

INGENIERIA
ANEXO
BIBLIOTECA

EJERCICIOS DE CINEMATICA

INGENIERIA
ANEXO
BIBLIOTECA

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE CIENCIAS BASICAS
DEPARTAMENTO DE MECANICA

1981

6

FACULTAD DE INGENIERIA



905047

G1.- 905047

EJERCICIOS DE CINEMÁTICA

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 1981, respecto a la primera edición en español por
la FACULTAD DE INGENIERÍA,
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO,
Ciudad Universitaria, México 20, D.F.

1234567890 8023456791

Impreso en México Printed in Mexico

Esta obra se terminó en octubre de 1981
en Poligráfica, S.A.
Av. del Taller No. 9
México 8, D.F.

Se tiraron 1 500 ejemplares

SERIES DE CINEMATICA

INDICE

	PAGINA
SERIE I	1
SERIE II	6
SERIE III	12
SERIE IV	20
SERIE V	27
SERIE VI	34
SERIE VII	47
SERIE VIII	58

INGENIERIA
ANEXO
BIBLIOTECA

EJER. DE
CINEMA
6

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



905047

G.- 905047

G1.-

CINEMATICA

SERIE No. I

ENUNCIADOS

- 2 -

C I N E M A T I C A

SERIE No. 1

ENUNCIADOS

1.1.- Defina los conceptos:

- 1.1.- Trayectoria de un punto móvil
- 1.2.- Posición
- 1.3.- Desplazamiento o desalojamiento
- 1.4.- Velocidad
- 1.5.- Rapidez
- 1.6.- Aceleración

anotando las unidades en que se miden tales conceptos físicos en los sistemas M.K.S. Absoluto y Gravitacional.

1.2.- La relación espacio-tiempo para un cuerpo que cae, partiendo del reposo, se puede representar en forma aproximada por la expresión: $S=16t^2$, en donde S se mide en ft desde el punto de partida y t en segundos; considere positivo el desplazamiento vertical hacia abajo. Calcule la rapidez cuando $t=3s$, si para ese instante $S=144$ ft y en un instante posterior $t = 3 + \Delta t$, $S = 144 + \Delta S$.

1.3.- Un punto se mueve sobre una trayectoria recta según la expresión: $S=X=4t^3+2t+3$ (X en m y t en s). Determine su posición, velocidad y aceleración lineales para $t=3$ segundos.

1.4.- El movimiento de una partícula está definido por la expresión: $S=t^4-3t^3+2t^2-8$ (S en m y t en s). Determine la rapidez y el módulo de la aceleración lineales para $t=2s$.

1.5.- Explique brevemente el concepto de jerk o pulso, anotando la expresión vectorial respectiva.

1.6.- Un tren se desplaza en línea recta con una rapidez de 45mi/h. Si el movimiento del tren es retardado (frenado) uniformemente a razón de 30 millas/hora en un minuto, encuentre la aceleración en ese intervalo.

1.7.- Si un punto cambia de posición en el tiempo, según un marco de referencia fijo, escriba la expresión de la velocidad media del punto en el intervalo (t_1, t_2) .

1.8.- El movimiento de una partícula se determina a partir de: ---

$X = a + bt^2$ en donde $a=20cm$ y $b=4cm/s^2$. Calcule:

i) El desplazamiento de la partícula en el intervalo de tiempo comprendido entre $t_1=2s$ y $t_2=5s$.

ii) La rapidez media en ese intervalo

iii) La rapidez instantánea para $t=2s$

1.9.- El movimiento de una partícula está dado por la ecuación: $v = m + n t^2$ en donde $m = 10$ cm/s y $n = 2$ cm/s³. Calcule la variación de la velocidad de la partícula en el intervalo de tiempo comprendido entre $t_1=2s$ y $t_2=5s$; obtenga también la aceleración media en tal intervalo y la aceleración instantánea para $t_1=2s$.

1.10.- Un cuerpo se mueve sobre una recta, estando su distancia al origen, en un instante cualquiera, definida por la expresión $X=8t - 3t^2$, en la que X se mide en cm y t en segundos. Calcule:

- i) La velocidad media del cuerpo en el intervalo comprendido entre $t=0$ y $t=1s$ y en el intervalo $t=0$ y $t=4s$.
- ii) La velocidad instantánea en los tiempos $t=1s$ y $t=4s$.
- iii) El instante o instantes en los cuales el cuerpo está en reposo.
- iv) La aceleración en los instantes $t=1s$ y $t=4s$.

1.11.- Los fabricantes de un cierto automóvil advierten que acelerará de 15 a 50 Km/h en 13 s. Calcular:

- i) La aceleración en m/s^2
- ii) La distancia recorrida por el coche en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.

1.12.- Demuestre que si un móvil se desplaza en línea recta, forzadamente y en todo instante:

$$\vec{a} \times \vec{v} = 0$$

en donde \vec{a} y \vec{v} son su aceleración y velocidad, respectivamente.

1.13.- La velocidad de una partícula que se desplaza a lo largo del eje X'X, está dada por la expresión: $v=kt^2$ en donde k es una constante positiva. Cuando $t=0$ y $x=3$, determine el desplazamiento, velocidad y aceleración en función de la variable t .

1.14.- La aceleración de una partícula que se mueve en una trayectoria rectilínea a lo largo del eje Y'Y es una función del desplazamiento y tal que:

$$a=ky$$

en donde k es una constante. Cuando $t=0$, $v=0$ y $y=y_0$. Encuentre y , v y a en función del tiempo t .

1.15.- La velocidad de un cuerpo se expresa:

$$v = 200 + 30t + \frac{1}{2} t^2 \text{ (m/s)}$$

Si $t=0$ y $x=0$, determine la posición del cuerpo para $t=10s$.

1.16.- Un punto se mueve a lo largo de una línea recta de modo que su desplazamiento es: $S = 8t^2 + 2t$, en donde S está en m y t en segundos. Determine su aceleración y su rapidez en función del tiempo.

1.17.- La aceleración de un punto en un movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación $a = -9.8m/s^2$. Se sabe que la velocidad v es cero y el desplazamiento $y = +25$ cuando $t=0$. Determine la ecuación del desplazamiento.

1.18.- Una partícula se mueve sobre una línea vertical con una aceleración $a = 2\sqrt{v}$. Cuando $t=2s$ su desplazamiento es $S = \frac{64}{3} m$ y su rapidez $v = 16m/s$. Determine el desplazamiento, la rapidez y la aceleración de la partícula cuando $t=8s$.

1.19.- La aceleración de un punto que se mueve sobre una línea vertical viene dada por la ecuación $a = 12t - 20$. Se sabe que su desplazamiento es $S = 10 m$ en el tiempo $t=0$ y que su desplazamiento $S = +10m$ en el tiempo $t=5s$. Deducir la ecuación de su movimiento.

1.20.- Una partícula se mueve sobre una línea recta horizontal con una aceleración de $a = 6\sqrt{s}$. Cuando $t=2s$ su desplazamiento es $S = +27m$ y su velocidad $v = +27m/s$.

Calcular la velocidad y la aceleración del punto cuando $t=3s$.

CINEMATICA

SERIE No. II

ENUNCIADOS

C I N E M A T I C A

SERIE No. II

ENUNCIADOS

2.1.- Explique brevemente la interpretación de las leyes vectorial y escalar, del movimiento del punto.

2.2.- Demuestre que si $\vec{r} = \vec{r}(t)$, $S = S(t)$ y $\dot{r} = \dot{r}[S(t)]$;

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{e}_T \text{ y también } \frac{d\vec{e}_T}{ds} = K \vec{e}_N$$

2.3.- Dados los vectores $\vec{a} = \vec{a}(t)$ y $\vec{v} = \vec{v}(t)$, obtenga las expresiones para las componentes tangencial y normal de la aceleración.

2.4.- Una partícula describe la trayectoria $y = 4x^2$ estando x y y expresadas en metros. La proyección x de la velocidad es constante e igual a 2 m/s. Admitiendo que $x = y = 0$ para $t = 0$, hallar $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}$, en función del tiempo.

2.5.- Una partícula describe la trayectoria $y = 4x^2$ con velocidad v constante, estando x y y expresadas en metros. ¿Cuál es la componente normal de la aceleración?

2.6.- La posición de un punto está dada por:

$$\vec{r} = ct\vec{i} + bt\vec{j} - \frac{1}{2}at^2\vec{k}$$

en donde a, b y c son constantes.

Encuentra su velocidad y su aceleración.

2.7.- La trayectoria de una partícula en movimiento puede describirse como sigue:

$$x = a \cos \theta, \quad y = a \sin \theta, \quad z = ct$$

en donde a y c son constantes y $\theta = \omega t$

Determine las características del movimiento.

2.8.- Determine las componentes tangencial y normal de la aceleración de una partícula, si para $t = 0$:

$$S = 3t^2 + 2t + 2$$

en donde t está medido en segundos y S en ft. Considere que cuando $t = 0$ el radio de curvatura es de 4 ft.

2.9.- La posición de una partícula moviéndose en torno a un círculo está definida por:

$$S = 9t^2 - 3t + 2$$

en donde S se mide en pulgadas y t en segundos.

Encuentre la magnitud de la aceleración a en el instante en que la aceleración normal vale 24 in/s^2

2.10.- La velocidad de una partícula está dada por:

$$\vec{v} = 3t^2\vec{i} + 4t\vec{j} + 5t^3\vec{k}$$

en donde \vec{v} tiene unidades de ft/s y t de segundos. Obtenga la componente normal de la aceleración y encuentre el radio de curvatura.

2.11.- El vector de posición de una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria curva es:

$$\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 6t\vec{j} + t^3\vec{k}$$

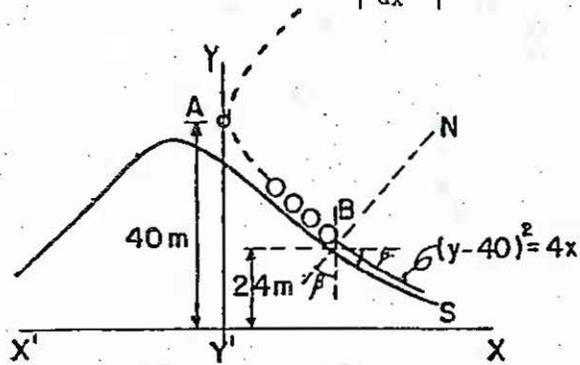
Usando la expresión: $\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \right|$,

encuentre la curvatura de tal trayectoria.

