



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**PROPUESTA PARA EL
MODELADO DE UN MOTOR
STIRLING**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Alejandro Nava Ramírez

DIRECTOR DE TESIS

M.I. Antonio Zepeda Sánchez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

“Llámame y te responderé; te mostraré cosas grandes y ocultas que tú no conoces.”

Jeremías 33:3

Dedicatoria

Este trabajo te lo dedico a ti y sólo a ti; gracias por tu valor y tu decisión, que hicieron posible el conocernos; gracias por tu templanza y resiliencia, que han sido predicados en mi vida con el ejemplo; gracias por tu cariño y confianza, porque son tu amor y tu franqueza los motores que me inspiran a ser un hombre de bien y me han dado refrigerio en los momentos más oscuros; gracias por tu paciencia y perseverancia, porque nadie te enseñó a ser madre y el día de hoy entiendo el reto que aceptaste, porque ser madre es de las vocaciones más difíciles en la vida; gracias porque conocí a Dios a través de ti; gracias por darme la vida; por todos estos motivos y muchos otros que no recuerdo o que aún no conozco, este trabajo es para ti y sólo para ti mamá.

Agradecimientos

Quiero agradecer en principio a Dios. Dios lo puede todo.

A mi Universidad, porque me albergó en su regazo y me adoptó como a un hijo.

A todos mis maestros, gracias por su ejemplo, por sus enseñanzas y por el tiempo que toman todos los días en formar profesionales íntegros.

Quiero agradecer particularmente al Maestro Antonio Zepeda Sánchez porque me dio su confianza al ser mi asesor y fue él quien, mediante su clase, me motivo a seguir adelante con la ingeniería.

Al Doctor Adrián Espinosa Bautista; su liderazgo, su optimismo y su enseñanza son una inspiración para nuestro desarrollo como ingenieros.

Al Maestro Mariano García Del Gállego, por su amabilidad y por todas las atenciones que tuvo conmigo al inicio de mi trabajo.

Al Maestro Jesús Trenado Soto por compartir: sus conocimientos, su paciencia, su dedicación, su pericia en la manufactura y su gusto por la buena vida.

Al Maestro Juan Armando Ortiz Valera por las valiosas aportaciones que hizo a este trabajo, las cuales sirvieron para mejorarlo notablemente.

A mi sobrino Santi, porque ha sido mi maestro en muchas cosas y porque es un motivo para ser una mejor persona cada día.

A todos los que han investiga sobre energía limpia, particularmente a aquellos que han dedicado tiempo a los motores Stirling, ya que sin ellos este trabajo no habría sido posible.

Lista de abreviaturas y símbolos

Abreviaturas

CFD	Dinámica de fluidos computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>).
FPSE	Motor Stirling de pistón libre (<i>Free Piston Stirling Engine</i>).
GPU 3	Unidad terrestre de potencia #3 (<i>Ground Power Unit #3</i>).
HEU	Uranio Altamente Enriquecido (<i>Highly Enriched Uranium</i>).
KRUSTY	Reactor Kilopower utilizando tecnología Stirling (<i>Kilopower Reactor Using Stirling Technology</i>).
LFR	Reflectores lineales fresnel (<i>Linear Fresnel reflectors</i>).
LTD	Diferencial de temperaturas bajo (<i>low temperature differential</i>).
LTDSE	Motor Stirling con un diferencial de temperaturas bajo.
mCHP	Micro combinación de calor y potencia (<i>Micro Combined Heat and Power</i>).
NASA	La Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (<i>National Aeronautics and Space Administration</i>).
PTC	Colectores parabólicos (<i>Parabolic trough collector</i>).

Símbolos

B_n	Número de Beale.
E	Eficiencia del mecanismo.
f	Frecuencia.
M	Masa total de la sustancia de trabajo.
m_c	Masa en la cámara de compresión.
\dot{m}_{ck}	Flujo másico entre la cámara de compresión y la cámara de enfriamiento.
m_e	Masa en la cámara de expansión.
m_h	Masa en la cámara de calentamiento.
\dot{m}_{he}	Flujo másico entre la cámara de calentamiento y la cámara de expansión.
m_k	Masa en la cámara de enfriamiento.
\dot{m}_{kr}	Flujo másico entre la cámara de enfriamiento y el regenerador.

m_r	Masa en el regenerador.
\dot{m}_{rh}	Flujo másico entre el regenerador y la cámara de calentamiento.
\bar{p}	Presión promedio.
p	Presión dentro del motor en un instante.
p_α	Presión dentro del motor en un instante en la configuración alfa.
p_{max}	Presión máxima.
p_{min}	Presión mínima.
P_n	Potencia neta.
p_{prom}	Presión promedio en la ecuación del número de Beale.
Q_c	Flujo de calor en la cámara de compresión.
Q_e	Flujo de calor en la cámara de expansión.
Q_h	Flujo de calor en la cámara de calentamiento.
Q_k	Flujo de calor en la cámara de enfriamiento.
Q_r	Flujo de calor en el regenerador.
R	Constante particular del gas.
T_c	Temperatura en la cámara de compresión.
T_{ck}	Temperatura en la interfaz entre la cámara de compresión y la cámara de enfriamiento.
T_e	Temperatura en la cámara de expansión.
T_h	Temperatura en la cámara de calentamiento.
T_{he}	Temperatura en la interfaz entre la cámara de calentamiento y la cámara de expansión.
T_k	Temperatura en la cámara de enfriamiento.
T_r	Temperatura en el regenerador.
V_0	Volumen de la cámara del pistón en la ecuación del número de Beale.
V	Volumen Total en el motor.
V_c	Volumen instantáneo en la cámara de compresión
$V_{c\alpha}$	Volumen instantáneo en la cámara de compresión de la configuración alfa.
V_D	Volumen muerto.
$V_{D/W}$	Porcentaje del volumen muerto respecto al volumen total.
V_e	Volumen instantáneo en la cámara de expansión.
$V_{e\alpha}$	Volumen instantáneo en la cámara de expansión de la configuración alfa.

V_h	Volumen de la cámara de calentamiento.
$V_{h/D}$	Porcentaje del volumen de la cámara de calentamiento respecto al volumen muerto.
V_k	Volumen de la cámara de enfriamiento.
$V_{k/D}$	Porcentaje del volumen de la cámara de enfriamiento respecto al volumen muerto.
V_r	Volumen del regenerador.
$V_{r/D}$	Porcentaje del volumen del regenerador respecto al volumen muerto.
V_{se}	Volumen de barrido o carrera en la cámara del desplazador.
V'_{se}	Volumen complementario de barrido en la cámara del desplazador.
V_{sc}	Volumen de barrido o carrera en la cámara del pistón.
V'_{sc}	Volumen complementario de barrido en la cámara del pistón.
V_T	Suma del volumen de barrido de las cámaras de expansión y compresión.
W	Trabajo.
W_-	Trabajo forzado.
W_c	Trabajo realizado en la cámara de compresión.
W_e	Trabajo realizado en la cámara de expansión.
W_n	Número de West.
W_s	Trabajo en el eje.
α	Ángulo de desfase entre el pistón y el desplazador.
θ	Ángulo instantáneo de la biela.
κ	Relación entre el volumen de la cámara de compresión y el volumen de la cámara de expansión.
τ	Relación entre la temperatura en el calentador y la temperatura en el enfriador.
χ	Relación entre el volumen muerto y el volumen de barrido en la cámara de expansión.
ω	Velocidad angular.
ωt	Ángulo instantáneo de la biela en función de la velocidad angular y el tiempo.

Prefacio

He concluido este trabajo de investigación después de 5 años de haber egresado de la Facultad de Ingeniería. En un principio mi intención era la de obtener la titulación por medio de experiencia laboral, pero la carga de trabajo y una asignación en otro país me dificultó el seguimiento a esta opción. Después de algunos años de trabajar en la industria automotriz no me sentía satisfecho al presentar un trabajo sobre las tareas que ahí realizaba, en su mayoría administrativas, pues todas estaban sometidas a procesos rígidos y metodologías estrictas que contemplan solamente los estándares desarrollados y validados por la misma empresa; además, debido a los temas de confidencialidad, no me hubiera sido posible compartir por completo; ni el desarrollo, ni los resultados. Caí en cuenta que el único beneficio que obtendría, sin minimizar su importancia, sería el de titularme, pero no estaría aportando nada a mi Universidad o a la sociedad, ni tampoco a mi crecimiento profesional.

Este trabajo lo he desarrollado porque creo que la tecnología y su divulgación deben ser un medio para facilitar la vida de todo ser humano y también porque tenía una curiosidad genuina en conocer más sobre los motores Stirling.

El alcance de este estudio está limitado únicamente a motores de tipo mecánico o cinemático sin considerar los motores de pistón libre ni los motores híbridos. Debido al poco conocimiento que tengo sobre el mismo tema y a la falta de paquetería para desarrollar un modelo de tercer orden o superior, este estudio contempla los modelos de orden cero, representados por el número de Beale; modelos de primer orden, para el cual se emplea una modificación al modelo de Schmidt con base en el trabajo realizado por Senft y finalmente el modelo adiabático de segundo orden de Urieli; de contar con más tiempo y más recursos me hubiera gustado contemplar también las configuraciones híbridas y de pistón libre así como la realización de un modelo de tercer o cuarto orden; aunque como se explica en el capítulo uno, un modelo de segundo orden da una aproximación decente del comportamiento de un motor Stirling real.

El alcance de este proyecto no considera el diseño del motor pues para ello necesitaría realizar un análisis más extenso, lo cual implicaría más tiempo y más recursos con los que

no cuento (paquetería de CAD, CAE, presupuesto para manufactura; por mencionar algunos ejemplos), idealmente debería concluir con la manufactura de una máquina para cuantificar su rendimiento, contrastando la teoría con los datos obtenidos, humildemente espero que este trabajo le sirva a alguien como punto de partida para el estudio de motores Stirling y que eventualmente logren manufacturar un prototipo.

Para resolver algunas dudas contacté a algunos autores que desarrollan investigaciones sobre este tema en países diversos como Japón y Estados Unidos. Vivimos en una época donde, por el momento histórico en el que vivimos, es posible el podernos conectar con personas de todo el mundo; de nosotros depende el uso que le demos a esta herramienta tan poderosa que es el internet que fue un punto clave en la realización de este trabajo.

Una de las situaciones que me sorprendió es que la cantidad de trabajos escritos en español sobre este tema es muy limitada y no hubiera sido suficiente para completar este trabajo. Una de las obras más interesantes que encontré estaba en japonés, pero no había alguna traducción a algún otro idioma; al consultar con el autor confirmó que no se tenía la intención de traducirla. Los idiomas son llaves que abren puertas donde el conocimiento es guardado celosamente.

Agradezco a aquellos que se tomen el tiempo de leer este trabajo, el cual hice con mucho cariño y al que le dediqué mucho empeño. Al realizar este trabajo me siento satisfecho por aportar un poco a la ciencia de México, así como por la experiencia y el desarrollo personal y profesional que esta investigación me ha dejado. Espero que aquellos que lean este trabajo puedan encontrar respuestas a algunas preguntas y también les permita formular nuevos cuestionamientos.

Sin más prórrogas por mi parte, doy la bienvenida a mi tesis de licenciatura.

Hipótesis

Un motor Stirling puede ayudar generar energía eléctrica por medio de energía solar o aprovechando energía de desecho.

Objetivo del trabajo

Mediante el ajuste progresivo de modelos de orden cero, primer orden y segundo orden se calcularán las dimensiones en las cámaras de expansión, la cámara de compresión, la relación de temperaturas y el ángulo de fase para un motor que sea capaz de entregar 1.5kW.

Las características adicionales con las que debe cumplir el motor son las siguientes:

1. Se desea elegir la configuración más eficiente.
2. Se desea elegir la combinación “configuración-sustancia de trabajo” que entregue la mayor cantidad de potencia.
3. Se desea elegir la combinación “configuración-sustancia de trabajo” con el menor consumo de energía.
4. Es deseable que su configuración sea lo más sencilla posible.

Introducción

Para el desarrollo de este trabajo se buscó encasillar su contenido en el enfoque que propone Robert L. Norton (2011)¹, donde establece el proceso de diseño en una serie de 10 pasos:

1. *Identificación de la necesidad.*
2. *Investigación preliminar.*
3. *Planteamiento de objetivos.*
4. *Especificaciones de desempeño.*
5. *Ideación e invención.*
6. *Análisis.*
7. *Selección.*
8. *Diseño detallado.*
9. *Creación de prototipos y pruebas.*
10. *Producción.*

Debido a las limitaciones de recursos, el alcance de este trabajo abordará únicamente los 7 primeros puntos del listado anterior, incluyendo además los resultados y conclusiones.

La *identificación de la necesidad*, indicada en el listado anterior, se aborda en este trabajo como el *Planteamiento del Problema*, donde se explica la justificación del presente escrito.

El primer capítulo abordará los temas referentes a la investigación preliminar, se explica qué es un ciclo Stirling, se evoca brevemente la historia de los sistemas Stirling, presentando los antecedentes y se explica el funcionamiento de las configuraciones mecánicas más comunes. Posteriormente se dan algunos ejemplos del estado del arte y se señalan los retos actuales de estos motores. Se culmina con la relevancia y justificación

¹ Norton, R. (2011). Design of Machinery with Student Resource DVD (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering) (5th ed.). McGraw-Hill Education.

del presente trabajo. En este capítulo también se presentan los objetivos del trabajo y las especificaciones de desempeño.

En el segundo capítulo se desarrollan los modelos matemáticos de orden cero y primer orden, los cuales indicarán las dimensiones de las cámaras del sistema para que éste cumpla con los requerimientos planteados. Con esta finalidad se emplean el número de Beale para obtener el volumen de la cámara de compresión a partir de la potencia objetivo, la frecuencia y la presión de trabajo del motor GPU-3. Para obtener el rango de temperaturas de trabajo se utiliza el número de West. El volumen muerto es considerado proporcionalmente al volumen muerto en el motor GPU-3. Se desarrolla el comportamiento de volúmenes sinusoidales para cada configuración. Una vez fijados estos parámetros se utiliza el método de Senft para encontrar el trabajo de salida máximo en el eje variando simultáneamente el ángulo de desfasamiento y la relación de los volúmenes de las cámaras de expansión y compresión (κ).

El análisis, se hará a partir de un modelo de segundo orden para calcular la energía involucrada en un proceso en estado estable y que también servirá de apoyo a la selección del sistema. Se presentará también el cálculo de dimensiones para un motor que trabaje a una presión cercana a la presión atmosférica (101 kPa), pues en la Literatura se menciona que existen problemas de fugas ocasionados por las altas presiones generadas por los motores. El capítulo finaliza con un análisis de toma de decisiones para seleccionar la mejor combinación entre la configuración y la sustancia con base en los estudios de este trabajo.

En el capítulo final se darán a conocer los resultados y las conclusiones de este trabajo de investigación.

Planteamiento del problema

Uno de los principales temas con el que lidiamos hoy día es la excesiva contaminación del aire producida por el desmesurado uso de hidrocarburos (Natalia Soto-Coloballes, 2020), del mismo modo la explotación excesiva de combustibles fósiles como fuente primaria ocasiona daños a los mantos acuíferos y al subsuelo (Yılmaz, S, Kılıcı, S. 2020)². Debido a los temas antes mencionados se requiere continuar estudiando métodos de producción de energía limpia, o en su defecto, métodos que coadyuven a aminorar el deterioro ambiental causado por el uso desmesurado del petróleo.

El presente trabajo tiene como objetivo encontrar las dimensiones de un motor Stirling que sea capaz de producir 1.5 [kW] de energía, el cual podría usar el desperdicio de energía térmica de un sistema mayor como un generador eléctrico de diesel o bien la energía solar que pueda ser recolectada en una zona conurbada o en una zona en la que no es posible llevar el suministro eléctrico.

² Yılmaz, S, Kılıcı, S . (2020). Dört Serbestlik Dereceli Bir İnsansız Sualtı Aracının 3 Boyutlu Bilgisayar Benzetimi. Journal of the Institute of Science and Technology, 10.

Índice

Dedicatoria	i
Agradecimientos	ii
Lista de abreviaturas y símbolos	iii
Prefacio	vi
Hipótesis	viii
Objetivo del trabajo	viii
Introducción	ix
Planteamiento del problema	xi
Índice	xii
1 Motores Stirling	2
1.1 Historia del motor Stirling	4
1.2 Configuraciones de motores Stirling.	8
1.2.1 Configuración de motores Stirling tipo alfa	9
1.2.2 Configuración de motores Stirling tipo beta	11
1.2.3 Configuración de motores Stirling tipo gamma.	13
1.3 Sustancias de trabajo para motores Stirling	15
1.4 Estado del arte	16
1.4.1 Reactor Kilopower utilizando tecnología Stirling	16
1.4.2 Microsistemas de cogeneración	17
1.4.3 Enfriadores criogénicos	18
1.4.4 Motores Stirling con un rango de operación a bajas temperaturas	18
1.4.5 Técnicas de modelado de los motores Stirling	19
1.5 Retos actuales en el diseño de los motores Stirling	20
1.6 Relevancia y justificación	21

2	Análisis de orden cero y primer orden	22
2.1	Modelos de orden cero, el número de Beale y el número de West	22
2.1.1	Propuesta de parámetros iniciales (presión, volumen de barrido del pistón, rango de temperaturas y frecuencia).	24
2.2	Modelo Isotérmico Ideal	25
2.3	Relaciones de los volúmenes de control	28
2.3.1	Proposición del volumen muerto	29
2.3.2	Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo alfa.	30
2.3.3	Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo beta	32
2.3.4	Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo gamma	35
2.4	Optimización geométrica a través del modelo de Senft	36
2.4.1	Desarrollo del modelo de Senft	37
2.4.2	Modelo de Senft para un motor beta y gamma.	40
2.4.3	Obtención de la relación κ y del ángulo α para un trabajo en el eje máximo en un motor tipo beta o gamma	43
2.4.4	Modelo de Senft para un motor alfa	46
2.4.5	Obtención de la relación κ y α para un trabajo en el eje máximo en un motor tipo alfa	48
2.5	Resultados del capítulo 2	50
3	Análisis adiabático de segundo orden	52
3.1	Desarrollo del modelo Adiabático	53
3.2	Método de solución	57
3.3	Resultados del capítulo 3	58
3.4	Análisis de toma de decisiones	62
4	Resultados, conclusiones y comentarios	64
4.1	Resultados	64

4.1.1 Resultados sobre la eficiencia	64
4.1.2 Resultados sobre la potencia	65
4.1.3 Resultados sobre la sencillez del motor	66
4.2 Conclusiones	68
4.3 Trabajos a Futuro	69
4.4 Comentarios	70
Referencias	71
Apéndice A: Código para programar el modelo de Senft en un motor alfa con una aproximación sinusoidal.	75
Apéndice B: Código para programar el modelo de Senft en un motor gamma o beta con una aproximación sinusoidal.	79
Apéndice C: Resultados más relevantes obtenidos a partir del modelo de Senft.	82
Apéndice D: Kepner-Tregoe Análisis de Decisión	83

1 Motores Stirling

Los motores Stirling son máquinas de combustión externa, aunque sería más adecuado llamarlas de calentamiento externo porque la fuente de calor requerida para su funcionamiento no necesariamente es una consecuencia directa de una combustión.

Los motores Stirling convierten energía térmica en energía mecánica a través de un ciclo donde se comprime, calienta, expande y enfría una sustancia de trabajo sellada herméticamente, o sea un ciclo Stirling; sin embargo, también son máquinas que pueden realizar la función de una bomba de calor ya que el ciclo Stirling es reversible.

De acuerdo con la definición de William R. Martini (1983)³: *“una máquina térmica es un motor Stirling cuando:*

- *El fluido de trabajo está contenido en un cuerpo a una presión cercanamente similar en cada instante durante el ciclo.*
- *El fluido de trabajo es manipulado de tal forma que es comprimido, en su mayoría, en la porción del enfriador y es expandido en la zona de calentamiento del motor.*
- *La transferencia del fluido comprimido desde la zona de enfriamiento a la zona de calentamiento del motor estará dada mediante la manipulación de las fronteras del fluido sin ningún tipo de válvulas o bombas. La transferencia del fluido de la zona de calentamiento a la zona de enfriamiento del motor se realizará de la misma forma.*
- *Se puede usar un regenerador de flujo reversible (intercambiador de calor regenerativo) para incrementar la eficiencia. “*

Los motores Stirling están conformados por: un espacio de expansión (1) donde se encuentra el desplazador, un espacio de compresión (2) donde se encuentra el pistón, un calentador (C), un enfriador (F) y un regenerador(R). Las principales configuraciones de

³ William Martini (1983) Stirling engine design manual: prepared for National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center ; for U.S. Department of Energy, Conservation and Renewable Energy, Office of Vehicle and Engine R & D-NSG-3194, DOE/NASA/3194-1 NASA CR-168088, second ed. pp 10.

un motor Stirling son la alfa, la beta y la gamma (Figura 1.1), las cuales serán explicadas a detalle más adelante.

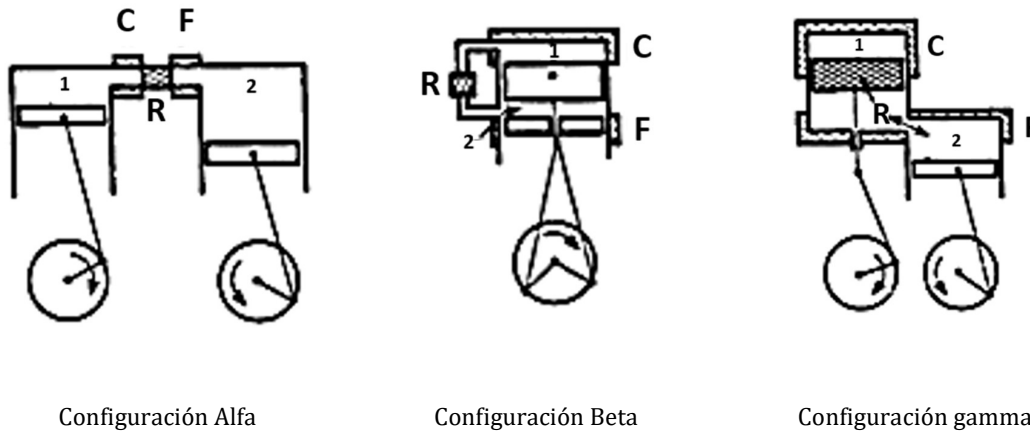


Figura 1.1 Configuraciones principales de un motor Stirling (William Martini, 1983).

En una investigación realizada por Bartłomiej Rutczyk, Ireneusz Szczygieł y Zbigniew Buliński (2019)⁴; se define al Ciclo Stirling ideal como uno que consiste en dos procesos isocóricos y dos procesos isotérmicos, una breve descripción es presentada enseguida acompañada de la Figura 1.2 para ejemplificarla.

1. 1-2 Se extrae calor y se comprime la sustancia de trabajo en un proceso isotérmico.
2. 2-3 Se añade calor a la sustancia de trabajo (regenerador o enfriador) en un proceso isocórico.
3. 3-4 Se añade calor a la sustancia de trabajo y ocurre una expansión en un proceso isotérmico.
4. 4-1 Se remueve calor (el regenerador o calentador) en un proceso isocórico.

⁴ Bartłomiej Rutczyk, Ireneusz Szczygieł, Zbigniew Buliński (2019), A zero-dimensional, real gas model of an α Stirling engine, Energy Conversion and Management, Volume199, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.111995>.

