



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Validación de datos experimentales de dos  
pruebas de respuesta térmica *in situ*,  
mediante modelación numérica**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Civil**

**P R E S E N T A**

Esteban Alberto Rangel Serratos

**TUTORA DE TESIS**

Dra. Norma Patricia López Acosta



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022



A

**Miguel Alcubierre Méndez<sup>†</sup>**



## RESUMEN

La utilización de estructuras termoactivas para el aprovechamiento de la energía geotérmica y el acondicionamiento interno de las edificaciones, resulta una alternativa eficiente y amigable con el medio ambiente. Esta tecnología utiliza las pilas de cimentación como elementos intercambiadores de calor, que a través de una bomba de calor geotérmico (BCG), inyecta o extrae energía geotérmica al o del suelo. A pesar de los grandes beneficios económicos y ambientales de estos sistemas, actualmente en México aún existe una falta de información sobre las estructuras termoactivas, así como, de las propiedades térmicas de los suelos locales.

Desde 2019, la Coordinación de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM está realizando grandes esfuerzos por caracterizar las propiedades térmicas de los suelos nacionales, mediante pruebas con el método de la aguja térmica y también con Ensayos de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) en distintos sitios en la Ciudad de México y otros estados del país. Una Prueba de Respuesta Térmica consiste en colocar un sistema cerrado de tubería en forma de U dentro de una perforación en el suelo por donde circula un fluido con una cantidad de calor constante. En esta prueba se monitorean las temperaturas de entrada y de salida de la perforación, la presión del fluido, la potencia suministrada y la duración del ensayo. Esta prueba de campo es muy útil para la obtención de las propiedades térmicas reales de un suelo.

Para el diseño de las estructuras termoactivas en México, se requiere la información de las propiedades térmicas del suelo donde se van a construir estas geoestructuras. Debido a que las pruebas para determinar las propiedades térmicas de los suelos no son usuales en nuestro país, en la parte principal de esta tesis, se validan mediante modelación numérica los datos experimentales de dos Pruebas de Respuesta Térmica (TRT) realizadas en la CDMX y en el Edo. de México. La finalidad es poner al alcance una herramienta computacional accesible en la práctica profesional de los ingenieros geotecnistas para determinar las propiedades térmicas de un suelo, cuando no se cuenta con el equipo para su determinación en laboratorio o en campo. En esta tesis se implementó un código en Matlab® de diferencias finitas para la solución simultánea de ecuaciones diferenciales parciales, que describen la transferencia de calor desde una pila o pozo geotérmico al suelo circundante. Esta solución numérica permite la representación de datos experimentales obtenidos de Pruebas de Respuesta Térmica (TRT) realizadas *in situ*.

Con base en los resultados obtenidos, se determinó que el modelo numérico implementado permitió representar correctamente los datos experimentales de dos pruebas TRT, una realizada en una pila de energía, y la otra ejecutada directamente en el suelo (en un pozo geotérmico). Adicionalmente, se utilizó el modelo numérico programado para la obtención de curvas de isovalores, con las que es posible evaluar la distribución de las temperaturas

en el suelo en cualquier instante de tiempo de una prueba TRT de interés. También se realizó un análisis paramétrico con el que fue posible observar el impacto que tienen la conductividad y la difusividad térmica en el fenómeno de transferencia de calor en un suelo.

## ABSTRACT

The use of thermoactive structures for the use of geothermal energy and the internal conditioning of buildings is an efficient and environmentally friendly alternative. This technology uses the foundation piles as heat exchanger elements, which through a geothermal heat pump (GHP), injects or extracts geothermal energy to or from the ground. Despite the great economic and environmental benefits of these systems, currently in Mexico there is still a lack of information about the thermoactive structures, as well as the thermal properties of local soils.

Since 2019, the Geotechnical Coordination of the Institute of Engineering of the UNAM is making great efforts to characterize the thermal properties of national soils, through tests with the thermal needle method and also Thermal Response Tests (TRT) in different sites in Mexico City and other states of the country. In particular, a Thermal Response Test consists of placing a closed U-shaped pipe system inside a borehole in the ground through which a fluid circulates with a constant amount of heat. In this test, the inlet and outlet temperatures of the borehole, the fluid pressure, the power supplied and the duration of the test are monitored. This test is very useful for obtaining the real thermal properties of a soil in the field.

For the design of thermoactive structures in Mexico, information on the thermal properties of the soil where these geostructures are to be built is required. Since tests to determine the thermal properties of soils are not usual in our country, in the main part of this thesis, experimental data from two Thermal Response Tests (TRT) performed in Mexico City and in the State of Mexico are validated by means of numerical modeling. The purpose is to make available a computational tool accessible in the professional practice of geotechnical engineers to determine the thermal properties of a soil, when the equipment is not available for its determination in the laboratory or in the field. In this thesis, a finite difference Matlab® code was implemented for the simultaneous solution of partial differential equations, which describe the heat transfer from a geothermal pile or borehole to the surrounding soil. This numerical solution allows the representation of experimental data obtained from Thermal Response Tests (TRT) performed *in situ*.

Based on the results obtained, it was determined that the numerical model implemented allowed to correctly represent the experimental data of two TRT tests, one performed in an energy pile, and the other one executed directly in the ground (in a geothermal borehole). Additionally, the programmed numerical model was used to obtain isovalue curves, with which it is possible to evaluate the distribution of temperatures in the ground at any time of a TRT test of interest. A parametric analysis was also performed to observe the impact of thermal conductivity and thermal diffusivity on the heat transfer phenomenon in a soil.



## AGRADECIMIENTOS

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** y a la **Facultad de Ingeniería**.

Al **Instituto de Ingeniería de la UNAM** por la confianza y la beca otorgada durante la investigación y realización de esta tesis.

A la **Dra. Norma Patricia López Acosta** por la confianza que tuvo en mí para realizar esta investigación y darme la oportunidad de estar en el Instituto de Ingeniería y formar parte de su equipo.

Al **M.I. David F. Barba Galdámez** por transmitirme su pasión a la investigación, por su apoyo incondicional y paciencia brindados a mi persona durante todo el proyecto.

A **Carlos Antonio Orozco** por la amistad que me ha brindado y sobre todo por la paciencia y gran apoyo en la realización de esta tesis.

A **Ximena Carreño Fornaguera** por su soporte, cariño y amor a mí y a todo lo que me propongo realizar.

A mi madre, **Adriana Serratos Martínez** por su infinito apoyo y cariño en cada momento de mi formación académica y a mi padre, **Guillermo Rangel Castruita** por su cariño y motivación a siempre trabajar duro.

A mi hermano, **Mauricio Rangel Serratos** por el amor y motivación que me dio para concluir este trabajo.

A los sinodales **Dr. Enrique Ibarra Razo**, **M.I. Walter Paniagua**, **M.I. Rodrigo Takashi Sepúlveda Hirose** y **M.I. Nikté Ocampo Guerrero** por el tiempo invertido en la revisión de este trabajo.

A mis grandes amigos de generación, **Juan Pablo Ramírez**, **Carlos Caballero**, **Yan Boehm** y **Luis Eduardo Chávez** por su siempre apoyo, amistad y motivación.

A **José Pablo Torres**, **Javier Castellanos** y **Carlos Castro** por su siempre motivación y aliento.

A los compañeros y amigos que conocí en el Instituto de Ingeniería y en la Facultad de Ingeniería, y a todas las personas de las que recibí ayuda de manera desinteresada.



## CONTENIDO

<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>iii</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>v</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>2. CONSIDERACIONES TEÓRICAS.....</b>	<b>5</b>
2.1. Estructuras termoactivas .....	5
2.1.1. Aspectos generales .....	5
2.1.2. Beneficios y limitaciones de las estructuras termoactivas .....	6
2.2. Transferencia de calor en suelos .....	6
2.2.1. Procesos de transferencia de calor en suelos.....	7
2.2.2. Propiedades térmicas del suelo .....	8
2.2.3. Métodos para la determinación de las propiedades térmicas del suelo .....	11
2.2.4. Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) .....	14
2.3. Aprovechamiento de la energía geotérmica .....	15
2.3.1. Conceptos generales.....	15
2.3.2. Transferencia de calor en pilas de energía .....	17
<b>3. SOLUCIONES ANALÍTICAS Y NUMÉRICAS CONSIDERADAS EN ESTA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>23</b>
3.1. Ventajas y desventajas de las soluciones analíticas y numéricas .....	23
3.2. Modelos analíticos evaluados .....	24
3.2.1. Hipótesis generales .....	24
3.2.2. Soluciones analíticas.....	25
3.2.3. Programación de modelos analíticos .....	28
3.3. Modelo numérico aplicado en esta tesis .....	30
3.3.1. Desarrollo del modelo numérico .....	30
3.3.2. Ecuaciones del modelo numérico .....	32
<b>4. REPRESENTACIÓN DE PRUEBAS DE RESPUESTA TÉRMICA EN UN SUELO Y EN UNA PILA DE ENERGÍA MEDIANTE MODELACIÓN NUMÉRICA .....</b>	<b>35</b>
4.1. Representación de una prueba de respuesta térmica TRT en un pozo geotérmico	35
4.1.1. Características generales de la prueba .....	35
4.1.2. Resultados experimentales <i>in situ</i> .....	37

4.1.3.	Implementación del modelo numérico .....	38
4.2.	Representación de una prueba de respuesta térmica TRT en una pila de energía 46	
4.2.1.	Características generales de la prueba .....	46
4.2.2.	Resultados experimentales <i>in situ</i> .....	48
4.2.3.	Implementación del modelo numérico .....	49
4.3.	Análisis de resultados de la modelación numérica de pruebas de respuesta térmica (TRT) en un pozo geotérmico y en una pila de energía .....	56
4.3.1.	Campos térmicos o mapas de isovalores de temperatura .....	56
4.3.2.	Efecto de distintas conductividades y difusividades térmicas en el suelo ....	59
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>63</b>
	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>67</b>
	<b>ANEXO I. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA PRUEBA DE RESPUESTA TÉRMICA EN UN POZO GEOTÉRMICO (EN SUELO).....</b>	<b>I</b>
	<b>ANEXO II. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA PRUEBA DE RESPUESTA TÉRMICA EN UNA PILA DE ENERGÍA.....</b>	<b>V</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Esquema de funcionamiento de estructuras termoactivas en verano e invierno (Abuel-Naga <i>et al.</i> , 2015). .....	5
Figura 2.2. Conducción en las distintas fases de un suelo (Alrtimi <i>et al.</i> , 2016). .....	7
Figura 2.3. Flujo de calor a través de una sección de suelo (Farouki, 1981). .....	8
Figura 2.4. Esquema de transferencia de calor en suelos a diferentes contenidos de agua (adaptado de Hyunjun, 2014). .....	9
Figura 2.5. Curvas de secado de resistividad térmica (TRDC) para distintos tipos de suelo (Salomone y Kovacs, 1984). .....	10
Figura 2.6. Esquema de funcionamiento de Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) (adaptado de Rivera-Martínez, 2021). .....	14
Figura 2.7. Esquema de funcionamiento de las Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHPs). .....	15
Figura 2.8. Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs) para climatizar una estructura: a) Pozo geotérmico, b) Pila de energía. ....	17
Figura 2.9. Escalas de tiempo y espacio involucradas en el proceso térmico de pozos Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés <i>Ground Heat Exchangers</i> ). El proceso térmico se lleva a cabo en cuatro escalas de espacio y en ocho escalas de tiempo (Li <i>et al.</i> , 2014). .....	18
Figura 2.10. Mecanismo de transferencia de calor en cimentaciones termoactivas: a) plano de componentes de pilas de energía, b) diferencias de temperatura y resistencia térmica de los materiales (adaptado de Loveridge y Powrie, 2013). .....	20
Figura 2.11. Temperaturas de los fluidos de entrada y salida de la pila de energía (GHE). .....	22
Figura 3.1. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Lineal Infinita (ILSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). .....	26
Figura 3.2. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Lineal Finita (FLSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). .....	27
Figura 3.3. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Cilíndrica Hueca Infinita (IHCSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). .....	28
Figura 3.4. Diagrama de flujo para la programación de las soluciones analíticas consideradas en esta tesis. ....	28
Figura 3.5. Comportamiento de diferentes modelos analíticos para el estudio del flujo de calor en un suelo. ....	29
Figura 3.6. Dominio del modelo numérico, a) vista isométrica y en planta y b) cuadrícula de diferencias finitas y condiciones de contorno (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). .....	31
Figura 4.1. a) Equipo TRT-IIUNAM, b) Pozo de prueba (izquierda) y pozo de observación instrumentado (derecha) (Rivera-Martínez, 2021). .....	35
Figura 4.2. Esquema de la Prueba de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés <i>Thermal Response Test</i> ) en un pozo geotérmico (en el suelo). .....	36

Figura 4.3. Prueba TRT en el pozo geotérmico (en el suelo). a) Perfil de temperatura inicial del pozo geotérmico. b) Temperatura de entrada, de salida y media del fluido durante la prueba TRT (Rivera-Martínez, 2021).....	37
Figura 4.4. Arreglo de vectores y matrices empleados en el modelo numérico para la representación de la prueba experimental TRT en un pozo geotérmico (en el suelo). .....	40
Figura 4.5. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo).....	41
Figura 4.6. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo) (continuación). .....	42
Figura 4.7. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo) (continuación). .....	43
Figura 4.8. Resultados de temperaturas de salida registrados por prueba TRT en pozo geotérmico y calculados por modelo numérico desarrollado. ....	44
Figura 4.9. Gráfica con temperaturas medidas experimentalmente en el Sensor 5 del pozo de observación y las temperaturas obtenidas con el modelo numérico implementado para la reproducción de la prueba TRT en el pozo geotérmico. ....	46
Figura 4.10. Ensayo de respuesta térmica en una pila de energía: a) Equipo TRT-IIUNAM en campo. b) Medición de la temperatura media inicial del suelo (Rivera-Martínez, 2021). .....	47
Figura 4.11. Pila de energía sometida a prueba TRT: a) Colocación de la tubería en el armado. b) Colocación del armado en el suelo. c) Pila de energía colada en sitio con extremos de tubería en la cabeza de la pila. ....	47
Figura 4.12. Resultados de la prueba TRT en una pila de energía. a) Perfil de temperatura del suelo a distintas profundidades. b) Temperatura de entrada, salida y media del fluido durante la prueba TRT con duración de 60 h (Rivera-Martínez, 2021). ....	48
Figura 4.13. Arreglo de vectores y matrices para la construcción del modelo numérico para la reproducción de la prueba experimental TRT en una pila de energía. ....	51
Figura 4.14. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía.....	52
Figura 4.15. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía (continuación). .....	53
Figura 4.16. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía (continuación). .....	54
Figura 4.17. Resultados de temperaturas de salida medidos en la prueba TRT en la pila de energía y temperaturas de salida calculadas con el modelo numérico implementado. ....	56
Figura 4.18. Distribución de temperatura en el suelo alrededor del pozo geotérmico ensayado. ....	57
Figura 4.19. Distribución de temperatura en el suelo alrededor de la pila de energía ensayada. ....	58
Figura 4.20. Variación de la temperatura del suelo en función del tiempo para distintas: a) conductividades térmicas, b) difusividades térmicas.....	60

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Propiedades térmicas de algunos tipos de suelos y rocas (adaptado de Rawlings y Sykulski, 1999 citado por Portillo-Arreguín, 2019).....	11
Tabla 2.2. Ensayes en campo y laboratorio para la determinación de la conductividad térmica del suelo. ....	12
Tabla 2.3. Modelos teóricos para la determinación de la conductividad térmica del suelo. ....	13
Tabla 4.1. Resultados de las propiedades térmicas obtenidas con la prueba TRT en el pozo geotérmico o de prueba (Rivera-Martínez, 2021).....	38
Tabla 4.2. Parámetros y propiedades térmicas del pozo de prueba y del suelo utilizadas en la modelación numérica de la prueba TRT en un pozo geotérmico.....	44
Tabla 4.3. Distribución de sensores PT 100 a lo largo de la profundidad del pozo de observación. ....	45
Tabla 4.4. Resultados de las propiedades térmicas obtenidas en la prueba TRT ejecutada en una pila de energía.....	49
Tabla 4.5. Parámetros y propiedades térmicas de la pila de energía y del suelo utilizadas en la modelación de la prueba TRT.....	55



# 1. INTRODUCCIÓN

La creciente demanda poblacional ha constituido a los edificios como uno de los mayores consumidores de recursos naturales, representando una gran parte de las emisiones de gases de efecto invernadero que ocasionan el cambio climático (Menéndez *et al.*, 2018). A nivel internacional, el ciclo de vida de la edificación representa cerca del 32% del consumo total de energía y el 20% de las emisiones de gases de efecto invernadero (Change, 2014). En México, según la Secretaría de Energía (SENER), en 2018 los hidrocarburos aportaron el 82.87% de la producción de energía primaria<sup>1</sup> provocando altos impactos ambientales gracias a la quema de combustibles fósiles<sup>2</sup> (SENER, 2018).

Han surgido investigaciones con el objetivo de transformar las edificaciones en estructuras cada vez más eficientes en términos energéticos, reduciendo los impactos ambientales que pueden llegar a generar. La mayor parte de la energía total consumida en los edificios corresponde a los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*), por lo que un mínimo aumento en su eficiencia operativa puede resultar en ahorros de energía significativos (Lu *et al.*, 2005).

La superficie de la Tierra contiene un gran potencial de energía geotérmica que puede aprovecharse para la calefacción y refrigeración de las edificaciones (Adam y Markiewicz, 2009). La energía geotérmica es una fuente de energía renovable, económica y respetuosa con el medio ambiente, independiente de los combustibles fósiles. Su aprovechamiento contribuye al cumplimiento de obligaciones internacionales referentes a la generación de energías limpias<sup>3</sup>. La utilización de la energía geotérmica para la climatización de las edificaciones representa una alternativa más económica, a mediano plazo, en comparación con las fuentes de energía fósiles (Adam y Markiewicz, 2009).

Las Bombas de Calor Geotérmico (BCG) son máquinas capaces de aprovechar la energía geotérmica utilizando la diferencia de temperatura entre el suelo y el ambiente para la calefacción o enfriamiento de edificios (Barba-Galdámez, 2018). En diversos países, principalmente europeos, se ha visto una cada vez más creciente, aplicación de las BCG. La implementación en México se ha visto limitada por sus altos costos iniciales (Lund *et al.*, 2011).

Diversos trabajos de investigación han sugerido que los elementos estructurales de cimentación (pilotes, pilas, losas, muros, etc.), que además de ser esenciales para la

---

<sup>1</sup> Comprende aquellos productos energéticos que se extraen o captan directamente de los recursos naturales.

<sup>2</sup> Petróleo crudo, condensados, gas natural y carbón.

<sup>3</sup> Por ejemplo, el protocolo de Kyoto, dirigido a comprometer a los países industrializados a limitar y reducir las emisiones de gases de efecto invernadero (UNFCCC, 2005).

estabilidad del edificio, pueden funcionar como elementos intercambiadores de calor (piezas fundamentales para el aprovechamiento de la energía geotérmica del suelo), adoptando el nombre de estructuras termoactivas. Esta alternativa resulta altamente factible, ya que, al utilizar elementos inicialmente requeridos por razones estructurales y geotécnicas, los costos de excavación y acoplamiento al suelo ya están contemplados en cualquier edificación convencional. Los elementos estructurales de cimentación térmicamente activados se les conoce como losas, pilotes o pilas de energía.

En la década de los ochenta dieron lugar las primeras aplicaciones de las estructuras termoactivas (Brandl, 2006), sin embargo, hoy en día no se cuenta con una metodología de análisis y diseño que permita considerar los diferentes mecanismos físicos que se llevan a cabo durante su funcionamiento. Cuando las estructuras termoactivas se encuentran en operación, un fluido circula en su interior a través de una tubería en forma de U, W o helicoidal, el cual absorbe calor del suelo o, en un proceso inverso, descarga calor al suelo (Li y Lai, 2015). Dichos cambios de temperatura ocasionan deformaciones y esfuerzos adicionales que deben considerarse en el diseño de la cimentación (Abuel-Naga *et al.*, 2015). Es importante tomar en cuenta que las propiedades mecánicas del concreto se ven modificadas por la presencia de ciclos térmicos (Menéndez *et al.*, 2018).

La carga térmica o tasa de transferencia de calor  $q$  se calcula una vez concebido el diseño de una edificación. Dicha carga es necesaria para el diseño de los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*), convencionales. Para la implementación de las estructuras termoactivas, es necesario conocer la diferencia de temperatura entre el fluido y el suelo circundante, es decir el diferencial de temperatura  $\Delta T$ . Existe una expresión matemática que relaciona la tasa de transferencia de calor  $q$  en función del tiempo y la diferencia de temperatura  $\Delta T$  entre el fluido en circulación y el suelo (Li y Lai, 2015). Dicha ecuación, también considera la resistencia térmica  $R(t)$  del sistema.

Diversas investigaciones han demostrado que a corto plazo la resistencia térmica  $R(t)$  cambia con respecto al tiempo, esto es debido a la capacidad calorífica del suelo. Esta característica se refiere a la capacidad que tiene el suelo de ceder o almacenar calor. Es por ello, que en los primeros instantes de tiempo de la operación de una estructura termoactiva las partículas de suelo más cercanas a la pila de energía retendrán cierta cantidad de calor, para después comenzar a transmitirlo a las partículas contiguas. A pesar de que  $R(t)$  es una función del tiempo, los modelos analíticos la descomponen en dos componentes, una parte independiente y otra parte dependiente del tiempo para simplificar el análisis (Li y Lai, 2015).

Un factor que complica considerablemente el análisis son las diversas escalas de espacio y tiempo que se deben tomar en cuenta. La parte transitoria o dependiente del tiempo de la resistencia térmica se le conoce como función G y se denota  $G(x, t)$ , donde  $x$  corresponde

a las coordenadas del punto en consideración y  $t$  el tiempo. Existe una forma adimensional, la cual es muy utilizada ya que facilita el análisis y resumen de resultados (Li y Lai, 2015). Existen diversos modelos analíticos y numéricos para la determinar la función  $G$ .

Por otro lado, existen métodos experimentales *in situ* como la Prueba de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) para determinar el diferencial de temperatura  $\Delta T$  y las propiedades térmicas del suelo circundante a la prueba. Información que es necesaria para el diseño de las cimentaciones termoactivas.

En esta investigación se busca validar dos Pruebas de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) realizadas por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, a través de la implementación de un código de programación en Matlab® que simula la transferencia de calor desde una pila o pozo geotérmico al suelo circundante. Una de las pruebas TRT se realizó directamente en el suelo, es decir, un pozo geotérmico de prueba, que contaba con un pozo de observación a 50 cm. Los datos de temperatura registrados en el pozo de observación son de utilidad para comparar los datos experimentales con los resultados obtenidos del modelo numérico desarrollado en esta investigación. La otra prueba TRT se ejecutó en una pila de energía con 4 bucles en U dentro del concreto. El objetivo primordial es que el modelo numérico desarrollado en esta tesis logre representar los datos experimentales obtenidos en campo, de tal manera que sirva como una herramienta para el estudio del fenómeno térmico que se produce alrededor de una pila de energía, sin la necesidad de la ejecución de una prueba TRT en campo.



## 2. CONSIDERACIONES TEÓRICAS

### 2.1. Estructuras termoactivas

#### 2.1.1. Aspectos generales

Las estructuras termoactivas son una nueva tecnología que permite el aprovechamiento de la energía geotérmica. En este sistema las estructuras como pilas, losas, muros diafragma o túneles son empleadas para proporcionar calefacción o refrigeración a las edificaciones a través de la energía geotérmica del suelo (Menéndez *et al.*, 2018). Esta propuesta motiva a satisfacer la demanda energética dirigida a los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*), de las edificaciones desde una perspectiva amigable con el medio ambiente, reduciendo las emisiones de gases de efecto invernadero que ocasionan el cambio climático (Adam y Markiewicz, 2009).

Las estructuras termoactivas funcionan por medio de una máquina térmica que utiliza el gradiente de temperatura existente entre el suelo y el ambiente denominada Bomba de Calor Geotérmica (BCG). Gracias al principio de una BCG, es posible calentar el interior de una edificación extrayendo energía térmica del suelo en invierno. En un proceso inverso, también es posible refrigerar el interior de la edificación en verano, inyectando la energía térmica al terreno (Figura 2.1) (Barba-Galdámez, 2018).

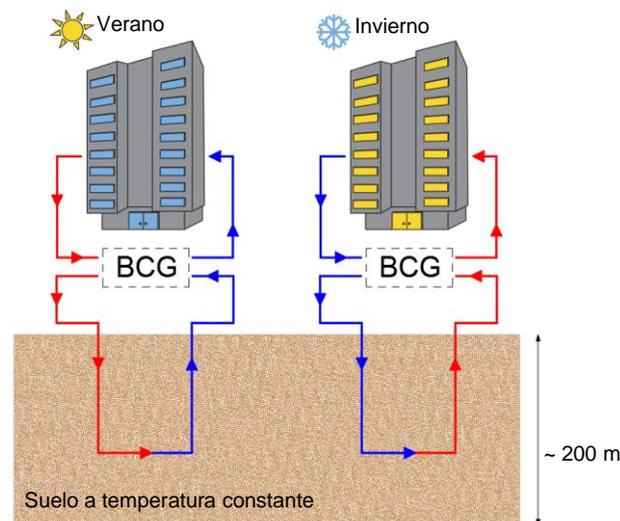


Figura 2.1. Esquema de funcionamiento de estructuras termoactivas en verano e invierno (Abuel-Naga *et al.*, 2015).

Utilizar pilas, pilotes, losas o muros de cimentación como estructuras termoactivas implica realizar análisis adicionales más complejos debido a su comportamiento termo-mecánico.

El comportamiento termo-mecánico involucra aspectos como la carga y los esfuerzos térmicos en el elemento estructural, así como las propiedades térmicas del suelo y la interacción suelo-estructura (Barba-Galdámez, 2018). Debido a la analogía entre flujo de agua y de calor han surgido metodologías para el estudio del flujo de calor-deformación de las estructuras termoactivas (López-Acosta, Barba-Galdámez, y Sánchez-Castilla, 2017).

### **2.1.2. Beneficios y limitaciones de las estructuras termoactivas**

El aprovechamiento de la energía geotérmica para satisfacer la necesidad de calefacción y refrigeración de las edificaciones a través de una cimentación termoactiva tiene grandes beneficios ambientales, económicos y sociales (De Moel *et al.*, 2010). En términos ambientales, el aprovechamiento de la energía geotérmica reduce la emisión de gases de efecto invernadero al evitar el consumo de combustibles fósiles y utilizar una fuente de energía limpia y renovable (Adam y Markiewicz, 2009).

La implementación de las estructuras termoactivas tiene un bajo costo de inversión debido a que forman parte de la estructura necesaria para la estabilidad de una edificación o un proyecto civil. Lo anterior genera una reducción, a largo plazo, de los costos de los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*) respecto a los sistemas convencionales, con períodos de recuperación de la inversión de 5 a 10 años dependiendo del tipo y propiedades del suelo y los precios de otras fuentes de energía (De Moel *et al.*, 2010). En el ámbito social, según Adam y Markiewicz (2009), además de la contribución ambiental, la implementación de sistemas termoactivos genera una imagen positiva al público ante el proyecto. Esto debido a que se tiene una reducción en la contaminación auditiva dentro de la edificación gracias a la ausencia de ventiladores y brinda mayor seguridad al no requerir gases o líquidos inflamables o explosivos (De Moel *et al.*, 2010).

Las mayores limitaciones para la implementación de este sistema, desde el punto de vista geotécnico están relacionadas con el poco conocimiento y comprensión del comportamiento termo-mecánico de estas estructuras, y la falta de especificaciones a nivel internacional para su diseño (Barba-Galdámez, 2018). No obstante, existe un gran esfuerzo por comprender la influencia de los ciclos térmicos en el comportamiento mecánico del concreto en las estructuras termoactivas (Menéndez *et al.*, 2018).

## **2.2. Transferencia de calor en suelos**

La transferencia de calor es el proceso donde existe un intercambio de energía de un cuerpo a otro, o entre diferentes zonas de un mismo cuerpo, que presenta un gradiente de temperatura. El flujo va de donde la temperatura es más alta a donde es más baja. La transferencia de calor se clasifica a través de los procesos de conducción, convección y radiación.

## 2.2.1. Procesos de transferencia de calor en suelos

### Radiación

La transferencia de calor por radiación se caracteriza porque la energía se transporta en forma de ondas electromagnéticas, que se propagan a la velocidad de la luz, puede ser absorbida por los cuerpos, aumentando su temperatura. Es el único proceso de transferencia de calor que se da a través del vacío. La radiación en el suelo proviene de dos principales fuentes, del interior de la Tierra y del Sol. En los suelos, la transferencia por radiación suele despreciarse, ya que representa menos del 1% del calor total transferido (Jumikis, 1977).