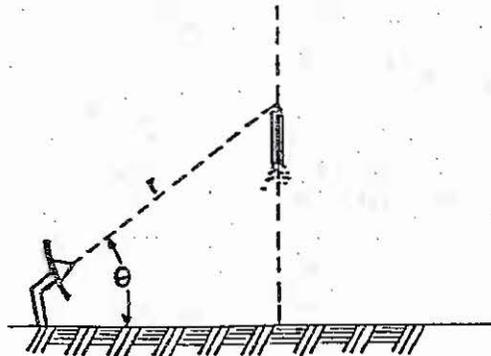
2.12.- En la siguiente figura se ilustra una sección de la montaña rusa. La parte de vía que se muestra es coplanar y la curva que está a la derecha pasa por A y es una parábola dada por: $(y - 40)^2 = 4x$. Si el tren de carros se está moviendo con una

rapidez de 8 m/s cuando el frente del primer carro está 24 m -- por encima del terreno. ¿Cuál es la componente normal de la -- aceleración?

Utilice la expresión:
$$R = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$



2.13.- Un cohete es disparado verticalmente y su movimiento es seguido por la antena de un radar como se muestra en la figura. Determine las expresiones para la velocidad y la aceleración -- del cohete en términos de coordenadas polares.



2.14.- El movimiento de una partícula se expresa:

$$X = 6t, \quad Y = 10t, \quad z = t^3 + 10$$

Usando coordenadas cilíndricas determine las componentes ra--- dial, transversal y axial del vector de posición, así como los vectores velocidad y aceleración de la partícula.

2.15.- En el tiempo $t_0 = 1$ s una partícula está en el punto (3,4,6) [m] con una velocidad de $16i + 20j + 5k$ (m/s) y se le da una acele--- ración constante de $6i + 3j$ (m/s²).

¿Cuál será la velocidad de la partícula 20 s después? Determine también la posición de la partícula.

2.16.- Una partícula P se mueve en un plano de tal manera que sus -- coordenadas polares son:

$$r = 3t^2 + 4, \quad \phi = 2t^2,$$

en donde r está en ft, t en segundos y ϕ en radianes.

Determine la velocidad y aceleración de P cuando $t = 3$ s.

2.17.- Una partícula se mueve en el espacio, de tal manera que sus -- coordenadas para un instante son:

$$r = 2at^2, \quad \phi = \pi t, \quad z = 5t^2,$$

en donde r y z están en ft, ϕ en radianes y t en segundos.

Determine la velocidad y la aceleración en el instante en que la componente radial de la aceleración es cero.

2.18.- El vector de posición de una partícula que se desplaza a lo --

INGENIERIA
ANEXO
BIBLIOTECA

largo de una curva en el espacio está dado por:

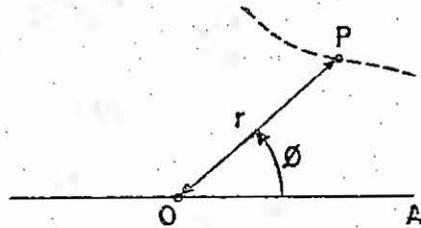
$$\vec{r} = 5t^2 \cos \phi \mathbf{i} + 5t^2 \sin \phi \mathbf{j} + 3t^3 \mathbf{k} \quad [\text{ft}]$$

en donde $\phi = \pi t^2$ y t está en segundos

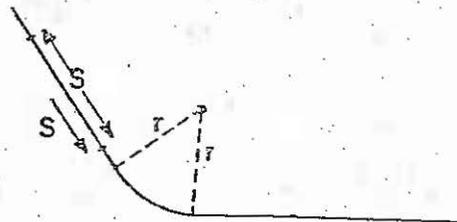
Describe el movimiento en coordenadas cilíndricas cuando la componente axial de la velocidad es igual a 36 ft/s.

2.19.- Una partícula P se mueve en un plano de tal modo que su distancia a un punto fijo O es $r = a + bt^2$ y la línea que une O con P forma un ángulo $\phi = ct$ con una línea fija OA, como se muestra en la figura.

Encuentre la aceleración de P.



2.20.- Una partícula se mueve a lo largo de un camino compuesto por dos líneas rectas enlazadas por un arco de círculo de radio r , como se muestra en la figura. El valor numérico de la velocidad a lo largo del camino está dado por $S = at$. Encontrar la aceleración máxima de esta partícula.



CINEMATICA

SERIE No. III

ENUNCIADOS

4.17.- Desde la cima de una torre de 100 ft de altura se disparan, horizontalmente, dos rifles diferentes que le imprimen a los proyectiles una rapidez de salida de 30 y 60 ft/s, respectivamente. Calcular el alcance horizontal de cada rifle, el tiempo que los proyectiles tardan en chocar con la superficie terrestre y la velocidad con que los proyectiles llegan a la misma.

4.18.- Un avión de bombardeo va a pasar por un punto situado a 1500 m de altura y a una distancia horizontal de 2000 m, respecto a un punto en el cual se encuentra situado un cañón antiaéreo. Si se desea derribar el avión y se sabe que la rapidez con la cual se dispara el proyectil es de 200 m/s, calcule el ángulo que formará el cañón con la horizontal para dar en el blanco.

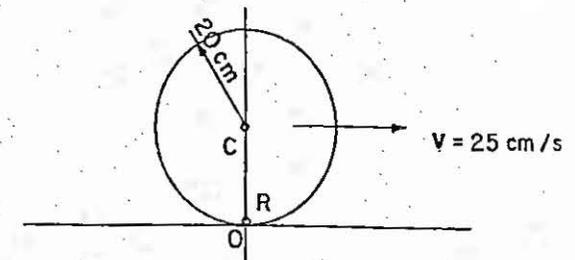
4.19.- Explique el movimiento circular uniformemente acelerado.

4.20.- Defina movimiento circular.

4.21.- Proporcione las expresiones matemáticas correspondientes al movimiento circular.

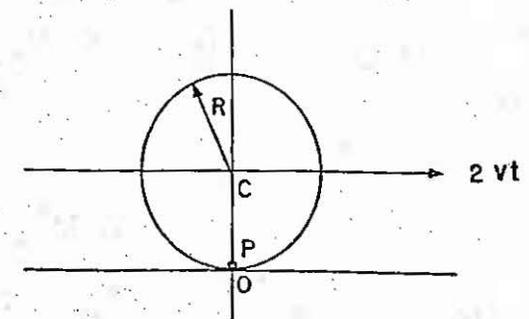
4.22.- Un tren recorre un tramo de vía cuyo radio de curvatura es de 1000 m, con una rapidez constante de 144 km/h. Se aplican los frenos y el tren va disminuyendo su velocidad de un modo constante; al cabo de 6 segundos la rapidez se ha reducido a 90 km/h. Calcular la aceleración de un vagón inmediatamente después de aplicar los frenos.

4.23.- Un disco cuyo radio es de 20 cm rueda sin deslizar a lo largo del eje de las X, con una velocidad constante de 25 cm/s. Para el instante $t = 0$ un punto R coincide con el origen, como se muestra en la figura. Obtenga el movimiento del punto para $t = 2s$.



4.24.- Un disco de radio R rueda sin deslizar con una velocidad de $2vt$, como se indica en la figura, donde v es una constante y t indica el tiempo en segundos.

Cuando $t = 0$ el punto P de la circunferencia coincide con el origen. Determine el movimiento del punto P.



CINEMATICA

SERIE No. V

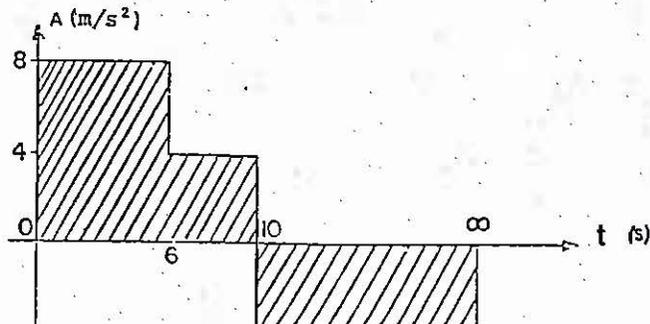
ENUNCIADOS

C I N E M A T I C A

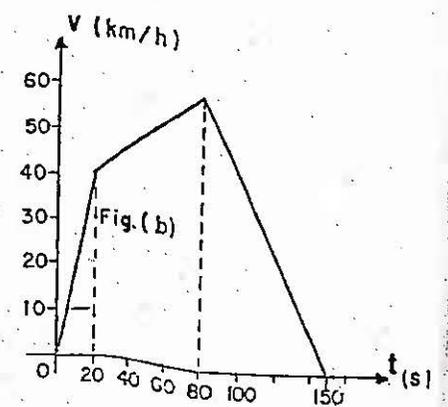
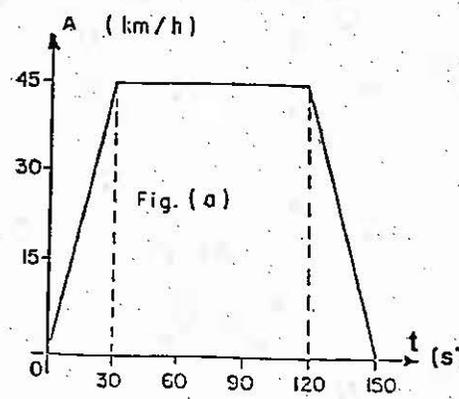
SERIE No. V

ENUNCIADOS

- 5.1.- Proporcione una definición de movimiento rectilíneo de una partícula y explique porqué este tipo de movimiento puede tratarse escalarmente.
- 5.2.- Explique el motivo por el cual es usual en los movimientos rectilíneos emplear gráficas; enumérelas y proporcione sus relaciones diferenciales e integrales.
- 5.3.- Defina movimiento rectilíneo uniforme y movimiento rectilíneo uniformemente variado, proporcionando las expresiones usuales para el cálculo de las características generales de dichos movimientos.
- 5.4.- Dibuje las gráficas que ejemplifiquen los movimientos rectilíneo uniformemente variado y rectilíneo uniforme.
- 5.5.- Una partícula con movimiento rectilíneo posee la aceleración -- que se representa en la figura. Sabiendo que parte del origen con $v_0 = -24$ m/s:
 - i) Dibujar los diagramas $v - t$ y $s - t$ para $0 < t < 20$ s.
 - ii) Hallar su velocidad, posición y espacio total recorrido después de 14 segundos.