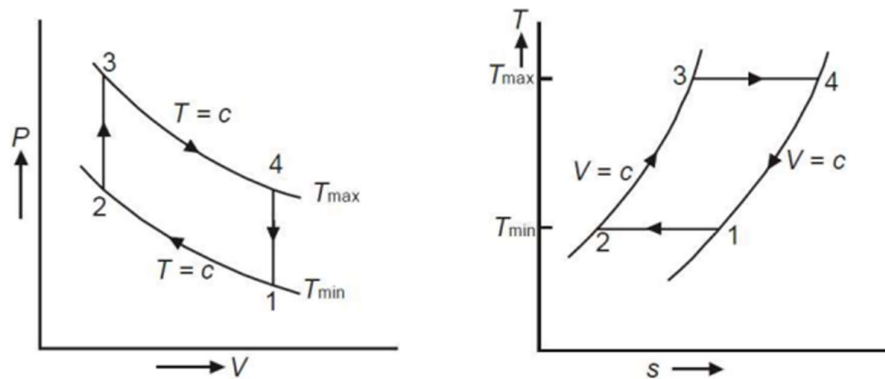


Figura 1.2 Ciclo Stirling Ideal en un diagrama Presión-Volumen (izquierda) y un diagrama Temperatura-Entropía (Derecha).

Uno de los supuestos de los motores Stirling, el cual se difunde en los libros de texto empleados en los cursos de termodinámica básica, es que su eficiencia es igual a la de máquina térmica de Carnot (Çengel y Boles, 2006)⁵. Allan J. Organ (2014)⁶ propone que el modelado ideal omite por completo las irreversibilidades del proceso no ideal, el trabajo realizado por Godfrey Udeh, Stavros Michailos, Derek Ingham, Kevin Hughes, Lin Ma, Mohammed Pourkashanian en 2020⁷, demuestra este punto.

1.1 Historia del motor Stirling

El motor Stirling fue Diseñado por el reverendo Robert Stirling en 1816, años antes que S. Carnot publicara su estudio sobre las máquinas térmicas en 1824, con el objetivo de mejorar la seguridad de los mineros; pues muchos de los motores de la época terminaban causando daño a los operadores. La potencia que el motor producía se estimaba en 2 hp,

⁵ Çengel, Y., & Boles, M. (2006). Thermodynamics: An Engineering Approach with Student Resource DVD (6th ed.). McGraw-Hill Science/Engineering/Math.

⁶ Stirling Cycle Engines Inner workings and design, Allan J. Organ, Reino Unido, John Wiley & Sons. Ltd, 2014, pp 8.

⁷ Godfrey T. Udeh, Stavros Michailos, Derek Ingham, Kevin J. Hughes, Lin Ma, Mohammed Pourkashanian (2020), A new non-ideal second order thermal model with additional loss effects for simulating beta Stirling engines, Energy Conversion and Management, Volume 206, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.11249>

estuvo en servicio en 1818 y fue utilizado para bombear agua (Allan J. Organ, 2007)⁸. Un estudio de Organ (2001) sugiere que la potencia generada por el motor era en realidad de solo de 0.5 hp.

En 1876 Rider implementó una novedad, separando los espacios de expansión y compresión de los cilindros, en este motor, los cilindros estaban en extremos separados y conectados cada uno por medio de un regenerador. Este motor mostraba superioridad ante los otros motores por su facilidad de mantenimiento y su silenciosa operación contando únicamente con cinco partes móviles (Halit KARABULUT, Hüseyin Serdar YUCESU y Atila KOCA, 2000)⁹.

De acuerdo con Graham Walker y James Senft (1985)¹⁰ en 1905 Osian Ringbom patentó un motor Stirling de cilindros separados (configuración gamma), cuya innovación es la separación del desplazador de cualquier tipo de ejes, manivelas o alguna otra parte mecánica (Figura 1.3).

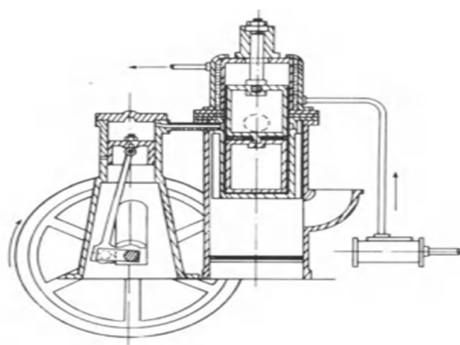


Figura 1.3 Motor patentado por Osian Ringbom en 1905, G. Walker y J Senft, 1985.

⁸ Allan J. Organ, 2007, The air engine Stirling cycle power for a sustainable future, Cambridge England, WOODHEAD PUBLISHING LIMITED, pp 5.

⁹ Halit Karabulut, Hüseyin Serdar YÜCESU, Atila KOCA (2000), Manufacturing and Testing of a V-Type Stirling Engine, Turk J Engin Environ Sci. pp 71 – 80.

¹⁰ Walker, G., & Senft, J. R. (1985). Free-Piston Stirling Engines, Springer-Verlag pp147. doi:10.1007/978-3-642-82526-2_2

En 1937 la firma holandesa NV Phillips retomó la investigación de esta tecnología, empezando un programa de desarrollo extensivo que duró por muchos años e incluía aplicaciones en la industria automotriz, energía solar, enfriadores criogénicos y submarinos. NV Philips desarrolló motores que fueron capaces de alcanzar las 5000 rpm y lograron una eficiencia del 38%. En 1958 General Motors se hizo cargo de la compañía y el programa fue suspendido (Roy Darlington, Keith Strong,2007)¹¹.

En 1964 el profesor William Beale de la universidad de Ohio hizo una modificación al motor Stirling reemplazando los mecanismos convencionales de manivela con resortes flexibles y amortiguadores, uniendo con estos al pistón y al desplazador con la cubierta (B.J.G. de la Bat, R.t. Dobson, T.M. Harms, A. J. Bell, 2020)¹², a este diseño se le llamó el motor Stirling de pistón libre (FPSE por sus siglas en inglés). La invención de los motores FPSE trajo consigo la clasificación de motores Stirling en dos categorías, los motores mecánicos y los FPSE (H. Karabulut, C. Cinar y M. Okur, 2020)¹³. Con un grupo de colaboradores fundó la compañía llamada SUNPOWER en 1974. En años posteriores esta firma desarrollara el motor “Kilopower” por parte de la Agencia Nacional de Aeronáutica e investigación Espacial (NASA por sus siglas en inglés) para impulsar el trabajo del programa ASC (*Advanced Stirling Convertor*) hacia un FPSE espacial (Sunpower,2020)¹⁴. En la Figura 1.4 se presenta un diagrama de un motor FPSE.

¹¹ Roy Darlington, Keith Strong (2007) Stirling and hot air engines: designing and building experimental model Stirling engines - The Crowood Press. pp16.

¹² De la Bat, B. J. G., Dobson, R. T., Harms, T. M., & Bell, A. J. (2020). Simulation, manufacture and experimental validation of a novel single-acting free-piston Stirling engine electric generator. *Applied Energy*, 263, 114585. doi: 10.1016/j.apenergy.2020.114585

¹³ Halit Karabulut, Can Cinar, Melih Okur (2020), Dynamic simulation and performance prediction of free displacer Stirling engines - *International Journal of Green Energy*, 17:7, 427-439.

¹⁴ Sunpower (2020), History, <https://www.sunpowerinc.com/about-sunpower/history>

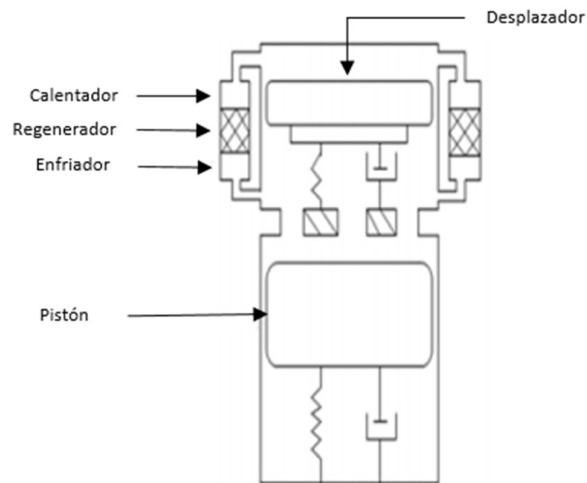


Figura 1.4 Diagrama de un motor FPSE (Ayodeji Sowale y Athanasios J. Kolios ,2018¹⁵).

En 1977 se desarrolló un alternador lineal de 2 kW y para septiembre de 1993 se desarrolló un prototipo que fue capaz de generar 25 kW utilizando helio como sustancia de trabajo a una presión promedio de 15 MPa.

En Julio de 1978 J. E. Cairelli, L. G. Thieme y R. J. Walter¹⁶ publicaron, por primera vez los resultados iniciales de un Motor Stirling de un solo cilindro de conducción róbica, referenciado como GPU 3 (Figura 1.5), como apoyo al programa de Energía usada en Motores Stirling en sistemas vehiculares carreteras. Este motor se desarrolló y construyó por los laboratorios de GM en 1965 para la armada de EUA y fue desmantelado en 1966, antes de 1978 sus componentes, las condiciones de operación y desempeño eran un secreto. Para el estudio el motor fue restaurado y dispuesto en laboratorios. Las sustancias de trabajo empleadas fueron helio e hidrógeno. El estudio demostró que el hidrógeno presentaba un mejor desempeño al helio; desafortunadamente no fue posible hacer un cálculo correcto de la eficiencia por las limitaciones técnicas de la época.

¹⁵ Ayodeji Sowale, Athanasios J. Kolios, (2018), Numerical Analysis of the Adiabatic and Quasi Steady Model of Free Piston Stirling Engine - MATEC Web Conf. 198, DOI: 10.1051/mateconf/201819804005.

¹⁶ James Cairelli, L. Thieme, R. Walter (1978), Initial test results with a single-cylinder rhombic-drive Stirling engine. National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center.

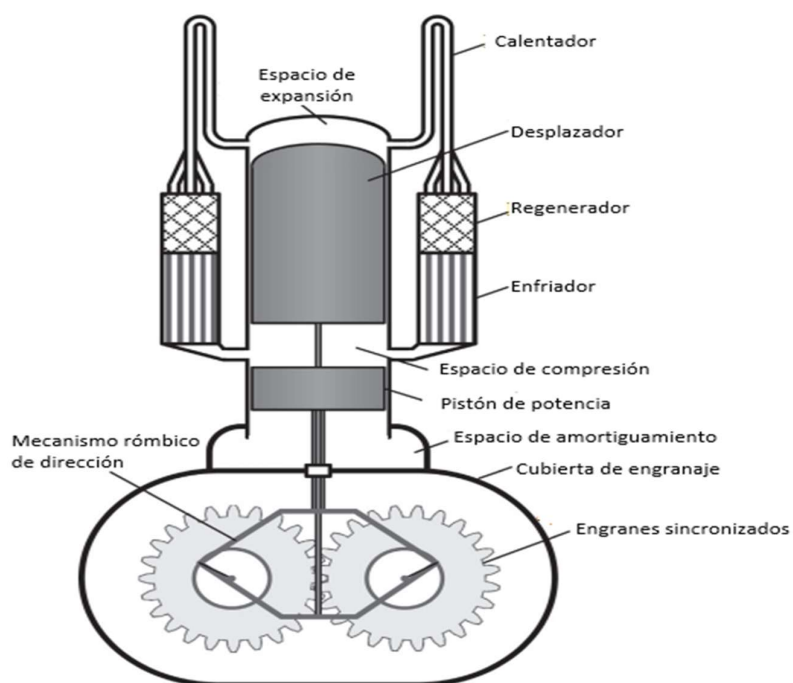


Figura 1.5 Esquema del motor Stirling GPU 3 (Kai Wang, Swapnil Dubey, Fook Choo, Fei Duan, Applied Energy - 2016)¹⁷

1.2 Configuraciones de motores Stirling.

Los motores Stirling se dividen en dos grandes categorías: los motores mecánicos y los motores de pistón libre (H. Karabulut, 2004). Los primeros, dada la obviedad de su nombre, utilizan mecanismos compuestos por manivelas, bielas y volantes de inercia que convierten la energía térmica en trabajo mecánico. Los motores de pistón libre carecen de lazos cerrados y funcionan con resortes unidos a la carcasa del motor, no tienen bielas, manivelas o volantes de inercia. A continuación, se dará una descripción de las configuraciones alfa, beta y gamma para los motores mecánicos.

¹⁷ Kai Wang, Swapnil Dubey, Fook Hoong Choo, Fei Duan (2016), A transient one-dimensional numerical model for kinetic Stirling engine, Applied Energy, volume 183, pp 775-790, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.09.024>.

1.2.1 Configuración de motores Stirling tipo alfa

Esta configuración es la más sencilla pues está conformada únicamente por 5 partes móviles. Existen dos espacios separados que albergan un pistón cada uno. En uno de los espacios se encuentra la cámara de calentamiento y en el otro la cámara de enfriamiento (Se distingue por las aletas para disipar calor, Figura 1.6, parte inferior). Ambos espacios están conectados para que la sustancia de trabajo transite entre ellos y este conector puede fungir, o no, como un regenerador (Figura 1.6, lado superior izquierdo).

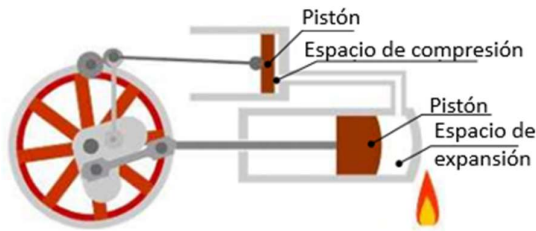
Presenta la desventaja de requerir sellados costosos y complicados en ambos pistones para evitar que la sustancia de trabajo se escape por ellos (Israel Urieli, 2020)¹⁸. Los diseños son altamente complicados y sus componentes de sincronización presentan un alto desgaste (Robson, 2007)¹⁹.

El ciclo del motor se puede describir en cuatro pasos (Figura 1.6, lado superior derecho). En el primer paso el fluido de trabajo está en el punto donde el volumen de la cámara de calentamiento está más expandido, al mismo tiempo está perdiendo energía térmica y la presión cae. En el segundo paso se encuentra en el punto de expansión más alto en la cámara de enfriamiento y se logra el punto más bajo posible en el nivel de presión. En el tercer paso el pistón vacía la cámara de enfriamiento y en esta etapa la sustancia de trabajo está en la temperatura más baja en todo el sistema, preparándose para alcanzar el punto de presión más alto. En el último paso el fluido continúa calentándose, aumentando la presión del fluido para completar el ciclo.

¹⁸Israel Urieli (2020), Chapter 2a – Alpha Stirling Engines, Stirling Cycle Machine Analysis
<https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/engines/engines.html>

¹⁹ Robson, A. P. (2017), A third order analysis of a low temperature differential Ringbom-Stirling engine. (Thesis). Edinburgh Napier University. Retrieved from <http://researchrepository.napier.ac.uk/id/eprint/4167>

Esquema de un motor tipo alfa



Etapas de un motor tipo alfa

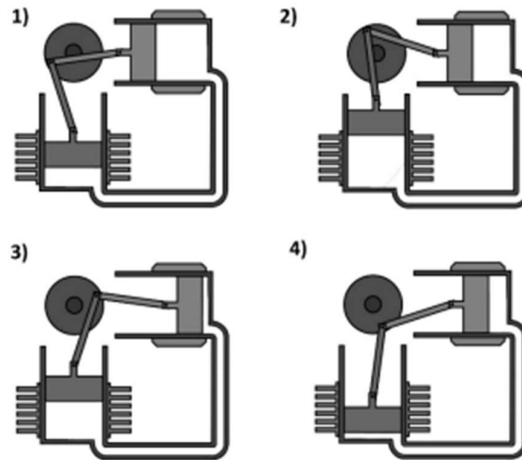


Imagen de un motor Stirling tipo alfa



Figura 1.6 A la izquierda muestra la configuración tipo alfa (Jacek Kropiwnicki, Aleksandra Szewczyk, 2016)²⁰, a la derecha están etapas del ciclo Stirling en configuración alfa (Mehrzaad Mojaver, Yazdan Alviri, Mehrnoosh Mojave, 2019)²¹, la figura inferior muestra un Motor Alfa²²

²⁰ Kropiwnicki, J., & Szewczyk, A. (2016). Stirling Engines Powered by Renewable Energy Sources. Applied Mechanics and Materials, 831, 263–269. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.831.263>

²¹ M. R. Mojaver, Y. Alviri and M. R. Mojaver (2019), A new design for Stirling engine with the high performance for using in urban solar CHP," 2019 Iranian Conference on Renewable Energy & Distributed Generation (ICREDG), pp. 1-5, doi: 10.1109/ICREDG47187.2019.194230.

²² Premiado un motor Stirling para extraer agua en zonas subdesarrolladas. (2012). 2021, Almeria360.com https://almeria360.com/sociedad/04052012_premiado-un-motor-stirling-para-extraccion-de-agua-potable-en-paises-subdesarrollados_16428.html

1.2.2 Configuración de motores Stirling tipo beta

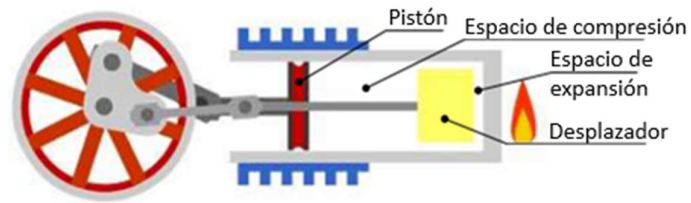
Esta es la configuración del primer motor Stirling. Son motores cuyos rangos de temperatura se encuentran alrededor de los 800 C.

Su principal característica es que tanto el desplazador como el pistón son colineales, ambos conectados a un volante de inercia mediante un mecanismo de manivela. Tanto el pistón como el desplazador se encuentran dentro de un cilindro que recibe calor en un extremo y desecha calor por el otro. Estas cámaras están separadas por el desplazador y se encuentran conectadas para que la sustancia de trabajo transite entre ambas, pudiendo encontrar un regenerador entre ellas como se muestra en la Figura 1.7. Presenta una ventaja respecto al motor alfa porque la caída de presión disminuye a una relación menor en la etapa de expansión (*Mehrzhad Mojaver, 2019*).

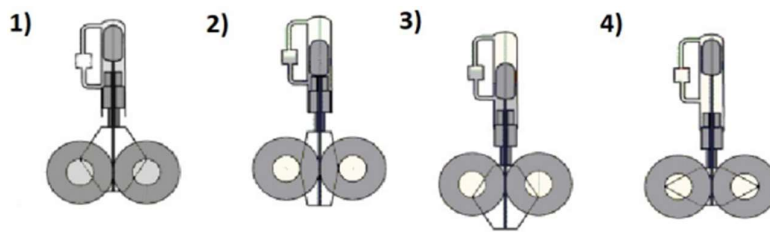
En el primer paso, se calienta la cámara de calentamiento, misma que aloja al desplazador, a una temperatura constante hasta que se logra elevar la sustancia de trabajo lo suficiente para mover al desplazador. El segundo paso se logra una vez que la presión del fluido de trabajo es lo suficientemente grande para mover el desplazador hasta lograr su expansión total. En el tercer paso, el fluido está en la cámara de enfriamiento, este experimenta una disminución de temperatura, en el cuarto paso el fluido se contrae hasta llegar nuevamente a la posición inicial cerrando el ciclo, como se muestra en la Figura 1.7.

El hecho de que el pistón y el desplazador se encuentren en el mismo cilindro significa también que, en diferentes partes del ciclo, los volúmenes de expansión y compresión se pueden sobreponer, reduciendo el espacio muerto. Este diseño puede ser cerrado herméticamente (*Robson, 2007*).

Esquema de un motor tipo beta



Etapas de un motor tipo beta



Motor Stirling tipo beta.



Figura 1.7 En la parte superior se muestra el esquema de un motor tipo beta (Jacek Kropiwnicki, Aleksandra Szweczyk, 2016) . La imagen de en medio ejemplifica un ciclo Stirling en una configuración beta tipo rómbica (Mehrzaad Mojaver, 2019). En la parte inferior se encuentra un motor Stirling tipo beta (Kontax Engineering Ltd, 2021)²³ cuya función es meramente didáctica

²³ Kontax Engineering Ltd. (n.d.). Nano Rhombic Engine - From www.stirlingengine.co.uk. Revisado en Julio 26, 2021, [Stirlingengine.co.uk](https://www.stirlingengine.co.uk): <https://www.stirlingengine.co.uk/d.asp?product=NANORHOMBIC>

1.2.3 Configuración de motores Stirling tipo gamma.

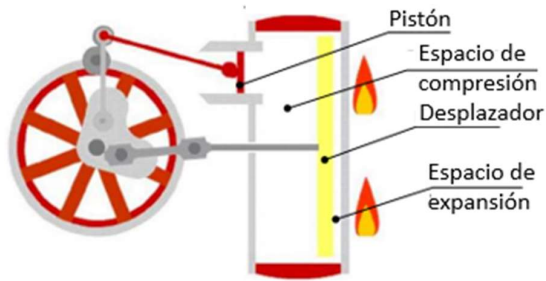
Esta configuración es la combinación de las configuraciones alfa y beta. Su eficiencia práctica es mayor a la de las configuraciones previas (*Mehrzaad Mojaver, 2019*). En los motores gamma, el pistón y el desplazador están localizados en espacios distintos. Tiene la desventaja de que tiene un espacio muerto mayor que las otras dos configuraciones, en específico volumen que conecta el espacio de compresión y la parte inferior del espacio de expansión. Funciona con un mecanismo de biela-manivela. Al igual que las configuraciones anteriores se le puede adicionar un regenerador; sin éste requeriría de 5 veces la cantidad de calor necesaria para generar la misma cantidad de potencia que como lo haría con un regenerador (S. Alfarawi, R. Al-Dadah, S. Mahmoud, 2016)²⁴.

Dado que el pistón y el desplazador se encuentran en cámaras separadas existe un incremento inherente en el volumen muerto resultando en una disminución de la potencia específica; sin embargo, presenta la ventaja de no requerir sellar la senda que une el desplazador y el pistón (Robson, 2007), así como la varilla de desplazamiento se saca del pistón reduciendo la velocidad de desgaste del sello, disminuyendo la fricción y el desgaste (G. Walker y J. Senft, 1985).

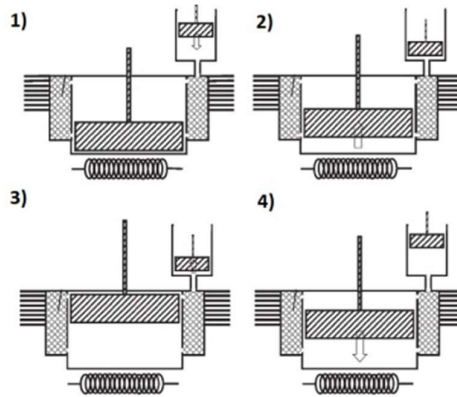
La Figura 1.8 muestra la configuración de un motor Stirling tipo gamma. En el primer paso se le suministra calor a la sustancia de trabajo hasta que la presión es suficiente para mover el desplazador. En el segundo paso se expande la sustancia moviendo el desplazador al mismo tiempo que ocurre una transferencia de calor. La sustancia de trabajo entonces mueve al pistón. En el tercer paso, se remueve calor del fluido de trabajo hasta que la presión en la cámara disminuye. En el cuarto paso, el desplazador comienza a moverse debido a la diferencia de presiones hasta llegar nuevamente al punto inicial para empezar un nuevo ciclo.

²⁴ Alfarawi, S., AL-Dadah, R., & Mahmoud, S. (2016). Enhanced thermodynamic modelling of a gamma-type Stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, 106, 1380–1390. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.06.145

Esquema de un motor tipo gamma



Etapas de un motor tipo gamma



Etapas de un motor tipo gamma



Figura 1.8 Del lado superior izquierdo se encuentra una configuración genérica de un motor tipo gamma (Jacek Kropiwnicki, Aleksandra Szewczyk, 2016), del lado superior derecho se encuentran los pasos de un ciclo Stirling en una configuración gamma (Mehrzad Mojaver, 2019). La imagen en el fondo muestra un motor de configuración gama didáctico²⁵.

