



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
Ingeniería Mecánica – Mecánica Aplicada

Propuesta de un método de análisis experimental de esfuerzos basado en la Transformación Martensítica Inducida por Esfuerzos en Materiales con Memoria de Forma monocristalinos

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

Ing. Salvador Cabrera González

TUTOR PRINCIPAL
Dr. Jacinto Cortés Pérez, FES Aragón

COMITÉ TUTOR
Dr. Arturo Barba Pingarrón, Facultad de Ingeniería

MÉXICO, D. F. Abril 2016

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Francisco M. Sánchez Arévalo

Secretario: Dr. Arturo Barba Pingarrón

Vocal: Dr. Jacinto Cortés Pérez

1 er. Suplente: Dr. José Emiliano Martínez Ordaz

2 do. Suplente: M. en I. José Antonio Souza Jiménez

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:
Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, Ciudad de México
FES Aragón, Ciudad de Nezahualcóyotl, Estado de México.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Jacinto Cortés Pérez

FIRMA

Contenido

Introducción.....	7
1. Evaluación de las Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzo (TAEE) ...	10
1.1 Generalidades de las TAEE.....	10
1.2 Características de las Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzos	12
1.2.1 Teorías aplicables a las TAEE	14
1.2.2 Instrumento unitario.....	20
1.2.3 Aparato de activación y/o medición.....	22
2. Teoría de la Transformación Martensítica Inducida por esfuerzo (TMIE).....	28
2.1 Teoría Fenomenológica de la transformación martensítica	33
2.1.1 Sistemas de transformación y magnitud de cortante.....	38
2.1.2 Diagramas de transformación	42
2.1.3 VM para un estado de esfuerzos general.....	50
2.2 Medición de la Orientación cristalina	52
2.3 Huella de una Variante de Martensita sobre la superficie de observación...	60
2.4 Modelación de la TMIE	63
2.4.1 Componentes de los tensores de transformación	66
3. Propuesta de una TAEE basada en Materiales con Memoria de Forma	68
3.1 Teoría aplicable.	68
3.2 Instrumento unitario	72
3.3 Aparato de activación y/o medición	76
4. Aplicaciones de la TAEE propuesta	82
4.1 Análisis estructural.....	82
4.1.1 Concentración de esfuerzos.....	82
4.1.2 Flexión.....	91
4.1.3 Pandeo.....	100
4.2 Aplicaciones didácticas	109
4.2.1 Esfuerzos Diversos	109
4.2.2 Crecimiento de VM en flexión	113
4.3. Aplicaciones de control	117

4.3.1 Control del Pandeo.....	117
4.3.2 Control del Torque en tornillos de seguridad.....	119
Conclusiones.....	121
Trabajo futuro	121
Anexo 1. Generalidades de los materiales con memoria de forma.	122
A 1.1. Materiales con memoria de forma.	122
A1.1.1 Transformación martensítica.	123
A1.1.2 Efectos asociados de los MMF.	126
A1.1.3 Comportamiento mecánico de los MMF.	129
A1.1.4 Anisotropía mecánica.	131
A 1.2. Aleaciones con memoria de forma base cobre.	133
Referencias	136

Dedicatorias

Dedico este trabajo a quienes forman parte de mi vida:

A mis padres, **Salvador y Guadalupe**, que con esfuerzo y cariño me han dado su apoyo incondicional para llegar a ser lo que soy el día de hoy.

A los pilares de mí existir, **Ana Karen y Leví**

A mis hermanos **Oscar y Brenda**, que comparten mis sueños y alegrías.

A mi amigo **Ángel Hernández** que me ha acompañado con su apoyo hasta el día de hoy.

A la familia **Cabrera**, que más que mi sangre son el oxígeno de mi existir.

A la familia **Serna Ortega**, quienes me han brindado su apoyo incondicional.

Agradecimientos

De manera especial a quien ha sido mi formador, por su enseñanza y apoyo, al **Dr. Jacinto Cortés Pérez**.

A mis compañeros y amigos del laboratorio de mecánica aplicada, con quienes he compartido gratas experiencias: **Carlos, Rodrigo, Alejandro, Uzziel, Daniel, Ernesto, Néstor, Ángel, Francisco, David, Iván**.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada a través del programa *Becas CONACYT Nacionales 2013*.

Se hace un reconocimiento especial a **Dr. Vicente Amigó Borrás, Manuel Josep Planes Insausti, José Luis Moya López, Alicia Nuez Imbernón, Mercedes Tabernero Mendoza**, y al **Instituto de Tecnología de Materiales-UPV**, por el apoyo otorgado para la medición de orientaciones cristalinas en EBSD del material reportado en este trabajo.

Este trabajo fue apoyado por el proyecto **PAPIIT IT102414** y por el proyecto **PAPIME PE102214**.

Introducción

Utilizar técnicas experimentales como herramientas para el estudio del comportamiento mecánico de sólidos es muy común dentro del campo de la ingeniería ya que éstos tienen como finalidad, con el auxilio de métodos analíticos y computacionales, encontrar soluciones a problemas concretos. El desarrollo de estas técnicas ha sido el resultado del trabajo y la colaboración entre la industria y la comunidad científica a través de años de investigación y adaptación tecnológica. Lo anterior, ha permitido que hoy en día se encuentren varias de éstas técnicas disponibles a nivel comercial, mientras que otras aún están en proceso de desarrollo. Estas técnicas son conocidas como Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzos (TAAE), de las cuales existen algunas que permiten medir en regiones muy pequeñas, mientras que otras brindan información de regiones tan amplias como el cuerpo mismo. Es importante mencionar que algunas TAAE son más apropiadas que otras dependiendo de la naturaleza del problema que se aborde, ya sea que resulte más simple su aplicación o más económica. De hecho existen problemas, que actualmente, no han sido resueltos de manera apropiada e incluso no se cuenta con alguna TAAE que sea lo suficientemente eficiente que permita ser aplicada de manera masiva.

Por otro lado, los llamados Materiales con Memoria de Forma (MMF) presentan un comportamiento termo-mecánico no convencional que se asocia a una transformación martensítica de tipo termo-elástica que puede ser inducida por esfuerzo, temperatura, la combinación de ambos, así como por campos magnéticos. Durante la transformación martensítica inducida por esfuerzo se forman ciertas “marcas” en toda la frontera libre del material (semejantes a líneas rectas) perceptibles a nivel microscópico. Estas “marcas” corresponden con la intersección del plano de observación con ciertos planos invariantes durante la transformación, a partir de los cuales se formará la nueva fase, la martensítica, y que son propios del material. Estos planos junto con ciertas direcciones cristalinas forman el llamado sistema de transformación que se compone por 24 elementos llamados: “variantes de martensita (VM)”.

Actualmente se conocen teorías que permiten simular con buena aproximación el comportamiento de los MMF monocristalinos si se conoce la orientación cristalina de la muestra así como los parámetros del material tales como: Sistemas de Transformación (ST), magnitud del cortante, temperaturas críticas, razón de esfuerzo, etc. Dichas teorías permiten predecir con gran precisión la huella de la variante de martensita que se formará al someter el material a cualquier de estado de esfuerzo plano. Para el caso de MMF policristalinos, la predicción de la huella de

las variantes de martensita que se formarán en cada grano es considerablemente más complejo predecir debido a que se presentan interacciones intergranulares y otros efectos asociados a la microestructura.

Considerando lo anterior, es claro que el desarrollo de nuevas TAEЕ es una tarea vigente que deben ser considerada por científicos e ingenieros. En este sentido, el objetivo del presente trabajo es proponer una nueva Técnica de Análisis Experimental de Esfuerzos basada en el fenómeno de la Transformación Martensítica Inducida por Esfuerzos (TMIE) en Materiales con Memoria de Forma (MMF) monocristalinos. Dicho objetivo fue planteado con la hipótesis de que es posible identificar las VM que se presentan en un MMF (del cual se conoce la orientación cristalina, así como sus parámetros: ST, magnitud del cortante, temperaturas críticas, razón de esfuerzo, etc.) y relacionarlas con estados de esfuerzos específicos cuando este es sometido a cargas externas.

Para lograr el objetivo anterior, en primer lugar, se realizó un análisis de TAEЕ más comunes hoy en día de donde se asume que para desarrollar una TAEЕ es necesario identificar un fenómeno físico, o de otra naturaleza, que relacione un cambio en alguna propiedad de un material con un cambio en alguna variable mecánica como el desplazamiento o la deformación. Una vez identificado el fenómeno, es preciso contar con una teoría que describa con gran precisión dicho fenómeno, lo cual permitirá diseñar un “instrumento unitario” capaz de brindar una señal que pueda ser legible por un aparato de medición para que esta pueda ser procesada y analizada.

Considerando lo anterior, el presente trabajo ha sido estructurado de la siguiente forma:

En el primer capítulo se presenta un análisis de las partes principales de dos de las principales TAEЕ que se conocen hoy en día como son la Extensometría Eléctrica y la Fotoelasticidad. Dicho análisis permitió identificar con toda claridad las partes que debe contener la TAEЕ basada en la transformación martensítica en materiales con memoria de forma que se propone.

En el segundo capítulo se presentan los rasgos más importantes del fenómeno en el cual se basa la TAEЕ que se propone, es decir: la teoría general de la transformación martensítica en materiales con memoria de forma. En especial, en este capítulo se aborda la transformación martensítica inducida por esfuerzo en monocristales y sus aspectos más importantes como son: a) la construcción de los diagramas de transformación bajo estados de esfuerzos planos, b) la teoría que permite predecir la formación de la Variante de Martensita (VM) que se formará bajo

estados de esfuerzo plano y c) el cálculo de la huella que genera cada VM sobre la superficie de observación de un MMF.

En el tercer capítulo se analiza conceptualmente la propuesta de la TAEЕ basada en la TMIE, donde se muestran tres partes fundamentales de dicha TAEЕ: a) la teoría aplicable, b) el instrumento unitario, y c) el aparato de medición.

Finalmente en el capítulo cuatro se presentan las aplicaciones de la TAEЕ propuesta realizadas a MMF monocristalinos sujetos a distintos arreglos de carga reportados en la literatura, así como en casos especialmente analizados para el presente trabajo. Así mismo se muestra el potencial de la TAEЕ desarrollada en el presente trabajo para ser aplicadas en el análisis estructural, demostraciones didácticas y su posible uso en control.

1. Evaluación de las Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzo (TAE)

En este capítulo se presenta un análisis de algunas de las TAE más comunes que son utilizadas tanto en la academia como en la industria. En dicho análisis se identifican los aspectos fundamentales con los que debe contar cualquier TAE, entre los cuales se distinguen: el fenómeno en el que se basa cada TAE, el “instrumento unitario” y un dispositivo de medición.

1.1 Generalidades de las TAE

Existe un campo de conocimiento llamado análisis de esfuerzos el cual tiene la finalidad de determinar la respuesta de elementos mecánicos sujetos a cargas externas. Para ello, se cuenta con métodos tanto teóricos como experimentales los cuales, aunque muchas veces se usan de manera independiente, deben ser utilizados de manera combinada. Los métodos teóricos son conceptuales, ya que no existe una estructura o prototipo y el analista tiene la libertad para definir la geometría, material, cargas, etc. [1]. La manera de hacer este tipo de análisis actualmente es resolviendo las ecuaciones de la mecánica de sólidos ya sea de manera analítica o numérica, utilizando métodos como el llamado Método de Elementos Finitos [1]. El otro tipo de análisis se lleva a cabo cuando ya existe una estructura o prototipo que debe ser analizado, a este se le conoce como Análisis Experimental de Esfuerzos (AEE) [1]. El propósito del AEE es deducir las condiciones de esfuerzo en un elemento estructural sometido a alguna carga específica, ya sea por la observación de cambios físicos provocados en ella, por las cargas aplicadas, o mediante mediciones realizadas en un modelo análogo [2]. Una de las funciones principales del AEE es generar la construcción de modelos físicos que describan por completo el comportamiento mecánico de cualquier elemento o estructura a través de pruebas y medición [1].

Desde el siglo XVII se ha recurrido a la experimentación en los problemas de ingeniería como un medio para dilucidar el comportamiento de las estructuras [2].

Los primeros intentos de análisis experimentales fueron inevitablemente burdos para los modelos modernos, pero, poco a poco, se desarrollaron métodos fiables e instrumentos precisos que han hecho posible la determinación detallada de esfuerzos [2]. Esta determinación se lleva a cabo a través de la medición de desplazamientos o deformación en elementos sujetos a diversas condiciones de carga, las cuales pueden ser medidas en la superficie de dicha estructura a través de una instrumentación o a través de un modelo [3]. Estos métodos o técnicas son conocidos como Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzo (TAEE).

Hoy en día, existen un buen número de Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzo (TAEE) los cuales tienen una importancia fundamental debido a que constituyen herramientas muy útiles para la determinación el estado de esfuerzos en diversos puntos de elementos mecánicos que forman parte de dispositivos, estructuras y/o máquinas. En realidad, existen al menos tres aplicaciones importantes de dichas técnicas entre las cuales se encuentran:

- a) La determinación de esfuerzos en estructuras y/o sus miembros.
- b) La demostración de los efectos que tienen las fuerzas sobre elementos mecánicos conocidos es decir, para fines didácticos y/o de enseñanza.
- c) En sistemas de control.

Por otro lado, las TAEE pueden clasificarse de acuerdo al tipo de medición que pueda realizarse con estas: “Puntuales” y las de “Campo”.

Las TAEE “Puntuales” utilizan instrumentos para medir de manera directa la deformación sobre regiones pequeñas en una estructura [4]. Dicho instrumento debe tener características particulares, como ser muy pequeño, poseer alta sensibilidad a la deformación, no presentar susceptibilidad a variaciones ambientales, etc. [3]. Existe una diversidad de instrumentos para dichas TAEE tales como los extensómetros, los cuales operan con principios físicos distintos: mecánicos, eléctricos, acústicos u ópticos [3], siendo los extensómetros eléctricos los más utilizados actualmente [4].

Por otro lado, las TAE de “Campo” permiten determinar la distribución de deformaciones de una región completa de la estructura o a través de un modelo [3]. Un buen número de técnicas de campo se basan en métodos ópticos que hacen uso de modelos a escala para simular las condiciones de la estructura analizada, tal es el caso de la Fotoelasticidad. El uso de modelos en las TAE de campo implica la adecuada selección de material, proceso de manufactura, escala, etc., para generar dicho modelo [5].

Entre las TAE más populares se encuentran: la extensometría eléctrica y la fotoelasticidad. Estas técnicas están disponibles comercialmente debido a que se han desarrollado una serie de tecnologías que facilitan su uso. No obstante, existen otras técnicas menos comunes pero que también son utilizadas, sobre todo en casos muy específicos como es el caso de: las mallas de Moire, las lacas frágiles, métodos interferométricos, etc., y otras más actuales como la correlación de imágenes [1]. Es importante mencionar que difícilmente una sola técnica funciona eficientemente para todos los casos ya sea por complicaciones técnicas en su aplicación o bien porque resulta muy costoso.

1.2 Características de las Técnicas de Análisis Experimental de Esfuerzos

Es claro que, aunque actualmente existe un buen número de TAE, hay problemas en los que las técnicas existentes son poco eficientes y por lo tanto una buena solución es definir técnicas alternativas que además ofrezcan una opción que pudiera ser valiosa también para las otras aplicaciones. Considerando lo anterior, es importante identificar con toda claridad, los elementos que conforman a las TAE ya que de ese modo será posible proponer una técnica que se base en la TMIE, como es el objetivo del presente trabajo.

Una revisión cuidadosa de las TAE conocidas hoy en día, nos lleva a considerar que en todos los casos debe contener los siguientes elementos:

- a) Se debe contar con una teoría y/o modelo matemático que permita relacionar con muy buena precisión, de manera directa o indirecta, un cambio en alguna

propiedad de un material base con la respuesta mecánica de un elemento mecánico sometido a determinadas sollicitaciones mecánicas.

- b) Un instrumento unitario transductor que, a partir del modelo mencionado en el inciso anterior, permita determinar la repuesta mecánica de un elemento, preferentemente de manera cuantitativa.
- c) Un dispositivo o aparato capaz de medir la respuesta o señal del instrumento unitario y convertirla en información concreta sobre la respuesta mecánica del elemento.
- d) Un sistema de registro y/o captura de la información proporcionada por el elemento unitario de medición.

Es importante mencionar que en un sistema de automatización se presentan los mismos elementos que componen una TAE excepto el actuador. Así, en ambos casos el sistema de automatización y la TAE, requieren de la existencia de una teoría que modele apropiadamente algún principio físico y/o químico que permita relacionar un cambio en una variable del ambiente con uno en alguna propiedad del material de que está fabricado el sensor, en el caso del sistema de automatización, o bien del instrumento unitario en el caso de la TAE. Así mismo, el instrumento unitario corresponde con el elemento sensor y el dispositivo o aparato para medir la respuesta del instrumento corresponde con el dispositivo de procesamiento de la señal en el caso del sistema de automatización. Esta relación entre ambos sistemas es de suma importancia ya que, como se mencionó anteriormente, en muchos casos las TAE son utilizadas como base de sistemas de control. De hecho, como se describe posteriormente, la idea de utilizar Materiales con Memoria de Forma como base de una TAE surge de la facilidad que brindan estos materiales para controlar sistemas mecánicos donde el uso de otras técnicas complica considerablemente el proceso.

A continuación, se presenta un breve análisis de los puntos anteriores para el caso de distintas TAE conocidas hoy en día.

1.2.1 Teorías aplicables a las TAE

Como se mencionó anteriormente, para desarrollar una técnica de análisis experimental de esfuerzos es indispensable contar con una teoría que permita relacionar un cambio en alguna variable mecánica con un cambio en alguna propiedad “física” de algún material que brinde una señal que pueda ser manipulada de manera apropiada para proporcionar un dato legible y de ser posible almacenable. En general, debido al desarrollo de la electrónica y el cómputo es deseable que dicha señal sea de carácter eléctrico aunque no necesariamente. A continuación se describen brevemente las principales teorías utilizadas en las TAE más comunes.

1.2.1.1 Extensometría eléctrica

La extensometría eléctrica es una TAE la cual mediante una “galga extensométrica” es posible medir la deformación en una sección de la superficie de un elemento sólido. Como es bien sabido, la teoría disponible para esta TAE es la de Lord Kelvin [5] que se muestra en la Figura 1-1.

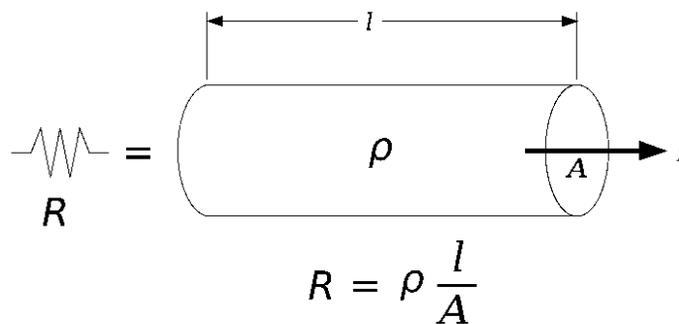


Figura 1-1. Principio de Lord Kelvin

El cambio de resistencia eléctrica como resultado de la deformación es el principio básico de operación de esta técnica. Cuando un conductor es estirado en dirección axial su longitud cambia, y si no se restringe lateralmente, su sección transversal experimenta variaciones. El incremento en la longitud viene acompañado por un decremento en la sección transversal, y viceversa. Estas tres influencias, el cambio

longitudinal, el cambio de sección transversal y el cambio de resistividad, combinadas producen un cambio en la resistencia eléctrica del conductor [5]. El significado del cambio de resistencia en relación al cambio de longitud del conductor es un índice, el cual es llamado *factor de sensibilidad de deformación*. Esta relación es una cantidad adimensional y depende de cada material [5].

Desde los inicios de esta técnica, para medir el cambio de resistencia de un alambre se han establecido ciertas consideraciones que han sido utilizadas para su desarrollo [5]:

1. La resistencia de un alambre cambia en función de la deformación.
2. Diferentes materiales tienen diferente sensibilidad.

La sensibilidad a la deformación de los metales fue observada por Lord Kelvin en 1856 quien estudió este fenómeno en cobre y acero, él dio una explicación a este fenómeno mediante el siguiente análisis [5]:

Como se sabe, la resistencia R de un conductor metálico uniforme puede ser expresada como:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad \text{Ecuación 1-1}$$

Donde ρ es la resistencia específica del metal, L la longitud del conductor y A el área de la sección transversal. Luego, diferenciando la Ecuación 1-1 se tiene:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \quad \text{Ecuación 1-2}$$

Donde dA representa el cambio en el área de la sección transversal del conductor resultante de la carga aplicada. Para el caso de tensión uniaxial se renombra a:

$$\varepsilon_a = \frac{dL}{L}$$

$$\varepsilon_t = -v\varepsilon_a = \frac{-v dL}{L} \quad \text{Ecuación 1-3}$$

Donde ε_a es la deformación axial en el conductor, ε_t es la deformación transversal del conductor y v es el radio de Poisson del metal usado como conductor. Si el diámetro del conductor es d_0 antes de la aplicación de la carga uniaxial, el diámetro del conductor d_f después de ser deformado está dado por:

$$d_f = d_0 \left(1 - \frac{dL}{L}\right) \quad \text{Ecuación 1-4}$$

De la Ecuación 1-4 el cambio en el área de la sección transversal puede ser aproximado por:

$$\frac{dA}{A} = -2v \frac{dL}{L} + v^2 \left(\frac{dL}{L}\right)^2 \approx -2v \frac{dL}{L} \quad \text{Ecuación 1-5}$$

Sustituyendo la Ecuación 1-4 en la Ecuación 1-2 se tiene:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L}(1 + 2v) \quad \text{Ecuación 1-6}$$

Esta ecuación puede ser descrita como:

$$S_A = \frac{dR/R}{\varepsilon_a} = \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon_a} + (1 + 2v) \quad \text{Ecuación 1-7}$$

Donde S_A es la sensibilidad del metal o aleación utilizada como conductor [5].

De la Ecuación 1-7 es evidente que la sensibilidad a la deformación de un metal o aleación es debido a los cambios en las dimensiones del conductor, como se expresa por el término $(1 + 2v)$ y el cambio en la resistencia específica representado por el término $\frac{d\rho/\rho}{\varepsilon_a}$ [5].

1.2.1.2 Fotoelasticidad

Por otro lado, la Fotoelasticidad es una TAE que se basa en un fenómeno denominado birrefringencia [6], la cual es la propiedad que tienen algunos polímeros y se debe a la diferencia de velocidades de propagación de las dos componentes

ortogonales de polarización lineal en la que se divide una onda al atravesar un medio, produciéndose un desfase de una componente respecto a la otra [7]. Cuando un rayo de luz polarizada pasa a través de un material birrefringente emergen de él dos componentes linealmente polarizadas, perpendiculares entre sí que al alinearlas nuevamente utilizando un segundo instrumento polarizador crean un retardo de fase “ δ ” entre ellas, que está asociado al espesor del material “ h ” y sus índices de refracción “ n ” como se expresa en Ecuación 1-8 [8]:

$$\delta = h (n_2 - n_1) \quad \text{Ecuación 1-8}$$

En la Figura 1-2 se presenta un esquema del comportamiento del rayo de luz polarizado al entrar al material birrefringente, cuando sale de él y cuando sus componentes polarizadas son alineadas nuevamente en el segundo polarizador, creando entre ellas un retardo de fase que da origen a la formación de las franjas de color asociadas al espesor, a los índices de refracción y a los esfuerzos aplicados sobre el material [9].

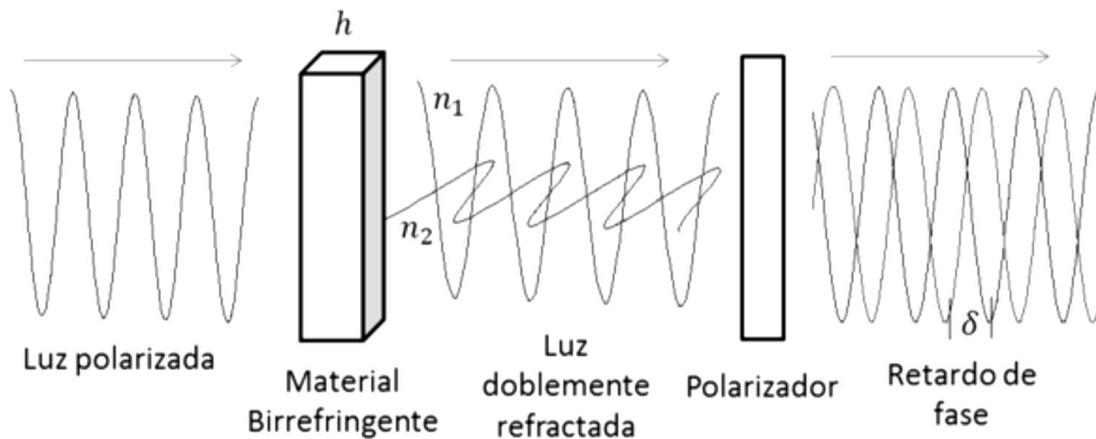


Figura 1-2. Representación de la luz a través de un material Birrefringente [8]

Los materiales birrefringentes se utilizan como modelos que al ser sometidos a esfuerzos, son analizados con la “ley óptica de esfuerzos” propuesta por Maxwell quien reportó que los cambios en los índices de refracción eran linealmente

proporcionales a las cargas aplicadas al material [5]. Las relaciones entre esfuerzo y la “ley óptica de esfuerzos” se expresan por la Ecuación 1-9 [5]:

$$\begin{aligned}n_1 - n_0 &= C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\n_2 - n_0 &= C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_3 + \sigma_1) \\n_3 - n_0 &= C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)\end{aligned}\quad \text{Ecuación 1-9}$$

Donde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ son los esfuerzos principales en un punto, n_0 es el índice de refracción del material en un estado sin carga, n_1, n_2, n_3 son índices de refracción principales los cuales coinciden con las direcciones principales, y C_1, C_2 son “coeficiente de esfuerzo óptico” [5].

Debido a que esta técnica presenta la extrema dificultad para realizar mediciones en modelos tridimensionales, muchas aplicaciones han sido limitadas a casos planos donde $\sigma_3 = 0$ y para estos casos las Ecuación 1-9 se reducen a [5]:

$$\begin{aligned}n_1 - n_0 &= C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2 \\n_2 - n_0 &= C_1\sigma_2 + C_2\sigma_1\end{aligned}\quad \text{Ecuación 1-10}$$

Por otro lado, las Ecuaciones 1-9 describen el cambio en el índice de refracción debido a la aplicación de esfuerzos que experimenta un material birrefringente, y la fotoelasticidad hace uso de “cambios relativos” en el índice de refracción el cual se describe eliminando de las Ecuaciones 1-9 a n_0 [5], por lo tanto:

$$\begin{aligned}n_2 - n_1 &= (C_2 - C_1)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2) \\n_3 - n_2 &= (C_2 - C_1)(\sigma_2 - \sigma_3) = C(\sigma_2 - \sigma_3) \\n_1 - n_3 &= (C_2 - C_1)(\sigma_3 - \sigma_1) = C(\sigma_3 - \sigma_1)\end{aligned}$$

Donde $C_2 - C_1 = C$ es el coeficiente relativo de esfuerzo óptico.

Para el caso plano, la onda de luz de interés es aquella que se propaga en la dirección Z, como se muestra en la Figura 1-3. La amplitud de onda de la luz se

descompone y alinea con los ejes principales σ_1, σ_2 en el plano x-y. Si suponemos que la onda de luz en la dirección σ_2 se propaga más lentamente a través del material que la onda de luz en dirección σ_1 entonces $n_2 > n_1$. Considerando que la diferencia de fase δ emerge entre componentes ortogonales M1 y M2 de dicha onda de luz que entra a través del material y se alinean en las direcciones principales se tiene que:

$$n_2 - n_1 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{Ecuación 1-11}$$

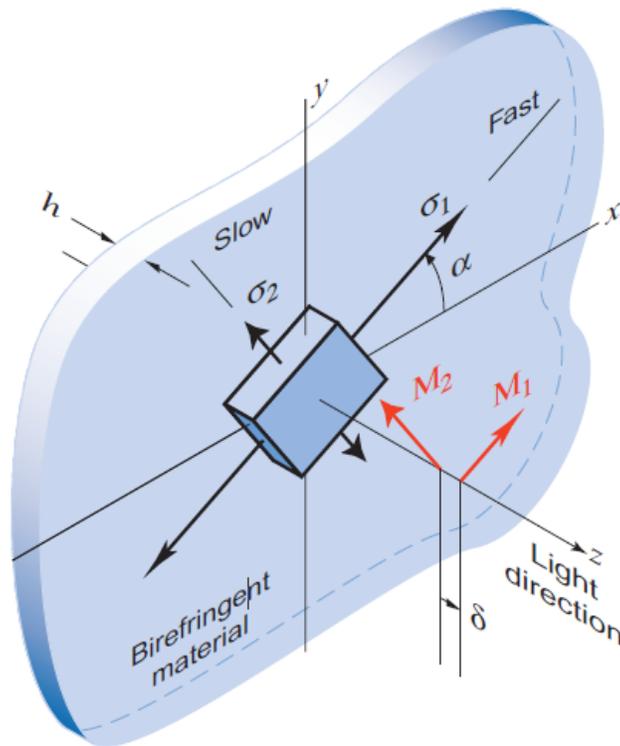


Figura 1-3. Efecto de birrefringencia [10].

Lo anterior hace posible hacer una asociación entre los esfuerzos del material " σ " con los índices de refracción n_1, n_2 y el "coeficiente de esfuerzo óptico C ", donde la diferencia de fase δ entre M1 y M2 se define por la Ecuación 1-12 [10]

$$\delta = h(n_2 - n_1)$$

$$\delta = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{Ecuación 1-12}$$

La Ecuación 1-12 es conocida como la ecuación fundamental de la fotoelasticidad [5]. Esta ecuación es escrita comúnmente en términos de un número “ N ”, el cual está definido en términos de la “diferencia angular de fase Δ ” [10]:

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{hC(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} = \frac{h(\sigma_1 - \sigma_2)}{f_\sigma} \quad \text{Ecuación 1-13}$$

Donde f_σ es llamado constante de franja del material, λ es la longitud de la onda de luz que entra en el material.

En resumen, la birrefringencia de un material es una propiedad que permite descomponer la luz polarizada que entra a través de dicho material en dos componentes: una paralela a σ_1 y otra paralela a σ_2 [10]. Además, el material birrefringente retarda un valor δ , que es proporcional a la diferencia de esfuerzos principales $\sigma_1 - \sigma_2$, a uno de los componentes M1 con respecto a otro M2 [10].

1.2.2 Instrumento unitario

En toda TAE debe existir un elemento que realice la función de generar una señal que se describió en la sección anterior, es decir que relacione un cambio en una variable mecánica con un cambio en alguna propiedad física de un material. Dicho elemento puede ser denominado “instrumento unitario” ya que es el que permite “medir” el cambio en la variable mecánica de interés. Es claro que el diseño del “instrumento unitario” de medición se basa en la teoría aplicable correspondiente.

Para el caso de la extensometría eléctrica el instrumento es la galga extensométrica o extensómetro, que se muestra en la Figura 1-4, mientras que para la fotoelasticidad se trata ya sea de una película que recubre el elemento mecánico real que se está estudiando, como se aprecia en la

Figura 1-5, o bien un modelo físico de la pieza real fabricado con una resina birrefringente con propiedades controladas, ver Figura 1-6.

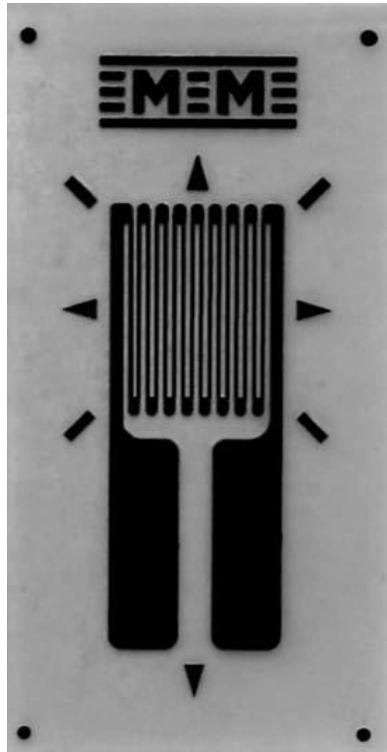


Figura 1-4. Extensómetro [11].



Figura 1-5. Colocación de película foto elástica sobre la superficie de una bomba de agua de un auto [12].

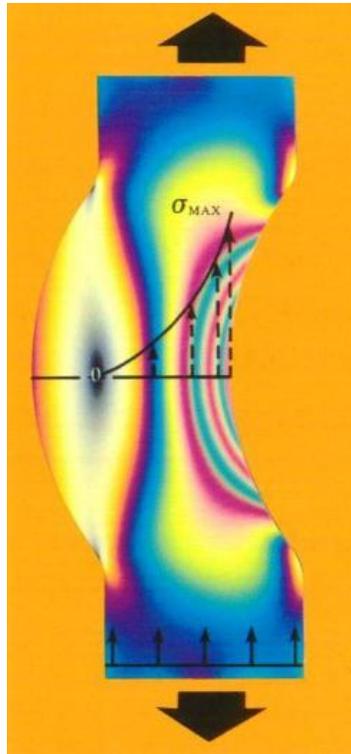


Figura 1-6. Distribución de esfuerzos en un modelo representativo de un elemento sujeto a tensión simple [13].

1.2.3 Aparato de activación y/o medición

Como se mencionó anteriormente, el instrumento unitario emite una señal que generalmente debe ser manipulada para brindar la información legible sobre la variable mecánica que se está midiendo y además la posibilidad de almacenarla. El elemento que realiza dicha operación es un aparato que recibe la señal proveniente del instrumento, la acondiciona para poder ser interpretada y/o leída.

En el caso de la extensometría eléctrica, aunque pueden utilizarse otros aparatos para medir la señal proveniente de la galga extensométrica, el aparato más común es un puente de Wheatstone que se desbalancea cuando es deformada alguna, o algunas, de las resistencias de sus cuatro ramas. El puente de Wheatstone puede ser usado para medir lecturas de deformación en casos dinámicos y estáticos. Considerando el esquema de la Figura 1-7, el puente puede ser usado como un

instrumento de lectura directa, donde la salida de voltaje ΔV_0 es cuantificada y relacionada con la deformación mediante la Ecuación 1-14 [5].

$$\Delta V_0 = \frac{V_s r}{(1+r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad \text{Ecuación 1-14}$$

Donde

$$r = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

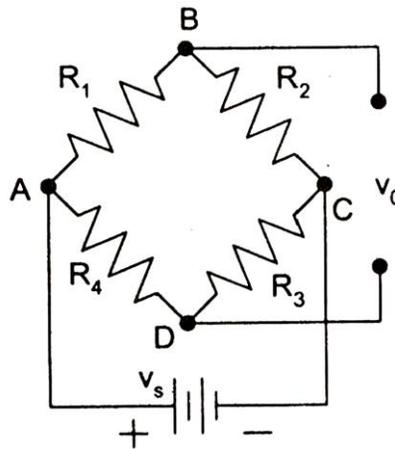


Figura 1-7. Circuito del puente de Wheatstone: voltaje constante [5].

Los equipos existentes hoy en día brindan la lectura directa en micro-deformaciones e incluso, son capaces de almacenarla en lapsos de tiempo muy cortos y por períodos muy largos. En la Figura 1-8. Indicador de deformaciones portátil se muestra un indicador de deformaciones comercial.



Figura 1-8. Indicador de deformaciones portátil [14].

En el caso de la fotoelasticidad, el aparato que hace legible la información proveniente del instrumento unitario se llama polariscopio que puede ser de transmisión o de reflexión, dependiendo si se utiliza un modelo a escala o un recubrimiento foto elástico. En la Figura 1-9. Polariscopio de transmisión se muestra un polariscopio para transmisión, mientras que en la Figura 1-10. Polariscopio de reflexión se muestra un Polariscopio de reflexión.

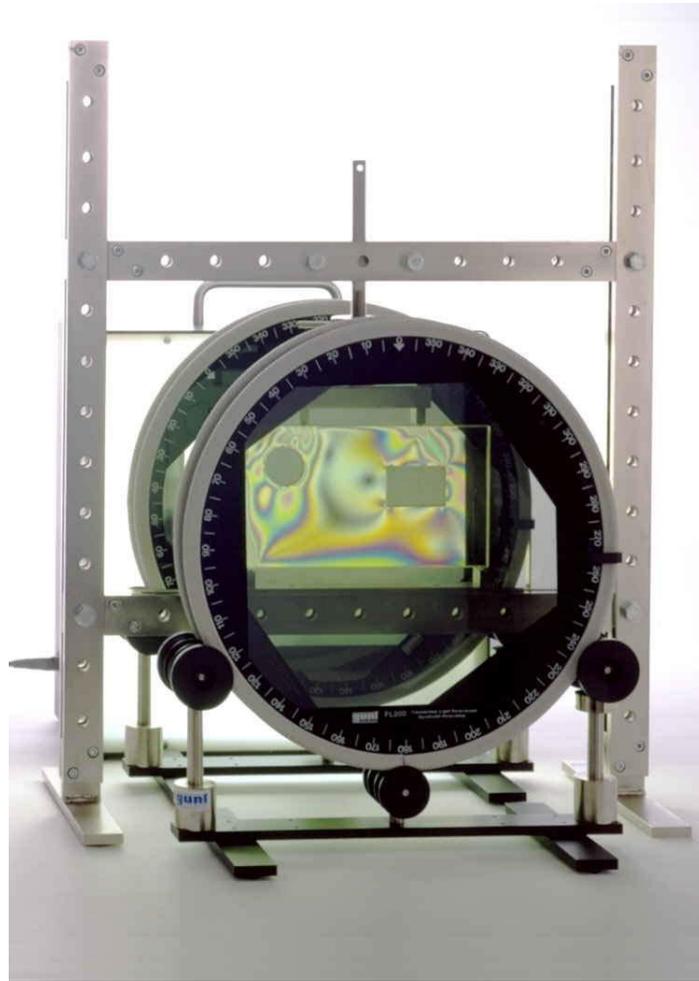


Figura 1-9. Polariscopio de transmisión [15].



Figura 1-10. Polariscopio de reflexión [12].

