



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Implementación numérica de modelos de fuente  
lineal y cilíndrica para la evaluación de pruebas  
TRT en campo**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero geofísico**

**P R E S E N T A**

Josué López Garrido

**TUTORA DE TESIS**

Dra. Norma Patricia López Acosta



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022**



---

## RESUMEN

El uso de energías renovables, como la energía geotérmica, proporciona una alternativa para reducir el impacto ambiental provocado por el uso de combustibles fósiles. Al respecto, las estructuras termoactivas han ganado popularidad, por ser sistemas capaces de aprovechar la energía calorífica extraída del suelo para acondicionar espacios, reduciendo los costos de construcción respecto a los *sistemas* tradicionales. No obstante, existen algunos desafíos para su implementación en México. Entre las principales limitaciones se encuentra el desconocimiento de las propiedades térmicas de los suelos nacionales, el comportamiento de los campos de temperatura, los principales mecanismos de transferencia de calor y la operación de estos sistemas.

En este contexto, la Coordinación de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM realizó un Ensayo de Respuesta Térmica en el Estado de México (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) para determinar las propiedades térmicas del suelo de ese sitio. La prueba TRT consiste en hacer circular un fluido a través de una tubería en forma de U colocada dentro de una perforación en el suelo, mientras en la superficie se monitorean las temperaturas de entrada y de salida del fluido transmisor del calor. Durante la prueba se deben mantener estables la presión del fluido, la cantidad de energía usada y el tiempo de ejecución.

Para evaluar los resultados de ensayos TRT, en esta tesis se implementó un algoritmo numérico en lenguaje Python® denominado “EVA-TRT” que permite obtener los valores de las principales propiedades térmicas del suelo. El código “EVA-TRT” está fundamentado en dos modelos analíticos: a) el Modelo de Fuente Lineal Infinita (ILSM, por sus siglas en inglés *Infinite Line Source Model*) y b) el Modelo de Fuente Cilíndrica Infinita (ICSM, por sus siglas en inglés *Infinite Cylindrical Source Model*). Ambos modelos consideran los procesos físicos que rigen el comportamiento de los campos de temperatura en el suelo. Estas aproximaciones analíticas permiten ajustar una curva teórica a las mediciones de campo, tomando en cuenta las condiciones bajo las cuales se realizó el ensayo TRT en campo.

Con base en los datos experimentales del ensayo TRT ejecutado en el Estado de México se obtuvieron la conductividad y la difusividad térmicas del suelo del sitio de estudio. Con base en la comparación de los dos modelos analíticos implementados con los datos experimentales medidos en campo, se determinó que ambos modelos se ajustan de manera muy adecuada al comportamiento real de los campos de temperatura *in situ*. A partir de los resultados, se distingue que el programa propuesto en este trabajo representa una herramienta confiable para la evaluación de ensayos TRT ejecutados en campo. Además, los resultados obtenidos de este tipo de ensayos sirven como base para el diseño y la implementación de estructuras termoactivas en el país.



## ABSTRACT

The use of renewable energies, such as geothermal energy, provides an alternative to reduce the environmental impact caused using fossil fuels. In this regard, thermoactive structures have gained popularity, as they are systems capable of taking advantage of the heat energy extracted from the ground to condition spaces, reducing construction costs compared to traditional *systems*. However, there are some challenges to its implementation in Mexico. Among the main limitations is the lack of knowledge of the thermal properties of national soils, the behavior of temperature fields, the main mechanisms of heat transfer and the operation of these systems.

In this context, the Geotechnics Coordination of the Institute of Engineering of the UNAM carried out a *Thermal Response Test* (TRT) in the State of Mexico to determine the thermal properties of the soil of that site. The TRT test involves circulating a fluid through a U-shaped pipe placed inside a hole in the ground, while at the surface the inlet and outlet temperatures of the heat transmitting fluid are monitored. During the test, the fluid pressure, the amount of energy used, and the execution time must be kept stable.

To evaluate the results of TRT tests, in this thesis a numerical algorithm was implemented in Python® language called "*EVA-TRT*" that allows to obtain the values of the main thermal properties of the soil. The *code "EVA-TRT"* is based on two analytical models: a) the *Infinite Line Source Model* (ILSM) and b) the *Infinite Cylindrical Source Model* (ICSM), both models consider the physical processes that govern the behavior of temperature fields in the soil. These analytical approaches allow to adjust a theoretical curve to the field measurements, considering the conditions under which the TRT field test was carried out.

Based on the experimental data of the TRT test carried out in the State of Mexico, the thermal conductivity and diffusivity of the soil of the study site were obtained. Based on the comparison of the two implemented analytical models with the experimental data measured in the field, it was determined that both models fit very adequately to the actual behavior of the temperature fields *in situ*. From the results, it is distinguished that the program proposed in this work represents a reliable tool for the evaluation of TRT tests executed in the field. In addition, the results obtained from this type of tests serve as the basis for the design and implementation of thermoactive structures in the country.



## AGRADECIMIENTOS

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** y a la **Facultad de Ingeniería**.

Al **Instituto de Ingeniería de la UNAM** por la confianza y el apoyo económico otorgado, a través de la Dra. Norma Patricia López Acosta, durante la realización de esta tesis.

A la **Dra. Norma Patricia López Acosta** por la oportunidad de formar parte del Instituto de Ingeniería y por la confianza brindada para la realización de esta tesis.

Al **M.I. David F. Barba Galdámez** por transmitirme sus conocimientos del tema.

A los sinodales, **M.I. Nikté Ocampo Guerrero, M.I. Rodrigo Takashi Sepúlveda Hirose, M.I. Walter Iván Paniagua Zavala, M.C. David Escobedo Zenil**, por su tiempo en la revisión de este trabajo

A mi padre, **Ventura López González**, por su apoyo para luchar por mis sueños, para colocarme en los mejores lugares para mí formación académica y motivarme a ser mejor cada día; y a mi madre, **Yolanda Guadalupe Garrido González**, por darme las herramientas para emprender mi camino desde el principio, por enseñarme a enfrentar la adversidad y a nunca rendirme, a motivarme y hacerme saber que yo puedo y que siempre hay un mejor camino.

A mi abuelo, **Odilón Garrido Martínez**, por la motivación para terminar un peldaño más dentro de mi formación profesional y por compartirme sus vivencias y sus planes para cuando terminara mi carrera profesional. Al fin lo estoy logrando y donde sea que estés, espero estés orgulloso de mí.

A mis mejores amigas de generación, **Georgina Chávez Ponce** y **Karina de los Ángeles Rodríguez Ramírez**, por su amistad incondicional y su apoyo en los momentos más difíciles. El soporte académico y emocional que me brindaron me hizo apreciar las cosas y tomar cada experiencia como una enseñanza, sé que tendré su apoyo por siempre.

A **Jonathan Licona Rodríguez** por su paciencia desde el primer semestre y escucharme cuando me hace falta, por su apoyo incondicional y su amistad sincera, haciendo que la carga de trabajo de cada día fuera más ligera.

A las personas que me apoyaron durante mi formación profesional, tanto amigos como profesores, y durante el tiempo que me tomó terminar este proyecto.





---

Implementación numérica de modelos de fuente lineal y cilíndrica para la  
evaluación de pruebas TRT en campo

**ÍNDICE**

<b>RESUMEN .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>iii</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>v</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>III</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>V</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>2. ANTECEDENTES TEÓRICOS .....</b>	<b>5</b>
2.1. Calor interno de la Tierra .....	5
2.2. Principales mecanismos de transferencia de calor .....	7
2.2.1. Mecanismos de los sistemas de intercambio de calor .....	8
2.3. Condiciones de isotropía y anisotropía .....	8
2.4. Componentes de un sistema de intercambio de calor .....	9
2.5. Tipos de sistemas de intercambio de calor .....	10
2.6. Configuraciones de tuberías usadas en pilas de energía .....	10
2.7. Efectos térmicos en las estructuras .....	11
2.8. Determinación de parámetros térmicos del suelo .....	14
2.9. Pruebas de respuesta térmica .....	14
2.10. Escalas espaciales y temporales .....	15
<b>3. DESARROLLO DE LOS MODELOS ANALÍTICOS IMPLEMENTADOS EN ESTA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>17</b>
3.1. Modelos iniciales .....	17
3.2. Funciones G .....	19
3.3. Modelo de fuente lineal infinita .....	19
3.4. Modelo de fuente de superficie cilíndrica infinita .....	20
3.5. Consideraciones para la aplicación de los modelos .....	21
3.6. Principio de superposición .....	22
3.7. Modificación de modelos para su implementación .....	24

3.7.1. Modificación al modelo lineal.....	24
3.7.2. Modificación al modelo cilíndrico .....	26
<b>4. APLICACIÓN A UN CASO REAL .....</b>	<b>29</b>
4.1. Ubicación y marco geológico del sitio de estudio .....	29
4.2. Información disponible de la prueba TRT analizada.....	30
<b>5. EVALUACIÓN DE PRUEBAS TRT EJECUTADAS EN CAMPO A PARTIR DE LA PROGRAMACIÓN DE DOS MODELOS ANALÍTICOS.....</b>	<b>35</b>
5.1. Tratamiento inicial de los datos .....	35
5.1.1. Organización de la información .....	35
5.1.2. Transferencia de calor por unidad de longitud promedio .....	37
5.1.3. Cálculo de las diferencias de temperatura ( $\Delta T$ ) .....	37
5.2. Análisis de la prueba TRT considerada a partir del modelo de fuente lineal infinita (ILSM) .....	38
5.2.1. Análisis de la etapa de calentamiento .....	38
5.2.2. Análisis de la etapa de recuperación .....	39
5.2.3. Resultados promedio .....	40
5.3. Análisis de la prueba TRT considerada a partir del modelo de fuente cilíndrica infinita (ICSM) .....	40
5.3.1. Análisis de la etapa de calentamiento .....	41
5.3.2. Análisis de la etapa de recuperación .....	41
5.3.3. Resultados promedio .....	42
5.4. Comparación de los resultados obtenidos en los modelos analíticos implementados.....	42
<b>6. CONCLUSIONES .....</b>	<b>45</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>47</b>
<b>ANEXO I. “EVA-TRT” CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS SUELOS A PARTIR DE PRUEBAS TRT (PROGRAMA PRINCIPAL) .....</b>	<b>I</b>
<b>ANEXO II. “EVA-TRT” CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS SUELOS A PARTIR DE PRUEBAS TRT (MÓDULO) .....</b>	<b>III</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Gradiente geotérmico en diferentes zonas terrestres (adaptado de Tarbuck y Lutgens, 2005).....	6
Figura 2.2. Reconocimiento de las tres zonas principales del suelo según los cambios de temperatura estacionales de la superficie. ....	6
Figura 2.3. Mecanismos de transferencia de calor. ....	7
Figura 2.4. Mecanismos de intercambio de calor ocurridos durante la operación de un sistema de extracción/inyección de calor. ....	8
Figura 2.5. a) medio isotrópico (propiedades iguales en cualquier dirección) y b) medio anisotrópico (propiedades variables según la dirección).....	9
Figura 2.6. Componentes de un sistema de intercambio de calor (De Moel et al., 2010).....	9
Figura 2.7. Diferentes configuraciones de tuberías de intercambiadores de calor: a) tubo ‘U’ simple, b) tubo ‘U’ doble en paralelo, c) tubo ‘U’ doble cruzado, d) multitubo, e) tubo doble coaxial y f) tubo espiral/hélice (Fadejev et al., 2017). ....	11
Figura 2.8. Diagrama de cuerpo libre: a) cuerpo sin alteración, b) cuerpo sometido a calentamiento y c) cuerpo sometido a enfriamiento (Bourne-Webb et al., 2012).....	12
Figura 2.9. Diagrama de cuerpo restringido. a) cuerpo sin alteración. b) cuerpo sometido a calentamiento sufriendo compresión y c) cuerpo sometido a enfriamiento sufriendo tensión. (Bourne-Webb et al., 2012). ....	13
Figura 2.10. Diagrama combinado, donde se presentan condiciones de cuerpo restringido y libre: a) cuerpo sin alteración dentro de un suelo compresible y poroso, b) cuerpo sometido a calentamiento, se presenta expansión y compresión y c) cuerpo sometido a enfriamiento, se presenta contracción y tensión (Bourne-Webb et al., 2012). ....	13
Figura 2.11. Funcionamiento de una Prueba TRT. ....	15
Figura 2.12. Procesos ocurridos en las diferentes escalas de espacio y tiempo (Li y Lai, 2015). ....	16
Figura 3.1. Diagrama de flujo: metodología de los cuatro modelos. ....	18
Figura 3.2. Modelo de Fuente Lineal Infinita.....	20
Figura 3.3. Modelo de Fuente de Superficie Cilíndrica Infinita.....	21
Figura 3.4. Etapas de una prueba TRT con diferentes tasas de transferencia de calor; a) tasa de transferencia positiva y b) tasa de transferencia negativa.....	23
Figura 3.5. a) Comportamiento de la tasa de transferencia de calor y su descomposición en impulsos y b) respuesta de temperatura total y de cada impulso (Spitler y Bernier, 2016). ....	23
Figura 3.6. Zonas temporales de una prueba TRT (datos correspondientes a la prueba TRT realizada en el área de estudio).....	28
Figura 4.1. a) Ubicación del área de estudio y b) geología local del sitio.....	29
Figura 4.2. Temperaturas medidas por los diferentes sensores en el pozo de observación durante toda la duración de la prueba. ....	31
Figura 4.3. Gráfica de temperatura de entrada, salida y promedio.....	31

Figura 4.4. Perfil de temperatura del suelo y temperatura media.....	32
Figura 4.5. Comportamiento de la temperatura ambiente durante la prueba. ....	32
Figura 4.6. Gráfica de potencia y caudal promedio de la fase de calentamiento. ....	33
Figura 5.1. Tasa de transferencia por unidad de longitud. ....	37
Figura 5.2. Diferencia de temperatura respecto al tiempo.....	38
Figura 5.3. a) Valores de temperatura para la etapa de calentamiento y b) Comparación entre datos de campo y el modelo (ILSM) obtenido durante la etapa de calentamiento.....	39
Figura 5.4. a) Temperaturas durante la etapa de recuperación y b) Comparación de datos de campo y resultados del modelo (ILSM) durante la etapa de recuperación. ....	40
Figura 5.5. Comparación entre datos de campo y el modelo (ICSM) obtenido la etapa de calentamiento.....	41
Figura 5.6. Comparación de datos de campo y resultados del modelo (ICSM) durante la etapa de recuperación.....	42
Figura 5.7. Comparación de resultados brindados de ambos modelos: a) fase de calentamiento y b) fase de recuperación.....	43

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Propiedades térmicas de algunos tipos de roca y suelos (adaptado de Rawlings y Sykulski, 1999).....	14
Tabla 4.1. Profundidad de los sensores en pozo de observación.....	30
Tabla 5.1. Información y especificaciones de cada archivo de lectura. ....	36
Tabla 5.2. Valores de las propiedades térmicas obtenidas con el modelo lineal.....	40
Tabla 5.3. Valores de las propiedades térmicas obtenidas con el modelo cilíndrico. ....	42
Tabla 5.4. Valores para las propiedades térmicas obtenidos da ambos modelos. ....	43



## 1. INTRODUCCIÓN

El uso excesivo de combustibles fósiles (*i. e.*, petróleo, carbón mineral y gas natural) para la producción de energía es uno de los principales problemas ambientales que enfrenta nuestro planeta. Cuando se queman estas fuentes se libera una gran cantidad de dióxido de carbono resultando en problemas de calentamiento global y cambio climático. Así la necesidad de abastecer las actividades humanas con un limitado impacto ambiental ha llevado al desarrollo de nuevas tecnologías que permitan aprovechar distintas fuentes de energías renovables (Ravera *et al.*, 2020).

Una de las propuestas para enfrentar este problema consiste en aprovechar la energía térmica del subsuelo, conocida como energía geotérmica. Esta fuente se origina de la desintegración radiactiva de sus diferentes componentes y por la absorción de energía solar desde la superficie (Laloui y Di Donna, 2011). A lo largo de los últimos años, la energía geotérmica se ha utilizado para el acondicionamiento de espacios con ayuda de tuberías de intercambio de calor contenidas en elementos de cimentación. Estos nuevos elementos estructurales que incluyen sistemas de intercambio de calor en su interior son denominados como '*pilas de energía*' (de Moel *et al.*, 2010).

La aplicación de sistemas de cimentación para satisfacer las necesidades energéticas de los edificios se remonta a la década de los ochenta (Brandl, 2006) primero a través de losas, luego a través de pilotes (1984), muros diafragma (1996) y túneles (Di Donna y Laloui, 2015). Estas geoestructuras, como también se les conoce, se han establecido principalmente en países europeos como Inglaterra, Austria, Alemania, Suiza, y recientemente en otros países como Japón y Canadá (Laloui y Di Donna, 2011). El uso de estos sistemas de intercambio de calor ha ido en aumento debido a su factibilidad de instalación, ya que los materiales usados en las cimentaciones tienen propiedades térmicas que facilitan el intercambio de calor. Además, los costos de instalación son bajos al encontrarse dentro de elementos requeridos por razones estructurales. A pesar de sus múltiples ventajas su implementación se ha visto obstaculizada por la falta de procedimientos y códigos de diseño que consideren todos los aspectos que tienen influencia en su comportamiento.

En el diseño de pilas de energía es necesario realizar estudios preliminares en el sitio de interés para conocer las propiedades termo-mecánicas del suelo y determinar su respuesta durante la extracción/inyección de calor al suelo. Además, debido a la heterogeneidad del medio se deben analizar los procesos geológicos del lugar y sus efectos sobre el campo de temperatura. Asimismo, se requiere evaluar los esfuerzos causados por los cambios de temperatura ya que influyen en la respuesta mecánica de las pilas y deben considerarse en los diseños estructural y geotécnico.

Los sistemas de bombeo de calor convencionales requieren perforaciones a grandes profundidades para aprovechar directamente la energía calorífica de los estratos de roca. Sin embargo, su uso se ve afectado por el costo y la practicidad, siendo una tecnología que es más adecuada para aplicaciones de mayor escala. En el caso de los sistemas incluidos en los elementos de cimentación no es necesario llegar a grandes profundidades, ya que utilizan el calor acumulado en la zona somera de la corteza terrestre. Estos sistemas son más rentables y pueden captar la energía de forma eficiente dada su estabilidad térmica frente a los cambios estacionales (De Moel *et al.*, 2010).

Desde un punto de vista geotécnico, en el interior de la pila se generan tensiones y deformaciones adicionales inducidas por los cambios de temperatura. Además, las cargas térmicas afectan las propiedades del suelo, así como el comportamiento en la interfaz pila-suelo. Estos efectos adicionales pueden reducir drásticamente el margen de seguridad impuesto por un diseño convencional que no tenga en cuenta los cambios de temperatura (Laloui y Di Donna, 2011). Por lo tanto, se han desarrollado diversos métodos analíticos (Li y Lai, 2015, Philippe *et al.*, 2009) y numéricos (Katsura *et al.*, 2009) que permiten simular las interacciones suelo-estructura ante los cambios de temperatura.

El objetivo de esta tesis es aplicar dos modelos de simulación de fuentes de calor para el análisis de pruebas TRT en campo. Los modelos implementados permiten determinar las propiedades térmicas del suelo.

En el Capítulo 2 se describe el comportamiento de los fenómenos térmicos ocurridos dentro de la Tierra, así como los mecanismos de transferencia de calor en distintos materiales. Enseguida se presentan los tipos y componentes de los sistemas de intercambio de calor. Adicionalmente, se analizan los efectos de los cambios de temperatura en las estructuras. Por último, se describe el funcionamiento básico de una prueba TRT y las diferentes escalas espaciales y temporales usadas durante el funcionamiento de un sistema de intercambio de calor

En el Capítulo 3 se exponen diversos modelos para la interpretación de resultados de pruebas TRT. Al respecto, se presentan sus principales hipótesis y su desarrollo matemático. En este capítulo se detallan los modelos empleados en esta tesis y las modificaciones matemáticas realizadas para facilitar su aplicación.