²⁵ Kontax Engineering Ltd. (n.d.-a). KS90 Black LTD (KIT) - From www.stirlingengine.co.uk. Revisado en Julio 26, 2021, [Stirlingengine.co.uk](http://www.stirlingengine.co.uk): https://www.stirlingengine.co.uk/d.asp?product=KS90_BLA_KIT

1.3 Sustancias de trabajo para motores Stirling

Las sustancias de trabajo normalmente son gases que se calentarán buscando su expansión para que de esta forma se produzca trabajo y posteriormente se enfriarán con la finalidad de que regresen a una condición inicial resultando así en un ciclo termodinámico. De acuerdo con D.G. Thombare y S.K. Verma (2006) una sustancia de trabajo para un motor Stirling debe poseer las siguientes características:

1. Alta conductividad térmica.
2. Alta capacidad térmica.
3. Baja viscosidad.
4. Baja densidad.
5. Fácil de encontrar.
6. Costo.
7. Seguridad.
8. Manejo.
9. Requerimientos de almacenaje.

A continuación, se presenta una tabla con datos recopilados por Thombare y Verna (2006) con diferentes propiedades que servirán para la selección de la sustancia de trabajo.

Tabla 1.1 Propiedades generales de gases. [@ 800K y 5 MPa] D.G. Thombare y S.K. Verma (2006)

<i>Sustancia de trabajo</i>	<i>Masa molar nominal</i> $M \left[\frac{kg}{mol} \right]$	<i>Constante del gas</i> $R \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$	$C_p \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$	$C_v \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$	<i>Relación de calores específicos</i> $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
H_2	2	4.12	14.20	10.08	1.41
He	4	2.08	5.19	3.11	1.67
Ne	20	0.415	1.03	0.62	1.66
N_2	28	0.297	1.04	0.74	1.4
CO	28	0.297	1.04	0.75	1.4
<i>Aire</i>	29	0.287	1.01	0.72	1.4

O_2	32	0.260	0.92	0.66	1.4
Ar	40	0.208	0.52	0.31	1.67
CO_2	44	0.189	0.85	0.66	1.28

1.4 Estado del arte

Las aplicaciones actuales de los motores Stirling tienen la encomienda de satisfacer las siguientes necesidades (por mencionar algunos ejemplos): la búsqueda en mejorar la eficiencia de cualquier proceso que requiera la generación de energía eléctrica o mecánica, el aprovechamiento de calor desperdiciado (como podría ser el caso de procesos dentro de una fábricas o a una escala menor como el calor desperdiciado por el motor de un automóvil), la disminución en el consumo de energías fósiles; etc. En los párrafos siguientes se presentarán algunos usos de esta tecnología.

1.4.1 Reactor Kilopower utilizando tecnología Stirling

El programa Kilopower²⁶ es un proyecto desarrollado por la NASA para desarrollar tecnología que pueda ser usada en sistemas de potencia de fisión nuclear para habilitar estadías de larga duración en superficies de otros planetas. En marzo de 2018 se completaron exitosamente pruebas para el reactor KRUSTY (por sus siglas en inglés). Esta tecnología tiene la finalidad de montar los cimientos para establecer puestos de avanzada en la Luna y en Marte.

Marc Gibson, David Poston, Patrick McClure, Tomas Godfroy Maxwell Briggs y James Sanzi (2018)²⁷ publicaron los resultados de las pruebas realizadas al proyecto cuyo objetivo era

²⁶Brian Dunbar (2018), Space Technology Mission Directorate, NASA, <https://www.nasa.gov/directorates/spacetech/kilopower>

²⁷ Marc Gibson, David Poston, Patrick McClure, Thomas Godfroy, James Sanzi, Maxwell Briggs 2018, The Kilopower Reactor Using Stirling Technology (KRUSTY) Nuclear Ground Test Results and Lessons Learned, International Energy Conversion Engineering Conference.

el de desarrollar un reactor de fisión que pudiera ser escalado desde 1 a 10kW y pudiera ser aplicado tanto a la ciencia como a la exploración humana.

El núcleo del reactor fue construido con tres secciones de uranio altamente enriquecido (HEU por sus siglas en inglés) aleado con molibdeno para proporcionar una potencia en estado estable de 4 kW a 800°C utilizando sodio como sustancia de trabajo. La eficiencia térmica está en el rango de 30 a 34%, aproximadamente el 50% de la eficiencia de Carnot dependiendo de las condiciones iniciales.

1.4.2 Microsistemas de cogeneración

Los sistemas de cogeneración se han empleado en alrededor de 100 años para generar de 15 kW a 100 MW, la miniaturización de estos sistemas mCHP (por sus siglas en inglés micro combined heat and power) es un tópico de interés actual para reducir el consumo de energías fósiles y reducir al mismo tiempo los gases que causan el efecto invernadero. De acuerdo con S. Murugan y Bohumil Horák (2016)²⁸, los sistemas mCHP generalmente involucran una fuerza motriz tal como podría ser un motor Stirling y una turbina de gas, por mencionar un caso; para producir simultáneamente potencia y calor.

SenerTec (2020)²⁹ cuenta actualmente con una micro unidad CHP basada en un motor de combustión interna que funciona con gas natural, aceite o bio-diesel. En la unidad Dasch, un generador entrega hasta 5.5 kW de energía eléctrica.

La firma American Stirling Company (2020)³⁰ cuentan con generador de electricidad llamado Bio Gen, el cual genera electricidad a través de un ciclo combinado que emplea bio-masa gasificada como combustible. Entrega 8.5 kW. (Figura 1.9).

²⁸ S. Murugan y Bohumil Horák, Renewable and Sustainable Energy Reviews- 2016 A review of micro combined heat and power systems for residential applications, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 64, Pages 144-162, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.04.064>.

²⁹ SenerTec. The leading manufacturer of CHP units. Dachs. (2020) SenerTec. Dachs. Smart Cogeneration. <https://senertec.com/dachs/>

³⁰ ThermoGen Combined Energy Technology <http://Stirling-tech.com/engine-only-heater-natural-gas-cogeneration/>

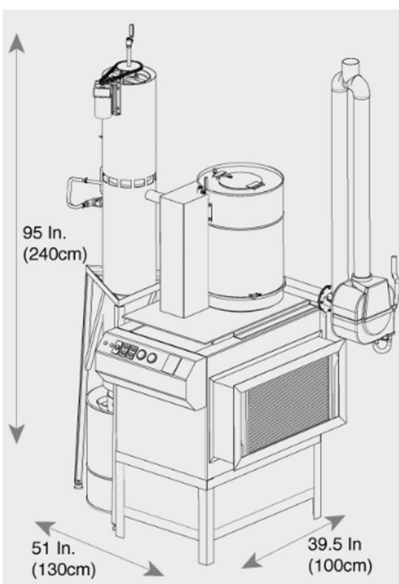


Figura 1.9 Imagen de un sistema Bio Gen <http://Stirling-tech.com/biogen/>

1.4.3 Enfriadores criogénicos

Twinbird³¹ desarrolla enfriadores criogénicos Stirling de pistón libre (FPSC por sus siglas en inglés *Free Piston Stirling Cooler*), un enfriador FPSC, el cual logra temperaturas por debajo de los -50°C en condiciones de aislamiento óptimas en menos de 10 minutos. Con una tolerancia de $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$, funciona con helio como sustancia de trabajo.

1.4.4 Motores Stirling con un rango de operación a bajas temperaturas

Se les conoce como motores con un rango de operación a bajas temperaturas (LTD por sus siglas en inglés *low temperature differential*) a aquellos motores que tienen una fuente de operación con una temperatura baja. En 2016 Yoshita Kato³² define como LTDSE a

³¹ TWINBIRD Free Piston Stirling Cooler (2020), TWINBIRD Free Piston Stirling Cooler <https://fpsc.twinbird.jp/>

³² Yoshitaka Kato (2020), Indicated diagrams of a low temperature differential Stirling engine using flat plates as heat exchangers, *Renewable Energy*, Volume 85, Pages 973-980, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.07.053>.

aquel motor Stirling cuya operación esté por debajo de los 100°C. El estudio sobre estos motores tiene sus orígenes durante los años 80 (Manual de instrucciones del motor Solaris)³³ con el profesor I. Kolin y el profesor J. Senft quienes desarrollaron el primer motor Stirling cuyo rango de operación se encontraba con un diferencial por debajo de los 20°C, funcionando con energía termosolar sin la necesidad de un concentrador solar. En este rango de operación podrían ocuparse plásticos para manufacturar dichos motores. El tiempo de estudio para este tipo de motores es relativamente corto, en comparación con los otros motores Stirling.

1.4.5 Técnicas de modelado de los motores Stirling

Los diseños preliminares de motores Stirling emplean modelos de orden cero, utilizando números adimensionales y otras correlaciones empíricas para predecir su desempeño, principalmente como funciones de algunas variables que, como la presión promedio del ciclo, el volumen del desplazador, la relación de temperatura y la velocidad del motor. Estos modelos sobreestiman el desempeño del motor, causando que sólo sean útiles para un análisis rápido.

Los modelos de primer orden (también llamados analíticos), simulan el desempeño de los motores Stirling asumiendo procesos isotérmicos. Estos modelos resultan útiles para predecir el desempeño, reduciendo complejidad y costo computacional. Adicionalmente, los modelos analíticos tampoco relacionan los principales parámetros de diseño a las métricas del desempeño térmico del motor, por lo tanto, sus resultados aún tienen errores considerables.

Los modelos de segundo orden se han mejorado a través del estudio de los motores Stirling a lo largo del tiempo. El primer estudio desarrollado sobre modelos de segundo orden es atribuido a Finkelstein, seguido por Urieli y Berchowitz. A la fecha, los modelos de segundo orden son adecuados para conducir estudios paramétricos en el motor. No

³³ Solaris (2020), Home, Solar and Low Temperature Stirling Engines / Kits, <http://www.newenergyshop.com/pdf/StirlingEngines.Solaris.pdf>

obstante, no pueden proveer información detallada del comportamiento interno de la sustancia de trabajo. En particular, estos modelos no revelan la velocidad o el perfil de temperatura de la sustancia de trabajo en algún punto específico del motor. (Godfrey T. Udeha, et al, 2020).

Los modelos de tercer y cuarto orden involucran la formulación de ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan las operaciones del motor, basadas en masa, momentum y balance de energía de los volúmenes de control. Por otra parte, desarrollar modelos de tercer y cuarto orden involucra el desarrollo de técnicas de CFD para resolver complejos problemas de fluidos presentes en cada nodo del mallado generado en el motor. A pesar de que los análisis realizados con técnicas 3-D CFD han provisto mayor conocimiento sobre los campos de flujo dentro del motor y la distribución de pérdidas, los resultados obtenidos desde estas aproximaciones no fueron significativamente mejores que los ya existentes de los modelos de segundo orden. Esto fue atribuido a la dificultad de representar los complejos procesos en el motor Stirling, en un modelo CFD. Además, los análisis CFD consumen mucho mayor tiempo de cómputo comparadas con los modelos numéricos de segundo orden (Godfrey T. Udeha, et al, 2020).

1.5 Retos actuales en el diseño de los motores Stirling

Con base en la información mostrada previamente podemos inferir que los motores Stirling resultan atractivos por su eficiencia termodinámica, su capacidad multifuncional, por la emisión limitada de ruido y principalmente porque son sistemas que pueden trabajar con distintas fuentes de energía como, por ejemplo: biomasa, calor desaprovechado por otros sistemas y energía térmica solar. Sin embargo, aún existen temas que no han sido resueltos y se consideran de particular interés para las investigaciones actuales.

En un trabajo de Jimenez (2020), se enlista, según su criterio, las áreas de oportunidad para hacer aportaciones a la investigación de los motores Stirling:

Características geométricas para el calentador, el enfriador, las configuraciones de los regeneradores y la capacidad de los cilindros.

Condiciones de operación (Presión y velocidad rotacional) y desempeño característico (eficiencia general, potencia, pérdidas de calor y disipación de energía), algunos estudios también consideran parámetros como la relación de concentración, temperatura caliente y fría, fluido de trabajo, concentradores solares.

Metodologías que puedan combinar los parámetros mencionados anteriormente para desarrollar sistemas óptimos para ciclos combinados o sistemas de control para la operación de los sistemas Stirling.

1.6 Relevancia y justificación

Debido al consumo de energía eléctrica actual, se requiere que su generación sea obtenida por medios de fuentes de energía limpia y sustentable que permita obtener beneficios monetarios sin dañar al medio ambiente.

Con base en los antecedentes presentados en este capítulo, se propone al motor Stirling como una forma de coadyuvar a la generación de energía eléctrica fungiendo como un receptor de energía de desperdicio de sistemas más grandes o como generador principal de energía eléctrica para zonas en donde la electricidad es inexistente.

2 Análisis de orden cero y primer orden

Actualmente en la literatura no existe una senda marcada para empezar el diseño de un motor Stirling exitoso. Sin embargo, en base a el trabajo de investigadores tales como: Beale, Graham Walker, Senft, Urieli; por mencionar algunos, se tomarán las sugerencias hechas en sus publicaciones para proponer un modelo de un Motor Stirling que cumpla con el cometido de entregar 1.5 kW de potencia.

2.1 Modelos de orden cero, el número de Beale y el número de West

Como punto de partida para establecer condiciones iniciales se presentan los números adimensionales estudiados por Beale y por West.

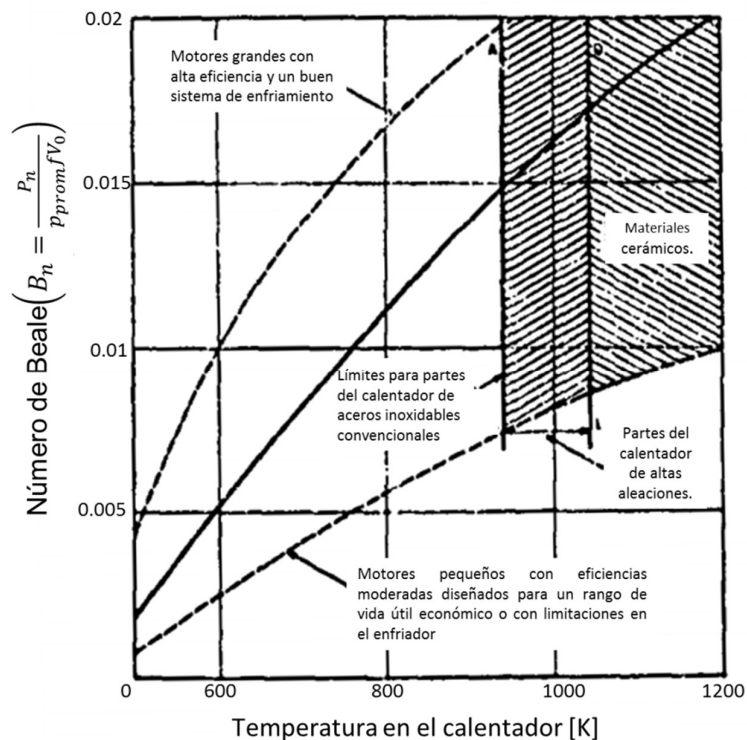


Figura 2.1 Número de Beale como función de la temperatura en el calentador. (William R. Martini, 1983)

De acuerdo con G. Walker y J.R. Senft (1985), William Beale encontró un número adimensional descrito en la siguiente expresión:

$$B_n = \frac{P_n}{f \cdot V_0 \cdot p_{prom}} \quad 2.1$$

Donde P_n es la potencia neta o al frenado, f es la frecuencia, V_0 es la variación total del volumen (para el caso de una máquina con desplazador o pistón se considera el volumen recorrido por el pistón) y p_{prom} es la presión promedio del ciclo.

Beale encontró que para un motor que está bien diseñado, el número B_n es 0.15 para unidades del sistema internacional o de 0.015 si las unidades de V_0 están en “centímetros cúbicos -cc-” y p_{prom} en “bar”.

Citando a G. Walker y J.R. Senft (1985): *La mayoría de los motores considerados por Beale operaban entre los extremos de temperatura de 650°C para el calentador y 65°C para el enfriador. La Figura 3.1 muestra una gráfica que relaciona la temperatura contra el número de Beale (Esta gráfica se le atribuye a Walker; sin embargo, fue encontrada en una publicación que pertenece a William R. Martini en 1983). La curva central es el valor promedio del número de todos los motores estudiados, las curvas exteriores punteadas muestran el rango de variación que puede ser encontrado. De los motores estudiados, los que se encuentran cerca de la curva superior es donde recaen todos los motores que fueron particularmente bien diseñados, con particular interés en los intercambiadores de calor mientras que la curva inferior refleja las características de los motores más simples.*

Análogamente West en 1981 introdujo un número adimensional que tomaba en cuenta el efecto de las temperaturas:

$$W_n = \frac{P_n}{f \cdot V_0 \cdot p_{prom} \left(\frac{T_h - T_k}{T_h + T_k} \right)} \quad 2.2$$

Esta relación es similar a la encontrada por Beale, considerando las mismas dimensiones y añadiendo la temperatura, donde T_h y T_k son la temperatura en el calentador y la

temperatura en el enfriador respectivamente. En este punto se considera la temperatura en la superficie y en la sustancia de trabajo como la misma, no se consideran pérdidas. El número de West para diseños exitosos es de 0.35 en el S.I. (0.035 para “bar” y “cc”) para motores menores de 5kW y de 0.25 para motores de que están en el rango de 5 a 150kW (D.g. Thombare, S.k. Verma, 2008)³⁴. Este valor produce un número de Beale de 0.15 en un rango de 650 °C (923K) a 90°C (363K).

2.1.1 Propuesta de parámetros iniciales (presión, volumen de barrido del pistón, rango de temperaturas y frecuencia).

Ahora se va a delimitar el rango de los parámetros necesarios para caracterizar un modelo ideal. Posteriormente estos parámetros obtenidos se van a aplicar en modelos de primer orden, los cuales, bajo mayores consideraciones, permitirán la obtención de los parámetros necesarios para simular un modelo de segundo orden.

Como punto de partida se tomará el número de Beale de 0.015 para obtener la presión y el volumen de barrido del pistón, cómo se revisó en el apartado anterior es muestra de un diseño funcional. El punto de temperatura de partida sera 650°C (923K) para el calentador y 90°C (363K) para el enfriador.

Del trabajo realizado por G.T. Udeh (2020) se presenta una gráfica del motor GPU-3, la cual muestra la relación que existe entre la potencia de salida, la temperatura y la presión de dos sustancias de trabajo.

La Figura 2.2 muestra que es posible obtener una potencia de alrededor de 1.5 [kW] con una presión promedio de 2.76MPa (27.6bar) empleando helio como sustancia de trabajo y una frecuencia de 41.67Hz. De la ecuación 3.1, se obtiene que el volumen de barrido en el pistón es de: $86.94 \times 10^{-6} m^3$.

³⁴ D.G. Thombare, S.K. Verma (2008), Technological development in the Stirling cycle engines, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 12, Issue 1, Pages 1-38, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2006.07.001>.

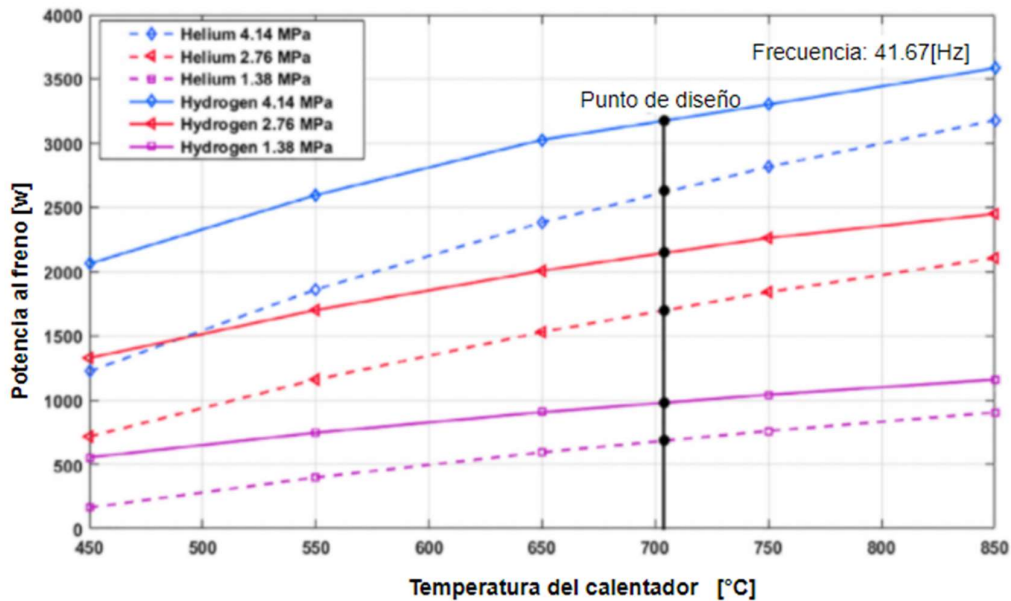


Figura 2.2 Relación entre la potencia al freno, temperatura en el calentador, frecuencia para Hidrógeno (Hydrogen) y Helio (Helium) correspondientes al motor GPU-3, G.T. Udeh, et al (2020)

2.2 Modelo Isotérmico Ideal

Urieli (2020)³⁵ recomienda empezar el análisis de los motores Stirling con la aproximación que hizo Gustav Schmidt en 1871, ya que si bien, este análisis culmina con una solución cerrada que no se aproxima a predecir el comportamiento real del ciclo, se utiliza como un punto de inicio que captura las características esenciales y su interacción básica entre sus componentes.

Para comenzar se debe considerar el ciclo isotérmico ideal mostrado en la Figura 2.3 (el esquema es independiente de la configuración). La principal asunción es que el gas en el espacio de expansión y el calentador están en equilibrio térmico durante todo el proceso, sucede lo mismo en los espacios de compresión y enfriamiento. Esta condición hace

³⁵ Israel Urieli (2020), Chapter 3a - Ideal Isothermal Analysis, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/isothermal/isothermal.html>

posible generar una expresión simple para la presión en función de la variación de volúmenes dentro del motor y puede ser usada para investigar cómo diferentes mecanismos de movimiento afectan la potencia de salida.

Modelo isotérmico ideal

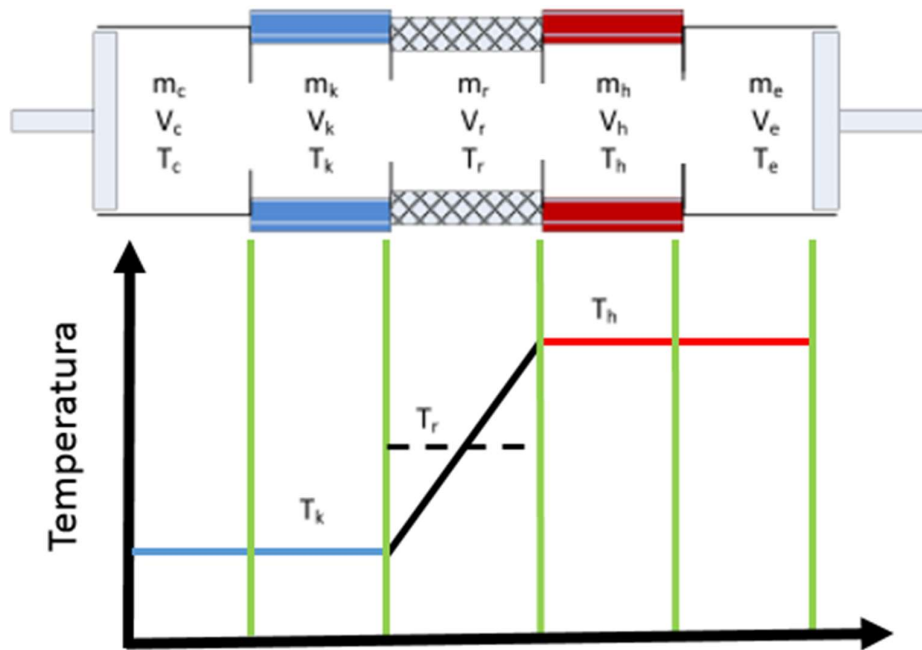


Figura 2.3 Gráfica del modelo isotérmico de Schmidt para un motor Stirling.

