



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Analogía de una tomografía  
de curvas de dispersión  
utilizando técnicas  
geoestadísticas**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

Nelson Alejandro Gil Vargas

**DIRECTOR DE TESIS**

Dra. Xyoli Pérez Campos



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

*“Ten siempre a Ítaca en tu mente.  
Llegar allí es tu destino.  
Mas no apresures nunca el viaje.  
Mejor que dure muchos años  
y atracar, viejo ya, en la isla,  
enriquecido de cuanto ganaste en el camino  
sin esperar a que Ítaca te enriquezca.*

*Ítaca te brindó tan hermoso viaje.  
Sin ella no habrías emprendido el camino.  
Pero no tiene ya nada que darte.*

*Aunque la halles pobre, Ítaca no te ha engañado.  
Así, sabio como te has vuelto, con tanta experiencia,  
entenderás ya qué significan las Ítacas.”*

Poema de Konstantino Kavafis.

# Agradecimientos

*A Dios, por darme la vida, una familia amorosa, rodearme de gente de luz y por bendecirme en cada decisión que tomo.*

*A mi familia por ser el motor de mi vida, la inspiración a ser mejor cada día. A mi madre Martha, por su amor y apoyo incondicional. Te agradezco que siempre estás ahí para mí, atenta de todas mis necesidades ya que tu amor es infinito. Gracias por creer en mis capacidades y siempre empujarme a darlo todo. Gracias por la educación que me has dado desde casa y los valores que me has inculcado, sobretodo, a ser agradecido. A mi padre José, por criarme, su amor incondicional, todos esos viajes a la escuela y por todos los consejos que me das. A mi padre Emilio, por creer en mi y apoyarme en mis decisiones. A mis hermanos menores, por su cariño, ser mi inspiración del futuro que está por venir y a que debo ser mi mejor versión de mí. A mi abuela Eva por todo su amor y consentirme con mis comidas preferidas. A mi abuela Ninfa, cuyo último deseo fue que no dejara de prepararme. A mi hermano Pepe, siempre te llevaré en mi corazón y sé que estás feliz de mis logros tanto como yo.*

*A mi tutor, el Ing. Manuel de Jesús Aguilar Velázquez con quien comparto la pasión por la geoestadística, por haber dirigido este trabajo de tesis y darme la oportunidad de colaborar en su artículo. Pero sobre todo, le agradezco por la amistad que hemos construido desde que nos conocimos.*

*A la Dra. Xyoli Pérez Campos por su apoyo durante la revisión de esta tesis y por impartir la asignatura de Mecánica del Medio continuo, una de mis favoritas a lo largo de la licenciatura.*

*Al jurado que revisó este trabajo, gracias por su tiempo y sus recomendaciones.*

*A mis amigos Alan, Carmen y Guillermo, con quienes compartí momentos increíbles. Ellos me enseñaron el valor de una verdadera amistad y siempre me motivan a ser mejor persona. A todos mis compañeros de la universidad, sin ustedes esto no sería posible.*

*A todos los profesores que he tenido a lo largo de mi formación académica, ya que de todos he aprendido lecciones valiosas. Gracias por su vocación en esta noble profesión.*

*A mi cuerpo y mi mente, por funcionar en armonía para lograr mis metas a pesar de los momentos de cansancio físico y emocional.*

*A mi alma máter, la UNAM, por formarme profesionalmente en la Facultad de Ingeniería y permitirme realizar un intercambio académico en el extranjero. La UNAM me ha dado estudios, amistades y momentos felices, por todo esto le estaré agradecido el resto de mi vida.*

*A la University of California por abrirme las puertas durante mi intercambio académico. Le agradezco por los nuevos conocimientos adquiridos, las aventuras vividas, las personas que conocí y las amistades que no creía posibles antes.*

*A Goldcorp (Newmont Mining Corporation) por otorgarme la beca de excelencia académica, a través de la Fundación UNAM, para cubrir los gastos de manutención durante mi intercambio académico. Este apoyo fue de gran importancia durante ese periodo. También, agradezco por las becas Béalos Excelencia y Telmex durante mi licenciatura.*

*A la Society of Exploration Geophysicists por permitirme representar a la Facultad de Ingeniería a nivel internacional en el Challenge Bowl. A mi amigo Daniel por competir a mi lado y al Mtro. Jorge Alberto Guízar Alfaro por apoyarnos durante nuestra preparación.*

*A la Unidad de Instrumentación Sísmica del Instituto de Ingeniería por la instalación de las estaciones y la adquisición de los datos empleados en este trabajo. A su vez, agradezco a la Dra. Marcela Baena Rivera y al Dr. Leonardo Ramírez Guzmán por la obtención de las curvas de dispersión y facilitarnos su uso en esta tesis.*

*A la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación de la Ciudad de México (SECTEI), los proyectos SECITI/073/2016 y SECTEI/194/2019, por destinar recursos para la obtención de los datos utilizados en este trabajo.*

# Índice

<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>1 Marco teórico</b>	<b>6</b>
1.1 Velocidades de grupo y fase . . . . .	6
1.2 Procesamiento para obtener curvas de dispersión . . . . .	7
1.2.1 Bloque 1 . . . . .	7
1.2.2 Bloque 2 . . . . .	8
1.2.3 Bloque 3 . . . . .	8
1.2.4 Bloque 4 . . . . .	9
<b>2 Análisis geoestadístico</b>	<b>11</b>
2.1 Variable regionalizada del caso de estudio . . . . .	11
2.2 Hipótesis de la geoestadística . . . . .	12
2.2.1 Hipótesis de estacionaridad estricta . . . . .	12
2.2.2 Hipótesis de estacionaridad de segundo orden . . . . .	12
2.2.3 Función aleatoria intrínseca . . . . .	13
2.2.4 Hipótesis intrínseca . . . . .	13
2.2.5 Función aleatoria no estacionaria . . . . .	14
2.3 Análisis exploratorio de datos . . . . .	14
2.4 Análisis estructural . . . . .	15
2.4.1 Semivariograma omnidireccional . . . . .	16
2.4.2 Semivariograma direccional . . . . .	20
2.4.3 Validación cruzada . . . . .	24
2.5 Estimación espacial (kriging ordinario) . . . . .	24
<b>3 Mapeo de la velocidad de grupo con kriging: caso de estudio en la CDMX</b>	<b>26</b>
3.1 Datos . . . . .	27
3.2 Análisis exploratorio y estructural . . . . .	30
3.3 Estimación espacial . . . . .	37
<b>4 Validación de los resultados</b>	<b>40</b>
4.1 Inversión . . . . .	40
<b>5 Discusión y conclusiones</b>	<b>43</b>
5.1 Discusión . . . . .	43
5.2 Conclusiones . . . . .	47
<b>Referencias</b>	<b>50</b>

# Índice de Figuras

1.1	Onda portadora y envolvente . . . . .	7
1.2	Cálculo de curvas de dispersión . . . . .	10
2.1	Región de estudio de la variable aleatoria . . . . .	12
2.2	Relación entre covarianza y semivariograma . . . . .	13
2.3	Adquisición de un semivariograma omnidireccional . . . . .	16
2.4	Elementos del semivariograma . . . . .	17
2.5	Modelos de ajuste . . . . .	19
2.6	Adquisición de semivariograma direccional . . . . .	20
2.7	Adquisición de semivariogramas direccionales en direcciones principales . . . . .	21
2.8	Tipos de anisotropía . . . . .	22
2.9	Pruebas sintéticas . . . . .	23
3.1	Distribución temporal de la estaciones instalas . . . . .	27
3.2	Curvas de dispersión de velocidad de grupo de onda Rayleigh ( $U$ ) . . . . .	28
3.3	Distribución espacial de las estaciones y las curvas de dispersión obtenidas . . . . .	30
3.4	Análisis exploratorio y estructural de $U(T = 0.5 \text{ s})$ . . . . .	31
3.5	Valores de rango, <i>nugget</i> y meseta . . . . .	33
3.6	Análisis exploratorio y estructural de $U(T = 1.0 \text{ s})$ . . . . .	34
3.7	Análisis exploratorio y estructural de $U(T = 1.5 \text{ s})$ . . . . .	35
3.8	Análisis exploratorio y estructural de $U(T = 2.0 \text{ s})$ . . . . .	36
3.9	Mapas de velocidad de grupo estimados con kriging ordinario . . . . .	39
4.1	Resultados de la inversión de curvas de dispersión . . . . .	41
5.1	Prueba de sensibilidad para el método de mapeo de la velocidad de grupo con kriging . . . . .	45

5.2	Resultados de la prueba de checkerboard . . . . .	46
-----	---	----

# Índice de Tablas

2.1	Ángulos de tolerancia para las direcciones principales . . . . .	20
3.1	Estadígrafos obtenidos del análisis exploratorio y del análisis estructural . . .	37
4.1	Error absoluto porcentual promedio de las curvas de dispersión invertidas . .	42

## Resumen

En la presente tesis se propone el uso de técnicas geoestadísticas como una alternativa para estimar mapas de velocidad de grupo y curvas de dispersión. Las curvas de dispersión se obtienen mediante un análisis frecuencia-tiempo de la función de Green empírica, misma que se estima a partir de la correlación cruzada de ruido sísmico entre pares de estaciones. En ocasiones y dado un conjunto de curvas, es necesario obtener una sola curva de dispersión en una posición específica, por lo cual generar su inversión tomográfica resulta inconveniente. Para atender esto, en este trabajo se propuso el uso del estimador kriging ordinario para obtener mapas de velocidad de grupo a partir del conjunto de curvas de dispersión disponible, y sus velocidades de grupo como variable aleatoria, en todos los periodos muestreados. Posteriormente, se seleccionaron los valores de velocidad de grupo en posiciones de interés para todos los periodos con el propósito de estimar curvas de dispersión donde antes no se contaba con información. Para verificar que las curvas estimadas son confiables, se invirtieron y los modelos de velocidad S resultantes coinciden con aquellos reportados en la literatura. En consecuencia, el uso de esta metodología para estimar mapas de velocidad de grupo representa una alternativa práctica al método tradicional, ya que produce el resultado más probable y cuenta con su propia prueba de sensibilidad.

## **Abstract**

In this thesis, we developed a methodology to estimate group velocity maps and dispersion curves, by the use of geostatistical techniques. Dispersion curves are computed by extracting the empiric Green's function from the cross-correlation of ambient seismic noise between pairs of stations. Sometimes, it is necessary to obtain a single dispersion curve at a specific location and generating its tomographic inversion might result inconvenient. Addressing this, we proposed the use of ordinary kriging estimator to obtain group velocity maps from a set of dispersion curves, and their group velocity measurements as the random variable, over all the sampled periods. Then, we retrieved the group velocity values at locations, for all periods with the purpose of estimating dispersion curves where data was not available before. To verify this, we inverted the estimated dispersion curves. The resulting shear-wave velocity models resemble with those reported in the literature. Usage of this technique to estimate group-velocity maps represents a practical alternative to the traditional method since it produces the most likely result and has its own sensitivity test.

# Introducción

Los orígenes de la Geoestadística se dieron en la minería con [Sichel \(1947\)](#), cuando aplicó la distribución lognormal en minas de oro, este tipo de aplicaciones son conocidas en la actualidad como Geoestadística lineal. En el campo de la minería, las técnicas geoestadísticas se utilizan principalmente en la estimación de reservas minerales y para prever recuperaciones. Sin embargo, estas técnicas también han proliferado en otras áreas de ciencias de la Tierra. En Geofísica, se ha utilizado en la inversión de datos sísmicos, registros de pozos, correlacionar horizontes, filtrar datos, entre otras aplicaciones. La Geoestadística aprovecha la correlación espacial entre variables regionalizadas y permite estimar nuevos valores de estas variables en regiones de interés. Una de las herramientas más importantes para cuantificar la correlación espacial entre las variables es la función semivariograma. Una vez conocido el comportamiento espacial de los datos, la Geoestadística ofrece otra herramienta para estimarlos, el kriging. Este operador es conocido por ser el mejor estimador lineal e insesgado. Fue desarrollado por Georges Matheron en 1960, basado en el trabajo de Daniel G. Krige y está caracterizado por producir las estimaciones con menor varianza. Por otro lado, existen las simulaciones geoestadísticas, que producen nuevas realizaciones de una variable aleatoria y que son una alternativa a las estimaciones con kriging. Las realizaciones simuladas tienen mayor varianza que las estimaciones, pero su cualidad es tener el mismo comportamiento estadístico que los datos que las producen.

El objetivo de esta tesis es desarrollar una metodología para obtener mapas de velocidad de grupo y curvas de dispersión con el uso de técnicas geoestadísticas, principalmente kriging ordinario, y un conjunto de curvas de dispersión preexistentes. Esto resulta de gran utilidad ya que es posible estimar una nueva curva de dispersión sin la necesidad de realizar su inversión tomográfica. Para esto, asigno el punto de atribución de cada curva de dispersión al punto central entre las estaciones con las cuales se hizo la correlación cruzada. Posteriormente, usamos el estimador kriging ordinario, con la velocidad de grupo como variable aleatoria, lo cual permite obtener mapas de velocidad de grupo sobre todos los periodos de las curvas de dispersión para después utilizar estos mapas para estimar curvas de dispersión en posiciones específicas. Finalmente, se menciona que esta técnica es complementaria a la propuesta por [Aguilar-Velázquez \*et al.\* \(en-rev\)](#) en la cual se definió una variable aleatoria que mide la similitud estadística entre curvas de dispersión y, a partir de su semivariograma, se pueden estimar curvas de dispersión mediante su aplicación. La derivación y los alcances de esta segunda técnica y del kriging son presentados en dicho artículo.

Existen múltiples métodos para generar curvas de dispersión, particularmente, las curvas

utilizadas en este trabajo fueron obtenidas de la correlación de ruido sísmico. En los últimos años se ha demostrado que el ruido sísmico ambiental es una fuente de información valiosa sobre la estructura de la Tierra. El uso del ruido sísmico, en vez de ondas directas, presenta como ventaja que puede ser considerado un campo difuso, ya que es como un campo de ondas de dispersión múltiple que puede ser descrito por ecuaciones de difusión (Sánchez-Sesma *et al.*, 2011). Un campo difuso permite muestrear el medio por el que se propaga a lo largo de múltiples caminos, ya que el régimen de difusión es obtenido cuando se tiene iluminación equiparticionada del medio (Kawase *et al.*, 2011). Esta suposición permite estudiar caminos que no podrían ser observados mediante el uso de fuentes directas, y con una mejor resolución (Shapiro y Campillo, 2004). El método tomográfico tradicional para obtener los mapas de velocidad de grupo consiste en la recuperación de la función de Green empírica a partir de la correlación cruzada del ruido sísmico entre pares de estaciones (Shapiro y Campillo, 2004; Shapiro *et al.*, 2005). La recuperación de la función de Green ha sido aplicada en el pasado para caracterizar mejor la estructura cortical en México (Gaite *et al.*, 2010; Spica *et al.*, 2014, 2016; Castellanos *et al.*, 2018). El refinamiento de los modelos corticales es importante para la mejora de diversas aplicaciones, entre las cuales destacan, la localización de sismos locales (Chiu *et al.*, 1997) y la determinación de sus mecanismos focales (Kim *et al.*, 2011).

En el pasado, la Ciudad de México se ha visto afectada tanto por sismos interplaca (ocasionados por el contacto entre dos placas distintas, como el de Michoacán en 1985,  $M_w$  8.0) como por sismos intraplaca (ocasionados por la deformación interna de una placa, como el de Puebla-Morelos en 2017,  $M_w$  7.1). La variabilidad en la amplificación sísmica en la ciudad ante este tipo de sismos, así como los patrones de daño, han sido ilustrados por Singh *et al.* (2015, 2018). Por esto, resulta de vital importancia mejorar los modelos de velocidades de la corteza y de la cuenca del Valle de México.

El grupo de trabajo de la Unidad de Instrumentación Sísmica (UIS) del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), instaló un arreglo sísmico de 21 estaciones temporales y móviles, entre los años 2017 y 2018. Todas registraron datos continuamente durante tres días en cada ubicación, antes de moverse a la siguiente, con la finalidad de cubrir la zona de lago de la Ciudad de México. La separación promedio entre estaciones de nuestra zona de estudio es de  $\sim 2.20$  km. Este experimento tuvo como objetivo principal obtener un modelo tomográfico de la cuenca, sobre la cual se encuentra la Ciudad de México, a partir de curvas de dispersión estimadas de la correlación cruzada de ruido sísmico entre pares de estaciones. Un segundo objetivo fue obtener una mejor imagen de la estructura cortical utilizando varios métodos. Entre ellos está la inversión conjunta de curvas de dispersión y funciones de receptor (FR).

En el Capítulo 1 de este trabajo se presentan conceptos de física de ondas, fundamentales para comprender el comportamiento de las ondas superficiales. Igualmente, se describe la metodología tradicional para el procesamiento de datos sísmicos para obtener curvas de dispersión.

En el Capítulo 2 se describen a detalle los pasos que componen un análisis geoestadístico. Se inicia por la definición de la variable regionalizada, en este caso la velocidad de grupo

en cada periodo. Se describen las hipótesis geoestadísticas existentes y las suposiciones en las cuales se basa el análisis realizado en este trabajo. Se presenta el análisis exploratorio de datos, herramienta para resumir grandes conjuntos de datos con técnicas de estadística descriptiva. También, se presenta el análisis estructural cuyo pilar es el semivariograma. El semivariograma es una función que mide la correlación espacial entre variables regionalizadas en función de su separación (Viera y González, 2002). Identificar el modelo de semivariograma que se ajusta al semivariograma de los datos y que representa su comportamiento, es esencial en un análisis estructural. Este capítulo termina con la definición de estimación espacial con kriging ordinario, operador utilizado cuando no se conoce la media real de los datos, su sistema de ecuaciones, varianza y desviación estándar.

El Capítulo 3 comienza por presentar el contexto geológico y geotécnico de la Ciudad de México, relevantes para comprender la importancia de estudiar más a detalle la estructura sísmica del lugar. También, se presentan los datos utilizados y una breve descripción de la configuración empleada durante su procesamiento. Se describe detalladamente el análisis exploratorio de datos para las velocidades de grupo en los periodos de 0.5 s, 1.0 s, 1.5 s y 2.0 s. Se muestra el análisis estructural por medio del cual se definió el modelo de semivariograma ajustado. Este capítulo concluye con la estimación espacial de mapas de velocidad de grupo en los periodos mencionados anteriormente y la estimación de curvas de dispersión a lo largo de un perfil.

Es importante validar la coherencia de los los resultados obtenidos previamente. En el Capítulo 4 se presenta la validación de las curvas de dispersión estimadas con kriging mediante su inversión para obtener modelos de velocidades y poder compararlos con los obtenidos por otros autores. Para realizar la inversión se utilizó la técnica desarrollada por Julià *et al.* (2000), capaz de invertir curvas de dispersión utilizando mínimos cuadrados amortiguados. También, se calcula el error absoluto porcentual promedio entre las curvas de dispersión originales y las invertidas para medir la diferencia entre estas y comparar la eficiencia de las inversiones.

El Capítulo 5 incluye la discusión de la analogía entre la estimación de mapas de velocidad de grupo con kriging y la tomografía, y conclusiones finales. En la discusión se presenta la prueba de sensibilidad desarrollada para el método de mapeo de la velocidad de grupo con kriging, pruebas de *checkerboard* realizadas considerando distintas cantidades de trayectorias entre pares de estaciones y distintos tamaños de celdas, y cómo se relaciona la prueba de sensibilidad del método de kriging con el *checkerboard* de una tomografía. Finalmente, se hace un recuento de las principales observaciones obtenidas y algunas restricciones de la metodología desarrollada.

# Capítulo 1

## Marco teórico

En Sismología se distinguen dos familias de ondas: las de cuerpo (P y S) y las superficiales (Rayleigh y Love), mismas que se forman de la interacción de las ondas de cuerpo con un medio. Las ondas superficiales tienen la característica de ser dispersivas (Stein y Wysession, 2003), esto quiere decir que su velocidad depende de la frecuencia, lo cual se debe a que la velocidad intrínseca del medio por el cual se propagan varía con la profundidad. En consecuencia, se espera las ondas de periodo largo viajen con una velocidad mayor que las de periodo corto. Lo anterior, permite construir curvas de dispersión.

Las curvas de dispersión son funciones que ayudan a estudiar el carácter dispersivo de las ondas superficiales, estas representan la variación de la velocidad de grupo y/o de fase en función de la frecuencia, o bien, del periodo. Como la dispersión está relacionada con las propiedades del medio por el que viajan las ondas superficiales, se pueden extraer modelos de velocidades a partir de la inversión de sus curvas de dispersión. La obtención y selección de curvas de dispersión, obtenidas con fuentes pasivas, implica la aplicación de un procesamiento a datos de ruido sísmico ambiental, como el presentado en la sección 1.2.