- 5.6.- El recorrido entre dos estaciones de un metropolitano, que se mueve en línea recta, se efectúa en 35 segundos. Al ponerse en movimiento el tren, va aumentando su velocidad a razón de $2.5 m/s^2$ durante 3 segundos y después a razón de $3.5 m/s^2$ hasta alcanzar una velocidad de $10 m/s$. El tren mantiene esta velocidad hasta aproximarse a una de las estaciones, donde encuentra una señal que le indica que debe empezar a frenar uniformemente. Si el tren se para completamente en 3 segundos, obtenga la distancia total entre dichas estaciones.
- 5.7.- Dos estaciones de ferrocarril están unidas por dos vías rectas- paralelas. Dos trenes A y B parten del reposo de una estación- y llegan a la otra en 150 segundos. La curva $v - t$ para A está representada por la figura (a) y para B por la figura (b). Trácese la curva $t - a$ para cada tren y hállese la distancia entre las dos estaciones. Encuéntrese también la velocidad máxima de B.
- 5.8.- Un tren metropolitano desarrolla una rapidez normal de $60 km$ -- por hora; su distancia de frenaje es capaz de desacelerarlo a -- razón de $5 km/h \cdot s$ y sus motores pueden provocarle una aceleración de $2 km/h \cdot s$, sin provocar trastorno alguno durante su -- arranque. Suponiendo que la vía sea recta calcule:



- i) La pérdida de tiempo de marcha efectiva, asociada a una parada de 20 s de duración.
- ii) La distancia mínima que debe mediar entre dos estaciones sucesivas para que el tren alcance su velocidad normal.

Si entre dos paradas el tren viaja durante 2 minutos a su velocidad normal, dibuje los diagramas de movimiento que correspondan a un ciclo de duración y proporcione la velocidad media respectiva.

5.9.- Un automóvil que viaja a 108 km/h, en línea recta, entra en un banco de arena experimentando un retardo de 15 m/s^2 . Calcule la distancia que recorre el vehículo hasta detenerse completamente.

5.10.- Dos puntos P y Q parten simultáneamente de las posiciones A y B, respectivamente, cuando comienza la cuenta del tiempo; se mueven en la misma trayectoria recta y lo hacen con una aceleración de 2 m/s^2 . Si la distancia entre A y B es de 350 m y las velocidades iniciales de P y de Q son respectivamente iguales a 45 y 25 m/s , encuentre el tiempo necesario para que P alcance a Q, y determine dónde ocurre tal intercepción.

5.11.- Un coche de turismo y un camión se ponen en movimiento en el mismo instante, cuando el primero se encuentra a cierta distancia detrás del camión. Este último tiene una aceleración constante de 1.2 m/s^2 , mientras que el coche acelera a razón de 1.8 m/s^2 .

El coche alcanza al camión cuando éste a recorrido 45 m.

- i) ¿Cuánto tiempo tarda el coche en alcanzar al camión?
- ii) ¿Cuál era la distancia entre ambos vehículos?

- iii) ¿Cuál era la velocidad de cada uno en el momento de alcanzarse?

5.12.- Un punto, animado de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, pasa por dos posiciones de su trayectoria que distan 200 y 600 m de un punto fijo, en los instantes 5s y 10 s, respectivamente. Obtenga la aceleración y la velocidad inicial del móvil, suponiendo que se halle en el origen al comienzo de las observaciones.

5.13.- Dibujar las gráficas a-t, v-t y s-t que correspondan a los movimientos de caída libre y tiro vertical.

5.14.- Desde la superficie terrestre se lanza, verticalmente hacia arriba, una pelota con una rapidez inicial de 30 m/s. En el mismo instante, desde una ventana de 40 m de altura se suelta una esfera. Calcular cuándo y dónde se encuentran dichos proyectiles.

5.15.- Un malabarista se encuentra practicando en una habitación de 2.40 m de altura con respecto al nivel de sus manos. Si debe lanzar una pelota verticalmente hacia arriba, de manera que alcance justamente el techo, calcule la velocidad inicial con que debe hacerlo y el tiempo que tarda en alcanzar dicha altura.

5.16.- Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 15 m, por el hueco de un elevador, con una rapidez inicial de 20 m/s. En el mismo instante una plataforma elevadora situada a una altura de 4 m comienza a subir con una rapidez constante de 3 m/s. Determinar cuándo y dónde la pelota se encontrará con la plataforma.

5.17.- Desde la superficie terrestre se lanzan, verticalmente hacia -- arriba, dos piedras con velocidades iniciales de 15 y 30 m/s, -- la primera dos segundos antes que la segunda. Calcular cuándo y dónde se encontrarán los proyectiles, en caso de que esto suceda, y mencione hacia dónde se dirige cada -- piedra.

5.18.- Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba. Cuando tiene una velocidad de 32 ft/s alcanza la mitad de su altura máxima.

- i) ¿A qué altura sube?
- ii) ¿Cuál es su velocidad y su aceleración un segundo después -- de lanzarlo?

5.19.- Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo y un estudiante, desde una ventana, observa que la pelota pasa ha -- cia arriba enfrente de él a la velocidad de 4.9 m/s. La venta -- na se encuentra a 9.8 m por encima del suelo.

- i) ¿Qué altura alcanzará la pelota por encima del suelo?
- ii) ¿Cuánto tiempo tardará en trasladarse desde la ventana -- hasta el punto más alto de su trayectoria?
- iii) Calcule la velocidad y aceleración 1/2 segundo y 2 segun -- dos después de abandonar el suelo.

5.20.- Una piedra se arroja verticalmente hacia arriba a partir de la -- azotea de un edificio de 80 ft de altura y llega al suelo en 5 -- segundos. Calcular:

- i) Su velocidad inicial.
- ii) El tiempo transcurrido para que el proyectil pase por -- el punto de lanzamiento.

5.21.- ¿Qué entiende por movimiento armónico simple?

5.22.- Una partícula oscila con un movimiento armónico simple de ampli -- tud 15 cm y frecuencia de 4 oscilaciones/s. Determine su velo -- cidad y su aceleración máximas.

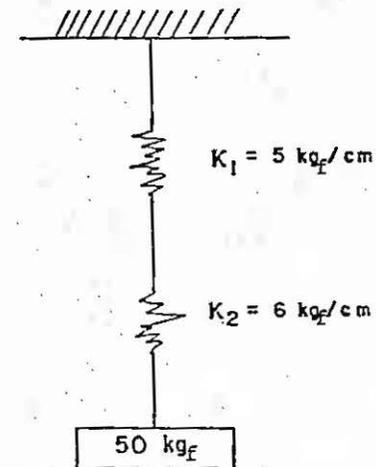
5.23.- Obtenga las gráficas x-t, v-t y a-t para el movimiento armónico -- simple dado por la ecuación $X = 10 \text{ sen } (2\pi t - \frac{\pi}{6})$, en donde X -- se expresa en cm y t en segundos.

5.24.- La velocidad de una partícula que tiene movimiento armónico sim -- ple está dada por la siguiente expresión:

$$\dot{X} = X_1 \text{ COS } (wt + \frac{\pi}{2}), \text{ en la cual para } t = 0, x = 0.$$

Sabiendo que $X = X_1 / \omega$ determinar X y \ddot{X} .

5.25.- Un bloque de 50 kg_f se encuentra sostenido por medio de resor -- tes, como se ilustra en la figura.



Se hace descender el bloque y se abandona a sí mismo. Calcular:

- i) El período y la frecuencia del movimiento resultante.
- ii) La velocidad y la aceleración máximas, siendo de 7.6 cm la -- amplitud del movimiento.

CINEMATICA

SERIE No. VI

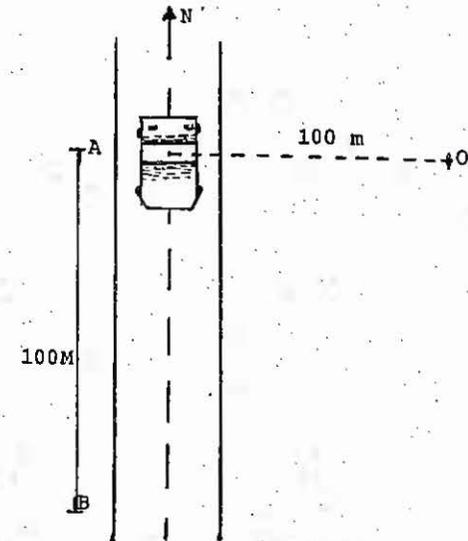
ENUNCIADOS

C I N E M A T I C A

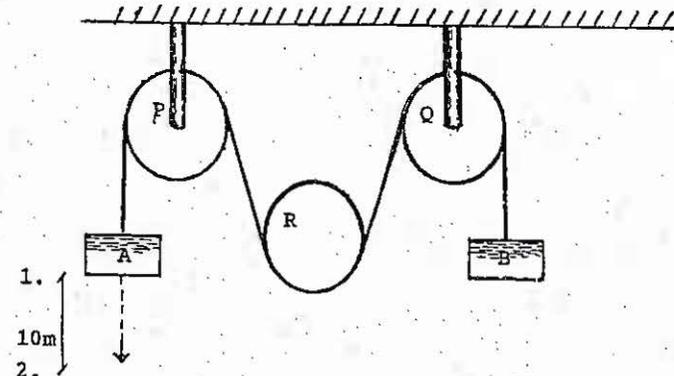
SERIE No. VI

ENUNCIADOS

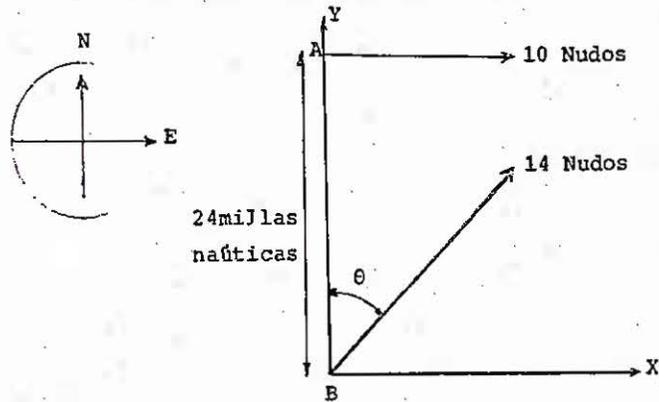
- 6.1.- La brújula de un avión indica que éste se dirige hacia el Norte, - cuando su rapidez es de 320 km/h . Si sopla el viento de 100 km/h de Oeste a Este. ¿Cuál es la velocidad del avión con respecto a la Tierra ?
- 6.2.- En el problema anterior, ¿en qué dirección deberá mantener el rumbo el piloto si desea navegar hacia el Norte?. ¿Cuál será la rapidez - resultante?.
- 6.3.- Un buque "A" se encuentra 100 millas náuticas al Oeste de otro "B". Si el barco "A" navega hacia el Este con una rapidez constante de 9 nudos, mientras que el "B" navega hacia el Norte con una rapidez de 12 nudos, ¿Cuál es la mínima distancia entre ellos y cuándo ocurrirá tal separación?.
- 6.4.- Un auto "A" se mueve hacia el Noroeste con rapidez de 180 km/h y - otro auto "B" se mueve hacia el Este a razón de 170 km/h. Determine:
- a) La rapidez de "A" con respecto a "B"
 - b) La rapidez de "B" con respecto a "A"
- 6.5.- Un automóvil se dirige hacia el Sur con una rapidez absoluta de - - 50 km/h. Un observador que se encuentra en el punto "O" , situado - a 100 m al Este de la carretera, desea conocer la magnitud de la ve - locidad angular relativa a él, cuando el auto pase por el punto "A" y por el punto "B" .