Es importante mencionar que en cada TAEE existen arreglos especiales de instrumentación que permiten obtener información sobre el comportamiento de la pieza en estudio. Por ejemplo en el caso de extensometría eléctrica se manejan los arreglos de extensómetros dispuestos a 45° , 120° , etc., formando “rosetas” que permiten obtener deformaciones principales y ubicar la orientación física de la base principal. Así mismo, las conexiones de: un cuarto, medio y puente completo permiten analizar uno o varios puntos de interés. Por otro lado, para el caso de fotoelasticidad se manejan los patrones isocromáticos y de isóclinas las cuales son relacionadas con la diferencia de esfuerzos principales y direcciones principales, respectivamente [5].

Finalmente, en la Tabla 1-1 se muestra un resumen de los elementos que componen a las TAEE que fueron presentadas en este capítulo.

Tabla 1-1. Características y elementos de las TAE

TAE	CLASIFICACIÓN DE LA TÉCNICA	PRINCIPIO DE OPERACIÓN	INSTRUMENTO UNITARIO	APARÁTO DE ACTIVACIÓN Y/O MEDICIÓN
EXTENSOMETRÍA ELÉCTRICA	Puntual	Elongación de un alambre- Cambio de resistividad	Extensómetro	Puente de Wheatstone y/o potenciómetro
FOTOELASTICIDAD POR TRANSMISIÓN	De campo	Cambio de índice de refracción de luz –diferencia de deformaciones principales	Modelo foto elástico	Polariscopio de transmisión
FOTOELASTICIDAD POR REFLEXIÓN	De campo	Cambio de índice de refracción de luz –diferencia de deformaciones principales	Película foto elástica	Polariscopio de reflexión

2. Teoría de la Transformación Martensítica Inducida por esfuerzo (TMIE)

En el presente capítulo se presentan, de manera general, los aspectos fundamentales de la llamada TMIE que caracteriza a los MMF. Así mismo, en el Anexo 1 se dan más detalles sobre el fenómeno y sus efectos asociados.

La Transformación Martensítica (TM), de tipo termo-elástica, que caracteriza a los MMF es una transformación de fase displaciva de primer orden constituida por una deformación homogénea de la red cristalina que es esencialmente una deformación de corte paralela a un plano que se mantiene invariante durante la transformación [16]. Dicho plano constituye la interface entre la estructura original (austenítica) y la formada (martensítica) y es llamado plano de hábito [17]. Cada plano de hábito con su correspondiente dirección de corte, constituyen lo que se llama una “Variante de Martensita” y sólo pueden formarse 24 en un MMF [16]. Al conjunto de las 24 variantes y sus correspondientes magnitudes de corte se les conoce como “sistema de transformación” [16].

La TM puede ser inducida, a partir de la fase austenítica, por enfriamiento, esfuerzo, combinación de ambos o por la aplicación de campos magnéticos. Existen varios efectos que presentan los MMF entre los cuales se encuentran: a) El efecto memoria de forma simple, b) el doble efecto memoria de forma y c) el súper-elástico, entre otros. De dichos efectos, el súper-elástico se asocia a la TMIE. La TMIE es un mecanismo de deformación pseudo-elástico, que se presenta cuando la fase austenítica se somete a esfuerzo. Esta transformación inicia cuando las componentes cortantes paralelas al plano de hábito alcanzan cierto valor crítico de esfuerzo y se le asocia una deformación elástica hasta 100 veces mayor que la que experimenta un material convencional. Una vez iniciada la TMIE progresará con ligeros incrementos de esfuerzo aplicado hasta cubrir todo el material [16]. La deformación asociada es llamada deformación transformacional ϵ_0 , la cual es una

proyección de la deformación de corte γ_t que ocurre paralela a alguno de los planos de hábito [16]. En la Figura 2-1 se muestra una curva de esfuerzo-deformación de corte, la cual es análoga a una curva típica de una prueba de tensión realizada a un monocristal. Dicha curva representa la carga y descarga del material, donde se aprecia la deformación γ_t .

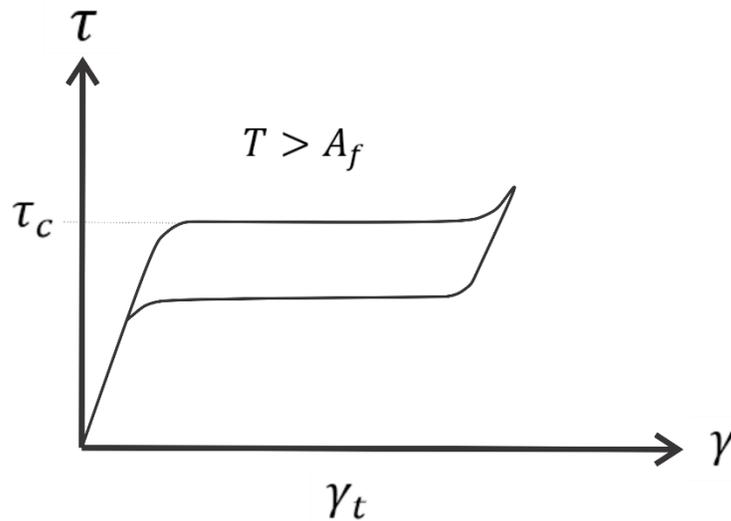


Figura 2-1. Deformación asociada a la TM.

El esfuerzo τ_c es llamado esfuerzo crítico y es el que se requiere para iniciar la transformación, el cual depende de la temperatura de prueba. El esfuerzo de corte necesario para iniciar la transformación puede ser generado por un esfuerzo de tensión aplicado a la muestra o bien por un estado de esfuerzos planos [16]. Dicho esfuerzo está regido por la ecuación de Clausius-Clapeyron, la cual define la razón de esfuerzo $\frac{\partial \tau_c}{M_s}$ que es una cantidad característica del tipo de transformación martensítica que se induce en el material [18]. Esta relación se describe gráficamente en la pendiente que separa la fase martensítica de la austenítica del esquema de la Figura 2-2. En esta Figura se observa la transformación martensítica inducida por esfuerzo o por una combinación de esfuerzo y enfriamiento [16]. Cuando la transformación martensítica es inducida por enfriamiento ($\tau_c = 0$) esta inicia en una temperatura $T = M_s$ y finaliza en $T = M_f$. Por otro lado, también se

puede ver que cuando la transformación martensítica es inducida por esfuerzo ($T1 = constante > M_S$) ésta inicia cuando el esfuerzo alcanza un cierto valor crítico τ_c y termina cuando el esfuerzo es igual a τ_f y que ambos dependen de la temperatura a la cual se realiza la prueba [16].

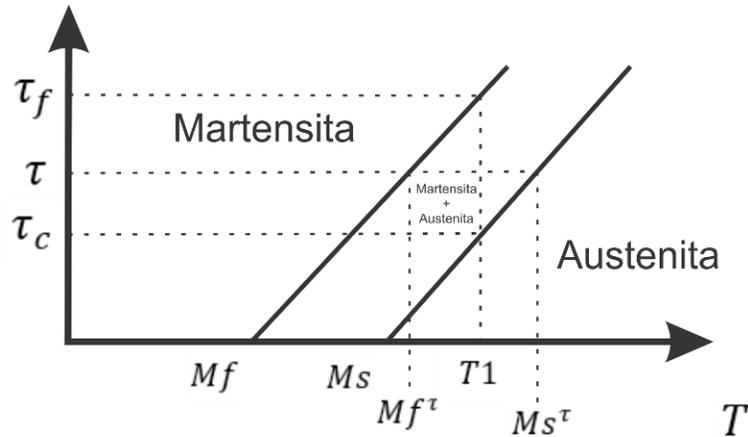


Figura 2-2. Diagrama esfuerzo-temperatura-transformación que muestra las formas de inducir la transformación Martensítica, Imagen adaptada de: [19].

Es importante mencionar, ya que se usará posteriormente, que la τ_c depende de la temperatura de prueba y que su valor se puede calcular usando la ecuación de la recta que pasa por M_S que es:

$$\tau_c = R(T - M_S) \quad \text{Ecuación 2-1}$$

Donde: τ_c es el esfuerzo crítico; R es la razón de Classius Claperyron (o razón de esfuerzo); T es la temperatura de prueba y M_S es la temperatura de inicio de la transformación Martensítica inducida por enfriamiento.

El proceso de la TMIE es análogo al de deslizamiento de planos cristalinos que rige la deformación plástica en los metales dúctiles. Este fenómeno se muestra en el esquema de la Figura 2-3, donde se observa que el deslizamiento ocurre cuando el esfuerzo de corte aplicado excede un valor crítico. Los átomos se mueven a lo largo de la línea de deslizamiento y se produce un escalón en la superficie. Si dicha superficie es pulida y observada con un microscopio el escalón se ve como una

línea, denominada línea de deslizamiento [20]. Estas líneas de deslizamiento corresponden con la intersección de los planos de deslizados y el de observación.

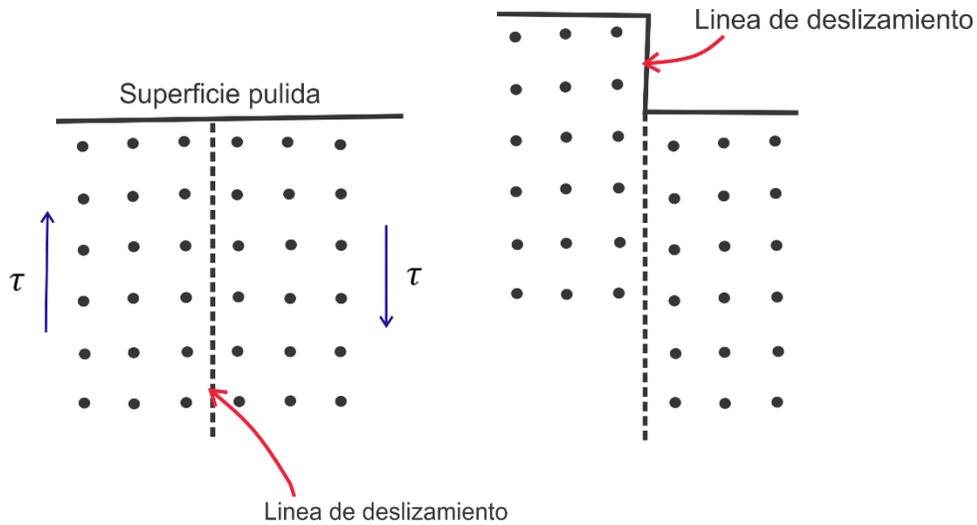


Figura 2-3. Esquema de deslizamiento [20].

Durante la TMIE, en la superficie pulida de un MMF se presenta una marca similar a las líneas de deslizamiento. Estas marcas parecen “agujas” y son desniveles de dicha superficie. Esta marca corresponde a un plano de hábito y una dirección de corte, es decir con la variante de martensita (VM) más favorecida por el esfuerzo aplicado. En la Figura 2-4 se puede observar una micrografía de un MMF monocristalino, donde aparecen las agujas generadas por la TMIE.

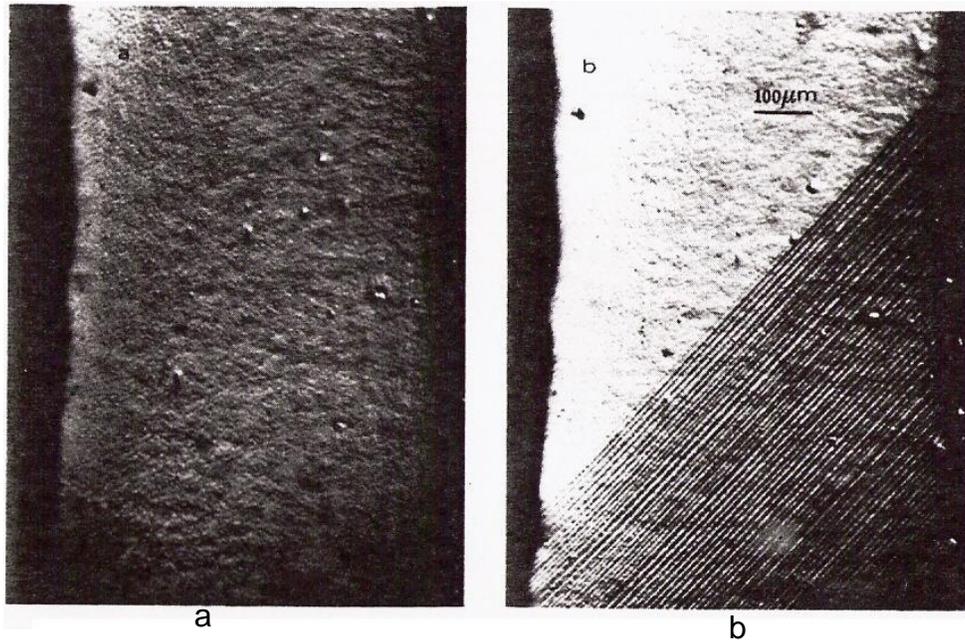


Figura 2-4. Micrografía de una probeta monocristalina de Cu-Zn-Al (a) en fase austenítica y b) la aparición de una VM debido a la aplicación de un esfuerzo [21].

Lo anterior muestra que durante la TMIE se presentan cambios en la superficie de un MMF, y pueden ser observados a través de un microscopio de manera simple. De manera esquemática, si se marcara con una línea delgada la superficie de observación de una muestra estando en fase austenítica, durante la TMIE la dirección de esta línea cambiaría como se muestra en la Figura 2-5. A este fenómeno le han denominado “distorsión de superficie” [16]. La Figura 2-5 muestra un esquema de la distorsión de la superficie en un MMF, en esta imagen se observa que la línea \overline{DE} es desplazada a la posición \overline{DF} .

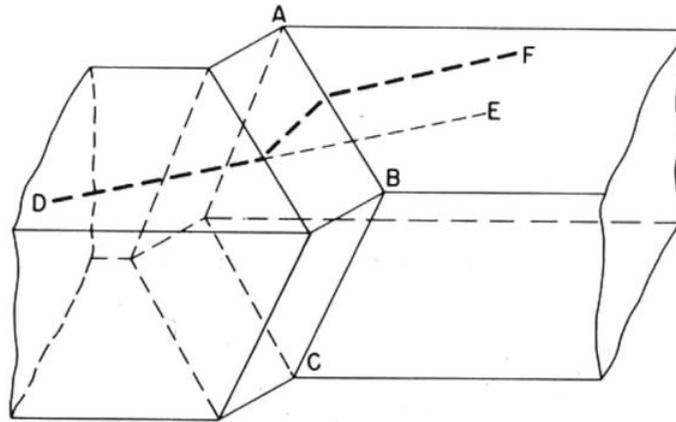


Figura 2-5. Distorsión en la superficie de la muestra al formarse una VM [18].

2.1 Teoría Fenomenológica de la transformación martensítica

Esta teoría considera un cambio de forma durante la TM de manera general como una deformación de plano invariante, donde la deformación incluye un cambio de volumen normal al plano invariante [22]. Como se mencionó anteriormente, este plano invariante es llamado plano de hábito y durante la TM este permanece sin distorsionarse ni rotar. En la Figura 2-6 se muestra en la parte superior cortante simple, y en la parte inferior la deformación de plano invariante.

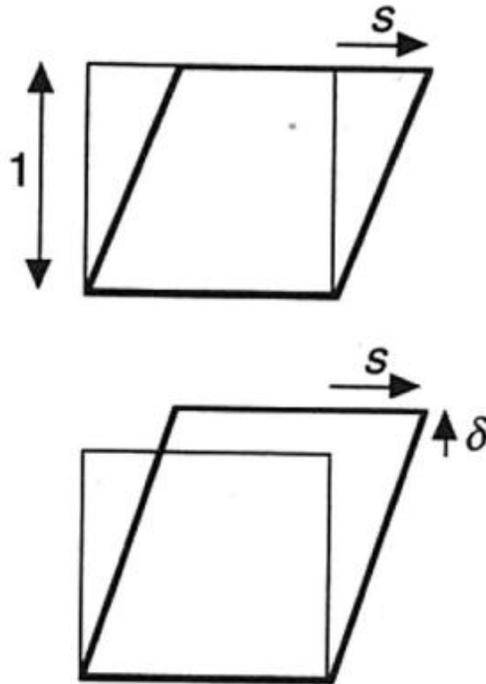


Figura 2-6. Cortante simple y deformación de plano invariante [22].

La deformación de plano invariante según esta teoría la TM está definida por la matriz de deformación P_1 [18]:

$$P_1 x - x = m_1 d_1 (p'_1 x)$$

$$P_1 x = Ix + m_1 d_1 (p'_1 x) = (I + m_1 d_1 p'_1) x \quad \text{Ecuación 2-2}$$

$$\therefore P_1 = (I + m_1 d_1 p'_1)$$

Donde d_1 es un vector unitario en dirección del corte, con componentes $[d_1, d_2, d_3]$, p'_1 es un vector normal al plano de hábito cuyas componentes son $[p_1, p_2, p_3] = [px, py, pz]$.

Aunque P_1 describe la deformación asociada a la TM, es considerada como una función de corte simple, ya que análisis termodinámicos de la TM han demostrado

que el cambio de volumen es relativamente pequeño, cerca del 0.3% [18]. Debido a lo anterior, se encuentra que la TM se puede describir como:

$$P = I + m(d \otimes p) \quad \text{Ecuación 2-3}$$

Dónde $(d \otimes p)$ es el producto tensorial de los vectores d y p , que son vectores en dirección paralelo al cortante y normal al plano de hábito respectivamente, m es la magnitud del cortante. La Figura 2-7 muestra la deformación inducida por P así como la matriz que la representa.

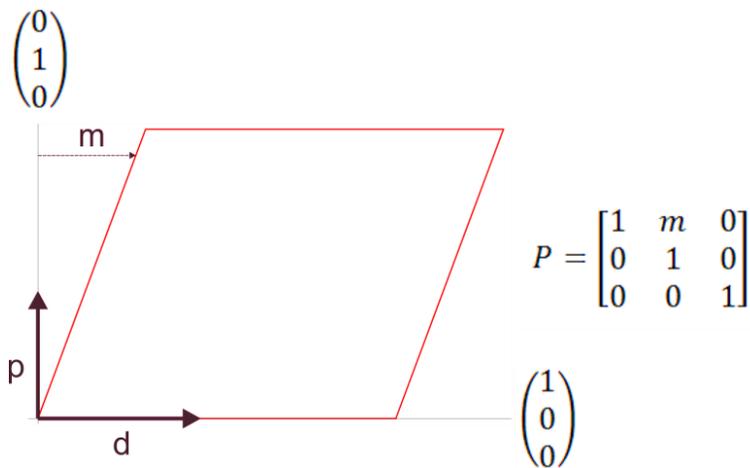


Figura 2-7. Representación de la función P en una base formada por los vectores d y p .

La representación macroscópica de P se puede visualizar en la Figura 2-8, donde se muestran los vectores d , p y la distorsión en la superficie de una muestra que se forma a partir de la fase austenítica.

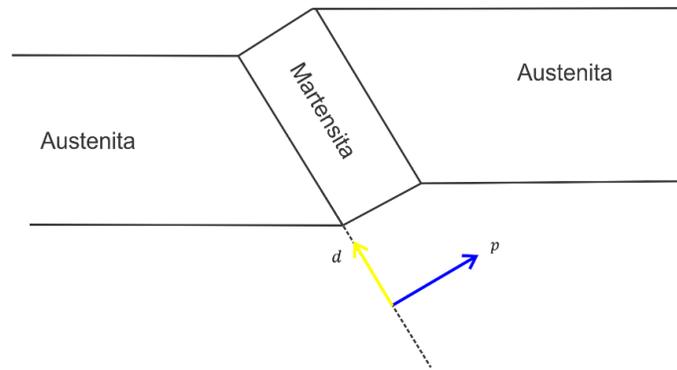


Figura 2-8. Deformación presentada en un MMF durante la TM.

La función P ha sido utilizada para modelar el comportamiento mecánico de los MMF por diversos autores [18, 23]. Se sabe que la deformación ϵ_0 que se presenta en pruebas de tensión uniaxial durante la TMIE es una proyección de P en la dirección de aplicación de la carga [16]. Lo anterior se relaciona con la anisotropía asociada a la deformación transformacional, la cual se aprecia en el diagrama esfuerzo-deformación en la Figura 2-9 donde se muestran distintos diagramas $\sigma - \epsilon$ obtenidos en muestras monocristalinas, de un MMF, con distintas orientaciones sometidas a tensión uniaxial. Es claro que existe una fuerte dependencia de la orientación cristalina.

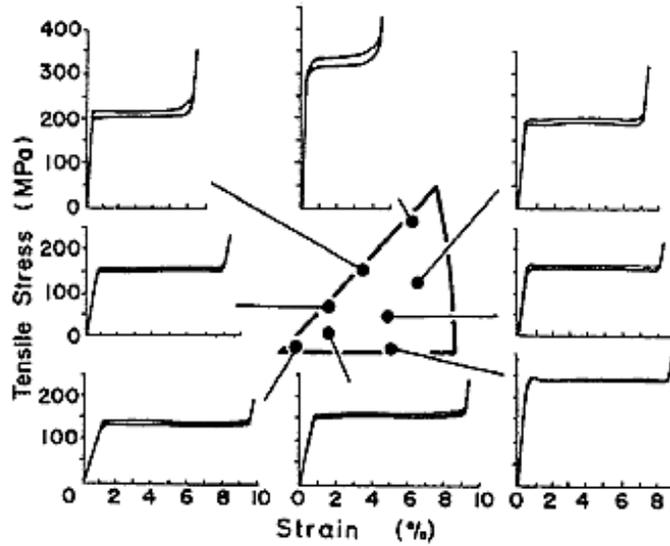


Figura 2-9. Dependencia de la deformación transformacional en función de la orientación cristalográfica de Cu-Al-Ni sujeto a tensión [18].

Como se mencionó anteriormente, el desplazamiento mostrado esquemáticamente en la Figura 2-8 corresponde con la deformación de corte que ocurre paralela a alguno de los planos de hábito, la cual se proyecta con la dirección de aplicación de la carga generando la deformación ϵ_0 . En la Figura 2-10 se muestra un diagrama donde se aprecia dicha proyección generada por la formación y crecimiento de una VM.

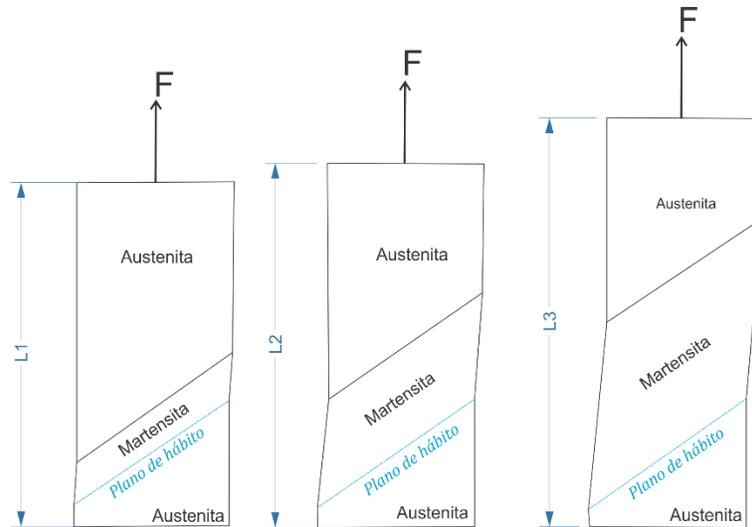


Figura 2-10. Formación y crecimiento de una VM [16].

2.1.1 Sistemas de transformación y magnitud de cortante

Como se mencionó anteriormente, es posible calcular la deformación que sufre un MMF durante la TM conociendo los sistemas de transformación y la magnitud del cortante por lo cual, a continuación se presentan algunos de los resultados reportados en literatura para diferentes AMF.

Según se reporta en la literatura, para la TM en MMF existen seis planos de hábito y cuatro direcciones en las cuales se puede presentar la deformación de corte de red [16]. La combinación de éstos planos y direcciones forman las 24 VM que pueden formarse en un MMF. Al conjunto estas variantes se le denomina Sistema de Transformación (ST) y junto con la magnitud de corte permiten calcular con precisión la deformación que sufrirá un MMF durante la TM.

Actualmente, se han reportado en la literatura listas que contienen familias de *Planos/Direcciones* para diversos MMF, los cuales forman el ST. En la Tabla 2-2 se muestran dichos sistemas para las Aleaciones con Memoria de Forma (AMF) más conocidas hoy en día [24] mientras que en la Tabla 2-2 se presenta un ST de un MMF tipo Cu-Al-Be [25]. Donde los vectores normales a los planos se definen como $n_i = [n_1, n_2, n_3]$ y los vectores en la dirección de corte son $m_i = [m_1, m_2, m_3]$, con $i = \{1, 2, \dots, 24\}$. Es importante mencionar que los ST están referidos a la base

formada en la celda unitaria del MMF en cuestión, la cual se denomina base canónica.

Tabla 2-1. Sistemas de Transformación para diferentes AMF [24].

SMA	Transformation	Shear amplitude	Habit plane	Shear direction	Reference
NiTi	B2→B19	0.1307	{0.2152, 0.4044, 0.8889}	{0.7633, 0.4981, 0.4114}	Otsuka, Sawamura and Shimizu (1971)
AuCd	B2→P3†	0.0079	{0.0711, 0.2675, 0.9609}	{0.9673, 0.2166, 0.1319}	Ohba, Emura and Otsuka (1992)
Cu-Al-Ni	D0 ₃ →2H	0.0932	{0.2603, 0.6347, 0.7276}	{0.1384, 0.7213, 0.6787}	Otsuka and Shimizu (1974)
Cu-Zn-Al	D0 ₃ →18R	0.1866	{0.1999, 0.6804, 0.7050}	{0.1856, 0.7328, 0.6546}	Chakravorty and Wayman (1989)
Cu-Zn-Ga	D0 ₃ →18R	0.1779	{0.1434, 0.6965, 0.7031}	{0.1392, 0.7176, 0.6824}	Saburi, Nenno, Kato and Takata (1976)
Cu-Zn	B2→9R	0.1769	{0.1364, 0.6963, 0.7074}	{0.1313, 0.7204, 0.6810}	Tadaki, Tokoro and Shimizu (1975)
NiAl	B2→L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	{0.0904, 0.7196, 0.6885}	Aoki, Morii, Murakami and Otsuka (1994)
NiAl45	B2→L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	{0.7650, 0.5088, 0.3948}	
NiAl90	B2→L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	{0.9923, 0.0072, 0.1233}	

† Space group designation.

Tabla 2-2. Planos {n} y direcciones de transformación {m} para una aleación con memoria de forma tipo Cu-Al-Be [26].

VARIANTE	n_1	n_2	n_3	m_1	m_2	m_3
	1	0.17	0.66	0.72	0.16	-0.74
2	0.17	0.72	0.66	0.16	0.64	-0.74
3	-0.17	0.66	0.72	-0.16	-0.74	0.64
4	-0.17	0.72	0.66	-0.16	0.64	-0.74
5	-0.66	0.17	0.72	0.74	0.16	0.64
6	-0.72	0.17	0.66	-0.64	0.16	-0.74
7	-0.66	-0.17	0.72	0.74	-0.16	0.64
8	-0.72	-0.17	0.66	-0.64	-0.16	-0.74
9	0.17	-0.66	0.72	0.16	0.74	0.64
10	0.17	-0.72	0.66	0.16	-0.64	-0.74
11	-0.17	-0.66	0.72	-0.16	0.74	0.64
12	-0.17	-0.72	0.66	-0.16	-0.64	-0.74
13	0.72	0.17	0.66	0.64	0.16	-0.74
14	0.66	0.17	0.72	-0.74	0.16	0.64
15	0.72	-0.17	0.66	0.64	-0.16	-0.74
16	0.66	-0.17	0.72	-0.74	-0.16	0.64
17	0.66	-0.72	-0.17	-0.74	-0.64	-0.16
18	0.72	-0.66	-0.17	0.64	0.74	-0.16
19	-0.66	0.72	-0.17	0.74	0.64	-0.16
20	-0.72	0.66	-0.17	-0.64	-0.74	-0.16
21	-0.72	-0.66	-0.17	-0.64	0.74	-0.16
22	-0.66	-0.72	-0.17	0.74	-0.64	-0.16

23	0.72	0.66	-0.17	0.64	-0.74	-0.16
24	0.66	0.72	-0.17	-0.74	0.64	-0.16

Como se mencionó anteriormente, existen 24 Variantes de Martensita (VM) que pueden formarse en una AMF. Cuando la TM es inducida por temperatura, las variantes que se formarán serán aquellas que permitan “acomodar” la deformación de tal manera que se mantenga la forma macroscópica del material. Por otra parte, cuando la TM es inducida por esfuerzo, la(s) variante(s) que se formara (n) será (n) aquella (s) en la (s) que se induzca (n) el mayor esfuerzo de corte. Cuando el estado de esfuerzos es tensión/compresión uniaxial la VM será aquella en la que el esfuerzo de corte inducido por el esfuerzo normal aplicado sea el más alto [20]. El parámetro que permite determinar lo anterior es el llamado Factor de Schmid (FS) que se define como:

$$FS = \text{Cos}[\phi] \text{Cos}[\lambda]$$

Donde ϕ es el ángulo entre el vector de carga y el vector normal al plano de deslizamiento, y λ es el ángulo entre el vector de carga y el vector de la dirección de corte, como se aprecia en la Figura 2-11.

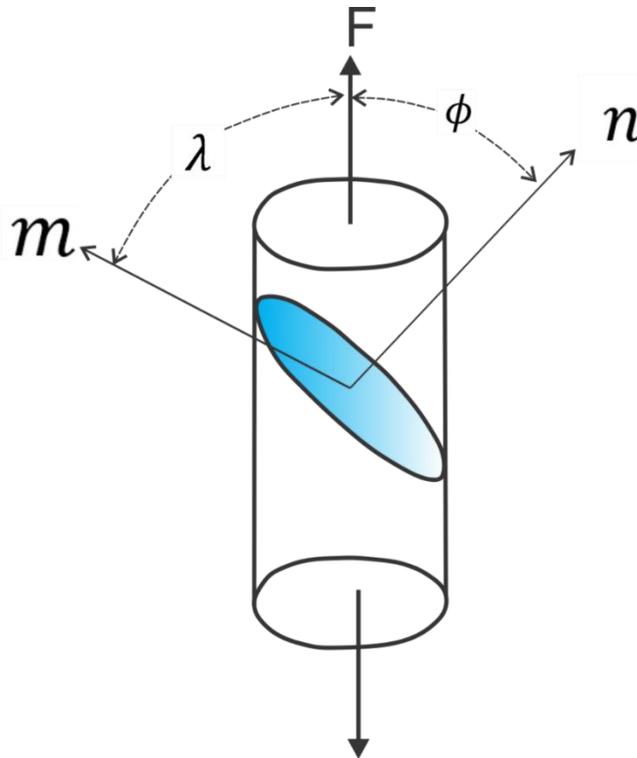


Figura 2-11. Diagrama para cálculo del esfuerzo cortante resuelto [20].

El esfuerzo cortante (τ_c) inducido por el esfuerzo normal (σ) se determina con la relación de la Ecuación 2-4:

$$\tau_c = \sigma FS \quad \text{Ecuación 2-4}$$

El FS fue definido para explicar cedencia en materiales monocristalinos sometidos a tensión/compresión. Dicha teoría es conocida como la “teoría de deslizamiento de planos cristalinos”. En el caso de MMF, el plano de deslizamiento es equivalente al plano de hábito y la dirección de deslizamiento se relaciona con la dirección de corte [16].

En términos de índices de Miller el FS se determina con la relación de la Ecuación 2-5.

$$FS = \frac{(F|m)(F|n)}{\|F\|^2 \|m\| \|n\|} \quad \text{Ecuación 2-5}$$

Puesto que:

$$\cos[\phi] = \frac{(F|n)}{\|F\|\|n\|}$$

$$\cos[\lambda] = \frac{(F|m)}{\|F\|\|m\|}$$

Donde n es el vector normal al plano de deslizamiento con componentes $[n_1, n_2, n_3]$, m el vector de la dirección de deslizamiento con componentes $[m_1, m_2, m_3]$, y F el vector que representa la dirección aplicación de carga con componentes $[f_1, f_2, f_3]$.

Finalmente, se define el llamado Factor de Taylor como el recíproco del FS que representa la razón del esfuerzo normal aplicado al esfuerzo de corte en la dirección del plano de deslizamiento y se define por la Ecuación 2-6.

$$\frac{\sigma}{\tau_c} = \frac{1}{FS} = FT \quad \text{Ecuación 2-6}$$

Es importante remarcar que el esfuerzo de corte es constante mientras que el esfuerzo normal depende de la orientación cristalina como lo muestran las Ecuaciones 2-5 y 2-6.

2.1.2 Diagramas de transformación

Cuando la TM es inducida bajo un estado de esfuerzos biaxial, no es suficiente con considerar el FS para determinar la VM que se formará. En realidad se deben considerar las componentes de corte que inducen en cada plano de transformación las componentes de esfuerzo normal mutuamente perpendiculares. T. E. Bucheit *et al.* [27] han propuesto un método para determinar la VM que se formará bajo estados de esfuerzos planos; dicho método conduce a la construcción de diagramas de transformación. Estos diagramas son análogos a los que se utilizan en teoría de cedencia bajo estados de esfuerzos planos para materiales convencionales [27, 28, 29].

Los diagramas de transformación se obtienen calculando el llamado Factor de Taylor (*FT*) para cada uno de los componentes de esfuerzo mutuamente perpendiculares para cada una de las 24 VM que se pueden formar. Para una variante dada, se calcula el *FT* para cada una de las componentes de esfuerzo mutuamente perpendiculares usando las componentes de cada VM ($[n_1 \ n_2 \ n_3]_i / [m_1 \ m_2 \ m_3]_i$) y las Ecuaciones 2-7 y 2-8.

$$FT_{X1_i} = \frac{1}{FS_i} = \frac{\|F_1\|^2 \|m_i\| \|n_i\|}{(F_1|m_i)(F_1|n_i)} \quad \text{Ecuación 2-7}$$

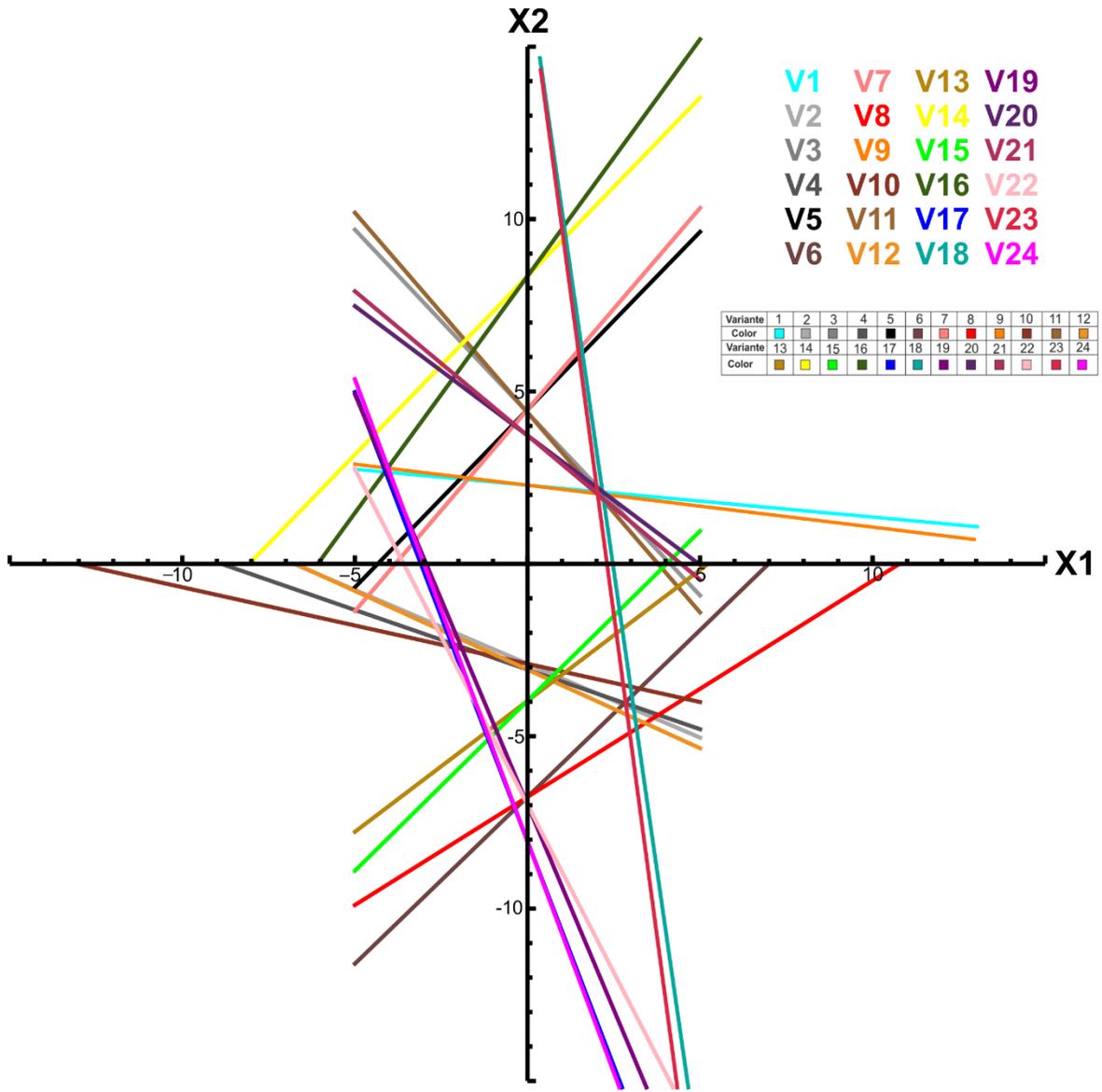
$$FT_{X2_i} = \frac{1}{FS_i} = \frac{\|F_2\|^2 \|m_i\| \|n_i\|}{(F_2|m_i)(F_2|n_i)} \quad \text{Ecuación 2-8}$$

$$i = 1, 2, \dots, 24$$

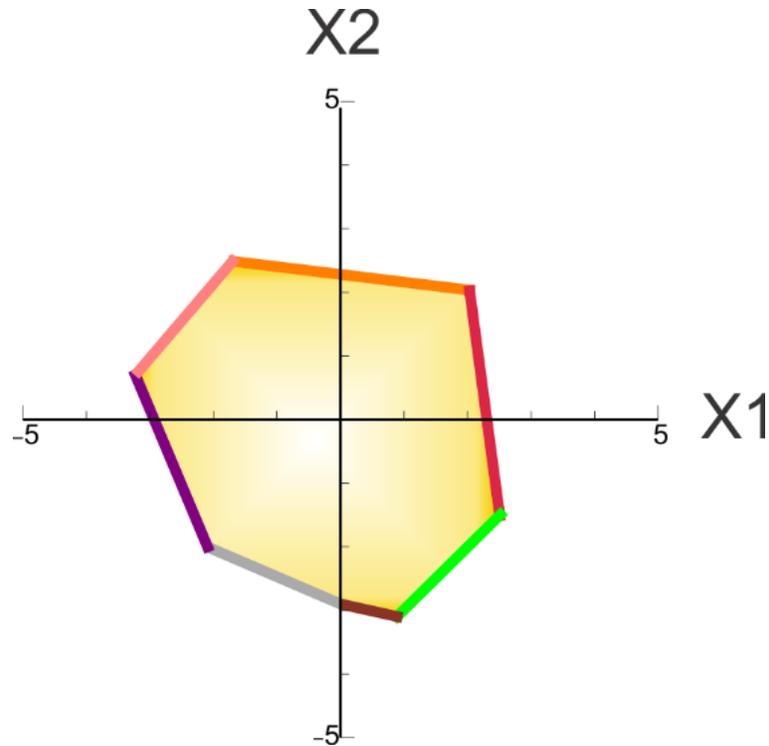
El *FT* a lo largo de un eje, por ejemplo el eje X1 de la Figura 2-12 a), genera un punto a lo largo de un eje paralelo a X1 y otro a lo largo del eje perpendicular X2. Cada VM genera dos puntos ($FT_{X1_i}, 0$) y $(0, FT_{X2_i})$, $i = 1, 2, \dots, 24$ colocados en los dos ejes perpendiculares, paralelos a X1 y X2, y son unidos por medio de segmentos de recta como se muestra en la Figura 2-12 b). En realidad los ejes del diagrama de transformación se definen como:

$$X1 \sim \frac{\sigma_1}{\tau_c}$$

$$X2 \sim \frac{\sigma_2}{\tau_c}$$



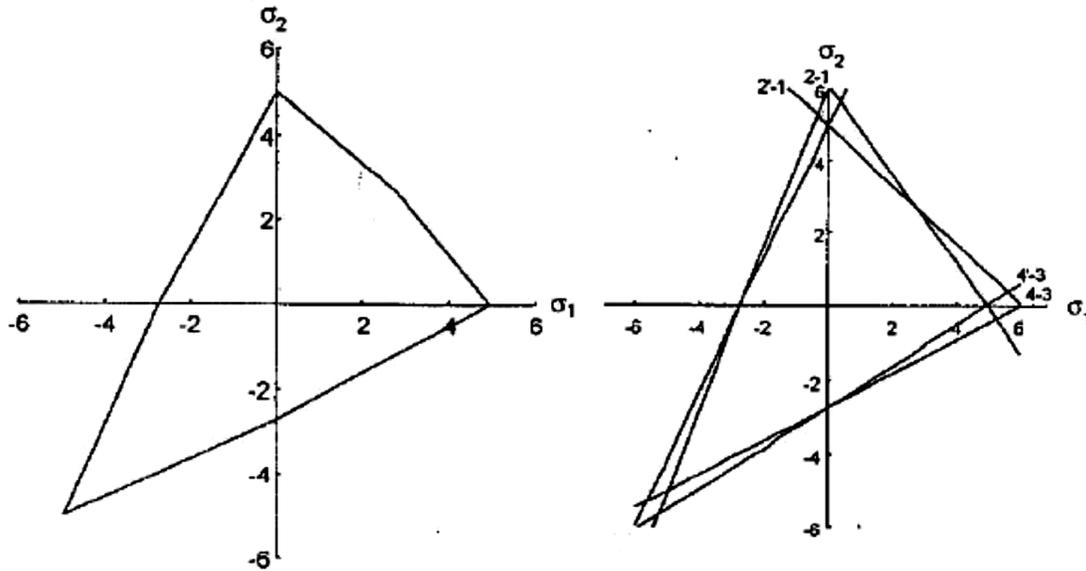
(a)



(b)

Figura 2-12. Diagrama de transformación: a) Intersección de las 24 VM con los ejes principales X1 y X2, b) Superficie de transformación delimitada por la intersección de VM con mayor FS.