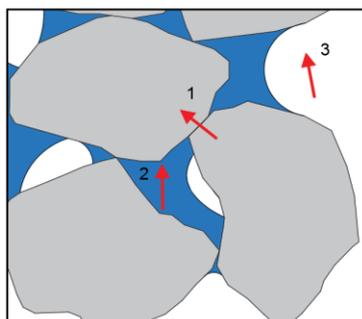
### Convección

La convección es el mecanismo de transferencia de calor a través del flujo de masa de un fluido de advección, como lo es el gas o un líquido (Hyunjun, 2014). Ocurre cuando el movimiento del fluido es debido a un gradiente de temperatura provocando diferencias en la densidad en el mismo. Toma importancia en suelos altamente permeables con velocidades de flujo de agua mayores o iguales a  $1 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$  (Loveridge, 2012).

### Conducción

#### (a) Conceptos Generales

La conducción de calor se encuentra en todos los elementos que constituyen un suelo; en partículas sólidas, en el agua en sus distintos estados y en el aire (Figura 2.2). La transferencia de calor por conducción ocurre a través del contacto directo entre los elementos, sin intercambio de materia. El calor fluye desde el elemento con mayor temperatura al elemento de menor temperatura (Farouki, 1981). El mecanismo de transferencia de calor dominante en los suelos es la conducción.



1. Conducción entre partículas sólidas
2. Conducción por agua
3. Conducción por aire

Figura 2.2. Conducción en las distintas fases de un suelo (Alrtimi *et al.*, 2016).

## (b) Ecuación de Fourier

La conducción de calor sigue la ley de Fourier (1822). A través de observaciones Fourier desarrolló la relación de la transferencia de calor en condiciones de estado estacionario a partir de un experimento realizado con una varilla a la que se le aplicó distintas temperaturas en sus extremos. La expresión fundamental para la conducción de calor en suelos homogéneos e isótropos es dada por Fourier como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.1)$$

donde  $T$  es la temperatura del medio en °C y  $t$  es el tiempo en segundos. Cuando el flujo de calor alcanza el equilibrio, la temperatura en todos los puntos del cuerpo en estudio será la misma (Figura 2.3), por lo que es posible deducir que la temperatura es una función de la posición  $X$ , mas no del tiempo. Bajo estas condiciones, en el caso simplificado del flujo de calor estacionario en una sola dirección, el calor transmitido es directamente proporcional al área perpendicular al flujo de calor, a la conductividad del material y a la diferencia de temperatura, y es inversamente proporcional a la longitud (Ec. 2.2).

$$\frac{dq}{dt} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{X} \quad (2.2)$$

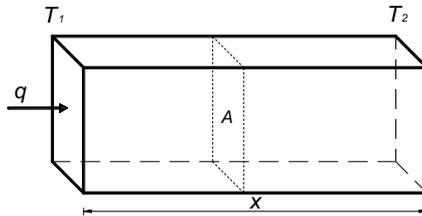


Figura 2.3. Flujo de calor a través de una sección de suelo (Farouki, 1981).

### 2.2.2. Propiedades térmicas del suelo

Las propiedades térmicas de un suelo son fundamentales en el diseño de proyectos de ingeniería donde la transferencia de calor juega un papel importante para su correcto funcionamiento (Farouki, 1981), tales como estructuras termoactivas, el aislamiento de sistemas de transmisión subterráneos, el almacenamiento de desechos sólidos y radioactivos y el congelamiento artificial de suelo como sistema temporal de estabilidad.

#### (a) Conductividad y resistividad térmica del suelo

La conductividad térmica  $\lambda$  es la propiedad intrínseca de un material para conducir calor (Hyunjun, 2014). Se define como la cantidad de calor que pasa a través de una sección

transversal de un cuerpo con masa en determinado tiempo como resultado de un gradiente de temperatura. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, el calor siempre fluye en dirección de la temperatura más alta a la más baja. La conductividad térmica es una propiedad específica de cada material usada para caracterizar su capacidad de transportar calor. En el SI, las unidades de la conductividad térmica son Watt sobre metro por Kelvin ( $W m^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$ ). Es posible utilizar grados Celsius sin ningún factor de conversión, ya que ambas unidades tienen la misma escala.

$$\frac{W}{m \cdot K} = \frac{W}{m \cdot \text{ } ^\circ C}$$

La resistividad térmica  $\lambda^{-1}$  de un suelo es el inverso de la conductividad térmica. Es decir, la propiedad intrínseca de un material para resistir la conducción de calor en ( $m \text{ } ^\circ C W^{-1}$ ). Esta propiedad es un parámetro importante para definir la respuesta de un suelo a los cambios de temperatura. La resistividad térmica varía en función del contenido de agua volumétrico, esto se debe a que el agua conduce la temperatura más eficiente que el aire (Figura 2.4). Por lo anterior, la resistividad térmica en un suelo aumenta cuando el contenido de agua volumétrico disminuye. En otras palabras, la conductividad térmica en un suelo aumenta a medida que éste se satura.

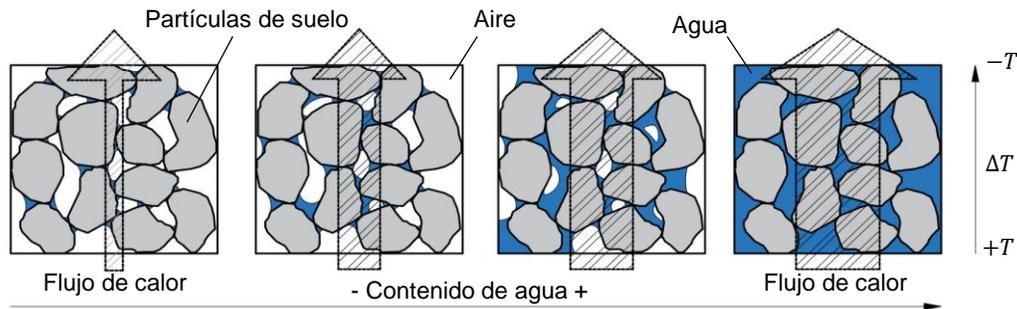


Figura 2.4. Esquema de transferencia de calor en suelos a diferentes contenidos de agua (adaptado de Hyunjun, 2014).

La Curva de Secado de Resistividad Térmica (TRDC, por sus siglas en inglés *Thermal Resistivity Dry-out Curve*) representa la relación no lineal que existe entre la resistividad térmica y el contenido de agua volumétrico de un suelo (Figura 2.5) (Oh *et al.*, 2014). El contenido de agua volumétrico crítico se determina en la parte más pronunciada de una Curva de Secado de Resistividad Térmica (TRDC, por sus siglas en inglés *Thermal Resistivity Dry-out Curve*) (Hyunjun, 2014), donde los puentes líquidos entre las partículas de suelo se rompen, propiciando incrementos drásticos de la resistividad térmica con pequeñas reducciones del contenido de agua volumétrico (Rangel-Serratos, López-Acosta, Barba-Galdámez, 2021). El contenido de agua volumétrico crítico depende de la distribución del tamaño y forma de las partículas, del grado de compactación de un suelo (Radhakrishna

*et al.*, 1980) y de la densidad, que a medida que disminuye, aumenta el contenido de agua volumétrico crítico, como se distingue en la Figura 2.5.

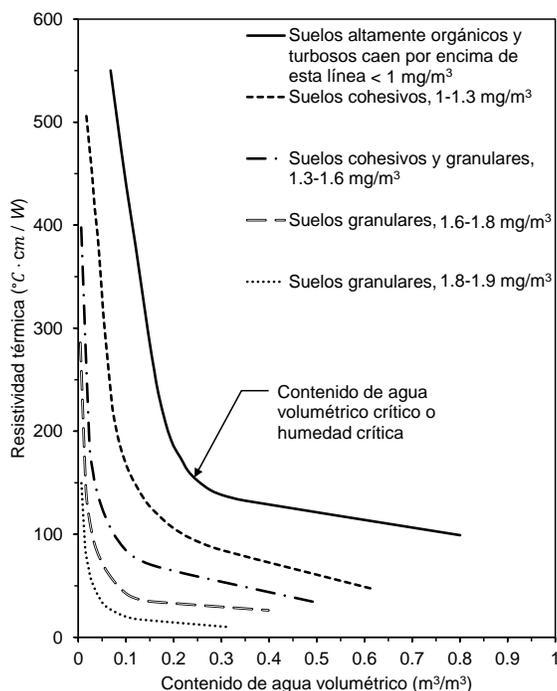


Figura 2.5. Curvas de secado de resistividad térmica (TRDC) para distintos tipos de suelo (Salomone y Kovacs, 1984).

## (b) Difusividad térmica

La difusividad térmica  $a$  es el índice de facilidad con el que un material acepta un cambio de temperatura (Portillo-Arreguín, 2019 y Zaragoza, 2020). En el SI, las unidades de la difusividad térmica son  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$  o  $\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$ . La capacidad para que un material realice altos y rápidos cambios de temperatura está dada por valores grandes de difusividad térmica.

## (c) Capacidad calorífica

La capacidad calorífica es la facultad que tiene un material para almacenar calor. Puede expresarse por unidad de masa ( $\text{J kg}^{-1} \text{°C}^{-1}$ ) como capacidad calorífica específica  $c_{ce}$ , o por unidad de volumen ( $\text{J m}^{-3} \text{°C}^{-1}$ ) como capacidad calorífica volumétrica  $c_{cv}$ . Ambas expresiones pueden relacionarse si se conoce el valor de la densidad  $\rho$  del material.

$$c_{cv} = \rho c_{ce} \quad (2.3)$$

Existen valores típicos de las propiedades térmicas de algunos tipos de suelos y rocas (Tabla 2.1). La relación entre la conductividad térmica  $\lambda$ , la difusividad térmica  $a$  y la capacidad calorífica volumétrica  $c_{cv}$  es:

$$\lambda = ac_{cv} \quad (2.4)$$

Tabla 2.1. Propiedades térmicas de algunos tipos de suelos y rocas (adaptado de Rawlings y Sykulski, 1999 citado por Portillo-Arreguín, 2019).

Material	Densidad $\rho$ , (g cm <sup>-3</sup> )	Conductividad térmica $\lambda$ , (W m <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )	Difusividad térmica $a$ , (mm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	Capacidad calorífica específica $c_{ce}$ , (kJ kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
Granito	2.64	2.1 – 4.5	0.90 – 2.08	0.84
Caliza	2.48	1.4 – 5.2	0.65 – 2.31	0.88
Arenisca	2.24	1.4 – 5.2	0.86 – 3.24	0.71
Arcilla húmeda	–	1.4 – 1.7	0.53 – 0.65	1.3 – 1.7
Arcilla saturada	1.44 – 1.92	1.7 – 2.4	0.65 – 0.86	1.7 – 1.9
Arena húmeda	–	–	0.43 – 0.53	1.3 – 1.7
Arena saturada	1.44 – 1.92	2.1 – 2.6	0.75 – 0.97	1.7 – 1.9

### 2.2.3. Métodos para la determinación de las propiedades térmicas del suelo

Existen métodos para la determinación de las propiedades térmicas del suelo en laboratorio y en campo o *in-situ* (Tabla 2.2). Existen ventajas al realizar pruebas de laboratorio como bajos costos de operación, rapidez y posibilidad de controlar las condiciones de frontera del suelo, sin embargo, se requiere una especial atención en la extracción, transporte y manejo de las muestras para evitar su alteración (Barry-Macaulay *et al.*, 2013). En las pruebas de laboratorio, la escala resulta una desventaja, ya que los pequeños volúmenes de suelo con los que se trabaja, no es posible representar las condiciones reales de campo (Vieira *et al.*, 2017). A diferencia de lo anterior, los ensayos *in-situ* tienen la ventaja de poder obtener valores promedios de conductividad térmica en circunstancias reales de campo, aunque la principal desventaja son los altos costos y largos periodos de ejecución (Akrouch *et al.*, 2016). Algunos estudios han determinado que se obtienen valores de conductividad térmica menores en laboratorio que los obtenidos *in-situ* (Low *et al.*, 2015). Lo anterior, puede deberse a la escala de las muestras de laboratorio, ya que las pruebas en campo contemplan efectos como el del agua subterránea, grietas en el suelo, estratificación, entre otros. Ambos tipos de pruebas y ensayos se pueden categorizar en condiciones establecidas y transitorias, algunos de los más habituales se presentan en la Tabla 2.2 (López-Acosta *et al.*, 2017).

Asimismo, se han propuesto diversos modelos teóricos con la finalidad de predecir las propiedades térmicas del suelo, basándose en ciertas propiedades del mismo. Algunos de los modelos más conocidos se describen en la Tabla 2.3.

## 2. Consideraciones teóricas

Tabla 2.2. Ensayes en campo y laboratorio para la determinación de la conductividad térmica del suelo.

Condición del método	Tipo de ensaye	Nombre de la prueba	Descripción	Referencia
Establecido	Laboratorio	Método de la placa caliente con guarda	El objetivo de este método es generar un flujo establecido y homogéneo de calor que pase a través de dos pastillas de la misma muestra de suelo. Lo que genera una diferencia de temperaturas medibles entre las superficies de la muestra. El valor del flujo de calor (calculado a través del consumo eléctrico del calentador) y el gradiente de temperatura son conocidos por lo que es posible calcular la conductividad térmica del material.	ASTM C177
		Celda térmica	Se trata de un método donde a una muestra de suelo se le aplican distintas temperaturas en sus extremos, permitiendo un flujo de calor a través de ella (Farouki, 1981). Consiste en colocar, de forma vertical una muestra cilíndrica de suelo entre dos calentadores en forma de placas. Durante la prueba, el calor fluye de la placa inferior a la superior. Las temperaturas de las placas son monitoreadas, así como la temperatura del aire por encima de la placa superior y el consumo energético del calentador para determinar la conductividad térmica de la muestra (Clarke <i>et al.</i> , 2008).	ASTM C518
	Campo	Ensayo de respuesta térmica (TRT)	Este método consiste en ingresar un sistema cerrado de tubería dentro de una excavación en forma de U por donde circulará un fluido con una cantidad de calor constante (Banks, 2012). Se monitorean las temperaturas de entrada y salida de la excavación, la potencia suministrada y la duración del ensayo.	Gehlin y Hellström, 2003
Transitorio	Laboratorio	Método de la aguja	El equipo está constituido por una unidad de lectura, un calentador en forma de aguja de dimensiones conocidas y un sensor de temperatura. Al introducir el sensor en la muestra de suelo se aplica una corriente eléctrica, la aguja produce un flujo de calor constante, creando variaciones de temperatura en el medio. Dichos cambios se registran a lo largo del tiempo, así como la cantidad de calor proporcionada, con lo cual es posible determinar la conductividad térmica de la muestra. Una variante del método es la aguja doble. Se tienen dos agujas, una genera un flujo de calor, mientras que la otra lo mide a cierta distancia. Con esta variante es posible calcular, además de la conductividad térmica, la capacidad calorífica volumétrica y la difusividad térmica.	ASTM D5334
		Método de fuente plana transitoria (TPS)	Este método está constituido por un sensor plano de níquel cubierto con un aislante. Se coloca el equipo entre dos muestras idénticas y se aplica una corriente para generar calor. El sensor registra las variaciones de temperatura a lo largo del tiempo. Con los datos obtenidos de la prueba es posible calcular la conductividad térmica, difusividad térmica y capacidad calorífica volumétrica de la muestra de suelo.	Gustafsson, 1991

Tabla 2.3. Modelos teóricos para la determinación de la conductividad térmica del suelo.

Modelo	Descripción	Ecuaciones
Modelo de Maxwell (1873)	El modelo de Maxwell (1873) determina la conductividad efectiva en medios heterogéneos para electricidad y magnetismo, no obstante, es aplicable a la transferencia de calor. El modelo plantea una matriz que contiene una dispersión de partículas esféricas, donde se considera despreciable la interacción térmica entre ambos elementos (Pietrak y Wiśniewski, 2015). En transferencia de calor se asume que las partículas son el agua y la matriz el conjunto de partículas sólidas del suelo. El modelo está dado por la Ec. 2.5, donde $\lambda_{w,s}$ es la conductividad térmica del agua y partículas sólidas respectivamente, y $n$ la porosidad del material.	$\frac{\lambda}{\lambda_s} = 1 + \frac{3n(\lambda_w - \lambda_s)}{\lambda_w + 2\lambda_s - n(\lambda_w - \lambda_s)} \quad (2.5)$
Límites de Weiner (1912)	Modelo desarrollado por Weiner (1912) que indica la conductividad térmica de un material polifásico que tiene límites superior e inferior. Existen dos variantes del modelo: flujo de calor en serie (Ec. 2.6) y flujo de calor en paralelo (Ec. 2.7), donde $\lambda_{w,a,s}$ es la conductividad térmica del agua, aire y partículas sólidas respectivamente, y $x_{w,a,s}$ representa las fracciones de volumen de agua, aire y suelo respectivamente.	$\frac{1}{\lambda} = \frac{x_w}{\lambda_w} + \frac{x_a}{\lambda_a} + \frac{x_s}{\lambda_s} \quad (2.6)$ $\lambda = x_w\lambda_w + x_a\lambda_a + x_s\lambda_s \quad (2.7)$
Modelo de De Vries (1963)	Este modelo parte de la ecuación de Maxwell (1873) para la conductividad eléctrica. Este método tiene un buen ajuste para suelos con altos contenidos de agua (Altimi <i>et al.</i> , 2016). De Vries (1963) plantea calcular un promedio ponderado de la conductividad térmica de cada elemento del suelo. La conductividad térmica se expresa como en la Ec. 2.8, donde $\lambda_{w,a,s}$ es la conductividad térmica del agua, aire y partículas sólidas respectivamente, $x_{w,a,s}$ representa las fracciones de volumen de agua, aire y suelo según corresponde, y $F_{a,s}$ son factores dependientes de la orientación de poros y partículas sólidas que a su vez dependen de factores de forma.	$\lambda = \frac{\lambda_w x_w + F_a \lambda_a x_a + F_s \lambda_s x_s}{x_w + F_a x_a + F_s x_s} \quad (2.8)$
Modelo de Johansen (1975)	Con el propósito de obtener un valor intermedio entre los límites del modelo en serie y en paralelo de Weiner (1912), Johansen (1975) planteó una media geométrica para suelos saturados (Ec. 2.9), siendo $n$ la porosidad del material.	$\lambda = \lambda_s^{(1-n)} \lambda_w^n \quad (2.9)$
Modelo de Tarnawski <i>et al.</i> (2000)	El modelo de Tarnawski <i>et al.</i> (2000) asume una partícula cúbica rodeada por aire (en caso de suelos secos), por agua (en suelos saturados), o una combinación de ambas (en suelos no saturados). La conductividad térmica se determina, para suelos secos (Ec. 2.10) y saturados (Ec. 2.11), de forma directa, ya que sólo es necesario considerar un medio continuo, donde $\beta$ se calcula como la Ec. 2.12.	$\frac{1}{\lambda} = \frac{\beta - 1}{\lambda_a \beta} + \frac{\beta}{\lambda_s + \lambda_a [\beta^2 - 1]} \quad (2.10)$ $\frac{1}{\lambda} = \frac{\beta - 1}{\lambda_w \beta} + \frac{\beta}{\lambda_s + \lambda_w [\beta^2 - 1]} \quad (2.11)$ $\beta = \sqrt[3]{\frac{1}{1-n}} \quad (2.12)$

### 2.2.4. Ensayo de Respuesta Térmica (TRT)

La prueba de respuesta térmica o TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*, es un método para la determinación de las propiedades térmicas del suelo utilizado para el diseño de sistemas intercambiadores de calor, como las pilas de energía. En este ensayo se coloca un sistema cerrado de tubería en forma de U dentro de una excavación por donde circula un fluido con una cantidad de calor constante (Figura 2.6) (Banks, 2012). Se monitorean las temperaturas de entrada y salida de la excavación, la potencia suministrada y la duración del ensayo. Un aspecto positivo de esta prueba es el bajo número de pruebas que se requieren para la obtención de las propiedades térmicas de un suelo, no obstante, es una prueba de varios días de duración y de costos elevados.

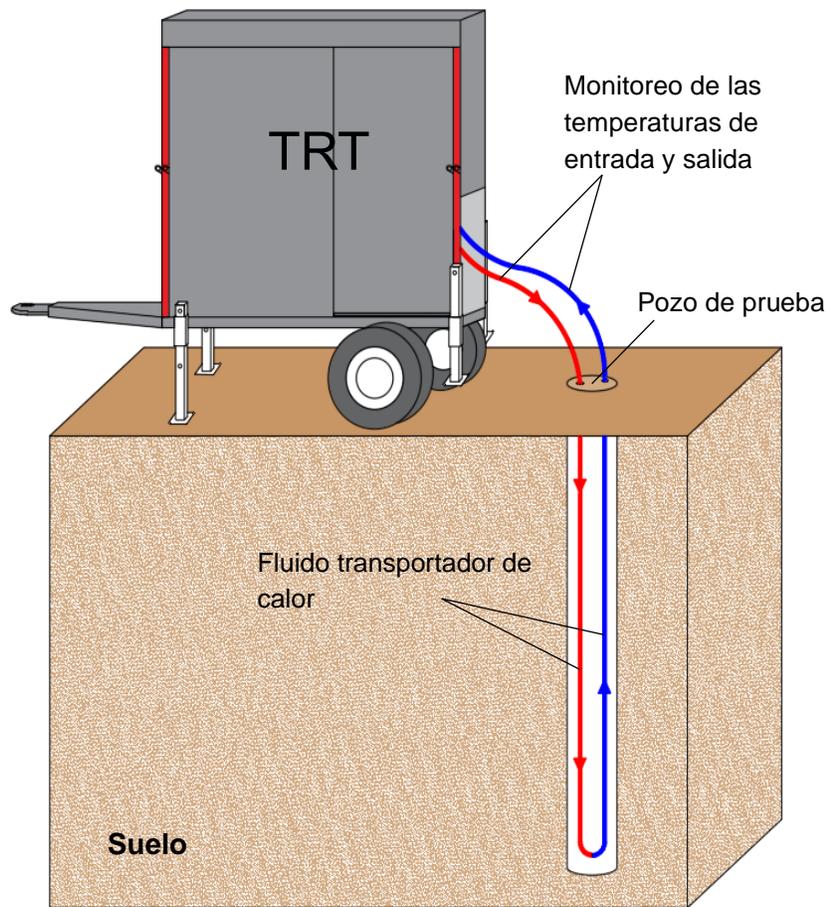


Figura 2.6. Esquema de funcionamiento de Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) (adaptado de Rivera-Martínez, 2021).

En esta investigación, se utiliza un modelo numérico propuesto por Ghasemi-Fare y Basu (2013) con el fin de validar los datos experimentales obtenidos de dos Pruebas de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) realizados por el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Rivera-Martínez, 2021).

## 2.3. Aprovechamiento de la energía geotérmica

### 2.3.1. Conceptos generales

Los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*) han surgido como una alternativa prometedora a nivel global para la explotación de la energía geotérmica superficial (Li y Lai, 2015). En términos generales, un GHE es una tubería (p. ej. en forma de U, W o helicoidal) en un pozo o dentro del concreto de una cimentación vertical de una edificación, por la que circula un fluido que absorbe la energía térmica del suelo, o en un proceso inverso, la descarga al mismo.

Los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*) son elementos esenciales para el funcionamiento de las Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHPs, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pumps*) que utilizan el terreno como fuente o disipador de calor para brindar calefacción o refrigeración a una edificación (Figura 2.7). El uso del suelo en lugar del aire del ambiente como disipador de temperatura para los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*) resulta energéticamente más eficiente. Lo anterior, se debe a que se tiene una diferencia de temperatura menor a vencer tanto para calentar como para enfriar el interior, gracias a las pequeñas fluctuaciones internas de temperatura del suelo, produciendo una mayor eficiencia para la bomba de calor (Li y Lai, 2015). De acuerdo con la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos, las GCHPs tienen una menor emisión de CO<sub>2</sub> y menos costos ambientales generales en comparación con otras tecnologías enfocadas al mismo fin (L'Ecuyer y Hoffman, 1993).

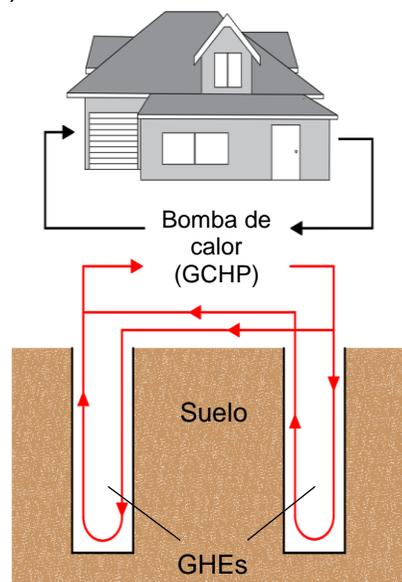


Figura 2.7. Esquema de funcionamiento de las Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHPs).

A pesar del gran potencial de ahorro energético, las Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHPs, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pumps*) aún no se han desarrollado completamente a causa de las dificultades en el diseño y análisis de los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*), ya que implican cálculos complicados de transferencia de calor (Ingersoll *et al.*, 1954; ASHRAE, 2011). Resulta poco práctico desarrollar metodologías experimentales debido a que una matriz de un GHE es muy grande y está acoplada térmicamente al suelo. Por este motivo, las predicciones teóricas de los modelos de transferencia de calor parecen ser el único enfoque viable y rentable para desarrollar estas estrategias (Hellstrom, 1992).

Los Intercambiadores de Calor Geotérmico tienen varias configuraciones, pero en general existen dos tipos (Figura 2.8); uno son los pozos, cuyo único objetivo es el intercambio de calor, y las pilas de energía, que tienen dos propósitos: el intercambio de calor y brindar estabilidad como elemento estructural de la edificación (Li y Lai, 2015).

Los pozos geotérmicos son los más comunes (Figura 2.8a). Consisten en una o dos tuberías en forma de U dentro de un pozo vertical conectadas a una Bomba de Calor Geotérmico (BCG) o a un sistema de calentamiento para formar el circuito cerrado. Generalmente la tubería en U está compuesta de dos mangueras de polietileno de alta densidad, de diámetro pequeño, fusionadas térmicamente en la parte inferior para generar una curva en U (ASHRAE, 2011). El espacio entre las paredes del pozo usualmente es rellenado con una mezcla de cemento, arena fina y agua, o en algunos casos, es parcialmente rellenado con aguas subterráneas (Kavanaugh y Rafferty, 1997). La profundidad del pozo geotérmico, normalmente de 40 a 200 metros (Man *et al.*, 2010), depende directamente de las condiciones geológicas locales y del equipo de perforación disponible (Li y Lai, 2015).

En una pila de cimentación utilizada como intercambiador de calor geotérmico o pila de energía (Figura 2.8b), los tubos de transferencia de calor están sujetos al acero de refuerzo de la cimentación, dentro del concreto estructural. Existen distintos arreglos de la tubería dentro de la pila de energía, puede ser en U, W o helicoidal (Li y Lai, 2012).

Usualmente las pilas de energía son menos profundas que los pozos y tienen diámetros mayores. Estas características de las pilas de cimentación y de las tuberías hacen que el análisis de transferencia de calor sea parcialmente diferente que el de los pozos. Las pilas de energía, generalmente, requieren menos área de suelo para su funcionamiento, por lo que esta tecnología está generando mayor interés entre la comunidad de las GCHPs (Li y Lai, 2015).

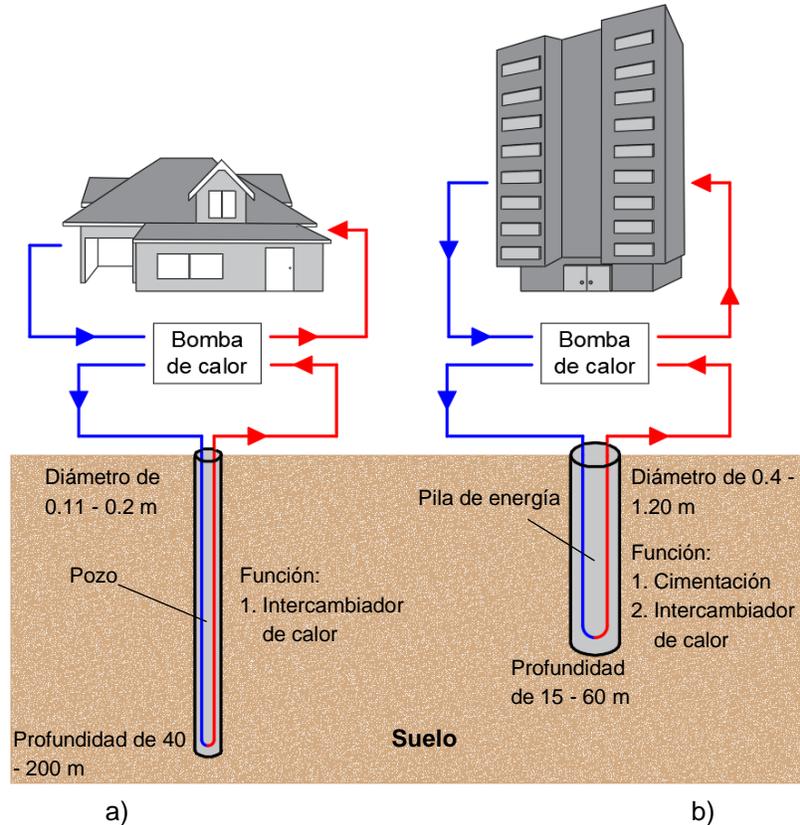


Figura 2.8. Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs) para climatizar una estructura: a) Pozo geotérmico, b) Pila de energía.