Para obtener una solución cerrada Schmidt asume que los volúmenes en el espacio de trabajo van a variar sinusoidalmente. Observando la Figura 2.3 se concluye que en este modelo no se considera el intercambio de calor entre los alrededores y la sustancia de trabajo.

Para el modelo de Schmidt, el motor es considerado como un sistema de 5 componentes conectados serialmente, el cual considera un espacio de compresión (c), un enfriador (k), un regenerador (r), un calentador (h) y un espacio de expansión (e). Cada componente es considerado como una entidad homogénea. El gas en cada uno de los compartimentos se representa mediante su masa instantánea “m” y su temperatura absoluta T, un volumen V y una presión p, con los subíndices c, k, r, h y e que identifican la celda específica. Si se

define el volumen muerto como cualquier espacio dentro del motor que no participa activamente en el ciclo de compresión y expansión. Los espacios que conformarán el volumen muerto son: el espacio en el regenerador V_r , el espacio en el calentador V_h y el espacio en el enfriador V_k .

Se considera que no existe intercambio de masa entre el sistema y sus alrededores, por lo tanto:

$$M = m_c + m_k + m_r + m_h + m_e \quad 2.3$$

Tomando en consideración la ecuación de los gases ideales:

$$pV = MRT \quad 2.4$$

Sustituyendo la ecuación 3.6 en la 3.5 se obtiene que la masa se expresa como:

$$M = \frac{p}{R} \left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h} \right) \quad 2.5$$

La temperatura media efectiva en el regenerador está dada por la ecuación:

$$T_r = \frac{T_h - T_k}{\ln \left(\frac{T_h}{T_k} \right)} \quad 2.6$$

De la Figura 2.3 se observa que los únicos volúmenes que varían son los de las cámaras de expansión y compresión, por lo tanto, se puede resolver la ecuación de la presión como una función del volumen V_c y V_e :

$$p = \left(\frac{MR}{\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln \left(\frac{T_h}{T_k} \right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h}} \right) \quad 2.7$$

El trabajo realizado por el sistema sobre un ciclo completo está dado respectivamente por la integral cíclica de $p \cdot dV$.

$$W = W_e + W_c = \oint p \cdot dV_c + \oint p \cdot dV_e = \oint p \cdot \left(\frac{dV_e}{d\theta} + \frac{dV_c}{d\theta} \right) d\theta \quad 2.8$$

Para este análisis se considera que no existe ningún tipo de transferencia de calor a través de los 5 volúmenes, de lo cual se tiene que:

$$Q_c = W_c \quad 2.9$$

$$Q_e = W_e \quad 2.10$$

$$Q_k = 0 \quad 2.11$$

$$Q_h = 0 \quad 2.12$$

$$Q_r = 0 \quad 2.13$$

El análisis de Schmidt es un análisis de primer orden que propone que el intercambio de calor en un motor Stirling es redundante, pues ni el calentador ni el enfriador contribuyen, paradójicamente, al intercambio de calor del modelo, por ello este modelo aún está bastante alejado de simular el funcionamiento de una máquina real. El siguiente paso que propone Urieli (2020) es el de modificar este modelo y que únicamente los espacios de expansión y compresión sean adiabáticos. Para este modelo no existe una solución cerrada para el sistema; por lo que su solución es obtenida a partir de métodos numéricos.

2.3 Relaciones de los volúmenes de control

En esta sección se propondrán los volúmenes muertos usados para realizar este estudio. Se deducirán las ecuaciones sinusoidales de movimiento para los modelos mecánicos que serán utilizadas para obtener parámetros óptimos a través del modelo de Senft tales como: la relación de carreras óptima, el ángulo de fase óptimo, relaciones de temperatura y volúmenes. También se desarrollarán las ecuaciones analíticas de cada mecanismo, mismas que serán empleadas para ser aplicadas en el modelo de segundo orden.

2.3.1 Proposición del volumen muerto

El volumen muerto, como se ha especificado antes, es el espacio que en el que se no producirá algún tipo de trabajo en el motor, no es posible evitarlo porque constituye una parte esencial, a través de él se realizan las interacciones térmicas entre el exterior y la sustancia de trabajo, así como la interacción que existe entre la fuente de calor y el pozo frío mediante el regenerador.

En este punto es necesario determinar un volumen de control muerto, para ello se tomará como modelo al motor GPU-3, un motor que ha sido ampliamente estudiado en la literatura. De acuerdo con Godfrey T. Udeh, et al (2020) y con Youseff Timoumi, Iskander Tlili, Sassi Ben Nasrallah (2008)³⁶, los volúmenes de control principales en el motor GPU-3 tiene las dimensiones mostradas en la tabla 2.2.

Tabla 2.1 Volumen de los espacios de control en el motor GPU-3.

Volúmenes de control en el motor GPU-3	
V_{sc}	113.14 cm ³
V_k	13.80 cm ³
V_r	50.55 cm ³
V_h	70.88 cm ³
V_{se}	120.82 cm ³

De las cantidades anteriores es posible obtener las siguientes relaciones, porcentaje de volumen muerto entre el volumen total $V_{D/W}$, porcentajes volumétricos del enfriador respecto al volumen muerto $V_{k/D}$, el regenerador $V_{r/D}$ y el calentador $V_{h/D}$, que serán

³⁶ Youseff Timoumi, Iskander Tlili, Sassi Ben Nasrallah (2008), Performance optimization of Stirling engines, Renewable Energy, Volume 33, Issue 9, Pages 2134-2144, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2007.12.012>.

usadas para simular los modelos presentes en este capítulo. Estas cantidades se presentan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Porcentajes de los volúmenes de los espacios de control en el motor GPU-3.

Porcentajes de volúmenes muertos	
$V_{D/W}$	33.66%
$V_{k/D}$	10.22%
$V_{r/D}$	52.49%
$V_{h/D}$	37.29%

2.3.2 Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo alfa.

La Figura 2.4, muestra un esquema básico que representa el mecanismo de un motor alfa.

El comportamiento del volumen en la cámara de expansión en función de la posición del ángulo θ se aproxima con la siguiente igualdad:

$$V_e(\theta) = \frac{V_{se}}{2} (1 + \cos(\theta)) \quad 2.14$$

El comportamiento del volumen en la cámara de expansión en función de la posición del ángulo θ se aproxima con la siguiente igualdad:

$$V_e(\theta) = \frac{V_{se}}{2} (1 + \cos(\theta)) \quad 2.15$$

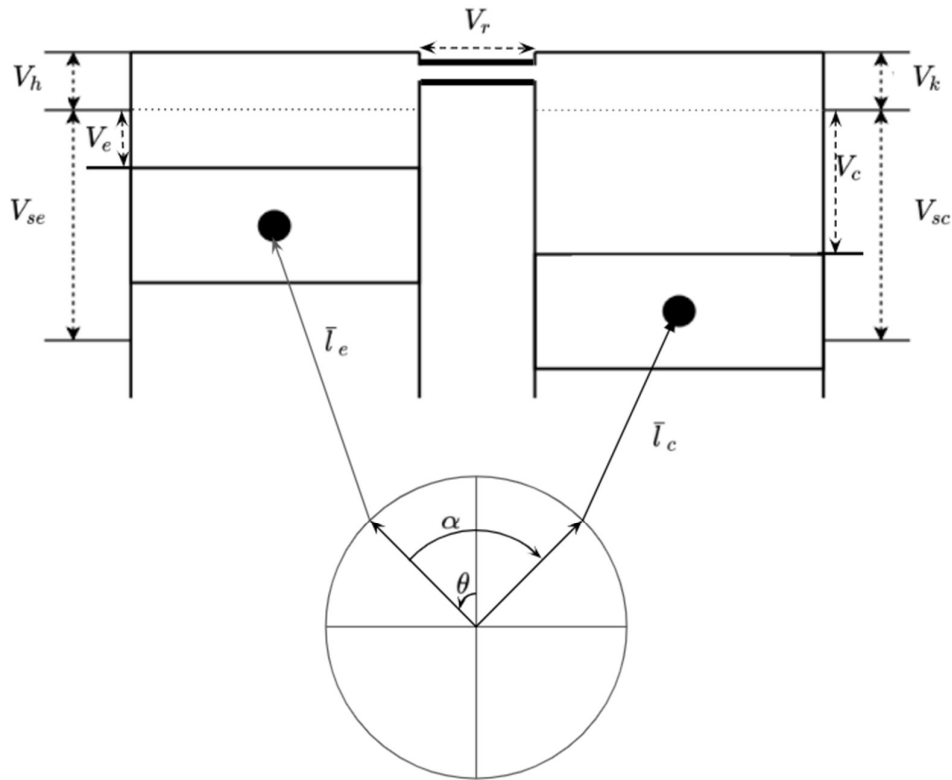


Figura 2.4 Esquema de volúmenes de un motor Stirling tipo alfa en función del ángulo “ θ ”.

El volumen instantáneo del sistema se expresará entonces de la siguiente manera:

$$V(\theta) = V_c(\theta) + V_k + V_r + V_e(\theta) + V_h \quad 2.16$$

$$V(\theta) = V_c(\theta) + V_e(\theta) + V_D \quad 2.17$$

$$V(\theta) = \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta - \alpha)) + \frac{V_{se}}{2}(1 + \cos(\theta)) + V_D \quad 2.18$$

Si se considera que tanto el volumen de barrido en la cámara de expansión como en la cámara de compresión tienen un valor adimensional máximo de 1, se puede representar el comportamiento del ciclo como lo muestra la Figura 2.5. El volumen muerto es igual al 25% del volumen máximo que logran entre la carrera del pistón de expansión y la carrera

del pistón de compresión. Finalmente se consideró un ángulo de fase de fase α igual a 90° . Estos valores se usan solo para obtener la gráfica que se muestra en la Figura 2.5.

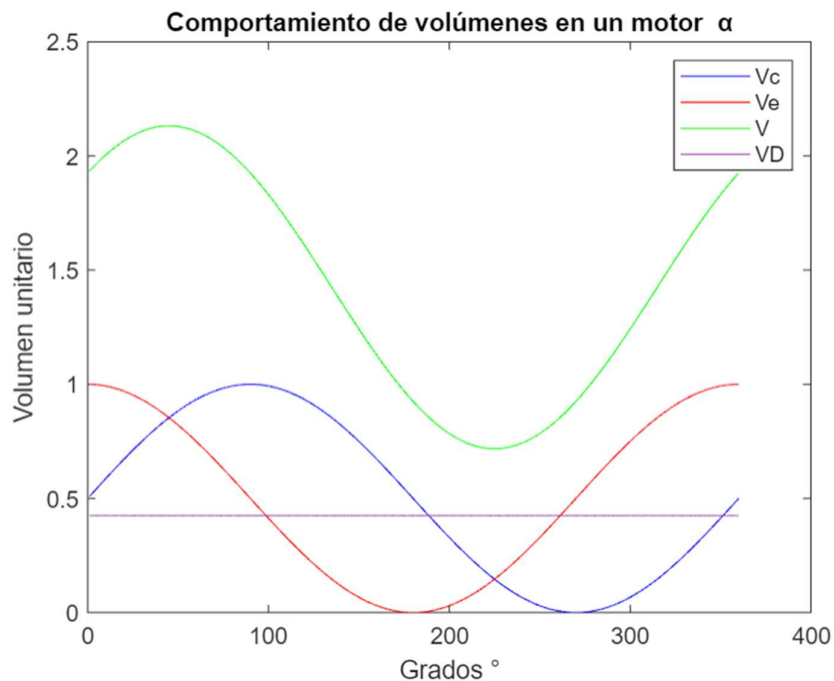


Figura 2.5 Gráfica del comportamiento de los volúmenes de control de un motor Stirling tipo alfa a través de un ciclo.

2.3.3 Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo beta

La Figura 2.6 muestra un esquema de un motor tipo beta. El comportamiento del volumen en la cámara de expansión se puede simular con la ecuación 2.15.

El Volumen en la cámara de compresión, por otro lado, estará en función del volumen de barrido del pistón V_{sc} el volumen complementario de carrera del desplazador V'_{sc} y el volumen V_k de la cámara de enfriamiento, con este fin se desarrollan algunas expresiones en función de θ .

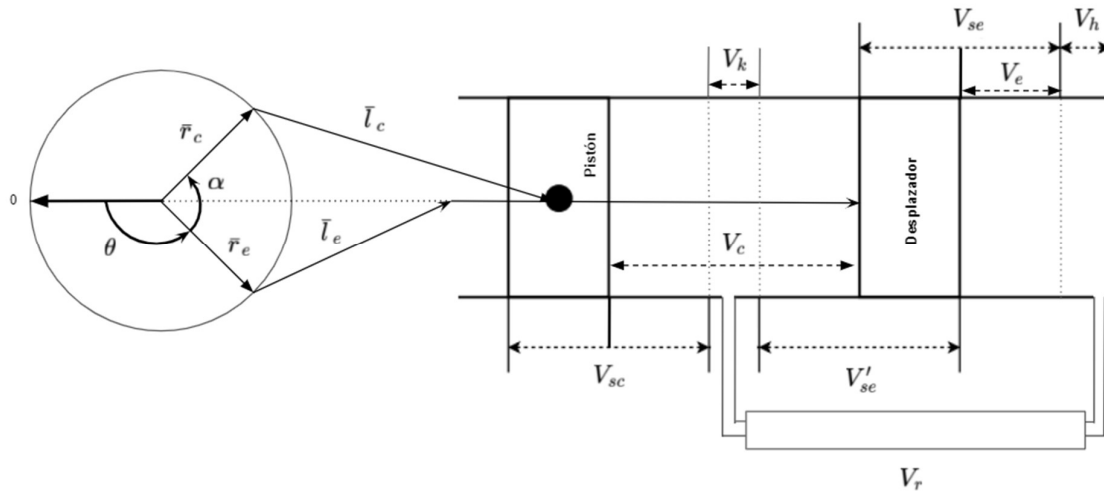


Figura 2.6 Esquema de volúmenes de un motor Stirling tipo beta en función del ángulo "θ".

$$V_c(\theta) = V_{sc}(\theta) + V_k + V'_{se}(\theta) \quad 2.19$$

Siendo:

$$V_{sc}(\theta) = \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta)) \quad 2.20$$

$$V'_{se}(\theta) = \frac{V_{se}}{2}(1 - \cos(\theta)) \quad 2.21$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.20 y 2.21 en la 2.19 se obtiene la siguiente igualdad:

$$V_c(\theta) = \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta)) + V_k + \frac{V_{se}}{2}(1 - \cos(\theta + \alpha)) \quad 2.22$$

El volumen instantáneo del motor en para una posición de theta se expresa como:

$$V(\theta) = V_k + V_c(\theta) + V_r + V_e(\theta) + V_h \quad 2.23$$

Sustituyendo las ecuaciones 2. 14 y 2. 22 en la 2. 23 se tiene.

$$V(\theta) = \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta)) + V_k + \frac{V_{se}}{2}(1 - \cos(\theta + \alpha)) + V_r + \frac{V_{se}}{2}(1 + \cos(\theta + \alpha)) + V_h \quad 2. 24$$

$$V(\theta) = \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta)) + V_k + V_{se} + V_r + V_h \quad 2. 25$$

$$V(\theta) = V_{se} + \frac{V_{sc}}{2}(1 + \cos(\theta)) + V_D \quad 2. 26$$

En la Figura 2.7 se presenta la gráfica del comportamiento de volúmenes en un motor tipo beta.

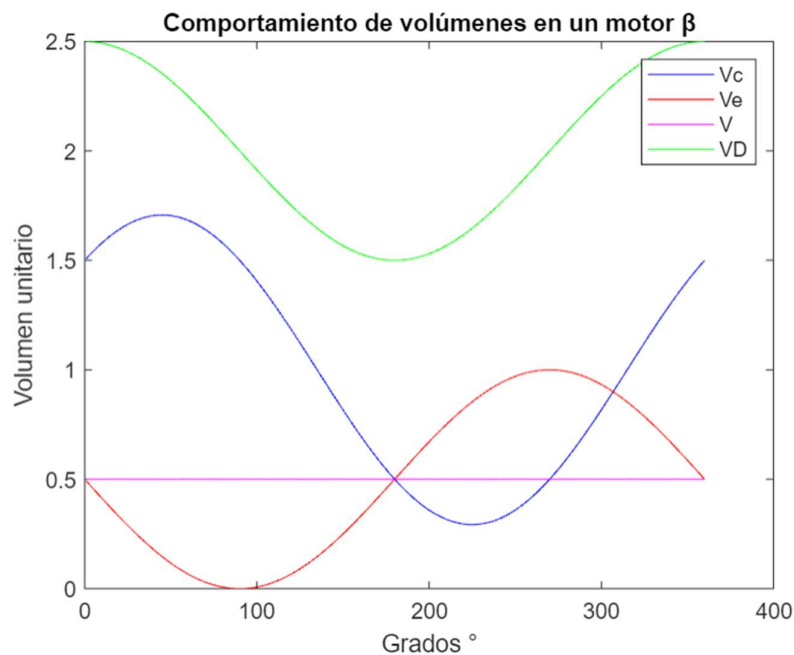


Figura 2.7 Gráfica del comportamiento de los volúmenes de control de un motor Stirling tipo beta a través de un ciclo.

2.3.4 Relaciones de los volúmenes de control en un motor tipo gamma

Las relaciones de volumen para un motor tipo gamma pueden ser deducidas con apoyo de la Figura 2.8.

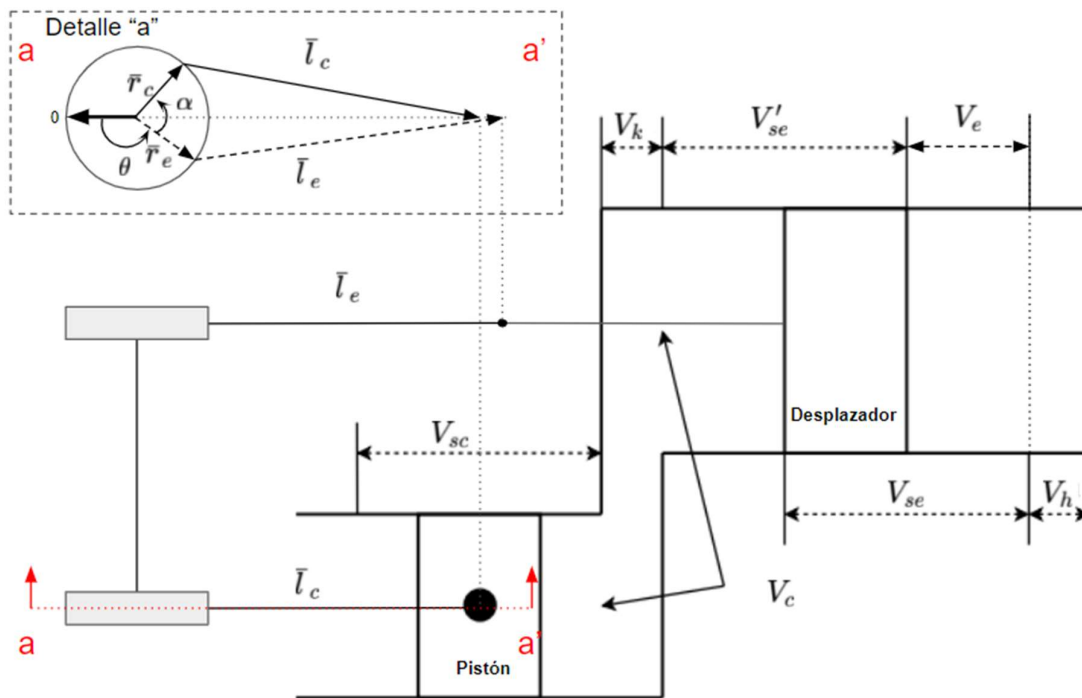


Figura 2.8 Esquema de volúmenes de un motor Stirling tipo gamma en función del ángulo " θ ".

La gráfica que se obtendrá para ejemplificar el comportamiento de los volúmenes de control en un motor con configuración gamma serán los mismos que la que se obtuvo con la configuración beta, con la excepción de que el volumen del espacio muerto será de alrededor del 33% del volumen máximo logrado (Figura 2.9).

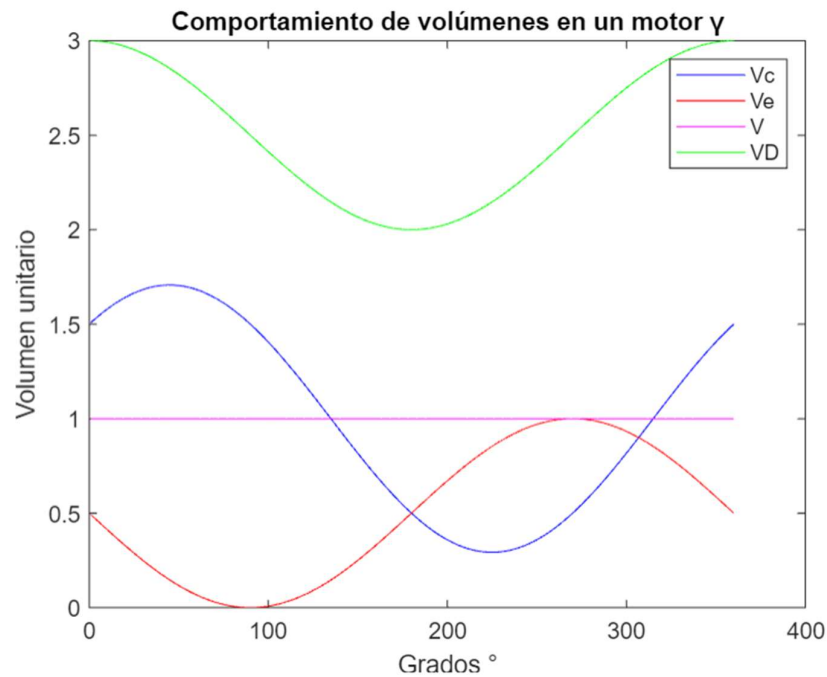


Figura 2.9 Gráfica del comportamiento de los volúmenes de control de un motor Stirling tipo gamma a través de un ciclo completo.

La conclusión que se obtiene es que el comportamiento de los volúmenes de un motor tipo gamma pueden ser simulados con las mismas relaciones que fueron deducidas para el del motor tipo beta; sin embargo, es importante volver a mencionar que los motores gamma, por su configuración, poseen un porcentaje de volumen muerto más alto que los alfa o la beta³⁷.

2.4 Optimización geométrica a través del modelo de Senft

Aun cuando el modelo isotérmico realizado por Schmidt tiene inconsistencias como el considerar que no existe transferencia de calor en las cámaras de enfriamiento y calentamiento y sus alrededores, este modelo puede ser utilizado como un punto de partida para obtener datos que servirán para desarrollar modelos de segundo orden, tal

³⁷ Israel Urieli (2020), Chapter 2c - Gamma Type Stirling Engines, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/engines/gamma.html>

es el caso de que se presenta en 2002 por James R. Senft³⁸, quien realizó un estudio basado en el modelo adiabático de Schmidt para obtener algunos parámetros geométricos óptimos en un motor tipo gamma.

En la presente disertación el análisis elaborado por Senft servirá para calcular el volumen de barrido del desplazador V_{se} a partir del volumen de barrido del pistón V_{sc} propuesta en, utilizando la relación de volumen (κ) la cual se puede expresar como:

$$\kappa = \frac{V_{sc}}{V_{se}} \quad 2.27$$

Así mismo, se obtendrá el ángulo de fase (α) óptimo. En dicho estudio Senft calcula la optimización geométrica de un motor Stirling tipo gamma, por lo cual será el primer tipo de configuración analizado y posteriormente se analizará el motor tipo alfa.

