{P\}, \{Tx\}, \{Ty\}, \{P, Tx\}, \{P, Ty\}, \{Tx, Ty\}, \{P, Tx, Ty\}\}$  en forma independiente y simultánea. Las simulaciones y pruebas de validación son desarrolladas ampliamente para el lazo de regulación de un actuador (Capítulo 4) y para el control de posición del segmento (Capítulo 5).

### Bibliografía

Libros

- [1] Alloin, D. and Mariotti, J. *Adaptive Optics for Astronomy*. Dordrecht: Kluwer academic: Nato scientific affairs division, c1994. 338 p.
- [2] Burden, R. *Análisis numérico*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. 1985. 721 p.
- [3] Cruz-González, I., et al. *Proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano de Nueva Tecnología: TIM*. Instituto de Astronomía, UNAM, Enero, 1998.
- [4] Driankov, D. et al. *An introduction to Fuzzy Control*. Berlin: Springer, 1996. 316 p.

[5] Flores R. et al. Proyecto: Sistema de control para la celda activa del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano (TIM). Comunicación Interna. Instituto de Astronomía de la Universidad Nacional Autónoma de México (IAUNAM). Agosto 2000. 29 p.

[6] Ogata, K. Ingeniería de Control Moderna. México: Prentice Hall, 1993. 2da ed. 1020 p.

[7] RÅDE L. Mathematics Handbook for Science and Engineering. Sweden: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999. 4<sup>th</sup> Edition. 546 p.

[8] Rodríguez, F. Dinámica de Sistemas. Editorial Trillas. México, 1989. 665 p.

[9] Sotelo, J. Desarrollo de un Sistema de Óptica Adaptativa de Bajos Órdenes para uso Astronómico. Tesis Maestría. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM. 2000. 105 p.

[10] The MATH WORKS. Simulink Dynamic System Simulation Software. June 1995.

[11] Thompson, S. Control Systems Engineering & Design. New york: Longman scientific & technical, 1989. 364 p.

#### Artículos

[12] Arnold, L. “Uniform-load and actuator influence functions of a thin or thick annular mirror: application to active mirror support optimization”. Applied Optics. Vol. 35, No. 7. 1 March 1996. p 1095-1106.

[13] Citterio, O. et al. “Axial Force Actuators for Active Control of Large Primary Mirrors”. “ESO Conference on very Large Telescopes and their instrumentation”. ESO Conference and Workshop Proceedings. Ulrich, M. –M. Volume 1. 1988. p 515-524.

[14] Flores, R., Sotelo P. “Fuzzy Logic Controller for an Adaptive Optics System (Applied to astronomy)”. Sian ka’an 97. International Conference. The Second Joint Mexico-US. International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol. August 19-29, 1997. p 209-216.

[15] Jantzen, J. “A Robustness Study of Fuzzy Control Rules”. In EUFIT (ed), Proceedings Fifth European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, ELITE Foundation, Promenade 9, D-52076 Aachen, p 1222-1227.

[16] Jantzen, J. “Tuning Of Fuzzy PID Controllers”, <http://www.iau.dtu.dk/#jj/pubs> p 1-22.

[17] Noethe, L. et al. “ESO active optics system: verification on a 1m diameter test mirror”. SPIE Vol. 628 Advanced Technology Optical Telescopes III (1986). p 285-289.

[18] Sierra G. y Martínez F. “Base acimutal del Telescopio Infrarrojo Mexicano (TIM)”. Ingeniería Civil. No. 386. Junio 2001. p 14-18.

En este capítulo se describen las simulaciones y pruebas de validación del esquema de control dedicado para un actuador electromecánico (Sección 3.3 del Capítulo 3) para un segmento del sistema de óptica activa del TIM. Básicamente, se comparan las respuestas escalón obtenidas mediante el *Control PID* y el *Control Difuso (CD)* en regulación a través de sus parámetros. Se resalta la descripción de las señales de error y de control y, se evalúa el desempeño de cada esquema a través de la integral del error [6]. Los esquemas fueron simulados en el software *Matlab* a través del *Toolbox* de *Fuzzy Logic* y *Simulink* [5]. En las simulaciones dinámicas se utilizó el método numérico Runge-Kutta ode 4, con paso fijo y tamaño de paso de 10 ms [1]. Finalmente se describen los resultados obtenidos para la regulación del actuador, confirmando de esta manera el esquema de control y su funcionamiento para las condiciones establecidas.

4.1 Actuador electromecánico con lazo abierto y cerrado

El modelo aproximado e inicial del actuador electromecánico, representado por su función de transferencia (Ecuación 3.9, Capítulo 3) se ve en (4.1) [4]. En la cual, la ganancia corresponde con 0.72 y la constante de tiempo es  $\tau = 130$  ms. Se observa que no hay ceros y que los 2 polos del motor son  $S_1 = 0$  y  $S_2 = -7.6923$ , indicando que la planta, por si misma, es críticamente estable debido al polo ubicado en el origen.

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{0.72}{0.13 * S^2 + S} \tag{4.1}$$

En el esquema siguiente, cuando se aplica la tensión  $E_a(s)$  (señal de perturbación) al actuador, la misma representa el cambio de la posición lineal de 1 nm, la cual, cambia de 5 nm a 6 nm en  $t = 0$  s tal y como se aprecia en línea quebrada de la Figura 4.1. A su vez, la respuesta escalón en lazo abierto del actuador diverge debido al incremento de ganancia conforme aumenta el tiempo de simulación. Se ve que la señal cruza la referencia en 257.5 ms y que es inestable.

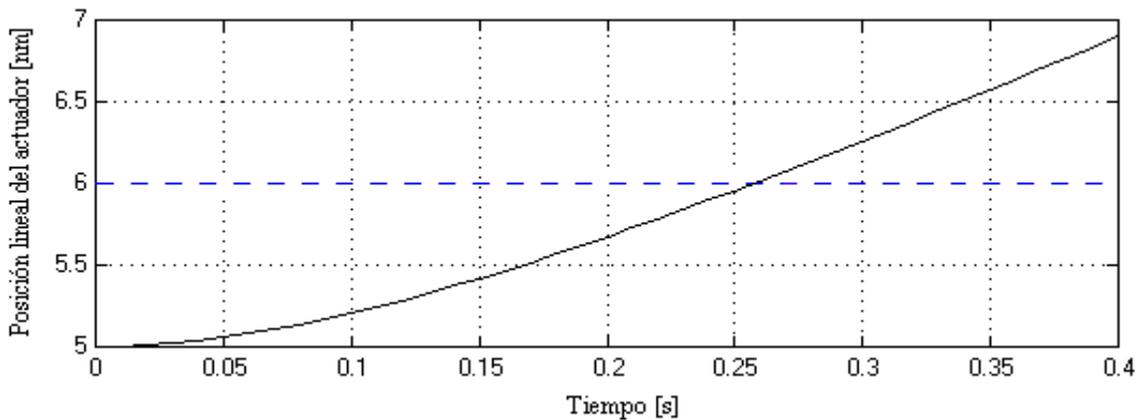
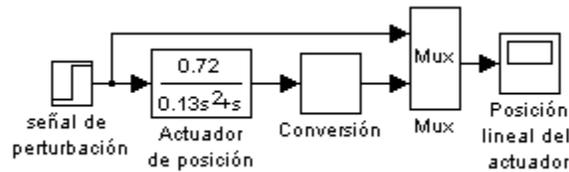


Figura 4.1: Respuesta del actuador de posición en lazo abierto.

Con la finalidad de que la respuesta de la planta corresponda con la señal deseada y se reduzca la ganancia, se efectúa la retroalimentación de la posición lineal del actuador. En el esquema de la Figura 4.2, se observa la retroalimentación de la posición lineal y, el tiempo de simulación se ha incrementado a  $t = 10$  s, se ve que la respuesta de la planta sigue a la referencia y se alcanza el estado estable en 3.46 s, para la banda de tolerancia del 1%, respecto al valor del punto de ajuste en 6 mm, nótese en la respuesta que no se aprecia sobreimpulso alguno y además, no hay oscilaciones de estado estable. Recuérdese que el bloque llamado conversión realiza el acoplamiento de una posición angular a una posición lineal (Sección 3.3.2 del Capítulo 3).

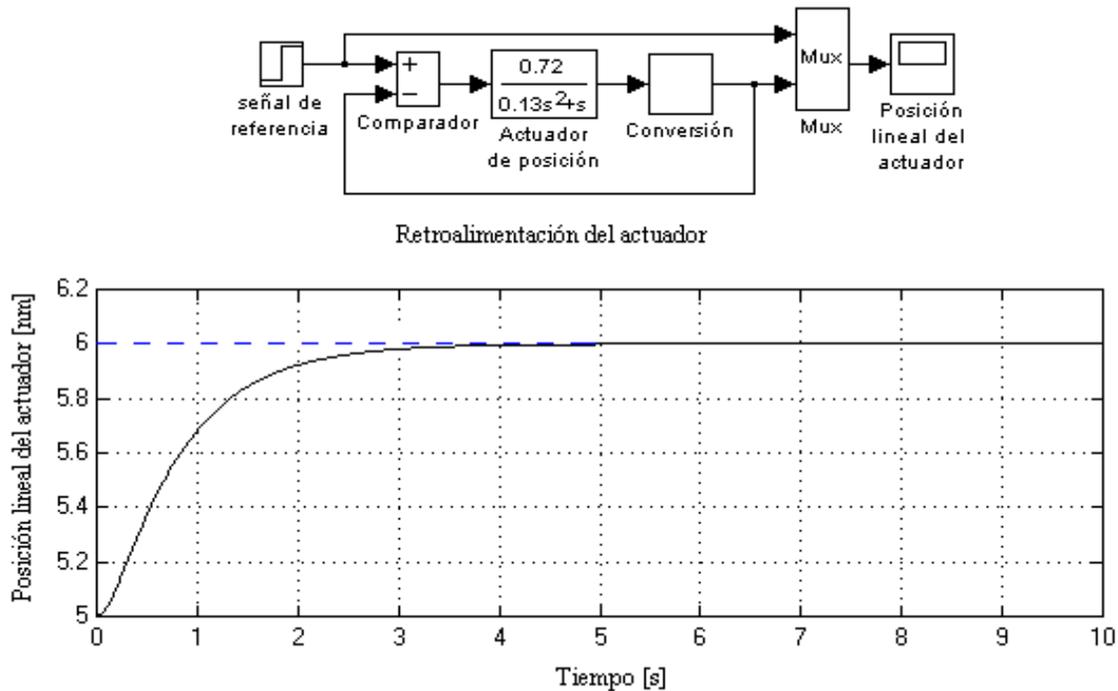


Figura 4.2: Regulación del actuador electromecánico sin controlador.

El efecto de agregar la retroalimentación, consiste en lograr que la respuesta de la planta siga lo mejor posible a la referencia, se tiene control sobre la ganancia y la constante de tiempo del sistema se reduce. De la Figura 4.2 se aprecia que la respuesta converge y alcanza el estado estable lentamente. Por otro lado, el tiempo de establecimiento es un tiempo mayor al permitido por los límites de la óptica activa (menores a 1 s) para el control del segmento. No obstante, la respuesta del actuador puede ser mejorada cuando se incluye algún tipo de controlador, como puede ser el PID [4] o el controlador difuso [2], entre otros.

#### 4.2 Control PID dedicado para el actuador

La estabilidad es parte de una buena respuesta de la planta. Dicha respuesta depende plenamente de la señal de control proporcionada por el controlador, el cual, cuando es sintonizado, permite mejorarla ante un conjunto de condiciones iniciales de operación en cada uno de los bloques del esquema de control. En la Figura 4.3, el controlador PID es sintonizado por el procedimiento de Ziegler-Nichols de oscilaciones sostenidas, el cual, ofrece una primera aproximación de los parámetros del controlador en cuanto a la ganancia proporcional y las constantes del tiempo derivativo e integral, reduciendo así, el sobreimpulso máximo alrededor del 25% en la respuesta escalón [4] y las oscilaciones de estado estable, además de, disminuir el tiempo de establecimiento.

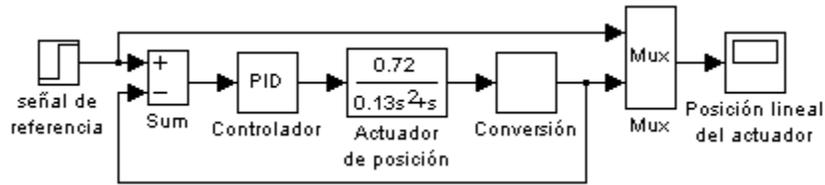


Figura 4.3: Control PID dedicado en regulación.

Para lograr la sintonización del controlador PID, se procede a dejar el tiempo derivativo e integral en cero y, encontrar el valor de la ganancia crítica que permitirá encontrar las oscilaciones sostenidas. En la Figura 4.4, se observa la señal con oscilaciones cuasi-sostenidas, la cual, tiene una ganancia crítica de  $K_{cr} = 9247.4$  y el primer período crítico es  $P_{cr} = 44.6$  ms. Dichos valores, se emplean para encontrar los parámetros  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  del controlador, tal y como se expresa en la Tabla 4.1. Además, debe observarse que la señal presenta un intervalo de variación repetitivo de 578.4 ms para el tiempo de 1 s. También, se identifican variaciones lineales que ascienden y descienden, referidas a la respuesta del actuador que modifica la posición del segmento.

*Tabla 4.1: Parámetros de sintonización.*

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$
	$0.6*9247.4=5548.44$	$0.5*0.0446=0.0223$	$0.125*0.0446=0.005575$

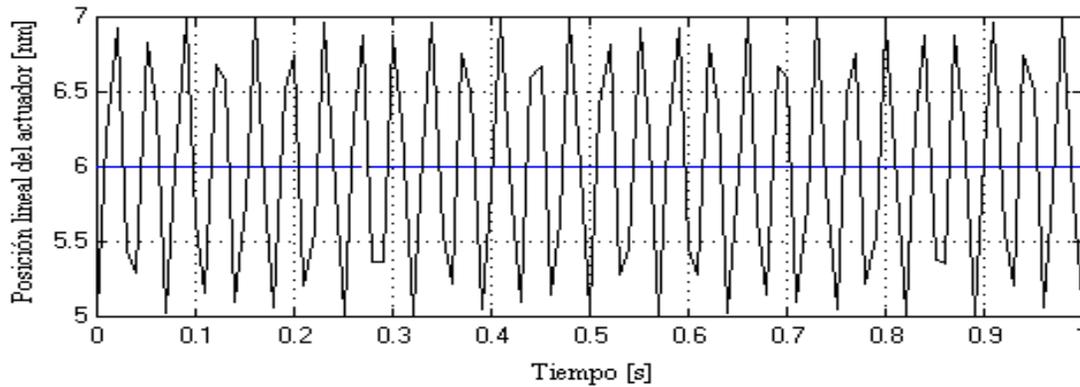


Figura 4.4: Señal con oscilaciones cuasi-sostenidas.