En el Capítulo 4 se definen las propiedades geológicas del sitio de estudio y la información recopilada a partir de una prueba TRT. Adicionalmente, se describen las características y detalles técnicos para su aplicación. Además, se muestra el comportamiento de diferentes fenómenos térmicos ocurridos en el sitio durante la aplicación de la prueba TRT, tanto en superficie como en el subsuelo.

En el Capítulo 5 se implementan los modelos de simulación de fuentes de calor propuestos en este trabajo para evaluar los resultados de una prueba TRT. Para ello, se desarrolló un



código en lenguaje Python ® que muestra las aproximaciones realizadas y los valores de las propiedades térmicas del medio. Asimismo, se presentan los datos para la aplicación de los modelos mencionados y la metodología para analizar las propiedades térmicas del suelo. Finalmente se presentan los resultados obtenidos después del procesamiento de datos y se realiza una correlación con los valores teóricos correspondientes a la geología del sitio.



## 2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

Las Bombas de Calor Geotérmico (BCG) son máquinas que hacen circular un fluido entre la bomba de calor y los elementos de intercambio de calor en el suelo (Laloui y Di Donna, 2011). Las BCG transfieren la energía utilizando tuberías dentro de la tierra a una profundidad de 5 m o más por debajo de la superficie del terreno, donde las temperaturas son relativamente estables respecto a la temperatura ambiente (Abuel-Naga *et al.*, 2014). Estos sistemas pueden incorporarse en los elementos de cimentación de una edificación, y así aprovechar las propiedades térmicas del concreto.

Las pilas de energía pueden describirse como estructuras de doble propósito ya que utilizan los elementos de concreto en contacto con el suelo, requeridos por razones estructurales, como una unidad intercambiadora de calor. La construcción de estos sistemas es un proceso relativamente simple que implica la introducción de tuberías (en diferentes configuraciones) a lo largo del elemento a través de las cuales circula un fluido conductor de calor (Abuel-Naga *et al.*, 2014). El funcionamiento de estos elementos depende de los requerimientos del edificio. Mientras que durante el invierno las pilas de energía utilizan el suelo como fuente de calor para elevar la temperatura de la edificación, en verano lo utilizan como un disipador de calor para satisfacer las necesidades de enfriamiento.

A continuación, se presentan algunos conceptos sobre los mecanismos de transferencia de calor en suelos. Posteriormente, se describen los elementos que conforman un sistema de intercambio geotérmico y su clasificación.

### 2.1. Calor interno de la Tierra

Debido a que los sistemas de transferencia de calor utilizan los recursos geotérmicos para su funcionamiento, es necesario analizar la temperatura en el interior de la Tierra y sus efectos sobre los procesos geológicos. La relación entre la variación de temperatura y la profundidad se denomina “*gradiente geotérmico*”, incrementándose a una tasa aproximada de 3°C cada 100 m (Riederer *et al.*, 2007). Sin embargo, este valor puede cambiar dependiendo de las condiciones geológicas, procesos físicos, químicos, y de las condiciones de la superficie (Figura 2.1). Cuando se presenta mayor actividad volcánica, el gradiente térmico aumenta y al disminuir la actividad volcánica, el gradiente se reduce. En las zonas de subducción se puede presentar una reducción en los valores del gradiente geotérmico debido a la baja temperatura de la litósfera oceánica. Por otra parte, en zonas de poca actividad, el valor del gradiente se mantiene constante.

## 2. Antecedentes teóricos

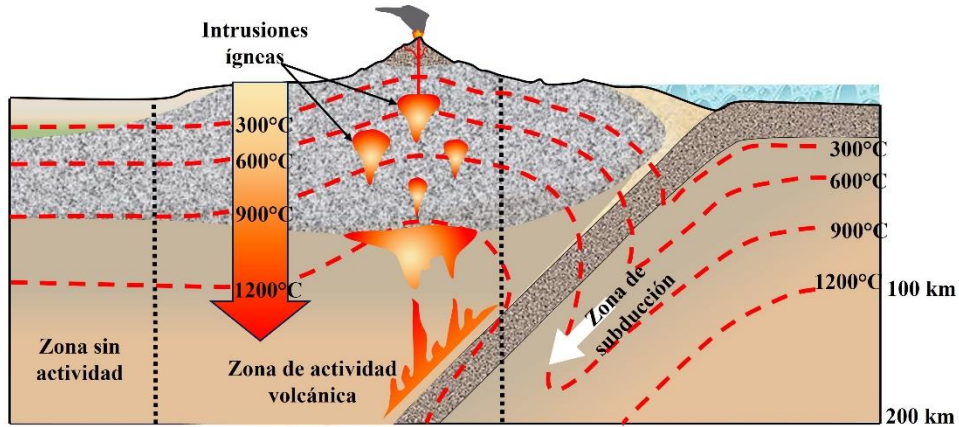


Figura 2.1. Gradiente geotérmico en diferentes zonas terrestres (adaptado de Tarbuck y Lutgens, 2005)

En función de la distribución de temperatura el suelo puede dividirse en tres zonas (Figura 2.2): 1) superficial, 2) somera y 3) profunda (Popiel *et al.*, 2001; Wang y Qi, 2008).

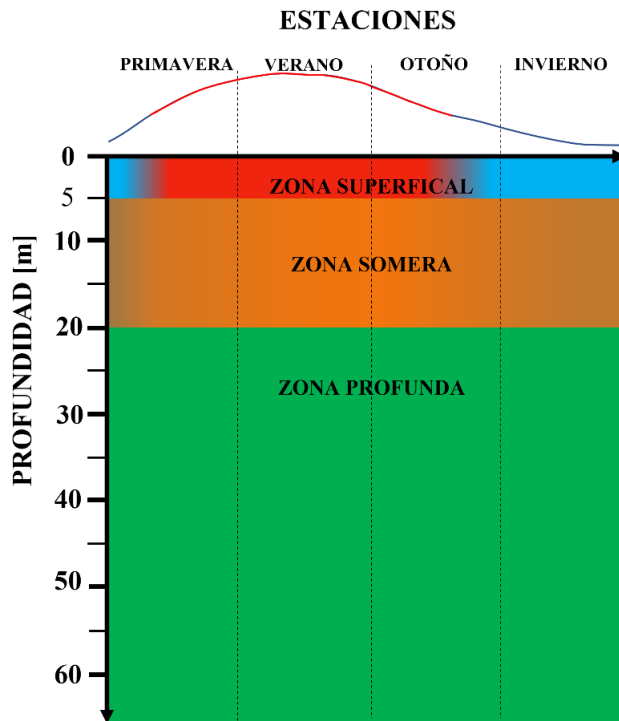


Figura 2.2. Reconocimiento de las tres zonas principales del suelo según los cambios de temperatura estacionales de la superficie

La zona superficial es aquella que se encuentra sujeta a las variaciones de temperatura derivadas de los cambios estacionales. En general, esta zona se encuentra entre los primeros 3-5 m de profundidad. En la zona somera los cambios de temperatura son menores, pero

siguen afectados por los cambios en la zona superficial. El rango de profundidad de esta zona depende del tipo de suelo y el nivel de saturación presente. Se puede encontrar entre los 3-20 m de profundidad. La zona profunda se define como la región donde la temperatura del suelo se mantiene constante. Dependiendo de las propiedades del suelo, esta zona se puede encontrar después de los 20 m de profundidad. Estas zonas pueden ser afectadas por las condiciones climáticas de la superficie como la temperatura del aire, el viento, la radiación solar, la humedad relativa del medio, la presencia de lluvia, nevadas, entre otros fenómenos meteorológicos que se puedan presentar en el sitio (De Moel *et al.*, 2010).

## 2.2. Principales mecanismos de transferencia de calor

Los tres procesos principales de transferencia de calor en los suelos son: conducción, convección y radiación (Figura 2.3).

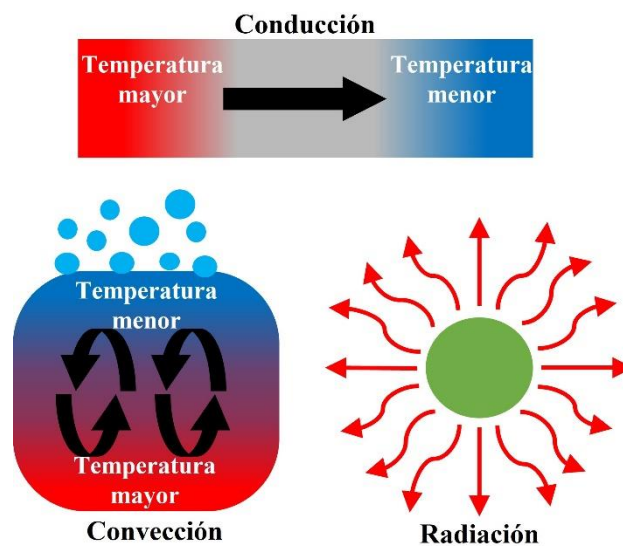


Figura 2.3. Mecanismos de transferencia de calor

La conducción es un proceso natural que ocurre a través del contacto directo entre partículas. La transferencia de calor ocurre cuando dos partículas con diferentes temperaturas chocan entre sí y surge el flujo de calor del cuerpo de mayor temperatura al de menor temperatura. Por lo tanto, el movimiento de partículas induce exclusivamente efectos de convección. Este mecanismo ocurre con los líquidos y gases que puedan estar presentes, ya que el subsuelo generalmente se considera estático (De Moel *et al.*, 2010).

La convección sucede cuando el calor se transfiere de una región del medio a otra, sin movimiento visible (Rees *et al.*, 2000). La energía térmica se transmite solo si hay diferencias de temperatura entre dos partes del medio conductor y depende principalmente del grado de saturación del suelo.

## 2. Antecedentes teóricos

La radiación es la transferencia de energía térmica a través de ondas electromagnéticas y se produce directamente desde la fuente hacia afuera en todas las direcciones. Es importante señalar que, a diferencia de los mecanismos anteriores, no se necesita un medio material para propagarse.

### 2.2.1. Mecanismos de los sistemas de intercambio de calor

La transferencia de calor entre el fluido que circula a través de las tuberías instaladas en la pila de energía y el suelo se lleva a cabo principalmente por conducción y convección. Abdelaziz *et al.* (2011) describen este proceso de la siguiente manera (Figura 2.4):

- Convección entre el fluido y el interior de la tubería.
- Conducción a través de la pared de la tubería
- Conducción dentro del pilote
- Conducción dentro del suelo *in situ*
- Convección a través del flujo de agua subterránea (si existe)

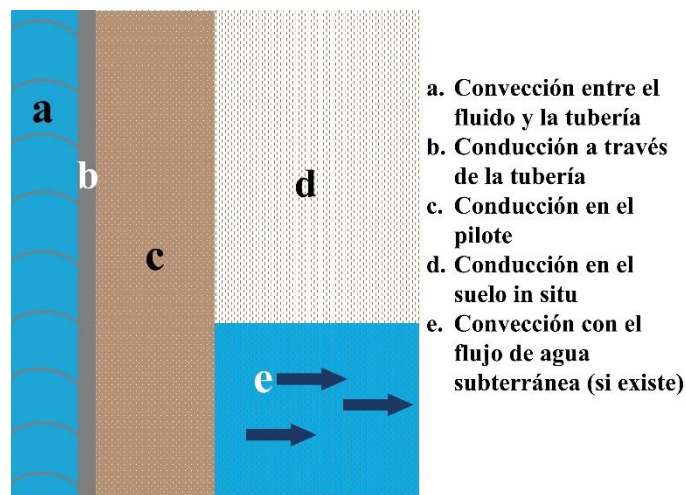


Figura 2.4. Mecanismos de intercambio de calor ocurridos durante la operación de un sistema de extracción/inyección de calor

### 2.3. Condiciones de isotropía y anisotropía

Para comprender el comportamiento de un medio o material, es necesario conocer la distribución de sus diferentes propiedades físicas y químicas. Por simplicidad, se supone que las propiedades térmicas y mecánicas del material son iguales en cualquier dirección (isotropía). A partir de esta condición idealizada los cálculos se reducen considerablemente, ya que sus magnitudes dan resultados iguales (o similares) independientemente de la orientación que se elija (Figura 2.5a).

Por otra parte, un material es anisótropo cuando sus propiedades dependen de la orientación en la que son medidas. En consecuencia, cada superficie reaccionará de manera diferente al

evaluar las mismas condiciones a lo largo de diferentes ejes (Figura 2.5b). Es importante señalar que, debido a las características de este tipo de análisis, sus cálculos son más complejos y demandan mayores tiempos de ejecución.

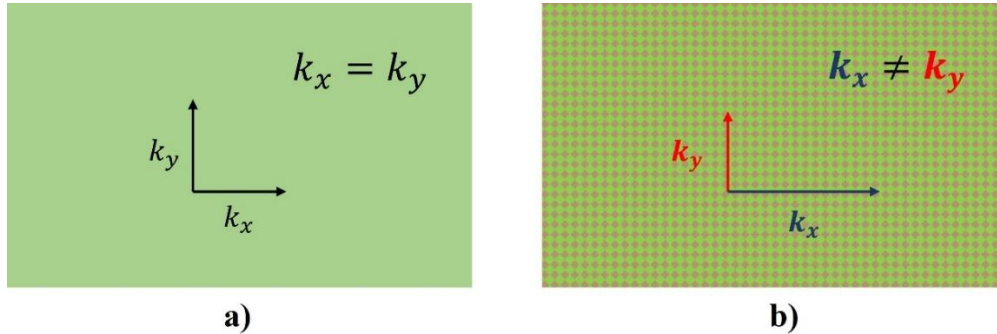


Figura 2.5. a) medio isotrópico (propiedades iguales en cualquier dirección) y b) medio anisotrópico (propiedades variables según la dirección)

#### 2.4. Componentes de un sistema de intercambio de calor

Los sistemas de intercambio de calor constan de tres componentes básicos (Figura 2.6): 1) unidad primaria, 2) unidad secundaria, y 3) unidad de bombeo (Brandl, 2006; Adam y Markiewicz, 2009)

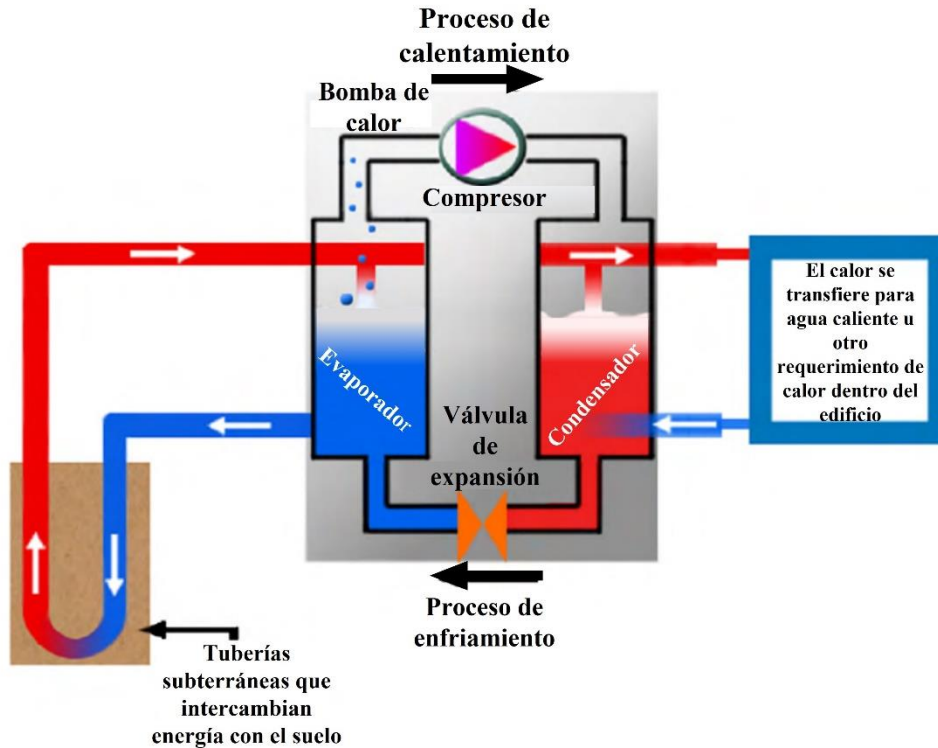


Figura 2.6. Componentes de un sistema de intercambio de calor (De Moel *et al.*, 2010)

## 2. Antecedentes teóricos

---

La unidad primaria se encuentra en contacto con el terreno y se encarga de extraer o inyectar energía térmica del/al suelo. Está conformada principalmente por tuberías tipo U instaladas dentro de los elementos de concreto. A través de estas tuberías circula un fluido conductor de calor que permite el intercambio de energía entre la edificación y el suelo.

La unidad secundaria consiste en una red de tuberías instaladas en la edificación. Su función principal es utilizar la energía térmica extraída para fines de calefacción durante el invierno y recibir el calor no deseado del entorno en verano para transferirlo al suelo (De Moel *et al.*, 2010).

La unidad de bombeo se encarga de mantener la circulación constante del fluido y elevar su temperatura a un nivel aprovechable.

### 2.5. Tipos de sistemas de intercambio de calor

Los sistemas de intercambio de calor aprovechan las condiciones térmicas del suelo y sus propiedades, así como los fluidos presentes en el ambiente. Con base en lo anterior, existen tres tipos de sistemas de operación: abiertos, cerrados e híbridos

En los sistemas abiertos el portador de calor se extrae directamente de la fuente y se pueden dividir en dos subcategorías: precalentamiento / preenfriamiento del suelo con aire o bomba de calor de agua subterránea (Aresti *et al.*, 2018). Al aprovechar las condiciones presentes en el sitio, estos sistemas requieren menos infraestructura y reducen los costos de instalación. Sin embargo, su operación depende de la presencia de agua subterránea y el intercambiador de calor se encuentra expuesto a fenómenos físicos y químicos que pueden afectar su funcionamiento.

En los sistemas cerrados se extrae o inyecta energía a través de un conjunto de tuberías por las que circula un fluido conductor de calor. Estos sistemas se clasifican en horizontales y verticales. Los circuitos cerrados con intercambiador horizontal incluyen tuberías colocadas a poca profundidad (1-2 m), son ideales cuando se cuenta con el espacio suficiente y las zanjas con fáciles de cavar. Por otra parte, los sistemas verticales son factibles en espacios reducidos y suelos rocosos. Para facilitar su instalación es usual colocar las tuberías en pozos previamente perforados o pilas que sirven como elementos estructurales.

Los sistemas híbridos son más eficientes cuando las cargas de calefacción y refrigeración están equilibradas durante todo el año debido a la transferencia de calor transitoria a largo plazo (Cui *et al.*, 2015). El desequilibrio en la inyección/extracción de calor puede provocar un aumento y disminución de la temperatura natural del suelo a largo plazo.

### 2.6. Configuraciones de tuberías usadas en pilas de energía

Las tuberías del circuito primario presentan distintos tipos y configuraciones. Su disposición dependerá de los requerimientos del edificio, costos de instalación y trabajabilidad. Las configuraciones pueden ser: U simples, dobles y triples, configuraciones en W, coaxiales o



helicoidales (Figura 2.7). Estas últimas se emplean cuando se busca aumentar el área de superficie de intercambio de calor y mejorar la efectividad térmica del sistema (Fadejev *et al.*, 2017).

Las configuraciones en U son las más comunes y consisten en un par de tuberías que se encuentran conectadas en el fondo de la pila. El fluido circula a través de la primera tubería hacia el suelo, pasando por la conexión en U y regresa hacia la superficie a través de la tubería de salida. En cada elemento se pueden utilizar tuberías dobles o triples, con dos entradas de flujo ascendente y dos de flujo descendente conectadas en serie o paralelo.

Las configuraciones coaxiales consisten en colocar un tubo dentro de otro de mayor diámetro. La tubería interior funciona como sistema de entrada y la exterior trabaja como tubería de salida. En las configuraciones helicoidales las tuberías se disponen de manera curva trazando una espiral, aumentando así la superficie de contacto con el suelo. No obstante, son más difíciles de instalar y puede implicar un costo de instalación elevado.