### 1.1 Velocidades de grupo y fase

Las curvas de dispersión pueden ser construidas con velocidad de grupo o con velocidad de fase. La primera se suele representar con la letra  $U$  y corresponde con la velocidad a la que se propaga la onda envolvente de un paquete de ondas portadoras, siendo la velocidad a la que viajan estas últimas la velocidad de fase, que se representa con la letra  $c$ . Matemáticamente, estas velocidades se definen como:

$$U = \frac{dw}{dk}, \quad (1.1)$$

$$c = \frac{w}{k}, \quad (1.2)$$

donde  $w = 2\pi f$  es la frecuencia angular,  $k$  es el número de onda y  $w \gg dw$  y  $k \gg dk$ . A partir de las Ecs. (1.1) y (1.2), tomadas de Stein y Wysession (2003), se puede deducir que la velocidad de grupo varía más lentamente en tiempo y en espacio que la velocidad de fase, por lo tanto, la velocidad de grupo siempre es menor. La Fig. 1.1 permite visualizar estos conceptos.

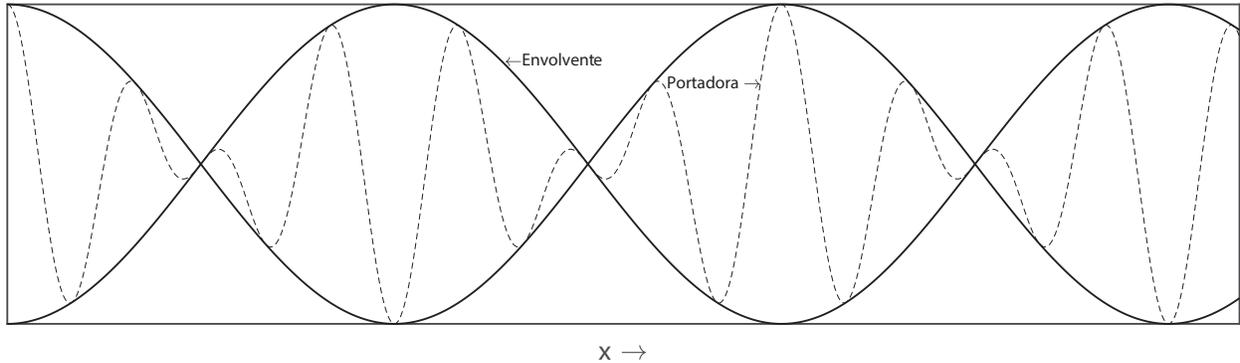


Figura 1.1: Ondas portadora y envolvente propagándose en dirección  $x$ . La onda portadora viaja a la velocidad de fase, y la onda envolvente a la velocidad de grupo. Figura modificada de [Stein y Wysession \(2003\)](#).

## 1.2 Procesamiento para obtener curvas de dispersión

El flujo de trabajo para procesar datos de ruido sísmico y así obtener curvas de dispersión, a partir de la correlación cruzada, ha sido documentado extensamente por diversos autores (e. g., [Bensen \*et al.\*, 2007](#)). La información obtenida con la correlación cruzada también puede ser utilizada para visualizar tomografías sísmicas, o bien, para obtener modelos de velocidad de onda de corte a partir de la inversión de las curvas de dispersión.

A continuación, se describe el procesamiento que generalmente se aplica a los datos de ruido sísmico para llegar hasta el análisis de las curvas de dispersión, basado en el trabajo descrito por [Bensen \*et al.\* \(2007\)](#). Este puede ser dividido en cuatro bloques principales (Fig. 1.2):

1. Se preparan los datos de cada estación.
2. Se calcula la correlación cruzada entre pares de estaciones y se apilan los datos en tiempo.
3. Se estiman y seleccionan las curvas de dispersión realizando un análisis frecuencia-tiempo (*FTAN*, *frequency-time analysis*).
4. Se llevan a cabo pruebas de control de calidad para elegir las curvas aceptables.

### 1.2.1 Bloque 1

Este bloque consiste en preparar, de forma individual, los datos de ruido sin procesar (“crudos”) de cada estación, esto con el fin de remover el efecto de sismos y de deriva instrumental, que tienden a enmascarar la señal de ruido. Los pasos para preparar los datos son:

1. Remover la respuesta instrumental.

2. Remover la media.
3. Remover la tendencia.
4. Aplicar filtrado pasa-bandas al sismograma.

(Los siguientes procesos se aplican a longitudes de datos de 1 día)

5. Normalizar en el dominio del tiempo: Este paso es importante ya que reduce los efectos de sismos, irregularidades instrumentales y ruido no estacionario previo a la correlación cruzada. Es decir, se pretende eliminar de la señal lo que no es ruido sísmico. Uno de los métodos más comunes para la normalización es llamado *one-bit*, el cual consiste en reemplazar todas las amplitudes positivas de la señal por un 1 y todas las amplitudes negativas con un -1. Esto ha probado incrementar la relación señal a ruido (*SNR*, *signal-to-noise ratio*). Al procesar ruido sísmico para obtener curvas de dispersión la señal de interés es el ruido ambiental, mientras que las ondas directas son consideradas ruido (señal indeseada).
6. Blanqueamiento espectral: se sabe que el ruido ambiental no es espectralmente blanco, ya que su espectro de frecuencia no es plano, en general este llega a tener varios picos. La normalización espectral o blanqueamiento espectral pretende producir mediciones de dispersión de banda ancha y evitar la degradación producida por fuentes monocromáticas persistentes.

## 1.2.2 Bloque 2

Este bloque de procesamiento consiste en calcular la correlación cruzada entre todos los pares de estaciones sísmicas con las que se cuentan. La correlación cruzada se calcula para cada día de registro en el dominio de la frecuencia. Después se regresa al dominio del tiempo para apilar las correlaciones de cada día con el total de días deseados. El apilamiento mejora la relación señal a ruido conforme sean más largas las series de tiempo. Una vez realizado, la señal obtenida es una función empírica de Green estimada (Wapenaar, 2004).

## 1.2.3 Bloque 3

Contando con la función empírica de Green estimada, se pueden calcular velocidades de grupo y/o de fase en función del periodo realizando un análisis de frecuencia-tiempo. Primero se calcula la señal analítica de la onda, a partir de la transformada de Fourier de esta. La señal analítica en el dominio del tiempo involucra a la transformada de Hilbert de la función de Green. Una vez calculada la señal analítica se procede a realizar el análisis *FTAN* para seleccionar las curvas de dispersión de velocidad de grupo. Aunque también se puede obtener velocidad de fase, el proceso de cómo seleccionarlas no será presentado. Los pasos para seleccionar curvas de dispersión de velocidad de grupo son:

1. Producir una imagen del *FTAN* con el logaritmo de la señal analítica al cuadrado.

2. Seleccionar la cresta de dispersión como una función del periodo para obtener una curva de velocidad de grupo cruda. Los siguientes pasos del análisis tienen el propósito de limpiar la señal de la correlación cruzada entre pares de estaciones.
3. Definir un filtro anti-dispersión en la banda de periodos seleccionada.
4. Aplicar el filtro a la onda para producir una señal sin dispersión.
5. Identificar y eliminar del ruido contaminante de la señal sin dispersión.
6. Re-dispersar la onda limpia.
7. Se vuelve a producir la imagen del *FTAN* para la onda limpia.
8. Se selecciona la cresta de dispersión en función del periodo en la imagen del *FTAN* limpia para obtener una curva de dispersión limpia.

#### **1.2.4 Bloque 4**

Este último bloque de procesamiento consiste en calcular estadísticas de las mediciones aceptables para identificar malas mediciones y rechazarlas. Un factor indicador de calidad es la estabilidad ante perturbaciones y la repetibilidad temporal es un indicador de confianza en la estimación.

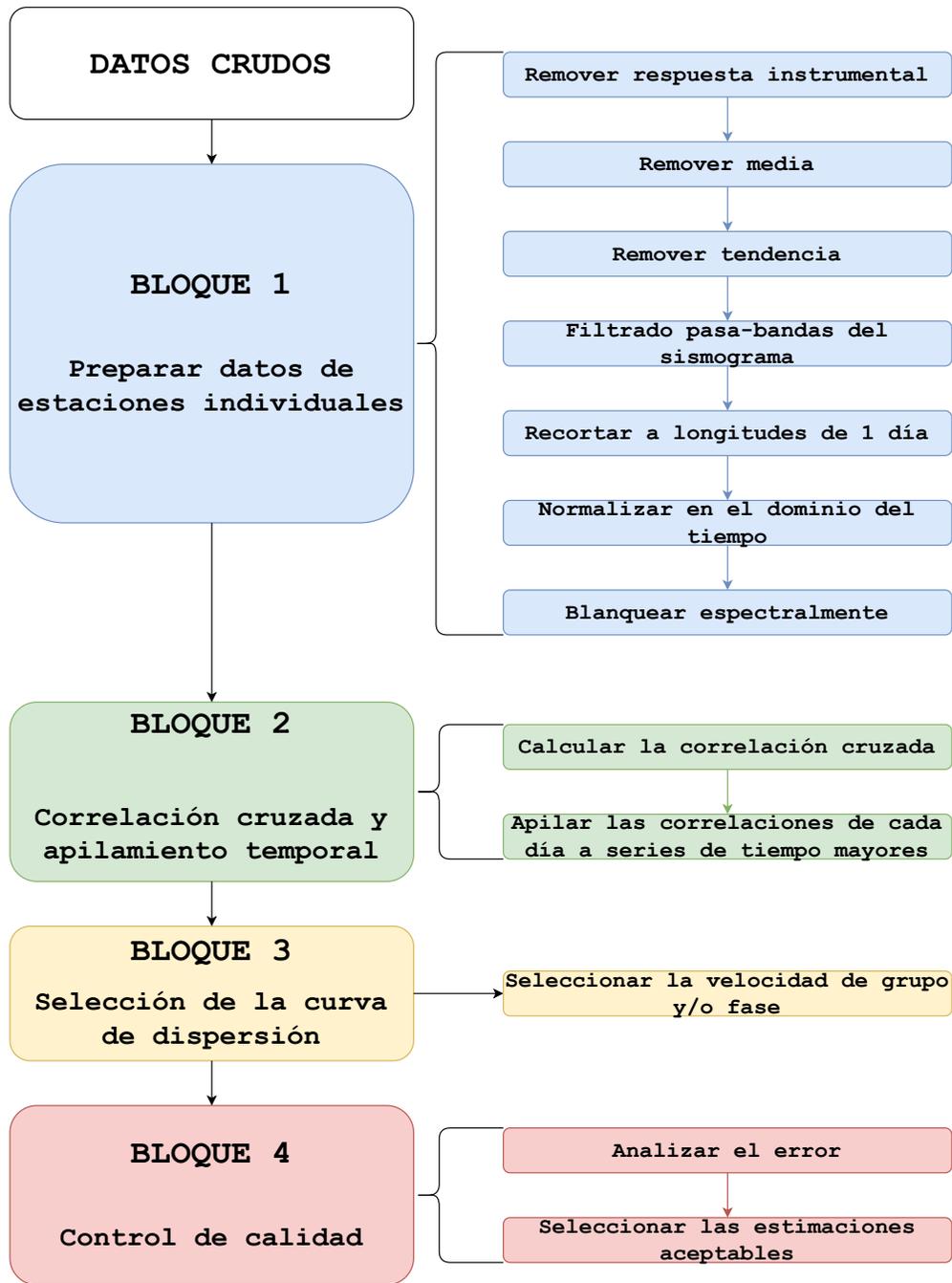


Figura 1.2: Procesamiento de datos de ruido sísmico para obtener curvas de dispersión de ondas superficiales.

# Capítulo 2

## Análisis geoestadístico

Se propone estimar curvas de dispersión haciendo uso de técnicas geoestadísticas. Georges Matheron es considerado el padre de la Geoestadística y la definió como: “la aplicación del formalismo de las funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales” (Matheron, 1962). Entendiéndose que los fenómenos naturales pueden ser estudiados por medio de variables espacialmente distribuidas, o bien llamadas, variables regionalizadas. Un análisis geoestadístico es la serie de etapas para estimar exitosamente una variable regionalizada, el cual consiste de un análisis exploratorio de datos, un análisis estructural y finalmente una estimación con kriging. En este capítulo se describe puntualmente cada etapa, comenzando con la presentación del concepto de variable regionalizada.

### 2.1 Variable regionalizada del caso de estudio

La premisa de la geoestadística es la correlación espacial entre las muestras de una variable aleatoria regionalizada. Una variable aleatoria regionalizada  $Z(x_i)$  es una variable que está distribuida espacialmente, tal que sus muestras están correlacionadas:

$$Z(x_i) = Z(x_1, x_2, x_3) = Z(x, y, z). \quad (2.1)$$

Esta variable aleatoria puede ser cualquier propiedad de interés (e.g., ley de minerales, permeabilidad, porosidad, propiedades hidrogeológicas, concentraciones de contaminantes, etc.). Para el problema de esta tesis, la variable aleatoria desarrollada es la velocidad de grupo  $U_i(T)$  en un periodo  $T$ :

$$Z_U(x_i) = U_i(T), \quad (2.2)$$

donde  $i$  representa el índice asociado a cada periodo.

Una función aleatoria es la relación que existe entre cada punto  $x_i$  del espacio y su correspondiente variable aleatoria  $Z(x_i)$ . La geoestadística permite conocer esta función aleatoria, investigando la distribución de los valores desconocidos de la variable aleatoria en una región del espacio aprovechando su correlación espacial. La Fig. 2.1 muestra cómo las muestras de una variable aleatoria están distribuidas en una región del espacio y cómo su variabilidad depende de los parámetros  $h$  y  $\alpha_i$ , de los cuales se hablará más adelante.

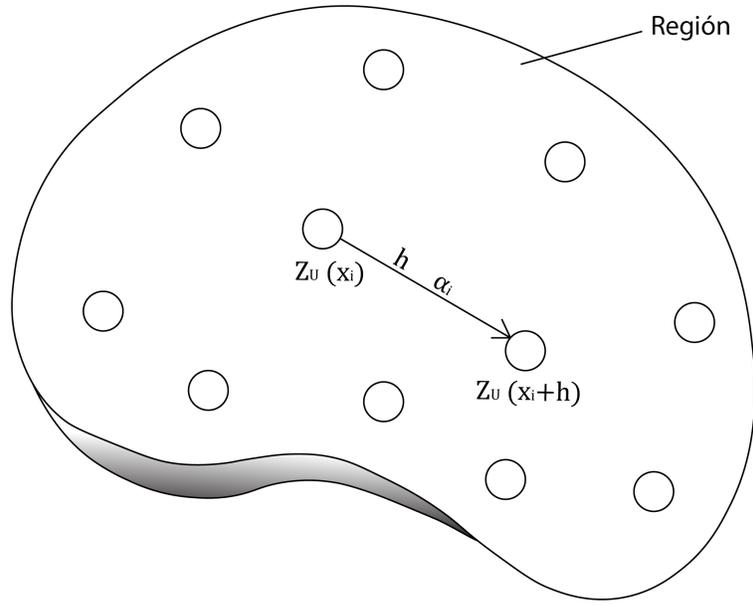


Figura 2.1: Región de estudio de la variable aleatoria. Los círculos son muestras de la variable, cada una cuenta con una posición específica y su variabilidad depende de la separación  $h$  entre muestras y de la dirección de investigación  $\alpha_i$ , ángulo medido con respecto al norte al cual se le asocia un ángulo de tolerancia  $\alpha_{tol}$ .

## 2.2 Hipótesis de la geoestadística

La elección del estimador a utilizar depende de los datos disponibles. Para conocer estos últimos, se presentan las hipótesis bajo las cuales una función aleatoria es considerada estacionaria y los tipos de estacionaridad. Esta sección, así como las ecuaciones de los modelos de ajuste de la sección 2.4.1, están esencialmente basadas en el trabajo de [Viera y González \(2002\)](#).

### 2.2.1 Hipótesis de estacionaridad estricta

La función aleatoria es estrictamente estacionaria si la función de distribución (f.d.) es constante bajo efectos de traslación respecto al vector  $\vec{h}$ .  $\vec{h}$  es un vector de módulo  $h$  y dirección  $\alpha_i$ . Es decir:

$$f.d.\{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)\} = f.d.\{Z(x_1 + h), Z(x_2 + h), \dots, Z(x_n + h)\}. \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Hipótesis de estacionaridad de segundo orden

La función aleatoria es estacionaria de segundo orden si:

- existe el valor esperado  $E$  y no depende de la posición  $x_i$ :

$$E[Z(x_i)] = m, \forall x_i, \quad (2.4)$$

lo cual implica que no esperaríamos cambios en la media con respecto a la dirección.

- la covarianza existe para  $Z(x_i)$  y  $Z(x_i + h)$  y sólo depende de su separación  $h$ :

$$C(x_i, x_i + h) = E[Z(x_i)Z(x_i + h)] - m^2. \quad (2.5)$$

La covarianza es una función que indica el grado de similitud entre dos (o más) valores de la variable aleatoria. Este estadígrafo disminuye al aumentar la separación  $h$  y alcanza su mínimo en el alcance o rango (como se muestra en la Fig. 2.2). Por el contrario, existe otro estadígrafo, conocido como semivariograma, que indica el grado de variación entre las variables aleatorias. Usualmente se espera que las variables aleatorias aumenten su variabilidad con la distancia. En consecuencia, en el rango el semivariograma dará el máximo de esta variación (Fig. 2.2) y se puede interpretar como la distancia de separación hasta la cual existe correlación entre los elementos de la variable aleatoria.

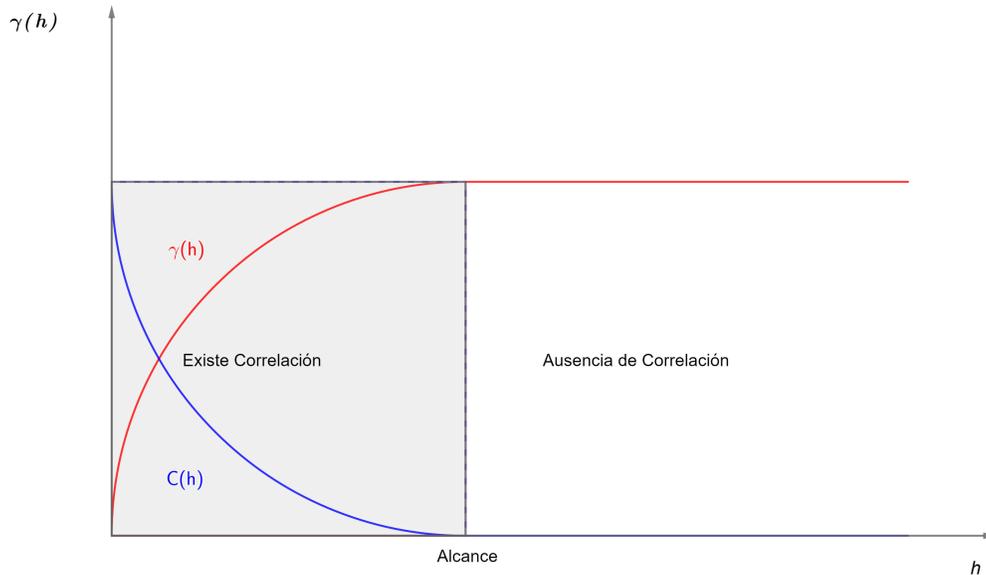


Figura 2.2: Relación entre covarianza (línea azul) y semivariograma (línea roja).

### 2.2.3 Función aleatoria intrínseca

Existen funciones aleatorias cuya variación es tal que la varianza no puede ser definida. Por otro lado, la diferencia entre las muestras de la variable aleatoria tiene una varianza finita. Una función aleatoria intrínseca es aquella que cumple con la hipótesis intrínseca, misma que se define a continuación.

### 2.2.4 Hipótesis intrínseca

Para las diferencias entre las muestras de la variable aleatoria:

- Existe el valor esperado  $E$ :

$$E[Z(x_i + h) - Z(x_i)] = 0. \quad (2.6)$$

- Existe la varianza, y sólo depende de la distancia y dirección de investigación:

$$\text{Var}[Z(x_i + h) - Z(x_i)] = 2\gamma(h). \quad (2.7)$$

La función 2.7 es el variograma (su mitad es el semivariograma).

### 2.2.5 Función aleatoria no estacionaria

Una función aleatoria no estacionaria es aquella cuyo valor esperado depende de la posición de la variable aleatoria:

$$E[Z(x_i)] = m(x_i); \quad (2.8)$$

en este caso, las estimaciones hechas a partir de un semivariograma pueden ser inadecuadas.