- 6.6.- Los cuerpos "A" y "B" se encuentran unidos por una cuerda que - pasa por las poleas P, Q y R, como se muestra en la figura. -- Las poleas P y Q son fijas, mientras que la R se desplaza unifor - memente hacia abajo con una rapidez de 2 m/s. Al comienzo del - movimiento "A" cae desde la posición 1 partiendo del reposo y - con aceleración constante.
- Si la rapidez de "A" cuando llega al punto 2 es de 8 m/s, deter - mine para este instante cuánto ha subido "B", y cuáles son su - velocidad y aceleración.



6.7.- Un barco "A", situado a 24 millas náuticas al Norte de un barco "B", navega con rumbo Este con una rapidez de 10 nudos. La rapidez del barco "B", que se está moviendo en la dirección mostrada en la figura, es de 14 nudos. Determine la velocidad que "B" debe mantener para interceptar al barco "A" en un tiempo mínimo y encontrar también este tiempo.



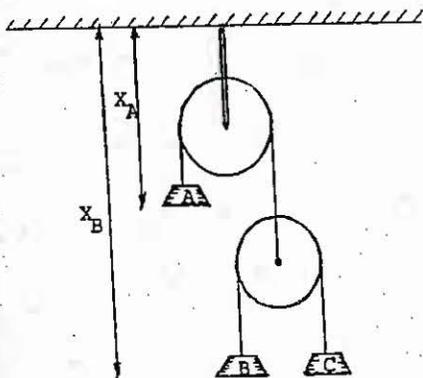
6.8.- Para el sistema de masas y poleas de la figura, determine la velocidad y la aceleración del cuerpo "C", en el instante que corresponde a la configuración del sistema mostrado en la figura, conociendo los siguientes datos:

$$v_A = 4 \text{ ft/s} \downarrow$$

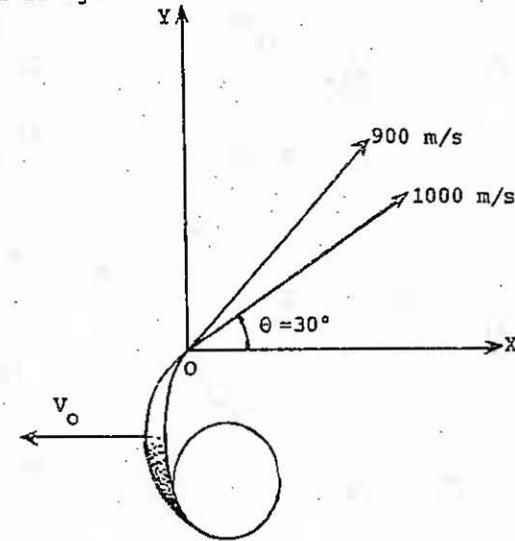
$$a_A = 1.5 \text{ ft/s}^2 \downarrow$$

$$v_B = 2.5 \text{ ft/s} \downarrow$$

$$a_B = 2 \text{ ft/s}^2 \downarrow$$



6.9.- Una partícula de vapor abandona el extremo de un aspa de una turbina de vapor con una velocidad relativa tangente al contorno del aspa en el extremo. La rapidez de la partícula de vapor en el instante en que abandona el extremo es de 900 m/s y su rapidez, respecto al aspa, es de 1000 m/s, como se indica en la figura. Determine la velocidad v_o del extremo, considerando que la tangente a éste forma un ángulo de 30° con el eje x.

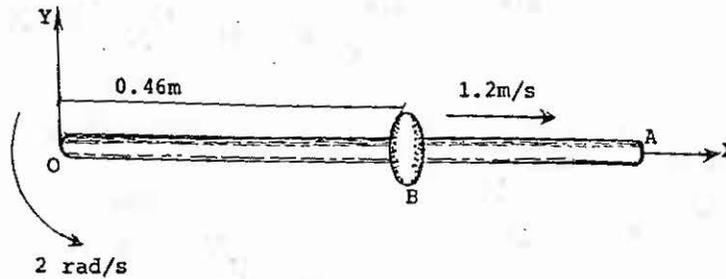


6.10.- Un aeroplano "A" sobrevuela un aeropuerto a razón de 500 km/h y rumbo $E 10^\circ N$. En el instante considerado, otro aeroplano "B" despegue de la pista del aeropuerto con una rapidez de 420 km/h y rumbo SW y con una rapidez ascensional de 9.14 m/s. Determine la velocidad relativa de "B" respecto a "A".

6.11.- Determine la velocidad relativa de "B" respecto a "A" en el problema anterior, si las rapidez de dichos aviones son 960 km/h y 640 km/h, respectivamente.

6.12.- La barra OA gira con una rapidez angular constante de 2 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj,

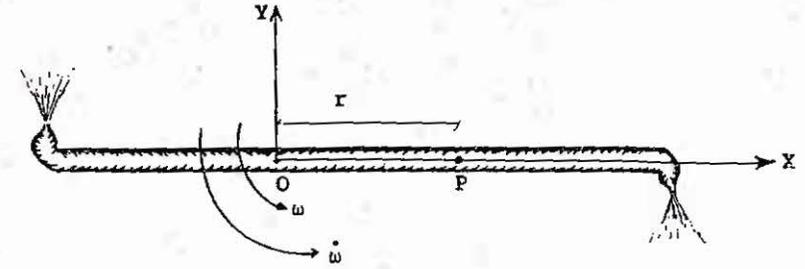
en un plano horizontal, alrededor de un eje vertical que pasa por "O", como se muestra en la figura; mientras OA gira, un anillo "B" está deslizando hacia afuera, con una rapidez constante de 1.2m/s con respecto a OA. Determinar la velocidad de "B" cuando está a 0.46m de "O".



6.13.- Determinar la aceleración de "B" en el problema anterior.

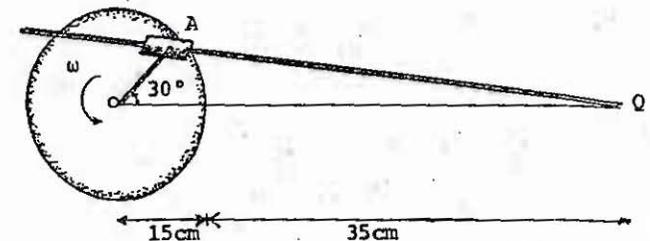
6.14.- Un rociador hidráulico para un jardín gira con una velocidad angular ω y una aceleración angular $\dot{\omega}$, ambas en sentido contrario al de las manecillas del reloj, como se indica en la figura.

Si todas las partículas de agua se mueven con una rapidez constante v , respecto al tubo del rociador, determinar la aceleración de una partícula de agua en el punto P.



INGENIERIA
ANEXO
BIBLIOTECA

6.15.- Para el mecanismo de la figura, la rapidez angular de la manivela es de 20 rpm, y el largo de este elemento alcanza 15 cm. Halle la rapidez absoluta de la corredera y la rapidez relativa de ésta, con respecto al punto de la biela que se encuentra en coincidencia con ella.

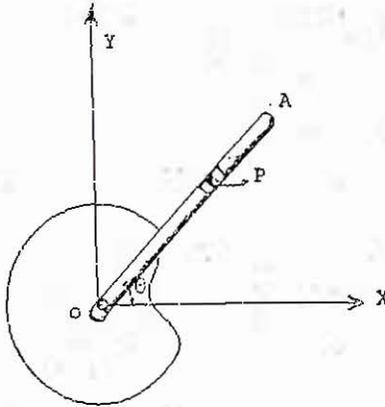


6.16.- Una partícula "P" se localiza en la ranura de la barra OA y su movimiento está dado por:

$$r = a - b \cos \theta$$

$$\theta = \frac{1}{2} ct^2$$

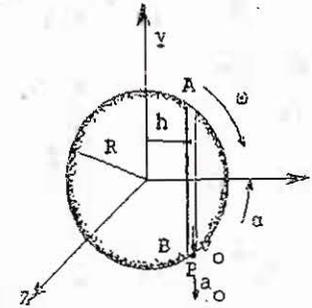
en donde a, b y c son constantes. Determine la velocidad y la aceleración lineales del punto "P", sabiendo que $a > b$



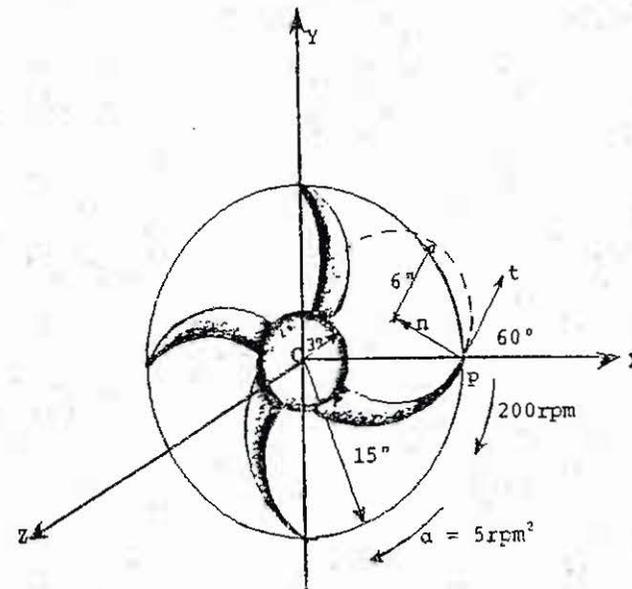
6.17.- Una partícula "P" se mueve con una aceleración relativa -- constante a_0 , de A hacia B, en la ranura AB de un disco giratorio. En el instante considerado, la partícula está en B con una rapidez v_0 a lo largo de AB; el disco está girando con una rapidez angular ω en el sentido de las manecillas del reloj y con una aceleración angular α en sentido contrario, como se muestra en la figura. Determinar la velocidad y la aceleración de "P" si:

$$h = 3\text{m}, R = 5\text{m}, v_0 = 10\text{m/s}, a_0 = 3\text{m/s}^2,$$

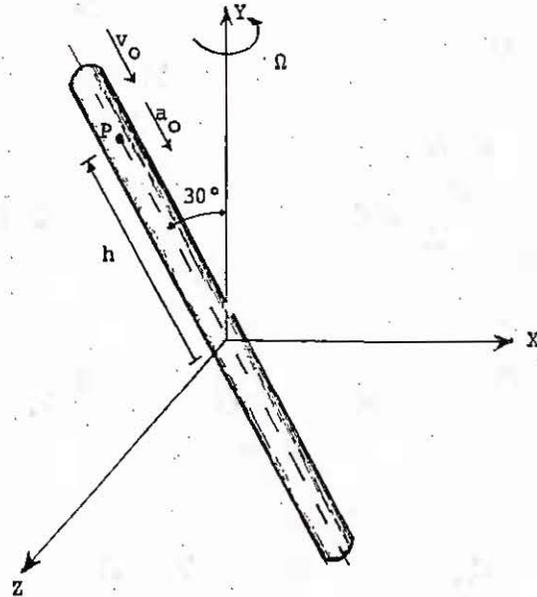
$$\omega = 15 \text{ rad/s} \text{ y } \alpha = 3 \text{ rad/s}^2$$



