



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Estudio de la vibración inducida por
transeúntes en un puente peatonal
especial**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Civil

P R E S E N T A

Armando Nápoles Valenzuela

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Adrián Pozos Estrada



Ciudad universitaria, Cd. Mx., 2022

RESUMEN

Los puentes peatonales son estructuras ligeras, que varían en su estructuración de acuerdo a sus materiales de construcción y su arquitectura, por lo general estos puentes se diseñan considerando las cargas gravitacionales y accidentales, sin embargo en su diseño no se contempla el efecto dinámico que las personas pueden inducir en el puente y es que los seres humanos tenemos la sensibilidad y capacidad de adaptar nuestra frecuencia de caminata natural en rangos muy amplios y cuando se trata de multitudes de personas, la carga peatonal puede convertirse en una carga dinámica importante con una frecuencia de vibrado cercana o igual a la frecuencia natural de vibrado del puente peatonal.

Actualmente en México no existe una regulación para realizar el diseño o evaluación de un puente peatonal ante Estado Límite de Servicio debido a vibraciones inducidas por transeúntes, razón por la que en el presente trabajo se selecciona, explica y aplica un método internacional (SYNPEX) para evaluar el comportamiento de un puente peatonal especial (no convencional) de grandes dimensiones y así determinar si es apto para operar por Estado Límite de Servicio.

ABSTRACT

Pedestrian bridges are light structures, which vary in their structuring according to their construction materials and their architecture, generally these bridges are designed considering the gravitational and accidental loads, however their design does not contemplate the dynamic effect that the people can induce on the bridge and it is that human beings have the sensitivity and ability to adapt our natural walking frequency in very wide ranges and when it comes to crowds of people, the pedestrian load can become a significant dynamic load with a frequency vibration close to or equal to the natural vibration frequency of the pedestrian bridge.

Currently in Mexico there is no regulation to carry out the design or evaluation of a pedestrian bridge before the Service Limit State due to vibrations induced by pedestrians, which is why in this work an international method is selected, explained and applied (SYNPEX) to evaluate the behavior of a special (unconventional) large pedestrian bridge and thus determine if it is suitable to operate due to the Limit State of Service.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVO GENERAL	2
OBJETIVOS PARTICULARES	2
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES	3
1.1. Puente Milenio (Millennium Bridge)	3
1.1.1. Descripción de la Estructura	3
1.1.2. Superestructura.....	4
1.1.3. Subestructura.....	6
1.1.4. Problemática.....	6
1.1.5. Investigación del caso	7
1.1.6. Solución.....	8
1.2. Otros Casos de Interés.....	9
1.2.1. Puente colgante de Broughton, UK.....	9
1.2.2. Puente peatonal Solférino, París, Francia.....	10
1.2.3. Otros casos de inestabilidad en puentes peatonales debido a vibración inducida por peatones.....	11
CAPÍTULO 2. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE VIBRACIÓN EN PUENTES PEATONALES	12
2.1. Antecedentes	12
2.1.1. Modelos de carga dinámica peatonal	12
2.2. Normas y recomendaciones de diseño	13
2.2.1. Eurocódigo (Eurocódigo 0: “Bases de Diseño Estructural”, 1990:2002+A1:2005)	13
2.2.2. ISO-10137 (2007)	15
2.2.3. British Standard (BS-5400).....	15
2.2.4. AASHTO 2009.....	16
2.3. Método SYNPEX.....	16
2.3.1. Modelo de carga para un sólo peatón.....	19
2.3.2. Modelo de carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC1 a TC3	20
2.3.3. Modelo de carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC4 a TC5	21
2.3.4. Modelo de carga para un grupo de corredores con densidad variable.....	21
2.4. Procedimiento de diseño empleado.....	23

CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DEL PUENTE PEATONAL ANALIZADO	24
3.1. Descripción general.....	24
3.1.1. Estructuración	24
3.1.2. Vigas	24
3.1.3. Columnas.....	29
3.1.4. Tablero	30
3.1.5. Apoyos	31
3.1.6. Modelo matemático en Sap-2000.....	32
3.2. Cargas Consideradas	33
3.2.1. Carga Muerta (CM).....	33
3.2.2. Carga Viva (CV)	33
3.2.3. Carga por Sismo.....	33
3.2.4. Carga por Viento (V).....	34
3.2.5. Carga por Temperatura (T)	36
3.2.6. Combinaciones de diseño.....	36
CAPÍTULO 4. EVALUACIÓN POR VIBRACIONES INDUCIDAS POR TRANSEÚNTES	37
4.1. Análisis modal.....	37
4.2. Resultados del análisis	38
4.3. Evaluación de frecuencias.....	39
4.4. Modelos de carga dinámica (DLM) SYNPEX.....	40
4.4.1 DLM 1	40
4.4.2. DLM 2.....	41
4.4.3. DLM 3.....	41
4.4.4. DLM 4.....	42
4.5. Resultados	45
4.6. Análisis de Resultados	52
4.6.1. Revisión de Aceleraciones	52
4.6.2. Nivel de confort.....	53
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	54
5.1. Conclusiones	54
5.2. Recomendaciones.....	55
REFERENCIAS	56

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. UBICACIÓN DEL PUENTE MILENIO EN EL RIO TÁMESIS, LONDRES (IMÁGENES DE GOOGLE EARTH Y WIKIPEDIA).	4
FIGURA 2. ELEMENTOS ESTRUCTURALES DEL PUENTE MILENIO (HTTPS://WWW.JMHDEZHDEZ.COM/2011/06/MILLENIUM-BRIDGE-LONDON-PUENTE-LONDRES.HTML)....	5
FIGURA 3. VISTA DEL PUENTE MILENIO CON EXTREMO SUR DEL PUENTE CON PLATAFORMA BIFURCADA (HTTPS://GUALONDRES.ES/MILLENIUM-BRIDGE).	5
FIGURA 4. PLANO DE ELEVACIÓN DEL PUENTE MILENIO.....	6
FIGURA 5. PUENTE MILENIO EN SERVICIO (HTTP://MATERIAS.DF.UBA.AR/F2AA2014C2/LAS-INESPERADAS-OSCILACIONES-DEL-PUENTE-DEL-MILENIO/).	7
FIGURA 6. COMPARACIÓN DE FRECUENCIA Y LONGITUD DE TRAMOS DE PUENTES. (LONDON MILLENIUM BRIDGE: PEDESTRIAN INDUCED LATERAL VIBRATION, JOURNAL OF BRIDGE ENGINEERING, 2001)	8
FIGURA 7. PUENTE BROUGHTON (HTTP://WWW.WIKIVIA.ORG/WIKIVIA/INDEX.PHP?TITLE=PUENTE_DE_BROUGHTON_(COLAPSO_ESTRUC TURAL)).	9
FIGURA 8. VISTA ACTUAL DEL PUENTE SOLFÉRINO (HTTPS://ES.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/PASARELA_L%C3%A9OPOLD_S%C3%A9DAR_SENGHOR).	10
FIGURA 9. GRÁFICAS PARA DETERMINAR K_v Y K_h CON LAS FRECUENCIAS VERTICAL Y LATERAL (FIGURAS TOMADAS DE GUIDELINES FOR THE DESIGN OF FOOTBRIDGES, 2005).	14
FIGURA 10. DENSIDAD DE TRANSEÚNTES SOBRE UN PUENTE (GUIDELINES FOR THE DESIGN OF FOOTBRIDGES, FIB 2005).....	18
FIGURA 11. DIAGRAMA DE FLUJO QUE RESUME EL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO QUE SE REALIZA DE ACUERDO CON EL MÉTODO SINPEX	23
FIGURA 12. VISTA EN PLANTA DEL PUENTE	24
FIGURA 13. UBICACIÓN DE VIGAS EN DIRECCIÓN LONGITUDINAL DEL PUENTE (VISTA DE SECCIÓN DE LOSACERO)	25
FIGURA 14. SECCIÓN TRANSVERSAL DE LAS VIGAS PRINCIPALES	26
FIGURA 15. VISTA LATERAL DE LA VIGA PRINCIPAL	26
FIGURA 16. VIGA DE CELOSÍA TIPO.....	28
FIGURA 17. SECCIONES DE LAS COLUMNAS Y VIGAS: (A) SECCIÓN DE LA COLUMNA TIPO; (B) SECCIÓN VIGA CABEZAL TIPO Y (C) MARCO DE CONCRETO DE 3.55 M DE ALTURA.....	29
FIGURA 18. SECCIONES DEL TABLERO: AMARILLO-DUELA, VIOLETA-LOSACERO.....	30
FIGURA 19. VISTAS DEL MODELO MATEMÁTICO: (A) VISTA 3D DEL PUENTE; (B) VISTA LATERAL DEL PUENTE (C) VISTA FRONTAL DEL PUENTE.....	32
FIGURA 20. PARÁMETROS Y ESPECTROS SÍSMICOS	34
FIGURA 21. REPRESENTACIÓN DE LA APLICACIÓN DE LA FUERZA DE VIENTO VERTICAL Y HORIZONTAL	35
FIGURA 22. MOVIMIENTO ASOCIADO AL PRIMER MODO DE VIBRAR EN DIRECCIÓN VERTICAL	39
FIGURA 23. MOVIMIENTO ASOCIADO AL TERCER MODO DE VIBRAR DE LA ESTRUCTURA EN DIRECCIÓN LATERAL	39
FIGURA 24. CARGA DINÁMICA DE UN PEATÓN DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	40
FIGURA 25. CARGA DINÁMICA DE UN GRUPO DE PATONES CON DENSIDAD 0.5 P/M ² DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	41
FIGURA 26. CARGA DINÁMICA DE UN GRUPO DE PATONES CON DENSIDAD 1.5 P/M ² DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	42
FIGURA 27. CARGA DINÁMICA DE UN GRUPO DE CORREDORES CON DENSIDAD 0.3 P/M ² DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	43
FIGURA 28. CARGA DINÁMICA DE UN GRUPO DE CORREDORES CON DENSIDAD 0.8 P/M ² DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	44

FIGURA 29. CARGA DINÁMICA DE UN GRUPO DE CORREDORES CON DENSIDAD 1.5 P/M2 DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX	45
FIGURA 30. EN MORADO SE RESALTA EL ÁREA DE APLICACIÓN DE CARGAS DINÁMICAS.....	45
FIGURA 31. FRANJA CENTRAL Y NODOS DE LA FRANJA CENTRAL	46
FIGURA 32. ACELERACIONES EN NODOS DE FRANJA CENTRAL. ACELERACIONES DE MODELO DE CARGA DINÁMICA 2 (CASO DE UN GRUPO DE PEATONES DENSIDAD = 0.5 P/M2)	47
FIGURA 33. ACELERACIONES EN NODOS DE FRANJA CENTRAL. RESULTADO DE MODELO DE CARGA DINÁMICA 3 (CASO DE UN GRUPO DE PEATONES DENSIDAD = 1.5 P/M2)	47
FIGURA 34. ACELERACIONES EN NODOS DE FRANJA CENTRAL. RESULTADO DE MODELO DE CARGA DINÁMICA 4 (CASO DE UN GRUPO DE CORREDORES, DENSIDAD = 0.3 P/M2).....	48
FIGURA 35. ACELERACIONES EN NODOS DE FRANJA CENTRAL. RESULTADO DE MODELO DE CARGA DINÁMICA 4 (CASO DE UN GRUPO DE CORREDORES, DENSIDAD = 0.8 P/M2).....	48
FIGURA 36. ACELERACIONES EN NODOS DE FRANJA CENTRAL. RESULTADO DE MODELO DE CARGA DINÁMICA 4 (CASO DE UN GRUPO DE CORREDORES, DENSIDAD = 1.5 P/M2).....	49
FIGURA 37. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	49
FIGURA 38. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	50
FIGURA 39. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	50
FIGURA 40. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	51
FIGURA 41. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	51
FIGURA 42. ACELERACIÓN ABSOLUTA EN NODO 4224	52

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. PUENTES CON PROBLEMAS DE VIBRACIÓN INDUCIDA POR TRANSEÚNTES (1.- ANÁLISIS DE PARÁMETROS DE LA VIBRACIÓN DE PUENTES ATIRANTADOS PEATONALES, REVISTA PAKBAL, 2020. 2.- THE LONDON MILLENUM FOOTBRIDGE, THE STRUCTURAL ENGINEER MAGAZINE, 2001.).....	11
TABLA 2. ACELERACIONES PERMISIBLES DE ACUERDO CON EL MÉTODO SYNPEX.....	17
TABLA 3. CLASIFICACIÓN DE MASAS PEATONALES EN FUNCIÓN DE SU DENSIDAD (SYNPEX).....	18
TABLA 4. VALORES DEL COEFICIENTE DE FOURIER Y ÁNGULO DE FASE (SYNPEX).....	19
TABLA 5. PARÁMETROS DEL MODELO CARGA PARA UN GRUPO DE PEATONES CON CONFIGURACIÓN DE DENSIDAD TC1 A TC3 (SYNPEX)	20
TABLA 6. PORCENTAJES DE AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL PARA PUENTES PEATONALES (SYNPEX) .	20
TABLA 7. PARÁMETROS DEL MODELO CARGA PARA UN GRUPO DE PEATONES CON CONFIGURACIÓN DE DENSIDAD TC4 A TC5 (SYNPEX)	21
TABLA 8. PARÁMETROS DEL MODELO CARGA PARA PARA UN GRUPO DE CORREDORES CON DENSIDAD VARIABLE (SYNPEX).....	22
TABLA 9. PERFILES QUE COMPONEN LAS VIGAS PRINCIPALES.....	27
TABLA 10. PERFILES QUE COMPONEN LA VIGA DE CELOSÍA SECUNDARIA.....	28
TABLA 11. CARACTERÍSTICAS DE LOS MARCOS DE CONCRETO QUE SOSTIENEN LA ESTRUCTURA.....	30
TABLA 12. TABLA DE PROPIEDADES DE APOYO SELECCIONADO.....	31
TABLA 13. RESUMEN DE MODOS DE VIBRAR. (A) DIRECCIÓN LINEAL (B) DIRECCIÓN ROTACIONAL	37
TABLA 14. PRIMERAS FRECUENCIAS VERTICAL Y HORIZONTAL DEL PUENTE.....	38
TABLA 15. COMPARACIÓN DE FRECUENCIAS MODALES CRÍTICAS Y LAS ESPECIFICADAS EN LOS CÓDIGOS Y NORMAS	39
TABLA 16. REVISIÓN DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA IDENTIFICADA	52
TABLA 17. REVISIÓN DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA Y GRADO DE CONFORT DE ACUERDO CON SYNPEX.....	53

INTRODUCCIÓN

Los puentes peatonales son estructuras útiles y necesarias para cualquier ciudad del mundo o cualquier lugar en donde se requiera librar algún obstáculo que impida el libre paso y tránsito de personas, en esta necesidad de construir puentes peatonales es donde radica la importancia de construirlos con un alto nivel de seguridad, ya que en caso de falla se pone en riesgo la vida de los usuarios.

El diseño de estructuras ligeras, como son los puentes peatonales, incluye cargas vivas y muertas (i.e., gravitacionales) de intensidad moderada, por lo anterior, un puente peatonal podría satisfacer el estado límite último (resistencia) y estado límite de servicio (desplazamientos) sin dificultad.

La cuestión con los puentes peatonales, es que cuando los claros que se deben librar son muy largos y/o el ancho efectivo de la plataforma es muy grande porque se espera que una gran cantidad de peatones lo crucen simultáneamente, el diseño del puente por Estado Límite de Servicio se vuelve algo confuso, es decir, se puede diseñar de manera que cumpla con las distorsiones y desplazamientos permisibles, pero no existe ninguna norma en México que nos indique aceleraciones permisibles para los puentes peatonales, lo que significa que el puente puede no tener deflexiones importantes pero eso no garantiza que el puente no vibre o presente ligeros movimientos cuando lo cruzan los peatones. Esto significa que un puente peatonal se debe diseñar de forma especial para las cargas dinámicas inducidas por los peatones, no basta solo con considerar una carga más grande peatonal o incluir un factor de carga, ya que esto no considera los efectos dinámicos.

En este trabajo se desarrolla la revisión por “Estado Límite de Servicio debido a vibraciones inducidas por seres humanos” de un puente peatonal de grandes dimensiones, esto es porque se espera que esta estructura soporte el paso de una gran cantidad de peatones, bicicletas, caballos y vehículos pequeños. El diseño de esta estructura contempla la carga y el efecto dinámico que provocan los seres humanos al caminar sobre el puente, ya que las personas tenemos una frecuencia de paso natural al caminar y al hacerlo en masas esta frecuencia se sincroniza entre personas formando así una carga dinámica importante con una frecuencia de vibrado que podría sincronizarse con la frecuencia natural de uno de los principales modos de vibrar del puente.

Para entender mejor esta problemática, en el capítulo 1 del presente trabajo se abordan casos en donde no se contempló el diseño por estado límite de servicio debido a vibraciones inducidas por peatones y esto termino ocasionando problemas de gran importancia, posteriormente continuando con el desarrollo de esta tesis, en el capítulo 2 se presenta y desglosa la metodología que se utiliza para evaluar las vibraciones antes mencionadas, en el capítulo 3 se presenta y describe la estructura perteneciente al estudio de caso propio de este proyecto, en el capítulo 4 se incluyen los resultados del análisis modal del puente y se realiza el análisis de las vibraciones inducidas por peatones, también se presentan los respectivos resultados para determinar si la estructura cumple con este estado limite o si necesita alguna modificación, por último en el capítulo 5 se concluyen las ideas más generales de este trabajo, así como las recomendaciones que se pueden hacer con respecto al diseño por estado límite de servicio debido a vibraciones inducidas por seres humanos de este y otros puentes peatonales.

OBJETIVO GENERAL

- Evaluar por Estado Límite de Servicio debido a vibraciones inducidas por transeúntes, un puente peatonal de características y dimensiones especiales.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Revisar el diseño estructural de una propuesta de puente peatonal especial de grandes dimensiones.
- Proponer una metodología oficial para determinar si el puente en estudio cumple con el Estado Límite de Servicio debido a vibraciones inducidas por peatones.
- Determinar si el diseño por Estado Límite de Servicio debido a vibraciones inducidas por peatones del puente en estudio es adecuado y confortable para los usuarios.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

Conforme ha avanzado la tecnología y la ciencia, se han creado e innovado nuevos materiales y técnicas que permiten hacer a las estructuras civiles más esbeltas y arquitectónicamente más atractivas, el problema de esta situación es que las estructuras podrían verse impactadas en su comportamiento ante diversas acciones y la revisión del comportamiento estructural se convierte en una necesidad primordial. A raíz de este hecho, se ha observado que muchos puentes peatonales han colapsado debido a que no se había predicho el comportamiento que éstos tendrían ante ciertas condiciones de carga, por ejemplo; se conoce que en el año 1154 un puente de madera se derrumbó tras soportar a una multitud de gente que se reunió para saludar al arzobispo William (Wolmuth, 2003).

Como ya se mencionó, a lo largo de la historia se han presentado muchas situaciones en las que un puente entra en resonancia debido a las cargas móviles peatonales que se le aplican, cargas que, de hecho, ya estaban consideradas en el diseño estructural y que no debieron representar ningún problema, pero sin embargo lo hicieron porque no se consideró el efecto dinámico. Para entender aún mejor este problema, en este capítulo se abordan algunas situaciones históricas en donde estos problemas se han presentado.

1.1. Puente Milenio (Millennium Bridge)

Sin duda alguna el caso más famoso que se ha presentado con respecto a la vibración en puentes peatonales es el que ocurrió en el puente Milenio en Londres, el 10 de junio del 2000. La problemática se presentó el día de inauguración del puente Milenio, el cual cruza el río Támesis, permitiendo a los usuarios tener una espectacular vista mientras lo cruzan, se estima que entre 80,000 y 100,000 personas cruzaron el puente ese día, por lo que el puente estaba en su capacidad máxima, esto ocasionó que el puente se tambaleara horizontalmente de un lado a otro, las vibraciones no eran de una frecuencia tan alta como para hacer colapsar a la estructura pero sí eran lo suficientemente grandes como para percibirse a simple vista e incluso para evitar que los peatones pudieran caminar con equilibrio por el puente, muchos de los peatones se tuvieron que sostener del barandal para poder avanzar o tenían que acoplar su ritmo de caminata con el movimiento del puente, lo que ocasionaba un incremento de la vibración (Dallard et al., 2001.).

A continuación, se presenta con más detalle el caso del “puente Milenio”, donde se analiza la estructura, las cargas dinámicas que provocaron el fenómeno y las medidas que se tomaron para mitigar su movimiento, de igual manera se resaltan detalles y características importantes del puente y se presentan los resultados de las principales investigaciones que se realizaron tras ocurrir este fenómeno.

1.1.1. Descripción de la Estructura

Como se aprecia en la Figura 1 el puente milenio cruza el río Támesis en sentido Norte-Sur, teniendo en el extremo norte la catedral de San Pablo y en el sur la galería de arte moderno Tate. Estos atractivos turísticos hacen del puente milenio un puente peatonal muy transitado.