## 2.3 Análisis exploratorio de datos

La variable aleatoria  $Z_U(x_i)$ , que en esta tesis es la velocidad de grupo de cada periodo, debe ser sometida a un análisis exploratorio de datos que se repite por periodo. Este procedimiento permite comprender el comportamiento de los datos e identificar su distribución estadística (Cox y Jones, 1981). A su vez, este análisis permitirá tanto identificar valores atípicos, como verificar que las suposiciones requeridas para elegir apropiadamente el estimador geoestadístico que usaremos se cumplan. Nuestro análisis exploratorio de datos consistirá en obtener el valor esperado, la varianza, el coeficiente de simetría y el histograma de las mediciones de velocidad de grupo para cada periodo. El valor esperado o esperanza matemática se define como:

$$m = E[Z_U] \quad (2.9)$$

y se estimará con la media aritmética

$$m^*(T) = \frac{1}{NC} \sum_{i=1}^{NC} Z_U(T)_i, \quad (2.10)$$

donde  $NC$  es el total de valores de velocidad de grupo por periodo, que es igual al número de curvas de dispersión disponibles en la zona de estudio.

La varianza es el momento de segundo orden respecto a la media, expresado de la siguiente forma para una variable aleatoria:

$$\sigma^2 = E[(Z_U - m)^2], \quad (2.11)$$

cuyo estimador es

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{NC - 1} \sum_{i=1}^{NC} (Z_U(T)_i - m^*)^2. \quad (2.12)$$

El coeficiente de simetría de Fisher puede ser expresado como:

$$CA_F = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}, \quad (2.13)$$

donde  $\mu_2$  y  $\mu_3$  son el segundo y tercer momentos centrales, respectivamente.

Para una población con distribución normal, su media y su mediana son iguales, por lo que su coeficiente de simetría es cero. Es complicado que estas condiciones se cumplan a la perfección en la realidad, por lo que consideraremos suficiente que la distribución de los datos sea simétrica. Si lo anterior no ocurre, es probable que se requiera de una transformación para poder realizar el análisis geoestadístico correctamente.

Adicionalmente, se debe realizar una prueba de estacionaridad, misma que consiste en graficar los valores de velocidad de grupo a lo largo de distintas direcciones y, a partir de un suavizado, observar la forma de su media (no se debe confundir con la media aritmética) en estas direcciones. Para que el cálculo del semivariograma sea óptimo, se requiere que esta media sea constante a lo largo de las direcciones evaluadas, pues como se dijo antes, esto es importante para considerar estacionaria a nuestra variable aleatoria.

## 2.4 Análisis estructural

Una vez realizado el análisis exploratorio de los datos, se lleva a cabo el análisis estructural, el cual utiliza la función semivariograma. Esta función mide la correlación espacial en una dirección de investigación. Si no existe correlación entre los datos, las técnicas empleadas en geoestadística no son aplicables. Por el contrario, si existe correlación entre ellos, se ajusta un modelo autorizado al semivariograma, el cual será utilizado en la estimación con kriging.

El semivariograma es una función que relaciona la semivarianza con la separación en distancia entre pares de valores de cualquier variable aleatoria  $Z(x_i)$ . Por lo tanto, permite observar la distancia hasta la cual existe correlación espacial en una variable regionalizada. De manera teórica se define como

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x_i) - Z(x_i + h)], \quad (2.14)$$

donde  $Z(x_i + h)$  es el valor de la variable aleatoria regionalizada en la posición  $x_i + h$ , y  $h$  es el módulo del vector de separación entre los pares de variables aleatorias.

El estimador de semivariograma que se utiliza con mayor frecuencia se define como:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [Z_U(x_i) - Z_U(x_i + h)]^2, \quad (2.15)$$

donde  $h$  es la distancia entre intervalos (*lags*),  $N$  es el número de pares de datos formados dentro de cada intervalo y  $Z_U(x_i)$  es la variable aleatoria definida en la Ec. (2.2). Los intervalos son regiones en las cuales se agrupan posiciones de parejas de datos para reducir el número de combinaciones.

### 2.4.1 Semivariograma omnidireccional

Un semivariograma puede ser calculado, en cualquier dirección de investigación  $\alpha_i$ , con un determinado ángulo de tolerancia  $\alpha_{tol}$ . Entonces, se llamará semivariograma omnidireccional es aquel que utiliza un valor de tolerancia  $\alpha_{tol} = 180^\circ$ , es decir, que investiga en todas las direcciones. La Fig. 2.3, permite ilustrar mejor este concepto. En esta se representan las muestras de una variable regionalizada ( $Z_U(x_i)$  en esta tesis), un centro a partir del cual se estima el semivariograma (Ec. 2.15), un ángulo de tolerancia de  $180^\circ$ , una dirección de investigación en dirección E-O (aunque la dirección de investigación es indistinta para el semivariograma omnidireccional), el espaciamiento entre intervalos  $h$  y los intervalos como tal.

Una vez calculado el semivariograma, se debe ajustar un modelo autorizado, lo cual se describirá más adelante.

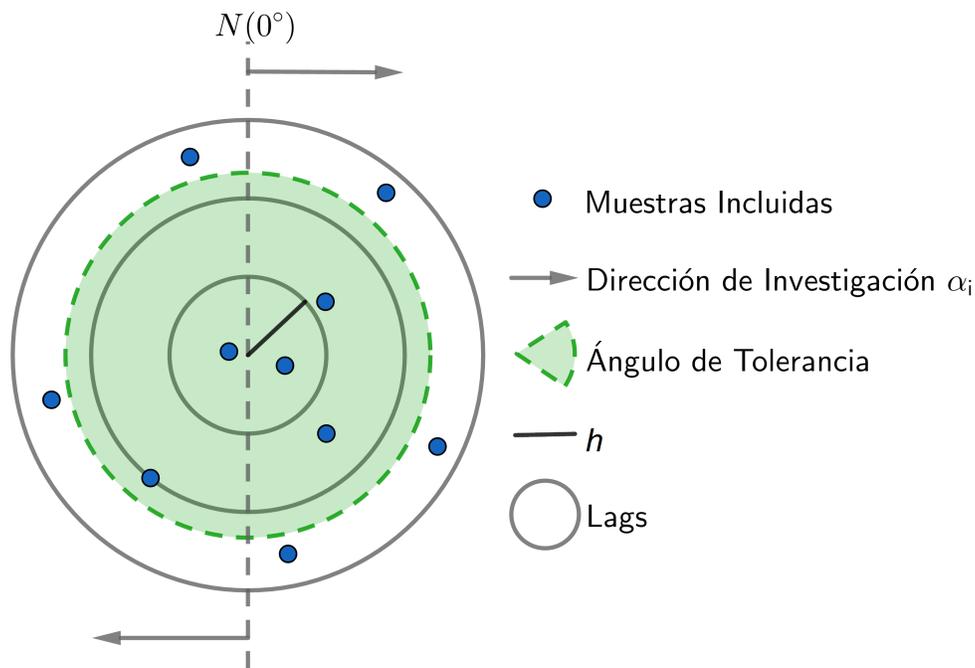


Figura 2.3: Adquisición de un semivariograma omnidireccional.

#### Elementos del semivariograma

Para caracterizar a los semivariogramas debemos distinguir tres elementos principales. Esto ocurre porque, en general, la semivarianza es monótona creciente con la distancia  $h$  (Fig. 2.4) hasta que se acota a un valor de varianza (Díaz-Viera y Canul-Pech, 2014). Teniendo esto en cuenta, los elementos principales del semivariograma son:

1. Rango o alcance: es la distancia a partir de la cual el semivariograma se mantiene constante. Existe correlación entre las muestras de la variable aleatoria que se encuentren a una distancia menor o igual que el rango.

2. *Sill* o meseta: es el valor de semivarianza máximo al que se mantiene constante el semivariograma. De manera teórica, la meseta puede ser aproximada con la varianza estadística de las muestras, cuando la variable aleatoria se encuentra muestreada a una escala óptima (Barnes, 1991).
3. *Nugget* o pepita: es el valor de semivarianza mínima, o bien, el valor de semivarianza a una distancia de 0 m.

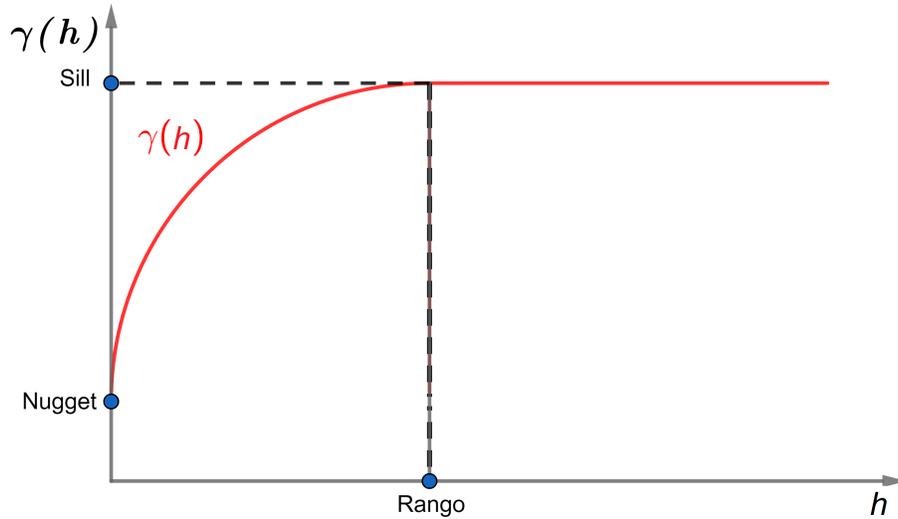


Figura 2.4: Elementos del semivariograma.

### Modelos de ajuste

Los modelos de ajuste son funciones matemáticas que se ajustan a la forma del semivariograma empírico. El modelo que mejor se ajuste al semivariograma será el que se utilizará para la estimación con kriging. Existen los acotados y los no acotados. En los primeros, la varianza alcanza una distancia después de la cual se mantendrá constante. Algunos ejemplos de este tipo son el modelo lineal, el circular, el esférico, el exponencial, el Gaussiano y el de efecto agujero. Por otro lado, los no acotados se utilizan si la semivarianza aumenta indefinidamente o si no se puede ajustar un rango. Ejemplos de este tipo son el modelo de potencia, el de pepita puro y el logarítmico. Estos modelos pueden ser utilizados de forma individual o combinándolos. A continuación se presentan las ecuaciones de los modelos más utilizados, al momento de comparar cuál se ajusta mejor a un semivariograma, con base en los elementos del semivariograma y un ejemplo de cómo se observa cada uno (Fig. 2.5):

- Modelo de efecto pepita puro:

$$\gamma(h) = C \quad \text{si } h > 0 \quad (2.16)$$

Este modelo indica que no existe correlación en la variable aleatoria.

- Modelo lineal con meseta:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1(\frac{h}{a}), & \text{si } h \leq a. \\ C, & \text{si } h > a. \end{cases} \quad (2.17)$$

donde  $C_0$  es el valor de *nugget*,  $C_0 + C_1 = C$  que es el valor de la meseta,  $h$  es la distancia y  $a$  es el alcance.

- Modelo exponencial:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1(1 - e^{-h/r}), \quad (2.18)$$

donde  $r$  es un tercio del alcance efectivo.

- Modelo esférico:

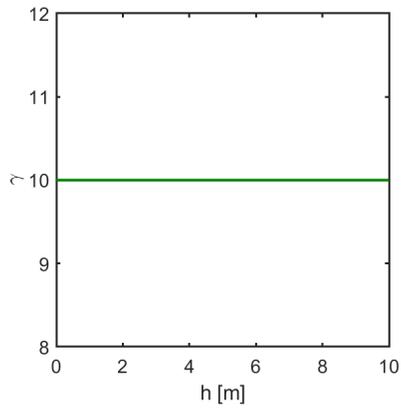
$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1[1.5(\frac{h}{a}) - 0.5(\frac{h}{a})^3] & \text{si } h \leq a. \\ C & \text{si } h > a. \end{cases} \quad (2.19)$$

- Modelo Gaussiano:

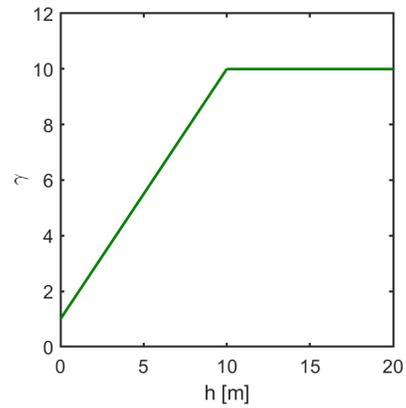
$$\gamma(h) = C_0 + C_1(1 - e^{-(h/r)^2}), \quad (2.20)$$

donde  $\sqrt{3}r$  es el alcance efectivo.

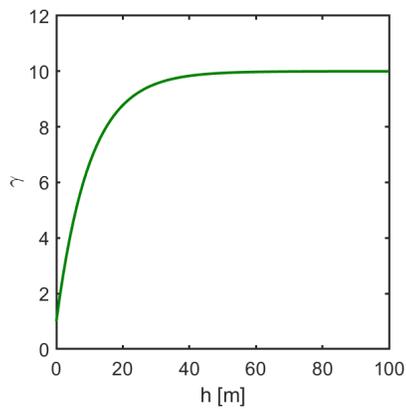
Cabe señalar que las ecuaciones de los modelos lineal con meseta y esférico se igualan al valor de la meseta,  $C$ , cuando  $h$  es mayor que el alcance,  $a$ . Es decir, que se hace una combinación de estos modelos con uno de efecto pepita puro, cuando se alcanza este límite y se pierde la correlación entre las muestras de la variable aleatoria.



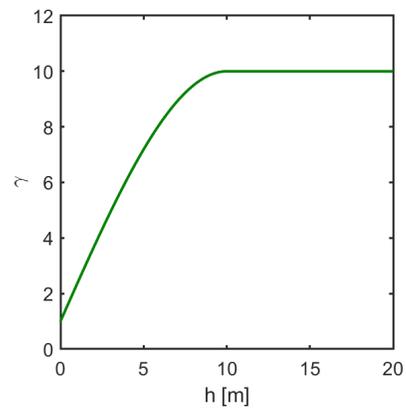
(a) Efecto Pepita Puro



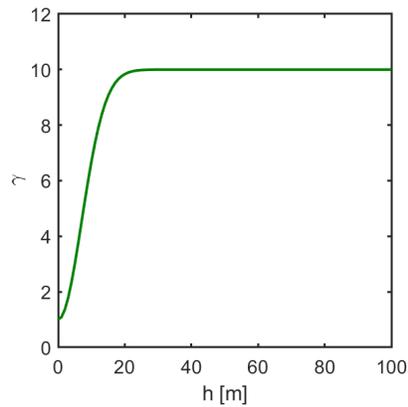
(b) Lineal con Meseta



(c) Exponencial



(d) Esférico



(e) Gaussiano

Figura 2.5: Modelos de ajuste más utilizados. Estos se se calcularon considerando un valor de *nugget*  $C_0 = 1$ , con meseta  $C = 10$  y alcance  $a = 10$  m. (a) Muestra el modelo de efecto pepita con *sill* igual a 10. (c) El modelo exponencial tiene un rango efectivo de 30 m aproximadamente. (e) El modelo gaussiano tiene un rango efectivo de 17.32 m.

## 2.4.2 Semivariograma direccional

Por otra parte, el semivariograma direccional permite investigar en una dirección preferencial. La Fig. 2.6 muestra cómo se investiga un semivariograma en dirección N-S con un ángulo de tolerancia de  $90^\circ$ . Se observa que las muestras que quedan fuera del ángulo de tolerancia no son consideradas por el estimador del semivariograma.

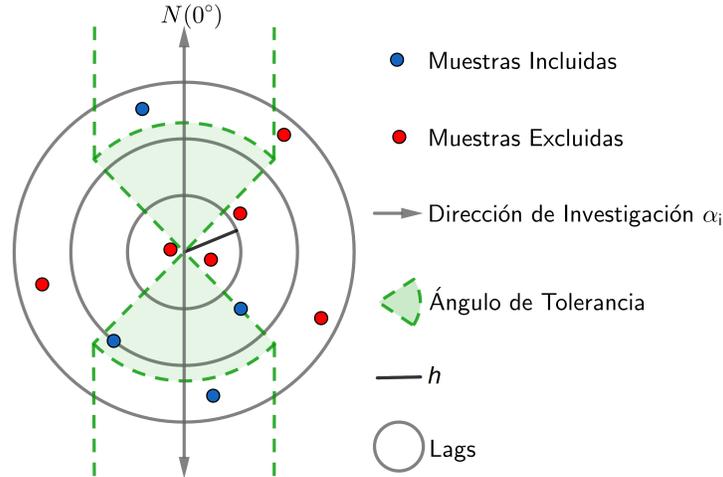


Figura 2.6: Adquisición de semivariograma direccional.

En general, la dirección de investigación y el ángulo de tolerancia pueden variar como:

$$0^\circ \leq \alpha_i < 180^\circ \text{ y } 0^\circ \leq \alpha_{tol} \leq 180^\circ,$$

respectivamente.

Uno puede ser tan específico al calcular un semivariograma direccional según los objetivos de investigación y las escalas a las que se estén trabajando, por ejemplo cada  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ , etc. En el caso de querer estimar semivariogramas direccionales en las direcciones N-S, E-O, NE-SO y SE-NO, los ángulos a considerar se presentan en la Tabla 2.1:

Tabla 2.1: Ángulos de tolerancia para las direcciones principales.

Dirección	$\alpha_i$	$\alpha_{tol}$
N-S	$0^\circ$	$45^\circ$
NE-SO	$45^\circ$	$45^\circ$
E-O	$90^\circ$	$45^\circ$
SE-NO	$135^\circ$	$45^\circ$

Como los ángulos de tolerancia en la Tabla 2.1 suman  $180^\circ$ , se aplica la definición del semivariograma direccional en toda la región de estudio. La Fig. 2.7 presenta cómo es la estimación de los semivariogramas en estas direcciones principales.

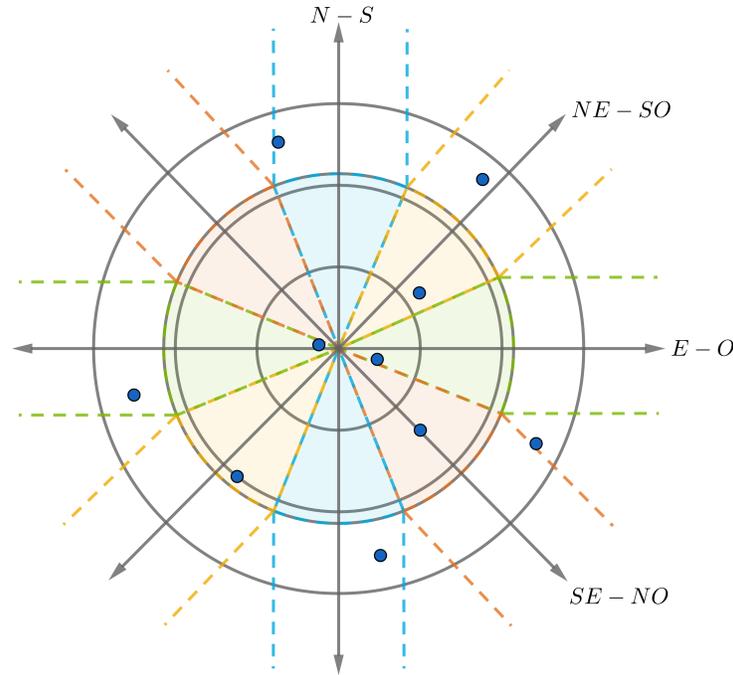


Figura 2.7: Adquisición de semivariogramas direccionales en direcciones principales.

En conclusión, los semivariogramas direccionales permiten observar el comportamiento de la variable aleatoria en distintas direcciones. Igualmente, permiten observar la existencia de anisotropía en términos geoestadísticos. En este contexto, los dos tipos de anisotropía que existen son la zonal y la geométrica.

Para poder identificar la existencia de anisotropía, se deben comparar semivariogramas experimentales en las direcciones principales (mostradas en la Tabla 2.1 y en la Fig. 2.7). La anisotropía zonal se presenta como una diferencia en las mesetas de los semivariogramas en distintas direcciones. Lo cual se interpreta como una mayor variabilidad del semivariograma en la dirección cuya meseta es mayor. La Fig. 2.8(a), muestra los semivariogramas  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ , calculados en direcciones diferentes, usando modelos esféricos. Se observa que ambos comparten el mismo rango,  $a$ , el mismo efecto pepita,  $C_0$ , pero la meseta de  $\gamma_1$  es mayor que la de  $\gamma_2$ . Esto indica que  $\gamma_1$  tiene una mayor variabilidad en la dirección que fue adquirido que  $\gamma_2$ .

