



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Estimación de parámetros reológicos
para espuma de perforación
utilizando redes neuronales
artificiales**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Erik Alejandro Gómez Pérez

DIRECTORA DE TESIS

Quím. Hernández Álvarez Rosa de Jesús



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, mi alma mater, y la Facultad de Ingeniería, mi segundo hogar, por otorgarme los instrumentos necesarios para mi formación profesional desde la educación media superior.

Al Instituto Mexicano de Petróleo (IMP) por aceptarme en su programa de becarios, proporcionarme las herramientas necesarias para la realización de esta tesis y brindarme la oportunidad de desarrollar aptitudes y habilidades como investigador.

A la Gerencia de Perforación y Terminación por cobijarme durante toda mi instancia dentro del IMP; a mis asesores de tesis: M.I. Galicia Mabel Acosta Gárate, Dr. Federico Gutierrez Coria y al M.I. Gustavo Espinosa Castañeda quienes estuvieron a lo largo de este trayecto.

A mis compañeros becarios del IMP: Luis, Nicanor, Perla, Martha, Citlalli, Alexa, Salvador, Adalberto, Monse, Michelle, Diana, Jordan y varios más con los que compartí muchos momentos especiales.

A mi jurado conformado por la Dra. Ana Paulina Gomora Figueroa, el Dr. Erick Emanuel Luna Rojero, el Ing. Daniel Marure Valdez, Ing. Rubén Miranda Arias y Ing. Mario Rosas Rivero. Así mismo, dar un agradecimiento muy especial a la Quím. Rosa del Jesús Hernández Álvarez quien amablemente accedió a ser mi asesora.

Y a mis compañeros de la Facultad de Ingeniería que, a pesar de saber que mi mente, alma y corazón siempre fueron por otro camino, ajeno y distante, estuvieron conmigo a lo largo de todo este proceso: Alejandra, Ana, Miguel, Leynes, Mónica, Alma, Memo, Eliot, Alejandro, Giovanni y todos aquellos con los que me relacioné y entablé una buena amistad.

Dedicatoria

A mi madre, Maritza, quien es y será una fuente inagotable de inspiración. Además, ha sido mi consejera en los puntos más álgidos de mi vida y un apoyo moral cuando las cosas no marchaban correctamente. Le agradezco a Dios por tenerla a mi lado y porque haya confiado en mí hasta este punto.

A mi hermano, Alberto, con quien he vivido momentos increíbles y también hemos procurado el bienestar mutuo. Ahora tengo la dicha de compartir esta nueva etapa de mi vida a su lado.

A mi abuelo, Mario, quien me compartió incontables enseñanzas y consejos hasta antes de su partida. Me mostró el camino recto de la vida y la importancia del estudio para sobresalir en la vida. Sus recuerdos vivirán ahora en mi memoria y mi corazón.

A mi abuela, Andrea, por su paciencia para conmigo y de proporcionarme el apoyo necesario para mis estudios y mi desarrollo profesional.

Y a mi familia quienes confiaron en mí cada instante y deseaban impacientes que llegara el día en que me vieran como ingeniero.

Contenido

Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XV
Introducción.....	XVII
Capítulo 1. Generalidades de las Redes Neuronales Artificiales (RNA)	19
1.1 Antecedentes.....	19
1.2 De lo biológico a lo artificial	20
1.2.1 La doctrina neuronal.....	20
1.2.2 Fundamentos de las redes neuronales biológicas	21
1.2.3 Modelo de neurona artificial	26
1.2.4 Analogía redes neuronales biológicas – redes neuronales artificiales	28
1.3 Conceptos y elementos de las RNA	29
1.3.1 Definición de las RNA	29
1.3.2 Elementos básicos de las RNA	31
1.3.3 Tipos de funciones de la RNA.....	31
1.3.4 Arquitectura de una RNA.....	34
1.3.5 Aprendizaje de una RNA.....	37
1.3.6 Algoritmo de retropropagación (<i>backpropagation</i>)	41
1.4 Aplicaciones de las Redes neuronales	44
1.4.1 Aplicaciones en la industria petrolera.....	45
Capítulo 2. Descripción de las espumas utilizados para la perforación de pozos	47
2.1 Definición de una espuma	47
2.2 Importancia de las espumas en la industria petrolera.....	48
2.3 Características de las espumas.....	48

2.3.1	Calidad	49
2.3.2	Relación gas – líquido	51
2.3.3	Arreglo de fases	51
2.3.4	Tensión superficial	52
2.3.5	Tamaño de las burbujas	52
2.3.6	Textura de la espuma.....	52
2.3.7	Estabilidad de una espuma	53
2.3.8	Contenido de sólidos.....	53
2.4	Propiedades de un fluido de perforación espumado.....	54
2.5	Reología	59
2.5.1	Modelos reológicos	59
2.5.2	Reología de espumas	62
2.5.3	Modelos empíricos para la reología de espumas	63
2.5.4	Importancia de la reología en operaciones de perforación.....	71
Capítulo 3. Metodología empleada para la estimación de parámetros reológicos		73
3.1	Metodología	73
Capítulo 4. Aplicación.....		81
4.1	Primer caso de estudio: Calidad al 72 %	81
4.1.1	Descripción del fluido	81
4.1.2	Recopilación de información	81
4.1.3	Procesamiento de la información	82
4.1.4	Diseño y entrenamiento de la red.....	83
4.1.5	Determinación del error promedio	85
4.1.6	Selección de la red.....	85
4.2	Segundo caso de estudio: Condiciones variables.....	86
4.2.1	Recopilación de la información.....	86

4.2.2	Procesamiento de la información	87
4.2.3	Diseño y entrenamiento de la red.....	88
4.2.4	Determinación del error promedio	88
4.2.5	Selección de la red.....	89
Capítulo 5.	Análisis de resultados	91
5.1	Primer caso de estudio	91
5.2	Segundo caso de estudio	96
5.3	Comparación de datos experimentales – modelos empíricos.....	102
	Conclusiones y recomendaciones.....	107
	Bibliografía	109

Índice de figuras

Figura 1.1 Dibujos sobre el estudio de neuronas de Santiago Ramón y Cajal (De Felipe, 2005).	21
Figura 1.2 Representación esquemática de una neurona y sus conexiones (Boron & Boulpaep, 2017).	23
Figura 1.3 Sinapsis química entre neuronas. Vesículas sinápticas liberando neurotransmisores.	24
Figura 1.4 Modelo general de una red neuronal (Ripoll, 2014).	26
Figura 1.5 Modelo de una neurona artificial.	27
Figura 1.6 Modelo de una neurona artificial tomando el <i>bias</i> como entrada.	28
Figura 1.7 (a) Estructura de una neurona. (b) Estructura de una neurona artificial (Flasiński, 2016).	29
Figura 1.8 a) Función escalón con rango [1,-1]. b) Función escalón con rango [1,0].	32
Figura 1.9 Función lineal.	33
Figura 1.10 Función tangente hiperbólica.	33
Figura 1.11 Función sigmoide.	34
Figura 1.12 Taxonomía de las arquitecturas con las redes más importantes (Jain et al., 1996).	35
Figura 1.13 Esquema básico de RNA (Alzate et al., 2014).	36
Figura 1.14 Red monocapa.	36
Figura 1.15 Red multicapa.	37
Figura 1.16 Aprendizaje supervisado (MathWorks, 1994).	39
Figura 1.17 Aprendizaje no supervisado.	39
Figura 1.18 Esquema <i>backpropagation</i>	42
Figura 1.19 Comportamiento de una red con y sin <i>overfitting</i> (Silva et al., 2017).	43
Figura 2.1 Sistemas de perforación a diferentes intervalos de calidad (IADC, 2015).	50
Figura 2.2 Capacidad de transporte de la espuma (Beyer et al., 1972).	50
Figura 2.3 Arreglo de fases (Fadrique, 2014).	51
Figura 2.4 Intervalo de densidades para fluidos utilizados en la perforación de pozos (Lake, 2006).	55
Figura 2.5 Efecto de la calidad sobre la viscosidad (Caenn, Darley, & Gray, 2017).	56

Figura 2.6 Efecto de la calidad en el esfuerzo de corte (Caenn, Darley & Gray, 2017).	56
Figura 2.7 Representación esquemática de la viscosidad aparente de la espuma en función de la calidad de la espuma (Gajbhiye & Kam, 2011).	57
Figura 2.8 Reograma de fluidos (Schramm, 2005).	60
Figura 2.9 Curvas típicas de viscosidad contra velocidad de corte (Schramm, 2005).	60
Figura 2.10 Viscosidad efectiva contra calidad a diferentes velocidades de corte (Blauer et al., 1974).	66
Figura 2.11 Índice de consistencia y comportamiento de flujo (Martins et al., 2000).	67
Figura 2.12 Correlación para n y k (Sanghani, 1982).	68
Figura 2.13 Comportamiento del índice de consistencia e índice de comportamiento de flujo de Li y Kuru.	70
Figura 2.14 Comportamiento reológico a diferentes viscosidades.	70
Figura 3.1 Metodología para la estimación de parámetros reológicos.	73
Figura 3.2 Reómetro de espuma.	74
Figura 3.3 Esfuerzo y velocidad de corte resultantes de un experimento.	74
Figura 3.4 Espacio bidimensional con observaciones <i>outliers</i> (Muñoz & Amón, 2015).	75
Figura 3.5 Neural Network Fitting Tool (MathWorks, 2018).	77
Figura 3.6 Proceso de entrenamiento y selección de los mejores entrenamientos en Matlab.	78
Figura 4.1 Fluido FOAM_IMP.	81
Figura 4.2 Configuración de la red neuronal en Matlab (MathWorks, 2018).	83
Figura 4.3 Coeficiente de correlación (MathWorks, 2018).	84
Figura 4.4 Mejor rendimiento de validación (MathWorks, 2018).	84
Figura 5.1 Información de la RNA para la estimación del parámetro n del primer caso de estudio.	91
Figura 5.2 Información de la RNA para la estimación del parámetro k del primer caso de estudio.	92
Figura 5.3 Comparación gráfica de resultados para el parámetro n del primer caso de estudio.	94
Figura 5.4 Comparación gráfica de resultados para el parámetro k del primer caso de estudio.	94
Figura 5.5 Presión contra parámetro n a diferentes temperaturas.	95

Figura 5.6 Presión contra parámetro k a diferentes temperaturas.	95
Figura 5.7 Información de la RNA para la estimación del parámetro n del segundo caso de estudio.	97
Figura 5.8 Información de la RNA para la estimación del parámetro k del segundo caso de estudio.	97
Figura 5.9 Comparación gráfica de resultados para el parámetro n del segundo caso de estudio.	99
Figura 5.10 Comparación gráfica de resultados para el parámetro k del segundo caso de estudio.	99
Figura 5.11 Presión vs parámetro n para diferentes rangos de calidad.	100
Figura 5.12 Presión vs parámetro k para diferentes rangos de calidad.	101
Figura 5.13 Cálculo del índice de comportamiento con diferentes correlaciones.	103
Figura 5.14 Cálculo del índice de consistencia con diferentes correlaciones.	104

Índice de tablas

Tabla 1.1 Compendio simple de algoritmos de aprendizaje (Jain et al., 1996).	40
Tabla 2.1 Algunos ejemplos de espumas en la industria petrolera (Schramm, 1994).	48
Tabla 2.2 Tipos de sistemas (Caenn, Darley, & Gray, 2017).	49
Tabla 3.1 Parámetros utilizados para la experimentación.	74
Tabla 3.2 Tablas de datos.	76
Tabla 4.1 Tablas de datos experimentales para calidad de 72 %.	82
Tabla 4.2 Determinación de E.P.E. para los entrenamientos de n	85
Tabla 4.3 Resultados del parámetro n para el primer caso de estudio.	86
Tabla 4.4 Resultados del parámetro k para el primer caso de estudio.	86
Tabla 4.5 Tablas de datos experimentales para segundo caso de estudio.	86
Tabla 4.6 Banco de datos del segundo caso de estudio.	87
Tabla 4.7 Determinación de E.P.E. para los entrenamientos en k	89
Tabla 4.8 Resultados del parámetro n para el segundo caso de estudio.	89
Tabla 4.9 Resultados del parámetro k para el segundo caso de estudio.	89
Tabla 5.1 Resultados estadísticos para el primer caso de estudio.	93
Tabla 5.2 Comparación de valores para n para el primer caso de estudio.	93
Tabla 5.3 Comparación de valores para k para el primer caso de estudio.	93
Tabla 5.4 Resultados estadísticos para el segundo caso de estudio.	98
Tabla 5.5 Comparación de valores para n del segundo caso de estudio.	98
Tabla 5.6 Comparación de valores para k del segundo caso de estudio.	98
Tabla 5.7 Comparación de resultados estadísticos.	102
Tabla 5.8 Resumen estadístico para el índice de comportamiento de flujo.	105
Tabla 5.9 Resumen estadístico para el índice de consistencia.	105

Introducción

Alrededor del 70 % de la producción mundial de hidrocarburos proviene de campos maduros, mientras que en México más del 80 % de su producción proviene de estos que aún contienen reservas considerables de hidrocarburos sin explotar (Hernández, 2017); sin embargo, estos yacimientos, que se encuentran en formaciones depresionadas, se deben perforar con fluidos de baja densidad o espumados con reologías estables para evitar exceder el gradiente de fractura, lo cual originaría tiempos no productivos como pegaduras debido a presiones diferenciales, mal transporte de recortes, pérdidas de circulación, entre otros. (Fink, 2015; Herzhaft, 1999). Para tener una reología estable se deben considerar sus parámetros como uno de los aspectos más importantes para llevar a cabo con éxito las actividades de perforación ya que la hidráulica del pozo depende de ello.

Las propiedades reológicas de los sistemas espumados son complejas debido a que dependen de muchos parámetros, como el tamaño y la distribución de las burbujas, la viscosidad del fluido, la calidad de la espuma y el tipo de agente espumante (Fink, 2015), la mayoría de ellos son medidos en laboratorio y requiere de personal especializado, tiempo y equipos específicos. Lo anterior implica costos, tiempo y recursos que posiblemente en operaciones de campo no estén disponibles (Elkatatny, 2016; Elkatatny & Mahmoud, 2017).

Se han desarrollado modelos empíricos para el cálculo de los parámetros reológicos de espumas, los cuales funcionan con sistemas espumados con características propias de sus estudios utilizando la calidad como variable común. Por lo que estimar la reología de una espuma con propiedades diferentes podría derivar en cálculos erróneos en la hidráulica del pozo (Martins et al., 2000; Sanghani, 1982; Li & Kuru, 2003; Chen et al., 2009). En esta tesis, se pretende desarrollar una metodología con inteligencia artificial que permita determinar los parámetros reológicos de la espuma en función de su calidad, presión y temperatura con valores obtenidos en laboratorio para estimar el comportamiento reológico durante la perforación de pozos.

Capítulo 1. Generalidades de las Redes Neuronales Artificiales (RNA)

1.1 Antecedentes

La primera publicación relacionada con la neurocomputación data de 1943, cuando McCulloch y Pitts (1943) desarrollaron el primer modelo matemático inspirado en neuronas biológicas, que dio como resultado la primera concepción de la neurona artificial.

En 1949, se propuso el primer método para el entrenamiento de redes neuronales artificiales; se llamó la regla de Hebb y se basó en hipótesis y observaciones de naturaleza neurofisiológica (Hebb, 1949).

Posteriormente, de 1957 a 1958, Rosenblatt desarrolló el primer neurocomputador básico que llamó "*Mark I Perceptron*", el cual tenía la capacidad de reconocer patrones simples (Rosenblatt, 1958), y en 1960, Widrow y Hoff propusieron varias redes conocidas como ADALINE (en inglés *ADaptive LINEar Element*) y MADALINE (*ADALINE Múltiple*), cuyo aprendizaje se basa en la regla Delta, también conocida como método de aprendizaje de mínimos cuadrados (LMS por sus siglas en inglés, *Least Mean Square*), siendo estos trabajos alentadores para las siguientes investigaciones. Sin embargo, en 1969, la RNA sufrió un importante revés con la publicación del libro clásico *Perceptrons: An Introduction to Computation Geometry* de Minsky y Papert (1969). Los autores discutieron enfáticamente las limitaciones de las redes neuronales de ese tiempo, que se componían de una sola capa, como Perceptron y ADALINE, al aprender la relación entre las entradas y salidas de funciones lógicas muy básicas, como XOR. Para ser más precisos, ese libro demostró la imposibilidad de las redes neuronales para clasificar patrones de clases no lineales separables. Lo que llevó a reducir considerablemente las investigaciones sobre RNA, pero en años posteriores se publicaron algunas obras como la derivación de algoritmos de predicción utilizando gradientes inversos (Werbos, 1974), el desarrollo de la red ART (*Adaptive Resonance Theory*) de Grossberg (1980), la formulación de los

mapas autoorganizados (SOM) por Kohonen (1982), la red recurrente basada en funciones energéticas propuesta por Hopfield (1982), y el libro de Rumelhart, Hinton y Williams *Parallel Distributed Processing* (Rumelhart et al., 1986), que propuso un algoritmo que permitía ajustar las matrices de peso de las redes con más de una sola capa llamada «retropropagación» (*backpropagation*). Estos últimos trabajos marcaron un regreso definitivo de las RNA juntamente con el desarrollo de computadoras con capacidades mejoradas de procesamiento y memoria, la concepción de algoritmos de optimización más robustos y eficientes y, finalmente, los hallazgos novedosos sobre el sistema nervioso biológico.

En los últimos años, junto con numerosas aplicaciones prácticas en diferentes áreas del conocimiento, docenas de nuevas y diferentes investigaciones han permitido avances teóricos en redes neuronales. En particular, el algoritmo de aprendizaje basado en el método de Levenberg-Marquardt, fomentó la eficiencia de las RNA en diversas aplicaciones (Hagan & Menhaj, 1994); como máquinas de vectores de soporte (SVM), que también se pueden usar para la clasificación de patrones y la regresión lineal (Vapnik, 1998); y el desarrollo de circuitos integrados neuronales con varias configuraciones de circuito (Beiu, Quintana, & Avedillo, 2003).

1.2 De lo biológico a lo artificial

1.2.1 La doctrina neuronal

Las RNA se basan a las redes neuronales biológicas, esencialmente las redes localizadas en el cerebro, debido a que estas poseen la capacidad de recibir, interpretar y realizar una acción concreta ante un estímulo o información obtenida del exterior. Conocer de manera general cómo funciona nuestro sistema nervioso, principalmente las neuronas, podrá facilitar el entendimiento de las RNA.

En 1899, el español Santiago Ramón y Cajal sentó las bases de la denominada «doctrina neuronal» basada en las neuronas y su fisiología (Figura 1.1).

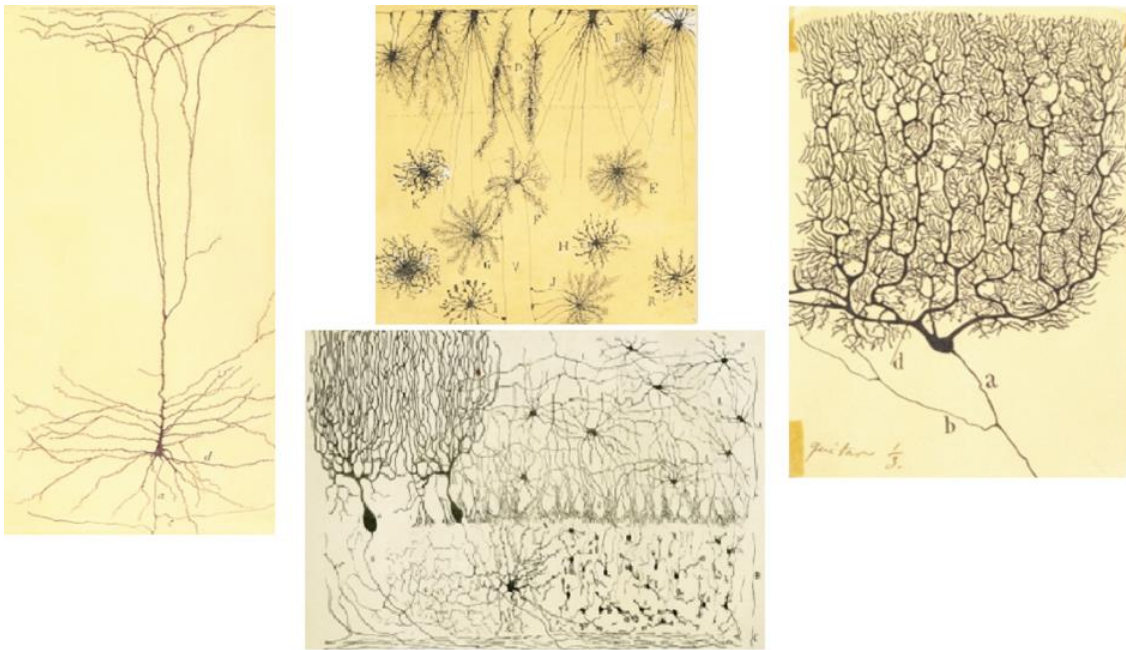


Figura 1.1 Dibujos sobre el estudio de neuronas de Santiago Ramón y Cajal (De Felipe, 2005).

1.2.2 Fundamentos de las redes neuronales biológicas

El sistema nervioso está constituido por tejido nervioso, y éste a su vez se compone de células nerviosas que poseen propiedades eléctricas y químicas determinadas que facilitan la transmisión y recepción de información. Los mecanismos eléctricos sirven para transmitir la información de una parte a otra dentro de la misma neurona, y los mecanismos químicos son utilizados para transmitir la información entre células diferentes.

Estas células nerviosas se dividen en neuronas y células gliales o neurogliales. Por cuestiones de simplicidad se describen las neuronas y sus elementos; en lo que respecta a las células gliales, también llamadas glía¹, son más numerosas que las neuronas. Asimismo, cumplen con diferentes funciones que son esenciales para el sistema nervioso, como regular el ambiente interno del sistema y ayudar en los procesos de comunicación entre neuronas.

¹ Proveniente del griego [γλία], que significa «pegamento». Andreoli T, Meyerhoff W, Moore B, et al. (cols.). (2005). *Dorland diccionario enciclopédico ilustrado de medicina*. 30a ed. España: Elsevier. p. 860

La neurona es la unidad básica del cerebro. Se cree que existen 1×10^{11} neuronas en el cerebro. Son las células más polimórficas de cuerpo humano y pueden clasificarse según su localización, morfología, función, etcétera. Están especializadas para recibir, procesar y transmitir la información permitiendo la comunicación entre diferentes circuitos y sistemas.

Pese a la diferencia en tamaños y formas que existen dentro del sistema nervioso, las neuronas comparten características estructurales similares (Figura 1.2), distinguiéndose tres partes:

- El soma
- El axón
- Las dendritas

El soma, cuerpo celular o pericarion,² es el centro metabólico en el que se fabrican las moléculas y se realizan las actividades fundamentales para mantener la vida y las funciones de la célula como la síntesis de proteínas.

El axón³ es una única prolongación larga que sale del soma en lo que se le conoce como cono axónico. Su principal función es la de conducir información codificada de forma eléctrica, permitiendo, de esta manera, que la información pueda viajar desde el soma hasta el final del axón. En su parte más distal se divide y se ramifica y, en el extremo de las ramificaciones, se encuentran pequeños engrosamientos denominados «botones terminales». Estos botones terminales tienen la función de secretar determinadas sustancias, llamadas neurotransmisores.

² Proveniente del griego [σώμα], que significa «cuerpo». Pericarion: «cuerpo celular»; se aplica en especial en las neuronas. Andreoli T, Meyerhoff W, Moore B, et al. (cols.), *op. cit.*, p. 1470 y 1826.

³ Proveniente del griego [ἄξων], que significa «eje». *Ibid.*, p. 205

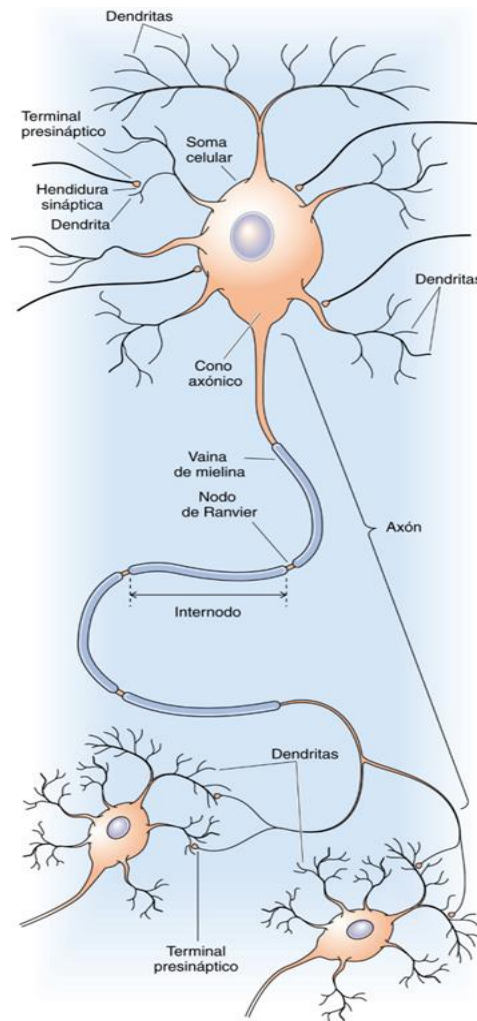


Figura 1.2 Representación esquemática de una neurona y sus conexiones (Boron & Boulpaep, 2017).

Las dendritas⁴ son ramificaciones que salen del cuerpo celular o soma, cuya principal función es recibir la información proveniente de otras neuronas. Estas dendritas contienen «espinas» (espinas dendríticas), pequeñas dilataciones que se encuentran en la membrana, y permiten la recepción de los neurotransmisores secretados por los botones terminales de otras neuronas.

Sinapsis de las neuronas: Una señal o impulso eléctrico viaja a través de la neurona, recorre el axón hasta llegar a los botones terminales, ahí el impulso se «transforma» en una señal química, los neurotransmisores, para ser recibidos por las espinas dendríticas. En la membrana dendrítica, esta señal química se convierte de nuevo en una señal

⁴ Proveniente del griego [$\delta\epsilon\nu\delta\rho\acute{\iota}\tau\eta\varsigma$], que significa «árbol». *Ibid.*, p. 506.

eléctrica. A este proceso conoce como sinapsis.⁵ Existe un espacio entre el botón terminal y la dendrita denominado espacio o hendidura sináptica. Es debido a la sinapsis que las neuronas se pueden activar, inhibir o sufrir modificaciones en su actividad. Una modificación de este proceso está implicada en la memoria y el aprendizaje, incluso sus alteraciones son responsables de algunos trastornos mentales.

La mayoría de los contactos sinápticos son de naturaleza química (Figura 1.3). Como se puede ver, la sinapsis consiste en dos partes: presináptico y postsináptico. Sus nombres indican la dirección del flujo de la información. El presináptico corresponde a los botones terminales y el postsináptico corresponde a las dendritas o soma de la otra neurona.

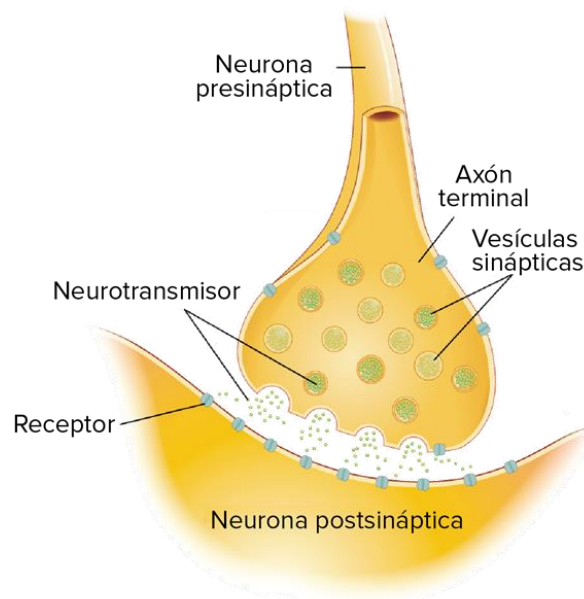


Figura 1.3 Sinapsis química entre neuronas. Vesículas sinápticas⁶ liberando neurotransmisores.⁷

Todo lo anterior es referido a una sola neurona, sin embargo ¿qué pasa cuando un grupo de neuronas numeroso se une? Se crean redes neuronales. Por lo tanto, una red

⁵ Proveniente del griego [*σύναψις*], que significa «conjunción o conexión». *Ibid.*, p. 1775

⁶ Pequeñas estructuras unida a la membrana por detrás de la membrana presináptica, que contienen neurotransmisores; cuando se produce la despolarización se funde con la membrana presináptica y liberan el neurotransmisor en la hendidura sináptica. *Ibid.*, p. 2046.