Con los parámetros de la Tabla 4.1, se expresa en (4.2) la función de transferencia  $G_c(s)$  del controlador PID:

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.2)$$

Donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  constante de tiempo integral y  $T_d$  constante de tiempo derivativo. La función de transferencia del controlador con los parámetros ajustados se escribe en (4.3); el controlador, tiene un polo en el origen y dos ceros.

$$G_c(s) = 5548.44 \left( 1 + \frac{1}{0.0223 s} + 0.005575 s \right) \quad (4.3)$$

Los efectos del controlador PID se comprueban en los parámetros de la respuesta escalón del actuador. El control proporcional amplifica la señal de error para poder compararla en magnitud con la señal de referencia. La parte derivativa, absorbe las variaciones del sobreimpulso máximo en el transitorio y las oscilaciones que surjan en la respuesta de estado estable y, la sección integral se ocupa de las desviaciones que existan en la respuesta respecto a la referencia. En la Figura 4.5, se aprecia con línea punteada la referencia escalón de 1 nm y en línea continua la respuesta dinámica del actuador del esquema de control mostrado en la Figura 4.3.

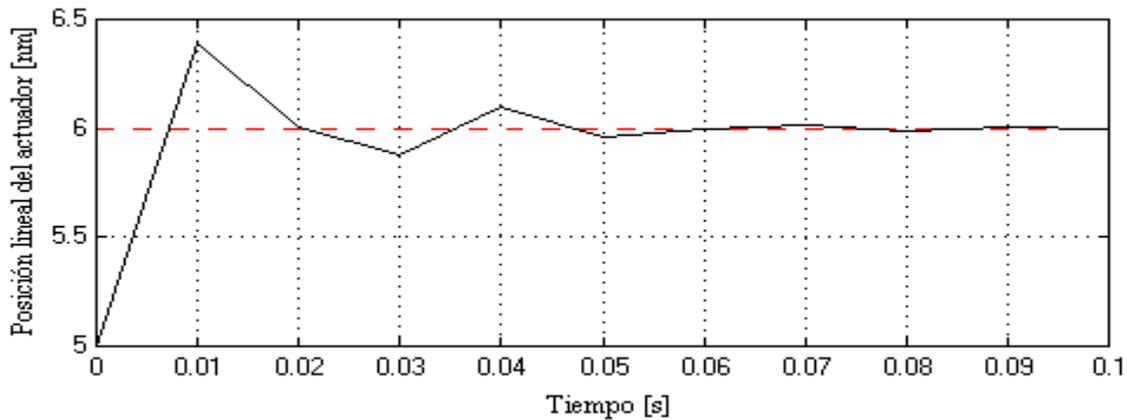


Figura 4.5: Regulación del actuador con controlador PID sintonizado por Ziegler-Nichols.

De los parámetros de la respuesta, distíngase el rápido incremento de la posición lineal en el intervalo [0, 10] ms. Se nota un sobreimpulso inicial de 38.7 % en un tiempo pico de 10 ms y, las oscilaciones siguientes son amortiguadas hasta que la respuesta se estabiliza en 71 ms para el criterio del 1% de la banda de tolerancia respecto al valor deseado. Físicamente, el pico de la señal anterior significa una variación en consumo de voltaje o corriente que puede causar un incremento en la disipación de los actuadores, generando, por consiguiente, aberraciones ópticas debidas a gradientes de temperatura.

#### 4.2.1 Señales de error y de control

Por otra parte, en la Figura 4.6, se muestran las señales de error y control finales del esquema de control PID en regulación. Puede notarse que, la señal de error comienza en 1 nm debido a la comparación inicial de la referencia en 6 nm y la condición inicial del actuador en 5 nm. Sin embargo, presenta un descenso máximo de -0.4 nm en un tiempo de 10 ms. Puede decirse que, mediante el control PID se genera la señal de control que determina las características de oscilación máximas y mínimas que tendrá la respuesta del actuador. Dicha señal, comienza con un voltaje máximo de 5548.44 v y desciende, con un mínimo, por debajo de -2000 v conforme aumenta el tiempo de simulación. Con lo cual, logra reducirse la variación de voltaje. Lo anterior significa que, el sobreimpulso máximo disminuye y el sistema se va estabilizando.

De tal manera que, el rendimiento del esquema de control puede evaluarse a través del índice de desempeño por medio de la sumatoria de los valores absolutos de la integral del error, misma que, se expresa en (4.4). Un sistema basado en este criterio es un sistema con característica de respuesta satisfactoria y amortiguamiento razonable. Con esta definición de error, el índice de desempeño dará números finitos, si el sistema es estable [4] y [6].

$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4.4)$$

Dicho índice es una función, cuyo valor indica la efectividad con la cual, el rendimiento real del sistema se compara con el desempeño deseado, el mismo puede ser mínimo o máximo según sea el caso. El valor del error para el lazo de regulación PID fue de  $e = 1.68$  indicando que es estable.

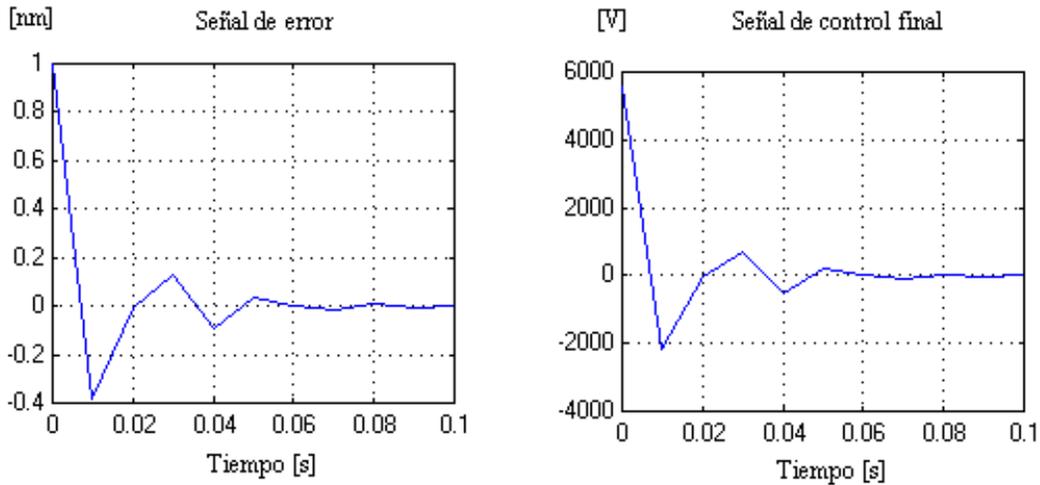


Figura 4.6: Nótese en ambas señales, la reducción a cero (Mediante esquema de control PID).

Así, en la Figura 4.6, las oscilaciones de voltaje se reducen conforme la respuesta es la deseada y con base en esto, la señal de error tiende a cero después del tiempo de establecimiento en 71 ms. Sin embargo, es factible mejorar la respuesta del actuador en regulación y como consecuencia, las señales de error y de control también. Lo anterior se consigue por medio de la incorporación del controlador difuso Mamdani en el lazo de regulación y, sometido el esquema de control a la misma perturbación escalón se evalúa la respuesta del actuador, la señal del error y la señal de control. Comprobando también el rendimiento del CD dedicado por medio del índice de desempeño a través de la señal de error.

#### 4.3 Control Difuso embebido para el actuador

Para mostrar como se realiza la sintonización del controlador difuso, por medio de la base de reglas, primeramente, considérese las distribuciones de los conjuntos difusos ya establecidas, para el error, su variación y la señal de control (ver Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 del Capítulo 3, respectivamente). Como primera aproximación, los intervalos de cada variable son:  $e[-5 \ 5]$ ;  $\Delta e[-1.3 \ 1.3]$  y  $V[-50 \ 50]$ .

En la Figura 4.7, se propone un AAD inicial, simétrico respecto a la diagonal de estabilidad representada mediante los consecuentes 9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65 y 73. Cada consecuente (de los 81 posibles) es susceptible de ser cambiado por aquel que convenga. Cada uno de estos afecta de manera directa la respuesta del sistema; por ejemplo, cuando el error y su variación son cero, la respuesta del sistema es  $v_0$ . La forma en la cual son colocados los consecuentes depende del conocimiento que se tenga del actuador. Un análisis detallado para construir el AAD puede consultarse en [2].

	E-4	E-3	E-2	E-1	E0	E1	E2	E3	E4
VE4	V0 9	V1 18	V2 27	V3 36	V4 45	V4 54	V4 63	V4 72	V4 81
VE3	V-1 8	V0 17	V1 26	V2 35	V3 44	V4 53	V4 62	V4 71	V4 80
VE2	V-2 7	V-1 16	V0 25	V1 34	V2 43	V3 52	V4 61	V4 70	V4 79
VE1	V-3 6	V-2 15	V-1 24	V0 33	V1 42	V2 51	V3 60	V4 69	V4 78
VE0	V-4 5	V-3 14	V-2 23	V-1 32	V0 41	V1 50	V2 59	V3 68	V4 77
VE-1	V-4 4	V-4 13	V-3 22	V-2 31	V-1 40	V0 49	V1 58	V2 67	V3 76
VE-2	V-4 3	V-4 12	V-4 21	V-3 30	V-2 39	V-1 48	V0 57	V1 66	V2 75
VE-3	V-4 2	V-4 11	V-4 20	V-4 29	V-3 38	V-2 47	V-1 56	V0 65	V1 74
VE-4	V-4 1	V-4 10	V-4 19	V-4 28	V-4 37	V-3 46	V-2 55	V-1 64	V0 73

Figura 4.7: Arreglo asociativo difuso(AAD) inicial.

Una superficie de control relaciona las variables lingüísticas de entrada y salida del controlador. Es decir que, para cualesquiera valores del error y su variación siempre existe una señal de control que provocará la respuesta del actuador. En la Figura 4.8, la superficie presenta simetrías respecto al origen y se notan regiones planas y sectores inclinados a través de la unión de las múltiples subregiones. Puede observarse en los ejes numéricos de cada variable que, cuando el error y su variación son positivos, la señal de control es positiva y, cuando el error y su variación son negativos, la señal de control también lo será (ver Sección 3.2.2.3 del Capítulo 3). Debe recordarse que la superficie de control se forma con base en el conocimiento contenido en las variables lingüísticas, y que a su vez se complementa con el AAD. Además, depende también del tipo de controlador usado: Mamdani o Sugeno, en las configuraciones: SISO, MISO o MIMO [2] y [8].

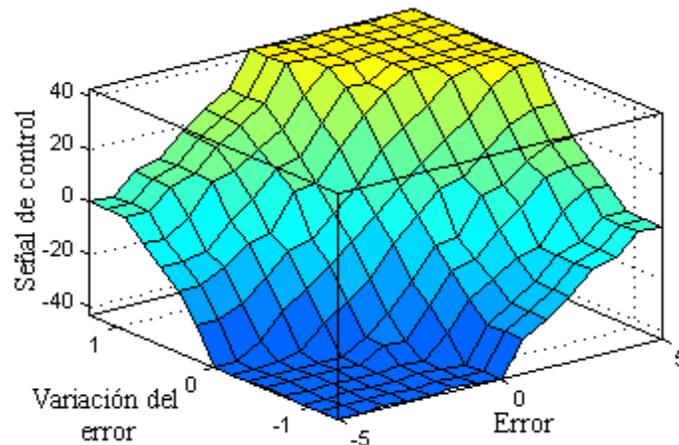


Figura 4.8: Superficie de control inicial.

Conocidas ya las características de las variables lingüísticas del controlador y el AAD inicial, se ajusta la etapa de potencia a 10.5 en el lazo de regulación de la Figura 4.9 y, aplicando la señal escalón de referencia de 1 nm, como punto de ajuste, se procede a evaluar la respuesta del actuador mediante la simulación [3], validando de esta manera, el esquema de control, su estructura y funcionamiento.

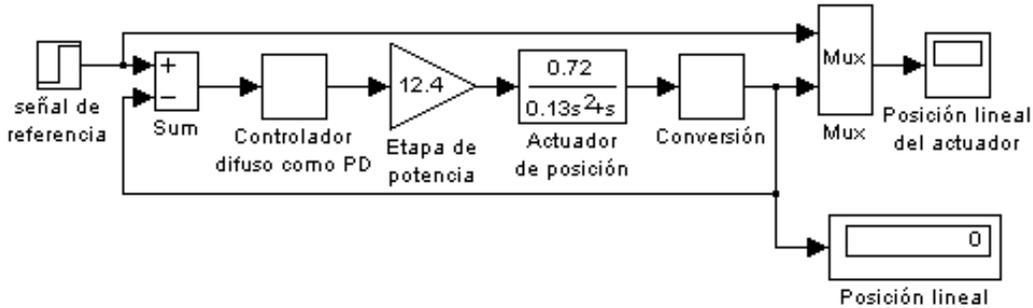


Figura 4.9: Control Difuso dedicado para un actuador electromecánico.

En la Figura 4.10, la señal punteada indica la referencia escalón de 1 nm durante 1 s y la señal continua muestra la respuesta del actuador. Se nota un sobreimpulso máximo de 0.0088%  $\ll$  1% en un tiempo pico de 60 ms, con tiempo de establecimiento de 53.1 ms para el criterio del 1%. Por lo que, es posible atenuar la amplitud de las oscilaciones que se observan en el transitorio, mediante la sintonización del controlador difuso por medio de la modificación de consecuentes y la variación de las pendientes de los conjuntos difusos (en particular los centrales) de cada variable lingüística.

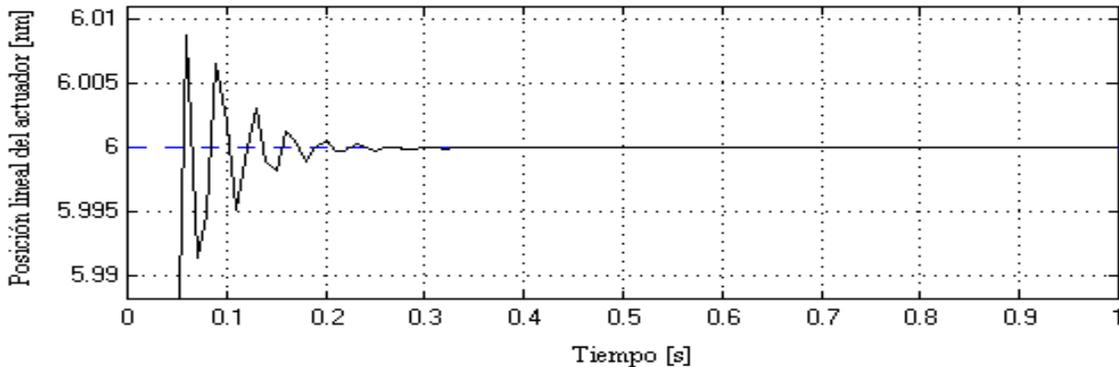


Figura 4.10: Regulación del actuador mediante Control Difuso, con distribución del AAD inicial.