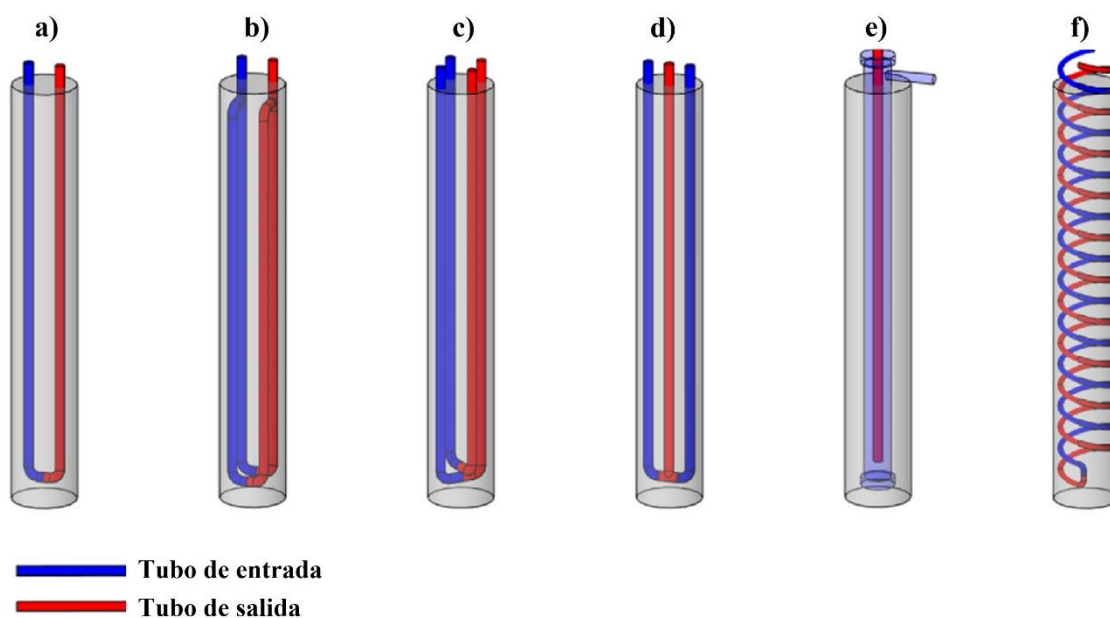


Figura 2.7. Diferentes configuraciones de tuberías de intercambiadores de calor: a) tubo ‘U’ simple, b) tubo ‘U’ doble en paralelo, c) tubo ‘U’ doble cruzado, d) multitubo, e) tubo doble coaxial y f) tubo espiral/hélice (Fadejev *et al.*, 2017)

## 2.7. Efectos térmicos en las estructuras

Cuando se aplican cambios de temperatura en las pilas, se supone que el cambio de temperatura es uniforme a lo largo del elemento. Las pruebas de campo sugieren que esto es razonable y solo en algunos metros de la superficie los cambios térmicos muestran alguna falta de uniformidad (Bourne-Webb *et al.*, 2012). Al incrementar la temperatura, el elemento se expande, y al disminuir la temperatura, el elemento se contrae. En consecuencia, se

## 2. Antecedentes teóricos

producen cambios en la geometría y el comportamiento mecánico de la pila. La respuesta de la cimentación dependerá principalmente de las restricciones impuestas en sus extremos.

En el caso de cuerpos libres, el cambio de temperatura  $\Delta T$  producirá deformaciones térmicas proporcionales a su coeficiente de expansión térmica  $\alpha$ . Lo anterior da como resultado cambios en la longitud de la pila  $L_0$  que pueden ser de expansión o contracción (Figura 2.8). Si se considera que  $\Delta T$  es positivo (calentamiento), la pila se expande y su longitud final  $L_f$  queda definida como:

$$L_f = L_0 + \Delta L \quad (2.1)$$

donde  $\Delta L$  es el cambio de longitud de la pila. Cuando  $\Delta T$  es negativo (enfriamiento), el elemento se contrae y la longitud final  $L_f$  se expresa como:

$$L_f = L_0 - \Delta L \quad (2.2)$$

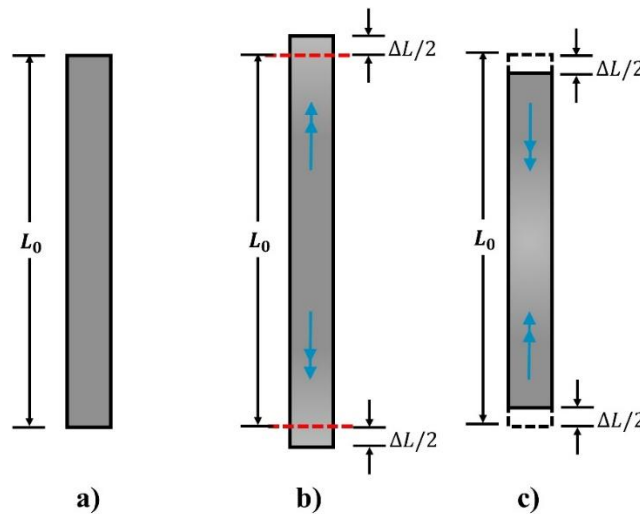


Figura 2.8. Diagrama de cuerpo libre: a) cuerpo sin alteración, b) cuerpo sometido a calentamiento y c) cuerpo sometido a enfriamiento (Bourne-Webb *et al.*, 2012)

En general, la pila se encuentra restringida por el suelo circundante y la superestructura. Así, dependiendo del nivel de restricción, pueden generarse esfuerzos y tensiones adicionales a lo largo del elemento. Para tomar en cuenta los efectos de las condiciones de frontera en la cimentación se propone que la pila actúa como un cuerpo totalmente restringido. En este caso, las deformaciones potenciales se convierten en cargas axiales. Cuando se aplica un incremento de temperatura, se genera una carga de compresión uniforme. Mientras que al disminuir la temperatura se genera tensión uniforme a lo largo del elemento (Figura 2.9).

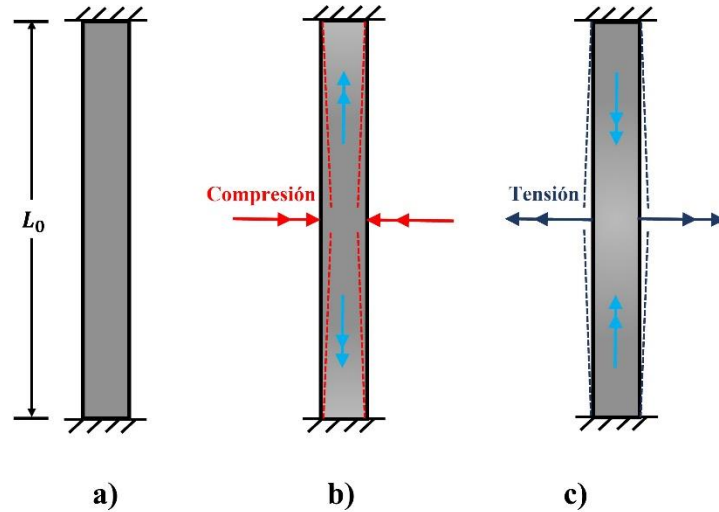


Figura 2.9. Diagrama de cuerpo restringido. a) cuerpo sin alteración. b) cuerpo sometido a calentamiento sufriendo compresión y c) cuerpo sometido a enfriamiento sufriendo tensión. (Bourne-Webb *et al.*, 2012)

Es importante señalar que, las pilas no se comportan como un cuerpo totalmente restringido. Dependiendo de las condiciones impuestas por el suelo y la superestructura, el elemento puede expandirse/contraerse radial o longitudinalmente. El nivel de compactación del suelo y la porosidad son algunas de las propiedades que influyen en la respuesta termo-mecánica de las pilas de energía (Figura 2.10).

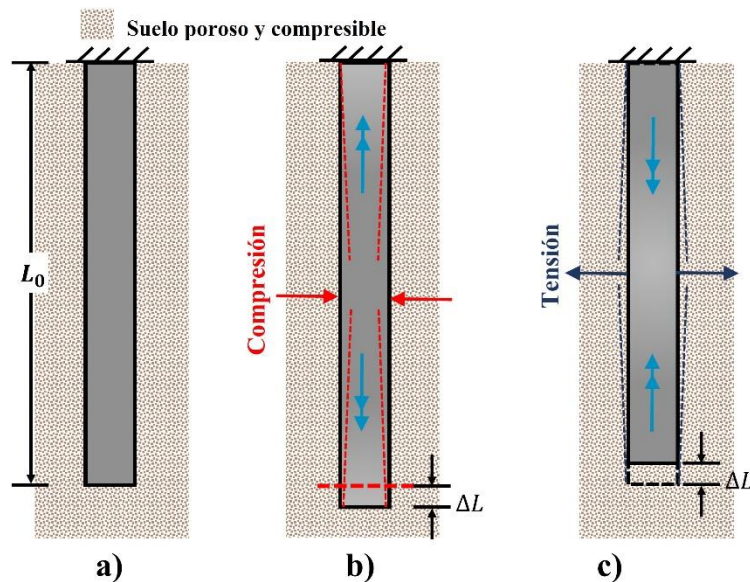


Figura 2.10. Diagrama combinado, donde se presentan condiciones de cuerpo restringido y libre: a) cuerpo sin alteración dentro de un suelo compresible y poroso, b) cuerpo sometido a calentamiento, se presenta expansión y compresión y c) cuerpo sometido a enfriamiento, se presenta contracción y tensión (Bourne-Webb *et al.*, 2012)

### 2.8. Determinación de parámetros térmicos del suelo

Las propiedades térmicas del terreno permiten estimar la cantidad de calor que se puede extraer/inyectar del suelo. Estas propiedades son: conductividad térmica  $\lambda_T$ , difusividad térmica  $\alpha$  y capacidad calorífica específica  $C$ . La medición de dichos parámetros puede efectuarse con pruebas en laboratorio o ensayos *in situ*.

La conductividad térmica  $\lambda_T$  se define como la cantidad de calor que puede fluir a través de una unidad de material por cada unidad de tiempo. Esta propiedad se ve altamente afectada por las condiciones del suelo tales como composición mineralógica, densidad del material, porosidad, la existencia y propiedades químicas del agua en los poros.

La difusividad térmica  $\alpha$  mide la superficie y la velocidad a la que viaja una onda térmica al penetrar en el suelo. Representa la rapidez con la que el suelo puede cambiar su temperatura.

La capacidad calorífica específica  $C$  se define como la cantidad de energía térmica que se puede acumular por cada unidad de masa, por cada unidad de cambio de temperatura. Esta propiedad cambia dependiendo del flujo de agua subterránea que exista en el sitio, así como de la composición de los materiales.

En la Tabla 2.1 se proporcionan valores típicos de las propiedades térmicas para diferentes tipos de roca y suelos (Rawlings y Sykulski, 1999).

Tabla 2.1. Propiedades térmicas de algunos tipos de roca y suelos (adaptado de Rawlings y Sykulski, 1999)

Material	Conductividad térmica ( $\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )	Calor específico ( $\text{kJ kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )	Densidad ( $\text{g cm}^{-3}$ )	Difusividad térmica ( $\text{mm}^2 \text{ s}^{-1}$ )	
<b>Granito</b>	2.1 - 4.5	0.84	2.64	0.90 - 2.08	
<b>Caliza</b>	1.4 - 5.2	0.88	2.48	0.65 - 2.31	
<b>Mármol</b>	2.1 - 5.5	0.8	2.56	0.97 - 2.66	
<b>Arenisca</b>	<b>Seca</b>	1.4 - 5.2	0.71	2.24	0.86 - 3.24
	<b>Saturada</b>	2.1 - 5.2	---	---	1.27 - 3.24
<b>Arcilla</b>	<b>Húmeda</b>	1.4 - 1.7	1.3 - 1.7	---	0.53 - 0.65
	<b>Saturada</b>	1.7 - 2.4	1.7 - 1.9	1.44 - 1.92	0.65 - 0.86
<b>Arena</b>	<b>Húmeda</b>	---	1.3 - 1.7	---	0.43 - 0.53
	<b>Saturada</b>	2.1 - 2.6	1.7 - 1.9	1.44 - 1.92	0.75 - 0.97

### 2.9. Pruebas de respuesta térmica

Los Ensayos de Respuesta Térmica (*TRT*, por sus siglas en inglés) son pruebas *in situ* que permiten determinar la conductividad y la resistencia térmicas del suelo al intercambio de calor (Loveridge *et al.*, 2017). Estas pruebas consisten en hacer circular un fluido a través de

un sistema cerrado de tuberías que se encuentran dentro de una perforación a cierta profundidad. El fluido en circulación entra al sistema recorre el subsuelo intercambiando energía térmica con el suelo que lo rodea y regresa a la superficie (Figura 2.11). Por último, se monitorean las temperaturas de entrada y salida del fluido durante toda la duración de la prueba (Loveridge *et al.*, 2017).

Los resultados de la prueba pueden ser interpretados con diversos modelos, el más común es el modelo de fuente lineal simple. En este método se supone que el pozo se comporta como una fuente lineal infinita dentro de un suelo homogéneo, con una temperatura inicial uniforme. Sin embargo, existen diversos errores debido a que en la realidad el medio no se comporta de manera ideal, solo se asume de esa manera por la simplicidad del modelo y su facilidad de aplicación. Si se requiere una opción que se acerque a la realidad, existen modelos más complejos como los modelos cilíndricos y espirales (Loveridge *et al.*, 2017).

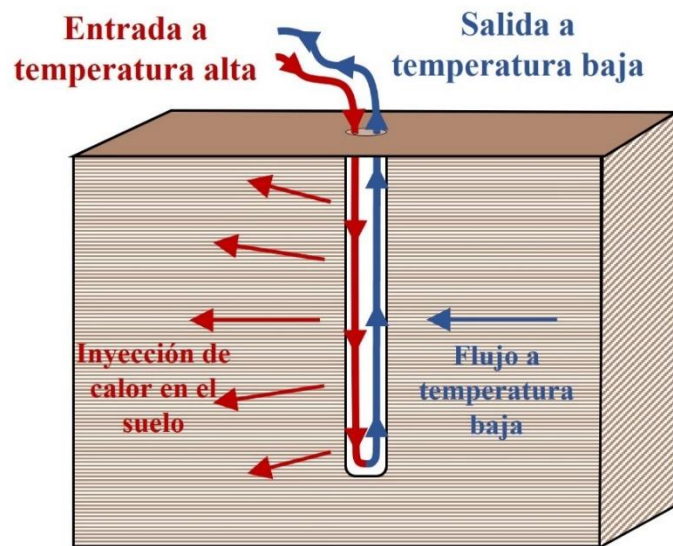


Figura 2.11. Funcionamiento de una Prueba TRT

### 2.10. Escalas espaciales y temporales

Un gran desafío para predecir la respuesta térmica de una BCG es la diversidad de escalas de tiempo y espacio involucradas. Es necesario analizar estas escalas porque la mayoría de los modelos de transferencia de calor hacen suposiciones sobre las características de tiempo del proceso térmico (Li y Lai, 2015).

Existen cuatro escalas espaciales y ocho escalas temporales en las que actúan los extractores de calor (Figura 2.12) La primera escala espacial importante corresponde al diámetro del pozo  $r_b$  ( $\sim 0.1 \text{ m}$ ) y su escala de tiempo asociada ( $t_b \sim r_b^2/a_b$ ) es en el orden de una hora durante la cual el efecto de la capacidad calorífica de los materiales de relleno es significativo. Por lo tanto, los efectos se presentan durante las primeras horas de operación de los sistemas

## 2. Antecedentes teóricos

de extracción de calor. Espacialmente se notan los efectos de la temperatura en los tubos por los que se realiza el intercambio y con los materiales que conforman el extractor.

La segunda escala espacial corresponde a la distancia media entre dos pozos adyacentes  $L$ , la cual es del orden de algunos metros. Su escala temporal es  $t_L \sim L^2/a_s$ , que va del orden de meses durante los cuales las interacciones entre pozos adyacentes se vuelven importantes. La siguiente escala espacial corresponde a la escala mayor que va de decenas de metros o más. La escala temporal  $t_H \sim H^2/4a_s$  corresponde al tiempo de vida de los extractores (pueden ser décadas). Existe una escala de tiempo  $t_r \sim H/u$ , donde  $u$  corresponde a la velocidad del fluido dentro de las tuberías usadas y es llamado tiempo de residencia. Este es el tiempo que necesita el fluido dentro de las tuberías para alcanzar su capacidad calorífica.

Las respuestas de temperatura a pequeña escala son útiles para el análisis de la energía usada por los sistemas de extracción. Así, se puede llegar a un óptimo control y operación de estos. En contraste, las respuestas a gran escala permiten determinar la viabilidad global de los sistemas desde el punto de vista de ciclo de vida.

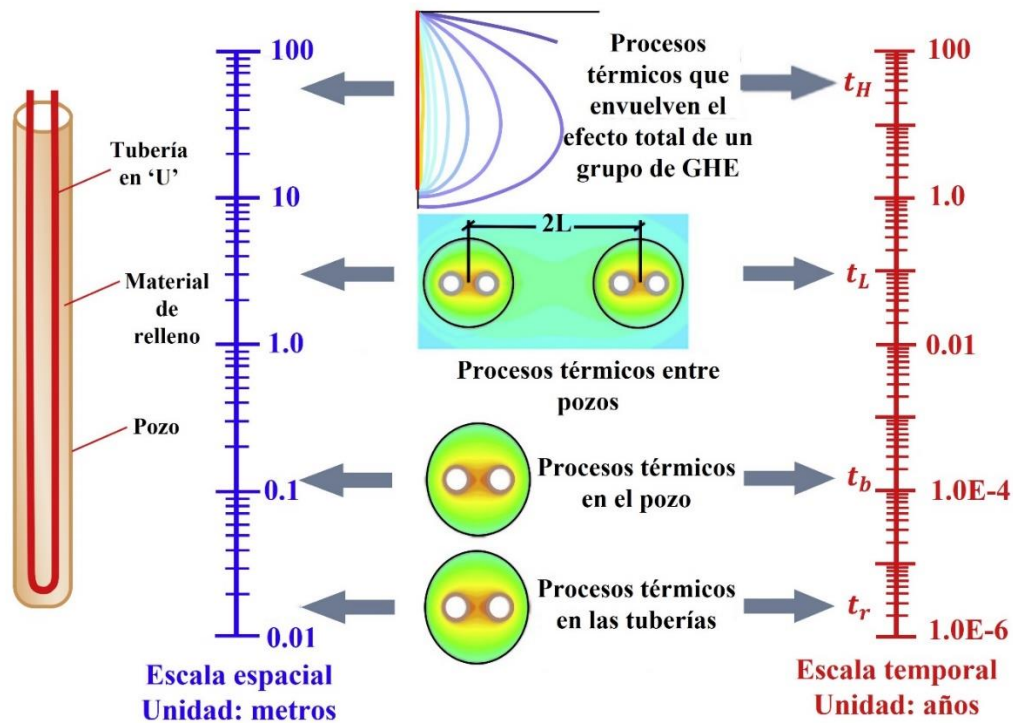


Figura 2.12. Procesos ocurridos en las diferentes escalas de espacio y tiempo (Li y Lai, 2015)

### 3. DESARROLLO DE LOS MODELOS ANALÍTICOS IMPLEMENTADOS EN ESTA INVESTIGACIÓN

Una de las técnicas más utilizadas en la actualidad para estimar el comportamiento de las estructuras termo-activas es el modelado numérico. Este método consiste en utilizar herramientas computacionales que ayudan a agilizar los cálculos con base en la información recabada sobre el fenómeno de estudio. Para ello, es necesario conocer las condiciones iniciales a las que se encuentra sujeto el elemento y sus restricciones. Además, se deben analizar las diferentes variables que interactúan en el sistema, sus posibles efectos y así evaluar si los resultados son consistentes con el comportamiento observado.

