



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Implementación del freno  
regenerativo en un auto  
eléctrico tipo Fórmula SAE**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Mecánico**

**P R E S E N T A**

Rubén Hernández Zárate

**DIRECTOR DE TESIS**

M.I. Mariano García Del Gállego



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022



## Agradecimientos

### *A Dios*

Por permitirme llegar hasta aquí  
y disfrutar día con día de mi familia.

### *A mi asesor*

M.I. Mariano García del Gállego  
Por compartirme su apoyo, tiempo  
y la oportunidad de cumplir esta meta.

### *A mis profesores*

Por compartirme su sabiduría y conocimientos.  
Por ayudarme a llegar al punto donde me encuentro.

### *A mis padres*

Raquel Zárate Castro y Rubén Hernández Vázquez  
Por darme la vida con mucho amor, apoyo, confianza y enseñanzas.  
Por sentirse orgullosos de mí. Todos mis logros son gracias a ustedes.

### *A mi hermanita*

Ilse Monserrat Hernández Zárate  
Por su cariño y apoyo.  
Por animarme todos mis días con su alegre voz.

### *A mi abuelita*

Raquel Castro Ríos  
Por su amor incondicional  
Por compartirme sus historias y consejos de vida.

### *A mis amigos de*

UNAM Motorsports  
Por haber compartido conmigo una de las mejores  
experiencias académicas dentro de la Facultad de Ingeniería.



## Índice general

Agradecimientos.....	i
Índice general.....	ii
Índice de figuras.....	iv
Resumen.....	vi
Planteamiento del problema.....	vii
Justificación.....	viii
Objetivos.....	viii
Introducción.....	ix
CAPÍTULO I. Fórmula SAE.....	1
1.1 ¿Qué es Fórmula SAE? .....	1
1.1.1 Pruebas estáticas y dinámicas: Puntaje.....	3
1.2 UNAM Motorsports.....	4
CAPÍTULO II. Freno regenerativo.....	5
2.1 ¿Qué es el freno regenerativo? .....	5
2.2 Tipos de freno regenerativo .....	7
2.2.1 Freno mecánico.....	8
2.2.2 Freno eléctrico: Motor – generador.....	9
2.2.3 Hidroneumático. ....	10
CAPÍTULO III. Motores eléctricos.....	12
3.1 Motores de corriente alterna.....	16
3.1.1 Motores síncronos.....	17
3.1.2 Motores de inducción.....	19
3.2 Motores de corriente directa.....	22
3.2.1 Motores de excitación separada y en derivación.....	24
3.2.2 Motores de imanes permanentes.....	25
3.2.3 Motores en serie y compuestos.....	25
CAPÍTULO IV. Baterías.....	26
4.1 Parámetros de diseño.....	27
4.1.1 Capacidad energética.....	27
4.1.2 State of charge (SOC).....	27
4.1.3 Eficiencia de carga y descarga.....	28



4.1.4 Battery Management System (BMS).....	29
4.2 Componentes de una celda.....	31
4.3 Funcionamiento de una celda electroquímica.....	32
4.4 Tipos de compuestos.....	34
<b>CAPÍTULO V. Dinámica longitudinal del vehículo.....</b>	<b>36</b>
5.1 Fuerzas de tracción.....	37
5.2 Fuerzas resistivas.....	39
5.2.1 Fuerza de resistencia a la rodadura.....	40
5.2.2 Fuerza de resistencia aerodinámica.....	42
5.2.3 Fuerza de resistencia gravitacional.....	45
5.3 Aceleración centrípeta.....	46
5.4 Modelo de aceleración.....	48
<b>CAPÍTULO VI. Selección de motor eléctrico y relación cinemática.....</b>	<b>53</b>
6.1 Motor eléctrico.....	54
6.2 Relación cinemática.....	61
6.3 Diseño de transmisión por cadena.....	64
<b>CAPÍTULO VII. Track Model.....</b>	<b>69</b>
7.1 Simulación de tiempo por vuelta.....	71
7.2 Modelo de potencia.....	76
<b>CAPÍTULO VIII. Selección de compuestos de celdas.....</b>	<b>83</b>
8.1 LiFePO <sub>4</sub> . A123 Systems.....	89
<b>CAPÍTULO IX. Modelo de freno regenerativo UM-E3.....</b>	<b>90</b>
9.1 Estrategia de frenado: Serie y paralelo.....	91
9.1 Modelo matemático.....	94
9.3 Simulación: caso de estudio.....	95
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>105</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>106</b>

## Índice de figuras

Figura 1. Eventos para estudiantes. SAE Internacional 2020. <sup>[1]</sup> .....	1
Figura 1.1 Localización geográfica de las competiciones de Fórmula SAE. <sup>[2]</sup> .....	2
Figura 1.2 Escudería UNAM Motorsports. Temporada 2020. <sup>[4]</sup> .....	4
Figura 2 Prototipo eléctrico UM-E3.....	5
Figura 2.1 Prototipo eléctrico AMC Amitron, 1968. <sup>[5]</sup> .....	6
Figura 2.2 Sistema de frenado hidráulico. <sup>[7]</sup> .....	7
Figura 2.3 Volante en un sistema KERS. <sup>[8]</sup> .....	8
Figura 2.4 Sistema KERS. Audi R18 e-tron Quattro. <sup>[8]</sup> .....	9
Figura 2.5 Sistema del freno regenerativo eléctrico. <sup>[10]</sup> .....	10
Figura 2.6 Sistema de freno hidroneumático. <sup>[10]</sup> .....	10
Figura 2.7 Vehículo eléctrico UNAM. <sup>[11]</sup> .....	11
Figura 3. Sistema de transmisión UM-E3.....	12
Figura 3.1 Determinación de la polaridad de una fuente fem en un circuito magnético. <sup>[12]</sup> .....	14
Figura 3.2 Campo magnético giratorio: polos de estator norte y sur en movimiento. <sup>[12]</sup> .....	16
Figura 3.3 Motor síncrono con dos polos. <sup>[12]</sup> .....	18
Figura 3.4 Estator de un motor de inducción típico que muestra los devanados del estator. <sup>[12]</sup> .....	19
Figura 3.5 a) Dibujo de un rotor de jaula de ardilla. b) Diagrama del rotor de jaula de ardilla. <sup>[12]</sup> .....	20
Figura 3.6 Diagrama de corte de un motor de inducción con rotor. <sup>[12]</sup> .....	21
Figura 3.7 Voltaje de salida de la espira. <sup>[12]</sup> .....	22
Figura 3.8 Producción de una salida de cd de una máquina con un conmutador y escobilla. <sup>[12]</sup> .....	23
Figura 3.9. a) Circuito equivalente motor DC excitación separada. b) Circuito equivalente motor DC en derivación. <sup>[12]</sup> .....	24
Figura 4. Acumulador del prototipo UM-E3. Cortesía del sistema de baterías.....	26
Figura 4.1 Resistencia interna de una batería. <sup>[14]</sup> .....	28
Figura 4.2. Rangos de funcionamiento de la batería. <sup>[14]</sup> .....	30
Figura 4.3. Batería de automóvil. (Fuente: Bosch Media). <sup>[15]</sup> .....	31
Figura 4.4. Empaquetamiento de celdas. <sup>[15]</sup> .....	31
Figura 4.5. Elementos básicos de una celda. <sup>[16]</sup> .....	32
Figura 4.6 Proceso de carga y descarga de una celda. <sup>[16]</sup> .....	33
Figura 4.7. Batería de ácido – plomo. <sup>[17]</sup> .....	34
Figura 5. Prototipo de combustión interna UM-10.....	36
Figura 5.1. Segmento de neumático en la superficie de la carretera. <sup>[14]</sup> .....	37
Figura 5.2. D.C.L. <sup>[14]</sup> .....	39
Figura 5.3. Distribución de presión para una llanta rodante. <sup>[14]</sup> .....	40
Figura 5.4. Resistencia a la rodadura (a) par y (b) fuerza. <sup>[14]</sup> .....	40



Figura 5.5. Fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre el vehículo.....	43
Figura 5.6. Fuerza gravitacional.....	45
Figura 5.7. D.C.L. del vehículo. <sup>[14]</sup> .....	46
Figura 6. Prototipo eléctrico UM-E3. Vista lateral.....	53
Figura 6.1. Modelo EMRAX 208. <sup>[19]</sup> .....	58
Figura 6.2. Hoja de datos técnicos EMRAX 208. <sup>[19]</sup> .....	58
Figura 6.3. Transmisión por cadena de rodillos. <sup>[20]</sup> .....	64
Figura 6.4. Sprocket 47 <sup>th</sup> .....	68
Figura 7. Prototipo eléctrico UM-E3. Vista isométrica.....	69
Figura 7.1. Mapa del circuito de endurance. Formula SAE Lincoln & Formula SAE Electric 2019. <sup>[21]</sup> .....	70
Figura 7.2. Parámetros geométricos del circuito de endurance.....	71
Figura 7.3. D.C.L. Automóvil.....	77
Figura 7.4 Interfaz del controlador BAMOCAR D3 400-400.....	81
Figura 7.5.a) Estacionamiento anexo de la facultad de ingeniería, CU. b) Kartodromo “Sabaneta la Marquesa”.....	82
Figura 8. Diseño del acumulador para el prototipo eléctrico UM-E3.....	83
Figura 8.1. Hoja de datos técnicos y geometría celdas AMP20.....	89
Figura 9. Prototipo eléctrico UM-E3. Rubén Hernández.....	90
Figura 9.1. Reunión con el Ing. Alfonso Calabria. 22/12/2020.....	92
Figura 9.2. Interfaz BMS Orion. Pruebas estacionamiento Anexo de Ingeniería, 26/01/2020.....	93
Figura 9.3. Modelado del motor EMRAX 208 MV.....	96
Figura 9.4. Modelo freno regenerativo.....	98
Figura 9.5. Acumulador del prototipo UM-E3. Cortesía del sistema de baterías.....	101



## Resumen

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal determinar el porcentaje de carga que se recupera al implementar el uso del freno regenerativo en un auto eléctrico tipo Fórmula SAE. Dicho proceso se realizó en el prototipo eléctrico UM-E3 desarrollado por la escudería UNAM Motorsports en las temporadas 2020-2021.

El proceso de innovación de esta función comienza a partir del análisis de las principales fuerzas dinámicas del auto eléctrico. La de propulsión, como lo es la fuerza de tracción y, las resistivas; como lo son, la fuerza de resistencia a la rodadura, aerodinámica y resistencia inercial. La forma en que se comprobarán los resultados obtenidos será a través de simulaciones numéricas.

En los primeros capítulos se conocerá el concepto teórico del freno regenerativo, así como las formas de obtener energía por medio de esta función; principalmente los tres tipos que se mencionarán son; del tipo mecánico, hidroneumático y eléctrico. Uno de los puntos importantes a tratar es el tipo de motores eléctricos de los cuales se puede aprovechar la regeneración de energía.

Se explicará con detalle la forma en la que han sido seleccionados los elementos mecánicos y eléctricos para este modelo. Cabe mencionar que existe un procedimiento específico para comenzar con el diseño del tren de potencia para el prototipo UM-E3.

A través del estudio del comportamiento del auto eléctrico, se comienza con la selección de todos los componentes mecánicos y eléctricos. El sistema de transmisión es fundamental para tomar las decisiones de diseño del tren de potencia, ya que a partir de la selección del motor es como se conocerán las características primordiales para el vehículo eléctrico; tales como, la velocidad máxima que se desea alcanzar, el par disponible para mover el auto, la corriente y el voltaje necesario en el sistema de baterías, entre otros.

Finalmente, en los últimos capítulos se explicarán los cálculos a través del modelo obtenido; por otra parte, se realizará una simulación del caso de estudio por medio de MATLAB-SIMULINK. Con la obtención de velocidades, tiempos, el análisis de pista y las pruebas realizadas sobre el prototipo eléctrico UM-E3, se podrá conocer el porcentaje de recuperación de carga en el sistema de baterías. De esta manera al determinar el estado de carga se demostrará la importancia de la implementación del freno regenerativo para el auto en general. Todos estos resultados serán reportados en esta tesis.



## Planteamiento del problema

Dentro de la competencia de *Formula SAE electric* existe una prueba dinámica de resistencia denominada “*endurance*”; la cual tiene como objetivo principal recorrer un circuito de 22 [Km] en el menor tiempo posible. Esta pista está diseñada para realizar un trayecto de 15 a 17 vueltas aproximadamente, repartida en una serie de rectas y curvas de diferentes longitudes y radios de curvatura respectivamente.

Es importante mencionar que dicha prueba es la que mayor consumo energético exige al auto eléctrico, así como la de mayor puntaje (275 puntos). El sistema de baterías es el encargado de proporcionar la energía necesaria a través del voltaje de las celdas eléctricas; de acuerdo con la configuración de diseño del prototipo eléctrico, la velocidad del auto está directamente relacionada con el voltaje; por lo cual, un valor menor de este significará menor velocidad en pista.

Conforme el carro realiza un trayecto avanzado, la carga de las baterías comienza a disminuir provocando que la velocidad del auto sufra el mismo efecto. Para resolver este problema se han realizado diversos análisis y estudios dinámicos del auto en los cuales se ha optado por implementar el freno regenerativo, ya que con esta función es posible recargar las baterías del vehículo eléctrico con la intención de mantener una velocidad ideal.

Actualmente el equipo cuenta con un acumulador; este es el conjunto de celdas o súper capacitores que almacenan la energía usada por el sistema de tracción; con 84 celdas de Litio-Nano fosfato de la marca A123 systems, distribuidas en 5 arreglos conectados en serie. Su capacidad energética es de 20 [Ah]. De acuerdo con los análisis realizados se requiere una demanda de capacidad energética de 1.10 [Ah/vuelta], obteniendo un total de 19.85 [Ah]; 17 vueltas para completar la prueba de resistencia.

El diseño del auto eléctrico para dicha prueba cuenta con un voltaje máximo de 271 [VDC], esto con el objetivo de completarla en un tiempo menor a 30 minutos y alcanzar una velocidad máxima de 70 [km/h]. Por otro lado, la masa del acumulador es de 75 [Kg]; el hecho de aumentar el número de celdas no es conveniente, ya que el peso del auto se elevará y se necesitará mayor fuerza para moverlo, por lo cual se exigiría un mayor consumo de corriente, de igual forma al invertir en más celdas eléctricas, el precio del carro aumentará.

Al finalizar la prueba de resistencia se mide el consumo total de energía, entre mayor se tenga, el puntaje será mayor; dicha prueba recibe el nombre de “*efficiency*” (eficiencia); el puntaje de esta prueba es de 100 puntos.





## Justificación

La idea principal de esta tesis tiene como finalidad innovar la tecnología del ámbito automotriz sobre el prototipo eléctrico de Fórmula SAE. Con la implementación del freno regenerativo existe un proceso de recuperación de energía mediante el uso de un motor de corriente alterna; el cual funcione como motor-generador. Dentro de la escudería UNAM Motorsports se utiliza un motor síncrono de imanes permanentes de la marca EMRAX. En el circuito de la prueba de resistencia existen rectas y curvas, al final de cada recta, antes de entrar en una curva el piloto dejará de presionar el pedal de aceleración, lo cual provocará que una señal sea enviada al controlador con el propósito de activar el freno regenerativo, internamente el motor invierte las terminales de alimentación; al invertir la polaridad, por propiedades de inducción magnética, incitará que la corriente sea redirigida al sistema de baterías, siendo de esta forma en que se almacene la energía en las celdas eléctricas.

Al implementar el freno regenerativo se tienen los siguientes beneficios:

- Mayor autonomía en el auto eléctrico.
- Mayor fuerza de frenado.
- Menores costos al momento de seleccionar las celdas eléctricas.
- Mayor puntaje en la prueba de diseño.
- Mayor puntaje en las pruebas de resistencia y eficiencia.

Innovar esta función es un beneficio no solamente para las baterías, sino también para el desempeño del equipo en la competencia de *Formula SAE Electric*.

## Objetivos

Determinar el porcentaje de recuperación de carga en las celdas eléctricas para aprovechar la máxima energía en el prototipo eléctrico UM-E3 desarrollado por la escudería UNAM Motorsports durante la prueba de resistencia por medio de la implementación del freno regenerativo.

### *Objetivos específicos*

Para cumplir con el objetivo general es necesario realizar una serie de análisis dinámicos y modelar el comportamiento del motor eléctrico síncrono de imanes permanentes de la marca EMRAX en su configuración 208 MV con la herramienta computacional MATLAB-SIMULINK.



Será fundamental determinar los siguientes objetivos particulares:

- Conocer los tipos de freno regenerativo.
- Obtener el modelo matemático del freno regenerativo a través de un análisis dinámico.
- Analizar las gráficas del comportamiento del motor eléctrico.
- Obtener el estado de carga de las baterías al finalizar la prueba de resistencia.

## Introducción

A lo largo de los últimos años, la principal fuente de energía para el uso de los automóviles ha sido la gasolina. La presencia de este tipo de combustible representa un gran problema para el medio ambiente, durante el proceso de combustión se emiten diversos gases contaminantes, como el dióxido de carbono, monóxido de carbono y óxido de nitrógeno. Dicho fenómeno genera ciertas consecuencias tales como, agotamiento de los combustibles fósiles, lluvia acida, alteración del efecto invernadero entre otros.

La extracción del petróleo cada día es más complicada, aunque se han implementado nuevas tecnologías y diversas metodologías, dicho proceso resulta ser muy costoso. Este hidrocarburo es un recurso no renovable muy limitado, las reservas son más escasas y están muy cerca de agotarse. La contaminación urbana es otra de las problemáticas en la actualidad, ocurre en las principales zonas más habitadas, donde una gran cantidad de vehículos son utilizados diariamente con la necesidad de transportar un gran número de personas de un lugar a otro.

Debido a todo esto, se han buscado alternativas para disminuir este tipo de conflictos. Una de las propuestas de cara al futuro es utilizar energía eléctrica procedente de energías renovables, de esta forma se pueden obtener grandes beneficios para el medio ambiente, así como favorecer la movilidad eléctrica.

Los automóviles híbridos y eléctricos son unas de las principales soluciones. Hablando del primer ejemplar, se trata de un coche con dos motores, uno de combustión interna y otro eléctrico. El objetivo principal es incorporar más de una fuente de energía con el fin de desplazar el carro. Se recomienda emplear estos modelos para circular en ciudades muy transitadas donde se concentra la mayor parte del tráfico. Cuando el auto permanece encendido sin avanzar, el motor de combustión continúa generando gases hacia el exterior, mientras que, un motor eléctrico no realiza este proceso y se reduce la emisión de contaminantes.

En toda innovación de tecnologías existen ventajas y desventajas; las principales ventajas de usar estos prototipos comparados con vehículos de gasolina pueden ser significantes. Un automóvil híbrido es más eficiente, ya que se tiene principalmente un menor consumo energético, con el cual se obtienen altos beneficios económicos y ambientales. Otro elemento importante es la contaminación sonora, con el motor eléctrico durante la marcha la emisión de ruido es casi nula.



Hoy en día adquirir un vehículo híbrido resulta ser complicado, su precio es más elevado. Uno de los principales inconvenientes de los autos eléctricos es el conjunto de las baterías, la vida útil es inferior a la del coche. La forma de recargar las baterías proviene de una fuente externa, en la actualidad no existen muchos puntos de recarga, así como sucede con las gasolineras.

Se dice que el automóvil de combustión contamina al circular por la ciudad, uno eléctrico reduce este problema; el principal problema surge con la fabricación de las baterías, ya que se utilizan elementos contaminantes durante su producción. Si bien los puntos de carga son un inconveniente, en el futuro una de las posibles alternativas para poder recargar el sistema de las baterías podría ser a través de paneles solares en casa; de esta forma se aprovecha la energía calorífica. Esta puede ser una solución entre muchas más.

A través de los años se han realizado abundantes innovaciones en el ámbito automotriz, el objetivo principal es solucionar este tipo de inconvenientes y obtener un mayor rendimiento en los automóviles. El freno regenerativo es una de las alternativas más viables. Existen diversos dispositivos o procesos con los cuales se pueden recargar cierto porcentaje en el sistema de las baterías, los más comunes son del tipo mecánico, eléctrico e hidráulico, entre otros.

La forma en que se realiza puede ser diferente de acuerdo con su configuración. En el primer caso existe la posibilidad de reutilizar la energía cinética, este proceso ocurre durante el frenado; al entrar en contacto el disco de frenado con los cálipers existe la presencia de energía calorífica, la cual es disipada para ser convertida en energía eléctrica. Sin embargo, otra forma de ser aprovechada la energía es por medio del motor-generador. Ambos procesos serán explicados con detalle en el segundo capítulo. Con la implementación de dicha función, existe una recuperación entre el 10% al 15% de la carga total.

## CAPÍTULO I. Fórmula SAE



Figura 1. Eventos para estudiantes. SAE Internacional 2020. [1]

### 1.1 ¿Qué es Fórmula SAE?

Fórmula Student, conocida en América como “Fórmula SAE”, es una competencia automotriz en donde participan estudiantes universitarios de diversas partes del mundo con el objetivo de promover la excelencia en ingeniería a través de diseñar, fabricar, desarrollar y competir autos tipo fórmula. Es organizada por la SAE; sociedad de Ingenieros Automotrices por sus siglas en inglés. Este certamen permite a los participantes demostrar sus principales habilidades ingenieriles, aplicando los conocimientos adquiridos, así como su creatividad de diseño para la construcción de un vehículo de carreras altamente competitivo.

Este tipo de competencias ayuda a preparar a los estudiantes para desarrollar diversas habilidades de gestión de proyectos, trabajo en equipo, comunicación. Las actividades realizadas para el alcance de los objetivos permiten estar más en contacto con el mundo laboral, ya que se simula una experiencia real de trabajo.

En el siguiente párrafo se hablará brevemente sobre sus orígenes.

El concepto original parte de la evolución de la BAJA SAE, en esta organización el vehículo a construir es similar al tipo *car-cross*. Sin embargo, esta competición limitaba mucho la libertad de selección de motor, ya que era proporcionado por la organización sin posibilidad de modificarlo; la nueva competición debía darles mayor margen para diseñar el monoplaza. En el año de 1981, en la Universidad de Texas se celebró la primera edición de la Fórmula SAE. Participando 6 equipos con un total de 40 alumnos. Esta competición ha ido creciendo y desde 1998 también se celebró en Warwickshire una edición británica conocida como Formula Student. [1]

Actualmente existen diversas sedes a nivel mundial donde se celebran este tipo de competiciones. Tal y como se muestra en la figura 1.1, se desarrollan en diferentes países como lo son, Alemania, Australia, Austria, Brasil, China, España, Hungría, Inglaterra, Japón, Rusia, y E.U.A. Todas ellas siguen la misma normativa de la Fórmula SAE. Cada una de ellas llegan a agrupar hasta 120 equipos y más de 2,000 estudiantes. [1]



Figura 1.1 Localización geográfica de las competiciones de Fórmula SAE. [2]

Con el paso de los años esta competencia ha ido evolucionando y en el año 2013, se introdujo el nuevo concepto de *Formula SAE Electric*, la cual permite el desarrollo de vehículos totalmente eléctricos dentro del marco de FSAE.



En esta nueva modalidad los equipos deben utilizar vehículos propulsados únicamente por motores eléctricos; sigue las mismas normativas marcadas por FSAE, por cuestiones de seguridad, la principal diferencia con los autos de combustión interna son las restricciones de potencia máxima, así como los circuitos de bajo y alto voltaje.

### 1.1.1 Pruebas estáticas y dinámicas: Puntaje

La competencia consta de dos tipos de pruebas: estáticas y dinámicas. En la primera se valora el diseño, análisis de costos y una presentación de negocios del prototipo. La segunda consiste en evaluar el rendimiento del vehículo mediante las pruebas: *Acceleration*, *Skip-pad*, *Autocross*, *Endurance & Efficiency*.

Todos los equipos tienen el reto de defender ante una serie de jueces especialistas el trabajo realizado a lo largo de la temporada. De acuerdo con el reglamento<sup>[3]</sup> se explicará en que consiste cada una de estas pruebas y el sistema de puntuación.

#### **Pruebas estáticas**

- Presentación. (*Presentation*). Evalúa la capacidad del equipo para desarrollar y ofrecer un caso comercial, logístico, de producción o técnico que convencerá a los intereses externos de invertir en el concepto del equipo.<sup>[3]</sup> **75 puntos.**
- Costos. (*Cost*). Evalúa la capacidad del equipo para considerar el presupuesto e incorporar consideraciones de producción para la producción y la eficiencia.<sup>[3]</sup> **100 puntos.**
- Diseño. (*Design*). Evalúa el esfuerzo de ingeniería que se realizó en el vehículo y cómo la ingeniería cumple con la intención del mercado tanto en términos de rendimiento del vehículo como en general.<sup>[3]</sup> **150 puntos.**

#### **Pruebas dinámicas**

- Aceleración. (*Acceleration*). Evalúa la aceleración del vehículo en una línea recta de 75 [m] sobre pavimento plano.<sup>[3]</sup> **100 puntos.**
- Giro de radio constante. (*Skid-Pad*). Mide la capacidad de giro del vehículo en una superficie plana mientras hace un giro de radio constante.<sup>[3]</sup> **75 puntos.**
- Vuelta rápida. (*Autocross*). Evalúa la maniobrabilidad y las cualidades de manejo del vehículo en un estrecho curso.<sup>[3]</sup> **125 puntos.**
- Resistencia. (*Endurance*). Evalúa el rendimiento general del vehículo y prueba la durabilidad y confiabilidad en un circuito de 22 [Km] de recorrido total, conformado entre curvas y rectas con diferentes dimensiones.<sup>[3]</sup> **275 puntos.**
- Eficiencia. (*Efficiency*). Evalúa el combustible/energía utilizado para completar el evento de resistencia.<sup>[3]</sup> **100 puntos.**

## 1.2 UNAM Motorsports



Figura 1.2 Escudería UNAM Motorsports. Temporada 2020. <sup>[4]</sup>

UNAM Motorsports es un equipo multidisciplinario de estudiantes de ingeniería, diseño industrial, administración, artes y diseño, que cada año diseña, construye y compite en Fórmula SAE.

Nuestra misión es aprovechar el compromiso, pasión y capacidades de estudiantes universitarios para su crecimiento personal, grupal y profesional al desarrollar un vehículo de alto desempeño con el fin de ser un equipo multidisciplinario, competitivo de Fórmula SAE, así como un ejemplo para la universidad y la comunidad. Nuestra visión es consolidarnos como el mejor equipo latinoamericano en Fórmula SAE, ampliando el alcance e impacto de la Universidad Nacional Autónoma de México y del talento ingenieril emergente para continuar siendo un referente nacional de la competencia. <sup>[4]</sup>

Este proyecto comenzó en el 2008, debutando en la competencia “Fórmula SAE” en la sede de Fontana, California en 2010, obteniendo el premio al novato del año (*William C. Rookie Award*). Año con año ha participado en las diferentes sedes de esta competencia, resaltando su participación en Formula Student Austria 2017 y Fórmula SAE Italia del mismo año, siendo el primer auto mexicano en competir en Europa. El prototipo eléctrico nace en el 2016 buscando debutar en la competencia de Lincoln en 2017, siendo el primer equipo mexicano en hacerlo. <sup>[4]</sup>

Actualmente el equipo cuenta con dos prototipos, uno eléctrico y otro de combustión interna.

## CAPÍTULO II. Freno regenerativo



*Figura 2 Prototipo eléctrico UM-E3*

### 2.1 ¿Qué es el freno regenerativo?

El freno regenerativo es una innovación tecnológica aplicada en automóviles híbridos y eléctricos, esta función permite recuperar una porción de energía cinética al momento de desacelerar, la cual será convertida en energía eléctrica y se almacenará para ser reutilizada e impulsar de nuevo al vehículo posteriormente. Dicho proceso de recuperación se puede realizar principalmente de tres formas diferentes, mecánica, eléctrica e hidroneumática. Dependiendo del tipo de freno regenerativo empleado, la energía puede almacenarse en diversos dispositivos tales como, volantes de inercia, baterías electroquímicas, ultracapacitores o acumuladores hidroneumáticos, entre otros. El hecho de implementarlo en este tipo de automóviles permite un ahorro de combustible, una optimización de energía aumentando su autonomía. Por otro lado, permite disminuir la contaminación del medio ambiente.

Históricamente hablando, la aplicación del freno regenerativo fue desarrollada en 1967 para el vehículo Amitron de American Motors Corporation (AMC) y Gulton Industries. Este vehículo era accionado completamente por baterías en fase prototipo, se recargaban por frenado regenerativo, lo que incrementaba el rendimiento del automóvil. Este coche de ciudad fue diseñado para alcanzar una velocidad máxima de 80 [Km/h], el tiempo en alcanzarla era aproximadamente 20 [s]. Contaba con dos baterías diferentes, litio-níquel-fluoruro y níquel-cadmio, en conjunto la masa total era de 91 [Kg] con una autonomía de 241 [Km] por carga<sup>[5]</sup>.





Figura 2.1 Prototipo eléctrico AMC Amitron, 1968. [5]

El freno regenerativo también es conocido por sus siglas en inglés como KERS; *Kinetic Energy Recovery System*. Este sistema de recuperación de energía se introdujo a la Fórmula 1 en el año 2009, siendo la escudería BMW los primeros en implementarlo en el Circuito de Montmeló. A partir de esta fecha, escuderías como Ferrari y Renault comenzaron a presentar sus modelos con este dispositivo. Usar esta función en los monoplazas permite tener mayor potencia, lo cual facilitaría los adelantamientos durante las carreras.

El *KERS* comenzó a ser implementado en los autos de calle, siendo la empresa de Toyota quien en el año de 1990 lanzó a la venta su modelo Prius, con el sistema regenerativo adaptado. Años más tarde emprendió la comercialización del modelo “*Auris Híbrido HSD*”. Por su parte, la empresa BMW en el año 2007 comenzó el diseño de prototipos con motorizaciones diésel y gasolina, los cuales fueron denominados “*Efficient Dynamics*” ya que este sistema permitía un gran ahorro de combustible. En el año 2011, la empresa Volvo inició con el desarrollo de prototipos que implementaron el freno regenerativo. Finalmente, Fiat S.P.A para el año de 2013 proporcionó en su modelo “*LaFerrari*” un sistema KERS con 163[cv] de potencia. [6]

De acuerdo con la ley de conservación de la energía, nos dice que “La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma”, por lo cual nos lleva a pensar que un vehículo es una máquina que demanda energía, principalmente al acelerar requiere potencia que se logra con una contribución energética y al frenar necesita energía para soportar el impulso presentado. En la actualidad, diversas empresas automovilísticas proponen la aplicación del frenado regenerativo en vehículos eléctricos e híbridos utilizando diferentes métodos y dispositivos, el objetivo principal es continuar con este principio de funcionamiento.

## 2.2 Tipos de freno regenerativo

Antes de profundizar en el funcionamiento de los tres principales tipos que se abordarán en este escrito, se estudiará brevemente el funcionamiento de un sistema tradicional de frenado hidráulico, ya que este es el más convencional en los autos de calle.

Al presionar el pedal de frenado se ejerce una fuerza que se transmite a un émbolo de sección pequeña, el cual se mueve dentro de un pistón o cilindro maestro. Esta fuerza crea una presión en el interior del líquido de frenos, siendo enviado por el sistema de tuberías. Al tener colocado otro pistón con su émbolo en el extremo contrario del circuito hidráulico y, según la relación entre las secciones de los émbolos, la fuerza aplicada será amplificada en ese punto. En este caso las pastillas de freno producen fricción en el disco; en el caso de los frenos de tipo tambor, las zapatas presionan a este último. De ese modo el auto disminuye su velocidad, generando energía calorífica que se disipa con el aire y es desperdiciada.

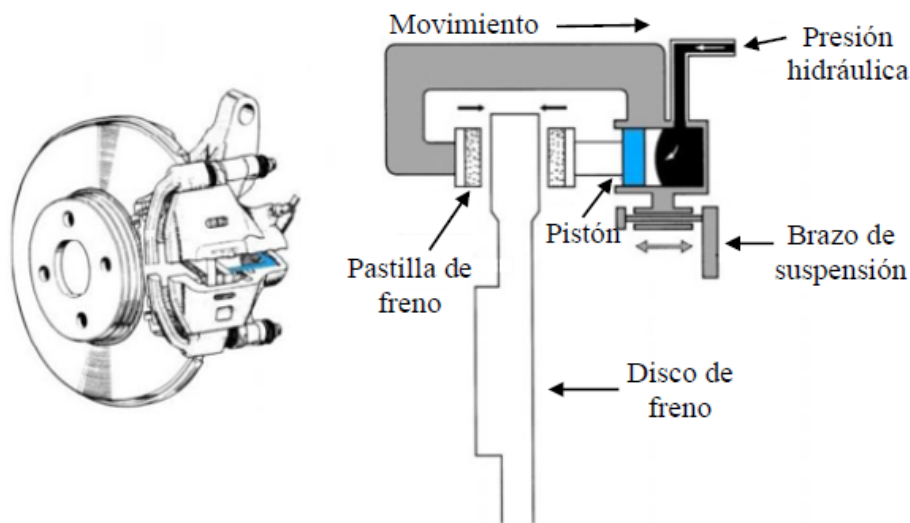


Figura 2.2 Sistema de frenado hidráulico. [7]

Al momento de activar el freno regenerativo se provee un par de frenado al tren de potencia, mismo que es transferido a las ruedas. El sistema KERS no es capaz de absorber totalmente la energía cinética del vehículo, por lo cual se usa en combinación con frenos disipativos convencionales.

### 2.2.1 Freno mecánico

Un sistema con volante de inercia es un dispositivo que transforma la energía cinética que posee el vehículo en energía eléctrica. Su principio de funcionamiento inicia cuando se activa el pedal de freno, en este momento el motor se detiene, desengranándose de la transmisión, la tracción en uno de los ejes desacelera el vehículo generando corriente eléctrica a la vez, el volante de inercia o *flywheel* recolecta la energía almacenándola en condensadores o baterías. Esta corriente es utilizada para cargar el *flywheel*. Cuando el piloto acelera, el sistema trabaja de manera inversa. La energía se extrae del volante de inercia y es transformada nuevamente a corriente para impulsar el tren motriz.

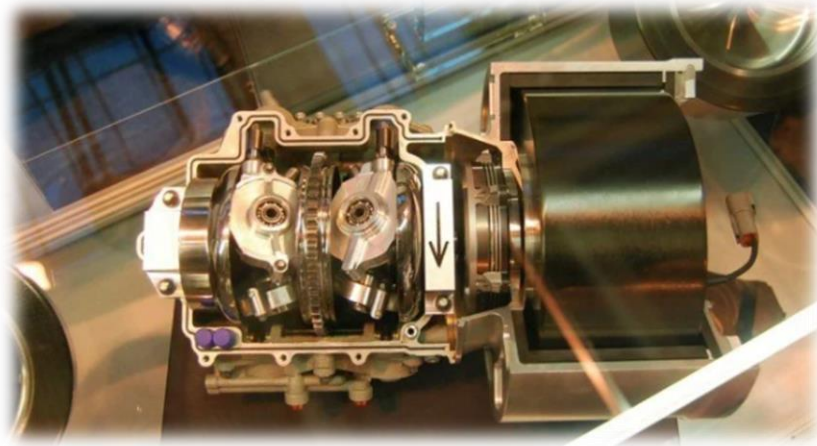


Figura 2.3 Volante en un sistema KERS. [8]

La energía cinética es aquella que posee un cuerpo a consecuencia del movimiento y se define como el trabajo necesario para acelerar un cuerpo de una masa determinada desde el reposo hasta la velocidad indicada. Una vez estabilizada la velocidad, dicho cuerpo mantendrá su energía cinética hasta que la velocidad varíe.

Una de las principales ventajas de utilizar un sistema con volante de inercia, en comparación con otros sistemas híbridos, consiste en suministrar mayor energía de forma eficiente, siendo este más liviano, por otro lado, su tiempo de vida útil es mayor y cuenta con un rango de temperatura de trabajo más amplio. Comparado con baterías normales, el *flywheel* puede cargarse y descargarse rápidamente, este elemento no sufre de degradación.

Audi desarrolló un sistema de KERS que incluye un volante de inercia, el cual le ayudó a ganar la edición 80 de las 24 horas de *LeMans* en 2012, además de obtener los 3 puestos del podio con su prototipo *R18 e-tron Quattro* (Figura 2.4). [9]



Figura 2.4 Sistema KERS. Audi R18 e-tron Quattro. [8]

## 2.2.2 Freno eléctrico: Motor – generador.

El principio de funcionamiento bajo el cual trabaja este sistema es utilizar el motor como generador eléctrico al momento del frenado, en este proceso las terminales de alimentación son invertidas convirtiéndose en suministradoras de energía, cargando las baterías. El motor eléctrico transforma la energía eléctrica en energía mecánica, sin embargo, al funcionar como generador, el motor convierte la energía mecánica en energía eléctrica, esto debido a que la corriente fluye en dirección contraria.

Existen diferentes tipos de motores eléctricos, cada uno con distintos componentes cuya estructura determina la interacción de los flujos eléctricos y magnéticos que originan la fuerza o par de torsión del motor. El uso de los motores de corriente alterna y de inducción son los más convencionales para los automóviles eléctricos e híbridos, los cuales permiten ser utilizados como generadores, siendo una opción que favorece al sistema eléctrico.

Estos sistemas cuentan con un controlador encargado de regular la potencia suministrada al motor, y por lo tanto la velocidad del vehículo, en avance y retroceso. Las baterías o ultracapacitores, permiten la recuperación de la energía cinética cuando el vehículo desacelera, y aumentan la potencia máxima disponible durante los tiempos de aceleración rápida, recargando las baterías de manera constante.

En la siguiente imagen se puede apreciar el esquema de funcionamiento del freno regenerativo eléctrico.

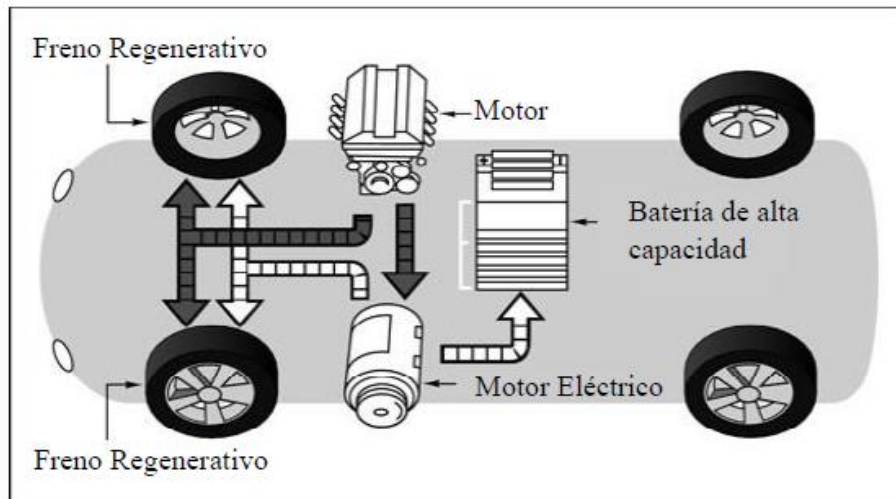


Figura 2.5 Sistema del freno regenerativo eléctrico. [10]

### 2.2.3 Hidroneumático.

Los sistemas hidroneumáticos se componen esencialmente de una bomba-motor hidráulica, la cual puede ser conectada al tren de potencia del automóvil y a un tanque hidroneumático. Con este dispositivo se puede realizar la compresión de un fluido dentro del tanque, almacenando la energía cinética generada durante los periodos de frenado. Al usar la bomba como motor, habilita la expansión del fluido, por lo cual la porción de energía puede ser liberada después. De esta manera la energía almacenada se convierte nuevamente en energía cinética permitiendo ser usada para la propulsión del vehículo. Este sistema presenta como ventaja el posible almacenamiento de energía y su liberación en trayectorias cortas.