De acuerdo a las simulaciones, es posible, superar aún más la respuesta del actuador modificando los intervalos del error y su variación como:  $e$  [-5.1 5.1] y  $\Delta e$  [-1.5 1.5]. También se ajusta la etapa de potencia a 13.6 en el lazo de regulación. Y, se modifican (en la Figura 4.11) los consecuentes 31, 32, 33, 40, 42, 49, 50 y 51 (región sombreada) que son sintonizados en el primer anillo en  $n+1$  del AAD mostrado en la Figura 4.7. Por ejemplo: cuando el consecuente corresponde con  $v-1$ , se incrementa a  $v-2$ . Es claro que pueden ser sintonizados los 81 consecuentes.

	E-4	E-3	E-2	E-1	E0	E1	E2	E3	E4
VE4	V0 9	V1 18	V2 27	V3 36	V4 45	V4 54	V4 63	V4 72	V4 81
VE3	V-1 8	V0 17	V1 26	V2 35	V3 44	V4 53	V4 62	V4 71	V4 80
VE2	V-2 7	V-1 16	V0 25	V1 34	V2 43	V3 52	V4 61	V4 70	V4 79
VE1	V-3 6	V-2 15	V-1 24	V0 33	V2 42	V3 51	V3 60	V4 69	V4 78
VE0	V-4 5	V-3 14	V-2 23	V-2 32	V0 41	V2 50	V2 59	V3 68	V4 77
VE-1	V-4 4	V-4 13	V-3 22	V-3 31	V-2 40	V0 49	V1 58	V2 67	V3 76
VE-2	V-4 3	V-4 12	V-4 21	V-3 30	V-2 39	V-1 48	V0 57	V1 66	V2 75
VE-3	V-4 2	V-4 11	V-4 20	V-4 29	V-3 38	V-2 47	V-1 56	V0 65	V1 74
VE-4	V-4 1	V-4 10	V-4 19	V-4 28	V-4 37	V-3 46	V-2 55	V-1 64	V0 73

Figura 4.11: Sintonización de consecuentes en el primer anillo.

El esquema de control en regulación de la Figura 4.9 fue excitado con la señal escalón de 1 nm durante 1 s. La respuesta se detalla en la Figura 4.12 para la amplitud del 1% respecto a la referencia y, se observa un sobreimpulso máximo de 0.0092% << 1% en un tiempo pico de 40 ms. Dicha respuesta se estabiliza en 35.7 ms para la banda de tolerancia del 1%. Además, puede apreciarse que aparecen oscilaciones reducidas de estado estable.

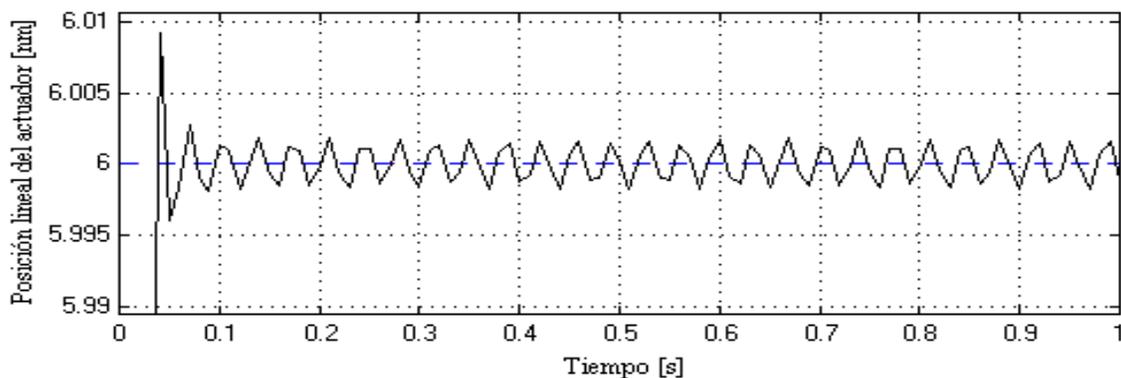


Figura 4.12: Regulación del actuador mediante Control Difuso, con sintonización en el primer anillo.

De la Figura previa, es posible reducir el sobreimpulso máximo y atenuar la amplitud de las oscilaciones de estado estable mediante el nuevo ajuste del error  $e[-5.1 \ 5.1]$ , variación  $[-1.63 \ 1.63]$  y ganancia a 12.4 [7]. Lo anterior se combina con la sintonización de consecuentes: 21, 22, 23, 24, 25, 30, 31, 32, 33, 34, 39, 40, 41, 42, 43, 48, 49, 50, 51, 52, 57, 58, 59, 60 y 61 que conforman el primer y segundo anillos del AAD inicial. En la

Figura 4.13, la sintonización de consecuentes en el primer anillo se incrementó de  $n+1$  a  $n+2$ . En particular, los consecuentes 33 y 49 se ajustaron a los valores  $v-4$  y  $v4$  que aceleran la respuesta en el transitorio. Algunos de los consecuentes del segundo anillo se ajustaron a  $n+1$ , reduciendo con esto las oscilaciones de estado estable.

	E-4	E-3	E-2	E-1	E0	E1	E2	E3	E4
VE4	V0 9	V2 18	V1 27	V3 36	V4 45	V4 54	V4 63	V4 72	V4 81
VE3	V-2 8	V0 17	V1 26	V3 35	V4 44	V4 53	V4 62	V4 71	V4 80
VE2	V-1 7	V-1 16	V0 25	V1 34	V3 43	V4 52	V4 61	V4 70	V4 79
VE1	V-3 6	V-3 15	V-1 24	V-4 33	V2 42	V4 51	V4 60	V4 69	V4 78
VE0	V-4 5	V-4 14	V-4 23	V-2 32	V0 41	V2 50	V4 59	V4 68	V4 77
VE-1	V-4 4	V-4 13	V-4 22	V-4 31	V-2 40	V4 49	V1 58	V3 67	V3 76
VE-2	V-4 3	V-4 12	V-4 21	V-4 30	V-3 39	V-1 48	V0 57	V1 66	V1 75
VE-3	V-4 2	V-4 11	V-4 20	V-4 29	V-4 38	V-3 47	V-1 56	V0 65	V2 74
VE-4	V-4 1	V-4 10	V-4 19	V-4 28	V-4 37	V-3 46	V-2 55	V-1 64	V0 73

Figura 4.13: Sintonización de consecuentes combinada en el primer y segundo anillos.

La sintonización asentada corresponde con la que ya se tenía en el Capítulo 3 (Sección 3.2.2.4). La respuesta escalón del lazo de regulación se aprecia en la Figura 4.14, el sobreimpulso se reduce a 0.0022% en un tiempo pico de 40 ms y se logra un tiempo de establecimiento de 29.6 ms para el criterio del 1%. Lo cual es bastante satisfactorio.

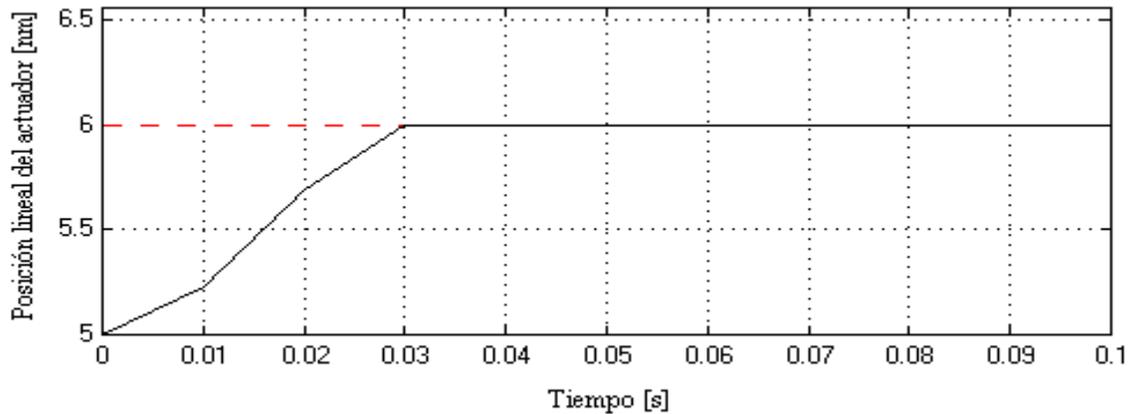


Figura 4.14: Regulación del actuador mediante Control Difuso, con sintonización en el segundo anillo.

De la respuesta del actuador se comprueba que, el rendimiento del controlador difuso es superior al control PID. La disminución del sobreimpulso es notoria y el tiempo de establecimiento también; obteniendo así una buena regulación.

4.3.1 Señales de error y de control

De forma análoga, las señales mencionadas se muestran en la Figura 4.15. De tal manera que, cuando el punto de ajuste cambia a 6 nm y se compara con la posición lineal del actuador de 5 nm se crea el error de 1 nm. Puede apreciarse que la señal de error converge rápidamente hacia el cero. Por otro lado, la señal de control comienza en 528.13 v y tiene un descenso máximo en -262.55 v y tiende también hacia el cero durante el tiempo de simulación en 100 ms. El índice de rendimiento del esquema de CD por medio de la sumatoria del error (expresión (4.4)) fue de  $e = 2.094$ . Confirmando de esta manera la estabilidad del sistema.

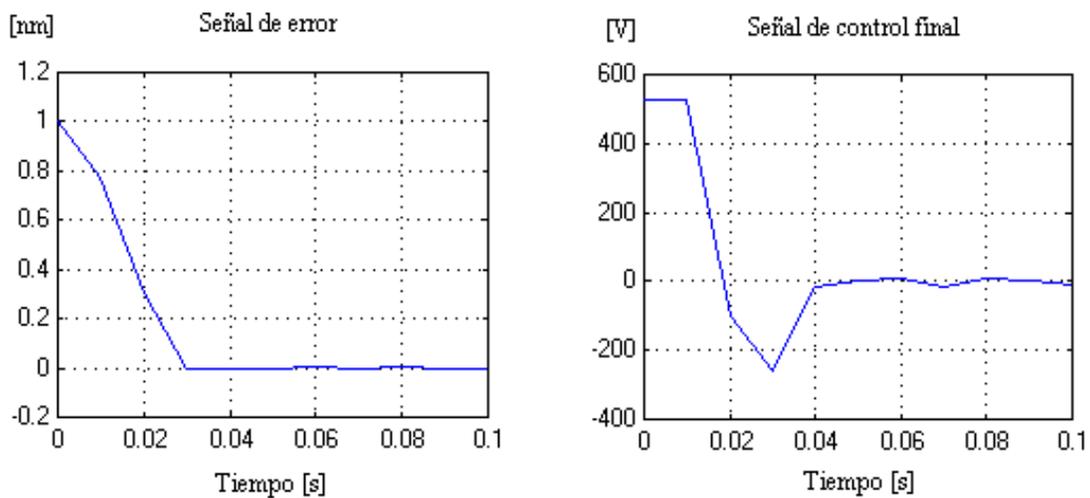


Figura 4.15: Reducción de las señales error y control a cero (Mediante esquema de control difuso PD).

Comparando los parámetros de las sintonizaciones inicial, en el primer y segundo anillo, se demuestra que los descriptores de la respuesta escalón para el lazo de regulación son cada vez mejores. Cabe mencionar que, inicialmente se realizaron múltiples simulaciones con distribuciones de 5 y 7 conjuntos por cada variable lingüística hasta llegar a 9. En la Tabla 4.2, se comparan únicamente los parámetros obtenidos para sintonizaciones del controlador con distribuciones de 5 y 9 conjuntos. Se indican además las características de la respuesta del actuador.

Tabla 4.2: Parámetros de sintonización del controlador difuso y parámetros de la respuesta del actuador							
Distribución de conjuntos	Error	Variación del error	Voltaje	Sobreimpulso máximo	Tiempo pico	Tiempo de establecimiento con la banda del 1%	Etapas de potencia
5_conjuntos	[-5.2 5.2]	[-1 1]	[-50 50]	0.0057%	70 ms	38.5 ms	14
9_conjuntos	[-5 5]	[-1.3 1.3]	[-50 50]	0.0088%	60 ms	53.1 ms	10.5
9_conjuntos primer anillo	[-5.1 5.1]	[-1.5 1.5]	[-50 50]	0.0092%	40 ms	35.7 ms	13.6
9_conjuntos segundo anillo	[-5.1 5.1]	[-1.63 1.63]	[-50 50]	0.0022%	40 ms	29.6 ms	12.4

Apréciase de la Tabla 4.2, que, mientras más conjuntos difusos haya por variable lingüística, el sobreimpulso máximo se reduce y como consecuencia, el tiempo de establecimiento mejora. Además, la etapa de potencia se reduce. Por otro lado, los tiempos de cálculo debidos al controlador difuso para proporcionar la señal de control son mínimos y dependen plenamente del algoritmo, software y hardware que se utilicen.

4.4 Resultados del lazo de regulación

Con base en la sintonización final del controlador difuso (con distribuciones de 9 conjuntos) y la respuesta obtenida, se pueden comparar las Figuras 4.5 y 4.14, donde se ve sin ambigüedad que el controlador difuso es superior al controlador PID para las condiciones establecidas. Debido a, que en la respuesta escalón se reduce el sobreimpulso máximo satisfactoriamente y el tiempo de establecimiento es menor. Las condiciones de simulación fueron equivalentes para el punto de ajuste de 1 nm. En la Tabla 4.3, pueden compararse: El sobreimpulso máximo ( $Mp$ ), el tiempo pico ( $Tp$ ), tiempo de establecimiento ( $Te$ ) y banda de tolerancia ( $Bt$ ) para criterios del 1%, 2% y 5%, respectivamente. Lo anterior se comprobó también mediante el análisis y estudio de las señales de error y de control.

Tabla 4.3: Respuestas de los actuadores con los esquemas de control (PID y Difuso).						
Regulación mediante control PID						
Referencia escalón			$Mp$ [%]	$Tp$ [ms]	$Te$ [ms]	$Bt$
1 nm	$Ti = 0$ s	$Tf = 0.1$ s	38.7	10	71	1%
			38.7	10	54.7	2%
			38.7	10	43.5	5%
Regulación mediante control Difuso PD						
Referencia escalón			$Mp$ [%]	$Tp$ [ms]	$Te$ [ms]	$Bt$
1 nm	$Ti = 0$ s	$Tf = 0.1$ s	0.22	40	29.6	1%
			0.22	40	29.3	2%
			0.22	40	28.3	5%

De las simulaciones y pruebas que anteceden se demuestra que, la incorporación del controlador PID en el esquema de control para regulación, modifica la posición de los polos y ceros de la respuesta de estado estable del sistema. Se logra un sobreimpulso máximo del 38.7% y el sistema se estabiliza en 71 ms para la banda de tolerancia del 1%. Para el caso del controlador difuso, implícitamente se agregan los polos y ceros comprobándose sus efectos en la respuesta escalón. Debido a que la respuesta del actuador presenta un sobreimpulso menor del 1% respecto a la referencia y el sistema se estabiliza en 29.6 ms para el criterio del 1% de banda de tolerancia. Esto implica que los polos del sistema son desplazados hacia la región de estabilidad. De acuerdo con los estudios hechos, para los tipos de control examinados en el lazo de regulación respectivamente, es posible ahora, realizar las pruebas de validación para el esquema de control PID y difuso del control de posición para un segmento del TIM en el Capítulo 5.