Por otra parte, la anisotropía geométrica se presenta como una diferencia entre los alcances de los semivariogramas en distintas direcciones. La Fig. 2.8(b), muestra los semivariogramas  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ , calculados en distintas direcciones. Se observa que ambos comparten el mismo efecto pepita,  $C_0$ , el mismo valor de meseta,  $C$ , pero  $\gamma_2$  tiene un mayor rango que  $\gamma_1$ . [Journel y Huijbregts \(1978\)](#), mostraron un caso de estudio de una cuenca ferrífera en Lorraine (Francia), en el cual se calcularon semivariogramas direccionales, utilizando %Fe como variable aleatoria y se observó una anisotropía geométrica. El rango del semivariograma en dirección N-S fue de  $\sim 700$  m, mientras que en la dirección E-O fue de  $\sim 200$  m. La geología sedimentaria de Lorraine mostró que se depositaron sedimentos ricos en hierro en el mar entre las líneas de

corriente del río. Estos depósitos tienen dimensiones de 200 m en dirección E-O y 700 m en dirección N-S. Con lo cual, concluyeron que la anisotropía geométrica observada corresponde con la alternancia entre unidades sedimentarias del caso de estudio. De este ejemplo se puede notar que una anisotropía entre semivariogramas puede tener una implicación geológica.

Las pruebas realizadas por Aguilar-Velázquez *et al.* (en-rev) con los semivariogramas direccionales permitieron inferir la forma de la región de la cuenca de la CDMX que analizaron (Fig. 2.9). Ellos realizaron pruebas sintéticas para analizar la sensibilidad del semivariograma ante la geometría de la cuenca. Para esto, diseñaron tres tipos de cuenca con geometría esférica, elíptica y de cuña. Para cada tipo de geometría, se calcularon curvas de dispersión de  $U$  sintéticas a partir de modelos 1D localizados en cada punto de las Figs 2.9(a), (d) y (g). Con estas curvas se calcularon semivariogramas en las direcciones N, N30°E, N60°E y E, mismos que permitieron cuantificar la similitud entre estas curvas con respecto a la dirección. Se repitió este mismo experimento diseñando las cuencas con una profundidad de 250 m y luego con una profundidad de 500 m. Los semivariogramas resultantes de una cuenca esférica, de radio igual a 500 m, son esencialmente iguales en cualquier dirección. Por otra parte, la cuenca elíptica se construyó con una longitud de 4000 m en dirección este y un ancho de 1000 m en dirección norte y una profundidad de 500 m, para la cual observaron el rango mínimo en la dirección norte y el rango máximo en dirección este (lo cual coincide con la geometría de la cuenca). La cuenca con forma de cuña fue diseñada en dirección E-O, representando depósitos sedimentarios que descansan sobre un semi-espacio de roca sólida, resultando en un semivariograma con variación nula en la dirección norte pero con variación considerable en las direcciones restantes. El aumento de la profundidad de la cuenca produce un aumento en el sill, mas no afecta el rango de los semivariogramas.

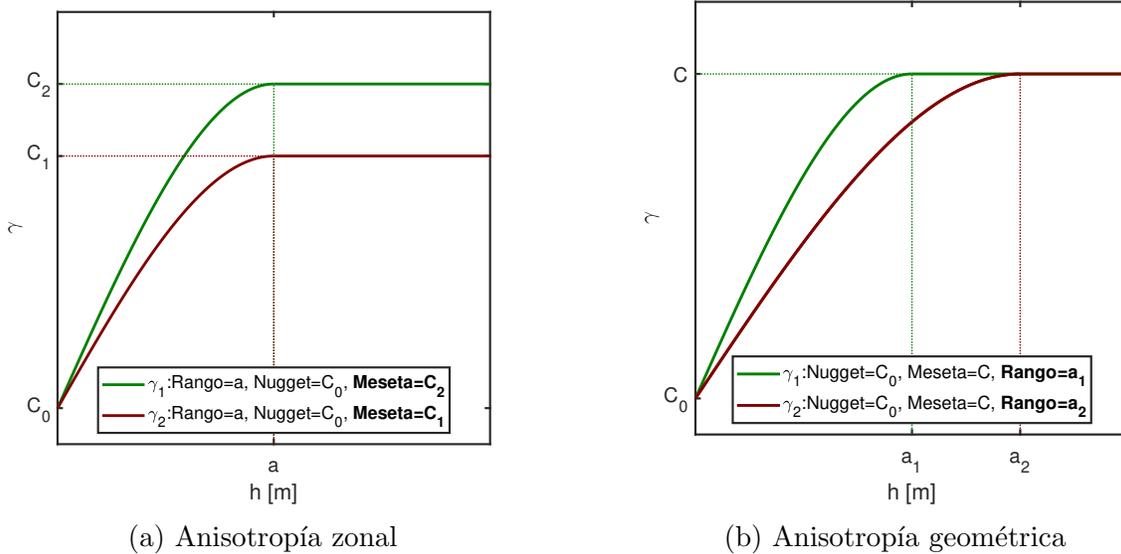


Figura 2.8: Tipos de anisotropía. (a) Anisotropía zonal, en la cual los semivariogramas direccionales comparten el mismo rango,  $a$ , el mismo *nugget*,  $C_0$ , pero tienen distintas mesetas,  $C_1$  y  $C_2$ . (b) Anisotropía geométrica, en la cual los semivariogramas direccionales comparten el mismo *nugget*,  $C_0$ , la misma meseta,  $C$ , pero tienen distintos rangos,  $a_1$  y  $a_2$ .

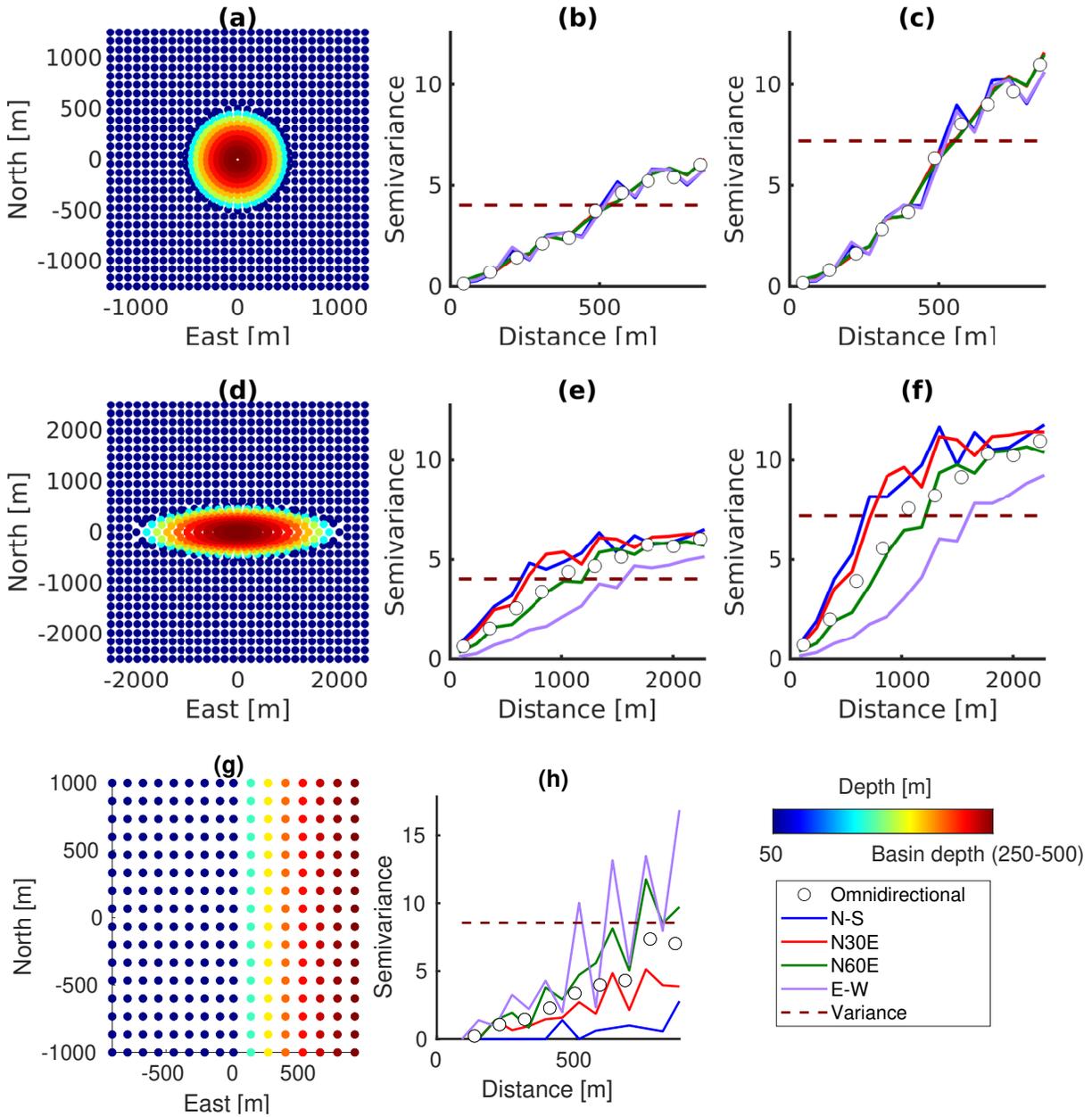


Figura 2.9: Pruebas sintéticas. (a), (d), y (g) son las cuencas sedimentarias sintéticas. (b), y (e) son los semivariogramas direccionales de las cuencas (a) y (d), respectivamente, con una profundidad de 250 m. (c), (f), y (h) son los semivariogramas direccionales de las cuencas (a), (d), y (g), respectivamente, con una profundidad de 500 m. Tomada de [Aguilar-Velázquez et al.](#) (en-rev).

### 2.4.3 Validación cruzada

Una vez que se ha identificado el modelo de ajuste del semivariograma ideal se debe validar el mismo. El método que se va utilizar es conocido como *leave one out* (deja uno fuera), mismo que consiste en quitar un elemento de la muestra y estimarlo utilizando kriging con el modelo de ajuste elegido y los datos de la muestra restantes. Este procedimiento se realiza para todos los elementos de la muestra. Con esta prueba es posible conocer el error de la estimación:

$$\epsilon_i = Z_U(x_i) - Z_{U_{estimado}}(x_i), \quad (2.21)$$

donde  $Z_U(x_i)$  es cada valor de velocidad de grupo (o la variable aleatoria con la que se esté trabajando) que se deja fuera y  $Z_{U_{estimado}}(x_i)$  su estimación. Estas diferencias también son llamadas residuales. Un error cercano a cero indica que las estimaciones son cercanas a la realidad y que el modelo ajustado es adecuado. En consecuencia, se espera un valor de la media aritmética de los residuales ( $\epsilon_i$ ) cercana a cero. De igual manera, se puede visualizar el histograma de  $\epsilon_i$ , esperando una distribución normal. Si se cumplen esas dos características, se puede decir que el modelo de semivariograma elegido es adecuado y se puede pasar a la estimación espacial.

## 2.5 Estimación espacial (kriging ordinario)

Kriging es un método para realizar estimaciones locales conocido en inglés por ser “BLUE” (*the Best Linear Unbiased Estimator*, el mejor estimador lineal insesgado), de cualquier variable aleatoria que se investigue. El método fue desarrollado por Georges Matheron en 1960, basado en el trabajo realizado por Daniel G. Krige (de ahí que, en su honor, el método lleve el nombre de kriging). Como se discutió antes, para poder aplicar kriging a un conjunto de datos, estos necesitan ser sometidos previamente a un análisis exploratorio para identificar si requieren de una transformación. Posteriormente, se debe realizar un análisis estructural para encontrar el modelo de semivariograma que mejor ajuste para poder, finalmente, llevar a cabo la estimación.

Existen distintos operadores de kriging. De acuerdo con [Viera y González \(2002\)](#), los más comunes son: por bloques, ordinario, puntual y el simple. Kriging por bloques estima valores de un bloque a partir de los valores de una muestra continua. Kriging ordinario asume que la media local no es necesariamente cercana a la media poblacional. Kriging puntual estima el valor de un punto de los valores de una muestra cercana. Kriging simple asume que las medias locales son relativamente constantes e iguales a la media de la población.

Se utilizará kriging ordinario para estimar curvas de dispersión, en localizaciones donde no estén estimadas, ya que el valor real de la media de la velocidad de grupo a diferentes periodos es desconocido sobre todo el dominio. Aquí es importante aclarar que nosotros podemos estimar la media de la velocidad de grupo en cada periodo con el estadígrafo del valor esperado (Ec. 2.10). Sin embargo, eso no deja de ser una estimación. En consecuencia, no hay forma de que sepamos su valor real.

El estimador kriging ordinario considera pesos ponderadores asociados a cada posición de la muestra de la variable aleatoria regionalizada. Siendo el estimador  $Z_k$  definido como

$$Z_U(x_k) = Z_k = \sum_{i=1}^{NP} \lambda_i Z_U(x_i), \quad (2.22)$$

donde  $Z_k$  es el valor de velocidad de grupo en la posición  $x_k$  donde se desconoce,  $NP$  es el número de muestras dentro del alcance y  $\lambda_i$  son los pesos ponderadores.

La selección de los pesos ponderadores requiere asegurar la mejor estimación (es decir, aquella con una mínima desviación estándar) e insesgadez. Para ello, se resuelve el sistema de ecuaciones del kriging (*S.E.K*):

$$S.E.K = \begin{cases} \sum_{i=1}^{NP} \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_j, x_k) & j = 1, \dots, NP; \\ \sum_{i=1}^{NP} \lambda_i = 1, \end{cases} \quad (2.23)$$

donde  $\gamma$  es el modelo de semivariograma ajustado,  $\mu$  es el multiplicador de Lagrange, y  $x_i$  y  $x_j$  son distintas posiciones del área de estimación. Esta notación del *S.E.K* es posible al suponer estacionaridad, lo cual permite expresar el sistema de ecuaciones en términos de la semivarianza en lugar de la covarianza. Además, permite hacer más intuitiva la relación que guardan el semivariograma y el kriging.

Una vez calculados los pesos ponderadores, se pueden estimar las velocidades de grupo con la Ec. (2.22), así como su desviación estándar con la siguiente ecuación:

$$\sigma_k(x_k) = \sqrt{\sum_{i=1}^{NP} \lambda_i \gamma(x_j, x_k) + \mu}. \quad (2.24)$$

## Capítulo 3

# Mapeo de la velocidad de grupo con kriging: caso de estudio en la CDMX

Una vez conocidas las herramientas matemáticas que sustentarán el trabajo presentado en esta tesis, se presenta una aplicación de la misma a datos obtenidos dentro de la zona de lago de la Ciudad de México, misma que se encuentra en el sur de la Cuenca de México.

De acuerdo con [González Torres \*et al.\* \(2015\)](#), la Cuenca de México es una depresión profunda originada por la actividad volcánica y tectónica de la región, cuyo relleno está conformado por derrames de lava, materiales epiclásticos y depósitos piroclásticos en su parte inferior, y depósitos lacustres en la parte superior. El sismo de 1985 afectó severamente a la Ciudad de México, despertando el interés por conocer la estructura geológica de la ciudad, por lo cual Petróleos Mexicanos (PEMEX) perforó cuatro pozos profundos: Pozo Copilco-1, Pozo Tulyehualco-1, Pozo Mixhuca-1 y Pozo Roma-1. Previamente, ya se había perforado el Pozo Texcoco-1 (Proyecto Texcoco, 1966-1969), el cual alcanzó una profundidad de 2065 m. Recientemente, el Sistema de Aguas perforó, al oriente de la Ciudad de México, el Pozo de San Lorenzo Tezonco. Estos pozos varían en un rango de profundidades entre los 2008 m y 3200 m, y tienen la información del fechamiento geocronológico de las unidades perforadas. El pozo Tulyehualco-1 es el más cercano a nuestra zona de estudio, por lo que este tiene información geológica importante. En los primeros 250 m de la columna estratigráfica de ese pozo existe una alternancia de depósitos lacustres, tobas y una capa de lavas de composición de máficas a félsicas.

En la Ciudad de México existe una zonificación geotécnica ([Gobierno del Distrito Federal, 2004](#)), que divide a la ciudad en tres zonas: I) zona de lomas, II) zona de transición y III) zona de lago (esta última se muestra en la Fig. 3.3). Estas zonas tienen las siguientes características:

- A) La zona I está formada por rocas y suelos rígidos que fueron generalmente depositados fuera del área lacustre.
- B) La zona II, o zona de transición, está formada por depósitos de profundidades de no mayores de 20 m. Abundan capas de arena y arcilla intercaladas con capas de arcilla lacustre. El espesor de las capas de arcilla varía entre unas cuantas decenas de centímetros y metros.

- C) La zona III, o zona lago, está compuesta de depósitos de estratos de arcilla altamente compresible separada por capas de arena con contenido variable de limos y arcilla. Los depósitos lacustres están usualmente cubiertos por suelos aluviales, materiales secos y materiales de relleno artificial, su espesor puede exceder los 50 m.

Resulta de gran importancia estudiar la zona de lago, ya que ahí se produce una mayor amplificación de ondas sísmicas, causante de estragos cuando ocurre un terremoto. De acuerdo con [Angulo \(2007\)](#), en el Valle de México se manifiestan los efectos de amplificación dinámica en depósitos lacustres. Dicha amplificación está controlada por el contraste de impedancias elásticas, el amortiguamiento del suelo, las características del campo incidente y la geometría del valle.

### 3.1 Datos

El conjunto de datos utilizados consiste de 107 curvas de dispersión (ver Fig. 3.2) de velocidad de grupo de onda Rayleigh ( $U$ ), obtenidas con las estaciones de los arreglos temporales A07 y A08, mismas que se marcan en la Fig. 3.1.

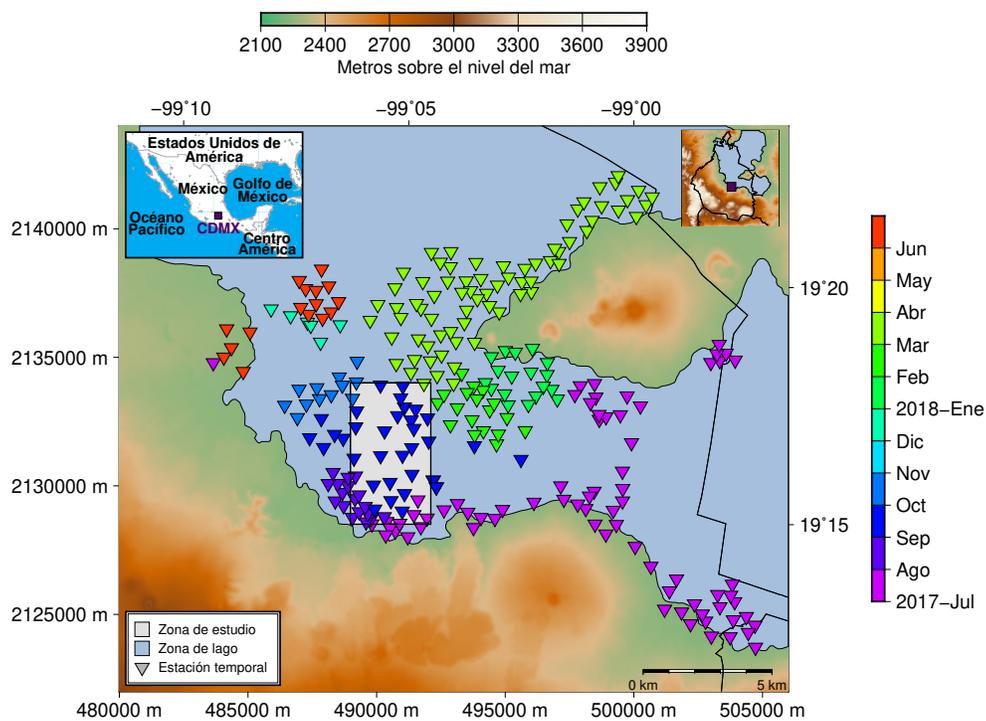


Figura 3.1: Distribución temporal de la estaciones instaladas. Modificada de [Aguilar-Velázquez et al. \(en-rev\)](#).