La superposición de todos los segmentos de recta, correspondientes a cada VM, genera el diagrama de transformación uniendo todos los segmentos de recta que se encuentran más cercanos al origen. Es importante mencionar que los diagramas de transformación se construyen para una orientación cristalina. En la Figura 2-13 se muestra un diagrama de transformación para una aleación de Ni-Ti cuya orientación del eje horizontal es $[0 \ 0 \ 1]$ y la del eje vertical es $[0 \ \bar{1} \ 0]$, donde [27].

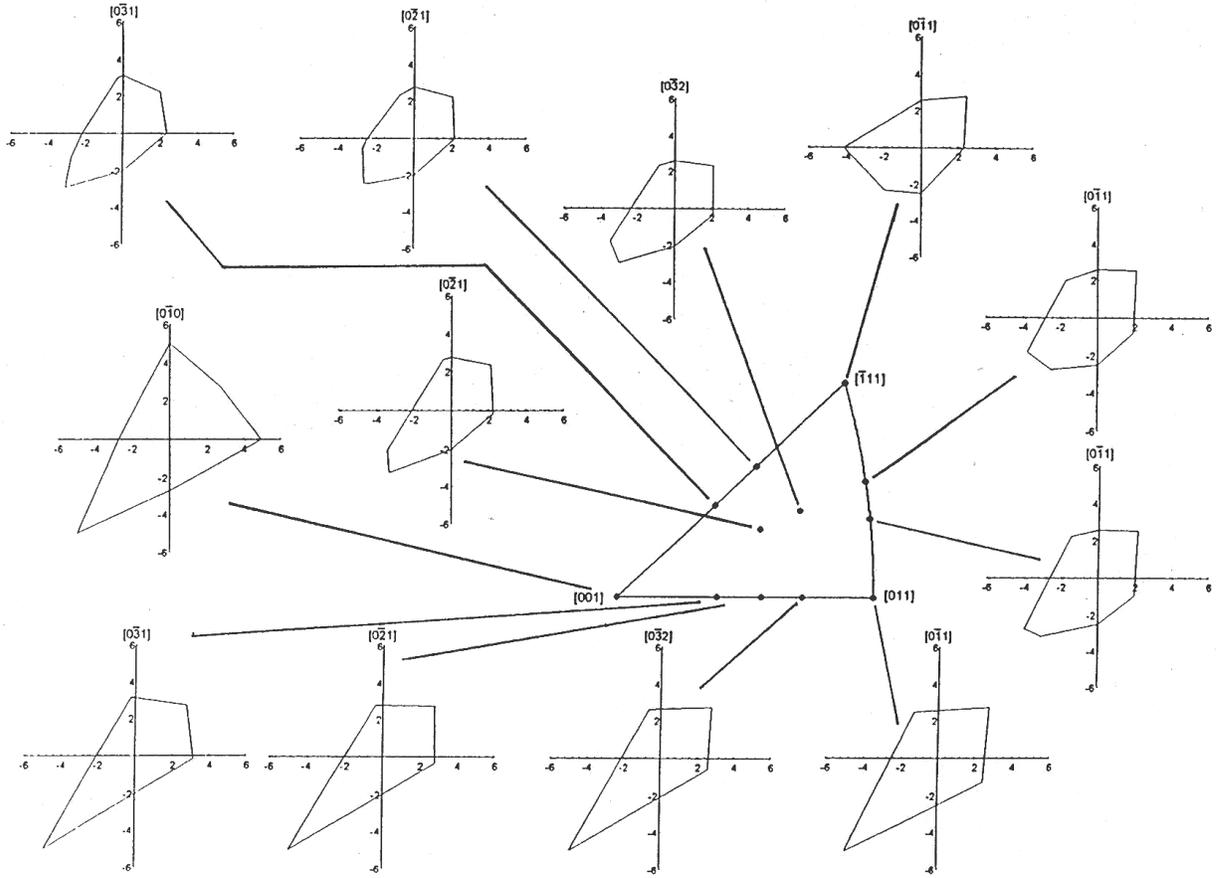


1

Figura 2-13. Diagrama de transformación para “pares de variantes correspondientes” con $x_1 = [0 \ 0 \ 1]$ y $x_2 = [0 \ 1 \ 0]$ [27].

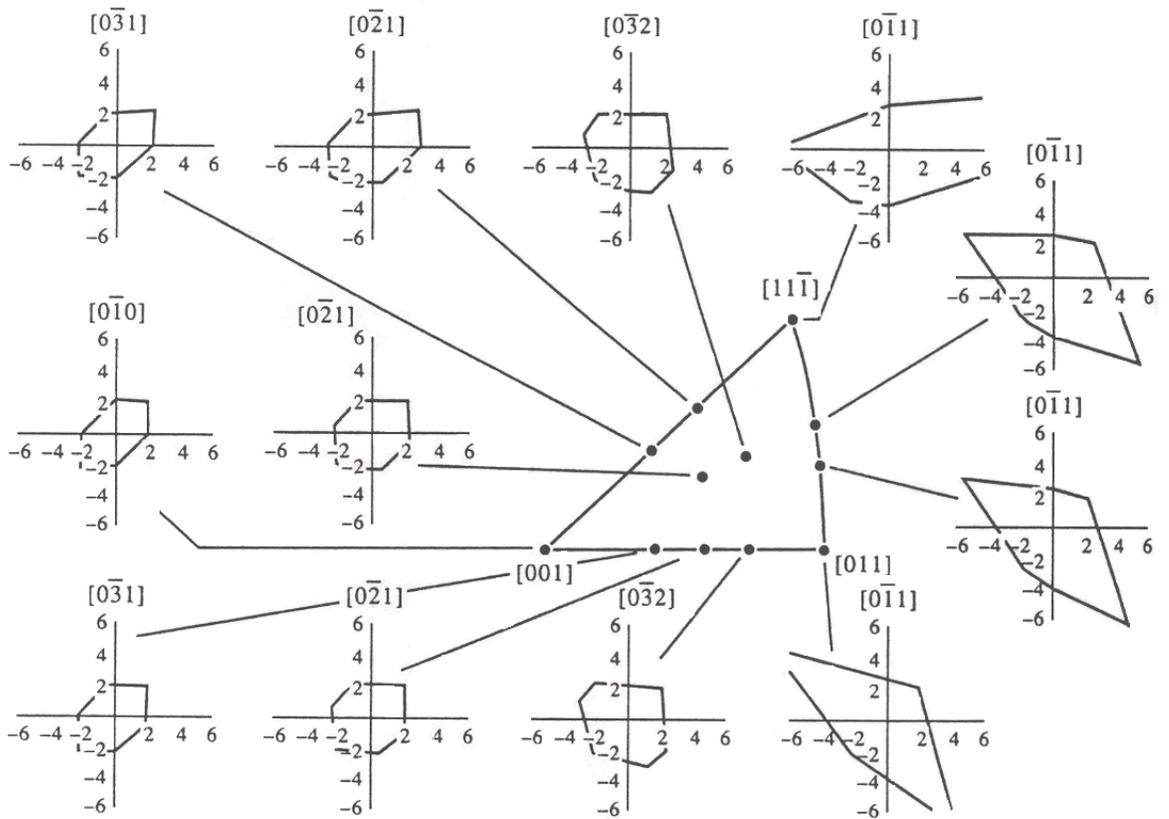
Así mismo en la Figura 2-14, se muestran una serie de diagramas de transformación para estados de esfuerzos planos para distintas direcciones cristalinas correspondientes a diferentes AMF reportados en la literatura: Ni-Ti, Ni-Al, Cu-Ni-Al y Cu-Al-Be .

¹ En realidad los ejes σ_1 y σ_2 corresponden con las direcciones cristalinas X1 y X2, sin embargo se mantuvo la Figura original por tratarse de una Fuente Bibliográfica concreta citada al pie de la Figura 2-13.

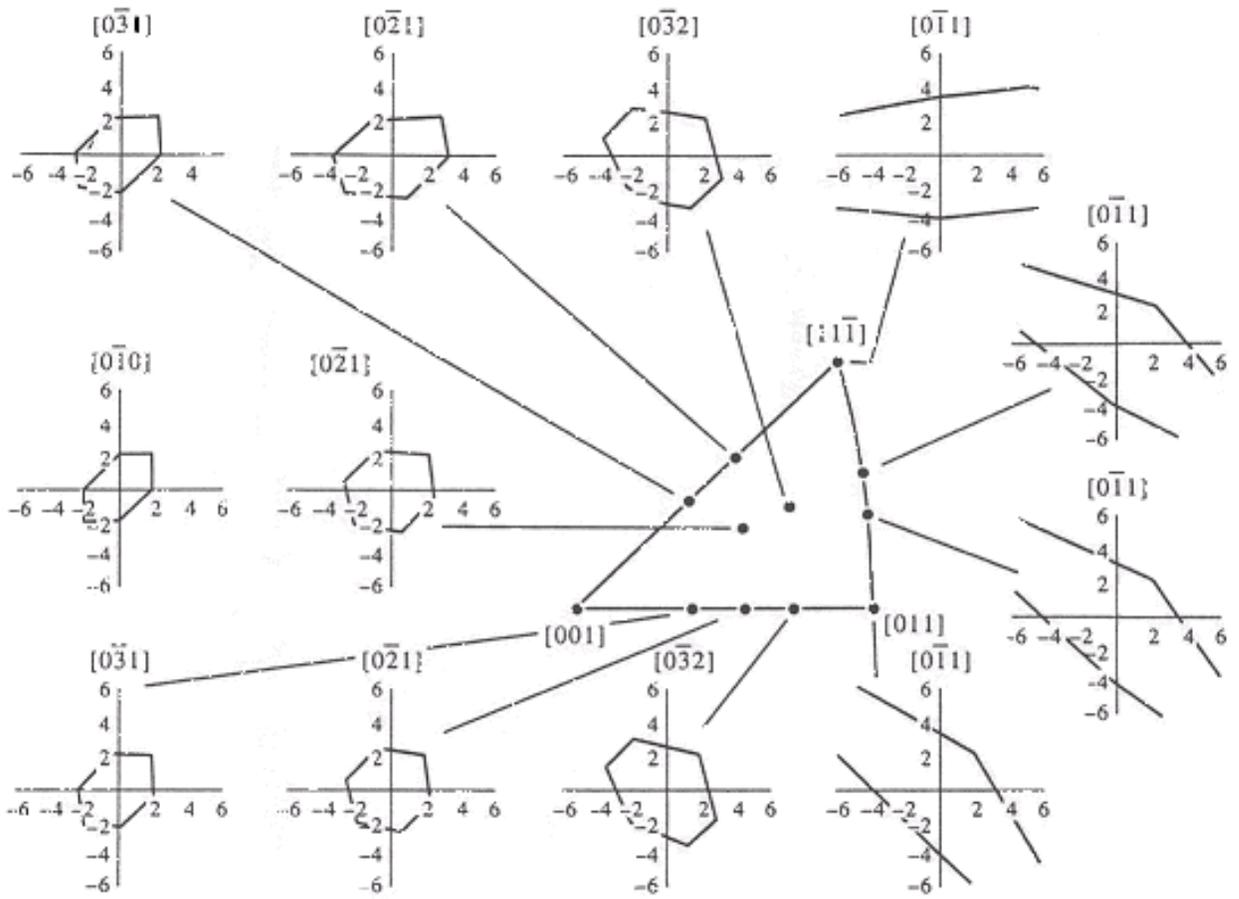


Transformation surfaces associated with 12 different crystal orientations. The x_1 axes are graphically represented on the stereographic triangle.

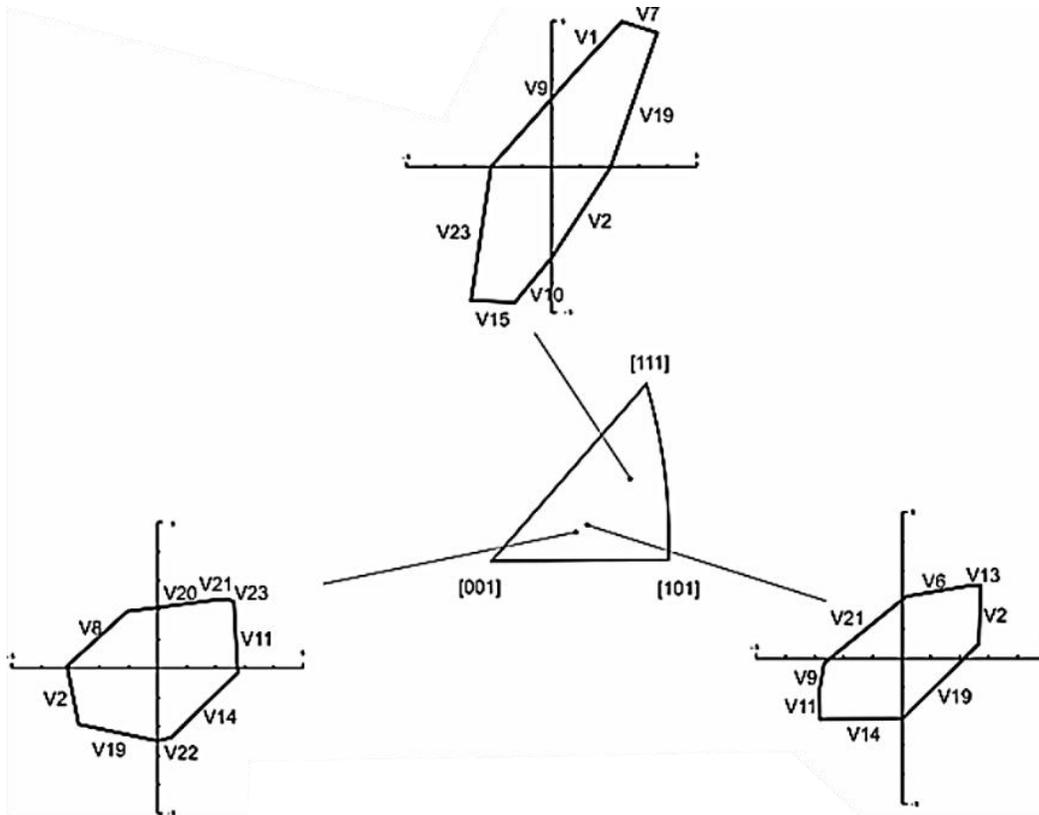
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2-14. Diagramas de transformación distintas orientaciones de diversas AMF: (a) Ni-Ti [27], (b) Cu-Al-Ni [30], (c) Ni-Al [30], y (d) Cu-Al-Be [31].

2.1.3 VM para un estado de esfuerzos general

Aunque el criterio para determinar la VM que se formará en un MMF sometido a un estado de esfuerzos biaxial, que perfectamente definido por el diagrama de transformación para estados de esfuerzos planos es correcto, en algunos casos donde el estado de esfuerzo comprende componentes de corte en el tensor de esfuerzos puede resultar un tanto complicado usar dichos diagramas. Para esos casos, es conveniente utilizar un criterio general que permita encontrar la VM que aparecerá.

Como se ha discutido ampliamente en las secciones anteriores, la VM que se formará en un MMF sujeto a un estado de esfuerzos determinado será aquella en

la que el esfuerzo de corte inducido por dicho estado de esfuerzos al que se encuentra sometido sea el mayor. Para determinar lo anterior se deberá aplicar un cambio de base al tensor de esfuerzos, de la base de observación a cada una de las bases definidas por cada elemento del ST, es decir dado el tensor de esfuerzos definido en la base de observación $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$:

$$T_{X_0} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0} & \tau_{x_0y_0} & \tau_{x_0z_0} \\ \tau_{y_0x_0} & \sigma_{y_0} & \tau_{y_0z_0} \\ \tau_{z_0x_0} & \tau_{z_0y_0} & \sigma_{z_0} \end{bmatrix}$$

Se transforma a cada una de las bases $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$

$$T_{X_T i} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_T} & \tau_{x_T y_T} & \tau_{x_T z_T} \\ \tau_{y_T x_T} & \sigma_{y_T} & \tau_{y_T z_T} \\ \tau_{z_T x_T} & \tau_{z_T y_T} & \sigma_{z_T} \end{bmatrix}$$

$$\text{con } i = 1, 2, 3, \dots, 24$$

Aplicando la ecuación

$$T_{X_T i} = A_{X_0 \rightarrow X_T i} T_{X_0} A_{X_T i \rightarrow X_0} \quad \text{Ecuación 2-9}$$

Donde $A_{X_0 \rightarrow X_T i}$ se define como $[A_{X_T i \rightarrow X_0}]^{-1}$ y esta es una función compuesta como sigue:

$$A_{X_T i \rightarrow X_0} = A_{X \rightarrow X_0} A_{X_T i \rightarrow X} \quad \text{Ecuación 2-10}$$

$$\text{con } i = 1, 2, \dots, 24$$

y

$$A_{X_T \rightarrow X_0} = \sum_{j=1}^3 \{e_{Tj}\}_{X_0} \otimes e_{Tj}$$

Dónde:

$\{e_{Tj}\}_{X_0}$ $\{j = 1, 2, 3\}$, Son los vectores de la base $\{x_T, y_T, z_T\}$ referidos a la base $\{x_0, y_0, z_0\}$.

Donde los tensores de transformación $A_{X \rightarrow X_0}$ y $A_{X \rightarrow X_T}$ hacen posible cambiar de la base $\{x, y, z\}$ a la base $\{x_0, y_0, z_0\}$, de la base $\{x, y, z\}$ a la base $\{x_T, y_T, z_T\}$ y finalmente de la base $\{x_T, y_T, z_T\}$ a la base $\{x_0, y_0, z_0\}$. Los componentes de dichos tensores se pueden calcular conociendo los vectores de las bases $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$

y $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$ referidos a la base $X = \{x, y, z\}$ mediante las siguientes ecuaciones:

$$A_{X_T \rightarrow X} = \sum_{j=1}^3 \{e_{Tj}\}_X \otimes e_{Tj} \quad \text{Ecuación 2-11}$$

$$A_{X_0 \rightarrow X} = \sum_{j=1}^3 \{e_{0j}\}_X \otimes e_{0j} \quad \text{Ecuación 2-12}$$

$$A_{X \rightarrow X_0} = [A_{X_0 \rightarrow X}]^{-1} = \sum_{j=1}^3 \{e_j\}_{X_0} \otimes e_j \quad \text{Ecuación 2-13}$$

El máximo valor que determinará la VM que se formará, en este caso será donde τ_{yTxT} sea máximo.

Es claro que para determinar la VM que se formará para estados de esfuerzos tanto uniaxiales como biaxiales, es necesario conocer la orientación cristalina del material. Dicha orientación puede ser determinada bajo distintas técnicas de difracción sin embargo hoy en día existe una que se encuentra disponible en muchos laboratorios y su uso se ha extendido ampliamente. Dicha técnica es conocida como Difracción de Electrones Retro Dispersados, o EBSD por sus siglas en inglés. En la siguiente sección se presenta una breve descripción de la forma en la que opera la técnica y la información que proporciona.

2.2 Medición de la Orientación cristalina

La técnica de Difracción de Electrones Retro Dispersados o Electron backscattering diffraction (EBSD) es utilizada para obtener la orientación cristalina de un cristal con respecto a la dirección de la muestra [32]. En la Figura 2-15 se muestra la orientación cristalina idealizada y arbitraria de una muestra monocristalina así como de una policristalina. Como puede observarse la orientación de los cristales en un monocristal es la misma en todas partes mientras que para el caso policristalino cada grano tiene una orientación propia a pesar de tener la misma fase en todo el material [32].

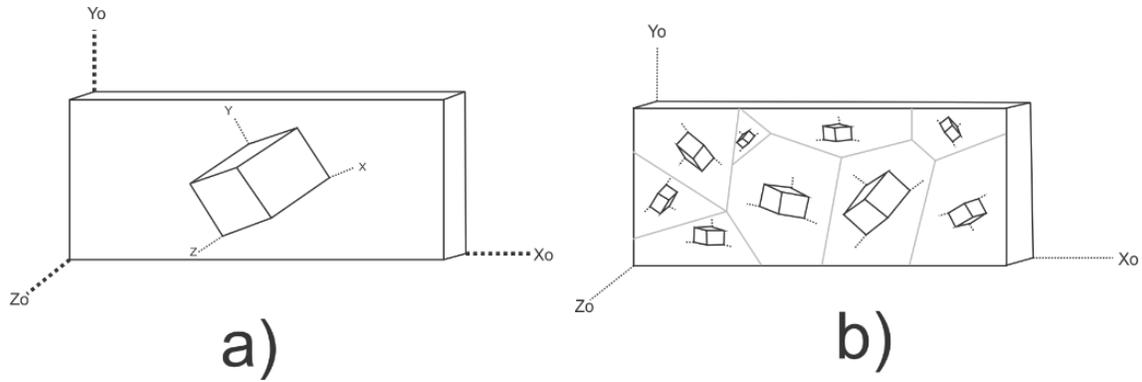


Figura 2-15. Representación idealizada de la orientación cristalina. a) En un monocristal b) En un policristal [32]

Para medir la orientación cristalina, en cualquier caso, dentro de un microscopio electrónico de barrido un haz de electrones es direccionado hacia la muestra la cual debe estar inclinada 70° respecto a este. Dicho rayo interactúa con la red cristalina, y si la magnitud de la longitud de onda del rayo coincide con el espaciamento de los planos cristalinos de la muestra, parte de estos difractan como se muestra en la Figura 2-16a. Para que lo anterior ocurra, el ángulo θ formado por el rayo difractado con el plano cristalino debe cumplir con la ley de Bragg [33].

$$n \lambda = 2 d \text{ Sen}[\theta] \quad \text{Ecuación 2-14}$$

donde θ es conocido como ángulo de Bragg, y es el ángulo de incidencia entre el rayo de electrones y el plano de difracción, d es el espaciamento entre planos cristalinos, λ es la longitud de onda del rayo de electrones y n es un número entero.

Al cumplirse lo anterior, los electrones son difractados hacia una pantalla de fosforo donde se forman líneas rectas conocidas como líneas de Kikuchi [34]. Dichas líneas se pueden apreciar en la Figura 2-17b. En la Figura 2-16 se presenta un esquema en el cual se aprecia la relación entre los patrones de difracción y la estructura cristalina.

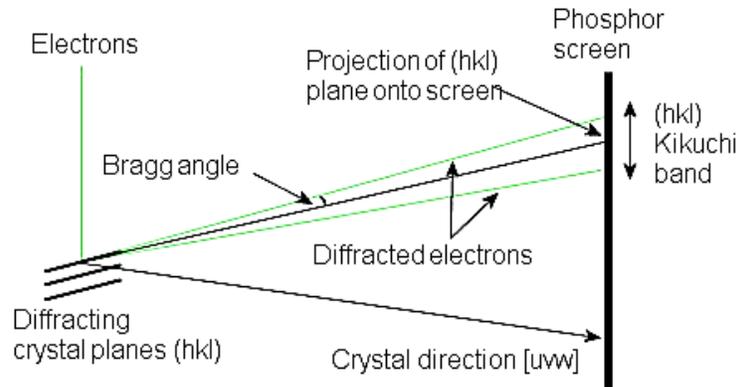
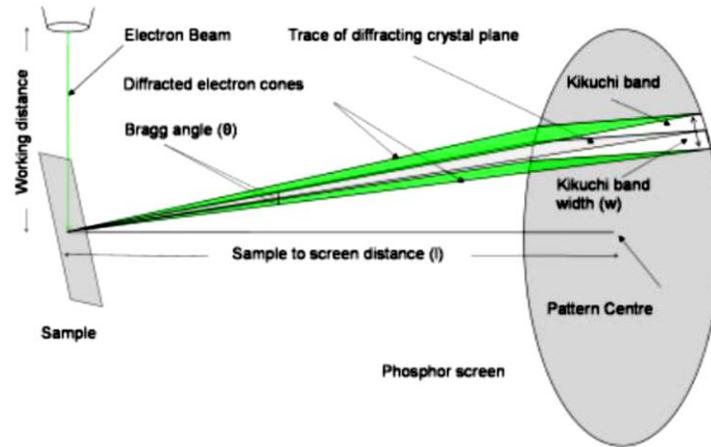
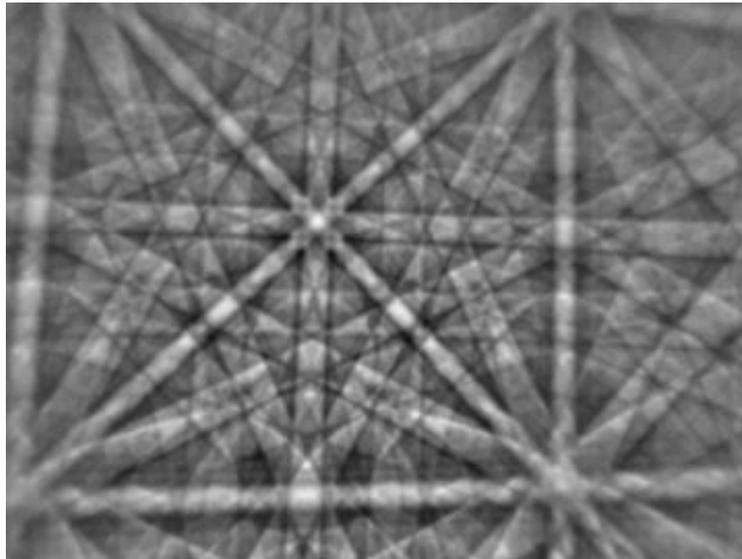


Figura 2-16. Esquema de la difracción de un rayo de electrones entre planos cristalinos y la pantalla de fósforo [34].

Mediante los diagramas de Kikuchi se genera la información sobre la orientación cristalina debido a que representan planos y direcciones del cristal estudiado. El siguiente paso es lo que se conoce como indexación, que es la asignación de direcciones y planos reales a dichos diagramas. En la Figura 2-18 se muestran dos casos de la orientación cristalina de un mismo cristal con los diagramas de Kikuchi indexados y su representación de esferas.



(a)



(b)

Figura 2-17. Principio de funcionamiento del EBSD. a) Representación de la difracción de electrones en una muestra. b) Ejemplo de diagrama de Kikuchi para una muestra de níquel a un voltaje de aceleración de 20 KV [32]

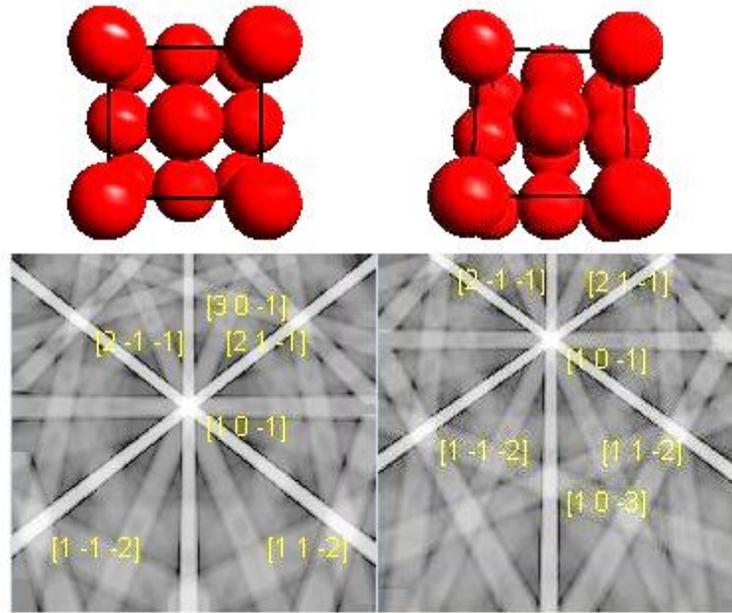


Figura 2-18. Orientación cristalina de una celda CCC con diagramas de Kikuchi y su relación con la representación de esferas [34].

Los avances en esta técnica van cada día en aumento de tal manera que actualmente un estudio de EBSD puede dar resultados tales como: orientación cristalina, *misorientación*, tamaño de grano, textura global, textura local, caracterizaciones de fronteras de grano, e incluso orientaciones en 3D [32]. En la Figura 2-19 se muestra un esquema general del funcionamiento y elementos utilizados en esta técnica.

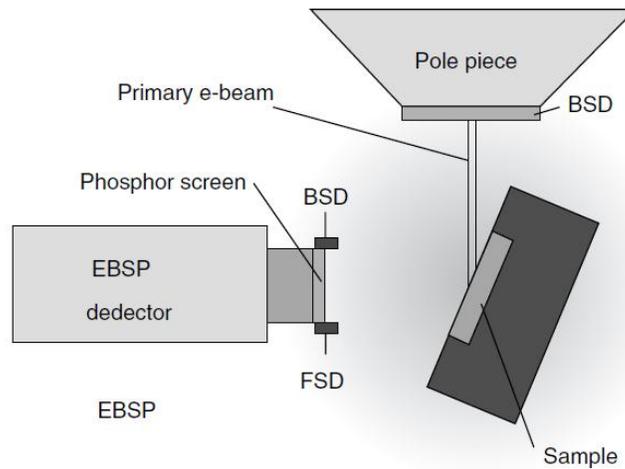


Figura 2-19. Arreglo de la muestra una muestra para medir su orientación cristalina usando la técnica EBSD [34]

La orientación cristalina es medida respecto a un sistema coordenado ortogonal definido en la muestra. Generalmente el sistema es alineado con las direcciones usadas en mediciones de textura en el rolado de materiales. El eje X es paralelo a la dirección de rolado (RD) de la muestra, el eje Y es paralelo a la dirección transversal (TD) y el eje Z es paralelo a la dirección normal (ND) como se aprecia en la Figura 2-20. Los datos obtenidos en el estudio, al igual que los

correspondientes a los elementos del ST, están referidos a la celda unitaria [34]. La relación entre la orientación de la base que define a la celda unitaria y la base de la muestra es descrita por una función de orientación G . Dicha función relaciona las direcciones de la base de la celda unitaria r_c con las direcciones r_s que están descritas en la base de la muestra, esta relación se define como $r_c = Gr_s$. Los componentes de esta función son las direcciones de la base canónica en coordenadas de la base de la muestra.

$$G = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_1 \\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_2 & \cos\gamma_2 \\ \cos\alpha_3 & \cos\beta_3 & \cos\gamma_3 \end{bmatrix}$$

En la Figura 2-20 se muestran cómo se definen los ángulos α_1 , β_1 y γ_1 respecto a un eje de la celda unitaria en la dirección $[1\ 0\ 0]$.

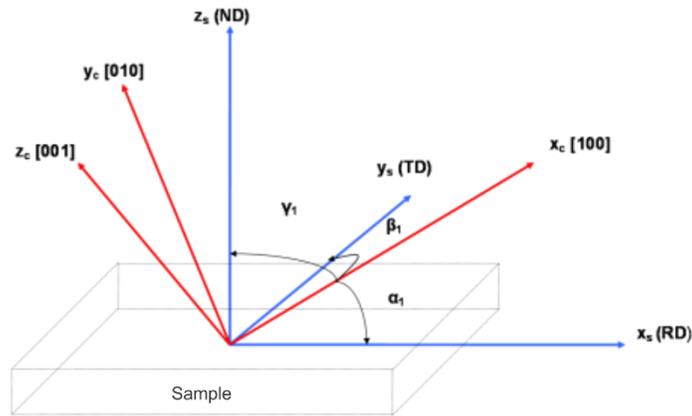


Figura 2-20. Relación entre las bases de la celda unitaria y la muestra [34]

Un método común para representar la orientación de un cristal es usando la nomenclatura $\{hkl\} \langle uvw \rangle$. En esta representación el plano definido por $\{hkl\}$ es un plano paralelo al plano ND y la dirección $\langle uvw \rangle$ es una dirección paralela a la dirección RD .

En la Figura 2-21 se ejemplifica una celda con orientación $\{1\ 1\ 0\} \langle 0\ 0\ 1 \rangle$, donde (110) representa al plano ND , y la dirección $[001]$ paralela a RD [34].

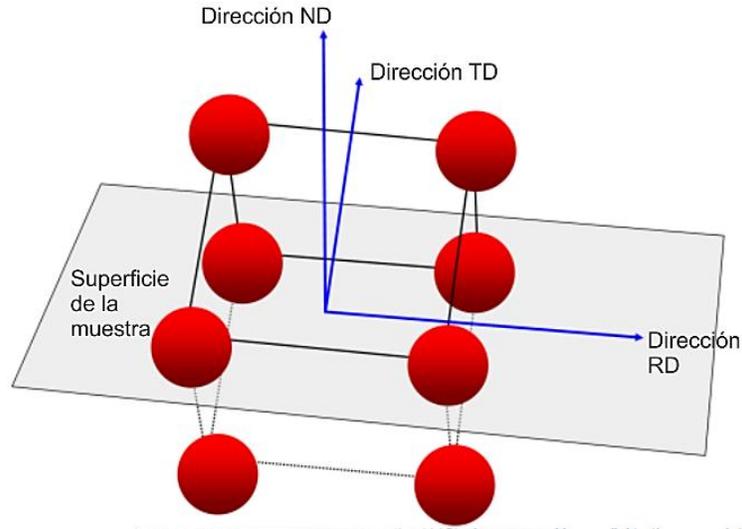


Figura 2-21. Nomenclatura $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ usada para definir la orientación [34].

Los datos de obtenidos mediante EBSD son procesados, y mediante software los patrones obtenidos se asocian a un color asignado de acuerdo con su posición en el diagrama inverso de polos como se aprecia en la Figura 2-22.

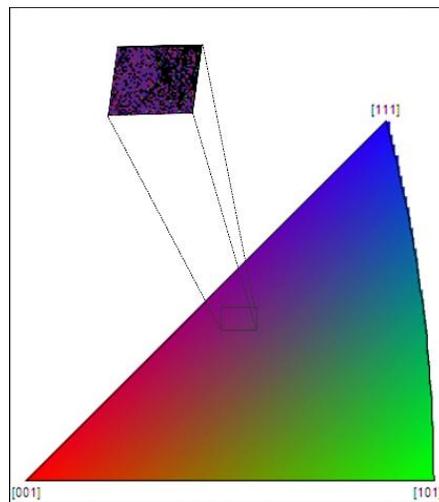


Figura 2-22. Patrones de colores asociados a la orientación cristalina de la muestra [34]

El mapa de colores de la muestra permite visualizar la orientación de grano referida a la celda unitaria, mediante un “código de colores”. Este diagrama es un esquema de colores RGB que asigna valores a los componentes de orientación. En estructuras cúbicas, los colores rojo, verde y azul son asignados a los ejes $\langle 001 \rangle$,

$\langle 101 \rangle$ y $\langle 111 \rangle$ respectivamente. Las orientaciones entre estas direcciones son una mezcla de los tres colores [34]. En la Figura 2-23 se puede observar la asignación de colores mencionada.

