



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ingeniería

ANÁLISIS NUMÉRICO DE  
UNA OLA EN LA ZONA DE  
ROMPIENTES

T E S I S

*que para obtener el grado de*

**Ingeniero Civil**

P R E S E N T A

**Gonzalo García Alarcón Estrada**

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Martín Salinas Vázquez



Ciudad Universitaria, México D.F.

Febrero de 2016

Tesis elaborada en el

*Instituto de Ingeniería, UNAM*  
*Coordinación de ingeniería de procesos industriales y ambientales*  
*Laboratorio de CFD*





UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/037/15

Señor  
GONZALO GARCÍA ALARCÓN ESTRADA  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

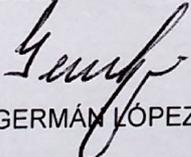
**"ANÁLISIS NUMÉRICO DE UNA OLA EN LA ZONA DE ROMPIENTES"**

- INTRODUCCIÓN
- I. CONTEXTO Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
  - II. MARCO TEÓRICO: HIDRODINÁMICA DE OLAS
  - III. MARCO TEÓRICO: DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL
  - IV. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO
  - V. ANÁLISIS DE RESULTADOS
  - VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 30 de abril del 2015.  
EL PRESIDENTE

  
M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

SINODALES DE EXAMEN PROFESIONAL:

Presidente: Mtro. Enrique Arenas Sanchez

Vocal: Dr. Martín Salinas Vázquez

Secretario: Dr. William Vicente y Rodriguez

1er Suplente: Dr. Rodolfo Silva Casarín

2o Suplente: Dr. José Luis Aragón Hernández

*A mi hermano, Leo  
siempre fue y seguirá siendo el mejor ejemplo e inspiración*

⊛ ○ ∞

*Say my name  
And every colour illuminates  
We are shining  
And we will never be afraid again.*

- F + the M

Antes que nada, quiero agradecer a mis padres, Laura y Leonardo, por su apoyo incondicional en todos mis sueños, proyectos, ambiciones, errores y desesperanzas. Simplemente no estaría aquí no sería quien soy sin su constante respaldo y apoyo en todos los sentidos posibles. Gracias por todo hasta ahora - viene más.

Gracias a Leo, mi hermano, por darme el empujón necesario para continuar con esta tesis y no desistir en diversas ocasiones.

Gracias a todos mis amigos, pieza fundamental en mi vida, quienes también me han apoyado en innumerables ocasiones, desde sacándome una sonriza acompañada de una cerveza hasta dándome un regaño de vez en cuando para no perder el rumbo. Gracias a Beto por ser compañero de vida. Gracias a Thalía y a Mandy por su apoyo en momentos y decisiones difíciles. Gracias al Gallito Inglés: Mez, Berni, Fach, Capi, Hobbit, Porcu, Tops y Andreita, el mejor equipo de tochito y aventuras jamás. Gracias a Berni por todo el apoyo en nuestros años en la facultad de ingeniería. Gracias a Esli, por una amistad que va mas allá de tiempos y lugares. Gracias a Ross por ser un gran ejemplo. Gracias a Male por guiarme en varias ocasiones. Gracias a Rene por encaminarme recientemente a reencontrar una motivación y a mi mismo. Gracias al Hobbit por aguantarme estos meses en su/mi casa. Gracias a Mez y More por ser mucho más que grandes e incondicionales amigos; no se que sería de mi sin ustedes dos. Podrá seguir escribiendo nombres y nombres... gracias a todos por aportar de alguna manera y de alguna forma a quien soy hoy.

Gracias a la UNAM, maravillosa casa de estudios que me ha hecho crecer como persona y a la que le he tomado un cariño y respeto especial. Espero poder próximamente poder regresarle parte de lo que me ha dado.

Gracias a mi tutor, el Dr. Martín, por su apoyo, enseñanzas y en especial por su paciencia en la elaboración de este trabajo. Gracias al Dr. Rodolfo por brindarme una primera oportunidad y un primer acercamiento a la investigación. Gracias a George por la enorme cantidad de veces que, con toda la paciencia y disposición, me ayudó a salir de apuros en el laboratorio mientras elaboraba este trabajo. Gracias al Ing. Luis Cesar y a la Mtra. Adriana por guiarme en mi paso por la facultad de ingeniería. Gracias a mis sinodales por su tiempo y aportes a esta tesis.

*Es gibt ein großes und doch ganz alltägliches Geheimnis. Alle Menschen haben daran teil, jeder kennt es, aber die wenigsten denken je darüber nach. Die meisten Leute nehmen es einfach so hin und wundern sich kein bisschen darüber. Dieses Geheimnis ist die Zeit.*

*Es gibt Kalender und Uhren, um sie zu messen, aber das will wenig besagen, denn jeder weiß, dass einem eine einzige Stunde wie eine Ewigkeit vorkommen kann, mitunter kann sie aber auch wie ein Augenblick vergehen - je nachdem, was man in dieser Stunde erlebt.*

*Denn Zeit ist Leben. Und das Leben wohnt im Herzen.*

- Momo, Michael Ende

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>XI</b>
<b>1. Contexto y planteamiento del problema</b>	<b>1</b>
1.1. Contexto situacional . . . . .	1
1.1.1. Ingeniería costera . . . . .	1
1.1.2. Dinámica de fluidos computacional . . . . .	3
1.2. Planteamiento del problema y enfoque . . . . .	5
Planteamiento . . . . .	5
Técnicas y modelos utilizados . . . . .	7
Enfoque . . . . .	7
1.3. Objetivos e hipótesis . . . . .	7
Objetivos generales . . . . .	7
Objetivos complementarios . . . . .	8
Hipótesis . . . . .	8
<b>2. Marco teórico: Hidrodinámica de olas</b>	<b>9</b>
2.1. Zonas costeras y oleaje . . . . .	9
2.1.1. Terminología de las zonas costeras . . . . .	9
2.1.2. Clasificación del oleaje . . . . .	10
Clasificación de olas por fuerza generadora . . . . .	11
Clasificación de olas por profundidad relativa . . . . .	11
2.2. Rompientes . . . . .	12
2.2.1. Clasificación . . . . .	12
2.2.2. Teorías y modelos de olas . . . . .	13
Modelo de bore . . . . .	17
Modelo de rodillo . . . . .	18
Estructura turbulenta del flujo . . . . .	19
Observaciones . . . . .	20

<b>3. Marco teórico: Dinámica de fluidos computacional</b>	<b>22</b>
3.1. Flujo turbulento	22
3.1.1. Condiciones necesarias para el flujo turbulento	22
3.1.2. Métodos de análisis de la turbulencia	25
3.2. CFD	25
Algunas notas sobre LES	26
3.3. Dinámica de vórtices	28
3.3.1. Educción de vórtices	28
3.3.2. Métodos basados en $\nabla \vec{u}$	29
3.3.3. Criterio $Q$	30
3.3.4. Elección del umbral: muestreo condicional	31
<b>4. Desarrollo del modelo numérico</b>	<b>33</b>
4.1. Ecuaciones de gobierno	33
4.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes quasi-incompresibles	33
4.1.2. Ecuaciones en coordenadas generalizadas	34
4.2. Esquema numérico	36
4.3. Modelado de la turbulencia - LES	37
4.4. Modelado de la superficie libre	38
4.4.1. Método Level Set	38
4.4.2. Método Ghost Fluid	39
4.5. Corrección para la conservación de masa	40
4.5.1. Método LS con conservación de masa (MCLS)	40
<b>5. Implementación del modelo numérico</b>	<b>42</b>
5.1. Descripción del caso	42
5.2. Parámetros de la simulación	43
5.3. Condiciones iniciales	45
5.3.1. Presión y velocidades	45
5.3.2. Superficie libre	46
5.3.3. Compuerta y pendiente	46
5.4. Condiciones de frontera	46
5.5. Validación del código	47
5.5.1. Validaciones previas	47
5.5.2. Validación mediante los experimentos de Jánosi y de Hondebrink	47
Validación cualitativa	48
Validación cuantitativa	52
5.5.3. Conclusiones de la validación	56

<b>6. Análisis de resultados</b>	<b>57</b>
6.1. Muestreo condicional adaptado al caso . . . . .	57
Elección del umbral . . . . .	58
Aportaciones de vorticidad fluctuante . . . . .	63
6.2. Estructuras turbulentas identificadas . . . . .	63
6.2.1. Zona de generación de turbulencia . . . . .	63
6.2.2. Detalles de la educción de vórtices . . . . .	64
6.2.3. Comparación con los modelos . . . . .	69
<b>7. Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>74</b>

# Introducción

La dinámica de olas rompientes sigue siendo hoy en día un fenómeno que cuenta con muchos aspectos por modelar y entender adecuadamente. Cuando las olas se propagan en profundidades relativamente someras son predominantemente turbulentas y sumamente complejas lo que las hace poco predecibles. Su naturaleza turbulenta las vuelve prácticamente imposible de entender por medios meramente analíticos, por lo que entra en juego la dinámica de fluidos computacional. Todo esto convierte a este fenómeno en uno que rápidamente lleva a uno al borde de lo que la ciencia y la ingeniería pueden decir hoy en día, lo que naturalmente lo vuelve un tema interesante, desafiante y uno en el que se puede jugar y experimentar con diversas ideas para tratar de encontrar algunos resultados que se aproximen poco a poco a un mejor entendimiento de este tipo de fenómenos naturales poco predecibles.

Todo el trabajo se centrará en el análisis de una simulación tipo *LES (Large Eddy Simulation)* que replica el rompimiento de una ola en un experimento. De entrada esto limita los alcances del trabajo al ser sumamente particular, sin embargo se considerará más bien como una prueba de metodologías, modelos y códigos que se espera en un futuro formen un trabajo mucho más robusto al respecto.

El trabajo tiene la siguiente estructura: en el capítulo 1 se contextualizará el problema dentro de las áreas de la ingeniería costera y la dinámica de fluidos computacional, se planteará el problema que se tratará y se justificará su relevancia estableciendo el enfoque que se seguirá así como objetivos e hipótesis. En el capítulo 2 se abordarán los temas de la hidrodinámica de olas que se utilizarán en el resto del trabajo, con especial énfasis en los modelos de la estructura turbulenta de las olas ya que se buscará comparar los resultados obtenidos con estos modelos. En el capítulo 3 se hará lo mismo pero para el segundo gran tema en el que el trabajo se encuentra inmerso: la dinámica de fluidos computacional. Se presentará brevemente el tipo de simulación que se utilizará, simulación de grandes escalas, así como los métodos para la educción de vórtices con los que

se hará el análisis estructural de la ola simulada. En el capítulo 4 se enunciarán las ecuaciones involucradas en el modelo computacional para resolver el flujo turbulento incompresible. También se describirán brevemente las técnicas y metodologías incorporadas en el código. (El enfoque del trabajo no fue modificar el modelo sino extraer los datos de la simulación y analizarlos, por lo que en este capítulo se tratarán los temas de manera superficial.) En el capítulo 5 se describe detalladamente el experimento que se simulará y se especificarán los parámetros usados en la simulación para este fin. Al final del capítulo se presenta el primer resultado, la validación del código aplicado al caso. En el capítulo 6 se lleva a cabo el análisis estructural de la ola: se identifican los vórtices apoyado en un muestreo condicional, se miden los aportes turbulentos y se compara con los modelos de olas.

# Capítulo 1

## Contexto y planteamiento del problema

### 1.1. Contexto situacional

En el presente trabajo de tesis se desarrolla el análisis de una simulación numérica del proceso de rotura de una ola. Las olas son unas de las oscilaciones que se presentan en las zonas costeras responsables de la dinámica hidrosedimentaria, y que más comúnmente se observa en las costas y rige su fenomenología, por lo que su estudio es de gran interés para la ingeniería costera. El método de análisis con el que se trabajó en este estudio es el numérico, lo que sitúa al trabajo en la intersección de la *ingeniería costera* con la *dinámica de fluidos computacional*. El estudio numérico de olas es igualmente importante para la dinámica de fluidos computacional ya que el fenómeno estudiado conjunta el ser un flujo turbulento y a superficie libre, dos aspectos de actual y constante desarrollo e interés en la dinámica computacional.

#### 1.1.1. Ingeniería costera

La ingeniería costera nació como una parte de la ingeniería civil enfocada en la solución de problemas de las zonas en las cuales interactúan procesos marinos y terrestres. Actualmente una gran parte de las poblaciones humanas habitan en zonas costeras así como muchas industrias y actividades económicas se desarrollan en ellas o las involucran en alguna parte de sus procesos, por lo cual la ingeniería costera es actualmente de gran importancia. La ingeniería costera se centraba, en un principio, en la erosión de playas y en el diseño y construcción de infraestructura marina. Algunas de las áreas estudiadas por

esta rama de la ingeniería son el estudio de las condiciones de diseño de aguas cercanas a la costa (olas, corrientes, mareas), diseño de estructuras costeras (rompeolas, puertos, plataformas costa afuera, tuberías submarinas, etc), control de erosión en playas (por medio de estructuras costeras o por la rehabilitación artificial de playas), estabilización de entradas de navegación e intercambio de aguas, predicción de corrientes y niveles de agua en las zonas de interacción río/mar, protección de zonas costeras contra inundaciones y el diseño de islas artificiales, entre otras.

La mayoría de las herramientas y estrategias de análisis utilizadas en la ingeniería costera se pueden clasificar, según la propuesta de [Sorensen, 2006], de la siguiente manera:

1. ANALÍTICO: predicción por medio de modelos matemáticos simplificados. Generalmente usado en el estudio de las características de las oscilaciones marinas (oleaje, mareas, etc.).
2. EXPERIMENTAL: uso de canales y estanques de oleaje en los que se replican condiciones ideales para recolectar datos con muy diversos propósitos: validar y/o calibrar modelos numéricos, verificar hipótesis, caracterizar procesos, entre otros.
3. COMPUTACIONAL: modelos numéricos de las ecuaciones fundamentales de las oscilaciones, flujos y transporte de sedimentos.
4. INFORMACIÓN DE CAMPO: toma de medidas de condiciones de olas, patrones de corrientes, niveles de agua, perfiles de playas, reacciones en las estructuras, etc. Estos datos son de fundamental importancia para la calibración y validación de los modelos numéricos y analíticos así como de los experimentos.

En la ingeniería suele trabajarse desde dos puntos de vista para llegar a la solución de un problema: a *macro-escala* o a *micro-escala*. Las soluciones a macro-escala se basan en las leyes conservativas de la física y en argumentos heurísticos, generalmente integran reglas empíricas o semiempíricas, que resultan en soluciones razonables. Las soluciones a micro-escala involucran el estudio detallado de la física de los fenómenos involucrados. Debido a que actualmente los detalles físicos de los fenómenos involucrados en la dinámica de costas aún presentan vacíos en su conocimiento, el enfoque a macro-escala es el más comúnmente usado en la ingeniería costera. Ejemplo de estos fenómenos es la turbulencia generada durante y después de que una ola rompa, la cual es responsable de la disipación de gran parte de la energía de la ola, y a su vez es responsable en gran medida del transporte de sedimentos en las playas, es decir, de su erosión y evolución. La aleatoriedad de la llegada de las olas a la costa, la

gran cantidad de elementos que influyen en la formación y naturaleza de las olas y la interacción entre cada ola y la compleja geometría (prácticamente única de cada costa) vuelven el problema, de entender la dinámica costera, sumamente complicado. El alto número de interacciones entre los diferentes elementos involucrados y las propiedades que emergen de éstas, las diferencias en las escalas de los elementos que interactúan (desde moléculas de agua y granos de arena hasta grandes cuerpos como la Luna), la presencia de estructuras caóticas (tanto espacial como temporalmente) y la aleatoriedad de los fenómenos, lo postulan como un candidato a ser tratado desde un tercer punto de vista, el de los *sistemas dinámicos complejos*, similar a la predicción del tiempo atmosférico. El punto de vista de los sistemas dinámicos complejos es, en muy pocas palabras, el ensamble simultáneo de las visiones a micro y macro-escala.

Dado el actual desarrollo de la computación, su relativamente veloz avance y a que aún no se han desarrollado de manera práctica (si es que existen) las ecuaciones que describen la dinámica costera, la tendencia en los últimos años es a incorporar en gran medida los modelos numéricos en el estudio de los fenómenos costeros. En muchas áreas, como en la predicción de inundaciones y en la respuesta a tsunamis, los modelos numéricos han complementado el uso de modelos físicos experimentales para la obtención de datos o para probar prototipos. En otros casos, como en el estudio del cubrimiento de rompeolas y de la máxima altura de remonte de olas, aún se trabaja mejor en el laboratorio. La tendencia indica una fusión de ambas estrategias, siempre apoyándose en los estudios de campo. Con esta simbiosis entre los estudios experimentales y los numéricos, se espera poder entender mejor los fenómenos costeros, para contar con evidencias que sirvan como base para generar modelos que cada día proporcionen soluciones que mejor se aproximen a la realidad de los problemas.

### 1.1.2. Dinámica de fluidos computacional

<sup>1</sup> El segundo gran campo involucrado en este trabajo es la dinámica de fluidos computacional (abreviado CFD de su acrónimo en inglés: *Computational Fluid Dynamics*). CFD es el área de la mecánica de fluidos que se encarga de dar solución a las ecuaciones que describen a los flujos por medio de simulaciones basadas en técnicas numéricas. Una pregunta sumamente frecuente es el por qué del uso de la CFD en lugar de utilizar métodos experimentales o bien modelos analíticos. La respuesta frente a los modelos analíticos está en las ecuaciones que describen la mecánica de fluidos, las ecuaciones de Navier-Stokes, que para

---

<sup>1</sup>Gran parte de estas ideas fueron tomadas de los capítulos introductorios de [Ferziger and Peric, 2002] en donde se pueden encontrar desarrolladas a mayor profundidad.

casos prácticos son de muy compleja solución. Éstas ecuaciones se plantearon desde el siglo XIX, pero aún no se conoce su solución que pueda ser empleada de manera universal –o siquiera si la misma existe–. La complicación en la solución de estas ecuaciones radica en que son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. Se piensa que en ellas esta la descripción de todo flujo, por lo que encontrar su solución es de sumo interés para matemáticos, físicos e ingenieros. Dar solución a las ecuaciones de Navier-Stokes forma parte de la lista de los 7 problemas del milenio del *Clay Mathematics Institute* publicada en el 2000 <sup>2</sup>. Esta lista está formada por los problemas más difíciles a los que se enfrentan los matemáticos al inicio de milenio según el *CMI* (de los 7 problemas sólo uno ha sido resuelto). Sólo se conoce la solución a versiones sumamente simplificadas de las ecuaciones de Navier-Stokes y que requieren de parámetros empíricos. Estas soluciones no suelen ser de gran utilidad para la ingeniería, pues las versiones simplificadas de los flujos y las geometrías sencillas para las que se tiene solución son prácticamente inexistentes en la naturaleza, en la industria y en los laboratorios solamente se obtienen en situaciones muy controladas. Por lo tanto, la mayoría de los problemas de interés caen fuera de estos casos.

Otro problema frecuente aparece al querer modelar experimentalmente los fenómenos a estudiar. Para llevar a cabo un experimento se desarrolla un prototipo a escala el cual suele involucrar varios parámetros adimensionales. El desarrollar un experimento que escale de manera correcta el fenómeno puede resultar imposible por involucrar varios parámetros. A esta dificultad se suman los problemas propios de la toma de mediciones. Al tomar medidas se suele introducir objetos al flujo, lo cual genera alteraciones en su comportamiento o podría resultar imposible por ciertas propiedades de los fluidos como altas temperaturas por ejemplo.

Una alternativa para evitar los problemas que se presentan en los experimentos y la inherente imposibilidad de dar una solución analítica a las ecuaciones son los modelos numéricos, es decir, CFD. Los métodos numéricos buscan dar una solución aproximada al sistema dada una condición inicial por medio de aproximar el sistema de ecuaciones diferenciales usando un sistema de ecuaciones algebraicas. A esta aproximación algebraica se le llama *discretización*. Estas aproximaciones se aplican en dominios acotados, tanto espacial como temporalmente, los cuales a su vez son discretizados, es decir, el espacio-tiempo no es continuo en el modelo sino que está formado por segmentos de medida finita. Por lo tanto, las soluciones que se obtienen de las simulaciones numéricas son

---

<sup>2</sup> *Clay Mathematics Institute*, recuperado el 11/03/2015 de:  
<http://www.claymath.org/millennium-problems/millennium-prize-problems>

solo aproximaciones discretas. Con discretas se entiende que las soluciones sólo proveen información en lugares y tiempos específicos del dominio, a diferencia de conocer la información en todo lugar y en todo momento. La precisión de la solución depende en gran medida de la calidad de la discretización implementada, análogo a cómo la precisión de un experimento depende de la precisión de las herramientas de medición. Las soluciones numéricas detalladas podrían llegar a sustituir la investigación experimental, sin embargo esto siempre está limitado a las capacidades computacionales con las que se cuente y a dar una buena discretización, lo que permitiría mejorar la precisión de la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes, siempre y cuando éstas se puedan plantear para el fenómeno estudiado.

El uso de CFD tanto en la industria y la ingeniería como en la investigación es cada día más común y aceptado. Por lo mismo, existe una gran cantidad de métodos y técnicas numéricas que se adaptan al gran abanico de situaciones y flujo. Éstas van desde los modelos comerciales de automatización de técnicas de diseño en ingeniería, hasta el uso de soluciones directas de las ecuaciones de Navier-Stokes utilizadas en la investigación como sustituto de experimentos.

## 1.2. Planteamiento del problema y enfoque

### Planteamiento

**El flujo a estudiar es una ola individual (o solitón) que rompe al acercarse a la costa.** Desde el punto de vista de la ingeniería costera, las olas dominan la dinámica costera en las zonas menos profundas del litoral marino. Los perfiles de las playas cambian conforme las olas acarrearán sedimentos costa adentro y costa afuera. Dentro de los diferentes tipos de oscilaciones, las que dominan son las generadas por el viento. Estas olas toman energía del viento que sopla sobre la superficie del mar a kilómetros costa afuera y viajan como ondas prácticamente con pérdidas de energía despreciables hasta las costas en donde disipan toda la energía que acarrearán. El principal mecanismo de disipación de la energía es la turbulencia que se genera cuando las olas rompen en las playas o chocan contra riscos u otros elementos. Por la relevancia para las actividades humanas, es pertinente el mejor entendimiento del rompimiento de las olas en playas.

Se plantea estudiar únicamente una ola aislada y no una serie de olas (ya sea monocromática o espectral) para simplificar el problema. Como se mencionó antes, la dinámica costera se puede entender como un sistema dinámico complejo, es decir, un sistema dinámico en el que la interacción entre los elementos no

es directa; en el sentido de que la relación entre los elementos genera otras propiedades que no son la simple superposición de las propiedades de los elementos aislados, llamadas propiedades emergentes. Estas propiedades son fundamentales para el correcto entendimiento de la dinámica costera, pero son tan complejas que hacer un modelo que incluya los elementos involucrados a todas las escalas (desde la interacción agua-sedimentos a nivel molecular, olas individuales, interacción entre olas, mareas y corrientes, etc.) resulta muy complicado. Por esta razón es que solamente se analizará una ola aislada; de esta manera la escala más grande considerada es la de la ola misma.

Como el principal mecanismo de la disipación de la energía en la ola es la turbulencia generada durante y después de que la ola rompe, desde el punto de vista de la mecánica de fluidos, el flujo se cataloga como un *flujo turbulento a superficie libre*. El estudio de la turbulencia representa en si un gran problema, pues en las ecuaciones la descripción de la turbulencia se encuentra en la parte no-lineal. Por lo tanto, la mejor herramienta que se conoce hoy en día para trabajar con flujos turbulentos son las simulaciones numéricas, por la imposibilidad que representa resolver las ecuaciones analíticamente. Al simular flujos, la superficie libre representa a su vez otra dificultad, pues no solo se debe simular el transporte de las propiedades del flujo, sino se tiene que calcular una frontera móvil que cambia con el tiempo.