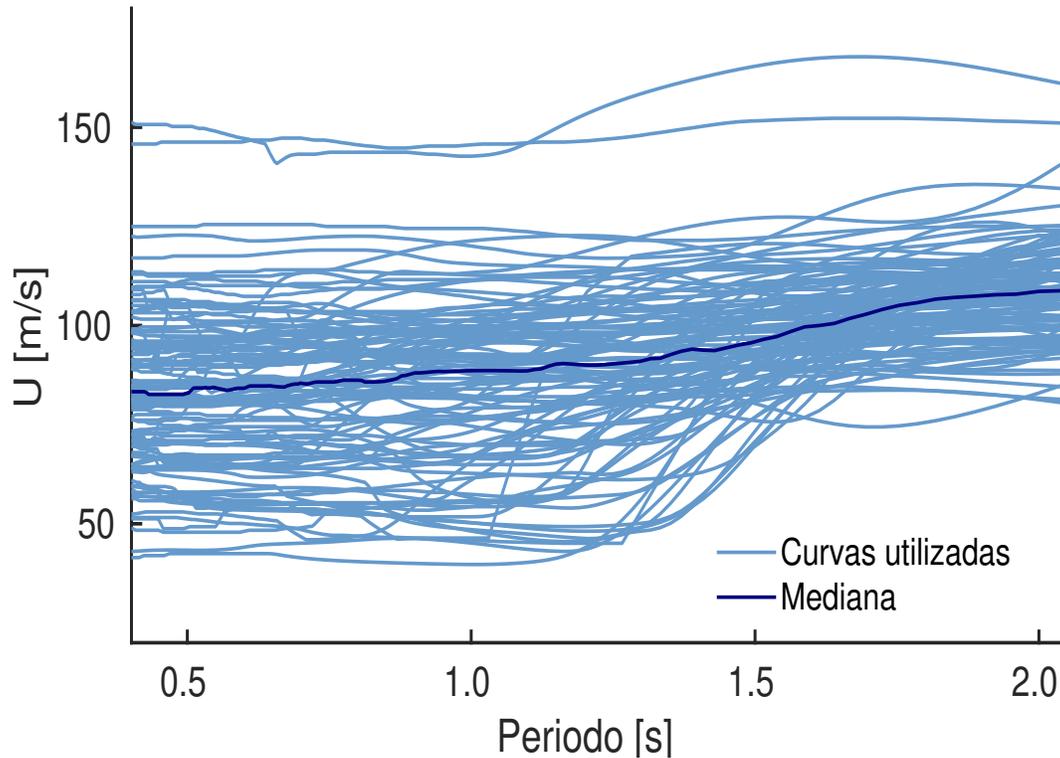


Figura 3.2: Curvas de dispersión de velocidad de grupo de onda Rayleigh ( $U$ ).

Las curvas de dispersión fueron calculadas por el equipo de trabajo de la UIS del Instituto de Ingeniería de la UNAM, a partir de la correlación cruzada de ruido sísmico entre pares de estaciones. El procedimiento que siguieron para obtener el paquete de curvas de dispersión fue el siguiente:

1. Aplicar filtro pasa altas con una frecuencia de corte de 0.03 Hz.
2. Corregir por tendencia, línea base y respuesta instrumenta.
3. Separar las trazas en ventanas de 60 s.
4. Eliminar las ventanas que no cumplan con la relación  $STA/LTA$  (promedio de ventana corta/promedio de ventana larga) máxima establecida en 2.5 con el propósito de rechazar señales de microsismos y señales transitorias, y una relación  $STA/LTA$  mínima de 0.2, para evitar amplitudes muy pequeñas. El tamaño de la ventana corta  $STA$  fue de 1.3 s, y la ventana larga  $LTA$  fue de 30 s.
5. Normalizar en el dominio espectral aplicando blanqueamiento espectral.
6. Calcular la función de Green empírica entre cada par de estaciones promediando la correlación cruzada entre las ventanas en común de cada par de estaciones. Se calcularon todas las componentes del tensor de Green  $G_{ij}$  (con  $i, j = 1$  y  $3$ ).
7. Realizar el análisis  $FTAN$  para cada componente del tensor de Green de cada par de estaciones, aplicando la técnica de filtro múltiple (Dziewonski *et al.*, 1969; Levshin *et al.*, 1989).

8. Seleccionar las curvas de dispersión de los diagramas del *FTAN*.

La Fig. 3.3 muestra la distribución de las estaciones (triángulos negros), así como de las curvas de dispersión seleccionadas (puntos azules). Los puntos de atribución de estas últimas se determinaron como el punto central entre las estaciones que fueron utilizadas para el cálculo de la correlación cruzada. En la misma imagen se presentan, con líneas discontinuas, los límites de los periodos naturales de la zona (1.5 s en azul, 2 s en verde, y 3 s en rojo) como referencia. Las estrellas corresponden con puntos a lo largo de un perfil con dirección NO-SE donde estimamos curvas de dispersión con kriging. El diamante morado representa un punto de prueba que coincide con la localización de una función de receptor (FR). Las circunferencias corresponden con el rango de 400 m de los modelos ajustados a los semivariogramas omnidireccionales de  $Z_U(x_i)$ . La decisión de ajustar con un modelo de semivariograma con rango de 400 m se tomó con base en el análisis exploratorio de la sección 3.2 y en los resultados obtenidos por Aguilar-Velázquez *et al.* (en-rev), quienes describen el método *stacking* (apilado) para estimar curvas de dispersión utilizando la variable aleatoria  $Z_s(x_i)$ , la cual cuantifica la similitud entre curvas de dispersión. Aplicaron una transformación logarítmica a la variable aleatoria y entonces calcularon el semivariograma omnidireccional de  $\log[Z_s(x_i)]$ . En este semivariograma se identificó un rango de 400 m, por lo cual se consideró pertinente utilizar un modelo con el mismo valor de rango en esta tesis, ya que es la distancia hasta la cual las curvas de dispersión son similares. A su vez, este valor es cercano al promedio de los rangos obtenidos en cada periodo, mismos que se muestran en la Tabla 3.1 y en la Fig. 3.5(a).

Estimamos con kriging ordinario para obtener curvas de dispersión. Esto se realizó estimando  $Z_k(x_k)$  de la Ec. (2.22) para la variable regionalizada  $Z_U(x_i)$  definida en la Ec. (2.2), a cada periodo muestreado  $T$ . El procedimiento anterior es análogo a una tomografía de velocidad de grupo, ya que se estiman mapas de velocidad de grupo a diferentes periodos (correspondientes a distintas profundidades), solo que ahora lo hacemos directamente con las curvas de dispersión. Una vez obtenido un mapa de velocidad en cada periodo muestreado, se puede construir una curva de dispersión en la posición  $x_k$  tomando el valor de velocidad de grupo  $U$  de cada mapa en la misma posición.

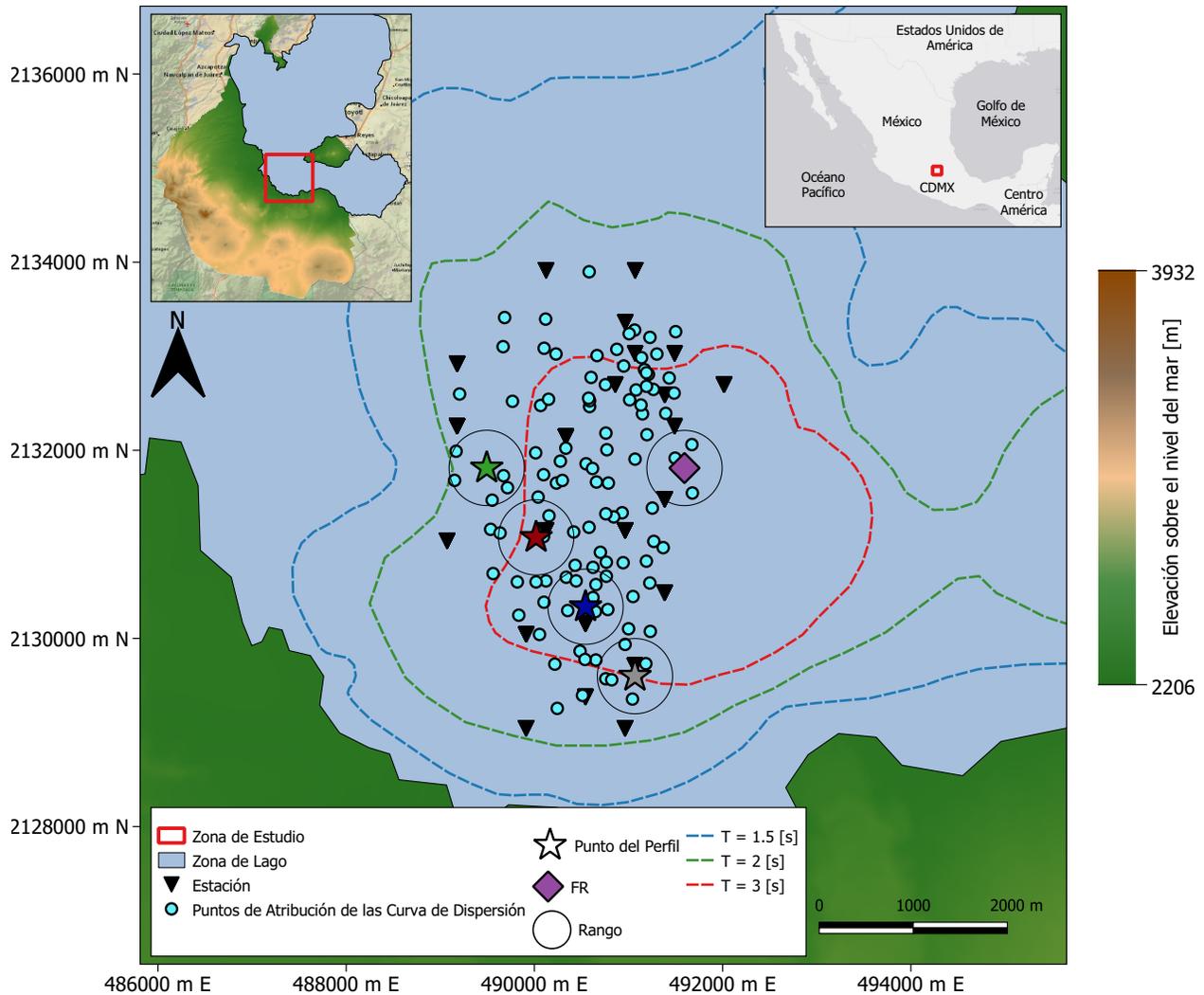


Figura 3.3: Distribución espacial de las estaciones (triángulos negros) utilizadas para calcular la correlación cruzada y los puntos de atribución de las curvas de dispersión obtenidas (puntos azules).

## 3.2 Análisis exploratorio y estructural

Como los periodos cortos corresponden con las profundidades someras y los periodos largos con profundidades mayores, se llevó a cabo un análisis geoestadístico para los periodos  $T = 0.5$  s,  $T = 1.0$  s,  $T = 1.5$  s y  $T = 2.0$  s, esto con la finalidad de observar los comportamientos de la velocidad de grupo a distintas profundidades.

La Fig. 3.4(a) muestra el histograma de las velocidades de grupo para el periodo  $T = 0.5$  s, o bien, de  $Z_U = U(0.5)_i$ . El coeficiente de simetría de esta población fue de 0.39, lo cual consideramos que es suficientemente pequeño para no aplicar una transformación a los datos. En el histograma se pueden observar dos valores de velocidad de grupo ligeramente mayores, los cuales pueden ser los causantes de este valor de coeficiente de simetría. Figs 3.4(b) y

(c) muestran las pruebas de estacionaridad en las direcciones Este y Norte, respectivamente. Para las pruebas de estacionaridad utilizamos un suavizamiento *LOWESS* (*Locally Weighted Scatterplot Smoothing*), al cual se le llamará media (distinto a la media aritmética que es un valor constante). Este suavizado crea una línea de un diagrama de dispersión de la velocidad de grupo en una dirección para identificar relaciones entre las variables y tendencias. Se observa que la media (línea sólida) se mantiene cuasi-constante a lo largo de la dirección Este. Por otra parte, se observa cierta tendencia en dirección Norte, pero se considera que esta no es suficientemente significativa para afectar las estimaciones.

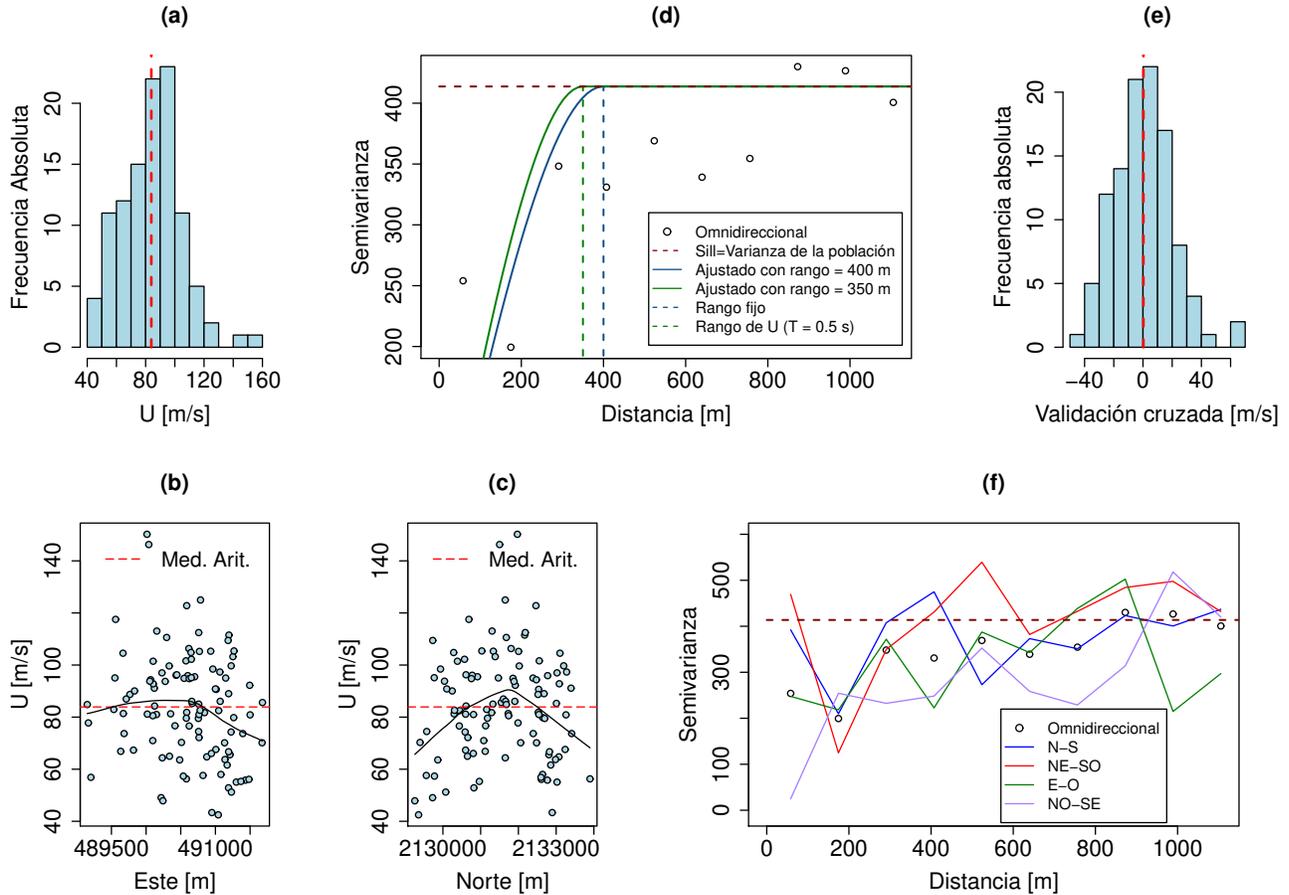


Figura 3.4: (a) Histograma de la velocidad de grupo  $U(T = 0.5 \text{ s})$ ; con coeficiente de simetría igual a 0.39. La línea discontinua roja representa la media aritmética. (b) y (c) Pruebas de estacionaridad en las direcciones Este y Norte, respectivamente. Las líneas sólidas son cuasi-constantes con una ligera desviación en la dirección Norte. (d) Semivariograma omnidireccional para  $U(T = 0.5 \text{ s})$  y sus modelos esféricos ajustados con un rango ideal de 350 m (verde) y otro igual a 400 m (azul); en ambos casos, la meseta es igual a la varianza de  $U(T = 0.5 \text{ s})$  (413.74), y *nugget* igual a 10. (e) Histograma de los residuales obtenidos de la validación cruzada del modelo de semivariograma con rango igual a 400 m mostrado en (d), se obtuvo una distribución simétrica con una media cercana a cero. (f) Semivariogramas direccionales de  $U(T = 0.5 \text{ s})$ ; el rango máximo se encuentra en dirección NE-SO ( $\sim 500 \text{ m}$ ) y el mínimo, en dirección E-O ( $\sim 300 \text{ m}$ ).

La Fig. 3.4(d) representa el semivariograma omnidireccional para el periodo  $T = 0.5$  s. El modelo de ajuste elegido es de tipo esférico. Para seleccionarlo se condujo una prueba de sensibilidad para definir los parámetros correctos a lo largo de todos los periodos y así poder realizar las estimaciones con kriging de manera óptima. Existe una función del lenguaje R que permite encontrar el valor óptimo del rango considerando un *nugget* fijo o uno variable. La Fig. 3.5(b) muestra los valores de *nugget* fijo (verde) y *nugget* variable (rojo), la Fig 3.5(a) muestra sus respectivos valores de rango. Se observa que los valores de *nugget* son inestables para periodos cortos ( $T < 1.4$  s, regiones someras), incluso decaen abruptamente a cero en los periodos largos. En consecuencia, se propuso un valor de *nugget* fijo igual a 10 para ser consistente a lo largo de todos los periodos, ya que en la realidad los valores de *nugget* igual a cero no existen para variables regionalizadas, ya que siempre existe una variabilidad inicial dado el muestreo. El valor de la meseta fue definido como la varianza de la velocidad de grupo en cada periodo. La Fig. 3.5(c) muestra las variaciones de la meseta contra el periodo; su valor disminuye al aumentar el periodo, lo cual es de esperarse ya que el medio se percibe más homogéneo.

También, en la Fig. 3.4(d) se muestra un semivariograma ajustado con un rango de 350 m (verde) y otro con un rango de 400 m (azul). El primero es calculado considerando que es el que mejor se ajusta al semivariograma omnidireccional para el periodo de  $T = 0.5$  s. Por otro lado, el modelo ajustado con un rango de 400 m será utilizado para las estimaciones ya que este es un valor cercano al promedio del rango ideal de este y los demás periodos explorados (Aguilar-Velázquez *et al.*, en-rev). Se realizaron pruebas, y se observó que utilizar modelos con rangos distintos a lo largo de los periodos puede producir discontinuidades o escalonamientos de la estimación, por lo tanto se recomienda definir un rango constante debido a la variabilidad entre alcances para valores de *nugget* fijo y variable mostrada en la Fig. 3.5. Sin embargo, en el caso de la inexistencia de cambios abruptos, un rango dependiente del periodo debe ser probado. La Fig 3.4(e) muestra el histograma de los residuales de la prueba de validación cruzada cuya media es de 0.29, valor cercano a cero, lo cual indica que el modelo ajustado es viable. Finalmente, la Fig. 3.4(f) presenta los semivariogramas de  $Z_U = U(0.5)_i$  en las direcciones N-S, NE-SO, E-O y NO-SE. El mayor rango se encuentra en la dirección NE-SO, de aproximadamente 500 m, mientras que el menor se encuentra en dirección E-O cercano a los 300 m.

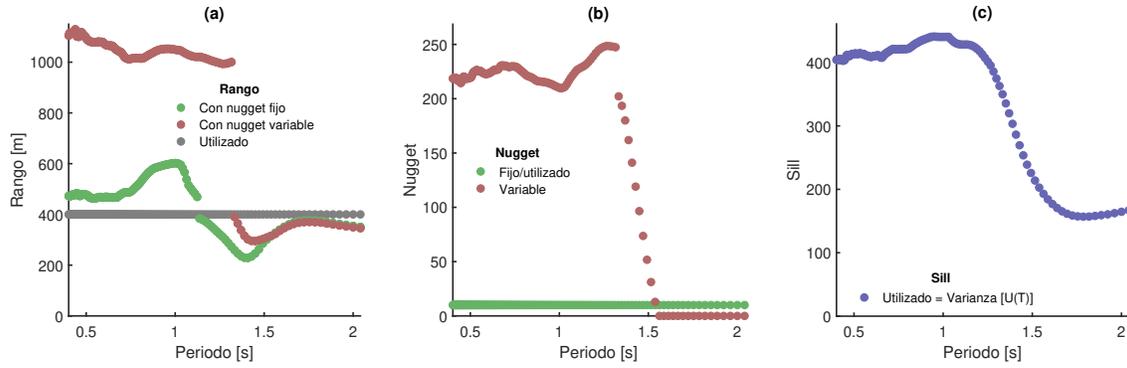


Figura 3.5: (a) Valores de rango ideales, para un modelo con valor de *nugget* variable (rojo), para un modelo con valor de *nugget* fijo de 10 (verde), y el valor de rango propuesto de 400 m para el modelo ajustado (gris). (b) Valores de *nugget* ideales para cada periodo (rojo) y el valor de *nugget* fijo propuesto de 10 (verde). (c) Cálculo de la meseta, propuesta como la varianza de las medidas de velocidad de grupo en cada periodo. Modificada de [Aguilar-Velázquez et al. \(en-rev\)](#).