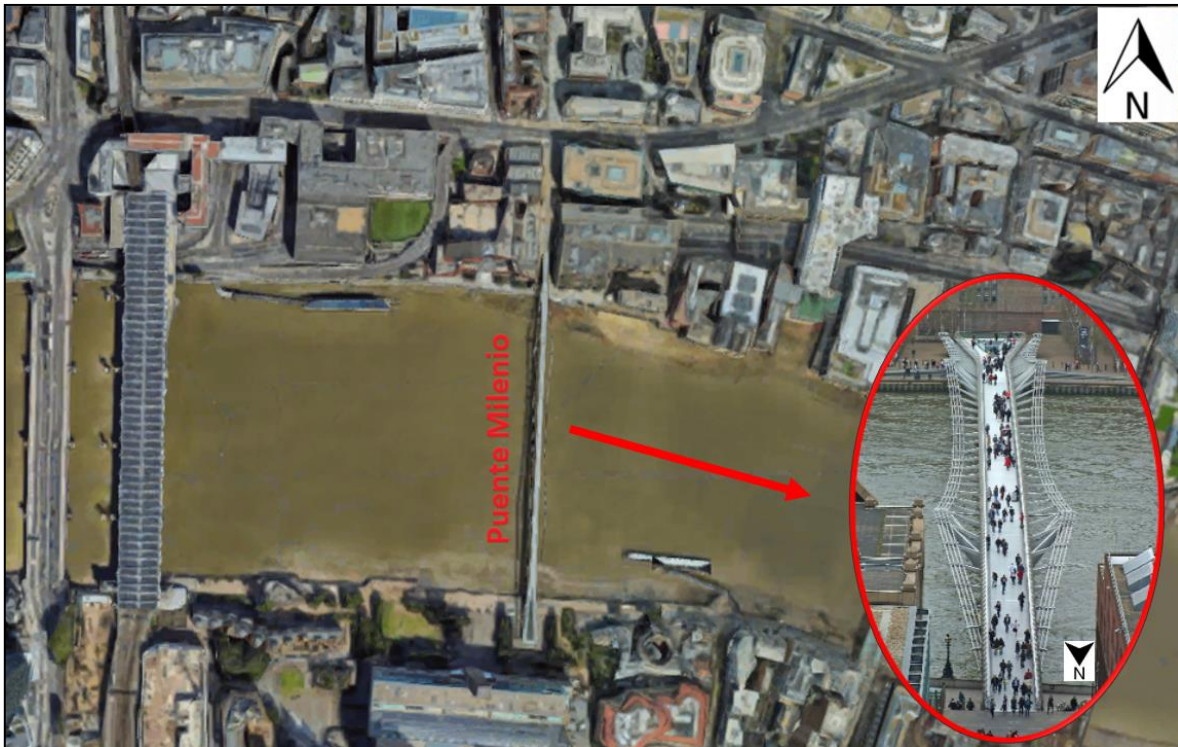


Figura 1. Ubicación del puente milenio en el río Támesis, Londres (imágenes de Google Earth y Wikipedia).

1.1.2. Superestructura

El esquema general del puente es el de un puente colgante poco profundo, donde los cables están lo más abajo posible de la losa del puente para no obstruir la vista a los transeúntes, la estructura consta de 3 tramos, 81 metros en el tramo norte, 144 metros en el tramo central y 108 metros en el tramo sur, siendo en total 333 metros de longitud del puente.

La estructura cuenta con dos apoyos intermedios, que separan cada tramo, estos apoyos tienen un soporte en forma de “V” que a su vez se apoyan en columnas de concreto armado en forma de elipse cónica, tal y como se puede mostrar en la Figura 2.

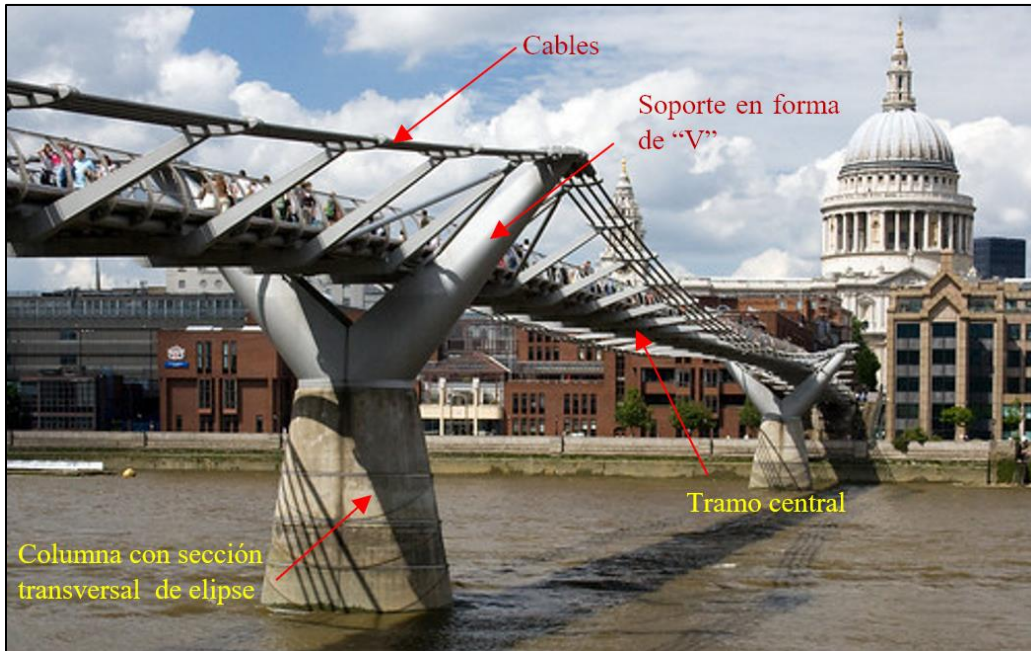


Figura 2. Elementos estructurales del puente Milenio (<https://www.jmhdezhdz.com/2011/06/millenium-bridge-london-puente-londres.html>).

La superficie del puente consta de una losa articulada que se compone de tramos de 16 metros de largo unidos por una junta flexible; estos tramos de losa están sostenidos por los cables tensionados que le dan el comportamiento de un puente de cinta además del comportamiento de un puente colgante convencional. En el extremo sur del puente la plataforma se bifurca, formando 2 claros en forma de aguja por los que los peatones pueden transitar (ver Figura 3), tiene esta forma ya que en el diseño se previó que se generarían esfuerzos muy grandes para los cables si en el puente se empotraba la plataforma de manera continua.



Figura 3. Vista del puente Milenio con extremo sur del puente con plataforma bifurcada (<https://quialondres.es/millenium-bridge>).

1.1.3. Subestructura

En el extremo norte los cimientos están compuestos por un grupo de 12 pilotes de concreto armado colados en sitio, los pilotes son de 2.1 metros de diámetro y 28 metros de largo, con estas dimensiones se garantizó la rigidez necesaria para la cimentación. En el extremo sur los cimientos están formados por un grupo de 16 pilotes de concreto armado, colados en sitio, con las mismas dimensiones que los pilotes del extremo norte.

Las columnas centrales se apoyan en cajones de 6 metros de diámetro excavados a 18 metros por debajo del nivel del río, aproximadamente, dentro de una ataguía de tablaestacas.

En la Figura 4 se presenta un esquema de la superestructura y subestructura del puente Milenio.

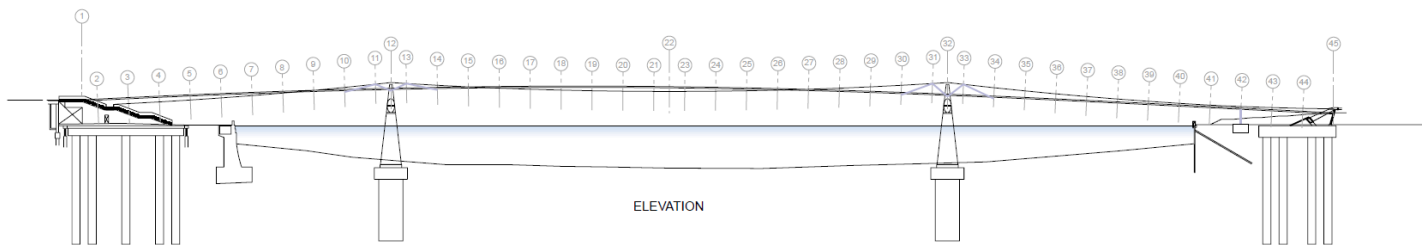


Figura 4. Plano de elevación del puente milenio.

1.1.4. Problemática

Durante la construcción el puente no había presentado ningún problema, todo parecía perfecto; sin embargo, el día de su apertura al público, se notaron una serie de movimientos laterales en la superficie del puente, parecía que éste se mecía de un lado a otro.

En el momento en el que el puente Milenio se encontraba lleno de peatones se pudo notar el movimiento lateral que éste experimentaba, la estructura vibraba con una frecuencia de 0.8 Hz (1.25 segundos de periodo) en su extremo sur, de 0.5-1 Hz (2-1 segundos) en el claro central y 1Hz en el extremo norte.

El 12 de junio, tan sólo 2 días después de su apertura se tomó la decisión de cerrarlo para investigar la razón de las vibraciones y así solucionar el problema con las modificaciones que hicieran falta para hacerlo seguro. La Figura 5 ilustra parte del puente Milenio en servicio.



Figura 5. Puente Milenio en servicio (<http://materias.df.uba.ar/f2aa2014c2/las-inesperadas-oscilaciones-del-puente-del-milenio/>).

1.1.5. Investigación del caso

La universidad de Souththampton y el Imperial College de Londres se encargaron de realizar varias pruebas de laboratorio y de campo (sobre el puente Milenio) para analizar la problemática, estas investigaciones junto con el trabajo de la empresa de Ingeniería Arup brindaron información respecto a los movimientos de vibración lateral que se presentan en el puente Milenio y que se podrían presentar de manera general en cualquier puente.

Como dato obtenido de investigaciones anteriores se sabe que la frecuencia natural de una persona al caminar oscila entre 1.6-2.4 Hz (Bachmann, 1995), y gracias a las investigaciones del puente Milenio se descubrió que cuando una multitud camina en conjunto, las personas tienden a sincronizar sus pasos entre sí, esto para poder avanzar sin tanto problema entre los peatones. De lo anterior se puede deducir, y de hecho se comprobó, que la frecuencia sincronizada de las masas de gente éxitó el periodo natural lateral del puente Milenio, ya que este periodo queda comprendido en el intervalo en el que oscila la frecuencia de caminata de las personas. Cabe mencionar que el puente Milenio no presentó problemas con vibraciones verticales, esto debido a que sus primeros modos de vibrar verticales no se encuentran dentro del intervalo de frecuencia antes mencionada.

En la Figura 6 se presenta la relación de frecuencias de vibrar laterales de cada tramo que compone la superficie del puente Milenio, así como su comparación con las frecuencias de otros puentes según su material de construcción.

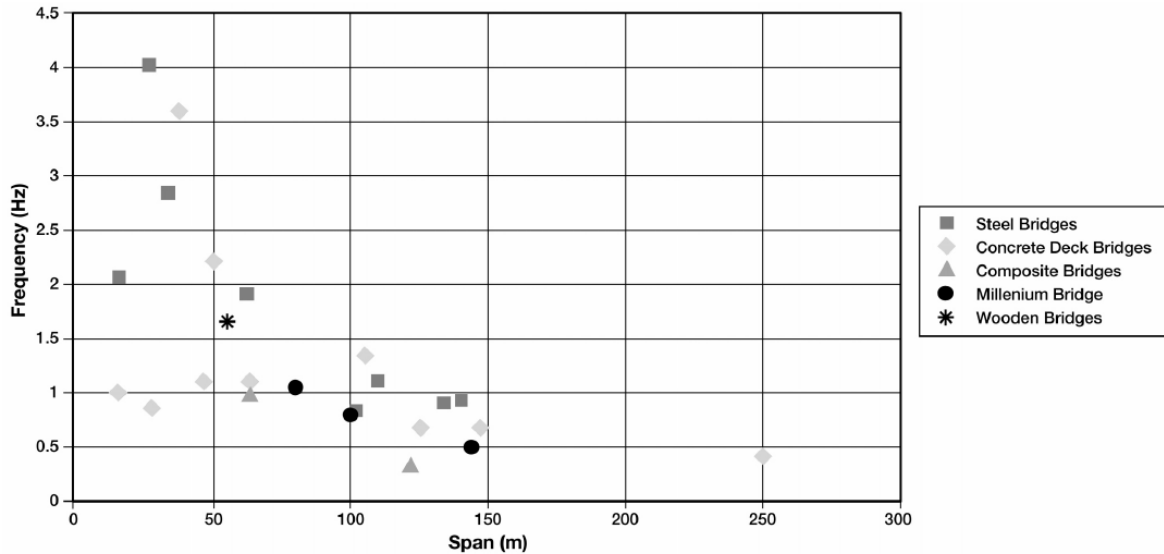


Figura 6. Comparación de frecuencia y longitud de tramos de puentes. (London Millenium Bridge: Pedestrian Induced Lateral Vibration, Journal of Bridge Engineering, 2001)

Se observa en la Figura 6 que los materiales de construcción, al igual que las técnicas y tecnología empleada en la construcción del puente Milenio, no tienen relación con las vibraciones excesivas que este experimento. También se observa que el fenómeno de vibración lateral excesiva le puede ocurrir a cualquier puente con una frecuencia lateral menor de 1.3 Hz (0.76 s) cargado con un suficiente número de personas.

1.1.6. Solución

Sin restringir el uso del puente o el número de peatones que podían hacer uso de él, sólo existen 2 opciones para mitigar el problema: 1) aumentar la rigidez del puente, para así mover las frecuencias naturales de vibrar fuera del rango crítico o 2) incluir amortiguadores en la estructura que reduzcan la respuesta resonante del puente. La solución que se seleccionó para el puente milenio fue agregar masas sólidas sintonizadas con varios amortiguadores viscosos de baja fricción que aumentan el número crítico de peatones que se necesitarían para excitar el puente. Con la solución adoptada resulta físicamente imposible que crucen la cantidad de peatones necesarios para provocar una respuesta en la estructura.

Por último, sólo se hace mención de que la solución fue implementada con éxito y el puente Milenio se encuentra en servicio hoy en día y sin importar el número de peatones que lo crucen al mismo tiempo, ya no se presentan vibraciones importantes o perceptibles.

1.2. Otros Casos de Interés

1.2.1. Puente colgante de Broughton, UK

En el año de 1831 en Broughton, Inglaterra, una tropa de 60 soldados del ejército británico marchó sobre el puente colgante que cruza el río Irwell, el ritmo de la marcha ocasionó que la estructura entrara en resonancia mecánica haciendo vibrar a todo el puente hasta colapsar. A raíz de este suceso el ejército británico prohibió que las tropas marcharan sobre los puentes, al pasar sobre ellos las tropas deben romper el paso. Gracias a este acontecimiento es que en muchos puentes del mundo se ha prohibido que las tropas militares crucen marchando, como ejemplo en el puente colgante de ferrocarril de las cataratas del Niagara en USA dice lo siguiente:

“A fine of \$50 to \$100 will be imposed for marching over this bridge in rank and file or to music, or by keeping regular step. Bodies of men or troops must be kept out of step when passing over this bridge. No musical band will be allowed to play while crossing except when seated in wagons or carriages.”

Que se traduce como:

“Se impondrá una multa de \$ 50 a \$ 100 por marchar sobre este puente en filas o con música, o por mantener un paso regular. Los cuerpos de hombres o tropas deben mantenerse fuera de paso al pasar por este puente. No se permitirá que ninguna banda musical toque mientras cruza, excepto cuando estén sentados en vagones o carruajes.”

La Figura 7 muestra una imagen del puente Broughton.



Figura 7. Puente Broughton
([http://www.wikivia.org/wikivia/index.php?title=Puente_de_Broughton_\(colapso_estructural\)](http://www.wikivia.org/wikivia/index.php?title=Puente_de_Broughton_(colapso_estructural))).

1.2.2. Puente peatonal Solférino, París, Francia

En diciembre de 1999 se inauguraba en París el puente peatonal Solférino junto a la galería de arte Louvre, este puente tenía como objetivo permitir que los peatones cruzaran el río Sena, contaba con una extensión de 106 m y estaba apoyado sobre 2 arcos de acero, lamentablemente el día de la inauguración dicho puente presento vibraciones laterales excesivas provocadas por los usuarios al pasar, razón por la que fue cerrado el día de su apertura.

Actualmente el puente se encuentra abierto y en operación, pero tardaron más de un año en reforzarlo e investigar cuales eran las causas de su inestabilidad. La causa aparente de este mal diseño está en que no se sabía o no se tenía contemplado que si la frecuencia de los primeros modos de torsión oscila entre 0.8 y 2.5 Hz y la relación de esta frecuencia con la frecuencia de alguno de los primeros modos de vibrar laterales es 2:1, es casi seguro que se presentara resonancia auto paramétrica. En el caso del puente Solférino, su frecuencia torsional dominante era 1.59 Hz y 0.81 Hz de frecuencia lateral, con una relación de 2:1 entre estas.

Otro aspecto de importancia que se sabe gracias a los estudios hechos en este puente es que, si bien el comportamiento vibratorio de un puente depende de sus características dinámicas, generalmente o la mayoría de veces los modos dominantes para los puentes atirantados o suspendidos son el lateral y el vertical, y los modos torsional y lateral son los dominantes en los puentes de arcos y vigas. Una vista actual del puente Solférino se muestra en la Figura 8.



Figura 8. Vista actual del puente Solférino
(https://es.wikipedia.org/wiki/Pasarela_L%C3%A9opold_S%C3%A9dar_Senghor).

1.2.3. Otros casos de inestabilidad en puentes peatonales debido a vibración inducida por peatones

La Tabla 1 presenta un resumen de otros casos de interés en donde la vibración inducida por peatones fue importante.

Tabla 1. Puentes con problemas de vibración inducida por transeúntes (1.- Análisis de parámetros de la vibración de puentes atirantados peatonales, revista PakBal, 2020. 2.- The London Millenium FootBridge, The Structural Engineer Magazine, 2001.)

Estructura	Lugar	Año	Características	Notas	Frecuencia Reportada
Puente de enlace entre el Centro nacional de exposiciones y la estación del tren	Birmingham	1978	Largo total de 45 m, dividido en 3 claros	Presentaba movimientos excesivos después de que las multitudes lo cruzaban al terminar los eventos.	Frecuencia Lateral de 0.7 Hz
Puente Colgante de Groves	Chester	1923	Largo total de 100 m	En 1977 se presentaron movimientos lateral excesivos cuando una multitud se aglomero en el puente.	Frecuencia Lateral de 0.67 Hz
Sección norte del puente del puerto de Auckland	Nueva Zelanda	1965	Largo de la sección norte de 190 m	En 1975 presento movimientos laterales excesivos debido a que aproximadamente 4000 manifestantes lo cruzaron.	Frecuencia Lateral de 0.67 Hz
Puente atirantado en T	Tokio	1989	2 claros, de 45 m y 135 m respectivamente	El puente presentaba vibraciones excesivas cuando multitudes lo cruzaban.	Frecuencia Lateral de 0.9 Hz
Puente del estadio de Rayados de Monterrey	Monterrey	2015	aprox. 100 m en el claro central	También conocido como el puente bailarín; presentaba movimientos laterales excesivos	-

CAPÍTULO 2. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE VIBRACIÓN EN PUENTES PEATONALES

2.1. Antecedentes

En esta sección se mencionan los procedimientos más comunes que existen en la literatura para el análisis práctico de vibraciones inducidas por transeúntes en puentes, aunque una de las mejores formas de realizar los análisis es contemplando el efecto dinámico de los peatones con modelos en donde se incluya los efectos dinámicos.

El objetivo de los procedimientos presentados es evaluar la capacidad de confort o comodidad a la que estarán sometidos los transeúntes por su interacción con la estructura, además de prevenir que se presente el fenómeno de resonancia, lo que llevaría a un posible colapso de la estructura.

La forma correcta de determinar el confort ante vibraciones de una estructura es calculando el movimiento (aceleración) que ésta tendrá debido al paso de transeúntes. Si el puente presenta grandes aceleraciones que exceden niveles predefinidos, éste calificaría como no apto y no se cumpliría con el estado límite de servicio adoptado.

En general, existen tres métodos para estimar la aceleración de un puente peatonal, los cuales se mencionan a continuación:

- Método del espectro de respuesta

Este es un método analítico con el que se puede calcular la aceleración de la estructura, en donde se emplean parámetros característicos del puente y de la configuración de peatones para calcular mediante una ecuación la respuesta o aceleración máxima.

- Método del elemento finito

Se utiliza un programa de computadora para calcular la respuesta de aceleración que se presenta en la estructura debido a un modelo de carga dinámica peatonal. Cabe mencionar que este es el método que se emplea para este estudio.

- Método de oscilador de un grado de libertad

El método consiste en definir un oscilador de un grado de libertad para cada frecuencia crítica del puente y encontrar la aceleración máxima asociada a una carga dinámica peatonal.