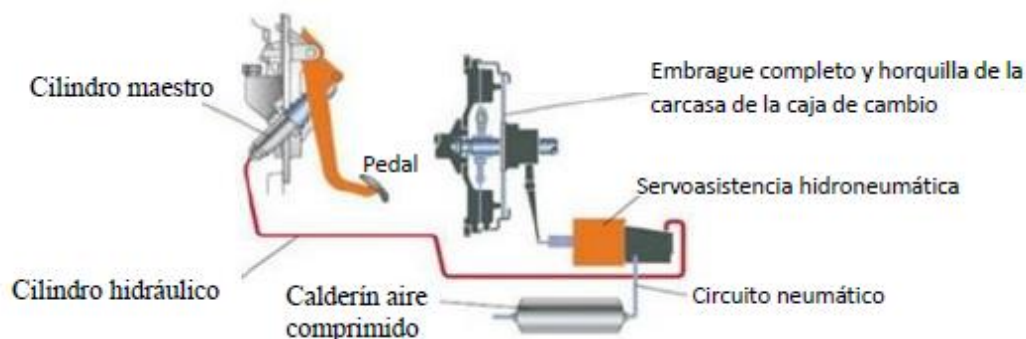


Figura 2.6 Sistema de freno hidroneumático. [10]

De acuerdo con Alejandro González Calderón, en su trabajo de tesis titulada “Prueba y evaluación de un sistema de frenos regenerativo hidroneumático”, nos relata sobre el vehículo eléctrico UNAM, o VEUNAM (figura 2.7), el cual es un minibús con capacidad para 25 pasajeros y su masa total es de 5236 [kg], sin carga. Es propulsado por un motor eléctrico de corriente alterna que se alimenta de un banco de 52 baterías en un arreglo serie-paralelo, mediante un inversor de corriente que le provee un voltaje de entrada trifásico de 320 [V].<sup>[11]</sup>



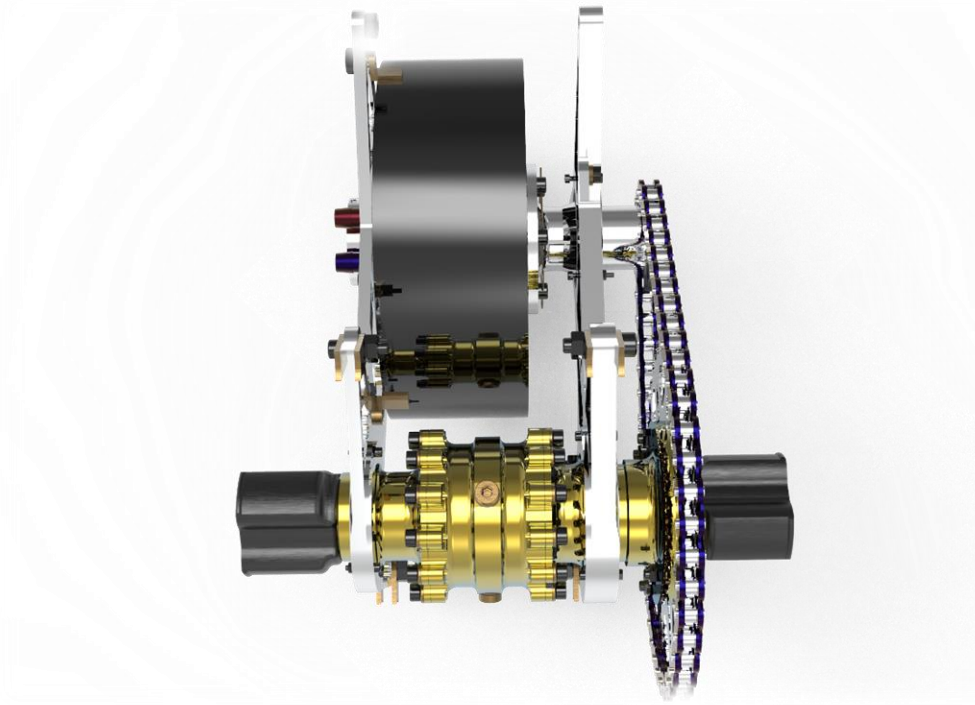
Figura 2.7 Vehículo eléctrico UNAM.<sup>[11]</sup>

El tren motriz está conformado principalmente por el motor, el cual está acoplado directamente a una caja reductora de catarinas y cadenas. La flecha de salida de esta se conecta a una flecha cardán, transmitiendo el movimiento al mecanismo de engranes del diferencial y finalmente de este a las ruedas traseras. Acoplada directamente al motor de tracción, se encuentra una bomba-motor hidráulica de tipo revolver de desplazamiento constante, la cual puede considerarse como la pieza fundamental del sistema del freno regenerativo hidroneumático. Los componentes del sistema del freno regenerativo hidroneumático se encuentran instalados en la parte posterior del vehículo.<sup>[11]</sup>

La energía almacenada se emplea para asistir al motor eléctrico durante el arranque del vehículo y de esta manera se reduce considerablemente la magnitud de la corriente eléctrica que se demanda a las baterías durante este evento, como consecuencia es posible prolongar los ciclos de carga-descarga de estas y, por lo tanto, su vida útil.<sup>[11]</sup>

Es importante señalar que el sistema no es capaz de almacenar en ningún caso el total de la energía cinética del vehículo durante el frenado ni tampoco lo es de proveer el total de la energía necesaria para el arranque de este, pues además de las pérdidas que suceden en cualquier mecanismo, ha sido diseñado para operar sólo como complemento de los sistemas de frenos y de propulsión. En ambos casos el sistema actuará únicamente cuando la demanda de frenado o de aceleración sea superior a la que está disponible en el sistema hidroneumático. Durante el funcionamiento del vehículo, el sistema de frenos regenerativo operará en tres etapas, de frenado, motor y neutral.<sup>[11]</sup>

## CAPÍTULO III. Motores eléctricos.



*Figura 3. Sistema de transmisión UM-E3.*

Hasta este punto se conocen las diferentes formas en que se puede emplear el freno regenerativo, como siguiente paso, se procede a estudiar las principales características de los tipos de motores eléctricos, mismas que serán abordadas en este capítulo. Posteriormente, en los siguientes capítulos se comenzará con el desarrollo del modelo matemático que nos permite realizar la selección de los elementos eléctricos del prototipo UM-E3.

Una máquina eléctrica es un dispositivo que logra convertir energía mecánica en energía eléctrica y viceversa. Cuando este dispositivo es utilizado para convertir energía eléctrica en energía mecánica se denomina motor, mientras que, al convertir energía mecánica en energía eléctrica es nombrado generador. El mismo dispositivo puede operar físicamente como motor o como generador; para definir esto dependerá de la dirección del flujo de potencia que circule a través de la máquina eléctrica. A continuación, se abordarán los principales tipos de motores eléctricos más utilizados en la tracción de automóviles. Debido a que este es un tema muy amplio, solo se abordarán los conceptos principales con el objetivo de entender el funcionamiento del freno regenerativo.



Estos dispositivos se dividen de acuerdo con el tipo de corriente utilizada para su alimentación, motores de corriente alterna (AC) y de corriente directa (DC). En esta última clase, existen cinco principales categorías que incluyen a los motores de excitación separada y en derivación, de imanes permanentes, en serie y compuestos. Por otro lado, dentro del grupo de motores de corriente alterna se puede realizar una subdivisión entre los síncronos e inducción. En el primer grupo destacan los síncronos de imanes permanentes, conmutados y de reluctancia variable. Para comenzar con la descripción de este tipo de motores, es importante definir algunos conceptos fundamentales para entender el principio de funcionamiento de cada uno de ellos.

Los campos magnéticos son el mecanismo fundamental para convertir la energía de una forma a otra en motores, generadores y transformadores. Existen cuatro principios básicos que describen cómo se utilizan los campos magnéticos en estos aparatos: <sup>[12]</sup>

1. Un conductor que porta corriente produce un campo magnético a su alrededor.
2. Un campo magnético variable en el tiempo induce un voltaje en una bobina de alambre si pasa a través de ella. *Funcionamiento del transformador.*
3. Un conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza inducida sobre él. *Funcionamiento del motor.*
4. Un conductor eléctrico que se mueva en presencia de un campo magnético tendrá un voltaje inducido en él. *Funcionamiento del generador.*

La ley básica que gobierna la producción de un campo magnético por medio de una corriente es la ley de Ampere:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{neta}} \quad (3)$$

La cual nos dice que la circulación de la intensidad del campo magnético en un contorno cerrado es proporcional a la corriente que recorre en ese contorno. De la ecuación anterior, H es la intensidad del campo magnético producida por la corriente  $I_{\text{neta}}$ , y  $d\mathbf{l}$  es el elemento diferencial a lo largo de la trayectoria de integración. La intensidad del campo magnético H es, de alguna manera, una medida del “esfuerzo” de una corriente por establecer un campo magnético <sup>[12]</sup>. La potencia del campo magnético producido en el núcleo depende también del material de que está hecho. De acuerdo con la ecuación de cantidad de flujo magnético:

$$\phi = BA = \frac{\mu NIA}{l_n} \quad (3.1)$$

Donde B es la densidad de flujo magnético y A es el área de la sección transversal del núcleo, esta igualdad nos indica el efecto en una bobina de alambre conductor enrollado alrededor de un núcleo produce un flujo magnético en este. <sup>[12]</sup>



En un circuito eléctrico, el voltaje aplicado ocasiona un flujo de corriente  $I$ , de manera similar, en un circuito magnético, la fuerza magnetomotriz aplicada ocasiona un flujo  $\phi$ . Por analogía, la cantidad correspondiente en el circuito magnético se denomina fuerza magnetomotriz ( $fmm$ ).<sup>[12]</sup>

En el circuito magnético, al igual que la fuente de voltaje en el circuito eléctrico, la fuerza magnetomotriz tiene una polaridad asociada a ella. La terminal positiva de la fuente  $fmm$  es la terminal de donde sale el flujo y la terminal negativa es por donde el flujo retorna a la fuente. La polaridad de la fuerza magnetomotriz de una bobina de alambre puede determinarse mediante la regla de la mano derecha, la cual indica que, si la curvatura de los dedos de la mano derecha apunta en la dirección del flujo de corriente de la bobina, el dedo pulgar apuntará en la dirección positiva de la  $fmm$  (figura 3.1).<sup>[12]</sup>

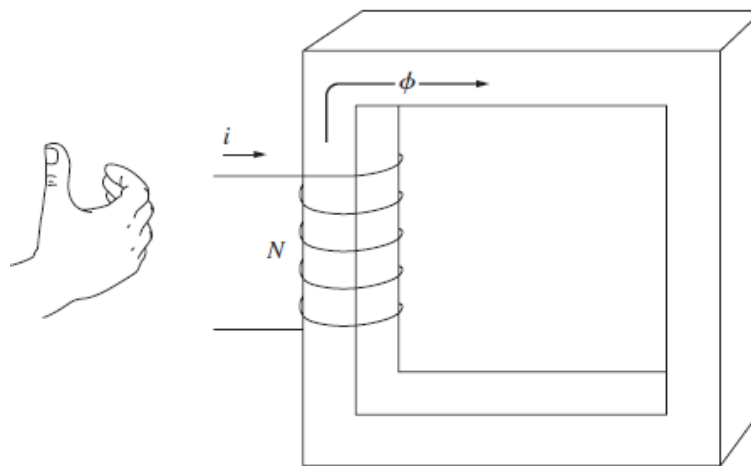


Figura 3.1 Determinación de la polaridad de una fuente fem en un circuito magnético.<sup>[12]</sup>

Una vez que se conoce como se produce un campo magnético, se puede mencionar la forma en que este puede afectar sus alrededores. El primer gran efecto que debe considerarse es la *ley de Faraday*, la cual establece que, si un flujo atraviesa una espira de alambre conductor, se inducirá en esta un voltaje directamente proporcional a la tasa de cambio del flujo con respecto al tiempo.<sup>[12]</sup>

$$e_{\text{ind}} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (3.2)$$

Donde  $e_{\text{ind}}$  es el voltaje inducido en la espira y  $\phi$  es el flujo que atraviesa la espira. El signo menos en la ecuación es una expresión de la ley de Lenz, la cual establece que la dirección del voltaje inducido en la bobina es tal que si los extremos de esta estuvieran en cortocircuito, se produciría en ella una corriente que generaría un flujo opuesto al flujo inicial.<sup>[12]</sup> Una espira es un conductor cerrado plano. Las espiras de alambre a menudo se enrollan alrededor de un núcleo magnético hecho de un material ferromagnético, como el hierro; el núcleo magnético concentra el flujo magnético y hace un imán más potente.



Un segundo efecto importante que produce a su alrededor un campo magnético es que induce una fuerza sobre un alambre conductor que porta corriente y se encuentra dentro del campo. La fuerza inducida sobre el conductor está dada por:

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (3.3)$$

Donde  $i$  es la magnitud de la corriente en el alambre,  $l$  la longitud del alambre, definida como la dirección del flujo de corriente y  $B$  el vector de densidad de flujo magnético. La dirección de la fuerza está dada por la regla de la mano derecha: si el dedo índice de la mano derecha apunta en la dirección del vector  $l$  y el dedo medio apunta en la dirección del vector de densidad de campo  $B$ , entonces el dedo pulgar apuntará en dirección de la fuerza resultante sobre el alambre. La inducción de una fuerza en un alambre conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético es la base de la acción motor. <sup>[12]</sup>

Hay una tercera forma importante de interacción entre un campo magnético y su alrededor. Si un alambre conductor orientado de manera adecuada se desplaza a través de un campo magnético, se induce un voltaje en él. El voltaje inducido en el alambre está dado por:

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (3.4)$$

Donde  $v$  es la velocidad del alambre,  $B$  el vector de densidad de flujo magnético y  $l$  es la longitud del conductor en el campo magnético. El vector  $l$  apunta hacia el extremo del alambre que forma el ángulo más pequeño con respecto al vector  $v \times B$ . El voltaje en el alambre se inducirá de modo que su extremo positivo esté en la dirección del vector  $v \times B$ . La inducción de voltaje en un alambre conductor que se mueve dentro de un campo magnético es el fundamento de la operación de todo tipo de generadores. Por esta razón, se le llama acción generador. <sup>[12]</sup>

De acuerdo con Stephen J. Chapman en su libro titulado “Máquinas eléctricas” nos explica que un motor de corriente directa real se comporta de manera análoga cuando se coloca una carga en su eje, el motor comienza a disminuir la velocidad, con lo cual se reduce su voltaje interno y se incrementa el flujo de corriente. Este incremento del flujo de corriente aumenta el par inducido, el cual igualará al par de carga del motor a una nueva velocidad más baja. Un generador real se comporta de esta forma: al aplicar un par al eje en la dirección del movimiento, la velocidad del eje se incrementa, el voltaje interno aumenta y fluye corriente desde el generador hacia la carga. <sup>[12]</sup>

Tal y como se ha mencionado, la misma máquina puede operar como motor y generador, la única diferencia entre las dos opciones es que, en uno de los casos, la fuerza externa que se aplica tiene la misma dirección del movimiento; generador, y en el otro caso tiene dirección contraria al movimiento; motor. Entender los conceptos anteriores son fundamentales, ya que es el principio de accionamiento del freno regenerativo.

### 3.1 Motores de corriente alterna.

Las máquinas de corriente alterna (AC) son generadores que convierten energía mecánica en energía eléctrica de AC y motores que convierten energía eléctrica de AC en energía mecánica. Existen dos clases principales de este tipo de máquinas: síncronas y de inducción, esta última también conocida como máquina asíncrona. Las máquinas síncronas son motores y generadores cuya corriente de campo magnético la suministra una fuente de potencia AC externa, mientras que las máquinas de inducción son motores y generadores cuya corriente de campo magnético se suministra a sus devanados de campo por medio de inducción magnética. Los circuitos de campo de la mayoría de las máquinas síncronas y de inducción se localizan en los rotores.

La parte giratoria de la máquina se llama rotor, la parte estacionaria se denomina estator. Este último no se mueve mecánicamente, pero sí de forma magnética; se define como el elemento de transferencia mecánica, ya que de él depende la conversión de energía eléctrica a mecánica. Si el rotor de esta máquina gira, se inducirá un voltaje en la espira de alambre.

El principio fundamental de operación de las máquinas de AC nos dice que si un grupo de corrientes trifásicas, cada una de igual magnitud y desfasadas entre ellas  $120^\circ$ , fluye en un devanado trifásico, producirán un campo magnético giratorio de magnitud constante. Un devanado trifásico consta de tres devanados individuales, separados  $120^\circ$  eléctricos alrededor de la superficie de la máquina.<sup>[12]</sup> La dirección de rotación del campo magnético se puede invertir simplemente conmutando las conexiones de dos de las tres fases. De manera inversa, un campo magnético giratorio producirá un conjunto de voltajes trifásicos dentro del grupo de bobinas.

El funcionamiento de un motor se vale de las fuerzas de atracción y repulsión que existen entre los polos. De acuerdo con esto, todo motor tiene que estar formado con polos alternados entre el estator y el rotor, ya que los polos magnéticos iguales se repelen, y polos magnéticos diferentes se atraen, produciendo así el movimiento de rotación. La figura 3.2 muestra que el campo magnético giratorio en el estator se puede representar con un polo norte (N) por donde el flujo sale del estator, y un polo sur (S) por donde el flujo entra.

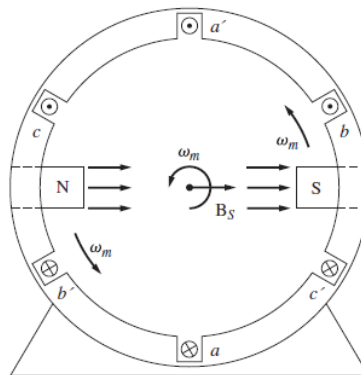


Figura 3.2 Campo magnético giratorio: polos de estator norte y sur en movimiento. <sup>[12]</sup>



Estos polos magnéticos completan una rotación mecánica alrededor de la superficie del estator por cada ciclo eléctrico de la corriente aplicada. Por lo tanto, la velocidad mecánica de rotación del campo magnético en revoluciones por segundo es igual a la frecuencia eléctrica en hertz:

$$\begin{aligned} f_e &= f_m && \text{dos polos} \\ \omega_e &= \omega_m && \text{dos polos} \end{aligned} \quad (3.5)$$

En este caso  $f_m$  y  $\omega_m$  representan la velocidad mecánica en revoluciones por segundo y radianes por segundo, mientras que  $f_e$  y  $\omega_e$  representan la velocidad eléctrica en hertz y radianes por segundo. También, puesto que  $f_m = \frac{nm}{60}$  y  $f_e = \frac{P}{2} f_m$ , donde  $n_m$  es la velocidad angular expresada en revoluciones por minuto; es posible relacionar la frecuencia eléctrica del estator en hertz con la velocidad mecánica resultante de los campos magnéticos en revoluciones por minuto. Esta relación es:

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \quad (3.6)$$

Por lo tanto, el número de polos influirá en la velocidad del motor, así como la frecuencia de red a la cual se conecte. En los estatores con más de dos polos, una rotación mecánica completa de los campos magnéticos produce más de un ciclo eléctrico completo.

### 3.1.1 Motores síncronos.

Un motor síncrono es una máquina eléctrica rotativa de corriente alterna cuya velocidad de rotación del eje y la frecuencia eléctrica están sincronizadas y son mutuamente dependientes, este dispositivo puede operar como motor, tanto como generador. El termino síncrono se refiere al hecho de que la frecuencia eléctrica de la maquina esta confinada a, o sincronizada con, la tasa mecánica de rotación del eje.

La figura 3.3 muestra un motor síncrono con dos polos. La corriente de campo IF del motor produce un campo magnético en estado estacionario  $B_R$ . Se aplica un conjunto de voltajes trifásicos al estator de la máquina, lo que produce un flujo de corriente trifásica en los devanados. Por lo tanto, hay dos campos magnéticos presentes en la máquina y el campo del rotor tenderá a alinearse con el campo del estator, igual que dos imanes tenderán a alinearse si se colocan uno cerca del otro.

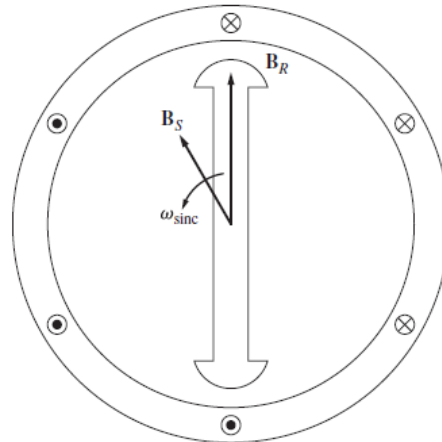


Figura 3.3 Motor síncrono con dos polos. [12]

Debido a que el campo magnético del estator gira, el campo magnético del rotor tratará constantemente de alcanzarlo. Mientras más grande sea el ángulo entre los dos campos magnéticos, mayor será el par en el rotor de la máquina. El principio básico de la operación de los motores síncronos es que el rotor “persigue” al campo magnético giratorio del estator alrededor de un círculo y nunca lo alcanza.<sup>[12]</sup> La velocidad de rotación del motor está asociada a la tasa de rotación de los campos magnéticos, y la tasa de rotación de los campos magnéticos aplicados está asociada a la frecuencia eléctrica aplicada, por lo que la velocidad del motor síncrono será constante sin que importe la carga. Esta velocidad fija de rotación está dada por:

$$n_m = \frac{120 f_e}{P} \quad (3.7)$$

Donde  $n_m$  es la velocidad mecánica de rotación,  $f_e$  es la frecuencia eléctrica del estator y  $P$  es el número de polos en el motor. El principio de funcionamiento como motor parte de la sincronización de la velocidad, ya que la máquina síncrona no tiene par de arranque, y se alimentan el devanado del rotor con corriente directa y el devanado del estator con corriente alterna. La interacción entre los campos creados por ambas corrientes mantiene el giro del rotor a la velocidad de sincronismo.

Dentro de esta gama de motores síncronos existen otros tipos de acuerdo con su diseño, podemos encontrar los de imanes permanentes, conmutados o trapezoidales y de reluctancia variable. Sin entrar en detalles, se abordará de manera breve las características principales de cada uno de los antes mencionados. Los motores síncronos de imanes permanentes, por sus siglas en inglés PMSM, se caracterizan por tener una alta relación par/peso. Su velocidad está determinada únicamente por la frecuencia aplicada, sin depender del voltaje, carga, temperatura o de las variaciones constructivas. Sus imanes están localizados en el rotor.<sup>[13]</sup>

Los motores de imanes permanentes conmutados, por sus siglas en inglés BLDC, cuentan con el campo del estator aplicado en pasos discretos. El rotor tiene dos imanes que cubren cada uno aproximadamente  $180^\circ$  del perímetro del rotor. El estator tiene un bobinado trifásico, donde los conductores de cada fase están distribuidos uniformemente en porciones de arcos de  $60^\circ$ . El sistema de potencia conectará una fuente controlada de corriente a los bobinados del estator, de manera que en cada momento se puedan conectar 2 fases del bobinado. Cada imán del rotor interactúa con 2 arcos de  $60^\circ$  por los que circulará corriente.<sup>[13]</sup>

Por otro lado, los motores de reluctancia variable, por sus siglas en inglés VRM, son similares a los PMSM excepto que no tienen un bobinado en el rotor, además de las escobillas, y los conmutadores. El término de reluctancia hace referencia a la característica de resistencia de un circuito magnético, también llamada resistencia magnética. El estator consiste en unas laminaciones de acero que forman postes salientes. Una serie de bobinas, conectadas independientemente en pares de cada fase, envuelve los postes del estator. Sin bobinas del rotor, este es básicamente un pedazo de acero para formar postes salientes. La corriente es conmutada entre las bobinas de cada fase del estator en un patrón secuencial para desarrollar un campo magnético que gira. Cuando un par de bobinas de los polos del estator es energizado, el rotor se mueve para alinearse con los postes del estator.<sup>[13]</sup>

### 3.1.2 Motores de inducción.

Los motores de inducción o asíncronos son un tipo de motor de corriente alterna en el que la corriente eléctrica del rotor necesaria es inducida por inducción electromagnética del campo magnético de la bobina del estator. Se les llama así debido a que el voltaje en el rotor que produce la corriente y el campo magnético del rotor se induce en los devanados del rotor en lugar de estar físicamente conectados por cables. La característica distintiva de un motor de inducción es que no se necesita de corriente de campo de DC para que la máquina funcione.<sup>[12]</sup>

A pesar de que es posible utilizar una máquina de inducción como motor o como generador, presenta muchas desventajas como generador y, por lo tanto, rara vez se utiliza como tal. Por esta razón a las máquinas de inducción normalmente se les llama motores de inducción.<sup>[12]</sup>



Figura 3.4 Estator de un motor de inducción típico que muestra los devanados del estator. <sup>[12]</sup>

Un motor de inducción tiene físicamente el mismo estator que una máquina síncrona, pero con un rotor de diferente construcción. Existen dos tipos diferentes de rotores que pueden utilizarse dentro del estator. Uno se llama rotor de jaula de ardilla o rotor de jaula y el otro se conoce como rotor devanado. La figura 3.5 muestra los rotores tipo jaula de ardilla de los motores de inducción. Estos constan de una serie de barras conductoras dispuestas dentro de ranuras labradas en la cara del rotor y en cortocircuito en alguno de sus extremos mediante grandes anillos de cortocircuito. De acuerdo con diversos autores, se dice que recibe el nombre de jaula de ardilla debido a su gran parecido con las ruedas de ejercicio donde corren las ardillas o hámsters.

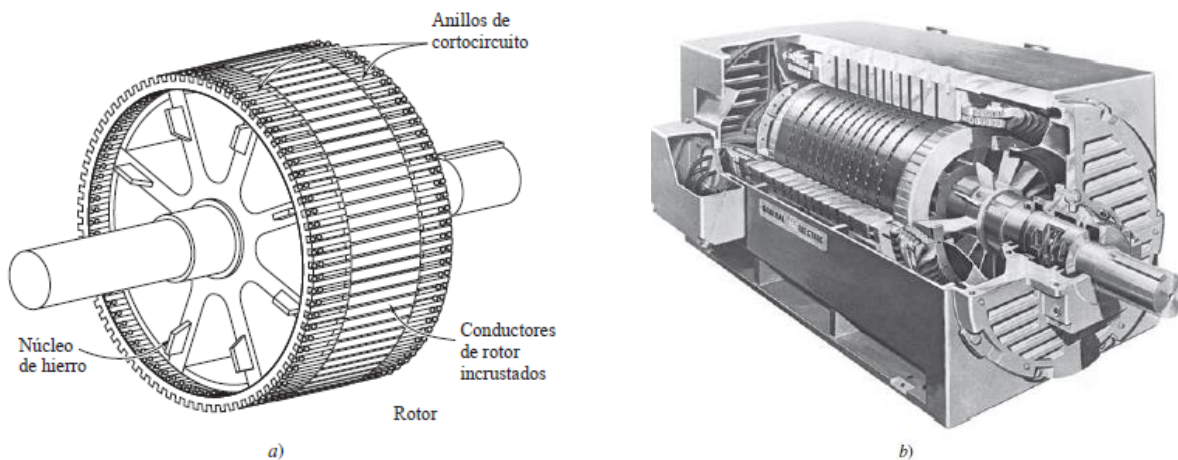
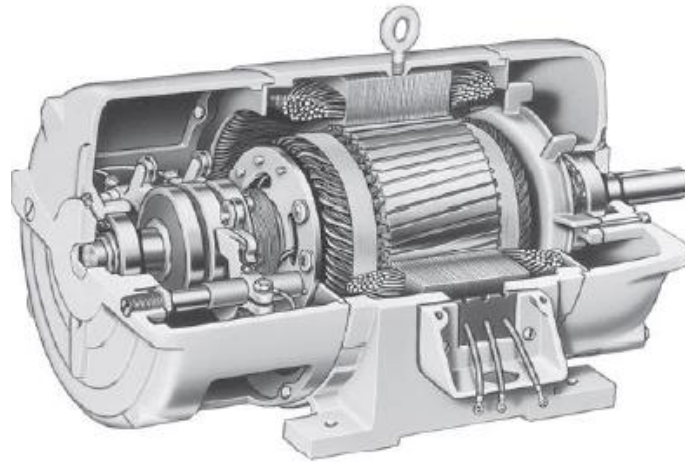


Figura 3.5 a) Dibujo de un rotor de jaula de ardilla. b) Diagrama del rotor de jaula de ardilla.<sup>[12]</sup>

El otro tipo de rotor es devanado, el cual tiene un conjunto completo de devanados trifásicos que son imágenes especulares de los devanados del estator. Por lo general, las tres fases de los devanados del rotor están conectadas en Y, y los extremos de los tres alambres del rotor están unidos a los anillos rozantes en el eje de este. Los devanados del rotor están en cortocircuito por medio de escobillas montadas en los anillos rozantes. Por lo tanto, los rotores devanados de los motores de inducción tienen corrientes en el rotor accesibles en las escobillas del estator, donde se pueden examinar y donde es posible insertar una resistencia extra en el circuito del rotor. Se puede sacar ventaja de este hecho para modificar la característica par-velocidad del motor.<sup>[12]</sup>

En la figura 3.6 se muestra un motor de inducción de rotor devanado. Los rotores devanados de los motores de inducción son más grandes que los motores de inducción de jaula y requieren un mayor mantenimiento debido al desgaste asociado con las escobillas y con los anillos rozantes.<sup>[12]</sup>



*Figura 3.6 Diagrama de corte de un motor de inducción con rotor. [12]*

El voltaje inducido en la barra del rotor de un motor de inducción depende de la velocidad del rotor en relación con los campos magnéticos. Este tipo de máquina eléctrica funciona por medio de la inducción de voltajes y corrientes en el rotor, por esta razón a veces se le llama transformador rotatorio. Si el rotor de un motor se bloquea y no se puede mover, entonces tendrá la misma frecuencia que el estator. Por otro lado, si el rotor gira a velocidad síncrona, la frecuencia en el rotor será cero. Por lo regular, un motor de inducción opera cerca de la velocidad síncrona, pero nunca exactamente a la misma. Siempre debe haber cierto movimiento relativo para inducir un voltaje en el circuito de campo del motor de inducción.

En un motor de inducción, el deslizamiento o velocidad a la que se presenta el par máximo se puede controlar variando la resistencia del rotor. El valor del par máximo es independiente de la resistencia del rotor. Una alta resistencia disminuye la velocidad a la que se presenta el par máximo y por lo tanto incrementa el par de arranque del motor. Caso contrario, una baja resistencia reduce el par de arranque del motor mejorando la regulación de velocidad. Por lo cual, lo ideal es que el diseño de este tipo de motores se encuentre equilibrado para corregir esta problemática.

Stephen J. Chapman en su libro titulado “Máquinas eléctricas”, menciona que una manera de lograr este punto medio es a través de la utilización de rotores de barra profunda o de doble jaula. Estos rotores tienen una alta resistencia efectiva en el arranque y una baja resistencia efectiva en condiciones normales de operación, por lo que ofrecen tanto un alto par de arranque como una buena regulación de velocidad en el mismo motor. Este mismo efecto se puede lograr por medio de un rotor devanado en un motor de inducción si varía la resistencia de campo del rotor.<sup>[12]</sup>

Los motores de inducción se clasifican, por sus características par-velocidad, en una serie de clases de diseño del tipo A, B, C y D.



### 3.2 Motores de corriente directa.

Las máquinas de corriente directa son motores que convierten energía eléctrica de DC en energía mecánica y generadores que convierten energía mecánica en energía eléctrica de DC. Cuentan con una salida de corriente directa debido a la presencia de un mecanismo que convierte los voltajes internos de AC en voltajes de DC en sus terminales. Puesto que a este mecanismo se le llama conmutador, a este tipo de máquinas se les conoce como maquinaria de colector o de conmutación.<sup>[12]</sup>

Si el rotor de esta máquina gira, se inducirá un voltaje en la espira de alambre. El voltaje generado en estas máquinas es igual al producto del flujo dentro de ella y su velocidad de rotación, multiplicado por una constante que representa la construcción mecánica de la misma. En general, el voltaje en cualquier máquina real depende de tres factores:

1. El flujo en la máquina.
2. La velocidad de rotación.
3. Una constante que representa la construcción de la máquina.

La figura 3.7 muestra la gráfica del voltaje generado por la espira giratoria. Tal y como se observa, el voltaje que sale de la espira es alternativamente un valor positivo constante y un valor negativo constante.<sup>[12]</sup>

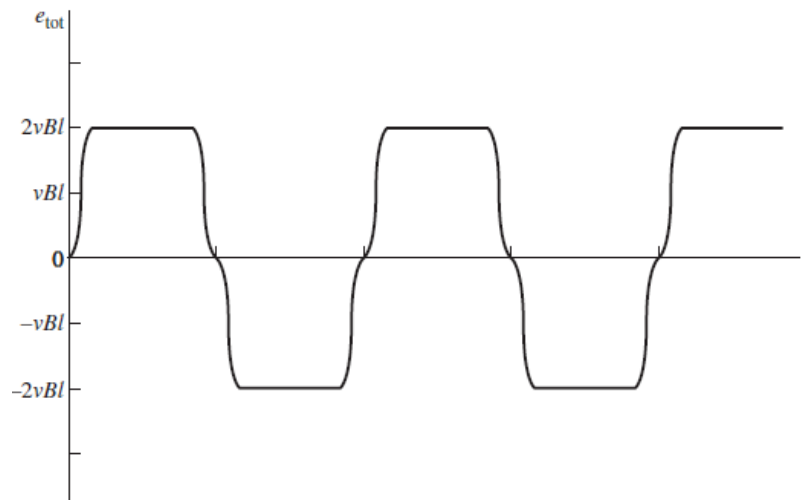


Figura 3.7 Voltaje de salida de la espira. <sup>[12]</sup>

Para lograr producir un voltaje únicamente de corriente directa se añaden dos segmentos conductores semicirculares a un extremo de la espira y se establecen dos contactos fijos en un ángulo tal que en el instante en que el voltaje en la espira es cero, los contactos hacen que los dos segmentos entren en cortocircuito.<sup>[12]</sup>

De esta manera, cada vez que el voltaje de la espira cambia de dirección, los contactos también cambian de conexión y la salida del contacto siempre se acumula de la misma manera. Este proceso de cambio de conexión se conoce como conmutación. Los segmentos giratorios semicirculares se llaman segmentos de conmutación y los contactos fijos se llaman escobillas.<sup>[12]</sup> La figura 3.8 muestra el proceso anteriormente mencionado.

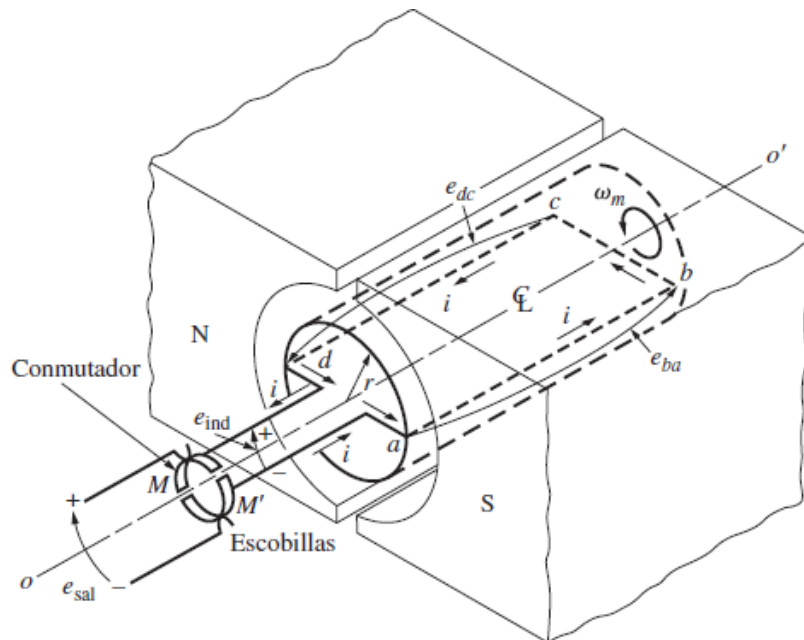


Figura 3.8 Producción de una salida de cd de una máquina con un conmutador y escobilla. <sup>[12]</sup>

Por lo tanto, la conmutación es el proceso de cambiar las conexiones de la espira del rotor de una máquina de DC en el mismo momento en que el voltaje en la espira cambia de polaridad para mantener un voltaje de salida de DC esencialmente constante.

Una vez conocido el principio de funcionamiento de este tipo de motores, y conociendo que el voltaje de entrada de un motor de DC es constante, se puede facilitar el análisis de los motores y la comparación entre los diferentes tipos. Dentro de esta rama existen cinco principales tipos de uso general, como lo son:

1. Excitación separada o independiente.
2. En derivación.
3. Imán permanente.
4. En serie.
5. Compuesto.

A continuación, se procederá a estudiar brevemente cada uno de ellos.

### 3.2.1 Motores de excitación separada y en derivación.

Un motor de excitación separada es aquel cuyo circuito de campo se alimenta de una fuente de potencia de voltaje constante independiente, mientras que un motor en derivación es aquel cuyo circuito de campo obtiene su potencia directamente a través de las terminales del inducido del motor. <sup>[12]</sup> Cuando el voltaje suministrado es constante el comportamiento de estas dos máquinas es similar. A menos que se especifique lo contrario, cuando se describa el comportamiento de un motor en derivación, se incluye también al motor de excitación separada.

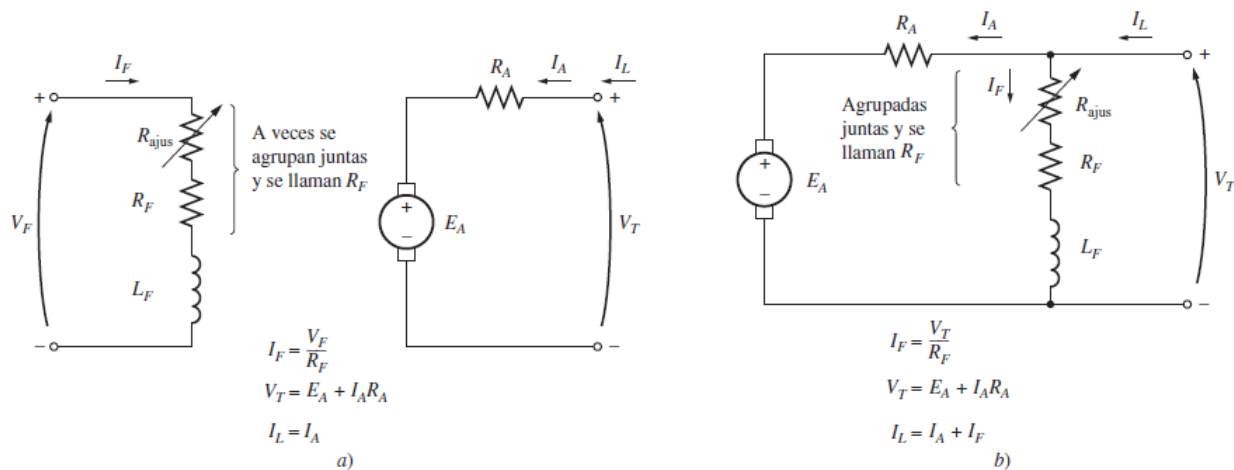


Figura 3.9. a) Circuito equivalente motor DC excitación separada. b) Circuito equivalente motor DC en derivación. <sup>[12]</sup>

Los motores de excitación independiente obtienen la alimentación del rotor y del estator de dos fuentes de tensión independientes. De esta manera al no depender de la carga, el campo del estator y el par de fuerza son constantes. Las variaciones de velocidad al aumentar la carga se deberán sólo a la disminución de la fuerza electromotriz por aumentar la caída de tensión en el rotor.

En los motores en derivación los devanados inducido e inductor están conectados en paralelo y alimentados por una fuente común. También se denominan máquinas shunt, y en ellas un aumento de la tensión en el inducido hace aumentar la velocidad de la máquina.

En un motor, las cantidades de salida son el par y la velocidad del eje, por lo que la característica de las terminales de un motor es una gráfica donde se aprecia la relación entre su par de salida y su velocidad de salida. Un motor de DC en derivación y de excitación separada tiene una característica par - velocidad cuya velocidad cae linealmente conforme se incrementa el par. Su velocidad se puede controlar por medio del cambio de la corriente de campo, del voltaje del inducido o de la resistencia del inducido.



### 3.2.2 Motores de imanes permanentes.

Los motores de este tipo son nombrados de esta manera debido a que sus polos están hechos de imanes permanentes. Los inducidos son esencialmente idénticos a los de los motores con circuitos de campos separados, de modo que sus costos también son similares. Los imanes permanentes no pueden producir una densidad de flujo tan alta como la que suministra en forma externa un campo en derivación, por lo que tendrá un par inducido menor por ampere de corriente del inducido que un motor en derivación del mismo tamaño y misma construcción.

El flujo polar en estas máquinas es igual al flujo residual en los imanes permanentes. Si la corriente del inducido es muy grande, existe el riesgo de que la  $fmm$  del inducido desmagnetice los polos, reduzca y reoriente de manera permanente el flujo residual que tienen. La desmagnetización también puede ser provocada por el calentamiento excesivo que se puede presentar durante periodos excesivos de sobrecarga. Es importante mencionar que los materiales de este tipo de motores son físicamente más frágiles que la mayoría de los aceros normales, de modo que los estatores construidos con ellos pueden estar limitados por los requerimientos físicos del par del motor <sup>[12]</sup>. Un motor DC de imanes permanentes es similar a un motor DC en derivación, con la excepción que el flujo del primero es fijo. Por lo tanto, no es posible controlar la velocidad de un motor DC de imanes permanentes por medio de la variación de la corriente o flujo de campo.