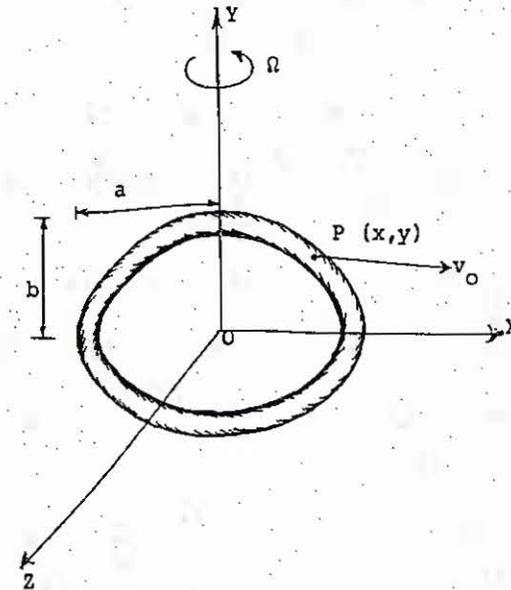
6.18.- Una partícula "P" de agua se mueve hacia afuera y a lo largo del aspa impulsora de una bomba centrífuga de agua, con una velocidad tangencial de 50m/s y una aceleración tangencial de 30m/s^2 , relativas al extremo del aspa. Dado que el aspa gira con una aceleración constante de 5 rpm^2 , en el sentido indicado en la figura, determinar la velocidad y la aceleración de la partícula de agua en el instante en que abandona el aspa, cuando ésta gira con una rapidez de 200 rpm.



6.19.- Una partícula "P" se mueve con una aceleración relativa a , dentro de un tubo recto inclinado, mientras que el tubo está girando con una velocidad angular constante Ω alrededor de un eje vertical. En el instante considerado la partícula se mueve con una rapidez v_0 , respecto al tubo. Cuando el tubo está en el plano YZ, determinar la velocidad y la aceleración de la partícula en la posición indicada en la figura.



6.20.- Una partícula "P" se mueve con una rapidez relativa constante, v_0 , a lo largo de una elipse de semiejes a y b . Adicionalmente, la elipse gira sobre su eje menor con rapidez angular constante Ω . Determine la velocidad absoluta de dicha partícula cuando esté contenida en el plano XOY.

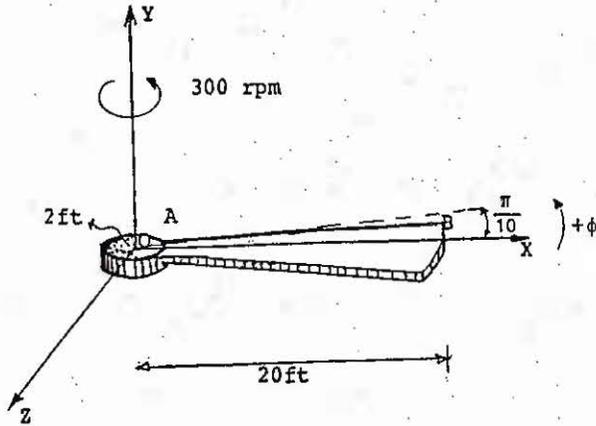


6.21.- Resolver el problema anterior suponiendo que el tubo gira alrededor de su eje menor, con una velocidad angular Ω y una aceleración angular α , en el instante considerado.

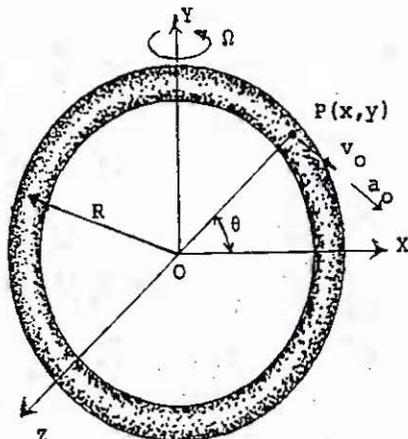
6.22.- El aspa AB de un rotor de helicóptero está unida a la placa del rotor en "A", como se muestra en la figura. La placa está en el plano horizontal XOZ, el aspa ejecuta oscilaciones de cuerpo libre alrededor de A, hacia arriba y hacia abajo, de tal manera que:

$$\phi = \frac{\pi}{10} \sin 4\pi t$$

Determinar la velocidad y la aceleración del extremo B cuando el rotor gira a 300 rpm.

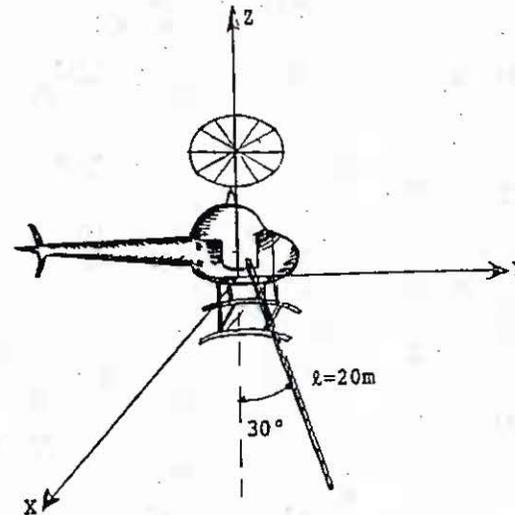


6.23.- Una partícula "p" se mueve con una rapidez relativa constante v_0 a lo largo de la periferia de un tubo circular de radio R , a la vez que el tubo gira con una velocidad angular constante Ω alrededor de un diámetro del tubo, como se muestra en la figura.
 Dado que v_0 aumenta uniformemente a razón de a , por unidad de tiempo, determinar la velocidad y la aceleración de la partícula en la posición indicada.



6.24.- Resolver el problema anterior suponiendo que, en el instante considerado, el tubo está girado con una velocidad angular Ω y una aceleración angular α .

6.25.- Un helicóptero levanta un cuerpo por medio de un cable de 20m de largo, a razón de 2m/s. La nave viaja hacia adelante con rapidez de 50m/s y el cable experimenta, respecto a la vertical, velocidad y aceleración angulares de magnitud $1s^{-1}$ y $5s^{-2}$, respectivamente, en los sentidos indicados. Determinar la velocidad y la aceleración absolutas de ese cuerpo, cuando el cable de ascenso forme un ángulo de 30° con la vertical.



CINEMATICA

SERIE No. VII

ENUNCIADOS

C I N E M A T I C A

SERIE No. VII

ENUNCIADOS

7.1.- Un cuerpo rígido se encuentra animado de movimiento de translación, a velocidad constante. En cierto valor del tiempo se sabe que la rapidez de uno de sus puntos es de 9 m/s; que en otro, la proyección de la velocidad en el eje de las ordenadas vale - 5 m/s, mientras que en un tercero la proyección de la velocidad en el eje de las cotas es de 8 m/s. Determine la velocidad y la rapidez del cuerpo.

7.2.- En cualquier instante, las componentes de la aceleración de los puntos P, Q y R de un cuerpo rígido que se traslada son:

según el eje X'X: $\vec{a}_P = 8i \text{ [m/s}^2\text{]}$

según el eje Y'Y: $\vec{a}_Q = 12j \text{ [m/s}^2\text{]}$

según el eje Z'Z: $\vec{a}_R = 0$

En cierto momento, la rapidez del cuerpo alcanza 310 m/s, de suerte que para los puntos en cuestión:

según el eje X'X: $\vec{v}_P = 40i \text{ [m/s]}$

según el eje Y'Y: $\vec{v}_Q = 60j \text{ [m/s]}$

según el eje Z'Z: $\vec{v}_R > 0$

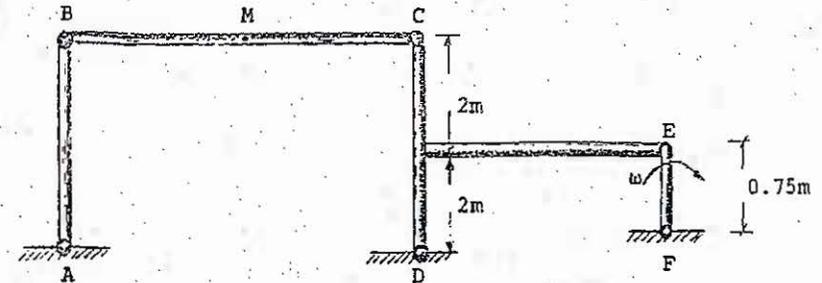
Encuentre la velocidad del cuerpo 4 segundos después del instante que corresponde a estos datos.

7.3.- La velocidad y la aceleración de un cuerpo rígido que se traslada coinciden en dirección. Suponiendo que:

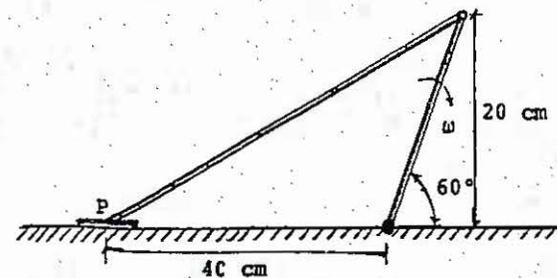
$\vec{a} = 36i + 12j + 54k \text{ [m/s}^2\text{]}$ y que, en cierto instante, la rapi-

dez del cuerpo móvil alcance 44m/s, calcule la velocidad del sólido 5 segundos después del último acontecimiento.