2.1.1. Modelos de carga dinámica peatonal

En la literatura se menciona que la mejor manera de representar la carga dinámica de un peatón o grupo de peatones es por medio de una serie de Fourier, teniendo en cuenta que al hacer esto se realizan las siguientes suposiciones:

- Ambos pies producen la misma fuerza
- La fuerza es periódica
- Los peatones se mueven con una velocidad constante

Los modelos de carga dinámica pueden representarse en el dominio del tiempo o la frecuencia, en este trabajo, así como en la mayoría de guías y normas de diseño, se utilizan modelos en el dominio de tiempo.

2.2. Normas y recomendaciones de diseño

En esta sección se presentan algunas de las normas y reglamentos internacionales que existen con respecto al diseño de puentes peatonales debido a la vibración provocada por cargas inducidas por transeúntes, además también se describen algunas de las metodologías y guías de diseño que propone cada una de estas normas y reglamentos.

2.2.1. Eurocódigo (Eurocódigo 0: “Bases de Diseño Estructural”, 1990:2002+A1:2005)

En este código se establece que se debe realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por transeúntes si las frecuencias naturales de vibrar del puente se encuentran en los siguientes intervalos:

- Frecuencia Vertical (F_v): $0 \text{ Hz} < F_v < 5 \text{ Hz}$
- Frecuencia Lateral (F_h): $0 \text{ Hz} < F_h < 2.5 \text{ Hz}$

En caso de que ninguna de las frecuencias de vibrar del puente se encuentre dentro de estos intervalos, la estructura queda exenta de un análisis dinámico especial debido a las vibraciones inducidas por transeúntes.

Las aceleraciones máximas que debe presentar la estructura para considerarse aceptable se muestran a continuación:

- Aceleración vertical máxima; $a_{vm\acute{a}x} < 0.7 \text{ m/s}^2$
- Aceleración lateral máxima; $a_{hm\acute{a}x} < 0.2 \text{ m/s}^2$

En la versión más actual del Eurocódigo (Eurocódigo 1: Acciones en estructuras-parte 2: cargas de tráfico en puentes, 1991-2:2003), únicamente se establece que se deben definir modelos dinámicos adecuados para contemplar las vibraciones que ocasionan los transeúntes; sin embargo, en sus versiones anteriores el Eurocódigo proporcionaba estos modelos.

El modelo de carga dinámica que proporciona el Eurocódigo en sus versiones anteriores se divide en tres, dependiendo de la configuración de los peatones. A continuación, se presentan estos modelos:

2.2.1.1 Modelo de carga de un peatón

Este modelo representa la fuerza dinámica de un peatón de 700 N de peso (71 kg, aproximadamente) que camina a una velocidad constante de $0.9F_s$ (m/s), donde F_s es la frecuencia de paso. Las componentes de la fuerza están dadas por:

$$\text{Componente vertical:} \quad Q_v = 180 \text{ seno } (2\pi F_v t) \text{ (N)} \quad (1a)$$

$$\text{Componente lateral:} \quad Q_h = 70 \text{ seno } (2\pi F_h t) \text{ (N)} \quad (1b)$$

donde Q_v es la función de carga dinámica para una frecuencia vertical, F_v es la frecuencia natural vertical del puente (cercana a 2 Hz), Q_h es la función de carga dinámica para una frecuencia lateral, F_h es la frecuencia natural lateral del puente (cercana a 1.5 Hz) y t es el tiempo en el que se evalúa la función, en segundos.

2.2.1.2 Modelo de carga de un grupo de peatones

Este modelo simula el paso de un grupo de peatones (8-15 personas), y la sincronización entre ellos se toma en cuenta con el factor de sincronización, que a su vez depende de la frecuencia natural de la estructura. Las componentes de la fuerza están dadas por:

$$\text{Componente vertical:} \quad Q_v = 180 K_v(F_v) \text{ seno } (2\pi F_v t) \text{ (N)} \quad (2a)$$

$$\text{Componente lateral:} \quad Q_h = 70 K_h(F_h) \text{ seno } (2\pi F_h t) \text{ (N)} \quad (2b)$$

donde K_v y K_h son factores de sincronización y el resto de los parámetros fueron previamente definidos.

La Figura 9 presenta las gráficas para determinar K_v y K_h en función de las frecuencias verticales y laterales, respectivamente.

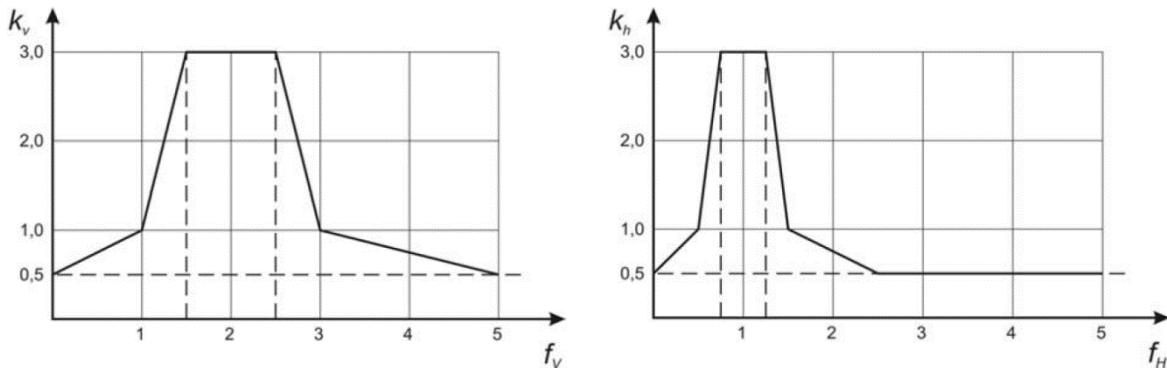


Figura 9. Gráficas para determinar K_v y K_h con las frecuencias vertical y lateral (Figuras tomadas de Guidelines for the design of footbridges, 2005).

2.2.1.3 Modelo de carga de un grupo de peatones en flujo continuo

Este modelo considera que un flujo de peatones con una densidad de 0.6 personas/m² camina por el puente. El total de peatones que transita es: $N = 0.6 B L$, donde B es el ancho efectivo y L la longitud total del puente. Las componentes de la presión están dadas por:

$$\text{Componente vertical:} \quad q_v = 12.6 K_v(F_v) \text{ seno } (2\pi F_v t) \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (3a)$$

$$\text{Componente lateral:} \quad q_h = 180 K_h(F_h) \text{ seno } (2\pi F_h t) \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (3b)$$

Los parámetros de las ecuaciones (3a) y (3b) fueron definidos previamente.

2.2.2. ISO-10137 (2007)

En esta norma se establece que se debe realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por transeúntes si las frecuencias naturales de vibrado del puente se encuentran en los siguientes intervalos:

- Frecuencia Vertical (F_V): $1.7 \text{ Hz} < F_V < 2.3 \text{ Hz}$
- Frecuencia Lateral (F_h): $0 \text{ Hz} < F_h < 2.3 \text{ Hz}$

Las aceleraciones máximas que debe presentar la estructura para considerarse aceptable se muestran a continuación:

- Aceleración vertical máxima; $a_{vm\acute{a}x} < 60$ veces lo que indique la curva base de aceleración vertical ISO10137 (m/s^2)
- Aceleración lateral máxima; $a_{hm\acute{a}x} < 60$ veces lo que indique la curva base de aceleración lateral ISO10137(m/s^2)

El anexo A de la norma ISO-10137 proporciona una serie de modelos de carga dinámica que son aplicables para las cargas que inducen los transeúntes como: caminar, correr, saltar, subir y bajar escaleras, así como los impactos humanos. Todos estos modelos se representan por medio de una serie de Fourier, dada por:

$$F(t) = Q (1 + \sum_{n=1}^k \alpha_i \text{seno} (2\pi F t + \phi_n)) \quad (4)$$

donde $F(t)$ es la función de carga asociada a un modo lateral o vertical, Q es el peso del peatón en N , α_i es el factor de Carga Dinámica (se define para un modo lateral y vertical), F es la frecuencia de la estructura (vertical o lateral según sea el caso), ϕ_n es el ángulo de fase (se define para un modo lateral y vertical) y K es el número total de contribuciones armónicas (elementos de la serie).

2.2.3. British Standard (BS-5400)

En esta norma se establece que se debe realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por transeúntes si las frecuencias naturales de vibrado del puente se encuentran en el siguiente intervalo:

- Frecuencia Vertical (F_V): $0 \text{ Hz} < F_V < 5 \text{ Hz}$

La aceleración máxima que debe presentar la estructura para considerarse aceptable se muestran a continuación:

- Aceleración vertical máxima; $a_{vm\acute{a}x} < 0.5\sqrt{F_V} \text{ m/s}^2$

La norma BS-5400 propone 2 maneras de evaluar un puente peatonal ante vibraciones inducidas por transeúntes, la primera es un método analítico directo, en donde con parámetros del puente peatonal se calcula la aceleración de la estructura.

- a) Método simplificado para obtener la aceleración máxima de la estructura. La aceleración está dada por:

$$a = 4\pi^2 F^2 y_s K \psi \quad (5)$$

donde a es la aceleración máxima, F es la frecuencia natural de la estructura, y_s es la deflexión estática en metros, K es un factor de configuración y Ψ es un factor de respuesta dinámica.

- b) Método general para obtener la aceleración máxima de la estructura. La fuerza aplicada para obtener la aceleración está dada por:

$$F = 180 \text{ seno } (2\pi F_v t) \text{ (N)} \quad (6)$$

Nota: La ecuación anterior es la misma que propone el Eurocódigo para el caso de un solo peatón.

2.2.4. AASHTO 2009

La norma establece que se debe realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por transeúntes si las frecuencias naturales de vibrado del puente se encuentran en los siguientes intervalos:

- Frecuencia Vertical (F_v): $0 \text{ Hz} < F_v < 3 \text{ Hz}$
- Frecuencia Lateral (F_h): $0 \text{ Hz} < F_h < 1.3 \text{ Hz}$

AASHTO no proporciona un modelo de carga dinámica, pero se indica que para analizar la estructura por vibraciones se debe realizar un análisis dinámico que considere lo siguiente:

- La frecuencia y magnitud de las cargas de pisadas de los peatones.
- La fase de carga de varios peatones en el puente al mismo tiempo, incluido el fenómeno de "bloqueo" (look-in).
- Estimación adecuada del amortiguamiento estructural.
- Límites de aceleración y / o velocidades dependientes de la frecuencia.

2.3. Método SYNPEX

El Fondo de Investigación para el Carbón y el Acero (RFCS, por sus siglas en inglés) ha financiado 2 investigaciones respecto al comportamiento dinámico de los puentes peatonales debido a cargas humanas, "Vibraciones humanas en estructuras de acero – HIVOSS" y "Modelos de Carga avanzados para excitación peatonal síncrona y guías de diseño optimizadas para puentes peatonales de acero - SYNPEX".

La investigación resultante "SYNPEX" expone una guía para el diseño de puentes peatonales, en donde se indican las pautas para realizar el diseño de estos puentes teniendo en cuenta el efecto dinámico de los peatones.

Al igual que las normas y códigos presentados en las secciones anteriores, la guía SYNPEX también indica intervalos de frecuencia críticos, los cuales son un indicador de si se debe revisar o no la estructura ante efectos dinámicos.

La guía SYNPEX establece que se realizará el análisis dinámico por vibraciones inducidas por transeúntes si las frecuencias naturales de vibrado del puente se encuentran en los siguientes intervalos:

- Frecuencia Vertical (F_v): $1.3 \text{ Hz} < F_v < 2.3 \text{ Hz}$
- Frecuencia Lateral (F_h): $0.5 \text{ Hz} < F_h < 1.2 \text{ Hz}$

En caso de que la estructura requiera de un análisis dinámico por vibraciones, el método también proporciona las aceleraciones permisibles. En la Tabla 2 se muestran las aceleraciones máximas que debe presentar la estructura para considerarse aceptable.

Tabla 2. Aceleraciones permisibles de acuerdo con el método SYNPEX

Nivel de Comodidad	Grado de Comodidad	Nivel de Aceleración Vertical	Nivel de Aceleración Horizontal
CL 1	Máximo	$< 0.50 \text{ m/s}^2$	$< 0.10 \text{ m/s}^2$
CL 2	Medio	$0.50 - 1.00 \text{ m/s}^2$	$0.10 - 0.30 \text{ m/s}^2$
CL 3	Mínimo	$1.00 - 2.50 \text{ m/s}^2$	$0.30 - 0.80 \text{ m/s}^2$
CL 4	Comodidad Inaceptable	$> 2.50 \text{ m/s}^2$	$> 0.80 \text{ m/s}^2$

La guía propone los 3 métodos que existen para evaluar las vibraciones de un puente peatonal:

1. Método de espectro de respuesta
2. Elemento Finito
3. Oscilador de un grado de libertad

En este trabajo sólo se aborda y explica el método de Elemento Finito, dejando la aclaración de que el desarrollo y aplicación de los otros dos métodos pueden consultarse en la fuente correspondiente.

Al igual que el Eurocódigo, SYNPEX también propone varios modelos matemáticos de carga peatonal que varían de acuerdo a la actividad y densidad de personas. En la Tabla 3 se presenta la clasificación de masas peatonales en función de su densidad y en la Figura 10 se ilustra la densidad de personas en el puente.

Tabla 3. Clasificación de masas peatonales en función de su densidad (SYNPEX)

Clase de Trafico	Densidad d (P = persona)	Descripción	Características
TC 1	grupo de 15 P; $d = 15/l b$	muy poco tráfico	b = ancho de la superficie l = largo de la superficie
TC 2	$d = 0.2 P/m^2$	poco trafico	Caminata libre y cómoda, es posible rebasar, cada peatón puede elegir su ritmo de caminata
TC 3	$d = 0.5 P/m^2$	tráfico denso	trafico significativamente denso, caminata no restringida, se puede rebasar de forma intermitente
TC 4	$d = 1.0 P/m^2$	tráfico muy denso	caminata libre restringida, situación incómoda, rebasar no es posible
TC 5	$d = 1.5 P/m^2$	tráfico demasiado denso	caminata desagradable, se forman multitudes, nadie puede elegir su ritmo de paso

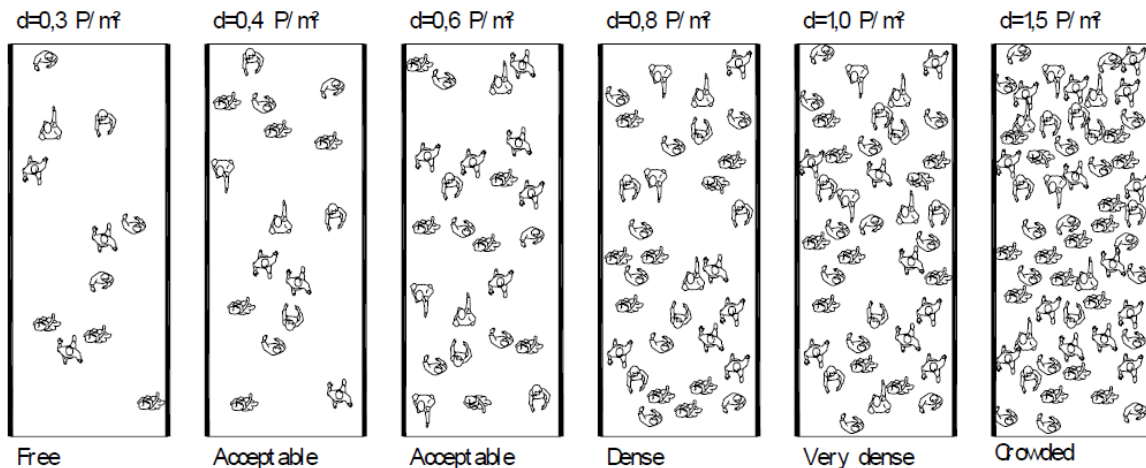


Figura 10. Densidad de transeúntes sobre un puente (Guidelines for the design of footbridges, FIB 2005)

2.3.1. Modelo de carga para un sólo peatón

Este modelo considera que ambos pies producen la misma fuerza y que el caminar de la persona es armónico, por lo que puede ser representado mediante una serie de Fourier, dada por:

$$\text{Componente vertical:} \quad F_v(t) = G[1 + \sum_{i=1}^n \alpha_{iv} \text{seno}(2\pi F_v t - \phi_i)] \quad (7)$$

$$\text{Componente lateral:} \quad F_h(t) = G \sum_{i=1}^n \alpha_{ih} \text{seno}(\pi F_h t - \phi_i) \quad (8)$$

donde $F_v(t)$ es la función de carga dinámica para una frecuencia vertical, F_v es la frecuencia natural vertical del puente, $F_h(t)$ es la función de carga dinámica para una frecuencia lateral, t es el tiempo en el que se evalúa la función, F_h es la frecuencia natural lateral del puente, G es el peso en Newtons del peatón, α_i es el factor de carga dinámica (coeficiente de Fourier) y ϕ_i es el ángulo de cambio de fase.

La guía SYNPEX proporciona los valores de α_i y ϕ_i , además de agregar valores comunes de otros autores. La Tabla 4 muestra los valores del coeficiente de Fourier y ángulo de fase.

Tabla 4. Valores del coeficiente de Fourier y ángulo de fase (SYNPEX)

Autor	Coefficientes de Fourier/ángulos de fase	Comentarios	Tipo de actividad y dirección de la carga
Bachmann	$\alpha_1 = 0.4/0.5, \alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$ $\alpha_{1/2} = 0.1, \alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.1$ $\alpha_1 = 1.6, \alpha_2 = 0.7, \alpha_3 = 0.3$ $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$	$f_p = 2.0/2.4$ Hz $f_p = 2.0$ Hz $f_p = 2.0$ Hz $f_p = 2.0 - 3.0$ Hz	Caminata – Vertical Caminata – Lateral Caminata – Longitudinal Correr – vertical Caminata – Vertical y Lateral
Synpex	$\alpha_1 = 0.0115 f_s^2 + 0.2803 f_s - 0.2902$ $\varphi_1 = 0$ $\alpha_2 = 0.0669 f_s^2 + 0.1067 f_s - 0.0417$ $\varphi_2 = -99.76 f_s^2 + 478.92 f_s - 387.8^\circ$ $\alpha_3 = 0.0247 f_s^2 + 0.1149 f_s - 0.1518$ Si $f_s < 2.0$ Hz $\varphi_3 = -150.88 f_s^3 + 819.65 f_s^2 - 1431.35 f_s + 811.93^\circ$ Si $f_s \geq 2.0$ Hz $\varphi_3 = 813.12 f_s^3 + 5357.6 f_s^2 - 11726 f_s + 8505.9^\circ$ $\alpha_4 = -0.0039 f_s^2 + 0.0285 f_s - 0.0082$ $\varphi_4 = 34.19 f_s - 65.14^\circ$		Caminata – Vertical

2.3.2. Modelo de carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC1 a TC3

Este modelo considera una carga armónica uniformemente distribuida que representa una multitud de peatones con la densidad igual o menor a 1 P/m² (persona por metro cuadrado).

Modelo General:
$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) n' \psi \quad (9)$$

donde $G \times \cos(2\pi F t)$ es la carga armónica debido a un solo peatón, F es la frecuencia natural en consideración, n' es el número de peatones equivalente, ψ es el coeficiente de reducción que toma en cuenta la probabilidad de que la frecuencia de los peatones se acerque a la frecuencia natural del puente.

En la Tabla 5 se indican los valores de los parámetros a usar en este modelo, cabe señalar que estos parámetros son diferentes para cada tipo de modelo, de igual manera se proporcionan valores comunes de amortiguamiento para puentes peatonales en la Tabla 6.

Tabla 5. Parámetros del modelo carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC1 a TC3 (SYNPEX)

G(N)			n'(1/m ²)
Vertical	Longitudinal	Lateral	
280	140	35	$\frac{10.8 \sqrt{\xi \times n}}{S}$
Coeficiente de Reducción ψ			
Vertical y Longitudinal 		Lateral 	

Tabla 6. Porcentajes de amortiguamiento estructural para puentes peatonales (SYNPEX)

Tipo de Construcción	Mínimo ξ	Promedio ξ
Concreto Reforzado	0.80%	1.3%
Concreto presforzado	0.50%	1.0%
Compuesta Acero-Concreto	0.30%	0.60%
Acero	0.20%	0.40%
Madera	1.50%	3.0%

2.3.3. Modelo de carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC4 a TC5

Este modelo considera una carga armónica uniformemente distribuida que representa una multitud de peatones con la densidad que va de $1 P/m^2$ a $1.5 P/m^2$.

Modelo General:
$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) n' \psi \quad (10)$$

Los parámetros que caracterizan a este modelo se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7. Parámetros del modelo carga para un grupo de peatones con configuración de densidad TC4 a TC5 (SYNPEX)

G(N)			n'(1/m ²)
Vertical	Longitudinal	Lateral	
280	140	35	$1.0 \times 1.85 \sqrt{n}$
Coeficiente de Reducción ψ			
Vertical y Longitudinal		Lateral	

2.3.4. Modelo de carga para un grupo de corredores con densidad variable

Este modelo toma en cuenta el caso en que un grupo de n corredores con una velocidad constante de 3 m/s están perfectamente sincronizados entre ellos y a su vez también con la frecuencia natural de la estructura. La expresión está dada por:

Modelo General:
$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) n' \psi \quad (11)$$

La Tabla 8 presenta los valores de los parámetros para caracterizar este modelo.