Para el estudio del flujo se hizo una réplica simulada de un experimento que consiste en un modelo de rompimiento de presa (más conocido por su nombre en inglés: *dam break*) sobre una cama de agua frente a una rampa. El modelo de rompimiento de presa es simplemente la caída libre de una columna de agua en un canal con una cama de agua de una profundidad considerablemente menor que la de la columna. La caída de la columna sobre la cama de agua genera una ola rompiente que avanza dentro del canal longitudinalmente. El modelo *dam break* es comúnmente utilizado para validar modelos numéricos. Se optó por hacer esta simulación pues el experimento simplifica considerablemente la geometría del fenómeno real, pero sin que se pierdan las características fundamentales de la ola. Además de representar al fenómeno que se desea estudiar de manera suficientemente buena, se cuenta con los datos experimentales, los cuales sirvieron para la validación del modelo computacional. El objetivo de este experimento, al igual que para la simulación, es estudiar la hidrodinámica de la ola. Una de las grandes diferencias entre los datos experimentales y los datos numéricos es la cantidad de ellos disponibles y su distribución sobre el dominio del experimento. En la versión experimental solamente se cuenta con los datos en los puntos en los que se tomaron las medidas, mientras que en la versión

numérica se cuenta con los datos completos en todo el dominio discretizado.

### Técnicas y modelos utilizados

El modelo numérico usa una **simulación de grandes escalas** (*Large Eddy Simulation, LES*) para el modelado de la turbulencia y una mezcla de las técnicas **conjunto de nivel** (*Level Set, LS*), **volumen de fluido** (*Volume of Fluid, VoF*) y **fluido fantasma** (*Ghost Fluid, GF*) para la resolución de la superficie libre. La simulación realizada es completamente **tridimensional**. La interpretación física de los resultados numéricos se hará comparando con dos modelos heurísticos para olas rompientes: el **modelo de rodillo** (*roller model*) y el **modelo de bore (o mascaret)**. Para la educación de las estructuras turbulentas se utilizarán los **criterios Q y módulo de vorticidad** utilizando una técnica de **muestreo condicional** para la elección del valor del umbral de educación.

### Enfoque

Para el desarrollo de este trabajo se implementaron herramientas de CFD en el estudio de un problema central de la ingeniería costera. Las herramientas utilizadas son 100 % computacionales y se basó en una mezcla de las relaciones a macro- y micro-escala para determinar las ecuaciones de gobierno del modelo computacional. **El enfoque del estudio no es el buscar una aplicación ni el ser una aplicación directa de los métodos y modelos de la ingeniería costera, sino tiene un enfoque más cercano al de la investigación en la dinámica de oscilaciones por medio de la aplicación de los métodos de CFD.**

El trabajo forma parte de una investigación mucho más amplia y robusta, *identificación y análisis de estructuras turbulentas en el rompimiento de olas mediante simulaciones numéricas*, que actualmente se lleva a cabo en el *Laboratorio de Dinámica de Fluidos Computacional del Instituto de Ingeniería de la UNAM* bajo la coordinación del Dr. Martín Salinas Vázquez.

## 1.3. Objetivos e hipótesis

### Objetivos generales

1. Llevar a cabo la simulación de una ola aislada. Esta simulación se utilizará para los siguientes puntos:
2. Validar la simulación mediante datos experimentales

3. Analizar los datos de la simulación:
  - a) comparación con modelos heurísticos
  - b) educción de estructuras turbulentas
4. Análisis de las estructuras turbulentas

### Objetivos complementarios

Como objetivos complementarios se pretende sentar las bases para el cumplimiento de los objetivos generales:

1. Ejecución de pruebas del bloqueo de celdas estático y en movimiento
2. Ejecución de simulaciones probando diferentes mallas y diferentes parámetros con el objetivo de obtener una simulación que no explote
3. Codificación de los procesos de análisis y extracción de datos de los resultados de la simulación (utilizando Fortran y Matlab)
4. Desarrollo de los algoritmos de muestreo condicional y conteo de vórtices
5. Interpretación visual de los resultados mediante el uso de software de visualización de datos científicos<sup>3</sup>

### Hipótesis

1. La ola simulada tiene una zona turbulenta bien delimitada después del rompimiento. Esta zona avanza aguas arriba junto con el frente de la ola. (Ésto es en concordancia con los modelos *bore* y de rodillo de la hidrodinámica de olas.)
2. Dentro de la zona turbulenta, se tienen vórtices de todas las escalas cuya distribución sigue una ley de potencias. Se espera encontrar la presencia de ruido  $1/f$  en la distribución de la frecuencia del tamaño de los vórtices, lo cual podría interpretarse como la evidencia de que la zona turbulenta tiene un orden fractal.

---

<sup>3</sup>Todas las imágenes de la simulación y todo el análisis visual de los datos de la simulación se llevó a cabo utilizando el software *Paraview 4.1.0* de *Kitware* el cual es un software libre bajo la licencia de *creative commons* y se encuentra en: <http://www.paraview.org/>

## Capítulo 2

# Marco teórico: Hidrodinámica de olas

### 2.1. Zonas costeras y oleaje

#### 2.1.1. Terminología de las zonas costeras

En este trabajo se entiende como **línea de playa** (*shoreline*) a la frontera entre la superficie del terreno y la superficie de un cuerpo de agua. La línea de playa naturalmente cambia de posición por el movimiento del agua. La **zona costera** es el área de tierra y agua cercana a la línea costera y se extiende suficientemente hacia el cuerpo de agua y opuesto a éste para cubrir los procesos importantes para la playa.<sup>1</sup> El perfil de una playa generalmente está compuesto de 4 zonas: **costa**, **playa**, **costa cercana** (*nearshore*) y **costa afuera** (*offshore*) (esta última no forma parte de la zona costera). En la figura 2.1 se muestra un esquema del perfil típico de una playa.

Las olas se forman costa afuera y disipan su energía en la costa cercana y en la playa. La **zona de swash** o **de lavado** (o *foreshore*) es la zona de la costa cercana que intermitentemente se encuentra cubierta por agua. Su límite superior está dado por el máximo avance de las olas (*uprush*) y su límite inferior por el mínimo retroceso (*backwash*). La **zona de rompientes** o **de surf** (o *inshore*) es la zona de la costa cercana en la cual las olas rompen y disipan la mayor parte de su energía. Su límite inferior no está del todo bien delimitado, pero usualmente se considera desde que las olas comienzan su transición a olas

---

<sup>1</sup>Definición tomada de [Sorensen, 2006]

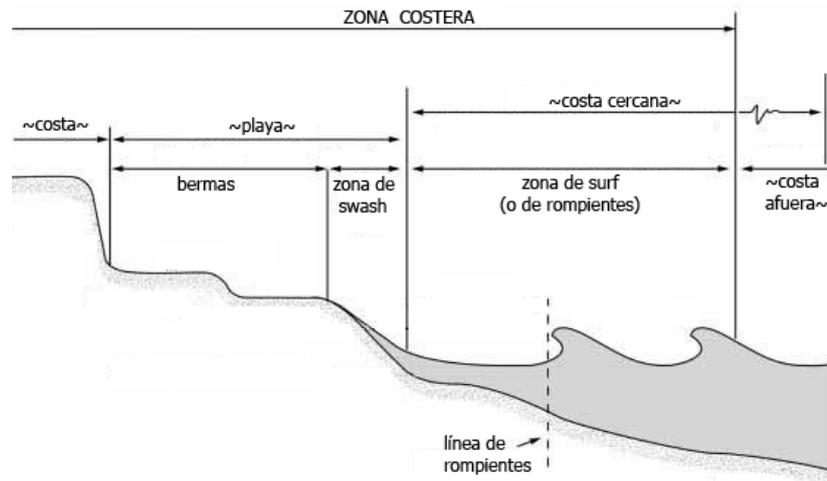


Figura 2.1: Perfil de una zona costera. Adaptado de [Dean and Dalrymple, 2004]

rompientes. Su límite superior es el límite inferior de la zona de *swash*.<sup>2 3</sup>

### 2.1.2. Clasificación del oleaje

En todo cuerpo de agua, la interacción entre la superficie del líquido con las fuerzas de la naturaleza generará algún tipo de oleaje. Al aplicar una fuerza (viento, sismos, tormentas, fuerzas astronómicas, barcos, etc.) sobre la superficie del líquido, se generará una perturbación vertical la cual será regresada al equilibrio por una fuerza restauradora (gravedad, Coriolis, tensión superficial). La inercia del agua que regresa a su posición inicial genera que se pase de su posición de equilibrio, lo cual a su vez genera un movimiento oscilatorio en la superficie del agua. Esta oscilación a su vez genera un movimiento en la superficie adyacente lo que causa que la perturbación se propague de manera ondulatoria. Esta onda se propaga por la constante interacción entre la fuerza restauradora y la inercia. La propagación de las olas transporta consigo la energía transferida por la fuerza externa al agua hasta que ésta es disipada por algún medio con el que se topa la ola (alguna estructura, costa). También se pierde parte de la energía por medio de la fricción en las interfaces agua-aire y agua-fondo, pero esta pérdida de energía es considerablemente menor comparada con la disipación

<sup>2</sup>Existe gran discrepancia respecto a la terminología costera, en especial al traducirlas al español. El *Shore Protection Manual* del USACE es usualmente utilizado como referencia para unificar la terminología. Las definiciones aquí utilizadas se tomaron de [SPM, 1984] y [Dean and Dalrymple, 2004] (quien a su vez se basa en el SPM). Para evitar estos problemas se usarán los términos *swash* y *surf* en este texto, que son los más comúnmente utilizados.

<sup>3</sup>Las palabras *swash* y *surf* son onomatopéyas del sonido que las olas hacen en esas zonas.

en la playa o al chocar con alguna estructura. La principal fuerza generadora es el viento y la principal fuerza restauradora es la gravedad. Cabe notar que las olas no son simples ondas senoidales, sino, una manera de verlo, es que son la superposición de muchas diferentes ondas de diferentes amplitudes y periodos las cuales son generadas de manera prácticamente aleatoria.

Existen varias maneras de clasificar a las olas. Las dos principales son por su fuerza generadora y por su profundidad relativa.

### Clasificación de olas por fuerza generadora

<sup>4</sup> Cada fuerza generadora comúnmente se asocia a diferentes periodos y alturas de ola como se muestra en la tabla 2.1. Esta clasificación suele ser importante.

fuerza generadora	periodo ( $T$ )	altura ( $h$ )
viento	1 - 30 s	< 3 m
tormentas	5 - 15 s	hasta 6 m
barcos	1 - 3 s	< 1 m
sismos	5 - 60 min	> 6 m
f. astronómicas	12 - 24 h	hasta 6 m

Tabla 2.1: Clasificación por fuerza generadora

Las olas restauradas por la tensión superficial se llaman *olas capilares*, son generadas por vientos muy suaves, tienen periodos muy cortos (menores a 0.1s) y alturas de ola igualmente muy pequeñas (de 1 a 2 mm); por lo tanto, no son muy significativas. Sin considerar las olas capilares, el resto de las olas son restauradas por la gravedad. La fuerza de Coriolis sólo afecta a olas de periodo largo ( $> 1$  min). Por lo tanto, ignorando las olas capilares, a las olas se les suele llamar *olas superficiales gravitacionales*.

### Clasificación de olas por profundidad relativa

Una de las clasificaciones más importantes por sus implicaciones físicas es la clasificación por profundidad relativa,  $d/L$ , donde  $d$  es la profundidad del agua (medida del fondo al nivel del agua inmóvil) y  $L$  es la longitud de onda ( $L = 1/T$ , donde  $T$  es el periodo de la ola, o bien, la distancia de cresta a cresta).

- *Olas en aguas profundas*:  $0.5 < d/L$ , no interactúan con el fondo.

<sup>4</sup>Ambas clasificaciones fueron tomadas de [Sorensen, 2006]

- *Olas en aguas intermedias o en transición*:  $0.05 < d/L < 0.5$ , las características de las olas sí dependen del fondo.
- *Olas en aguas someras (o poco profundas)*:  $d/L < 0.05$ , sí dependen del fondo.

Debido a que la mayoría de las olas se generan costa afuera por el efecto del viento y viajan hacia la costa, las olas nacen como olas en aguas profundas y cambian a ser olas en aguas someras y con ello su comportamiento también se modifica por el efecto del fondo. Es importante hacer énfasis en lo *relativo* de esta medida. El ser agua profunda o somera no es una propiedad de la playa, sino es la relación entre la ola (en específico su periodo) y la playa.

Clasificarlas de esta manera es útil cuando el estudio de las olas se simplifica a considerarlas solamente dependientes de su longitud, periodo y la profundidad del agua (teoría lineal de olas).

## 2.2. Rompientes

Cualquier ola, ya sea en aguas profundas o en aguas someras, puede romper si es que tiene la altura suficiente para volverse inestable. En *aguas profundas*, dada una ola con cierto periodo, la velocidad de las partículas de agua en la cresta de la ola es proporcional a la altura de la ola. La velocidad de propagación (celeridad) de la ola es independiente de su altura. Por lo tanto, si la altura es suficientemente grande, la velocidad de la cresta superará a la velocidad de la ola y así la ola romperá. En *aguas someras*, las características de la ola sí son influenciadas por la el fondo y por lo tanto dependen de la profundidad. Conforme la profundidad ( $d$ ) disminuye, la velocidad de las partículas de la cresta aumenta y la celeridad de la ola disminuye, lo cual genera una inestabilidad al igual que en el caso anterior y la ola rompe. Por lo tanto, en aguas profundas la altura máxima de la ola está dada por su periodo y en aguas someras está dada por la profundidad.

### 2.2.1. Clasificación

De acuerdo al [SPM, 1984], las olas olas rompientes se clasifican en:

1. *Descrestamiento (Spilling)*: rompen gradualmente y son caracterizadas por una zona de espuma y turbulencia en la cresta (llamada *agua blanca*). La disipación de la energía se lleva a cabo de forma gradual en esta región de agua blanca.

2. *Voluta (Plunging)*: la cresta tiene una velocidad considerablemente mayor que la celeridad de la ola, por lo que se forma una especie de rulo o protuberancia el cual avanza y se clava por frente de la ola. El choque de esta protuberancia en lo que se llama *punto o línea de rompiente* disipa una gran cantidad de energía.
3. *Colapso (Collapsing)*: este tipo no es como tal uno distinto, sino la transición de voluta a marejada. Se suele agregar por comodidad del lenguaje.
4. *Oscilante (Surging)*: tienen una asimétrica (similar a las tipo voluta antes de romper) pero la base de la ola avanza de manera turbulenta más que la cresta por lo que no se forma la voluta.

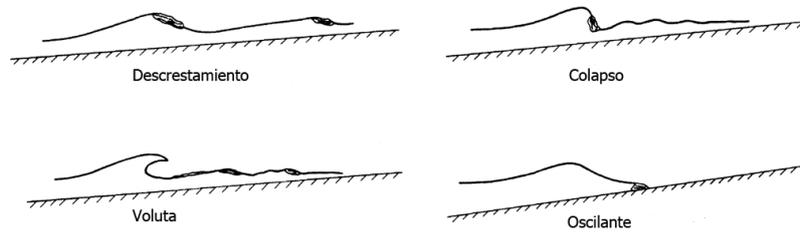


Figura 2.2: Esquema de los tipos de rompientes. [Sorensen, 2006]

En la mayoría de las playas suele haber una transición suave de la pendiente de la playa y de la profundidad del agua, por lo que la mayoría de las olas rompe y tiene una transición por los diferentes tipos de ola. También es común que después de que una ola rompe, se generan otras olas de periodo más pequeño las cuales igualmente rompen al llegar a su altura crítica respecto al fondo. En aguas profundas solo se generan rompientes tipo descrestamiento y tipo voluta.

Existen numerosos experimentos los cuales buscan dar reglas empíricas para determinar el tipo de rompiente que se presentará dado un perfil de playa. Éstos buscan dar un criterio de clasificación y de predicción de la relación entre la altura de la ola y la profundidad de la playa en función de la pendiente de la costa. En el [SPM, 1984] se pueden encontrar las gráficas con los resultados de estos experimentos. A pesar de no dar resultados muy precisos, suelen usarse como guía en la ingeniería para dar una predicción aproximada del tipo de rompientes y de su ubicación (relativa a su distancia a la línea de playa) por la importancia del tipo y localización de la disipación de la energía de las olas.

### 2.2.2. Teorías y modelos de olas

En esta sección se hará un breve recuento de las teorías y modelos usados en la mecánica de olas. Solamente se profundizará en los modelos que se utilizarán

en este trabajo. Para el planteamiento completo de estas teorías se recomienda consultar [Dean and Dalrymple, 1991].

La dinámica de las olas gravitacionales superficiales en un momento dado en el mar es sumamente complicada debido a la enorme cantidad de diferentes formas, tamaños, frecuencias y direcciones de propagación presentes. La primera y más sencilla manera de dar un modelo de las olas gravitacionales superficiales fue dada por Airy en 1845. Esta teoría se conoce como la **teoría lineal de olas** debido a que se omitieron las partes no lineales de las ecuaciones diferenciales que describen el flujo. Por las simplificaciones realizadas, la teoría expresa el desplazamiento de la superficie del agua como una función senoidal ( $\eta(x, t) = (H/2)\cos(kx - \sigma t)$ ). Para esta teoría se hacen las siguientes suposiciones: flujo bidimensional, fluido incompresible, flujo irrotacional, fondo impermeable, amplitud de onda pequeña, el periodo de la ola esta relacionado con la profundidad del agua. Estas suposiciones naturalmente imponen limitaciones a la teoría. A pesar de que en el mar nunca se encontrará una ola únicamente formada por una onda senoidal, este modelo se utiliza comúnmente para el análisis de experimentos de laboratorio de olas monocromáticas. En la figura 2.3 se muestra una esquema de una ola lineal.

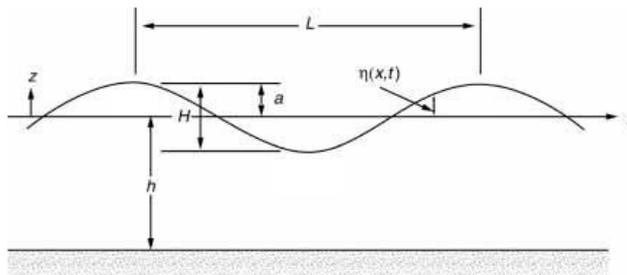


Figura 2.3: Esquema de una ola bajo el modelo lineal. [Dean and Dalrymple, 1991]

Algunas de las teorías no-lineales de olas son<sup>5</sup>:

- Para olas periódicas: la **teoría de Stokes** (1847), y la **Stream Function Theory** (Dean & Dalrymple, 1947). De la segunda se concluye que las propiedades de las olas son más pronunciadas en las crestas que en los valles, lo cual genera olas más picudas que la teoría lineal.
- Para profundidades variables y aguas profundas : **ecuaciones de pendiente suave modificada** (Booji, 1972 y Kirby & Dalrymple, 1984).

<sup>5</sup>[Dean and Dalrymple, 2004]

- En aguas someras: **teoría de ola solitaria** (Russell, 1844). En la zona de surf con una pendiente suave, (Munk, 1949) mostró que las olas se comportan casi como olas solitarias. Para olas periódicas, la **teoría cnoidal analítica** de (Korteweg & de Vries, 1895) es utilizada. Las teorías derivadas de las **ecuaciones de Boussinesq** son mucho más robustas (las teorías de aguas someras son soluciones de las ecuaciones de Boussinesq). Para su uso en ingeniería se han extendido más allá de lo que la teoría respalda para poder incluir aguas profundas y los efectos del rompimiento de olas.

Todos estos modelos y teorías de olas se utilizan para describir las olas desde que se genera hasta antes de que rompen, es decir, para la **propagación de las olas**. A partir de ellos, se han hecho varias propuestas para predecir el lugar de la rompiente y sus características como su altura y cantidad de energía disipada. Algunos de los modelos llegan a dar soluciones aproximadas hasta justo antes de que la ola rompa. La limitación mas fuerte de las teorías de olas proviene de que la mayoría asume que el flujo es **irrotacional**. Esta suposición impone que estos modelos no puedan predecir vórtices, los cuales son naturalmente rotacionales, los cuales a su vez son parte fundamental del flujo turbulento presente en las rompientes.

**El rompimiento de las olas sigue siendo hoy en día uno de los problemas más difíciles de la hidrodinámica debido a la naturaleza altamente no-lineal y turbulenta del flujo en ese momento. Ésto ha impedido el desarrollo de un modelo detallado de las rompientes y por lo mismo el desarrollo de modelos a macro-escala utilizables en la ingeniería tampoco ha sido posible.**

Dos propuestas de los modelos son el modelo de bore (Peregrine & Svendsen, 1978) y el modelo de rodillo (Svendsen, 1984)<sup>6</sup>. Estos dos modelos de rompientes son los que se utilizarán en este trabajo; se buscará si el flujo simulado cumple con las estructuras y comportamientos propuestos.

Solamente se hará una descripción de las estructuras y zonas dentro de las rompientes que propone cada modelo; no se entrará en el detalle de las ecuaciones ya que éstas no serán utilizadas para resolver el flujo. El flujo se resolverá numéricamente con el modelo expuesto en el capítulo 4. Sumado a esto, como

---

<sup>6</sup>Los modelos en realidad no tienen nombres, pero se les nombrará así para facilitar su referencia a lo largo del texto

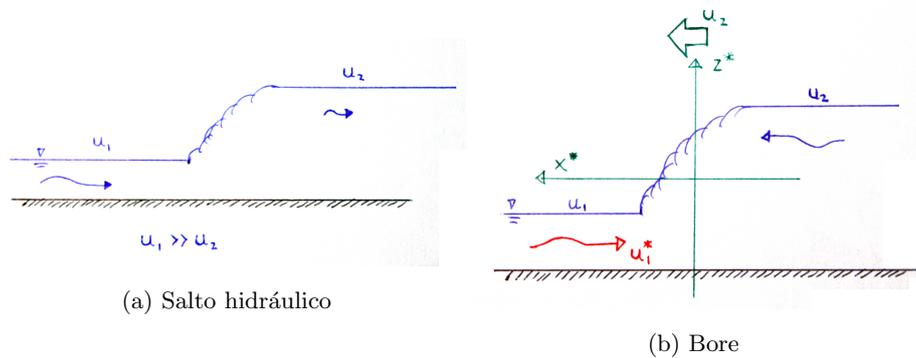


Figura 2.4: Esquemas comparativos de un salto hidráulico y un bore.

En azul se indican las velocidades y los flujos reales. En (b) se indica en verde el marco de referencia que se mueve junto con el frente de la ola a una velocidad  $u_2$ , indicando con un \* las cantidades respecto a este marco de referencia. En rojo se indica la velocidad del flujo de entrada respecto a la nueva referencia ( $u_1^*$ ), siendo análogo al flujo supercrítico en (a).

se menciona en la sección 5.5, los resultados de la simulación no son suficientemente buenos para hacer un análisis cuantitativo detallado del flujo, más si son adecuados para un análisis cualitativo.

Antes de entrar a la descripción de los modelos, se definirá lo que es un **bore**<sup>7</sup>. Un bore es, haciendo un par de simplificaciones, un salto hidráulico visto desde un marco de referencia el cual se mueve con el frente del flujo (figura 2.4). [Madsen and Svendsen, 1982] los definen de la siguiente manera: un salto hidráulico es una transición estacionaria de un flujo supercrítico a uno subcrítico con una capa límite debida al flujo supercrítico; un bore es una transición a una altura de agua más alta que se propaga sobre agua inmóvil con un nivel más bajo con una capa límite menos marcada (que en el salto hidráulico) al frente de la transición. Tanto en el salto hidráulico con el bore es común que se presente una zona de recirculación a la cual se llamará **rodillo de superficie**.

Esta definición es relevante ya que después de que las olas rompen, ya sea por medio de una voluta o sin ella, tienen una transición y forman un bore el cual avanza hacia a la playa. Los bores son los responsables de las típicas zonas turbulentas de agua blanca en el frente de la ola.

<sup>7</sup>Como se mencionó antes, no existe la traducción al español de este término, por lo que se utilizará esta palabra a lo largo del texto.