Mientras otros autores se han enfocado en obtener el trabajo específico máximo, el estudio realizado por Senft se enfoca en maximizar el trabajo entregado por el eje, específicamente se presenta la solución al problema de encontrar una relación óptima entre el volumen de barrido del pistón y el volumen de barrido del desplazador, así como el ángulo de fase máximo que permitirá la entrega de trabajo máximo al frenado con un volumen instantáneo total óptimo, empleando únicamente la relación de temperaturas (τ), la presión de operación promedio y la eficiencia del mecanismo (E).

2.4.1 Desarrollo del modelo de Senft

El modelo de Senft no aclara tácitamente si existe o no un regenerador en su análisis, y en lugar de eso propone la existencia de un volumen muerto donde se consideran todos aquellos volúmenes que no producen trabajo.

$$V_D = V_k + V_r + V_h \quad 2.28$$

³⁸ James Senft(2002), Optimum Stirling engine geometry - International Journal of Energy Research, Volume 26, Issue 12 p. 1087-1101, <https://doi.org/10.1002/er.838>

Por simplicidad asume que todo el espacio muerto dentro del motor tiene una temperatura promedio la cual es expresada en términos de las temperaturas extremas:

$$T_D = \frac{(T_h + T_k)}{2} \quad 2.29$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.28 y 2.29 en la 2.5 la presión en el motor queda expresada como:

$$p = \left(\frac{MR}{\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_D}{T_D} + \frac{V_e}{T_h}} \right) \quad 2.30$$

Si se define la relación entre el volumen muerto y el volumen de barrido en la cámara del desplazador como χ :

$$\chi = \frac{V_D}{V_{se}} \quad 2.31$$

Y además se define a la relación de temperaturas τ como:

$$\tau = \frac{T_k}{T_h} \quad 2.32$$

La ecuación 3.31 para la presión en el motor, puede ser expresada como:

$$p = \left(\frac{T_k MR}{\tau V_e + V_c + \frac{V_{se} \chi 2\tau}{(1 - \tau)}} \right) \quad 2.33$$

La siguiente definición expresa el volumen total de barrido.

$$V_T = V_{sc} + V_{se} = V_{sc}(1 + \kappa) \quad 2.34$$

La presión promedio del ciclo \bar{p} se expresa en términos de la media cuadrática de la presión máxima y mínima del ciclo.

$$\bar{p} = \sqrt{p_{max}p_{min}} \quad 2.35$$

Uno de los puntos medulares del estudio de Senft es el del trabajo forzado. Senft introduce el término de trabajo forzado W_- (Traducido del trabajo original de Senft “forced work”.) el cual sirve para calcular el trabajo entregado por el eje W_s . El trabajo forzado es el trabajo que realiza el sistema para realizar el proceso de compresión cuando la presión del espacio de trabajo es mayor a la presión exterior, más el trabajo que se requiere para que el pistón realice el proceso de expansión cuando la presión del espacio de trabajo está por debajo de la presión de amortiguamiento.

El trabajo forzado (W_-) se define con la siguiente integral:

$$W_- = \oint (p - p_b) dV \quad 2.36$$

Para este análisis se toma a p_b igual a la presión promedio del ciclo. El trabajo forzado es considerado, únicamente, en aquellas porciones donde el producto del integrando y el diferencial de volumen son diferentes en signo (un diferencial negativo indicaría que el volumen disminuye y un diferencial positivo que aumenta).

Para el presente trabajo se utilizaron métodos numéricos para la resolución de esta integral. El código empleado para resolver dichos métodos puede consultarse en los apéndices A y B, los resultados más relevantes se encuentran en las tablas del apéndice C. La plataforma que se utilizó para el cómputo y la elaboración de gráficas fue Matlab.

Finalmente, el trabajo en el eje en un ciclo se expresa con la siguiente relación:

$$W_s = EW - \left(\frac{1}{E} - E\right) W_- \quad 2.37$$

Siendo E la eficiencia mecánica.

2.4.2 Modelo de Senft para un motor beta y gamma.

Expresando entonces el comportamiento de los volúmenes de control en función del tiempo, la velocidad angular ω , el tiempo t y la relación de volúmenes κ ; y sin considerar los volúmenes muertos, se obtienen las siguientes relaciones:

$$V_e(\omega t) = \frac{V_{se}}{2} (1 + \cos(\omega t + \alpha)) \quad 2.38$$

$$V_c(\omega t) = \frac{V_{se}}{2} (1 + \kappa(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t + \alpha)) \quad 2.39$$

Si se sustituyen las igualdades 2.34 y 2.31 la relación en 2.26:

$$V(\omega t) = \frac{V_T}{(\kappa + 1)} \left(1 + \frac{\kappa}{2} (1 + \cos(\omega t)) + \chi \right) \quad 2.40$$

Derivando la ecuación 2.40 respecto a t :

$$\frac{dV(\omega t)}{dt} = -\frac{\omega \kappa V_T}{2(\kappa + 1)} \text{sen}(\omega t) \quad 2.41$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.38 y 2.39 en 2.33, se obtiene, para la presión del motor:

$$p = \frac{T_k MR}{\frac{V_{se}}{2} \left[\tau(1 + \cos(\omega t - \alpha)) + 1 + \kappa(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t - \alpha) + \frac{4\chi\tau}{(1 + \tau)} \right]} \quad 2.42$$

Desarrollando el dividendo de la ecuación 2.42 se obtiene lo siguiente:

$$\tau + \tau \cos(\omega t - \alpha) + 1 + \kappa + \kappa \cos(\omega t) - \cos(\omega t - \alpha) + \frac{4\chi\tau}{(1 + \tau)} \quad 2.43$$

Agrupando los términos como sigue:

$$\tau + 1 + \kappa + \frac{4\chi\tau}{(1 + \tau)} + \tau\cos(\omega t - \alpha) + \kappa\cos(\omega t) - \cos(\omega t - \alpha) \quad \mathbf{2.44}$$

Agrupando aquellos términos de la ecuación **2.44** que no multiplican a coseno alguno y representándolos como “Y” se tiene la siguiente expresión:

$$Y = 1 + \tau + \kappa + \frac{4\tau\chi}{1 + \tau} \quad \mathbf{2.45}$$

Sustituyendo el término **2.45** en el **2.44** y agrupando los términos semejantes:

$$Y + (\tau - 1)\cos(\omega t - \alpha) + \kappa\cos(\omega t) \quad \mathbf{2.46}$$

Utilizando la siguiente identidad trigonométrica:

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \text{sen}(a)\text{sen}(b) \quad \mathbf{2.47}$$

Aplicando la igualdad **2.47** en **2.46** se tiene:

$$Y + \kappa\cos(\omega t) + (\tau - 1)\cos(\omega t)\cos(\alpha) + (\tau - 1)\text{sen}(\omega t)\text{sen}(\alpha) \quad \mathbf{2.48}$$

Si se agrupan algunos términos semejantes como se indica a continuación:

$$A = (\tau - 1)\cos(\alpha) + \kappa \quad \mathbf{2.49}$$

$$B = (\tau - 1)\text{sen}(\alpha) \quad \mathbf{2.50}$$

La expresión **2.48** se puede expresar entonces como:

$$Y + A\cos(\omega t) + B\text{sen}(\omega t) \quad \mathbf{2.51}$$

Definiendo un ángulo θ como sigue:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right); 0 \leq \theta \leq \pi \quad 2.52$$

Definiendo a X como:

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} \quad 2.53$$

Puede demostrarse que

$$A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) = X\cos(\omega t - \theta) \quad 2.54$$

Donde la presión para el ciclo se puede expresar como:

$$p = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} [Y + X\cos(\omega t - \theta)]} \quad 2.55$$

Los valores extremos de la presión se obtienen a partir de:

$$p_{max} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} [Y - X]} \quad 2.56$$

$$p_{min} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} [Y + X]} \quad 2.57$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.56 y 2.57 en la 2.35.

$$\bar{p} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} \sqrt{Y^2 - X^2}} \quad 2.58$$

Sustituyendo la ecuación 2.58 en 2.55

$$p = \frac{\bar{p}\sqrt{Y^2 - X^2}}{Y + X\cos(\omega t - \theta)} \quad 2.59$$

Aplicando las ecuaciones 2. 59 y 2. 41 en 2. 8 se obtiene la función de trabajo.

$$W = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p dV = \frac{-V_T \bar{p} \omega \kappa \sqrt{Y^2 - X^2}}{2(\kappa + 1)} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{\text{sen}(\omega t)}{Y + X\cos(\omega t - \theta)} dt \quad 2.60$$

El trabajo cíclico es descrito con la siguiente igualdad:

$$W = \frac{V_T \bar{p} \pi (1 - \tau) \kappa \text{sen}(\alpha)}{(\kappa - 1)(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)} \quad 2.61$$

2.4.3 Obtención de la relación κ y del ángulo α para un trabajo en el eje máximo en un motor tipo beta o gamma

Para utilizar el modelo de Senft de manera apropiada se procedió a reproducir (con el código desarrollado en Matlab y encontrado en el apéndice A) uno de los ejemplos presentes en su artículo de 2002 (previamente citado) para confirmar que los cálculos que se obtendrán a partir de él, los cuales servirán para los fines de este trabajo de investigación, son correctos. Este modelo es un modelo adimensional, que se obtiene dividiendo el trabajo Ws entre la presión promedio y el volumen total de barrido y se le da el nombre de trabajo específico en el eje. Para dichos cálculos se consideran, $\tau=0.5$, $\chi=0.5$, $\alpha=90^\circ$ y $E=0.75$. El resultado se observa en la Figura 2.10, que tiene un máximo en $\kappa=0.89$.

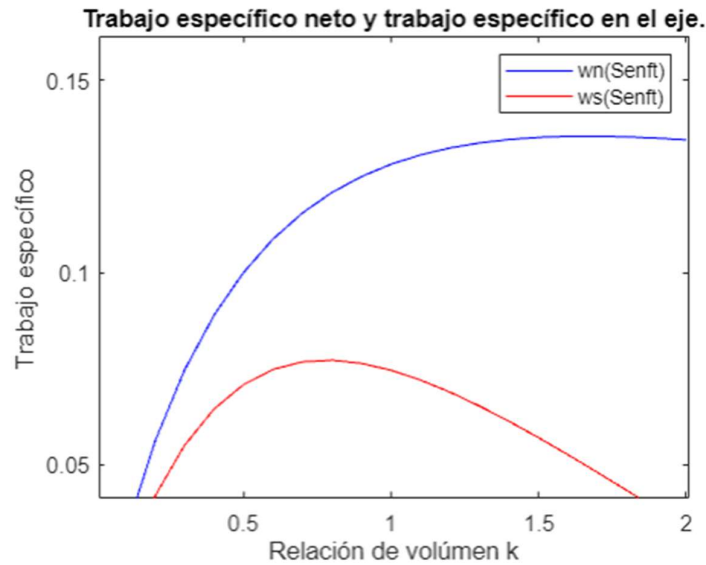


Figura 2.10 Gráfica de trabajo específico neto y trabajo específico en el eje.

Una vez que se confirmó que los valores arrojados por la réplica del modelo de Senft son correctos, se realiza el mismo procedimiento para encontrar los valores máximos de α y κ . Se toma en cuenta $\tau=0.3933$ correspondiente a la relación de temperaturas de operación propuesta en el apartado 2.1. La relación del volumen muerto χ propuesta será de $\chi=1.12$. Este número es planteado a partir de los datos recabados en la sección 2.4.1. La eficiencia mecánica será la que se propone en la fórmula de Malmo³⁹, usando el límite inferior con $E= 0.75$.

Para obtener tanto el parámetro α como el κ que producen un trabajo en el eje máximo se realizó un proceso iterativo cuyo resultado es una colección de valores para el trabajo específico en el eje y que podemos observar en la gráfica mostrada en la Figura 2.11, que muestra cómo varía el trabajo en el eje si se varía α de 0 a 180° y κ de 0 a 5.

³⁹ Bancha Kongtragool, Somchai Wongwises (2005), Investigation on power output of the gamma-configuration low temperature differential Stirling engines, Renewable Energy, Volume 30, Issue 3, Pages 465-476, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2004.06.003>.

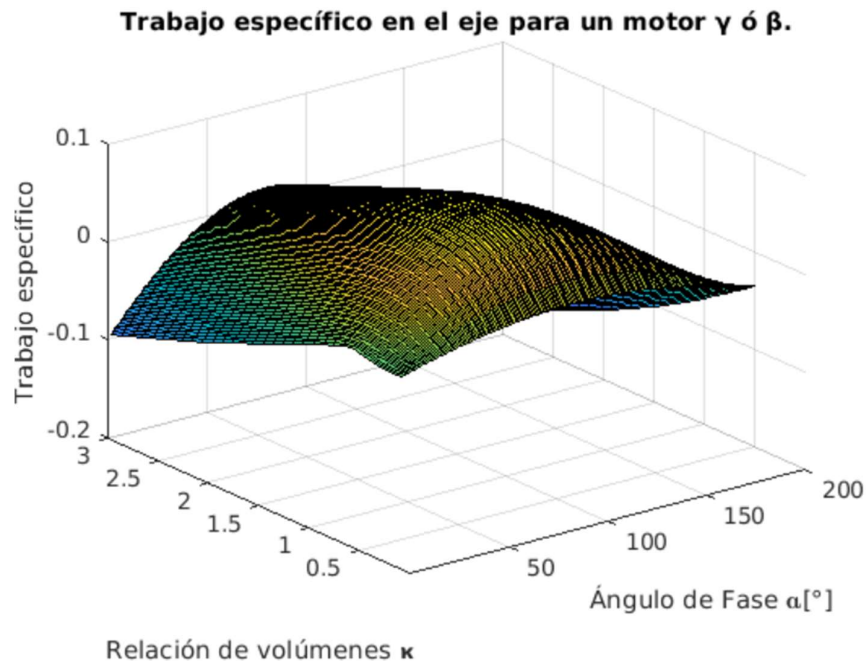


Figura 2.11 Gráfica de mapeo de los resultados del trabajo específico para motores de configuración beta o gamma.

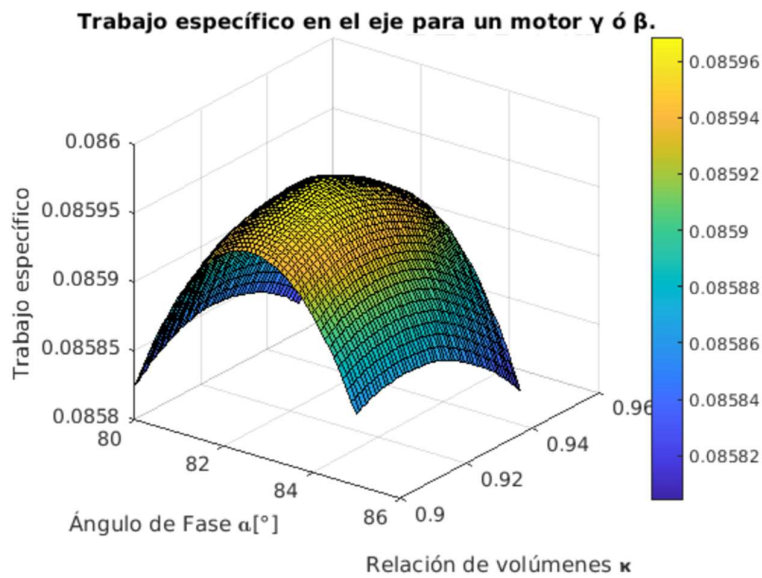


Figura 2.12 Gráfica de mapeo de los intervalos para α y κ donde existe un máximo para el trabajo específico en un motor de configuración beta o gamma.

Después se redujo el intervalo (Figura 2.12), donde se observó que la gráfica podía presentar un máximo y se analizaron los datos para encontrar que el trabajo específico

máximo en el eje, siendo para la configuración γ ó β de 0.0859 con un valor de α de 82.6° y de 0.921 para κ (Figura 2.13).

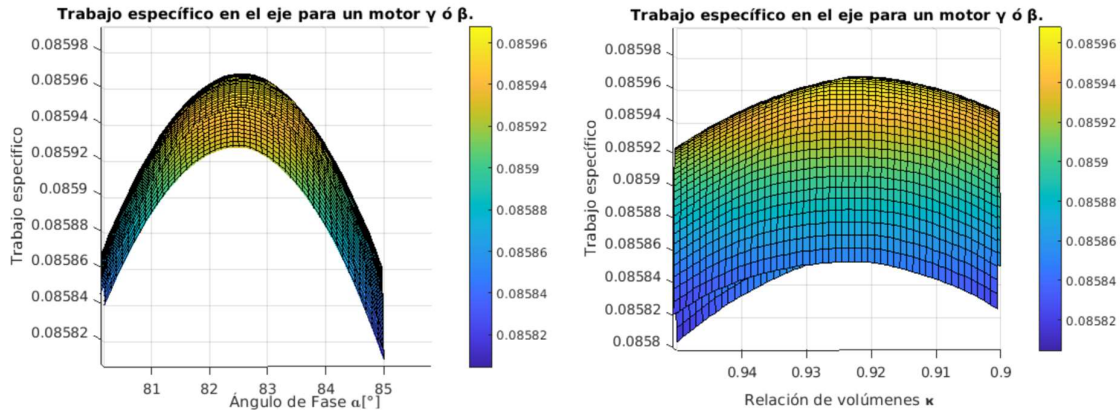


Figura 2.13 Ángulo α donde existe un máximo (derecha) y relación de volúmenes κ donde existe un máximo (izquierda) para el trabajo específico en un motor de configuración beta gamma.

El trabajo neto específico producido en esta configuración es de 0.1297, y el trabajo específico en el eje es de 0.0859. Si se multiplican ambos términos por V_T y \bar{p} y se obtiene que el trabajo neto es de 63J y el trabajo en el eje es de 42.3J, con una eficiencia aproximada del 66.7%, multiplicando los trabajos por la frecuencia, la potencia neta y útil que podría entregarse serían de 2625W y de 1763W respectivamente.

2.4.4 Modelo de Senft para un motor alfa

Se comenzará el desarrollo del modelo de Senft para un motor alfa estableciendo las ecuaciones sinusoidales para una configuración alfa en función de la velocidad angular y el tiempo.

$$V_{e\alpha}(\omega t) = \frac{V_{se}}{2} (1 + \cos(\omega t)) \quad 2.62$$

$$V_{c\alpha}(\omega t) = \frac{V_{sc}}{2} (1 + \cos(\omega t - \alpha)) \quad 2.63$$

Los diferenciales de volumen para cada uno de los espacios se expresan mediante:

$$\frac{dV_{e\alpha}}{dt} = -\frac{\omega V_{se}}{2} \text{sen}(\omega t) \quad 2.64$$

$$\frac{dV_{c\alpha}}{dt} = -\frac{\omega V_{sc}}{2} \text{sen}(\omega t - \alpha) \quad 2.65$$

Si se sustituyen las relaciones de volumen 2.62 y 2.63 en la ecuación 2.33 se tiene

$$p = \frac{T_k MR}{\frac{V_{se}}{2} \left[\tau + \tau \cos(\omega t) + \kappa + \kappa \cos(\omega t - \alpha) + \frac{4\chi\tau}{(1 + \tau)} \right]} \quad 2.66$$

Reagrupando algunos términos y empleando algunas igualdades de manera similar que en el apartado anterior:

$$Y_\alpha = \tau + \kappa + \frac{4\chi\tau}{(1 + \tau)} \quad 2.67$$

$$A_\alpha = \tau + \kappa \cos(\alpha) \quad 2.68$$

$$B_\alpha = \kappa \text{sen}(\alpha) \quad 2.69$$

$$X_\alpha = \sqrt{A_\alpha + B_\alpha} \quad 2.70$$

$$\theta_\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{A_\alpha}{X_\alpha} \right) \quad 2.71$$

$$p_\alpha = \frac{T_k MR}{\frac{V_{se}}{2} [Y_\alpha + X_\alpha \cos(\omega t - \theta)]} \quad 2.72$$

Si se toman en cuenta las mismas consideraciones que aquellas que se tomarán para la sección anterior, se podrán obtener las siguientes ecuaciones:

$$p_{max\alpha} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} [Y_\alpha - X_\alpha]} \quad 2.73$$

$$p_{min\alpha} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} [Y_\alpha + X_\alpha]} \quad 2.74$$

$$\bar{p} = \frac{MRT_k}{\frac{V_{se}}{2} \sqrt{Y_\alpha^2 - X_\alpha^2}} \quad 2.75$$

$$p_\alpha = \frac{\bar{p}_\alpha \sqrt{Y_\alpha^2 - X_\alpha^2}}{Y_\alpha + X_\alpha \cos(\omega t - \theta)} \quad 2.76$$

2.4.5 Obtención de la relación κ y α para un trabajo en el eje máximo en un motor tipo alfa

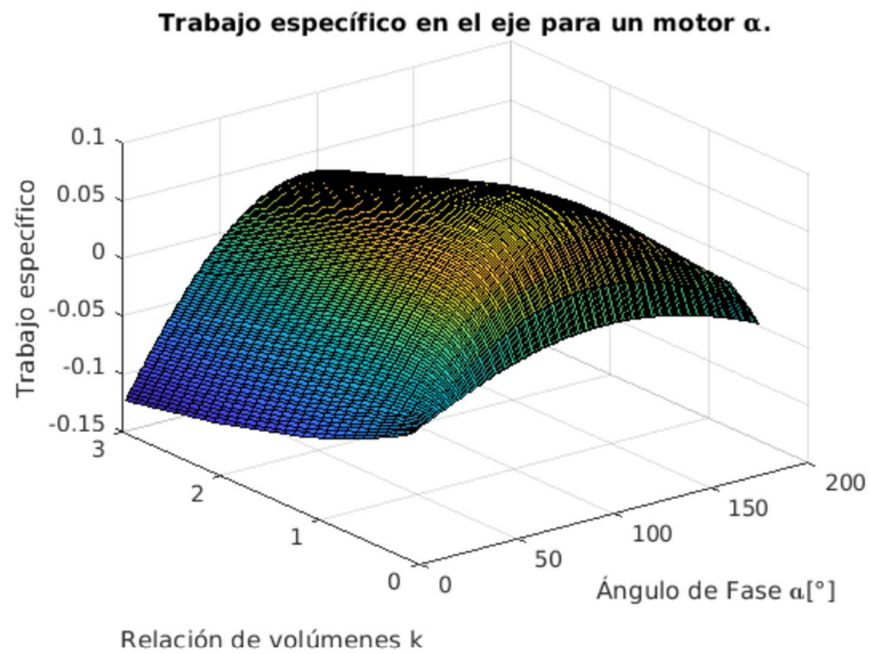


Figura 2.14 Gráfica de mapeo de los resultados del trabajo específico para motores de configuración alfa.

Para la obtención de la relación κ , α y el trabajo específico en el eje en un motor tipo α se seguirá una metodología similar a la empleada en 2.4.3 con los mismos parámetros: $\tau=0.3933$, $\chi=1.12$ y $E=0.75$. Si se varía κ de 0 a 3 y α de 0 a 180, se obtiene una colección de datos de la que resulta la gráfica de la Figura 2.14.