⁷ Recuperado de <https://commons.wikimedia.org/>

neuronal es un sistema formado por la agrupación de neuronas y por el conjunto de vías⁸ axonales y conexiones sinápticas axonales que las interconectan. Estos sistemas permiten el flujo de información entre neuronas bajo la forma de impulsos eléctricos.

Es gracias a la actividad de las neuronas organizadas y conectadas y a los impulsos eléctricos que, de la información codificada, se puedan tomar posibles habilidades conscientes e inconscientes para detectar, reconocer y tratar la información proveniente del mundo exterior, memorizar, aprender o ejecutar movimientos de las extremidades, entre otras cosas.

No todas las redes neuronales son iguales, ni permiten al sistema nervioso tratar la información del mismo modo. Es por ello por lo que el cerebro no debe tratarse como una gran red neuronal, sino como una colección jerárquica de redes de diferentes ámbitos regionales que cooperan y/o compiten para resolver problemas específicos por medio de sus conexiones.

La estructura de las redes neuronales biológicas consta de tres estratos (Figura 1.4), unidades o capas (como se deseé llamarlo):

- Estrato de neuronas de entrada
- Estrato de neuronas ocultas
- Estrato de neuronas de salida

El estrato de neuronas de entrada es la primera línea de neuronas que permite la entrada de información con la que la red va a trabajar.

El estrato de neuronas ocultas está constituido de uno o varios niveles y líneas de neuronas interconectadas de manera compleja que reciben los impulsos de entrada y se encargarán de tratar la información procedente de las neuronas de entrada.

⁸ Estructuras nerviosas a través de las cuales pasa un impulso entre grupos de células nerviosas y un órgano o músculo. Andreoli T, Meyerhoff W, Moore B, et al. (cols.), *op. cit.*, p. 2048.

Por último, el estrato de neuronas de salida está constituido por una línea de neuronas que permiten comunicar las señales elaboradas por la red y, eventualmente, utilizarlas para generar una respuesta.

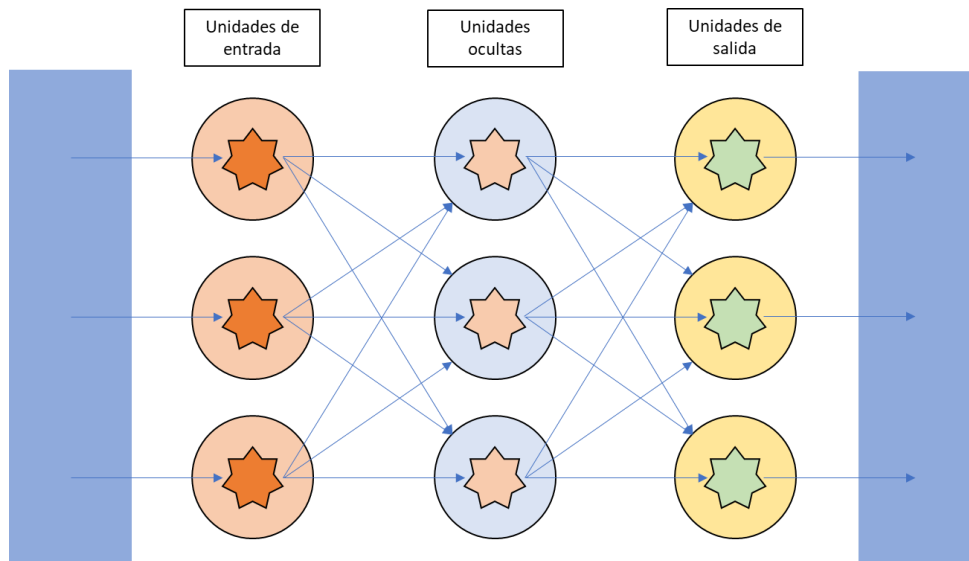


Figura 1.4 Modelo general de una red neuronal (Ripoll, 2014).

Como se ha mencionado, no todas las redes neuronales son iguales y existen diferentes tipos de redes neuronales dependiendo de la variación de los elementos de la red, por ejemplo: el número y tipo de neuronas, la distancia y localización entre neuronas, patrones y longitudes de las conexiones, etc.

1.2.3 Modelo de neurona artificial

Las redes neuronales artificiales están compuestas por unidades simples de procesamiento, también denominadas neuronas. Cada unidad recibe entrada de otros nodos y genera una salida que depende de la información local disponible, guardada internamente o que llega a través de las conexiones con pesos.

Un modelo simple de la neurona artificial se muestra en la Figura 1.5.

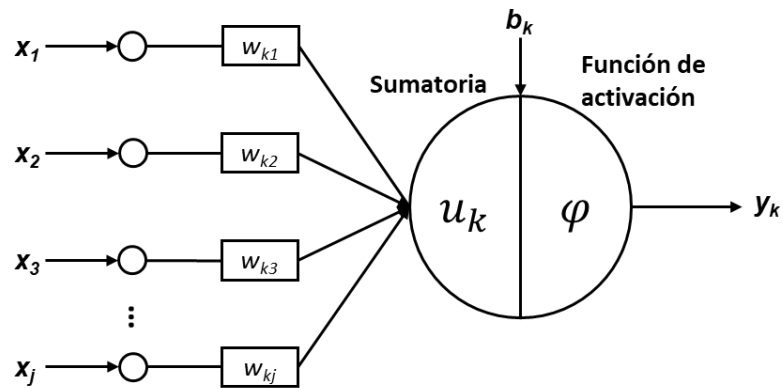


Figura 1.5 Modelo de una neurona artificial.

En la figura anterior se observa que cada neurona recibe un valor o señal de entrada (x_j), el cual se transforma según una función específica denominada función de activación (φ). Dicha señal es convertida en la salida de la neurona (y_k).

Las conexiones mostradas de la neurona tienen un determinado peso (w_{kj}) que pondera cada entrada a la neurona. Estos pesos o pesos sinápticos pueden ser excitadores (positivos) o inhibidores (negativos). La entrada de cada neurona (x_1, x_2, \dots, x_j) es la suma de las salidas de las neuronas conectadas a ella multiplicadas por el peso ($w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kj}$) de la respectiva conexión. Esta adición se representa con la siguiente ecuación⁹:

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad \text{Ec. (1.1)}$$

Para poder incrementar o disminuir la entrada neta de la función de activación, dependiendo si es positivo o negativo, respectivamente, se añade un término denominado como *bias* o umbral de activación (b_k), la cual se adiciona con el resultado de u_k nos denota la siguiente expresión:

$$v_k = (u_k + b_k) \quad \text{Ec. (1.2)}$$

⁹ También se puede encontrar con el nombre función de propagación.

v_k ¹⁰ se define como argumento de la función de activación, dando como resultado:

$$y_k = \varphi(v_k) \quad \text{Ec. (1.3)}$$

Los *bias* pueden ser añadidos al modelo de la neurona de dos maneras: la primera donde se añade a la sumatoria, como se muestra en la figura anterior; y la segunda donde se añade como entrada (con la nomenclatura w_{k0} o w_0 con entrada $x_0 = 1$) en el modelo, como se muestra en Figura 1.6.

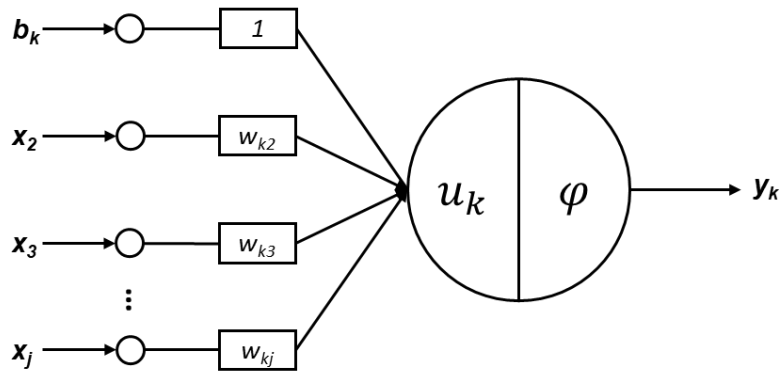


Figura 1.6 Modelo de una neurona artificial tomando el *bias* como entrada.

1.2.4 Analogía redes neuronales biológicas – redes neuronales artificiales

La siguiente figura muestra una comparación entre una neurona biológica y una neurona artificial. La estructura y funcionamiento de las neuronas biológicas son la introducción al estudio de las RNA, las cuales son aproximaciones matemáticas.

De la Figura 1.7, en el inciso a) la información en una neurona biológica llega por medio de las terminales axonales de una neurona predecesora para ser recibida por las dendritas de la neurona consecuente, la transmisión de tal información se da por medio de la sinapsis y una vez recibida la información es procesada en el soma o cuerpo celular.

¹⁰ A esta suma (o diferencia, sea el caso) se le conoce como potencial de activación (Silva et al., 2017). Añadir, además, de que diferentes autores no consideran una suma sino una diferencia.

La señal de salida se envía a través del axón. En el inciso b) la señal de entrada es designada como x_1, x_2, \dots, x_j y para transmitir la señal a la unidad de procesamiento se utilizan los pesos sinápticos ($w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kj}$) que ponderan la información, misma que es procesada en la neurona por medio de la función sumatoria y la función de activación. La señal de salida se transmite a otras neuronas repitiéndose el proceso de propagación.

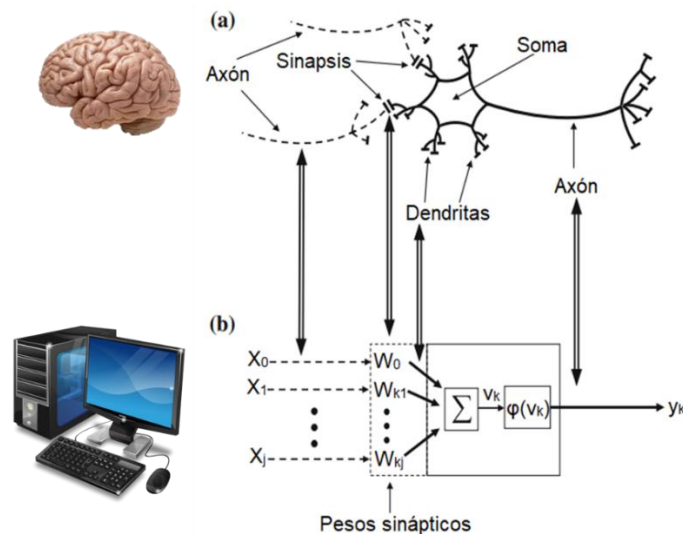


Figura 1.7 (a) Estructura de una neurona. (b) Estructura de una neurona artificial (Flasiński, 2016).

1.3 Conceptos y elementos de las RNA

1.3.1 Definición de las RNA

Las redes neuronales, ocasionalmente, son referidas dentro de la literatura como «*redes conexionistas*», «*procesamiento distribuido paralelo*», «*neurocomputador*», entre otros. En esta tesis únicamente se utilizará el término «redes neuronales artificiales» o su acrónimo (RNA).

Desde su creación, han existido diversas definiciones sobre las redes neuronales artificiales en la literatura. Muchas de estas definiciones hacen alusión a la inspiración tomada de los modelos de las redes neuronales biológicas, por ejemplo:

«[...] sistemas de mapeos no lineales cuya estructura se basa en principios observados en los sistemas nerviosos de humanos y animales» (Cruz, 2010).

«Una red neuronal artificial es un sistema de procesamiento de información que tiene ciertas características de rendimiento en común con las redes neuronales biológicas» (Fausett, 1994).

«Una neurona artificial es un modelo matemático de una neurona biológica.»

También se encuentran algunas definiciones desde el punto de vista computacional, por ejemplo:

«Un sistema computacional compuesto por una serie de elementos de procesamiento simples, altamente interconectados, que procesan la información por medio de un estado dinámico como respuesta a entradas externas» (Hecht-Nielsen, 1988).

«[...] es un procesador distribuido masivamente paralelo formado por unidades de procesamiento simples, que tiene una tendencia natural para generar conocimiento experimental y hacer que esté disponible para su uso» (Aleksander & Morton, 1990).

Y algunas otras definiciones que conjugan ambos casos, por ejemplo:

«[...] son redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples (usualmente adaptativos) y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico» (Kohonen, 1988).

Con base en los conceptos definidos anteriormente, se establece en este trabajo que las redes neuronales son recreaciones del complejo sistema neuronal humano y que mediante algoritmos son capaces de tener tendencias autónomas con la información obtenida de un agente externo.

1.3.2 Elementos básicos de las RNA

La unidad artificial tiene siete elementos básicos (Silva et al., 2017):

1. Señales de entrada (x_1, x_2, \dots, x_j). Señales o muestras que representan los valores asumidos por las variables de una aplicación particular y provienen del entorno externo.
2. Pesos sinápticos o pesos ($w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kj}$). Valores utilizados para ponderar cada una de las variables de entrada, lo que permite la cuantificación de su relevancia con respecto a la funcionalidad de la neurona.
3. Sumatoria (u_k). Este elemento acumula todas las señales de entrada ponderadas por los pesos sinápticos.
4. Bias (b_k). Esta variable es utilizada para generar un valor de activación hacia la salida de la neurona. Este valor debe sumarse al resultado producido por la sumatoria y especifica el umbral¹¹ apropiado.
5. Potencial de activación (v_k). Es el resultado producido por la suma o diferencia entre el sumatorio y el *bias*. Si este valor es positivo, entonces la neurona produce un potencial excitatorio; y si es negativo, será inhibitorio.
6. Función de activación (φ). Su objetivo es limitar la salida de la neurona dentro de un rango razonable de valores, asumidos por su propia imagen funcional.
7. Señal de salida (y_k). Consiste en el valor final producido por la neurona. También puede usarse como entrada para otras neuronas interconectadas secuencialmente.

1.3.3 Tipos de funciones de la RNA

a) Función de entrada

La función de entrada o de propagación pondera su señal por medio de sus respectivos pesos sinápticos. Recibe las señales de entrada o salida cuando provienen de otras neuronas.

¹¹ Con esta palabra nos referimos al valor mínimo a partir del cual se produce la activación de la neurona.

Existen diferentes tipos de funciones de entrada (Match, 2001):

- La sumatoria (Σ), esta función es comúnmente utilizada (Ec. 1.1).
- La productora (Π), que es el producto de todos los valores de entrada ponderadas por sus respectivos pesos; y
- El máximo (*Max*), que considera el valor de entrada más fuerte previamente multiplicado por su respectivo peso.

b) Función de activación

La función de activación calcula el «estado de actividad o encendido» de la neurona artificial. Transforma el potencial de activación (v_k) en un valor (o estado) de activación, cuyo rango normalmente se encuentra entre [0 a 1] o de [-1 a 1], es decir, convierte señales de entrada en señales de salida.

Algunas de las funciones de activación más usadas son las siguientes (Cruz, 2010)¹²:

Función escalón: Esta función se asocia a neuronas binarias. Cuando la suma de las entradas es mayor o igual que el umbral de la neurona, la activación es 1; si es menor, la activación es 0 o -1, como se puede apreciar en la Figura 1.8.

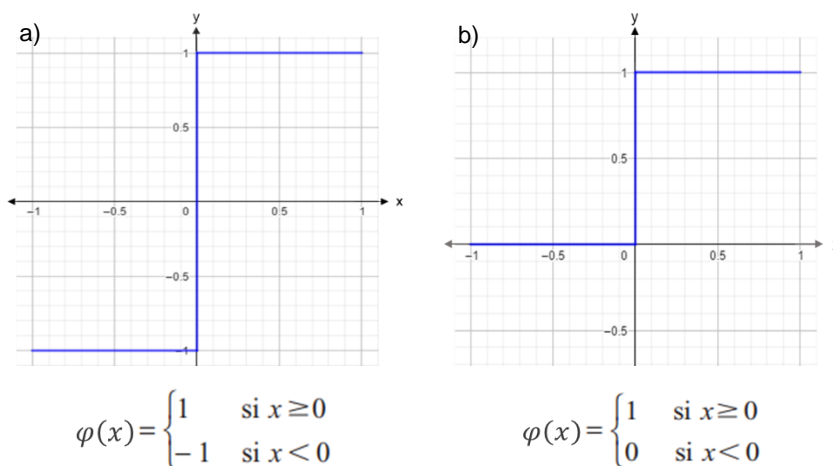
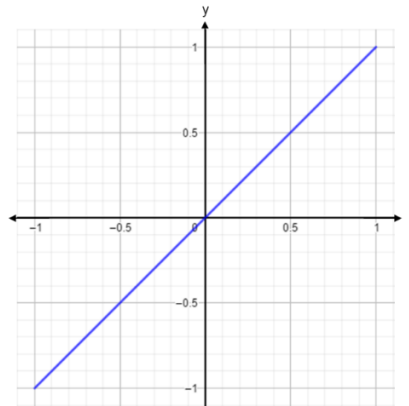


Figura 1.8 a) Función escalón con rango [1,-1]. b) Función escalón con rango [1,0].

¹² A modo de ejemplo para las gráficas, suponer que la función de activación (φ) está en el eje de las ordenadas (y) y el potencial de activación (v_k) está en el eje de las abscisas (x).

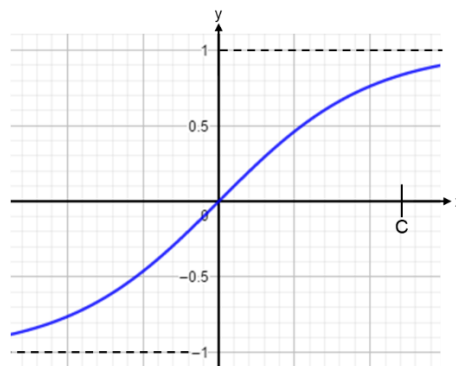
Función lineal: La función de activación lineal, o función identidad, produce resultados de salida iguales al potencial de activación (v_k). La representación gráfica de esta función se ilustra en la Figura 1.9. La aplicación de esta función se observa en la RNA que realizan el ajuste universal de curvas (aproximación de funciones), para mapear el comportamiento de las variables de entrada/salida de un proceso en particular.



$$\varphi(x) = x$$

Figura 1.9 Función lineal.

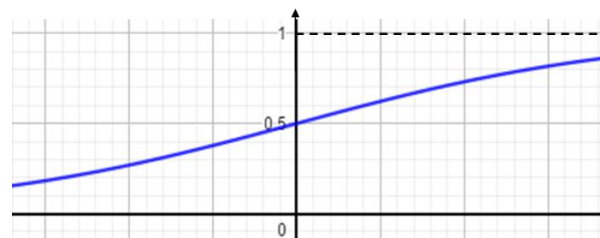
Función tangente hiperbólica: Se emplea en los casos en los que presenta variaciones suaves de valores positivos y negativos de la señal a clasificar. Es una de las funciones más empleadas en los entrenamientos supervisados, como en retropropagación por error (Figura 1.10).



$$\varphi(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Figura 1.10 Función tangente hiperbólica.

Función sigmoideal: En esta función su derivada está definida en todo el intervalo y siempre es positiva cercana a cero para los valores grandes positivos o negativos; toma su valor máximo cuando $x = 0$. Con esta función el valor dado por la función es cercano a uno de los valores asintóticos. Esto hace que, en la mayoría de los casos, el valor de salida esté comprendido en la zona alta o baja del sigmoide como se puede ver en la Figura 1.11.



$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x(\alpha)}}$$

α es un parámetro que cambia la pendiente de la función.

Figura 1.11 Función sigmoide.

c) Función de salida

Este tipo de función únicamente transfiere el valor de salida a otras neuronas. Cada unidad transmite esta señal de salida a las neuronas con las que se encuentra conectadas. Comúnmente se ocupa la función identidad o lineal:

$$y_k = \varphi(v_k) = v_k \tag{Ec. (1.4)}$$

1.3.4 Arquitectura de una RNA

Las RNA están conformadas por un conjunto de unidades de procesamiento conectadas entre sí, que envían la información a través de estas conexiones, similar a las biológicas. Con base en el patrón de conexiones que existen entre neuronas podemos distinguir dos casos (Figura 1.12):

- Redes de propagación hacia delante (*feed-forward*): Son aquellas donde el flujo de la información de las entradas a las salidas es estrictamente hacia delante. El procesamiento de datos puede extenderse sobre múltiples unidades, pero no existen conexiones de retroalimentación.
- Redes recurrentes (o *feedback*): Son aquellas que contienen conexiones de retroalimentación, lo que puede derivarse en un proceso de evolución hacia un estado estable en el que no haya cambios en el estado de activación de las neuronas.

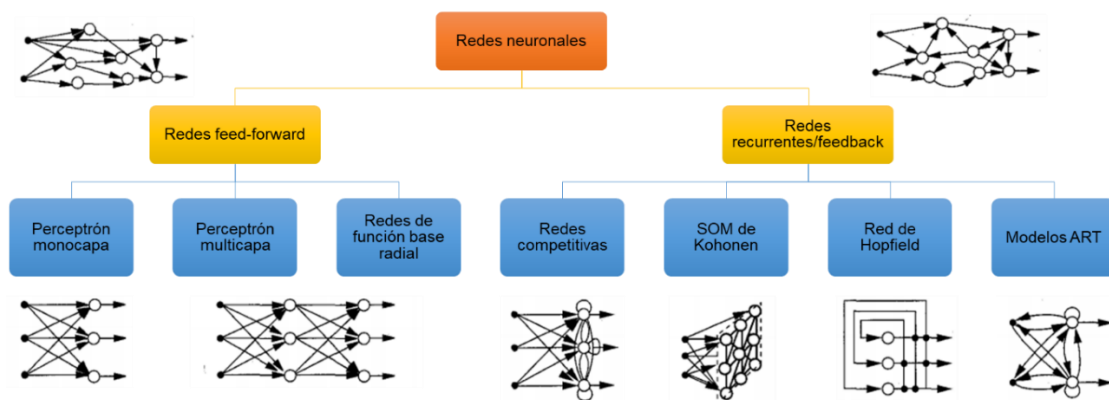


Figura 1.12 Taxonomía de las arquitecturas con las redes más importantes (Jain et al., 1996).

Un esquema básico de las redes neuronales se muestra en la Figura 1.13. En ella se aprecian diferentes capas en esta arquitectura, una estructura que se le conoce como *feed-forward* (hacia delante) debido al flujo de información.

Esta RNA, al igual que la red biológica, consta de tres capas:

- Capa de entrada (*input layer*): Es el conjunto de unidades que recibe la información del exterior.
- Capas ocultas (*hidden layer*): Son el conjunto de unidades que procesan la información y la transmiten a otras neuronas. No tienen ningún contacto con el exterior y pueden constar de uno o más capas ocultas.
- Capa de salida (*output layer*): Es el conjunto de unidades que proporcionan el resultado o salida.

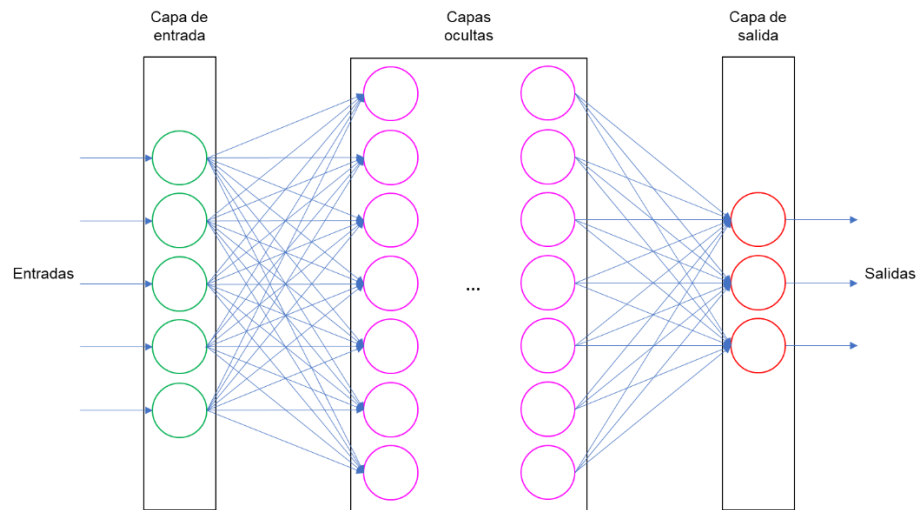


Figura 1.13 Esquema básico de RNA (Alzate et al., 2014).

Dentro de la clasificación *feed-forward* podemos encontrar dos tipos de redes más usadas y comunes:

- I. Red monocapa¹³: Estas presentan las entradas directamente conectadas a la salida por medio de los pesos sinápticos, por lo que cada señal de salida es directamente calculada por cada una de las unidades en la capa de salida. Un esquema de este tipo de red se ve en la Figura 1.14.

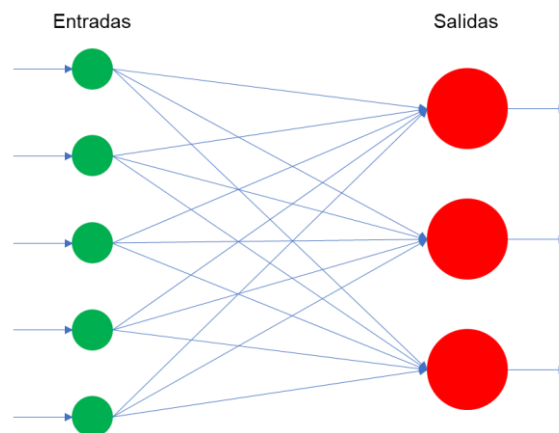


Figura 1.14 Red monocapa.

¹³ También conocido como perceptrón simple

II. Red multicapa¹⁴: Se caracteriza porque tiene sus neuronas agrupadas en capas en diferentes niveles y su flujo de información es siempre hacia adelante, es decir, una neurona se conecta con otras neuronas de la siguiente capa. Un esquema que ejemplifica este tipo de arquitectura es como el que se muestra en la Figura 1.15.

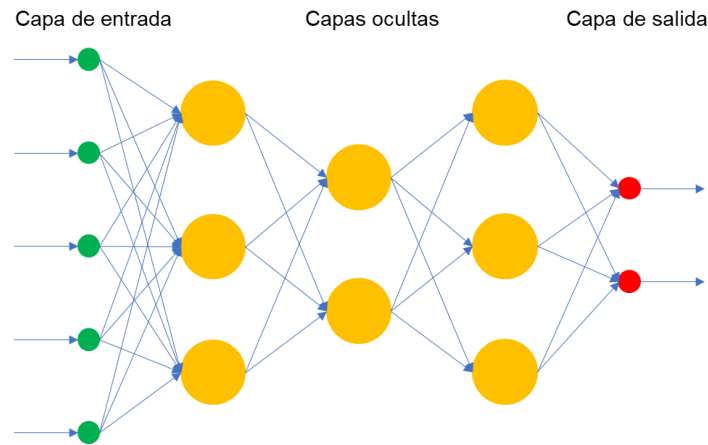


Figura 1.15 Red multicapa.

En ella se observa una estructura que consta de una capa de entrada, tres capas ocultas y una de salida. Con respecto a las capas ocultas, la cantidad de las neuronas que contiene cada una puede ser variable, en este caso se distinguen tres neuronas en la primera capa oculta, dos en la siguiente y tres en la última. Además, no existe limitación en el número de neuronas, así como de capas ocultas. Las funciones (tanto de activación como de salida) de las neuronas pueden ser diferentes entre capa y capa.

1.3.5 Aprendizaje de una RNA

El aprendizaje es la parte más importante de una RNA. Este tipo de esquema en una red es lo que determina el tipo de problemas que será capaz de resolver. La capacidad de una red de solución estará ligada de forma fundamental al tipo de ejemplos que se dispone en el proceso de aprendizaje.

¹⁴ También conocido como perceptrón multicapa.