Tabla 8. Parámetros del modelo carga para para un grupo de corredores con densidad variable (SYNPEX)

G(N)			n' = n ()
Vertical	Longitudinal	Lateral	
1250	-	-	$\frac{n}{S}$
Coeficiente de Reducción ψ			
<p>Vertical y Longitudinal</p>		<p>Lateral</p>	

2.4. Procedimiento de diseño empleado

La Figura 11 muestra un diagrama de flujo que resume el procedimiento de diseño que se realiza de acuerdo con el método SINPEX, que se adoptó en esta tesis.

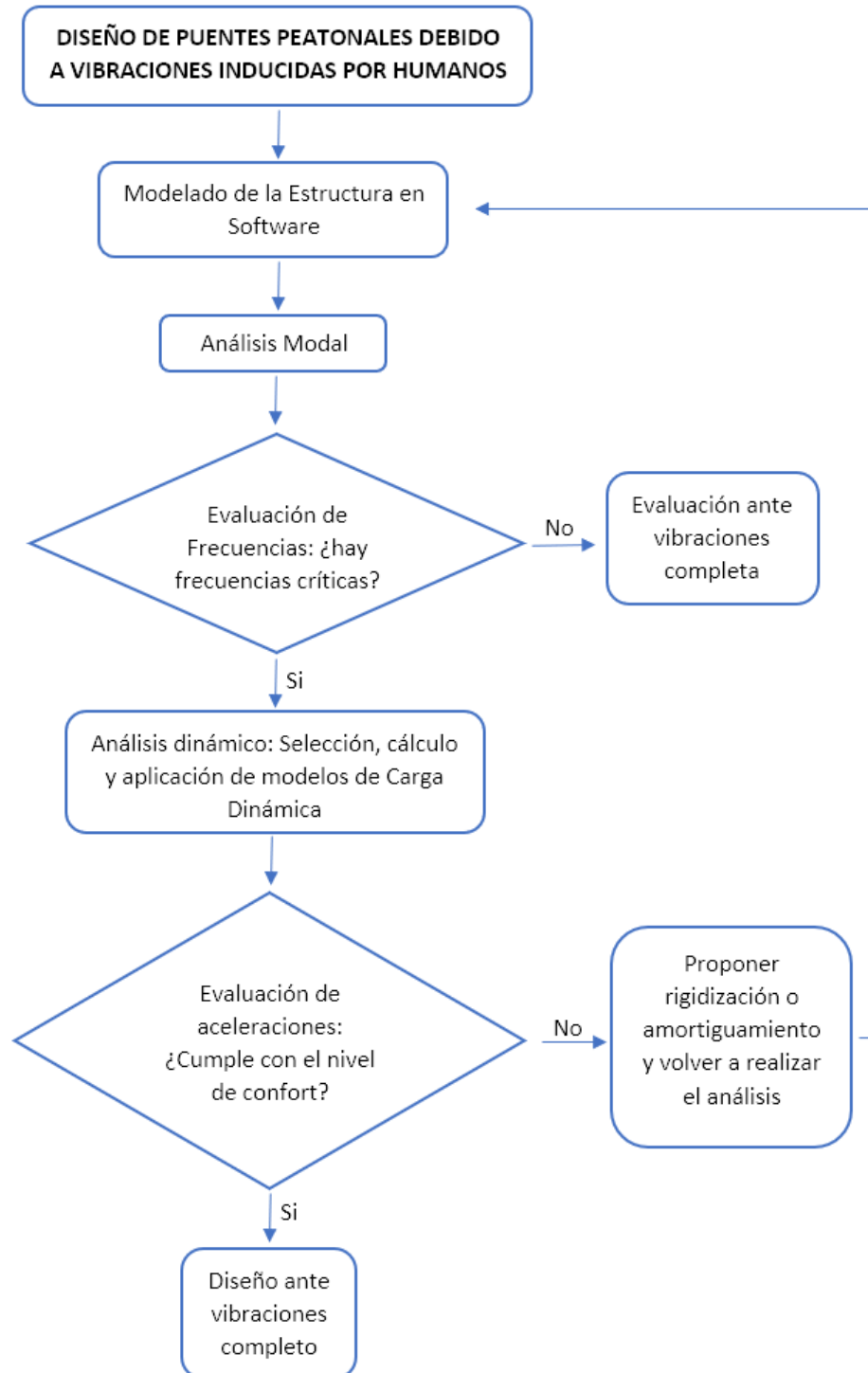


Figura 11. Diagrama de flujo que resume el procedimiento de diseño que se realiza de acuerdo con el método SINPEX

CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DEL PUENTE PEATONAL ANALIZADO

3.1. Descripción general

3.1.1. Estructuración

De acuerdo a su importancia, la estructura se clasifica como tipo A1 (NTC-2017). El esquema general del puente es el de un puente de vigas, con una estructuración dual de concreto y acero, además de losa de elementos ligeros en algunas de sus secciones y losacero en el resto. La superestructura consta de un tablero peatonal de 16.5 m de ancho; la longitud total del puente está compuesta por 9 claros de 41.8 m, 43.65 m, 29.13 m, 29.39 m, 28.67 m, 28.25 m, 37.55 m, 39.88 m, y 40.3 m. La Figura 12 muestra una vista en planta del puente.

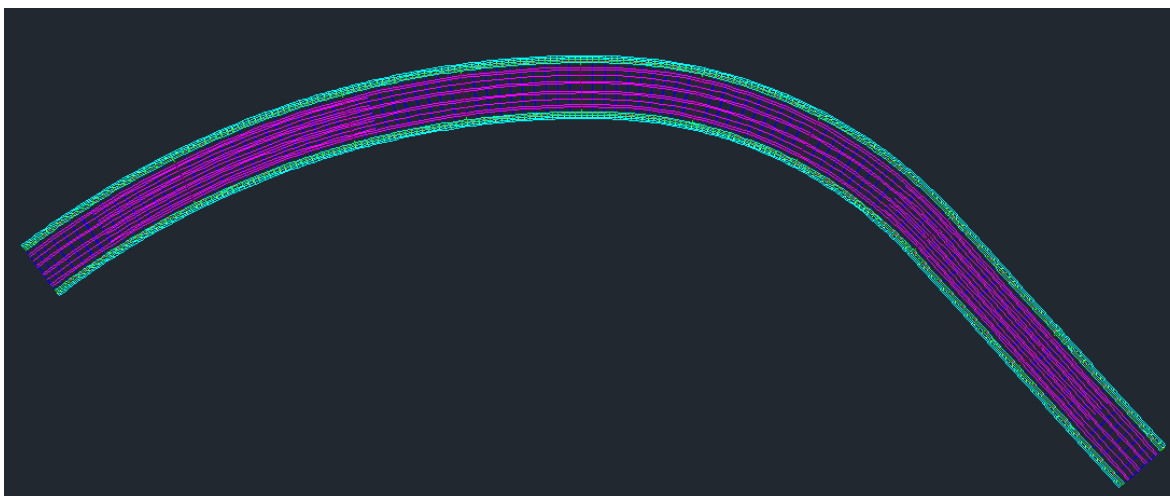


Figura 12. Vista en planta del puente

Respecto a la subestructura, ésta se compone de 8 apoyos intermedios que constan de columnas de concreto que a su vez son soportadas por una cimentación de zapatas aisladas.

3.1.2. Vigas

3.1.2.1. Vigas en dirección Longitudinal del puente

La estructura cuenta con dos tipos diferentes de vigas en su dirección longitudinal; las vigas principales que sostienen la superestructura y una serie de largueros con distribución variable.

Los largueros en dirección longitudinal se componen de perfiles I (W6x12) que sirven para arriostrar las vigas secundarias en la dirección transversal del puente, además de soportar la losa (ver Figura 13). Estos largueros están arriostrados tanto en las cuerdas superiores como inferiores de las vigas de celosía, y su distribución varía dependiendo de la sección del puente en la que se encuentran.

En la sección de losacero, los largueros inferiores están separados a 2.98 m uno de otro y los de los extremos a 2.22 m de las vigas principales/apoyos, siendo en total 4 largueros inferiores W6x12 distribuidos a lo ancho del puente. Los largueros superiores están separados entre sí a una distancia

de 2.02 m y los largueros de los extremos se separan a 1.22 m de las vigas principales/apoyos, siendo en total 6 largueros superiores W6x12 distribuidos en lo ancho del puente.

En la sección de material ligero, los largueros superiores tienen una separación entre sí de 1.01 m y los largueros extremos mantienen una separación de 1.22 m con las vigas principales/apoyos, siendo en total 12 largueros distribuidos en lo ancho del puente. Los largueros inferiores mantienen su distribución constante a lo largo de todo el puente, por lo que su distribución en esta sección es la misma que la sección de losacero.

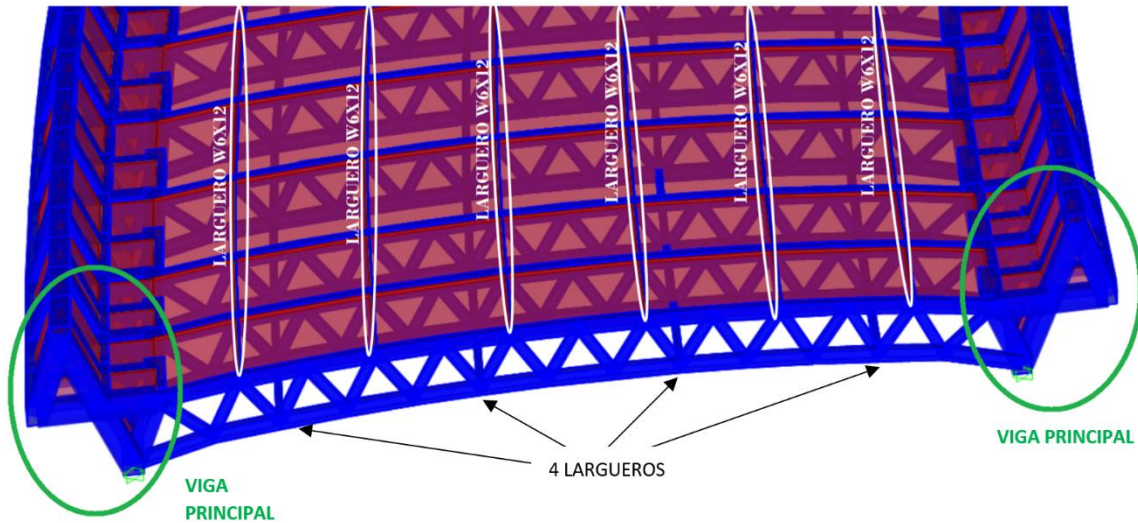


Figura 13. Ubicación de vigas en dirección longitudinal del puente (vista de sección de losacero)

Las 2 vigas principales que transmiten la carga directamente a los apoyos del puente, son de sección triangular hueca, están armadas con perfiles tubulares rectangulares como aristas y cubiertas con placas de acero (ver Figura 14 y 15). Específicamente la sección completa de estas vigas tiene forma de moño, se componen de dos triángulos invertidos que comparten una de las aristas, tal y como se muestra en la figura 14. En el triángulo inferior se cubren los huecos de la viga con placas de acero de 1/2 in, y en el triángulo superior se utilizan placas de 3/8 in justamente como se ve en la Figura 15. En la tabla de la Tabla 9 se muestran los perfiles que componen a esta viga principal.

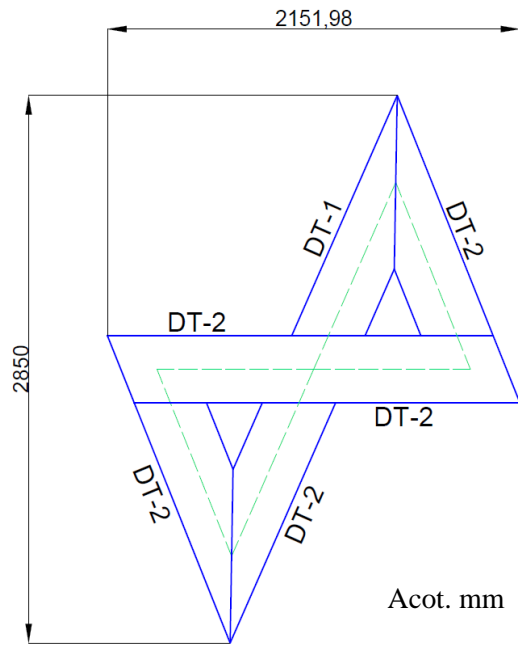


Figura 14. Sección transversal de las vigas principales

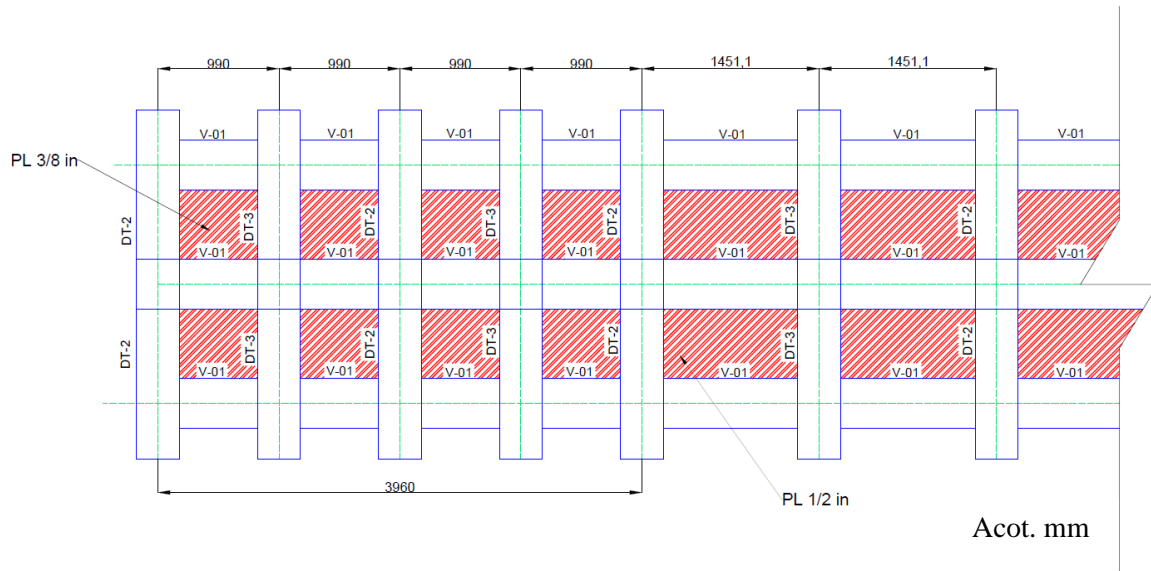
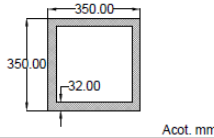
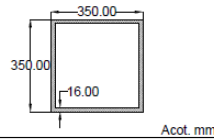
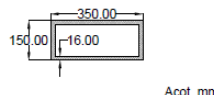
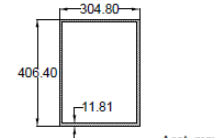


Figura 15. Vista lateral de la viga principal

Tabla 9. Perfiles que componen las vigas principales

PERFILERIA DE LA VIGA PRINCIPAL		
ELEMENTO	PERFIL	SECCIÓN
DT-1	Sección Armada a base de placas	
DT-2	Sección Armada a base de placas	
DT-3	Sección Armada a base de placas	
V-01	HSS16x12x1/2	

3.1.2.2. Vigas en dirección transversal del puente

En la dirección transversal se localizan las vigas de celosía, hechas de perfiles tubulares cuadrados, perfiles que componen sus cuerdas inferiores, superiores y diagonales. Estas vigas se ubican a lo largo de todo el puente y son las que transmiten la carga directamente a las vigas principales, la separación de las vigas se mantiene constante a lo largo de todo el puente con una separación promedio de 3 m, con excepción de uno de los extremos del puente, en donde las últimas 3 vigas se separan a 2 m de distancia entre ellas.

En la Figura 16 se presenta un esquema de la viga tipo. Las dimensiones de esta trabe varían de acuerdo a su ubicación en relación a la curvatura del puente.

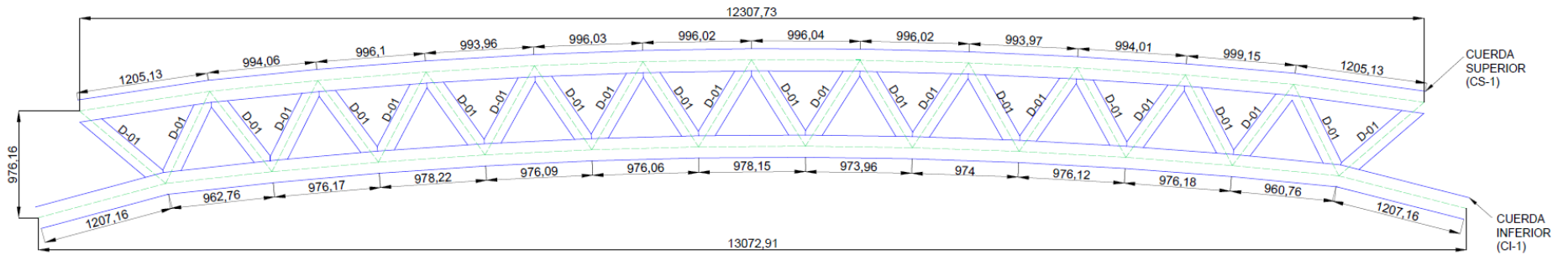
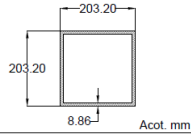
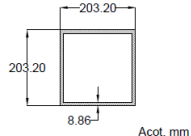
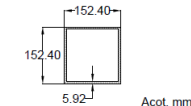


Figura 16. Viga de celosía tipo

Acot. mm

Tabla 10. Perfiles que componen la viga de celosía secundaria

PERFILERIA DE LA VIGA DE CELOSIA TIPO		
ELEMENTO	PERFIL	SECCIÓN
CS-1	HSS 8x8x3/8	
CL-1	HSS 8x8x3/8	
D-01	HSS 6x6x1/4	

3.1.3. Columnas

En total, la estructura cuenta con 16 columnas, 2 en cada sección intermedia que divide a los claros del puente, cada par de columnas está unido por una viga cabezal de concreto que se ubica a 69 cm del apoyo que une la superestructura con las columnas. Las secciones de las columnas y vigas (marco de concreto) se muestran en la Figura 17.

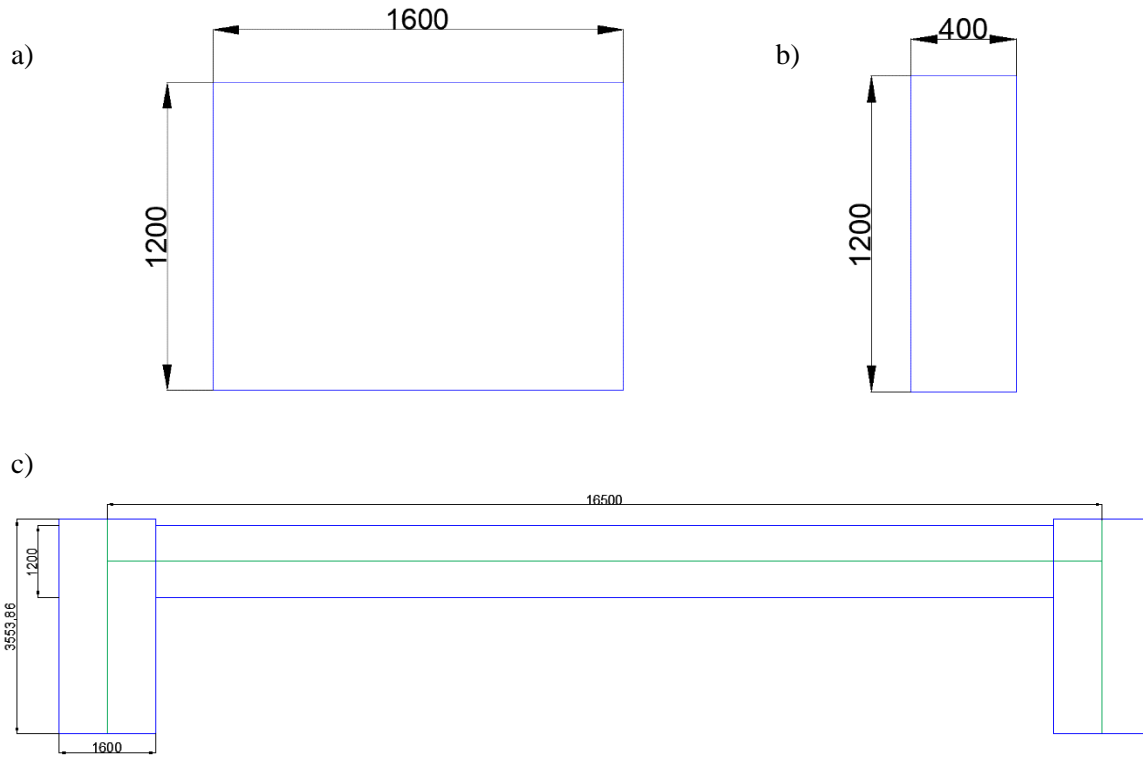


Figura 17. Secciones de las columnas y vigas: (a) Sección de la columna tipo; (b) Sección viga cabezal tipo y (c) marco de Concreto de 3.55 m de altura

Las columnas son de concreto armado, con $f'c = 500 \text{ kg/cm}^2$, un peso volumétrico de 2.4 t/m^3 y el acero de refuerzo tiene una resistencia de $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

En la Tabla 11 se enlistan las longitudes de las 16 columnas, con la respectiva separación que existe entre marco y marco.