Del mismo modo que para 2.4.3 se reduce el intervalo de las variables que nos interesa estudiar (Figura 2.15), de modo que para un trabajo máximo α está en el intervalo de 90° a 100° y κ en el intervalo de .8 a 1

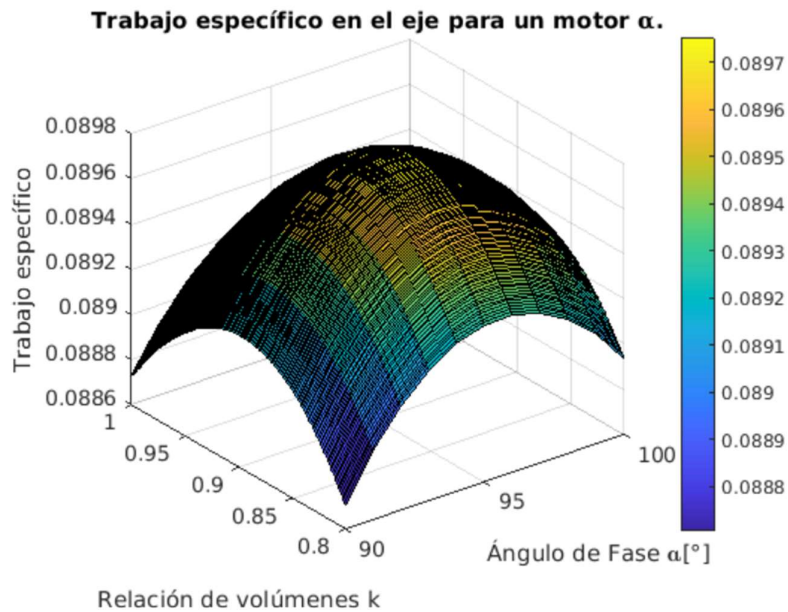


Figura 2.15 Gráfica de mapeo de los intervalos para α y κ donde existe un máximo para el trabajo específico en un motor de configuración alfa.

La colección de datos muestra que el trabajo máximo se logra con un ángulo de fase α cercano a 95.5° y una relación de volúmenes κ cercana a 0.895, entregando un trabajo específico en el eje de alrededor de 0.08975 (Figura 2.16).

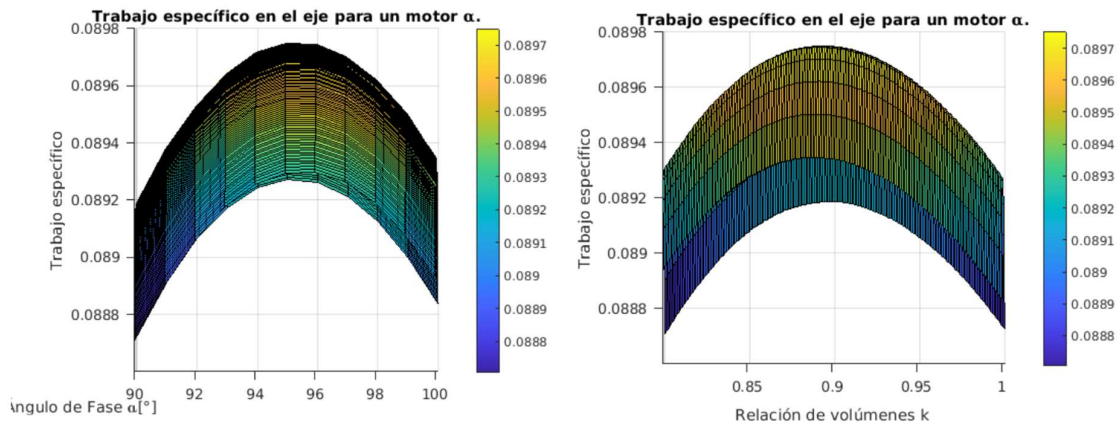


Figura 2.16 Ángulo α donde existe un máximo (derecha) y relación de volúmenes κ donde existe un máximo (izquierda) para el trabajo específico en un motor de configuración alfa.

El trabajo neto específico producido para esta configuración es de 0.18407 y el trabajo neto es de 93J, con el trabajo específico en el eje de valor 0.08975, se tiene que el trabajo que entregará el eje es de 45.59J, teniendo una eficiencia aproximada del 49%. considerando la frecuencia de 41.67Hz, la potencia generada es de 3896.71W y la potencia entregada en el eje es de 1899.98W.

2.5 Resultados del capítulo 2

En este capítulo se propusieron los parámetros iniciales para calcular las dimensiones de un motor Stirling mediante un modelo de orden cero (número de Beale); sin embargo, este modelo no proporciona información sobre el ángulo de fase, el volumen en la cámara de expansión, las presiones máxima y mínima, la eficiencia del motor o la demanda de energía.

El análisis de movimiento sinusoidal demostró que las ecuaciones de movimiento de un motor beta y un motor gamma son semejantes y como lo menciona Urieli, el motor de configuración gamma debe ser usado donde se requiera que los ejes del pistón y del desplazador sean excéntricos. Por tal motivo el análisis de segundo orden, en el siguiente capítulo, se seguirá únicamente para los motores alfa y beta.

Mediante el análisis de primer orden de Schmidt es posible encontrar parámetros como son la presión, la masa y el volumen estando todos función de la posición o del tiempo,

aun así el desarrollo de este modelo no aporta información relacionada a la transferencia de calor y es por este motivo que se debe desarrollar un análisis de segundo orden.

Con el modelo propuesto por Senft, es posible calcular el trabajo específico en el eje adimensionales. Los volúmenes en el espacio de enfriamiento, del regenerador y el espacio de calentamiento se han obtenido utilizando un porcentaje proporcional al de un motor GPU-3. Los resultados y las cantidades usadas y obtenidas en este capítulo se pueden observar en la Tabla 2.3 Resumen de los resultados obtenidos en el capítulo 2., las cuáles serán usadas ya sea como condiciones de frontera o parámetros iniciales en el análisis de segundo orden.

Tabla 2.3 Resumen de los resultados obtenidos en el capítulo 2.

Resultados del capítulo 3. (Análisis de primer orden).		
Tipo	Motor gamma y beta	Motor alfa
T_h	923 K	
T_k	363 K	
\bar{p}	2.76 MPa	
f	41.67 Hz	
E	0.75	
V_{sc}	$86.94 \times 10^{-6} m^3$	
V_{se}	$94.39 \times 10^{-6} m^3$	$97.13 \times 10^{-6} m^3$
κ	0.921	0.895
χ	1.12	
V_D	$104.7 \times 10^{-6} m^3$	$108.8 \times 10^{-6} m^3$
V_k	$10.70 \times 10^{-6} m^3$	$11.12 \times 10^{-6} m^3$
V_r	39.04×10^{-6}	$40.57 \times 10^{-6} m^3$
V_h	$54.96 \times 10^{-6} m^3$	$57.11 \times 10^{-6} m^3$
α	82.6°	95.5°

3 Análisis adiabático de segundo orden

Este análisis estará basado en el muy referenciado estudio realizado por Israel Urieli y David Berchowitz⁴⁰. Para el modelado se considera un espacio cerrado adiabático donde existen los mismos 5 espacios (espacio de compresión “c”, enfriador “k”, regenerador “r”, calentador “h” y espacio de expansión “e”) que, en el caso del modelo isotérmico, se ocupan los mismos subíndices del modelo isotérmico para definir los espacios estudiados, adicionalmente a las interfaces entre los volúmenes se les representan con un subíndice doble: ck, kr, rh, he (Figura 3.1).

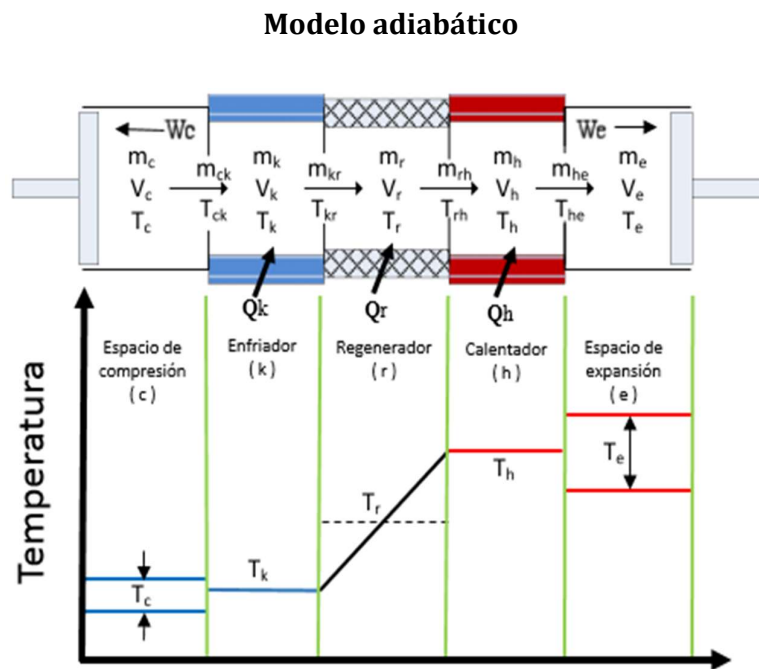


Figura 3.1 Volúmenes de control basados en el modelo de Urieli.

De acuerdo Urieli y Berchowitz⁴¹, se deben asumir las siguientes consideraciones para el modelado.

⁴⁰ Stirling cycle engine analysis, Israel Urieli, David Berchowitz - A. Hilger - 1984

⁴¹ Israel Urieli (2020), Chapter 4a - Ideal Adiabatic Analysis, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/adiabatic/adiabatic.html>

1. Los procesos termodinámicos en el motor alcanzan el estado estacionario al final de un ciclo de operación.
2. El motor gira a velocidad constante por lo que la posición del pistón y el desplazador, están en función del ángulo.
3. La presión instantánea es uniforme en los espacios de trabajo del motor.
4. El gas de trabajo es tratado como un gas ideal, por lo tanto, obedece a las leyes de los gases ideales.
5. La energía potencial y cinética de la sustancia de trabajo ejerce la misma influencia en la salida y en la entrada del volumen de control.
6. La masa total de la sustancia de trabajo en el motor es invariante.
7. No hay fugas de masa en el espacio de compresión desde el espacio de trabajo a través del espacio del desplazador de la pared del cilindro
8. No hay cambios en la energía de la sustancia de trabajo como resultado de fugas de calor entre los espacios de trabajo o hacia el ambiente.

El calentador y el enfriador se mantienen a temperatura constante mientras intercambia calor con el fluido de trabajo.

3.1 Desarrollo del modelo Adiabático

Para obtener las ecuaciones necesarias que modelan matemáticamente el estado termodinámico en cada uno de los volúmenes de control se utilizará la Figura 3.2 como apoyo, la cual ejemplifica el comportamiento en un volumen cualesquiera. La entalpía se transporta a través de las interfaces en términos de flujo másico y temperatura. Las flechas en las interfaces representan la dirección positiva del flujo másico, arbitrariamente, desde el espacio de compresión al espacio de expansión.

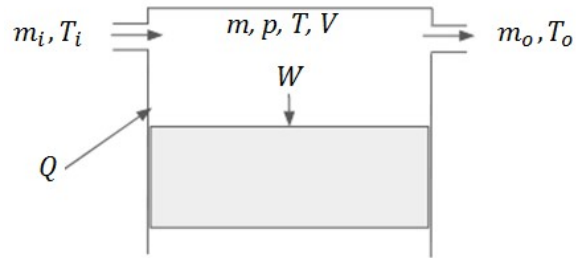


Figura 3.2 Diagrama de un volumen de control general.

El estado de energía en el volumen generalizado, para un instante, se puede expresar como:

$$\{\text{El calor transferido hacia el volumen}\} + \{\text{Entalpía neta}\} = \{\text{Trabajo realizado por los alrededores}\} + \{\text{incremento en la energía interna}\}$$

En términos matemáticos, esta celda se modela como:

$$dQ + (C_p T_i m_i - C_p T_o m_o) = dW + C_v d(mT) \quad 3.1$$

Las siguientes ecuaciones describen el modelo de Urieli y Berchowitz.

$$p = \frac{MR}{\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e}} \quad 3.2$$

$$dp = \frac{\gamma p \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\frac{V_c}{T_{ck}} + \frac{V_e}{T_{he}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right)} \quad 3.3$$

Las relaciones de la acumulación de masa para cualquier espacio "i":

$$m_i = \frac{pV_i}{R_g T_i}, (i = c, k, r, h, e) \quad 3.4$$

$$dm_c = \frac{\left(p dV_c + \frac{V_c dp}{\gamma}\right)}{RT_{ck}} \quad 3.5$$

$$dm_e = \frac{\left(p dV_e + \frac{V_e dp}{\gamma}\right)}{RT_{he}} \quad 3.6$$

$$dm_k = m_k \frac{dp}{p} \quad 3.7$$

$$dm_r = m_r \frac{dp}{p} \quad 3.8$$

$$dm_h = m_h \frac{dp}{p} \quad 3.9$$

El flujo másico se expresa como:

$$\dot{m}_{ck} = -dm_c \quad 3.10$$

$$\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} - dm_k \quad 3.11$$

$$\dot{m}_{he} = dm_e \quad 3.12$$

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{he} - dm_h \quad 3.13$$

Las ecuaciones **3. 14** y **3. 15**, presentadas a continuación, simulan el comportamiento en las interfaces térmicas mediante relaciones condicionales.

$$T_{ck}(\dot{m}_{ck}) = \begin{cases} T_{ck} = T_c , & \text{si } \dot{m}_{ck} > 0 \\ T_{ck} = T_k , & \text{si } \dot{m}_{ck} \leq 0 \end{cases} \quad 3.14$$

$$T_{he}(\dot{m}_{he}) = \begin{cases} T_{he} = T_h , & \text{si } \dot{m}_{he} > 0 \\ T_{he} = T_e , & \text{si } \dot{m}_{he} \leq 0 \end{cases} \quad 3.15$$

Las ecuaciones 3.16 y 3.17 expresan las ecuaciones diferenciales para la temperatura en los espacios de compresión y expansión respectivamente. Estas ecuaciones se obtienen derivando la ecuación de los gases ideales respecto a la posición del ángulo.

$$\frac{dT_c}{T_c} = \frac{dV_c}{V_c} + \frac{dp}{p} - \frac{dm_c}{m_c} \quad 3.16$$

$$\frac{dT_e}{T_e} = \frac{dV_e}{V_e} + \frac{dp}{p} - \frac{dm_e}{m_e} \quad 3.17$$

Las ecuaciones de energía que expresan las tasas de transferencia de calor mediante las ecuaciones 3.18, 3.19 y 3.20; así como el trabajo expresado con 3.21, 3.22 y 3.23.

$$\delta Q_k = \frac{c_v}{R_g} V_k dp - c_p T_{ck} dm_{ck} + c_p T_{kr} dm_{kr} \quad 3.18$$

$$\delta Q_r = \frac{c_v}{R_g} V_r dp - c_p T_{kr} dm_{kr} + c_p T_{rh} dm_{rh} \quad 3.19$$

$$\delta Q_h = \frac{c_v}{R_g} V_h dp - c_p T_{rh} dm_{rh} + c_p T_{he} dm_{he} \quad 3.20$$

$$dW_c = -pdV_c \quad 3.21$$

$$dW_e = -pdV_e \quad 3.22$$

$$W = W_e + W_c \quad 3.23$$

3.2 Método de solución

De acuerdo con Urieli, debido a la naturaleza de las ecuaciones, se debe utilizar una solución numérica. Se tienen siete variables derivadas que requieren integración numérica ($T_c, T_e, Q_k, Q_r, Q_h, W_c, W_e$), nueve variables y derivadas cuya solución puede ser encontrada analíticamente ($W, p, V_c, V_e, m_c, m_k, m_r, m_h, m_e$) y seis variables condicionales ($T_{ck}, T_{he}, \dot{m}_{ck}, \dot{m}_{kr}, \dot{m}_{rh}, \dot{m}_{he}$).

El sistema es tratado como un sistema cuasi estático, por lo tanto, las variables que representan el flujo másico permanecen constantes y no existen efectos de aceleración. Entonces se debe considerar el problema de resolver un conjunto de siete ecuaciones diferenciales ordinarias simultáneamente.

La aproximación más simple para resolver un conjunto de ecuaciones diferenciales es la de formularlo como un problema de valores iniciales, en el cual los valores iniciales de todas las variables son conocidos y las ecuaciones son integradas desde el estado inicial sobre un ciclo completo. Definiendo al vector “ \mathbf{Y} ” el cual contiene a las siete variables desconocidas, dada una condición inicial $\mathbf{Y}(\theta = 0) = \mathbf{Y}_0$ y el correspondiente conjunto de ecuaciones diferenciales, $d\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\theta, \mathbf{Y})$, evalúan las funciones desconocidas $\mathbf{Y}(\theta)$ que satisfacen tanto las ecuaciones diferenciales como las condiciones iniciales.

Una solución numérica a este problema se logra mediante el cálculo de los valores de las derivadas en θ_0 y procediendo en pequeños incrementos de θ a un nuevo punto $\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta$. Por lo tanto, la solución se compone de una serie de pequeños segmentos de líneas rectas que se aproximan a la verdadera curva “ \mathbf{Y} ”. Entre los numerosos métodos para resolver problemas de valores iniciales el método de cuarto orden de Runge Kutta es el más común.

El modelo ideal Adiabático no es un problema de valor inicial, sino un problema de condiciones de frontera. Se desconocen los valores iniciales de las temperaturas en los espacios de trabajo T_c y T_e que resultan de los procesos adiabáticos de expansión y compresión, así como el flujo de entalpía. La única guía que se tiene para seleccionar

correctamente es que los valores finales de un ciclo en estado estable deben ser iguales a los valores respectivos al inicio del ciclo.

Debido a su naturaleza cíclica, el sistema puede ser formado como un problema de valores iniciales asignando arbitrariamente condiciones iniciales e integrando las ecuaciones a través de numerosos ciclos hasta que se logre el sistema en estado estable. Esto es equivalente al transitorio de calentamiento en una máquina real. La experiencia ha mostrado que la medida más sensible de convergencia de un ciclo en estado estable es el calor residual en el regenerador al final del ciclo, el cual debe ser cero.

Las temperaturas en los espacios de expansión y compresión pueden ser especificadas inicialmente como T_h y T_k . Entonces el sistema de ecuaciones puede ser resuelto a través de los ciclos necesarios con el propósito de alcanzar el estado estable. Para la mayoría de las configuraciones serán suficientes entre 5 y 10 ciclos.

3.3 Resultados del capítulo 3

Para resolver el modelo se utilizó el código desarrollado por I. Urieli para Matlab, y los resultados obtenidos en el capítulo 3. Las cámaras de intercambio de calor fueron modeladas como cilindros cuyo diámetro es 10 veces menor a su longitud.

Tabla 3.1 Resultados del análisis adiabático para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=86.94 \times 10^{-6} \text{m}^3$, $\bar{p}=2.76 \text{MPa}$ y $f = 41.67 \text{Hz}$.

Propiedades	Configuración alfa		Configuración beta	
	He	H ₂	He	H ₂
Q enfriador [W]	-3886.35	-3437.90	-3820.16	-3377.90
Q calentador [W]	7333.05	7140.44	7029.08	6889.08
Potencia neta [W]	3459.53	3713.27	3220.14	3525.39
Eficiencia térmica [%]	47.18	52	45.84	51.17
Eficiencia mecánica [%]	49	49	66.7	66.7
Potencia en el eje [W]	1695.17	1819.50	2134.95	2351.26

Diagrama Presión vs Volumen

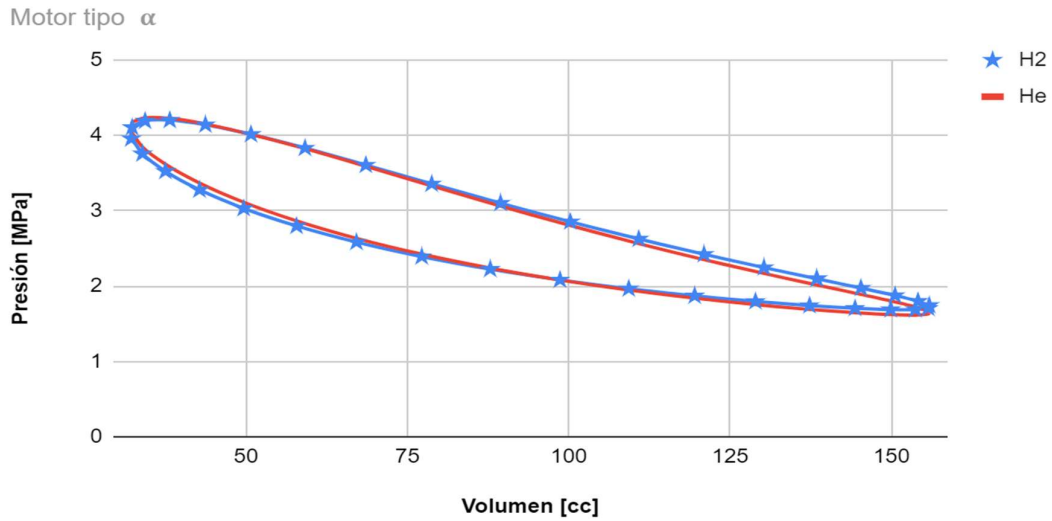


Figura 3.3 Ciclo termodinámico adiabático de un motor tipo alfa con Hidrógeno (H2) y Helio (He) como sustancias de trabajo para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=86.94 \times 10^{-6} m^3$, $\bar{p}=2.76$ [MPa] y $f = 41.67$ [Hz].

Gráfica Presión vs Volumen

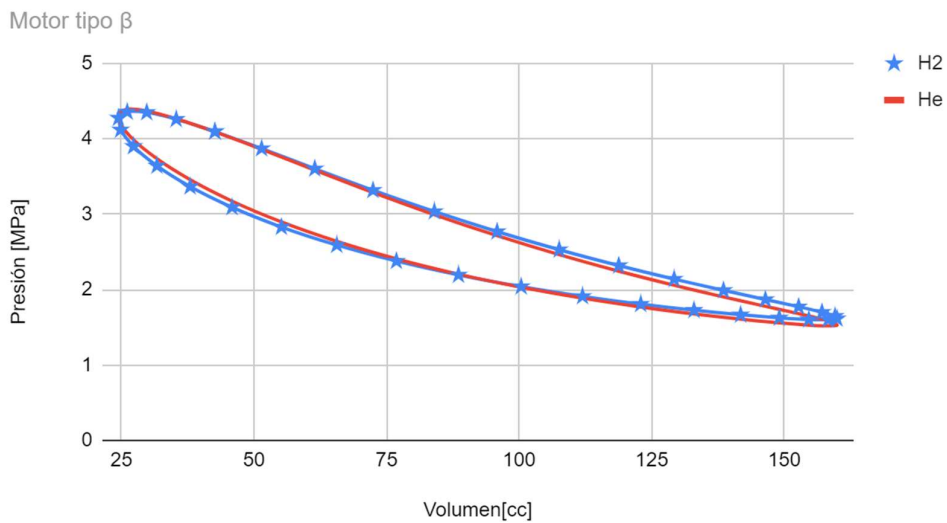


Figura 3.4 Ciclo termodinámico adiabático de un motor tipo beta con Hidrógeno (H2) y Helio (He) como sustancias de trabajo para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=86.94 \times 10^{-6} m^3$, $\bar{p}=2.76$ [MPa] y $f = 41.67$ [Hz].

Para el análisis se consideró un regenerador ideal y el comportamiento de los volúmenes se considera con el modelo sinusoidal desarrollado en el presente trabajo. Como sustancias de trabajo se emplearon Helio e Hidrógeno. Las características de cada modelo de cada ciclo adiabático se presentan en la Tabla 3.1. Se muestra además la gráfica

característica de presión contra volumen para el ciclo alfa y el ciclo beta en la Figura 3.2 y la Figura 3.3, respectivamente.

Como una alternativa se propone un modelo cuya presión media es de 101kPa, como un ejercicio para observar la variación de parámetros considerando una presión cercana a la presión atmosférica y la frecuencia de salida de 20Hz. El volumen resultante en la cámara de compresión para ambas configuraciones es de $0.00495 m^3$. El volumen de expansión para la configuración alfa es de $0.00532 m^3$ y de $0.00553 m^3$ para la configuración beta.