### Modelo de bore

Éste modelo fue propuesto por [Peregrine and Svendsen, 1978] y fue uno de los primeros acercamientos a la descripción del flujo en la zona de surf. La idea central es trabajar el flujo como si fuera otro del cual se conoce más. Se propone que a pesar del rompimiento bastante caótico de las olas, después de un corto tiempo el flujo está relativamente bien organizado. Peregrine y Svendsen definen esto como una *ola quasi-estable*, cuando la ola cambia poco durante el tiempo que le toma a una partícula pasar por ella (excluyendo las partículas de agua que recirculan con la ola y avanzan con ella). Proponen que la ola sea descrita por un bore, haciendo hincapié en otra diferencia entre un bore y un salto hidráulico: el primero es quasi-estable y el segundo es estable. Los autores proponen que el rodillo del bore no es relevante para la dinámica de la ola y que solamente forma parte de una región de alta turbulencia.

Por detrás del frente del bore, hay una zona turbulenta la cual es similar al flujo turbulento en una **capa de mezclado**. Una capa de mezclado aparece cuando dos flujos uniformes laminares paralelos se juntan (figura 2.5). En este

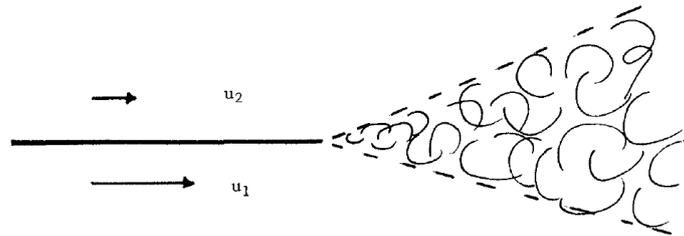


Figura 2.5: Esquema de una capa de mezclado turbulento.

[Peregrine and Svendsen, 1978]

caso, se tiene que  $u_2 \simeq 0$ , es decir, como el marco de referencia se mueve con el bore, la velocidad del frente de la ola es casi cero. En las capas de mezclado, la región turbulenta crece linealmente en forma de cuña y el ángulo de apertura depende de la diferencia entre las velocidades de los flujos. Esto funciona siempre y cuando ninguno de los dos tenga velocidad cero. Por lo tanto, para estimar la apertura de la cuña, se supone que  $u_2$  es cercano a cero y no cero. La zona turbulenta, conforme se aleja del frente del bore, entra en una zona de decaimiento la cual se expande como una **estela**. La estela cuenta con dos zonas de interacción, en la parte superior y cerca de la superficie, el decaimiento se debe a la acción de la gravedad y en la parte inferior por el contacto con el fondo (figura 2.6).

Lo más relevante de este modelo es que fue el primero en proponer que la ola

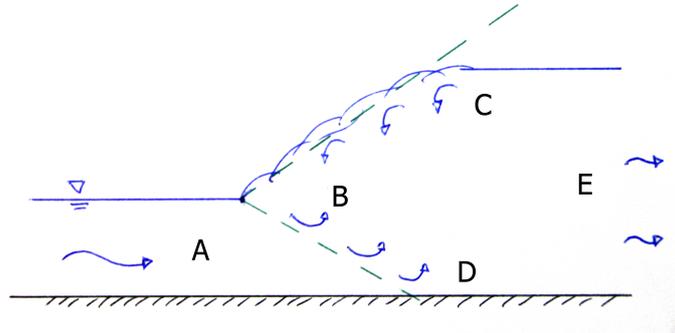


Figura 2.6: Esquema de las regiones del modelo de bore para una ola quasi-estable:

A) entrada de flujo, B) capa de mezclado, C) interacción con la superficie (gravidad), D) interacción con el fondo, E) estela (región de decaimiento) .

Adaptado de [Peregrine and Svendsen, 1978].

en la zona de surf se describa mediante un bore, por esto se le llamará modelo de bore. Propiamente hablando, este modelo debería de llamarse modelo de capa de mezclado / estela. Los autores no proponen las ecuaciones para describir el flujo.

### Modelo de rodillo

Este modelo para olas en la zona de surf se basa en la teoría desarrollada en [Madsen and Svendsen, 1982] para la descripción de saltos hidráulicos y bores. En esta teoría se propone que el flujo está dominado por un rodillo superficial (zona de recirculación cerca de la superficie). El modelo de rodillo<sup>8</sup> propone que la estructura turbulenta de la olas está dominada por la superficie y por el rodillo de superficie del bore. Por lo tanto, este modelo se enfoca en calcular la altura de la ola y las variaciones promedio de la superficie. Esta idea se basa en que las mediciones de los niveles de turbulencia indican que éstos son más bajos justo después de que la ola rompe y que incrementan poco tiempo después una vez que el rodillo se ha formado.

Las suposiciones fuertes del modelo son: a) que el rodillo viaja junto con la ola, es decir que su velocidad media es igual a la celeridad de la ola. b) la vorticidad es inyectada al flujo por el rodillo, zona donde se tiene un incremento considerable en el flujo de energía y de momento. c) el transporte de la turbulencia es principalmente por difusión. Como consecuencia de esto, se tiene que:

<sup>8</sup>Originalmente propuesto por [Svendsen, 1984] y posteriormente trabajado por otros autores, de los cuales para este trabajo se consultaron: [Mocke, 2001] y [Viviano et al., 2010].

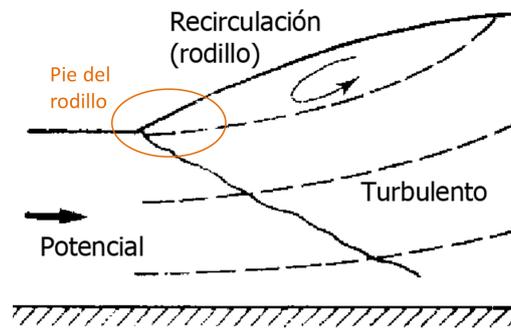


Figura 2.7: Esquema del rodillo de superficie de un bore. Adaptado de [Madsen and Svendsen, 1982]

- la turbulencia se genera en la zona del rodillo más al frente de la ola, en la zona de contacto del agua que avanza sobre el agua con una altura más baja. A esta zona se le llamará el **pie del rodillo** (*roller toe*) (figura 2.7). A partir de ahí, la turbulencia se disipa en forma de cuña. La zona de mayor disipación es la punta opuesta al pie del rodillo.
- la altura relativa y el periodo del rodillo definen la generación de turbulencia y las escalas que se presentarán en la misma.

Este modelo es uno de los más aceptados.

### Estructura turbulenta del flujo

[Nadaoka et al., 1989] se cuestionaron si las simples analogías de los modelos de bore y de rodillo funcionaban lo suficientemente bien, por lo que a partir de una serie de experimentos utilizando metodologías de visualización de flujo y velocimetría de partículas, replicaron el campo de velocidades de olas en la zona de surf. A partir de sus experimentos, propusieron la existencia de la siguiente estructura en el flujo: en las rompientes en la zona de surf se presentan vórtices de gran escala de dos tipos: **vórtices horizontales** y **vórtices oblicuos descendientes**. Los horizontales se presentan en la región más cercana a la cresta de la ola, tienen un flujo casi bidimensional y su eje de rotación es perpendicular a la dirección de propagación de la ola. Los oblicuos aparecen rápidamente detrás del frente de la ola, donde el flujo pasa a ser completamente tridimensional. Los vórtices oblicuos se forman una especie de protuberancias que se estiran hacia el fondo. En la figura 2.8 se muestra un esquema de esta estructura a gran escala. Los vórtices más eficientes para extraer energía del flujo son los oblicuos, pues su eje está alineado con el de la velocidad de deformación principal.

Estos vórtices, generan una gran cantidad de turbulencia que no se promedia

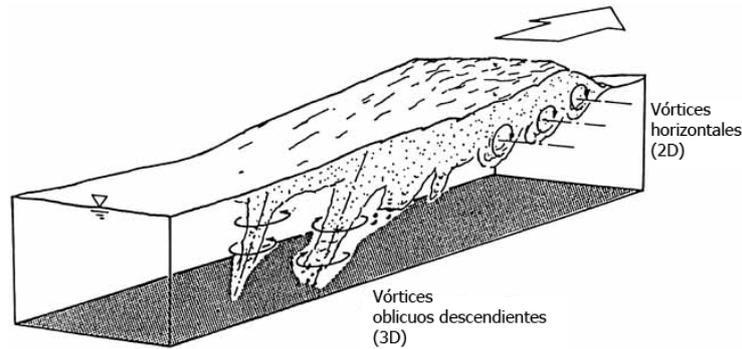


Figura 2.8: Esquema de la estructura de los vórtices a gran escala en olas rompientes.

[Nadaoka et al., 1989]

a ceros. Fuera de esta región, el flujo es casi irrotacional (potencial). Dentro de la zona de los vórtices de gran escala, el flujo se puede dividir en una parte potencial y una rotacional. La parte potencial es la asociada al movimiento ondulatorio característico de las olas y la parte rotacional es asociado a los vórtices (de gran escala) y a la turbulencia; a esto los autores proponen llamarlo **pseudoolas**. Aparentemente, las olas (comportamiento ondulatorio) y los vórtices (transporte de momento y energía) son comportamientos físicamente contradictorios; sin embargo, en las olas rompientes coexisten, lo cual lo vuelve una característica especial de las olas en la zona de surf.

El que las olas en la zona de surf se comporten como pseudoolas tiene consecuencias relevantes para flujo: a) La vorticidad se genera al frente de la ola y a partir de ahí es transportado hacia el flujo irrotacional. b) La parte rotacional del flujo incrementa considerablemente el transporte de masa hacia la playa, así como el transporte de momento y con ello un decremento en la altura de la ola.

Una diferencia importante con el modelo de rodillo, es que en ese modelo el rodillo está adherido al frente de la ola y avanza con ella a la misma velocidad, mientras que en la pseudoolas se generan varios vórtices horizontales en secuencia que viajan a la playa más lento que la ola, por lo que se van quedando atrás (figura 2.9). En ambos casos, tanto el rodillo como los vórtices horizontales son los principales responsables del transporte de masa.

### Observaciones

Al analizar los resultados de la simulación (capítulo 6) se buscarán las estructuras propuestas por los modelos de bore y de rodillo y por la estructura de pseudoolas. Recapitulando, se buscará si en la simulación se forma una zona de recirculación al frente de la ola (rodillo), si se forma una cuña turbulenta la

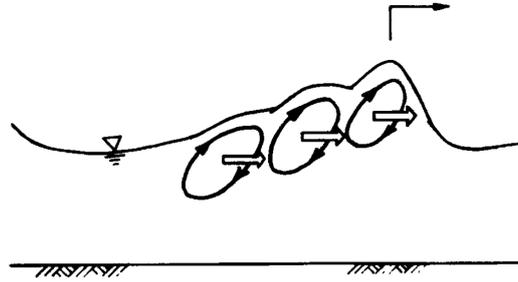


Figura 2.9: Esquema de los vórtices horizontales que se desprenden del frente.

Adaptado de [Nadaoka et al., 1989]

cual se disipa como estela (bore) y/o si se forman los vórtices de gran escala tanto horizontales como oblicuos. En las figuras 2.6, 2.7 y 2.8 se esquematizan las estructuras correspondientes.

Las tres propuestas tienen puntos de coincidencia y puntos en los que difieren:

- En las tres se sugiere que el pie del rodillo es la fuente principal de la turbulencia.
- En los modelos de bore y rodillo, la turbulencia se disipa como estela por detrás del frente de la ola, mas no se hace mención de otras estructuras a gran escala a diferencia de la estructura de pseudoola.
- En el modelo de rodillo, éste avanza junto con la ola a la misma velocidad mientras que en la pseudoola los vórtices horizontales viajan más lento que la ola dejando *copias* de ellos atrás. En ambos casos, estas estructuras a gran escala son las responsables de la mayor parte del transporte de masa y de momento. En el modelo de bore no existe una estructura dominante, solamente se considera como una capa de mezclado.
- En las tres se menciona una dependencia de la altura relativa de la ola. Si el agua donde se desarrolla la ola no es suficientemente profunda, entonces las estructuras (estela o vórtices a gran escala) no se desarrollarán por completo y el principal mecanismo de disipación de la energía pasa a ser el fondo.
- Las tres coinciden en que el flujo después de que la ola rompe es un bore, por lo menos en el frente de la ola.

## Capítulo 3

# Marco teórico: Dinámica de fluidos computacional

### 3.1. Flujo turbulento

Los flujos turbulentos son el tipo de flujo que predomina en la naturaleza y en las aplicaciones de la ingeniería, sin embargo resulta sumamente difícil (y en ocasiones es cuestionable su relevancia) siquiera definir qué es un flujo turbulento, y aún más complicado estudiar los mismos. La clasificación de los flujos en *laminar* y *turbulento* es una clasificación relativa a la viscosidad del fluido y a la velocidad del flujo, relación que se condensa en el *número de Reynolds*. Sin embargo, un flujo turbulento es mucho más que un simple parámetro adimensional. Su definición es difícil pues empíricamente se conoce una enorme cantidad de flujos que se consideran como turbulentos pero con características muy diferentes, así como flujos que no son turbulentos pero tampoco laminares. Presentaré un breve resumen de las ideas descritas en [Lesieur, 1997], [Tennekes and Lumley, 1972] y [Davidson, 2004], no con el fin de profundizar en la discusión de qué es un flujo turbulento, sino únicamente con el fin de mostrar lo complicado que puede resultar este tipo de flujos y el desacuerdo que existe respecto a ellos, tanto así que hoy en día sigue siendo uno de los problemas abiertos más relevantes en la física.

#### 3.1.1. Condiciones necesarias para el flujo turbulento

Primeramente quisiera hacer notar que los autores no dan como tal una definición de lo que es un flujo turbulento, sino un listado de propiedades que

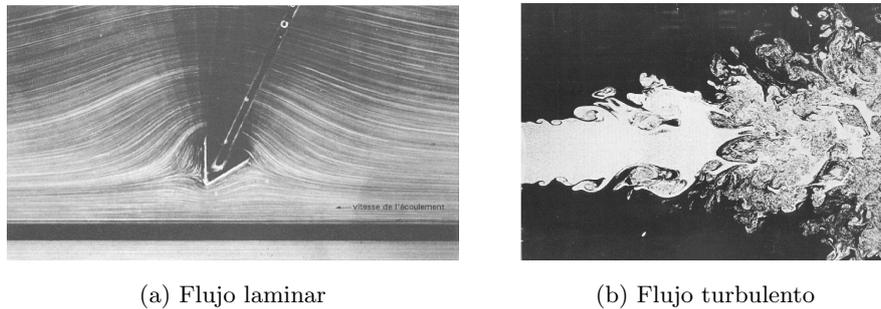


Figura 3.1: [Lesieur, 1997]

son necesarias<sup>1</sup> para la presencia de turbulencia en un flujo. Una selección de estas condiciones son:

1. [ALEATORIEDAD]: el campo de velocidades fluctúa de manera temporalmente aleatoria en el tiempo y por lo tanto es altamente desordenado en el tiempo.
2. [DIFUSIVIDAD]: el flujo debe de ser capaz de mezclar las cantidades que transporta más rápidamente que la difusión molecular
3. [BANDA ANCHA]<sup>2</sup>: el flujo presenta una gran cantidad de escalas tanto espaciales como temporales
4. [SENSIBILIDAD A LAS CONDICIONES INICIALES]<sup>3</sup>: el campo de velocidades es sensible a las condiciones iniciales, en el sentido de que cualquier cambio en el estado inicial se amplificará; como consecuencia, el flujo no es predecible a largo plazo
5. [INESTABLE]: el flujo es altamente inestable y se requiere de la presencia de una perturbación inicial la cual desencadena el flujo turbulencia en un flujo con un número de Reynolds alto
6. [TRIDIMENSIONALIDAD]: la vorticidad es fluctuante, lo que tiene como consecuencia que el flujo sea necesariamente tridimensional

<sup>1</sup>La implicación "lógica  $Q$  es necesaria para  $P$ " (en símbolos:  $P \implies Q$ ) es más sencillo entenderla considerando su contrapositiva (que es lógicamente equivalente), i.e.  $\neg Q \implies \neg P$ , i.e. el que no se cumpla  $Q$  implica que no se cumple  $P$ . En nuestro caso, esto se traduce a que si no se tiene cualquiera de las condiciones consideradas como necesarias para que el flujo sea turbulento, entonces el flujo no es turbulento, donde  $P$  es *el flujo es turbulento* y  $Q$  las condiciones listadas.

<sup>2</sup>El término *banda ancha* hace referencia al amplio espectro que presentan los flujos turbulentos en su estudio espectral, i.e. en un espacio de Fourier

<sup>3</sup>También se conoce como el *efecto mariposa*, como se ejemplifica en la figura 3.2

7. [DISIPATIVIDAD]: el flujo disipa energía en la escala espacial más chica mediante fricción y calor

Cabe hacer varias observaciones respecto a estas propiedades:

- Varias de estas propiedades son consecuencia unas de otras (en la mayoría de los flujos), como por ejemplo: (1)  $\implies$  (6) y (4)  $\implies$  (1).
- La lista más general es dada por Lesieur y únicamente incluye las primeras 3 propiedades, i.e. aleatoriedad, difusividad y banda ancha. Esto trae como consecuencia el que algunos flujos bidimensionales se puedan considerar como turbulentos, o bien, cuasi-turbulentos.
- Podría afirmarse que la (2) *difusividad turbulenta* es la propiedad más relevante para las aplicaciones en ingeniería seguida de la (7) *disipatividad* de los flujos turbulentos.
- Hay que diferenciar entre un flujo caótico y un flujo turbulento. Una de las características principales de un sistema caótico es la sensibilidad a las condiciones iniciales, lo cual se presenta en los flujos turbulentos, pero puede haber flujos sensibles a las condiciones iniciales no difusivos o no disipativos, que son las dos características físicas más relevantes, por lo tanto estos flujos caóticos no se consideran como turbulentos.
- El que las líneas de flujo no sean estrictamente paralelas y en el sentido del flujo (como en un flujo laminar ideal) no implica que el flujo sea turbulento. Se pueden presentar comportamientos periódicos los cuales perturban las líneas de flujo (especialmente en flujos en transición) sin ser flujo turbulento.
- La (5) *inestabilidad* y la (4) *sensibilidad a las condiciones iniciales* son una clara huella de la no linealidad del flujo. Estas características hacen además que cada flujo sea (prácticamente) único.

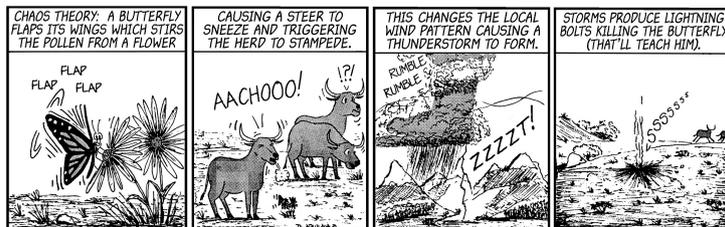


Figura 3.2: Efecto mariposa. Ilustración de D. Aquilina

- Un número de Reynolds grande por si solo no garantiza flujo turbulento, es necesario de una perturbación en el flujo la cual se amplificará y generará la *cascada turbulenta*. Estas perturbaciones sucederán (casi) siempre en la naturaleza; pueden ser evitadas únicamente en laboratorios bajo condiciones muy controladas.
- la turbulencia es una característica del flujo, no del fluido.

Como última nota de los flujos turbulentos cabe mencionar que la clasificación en *laminar y turbulento* pasa en medio por un *flujo en transición* posterior a una perturbación una vez que el número de Reynolds es suficientemente alto (i.e. cuando las fuerzas inerciales dominan a las viscosas). Además de este flujo en transición, por lo general se presentan regiones turbulentas en un flujo a diferencia de un flujo completamente turbulento.

### 3.1.2. Métodos de análisis de la turbulencia

Como ya se mencionó en la introducción, no se conoce una solución analítica a las ecuaciones de Navier-Stokes en el caso de flujos turbulentos (con la excepción de muy pocos casos no prácticos) lo que vuelve el estudio de la turbulencia un problema, eliminando prácticamente la esperanza de encontrar una solución a la ecuación (por lo menos en el corto plazo y desde el punto de vista pragmático). Como usualmente se trabaja es haciendo estudios numéricos basados ya sea en métodos *estadísticos* o *espectrales* sobre las ecuaciones de N-S fuertemente complementados por datos experimentales pues con estos métodos de estudio se tendrá más incógnitas que ecuaciones. A esto se le conoce como el *problema de cierre de la turbulencia*, lo cual conlleva a incluir ecuaciones heurísticas a las ecuaciones de N-S para poder resolverlas de manera aproximada.

## 3.2. CFD

A la resolución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes se le conoce como *Computational Fluid Dynamics* (CFD)<sup>4</sup>. Es importante recalcar que **todos los métodos numéricos son soluciones aproximadas de las ecuaciones de N-S, es decir, siempre conllevan error.**

Los métodos más comunes para la resolución de flujos turbulentos se clasifican en:

1. *DNS - Direct Numerical Simulation*: esta es la resolución numérica completa de las ecuaciones de N-S. Es sumamente costosa y lenta pues para

---

<sup>4</sup>askdñfjaslñdjf determinismo

incluir todas las escalas espaciales y temporales se requiere de una discretización muy fina. Este tipo de simulaciones no se utilizan en casos prácticos, más bien son utilizadas como punto de comparación para la validación de otros métodos numéricos.

2. *RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*: se basa en un promedio temporal de las ecuaciones de N-S y se resuelve numéricamente para el campo de velocidades promedio. Para sobreponerse al problema de cierre, se suele utilizar el concepto de *viscosidad de torbellino (eddy viscosity)*. Este tipo de simulaciones es útil cuando se desea conocer cantidades promedio del flujo (como perfiles de velocidades) pero pierden el detalle de los procesos físicos involucrados en el flujo.
3. *LES - Large Eddy Simulation*: se basa en filtrar de la simulación las escalas pequeñas las cuales son modeladas (*modelo de submalla*) y únicamente se resuelve numéricamente para la evolución de las escalas grandes<sup>5</sup>. Al simular las escalas grandes, LES recupera la dinámica de los vórtices (más grandes que la escala filtrada) que se generan dentro del flujo. Una simulación tipo LES es útil para predecir la estructura del flujo, más no tanto para recuperar las cantidades exactas de las posiciones y velocidades, consecuencia de la incertidumbre que introduce el modelado de las escalas pequeñas la cual es amplificada por la no-linealidad de las ecuaciones.

En pocas palabras: DNS y LES son comúnmente utilizadas con el enfoque de entender la estructura y la física de un flujo turbulento mientras que RANS se utiliza para obtener resultados para diseño de manera práctica y rápida.

LES será el método que se utilizará para el modelado de la turbulencia en este trabajo.

### Algunas notas sobre LES

La manera más correcta de nombrar a las simulaciones LES es por su nombre original en francés, *Simulation des grandes échelles*, es decir, simulación de grandes escalas; pues LES es en esencia simplemente un "filtrado del flujo por medio de la eliminación de las escalas más chicas que cierta escala  $\Delta x$  por medio de un filtrado de paso bajo [*low-pass filtering*, i.e. por medio de una convolución] para encontrar ecuaciones de evolución para las grandes escalas del

---

<sup>5</sup>SIMULAR vs MODELAR: *simular* se refiere a resolver las ecuaciones que describen a un fenómeno (en este caso las ecuaciones de N-S) mientras que *modelar* se refiere a proponer un nuevo juego de ecuaciones simplificadas que aproximen el comportamiento de un fenómeno, a estas ecuaciones se les conoce como un *modelo*.

flujo” ([Lesieur et al., 2005, p. 1]), expresando de manera determinista la información y evolución de las *estructuras coherentes* (definidas adelante, sec. 3.3.1) del flujo. En un momento inicial, el flujo dado por las ecuaciones LES es idéntico al dado por una simulación DNS salvo por las escalas menores a  $\Delta x$  (*escalas de submalla*), cuyo comportamiento está dominado por la parte no-lineal de las ecuaciones lo que trae como desventaja la propagación de la impredecibilidad e incertidumbre de los efectos no lineales al resto del flujo conforme avanza el tiempo. Las escalas de submalla requieren ser modeladas (*modelo de submalla*) con lo que se cierra el sistema de ecuaciones de las escalas grandes. Como los efectos no lineales de las escalas de submalla se propagan, una simulación LES únicamente representa a) características estadísticas de la turbulencia; y b) dinámica de vórtices y estructuras coherentes.