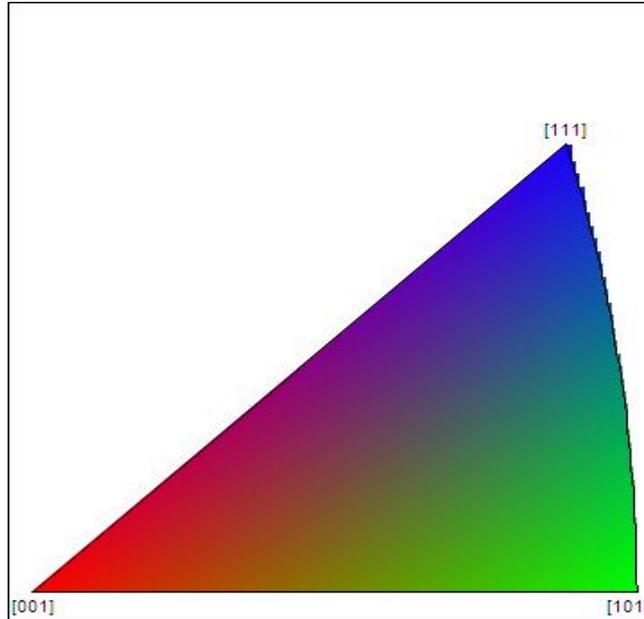


Figura 2-23. Diagrama inverso de polos [34]

2.3 Huella de una Variante de Martensita sobre la superficie de observación.

Como se mencionó anteriormente, una vez localizado el elemento del ST donde se genera el máximo FS o bien aquel donde se presenta el máximo cortante es posible simular huella que represente a dicho ST en la superficie de observación. Lo anterior se logra obteniendo la intersección del plano de hábito de correspondiente al elemento del ST activado y la superficie de observación. Es claro que la VM que aparecerá depende de la orientación cristalina así como del estado de esfuerzos.

Como es sabido en geometría analítica, la intersección de dos planos genera una línea recta. Dicha intersección representa la marca generada por la intersección del plano de hábito del elemento de transformación y el plano de observación. Es muy importante tener presente que ambos planos deben estar definidos en la misma base, en este caso en la base de observación. Es claro que el vector normal al plano

de hábito $\{n_t\}$ correspondiente a la VM que se formará está definido en la base canónica por lo que es necesario obtener sus componentes en la base de observación. Lo anterior se logra aplicando la función de transformación de la siguiente manera:

$$n_0 = A_{X \rightarrow X_0} \cdot n_t = \begin{pmatrix} Ax_0 \\ By_0 \\ Cz_0 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 2-15}$$

Donde: $n_t = \{nn_1, nn_2, nn_3\}$ es el vector normal al plano de hábito de la VM que se formara definido en la base canónica; $A_{X \rightarrow X_0}$ es la función que cambia de base a n_t y esta dada por la Ecuación 2-15.

Las componentes del vector n_0 definen un plano de la forma $Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0$, como se muestra en el esquema de la Figura 2-24, y la marca generada en la base de observación queda descrita por $Ax_0 + By_0 = 0$. En la Figura 2-25 se presentan las marcas de las 24 posibles VM que pueden formarse en la base de observación para un monocristal cuya orientación está dada por las direcciones $ND = \{4, -1, 18\}$, $TD = \langle 1, 22, 1 \rangle$, $RD = \langle 397, -14, -89 \rangle$.

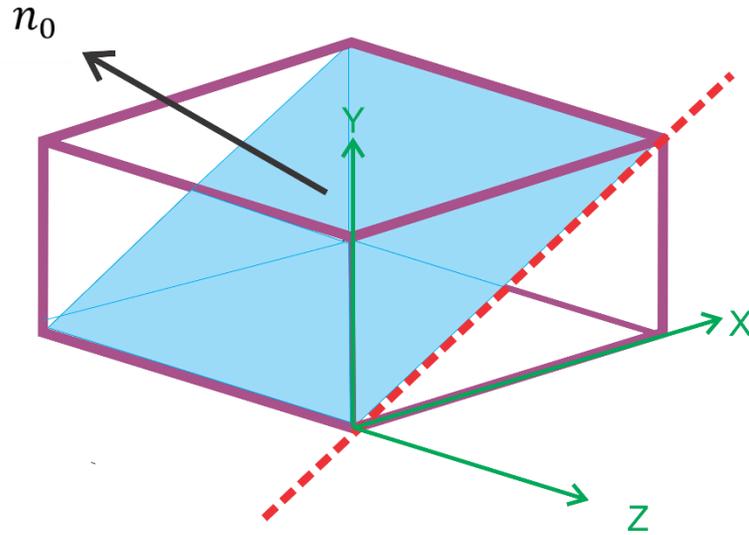


Figura 2-24. Intersección del plano de observación X-Y y el plano del ST en la base de observación.

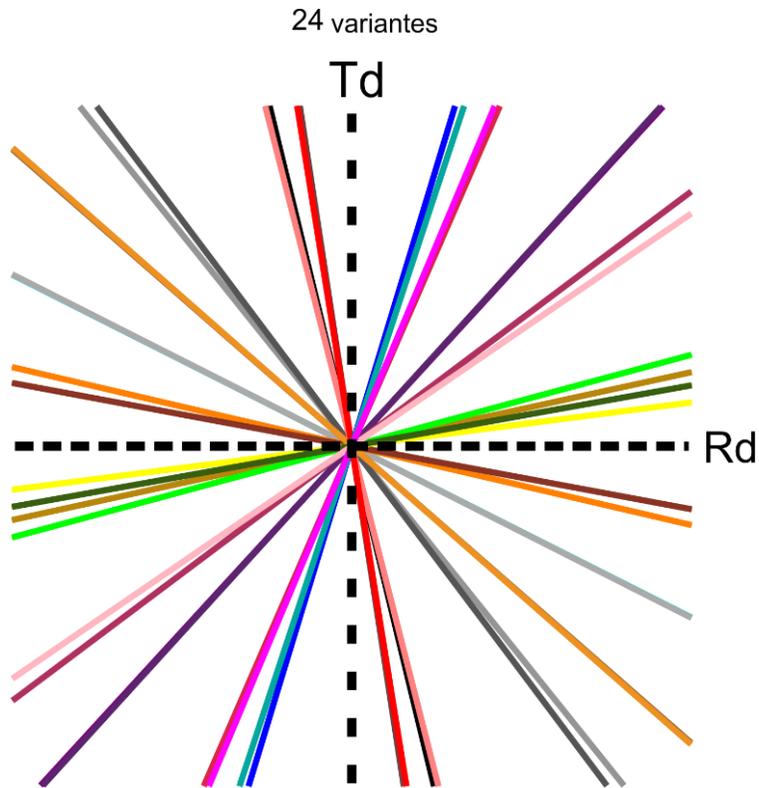


Figura 2-25. Marcas generadas en la base de observación representadas por las rectas n_{0i} $i = 1, 2, \dots, 24$

2.4 Modelación de la TMIE

Hoy en día existe un buen número de modelos matemáticos que simulan el comportamiento termo-mecánico de los MMF [30, 16] entre los cuales destaca el desarrollado por J. Cortés-Pérez [16] el cual integra aspectos físicos y cristalográficos de los MMF tales como: las temperaturas de transformación, el Sistema de Transformación y la orientación cristalina de la muestra. Este modelo simula el campo de desplazamiento asociado a la TMIE, además de otros aspectos del comportamiento de los MMF durante la TMIE como son [16]:

- a) La distorsión de la superficie de observación.
- b) La distorsión que sufre una marca testigo, grabada en la superficie de observación.
- c) Campo de desplazamientos asociado a la transformación.

El modelo propuesto por J. Cortés-Pérez consiste esencialmente en un campo de desplazamientos no homogéneo, continuo definido como:

$$u(x, y_T, z_T) = \begin{pmatrix} \delta f h w(y_T) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 2-16}$$

Dónde

δ Es la magnitud de cortante

f Es la fracción volumétrica de transformación

h Longitud de la placa de martensita a lo largo del eje x_T

y:

$$w(y_T) = \frac{fh + \sqrt{r_0^2 + y_T^2} - \sqrt{r_0^2 + (y_T - fh)^2}}{2fh} \quad \text{Ecuación 2-17}$$

En realidad, dicho campo considera tres regiones a lo largo del eje y_T (una en fase austenítica, otra en fase martensítica y una más en austenítica) que se distinguen durante la formación de una VM como se aprecia en la Figura 2-26. En estas regiones se muestra el desplazamiento asociado a la TMIE descritos en una base definida en por el plano de hábito y la dirección del cortante. El desplazamiento para cada región es:

$$u(x_T, y_T) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; & -\infty \leq y_T \leq 0 \\ \begin{pmatrix} \delta y_T \\ 0 \end{pmatrix}; & 0 \leq y_T \leq fh \\ \begin{pmatrix} \delta hf \\ 0 \end{pmatrix}; & fh \leq y_T \leq h \end{cases}$$

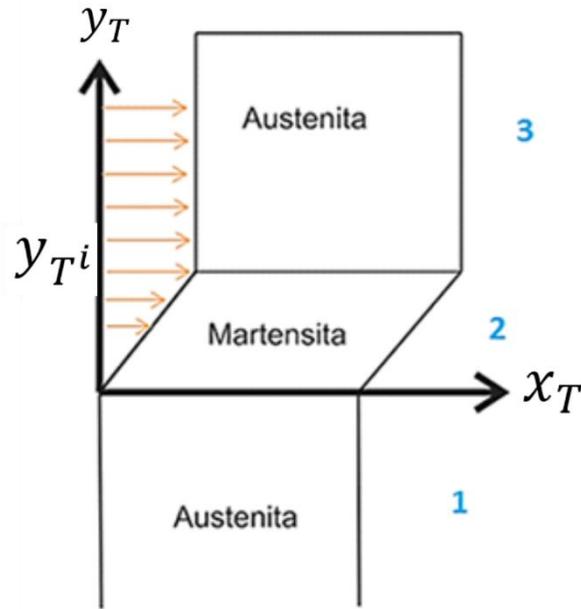


Figura 2-26. Representación esquemática de la TMIE en tres regiones.

Para representar el campo de desplazamiento definido en la Ecuación 2-16, J. Cortés-Pérez define una serie de tensores de transformación con lo cual es posible pasar de la base de transformación donde se define $u(x_T, y_T)$ a la base de observación definida en la superficie de observación de la muestra.

Como se aprecia en la Figura 2-27, se definen tres bases:

- La base de observación $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$, cuyos vectores unitarios son $\{e_{01}, e_{02}, e_{03}\}$
- La base "canónica" definida en la celda unitaria $X = \{x, y, z\}$ con vectores unitarios $\{e_1, e_2, e_3\}$ y
- La base del sistema de transformación $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ con vectores unitarios $\{e_{T1}, e_{T2}, e_{T3}\}$.

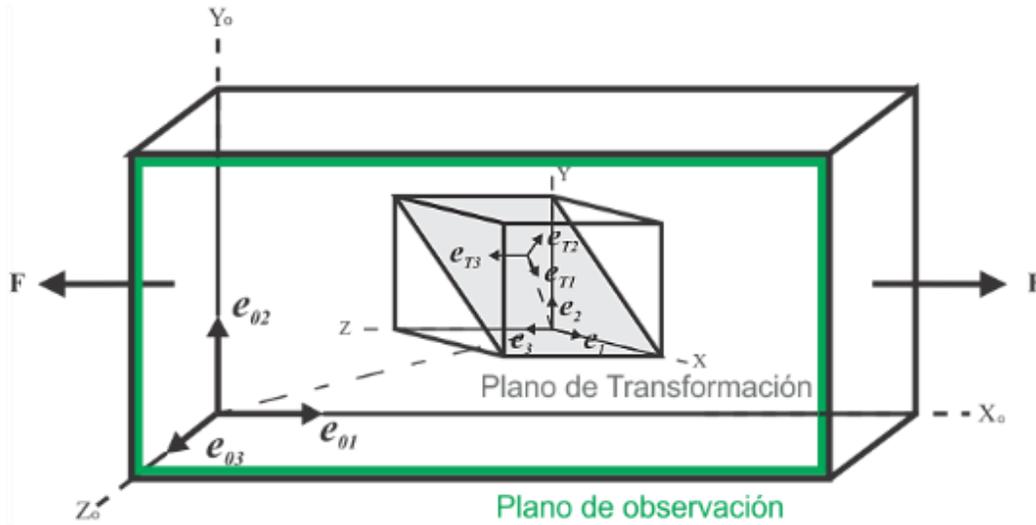


Figura 2-27. Bases usadas en el modelo de Cortes [31], base de transformación e_{Ti} , base de observación e_{0i} y base canónica e_i , $i = 1, 2, 3$.

La base $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ se define por los vectores $\{nn_i\}$ y $\{mm_i\}$, de tal manera que $\{x_T\} = \{mm_i\}$, $\{y_T\} = \{nn_i\}$ y $\{z_T\} = \{p_i\}$ la base $X = \{x, y, z\}$ queda definida por las tres direcciones principales de la celda cúbica de la fase austenítica, y la base $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$ se define, para una prueba de tensión simple, con la direcciones del eje de aplicación de la carga $\{x_0\}$ y un vector normal al plano de observación $\{z_0\}$ [16].

Para hacer el cambio de base tanto de vectores como de funciones, se utiliza el tensor de transformación $A_{X_T \rightarrow X_0}$ cuyos elementos se calculan utilizando el producto tensorial de los vectores unitarios de las bases correspondientes:

$$A_{X_T \rightarrow X_0} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_{X_0} \otimes e_{Ti} \quad \text{Ecuación 2-18}$$

Dónde:

$\{e_{Ti}\}_{X_0}$ $\{i = 1, 2, 3\}$, son los vectores de la base $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ referidos a la base $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$.

Si tanto e_{Ti} como e_{0i} son referidos a la base $X = \{x, y, z\}$, entonces:

$$A_{X_T \rightarrow X_0} = A_{X \rightarrow X_0} A_{X_T \rightarrow X} \quad \text{Ecuación 2-19}$$

Donde los tensores de transformación $A_{X \rightarrow X_0}$ y $A_{X \rightarrow X_T}$ permiten cambiar de la base $X = \{x, y, z\}$ a la base $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$, de la base $X = \{x, y, z\}$ a la base $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ y finalmente de la base $X_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ a la base $X_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$.

Los componentes de dichos tensores se pueden calcular conociendo los vectores de las bases e_T y e_0 referidos a la base X mediante las siguientes ecuaciones:

$$A_{X_T \rightarrow X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_X \otimes e_{Ti} \quad \text{Ecuación 2-20}$$

$$A_{X_0 \rightarrow X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{0i}\}_X \otimes e_{0i} \quad \text{Ecuación 2-21}$$

$$A_{X \rightarrow X_0} = [A_{X_0 \rightarrow X}]^{-1} = \sum_{i=1}^3 \{e_i\}_{X_0} \otimes e_i \quad \text{Ecuación 2-22}$$

2.4.1 Componentes de los tensores de transformación

Los componentes de los tensores $A_{X_T \rightarrow X}$ corresponden con los componentes de cada elemento del Sistema de Transformación es decir *direcciones/planos* para cada AMF. Por otro lado, los componentes del tensor de transformación $A_{X_0 \rightarrow X}$ se obtienen conociendo la orientación cristalina de la muestra.

El tensor de transformación $A_{X_T \rightarrow X}$ se compone por vectores de la base de transformación referidos a la base canónica. La representación matricial de este tensor se muestra por la Ecuación 2-23.

$$\begin{aligned} A_{X_T \rightarrow X} &= \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_X \otimes e_{Ti} = \begin{pmatrix} m_{1j} \\ m_{2j} \\ m_{3j} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1j} \\ n_{2j} \\ n_{3j} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_{1j} \\ p_{2j} \\ p_{3j} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_{1j} & 0 & 0 \\ m_{2j} & 0 & 0 \\ m_{3j} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & n_{1j} & 0 \\ 0 & n_{2j} & 0 \\ 0 & n_{3j} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_{1j} \\ 0 & 0 & p_{2j} \\ 0 & 0 & p_{3j} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_{1j} & n_{1j} & p_{1j} \\ m_{2j} & n_{2j} & p_{2j} \\ m_{3j} & n_{3j} & p_{3j} \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 2-23} \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{pmatrix} p_{1j} \\ p_{2j} \\ p_{3j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{1j} \\ m_{2j} \\ m_{3j} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} n_{1j} \\ n_{2j} \\ n_{3j} \end{pmatrix}$$

$$j = 1, 2, \dots, 24$$

El tensor de transformación $A_{X_0 \rightarrow X}$ se compone por vectores de la base de observación referidos a la base canónica. La representación matricial de este tensor se muestra por la Ecuación 2-24:

$$\begin{aligned}
 A_{X_0 \rightarrow X} &= \sum_{i=1}^3 \{e_{0i}\}_X \otimes e_{0i} = \begin{pmatrix} RD_1 \\ RD_2 \\ RD_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} TD_1 \\ TD_2 \\ TD_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ND_1 \\ ND_2 \\ ND_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} RD_1 & 0 & 0 \\ RD_2 & 0 & 0 \\ RD_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & TD_1 & 0 \\ 0 & TD_2 & 0 \\ 0 & TD_3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & ND_1 \\ 0 & 0 & ND_2 \\ 0 & 0 & ND_3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} RD_1 & TD_1 & ND_1 \\ RD_2 & TD_2 & ND_2 \\ RD_3 & TD_3 & ND_3 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 2-24}
 \end{aligned}$$

Donde RD , TD y ND son vectores paralelos a los vectores e_{01}, e_{02}, e_{03} respectivamente.

Finalmente, el campo de desplazamientos descrito por la Ecuación 2-16 es transformado a la base de observación mediante las Ecuaciones 2-25:

$$\begin{aligned}
 (x_T, y_T, z_T)^T &= A_{X_0 \rightarrow X_T} (x_0, y_0, z_0)^T \\
 u(x_0, y_0, z_0) &= A_{X_T \rightarrow X_0} u(x_T, y_T, z_T) \quad \text{Ecuación 2-25}
 \end{aligned}$$

Donde $A_{X_T \rightarrow X_0}$ fue definida por la Ecuación 2-19 y $A_{X_0 \rightarrow X_T}$ es su inversa.

3. Propuesta de una TAEF basada en Materiales con Memoria de Forma

Como se estableció desde el inicio, en el presente trabajo se propone una Técnica de Análisis Experimental de esfuerzo basada en la TM en MMF. Para elaborar la propuesta se considerarán los elementos que componen una TAEF que se describieron en el primer capítulo del presente trabajo. Así mismo, en el capítulo siguiente, se mostrarán de manera breve algunos casos en los que la aplicación de la técnica que proponemos resulta más conveniente que la aplicación de otras. A continuación se describen los elementos que conforman la TAEF que se propone en el presente trabajo.

3.1 Teoría aplicable.

Es este caso, la teoría utilizada es la de la TMIE que se presenta en MMF metálicos. Como se describió ampliamente en el capítulo dos, para un estado de esfuerzos dado, hoy en día existe la información y los procedimientos suficientes para identificar con muy buena precisión la VM que se formara en un MMF monocristalino así como la magnitud de los componentes de dicho esfuerzo si se conoce:

- a) Los elementos del sistema de transformación. Los cuales, como se mencionó en la Sección 2.1.1, se han reportado en la literatura para un buen número de AMF conocidas.
- b) La Orientación cristalina del material. Que puede determinarse usando la técnica llamada Electron backscattering diffraction (EBSD) conociendo los parámetros de red de la aleación como se describió en la sección 2.2.

La determinación de la VM que aparecerá dado un estado de esfuerzos puede realizarse de cualquiera de las dos formas siguientes:

- a) Construyendo el diagrama de transformación bajo esfuerzos planos. Si se trata de estados de esfuerzos uniaxiales o biaxiales como se describió en la

sección 2.1.2 se calcula el recíproco del FS para cada VM y generar los puntos que finalmente dan origen al diagrama.

- b) Cambiando la base del tensor de esfuerzos. Para determinar el plano de hábito en el que se induce el mayor esfuerzo de corte siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.1.3

Una vez determinada la VM que se formará, es posible calcular la “huella” que generará ésta en la superficie de observación. Para ello se debe seguir el siguiente procedimiento:

- a) Cambiar la base del vector normal al plano de hábito de la VM que se formará utilizando las Ecuaciones 2-19, 2-22 de la sección 2.4.
- b) Encontrar la intersección del plano de hábito con el plano de observación como se indicó en la sección 2.3.

Finalmente, determinar la magnitud de los esfuerzos inducidos por las cargas aplicadas es posible conociendo la siguiente información:

- a) El Factor de Taylor de la VM que se formará
- b) Las temperaturas críticas de material
- c) La razón de esfuerzo del material
- d) La temperatura de prueba

Con dicha información y utilizando las Ecuaciones 2-1, 2-6 es posible determinar con buena precisión los valores de los esfuerzos. Es importante mencionar que bajo determinadas condiciones, es posible que deban realizarse algunos análisis complementarios que también deben hacerse muchas veces cuando se utilizan otras técnicas.

Cabe destacar que para calcular la magnitud de los esfuerzos es conveniente utilizar los diagramas de transformación descritos en la sección 2.1.2 para lo cual será necesario calcular esfuerzos y direcciones principales.

En el diagrama de la Figura 3-1, se muestran los conceptos teóricos fundamentales en los que se basa la TAEF basada en la TMIE en MMF que se propone en el presente trabajo.

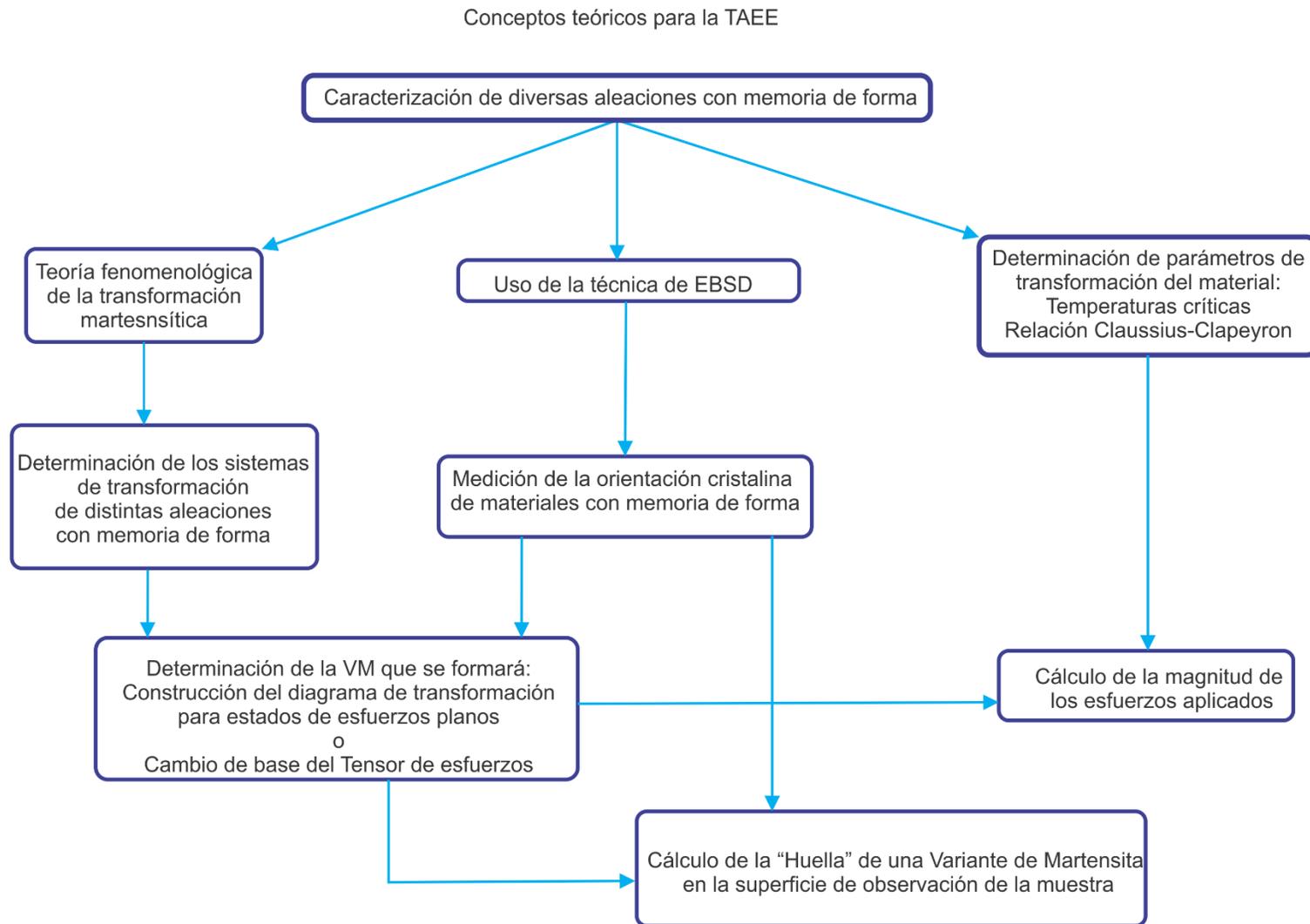


Figura 3-1. Teoría aplicable a la TAEF propuesta.

3.2 Instrumento unitario

Con base en lo presentado en el capítulo uno, en la presente sección será definido el siguiente elemento que compone la TAEF basada en la TMIE en MMF que se propone, es decir al denominado: “Instrumento unitario”.

Como se mencionó anteriormente, el “instrumento unitario” es diseñado a partir la teoría que relaciona el cambio en una variable mecánica con el cambio en una propiedad del material. Considerando lo anterior, en este caso el “instrumento unitario” es uno modelo físico de la pieza a estudiar fabricado a partir de una barra monocristalina de un material con memoria de forma metálico del cual se conozca:

- a) La orientación cristalina
- b) Las temperaturas críticas
- c) El sistema de transformación

Según se reporta en la literatura es posible fabricar piezas monocristalinas de distintas Aleaciones con Memoria de Forma de manera relativamente simple a través de técnicas basadas en el método de Bridgman [35, 36]. Estas técnicas se basan en la solidificación del material fundido, dentro de un crisol con salida cónica, desde una zona caliente a una zona fría dentro de un horno a velocidades lentas. Mediante dichas técnicas se han generado piezas de sección circular pequeña, con diámetros de 20mm [35]. Es evidente que la fabricación del modelo puede resultar costosa, sin embargo en los casos en los que la precisión que se requiere lo justifica o bien, como se verá posteriormente, comparando este costo con el del aparato de medición que requieren otras técnicas puede resultar menos costoso de lo que parece.

Como se describió detalladamente en el capítulo 2, la orientación cristalina del material se obtiene realizando un estudio de EBSD a una muestra del material para lo cual debe conocerse datos de cristalográficos como el tipo de celda, parámetro de red, grupo espacial al que pertenece la celda unitaria del material, etc. [31]. Como

se expuso en la sección 2.3 el resultado que arroja el estudio son patrones de colores asociados a un diagrama inverso de polos o bien puntos en el plano estereográfico de la fase austenítica. Así mismo, los equipos que se usan para este fin muestran como resultado los llamados patrones de Kikuchi, los ángulos de Euler o bien los índices de Miller de las orientaciones correspondientes.

Aunque parecería complejo realizar esta medición hoy en día existe un gran número de laboratorios en el mundo que cuentan con microscopios electrónicos de barrido dotados del dispositivo para analizar electrones retro-dispersados por lo que es razonable considerar que dichos estudios abatirán su costo en el corto plazo.

En lo que se refiera a la medición de las temperaturas críticas es necesario realizar un estudio llamado: Calorimetría Diferencial de Barrido o bien una prueba de resistividad en cuatro puntos a una muestra del material. En particular, los calorímetros diferenciales se pueden encontrar en muchos laboratorios en México y el mundo por lo que la determinación de estos parámetros del material no represente un gran problema. En la Figura 3-2 se muestra una gráfica típica que arroja una Calorimetría Diferencial de Barrido practicada a un MMF donde se aprecian los “picos” exotérmico y endotérmico que indican la transformación martensítica y su inversa que tienen lugar en el material. Como muestra en la Figura 3-3, las temperaturas M_s , M_f así como las A_s y A_f son obtenidas realizando una medición de manera gráfica, a través del trazo de tangentes que inician en el “pico” de la región de transformación y terminan en la intersección de la línea de calentamiento y enfriamiento [35].

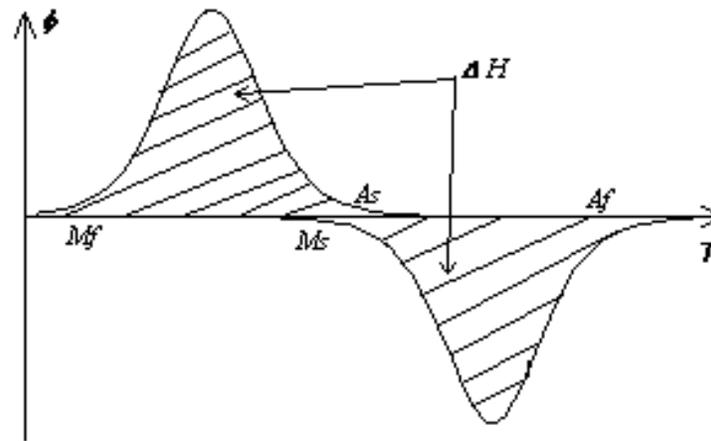


Figura 3-2. Curva flujo de Calor-Temperatura, típica de una prueba de calorimetría diferencial de barrido en un material con memoria de forma [16]

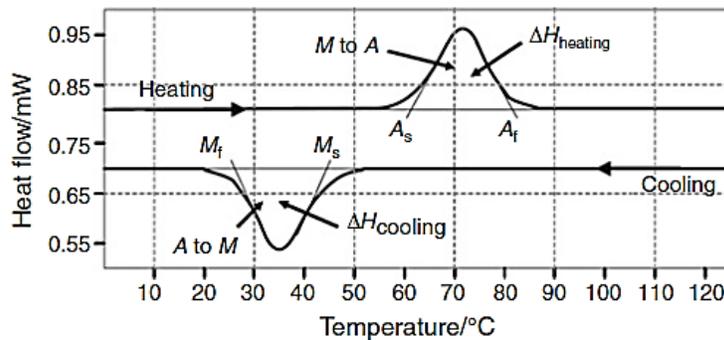


Figura 3-3. Curva típica DSC de una AMF donde se muestran las temperaturas de transformación y el calor latente de transformación durante el calentamiento y enfriamiento [37].

Por otra parte, en cuanto al sistema de transformación del material, como se mencionó antes, existe en la literatura una gran cantidad de información para varias AMF por lo que se recomienda elegir una aleación de la cual exista información disponible y que sea fácil de fabricar. En el presente trabajo, se presentan resultados de pruebas realizadas en muestras monocristalinas de una aleación de Cu-Al-Be cuyo Sistema de Transformación es conocido ya que se encuentra reportado en la literatura, al igual que los de al menos 10 AMF [24]. En la Tabla 3-1 se muestra una tabla de los ST de AMF reportados.

Tabla 3-1. Sistemas de Transformación para diferentes AMF [24]

SMA	Transformation	Shear amplitude	Habit plane	Shear direction	Reference
NiTi	B2→B19	0.1307	{0.2152, 0.4044, 0.8889}	$\langle \overline{0.7633}, 0.4981, \overline{0.4114} \rangle$	Otsuka, Sawamura and Shimizu (1971)
AuCd	B2→P3†	0.0079	{0.0711, 0.2675, 0.9609}	$\langle \overline{0.9673}, 0.2166, \overline{0.1319} \rangle$	Ohba, Emura and Otsuka (1992)
Cu-Al-Ni	D0 ₃ →2H	0.0932	{0.2603, 0.6347, 0.7276}	$\langle \overline{0.1384}, 0.7213, \overline{0.6787} \rangle$	Otsuka and Shimizu (1974)
Cu-Zn-Al	D0 ₃ →18R	0.1866	{0.1999, 0.6804, 0.7050}	$\langle \overline{0.1856}, \overline{0.7328}, 0.6546 \rangle$	Chakravorty and Wayman (1989)
Cu-Zn-Ga	D0 ₃ →18R	0.1779	{0.1434, 0.6965, 0.7031}	$\langle \overline{0.1392}, \overline{0.7176}, 0.6824 \rangle$	Saburi, Nenno, Kato and Takata (1976)
Cu-Zn	B2→9R	0.1769	{0.1364, 0.6963, 0.7074}	$\langle \overline{0.1313}, \overline{0.7204}, 0.6810 \rangle$	Tadaki, Tokoro and Shimizu (1975)
NiAl	B2 → L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	$\langle \overline{0.0904}, \overline{0.7196}, 0.6885 \rangle$	Aoki, Morii, Murakami and Otsuka (1994)
NiAl45	B2→ L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	$\langle \overline{0.7650}, \overline{0.5088}, 0.3948 \rangle$	
NiAl90	B2→ L1 ₀ (3R)	0.1222	{0.0937, 0.6944, 0.7135}	$\langle \overline{0.9923}, \overline{0.0072}, 0.1233 \rangle$	

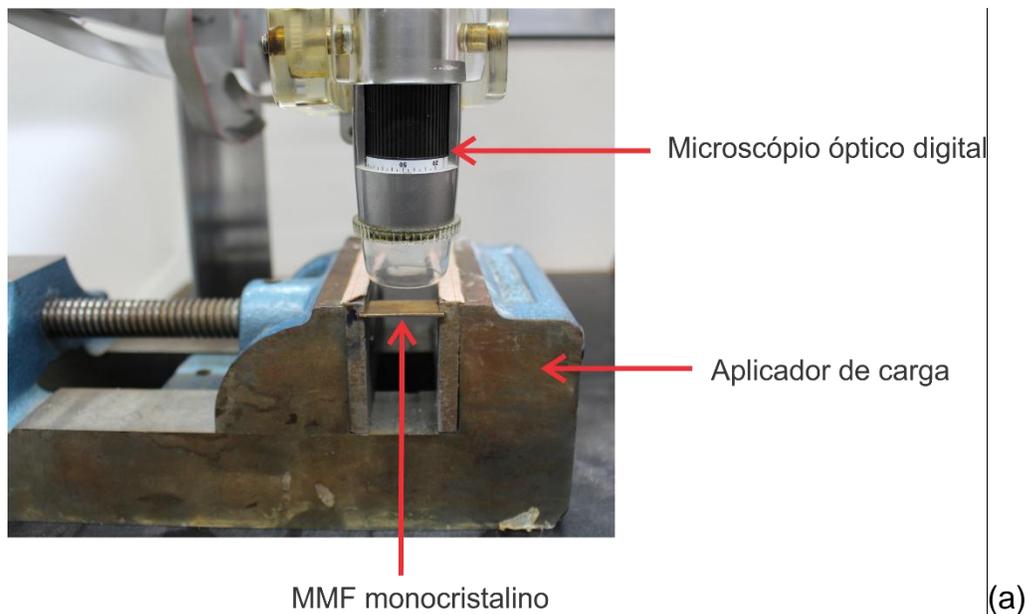
† Space group designation.

Es importante mencionar que el “modelo” al que se refiere en este capítulo debe ser sometido a condiciones de frontera similares a las que se somete la pieza real y si es posible, es recomendable que se incorpore en la estructura real o bien sea diseñado un sistema de simule con la mayor aproximación posible las condiciones reales de servicio de la pieza que se estudiará.

3.3 Aparato de activación y/o medición

En este punto, como se describió en el primer capítulo, se hará referencia al aparato que permite la medición concreta de la variable mecánica que se busca en la prueba o bien que hace “legible” la respuesta del “instrumento unitario”.

En el caso de la TAEE basada en la TMIE en MMF que se propone, dicho aparato es básicamente un microscopio óptico digital dotado de un software esencial para el análisis de imágenes con el cual es posible medir la inclinación de la o las “huellas” que aparecerán en la superficie de observación. En la Figura 3-4a se muestra la fotografía de un microscopio óptico digital mediante el cual se pueden obtener micrografías a través software básico de análisis de imágenes. Con dicho dispositivo es posible medir distancias y ángulos en las imágenes capturadas, como se aprecia en la Figura 3-4b



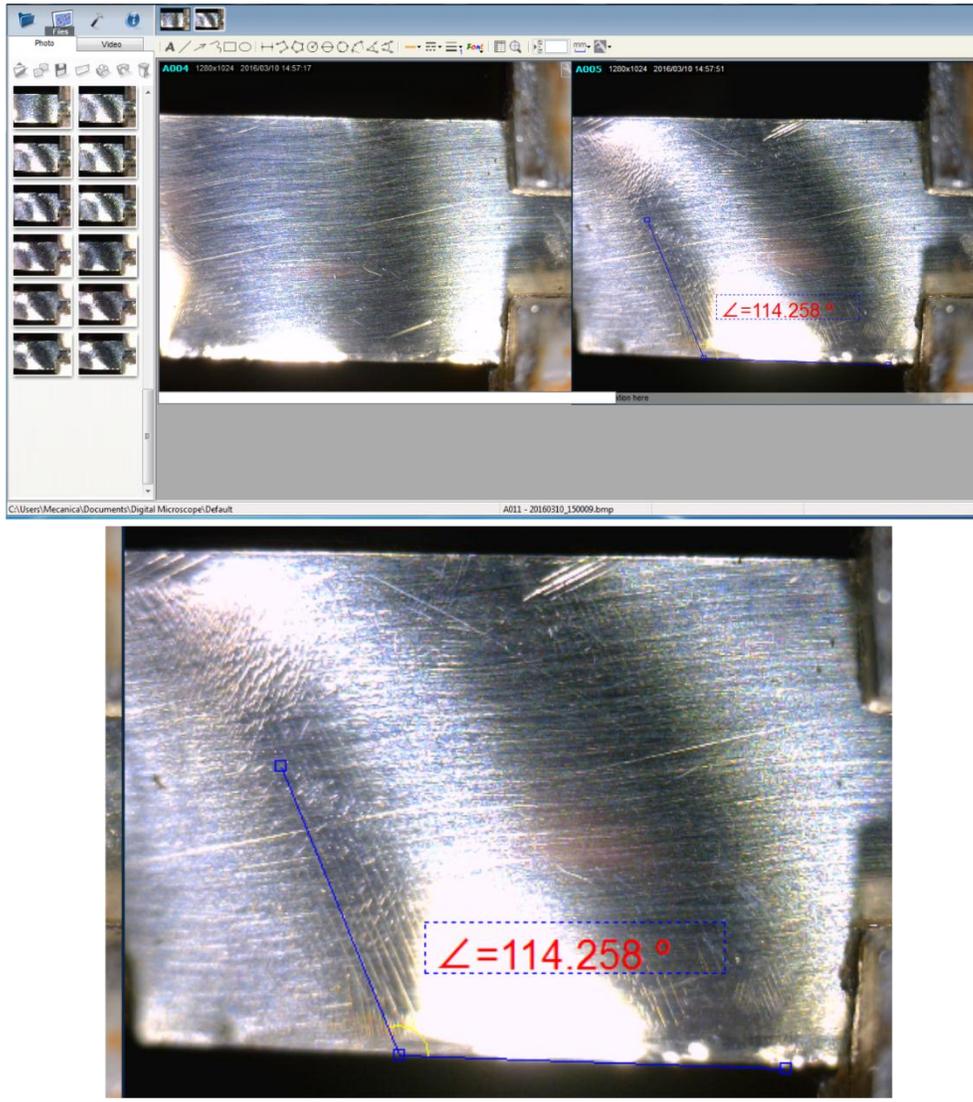


Figura 3-4. Aparato de medición: a) microscopio óptico digital, b) software del microscopio.