El proceso general consiste en introducir paulatinamente todos los ejemplos del conjunto de aprendizaje, y modificar los pesos de las conexiones siguiendo un determinado esquema de aprendizaje. Una vez introducidos todos los ejemplos se comprueba si se ha cumplido cierto criterio de convergencia; de no ser así se repite el proceso y todos los ejemplos del conjunto vuelven a ser introducidos (Viñuela & León, 2004).

El criterio de convergencia depende del tipo de red utilizado o del tipo de problema a resolver. Viñuela y León (2004) concluyeron que el periodo de aprendizaje se puede determinar a través de:

- Un número fijo de ciclos. Se decide *a priori* cuántas veces será introducido todo el conjunto, y una vez superado dicho número se detiene el proceso y se da por aceptada la red resultante.
- Cuando el error descienda por debajo de una cantidad preestablecida. En este caso habrá que definir en primer lugar una función de error a nivel de patrón individual, o bien a nivel de la totalidad del conjunto de entrenamiento. Se decide *a priori* un valor aceptable para dicho error, y solo se detiene el proceso de aprendizaje cuando la red produzca un valor de error por debajo del prefijado. Para este criterio puede suceder que jamás se consiga un valor por debajo del prefijado, en cuyo caso se debe disponer de un criterio adicional de parada, que al utilizarse se da por entendido que la red nunca convergió.
- Cuando la modificación de los pesos sea irrelevante. En algunos modelos se define un esquema de aprendizaje que hace que las conexiones vayan modificándose cada vez con menor intensidad. Si el proceso de aprendizaje continúa, llegará un momento en que ya no generen variaciones de los valores de los pesos de ninguna conexión; en ese caso se dice que la red ha convergido y se detiene el proceso de aprendizaje.

Dependiendo del problema a resolver, se pueden distinguir tres tipos de procesos de aprendizaje (Viñuela & León, 2004):

- 1) Aprendizaje supervisado: En este tipo de aprendizaje considera datos de ingreso (entrada) y datos objetivo (salida) los cuales son utilizados para modificar las conexiones como se observa en la Figura 1.16. Cada vez que un ejemplo es introducido y se procesa para obtener una salida, ésta se compara con los datos objetivo que se ingresaron. La diferencia entre ambas define cómo se modificarán o ajustarán los pesos.

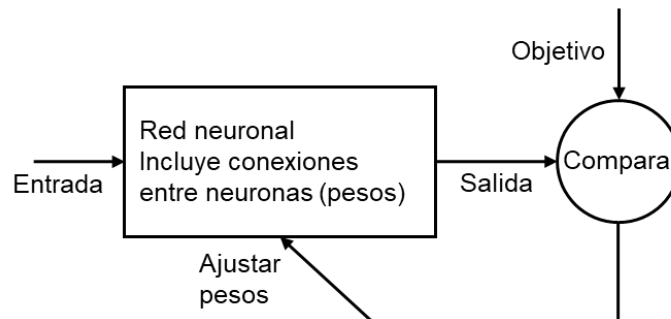


Figura 1.16 Aprendizaje supervisado (MathWorks, 1994).

- 2) Aprendizaje no supervisado: En este proceso solo se tiene información de entrada, pero no información de la salida. La red modificará los valores de los pesos a partir de información interna y se ajusta dependiendo únicamente de los valores recibidos como entradas, es por ello por lo que se denominan también como sistemas autoorganizados. La Figura 1.17 representa este tipo de aprendizaje.

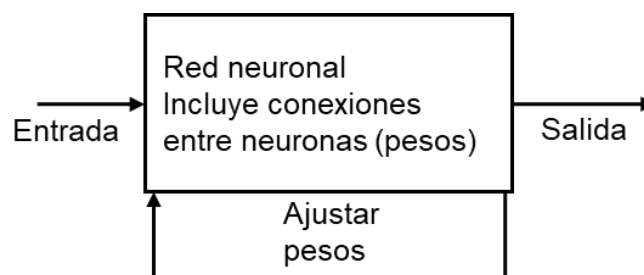


Figura 1.17 Aprendizaje no supervisado.

- 3) Aprendizaje por refuerzo. Se considera una variación de las técnicas de aprendizaje supervisado, ya que analiza continuamente la diferencia entre la respuesta producida por la red y la salida deseada correspondiente (Sutton y Barto 1998). Los algoritmos de aprendizaje utilizados ajustan los parámetros neuronales

internos basándose en cualquier información cualitativa o cuantitativa adquirida a través de la interacción con el sistema (entorno) que se está mapeando, utilizando esta información para evaluar el rendimiento del aprendizaje. El proceso de aprendizaje de la red se realiza generalmente por ensayo y error porque la única respuesta disponible para un determinado insumo es si fue satisfactorio o insatisfactorio.

Existen diferentes reglas y algoritmos de aprendizajes en cada uno de los esquemas antes mencionados, algunos de ellos se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 1.1 Compendio simple de algoritmos de aprendizaje (Jain et al., 1996).

Tipo de aprendizaje	Regla de aprendizaje	Arquitectura	Algoritmo de aprendizaje	Función
Supervisado	Corrección de error	Red mono o multicapa	Algoritmos de aprendizaje de perceptrón	Patrones de clasificación
			<i>Back-propagation</i>	Función de aproximación
			Regla delta	Predicción, control
	Boltzmann	Recurrente	Algoritmos de aprendizaje Boltzmann	Patrones de clasificación
	Hebbiano	Multicapa <i>feed-forward</i>	Análisis de discriminante lineal	Análisis de datos Patrones de clasificación
	Competitivo	Competitivo	Cuantificación del vector de aprendizaje	Categorización dentro de clases
				Compresión de datos
		Redes ART	Mapa ART	Patrones de clasificación
				Categorización dentro de clases
No supervisado	Corrección de error	Multicapa <i>feed-forward</i>	Proyección de Sammon	Análisis de datos

	Hebbiano	<i>Feed-forward</i> o Competitivo	Análisis de componentes principales	Análisis de datos
		Redes Hopfield	Aprendizaje asociativo de memoria	Compresión de datos
	Competitivo	Competitivo	Cuantificación del Vector	Memoria Asociativa
		SOM de Kohonen	SOM de Kohonen	Categorización
		Redes ART	ART1, ART2	Compresión de datos
Por refuerzo	Corrección de error y competitivo	Redes Función Base Radial (RBF)	Algoritmo de aprendizaje RBF	Categorización
				Patrones de clasificación
				Función de aproximación
				Predicción, control

El algoritmo de retropropagación que fue utilizado en este trabajo de tesis, se describe en la sección siguiente.

1.3.6 Algoritmo de retropropagación (*backpropagation*)

Un algoritmo de aprendizaje es el mecanismo mediante el cual se van adaptando y modificando todos los parámetros de la red para que su salida sea lo más próxima posible a la salida proporcionada (Viñuela & León, 2004).

Para este algoritmo, la señal de salida se compara entonces con la salida deseada y se calcula una señal de error para cada unidad de salida. Esta señal se transmite entonces hacia atrás (de ahí proviene su nombre retropropagación), partiendo de la capa de salida, hacia las neuronas de las capas ocultas que contribuyan directamente a la salida.

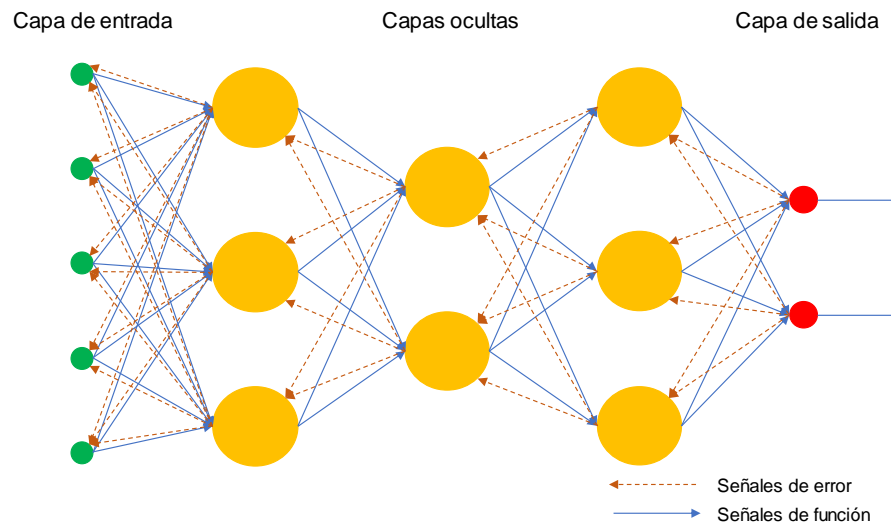


Figura 1.18 Esquema *backpropagation*.

En la Figura 1.18 se muestra el proceso de retropropagación, donde se distinguen dos etapas; la primera, es la propagación hacia adelante donde las señales de una muestra se insertan en las entradas de la red y se propagan capa por capa hasta la producción de las salidas correspondientes tomando en cuenta solo los valores actuales de los pesos sinápticos y los umbrales de sus neuronas (señales de función). Al ser un esquema con aprendizaje supervisado, se comparan las respuestas producidas por la red con las salidas deseadas calculando el error que se utilizará para ajustar los pesos y umbrales de todas las neuronas. Debido a este error, se aplica la segunda etapa donde las señales de error se propagan hacia atrás para modificar los pesos y umbrales.

Durante el proceso de entrenamiento de este algoritmo se puede correr el riesgo de que el proceso de minimización finalice en un mínimo local, originado el problema de mínimos locales (Minsky & Papert, 1969) y su lenta convergencia.

Una forma de resolverse los mínimos locales es aumentando el número de neuronas dentro de las capas ocultas teniendo cuidado de no caer en un sobreajuste (*overfitting*). El aumento indiscriminado de neuronas y de capas intermedias, no garantiza la adecuada generalización.

Una red con *overfitting* memoriza las señales de entrada. En este escenario, el error cuadrático del proceso de aprendizaje tiende a ser muy bajo; sin embargo, durante la etapa de generalización, cuando el subconjunto de prueba se presenta a la red, el cuadrado tiende a ser muy alto. Esta condición también puede ser causada cuando el modelo es demasiado complejo en relación con la cantidad de datos o existe «ruido» en la base de datos utilizados para el entrenamiento.

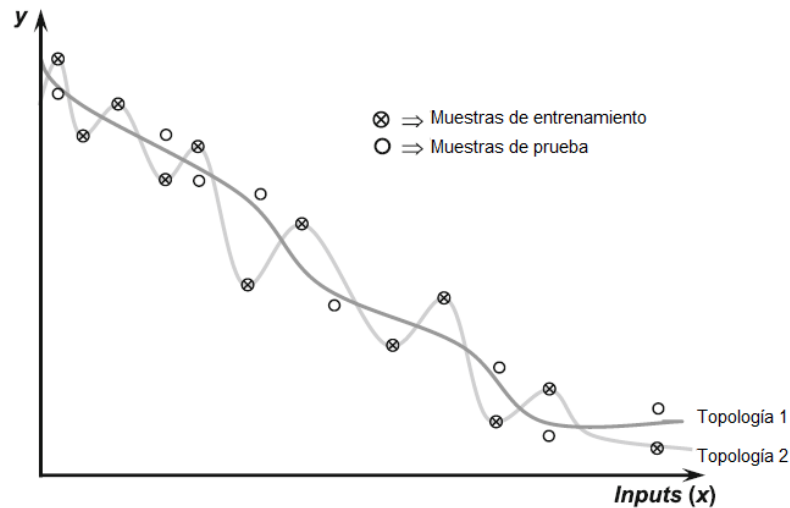


Figura 1.19 Comportamiento de una red con y sin *overfitting* (Silva et al., 2017).

En la Figura 1.19 se muestra el comportamiento con una condición de sobreajuste (topología 2) y, en contraste, el comportamiento con una buena generalización (topología 1), es decir, sin sobreajuste. La topología 2 (con *overfitting*), que contiene 20 neuronas, producirá ciertamente un pequeño error cuadrático durante la etapa de entrenamiento, ya que las muestras de entrenamiento son casi coincidentes con la curva mapeada por la red. Sin embargo, cuando el subconjunto de prueba se utiliza como entrada a la red, la topología 2 generará un error significativo, ya que las muestras están distantes de la curva producida. En cambio, la topología 1 (sin *overfitting*), constituida por 10 neuronas, proporcionará un error menor para las muestras de prueba, ya que su curva de salida representa más fielmente el comportamiento del proceso. Por lo tanto, esta red se comporta como una red imparcial porque sus respuestas están dentro de un margen de error aceptable ya que se encuentra más próxima a todos los puntos de ambas muestras.

Por otro lado, la convergencia lenta requiere un gran esfuerzo computacional. Para evitar este inconveniente, se han incorporado varias técnicas de optimización al algoritmo de retropropagación para reducir su tiempo de convergencia y mitigar el esfuerzo computacional requerido. Existen métodos de optimización como; el Bayesiano Regularizado, el Gradiente Descendiente con Momentum, Estimación del Momento Adaptativo (Adam), el método de Propagación Resiliente, entre otros; sin embargo, la más utilizada, y para el fin de este trabajo, es el algoritmo Levenberg-Marquardt (Hagan & Menhaj, 1994).

El algoritmo Levenberg-Marquardt es un método de gradiente de segundo orden y una aproximación del método Newton (Battiti, 1992; Foresee & Hagan, 1997), el cual es adecuado para conjuntos de datos pequeños o medianos, se incorpora al algoritmo de retropropagación y resuelve numéricamente el problema de la minimización de una función no lineal, con una convergencia estable, para mejorar la eficiencia del proceso de entrenamiento (Hagan & Menhaj, 1994; Wilamowski et al., 2001).

1.4 Aplicaciones de las Redes neuronales

Existe una amplia gama de aplicación como funciones de aproximación (curva de entrenamiento universal), procesos de control, reconocimiento/clasificación de patrones, agrupación de datos, sistemas de predicción, optimización de sistemas y memoria asociativa (Silva et al., 2017) y se aplican en diferentes ámbitos industriales como (Cruz, 2010):

- Automóviles: Sistemas de piloto automático. Detección de fallas por reconocimiento externo de vibraciones.
- Bancos: Lectura de cheques y otros documentos. Evaluación de aplicaciones de créditos.
- Electrónica: Predicción de secuencia de códigos. Distribución de elementos en CI. Control de procesos. Análisis de fallas. Visión artificial. Reconocimiento de voz.
- Finanzas: Tasación real de los bienes. Asesoría de préstamos. Previsión en la evolución de precios. Seguimiento de hipotecas. Análisis de uso de línea de crédito.

Evaluación del riesgo en créditos. Identificación de falsificaciones. Interpretación y reconocimiento de firmas.

- Medicina: Análisis de células portadoras de cáncer mamario. Análisis de electroencefalograma y de electrocardiograma. Reconocimiento de infartos mediante ECG. Diseño de prótesis. Optimización en tiempos de trasplante. Reducción de gastos hospitalarios.
- Robótica: Control dinámico de trayectoria. Robots elevadores. Controladores. Sistemas ópticos.
- Seguridad: Códigos de seguridad adaptivos. Criptografía. Reconocimiento de huellas digitales.
- Transporte: Diagnóstico de frenos en camiones. Sistemas de ruteo y seguimiento de flotas.

1.4.1 Aplicaciones en la industria petrolera

De igual manera, las aplicaciones en la industria petrolera son muy diversas (Bello et al., 2016):

1. Desarrollo de interfaces para simuladores
2. Interpretación y reconstrucción de registros geofísicos
3. Caracterización de yacimientos
4. Optimización de gas utilizado en Bombeo Neumático
5. Correlaciones PVT
6. Análisis de daño a la formación
7. Diseño y optimización de fracturamiento hidráulico
8. Flujo de fluidos en tubería
9. Optimización en trabajos de perforación
10. Identificación de mejores prácticas

Capítulo 2. Descripción de las espumas utilizados para la perforación de pozos

2.1 Definición de una espuma

Existen diversas definiciones en la literatura referentes a qué es una espuma:

«[...] una aglomeración de burbujas de gas discontinuas dispersas dentro de una fase líquida externa y continua» (Edrisi, 2013).

«[...] es una dispersión altamente compresible de burbujas de gas en una matriz líquida continua, fuertemente afectada por la temperatura y la presión» (Chin, 2001).

Bikerman (1953) la define como: «una aglomeración de burbujas de gas separadas entre sí por una pequeña película de líquido» y considera tres tipos de espumas:

- Gas disperso en líquido (espumas, emulsión de gas)
- Líquido disperso en gas (niebla, líquido en aerosol)
- Gas disperso en sólido (espuma sólida)

La referencia más simple de espuma fue descrita por Schramm (1994) quien definió a la espuma como una aglomeración de burbujas y la considera como una «*dispersión coloidal*¹⁵ en la que el gas está disperso en una fase continua de surfactante-líquido».

Las espumas no solo pueden contener gas y líquido, sino partículas sólidas e incluso aceite. Los mismos principios básicos de la ciencia de los coloides que rigen la naturaleza, la estabilidad y las propiedades de las espumas se aplican a la industria del petróleo.

¹⁵ Entiéndase como un sistema compuesto por dos o más fases, una líquida y otra sustancia dispersa en pequeñas partículas (sólido o gas).

2.2 Importancia de las espumas en la industria petrolera

En la industria petrolera podemos encontrarnos con espumas que debido a sus propiedades pueden ser deseables e indeseables (Tabla 2.1). Las espumas deseables son aquellas cuya incidencia es de importancia para un proceso y las espumas indeseables son aquellas cuya incidencia puede causar problemas en el proceso. Un ejemplo de espuma deseable, y para efectos de este trabajo, es un fluido (o «lodo») de perforación que está basado en espuma. Ésta se usa para cumplir con todas las funciones que se requiere en un lodo de perforación, por ejemplo: lubricar la barrena, transportar los recortes hasta la superficie, entre otros. Además, permite que se apliquen bajos gradientes de presiones cuando se perfora en yacimientos de baja presión.

Tabla 2.1 Algunos ejemplos de espumas en la industria petrolera (Schramm, 1994).

Tipo	Evento
Espumas indeseables	Producción de espuma en pozo y cabeza de pozo
	Espuma durante proceso separación
	Espumas en torre de destilación y fraccionamiento
	Espumas en tanque de combustible líquido
Espumas deseables	Fluido de perforación espumados
	Fluido de fracturamiento espumado
	Fluido acidificante espumado
	Espumas de bloqueo y desviación
	Espumas de control de la movilidad del gas

Las espumas indeseables plantean problemas difíciles donde sea que ocurran. Pueden presentarse en los procesos de producción (por ejemplo, separadores de aceite y agua) y en refinerías (por ejemplo, torres de destilación), la aparición de estas espumas tendrá que mitigarse para evitar problemas posteriores.

2.3 Características de las espumas

Los fluidos espumados generalmente comprenden dos fases: una fase líquida y una fase gaseosa. La fase líquida puede ser agua dulce o salmuera y comprende del 5 – 25 % del sistema. La fase gaseosa es usualmente un gas inerte, siendo N₂ y CO₂ los gases más usados, y comprende del 75 – 95 % del sistema. Se usa un tensoactivo (surfactante)

como un estabilizador y comprende aproximadamente el 5 %. El sistema puede aumentar su densidad usando salmueras pesadas (Shah et al., 2010).

Con base en las proporciones de las fases, una espuma se puede denominar de las siguientes formas (Rehm et al., 2012):

- Espuma húmeda: Es la espuma con alto porcentaje de agua y que en la práctica necesita más agente espumante o potenciador de espuma.
- Espuma seca: Espuma con un bajo porcentaje de agua y un tratamiento más alto de agente espumante. Es más persistente y soportará un mayor porcentaje del aire al agua.
- Espuma estable: Espuma que solo usa agentes surfactantes sin el uso de un polímero o bentonita.
- Espuma rígida: Espuma formulada por un polímero (típicamente CMC, Carboximetilcelulosa) y bentonita, así como un agente surfactante.

2.3.1 Calidad

Se refiere a la relación volumétrica de gas contenido en el volumen total de la mezcla en un punto de temperatura y/o presión particular (Rehm et al., 2012). Se expresa en porcentaje (%) o fracción decimal y puede calcularse con la siguiente fórmula:

$$\Gamma = \frac{V_g}{V_g + V_l} * 100 \quad \text{Ec. (2.1)}$$

En la Tabla 2.2 muestra el tipo de sistema que existe a diferentes intervalos de calidad.

Tabla 2.2 Tipos de sistemas (Caenn, Darley, & Gray, 2017).

Intervalo de calidad	Tipo de sistema
0.1-0.54	Líquido gasificado
0.55-0.96	Espuma
0.97-0.99	Niebla

En la Figura 2.1 se presentan los distintos tipos de sistemas dependiendo del intervalo de calidad. Cuando se presente una calidad igual a cero se entiende que es un flujo únicamente de la fase líquida, y cuando se tiene una calidad equivalente a la unidad es referida a una fase enteramente gaseosa.

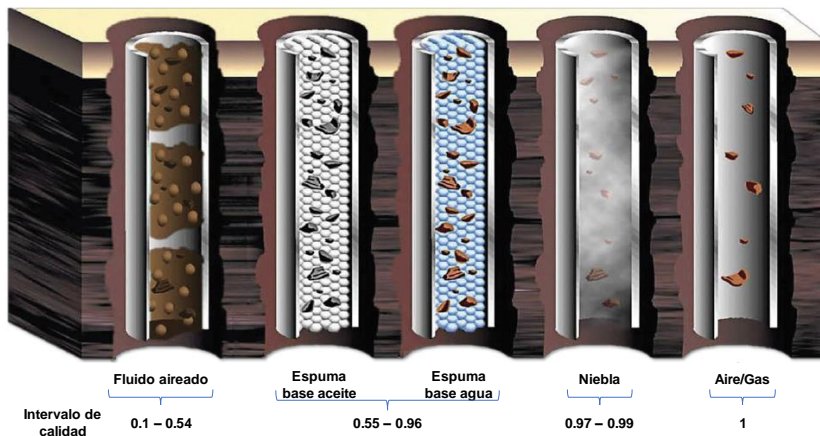


Figura 2.1 Sistemas de perforación a diferentes intervalos de calidad (IADC, 2015).

La calidad de una espuma tiene influencia en el transporte de recortes. A medida que el gas comienza a convertirse en la fase continua, el sistema comienza a presentar flujo tipo bache alternando agua y gas, por lo cual la espuma pierde su capacidad de transporte y deja caer los recortes. (Rehm et al., 2012). El límite inferior eficiente basado en la capacidad de transporte de recortes de la espuma corresponde a una calidad de 0.52 (Figura 2.2).

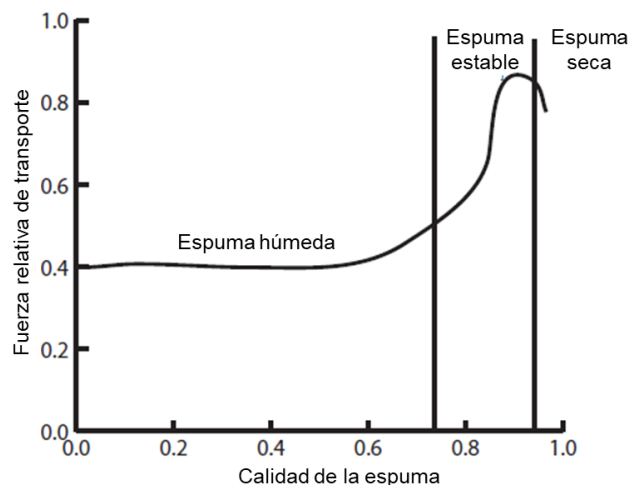


Figura 2.2 Capacidad de transporte de la espuma (Beyer et al., 1972).

2.3.2 Relación gas – líquido

Es la relación entre un volumen de gas dividido por un volumen de líquido a la misma temperatura y presión estándar (STP por sus siglas en inglés) éste último se expresa siempre como 1. Una proporción de 200/1 significaría 200 [scf] de gas inyectado por cada ft^3 de líquido (Rehm et al., 2012).

2.3.3 Arreglo de fases

En espumas estables, las burbujas esféricas se transforman en celdas poliédricas separadas por películas de líquido casi planas y reciben el nombre de espumas secas. El arreglo de las películas entre burbujas se da en ángulos iguales de 120° en 2D y en 109° en 3D, y son resultado de las tensiones de superficie o de las fuerzas contractivas a lo largo de las películas de líquido (Schramm, 2005).

El arreglo originado entre burbujas da lugar a dos regiones importantes en el estudio de este sistema: la lamela, que es la región que abarca la película delgada de líquido y es donde se aprecia mejor la interfase gas-líquido; y el borde de Plateau, el cual es resultado de la unión de 3 o más lamelas que concurren. También al contacto entre una lamela con una superficie sólida y da lugar a la región con mayor cantidad de líquido (Figura 2.3).

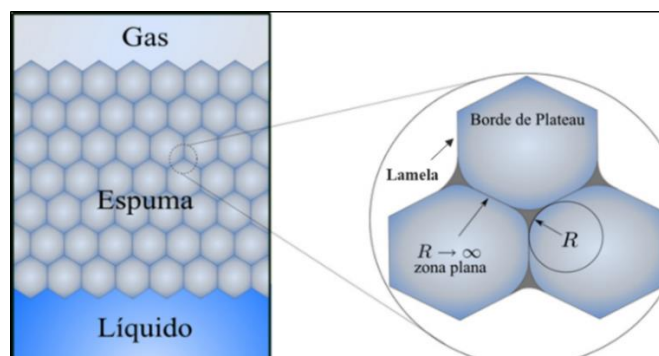


Figura 2.3 Arreglo de fases (Fadrique, 2014).

2.3.4 Tensión superficial

La creación de una interfaz entre un líquido y un gas requiere energía. Esta energía adicional es la tensión superficial (γ), que es el cambio de la energía libre con la superficie a temperatura y composición constantes para un líquido en equilibrio con el aire (interfaz aire/líquido) en ausencia de adsorción. Su valor depende de la naturaleza del líquido. Cualquier adsorción en la interfaz aire/líquido, en particular las moléculas tensoactivas, reducirá la γ hasta cierto punto en función de la naturaleza del líquido y del tensoactivo. La reducción de la tensión superficial con la adición de surfactante es importante para la humectación de superficies hidrofóbicas con agua y la formación de espumas. Los gradientes de tensión superficial producidos durante la formación de espuma estabilizan las burbujas de aire, evitando así el colapso de la espuma (Tadros, 2013, Cantat et al., 2013).

2.3.5 Tamaño de las burbujas

En ocasiones se puede caracterizar una espuma en términos de un tamaño de burbuja dado ya que inevitablemente hay una distribución de tamaño. Tamaños pequeños representarían una espuma estable y una alta viscosidad. Generalmente, tienen diámetros entre 10 [μm] hasta 1000 [μm]. Las burbujas en una espuma son poliédricas, no obstante, es convencional referirse como «diámetro» de las burbujas de gas en una espuma como si fuesen esféricas. (Schramm, 2005).

2.3.6 Textura de la espuma

La textura de la espuma es un parámetro importante que afecta la reología de la espuma, la pérdida de fluidos, transporte de sólidos y propiedades de limpieza. Sirve para clasificar una espuma según su tamaño, forma y distribución de burbuja dentro de su matriz. También funciona para describir la manera en que las burbujas de gas se distribuyen a lo largo de la fase líquida de la espuma. Se usa una descripción física puesto que no hay forma cuantitativa para describir la textura. Los factores que afectan la textura de las

espumas son la calidad, la presión, la técnica de generación de espuma y la composición química (Schramm, 1994).

Si la concentración de burbujas pequeñas es alta o la espuma está recién generada recibirá el nombre de espuma esférica; mientras que, si las burbujas son secas, es decir, el volumen de líquido es bajo, se denominará espuma poliédrica. La fase líquida en el caso de las espumas esféricas es más gruesa que las espumas poliédricas (Eren, 2004).

2.3.7 Estabilidad de una espuma

La estabilidad estática de una espuma se refiere a la capacidad de la espuma para resistir la ruptura de burbujas. Al ser sistemas termodinámicamente inestables están sometidas a procesos de autodestrucción o ruptura debido al drenaje de líquidos, a la maduración de Ostwald¹⁶ y a la coalescencia de las burbujas (Stevenson, 2012).