Bibliografía

Libros

- [1] Burden, R. *Análisis numérico*. México: Grupo Editorial Ibero América. 1985. 721 p
- [2] Driankov, D. et al. *An introduction to Fuzzy Control*. Berlín: Springer, 1996. 316 p
- [3] Gardner, F. Baker, J. *Simulation Techniques*. Models of Communication Signals and Processes. Canada: John Wiley & Sons, Inc. 1997. 562 p
- [4] Ogata, K. *Ingeniería de Control Moderna*. México: Prentice Hall, 1993. 2da ed. 1020 p
- [5] The MATH WORKS. *Simulink Dynamic System Simulation Software*. June 1995.
- [6] Thompson, S. *Control Systems Engineering & Design*. New York: Longman scientific & technical, 1989. 364 p

Artículos

- [7] Heidar, A. et al. "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional-Derivative Control Systems". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol. 2. No. 4. November 1994.
- [8] Jantzen, J. "Tuning Of Fuzzy PID Controllers", <http://www.iau.dtu.dk/#jj/pubs> p 1-22.

En el presente capítulo se analizan las pruebas de simulación del control de posición de un segmento, mediante el Control PID y el Control Difuso. Los esquemas de control son examinados en condiciones de regulación y carga; ésta última, íntimamente ligada con las aberraciones de bajos órdenes. Se utilizó el software Matlab ya descrito y, las condiciones de simulación permanecieron con Runge-Kutta ode 4, en paso fijo y con tamaño de paso de 10 ms [2]. Se analizan en detalle las respuestas de los actuadores, las señales de error y de control para la modalidad de las perturbaciones independientes y simultáneas. Se evalúa el rendimiento del esquema de control y finalmente, se presentan los resultados obtenidos.

### 5.1 Sistema de control PID para el sistema de posición

El esquema de control de posición para los actuadores A1, A2 y A3 de la Figura 3.3 del Capítulo 3, fue desarrollado en la Sección 3.5 del mismo capítulo. Dicho esquema es probado con los controladores PID sintonizados por Ziegler-Nichols. Los cuales, son incluidos en cada uno de los lazos de regulación tal y como se presenta en el esquema de la Figura 5.1.

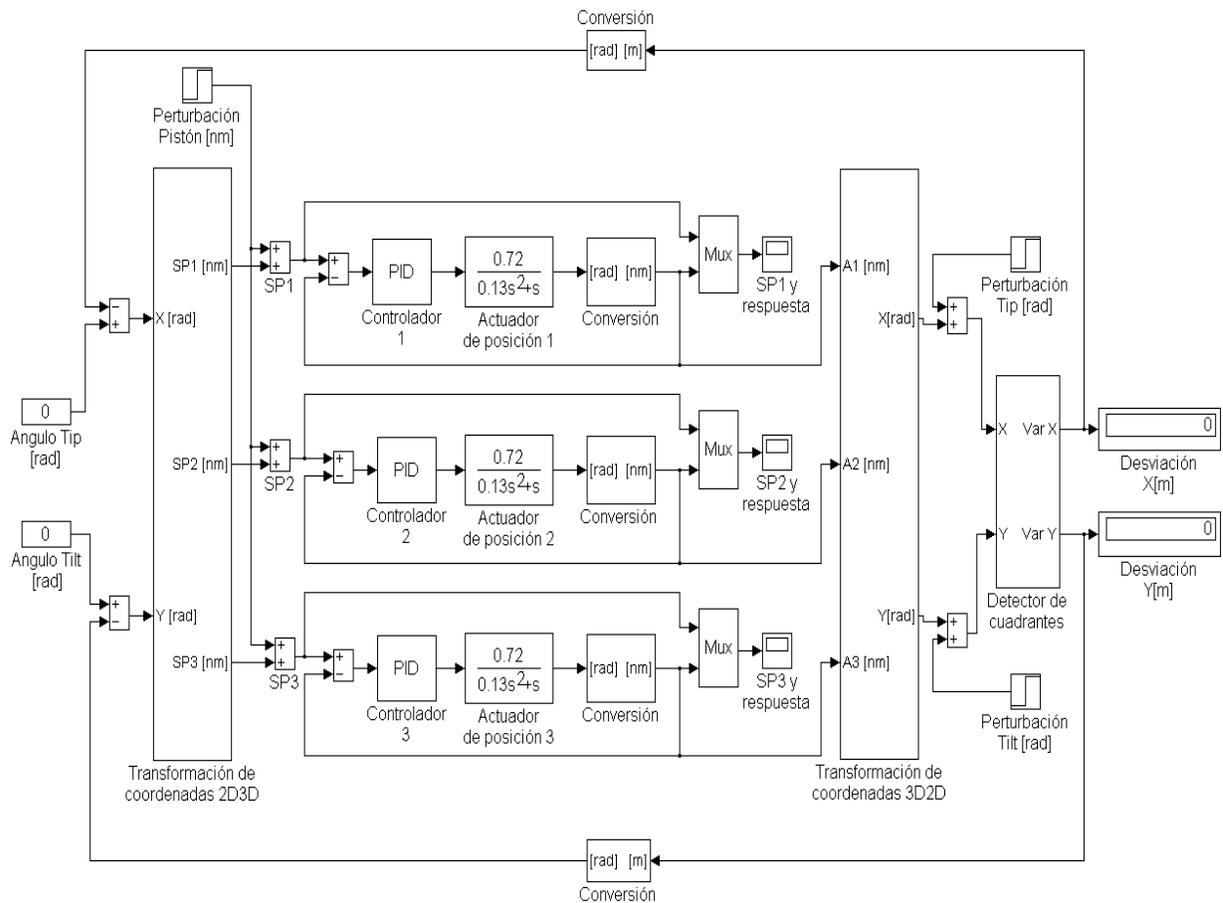


Figura 5.1: Control PID de posición para corrección de aberraciones de bajos órdenes.

El esquema de control PID fue probado en condiciones de estado estable, permaneciendo en 5 nm cada actuador hasta los 100 ms. Después, se aplicó la perturbación pistón de 1 nm a los 100 ms para comprobar la regulación. Se continuó con el tip, también de 1 nm en 300 ms hasta que, finalmente se activo el tilt de 1 nm en 600 ms para analizar el efecto del control sobre la carga. En las Figuras 5.2, 5.3 y 5.4 se resalta con línea punteada, el detalle de la referencia dinámica del sistema y con línea continua la respuesta del actuador correspondiente. Se observa que, después de los 900 ms el sistema comienza a ser inestable.

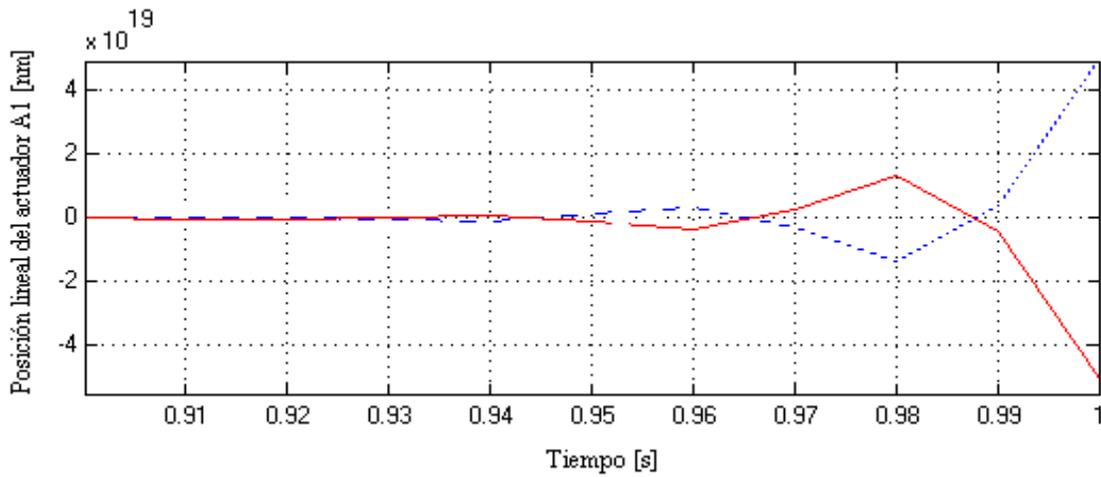


Figura 5.2: Respuesta del actuador A1 mediante el control PID de posición.

Después de que el sistema permanece en estado estable hasta los 100 ms, se activan las perturbaciones mencionadas y, se percibe con línea punteada la referencia dinámica para el actuador A2. Se ve claramente como la respuesta diverge, debido a que la ganancia del sistema tiende a infinito. Reduciendo con esto, el rendimiento de los controladores (al variar la carga) en el esquema de control PID.

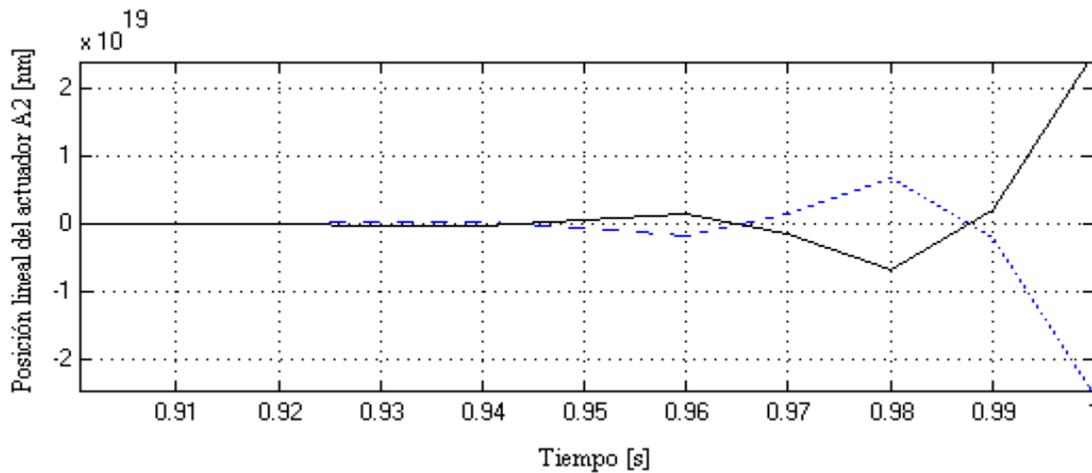


Figura 5.3: Respuesta del actuador A2 mediante el control PID de posición.

Además, obsérvese que las respuestas de A2 y A3, de las Figuras 5.3 y 5.4, son iguales. Ambas presentan ganancias muy elevadas, lo cual confirma la inestabilidad del sistema.

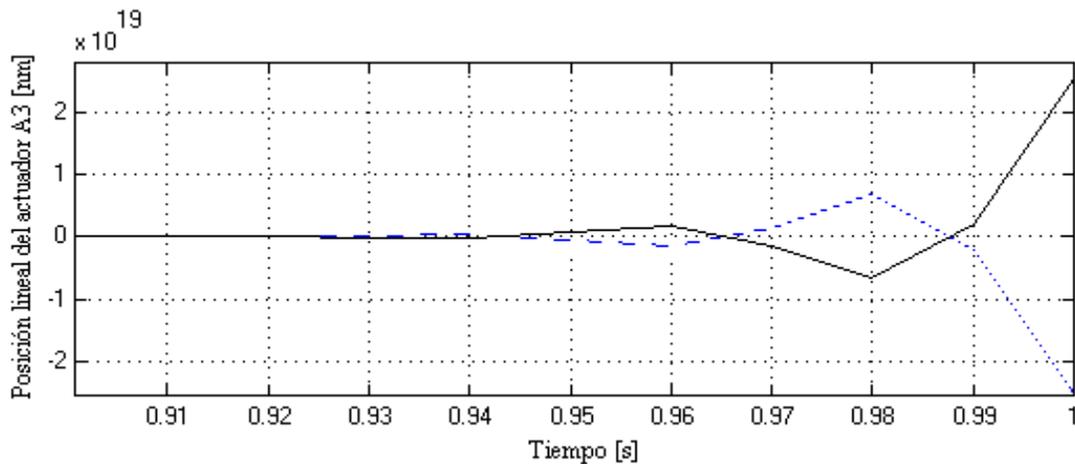


Figura 5.4: Respuesta del actuador A3 mediante el control PID de posición.

No obstante, es posible que las perturbaciones afecten al segmento de manera simultánea en el mismo instante de tiempo. Para este caso, las respuestas de los actuadores también son inestables. Lo anterior se corrobora por medio de la señal de error y la señal de control en cada lazo. De las simulaciones realizadas y las respuestas obtenidas se desprende que, los controladores PID no realizan la regulación ni el control cuando se activan el pistón, tip y tilt. Por lo que, es preciso volver a sintonizar cada controlador cada vez que se modifiquen las magnitudes de las perturbaciones y los diferentes tiempos de ocurrencia; reduciendo notablemente, con esto, el desempeño del esquema de control. Lo anterior se verifica también con el incremento de la sumatoria de los valores absolutos del error por cada lazo.

## 5.2 Control difuso de posición para aberraciones de bajos órdenes

Análogamente al conjunto de pruebas anteriores, fueron reemplazados los controladores PID, del esquema de control de la Figura 5.1, por los controladores difusos PD de 9 conjuntos (ver Figura 5.5). La estructura de cada controlador es la misma, la cual, fue descrita ampliamente en el Capítulo 3. Las características finales de las variables lingüísticas de cada controlador son  $e[-5.1 \ 5.1]$ ,  $\Delta e[-1.63 \ 1.63]$  y  $v[-50 \ 50]$  y la etapa de potencia se ajustó a 7.4 para cada lazo de regulación. Las transformaciones de coordenadas para 2D3D y 3D2D fueron las mismas, para esto, la posición en el cambio angular del segmento se aprecia por medio de la desviación del haz en del detector.

El esquema de control difuso también fue perturbado con el pistón en 100 ms, se continuó con el tip en 300 ms y, finalmente con el tilt en 600 ms. Los resultados de las pruebas descritas permiten validar la estructura, funcionamiento, desempeño y robustez en regulación y carga, en condiciones normales y críticas de operación. Todo esto se corrobora en las señales de error y control respectivas para cada actuador.