### 2.3.2. Transferencia de calor en pilas de energía

#### (a) Análisis de escala de espacio y tiempo

Uno de los factores que complica el análisis de respuesta térmica de los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*) son las distintas escalas de espacio y tiempo involucradas. Es necesario analizar estas escalas debido a que la mayoría de los modelos de transferencia de calor hacen suposiciones sobre los procesos térmicos en el tiempo. Li y Lai (2015) señalan que las escalas de tiempo importantes para la transferencia de calor se pueden estimar analizando la ecuación diferencial (Ec. 2.13) para conducción de calor. Para un rango de espacio radial  $\Delta r$ , las estimaciones de los órdenes de magnitud de los términos de la Ec. 2.13 vienen dadas por la Ec. 2.14 (Bejan, 2013).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\Delta T}{t} \sim \frac{a}{\Delta r} \frac{1}{\Delta r} \left( \Delta r \frac{\Delta T}{\Delta r} \right) \quad (2.14)$$

donde  $t$  es el tiempo estimado, y  $a$  es la difusividad térmica del medio. El símbolo “ $\sim$ ” hace referencia a “es del mismo orden de magnitud que” (Bejan, 2013). Cuando el valor transitorio del término de la izquierda es comparable al término de difusión de la derecha, el tiempo  $t$  puede estimarse reordenando la relación de escala de la Ec. 2.14 (Li y Lai, 2015):

$$t \sim \frac{(\Delta r)^2}{a} \quad (2.15)$$

El término transitorio puede ser ignorado cuando  $t$  es aproximadamente  $10(\Delta r)^2/a$  (Li y Lai, 2015). De la Ec. 2.15 es fácil estimar varias escalas de tiempo que son de relevancia práctica, conociendo los órdenes de magnitud de las difusividades térmicas del material dentro del pozo,  $a_b$ , y del suelo,  $a_s$ . Cuatro escalas espaciales y ocho escalas de tiempo (Figura 2.9) están involucradas en la transferencia de calor de los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*).

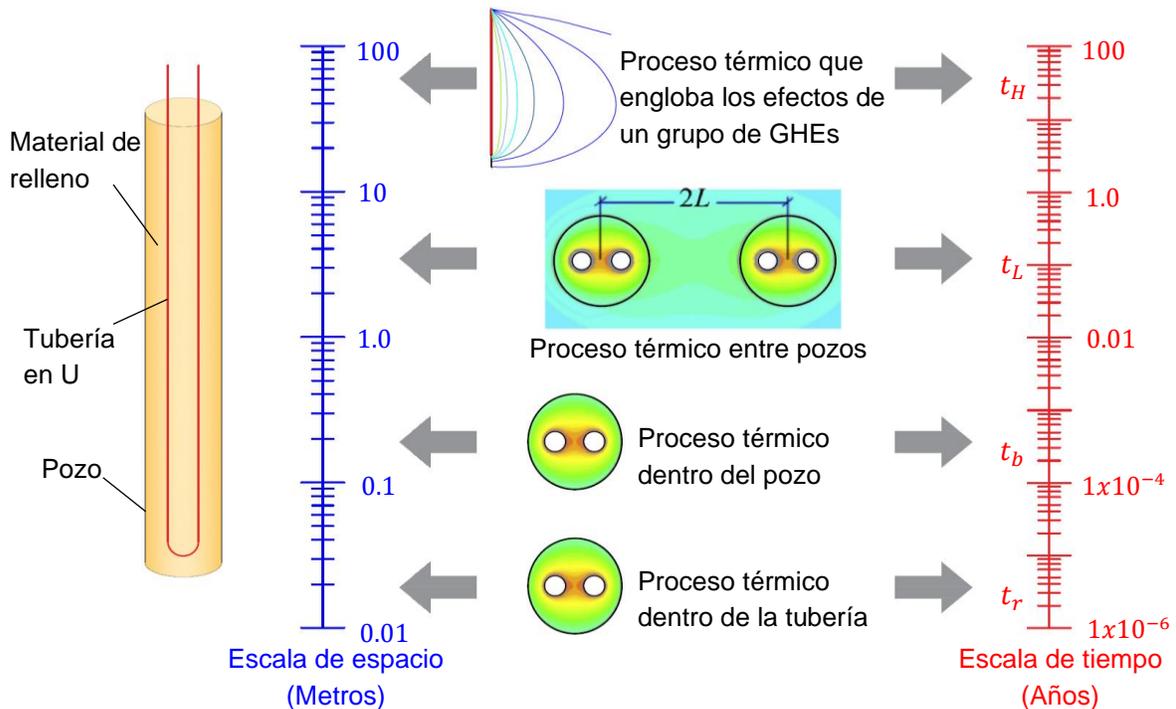


Figura 2.9. Escalas de tiempo y espacio involucradas en el proceso térmico de pozos Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*). El proceso térmico se lleva a cabo en cuatro escalas de espacio y en ocho escalas de tiempo (Li et al., 2014).

La primera escala espacial de relevancia práctica es el diámetro del pozo,  $r_b$  ( $\sim 0.1$  m) y su tiempo asociado ( $t_b \sim r_b^2/a_b$ ) es del orden de aproximadamente 1 h ( $1 \times 10^{-4}$  años), durante el cual el efecto de la capacidad calorífica del material de relleno es significativo (Li y Lai, 2015). La segunda escala espacial importante es la distancia promedio entre dos pozos adyacentes a una distancia  $L$  que es del orden de varios metros, donde su tiempo correspondiente,  $t_L \sim L^2/a_s$ , es del orden de un mes, durante el cual la interacción térmica entre los pozos adyacentes es importante. La escala espacial más grande puede ser de decenas de metros o más, en esta escala toma como punto de referencia la longitud del pozo,  $H$ , y la escala horizontal de un grupo de Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*). La escala de tiempo involucrada ( $t_H \sim H^2/4a_s$ ) es tan larga como el ciclo de vida de un intercambiador de calor geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*), es decir, décadas. Cabe mencionar que existe una escala más pequeña relacionada con la velocidad del fluido en las tuberías, también llamado tiempo de residencia (Li y Lai, 2015). En general, solo tiene una duración de varios minutos, en los cuales se debe tomar en cuenta la capacidad calorífica del fluido.

La respuesta térmica del suelo a corto plazo (horas) es esencial para analizar los sistemas de Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHPs, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pumps*) e Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Ground Heat Exchangers*) y alcanzar su óptimo funcionamiento. Por el contrario, la respuesta térmica a largo plazo determina la viabilidad general de un sistema de este tipo desde el punto de vista del ciclo de vida. Abarcar en un solo análisis el espectro completo de las escalas temporales requiere de fuertes recursos computacionales, particularmente en aplicaciones a gran escala (Li y Lai, 2015).

## **(b) Proceso de transferencia de calor en pilas de energía**

El proceso de transferencia de calor en pilas de energía está dado principalmente por convección y conducción (Barba-Galdámez, 2018). En la literatura, este proceso normalmente se descompone en cuatro etapas (Figura 2.10): 1) convección entre el fluido y las paredes interiores de las tuberías, 2) conducción a través de las tuberías, 3) conducción a través del concreto de las pilas, y 4) conducción y convección (si existiera) en el suelo (Abdelaziz, Olgun y Martin, 2011).

La diferencia entre la resistividad y resistencia térmica es que la primera hace referencia a una propiedad intrínseca de un material a oponerse a la conducción del calor, mientras que la segunda es la resistividad térmica para cierto espesor de un material. Según Loveridge y Powrie (2013) la resistencia térmica es de utilidad en el proceso de transferencia de calor en una pila de energía, ya que, al igual que la resistencia eléctrica, las resistencias de los componentes de un sistema en serie pueden sumarse para integrar una resistencia general. En el caso de una pila de energía, el sistema en serie correspondería desde la resistencia

térmica del fluido dentro de las tuberías, pasando por las paredes de plástico de las tuberías, el concreto de la pila, y finalizando con la resistencia térmica del suelo o del medio (Figura 2.10b). La resistencia en serie de la pila se representa de forma aditiva a continuación:

$$R_b = R_{pconv} + R_{pcond} + R_c \quad (2.16)$$

donde  $R_b$  es la resistencia de la pila de energía,  $R_{pconv}$  es la resistencia del fluido dentro de la tubería a convección,  $R_{pcond}$  es la resistencia térmica de las paredes de la tubería a conducción y  $R_c$  es la resistencia del concreto. De manera en que la resistencia total del sistema está dada por la siguiente expresión:

$$R = R_b + R_g \quad (2.17)$$

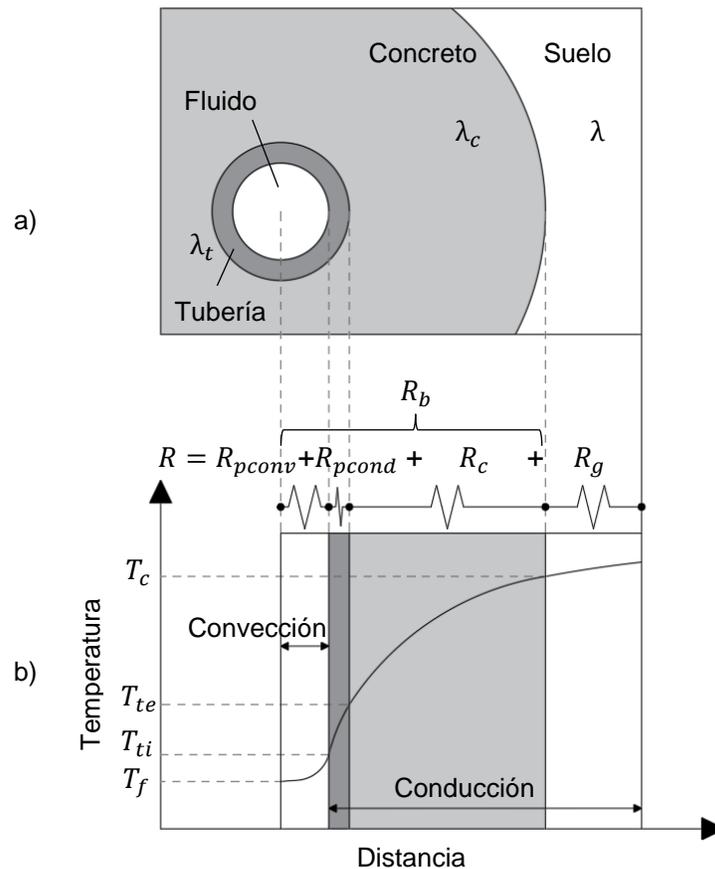


Figura 2.10. Mecanismo de transferencia de calor en cimentaciones termoactivas: a) plano de componentes de pilas de energía, b) diferencias de temperatura y resistencia térmica de los materiales (adaptado de Loveridge y Powrie, 2013).

donde  $R_g$  es la resistencia térmica del suelo alrededor de la pila de energía. En la Figura 2.10 se representa de forma simplificada el mecanismo de transferencia de calor

anteriormente descrito. En dicha figura  $\lambda_t$ ,  $\lambda_c$  y  $\lambda$  representan la conductividad térmica de la tubería, concreto y suelo respectivamente, mientras que  $T_f$ ,  $T_{ti}$ ,  $T_{te}$  y  $T_c$  son la temperatura del fluido, de la pared interior de la tubería, pared exterior de la tubería y contacto concreto-suelo, respectivamente. La tasa de flujo a través de los distintos materiales no es constante debido a que los valores de conductividad térmica son distintos para cada material (Freitas, 2014).

### (c) Diseño de un Intercambiador de Calor Geotérmico (GHE)

Li y Lai (2015) proponen dos preguntas fundamentales que los ingenieros deben hacerse antes de comenzar del diseño de un Intercambiador de Calor Geotérmico (GHE, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchanger*): 1) ¿Cuál es la tasa de transferencia de calor  $q$  de un GHE en función del tiempo, dada cierta diferencia de temperatura  $\Delta T$  entre el fluido en circulación y el suelo?, y 2) ¿Cuál es la diferencia de temperatura  $\Delta T$  en función del tiempo, dada una tasa de intercambio de calor  $q$  requerida?, a continuación, se muestran dichas preguntas expresadas en términos de transferencia de calor (Ingersoll *et al.*, 1954):

$$q = \frac{T_f(t) - T_{s,o}}{R(t)} = \frac{\Delta T}{R(t)} \quad (2.18)$$

$$\Delta T = qR(t) \quad (2.19)$$

donde  $T_f$  es la temperatura promedio del fluido de circulación dentro de la tubería ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{s,o}$  es la temperatura efectiva e inalterada del suelo ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $q$  es la tasa de transferencia de calor del Intercambiador de Calor Geotérmico (GHE, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchanger*) normalizada respecto a la longitud ( $\text{W m}^{-1}$ ) y  $R$  es la resistencia total ( $\text{m }^{\circ}\text{C W}^{-1}$ ). Ecuaciones 2.18 y 2.19 proveen una base general para la modelación del proceso térmico de los Intercambiadores de Calor Geotérmicos, incluyendo pozos geotérmicos y pilas de energía (Li y Lai, 2015). Debido a las diversas escalas de tiempo involucradas, y a pesar de que la resistencia térmica  $R(t)$  está en función del tiempo, se acostumbra a descomponer la resistencia térmica en dos componentes, una independiente del tiempo (estable) y otra dependiente del tiempo (inestable o transitoria) para simplificar su análisis.

La componente transitoria o inestable de  $R$  se denota  $G(t)$  llamada Función G. La primera propuesta de  $G(t)$  fue dada por Ingersoll *et al.* (1954) de forma adimensional y después usada y desarrollada por Eskilson (1987) y Claesson y Eskilson (1988). La forma adimensional es la más utilizada debido a que facilita el análisis de transferencia de calor y resumen de resultados (ASHRAE, 2011; Cimmino y Bernier, 2014; Marcotte y Pasquier, 2014). Físicamente la Función G tiene la misma dimensión que la resistencia térmica y puede entenderse como la respuesta de temperatura en el suelo debido a un cambio unitario en el flujo de calor  $q$  (Li y Lai, 2015). Tomando en cuenta  $G(t)$ , la Ec. 2.19 se transforma en:

$$\Delta T = qR(t) = q[R_s + G(x, t)] \quad (2.20)$$

donde  $x$  denota las coordenadas del punto en consideración y  $R_s$  es la componente estable o independiente del tiempo de la resistividad térmica, la cual depende del punto  $x$  en consideración. Debido a que  $T_f$  se considera como la temperatura promedio del fluido en la tubería, es necesario otro modelo o suposición para determinar las temperaturas de los fluidos de entrada y salida (Figura 2.11) (Li y Lai, 2015). Una suposición frecuentemente utilizada es que  $T_f$  es aproximadamente igual al promedio de las temperaturas de los fluidos de entrada y salida del Intercambiador de Calor Geotérmico (ASHRAE, 2011). Por lo que las temperaturas de entrada y salida,  $T_{fi}$  y  $T_{fo}$ , respectivamente, son:

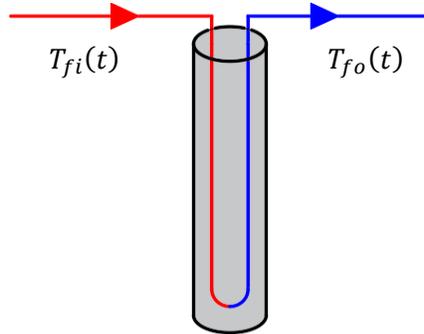


Figura 2.11. Temperaturas de los fluidos de entrada y salida de la pila de energía (GHE).

$$T_{fi}(t) = T_f(t) + \frac{qH}{2\rho_f c_f V_f} \quad (2.21)$$

$$T_{fo}(t) = T_f(t) - \frac{qH}{2\rho_f c_f V_f} \quad (2.22)$$

$$T_{fi}(t) - T_{fo}(t) = \frac{qH}{\rho_f c_f V_f} \quad (2.23)$$

donde el subíndice  $f$  denota el fluido,  $H$  es la longitud (m) del Intercambiador de Calor Geotérmico (GHE, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchanger*),  $\rho$ ,  $c$  y  $V$  son la densidad ( $\text{kg m}^{-3}$ ), la capacidad calorífica específica ( $\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) y el flujo volumétrico ( $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ) del fluido, respectivamente. En la Ec. 2.23 se observa que la magnitud de la temperatura que es absorbida por la pila de energía está dada por una constante ( $qH/\rho_f c_f V_f$ ), por lo que entre mayor sea la longitud de la pila, mayor pérdida de energía térmica.

La clave en el análisis de transferencia de calor es primero determinar la Función G y la componente estable de la resistencia térmica  $R_s$ . Para después poder calcular las temperaturas  $T_f$ ,  $T_{fi}$  y  $T_{fo}$ .

### **3. SOLUCIONES ANALÍTICAS Y NUMÉRICAS CONSIDERADAS EN ESTA INVESTIGACIÓN**

#### **3.1. Ventajas y desventajas de las soluciones analíticas y numéricas**

Los modelos analíticos asumen una fuente de calor idealizada para cuantificar la distribución de temperatura en el medio. El fluido que circula en las tuberías dentro de un elemento intercambiador de calor geotérmico (como un pozo o una pila de energía) no se incluye en las soluciones analíticas, por lo que en este tipo de soluciones se considera un valor constante de temperatura o flujo de calor a lo largo de todo el elemento intercambiador de calor, lo que está lejos de representar la realidad (Lamarche, Kajl, y Beauchamp, 2010). Por lo anterior, el efecto de la velocidad de circulación del fluido sobre la eficiencia en la transferencia de calor de una pila de energía no se puede cuantificar mediante soluciones analíticas (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). Los modelos analíticos tampoco permiten predecir la evolución del flujo de calor dependiente del tiempo, por lo que existe un margen de error en la distribución de la temperatura en el suelo alrededor de las pilas de energía cuando se utilizan este tipo de soluciones.

Los modelos numéricos pueden ser lo suficientemente sofisticados para describir de manera más realista todos los mecanismos físicos presentes en un problema determinado. No obstante, en algunas ocasiones puede resultar poco práctico aplicarlos por las siguientes razones: 1) consumen mayor tiempo de cálculo y requieren equipo de cómputo más potente, particularmente en las simulaciones donde es importante considerar todas las escalas de tiempo y espacio, 2) el desarrollo de software para el análisis, diseño y simulación de los Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*) y de las Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHP, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pump*) implica una programación complicada, debido a que la red de varias configuraciones de Intercambiadores de Calor Geotérmicos es muy grande y compleja, 3) comúnmente la mayoría de los modelos numéricos se implementan en softwares comerciales que pueden ser difíciles de utilizar para diseñadores e ingenieros de la práctica profesional. Ante este panorama, en algunas situaciones los modelos analíticos pueden considerarse como una opción viable para el análisis y diseño de la transferencia de calor en GHEs (Li y Lai, 2015), por ser prácticos y sencillos de aplicar, a pesar de sus limitaciones.

Un modelo numérico que presenta ventajas respecto a los modelos analíticos es el propuesto por Ghasemi-Fare y Basu (2013), quienes aplicaron el método de diferencias finitas para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales parciales que describe el fenómeno de flujo de calor desde el fluido dentro de las tuberías hasta la conducción de

calor en el concreto de la pila de energía y el suelo. El modelo numérico propuesto permite capturar los efectos de diferentes variables de diseño, operativas y específicas del sitio sobre la variación de la temperatura del suelo en función del tiempo (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). En comparación con este modelo numérico, los modelos analíticos no pueden cuantificar con precisión la variación de temperatura en dos medios diferentes (en este caso, el suelo y el concreto que rodean la fuente de calor representada por el fluido en la tubería). Adicionalmente, con los modelos analíticos no se pueden estimar las variaciones del flujo de calor y de la temperatura del fluido a lo largo del tubo de circulación, por lo que no permiten determinar la eficiencia de transferencia de calor de las pilas de energía (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

## 3.2. Modelos analíticos evaluados

### 3.2.1. Hipótesis generales

Para la aplicación de modelos analíticos se asumen las siguientes consideraciones o hipótesis (Li y Lai, 2015): 1) el suelo es un medio infinito o semi-infinito, según se considere o no la influencia de la temperatura ambiente en la superficie del suelo, 2) el suelo tiene una temperatura inicial uniforme (temperatura efectiva del suelo inalterada). Si se considera la temperatura ambiente en la superficie del suelo, esta temperatura inicial se puede utilizar como una condición de frontera de temperatura constante para la superficie del suelo, 3) la condición de frontera de la pared del pozo o de la tubería de transferencia de calor puede ser flujo constante o temperatura constante, la primera condición de frontera resulta más conveniente, 4) En caso de no poder despreciar el efecto de la filtración del agua subterránea, generalmente se asume que el flujo es homogéneo y paralelo a la superficie, y 5) pese a que el suelo suele ser estratificado y no homogéneo, se considera que el suelo es homogéneo e isotrópico y tiene una conductividad térmica general equivalente  $\lambda_{s,e}$ .

A simple vista, parece que la hipótesis 5) es muy idealizada, pero varios modelos numéricos han confirmado que es apropiada para predecir la respuesta de temperatura del medio (Eskilson, 1987; Lee, 2011). En realidad, la conductividad térmica equivalente  $\lambda_{s,e}$ , es un parámetro fundamental utilizado en el diseño práctico de los sistemas de Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHP, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pump*) (ASHRAE, 2011). Existen varias expresiones teóricas para determinar la conductividad térmica equivalente  $\lambda_{s,e}$  de un suelo con estratigrafía horizontal (Ec. 3.1) y de un suelo con estratigrafía vertical (Ec. 3.2) (Bear, 2013).

$$\lambda_{s,e} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N b_i} \sum_{i=1}^N \lambda_{s,i} b_i \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{\lambda_{s,e}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N b_i} \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{\lambda_{s,i}} \quad (3.2)$$

donde  $\lambda_{s,i}$  y  $b_i$  son la conductividad térmica y el espesor de la capa de suelo  $i$ , respectivamente, y  $N$  es el número total de las distintas capas de suelo. Las hipótesis 1) a 5) se utilizan comúnmente en los modelos analíticos. En cierta medida, estas hipótesis han sido verificadas con modelos numéricos (Eskilson, 1987; Lee, 2011; Lee y Lam, 2012).

### 3.2.2. Soluciones analíticas

En la práctica geotécnica, los modelos que simulan la transferencia de calor en pozos se suelen aplicar para el análisis de pilas de energía, a pesar de la gran disparidad geométrica que existe entre ambos tipos de Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*). Las diferencias geométricas entre pozos y pilas de energía se reflejan mediante la Relación de Aspecto (RA). La RA es la relación entre la longitud  $H$  y el diámetro  $2r_b$  del intercambiador de calor geotérmico. Las pilas de energía suelen tener una RA entre 10 y 50, mientras que los pozos pueden superar una RA de 1000 (Loveridge y Powrie, 2013). Debido a estas diferencias geométricas, no se logra necesariamente una eficiencia óptima en aquellos sistemas de BCG que utilizan pilas de energía como GHEs.

Para modelar la transferencia de calor de un GHE, el suelo se idealiza como un medio infinito y homogéneo (Man *et al.*, 2010). Comúnmente, el diámetro del pozo varía entre 0.11 m y 0.2 m, y su profundidad oscila entre 40 m y 200 m. Debido a la RA tan alta de los pozos, usualmente el flujo de calor axial se desprecia, de modo que los modelos de una dimensión (1-D) solamente consideran la conducción de calor radial alrededor de un pozo, como se asume en el Modelo de la Fuente Lineal Infinita (ILSM) (Man *et al.*, 2010). En vista de que la pila de energía tiene una RA y comportamiento distinto al pozo, han surgido modelos de dos dimensiones (2-D), que además de contemplar la conducción de calor radial, también toman en cuenta la conducción vertical o axial dentro de la pila de energía. Un ejemplo de lo anterior es el Modelo de la Fuente Lineal Finita (FLSM).

### Modelo de Fuente Lineal Infinita (ILSM)

La primera contribución significativa al modelado y análisis de Intercambiadores de Calor Geotérmico (GHEs, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchangers*) fue de Ingersoll *et al.* (1954) quien desarrolló la teoría de la fuente lineal de Kelvin (1882) y la implementó para modelar la transferencia de calor radial. El Modelo de Fuente Lineal Infinita (ILSM, por sus siglas en inglés *Infinite Line Source Model*) considera una fuente lineal de producción de calor constante y de longitud infinita rodeada por un medio homogéneo infinito (Figura 3.1). La solución propuesta por Ingersoll *et al.* (1954), es:

$$\Delta T(t, r) = -\frac{q}{4\pi\lambda} E_i\left(-\frac{r^2}{4at}\right) = -\frac{q}{4\pi\lambda} E_i\left(-\frac{1}{4Fo}\right) = -\frac{q}{4\pi\lambda} E_i(-u) \quad (3.3)$$

$$Fo = \frac{at}{r_b^2} \quad (3.4)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $q$  es la tasa de transferencia de calor ( $W\ m^{-1}$ ),  $\lambda$  es la conductividad térmica del suelo ( $W\ m^{-1}\ ^\circ C^{-1}$ ),  $r$  es la distancia radial en consideración (m),  $a$  es la difusividad térmica ( $m^2\ s^{-1}$ ) y  $E_i$  es una integral exponencial dada por la siguiente expresión:

$$E_i(z) = \int_{-\infty}^z \frac{e^u}{u} du = \gamma + \ln(-z) \quad (3.5)$$

donde  $\gamma$  es la constante de Euler-Mascheroni que tiene un valor aproximado de  $\gamma \approx 0.577216$ . La Ec. 3.3 es una solución exacta para la transferencia de calor radial en un plano perpendicular a la fuente lineal. El número de Fourier  $Fo$  (Ec. 3.4) corresponde al tiempo adimensional, que depende del radio del pozo  $r_b$ . Este método es adecuado para modelar la respuesta térmica de los GHEs a mediano y largo plazo (Javed y Claesson, 2009). Ingersoll y Plass (1948) sugieren utilizar números de Fourier  $Fo > 20$ , debido a que números de Fourier más pequeños distorsionan el modelo a causa de la hipótesis de fuente lineal. El hecho de que el modelo considere una fuente de calor de longitud infinita, provoca que los efectos finales de la fuente de calor sean ignorados (Javed y Claesson, 2009).

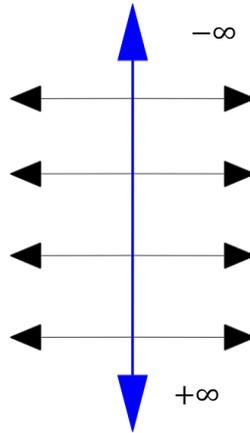


Figura 3.1. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Lineal Infinita (ILSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

## Modelo de Fuente Lineal Finita (FLSM)

El Modelo de Fuente Lineal Finita (FLSM, por sus siglas en inglés *Finite Line Source Model*) fue propuesto por Eskilson (1987). Este modelo de dos dimensiones (2-D) considera que una fuente de calor lineal con una longitud finita se extiende desde la superficie del suelo

hasta cierta profundidad  $L$  (Figura 3.2). Esta solución es adecuada para dimensionar el circuito de tubería dentro del sistema de Bombas de Calor Acopladas al Suelo (GCHP, por sus siglas en inglés *Ground-Coupled Heat Pump*) porque describe el rendimiento del Intercambiador de Calor Geotérmico (GHE, por sus siglas en inglés *Geothermal Heat Exchanger*) de manera más adecuada que el modelo ILSM, de Fuente Lineal Infinita (Zeng *et al.*, 2002). El modelo de Fuente Lineal Finita tiene la forma:

$$\Delta T(t, r, z) = \frac{q}{4\pi\lambda} \int_0^L \left[ \frac{\operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}}{2\sqrt{at}} \right\}}{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}} - \frac{\operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}}{2\sqrt{at}} \right\}}{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}} \right] dh \quad (3.6)$$

donde  $q$  es la tasa de transferencia de calor,  $\lambda$  es la conductividad térmica,  $r$  es la distancia radial en consideración (m),  $a$  es la difusividad térmica,  $t$  es el tiempo en segundos y  $z$  es la profundidad a consideración ( $z \leq h$ ). Mientras que la respuesta de temperatura de modelos en 1-D no alcanza las condiciones establecidas, el modelo 2-D se acerca a la condición de estado establecido o estacionario debido a la presencia del límite de temperatura constante (Zeng *et al.*, 2002).