Es importante mencionar que las “huellas” que producen las VM en un material monocristalino pueden observarse a simple vista sólo estando pulida la superficie de observación como se muestra en la Figura 3-5. No obstante, para tener certeza en la observación es recomendable que se obtenga una micrografía ampliada de la superficie en cuestión asegurando que el microscopio se encuentra en posición perpendicular. Así mismo, la medición de la inclinación de la “huella” puede realizarse manualmente o con un software que permita analizar imágenes, como el

que se presenta en la Figura 3-4b y en la Figura 3-6, pero sería muy recomendable utilizar un analizador de imágenes que identifique de manera automática la inclinación mencionada.

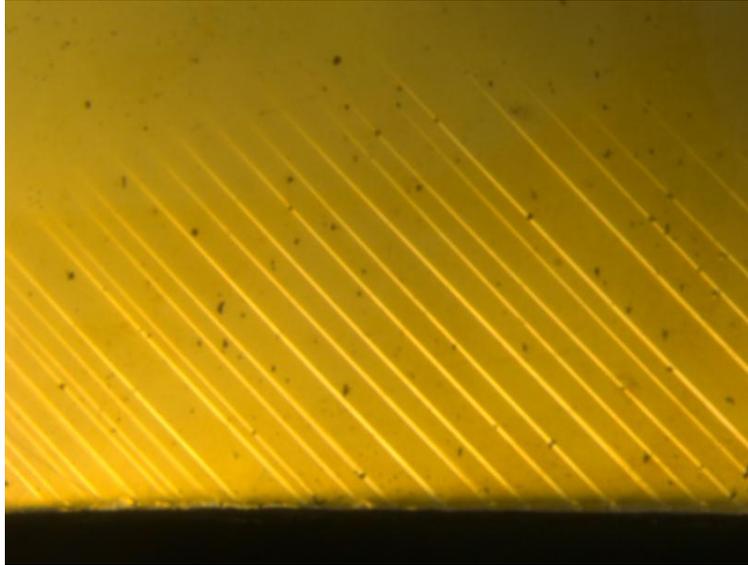
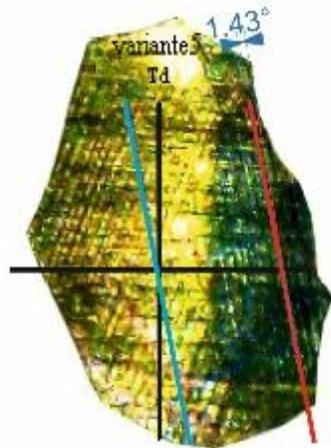


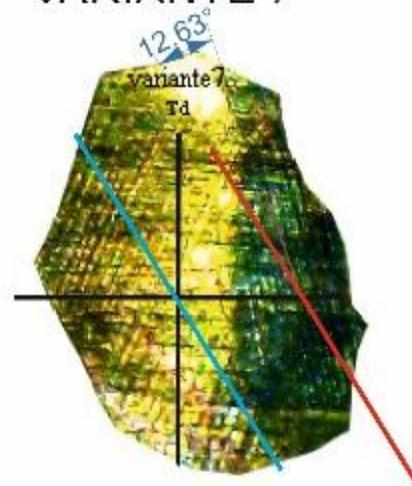
Figura 3-5. Superficie pulida de una muestra monocristalina Cu-Al-Be sujeta a tensión simple [32].

Así mismo, sería deseable contar con un software que simule la formación de las VM que se formaría hipotéticamente, que realice la operación de identificación de la VM formada y determine la magnitud de los esfuerzos al menos para casos simples o conocidos. Para realizar lo anterior, como se discutió en la sección 2.4, existe un modelo matemático reportado en la literatura [16] capaz de simular la formación y crecimiento de la VM que aparecerá en el material si es que se somete al estado de esfuerzos supuesto.

VARIANTE 5



VARIANTE 7



VARIANTE 16

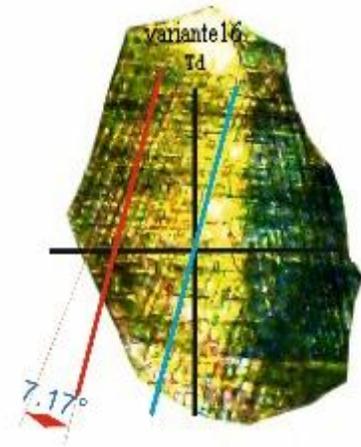


Figura 3-6. Comparación de VM mediante un software comercial [38]

Como se mencionó en el capítulo 1, las TAEF pueden ser aplicadas en al menos tres casos: en análisis de estructuras, material didáctico y en sistemas de control, y de hecho, pueden ofrecer ventajas respecto a otras técnicas para algunos de ellos, lo cual puede ser suficiente para considerarla como una alternativa viable por su simplicidad, costo, seguridad, etc.

Finalmente, en la Tabla 3-2 se muestran los elementos que componen la TAEF propuesta en el presente trabajo y se definen los elementos que la forman a partir del análisis de las TAEF descrito en el capítulo 1. Así mismo, en la Tabla 3-2 se muestran los mismos elementos para otras TAEF discutidas en el capítulo 1 del presente trabajo.

Por otro lado, en el siguiente capítulo se discuten algunas de las aplicaciones de la TAEF basada en la TMIE en MMF que se consideran más importantes.

Tabla 3-2. Elementos de la TAEЕ propuesta.

TAEЕ	CLASIFICACIÓN DE LA TÉCNICA	PRINCIPIO DE OPERACIÓN	INSTRUMENTO UNITARIO	APARÁTO DE ACTIVACIÓN Y/O MEDICIÓN
TAEЕ BASADA EN LA TMIE EN MMF MONOCRISTALINOS	De campo	Determinación teórica de la “huella” de las VM inducidas por esfuerzo y de la magnitud de los esfuerzos inducidos	MMF Monocristalino, cuyos parámetros son conocidos: orientación cristalina, temperaturas de transformación relación de esfuerzo, etc.	Microscopio óptico con un analizador de imágenes para analizar las “huellas” generadas por las VM formadas al someter el material a un determinado estado de esfuerzos
EXTENSOMETRÍA ELÉCTRICA	Puntual	Elongación de un alambre- Cambio de resistividad	Extensómetro	Puente de Wheatstone y/o potenciómetro
FOTOELASTICIDAD POR TRANSMISIÓN	De campo	Cambio de índice de refracción de luz – diferencia de deformaciones principales	Modelo foto elástico	Polariscopio de transmisión
FOTOELASTICIDAD POR REFLEXIÓN	De campo	Cambio de índice de refracción de luz – diferencia de deformaciones principales	Película foto elástica	Polariscopio de reflexión

4. Aplicaciones de la TAEF propuesta

En este capítulo se presenta y analiza la implementación de la TAEF propuesta en distintas aplicaciones: análisis estructural, aplicaciones didácticas, así como su posible uso en sistemas de control. Para dicha implementación, se analizan casos reportados en la literatura donde se observa y predice la formación de VM bajo arreglos de carga conocidos. Además, se presentan casos hipotéticos para mostrar la versatilidad de la TAEF en casos didácticos. Finalmente, se analizan casos para su posible uso en control. Para ello, se analizan diversos elementos de MMF monocristalinos sujetos a distintos arreglos de carga, en los cuales se predice la formación de variantes de martensita. Así mismo en cada caso se presenta la TAEF utilizada en cada caso con el fin de comparar ambos procedimientos.

4.1 Análisis estructural

En esta sección se presenta como se determinan, para el análisis estructural, los esfuerzos en un sólido sujeto a distintos arreglos de carga a través de las TAEF para tres casos distintos: concentración de esfuerzos en un elemento con entalladura en la parte central sujeto a tensión simple, flexión en tres puntos y pandeo de columnas. Además de señalar las herramientas y el método de análisis en cada caso, se presenta la metodología de la TAEF que se propone para analizar y determinar esfuerzos bajo las condiciones mostradas.

4.1.1 Concentración de esfuerzos

El efecto conocido como “concentración de esfuerzos” es considerado como una condición donde la distribución de esfuerzos en un elemento es abrupta, tal que dentro de una distancia muy pequeña existe un incremento excesivo en la intensidad de los esfuerzos [39]. La concentración de esfuerzos es un fenómeno localizado en discontinuidades geométricas de un cuerpo. Dichas discontinuidades producen un aumento del esfuerzo “nominal” en las cercanías de la discontinuidad. Un caso típico de este efecto se presenta en una muestra sometida a tensión simple la cual tiene muescas en la parte central como se muestra en la Figura 4-1. Como se ve en la Figura 4-1 y en la Figura 4-2, entre más abrupto sea el cambio de sección, es decir entre más pequeño sea la razón $\frac{r}{d}$ de la región de transición, mayor será el incremento en la magnitud de los esfuerzos inducidos por la carga. En realidad el efecto de concentración de esfuerzos se presenta siempre que en la

geometría de la pieza en estudio se presenten cambios de sección con radios agudos, o bien orificios como se aprecia en la Figura 4-3.

Como se sabe, la observación y medición de la concentración de esfuerzos en piezas mecánicas es posible sólo mediante el uso de técnicas de campo como la fotoelasticidad. Como se ha mostrado en las figuras anteriores, la fotoelasticidad permite identificar con mucha facilidad las concentraciones de esfuerzos ya que en los patrones isocromáticos los distintos órdenes de franja convergen hacia los puntos donde se cumple dicha condición. Como es sabido conociendo el orden de franja es posible conocer la magnitud de la deformación en un punto que se encuentra en la frontera del cuerpo y si se conoce el módulo elástico del material se puede conocer con precisión la magnitud el esfuerzo inducido.

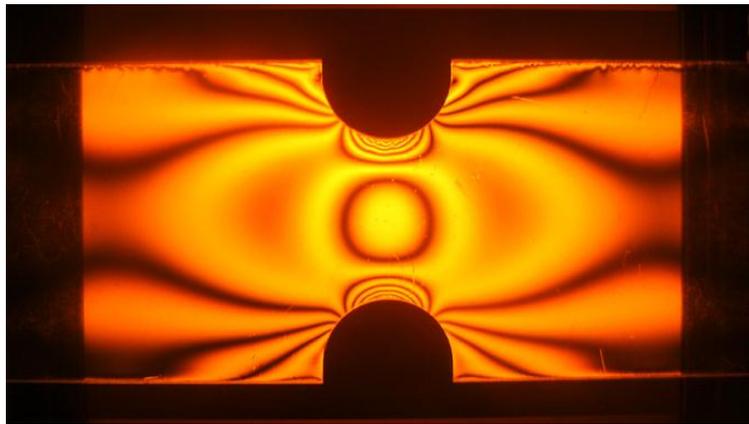


Figura 4-1. Concentración de esfuerzos en un elemento con muescas sujeto a tensión [40]

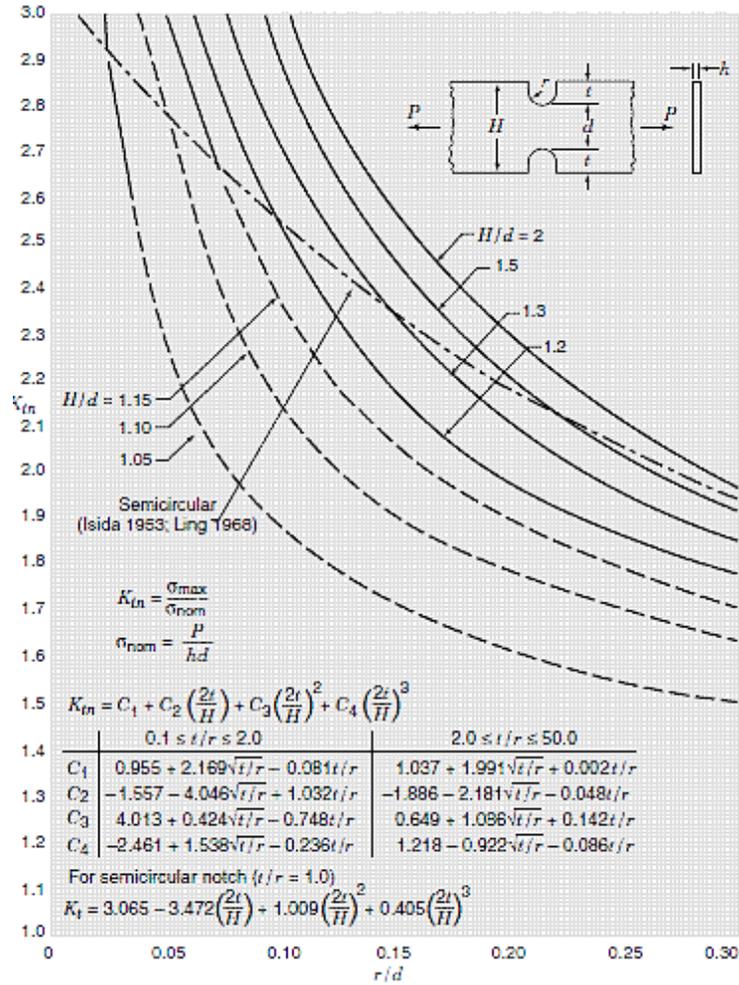


Figura 4-2. Factores de concentración de esfuerzos K_{tn} para un elemento con muescas en el centro sujeto a tensión simple [41].

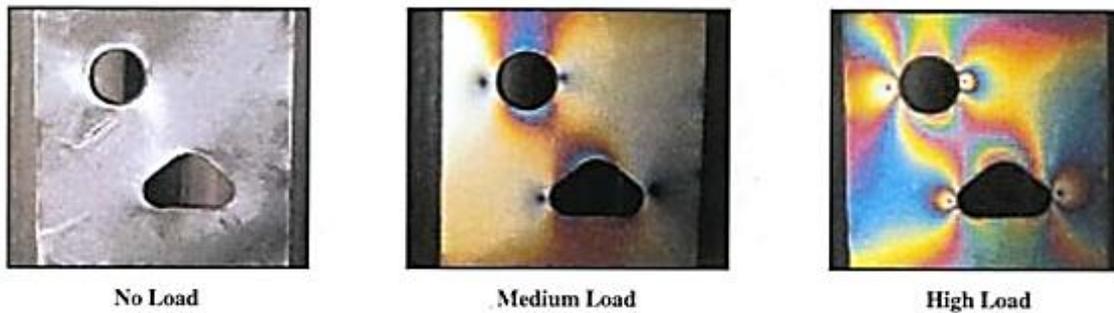


Figura 4-3. Orificios en un modelo fotoelástico sujeto a tres niveles de carga [42].

Por otro lado, recientemente se reportó en la literatura [32] un estudio donde se mostró el comportamiento mecánico de una muestra monocristalina fabricada con una aleación de Cu-Al-Be con Memoria de Forma sujeta a tensión simple. En dicho estudio presentan la muestra (M), la cual presenta una entalladura en la zona central y bordes redondeados en las zonas adyacentes como se aprecia en la Figura 4-4. La orientación cristalina del monocristal fue obtenida mediante la técnica EBSD y resultado ser: $RD = [-0.96, -0.25, -0.03]$, $TD = [-0.04, 0.05, 0.98]$, $ND = [-0.25, 0.96, -0.06]$.

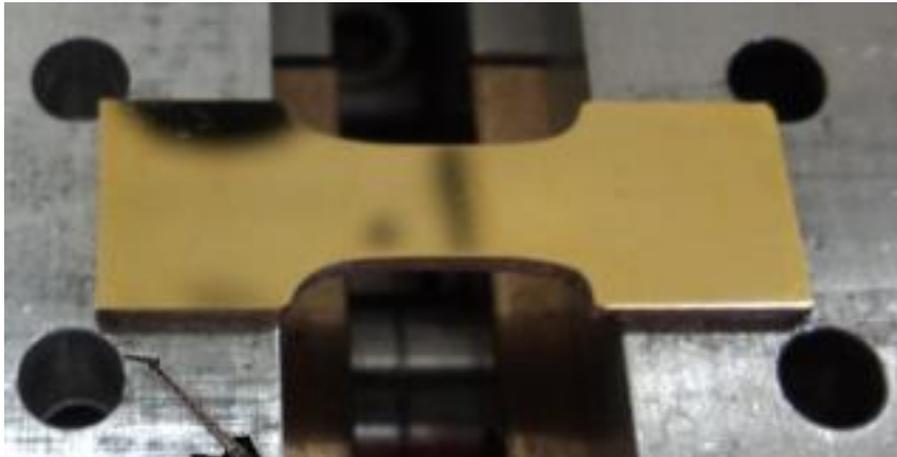


Figura 4-4. Muestra monocristalina (M) sujeta a tensión simple [32].

De la prueba realizada se reportan micrografías donde se aprecian las “huellas” de las VM que se formaron en la muestra (M) debido a la carga de tensión aplicada en la dirección horizontal (RD). De las micrografías se destacan tres zonas de interés: la parte central y sus extremos derecho e izquierdo, las cuales se muestran en la Figura 4-5b, Figura 4-5c, y Figura 4-5a respectivamente. Claramente se aprecia que se forma la huella de una sola VM en la parte central mientras que en las regiones cerca de la entalladura se presentan al menos 3 nuevas huellas que no coinciden con la primera.

Para explicar el efecto observado se tomaron los datos de la muestra, es decir: el ST y la orientación de la misma, para calcular el diagrama de transformación que se muestra en la Figura 4-6. Así mismo, utilizando las Ecuaciones 2-5 y 2-15 se

calcularon las “huellas” de las tres VM con menor Factor de Taylor a lo largo del eje *RD*. Dicha “huellas” se muestran en la Figura 4-8 mientras que en la Figura 4-8 se comparan con las que se forman en la parte central y los bordes redondeados de la muestra. Como se puede ver claramente en la Figura, las VM que se forman en las partes cercanas a las discontinuidades geométricas tienen mayor Factor de Taylor y por lo tanto se puede asegurar que requirieron mayor esfuerzo para inducirse, es decir, indican que en dicha región se presentó una concentración de esfuerzos.

Así mismo, considerando la temperatura M_s del material, la cual según se reporta en la literatura [32] es -62°C , la razón $R = 1.97 \frac{\text{MPa}}{^{\circ}\text{C}}$ y la temperatura de prueba $T = 25^{\circ}\text{C}$, se calcularon las magnitudes de los esfuerzos inducidos para cada una de las VM formadas en la muestra (M) de la Figura 4-5 mediante la Ecuación 4-1. Dichos valores se muestran en la en la Tabla 4-1.

$$\sigma = \frac{R(T-M_s)}{FS} \quad \text{Ecuación 4-1}$$

Tabla 4-1. Esfuerzos que indujeron las VM inducidas en la muestra (M).

<i>Variante de Martensita formada</i>	<i>FS</i>	<i>Esfuerzo inducido MPa</i>
8	0.498	343
13	0.492	348
20	0.441	388
18	0.427	400

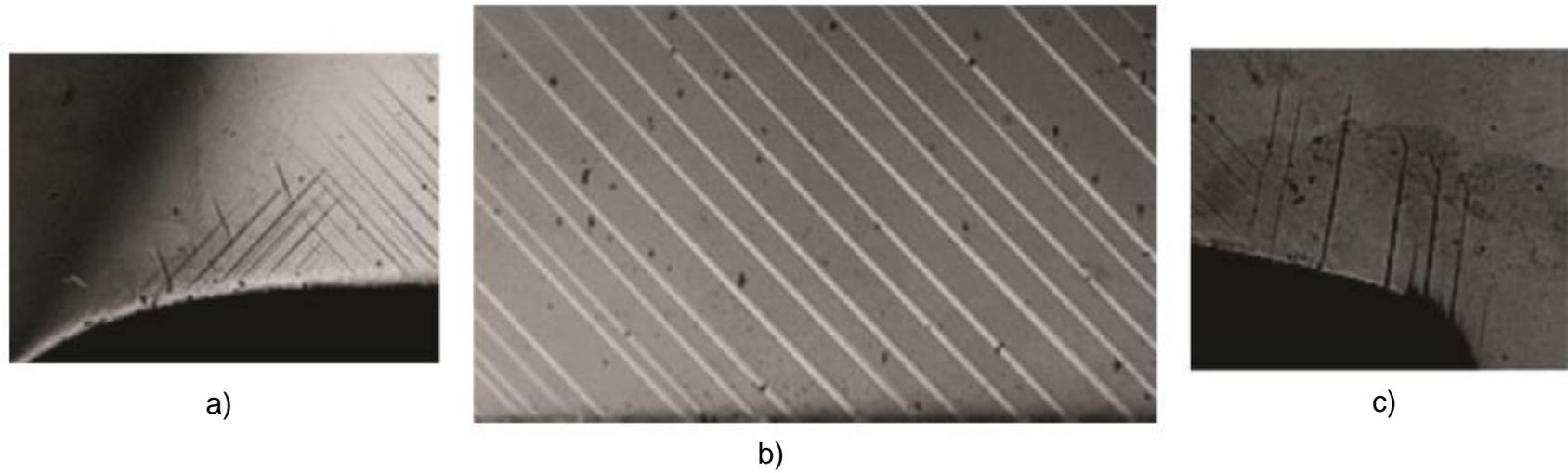


Figura 4-5. VM formadas en prueba a tensión simple: a) en lado izquierdo, b) sección central y c) lado derecho [32]

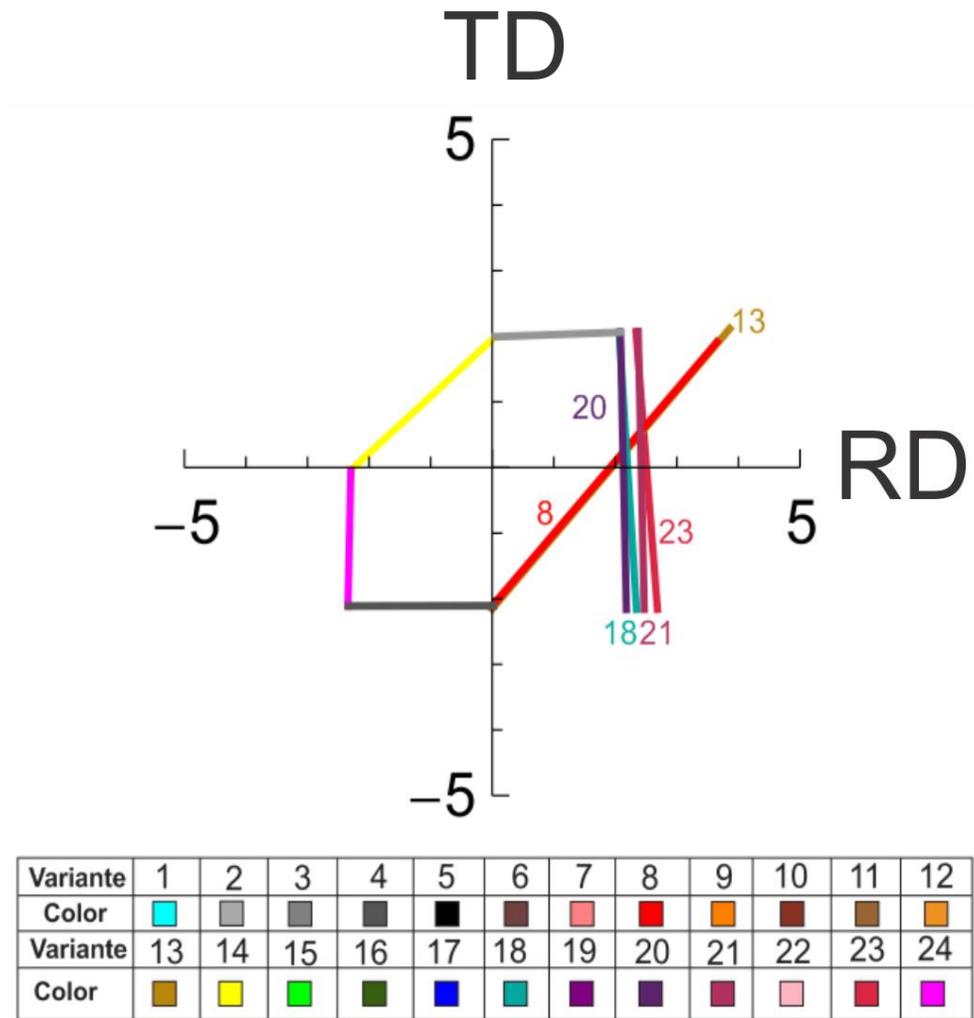


Figura 4-6. Diagrama de transformación del monocristal (M) [32].

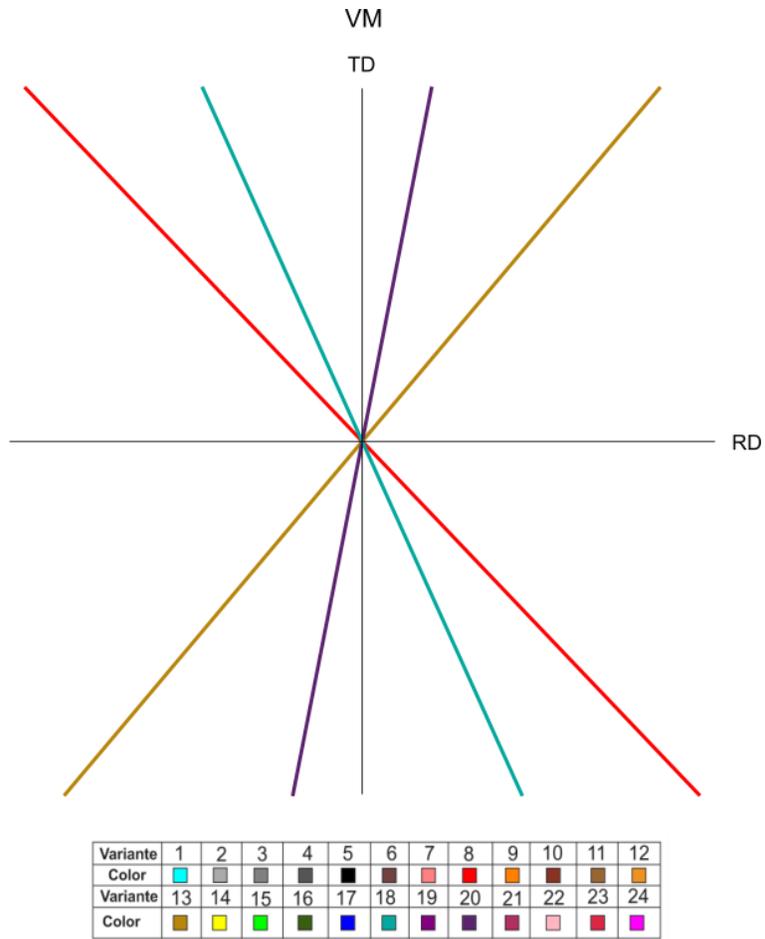


Figura 4-7. VM con menor FT en la dirección RD.

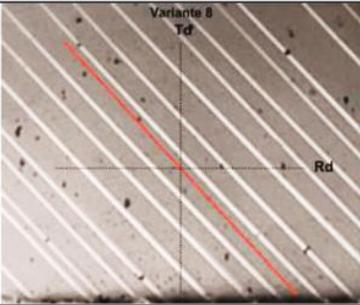
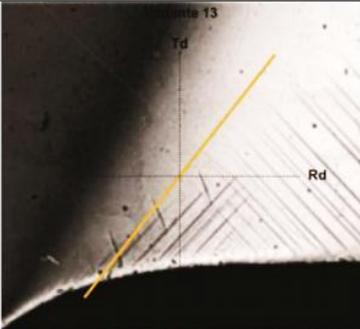
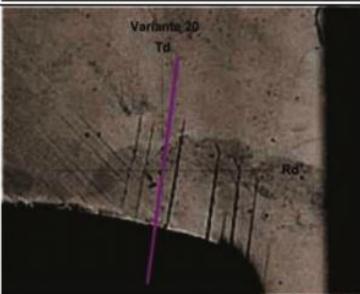
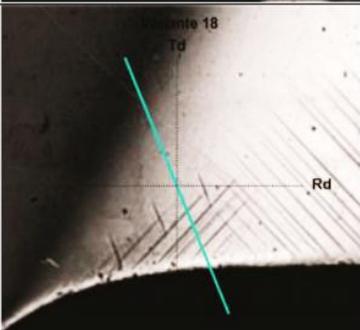
Variante	Micrografía
8	
13	
20	
18	

Figura 4-8. Comparación de graficas de las 4 variantes con más grande valor de FS y variantes reales formadas en (M) [32].

Es claro que el uso de la teoría de la TMIE, ha permitido evaluar el efecto de la “concentración de esfuerzos” con gran precisión y a un costo menor que si se utiliza

la fotoelasticidad ya que no fue necesario el uso de algún aparato de alto costo como lo es el polariscopio.

4.1.2 Flexión

En el análisis de estructuras, la flexión es un arreglo de carga que se presenta a menudo ya sea de manera deliberada o bien indeseable. Esta condición se presenta principalmente en elementos de una estructura donde el desalineamiento en las conexiones de los elementos de una armadura, generan momentos flexionantes que alteran el tipo de carga aplicada sobre los elementos que generalmente se supone que trabajaría en tensión o compresión simple. El caso extremo de dicha condición se presenta cuando el elemento sufre pandeo lateral, sin embargo aunque no se llegue a ese extremo, la presencia de componentes de flexión en elementos estructurales cambia el estado de esfuerzos pronosticado y debe ser identificado. En la siguiente sección se discutirá sobre el fenómeno del pandeo mientras que en la presente, se abordará sólo es caso de flexión simple por el interés que tiene tanto para el análisis estructural como para fines didácticos. En especial, la flexión representa un caso claro de la naturaleza de “Campo” que tienen los esfuerzos que se inducen en algún elemento estructural.

Lo anterior se refiere al hecho de que, como se sabe, en un elemento sujeto a flexión se presentarán esfuerzos tanto normales como de corte y estos variarán considerablemente a lo largo del elemento. Evidenciar la presencia del campo de esfuerzos en un elemento sujeto a flexión es un tanto complejo para técnicas de análisis experimental de esfuerzos como lo es la extensometría eléctrica que no es considera una técnica de “Campo”. No obstante, para el caso de una técnica de “Campo” como la fotoelasticidad es muy claro ya que el patrón isocromático asociado contendrá una gama de franjas de distintos colores que evidencia la presencia de un campo de esfuerzos. En la Figura 4-9 se muestra el patrón isocromático inducido en un elemento tipo viga simplemente apoyada sometido a una carga puntual en su parte central. El patrón fue generado usando un modelo

fabricado con un material birrefringente y dos placas polarizadas de cuarto de onda con ejes perpendiculares [43].

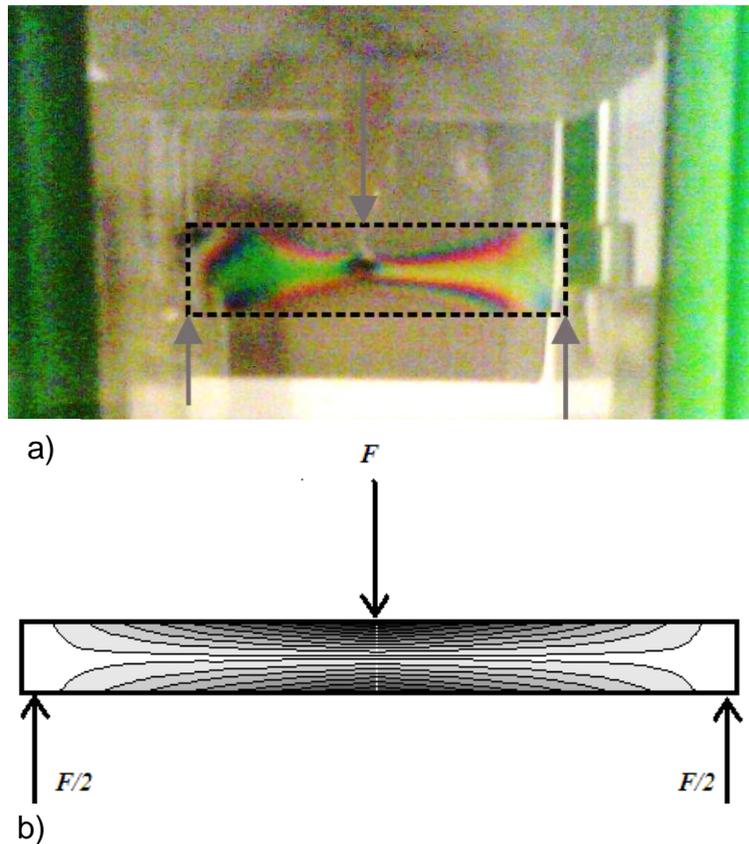


Figura 4-9. Flexión en tres puntos de una viga: a) distribución de esfuerzos observado en el modelo fotoelástico y b) simulación de la distribución de esfuerzos [43].

Es importante destacar que si se desea utilizar extensometría eléctrica para analizar un caso de flexión se deben considerar tres tipos de instrumentación:

- a) Colocar galgas extensométricas uniaxiales en cuarto de puente, tanto en la parte superior como inferior del eje neutro de la viga, donde se presenta compresión y tensión respectivamente como se aprecia en la Figura 4-10. Con este arreglo, se observa la variación de la deformación normal a lo largo de la sección transversal de la viga.

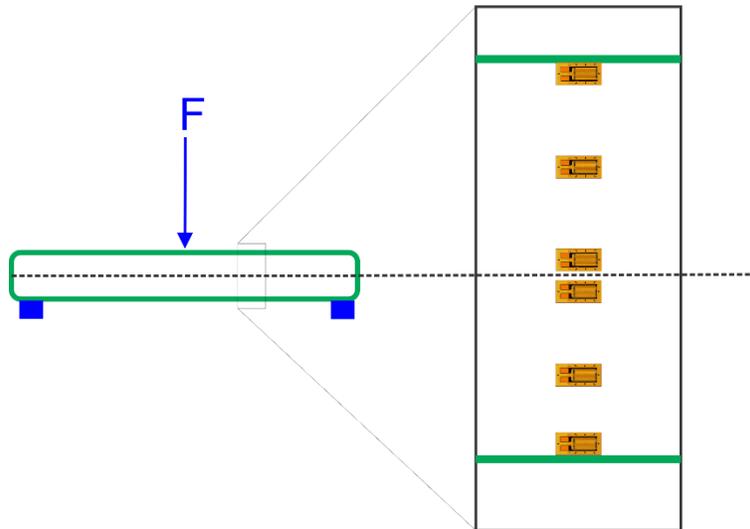


Figura 4-10. Puntos de colocación de galgas extensométricas para tensión y compresión a lo largo de la sección transversal de una viga.

- b) Colocar galgas extensométricas uniaxiales en cuarto de puente en la parte superior o inferior de la viga, a lo largo de eje longitudinal como se muestra en la Figura 4-11. Con esta instrumentación se podrá observar la variación de la deformación normal a lo largo del eje longitudinal de la viga.

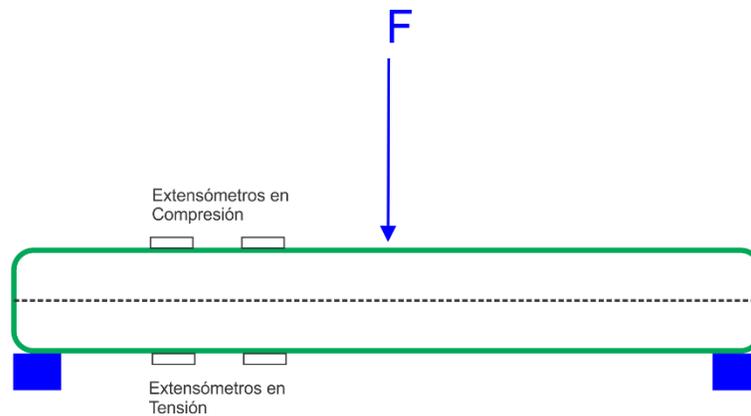


Figura 4-11. Puntos de colocación de galgas extensométricas para tensión y compresión a lo largo del eje longitudinal de una viga.

- c) Colocar rosetas de deformación, a 45° en las superficies laterales de la viga como se muestra en la Figura 4-12. De este modo, se evidencia la presencia de deformaciones de corte en la sección transversal de la viga.

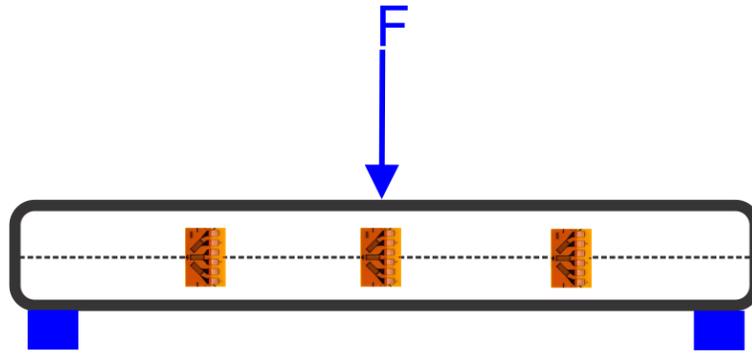


Figura 4-12. Puntos de colocación de galgas extensométricas en la superficie lateral de una viga

Por otro lado, recientemente se reportó en la literatura un estudio realizado por R.J. Martínez-Fuentes *et al.* [44] a una muestra monocristalina de Cu-Al-Be en el cual se analiza el comportamiento micro-mecánico de dicha muestra sujeta a un arreglo de carga de flexión en tres puntos. El arreglo de carga y la ubicación de la muestra en el marco de carga utilizado se presentan en la Figura 4-13.