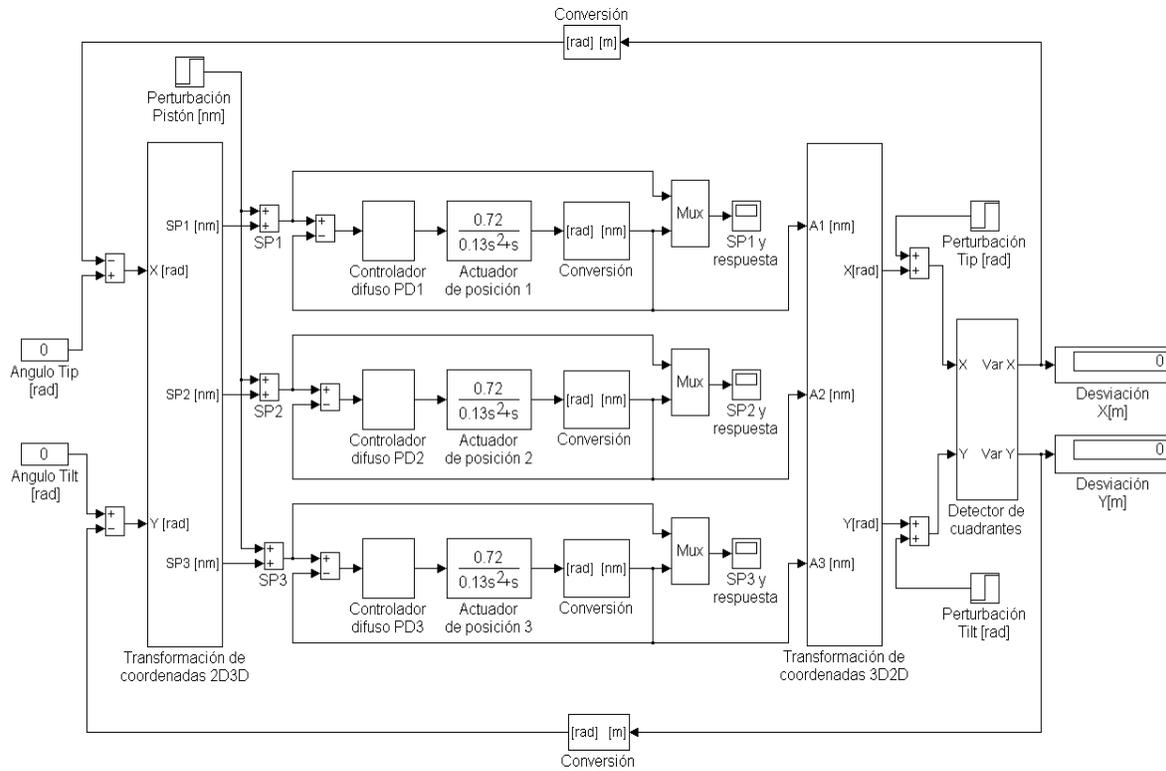


Figura 5.5: Control Difuso de posición para corrección de aberraciones de bajos órdenes.

En la Figura 5.6 se resalta, con línea a trozos, la señal de referencia dinámica proporcionada por la transformación de coordenadas y, en línea continua la respuesta del actuador A1, la cual, permanece en 5 nm hasta 100 ms. Después, se activa el pistón de 1 nm para mostrar los efectos de la regulación y, la posición lineal es de 6 nm. Se observa un sobreimpulso máximo de 15.55% en 140 ms y tiempo de establecimiento de 212.6 ms. Se continúa con la perturbación tip de  $-2.216 \times 10^{-9}$  rad correspondiente con 1 nm en 300 ms y se genera la referencia máxima de 8 nm. El sobreimpulso de A1 corresponde con 5.2% y tiempo de establecimiento de 404.8 ms para el criterio del 1%. Finalmente, se activa el tilt de  $-2.56 \times 10^{-9}$  rad referido a 1 nm en 600 ms, permaneciendo, la posición de A1 en 7 nm.

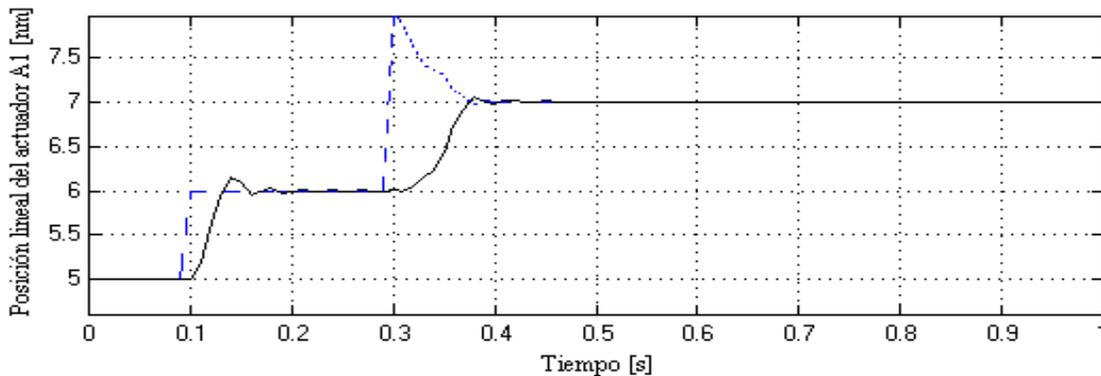


Figura 5.6: Respuesta del actuador de posición A1.

Análogamente, en la Figura 5.7, la referencia dinámica del actuador corresponde con la línea resaltada a trozos, y en línea continua la respuesta del actuador A2, misma que, permanece en estado estable los primeros 100 ms, después se activa el pistón de 1 nm llevando al punto de ajuste a 6 nm y, la respuesta alcanza un

sobreimpulso máximo de 15.55% en 140 ms y tiempo de establecimiento de 212.6 ms. Posteriormente se genera el tip de  $-2.216 \times 10^{-9}$  rad correspondiente con 1 nm en 300 ms y la referencia desciende con un máximo a 5 nm, para después, estabilizarse en 5.5 nm. Así, el descenso máximo del actuador es de 5.26 nm en 340 ms y se estabiliza en 450.7 ms para el criterio del 1%. Finalmente, se activa el tilt de  $-2.56 \times 10^{-9}$  rad referido a 1 nm en 600 ms y se genera la referencia máxima de 7.5 nm, para después estabilizarse en 6.5 nm. El sobreimpulso máximo fue de 1.14% en 680 ms y, el tiempo de establecimiento fue de 682 ms.

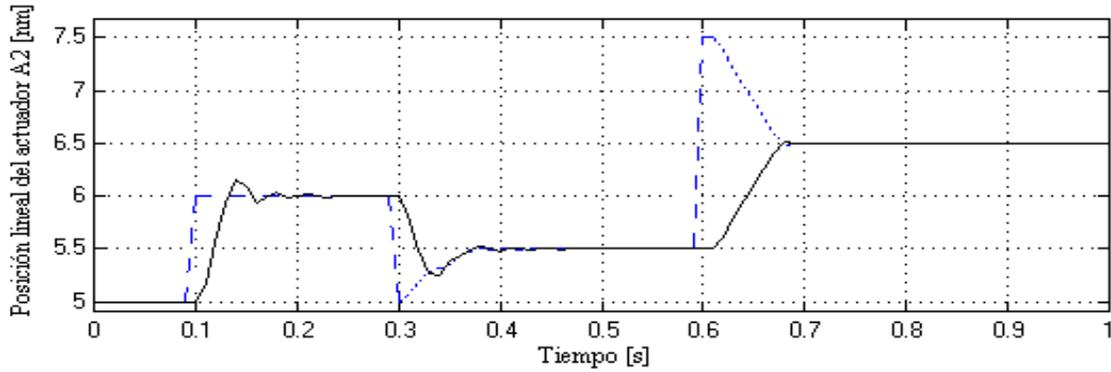


Figura 5.7: Respuesta del actuador de posición A2.

Así, en la Figura 5.8, la línea punteada indica la referencia dinámica y, la línea continua la respuesta del actuador A3, la cual, permanece en estado estable hasta los 100 ms, después se activa la perturbación pistón de 1 nm, llevando a 6 nm al punto de ajuste en regulación. Se aprecia un sobreimpulso máximo de 15.55% en 140 ms y tiempo de establecimiento de 212.6 ms. Posteriormente, se activa el tip de 1 nm y la referencia desciende con un máximo de 5 nm, para modificarse después a 5.5 nm, se obtiene un descenso máximo, en la respuesta del actuador, de 5.26 nm en 340 ms estabilizándose en 450.7 ms. Finalmente, se activa el tilt de 1 nm en 600 ms y la referencia, tiene un descenso máximo de 3.5 nm, para después ajustarse a 4.5 nm, el descenso máximo en A3 es de 4.49 nm en 680 ms estabilizándose la señal en 680 ms para el criterio del 1% en la banda de tolerancia.

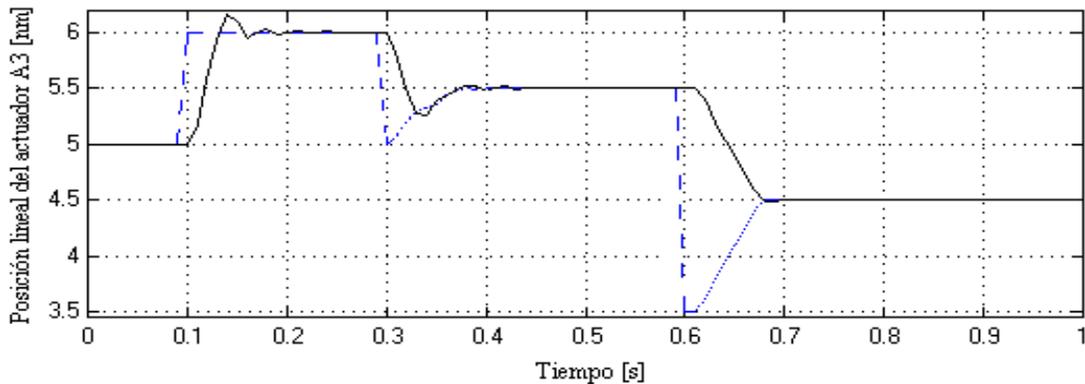


Figura 5.8: Respuesta del actuador de posición A3.

Las respuestas transitorias de cada uno de los actuadores son fundamentales; nótese como los sobreimpulsos máximos son atenuados y que las oscilaciones de estado estable son corregidas hasta con bandas de tolerancia del 1% que, pueden corresponder con variaciones en el suministro de corrientes o voltajes que pudieran llegar a provocar micro vibraciones por parte de los actuadores aún y cuando el sistema se encuentre controlado y estabilizado. Sin embargo, cuando el sistema es afectado simultáneamente por tres aberraciones se identifica claramente el efecto de la regulación en los puntos de ajuste dinámicos y el control en la carga. Se aprecia

visualmente que la respuesta de los actuadores es satisfactoria. El tiempo de establecimiento final es aquel, cuando, la última aberración ha sido corregida.

### 5.2.1 Señales de error del control difuso de posición con cargas independientes

El análisis de la respuesta de los actuadores A1, A2 y A3 se complementa con las señales de error obtenidas por cada lazo de regulación. En la Figura 5.9 se observa con precisión que, la señal presenta un primer pico referido a 1 nm para el caso del pistón en 100 ms y la señal de error se reduce a cero. Después, en los 300 ms se activa el tip de 1 nm y el error acumulado es de 2 nm por lo que se aprecia el segundo pico y disminuye rápidamente en el intervalo de 300 ms a 400 ms.

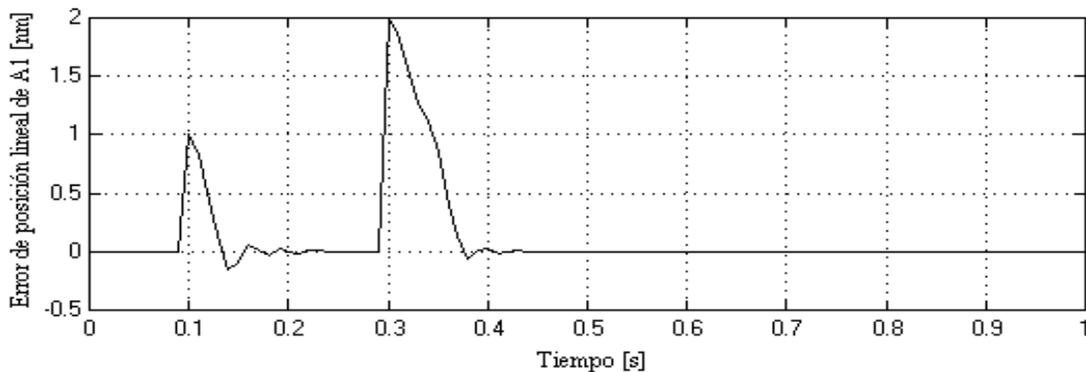


Figura 5.9: Señal de error del actuador de posición A1.

Se comprueba como el tilt no afecta la posición lineal de A1, pues la señal se mantiene en cero y eso significa una buena regulación y control satisfactorios. El rendimiento del esquema de control para A1 por medio de la señal de error fue de  $e = 1.222e+001$ . En forma análoga, en la Figura 5.10, la señal de error del actuador A2 presenta un primer pico en 100 ms que significa el error del pistón y es de 1 nm, después se activa el tip de 1 nm en 300 ms y A2 desciende 1 nm, para después ascender y regresar a cero en la referencia, cuando se activa el tilt de 1 nm en 600 ms se genera un error de 2 nm, porque ya se tenía el error del pistón más el error del tilt. Como puede apreciarse, el comportamiento lineal en la pendiente después de 600 ms, la señal vuelve a cero cuando el sistema es estable. El índice de desempeño basado en la integral del error fue de  $e = 1.49e+001$ .

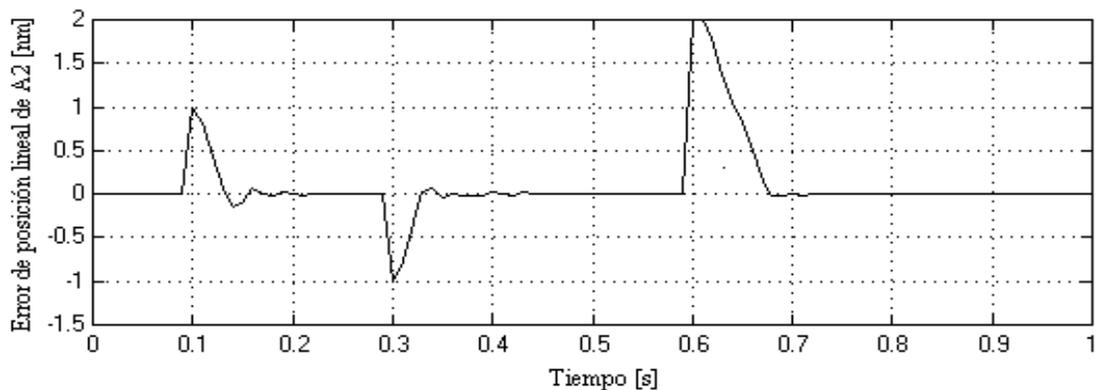


Figura 5.10: Señal de error del actuador de posición A2.