Tabla 11. Características de los marcos de concreto que sostienen la estructura

Marco de concreto/apoyo	Altura de columnas (m)	Separación entre marcos/apoyos (m)
Apoyo	Nivel de piso	-
Marco 1	3.55	41.8
Marco 2	4.85	43.65
Marco 3	8.45	29.13
Marco 4	6.05	29.39
Marco 5	3.55	28.67
Marco 6	6.05	28.25
Marco 7	6.55	37.55
Marco 8	6.55	39.88
Apoyo	Nivel de piso	40.3

3.1.4. Tablero

El tablero tiene una superficie de 5247 m² y está dividida en 2 secciones de acuerdo a su tipo de losa, sección de losacero y sección de material ligero. La losacero es de calibre 22, con un espesor de concreto de 6 cm y un $f^c = 250 \text{ kg/cm}^2$. Esta sección de losa ocupa 3 partes de la superficie del puente, parte central y ambos extremos, tal y como se muestra en la Figura 18. Para la sección de material ligero se empleó duela, por su alta resistencia, flexibilidad y acabado. Esta sección de losa ocupa 2 partes de la superficie del puente, partes que separan las 3 secciones de losacero, como se muestra en la Figura 18.

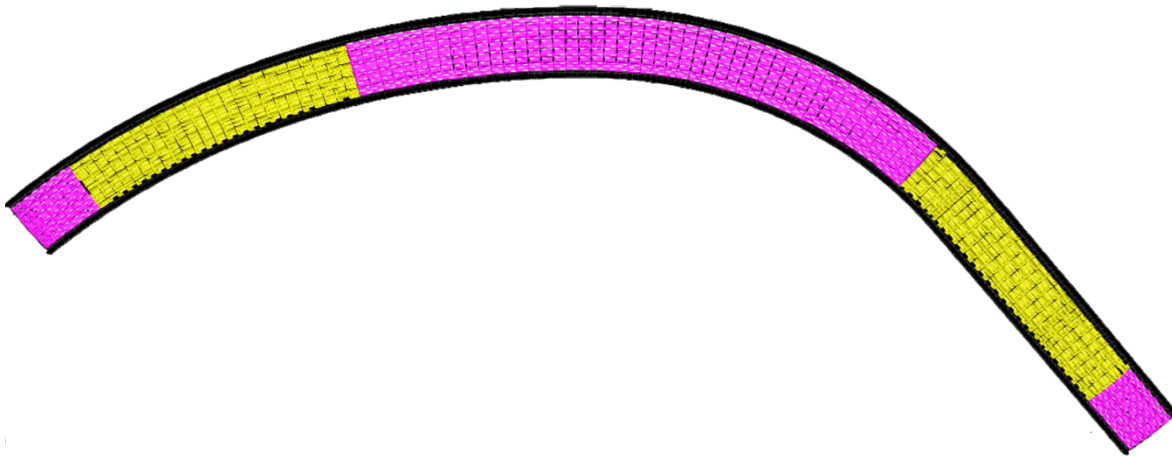


Figura 18. Secciones del tablero: Amarillo-duela, Violeta-losacero

3.1.5. Apoyos

Los apoyos utilizados en la estructura juegan un papel muy importante para delimitar la rigidez del puente, lo que impacta sus propiedades dinámicas. Los apoyos de la superestructura se ubican justamente entre las vigas principales y las columnas, siendo en total el mismo número de apoyos que el de columnas, 16 apoyos. Estos apoyos se modelaron mediante el elemento “link” de Sap-2000 en donde se le dieron las características del apoyo elegido.

La primera propuesta de apoyos fue de tipo elastómericos de neopreno con las siguientes características:

Geometría	
Sección transversal	50 cm x 50 cm
Espesor total	2.5 cm
Espesor de placa de acero (2 capas)	0.3 cm
Espesor de neopreno central	1.3 cm
Espesor de recubrimiento	0.3 cm
Propiedades Mecánicas	
Rigidez Horizontal	10 ton/cm
Rigidez Vertical	4049.67 ton/cm
Rigidez Rotacional	843, 682.5 ton-cm/rad
Rigidez Rotacional (eje longitudinal)	2109.2 ton-cm/rad

Se identificó que estos apoyos no cumplían con el estado límite de servicio debido a los desplazamientos excesivos que permitían, razón por la que se optó por utilizar otro tipo de apoyos.

Como alternativa se propuso el empleo de apoyos elastomérico-mecánicos, mismos que varían dependiendo de la carga que deben soportar y de la dirección en que se quiera restringir el movimiento. Para esta estructura en particular se decidió que los apoyos restringieran el movimiento en todas sus direcciones, esto para tener la mayor rigidez posible del puente.

Para seleccionar el modelo del apoyo, se obtuvo la carga máxima vertical en las columnas, la cual resultó en 420 t, aproximadamente. Con esta información se decidió emplear el apoyo tipo VF450-45, con características indicadas en la Tabla 12.

Tabla 12. Tabla de propiedades de apoyo seleccionado (extracto del catálogo; Appoggi Vasoflon, 2015)

SIGLA	N _{sd SLU} kN	V _{SLU} kN	D _o mm	n _{b inf} n	n _{b inf} tipo	C mm	Ø _{pe} mm	t _{pe} mm	H _{tot} mm	W kg
VF 50-5	500	50	160	2	1	150	55	15	79	9
VF 100-10	1,000	100	210	4	1	200	55	15	69	15
VF 150-15	1,500	150	245	4	1	235	55	15	73	22
VF 200-20	2,000	200	285	4	1	265	55	15	73	28
VF 250-25	2,500	250	320	4	1	295	55	15	77	38
VF 300-30	3,000	300	350	4	2	320	55	15	81	47
VF 350-35	3,500	350	380	4	2	345	80	17	86	59
VF 400-40	4,000	400	405	4	2	365	80	17	85	65
VF 450-45	4,500	450	430	4	2	385	80	17	89	77

3.1.6. Modelo matemático en Sap-2000

El modelo matemático analizado en el programa de análisis y diseño estructural Sap-2000 se presenta en la Figura 19.

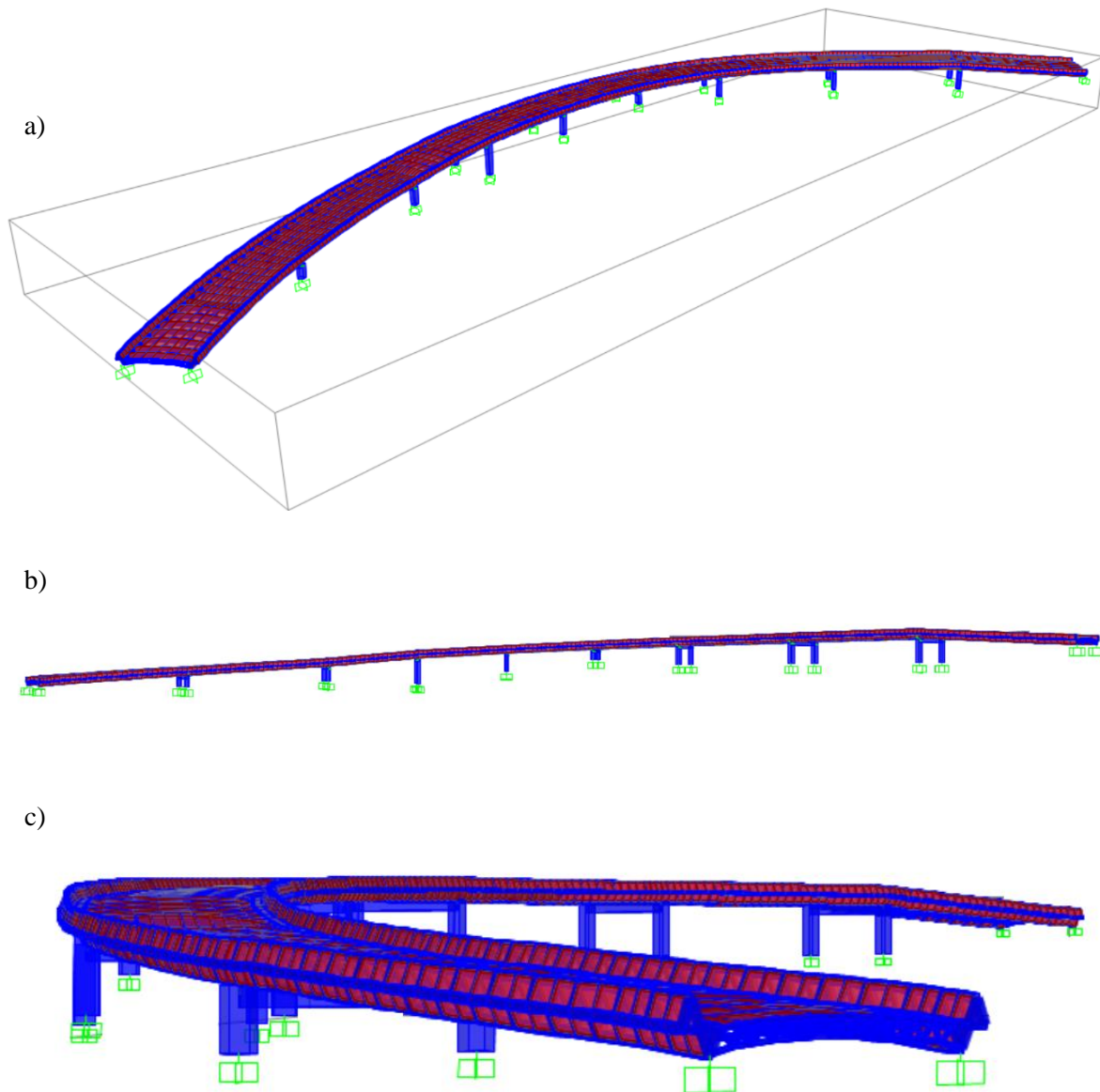


Figura 19. Vistas del modelo matemático: (a) vista 3D del puente; (b) vista lateral del puente (c) vista frontal del puente

El modelo matemático empleó elementos barra y elementos Shell. Los materiales fueron caracterizados de acuerdo a las especificaciones del proyecto.

3.2. Cargas Consideradas

3.2.1. Carga Muerta (CM)

Las cargas muertas en este proyecto son obtenidas directamente del modelo de SAP-2000, se modelaron todos los elementos estructurales tomando en cuenta las características y propiedades de los materiales. A continuación, se presentan las cargas totales de la superestructura.

	[Ton]
Losa de duela	73.48
Losacero	528.67
Columnas, armaduras y vigas	2055.54
Total	2657.68

3.2.2. Carga Viva (CV)

La carga viva por metro cuadrado se resume a continuación:

	[Kg/m ²]
Carga Peatonal (DP)	439.42
Carga Ecuestre (EC)	45,887.23
Total	46,326.65

3.2.3. Carga por Sismo

Se obtuvo el espectro de diseño y de servicio del software SASID que proporciona las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2017). Al sismo en dirección X se le denominó Sx, mientras que al sismo en dirección Y (perpendicular a X) se le denominó Sy. Algunas imágenes de los parámetros y del espectro sísmico se muestran en la Figura 20.

Espectro 2016

Factor de importancia (Grupo)

Factor de irregularidad

F. comportamiento sísmico (Q)

F. de hiperestaticidad (k1)

Mostrar EPU

Propiedad	Valor
Latitud	19.417980
Longitud	-99.195116
Ts	0.322
a0	0.128
c	0.326
Ta	0.350
Tb	1.383
k	1.500
amax	0.280

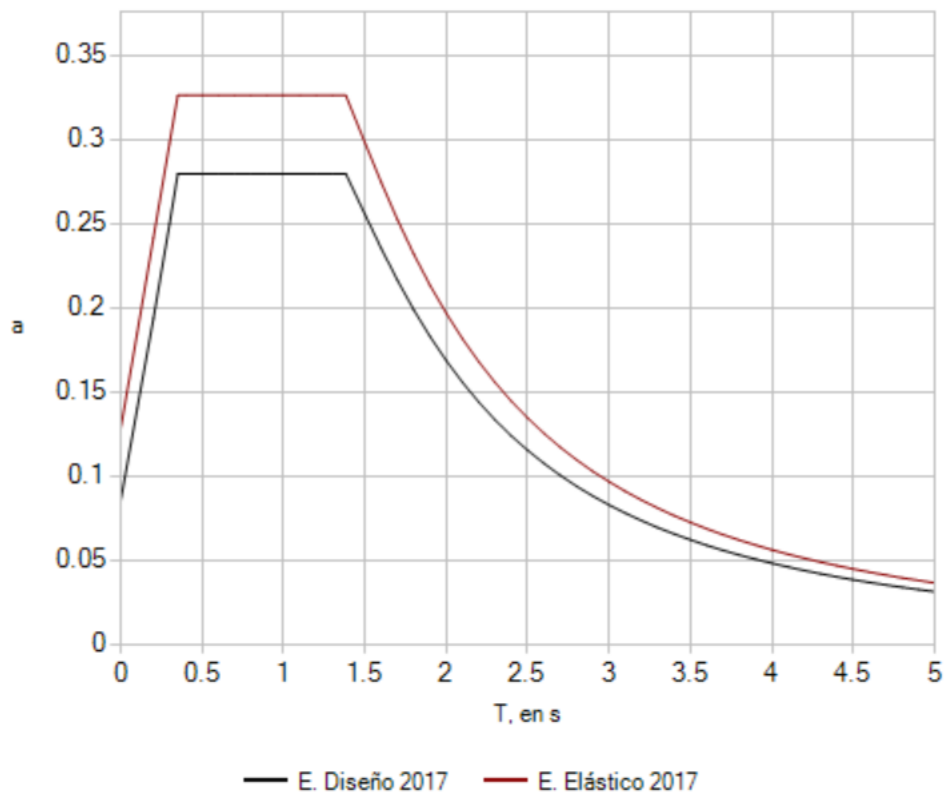


Figura 20. Parámetros y espectros sísmicos

3.2.4. Carga por Viento (V)

La velocidad regional se tomó de acuerdo con lo indicado en la Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento (NTCV, 2017) del Reglamento de Construcción para el D.F. y para el cálculo de presiones debidas a viento, se utilizó el método estático de la SCT (2018). A continuación, se ilustran los parámetros que intervienen en la obtención de las fuerzas inducidas por el viento sobre el puente.

Parámetros y Fuerza de diseño por viento

Velocidad Regional (V_r): 118.8 Km/h

Factor de Topografía (FT):	1	
Tamaño de la Estructura (Te):	>50	m
δ :	390	
α :	0.171	
Factor de Tamaño (Fc):	0.9	
Factor de Rugosidad (Frz):	0.833	
Factor de Exposición (Fa):	0.750	
Velocidad de Diseño:	89.147	Km/h
Altura Sobre el Nivel del Mar (hm):	2200	m
Factor de Corrección por Altura (G):	0.823	
Presión Dinámica de Base (qz):	320.33	Pa
Cp:	3	Armaduras y Arcos*
Presión Actuante Horizontal (pz):	960.99	Pa
Peralte de la Trabe (ha):	3.1	m
Fuerza Unitaria Horizontal (VFh):	2979.068	N/m
Cp:	0.8	Viento Vertical*
Presión Actuante Vertical (pz):	256.26	Pa
Ancho de Calzada (b):	16.5	m
Fuerza Unitaria Vertical (VFv):	4228.355	N/m

La presión del viento se aplicó a lo largo de toda la estructura en ambas direcciones, combinando la presión vertical y horizontal de manera que pretendieran voltear el puente, como se muestra en la Figura 21.

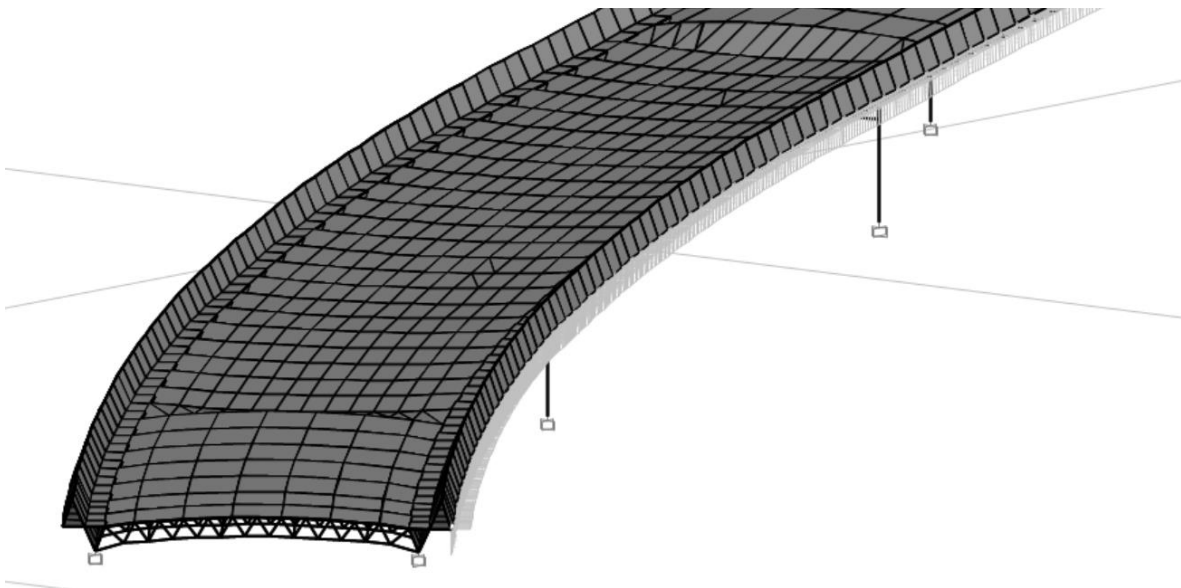


Figura 21. Representación de la aplicación de la fuerza de viento vertical y horizontal

3.2.5. Carga por Temperatura (T)

Para calcular los efectos provocados por la temperatura se utilizó la temperatura más alta 25° C, la cual se presenta en los meses de marzo a mayo y la más baja, alrededor de 5° C, en el mes de enero (INEGI, 2020).

Con estos valores se determinó el gradiente de temperatura, el cual resultó igual a:

$$\Delta T = (25^\circ \text{ C} - 5^\circ \text{ C}) = 20^\circ \text{ C}$$

Este valor se les asignó a todos los elementos que componen la estructura en el modelo.

3.2.6. Combinaciones de diseño

Con las cargas calculadas de acuerdo a las condiciones de la Ciudad de México, se emplearon las combinaciones de cargas indicadas en la norma AASHTO 2009 (AASHTO LRFD Bridge Design Specifications 2010) para puentes peatonales. El empleo de las combinaciones de esta norma se justifica, ya que cuenta con combinaciones de carga equivalentes a las empleadas en la normativa nacional. A continuación, se muestra un resumen de las combinaciones de carga consideradas.

Estado Límite	Combinación
Resistencia 1	1.25CM + 1.75DP + 0.5T
Resistencia 2	1.25CM + 0.5T
Resistencia 3	1.25CM + 1.4V + 0.5T
Servicio 1	CM + DP + 0.3V + T
Extremo 1-1	1.25CM + DP + Sx + 0.3Sy
Extremo 1-2	1.25CM + DP + Sx - 0.3Sy
Extremo 1-3	1.25CM + DP - Sx + 0.3Sy
Extremo 1-4	1.25CM + DP - Sx - 0.3Sy
Extremo 1-5	1.25CM + DP + 0.3Sx + Sy
Extremo 1-6	1.25CM + DP + 0.3Sx - Sy
Extremo 1-7	1.25CM + DP - 0.3Sx + Sy
Extremo 1-8	1.25CM + DP - 0.3Sx - Sy
Resistencia 4	1.25CM + 1.75EC
Extremo 1-9	1.25CM + DP

CAPÍTULO 4. EVALUACIÓN POR VIBRACIONES INDUCIDAS POR TRANSEÚNTES

4.1. Análisis modal

Para realizar el análisis modal se propusieron 750 modos de vibrar, esto debido a que sólo con esta cantidad de modos se pudo considerar que el 90% de la masa de la estructura contribuía al movimiento de la misma. La Tabla 13 presenta un resumen de los últimos modos de vibrar del puente.