Es relevante hacer énfasis en lo *determinista* de las ecuaciones LES. Se considera que un fenómeno es determinista en el sentido de Laplace si: *dado un estado inicial (para todas las escalas) para un tiempo  $t_0$  y unas condiciones de frontera, entonces existe un único estado para todo tiempo  $t < t_0$* . Este principio determinista, en nuestro problema, es equivalente a suponer la existencia y unicidad de la solución de las ecuaciones de N-S, lo cual no se conoce si es cierto, mas la evidencia empírica sugiere que no es descabellado suponerlo. En el caso de flujos turbulentos, además de no conocerse la solución (i.e. no saber si es determinista o no), el flujo es sensible a las condiciones iniciales<sup>6</sup>. Así pues, las ecuaciones LES son deterministas en un sentido numérico y siguen siendo sensibles a las condiciones iniciales, es decir, nos permiten predecir el comportamiento *aproximado* del flujo turbulento<sup>7</sup>, es decir, es un sistema de ecuaciones cerradas.

Con estas observaciones se tiene que LES es una gran herramienta para descifrar la estructura de la turbulencia dada por los vórtices, alineándose así con los objetivos de este trabajo y de la línea de investigación.

<sup>6</sup>Nótese que el que un fenómeno sea sensible a las condiciones iniciales no implica que el fenómeno no sea determinista.

<sup>7</sup>quizás sería mas correcto decir *evolucionar* en lugar de *predecir*, pues la sensibilidad a las condiciones iniciales propia de la turbulencia conlleva que el flujo sólo sea predecible hasta un cierto tiempo después del cual el error de las condiciones iniciales se amplifica demasiado.

### 3.3. Dinámica de vórtices

#### 3.3.1. Educción de vórtices

Una simulación LES representa adecuadamente estructuras energéticas de un flujo que tienen una escala mayor a una cierta escala  $\Delta x$  que determina el filtrado entre las estructuras simuladas y modeladas. Estas estructuras de *grandes escalas* pueden o no estar dotadas de una organización espacial la cual puede generar la aparición de *estructuras y vórtices coherentes* en el flujo. Se utilizarán las definiciones de Lesieur<sup>8</sup>, [Lesieur, 1997, pp. 7,8]:

**Definición 1.** Una *estructura coherente* es una región del flujo que, en un momento dado, tiene cierta organización respecto a cualquier cantidad relacionada con el flujo (velocidad, vorticidad, presión, densidad, temperatura, etc.)

**Definición 2.** Un *vórtice coherente* es una región del flujo que satisface:

- a) la concentración de  $\omega$ <sup>9</sup> debe de ser lo suficientemente grande para que el fluido se enrolle de manera local en la región
- b) la región debe de mantener una forma característica (siguiendo el movimiento del flujo) aproximadamente durante un tiempo  $T_c$  mayor que  $\omega^{-1}$  (el tiempo de rotación local)
- c) es impredecible

Obsérvese que en particular todo vórtice coherente es una estructura coherente.

A partir de esta definición se pretende identificar o educir los vórtices<sup>10</sup> en un flujo a partir de datos experimentales o numéricos. La identificación de los vórtices es uno de los principales problemas en cuanto al análisis de la estructura de vórtices de un flujo pues no es posible aplicar la definición directamente sino sus consecuencias. Existen varios métodos para la educción de vórtices, mas los utilizados con mayor frecuencia son los basados en  $\nabla \vec{u}$  por su fuerte relación con  $\vec{\omega}$ . Éstos métodos se basan en la identificación de *isosuperficies* de ciertos escalares:  $Q$ ,  $\lambda_2$ ,  $p$  (presión baja) y  $\omega$  (vorticidad alta).

<sup>8</sup>La definición de *vórtice* es otra dentro del área para la cual no hay una definición universalmente aceptada. Una vez más, la idea de vórtice es conocida intuitivamente más no es sencillo dar una definición formal. Las dificultades van en el sentido de dar una definición verdaderamente objetiva (i.e. independiente de los sistemas de referencia, sistemas de coordenadas y tipo de flujo).

<sup>9</sup>Se utilizará la siguiente notación para el *módulo del vector vorticidad*:  $\omega = \|\vec{\omega}\|$ , donde  $\vec{\omega} = \text{Rot}(\vec{u})$

<sup>10</sup>Se utilizará solamente vórtice para referirse a vórtice coherente

En [Lesieur, 1997] se presentan detalladamente los métodos y los fundamentos detrás de ellos y en [Dubief and Delcayre, 2000] se presenta un comparativo de ellos aplicados a diferentes flujos resueltos numéricamente. Se presentará un pequeño resumen de estas ideas:

### 3.3.2. Métodos basados en $\nabla\vec{u}$

1. El primer candidato para identificar un vórtice, como consecuencia de (a) de la Def. 2, es vorticidad ( $\omega$ ) alta. Este criterio falla cerca de las paredes y en ocasiones genera láminas de alta vorticidad que no son vórtices.
2. Interpretando (a) - (c) en términos del mínimo local de presión, los núcleos de los vórtices deben de tener presiones bajas ( $p$ ) (debido a un balance entre las fuerzas centrífugas y el gradiente de presión), siendo éste el segundo criterio natural. Las isosuperficies de presiones bajas fallan en ocasiones pues estos núcleos de presión baja son relativos a la presión de la región cercana al vórtice.
3. El segundo invariante del gradiente de velocidad al cual se le llamará  $Q$ , puede interpretarse como la resta entre la velocidad de rotación y la velocidad de deformación. Se espera que la rotación sea mayor que la deformación en un vórtice, es decir, que se tenga  $Q > 0$ . Además, en flujos incompresibles una presión baja en el núcleo de un vórtice implica  $Q > 0$ ; por lo tanto en este tipo de flujos el criterio  $Q$  puede considerarse como un refinamiento del criterio  $p$ -baja.
4. El último criterio, llamado  $\lambda_2$  por referirse al segundo valor propio de la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad, el cual es negativo si se supone que en los núcleos de los vórtices hay presiones bajas locales. Éste criterio está fuertemente relacionado con el criterio  $Q$ , pero es más difícil de evaluar y su interpretación física no es tan directa, por lo que generalmente se prefiere el uso del criterio  $Q$ .

Todos estos criterios identifican vórtices por medio de isosuperficies, es decir, las superficies con un valor constante del escalar, llamado *umbral*, forman la frontera de los vórtices (los cuales por lo general tienen forma de tubos cerrados o gusanos); por lo tanto *la educción de los vórtices depende por completo de la elección del umbral*<sup>11</sup>. Ésta dependencia vuelve la educción de los vórtices bastante subjetiva y por lo general la elección del umbral se justifica por el que

<sup>11</sup>Por esta dependencia en el umbral es que por lo general se prefiere el término *edución* en lugar de *identificación*.

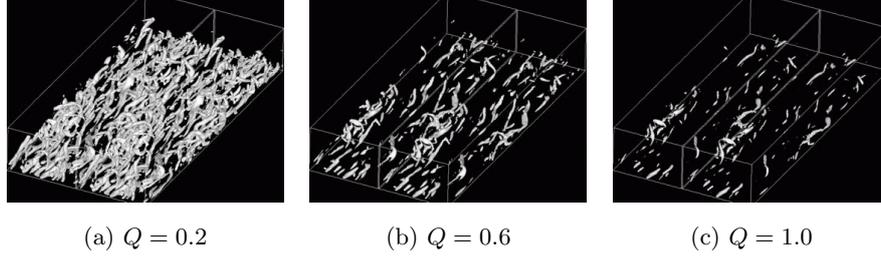


Figura 3.3: Efectos de la elección del umbral en vórtices cercanos a la pared educidos con el criterio  $Q$ . Simulación LES del flujo en un canal. [Dubief and Delcayre, 2000].

visualmente genere mejores resultados con concordancia con lo que se conozca de la dinámica del flujo que se esté estudiando. En la figura 3.3 se ilustra la relevancia de la elección del umbral con el cual se generan las isosuperficies. Es relevante notar el que estos criterios pueden generar resultados fácilmente manipulables o paliativos (en especial en flujos que no se conoce su estructura de vórtices) o bien generar vórtices que son resultado del criterio y el umbral usado y que en realidad no se presentan en el flujo, sin embargo no hay otras opciones mucho mejor que estas. En la sección (3.3.4) se presenta una propuesta basada en métodos estadísticos para restringir un poco estas dificultades.

### 3.3.3. Criterio $Q$

Por las ventajas frente a los otros y sencillez de evaluación del criterio  $Q$ , se optó por utilizar éste. Se detallará un poco:

Considerando las partes simétricas y antisimétrica del tensor gradiente de velocidad:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{parte simétrica} \quad (3.1a)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{parte antisimétrica} \quad (3.1b)$$

$$\nabla \vec{u} = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = S_{ij} + \Omega_{ij} \quad \text{tensor gradiente de velocidad} \quad (3.1c)$$

se tiene que el segundo invariante<sup>12</sup> del tensor  $\nabla \vec{u}$  es:

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{2} (\Omega^2 - \mathbf{S}^2) \quad (3.2)$$

por lo tanto, se tiene que

$$Q > 0 \iff \Omega^2 > \mathbf{S}^2 \quad (3.3)$$

<sup>12</sup>En notación usual, el segundo invariante de un tensor simétrico de  $3 \times 3$ ,  $\mathbf{A}$ , se denota:  $\mathbf{II}_\mathbf{A} = ((tr \mathbf{A})^2 - tr(\mathbf{A}^2))$ , lo cual en nuestro caso particular se reduce a la eq. (3.2).

es decir,  $Q$  es positivo siempre y cuando la velocidad de rotación sea localmente mayor que la velocidad de deformación. Así,  $Q$  puede interpretarse como una *medida local del excedente de velocidad de rotación relativo a la velocidad de deformación*.

Tras algunas manipulaciones algebraicas, la ecuación (3.2) puede reescribirse como:

$$Q = \frac{1}{4} (\omega - 2S_{ij}S_{ij}) \quad (3.4)$$

en donde se tiene la relación entre los criterios  $\omega$ -alta y  $Q$ , pues para que  $Q$  sea positivo se requiere de una  $\omega$  (relativamente) grande. En el núcleo de los vórtices se tiene mayor vorticidad, por lo tanto a mayor  $Q$  se educirán estructuras más energéticas y más pequeñas, como se muestra en la fig. 3.3.

Además de estas implicaciones físicas, el usar un invariante como criterio de educación de vórtices lo vuelve objetivo respecto al sistema coordenado utilizado, es decir, el valor de  $Q$  no varía si se cambia el sistema coordenado.

Para flujos incompresibles, la existencia de un tubo delgado de presión baja implica  $Q > 0$  en dicho tubo. Sin embargo, esta relación no se mantiene en una simulación LES pues las modificaciones a las ecuaciones de N-S en la justificación formal de las ecuaciones de LES, que depende de la introducción de una *viscosidad turbulenta*, se inducen términos adicionales en la relación entre  $Q$  y la presión que involucran el Hessiano de la viscosidad turbulenta. La relevancia de estos términos dependerá de comportamiento del modelo de submalla dentro de los vórtices, lo cual no es sencillo de anticipar ni se ha estudiado a profundidad. A pesar de este impedimento, la relación dada en la ecuación (3.3), se toma como suficiente justificación para utilizar el criterio  $Q$  como criterio de educación en una simulación LES.

### 3.3.4. Elección del umbral: muestreo condicional

Como se mencionó, el principal problema relativo a utilizar isosuperficies para la educación de vórtices coherentes es la subjetividad dada por la elección del umbral con el cual se generan las isosuperficies. La teoría y el formalismo que soportan a cada uno de los métodos presentados no da base alguna para justificar la elección del umbral. Para sobrellevar esto, [Dubief and Delcayre, 2000] proponen utilizar un método de *muestreo condicional* (utilizado generalmente en el área experimental) para, por lo menos, mostrar que las estructuras identificadas como vórtices en simulaciones no sean artificialmente generados por el criterio y el umbral elegidos, sino que hay una condición física que respalde esta elección.

El método propuesto se basa en la idea de que un vórtice coherente debería de tener como impacto principal en el flujo, la creación de *fluctuaciones de vorticidad*; se busca medir estas fluctuaciones en cada dirección condicionadas a diferentes valores del umbral. Para esto, la medición del aporte de vorticidad se condiciona al umbral mediante una función de intermitencia con la que se calcula un análogo al rms<sup>13</sup> de la vorticidad.

Se define la *función de intermitencia o característica*,  $I_{Q_u}$ , dependiente del valor de umbral  $Q_u$  de la siguiente manera:

$$I_{Q_u}(\vec{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } Q(\vec{x}, t) \geq Q_u \\ 0 & \text{si } Q(\vec{x}, t) < Q_u \end{cases} \quad (3.5)$$

y se calcula el cuadrado de la fluctuación de vorticidad promedio en cada dirección,  $\omega'_i$ , condicionado al umbral:

$$\omega'_i = \omega_i - \bar{\omega}_i \quad (3.6a)$$

$$\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(\vec{x}) \simeq \left( \frac{\int_0^T I_{Q_u}(\vec{x}, t) \omega_i^2(\vec{x}, t) dt}{\int_0^T I_{Q_u}(\vec{x}, t) dt} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.6b)$$

donde  $i \in \{x, y, z\}$  y  $\langle \rangle$  denota cantidades promediadas,  $\bar{\omega}$  y  $\omega'$  son vorticidades promedio y fluctuante respectivamente y  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}$  es la **fluctuación de vorticidad promedio en la dirección  $i$  generada por las regiones con  $Q \geq Q_u$** . Por lo tanto,  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}$  nos da información relativa a la magnitud de las fluctuaciones de vorticidad en regiones de  $Q$  positivo y mayor a  $Q_u$ .

Para diferentes valores del umbral,  $Q_u$ , se mide  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(\vec{x})$ . A partir de estas mediciones, se tomará como *umbral de referencia* al valor para el cual la gráfica de  $\langle \omega_i^2 \rangle_{Q_u}$  como función de la posición<sup>14</sup> contiene el valor máximo de  $\langle \omega_i^2 \rangle_{Q_u}$ . Este umbral de referencias servirá como guía para elegir el umbral que se usará en el análisis para educir los vórtices.

<sup>13</sup>Root Mean Square (rms): en su versión discreta, para un conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de  $n$  valores, se define  $x_{rms} := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$  el cual es un estadístico que comúnmente se utiliza para cuantificar fluctuaciones.

<sup>14</sup>Dependiendo del flujo y las condiciones de la simulación, para hacer simplificaciones de estas gráficas y que sean curvas bidimensionales, se puede considerar solamente una dirección significativa.

## Capítulo 4

# Desarrollo del modelo numérico

El modelo numérico utilizado en este trabajo fue desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM por el Dr. Martín Salinas y posteriormente fue adaptado por el M.I. José Manuel Cubos como parte del proyecto: *identificación y análisis de estructuras turbulentas en el rompimiento de olas mediante simulaciones numéricas*. El modelo fue presentado en [Cubos et al., 2015] de donde se tomará el material expuesto en este capítulo. El modelo se basa en la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos quasi-incompresibles. La discretización de las ecuaciones se hizo mediante el esquema McCormack (segundo orden temporal y cuarto orden espacial). La superficie libre se modeló usando los métodos *Level Set* y *Ghost Fluid* corregido mediante el método *Volume of Fluid* para garantizar la conservación de masa. El simulado de la turbulencia se hizo mediante una simulación de grandes escalas (LES).

### 4.1. Ecuaciones de gobierno

#### 4.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes quasi-incompresibles

Se asumirá que tanto el agua como el líquido son gobernadas por las ecuaciones de Navier-Stokes<sup>1</sup> y se aproximarán a su estado incompresible mediante una ecuación de estado artificial. De acuerdo a Salinas & Metais (2002), en un plano de referencia euclidiano cartesiano las ecuaciones de NS para flujo bifásico

---

<sup>1</sup>se abreviará Navier-Stokes utilizando **NS** en su lugar

compresible se pueden dar en su forma de conservación rápida:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S}_F \quad (4.1)$$

Donde  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  es vector la velocidad,  $\rho$  el escalar densidad,  $\mathbf{U} = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3)$  un vector definido en función de  $\mathbf{u}$  y  $\rho$  y  $\mu$  es la viscosidad.  $\mathbf{F}_i$  son los flujos, los cuales para un fluido Newtoniano se expresan:

$$\mathbf{F}_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$\mathbf{S}_F$  son los términos fuente.  $p$  es la presión.  $\lambda$  es un índice que indica si se trata del líquido o del gas.  $S_{ij}$  es el tensor de deformación.

Las ecuaciones para el estado compresible se aproximarán a las incompresibles (de ahí el nombre de *quasi-incompresible*) se dará mediante una ecuación artificial de estado, en la que se relacionan la presión y la densidad de acuerdo a la ecuación:

$$p = c^2 \rho \quad (4.3)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido en el medio. La velocidad del fluido y la del sonido en el medio están relacionadas mediante el número Mach ( $Ma = u/c$ ). Este parámetro adimensional es relevante en flujos compresibles. Si el Mach es pequeño ( $Ma \lesssim 0.3$ ), implica poca variación de volúmenes y temperaturas por lo que la termodinámica se vuelve irrelevante, aproximándose al comportamiento incompresible. Para la solución numérica, se recomienda un número Mach no mayor a 0.1. En la ecuación (4.3),  $c$  carece de sentido físico debido a la posterior adimensionalización de las ecuaciones:

$$(\rho_{ref} u_{ref}^2) p = c^2 \rho (\rho_{ref}) \quad (4.4a)$$

$$p = \frac{c^2}{u_{ref}^2} \rho = \frac{1}{Ma^2} \rho \quad (4.4b)$$

#### 4.1.2. Ecuaciones en coordenadas generalizadas

Los cálculos se hicieron en coordenadas generalizadas. Éstas se obtienen mediante un cambio de base del espacio físico con el objetivo de que las fronteras físicas coincidan con las líneas de la malla en coordenadas generalizadas que conforman el espacio computacional. Las coordenadas generalizadas son un sistema ortogonal que genera una malla uniforme (figura 4.1). En este caso, lo

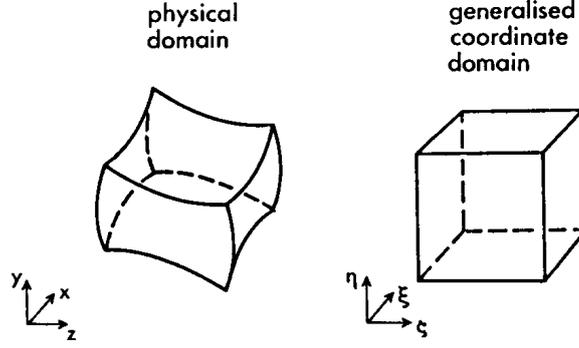


Figura 4.1: Coordenadas físicas y generalizadas (computacionales). [Fletcher, 1988]

único que se hace, ya que el sistema real es ortogonal, es cambiar a una malla uniforme.

Las coordenadas físicas se expresan mediante  $(x_1, x_2, x_3)$  y las generalizadas mediante  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Para poder dar el cambio de coordenadas, se asume que las coordenadas generalizadas están relacionadas con las físicas mediante funciones biyecticas dadas por

$$\xi_i = \xi_i(x_1, x_2, x_3) \quad (4.5)$$

Con estas relaciones, simplemente considerando la regla de la cadena, las ecuaciones de gobierno se pueden transformar en ecuaciones diferenciales equivalentes que contienen a las parciales respecto a las coordenadas generalizadas. Sea  $\phi = \phi(x_1, x_2, x_3)$  un campo vectorial en función de las coordenadas físicas. Derivando, sus parciales se expresan mediante:

$$D\phi(x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \phi_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial \phi_3}{\partial \xi_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La matriz Jacobiana de la transformación es la que da la relación entre los cambios de coordenadas, donde  $\mathbf{J}$  es la matriz Jacobiana y el Jacobiano es  $\det(\mathbf{J})$ :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Las transformaciones de coordenadas (ecuación 4.5) no se pueden dar analíticamente, por lo que se trabaja con la matriz inversa de la Jacobiana de la transformación,  $\mathbf{J}^{-1}$ , la cual si se puede computar. Posteriormente  $\mathbf{J}$  se puede

conocer mediante:

$$\mathbf{J} = \frac{\text{cof}(\mathbf{J}^{-1})^T}{\det(\mathbf{J}^{-1})} \quad (4.8)$$

Las ecuaciones de gobierno, Navier-Stokes compresible (ecuación 4.1), en coordenadas generalizadas se expresan por

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_i}{\partial \xi_i} = \hat{\mathbf{S}}_F \quad (4.9)$$

Donde el gorro ( $\hat{\phantom{x}}$ ) denota las cantidades en coordenadas generalizadas. La transformación está dada por las siguientes ecuaciones, en donde  $J = \det(\mathbf{J})$ :

$$\hat{\mathbf{U}} = \frac{\mathbf{U}}{J} \quad (4.10)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i = \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \mathbf{F}_1 \right) + \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \mathbf{F}_2 \right) + \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_3} \mathbf{F}_3 \right) \right] \quad (4.11)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_F = \frac{1}{J} \mathbf{S}_F \quad (4.12)$$

## 4.2. Esquema numérico

Las ecuaciones en coordenadas generalizadas se resolvieron por medio del esquema numérico explícito McCormack, el cual es de segundo orden temporal y cuarto orden espacial. El esquema es un esquema predictor-corrector.

Para simplificar la notación, se nombrarán los flujos en cada dirección de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F} \quad , \quad \mathbf{F}_2 = \mathbf{G} \quad , \quad \mathbf{F}_3 = \mathbf{H} \quad (4.13)$$

Las ecuaciones discretizadas son:

*Predictor:*

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^1 &= U_{i,j,k}^n \\ &- J_{i,j,k}^P \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i+1,j,k}^n - \hat{H}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i+2,j,k}^n - \hat{H}_{i+1,j,k}^n) \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

*Corrector:*

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^{n+1} &= \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] \\ &- \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i,j,k}^1 - \hat{H}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i-1,j,k}^1 - \hat{H}_{i-2,j,k}^1) \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde  $J^P$  y  $J^C$  son los Jacobianos calculados con los esquemas de diferencias hacia atrás y hacia adelante respectivamente. Los subíndices  $i, j, k$  corresponden al nodo computacional y los superíndices al paso de tiempo.  $n$  corresponde al tiempo  $t$ ,  $n + 1$  a  $t + \delta t$  y 1 al sub-paso de tiempo generado temporalmente por el esquema predictor el cual posteriormente será utilizado por el corrector para corregir los cálculos.

### 4.3. Modelado de la turbulencia - LES

La turbulencia se modeló usando LES, para lo cual es necesario modelar el flujo a escalas menores que el filtro utilizado, es decir, utilizar un *modelo de submalla*. El filtro está dado por una función de filtrado espacial  $G_\Delta(\mathbf{x})$  en la cual  $\Delta$  es el indicador del tamaño del filtrado de los vórtices, es decir de cuáles vórtices se simulan y cuáles se modelan. El filtrado de una cantidad  $\phi(\mathbf{x}, t)$  se lleva a cabo mediante la convolución de las funciones  $\phi$  y  $G_\Delta$ :

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int \phi(\mathbf{y}, t) G_\Delta(\mathbf{x})(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dy \quad (4.16)$$

Una vez aplicado el filtrado,  $\phi$  se puede ver como la suma de la parte filtrada (la cual se conserva y es simulada) y la parte de sub-malla (eliminada por el filtro la cual se modela):  $\phi = \bar{\phi} + \phi'$ . La barra denota cantidades filtradas y la coma cantidades modeladas.

Al aplicar el filtro (ecuación 4.16) a las ecuaciones de gobierno (ecuación 4.1) se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S}_F \quad (4.17)$$

donde se observa que las ecuaciones filtradas tienen la misma forma que las ecuaciones originales, por lo tanto el esquema numérico mencionado arriba no se modifica.