De manera equivalente, en la Figura 5.11, la señal de error permanece en 0 nm porque existe el estado estable, después se activa el pistón de 1 nm en 100 ms y se genera el pico de 1 nm y, cuando se activa el tip de 1 nm en 300 ms también se aprecia como desciende la señal de error 1 nm volviendo después a estabilizarse. Así, la

señal permanece en 0 nm hasta que se activa la perturbación tilt de 1 nm en 600 ms y el error desciende 2 nm volviendo a cero nm cuando el sistema se encuentra estabilizado. Similarmente, el índice de desempeño basado en la integral del error fue de  $e = 1.494e+001$ .

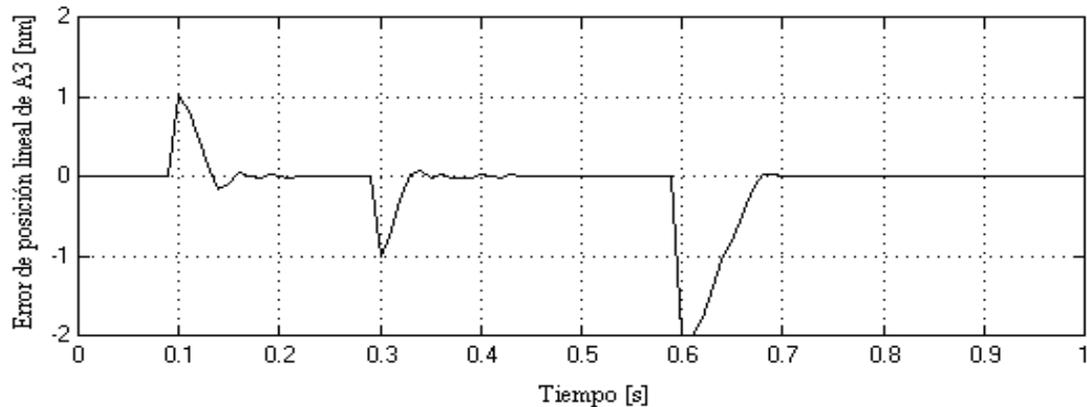


Figura 5.11: Señal de error del actuador de posición A3.

Las últimas 3 Figuras confirman el funcionamiento del control difuso de posición, ya que, corrigen las aberraciones de bajos órdenes dentro de los límites temporales permitidos por la óptica activa [4].

### 5.2.2 Señales de control del compensador difuso de posición con cargas independientes

Por otro lado, las señales de control dinámicas proporcionadas por los controladores difusos, se presentan en las Figuras 5.12, 5.13 y 5.14. Para el caso de la Figura 5.12 puede distinguirse que, existen voltajes positivos y negativos, lo que implica el cambio en el sentido de giro del actuador, que permite mover al segmento los nm respectivos. Obsérvese el incremento del voltaje, primeramente en 100 ms, el cual, es debido al cambio del pistón. Para después variar de 300 v a -300 v en los intervalos de 100 ms a 200 ms y, cuando se activa el tip en 300 ms nuevamente existe un aumento en la demanda de voltaje para compensar la posición lineal, dicha variación queda comprendida en el intervalo de 300 ms a 400 ms. Finalmente, cuando se activa el tilt en 600 ms, no se aprecia cambio alguno en la demanda del voltaje. Mas aún, distínganse las oscilaciones de amplitud variable en la señal de control, mismas que, son permisibles dentro del tiempo de establecimiento y la banda de tolerancia para el sistema de óptica activa.

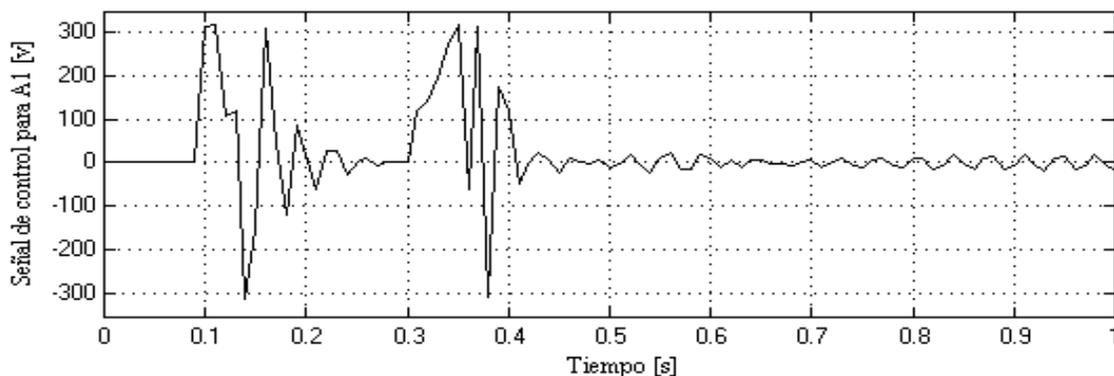


Figura 5.12: Señal de control para el actuador de posición A1.

Similarmente, la señal de control para el actuador A2 se muestra en la Figura 5.13 y también presenta variaciones de voltaje positivas y negativas. Se nota el incremento de voltaje a partir de 100 ms cuando

ocurre el pistón de 1 nm. La señal de control continúa con las variaciones del voltaje hasta los 200 ms, ya estabilizado, en 300 ms se activa el tip de 1 nm y nuevamente se aprecia como hay un descenso de voltaje hasta los -300 v para después ir ascendiendo y compensar la perturbación, la señal logra estabilizarse pasados 400 ms. Ya en estado estable, se activa el tilt en 600 ms y nuevamente se ve como cambia la demanda de voltaje porque, se modifica la posición global del segmento y con ello, los puntos de ajuste dinámico cambian y por eso se ven las oscilaciones. Una vez que fueron corregidas las perturbaciones, se aprecia que el voltaje permanece dentro de la banda de tolerancia determinada.

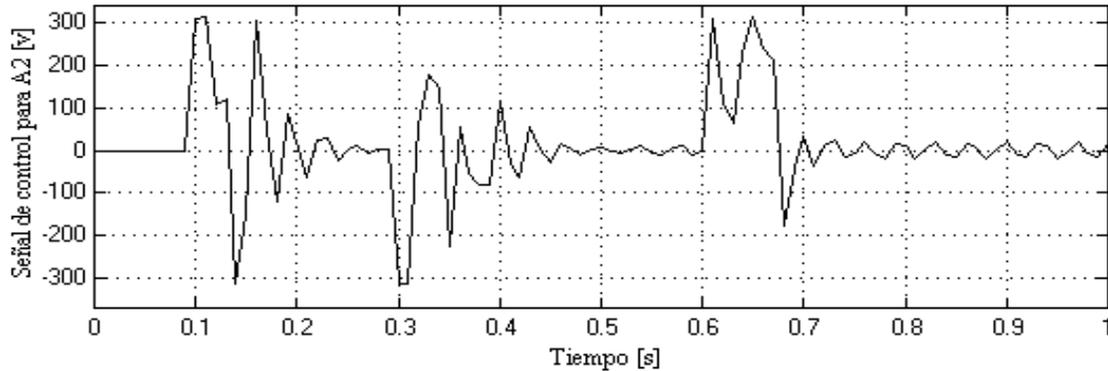


Figura 5.13: Señal de control del actuador de posición A2.

Finalmente, la señal de control para el actuador A3 mostrada en la Figura 5.14, también presenta variaciones de voltaje positivas y negativas. Nótese que, la señal de voltaje, después de 100 ms, es la misma para A1 y A2 cuando existe el estado estable y el pistón hasta los 300 ms. Después la señal de control para A3 es igual a la de A2 cuando se activa el tip y, por último cuando se activa el tilt en 600 ms, nótese como la señal de control en A3 es simétrica a la obtenida para A2 debido a la variación de 1 nm en tilt referida al eje horizontal.

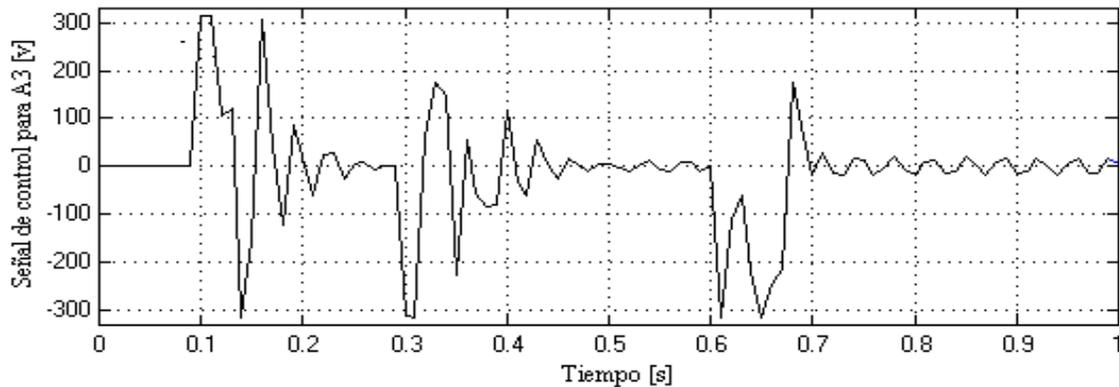


Figura 5.14: Señal de control del actuador de posición A3.

Puede verse también, en las Figuras 5.13 y 5.14, como continúan las oscilaciones de voltaje, con amplitud variable, prácticamente después de 700 ms. De lo anterior, se comprueba claramente como las señales de control tienden a reducirse a cero durante el cambio de posición del segmento en el tiempo de 1 segundo.

### 5.3 Respuestas de los actuadores con control difuso de posición y perturbaciones simultáneas

Sin embargo, puede ocurrir que las perturbaciones pistón, tip y tilt, se presenten en forma simultánea en cualquier instante de tiempo. En la Figura 5.15, se resalta con línea punteada la referencia dinámica proporcionada por la transformación de coordenadas 2D3D y, la respuesta del actuador A1 en línea continua,

la cual, se mantiene en estado estable hasta los 200 ms, tiempo en el que, se activan el pistón tip y tilt, todos de 1 nm. Se nota que la referencia tiene un máximo en 8 nm y que finalmente se queda en 7 nm. Esto es, A1 llega a 7 nm debido al pistón y tip, pero no es afectado por el tilt. La señal presenta un sobreimpulso máximo de 2.07% en un tiempo pico de 310 ms, alcanzando después un tiempo de establecimiento de 340.2 ms. Además, puede distinguirse como las oscilaciones de estado estable se reducen favorablemente.

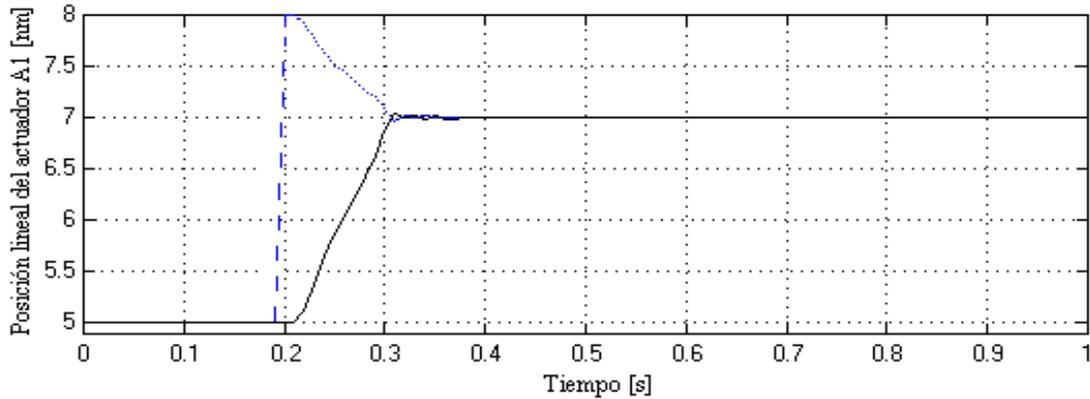


Figura 5.15: Respuesta del actuador de posición A1.

Continuando con el mismo análisis de la referencia y la señal del actuador A2, se ve también con línea a trozos la referencia en la Figura 5.16 y, la respuesta del actuador, permanece en 200 ms durante el estado de equilibrio. Cuando se activa el pistón, tip y tilt para A2 simultáneamente, se percibe que la referencia alcanza un máximo de 7 nm para, así, reducirse a 6.5 nm. Primeramente, la respuesta de A2 es de 6 nm debida al pistón, pero desciende a 5.5 nm con el tip y vuelve a incrementarse a 6.5 nm con el tilt. En la respuesta del actuador, se identifica y se mide un sobreimpulso máximo de 2.89% con tiempo pico de 320 ms y tiempo de establecimiento de 325.3 ms para el criterio del 1%. De igual manera, puede notarse que la respuesta converge aceptablemente y que las oscilaciones de estado estable son amortiguadas.

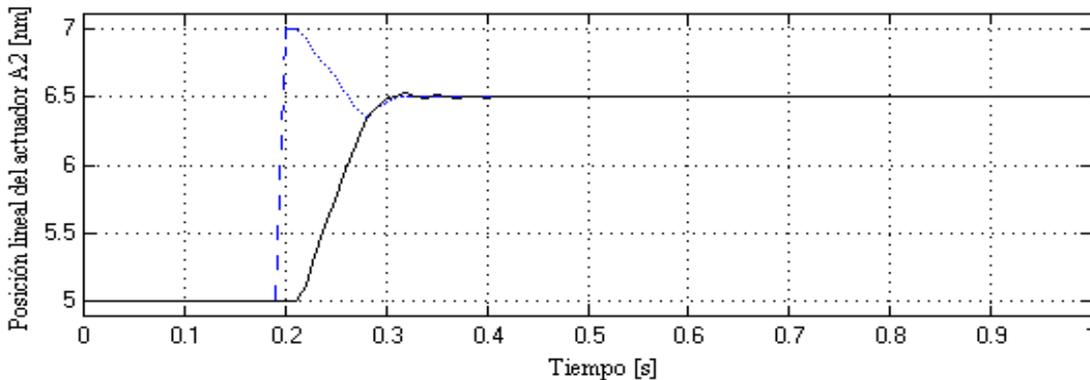


Figura 5.16: Respuesta del actuador de posición A2.

