



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**LA PROBLEMÁTICA DE LA FALTA DE INFORMACIÓN  
DE LA OPERACIÓN TRANSITORIA DE TURBINAS FRAN-  
CIS PARA EL CÁLCULO DE SOBREPRESIÓN Y SOBRE-  
VELOCIDAD ANTE RECHAZO DE CARGA ELÉCTRICA  
DURANTE ETAPAS DE PREDISEÑO, RESUELTA A TRA-  
VÉS DEL ORIFICIO DINÁMICO**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A:**

**HUGO ADRIÁN MARTÍNEZ NAYAR**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**M. C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO. FEBRERO 2016**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/001/16

Señor  
HUGO ADRIÁN MARTÍNEZ NAYAR  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso la profesora M.C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"LA PROBLEMÁTICA DE LA FALTA DE INFORMACIÓN DE LA OPERACIÓN TRANSITORIA DE TURBINAS FRANCIS PARA EL CÁLCULO DE SOBREPRESIÓN Y SOBREVOLUCIDAD ANTE RECHAZO DE CARGA ELÉCTRICA DURANTE ETAPAS DE PREDISEÑO, RESUELTA A TRAVÉS DEL ORIFICIO DINÁMICO"**

- INTRODUCCIÓN
- I. TURBINAS A REACCIÓN. TURBINAS TIPO FRANCIS
  - II. OPERACIÓN DE TURBINAS EN ESTADO TRANSITORIO
  - III. MODELO DEL ORIFICIO DINÁMICO
  - IV. ECUACIÓN DE LA LÍNEA DE CONDUCCIÓN
  - V. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ORIFICIO DINÁMICO PARA LA SIMULACIÓN DEL RECHAZO TOTAL DE CARGA ELÉCTRICA
  - VI. RESULTADOS
  - VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 18 de enero del 2016.  
EL PRESIDENTE

  
M.I. GERMAN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

## **AGRADECIMIENTOS:**

*«Los ideales que iluminan mi camino y una y otra vez me han dado coraje para enfrentar la vida con alegría han sido: la amabilidad, la belleza y la verdad».*

-Albert Einstein

Agradezco a mis padres y a mis hermanos por el apoyo incondicional que me han brindado a lo largo de mi vida y la excelente educación que he recibido de ellos.

A mis tíos Héctor y Elizabeth por ser mis segundos padres y siempre estar al pendiente de mi trayectoria escolar y de mi vida, así como a mis primos Héctor y Omar por los momentos que compartimos.

A mis amigos Mario, Karla y Juan por compartir conmigo los innumerables momentos agradables y brindarme su apoyo y compañía en los momentos difíciles, y sobre todo, por representar en mi vida una gran amistad que se nunca dejará de existir.

A la familia Ozuna por todo su cariño y consejos de vida que recibí a lo largo de mi trayectoria escolar.

Al Instituto de Ingeniería en especial a la M. C. Libia G. Carmona Paredes por el apoyo, las enseñanzas y la guía que recibí durante el desarrollo de esta tesis que sin ella no hubiera sido posible. Así como al M. I. Eduardo Rodal Canales por orientarme de la mejor manera para resolver mis dudas.

A mis amigos de la E.N.P. No. 9, Migue, Garduño y Biniza y a los de la Facultad de Ingeniería, Víctor, Jesús y Cicerón por ser parte de mi formación como ser humano y de mi vida.

A la Facultad de Ingeniería y sobre todo a los maestros que con gran dedicación me transmitieron su sabiduría.

A todas aquellas personas que he tenido la oportunidad de conocer y me han dejado algo agradable en mí.

Y sobre todo a mis abuelitas Martha (†) y Eva (†) por dejar un legado de amor en mi vida.

# ÍNDICE

OBJETIVO	4
RESUMEN	4
INTRODUCCIÓN	5
I. TURBINAS A REACCIÓN. TURBINAS TIPO FRANCIS	6
II. OPERACIÓN DE TURBINAS EN ESTADO TRANSITORIO	9
II.1 Transitorios hidráulicos	11
II.2 Operación transitoria de turbinas Francis	12
III. MODELO DEL ORIFICIO DINÁMICO	28
III.1 Ecuaciones del modelo de orificio dinámico	29
IV. ECUACIÓN DE LA LÍNEA DE CONDUCCIÓN	33
V. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ORIFICO DINÁMICO PARA LA SIMULACIÓN DEL RECHAZO TOTAL DE CARGA ELÉCTRICA	39
V.1 Central Hidroeléctrica “La Yesca”	40
VI. RESULTADOS	46
VII. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS	51
BIBLIOGRAFÍA	53