Un método para cuantificar la estabilidad de una espuma es medir su vida media, que es el tiempo requerido para que la espuma drene la mitad de su volumen de líquido. Cuanto más tiempo tarde en drenar el líquido, más estable será la espuma. La vida media determinada experimentalmente es función de la altura de la columna de espuma. Factores como el tipo de tensoactivo, la concentración, el aumento de la presión y mayor energía mecánica empleada generan espumas más estables. Para temperaturas más altas, como las que existen en el fondo del pozo, la estabilidad dinámica de la espuma depende del tipo de surfactante y la concentración (Schramm, 1994).

2.3.8 Contenido de sólidos

Son añadidos para alargar la vida del sistema. Los más usados son las arcillas. El cuidado en el porcentaje de estos materiales es de vital importancia en sistemas de espumas tanto de un solo uso como reciclables ya que estos sólidos deben ser fáciles de separar

¹⁶ Proceso donde las pequeñas burbujas desaparecen dentro de burbujas más grandes por medio de difusión gaseosa, dando como resultado un cambio en la distribución del tamaño de las burbujas (Salager, Andérez, & Forgiarini, 1999; Tadros, 2013).

de las fases gas-líquido, con el fin de no requerir de un proceso de separación adicional y elevar costo de operación.

2.4 Propiedades de un fluido de perforación espumado

Para este trabajo se consideraron las siguientes propiedades:

Densidad: Es la relación entre la cantidad de masa en un determinado volumen, sus unidades pueden ser en libras por galón [lb_m/gal], en kilogramos por metro cúbico [kg/m^3], gramos por centímetro cúbico [g/cc o g/cm^3], o en gradiente hidrostático [$lb_m/in^2/ft$], [psi/ft] o [$psi/1000ft$]. Esta propiedad es básica para la presión de control de pozo, ya que previene la entrada de fluido proveniente de la formación y el colapso del pozo abierto y de la tubería. (Mitchell & Miska, 2011; Caenn, Darley, & Gray, 2017). La densidad de las espumas se mide por medio de técnicas tales como capacitancia, resistencia e imágenes por resonancia magnética (MRI) (Weaire et al., 2007) y puede utilizarse un picnómetro o instrumentos de medición del volumen. Para su cálculo usualmente se ignora la masa del gas involucrado (Schramm, 2005):

$$\rho_F = \frac{m_L}{V_F} \quad \text{Ec. (2.2)}$$

Donde:

m_L = masa de líquido en la espuma

V_F = volumen total de la espuma

En las espumas la densidad disminuye a medida que la calidad aumenta. Su intervalo oscila entre 0.2 [g/cc] y 0.8 [g/cc].

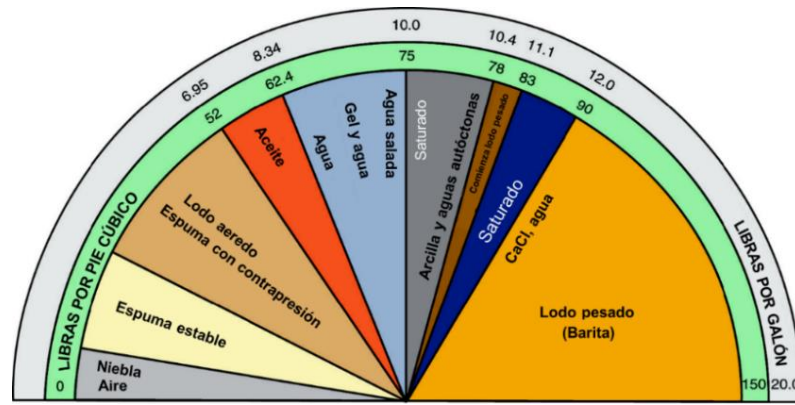


Figura 2.4 Intervalo de densidades para fluidos utilizados en la perforación de pozos (Lake, 2006).

Propiedades de flujo

Viscosidad: La viscosidad es la propiedad reológica del fluido que indica la resistencia al flujo. En la perforación, esta propiedad puede expresarse en centipoise [cP], donde 1 [cP] = 0.01 [Poise] = 0.01 [dina-sec/cm²] = 0.01 [g/cm-sec] (Mitchell & Miska, 2011). La viscosidad se define como la relación entre el esfuerzo de corte¹⁷ y la velocidad de corte¹⁸:

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} \quad \text{Ec. (2.3)}$$

Donde:

τ = esfuerzo de corte [lb_m/100ft²].

γ = velocidad de corte [seg⁻¹].

Esta propiedad es directamente proporcional a la calidad, es decir, incrementa conforme la calidad aumenta y viceversa; en un intervalo de 0.8 hasta 0.97 (que es el límite de estabilidad de la espuma) esta proporción aumenta rápidamente (Figura 2.5).

¹⁷ Es la fuerza por unidad de área necesaria para mover un fluido a una velocidad de corte determinada.

¹⁸ Se define como el cambio de velocidad dividido por el diámetro de un canal a través del cual se mueve en flujo laminar.

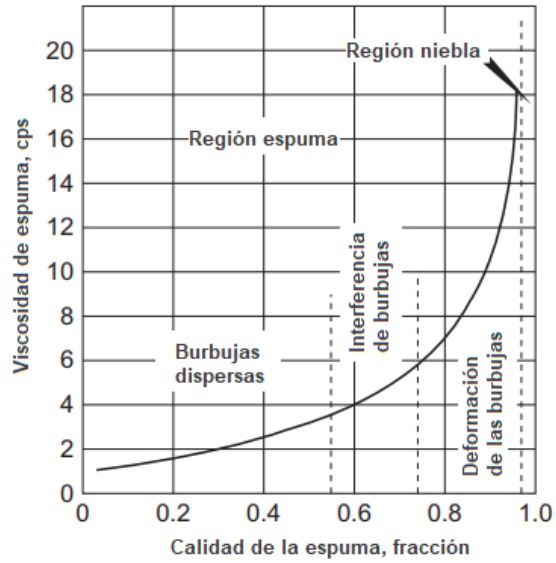


Figura 2.5 Efecto de la calidad sobre la viscosidad (Caenn, Darley, & Gray, 2017).

Otro de los parámetros que se amplifican con respecto a la calidad es el esfuerzo de corte. Al ser más viscoso, el sistema tiende a requerir más energía para moverse (Figura 2.6).

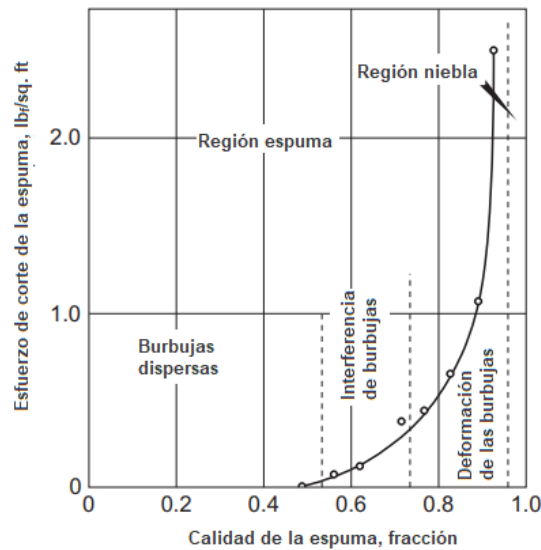


Figura 2.6 Efecto de la calidad en el esfuerzo de corte (Caenn, Darley & Gray, 2017).

Viscosidad de embudo: Es una prueba práctica para obtener la viscosidad con el embudo Marsh. Esta medición indica una velocidad de flujo respecto al tiempo (Mitchell & Miska, 2011). Para las espumas se caracteriza la fase líquida y su viscosidad deberá estar dentro del intervalo de tiempo mínimo de los fluidos base agua (45 a 75 segundos),

esto dependerá de la formulación química y concentración de cada componente del sistema.

Viscosidad efectiva (μ_e): Este término se utiliza para describir la viscosidad medida o calculada a una velocidad de corte teniendo en cuenta la geometría y condiciones de flujo en pozo o tubería de perforación a través de la cual fluye el fluido (API, 2010; Rabia, 2001). Para las espumas, se deberá considerar que esta viscosidad depende de la velocidad de corte (Cantat et al., 2013; Sanghani & Ikoku, 1983).

Viscosidad aparente (μ_a): En muchos casos reales, las relaciones τ/γ no son constantes, y se llama viscosidad aparente o no newtoniana (Malkin, 1994). Esta viscosidad puede tomarse solo para la fase líquida en un reómetro o un reómetro especial para caracterizar fluidos gasificados. Para su cálculo utiliza la lectura 600 rpm del viscosímetro Fann (θ_{600}) en la siguiente ecuación:

$$\mu_a = \frac{1}{2} \theta_{600} \quad \text{Ec. (2.4)}$$

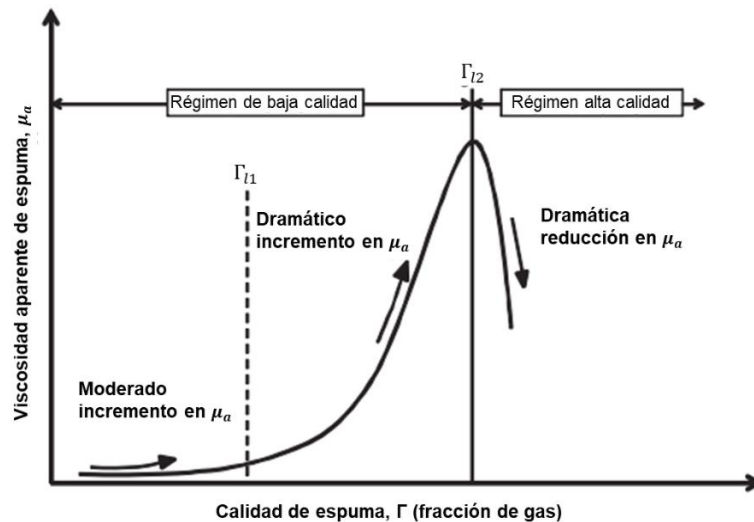


Figura 2.7 Representación esquemática de la viscosidad aparente de la espuma en función de la calidad de la espuma (Gajbhiye & Kam, 2011).

En la Figura 2.7 se muestra el cambio de la viscosidad aparente contra calidad de la espuma, y se aprecian tres características: (1) Cuando $\Gamma < \Gamma_{l1}$ la viscosidad tiene un

cambio medurado a medida que la calidad de la espuma (Γ) aumenta; (2) cuando $\Gamma_{l1} < \Gamma < \Gamma_{l2}$ la viscosidad aparente tiene un incremento drástico con la calidad de la espuma y llega un límite cuando $\Gamma = \Gamma_{l2}$; y (3) cuando $\Gamma > \Gamma_{l2}$ la viscosidad declina rápidamente con el aumento de calidad (Gajbhiye & Kam, 2011).

Viscosidad plástica (PV): Es la resistencia al flujo en un fluido de perforación producido principalmente por la fricción de las partículas en suspensión (tamaño, forma y número) y por la viscosidad de la fase líquida. Se calcula utilizando las lecturas a 600 (θ_{600}) y 300 (θ_{300}) rpm en del viscosímetro Fann 35 (Mitchell & Miska, 2011; Rabia, 2001).

$$PV = \theta_{600} - \theta_{300} \quad \text{Ec. (2.5)}$$

Punto de cedencia (YP): Es la fuerza mínima requerida para iniciar el flujo (Rabia, 2001). Está relacionado con la capacidad de limpieza del fluido en el pozo y sufre incremento por la acción de los contaminantes solubles y sólidos reactivos de formación. Con la ecuación 2.6 se puede calcular el punto de cedencia de la fase líquida de la espuma en el viscosímetro Fann 35.

$$YP = \theta_{300} - VP \quad \text{Ec. (2.6)}$$

Esfuerzo gel (Gel): La resistencia del gel es el esfuerzo de corte medido a baja velocidad de corte después de que un fluido se encuentre en reposo durante un período de tiempo dado. Los sistemas espumados deben tener esta propiedad para suspender los recortes de roca al momento de detener y accionar la circulación del sistema durante la operación de perforación. Esta medición se obtiene con un viscosímetro Fann 35 tomando las lecturas 3 rpm (θ_3) de a diez segundos y a diez minutos. Se calcula con la siguiente ecuación:

$$Gel = \frac{(\theta_3)_{10s}}{(\theta_3)_{10min}} \quad \text{Ec. (2.7)}$$

2.5 Reología

Derivada de la palabra griega «*reos*» [ῥέος], que significa «flujo o arroyo», y de la palabra «*logos*» [λόγος] que significa «ciencia o tratado». Se puede definir como la ciencia de la deformación y el flujo de la materia (sólidos, líquidos y gases). La reología, en esencia, se ocupa de la relación esfuerzo-deformación-tiempo de cualquier materia.

Los datos reológicos se pueden evaluar y usar para controlar el flujo de fluidos sin requerir un conocimiento profundo de la teoría reológica. La familiaridad con la teoría básica de las propiedades reológicas, especialmente en lo que se refiere a los fluidos de perforación, hacen que los datos reológicos disponibles sean más útiles. Estar relacionados con las propiedades reológicas estimulará la recopilación de más datos, lo que podría garantizar operaciones de perforación más eficientes. (Chilingarian & Vorabutr, 1981).

2.5.1 Modelos reológicos

Un modelo reológico es una expresión matemática empírica que relaciona el esfuerzo cortante (τ) y la rapidez de su deformación ($\dot{\gamma}$). También nos permite caracterizar la naturaleza reológica del fluido.

Se puede crear una gráfica de esfuerzo de corte contra velocidad de corte. Cada modelo reológico existente tiene una representación gráfica de comportamiento, denominado reograma, como se muestra en la Figura 2.8.

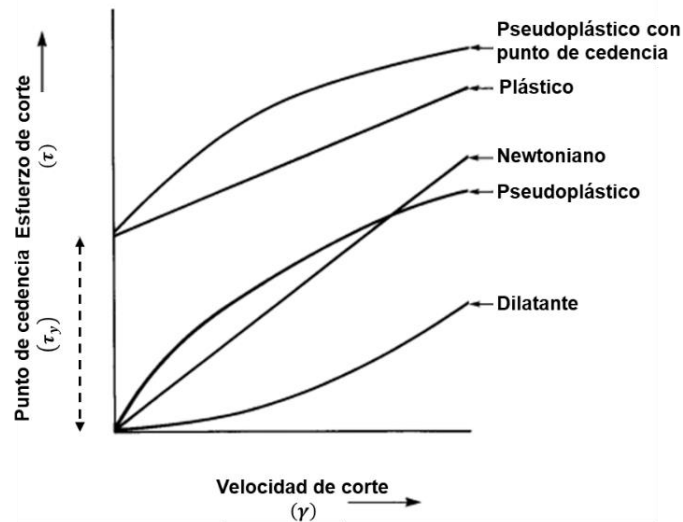


Figura 2.8 Reograma de fluidos (Schramm, 2005).

Otra alternativa es graficar la viscosidad (μ) contra la velocidad de corte (γ), tal como se muestra en la Figura 2.9. Se debe tomar en cuenta que un sistema coloidal, como es la espuma, puede presentar propiedades similares a distintos tipos de los fluidos presentados en esta figura.

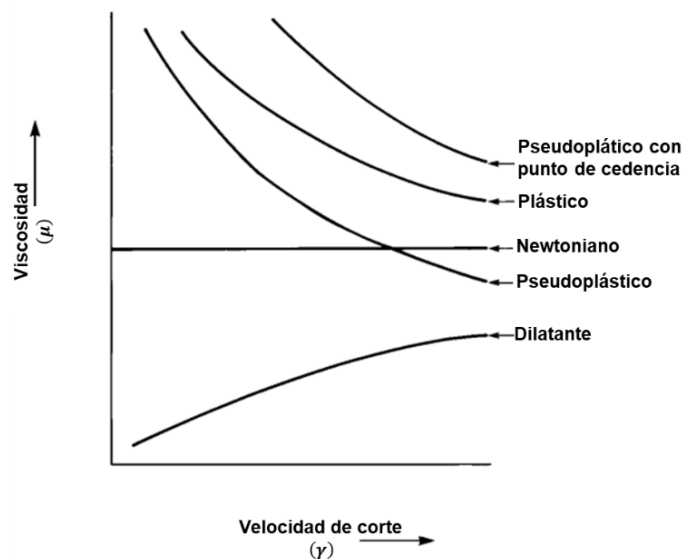


Figura 2.9 Curvas típicas de viscosidad contra velocidad de corte (Schramm, 2005).

De los diferentes modelos reológicos, el más esencial y simple es el Newtoniano, cuyo comportamiento es lineal; y entre los más comunes o usuales se encuentran los siguientes (API, 2010):

- Modelo plástico de Bingham: Este modelo describe los fluidos en los que la relación de esfuerzo cortante/velocidad de corte es lineal una vez que se ha excedido un esfuerzo de corte específico. Emplea el esfuerzo de corte (τ), la velocidad de corte (γ), la viscosidad plástica (μ_p) y el esfuerzo de cedencia (τ_y), calculadas con las ecuaciones 2.5 y 2.6, respectivamente, para la caracterización del fluido.

$$\tau = \tau_y + \mu_p \gamma \quad \text{Ec. (2.8)}$$

- Modelo Ley de potencias de Ostwald-de-Waele: Se usa para describir el flujo de un adelgazamiento cortante¹⁹ (*shear thinning*) o fluidos de perforación pseudoplástica. Este modelo describe fluidos en los que el reograma es una línea recta cuando se traza en un gráfico log-log. Un fluido de ley de potencia verdadero no presenta un límite elástico. Involucra el cálculo del esfuerzo de corte (τ), la velocidad de corte (γ), el índice de consistencia²⁰ (k) y el índice de comportamiento de flujo²¹ (n).

$$\tau = k \gamma^n \quad \text{Ec. (2.9)}$$

- Modelo de Hershel-Bulkley: Llamado también como ley de potencia «modificada» y modelo pseudoplástico con punto de cedencia. Se utiliza para describir el flujo de fluidos de perforación pseudoplásticos que requieren un límite de fluencia o cedencia para iniciar el flujo. Un reograma de esfuerzo de corte menos esfuerzo de

¹⁹ Encontrado como adelgazamiento por cizallamiento, es el comportamiento no newtoniano de fluidos cuya viscosidad disminuye cuando esfuerzo cortante aumenta.

²⁰ Es la resistencia al corte a una velocidad de corte de 1.0 s^{-1} y se expresa normalmente en $\text{lb}/100 \text{ ft}^2$ o dynes/cm^2 . (Caenn, Darley, & Gray, 2017). Podemos describirla de forma idéntica al concepto de viscosidad plástica dado que un aumento de este parámetro indica el incremento de concentración de sólidos o disminución del tamaño de las partículas.

²¹ Relación numérica entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. Es una medida de la no-newtonianidad del flujo. Si $n < 1$ describe un comportamiento pseudoplástico; si $n > 1$ describe un comportamiento dilatante; y si $n = 1$ se reduce a un comportamiento newtoniano.

cedencia²² contra velocidad de corte es una línea recta en coordenadas log-log. Este modelo es ampliamente utilizado porque (a) describe el comportamiento de flujo de la mayoría de los fluidos de perforación, (b) incluye un valor de esfuerzo de cedencia importante para varios problemas hidráulicos, y (c) incluye el modelo plástico de Bingham y la ley de potencia como casos especiales. Utiliza el esfuerzo de corte (τ), la velocidad de corte (γ), el esfuerzo de cedencia (τ_y), el índice de consistencia (k) y el índice de comportamiento de flujo (n).

$$\tau = \tau_y + k\gamma^n \quad \text{Ec. (2.10)}$$

El Instituto Americano del Petróleo (API) recomienda las siguientes ecuaciones generalizadas para el cálculo de los parámetros reológicos k y n (API, 2010):

$$k = \frac{PV + YP - \tau_y}{511^n} \quad \text{Ec. (2.11)}$$

$$n = 3.32 \log_{10} \left(\frac{2PV + YP - \tau_y}{PV + YP - \tau_y} \right) \quad \text{Ec. (2.12)}$$

Para el modelo de Ley de potencias: $\tau_y = 0$; para el modelo de Bingham: $\tau_y = YP$ y $n = 1$; y para el modelo de Hershel-Bulkley: $\tau_y = 2\theta_3 - \theta_6$.

2.5.2 Reología de espumas

Las propiedades reológicas de la espuma son complejas y proporcionan una base separada y distinta para distinguir la espuma de los líquidos aireados y no aireados. Las propiedades reológicas dependen de muchos parámetros, como el tamaño y la distribución de las burbujas, la viscosidad del fluido, la calidad de la espuma y el tipo de agente espumante (Fink, 2015). Es complicado estudiar las propiedades reológicas de

²² Punto en el cual el material sufre una deformación plástica, es decir, el material pasa la zona de deformación elástica y queda deformado permanentemente.

una espuma ya que, en la deformación, sus propiedades cambian. La geometría más conveniente para medir la reología de la espuma es usar una placa paralela.

Las espumas producen sistemas no newtonianos y para caracterizar sus propiedades reológicas se requiere conocimiento de las constantes de elasticidad (módulo de compresibilidad y expansión, módulo de corte y coeficiente de Poisson), resistencia y plasticidad (punto de cedencia o viscosidad efectiva) y los parámetros de relajación: disminución del estrés o efecto elástico retardado (Exerowa & Kruglyakov, 1998).

Se han desarrollado dos enfoques diferentes para la caracterización reológica de la espuma: basado en la calidad (el método convencional) y el principio de igualación de volumen (basado en la relación de expansión). El primer enfoque trata la espuma como si fuera un fluido monofásico y luego caracteriza la espuma para diferentes valores de calidad. El segundo enfoque normaliza los valores de calidad y luego caracteriza la espuma utilizando parámetros reológicos «maestros» válidos para todos los valores de calidad (Ozbayoglu, 2008). El presente trabajo se centrará en el primer enfoque.

Estudios previos muestran que una espuma se puede representar por el modelo de Ley de potencias (David & Marsden Jr., 1969; Martins, Lourenço, Sa, & Silva Jr., 2001; Raza & Marsden, 1967; Sanghani & Iko, 1983), modelo plástico de Bingham (Blauer, Mitchell, & Kohlhaas, 1974; Calvert & Nezhati, 1986), o modelo de Hershel-Bulkley (Reidenbach, Harris, Lee, & Lord, 1986; Saintpere, Herzhaft, Toure, & Jollet, 1999). Los datos experimentales indican que la reología de la espuma se puede determinar mejor con el modelo Ley de potencias para calidades de espuma de 70 % y 80 %, y para el modelo plástico de Bingham con calidades de espuma de 90 % (Ozbayoglu et al., 2002). Algunos de estos modelos se presentan a continuación.

2.5.3 Modelos empíricos para la reología de espumas

El desarrollo teórico de Einstein (1906) fue el primer tratamiento matemático para determinar el efecto de las partículas dispersas en un disolvente sobre la viscosidad de la suspensión utilizando principios hidrodinámicos. Consideró a las partículas esféricas,

homogéneas y de igual tamaño suspendidas en un fluido homogéneo con distribución uniforme; el volumen de éstas es pequeño en cualquier región del fluido. Desarrolló una ecuación que relaciona la viscosidad de un fluido que contiene numerosas esferas de tamaño idéntico y disposición uniforme (Ec. 2.13). La calidad de espuma oscila entre 0 a 0.45.

$$\mu_f = \mu_l (1 + 2.5\Gamma) \quad \text{Ec. (2.13)}$$

donde:

μ_f = Viscosidad de la espuma

μ_l = Viscosidad del líquido base

Γ = Calidad de espuma

Hatschek (1910) desarrolló un modelo similar basándose en la ley de Stoke para calidades de espuma que va de 0 a 0.74 (Ec. 2.14). También describió la viscosidad para calidades entre 0.74 a 0.99 basada en la conservación de la energía durante las interferencias, la deformación y las burbujas compactas dentro de los márgenes de flujo de espuma (Ec. 2.15). Esta última ecuación solo es aplicable para altas velocidades de corte donde la viscosidad de la espuma es casi independiente a la velocidad de corte.

$$\mu_f = \mu_l (1 + 4.5\Gamma) \quad \text{Ec. (2.14)}$$

$$\mu_f = \mu_l \left(\frac{1}{1 - \Gamma^3} \right) \quad \text{Ec. (2.15)}$$

Mitchell (1971) desarrolló su modelo basándose en la teoría de Rabinowitsch (1929). Midió la reología de una espuma usando tubos de diámetro pequeño considerando la espuma como un fluido plástico de Bingham. Propuso dos ecuaciones derivadas empíricamente para la viscosidad de la espuma para calidades entre 0 a 0.54 (Ec. 2.16) y entre 0.54 a 0.97 (Ec. 2.17).

$$\mu_f = \mu_l (1 + 3.6\Gamma) \quad \text{Ec. (2.16)}$$

$$\mu_f = \mu_l \left(\frac{1}{1 - \Gamma^{0.49}} \right) \quad \text{Ec. (2.17)}$$

Beyer et al. (1972), presentaron un modelo tanto en pruebas de laboratorio como escalas piloto para tuberías horizontales, empleando el procedimiento de Mooney (1931) para correlacionar la velocidad de deslizamiento con la fracción de volumen de líquido y el esfuerzo de corte en la pared. Utilizaron el esfuerzo de fluencia obtenidos en los datos experimentales a escala piloto. La viscosidad de Bingham se da de la siguiente manera:

$$0.02 < LVF < 0.1 \quad \mu_o = \frac{1}{(7200 * LVF + 267)} \quad \text{Ec. (2.18)}$$

$$0.1 < LVF < 0.25 \quad \mu_o = \frac{1}{(2533 * LVF + 733)} \quad \text{Ec. (2.19)}$$

donde:

LVF = Fracción volumétrica del líquido

μ_o = Viscosidad de Bingham

Blauer et al. (1974) propusieron una ecuación para calcular la viscosidad efectiva a partir de la ley de Hagen-Poiseuille y la ecuación de Buckingham-Reiner (Ec. 2.20). Además, utilizaron la viscosidad efectiva, la densidad, la velocidad promedio y diámetro de la tubería para calcular el número de Reynolds y el factor de fricción para fluidos espumados. Asumieron que la espuma se comporta como un fluido plástico de Bingham. La Figura 2.10 muestra la viscosidad efectiva de la espuma basado en la ecuación 2.20.

$$\mu_e = \mu_p + \frac{g_c \tau_y D}{6v} \quad \text{Ec. (2.20)}$$

donde:

μ_e = Viscosidad efectiva

μ_p = Viscosidad plástica

$g_c = 32.2 \text{ [ft/s}^2\text{]}$

τ_y = Esfuerzo de corte

D = Diámetro interno de la tubería

v = Velocidad

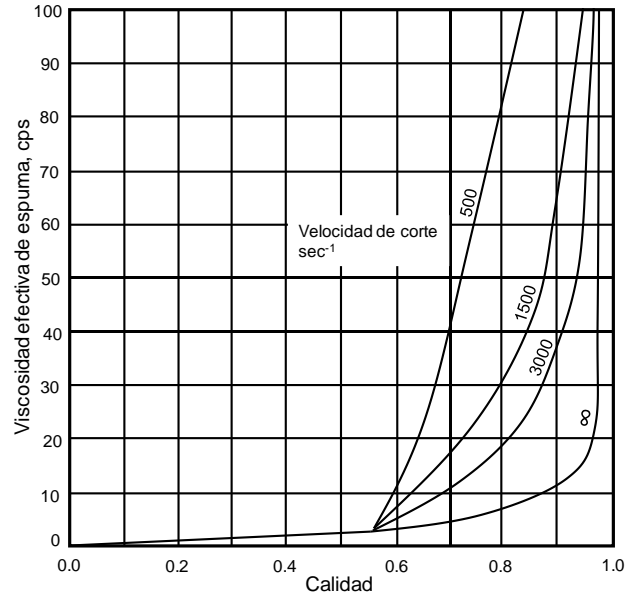


Figura 2.10 Viscosidad efectiva contra calidad a diferentes velocidades de corte (Blauer et al., 1974).