Los modelos numéricos permiten obtener una solución aproximada sobre problemas matemáticos complejos que suelen ser difíciles de resolver sin ayuda de una herramienta computacional. En general, los resultados pueden presentar errores ya que al discretizar el dominio se tienen ciertas variaciones respecto al modelo real. Sin embargo, la aproximación obtenida suele acercarse a la realidad con errores cercanos a valores nulos. Es importante señalar que, debido a las características de este tipo de análisis, se debe realizar la calibración de la metodología implementada para evitar errores de cálculo.

#### 3.1. Modelos iniciales

En particular, se recomienda realizar evaluaciones preliminares que permitan acotar las posibles soluciones del modelo y cumplir con los objetivos planteados. Lo anterior puede efectuarse con un modelo simplificado que simule el fenómeno de estudio y a partir de ello formular una metodología adecuada que incluya todos los parámetros de interés.

- **Modelo conceptual.** Consiste en caracterizar el comportamiento del medio, definir sus propiedades, establecer las condiciones de frontera y plantear las posibles soluciones del problema.
- **Modelo matemático.** Una vez que se tiene definido el problema, se plantean y desarrollan las diferentes ecuaciones que describen el comportamiento del medio. Al conjunto de estas ecuaciones se les conoce como el modelo matemático y son fundamentales para realizar el modelado numérico. A partir de esta información los algoritmos de análisis obtienen las distintas soluciones del problema.
- **Modelo numérico.** El modelo matemático realizado en la etapa anterior se discretiza para encontrar una solución a partir de aproximaciones que brinden resultados cercanos a la realidad. El modelo numérico intenta obtener sistemas de ecuaciones que sean más fáciles de modificar y resolver.

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

- **Modelo computacional.** El modelo computacional es un conjunto de algoritmos diseñados específicamente para implementar las soluciones numéricas y obtener las aproximaciones deseadas en el menor tiempo posible. Además, se requiere de un análisis y diseño bien estructurado que garantice la eficiencia de cálculo.

En cada etapa es importante calibrar y validar la información para garantizar que los resultados sean correctos. En caso de encontrar errores, se revisan los modelos nuevamente (Figura 3.1).

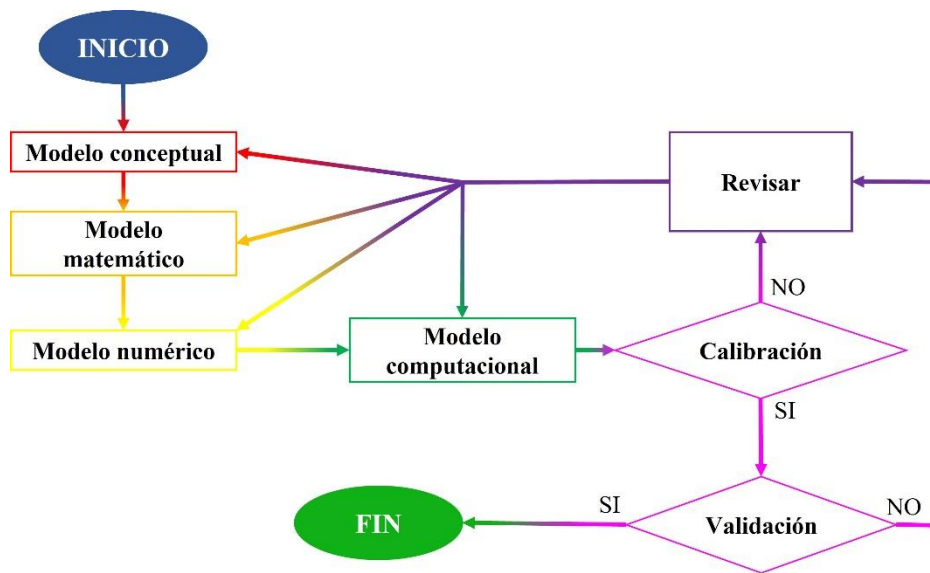


Figura 3.1. Diagrama de flujo: metodología de los cuatro modelos

### 3.2. Modelos de interpretación de pruebas TRT

Existen numerosos modelos que pueden utilizarse para interpretar los resultados de una prueba TRT. Por lo tanto, es importante conocer el comportamiento de los factores que afectan la transferencia de calor en el subsuelo. Con esta información, se elige el mejor método para la interpretación y se comparan los resultados al aplicar los diferentes modelos de solución.

Estos modelos presentan una alternativa para determinar las propiedades térmicas del suelo, dando como resultado una aproximación que se acerca a los valores registrados en estudios pasados, y cuyos errores son del orden del 2% o menores. En los siguientes apartados se muestran los modelos de interpretación utilizados, el modelo de fuente lineal infinita y el modelo de fuente de superficie cilíndrica infinita. Además, se introducen las funciones G, que facilitan los cálculos realizados para la determinación de las propiedades térmicas a partir de los datos obtenidos de una prueba TRT.



### 3.2. Funciones G

Eskilson (1987) presentó las funciones G para diferentes tipos de configuraciones de intercambiadores de calor. Estas funciones proporcionan un valor normalizado del cambio de temperatura ocurrido entre el suelo y el borde del pozo, en función del número de Fourier (o tiempo normalizado,  $F_0 = at/r^2$ ) resultante de la aplicación de un flujo de calor constante (Loveridge y Powrie, 2013). En este caso, se supone que la temperatura inicial del suelo es la misma en todas direcciones y la temperatura de la superficie, así como la temperatura del campo lejano, son un valor constante igual al valor inicial.

Las funciones G fueron desarrolladas a partir de una combinación de diferentes métodos numéricos y analíticos, suponiendo que el pozo es una fuente de calor lineal finita. La longitud finita es importante, ya que la presencia de una superficie como condición límite de temperatura constante ayuda en el desarrollo de un estado térmico estable a largo plazo. En estas condiciones, solo se presenta el cambio de temperatura provocado por la entrada o salida de calor a una tasa constante. El momento en el que el estado estable ocurre depende de la relación de aspecto del intercambiador de calor (Loveridge y Powrie, 2013).

### 3.3. Modelo de fuente lineal infinita

El modelo de fuente lineal infinita (*ILS*, por sus siglas en inglés) supone que la transferencia de calor por unidad de longitud se aplica de la misma forma a lo largo de una línea infinita (Figura 3.2), por lo que el modelo se aproxima al pozo de dos maneras (Li y Lai, 2015):

- Transferencia de calor radial, donde las pequeñas variaciones en la dirección longitudinal pueden despreciarse.
- Transferencia de calor por unidad de longitud ( $q'$ ) se aplica en el centro del pozo y no en su radio.

El problema de transferencia de calor se encuentra gobernado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales y condiciones de frontera, expresadas en coordenadas cilíndricas:

$$\left\{ \begin{array}{l} a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t} \\ T(r \rightarrow \infty, t) = T_{s,0} \\ T(r, t = 0) = T_{s,0} \\ q'(r \rightarrow 0, t) = -k \frac{\partial T}{\partial r} \cdot 2\pi r \Big|_{r \rightarrow 0} = q' \end{array} \right. \quad (3.1)$$

donde  $T$  es la temperatura (K),  $r$  corresponde a la coordenada radial,  $a$  la difusividad térmica ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $k$  la conductividad térmica ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ). El subíndice  $s,0$  se refiere a los valores del suelo sin alteraciones, es decir el campo de temperatura alejado de la fuente.

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

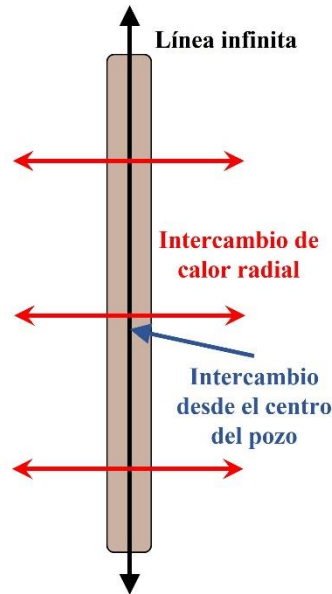


Figura 3.2. Modelo de Fuente Lineal Infinita

La solución a la ecuación 3.1 está definida por:

$$T_s(t, r) = T_{s,0} + q_l G(t, r) \quad (3.2)$$

donde la función G correspondiente al modelo y su aproximación se pueden escribir como:

$$G(t, r) = \frac{1}{4\pi k} E_1\left(\frac{r^2}{4at}\right) = \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma \right]; \quad \gamma = 0.57722 \quad (3.3)$$

Al sustituir la aproximación de la función G dada en la ecuación 3.3 en la ecuación 3.2, se obtiene:

$$T_s(t, r) = T_{s,0} + q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma \right] \right\} \quad (3.4)$$

#### 3.4. Modelo de fuente de superficie cilíndrica infinita

El modelo de fuente cilíndrica infinita (ICS, por sus siglas en inglés) representa una fuente de transferencia de calor por unidad de longitud que se toma en un radio  $r = r_b$  (radio del pozo) (Figura 3.3). El pozo se supone con una longitud infinita dentro de un medio cuyo campo de temperatura lejano es  $T_{g0}$  (Li y Lai, 2015).

Para solucionar la ecuación que representa este fenómeno es necesario realizar diferentes aproximaciones numéricas debido a la complejidad que presenta dicha ecuación. El modelo de superficie cilíndrica se obtiene a partir de la ecuación 3.2, siendo esta la misma que en el

caso del modelo de fuente lineal. El cambio entre los modelos está dado por su función G. Para este caso, la función G puede obtenerse como:

$$G = \frac{1}{\pi^2 r_b k} \int_0^\infty (e^{-au^2 t} - 1) \frac{J_0(ur)Y_1(ur) - Y_0(ur)J_1(ur)}{u^2[J_1^2(ur) + Y_1^2(ur)]} du \quad (3.5)$$

donde las funciones  $J_0$  y  $J_1$  son las funciones de Bessel de primer tipo de orden 0 y 1 respectivamente,  $Y_0$  y  $Y_1$  representan las funciones de Bessel de segundo tipo de orden 0 y 1 respectivamente (Philippe *et al.*, 2009) La función G de la ecuación 3.5 puede aproximarse como:

$$G(t, r) = \frac{1}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + 1 \right] \right\} \quad (3.6)$$

Al sustituir la función G aproximada, en la ecuación 3.5 se obtiene el siguiente modelo

$$T_s(t, r) = T_{s,0} + q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + 1 \right] \right] \right\} \quad (3.7)$$

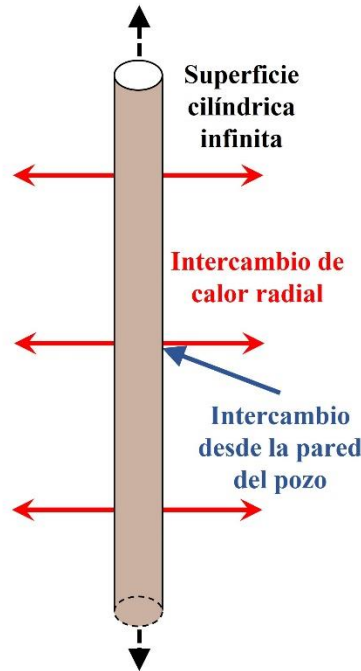


Figura 3.3. Modelo de Fuente de Superficie Cilíndrica Infinita

### 3.5. Consideraciones para la aplicación de los modelos

Para aplicar alguno de los modelos descritos previamente es importante tener en cuenta algunas suposiciones sobre el comportamiento del suelo y su campo de temperatura, así como

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

---

las propiedades térmicas involucradas en el flujo de calor (Li y Lai, 2015). Estas suposiciones se describen a continuación:

- El suelo es un medio infinito o semi infinito en su extensión, dependiendo de si se considera la influencia de la temperatura de la superficie y los cambios que puedan presentarse
- El suelo presenta una temperatura inicial uniforme. Si se considera la superficie, la temperatura inicial en la superficie cuenta como una condición de frontera.
- Las condiciones de frontera en la pared del pozo o las tuberías de flujo se toman con un flujo constante de calor o con una temperatura constante.
- Si el efecto provocado por el flujo de agua subterránea no puede ser ignorado, se supone que este tipo de flujo es homogéneo y paralelo a la superficie.
- Debido a que el suelo no es un medio homogéneo, puede ser tratado como un medio cuya conductividad es equivalente. Al presentar estratificación, las diferentes capas tienen distintas conductividades dependiendo de su composición. Por lo tanto, se puede obtener una conductividad equivalente para todo el suelo según las conductividades de las capas.

Si se tienen capas horizontales, la conductividad equivalente se puede calcular como:

$$k_{s,e} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N b_i} \sum_{i=1}^N k_{s,i} b_i \quad (3.8)$$

Y para capas verticales, la conductividad equivalente se obtiene como:

$$\frac{1}{k_{s,e}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N b_i} \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{k_{s,i}} \quad (3.9)$$

donde  $k_{s,i}$  representa las conductividades de cada capa,  $b_i$  el espesor de capa y  $N$  es el número total de capas.

### 3.6. Principio de superposición

Los modelos descritos en los apartados 3.3 y 3.4 pueden aplicarse directamente al análisis de pruebas TRT cuando se tiene una tasa de transferencia de calor constante. En este caso, la desviación estándar de la transferencia debe ser  $\pm 1.5\%$ . Sin embargo, en la realidad el flujo de calor presenta variaciones significativas a lo largo del tiempo (Loveridge *et al.*, 2014). En la Figura 3.4 se muestran las etapas de una prueba TRT con diferentes tasas de transferencia de calor. En la fase inicial de calentamiento se mantiene una transferencia de calor constante. Posteriormente, inicia la fase de recuperación donde se aprecia el cambio en la transferencia

de calor y la temperatura comienza a disminuir. Cuando la transferencia de calor cambia, el principio de superposición representa una herramienta útil para analizar este tipo de pruebas.

El principio de superposición considera que las variaciones transferencia de calor pueden descomponerse en impulsos de valor constante a diferentes tiempos. La Figura 3.5a muestra el comportamiento de la transferencia de calor a lo largo de cierto tiempo (línea negra) y su descomposición en diferentes pulsos de calor que sumados dan como resultado la línea de transferencia original.

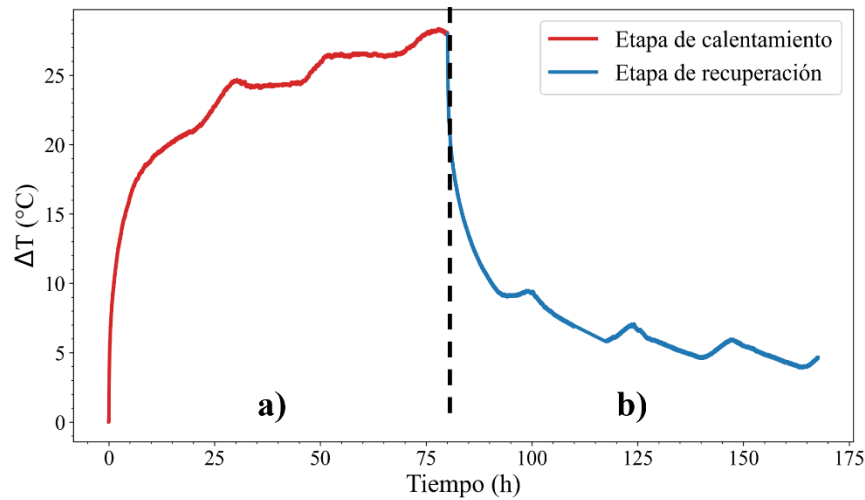


Figura 3.4. Etapas de una prueba TRT con diferentes tasas de transferencia de calor; a) tasa de transferencia positiva y b) tasa de transferencia negativa

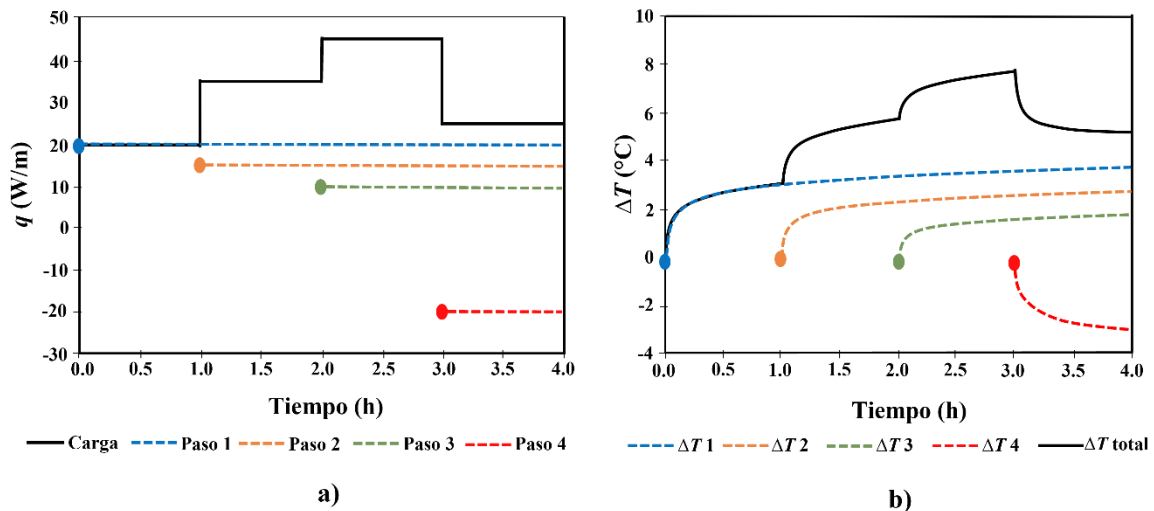


Figura 3.5. a) Comportamiento de la tasa de transferencia de calor y su descomposición en impulsos y b) respuesta de temperatura total y de cada impulso (Spitler y Bernier, 2016)

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

---

Con el paso del tiempo se presenta un aumento en la tasa de transferencia inicial (línea azul). Este valor puede representarse como un impulso cuya magnitud corresponde a un incremento en la tasa de transferencia (línea naranja). De esta forma, a lo largo del tiempo pueden colocarse impulsos de valores positivos o negativos que ayuden a reconstruir el comportamiento de la transferencia de calor. En la Figura 3.5b se muestra la respuesta de temperatura de la transferencia de calor total y de los impulsos mencionados anteriormente. La respuesta de temperatura de estos impulsos también ayuda a reconstruir la curva de temperatura obtenida a través de una prueba TRT.

Matemáticamente, el principio de superposición representa la suma de todos los impulsos de calor presentes durante la prueba:

$$T_s(t, r) = T_{s,0} + \sum_{i=0}^{N-1} q_{i,i} G(t - t_i) \quad (3.10)$$

donde  $q_{i,i}$  representa el valor de los diferentes impulsos de calor y  $t_i$  corresponde al tiempo en el cual se presenta cada uno de los impulsos (Li y Lai, 2015). Con base en lo anterior, se pueden modificar los modelos para analizar las diferentes etapas de una prueba TRT en función de la tasa de transferencia de calor. No obstante, al presentarse condiciones extremas en el sistema (radiación en el medio, variación del flujo de agua subterránea, entre otras) la transferencia de calor se comporta de manera no lineal y, por tanto, el principio de superposición no puede ser aplicado (Spitler y Bernier, 2016).

#### 3.7. Modificación de modelos para su implementación

Para aplicar los modelos de fuentes, lineal y cilíndrica, es necesario modificar las ecuaciones para facilitar su programación. Así, considerando los datos obtenidos a partir de una prueba TRT el cambio de temperatura  $\Delta T$  queda definido por:

$$\Delta T = T_{observada} - T_{inicial} \quad (3.11)$$

donde  $T_{observada}$  corresponde al valor de temperatura medido durante la prueba y  $T_{inicial}$  es el valor de temperatura inicial del medio antes de comenzar la prueba. Con base en esta información se puede aproximar un valor de las propiedades térmicas del suelo al aplicar los modelos analíticos descritos en el apartado 3.3 y 3.4.