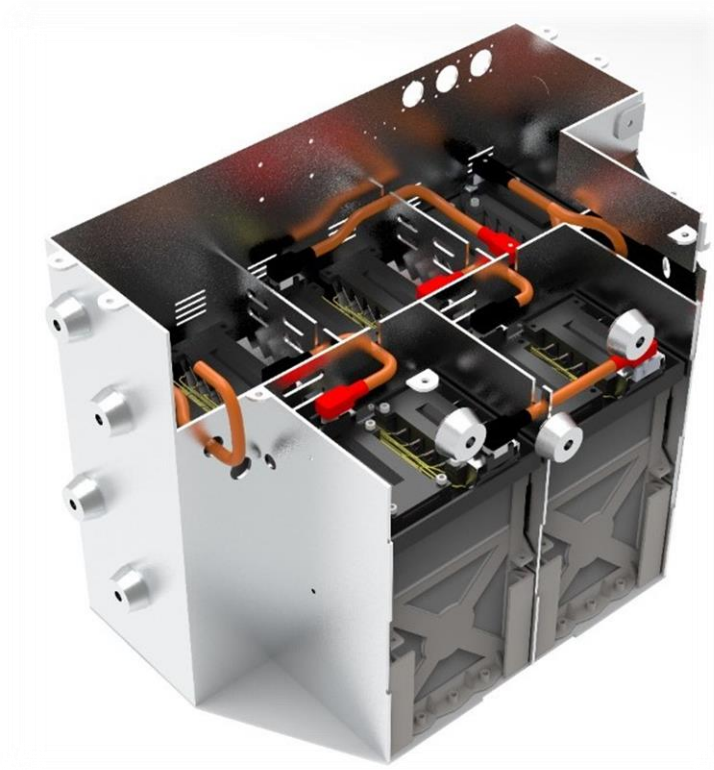
### 3.2.3 Motores en serie y compuestos.

Un motor DC en serie es aquel cuyos devanados de campo constan de relativamente pocas vueltas conectadas en serie con el circuito del inducido. La corriente del inducido, la corriente de campo y la corriente de línea son iguales. El comportamiento básico de un motor de cd en serie se debe al hecho de que el flujo es directamente proporcional a la corriente del inducido. Conforme se incrementa la carga en el motor, también se incrementa su flujo. El motor en serie tiene el par de arranque más alto de todos los motores DC. Es utilizado para aplicaciones que requieren de un par muy alto donde no es importante la regulación de velocidad, como en el arranque de un coche.

Un motor DC compuesto incluye tanto un campo en derivación como un campo en serie. Los puntos que aparecen en las dos bobinas de campo tienen el mismo significado que los puntos en un transformador: la corriente que fluye hacia un punto produce una fuerza magnetomotriz positiva. Si la corriente fluye hacia los puntos en ambas bobinas de campo, las fuerzas magnetomotrices resultantes se suman para producir una fuerza magnetomotriz total más grande. Esta situación se conoce como composición acumulativa. Si la corriente fluye hacia el punto en una bobina de campo y hacia afuera del punto en la otra bobina de campo, la fuerza magnetomotriz resultante se resta.

Un motor DC compuesto acumulativo es un punto medio entre el motor en serie y el motor en derivación y tiene algunas de las mejores características de cada uno.

## CAPÍTULO IV. Baterías.



*Figura 4. Acumulador del prototipo UM-E3. Cortesía del sistema de baterías.*

El sistema de baterías almacena la energía usada para la tracción del automóvil, es un conjunto de componentes que incluyen sensores para voltajes, corriente y temperatura; así como sistemas de acondicionamiento térmico, gestión de las baterías y electrónica de potencia. Los conceptos de celda y batería están relacionados entre sí englobando una idea común, sin embargo, existe una diferencia en su definición. Una celda es la unidad básica de cualquier dispositivo electroquímico, cuya función sea la generación de energía eléctrica a partir de una reacción de óxido-reducción. Mientras que las baterías están definidas como la unión de dos o más celdas secundarias, acomodadas bajo un arreglo en serie, paralelo o mixto, y dicho arreglo estará determinado por la cantidad de capacidad energética y voltaje que se desea obtener.



## 4.1 Parámetros de diseño.

Las características más importantes de una batería son su capacidad energética, eficiencia de carga y descarga, densidad de energía, ciclos de vida, entre otros. En los siguientes párrafos se definirá cada uno de estos conceptos ya que son fundamentales para su selección.

### 4.1.1 Capacidad energética

La capacidad energética se define como la cantidad de carga generada dentro de la batería y se mide en amperios-hora [Ah]. Representa la capacidad de la batería para generar corriente eléctrica en un determinado tiempo. Esta corriente eléctrica se denomina tasa de descarga de la batería. La capacidad también se puede dar en watts por hora [Wh], simplemente es el voltaje multiplicado por el amperaje hora de la batería.<sup>[14]</sup> La capacidad energética de una batería es fundamental, este término hace referencia a la distancia máxima que se puede lograr con una sola recarga; en otras palabras, este concepto se puede identificar como la autonomía del vehículo. Comercialmente una de las características buscadas por los usuarios en los carros es una mayor autonomía, esto es posible de conseguir utilizando paquetes de baterías más grandes, lo que traería como consecuente un aumento en el peso y el costo del vehículo.

La densidad de energía es definida como la relación entre su capacidad energética y su masa. Se expresa en [Wh/kg], es la cantidad de energía capaz de almacenar en relación con su masa. Este parámetro influye en autonomía y prestaciones.

### 4.1.2 State of charge (SOC)

El estado de carga de una batería; *State of charge (SOC)* por sus siglas en inglés, es una medida de la capacidad de carga actual de la batería. Es la cantidad de capacidad que queda después de comenzar a descargar desde una condición de carga completa. La sobrecarga o la descarga excesiva de una celda de la batería puede causar daños y reducir la vida útil. Por lo tanto, para evitar daños en el sistema, es necesario estimar su estado de carga actual para evaluar cuánto podría cargarse o descargarse. Lo que se entiende por SOC es una indicación de la fracción de carga que queda en cada celda, y se mide en porcentaje [%] de la capacidad total de la celda. Con una medida precisa de SOC, se puede evitar el daño de la celda controlando la corriente.<sup>[14]</sup> De forma matemática el SOC instantáneo se puede expresar como:

$$SOC = \frac{1}{CE_{batt}} \int_0^t I_{batt}(t) dt \quad (4)$$

Donde  $CE_{batt}$  es la capacidad energética e  $I_{batt}(t)$  es la corriente de descarga instantánea de la batería.  $I_{batt}(t)$  es positivo durante la descarga y negativo durante la carga.

### 4.1.3 Eficiencia de carga y descarga

La eficiencia de carga de la batería es la relación entre la energía necesaria para cargarla y la energía que realmente se almacena. Una eficiencia del 100% significa que toda la energía empleada para la carga puede ser remplazada para la descarga posterior. Una batería, como todos los sistemas físicos, pierde cierta parte de energía durante el flujo de la misma. Esta pérdida está modelada por la energía consumida por una resistencia interna  $R_i$ .<sup>[14]</sup> En la siguiente figura se muestra el circuito equivalente de una batería:

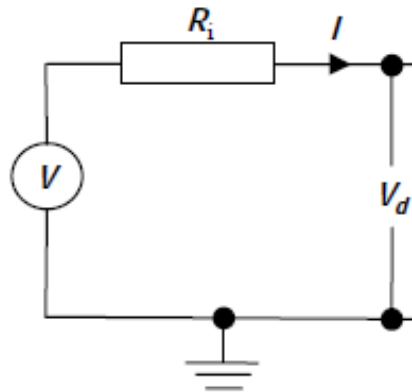


Figura 4.1 Resistencia interna de una batería. <sup>[14]</sup>

Tal y como se observa, la batería se puede considerar como una fuente de tensión real, que de igual forma posee una resistencia interna que es inversamente proporcional al estado de carga, por lo tanto, mientras la batería sufre una descarga, su resistencia interna aumenta considerablemente. Para una corriente de batería, la pérdida es:

$$P_L = R_i I^2 \quad (4.1)$$

La eficiencia de descarga se puede definir como la relación entre la potencia de salida y la potencia de entrada. Otra forma de representarlo en términos de sus resistencias internas es:

$$\eta_{Bd} = \frac{R_d}{R_i + R_d} \quad (4.2)$$

Donde  $R_d$  es la resistencia de carga durante el proceso de descarga, la cual es la relación entre el voltaje de descarga y la corriente; se puede obtener midiendo los valores de voltaje y corriente de las terminales.

En la fase de carga, la dirección de la corriente en la figura 4.1 se invierte y el voltaje de carga ( $V_c$ ) es más alto que el voltaje del circuito abierto. Siguiendo un procedimiento similar, para la eficiencia de la batería durante la carga, se puede encontrar:

$$\eta_{Bc} = 1 - \frac{R_i}{R_c} \quad (4.3)$$

Donde  $R_c$  se define como la relación entre el voltaje de carga y la corriente. La resistencia interna  $R_i$  de una batería es diferente durante las fases de carga y descarga; es un valor que depende de la cantidad de capacidad de carga de la batería. La capacidad de la batería es inversamente proporcional a la intensidad de carga que fluye en un instante de tiempo, por lo tanto, a medida que la corriente se incrementa, la capacidad disminuye y el SOC se incrementa.

#### 4.1.4 Battery Management System (BMS)

El sistema de gestión de baterías supervisa su control para evitar que estas entren en condiciones de funcionamiento fuera de tolerancia. *Battery management sistema (BMS)* por sus siglas en inglés tiene dos tareas principales: proteger las celdas y mantenerlas de forma individual en un SOC óptimo. Dado que la sobrecarga y la descarga insuficiente son dos de las principales causas de falla de la batería, es necesario determinar el SOC de cada celda en el paquete de baterías para verificar la carga uniforme en todas ellas y monitorear que no se sobrecarguen de manera individual.

Existen diversos factores que afectan el rendimiento y la vida útil de la batería. La estrategia de descarga es de particular importancia ya que su rendimiento se reduce si se descargan profundamente con regularidad, su rendimiento depende en gran medida de la temperatura, por lo cual mantenerlas en un rango de trabajo óptimo es fundamental. El sistema de gestión de baterías automotrices funciona en tiempo real en un entorno que varía rápidamente involucrando cargas y descargas continuas.

El paquete de baterías consta de diferentes arreglos, combinaciones de celdas en serie y/o en paralelo, de acuerdo con los requerimientos de diseño. El número de celdas de una batería en un arreglo aumenta el voltaje total del paquete general, cuando estas se utilizan en serie, el estado de cada una de ellas será importante ya que si se presenta un mal funcionamiento de cualquiera de las celdas provocará la falla de todo el paquete de baterías.

Si una celda en un paquete tiene una capacidad ligeramente menor que las otras, su estado de carga se desviará gradualmente del resto durante múltiples ciclos de carga y/o descarga. Esto puede causar una descarga profunda de esa celda en particular y, por lo tanto, un daño permanente.





Para evitar que esto suceda se debe monitorear el voltaje de cada celda con el objetivo de determinar su estado de carga. Si se encuentra que el SOC de una celda está desequilibrado, debe cargarse o descargarse individualmente para equilibrar su estado de carga con otras celdas.

La vida útil de las baterías para aplicaciones automotrices excede los 10 años por lo cual el BMS debe controlar y monitorear cuidadosamente las baterías. Las baterías de los vehículos híbridos requieren capacidades de carga de alta potencia para el frenado regenerativo y capacidades de descarga de alta potencia para el impulso del automóvil. Por esta razón, las baterías deben mantenerse en un SOC que pueda descargar la energía requerida pero que aún tenga suficiente espacio para aceptar la energía regenerativa necesaria sin riesgo de sobrecargar las celdas. <sup>[14]</sup>

Si la batería está completamente cargada, la capacidad de carga durante el frenado regenerativo se reducirá y, por lo tanto, la eficiencia de frenado disminuirá. Por otro lado, la descarga profunda puede dañar la batería, esto debe evitarse. Por lo tanto, se definen dos límites superior e inferior para el SOC de la batería. El límite inferior se establece para evitar una descarga excesiva que acorta la vida útil de la batería y el límite superior se establece para dejar algo de espacio para absorber la energía cinética del vehículo durante el frenado. Los valores típicos para los rangos de funcionamiento de la batería que se muestran en la figura 4.2. <sup>[14]</sup>

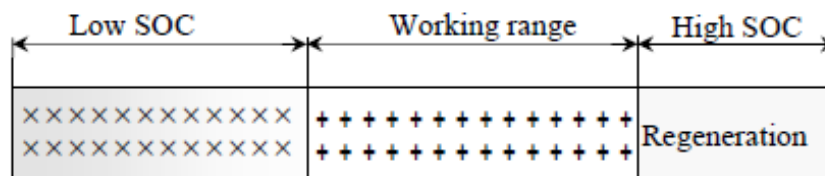


Figura 4.2. Rangos de funcionamiento de la batería. <sup>[14]</sup>

En vehículos híbridos, el SOC de trabajo mínimo oscila entre el 40% y el 60%, el SOC de funcionamiento máximo varía entre el 60% y el 80%. Para valores de SOC por debajo del rango de trabajo, no se permite la descarga y el vehículo no puede funcionar en modo eléctrico. Si este valor es superior al de trabajo alto, el motor nunca carga la batería, pero puede cargarse mediante el frenado regenerativo. <sup>[14]</sup>

## 4.2 Componentes de una celda.

Hablando de los autos convencionales de calle, hoy en día todos utilizan una batería de 12 [V], su diseño convencional consta de placas de plomo en un electrolito de ácido sulfúrico diluido. Esta característica conduce a la descripción común de baterías de ácido de plomo. La salida de una batería de plomo-ácido es de corriente directa.



Figura 4.3. Batería de automóvil. (Fuente: Bosch Media). [15]

El arreglo consiste en seis celdas conectadas en serie, cada una de ellas tiene un voltaje nominal de 2.1 [V], lo que da un valor de 12.6 [V] para una batería completamente cargada. Cada celda tiene un conjunto de placas positivas y negativas intercaladas que se mantienen apartadas por separadores porosos. De esta manera al impedir el contacto de las placas se evita un cortocircuito interno, en caso contrario de que existiera, se puede afectar a la reacción química en la celda de la batería. Las placas de las celdas están formadas en una rejilla de aleación de plomo-antimonio o plomo-calcio (Fig. 4.4). La rejilla transporta el material activo y actúa como conductor eléctrico. Los materiales activos son peróxido de plomo para la placa positiva y el cable esponjoso de la placa negativa. [15]

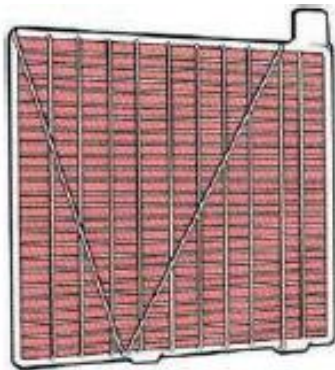


Figura 4.4. Empaquetamiento de celdas. [15]

Los componentes básicos de una celda se conforman por dos electrodos, un electrolito y su separador. Los electrodos son los materiales que aportan una superficie donde se desarrollarán las reacciones en las celdas electroquímicas. Consisten en una placa sumergida en el compuesto por uno de sus extremos y conecta a su vez al circuito exterior que se va a utilizar; existen dos tipos según la reacción que ocurre en ellos:

- Ánodo: electrodo donde ocurre la oxidación.
- Cátodo: electrodo donde ocurre la reducción.

El electrolito es un conductor iónico que permite el movimiento de iones entre los electrodos, teniendo la libertad de que pueda ser una disolución acuosa, no acuosa o un polímero, teniendo como características una buena estabilidad térmica y alta conductividad iónica. El separador como ya se mencionó, es un elemento aislante ubicado entre los electrodos, impidiendo que suceda un corto circuito. <sup>[16]</sup>

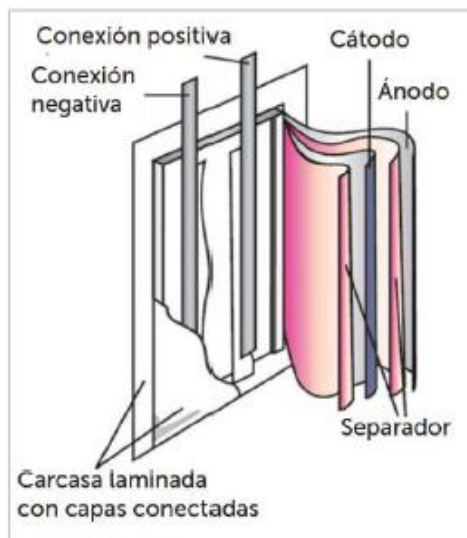


Figura 4.5. Elementos básicos de una celda. <sup>[16]</sup>

### 4.3 Funcionamiento de una celda electroquímica.

El principio fundamental de una batería consiste en las reacciones de oxidación-reducción de ciertas sustancias químicas, en donde una pierde electrones; proceso de oxidación, mientras la otra gana electrones; proceso de reducción, donde su objetivo principal es regresar a su configuración inicial dadas las condiciones necesarias: la aplicación de electricidad; carga o el cierre del circuito; descarga.

La energía de los componentes químicos actúa como un medio de almacenamiento, y durante la descarga, se transforma esta energía química a energía eléctrica, mediante reacciones de óxido-reducción que ocurren en los electrodos de la celda.

Existen dos sistemas de celdas:

1. Primarias: Son aquellas que, una vez producida la reacción, no pueden volver a su estado original, agotando así su capacidad de almacenar corriente eléctrica. También se les llaman pilas.
2. Secundarias: Aquellas que pueden recibir una aplicación de energía eléctrica para restaurar su composición química original, a diferencia de las primarias, estas pueden ser empleadas numerosas veces antes de agotarse en su totalidad.

Debido al consumo de energía requerido para el funcionamiento continuo de cualquier vehículo eléctrico, las celdas que se utilizan son las secundarias. Estas poseen dos procesos importantes de análisis, la carga y descarga. En el proceso de descarga el electrodo negativo es el ánodo, donde se presenta la oxidación, liberando los electrones por el circuito exterior. El electrodo positivo es el cátodo, y es en donde ocurre la reducción, recibiendo los electrones a través del circuito externo. Para el caso de carga el electrodo negativo es el cátodo y el electrodo positivo es el ánodo. De manera inversa se realiza el proceso de descarga.

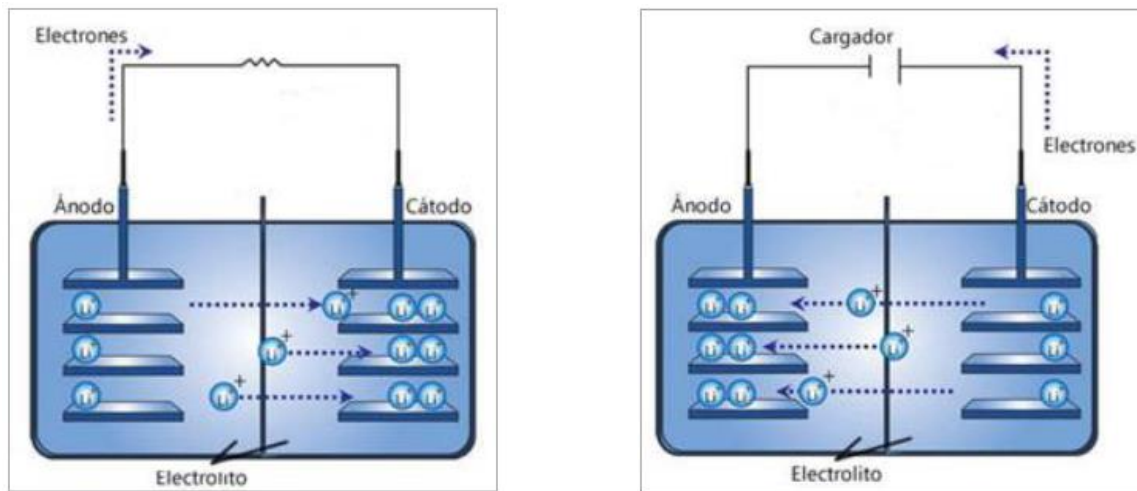


Figura 4.6 Proceso de carga y descarga de una celda. [16]

#### 4.4 Tipos de compuestos.

Existen muchos tipos de baterías, atendiendo a los elementos empleados en su fabricación. La implementación de nuevas tecnologías dentro de este ámbito ha permitido desarrollar mejores características en la respuesta rápida a los cambios de energía, alto rendimiento energético y pérdida de energía baja en operación.

- **Ácido-plomo**

La batería de ácido-plomo es una de las mejores opciones para uso en vehículos de motor de bajo voltaje. Esto es particularmente cierto cuando se tienen en cuenta el costo y la densidad energética. Cada celda está alojada en un compartimento individual dentro de una caja de polipropileno. La figura 4.7 muestra los componentes principales. <sup>[17]</sup>

Cuando están cargadas poseen dos electrodos de plomo: un cátodo de dióxido de plomo ( $PbO_2$ ) y un ánodo de plomo esponjoso ( $Pb$ ). El electrolito empleado es ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) en solución acuosa. Por otra parte, cuando la batería está descargada el plomo se encuentra en forma de sulfato de plomo ( $PbSO_4$ ) depositado en plomo metálico ( $Pb$ ). Entonces, durante la carga inicial el  $PbSO_4$  se reduce a  $Pb$  en las placas negativas, y se forma  $PbO_2$  en las positivas. <sup>[17]</sup>

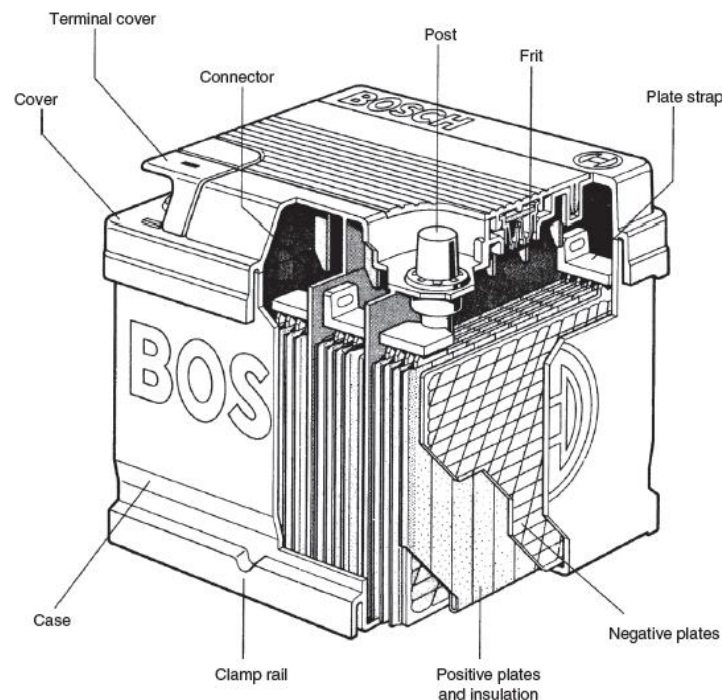


Figura 4.7. Batería de ácido – plomo. <sup>[17]</sup>



- **Cloruro de sodio-níquel (Na-NiCl<sub>2</sub>)**

Este tipo de baterías utiliza sales fundidas como electrolito, esto ofrece una alta densidad de energía y potencia. Las baterías térmicas tradicionales de "uso único" se pueden almacenar en su estado sólido a temperatura ambiente durante largos períodos de tiempo antes de activarse mediante calentamiento. Las baterías recargables de metal líquido se utilizan para vehículos eléctricos y potencialmente también para el almacenamiento de energía en la red, para equilibrar las fuentes de energía renovables intermitentes, como los paneles solares y las turbinas eólicas.<sup>[17]</sup>

Ha habido un desarrollo significativo en relación con las baterías recargables que utilizan sodio (Na) para los electrodos negativos. El sodio es atractivo por su alto potencial de 2.71 [V], bajo peso, naturaleza no tóxica, abundancia relativa, disponibilidad inmediata, y su bajo costo.<sup>[17]</sup>

- **Iones de litio (Li-ion)**

Hoy en día el uso de las nuevas tecnologías de baterías ion litio es una de las preferidas. Actualmente tienen una densidad de energía de hasta 140 [Wh/kg] o más en algunos casos, pero tienen el potencial de llegar a los 280 [Wh/kg]. La tecnología de iones de litio se considera actualmente la más segura. El funcionamiento de este tipo consiste en un polo negativo; ánodo, y un polo positivo; cátodo, los cuales son parte de las celdas individuales de una batería de iones de litio junto con el electrolito y un separador. Para aumentar la cantidad de energía que pueden almacenar, se ha modificado la composición del cátodo con diferentes proporciones de cobalto, níquel y manganeso, manteniendo la química básica del litio. El ánodo es una estructura de grafito y el cátodo es de óxido metálico en capas. Los iones de litio se depositan entre estas capas. Cuando la batería se está cargando, los iones de litio se mueven del ánodo al cátodo y toman electrones. Por tanto, el número de iones determina la densidad de energía. Cuando la batería se descarga, los iones de litio liberan los electrones al ánodo y regresan al cátodo.<sup>[17]</sup>

De acuerdo con diversos medios de información, el conjunto de técnicas de baterías del tipo ion litio tiene un gran margen de mejora, esto con la intención de hacerlas compatibles con los nuevos avances tecnológicos, capaz de convencer a los compradores escépticos de que la opción de un coche eléctrico es la más lógica y viable actualmente, más aún cuando se combina con las energías renovables.

## CAPÍTULO V. Dinámica longitudinal del vehículo.



*Figura 5. Prototipo de combustión interna UM-10.*

El estudio de la dinámica longitudinal del vehículo es fundamental para conocer la energía requerida por el tren de potencia; esto implica el análisis de diversos aspectos, incluido el comportamiento del motor, la generación de fuerza de tracción de los neumáticos, así como las fuerzas de resistencia que actúan sobre el automóvil. En este capítulo se estudiarán las principales cargas dinámicas, ya que son la clave para dar comienzo con la selección y diseño de los componentes eléctricos y mecánicos del prototipo eléctrico UM-E3.

El automóvil se acelera mediante una fuerza de tracción en las ruedas motrices que, a su vez, depende del par aplicado en estas. Realizar el análisis de rendimiento longitudinal del vehículo permite evaluar el par necesario para impulsarlo, este se traduce como la energía que será demandada por el motor eléctrico, la cual se otorgará por el sistema de baterías. La electrónica de potencia proporciona las herramientas necesarias para controlar las características de par-velocidad en el motor eléctrico. Es aquí donde toma la importancia de efectuar el análisis dinámico vehicular; el modelo de pista que incluye este tipo de análisis para el auto eléctrico se abordará con detalle en el capítulo 7.

## 5.1 Fuerzas de tracción.

El vehículo acelera al momento de aplicar una fuerza de tracción, la cual es proveniente del motor eléctrico y se transmite hacia las llantas, es aquí donde se produce la interfaz neumático-carretera y, por tanto, dicha fuerza para mover el auto es función de las propiedades del neumático y del asfalto. Físicamente el movimiento de las llantas dependerán de dos condiciones iniciales, el par aplicado en el eje de las ruedas y el deslizamiento en la zona de contacto de los neumáticos. Analizando en condiciones estacionarias existe la relación:

$$F_T = \frac{T_w}{r_w} \quad (5)$$

Donde  $F_T$  es la fuerza de tracción,  $T_w$  el par aplicado sobre las llantas y  $r_w$  el radio efectivo de la llanta. Sin embargo, existe una limitación de fuerza en el área de contacto del neumático dependiendo de las condiciones de la carretera. La ecuación anterior es válida hasta el límite de la fuerza de tracción, donde:

$$F_T = F_{max} \quad (5.1)$$

Siempre que el par de la rueda sea menor que el producto de  $r_w F_{max}$ , se acumulará una cantidad limitada de deslizamiento; de lo contrario, si se aplica un par mayor, la rueda patinará. Suponiendo que el par de la rueda está por debajo del límite, significa que la fuerza de tracción también dependerá de la naturaleza del par de la rueda.

El neumático produce una fuerza de tracción debido a la existencia de fricción en la interfaz de la carretera. Sin embargo, la generación de fuerza de fricción por el neumático es complicada debido a su movimiento de rodadura. Para examinar la fricción de deslizamiento simple se considera un segmento de llanta cortado del parche de contacto como se muestra en la siguiente figura:

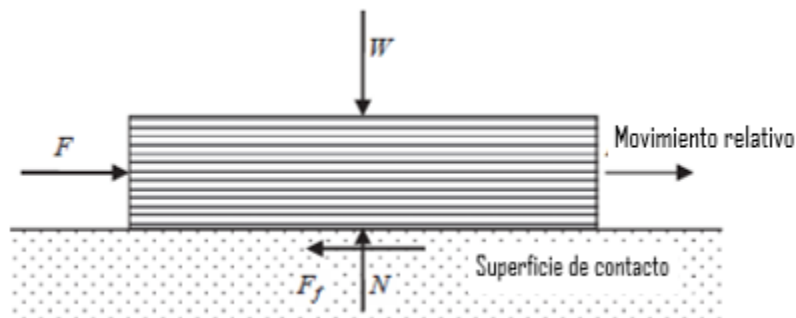


Figura 5.1. Segmento de neumático en la superficie de la carretera. <sup>[14]</sup>



Cuando se aplica una fuerza  $F$  al segmento para moverlo a lo largo de la superficie de la carretera, pueden existir tres casos: <sup>[14]</sup>

- a)  $F$  es pequeña y no se produce ningún movimiento relativo. En este caso, la fuerza de fricción  $F_f$  es simplemente:

$$F_f = F \quad (5.2)$$

- b)  $F$  es lo suficientemente grande como para llevar el segmento al borde del deslizamiento. La fuerza de fricción en este caso es:

$$F_f = \mu_s N = \mu_s W \quad (5.3)$$

Donde  $\mu_s$  es el coeficiente de fricción estático,  $N$  la componente normal y  $W$  el peso.

- c) El segmento patina sobre la superficie. En este caso, todas las partículas en la superficie de contacto se deslizarán teóricamente con una velocidad relativa similar al suelo. La fuerza de fricción se puede expresar como:

$$F_f = \mu_k N = \mu_k W \quad (5.4)$$

Donde  $\mu_k$  es el coeficiente de fricción dinámico y suele ser menor que  $\mu_s$ . Para  $F$  mayor que  $F_f$ , el segmento se acelerará. En la práctica, la fuerza de fricción varía al aumentar la fuerza  $F$  en el siguiente rango:

$$0 \leq F_f \leq \mu_s N \quad (5.5)$$

Otro aspecto importante para considerar es la variación de velocidad, la cual se rige por la masa del vehículo y la disponibilidad de la potencia de tracción. Al momento de estudiar el desempeño del auto existen fenómenos no deseados que pueden tener una variación de la fuerza de tracción las cuales se verán reflejadas con la trayectoria del carro. Realizar un análisis dinámico resulta complejo debido a la gran cantidad de variables por estudiar. En cualquier tipo de vehículos el usuario desea comodidad y estabilidad al momento de conducirlos, la carrocería de un coche de pasajeros debe ser capaz de dirigir la potencia del motor en cualquier instante durante aceleraciones y desaceleraciones con seguridad. Cuando se presenta una irregularidad entre el asfalto y la llanta, la suspensión mantendrá pegada la llanta al suelo. Este último sistema mecánico se define como el conjunto de elementos que absorben las irregularidades del terreno por el que se circula para aumentar la comodidad y el control del vehículo.

Otra de las funciones principales de un sistema de suspensión es mantener el contacto firme entre las llantas y el pavimento, esto con el fin de lograr adherencia a la pista con el objetivo de mejorar el comportamiento dinámico del automóvil, es decir, una mejor respuesta a cualquier movimiento que el piloto exija al vehículo.

Una respuesta a las perturbaciones de la carretera es un cambio en la carga vertical soportada por el neumático; esto tiene una gran influencia en la fuerza lateral que genera en un momento dado y, por lo tanto, es crucial tanto para la estabilidad. Se puede ver con una pequeña reflexión que una de las dificultades del trabajo de dinámica de vehículos no es la complejidad de los efectos individuales que se están considerando, sino más bien la complejidad de sus interacciones.

Considerar estos fenómenos es fundamental, ya que todas aquellas irregularidades se interpretan como pérdidas de energía; es importante mencionar que estas imperfecciones no se puede eliminar, solo controlar para mejorar la eficiencia del automóvil.

## 5.2 Fuerzas resistivas.

Existen fuerzas resistivas que se oponen al movimiento del vehículo, algunas se presentan desde el inicio del movimiento y otras se acumulan con la velocidad. Estas consumen una parte de la potencia del motor reduciendo la velocidad del vehículo. Para analizar el comportamiento en línea recta de este. Dichas fuerzas se pueden clasificar en tres tipos:

1. Resistencia a la rodadura ( $F_{RR}$ )
2. Resistencia aerodinámica ( $F_A$ )
3. Resistencia gravitacional ( $F_G$ )

La primera de ellas hace referencia a la fricción presente entre el neumático y el asfalto. La resistencia aerodinámica de igual forma conocida como la fuerza de arrastre es la resistencia provocada por el aire. Por último, la fuerza gravitacional también es denominada como fuerza de grado. En el siguiente diagrama de cuerpo libre se presentan dichas fuerzas.

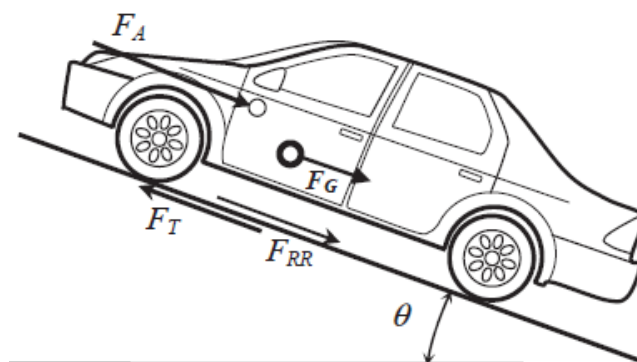


Figura 5.2. D.C.L. [14]

### 5.2.1 Fuerza de resistencia a la rodadura.

La resistencia a la rodadura hace alusión a la energía que se pierde cuando el neumático se mueve inmediatamente de acelerar. Este fenómeno se presenta al momento un cuerpo gira sobre una superficie, deformándose uno de ellos o ambos, la resistencia al movimiento de las piezas giratorias se suma y genera una fuerza resistiva total para reducir la velocidad del vehículo.

Cuando la llanta comienza a rodar, los elementos del neumático que entran en la región de contacto experimentarán una compresión, mientras que los materiales de arrastre que salen del área de contacto tenderán a estirarse. La presión sobre los materiales en la zona de contacto tenderá a aumentar en el borde de ataque y disminuir en el borde de salida. <sup>[14]</sup> La distribución de la presión será algo similar a la que se muestra en la figura:

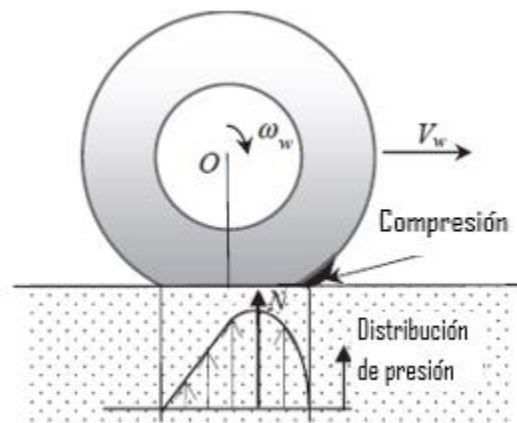


Figura 5.3. Distribución de presión para una llanta rodante. <sup>[14]</sup>

La fuerza de reacción resultante en el suelo actuará descentrada más cerca del borde de ataque. Con la fuerza de reacción resultante moviéndose hacia adelante, es equivalente a un par opuesto que actúa alrededor del eje de la rueda.

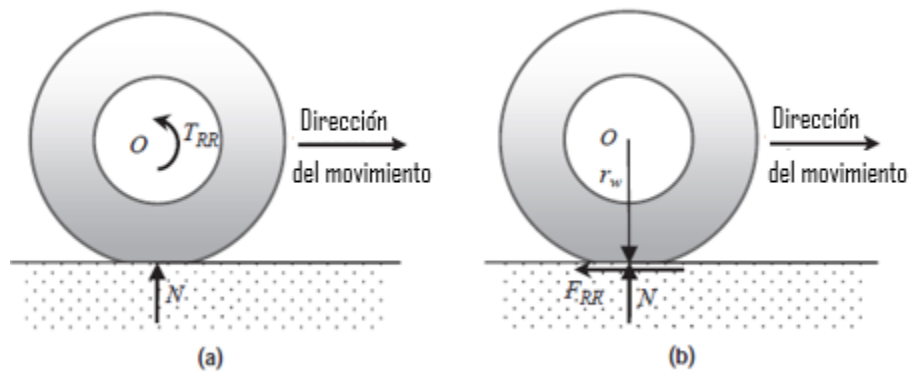


Figura 5.4. Resistencia a la rodadura (a) par y (b) fuerza. <sup>[14]</sup>



Este par se denomina par de resistencia a la rodadura ( $T_{RR}$ ). Dado que la acción del par de resistencia a la rodadura es ralentizar la rueda y en general al vehículo, en la práctica, se supone que una fuerza resistiva actúa a nivel del suelo con el mismo efecto. Esta fuerza se llama fuerza de resistencia a la rodadura ( $F_{RR}$ ). Este efecto es representado en la figura 5.4 b).

Desde el punto de vista energético, la resistencia a la rodadura se debe a las deformaciones del neumático, los elementos de este requieren energía para deformarse cuando entran en la región de contacto, sin embargo, al salir de esta zona no se restaura completamente la energía, esto se debe a las propiedades viscoelásticas del caucho. Dicho fenómeno es denominado efecto de histéresis. Por lo tanto, una cantidad neta de energía se pierde en calor durante el rodamiento del neumático y es equivalente al trabajo realizado por el par de resistencia a la rodadura o al trabajo realizado por la fuerza de resistencia a la rodadura. <sup>[14]</sup>

Además de las fricciones de rodadura y la deformación de los neumáticos, existen otros factores que tienen una pequeña influencia en la fuerza resistiva total. Los principales parámetros son los que afectan al neumático o la superficie de contacto, incluidos:

Construcción:

- Materiales de la llanta
- Diámetro del neumático
- Diseño de la banda de rodadura
- Tipo de neumático: radial o diagonal

Condiciones de funcionamiento de los neumáticos:

- Presión
- Velocidad
- Temperatura
- Carga vertical
- Deslizamiento lateral
- Edad de los neumáticos

Otro parámetro que también puede ser considerado es la superficie de la carretera, algunos elementos que influyen son su textura, rigidez, nivel de humedad, entre otras.

Los neumáticos generan fuerzas laterales mediante dos mecanismos, *camber* y *slip angle*. El primer término es el ángulo entre el plano central de la rueda y un plano vertical perpendicular al suelo. Es una medida angular que representa la inclinación de la parte superior de las ruedas, hacia fuera (+) o hacia adentro (-), a partir de la vertical, vista desde el frente del vehículo. Afecta las cualidades de manejo del vehículo. El ángulo de deslizamiento *slip angle* produce un momento de torsión en el eje Z sobre la llanta, es el ángulo entre el vector de velocidad y el eje X, medido alrededor del eje Z. Es importante tener en cuenta que el ángulo de deslizamiento solo existe cuando el vehículo está en movimiento y esto a su vez no implica necesariamente un comportamiento de deslizamiento en el parche de contacto.



Las fuerzas del ángulo de deslizamiento son típicamente más de 20 veces las fuerzas de inclinación para un ángulo particular y, por lo tanto, son el aspecto más importante para la dinámica del vehículo. <sup>[18]</sup>

Matemáticamente hablando, la dependencia de la fuerza de resistencia a la rodadura de la carga de la rueda es de naturaleza lineal, donde  $\mu_R$  es denominado como el coeficiente de resistencia a la rodadura:

$$\mu_R = \frac{F_{RR}}{W_{Tot}} \quad (5.6)$$

Recordando que  $F_{RR}$  es la fuerza de resistencia a la rodadura y  $W_{Tot}$  el peso total vehículo.

Finalmente, la variación del coeficiente de resistencia a la rodadura muestra un aumento con la velocidad. Desde el punto de vista de la energía, esto es aceptable, ya que, si se pierde una determinada cantidad de energía por una revolución del neumático, aumentar las revoluciones en un intervalo de tiempo aumentará la energía perdida. Por lo tanto, este coeficiente en general es función de todos los parámetros antes mencionados, pero según la justificación presentada, el único parámetro importante es la velocidad de avance del centro de la rueda, es decir, la velocidad del vehículo: <sup>[14]</sup>

$$\mu_R = f(v) \quad (5.7)$$

## 5.2.2 Fuerza de resistencia aerodinámica.

La resistencia aerodinámica es aquella fuerza que se opone al avance de un cuerpo a través del aire. Esta resistencia es siempre en sentido opuesto a la velocidad. La aerodinámica es el estudio del movimiento del vehículo en el aire, el cual incluye los siguientes efectos: <sup>[14]</sup>

- Flujos internos: el aire fluye a través de las rejillas frontales con el propósito de ventilación y enfriamiento.
- Distancia al suelo: en los vehículos terrestres, la distancia al suelo es muy baja y provoca efectos sobre él.
- *Streamlining*: el diseño del exterior de acuerdo con las líneas de flujo de aire alrededor de la carrocería es de gran importancia para reducir la resistencia del aire.