Tabla 13. Resumen de modos de vibrar

Translación							
Número (Modo)	Periodo (s)	UX	UY	UZ	Suma UX	Suma UY	Suma UZ
733	0.013395	2.602E-06	7.973E-06	0.00002284	0.99	0.99	0.88
734	0.013388	0.00003781	6.231E-08	0.0000202	0.99	0.99	0.88
735	0.01337	9.297E-06	4.603E-07	0.0001148	0.99	0.99	0.88
736	0.013366	5.556E-06	0.00000228	0.000161	0.99	0.99	0.88
737	0.013349	0.00002954	5.635E-08	0.0003677	0.99	0.99	0.88
738	0.013338	0.00000405	8.591E-08	6.728E-06	0.99	0.99	0.88
739	0.013331	0.00002177	1.048E-07	9.504E-06	0.99	0.99	0.88
740	0.013323	0.00001288	1.456E-06	0.0001015	0.99	0.99	0.88
741	0.013321	0.00002202	0.00001274	5.273E-07	0.99	0.99	0.88
742	0.013313	2.022E-06	0.00001101	0.000698	0.99	0.99	0.88
743	0.013311	0.00001175	0.00000154	0.00001513	0.99	0.99	0.88
744	0.013303	2.851E-06	0.00001802	0.0001849	0.99	0.99	0.88
745	0.013299	0.00005855	0.00000633	0.00004121	0.99	0.99	0.88
746	0.013298	0.00002548	0.00001192	0.00002209	0.99	0.99	0.88
747	0.013294	6.252E-06	1.102E-06	0.0002726	0.99	0.99	0.88
748	0.01328	0.00001939	4.336E-06	0.0009559	0.99	0.99	0.88
749	0.013273	4.046E-06	0.00001125	0.00009375	0.99	0.99	0.88
750	0.013265	1.782E-07	1.019E-07	1.076E-06	0.99	0.99	0.88
Rotación							
Número (Modo)	Periodo (s)	RX	RY	RZ	Suma RX	Suma RY	Suma RZ
733	0.013395	0.0001106	0.0001045	2.495E-09	0.9	0.89	0.99
734	0.013388	0.00005358	1.807E-06	4.298E-06	0.9	0.89	0.99
735	0.01337	1.287E-06	0.00002402	3.188E-07	0.9	0.89	0.99
736	0.013366	0.00003551	8.746E-06	0.00002392	0.9	0.89	0.99
737	0.013349	0.0004755	4.871E-06	4.727E-07	0.9	0.89	0.99
738	0.013338	1.166E-06	1.158E-06	0.00001128	0.9	0.89	0.99
739	0.013331	0.0001795	9.486E-06	8.515E-06	0.9	0.89	0.99
740	0.013323	3.148E-06	1.929E-07	0.00001965	0.9	0.89	0.99
741	0.013321	4.55E-07	0.0001128	3.255E-06	0.9	0.89	0.99
742	0.013313	0.0004649	0.00004375	7.709E-07	0.9	0.89	0.99
743	0.013311	2.105E-06	0.00002677	8.564E-06	0.9	0.89	0.99
744	0.013303	1.904E-09	3.263E-06	1.762E-06	0.9	0.89	0.99
745	0.013299	0.0001066	1.289E-06	0.00001295	0.9	0.89	0.99
746	0.013298	0.0001034	5.908E-07	3.981E-06	0.9	0.89	0.99
747	0.013294	0.00002562	8.714E-06	0.00000249	0.9	0.89	0.99
748	0.01328	0.0004137	0.00004261	1.006E-06	0.9	0.89	0.99
749	0.013273	6.878E-07	6.457E-07	3.184E-07	0.9	0.89	0.99
750	0.013265	8.473E-06	2.589E-07	1.642E-06	0.9	0.89	0.99

Se observa que en la dirección Z, y en la rotación alrededor del eje Y no se alcanza el 90% de participación de la masa; sin embargo, 88% y 89% son valores aceptables para el resto de los análisis.

4.2. Resultados del análisis

En la sección anterior se presentaron los modos de la estructura y su participación en el movimiento estructural; sin embargo, no se expusieron los valores de sus periodos o frecuencias, o al menos no de los primeros modos. En la Tabla 14 se presentan los valores de los periodos y frecuencias de los primeros modos de vibrar de la estructura, de igual manera se distinguen los primeros modos que se presentan de dirección vertical y horizontal, respectivamente.

Tabla 14. Primeras frecuencias vertical y horizontal del puente

Tipo	Núm.	Periodo Seg.	Frecuencia Cyc/seg.	Dirección
Modo	1	0.425	2.352	vertical
Modo	2	0.404	2.473	
Modo	3	0.359	2.783	Lateral
Modo	4	0.354	2.823	
Modo	5	0.337	2.966	
Modo	6	0.320	3.128	
Modo	7	0.282	3.548	
Modo	8	0.275	3.634	
Modo	9	0.267	3.751	
Modo	10	0.252	3.962	
Modo	11	0.232	4.312	
Modo	12	0.225	4.441	
Modo	13	0.204	4.906	
Modo	14	0.197	5.088	
Modo	15	0.195	5.139	
Modo	16	0.190	5.272	
Modo	17	0.178	5.603	
Modo	18	0.170	5.874	
Modo	19	0.167	5.999	
Modo	20	0.162	6.172	

El modo 1 y 3, respectivamente, son los modos de vibrar más críticos que presenta la estructura, esto es porque su frecuencia es la más pequeña y es la que más se asemeja a la frecuencia de caminata de un ser humano.

En las Figuras 22 y 23 se presenta gráficamente el movimiento de la estructura correspondiente al modo 1 y 3.

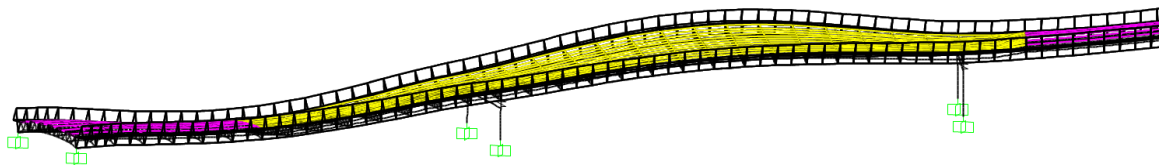


Figura 22. Movimiento asociado al primer modo de vibrar en dirección vertical

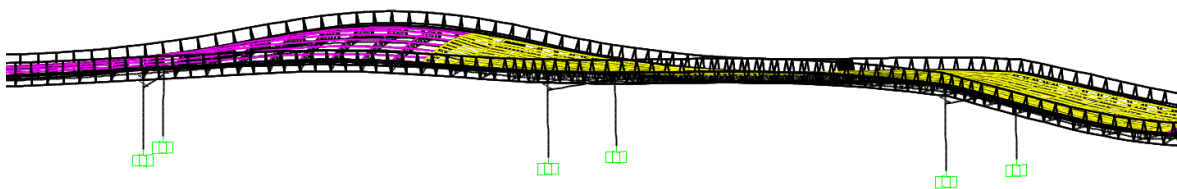


Figura 23. Movimiento asociado al tercer modo de vibrar de la estructura en dirección lateral

4.3. Evaluación de frecuencias

En el capítulo 2 se hace mención a las frecuencias críticas que enlista cada una de las normas y códigos internacionales expuestos. Cabe recalcar que, aunque el puente estudiado en esta tesis utiliza el método de SYNPEX para su evaluación y diagnóstico, se presenta la evaluación de sus frecuencias considerando todos los reglamentos y códigos antes mencionados, esto con el fin de hacer más completo el diagnóstico y dar una idea más clara de la situación modal de la estructura.

En la tabla 15 se presenta la evaluación de las frecuencias de la estructura.

Tabla 15. Comparación de frecuencias modales críticas y las especificadas en los códigos y normas

Dirección del Movimiento	Frecuencias Críticas (Hz)					
	Puente en Estudio	AASHTO	BS-5400	ISO-10137	EUROCÓDIGO	SYNPEX
Vertical	2.3	< 3	< 5	1.7 - 2.3	< 5	1.3 - 2.3
Lateral	2.7	< 1.3	-	< 2.3	< 2.5	0.5 - 1.2

Las frecuencias críticas del puente son **frecuencia vertical: 2.3 Hz** y **frecuencia horizontal: 2.7 Hz**. La Tabla 15 indica que la frecuencia vertical es crítica según todas las normas y códigos de diseño presentadas; sin embargo, la frecuencia lateral del puente queda exenta de revisión ya que no se considera crítica por ningún código o norma.

Según lo que dicta la guía de diseño SYNPEX, la estructura se debe revisar con un análisis dinámico debido a vibraciones verticales inducidas por transeúntes.

4.4. Modelos de carga dinámica (DLM) SYNPEX

4.4.1 DLM 1

Se delimitó el modelo de carga para el caso en el que un solo peatón cruza el puente, esto se realizó siguiendo lo descrito en el capítulo 2.

El modelo matemático de carga vertical y sus parámetros se resumen a continuación:

$$F_v(t) = G[1 + \sum_{i=1}^n \alpha_{iv} \text{seno}(2\pi F_v t - \phi_i)]$$

Frecuencia Vertical de la Estructura (Fv):	2.35	Hz
Peso promedio del Peatón (G):	700	N
n:	4	
Parámetros α_i y ϕ_i		
$\alpha(1)$:	0.432	
$\phi(1)$:	0.00	°
$\alpha(2)$:	0.579	
$\phi(2)$:	186.75	°
$\alpha(3)$:	0.255	
$\phi(3)$:	15.45	°
$\alpha(4)$:	0.037	
$\phi(4)$:	15.26	°

El modelo de carga dinámica de un peatón se muestra en la Figura 24.

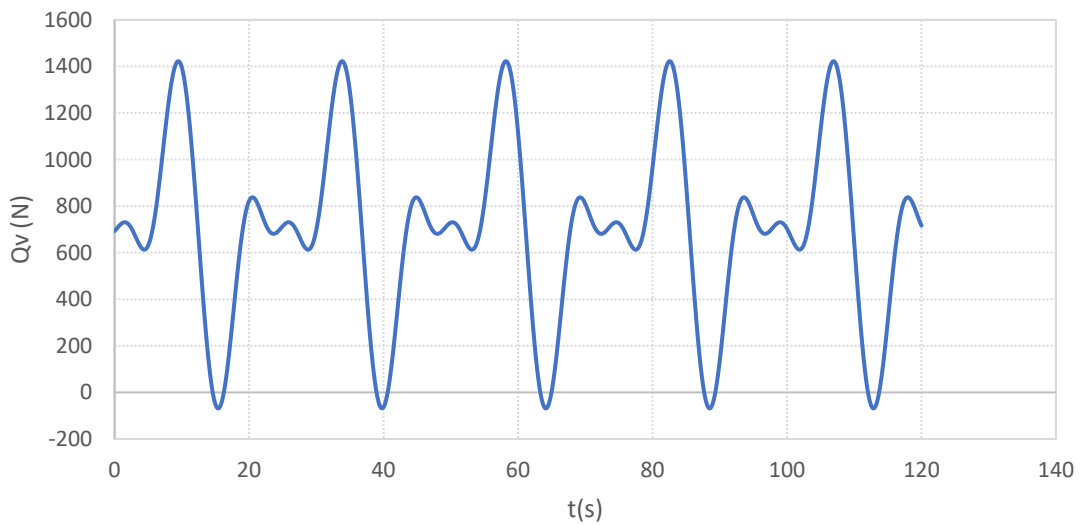


Figura 24. Carga dinámica de un peatón de acuerdo con el método SYNPEX

4.4.2. DLM 2

Este modelo de carga dinámica representa el caso en el que un grupo de personas con una densidad de 0.5 P/m^2 cruza el puente, el modelo se determinó conforme a lo descrito en el capítulo 2.

El modelo matemático de carga vertical y sus parámetros se resumen a continuación:

$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) \times n' \times \psi$$

Consideraciones;

Frecuencia Vertical de la Estructura (F_v):	2.35	Hz
Peso promedio del Peatón (G):	280	N
Amortiguamiento del puente (ξ):	0.006	
Longitud del puente (L):	318	m
Ancho promedio de la calzada (b):	16.5	m
Superficie del Puente (S):	5247	m^2
Densidad:	0.5	P/m^2
Numero de Peatones (n):	2623.5	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):	0.00816637	
Coefficiente de Reducción (ψ):	0.5	

El modelo de carga dinámica de un grupo de peatones con densidad 0.5 P/m^2 se muestra en la Figura 25.

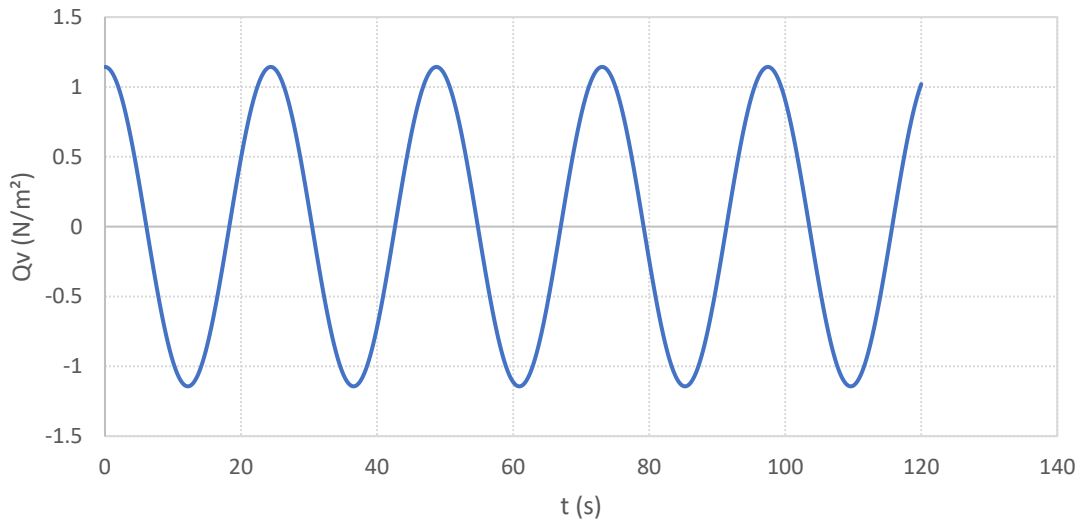


Figura 25. Carga dinámica de un grupo de peatones con densidad 0.5 P/m^2 de acuerdo con el método SYNPEX

4.4.3. DLM 3

Este modelo de carga dinámica representa el caso en el que un grupo de personas con una densidad de 1.5 P/m^2 cruza el puente, el modelo se determinó conforme a lo descrito en el capítulo 2.

El modelo matemático de carga vertical y sus parámetros se resumen a continuación:

$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) n' \psi$$

Consideraciones;

Frecuencia Vertical de la Estructura (Fv):	2.35	Hz
Peso promedio del Peatón (G):	280	N
Amortiguamiento del puente (ξ):	0.006	
Longitud del puente (L):	318	m
Ancho promedio de la calzada (b):	16.5	m
Superficie del Puente (S):	5247	m ²
Densidad:	1.5	P/m ²
Numero de Peatones (n):	7870.5	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):)	0.03127965	
Coefficiente de Reducción (ψ):	0.5	

El modelo de carga dinámica de un grupo de peatones con densidad 1.5 P/m² se muestra en la Figura 26.

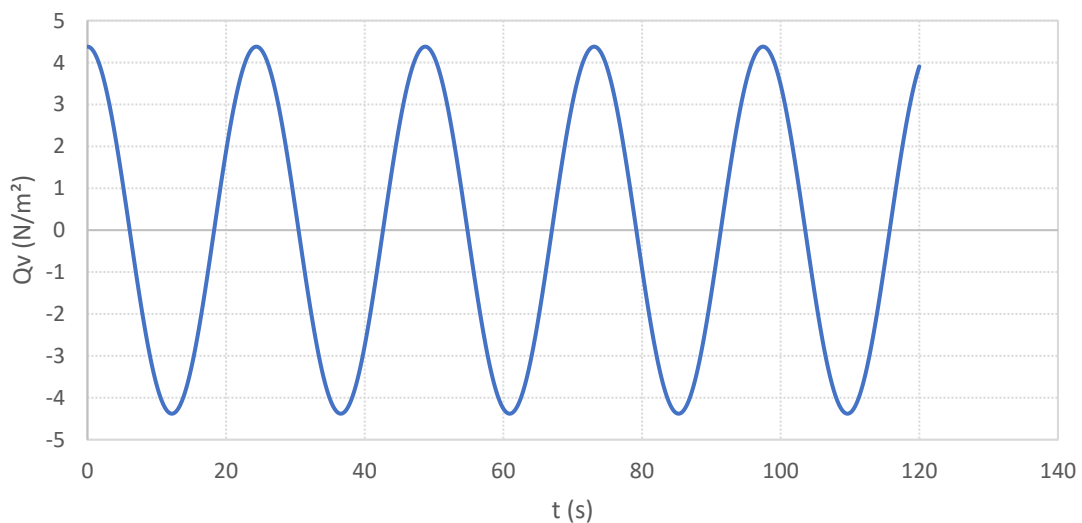


Figura 26. Carga dinámica de un grupo de peatones con densidad 1.5 P/m² de acuerdo con el método SYNPEX

4.4.4. DLM 4

Este modelo de carga dinámica representa el caso en el que un grupo de corredores con una densidad de 0.3, 0.8 y 1.5 P/m² cruza el puente, el modelo se determinó conforme a lo descrito en el capítulo 2.3.

El modelo matemático de carga vertical y sus parámetros se resumen a continuación:

$$p(t) = G \times \cos(2\pi F t) n' \psi$$

Consideraciones:

Frecuencia Vertical de la Estructura (F_v):	2.35	Hz
Peso promedio del Peatón (G):	1250	N
Amortiguamiento del puente (ξ):	0.006	
Longitud del puente (L):	318	m
Ancho promedio de la calzada (b):	16.5	m
Superficie del Puente (S):	5247	m ²
Densidad:	0.3, 0.8, 1.5	P/m ²
Numero de Peatones (n):	n	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):	n'	
Coefficiente de Reducción (ψ):	1	

a) Modelo Gráfico de Carga Dinámica para $P = 0.3 \text{ P/m}^2$

Densidad:	0.3	P/m ²
Numero de Peatones (n):	1574.5	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):	0.3	

El modelo de carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 0.3 P/m^2 se muestra en la Figura 27.

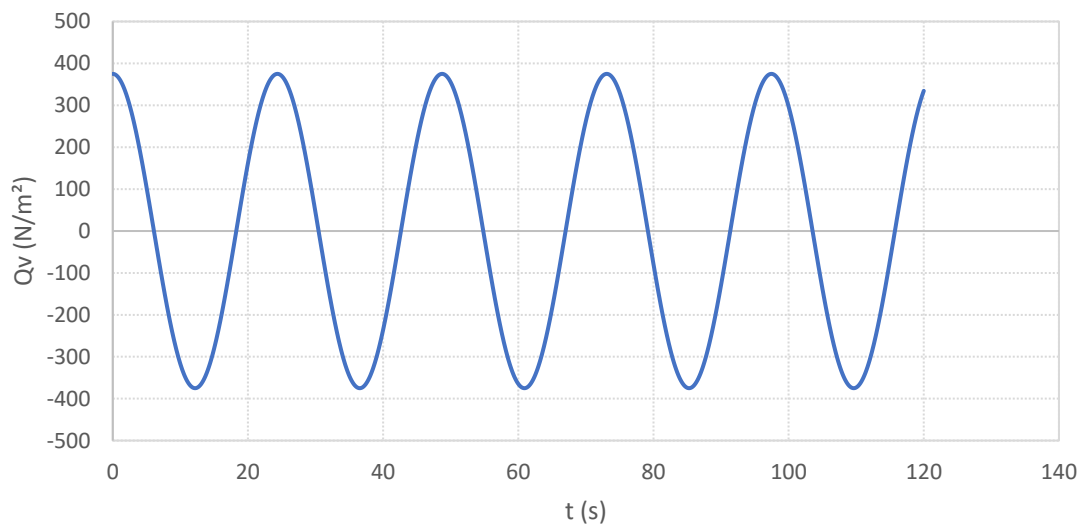


Figura 27. Carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 0.3 P/m^2 de acuerdo con el método SYNPEX

b) Modelo Gráfico de Carga Dinámica para $P = 0.8 \text{ P/m}^2$

Densidad:	0.8	P/m ²
Numero de Peatones (n):	4197.6	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):	0.8	

El modelo de carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 0.8 P/m^2 se muestra en la Figura 28.

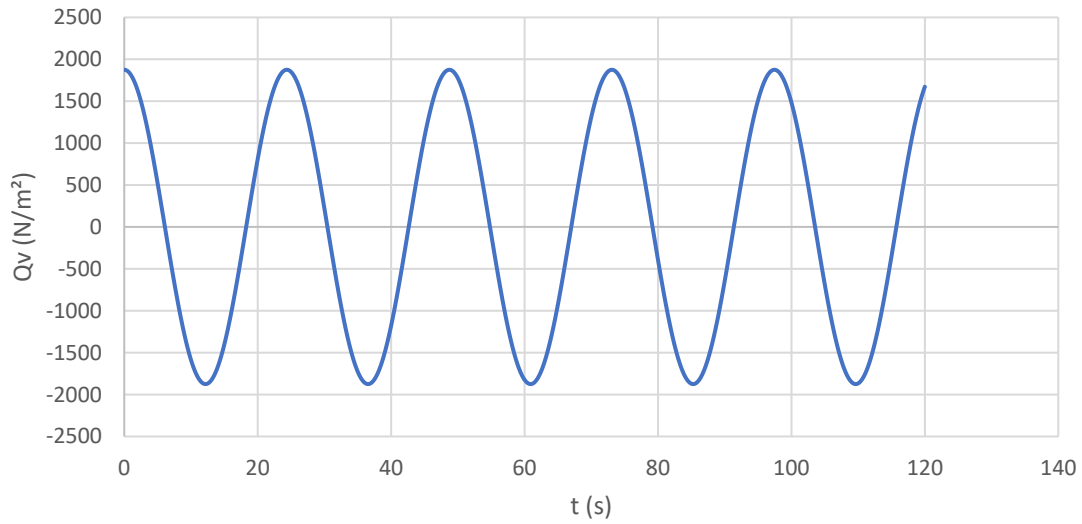


Figura 28. Carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 0.8 P/m^2 de acuerdo con el método SYNPEX

c) Modelo Gráfico de Carga Dinámica para $P = 1.5 \text{ P/m}^2$

Densidad:	1.5	P/m^2
Numero de Peatones (n):	7870.5	P
Numero de Peatones Equivalente (n'):	1.5	

El modelo de carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 1.5 P/m^2 se muestra en la Figura 29.