Reidenbach et al. (1986) realizaron experimentos con espumas base agua utilizando nitrógeno. Propusieron un modelo Herschel-Bulkley para describir un flujo de espuma laminar a través de tuberías. La sustitución de CO_2 por N_2 daba una reología similar. Se utilizó una relación de escala modificada para describir la compresibilidad en el flujo turbulento. Definieron la siguiente correlación para la viscosidad aparente que se usa como viscosidad newtoniana en cálculos de caída de presión estándar:

$$\mu_a = \tau_{yp} \left(\frac{8v}{d} \right)^{-1} + k \left(\frac{8v}{d} \right)^{n-1} \quad \text{Ec. (2.21)}$$

donde:

μ_a = Viscosidad aparente

τ_{yp} = Verdadero punto de esfuerzo de corte

d = Diámetro interno de la tubería

v = Velocidad total

k = Índice de consistencia

Basándose en las mediciones de Martins et al. (2000) los parámetros del modelo Ley de potencias se correlacionaron con la calidad de las espumas (Ecs. 2.22 y 2.23) y la viscosidad aparente se puede obtener con la ecuación 2.24. Los valores k y n pueden observarse en la Figura 2.11.

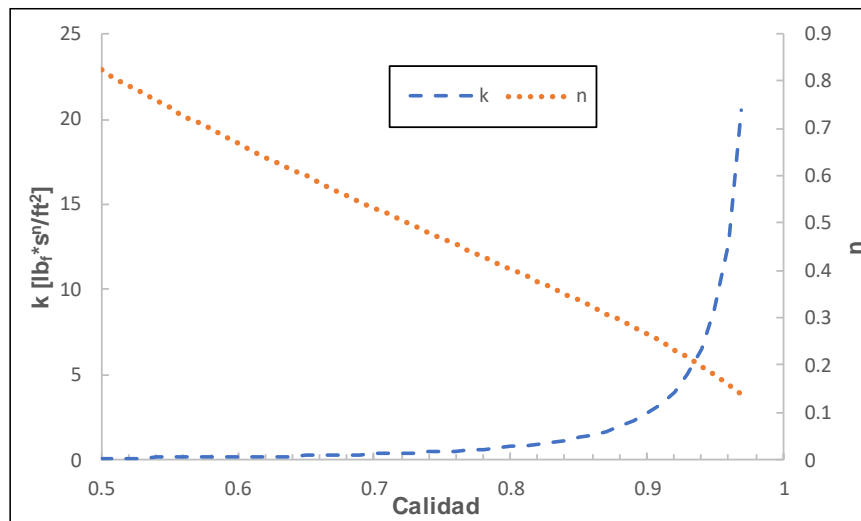


Figura 2.11 Índice de consistencia y comportamiento de flujo (Martins et al., 2000).

$$k = 0.0813 \left(\frac{1-\Gamma}{\Gamma} \right)^{-1.591} \quad \text{Ec. (2.22)}$$

$$n = 0.8242 \left(\frac{1-\Gamma}{\Gamma} \right)^{0.5164} \quad \text{Ec. (2.23)}$$

$$\mu_a = k \gamma^{n-1} \quad \text{Ec. (2.24)}$$

$$\gamma = \left(\frac{2n+1}{3n} \right) * \left(\frac{12v}{D_h} \right) \quad \text{Ec. (2.25)}$$

γ = Velocidad de corte [sec⁻¹]

Sanghani (1982) experimentó con un viscosímetro concéntrico anular para simular las condiciones reales del pozo. Encontró que el modelo de Ley de potencias era superior al modelo de plástico de Bingham en la correlación de sus datos. Concluyó que la espuma es pseudoplástica a bajas velocidades de corte (menores a 500 [s⁻¹]) y plástico de Bingham en altas (500 a 1000 [s⁻¹]). También proporcionó datos experimentales para correlacionar los parámetros pseudoplásticos k y n en función de la calidad de la espuma (Ecs. 2.26 y 2.27).

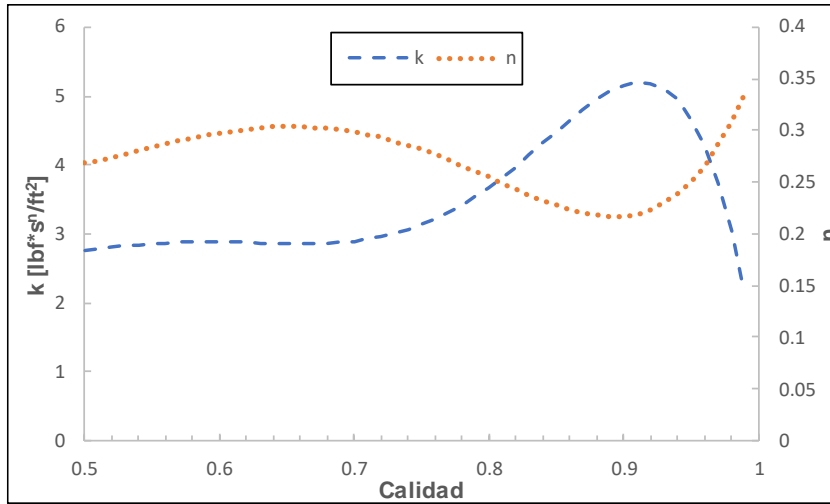


Figura 2.12 Correlación para n y k (Sanghani, 1982).

$$k = -0.15626 + 56.147\Gamma - 312.77\Gamma^2 + 576.65\Gamma^3 + 63.960\Gamma^4 - 960.46\Gamma^5 - 154.68\Gamma^6 + 1670.2\Gamma^7 - 937.88\Gamma^8 \quad \text{Ec. (2.26)}$$

$$n = 0.095932 + 2.3654\Gamma - 10.467\Gamma^2 + 12.955\Gamma^3 + 14.467\Gamma^4 - 39.673\Gamma^5 + 20.625\Gamma^6 \quad \text{Ec. (2.27)}$$

Ozbayoglu et al. (2002), realizaron un estudio hidráulico para espuma utilizando la ecuación de Rabinowitch-Mooney para determinar la velocidad de corte en la pared de la tubería (Ec. 2.28). Concluyeron que el efecto de deslizamiento en la pared no es insignificante y debe considerarse para establecer un verdadero comportamiento de flujo de espumas en tuberías.

$$\gamma_w = \left(\frac{8v}{D}\right) \frac{3n+1}{4n} \quad \text{Ec. (2.28)}$$

Donde:

$$n = \frac{d \ln(\tau_w)}{d \ln\left(\frac{8v}{D}\right)} \quad \text{Ec. (2.29)}$$

$$\tau_w = \frac{\Delta P}{L} * \frac{D}{4} \quad \text{Ec. (2.30)}$$

τ_w = Esfuerzo de corte en la pared

Los datos experimentales indicaron que la reología de la espuma se caracterizaba mejor por el modelo de Ley de potencias para las calidades que oscilaban entre 0.7 a 0.8 y el modelo de plástico de Bingham ofrece un mejor ajuste para calidades más altas.

Li y Kuru, (2003) trataron a la espuma como un fluido no newtoniano, cuyo comportamiento reológico era descrito de mejor forma por un modelo Ley de potencias. A partir de un análisis de regresión de los valores experimentales publicados por Sanghani e Ikoku desarrollaron ecuaciones en función del intervalo de calidad. Para una calidad inferior a 0.915 prevalece una espuma estable, además, cuando aumenta la calidad de la espuma, también aumenta su viscosidad efectiva. Las correlaciones son las siguientes:

$$k_f = 0.0074e^{3.516\Gamma} \quad \text{Ec. (2.31)}$$

$$n_f = 1.2085e^{-1.9897\Gamma} \quad \text{Ec. (2.32)}$$

Para $0.96 > \Gamma > 0.915$, la espuma se convierte en neblina cuya viscosidad es mucho menor que la espuma estable. Para $\Gamma > 0.96$, prevalece la niebla. Las correlaciones obtenidas son:

$$k_f = -2.1474\Gamma + 2.1569 \quad \text{Ec. (2.33)}$$

$$n_f = 2.5742\Gamma - 2.1649 \quad \text{Ec. (2.34)}$$

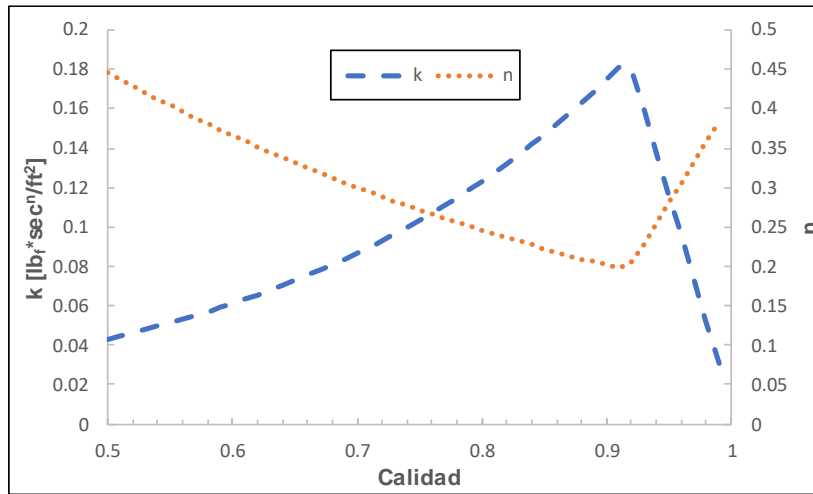


Figura 2.13 Comportamiento del índice de consistencia e índice de comportamiento de flujo de Li y Kuru.

A partir estudios experimentales realizados a una espuma constituida por el polímero hidroxietilcelulosa (HEC) utilizando dos distintos viscosímetros, Chen et al. (2009), determinaron que sus resultados ajustan mejor con un modelo Ley de potencias. Tomando los resultados de un viscosímetro de tubo, desarrollaron correlaciones para espumas tanto acuosas como poliméricas expresadas de la siguiente forma:

$$a = -0.533\mu_1^2 + 3.6736\mu_1 - 13.546 \quad \text{Ec. (2.35)}$$

$$b = 0.8926\mu_1^2 - 6.5877\mu_1 - 29.966 \quad \text{Ec. (2.36)}$$

$$c = -0.3435\mu_1^2 + 2.5273\mu_1 - 14.218 \quad \text{Ec. (2.37)}$$

$$k = \mu_l \left(e^{a\Gamma^2 + b\Gamma + c} \right) \quad \text{Ec. (2.38)}$$

$$n = -0.45\Gamma + 0.7633 \quad \text{Ec. (2.39)}$$

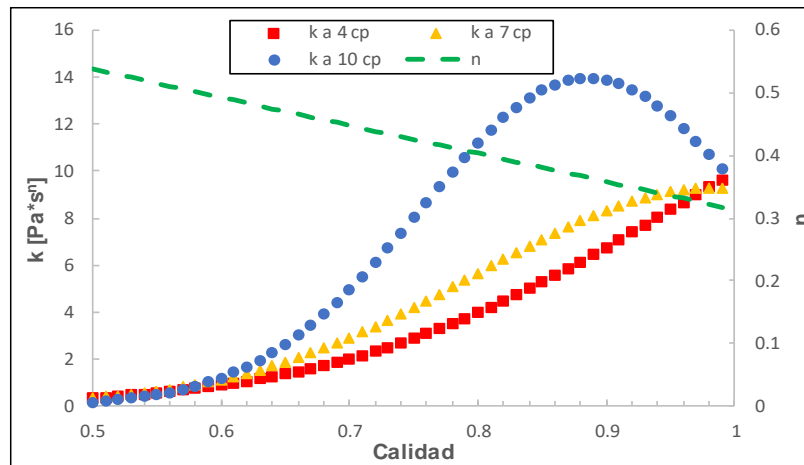


Figura 2.14 Comportamiento reológico a diferentes viscosidades.

La viscosidad aparente del líquido (μ_l) se obtiene por medio de la velocidad de corte a $300 [s^{-1}]$, sin embargo, su aplicación solo abarca hasta viscosidades de $15 [cP]$ (Astudillo, 2017). Este modelo contempla implícitamente la presión y la temperatura si se calcula la calidad de la espuma a partir del volumen de gas. La Figura 2.14 muestra el comportamiento de los parámetros reológicos.

2.5.4 Importancia de la reología en operaciones de perforación

La importancia radica en:

1. Limpieza del agujero
2. Suspensión de recortes
3. Cálculos hidráulicos
4. Tratamiento de fluido de perforación



Figura 3.2 Reómetro de espuma.

Tabla 3.1 Parámetros utilizados para la experimentación.

Presión [psi]	300, 600, 900, 1200 y 1500
Temperatura [°C]	30, 60, 90, 120 y 140
Calidad [%]	50 – 77

Debido a la incertidumbre para definir el modelo reológico, se consideraron los siguientes modelos: plástico de Bingham, Ley de potencias y Hershel-Bulkley, para caracterizar su comportamiento. La información obtenida experimentalmente se graficó como se muestra en la Figura 3.3.

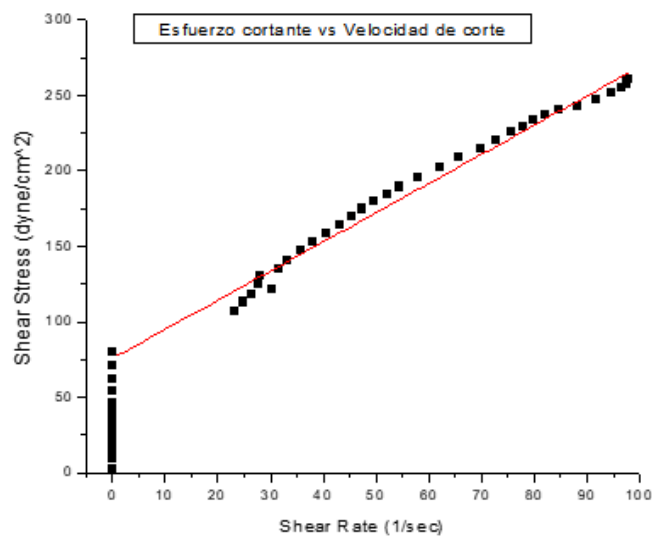


Figura 3.3 Esfuerzo y velocidad de corte resultantes de un experimento.

De la gráfica anterior se identificaron y eliminaron los valores nulos, y se dejaron aquellos que mejor caracterizaron el comportamiento del fluido con menor incertidumbre.

Del análisis de las gráficas se observa que el modelo Ley de potencias se ajusta mejor el comportamiento reológico del sistema, por lo que este será la base para estimar los parámetros reológicos k y n .

2.- Procesamiento de la información: La información obtenida se dividió en dos partes: la limpieza de datos y la organización de datos.

- I. Durante la limpieza de datos se procede a filtrar valores, tanto de las condiciones experimentales como de los valores resultantes de los parámetros reológicos, con la finalidad de eliminar aquellos datos que podrían producir variaciones al momento de hacer cálculos posteriores que se originan por mediciones realizadas de manera incorrecta. Para este fin se utiliza un método de detección de *outliers* multivariantes. Un *outlier* se puede definir como aquella observación que siendo atípica y/o errónea, se desvía marcadamente del comportamiento general de la masa de datos, respecto del criterio (modelo, método o situación) que se desea analizar en los mismos (Figura 3.4) (Moreno, 1987).

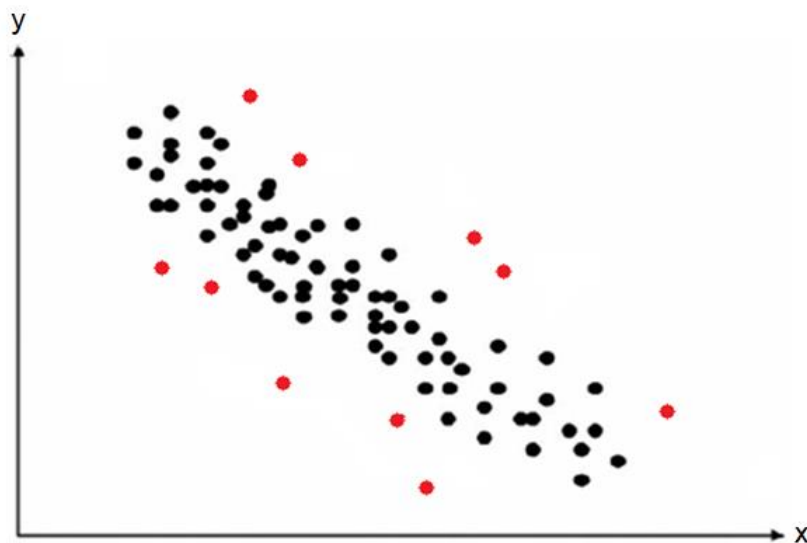


Figura 3.4 Espacio bidimensional con observaciones *outliers* (Muñoz & Amón, 2015).

En el caso multivariante, se considera el conjunto de todas las variantes. La distancia de Mahalanobis es un criterio que depende de los parámetros estimados de la distribución multivariada. Ésta describe la distancia entre cada punto de datos y el centro de masa. Cuando un punto se encuentra en el centro de masa, la distancia de Mahalanobis es cero y cuando un punto de datos se encuentra distante del centro de masa, la distancia es mayor a cero. Por lo tanto, los puntos de datos que se encuentran lejos del centro de masa se consideran valores atípicos (Muñoz & Amón, 2015). Para llevar a cabo la limpieza de los datos experimentales, se realizó un programa en el software R utilizando el método de Mahalanobis.

- II. En la organización, los datos se agrupan en tablas cuyo propósito es alimentar la RNA en datos de entrada (*input*) y objetivo (*target*). En una tabla se organizan los valores de entrada conformada por las variables experimentales (presión, temperatura y calidad); en otra tabla los datos objetivo que están conformados por los parámetros reológicos k y n , éstos se organizan de forma individual y en archivos separados para obtener mejores estimaciones (Tabla 3.2).

Tabla 3.2 Tablas de datos.

Calidad [%]	Temperatura [°C]	Presión [psi]	k [cP eq.]	n
61.2190	19.6726	110.7381	9,158.4720	0.4479
61.1783	22.8029	110.8116	3,219.8540	0.5788
63.7699	18.6594	99.1654	7,017.4180	0.5508
69.4115	23.5580	76.0510	8,585.6898	0.3555
75.7574	28.8490	49.5490	3,945.0268	0.5072
77.0692	26.3913	79.3846	11,706.4233	0.3210
50.3000	25.1230	1,207.2704	1,384.6118	0.7088
50.0467	25.3805	1,503.0000	1,593.8650	0.6962
51.3332	60.2692	335.0841	313.9868	0.8636
52.7317	90.1983	1,504.0000	225.8990	0.6532
72.2071	59.1575	306.4071	203.0428	0.5533
72.0601	59.1014	600.6014	2,037.7126	0.1401
64.6500	120.2837	342.7391	2,731.5340	0.1311
62.8639	120.3332	604.8755	708.7165	0.2785

Datos de entrada

Datos de salida

3.- Diseño y entrenamiento de la RNA: En este paso se utiliza la herramienta *Neural Network Fitting Tool* del software MATLAB (Figura 3.5), la cual permite ingresar los datos de entrada (*inputs*) y salida (*targets*). El objetivo es obtener valores de salida (*outputs*) generadas por la RNA que se aproximen a los parámetros reológicos k y n .

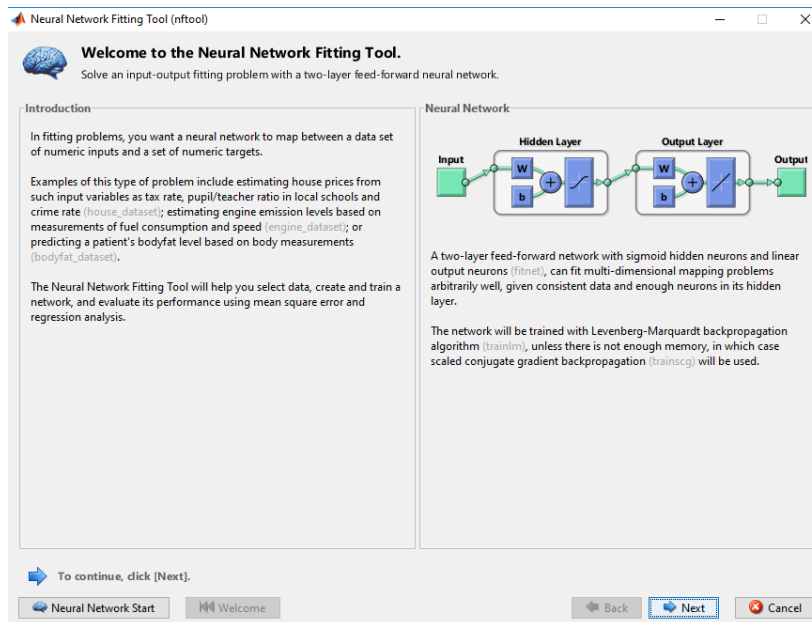


Figura 3.5 Neural Network Fitting Tool (MathWorks, 2018).

El diseño de la RNA consiste en proponer una arquitectura que pueda estimar los resultados lo mejor posible. Primero se elige el porcentaje de datos que utilizará la red para el entrenamiento (*training*), la validación (*validation*) y la prueba (*testing*). El porcentaje de datos utilizados pueden ser modificados. A continuación, se propone la cantidad de neuronas que tendrá la capa oculta de la RNA, la cual se puede incrementar o disminuir dependiendo de los resultados obtenidos. Posteriormente, se selecciona un algoritmo de entrenamiento.

Por último, el entrenamiento de la RNA. Este es un proceso iterativo, su finalidad es encontrar un ajuste en los pesos y *bias* que permitan estimar los valores de los parámetros reológicos experimentales. Cada entrenamiento realizado genera un conjunto de resultados y proporciona información que sirve para analizar el rendimiento que ha tenido. En este trabajo únicamente se tomó en cuenta la gráfica de rendimiento

de la red y el coeficiente de correlación total (R). El primero proporciona el rendimiento que obtuvo la red en sus tres etapas (entrenamiento, validación y prueba), además, indica la iteración en la que la validación alcanzó un mínimo error cuadrado medio (MSE) que es el punto donde se ha conseguido el mejor resultado. El segundo indica el grado de relación o ajuste entre los valores objetivo y los valores de salida.

Para seleccionar el entrenamiento adecuado, se empleó un criterio de aceptación que consiste en tomar un coeficiente de correlación total mayor a 0.9. Si el entrenamiento no cumple dicho criterio, se reentrena la red hasta obtener un entrenamiento que cumpla con el coeficiente anterior. Los resultados se capturan y el entrenamiento se guarda para continuar con el entrenamiento de la red hasta obtener una cantidad de resultados adecuados.

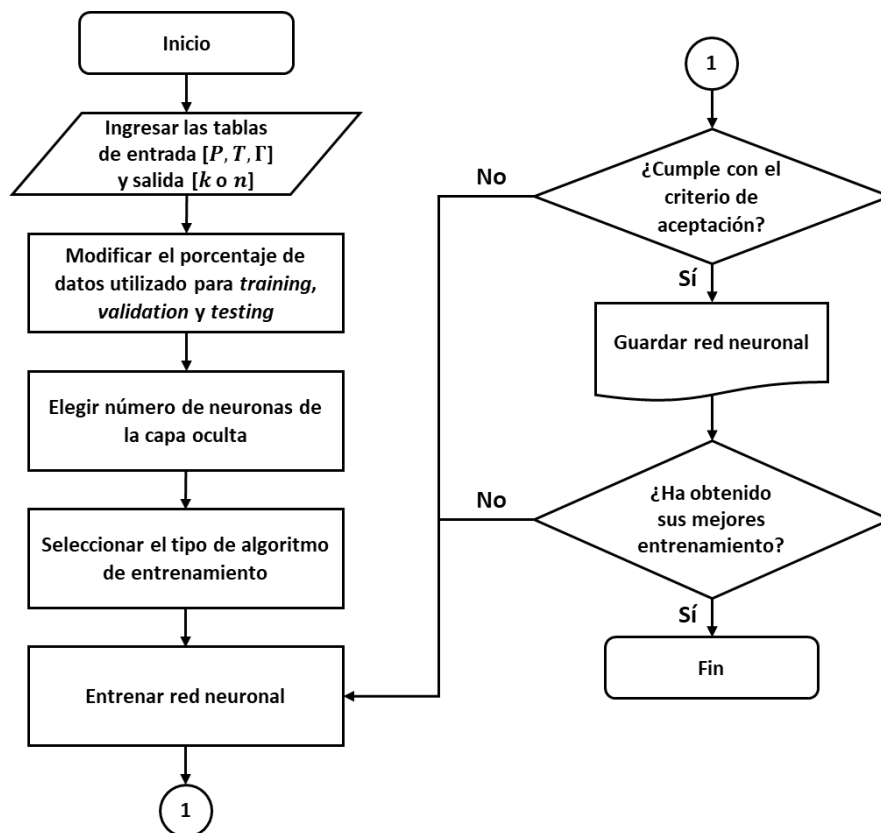


Figura 3.6 Proceso de entrenamiento y selección de los mejores entrenamientos en Matlab.

La Figura 3.6 muestra un diagrama de flujo que ilustra el proceso de entrenamiento. Este proceso puede tardar dependiendo de la estructura de la RNA. Además, es manual y toma tiempo obtener un ajuste adecuado.

4.- Determinación del error promedio: Durante este paso los valores resultantes de la RNA son comparados con los experimentales, para ello se determina el error relativo de cada uno, el cual se evalúa por medio de la siguiente expresión:

$$Error_{rel} = \left| \frac{Valor_{exp} - Valor_{red}}{Valor_{exp}} \right| \times 100 \quad \text{Ec. (3.1)}$$

Donde:

Valor_{exp} = valor experimental

Valor_{red} = valor obtenido por la red

Después, se obtiene el promedio de todos los errores para estimar el *Error Promedio de Entrenamiento* (E.P.E.). Esto se realiza para cada conjunto de resultados, es decir para todos los entrenamientos.

5.- Selección de la RNA: Se analizan todos los E.P.E. resultantes de todos los entrenamientos obtenidos y se selecciona aquel con el menor error de todos. También se analiza la gráfica de Rendimiento del entrenamiento para asegurar que la red no tenga sobreajuste.

Para mejores resultados, es pertinente realizar diferentes variantes en la arquitectura, como aumentar o disminuir el número de neuronas, con el fin de tener mejores rendimientos de la red y a su vez estimaciones más próximas a los datos experimentales.

Capítulo 4. Aplicación

En este capítulo se presentan dos casos de estudio de las redes neuronales. El primer caso considera las variables experimentales, presión y temperatura, a excepción de la calidad, la cual se mantuvo fija; el segundo caso considera como variables a todas las condiciones experimentales.

4.1 Primer caso de estudio: Calidad al 72 %

4.1.1 Descripción del fluido

El fluido base de la espuma fue desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo, denominado FOAM_IMP (Figura 4.1), a partir de surfactantes diseñados y patentados por el mismo Instituto. Debido a sus características, la espuma generada se considera como húmeda.



Figura 4.1 Fluido FOAM_IMP.

4.1.2 Recopilación de información

La información reológica fue obtenida a partir de mediciones realizadas en el Reómetro de Espuma Presurizado Chandler 8500. La espuma puede generarse con dos tipos de gases: nitrógeno y dióxido de carbono. Durante las pruebas el gas utilizado fue el nitrógeno.

La calidad de la espuma se fijó al 72 % (0.72) y se variaron las condiciones de presión y temperatura como se mostró en la Tabla 3.1. Una vez alcanzada la calidad deseada, se inició el programa de mediciones precargado en el sistema que censa la relación entre velocidad y esfuerzo de corte. La información resultante se almacenó en archivos tipo CSV que son compatibles con programas de análisis de datos tipo hojas de cálculo.

De los archivos CSV, se obtuvieron tablas de esfuerzo de corte y velocidad de corte que posteriormente se graficaron para conocer su modelo reológico. El modelo Ley de Potencias caracteriza mejor el comportamiento observado. Por medio de este ajuste, se adquirieron los valores de k y n .

4.1.3 Procesamiento de la información

La información experimental del primer paso se sometió a un filtrado como se describió en el segundo punto del capítulo tres. De este proceso, la base de datos resultante la conformaron alrededor de 125 datos experimentales.

La información se dividió en tres partes. La primera parte la conformaron las variables de presión, temperatura y calidad (*inputs*) para la red neuronal. Las otras dos partes la conformaron los parámetros reológicos de forma individual que constituyeron los *targets* (Tabla 4.1).

Tabla 4.1 Tablas de datos experimentales para calidad de 72 %.