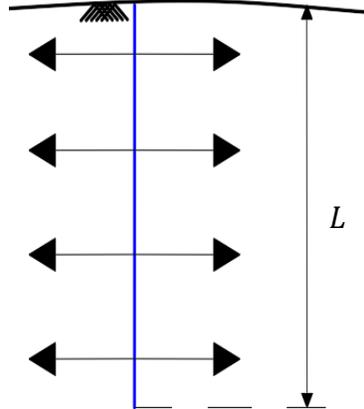


Figura 3.2. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Lineal Finita (FLSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

## Modelo de Fuente Cilíndrica Hueca Infinita (IHCSM)

El Modelo de Fuente Cilíndrica Hueca Infinita (IHCSM, por sus siglas en inglés *Infinite Hollow Cylindrical Source Model*) considera la fuente de calor directamente expulsada desde la superficie del cilindro o de la pared del pozo, es decir, se desprecia la capacidad calorífica de las tuberías. Este modelo plantea un “hueco” dentro del suelo, donde a diferencia del ILSM (modelo de Fuente Lineal Infinita) se considera el radio de la pila o pozo geotérmico. La formulación matemática de este modelo está dada por:

$$\Delta T(t, r) = \frac{q}{\pi^2 \lambda r_b} \int_0^\infty (e^{-au^2 t} - 1) \frac{J_0(ur)Y_1(ur_b) - Y_0(ur)J_1(ur_b)}{u^2[J_1^2(ur_b) + Y_1^2(ur_b)]} du \quad (3.7)$$

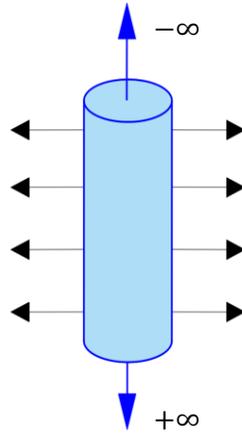


Figura 3.3. Diagrama de funcionamiento del Modelo de Fuente Cilíndrica Hueca Infinita (IHCSM) (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

donde  $q$  es la tasa de transferencia de calor,  $\lambda$  es la conductividad térmica,  $r_b$  es el radio del cilindro hueco,  $a$  es la difusividad térmica y  $J_0$ ,  $Y_0$  corresponden a las funciones de primera y segunda especie de Bessel, respectivamente.

### 3.2.3. Programación de modelos analíticos

Como parte de esta tesis, se desarrolló un diagrama de flujo para la programación de las soluciones analíticas que se describieron previamente (Figura 3.4).

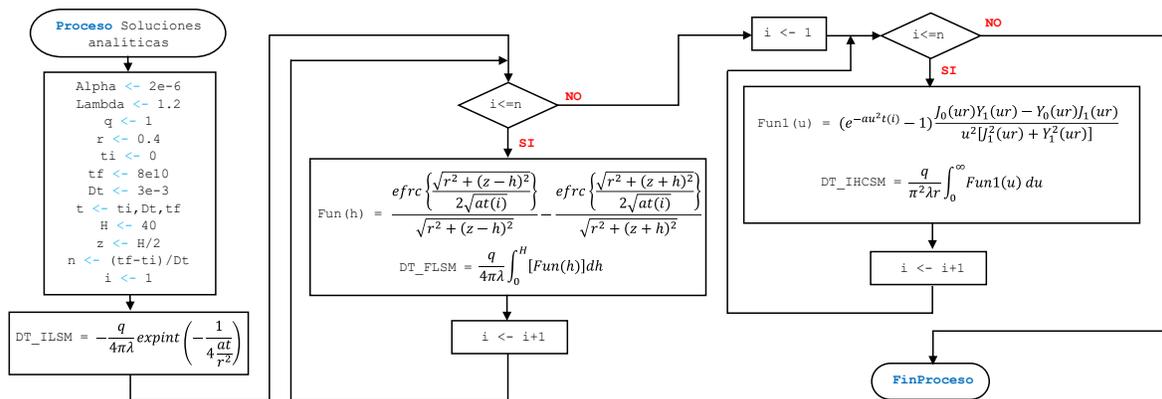


Figura 3.4. Diagrama de flujo para la programación de las soluciones analíticas consideradas en esta tesis.

El diagrama de flujo para la programación de las soluciones analíticas comienza definiendo las variables que se van a implementar en cada uno de los modelos analíticos. La variable

de tiempo se expresa con el rango de tiempo que se busca modelar (Figura 3.4). Después, se define el código de la ecuación del modelo ILSM, una vez que se terminan de respaldar los valores de temperatura de dicho modelo para el rango de tiempo asignado, pasa a un ciclo para modelar el FLSM. Una vez que termina el número de iteraciones, se procede al cálculo de la última solución analítica, la IHCSM. Se utiliza nuevamente el procedimiento aplicado para el modelo FLSM. Los tres modelos analíticos descritos previamente, se programaron en el software Matlab® y sus resultados se graficaron para observar las diferencias entre las distintas consideraciones que cada uno toma en cuenta, como se indica en la Figura 3.5.

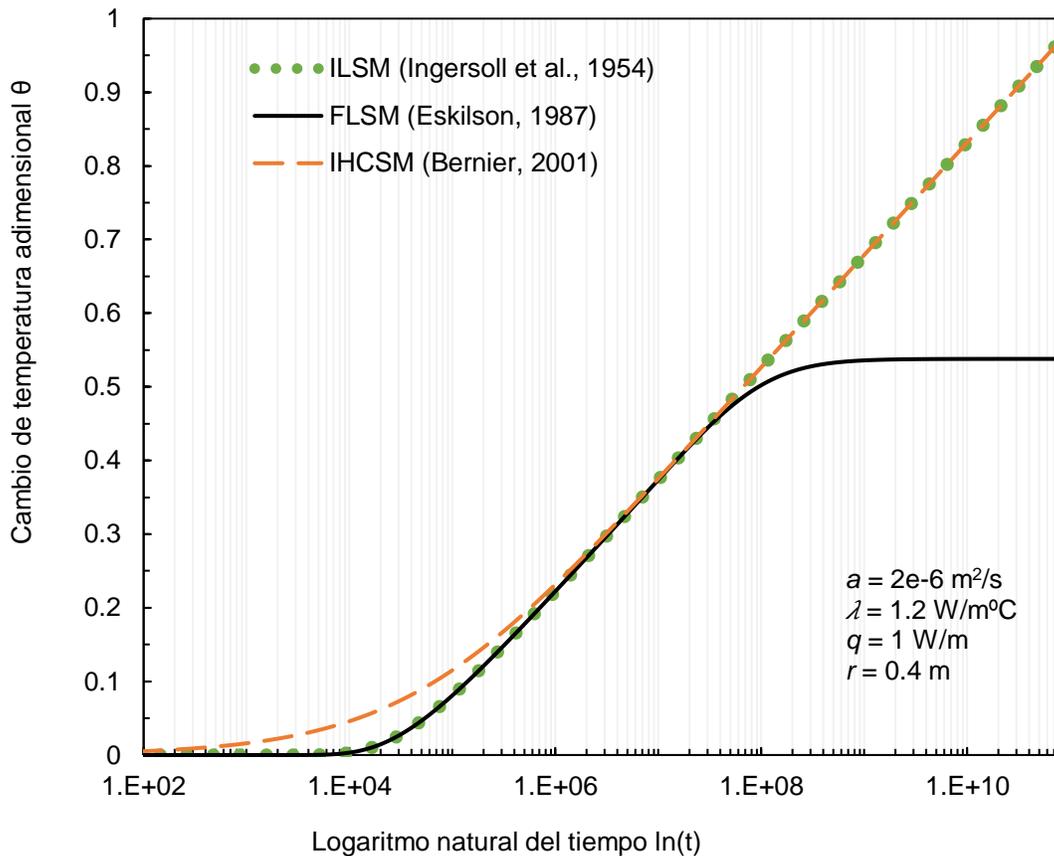


Figura 3.5. Comportamiento de diferentes modelos analíticos para el estudio del flujo de calor en un suelo.

En la Figura 3.5,  $a$  es la difusividad térmica,  $\lambda$  es la conductividad térmica,  $q$  es la tasa de transferencia de calor y  $r$  es el radio de interacción. Los parámetros anteriores se utilizaron únicamente para la construcción de la gráfica de la Figura 3.5, con el fin de ilustrar el comportamiento de las distintas soluciones analíticas expuestas previamente.

Para tiempos grandes y pequeños se distinguen los efectos de las suposiciones que los modelos analíticos contemplan. Por ejemplo, para tiempos grandes los modelos ILSM y

IHCSM no logran estabilizar el cambio de temperatura a lo largo del tiempo, tendiendo al infinito. Lo anterior, se debe a que consideran una fuente de calor infinita. Contrariamente, el modelo FLSM logra estabilizar el cambio de temperatura para tiempos grandes debido que este modelo sí considera una longitud finita de la pila de energía. Para tiempos pequeños, se puede observar que los modelos que asumen la fuente de calor como una línea (ILSM y FLSM) comienzan a manifestar cambios de temperatura tiempo después que el modelo que sí considera la dimensión radial de la fuente de calor (IHCSM). El Modelo de Fuente Cilíndrica Hueca Infinita (IHCSM) considera la fuente de calor desde la superficie del *cilindro*, por lo que los procesos térmicos dentro de la pila o del pozo se desprecian. El comportamiento del fenómeno térmico real se caracteriza mejor con los modelos IHCSM y FLSM.

### 3.3. Modelo numérico aplicado en esta tesis

#### 3.3.1. Desarrollo del modelo numérico

El modelo numérico propuesto por Ghasemi-Fare y Basu (2013) se basa en la transferencia de calor de un sistema constituido por una pila de energía con una tubería en su interior en forma de U. La mitad de la pila se modela aprovechando la condición simétrica de flujo de calor en el medio que la rodea (Figura 3.6a). El diámetro del tubo de circulación es dos órdenes de magnitud más pequeño que la zona de influencia térmica esperada alrededor de la pila (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

Otras suposiciones y aclaraciones sobre este modelo numérico son que no considera la interacción entre los dos tubos verticales del arreglo en U, además se desprecia el espesor de las paredes del tubo. La transferencia de calor del fluido al medio circundante se analiza acoplado las ecuaciones de conducción de calor y de balance de calor (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). La evolución de la temperatura respecto al tiempo  $T(r, z, t)$  debido a la conducción de calor dentro de un dominio simétrico se puede expresar como:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.8)$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_{ce}} \quad (3.9)$$

donde  $a$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$  y  $c_{ce}$  son la difusividad térmica, la conductividad térmica, la densidad y la capacidad calorífica específica del medio de conducción de calor, respectivamente, y  $t$  es el tiempo. La distancia radial  $r$  y la profundidad  $z$  se miden desde el origen O (Figura 3.6b).

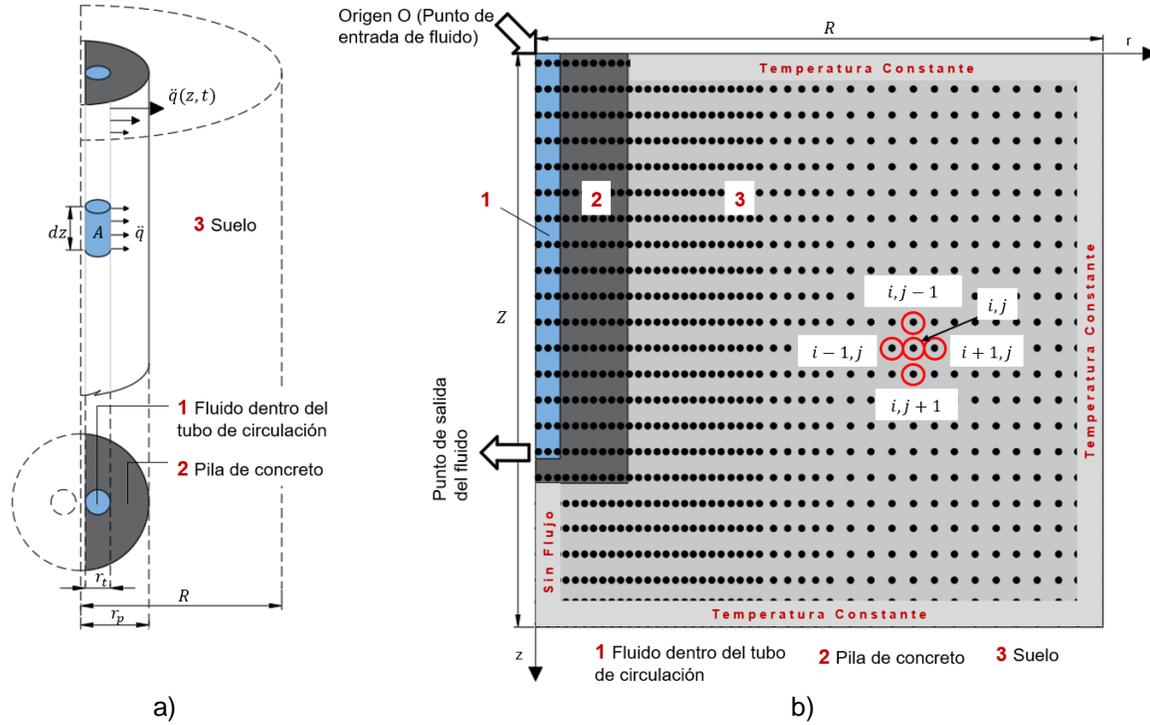


Figura 3.6. Dominio del modelo numérico, a) vista isométrica y en planta y b) cuadrícula de diferencias finitas y condiciones de contorno (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

En las Figura 3.6a y b,  $\dot{q}(z, t)$  es la tasa de transferencia de calor en cierta posición  $z$  y en cierto tiempo  $t$ ,  $dz$  y  $A$  son una longitud diferencial y el área transversal de la tubería, respectivamente,  $r_t$  es el radio de la tubería,  $r_p$  es el radio de la pila de energía,  $R$  y  $Z$  son el radio y profundidad total de interacción de la pila de energía al terreno, respectivamente.

La Ec. 3.8 no permite describir la transferencia de calor a través de la pila de energía porque no contempla el flujo de calor dentro del tubo de circulación. Por lo anterior, se considera que la temperatura promedio de un elemento A (Figura 3.6a) dentro del tubo de circulación aumenta en una cantidad  $dT$  con el tiempo  $dt$ , asumiendo un flujo de calor promedio  $q$  del elemento A al pilote de concreto, sobre la longitud  $dz$  (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). Con dicha información se plantea la ecuación de balance de calor para el elemento A:

$$\dot{m}c_{cef}dt dT^e = qdt + \rho_f \pi r_t^2 dz c_{cef} dT \quad (3.10)$$

donde  $dT^e$  es la diferencia de temperatura alrededor de la longitud  $dz$  entre la parte superior e inferior del elemento A,  $\dot{m}$  es el caudal másico,  $c_{cef}$  es la capacidad calorífica específica del fluido dentro del tubo, y  $r_t$  es el radio del tubo de circulación. La variación radial de la temperatura del fluido a cierta profundidad se desprecia en la Ec. 3.10. El caudal de calor  $q$  se puede relacionar con el flujo de calor  $\dot{q}$  como:

$$q = \ddot{q}dA \quad (3.11)$$

donde  $dA (= 2\pi r_t dz)$  es el área de la superficie disponible para la transferencia de calor del elemento A a la pila. El flujo de calor  $\ddot{q}$  está definido por:

$$\ddot{q}(z, t) = -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.12)$$

donde  $\lambda_c$  es la conductividad térmica del concreto. Utilizando la definición de tasa de transferencia de masa (flujo)  $\dot{m}$  y sustituyendo las Ecs. 3.11 y 3.12 en la Ec. 3.10, la ecuación de balance de calor se puede escribir como:

$$\rho_f v \pi r_t^2 c_{cef} dt dT^e = \rho_f \pi r_t^2 c_{cef} dz dT - 2\lambda_c \pi r_t dz dt \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.13)$$

donde  $\rho_f$  es la densidad y  $v$  es la velocidad del fluido de circulación. Reordenando le Ec. 3.13 se obtiene la ecuación diferencial parcial del transporte de calor a través del fluido que circula dentro de los tubos en la pila de energía.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = v \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{2\lambda_c}{\rho_f c_{cef} r_t} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.14)$$

La solución de las Ecs. 3.8 y 3.14 simultáneamente bajo diferentes condiciones iniciales y de frontera proporciona la evolución de la temperatura dependiente del tiempo debido a la conducción de calor dentro de un dominio simétrico, en este caso, una pila de energía y en el suelo que la rodea (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).

### 3.3.2. Ecuaciones del modelo numérico

Ghasemi-Fare y Basu (2013) desarrollaron un código de diferencias finitas para la obtención simultánea de las Ecs. 3.8 y 3.14. El modelo desarrollado utiliza una cuadrícula esquemática con condiciones de contorno (Figura 3.6b). Usando definiciones de diferencias finitas explícitas, se obtienen las siguientes expresiones, respectivamente, para las Ecs. 3.8 y 3.14:

$$T_{i,j}^{t+1} = T_{i,j}^t + a\Delta t \left[ \left( \frac{T_{i-1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i+1,j}^t}{\Delta r_i \Delta r_{i+1}} \right) + \frac{1}{r_i} \frac{(T_{i+1,j}^t - T_{i,j}^t)}{\Delta r_{i+1}} + \left( \frac{T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t}{\Delta z_i \Delta z_{i+1}} \right) \right] \quad (3.15)$$

$$T_{i,j}^{t+1} = T_{i,j}^t + v \frac{\Delta t}{\Delta z_j} (T_{i,j-1}^t - T_{i,j}^t) + \frac{2\lambda_c \Delta t}{\rho_f c_{cef} r_i \Delta r_i} (T_{i+1,j}^t - T_{i,j}^t) \quad (3.16)$$

La estabilidad de las soluciones de diferencias finitas presentadas por Ghasemi-Fare y Basu (2013) se garantiza mediante la selección de un intervalo de tiempo  $\Delta t$

suficientemente pequeño para satisfacer la condición de Courant-Friedrichs-Lewy (Courant, Friedrichs y Lewy, 1967). Para la solución simultánea de las Ecs. 2.38 y 2.39, el criterio de estabilidad temporal se expresa como:

$$\Delta t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\frac{2a}{\Delta r^2} + \frac{2a}{\Delta z^2} + \frac{2a}{r_t \Delta r}} \\ \frac{1}{\frac{v}{\Delta z} + \frac{\lambda_c}{\rho_f c_{cef} r_t \Delta r}} \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Las condiciones de frontera se muestran en la Figura 3.6b y la condición inicial utilizada por Ghasemi-Fare y Basu (2013) es:

$$T = T_{inicial} \quad \text{para } r = R, z \geq 0; \quad r \geq 2r_t, z = 0 \quad \text{y} \quad r \geq 0, \quad z = Z \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{para } r = 0, \quad z \geq 0 \quad (3.19)$$

$$T = T_{inicial} \quad \text{para } t = 0; 0 \leq r \leq R \quad \text{y} \quad 0 \leq z \leq Z \quad (3.20)$$

Además de las condiciones iniciales y de contorno especificadas en las Ecs. 3.18, 3.19 y 3.20, se utiliza una condición de continuidad de flujo de calor en la interfaz concreto-suelo, es decir,  $r = r_p$ .

$$\begin{aligned} & T^{t+1} \\ & = T^t \\ & + \frac{\Delta t (r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2)}{(r_i^2 - r_{i-1}^2) \rho_c c_{cec} + (r_{i+1}^2 - r_i^2) \rho_s c_{ces}} \left\{ \frac{1}{r_i} \left[ \frac{\lambda_s r_{i+1} \left( \frac{T_{i+2}^t - T_{i+1}^t}{r_{i+2} - r_{i+1}} \right) - \lambda_c r_{i-1} \left( \frac{T_i^t - T_{i-1}^t}{r_{i+2} - r_{i+1}} \right)}{(r_{i+1} - r_{i-1})} \right] \right. \\ & \left. + \frac{(r_{i+1}^2 - r_i^2)}{(r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2)} \lambda_s \times \left( \frac{T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t}{\Delta z_i \Delta z_{i+1}} \right) + \frac{(r_i^2 - r_{i-1}^2)}{(r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2)} \lambda_c \times \left( \frac{T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t}{\Delta z_i \Delta z_{i+1}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

La condición de continuidad expresada mediante la Ec. 3.21 es necesaria para obtener una solución realista de la transferencia de calor desde una pila de energía al suelo circundante, ya que los valores de difusividad térmica para el concreto y el suelo probablemente sean distintos (Ghasemi-Fare y Basu, 2013). La mayor parte de los modelos analíticos de transferencia de calor asumen un único medio homogéneo que rodea a la fuente de calor. Por lo tanto, estos modelos idealizados no permiten cuantificar con precisión la variación de temperatura en dos medios diferentes, en este caso el suelo y el concreto que rodean la fuente de calor (fluido en la tubería). Adicionalmente, con ninguno de los modelos analíticos es posible representar las variaciones del flujo de calor y de la temperatura del fluido a lo largo del tubo de circulación, por lo que no permiten determinar la eficiencia de transferencia de calor de las pilas de energía (Ghasemi-Fare y Basu, 2013).



## 4. REPRESENTACIÓN DE PRUEBAS DE RESPUESTA TÉRMICA EN UN SUELO Y EN UNA PILA DE ENERGÍA MEDIANTE MODELACIÓN NUMÉRICA

### 4.1. Representación de una prueba de respuesta térmica TRT en un pozo geotérmico

#### 4.1.1. Características generales de la prueba

Como parte de un programa de investigación de la Coordinación de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM) sobre la caracterización de los suelos nacionales a través de sus propiedades térmicas, se llevó a cabo la medición de los parámetros térmicos de un suelo a través de un pozo geotérmico (o pozo de prueba), mediante una Prueba de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) directamente en el terreno (Rivera-Martínez, 2021). Esta prueba se llevó a cabo en un predio ubicado en el Estado de México, con el equipo TRT-IIUNAM (Figura 1.4a). Como complemento, se excavó un pozo de observación a 65 centímetros de distancia del pozo geotérmico, instrumentado con sensores de temperatura, con la finalidad de contar con mayor información de la transferencia de calor en el suelo circundante a la prueba (Figura 4.1b).



a)



b)

Figura 4.1. a) Equipo TRT-IIUNAM, b) Pozo de prueba (izquierda) y pozo de observación instrumentado (derecha) (Rivera-Martínez, 2021).

El pozo de geotérmico o pozo de prueba tiene 20 metros de profundidad y 15 centímetros de diámetro (Figura 4.2). El pozo de observación tiene 20 metros de profundidad y 15 centímetros de diámetro, y cuenta con 7 sensores térmicos ubicados a distintas profundidades, como se observa en la Figura 4.2. Ambos pozos están rellenos con una

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica

mezcla de cemento, arena sílica y grafito amorfo, cuyas propiedades y parámetros térmicos fueron definidos experimentalmente (Rivera-Martínez, 2021).

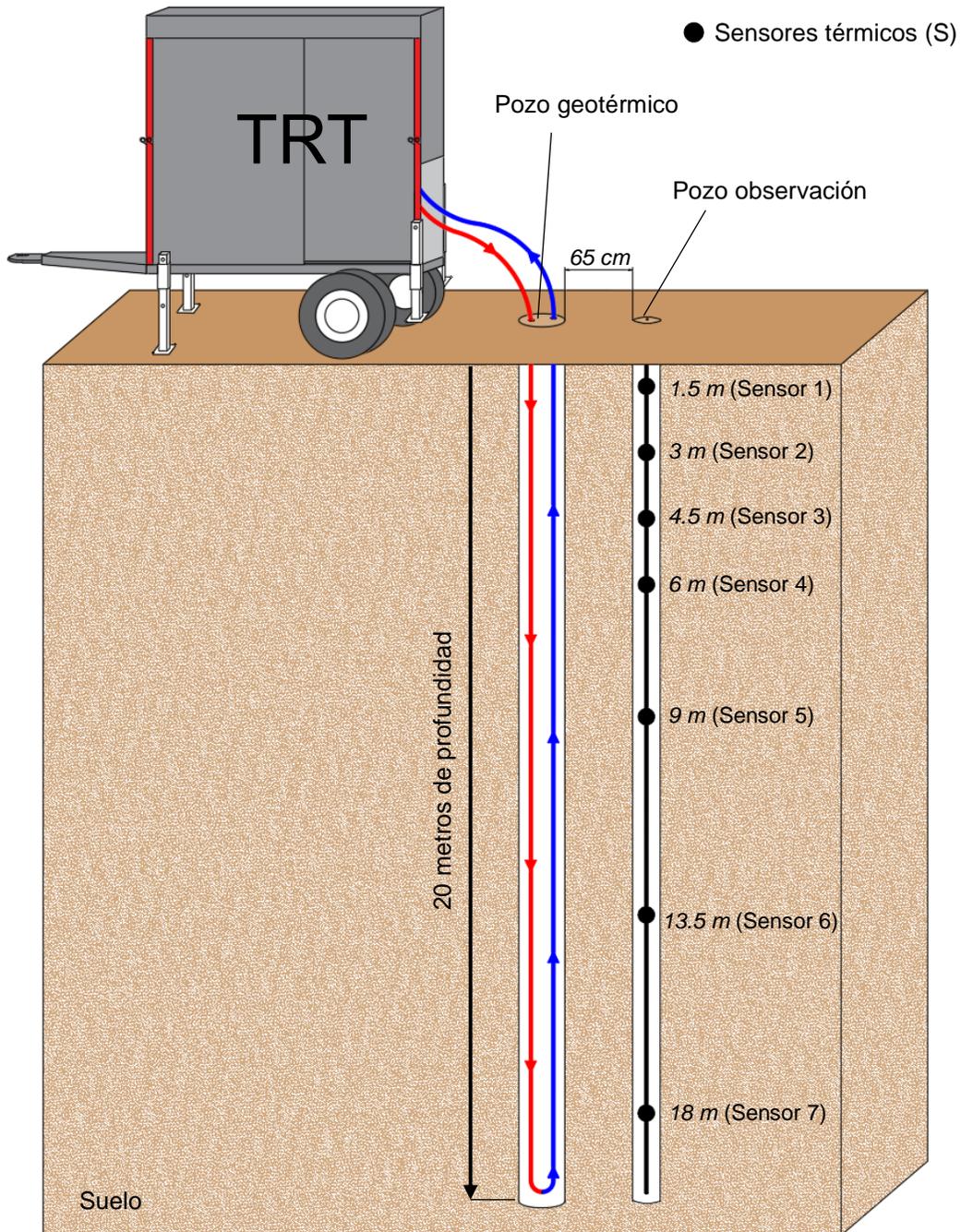


Figura 4.2. Esquema de la Prueba de Respuesta Térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) en un pozo geotérmico (en el suelo).

La prueba TRT tuvo una duración de 6 días (aproximadamente 150 horas), de los que tres días fueron de calentamiento y los tres días restantes de enfriamiento. Los primeros tres días, con ayuda del equipo TRT-IIUNAM se inyectó el fluido intercambiador de calor (en este caso agua) al suelo a una temperatura mayor que la inicial, y los tres días restantes se apagó el calentador para que el fluido comenzara a “enfriarse”.

#### 4.1.2. Resultados experimentales *in situ*

El equipo TRT-IIUNAM (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) permitió registrar lecturas de las temperaturas de entrada y de salida del fluido en el pozo geotérmico cada 10 segundos durante aproximadamente 6 días. Los primeros tres días tuvo lugar la etapa de calentamiento y los tres días restantes la etapa de enfriamiento. En la prueba realizada, se aseguró tener una variación mínima del flujo de agua en la tubería del pozo de prueba, de forma que se pudiera considerar constante, por lo que la velocidad del flujo de agua durante la prueba se asumió de 0.2387 m/s.

La temperatura inicial del medio se midió con un sensor de temperatura el cual se ingresó a la tubería para tomar las mediciones cada metro de profundidad a lo largo del pozo geotérmico (20 m) antes de iniciar la prueba (Figura 4.3a). El perfil de temperatura inicial medido en el sitio de estudio se presenta en la Figura 4.3a. De igual forma, las temperaturas de entrada y salida registradas, así como, las temperaturas medias calculadas se ilustran en la gráfica de la Figura 4.3b.

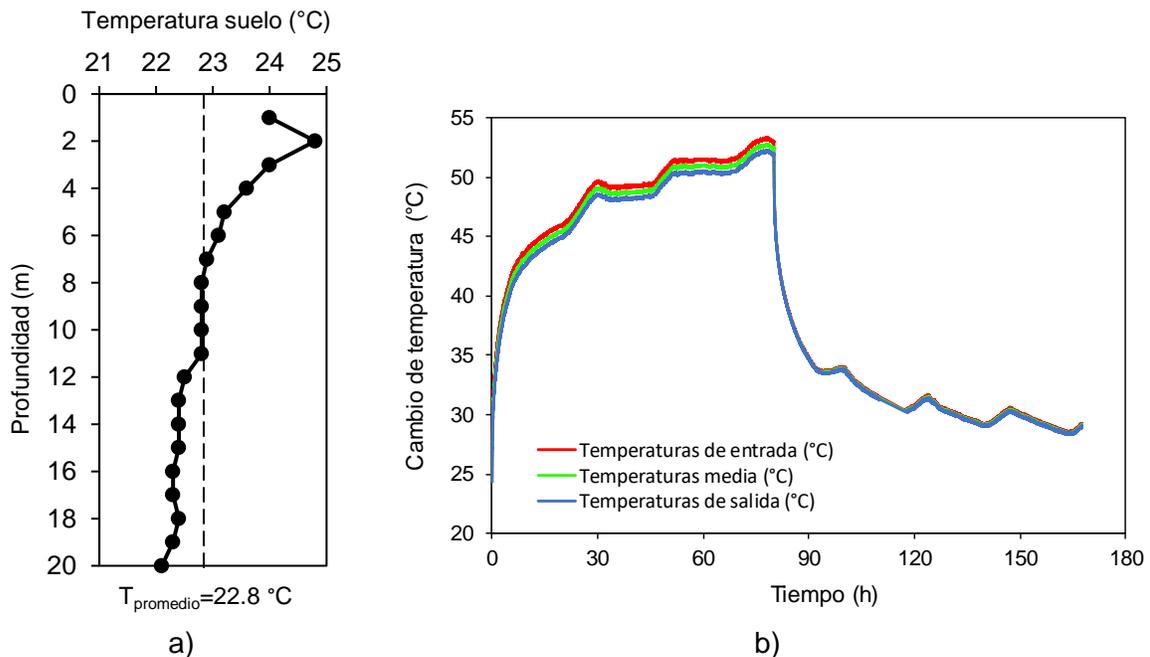


Figura 4.3. Prueba TRT en el pozo geotérmico (en el suelo). a) Perfil de temperatura inicial del pozo geotérmico. b) Temperatura de entrada, de salida y media del fluido durante la prueba TRT (Rivera-Martínez, 2021).