##### 3.7.1. Modificación al modelo lineal

Si se sustituye la ecuación 3.11 en las ecuaciones 3.4 y 3.7 se obtiene que  $\Delta T$  depende de la diferencia entre  $T_s(t, r)$  y  $T_{s,0}$ . Esta nueva distribución de los términos correspondientes a los valores de temperatura de la prueba permite modificar los modelos analíticos convencionales. En consecuencia, la ecuación 3.4 puede reescribirse como:

$$\Delta T = T_s(t, r) - T_{s,0} = q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma \right] \right\} \quad (3.12)$$

Aplicando algunas propiedades de los logaritmos se obtiene la siguiente expresión.

$$\Delta T = q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) + \ln(t) - \gamma \right] \right\} = q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} [\ln(t) + C] \right\} \quad (3.13)$$

donde la constante  $C = \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) - \gamma$ . La ecuación 3.13 se puede simplificar y se obtiene una ecuación lineal de la forma  $y = mx + b$ . De esta forma,  $\Delta T$  se calcula como sigue:

$$\Delta T = \frac{q_l}{4\pi k} \ln(t) + C \quad (3.14)$$

En la prueba TRT se tiene una fase de calentamiento y una fase de recuperación, por lo tanto, el modelo se modifica. Para la fase de calentamiento, el modelo puede ser aplicado como se muestra en la ecuación 3.14. En cambio, la fase de recuperación tiene una tasa de transferencia de calor diferente a la inicial y el modelo debe modificarse con ayuda del principio de superposición.

$$\begin{aligned} \Delta T_{q_l} &= q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma \right] \right\} \\ \Delta T_{-q_l} &= -q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a(t-t_0)}{r^2} \right) - \gamma \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Haciendo la suma de ambas ecuaciones y, siguiendo el principio de superposición se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta T_{q_l} + \Delta T_{-q_l} &= \frac{q_l}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma \right] - \frac{q_l}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a(t-t_0)}{r^2} \right) - \gamma \right] \\ &= \frac{q_l}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) + \ln(t) - \gamma \right] - \frac{q_l}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) + \ln(t-t_0) - \gamma \right] \\ &= \frac{q_l}{4\pi k} \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) + \frac{q_l}{4\pi k} \ln(t) - \frac{q_l}{4\pi k} \gamma - \frac{q_l}{4\pi k} \ln \left( \frac{4a}{r^2} \right) - \frac{q_l}{4\pi k} \ln(t-t_0) + \frac{q_l}{4\pi k} \gamma \\ \Delta T_{q_l} + \Delta T_{-q_l} &= \frac{q_l}{4\pi k} [\ln(t) - \ln(t-t_0)] \\ \Delta T &= \frac{q_l}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{t}{t-t_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

El modelo de la ecuación 3.16 representa el cambio en la tasa de transferencia de calor asociado a la fase de recuperación. Finalmente, con los datos de tiempo y diferencia de

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

temperatura, se define la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos de la prueba y se calcula tanto la pendiente como la ordenada al origen. A partir de estos resultados, se obtiene una aproximación de las propiedades térmicas del suelo como: la conductividad térmica del medio  $k$  y la difusividad térmica  $a$ .

#### 3.7.2. Modificación al modelo cilíndrico

La ecuación 3.7 se puede resolver siguiendo un desarrollo algebraico similar al utilizado con el modelo lineal. Al sustituir la diferencia de temperaturas  $T_s(t, r) - T_{s,0}$  por el valor  $\Delta T$  obtenido a través de la prueba, se obtiene el siguiente modelo:

$$\Delta T = T_s(t, r) - T_{s,0} = q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left\{ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma + 1 \right] \right\} \right\} \quad (3.17)$$

Realizando las operaciones algebraicas pertinentes en el segundo miembro de la ecuación 3.17, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \frac{r^2}{2at} \gamma + \frac{r^2}{2at} \right\} \\ \Delta T &= \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) \left( 1 + \frac{r^2}{2at} \right) - \gamma \left( 1 + \frac{r^2}{2at} \right) + \frac{r^2}{2at} \right\} \\ \Delta T &= \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma \right] \left[ 1 + \frac{r^2}{2at} \right] + \frac{r^2}{2at} \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Al igual que en el modelo lineal desarrollado en el apartado 3.7.1, el modelo cilíndrico de la ecuación 3.18 puede ser aplicado directamente al análisis de la etapa de calentamiento. En este sentido, el modelo debe ser modificado aplicando el principio de superposición.

$$\begin{aligned} \Delta T_{ql} &= q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln \left( \frac{4at}{r^2} \right) - \gamma + 1 \right] \right] \right\} \\ \Delta T_{ql} &= q_l \left\{ \frac{1}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4a(t-t_0)}{r^2} \right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln \left( \frac{4a(t-t_0)}{r^2} \right) - \gamma + 1 \right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Haciendo la suma de ambas ecuaciones y siguiendo el principio de superposición se tiene que:



$$\begin{aligned} \Delta T_{q_l} + \Delta T_{-q_l} = & \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + 1 \right] \right\} \\ & - \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{4a(t-t_0)}{r^2}\right) - \gamma \right. \\ & \left. + \frac{r^2}{2a(t-t_0)} \left[ \ln\left(\frac{4a(t-t_0)}{r^2}\right) - \gamma + 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Con ayuda de algunas propiedades de los logaritmos, la ecuación 3.20 se reduce de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{t}{t-t_0}\right) + \frac{r^2}{2at} \left[ \ln\left(\frac{4a}{r^2}\right) + \ln(t) - \gamma + 1 \right] \right. \\ & \left. - \frac{r^2}{2a(t-t_0)} \left[ \ln\left(\frac{4a}{r^2}\right) + \ln(t-t_0) - \gamma + 1 \right] \right\} \\ & \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{t}{t-t_0}\right) + \frac{r^2}{2a} \left(\frac{1}{t-t_0}\right) \ln\left(\frac{t}{t-t_0}\right) - \frac{r^2}{2at} \left(\frac{t_0}{t-t_0}\right) \ln\left(\frac{4a}{r^2}\right) - \frac{r^2}{2at} \left(\frac{t_0}{t-t_0}\right) \ln(t) \right. \\ & \left. + \frac{r^2}{2at} \left(\frac{t_0}{t-t_0}\right) \gamma - \frac{r^2}{2at} \left(\frac{t_0}{t-t_0}\right) \right\} \\ \Delta T = & \frac{q_l}{4\pi k} \left\{ \left[ 1 + \frac{r^2}{2a} \left(\frac{1}{t-t_0}\right) \right] \ln\left(\frac{t}{t-t_0}\right) - \frac{r^2}{2at} \left(\frac{t_0}{t-t_0}\right) \left[ \ln\left(\frac{4at}{r^2}\right) - \gamma + 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

El modelo de la ecuación 3.21 representa el cambio en la tasa de transferencia de calor asociado a la fase de recuperación. Finalmente, con los datos de tiempo y diferencia de temperatura, se define la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos de la prueba. A partir de estos resultados se obtiene una aproximación de las propiedades térmicas del suelo como: la conductividad térmica del medio  $k$  y la difusividad térmica  $a$ .

Como se observa, tanto el modelo de fuente lineal como el de fuente cilíndrica, se intentan ajustar a un modelo de tendencia lineal. En la Figura 3.6 se presentan las mediciones de las diferencias de temperatura durante una prueba TRT y existe una tendencia lineal en los datos durante tiempos medios y tardíos. De acuerdo con las escalas de tiempo definidas en el apartado 2.10, estos datos corresponden a los valores derivados de la interacción térmica entre las tuberías dentro de la pila y el suelo circundante. Los datos de los tiempos tempranos muestran únicamente la interacción entre las tuberías y la pila. Por lo tanto, no son de utilidad para determinar los parámetros térmicos del suelo.

### 3. Desarrollo de los modelos analíticos implementados en esta investigación

---

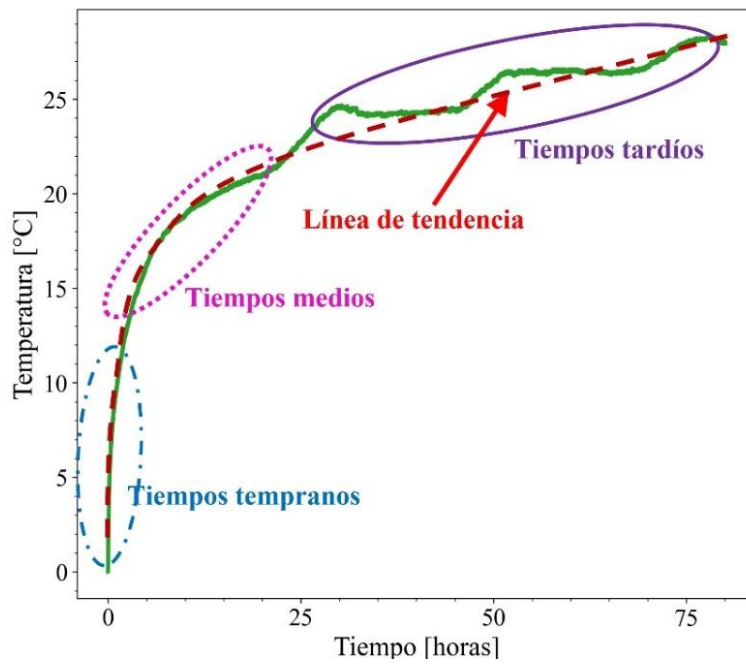


Figura 3.6. Zonas temporales de una prueba TRT (datos correspondientes a la prueba TRT realizada en el área de estudio)

## 4. APLICACIÓN A UN CASO REAL

### 4.1. Ubicación y marco geológico del sitio de estudio

El sitio de estudio se ubica al noroeste de la Cuenca del Valle de México, en el municipio de Naucalpan de Juárez, Estado de México (Figura 4.1a). La cuenca de origen lacustre se encuentra dentro de la Faja Volcánica Transmexicana rodeada por un conjunto montañoso de origen volcánico. Su formación se debe principalmente a movimientos tectónicos y erupciones volcánicas de gran intensidad. Estos procesos iniciaron a mediados del Oligoceno como resultado de la subducción de placas oceánicas en el pacífico, dando origen al vulcanismo actual (Mooser, 1978). La geología regional de la Cuenca del Valle de México se puede dividir en cuatro unidades estratigráficas: 1) unidad de depósitos lacustres, 2) unidad volcánica superior, 3) Unidad volcánica inferior y 4) unidad de calizas del cretácico. La última unidad se considera el basamento de la cuenca (Pérez-Cruz, 1988).

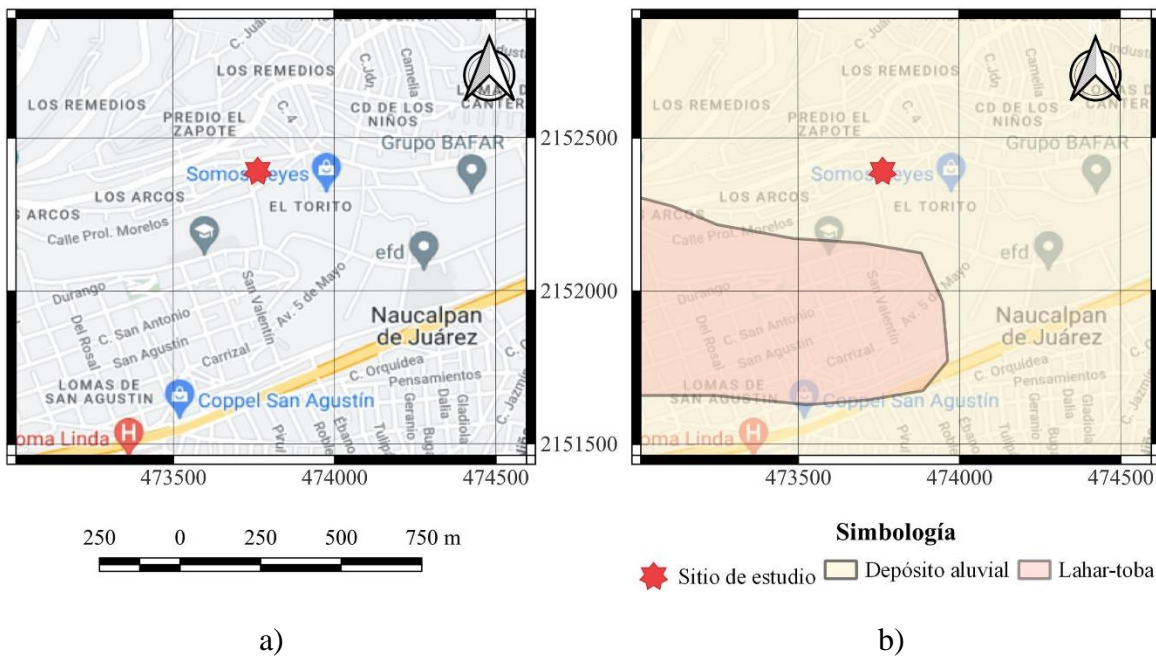


Figura 4.1. a) Ubicación del área de estudio y b) geología local del sitio

La geología local consta de depósitos aluviales compuestos principalmente por rocas volcánicas extrusivas. Estos depósitos provienen de la era Cenozoica, depositadas durante el periodo cuaternario y abarcando el holoceno, por lo que se pueden considerar como depósitos recientes. Debajo de ellos, existen rocas volcánicas extrusivas, principalmente lahares y tobas, que presentan composiciones andesíticas. Estas rocas provienen de la era Cenozoica, depositadas durante el periodo neógeno y abarcando únicamente el plioceno. La geología local se puede observar en el mapa de la Figura 4.1b.

### 4.2. Información disponible de la prueba TRT analizada

Como parte de un programa de investigación a cargo de la Coordinación de geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM), se realizaron mediciones de los campos de temperatura del suelo a través de un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) para determinar las propiedades térmicas de los suelos mexicanos. El pozo de prueba tiene una profundidad de 20 m y un diámetro de 15 cm. Además, se realizó un pozo de observación con el objetivo de monitorear el comportamiento de los cambios de temperatura debidos a la prueba. Los pozos se rellenaron con una mezcla de cemento, arena sílica y grafito amorfo, debido a que estos materiales presentan propiedades térmicas cuyos valores ayudan a mejorar la transferencia de calor. El pozo de observación se excavó a 65 cm del pozo de prueba, con una profundidad de 20 m y un diámetro de 15 cm. Se instrumentó con siete sensores distribuidos a diferentes profundidades como se muestra en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Profundidad de los sensores en pozo de observación

Sensor	Profundidad [m]
1	1.5
2	3.0
3	4.5
4	6.0
5	9.0
6	13.5
7	18.0

La Figura 4.2 presenta las temperaturas medidas por cada uno de los sensores durante la duración total de la prueba. La prueba TRT tuvo una duración de 7 días (aproximadamente 160 horas) y se dividió en dos etapas. La primera, con una duración de casi 3 días y medio (80 horas), corresponde a la fase de calentamiento en la cual se inyectó calor al suelo. La segunda, con una duración similar a la etapa anterior, corresponde a la etapa de recuperación en la cual se dejó de inyectar calor y únicamente se monitoreó la disminución de temperatura del suelo. Durante ambas etapas se registraron las temperaturas de entrada y de salida, a partir de las cuales se calculó la temperatura promedio (Figura 4.3). Este valor se utiliza para obtener las diferencias de temperatura respecto a la temperatura inicial registrada.

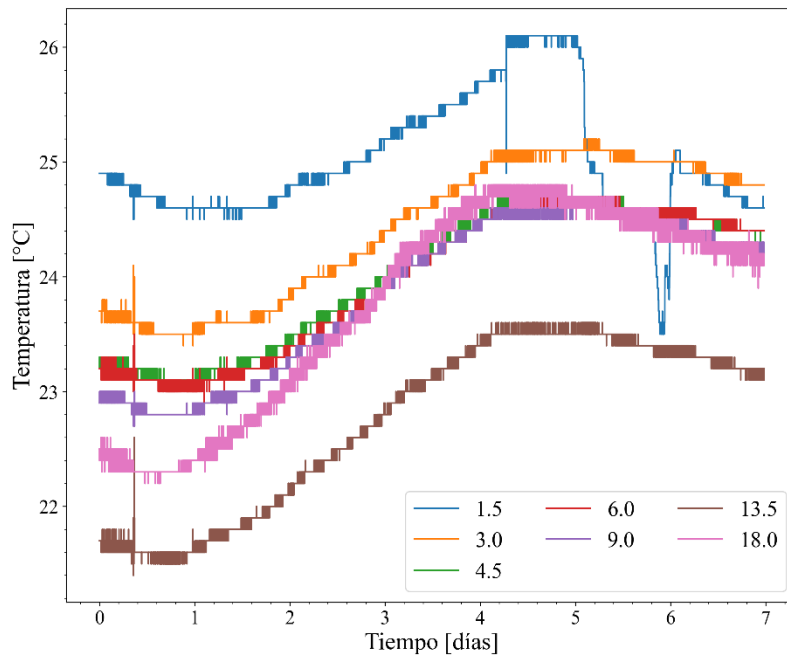


Figura 4.2. Temperaturas medidas por los diferentes sensores en el pozo de observación durante toda la duración de la prueba

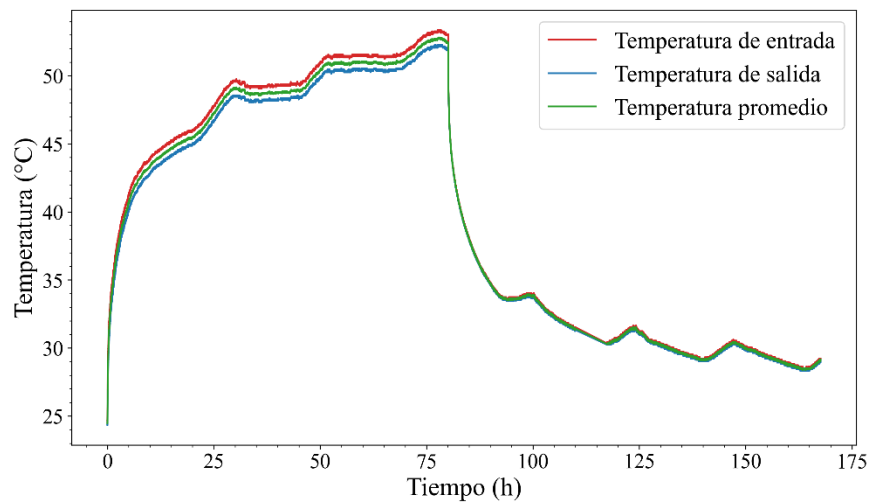


Figura 4.3. Gráfica de temperatura de entrada, salida y promedio

Antes de iniciar el ensayo, se efectuaron mediciones dentro del pozo de prueba con un sensor para determinar la temperatura inicial del suelo. Dichos valores se tomaron a cada metro a lo largo de la profundidad del pozo. Con los datos obtenidos, se determinó la temperatura promedio del suelo que se utilizó como parámetro de entrada en el análisis de resultados de la prueba. En la Figura 4.4 se presenta el resumen de las temperaturas medidas y el perfil de temperatura, así como la temperatura media del suelo.