Calidad [%]	Temperatura [°C]	Presión [psi]	k [cP eq.]	n
72.1809	25.4095	1,221.2140	27,666.6032	0.1976
72.4111	27.7388	1553	30,339.9486	0.1350
72.2070	59.1575	306.4071	2,037.7126	0.6706
72.0601	59.1014	600.6014	2,731.5340	0.6277
72.7245	60.1225	1,590.3330	7,974.8686	0.4764
72.1148	89.4044	321.1037	1,403.7806	0.6145
72.1773	89.5660	598.7478	1,085.4706	0.7009
72.0530	89.4043	1,222.104	2,559.6518	0.5745
72.6229	138.7541	1,200.7700	332.2186	0.7156
72.2169	138.7960	1,497.7340	304.9020	0.7475

Datos de entrada

Datos de salida

4.1.4 Diseño y entrenamiento de la red

La configuración de la herramienta *Neural Network Fitting Tool* de MATLAB tuvo las siguientes variaciones:

1. Los porcentajes de datos para el entrenamiento, validación y prueba fueron 70 %, 15 % y 15 %, respectivamente.
2. El número de neuronas de la capa oculta se modificó entre siete hasta trece neuronas con la finalidad de mejorar el rendimiento de la red.
3. El algoritmo de aprendizaje utilizado fue Levenberg-Marquadt.
4. El número de entrenamientos guardados que respeten el criterio de aceptación para cada estructura fue 20.

La configuración final de la RNA se observa en la Figura 4.2, en donde se aprecia que la capa de entrada recibe las variables de entrada (presión, temperatura y calidad) y la capa de salida está constituida por un parámetro reológico. También se aprecian que las funciones que existen en la capa oculta (*hidden layer*) y de salida (*output layer*) son *tagsigmoid* (tangente sigmoideal o tangente hiperbólica) y *puerelin* (lineal), respectivamente. Estas funciones están predestinadas dentro de la herramienta.

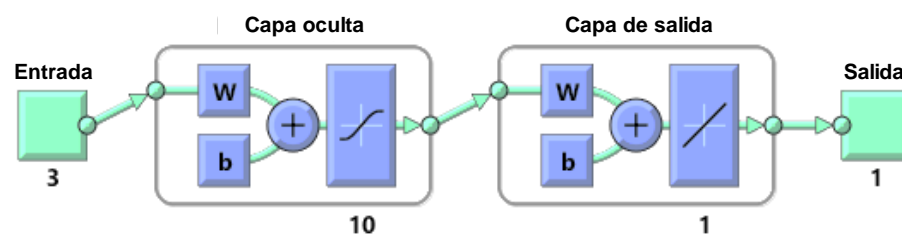


Figura 4.2 Configuración de la red neuronal en Matlab (MathWorks, 2018).

Para el criterio de aceptación del entrenamiento utilizamos el coeficiente de correlación total (R) cuyo valor debe ser muy cercano a la unidad (a partir de 0.90) y que engloba todos los valores utilizados por la red (Figura 4.3). Para que el ajuste sea perfecto, los datos deben estar sobre una línea de 45 grados ($y = t$), es decir el valor de R debe ser igual a uno, donde las salidas de la red son iguales a los objetivos.

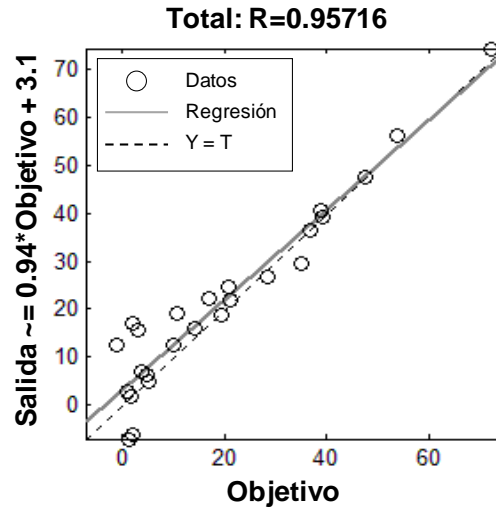


Figura 4.3 Coeficiente de correlación (MathWorks, 2018).

Otra información resultante del entrenamiento es la gráfica del rendimiento, también denominada curva de error, la cual muestra el comportamiento obtenido durante diferentes etapas de entrenamiento (Figura 4.4). Esta gráfica es importante debido a que provee el valor mínimo de MSE para la validación marcado con un círculo verde. Este valor corresponde al promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre la salida y el objetivo, y es considerado por la RNA para detener su entrenamiento, si detecta un incremento en sus siguientes seis iteraciones, la red detiene su entrenamiento y toma el ajuste de la iteración con el menor MSE. También permite identificar problemas de sobreajuste dentro de la red.

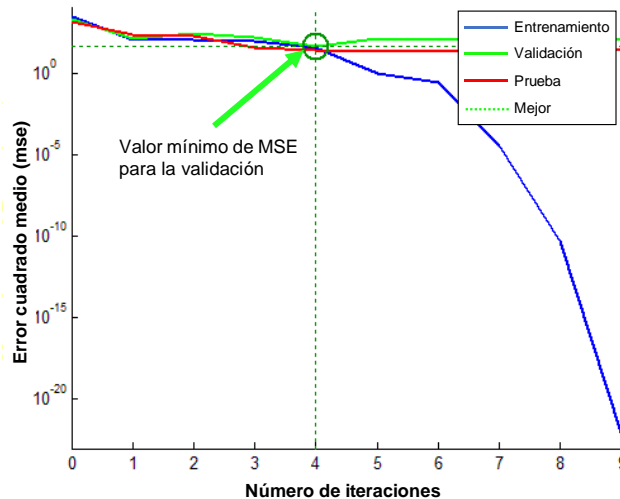


Figura 4.4 Mejor rendimiento de validación (MathWorks, 2018).

Obtenidos el coeficiente de correlación y la gráfica de rendimiento, se almacena y se prosigue con el entrenamiento de la RNA hasta alcanzar la cantidad de entrenamientos deseados. Terminada la fase para obtener los entrenamientos, se determina el error promedio.

4.1.5 Determinación del error promedio

En esta etapa se compara la información experimental con las estimaciones resultantes de cada uno de los entrenamientos. La Tabla 4.2 muestra un ejemplo de este análisis.

Tabla 4.2 Determinación de E.P.E. para los entrenamientos de n .

n Experimental	n RNA			
	3	Error	4	Error
0.2356	0.2317	1.63%	0.2739	16.28%
0.2002	0.1765	11.85%	0.2405	20.10%
0.1830	0.1983	8.38%	0.2223	21.45%
0.1976	0.1890	4.34%	0.1855	6.12%
0.1350	0.1350	0.09%	0.1509	11.82%
0.8266	0.8271	0.06%	0.8072	2.34%
0.7618	0.6991	8.23%	0.7704	1.13%
0.8329	0.8327	0.04%	0.8793	5.56%
0.7156	0.7202	0.64%	0.8126	13.56%
0.7475	0.7054	5.62%	0.7838	4.87%

E.P.E.	3.39%	E.P.E.	8.73%
D.E.	0.0350	D.E.	0.0721

En la primera columna (verde) se muestra una parte de los datos experimentales. En la segunda y cuarta columna (azul) se presentan los datos estimados por la RNA para dos entrenamientos distintos. La tercera y quinta columna (amarillo) muestran el error entre los datos experimentales y los estimados utilizando la ecuación 3.1. Bajo esta figura se presenta el E.P.E. que representa el promedio de todos los errores y la desviación estándar (D.E.) que alude a la cantidad de dispersión existente del conjunto de datos.

4.1.6 Selección de la red

Finalmente, se compilan los resultados en una tabla para seleccionar la RNA que mejor estime los datos experimentales. La Tabla 4.3 muestra los valores obtenidos para el parámetro n donde se observa que una RNA con trece neuronas generó el menor E.P.E.

y la Tabla 4.4 muestra los valores obtenidos para el parámetro k donde observa que una RNA con diez neuronas generó el menor E.P.E.

Tabla 4.3 Resultados del parámetro n para el primer caso de estudio.

Número de neuronas	E.P.E.	Desviación estándar
7	4.05%	0.0772
8	3.65%	0.0531
9	3.39%	0.0350
10	4.13%	0.0731
11	3.81%	0.0617
12	3.98%	0.1181
13	2.45%	0.0261

Tabla 4.4 Resultados del parámetro k para el primer caso de estudio.

Número de neuronas	E.P.E.	Desviación estándar
7	10.69%	0.1753
8	9.93%	0.1563
9	17.97%	0.4641
10	8.49%	0.1671
11	12.50%	0.4051
12	16.87%	0.5385
13	9.83%	0.1680

4.2 Segundo caso de estudio: Condiciones variables

4.2.1 Recopilación de la información

Se suministra el fluido base FOAM_IMP al reómetro y en esta fase se varían las condiciones experimentales de presión, temperatura y calidad mostrada en la Tabla 3.1 del capítulo tres.

Tabla 4.5 Tablas de datos experimentales para segundo caso de estudio.

Calidad [%]	Temperatura [°C]	Presión [psi]	k [cP eq.]	n
51.3331	60.2691	335.0841	313.9867	0.8636
60.7596	20.7229	604.8715	2,020.7254	0.6975
59.9033	58.8509	1,494.1428	1,110.7112	0.6830
59.9723	88.0371	1,208.4619	926.6844	0.6693
65.9553	139.6579	916.1106	1,173.2824	0.2487
64.0715	139.4068	1,501.2887	1,087.1460	0.2630
76.2525	28.9390	289.8136	24,339.2440	0.2354
77.6356	50.9578	1,239.1778	19,065.0130	0.3240
76.9274	58.1247	313.7397	8,228.5535	0.3949
77.5926	138.3741	1,536.1037	1,978.5120	0.5469

La información experimental obtenida de las mediciones con el reómetro se almacena en archivos tipo CSV y se obtuvieron tablas de esfuerzo y velocidad de corte que al graficarse definen el comportamiento correspondiente al Ley de Potencias en el intervalo

de calidad (50, 60 y 77 %). Por medio de este ajuste, se adquirieron los valores de k y n , como se muestra en la Tabla 4.5.

4.2.2 Procesamiento de la información

La información experimental de la Tabla 4.5 fue filtrada tal como se describió en el segundo punto del capítulo tres. De este proceso resulta una base de datos de más de 330 datos experimentales, parte de este banco de datos se observa en la Tabla 4.6. De dicha base de datos se obtiene una tabla con las variables de presión, temperatura y calidad, que será los *inputs* de la RNA, y las otras dos tablas de los parámetros reológicos de forma individual, que serán los *targets* de la red.

Tabla 4.6 Banco de datos del segundo caso de estudio.

Calidad [%]	Temperatura [°C]	Presión [psi]	k [cP eq.]	n
50.0467	25.3805	1,503.0000	1,593.8650	0.6962
51.3332	60.2692	335.0841	313.9868	0.8636
51.2592	59.9477	606.5780	365.9673	0.8398
53.6397	90.1786	1,216.1786	211.3608	0.6582
52.7317	90.1983	1,504.0000	225.8990	0.6532
64.6500	120.2837	342.7391	203.0428	0.5533
58.2374	120.0396	1,500.2086	1,025.1140	0.2016
50.2006	143.0280	315.2012	15.1267	0.8834
49.7116	142.1046	916.0912	13.1908	0.8272
60.2773	60.2891	319.0091	173.2344	0.9588
60.7776	59.0290	627.7056	496.0122	0.8046
60.8701	89.6867	338.4028	431.1833	0.8056
60.0057	89.2014	1,493.7962	952.6426	0.6637
65.3464	120.0365	344.9775	1,232.2558	0.3360
63.6179	120.0962	612.7094	606.4886	0.4623
68.5903	139.6524	627.5351	1,470.1363	0.1638
64.0716	139.4069	1,501.2888	1,087.1460	0.2630
77.7948	34.0779	882.1169	40,753.3030	0.0660
77.6138	59.2655	927.2069	12,609.3195	0.3595
77.3825	59.7175	1,495.7500	22,724.1565	0.2289
76.9762	89.6619	321.7714	1,887.5813	0.5715
77.2899	90.0975	634.1008	2,452.2267	0.5520

Datos de entrada

Datos de salida

Por otra parte, se omiten los valores filtrados de calidad 72 % para el entrenamiento, debido a que estos se utilizaron para una predicción temprana a partir de las mejores RNA obtenidas al final del estudio.

4.2.3 Diseño y entrenamiento de la red

La configuración de la herramienta *Neural Network Fitting Tool* de MATLAB tuvo las siguientes variaciones:

1. Los porcentajes de datos para el entrenamiento, validación y prueba fueron 70 %, 15 % y 15 %, respectivamente.
2. El número de neuronas de la capa oculta se modificó para hacer un estudio de sensibilidad empleando entre 10 y 30 neuronas con un incremento de diez.
3. El algoritmo de aprendizaje utilizado fue Levenberg-Marquadt.
4. El número de entrenamientos guardados que respeten el criterio de aceptación para cada estructura fue 20.

La configuración final de la RNA es idéntica a la Figura 4.2. Asimismo, se continuó utilizando el criterio de aceptación de coeficiente de correlación R mayor a 0.9 y almacenando la información resultante del entrenamiento (la gráfica de rendimiento y regresiones) para su posterior análisis.

4.2.4 Determinación del error promedio

Una vez realizado el proceso de entrenamiento de la RNA, se procede a comparar la información experimental con las estimaciones resultantes de cada uno de los entrenamientos. La Tabla 4.7 muestra un ejemplo de este análisis. La primera columna, en color verde, corresponde a los datos experimentales. La segunda y cuarta columna, en color azul, representan los datos estimados por la RNA para dos entrenamientos distintos. La tercera y quinta columna, de color amarillo, muestran el error relativo para cada valor utilizando la ecuación 3.1. Debajo se indica el E.P.E. y la D.E.

Tabla 4.7 Determinación de E.P.E. para los entrenamientos en k .

k Experimental [cP]	k RNA			
	15	Error	16	Error
1,619.2860	2,144.8194	32.45%	1,437.5466	11.22%
1,424.6430	1,397.2285	1.92%	2,144.1696	50.51%
2,123.5688	1,973.4171	7.07%	1,855.5506	12.62%
2,343.2687	2,174.3416	7.21%	1,651.7037	29.51%
1,847.1153	2,071.0967	12.13%	1,967.4807	6.52%
2,919.3970	2,010.4173	31.14%	2,304.6174	21.06%
1,968.0850	1,589.7676	19.22%	1,793.0017	8.90%
1,582.6427	1,367.5485	13.59%	1,225.1608	22.59%
1,743.6007	1,721.8828	1.25%	1,765.9022	1.28%
1,978.5120	2,078.9499	5.08%	2,078.1758	5.04%

E.P.E.	24.30%	E.P.E.	47.17%
D.E.	0.3232	D.E.	0.6826

4.2.5 Selección de la red

Finalmente, se recopilaron los resultados para seleccionar la RNA que mejor estimó los datos experimentales, el resumen del análisis se observa en la Tabla 4.8 y Tabla 4.9.

Tabla 4.8 Resultados del parámetro n para el segundo caso de estudio.

Número de neuronas	E.P.E.	Desviación estándar
10	8.88%	0.1569
20	8.92%	0.2239
30	8.08%	0.1149

Tabla 4.9 Resultados del parámetro k para el segundo caso de estudio.

Número de neuronas	E.P.E.	Desviación estándar
10	24.2%	0.3232
20	30.72%	0.3792
30	34.96%	0.8136

Las tablas anteriores se observan que para el parámetro n , una RNA con 30 neuronas generó el menor E.P.E.; de la misma forma para el parámetro k se observa que una RNA con diez neuronas generó el menor E.P.E.

Capítulo 5. Análisis de resultados

5.1 Primer caso de estudio

El análisis del primer caso se enfoca principalmente en los entrenamientos que mejores resultados arrojaron junto con la información adquirida durante el proceso de entrenamiento. Además, se examinaron las gráficas derivadas a partir de la comparación de los valores experimentales y los valores estimados por la RNA.

Durante el entrenamiento de la RNA, se realizaron varias configuraciones en la estructura de la red cuya variación fue de 7 a 13 neuronas en la capa oculta y cada estructura se entrenó repetidas veces hasta obtener 20 entrenamientos que cumplieran con el criterio de aceptación, donde el coeficiente de correlación debe tener un valor mayor a 0.9. Este proceso se realizó para ambos parámetros, n y k , de forma individual.

En caso del parámetro n , la arquitectura con 13 neuronas obtuvo la estimación más aproximada a las lecturas de laboratorio. La información del entrenamiento se observa en la Figura 5.1.

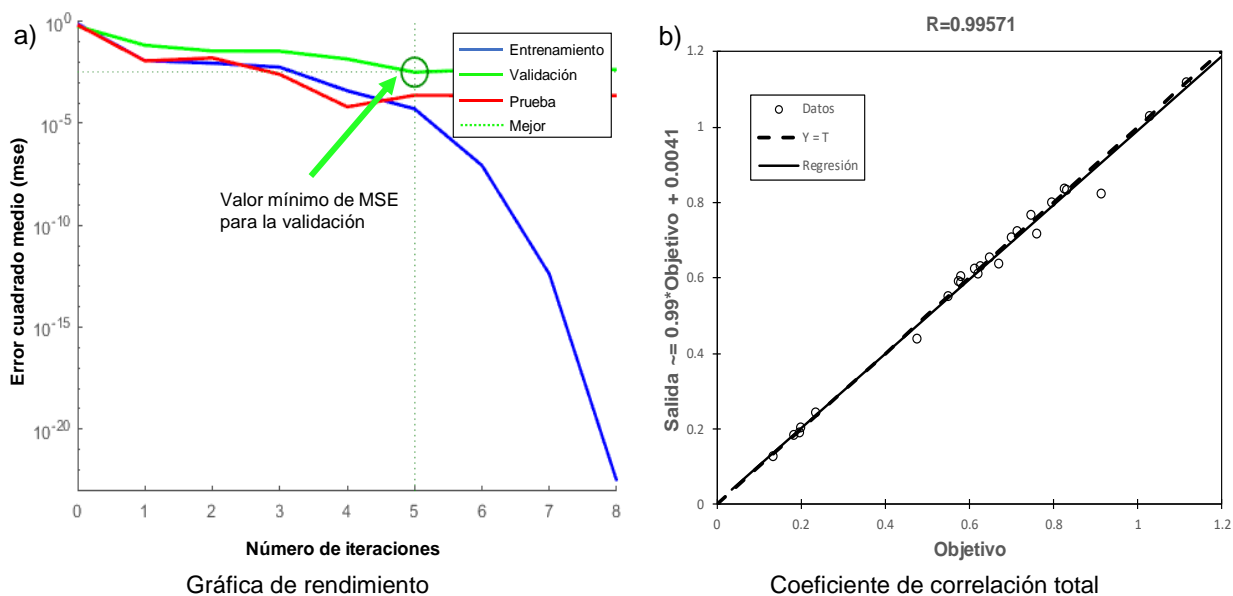


Figura 5.1 Información de la RNA para la estimación del parámetro n para el primer caso de estudio.

En la gráfica de rendimiento (Figura 5.1a) podemos observar que su entrenamiento terminó en la iteración número cinco cuyos valores no presentan un sobreajuste, esto se distinguiría si la curva azul (entrenamiento) tuviese un valor mucho menor de MSE que la curva roja (prueba). El coeficiente de correlación total (Figura 5.1b) cuyo valor es 0.9957 y su ecuación es la que se muestra en el lado de las abscisas (salida).

Para el parámetro k , la arquitectura con 10 neuronas es la que mejores estimaciones obtuvo respecto a los valores experimentales. La Figura 5.2 muestra la información resultante de la RNA.

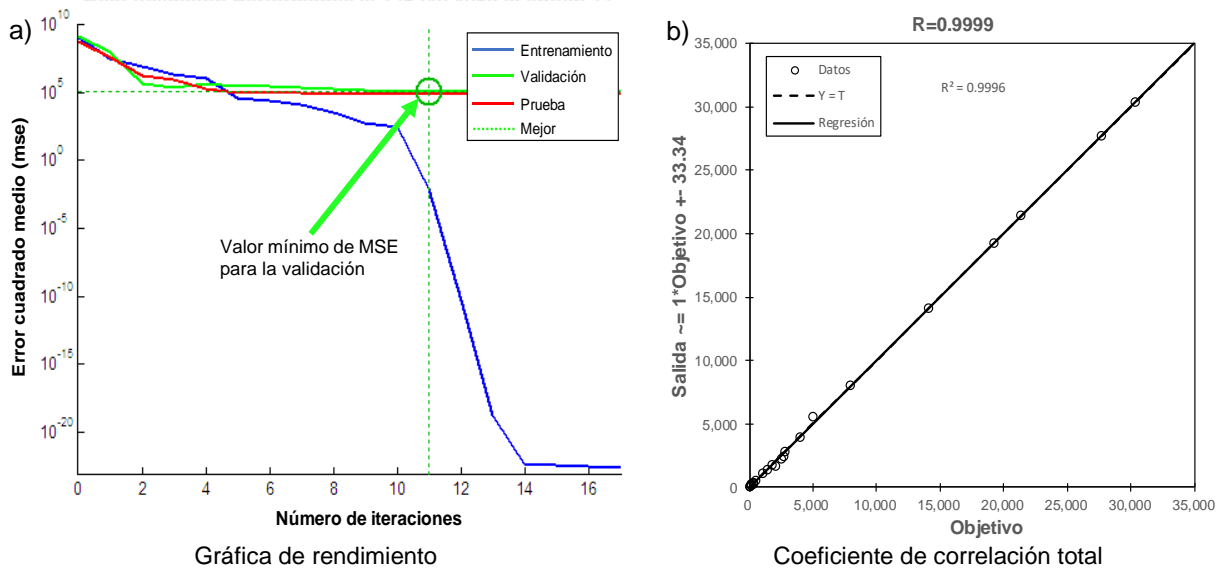


Figura 5.2 Información de la RNA para la estimación del parámetro k para el primer caso de estudio.

En la gráfica de rendimiento (Figura 5.2a) podemos observar que su entrenamiento terminó en la iteración número once cuyos valores presentan un ligero sobreajuste. La curva de entrenamiento presenta un error menor a la curva de prueba. El coeficiente de correlación total (Figura 5.2b) cuyo valor es 0.9999 y su ecuación se encuentra en el eje de salida. Además, el coeficiente R no se encuentra demasiado afectado por el ligero sobreajuste, por lo cual esta estimación es considerada como aceptable.

Los resultados estadísticos de la RNA para cada uno de los parámetros se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Resultados estadísticos para el primer caso de estudio.

	Parámetro n	Parámetro k
Error relativo mínimo [%]	0.08	0.00
Error relativo máximo [%]	9.88	66.85
E.P.E. [%]	2.45	8.49
D.E.	0.0260	0.1640
Coefficiente de correlación (R)	0.9957	0.9999
Coefficiente de determinación (r^2)	0.9914	0.9996

Las Tablas 5.2 y 5.3 muestran una parte de la comparación entre los valores experimentales y los valores obtenidos en la RNA aunado con su error relativo. Las unidades ocupadas para el parámetro k se expresan en centiPoise equivalentes.

Tabla 5.2 Comparación de valores para n del primer caso de estudio.

n Exp.	n RNA	Error rel. [%]
0.5803	0.6049	4.24
0.5525	0.5503	0.40
0.6145	0.6226	1.31
0.7009	0.7070	0.87
0.6235	0.6122	1.81
0.5745	0.5892	2.56
0.7985	0.7991	0.08
0.9145	0.8241	9.88
0.8329	0.8342	0.15
0.7475	0.7669	2.61

Tabla 5.3 Comparación de valores para k del primer caso de estudio.

k Exp. [cP eq.]	k RNA [cP eq.]	Error rel. [%]
14,110.3082	14,110.4038	0.00
19,203.1230	19,203.0582	0.00
2,037.7126	1,654.0548	18.83
4,970.6478	5,573.4565	12.13
7,974.8686	7,974.8323	0.00
1,403.7806	1,376.9104	1.91
1,085.4706	1,085.4712	0.00
2,776.9055	2,776.8858	0.00
164.3833	274.2812	66.85
494.3745	494.3805	0.00

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran la comparación de los resultados obtenidos por la RNA con los valores experimentales sin considerar las condiciones de operación para los parámetros de índice de comportamiento (n) e índice de consistencia (k), respectivamente. También se presenta su error relativo correspondiente en la parte inferior de la figura.

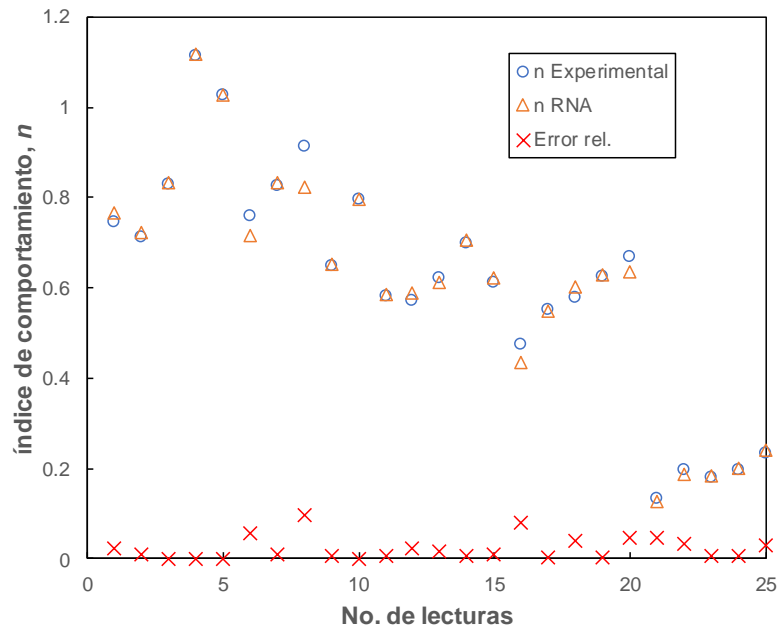


Figura 5.3 Comparación gráfica de resultados para el parámetro n del primer caso de estudio.

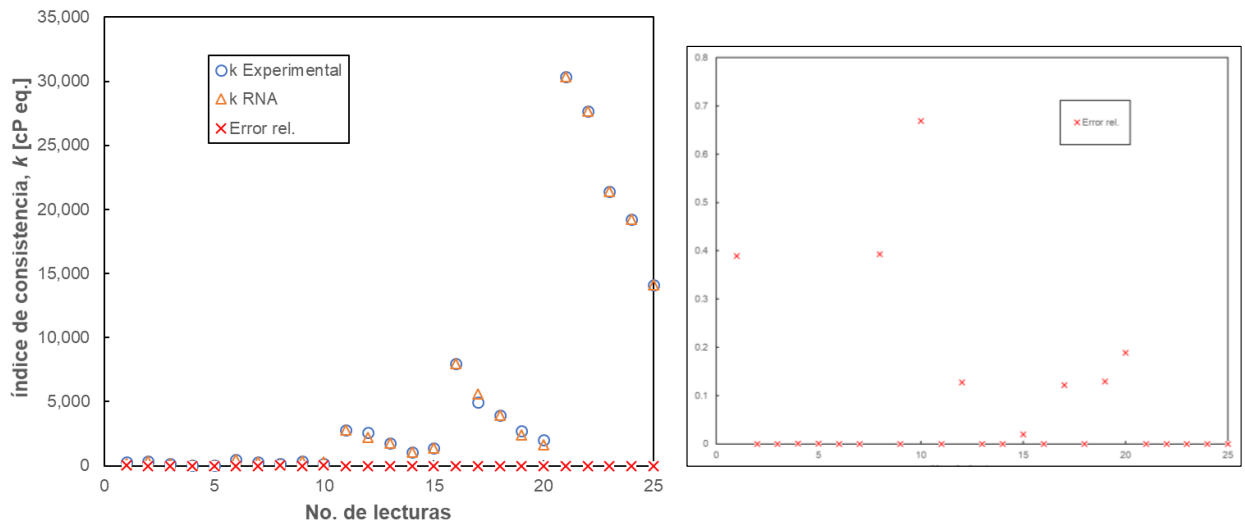


Figura 5.4 Comparación gráfica de resultados para el parámetro k del primer caso de estudio.