La Fig. 3.6(a) muestra el histograma de las velocidades de grupo en  $T = 1.0$  s. El coeficiente de simetría es igual a 0.01, el cual es un valor conveniente. Las Figs 3.6(b) y (c) muestran las pruebas de estacionaridad, la media presenta una ligera concavidad en ambas direcciones. La Fig. 3.6(d) representa el semivariograma omnidireccional calculado para este periodo. El modelo de ajuste ideal tendría un rango de 430 m (verde), mientras que el utilizado es de 400 m (azul). Para ser consistentes con el modelo ajustado en todos los periodos, el *nugget* tiene un valor de 10, alcance de 400 m y meseta igual a la varianza de la velocidad de grupo para  $T = 1.0$  s. La Fig. 3.6(e) presenta el histograma de la validación cruzada del modelo ajustado, cuya media es 0.18, indicando ser un buen modelo. La Fig. 3.6(f) los semivariogramas direccionales para  $T = 1.0$  s. El mayor rango se encuentra en la dirección NE-SO, de aproximadamente 550 m, mientras que el menor se encuentra en dirección E-O cercano a los 300 m.

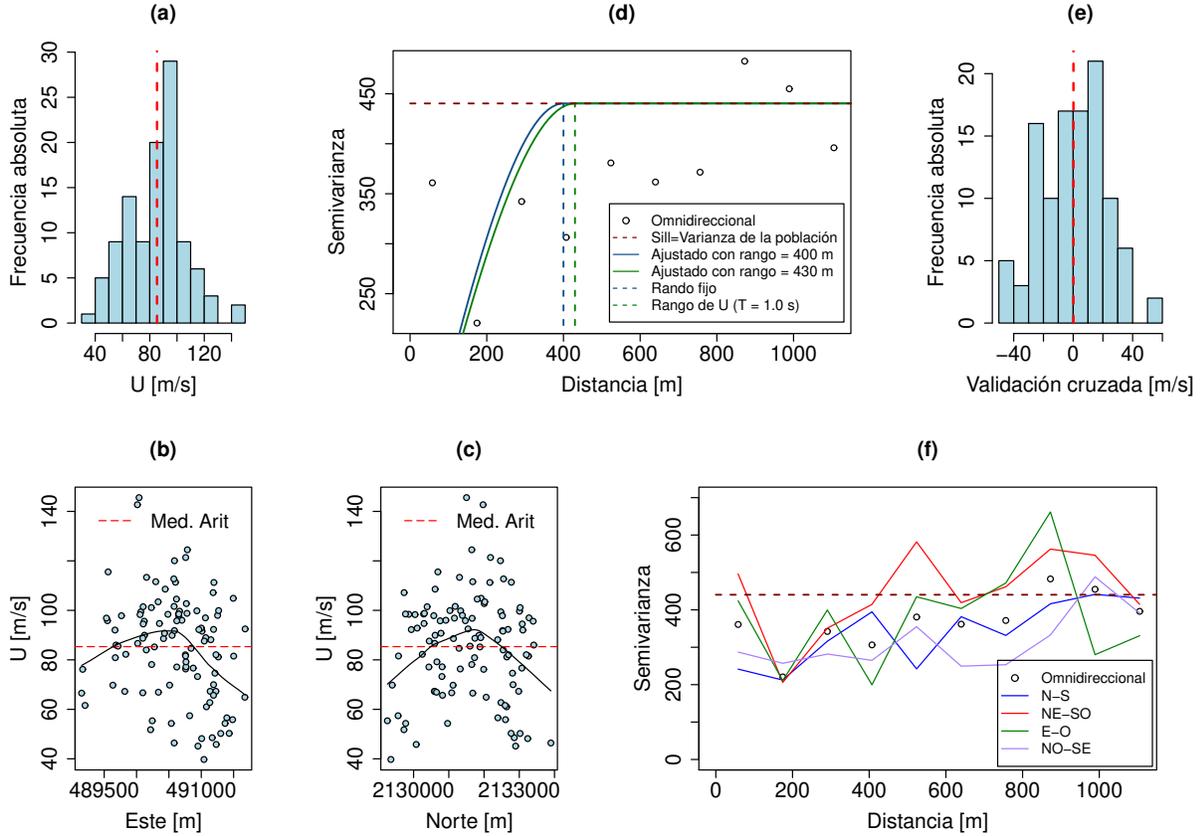


Figura 3.6: (a) Histograma de la velocidad de grupo  $U(T = 1.0 \text{ s})$ ; con coeficiente de simetría igual a 0.01. (b) y (c) Pruebas de estacionaridad en las direcciones Este y Norte, respectivamente. La media (línea negra) presenta una ligera desviación en ambas direcciones. (d) Semivariograma omnidireccional para  $U(T = 1.0 \text{ s})$  y sus modelos esféricos ajustados con un rango ideal de 430 m (verde) y otro igual a 400 m (azul); en ambos casos, la meseta es igual a la varianza de  $U(T = 1.0 \text{ s})$  (440.33), y *nugget* igual a 10. (e) Histograma de los residuales obtenidos de la validación cruzada del modelo de semivariograma con rango igual a 400 m mostrado en (d), se obtuvo una distribución simétrica con una media cercana a cero. (f) Semivariogramas direccionales de  $U(T = 1.0 \text{ s})$ .

La Fig. 3.7(a) muestra el histograma de las velocidades de grupo en  $T = 1.5 \text{ s}$ . El coeficiente de simetría es igual a 1.48, este se puede considerar alto comparado con los otros periodos, pero para ser consistentes con todos los periodos no se hizo una transformación. Las Figs 3.7(b) y (c) muestran las pruebas de estacionaridad, la media se mantiene cuasi-constante en ambas direcciones. La Fig. 3.7(d) representa el semivariograma omnidireccional calculado para este periodo. El modelo de ajuste ideal tendría un rango de 500 m (verde), mientras que el utilizado es de 400 m (azul). Nuevamente, para tener consistencia con el modelo ajustado en todos los periodos, el *nugget* tiene un valor de 10, el alcance de 400 m y la meseta igual al de la varianza de la velocidad de grupo para  $T = 1.5 \text{ s}$ . La Fig. 3.7(e) presenta el histograma de la validación cruzada del modelo ajustado, cuya media es 0.37, indicando ser un buen modelo. La Fig. 3.7(f) los semivariogramas direccionales para  $T = 1.5$

s. El mayor rango se encuentra en la dirección NE-SO, de aproximadamente 550 m, mientras que el menor se encuentra en dirección E-O cercano a los 300 m.

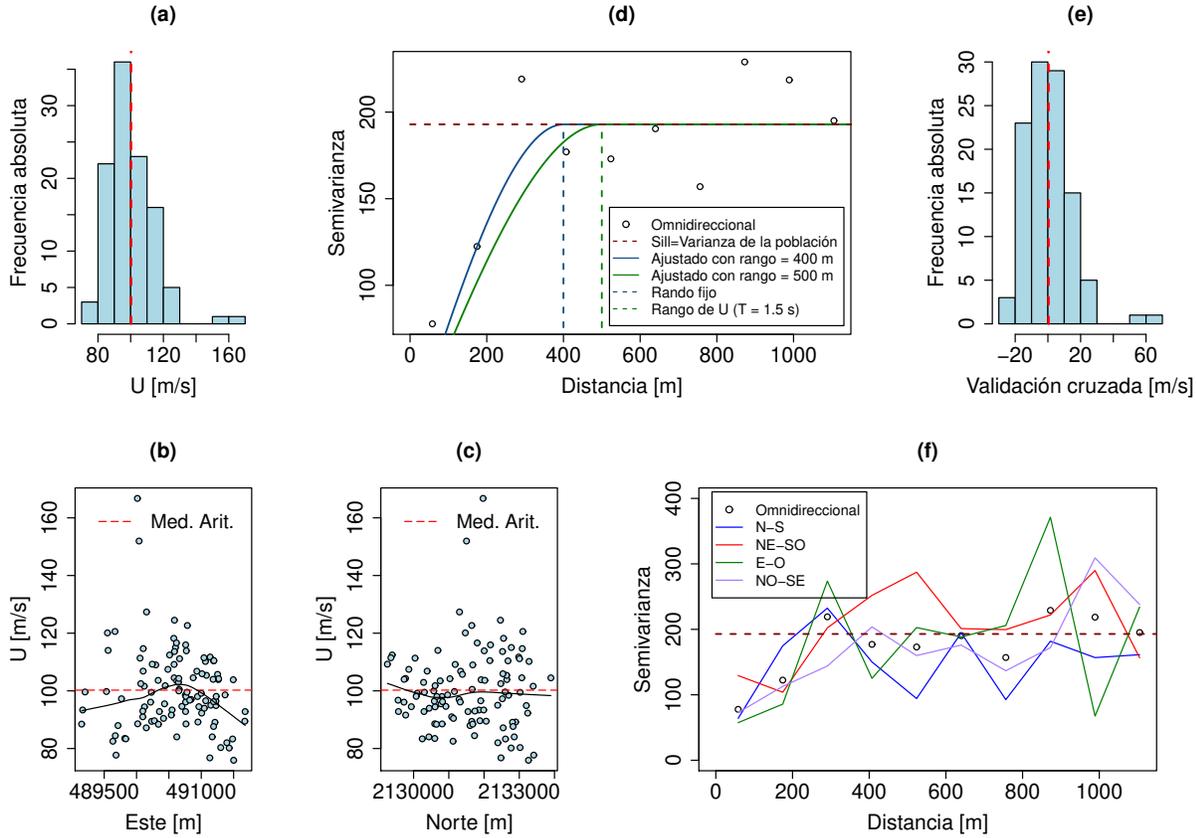


Figura 3.7: (a) Histograma de la velocidad de grupo  $U(T = 1.5 \text{ s})$ ; con coeficiente de simetría de 1.48. (b) y (c) Pruebas de estacionaridad en las direcciones Este y Norte, respectivamente; la media (línea negra) es constante en ambas direcciones. (d) Semivariograma omnidireccional para  $U(T = 1.5 \text{ s})$  y sus modelos esféricos ajustados con un rango ideal de 500 m (verde) y otro igual a 400 m (azul); en ambos, la meseta es igual a la varianza de  $U(T = 1.5 \text{ s})$  (192.93), y *nugget* igual a 10. (e) Histograma de los residuales obtenidos de la validación cruzada del modelo ajustado con rango igual a 400 m mostrado en (d); se obtuvo una distribución simétrica y media cercana a cero. (f) Semivariogramas direccionales de  $U(T = 1.5 \text{ s})$ .

Finalmente, la Fig. 3.8(a) muestra el histograma de las velocidades de grupo en  $T = 2.0 \text{ s}$ . El coeficiente de simetría es igual a 0.85. Las Figs 3.8(b) y (c) muestran las pruebas de estacionaridad, la media (línea negra) se mantiene cuasi-constante en ambas direcciones. La Fig. 3.8(d) representa el semivariograma omnidireccional calculado para este periodo. El modelo de ajuste ideal tendría un rango de 500 m (verde), mientras que el utilizado es de 400 m (azul). Para ser consistentes con el modelo ajustado en todos los periodos el *nugget* tiene un valor de 10, alcance de 400 m y meseta igual a la varianza de la velocidad de grupo para  $T = 2.0 \text{ s}$ . La Fig. 3.8(e) presenta el histograma de la validación cruzada del modelo ajustado, cuya media es 0.29, indicando ser un buen modelo. La Fig. 3.8(f) muestra los

semivariogramas direccionales para  $T = 2.0$  s. El mayor rango se encuentra en la dirección NE-SO, de aproximadamente 550 m, mientras que el menor se encuentra en dirección E-O cercano a los 300 m.

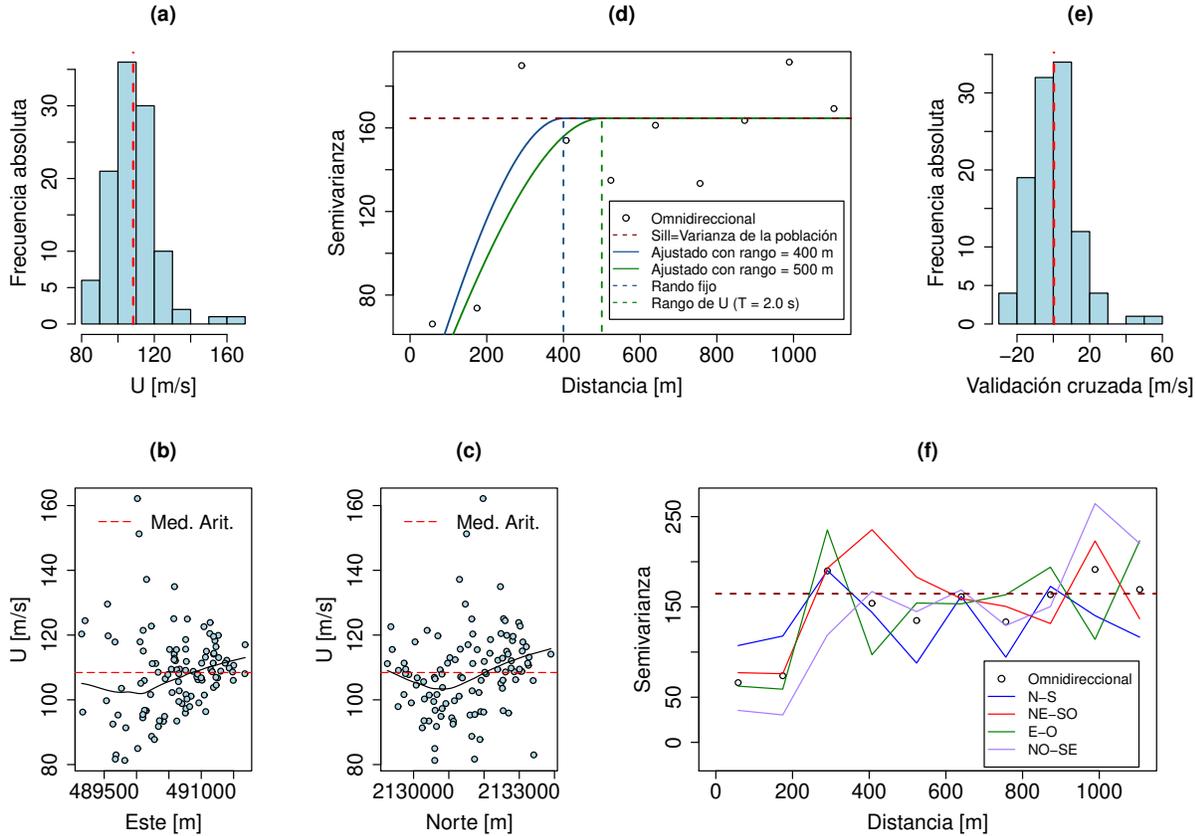


Figura 3.8: (a) Histograma de la velocidad de grupo  $U(T = 2.0$  s); con coeficiente de simetría igual a 0.85. (b) y (c) Pruebas de estacionaridad en las direcciones Este y Norte, respectivamente. La media (línea negra) es constante en ambas direcciones. (d) Semivariograma omnidireccional para  $U(T = 2.0$  s) y sus modelos esféricos ajustados con un rango ideal de 500 m (verde) y otro igual a 400 m (azul); en ambos casos, la meseta es igual a la varianza de  $U(T = 2.0$  s) (164.61), y *nugget* igual a 10. (e) Histograma de los residuales obtenidos de la validación cruzada del modelo de semivariograma con rango igual a 400 m mostrado en (d), se obtuvo una distribución simétrica con una media cercana a cero. (f) Semivariogramas direccionales de  $U(T = 2.0$  s).

La Tabla 3.1 permite resumir el análisis exploratorio de datos y el análisis estructural de la velocidad de grupo,  $U$ , de los cuatro periodos estudiados. Esta muestra los parámetros estadísticos más importantes calculados en cada análisis, estos son el rango del semivariograma, la media de  $U$ , su coeficiente de simetría, la media de los residuales de la validación cruzada (VC) y sus respectivos coeficientes de simetría.

Tabla 3.1: Estadígrafos obtenidos del análisis exploratorio de datos y del análisis estructural. VC se refiere a los residuales obtenidos de la validación cruzada.

Periodo [s]	Rango [m]	Media de $U$ [m/s]	Coficiente de simetría de $U$	Media de VC [m/s]	Coficiente de simetría de VC
0.5	350	83.9023	0.3924	0.2954	0.4711
1.0	430	85.3329	0.0085	0.1812035	0.0370
1.5	500	100.2423	1.4769	0.3676	1.3263
2.0	500	108.4304	0.8547	0.2974	1.0391

### 3.3 Estimación espacial

Concluido el análisis exploratorio de datos y el análisis estructural para los distintos periodos presentados, se cuenta con el modelo de ajuste del semivariograma para cada uno de ellos. El siguiente paso es definir una cuadrícula regular, cuya extensión se define por las coordenadas mínima y máxima en las direcciones Norte y Este de los puntos de atribución de las curvas de dispersión disponibles. Utilizaremos esta cuadrícula para estimar la velocidad de grupo en cada punto con kriging ordinario. La distancia entre los puntos de la cuadrícula es igual a la distancia mínima entre curvas de dispersión ( $\sim 27$  m), y es la misma en las direcciones Norte y Este. Se usa la misma cuadrícula para todos los periodos.

Como kriging requiere de un número mínimo de muestras  $NP$  dentro del rango para poder estimar en cierta posición, sólo es posible realizar estimaciones en zonas donde se cumple con el valor de  $NP$  definido. El número mínimo de muestras disponibles es proporcional a la exactitud de la estimación y depende, principalmente, de la densidad de datos disponible. Definimos un  $NP$  mínimo de 3 para poder estimar sobre un área amplia al mismo tiempo que se hacen robustas las estimaciones.

La Fig. 3.9(a) muestra el mapa de velocidad de grupo estimada con kriging para el periodo  $T = 0.5$  s (zona somera), la Fig. 3.9(b) para el periodo  $T = 1.0$  s (zona intermedia-somera), la Fig. 3.9(c) para el periodo  $T = 1.5$  s (zona intermedia-profunda) y la Fig. 3.9(d) para el periodo  $T = 2.0$  s (zona profunda). Por otra parte, las Figs 3.9(e) a (f) muestran la desviación estándar de las estimaciones (de acuerdo con la Ec. (2.24)) de las Figs 3.9(a) a (d), respectivamente. Se puede corroborar que la desviación estándar incrementa al alejarse de los puntos de atribución de las curvas de dispersión disponibles, es decir, la correlación estadística disminuye. Por otro lado, al comparar los resultados obtenidos para los cuatro periodos se puede identificar que la velocidad de grupo  $U$  incrementa con el periodo (o con la profundidad) y que la variabilidad es mayor en las zonas someras, al ser una región con cambios más importantes en la estructura de velocidades. Al analizar la desviación estándar, esta disminuye al aumentar la profundidad, lo cual concuerda con el cálculo de la meseta (ver Fig. 3.5c). Existe una región de alta velocidad ( $\sim 140$ - $162$  m/s) al centro de los mapas, formada por el par de curvas de dispersión de mayores velocidades observadas en los histogramas del análisis exploratorio de datos. Finalmente, las estrellas representan las posiciones donde se adquieren curvas de dispersión a lo largo de un perfil NO-SE, a partir de

los mapas de velocidad de grupo generados con kriging, y otra cercana a una estación donde existe una FR disponible.

Para estimar una curva de dispersión completa en una posición  $x_k$ , se toma el valor de la velocidad de grupo de dicha posición de cada uno de los mapas calculados sobre todos los periodos. Con esto, se consigue tener una estimación de velocidad para cada periodo en la posición de interés. Este procedimiento fue repetido para las ubicaciones representadas con estrellas y diamante en las Figs 3.3 y 3.9. Las curvas de dispersión obtenidas fueron invertidas para obtener modelos de velocidades de onda S que puedan ser comparados con lo reportado en la literatura.