Otra característica interesante, es que, no hay un “offset” de la señal de estado estable que pudiera ser corregida por una acción tipo integral. Lo anterior constituye una ventaja, porque, la respuesta que se obtiene con un controlador difuso como PD [3], es superior a un controlador PID, sin embargo es factible que, incorporando un controlador PID difuso el rendimiento mejore todavía más [5]. De forma equivalente, en la Figura 5.17 se aprecia con línea punteada el cambio del punto de ajuste dinámico y en línea continua la respuesta del actuador A3, misma que, se mantiene en 5 nm hasta 200 ms. Cuando se activan las aberraciones

de bajos órdenes de 1 nm, se tiene un descenso máximo, en la referencia, de 2 nm para después ajustarse a 4.5 nm.

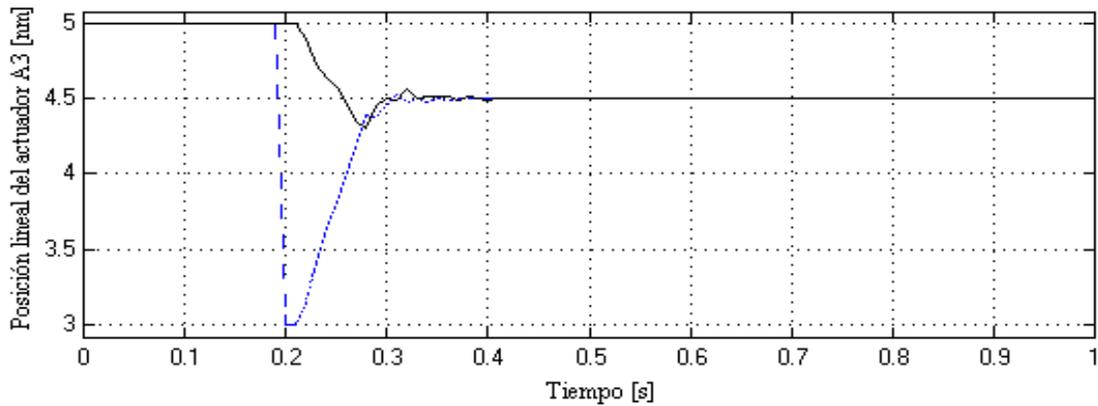


Figura 5.17: Respuesta del actuador de posición A3.

Esto es, con el pistón se llega a 6 nm, con el tip se desciende a 5.5 nm y con el tilt, la respuesta de A3 llega a 4.5 nm. Se nota en la respuesta, un descenso máximo de 4.31 nm en un tiempo pico de 280 ms y la señal se estabiliza en 401.9 ms para la banda de tolerancia del 1%. Las oscilaciones son abatidas y la respuesta permanece estable.

### 5.3.1 Señales de error del compensador difuso con carga simultánea

Debido a que pueden ser evaluadas las señales de error para cada uno de los lazos de regulación del esquema de control de posición de la Figura 5.5, puede verse en la Figura 5.18, la señal de error para A1 y se ve que, existe una amplitud máxima de 3 nm, lo que significa el cambio en el punto de ajuste de 1 nm en pistón, 1 nm en tip y 1 nm en tilt. Se observa como se reduce la pendiente del error hasta 340.2 ms para el criterio del 1% durante el intervalo de 200 ms a 300 ms. De esta manera, se comprueba la reducción del error a cero. Por otro lado, la evaluación del índice de rendimiento por medio de la señal del error, se logra a través de la integral del error (expresión (4.4) del Capítulo 4) y su valor es  $e = 1.935e+001$ . El valor de la señal de error depende plenamente de que tan rápida sea la respuesta del sistema a controlar para seguir a la referencia y de cómo sean reducidos los efectos de las perturbaciones [1].

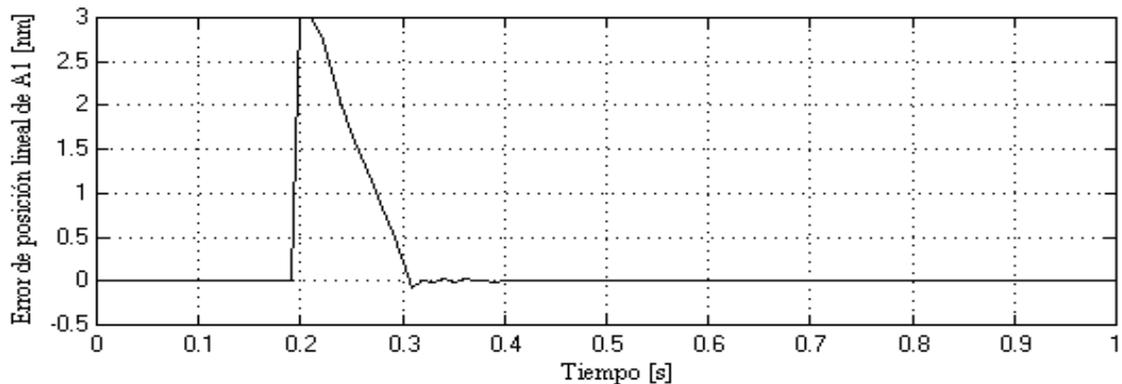


Figura 5.18: Señal de error del actuador de posición A1.

Así, en la Figura 5.19, puede percibirse que, la señal de error permanece en estado estable hasta los 200 ms y después se incrementa alcanzando un máximo de 2 nm, para después reducirse lentamente en menos de 100

ms hasta llegar a 0 nm. Obsérvese que no hay oscilaciones que indiquen el movimiento o vibración del segmento debidas a las señales de control aplicadas a los actuadores. El índice de desempeño mediante la señal de error, evaluado por *Simulink*, alcanzó un valor de:  $e = 1.054e+001$ . Comparando la señal de error obtenida para A1 y la de A2, se comprueba que el error en A1 es mayor que en A2, pues la amplitud del error en A1 es mayor.

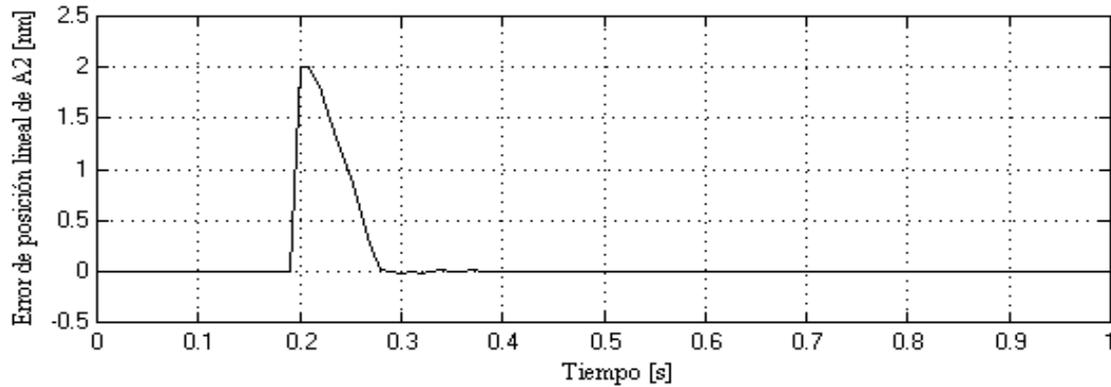


Figura 5.19: Señal de error del actuador de posición A2.

Por consiguiente, en la Figura 5.20, la señal de error para A3 permanece en 0 nm hasta los 200 ms. Cuando ocurren las perturbaciones de 1 nm en 200 ms, se ve, como existe un descenso de 2 nm, no obstante, la señal comienza a incrementarse hasta llegar a cero, en un tiempo breve alrededor de los 300 ms. Las oscilaciones cercanas en este tiempo se atenúan mucho antes de llegar a 400 ms y eso significa que la respuesta del actuador alcanzó la señal deseada.

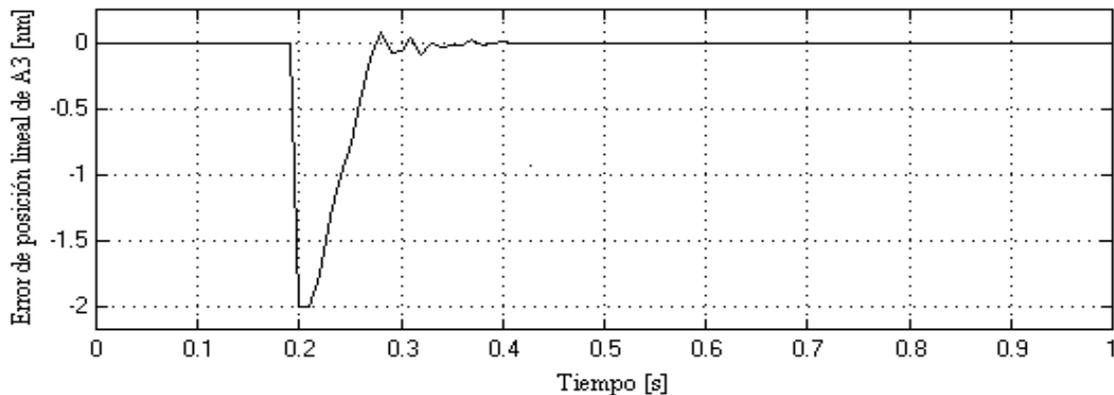


Figura 5.20: Señal de error del actuador de posición A3.

La evaluación del rendimiento del lazo de control para A3 dentro de toda la dinámica del sistema de control, por medio del índice de rendimiento, fue de:  $e = 0.994e+001$ . Comparando los valores del error para A1, A2 y A3 se ve como A3 tiene el valor menor.

### 5.3.2 Señales de control del compensador difuso con carga simultánea

Por otra parte, en la Figura 5.21 nótese que, la señal de control para el actuador A1, permanece en 0 v mientras no haya carga. Después en 200 ms ocurren las aberraciones y se aprecia el incremento en el consumo de voltaje hasta un pico inicial de 318.04 v, posteriormente descendiendo a 61.48 v y vuelve a incrementarse hasta 316.65 v en 290 ms. Así, continúa con un descenso máximo de -309.42 v en 310 ms. Se comprueba que el amortiguamiento de la señal de control es favorable. Las variaciones de voltaje son debidas a la

compensación de las perturbaciones de manera simultánea que afectan al segmento y por tanto afectan la calidad de la imagen astronómica. Puede distinguirse un rizo mínimo de voltaje entre 20 v y -20 v después del tiempo de 340.2 ms. También, puede asociarse la interpretación en la señal de control como la fuerza que necesita aplicarse al actuador electromecánico para cambiar la posición del segmento.

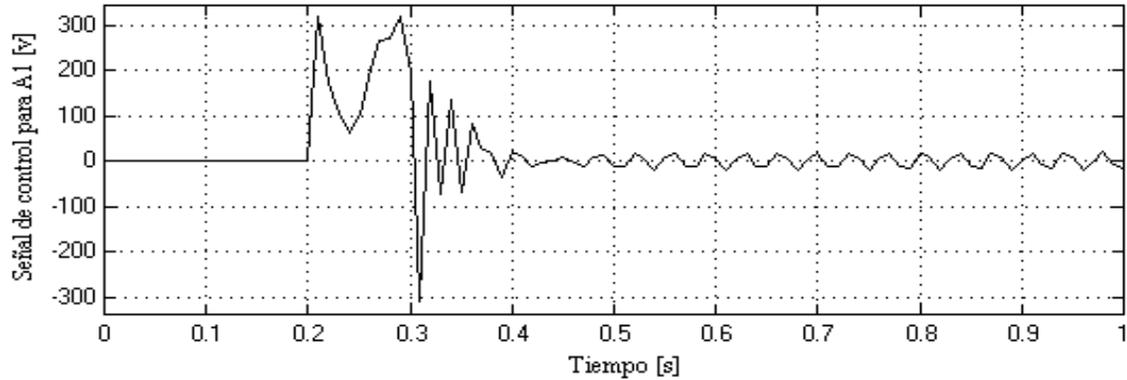


Figura 5.21: Señal de control del actuador de posición A1.

Conforme a lo anterior, la señal de control para el actuador A2 mostrada en la Figura 5.22, permanece en 0 v hasta los 200 ms y, se ve el incremento de voltaje hasta los 313.38 v en 210 ms, para después descender a 109.88 v en 220 ms y volver a tener un máximo en 314.16 v en 250 ms. La señal continúa con un descenso máximo de -114.23 v en 300 ms para así, comenzar a ascender nuevamente y amortiguarse. Puede verse también que, existe un rizo de voltaje entre 20 v y -20 v hasta el tiempo de 1 s. Las variaciones de voltaje son debidas al cambio en la posición angular del segmento referidos a sus grados de libertad, los cuales, fueron mostrados en la Figura 1.8 del Capítulo 1.

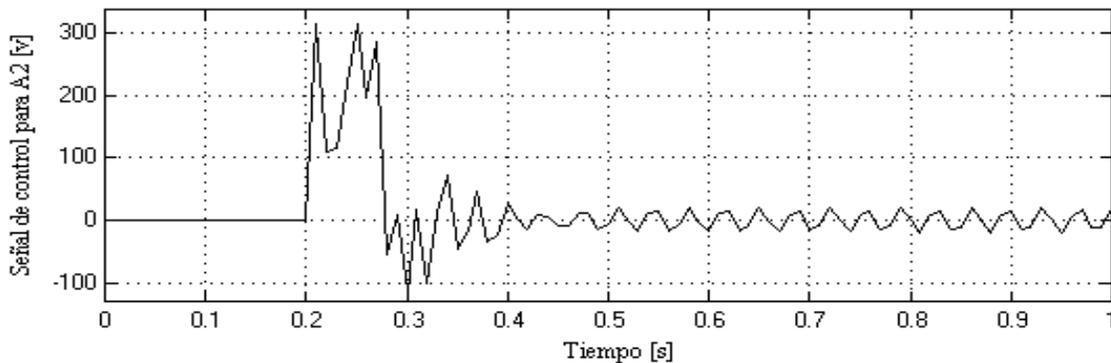


Figura 5.22: Señal de control del actuador de posición A2.

Ya para concluir, en la Figura 5.23, se muestran las variaciones de voltaje después de los 200 ms, se inicia con un decremento de -313.37 v en 210 ms y se tiene un primer incremento hasta 59.73 v en 230 ms, la señal sigue en un descenso máximo de -315.26 v en 250 ms y seguidamente se distingue un pico máximo de 309.8 v en 280 ms, para continuar atenuándose conforme aumenta el tiempo. El rizo de voltaje también existe en los límites de 20 v a -20 v después de los 402 ms prácticamente.