La temperatura inicial media del pozo fue 22.8 °C (Rivera-Martínez, 2021). Como se observa en la Figura 4.3b la temperatura media del fluido aumentó con el tiempo hasta las 80 horas de la prueba, momento en el que se apagó el calentador y se dio fin a la etapa de calentamiento, dando inicio la etapa de enfriamiento. Después de 80 horas, en la Figura 4.3b se observa como el cambio de temperatura comienza a descender.

Durante la prueba, el caudal de entrada del fluido en la tubería se mantuvo constante en aproximadamente 0.301 lps, que corresponde a una velocidad del fluido de 0.2387 m/s. Finalmente, con los resultados de la prueba TRT ejecutada fue posible obtener la conductividad térmica efectiva y la resistencia térmica del sitio en estudio, como se indica en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Resultados de las propiedades térmicas obtenidas con la prueba TRT en el pozo geotérmico o de prueba (Rivera-Martínez, 2021).

<b>Conductividad térmica del relleno del pozo de prueba (W/mK)</b>	<b>Conductividad térmica del suelo alrededor del pozo de prueba (W/mK)</b>	<b>Capacidad calorífica volumétrica del suelo alrededor del pozo de prueba (MJ/m<sup>3</sup>°C)</b>	<b>Difusividad térmica del suelo alrededor del pozo de prueba (mm<sup>2</sup>/s)</b>
1.722	0.822	1.824	0.521

### 4.1.3. Implementación del modelo numérico

#### (a) Consideraciones generales

La prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) llevada a cabo en este sitio se realizó directamente en el suelo, a través de un pozo geotérmico con un relleno de propiedades térmicas establecidas experimentalmente. El pozo de prueba contó con un solo bucle de tubería en U, como lo considera el modelo numérico propuesto por Ghasemi-Fare y Basu (2013).

A continuación, se lleva a cabo la validación de los resultados experimentales de la prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) mediante su comparación con los resultados de una modelación numérica realizada considerando las mediciones de las temperaturas de salida del pozo geotérmico mostradas en la Figura 4.3b.

## (b) Construcción del modelo numérico

Esta prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) se realizó en el suelo del sitio de estudio, en un pozo de 20 metros de profundidad con una tubería formando un único bucle en U, que es la que permite el intercambio de calor mediante el fluido transmisor (agua). En este caso, el dominio considerado para la representación numérica de la prueba fue  $R = 2m$  como radio total de la interacción pila-suelo y una profundidad total de  $Z = 24m$ , de acuerdo con lo que se ilustra en la Figura 4.4.

Los intervalos espaciales tanto en el sentido horizontal ( $R$ ) como en el sentido vertical ( $Z$ ) para la obtención de temperaturas son de  $\Delta r = 0.02m$  y  $\Delta z = 0.25m$ , respectivamente, que se consideran suficientes para representar de manera apropiada el fenómeno térmico de interés.

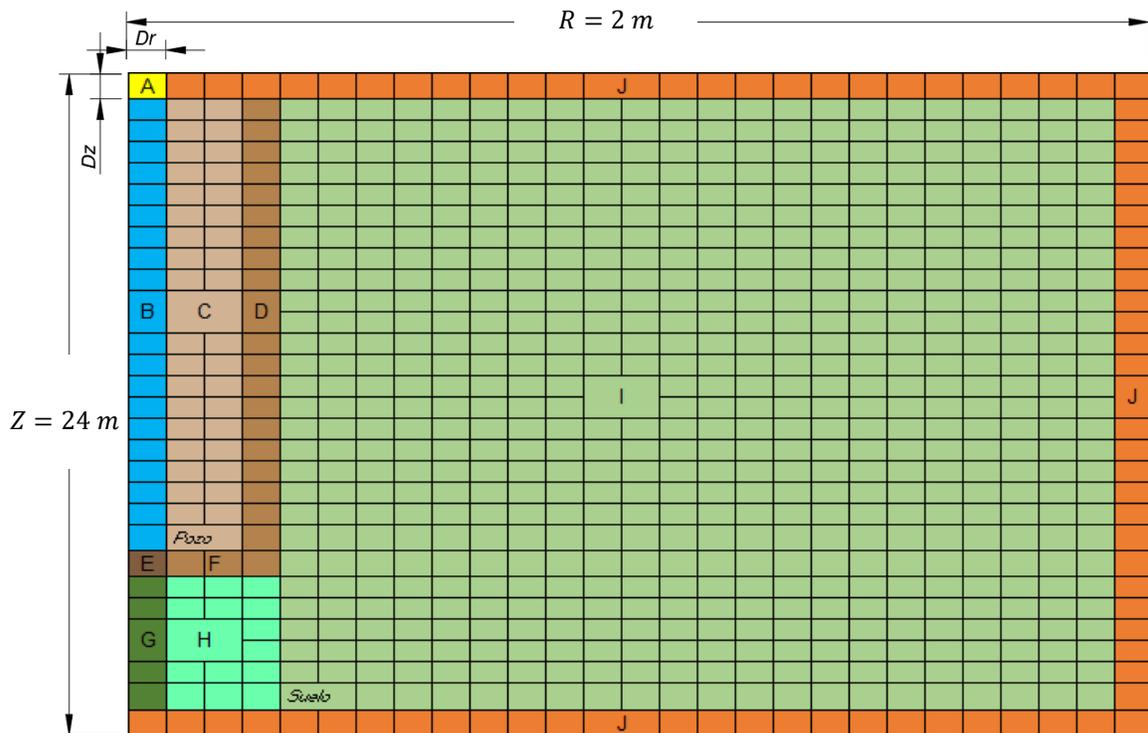
Para determinar el intervalo de tiempo  $\Delta t$  máximo que es posible utilizar en la representación de la prueba experimental con el modelo numérico, tal que cumpla con el criterio de estabilidad temporal, es necesario utilizar la Ec. 3.17. En este caso, el diferencial de tiempo máximo que se puede utilizar para que el modelo cumpla con el criterio de estabilidad temporal es  $\Delta t = 1s$ . En la Figura 4.4 se muestra el esquema de vectores y matrices que constituyen el dominio del modelo numérico propuesto para la reproducción de la prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) en un pozo geotérmico.

El modelo numérico presenta una solución simultánea de ecuaciones diferenciales parciales, que describen la transferencia de calor desde una pila o pozo geotérmico al suelo circundante. El esquema de vectores y matrices (Figura 4.4) está constituido de la siguiente forma: (a) La celda con la letra "A" representa el valor de la temperatura del fluido de entrada a la tubería proveniente del equipo TRT, (b) El proceso de transferencia de calor por convección dentro de la tubería (Ec. 3.16) está representado por el vector con la letra "B", (c) La transferencia de calor entre los mismos materiales (relleno del pozo-relleno del pozo o suelo-suelo, Ec. 3.15) está representado por los vectores y matrices "C, G, H e I", y (d) La transferencia de calor entre distintos materiales (relleno-suelo, Ec. 3.21) está representada por los vectores "D, E y F".

Una vez planteado el sistema matricial para cada instante de tiempo, el código implementado para este fin, itera cada matriz general constituida por las matrices y vectores antes descritos, los cuales representan los distintos procesos de transferencia de calor en el sistema tubería-relleno del pozo-suelo.

En la Figura 4.4 los rectángulos formados por colores hacen referencia a los vectores (en caso de que solo sean una columna o una fila) y a las matrices (en caso de tener dos o más filas o columnas) que representan las distintas ecuaciones que reproducen la transferencia de calor entre distintos medios.

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica



- A = Valor de temperatura de entrada.
- B = Vector para la transferencia de calor en la tubería.
- C = Matriz de transferencia de calor relleno-relleno del pozo de prueba.
- D = Vector para la transferencia de calor relleno-suelo lateral.
- E = Valor de transferencia de calor entre relleno-suelo en condición de frontera.
- F = Vector para la transferencia de calor relleno-suelo inferior.
- G = Matriz de transferencia de calor suelo-suelo en condición de frontera.
- H = Matriz de transferencia de calor suelo-suelo debajo del pozo de prueba.
- I = Matriz de transferencia de calor suelo-suelo lateral al pozo de prueba.
- J = Vector de temperatura constante.

Figura 4.4. Arreglo de vectores y matrices empleados en el modelo numérico para la representación de la prueba experimental TRT en un pozo geotérmico (en el suelo).

Una vez definido el dominio del modelo numérico, la posición y dimensión de cada una de las matrices y vectores que constituyen la matriz general para un instante de tiempo. Se programó el modelo numérico en un código implementado en Matlab®. Para representar de forma visual la estructura del programa del modelo numérico implementado en esta tesis, se propuso el diagrama de flujo de la Figura 4.5.

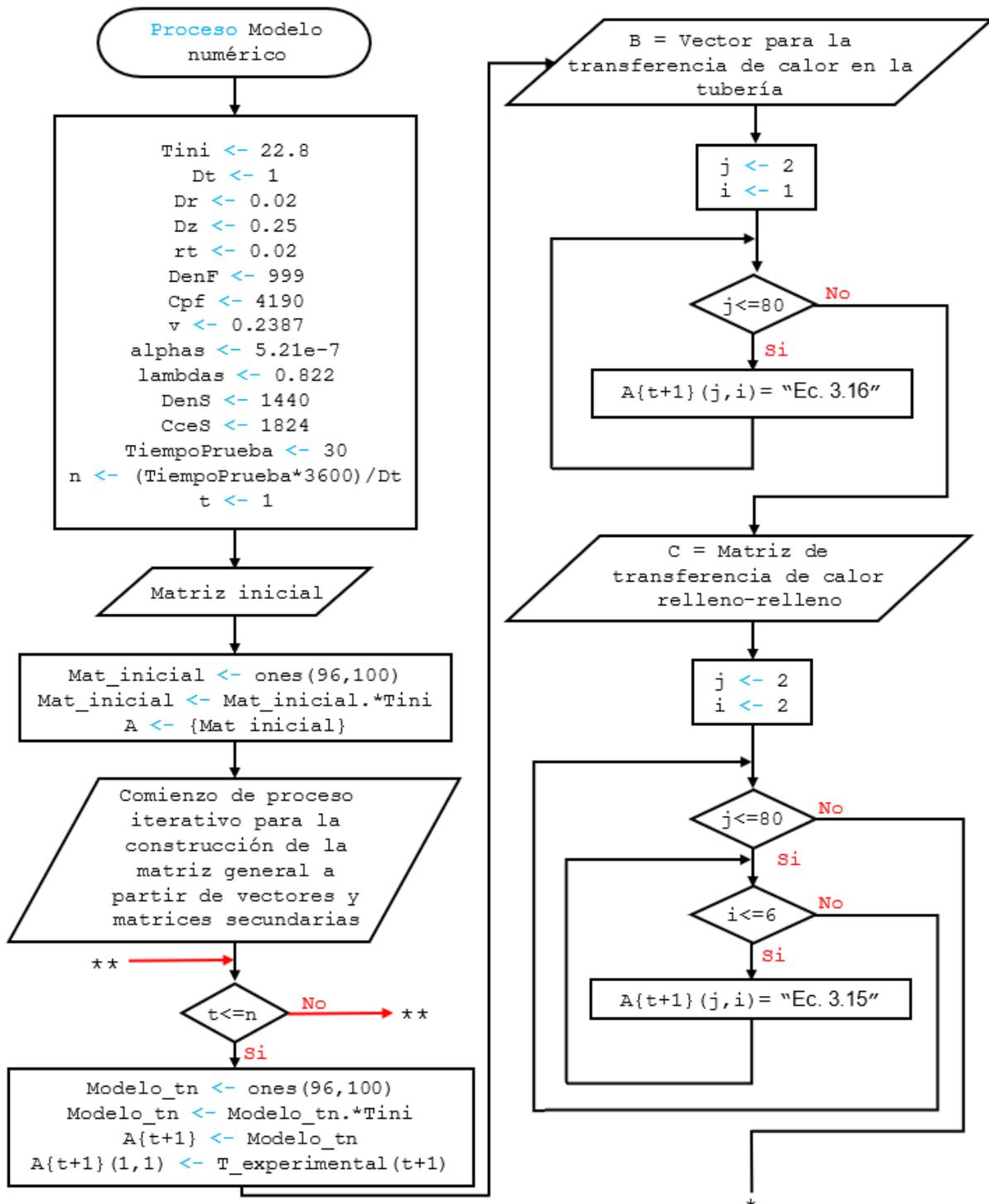


Figura 4.5. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo).

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica

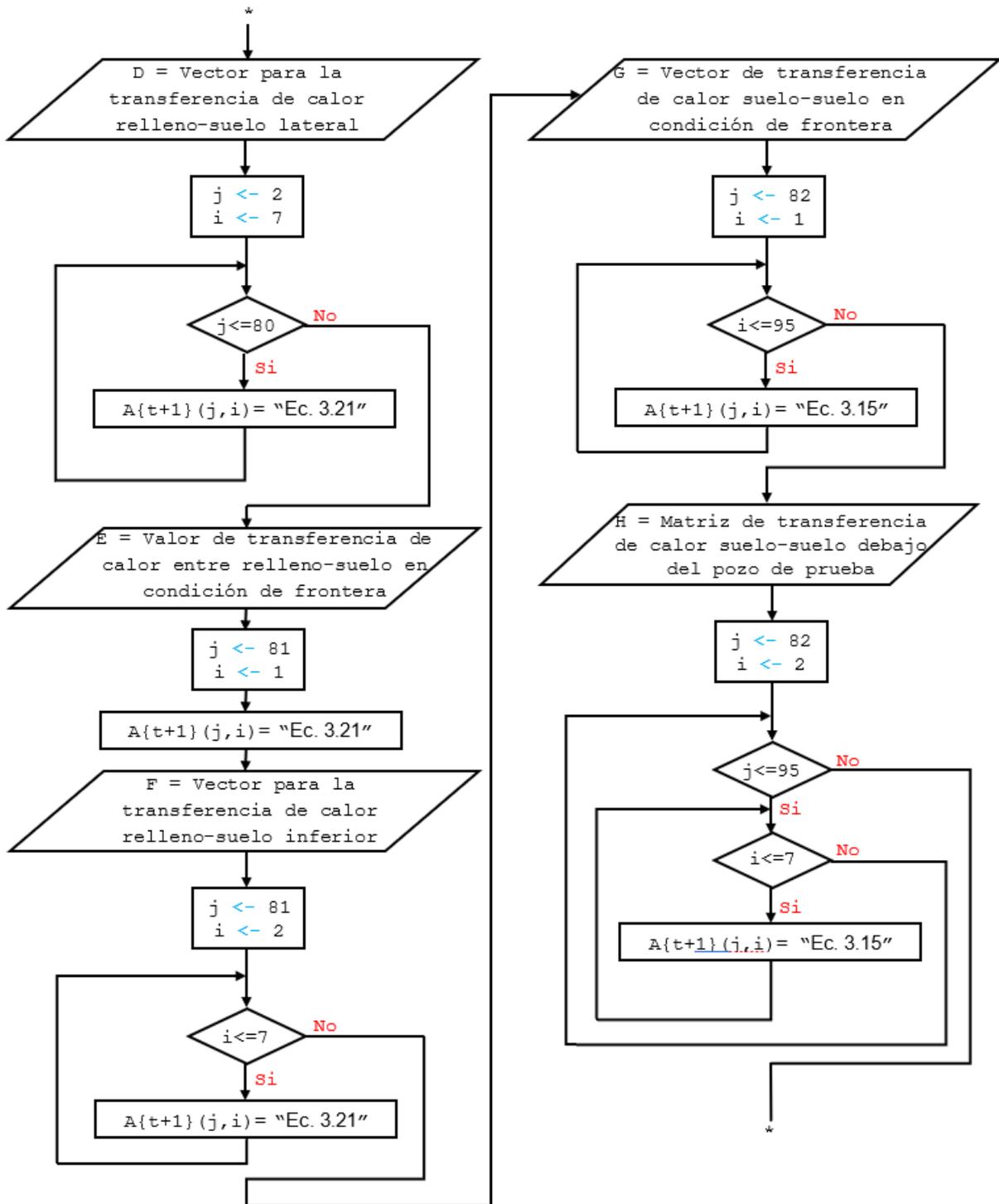


Figura 4.6. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo) (continuación).

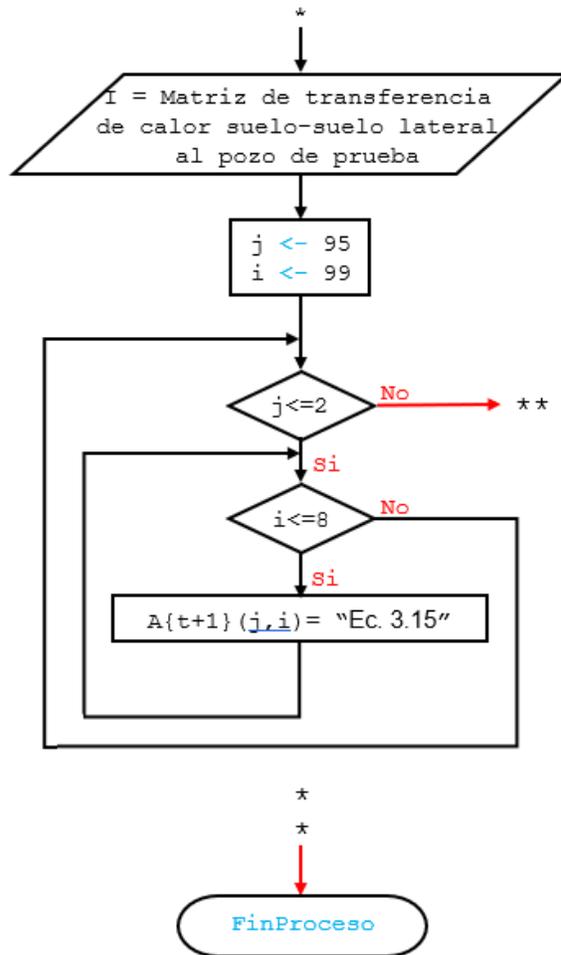


Figura 4.7. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en un pozo geotérmico (en el suelo) (continuación).

El diagrama de flujo mostrado en la Figura 4.5 inicia con la definición de las variables que el modelo numérico considera en los cálculos. Después, la matriz inicial se constituye a partir de todas las temperaturas iniciales, en este caso 23.8 °C (Figura 4.3a). A continuación, se hace un ciclo repetitivo para representar el cambio de temperaturas en el dominio en un incremento  $\Delta t$  de un segundo. Para lo anterior, se considera una matriz general constituida de vectores y matrices secundarias (Figura 4.4). Cada matriz general representa un instante de tiempo del análisis, es decir que cada  $\Delta t$  tiene su propia matriz. Dichas matrices se almacenan dentro de una lista, con el fin de analizar los datos obtenidos de la simulación.

El valor de temperatura de entrada al modelo numérico (valor con la posición (1,1) en la matriz general representada por la letra “A” de la Figura 4.4) corresponde a la temperatura de entrada experimental, por lo que en el modelo numérico se construye un vector con dichos valores experimentales para así, considerar el valor correspondiente en el instante de tiempo que se esté simulando.

### (c) Validación de datos experimentales de la prueba TRT en un pozo geotérmico con modelación numérica

Los parámetros térmicos y geométricos del pozo de prueba y del suelo del sitio considerados en la modelación numérica se resumen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Parámetros y propiedades térmicas del pozo de prueba y del suelo utilizadas en la modelación numérica de la prueba TRT en un pozo geotérmico.

Parámetro	Relleno del pozo de prueba	Suelo
Difusividad térmica $a$ (m <sup>2</sup> /s)	$1.4 \times 10^{-7}$	$5.21 \times 10^{-7}$
Conductividad térmica $\lambda$ (W/m°C)	1.722	0.822
Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1950	1440
Radio de tubería $r_t$ (m)	0.02	---
Velocidad de flujo en tubería $v$ (m/s)	0.2387	---
Capacidad calorífica específica $C_{ce}$ (J/kg°C)	1700	1824
Longitud del pozo $H$ (m)	20	---
Diámetro del pozo $r_p$ (m)	0.15	---

Las mediciones experimentales obtenidas de la prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) de las temperaturas de salida del pozo geotérmico y las temperaturas de salida calculadas con el modelo numérico se ilustran en la Figura 4.8.

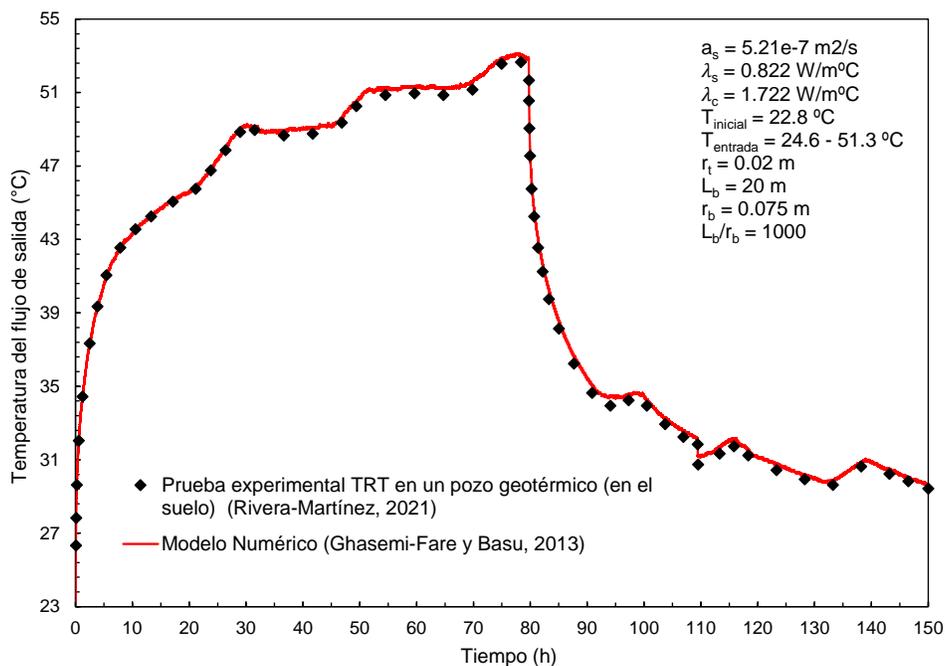


Figura 4.8. Resultados de temperaturas de salida registrados por prueba TRT en pozo geotérmico y calculados por modelo numérico desarrollado.

En la Figura 4.8,  $a_s$  y  $\lambda_s$  son la difusividad térmica y la conductividad térmica del suelo, respectivamente,  $\lambda_c$  es la conductividad térmica del relleno del pozo geotérmico,  $T_{inicial}$  es la temperatura inicial del medio antes del comienzo de la prueba,  $T_{entrada}$  es el rango de las temperaturas de entrada del fluido a la tubería durante toda la prueba,  $r_t$  es el radio de la tubería,  $L_b$  y  $r_b$  son la longitud y el radio del pozo geotérmico, respectivamente.

Como se puede observar en la gráfica de la Figura 4.8, los resultados obtenidos con la modelación numérica se ajustan de forma adecuada a los valores de la temperatura de salida registrados en la prueba TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*). El modelo se ajustó perfectamente tanto para la fase de calentamiento como para la fase de enfriamiento de la prueba. Aproximadamente a las 80 horas de iniciada la prueba, en la Figura 4.8 se puede observar un cambio brusco de temperatura, efecto provocado por el apagado del calentador, dando inicio a la fase de enfriamiento.

Adicionalmente, debido a que esta prueba se realizó con un pozo adicional de observación (instrumentado con sensores térmicos) a 65 centímetros de separación del pozo de prueba (Figura 4.2), es posible, realizar una comparación de las temperaturas en dicho punto para validar la correcta reproducción de la prueba, de forma que se pueda validar que el modelo representa de manera apropiada la transferencia de calor en el terreno alrededor de la prueba, no solamente las temperaturas de salida de la tubería.

Siete sensores PT 100 se colocaron a lo largo de la profundidad del pozo de observación, con la distribución que se indica en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Distribución de sensores PT 100 a lo largo de la profundidad del pozo de observación.

No. de sensor	Profundidad (m)
Sensor 1	1.5
Sensor 2	3.0
Sensor 3	4.5
Sensor 4	6.0
Sensor 5	9.0
Sensor 6	13.5
Sensor 7	18.0

En esta investigación se considera adecuado utilizar el Sensor 5, ya que se encuentra a una profundidad prácticamente al centro de la longitud total del pozo de prueba. En la Figura 4.9 se presenta la gráfica comparativa de las temperaturas medidas experimentalmente en el sensor 5 y las temperaturas obtenidas con el modelo numérico implementado en este trabajo.

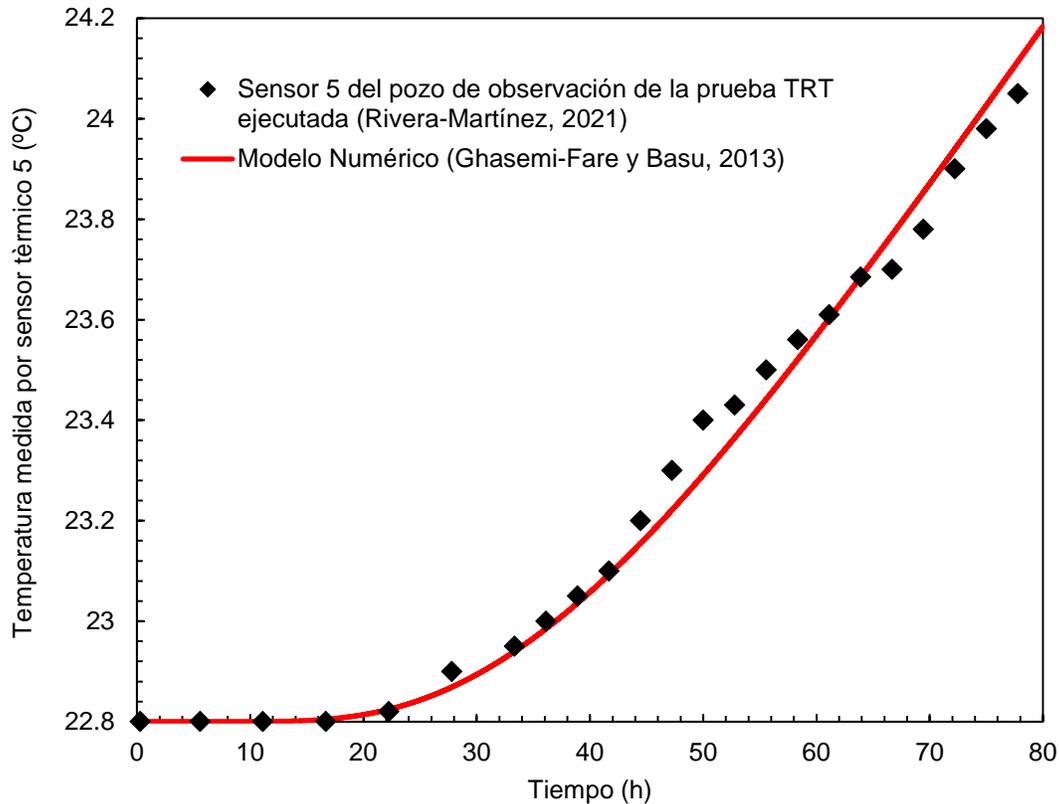


Figura 4.9. Gráfica con temperaturas medidas experimentalmente en el Sensor 5 del pozo de observación y las temperaturas obtenidas con el modelo numérico implementado para la reproducción de la prueba TRT en el pozo geotérmico.

Como se puede observar en la Figura 4.9, el modelo numérico reproduce de forma muy satisfactoria la transferencia de calor en el suelo alrededor de la prueba. En este caso, se comprobó que el modelo numérico es capaz de representar la transferencia de calor por lo menos a 65 centímetros de distancia del pozo de prueba, ya que a esa distancia es a la que se ubica el sensor térmico 5 del pozo de observación.

## 4.2. Representación de una prueba de respuesta térmica TRT en una pila de energía

### 4.2.1. Características generales de la prueba

De manera adicional a la prueba TRT en el pozo geotérmico, descrita en el Inciso 4.1 de esta tesis, se realizó una prueba de respuesta térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) en una pila de energía. La prueba se llevó a cabo en una pila de energía construida recientemente al poniente de la Ciudad de México (Rivera-Martínez, 2021), como parte de la cimentación de una casa habitación con las primeras pilas de energía construidas en el país considerando la tecnología de cimentaciones termoactivas.