El modelo de sub-malla que se utilizó es el modelo de *Selective Structure Function* (SSF) el cual modela los esfuerzos de las escalas menores al filtrado. Los esfuerzos de sub-malla quedan determinados por:

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} \nu_t \tilde{S}_{ij} \quad (4.18)$$

$$\nu_t(\mathbf{x}, \Delta, t) = C_{sf} \Delta \sqrt{\tilde{F}_2(\mathbf{x}, \Delta, t)} \quad (4.19)$$

donde  $\nu_t$  es la viscosidad de remolino (*eddy viscosity*),  $C_{sf}$  es una constante y  $\tilde{F}_2$  es la función estructura de la velocidad de segundo orden (del modelo SSF). A la constante se le dio el valor de  $C_{sf} = 0.104$ .  $\tilde{F}_2$  se construye a partir de

las velocidades instantáneas filtradas. Si el flujo no es suficientemente tridimensional, se trabaja con la viscosidad molecular en lugar de con la viscosidad de remolino.

## 4.4. Modelado de la superficie libre

### 4.4.1. Método Level Set

El método *Level Set*<sup>2</sup> (LS) toma su nombre del mecanismo que se utiliza para el modelado de la superficie, los *conjuntos de nivel*. La idea central es la siguiente: a cada punto del dominio se le agrega una cantidad escalar en todo el campo (la cual depende de la posición y el tiempo) que servirá como diferenciador de las fases del flujo, agua y aire en este caso, por medio del signo del escalar. Esto resulta en asociar un campo escalar dependiente del tiempo al campo vectorial el cual se transporta por la advección del flujo. La condición inicial del campo es la distancia con signo de la interfaz a cada punto del dominio,  $> 0$  en una de las fases,  $< 0$  en la otra y  $0$  en la interfaz; de tal manera que la superficie libre queda identificada con el conjunto de nivel cero del campo escalar.

Sea  $\phi : \Omega \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  la **función LS**, donde  $\Omega$  es el dominio computacional.  $\phi$  cumple la siguiente condición:

$$\phi(\mathbf{x}, t) \begin{cases} > 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega \uparrow_{\text{agua}} \\ = 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Gamma(t) \\ < 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega \uparrow_{\text{aire}} \end{cases} \quad (4.20)$$

Los conjuntos de nivel cero,  $\Gamma(t)$  representa la superficie libre en cada tiempo:

$$\Gamma(t) = \{\mathbf{x} \in \Omega \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (4.21)$$

$\phi$  es transportada de acuerdo a la siguiente ecuación de convección:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4.22)$$

La función LS se inicia como una función distancia, sin embargo con la evolución del flujo, ésta puede dejar de serlo. Esta propiedad es importante para mantener  $\Gamma$  como un conjunto *delgado*, es decir lo más cercano a una superficie. Para garantizar esto, la función LS requiere de un proceso de *reinicialización* para mantenerla como una función distancia con signo. En un lapso de 10 a 20 pasos de tiempo, la  $\phi$  es reemplazada por un nuevo campo escalar el cual

<sup>2</sup>Método propuesto por S. Osher y J.A. Sethian (1988).

cumple con tener el mismo conjunto de nivel cero. La reinicialización se llevó a cabo usando el método propuesto por D. Peng, et.al. (1999).

Una gran desventaja del método LS es que no conserva la masa, lo cual es un gran problema que desalienta el uso del método a pesar de su relativa sencillez y bajo costo. Para corregir esto, se requiere implementar una corrección de masa la cual se discute en la sección 4.5.

Para reducir el costo computacional del cálculo de la advección de  $\phi$ , se implementó el *método LS local*, el cual consiste en solamente calcular el campo  $\phi$  en una banda alrededor de la interfaz. La banda está fija y se calcula  $\phi$  cada paso de tiempo dentro de ella. Cuando en algún paso de tiempo la interfaz se sale de la banda, el cálculo se detiene, se mueve la banda para tener a la interfaz en el centro y se vuelve a calcular  $\phi$ .

Para su implementación en el código utilizado, se uso la metodología propuesta por D. Peng, et.al. (1999). La banda alrededor de la interfaz está compuesta a su vez por 3 bandas anidadas para suavizar el cálculo de  $\phi$  cerca de la orilla de la banda. Los anchos de las sub-bandas son fijos y se denotan por  $\gamma_i$ . Se utilizaron los siguientes anchos de las sub-bandas:  $\gamma_1 = 1.5\Delta l$ ,  $\gamma_2 = 3\Delta l$  y  $\gamma_3 = 6\Delta l$ , donde  $\Delta l$  es el ancho de celda promedio. La ecuación de advección de  $\phi$  (ec. 4.22) se reemplaza por una versión modificada:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c(\phi) \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4.23)$$

donde  $c(\phi)$  es la función que restringe los cálculos, dada por:

$$c(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\phi| \leq \gamma_2 \\ \frac{(|\phi| - \gamma_3)^2 (2|\phi| + \gamma_3 - 3\gamma_2)}{(\gamma_3 - \gamma_2)^3} & \text{si } \gamma_2 < |\phi| \leq \gamma_3 \\ 0 & \text{si } |\phi| > \gamma_3 \end{cases} \quad (4.24)$$

$\gamma_1$  es un parámetro relevante para la reinicialización de la función LS en el método local.

#### 4.4.2. Método Ghost Fluid

Para evitar grandes oscilaciones en las variables de un lado y del otro de la interfáz (superficie libre) se utilizará el *método ghost fluid (GF)*. La idea principal detrás de este método es tener dos copias de cada variable para cada fase (en este caso agua y aire) que se simulará; una copia será la copia *real* y la otra es la copia *fantasma*. El flujo se resuelve independientemente para cada copia de las variables y la interfáz que separará el flujo real del fantasma se determina con el método LS. La parte importante es qué valores se le dan a cada variable fantasma al inicio de cada paso de tiempo. Para esto existen

diversas metodologías. En este caso se utiliza una metodología que ha probado funcionar de manera adecuada cuando la razón de densidades entre las dos fases es muy grande (approx. 1000 : 1), como es el caso de una superficie libre: la velocidad para la copia fantasma del agua y la presión para la copia fantasma del aire son *extrapoladas* de sus copias reales correspondientes; la presión para la copia fantasma del agua y la velocidad para la copia fantasma del aire son *copiadas* de las copias reales del otro fluido. De esta manera, implícitamente se evitan grandes discontinuidades en la interfáz.

## 4.5. Corrección para la conservación de masa

El método *Volume of Fluid* (VoF) es otro método para la reconstrucción de la superficie libre, al igual que el LS. La diferencia más relevante entre ellos es que el LS no conserva masa y el VoF sí, pero el VoF es considerablemente más costoso computacionalmente.

En el VoF se introduce una *función característica*  $\chi$  la cual asigna a cada celda su porcentaje de agua;  $\chi : \Omega^* \times \mathbb{R}_+ \rightarrow [0, 1]$  donde  $\Omega^*$  es el dominio computacional discretizado en celdas. Así se tiene que  $\chi(\mathbf{x}, t)$  es el porcentaje de agua en la celda que contiene a  $\mathbf{x}$  en el tiempo  $t$  (i.e. 0 si la celda solo contiene aire y 1 si solo contiene agua). La interfaz se encuentra contenida en las celdas con  $\chi \in (0, 1)$  y se reconstruye a partir de estas celdas. Al igual que en el LS,  $\chi$  se transporta por advección de acuerdo a una ecuación análoga a la ec. 4.22. Opuesto al método LS, el método VoF si conserva masa debido a las propiedades de  $\chi$  sin embargo la reconstrucción de la superficie es demasiado costosa. VoF tiene la ventaja de permitir el cálculo de propiedades geométricas de la superficie de manera más directa, pero ese no es el interés del modelo.

### 4.5.1. Método LS con conservación de masa (MCLS)

Para corregir la conservación de masa del LS, pero no caer en los costos computacionales del VoF, se optó por usar el método *Mass Conserving Level Set* (MCLS). Éste método es una especie de puente entre el LS y el VoF en que se relacionan la  $\phi$  y la  $\chi$  de los dos métodos de modelado de la superficie por medio de una función explícita,  $f$ :

$$\chi = f(\phi, \nabla\phi) \quad (4.25)$$

La conservación de la masa se logra mediante correcciones a  $\phi$  por medio de  $\chi$  de acuerdo al algoritmo descrito (a muy grandes rasgos) en los siguientes tres

pasos<sup>3</sup>:

1. Cálculo de la función VoF a partir de la función LS en el paso de tiempo  $n$  mediante la relación dada por  $f$ :  $\chi^n = f(\phi^n, \nabla\phi^n)$
2. Transporte de la función VoF mediante la advección del flujo:  $\chi^{n+1}$
3. Corrección de la función LS en el paso  $n+1$  de tal manera que se mantenga la relación dada por  $f$  bajo cierta tolerancia  $\epsilon$ :  $|f(\phi^{n+1}, \nabla\phi^{n+1}) - \chi^{n+1}| < \epsilon$

Para la implementación del método MCLS las funciones LS ( $\phi$ ) y VoF ( $\chi$ ) se discretizaron mediante:

- discretización temporal: esquema Runge-Kutta TVD (*Total Variation Diminishing*) de tercer orden
- discretización espacial: esquema WENO (*Weighted Essentially Non-Oscillatory*) de quinto orden

---

<sup>3</sup>Método propuesto por S.P. van der Pijl (2005). La descripción completa y detallada del algoritmo se puede consultar en [van der Pijl, 2005]

## Capítulo 5

# Implementación del modelo numérico

### 5.1. Descripción del caso

Se simuló una ola generada por el colapso de una columna de agua (*dam break*) frente a una cama de agua y una pendiente la cual modela a una playa impermeable. El caso simulado se basa en los experimentos realizados por Hondebrink en la Universidad de Aberdeen, Escocia como es reportado en [O'Donoghue and Pokrajac, 2005]. El experimento es una representación en el laboratorio de una ola aislada en la zona de rompientes. Se eligió simular este experimento precisamente porque es un estudio del fenómeno en el que se pretende profundizar y además se cuenta con los datos suficientes para validar el código.

Los experimentos de Hondebrink fueron realizados en un canal de 20 *m* de largo, 0.9 *m* de alto y 0.45 *m* de ancho con una reserva de agua en un extremo separada del resto por una compuerta diseñada para ser elevada a una gran velocidad. En el otro extremo del canal se colocó una pendiente de 1 : 10 que representa a la playa. Entre la compuerta y la playa se colocó una cama de agua para asegurar que la ola generada por la caída de la columna de agua en efecto rompiera. En las figuras se muestra un esquema del canal con la configuración usada en los experimentos (figura 5.1) y un esquema en donde se especifican los parámetros experimentales (figura 5.2). Los ejes coordenados tienen su origen en la intersección de la rampa con la cama de agua en el estado inicial de reposo y el eje paralelo al largo del canal se dobla siguiendo el fondo; con esto, el eje *X* y *Y* permanecen siempre paralelo y normal al fondo correspondientemente.

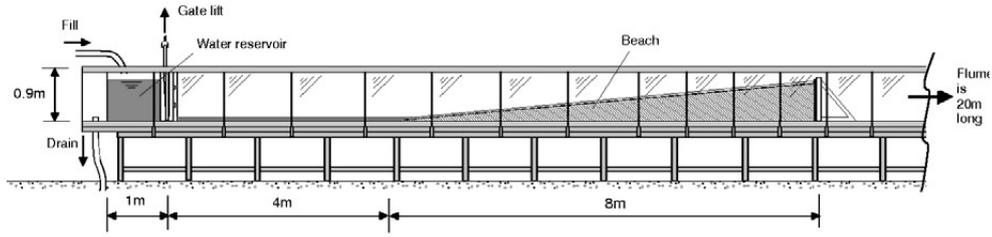


Figura 5.1: Configuración experimental del canal. [O'Donoghue and Pokrajac, 2005]

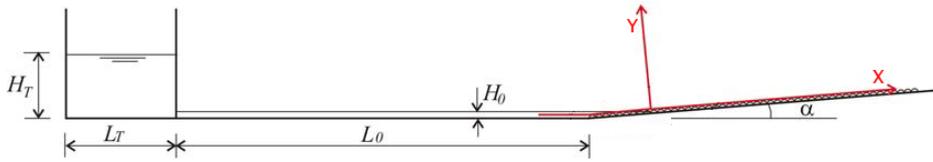


Figura 5.2: Parámetros y dimensiones experimentales. Adaptado de [O'Donoghue and Pokrajac, 2005]

Hondebrink realizó dos experimentos: ambos con la misma altura de columna de agua (0.6 m), la misma playa (1 : 10) pero diferente rugosidad de la playa (caso liso y caso rugoso con grava de  $d_{50} = 5.7 \text{ mm}$  adherida a la pendiente). Durante los experimentos se tomaron mediciones de:

- 1) la *profundidad del flujo* y de la *máxima altura de remonte (run-up)* utilizando hasta 25 (dependiendo del caso de rugosidad) medidores de capacitancia (CDG)
- 2) mediciones de las *velocidades paralelas al fondo* promediadas en la dirección normal al fondo utilizando 6 sensores de velocimetría de imágenes de partículas (PIV)

Para cada una de las rugosidades se realizaron 50 repeticiones del experimento promediando los datos para cada variante del experimento. Estas velocidades y profundidades promedio fueron utilizadas para la validación del código.

## 5.2. Parámetros de la simulación

En la tabla 5.1 se muestran las dimensiones utilizadas en la simulación de acuerdo a la nomenclatura introducida en la figura 5.2. Todos los valores son los mismos que se utilizaron en los experimentos de Hondebrink con excepción de la profundidad de la cama de agua. En los experimentos se utilizó una profundidad  $H_0 = 62 \text{ mm}$  sin embargo en la simulación realizada se tomó  $H_0 = 60 \text{ mm}$ . Este error se debió a algunas inconsistencias presentadas en el reporte de los

experimentos. Para no retrasar las simulaciones, se optó por continuar con el error ya que se considera que no es significativo para los resultados debido a su pequeña magnitud ( $< 0.5 \text{ cm}$ ).

parámetro	unidades	
pendiente ( $\tan\alpha$ )	-	0.1
$H_T$	m	0.6
$L_T$	m	1.0
$H_0$	m	0.06
$L_0$	m	3.8

Tabla 5.1: Dimensiones de la simulación

La simulación se realizó utilizando una malla tridimensional estructurada ortogonal con un total de  $1.49 \times 10^7$  nodos;  $N_x = 2000$  en la dirección  $X$  (largo),  $N_y = 149$  en la dirección  $Y$  (alto) y  $N_z = 50$  en la dirección  $Z$  (ancho). Todos los cálculos simulados se realizaron utilizando datos adimensionalizados, de acuerdo a la siguiente ecuación para una cantidad escalar  $\phi$ , donde  $\phi^*$  es la cantidad adimensionalizada:

$$\phi^* = \frac{\phi}{\phi_{ref}} \quad (5.1)$$

Como longitud de referencia ( $L_{ref}$ ) se tomó el largo de la reserva de agua  $L_T = 1.0 \text{ m}$ . La velocidad de referencia y el tiempo de referencia se obtuvieron de acuerdo a las siguientes ecuaciones (de acuerdo al escalamiento de Froude):

$$L_{ref} = (L_T) = 1 \text{ m} \quad (5.2a)$$

$$t_{ref} = \left( \frac{L_{ref}}{g} \right)^{1/2} \simeq 0.319 \text{ s} \quad (5.2b)$$

$$V_{ref} = (L_{ref} \cdot g)^{1/2} \simeq 3.132 \text{ m/s} \quad (5.2c)$$

Las dimensiones del dominio computacional fueron de  $10 \times 0.75 \times 0.5$  ( $L_x \times L_y \times L_z$ ) unidades adimensionales. El dominio es  $10 \text{ m}$  más corto que el canal,  $0.15 \text{ m}$  menos alto y  $0.5 \text{ m}$  más ancho. El largo y la altura se redujeron para reducir el tiempo de cálculo pues el agua en los experimentos nunca alcanza esas regiones del canal. Las coordenadas de cada nodo de la malla  $\vec{x}_{ijk} = (x_i, y_j, z_k)$

se calcularon conforme a las siguientes ecuaciones:

$$x_i = 0.375 \left[ 1 - \frac{\tanh(0.1(0.375 - (i-1)\Delta x))}{\tanh(0.375 \times 0.1)} \right], \quad i \in \{1, 2, \dots, N_x\} \quad (5.3a)$$

$$y_j = 0.5 \left[ 1 - \frac{\tanh(0.1(0.5 - (j-1)\Delta y))}{\tanh(0.5 \times 0.1)} \right], \quad j \in \{1, 2, \dots, N_y\} \quad (5.3b)$$

$$z_k = (k-1)\Delta z, \quad k \in \{1, 2, \dots, N_z\} \quad (5.3c)$$

$$\Delta \alpha = \frac{L_\alpha}{N_\alpha}; \quad \alpha \in \{x, y, z\} \quad (5.3d)$$

La malla generada mediante las ecuaciones (5.3) tiene un ligero refinamiento cerca de las paredes a lo largo ( $X$ ) y a lo alto ( $Y$ ); a lo ancho ( $Z$ ) tiene un comportamiento lineal. La información referente a la malla se condensa en la siguiente tabla:

dirección	núm. nodos	longitud		crecimiento
$\alpha$	$N_\alpha$	$L_\alpha$	$\Delta \alpha = \frac{L_\alpha}{N_\alpha}$	de la malla
x (largo)	2000	10	$5 \times 10^{-3}$	refinado
y (alto)	149	0.75	$\sim 5 \times 10^{-3}$	refinado
z (ancho)	50	0.5	$1 \times 10^{-2}$	lineal

Tabla 5.2: Parámetros de la malla

La simulación se realizó en el servidor Tonatiuh del Instituto de Ingeniería de la UNAM en un procesador *AMD Opteron(TM) 6272* a  $2.3 \text{ GHz}$  utilizando el ambiente paralelo *OPENMP* con 8 hilos de ejecución. Los cálculos tardaron 12 semanas. Se guardaron los estados de la simulación cada  $0.1 \text{ s}^*$ .

## 5.3. Condiciones iniciales

### 5.3.1. Presión y velocidades

El experimento de Hondebrink parte del reposo y no tiene ninguna fuerza externa aplicada sobre el agua a excepción de la gravedad. De igual manera en la simulación solamente se consideró la gravedad como fuerza externa. Por lo tanto la simulación tiene parte de condiciones hidrostáticas (campo de velocidades nulo y gradiente de presión en el agua lineal proporcional a la profundidad) con el fondo del canal como plano de referencia.

### 5.3.2. Superficie libre

Para resolver la superficie libre mediante el método *Level Set* se generó un campo escalar  $S(\vec{x}_{ijk}, t)$  (con contradominio  $[-1, 1] \subset \mathbb{R}$ ) en el cual inicialmente a cada nodo se le asignó el valor de  $+1$  si en el nodo se tiene agua o  $-1$  si se tiene aire.

### 5.3.3. Compuerta y pendiente

Las nodos correspondientes a la compuerta y a la pendiente fueron bloqueadas para modelar cuerpos rígidos impermeables. Con **bloquear** los nodos entendiéndose el igualar a cero todas las cantidades asociadas al nodo (velocidades, presión y  $S$ ) en cada paso de tiempo. Al bloquear los nodos se evita que los fluidos se muevan a través de las celdas delimitadas por los nodos bloqueados, así como que la información fluya a través de estas celdas. En el caso de la rampa, las celdas correspondientes permanecieron bloqueadas durante toda la simulación. Para la compuerta, las celdas se fueron desbloqueando sucesivamente para simular la elevación de la compuerta a una velocidad de  $4 \text{ m/s}$ .

## 5.4. Condiciones de frontera

La simulación se realizó con *paredes sin deslizamiento* en el fondo, en la rampa y en ambas caras *tapas* del tanque en el sentido longitudinal del flujo y con *paredes con deslizamiento* en las caras laterales del tanque y en la tapa superior.

**PARED SIN DESLIZAMIENTO:** La componente tangencial de la velocidad del fluido sobre una frontera sólida es igual a la componente tangencial de la velocidad de la frontera (en nuestro caso, esta última es cero pues las fronteras no se mueven) (ec. (5.4a)). El cambio en la presión en la componente normal a la frontera sólida es cero (ec. (5.4b)):

$$\vec{u}_t = 0 \quad (5.4a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (5.4b)$$

**PARED CON DESLIZAMIENTO:** La componente tangencial de la velocidad del fluido sobre una frontera sólida es proporcional al esfuerzo cortante en la pared.

## 5.5. Validación del código

### 5.5.1. Validaciones previas

El código que se utilizó en la simulación fue desarrollado por el Dr. M. Salinas y posteriormente modificado por el M.I. J.M. Cubos. El código fue validado mediante 3 casos de *Dam Break*: rotura clásica, rotura frente a un obstáculo y rotura sobre una cama de agua. Los resultados completos de las validaciones se encuentran en [Cubos et al., 2015].

Cada una de las validaciones proporcionó la comprobación de que el código funciona correctamente en diferentes aspectos. En el primer caso, rotura clásica, se probó la predicción de la superficie libre y se hizo un análisis de independencia de malla. En el segundo caso, rotura frente a un obstáculo, se corroboró la simulación de presiones y el buen comportamiento del código frente a grandes deformaciones de la superficie libre. En el tercer caso, rotura sobre una cama de agua, se comprobó la estabilidad del código frente a inclusiones de aire atrapadas por el agua (como las que comúnmente se asocian con olas rompientes). En lo general se reporta buena coincidencia entre los casos experimentales y simulados. La diferencia más significativa que se reporta es que el frente de la ola simulada no avanza con la misma rapidez que las experimentales, probablemente debido a la diferencia entre las condiciones de frontera del fondo y la fricción en los experimentos.

Cabe remarcar dos fortalezas del código frente a otros comúnmente usados para simular flujos turbulentos con superficie libre: 1) las simulaciones son completamente tridimensionales y 2) se toma en cuenta la influencia del aire en el comportamiento del agua en zonas mezcladas (flujo bifásico con una razón de densidades grande). Por estas razones, es que J.M. Cubos propone en sus conclusiones que el código podría dar buenos resultados en el estudio de flujos altamente turbulentos como las olas en zona de rompiente comunes para la ingeniería costera.

### 5.5.2. Validación mediante los experimentos de János y de Hondebrink

A pesar de contar con las validaciones ya mencionadas, se optó por validar el código contra los experimentos de Hondebrink ya que son precisamente el caso de interés: ola en la zona de rompientes. Las simulaciones se corrieron hasta un tiempo de 4.2 s a partir del instante en que se comienza a elevar la compuerta. En este tiempo se alcanza a capturar la ola hasta poco tiempo después de que

inicia su descenso de la rampa.

### Validación cualitativa

No se cuenta con el registro fotográfico del experimento de Hondebrink para compararlo con el comportamiento de la simulación, pero sí con el de uno similar. En la figura 5.3 se muestra una secuencia de imágenes del rompimiento de presa frente a una cama de agua realizado por János. Como menciona [Lobovsky et al., 2014], para este tipo de flujos, rompimiento de presa con fondo horizontal desde un estado inicial de reposo, en donde dominan las fuerzas gravitatorias se ha observado que pueden ser escalados siguiendo los criterios de Froude. Asumiendo que la densidad del fluido es idéntica en ambos modelos y que se tiene una proporcionalidad geométrica  $\lambda$ , entonces el tiempo escala con  $\sqrt{\lambda}$ . Esto fue probado experimentalmente por [Stansby et al., 1998]. Hay que remarcar que el experimento no es el mismo, pues en el caso simulado se incluye la rampa y en el experimento de las imágenes mostradas no. Por lo tanto, las imágenes solo se muestran como referencia del comportamiento cualitativo inicial de la ola desde que se eleva la compuerta hasta poco tiempo después de que rompe.