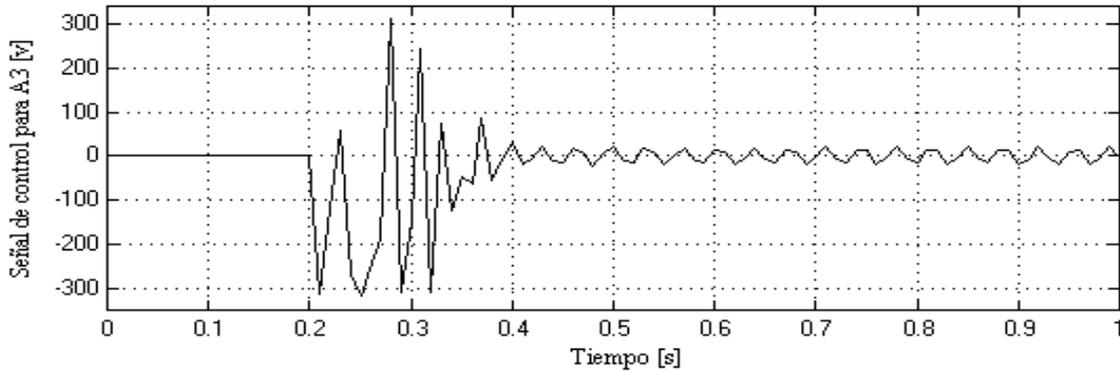


Figura 5.23: Señal de control del actuador de posición A3.

Con base en todo lo anterior, puede decirse que, los esquemas de control PID de posición y el control difuso de posición, fueron probados y simulados en condiciones de estado estable y con las aberraciones de bajos órdenes, para diferentes tiempos y de manera simultánea. Para el caso del control PID fueron evaluadas las respuestas de los actuadores y se comprobó como el sistema se volvió inestable, ya que las señales de error y de control en cada lazo, divergen. Para el caso difuso el sistema no se volvió inestable, por lo cual, se evaluaron las respuestas de los actuadores, y sus respectivas señales de error y de control. De tal manera que, se aprecia inmediatamente que el sistema de control difuso es más robusto ante las perturbaciones debido a su característica de *ganancia variable* [5].

5.4 Resultados del control difuso de posición del segmento

Los parámetros de cada una de las respuestas de los actuadores, mediante el control difuso, se concentran en la Tabla 5.1, para las perturbaciones independientes y simultáneas. La corrección de las aberraciones, indican que, el segmento adquiere la posición deseada para desviar el frente de onda cuando ocurre el pistón, tip y tilt. La evaluación de los índices de desempeño para cada uno de los lazos de regulación con cargas independientes y simultáneas se resume en la Tabla 5.2.

Tabla 5.1: Parámetros de las respuestas de los actuadores con perturbaciones independientes y simultáneas.													
Control difuso de posición con pistón, tip y tilt independientes.													
Ai	Pi= 1 nm Ti=0.1 s	Tx=1nm -2.216 nrad Ti=0.3 s	Ty=1 nm -2.56 nrad Ti=0.6 s	Mp [%]			Tp [ms]			Te [ms]			Bt
				Pi	Tx	Ty	Pi	Tx	Ty	Pi	Tx	Ty	
A1	6 nm	7 nm	7 nm	15.5	5.2	0	140	380	0	212.6	380	380	1%
A2	6 nm	5.5 nm	6.5 nm	15.5	-51.62	1.1	140	340	680	212.6	450.7	682	1%
A3	6 nm	5.5 nm	4.5 nm	15.5	-51.62	1	140	340	680	212.6	450.7	680	1%
Control difuso de posición con pistón, tip y tilt simultáneos.													
Ai	Pi= 1 nm Ti=0.2 s	Tx=1nm -2.216 nrad Ti=0.2 s	Ty=1 nm -2.56 nrad Ti=0.2 s	Mp [%]			Tp [ms]			Te [ms]			Bt
				Pi	Tx	Ty	Pi	Tx	Ty	Pi	Tx	Ty	
A1	6 nm	7 nm	7 nm	0	0	2.07	0	0	310	0	0	340.2	1%
A2	6 nm	5.5 nm	6.5 nm	0	0	2.89	0	0	320	0	0	325.3	1%
A3	6 nm	5.5 nm	4.5 nm	0	0	1.94	0	0	280	0	0	401.9	1%

De la Tabla previa, se ve como las respuestas de los actuadores A1, A2 y A3 fueron establecidas para la banda de tolerancia del 1%. Se indican: Mp, Tp y Te cuando el sistema fue perturbado con las aberraciones de bajos órdenes. El tiempo final de corrección para las perturbaciones independientes fue de 682 ms y, para el caso de las perturbaciones simultáneas fue de 401.9 ms. En la Tabla 5.2, se ve claramente como la sumatoria total del error para las cargas independientes es mayor a la sumatoria de las cargas simultáneas.

<i>Tabla 5.2: Evaluación de la sumatoria de los valores absolutos del error</i>		
Rendimiento del control difuso de posición		
Actuador	Cargas independientes	Cargas simultáneas
A1	1.222e+001	1.935e+001
A2	1.49e+001	1.054e+001
A3	1.494e+001	0.994e+001
Totales	4.206e+001	3.983e+001

### Bibliografía

#### Libros

- [1] Ogata, K. *Ingeniería de Control Moderna*. México: Prentice Hall, 1993. 2da ed. 1020 p
- [2] The MATH WORKS. *Simulink Dynamic System Simulation Software*. June 1995.

#### Artículos

- [3] Heidar, A. et al. "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional-Derivative Control Systems". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol. 2. No. 4. November 1994.
- [4] Hubin, N. and Noethe, L. "Active Optics, Adaptive Optics and Laser Guide Stars". *Science* Vol. 262. Nov 1993. p 1390-1394.
- [5] Jantzen, J. "Tuning Of Fuzzy PID Controllers", <http://www.iau.dtu.dk/#jj/pubs> p 1-22.

## Conclusiones

Primeramente, se diseñó y simuló en tiempo continuo la estructura del lazo de regulación dedicado para un actuador electromecánico, controlando así, la posición lineal del mismo. Para esto, se realizaron pruebas mediante Control PID y Control Difuso (CD), concluyendo así que, el segundo esquema es superior al primero. Además, el CD tiene la ventaja de que utiliza un controlador no lineal y, en lo futuro, cuando se haga el análisis de las no linealidades (por ejemplo, histéresis mecánica) el controlador es susceptible de volverse a utilizar por la flexibilidad de la estructura que lo compone. Lo anterior se comprobó mediante el estudio de la respuesta del actuador en cuánto a sus parámetros básicos y las correspondientes señales de error y de control.

Por medio de la respuesta escalón del actuador electromecánico obtenida a través de la simulación en *Simulink* de *Matlab*, se identificó el comportamiento dinámico del actuador. Comparando los resultados obtenidos para el lazo de regulación, expuestos y concentrados en la Tabla 4.3 del Capítulo 4 (mediante los esquemas de Control PID y CD) sobresale lo siguiente: La respuesta escalón de 1 nm para el control PID alcanzó un sobreimpulso máximo del 38.7% con un tiempo de establecimiento de 71 ms para la banda de tolerancia del 1%. En el caso del lazo de regulación del CD se alcanzó un sobreimpulso máximo del 0.22% con un tiempo de establecimiento de 29.6 ms para la banda de tolerancia del 1%. Con base en estos resultados, se aprecia que, el esquema de control difuso es superior al esquema de control PID para las condiciones establecidas de la regulación. Esto a su vez fue corroborado por el índice de desempeño de cada esquema de control por medio del valor de la integral del error, para el control PID fue  $e = 1.68$  y, para el control difuso fue  $e = 2.094$ .

Por otra parte, se caracterizó, diseñó y estableció el esquema de CD de posición para el sistema de óptica activa de un segmento del primario del TIM para compensar las aberraciones pistón, tip y tilt. Se validó la estructura y funcionamiento del esquema por medio de la simulación cuando fue perturbado con las aberraciones mencionadas en tiempos diferentes y simultáneos, determinando con esto, robustez ante variaciones en la carga. Otra característica de las pruebas de validación y del esquema en sí, es que permite realizar los ajustes necesarios referidos a los escalamientos en los puntos de ajuste dinámicos y las perturbaciones, además de ajustar los parámetros de cada controlador difuso, en cuanto a las variables lingüísticas y la sintonización. También sobresale, la importancia que tiene el esquema de control de posición para el segmento en sí, el cual, puede ser aplicado a los demás segmentos del primario.

Mediante la concentración de los resultados presentados en la Tabla 5.1 del Capítulo 5, pueden compararse también, las características de las respuestas de los actuadores en cuánto a los parámetros:  $M_p$ ,  $T_e$  y  $B_t$ . Comparativamente hablando, se ve que el tiempo de corrección de las aberraciones es menor cuando ocurren las perturbaciones simultáneas que las independientes. Pues, cuando se activa el pistón ( $P_i$ ) de 1 nm (perturbaciones independientes), las respuestas de cada uno de los actuadores presenta un sobreimpulso máximo del 15.5%. Para el caso del actuador A1, cuando surge el tip ( $T_x$ ), también de 1 nm, en 300 ms el sobreimpulso es de 5.2% y, cuando surge la perturbación tilt ( $T_y$ ), de 1 nm en 600 ms, las respuestas de los actuadores A2 y A3 alcanzan un sobreimpulso máximo del 1.1%. Debe observarse que, los tiempos de establecimiento para los 3 actuadores son iguales cuando ocurre el pistón; cuando se activa el tip, el tiempo de establecimiento para los actuadores A2 y A3 fue de 450.7 ms y; finalmente, cuando surge el tilt en 600 ms el tiempo de establecimiento para A2 y A3 es de 682 ms. Continuando con el mismo análisis anterior, cuando se probó el esquema de control difuso con las cargas simultáneas ( $P_i$ ,  $T_x$  y  $T_y$ ) en 200 ms, se identificó que el sobreimpulso máximo fue de 2.89% para el actuador A2 y que el tiempo de establecimiento máximo alcanzado fue de 401.9 ms para el actuador A3. Debe advertirse que las respuestas de los actuadores fueron determinadas para la banda de tolerancia del 1% y que permanecen dentro del límite temporal de la óptica activa.

Debe decirse que, el rendimiento del esquema de control difuso fue también confirmado a través de la integral del error por cada lazo y de manera global (obsérvese la Tabla 5.2 del Capítulo 5), en la cual, se aprecia que el valor total de la sumatoria del error para las cargas independientes fue  $e = 4.206e+001$  y que la sumatoria del error para las cargas simultáneas fue  $e = 3.983e+001$ .

Con base en la exposición de los resultados obtenidos y las conclusiones presentadas, se afirma que el esquema de control difuso, presentó buen rendimiento y además, es flexible en cuanto al escalamiento de las perturbaciones. Todo esto, sumado a las ventajas de simulación, lo hacen confiable como una primera aproximación (pionera) para establecer el sistema de control difuso de posición para corregir las aberraciones de bajos órdenes en el segmento; adquiriendo así una importancia fundamental para el análisis del sistema de control distribuido de los 19 segmentos del primario (como esquemas de control embebido). Ya para complementar, es preciso mencionar que la transformación de coordenadas es flexible en cuanto a la ubicación de los actuadores, pues, el modelo no cambia y se puede utilizar la misma matriz de transformación variando solamente la distancia del actuador hacia el centro. La representación simplificada del detector de cuadrantes y el lazo óptico permitió reforzar el entendimiento global sobre como cambia la posición angular del segmento, y más aún, cuando se comprende la dinámica de los esfuerzos mecánicos del telescopio al efectuarse las observaciones astronómicas.

De lo anterior, se desprende que es preciso continuar con la programación de los algoritmos del controlador difuso. Posteriormente, será posible pasar a su implantación y experimentación mediante la electrónica asociada correspondiente, para después desarrollar prototipos en laboratorio y continuar, en su momento, con pruebas en la planta. Siendo posible combinar el acoplamiento del control de posición con el control de suspensión del segmento. Estos a su vez, pueden incorporarse dentro de un esquema de control distribuido multivariable del primario del TIM. Surgiendo con esto (en lo futuro) la evaluación de los algoritmos para el control distribuido de los múltiples subsistemas que formarán al sistema de control del segmento y en general del primario.

Puede afirmarse con toda legitimidad que, el estudio hecho para el sistema de óptica activa del TIM relacionado con la dinámica de control de un segmento y con extensión a los demás segmentos del primario es importantísima, pues, debido a que el TIM se encuentra en fase de diseño, es factible que, si se modifican las dimensiones del primario o se incrementan el número de segmentos, el análisis del comportamiento dinámico de cada espejo sigue siendo, en esencia, el mismo, por lo cual, se aprecia sin lugar a dudas, la importancia que este tipo de estudios tiene.

Por otro lado, una aportación interesante del trabajo, es que, existen pocas aplicaciones del CD en instrumentación astronómica (esto a nivel mundial), en especial, para control de espejos segmentados en telescopios de grandes dimensiones. Esto es importante, pues, con el modelo en simulación que se obtuvo, es factible ahora, complementarlo con los parámetros reales de cada uno de los componentes del sistema de óptica activa y en particular, de los componentes del esquema de CD.

En resumen, la tesis de aplicación elaborada puede considerarse como aporte e innovación a la tecnología y desarrollo en sistemas difusos mediante la implementación de instrumentos y sistemas de control (para telescopios de grandes dimensiones) en óptica activa. En síntesis, la corrección de las aberraciones de bajos órdenes por medio del control difuso (objetivo de esta tesis) fue cabalmente cubierto.

### Perspectivas

En concreto, para el controlador difuso Mamdani, puede todavía incluirse la variable integral; generando así, un controlador difuso tipo PID. De tal forma que, aún es posible mejorar el rendimiento del controlador por medio del controlador incremental. Hecho lo anterior, puede continuarse (con fines de investigación y de ser factible, de aplicación) con el análisis y estudio de la estructura del controlador Sugeno con la finalidad de evaluar el rendimiento de este tipo de controlador en el esquema de CD de posición establecido para el segmento.

Por otra parte, el esquema previamente mencionado, puede ser complementado con un lazo de fuerza y además, puede comenzarse a probar con no linealidades, por ejemplo: histéresis mecánica. A su vez, la retroalimentación de cada lazo dedicado, con ganancia unitaria, puede ser reemplazada por la función de transferencia del elemento sensor ubicado en el lazo de retroalimentación. Por otro lado, es factible incorporar la estrategia de control *feedforward* con la finalidad de atenuar el efecto de las perturbaciones mucho antes de que se produzcan las señales de control cuando se obtiene el error de posición lineal de cada actuador; lo anterior, con la finalidad de mejorar las respuestas de los actuadores. También, existen múltiples posibilidades para analizar el rendimiento del esquema, por ejemplo: el índice de desempeño, el consumo de energía total, la variación del haz en el plano del detector y la corrección de las aberraciones, entre otros. Resulta ventajoso considerar que, el control desarrollado es adecuado para el control de movimiento de alta precisión del segmento.

Finalmente, puede seguirse aprovechando la plataforma *Matlab* para realizar simulaciones y animaciones del comportamiento dinámico de un segmento, y más aún, cuando son corregidas las aberraciones de bajos y altos órdenes por medio de las técnicas de control establecidas, lo cual, constituye un avance apreciable, pues se puede simular todo el control del primario del TIM con debida antelación, antes de, continuar con la realización de pruebas de implementación en el laboratorio y posteriormente en el telescopio.