#### 4. Aplicación a un caso real

Profundidad [m]	Temperatura [°C]
1	24
2	24.8
3	24
4	23.6
5	23.2
6	23.1
7	22.9
8	22.8
9	22.8
10	22.8
11	22.8
12	22.5
13	22.4
14	22.4
15	22.4
16	22.3
17	22.3
18	22.4
19	22.3
20	22.1

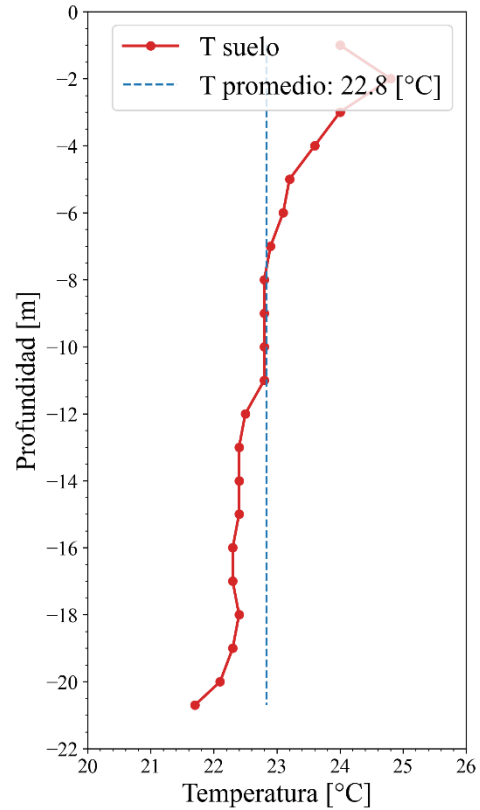


Figura 4.4. Perfil de temperatura del suelo y temperatura promedio

Durante la prueba, se realizaron mediciones de la temperatura ambiente para tener un registro de los cambios de temperatura superficiales en el día y en la noche. En la Figura 4.5 se muestran los cambios de temperatura registrados

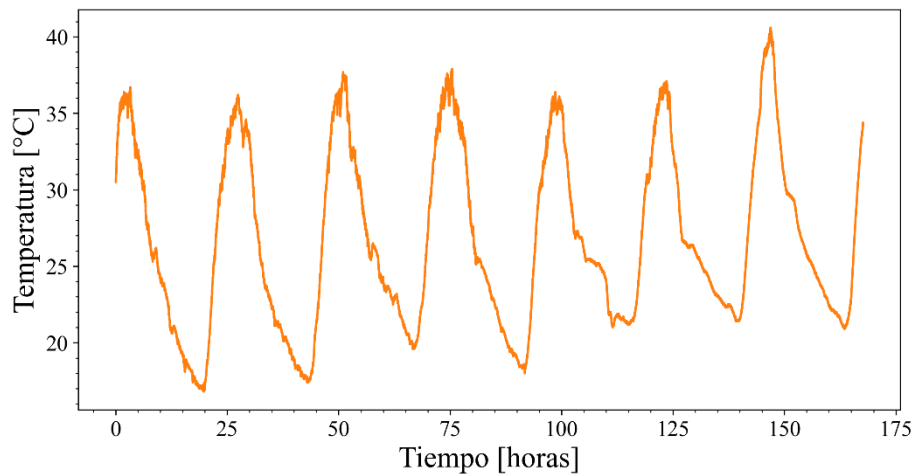


Figura 4.5. Comportamiento de la temperatura ambiente durante la prueba

Además, se midió la potencia y el caudal suministrados durante la fase de calentamiento. La Figura 4.6 muestra los valores de potencia y caudal promedio. Estas mediciones permiten monitorear la prueba y la cantidad de calor que se inyecta al suelo. Con el caudal se verifica que el flujo de agua mantenga un valor promedio fijo y la potencia corresponde a la energía empleada para realizar el bombeo.

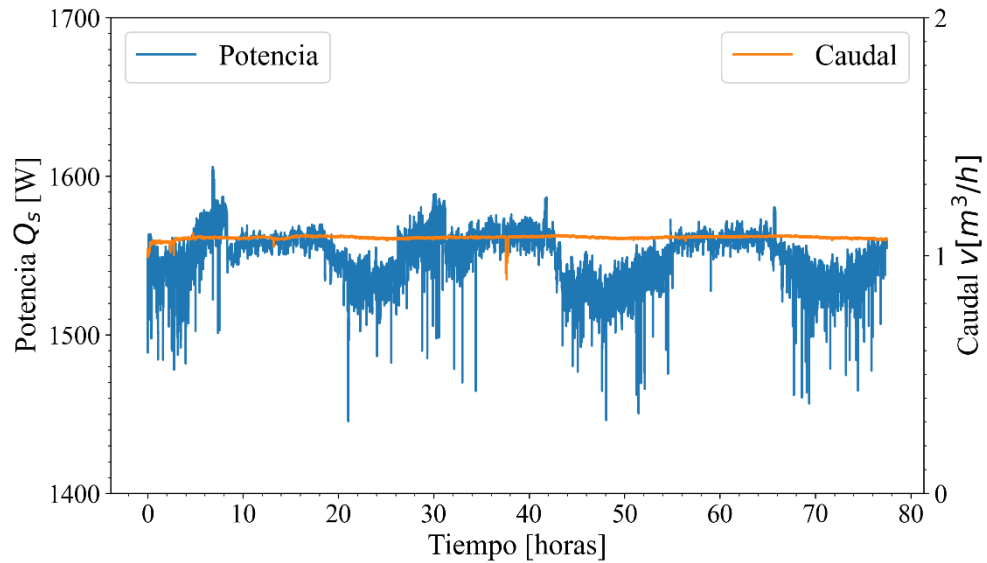


Figura 4.6. Gráfica de potencia y caudal promedio de la fase de calentamiento





## 5. EVALUACIÓN DE PRUEBAS TRT EJECUTADAS EN CAMPO A PARTIR DE LA PROGRAMACIÓN DE DOS MODELOS ANALÍTICOS

En este apartado se presenta el análisis de una prueba TRT mediante un algoritmo numérico implementado en esta tesis en lenguaje Python 3.8.8 ® denominado “*EVA-TRT*”. El código se programó utilizando software especializado como Spyder y Jupyter Notebook. La finalidad de los programas desarrollados es mostrar el comportamiento de la temperatura durante la duración total de una prueba TRT y a partir de esta información obtener los valores de las propiedades térmicas del suelo. Con base en lo anterior, es posible determinar la factibilidad de aplicación de los intercambiadores de calor en el sitio.

### 5.1. Tratamiento inicial de los datos

Antes de procesar los datos de la prueba TRT, con alguno de los modelos descritos en el apartado 3.7, es necesario realizar un tratamiento previo para visualizar la tendencia de las temperaturas registradas y definir algunos parámetros que permitan obtener un mejor resultado. El análisis previo proporciona un valor estimado de los parámetros térmicos que se pueden obtener con los modelos analíticos. Asimismo, se puede evaluar la calidad de los datos y de la prueba.

#### 5.1.1. Organización de la información

El primer paso consiste en organizar los datos en diferentes archivos para ingresarlos en el programa de procesamiento. En la Tabla 5.1 se muestra la información contenida en los seis archivos generados, así como sus especificaciones. Es importante que los archivos cumplan con las características mencionadas para que el programa lea los datos correctamente.

La información se guarda en diferentes archivos de lectura para identificar fácilmente los parámetros que serán útiles en el cálculo de las propiedades térmicas del suelo. Por otra parte, permite eliminar datos erróneos que resultan del mal funcionamiento del equipo, la falta de calibración en la instrumentación y por factores externos que afectan el comportamiento de la prueba. Por lo tanto, deben identificarse los datos atípicos tales como valores muy elevados o nulos

**5. Evaluación de pruebas TRT ejecutadas en campo  
a partir de la programación de dos modelos analíticos**

Tabla 5.1. Información y especificaciones de cada archivo de lectura

Archivo	Encabezados por columna	Especificaciones del contenido	Descripción
<b>Temperatura del suelo</b>	Z	Profundidad en metros	Datos de temperatura del suelo, medida a diferentes profundidades
	T	Temperatura a profundidad en °C	
<b>Temperatura ambiente</b>	t_s	Tiempo en segundos	Temperatura ambiente registrada durante la duración de la prueba
	T_amb	Temperatura ambiente en °C	
<b>Mediciones de los sensores*</b>	t_s	Tiempo en segundos	Datos de temperatura registrados por los sensores en el pozo de observación, a diferentes profundidades
	sensor_1	Temperatura registrada por el primer sensor, en °C	
	...	Cantidad de columnas según el número de sensores usados	
	sensor_n	Temperatura registrada por el n-ésimo sensor, en °C	
<b>Valores de potencia y caudal</b>	T_amb	Temperatura ambiente en °C	Datos de la potencia usada y el caudal registrado durante la fase de calentamiento de la prueba
	t_s	Tiempo en segundos	
	Qs	Valores de la potencia usada, en W	
<b>Temperaturas de fase de calentamiento</b>	v	Caudal registrado, en m <sup>3</sup> /s	Temperaturas de entrada y salida registradas a cada intervalo de tiempo, correspondientes a la fase de calentamiento. Adicionalmente se agrega la columna con la información de transferencia de calor
	t_s	Tiempo en segundos	
	Ti	Temperatura de entrada, en °C	
	Tf	Temperatura de salida, en °C	
<b>Temperaturas de fase de recuperación</b>	Q	Tasa de transferencia de calor, en W	Temperaturas de entrada y salida registradas a cada intervalo de tiempo, correspondientes a la fase de recuperación.
	t_s	Tiempo en segundos	
	Ti	Temperatura de entrada, en °C	
	Tf	Temperatura de salida, en °C	

\* La información puede no estar disponible si no se cuenta con un pozo de observación, lo cual no afecta el procesamiento de los datos

### 5.1.2. Transferencia de calor por unidad de longitud promedio

Para calcular las propiedades térmicas del sitio, se define el valor promedio de la tasa de transferencia de calor medida durante la fase de calentamiento. Cabe señalar que, los valores medidos en campo corresponden a la energía total inyectada al suelo por lo que deben modificarse para obtener la tasa de transferencia por unidad de longitud que se ingresa en el cálculo con los modelos aplicados, considerando el valor de la profundidad del pozo. El comportamiento de la transferencia de calor por unidad de longitud ( $q_l$ ) se muestra en la Figura 5.1. El valor promedio ( $q_{lprom}$ ) es igual a  $65.35 \text{ W m}^{-1}$ .

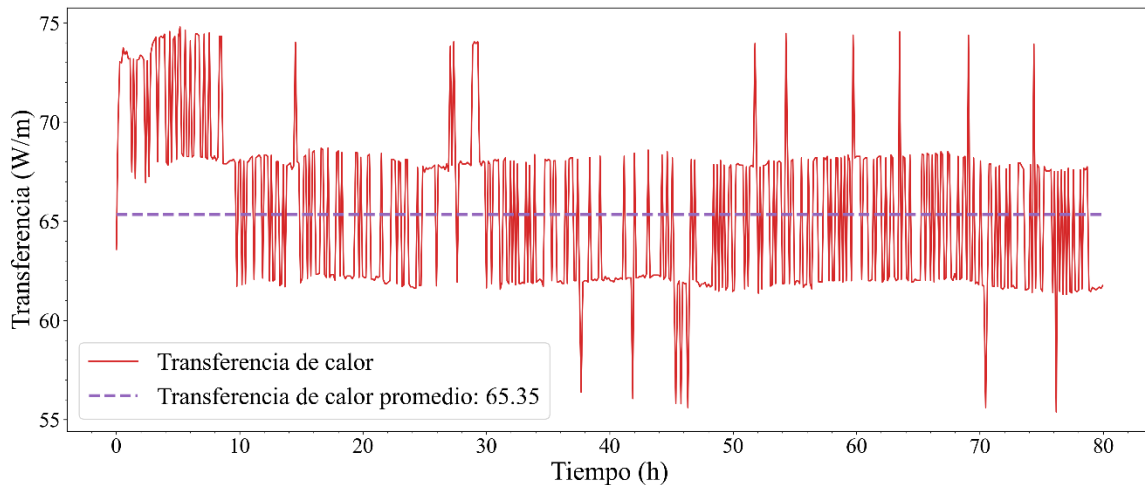


Figura 5.1. Tasa de transferencia por unidad de longitud

### 5.1.3. Cálculo de las diferencias de temperatura ( $\Delta T$ )

Con la temperatura promedio y la ecuación 3.11 (ver apartado 3.7) se calcula la diferencia de temperatura ( $\Delta T$ ) que permite el procesamiento y obtención de las propiedades térmicas. La Figura 5.2 muestra el comportamiento de la diferencia de temperatura durante la prueba. Los primeros valores se registran con un tiempo cero ya que corresponden al inicio de inyección de calor. Por lo tanto, las mediciones no presentan variaciones significativas. Durante las primeras 25 horas de monitoreo, la temperatura presenta un aumento significativo hasta alcanzar un valor de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Al finalizar la etapa de calentamiento se alcanza una diferencia de temperaturas de aproximadamente  $29 \text{ }^\circ\text{C}$ . En la etapa de recuperación se deja de inyectar calor y la diferencia de temperatura disminuye hasta  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  en un periodo de 15 horas. La temperatura no regresa a su valor original ( $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ) debido a que el suelo conserva una parte de la energía térmica inyectada.

## 5. Evaluación de pruebas TRT ejecutadas en campo a partir de la programación de dos modelos analíticos

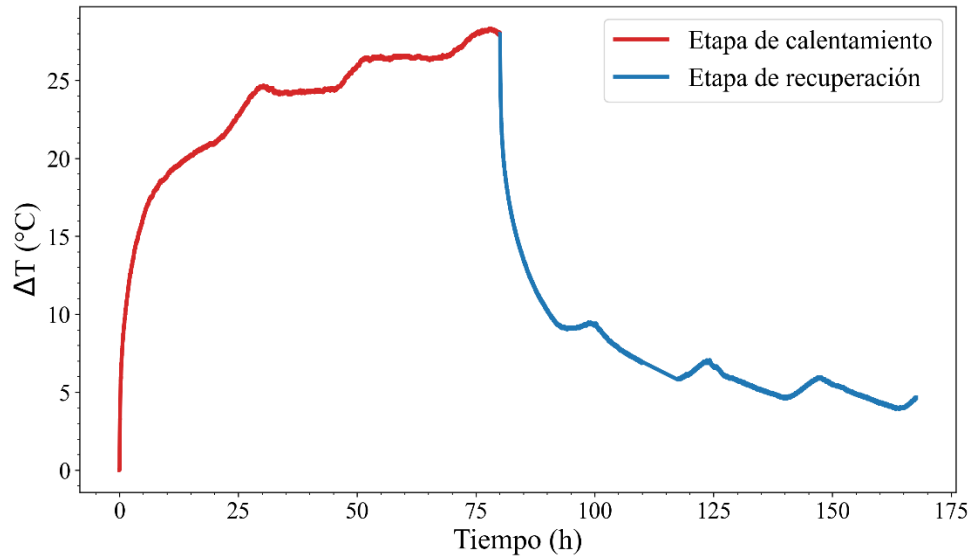


Figura 5.2. Diferencia de temperatura respecto al tiempo

### 5.2. Análisis de la prueba TRT considerada a partir del modelo de fuente lineal infinita (ILSM)

Con la información disponible, se procesan las diferencias de temperatura obtenidas en la sección anterior (5.1.3). Posteriormente, con los modelos definidos en el apartado 3.7.1, se evalúa cada una de las fases de la prueba producidas por los cambios en la tasa de transferencia de calor. Por último, se obtiene un valor promedio de las propiedades calculadas.

#### 5.2.1. Análisis de la etapa de calentamiento

En la Figura 5.3a se muestran las temperaturas medidas durante la etapa de calentamiento. A partir de estos datos se realiza el procesamiento con el modelo descrito por la ecuación 3.14. El valor de transferencia de calor empleado en el cálculo es igual al valor promedio obtenido en la sección 5.1.2 ( $q_{lprom} = 65.35 \text{ W m}^{-1}$ ). Una vez que se procesan los datos, el programa obtiene la conductividad y difusividad térmicas que se ajustan mejor al modelo. Con estas propiedades y con la información del tiempo de duración de la prueba, se calculan las diferencias de temperatura. La comparación entre los valores medidos en campo y los valores obtenidos a través del modelo de ajuste se presentan en la figura 5.3b.

Se observa que los parámetros calculados con el modelo lineal (línea azul) se ajustan correctamente a las mediciones de campo (línea roja) durante las primeras horas. Sin embargo, después de 10 horas, los datos obtenidos con el modelo crecen a una tasa constante mientras que los datos de campo presentan algunas irregularidades. Estas diferencias respecto a los datos originales pueden ser resultado de las variaciones de temperatura ambientales que

ocurren durante el día y la noche. No obstante, se aprecia un buen ajuste entre el modelo y la temperatura media de calentamiento.

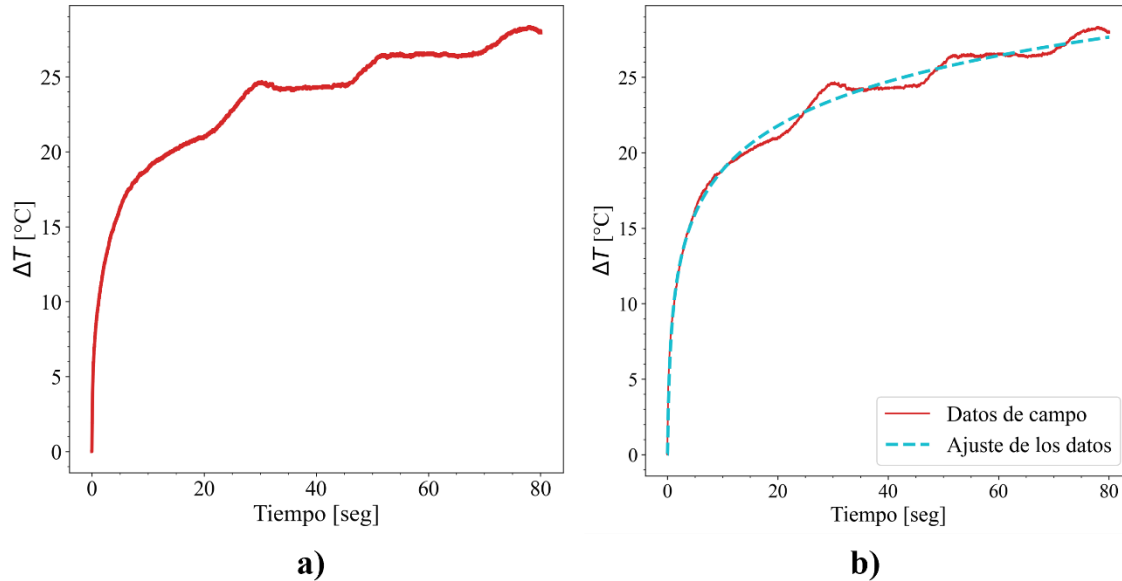


Figura 5.3. a) Valores de temperatura para la etapa de calentamiento y b) Comparación entre datos de campo y el modelo (ILSM) obtenido durante la etapa de calentamiento

### 5.2.2. Análisis de la etapa de recuperación

La Figura 5.4a muestra el comportamiento de la temperatura durante la etapa de recuperación. El valor de transferencia de calor empleado es igual al valor promedio  $q_{prom} = 65.35 \text{ W m}^{-1}$ . En este caso no se inyecta calor al suelo, por lo tanto, el valor de transferencia de calor debe ser negativo (ver ecuación 3.16). Al igual que en la fase de calentamiento, el programa calcula los parámetros térmicos que mejor se ajustan a los datos de campo. Con estos valores se obtienen las temperaturas correspondientes al modelo y se comparan con los datos originales.

El análisis comparativo entre los datos de campo (línea azul) y los datos calculados (línea roja) se presenta en la Figura 5.4b. En las primeras horas, el ajuste muestra una buena estimación de los cambios de temperatura entre las 80 y las 100 horas de medición. Sin embargo, después de las 100 horas, el modelo presenta valores menores a las mediciones de campo apreciándose una línea de tendencia que cruza en los puntos bajos de la curva de campo. Las diferencias visualizadas en la curva de campo se deben a las variaciones de temperatura asociadas a los cambios del día y la noche. A pesar de ello, el programa implementado es capaz de simular los cambios de temperatura a lo largo del tiempo.