Los rangos de temperatura y el ángulo de desfase permanecen iguales para cualquiera de los dos modelos. Los resultados son presentados en la Tabla 3.2, y el comportamiento de los ciclos en una gráfica presión contra volumen es presentado en la Figura 3.4 para la configuración alfa y la Figura 3.5 para la configuración beta.

Tabla 3.2 Resultados del análisis adiabático para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=4.95 \times 10^{-3} m^3$, $\bar{p}=101[kPa]$ y $f = 20[Hz]$.

Propiedades	Configuración alfa		Configuración beta	
	He	H2	He	H2
Q enfriador [W]	-3649.15	-3231.45	-3797.83	-3309.07
Q calentador [W]	6945.71	6747.92	6997.95	6802.68
Potencia neta [W]	3305.78	3526.80	3241.52	3507.59
Eficiencia térmica [%]	47.62	52.27	46.32	51.56
Eficiencia mecánica [%]	49	49	66.7	66.7
Potencia en el eje [W]	1619.83	1728.13	2162.05	2339.56

Diagrama Presión vs Volumen

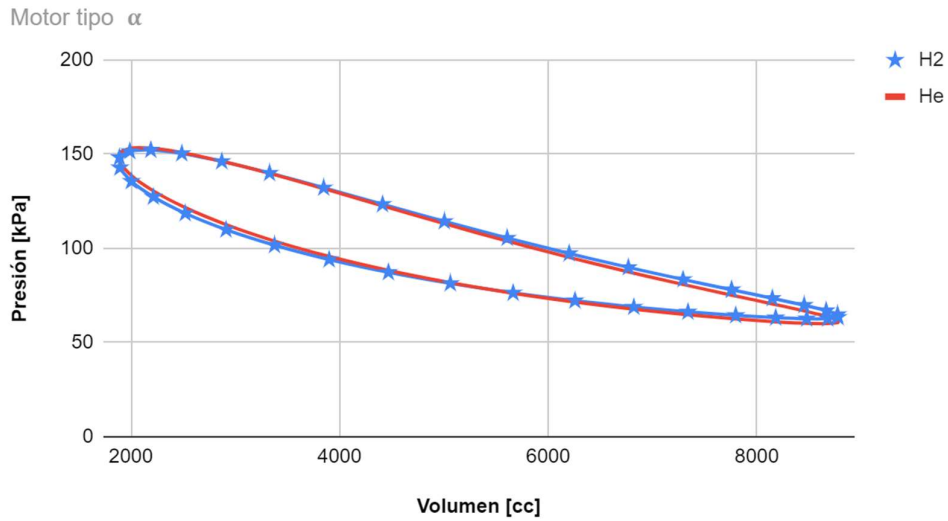


Figura 3.5 Ciclo termodinámico adiabático de un motor tipo alfa con, Hidrógeno (H2) y Helio (He) como sustancias de trabajo para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=4.95 \times 10^{-3}m^3$, $\bar{p}=101[kPa]$ y $f = 20[Hz]$.

Gráfica Presión vs Volumen

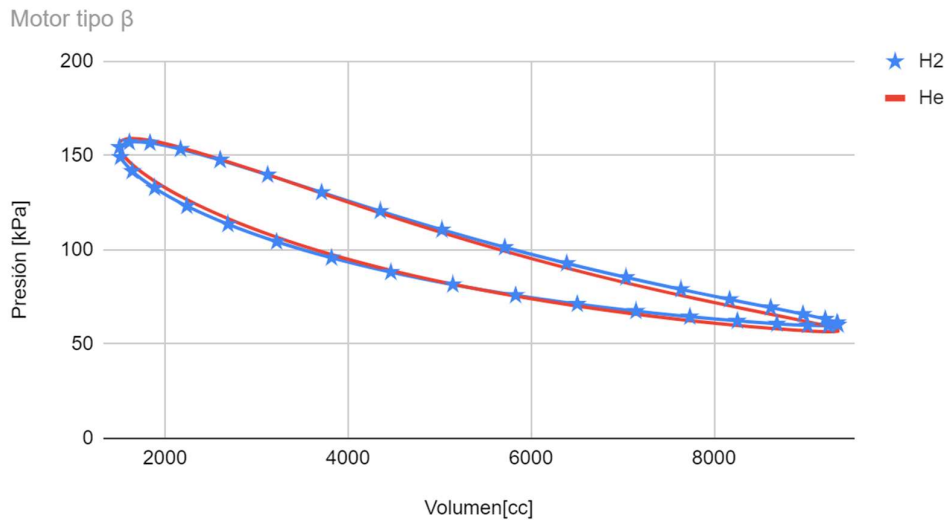


Figura 3.6 Ciclo termodinámico adiabático de un motor tipo beta con, Hidrógeno (H2) y Helio (He) como sustancias de trabajo para un número de Beale de 0.15 con $V_{sc}=4.95 \times 10^{-3}m^3$, $\bar{p}=101[kPa]$ y $f = 20[Hz]$.

3.4 Análisis de toma de decisiones

Para decidir la alternativa de motor Stirling que mejor cumpla los objetivos propuestos, se empleará el método de Kepner-Tregoe *Análisis de Decisión*⁴²(Apéndice D). El desarrollo de este análisis se ha resumido, dando como resultado la Tabla 3.3. Y los objetivos empleados serán los que se definieron al principio de este trabajo. Es claro que el objetivo 1 es considerado como mandatorio, mientras que los objetivos del 2 al 5 serán considerados como deseables.

La ponderación de objetivos se realiza de la siguiente manera: la eficiencia debe ser considerada como el objetivo más importante y se le asignará un peso de 10, los objetivos dos y tres consideran a la sustancia de trabajo involucrada, a la combinación que entreguen la mayor cantidad de potencia se le otorgará el número 9 pues es necesario satisfacer la demanda solicitada, debido a que la energía empleada será energía no utilizada de otro sistema o energía solar se le asignará el número 8, es deseable emplear la configuración más sencilla por cuestiones de manufactura, costo y mantenimiento por lo tanto se le atribuye el número 7.

Mediante los análisis establecidos en el capítulo 4 se confirma teóricamente el potencial de obtener una salida en el eje de 1.5 kW de potencia. Por lo tanto, la evaluación de criterios mandatorios resulta satisfactoria para todas las alternativas.

Para este trabajo se van a comparar las alternativas contra los objetivos deseados, ya que ofrece la opción de obtener una calificación más objetiva al tomar en cuenta cada una de las características ofrecidas por cada alternativa propuesta.

Para ponderar los objetivos del 2 al 4 se ocupan los resultados obtenidos en el capítulo 4. Para la selección de valores del objetivo 5, se sabe que el motor alfa es quien tiene menos componentes, los motores más grandes requieren a su vez más material para su manufactura, por lo tanto, los motores alfa más pequeños son los que reciben un valor más alto y los motores betas más grandes los que recibirán un valor más bajo.

⁴² KT Decision Analysis. Kepner -Tregoe, inc. All rights Reserved. 18 Julio de 2013.

Tabla 3.3 Análisis de Decisión "Kepner-Tregoe".

Aclaración del proposito																	
Se establece la decisión																	
¿Qué configuración de motor Stirling es la óptima para producir 1.5kW?																	
Especificación, clasificación y ponderación de objetivos.																	
1. La configuración del motor debe entregar alrededor de 1.5 kilowatts de potencia.																	
2. Se desea elegir la configuración más eficiente ($\eta \uparrow$).																	
3. Se desea elegir la combinación "configuración-sustancia de trabajo" que entregue la mayor cantidad de potencia en el eje ($W_s \uparrow$).																	
4. Se desea elegir la combinación "configuración-sustancia de trabajo" con el menor consumo de energía ($Q_h \downarrow$).																	
5. Es deseable que su configuración sea lo más sencilla posible (\$).																	
Evaluación de Alternativas																	
Generación de Alternativas																	
Tipo	Alfa	Alfa	Alfa	Alfa	Beta	Beta	Beta	Beta									
Presión	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta
Sustancia	He	He	H	H	He	He	H	H	He	He	H	H	He	He	H	H	He
Alternativas	A	B	C	D	E	F	G	H									
Validación de las alternativas a través de los requerimientos mandatorios																	
Debe ser capaz de producir 1.5 kW.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Comparar las alternativas en contra de los objetivos deseados																	
Objetivos deseados	PAO	VO	RP	VO	RP	VO	RP	VO	RP	VO	RP	VO	RP	VO	RP	VO	RP
$\eta \uparrow$	10	1	10	2	20	3	30	4	40	5	50	6	60	7	70	8	80
$W_s \uparrow$	9	2	18	1	9	4	36	3	27	5	45	6	54	7	63	8	72
$Q_h \downarrow$	8	1	8	5	40	2	16	8	64	3	24	3	24	6	48	7	56
\$	7	8	56	6	42	8	56	6	42	7	49	5	35	7	49	5	35
Totales		92		111		138		173		168		173		230		243	
PAO = Ponderación asignada por objetivo, VO = Valor por objetivo, RP = Resultado parcial.																	
Valoración de riesgo																	
Identificar consecuencias adversas																	
Altas presiones: Las altas presiones pueden resultar en fugas a través de los componentes hacia el exterior.																	
El tamaño molecular del hidrógeno: Como puede observarse en la Tabla periódica, el hidrógeno posee un tamaño demasiado pequeño y resulta fácil su filtración a pesar de que se trabaja a bajas presiones, dando como un resultado un tema de fricción al tratar mantener la sustancia de trabajo dentro del motor.																	
Valoración de amenazas																	
Tanto las altas presiones como la sustancia del trabajo pueden ser evitadas si se escoge la mejor alternativa siguiente, siendo aquella que no considere ni las altas presiones ni el hidrógeno como la sustancia de trabajo.																	
Toma de decisiones.																	
Como resultado del análisis anterior se llega a la conclusión de que la alternativa "E" es la que mejor desempeño tendría para cumplir con los criterios establecidos.																	

4 Resultados, conclusiones y comentarios

En este capítulo se presenta la síntesis a la tesis formulada a través del presente trabajo. Para justificar las conclusiones se presenta un breve análisis de los resultados a los objetivos buscados, los cuales son: la mejor eficiencia, la combinación de configuración-sustancia de trabajo que entregan la mayor cantidad de potencia y la combinación que da como resultado el menor consumo de energía, y la configuración más sencilla.

4.1 Resultados

Mediante el análisis del capítulo 4 se ha elegido la configuración más adecuada a los requerimientos presentados en esta investigación; sin embargo, los resultados obtenidos serán analizados en este capítulo y a partir de este análisis se dará culminación a este estudio.

4.1.1 Resultados sobre la eficiencia

Este apartado cubre el primer punto sobre los objetivos deseados. La Figura 5.1 muestra una comparación entre las eficiencias consideradas para la elección de la configuración. Es interesante observar que, de acuerdo con los resultados obtenidos, las eficiencias mecánicas de los motores beta son notablemente superiores a las de los motores alfa, esto se observa en el capítulo tres y se debe a que el motor alfa necesita más fuerza para vencer la presión del entorno por tener tanto la cámara de expansión como la de compresión separadas, en cambio el motor beta solo tiene una interacción con el entorno y se da en la cámara de compresión.

El análisis muestra también que la diferencia térmica en los motores alfa es ligeramente mayor a la de los motores beta y depende en gran medida de la sustancia de trabajo que se elija para su funcionamiento.

Eficiencia

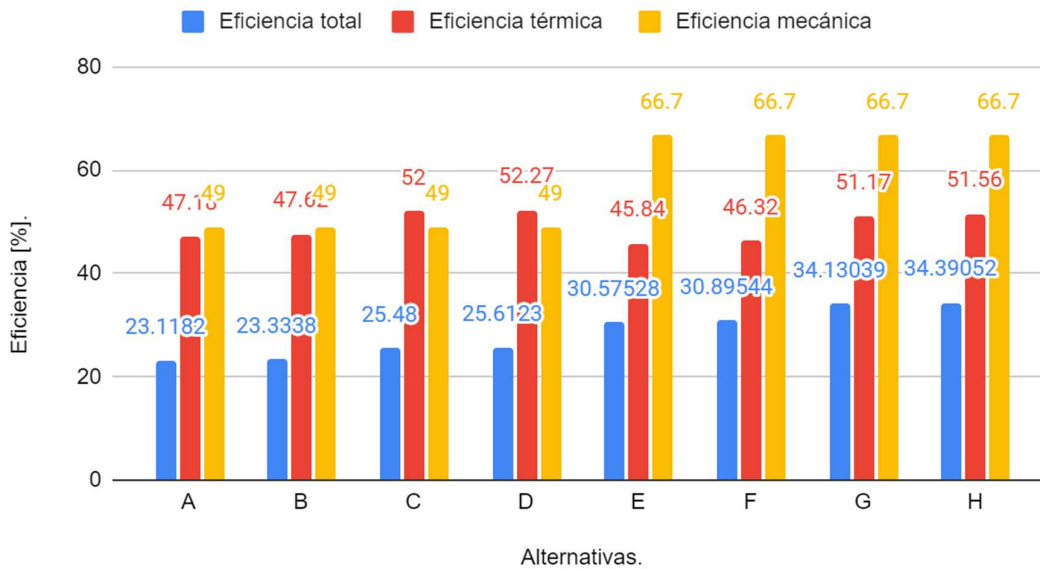


Figura 4.1 Comparación de las eficiencias térmica, mecánica y total para cada una de las diferentes configuraciones.

4.1.2 Resultados sobre la potencia

Este punto muestra los resultados para los objetivos deseados 2 y 3. La Figura 4.2 muestra la relación de potencia que existe en cada una de las configuraciones que aquí se presentaron. Se puede observar que independientemente de la sustancia y de la configuración, aquellos motores con presiones y frecuencias más elevadas requieren un consumo de energía mayor.

Los motores de configuración alfa son capaces de proporcionar una potencia neta de salida mayor a los de configuración beta; sin embargo, independientemente de la presión y la frecuencia, los motores con una configuración beta son capaces de entregar, notablemente, más potencia en el eje que aquellos con configuración alfa. Esto se debe a que, el trabajo forzado W_{f} es mayor debido a la interacción de los pistones del motor con el medio ambiente.

Potencia

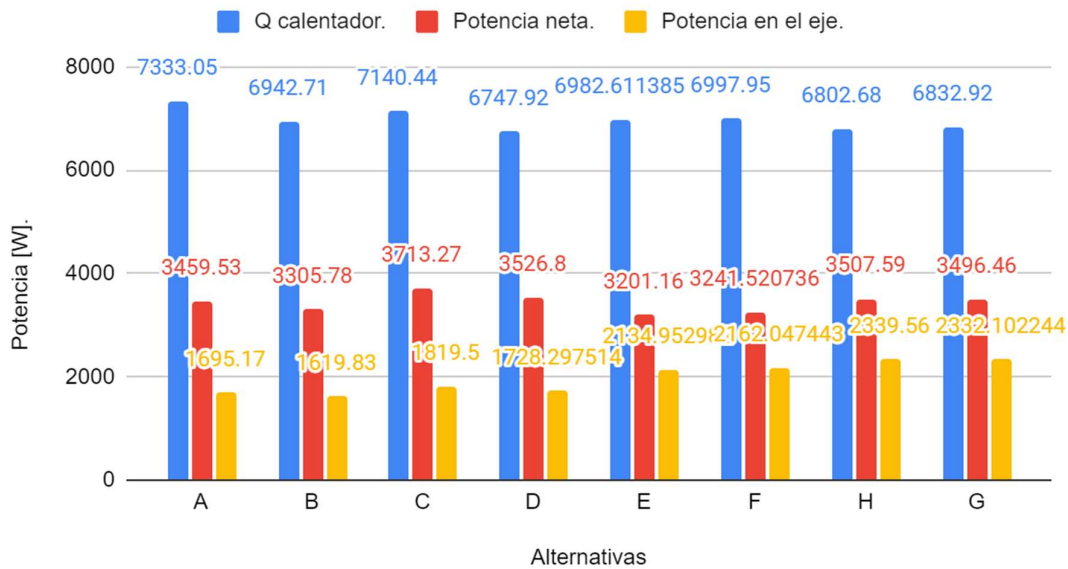


Figura 4.2 Comparación entre los volúmenes a alta presión. Los volúmenes están dados en "m³".

4.1.3 Resultados sobre la sencillez del motor

En este apartado se revisará el cuarto objetivo deseado, la sencillez del motor. Si bien esta elección únicamente considera el tamaño del motor debido a las limitaciones del presente trabajo, podría realizarse un estudio completo sobre la presión interna dentro del motor; como se mencionó en el capítulo uno, este análisis requeriría de un modelo de tercero o cuarto orden. Algo que era de esperarse, pues puede observarse en la ecuación 3.1, es la relación inversamente proporcional que existe entre el volumen total con el producto de la presión y la frecuencia. La Figura 4.3 muestra la gran diferencia de tamaños que existe entre los motores que trabajan a bajas presiones y los motores que trabajan a altas presiones. Se observa en la Figura 4.4 que un motor que trabaja a baja presión es 56 veces más grande para el caso del motor alfa y 58 veces más grande para el caso del motor beta. Del mismo modo el motor Beta es mucho más grande que el motor alfa para ambas propuestas de presión (figuras 4.3 y 4.4).

Relación de volúmenes.

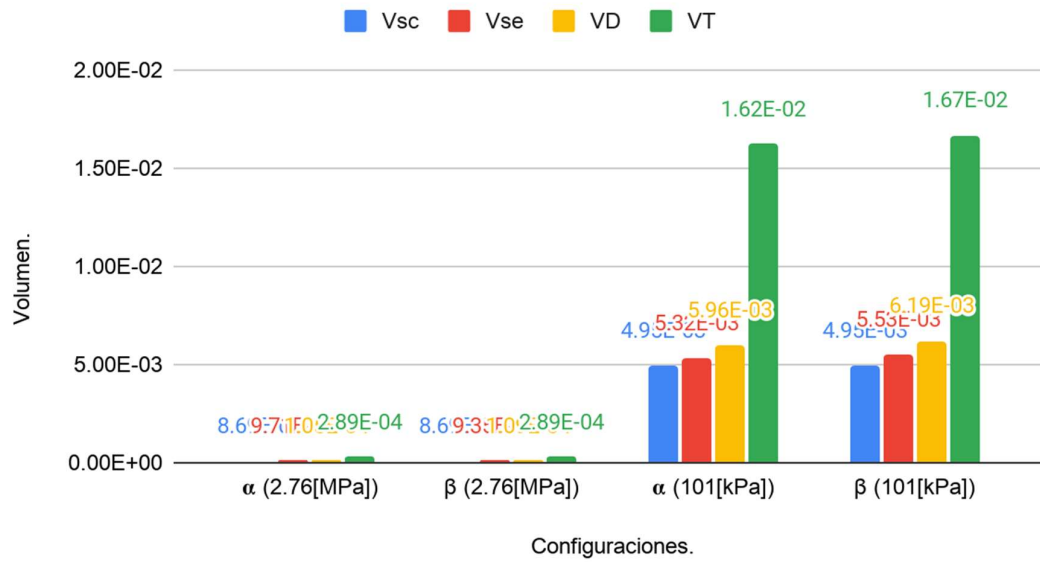


Figura 4.3 Comparación del volumen entre las configuraciones α y β a alta y baja presión. Los volúmenes están dados en "m³".

Relación de la propuesta de volúmenes a 2.76 [MPa]

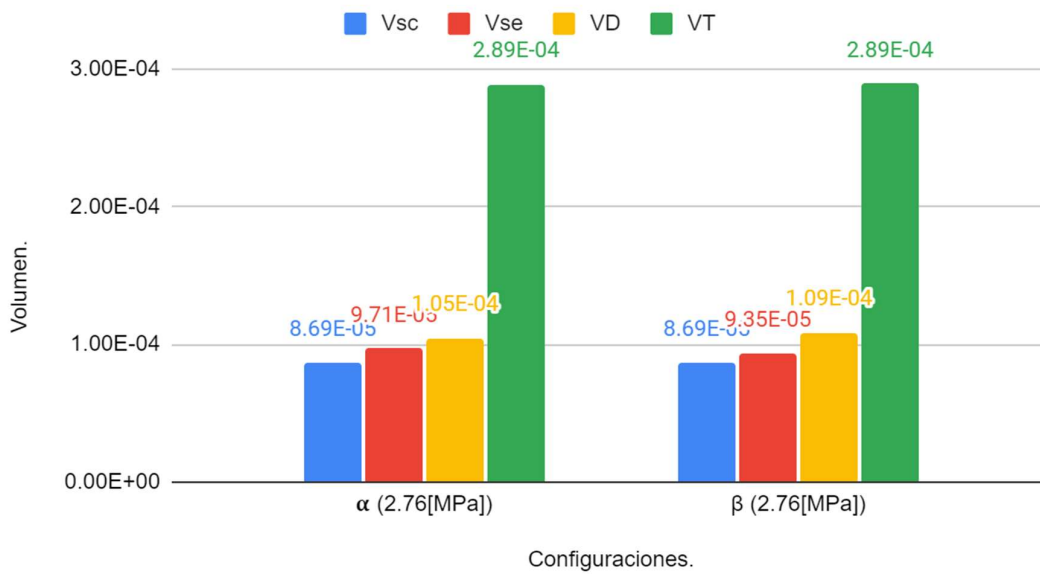


Figura 4.4 Comparación entre los volúmenes a alta presión. Los volúmenes están dados en "m³".

4.2 Conclusiones

A través de esta tesis se confirma que teóricamente es posible, obtener un motor Stirling que sea capaz de producir 1.5 kW de potencia. Del capítulo 3 se obtiene que la mejor opción resulta ser la “E”; configuración beta a presión ambiental con helio como sustancia de trabajo, consumiendo 6.982kW y entregando 2.124 kW.

De acuerdo con Mohammad Marefati, Mehdi Mehrpooya, Seyed Mousavi (2019)⁴³; existen dos métodos principales que captan la energía solar y la concentran para su aprovechamiento en forma de calor: los colectores parabólicos (por sus siglas en inglés (PTC) y los reflectores lineales Fresnel (LFR). En un estudio realizado por SA Kalogirou en 2013, se confirmó que la temperatura lograda por un sistema PTC está en el rango de 60 a 400 C mientras que la de un LFR está en 60 a 250 C

Si se deseara utilizar este motor para aprovechar la energía solar, necesitaríamos conocer la radiación promedio en el lugar donde se instalará esta tecnología. Para el caso particular de la república mexicana se utilizó la Figura 4.5⁴⁴ como base, donde se muestra el comportamiento de irradiación solar para un día promedio de enero.

Si se le exigiera menos potencia al sistema Stirling, dicho de otra forma, si ese motor que potencialmente podría producir 1.5kW de salida en el eje se dividiera en sistemas más pequeños, cada uno de ellos podría alimentar una lámpara LED, ayudando a disminuir la carga eléctrica demandada, teniendo la capacidad de utilizar los $4 \left[\frac{kW \cdot h}{m^2} \right]$ señalados en la Figura 4.5. Por lo que respecta a este estudio, me limito a decir que sí sería teóricamente viable la implementación de sistemas Stirling para reducir el consumo de hidrocarburos en la producción de energía eléctrica.

⁴³ Mohammad Marefati, Mehdi Mehrpooya, Seyed Ali Mousavi (2019), Introducing an integrated SOFC, linear Fresnel solar field, Stirling engine and steam turbine combined cooling, heating and power process, International Journal of Hydrogen Energy, Pages 30256-30279, <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.09.074>.