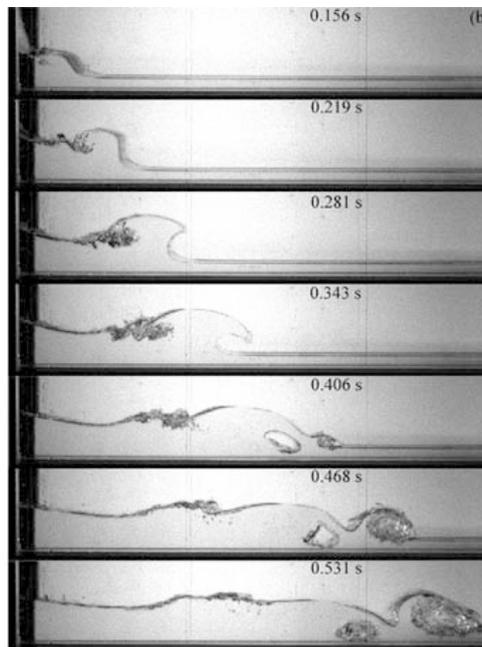


Figura 5.3: Rompimiento de presa frente a una cama de agua.

Fotografías del experimento de [János et al., 2004]

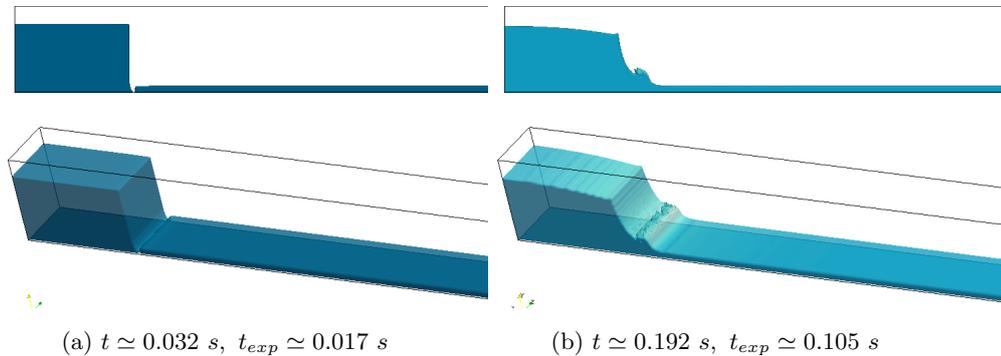
El experimento y la simulación, estrictamente, no son geoméricamente pro-

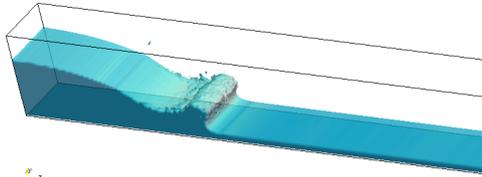
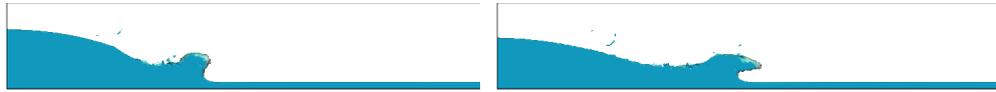
porcionales, sin embargo la proporción promedio entre las tres medidas significantes (altura de la cama de agua, altura y largo de la reserva) es de  $\lambda = 3.321$  donde  $d_{sim} = \lambda d_{exp}$  y  $t_{sim} = \sqrt{\lambda} t_{exp}$ . El experimento de las imágenes se realizó con una columna de agua de  $15\text{ cm} \times 38\text{ cm}$  y una cama de agua de  $1.8\text{ cm}$ . Proponiendo la  $\lambda$  promedio como factor de escala el error en las dimensiones de la simulación respecto al experimento de Jánosi es en promedio de  $14.5\%$ . Este error en las dimensiones no se considera relevante pues la comparación es solamente cuantitativa, además de que en las fotografías del experimento no se muestra una escala espacial.

En la figura 5.4 se muestran las imágenes de la ola simulada. Cualitativamente la simulación forma las estructuras y comportamientos esperados además de presentarlos en tiempos similares a los del experimento de Jánosi: se simuló adecuadamente la elevación de la compuerta y la caída de la columna de agua (5.4a, 5.4b), se forma la rompiente con su característica forma tubular (5.4a - 5.4e), no se generaron problemas al volver a entrar en contacto las dos zonas de agua y se encierra bien una parte de aire dentro del tubo (5.4f), se forma una segunda rompiente más pequeña y menos definida (5.4g), así como se presenta la formación del *bore* (5.4i) y asciende la rampa hasta un punto máximo y posteriormente inicia su retracción (5.4n). Obsérvese que en las imágenes 5.4d - 5.4f se forma una zona turbulenta en la superficie aguas abajo del frente de la ola al igual que se observa a partir de la segunda foto experimental. También es relevante notar el carácter tridimensional de la ola simulada, el cual es evidente a partir de la imagen 5.4c en la que se observa que la ola no es simétrica respecto a cortes transversales.

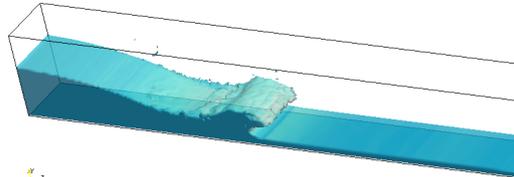
Figura 5.4: Desarrollo de la ola en los resultados numéricos.  $t$  es el tiempo de la simulación y  $t_{exp}$  es el tiempo relativo al experimento de Jánosi ( $t_{exp} = t/\sqrt{\lambda}$ )

ARRIBA: ortogonal, vista  $XZ$ , ABAJO: isométricas

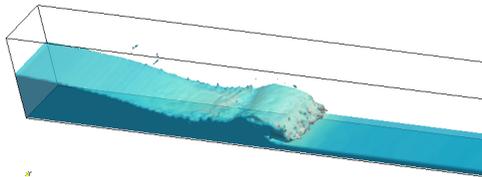




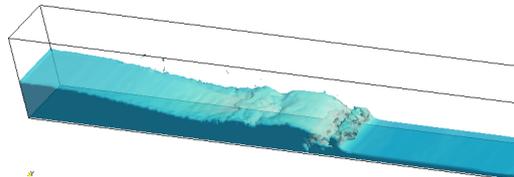
(c)  $t \simeq 0.415 \text{ s}$ ,  $t_{exp} \simeq 0.227 \text{ s}$



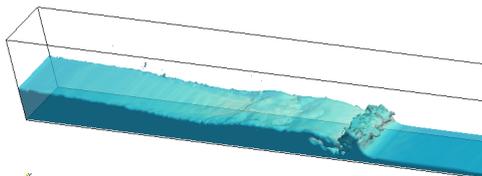
(d)  $t \simeq 0.606 \text{ s}$ ,  $t_{exp} \simeq 0.332 \text{ s}$



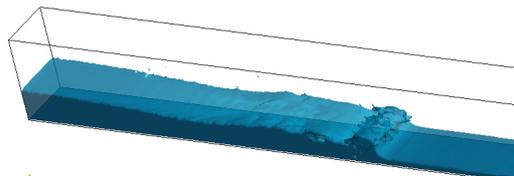
(e)  $t \simeq 0.702 \text{ s}$ ,  $t_{exp} \simeq 0.385 \text{ s}$



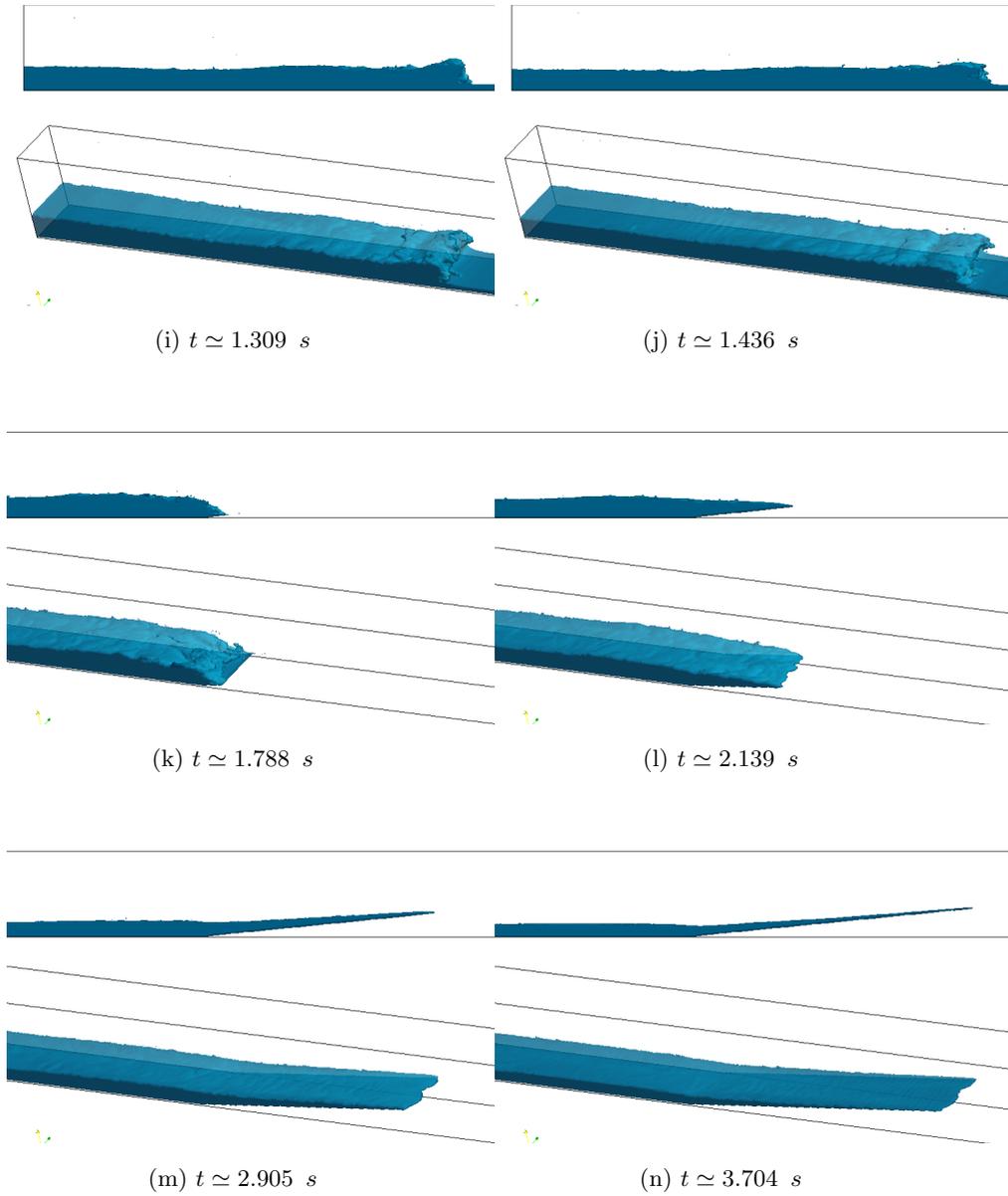
(f)  $t \simeq 0.862 \text{ s}$ ,  $t_{exp} \simeq 0.473 \text{ s}$



(g)  $t \simeq 0.989 \text{ s}$ ,  $t_{exp} \simeq 0.542 \text{ s}$



(h)  $t \simeq 1.053 \text{ s}$



De la comparación de las imágenes simuladas con las experimentales, se observa una muy buena coincidencia en las formas, estructuras y tiempos en el desarrollo de la ola en sus primeras etapas, i.e. hasta antes de que el frente de la ola llegue al inicio de la rampa.

En los reportes de Hondebrink se incluye la máxima altura de remonte ( $R_{max}$ ) promedio para ambos casos:  $R_{max}^{liso} = 5.7 \text{ m}$  y  $R_{max}^{rugoso} = 4.6 \text{ m}$ . Para la simulación, se tiene una  $R_{max}^{sim} = 1.9 \text{ m}$ . La altura de remonte de la simulación es considerablemente menor.

Se puede concluir que cualitativamente se tiene una muy buena congruencia en las primeras etapas de la ola (zona de *surf*) pero una congruencia deficiente al final del desarrollo de la misma (rampa).

### Validación cuantitativa

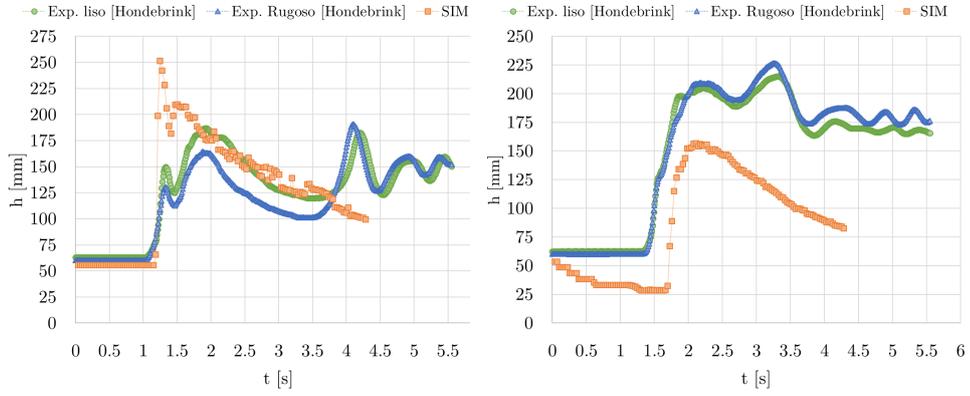
De las simulaciones se extrajeron las alturas de la superficie libre y los perfiles de velocidad paralela al fondo en las mismas localizaciones donde se encuentran los sensores correspondientes en los experimentos de Hondebrink. Los datos se promediaron a lo ancho del dominio computacional, para emular el promediado bajo el conjunto de las repeticiones de los experimentos y para evitar las posibles fluctuaciones locales.

#### SUPERFICIE LIBRE:

En la figura 5.5 se muestran las gráficas comparativas de la superficie libre generada por la simulación comparado con los dos casos experimentales. Se muestran los datos para los sensores *CDG* 1, 2, 3, 4, 7, y 10. Los sensores 1 y 2 se encuentran antes de la rampa ( $x$  negativas), el sensor 3 justo donde la cama de agua interseca a la rampa (en reposo) y el resto sobre la rampa ( $x$  positivas). Todos estos sensores se encuentran aguas abajo del rompimiento de la ola (zona de *surf*), i.e. ya que se formó el *bore*.

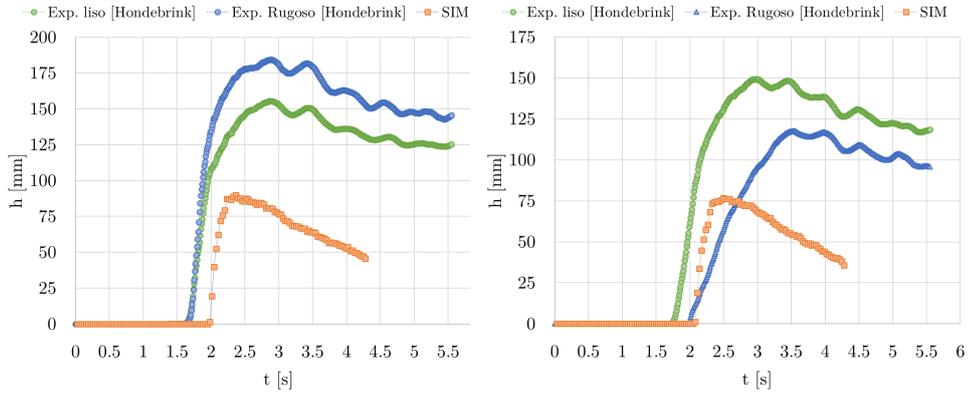
La primera gráfica (5.5a) corresponde al sensor ubicado 3.02 *m* aguas abajo de la localización de la compuerta. Se observa una muy buena congruencia con el arribo del frente de la ola a la posición del sensor, aunque la ola arriba con un incremento de altura respecto a los datos experimentales. Este incremento en la altura se puede observar en la figura 5.4i, en donde se observa una especie de montaña un poco aguas abajo del frente de la ola, en lugar de mostrar un perfil más redondeado. Posterior al arribo de la ola, se tiene una buena congruencia con el caso rugoso y la misma tendencia a una disminución de la altura conforme para el tiempo hasta el  $t = 3.5$  *s*. Después de eso, en los experimentos aparece la llegada de una segunda ola. Probablemente ésta se deba a una oscilación en la superficie generada por la caída de la columna de agua (se puede observar aguas arriba en la última imagen de la figura 5.3). Éste comportamiento no aparece en la simulación.

La segunda gráfica (5.5b) corresponde al sensor ubicado 4.58 *m* aguas abajo de la localización de la compuerta. En ésta se observa para los datos simulados una disminución de la cama de agua antes de la llegada del frente del *bore* la cual se debe a la ecuación de continuidad; parecería que la ola jala al agua que se encuentra aguas abajo del frente de la ola. El momento de la llegada del frente de la ola al sensor es similar, pero llega con una altura menor. Al igual



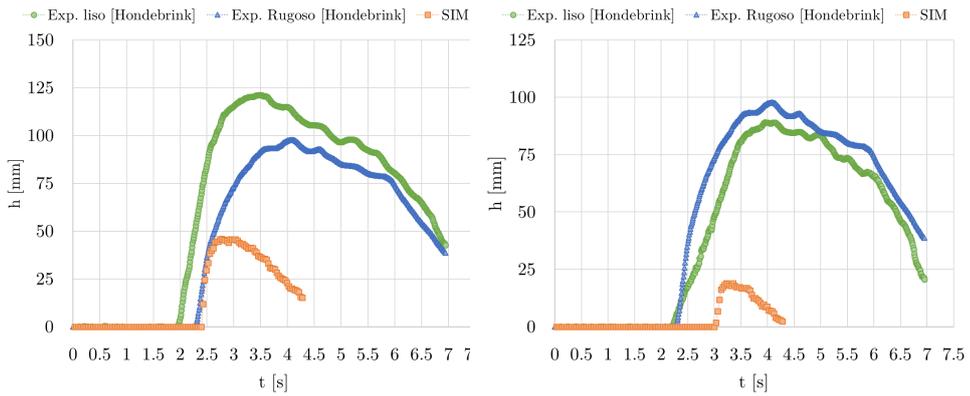
(a) Sensor *CDG* 1:  $x = -1.80$  m

(b) Sensor *CDG* 2:  $x = -0.60$  m



(c) Sensor *CDG* 3:  $x = 0.0$  m

(d) Sensor *CDG* 4:  $x = 0.20$  m



(e) Sensor *CDG* 7:  $x = 0.80$  m

(f) Sensor *CDG* 10:  $x = 1.60$  m

Figura 5.5: Series de tiempo, altura de la superficie.

que en la gráfica anterior, se observa una tendencia a la disminución de la altura posterior a la llegada de la ola similar si se ignoran las oscilaciones posteriores a la ola principal que aparecen en los experimentos. El primer pico que se observa después de la llegada de la ola en los experimentos es la misma ola secundaria que se menciona antes.

El resto de las gráficas (5.5c - 5.5f) corresponden a los sensores ubicados sobre la rampa, comenzando con el *CDG 3* que se encuentra justo en el inicio de la rampa ( $x = 0.0 \text{ m}$ ). En todas estas gráficas se muestra un comportamiento prácticamente igual: sin tomar en cuenta las oscilaciones que se observan en los datos experimentales (generadas por las olas secundarias mencionadas antes), los datos simulados presentan una tendencia similar a la de los datos experimentales pero a una escala considerablemente menor (después de la llegada del frente de la ola se presenta una disminución de la altura con pendientes que se asemejan mucho), en especial en los sensores más aguas arriba. Esto concuerda con que el  $R_{max}$  sea menor en la simulación que en los experimentos, es decir, la ola disminuye su peralte e inicia su retroceso habiendo recorrido una distancia menor sobre la rampa. Este comportamiento se puede deber a alguna de las siguientes razones:

*i) Fricción:* la interacción numérica del fluido con la frontera horizontal y, posteriormente, con la rampa no modela adecuadamente la fricción entre el agua y el fondo del canal de los experimentos. Aparentemente en la simulación se tiene una fricción mucho mayor, lo cual frena al flujo y no permite que alcance la altura de remonte ( $R_{max}$ ) que se alcanza en los experimentos. Esto se vuelve mucho más crítico y evidente cuando el flujo llega a la rampa. Como la rampa se modeló bloqueando celdas, la rampa no es un plano, sino más bien una especie de escalera. Ésto puede generar que el agua no fluya adecuadamente al subir la rampa.

*ii) Difusión numérica:* al hacer la discretización de las ecuaciones convectivas, aparece un término difusivo artificial o numérico el cual genera un error al computar el transporte de las propiedades del fluido (velocidades, presiones y superficie libre en este caso). Éste término es proporcional al tamaño de la malla, por lo tanto al refinar la malla, la dispersión numérica disminuye, mas nunca desaparece por completo. Como el dominio computacional es muy grande, el refinar más la malla volvería los cálculos mucho más lentos de lo que ya son.

#### VELOCIDADES:

Las gráficas de la figura 5.6 muestran las evoluciones conforme al tiempo de las velocidades en dirección paralela al fondo promediadas a lo largo de la

dirección normal al fondo. La gráfica 5.6a corresponde al primer sensor *PIV*, el cual se encuentra en la zona horizontal en la misma posición que el primer sensor de superficie *CDG* mostrado en la gráfica 5.5a. La gráfica 5.6b corresponde a un sensor ubicado sobre la rampa. Éste se encuentra en el punto medio de los sensores de superficie *CDG* mostrados en las gráficas 5.5d y 5.5e.

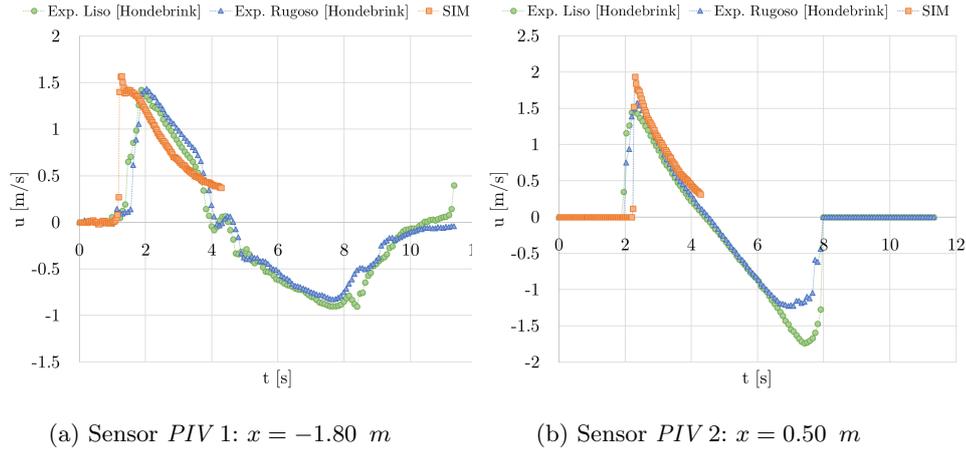


Figura 5.6: Series de tiempo, velocidades paralelas al fondo promediadas en la dirección normal.

En estas series de tiempo se muestra un comportamiento que concuerda con la evolución de la superficie libre simulada. En el primer sensor la llegada del frente de la ola simulada concuerda con la experimental, mientras que en el sensor sobre la rampa la ola simulada tiene un retraso de aproximadamente 0.5 s. En la primera gráfica el incremento de la velocidad al llegar la ola es más repentino que en los casos experimentales, lo cual concuerda con la llegada menos redondeada observada tanto en la comparación cualitativa de las imágenes como en la comparación de las medidas de las superficies libres. En la segunda gráfica se puede apreciar que la velocidad a la llegada de la ola simulada es aproximadamente 0.5 m/s mayor que las experimentales, es decir la ola es casi un 30% más rápida en su frente, pero rápidamente se reduce la velocidad y adopta una pendiente prácticamente igual a la de los experimentos con un desfase mínimo. Este incremento de velocidad en el frente de la ola puede deberse a un error numérico en la interacción entre los dos fluidos y la interacción numérica entre los fluidos simulados y los *ghost fluids*, debido a que en el frente de la ola se tiene una zona en donde la superficie es prácticamente vertical, lo cual puede generar errores en los cálculos por presentarse pendientes de valor infinito.

Solamente se presentan estas dos gráficas comparativas debido a que la ola simulada no alcanzó a subir la rampa hasta la posición de los otros 3 sensores de velocidad.