**5. Evaluación de pruebas TRT ejecutadas en campo a partir de la programación de dos modelos analíticos**

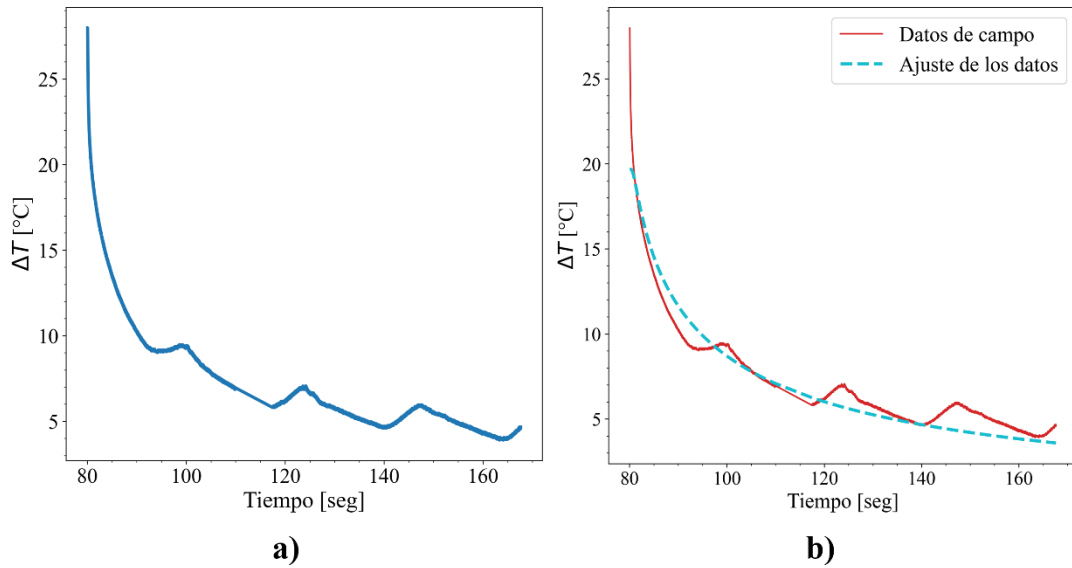


Figura 5.4. a) Temperaturas durante la etapa de recuperación y b) Comparación de datos de campo y resultados del modelo (ILSM) durante la etapa de recuperación

**5.2.3. Resultados promedio**

Cuando se tienen resultados diferentes en cada etapa, es necesario definir un valor promedio de la conductividad y la difusividad térmica. Los valores calculados en cada etapa y los valores promedio se muestran en la Tabla 5.2. Como se observa, los resultados de cada fase presentan una pequeña diferencia entre sí. Por lo tanto, se puede calcular un valor promedio representativo para compararlo con las propiedades térmicas del sitio de interés.

Tabla 5.2. Valores de las propiedades térmicas obtenidas con el modelo lineal

Etapa	Conductividad Térmica ( $W\ m^{-1}\ ^\circ C^{-1}$ )	Difusividad térmica ( $m^2s^{-1}$ )
Calentamiento	0.82	0.00000586
Recuperación	0.88	0.00000267
Valor promedio	0.85	0.00000427

**5.3. Análisis de la prueba TRT considerada a partir del modelo de fuente cilíndrica infinita (ICSM)**

Para el modelo de fuente cilíndrica infinita se emplea la misma metodología que en el apartado 5.2, aplicando las fórmulas de la sección 3.7.2. La diferencia respecto al modelo lineal es que se tiene que definir un valor para el radio del cilindro ( $r$ ). En este caso, corresponde al radio del pozo de prueba ( $r = 7.5\ cm$ ).

### 5.3.1. Análisis de la etapa de calentamiento

En el análisis de la etapa de calentamiento se utiliza el modelo definido por la ecuación 3.18. Debido a que se inyecta energía al suelo, se propone un valor positivo para la transferencia de calor. La Figura 5.5 muestra los valores de temperatura medidos en campo y los valores de la temperatura calculados a partir del modelo de ajuste. Se aprecia que la línea de ajuste sigue la tendencia del modelo lineal, los primeros incrementos coinciden con los datos de campo y después de 15 horas presenta variaciones respecto a las mediciones experimentales

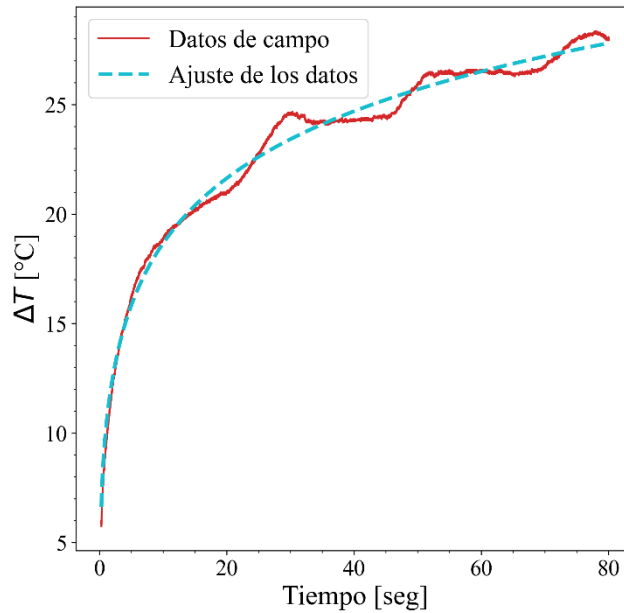


Figura 5.5. Comparación entre datos de campo y el modelo (ICSM) obtenido la etapa de calentamiento

### 5.3.2. Análisis de la etapa de recuperación

Para realizar el procesamiento de datos de la fase de recuperación se aplica el modelo descrito por la ecuación 3.21. La Figura 5.6 muestra los valores de temperatura medidos en campo y los valores de la temperatura calculados a partir del modelo ajustado a los parámetros térmicos. En general, el modelo sigue la tendencia de los datos experimentales. Sin embargo, después de las primeras horas, se aprecian pequeñas diferencias respecto a los datos de campo. Lo anterior se debe a que los datos de campo presentan variaciones que pueden ser asociadas a los cambios de temperatura durante el día (aumento de temperatura) y la noche (disminución de temperatura).

**5. Evaluación de pruebas TRT ejecutadas en campo a partir de la programación de dos modelos analíticos**

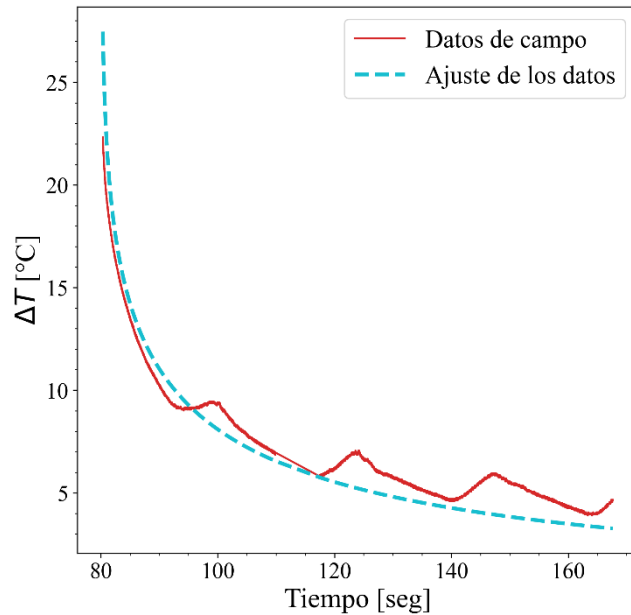


Figura 5.6. Comparación de datos de campo y resultados del modelo (ICSM) durante la etapa de recuperación

**5.3.3. Resultados promedio**

Al igual que en el modelo de fuente lineal infinita es necesario obtener un valor promedio para las propiedades térmicas. En la Tabla 5.3 se muestran los valores de cada etapa y los valores promedio de los parámetros térmicos.

Tabla 5.3. Valores de las propiedades térmicas obtenidas con el modelo cilíndrico

<b>Etapa</b>	<b>Conductividad Térmica (<math>W m^{-1} °C^{-1}</math>)</b>	<b>Difusividad térmica (<math>m^2 s^{-1}</math>)</b>
<b>Calentamiento</b>	0.82	0.0000055
<b>Recuperación</b>	0.96	0.0000588
<b>Valor promedio</b>	0.89	0.0000321

**5.4. Comparación de los resultados obtenidos en los modelos analíticos implementados**

El objetivo de procesar los datos con dos modelos diferentes es comparar los resultados y mostrar su efectividad al aplicarlos. La Figura 5.7a muestra la comparación entre el modelo lineal y el modelo cilíndrico durante la etapa de calentamiento. Se observa que las líneas de ajuste siguen la misma tendencia presentando pequeñas variaciones aproximadamente a las 10 horas y después de las 50 horas de medición. La Figura 5.7b muestra la comparación entre



**5. Evaluación de pruebas TRT ejecutadas en campo  
a partir de la programación de dos modelos analíticos**

los resultados obtenidos con el modelo lineal y el modelo cilíndrico durante la etapa de recuperación. En este caso el comportamiento de ambos modelos varía, ya que las líneas de ajuste se separan después de las primeras horas de prueba.

Las propiedades térmicas obtenidas al aplicar ambos modelos se muestran en la Tabla 5.4. Los valores de conductividad son similares y quedan en un rango de  $0.85$  a  $0.9 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . En cambio, los valores de difusividad térmica presentan una variación mayor. Lo anterior se debe a los parámetros de calibración utilizados en cada modelo, ya que la formulación del modelo cilíndrico es más compleja respecto al modelo lineal.

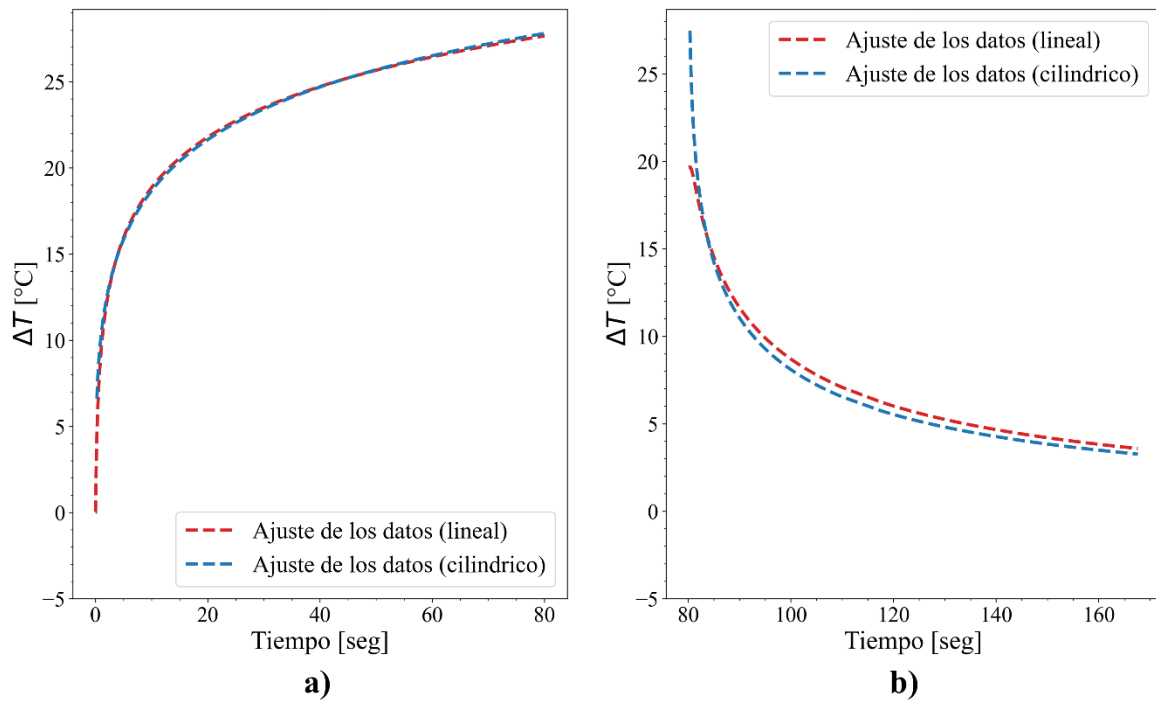


Figura 5.7. Comparación de resultados brindados de ambos modelos: a) fase de calentamiento y b) fase de recuperación

Tabla 5.4. Valores para las propiedades térmicas obtenidos da ambos modelos

Modelo	Conductividad Térmica ( $\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )	Difusividad térmica ( $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ )
Fuente lineal infinita	0.85	0.00000427
Fuente cilíndrica infinita	0.89	0.0000321



## 6. CONCLUSIONES

El objetivo principal de esta tesis fue evaluar la información obtenida de un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) ejecutado *in situ* en el Estado de México mediante dos modelos de simulación de fuentes de calor. Estos modelos permiten ajustar los datos experimentales medidos en campo y así calcular los parámetros térmicos necesarios para definir el comportamiento de los campos de temperatura en el suelo. Además, facilitan su estudio y aplicación en diversas ramas de la ingeniería. En este trabajo se implementó el código “EVA-TRT” en lenguaje Python® para simular los cambios de temperatura durante una prueba TRT y obtener los valores de las propiedades térmicas del suelo, con base en los modelos de fuente lineal y cilíndrica. La prueba TRT considerada en este trabajo se ejecutó *in situ* en el Estado de México.

En la parte inicial de este trabajo (Capítulo 1) se presentó una revisión bibliográfica sobre el desarrollo de la energía geotérmica en el contexto mundial, enfocándose en su importancia y la reducción del impacto ambiental causado por el uso de combustibles fósiles. Una de las propuestas para enfrentar este problema es el uso de intercambiadores de calor, que extraen energía del subsuelo y reducen las emisiones contaminantes. En el Capítulo 2, se explicaron los fundamentos teóricos sobre los campos de temperatura en el subsuelo y los diferentes mecanismos de transferencia de calor. Además, se describieron las características de las pilas de energía y sus configuraciones, así como, el comportamiento de la temperatura a través del tiempo y su impacto en las estructuras. En este capítulo, se explicó el funcionamiento y comportamiento de un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) para la obtención de las propiedades térmicas de los suelos. En el Capítulo 3 se explicaron los fundamentos matemáticos que rigen el comportamiento de los campos de temperatura, las ecuaciones que describen los modelos analíticos implementados en esta tesis y las modificaciones que deben realizarse para poder aplicarlos. Posteriormente, en el Capítulo 4 se resumió la información disponible de la prueba TRT analizada y sus detalles técnicos, así como, las propiedades geológicas del sitio de estudio. Por último, se llevaron a cabo curvas que describen el comportamiento de la temperatura durante la prueba TRT ejecutada y se compararon los resultados obtenidos con los dos modelos implementados, tanto de las curvas de ajuste como los valores de las propiedades térmicas.

Las ecuaciones que describen los modelos analíticos se programaron en el Software Python 3.8.8® para lo cual, se aplicaron hipótesis simplificadoras que permiten evaluar los resultados de forma más sencilla y facilitan su programación. Así, el código aquí implementado, denominado “EVA-TRT”, puede utilizarse para estudios posteriores donde se requieran analizar perfiles de temperatura a lo largo del tiempo (a largo plazo).

## 6. Conclusiones

---

A pesar de las simplificaciones realizadas, es importante mencionar que existen algunas dificultades al aplicar dichos modelos ya que, en general, se trata de modelos complejos. Cuando se aplica un modelo idealizado (modelo de fuente lineal infinita), la ecuación que rige su comportamiento es más sencilla. Sin embargo, cuando el modelo se acerca a la realidad (modelo de fuente cilíndrica infinita), es necesario involucrar un número mayor de variables y condiciones que no resultan sencillas de controlar, dificultando la solución.

Por otra parte, se identificó que los modelos analíticos evaluados tienen tendencias similares y pueden aplicarse, en cualquier caso. Tomando en cuenta que deben realizarse modificaciones que permitan ajustar estos modelos al caso de estudio. Lo anterior, dependerá de la cantidad de cambios en la tasa de transferencia de calor y de pruebas realizadas *in situ*. Para aplicar estos modelos al estudio de pilas de energía se deben de revisar las propiedades de los materiales de los cuales se encuentran hechas para poder realizar las modificaciones pertinentes a dichos modelos y mejorar los análisis realizados del comportamiento del intercambio de calor. Si se dispone de la información experimental suficiente sobre la prueba TRT en campo, los modelos aquí propuestos para su aplicación son capaces de representar los campos de temperatura a mayor escala *in situ*.

Finalmente, se demostró que la metodología propuesta en esta tesis es adecuada para la simulación de pruebas TRT, lo que resulta una ventaja cuando no es posible por cuestiones de tiempo y costo, la ejecución de pruebas TRT en campo. No obstante, se recomienda aplicar nuevos modelos para identificar aquéllos que representan mejor las distintas condiciones de análisis y permitan definir el comportamiento de la temperatura en otros tipos de suelos. Para ello, debe realizarse un análisis previo de la información que se desea evaluar, para modificar los modelos y ajustar los parámetros térmicos a los datos de campo.

---

## REFERENCIAS

- Abdelaziz, S. L., & Ozudogru, T. Y. (2016). Selection of the design temperature change for energy piles. *Applied Thermal Engineering*, 1036-1045.
- Abdelaziz, S., Olgun, C., & Martin, J. (2011). Design and operational considerations of geothermal energy piles. (J. Han, & D. Alzamora , Edits.) *Proceedings of Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering*(211), 450-459.
- Abuel-Naga, H., Imad N. Raouf, M., Raouf, A., & Nasser, A. (2014). Energy piles: current state of knowledge and design challenges. *Environmental Geotechnics*, 195-210.
- Adam, D., & Markiewicz, R. (2009). Energy from earth-coupled structures, foundations, tunnels and sewers. *Géotechnique*, 59(3), 229-236.
- Aresti, L., Christodoulides, P., & Florides, G. (2018). A review of the design aspects of ground heat exchangers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 757-773.
- Bourne-Webb, P. J., Amatya, B., & Soga, K. (2013). A framework for understanding energy pile behaviour. *Geotechnical Engineering*, 170-177.
- Brandl, H. (2006). Energy foundations and other thermo-active ground structures. *Géotechnique*, 56(2), 81-122.
- Claesson, J., & Javed, S. (2020). Explicit Multipole Formula for the Local Thermal Resistance in an Energy Pile - The Line-Source Approximation. *Energies*.
- Cui, P., Yi, M., & Zhaohong, F. (2015). Geothermal Heat Pumps. *Handb. Clean Energy Syst. JohnWiley & Sons, Ltd.*
- de Moel, M., Bach, P. M., Bouazza, A., Singh, R. M., & O. Sun, J. (2010). Technological advances and applications of geothermal energy pile foundations and their feasibility in Australia. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2683-2696.
- Di Donna, A., & Laloui, L. (2015). Numerical analysis of the geotechnical behavior of energy piles. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 39(8), 861-888.
- Eskilson, P. (1987). Thermal analysis of heat extraction boreholes. *Doctoral thesis Sweden: Department of Matematical Physics, University of Lund.*
- Fadejev, J., Simson, R., Kurnitski, J., & Haghghat, F. (2017). A review on energy piles design, sizing and modelling. *Energy*, 390-407.

- Ghasemi-Fare, O., & Basu, P. (2013). A practical heat transfer model for geothermal piles. *Energy and Buildings*, 470-479.
- Javed, S., Fahlén, P., & Claesson, J. (2009). Vertical ground heat exchangers: a review of heat flow models.
- Jensen-Page, L., Loveridge, F., & Narsilio, G. A. (2019). Thermal Response Testing of Large Diameter Energy Piles. *Energies*.
- Katsura, T., Nagano, K., Narita, S., Takeda, S., Nakamura, Y., & Okamoto, A. (2009). Calculation algorithm of the temperatures for pipe arrangement of multiple ground heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 906-919.
- Knellwolf, C., Peron, H., & Laloui, L. (2011). Geotechnical Analysis of Heat Exchanger Piles. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 890-902.
- Laloui, L., & Di Donna, A. (2011). Understanding the behaviour of energy geo-structures. *Civil Engineering*, 184-191.
- Li, M., & Lai, A. C. (2012). Heat-source solutions to heat conduction in anisotropic media with application to pile and borehole ground heat exchangers. *Applied Energy*, 451-458.
- Li, M., & Lai, A. C. (2015). Review of analytical models for heat transfer by vertical ground heat exchangers (GHEs): A perspective of time and space scales. *Applied Energy*, 178-191.
- López-Acosta, N., & Barba, D. (Mar-Mayo 2018). "Pilas o pilotes de energía: cimentaciones termoactivas para el aprovechamiento de recursos geotérmicos". *Revista Geotecnia de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica (SMIG)*. No. 247, 36-39.
- López-Acosta, N., Rivera-Martínez, A., & Barba-Galdámez, D. (1-5 de May de 2022). "First Thermal Response Test (TRT) for energy geo-structure application in Mexico". *Proceedings of the 20th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*.
- López-Acosta, N., Rivera-Martínez, A., & Barba-Galdámez, D. (March 3-4, 2022. Mexico City, MEXICO). "Construcción y ensayo TRT en la primera pila de energía en México". *Proceedings of the 5th Internatinal Conference on Deep Foundations*.
- Loveridge, F., & Powrie, W. (2013). Temperature response functions (G-functions) for single pile heat exchangers. *Energy*, 554-564.
- Loveridge, F., Low, J., & Powrie, W. (2017). Site investigation for energy geostructures. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 158-168.