Las fuerzas de resistencia aerodinámica resultan de tres efectos básicos:

1. Resistencia de la forma:

La base de esta fuerza de resistencia es la diferencia de presión delante y detrás del vehículo debido a la separación del flujo de aire y la creación de vórtices detrás de este. La presión en el frente será mayor y se ejercerá sobre el auto una fuerza neta opuesta a la dirección de la velocidad del aire. Por lo tanto, el área de la sección transversal del carro juega un papel importante frente al flujo de aire. <sup>[14]</sup>

2. *Skin friction*:

El aire que entra en contacto con la superficie del vehículo con una velocidad relativa aplicará fuerzas de fricción opuestas a la dirección del movimiento. La rugosidad de la superficie de la carrocería del automóvil es un factor importante en esta parte de la fuerza aerodinámica. <sup>[14]</sup>

3. Flujo interno:

El aire que ingresa a las partes internas del auto se ralentiza al tomar parte de su energía provocando una fuerza de resistencia adicional en el vehículo. La resistencia de la forma es responsable de la mayor parte de la fuerza aerodinámica, alrededor del 80%, mientras que las otras dos comparten el resto en alrededor del 10% cada uno. <sup>[14]</sup>

Las fuerzas de resistencia aerodinámica son una suma de fuerzas infinitesimales que actúan en todos los puntos de la carrocería. El resultado es una sola fuerza  $R_A$  que actúa en un punto llamado centro de fuerza aerodinámica o centro de presión CP. Estas se describen mediante un sistema de fuerzas con tres componentes resueltas en los ejes de la carrocería del vehículo. El centro de presión también es diferente del centro de masa del vehículo CG y, por lo tanto, la fuerza aerodinámica tendrá momentos alrededor de los ejes del vehículo. La siguiente figura ilustra las fuerzas y momentos aerodinámicos. <sup>[14]</sup>

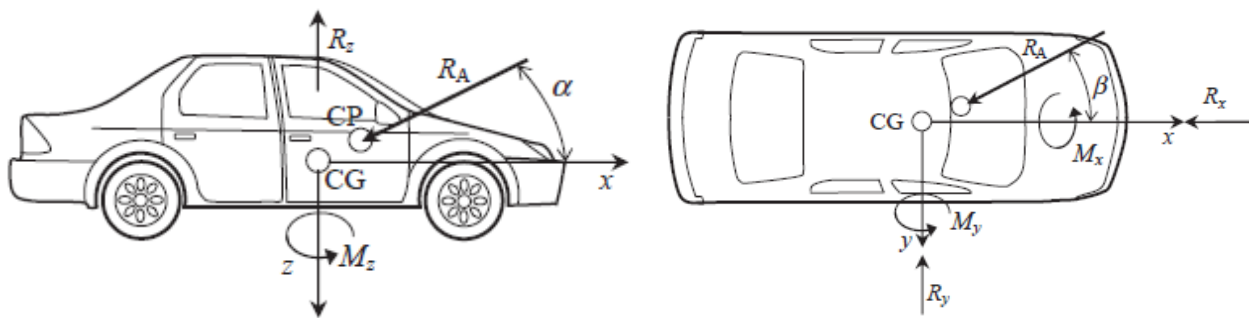


Figura 5.5. Fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre el vehículo.



Las fuerzas de arrastre, sustentación y laterales se definen como componentes de la fuerza aerodinámica. En aplicaciones de vehículos terrestres, debido a los pequeños ángulos aerodinámicos y en ausencia de viento lateral, los sistemas de dos ejes a menudo se consideran coincidentes. Con esta suposición, por lo tanto, las componentes de la fuerza en las direcciones negativas de 'x', 'y', 'z' son de arrastre, fuerza lateral y sustentación respectivamente. En lo que respecta al movimiento longitudinal del vehículo, la fuerza aerodinámica más importante es la fuerza de arrastre que se opone al movimiento. <sup>[14]</sup>

Comúnmente se expresan las fuerzas y momentos aerodinámicos en términos de coeficientes adimensionales. En general, cualquier fuerza aerodinámica se escribe en la forma básica de la siguiente manera:

$$F_A = q C_F A^* \quad (5.8)$$

Donde  $C_F$  es el coeficiente de fuerza aerodinámica y representa los coeficientes de arrastre  $C_D$ , fuerza lateral  $C_S$  y sustentación  $C_L$ , respectivamente.  $A^*$  es el área característica del vehículo y se toma como el área frontal  $A_F$ . Por su parte,  $q$  representa a la presión dinámica y se describe como:

$$q = \frac{1}{2} \rho_A v_A^2 \quad (5.9)$$

De la ecuación anterior  $v_A$  representa la velocidad del aire y es la magnitud de la velocidad del aire en relación con la carrocería del vehículo.  $\rho_A$  es la densidad del aire, esta depende de las condiciones ambientales; bajo las condiciones estándar de 1 [atm] al nivel del mar y una temperatura de 15 [°C], la densidad del aire es de 1.225 [kg/m<sup>3</sup>]. Esta se puede calcular aproximadamente a partir de:

$$\rho_A = 0.0348 \frac{\rho}{T} \quad (5.10)$$

Con  $\rho$  en Pascal y  $T$  en Kelvin.

Las fuerzas aerodinámicas dependen de varios parámetros, como la geometría del cuerpo, las condiciones ambientales y las propiedades de la corriente de aire. La geometría de la carrocería del vehículo incluye su forma y dimensiones. Este último ya se consideró como el área característica, y la distancia entre ejes del vehículo se consideró como la longitud característica para los momentos aerodinámicos. El principal parámetro ambiental que influye es la temperatura del aire que influye en la densidad del aire y altera directamente las fuerzas aerodinámicas.

Las propiedades de la corriente de aire incluyen la velocidad del aire y su dirección en relación con las coordenadas del cuerpo. Cuando la corriente de aire forma un ángulo con el eje delantero del vehículo, este ángulo se denomina ángulo de ataque; también influye en la magnitud de la fuerza aerodinámica. Para tener en cuenta estos parámetros influyentes, se utilizan los parámetros adimensionales número de Reynolds ( $Re$ ) y número de Mach ( $M$ ). En general, los coeficientes de fuerza o momento ( $C_F$  o  $C_M$ ) son una función de estos parámetros, así como el ángulo de ataque  $\alpha$  y el deslizamiento lateral  $\beta$ , es decir: <sup>[14]</sup>

$$C_F = f(R_e, M, \alpha, \beta) \quad (5.11)$$

En el movimiento del vehículo, el número de Mach regularmente es de un rango menor de 0,2, y la variación del número de Reynolds también es muy ligera. En el caso del viento horizontal longitudinal, ambos ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son pequeños y, en estas circunstancias, el coeficiente de fuerza es prácticamente constante. Por lo tanto, es práctico considerar coeficientes de fuerza o momento constante para el vehículo. <sup>[14]</sup>

### 5.2.3 Fuerza de resistencia gravitacional.

La fuerza gravitacional en una pendiente actuará en direcciones opuestas para el movimiento cuesta arriba y cuesta abajo del vehículo.

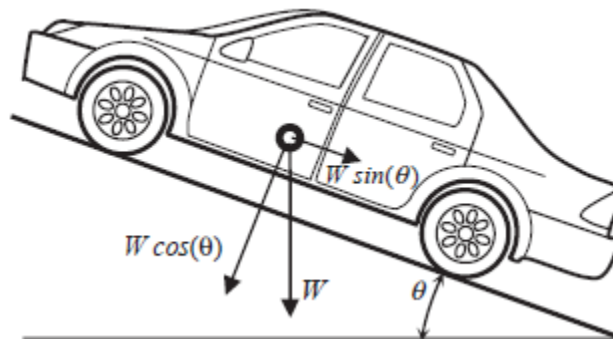


Figura 5.6. Fuerza gravitacional.

Con referencia a la figura anterior para una pendiente de ángulo  $\theta$  y con relación a la horizontal, la fuerza gravitacional simplemente es:

$$F_G = \pm W \sin(\theta) \quad (5.12)$$



Los signos positivos y negativos son para los movimientos cuesta abajo y cuesta arriba, respectivamente. La fuerza gravitacional es una fuerza constante siempre que la pendiente sea constante. La pendiente a menudo se expresa como un porcentaje en lugar de un ángulo. Es la tangente del ángulo de la pendiente multiplicada por 100. Cabe señalar que, en el movimiento del vehículo en una pendiente, la fuerza de reacción normal también cambiará y la fuerza de resistencia a la rodadura se alterará quedando de la siguiente manera:

$$F_{RR} = f_R W \cos(\theta) \quad (5.13)$$

Finalmente, la fuerza resistiva total es la suma de las fuerzas de resistencia a la rodadura, aerodinámicas y de gravedad:

$$F_R = F_{RR} + F_A + F_G \quad (5.14)$$

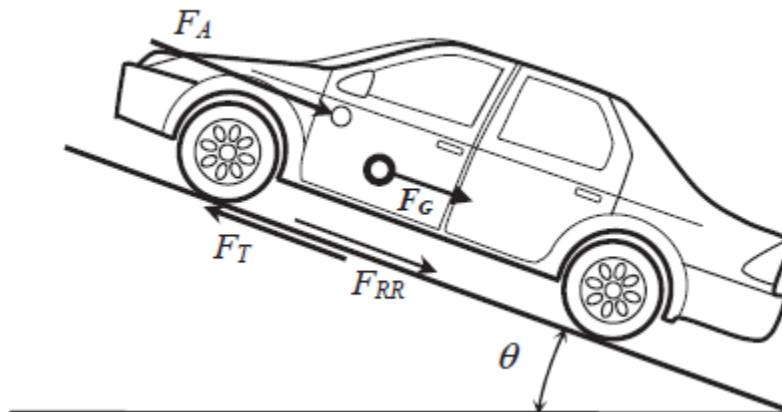


Figura 5.7. D.C.L. del vehículo. [14]

### 5.3 Aceleración centrípeta.

Al momento de comenzar con el diseño del prototipo eléctrico, existen tres principales condiciones dinámicas que se toman en cuenta, las cuales son el tamaño de rin de la llanta, sistema de suspensión y longitud del *wheel base*, este último es conocido cotidianamente como el largo del auto, sus puntos de medición parten del centro del neumático trasero hacia el punto medio del neumático delantero.



De acuerdo con el tamaño del rin de llanta dependerá el par necesario para moverla, por lo que a mayor tamaño se necesitará más fuerza y por ende mayor demanda energética.

Entre menor sea la distancia del *wheel base* se tendrá una mejor maniobrabilidad, el auto tendrá un mejor comportamiento principalmente en curvas. Por su parte, tal y como se mencionó anteriormente, el sistema de suspensión es el encargado de recibir todas las fuerzas ocasionadas debido al movimiento de masas cuando el vehículo es acelerado, frenado o al entrar en cualquier curva. Es aquí donde toma importancia la aceleración centrípeta. El prototipo eléctrico UM-E3 cuenta con una suspensión de doble horquilla tipo *push* diseñada para soportar 0.75 [G] longitudinales y 1.66 [G] laterales, estos valores depende de dos criterios, el primero es la velocidad máxima objetivo de 108 [km/h] para realizar la prueba de *acceleration* en 5 [s], el segundo se debe a que en la prueba de *Skid-Pad* se puede alcanzar una velocidad máxima de 45 [km/h] aproximadamente, esto de acuerdo con los circuitos propuestos por la competencia de Fórmula SAE.

En circunstancias normales el conductor mueve el volante lentamente y se encuentra dentro de los límites de la capacidad del vehículo, por lo cual, este no tendrá dificultad para responder a la velocidad de giro exigida. Si el conductor aumenta ligeramente la demanda de esta velocidad, el vehículo la aumentará en una cantidad adecuada. Esta propiedad se conoce como linealidad; el vehículo se describe como lineal, por lo tanto, el comportamiento de este en la región lineal se puede representar como una serie conectada de eventos en estado estacionario. Esta es la condición en la cual, si el volante permanece estacionario, todos los estados del vehículo; velocidad de curvatura, curvatura de la trayectoria, etc., permanecen constantes. La condición de estado estacionario es fácil de representar usando una analogía de equilibrio, construida con la ayuda de la fuerza centrífuga. Cabe señalar que esta fuerza ficticia se inventa únicamente para la conveniencia del cálculo de un estado de equilibrio análogo, o el cálculo de fuerzas en un marco de referencia acelerado. Cuando un vehículo es viajando por una trayectoria curva no está en equilibrio. <sup>[18]</sup>

La trayectoria curva del vehículo requiere cierta aceleración lateral denominada aceleración centrípeta. Por lo tanto, en una trayectoria curva los neumáticos ejercen una fuerza hacia el centro de esta y la masa corporal es acelerada por esas fuerzas de manera centrípeta. Esta aceleración, perpendicular al vector de velocidad de avance, a menudo se denomina aceleración lateral, ya que el auto generalmente apunta en la dirección del vector de velocidad de avance.

La aceleración centrípeta se define con la siguiente relación:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \quad (5.15)$$

Donde  $a_c$  es la aceleración centrípeta,  $v$  la velocidad tangencial,  $r$  el radio de curvatura y  $\omega$  la velocidad angular. En la siguiente sección se desarrollará el modelo matemático para la prueba de *acceleration* con el cual se comienza con la selección de componentes eléctricos y mecánicos del prototipo UM-E3.

## 5.4 Modelo de aceleración.

A partir de este modelo se calcula el par necesario para mover el auto en la prueba de *acceleration*; recordando que se trata de una recta de 75 [m] y el objetivo principal de diseño es terminarla en un tiempo de 5 [s]. Debido a esto, en esta prueba es donde se presenta el valor de par crítico, ya que se busca salir lo más rápido posible de la línea de salida, esto a su vez se traduce al consumo de corriente y voltaje máximos en el sistema de baterías.

Para entender el comportamiento del prototipo eléctrico en la prueba de *acceleration* se plantea un modelo ideal. De acuerdo con el comportamiento dinámico de la teoría de motores eléctricos, en este modelo se idealiza que el movimiento del auto es rectilíneo uniformemente acelerado y que la fuerza que lo impulsa es la misma en todo su recorrido; de igual forma, no se consideran pérdidas en la eficiencia de la transmisión.

Para el análisis se estudiará la velocidad de una partícula por medio de su función de movimiento con respecto al tiempo, tal y como se muestra en la siguiente gráfica:

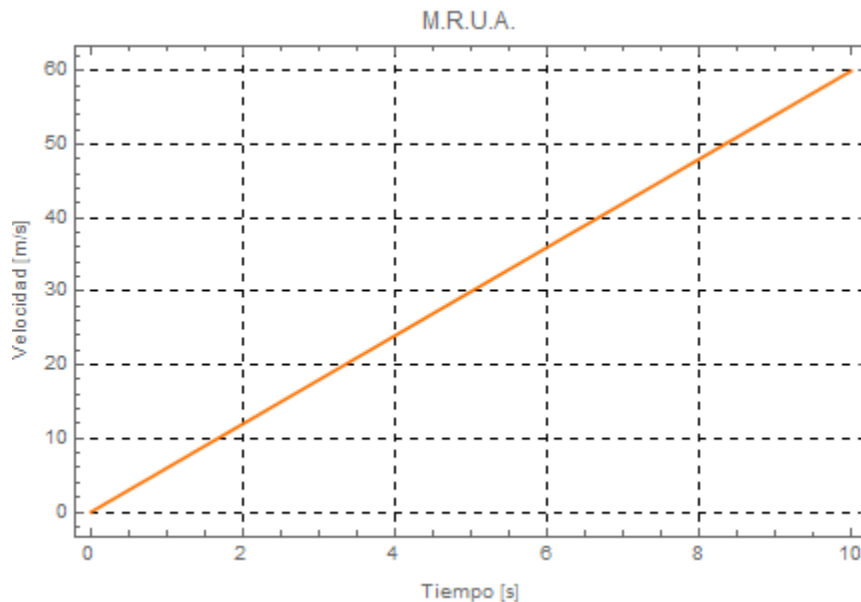


Gráfico 1. M.R.U.A. prototipo eléctrico UM-E3.

Obteniendo la función de la velocidad en términos del tiempo de la gráfica anterior y desarrollando:

$$v(t) = \frac{dv}{dt} \cdot t \quad (5.16)$$

$$v(t) = a \cdot t \quad (5.17)$$

La derivada de la velocidad respecto al tiempo es la aceleración de la partícula, mismo valor que representa la pendiente de la recta. Para este caso de estudio este valor se tomará como una constante.

Se sabe que el área bajo la curva de esta función representa la distancia recorrida por el cuerpo de estudio, para obtener este valor se empleará una integral definida iniciando en un tiempo 0 y hasta llegar a 5[s], con este rango se espera para que la aceleración del prototipo eléctrico sea igual o mayor a 75[m] y de esta manera cumplir con los objetivos planteados para dicha prueba. En la siguiente ecuación se plantea la integral definida:

$$\int_0^5 v(t) \geq 75 \quad (5.18)$$

Como se puede observar en el siguiente gráfico, el área bajo la curva corresponde a un triángulo.

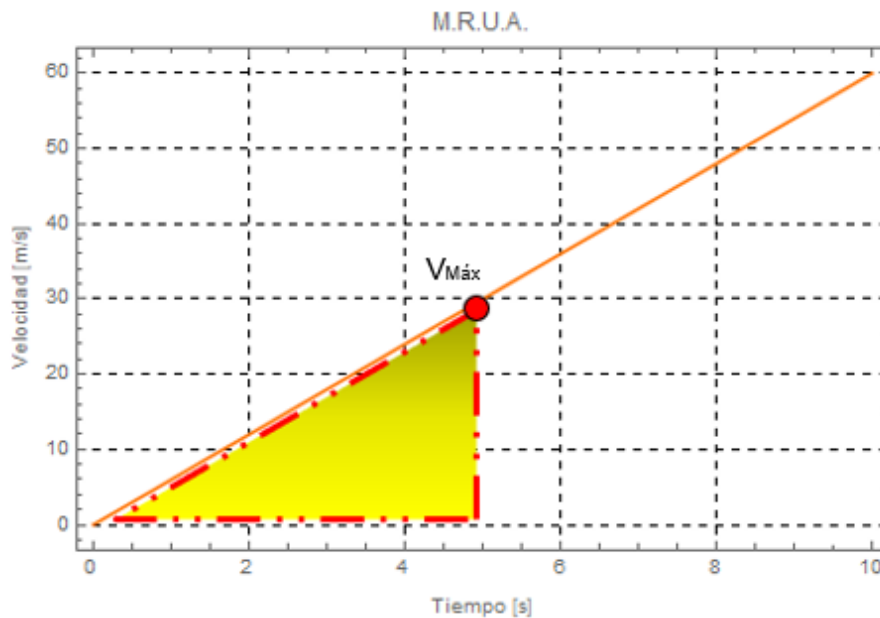


Gráfico 2. Área bajo la curva de la función

Para facilitar los cálculos se empleará la fórmula para obtener el área de un triángulo:

$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2} \quad (5.19)$$

Donde la base representa el tiempo y la altura la velocidad máxima ( $V_{Máx}$ ). Reescribiendo la ecuación anterior en términos de la distancia:

$$\text{Distancia} = \frac{\text{Tiempo} \cdot V_{Máx}}{2} \quad (5.19)$$



De la ecuación 5.19 todos los términos son conocidos, a excepción de la velocidad máxima que será la variable para determinar, por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera:

$$V_{M\acute{a}x} = \frac{2 \cdot Distancia}{Tiempo} \quad (5.20)$$

Sustituyendo valores en la ecuación 5.20 se puede determinar la velocidad máxima necesaria para alcanzar los objetivos establecidos para la prueba de *acceleration*:

$$V_{M\acute{a}x} = \frac{2 \cdot 75 [m]}{5 [s]} \quad (5.21)$$

$$V_{M\acute{a}x} = 30 [m/s] \quad (5.22)$$

Una vez determinado esto, se procede a calcular el par necesario para mover el auto. El sistema de masa no suspendida (USM) del prototipo eléctrico UM-E3 usa neumáticos *Hoosier 18x6 R25B R10*, el rin es de la marca *OZ Racing*. En la siguiente tabla se muestran las características principales.

Rin	Diámetro [m]	Masa [Kg]	Radio efectivo [in]	Neumático [in]	Material del rin
10	0.254	1.66	8.8	18x6	Aleación de magnesio AM50, AM60, AZ91E

Tabla 1. Características del sistema de USM.

Partiendo de la segunda Ley de Newton y planteando la suma de las principales fuerzas que afectan el comportamiento dinámico del automóvil se tiene la siguiente ecuación:

$$F_T = F_{RR} + F_A + F_G + F_{AO} \quad (5.23)$$

Donde  $F_T$  es la fuerza de tracción,  $F_{RR}$  la fuerza de resistencia a la rodadura,  $F_A$  la fuerza de resistencia aerodinámica,  $F_G$  la fuerza de gravitacional en una pendiente y  $F_{AO}$  la fuerza de aceleración objetivo. Ahora, se determinarán cada uno de los términos de la ecuación 5.23.



Haciendo uso de la ecuación 5.6 y realizando el álgebra para obtener  $F_{RR}$ , nos queda la fuerza de resistencia a la rodadura:

$$F_{RR} = \mu_R \cdot W_{Tot} \quad (5.24)$$

Recordando que  $W_{Tot}$  el peso total del auto y  $\mu_R$  es el coeficiente de resistencia a la rodadura. El valor de este coeficiente se obtiene de la hoja de datos técnicos del proveedor Hoosier; otra manera de conseguirlo es por medio del *Tire Test Consurtium*; TTC por sus siglas en inglés. El peso del auto corresponde al valor de la masa de todos los sistemas y del piloto; se toma una masa de 65 [Kg] percentil para el piloto. Por lo tanto, sustituyendo valores en la ecuación 5.24:

$$F_{RR} = 0.03 \cdot [(210[kg] + 65[kg])(9.81[m/s^2])] \quad (5.25)$$

$$F_{RR} = 0.03 \cdot 2697.75 [N]$$

$$F_{RR} = 80.93 [N] \quad (5.26)$$

En el caso de la resistencia aerodinámica como se mencionó, es función de la velocidad y esta se mantendrá variable durante los 75 [m], por lo que dicho valor se considerará en la ecuación 5.23 como un multiplicador de eficiencia de la fuerza total de tracción; este factor puede variar debido a ineficiencia de rodamientos, perdidas en los ejes u otros elementos mecánicos, desgaste de neumáticos, irregularidades en pista, etc., se calcula de manera experimental, y dependiendo de qué tan exactos sean estas mediciones, se acercarán a un comportamiento más real. Por bibliografía se considerará 1.1 por un 10% extra.

Usando la ecuación 5.12 se procede a determinar la fuerza gravitacional en una pendiente, debido a que en la competencia Fórmula SAE no existen circuitos con inclinación alguna, el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal es  $\theta = 0^\circ$ , por lo que la ecuación queda de la siguiente manera:

$$F_G = 2697.75 [N] \cdot \text{Sin}(0^\circ) \quad (5.27)$$

$$F_G = 0 \quad (5.28)$$

Por lo tanto, esta fuerza se puede despreciar. Por otro lado, la fuerza de aceleración objetivo es aquella necesaria para llegar a una velocidad a partir del reposo, partiendo de la segunda ley de newton donde dice que la fuerza es igual a la masa por la aceleración se tiene la siguiente ecuación:

$$F_{AO} = \frac{W_{Tot} \cdot V_{Máx}}{g \cdot t} \quad (5.29)$$



En donde  $t$  es el tiempo necesario para alcanzar la velocidad máxima y  $g$  corresponde a la aceleración gravitacional. Sustituyendo valores en la ecuación 5.29:

$$F_{AO} = \frac{(2697.75) \cdot (30[m/s])}{(9.81 [m/s^2]) \cdot (5[s])} \quad (5.30)$$

$$F_{AO} = 1650[N] \quad (5.31)$$

Finalmente sustituyendo ec. 5.26, 5.28 y 5.31 en la ecuación 5.23 y recordando la consideración del factor de eficiencia debido al arrastre, la fuerza de tracción es:

$$F_T = (80.93[N] + 1650[N]) \cdot (1.1) \quad (5.32)$$

$$F_T = 1904.02 [N] \quad (5.33)$$

Posteriormente se procede a calcular el par necesario que se le debe de aplicar a la masa no suspendida para mover el auto.

$$\tau_{auto} = F_T \cdot r_{eft} \quad (5.34)$$

Donde  $r_{eft}$  es el radio efectivo del rin, sustituyendo y utilizando los valores de la tabla 1 se obtiene lo siguiente:

$$\tau_{auto} = (1904.02[N]) \cdot (8.8 [in]) \cdot (0.0254[m/in]) \quad (5.35)$$

$$\tau_{auto} = 425.59 [N] \quad (5.36)$$

Por lo tanto, este será el par requerido por el tren de potencia para cumplir con los objetivos de diseño. Para obtener la potencia rotativa que se le debe suministrar a los neumáticos simplemente se hace la conversión de la velocidad a la que se quiere llegar.

$$\omega = \frac{V_{Máx}}{r_{eft}} \quad (5.37)$$

$$\omega = \frac{30 [m/s]}{(8.8 [in]) \cdot (0.0254[m/in])} \quad (5.38)$$

$$\omega = 134 [rad/s] \quad (5.39)$$

Finalmente, con los valores obtenidos, principalmente el par para mover el auto, se comenzarán a definir los requerimientos de diseño para la selección de los componentes eléctricos y mecánicos del tren de potencia. En el siguiente capítulo se mostrará dicho procedimiento.

## CAPÍTULO VI. Selección de motor eléctrico y relación cinemática.

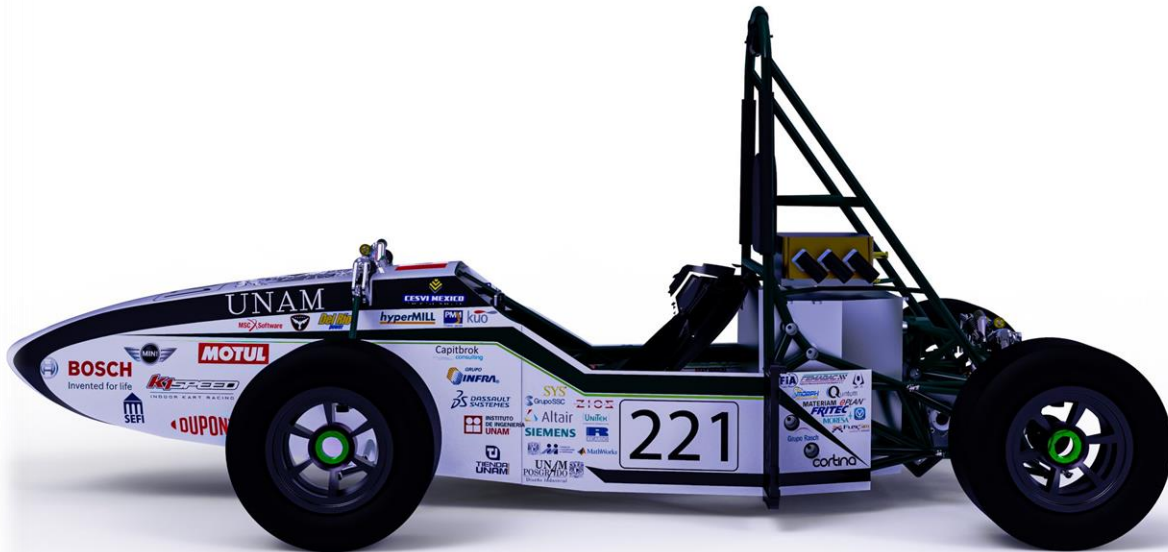


Figura 6. Prototipo eléctrico UM-E3. Vista lateral.

Una vez realizado el estudio dinámico vehicular, se definen los requerimientos de diseño para posteriormente comenzar a diseñar y seleccionar los componentes del tren de potencia. El sistema de *Drivetrain* es el encargado de transmitir la potencia otorgada desde el motor eléctrico hacia las llantas del vehículo de la forma más eficiente.

Como se mencionó anteriormente, a partir del modelo de aceleración se determina el par necesario para mover el auto, así como la velocidad máxima que se desea alcanzar para cumplir los objetivos en dicha prueba. Recordando que existe una relación entre dos variables eléctricas con el mismo número de variables dinámicas, como lo son, el par con la corriente y la velocidad con el voltaje. Por lo tanto, el siguiente análisis que se necesita realizar es evaluar aquel motor eléctrico que cumpla con los principales requerimientos de diseño para en seguida realizar el análisis de pista del auto eléctrico y seleccionar las celdas adecuadas para las necesidades del tren de potencia del prototipo UM-E3. Estos dos últimos puntos se demostrarán en los capítulos posteriores respectivamente.

Diseñar es crear una estrategia con el objetivo de satisfacer la necesidad del usuario o resolver un problema en específico, es por ello por lo que todos los sistemas que conforma el tren de potencia; *Batteries (BTT)*, *Cooling (CL)*, *Electronics & Controller (E&C)* y *Drivetrain (DT)*; siguen una metodología de diseño en particular.





El sistema de transmisión emplea la metodología de George E. Dieter, la cual consiste en la definición del problema, recopilar información, generar conceptos para subsiguientemente evaluarlos, seguida de la arquitectura del producto, configuración de diseño para finalmente realizar el diseño de detalle del producto. Estrictamente hablando, todos los sistemas del tren de potencia trabajan en conjunto para cumplir los objetivos generales del auto eléctrico. Bajo los pilares de diseño: eficiencia, simplicidad, robustez, versatilidad y fiabilidad se enlistan nuevamente dichos objetivos.

1. Tener una autonomía de 23 [km] para la prueba de *endurance*.
2. Alcanzar un tiempo de 5 [s] de 0 a 75 [m] en la prueba de *acceleration*.

Una vez definido lo anterior, se comienza con la selección del motor eléctrico y de la relación cinemática ya que son sumamente importantes para la definición de los requerimientos del tren de potencia.

## 6.1 Motor eléctrico.

El primer componente eléctrico en seleccionar es el motor, para elegir el adecuado se busca aquellos que cumplan con las necesidades de diseño, se desea encontrar un motor que cuente con una alta densidad de potencia, es decir, una máquina de menor tamaño que pueda ofrecer la mayor cantidad de potencia posible, por supuesto que el costo, eficiencia, fiabilidad y mantenimiento son de gran importancia, por lo cual estos serán los principales criterios de diseño. De acuerdo con la teoría presentada en el tercer capítulo, se eligió evaluar motores de corriente alterna del tipo síncrono de imanes permanentes (PMSM), síncrono de imanes permanentes conmutados (BLDC), de inducción (IM) y del grupo de motores de corriente directa se comparará uno del tipo de excitación separada (SE).

Para llevar a cabo este proceso de selección se realizó una matriz de ponderación en donde se evaluarán los principales criterios de diseño en conjunto con los tipos de motores a valorar. El método que se eligió fue matriz por pares, también conocida como matriz de ceros y unos. Realizando de forma tabular esta comparación, se le asignará un 1 al criterio que tiene mayor importancia y un 0 a la de menor. La última columna corresponde al factor de ponderación el cual es el resultado de dividir la suma por renglón entre suma total de columna. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Criterio de diseño	Densidad de potencia	Eficiencia	Mantenimiento	Costo	Fiabilidad	Suma $\Sigma$	Factor de ponderación $\alpha$
Densidad de potencia	-	0	1	0	1	2	0.200
Eficiencia	1	-	1	0	1	3	0.300
Mantenimiento	0	0	-	1	0	1	0.100
Costo	1	1	0	-	1	3	0.300
Fiabilidad	0	0	1	0	-	1	0.100
						$\Sigma = 1$	

Tabla 2. Comparación por pares de los criterios de diseño para el motor eléctrico.



Tal y como se puede observar, los criterios de mayor peso resultaron ser la eficiencia y el costo, con estos parámetros definidos se analizará la siguiente matriz donde se hace una evaluación de los tipos de motores seleccionados. Se eligieron estos debido a su disponibilidad en el mercado.

El segundo paso consiste en realizar una ponderación de los criterios de diseño en base a una escala del 1 al 3, donde 1 representa malo, 2 neutro y 3 bueno. Cuando se desea maximizar el valor de criterio se utilizará la ecuación (6). Si se requiere que sea lo menor posible se utilizará la ecuación (6.1). Después de obtener los valores máximos o mínimos, se procede a calcular el índice de desempeño (6.2). Estas tres variables se representan con las siguientes ecuaciones:

$$\text{máx} = \frac{\text{Valor numérico "n"}}{\text{Valor máximo "n"}} \times 100 \quad (6)$$

$$\text{mín} = \frac{\text{Valor mínimo "n"}}{\text{Valor numérico "n"}} \times 100 \quad (6.1)$$

$$\gamma = \sum_{n=1}^i (B_i \cdot \alpha_i) \quad (6.2)$$

Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tipo de motores / Criterio de diseño	Densidad de potencia		Eficiencia		Mantenimiento		Costo		FIABILIDAD		γ
	[kW/kg]	β dp	[%]	β ef	[1]	β mant	USD	β cost	[1]	β f	
PMSM	2	67	3	100	2	50	2	100	3	100	88
BLDC	2	67	2	67	2	50	2	67	3	100	68
IM	3	100	2	67	3	33	3	100	3	100	83
SE	1	33	1	33	1	100	3	33	1	33	40

Tabla 3. Evaluación: Criterios de diseño.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos de una manera más visual:

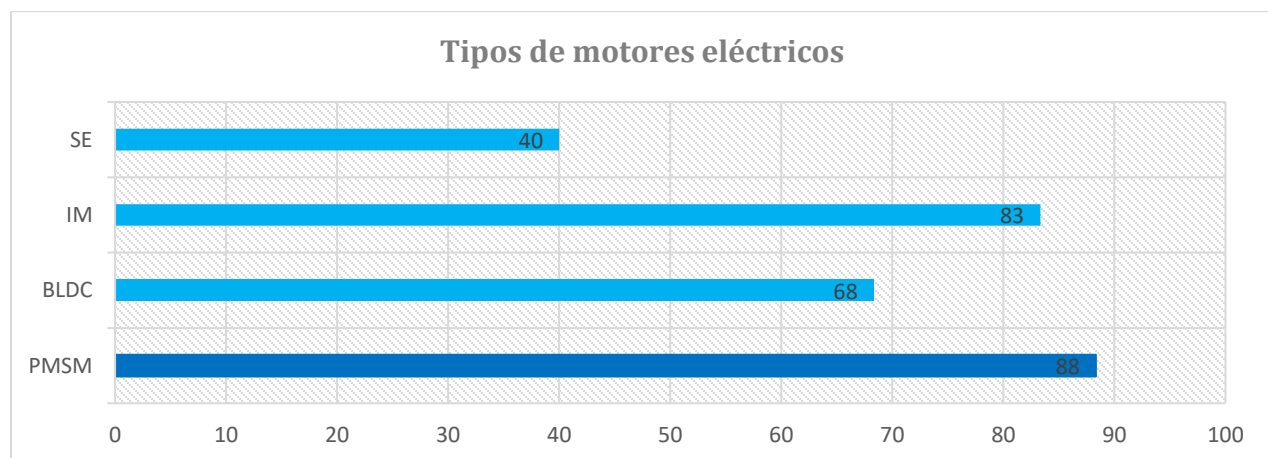


Gráfico 3. Resultado: Tipos de motores eléctricos.

Por lo tanto, los motores síncronos de imanes permanentes de corriente alterna son los que cumplen con los principales criterios de diseño por lo que el siguiente paso es realizar una búsqueda de aquellos proveedores que fabriquen este tipo de máquinas eléctricas. Ahora, se evaluarán las principales características de diseño, las cuales son la relación máximo par / masa, máxima potencia / masa, su velocidad nominal, velocidad máxima, eficiencia, voltaje de operación y el costo. Los resultados de la matriz por pares se muestran en la siguiente tabla:

Características de diseño	Par máx / masa	Potencia máx / masa	Velocidad nominal	Velocidad máxima	Eficiencia	Voltaje de operación	Costo	Suma $\Sigma$	Factor de ponderación $\alpha$
Par máximo / masa	-	1	1	0	1	0	1	4	0.190
Potencia máx / masa	0	-	1	1	0	1	1	4	0.190
Velocidad nominal	0	0	-	1	0	1	1	3	0.143
Velocidad máxima	1	0	0	-	0	0	1	2	0.095
Eficiencia	0	1	1	1	-	0	1	4	0.190
Voltaje de operación	1	0	0	1	1	-	0	3	0.143
Costo	0	0	0	0	0	1	-	1	0.048
									$\Sigma = 1$

Tabla 4. Evaluación: Características de diseño.

Nuevamente el criterio referente al costo es sobresaliente, acompañado de la relación entre la masa, par y potencia disponible, seguidos de la velocidad nominal y el voltaje de operación. En seguida se procede a buscar los motores PMSM disponibles en el mercado para evaluar nuevamente las características de diseño. Debido a que la tabla es un poco extensa se ha dividido en dos partes, mismas que se muestran a continuación:

MODELO DE MOTOR	MASA	Par máx / masa		Potencia máx / masa		Velocidad nominal	
	[kg]	[Nm/kg]	$\beta$ par	[kW/kg]	$\beta$ pot	[rpm]	$\beta$ vel
EMRAX 208	9.4	14.89	100.00	7.98	100.00	1000	15.38
YASA P400-RS	27.5	13.45	90.34	5.82	72.92	1500	23.08
NOVA 30	6.5	12.31	82.64	4.62	57.85	2500	38.46
REMY HVH-250-090-SOM	49.0	6.53	43.85	1.73	21.74	2400	36.92
GOLDEN MOTOR-HPM20KL	39.0	4.10	27.55	1.28	16.07	2500	38.46
PHI-271	30.0	8.00	53.71	5.00	62.67	2000	30.77
BRUSA HSM1-6.17.12	51.5	4.27	28.68	1.86	23.36	4000	61.54
BOSCH SMG-180/120	30.0	6.67	44.76	4.00	50.13	2000	30.77
PARKER GVK210-100-SPW (HV)	22.0	7.86	52.80	3.73	46.72	6500	100.00
MOOG WH200-P2-014	30.0	5.80	38.94	0.67	8.36	1000	15.38
LEM 200	11.0	6.36	42.73	3.27	41.02	4400	67.69

Tabla 5. Evaluación: Tipos de modelo de motores PMSM. Parte 1.



MODELO DE MOTOR	Velocidad máxima		Eficiencia		Voltaje de operación		Costo		v
	[rpm]	$\beta$ rpm	[%]	$\beta$ efc	[V]	$\beta$ volt	[USD]	$\beta$ cost	
EMRAX 208	7000	58.33	0.97	98.98	350	61.95	3000	54.97	76.17
YASA P400-RS	8000	66.67	0.96	97.96	250	44.25	15000	10.99	66.25
NOVA 30	7000	58.33	0.9	91.84	140	24.78	7943	20.76	59.83
REMY HVH-250-090-SOM	10500	87.50	0.95	96.94	350	61.95	4800	34.35	55.05
GOLDEN MOTOR-HPM20KL	4000	33.33	0.90	91.84	96	16.99	2190	75.30	40.48
PHI-271	12000	100.00	0.96	97.96	300	53.10	5520	29.87	63.75
BRUSA HSM1-6.17.12	12000	100.00	0.95	96.94	400	70.80	5000	32.98	58.38
BOSCH SMG-180/120	7500	62.50	0.98	100.00	550	97.35	4500	36.64	63.12
PARKER GVK210-100-SPW (HV)	8000	66.67	0.97	98.98	320	56.64	6500	25.37	67.74
MOOG WH200-P2-014	2099	17.49	0.95	96.94	565	100.00	6000	27.48	46.93
LEM 200	4400	36.67	0.93	94.90	110	19.47	1649	100.00	54.73

Tabla 6. Evaluación: Tipos de modelo de motores PMSM. Parte 2.