### 5.5.3. Conclusiones de la validación

Considerando tanto las validaciones previas como la nueva realizada mediante la comparación con los experimentos de Hondebrink y Jánosí se considera que la simulación es suficientemente buena tanto cualitativa como cuantitativamente en toda la zona horizontal (*surf*). En la zona de la rampa (*swash*) solamente se puede concluir que la simulación tiene las mismas tendencias que los experimentos, pero con un error de escala. Por lo tanto aguas arriba del inicio de la rampa solamente se considera buena la simulación para dar una idea del comportamiento cualitativo del flujo, mas no para extraer datos de ella. A pesar de esto, se considera como una validación exitosa para el caso de estudio, debido a que los comportamientos y estructuras a estudiar se presentan durante el rompimiento de la ola y poco tiempo después de éste, lo cual sucede en la parte horizontal del dominio (zona de *surf*).

Se piensa que refinando la malla se obtendrán resultados mucho mejores, en especial aguas arriba (zona de *swash*). No se llevó a cabo el refinamiento por limitaciones tanto de tiempo como de capacidad computacional.

## Capítulo 6

# Análisis de resultados

Los datos obtenidos de la simulación LES se utilizarán para encontrar las estructuras turbulentas que se presentan en la ola por medio de una educación de vórtices por el criterio  $Q$  (sección 3.3.3). Para la elección del umbral con el que se generarán las isosuperficies se adaptará el método de muestreo condicional (sección 3.3.4) al caso estudiado en particular. Una vez educidos los vórtices, se compararán los resultados obtenidos con las teorías y modelos de olas presentados (sección 2.2.2).

Los resultados presentados a continuación se obtuvieron de analizar seis tiempos en específico que se consideró como representativos para cada una de las etapas del desarrollo de la ola: 1)  $t = 0.479$  s, formación del primer tubo; 2)  $t = 0.670$  s, desarrollo del primer tubo; 3)  $t = 0.798$  s, cierre del primer tubo e inicio de formación del segundo tubo; 4)  $t = 1.117$  s, cierre del segundo tubo; 5)  $t = 1.437$  s, bore en formación; y 6)  $t = 1.756$  s, bore bien formado al momento de llegar a la rampa.

### 6.1. Muestreo condicional adaptado al caso

La técnica de muestro condicional a la que se hizo referencia en la sección 3.3.4 se utilizó en [Dubief and Delcayre, 2000] aplicada a un flujo temporalmente estable, por lo que es posible integrar en el tiempo. En nuestro caso, la ola simulada es claramente un *flujo transitorio*, es decir un flujo que no es estable en el tiempo. Por lo tanto se optará por intercambiar la integración en el tiempo por integración en la dirección  $z$  (ancho del canal) ignorando las regiones cercanas a las paredes del canal. Con esto se obtuvieron las fluctuaciones de vorticidad en función definidas en el plano  $xy$ , sin embargo, debido a la naturaleza del fenómeno los datos que se obtuvieron fueron muy dispersos y muy

puntuales, por lo que era muy difícil de interpretarlos para buscar el umbral de referencia. Debido a esto, se promediaron las fluctuaciones integrando en  $y$  (a lo alto), obteniendo cada fluctuación promedio solamente en función de  $x$  (largo del canal),  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(x)$ <sup>1</sup>. Las integrales son aproximadas numéricamente por sumas, con lo que las ecuaciones (3.5) y (3.6b) se sustituyen por:

$$I_{Q_u}((x, y), z) = \begin{cases} 1 & \text{si } Q(\vec{x}) \geq Q_u \\ 0 & \text{si } Q(\vec{x}) < Q_u \end{cases} \quad (6.1a)$$

$$\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(x, y) = \left( \frac{\sum_{z=10}^{N_z-10} I_{Q_u}((x, y), z) \omega_i^2(\vec{x})}{\sum_{z=10}^{N_z-10} I_{Q_u}((x, y), z)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1b)$$

$$\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(y) = \frac{\sum_{y=0}^{N_y} \langle \omega_i^2 \rangle_{Q_u}(x, y) \Delta_y}{\sum_{y=0}^{N_y} \Delta_y} \quad (6.1c)$$

donde  $\Delta_y = y_{i+1} - y_{i-1}$ .

### Elección del umbral

El análisis por medio del muestreo condicional se realizó para los tiempos estudiados y para diversos valores de  $Q_u$ . En la figura 6.1 se muestran gráficas de  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(y)$  para ocho valores de  $Q_u$  representativos. En la figura 6.2 se ilustran los efectos de la variación del umbral en la educación de vórtices para dos de los tiempos estudiados (cierre del primer tubo y bore bien formado) para los mismos valores de  $Q_u$  mostrados en las gráficas.

*NOTA: en todas las figuras en las que se muestran isosuperficies de  $Q$  (i.e. vórtices educidos) los colores varían de blanco a rojo, donde blanco indica estar muy cerca de la superficie libre y rojo indica estar dentro de la ola.*

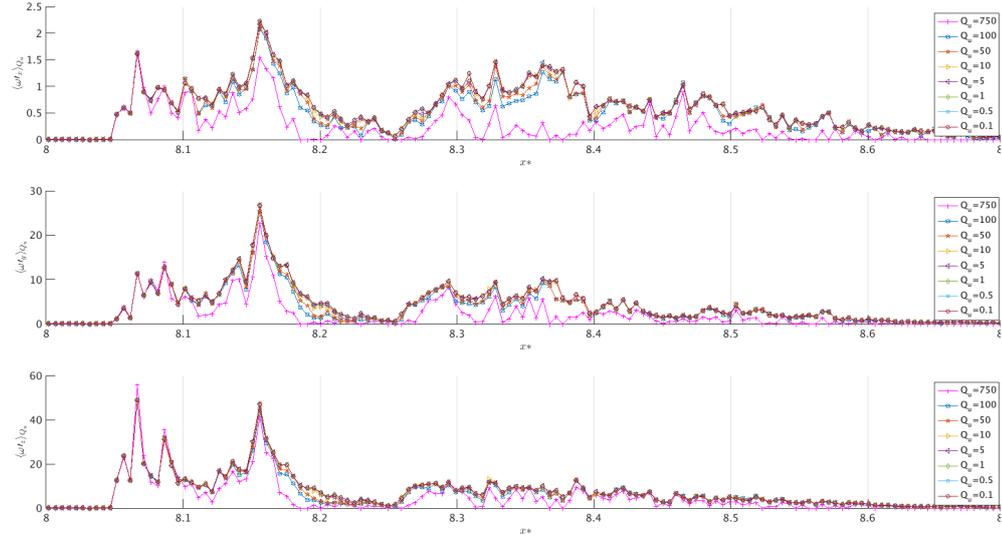
De un análisis visual de las gráficas de la figura 6.1 se observa que las gráficas para valores de  $Q_u$  en un rango de 0.1 a 10 se mantienen predominantemente por encima del resto para la mayoría de los tiempos estudiados y para todas las direcciones. Se estudió ese rango con incrementos de 0.2 (no presentado aquí) y se concluyó que la diferencia en este rango es prácticamente imperceptible en cuanto a la fluctuación de vorticidad que aportan los vórtices educidos. Con el muestreo condicional no fue posible obtener valor del umbral de referencia mas sí una **región de referencia**.

Las primeras 5 imágenes (de arriba a abajo) de la figura 6.2 representan este rango. Para  $Q_u = 0.1$  se observa una gran densidad de vórtices, en especial para  $t = 1.756$  s y para  $Q_u = 10.0$  se comienza a observar una disminución en las

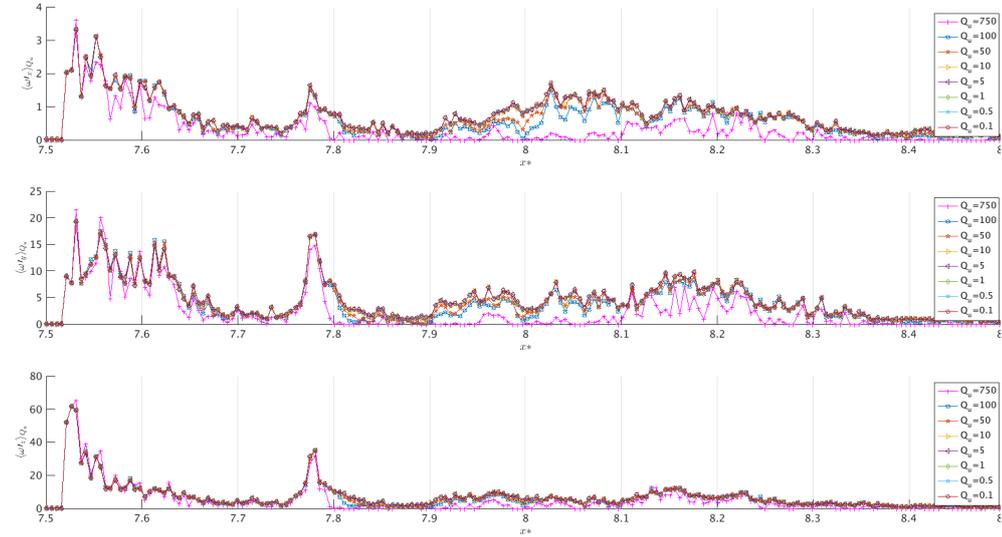
<sup>1</sup>Se abusará un poco de la notación y solamente se denotará el cambio en la dependencia de  $(x, y)$  a  $(x)$ ; ecuaciones (6.1b) y (6.1c)

Figura 6.1: Gráficas de  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}$  en función de  $x^*$  para  $Q_u = 0.1, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0, 50.0, 100.0, 750.0$ .

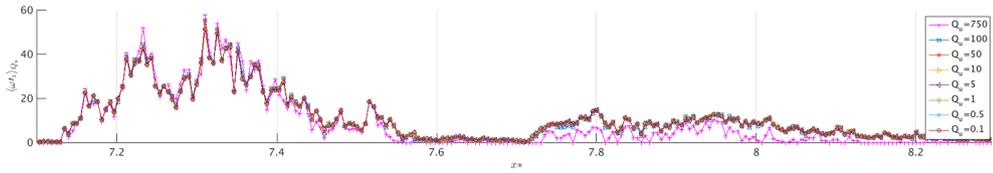
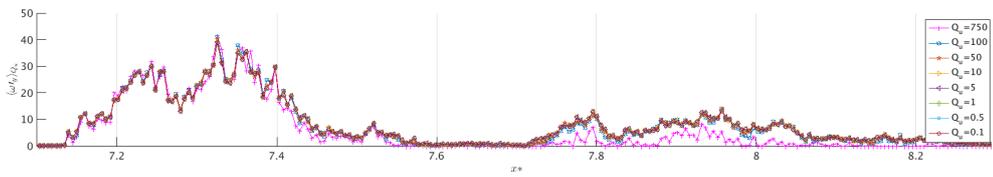
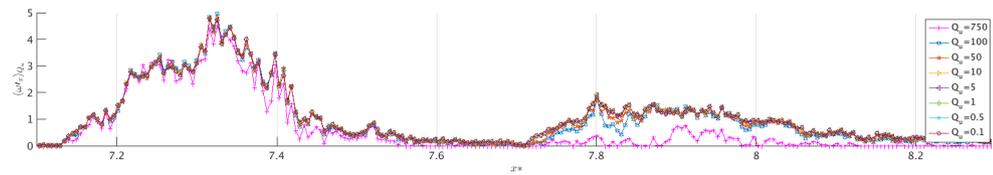
NOTA: La escala en el eje  $x^*$  cambia para cada tiempo y se muestra solo el intervalo significativo en cada caso.



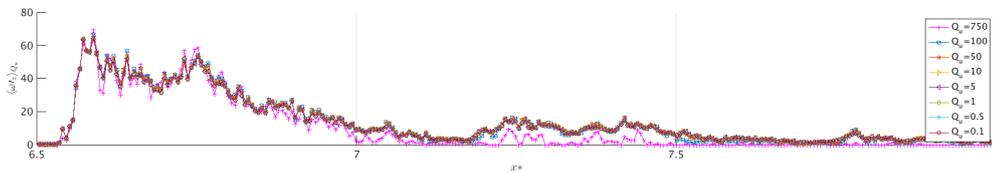
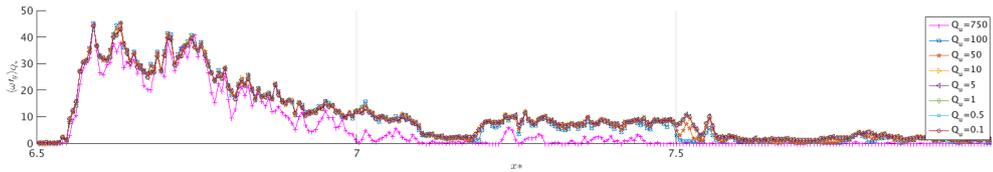
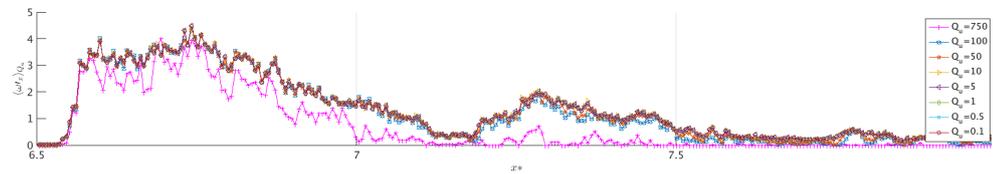
(a)  $t = 0.479 \text{ s}$



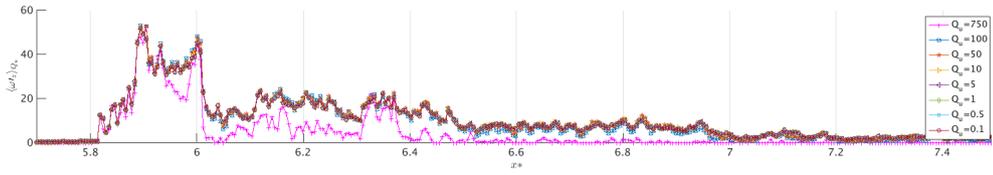
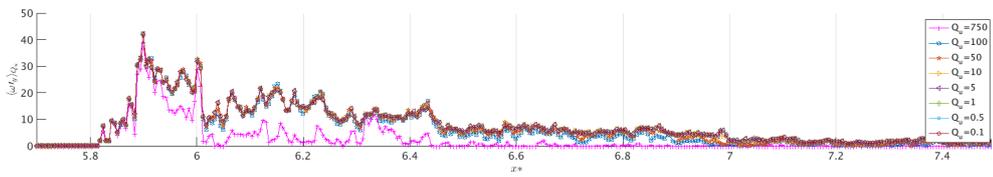
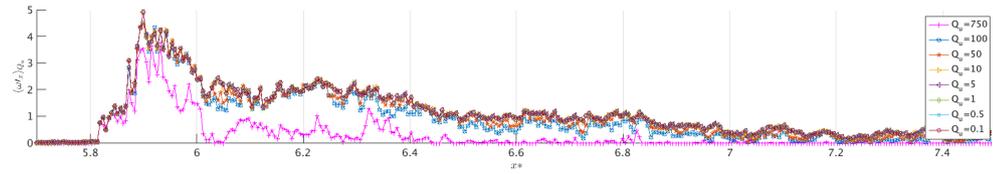
(b)  $t = 0.670 \text{ s}$



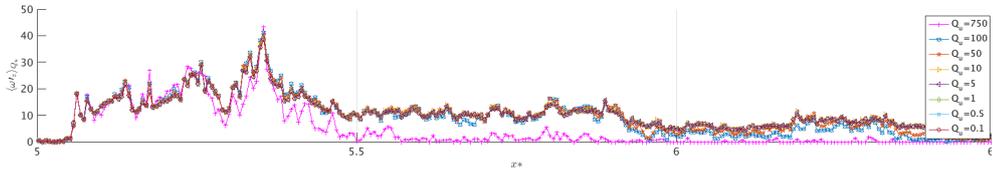
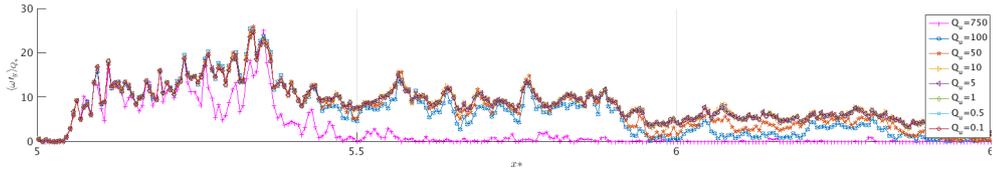
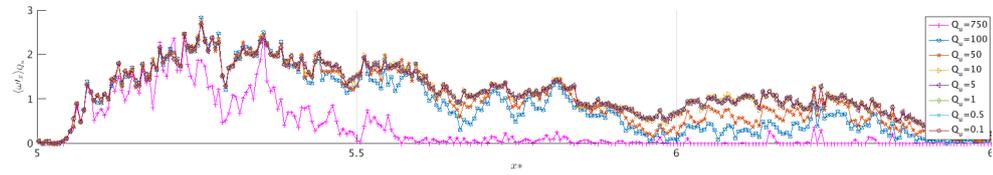
(c)  $t = 0.798 \text{ s}$



(d)  $t = 1.117 \text{ s}$



(e)  $t = 1.437$  s



(f)  $t = 1.756$  s

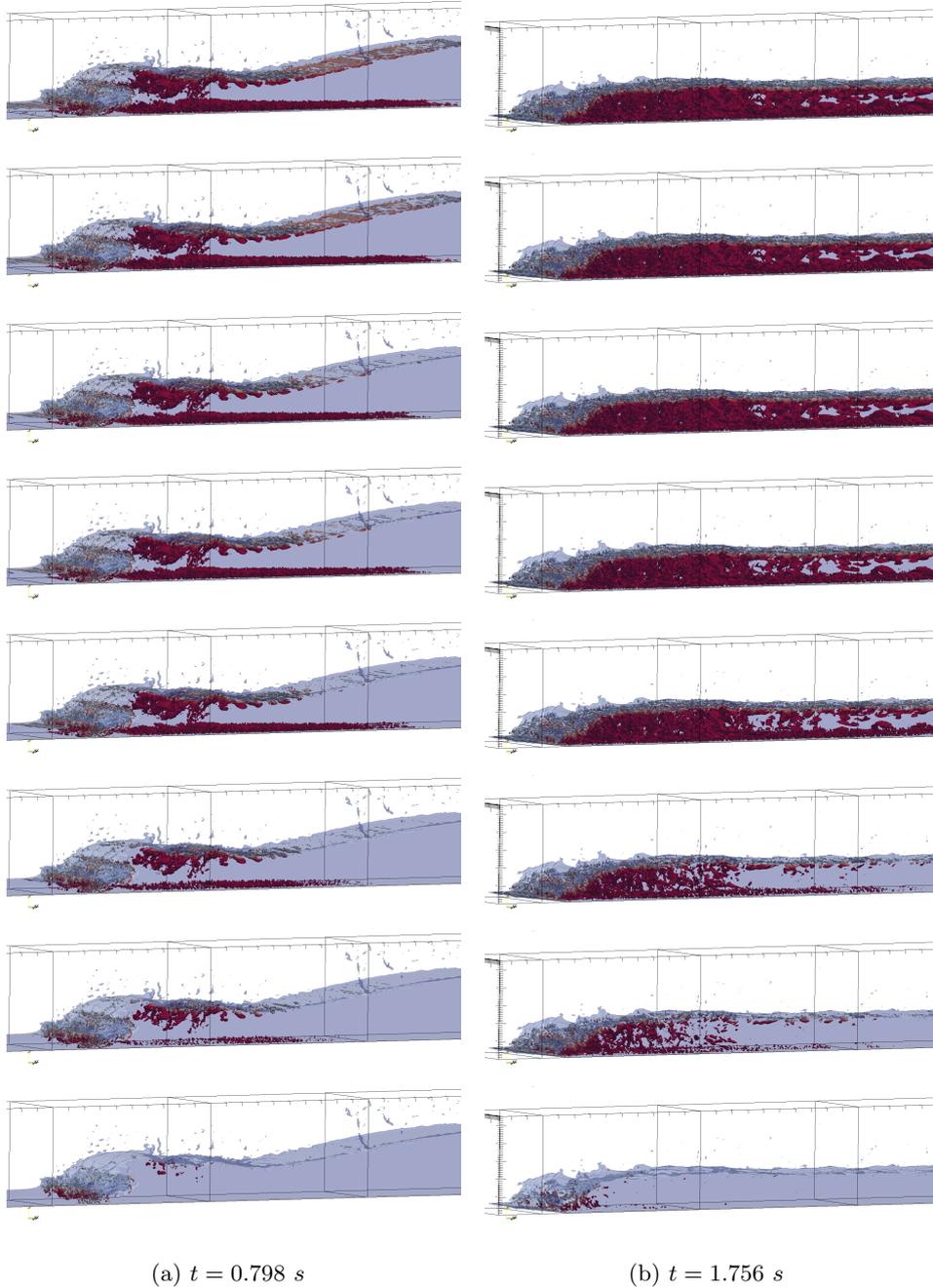


Figura 6.2: Comparativo de la educación de vórtices por medio del criterio  $Q$  para diferentes valores del umbral para dos tiempos diferentes.

De arriba hacia abajo; isosuperficies de  $Q$  generadas con:

$$Q_u = 0.1, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0, 50.0, 100.0, 750.0.$$

estructuras, en especial para  $t = 0.798$  s. Con estas consideraciones, se optó por elegir  $Q_u = 1.0$  como umbral para no estar en los extremos de la región de referencia y no perder información sobre las estructuras turbulentas en todo el desarrollo de la ola.

### Aportaciones de vorticidad fluctuante

En las gráficas de la figura 6.1 se observa que en todos los tiempos estudiados hay una diferencia significativa en cuanto a la magnitud de  $\langle \omega'_i \rangle_{Q_u}(x)$  en la componente  $x$  respecto a las componentes  $y$  y  $z$ ; a su vez, las fluctuaciones en la componente  $z$  son mayores que en la componente  $y$  para todos los tiempos (aunque esta diferencia no es tan grande). Esto implica que la menor parte en las fluctuaciones de rotación (localmente) se dan sobre el plano  $yz$ . Esto no implica que la turbulencia sea bidimensional, pues: primeramente sí hay fluctuación de la vorticidad en su componente  $x$  (aunque esta sea menor que en las otras componentes); y segundo el cambio en la vorticidad en sus componentes  $y$  y  $z$  traen consigo una fluctuación en las velocidades tanto proyectadas en el plano  $xz$  como proyectadas en el plano  $xy$ , i.e. fluctuaciones de velocidad en las tres dimensiones espaciales.

## 6.2. Estructuras turbulentas identificadas

### 6.2.1. Zona de generación de turbulencia

En la figura 6.3g se muestra un comparativo de los perfiles del canal simulado para cada tiempo estudiado con isosuperficies para  $Q_u = 1.0$  junto con la fluctuación de la vorticidad promedio en su componente  $z$ ,  $\langle \omega'_z \rangle_{Q_u=1.0}$ , a lo largo del canal hasta el inicio de la rampa, región en la que en la sección 5.5 se justificó un *análisis cuantitativo y cualitativo* de los datos simulados. Al comparar el avance y la generación de los vórtices contra su gráfica de  $\langle \omega'_z \rangle_{Q_u=1.0}$  correspondiente se observa que, para los primeros 5 tiempos, el frente de la ola y más en específico los vórtices en blanco (i.e. los vórtices más superficiales) coincide con las partes más altas de las gráficas. Para el sexto tiempo,  $t = 1.756$  s, igualmente se presenta este fenómeno pero el pico inicial de  $\langle \omega'_z \rangle_{Q_u=1.0}$  no es tan alto respecto al resto de la gráfica. Esta coincidencia se interpreta como que **la zona más turbulenta, y probablemente la zona de generación de turbulencia, es la zona superficial al frente de la ola**. Los vórtices que van quedando conforme avanza la ola tienen un aporte turbulento considerablemente menor y los que se encuentran muy atrás del frente podrían interpretarse como vórtices

que solamente rotan y no generan turbulencia de manera significativa.