- 
- Loveridge, F., Powrie, W., & Nicholson, D. (2014). Comparison of two different models for pile thermal response test interpretation. *Acta Geotechnica*, 367-384.
- Mooser, F. (1978). *Geología del relleno cuaternario de la Cuenca de México. El Subsuelo y la Ingeniería de Cimentaciones en el área urbana del Valle de México*. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos (SMIG).
- Pérez Cruz, G. (1988). *Estudio sismológico de reflexión del subsuelo de la Ciudad de México: Mexico, D.F. (Tesis de maestría)*. Universidad Nacional Autónoma de México, México: División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería.
- Philippe, M., Bernier, M., & Marchio, D. (2009). Validity ranges of three analytical solutions to heat transfer in the vicinity of single boreholes. *Geothermics*, 407-413.
- Popiel, C., Wojtkowiak, J., & Biernacka, B. (2001). Measurements of temperature distribution in ground. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 25(5), 301-309.
- Rangel-Serratos, E. (2021). *Validación de datos experimentales de dos pruebas de respuesta térmica in situ, mediante modelación numérica*. (Tesis de licenciatura): Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Ravera, E., Sutman, M., & Laloui, L. (2020). Load transfer method for energy piles in a group with pile-soil-slab-pile interaction. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*(04020042), 146(6).
- Rawlings, R., & Sykulski, J. (1999). Ground source heat pumps: A technology review. *CIBSE A: Building Serv. Eng. Res. Technol.* 20(3), 119-129.
- Raymond, J., Therrien, R., Gosselin, L., & Lefebvre, R. (2011). A Review of Thermal Response Test Analysis Using Pumping Test Concepts. *Groundwater*, 932-945.
- Rees, S., Adjali, M., Zhou, Z., Davies, M., & Thomas, H. (2000). Ground heat transfer effects on the thermal performance of earth-contact structures. *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 4(3), 213-265.
- Riederer, P., Evars, G., Gourmez, D., Jaudin, F., Monnot, P., Partenay, V., & et al. (2007). Conception de Fondations Geothermiques - Repport Final. *Centre Scientifique et Technique du Bâtiment: Sophia-Antipolis*.
- Rivera-Martínez, A. (2021). *Diseño e implementación de un equipi de respuesta térmica (TRT) para la determinación de las propiedades térmicas de los suelos*. (Tesis de maestría) : Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Spitler, J., & Bernier, M. (2016). Vertical borehole ground heat exchanger design methods. *Advances in Ground-Source Heat Pump Systems*, 29-61.

## Referencias

---

- Tarbuck, E., & Lutgens, F. (2005). *Ciencias de la Tierra: una introducción a la geología física*. México: Pearson HispanoAmerica.
- Wang, H., & Qi, C. (2008). Performance study of underground thermal storage in a solar ground coupled heat pump system for residential buildings. *Energy and Buildings*, 40(7), 1278-1286.
- Zhaohong, F., Nairen, D., & Ping, C. (2002). Discontinuous operation of geothermal heat exchangers. *Tsinghua science and technology*, 194-197.



## ANEXO I. “EVA-TRT” CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS SUELOS A PARTIR DE PRUEBAS TRT (PROGRAMA PRINCIPAL)

En el programa principal se realizan los cálculos y el tratamiento de datos de la prueba TRT. Se implementan únicamente las funciones descritas en el Anexo II para mejorar la eficiencia de cálculo y obtener mejores resultados. Primero, se utilizan las funciones de lectura para cargar en el programa la información de la prueba TRT. Posteriormente, se ejecutan algunos tratamientos y se corrigen los datos requeridos. Después se realizan las aproximaciones con ayuda de los modelos programados y los ajustes de tendencia de los datos para obtener la conductividad térmica del medio. Finalmente, se muestran los resultados con ayuda de gráficas generadas a partir de las funciones del módulo usado.

```
import TRTfunction as trt
```

```
soil,n_soil,m_soil=trt.read_file('Temp_suelo.dat',',')  
env,n_env,m_env=trt.read_file('Temp_ambiente.dat',',')  
sensor,n_sens,m_sens=trt.read_file('Sensores.dat',',')  
power,n_pow,m_pow=trt.read_file('potencia_caudal.dat',',')  
heat,n_heat,m_heat=trt.read_file('calentamiento.dat',',')  
recov,n_recov,m_recov=trt.read_file('recuperacion.dat',',')
```

```
labels_sens= [1.5,3,4.5,6,9,13.5,18]  
h=20  
r=0.075
```

```
soil=trt.T_soil_mean(soil)  
Temp_mean=trt.T_mean(heat)  
q_mean,Qs=trt.heat_transfer(heat,h,n_heat)  
heat=trt.Delta_T(heat,Temp_mean)  
recov=trt.Delta_T(recov,Temp_mean)
```

```
trt.graph_power(power,'potencia.png')  
trt.graph_q(Qs,'transferencia.png')  
trt.graph_temp(heat,recov,'temperaturas.png')  
trt.graph_soil(soil,'T_suelo.png')  
trt.graph_env(env,'T_ambiente.png')  
trt.graph_sens(sensor,labels_sens,m_sens,'T_sensores.png')
```

```
varl_heat,data_fit_heat=trt.ilsm(heat[0],heat[5],r,'heat',heat[0][n_heat-1])  
varl_recov,data_fit_recov=trt.ilsm(recov[0],recov[4],r,'recover',heat[0][n_heat-1])  
varc_heat,data_fit_heatc=trt.icsm(heat[0][100:],heat[5][100:],r,'heat',heat[0][n_heat-1])  
varc_recov,data_fit_recovc=trt.icsm(recov[0],recov[4],r,'recover',heat[0][n_heat-1])
```

**Anexo I. “EVA-TRT” Código implementado para determinar las propiedades térmicas de los suelos a partir de pruebas TRT (programa principal)**

---

```
heat_calc= []
heat_calc.append(heat[0])
heat_calc.append(data_fit_heat)
heat_calc.append(heat[0][100::])
heat_calc.append(data_fit_heatc)

recov_calc= []
recov_calc.append(recov[0])
recov_calc.append(data_fit_recov)
recov_calc.append(data_fit_recovc)

trt.graph_model(heat[0],heat[5],data_fit_heat,'lineal_heat.png')
trt.graph_model(recov[0],recov[4],data_fit_recov,'lineal_recov.png')
trt.graph_model(recov[0][100:],recov[4][100:],data_fit_recovc[100:], 'cilindric_recov.png')
trt.graph_model(heat[0][100:::],heat[5][100:::],data_fit_heatc,'cilindric_heat.png')
trt.graph_comp(heat_calc,recov_calc,'comparacion.png')
```

## ANEXO II. “EVA-TRT” CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS SUELOS A PARTIR DE PRUEBAS TRT (MÓDULO)

En este anexo se presenta el código desarrollado en Python 3.8.8® para determinar las propiedades térmicas del suelo a partir de los datos obtenidos en una prueba TRT. El algoritmo se programó con el software “*Spyder*”, que facilita el manejo del lenguaje implementado. Este módulo contiene las funciones básicas de procesamiento y visualización de datos.

El algoritmo propuesto utiliza una serie de librerías para ejecutar los cálculos y mostrar los resultados de manera gráfica. La librería *numpy* contiene gran cantidad de funciones matemáticas, así como funciones para el uso adecuado de arreglos de datos. La librería *matplotlib* contiene funciones que ayudan a la visualización de los datos y los resultados a través de gráficas. La librería “*pandas*” ayuda a la lectura y acomodo más adecuado de datos desde archivos de diferentes extensiones. Las librerías *scipy* contienen funciones de cálculo avanzado y de ajuste de datos.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.special as sc
from matplotlib.ticker import MultipleLocator
```

La función de lectura *read\_file* se encarga de obtener los datos desde un archivo de cualquier extensión. Posteriormente, organiza dicha información en un arreglo único, calcula su tamaño (número de filas y columnas) y lo muestra en pantalla.

```
def read_file(name, delimiter):
    file=pd.read_table(name,'r',delimiter=delimiter)
    n=np.size(file,0)
    m=np.size(file,1)
    print("\nArchivo: ',name,'\n\tFilas : ',n,'\n\tColumnas:',m)
    array=[ ]
    for i in file:
        array.append(file[i])
    return array, n, m
```

Las siguientes funciones realizan cálculos previos al tratamiento de los datos. Se calculan los valores promedio y diferencias de temperaturas medidas ( $\Delta T$ ), el valor de transferencia de calor promedio ( $q_{lprom}$ ) y valor promedio de temperaturas del suelo.

```
def T_soil_mean(soil):
    mean=np.mean(soil[1])
```

**Anexo I. “EVA\_TRT” Código implementado para determinar las propiedades térmicas de los suelos a partir de pruebas TRT (módulo)**

---

```
T_mean=np.ones(np.size(soil[0]))*mean
soil.append(T_mean)
return soil
```

```
def T_mean(heat):
return (heat[1][0]+heat[2][0])/2
```

```
def Delta_T(data, T_mean):
data.append((data[1]+data[2])/2)
data.append(data[-1]-T_mean)
return data
```

```
def heat_transfer(heat, h, n_heat):
Qs=[]
Qs.append(heat[0]/(60*60))
Qs.append(heat[-1]/h)
q_mean=np.mean(Qs[1])
Qs.append(np.ones(n_heat)*q_mean)
return q_mean, Qs
```

Las funciones que aplican las ecuaciones de los modelos de fuente lineal y de fuente cilíndrica se encuentran divididas en dos partes. La primera se aplica a la etapa de calentamiento ( $q_{lprom}$  positiva) y la segunda a la etapa de recuperación ( $q_{lprom}$  negativa). Las funciones calculan los valores de las propiedades térmicas y los valores de temperatura obtenidos con dichas propiedades.

```
def ilsm(t, D_T, r, opc, t0):
if opc=='heat':
def function(t, m, a):
return m*sc.exp1((r)**2/(4*a*t))
var, pcov=curve_fit(function, t, D_T, bounds=(0,[6.,0.1]))
y=function(t, *var)
elif opc=='recover':
def function(t, m, a):
return m*(sc.exp1((r)**2/(4*a*t))-sc.exp1((r)**2/(4*a*(t-t[0])))
var, pcov=curve_fit(function, t, D_T, bounds=(0,[6.,0.1]))
y=function(t, *var)
else:
print ('Error')
return var, y
```

```
def icsm(t, D_T, r, opc, t0):
if opc=='heat':
```

```

def function(t, m, a):
    return m*((np.log((4*a*t)/(r**2))-0.57722)*(1+(r**2)/(2*a*t))+(r**2)/(2*a*t))
var, pcov=curve_fit(function, t, D_T, bounds=(0,[6.,0.1]))
y=function(t, *var)
elif opc=='recover':
    def function(t, m, a):
        c=(1+((r**2)/(2*a))*(1/(t-t0)))*np.log(t/(t-t0))
        d(((r**2)/(2*a*t))*(t0/(t-t0)))*(np.log((4*a*t)/(r**2))-0.57722+1)
    return m*(c-d)
    var, pcov=curve_fit(function, t, D_T, bounds=(0,[6.,0.1]))
    y=function(t, *var)
else:
    print ('Error')
return var, y

```

Las últimas funciones del módulo permiten visualizar de los datos iniciales y los resultados a través de gráficas.

```

def graph_power(data, name):
    fig, ax1=plt.subplots(1,1)
    fig.set_size_inches(10,6)
    ax1.plot(data[0]/(60*60), data[1], 'C0-',label='Potencia')
    ax1.set_yticks(range(1400,1800,100))
    ax1.tick_params(axis='y')
    ax1.set_xlabel('Tiempo [horas]', fontsize=17, color='black', fontfamily='Times New Roman')
    ax1.set_ylabel('Potencia $Q_s$ [W]', fontsize=17, color='black', fontfamily='Times New Roman')
    ax1.legend(loc='upper left', prop=font1)
    ax1.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(2))
    ax1.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(10))
    ax1.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(10))
    ax1.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(100))
    plt.xticks(fontsize = 15, fontfamily='Times New Roman')
    plt.yticks(fontsize = 15, fontfamily='Times New Roman')
    ax2=ax1.twinx()
    ax2.plot(data[0]/(60*60), data[2], 'C1-',label='Caudal')
    ax2.set_yticks(range(0,3,1))
    ax2.tick_params(axis='y')
    ax2.set_ylabel('Caudal $v$ [m^3 /h]$', fontsize=17, color='black', fontfamily='Times New Roman')
    ax2.legend(prop=font1)
    ax2.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.1))
    ax2.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(1))

```

## Anexo I. “EVA\_TRT” Código implementado para determinar las propiedades térmicas de los suelos a partir de pruebas TRT (módulo)

---

```
plt.yticks(fontsize = 15, fontfamily='Times New Roman')
plt.show()
fig.savefig(name, bbox_inches='tight', dpi=300)
```

### def graph\_q(data, name):

```
fig, ax1=plt.subplots()
fig.set_size_inches(20,8)
plt.plot(data[0][5::50],data[1][5::50],'C3-',label='Transferencia de calor')
plt.plot(data[0][5::50],data[2][5::50],'C4--',label='Transferencia de calor promedio:
{0:.2f}'.format(data[2][0]),linewidth=3)
plt.xlabel('Tiempo (h)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.ylabel('Transferencia (W/m)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax1.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(2))
ax1.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(10))
ax1.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax1.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
plt.xticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.legend( prop=font1)
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

### def graph\_temp(data1, data2, name):

```
fig, ax=plt.subplots(2,1)
fig.set_size_inches(12,15)
plt.xticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')

ax[0].plot(data1[0]/(60*60),data1[1],'C3-',label='Temperatura de entrada')
ax[0].plot(data1[0]/(60*60),data1[2],'C0-',label='Temperatura de salida')
ax[0].plot(data1[0]/(60*60),data1[4],'C2-', label='Temperatura promedio')
ax[0].plot(data2[0]/(60*60),data2[1],'C3-')
ax[0].plot(data2[0]/(60*60),data2[2],'C0-')
ax[0].plot(data2[0]/(60*60),data2[3],'C2-')
ax[0].set_xlabel('Tiempo (h)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[0].set_ylabel('Temperatura (°C)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[0].legend( prop=font1)
plt.setp(ax[0].get_xticklabels(), fontsize=15,fontfamily='Times New Roman')
plt.setp(ax[0].get_yticklabels(), fontsize=15,fontfamily='Times New Roman')

ax[1].plot(data1[0]/(60*60),data1[5],'C3-',linewidth=3,label='Etapa de calentamiento')
ax[1].plot(data2[0]/(60*60),data2[4],'C0-',linewidth=3,label='Etapa de recuperación')
```

```
ax[1].set_xlabel('Tiempo (h)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[1].set_ylabel('$\Delta T$ (°C)', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[1].legend(loc='best', prop=font1)
```

```
ax[1].xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax[1].xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(25))
ax[1].yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax[1].yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
ax[0].xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax[0].xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(25))
ax[0].yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax[0].yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

**def graph\_soil(data,name):**

```
fig, ax= plt.subplots()
fig.set_size_inches(5,10)
plt.plot(data[1], -data[0], 'C3o-',label='T suelo',linewidth=2)
plt.plot(data[2], -data[0], 'C0--',label='T media: {0:.1f} [°C]'.format(data[2][0]))
plt.xlabel('Temperatura [°C]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.ylabel('Profundidad [m]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.xticks(range(20,27,1))
plt.yticks(range(0,-24,-2))
plt.legend(loc='best', prop=font1)
ax.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.2))
ax.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(1))
ax.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.5))
ax.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(2))
plt.xticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

**def graph\_env(data,name):**

```
fig, ax= plt.subplots()
fig.set_size_inches(10,5)
plt.plot(data[1],data[2],'C1-')
plt.xlabel('Tiempo [horas]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.ylabel('Temperatura [°C]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(25))
ax.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
```

## Anexo I. “EVA\_TRT” Código implementado para determinar las propiedades térmicas de los suelos a partir de pruebas TRT (módulo)

---

```
ax.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
plt.xticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

### def graph\_sens(data,label,n,name):

```
fig, ax= plt.subplots()
fig.set_size_inches(12,10)
for i in range (1,n-1):
    plt.plot(data[0]/(60*60*24), data[i],label='{0:.1f}'.format(label[i-1]))
plt.xlabel('Tiempo [días]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.ylabel('Temperatura [°C]', fontsize=17, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.legend(loc='best',title='Profundidad del sensor [m]',title_fontsize=14,prop=font1)
ax.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.2))
ax.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(1))
ax.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.2))
ax.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(1))
plt.xticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 15,fontfamily='Times New Roman')
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

### def graph\_model(data,y,name):

```
fig, ax= plt.subplots()
fig.set_size_inches(8,8)
plt.plot(datax/(60*60), datay,'C3-',label='Datos de campo')
plt.plot(datax/(60*60), y,'C9--',label='Ajuste de los datos',linewidth=3)
plt.xlabel('Tiempo [seg]', fontsize=20, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.ylabel('$\Delta T$ [°C]', fontsize=20, color='black',fontfamily='Times New Roman')
plt.legend(loc='best', prop=font1)
ax.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax.xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(20))
ax.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax.yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
plt.xticks(fontsize = 18,fontfamily='Times New Roman')
plt.yticks(fontsize = 18,fontfamily='Times New Roman')
plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```

### def graph\_comp(heat,recov,name):

```
font2 = {'family' : 'Times New Roman',
         'weight' : 'normal',
```



```
'size' : 22}
fig, ax= plt.subplots(1,2)
fig.set_size_inches(18,10)
ax[0].plot(heat[0]/(60*60), heat[1],'C3--',label='Ajuste de los datos (lineal)',linewidth=3)
ax[0].plot(heat[2]/(60*60), heat[3],'C0--',label='Ajuste de los datos (cilindrico)',linewidth=3)
ax[0].set_title('a'),fontsize=22, color='black',fontweight='bold',fontfamily='Times New Roman')
ax[0].set_xlabel("Tiempo [seg]", fontsize=22, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[0].set_ylabel('$\Delta T$ [°C]', fontsize=22, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[0].set_yticks(range(-5,30,5))
ax[0].legend(loc='best', prop=font2)
plt.setp(ax[0].get_xticklabels(), fontsize=20,fontfamily='Times New Roman')
plt.setp(ax[0].get_yticklabels(), fontsize=20,fontfamily='Times New Roman')

ax[1].plot(recov[0]/(60*60), recov[1],'C3--',label='Ajuste de los datos (lineal)',linewidth=3)
ax[1].plot(recov[0][100:]/(60*60), recov[2][100:], 'C0--',label='Ajuste de los datos
(cilindrico)',linewidth=3)
ax[1].set_title('b'),fontsize=22, color='black',fontweight='bold',fontfamily='Times New Roman')
ax[1].set_xlabel("Tiempo [seg]", fontsize=22, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[1].set_ylabel('$\Delta T$ [°C]', fontsize=22, color='black',fontfamily='Times New Roman')
ax[1].set_yticks(range(-5,30,5))
ax[1].legend(loc='best', prop=font2)
plt.setp(ax[1].get_xticklabels(), fontsize=20,fontfamily='Times New Roman')
plt.setp(ax[1].get_yticklabels(), fontsize=20,fontfamily='Times New Roman')

ax[1].xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax[1].xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(20))
ax[1].yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax[1].yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))
ax[0].xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(5))
ax[0].xaxis.set_major_locator(MultipleLocator(20))
ax[0].yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(1))
ax[0].yaxis.set_major_locator(MultipleLocator(5))

plt.show()
fig.savefig(name,bbox_inches='tight',dpi=300)
```