⁴⁴ Radiación Solar - Instituto de Geofísica UNAM, Base de Datos de Radiación Solar 2020. <http://rayenari.geofisica.unam.mx/~mauro/mapas/enero.pdf>

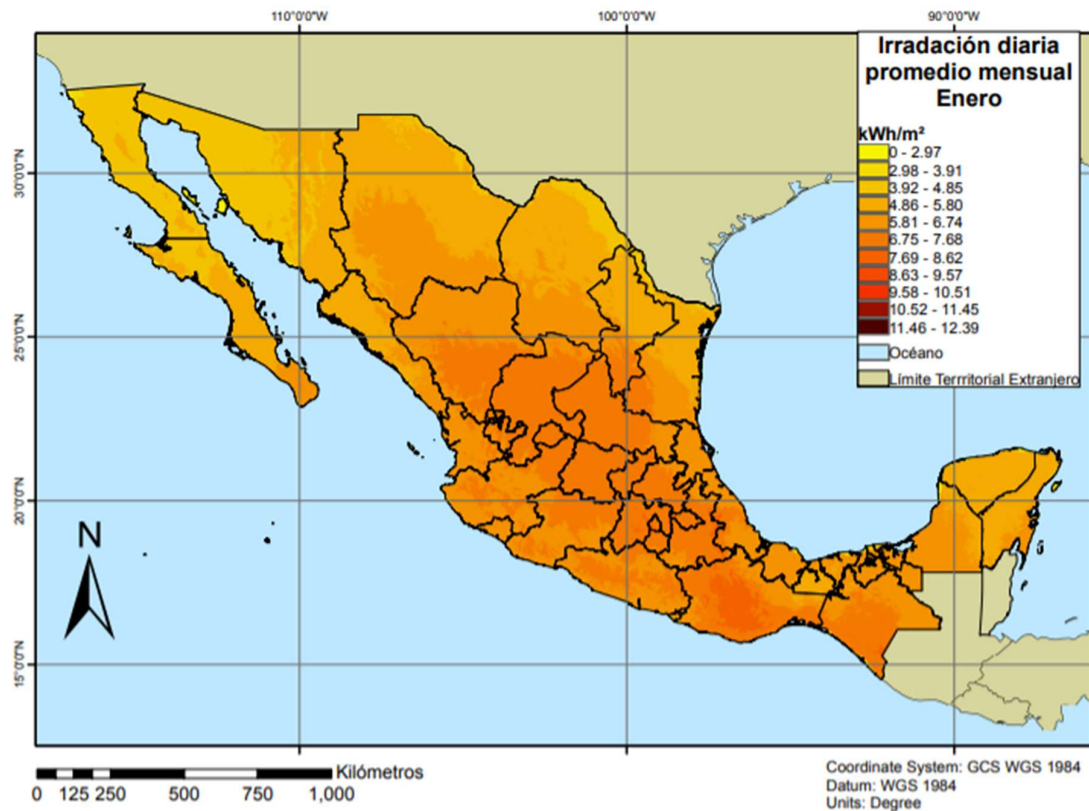


Figura 4.5 Irradiación solar diaria promedio mensual.
<http://ravenari.geofisica.unam.mx/~mauro/mapas/enero.pdf>

4.3 Trabajos a Futuro

Como primer proyecto a futuro se sugiere utilizar la metodología planteada en el capítulo dos y tres para desarrollar un prototipo y medir el error que existe entre la teoría y la práctica.

Como segundo proyecto se propone la realización de modelos más complejos que consideren irreversibilidades tales como histéresis, fricción entre componentes, pérdidas de presión, por mencionar algunos ejemplos; para realizar simulaciones más cercanas al comportamiento de un motor real.

4.4 Comentarios

En este trabajo se demostró la viabilidad teórica de un sistema Stirling, aun así hay muchos factores que deben considerarse para aplicar esta tecnología que aún se considera emergente a pesar de que tiene más de 200 años desde su descubrimiento, pues es necesario diseñar o descubrir materiales que cumplan con las exigencias de diseño que demanda un motor pequeño (altas presiones, fugas de la sustancia de trabajo, etc.), de lo contrario, un motor que trabaje a presión atmosférica es demasiado grande en comparación con la potencia que puede entregar y este parece ser uno de los motivos del por qué su estudio y aplicación presenta algunas intermitencias, pues a lo largo de la historia se han inventado motores más pequeños que entregan potencia más elevadas, por ejemplo cualquier motor automotriz en la actualidad.

Referencias

- 1) Norton, R. (2011). Design of Machinery with Student Resource DVD (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering) (5th ed.). McGraw-Hill Education.
- 2) Yılmaz, S, Kılıcı, S. (2020). Dört Serbestlik Dereceli Bir İnsansız Sualtı Aracının 3 Boyutlu Bilgisayar Benzetimi. Journal of the Institute of Science and Technology, 10.
- 3) William Martini (1983) Stirling engine design manual: prepared for National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center; for U.S. Department of Energy, Conservation and Renewable Energy, Office of Vehicle and Engine R & D-NSG-3194, DOE/NASA/3194-1 NASA CR-168088, second ed. pp 10.
- 4) Bartłomiej Rutczyk, Ireneusz Szczygieł, Zbigniew Buliński (2019), A zero-dimensional, real gas model of an α Stirling engine, Energy Conversion and Management, Volume 199, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.111995>.
- 5) Cengel, Y., & Boles, M. (2006). Thermodynamics: An Engineering Approach with Student Resource DVD (6th ed.). McGraw-Hill Science/Engineering/Math.
- 6) Stirling Cycle Engines Inner workings and design, Allan J. Organ, Reino Unido, John Wiley & Sons. Ltd, 2014, pp 8.
- 7) Godfrey T. Udeh, Stavros Michailos, Derek Ingham, Kevin J. Hughes, Lin Ma, Mohammed Pourkashanian (2020), A new non-ideal second order thermal model with additional loss effects for simulating beta Stirling engines, Energy Conversion and Management, Volume 206, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.11249>
- 8) Allan J. Organ, 2007, The air engine Stirling cycle power for a sustainable future, Cambridge England, WOODHEAD PUBLISHING LIMITED, pp 5.
- 9) Halit Karabulut, Hüseyin Serdar YÜCESU, Atilla KOCA (2000), Manufacturing and Testing of a V-Type Stirling Engine, Turk J Engin Environ Sci. pp 71 – 80.
- 10) Walker, G., & Senft, J. R. (1985). Free-Piston Stirling Engines. Lecture Notes in Engineering, Springer-Verlag pp147. doi:10.1007/978-3-642-82526-2_2
- 11) Roy Darlington, Keith Strong (2007) Stirling and hot air engines: designing and building experimental model Stirling engines - The Crowood Press. pp16.

- 12) De la Bat, B. J. G., Dobson, R. T., Harms, T. M., & Bell, A. J. (2020). Simulation, manufacture and experimental validation of a novel single-acting free-piston Stirling engine electric generator. *Applied Energy*, 263, 114585. doi:10.1016/j.apenergy.2020.114585

- 13) Halit Karabulut, Can Cinar, Melih Okur (2020), Dynamic simulation and performance prediction of free displacer Stirling engines - *International Journal of Green Energy*, 17:7, 427-439.

- 14) Sunpower (2020), History, <https://www.sunpowerinc.com/about-sunpower/history>

- 15) Ayodeji Sowale, Athanasios J. Kolios, (2018), Numerical Analysis of the Adiabatic and Quasi Steady Model of Free Piston Stirling Engine - *MATEC Web Conf.* 198, doi:10.1051/mateconf/201819804005.

- 16) James Cairelli, L. Thieme, R. Walter (1978), Initial test results with a single-cylinder rhombic-drive Stirling engine. National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center.

- 17) Kai Wang, Swapnil Dubey, Fook Hoong Choo, Fei Duan (2016), A transient one-dimensional numerical model for kinetic Stirling engine, *Applied Energy*, volume 183, pp 775-790, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.09.024>.

- 18) Israel Urieli (2020), Chapter 2a – Alpha Stirling Engines, *Stirling Cycle Machine Analysis* <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/engines/engines.html>

- 19) Robson, A. P. (2017), A third order analysis of a low temperature differential Ringbom-Stirling engine. (Thesis). Edinburgh Napier University. Retrieved from <http://researchrepository.napier.ac.uk/id/eprint/4167>

- 20) Kropiwnicki, J., & Szewczyk, A. (2016). Stirling Engines Powered by Renewable Energy Sources. *Applied Mechanics and Materials*, 831, 263–269. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.831.263>

- 21) M. R. Mojaver, Y. Alvani and M. R. Mojaver (2019), A new design for Stirling engine with the high performance for using in urban solar CHP," 2019 Iranian Conference on Renewable Energy & Distributed Generation (ICREDG), pp. 1-5, doi: 10.1109/ICREDG47187.2019.194230.

- 22)Premiado un motor Stirling para extraer agua en zonas subdesarrolladas. (2012). 2021, Almeria360.com https://almeria360.com/sociedad/04052012_premiado-un-motor-stirling-para-extraccion-de-agua-potable-en-paises-subdesarrollados_16428.html
- 23) Alfarawi, S., AL-Dadah, R., & Mahmoud, S. (2016). Enhanced thermodynamic modelling of a gamma-type Stirling engine. Applied Thermal Engineering, 106, 1380–1390. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2016.06.145
- 24)Alfarawi, S., AL-Dadah, R., & Mahmoud, S. (2016). Enhanced thermodynamic modelling of a gamma-type Stirling engine. Applied Thermal Engineering, 106, 1380–1390. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2016.06.145
- 25)Kontax Engineering Ltd. (n.d.-a). KS90 Black LTD (KIT) - From www.stirlingengine.co.uk. Revisado en Julio 26, 2021, [Stirlingengine.co.uk](http://www.stirlingengine.co.uk): https://www.stirlingengine.co.uk/d.asp?product=KS90_BLA_KIT
- 26)Brian Dunbar (2018), Space Technology Mission Directorate, NASA, <https://www.nasa.gov/directorates/spacetech/kilopower>
- 27)Marc Gibson, David Poston, Patrick McClure, Thomas Godfroy, James Sanzi, Maxwell Briggs 2018, The Kilopower Reactor Using Stirling Technology (KRUSTY) Nuclear Ground Test Results and Lessons Learned, International Energy Conversion Engineering Conference.
- 28)S. Murugan y Bohumil Horák, Renewable and Sustainable Energy Reviews- 2016 A review of micro combined heat and power systems for residential applications, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 64, Pages 144-162, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.04.064>.
- 29)SenerTec. The leading manufacturer of CHP units. Dachs. (2020) SenerTec. Dachs. Smart Cogeneration. <https://senertec.com/dachs/>
- 30)ThermoGen Combined Energy Technology <http://Stirling-tech.com/engine-only-heater-natural-gas-cogeneration/>
- 31)TWINBIRD Free Piston Stirling Cooler (2020), TWINBIRD Free Piston Stirling Cooler <https://fpsc.twinbird.jp/>
- 32)Yoshitaka Kato (2020), Indicated diagrams of a low temperature differential Stirling engine using flat plates as heat exchangers, Renewable Energy, Volume 85, Pages 973-980, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.07.053>.

- 33) Solaris (2020), Home, Solar and Low Temperature Stirling Engines / Kits, <http://www.newenergyshop.com/pdf/StirlingEngines.Solaris.pdf>
- 34) D.G. Thombare, S.K. Verma (2008), Technological development in the Stirling cycle engines, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Volume 12, Issue 1, Pages 1-38, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2006.07.001>.
- 35) Israel Urieli (2020), Chapter 3a - Ideal Isothermal Analysis, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/isothermal/isothermal.html>
- 36) Youssef Timoumi, Iskander Tlili, Sassi Ben Nasrallah (2008), Performance optimization of Stirling engines, *Renewable Energy*, Volume 33, Issue 9, Pages 2134-2144, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2007.12.012>.
- 37) Israel Urieli (2020), Chapter 2c - Gamma Type Stirling Engines, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/engines/gamma.html>
- 38) James Senft(2002), Optimum Stirling engine geometry - *International Journal of Energy Research*, Volume 26, Issue 12 p. 1087-1101, <https://doi.org/10.1002/er.838>
- 39) Bancha Kongtragool, Somchai Wongwises (2005), Investigation on power output of the gamma-configuration low temperature differential Stirling engines, *Renewable Energy*, Volume 30, Issue 3, Pages 465-476, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2004.06.003>.
- 40) Stirling cycle engine analysis Israel Urieli, David Berchowitz - A. Hilger – 1984
- 41) Israel Urieli (2020), Chapter 4a - Ideal Adiabatic Analysis, Stirling Cycle Machine Analysis <https://www.ohio.edu/mechanical/Stirling/adiabatic/adiabatic.html>
- 42) KT Decision Analysis. Kepner -Tregoe, inc. All rights Reserved. 18 Julio de 2013.
- 43) Mohammad Marefati, Mehdi Mehrpooya, Seyed Ali Mousavi (2019), Introducing an integrated SOFC, linear Fresnel solar field, Stirling engine and steam turbine combined cooling, heating and power process, *International Journal of Hydrogen Energy*, Pages 30256-30279, <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.09.074>.
- 44) Radiación Solar - Instituto de Geofísica UNAM, Base de Datos de Radiación Solar 2020. <http://rayenari.geofisica.unam.mx/~mauro/mapas/enero.pdf>

Apéndice A: Código para programar el modelo de Senft en un motor alfa con una aproximación sinusoidal.

```
valoresk=.89:.001:.9;

valoresalfa=95:.1:96;

G=zeros(length(valoresk),length(valoresalfa));

for i=1:length(valoresk)

    for j=1:length(valoresalfa)

        G(i,j)=Wsa(valoresk(i),.3933,1.12,valoresalfa(j),.75);

    end

end

surf(valoresalfa,valoresk,G);

xlabel('Ángulo de Fase  $\alpha$ [°]');

ylabel('Relación de volúmenes k');

zlabel('Trabajo específico');

title("Trabajo específico en el eje para un motor  $\alpha$ .")
```

```
function pga=pga(Yg,Xg,Tg,wt)

%Esta presión regresa el porcentaje de presión adimensional.

pga=(sqrt(Yg^2-Xg^2))/(Yg+Xg*cosd(wt-Tg));

end
```

```

function Wsa=Wsa(kappa,tao,xi,alfa,E)

%Trabajo en el eje en un motor alfa

Wsa=E*Wa(kappa,tao,xi,alfa)-((1/E)-
E)*(Wac_(kappa,tao,xi,alfa)+Wae_(kappa,tao,xi,alfa));

End

```

```

function [Wac_]=Wac_(kappa,tao,xi,alfa)

Z=zeros(1,360);

ZZ=zeros(1,360);

[Ya,Xa,Ta]=YXTa(tao,kappa,xi,alfa);

for i=1:360

Z(i)= (pga(Ya,Xa,Ta,i)-1)*dValfc(i,kappa,alfa);

ZZ(i)= (abs(Z(i))-Z(i))/2;

end

Wac_=.5*sum(ZZ)*(pi/180);

End

```

```

function Wa=Wa(kappa,tao,xi,alfa)

%Trabajo Neto de un motor alfa

W=zeros(1,360);

[Ya,Xa,Ta]=YXTa(tao,kappa,xi,alfa);

for i=1:360

```

```

W(i)=pga(Ya,Xa,Ta,i)*(dValfe(i,kappa)+dValfc(i,kappa,alfa));

end

Wa=sum(W)*pi()/180;

End

```

```

function [Ya,Xa,Ta]=YXTa(tao,kappa,xi,alfa)

Ya=tao+kappa+((4*xi*tao)/(1+tao));

Aa=tao+kappa*cosd(alfa);

Ba=kappa*sind(alfa);

Xa=sqrt(Aa^2+Ba^2);

Ta=acosd(Aa/Xa);

End

```

```

function dValfc=dValfc(wt,k,alfa)

%Diferencial de volumen en la cámara de compresión en un motor tipo alfa.

dValfc=-1*.5*(k/(1+k))*sind(wt-alfa);

end

```

```

function dValfe=dValfe(wt,k)

```

```
%Diferencial de volumen en la cámara de expansión en un motor tipo alfa.  
  
dValfe=-1*.5*(1/(1+k))*sind(wt);  
  
end
```

Apéndice B: Código para programar el modelo de Senft en un motor gamma o beta con una aproximación sinusoidal.

```
function pga=pga(Yg,Xg,Tg,wt)

%Esta presión regresa el porcentaje de presión adimencional.

pga=(sqrt(Yg^2-Xg^2))/(Yg+Xg*cosd(wt-Tg));

end
```

```
valoresk=.9:.01:.95;

valoresalfa = 80:1:90;

G=zeros(length(valoresk),length(valoresalfa));

for i=1:length(valoresk)

    for j=1:length(valoresalfa)

        G(i,j)=Wsbg(valoresk(i),.3933,1.12,valoresalfa(j),.75);

    end

end

surf(valoresalfa,valoresk,G);

xlabel('Ángulo de Fase  $\alpha$ [°]');

ylabel('Relación de volúmenes  $\kappa$ ');

zlabel('Trabajo específico');

title("Trabajo específico en el eje para un motor  $\gamma$  ó  $\beta$ .")
```



```

function Wsbg=Wsbg(kappa,tao,xi,alfa,E)

%Trabajo en el eje en un motor beta o gamma.

Wsbg=E*Wbg(kappa,tao,xi,alfa)-((1/E)-E)*(Wbg_(kappa,tao,xi,alfa));

End

```

```

function Wbg=Wbg(kappa,tao,xi,alfa)

%Trabajo Neto de un motor gamma y beta.

W=zeros(1,360);

[Ybg,Xbg,Tbg]=YXTbg(tao,kappa,xi,alfa);

for i=1:360

W(i)=pga(Ybg,Xbg,Tbg,i)*dVgb(kappa,i);

end

Wbg=sum(W)*pi()/180*(kappa/(2*(kappa+1)));

End

```

```

function [Wbg_]=Wbg_(kappa,tao,xi,alfa)

Z=zeros(1,360);

ZZ=zeros(1,360);

[Ybg,Xbg,Tbg]=YXTbg(tao,kappa,xi,alfa);

for i=1:360

```

```
Z(i) = (pga(Ybg, Xbg, Tbg, i) - 1) * dVgb(kappa, i);  
  
ZZ(i) = (abs(Z(i)) - Z(i)) / 2;  
  
end  
  
Wbg_ = sum(ZZ) * (pi/180) * (kappa / (2 * (kappa + 1)));  
  
End
```

```
function dVgb=dVgb(kappa, theta)  
  
%Esta función calcula el diferencial de volumen en un motor gamma o beta.  
  
dVgb=-sind(theta);  
  
end
```

Apéndice C: Resultados más relevantes obtenidos a partir del modelo de Senft.

Tabla C.1; Resultados del modelo de Senft para los motores beta y gamma.

K	α						
	82.3	82.4	82.5	82.6	82.7	82.8	82.9
0.917	0.08596474448	0.08596567661	0.08596627765	0.08596654756	0.08596648632	0.08596609389	0.08596537026
0.918	0.0859652206	0.08596615564	0.08596675948	0.0859670321	0.08596697346	0.08596658354	0.08596586231
0.919	0.08596561925	0.08596655719	0.08596716384	0.08596743916	0.08596738313	0.08596699571	0.0859660971
0.92	0.08596594062	0.08596688146	0.08596749091	0.08596776894	0.0859677155	0.08596714192	0.08596592788
0.921	0.08596618489	0.08596712863	0.08596774088	0.0859680216	0.08596777223	0.08596682124	0.08596551903
0.922	0.08596635225	0.08596729889	0.08596791393	0.08596793216	0.08596729928	0.08596633286	0.08596503287
0.923	0.08596644288	0.08596739241	0.08596765877	0.08596736192	0.08596673146	0.08596576736	0.08596446959
0.924	0.08596642819	0.08596696972	0.08596700907	0.08596671475	0.0859660867	0.08596512492	0.08596382937
0.925	0.08596586494	0.08596624067	0.08596628264	0.08596599082	0.0859653652	0.08596440573	0.0859631124

Tabla C.2; Resultados del modelo de Senft para el motor alfa.

K	α						
	95.2	95.3	95.4	95.5	95.6	95.7	95.8
0.917	0.08975036786	0.08975077824	0.08975110487	0.0897513475	0.08975150587	0.0897509984	0.08974921765
0.918	0.08975065829	0.08975110479	0.08975146781	0.08975174709	0.08975194238	0.08975096684	0.08974922203
0.919	0.08975086788	0.0897513505	0.08975174992	0.08975206588	0.08975228896	0.08975085462	0.08974914577
0.92	0.08975099684	0.08975151561	0.08975195144	0.0897523041	0.08975225421	0.08975066195	0.08974898908
0.921	0.08975104539	0.08975160032	0.08975207259	0.08975246195	0.08975194559	0.08975038905	0.08974875219
0.922	0.08975101374	0.08975160485	0.08975211357	0.08975236013	0.08975155694	0.08975003615	0.0897484353
0.923	0.08975090212	0.08975152942	0.08975207461	0.08975206131	0.08975108848	0.08974960344	0.08974803863
0.924	0.08975071073	0.08975137424	0.08975190636	0.08975168271	0.08975054041	0.08974909116	0.08974756241
0.925	0.0897504398	0.08975113954	0.0897514119	0.08975122454	0.08974991297	0.08974849951	0.08974700684

Apéndice D: Kepner-Tregoe Análisis de Decisión

Aclaración del propósito

- **Se establece la decisión:** se escribe, en una oración, la decisión que será tomada, incluyendo una palabra de elección, resultado y un criterio de selección clave.
- **Especificación de objetivos:** Se identifican específicamente, criterios medibles.
- **Clasificar objetivos en mandatorios y deseables:** Determinar qué objetivos son mandatorios mediante la pregunta: "¿Este objetivo es mandatorio, medible y realista?".
- **Ponderación de los objetivos deseables:** en esta etapa se le da peso al objetivo deseable que se considere como el más importante asignándole un valor de 10 y, en relación con éste, se ponderan los demás.

Evaluación de Alternativas.

- **Generación de alternativas:** Se crean o se identifican opciones. Se usan los objetivos, el criterio de las partes interesadas, opiniones de expertos y otros recursos disponibles.
- **Validación de las alternativas a través de los requerimientos mandatorios:** En esta etapa se debe registrar como las alternativas satisfacen los requerimientos mandatorios.
- **Utilizar el conocimiento y experiencia o comparar las alternativas contra los objetivos deseables.** Para utilizar el conocimiento o la experiencia, se coloca un asterisco en la opción que mejor cumpla con los requerimientos establecidos en los objetivos deseables, anulando las otras alternativas únicamente para ese campo. Al final se suman los puntos previamente establecidos en la ponderación de objetivos y se selecciona la alternativa que haya obtenido la mayor calificación.
La opción de **comparar las alternativas en contra de los objetivos deseados**, en cambio, determina qué alternativa cumple mejor con los objetivos establecidos, se le asigna el valor de 10 y a partir de ella se ponderan las demás en orden descendente.

Para obtener el valor total de cada alternativa, se multiplica el valor obtenido en este punto y se multiplica por el valor del objetivo deseable previamente establecido en la ponderación de objetivos. Esta actividad debe realizarse para cada uno de los objetivos deseados. Finalmente se suman los resultados de cada alternativa y se seleccionará aquella que obtenga la puntuación más alta.

Valoración de riesgo

- **Identificar consecuencias adversas:** *Se identifican futuras amenazas para la alternativa que tuvo la mayor puntuación. ¿Cuáles son los riesgos para esta alternativa a corto, mediano y largo plazo?*
- **Valoración de amenazas:** *Se determina la probabilidad y gravedad para cada riesgo. Se marca como un riesgo alto, medio o bajo utilizando "+/-". Se deberá responder también a las interrogantes: "¿Cuál es la probabilidad de que ocurra cada una de las consecuencias adversas?" y "¿Cuál es el nivel de impacto que tendrá cada una de las consecuencias adversas?"*

Toma de decisiones

- **Elegir la alternativa:** *Seleccionar la alternativa que cumpla mejor con los criterios aceptables de riesgo. ¿Se está dispuesto a aceptar el riesgo en contraste con el beneficio de la decisión tomada?*

Cuando terminé esta investigación me convertí en una persona más consciente de su propia ignorancia.

Por mi raza hablará el espíritu.

¡Pumas!, ¡Universidad!, ¡Por siempre!