Nuevamente por comodidad de visualización se presenta una gráfica con los resultados obtenidos:

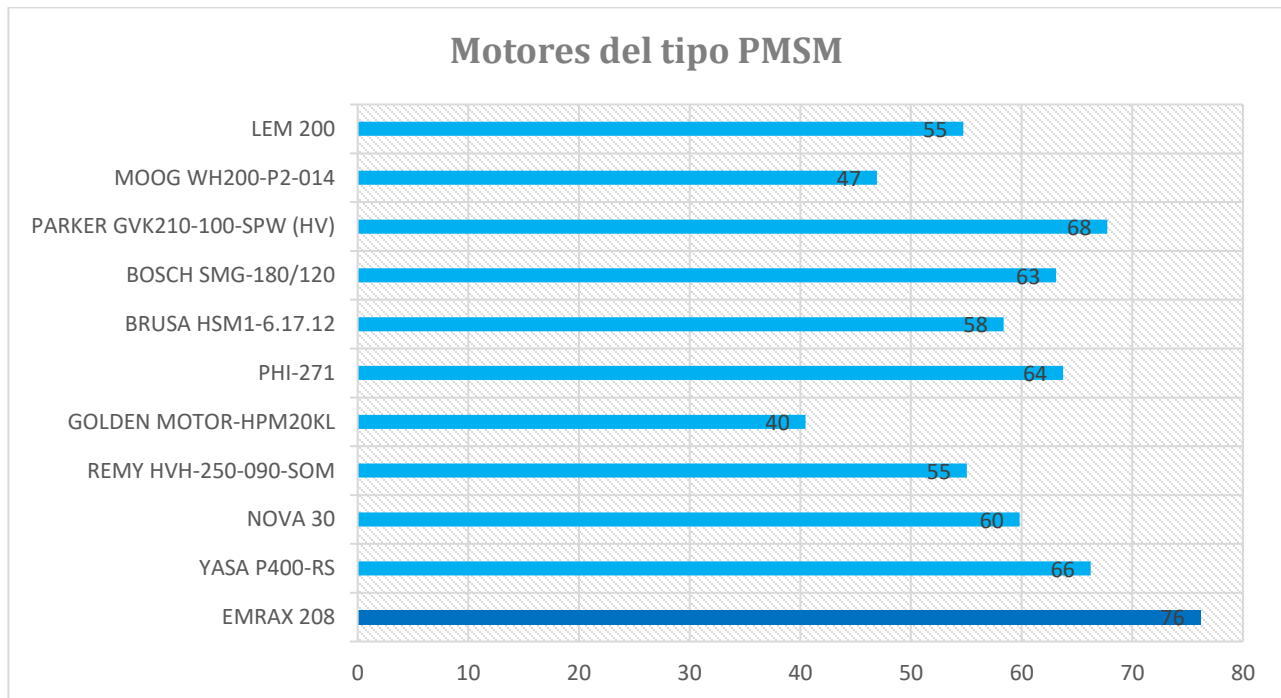


Gráfico 4. Evaluación: Motores del tipo PMSM.

Por lo tanto, el modelo EMRAX 208 es el mejor modelo que se adapta a los criterios de diseño.

EMRAX es un motor eléctrico de imán permanente síncrono de flujo axial de procedencia eslovena. Funciona como generador con las mismas características de rendimiento. Puede alcanzar una alta potencia incluso a velocidades de rotación relativamente bajas debido al alto par. Permite un accionamiento sin engranajes; el habitual reductor que provoca pérdidas de potencia, peso adicional, complejidad y mantenimiento. Su densidad de potencia es muy alta, hasta 10 [kW/kg]. Las pérdidas mecánicas y eléctricas sin carga son muy pequeñas, por lo que puede funcionar a altas velocidades. [19]



Figura 6.1. Modelo EMRAX 208. [19]

Los motores EMRAX están disponibles en una variedad de combinaciones de par y velocidad. Estos son catalogados de acuerdo con sus características, principalmente el tamaño de la carcasa; el número en el nombre significa el diámetro del motor en milímetros. Los valores de mayor interés son el par máximo, corriente pico, potencia pico, rpm y voltaje de baterías máximo. En la siguiente figura se muestra un fragmento de la hoja de datos técnicos:



User's Manual for Advanced Axial Flux Synchronous Motors and Generators

EMRAX 208 Technical Data Table (dynamometer test data)

Type	EMRAX 208 High Voltage			EMRAX 208 Medium Voltage			EMRAX 208 Low Voltage		
<b>Technical data</b>									
Air cooled = AC Liquid cooled = LC Combined cooled = Air + Liquid cooled = CC	AC	LC	CC	AC	LC	CC	AC	LC	CC
Ingress protection	IP21	IP65	IP21	IP21	IP65	IP21	IP21	IP65	IP21
Cooling medium specification (Air Flow = AF; Inlet Water/glycol Flow = WF; Ambient Air = AA) If inlet WF temperature and/or AA temperature are lower, then continuous power is higher.	AF=20m/s; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C	AF=20m/s; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C	AF=20m/s; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C	WF=8l/min at 50°C; AA=25°C
Weight [kg]	9,1	9,4	9,3	9,1	9,4	9,3	9,1	9,4	9,3
Diameter $\phi$ / width [mm]	208 / 85								
Maximal battery voltage [Vdc] and full load/no load RPM	470 Vdc (5170/7050 RPM)			320 Vdc (5760/7040 RPM)			125 Vdc (6250/7250 RPM)		
Peak motor power at max RPM (few min at cold start / few seconds at hot start) [kW]	75								
Continuous motor power (at 3000-5000 RPM) depends on the motor RPM [kW]	20 - 32	20 - 32	25 - 40	20 - 32	20 - 32	25 - 40	20 - 32	20 - 32	25 - 40

Figura 6.2. Hoja de datos técnicos EMRAX 208. [19]

Tal y como se puede observar en la figura anterior, EMRAX ofrece tres configuraciones diferentes de voltaje: Bajo (LV), medio (MV) y alto (HV). Por lo que ahora se procede a hacer la elección adecuada para las necesidades de diseño. Es importante mencionar que para realizar esta selección se debe analizar en conjunto con la relación cinemática, ya que también los parámetros de motor dependen de este elemento. A continuación, se muestra la tabla con los análisis realizados, tomando en cuenta las variables primordiales para hacer la selección de las celdas eléctricas. Hasta este punto se ha seleccionado una relación 3.6:1, misma que será explicada con detalle en la siguiente sección.

EMRAX 208. Configuración de voltaje			
Tipo de configuración	LV	MV	HV
Relación cinemática	3.6	3.6	3.6
RPM x 1VDC	50	17	11
Voltaje [VDC]	92	271	419
Corriente pico [Arms]	698	265	175

Tabla 7. Comparación LV, MV y HV.

Para entender con más claridad se muestran las siguientes gráficas:

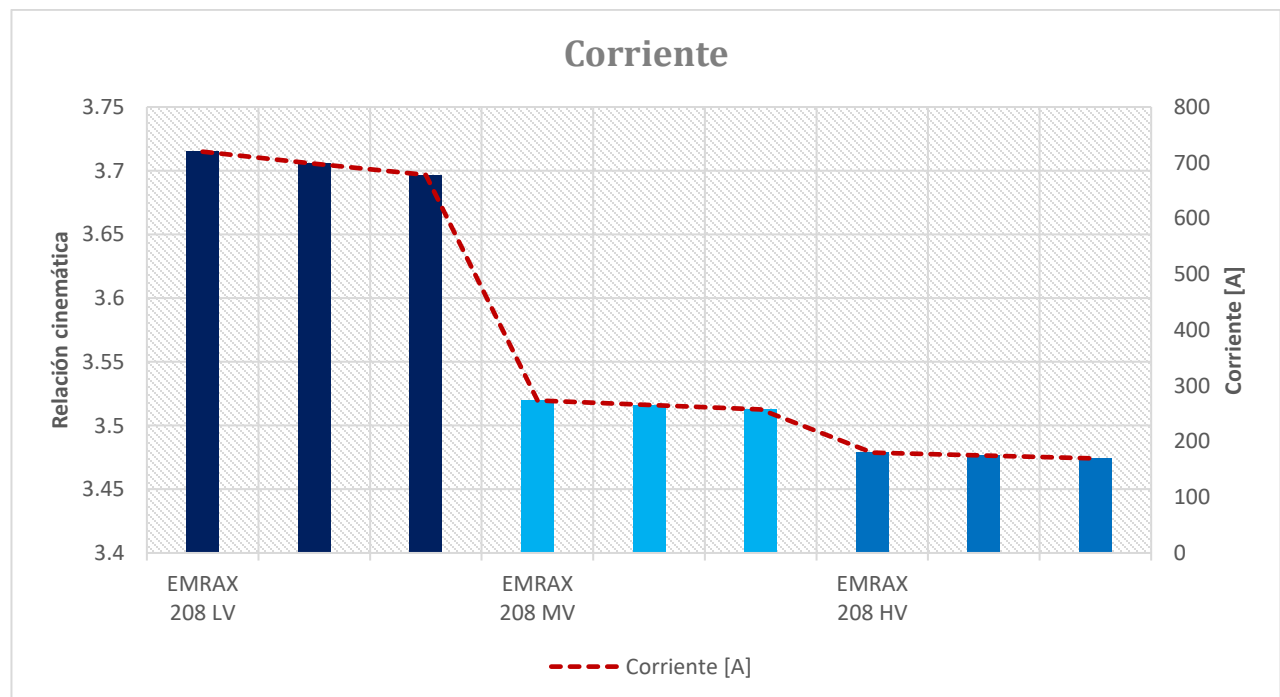


Gráfico 5. Comportamiento de corriente para LV, MV y HV.

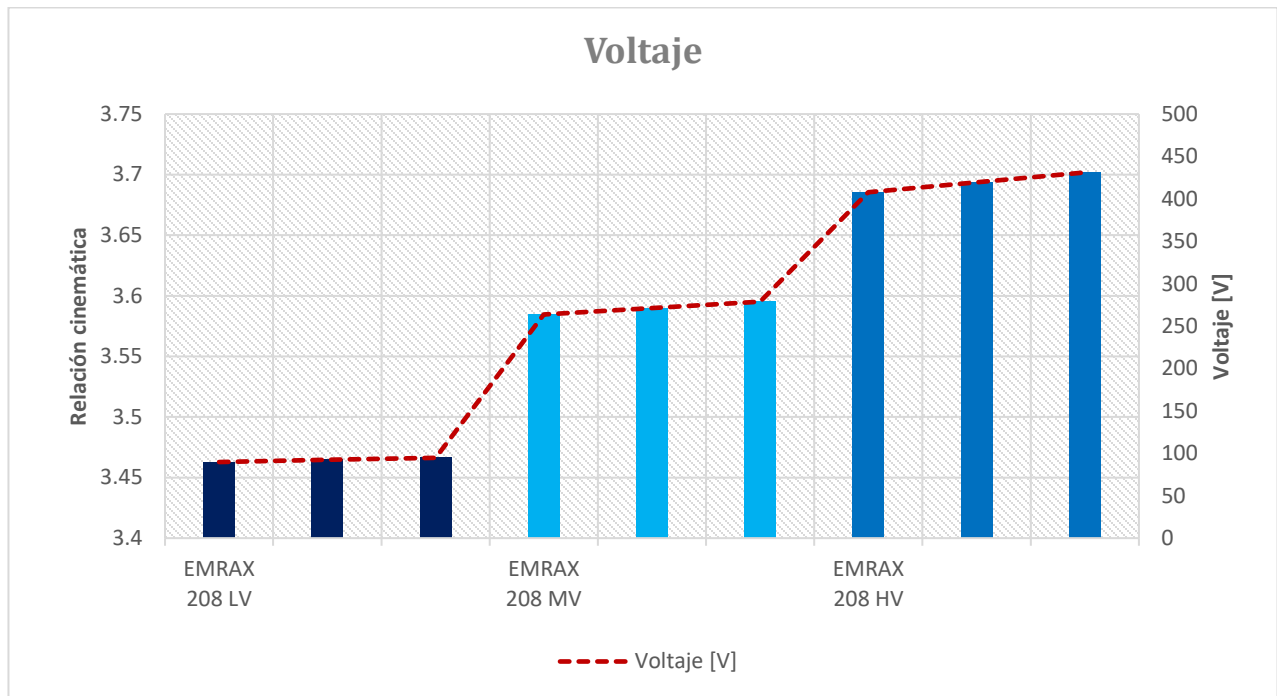


Gráfico 6. Comportamiento de voltaje para LV, MV y HV.

De acuerdo con la hoja de datos técnicos proporcionada por el fabricante del motor, el voltaje está relacionado directamente con su velocidad angular, mientras que la corriente se relaciona con el par requerido por él. De acuerdo con nuestros propósitos de aceleración y velocidad máxima, se observa los requerimientos de corriente y voltaje en las gráficas 5 y 6 respectivamente. Para la configuración de bajo voltaje esta variable eléctrica es menor, pero el consumo de corriente tiende a elevarse. En el caso contrario, con la configuración de alto voltaje es necesario tener más voltaje en el acumulador y una corriente menor.

Siguiendo con nuestras consideraciones de diseño, la configuración de medio voltaje tiene el comportamiento ideal para nuestro prototipo, ya que al tratar de cumplir con el objetivo de alcanzar una velocidad máxima de 108 [Km/h], con la proporción de alto voltaje (HV) nos veríamos obligados a usar un mayor número de celdas eléctricas, significando un acumulador de mayor peso.

Analizando la configuración de bajo voltaje (LV) nuestro principal problema sería el consumo de corriente, ya que al tratar de alcanzar un par para mover el auto igual a 425 [Nm], esta sería muy grande y un requerimiento difícil de cumplir con celdas comerciales y asequibles. Por lo tanto, siguiendo los argumentos anteriores, como resultado final se decidió elegir la configuración de medio voltaje (MV) con una relación cinemática 3.6:1. Este último tema se demuestra a continuación.

## 6.2 Relación cinemática.

En esta sección se explicará el proceso de selección de la relación cinemática. Para comenzar con el desarrollo es necesario demostrar el modelo matemático del motor eléctrico, ya que con este se obtiene la corriente a partir del par requerido. EMRAX en su manual presenta la siguiente gráfica:

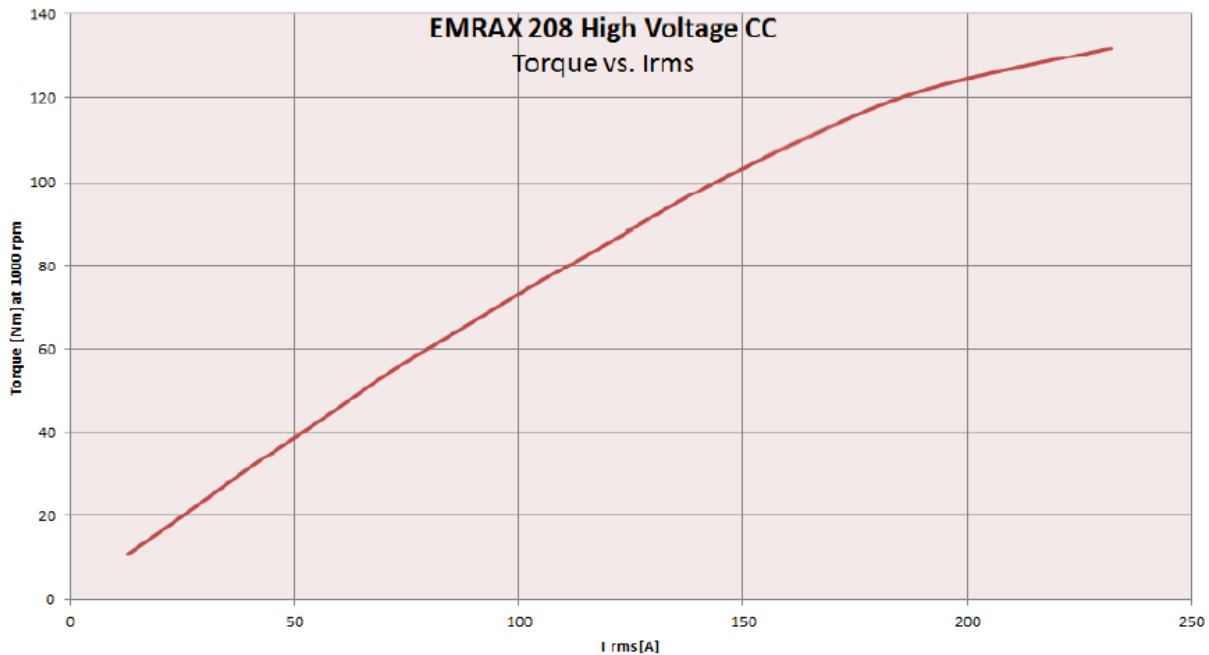


Gráfico 7. Par – Corriente EMRAX 208 HV. [19]

Como se puede observar se trata del EMRAX 208 en su configuración de alto voltaje (*HV*). De acuerdo con la hoja de datos técnicos, para alcanzar los mismos valores de par y corriente para la configuración de bajo voltaje (*LV*) se necesita 4 veces más corriente y 4 veces menos voltaje de corriente directa. Por su parte la configuración de medio voltaje (*MV*) necesita 1.52 veces más de corriente y 0.33 menos de voltaje de corriente directa. [19]

En la siguiente gráfica se presenta el comportamiento del par y la corriente para las tres configuraciones de voltaje:



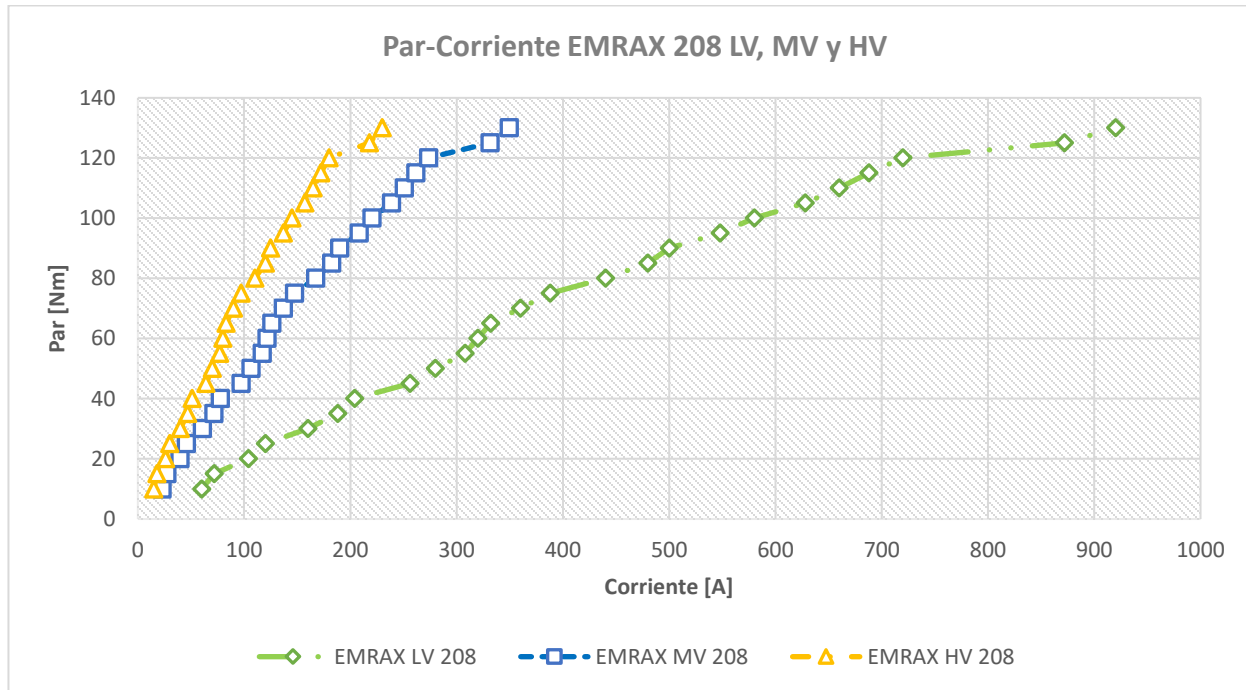


Gráfico 8. Par - Corriente EMRAX 208 LV, MV y HV.

Para obtener el modelo matemático del motor específicamente para la configuración de medio voltaje, se realiza una interpolación de los puntos en la gráfica, la tendencia resulta ser un comportamiento exponencial, por lo que al resolverla se obtiene el siguiente modelo:

$$Par = 0.693 \cdot Corriente^{0.919} \quad (6.3)$$

Debido a que el valor obtenido en el modelo de aceleración es el par y lo que se desea determinar es la corriente, se procede a determinar una ecuación que pueda establecer a la corriente como la variable independiente, por lo que el modelo queda de la siguiente manera:

$$Corriente = 1.562 \cdot Par^{1.076} \quad (6.3)$$

Por lo que la ecuación 6.3 será fundamental para conocer la corriente que se requiere en la prueba de *acceleration* que es donde se presenta el valor pico. Con este modelo y haciendo uso de los valores de la hoja de datos técnicos del fabricante EMRAX se procede a determinar la relación cinemática. De acuerdo con la configuración de medio voltaje para el motor EMRAX 208, el fabricante menciona en la hoja de datos técnicos que por cada 17 [rpm] se necesita 1 [VDC], por lo tanto, a partir de la velocidad objetivo de 30 [m/s] se calculan las rpm máximas.



A continuación, se presenta el desarrollo correspondiente:

$$Vel. llanta = \frac{Vel. objetivo [m/s]}{Radio de llanta [m]} \quad (6.4)$$

$$Vel. llanta = \frac{30 [m/s]}{0.2235 [m]} \quad (6.5)$$

$$Vel. llanta = 134.23 [rad/s] \quad (6.6)$$

$$Vel. motor = (Vel. llanta [rad/s]) \cdot (Rel. cinemática [1]) \quad (6.7)$$

$$Vel. motor = (134.23 [rad/s]) \cdot (3.6[1]) \quad (6.8)$$

$$Vel. motor = 483.22 [rad/s] \quad (6.9)$$

$$rpm \text{ máx} = \frac{(Vel \text{ motor}) \cdot (60)}{2 \pi} \quad (6.10)$$

$$rpm \text{ máx} = \frac{(483.22 [rad/s]) \cdot (60)}{2 \pi} \quad (6.11)$$

$$rpm \text{ máx} = 4614 [rpm] \quad (6.12)$$

Recordando que los requerimientos son:

- Corriente máxima en el motor: 320 [A]
- Potencia máxima permitida: 75 [KW]
- Velocidad máxima: 108 [Km/h]
- Par en llanta: 425 [Nm]

En la siguiente tabla se muestran los valores disponibles de acuerdo con cada relación cinemática.

EMRAX 208 MV			
Relación Cinemática	3.5:1	3.6:1	3.7:1
rpm máx	4486	4614	4743
Voltaje [VDC]	264	271	279
Par máximo en llantas disponible [Nm]	490	504	518
Par en motor [Nm]	122	118	115
Corriente pico [A]	274	265	258
Potencia DC [Kw]	72	72	72
Potencia [HP]	97	97	97
Número de celdas aprox.	80	82	85

Tabla 8. Comparación de relación cinemática.

Analizando en el comportamiento de la corriente y el voltaje respecto a la relación cinemática se observa que al ser mayor el voltaje aumenta, pero la corriente disminuye y viceversa. Por lo tanto, de acuerdo con las necesidades del tren de potencia, y recordando las consecuencias de utilizar valores altos de corriente – voltaje, la relación cinemática 3.6:1 será la utilizada por el sistema de transmisión.

### 6.3 Diseño de transmisión por cadena.

Tras concluir la selección de la relación cinemática, se procede a realizar los cálculos correspondientes para el diseño de la transmisión por cadena. Una cadena es un elemento de transmisión de potencia formado por una serie de eslabones unidos con pernos. Este diseño permite tener flexibilidad, y admite que la cadena transmita grandes fuerzas de tensión; a continuación, se presenta el procedimiento del diseño final.

Cuando se transmite potencia entre ejes giratorios, la cadena entra en ruedas dentadas correspondientes llamadas catarinas; comúnmente a la rueda de menor tamaño se le asigna el nombre de piñón y a la grande el termino de *sprocket*. La figura 6.3 muestra una transmisión típica de cadena. El tipo de cadena más común es la cadena de rodillos, en la que el rodillo sobre cada perno permite tener una fricción excepcionalmente baja entre la cadena y las catarinas. La cadena de rodillos se caracteriza por su paso, que es la distancia entre las partes correspondientes de eslabones adyacentes. El sistema de transmisión se realiza mediante una cadena estándar de una hilera, de nomenclatura 520. El primer número indica el paso de la cadena; es decir, la distancia entre eslabones; este número se divide entre 8 (5/8"). El segundo número (20) representa la distancia entre placas de los eslabones; es decir, el ancho del paso de cadena; mismo número se divide entre 80 (1/4").

Se optó por este tipo de transmisión ya que, en comparación de una banda dentada, se cuenta con las ventajas de ser compacta, más duradera, fácil de arreglar, permite trabajar a menores distancias, soporta altos pares, entre otros. El diseño de sprocket y piñón están sujetos a estas dimensiones de cadena. <sup>[20]</sup>

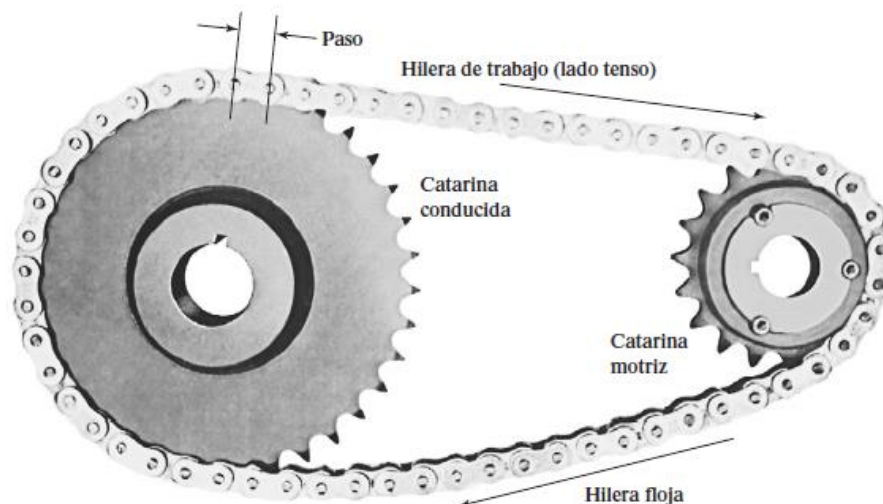


Figura 6.3. Transmisión por cadena de rodillos. <sup>[20]</sup>



La capacidad de transmisión de potencia de las cadenas tiene en cuenta tres modos de falla:

1. Fatiga de las placas de eslabón, debido a la aplicación repetida de la tensión en el lado tenso de la cadena
2. El impacto de los rodillos al engranar en los dientes de las catarinas
3. La abrasión entre los pernos de cada eslabón y sus bujes.

Las variables importantes al momento de seleccionarla son el paso de la cadena, tamaño y la velocidad de giro de la catarina menor. Es crítica la buena lubricación para el funcionamiento satisfactorio de una transmisión de cadenas. Los fabricantes recomiendan el método de lubricación para las combinaciones dadas de tamaño de cadena y catarina, así como la velocidad. <sup>[20]</sup>

Para un determinado número de dientes en la catarina, la capacidad de potencia se incrementa al aumentar la velocidad, hasta cierto punto, y después decrece. En las velocidades bajas y moderadas, domina la fatiga por la tensión en la cadena; el impacto sobre la catarina gobierna en las mayores velocidades. Cada tamaño de catarina tiene un límite superior absoluto de velocidad, debido al inicio de la raspadura entre los pernos y los bujes de la cadena. <sup>[20]</sup>

El proceso de diseño de una transmisión por cadena presentado en libros de diseño de elementos de máquinas está dirigido a trabajos industriales donde se utiliza maquinaria pesada y otro tipo de condiciones de trabajo en comparación con las del auto eléctrico, sin embargo, se toma como referencia dicho procedimiento, mismo que se desarrollará de manera breve a continuación:

### **1. Número de dientes de las ruedas de la transmisión:**

La relación cinemática es definida por las variables eléctricas del tren de potencia como se mencionó anteriormente, por lo que solo se definirá el número de dientes de las ruedas que cumplan con esta relación. Por empaquetamiento sobre chasis se recomienda utilizar un diámetro adecuado para el espacio disponible. Por recomendación de la literatura, en la rueda de entrada se empleará preferentemente un número impar de dientes. Así se conseguirá que no entren en contacto siempre los mismos dientes con los eslabones de un tipo, interiores o exteriores. Un factor importante para considerar en el número de dientes de la rueda menor es el efecto poligonal, por lo que cumpliendo la relación 3.6:1 se procede a utilizar el siguiente número de dientes por engranaje:

- $N_1 = 13$
- $N_2 = 47$

Donde  $N_1$  representa el número de dientes para el piñón y  $N_2$  para el sprocket.

## 2. Selección del tipo de cadena:

Se eligió utilizar los siguientes datos para diseño:

- Cadena simple de 1 hilera
- Tipo 520. Marca ORING.
- Paso 5/8"

Esta selección ha sido tomada de “*American Chain Association Chains for Power Transmission and Material Handling handbook*”. Consultando la hoja de datos técnicos del proveedor se tienen las siguientes dimensiones de la cadena:

Denominación	Paso (Distancia entre eje de los pines)	Diametro del Diente	Ancho entre placas interiores	Diametro del Pin	Longitud del Pin	Diametro externo eslabon	Espesor de la placa del eslabón	Resistencia a la tracción
	P	d1	b1	d2	L	h2	T	KN
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
25H	6.35	3.3	3.18	2.31	8.88	6.0	1.0	4.9
270H	8.5	5	4.75	3.28	13.15	8.45	1.8	9.9
420	12.7	7.77	6.25	3.96	14.9	12.0	1.5	16.2
420H	12.7	7.77	6.25	3.96	15.0	12.0	1.55	17.4
428	12.7	8.51	7.75	4.45	16.7	11.8	1.6	18.9
428H	12.7	8.51	7.75	4.45	18.7	11.8	2.03	20.8
520	15.875	10.16	6.25	5.08	17.5	15.09	2.03	26.7
520H	15.875	10.16	6.25	5.08	18.9	15.09	2.42	28.1
530	15.875	10.16	9.4	5.08	20.7	15.09	2.03	26.7
530H	15.875	10.16	9.4	5.08	22.1	15.09	2.42	28.2

Tabla 9. Catálogo de cadenas. Cortesía ORING.

## 3. Cálculo del diámetro de las ruedas:

El diámetro de paso de una catarina con N dientes, para una cadena de paso  $p$ , es: <sup>[20]</sup>

$$D = \frac{p}{\text{sen} (180^\circ/N)} \quad (6.13)$$

Para el piñón se tiene que:

$$D = \frac{15.875}{\text{sen} (180^\circ/13)} \quad (6.14)$$

$$D = 66.33 \text{ [mm]} \quad (6.15)$$

Para el sprocket se obtiene lo siguiente:

$$D = \frac{15.875}{\text{sen}(180^\circ/47)} \quad (6.16)$$

$$D = 237.67 \text{ [mm]} \quad (6.17)$$

#### 4. Cálculo de longitud de la cadena en pasos:

La longitud de la cadena debe ser un múltiplo entero del paso, y se recomienda tener un número par de pasos. La distancia entre centros debe ser ajustable para adaptarse a la longitud de la cadena, y para adaptarse a las tolerancias y al desgaste. Debe evitarse un colgamiento excesivo del lado flojo, en especial en transmisiones que no sean horizontales. Una relación adecuada de la distancia entre centros (C), longitud de cadena (L), cantidad de dientes de la catarina pequeña ( $N_1$ ) y número de dientes de la catarina grande ( $N_2$ ), expresada en pasos de cadena, es: <sup>[20]</sup>

$$L = 2C + \frac{N_2 + N_1}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 C} \quad (6.18)$$

Nuevamente por espacio disponible sobre chasis se usará un valor igual a 14 pasos, por lo tanto:

$$L = 2(14) + \frac{47 + 13}{2} + \frac{(47 - 13)^2}{4\pi^2(14)} \quad (6.19)$$

$$L = 60.09 \text{ pasos} \quad (6.20)$$

#### 5. Cálculo de la distancia entre centros teórica:

De acuerdo con lo obtenido en la ecuación 6.20 se debe especificar un número par de pasos y calcular la distancia teórica entre centros a partir de la siguiente expresión:

$$C = \frac{1}{4} \left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} + \sqrt{\left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} \right]^2 - \frac{8(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2}} \right] \quad (6.21)$$

Se usará 60 pasos, un número par. Entonces, de la ecuación (6.21):

$$C = \frac{1}{4} \left[ 60 - \frac{47 + 13}{2} + \sqrt{\left[ 60 - \frac{47 + 13}{2} \right]^2 - \frac{8(47 - 13)^2}{4\pi^2}} \right] \quad (6.22)$$

$$C = 13.95 \text{ pasos} \quad (6.23)$$

$$C = (13.95) \cdot (15.875 \text{ [mm]}) \quad (6.24)$$

$$\therefore C = 221.46 \text{ [mm]} \quad (6.25)$$

## 6. Cálculo del ángulo de contacto:

Finalmente se calcula el ángulo de contacto de la cadena en cada catarina con las siguientes ecuaciones. Por literatura el ángulo de contacto mínimo debe ser  $120^\circ$ . Para la catarina pequeña:

$$\theta_1 = 180^\circ - 2 \operatorname{sen}^{-1} [(D_2 - D_1)/2C] \quad (6.26)$$

$$\theta_1 = 180^\circ - 2 \operatorname{sen}^{-1} [(237.67[\text{mm}] - 66.33[\text{mm}]) / (2) \cdot (221.46)] \quad (6.27)$$

$$\theta_1 = 134^\circ \quad (6.28)$$

Para la catarina grande:

$$\theta_1 = 180^\circ + 2 \operatorname{sen}^{-1} [(D_2 - D_1)/2C] \quad (6.29)$$

$$\theta_1 = 180^\circ + 2 \operatorname{sen}^{-1} [(237.67[\text{mm}] - 66.33[\text{mm}]) / (2) \cdot (221.46)] \quad (6.30)$$

$$\theta_1 = 225^\circ \quad (6.31)$$

### Resumen de diseño:

- Tipo de transmisión: cadena simple de rodillos. Serie: 520
- Paso: 15.875 [mm]
- Longitud: 60 pasos = 763.48 [mm]
- Distancia entre centros:  $C = 221.46$  [mm]
- Catarina pequeña: 13 dientes,  $D = 66.33$  [mm]
- Catarina grande: 47 dientes,  $D = 237.67$  [mm]

El diseño final del sprocket se realizó con ayuda del software computacional SolidWorks, mismo que se muestra en la siguiente figura:

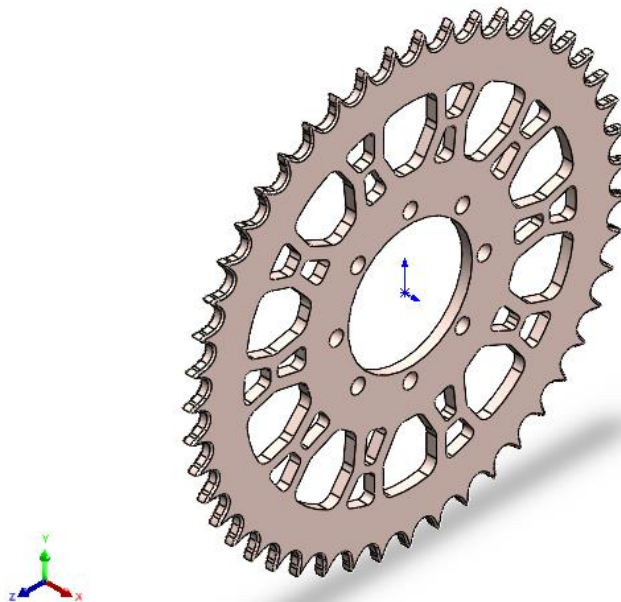


Figura 6.4. Sprocket 47<sup>th</sup>.

## CAPÍTULO VII. Track Model.



Figura 7. Prototipo eléctrico UM-E3. Vista isométrica.

El Modelo de pista mejor conocido como *Track model* es el estudio del comportamiento dinámico del auto sobre el circuito de *endurance*, donde el propósito principal es determinar la potencia de motor requerida en cada uno de los segmentos del circuito proporcionado para posteriormente conocer el consumo energético, en especial la capacidad energética requerida por el sistema de baterías para cumplir con el objetivo de contar con una autonomía de 23 [km].

Fórmula SAE año con año publica en su página el artículo “Student handbook”<sup>[21]</sup>, el cual contiene la información de los eventos desarrollados durante la competencia, en especial el mapa de pista de cada una de las pruebas dinámicas. A partir del trazado de la prueba de *endurance* (ver figura 7.1) se realiza una simulación de tiempo por vuelta, donde se obtienen velocidades en cada segmento de la pista, las cuales son evaluadas posteriormente en el modelo de potencia. Con este último se logra determinar las especificaciones de diseño para el acumulador.

El comportamiento de la corriente es la clave para contar con un diseño confiable y resistente para el arreglo de celdas final. Es importante mencionar que este modelo de pista se realiza en conjunto con los sistemas del tren de potencia y la división de dinámica, ya que es la base para el diseño de los componentes del prototipo eléctrico UM-E3.



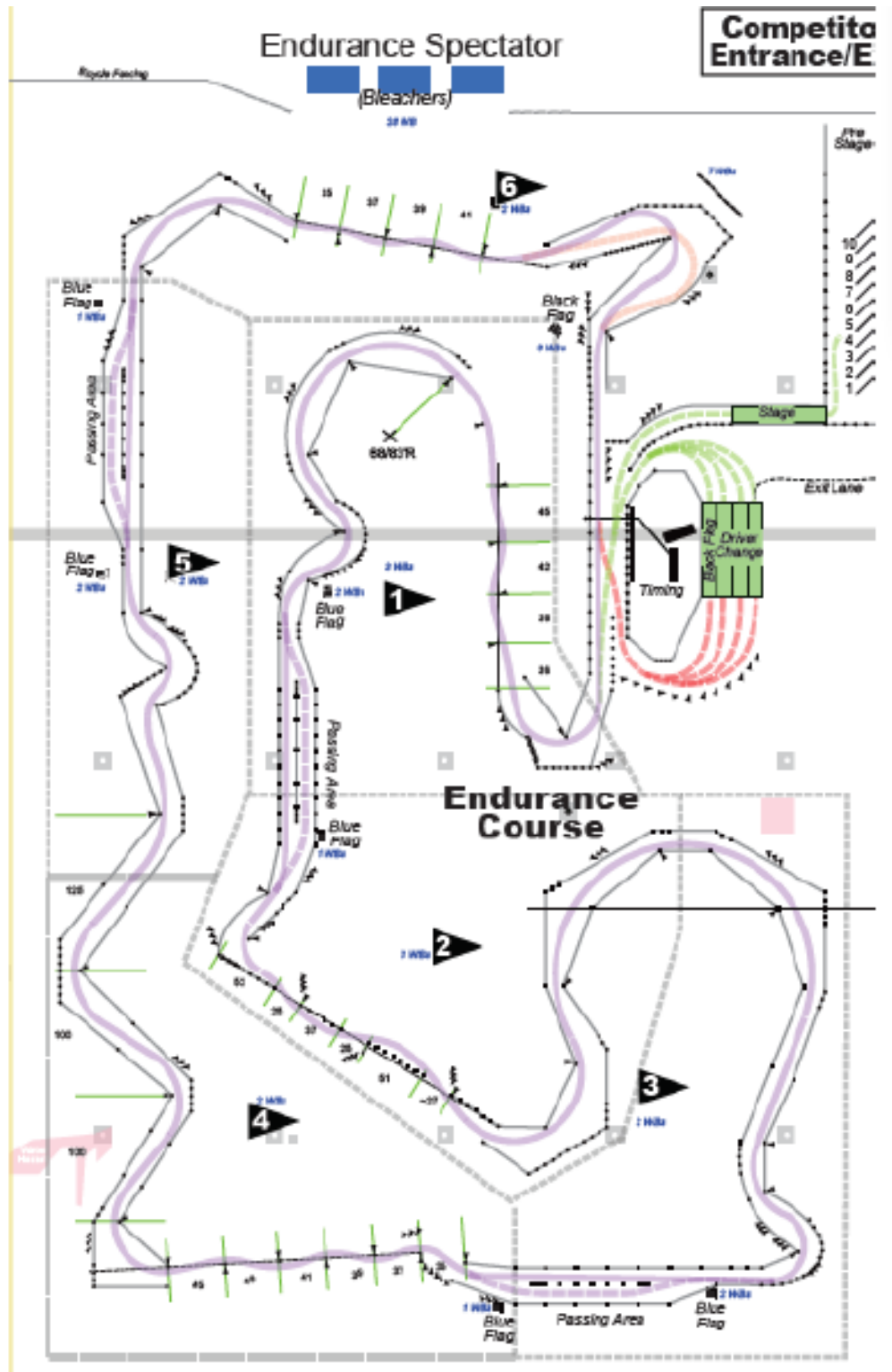


Figura 7.1. Mapa del circuito de endurance. Formula SAE Lincoln & Formula SAE Electric 2019. [21]

## 7.1 Simulación de tiempo por vuelta.

Para la obtención de velocidades y tiempos por vuelta se divide la pista en dos secciones diferentes, rectas y curvas, posteriormente se determina la geometría del circuito propuesto por la competencia; las principales características de interés son longitudes y radios de curvatura. Con la finalidad de apreciar el proceso de adquisición de los valores geométricos del trazado de pista, en la siguiente figura se muestra una porción de esta:

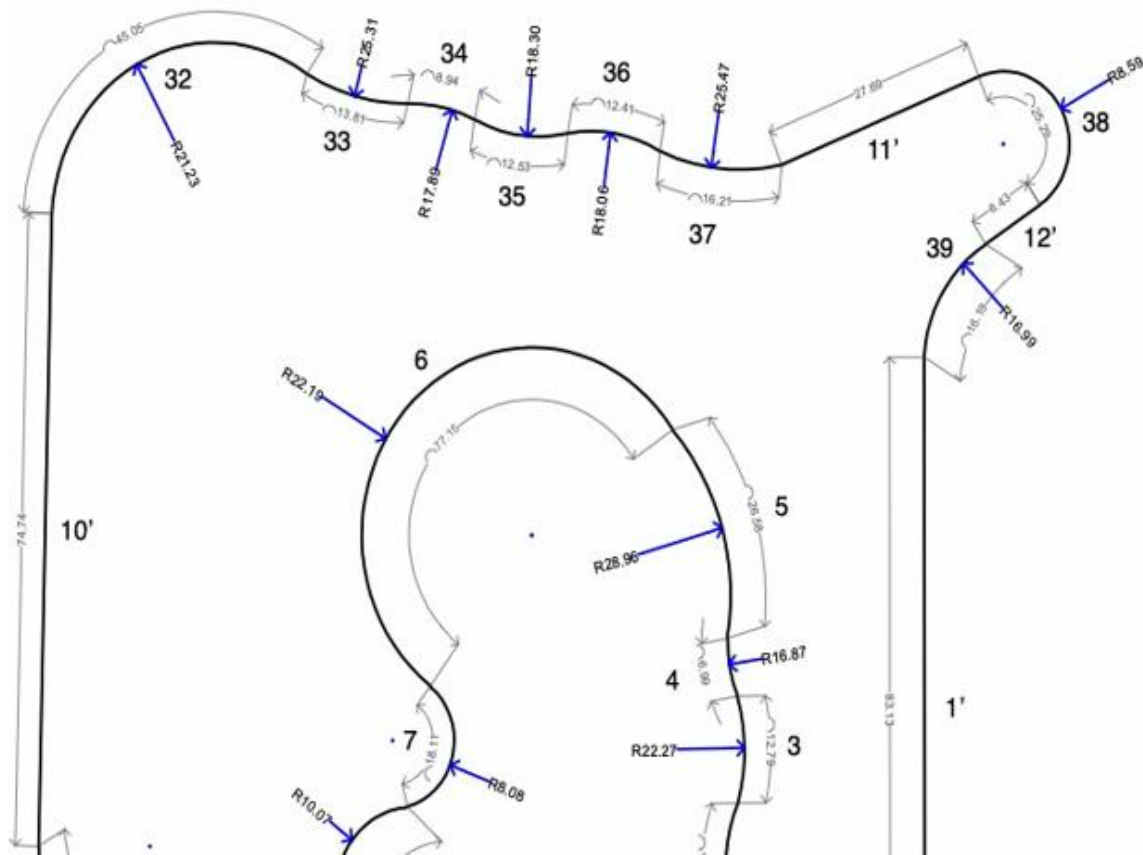


Figura 7.2. Parámetros geométricos del circuito de endurance.