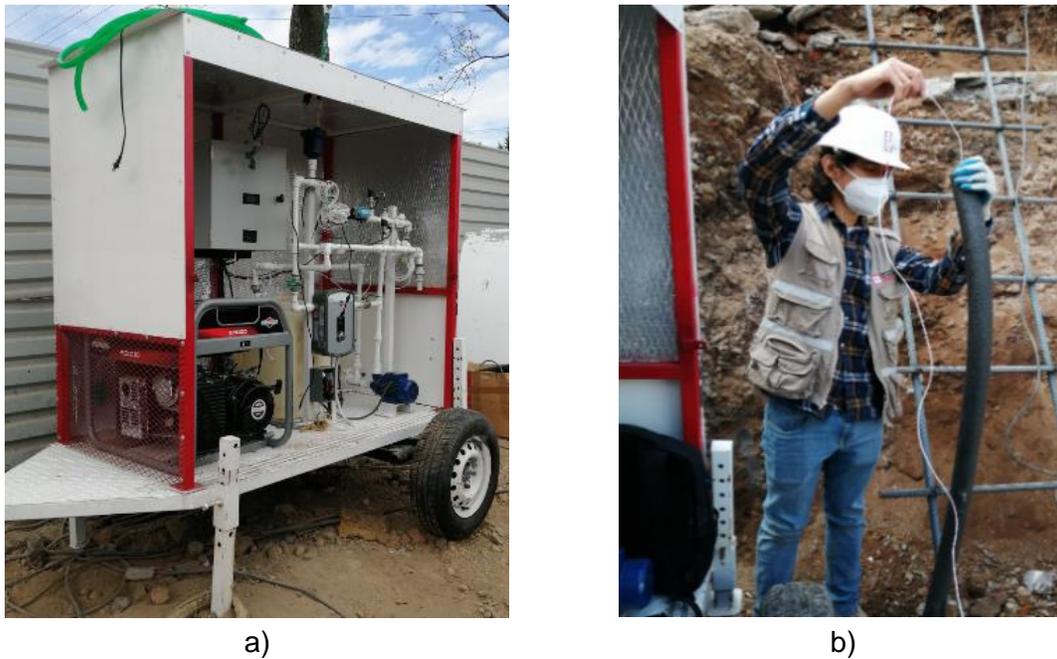


Figura 4.10. Ensayo de respuesta térmica en una pila de energía: a) Equipo TRT-IIUNAM en campo. b) Medición de la temperatura media inicial del suelo (Rivera-Martínez, 2021).

La pila de energía en la que se realizó la prueba TRT (Figura 4.11) tiene 0.8 m de diámetro y 15.5 m de longitud, y cuenta con cuatro bucles de tubería en U (Figura 4.11a) por donde circula el fluido conductor del calor, que en este caso es agua. El suelo del sitio de estudio se compone de arenas limosas y tobas cementadas (Rivera-Martínez, 2021).

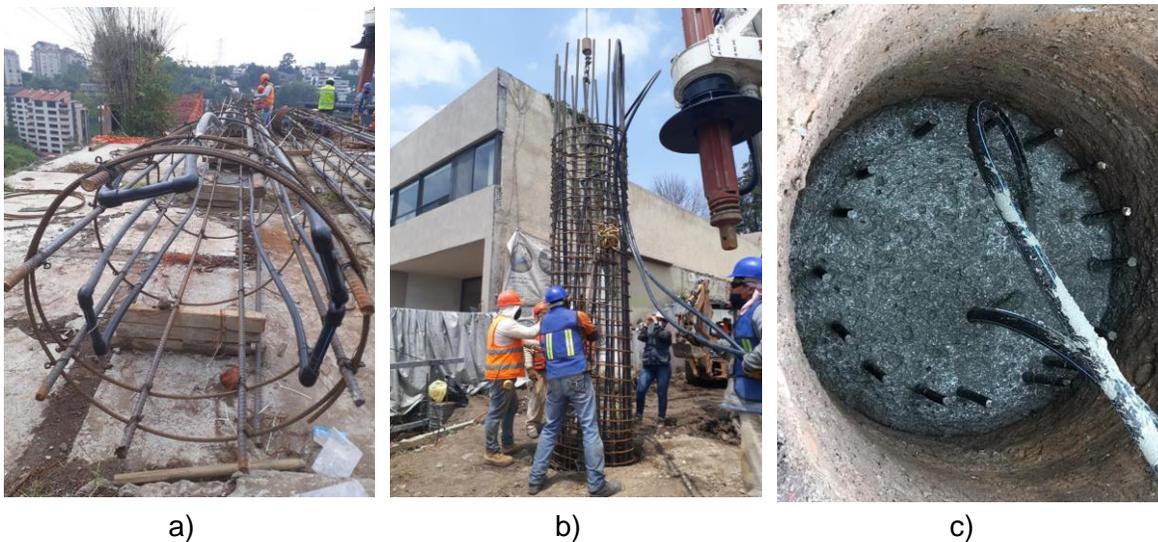


Figura 4.11. Pila de energía sometida a prueba TRT: a) Colocación de la tubería en el armado. b) Colocación del armado en el suelo. c) Pila de energía colada en sitio con extremos de tubería en la cabeza de la pila.

### 4.2.2. Resultados experimentales *in situ*

El equipo TRT-IIUNAM permitió registrar lecturas de las temperaturas de entrada y de salida del fluido dentro de la pila de energía a cada 10 segundos durante 60 horas. En esta prueba únicamente se realizó la etapa de calentamiento. Asimismo, en la prueba se aseguró tener una variación mínima de la velocidad del flujo de agua, de tal forma que pudiera considerarse constante.

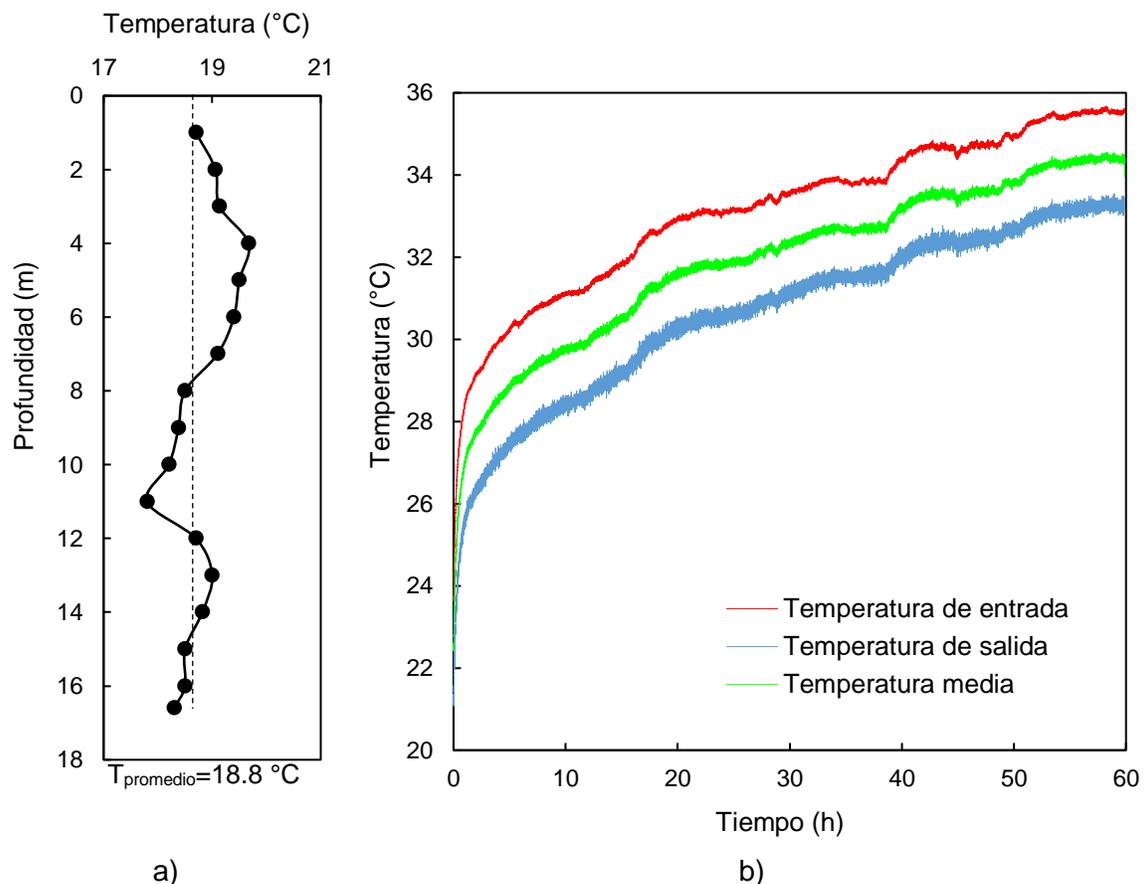


Figura 4.12. Resultados de la prueba TRT en una pila de energía. a) Perfil de temperatura del suelo a distintas profundidades. b) Temperatura de entrada, salida y media del fluido durante la prueba TRT con duración de 60 h (Rivera-Martínez, 2021).

La temperatura inicial fue medida, antes de iniciar la prueba, con un sensor de temperatura a cada metro de profundidad en toda la longitud de la pila de energía. El perfil de temperatura inicial del suelo del sitio se muestra en la Figura 4.12a. Las temperaturas de entrada y de salida registradas, así como, las temperaturas medias estimadas se muestran en la gráfica de la Figura 4.12b.

La temperatura inicial media registrada en el suelo del sitio fue de 18.8 °C (Rivera-Martínez, 2021). Como se observa en la Figura 4.12b la temperatura media del fluido aumentó con el tiempo, hasta alcanzar una tendencia hacia un comportamiento de condición estable. Durante la prueba, el caudal de entrada del fluido en la tubería se mantuvo constante en aproximadamente 0.154 lps, lo que corresponde a una velocidad del fluido de 0.123 m/s. La conductividad térmica efectiva y la resistencia térmica del sitio en estudio se obtuvieron a través de los resultados de la prueba TRT, como se indica en la Tabla 4.4. De acuerdo con los resultados obtenidos de la prueba TRT, la conductividad térmica y la resistencia térmica de la pila de energía se calcularon mediante una solución analítica (Loveridge y Powrie, 2013) obteniendo los valores de  $1.63 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  y  $0.078 \text{ mKW}^{-1}$ , respectivamente.

Tabla 4.4. Resultados de las propiedades térmicas obtenidas en la prueba TRT ejecutada en una pila de energía.

Difusividad (m <sup>2</sup> /s)	Fo	t (s)		Conductividad térmica (W/mK)	Resistencia térmica (mK/W)	RMSE
		Fo=0.01	Fo=0.25			
2.00E-07	1.25E-06	8000	200000	0.5308	0.1318	0.8662
3.00E-07	1.88E-06	5333	133333	0.87	0.1179	0.6325
4.00E-07	2.50E-06	4000	100000	1.11	0.1095	0.5109
5.00E-07	3.13E-06	3200	80000	1.258	0.1033	0.4328
8.00E-07	5.00E-06	2000	50000	1.46	0.091	0.2895
9.00E-07	5.63E-06	1778	44444	1.504	0.0882	0.2665
1.00E-06	6.25E-06	1600	40000	1.539	0.08572	0.2513
<b>1.40E-06</b>	<b>8.75E-06</b>	<b>1143</b>	<b>28571</b>	<b>1.633</b>	<b>0.078</b>	<b>0.2254</b>
2.00E-06	1.25E-05	800	20000	1.703	0.0702	0.229
3.00E-06	1.88E-05	533	13333	1.757	0.0617	0.257
4.00E-06	2.50E-05	400	10000	1.783	0.0559	0.2824

Nota: Fo = Número de Fourier, t = tiempo, RMSE = Error Cuadrático Medio (RMSE, por sus siglas en inglés *Root Mean Square Error*)

### 4.2.3. Implementación del modelo numérico

#### (a) Consideraciones generales

Para la implementación del modelo numérico que represente la prueba de respuesta térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) en una pila de energía, fueron necesarias ciertas consideraciones, pues el modelo numérico empleado (propuesto por Ghasemi-Fare y Basu, 2013) supone una pila de energía con un único bucle en U de tubería. Contrariamente, a los cuatro bucles en U que tiene la pila de energía en el sitio de la prueba. Para mitigar el efecto de dicha diferencia, la velocidad real del flujo de agua en la prueba TRT se dividió entre los cuatro bucles, de forma que el modelo numérico considere la pila con un sólo bucle en U.

En la prueba experimental TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) se obtuvieron lecturas de las temperaturas de entrada y de salida del fluido (Figura 4.12b). La comparación de resultados entre los datos experimentales (Rivera-Martínez, 2021) y el modelo numérico propuesto (Ghasemi-Fare y Basu, 2013) se realiza para las temperaturas de salida de la pila.

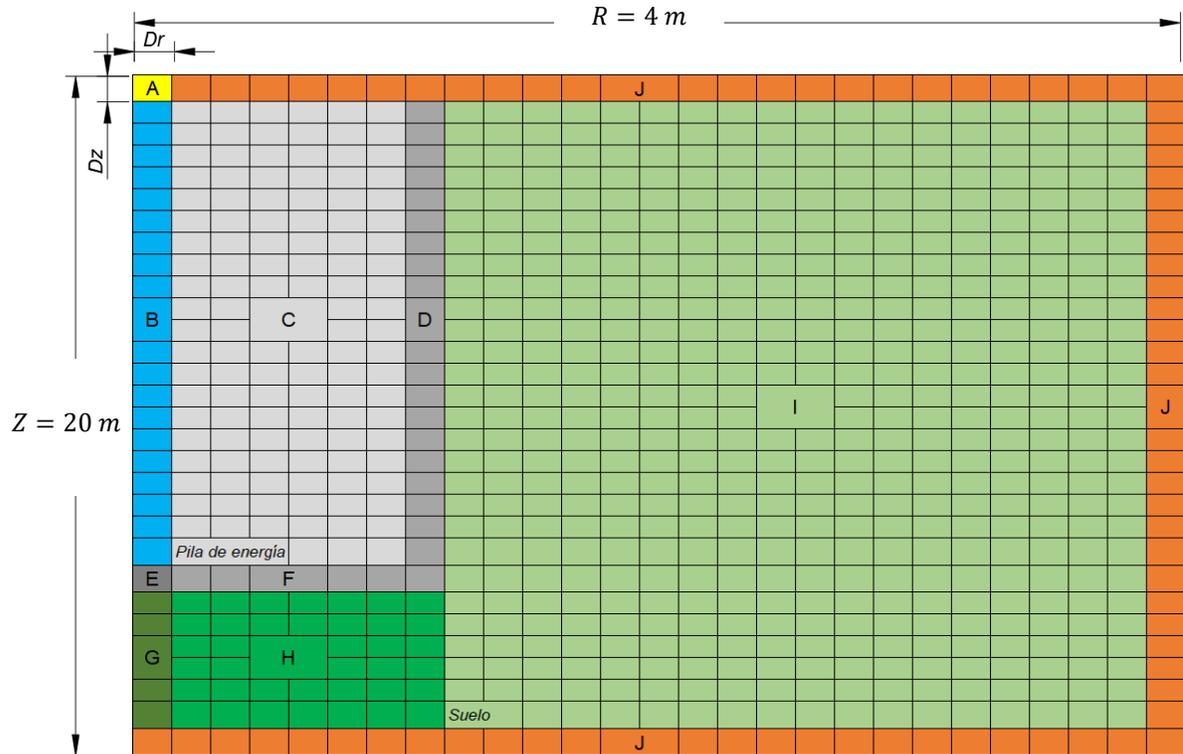
## **(b) Construcción del modelo numérico**

Dadas las características de la pila de energía en el sitio de la prueba, el dominio del modelo numérico considera un radio total de interacción pila-suelo  $R = 4m$  y una profundidad total  $Z = 20m$  (Figura 4.13), debido a la longitud de 15.5 metros de la pila y al tiempo de duración de la prueba. Los intervalos espaciales tanto en el sentido horizontal ( $R$ ) como en el sentido vertical ( $Z$ ) para la estimación de temperaturas es de  $\Delta r = 0.02m$  y  $\Delta z = 0.25m$ , respectivamente. Lo anterior, se considera suficiente para representar el fenómeno térmico modelado. Para definir el intervalo de tiempo  $\Delta t$  a utilizar en el modelo que cumpla con el criterio de estabilidad temporal, se aplicó la Ec. 3.17. Con base en lo anterior, se determinó que  $\Delta t = 2s$  es el diferencial de tiempo máximo que se puede utilizar en este caso para que el modelo numérico satisfaga el criterio de estabilidad temporal.

En la Figura 4.13 se muestra el esquema de vectores y matrices que constituyen el dominio del modelo numérico planteado para la representación de la prueba TRT en una pila de energía.

El modelo numérico presenta una solución simultánea de ecuaciones diferenciales parciales, que describen la transferencia de calor desde una pila o pozo geotérmico al suelo circundante. El esquema de vectores y matrices (Figura 4.13) está constituido de la siguiente forma: (a) La celda con la letra "A" representa el valor de la temperatura del fluido de entrada a la tubería proveniente del equipo TRT, (b) El proceso de transferencia de calor por convección dentro de la tubería (Ec. 3.16) está representado por el vector con la letra "B", (c) La transferencia de calor entre materiales iguales (concreto-concreto o suelo-suelo, Ec. 3.15) está representado por los vectores y matrices "C, G, H e I", y (d) La transferencia de calor entre materiales distintos (concreto-suelo, Ec. 3.21) está representada por los vectores "D, E y F".

Una vez planteado el sistema matricial para cada instante de tiempo, el software iterará cada matriz general constituida por las matrices y vectores antes referidos, los cuales, representan los distintos procesos de transferencia de calor en el sistema tubería-concreto-suelo.



- A = Valor de temperatura de entrada.
- B = Vector para la transferencia de calor en la tubería.
- C = Matriz de transferencia de calor concreto-concreto.
- D = Vector para la transferencia de calor concreto-suelo lateral.
- E = Valor de transferencia de calor entre concreto-suelo en condición de frontera.
- F = Vector para la transferencia de calor concreto-suelo inferior.
- G = Vector de transferencia de calor suelo-suelo en condición de frontera.
- H = Matriz de transferencia de calor suelo-suelo debajo de la pila de energía.
- I = Matriz de transferencia de calor suelo-suelo lateral a la pila de energía.
- J = Vector de temperatura constante (Temperatura inicial).

Figura 4.13. Arreglo de vectores y matrices para la construcción del modelo numérico para la reproducción de la prueba experimental TRT en una pila de energía.

En la Figura 4.13 los rectángulos formados por colores hacen referencia a los vectores (en caso de que solo sean una columna o una fila) y a las matrices (en caso de tener dos o más filas o columnas) que representan las distintas ecuaciones que reproducen la transferencia de calor entre distintos medios. Una vez definido el dominio del modelo numérico, la posición y dimensión de cada una de las matrices y vectores que constituyen la matriz general para un instante de tiempo. Se programó el modelo numérico en un código implementado en Matlab®. Para representar de forma visual la estructura del programa del modelo numérico implementado en esta tesis, se propuso el diagrama de flujo de la Figura 4.14.

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica

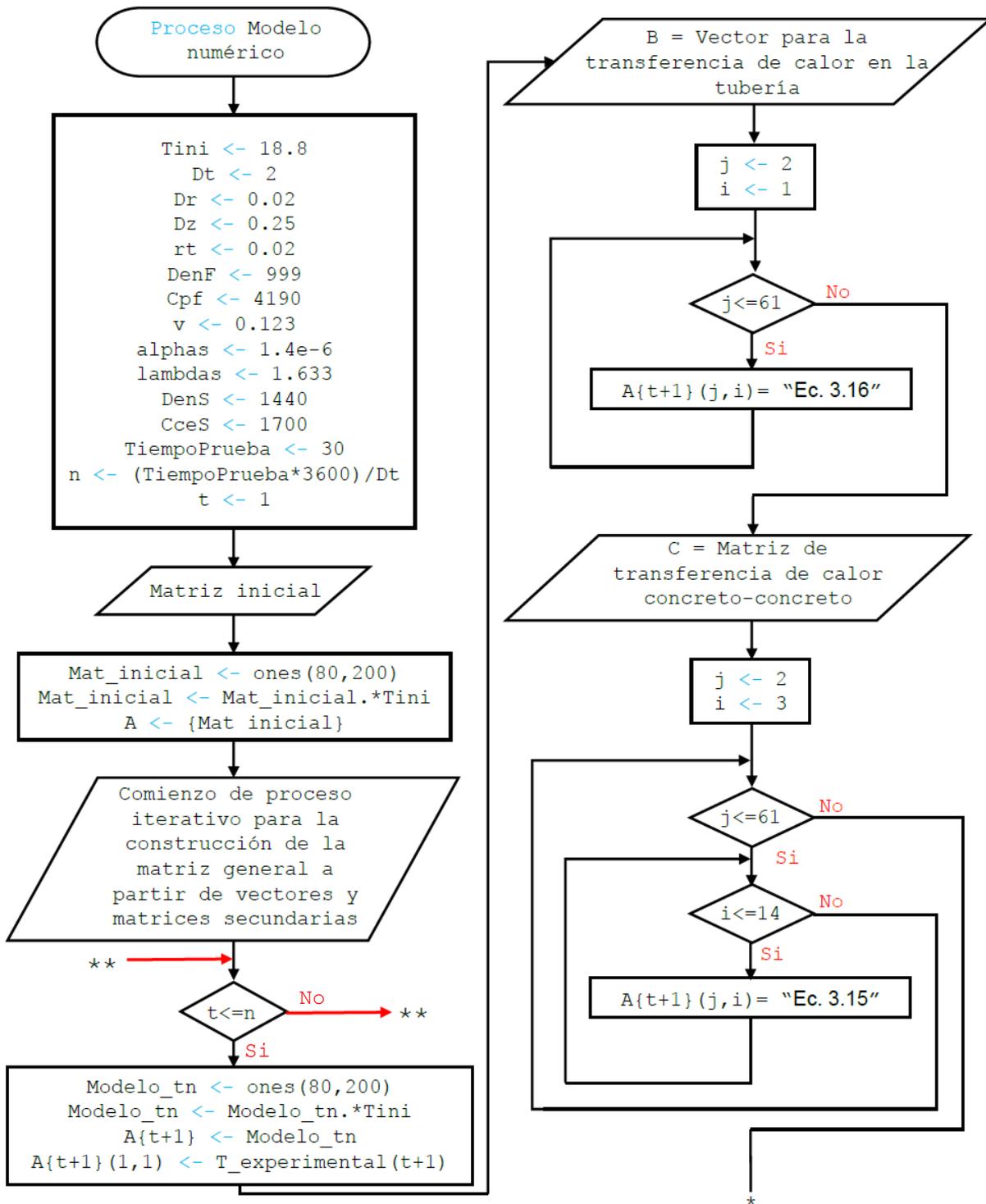


Figura 4.14. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía.

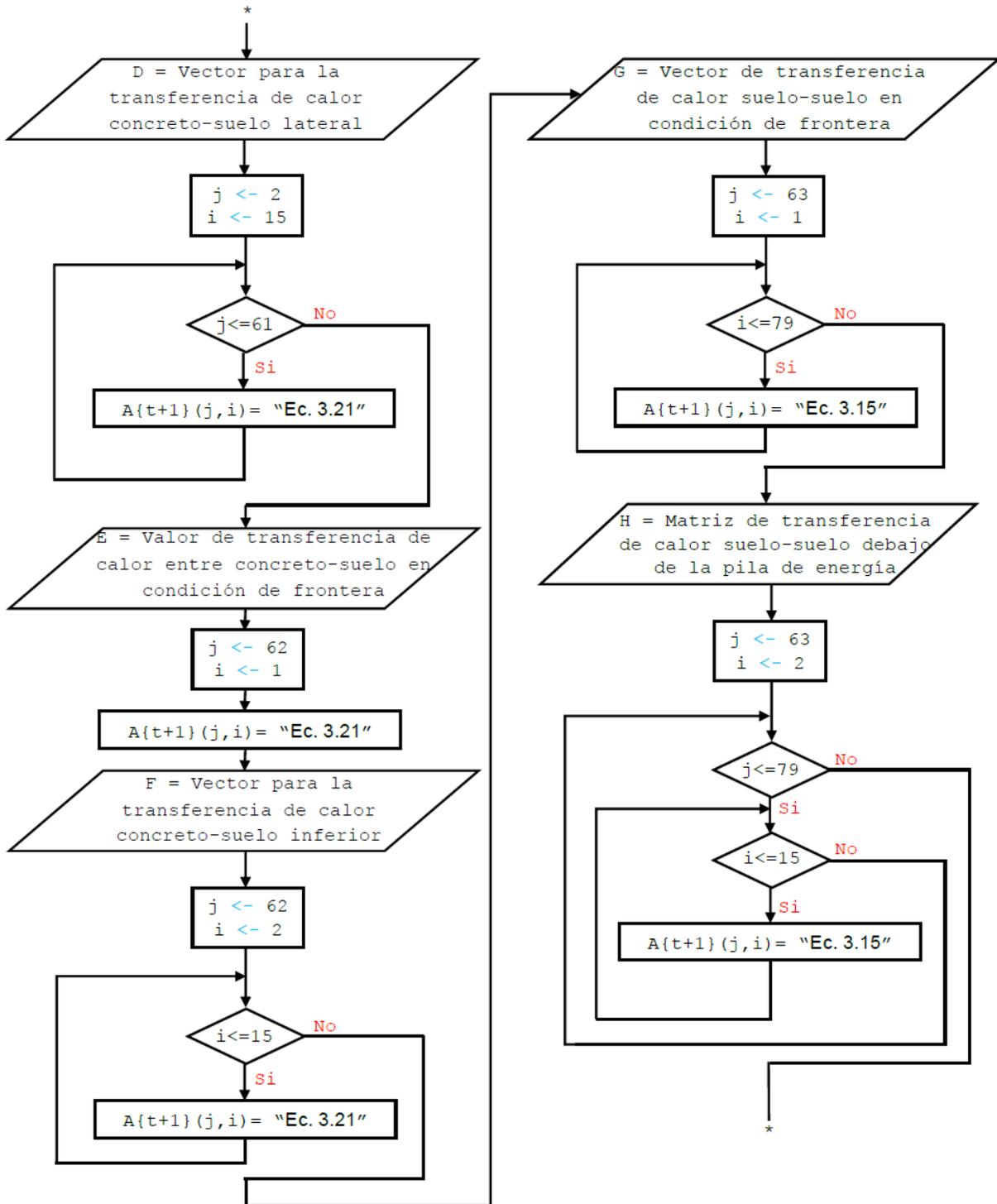


Figura 4.15. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía (continuación).

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica

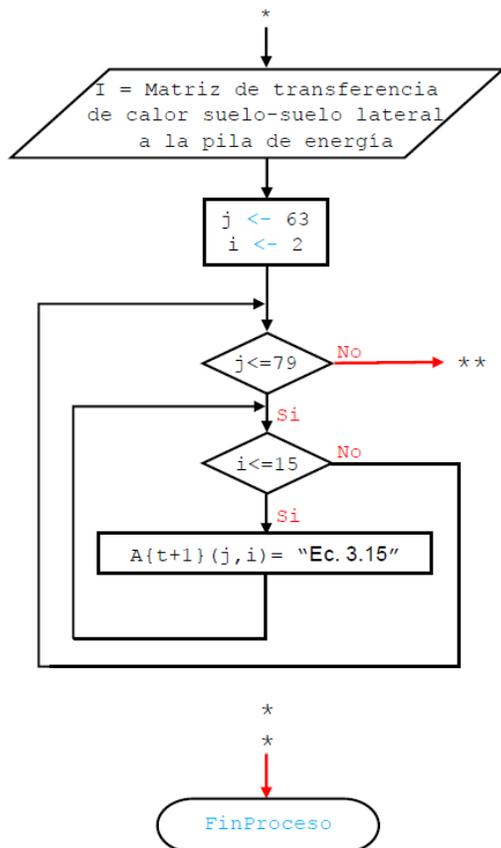


Figura 4.16. Diagrama de flujo del modelo numérico implementado en Matlab® de la prueba TRT en una pila de energía (continuación).

El diagrama de flujo de la Figura 4.16 correspondiente al modelo numérico para la representación de la prueba de respuesta térmica en una pila de energía, inicia con la definición de las variables que el modelo numérico considera en los cálculos. Después, la matriz inicial se constituye a partir de todas las temperaturas iniciales, en este caso 18.8 °C (Figura 4.12a). A continuación, se hace un ciclo repetitivo para representar el cambio de temperaturas en el dominio en un incremento  $\Delta t$  de dos segundos. Para lo anterior, se considera una matriz general constituida de vectores y matrices secundarias (Figura 4.13). Cada matriz general representa un instante de tiempo del análisis, es decir que cada  $\Delta t$  tiene su propia matriz. Dichas matrices se almacenan dentro de una lista, con el fin de analizar los datos obtenidos de la simulación.

El valor de temperatura de entrada al modelo numérico (valor con la posición (1,1) en la matriz general representada por la letra "A" de la Figura 4.13) corresponde a la temperatura de entrada experimental, por lo que en el modelo numérico se construye un vector con dichos valores experimentales para así, considerar el valor correspondiente en el instante de tiempo que se esté simulando.