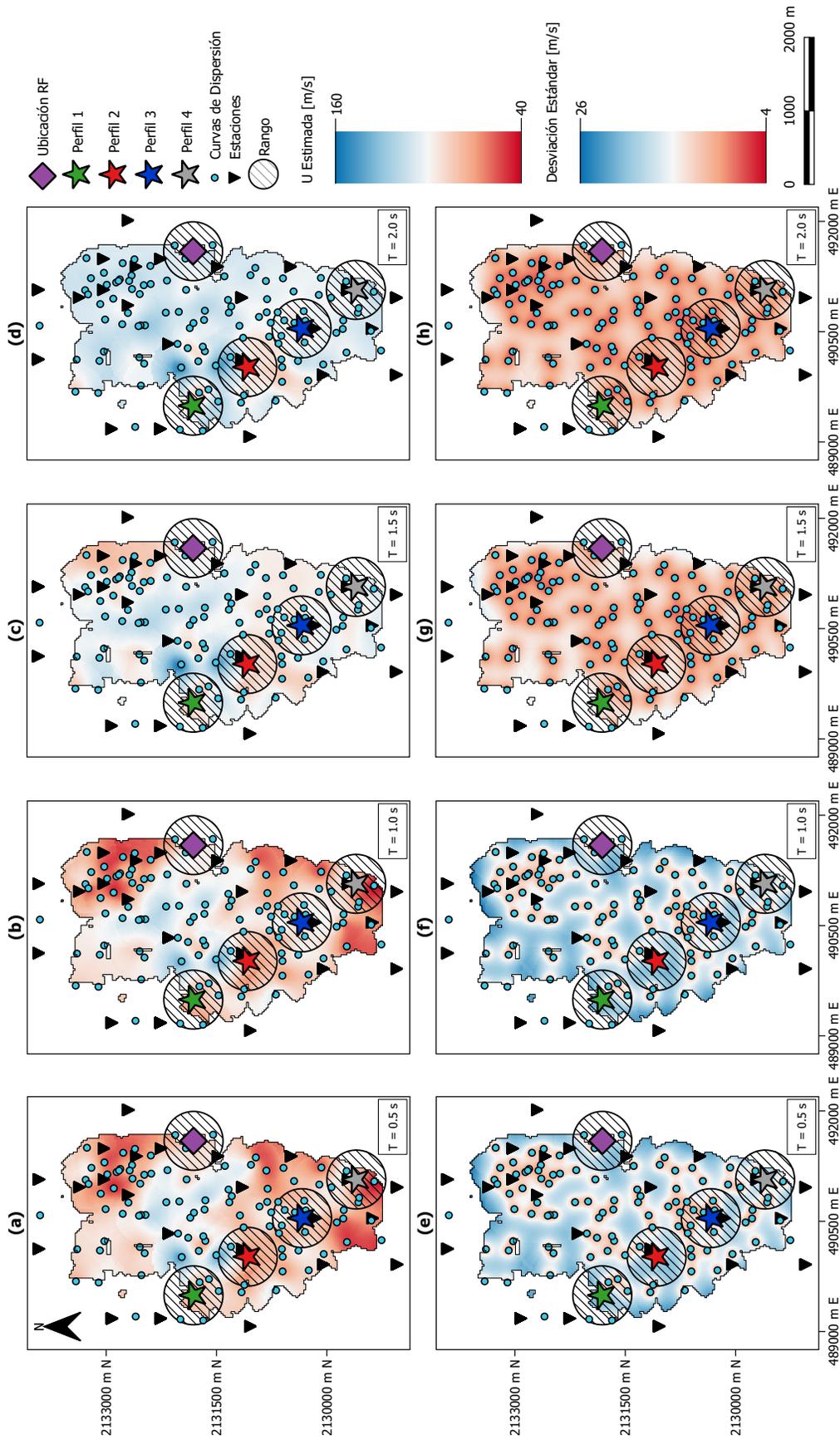


Figura 3.9: (a) a (d) Mapas de velocidad de grupo estimados con kriging ordinario para  $T = 0.5 \text{ s}$ ,  $T = 1.0 \text{ s}$ ,  $T = 1.5 \text{ s}$  y  $T = 2.0 \text{ s}$ . (e) a (h) Desviaciones estándar para el perfil NO-SE, el diamante morado representa la posición donde se estimaron curvas de dispersión a lo largo de un perfil NO-SE, las estrellas morado representan los puntos donde se estimaron curvas de dispersión a lo largo de un perfil NO-SE, el diamante morado representa la posición donde se cuenta con una estación FR, las circunferencias representan los rangos (400 m), los triángulos negros representan las estaciones, y los puntos azules son los puntos de atribución de las curvas de dispersión disponibles.

# Capítulo 4

## Validación de los resultados

Con el objetivo de validar las curvas de dispersión estimadas realizamos la inversión de estas para poder obtener modelos de velocidades y poder compararlos con los modelos obtenidos por otros autores. Una inversión puede ser vista como la traducción de datos geofísicos a un modelo físico del subsuelo (Hjelt, 2006). Las técnicas de inversión se utilizan para recuperar un modelo que puede producir un efecto físico similar al que da lugar a los datos físicos observados. Como geofísicos nos enfrentamos al problema de la no unicidad, es decir, que pueden existir múltiples modelos que producen la misma respuesta o los mismos datos que han sido medidos. Para atacar este problema, algunos investigadores han trabajado en inversiones conjuntas, la combinación de distintos algoritmos de inversión y técnicas geofísicas, para obtener un mejor modelo del subsuelo.

En nuestro caso de estudio contamos con las cuatro curvas de dispersión estimadas a lo largo del perfil NO-SE (marcadas con estrellas en las Figs 3.3 y 3.9) y nos interesa realizar su inversión para poder interpretar correctamente, esto ya que es necesaria la conversión de periodo a profundidad y de velocidad de grupo a velocidad de onda de corte. Para esto, utilizamos la técnica desarrollada por Julià *et al.* (2000), la cual consiste en invertir funciones de receptor de telesismos y curvas de dispersión de manera conjunta. Es importante aclarar que también es capaz de invertir sólo curvas de dispersión, como lo haremos en esta tesis, o sólo funciones de receptor. Su algoritmo utiliza un esquema de mínimos cuadrados amortiguados con restricciones para velocidades en capas adyacentes. La combinación de esta información le permite al código producir modelos con escasos contrastes de velocidad abruptos y mejores resultados que la inversión de cada tipo de datos por separado.

### 4.1 Inversión

La Fig. 4.1(a) muestra la curva de dispersión estimada (morado) en la posición donde se cuenta con una función de receptor (FR). Utilizaremos esta curva solo para presentar los valores de desviación estándar (barras azules) de la estimación con kriging. Por otro lado, la Fig. 4.1(b) muestra con líneas las curvas de dispersión estimadas con kriging que corresponden con las estrellas de las Figs 3.3 y 3.9 (se usa el mismo código de colores que en estas figuras). Como se mencionó anteriormente, se realizó una inversión aplicando la técnica desarrollada

por Julià *et al.* (2000), considerando un semi-espacio con una velocidad de onda de corte de 100 m/s como modelo inicial, y utilizando sólo las curvas de dispersión (ya que en estas ubicaciones no contamos con funciones de receptor). Las Figs 4.1(c) a (f) muestran el resultado de estas inversiones (se conserva el mismo código de colores que las Figs 3.3 y 3.9). También, se grafican sus curvas de dispersión sintéticas en la Fig. 4.1(b) (puntos). Estos resultados coinciden con los primeros ~50 m del modelo de la zona de lago reportado por Shapiro *et al.* (2001).

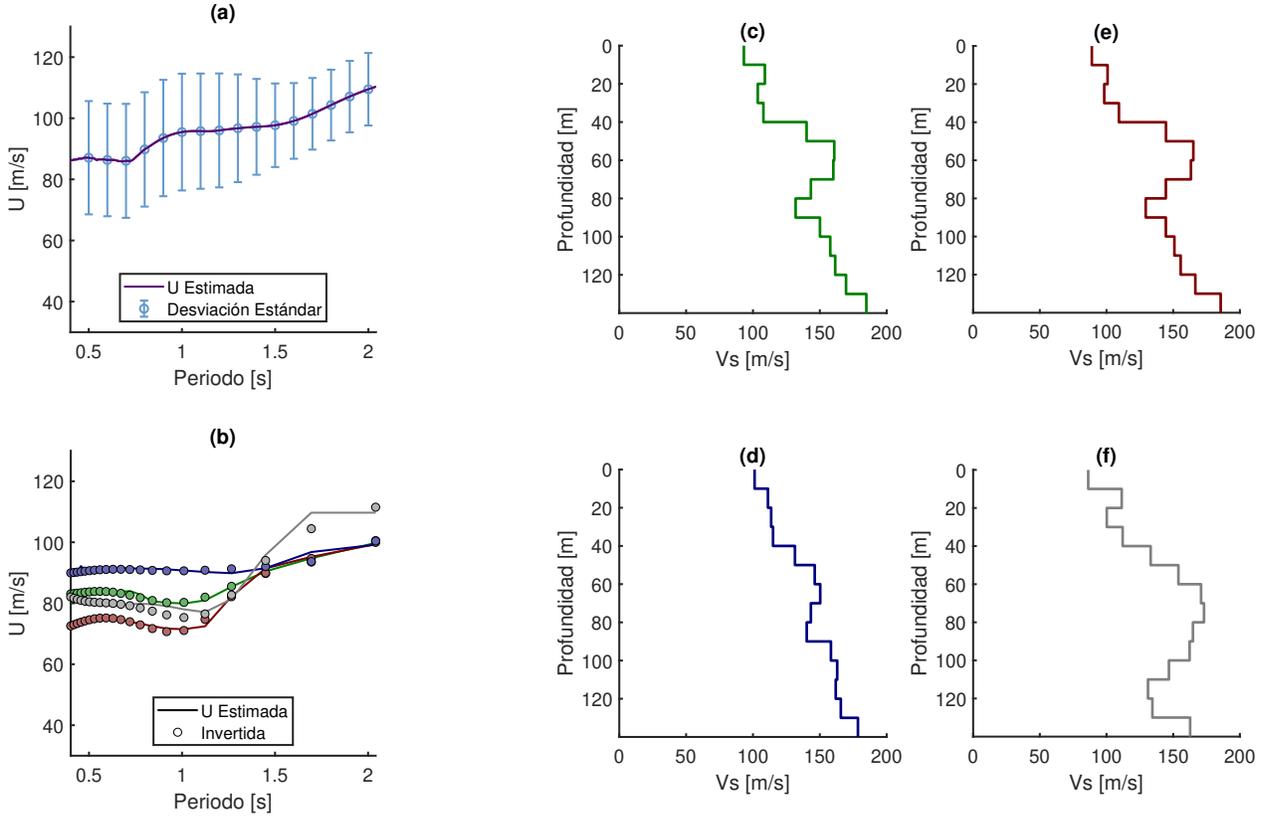


Figura 4.1: Resultados de la inversión de curvas de dispersión. (a) Curva de dispersión estimada con kriging (morado) y su desviación estándar asociada (barras azules). (b) Curvas de dispersión estimadas con kriging (líneas sólidas) obtenidas en los puntos del perfil NO-SE. Los puntos corresponden con las curvas sintéticas generadas de los modelos invertidos. (c) a (f) son los modelos de velocidad de onda de corte, resultantes de la inversión de las curvas obtenidas con kriging, utilizando la técnica presentada por Julià *et al.* (2000).

Para cuantificar el error de la inversión utilizamos el error absoluto porcentual promedio ( $EAPP$ ), definido como:

$$EAPP = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{|U_O(T_j) - U_I(T_j)|}{U_O(T_j)}, \quad (4.1)$$

donde  $U_O(T)$  es la curva original,  $U_I(T)$  es la invertida y  $N$ , el número de mediciones de velocidad de grupo. La Tabla 4.1 presenta los valores de  $EAPP$  obtenidos para las curvas de

la Fig. 4.1(b). En ella observamos que los errores son suficientemente pequeños para aceptar las inversiones.

Tabla 4.1: Error absoluto porcentual promedio entre las curvas de dispersión invertidas y las originales de la Fig. 4.1(b).

Color	EAPP [%]
Verde	0.2903
Roja	0.3849
Azul	0.3721
Gris	0.6459

Por otro lado, se puede observar en las Figs 4.1(c) a (f) que el intervalo de velocidades de onda S obtenido se encuentra entre los 100 y 190 m/s. Las profundidades que alcanzan las inversiones no son suficientes para caracterizar el basamento, por lo que las velocidades observadas están principalmente relacionadas a sedimentos. A los 60 m de profundidad se observa un contraste de velocidad importante, que podría ser asociado con la profundidad a la cual los sedimentos están más consolidados. Se puede identificar de la superficie hacia la base: una capa de 40 m con  $V_s = 100$  m/s, una capa de 40 m con  $V_s = 170$  m/s, una pequeña inversión de velocidad, seguida de un incremento gradual de velocidad que en el caso de la Fig. 4.1(e) alcanza una  $V_s = 190$  m/s.

# Capítulo 5

## Discusión y conclusiones

### 5.1 Discusión

La aplicación del método de kriging para estimar mapas de velocidad de grupo supone una alternativa al método tradicional basado en la inversión tomográfica ya que cuenta con su propia prueba de sensibilidad. El mapa de desviación estándar de la estimación es análogo con el error de una inversión tomográfica, mientras que las regiones resueltas por el método de mapeo de la velocidad de grupo con kriging de la Fig. 5.1 son análogas a su prueba de sensibilidad de tablero de ajedrez (*checkerboard sensitivity test* en inglés), misma que se aplica para investigar la capacidad de resolución de una inversión tomográfica. En este caso, dos parámetros restringen la forma de las regiones resueltas por el método de mapeo de la velocidad de grupo, principalmente: el rango y el número mínimo de muestras de la variable aleatoria,  $U$ , que se encuentran dentro del alcance ( $NP$ ) usados para estimar con kriging. Las Figs 5.1(a) y (b) muestran mapas de velocidad de grupo obtenidos utilizando un rango de 300 m, mientras que las Figs 10(c) y (d) utilizan un rango de 500 m. Las Figs 5.1(a) y (c) tienen un  $NP$  igual a 2, mientras que las Figs 5.1(c) y (b) tienen un  $NP$  igual a 6. La menor área resuelta se presenta en la Fig. 5.1(b) con un rango de 300 m y un  $NP$  de 6; la cual trae consigo estimaciones más certeras. Por el contrario, la mayor área resulta se obtiene en la Fig. 5.1(c) con un rango de 500 m y un  $NP$  igual a 2; aunque las zonas con menor densidad de muestreo producen estimaciones menos confiables. Se puede observar que un rango mayor produce una mayor área resuelta, pero se pierde confiabilidad en zonas lejanas a los puntos de atribución de las curvas de dispersión disponibles (puntos azules). Un menor valor de  $NP$  también permite resolver sobre grandes áreas. Por otra parte, si  $NP$  es incrementado, el área resuelta se ve reducida drásticamente pero la certeza en las estimaciones crece ya que kriging considera un mayor número de curvas de dispersión para estimar en estas regiones.

Para demostrar la analogía entre las regiones de la prueba de sensibilidad de la Fig. 5.1 con las pruebas de *checkerboard*, se realizaron cuatro de estas pruebas considerando un esquema de mínimos cuadrados amortiguados con distintos tamaños de celda y trayectorias. En la Fig. 5.2(a) se presenta la distribución de curvas de dispersión y estaciones, en la Fig. 5.2(b) se muestran las estaciones y los rayos de las trayectorias utilizadas para obtener las curvas de dispersión utilizadas en esta tesis, y la Fig. 5.2(c) muestra todas las trayectorias posibles considerando la combinación de todos los pares de estaciones; esto permite hacer

una comparación con un caso de mayor densidad de información.

En la Fig. 5.2(d) se muestra el *checkerboard* sintético con velocidades de 85 m/s y 115 m/s, y un tamaño de celda de 200 m, se considera este valor ya que es un medio del rango del modelo de semivariograma ajustado para estimar con kriging. Las Figs 5.2(e) y (f) muestran los *checkearboards* resueltos con el sintético de la Fig 5.2(d), y las trayectorias mostradas en las Figs 5.2(b) y (c), respectivamente. En la Fig. 5.2(e) se observa que con las trayectorias de nuestro conjunto de curvas y celdas de 200 m, la superficie recuperada con la inversión es poco significativa, zonas encerradas con círculos magenta. Estas regiones coinciden con el área de resolución de la Fig. 5.1(b), que es el caso de obtener estimaciones con menor desviación estándar en un área reducida. En la Fig. 5.2(f) la resolución es mejorada si se consideran todas las trayectorias posibles, pero el resultado aún puede mejorar.

Por otro lado, en la Fig. 5.2(g) se muestra el *checkerboard* sintético con velocidades de 85 m/s y 115 m/s, y un tamaño de celda de 400 m, que es igual al rango del semivariograma utilizado en kriging. Las Figs 5.2(h) e (i) muestran los *checkearboards* resueltos con el sintético de la Fig 5.2(g), y las trayectorias mostradas en las Figs 5.2(b) y (c), respectivamente. Se observa que considerando todas las trayectorias posibles, o bien, sólo las que produjeron las curvas de dispersión de esta tesis, es posible resolver la estructura utilizando una resolución igual al rango de semivariograma obtenido con la variable regionalizada  $\log[Z_s(x_i)]$  propuesta por Aguilar-Velázquez *et al.* (en-rev). El área resuelta se asemeja a la resuelta con kriging en la Fig. 3.9 y a la de las regiones de la prueba de sensibilidad en las Figs 5.1(a) y (d), lo cual establece la analogía.

Una restricción de aplicar kriging para estimar curvas de dispersión, como lo hicimos en este trabajo, es que la aplicabilidad del método está limitada por la escala de la región de estudio. El método pierde efectividad sobre grandes regiones debido a la curvatura de la Tierra y pérdida de estacionaridad. Además, como los puntos de atribución de las curvas de dispersión fueron asignados en el punto medio entre las estaciones usadas para su obtención, hacer esto a grandes distancias no es la aproximación más adecuada. Finalmente, se ve limitado por la densidad de muestreo, lo cual influye en el número de muestras disponibles para estimar dentro de un rango. Una alta densidad de muestreo siempre es recomendada.

Por otra parte, esta metodología presenta una gran ventaja y es que una vez que se cuenta con las curvas de dispersión obtenidas de un análisis de frecuencia-tiempo, se toman únicamente las mediciones de velocidad de grupo del periodo de interés y se aplica kriging para obtener el mapa de velocidad de grupo para el mismo periodo, mientras que para obtener uno por el método tradicional se requiere investigar las trayectorias de los rayos utilizados, para calcular la matriz de distancias, que junto con los tiempos de viaje observados, se invertirá para obtener las lentitudes, esto sin dejar de lado que, a parte, se requiere probar la resolución indicada para estudiar la estructura completa. Dicho esto, un mapa de velocidad de grupo estimado con kriging permite ahorrar tiempo de cómputo y el resultado obtenido tiene fundamento estadístico.