El circuito tiene una longitud de 1.33 [km] por vuelta, cuenta con 39 curvas y 12 rectas; para identificar estas últimas se marcan con un apostrofe. Por reglamento se deben recorrer 22 [km] para terminar la prueba *endurance*, por lo que será necesario correr 16 vueltas. Para cumplir con el objetivo de contar con una autonomía de 23 [km] serán necesarias 17 vueltas, este último dato será considerado para realizar los siguientes cálculos. En la siguiente tabla se presentan los valores geométricos obtenidos en cada sector de la pista.



Tramo de Pista	Distancia	Radio de curvatura
1'	83.13	-
1	32.59	10.3
2'	18.76	-
2	15.57	17.46
3	12.79	22.27
4	6.99	16.87
5	26.58	28.96
6	77.15	22.19
7	18.11	8.08
8	15.07	10.07
3'	60.9	-
9	9.35	16.27
4'	9.77	-
10	14.44	7.56
11	7.93	8.91
12	19.66	20.51
13	29.79	27.23
14	56.16	16.71
15	127.81	31.56
5'	30.35	-
16	21.14	13.22
17	21.99	8.58
6'	71.34	-
18	9.58	14.01
19	11.06	13.55
20	11.39	11.75
21	10.31	11.55
22	16.03	17.91
23	13.81	18.62
24	34.09	12.59
7'	17.84	-
25	22.76	13.43
8'	17.34	-
26	24.46	14.81
9'	20.64	-
27	28.36	26.07
28	10.87	18.85
29	7.16	12.53
30	13.54	8.24
31	15.54	14.48
10'	74.74	-
32	45.05	21.23
33	13.81	25.31
34	8.94	17.89
35	12.53	18.3
36	12.41	18.06
37	16.21	25.47
11'	27.69	-
38	25.29	8.59
12'	8.43	-
39	16.19	16.99

Tabla 10. Valores geométricos de la pista.

Para la obtención de las velocidades y el tiempo por vuelta se discretizo cada sector de la pista en diferentes nodos de igual longitud, esto con el objetivo de conseguir una mayor precisión en los resultados. Este modelo matemático surge a partir de las aceleraciones laterales y longitudinales; las ecuaciones evaluadas son estudiadas en estado estacionario. Para la primera de ellas su valor depende del diseño y configuración del sistema de suspensión; por lo que se usará una aceleración lateral máxima de 1.2 [G]. Por su parte la aceleración longitudinal propuesta es de 0.3 [G]. La selección de estos valores se adquirieron tras consultar información externa de competencias anteriores del auto de combustión, el cual cuenta con sensores de aceleración que permitieron determinar una aceleración adecuada e ideal para los cálculos del prototipo eléctrico UM-E3.

Despejando la velocidad de la ecuación 5.15 correspondiente a la aceleración centrípeta se logra calcular las velocidades en las curvas. Para este análisis se considera que la velocidad durante estas será constante; esto con el fin de simplificar la trayectoria o línea de trazado. Por lo que la ecuación queda de la siguiente forma:

$$v = \sqrt{a_y \cdot r} \quad (7)$$

Donde  $a_y$  corresponde a la aceleración lateral y  $r$  el radio de curvatura.

Una vez determinadas las velocidades de entrada y salida en cada curva, se analizan las velocidades en rectas antes de llegar a la velocidad de entrada de la siguiente curva. La intención de este modelo es adaptarlo a las condiciones ideales de pilotaje, en donde a lo largo de la recta, en algún nodo se alcanzará una velocidad máxima, a partir de este empezará una desaceleración con los nodos consiguientes hasta llegar a la velocidad de referencia de la siguiente curva. Recordando la ecuación de la velocidad en función del desplazamiento:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2 \cdot a_x \cdot (x - x_0) \quad (7.1)$$

Por lo que realizando álgebra se obtienen las expresiones 7.1 y 7.2, la primera corresponde a las aceleraciones longitudinales y la segunda al caso de las desaceleraciones longitudinales.

$$v_{i+1} = \sqrt{v_i^2 + 2a_{xi}d_{xi}} \quad (7.2)$$

$$v_{i+1} = \sqrt{v_i^2 - 2a_{xi}d_{xi}} \quad (7.3)$$

Donde  $v_{i+1}$  es la velocidad del siguiente punto,  $v_i$  es la velocidad del punto anterior,  $a_{xi}$  es la aceleración longitudinal y  $d_{xi}$  es la distancia entre nodos.

Empleando estas ecuaciones se realizan 25 iteraciones para determinar las velocidades a partir de la salida de una curva y 25 iteraciones para encontrar las velocidades para entrar a cada curva. Cada iteración se inicia a partir del mismo número; la primera iteración empezará con la velocidad de la curva 1, la iteración 2 indica que el análisis empezará de la velocidad de la curva 2 y así sucesivamente.



Una vez realizadas todas las iteraciones por cada recta para cada curva, se obtiene un conjunto de 50 soluciones de velocidad para un solo nodo de todo el circuito, por lo que para encontrar la velocidad correcta se aplica el siguiente criterio:

$$v_i = \min(v_i^{t1\,acc}, v_i^{t1\,dec}, v_i^{t2\,acc}, v_i^{t1\,dec}, \dots) \quad (7.4)$$

Donde  $v_i$  es la velocidad en el nodo  $i$ ,  $v_i^{t1\,acc}$  es la solución 1 de velocidad para aceleración en el nodo  $i$  y  $v_i^{t1\,des}$  es la solución 1 de velocidad para desaceleración en el nodo  $i$ .

Con este criterio se encuentra la solución mínima para cada nodo, por lo que de esta manera se filtran los datos que no corresponden a la solución de ese nodo. Finalmente, con estas velocidades se determina el tiempo por vuelta. Esto se representa con la siguiente ecuación.

$$t = \sum_{i=1}^N dt_i = \sum_{i=1}^N \frac{dx_i}{v_i} \quad (7.5)$$

Donde  $t$  es el tiempo entre cada nodo,  $dx_i$  es la distancia entre cada nodo y  $v_i$  es la velocidad del nodo  $i$ . Esta ecuación permite calcular el diferencial de tiempo obtenido entre nodos para posteriormente sumar el tiempo acumulado y conseguir el tiempo final por vuelta. En la siguiente tabla se presenta un sector de la pista a modo de ejemplo.

Sector de pista	Longitud	Datos geométricos			Velocidad		Tiempo	Tiempo acumulado
	L	dx	x	R	V [m/s]	V[km/h]	t[s]	t[s]
Recta 1	83.13	0.00	0.00	0.00	12.25	44.09	0.00	0.00
		8.31	8.31	0.00	13.93	50.15	0.60	0.60
		8.31	16.63	0.00	15.43	55.55	0.54	1.14
		8.31	24.94	0.00	16.80	60.47	0.49	1.63
		8.31	33.25	0.00	18.06	65.02	0.46	2.09
		8.31	41.57	0.00	17.64	63.50	0.47	2.56
		8.31	49.88	0.00	16.34	58.83	0.51	3.07
		8.31	58.19	0.00	14.93	53.77	0.56	3.63
		8.31	66.50	0.00	13.38	48.17	0.62	4.25
		8.31	74.82	0.00	11.62	41.82	0.72	4.96
Curva 1	32.59	0.00	83.13	10.30	9.54	34.33	0.00	5.84
		3.26	86.39	10.30	9.54	34.33	0.34	6.18
		3.26	89.65	10.30	9.54	34.33	0.34	6.52
		3.26	92.91	10.30	9.54	34.33	0.34	6.86



		3.26	96.17	10.30	9.54	34.33	0.34	7.20
		3.26	99.43	10.30	9.54	34.33	0.34	7.54
		3.26	102.68	10.30	9.54	34.33	0.34	7.89
		3.26	105.94	10.30	9.54	34.33	0.34	8.23
		3.26	109.20	10.30	9.54	34.33	0.34	8.57
		3.26	112.46	10.30	9.54	34.33	0.34	8.91
Recta 2	18.76	0.00	115.72	0.00	9.54	34.33	0.34	9.25
		1.88	117.60	0.00	9.54	34.33	0.00	9.25
		1.88	119.47	0.00	10.04	36.16	0.19	9.44
		1.88	121.35	0.00	10.53	37.90	0.18	9.62
		1.88	123.22	0.00	10.99	39.56	0.17	9.79
		1.88	125.10	0.00	11.43	41.16	0.16	9.95
		1.88	126.98	0.00	11.86	42.69	0.16	10.11
		1.88	128.85	0.00	12.27	44.17	0.15	10.26
		1.88	130.73	0.00	12.67	45.61	0.15	10.41
		1.88	132.60	0.00	13.06	47.00	0.14	10.56
		1.88	134.48	0.00	12.81	46.12	0.15	10.70
Curva 2	15.57	0.00	134.48	17.46	12.42	44.70	0.15	10.85
		1.56	136.04	17.46	12.42	44.70	0.00	10.85
		1.56	137.59	17.46	12.42	44.70	0.13	10.98
		1.56	139.15	17.46	12.42	44.70	0.13	11.10
		1.56	140.71	17.46	12.42	44.70	0.13	11.23
		1.56	142.27	17.46	12.42	44.70	0.13	11.36
		1.56	143.82	17.46	12.42	44.70	0.13	11.48
		1.56	145.38	17.46	12.42	44.70	0.13	11.61
		1.56	146.94	17.46	12.42	44.70	0.13	11.73
		1.56	148.49	17.46	12.42	44.70	0.13	11.86
		1.56	150.05	17.46	12.42	44.70	0.13	11.98
Curva 3	12.79	0.00	150.05	22.27	12.42	44.70	0.13	12.11
		1.28	151.33	22.27	12.42	44.70	0.00	12.11
		1.28	152.61	22.27	12.69	45.67	0.10	12.21
		1.28	153.89	22.27	12.95	46.62	0.10	12.31
		1.28	155.17	22.27	13.21	47.55	0.10	12.40
		1.28	156.45	22.27	13.46	48.47	0.10	12.50
		1.28	157.72	22.27	13.52	48.68	0.09	12.59
		1.28	159.00	22.27	13.27	47.77	0.10	12.69
		1.28	160.28	22.27	13.01	46.84	0.10	12.79
		1.28	161.56	22.27	12.75	45.89	0.10	12.89
		1.28	162.84	22.27	12.48	44.92	0.10	12.99

Tabla 11. Simulación de velocidad y tiempos por vuelta.

Realizando la simulación con ayuda del software MATLAB se grafican las velocidades contra el desplazamiento con el objetivo de obtener el ciclo de manejo por vuelta del circuito. Con estos análisis se logra observar el comportamiento de rectas y curvas; las curvas tendrán una representación de escalón, mientras que rectas tendrán comportamiento de pendientes. Con esta representación gráfica se puede visualizar y comparar datos del circuito en cuestión de modelado y velocidades reales del prototipo eléctrico con diferentes pilotos.

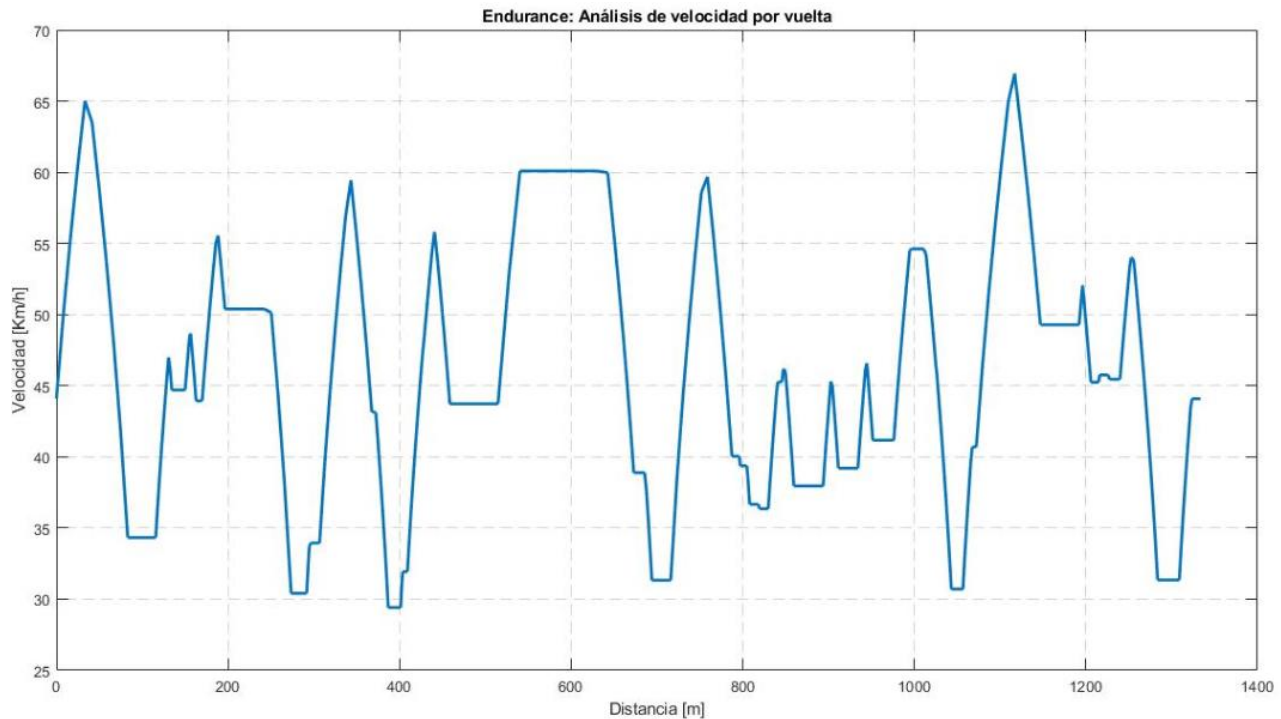


Gráfico 9. Análisis de velocidad por vuelta.

La velocidad máxima obtenida es de 67 [Km/h], debido a que se trata de una prueba de resistencia el hecho de alcanzar altas velocidades exigiría un mayor consumo de energía, lo cual provocaría que el estado final de carga llegue a su fin antes de recorrer los 22 [Km]. Este parámetro es restringido por el controlador al momento de configurarlo antes de comenzar dicha prueba.

## 7.2 Modelo de potencia.

La representación matemática del movimiento del vehículo implica la aplicación de las leyes del movimiento de Newton. Esto involucra las propiedades del movimiento longitudinal, incluida la aceleración, velocidad y distancia recorrida. Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento longitudinal del vehículo con referencia al diagrama de cuerpo libre del vehículo:

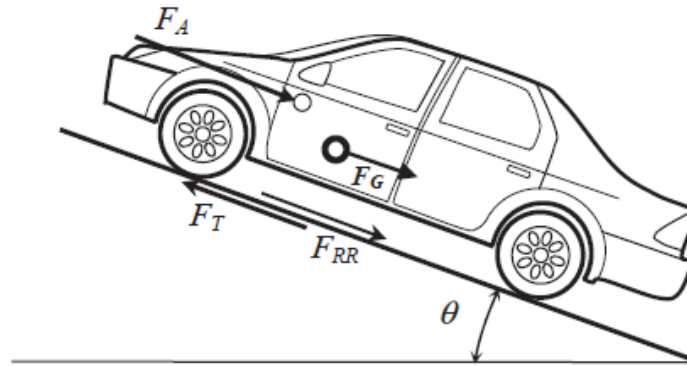


Figura 7.3. D.C.L. Automóvil.

La ecuación longitudinal de movimiento es:

$$F_T - F_R = m \frac{dV}{dt} \quad (7.6)$$

$$F_T - F_R = m \left[ \frac{dV}{dt} \frac{ds}{dt} \right] \quad (7.7)$$

$$F_T - F_R = m \left[ v \frac{dV}{ds} \right] \quad (7.8)$$

$$\int (F_T - F_R) ds = m \int \left[ v \frac{dV}{ds} \right] \quad (7.9)$$

$$(F_T - F_R)s = \frac{m(vf^2 - vo^2)}{2} \quad (7.10)$$

$$F_T - F_R = \frac{m(vf^2 - vo^2)}{2s} \quad (7.11)$$

Expresando la posición en función de la velocidad en la ecuación 7.12

$$F_T - F_R = \frac{m(vf^2 - vo^2)}{2(vf - vo)t} \quad (7.12)$$

$$F_T - F_R = \frac{m(vf + vo)(vf - vo)}{2(vf - vo)t} \quad (7.13)$$

$$F_T - F_R = \frac{m(vf + vo)}{2t} \quad (7.14)$$

$$F_T = \frac{m(vf + vo)}{2t} + F_R \quad (7.15)$$





Por lo tanto, expresando la ecuación 7.16 en términos de potencia:

$$(F_T)(vf) = \left[ \frac{m(vf + vo)}{2t} + F_R \right] (vf) \quad (7.16)$$

$$\dot{W} = \left[ \frac{m(vf + vo)}{2t} + F_R \right] (vf) \quad (7.17)$$

Finalmente, expresando  $F_R$  en términos de las fuerzas resistivas y recordando que la fuerza gravitacional es despreciable, se tiene:

$$\dot{W} = \left[ \frac{m(vf + vo)}{2t} + F_{RR} + F_A \right] (vf) \quad (7.18)$$

$$\therefore \dot{W} = \left[ \left[ \frac{m(vf + vo)}{2t} + (\mu_R \cdot W_{Tot}) + \left( \frac{1}{2} \rho_A v_A^2 C_F A^* \right) \right] \cdot (vf) \right] \cdot eff \quad (7.19)$$

Por lo que la expresión 7.19 representa la ecuación gobernante del modelo de potencia. El término  $vo$  representa la velocidad inicial; si se parte del reposo esta será igual a 0, sin embargo, debido a que se trata de un modelo cíclico la velocidad inicial será la que se presente en el punto anterior al que se esté analizando. Por otro lado, se agrega el término  $eff$  el cual representa las eficiencias de transmisión, motor y controlador; estos dos últimos son datos proporcionados por el proveedor en su hoja de datos técnicos. Para el motor EMRAX 208 MV corresponde un valor del 92% de eficiencia mientras que para el controlador BAMOCAR D3 400-400 Unitek Industrie Elektronik GmbH cuenta con una eficiencia del 90%. La eficiencia de transmisión se asume a un valor del 85% de eficiencia; esto de acuerdo con los datos obtenidos en pruebas.

Con la finalidad de presentar los resultados obtenidos del modelo de potencia, se sustituirán los valores correspondientes del prototipo eléctrico UM-E3; en la siguiente tabla se pueden apreciar:

Datos generales del auto	
Masa del auto [Kg]	210
Masa del piloto [Kg]	65
Masa total del auto [Kg]	275
Voltaje [VDC]	271
Radio de llanta [m]	0.22
Fuerza de resistencia a la rodadura	
$\mu_R$ [1]	0.03
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	9.81
Fuerza de resistencia aerodinámica	
$C_F$ [1]	0.84
$A^*$ [m <sup>2</sup> ]	0.77
$\rho_A$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	1.23

Tabla 12. Parámetros dinámicos prototipo eléctrico UM-E3.

Debido a que la pista cuenta con 560 nodos en los cuales se evalúan las ecuaciones 7, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 y 7.19, únicamente se presentarán los nodos de la curva y recta 1 para posteriormente mostrar los resultados de todo el circuito de manera gráfica.

Sector de pista	Longitud	Velocidad				Tiempo		Potencia		Corriente
		L	V [m/s]	V [km/h]	$\Delta v$ [m/s]	RPM	t [s]	t acc [s]	P [W]	P [KW]
Recta 1	83.13	12.91	46	0.00	1986	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		14.68	53	1.77	2258	0.57	0.57	14971.02	14.97	55.24
		16.26	59	1.58	2501	0.51	1.08	16549.20	16.55	61.07
		17.70	64	1.44	2723	0.47	1.55	17990.13	17.99	66.38
		19.04	69	1.33	2928	0.44	1.98	19324.25	19.32	71.31
		18.59	67	-0.44	2860	0.45	2.43	-6447.85	-6.45	0.00
		17.23	62	-1.37	2649	0.48	2.91	-17532.96	-17.53	0.00
		15.74	57	-1.48	2421	0.53	3.44	-16048.69	-16.05	0.00
		14.10	51	-1.64	2169	0.59	4.03	-14411.90	-14.41	0.00
		12.25	44	-1.86	1883	0.68	4.71	-12562.68	-12.56	0.00
		10.05	36	-2.19	1546	0.83	5.54	-10386.76	-10.39	0.00
Curva 1	32.59	10.05	36	2.19	1546	0.00	5.54	0.00	0.00	0.00
		10.05	36	2.19	1546	0.32	5.86	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	6.18	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	6.51	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	6.83	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	7.16	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	7.48	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	7.81	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	8.13	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	8.45	23214.94	23.21	85.66
		10.05	36	2.19	1546	0.32	8.78	23214.94	23.21	85.66

Tabla 13. Evaluación del modelo de potencia para la recta y curva 1.

Analizando la tabla anterior se observan valores de potencia negativos, esto sucede matemáticamente debido a que la diferencia de velocidades es menor a 0, lo que significa físicamente que el auto comienza a desacelerar. Como en cualquier vehículo cuando el pedal de aceleración es presionado existirá un consumo energético, lo mismo sucede con el prototipo eléctrico, por lo que al comenzar a desacelerar no se presentará consumo alguno y la corriente demandada será igual a 0. Este comportamiento se presenta en los tramos finales de cada recta donde la siguiente sección de pista corresponde a una curva; físicamente esto es correcto ya que de acuerdo con el estilo de conducción del piloto o dependiendo si se trata de curvas abiertas o cerradas, regularmente la velocidad deberá ser disminuida.

En la siguiente gráfica se presenta el comportamiento de la corriente para la primera vuelta a lo largo del circuito.

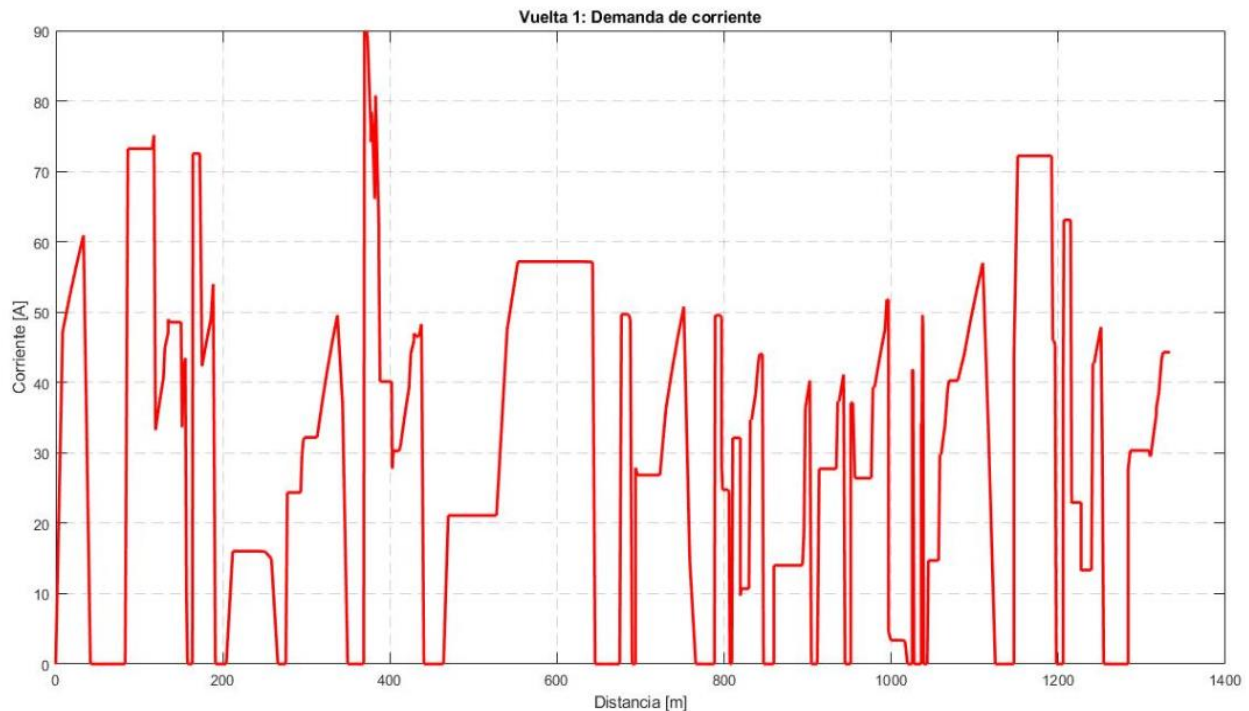


Gráfico 10. Comportamiento de la corriente. Vuelta 1.

Analizando todos los datos obtenidos y tras simular 17 vueltas en el circuito de *endurance*, se consigue terminar dicha prueba en un tiempo igual a 30.68 minutos, sin embargo, los 22 [Km] de dicha prueba se recorrerán en 28.88 minutos; 1.80 minutos por vuelta. Alcanzando una velocidad máxima de 67 [Km/h] en la recta 10, la cual tiene una longitud de 74.74 [m]; siendo esta la más larga del circuito. En la curva 9 se presenta un consumo de potencia máximo igual a 35.94 [KW] correspondiente a 89.85 [A], mismos que serán demandados por el motor eléctrico.

Durante el mes de diciembre de 2019 y hasta marzo de 2020 se lograron realizar pruebas del comportamiento general del prototipo eléctrico UM-E3, el lugar principal donde se llevaron a cabo fue en el estacionamiento del anexo de la facultad de ingeniería (ver figura 7.5 a); de igual forma se tuvo la oportunidad de correr en el kartodromo “Sabaneta la Marquesa”, ubicado en la carretera Marquesa-Huixquilucan, Estado de México, México (ver figura 7.5 b). De acuerdo con el modelo de potencia y las pruebas realizadas en estos dos lugares se logró observar que a la salida de las curvas es donde se presenta el mayor consumo energético. En estos sectores el auto necesita un mayor impulso para salir de las mismas; debido a que parte del movimiento del vehículo en rectas es producido por la inercia del tramo de pista anterior, el consumo energético en estas zonas es menor.

La forma en que se determinó este comportamiento experimentalmente fue gracias al controlador BAMOCAR D3 400-400, ya que en su interfaz permite conocer el consumo de corriente de acuerdo con las rpm. En la siguiente figura se muestra esta representación:

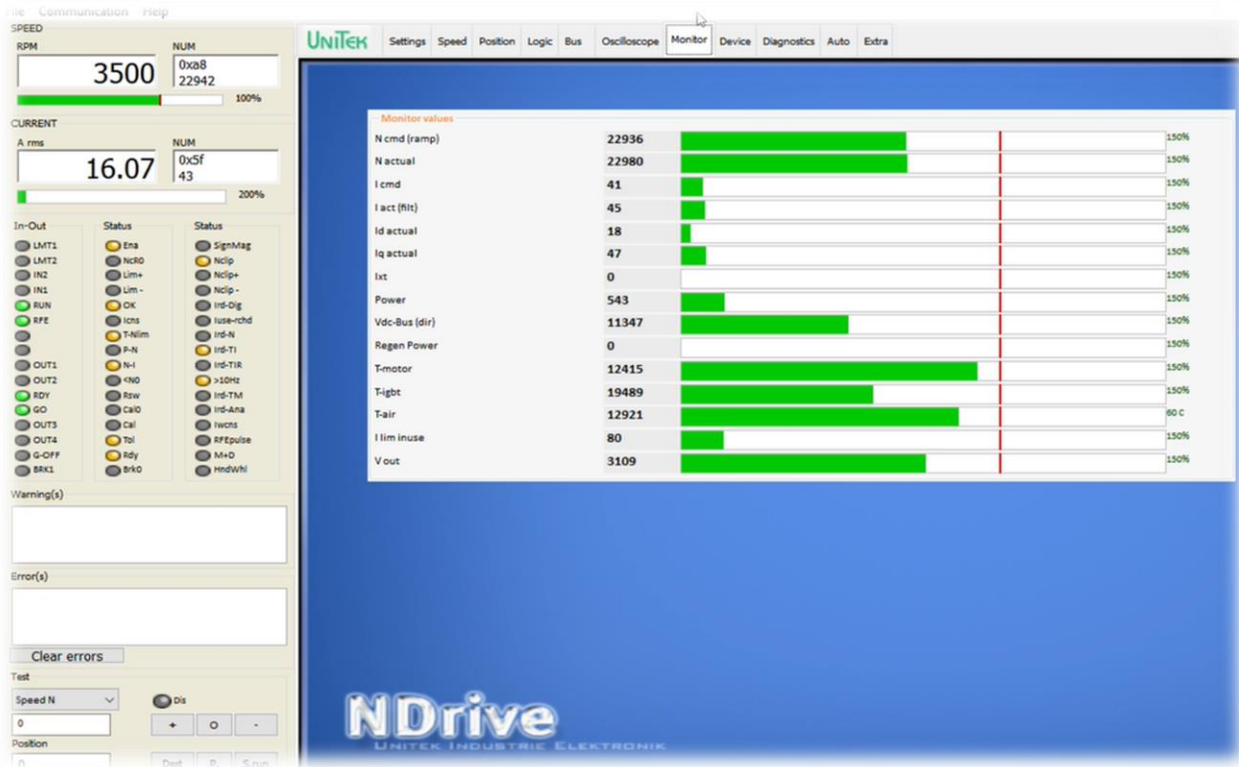


Figura 7.4 Interfaz del controlador BAMOCAR D3 400-400.

El valor de cada velocidad presente en las rectas y curvas del circuito son la base para determinar la potencia requerida por el motor en cada uno de los segmentos, con este modelo se logró determinar la corriente necesaria hacia el motor para cumplir con el tiempo óptimo por vuelta calculado y alcanzar la autonomía de 23 [Km].

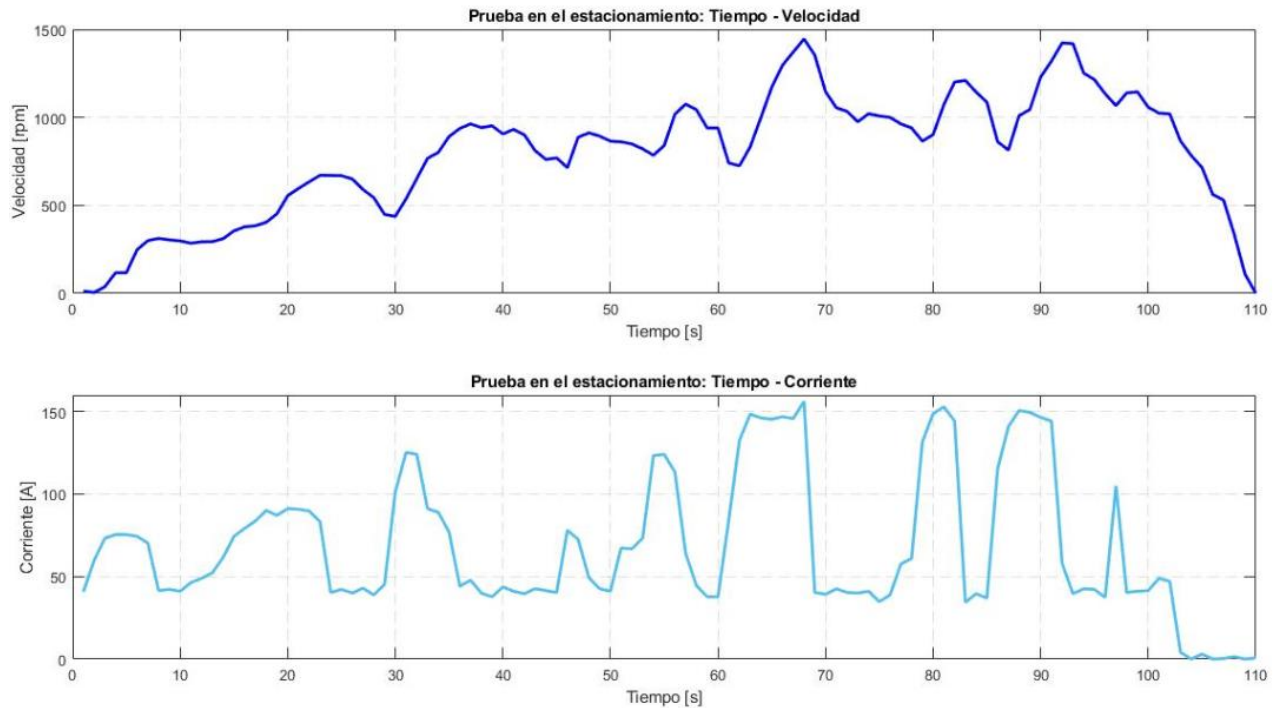


Gráfico 11. Datos de pruebas en el estacionamiento del anexo de la facultad de ingeniería.

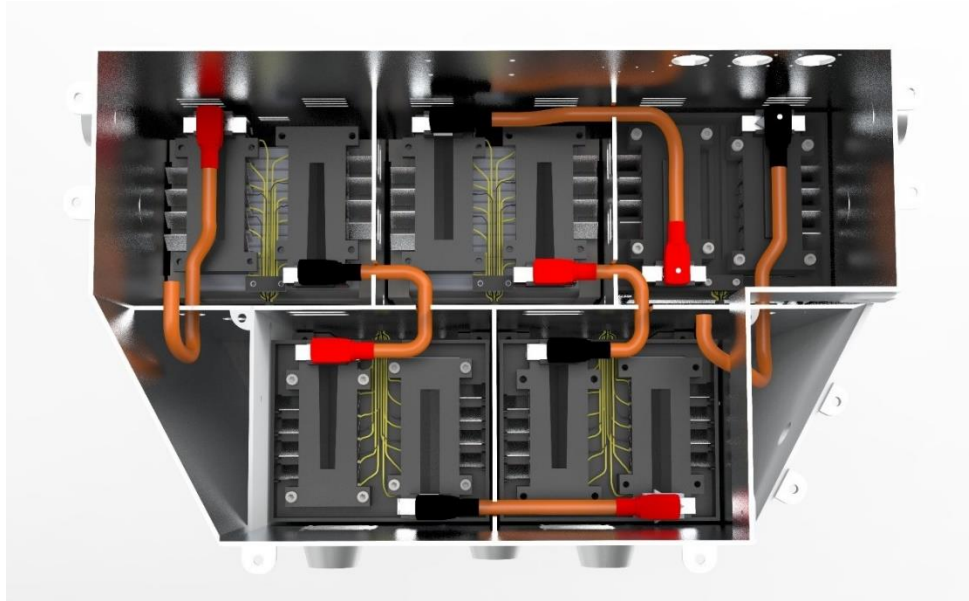
Estudiando el comportamiento dinámico del auto se llegó a la conclusión que se puede restringir el par máximo que entregará el vehículo, esto significa un menor consumo energético. Debido a que uno de los objetivos es terminar la prueba de resistencia no es necesario exigirle al auto altos valores de par en motor para alcanzar grandes velocidades.



Figura 7.5.a) Estacionamiento anexo de la facultad de ingeniería, CU. b) Kartodromo "Sabaneta la Marquesa".

Una vez mencionado lo anterior, se procederá a evaluar aquellos compuestos de celdas que permiten cumplir con las exigencias de la prueba de *endurance*. En el siguiente capítulo se realiza la demostración de este proceso de selección.

## CAPÍTULO VIII. Selección de compuestos de celdas.



*Figura 8. Diseño del acumulador para el prototipo eléctrico UM-E3.*

El diseño del acumulador parte de los modelos de aceleración y potencia, en donde se obtiene la demanda energética necesaria indicando los valores picos de corriente y voltaje necesarios. Tomando en cuenta el valor inicial de voltaje y la potencia requerida se definirá el arreglo interno de los módulos de celdas; para conseguirlo se utilizarán los datos obtenidos por el modelo de potencia para realizar un método de integración del consumo energético por vuelta y obtener la capacidad energética necesaria del acumulador para cumplir con la autonomía propuesta de 23 [Km].

Una vez determinados los principales requerimientos del motor eléctrico, se procede a realizar un estudio de aquellos compuestos y tipos de celdas que permiten satisfacer las necesidades de diseño del tren de potencia para el prototipo eléctrico UM-E3. Para conseguir esto se evaluará capacidad energética, voltaje, costo, seguridad entre otros parámetros de diseño presentados en el cuarto capítulo.

Como resultado al final de las iteraciones, al analizar entre los tipos de celdas estudiadas se obtiene que las de Litio, en específico las fabricadas por *A123 systems*, *GWL Power* y *Ultra Life* son las que ofrecen las mejores propiedades. De esta manera, con los datos obtenidos sobre las necesidades del vehículo en cuanto a voltaje y capacidad, se podrá definir el arreglo de celdas que compondrá al acumulador. El proceso de selección se presentará a continuación.