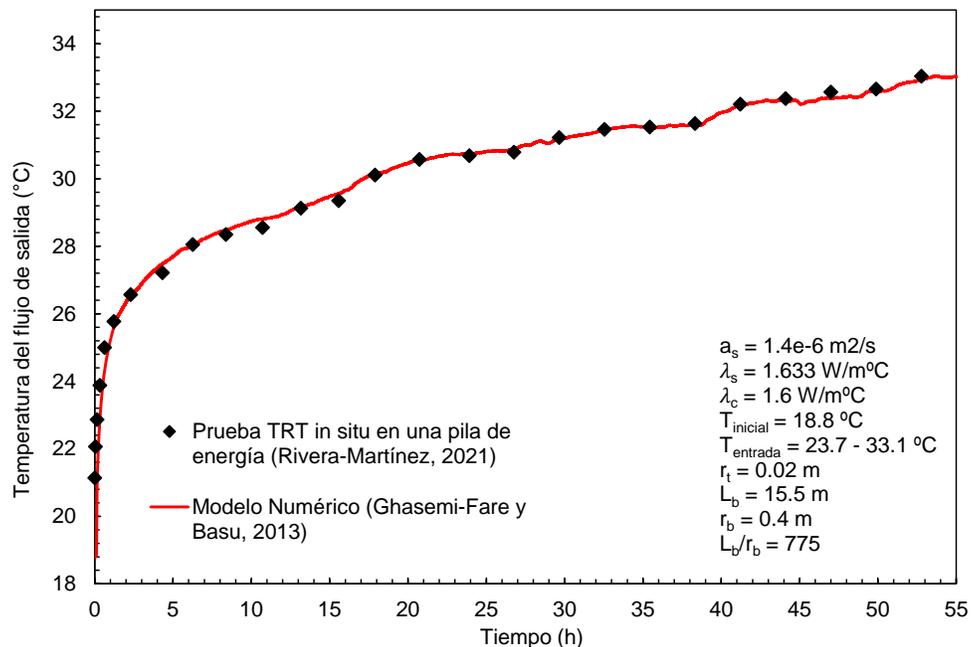
### (c) Validación de datos experimentales de la prueba TRT en una pila de energía con modelación numérica

Los parámetros térmicos y geométricos de la pila de energía y del suelo del sitio considerados en la modelación numérica se resumen en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Parámetros y propiedades térmicas de la pila de energía y del suelo utilizadas en la modelación de la prueba TRT.

Parámetro	Pila de energía	Suelo
Difusividad térmica $a$ (m <sup>2</sup> /s)	$0.66 \times 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-6}$
Conductividad térmica $\lambda$ (W/m°C)	1.6	1.633
Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2400	1440
Radio de la tubería $r_t$ (m)	0.02	---
Velocidad de flujo en la tubería $v$ (m/s)	0.03075	---
Capacidad calorífica específica $C_{ce}$ (J/kg°C)	670	1700
Longitud de la pila $H$ (m)	15.5	---
Radio de la pila $r_p$ (m)	0.4	---

La Figura 4.17 presenta los datos experimentales de temperaturas de salida de la pila de energía obtenidos de la prueba TRT y las temperaturas de salida calculadas con la modelación numérica.



Nota:  $a_s$  y  $\lambda_s$  son la difusividad térmica y la conductividad térmica del suelo, respectivamente,  $\lambda_c$  es la conductividad térmica del concreto de la pila de energía,  $T_{\text{inicial}}$  es la temperatura a la que se encontraba el medio antes de iniciar la prueba,  $T_{\text{entrada}}$  es el rango de temperaturas de entrada del fluido a la tubería durante toda la prueba,  $r_t$  es el radio de la tubería,  $L_b$  y  $r_b$  son la longitud y el radio de la pila de energía, respectivamente.

Figura 4.17. Resultados de temperaturas de salida medidos en la prueba TRT en la pila de energía y temperaturas de salida calculadas con el modelo numérico implementado.

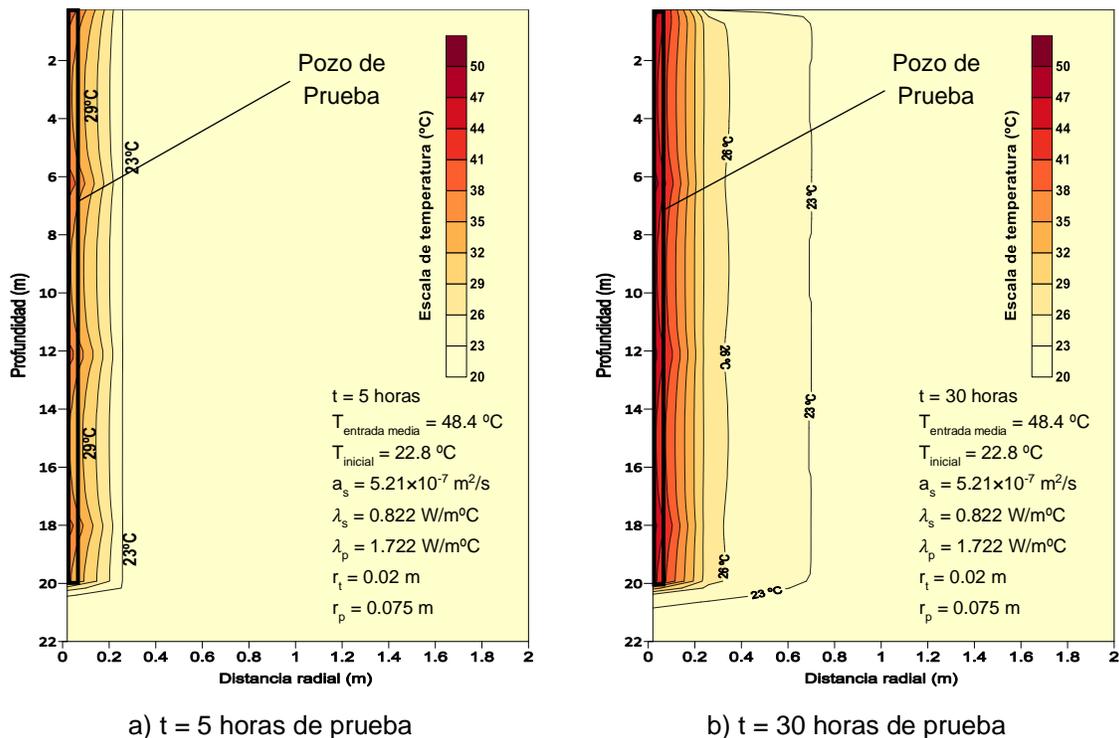
Como se puede observar en la gráfica de la Figura 4.17, los resultados obtenidos con el modelo numérico se ajustan de forma adecuada a los valores de temperatura de salida registrados en la prueba de respuesta térmica TRT ejecutada en la pila de energía.

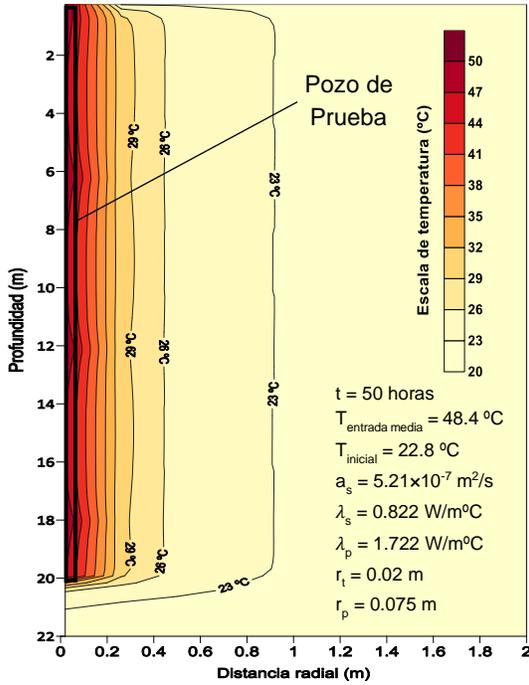
Los resultados anteriores, muestran que el modelo numérico implementado en esta investigación es capaz de reproducir de forma muy aproximada el fenómeno térmico presente en una pila de energía o en un pozo geotérmico en suelo.

### 4.3. Análisis de resultados de la modelación numérica de pruebas de respuesta térmica (TRT) en un pozo geotérmico y en una pila de energía

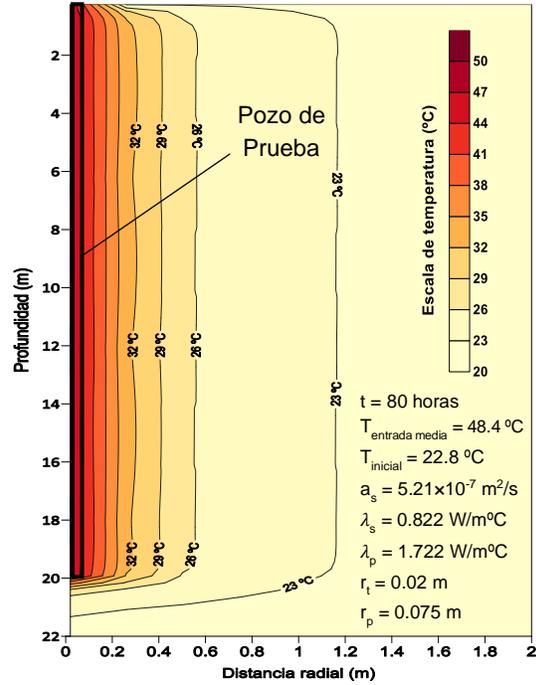
#### 4.3.1. Campos térmicos o mapas de isovalores de temperatura

Una vez reproducidas con modelos numéricos las pruebas de respuesta térmica (TRT, por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) ejecutadas *in situ* en un pozo geotérmico y en una pila de energía, es posible representar mediante mapas de isovalores la transferencia de calor o distribución de temperatura en el suelo alrededor del pozo geotérmico o de la pila de energía ensayados, como se muestra en la Figura 4.18 y en la Figura 4.19, respectivamente.



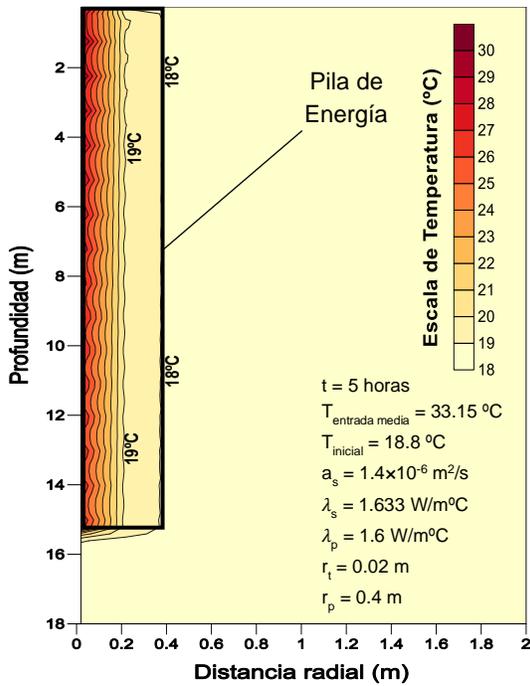


c) t = 50 horas de prueba

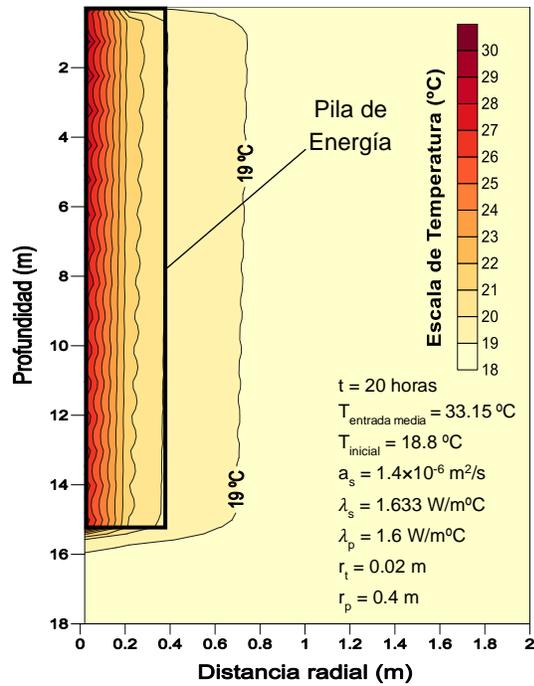


d) t = 80 horas de prueba

Figura 4.18. Distribución de temperatura en el suelo alrededor del pozo geotérmico ensayado.



a) t = 5 horas de prueba



b) t = 20 horas de prueba

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica

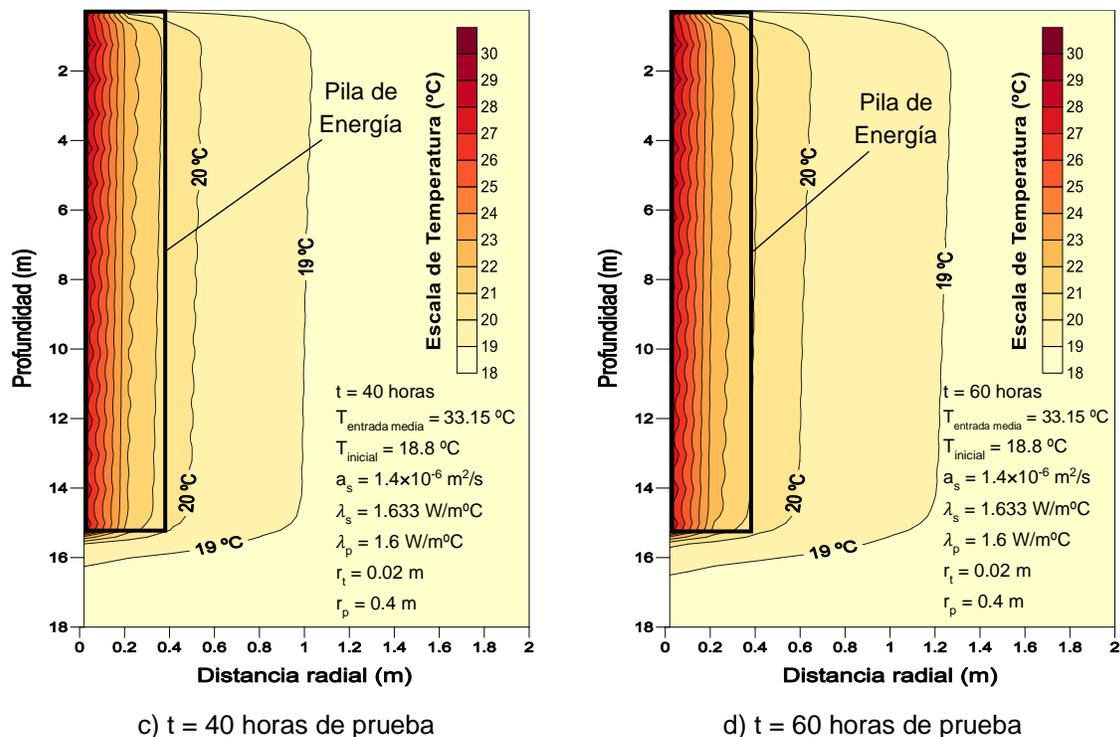


Figura 4.19. Distribución de temperatura en el suelo alrededor de la pila de energía ensayada.

En las Figuras anteriores,  $t$  es el tiempo transcurrido en horas después de iniciada la prueba,  $T_{\text{entrada media}}$  es la temperatura de entrada media del fluido en la tubería durante toda la prueba,  $T_{\text{inicial}}$  es la temperatura inicial a la que se encontraba el medio antes del inicio de la prueba,  $a_s$  y  $\lambda_s$  son la difusividad térmica y la conductividad térmica del suelo, respectivamente,  $\lambda_p$  es la conductividad térmica del relleno del pozo de prueba para la prueba en un pozo geotérmico, y la conductividad térmica del concreto para la prueba en una pila de energía,  $r_t$  es el radio de la tubería y  $r_p$  es el radio del pozo de prueba para la prueba en un pozo geotérmico y el radio de la pila de energía para la prueba ejecutada en esta estructura de concreto.

Los mapas de isovalores mostrados en la Figura 4.18 y en la Figura 4.19 se realizaron con ayuda del software SURFER 3D®, considerando los resultados de temperaturas obtenidas de los modelos numéricos implementados en esta tesis, los cuales, corresponden a distintos intervalos de tiempo de interés. En las figuras anteriores, se puede observar que la distribución de temperatura en el suelo (alrededor del pozo geotérmico o de la pila de energía) varía con el tiempo. Lo anterior, es muy importante tomarlo en cuenta para el diseño de estructuras termoactivas, como las pilas de energía.

Comparando la Figura 4.18 y la Figura 4.19, se distingue que en la prueba de respuesta térmica TRT en la pila de energía, la transferencia de calor en el suelo se realizó de una forma más rápida que en la prueba en el pozo geotérmico. Esto es que, en la pila de energía

a 60 horas de prueba (Figura 4.19d) el radio de interacción es de 1.2 m, mientras que, en el pozo geotérmico a 80 horas de prueba, el radio de interacción en el suelo apenas alcanza 1.2 m. Lo anterior se debe a que el suelo del sitio donde se localiza la pila de energía ensayada tiene un valor de conductividad térmica ( $1.633 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) mucho mayor que el valor de conductividad térmica del suelo en donde se ubica el pozo geotérmico ensayado ( $0.822 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ).

### **4.3.2. Efecto de distintas conductividades y difusividades térmicas en el suelo**

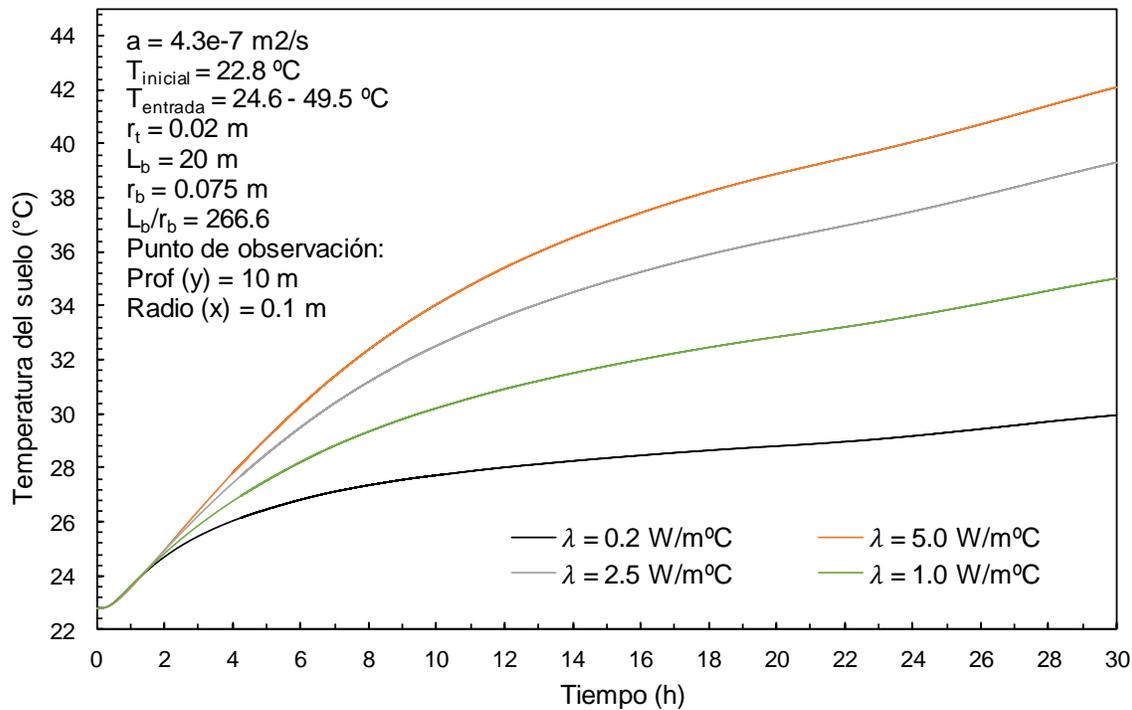
Adicionalmente, se realizaron análisis paramétricos para observar el efecto que tienen distintos valores de conductividad y difusividad térmica del suelo al momento de someterlo a una prueba de respuesta térmica TRT. Estos cálculos se realizaron utilizando el modelo numérico correspondiente a la prueba TRT en el pozo geotérmico, debido a que esta prueba no cuenta con concreto entre la tubería y el suelo (que es el caso de la prueba ejecutada en la pila de energía).

En los análisis se consideraron los mismos parámetros y dimensiones descritos previamente para la prueba de respuesta térmica TRT en el pozo geotérmico. El punto donde se realizan los cálculos corresponde a una profundidad de 10 metros (que es la mitad de la longitud total del pozo geotérmico de 20 metros), y a una distancia radial de 10 centímetros de la fuente de calor, es decir, de la tubería. Cabe mencionar que, en cada análisis realizado se asumieron las mismas temperaturas de entrada a la tubería, tanto para los cálculos donde se varió la conductividad térmica, como para los cálculos donde se varió la difusividad térmica.

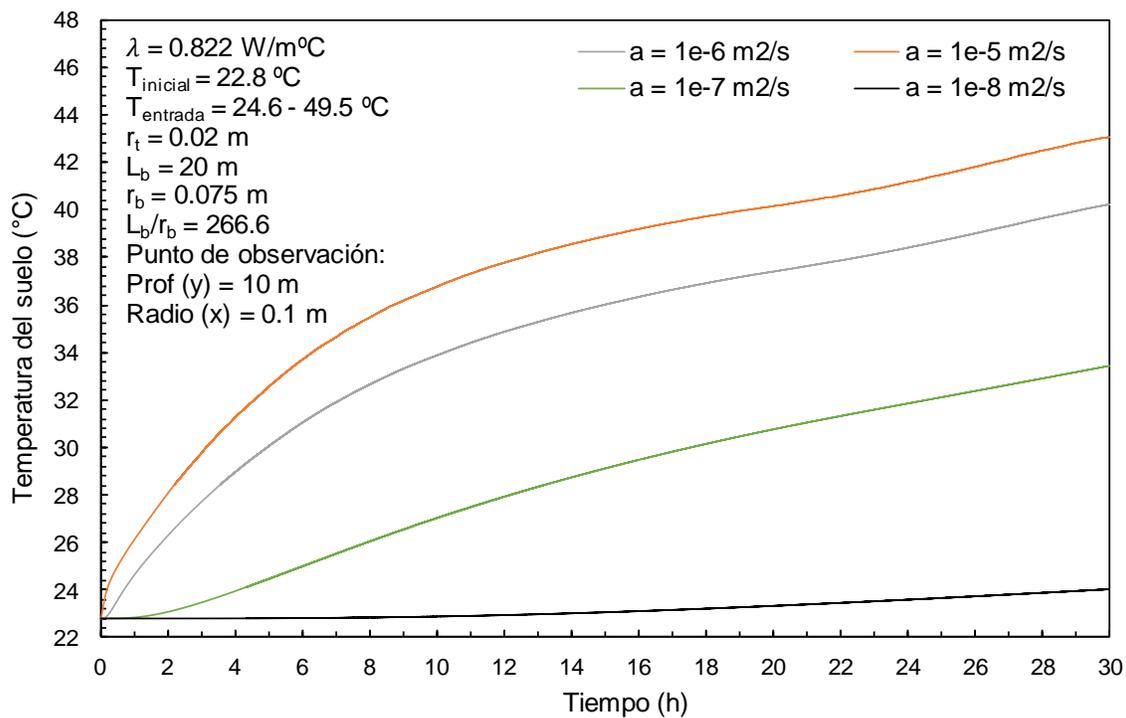
En un primer análisis paramétrico la conductividad térmica del suelo se hizo variar: 0.2, 1, 2.5 y  $5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  (Figura 4.20a). En un segundo análisis paramétrico la difusividad térmica se hizo variar:  $1 \times 10^{-8}$ ,  $1 \times 10^{-7}$ ,  $1 \times 10^{-6}$  y  $1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  (Figura 4.20b). Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.20a y Figura 4.20b, respectivamente.

En la Figura 4.20a se observa que, a mayor conductividad térmica de un suelo, su capacidad de transferencia de calor es más eficiente. No obstante, también alcanza temperaturas más altas, las cuales con el transcurso del tiempo igualmente aumentan.

4. Representación de pruebas de respuesta térmica en un suelo y en una pila de energía mediante modelación numérica



a)



b)

Nota:  $a$  es la difusividad térmica del suelo,  $T_{\text{inicial}}$  es la temperatura inicial del suelo antes del inicio de la prueba,  $\lambda$  es la conductividad térmica del suelo,  $r_t$  es el radio de la tubería,  $r_b$  es el radio del pozo de prueba y  $L_b$  es la longitud total del pozo de prueba.

Figura 4.20. Variación de la temperatura del suelo en función del tiempo para distintas: a) conductividades térmicas, b) difusividades térmicas.

En la Figura 4.20, se observa que a diferencia de las curvas obtenidas variando la conductividad térmica del suelo, la variación debida a distintas difusividades térmicas es más pronunciada. Teniendo como conclusión principal que, a mayor difusividad térmica, el suelo responde más rápido a la transferencia de calor provocada por una fuente de calor (que en este caso es la tubería en el pozo geotérmico). Adicionalmente, se distingue que el suelo con el valor de difusividad térmica más bajo ( $1 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ), a las 30 horas apenas comienza a reaccionar a la fuente de calor, mientras que, el suelo con un valor de difusividad térmica alto ( $1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ), a los primeros minutos de prueba comienza a permitir la transferencia de calor de forma prácticamente repentina. Por lo anterior, en proyectos donde disipar el calor a través del suelo sea fundamental, se deben considerar suelos con valores de difusividad térmica altos.



## 5. CONCLUSIONES GENERALES

El objetivo principal de esta tesis fue validar los resultados obtenidos en dos Pruebas de Respuesta Térmica TRT (por sus siglas en inglés *Thermal Response Test*) mediante modelaciones numéricas que permiten la solución simultánea de dos ecuaciones diferenciales parciales bajo diferentes condiciones iniciales y de frontera. La solución de estas ecuaciones proporciona la evolución de la temperatura dependiente del tiempo debido a la conducción de calor dentro de una pila de energía y en el suelo que la rodea. En esta investigación, se implementó un código en el Software Matlab® de diferencias finitas para la solución simultánea de dichas ecuaciones diferenciales parciales, que describen la transferencia de calor desde una pila o pozo geotérmico al suelo circundante con base en el modelo propuesto por Ghasemi-Fare y Basu (2013). Las pruebas TRT consideradas en este trabajo, se ejecutaron *in situ*, una en el Poniente de la CDMX en la primera pila de energía construida en el país, y la otra en el Edo. de México directamente en el suelo (en un pozo geotérmico).

En la parte inicial de este trabajo (Capítulo 1) se presentó una revisión bibliográfica sobre la oportunidad de aprovechar la energía geotérmica para disminuir o eliminar la necesidad del uso de Sistemas de Calefacción, Ventilación y Aire Acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés *Heating, Ventilation, and Air Conditioning*) de las edificaciones. Remarcando que el empleo de nuevas tecnologías como las cimentaciones termoactivas, reduce los impactos ambientales que los sistemas HVAC generan en la actualidad. En el Capítulo 2, se explicaron los conceptos teóricos que se requieren para el entendimiento del fenómeno de transferencia de calor en los suelos. Posteriormente, en el Capítulo 3 se describen las hipótesis y ecuaciones de las soluciones analíticas existentes más utilizadas para la modelación del comportamiento de transferencia de calor en un suelo, así como las ecuaciones e hipótesis de la modelación numérica implementada en este trabajo, con base en las investigaciones de Ghasemi-Fare y Basu (2013). En el Capítulo 4, se representan los resultados experimentales de las dos pruebas TRT realizadas a través del modelo numérico implementado en esta investigación. Finalmente, se llevaron a cabo curvas de isovalores, con las que es posible evaluar el impacto térmico radial del cambio de temperatura en el suelo en cualquier instante de tiempo de una prueba TRT, así como un análisis paramétrico con el que fue posible observar el efecto que tienen la conductividad y la difusividad térmica en el fenómeno de transferencia de calor en un suelo.

La validación de los datos experimentales obtenidos en ambas Pruebas de Respuesta Térmica TRT, se realizó numéricamente. Para lo cual, se programaron las ecuaciones del modelo numérico en un código implementado en lenguaje de programación Matlab®. El modelo numérico programado permitió representar el fenómeno térmico presente en el entorno de ambas Pruebas de Respuesta Térmica evaluadas (en la pila de energía y en el suelo), esto es, representar la transferencia de calor desde la fuente de calor (tubería) hasta el suelo circundante al pozo de prueba o pila de energía ensayada.

Las hipótesis simplificadoras que las soluciones analíticas contemplan, hacen que éstas sean una alternativa poco precisa para representar una Prueba de Respuesta Térmica real. Por lo que, la implementación de un modelo numérico como alternativa de análisis del proceso de transferencia de calor en suelos resulta eficiente, siempre y cuando se cuente con los suficientes requerimientos computacionales. En esta investigación, el tiempo máximo que duró una simulación fue 155 horas, correspondiente a la prueba de aproximadamente seis días en el pozo geotérmico. A partir de este número de horas (155), los recursos computacionales disponibles para este trabajo comenzaron a ser limitados. No obstante, el modelo aquí implementado permite modelar la transferencia de calor en suelos a mayores escalas de tiempo, mientras se disponga de los recursos computacionales apropiados.