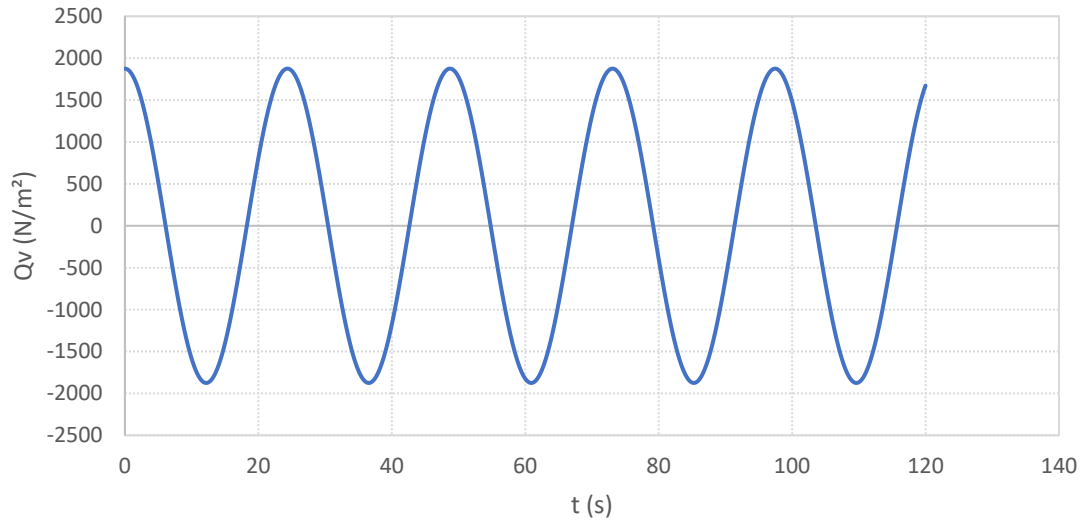


Figura 29. Carga dinámica de un grupo de corredores con densidad 1.5 P/m2 de acuerdo con el método SYNPEX

4.5. Resultados

Cada función de carga dinámica expuesta en la sección anterior se introdujo como función de tipo “tiempo-historia” al modelo estructural del puente en el programa de análisis y diseño estructural SAP-2000. Las cargas dinámicas se aplicaron en las zonas de mayor movimiento modal de acuerdo al primer modo de vibrar vertical de la estructura, en la Figura 30 se muestra el área en la que se aplicaron los modelos de carga dinámica.

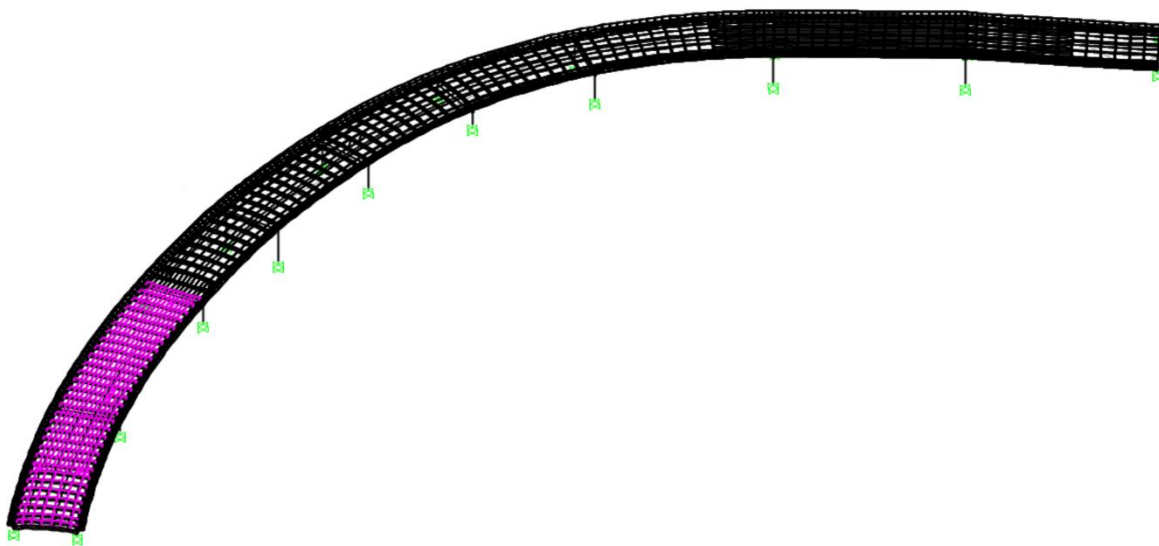


Figura 30. En morado se resalta el área de aplicación de cargas dinámicas

Posteriormente se identificaron los nodos con mayor desplazamiento debido a las cargas dinámicas para así poder determinar en cuáles de éstos se presentan mayores aceleraciones.

La carga dinámica se aplicó en la superficie del puente señalada en la Figura 31; sin embargo, las mayores aceleraciones se presentan en las franjas centrales (nodos centrales) de esta zona, incluyendo la aceleración máxima (nodo 4224), estas aceleraciones describen el movimiento que tiene la estructura en los nodos, lo que significa que las aceleraciones registradas en estos puntos son las que percibirá un peatón que camina sobre esta franja. En la figura 31 se presenta la franja central y los nodos que la componen.

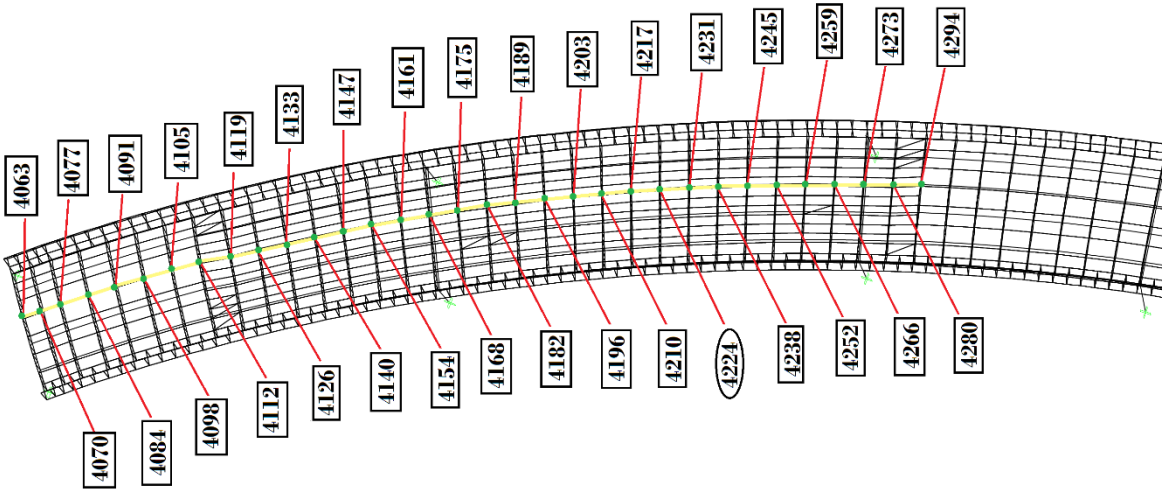


Figura 31. Franja central y nodos de la franja central

En las Figuras 32 a 36 se presentan gráficas las aceleraciones máximas registradas en cada uno de los nodos de la figura 31. Estas gráficas describen las aceleraciones que tiene la estructura en función del grupo de peatones/corredores que la cruce, lo que es un indicador del movimiento que percibe una persona al pasar por estos puntos.

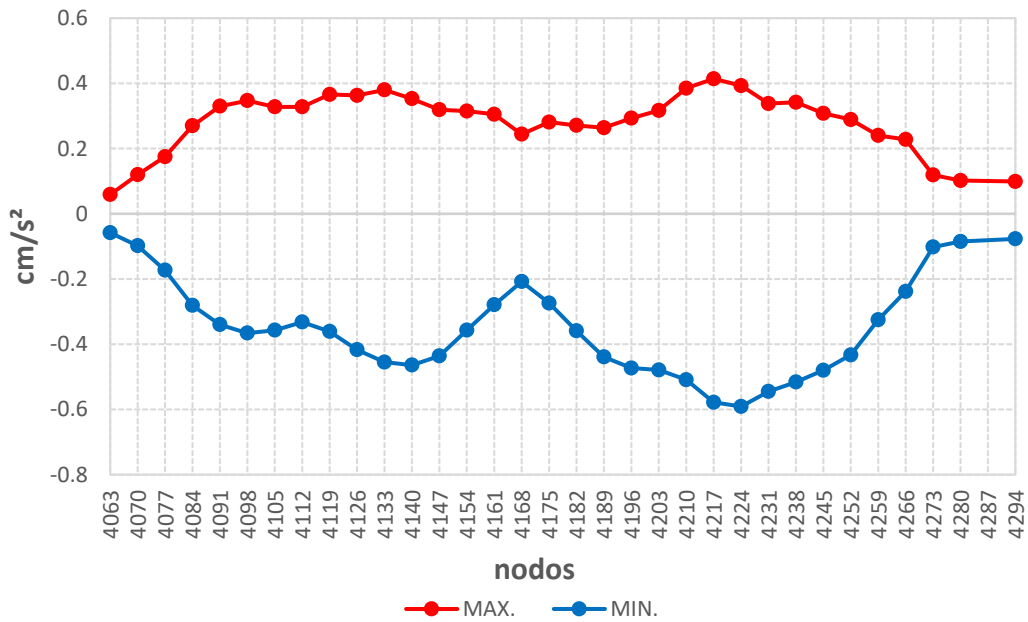


Figura 32. Aceleraciones en nodos de franja central. Aceleraciones de Modelo de Carga Dinámica 2 (caso de un grupo de peatones densidad = 0.5 P/m²)

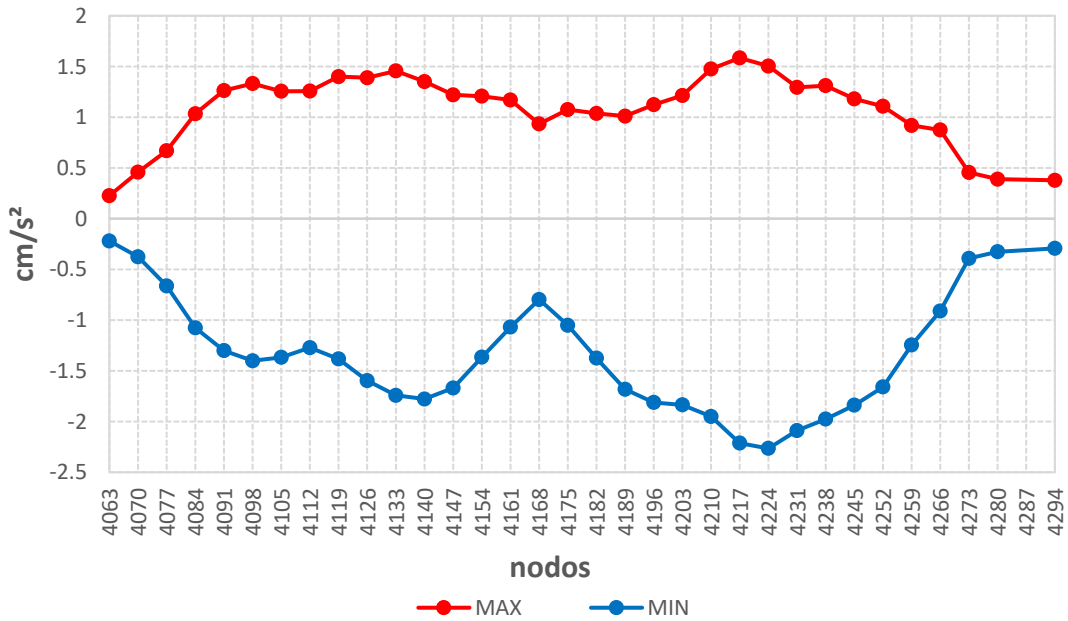


Figura 33. Aceleraciones en nodos de franja central. Resultado de Modelo de Carga Dinámica 3 (caso de un grupo de peatones densidad = 1.5 P/m²)

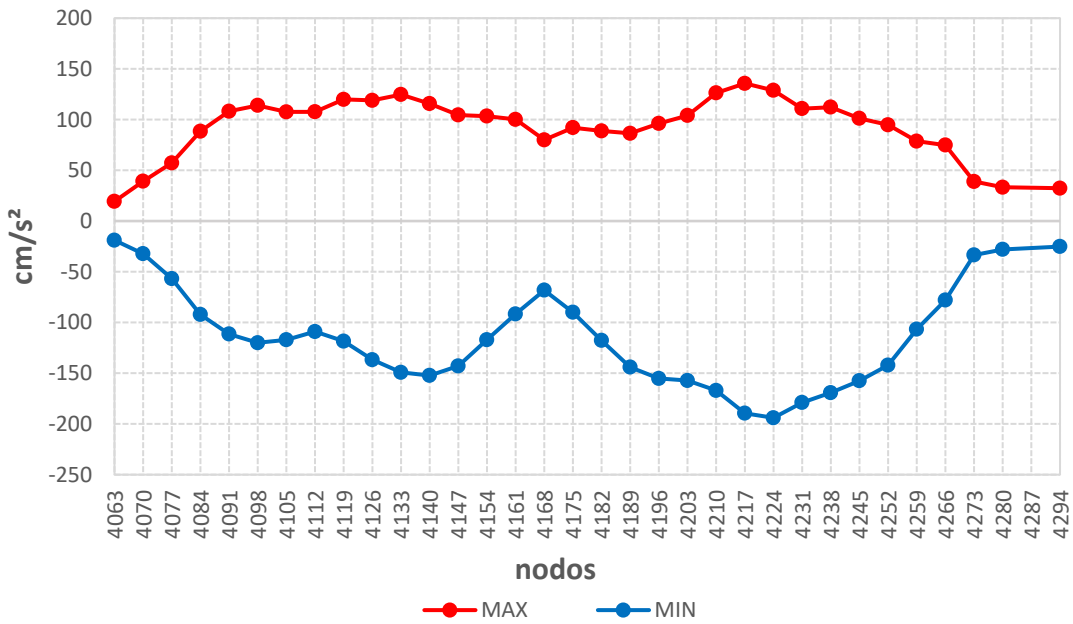


Figura 34. Aceleraciones en nodos de franja central. Resultado de Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 0.3 P/m2)

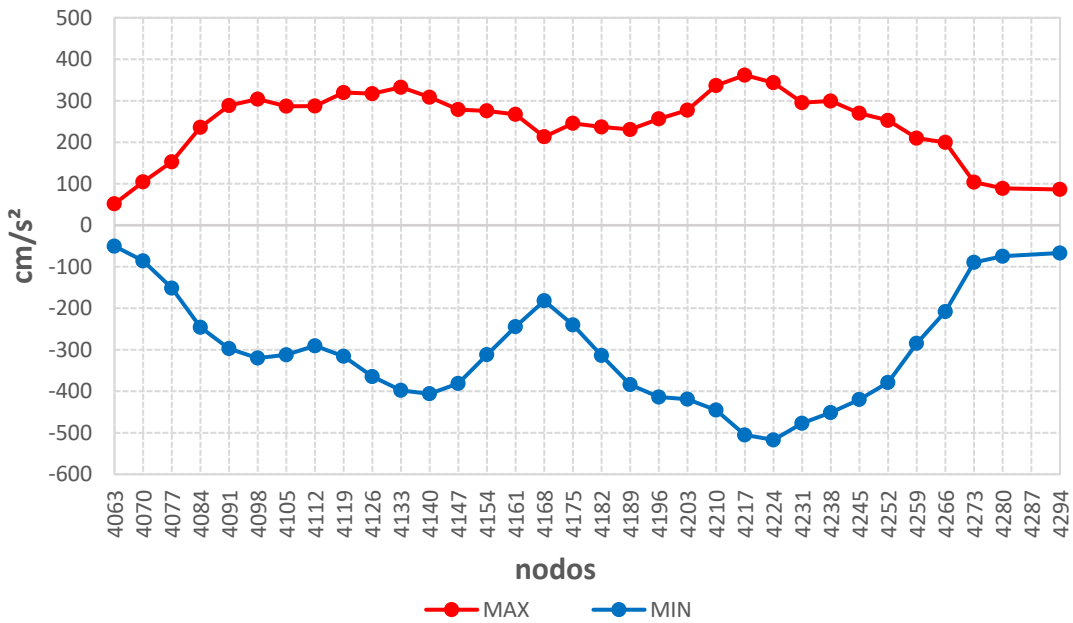


Figura 35. Aceleraciones en nodos de franja central. Resultado de Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 0.8 P/m2)

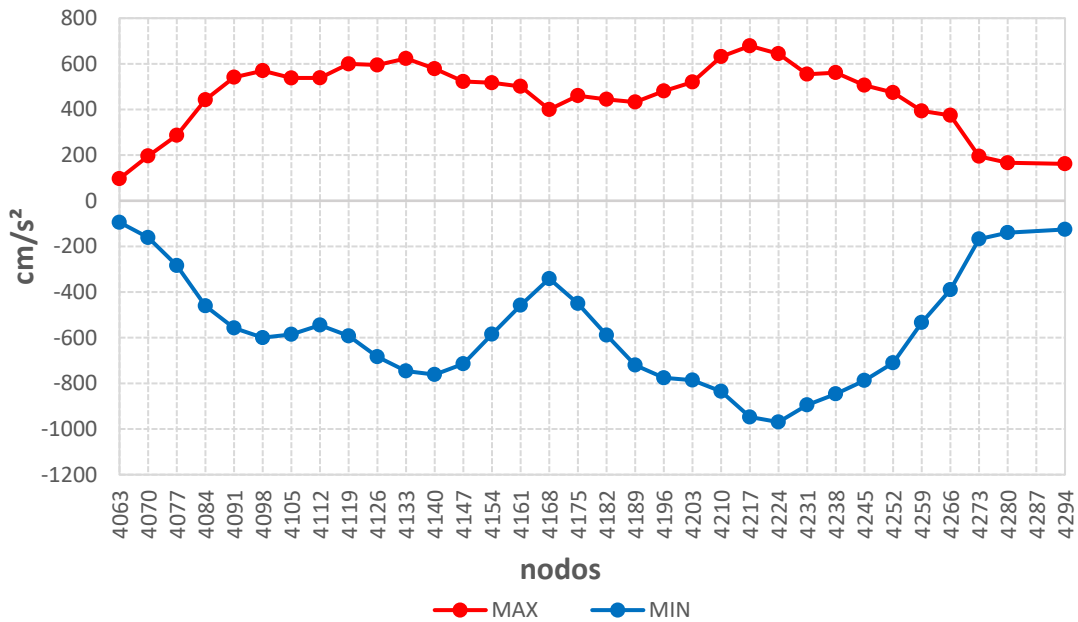


Figura 36. Aceleraciones en nodos de franja central. Resultado de Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 1.5 P/m2)

El nodo con mayor desplazamiento debido a la aplicación de las diversas cargas dinámicas es el 4224, por esta razón en este nodo en específico se aplicará la carga dinámica de un solo peatón, el resto de modelos de carga dinámica se aplicará en toda la superficie del puente mostrada en la Figura 30. No obstante, la aceleración máxima absoluta se presenta siempre en el nodo 4224 para todos los casos de carga. La Figura 37 presenta los resultados de aplicar el Modelo de Carga Dinámica 1 (caso de un solo peatón).

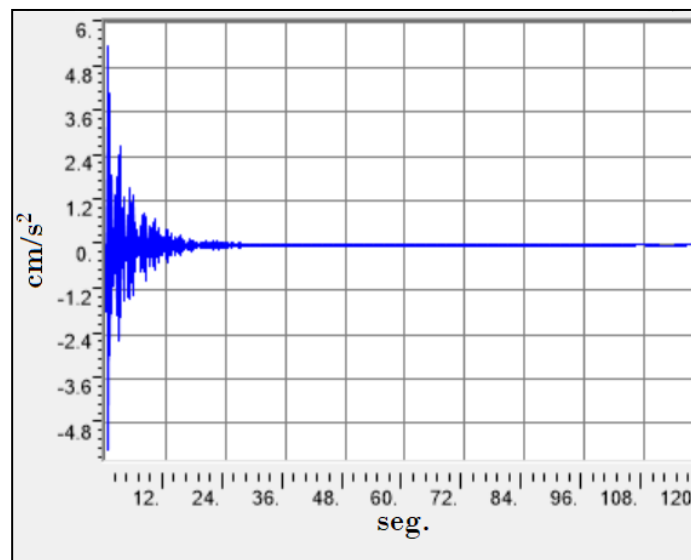


Figura 37. Aceleración absoluta en nodo 4224

La Figura 38 presenta el resultado de aplicar el Modelo de Carga Dinámica 2 (caso de un grupo de peatones densidad = 0.5 P/m^2).