*La base de la información consultada para el desarrollo de las matrices de ponderación presentes en este capítulo son cortesía del sistema de baterías.* <sup>[22]</sup>

Una vez obtenidas las corrientes necesarias en cada segmento de la pista y con el software MATLAB, se procedió a calcular la capacidad energética mínima necesaria para terminar la prueba de *endurance*. La capacidad energética por vuelta se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$CE = \int_0^t I(t) dt \quad (8)$$

Realizando la evaluación correspondiente se obtiene lo siguiente:

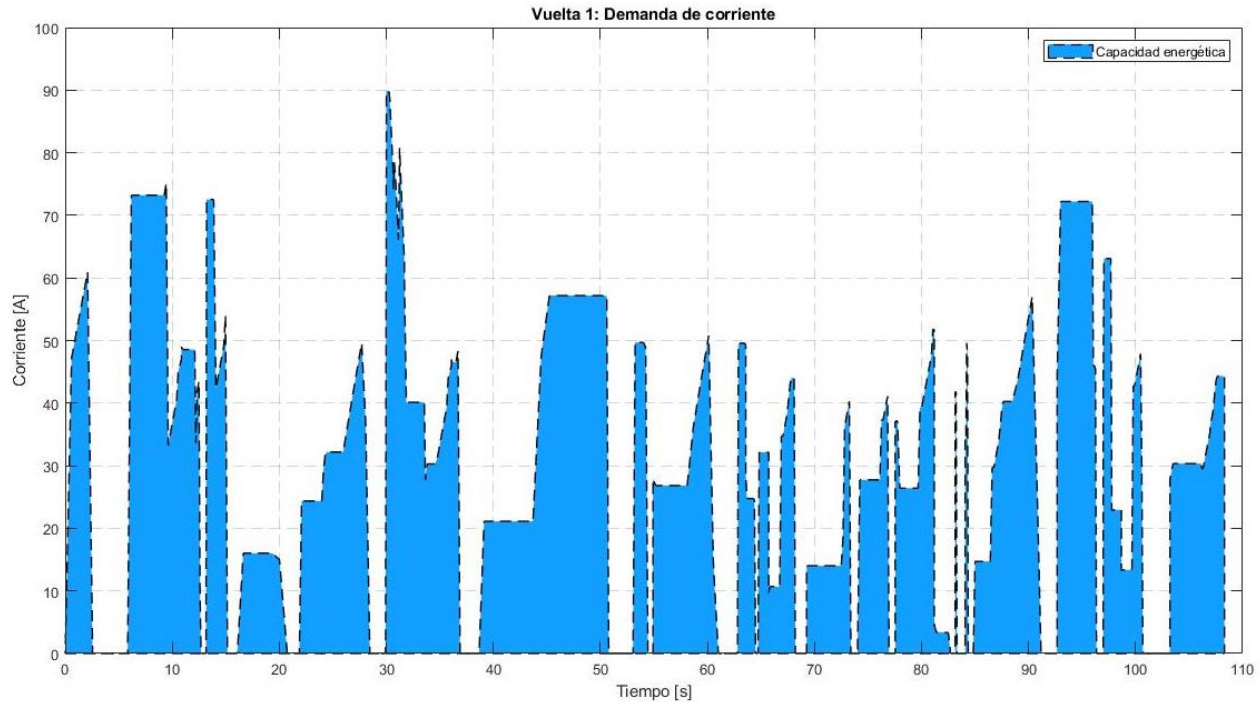


Gráfico 12. Integración numérica: demanda de corriente por vuelta.

La capacidad energética mínima requerida por vuelta es de 1.10 [Ah], considerando las 17 vueltas en el circuito de *endurance* se obtiene una capacidad energética total de 19.85 [Ah]. Finalmente, con este resultado se pueden definir los requerimientos de diseño del acumulador.

Requerimientos	
Voltaje [V]	271
Corriente pico [A]	280
Capacidad energética [Ah]	19.85
Ciclos de vida	2000

Tabla 14. Requerimientos de diseño del acumulador.

Estos cinco principales datos son el punto de partida para realizar una selección exhaustiva de celdas. Con la intención de mantener la confiabilidad del acumulador y por cuestiones de seguridad de operación de las celdas se estableció la corriente pico mínima de los arreglos en 280 [A].



Las celdas son las que permiten el funcionamiento del vehículo eléctrico, por lo que su elección es casi tan importante como el diseño mismo. Para evaluar nuevamente se realizará el método de matrices de ponderación, donde en esta ocasión se ejecutarán tres matrices diferentes, esto con el fin de reducir tiempos de búsqueda y optimizar el proceso de selección, cada una de las cuales determinará:

1. Tipo de compuesto general en las celdas.
2. Tipo de compuesto específico en las celdas.
3. Elección del tipo de celda.

Debido a la amplia gama de compuestos disponibles para celdas que pueden ser utilizados para vehículos eléctricos, la primera iteración se realizó con la comparación de las propiedades de los principales compuestos generales comerciales. <sup>[22]</sup>

- a) Plomo-ácido. Esta composición está basada en la utilización de plomo en el electrodo positivo (cátodo) de la celda y óxido de plomo en el electrodo negativo (ánodo), al momento de la reacción, se produce una solución de ácido sulfúrico que actúa como el electrolito.
- b) Níquel-hidruro metálico. Las celdas de este tipo presentan en el cátodo hidróxido de níquel y en el ánodo una aleación metálica (como hidrógeno absorbido).
- c) Ion-litio. En el ánodo se utiliza el litio y en el cátodo se pueden utilizar óxidos de metales de transición, moléculas orgánicas o polímeros. <sup>[22]</sup>

Puesto que esta iteración es con compuestos generales, las propiedades de comparación serán aquellas que puedan estar dadas de forma general, quedando entonces:

Compuesto general	Densidad energética	Seguridad	Costo	Ciclos de vida	Suma $\Sigma$	Factor de ponderación $\alpha$
Densidad energética	-	0	1	0	1	0.167
Seguridad	1	-	1	1	3	0.500
Costo	0	0	-	1	1	0.167
Ciclos de vida	1	0	0	-	1	0.167
$\Sigma = 1$						

Tabla 15. Comparación por pares de los compuestos generales.

Compuesto general	Densidad energética		Seguridad		Costo		Ciclos de vida		Y
	[Wh/L]	B d energ	$\Sigma+1$	B segur	[\$USD/Wh]	B costo	No. ciclos	B ciclos	
Plomo - Ácido	85	17.35	3	33.33	0.08	100.00	400	13.33	49.72
Níquel - Hidruro matálico	220	44.90	2	50.00	0.33	24.24	3000	100.00	136.69
Ion - Litio	490	100.00	1	100.00	0.40	20.00	3000	100.00	170.17

Tabla 16. Evaluación del compuesto general.



Analizando los resultados obtenidos de esta iteración se concluye que el mejor compuesto general es el Ion-Litio, en la siguiente gráfica se puede apreciar. Por lo tanto, las siguientes iteraciones están enfocadas a este compuesto.

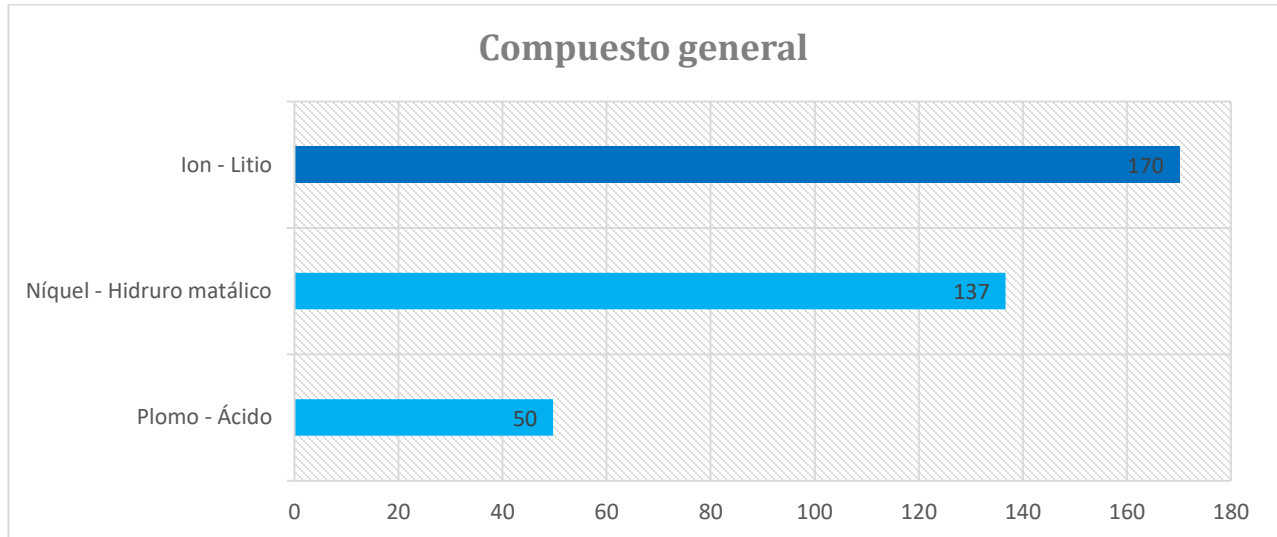


Gráfico 13. Resultado: Selección de compuesto general.

De acuerdo con lo concluido en la primera iteración se procede a desglosar los compuestos específicos a evaluar en la segunda iteración, los cuales son los utilizados por autos eléctricos. Estos compuestos son: <sup>[22]</sup>

- LMO – (LiMn<sub>2</sub>O<sub>4</sub>).
- LFP – (LiFePO<sub>4</sub>).
- NMC – (LiNiMnCoO<sub>2</sub>).
- NCA – (LiNiCoAlO<sub>2</sub>).
- LTO – (Li<sub>4</sub>Ti<sub>5</sub>O<sub>12</sub>).

Manteniendo el mismo proceso de selección se evalúan los criterios de diseño:

Compuestos específicos	Energía específica	Potencia específica	Seguridad	Costo	Ciclos de vida	Suma $\Sigma$	Factor de ponderación $\alpha$
Energía específica	-	0	0	1	1	2	0.200
Potencia específica	1	-	0	0	0	1	0.100
Seguridad	1	1	-	1	1	4	0.400
Costo	0	1	0	-	0	1	0.100
Ciclos de vida	0	1	0	1	-	2	0.200
							$\Sigma = 1$

Tabla 17. Comparación por pares de los compuestos específicos.



Donde la energía específica es aquella energía almacenada por unidad de peso, de manera similar la potencia específica es la potencia que puede entregar una celda por unidad de peso. Para ambos casos se considera un valor promedio del rango de valores disponibles. Hablando de la seguridad se utiliza el nivel de las gráficas estandarizadas de los compuestos. Existen diversas normas de seguridad con las cuales los fabricantes de celdas de Li-ion pueden garantizar la seguridad de operación de las mismas.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos:

Compuesto general	Energía específica		Potencia específica		Seguridad		Costo		Ciclos de vida		Y
	[Wh/kg]	B energ esp	[W/Kg]	B energ esp	$\Sigma+1$	B segur	[\$USD/Wh]	B costo	No. ciclos	B ciclos	
LMO	105	67.74	1900	67.86	3	75.00	5.55	6.31	500	17	67.83
LFP	120	77.42	2400	85.71	4	100.00	0.58	60.34	3000	100	170.29
NMC	155	100.00	2800	100.00	3	75.00	0.42	83.33	1500	50	118.53
NCA	155	100.00	2800	100.00	2	50.00	0.35	100.00	500	17	76.87
LTO	65	41.94	1300	46.43	4	100.00	1.00	35.00	3000	100	156.73

Tabla 18. Evaluación del compuesto específico.

Los resultados de esta segunda iteración arrojaron que las celdas con compuesto Litio-Nanofosfato ( $\text{LiFePO}_4$ ) son las mejores para su aplicación, por lo que se buscarán diversos proveedores de celdas con esta principal característica.

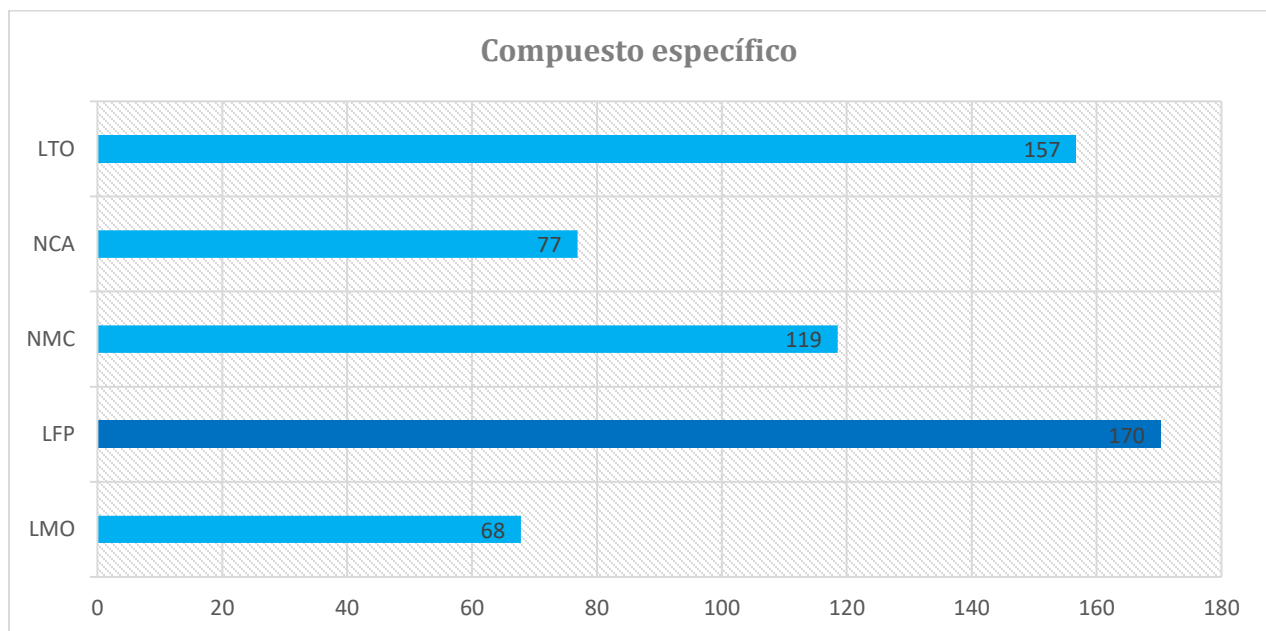


Gráfico 14. Resultado: Selección de compuesto específico.



Finalmente, conociendo el compuesto específico ideal de acuerdo con las necesidades de diseño, se realiza una amplia búsqueda de aquellas celdas que se encuentran al alcance del equipo, nuevamente se evalúan las principales propiedades; dichos valores son proporcionados por el proveedor en su hoja de datos técnicos. La tabla de ponderación se muestra en seguida:

Propiedad	Capacidad energética	Masa	Seguridad	Costo	Corriente pico	Resistencia	Temperatura máxima	Suma $\Sigma$	Factor de ponderación $\alpha$
Capacidad energética	-	0	0	1	1	1	1	4	0.190
Masa	1	-	0	0	1	0	1	3	0.143
Seguridad	1	1	-	1	0	1	1	5	0.238
Costo	0	1	0	-	1	1	0	3	0.143
Corriente pico	0	0	1	0	-	0	1	2	0.095
Resistencia	0	1	0	0	1	-	1	3	0.143
Temperatura máxima	0	0	0	1	0	0	-	1	0.048
								$\Sigma = 1$	

Tabla 19. Comparación por pares del modelo de celdas.

Modelo	C. Energ.		Masa		Seguridad		Costo		Corriente p.		Resistencia		Temp. Máx		Y
	[Ah]	B ce	[Kg]	B m	$\Sigma+1$	B s	[\$USD/Wh]	B c	[A]	B corr	[mOhm]	B res	[°C]	B tmáx	
ANR26650	2.5	12.76	39.52	77.13	15	93.75	0.80	57.50	960.00	100.00	6.00	10.00	55.00	88.71	108.59
AMP20M1HD-A	19.6	100.00	30.48	100.00	16	100.00	0.46	100.00	600.00	62.50	3.00	20.00	60.00	96.77	170.70
GB-010AHP	9	45.92	37.23	81.87	13	81.25	0.75	61.33	270.00	28.13	5.00	12.00	60.00	96.77	110.26
D-150 18650	1.5	7.65	34.27	88.94	11	68.75	1.21	38.02	300.00	31.25	6.00	10.00	60.00	96.77	77.71
A123 Systems 2.5 Ah	2.5	12.76	39.16	77.83	15	93.75	0.87	52.87	120.00	12.50	0.60	100.00	62.00	100.00	109.12
APR18650M1-B	1.2	6.12	43.64	69.84	15	93.75	1.51	30.46	510.00	53.13	12.60	4.76	60.00	96.77	74.42

Tabla 20. Evaluación del modelo de celdas.

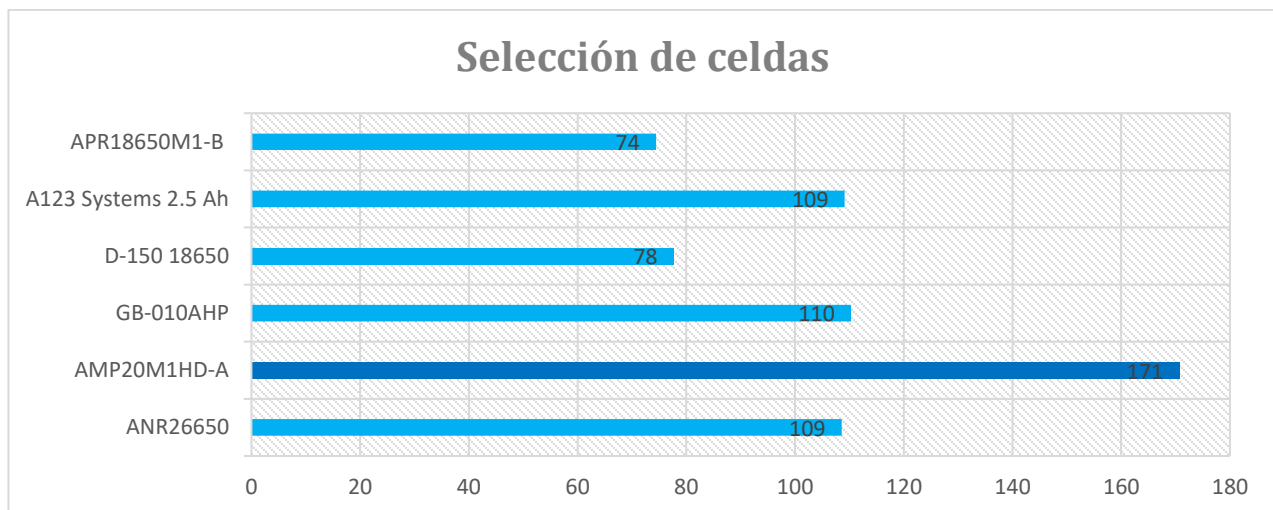


Gráfico 15. Resultado: Selección de compuesto específico.

De acuerdo con estos nuevos resultados se valida que el tipo de celda AMP20M1HD-A de la marca A123 systems es la que mejor se acomoda de acorde con los requerimientos de diseño, por lo que consultando otros datos complementarios de la hoja de datos técnicos se propone un arreglo para que se cubran las necesidades energéticas del vehículo.

### 8.1 LiFePO<sub>4</sub>. A123 Systems.

Tal y como se mencionó en el cuarto capítulo, las celdas deben estar monitoreadas por un BMS (*Battery Management System*), el equipo cuenta con un BMS de la marca ORION el cual permite conocer el estado de las baterías; censando y procesando el voltaje de manera adecuada de las celdas que están conectadas en serie, mide temperatura, corriente, estado de carga, resistencia interna, entre otros. De acuerdo con el reglamento de FSAE Electric actualmente pide el monitoreo mínimo del 20% de las celdas, por lo que un arreglo en paralelo o mixto podría ser posible. De igual manera, por seguridad el acumulador debe estar dividido en diferentes segmentos. <sup>[22]</sup>

AMP20 Cell Specifications	
Cell Dimensions (mm)	7.25 x 160 x 227
Cell Weight (g)	496
Cell Capacity (minimum, Ah)	19.6
Energy Content (nominal, Wh)	65
Discharge Power (nominal, W)	1200
Voltage (nominal, V)	3.3
Specific Power (nominal, W/kg)	2400
Specific Energy (nominal, Wh/kg)	131
Energy Density (nominal, Wh/L)	247
Operating Temperature	-30°C to 55°C
Storage Temperature	-40°C to 60°C



Figura 8.1. Hoja de datos técnicos y geometría celdas AMP20.

Por lo tanto y de acuerdo con los resultados obtenidos del *track model*, el acumulador estará dividido en 5 secciones, cada uno con 17 celdas. De esta manera el arreglo queda de la forma: 83s1p; 83 celdas conectadas en serie y 1 en paralelo, dando un total de 41.16 [Kg] únicamente de puras celdas. Todas las celdas de consideración en la tercera iteración tienen aproximadamente el mismo voltaje, por lo que podría suponerse que el arreglo podría ser el mismo para cualquier celda que se llegara a ocupar, sin embargo, en lo que difieren es en su capacidad nominal. <sup>[22]</sup>

Al implementar el freno regenerativo; como se verá en el siguiente y último capítulo, este arreglo puede cambiar para el siguiente diseño del auto eléctrico (UM - E4) permitiendo contar con un menor número de celdas, beneficiando el costo total del auto, así como el peso final del mismo, entre otros.

## CAPÍTULO IX. Modelo de freno regenerativo UM-E3.



Figura 9. Prototipo eléctrico UM-E3. Rubén Hernández.

El objetivo principal de este trabajo es determinar el porcentaje de recuperación de carga en las celdas eléctricas para aprovechar la máxima energía en el prototipo eléctrico UM-E3. Recapitulando, esta idea surge con la necesidad de completar con el menor tiempo posible la prueba de mayor puntaje denominada “*endurance*”. Al emplear el freno regenerativo existe un proceso de recuperación de energía mediante el uso de un motor de corriente alterna; el cual funcione como motor-generador. El hecho de implementar dicha función permite adquirir diferentes beneficios, tales como mayor autonomía en el auto eléctrico, mayor puntaje en las pruebas de diseño, resistencia y eficiencia. De igual forma menores costos al momento de seleccionar las celdas eléctricas y cálipers.

Innovar esta función es un beneficio no solamente para las baterías, sino también para el desempeño del equipo en la competencia de *Formula SAE Electric*. A continuación, se presenta el desarrollo del modelo matemático de esta función, así como la simulación del caso de estudio.



## 9.1 Estrategia de frenado: Serie y paralelo.

El frenado regenerativo se clasifica en paralelo y en serie según la forma de distribución de la fuerza de frenado. La estrategia en paralelo se basa en la operación simultánea de frenado regenerativo y frenos mecánicos. La fuerza de frenado mecánico en este sistema siempre se aplica cuando se presiona el pedal del freno y su valor está determinado por el pedal de este, por lo que no se puede controlar de otra manera. La fuerza de frenado regenerativa se suma a la mecánica. El frenado regenerativo paralelo tiene las ventajas de un sistema simple sin la necesidad de un sistema de freno por cable comparado con el sistema en serie.

El frenado regenerativo en serie es una combinación de ambas configuraciones de freno. Al frenar con tasas de desaceleración de baja demanda, la fuerza de frenado regenerativa tiene prioridad. Los frenos mecánicos se aplican solo cuando la regeneración no puede satisfacer la demanda del conductor. Esta estrategia contiene un control integrado que estima la desaceleración requerida por el conductor y distribuye la fuerza de frenado requerida entre el freno regenerativo y el mecánico. Este sistema tiene un control más complejo, requiere tecnología de freno por cable, pero es más eficiente en términos de energía recuperada; da mejores resultados de consumo de energía en comparación con el sistema paralelo.

De acuerdo con los manuales del controlador BAMOCAR DE 400-400 de la marca UNITEK, es posible la implementación del freno regenerativo de forma analógica y digital resaltando que esta última es la manera más sencilla, por lo que la estrategia de frenado regenerativo que se implementará en el prototipo eléctrico UM-E3 será similar al frenado en serie.

El proceso de activación comienza desde el momento en que se libera la presión del pie sobre el acelerador, es aquí donde se presenta una diferencia de distribución de par entre los frenos convencionales y el sistema de frenado regenerativo. Esto se debe a la diferencia en los valores de los voltajes de entrada y salida del inversor. La unidad de control determina la fuerza de frenado regenerativo comparando el par de frenado demandado con el par de motor disponible.

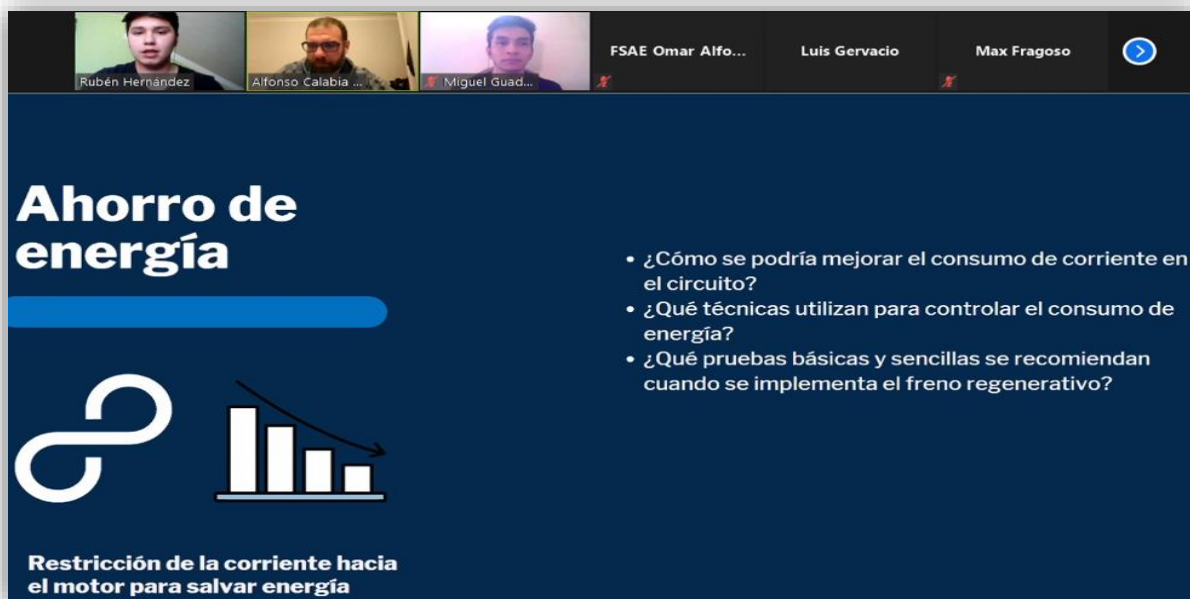
Tras concluir el análisis de modelo de pista se determinó que las zonas donde se puede aprovechar esta función es a la entrada de cada curva. Físicamente cuando el piloto deja de presionar el pedal del acelerador y se tiene un recorrido negativo de este, se activará el inversor dentro del controlador enviando una señal de par negativo, de esta manera el motor pasa a trabajar como generador; en ese momento comenzará la regeneración de energía hacia las baterías.

Con lo mencionado anteriormente, el hecho de tener una activación automática evita que el piloto se distraiga y su desempeño de manejo se vea afectado, por lo que únicamente el controlador detectará una señal de recorrido negativo en el pedal de aceleración. Esta labor no afectará el desempeño de la pedalera ya que el funcionamiento sería más por la parte lógica y del controlador.

Una vez definida la estrategia de frenado regenerativo, se tuvo una charla por medio de la plataforma Zoom con el Ing. Alfonso Calabia Aibar, actual integrante de Nissan eDams en la Fórmula E, quien también participó en la carrera de “Las 24 horas de Le Mans”, desarrollándose en la gestión de energía. El objetivo de esta reunión fue adquirir una retroalimentación hacia este trabajo de investigación; así como conocer la experiencia de este ingeniero español en carreras automovilísticas con autos eléctricos. Se consideró que es importante conocer la opinión de un experto para identificar áreas de oportunidad, mismas que se presentan brevemente a continuación.

En las carreras de resistencia existen diferentes formas de gestionar el ritmo y el desgaste, una de ellas se conoce como *lift and coast*. Este término es fundamental en la gestión de combustible, consiste en levantar el pie del acelerador antes de llegar al final de la recta; un poco antes de lo habitual, dejar correr el coche para posteriormente emplear el freno mecánico. Implementar esta técnica de pilotaje conae un gran beneficio para el desempeño del auto. A parte de que existe la regeneración de energía hacia las baterías, realizar esta maniobra permite que las frenadas sean menos bruscas, lo cual evita forzar los neumáticos y los frenos mecánicos. Con esto se logra alargar la vida de todos esos componentes; dejar de acelerar durante esos metros facilita que el motor se refrigere un poco, al estar recibiendo aire sin que se le exija un desempeño. Todos esos factores sumados permiten que se gestione mejor el estado del coche y, quizás, administrar energía para completar cualquier prueba de resistencia.

*“De manera profesional, los pilotos son conscientes de lo importante que es dejarse algo de tiempo en la pista a cambio de mantener todas las variables del coche dentro de los parámetros, es importante de cara para poder terminar la carrera en condiciones”.*



**Ahorro de energía**

- ¿Cómo se podría mejorar el consumo de corriente en el circuito?
- ¿Qué técnicas utilizan para controlar el consumo de energía?
- ¿Qué pruebas básicas y sencillas se recomiendan cuando se implementa el freno regenerativo?

**Restricción de la corriente hacia el motor para salvar energía**

Figura 9.1. Reunión con el Ing. Alfonso Calabia. 22/12/2020.

En cuanto a diseño es lo mejor para el piloto ya que al tratarse de una activación automática lo vuelve más cómodo; sin embargo, es importante conocer las eficiencias. La temperatura del motor y de las baterías es fundamental. Al concluir esta conversación se comenzó a trabajar con el modelo matemático del freno regenerativo, mismo que se presenta en el siguiente subcapítulo.

Por otro lado, la activación del freno regenerativo no podrá ser utilizado bajo ciertas condiciones:

- La velocidad del vehículo es inferior a 5 [Km/h].
- Recorrido negativo del pedal de aceleración menor al 5%.
- Altos niveles del estado de carga del sistema de baterías.
- Altas temperatura de las baterías.

Los dos primeros puntos son restringidos por la unidad de control, mientras que el resto por el *BMS*, este elemento permite monitorear las temperaturas y el voltaje de cada celda en paralelo. Por lo que finalmente no se tendrán complicaciones para cuidar estos parámetros. Es importante mencionar que al inicio de cada prueba el controlador se programa por medio de la computadora, por lo que el piloto no debe preocuparse por el funcionamiento de este. Respecto al BMS, se debe monitorear el comportamiento del sistema de baterías. En la siguiente figura se presenta su interfaz.

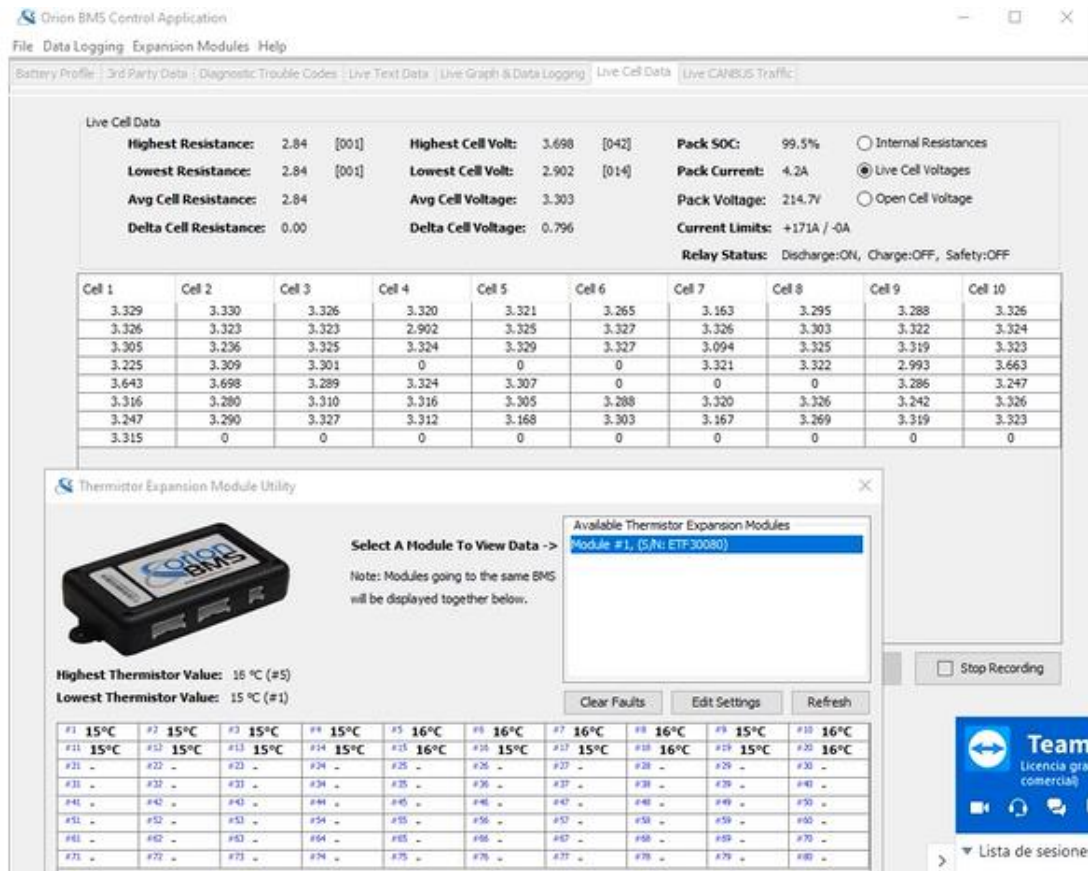


Figura 9.2. Interfaz BMS Orion. Pruebas estacionamiento Anexo de Ingeniería, 26/01/2020.





## 9.1 Modelo matemático.

El modelo presentado en esta sección surge del modelo base del *track model*. Analizando los datos obtenidos de ese estudio, se logró determinar que en cierto nodo comienza a presentarse una disminución en la velocidad lo que significa que el piloto dejó de presionar el acelerador, esto a su vez se interpreta que no se presenta algún consumo energético, es en este momento donde se activará la función del freno regenerativo. Para comenzar con el desarrollo del modelo de frenado regenerativo se procede a calcular la diferencia de velocidades a partir del punto donde la velocidad comienza a disminuir.

$$\Delta v = v_f - v_o \quad (9)$$

Por cada nodo de la pista se presenta un tiempo de frenado, utilizando este valor en conjunto con la diferencia de velocidad se obtiene la aceleración de frenado:

$$t_o = \frac{v_o}{a_o} \quad (9.1)$$

$$a_o = \frac{v_o}{t_o} \quad (9.2)$$

El objetivo de este modelo es conocer la corriente regenerada hacia el sistema de baterías a partir del motor eléctrico, por lo que se deberá determinar la fuerza máxima de recuperación. Esta es la suma de las fuerzas de resistencia: aerodinámica, a la rodadura e inercial.

Fuerza resistiva aerodinámica:

$$F_A = \frac{1}{2} \rho_A v_A^2 C_{FA}^* \quad (9.3)$$

Fuerza de resistencia a la rodadura:

$$F_{RR} = \mu_R \cdot W_{Tot} \quad (9.4)$$

Fuerza de resistencia inercial o de aceleración:

$$F_i = \lambda \cdot m_{Tot} \cdot a_o \quad (9.5)$$

Donde  $\lambda$  representa el coeficiente de eficiencias del motor, controlador y transmisión por cadena.



Por lo que la fuerza máxima de recuperación queda de la siguiente manera:

$$F_{m\acute{a}x\ rec} = F_A + F_{RR} + F_i \quad (9.6)$$

$$F_{m\acute{a}x\ rec} = \left(\frac{1}{2}\rho_A v_A^2 C_{FA^*}\right) + (\mu_R \cdot W_{Tot}) + (\lambda \cdot m_{Tot} \cdot a_o) \quad (9.7)$$

Empleando la ecuación 9.7 se determina el par que será transmitido desde las llantas hacia el motor, por lo que la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\tau_{m\acute{a}x\ rec} = \frac{(F_{m\acute{a}x\ rec}) \cdot (r_w)}{(i_t)} \quad (9.8)$$

Donde  $i_t$  representa la relación cinemática y  $r_w$  el radio de la llanta. Este valor será evaluado en el modelo del motor eléctrico EMRAX, utilizando la ecuación 6.3:

$$Corriente = 1.562 \cdot Par^{1.076} \quad (9.9)$$

Por lo que las ecuaciones 9.7, 9.8 y 9.9 serán programadas en Simulink.

### 9.3 Simulación: caso de estudio.

En este caso de estudio, se determinará el porcentaje de recuperación de energía con la implementación del freno regenerativo. A partir de las principales fuerzas dinámicas que actúan sobre un automóvil se calculará la cantidad de fuerza de frenado requerida y las desaceleraciones máximas posibles.

El prototipo eléctrico UM-E3 se compone por una estructura tubular hecha del material ASTM A36, la suspensión es de doble horquilla tipo *push*; neumáticos tipo slick *Hoosier 18x6 R25B R10*, con rines aleación de magnesio de la marca *OZ Racing*. La masa del vehículo sin conductor es de 210 [Kg]. La distribución de está considerando un piloto de 65 [Kg] es 50:50; la longitud de wheelbase corresponde a 1626 [mm] mientras que el *front track* 1245 [mm] y el *rear track* 1219 [mm]. El kit aerodinámico compuesto por alerón delantero y *sidepods* están hechos de fibra de carbono. Este automóvil está diseñado para alcanzar una velocidad máxima de 108 [Km/h], 57 [kW] @ 4614 [rpm] con un par máximo de motor igual a 108 [Nm] para 5 [s]; utiliza transmisión por cadena con relación cinemática 3.6:1 con un motor síncrono de imanes permanentes de la marca EMRAX en su configuración 208 MV. El paquete de baterías cuenta con una configuración 81s1p utilizando celdas LiFePO4 de la marca A123 Systems con 271 [VDC] de voltaje máximo y con una corriente pico de 265 [A]. El material del acumulador es de aluminio 6065-T6.

En la siguiente tabla se muestra parte de los cálculos del modelo de freno regenerativo. Analizando los datos se observan las diferencias de velocidades negativas, lo que significa que el piloto dejó de presionar el pedal de aceleración permitiendo la regeneración de energía con la activación de esta función.

Sector de pista	Longitud L	Velocidad V [km/h]	Tiempo t [s]	Freno regenerativo									
				$\Delta v_0$ [m/s]	t frenado [s]	ac frenado [m/s <sup>2</sup> ]	F aerodin [N]	F res acel [N]	F max rec [N]	Par max rec [Nm]	Pot max rec [W]	I rec [A]	I tot [A]
Recta 1	83.13	44	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00
		50	0.60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	47.23
		56	0.54	-	-	-	-	-	-	-	-	-	52.19
		60	0.49	-	-	-	-	-	-	-	-	-	56.73
		65	0.46	-	-	-	-	-	-	-	-	-	60.93
		63	0.47	-0.42	0.47	-0.89	121.32	-230.91	-28.66	1.78	12.07	0.73	-0.73
		59	0.51	-1.30	0.51	-2.55	104.15	-658.58	-473.50	29.40	613.62	14.96	-14.96
		54	0.56	-1.41	0.56	-2.53	86.97	-653.87	-485.96	30.17	684.21	15.39	-15.39
		48	0.62	-1.56	0.62	-2.50	69.80	-647.08	-496.34	30.82	771.96	15.74	-15.74
		42	0.72	-1.76	0.72	-2.46	52.63	-636.44	-502.87	31.22	885.89	15.96	-15.96
Curva 1	32.59	34	0.00	-2.17	0.81	-2.68	35.46	-692.52	-576.13	35.77	1250.21	18.48	-18.48
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22
		34	0.34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.22

Tabla 21. Cálculos: freno regenerativo.

Como primer punto se modelará el motor eléctrico en SIMULINK, con este se puede determinar el comportamiento del par requerido en comparación con las rpm; de igual manera se obtiene la simulación de la prueba de aceleración. El bloque del motor síncrono de imanes permanentes se muestra a continuación:

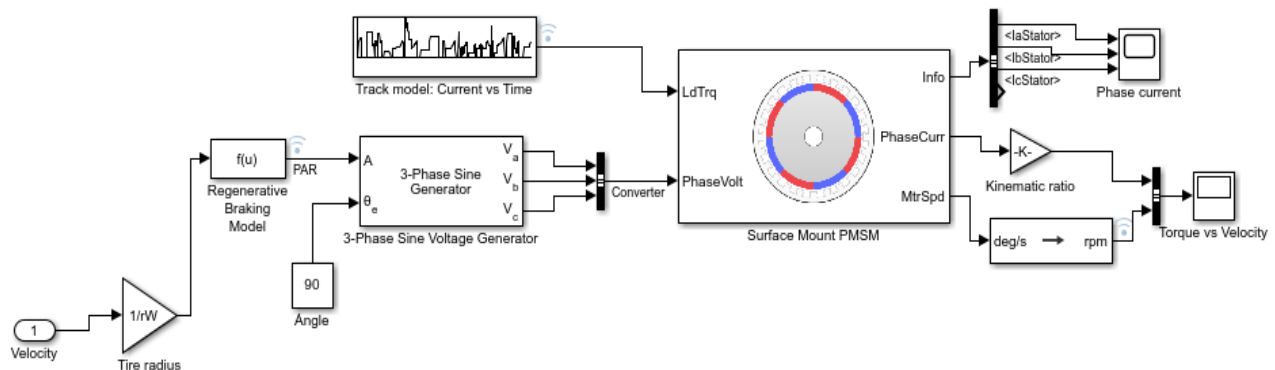


Figura 9.3. Modelado del motor EMRAX 208 MV.