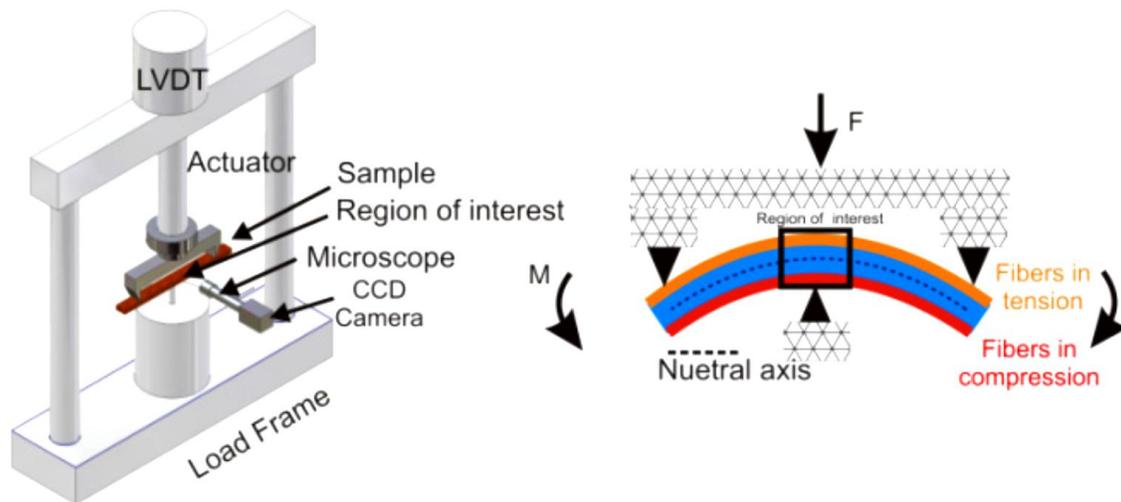


Figura 4-13. Configuración de la prueba de flexión [44].

Durante la prueba fueron obtenidas imágenes de la muestra en regiones de interés que se aprecian en la Figura 4-14. En la Figura 4-14 **(A)** se observa la muestra en fase austenítica mientras que en **(B)** se observa el inicio de la TMIE debido a la carga aplicada, y en **(C)** se observa una línea discontinua que representa el eje

neutro de la viga. Así mismo en dichas Figuras se aprecia el progreso de la TMIE y la formación de VM al incremento de la carga.

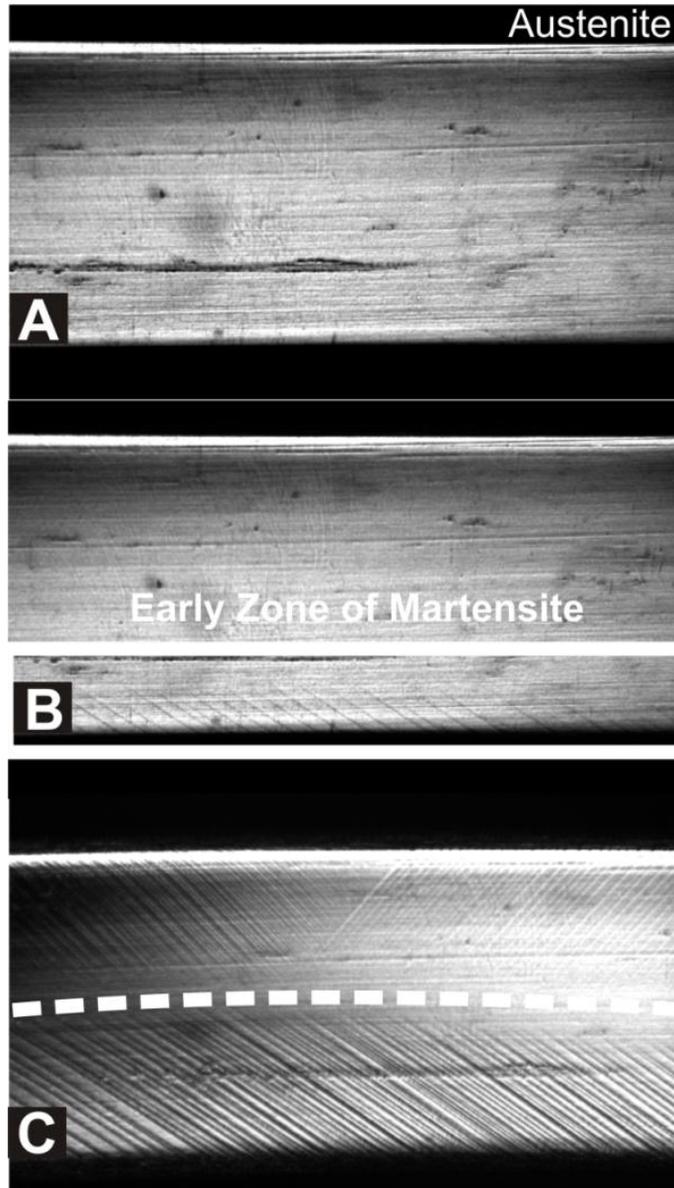


Figura 4-14. Imágenes de la región de interés de la muestra durante la prueba de flexión en tres puntos [44].

En la Figura 4-15 se observa que en la zona analizada aparecen 3 VM distintas: una por debajo del eje neutro, donde la muestra se encuentra sometida a compresión, y dos por encima del eje neutro, donde la muestra se encuentra a tensión. Así mismo,

en la misma Figura 4-15 se aprecian valores de los ángulos que forma cada VM respecto a la horizontal.

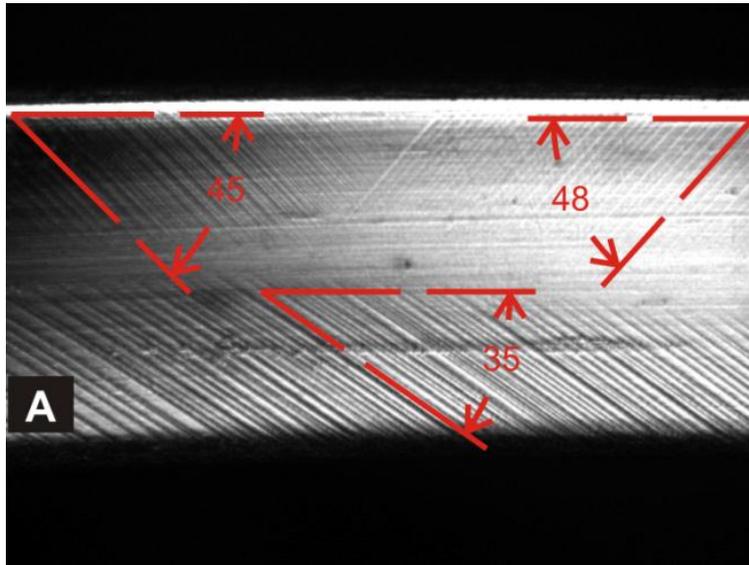


Figura 4-15. VM generadas por un estado de esfuerzos simultáneo: Tensión en la zona superior al eje neutro y compresión en la zona inferior al eje neutro [44]

Cabe destacar que en el estudio no se reportó la orientación cristalina de la muestra que se usó, sin embargo, recientemente dicha muestra fue recuperada y sometida a un estudio de EBSD lo cual permitió obtener dicha información, la cual resultó ser: RD= $\{-0.082, -0.994, 0.061\}$, TD= $\{-0.976, -0.068, 0.202\}$, ND= $\{-0.196, 0.076, 0.977\}$. En la Figura 4-16 se muestra la ubicación de los vectores de la orientación obtenida.

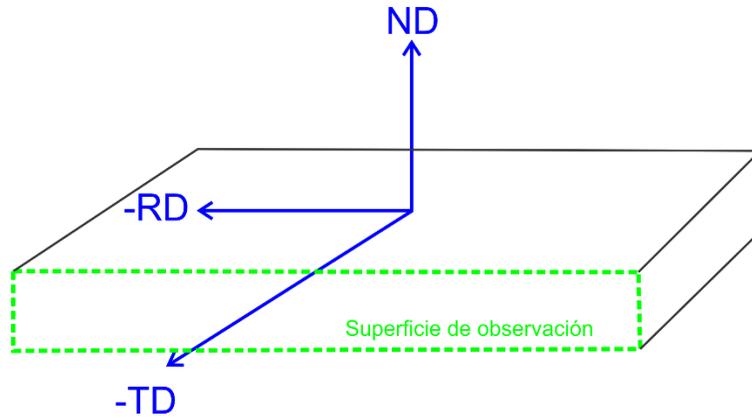


Figura 4-16. Base definida en la obtención de la orientación.

Con los datos referentes a la orientación cristalina del material y conociendo los elementos del ST se calcularon las VM que se formarían en las regiones cercanas a las partes superior e inferior de la muestra utilizando la metodología descrita en la sección 2.1.2 y 2.1.3. Es decir se generó el diagrama de transformación para la orientación de la muestra el cual se presenta en la Figura 4-17, así como la identificación de las VM que se espera que se formen.

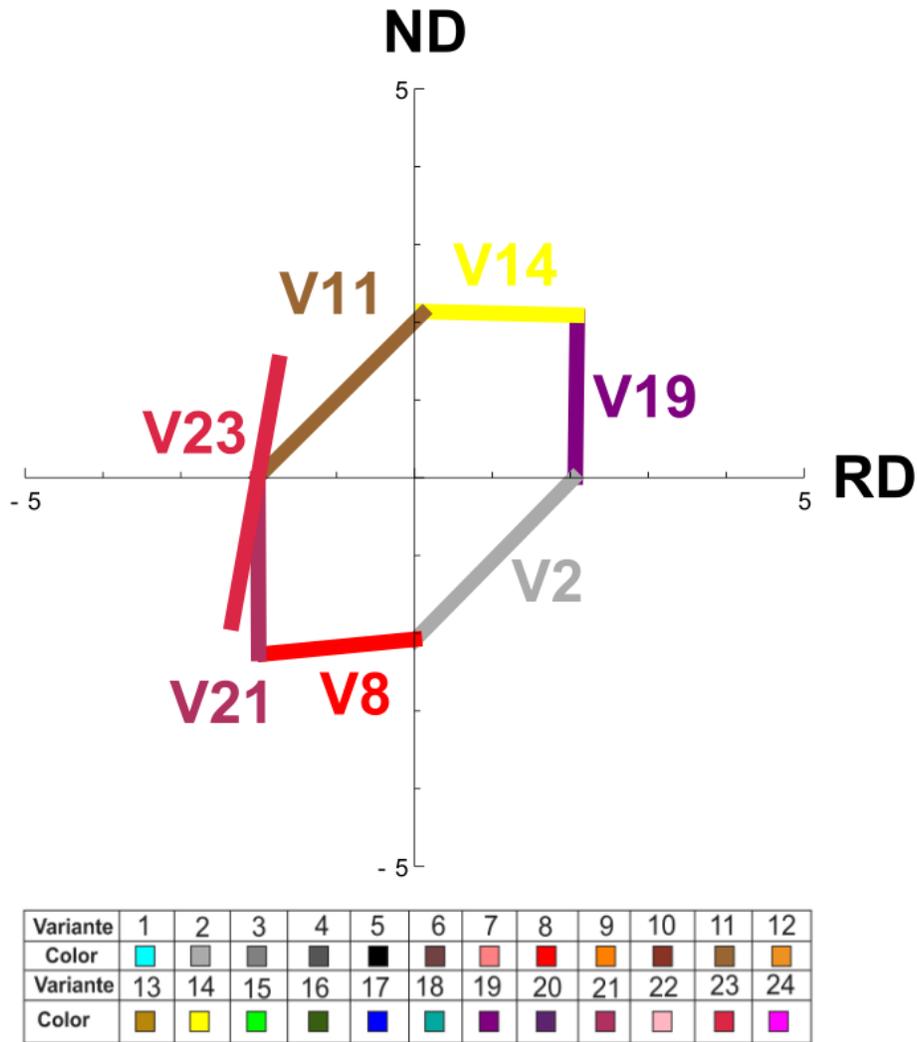


Figura 4-17. Diagrama de transformación para la muestra utilizada por R.J. Martínez-Fuentes *et al.*

Posteriormente, usando la Ecuación 2-15 y el procedimiento descrito en la sección correspondiente, se calcularon las líneas que formarán las intersecciones de los planos de hábito de las VM seleccionadas y el plano de observación. En la Tabla 4-2 se muestran las VM que según el criterio descrito anteriormente, se formarán en el plano de observación mientras que en la Figura 4-18 se comparan las líneas correspondientes a las variantes calculadas y las que aparecieron durante la prueba. Así mismo en la Tabla 4-2 se muestran los valores del FS correspondiente a cada VM y el valor del esfuerzo normal inducido considerando los siguientes datos

reportados por R.J. Martínez-Fuentes *et al.*: la temperatura $M_s = 0^\circ\text{C}$, $R = 1.97 \frac{\text{MPa}}{^\circ\text{C}}$ y una temperatura de prueba de 20°C .

Tabla 4-2. Formación de VM calculadas en el plano de observación

Variante	Ubicación	FS	Esfuerzo inducido MPa
2	De $\frac{h}{2}$ al eje neutro	0.48	80.76
23	De $-\frac{h}{2}$ al eje neutro	-0.49	-79.16

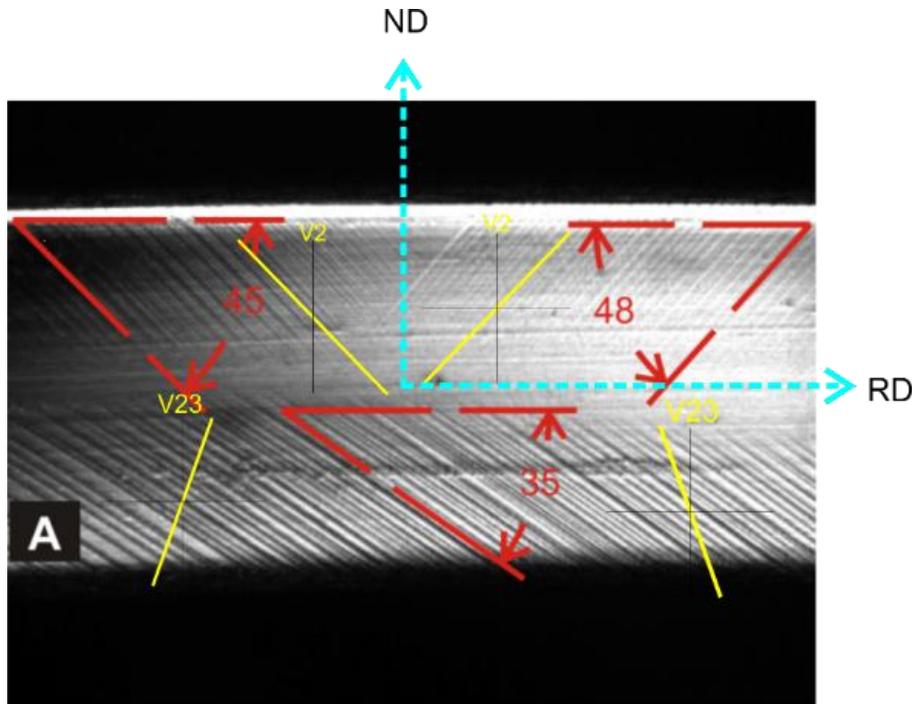


Figura 4-18. Imagen adaptada de [44]: VM formadas y calculadas en la superficie de observación en el monocristal Cu-Al-Be $20.4 \times 5.77 \times 0.7$

En la Figura 4-18 se aprecia que la VM formada en la zona del eje neutro hacia la superficie superior coincide con la VM que se predice. Sin embargo, la VM formada del eje neutro hacia la superficie inferior no es la misma. Este comportamiento se atribuye a que la zona inferior de la muestra se encuentra sujeta a un arreglo de carga distinto al de flexión, además de que es posible la existencia de concentración de esfuerzos, ya que en dicha zona se encuentra el fulcro donde se aplicó la carga para generar la flexión.

4.1.3 Pandeo

El pandeo se define como pérdida de estabilidad de elementos estructurales esbeltos sujetos a una carga de compresión axial la cual, se presenta cuando la carga aplicada alcanza cierto valor denominada “carga crítica”. Dicha “carga crítica” genera deflexión lateral en el elemento, lo cual produce que el estado de esfuerzos en el elemento cambie de compresión a un arreglo de compresión-flexión.

En la Figura 4-19 se muestra un arreglo experimental en el que se aplican cargas de compresión a una columna esbelta. El dispositivo cuenta con un aplicador de

carga de compresión y contiene un conjunto de dispositivos con el cual es posible simular distintas condiciones de apoyos entre ellos: doblemente articulado, doblemente empotrado y mixto. Así mismo, el equipo cuenta con un indicador de desplazamientos laterales y una celda de carga de compresión con la cual se puede medir dicha variable. Teóricamente, el equipo posee la instrumentación suficiente para identificar con buena precisión la carga crítica de pandeo. En realidad, identificar el momento en el que inicia el pandeo es complicado ya que el desplazamiento lateral es apreciable sólo hasta que es evidente la inestabilidad del elemento. Para resolver lo anterior, se procedió a instrumentar con galgas extensométricas en dos arreglos de puente completo como se muestra en la Figura 4-20 y en la Figura 4-21. La doble instrumentación permite medir de manera simultánea: la compresión y la flexión que sufre la columna.

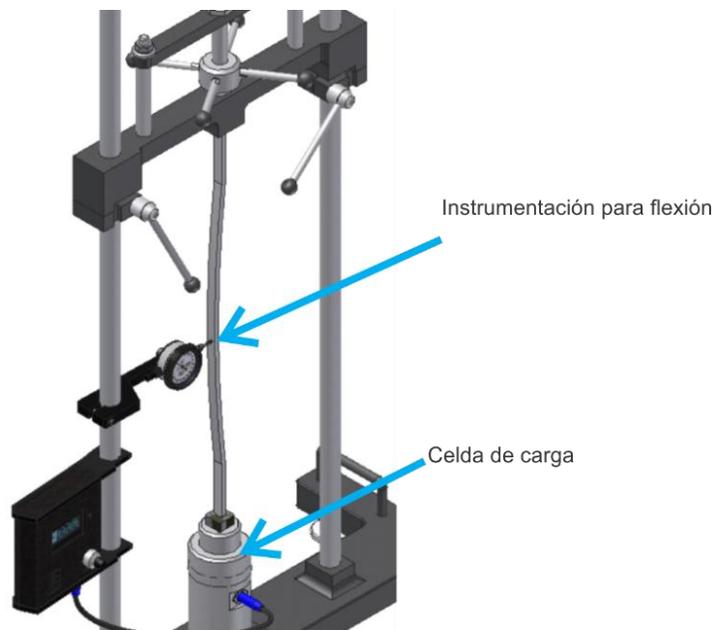


Figura 4-19. Imagen adaptada de [45]: Equipo de pandeo: Celda de carga para compresión e instrumentación para flexión.

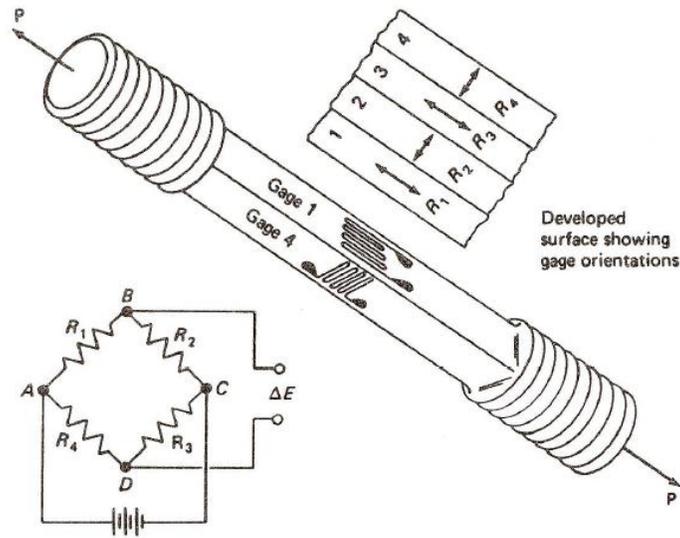


Figura 4-20. Instrumentación de columna: Compresión [5].

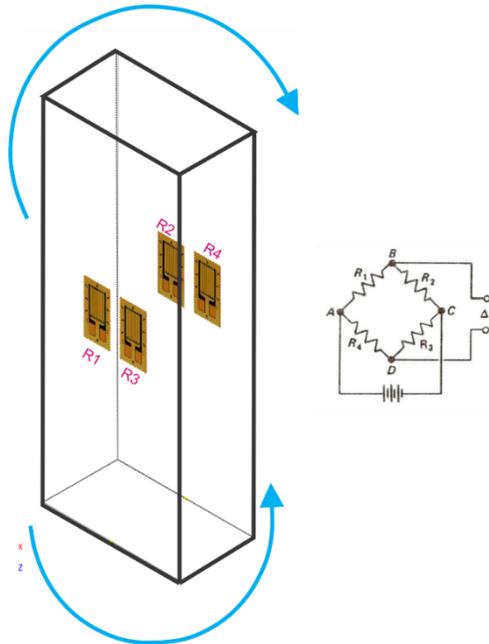


Figura 4-21. Instrumentación de la columna: Flexión.

En las Figura 4-22 y Figura 4-23 se muestran la variación de la compresión y la flexión al incrementar la carga. Como se aprecia en dichas Figuras, se distinguen

claramente dos comportamientos completamente diferentes que delimitados por “el pandeo” de la columna.

En la Figura 4-22, que muestra la variación de la deformación asociada a la carga de compresión, se ve claramente como las deformaciones correspondientes incrementan en el intervalo de tiempo que va del segundo 70 al segundo 90. Para tiempos mayores, las deformaciones se mantienen prácticamente constantes. Como se aprecia en la Figura 4-23, que muestra la variación de la deformación asociada a la flexión, prácticamente en los mismo intervalos de tiempo se aprecia lo siguiente: entre los 70 y 90 segundos la deformación se mantiene prácticamente constante mientras que para valores mayores a 90 segundos se aprecia un crecimiento continuo de la deformación asociada a la flexión.

Es claro que el pandeo inicia en el segundo 90 y la deformación correspondiente se toma de la curva de compresión que, considerando el factor de amplificación del puente así como el módulo elástico del material, se calcula un esfuerzo crítico de 75 MPa que corresponde con una carga crítica de 6048.38 N con una sección transversal de $80.64 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

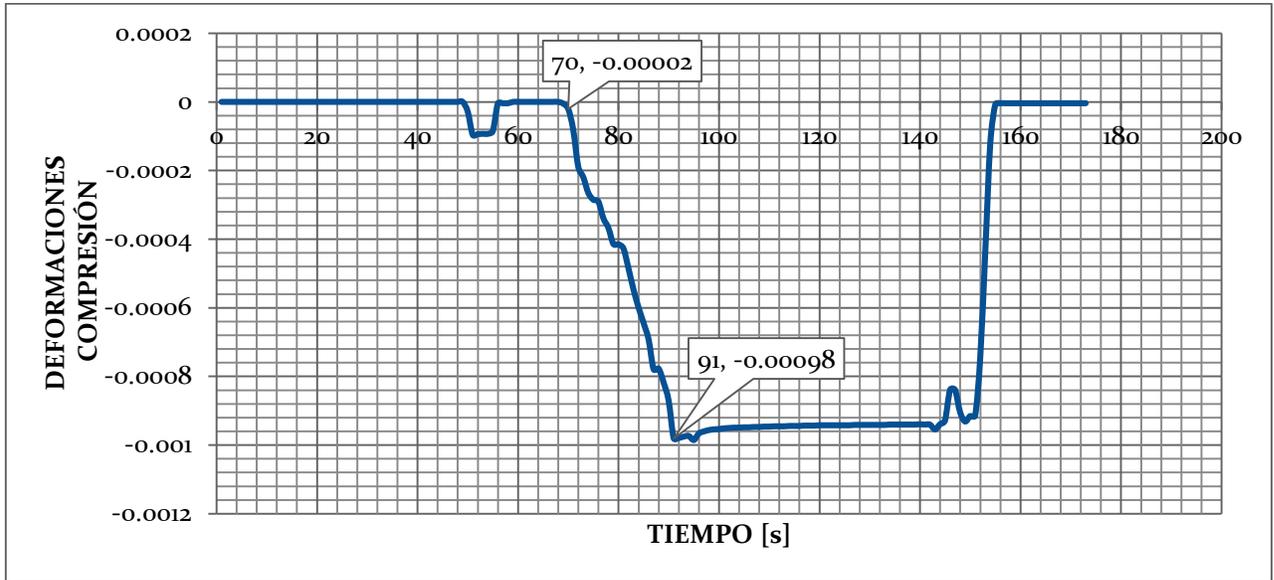


Figura 4-22. Deformaciones generadas por compresión.

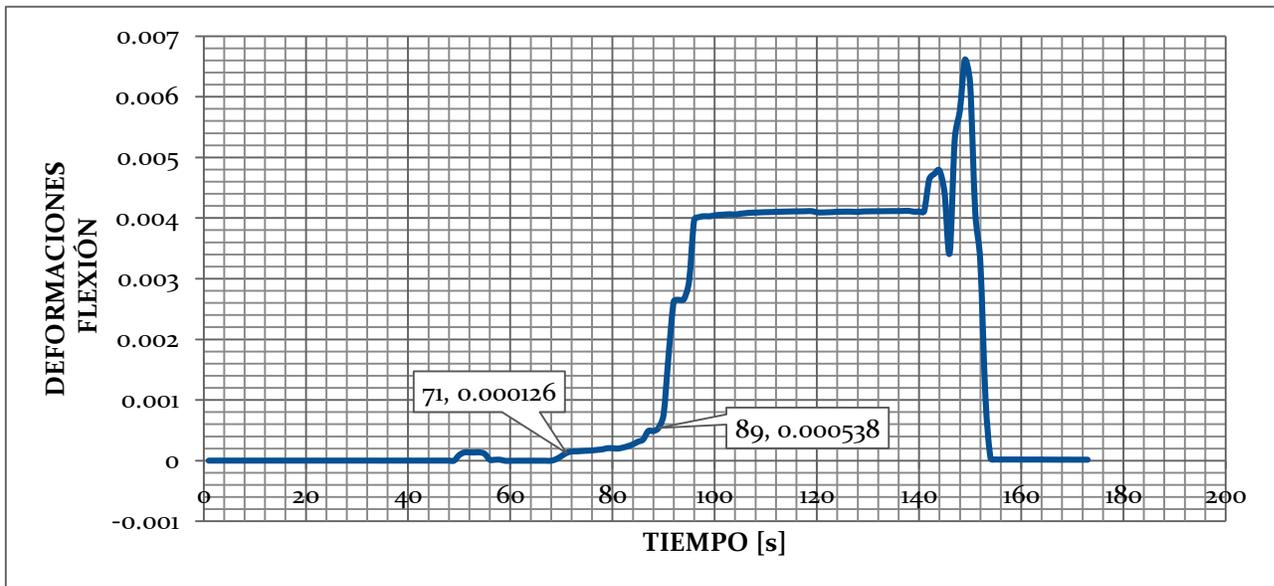


Figura 4-23. Deformaciones generadas por compresión.

Por otro lado, es posible observar y analizar el fenómeno del pandeo usando un MMF monocristalino durante la formación de Variantes de Martensita.

En la Figura 4-24 se observa una muestra monocristalina fabricada con una aleación de Cu-Al-Be, cuya orientación cristalina es $RD = [-0.96, -0.25, -0.03]$, $TD = [-0.04, 0.05, 0.98]$, $ND = [-0.25, 0.96, -0.06]$ montada entre las ranuras de dos placas paralelas. Una de estas placas se mantuvo fija y la otra se deslizó mediante

un tornillo sinfín accionado por una manivela de forma manual. Esta muestra fue sometida a una carga de compresión axial incremental hasta observar el pandeo de la muestra. En la Figura 4-24 se muestra la configuración del arreglo de carga empelado.

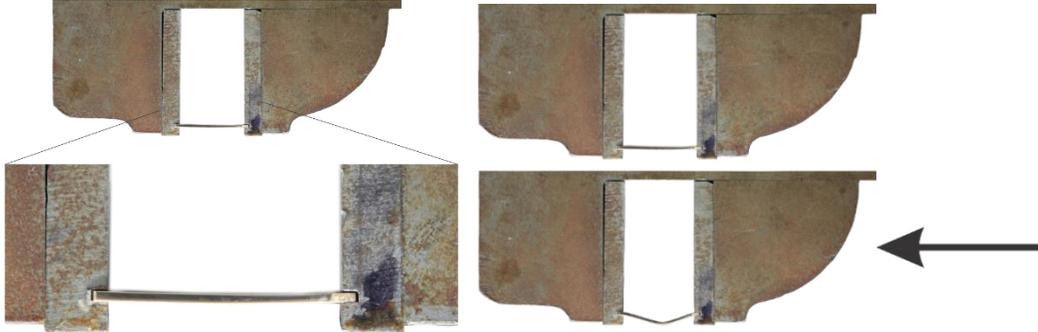


Figura 4-24. Montaje de una muestra monocristalina de Cu-Al-Be sometida a pandeo.

Durante la compresión y pandeo de la muestra se observó una región de interés, como se aprecia en la Figura 4-25, de la cual se obtuvieron micrografías durante el pandeo.

En la Figura 4-26 se muestran las micrografías obtenidas en la zona de interés donde se aprecia que en Figura 4-26(a) el elemento se encuentra sin carga, posteriormente de la Figura 4-26(b) hasta la Figura 4-26(e) se puede ver que se forma una VM en toda la superficie del material, dicha variante es generada por la compresión.

De la Figura 4-26(f) hasta la Figura 4-26(h) se aprecia que la VM de compresión se desvanece de la sección central hacia arriba. Después, en la Figura 4-26(i) comienza a formarse otra VM de la parte superior hacia la sección central. Finalmente, en Figura 4-26(k) se observa que existen dos VM distintas, una que se forma de la superficie superior hacia el eje neutro y otra de la superficie inferior hacia el eje neutro.

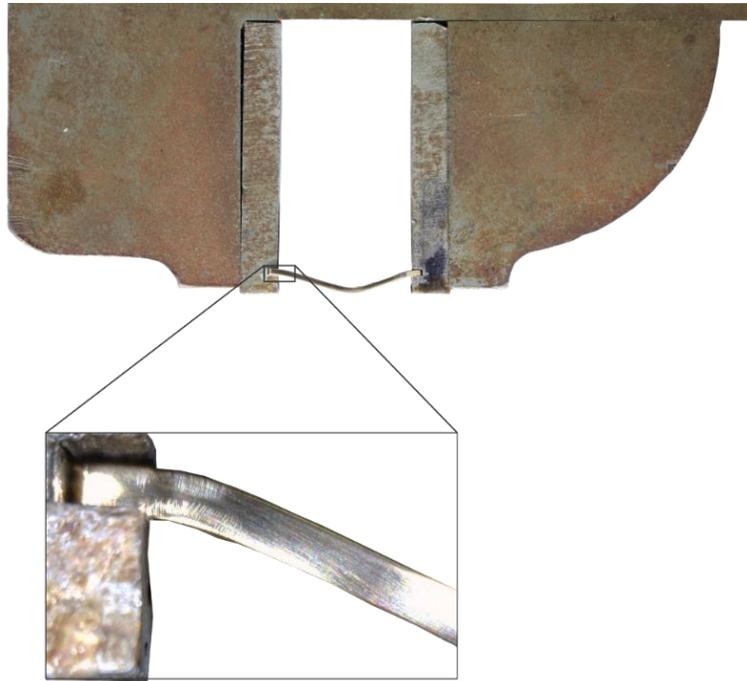


Figura 4-25. Zona de interés.

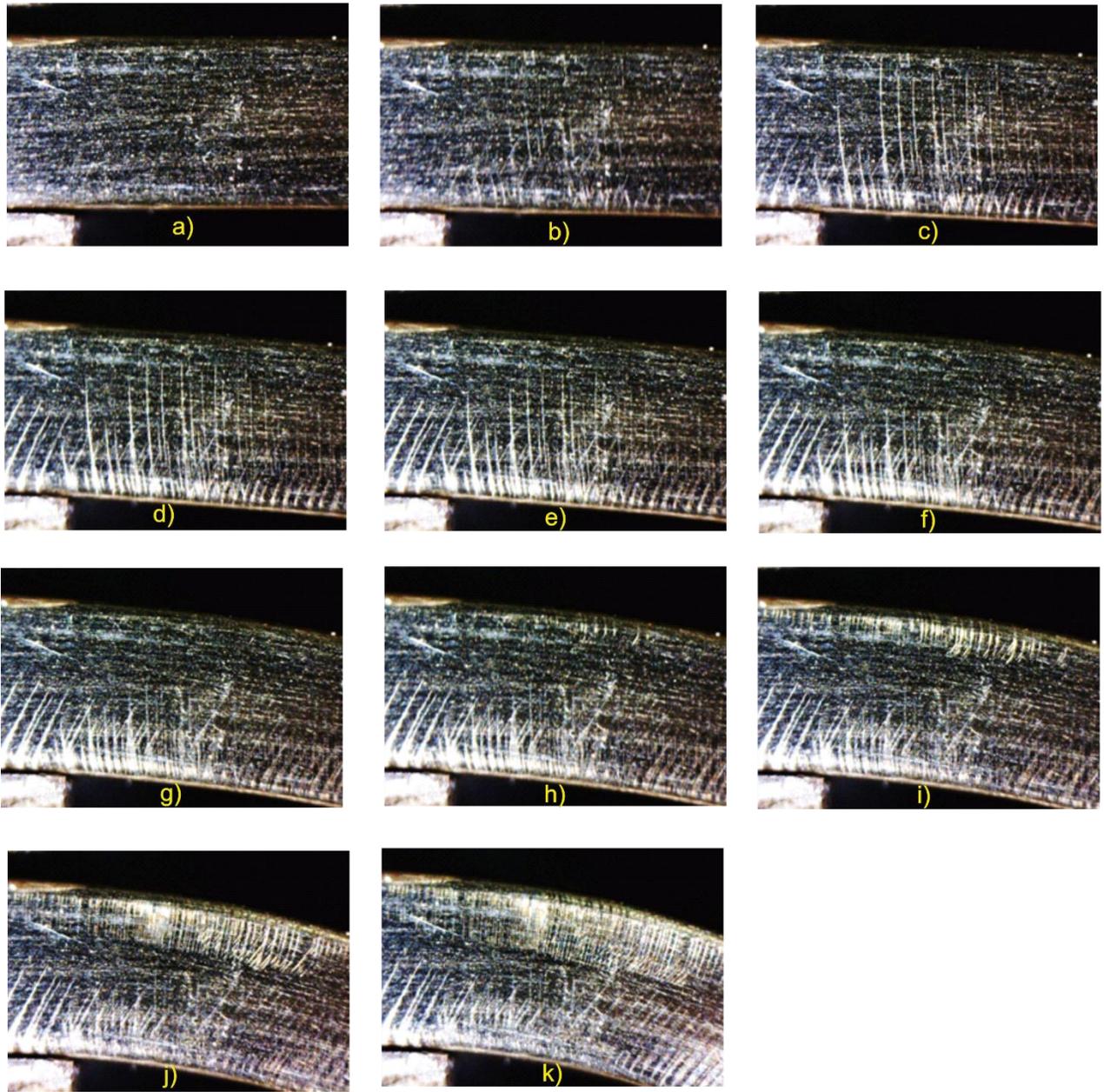
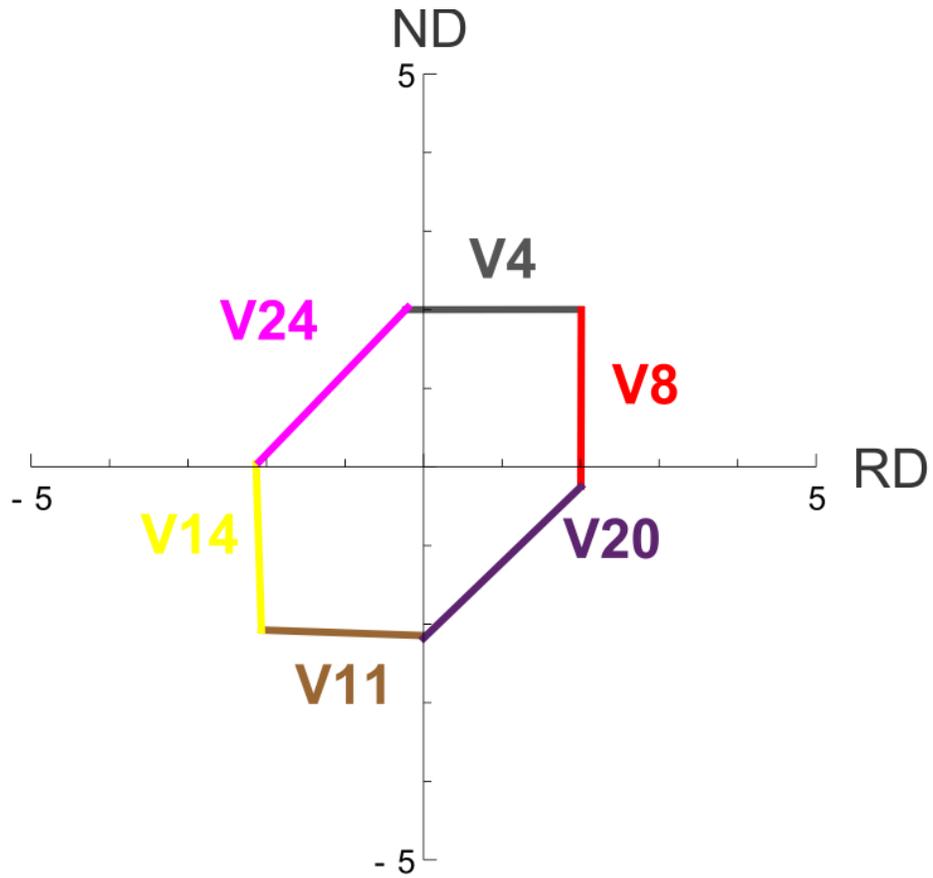


Figura 4-26. Micrografías de una muestra de Cu-Al-Be sujeta a pando.

En la Figura 4-27 se presenta el diagrama de transformación bajo estado de esfuerzos plano correspondiente la orientación cristalina de la muestra que se utilizó en el estudio. Como se puede apreciar en la Figura 4-27 y en la Figura 4-28, la VM que se formará bajo compresión es completamente diferente a la que se presentará bajo tensión y sus “huellas” lo son también. Es claro que el cambio del tipo de carga

aplicada sobre la muestra, de compresión a flexión, es apreciado claramente por la “huella” que se observa en la superficie de la muestra.