Las Figuras 5.5 y 5.6 son una representación esquemática de las estimaciones realizadas por la RNA y los valores de laboratorio a las condiciones experimentales. Cada una de las gráficas contempla la representación de la presión contra el parámetro reológico con una calidad de 72 % a diferentes temperaturas. La Figura 5.5 tiene como referencia el índice de comportamiento n , mientras que el índice de consistencia k se puede ver en la Figura 5.6.

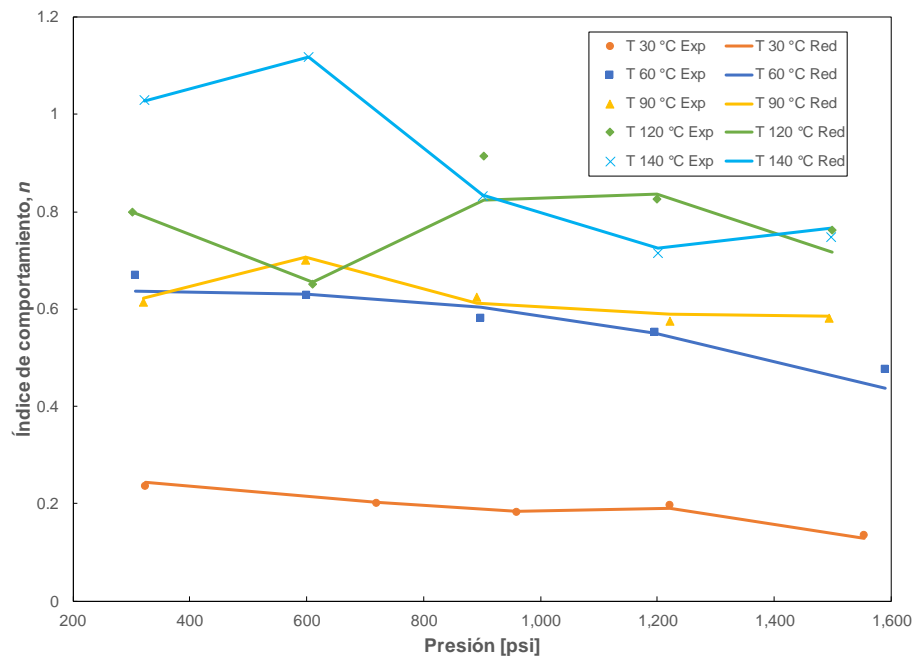


Figura 5.5 Presión contra parámetro n a diferentes temperaturas.

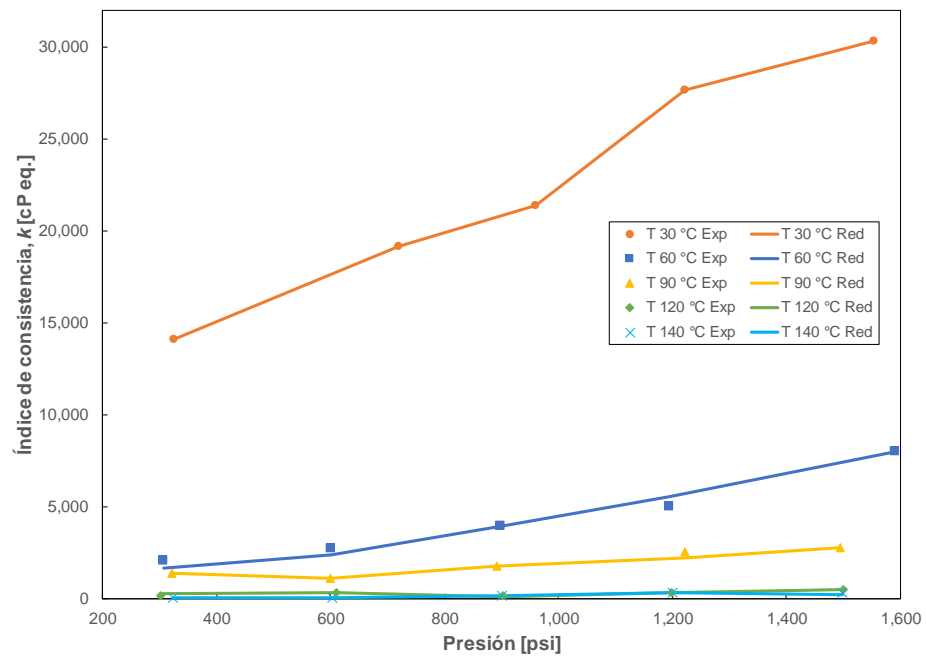


Figura 5.6 Presión contra parámetro k a diferentes temperaturas.

Los valores estimados dados por la RNA están indicados por líneas, mientras que los datos experimentales se indican con marcadores.

Como se observa en ambas gráficas, la línea representa los valores de la red neuronal y cruza o está cerca de las mediciones experimentales, lo que indica que el valor estimado por la RNA es bastante próximo con los valores de laboratorio. Asimismo, en la Figura 5.5 correspondiente al parámetro n , se distingue un comportamiento descendente a medida que la presión aumenta, y un comportamiento ascendente a medida que la temperatura aumenta. Por otro lado, la Figura 5.6 referida al parámetro k , se nota un comportamiento ascendente a medida que la presión aumenta, y un comportamiento descendente a medida que la temperatura aumenta.

5.2 Segundo caso de estudio

El análisis del segundo caso se centra en las RNA que mejores estimaciones obtuvieron junto con su respectiva información adquirida durante el proceso de entrenamiento. Asimismo, se presenta una comparación de resultados de los diferentes modelos empíricos para espumas que calculen la reología de un modelo Ley de Potencias.

Para este caso, en el entrenamiento se realizaron variaciones en la arquitectura de 10 a 30 neuronas en la capa oculta en incrementos de 10. Cada estructura se entrenó repetidas veces hasta obtener 20 entrenamientos que cumplieran con el criterio de aceptación.

En caso del parámetro n , la arquitectura con 30 neuronas obtuvo la estimación más aproximada a las lecturas de laboratorio. La información del entrenamiento se observa en la Figura 5.7.

En la gráfica de rendimiento (Figura 5.7a), podemos notar que al término de la iteración número seis y no se presentó algún sobreajuste que diera lugar a una generalización errónea del problema. La regresión lineal (Figura 5.7b) entre los datos objetivo (experimentales) y los datos de salida (datos estimados de la RNA) tuvo coeficiente de correlación total de 0.9216 y su ecuación es la que se muestra en el lado de las abscisas (salida).

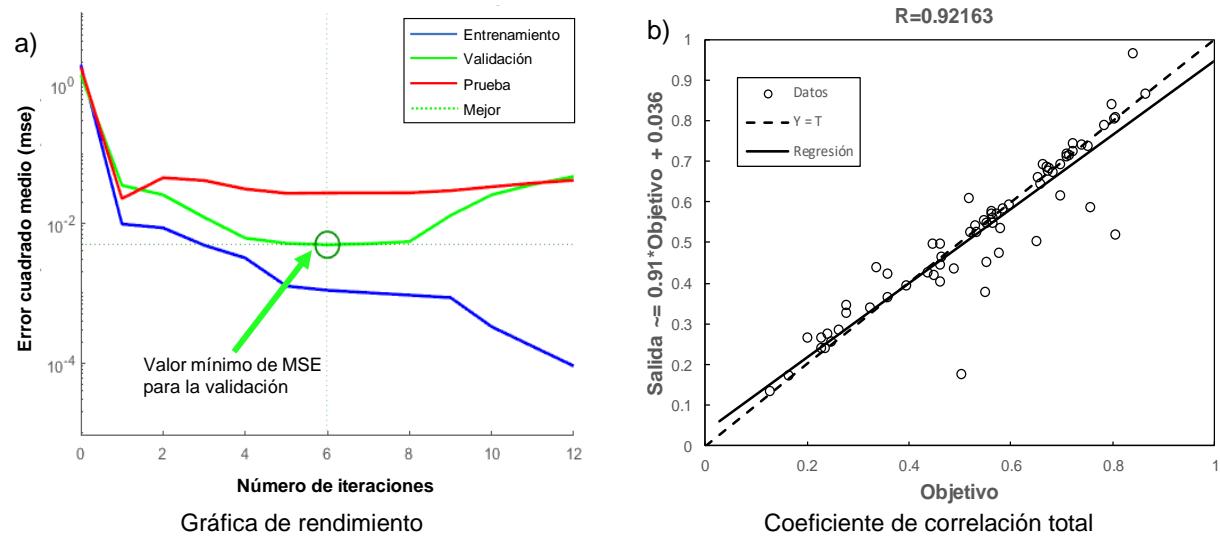


Figura 5.7 Información de la RNA para la estimación del parámetro n del segundo caso de estudio.

Para el parámetro k , una arquitectura de 10 neuronas fue la que mejores estimaciones obtuvo respecto a los valores experimentales. La Figura 5.8 muestra la información resultante de la RNA.

En la Figura 5.8a se observa que su entrenamiento al terminar la iteración número 23 no se presenta un sobreajuste significativo. La regresión lineal de los datos (Figura 5.8b) tuvo un coeficiente de correlación total de 0.9670 y su ecuación se encuentra en el eje de salida.

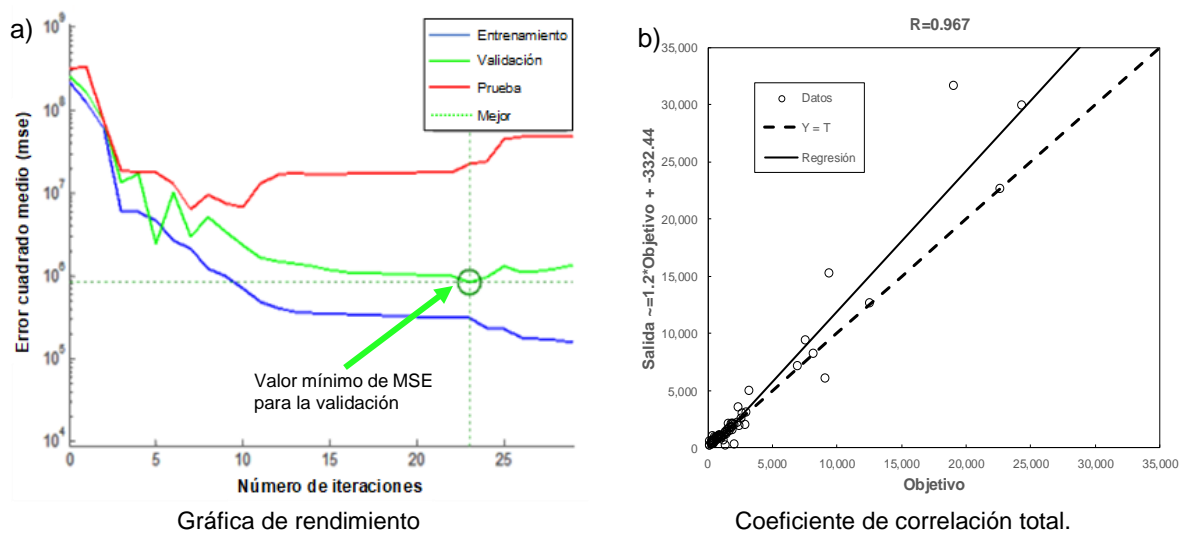


Figura 5.8 Información de la RNA para la estimación del parámetro k del segundo caso de estudio.

Los resultados estadísticos de cada parámetro reológico se muestran a continuación en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4 Resultados estadísticos para el segundo caso de estudio.

	Parámetro n	Parámetro k
Error relativo mínimo [%]	0.03	0.15
Error relativo máximo [%]	65.50	197.70
E.P.E. [%]	8.08	24.30
D.E.	0.1149	0.3232
Coefficiente de correlación (R)	0.9216	0.9670
Coefficiente de determinación (r^2)	0.8494	0.9351

Con la información experimental disponible, las RNA estiman mejor los valores del índice de comportamiento que del índice de consistencia. Las lecturas de laboratorio del parámetro k presentan variación entre los valores; sin embargo, debido a su alto coeficiente de correlación y un buen coeficiente de determinación con la información disponible, los resultados se consideran como «aceptables» pese al alto E.P.E. que presenta este parámetro. Para el parámetro n , los valores son más consistentes y presentan valores con r^2 por debajo de 0.9 que es el mejor entrenamiento sin sobreajuste. Existen entrenamientos donde el valor de E.P.E. es menor al presentado en la Tabla 5.4, no obstante, presentaron un alto sobreajuste en sus resultados por lo que no fueron considerados para este trabajo.

Tabla 5.5 Comparación de valores para n del segundo caso de estudio.

n Exp.	n RNA	Error rel. [%]
0.6739	0.6754	0.22%
0.7389	0.7385	0.06%
0.5617	0.5676	1.05%
0.6581	0.6422	2.41%
0.6531	0.6576	0.69%
0.3359	0.4380	30.39%
0.4623	0.4034	12.74%
0.5656	0.5448	3.67%
0.6507	0.5025	22.77%
0.5037	0.1737	65.50%

Tabla 5.6 Comparación de valores para k del segundo caso de estudio.

k Exp. [cP eq.]	k RNA [cP eq.]	Error rel. [%]
7,017.4180	7,189.3263	2.45%
2,103.6600	315.0809	85.02%
497.1296	424.4954	14.61%
203.0428	604.4591	197.70%
708.7165	682.5874	3.69%
2,020.7254	2,137.1796	5.76%
1,688.5084	1,446.9291	14.31%
1,087.1460	937.5630	13.76%
22,724.1565	22,689.8222	0.15%
1,743.6007	1,721.8828	1.25%

Por otra parte, las Tablas 5.5 y 5.6 muestran una parte de la comparación entre los valores experimentales y los valores obtenidos en la RNA aunado con su error relativo. Las unidades ocupadas para el parámetro k se expresan en centiPoise equivalentes.

Las Figuras 5.9 y 5.10 muestran la comparación de las estimaciones realizadas por la RNA con las lecturas de laboratorio para el parámetro n y el parámetro k , respectivamente, sin considerar las condiciones experimentales. Además, se muestra su error relativo correspondiente en la parte inferior de la figura.

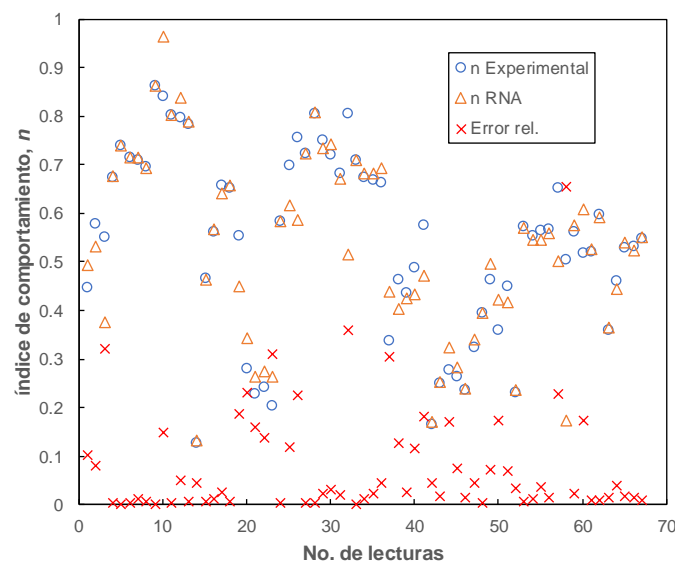


Figura 5.9 Comparación gráfica de resultados para el parámetro n del segundo caso de estudio.

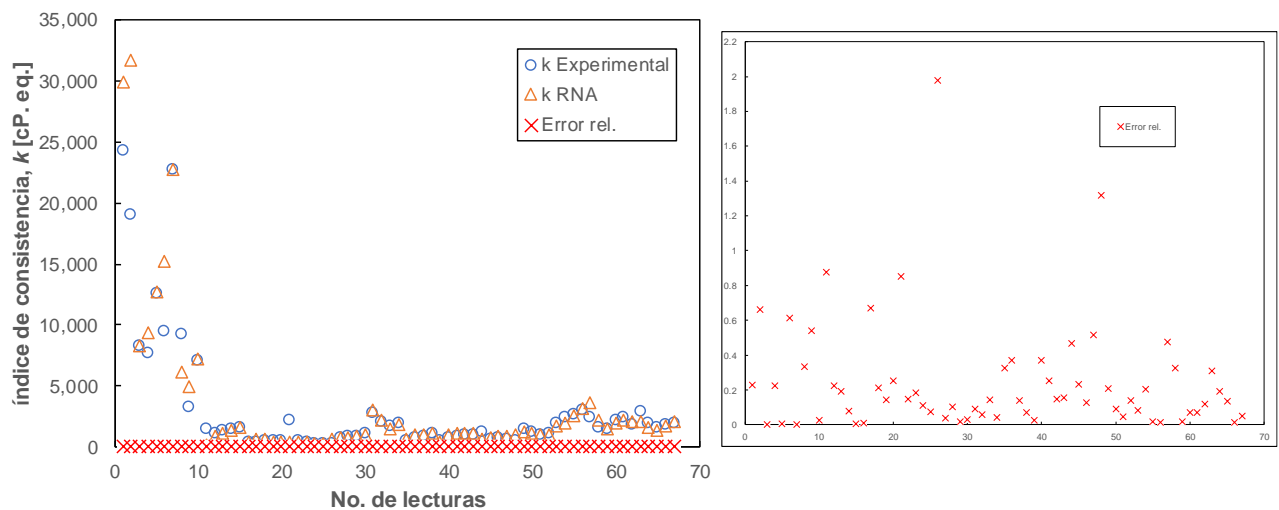


Figura 5.10 Comparación gráfica de resultados para el parámetro k del segundo caso de estudio.

Como se observa en la Figura 5.9 existen escasos valores cuyos resultados sobrepasa el 20 % de error. En la Figura 5.10 se muestra que poco más de una cuarta parte de los valores presentan un error que sobrepasan el 20 % de error promedio.

Por otro lado, las Figuras 5.11 y 5.12 muestran las gráficas resultantes de los diferentes intervalos de calidad ocupados (50, 60 y 77 %), a distintas presiones y temperaturas, para el índice de comportamiento de flujo y el índice de consistencia, respectivamente. El resultado propiciará la predicción de los parámetros reológicos para una calidad de 72 %, como se muestra en las gráficas 5.11c y 5.12c.

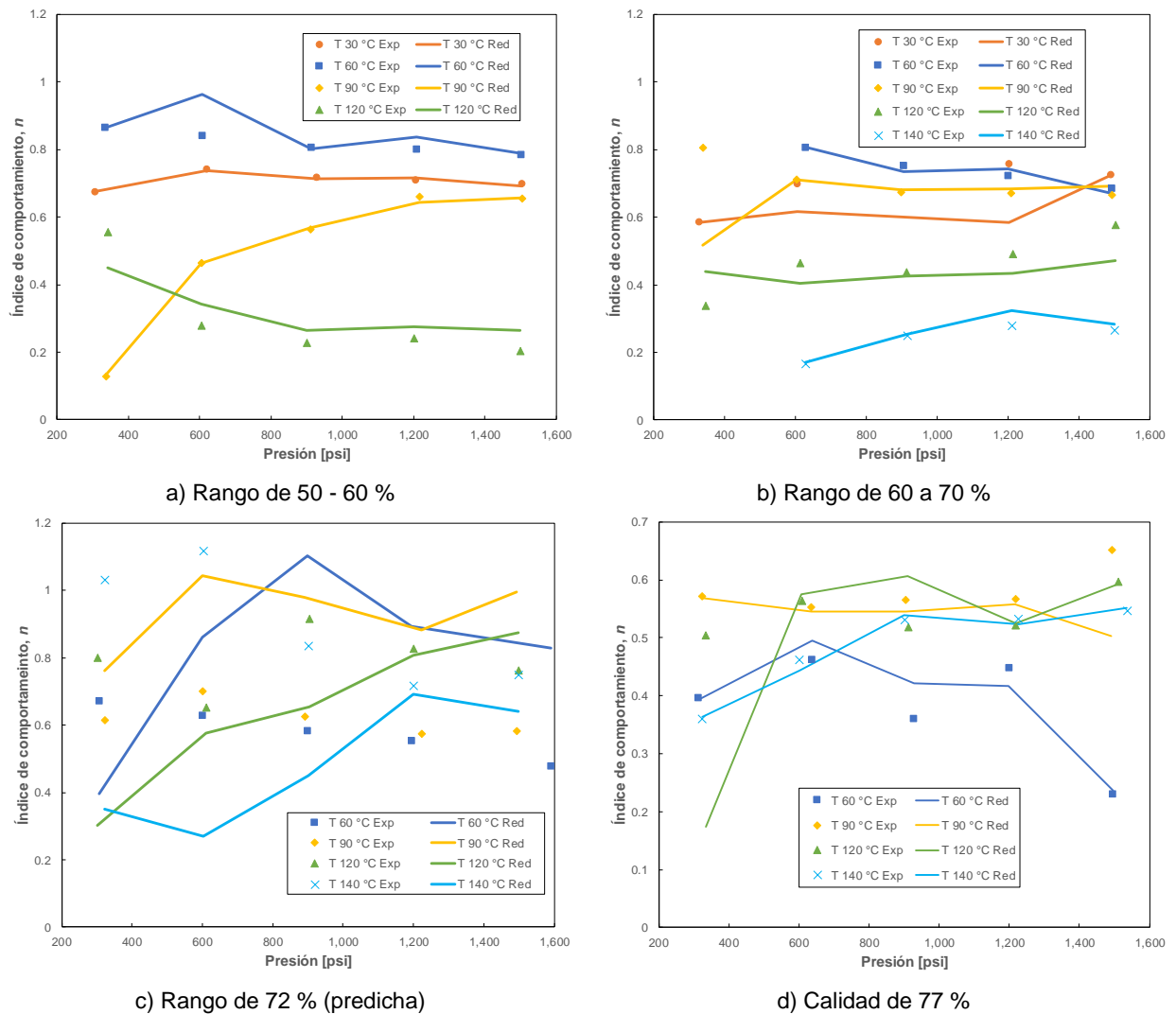


Figura 5.11 Presión vs parámetro n para diferentes rangos de calidad.

En las Figuras 5.11c y 5.12c se observa que la predicción temprana presenta una diferencia entre el valor predicho y el valor experimental. Si se comparan estos resultados con los que se obtuvieron en el primer caso de estudio, vemos una diferencia notable entre ellos, no solo por el E.P.E. obtenido en la sección 5.1, ver Tabla 5.7, sino también por el entrenamiento realizado.

Como se aprecia en las figuras anteriores (5.11c y 5.12c), la capacidad de predicción de la RNA con todas las condiciones de operación variables tiene un buen comportamiento, y se puede obtener mayor exactitud conforme se entrena a la RNA con más información.

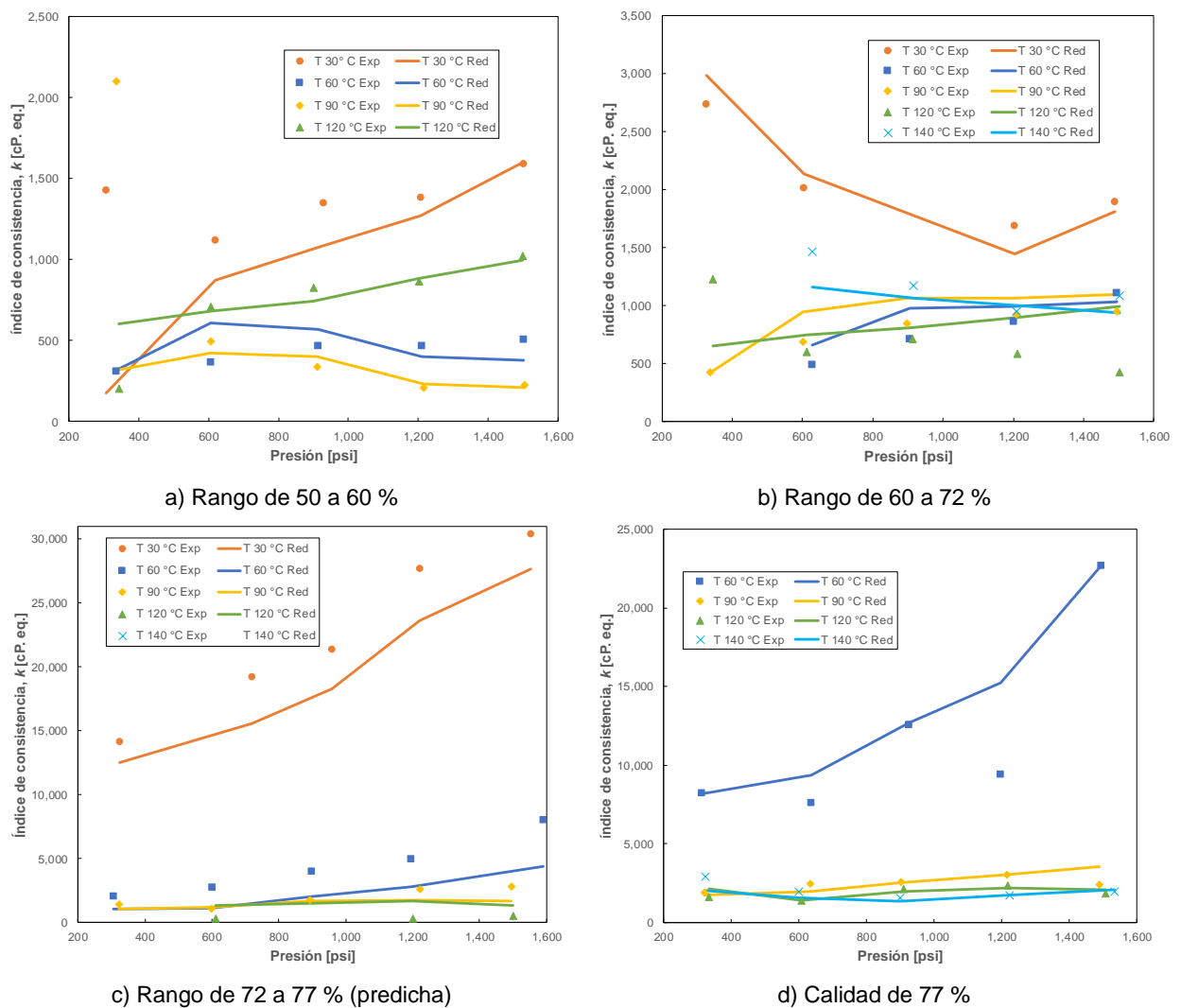


Figura 5.12 Presión vs parámetro k para diferentes rangos de calidad.

Tabla 5.7 Comparación de resultados estadísticos.

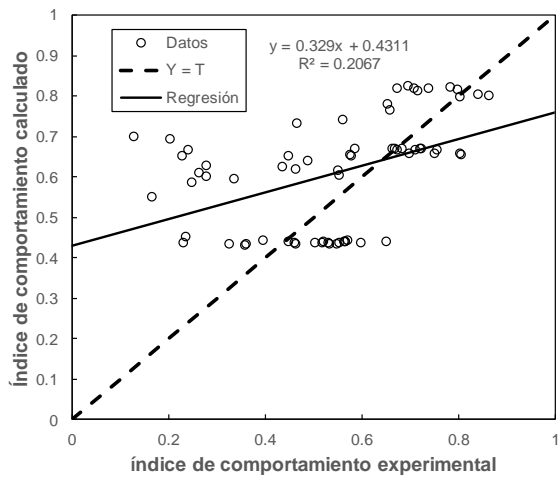
	Primer caso de estudio		Predicción	
	Parámetro n	Parámetro k	Parámetro n	Parámetro k
Error relativo mínimo [%]	0.08	0.00	2.38%	4.97%
Error relativo máximo [%]	9.88	66.85	90.05%	448.63%
E.P.E. [%]	2.45	8.49	46%	74.98%
D.E.	0.0260	0.1640	0.2590	1.1510
Coefficiente de correlación (R)	0.9957	0.9999	0.1150	0.9926
Coefficiente de determinación (r^2)	0.9914	0.9996	0.0132	0.9853

5.3 Comparación de datos experimentales – modelos empíricos

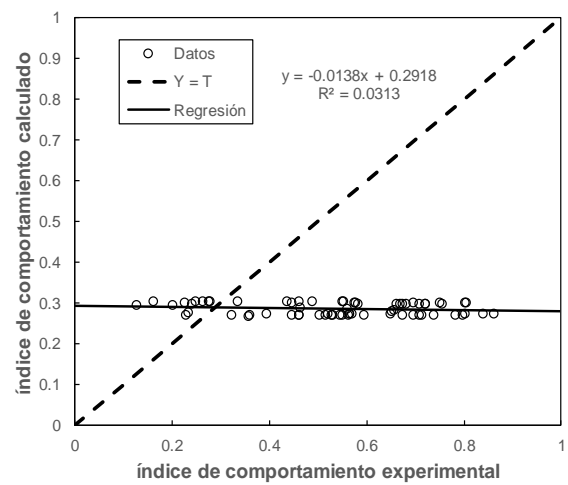
En este punto se comparan las lecturas medidas en laboratorio con los modelos empíricos para espumas encontrados en la literatura especializada, y que son recomendadas por algunas de estas para el cálculo de la reología, tales que permiten estimar los parámetros reológicos del modelo Ley de potencias.