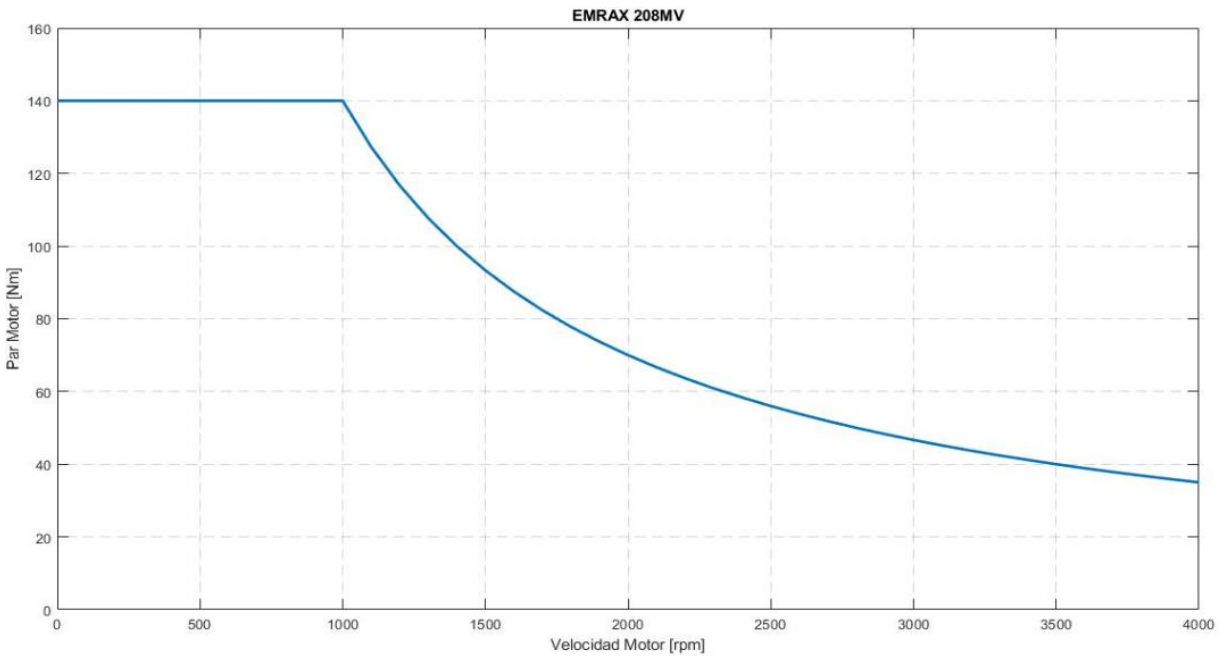


Gráfico 16. Par - rpm. EMRAX 208MV.

En la gráfica anterior se muestra el comportamiento del motor PMSM. Con estos datos se logra comprobar el fenómeno que se presenta a la salida de las curvas; al tener bajas las rpm el requerimiento de par es mayor por lo que se presenta un consumo máximo de corriente en comparación con las rectas donde el par requerido es menor.

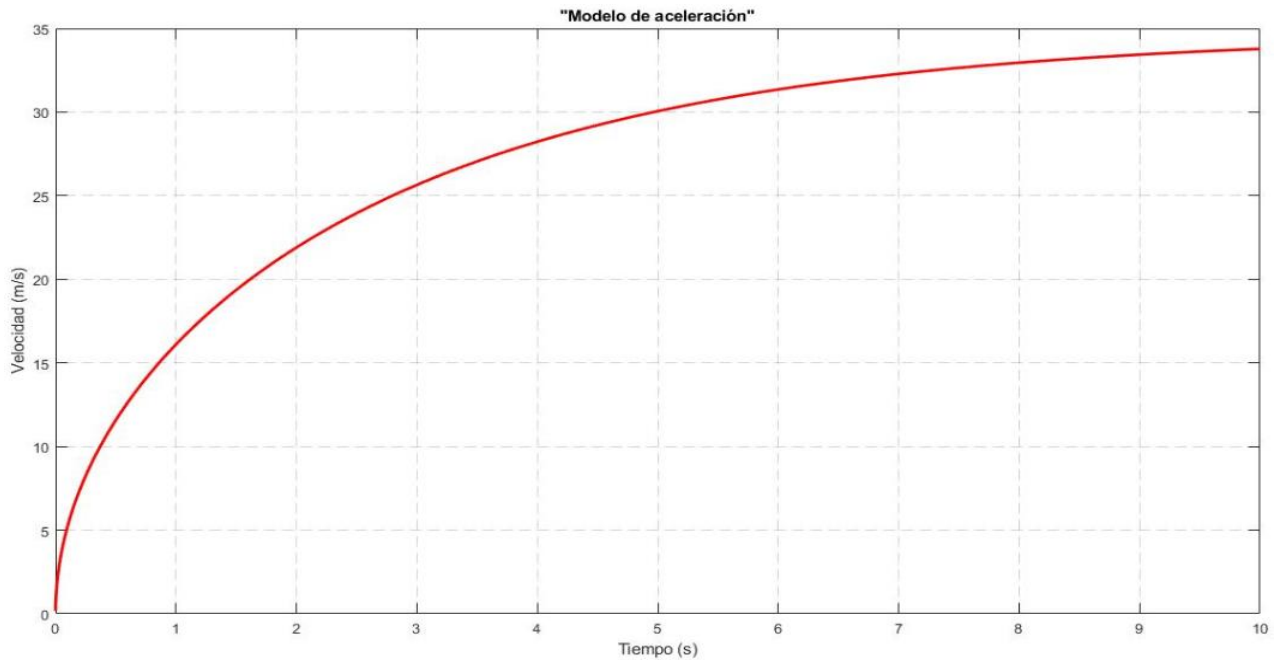


Gráfico 17. Modelo de aceleración.

Al realizar la simulación de la prueba de aceleración se obtiene el comportamiento de la velocidad del auto, alcanzando un valor máximo de 30 [m/s] para cumplir el objetivo de recorrer los 75 [m] de esta prueba en un tiempo igual a 5 [s].

Finalmente, se implementa el modelo de freno regenerativo utilizando los bloques disponibles en SIMULINK y programando las ecuaciones obtenidas. Como resultado se obtiene principalmente el consumo de corriente a lo largo del circuito para la prueba de endurance; con este resultado se logra determinar la capacidad energética final. De igual forma se conoce el estado de carga de la batería (SOC), donde el objetivo principal es comparar la descarga de la batería con y sin el freno regenerativo. En la siguiente figura se presenta el diagrama de bloques final para dicha función:

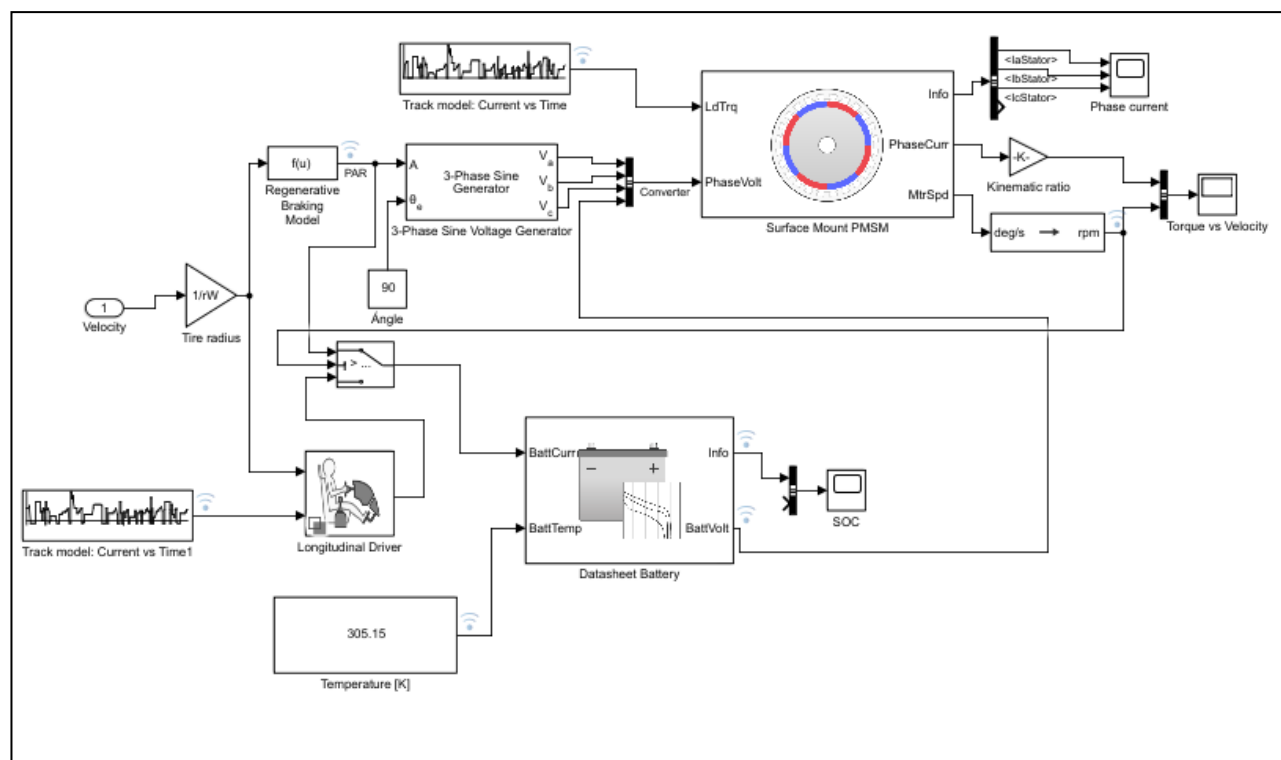


Figura 9.4. Modelo freno regenerativo.

Con la implementación del freno regenerativo se obtiene una corriente máxima de recuperación igual a 25.61 [A], correspondiente a 249.63 [W]. La capacidad energética requerida por vuelta en un tiempo de 1.80 minutos es igual a 0.96 [Ah]. Considerando las 17 vueltas en el circuito de *endurance* se obtiene una capacidad energética total de 17.29 [Ah], en total se recuperan 2.56 [Ah]. Este número de vueltas para cumplir con el objetivo de correr 23 [Km]; es decir 1 [Km] extra de distancia para este evento.

En las siguiente gráfica se muestra la comparación del consumo energético por vuelta. En color azul se presenta la demanda de corriente sin freno regenerativo y en color naranja con la implementación de dicha función.

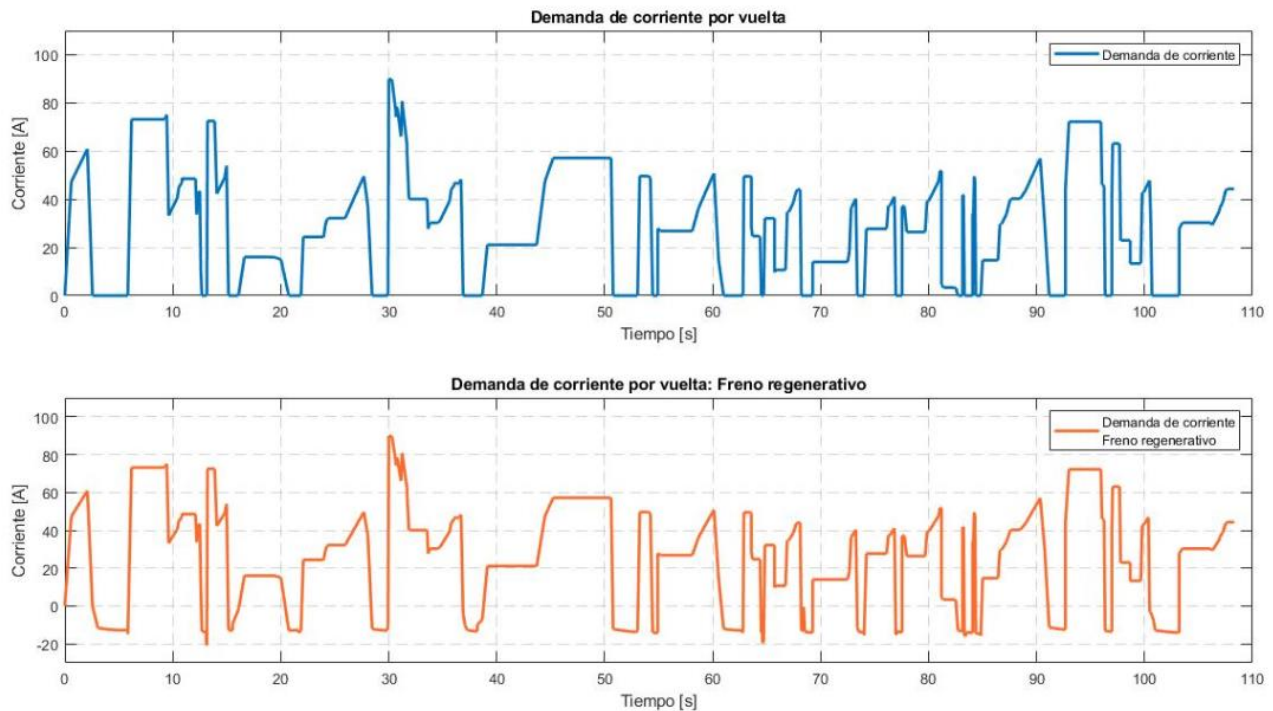


Gráfico 18. Comparación del consumo energético por vuelta.

El gráfico de color naranja muestra valores negativos, esto representa a la corriente regenerada hacia el sistema de baterías. Sin la función del freno regenerativo, el consumo energético por vuelta para el mismo tiempo es igual a 1.10 [Ah], teniendo un total de 19.85 [Ah]. Esto significa tener 2.56 [Ah] más con dicha implementación, lo cual representa contar con una autonomía extra del 12.89%.

Otro factor importante para considerar es la temperatura de las celdas al momento de regenerar energía. Este hecho implica someterlas a altos niveles de exigencia, donde están expuestas a rangos de temperatura muy amplios, existiendo una posibilidad de accidentes e indeterminados ciclos de carga y descarga. Debido a esta problemática se realiza un análisis térmico con las corriente obtenidas con y sin la función de frenado regenerativo; el objetivo principal es determinar la temperatura máxima a lo largo del circuito a través del calor generado por modulo.

Para mantener un rango de temperaturas estables que permitan trabajar en óptimas condiciones se tomaron en cuenta dos parámetros fundamentales, el primero es la temperatura promedio durante el mes de junio en el estado de California, EUA; lugar donde se realiza la competencia de Fórmula SAE Electric 2020, dicho valor corresponde a 32 [°C]. El segundo parámetro es la variación de la vida útil de la celda con la temperatura. Consultando la hoja de datos técnicos del proveedor el rango de temperatura de operación es -30 [°C] a 55 [°C], mientras que el rango de temperatura de almacenamiento es -40 [°C] a 60 [°C]. De acuerdo con las necesidades de diseño se eligió proponer un rango de temperatura óptimo de trabajo entre 31 [°C] a 40 [°C] para un tiempo de 5042 [s]. A continuación, se presentan los valores obtenidos para la primera vuelta del circuito de *endurance* con y sin la implementación del freno regenerativo.

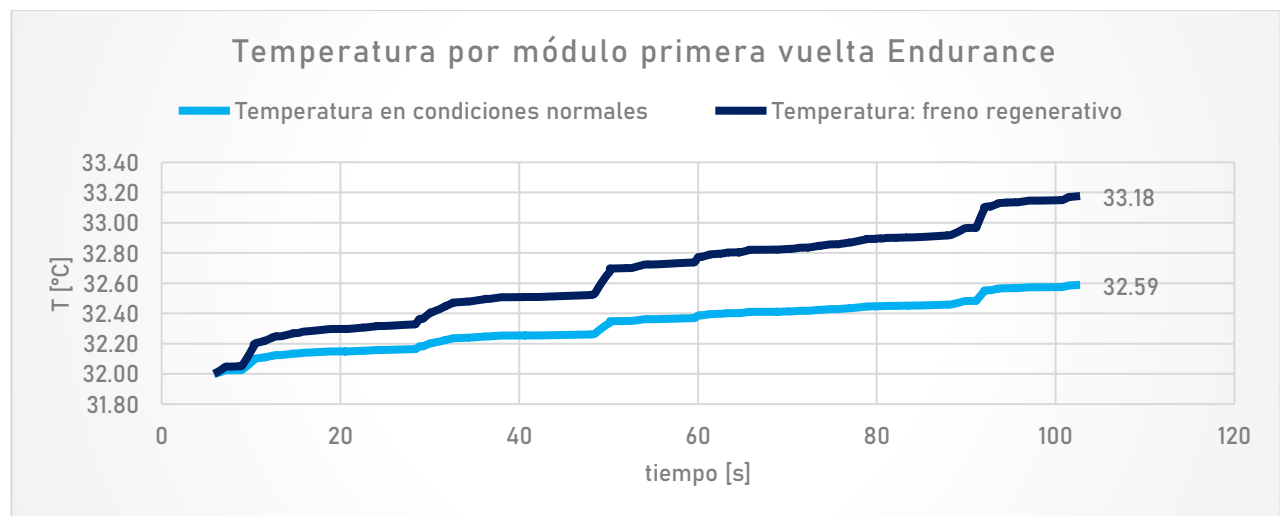


Gráfico 19. Temperatura por módulo: Primera vuelta del circuito de endurance.

En la siguiente gráfica se presentan los valores de temperatura para la prueba completa de endurance:

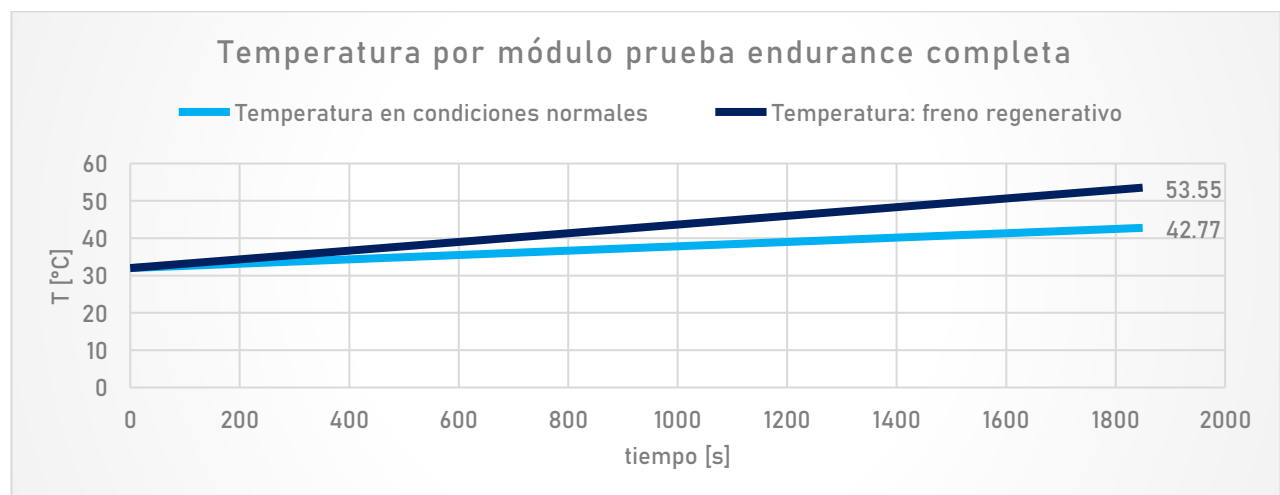
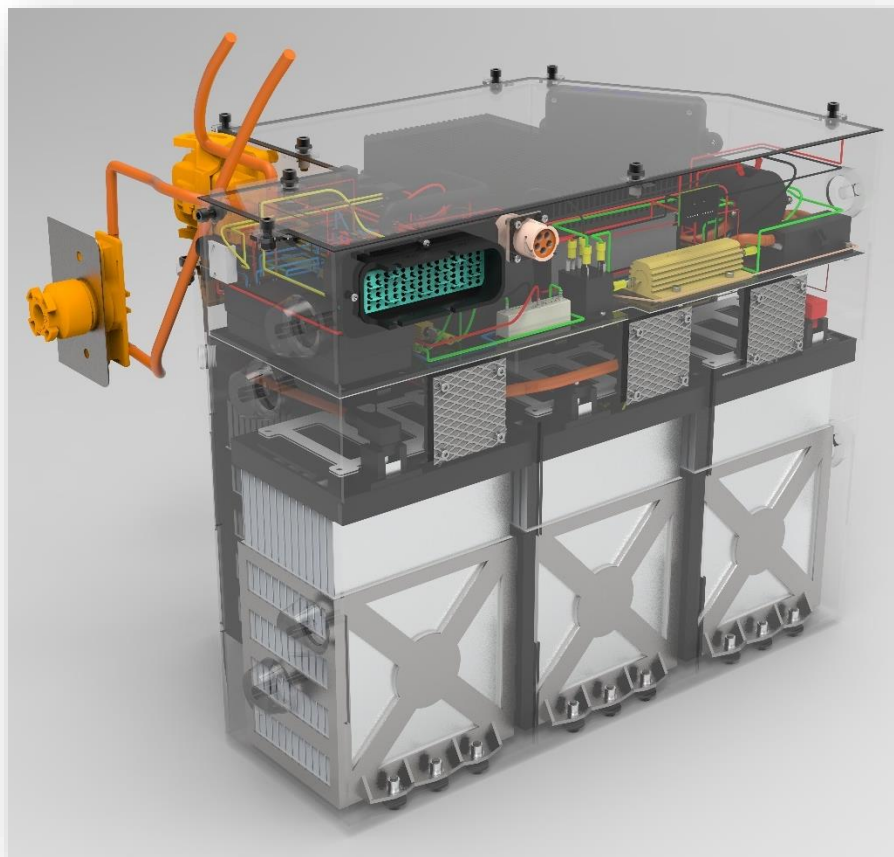


Gráfico 20. Temperatura por módulo: Prueba completa del circuito de endurance.

De acuerdo con los datos obtenidos, al utilizar la función de estudio se alcanzaría una temperatura máxima de 53.55 [°C], manteniéndose por debajo del límite que es de 60 [°C], lo que aseguraría mantener uno de los pilares de diseño que es la seguridad.

El sistema de baterías realizó un análisis térmico en el programa ANSYS CFD con base de la tasa de descarga variable de corriente de las celdas, al elaborar esto se consideraron disipadores de aluminio entre cada cuerpo de la celda, así como un flujo volumétrico de aire de 25 [ft<sup>3</sup>/modulo], donde el resultado obtenido fue de una temperatura máxima de 34 [°C] para un tiempo de 29 minutos. Debido a esto se implementó un sistema de enfriamiento el cual consta de 5 ventiladores de la marca Adelta los cuales ofrecen 35 [ft<sup>3</sup>/modulo], configurados 3 de ellos en la parte delantera del acumulador permitiendo el ingreso de aire y 2 que lo expulsan de este por la parte trasera; esto con el fin de mantener la circulación internamente <sup>[16]</sup>.



*Figura 9.5. Acumulador del prototipo UM-E3. Cortesía del sistema de baterías.*



Con base en los resultados obtenidos del análisis térmico se realiza una segunda iteración del *track model* incluyendo la función de freno regenerativo en SIMULINK, en esta se obtienen diversas curvas de estudio en las cuales se logra determinar el comportamiento de la tasa de descarga de la capacidad energética del acumulador. Los resultados adquiridos se presentan en seguida:

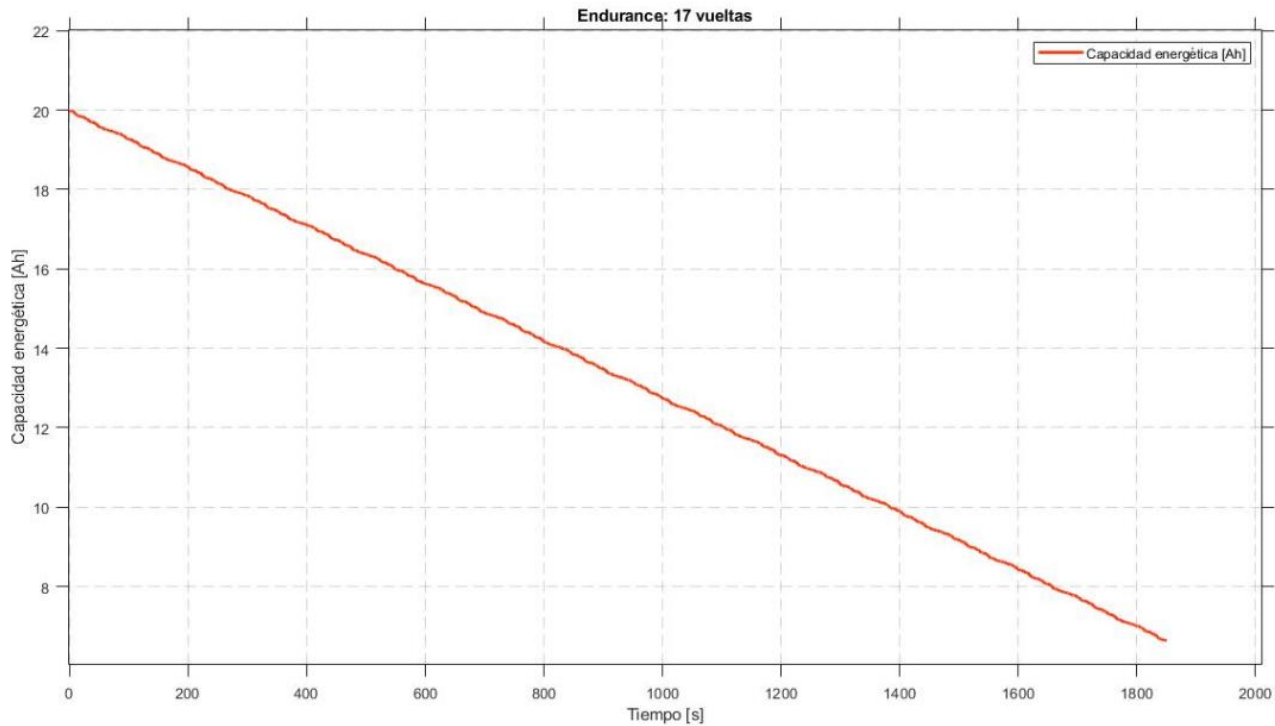


Gráfico 21. Capacidad energética prueba de endurance: 17 vueltas.

Para un tiempo igual a 0 [s] se cuenta con 20 [Ah] en todo el arreglo de celdas. Al momento de recorrer los 23 [Km] en un tiempo de 1841 [s] se cuenta con una capacidad energética final de 6.7 [Ah].

Por otro lado, con las características de descarga de las celdas *A123 Systems* con respecto a la tasa de descarga se evalúa su comportamiento con el transcurso del tiempo durante el evento de estudio; esto con el objetivo de garantizar que no se llegue al voltaje mínimo del acumulador.

Se comprobó que en el tiempo igual a 1841 [s] el voltaje se encuentra en un valor teórico de 244 [V], que son 27 [V] menos que el voltaje inicial. Al momento de transcurrir 3345 [s] se llega al voltaje mínimo de las celdas, por lo que el BMS suspenderá la transmisión de corriente hacia el motor. En la siguiente gráfica se aprecia con detalle el comportamiento.

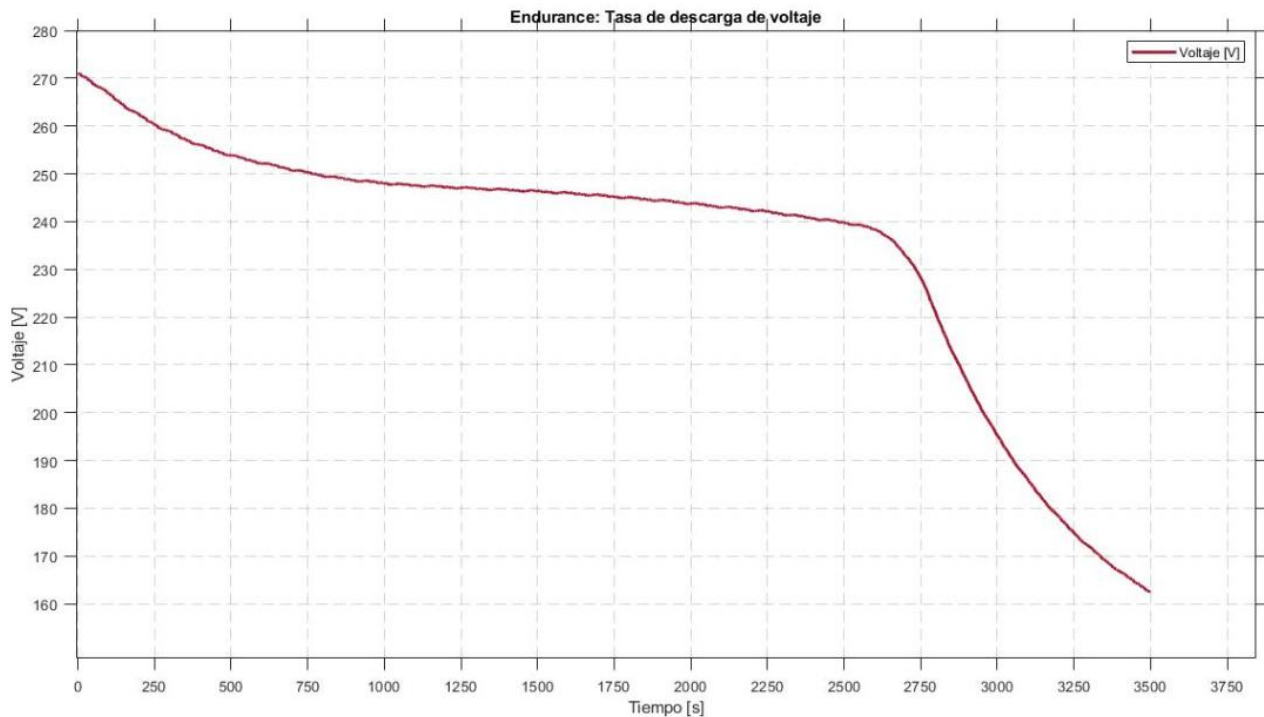


Gráfico 22. Tasa de descarga de voltaje.

Al momento de llevar cierto recorrido en el circuito el voltaje comenzará a disminuir. De acuerdo con los resultados de esta iteración al presentarse la descarga de voltaje en toda la pista durante las 17 vueltas. Tomando en cuenta la tasa de descarga de las baterías a lo largo de la prueba se obtiene una pérdida de voltaje despreciable; recordando que dicha variable está relacionada con la velocidad disponible en el auto, el piloto no notará ese cambio de velocidades ya se estima que con el valor de voltaje final se siga alcanzando la velocidad máxima de 67 [Km/h] correspondiente a 2848 [rpm]; es decir, un voltaje nominal igual a 168 [V]. Con los 244 [V] finales se termina con 114 [V] más del mínimo de operación permisible dentro del acumulador.

Finalmente, se procede a determinar el estado de carga de las baterías (SOC) al finalizar la prueba de estudio. Para conseguirlo se utiliza la siguiente expresión:

$$SOC = \frac{1}{CE_{batt}} \int_0^t I_{batt} dt \quad (9.10)$$

Donde  $CE_{batt}$  representa la capacidad energética de la batería e  $I_{batt}$  la corriente de esta. Al realizar la simulación se obtiene la siguiente comparación de la tasa de descarga:

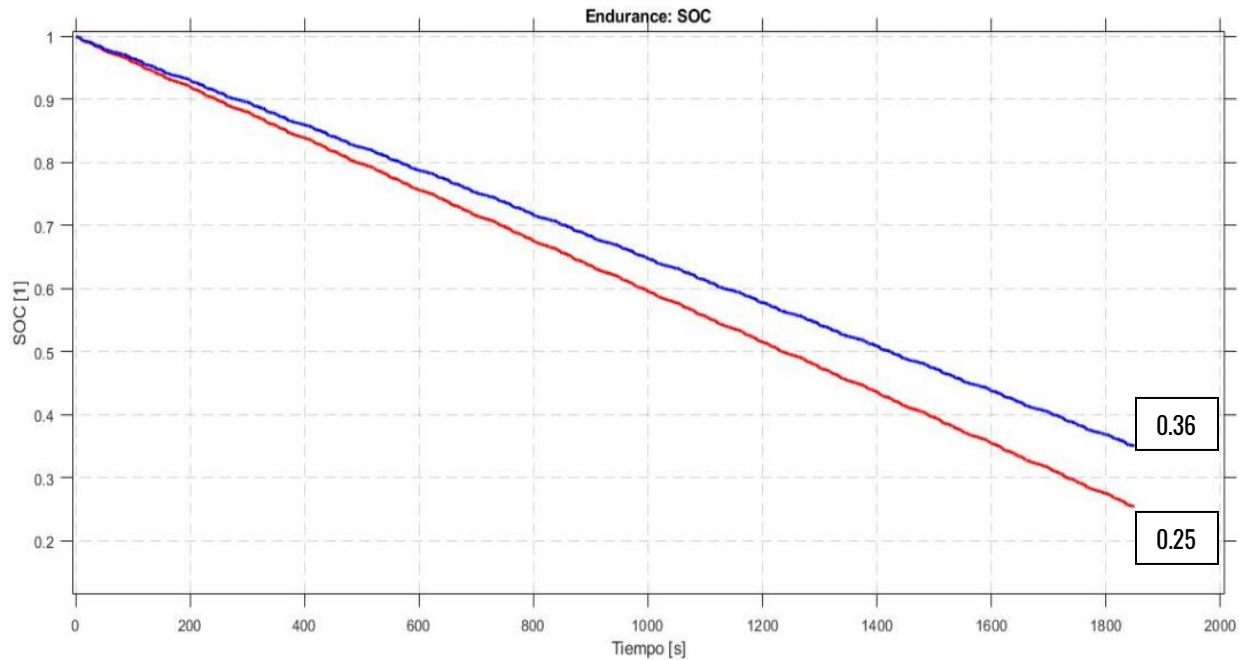


Gráfico 23. SOC: Comparación freno regenerativo.

En el gráfico anterior se muestra la comparación del estado de carga final. Sin la implementación del freno regenerativo presentada en color rojo el SOC corresponde al 25% mientras que la representación en color azul considera el freno regenerativo, donde el estado de carga del acumulador al finalizar los 23 [km] es igual al 36%. Esto significa un aumento del 11% en el estado de carga, lo cual mantiene un buen margen de capacidad. Esto brinda una mayor confiabilidad para terminar esta prueba y una mayor versatilidad en caso de ser necesario exigirle al vehículo velocidades mayores a 67 [km/h] o simplemente concluir 23 [km] en diferentes circuitos que demanden una mayor corriente en los segmentos propuestos.



## CONCLUSIONES.

La implementación del sistema de frenado regenerativo favorece al prototipo eléctrico UM-E3 incrementando la capacidad energética del vehículo con la recuperación de corriente durante los eventos de desaceleración en la prueba de *endurance*. Con esta función se logra cumplir uno de los objetivos principales de la escudería UNAM Motorsports dentro de la competencia de Fórmula SAE Electric el cual es alcanzar una autonomía de 23 [Km] en dicho circuito.

Gracias al cumplimiento de los objetivos específicos de este trabajo se logró determinar el porcentaje de recuperación de carga en las celdas eléctricas para aprovechar la máxima energía por medio de la implementación del freno regenerativo, esta función de estudio permite incrementar el consumo energético 2.56 [Ah] a lo largo de los 23 [Km] recorridos, presentando una autonomía extra del 12.89%. En cuestiones del estado de carga de las baterías al finalizar esta prueba se obtiene un aumento del 11% con un voltaje final de 244 [V], lo que significa que el auto podrá seguir alcanzando la velocidad máxima para ese evento de 67 [Km/h].

Con las pruebas realizadas en invierno fue posible validar los modelos obtenidos, así como el comportamiento dinámico del auto y del motor eléctrico. Como primer objetivo de la escudería se logra alcanzar una velocidad máxima de 108 [Km/h] para recorrer 75 [m] en la prueba de *acceleration* en un tiempo de 5[s] utilizando como compuesto de celdas LiFePO<sub>4</sub> de la marca A123 Systems, con un voltaje máximo de 271 [VDC] y una corriente pico de 265 [A]. Por su parte, para cumplir el segundo objetivo de equipo se realizó un análisis dinámico vehicular el cual permitió realizar una simulación de tiempo y velocidades a lo largo del circuito de 22 [Km], con la idea de adquirir valores de potencia eléctrica y pares; estos últimos para ser evaluados en el modelo del motor eléctrico síncrono de imanes permanentes de la marca EMRAX en su configuración 208 MV y conocer la corriente requerida en cada segmento de pista, para posteriormente con estos datos determinar la capacidad energética mínima requerida por vuelta, logrando formar un arreglo de 83sp1 con una capacidad energética de 19.85 [Ah].

Además de contar con una autonomía extra, el freno regenerativo en cuestiones de diseño permite utilizar un menor número de celdas ya que se puede contar con una configuración con un menor número de celdas en paralelo por cada arreglo interno en el acumulador. Esto favorece a reducir la masa del acumulador y principalmente los costos en general del auto.

En este trabajo aprendí la importancia de suministrar la energía, las ventajas y desventajas del freno regenerativo, así como el uso de energías renovables. Esta función es fundamental al momento de diseñar y fabricar automóviles híbridos y eléctricos, facilitando a los usuarios contar con una mayor autonomía en sus vehículos, incluso presentando ventajas sobre los coches de combustión interna. El uso de energías renovables disminuye problemas para el medio ambiente, evitando ciertas consecuencias tales como, agotamiento de los combustibles fósiles, lluvia ácida, alteración del efecto invernadero entre otros.



## BIBLIOGRAFÍA.

- [1] SAE Internacional (2020). FSAE ONLINE. Recuperado de <https://www.sae.org/attend/student-events/>
- [2] Oller Farias E. (2017). Desarrollo programa de análisis matricial de estructuras para el estudio de chasis Fórmula Student. España, Barcelona, pp.16.
- [3] S.A.E, Formula SAE Rules. 2021.
- [4] UNAM Motor Sports – Fórmula SAE. Recuperado de <https://unam.pro/>
- [5] Grahame J. (2008). 1968: Increíble coche eléctrico Amitron de AMC. Retro Thing vintage gadgets & technology. Recuperado de <https://www.retrothing.com/2008/09/1968-amcs-amazi.html>
- [6] García, G. (2009). Tecnologías de frenado regenerativo para coches eléctricos. Híbridos y eléctricos. Ecotecnología del vehículo. Recuperado de <https://www.hibridosyelectricos.com/articulo/tecnologia/tecnologias-frenado-regenerativo-coches-electricos/20181231131615024252.html>
- [7] Hernández Monterrosas J, (2016). Análisis y control de un sistema de freno regenerativo. México, D.F. Tesis, IPN, pp 12.
- [8] motor.es. ¿Qué es el KERS o freno regenerativo? Funcionamiento y características. Recuperado de <https://www.motor.es/que-es/kers-freno-regenerativo>
- [9] MECANICA PARA TODOS. AUDI SISTEMA DE FRENO REGENERATIVO Y VOLANTE DE INERCIA. Recuperado de: <https://mecanicaparatodosblog.wordpress.com/2016/09/10/audi-sistema-de-freno-regenerativo-y-volante-de-inercia-genera-200-hp-mas-como/#:~:text=%E2%80%9CEI%20sistema%20consiste%20en%20la, pierde%20en%20forma%20de%20calor.&text=La%20energ%C3%ADa%20se%20extrae%20del, para%20impulsar%20el%20tren%20motriz.>
- [10] Chávez Romero J, (2017). Análisis y optimización de un freno regenerativo para un vehículo híbrido. México, CDMX. Tesis, IPN, pp 15.
- [11] González Calderón A, (2006). Prueba y evaluación de un sistema de frenos regenerativo hidroneumático. México, D.F. Tesis, UNAM, pp 11-18.
- [12] Stephen J. Chapman (2012). Máquinas eléctricas. BAE Systems Australia, Mc Graw Hill, 5ª edición, pp 6-9, 25-26, 119-120, 128-130, 205, 231-235, 301-305.



- 
- [13] Larrodé Pellicer E, (1997). Automóviles eléctricos. Centro Politécnico Superior de Ingenieros, Universidad de Zaragoza, pp146-150.
- [14] Behrooz Mashadi, David Crolla. (2012). Vehicle Powertrain Systems. United Kingdom, John Wiley & Sons, pp 457-459, 464-465.
- [15] Denton Tom, (2018). Automobile Mechanical and Electrical Systems. By Routledge. Segunda edición, pp 190-192.
- [16] Ortiz Sánchez O. E., Sánchez García I. A, Díaz Gutiérrez E. A., Olivera Reyes L.F. (2020). Reporte general de temporada: Sistema de baterías. UNAM Motorsports, UNAM, CDMX., pp 12-13.
- [17] Denton Tom, (2016). Electric and Hybrid Vehicles. United Kingdom, John Wiley & Sons, pp 80-85.
- [18] Blundell M, Harty D. (2004). Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics. Oxford. Elsevier Butterworth-Heineman, pp 5-6.
- [19] EMRAX. (2018). Technical Data and Manual for EMRAX Motors / Generators. Innovative E-Motors. Recuperado de: [www.emrax.com](http://www.emrax.com)
- [20] Robert L. Mott. (2006). Diseño de elementos de máquinas. México, PEARSON EDUCACIÓN. 4ta edición, pp 283-291.
- [21] Formula SAE (2019). Student handbook. Formula SAE Lincoln & Formula SAE Electric. Lincoln, Nebraska. Pp 55.
- [22] Ortiz Sánchez O. Elisa. (2019). Compuestos de celdas. UNAM Motorsports. Ciudad de México.