Variante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Color												
Variante	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Color												

Figura 4-27. Diagrama de transformación para la muestra de Cu-Al-Be utilizada.

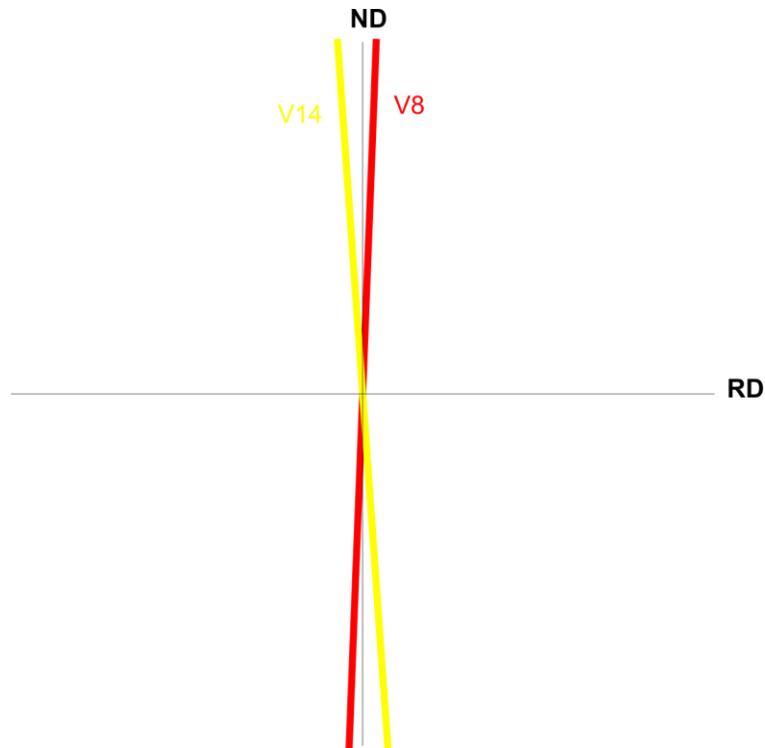


Figura 4-28. VM calculadas: V8 en tensión y V14 en compresión.

4.2 Aplicaciones didácticas

En la presente sección, se describen una serie de casos para aplicaciones de la TMIE en MMF monocristalinos a casos en los que es posible obtener evidencias de diferentes estados de esfuerzo inducidos por diferentes cargas aplicadas. Los casos que se presentan son especialmente de interés para fines didácticos y que representan una herramienta útil para mostrar los efectos de la carga externa en el material.

4.2.1 Esfuerzos Diversos

Es posible, inducir un buen número de estados de esfuerzos si se cuenta con una probeta tipo tubular montada en un dispositivo la cual permita aplicar las siguientes cargas:

- Tensión/compresión simple
- Presión interna
- Tensión/compresión-presión interna

d) Tensión y compresión

Si la probeta es monocristalina y se conoce su orientación cristalina es posible identificar con gran precisión los diversos estados de esfuerzos inducidos por las cargas aplicadas. El procedimiento a seguir consiste esencialmente en lo siguiente:

Conociendo la AMF que se usará, se construye el diagrama de transformación para estados de esfuerzos planos a partir del ST y la orientación de la muestra como se aprecia en la Figura 4-29 para una orientación hipotética de un monocristal.

Para cada combinación de carga se estima el estado de esfuerzos inducido en la parte superior de la probeta ubicándolo en el diagrama de transformación de la Figura 4-29.

Una vez ubicada en el diagrama de transformación la variante que se formará, se calculará la “huella” que le corresponde mediante la Ecuación 2-15.

Conociendo la temperatura de transformación M_s del material y el recíproco del FS correspondiente a cada VM, se calcula la magnitud de los esfuerzos inducidos mediante la Ecuación 4-1.

En la Tabla 4-3 se presenta una relación de: a) Los distintas carga aplicadas, b) El estado de esfuerzos que se induce, c) Las VM que se inducirán, d) La magnitud de los esfuerzos inducidos y en la Figura 4-31 la “huella” que generarán, para un caso hipotético donde la orientación cristalina del material es $RD = \{0.19, 0.89, -0.39\}$, $TD = \{0.97, -0.13, 0.17\}$ y $ND = \{0.10, -0.42, -0.89\}$ considerando una temperatura de prueba de $20^\circ C$, una temperatura $M_s = -10^\circ C$, una relación $R = 1.97 \frac{MPa}{^\circ C}$

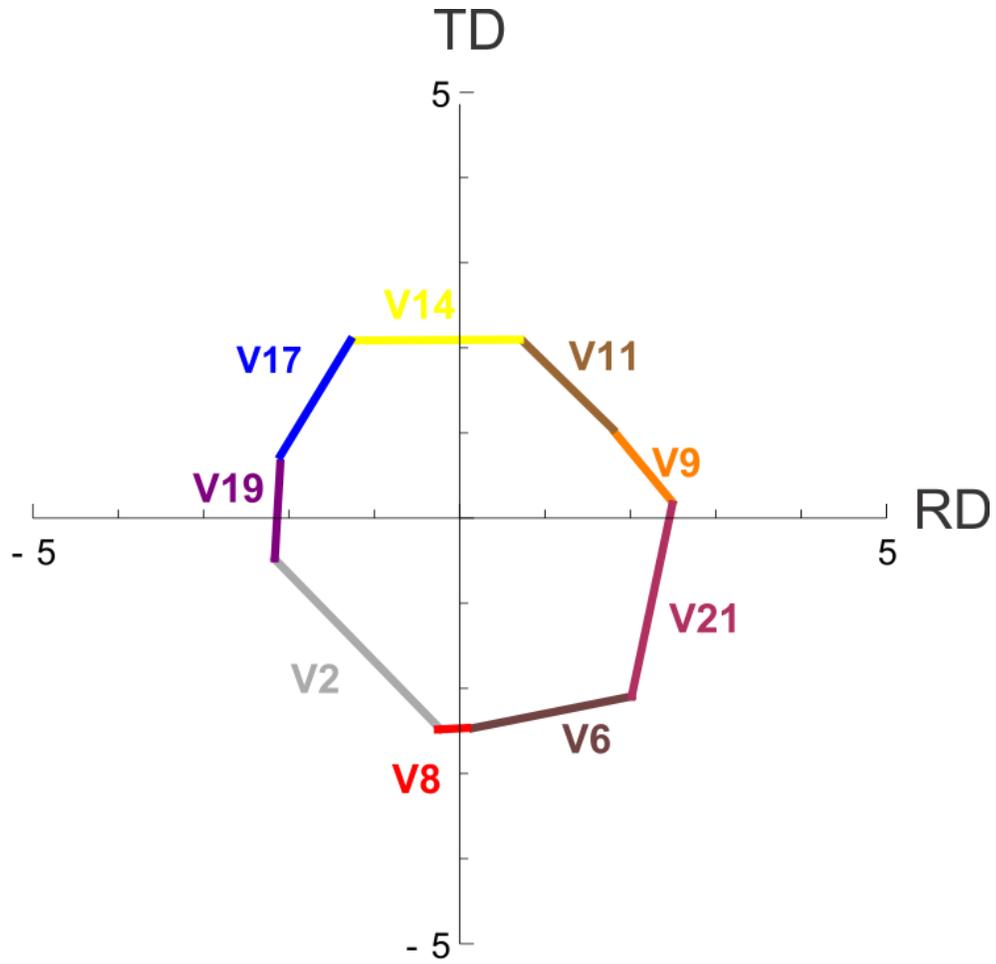


Figura 4-29. Diagrama de transformación para análisis de esfuerzos combinados de un caso hipotético.

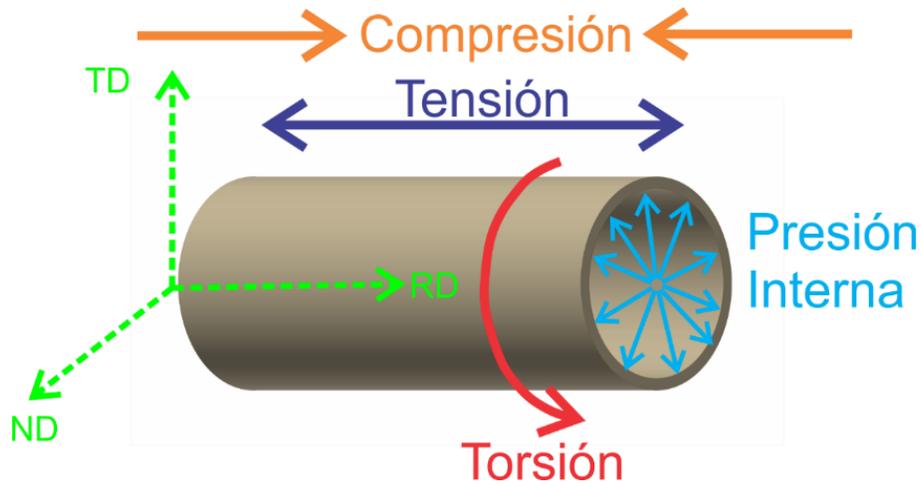


Figura 4-30. Esquema de una muestra sometida de manera independiente y/o combinada a cargas de: tensión, compresión, y presión interna.

Tabla 4-3. Cargas aplicadas, estados de esfuerzos inducido y variante de martensita que se formará para la prueba descrita en la Figura 4-30.

a) Carga aplicada	b) Estado de esfuerzos inducido	c) Variante de Martensita que se formará	d) Magnitud de los esfuerzos inducidos
Presión interna	Tensión transversal simple	V14	$\sigma_{TD} = 123 \text{ MPa}$
Tensión longitudinal	Tensión axial simple	V21	$\sigma_{RD} = 145 \text{ MPa}$
Compresión longitudinal	Compresión axial simple	V19	$\sigma_{TD} = -123 \text{ MPa}$
Tensión longitudinal-presión interna	Tensión biaxial	V11	$\sigma_{RD} = 169 \text{ MPa}$ $\sigma_{TD} = 830 \text{ MPa}$
Compresión longitudinal-presión interna	Compresión-Tensión	V17	$\sigma_{RD} = -197 \text{ MPa}$ $\sigma_{TD} = 123 \text{ MPa}$

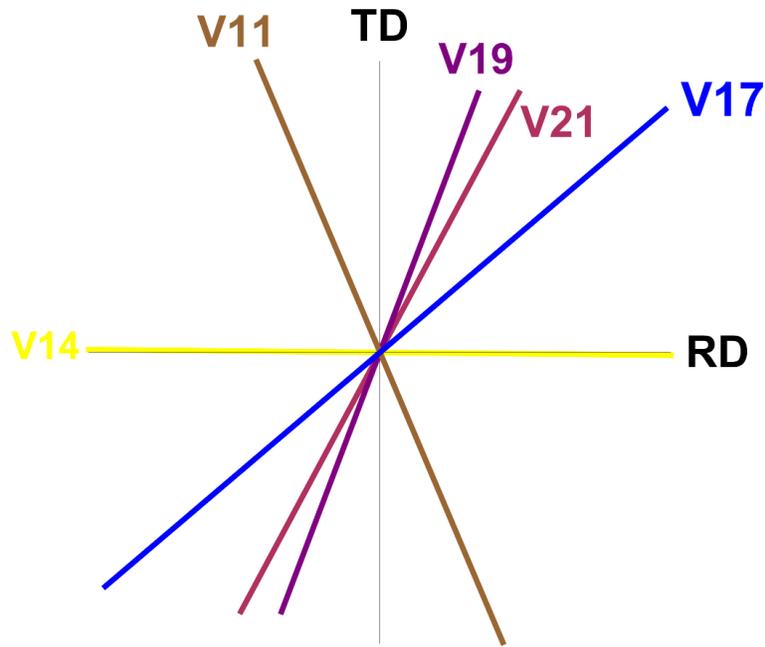


Figura 4-31. Huella generada por las VM en un caso hipotético.

4.2.2 Crecimiento de VM en flexión

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.1.3, es posible no sólo determinar la VM que se formará en cada región de la muestra y la marca asociada a la huella en el plano de observación. También es posible calcular la región donde aparecerá cada variante y la forma en que crecerá y/o disminuirá al variar la magnitud de la carga y/o la temperatura.

Para lograr lo anterior, es necesario primero determinar la VM que se formará tanto en tensión como en compresión en la muestra para luego obtener las Ecuaciones 4-2:

$$\tau_{xtyt_{m\acute{a}x1}} = f(x_0, y_0, F) = \tau_c$$

$$\tau_{xtyt_{m\acute{a}x2}} = f(x_0, y_0, F) = \tau_c \quad \text{Ecuación 4-2}$$

Las cuales para un valor fijo de τ_c y distinto para F , se obtiene un curva en el plano $x_0 - y_0$ para cada valor. Dichas curvas, que se muestran en la Figura 4-32, representan la región de la viga donde aparece y crece cada una de las VM determinadas originalmente.

Por otro lado, en la Figura 4-33 se muestra una secuencia de gráficas donde se aprecia una muestra monocristalina de una aleación con memoria de forma, cuyo sistema de transformación y orientación cristalina son conocidas. Dicha muestra es sometida a un arreglo de carga tipo viga empotrada con una carga puntual en su extremo libre como se aprecia en la Figura 4-32. Los datos hipotéticos para simular el crecimiento de VM se muestran en la Tabla 4-4.

Tabla 4-4. Datos para la simulación de crecimiento de VM en un elemento sujeto a flexión.

Parámetros	Datos hipotéticos
Dimensiones de la muestra	$L = 18mm$
	$h = 1mm$
	$b = 10mm$
Temperatura de prueba	$T = 30^{\circ}C$
Temperatura de inicio de martensita	$M_s = -20^{\circ}C$
Esfuerzo critico	$\tau_c = R(T - M_s) = 100 Mpa$
Orientación cristalina	$RD = (-0.81, 0.40, 0.40)$
	$ND = (0, 0.70, -0.70)$
	$TD = (0.57, 0.57, 0.57)$
Razón de esfuerzo	$R = 2 \frac{MPa}{^{\circ}C}$

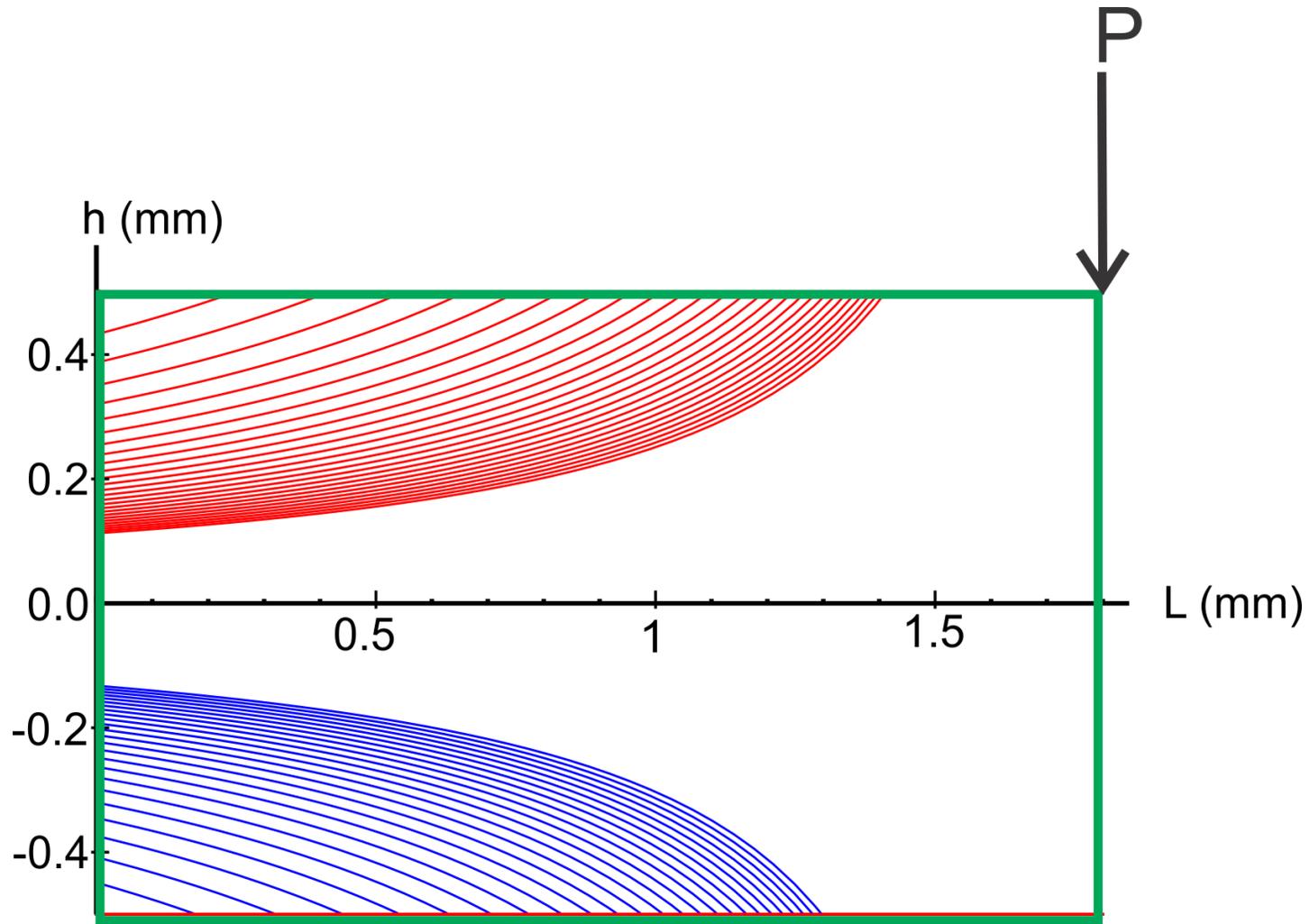


Figura 4-32. Simulación de crecimiento de VM en un arreglo de carga hipotético

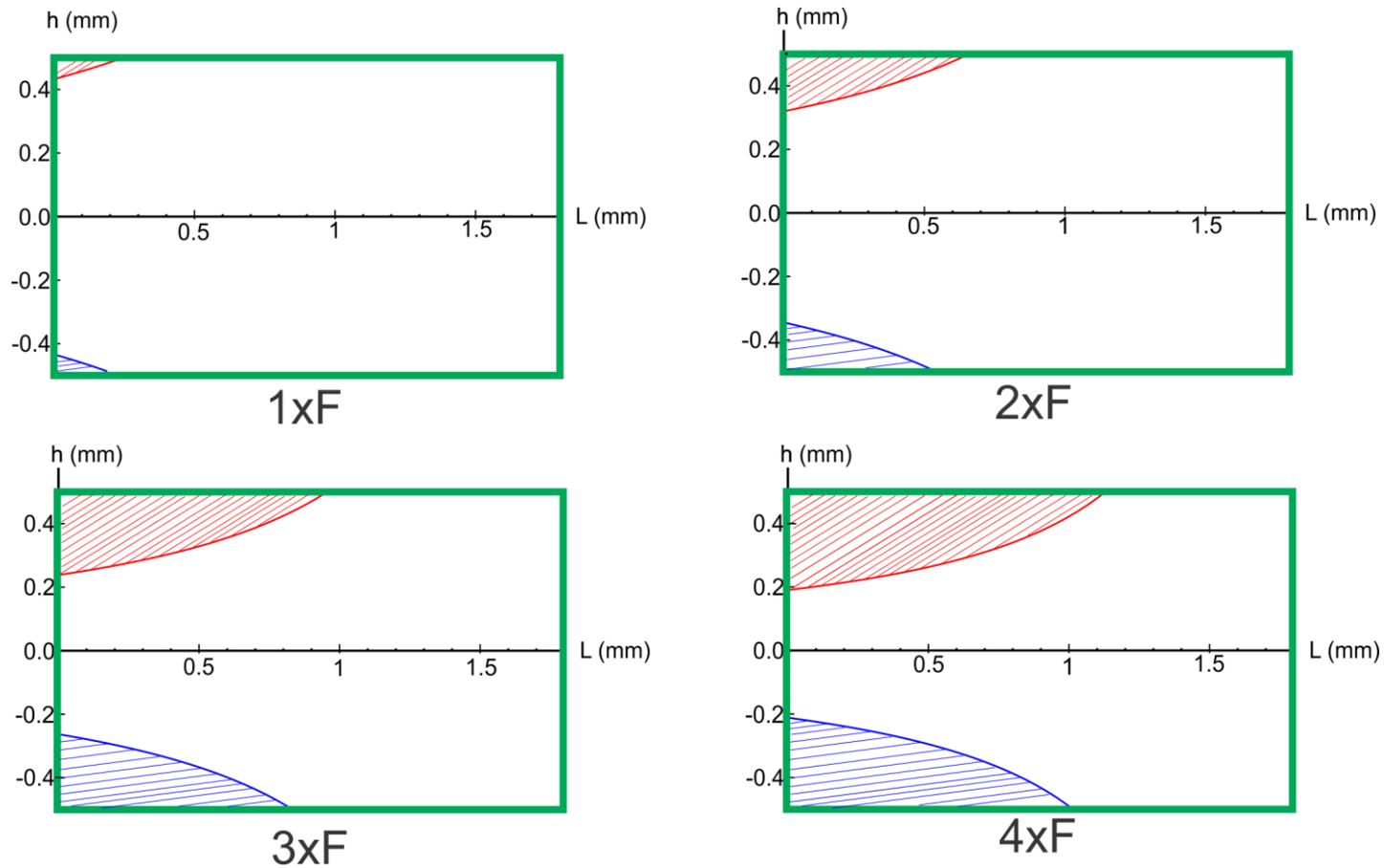


Figura 4-33 . Secuencia que muestra la aparición y crecimiento de dos variantes de martensita en una muestra monocristalina sometida a una carga de flexión en cantiláver con carga puntual en su extremo libre.

Como se puede ver claramente en la secuencia de la Figura 4-33:

- a) La VM que se aparece en la parte de tensión es distinta a la que aparece en la región de tensión.
- b) La VM de la zona de tensión aparece primero que la de la zona de compresión.
- c) En ambos casos, tensión y compresión, la región donde el material ha transformado crece cuando incrementa la carga y/o disminuye la temperatura.

4.3. Aplicaciones de control

En esta sección se plantea el posible uso de la TAEЕ que se propone para su aplicación en sistemas de control. Dicho planteamiento, que se basa en el conocimiento empírico generado por la colaboración con profesionales de la ingeniería que laboran en distintas áreas de la industria, se presenta solo con la finalidad de mostrar que es posible usar la TAEЕ como una parte de un sistema de control que puede desarrollarse a mediano plazo.

4.3.1 Control del Pandeo

Recientemente, se ha encontrado que en ciertos tramos de la red ferroviaria del transporte urbano de la Ciudad de México se presentan hundimientos diferenciales que inducen cargas de compresión en los rieles. Dichas carga, sumadas a las que se asocian al paso del tren provocan la ruptura de los durmientes lo cual causa un cambio en los apoyos del riel. Dichos cambios han llegado provocar pandeos en el riel que pueden provocar un descarrilamiento del tren.

Un breve análisis de la situación anterior indicó que estando íntegros los durmientes el tramo de riel es corto, mientras que al romperse se convierten en puntal medio y eventualmente pueden convertirse en puntal largo sometido a compresión que eventualmente puede sufrir pandeo.

Evitar el hundimiento diferencial es muy complejo por lo que se ha propuesto instalar una alarma en los rieles que prevenga oportunamente la condición de pandeo en el riel impidiendo el paso del tren. Una primera propuesta consistió implementar un sistema de control basado en una instrumentación con galgas extensométricas. La

instrumentación consistiría en dos arreglo tipo celda de carta como los que se describieron en la sección denominada “pandeo” del presente trabajo. Como se mostró en la sección mencionada, dicha instrumentación es redundante para asegurar que la condición de pandeo se ha presentado.

Es claro que en un sistema de control, la instrumentación hace las veces del censado por lo que la señal que genera debe ser enviada a una etapa de procesamiento donde será acondicionada y comparada para detonar la acción correctiva que en este caso sería la activación de una “alarma”. Por las características de la instrumentación, es evidente que la etapa de control del sistema consistirá en un aparato electrónico programable que sea capaz de medir ambas señales, compararlas entre sí e identificar el instante en que el pandeo es inminente. Este aparato puede resultar costoso ya que difícilmente se podría usar uno comercial o bien tendría que ser acondicionado para la aplicación.

Por otro lado, aunque sea necesario considerar varios aspectos técnicos desconocidos hasta este momento, es posible utilizar el cambio que sufre la superficie de observación de un material monocristalino fabricado con un MMF como la “alarma” que se requiere para prevenir el pandeo en el riel. Como se mostró en la sección 4.1.3 del presente trabajo antes de que inicie el pandeo en la columna, se aprecia la formación de una sola VM mientras que justo cuando comienza se aprecia claramente la desaparición gradual de dicha VM, y la aparición gradual una nueva, en la región adyacente al pandeo. Estas imágenes pueden ser utilizadas como la “alarma” ya sea usando las propias imágenes o bien convirtiéndolas en una “alarma” de luz o sonido a través de algún software de análisis de imágenes. En cualquiera de dichos casos, el costo de este sistema sería considerablemente inferior que el que se basara en galgas extensométricas.

4.3.2 Control del Torque en tornillos de seguridad

Según se tiene conocimiento por parte de los ingenieros que trabajan en línea de ensamble de carrocería de autotransporte, existe un problema muy importante que prácticamente no ha sido resuelto hasta ahora. Dicho problema consiste en que no existe una forma segura de saber si un tornillo que fue colocado por un operario se ajustó con el torque apropiado. En una línea de ensamble, las carrocerías pasan por una estación en la que deben fijarse las partes principales de la carrocería mediante tornillos. Para los puntos principales de seguridad los tornillos deben ser fijados con un torque determinado, y para ello existen herramientas que han sido diseñadas especialmente para que el operario realice la operación de manera correcta. No obstante, por razones de seguridad, en alguna estación posterior del proceso de ensamble un supervisor debe verificar que dichos tornillos hayan sido colocados de manera apropiada. Aunque existen varios procedimientos de trazabilidad que se utilizan hoy en día en esta operación, se torna compleja ya que no existe hasta hoy una técnica 100% confiable que asegure que todos los tornillos fueron ajustados con el torque apropiado.

Es claro que una alternativa importante para resolver el problema descrito anteriormente sería utilizar alguna TAEF para medir y registrar el torque aplicado en el tornillo. Aunque cualquiera de las técnicas conocidas como la extensometría eléctrica y la fotoelasticidad pueden ser utilizadas, resulta complicado debido a que se trata de procesos continuos de producción. Considerando lo anterior, es necesario el uso de técnicas innovadoras como la correlación de imágenes, la medición de esfuerzos residuales utilizando rayos "X", o bien la TAEF que se propone en el presente trabajo.

Como se ha descrito ampliamente en el capítulo 2 y 3 del presente trabajo, un estado de esfuerzos como el que podría inducir una carga tipo "Torque" invariablemente inducirá alguna VM que puede ser perfectamente identificada conociendo la orientación cristalina del material. Esta VM podría visualizarse en distintas partes del tornillo y permanecerá ahí mientras se encuentre aplicado dicho

“Torque”, como se aprecia en la Figura 4-34. Así mismo, podemos asegurar que la huella de la variante de martensita permanecerá mientras los esfuerzos inducidos se mantengan, es decir, se puede contar con “evidencia” de que fue ajustado el tornillo con el torque deseado.

En realidad, es difícil saber si sería conveniente que solo la cabeza del tornillo sea fabricada con un MMF o que todo el cuerpo de dicho tornillo sea de este material, sin embargo, se puede asegurar que por tratarse de un elemento de seguridad, valdría la pena realizar esfuerzos para implementar esta técnica.

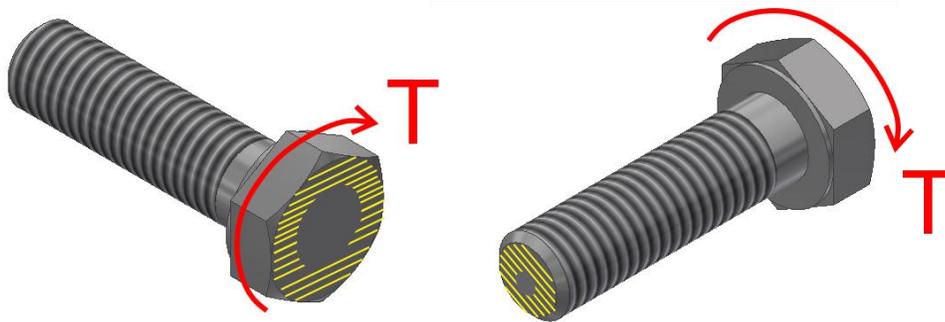


Figura 4-34. Posibles zonas para visualizar las VM generadas por un “Torque” en un elemento de sujeción.

Conclusiones

En el presente trabajo se propuso un método para el análisis experimental de esfuerzos basado en la transformación martensítica inducida por esfuerzos en materiales con memoria de forma monocristalinos.

Para definir el método se elaboró un marco teórico que establece los elementos que conforman algunas de las Técnica de Análisis Experimental de Esfuerzos (TAAE) más conocidas como lo son la extensometría eléctrica y la fotoelasticidad.

Mediante la aplicación de la TAAE propuesta se analizaron diversos casos de MMF monocristalinos sometidos a estados de esfuerzos típicos como tensión y flexión que han sido reportados en la literatura.

Así mismo, se aplicó la TAAE propuesta a casos elaborados específicamente para el presente trabajo, tanto hipotéticos como reales, en arreglos de carga tales como: pandeo elástico, así como en un arreglo para inducir diversos estados de esfuerzos planos.

Finalmente se analizaron casos, como el de pandeo de un riel o la validación de un torque aplicado en los tornillos de una carrocería, en los que la técnica propuesta puede resultar más conveniente que la aplicación de otras TAAE conocidas.

Trabajo futuro

Se propone elaborar:

- a) Un banco de pruebas que permita realizar una amplia validación de la TAAE propuesta en el presente trabajo.
- b) Prototipos que permitan validar la factibilidad para la aplicación de la TAAE propuesta a los casos de control descritos en la sección de “aplicaciones de control”.

Anexo 1. Generalidades de los materiales con memoria de forma.

Los Materiales con Memoria de Forma (MMF) son aquellos materiales que poseen la capacidad de recuperar su forma original al ser calentados por encima de cierta temperatura crítica [16].

Actualmente, se sabe que algunos materiales cerámicos, polímeros, y aleaciones presentan el efecto de memoria de forma [46]. Estos materiales son también llamados inteligentes ya que pueden ser utilizados como sensores y actuadores a la vez. Esta capacidad simplifica de manera considerable diversos diseños que de otra manera serían mucho más complejos. Por sus características especiales, estos materiales han sido utilizados en diversas aplicaciones tales como: actuadores [18], antenas espaciales [18], válvulas [47], etc. y más recientemente en sistemas de recuperación de energía [47].

A 1.1. Materiales con memoria de forma.

El efecto memoria de forma fue descubierto por primera vez en una aleación Au-47.5% Cd por Chang y Read [18]. Pese a estos descubrimientos, el efecto memoria de forma fue publicado con el descubrimiento de dicho fenómeno en aleaciones Ni-Ti por Buehler *et al.* [18].

La primera aplicación a gran escala de los MMF se da en 1971, cuando se diseñó un conector para una conexión hidráulica hecha de Ni-Ti en el helicóptero Grumman F-14 [18]. Éste es un ejemplo clásico de cómo los MMF pueden ser aplicadas a las necesidades de un mercado real a gran escala. Actualmente se cuenta con un número considerablemente grande de aplicaciones industriales y comerciales tal es el caso de los coples de Ni-Ti, conectores eléctricos, marcos de lentes, etc. [18].

Un ejemplo de aplicación industrial de los coples de MMF se presentó en el diseño de tuberías hidráulicas de titanio, debido a que presentaron problemas al momento de diseñar un conector fiable para la carga de combustible en aeronaves. Para tal efecto, la compañía Thermofit® desarrolló un conector a base de polímeros, pero era poco confiable, por lo que la compañía Cryofit® desarrolló sus conectores de Ni-Ti, los cuales se acoplaban al tubo a temperatura ambiente y se desacoplaban cuando se les enfriaba con nitrógeno líquido, con lo cual Cryofit® logró colocar a los MMF como una alternativa de solución confiable y económicamente factible (aunque aún muy costosa para el uso general) para resolver el problema de carga de combustible en aeronaves de uso militar [18].

Los MMF presentan una serie de efectos, que serán explicados posteriormente, asociados a una transformación de fase denominada: transformación martensítica de tipo termoléastica que ocurre en el material. Como se verá más adelante, dicha transformación se puede inducir en el MMF por esfuerzo, temperatura, o la combinación de ambos. La fase martensita que aparece en los MMF parte de una fase madre llamada fase austenita. Dicha transformación es reversible y ocurre de en un intervalo de temperatura acotado por ciertos valores críticos que dependen de la composición del material [18] y del tamaño de grano en materiales policristalinos [48].

A1.1.1 Transformación martensítica.

Se encuentra en la literatura que la definición más aceptada para la transformación martensítica es la publicada por Olson, Cohen y Clapp: “Es una transformación por desplazamientos, de primer orden, con una deformación homogénea de red constituida principalmente por una deformación cortante” [46].

El término desplazamiento se debe a que los átomos, que dan lugar a la estructura cristalina, se mueven cooperativamente distancias menores al parámetro de red [46]. Lo anterior origina la aparición de la nueva fase en estado sólido, sin presentar cambios en la composición química [46]. La transformación martensítica se caracteriza por ser de primer orden ya que se acompaña de una discontinuidad en propiedades como el volumen, la presión, etc. [46]. Por ser de primer orden, presentan discontinuidades en las primeras derivadas de sus potenciales termodinámicos como son: el volumen, la presión, etc. Existe un intervalo de temperatura en el cual ambas fases, la austenítica y la martensítica, coexisten además de que se presenta una entalpía de formación [16].

La transformación martensítica se puede inducir, a partir de una fase madre llamada austenita, por temperatura, esfuerzo o una combinación de ambos así como por la aplicación de campos magnéticos [16].

En la Figura A1 se ilustra cómo a cada fase le corresponde un acomodo propio de la red cristalina, partiendo de la fase austenita hacia la fase martensita. Aunque existen varias estructuras de las fases austenita y martensita, en términos generales la primera presenta estructuras de simetría cúbica mientras que las martensitas presentan estructuras de las denominadas de largo período como la ortorrómbica, monoclinica, triclinica, etc. [16].

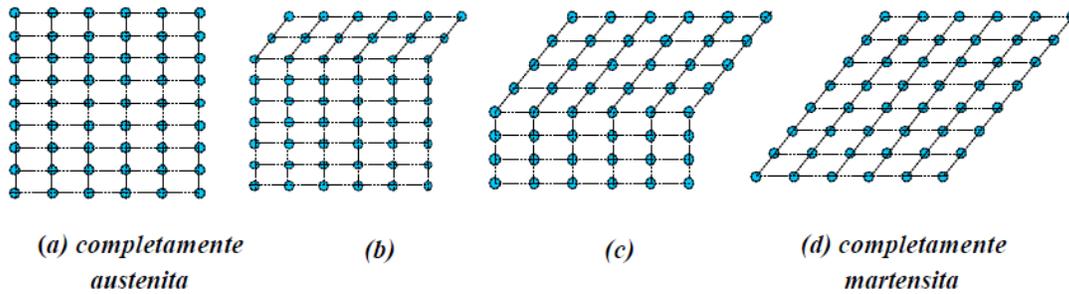


Figura A1. Muestra bidimensionalmente el desplazamiento atómico de los átomos durante la transformación martensítica [49].

En el caso de la transformación martensítica, no se requieren grandes movimientos y en este caso los átomos se reordenan para llegar a una nueva estructura cristalina más estable pero sin cambiar la naturaleza química de la matriz. Dado que no se necesita una migración atómica, estas transformaciones por desplazamiento generalmente son independientes del tiempo y el movimiento de la interface entre las dos fases es rápido [49].

En los MMF, a diferencia de lo que ocurre en otros tipos de transformaciones martensíticas, se presenta un mecanismo de auto acomodado llamado: “formación de variantes auto acomodantes” [16]. Dicho mecanismo consiste esencialmente en que las variantes de martensita que aparecen en el material se orientan de tal manera que se compensa la deformación de una con la de otra que se orientó en dirección opuesta [16]. Un diagrama bidimensional que muestra el mecanismo de auto-acomodado se presenta en la Figura A.12 (a) mientras que la Figura A.12 (b) se muestra un diagrama para el caso tridimensional.

En los MMF la transformación martensítica es de tipo termo elástica, a diferencia de otras transformaciones martensíticas observadas principalmente en aceros, por lo que progresa sólo si disminuye la temperatura en el material y se recupera en cuanto la temperatura incrementa [16]. Así mismo, es importante mencionar que cualquiera de las variantes de martensita que se forme en el material recuperará la estructura de la fase austenita que la originó [16]. La importancia de las dos características anteriores es que son las que permiten que se presente en los MMF el llamado: “efecto memoria de forma simple” [16].

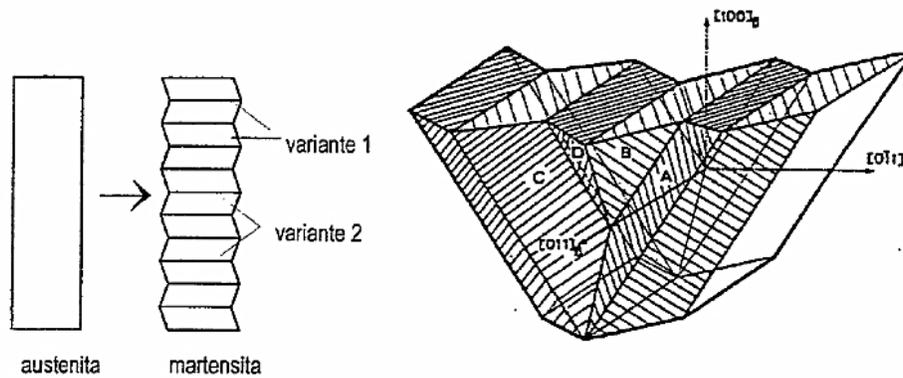


Figura A1.2. Diagramas que muestran el mecanismo de auto acomodo que se presenta en los MMF durante la transformación martensítica inducida por enfriamiento: (a) Diagrama bidimensional y (b) diagrama tridimensional [50].

Asociadas a la transformación martensítica, existen cuatro temperaturas críticas que marcan el inicio y el final de la transformación martensítica, así como de la transformación inversa. En la Figura A1.3 se muestra un gráfico donde se aprecian estas temperaturas y la fracción volumétrica de material transformado. En general se considera que la transformación ha iniciado, ya sea austenita-martensita o martensita-austenita, cuando el 10% del material ha transformado y se considera finalizada cuando se completa el 90%.