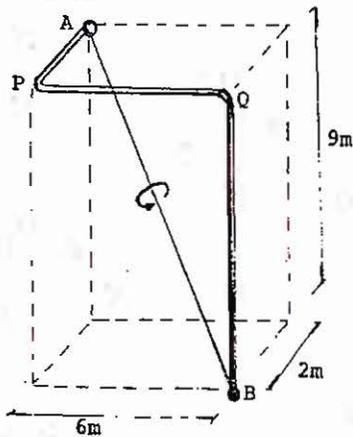
7.4.- La manivela EF de la figura gira a razón de 40 r.p.m. y produce la oscilación del mecanismo de 4 barras mostrado. Encontrar la aceleración del punto medio de la barra BC.



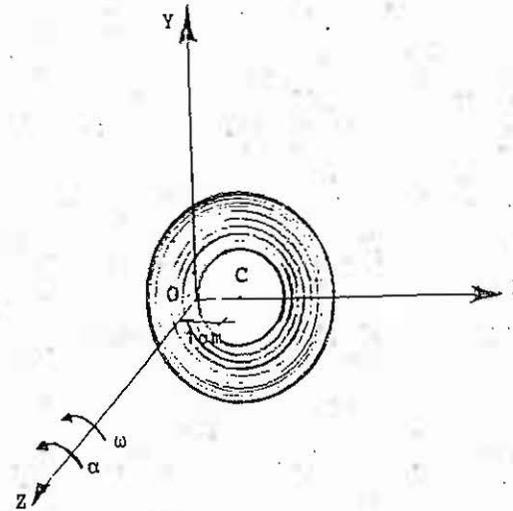
7.5.- La manivela del mecanismo mostrado en la figura gira con una rapidez de 100 r.p.m. Encuentre la rapidez lineal del cuerpo P en la posición que se indica.



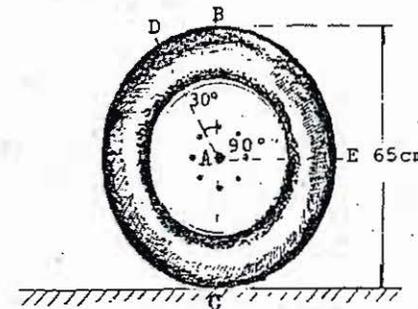
- 7.6.- Con relación al problema anterior, determine el desplazamiento y la aceleración de P para cualquier posición de la manivela.
- 7.7.- La barra alabeada de la figura gira uniformemente en torno de los cojinetes colocados en A y B. Si lo hace a razón de 60rpm en el sentido indicado, encontrar la velocidad y la aceleración de los puntos P y Q.



- 7.8.- Los vectores velocidad y aceleración de un cuerpo rígido dotado de un movimiento de translación coinciden. Se sabe que $\vec{a} = 12\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 18\mathbf{k}$. En un cierto instante, la rapidez del cuerpo es de 22 m/s. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo 5 segundos más tarde?
- 7.9.- Un disco circular gira excéntricamente en el plano XOY, alrededor del eje z, con una velocidad angular ω y una aceleración angular α , ambas en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Si en el instante considerado: $\omega = 8 \text{ rad/s}$ y $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$. Hallar la velocidad y la aceleración del centro "C" en la posición mostrada.



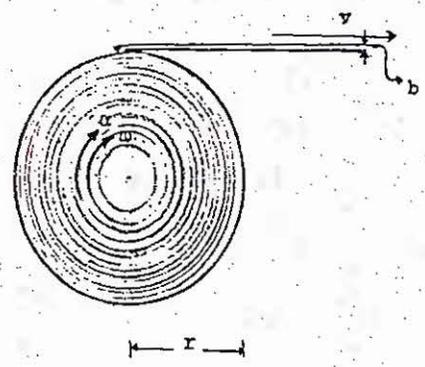
- 7.10.- Resolver el problema anterior para el caso en que el centro "C" esté sobre una recta que forma 45° con los ejes X e Y.
- 7.11.- Un automóvil se mueve hacia la derecha con una rapidez constante de 30 km/h. Si el diámetro de la rueda es de 65 cm determinar la velocidad lineal de los puntos B, C, D y E sobre la periferia de la rueda.



- 7.12.- En un proceso de impresión continua, el papel es suministrado a la prensa con una rapidez constante v, siendo r el radio del rollo de papel en un instante dado y b el espesor del papel, dedu

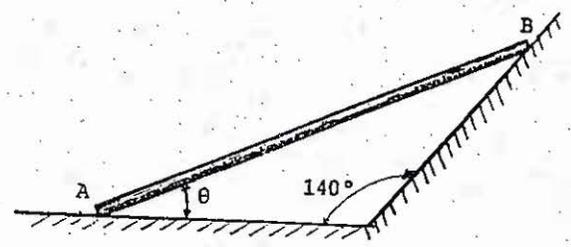
7.13.

...cir una expresión para la aceleración angular del rollo.



tro --
I.
nstan-
termi-
a peri

7.13.- La varilla de 1 m de longitud que se muestra en la figura se desliza hacia abajo de tal suerte que la velocidad del punto A es de 2.2 m/s, hacia la izquierda, y la aceleración de B es de 2.5 m/s² hacia la derecha. Determinar el valor de la velocidad angular ω y el de la aceleración angular α de la barra cuando $\theta = 25^\circ$.

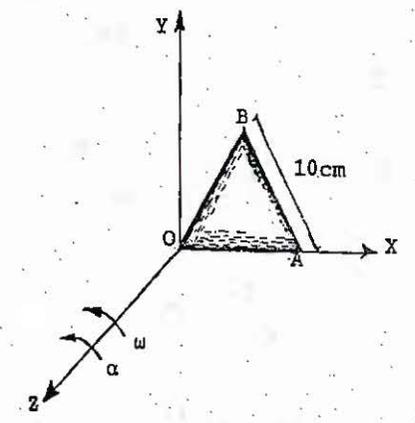


rado a
del ro
, dedu

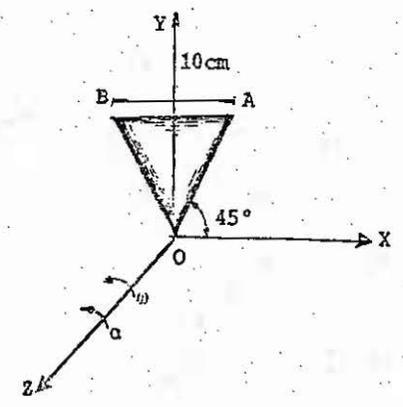
7.14.- Una placa OAB cuya forma es de un triángulo equilátero gira en el plano XOY, alrededor del eje Z, con una velocidad angular ω y una aceleración angular α , ambas en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Dado que:

$$\omega = 5 \text{ rad/s}; \quad \alpha = 1 \text{ rad/s}^2$$

en el tiempo considerado, determinar las velocidades y las aceleraciones de los vértices A y B.

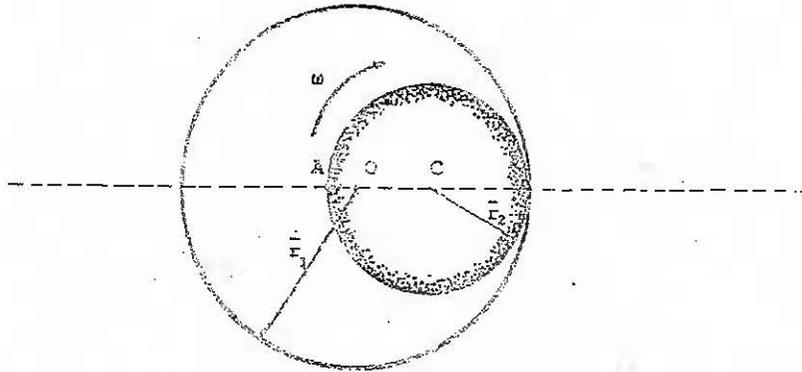


7.15.- Resolver el problema anterior para el vértice "A", cuando la placa está en la posición indicada en la siguiente figura:



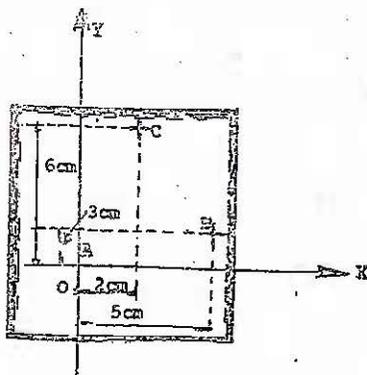
7.16.- La pieza circular que se muestra en la figura rueda sin deslizar en el perímetro interior de un anillo fijo, con rapidez angular constante.

Si t_0 es el tiempo necesario para que el punto C describa una circonferencia, deduzca la expresión que proporciona la aceleración de A en la posición mostrada.



7.17.- La placa rígida mostrada en la figura se mueve en el plano XOY; sabiendo que $V_{AX} = 4$ cm/s, $V_{BY} = 2$ cm/s y $V_{CX} = 16$ cm/s, determinar:

- La velocidad angular de la placa
- La velocidad lineal del punto A



7.18.- Un cuerpo rígido gira con una rapidez angular constante de 20s^{-1} en torno a un eje que forma, respecto al marco de referencia -- involucrado, iguales ángulos directores agudos. La ley del movimiento de un punto "P" del cuerpo en un instante dado es tal que $\vec{r} = 4i + 8j + 7k$ [m]

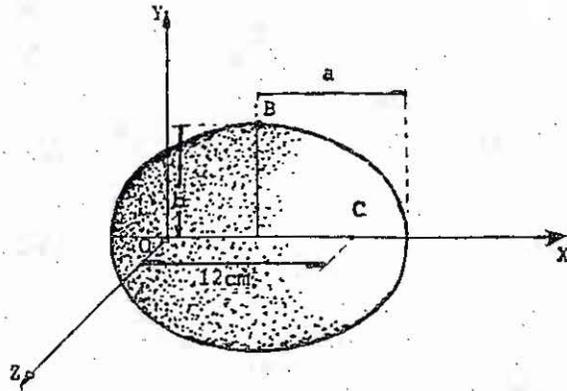
Determine para ese instante la velocidad y aceleración de dicho punto "P".

7.19.- Si el cuerpo rígido del problema anterior tiene una aceleración angular definida por el vector: $\vec{\alpha} = 3i + 5j + 4k$ [s^{-2}], en cierto instante, calcular la aceleración del punto "P" en el mismo instante.