## OBJETIVO

Presentar la problemática relacionada con la falta de información de la operación de las turbinas en flujo transitorio para el cálculo de la sobrepresión en la tubería a presión y sobrevelocidad de las turbinas provocados por un rechazo total de carga eléctrica y cierre de los álabes del distribuidor en turbinas tipo Francis y el modelo de orificio dinámico como una alternativa para estimar el valor de esas variables durante las etapas de factibilidad y prediseño de centrales hidroeléctricas.

## RESUMEN

Se presenta detalladamente por qué la información de la operación de las turbinas que los fabricantes proporcionan y la encontrada en la literatura no es suficiente para realizar análisis del comportamiento transitorio de un sistema hidroeléctrico que incluye la tubería a presión y la turbina después de presentarse un rechazo total de carga eléctrica; y una técnica para estimar la sobrepresión de la tubería a presión y sobrevelocidad de la turbina a partir de su velocidad específica, momento de inercia y punto de operación de máxima eficiencia o condiciones nominales sin la necesidad de conocer su diagrama de colina.

Además se realiza una comparación de los resultados obtenidos con el modelo del orificio dinámico con los presentados en la *referencia 14* de un modelo de turbina similar a las instaladas en la central hidroeléctrica La Yesca.

## INTRODUCCIÓN

La generación de energías limpias en el planeta es necesaria para reducir la emisión de gases de efecto invernadero a la atmósfera y así contribuir a disminuir el efecto del calentamiento global que nos afecta a todos y es tema central de las naciones en el siglo XXI.

A pesar de los esfuerzos que se han realizado en México para disminuir la generación de energía eléctrica a partir de combustibles fósiles, hoy en día alrededor del 75% de la energía generada en el país proviene de la quema de este tipo de combustible.

Las centrales hidroeléctricas juegan un papel importante en la generación de energía limpia para el país, siendo la segunda fuente de generación con alrededor del 18% de la capacidad total instalada en México.

Sin embargo, la planeación de un proyecto hidroeléctrico puede durar décadas y costar miles de millones de pesos, por lo que es importante contar con los medios para garantizar la seguridad y el buen funcionamiento del sistema hidroeléctrico en condiciones normales de operación y más aún en las condiciones de operación diferentes a las de diseño como aquellas en las que se presentan las mayores presiones en las tuberías y velocidades en las turbinas.

Uno de los pasos cruciales en la ejecución de un proyecto hidroeléctrico es contar con un buen anteproyecto que proporcione una visión integral del sistema hidroeléctrico con el fin de tener que hacer el menor número de modificaciones en la construcción del proyecto y en la operación del mismo.

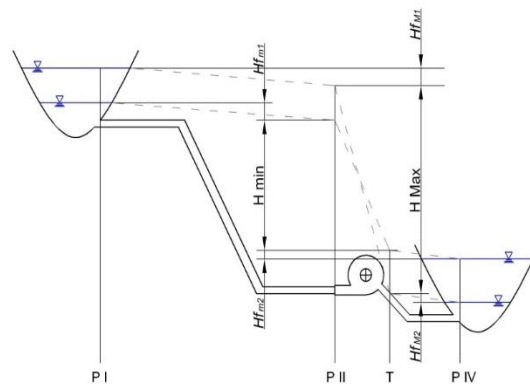
Es por esto que se deben desarrollar métodos de análisis completos, factibles de realizar y confiables para ser utilizados durante la etapa de factibilidad y prediseño de centrales hidroeléctricas que permitan estimar la presión en las líneas de conducción y la velocidad del rotor de la turbina aún antes de saber quiénes serán los proveedores de las turbinas.

## I. TURBINAS A REACCIÓN. TURBINAS TIPO FRANCIS

Una clasificación de turbinas hidráulicas se basa en la forma como actúa el fluido con el rodete de la turbina, en este caso existen dos tipos: turbinas de chorro o de acción simple o directa (p.ej. turbinas tipo Pelton) donde en el rodete se realiza el intercambio de energía hidráulica a mecánica a la presión atmosférica y turbinas de reacción o de sobrepresión (p.ej. turbinas tipo Francis y Kaplan) donde ocurren cambios tanto en la presión como en la velocidad, en éstas, el rodete se encuentra ahogado. Debido a que este trabajo trata de transitorios en centrales hidroeléctricas con turbinas Francis, solo se presenta una breve descripción de éstas.