Las Figuras 5.13 y 5.14 muestran la comparación entre los parámetros reológicos obtenidos en laboratorio con el valor del parámetro calculado para las diferentes correlaciones empíricas (descritas en el capítulo dos): Martins et al. (2000), Sanghani (1982), Li y Kuru (2003) y Chen (2009). Para los modelos de Martins, Sanghani y Li y Kuru, únicamente se utiliza como variable la calidad, y para el índice de consistencia en el modelo de Chen requiere la viscosidad de la fase líquida y calidad, por lo que se midió la viscosidad del sistema, la cual fue de 4 [cP].

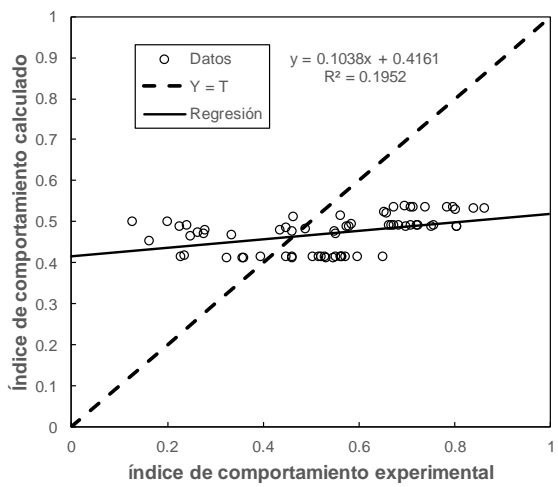
Cada gráfica tiene la ecuación representativa de la regresión junto con su coeficiente de determinación (r^2) que mide la proporción de variación de la variable dependiente explicada por la variable independiente. Cuanto más cercano a la unidad esté el valor r^2 , mejor es el ajuste.



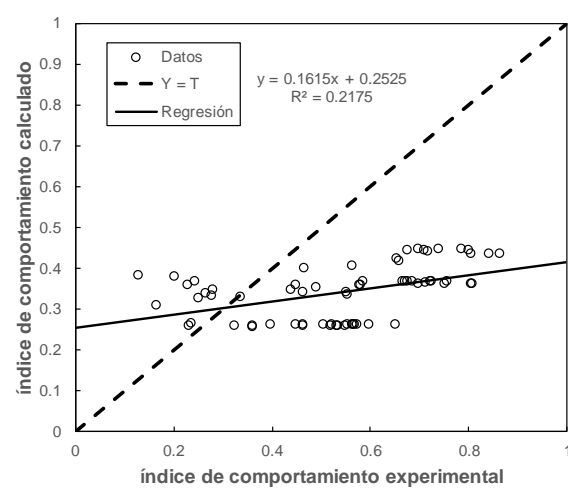
a) Martins et al. (2000)



b) Sanghani (1982)

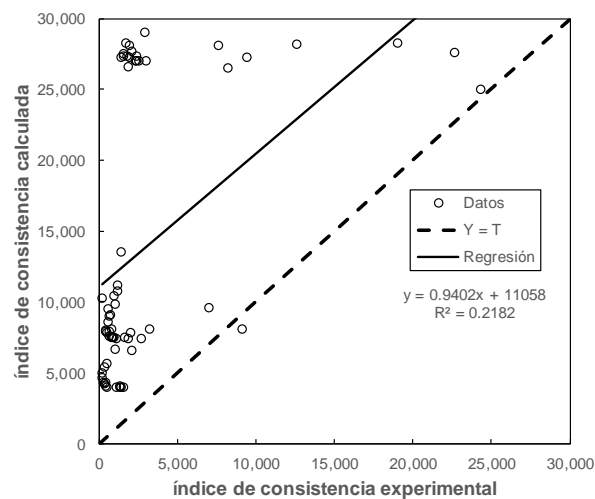


c) Chen (2009)

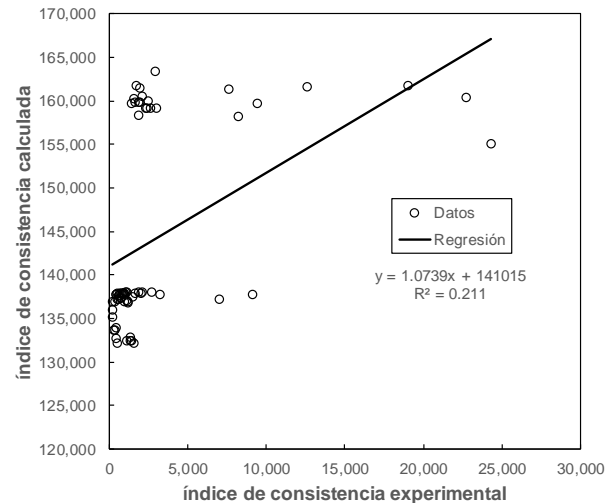


d) Li y Kuru (2003)

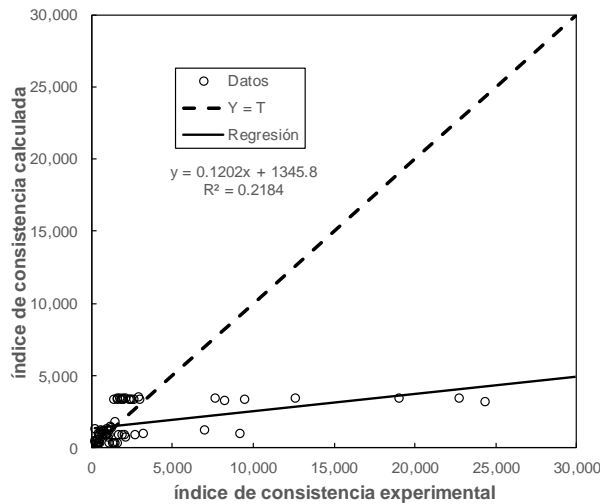
Figura 5.13 Cálculo del índice de comportamiento con diferentes correlaciones.



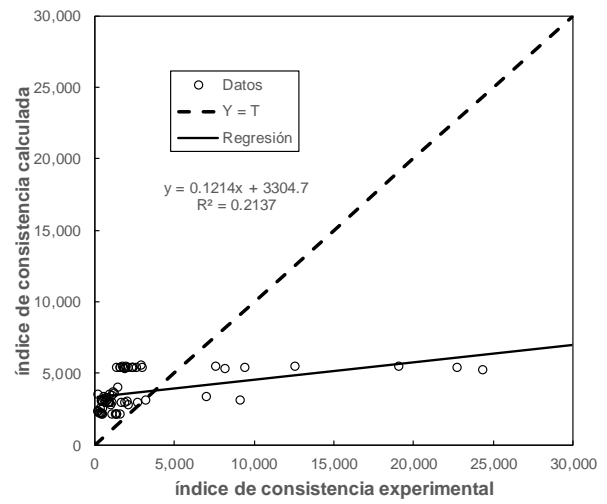
a) Martins et al. (2000)



b) Sanghani (1982)



c) Chen (2009)



d) Li y Kuru (2003)

Figura 5.14 Cálculo del índice de consistencia con diferentes correlaciones.

Como se aprecia en las Figuras 5.13 y 5.14, los valores calculados a partir de los modelos empíricos subestiman los valores reológicos obtenidos en laboratorio. Además, se observa que los modelos como el de Chen (2009) y Martins (2000) solo pueden aplicarse en esta espuma en intervalos de temperatura entre 30 y 120 [°C] para el índice de comportamiento, y en presiones mayores de 900 [psi] para el índice de consistencia con calidades de 50 y 60 %.

Los resultados estadísticos de cada uno de los modelos utilizados se observan en las Tablas 5.8 y 5.9. También se exhiben los resultados obtenidos por la RNA para hacer la

comparación para cada parámetro reológico. Los valores resultantes del índice de consistencia están en centiPoise equivalentes.

Tabla 5.8 Resumen estadístico para el índice de comportamiento de flujo.

	Martins	Sanghani	Chen	Li y Kuru	RNA
Error relativo máximo [%]	449.02	130.11	295.07	199.90	65.50
Error relativo mínimo [%]	0.07	8.50	0.99	1.99	0.03
Error promedio [%]	44.21	48.11	38.68	44.11	8.08
Desviación Estándar	0.7355	0.1928	0.4511	0.2436	0.1149
Coefficiente de correlación (R)	0.4546	0.1769	0.4418	0.4663	0.9216
Coefficiente de determinación (r^2)	0.2067	0.0313	0.1952	0.2175	0.8494

Tabla 5.9 Resumen estadístico para el índice de consistencia.

	Martins	Sanghani	Chen	Li y Kuru	RNA
Error relativo máximo [%]	4,909.41	67,336.03	561.14	1,594.24	197.70
Error relativo mínimo [%]	2.33	536.82	3.12	5.44	0.15
Error promedio [%]	897.21	15,327.93	64.84	250.57	24.30
Desviación Estándar	7.3706	143.4879	0.7035	2.6152	0.3232
Coefficiente de correlación (R)	0.4671	0.4593	0.4673	0.4623	0.9670
Coefficiente de determinación (r^2)	0.2182	0.2110	0.2184	0.2137	0.9351

En las Tablas 5.8 y 5.9 se observa que los errores promedio resultantes de los modelos empíricos presentan un valor alto en comparación con la RNA, principalmente en el índice de consistencia. Esto se debe principalmente a que modelos ocupados fueron realizados a partir de sistemas espumados cuyas características y condiciones experimentales son distintas a FOAM_IMP, lo cual da como resultado errores en la evaluación de la reología. Sin embargo, un aspecto para considerar en esta comparación son las diferencias que existen al tomar más variables que la tradicional (la calidad). Tal como se pudo ver en las Figuras 5.5, 5.6, 5.11 y 5.12, la intervención de la presión y la temperatura tomaron un rol importante puesto que existen modificaciones en ambos parámetros reológicos (n y k) del sistema espumado.

Conclusiones y recomendaciones

Se desarrolló de una metodología para la estimación de parámetros reológicos de un modelo Ley de Potencias mediante la implementación de una técnica de inteligencia artificial denominada redes neuronales artificiales (RNA). De acuerdo con los resultados se puede establecer que:

- ✓ Con las RNA se lograron estimar los parámetros reológicos n y k :
 - Se obtuvo un *Error Promedio de Entrenamiento* de 2.45 % y 8.49 % para n y k respectivamente, a diferentes condiciones de presión y temperatura a una calidad fija de la espuma (72 %).
 - Se obtuvo un *Error Promedio de Entrenamiento* de 8.08 % y 24.30 % para n y k , respectivamente, a condiciones donde la presión, temperatura y calidad son variables

- ✓ Los resultados de las estimaciones se asemejan al comportamiento de los valores experimentales a condiciones de presión y temperatura a calidad constante.

- ✓ La predicción realizada por las RNA a las mismas condiciones a las que fueron medidas, se logra obtener valores con error promedio de 46 % a 74 %. Estas predicciones pueden ser más precisas a medida que se vaya entrenando y agregando más información.

- ✓ Se realizó el análisis de la espuma FOAM_IMP con modelos empíricos de Martins et al. (2000), Sanghani (1982), Li y Kuru (2003) y Chen (2009), para el cálculo de los parámetros reológicos, obteniendo como resultado altas variaciones en las estimaciones.

- ✓ La RNA nos permite predecir el comportamiento reológico de los sistemas espumados y funciona como complemento para el estudio experimental.

Recomendaciones

- Utilizar la metodología MEPR para obtener los valores de n y k , cuando se empleen fluidos espumados.
- Incorporar información de resultados de campo que auxilien en el entrenamiento de la red y obtener mayor certidumbre.
- Realizar más pruebas reológicas experimentales para tener una cantidad mayor de información para entrenar las RNA.
- Ampliar los intervalos de utilización del reómetro especializado y continuar con los estudios reológicos para tener una caracterización más precisa cuando la presión, temperatura y calidad varían.
- En caso de no contar con los valores de los parámetros n y k , se recomienda utilizar los valores estimados de la predicción realizada en esta tesis para la espuma FOAM_IMP.
- Continuar entrenando las RNA con diferentes arquitecturas añadiendo una o más capas ocultas, modificando la cantidad de neuronas y sus funciones internas con la finalidad de buscar entrenamientos que pueda reducir los errores mostrados en el trabajo e incrementar la capacidad de predicción.
- Se recomienda realizar análisis con datos sintéticos para complementar la información experimental que no se pueda obtener en laboratorio en caso de que la toma de información reológica de la espuma se vea dificultada o interrumpida por cuestiones económicas o laborales.

Bibliografía

- Aleksander, I., & Morton, H. (1990). *An Introduction to Neural Computing*. Londres: Chapman & Hall.
- Alzate, G. A., Arbelaez-Londono, A., Naranjo Agudelo, A. de J., Zabala Romero, R. D., Rosero Bolanos, M. A., Rodriguez Escalante, D. L., Benitez Pelaez, C. A. (2014). Generating Synthetic Well Logs by Artificial Neural Networks (ANN) Using MISO-ARMAX Model in Cupiagua Field. SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference. <https://doi.org/10.2118/169388-MS>
- Andreoli T, Meyerhoff W, Moore B, Moore K, Ravin C, et al. (cols.). (2005). *Dorland diccionario enciclopédico ilustrado de medicina*. 30a ed. España: Elsevier.
- API. (2010). *Rheology and Hydraulics of Oil-well Fluids*, 6° ed. Washington: American Petroleum Institute.
- Astudillo, A. N. (2017). *Hidráulica de la perforación con espumas*. Tesis de Licenciatura. Ciudad de México.
- Battiti, R. (1992). First- and Second-Order Methods for Learning: Between Steepest Descent and Newton's Method. *Neural Computation*, 4(2), 141–166. <https://doi.org/10.1162/neco.1992.4.2.141>
- Beiu, V., Quintana, J. M., & Avedillo, M. J. (2003). VLSI implementations of threshold logic-a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14(5), 1217–1243. <https://doi.org/10.1109/TNN.2003.816365>
- Bello, O., Teodoriu, C., Yaqoob, T., Oppelt, J., Holzmann, J., & Obiwanne, A. (2016). Application of Artificial Intelligence Techniques in Drilling System Design and Operations: A State-of-the-Art Review and Future Research Pathways. SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition, p. 22. <https://doi.org/10.2118/184320-MS>
- Beyer, A. H., Millhone, R. S., & Foote, R. W. (1972). Flow Behavior of Foam as a Well Circulating Fluid. Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. <https://doi.org/10.2118/3986-MS>
- Blauer, R. E., Mitchell, B. J., & Kohlhaas, C. A. (1974). Determination of Laminar, Turbulent, and Transitional Foam Flow Losses in Pipes. SPE California Regional Meeting. <https://doi.org/10.2118/4885-MS>

- Boron, W. F., & Boulpaep, E. L. (2017). *Fisiología Médica* (3ª ed.). Barcelona, España: Elsevier Inc.
- Caenn, R., Darley, H., & Gray, G. R. (2017). *Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids*, 7th ed. Boston: Gulf Professional Publishing.
- Calvert, J. R., & Nezhati, K. (1986). A rheological model for a liquid-gas foam. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 7(3), 164–168. [https://doi.org/10.1016/0142-727X\(86\)90016-0](https://doi.org/10.1016/0142-727X(86)90016-0)
- Cantat, I., Cohen-Addad, S., Elias, F., Graner, F., Höhler, R., Pitois, O., Saint-Jalmes, A. (2013). Foams: Structure and Dynamics. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199662890.001.0001>
- Chen, Z., Duan, M., Miska, S. Z., Yu, M., Ahmed, R. M., & Hallman, J. H. (2009). Hydraulic Predictions for Polymer-Thickened Foam Flow in Horizontal and Directional Wells. <https://doi.org/10.2118/105583-PA>
- Chilingarian, G. V., & Vorabutr, P. (1981). *Drilling and drilling fluid*. Amsterdam; New York: Elsevier Scientific Pub. Co.; distributors for the U.S. and Canada, Elsevier North-Holland.
- Chin, W. C. (2001). *Computational Rheology for Pipeline and Annular Flow*. Estados Unidos: Gulf Professional Publishing.
- Cruz, P. P. (2010). *Inteligencia artificial con aplicacion a la ingeniería*. Ciudad de México: Alfaomega.
- David, A., & Marsden Jr., S. S. (1969). The Rheology of Foam. Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. <https://doi.org/10.2118/2544-MS>
- De Felipe, J. (2005). *Cajal y sus dibujos: ciencia y arte*. Madrid: Saned.
- Edrisi, A. R. (2013). *Experimental and Modeling Study of Foam Flow in Pipes with two Foam-Flow Regimes*. LSU Doctoral Dissertations.
- Einstein, A. (1906). Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen Der Physik*, 324(2), 289–306. <https://doi.org/10.1002/andp.19063240204>
- Elkhatny, S. M. (2016). Determination the Rheological Properties of Invert Emulsion Based Mud on Real Time Using Artificial Neural Network. SPE Kingdom of Saudi Arabia Annual Technical Symposium and Exhibition, p. 13. <https://doi.org/10.2118/182801-MS>

- Elkhatatny, S., & Mahmoud, M. (2017). Real Time prediction of the Rheological Parameters of NaCl Water-Based Drilling Fluid Using Artificial Neural Networks. SPE Kingdom of Saudi Arabia Annual Technical Symposium and Exhibition, p. 15. <https://doi.org/10.2118/187976-MS>
- Eren, T. (2004). *Foam Characterization: Bubble Size and Texture Effects*. Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- Exerowa, D., & Kruglyakov, P. M. (1998). *Foam and Foam Films: Theory, Experiment, Application*. Amsterdam: Elsevier Science.
- Fadrique, J. G. (2014, mayo). ¿Qué es la espuma? *Revista Digital Universitaria*, 15(5). Retrieved abril 2018
- Fausett, L. (1994). *Fundamentals of Neural Networks: Architectures, Algorithms, and Applications*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Fink, J. K. (2015). *Water-Based Chemicals and Technology for Drilling, Completion, and Workover Fluids*. (E. Inc., Ed.) USA: Gulf Professional Publishing.
- Flasiński, M. (2016). *Introduction to Artificial Intelligence*. Suiza: Springer International Publishing.
- Foresee, F. D., & Hagan, M. T. (1997). Gauss-Newton approximation to Bayesian learning. *Proceedings of International Conference on Neural Networks (ICNN'97)*, 3, 1930–1935 vol.3. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1997.614194>
- Gajbhiye, R. N., & Kam, S. I. (2011). Characterization of foam flow in horizontal pipes by using two-flow-regime concept. *Chemical Engineering Science*, 66(8), 1536–1549. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ces.2010.12.012>
- Grossberg, S. (1980). How Does a Brain Build a Cognitive Code? *Psychological Review*, 87, 1–51. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.87.1.1>
- Hagan, M. T., & Menhaj, M. B. (1994). Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(6), 989–993. <https://doi.org/10.1109/72.329697>
- Hatschek, E. (1910). Die Viskosität der Dispersoide. *Zeitschrift für Chemie und Industrie der Kolloide*, 7(6), 301–304. <https://doi.org/10.1007/BF01521152>
- Hebb, D. O. (1949). The organization of behavior; a neuropsychological theory. In *The organization of behavior; a neuropsychological theory*. Oxford, England: Wiley.

- Hecht-Nielsen, R. (1988, Marzo). Neurocomputing: Picking the Human Brain. (IEEE, Ed.) IEEE Spectrum, 25, 36-41.
- Hernández, G. F. (2017, Diciembre 1). Offshore Engineer. Retrieved from Offshore Engineer: <https://www.oedigital.com/news/444613-opportunities-in-mexican-mature-fields>
- Herzhaft, B. (1999). Rheology of Aqueous Foams: A Literature Review of Some Experimental Works. Oil & Gas Science and Technology, 54(5), 587–596. <https://doi.org/10.2516/ogst:1999050>
- Hopfield, J. J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 79(8), 2554–2558. <https://doi.org/10.1073/pnas.79.8.2554>
- IADC. (2015). *IADC Drilling Manual Vol. I & II* (12° ed.). Houston, Texas: International Association of Drilling Contractors (IADC).
- Jain, A. K., Mao, J., & Mohiuddin, K. M. (1996). Artificial neural networks: a tutorial. Computer, 29(3), 31–44. <https://doi.org/10.1109/2.485891>
- Kohonen, T. (1982). Self-organized formation of topologically correct feature maps. Biological Cybernetics, 43(1), 59–69. <https://doi.org/10.1007/BF00337288>
- Kohonen, T. (1988). *An Introduction to Neural Computing*. Neural Networks, 1, 3-16.
- Lake, L. W. (2006). *Petroleum Engineering Handbook* (Vol. II Drilling Engineering). (R. F. Mitchell, Ed.) U.S.A.: Society of Petroleum Engineering.
- Li, Y., & Kuru, E. (2003). Numerical Modeling of Cuttings Transport with Foam in Vertical Wells. Canadian International Petroleum Conference. <https://doi.org/10.2118/2003-066>
- Malkin, A. Y. (1994). *Rheology Fundamentals*. Toronto: ChemTec Publishing.
- Martins, A. L., Lourenço, A. M. F., & de Sa, C. H. M. (2000). Foam Properties Requirements for Proper Hole Cleaning While Drilling Horizontal Wells in Underbalanced Conditions. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition. <https://doi.org/10.2118/64382-MS>
- Martins, A. L., Lourenço, A. M. F., Sa, C. H. M., & Silva Jr., V. (2001). Foam Rheology Characterization as a Tool for Predicting Pressures While Drilling Offshore Wells

- in UBD Conditions. SPE/IADC Drilling Conference, p. 9.
<https://doi.org/10.2118/67691-MS>
- MathWorks. (1994). Retrieved enero 2018, from
<https://es.mathworks.com/discovery/redes-neuronales.html>
- MathWorks. (2018). *Neural Network Fitting Tool*.
- Matich, D. J. (2001). *Redes Neuronales: Conceptos básicos y aplicaciones*. Cátedra: Información Aplicada a la Ingeniería de Procesos – Orientación I. Obtenido de https://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/quimica/5_anio/orientadora1/monograias/match-redesneuronales.pdf
- McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5(4), 115–133.
<https://doi.org/10.1007/BF02478259>
- Minsky, M. L., & Papert, S. A. (1969). *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*. Cambridge, Massachusetts, USA: The MIT Press.
- Mitchell, B. (1971, Septiembre). Test Data Fill Theory Gap on Using Foam as a Drilling Fluid. *Oil and Gas Journal*, 96-100.
- Mitchell, R. F., & Miska, S. Z. (2011). *Fundamentals of Drilling Engineering*. E.U.A.: Society of Petroleum Engineers.
- Mooney, M. (1931). Explicit Formulas for Slip and Fluidity. *Journal of Rheology*, 2(2), 210–222. <https://doi.org/10.1122/1.2116364>
- Moreno Rebollo, J. L. (1987). Análisis cualitativo de datos estadísticos. Retrieved from <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/15718>
- Muñoz García, J. A., & Amón Uribe, I. (2015). Técnicas para detección de outliers multivariantes. *Revista En Telecomunicaciones e Informática*, 3(5), 11–25.
- Ozbayoglu, E. M. (2008). Drill Bit Pressure Drop During Foam Drilling Operations. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 47(06), 6. <https://doi.org/10.2118/08-06-64>
- Ozbayoglu, M. E., Kuru, E., Miska, S., & Takach, N. (2002). A Comparative Study of Hydraulic Models for Foam Drilling. <https://doi.org/10.2118/02-06-05>
- Rabia, H. (2001). *Well Engineering & Construction*. Entrac Consulting.
- Rabinowitsch, V. B. (1929). Über die Viskosität und Elastizität von Solen. *Zeitschrift Für Physikalische Chemie*, Vol. 145A, p. 1. <https://doi.org/10.1515/zpch-1929-14502>

- Raza, S. H., & Marsden, S. S. (1967). The Streaming Potential and the Rheology of Foam. <https://doi.org/10.2118/1748-PA>
- Rehm, B., Haghshenas, A., Paknejad, A., Al-Yami, A., Hughes, J., & Schubert, J. (2012). *Underbalanced Drilling: Limits and Extremes*. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
- Reidenbach, V. G., Harris, P. C., Lee, Y. N., & Lord, D. L. (1986). Rheological Study of Foam Fracturing Fluids Using Nitrogen and Carbon Dioxide. <https://doi.org/10.2118/12026-PA>
- Ripoll, D. R. (2014). *Neurociencia Cognitiva*. Madrid: Médica Panamericana.
- Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, Vol. 65, pp. 386–408. <https://doi.org/10.1037/h0042519>
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., & Williams, R. J. (1986). Learning internal representations by error propagation. In *Parallel Distributed Processing* (Vol. 1, Chap. 8). Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press.
- Saintpere, S., Herzhaft, B., Toure, A., & Jollet, S. (1999). Rheological Properties of Aqueous Foams for Underbalanced Drilling. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, p. 13. <https://doi.org/10.2118/56633-MS>
- Salager, J.-L., Andérez, J. M., & Forgiarini, A. (1999). Influencia de la formulación sobre las espumas. *L'Actualité Chimique*, 10–21.
- Sanghani, V. (1982). *Rheology of Foam and its Implications in Drilling and Cleanout Operations*. Tulsa, Oklahoma, USA: U. of Tulsa.
- Sanghani, V., & Ikoku, C. U. (1983). Rheology of Foam and Its Implications in Drilling and Cleanout Operations. *Journal of Energy Resources Technology*, 105(3), 362–371. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1115/1.3230929>
- Schramm, L. L. (1994). *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*. USA: American Chemical Society.
- Schramm, L. L. (2005). *Emulsions, Foams, and Suspensions (Fundamentals and Applications)*. Alemania: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
- Shah, S. N., Shanker, N. H., & Ogugbue, C. C. (2010). Future Challenges of Drilling Fluid and Their Rheological Measurements. 16.

-
- Silva, I. N., Spatti, D. H., Flauzino, R. A., Liboni, L. H., & Alves, S. F. (2017). *Artificial Neural Networks: A Practical Course*. Suiza: Springer International Publishing.
- Stevenson, P. (2012). *Foam Engineering: Fundamentals and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Sutton, R. S., & Barto, A. G. (1998). *Reinforcement learning: An introduction*. Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press.
- Tadros, T. (2013). *Encyclopedia of Colloid and Interface Science* (Primera ed.). Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Vapnik, V. N. (1998). *Statistical learning theory*. New York, USA: Wiley.
- Viñuela, P. I., & León, I. M. (2004). *Redes de Neuronas Artificiales. Un enfoque práctico*. Madrid, España: Pearson Education, S.A.
- Weaire, D., Hutzler, S., Verbist, G., & Peters, E. (2007, March 14). A Review of Foam Drainage. *Advances in Chemical Physics*.
<https://doi.org/doi:10.1002/9780470141618.ch5>
- Werbos, P.J. (1974). *Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences*. Ph.D. Thesis, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, USA.
- Widrow, B., & Hoff, M. E. (1960). Adaptive switching circuits. In *Proceedings of the IRE WESCON Convention Record* (pp. 96–104).
- Wilamowski, B. M., Iplikci, S., Kaynak, O., & Efe, M. O. (2001). An algorithm for fast convergence in training neural networks. *IJCNN'01. International Joint Conference on Neural Networks. Proceedings (Cat. No.01CH37222)*, 3, 1778–1782 vol.3.
<https://doi.org/10.1109/IJCNN.2001.938431>