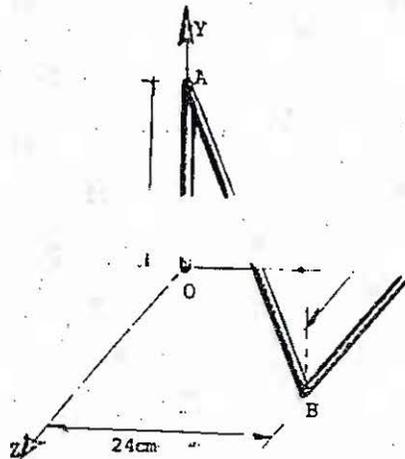
7.20.- La rapidez angular del volante de una punzonadora fluctúa entre 80 rpm y 100 rpm con una variación uniforme, mientras perfora -- una placa. Si el volante gira vuelta y media mientras esto sucede, ¿cuánto tiempo emplea el dispositivo en hacer el agujero?

7.21.- Una placa de forma elíptica gira con velocidad angular constante alrededor del eje Z, siendo el origen "O" uno de los dos focos (O y C) de la elipse.

En la posición indicada en la figura, la rapidez de B es de $5/6$ la de C; dado que OC es de 12cm hallar los semiejes mayor y menor a y b de la elipse.



7.22.- Dos barras, OA y BD, de 10 cm de longitud son perpendiculares a OX, como se muestra en la figura. La barra BD es paralela al eje Z, el punto medio de la barra AB es C y E es el punto medio de OD. Usando las coordenadas tangencial y normal para el punto C y tomando a E como origen tenemos:
 $\ddot{\rho}_C = 20 \mathbf{e}_t + 80 \sqrt{2} \mathbf{e}_N$ [cm/s²] para el movimiento del sistema alrededor de OX. Determinar la velocidad y la aceleración del punto A.



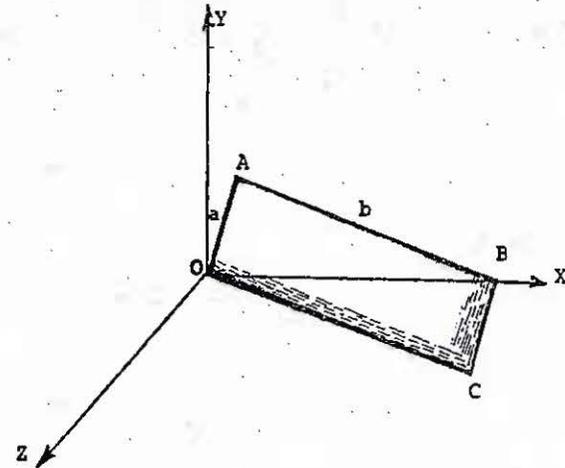
7.23.- Determinar la velocidad y la aceleración del punto "B" del problema anterior.

7.24.- Una placa rectangular OABC, de lados a y b, gira alrededor de la diagonal OB; en el instante considerado, la placa está en el plano XOY. Dado que la velocidad y la aceleración de A son:

$$\vec{v}_A = 60 \mathbf{k} \text{ [cm/s]}$$

$$\vec{a}_A = -300 \mathbf{j} \text{ [cm/s}^2\text{]}$$

y suponiendo que $a = 15 \text{ cm}$ y $b = 20 \text{ cm}$, determinar la velocidad angular y la aceleración angular de la placa.



7.25.- Resolver el problema anterior suponiendo que

$$\vec{a}_A = 36 \mathbf{i} - 300 \mathbf{j} \text{ [cm/s}^2\text{]} \text{ y que los demás datos son --}$$

los mismos.

CINEMATICA

SERIE No. VIII

ENUNCIADOS

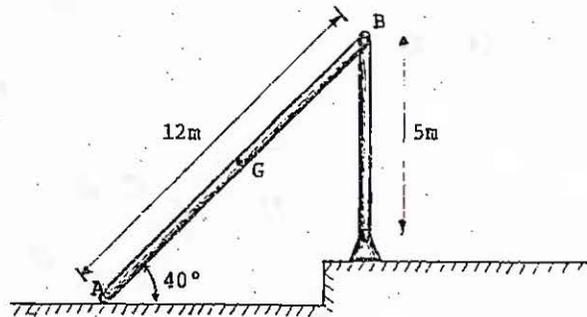
CINEMATICA

SERIE No. VIII

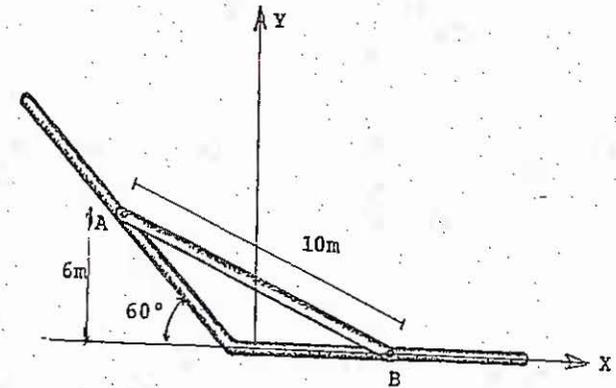
ENUNCIADOS

8.1.- En la posición indicada, el extremo "A" de la barra AB tiene una rapidez de 8 m/s y una aceleración de 6 m/s², ambas dirigidas hacia la derecha. Determine para ese instante:

- a) La aceleración angular de la barra y
- b) La aceleración lineal del punto medio G de la barra.



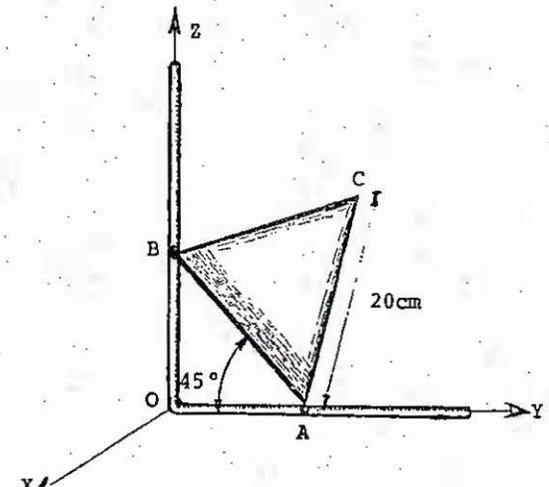
8.2.- Los extremos de la barra AB, cuya longitud es de 10 m, se mueven en las ranuras guiadas. Para la posición mostrada en la figura, el extremo "B" tiene una velocidad de 3 cm/s y una aceleración de 2 m/s², ambas hacia la derecha. Determinar la velocidad y la aceleración de "A" en ese instante.



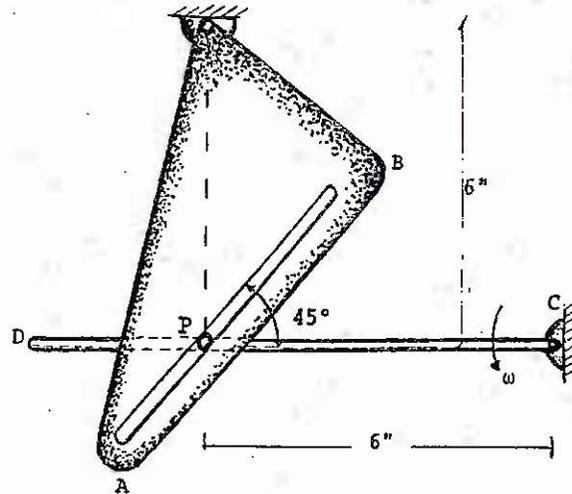
8.3.- Dos vértices de una placa triangular equilátera se mueven en las ranuras guiadas, como se indica en la figura; en el instante considerado:

$$\vec{v}_A = -10\mathbf{j} \text{ [cm/s]} ; \vec{a}_B = -2\mathbf{k} \text{ [cm/s}^2\text{]}$$

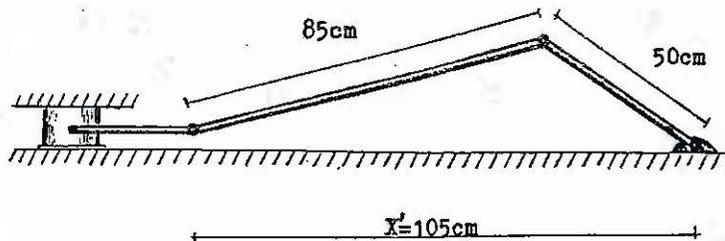
Determinar la velocidad y la aceleración del vértice C, que se está moviendo en el plano YOZ.



8.4.- Para la posición mostrada, la barra DC gira con una rapidez angular constante de $2s^{-1}$. Encuentre la velocidad y la aceleración angulares de la placa ABO en el instante mostrado.

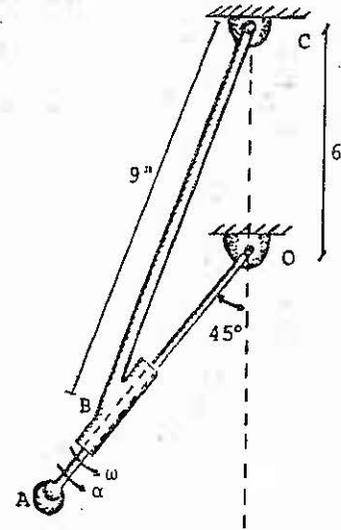


8.5.- En el mecanismo de la figura, la manivela gira con una rapidez angular constante de 10 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj. ¿Cuál será la rapidez del émbolo "D" cuando $X^1 = 105$ cm.?



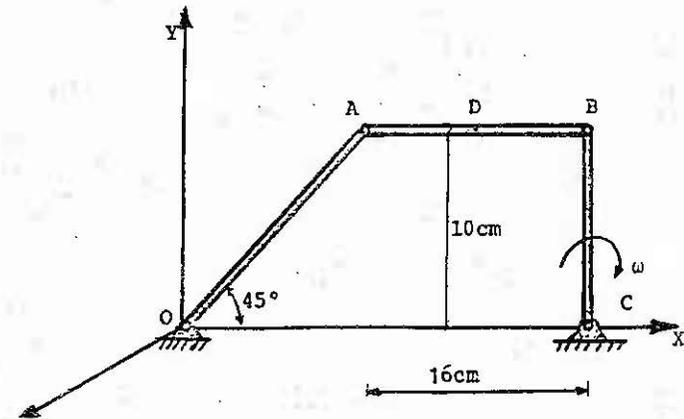
8.6.- En el mecanismo de la figura, la rapidez angular del pl. ABO es: $\omega = 10s^{-1}$, en tanto que el módulo de la aceleración angular es:

$\alpha = 28s^{-2}$. Estos parámetros se miden cuando el eje centroidal de la pieza forma un ángulo de 45° con la vertical. - Bajo tales condiciones, calcule la aceleración angular de la barra CB.