A pesar de que la solución numérica desarrollada en este trabajo representó de forma adecuada las dos Pruebas de Respuesta Térmica TRT referidas, existen limitaciones para representar pruebas de más de una fuente de calor (pilas de energía o pozos geotérmicos) y de mayor tiempo (años). Por otra parte, el modelo numérico desarrollado en esta investigación, solamente reproduce el efecto de una fuente de calor en el suelo, es decir, sólo una prueba TRT a la vez. De forma que, si se requiere el estudio de la interacción entre elementos intercambiadores de calor contiguos de forma simultánea, resulta necesaria la implementación de otras metodologías o modelos numéricos más robustos. Cabe aclarar que, en este tipo de análisis se debe disponer de elevados recursos computacionales.

Con el modelo implementado en esta investigación, es posible determinar los radios de interacción térmica respecto al tiempo que los dispositivos intercambiadores de calor (estructuras termoactivas como las pilas de energía) permanecen dentro del suelo, es decir, durante toda su vida útil. Lo anterior, resulta de gran provecho para conocer el rango de impacto térmico potencial en la zona donde se ubican las cimentaciones termoactivas, considerando que la temperatura en el suelo tiende a incrementarse con el tiempo debido a la transferencia de calor de este tipo de estructuras. Como se demostró con los campos térmicos o mapas de isovalores de temperatura expuestos en el Inciso 4.3.1. Adicionalmente, los resultados permiten emitir los siguientes comentarios concluyentes:

- a) Las curvas de isovalores presentadas en este trabajo muestran que los radios de interacción tienden a aumentar en el tiempo, por lo que resulta importante realizar un análisis del comportamiento de varias fuentes de calor que trabajan simultáneamente entre sí.
- b) Los suelos con altos valores de conductividad y difusividad térmica favorecerán proyectos donde la transferencia de calor es importante, tales como estructuras termoactivas, el aislamiento de sistemas de transmisión subterráneo, el almacenamiento de desechos sólidos y radioactivos, entre otros.

La metodología de modelación numérica propuesta en este trabajo se prevé como una herramienta útil para la ingeniería geotécnica de nuestro país, no sólo para la validación de

los datos obtenidos experimentalmente a través de una Prueba de Respuesta Térmica *in situ*, sino también como un medio para realizar un mayor número de análisis del fenómeno de transferencia de calor en suelos, más económicos y en menor tiempo, particularmente cuando no se cuenta con los recursos económicos y materiales para realizar este tipo de pruebas *in situ*. Adicionalmente, esta investigación contribuye al conocimiento de este tema poco común en la ingeniería práctica, pero de gran utilidad para la implementación de estructuras termoactivas en México.

Finalmente, con base en los análisis realizados y el conocimiento acumulado tras la realización de este trabajo de investigación, se emiten las siguientes recomendaciones:

- Extender las modelaciones numéricas aquí efectuadas, mediante análisis paramétricos adicionales en los que se pueda observar la influencia de cada una de las propiedades térmicas del suelo en la transferencia de calor en los mismos debido a la presencia de estructuras termoactivas como las pilas de energía.
- Desarrollar modelos numéricos adicionales que permitan estudiar a largo plazo la interacción térmica entre varios dispositivos intercambiadores de calor o pilas de energía en el suelo.



## REFERENCIAS

- Abdelaziz, S.L, Olgun, C.G. y Martin, J.R. (2011). Design and operational considerations of geothermal energy piles. *Proceedings of Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering. ASCE Geotechnical Special Publication*, 211, 450-459.
- Abuel-Naga, H., Raouf, a. M. I., Raouf, M. I. N., y Nasser, A. G. (2015). Energy piles: current state of knowledge and design challenges. *Environmental Geotechnics*, 2(4), 195-210.
- Adam, D., y Markiewicz, R. (2009). Energy from earth-coupled structures, foundations, tunnels and sewers. *Géotechnique*, 59(3), 229-236.
- Akrouch, G. A., Briaud, J. L., Sánchez, M., y Yilmaz, R. (2016). Thermal Cone Test to Determine Soil Thermal Properties. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142(3), 1-12.
- Alrtimi, A., Rouainia, M., y Haigh, S. (2016). Thermal conductivity of a sandy soil. *Applied Thermal Engineering*, 106, 551-560.
- ASHRAE, H. A. S. H. (2011). HVAC applications handbook. *IP Edition*.
- ASTM. (2016). Standard Test Method for Determination of Thermal Conductivity of Soil and Soft Rock by Thermal Needle Probe Procedure. *ASTM D5334-14*, West Conshohocken, PA.
- ASTM. (2016). Standard Test Method for Steady-State Heat Flux Measurements and Thermal Transmission Properties by Means of the Guarded-Hot-Plate Apparatus. *ASTM C177-13*, West Conshohocken, PA.
- ASTM. (2016). Standard Test Method for Steady-State Thermal Transmission Properties by Means of the Heat Flow Meter Apparatus. *ASTM C518-15*, West Conshohocken, PA.
- Banks, D. (2012). An introduction to thermogeology: ground source heating and cooling [Segunda edición]. *West Sussex. John Wiley & Sons, Ltd*.
- Barba-Galdámez, D. F. (2018). Estudio del comportamiento de estructuras termoactivas con énfasis en pilas de energía (Tesis de maestría). *Universidad Nacional Autónoma de México. México*.
- Barry-Macaulay, D., Bouazza, A., Singh, R. M., Wang, B., y Ranjith, P. G. (2013). Thermal conductivity of soils and rocks from the Melbourne (Australia) region. *Engineering Geology*, 164, 131-138.

- Bear, J. (2013). *Dynamics of fluids in porous media*. Courier Corporation.
- Bejan, A. (2013). *Convection heat transfer*. John Wiley & Sons.
- Bernier, M. A. (2001). Ground-coupled heat pump system simulation. *ASHRAE Transactions* 106(1): 605-616
- Brandl, H. (2006). Energy foundations and other thermo-active ground structures. *Géotechnique*, 56(2), 81-122.
- Change, I. C. (2014). Mitigation of climate change. *Contribution of Working Group III to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, 1454.
- Cimmino, M., y Bernier, M. (2014). A semi-analytical method to generate g-functions for geothermal bore fields. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 70, 641-650.
- Claesson, J., y Eskilson, P. (1988). Conductive heat extraction to a deep borehole: Thermal analyses and dimensioning rules. *Energy*, 13(6), 509-527.
- Clarke, B.G., Agab, A., y Nicholson, D. (2008). Model specification to determine thermal conductivity of soils. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Geotechnical Engineering*, 161(3), 161-168.
- Courant, R., Friedrichs, K., y Lewy, H. (1967). On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM journal of Research and Development*, 11(2), 215-234.
- De Moel, M., Bach, P. M., Bouazza, A., Singh, R. M., y Sun, J. O. (2010). Technological advances and applications of geothermal energy pile foundations and their feasibility in Australia. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(9), 2683–2696.
- De Vries, D. A. (1963). Thermal properties of soil. *Physics of Plant Environment*. Amsterdam. W. R. van Wijk.
- Eskilson, P. (1987). Thermal analysis of heat extraction boreholes (Tesis doctoral). *University of Lund, Sweden*.
- Farouki, O. T. (1981). Thermal properties of soils. CRREL Monograph 81-1. Hanover, NH. *United States Army Corps of Engineers, Cold Regions Research and Engineering Laboratory*.
- Freitas, R. (2014). Thermal and Thermal-Mechanical Analysis of Thermo-Active Pile Foundations Civil Engineering. *Tesis de maestría en el Instituto Superior Técnico de Lisboa*.

- Gehlin, S. E., y Hellstrom, G. (2003). Comparison of four models for thermal response test evaluation. *ASHRAE transactions*, 109, 131.
- Ghasemi-Fare, O., y Basu, P. (2013). A practical heat transfer model for geothermal piles. *Energy and Buildings*, 66, 470-479.
- Gustafsson, S. E. (1991). Transient plane source techniques for thermal conductivity and thermal diffusivity measurements of solid materials. *Review of scientific instruments*, 62(3), 797-804.
- Hellstrom, G. A. J. (1991). Ground heat storage: Thermal analyses of duct storage systems. *Department of Mathematical Physics*. University of Lund, Sweden.
- Hyunjun, O. (2014). Thermal Resistivity Dry-Out Curve for Thirteen Sandy Soils. *Master of Science, University of Wisconsin-Madison*.
- Ingersoll, L. R. y Plass, H. J. (1948). Theory of the ground pipe heat source for the heat pump. *Heating, Piping & Air Conditioning* 20(7): 119-122.
- Ingersoll, L. R., Zobel, O. J. y Ingersoll, A. C. (1954). Heat conduction with engineering, geological and other applications. *McGraw-Hill*, New York.
- Javed, S., Fahlén, P., y Claesson, J. (2009). Vertical ground heat exchangers: a review of heat flow models. In *Effstock 2009-Stockholm, Sweden, 2009-06-14--17. Proceedings vol. CD-proceedings*.
- Johansen. O. (1975). Thermal conductivity of soils (Tesis doctoral). *US Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory*. Hanover, New Hampshire.
- Jumikis, A. R. (1977). Thermal Geotechnics. *New Jersey. Rutgers University Press*.
- Kavanaugh, S. P. (1985). Simulation and experimental verification of vertical ground-coupled heat pump systems. Doctoral tesis. *Oklahoma State University, USA*.
- Kavanaugh, S. P., y Rafferty, K. (1997). Ground-source heat pumps: Design of geothermal systems for commercial and institutional buildings. Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers. *Inc., Atlanta, GA*.
- Kelvin, T. W. (1882). Mathematical and physical papers. *Cambridge University Press, London*.
- Lamarche, L., Kaji, S., y Beauchamp, B. (2010). A review of methods to evaluate borehole thermal resistances in geothermal heat-pump systems. *Geothermics*, 39(2), 187-200.

- L'Ecuyer, M., Zoi, C., y Hoffman, J. S. (1993). Space conditioning: the next frontier: the potential of advanced residential space conditioning technologies for reducing pollution and saving consumers money. *Office of Air and Radiation, US Environmental Protection Agency*.
- Lee, C. K. (2011). Effects of multiple ground layers on thermal response test analysis and ground-source heat pump simulation. *Applied Energy*, 88(12), 4405-4410.
- Lee, C. K., y Lam, H. N. (2012). A modified multi-ground-layer model for borehole ground heat exchangers with an inhomogeneous groundwater flow. *Energy*, 47(1), 378-387.
- Li, M., Li, P., Chan, V., y Lai, A. C. (2014). Full-scale temperature response function (G-function) for heat transfer by borehole ground heat exchangers (GHEs) from sub-hour to decades. *Applied Energy*, 136, 197-205.
- Li, M., y Lai, A. C. (2012). New temperature response functions (G functions) for pile and borehole ground heat exchangers based on composite-medium line-source theory. *Energy*, 38(1), 255-263.
- Li, M., y Lai, A. C. (2015). Review of analytical models for heat transfer by vertical ground heat exchangers (GHEs): A perspective of time and space scales. *Applied Energy*, 151, 178-191.
- López-Acosta, N. P., Barba-Galdámez, D. F. y Sánchez-Castilla, M. (2017). Analogías entre flujo de agua y calor en suelos, y su importancia en las estructuras termoactivas. *Revista Ingeniería y Tecnología, Facultad de Ingeniería, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, BUAP*. Año 13, No. 26, abril-septiembre 2017. ISSN 2007-1876. pp. 149-161.
- López-Acosta, N. P., Barba-Galdámez, D. F., Pereira, J. M., y Paniagua, W. (2017). Pilas de energía. En W. Paniagua (Ed.). *Ingeniería de cimentaciones profundas*. México. *Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica*. 565-607.
- Loveridge, F. (2012). The thermal performance of foundation piles used as heat exchangers in ground energy systems (Tesis doctoral). *Faculty of Engineering and the Environment. University of Southampton, UK*.
- Loveridge, F., y Powrie, W. (2013). Pile heat exchangers: thermal behaviour and interactions. *Proceedings of the ICE - Geotechnical Engineering*, 166, 178-196.
- Loveridge, F., y Powrie, W. (2013). Temperature response functions (G-functions) for single pile heat exchangers. *Energy*, 57, 554-564.

- Low, J. E., Loveridge, F., Powrie, W., y Nicholson, D. (2015). A comparison of laboratory and in-situ methods to determine soil thermal conductivity for energy foundations and other ground heat exchanger applications. *Acta Geotechnica*, 10(2), 209-218.
- Lu, L., Cai, W., Xie, L., Li, S., y Soh, Y. C. (2005). HVAC system optimization—in-building section. *Energy and Buildings*, 37(1), 11-22.
- Lund, J. W., Freeston, D.H. y Boyd, T. L. (2011). Direct utilization of geothermal energy 2010 worldwide review. *Geothermics*, 40, 159-180.
- Man, Y., Yang, H., Diao, N., Liu, J., y Fang, Z. (2010). A new model and analytical solutions for borehole and pile ground heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(13-14), 2593-2601.
- Marcotte, D., y Pasquier, P. (2014). Unit-response function for ground heat exchanger with parallel, series or mixed borehole arrangement. *Renewable energy*, 68, 14-24.
- Maxwell, J. C. (1873). A Treatise on Electricity and Magnetism. *Clarendon Press. Oxford*.
- Menéndez, K. H., Escamilla, A. C., Barrio, M. I. P., y Pérez, I. M. (2018). Influencia de los ciclos térmicos en el comportamiento mecánico del hormigón de estructuras termoactivadas. *DYNA*, 93(2), 186-191.
- Oh, H., Yao, J., Tinjum, J. M., y Likos, W. J. (2014). Thermal resistivity dry-out curves for three sandy soils. *Geo-Congress 2014: Geo-characterization and Modeling for Sustainability*, 2795-2803.
- Pietrak, K., y Wiśniewski, T. (2015). A review of models for effective thermal conductivity of composite materials. *Journal of Power Technologies*, 95(1), 14-24.
- Portillo-Arreguín, D. M. (2019). Determinación experimental de las propiedades térmicas del suelo en ex-Lago de Texcoco. Tesis de Licenciatura. *Facultad de Ingeniería de la UNAM*.
- Radhakrishna, H. S., Chu, F. Y. y Boggs, S. A. (1980). Thermal Stability and its Prediction in Cable Backfill Soils. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (3), 856-867.
- Rangel-Serratos, E. A., López-Acosta, N. P., Barba-Galdámez, D. F. (En Revisión 2021). Implementación de una columna colgante para la determinación experimental de las propiedades hidráulicas y térmicas de suelos parcialmente saturados. *Memorias de la XXVII Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica*. SMIG (16 al 19 de marzo 2021). Plataforma Online.

- Rawlings, R. H. D., y Sykulski, J. R. (1999). Ground source heat pumps: A technology review. *CIBSE A: Building Serv. Eng. Res. Technol*, 20(3), 119-129.
- Rivera-Martínez, A.M. (2021). *Diseño e implementación de un equipo de respuesta térmica (TRT) para la determinación de las propiedades térmicas de los suelos*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Salomone, L. A., y Kovacs, W. D. (1984). Thermal resistivity of soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(3), 375-389.
- Secretaría de Energía (SENER). (2018). Balance nacional de energía 2018. Disponible en: <https://www.gob.mx/sener/documentos/balance-nacional-de-energia>.
- Tarnawski, V. R., Gori, F., Wagner, B., y Buchan, G. D. (2000). Modeling approaches to predicting thermal conductivity of soils at high temperatures. *International Journal of Energy Research*, 24, 403–423.
- United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC). (2005). Kyoto Protocol. Disponible en: [https://unfccc.int/kyoto\\_protocol](https://unfccc.int/kyoto_protocol).
- Vieira, A., Alberdi-Pagola, M., Christodoulides, P., Javed, S., Loveridge, F., Nguyen, F., Cecinato, F., Maranha, J., ..., Radioti, G. (2017). Characterisation of ground thermal and thermo-mechanical behaviour for shallow geothermal energy applications. *Energies*, 10(12), 2044.
- Wiener, O. (1912). Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung. *Abhandlungen der Sächsischen Gesellschaft der Akademischen Wissenschaften in Mathematik und Physik*, 32, 507-604.
- Zaragoza Cardiel, A. I. (2020). Determinación experimental de las propiedades térmicas e hidráulicas de Paraíso, Tabasco. Tesis para obtener el título de ingeniero civil (UNAM).
- Zeng, H. Y., Diao, N. R., y Fang, Z. H. (2002). A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchangers. *Heat Transfer—Asian Research: Co-sponsored by the Society of Chemical Engineers of Japan and the Heat Transfer Division of ASME*, 31(7), 558-567.

## ANEXO I. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA PRUEBA DE RESPUESTA TÉRMICA EN UN POZO GEOTÉRMICO (EN SUELO)

A continuación, se presenta el código numérico desarrollado en esta investigación para la reproducción de una prueba experimental TRT en un pozo geotérmico (en suelo). La finalidad es poner a disposición de las personas interesadas este código para su futura utilización. El código fue programado en el Software Matlab®.

```
%MODELO PARA q=VARIABLE

%Datos Generales
Tini=22.8; %°C
Dt=1; %s
Dr=0.02; %m
Dz=0.25; %m
%q=109.96; %W/m --> En este caso es variable

LONG=20; %m
R=2; %m
Z=24; %m

%Propiedades físicas
  %Tubería/fluido
    rt=0.02; %m
    DenF=999; %kg/m3
    Cpf=4190; %J/kg°C
    v=0.2387; %m/s
  %Suelo
    as=4.5e-7; %m2/s
    ks=0.822; %W/m°C
    DenS=1440; %kg/m3
    CceS=1824; %J/kg°C
  %Relleno del pozo de prueba
    ac=1.4e-7; %m2/s
    kc=1.722; %W/m°C
    DenC=1876.6; %kg/m3
    CceC=1700; %J/kg°C

%-----Temperaturas de entrada experimentales-----

Dt_diez=xlsread('TempsalidaSD.xlsx','Dt=10s');
Delta=10;
Dt_dos=zeros(length(Dt_diez)*Delta,1);

Dif=(Dt_diez(2)-Dt_diez(1))/Delta;

for k=Delta-1:-1:1
    Dt_dos(Delta-k)=Dt_diez(1)-k*Dif;
end
```

Anexo I. Código de programación del modelo numérico de una prueba de respuesta térmica en un pozo geotérmico (en suelo)

---

```
for i=1:1:length(Dt_diez)-1

    Dif=(Dt_diez(i+1)-Dt_diez(i))/Delta;

    for j=0:1:Delta-1
        Dt_dos(i*Delta+j)=Dt_diez(i)+j*Dif;
    end

end

Dt_dos(length(Dt_diez)*Delta)=Dt_diez(length(Dt_diez));

%Matriz inicial
%96Fx100C
Mat_inicial=ones(96,100);
Mat_inicial=Mat_inicial.*Tini;
%Mat_inicial(1,1)=Tentrada;
Mat_inicial(1,1)=Dt_dos(1);
A={Mat_inicial}; %Se agrega la Mat_inicial a la lista

TiempoPrueba=2.5;%h

MatrizListas={A};

for b=1:1:60    %Una unidad equivale a 2.5 horas de prueba

    if b~=1
        A=MatrizListas{b-1}(TiempoPrueba*3600+1);
    end

    for t=1:1:(TiempoPrueba*3600)

        Modelo_tn=ones(96,100);
        Modelo_tn=Modelo_tn.*Tini;
        %Modelo_tn(1,1)=Tentrada;
        Modelo_tn(1,1)=Dt_dos(TiempoPrueba*3600*(b-1)+t+1);
        A{t+1}=Modelo_tn;

        %Tubería - Matriz (1)
        for j=2:1:80
            i=1;
            A{t+1}(j,i)=A{t}(j,i)+((v*(Dt/Dz))* (A{t}(j-1,i)-
A{t}(j,i)))+(((2*kc*Dt)/(DenF*Cpf*(i*Dr)*Dr))* (A{t}(j,i+1)-A{t}(j,i)));
        end

        %M3 - Transferencia de calor en el concreto de la pila de energía
- Matriz (3)
        for u=2:1:80    %=j
            for h=2:1:6    %=i
                A{t+1}(u,h)=A{t}(u,h)+((ac*Dt)* ((A{t}(u,h-1)-
(2*A{t}(u,h))+A{t}(u,h+1))/(Dr*Dr))+ (A{t}(u,h+1)-
```

```

A{t}(u,h))/(h*Dr*Dr))+((A{t}(u-1,h)-
(2*A{t}(u,h))+A{t}(u+1,h))/(Dz*Dz)))));
    end
end

%M4 - Cambio de material de concreto a suelo parte lateral -
Matriz (4)
for n=2:1:80 %=j
    m=7; %=i
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m-1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M5.1 - Cambio de material de concreto a suelo parte de abajo -
Matriz (5.1)
for m=1 %=i
    n=81; %=j
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M5 - Cambio de material de concreto a suelo parte de abajo -
Matriz (5)
for m=2:1:7 %=i
    n=81; %=j
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m-1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M6.1 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio bajo la
pila de energía - Matriz (6.1)
for z=82:1:95 %=j

```

Anexo I. Código de programación del modelo numérico de una prueba de respuesta térmica en un pozo geotérmico (en suelo)

---

```
w=1;  %=i
A{t+1}(z,w)=A{t}(z,w)+((as*Dt)*((A{t}(z-1,w)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z+1,w))/(Dz*Dz)))));
end

%M6 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio bajo la pila
de energía - Matriz (6)
for z=82:1:95  %=j
    for w=2:1:7  %=i
        A{t+1}(z,w)=A{t}(z,w)+((as*Dt)*((A{t}(z,w-1)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z,w+1))/(Dr*Dr))+((A{t}(z,w+1)-
A{t}(z,w))/(w*Dr*Dr))+((A{t}(z-1,w)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z+1,w))/(Dz*Dz)))));
        end
    end
end

%M7 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio al lateral
de la pila de energía - Matriz (7)
for f=2:1:95  %=j=z
    for e=8:1:99  %=i=w
        A{t+1}(f,e)=A{t}(f,e)+((as*Dt)*((A{t}(f,e-1)-
(2*A{t}(f,e))+A{t}(f,e+1))/(Dr*Dr))+((A{t}(f,e+1)-
A{t}(f,e))/(e*Dr*Dr))+((A{t}(f-1,e)-
(2*A{t}(f,e))+A{t}(f+1,e))/(Dz*Dz)))));
        end
    end
end

end

MatrizListas{b}=A;

end
```

## ANEXO II. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA PRUEBA DE RESPUESTA TÉRMICA EN UNA PILA DE ENERGÍA

A continuación, se presenta el código numérico desarrollado en esta investigación para la reproducción de la prueba experimental TRT en una pila de energía. La finalidad es poner a disposición de las personas interesadas este código para su futura utilización. El código fue programado en el Software Matlab®.

```
%MODELO PARA q=VARIABLE

%Datos Generales
Tini=18.8; %°C
Dt=2; %s
Dr=0.02; %m
Dz=0.25; %m
%q=109.96; %W/m --> En este caso es variable

LONG=15.5; %m
R=4; %m
Z=20; %m

%Propiedades físicas
%Tubería/fluido
rt=0.02; %m
DenF=999; %kg/m3
Cpf=4190; %J/kg°C
v=0.03075; %m/s
%Suelo
as=1.4e-6; %m2/s
ks=1.633; %W/m°C
DenS=1440; %kg/m3
CceS=1700; %J/kg°C
%Relleno del pozo de prueba
ac=0.66e-6; %m2/s
kc=1.6; %W/m°C
DenC=2400; %kg/m3
CceC=670; %J/kg°C

%-----Temperaturas de entrada experimentales-----

Dt_diez=xlsread('Tempsalida.xlsx','Dt=10s');
Delta=5;
Dt_dos=zeros(length(Dt_diez)*Delta,1);

Dif=(Dt_diez(2)-Dt_diez(1))/Delta;

for k=Delta-1:-1:1
    Dt_dos(Delta-k)=Dt_diez(1)-k*Dif;
```

Anexo II. Código de programación del modelo numérico de una prueba de respuesta térmica en una pila de energía

---

```
end

for i=1:1:length(Dt_diez)-1

    Dif=(Dt_diez(i+1)-Dt_diez(i))/Delta;

    for j=0:1:Delta-1
        Dt_dos(i*Delta+j)=Dt_diez(i)+j*Dif;
    end

end

Dt_dos(length(Dt_diez)*Delta)=Dt_diez(length(Dt_diez));

%Matriz inicial
%80Fx200C
Mat_inicial=ones(80,200);
Mat_inicial=Mat_inicial.*Tini;
%Mat_inicial(1,1)=Tentrada;
Mat_inicial(1,1)=Dt_dos(1);
A={Mat_inicial}; %Se agrega la Mat_inicial a la lista

TiempoPrueba=2.5;%h

MatrizListas={A};

for b=1:1:12 %Una unidad equivale a 5 horas de prueba

    if b~=1
        A=MatrizListas{b-1}(TiempoPrueba*3600+1);
    end

    for t=1:1:(TiempoPrueba*3600)

        Modelo_tn=ones(80,200);
        Modelo_tn=Modelo_tn.*Tini;
        %Modelo_tn(1,1)=Tentrada;
        Modelo_tn(1,1)=Dt_dos(TiempoPrueba*3600*(b-1)+t+1);
        A{t+1}=Modelo_tn;

        %Tubería - Matriz (1)
        for j=2:1:61
            i=1;
            A{t+1}(j,i)=A{t}(j,i)+((v*(Dt/Dz))* (A{t}(j-1,i)-
A{t}(j,i)))+(((2*kc*Dt)/(DenF*Cpf*(i*Dr)*Dr))* (A{t}(j,i+1)-A{t}(j,i)));
        end

        %M3 - Transferencia de calor en el concreto de la pila de energía
        - Matriz (3)
        for u=2:1:61 %=j
            for h=2:1:14 %=i
                A{t+1}(u,h)=A{t}(u,h)+((ac*Dt)*((A{t}(u,h-1)-
(2*A{t}(u,h))+A{t}(u,h+1))/(Dr*Dr))+((A{t}(u,h+1)-
```

```

A{t}(u,h))/(h*Dr*Dr))+((A{t}(u-1,h)-
(2*A{t}(u,h))+A{t}(u+1,h))/(Dz*Dz)))));
    end
end

%M4 - Cambio de material de concreto a suelo parte lateral -
Matriz (4)
for n=2:1:61  %=j
    m=15;  %=i
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m-1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M5.1 - Cambio de material de concreto a suelo parte de abajo -
Matriz (5.1)
for m=1  %=i
    n=62;  %=j
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M5 - Cambio de material de concreto a suelo parte de abajo -
Matriz (5)
for m=2:1:15  %=i
    n=62;  %=j
    A{t+1}(n,m)=A{t}(n,m)+(((Dt*(((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2)))/((((m*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*DenC*CceC+((((m+1)*Dr)^2)-
((m*Dr)^2))*DenS*CceS))*(((1/(m*Dr))*(((ks*(m+1)*Dr)*(A{t}(n,m+2)-
A{t}(n,m+1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))-((kc*(m-1)*Dr)*(A{t}(n,m)-
A{t}(n,m-1)))/((m+2)*Dr)-((m+1)*Dr)))))/((m+1)*Dr)-((m-
1)*Dr)))+((((((m+1)*Dr)^2)-((m*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))*ks)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))+((((((m*Dr)^2)-((m-
1)*Dr)^2))/((((m+1)*Dr)^2)-((m-1)*Dr)^2))*kc)*(A{t}(n-1,m)-
(2*A{t}(n,m))+A{t}(n+1,m))/(Dz*Dz)))));
    end

%M6.1 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio bajo la
pila de energía - Matriz (6.1)
for z=63:1:79  %=j

```

Anexo II. Código de programación del modelo numérico de una prueba de respuesta térmica en una pila de energía

---

```
w=1;  %=i
A{t+1}(z,w)=A{t}(z,w)+((as*Dt)*((A{t}(z-1,w)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z+1,w))/(Dz*Dz)))));
end

%M6 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio bajo la pila
de energía - Matriz (6)
for z=63:1:79  %=j
    for w=2:1:15  %=i
        A{t+1}(z,w)=A{t}(z,w)+((as*Dt)*((A{t}(z,w-1)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z,w+1))/(Dr*Dr))+((A{t}(z,w+1)-
A{t}(z,w))/(w*Dr*Dr))+((A{t}(z-1,w)-
(2*A{t}(z,w))+A{t}(z+1,w))/(Dz*Dz)))));
        end
    end
end

%M7 - Transferencia de calor en el suelo mismo medio al lateral
de la pila de energía - Matriz (7)
for f=2:1:79  %=j=z
    for e=16:1:199  %=i=w
        A{t+1}(f,e)=A{t}(f,e)+((as*Dt)*((A{t}(f,e-1)-
(2*A{t}(f,e))+A{t}(f,e+1))/(Dr*Dr))+((A{t}(f,e+1)-
A{t}(f,e))/(e*Dr*Dr))+((A{t}(f-1,e)-
(2*A{t}(f,e))+A{t}(f+1,e))/(Dz*Dz)))));
        end
    end
end

end

MatrizListas{b}=A;

end
```