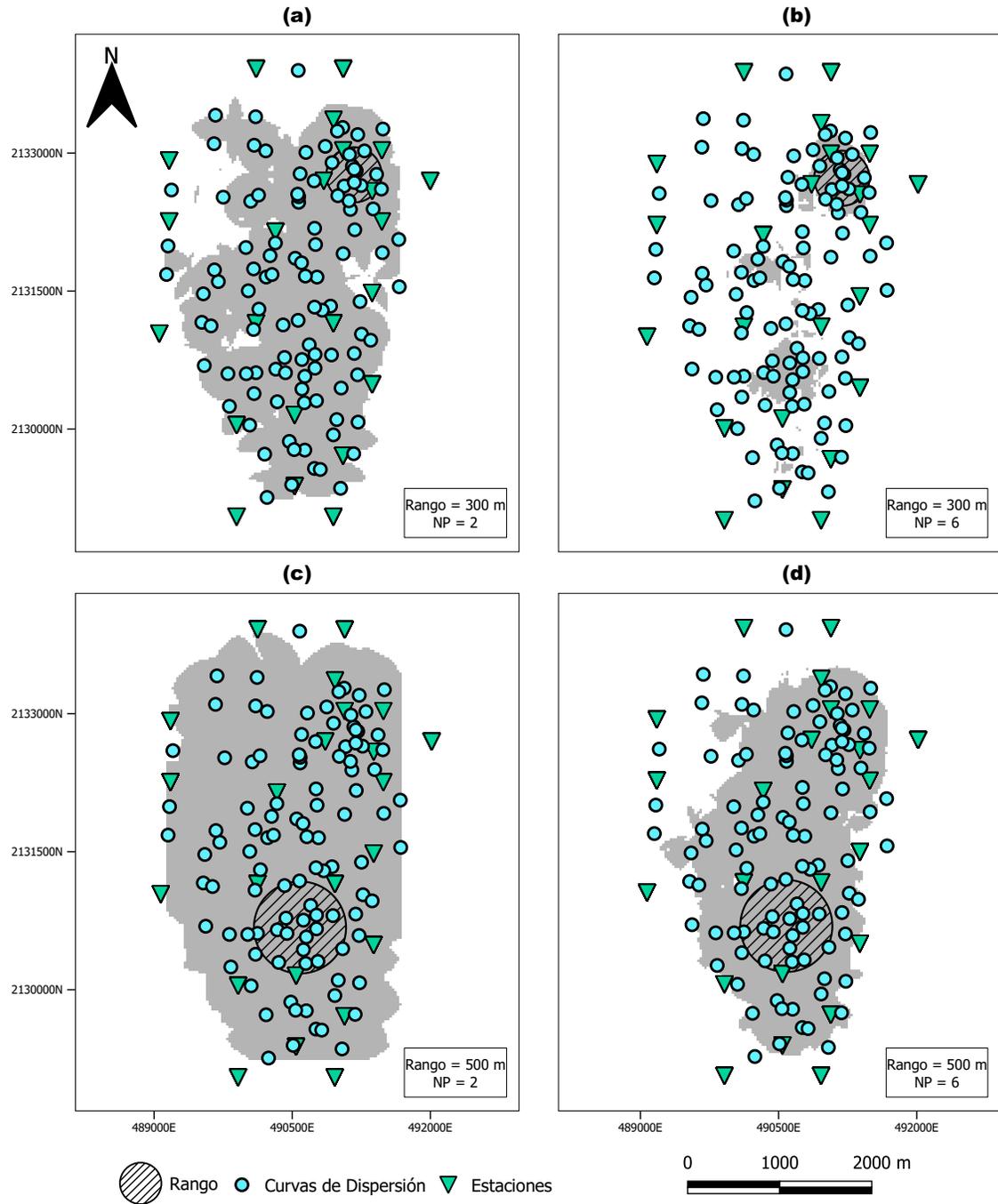


Figura 5.1: Prueba de sensibilidad para el método de mapeo de la velocidad de grupo con kriging. (a) Muestra el área de resolución para un rango de 300 m y un valor de  $NP$  igual a 2. (b) Muestra el área de resolución para un rango de 300 m y un valor de  $NP$  igual a 6. (c) Muestra el área de resolución para un rango de 500 m y un valor de  $NP$  igual a 2. (d) Muestra el área de resolución para un rango de 500 m y un valor de  $NP$  igual a 6. Modificada de [Aguilar-Velázquez \*et al.\* \(en-rev\)](#).

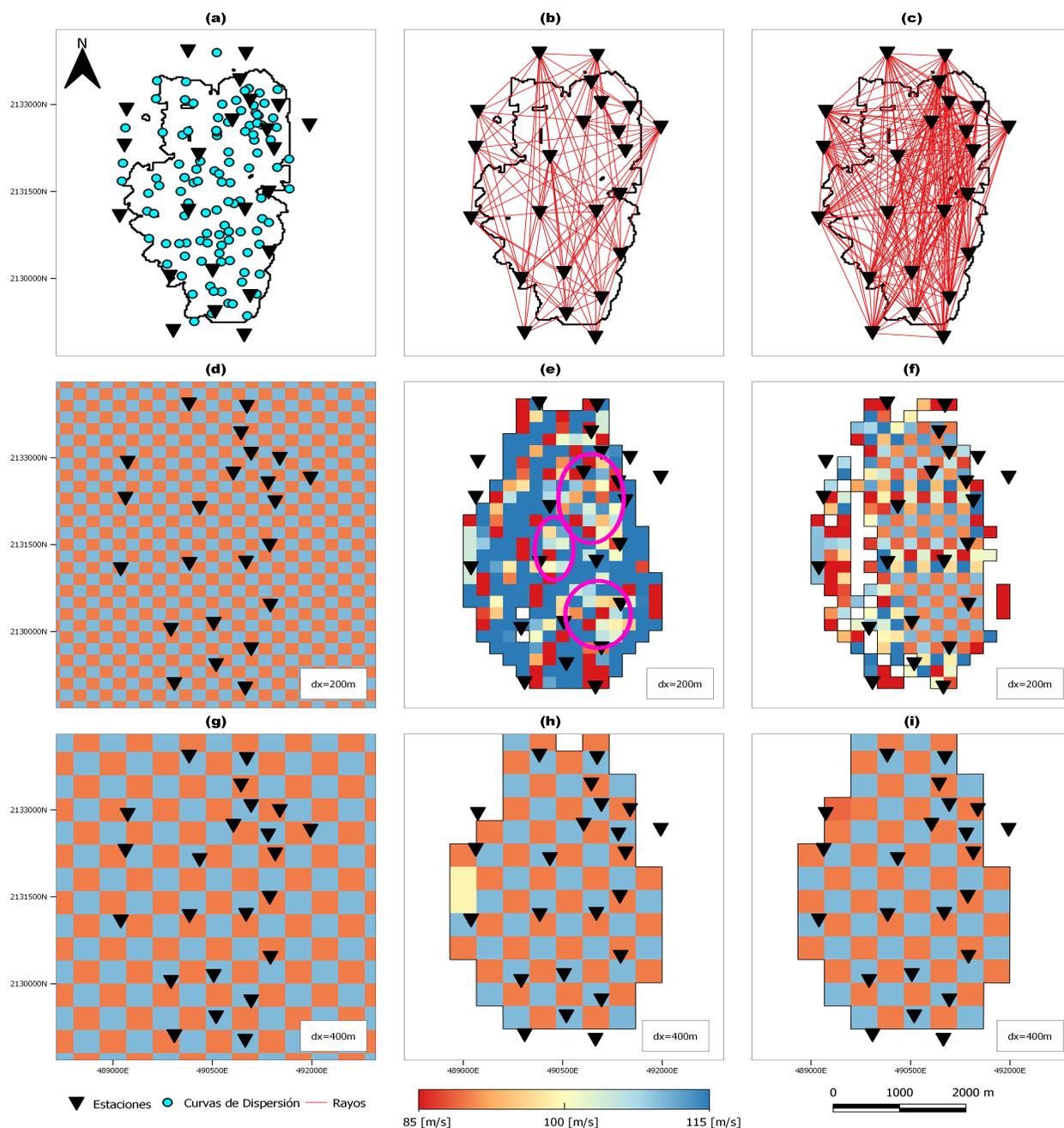


Figura 5.2: Resultados de la prueba de *checkerboard*. (a) Distribución espacial de las estaciones y curvas de dispersión. Atribuimos la posición de cada curva de dispersión en el punto medio de las estaciones con las que se calcularon. (b) Muestra los rayos que dieron lugar al conjunto de curvas de dispersión utilizadas en esta tesis. (c) Muestra todas las trayectorias posibles considerando todas las combinaciones entre pares de estaciones. (d) y (g) muestran los *checkerboards* sintéticos con celdas de 200 m y 400 m, respectivamente. (e) y (f) muestran los *checkerboards* resueltos con celdas de 200 m, con la distribución de rayos (b) y (c), respectivamente. Los círculos en (e) encierran las zonas recuperadas por la prueba. (h) e (i) muestran los *checkerboards* resueltos con celdas de 400 m, con la distribución de rayos (b) y (c), respectivamente. Las siluetas en el fondo de las Figs (a) a (c) corresponden con el área resuelta con kriging en la Fig. 3.9, que utiliza  $NP = 3$  y un rango de 400 m. Modificada de Aguilar-Velázquez *et al.* (en-rev).

## 5.2 Conclusiones

Se desarrolló una metodología para estimar mapas de velocidad de grupo y curvas de dispersión utilizando kriging ordinario. Se sentaron las bases del análisis exploratorio de datos, el análisis estructural y estimación espacial de las velocidades de grupo para los periodos de 0.5 s, 1.0 s, 1.5 s y 2.0 s. Se partió de un conjunto de curvas de dispersión ya estimadas mediante un análisis frecuencia-tiempo de la correlación cruzada de ruido sísmico entre pares de estaciones, cuyo punto de atribución se consideró en el punto medio entre estas. Las curvas de dispersión obtenidas de estaciones más cercanas muestrean estructuras más someras, ya que tienen el efecto de periodos cortos y viceversa. Por otro lado, aquellas obtenidas de la correlación cruzada entre estaciones más separadas muestrean estructuras de mayor longitud de onda, aunque con menor resolución. Esto permite complementar la información con curvas más detalladas y con otras que penetran a más profundidad, el análisis geoestadístico ponderará la correlación espacial que exista bajo esta suposición. Del análisis exploratorio de datos se observa que, para los cuatro periodos analizados, la velocidad de grupo incrementa con el periodo (o con la profundidad) y que la variabilidad es mayor en las zonas someras, al ser una región con cambios más importantes en la estructura de velocidades. En el análisis estructural se identificó la existencia de correlación espacial entre observaciones de la velocidad de grupo, de otra forma, el uso de geoestadística no sería posible. Se diseñó un semivariograma de modelo esférico con meseta igual a la varianza del periodo, *nugget* igual a 10 y rango fijo igual a 400 m. En este caso, se utilizó un rango de valor fijo, pero si los datos lo ameritan, se debe probar un rango variable en función del periodo. Se obtuvieron mapas de velocidad de grupo para los periodos mencionados anteriormente; se observó el aumento de la velocidad y la disminución de la variabilidad conforme se incrementa el periodo, similar a lo observado en el análisis exploratorio de datos. Como es de esperarse, las regiones donde se cuenta con más observaciones permiten estimar con una menor desviación estándar.

Como se observó, esta técnica también permitió estimar curvas de dispersión. Con este propósito, se calcularon mapas de velocidad de grupo para todos los periodos con la finalidad de estimar curvas de dispersión a lo largo de un perfil. Estos resultados se validaron con la técnica de inversión de [Julià \*et al.\* \(2000\)](#). Las inversiones obtenidas coinciden con el modelo de velocidad reportado por [Shapiro \*et al.\* \(2001\)](#). También, se estimó el error absoluto porcentual promedio entre las inversiones y las curvas de dispersión originales, los cuales fueron menores al uno por ciento en todos los casos probados. Finalmente, se estableció la analogía entre la tomografía tradicional y la técnica de mapeo de la velocidad con kriging. Se identificó que el rango del semivariograma utilizado guarda relación con la resolución que tendría una tomografía tradicional. Este rango fue el obtenido de  $\log(Z_s)$ , variable regionalizada desarrollada por [Aguilar-Velázquez \*et al.\* \(en-rev\)](#).

Esta metodología no pretende sustituir al método tradicional, sino ser una alternativa para calcular mapas de velocidad de grupo de manera rápida, con sustento matemático y su propia prueba de sensibilidad, misma que es dependiente del rango del modelo de ajuste seleccionado y del número mínimo de muestras ( $NP$ ) de la variable regionalizada ( $U$ ) que se usarán para la estimación y deberán estar dentro del ya mencionado rango. Como kriging permite producir la mejor predicción lineal e insesgada, puede funcionar correctamente incluso

al contar con un número relativamente pequeño de curvas de dispersión.

Si uno se encuentra en la necesidad de estimar tan sólo unas cuantas curvas de dispersión, utilizar la técnica de mapeo de velocidad de grupo con kriging puede ser una forma rápida y conveniente para obtenerlas, en vez de calcular la inversión tomográfica completa. Como se mencionó anteriormente, el uso de esta herramienta de obtención de mapas de velocidad de grupo se pensó para variables aleatorias tales que la distancia entre sus elementos es corta. Consecuentemente, la implementación de esta técnica es recomendable sólo para estudios de escalas locales por la forma en la que los puntos de atribución de las curvas de dispersión fueron definidos.

### Datos y recursos

Para ciertos cálculos, se utilizó “RGEOESTAD” ([Díaz-Viera et al., 2010](#)), código basado en R. Se utilizó MATLAB, con una licencia académica por parte de la UNAM para crear las Figs [1.1](#), [2.5](#), [3.2](#) y [4.1](#). Utilizamos “*The Generic Mapping Tools*” ([Wessel et al., 2013](#)) para generar el mapa en la Fig. [3.1](#). Una vez más se agradece a la Unidad de Instrumentación Sísmica del Instituto de Ingeniería de la UNAM por proveer las curvas de dispersión. Por último, se utilizó “QGIS3” ([QGIS, 2020](#)) para crear las Figs [3.3](#), [3.9](#), [5.1](#) y [5.2](#).

# Referencias

- Aguilar-Velázquez, M. J., Gil-Vargas, N. A., Pérez-Campos, X., Baena-Rivera, M., y Ramírez-Guzmán, L., (en-rev). *Geostatistical techniques for estimating dispersion curves and inferring the geometry of sedimentary basins*.
- Angulo, E. R., (2007). *Riesgo Sísmico de la Ciudad de México*.
- Barnes, R. J., (1991). *The variogram sill and the sample variance*. *Mathematical geology*, 23(4), 673-678.
- Bensen, G. D., M. H. Ritzwoller, M. P. Barmin, A. Lin Levshin, F. Lin, M. P. Moschetti, N. M. Shapiro, y Yanyan Yang, (2007). *Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements*. *Geophysical Journal International*, 169(3), 1239-1260.
- Castellanos, J. C., Clayton, R. W. y Pérez-Campos, X., (2018). *Imaging the eastern Trans-Mexican Volcanic Belt with ambient seismic noise: Evidence for a slab tear*. *Res: Solid Earth*, 123, 7741-7759. <https://doi.org/10.1029/2018JB015783>
- Chiu, J. M., Chiu, S. C. C., y Kim, S. G., (1997). *The significance of the crustal velocity model in local earthquake locations from a case example of a PANDA experiment in the central United States*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 87(6), 1537-1552.
- Clayton, R. W., y Wiggins, R. A., (1976). *Source shape estimation and deconvolution of teleseismic body waves*. *Geophysical Journal International*, 47(1), 151-177.
- Cox, N. y Jones, K., (1981). *Exploratory data analysis*. *Quantitative Geography*, London: Routledge, 135-143.
- Díaz-Viera, M., Hernández-Maldonado, V. y Méndez-Venegas, J., (2010). *RGEOESTAD: Un programa de código abierto para aplicaciones geoestadísticas basado en R-Project*. México, (<http://mmc2.geofisica.unam.mx/gmee/paquetes.html>).
- Díaz-Viera, M. y Canul-Pech, F., 2014., (2010). *Diseño óptimo de la red de monitoreo del acuífero "Saltillo-Ramos Arizpe" para el adecuado manejo del recurso hídrico, aplicando un enfoque geoestadístico..* *Tecnología y Ciencias del Agua*, 5, 141-159.
- Dziewonski, A., Bloch, S. y Landisman, M., (1969). *A technique for the analysis of transient seismic signals*. *Seismol. Soc. Am., Bull.*, 59(1), 427-444.

- Gaite, B., Iglesias, A., Villaseñor, A., Herraiz, M. y Pacheco, J. F., (2012). *Crustal structure of Mexico and surrounding regions from seismic ambient noise tomography*. Geophys. J. Int., 188, 1413–1424. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05339.x>
- Gobierno del Distrito Federal., (2004). *Reglamento de construcciones para el Distrito Federal*. Gaceta Oficial del Distrito Federal. 29 de Enero, México.
- González Torres, E. A., Morán Zenteno, D. J., Mori, L., y Martiny, B. M., (2015). *Revisión de los últimos eventos magmáticos del Cenozoico del sector norte-central de la Sierra Madre del Sur y su posible conexión con el subsuelo profundo de la Cuenca de México*. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, 67(2), 285-297.
- Hjelt, S. E., (2006). *Pragmatic inversion of geophysical data (Vol. 39)*. Springer. pp. 3.
- Journel, A. G., y Huijbregts, C. J., (1978). *Mining geostatistics*. (Vol. 600). London: Academic press. pp. 262-264.
- Juárez-Camarena, M., Auvinet-Guichard, G., y Méndez-Sánchez, E., (2016). *Geotechnical zoning of Mexico Valley subsoil*. Ingeniería, Investigación y Tecnología, 17(3), 297-308.
- Julià, J., Ammon, C. J., Herrmann R. B., y Correig, A. M., (2000). *Joint inversion of receiver functions and surface wave dispersion observations*. Geophys. J. Int., 143, 99-112.
- Kawase, H., Sánchez-Sesma, F. J., y Matsushima, S., (2011). *The optimal use of horizontal-to-vertical spectral ratios of earthquake motions for velocity inversions based on diffuse-field theory for plane waves*. Bulletin of the Seismological Society of America, 101(5), 2001-2014. <https://doi.org/10.1785/0120100263>
- Kim, S., Rhie, J., y Kim, G., (2011). *Forward waveform modelling procedure for 1-D crustal velocity structure and its application to the southern Korean Peninsula*. Geophysical Journal International, 185(1), 453-468. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.04949.x>
- Levshin, A. L., Yanovskaya, T. B., Lander, A. V., Bukchin, B. G., Barmin, M. P., Ratnikova, L. I. y Its, E. N., (1989). *Seismic Surface Waves in a Laterally Inhomogeneous Earth*. ed. Keilis-Borok, V.I., Kluwer, Norwell, Mass.
- Ligorria, J. P., y Ammon, C. J., (1999). *Iterative deconvolution and receiver-function estimation*. Bulletin of the seismological Society of America, 89(5), 1395-1400.
- Matheron, G., (1962). *Traité de géostatistique appliquée*. 1 (1962) (Vol. 1). Editions Technip.
- Pérez-Cruz, G.A., (1988). *Estudio sismológico de reflexión del subsuelo de la Ciudad de México*. México, D.F., Universidad Nacional Autónoma de México, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, 83 p.
- QGIS Development Team, (2020). *QGIS Geographic Information System*. Open Source Geospatial Foundation Project. <http://qgis.osgeo.org>.

- Sánchez-Sesma, F.J., Rodríguez, M., Iturrarán-Viveros, U., Luzón, F., Campillo, M., Margerin, L., García-Jerez, A., Suarez, M., Santoyo, M.A. y Rodríguez-Castellanos, A., (2011). *A theory for microtremor H/V spectral ratio: application for a layered medium*. Geophysical Journal International, 186(1), 221-225.  
<https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05064.x>
- Shapiro N. M., Singh, S. K., Almora, D. y Ayala, M., (2001). *Evidence of the dominance of higher-mode surface waves in the lake-bed zone of the Valley of Mexico*. Geophys. J. Int., 147, 517-527.
- Shapiro, N. M. y Campillo, M., (2004). *Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise*. Geophys. Res. Lett., 31, L07614-L07618.  
<https://doi.org/10.1029/2004GL019491>
- Shapiro, N. M., Campillo, M., Stehly, L. y Ritzwoller, M. H., (2005). *High-Resolution Surface-Wave Tomography from Ambient Seismic Noise*. Nature, 307, 1615–1618.  
<https://doi.org/10.1126/science.1108339>
- Sichel, H. S., (1947). *An experimental and theoretical investigation of bias error in mine sampling with special reference to narrow gold reefs*. Trans. Inst. Min. Metall, 56(403-473), 3-1.
- Singh, S. K., Ordaz, M., Pérez-Campos, X. e Iglesias, A., (2015). *Intraslab versus Interplate Earthquakes as Recorded in Mexico City: Implications for Seismic Hazard*. Earthquake Spectra, 31(2), 795-812. <https://doi.org/10.1193/110612EQS324M>
- Singh, S. K., Reinoso, E., Arroyo, D., Ordaz, M., Cruz-Atienza, V. M., Pérez-Campos, X. y Hjörleifsdóttir, V. (2018). *Deadly Intraslab Mexico Earthquake of 19 September 2017 (Mw 7.1): Ground Motion and Damage Pattern in Mexico City*. Seism. Res. Lett., 89(6), 2193-2203. <https://doi.org/10.1785/0220180159>
- Spica, Z., Cruz-Atienza, V. M., Reyes-Alfaro, G., Legrand, D. y Iglesias, A., (2014). *Crustal imaging of western Michoacán and the Jalisco Block, Mexico, from ambient seismic noise*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 289, 193–201.  
<https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2014.11.005>
- Spica, Z., Pertou, M., Calò, M., Legrand, D., Córdoba-Montiel, F. y Iglesias, A., (2016). *3-D shear wave velocity model of Mexico and South US: bridging seismic networks with ambient noise cross-correlations (C1) and correlation of coda of correlations (C3)*. Geophys. J. Int., 206, 1795–1813. <https://doi.org/10.1093/gji/ggw240>
- Stein, S. y Wysession, M., (2003). *Basic Seismological Theory, An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure*. Blackwell Publishing, pp. 86-115.
- Viera, M. A. D., y González, R. C., (2002). *Geoestadística aplicada*. Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente de Cuba: México DF, Mexico.

Wapenaar, K, (2004). *Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation*. Phys. Rev. Lett., 93, 254301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.254301>.

Wessel, P., Smith, W. H. F., Scharroo R., Luis, J. y Wobbe F., (2013). *Generic Mapping Tools: Improved version released*, *EOS Trans. AGU*, 94, 409-410. <https://doi.org/10.1002/2013EO450001>