A pesar de que no se pudo identificar un rodillo de gran escala y una recirculación al frente de la ola después de que ésta rompe como se propone en el **modelo de rodillo**, los datos son con la propuesta de que la turbulencia en la ola después de romper se genera en el *pie del rodillo* al frente de la ola por encima del nivel del agua aguas abajo de la ola. Es interesante que este comportamiento se observa no solo después de que la ola rompe (figs. 6.3d - 6.3f) sino también antes desde la formación del tubo hasta que la ola rompe (figs. 6.3a - 6.3c).

### 6.2.2. Detalles de la educción de vórtices

Se presentarán los detalles relevantes para cada tiempo estudiado. Las menciones al aporte turbulento de las estructuras se refieren a la figura 6.3.

*Formación del primer tubo:  $t = 0.479$  s*

- Figura: 6.4a
- Se observa la formación de un gran vórtice detrás del tubo, sin embargo éste no tiene gran aporte turbulento como se mencionó antes. Es posible que este vórtice se genere como efecto secundario de la caída de la columna de agua tras la ruptura de la presa. Éste vórtice se continúa desarrollando en los siguientes dos tiempos.
- En la punta del tubo se observa la mayor densidad de vórtices que aportan.

*Desarrollo del primer tubo:  $t = 0.670$  s*

- Figuras: 6.4b - 6.4c
- El vórtice grande generado por la caída de la columna de agua se extiende en la zona superficial.
- Se inicia la formación de estructuras turbulentas cerca de la cara interior del tubo las cuales sí tienen aportación turbulenta, aunque menor que los del frente de la ola.

*Cierre del primer tubo e inicio de formación del segundo tubo:  $t = 0.798$  s*

- Figuras: 6.4d - 6.4e
- Al momento del cierre del tubo, en la zona de contacto se genera una zona de vórtices con mucho aporte turbulento.

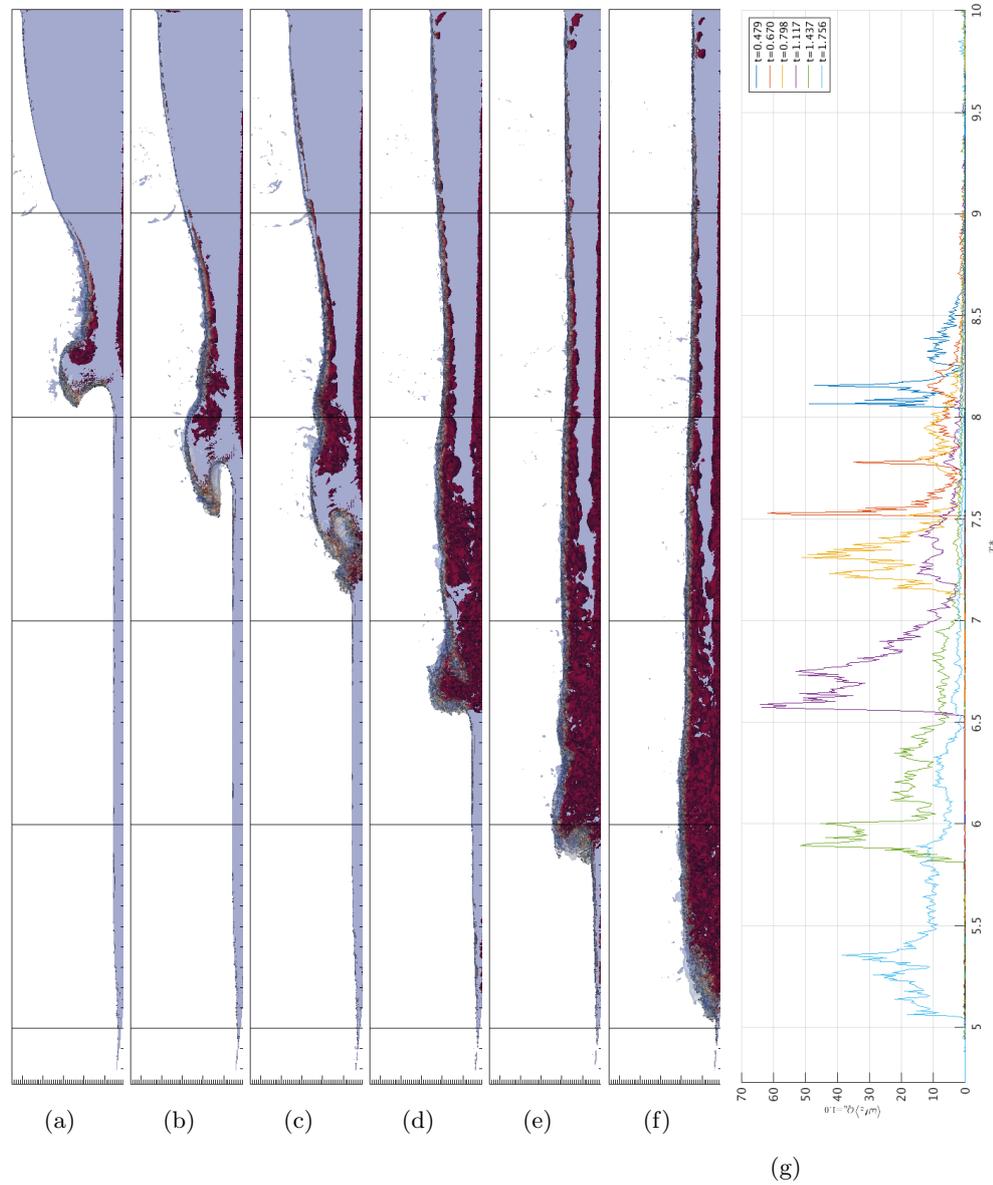
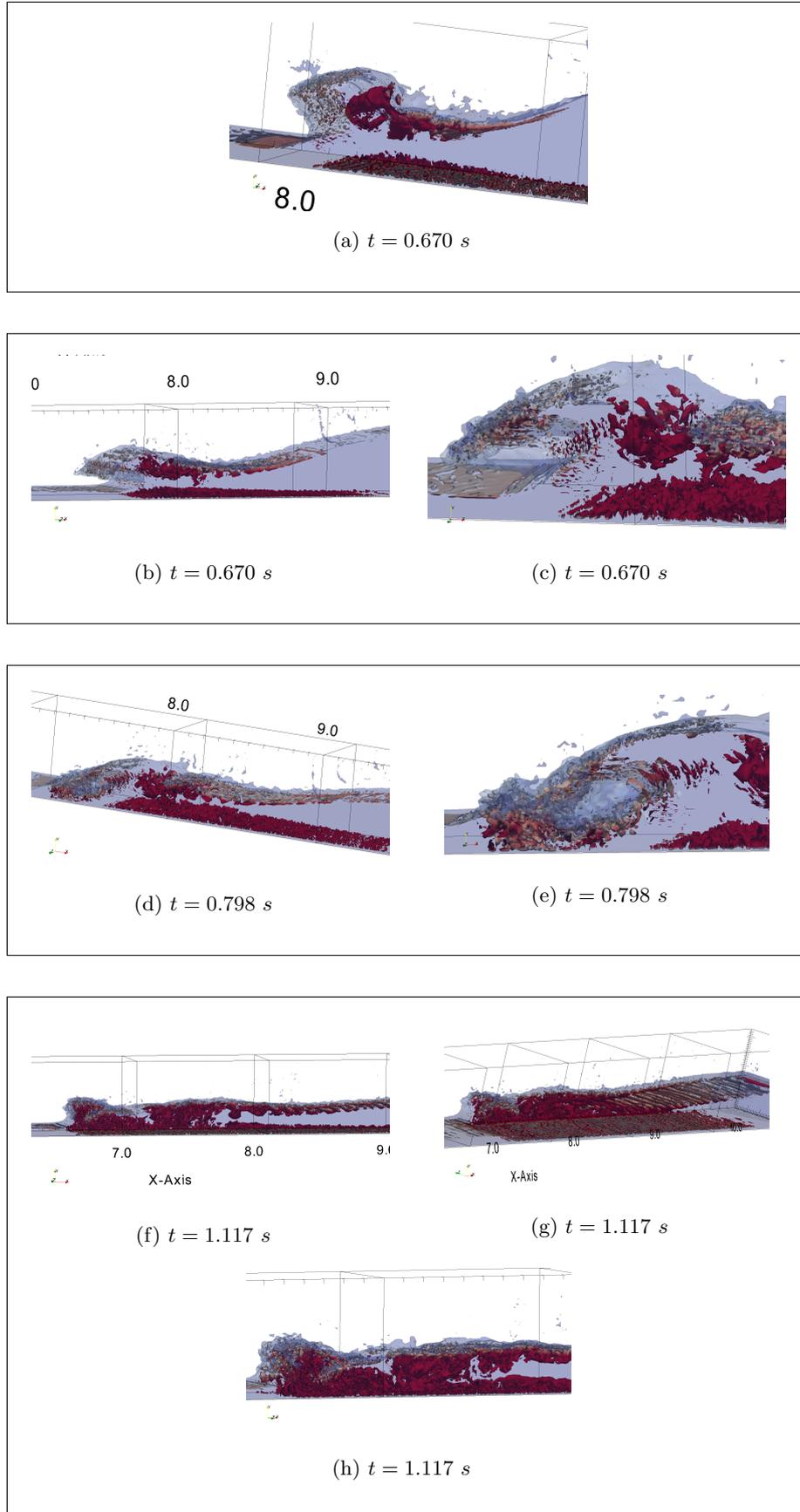


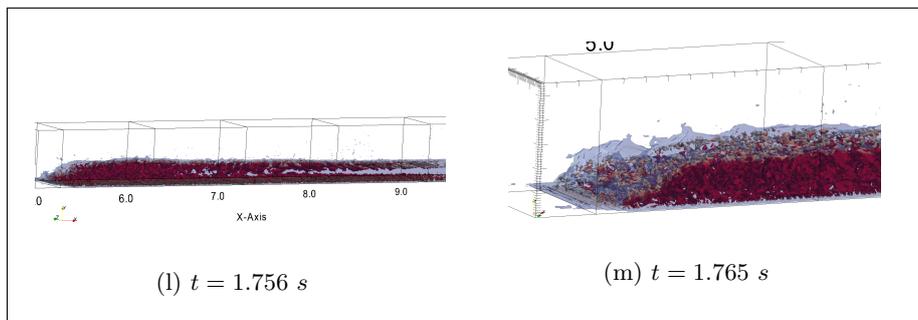
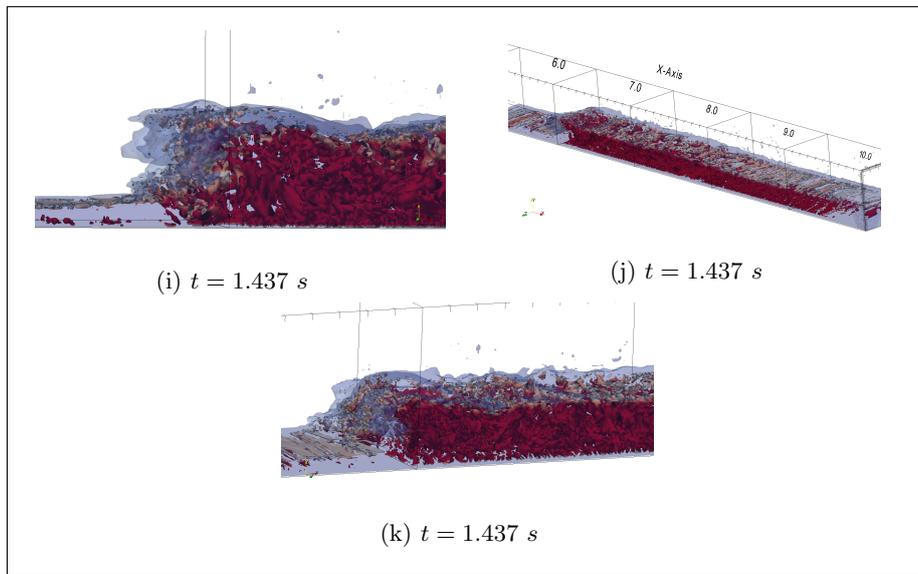
Figura 6.3: (a) – (f): Perfiles de la evolución de la ola con isosuperficies de  $Q = 1.0$  para tiempos  $t = 0.479, 0.670, 0.798, 1.117, 1.437, 1.756$  s respectivamente.

(g): Gráficas de  $\langle \omega'_z \rangle_{Q_u=1.0}$  en función de  $x^*$  (largo del canal adimensionalizado) correspondientes a cada perfil.

NOTA: La escala en el eje  $x^*$  es la misma en las 7 imágenes.

Figura 6.4: Detalles de la educación de vórtices,  $Q_u = 1.0$





- Las estructuras al interior de la cara del tubo (que se comenzaron a formar en el tiempo anterior) se definen más y se alargan siguiendo el flujo. Éstos vórtices parecen ser evidencia de la formación de estructuras como las que se muestran en la figura 6.5.



Figura 6.5: Vórtices longitudinales que rodean el tubo al romper.

Fotografía: [Little, 2016]

*Cierre del segundo tubo:  $t = 1.117$  s*

- Figuras: 6.4f - 6.4h
- Continúa la zona muy turbulenta al frente. Este tiempo es en el que se presenta el mayor aporte turbulento (ignorando un pico muy puntual para el segundo tiempo,  $t = 0.670$  s).
- Se comienza a formar una zona turbulenta detrás del frente y no-superficial.
- Las estructuras de la superficie lejanas al frente adquieren cierta periodicidad formando vórtices transversales al flujo con poco aporte turbulento.

*Bore en formación:  $t = 1.437$  s*

- Figuras: 6.4i - 6.4k
- Los vórtices por detrás del bore (frente de la ola) adquieren una forma de cuña hacia la superficie (se aprecia mejor en el perfil, 6.3e).
- Los vórtices en el frente del bore parecen dejar de ser tan superficiales.

*Bore bien formado al momento de llegar a la rampa:  $t = 1.756$  s*

- Figuras: 6.4l - 6.4m
- Se mantiene la estructura de cuña por detrás del frente.
- La aportación de vorticidad disminuye, probablemente debido a la disipación de energía.

- Los vórtices al frente que generan la turbulencia ya no son predominantemente superficiales.
- La periodicidad de los vórtices superficiales por detrás del frente se comienza a perder.

#### *Observaciones generales*

- En todos los tiempos se genera una capa turbulenta en el fondo por el contacto con el mismo. En los últimos dos tiempos se observa que esta capa se comienza a *desordenar* un poco.

### 6.2.3. Comparación con los modelos

#### *Modelo de bore*

De manera general, después de la ruptura y una vez formado el bore (desde el 5° tiempo,  $t = 1.437$  s) se observan regiones de entrada de flujo, mezclado, interacción con la superficie, interacción con el fondo y decaimiento como las que se muestran en la figura 2.6.

#### *Modelo de rodillo*

No se encontró el rodillo de recirculación al frente del bore, mas si se encontró evidencia de que la zona de generación de turbulencia se concentra en el frente de la ola a la altura del agua abajo del frente (pie del rodillo). Se encontró que esta zona de generación de turbulencia no se genera solamente después de la ruptura con el bore bien formado sino desde el inicio de la formación del tubo, aunque el máximo de generación de turbulencia sucede justo después de la ruptura.

#### *Estructura de gran escala*

Los resultados no se consideran decisivos en cuanto a este modelo, pues se considera que debido a la poca profundidad del flujo, los vórtices generados con el fondo y los vórtices de la superficie se encuentran demasiado pronto evitando así que la estructura a gran escala de la superficie por detrás del frente de la ola se desarrolle por completo.

- *Vórtices horizontales*: no se encontraron como tal, pero la periodicidad en la superficie generada una vez formado el bore podría ser evidencia del desprendimiento de vórtices horizontales del frente buscado.
- *Vórtices oblicuos descendentes*: no se encontraron.

## Capítulo 7

# Conclusiones

El trabajo que se presenta en esta tesis fue evolucionando y cambiando conforme se desarrollaba y a medida de que se fue profundizando en el estudio de la turbulencia. La complejidad de la turbulencia fue la principal causa de los cambios en el desarrollo de la tesis. A pesar de esto, se obtuvo un trabajo original que obtiene resultados satisfactorios y que explica la dinámica de estructuras turbulentas con herramientas estadísticas y numéricas ampleamente usadas en la mecánica de fluidos.

A continuación se presenta un recuento de los puntos más relevantes que se encuentran a lo largo del trabajo, en especial en los capítulos de *implementación* y *resultados*:

Se hizo una validación satisfactoria del código con la cual se considera que los datos obtenidos de la simulación pueden ser utilizados para un análisis cualitativo en todo el flujo y uno cuantitativo en la zona de surf. Basado en esto se optó por darle un enfoque cualitativo al trabajo, por que se buscaba primeramente identificar las estructuras turbulentas que se generan en la ola y si estas a su vez tienen algún comportamiento general a gran escala ya sea espacial-estructural o temporal. Para visualizar estas estructuras se utilizó el criterio  $Q$  como método de educación de vórtices respaldado por el muestreo condicional para la elección del umbral con el que se generaron las isosuperficies. Los datos obtenidos del muestreo condicional no proporcionaron resultados tan directamente como se esperaba, sin embargo, si fue posible encontrar un intervalo de referencia dentro del cual se eligió el umbral utilizado. A pesar de esto, el análisis por medio del muestreo condicional probó ser una herramienta importante para el resultado más contundente que se obtuvo: la **identificación de la zona de generación de turbulencia** (sec. 6.2.1). Esta zona coincide con la propuesta en el modelo de bore y además se identificó que dicha zona se presenta no sólo después del

rompimiento de la ola sino desde que inicia la formación del tubo.

A partir de la educación de vórtices se observó que el modelo estructural más congruente con los resultados es el modelo de bore en el que se especifican únicamente las diferentes zonas del flujo con diferente comportamiento (que en realidad es el modelo más sencillo pues no da más información respecto al fenómeno). En cuanto a los modelos de rodillo y el de estructuras de grande escala, solo se aprecian pocas coincidencias o evidencias sugerentes; de especial importancia la generación de la turbulencia en lo que sería el *pie del rodillo*. Los resultados obtenidos no son definitivos en el sentido de desechar esos modelos; más bien se piensa que no se lograron identificar las estructuras principalmente por la poca profundidad del canal simulado. Dos puntos a destacar en cuanto a la estructura turbulenta de la ola son:

- la zona de generación de turbulencia es superficial al frente de la ola
- se identificaron indicios de los vórtices longitudinales al interior del tubo.  
(Se piensa que mejorando la resolución de la malla en la zona se podrían detectar mejor y estudiar a más profundidad.)

En cuanto al comportamiento temporal, se identificaron las etapas para este tipo de ola: tubo y bore, separadas por el momento de cierre del tubo; cuantificándose el incremento en las fluctuaciones de vorticidad (que se traducen en incremento en la turbulencia) con un máximo instantes después del cierre del tubo.

En lo general, los objetivos se cumplieron y la primer hipótesis se satisface, encontrando más de lo que se esperaba en unos casos y quedándose algo corto en otros: la ola simulada en efecto tiene zonas turbulentas bien definidas después del rompimiento así como antes, además de dos etapas en su desarrollo temporal que van de la mano de los niveles de turbulencia en la ola. No se realizó el análisis estadístico del conteo de los vórtices, por lo que la segunda hipótesis acerca de la estructura fractal de la ola queda inconclusa.

Este trabajo aporta un poco al entendimiento de la compleja fenomenología que se lleva a cabo dentro de una ola al probar ciertas metodologías y el modelo numérico al caso, sin embargo, es muy limitado en su alcance al tratarse de un caso en específico.

#### *Futuros trabajos*

Se proponen dos caminos principales para continuar con esta línea de investigación: generalizar a otros casos y profundizar el estudio cuantitativo. Algunas ideas en estos sentidos son:

1. Generalización:

- a)* realizar la simulación para otros tipos de rompientes
- b)* simular otras pendientes y otras alturas de presa
- c)* simular olas que no sean aisladas para evaluar las ol
- d)* incorporar efectos de sedimentos en el fondo

2. Estudio cuantitativo:

- a)* medir fluctuaciones de velocidad
- b)* medir esfuerzos en el fondo
- c)* hacer mediciones con algún proyecto de ingeniería costera en mente
- d)* cuantificar los vórtices y hacer el análisis estadístico para evaluar la certeza de la segunda hipótesis (estructura fractal)

# Bibliografía

- [SPM, 1984] (1984). *Shore Protection Manual*. US Army Corps of Engineers.
- [Cubos et al., 2015] Cubos, J. M., Ramírez, J., Salinas, M., Vicente, W., Martínez, E., and Lagarza, C. (2015). Efficient two-phase mass-conserving level set method for simulation of incompressible turbulent free surface flows with large density ratio. (*Preprint*) *Computers and Fluids*.
- [Davidson, 2004] Davidson, P. A. (2004). *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford University Press, 1a edición edition.
- [Dean and Dalrymple, 1991] Dean, R. G. and Dalrymple, R. A. (1991). *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. Advanced series in ocean engineering. Wold Scientific.
- [Dean and Dalrymple, 2004] Dean, R. G. and Dalrymple, R. A. (2004). *Coastal Processes with Engineering Applications*. Cambridge University Press.
- [Dubief and Delcayre, 2000] Dubief, Y. and Delcayre, F. (2000). On coherent-vortex identification in turbulence. *Journal of Turbulence*.
- [Ferziger and Peric, 2002] Ferziger, J. H. and Peric, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, tercera edition.
- [Fletcher, 1988] Fletcher, C. A. J. (1988). *Computational Techniques for Fluid Dynamics 2*. Springer-Verlag.
- [Jánosi et al., 2004] Jánosi, I. M., Jan, D., Szabó, K. G., and Tél, T. (2004). Turbulent drag reduction in dam-break flows. *Experiments in Fluids*.
- [Lesieur, 1997] Lesieur, M. (1997). *Turbulence in Fluids*. Springer, 4a edition.
- [Lesieur et al., 2005] Lesieur, M., Metais, O., and Comte, P. (2005). *Large-Eddy Simulations of Turbulence*. Cambridge University Press.

- [Little, 2016] Little, C. (2016). Recuperado de <https://www.facebook.com/clarklittlephotography>, 8 de enero de 2016.
- [Lobovsky et al., 2014] Lobovsky, L., Botia-Vera, E., Castellana, F., Mas-Soler, J., and Souto-Iglesias, A. (2014). Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break. (*preprint*) *Journal of Fluids and Structures*.
- [Madsen and Svendsen, 1982] Madsen, P. A. and Svendsen, I. A. (1982). Turbulent bores and hydraulic jumps. *Journal of Fluid Mechanics*.
- [Mocke, 2001] Mocke, G. P. (2001). Structure and modeling of surf zone turbulence due to wave breaking. *Journal of Geophysical Research*.
- [Nadaoka et al., 1989] Nadaoka, K., Hino, M., and Koyano, Y. (1989). Structure of the turbulent flow field under breaking waves in the surf zone. *J. Fluid Mechanics*.
- [O'Donoghue and Pokrajac, 2005] O'Donoghue, T. and Pokrajac, D. (2005). Hondebrink's experiments on impermeable slopes. Technical report, University of Aberdeen, Department of Engineering.
- [Peregrnie and Svendsen, 1978] Peregrnie, D. H. and Svendsen, I. A. (1978). Spilling breakers, bores and hydraulic jumps. *Coastal Engineering*.
- [Sorensen, 2006] Sorensen, R. M. (2006). *Basic Coastal Engineering*. Springer, tercera edición.
- [Stansby et al., 1998] Stansby, P. K., Chegini, A., and Barnes, T. C. D. (1998). The initial stages of dam-break flow. *J. Fluid Mechanics*, 374:407–424.
- [Svendsen, 1984] Svendsen, I. A. (1984). Wave heights and set-up in a surf zone. *Coastal Engineering*.
- [Tennekes and Lumley, 1972] Tennekes, H. and Lumley, J. (1972). *A First Course in Turbulence*. The MIT Press.
- [van der Pijl, 2005] van der Pijl, S. P. (2005). *Computation of Bubbly Flows with a Mass-Conserving Level-Set Method*. PhD thesis, Technische Universiteit Delft.
- [Viviano et al., 2010] Viviano, A., Musumeci, R. E., and Foti, E. (2010). A new 3d roller approach for facing rotational surf zone hydrodynamics. *Coastal Engineering*.