8.7.- La barra BC del mecanismo de cuatro articulaciones, mostrado en la figura, tiene una velocidad angular de 8 rad/s, en el sentido de las manecillas del reloj. Determinar:

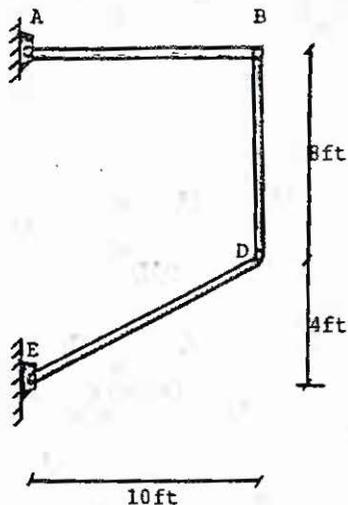
- Las velocidades angulares de las barras OA y AB
- La velocidad de A y del punto medio D de AB.



8.- La
de
re
an
9.- En
co.
de
Y
10.- La
ve
el
a)
b)

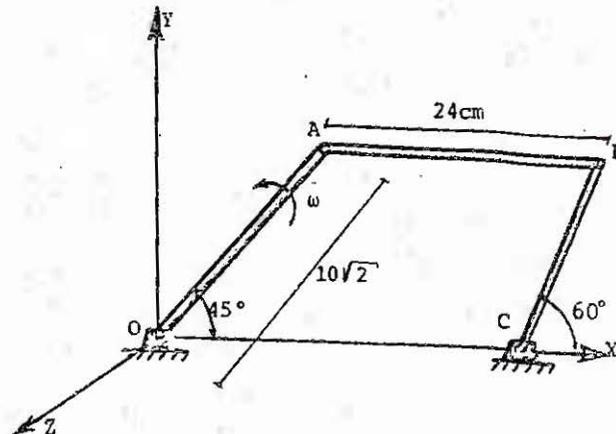
8.10.- La barra BC del problema anterior tiene una aceleración angular de 4 rad/s en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, en el instante considerado. Determinar las aceleraciones angulares de OA y AB.

9.- En la posición mostrada, la barra AB tiene una rapidez angular constante de 3 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Determine las rapidezes angulares de las barras BD y DE.



10.- La barra OA de un mecanismo de cuatro articulaciones que se mueve en el plano XOY tiene una velocidad angular de 6 rad/s , en el sentido y en la posición mostradas. Determinar:

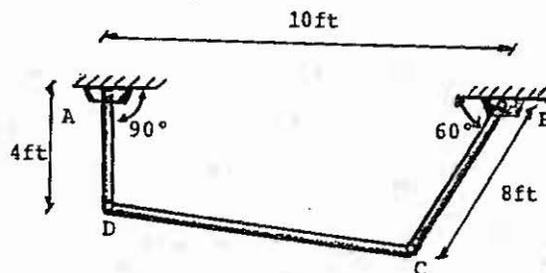
- a) Las velocidades angulares de las barras AB y BC.
- b) Las velocidades de B y del punto medio D de AB



gu--
rad/s²]
emo-
rti-
mé-

8.11.- La barra OA del problema anterior tiene una aceleración angular de 3 rad/s^2 , en el sentido contrario al de las manecillas, en el instante considerado. Determinar las aceleraciones angulares de AB y BC.

8.12.- En el sistema articulado de la figura, determine la aceleración lineal del punto D en el instante indicado.

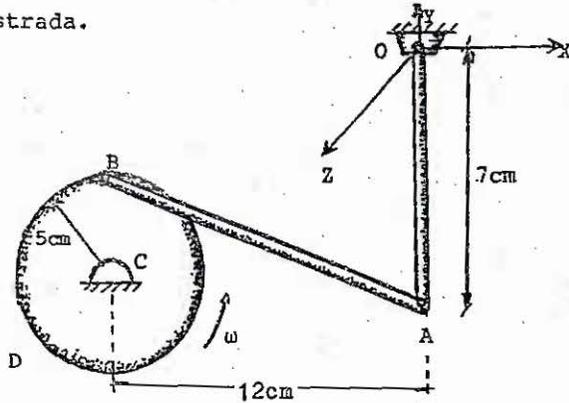


la an

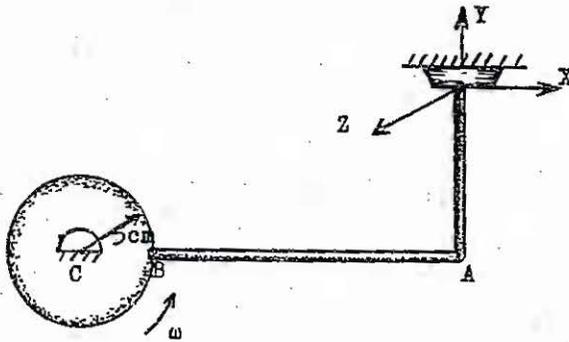
8.13.- El disco "D", situado en el plano XOY; tiene un radio de 5 cm y gira con una velocidad angular constante $\omega = 8 \text{ rad/s}$, en el

sentido de las manecillas del reloj. El disco está unido a la barra AB, que a su vez está unida a la barra OA.

Determinar la velocidad y la aceleración del punto A para la posición mostrada.



8.14.- Resolver el problema anterior cuando BC es horizontal, como se indica en la figura.

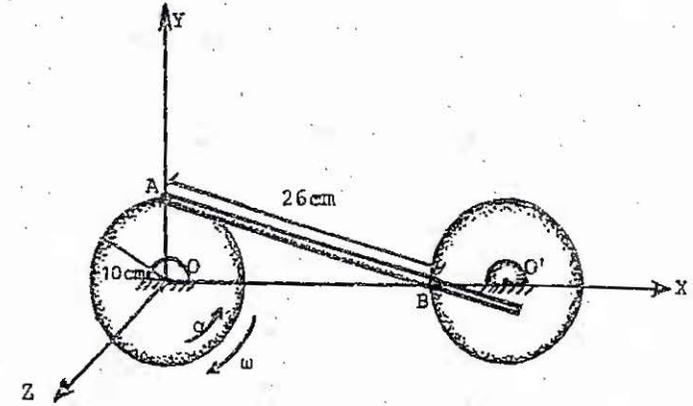


8.15.- Dos discos que tienen un radio de 10 cm, cada uno, están unidos por medio de una barra AB de 26 cm de longitud.

En la posición indicada en la figura, el disco O tiene una velocidad angular de 8 rad/s, en el sentido de las manecillas del reloj, y una aceleración angular de 2 rad/s² en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Determinar:

- a) La velocidad angular y la aceleración angular del disco O'
- b) La velocidad y la aceleración de B

8.



8.16.- Resolver el problema 8.2 utilizando el método del centro instantáneo.

8.17.- Utilizando el método del centro instantáneo, determine la velocidad del vértice C en el problema 8.3.

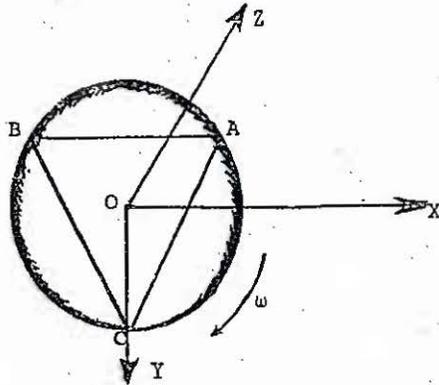
8.18.- Aplicando el método del centro instantáneo calcule la velocidad de B en el problema 8.7.

8.19.- Usando el método del centro instantáneo obtenga la velocidad de B y del punto medio D de AB, en el problema 8.10.

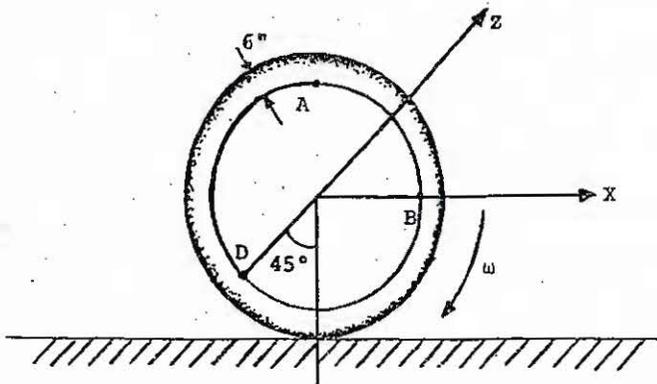
8.20.- Por medio del método del centro instantáneo determine la velocidad de A en el problema 8.13.

8.21.- Por medio del método del centro instantáneo calcule la velocidad de B en el problema 8.15.

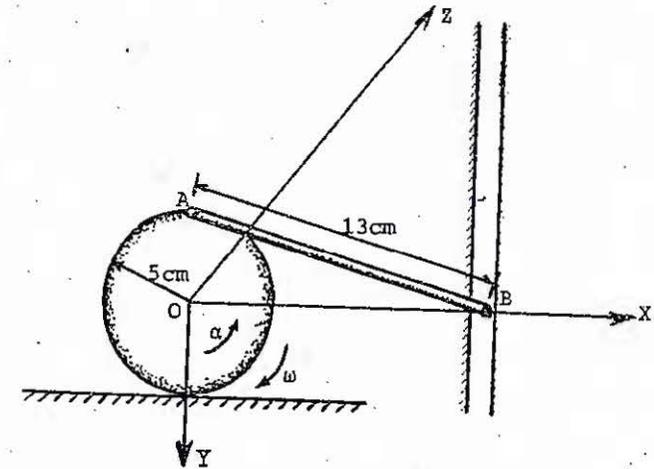
8.22.- Un disco circular de 10 cm de diámetro rueda sin deslizar sobre un plano horizontal, con una velocidad angular $\bar{\omega} = 15 \text{ k} \text{ [rad/s]}$. Usando el método del centro instantáneo determinar las velocidades de A y B, siendo ABC un triángulo equilátero inscrito en el disco. En el instante considerado AB es horizontal.



8.23.- Una rueda de 5 ft de diámetro tiene rodamiento perfecto a lo largo de un plano horizontal. El espesor del aro de la rueda es de 6 in. Usando el método del centro instantáneo determine las velocidades de A, B y D, cuando la rueda está girando a razón de 12 rad/s.



8.24.- El disco "O" tiene rodamiento perfecto con una velocidad angular $\omega = 8 \text{ [rad/s]}$ y una aceleración angular $\alpha = \dot{\omega} = -2 \text{ [rad/s}^2]$. La barra AB está ligada a la periferia del disco en su extremo A y el extremo B se está moviendo a lo largo de una guía vertical. Halle la velocidad y la aceleración de B, sin usar el método del centro instantáneo.



8.25.- Usando el método del centro instantáneo resuelva el problema anterior, para la velocidad de B.