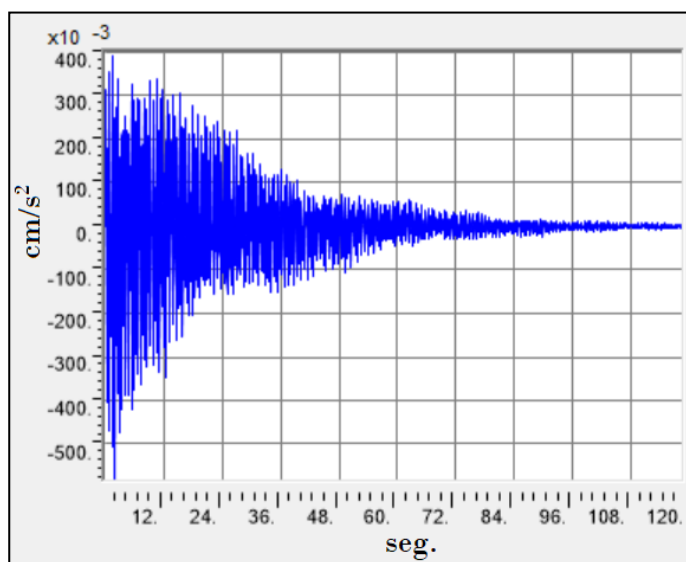


Figura 38. Aceleración absoluta en nodo 4224

La Figura 39 presenta el resultado de aplicar el Modelo de Carga Dinámica 3 (caso de un grupo de peatones densidad = 1.5 P/m^2).

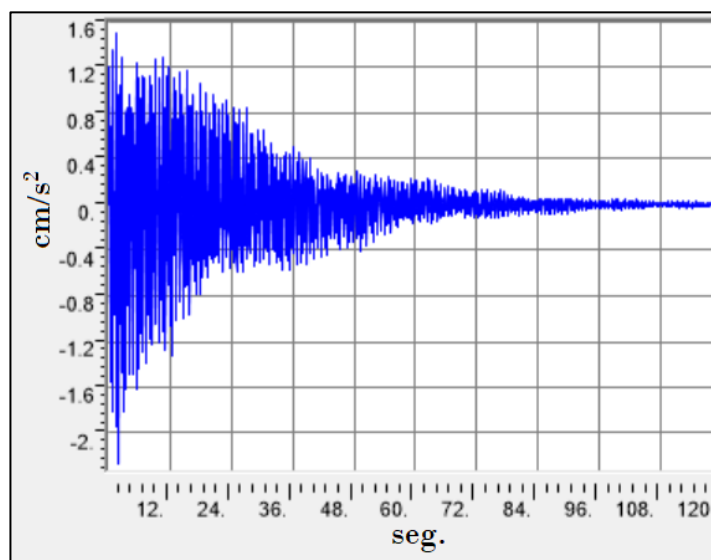


Figura 39. Aceleración absoluta en nodo 4224

Los resultados de aplicar el Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 0.3 P/m^2) se presentan en la Figura 40.

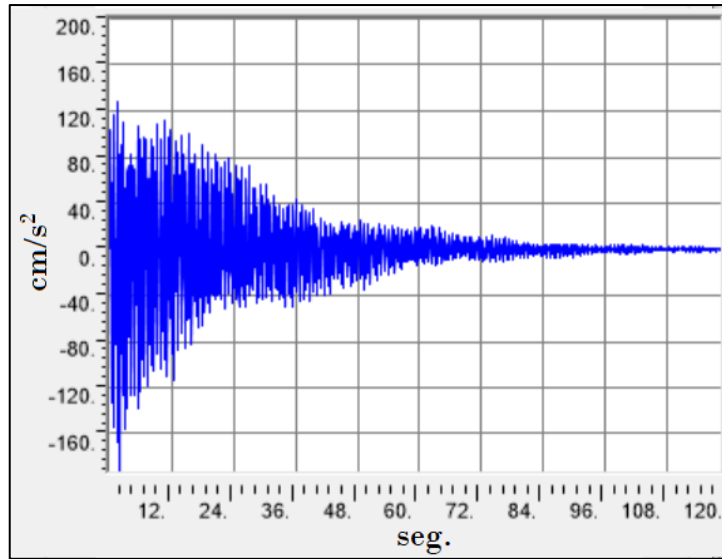


Figura 40. Aceleración absoluta en nodo 4224

La Figura 41 muestra los resultados de Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 0.8 P/m²).

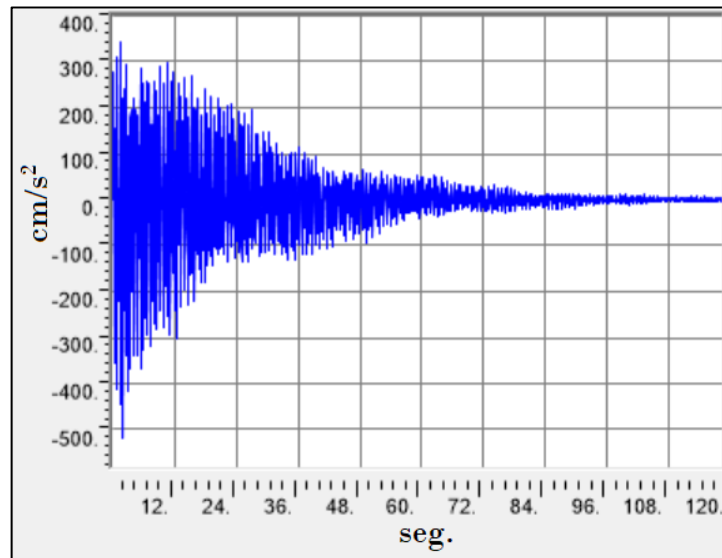


Figura 41. Aceleración absoluta en nodo 4224

La Figura 42 muestra los resultados de Modelo de Carga Dinámica 4 (caso de un grupo de corredores, densidad = 1.5 P/m²).

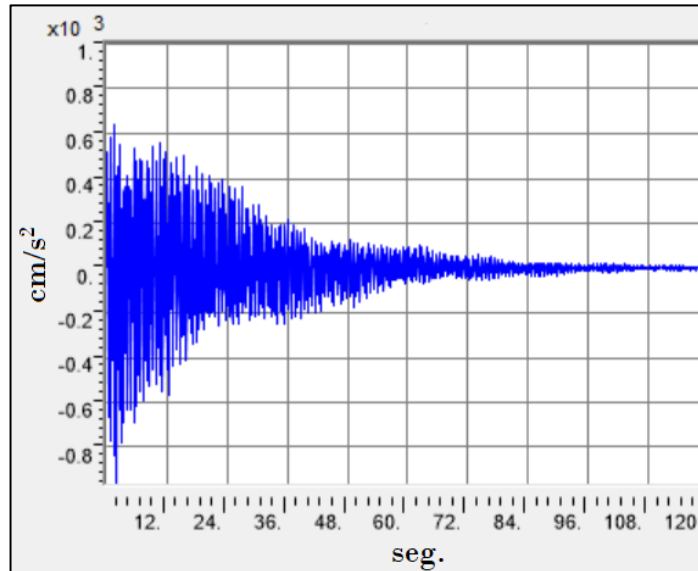


Figura 42. Aceleración absoluta en nodo 4224

4.6. Análisis de Resultados

4.6.1. Revisión de Aceleraciones

En la Tabla 16 se muestra la revisión y evaluación de las aceleraciones máximas de acuerdo a las normas antes mencionadas, esto sirve para ilustrar lo vulnerable que es la estructura ante este estado límite.

Tabla 16. Revisión de la aceleración máxima identificada

Caso de Carga	Aceleración absoluta en nodo 4224	Evaluación de aceleraciones verticales según diferentes códigos/normas				
	m/s ²	AASHTO	BS-5400	ISO-10137	EUROCODIGO	SYNPEX
DLM1	0.0551	✓	✓	✓	✓	✓
DLM2	0.00591	✓	✓	✓	✓	✓
DLM3	0.02265	✓	✓	✓	✓	✓
DLM4 P=0.3	1.939	✗	✗	✗	✗	✓
DLM4 P=0.8	5.172	✗	✗	✗	✗	✗
DLM4 P=1.5	9.697	✗	✗	✗	✗	✗

De acuerdo con el método SYNPEX, la estructura presenta aceleraciones inaceptables a partir del caso en el que un grupo de corredores con densidad de 0.8 P/m² cruza el puente, pero se observa que el resto de normas marca como inaceptable las aceleraciones a partir del caso en el que un grupo de

corredores de densidad de 0.3 P/m^2 cruza el puente, lo que significa que, en términos prácticos, no se acepta que ningún grupo de corredores haga uso de este puente peatonal.

4.6.2. Nivel de confort

La Tabla 16 resume las aceleraciones máximas absolutas en el nodo 4224 (nodo con mayor movimiento), estas aceleraciones máximas se evaluarán de acuerdo a lo descrito en la guía SYNPEX con el fin de determinar si la estructura cumple con el estado límite ante vibraciones inducidas por transeúntes.

Tabla 17. Revisión de la aceleración máxima y grado de confort de acuerdo con SYNPEX

Caso de Carga	Aceleración Absoluta en nodo 4224	Nivel de Confort	Grado de Confort
	m/s^2		
DLM1	0.0551	CL 1	Máximo
DLM2	0.00591	CL 1	Máximo
DLM3	0.02265	CL 1	Máximo
DLM4 P=0.3	1.939	CL 3	Mínimo
DLM4 P=0.8	5.172	CL 4	Inaceptable/desconfort
DLM4 P=1.5	9.697	CL 4	Inaceptable/desconfort

Se observa en la Tabla 17 que para los casos en que un grupo de corredores con densidades de 0.8 P/m^2 y 1.5 P/m^2 cruzan el puente, el movimiento de la estructura es inaceptable ya que se crea un grado de incomodidad con el que los corredores no pueden continuar con su movimiento, inclusive se corre el riesgo de que la estructura entre en resonancia con consecuencias para los corredores, así como para el puente.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Como se pudo apreciar en el final del capítulo anterior, el puente en estudio no cumplía con el Estado Limite de servicio debido a vibraciones inducidas por seres humanos para un caso en el que se pretenda que un maratón de corredores lo cruce, este caso es muy particular ya que en general los maratones no cruzan “puentes peatonales”, sin embargo, para este puente en específico si se pretendía que esto ocurriera.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos se concluye que el puente en estudio debe tener como restricción el paso de maratones, fuera de este caso la estructura cumple perfectamente el Estado Limite de Servicio, aun en el caso de que multitudes de personas lo crucen.

Existen muchos factores determinantes que intervinieron en el resultado final de este análisis, por ejemplo: la elección de apoyos elastomérico-mecánicos, con estos apoyos estamos rigidizando lo más posible el puente, lo que hace que las frecuencias naturales del puente sean mayores, característica que es buena para evitar las vibraciones inducidas por humanos, ya que los apoyos originalmente propuestos de neopreno permitían muchos desplazamientos además de bajar el valor de las frecuencias naturales del puente, caso que hubiera hecho que el puente se excitara más debido al paso de personas, otro factor importante es el amortiguamiento real del puente, en este trabajo se tomaron porcentajes de amortiguamiento teóricos y recomendados, sin embargo no está garantizado que este amortiguamiento será el real de la estructura, esto implica que ya construido el puente, podría no tener problemas de vibración o incluso podría ser más susceptible a vibrar debido al paso de las personas, de haberse tomado otro porcentaje de amortiguamiento el resultado sería diferente, de igual manera otro factor determinante en el resultado fue el tipo y método de análisis, en el capítulo 2 se presentaron varias normatividades y formas de realizar dicho análisis dinámico, sin embargo, se eligió Synpex por ser una de las metodologías más completas, aunque también es la que presenta los niveles de confort menos conservadores, comparado con las demás normas es la menos estricta (tabla 16), esto es algo que hay que tener en cuenta a la hora de clasificar a la estructura como confortable o no.

Como una conclusión más general se hace el comentario de que en México para cumplir con el estado límite de servicio únicamente se consideran los desplazamientos y distorsiones permisibles, sin embargo, se podría ahorrar dinero si desde la concepción y diseño de los puentes peatonales importantes se incluyera esta clase de análisis, esto para evitar situaciones como la ocurrida en el puente del estadio de los rayados en monterrey, en donde tiempo después de su construcción y operación se tuvieron que incorporar amortiguadores de masa para reducir sus vibraciones.

Actualmente en México no existe ninguna normatividad que revise las vibraciones inducidas por seres humanos, esto es porque en el país no existían puentes peatonales tan grandes o importantes como para que transitaran multitudes de personas, más aún como para que se planee que sea parte de la ruta de maratones de corredores, sin embargo el país está creciendo en infraestructura vertical y horizontal, razón por la que eventualmente se necesitaran más puentes como este en las grandes ciudades (que es donde se espera que puedan existir enormes tránsitos de personas) y es imperativo que se incluya en los reglamentos correspondientes un apartado que indique por lo menos los niveles de Frecuencias permisibles, así como las aceleraciones permisibles en caso de que se deba realizar un análisis dinámico.

5.2. Recomendaciones

Como ya se mencionó, para el puente en estudio se debe restringir el paso de maratones de corredores, sin embargo, ese era uno de los propósitos de la concepción de crear este puente, así que buscando soluciones que permitan el paso de maratones, se comentaran de forma breve las posibles acciones que se podrían tomar para que el puente en estudio cumpla con todas las expectativas de su idea original.

En la figura 11 se menciona que en caso de no cumplir con las aceleraciones permisibles hay 2 cosas que se puede hacer, a) Rigidizar el puente y b) Proponer amortiguadores que disipen el movimiento de la estructura.

a) Rigidizar el puente: lo que pretende esta solución es aumentar las frecuencias naturales de la estructura para así evitar que estas se encuentren dentro de las frecuencias críticas, y de hecho con esto la estructura quedaría exenta de un análisis dinámico.

En las figuras 32 a 36 se puede observar que se tiene mayor movimiento en los nodos correspondientes a los ubicados en los claros centrales entre apoyos, y que donde menor movimiento se presenta es en los nodos donde se ubican los marcos de apoyo del puente, por lo que, en caso de elegir rigidizar, solo bastaría con rigidizar esas zonas, o colocar apoyos intermedios en dichos puntos y así no rigidizar toda la estructura.

b) Proponer amortiguadores: existen muchos tipos de amortiguadores y en general su función es la misma, disminuir el movimiento que se presenta en la estructura, de esta forma el movimiento final que tendrá la estructura se verá reducido, haciendo que la estructura cumpla con las aceleraciones permisibles.

En teoría se sabe que las fuerzas de amortiguación necesarias para aumentar la amortiguación suelen ser mucho más pequeñas que las fuerzas de rigidez que actúan sobre una estructura (Synpex), razón por la que si lo único que se requiere es reducir el movimiento, debería ser mucho más económico instalar amortiguadores que rigidizar la estructura.

REFERENCIAS

- AASHTO. (2009). **Specifications for the design of pedestrian bridges**. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
- AASHTO. (2010). **AASHTO LRFD Bridge design specifications**. 5th Edition. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
- B. Wolmuth, J. (2003) Surtees. **Crowd-related failure of bridges**, Civil Engineering. 156 (3). 116–123
- Blekherman Alexander N. (2007) **Autoparametric Resonance in a Pedestrian Steel Arch Bridge: Solferino Bridge, Paris**. Journal of Bridge Engineering. 12(6). 8.
- BRITISH STANDARD. (1978). **BS 5400-2 Steel concrete and composite bridge**. UK. The Steel and Concrete Bridges Standards Committee.
- Butz Cristiane; M. Feldman; Heinemeyer Christoph; G. Sedlacek; Bruno Chabrolin; Arnaud Lemaire; M. Iaden Lukic; P. O. Martin; Elsa Caetano; Álvaro Cunha; Arndt Goldack; Andreas Keil; Mike Schalaich. (2008). **Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (Synpex)**. Luxembourg. European Commission.
- Cañada Javier; Iturregui Carlos; M. Diaz Iván; García Palacios Jaime H; Goicolea José M; Lorenzana Iban Antolín. (01-12-2017). **Discussion on Harmonic Dynamic Models of Pedestrian Loads for Footbridges**. International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering, 4to, 19. 19-Nov-2021, De www.researchgate.net Base de datos.
- Casado Sanchez Carlos Mariano; Jesus de Sebastian Sanz; M. Diaz Iván; Poncela Mendez Alfonso; Lorenzana Iban Antolín. **Control de Vibraciones en Pasarelas Peatonales**. Dyna. Vol 86 No 3. 11.
- Catemaxca Ambros Álvaro Osmar; Godínez Gerardo Ernesto. (2018). **Nivel de vibraciones en un puente peatonal atirantado**. (tesis de licenciatura). Facultad de Ingeniería de la Construcción y el habitat, Universidad Veracruzana.
- CDMX. (2017). **Normas técnicas complementarias para diseño por sismo (NTCS-2017)**. Ciudad de México. Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
- CDMX. (2017). **Normas técnicas complementarias para diseño por viento (NTCV-2017)**. Ciudad de México. Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
- CEN. (1990: 2002). **EUROCODE 0: Basis of structural design**. Europe: The European Union.
- CEN. (1991-2: 2003). **EUROCODE 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges**. Europe: The European Union.
- CEN. (1995-2:2004). **EUROCODE 5: Design of timber structures - Part 2: Bridges**. Europe: The European Union.

- De la Cuz Aguirre Aldahir. (2019). **Propuesta de un puente peatonal considerando su nivel de vibraciones**. (tesis de licenciatura). Facultad de Ingeniería de la Construcción y el habitat, Universidad Veracruzana.
- Depine Ricardo Ángel. (2014). **Las inesperadas oscilaciones del Puente del Milenio**. 20-11-2021, de Departamento de Física, Universidad de Buenos Aires. Sitio Web: <http://materias.df.uba.ar/f2aa2014c2/sample-page/>
- FIB. (2005). **Guidelines for the design of footbridges**. Lausanne, Switzerland. International Federation for Structural Concrete (*fib*).
- FIP Industriale. (2015). **Appoggi Vasoflon**. Italy. FIP Industriale.
- Guía Londres. (2015). **MILLENIUM BRIDGE**. 20-11-2021, de Guía de Londres. Sitio web: www.guialondres.es
- H. Bachmann, A.J. Pretlove, H. Rainer. (1995). **Dynamic forces from rhythmical human body motions, in: Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines**, Birkhauser, Basel, Appendix G.
- Heinemeyer Christoph; Butz Cristiane; Andreas Keil; Mike Schalaich; Arndt Goldack; Stefan Trometer; M. Iaden Lukic; Bruno Chabrolin; Arnaud Lemaire; Pierre-Oliver Martin; Álvaro Cunha; Elsa Caetano. (2009). **Design of lightweight footbridges for human induced vibrations**. Luxembourg. European Commission.
- Hernández Hernández José Miguel. (2011). **Millenium Bridge, London, United Kingdom, 1996-2000**. 20-11-2021, de José Miguel Hernández Hernández (blog sobre arquitectura y arte) Sitio web: www.jmhdezhdz.com
- ISO-10137. (2007). **Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations**. International Organization for Standardization.
- Jara Diaz Manuel; Silva Gómez Luis F; Aguilar Carboney Jorge A. (2020). **Análisis de parámetros de la vibración de puentes atirantados peatonales**. PAKBALL. 49. 8.
- Moya Guindo Luis. (2015). **Comportamiento dinámico de pasarelas peatonales**. Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.
- P. Dallard; A. J. Fitzpatrick; A. Flint; A. Low; R. M. Ridsdill Smith; M. Willford; Mark Roche. (2001). **London Millenium Bridge: Pedestrian Induced Lateral Vibration**. Journal of Bridge Engineering. 6(6). 6.
- P. Dallard; A. J. Fitzpatrick; A. Flint; S. Le Bourva; A. Low; R. M. Ridsdill Smith; M. Willford. (2001). **The London Millenium Footbridge**. The Structural Engineer. 79/No 22. 15.
- S. Zivanovic; A. Pavic; P. Reynolds. (2005). **Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review**. Journal of sound and vibration. 74.
- SCT. (2018). **N·PRY·CAR·6·01·004/01**. México. Secretaria de Comunicaciones y Transportes.
- T. M. Roberts. (2005). **Lateral Pedestrian Excitation of Footbridges**. Journal of Bridge Engineering. 10(1). 6.

Wikipedia. (2020). **Passarella Léopold Sédar Senghor**. 20-11-2021, de Wikipedia. Sitio web: www.wikipedia.org.

Wikivia. (2010). **Puente de Broughton (colapso estructural)**. 20-11-2021, de Wikivia la enciclopedia de la carretera. Sitio web: www.wikivia.org.