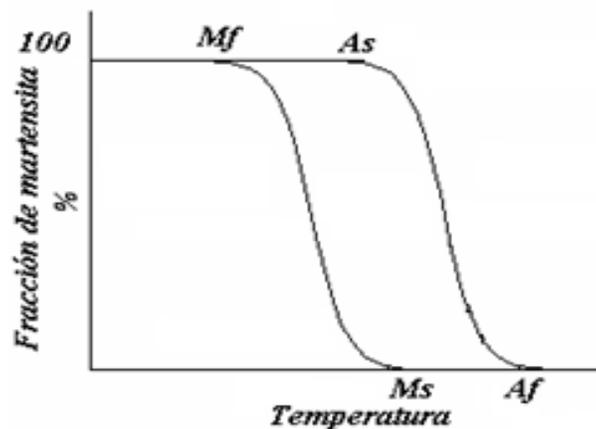


Figura A1.3 Diagrama temperatura-fracción volumétrica típico de una AMF [16]

Como se mencionó anteriormente, la transformación martensítica puede inducirse por enfriamiento, esfuerzo o combinación de ambos. En la Figura A1.4 se muestra

un diagrama esfuerzo-temperatura-transformación en el que se muestran los casos anteriores, es decir: a) Sin esfuerzo aplicado en el material la transformación se induce sólo por enfriamiento, b) Estando a una temperatura mayor que A_f , la transformación se induce por esfuerzo y c) aplicando un esfuerzo constante, o variable, al enfriar la muestra la transformación martensítica inicia en M_s^σ y termina en M_f^σ .

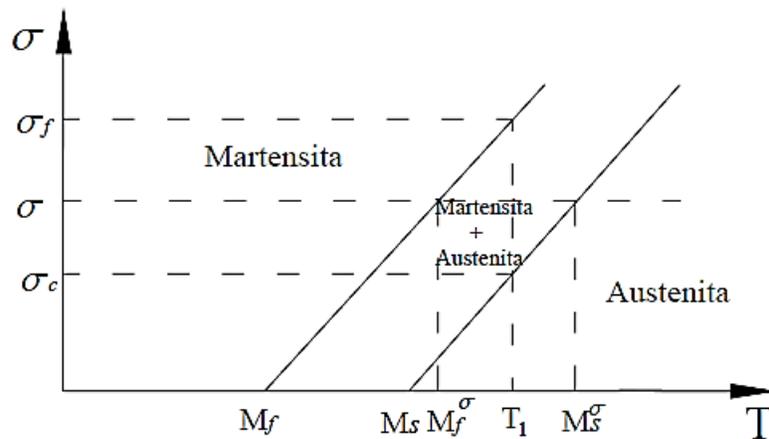


Figura A1.4. Diagrama: esfuerzo-temperatura-transformación [46].

En realidad los diagramas esfuerzo-temperatura-transformación son propios de cada aleación con memoria de forma. Considerando lo anterior, es claro que el diagrama de la Figura A1.4 es genérico.

A1.1.2 Efectos asociados de los MMF.

Como se mencionó anteriormente, existen varios efectos asociados a los MMF entre los cuales se encuentran: a) El efecto de memoria de forma simple, b) el doble efecto memoria de forma y c) la súperelasticidad, entre otros.

Efecto memoria de forma simple

En la Figura A1.5 se representa, de manera macroscópica, el llamado efecto memoria de forma simple.

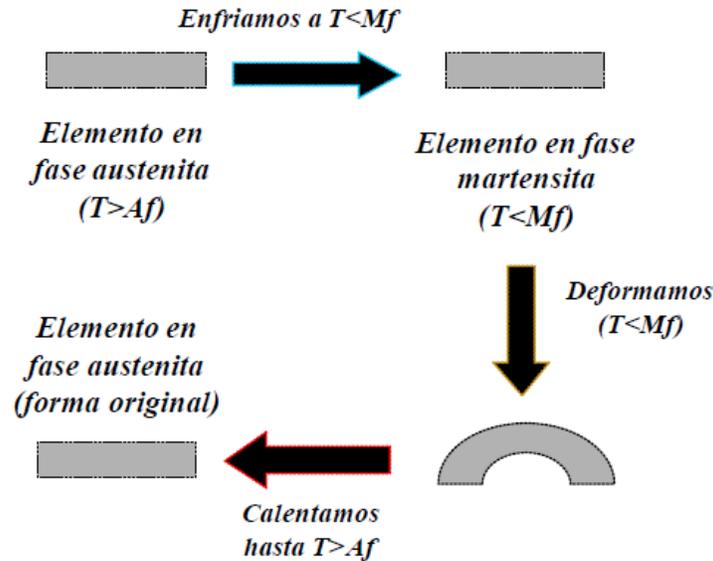


Figura A1.5. Ilustración del efecto memoria de forma simple [49].

Como se aprecia en la Figura A1.5, el efecto memoria de forma simple es la capacidad que tiene un MMF para deformarse de manera aparentemente plástica al aplicarle un esfuerzo a una temperatura baja, menor a M_f , y recuperar su forma original mediante un incremento de temperatura por encima de la temperatura A_f .

En la Figura A1.6 se presenta un diagrama esfuerzo-temperatura-transformación donde se aprecia el efecto memoria de forma simple, claramente se ve que cuando la transformación martensítica es inducida sólo por enfriamiento, hasta una temperatura menor a M_f el material conserva su forma macroscópica debido a que se presenta un mecanismo denominado: “formación de variantes autoacomodantes” [18]. Si a esta temperatura se aplica una carga que induce cierta deformación, sólo parte de ella se recupera al retirar la carga cambiando la forma macroscópica del material debido a que se presenta un fenómeno llamado “condensación de variantes favorecidas por el esfuerzo” [47]. Si se incrementa la temperatura por encima de A_f el material recuperará su forma original debido a que fuera cual fuere la variante de martensita que se indujo a baja temperatura, todas ellas regresan a la fase austenita [51].

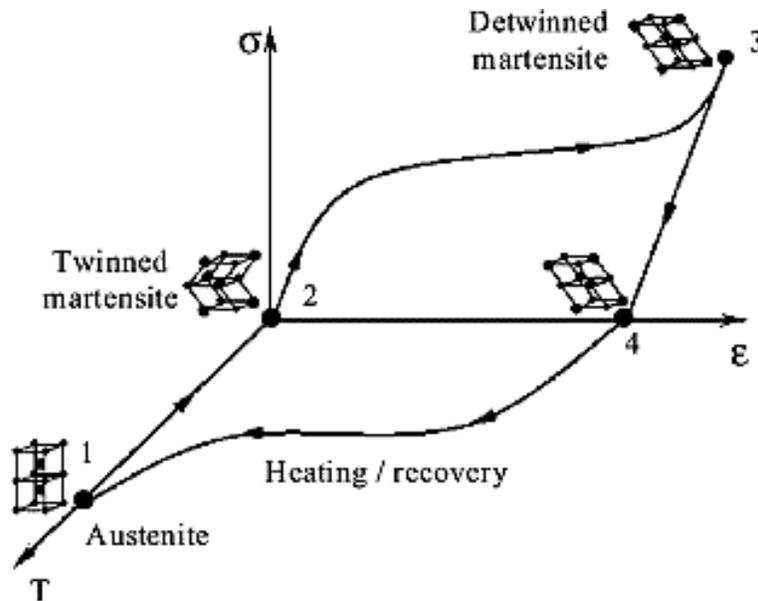


Figura A1.6. Esquema esfuerzo-deformación-temperatura, cambios cristalográficos durante el efecto memoria de forma [52].

El efecto súperelástico consiste en que si el material se encuentra a una temperatura mayor que la temperatura crítica A_f , es capaz de experimentar deformación elástica hasta 100 veces mayor que la que pueden experimentar los materiales convencionales a aplicarle esfuerzo. En este caso, la transformación martensítica es inducida por esfuerzo y en el caso de monocristales, las variantes de martensita que aparecerán serán aquellas más favorecidas por el esfuerzo aplicado [47]. En este caso, la transformación se puede apreciar como una meseta en la curva esfuerzo-deformación como la que se muestra en la Figura A1.7 cuya magnitud es llamada deformación transformacional y depende de la orientación cristalina del material. El esfuerzo al cual aparece la meseta es llamado esfuerzo crítico y depende de la temperatura de prueba, la orientación cristalina del material y el MMF [47].

En el caso de policristales, se presentan una serie de efectos asociados a la microestructura que hacen más complejo aún el comportamiento del material [53]. En lugar de observar una meseta en la curva esfuerzo-deformación, se observa un cambio de pendiente y el valor del esfuerzo crítico es fuertemente influenciado por el tamaño del grano [54]. La deformación transformacional prácticamente no se aprecia en la curva esfuerzo deformación de los MMF policristalinos y en general el comportamiento es prácticamente impredecible.

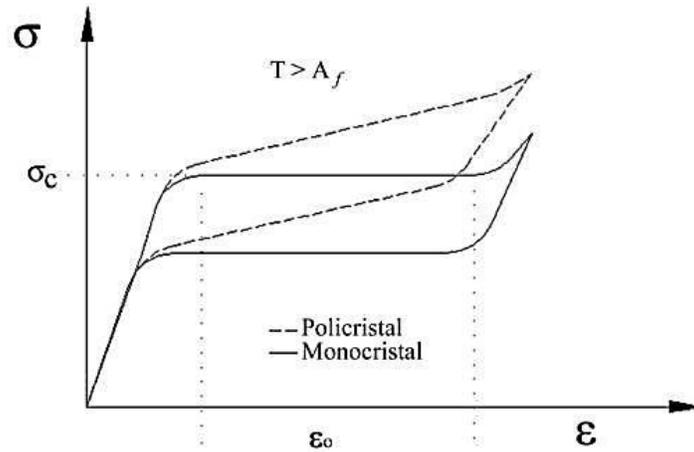


Figura A1.7. Efecto súper-elástico: -- material policristalino y — material monocristalino [46].

Doble efecto memoria de forma

El comportamiento del material al experimentar el doble efecto memoria de forma es esencialmente que el material cambia de forma al variar la temperatura, es decir que el material toma dos formas predeterminadas al pasar por las temperaturas críticas: A_f y M_f , sin que se aplique carga alguna. Dicho efecto se obtiene después de que el material es sometido a un proceso termomecánico llamado “educación” [16].

En la Figura A1.8 muestra esquemáticamente el doble efecto de memoria de forma y la comparación con el efecto de memoria de forma simple.

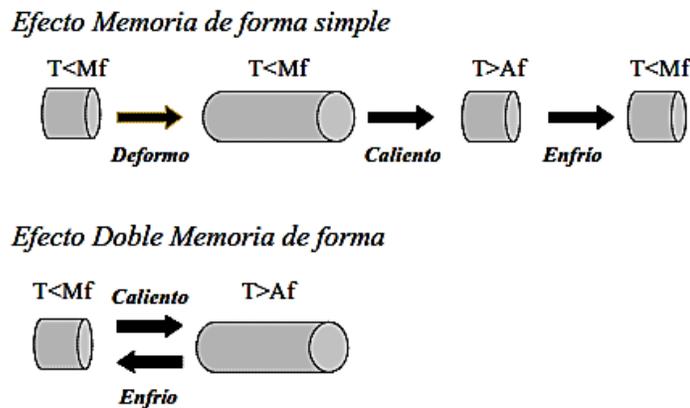


Figura A1.8. Comparación de la memoria de forma simple y doble [49].

A1.1.3 Comportamiento mecánico de los MMF.

El comportamiento mecánico de los MMF es considerablemente más complejo que el de los materiales convencionales como los aceros, las aleaciones de aluminio y

cobre. En términos generales, el comportamiento de los MMF es no lineal, dependiente de la temperatura, histerético y altamente anisotrópico [16]. Si el material es policristalino, además de los rasgos anteriores, se sabe que influyen en su comportamiento parámetros micro estructurales como el tamaño y forma del grano así como la posible textura cristalina [16]. Actualmente, para diseñar dispositivos que aprovechen las propiedades de los MMF se han desarrollado modelos matemáticos que consideran todos los rasgos anteriores y que permiten simular su comportamiento en función de la carga aplicada y la temperatura de prueba [16].

En forma resumida en la Figura A1.9 se muestra un diagrama esfuerzo-deformación-temperatura donde se aprecian los diferentes comportamientos observados en una aleación de Ni-Ti con memoria de forma [47].

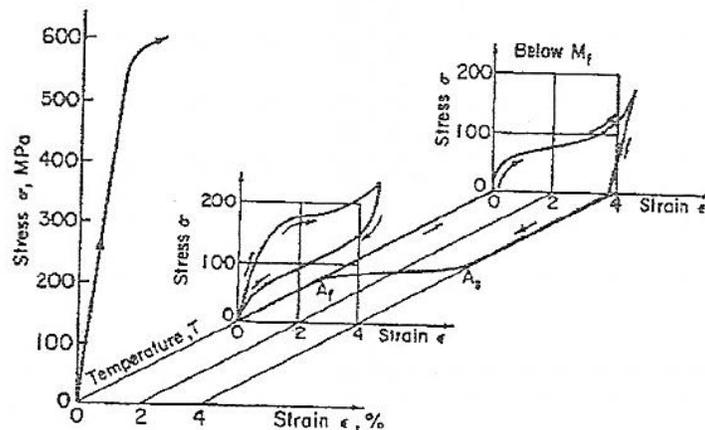


Figura A1.8. Comportamiento mecánico a diferentes temperaturas que presentó una aleación de Ni-Ti con memoria de forma [47].

Se puede observar que a una temperatura menor que M_f , si el material es cargado y descargado, persiste una deformación aparentemente plástica que es recuperada al calentar el material por encima de la temperatura A_f . Como se describió en la sección A1.1.2 este comportamiento corresponde con el llamado “efecto memoria de forma simple”.

Por otro lado, también en la Figura A1.8 se aprecia que si el material se encuentra a una temperatura mayor que A_f el material presenta el comportamiento denominado súper-elástico que fue descrito en la sección A1.1.2. Como se describió anteriormente, el comportamiento súper-elástico corresponde con la transformación martensítica inducida por esfuerzo, la cual se puede inducir a diferentes valores de esfuerzo crítico (σ_c) los cuales se rigen por la razón de Clasiuss-Clapeyron la cual

depende de la AMF que se trate. En la Figura A1.9 se muestran una serie de curvas esfuerzo-deformación correspondientes a una aleación monocristalina de Cu-Zn-Al [47] sometida a cargas de tensión uniaxial a distintas temperaturas $T > A_f$. Se observa que el valor del esfuerzo crítico (σ_c), cambia con la temperatura lo que es congruente con el diagrama esfuerzo-temperatura- transformación mostrado en a Figura A1.8.

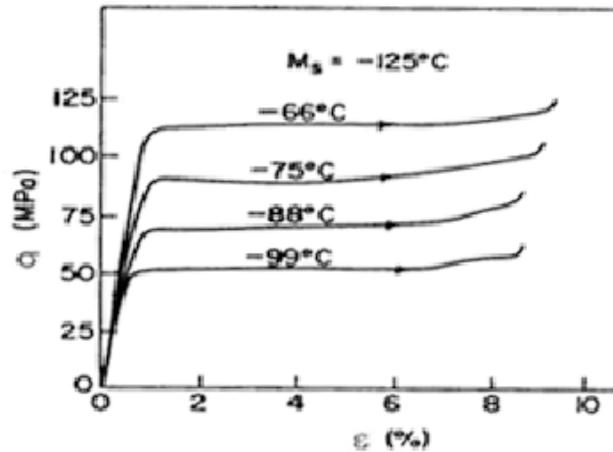


Figura A1.9. Comportamiento esfuerzo-deformación correspondiente a una muestra de Cu-Zn-Al con memoria de forma sometida a pruebas de tensión uniaxial a diferentes temperaturas $T > M_f$ [47].

A1.1.4 Anisotropía mecánica.

Además de la no linealidad y la dependencia de la temperatura del comportamiento de los MMF otro rasgo particular que lo hace especialmente complejo es la alta anisotropía mecánica que presentan. Dicha anisotropía se presenta en tres formas diferentes:

- a) En las propiedades elásticas de la fase austenita
- b) En el esfuerzo de transformación y
- c) En la deformación transformacional.

La anisotropía que se relaciona con la fase austenita está asociada a la simetría que presenta dicha fase, la cual, es del tipo cúbica centrada en el cuerpo (CCC). Como se sabe, un cristal de este tipo contiene tres ejes de simetría diferentes lo que trae como consecuencia que el número mínimo de constantes elásticas necesarias para describir su comportamiento, es tres y no dos como ocurre con los materiales isótropos [47]. Según se ha reportado en la literatura, la fase austenita de diversos MMF presenta coeficientes anisotrópicos que varían entre 11 y 15 [16]. Como consecuencia, el módulo elástico de la fase austenita presenta variaciones que van

de 23 a 230 GPa cuando la orientación cristalina de la muestra cambia de la dirección $[001]$ a la $[11\bar{1}]$ [50], como se aprecia en la Figura A 1.10.

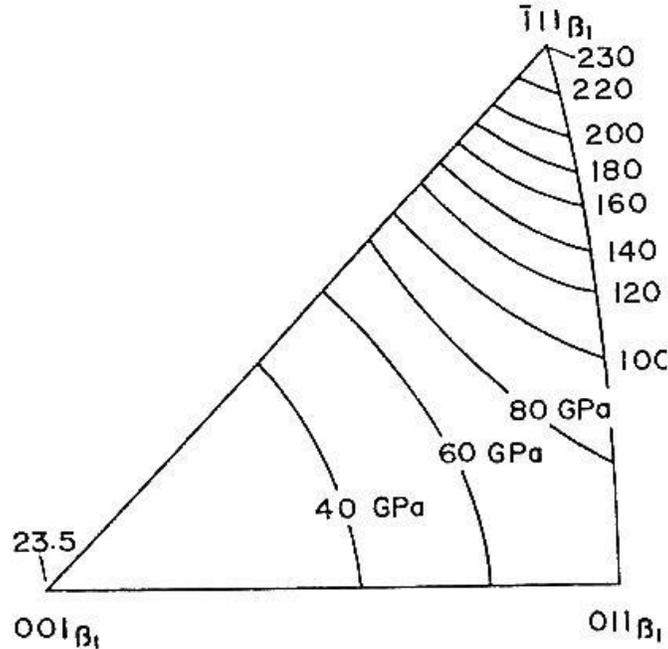


Figura A 1.10. Variaciones del Módulo de Young de la fase austenítica en aleaciones de Cu-Al-Ni [50].

La anisotropía asociada al esfuerzo transformacional se refiere a una fuerte dependencia de la magnitud del esfuerzo crítico con la orientación del material. Dichas variaciones se deben a que la transformación martensítica inducida por esfuerzo inicia cuando el esfuerzo de corte aplicado sobre un elemento del Sistema de Transformación alcanza el valor crítico para la temperatura de prueba. Considerando que existen 24 elementos de transformación, que corresponden con las 24 posibles variantes de martensita que se pueden formar en un MMF, es necesario calcular el esfuerzo de corte inducido por la carga de tensión aplicada en cada uno de los elementos de transformación. Generalmente se usa el Factor de Schmid (FS), o bien el Factor de Taylor (FT) que es su recíproco, para determinar la componente de corte (sobre un plano predeterminado) que es generado por una carga de tensión aplicada [50]. Para calcular el FS es necesario conocer la orientación del eje de aplicación de la carga, así como los índices de Miller de cada elemento del Sistema de Transformación. En estados de esfuerzos biaxiales, se utiliza el FT para construir diagramas de transformación análogos a los que se usan en teoría de cedencia de materiales convencionales.

Finalmente, la anisotropía asociada a la deformación transformacional se refiere a una variación severa de esta magnitud con la orientación que se ha observado las curvas esfuerzo-deformación en muestras monocristalinas de diversos MMF sujetos a tensión uniaxial [47]. Diversos autores han reportado dicho efecto y han encontrado una fuerte correlación con el FS [47], lo cual es razonable ya que se trata de una proyección de la deformación de corte en el sistema de observación [55].

Es importante mencionar que, recientemente se ha encontrado que en el caso de MMF policristalinos el comportamiento de los granos independientes difiere considerablemente del que presentan los granos en conjunto debido a que se presentan las llamadas interacciones inter-granulares [56]. En términos generales, dichas interacciones tienden a ser disminuidas o eliminadas por un mecanismo de “acomodo” que altera considerablemente el comportamiento de los granos aislados [56].

A 1.2. Aleaciones con memoria de forma base cobre.

Según se ha reportado en la literatura, los MMF de Ni-Ti presentan mejores propiedades de memoria de forma que otros MMF como las de base cobre. No obstante, las aleaciones de Ni-Ti resultan costosas en comparación con las de cobre, por lo que en los últimos años se han realizados esfuerzos importantes para desarrollar MMF de cobre con buenas propiedades. En un principio los MMF base cobre presentaban algunos problemas relacionados con fallas inter-granulares, debido al crecimiento de grano que generalmente se obtiene durante los tratamientos térmicos que se requieren para adquirir sus propiedades. Los problemas de crecimiento de grano han sido superados gracias al desarrollo de refinadores, y en la actualidad las aleaciones de base cobre son más competitivas que las aleaciones de Ni-Ti, sobre todo cuando son utilizadas como actuadores termo-mecánicos en los que tradicionalmente se usaban bi-metales (termostatos, etc.) [50]. Los principales sistemas binarios que conforman estas aleaciones son: Cu-Zn, Cu-Al, Cu-Sn las cuales se presentan en la Figura A1.11 con un tercer elemento, que permite el afino de grano [50].

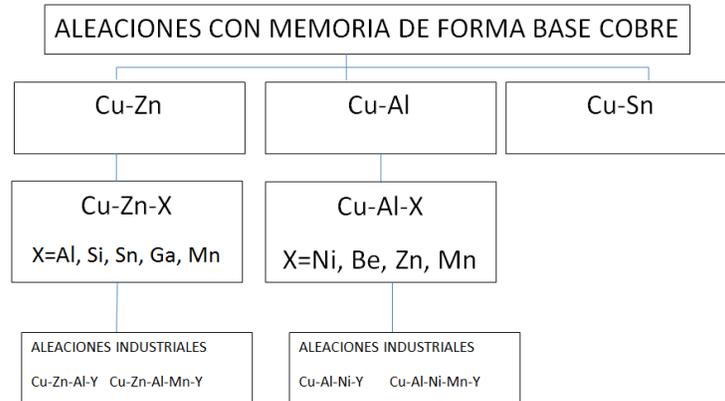


Figura A 1.11 Esquema de las aleaciones base cobre conocidas [57].

En los diagramas de fases de las aleaciones base cobre con memoria de forma presentan una fase homogénea estable a alta temperatura que es la fase β [57]. Esta fase tiene una estructura cristalina cubica centrada en el cuerpo (BCC) y es templada a una temperaturas cercanas a la ambiente y posteriormente experimenta la transformación martensítica al ser enfriada por de debajo de la temperatura crítica M_f que depende de la composición química de la aleación.

Este tratamiento térmico es llamado *betatizado* y tiene como finalidad congelar la fase β , estable a alta temperatura, a temperatura ambiente. En realidad, se temple el material en agua a 100 °C y luego se deja enfriar al aire hasta alcanzar la temperatura ambiente. La estructura de la fase β obtenida mediante el templeado a 100°C es ordenada lo cual permite que las temperaturas críticas se estabilicen y favorece la transformación en martensita con baja histéresis y alta deformación transformacional. En la Figura A1.12 se muestran diferentes tipos de estructuras cúbicas centradas en el cuerpo tanto ordenadas como desordenadas.

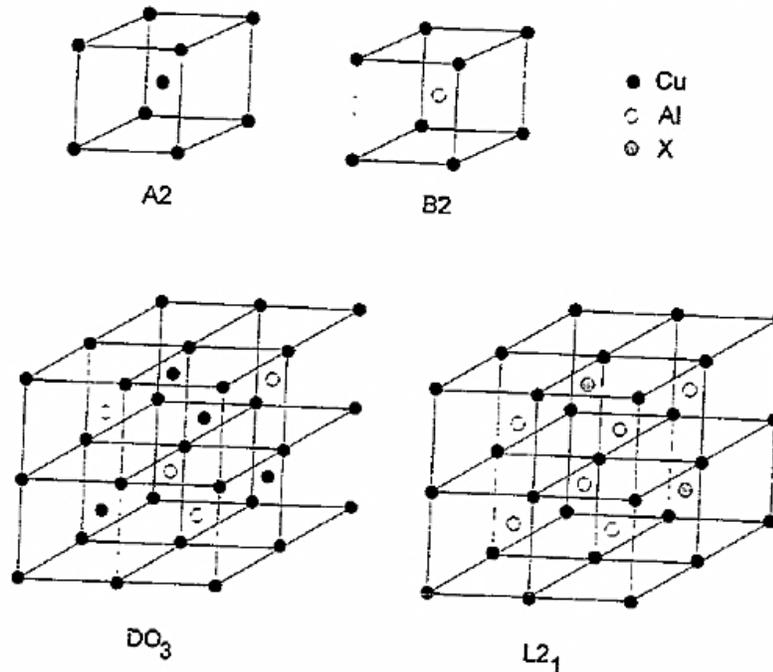


Figura A1.12 Ordenamiento de los elementos en la aleación [57].

En aleaciones binarias este orden corresponde a estructuras del tipo *B2* o *DO₃*, mientras que en aleaciones ternarias se presenta adicionalmente orden del tipo *L2*. Por su parte la fase beta desordenada es conocida como *A2* [50]. La fase *DO₃* se compone de 8 celdas donde los átomos de aluminio se alternan en la red de átomos de cobre.

Como se mencionó anteriormente, estas aleaciones en la fase austenita presentan un grado alto de anisotropía mecánica, como es el caso particular del módulo elástico. Según se ha reportado en la literatura el Módulo de Young puede variar de 20 a 200GPa dependiendo de la orientación cristalina en que se considere. Esto también afecta a la deformación transformacional, ya que dependiendo de la orientación cristalina hay una variación del porcentaje de deformación transformacional que van de más del 8% hasta menos de 1 % [16].

Referencias

1. James F. Doyle. (2004). Modern Experimental Stress Analysis: Completing the Solution of Partially Specified Problems. UK: John Wiley & Sons, Inc.
2. Hendry A. W. (1965). Elements of Experimental Stress Analysis. England: Pergamon Press.
3. Harry G. Harris, "Structural modeling and experimental techniques", second edition.
4. Sciammarella Cesar A., Federico M. Sciammarella. (2012). Experimental Mechanics of Solids. UK: John Wiley & Sons, Ltd.
5. Dally James W., Riley William Franklin. (1978). Experimental stress analysis. Knoxville, TN: McGraw-Hill.
6. Ramesh K. (2000). Digital Photoelasticity: Advanced Techniques and Applications, Volumen 1. Universidad de Michigan: Springer-Verlag.
7. HERREROS CEDRÉS JAVIER, "Estudio de la anisotropía óptica en cristales de interés tecnológico mediante técnicas polarimétricas de alta resolución", Curso 2004/2005, Ciencias y tecnologías/9, I.S.B.N.:84-7756-635-6
8. Briñez de León Juan Carlos, "ESTUDIOS DE FOTOELASTICIDAD: DESARROLLOS Y APLICACIONES", Revista Politécnica ISSN 1900-2351, Año 9, Número 16, Páginas 27-36, 2013.
9. Madhu K., Prasath R., Ramesh K. Colour adaptation in three fringe photoelasticity, Experimental Mechanics, vol 47, pp 271-276, 2007, Millerd James E., Brock Neal J., Hayes John B. And Wyant James C. Modern Approaches In Phase Measuring Metrology. Spie, Vol. 5856, pp 14-22, 2005
10. Phillips James W., James F. Doyle. Society for Experimental Mechanics (U.S.). (1989). Manual on experimental stress analysis. Universidad de Michigan: Society for Experimental Mechanics.
11. Vishay Precision Group, Inc., [en línea]: "Interactive Data Book VMM-DB0103-1011". [Fecha de consulta: Noviembre 2015]. Disponible en: <http://www.vishaypg.com/micro-measurements/databooks>
12. Vishay Precision Group, Inc, [en línea]: "Tech Note TN-702-2". [Fecha de consulta: Noviembre 2015]. Disponible en: <http://www.vishaypg.com/micro-measurements/databooks>
13. Vishay Micro-Measurements Division. [en línea]: "Reference Data for Precision Strain Measurement". [Fecha de consulta: Noviembre 2015]. Disponible en: <http://www.vishaypg.com/micro-measurements/databooks>
14. Vishay Precision Group, Inc. [en línea]: [Fecha de consulta: Noviembre 2015]. Disponible en: <http://www.vishaypg.com/micromeasurements/instruments/p3-list/>
15. US DIDACTIC, INC., [en línea]: "Photoelastic Experiments with a Transmission Polariscope", Disponible en: www.usdidactic.com/images, [Fecha de consulta: Enero, 2016]

16. Cortés Pérez J., Modelación matemática de la transformación martensítica inducida por esfuerzo. (Tesis de doctorado), Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM, 2007
17. Hernández Escobar Julio Arturo. "Fabricación y caracterización de la aleación con memoria de forma del tipo Ni-Ti procesada por fundición, laminación y solidificación rápida". (Tesis de Licenciatura) Distrito Federal: Instituto de Investigaciones en Materiales UNAM, (2011)
18. Otsuka K., Wayman C. M.. (1999). Shape Memory Materials. UK: Cambridge University Press.
19. Sánchez Arévalo F. M. "ESTUDIO DE LA DEFORMACIÓN EN MATERIALES POLICRISTALINOS QUE PRESENTAN MEMORIA DE FORMA, MEDIANTE UNA TÉCNICA DE ANÁLISIS DE IMÁGENES", (Tesis de maestría) Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM. (2004)
20. Dieter George E. (1961). Mechanical metallurgy. New York: McGraw-Hill.
21. Patoor E., Berveiller M. Les alliages à mémoire de forme, Technologies de pointe. Hermes, PARIS, 1990.
22. Elsevier Fifth Edition, Physical Metallurgy: 3-Volume Set, Volumen 1, editado por David E. Laughlin, Kazuhiro Hon.
23. Brinson L. C., Constitutive behavior of shape memory alloys: one dimensional thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. Conference on Recent Advances in Adaptive and Sensory Materials and their Applications, Virginia Tech, Blacksburg, V. A. 27-29 Abril. Technomic Publishing. New York. (1992).
24. R. J. C. J. A. W. M. Somerday, «A systematic analysis of transformation stress anisotropy in shape memory alloys,» Philosophical Magazine A, vol. 75, nº 5, pp. 1193-1207, 1997.
25. Kaouache B., K. Inal, S. Berveiller, A. Eberhardt, E. Patoor, Martensitic transformation criteria in Cu–Al–Be shape memory alloy—In situ analysis, Mater. Sci. Eng. A 438–440 (2006) 773–778
26. Kajiwara S., «Theoretical analysis of the crystallography of the martensitic transformation of BCC to 9R close-packed structure,» Trans. Jpn. Inst. Met. , vol. 17, p. 435–446, (1976)
27. Buchheit T. E. and J. A. Wert. Modeling the Effects of Stress State and Crystal Orientation on the Stress Induced Transformation of Ni Ti Single Crystals. Metallurgical and Materials Transactions A. 25A. pp. 2383-2389. (1994).
28. Patoor E., A. Eberhardt and M. Berveiller. Micromechanical Modeling of Superelasticity in Shape Memory Alloys. Proceedings of the III European Symposium on Martensitic Transformations BARCELONA, SPAIN: PLANES a, (ed), J de Physique Colloque C 2, pp. 501-506. (1994)
29. Patoor E., M. El Amrani, A Eberhardt and M. Berveiller. Determination of the Origin for the Disymmetry Observed between Tensile and Compression Tests on Shape Memory Alloys. Proceedings of the III European Symposium on Martensitic

- Transformations BARCELONA, SPAIN: PLANES a, (ed), J de Physique Colloque C 2, p. 495. (1994)
30. Buchheit T. E., S. L. Kumpf and J. A. Wert. Modeling the Stress-Induced Transformation Behavior of Shape Memory Alloy Single Crystals. *Acta metall. mater.*43-11. pp. 4189-4199. (1995).
 31. García-Castillo F.N. *et al.* (2015). Development of a stress-induced martensitic transformation criterion for a Cu–Al–Be polycrystalline shape memory alloy undergoing uniaxial tension. *Acta Materialia*, Volume 97, 131–145. 2015, Science Direct.
 32. García Castillo F. Néstor. “Estudio de las interacciones intergranulares durante la Transformación Martensítica Inducida por Esfuerzo en materiales con memoria de forma policristalinos”, (Tesis de doctorado en proceso), Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM, 2016.
 33. Borchardt-Ott, Walter. (2011). *Crystallography*. New York: Springer.
 34. Oxford Instruments, [en línea]: “EBSD FOR BEGINNERS”, EBSD EXPLAINED. [Fecha de consulta: Enero, 2016].
 35. Tan Shusong , Xu Huibin , Ngal Leo Tangwai. (November 1994). Single crystal growth of cu based shape memory alloy and its thermodynamic analysis. *Journal of Central South University of Technology*, Volume 1, pp 29-34. 2015, Springer
 36. González-Comas Alfons, “Lattice stability and martensitic transition in β -phase Cu-based Shape Memory Alloys: Long-Wavelength acoustic mode anharmonicity”, *Philosophical Magazine A*, 2000, Vol. 80, No. 7, 1681-1697
 37. Richard DV. Espiritu • Alberto V. Amoroso Jr., “DSC analysis of Cu–Zn–Sn shape memory alloy fabricated via electrodeposition route”
 38. Lechuga T. Rodrigo. “Aplicación del método SF-SR-STD para predecir el comportamiento mecánico de aleaciones con memoria de forma policristalinas tipo Cu-Al-Be sometidas a flexión”. (Tesis de maestría). Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM. (2016)
 39. Warren Young and Richard Budynas. (2011). *Roark's Formulas for Stress and Strain*. United States: McGraw-Hill.
 40. Physik Department, Technische Universität München, Spannungsoptische Analyse bei einem Zugversuch. Bild: TUM.PH/Hauptner, <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/mw/>
 41. WALTER D. PILKEY-DEBORAH F. PILKEY, “PETERSON'S STRESS CONCENTRATION FACTORS”, Third Edition
 42. Technische Universität Bergakademie Freiberg, Fakultät Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik Institut für Mechanik und Fluidodynamik, “Praktikum Messmethoden der Mechanik, Versuch: Spannungsoptik”, die ressourcenuniversität. Seit 1765.
 43. Cortés-Pérez J., J. J. Llanito P., DISEÑO DE UN DISPOSITIVO MECÁNICO PARA VISUALIZAR LA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN ELEMENTOS TÍPICOS SOMETIDAS A CARGAS DE COMPRESIÓN, MEMORIAS DEL 14 CONGRESO

- INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM 17 al 19 DE SEPTIEMBRE, 2008 PUEBLA, MÉXICO.
44. Martínez-Fuentes R.J. *et al*, «Micromechanical behavior of CuAlBe shape memory alloy undergoing 3-point bending analyzed by digital image correlation,» de Shape Memory Alloys – Processing, Characterization and Applications, Rijeka, In-Tech, 2013, pp. 197-212
 45. Delgado F. Paris, “Diseño, construcción e instrumentación de un equipo para pandeo en columnas”, (Tesis de licenciatura), Estado de México: FES Aragón UNAM, 2010.
 46. Sánchez Arévalo F.M. “Estudio experimental del comportamiento mecánico de un material con memoria de forma”, (Tesis de doctorado), Distrito Federal: Instituto de Investigaciones en Materiales UNAM, (2007).
 47. Ríos Cortés J. Alejandro. “Evaluación de la eficiencia térmica de aleaciones con memoria de forma típicas para su uso en distintos dispositivos recuperadores de energía”. (Tesis de maestría). Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM. (2013)
 48. Lara-Rodríguez G. A., G. González, H. Flores-Zúñiga, J. Cortés-Pérez, (2006). The effect of solidification and grain size on the transformation temperatures of Cu-Al-Be melt spun alloys. *Materials Characterization* 57, pp. 154-159.
 49. Flor López, Silvia de la. Simulación numérica y correlación experimental de las propiedades mecánicas en las aleaciones con memoria de forma. Tesis de doctorado. Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria (2005).
 50. Cortés Pérez J. “Superelasticidad en aleaciones con memoria de forma Cu-Al-Be”. (Tesis de licenciatura). Estado de México: FES Aragón UNAM. (1997).
 51. Olson M., Cohen G.B., Clapp P.C., (1979), “On the classification of displacive phase transformations”. *Proceedings of the international conference on martensitic transformation. ICOMAT 79*, pp. 1-11.
 52. Patoor Etienne, Dimitris C. Lagoudas, Pavlin B. Entchev, L. Catherine Brinson, Xiujie Gao. (2006). Shape memory alloys, Part I: General properties and modeling of single crystals. *ELSEVIER, Volume 38*, 391–429. 2015, Science direct.
 53. Cortés P. J, F. N. García C., J. G. González R. H. Flores Z and A. Reyes S., (2010). Influence of grain interaction on the mechanical behavior in shape memory material in flexion test. *Mater. Res. Soc. Symp. Proc. Vol. 1243*. pp 115-120.
 54. C. Bouvet, S. Calloch and . C. Lexcellent., (2002). Mechanical Behavior of a Cu Al Be Shape Memory Alloy under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *Journal of Engineering Material and Technology*. 124, pp. 112-123.
 55. Cortés-Pérez, J. G. Gonzalez R., J. Carrera B. H. Flores Z. Mathematical analysis of experimental results in polycrystalline shape memory samples subject to a simple uniaxial tension test. in *ESOMAT 2009 - The 8th European Symposium on Martensitic Transformations*, edited by P. Šittner, L. Heller and V. Paidar, Paidar, [10.1051/esomat/200903012], published by EDP Sciences (www.esomat.org).
 56. Cortés P. Jacinto, F. N. García, F. M. Sánchez J. G. González and V. Amigó B. Micromechanical analysis of stress induced martensite transformation in

- polycrystalline cu-al-be shape memory alloy. European Symposium of Martensitic Transformation 2012. September 9 to 14, San Petersburg, Rusia.
57. Olaz García Jesús Enrique. "Fabricación de la aleación y caracterización de cintas con memoria de forma por un proceso de solidificación rápida de la aleación Cu-Al-Be". (Tesis de licenciatura). Distrito Federal: Facultad de Ingeniería UNAM. (1998).