La carga ( $H$  en m) disponible en el esquema de una planta hidroeléctrica es el punto de partida de todo estudio, debido a que es impuesta a la máquina hidráulica por la instalación.

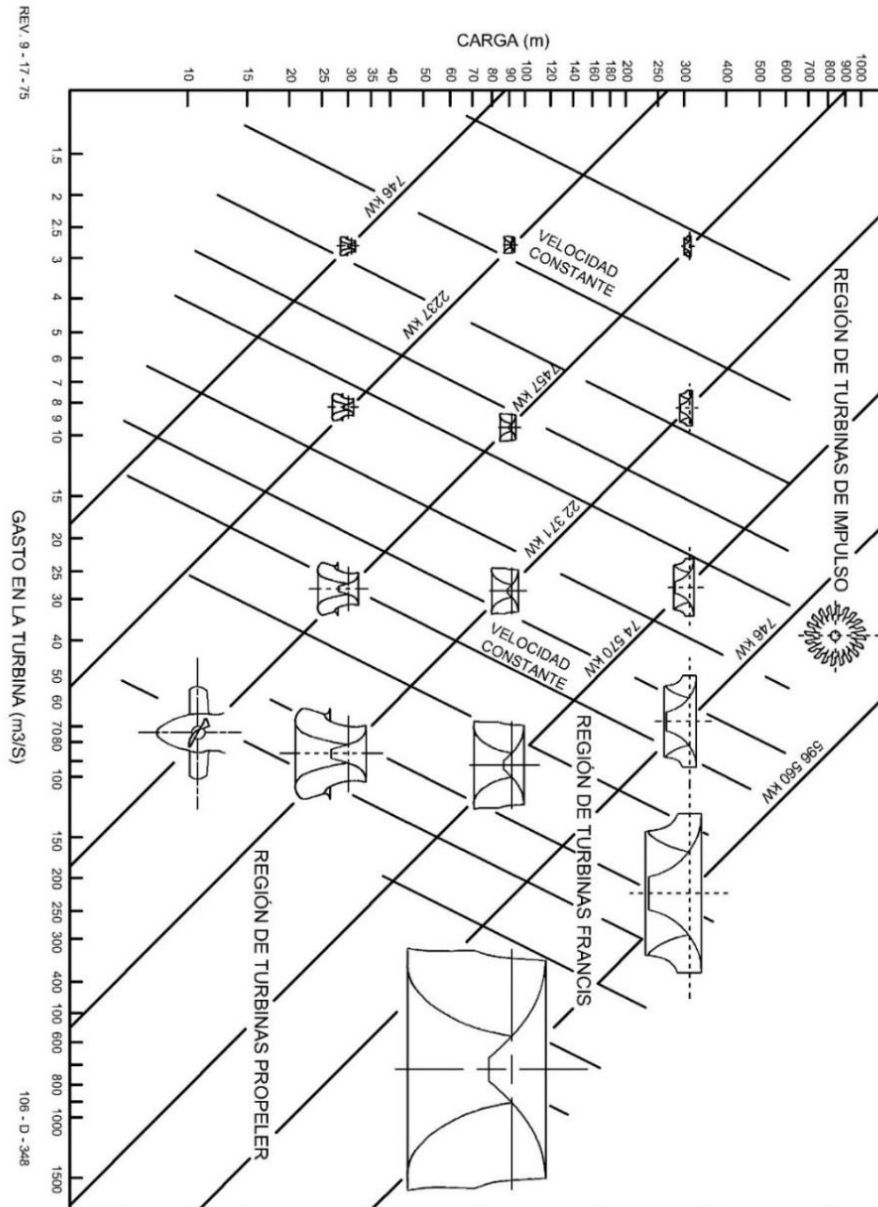
En la *figura 1.1* se muestra un esquema típico de una instalación equipada con una turbina a reacción donde la energía disponible para la operación de la turbina dependerá del estado de los niveles aguas arriba y aguas abajo, además de las pérdidas de carga ( $H_f$ ) correspondientes a la conducción que dependerán del caudal, longitud y material de la tubería.



**Figura 1.1.** Esquema de una instalación equipada con una turbina de reacción.

El rodete de una turbina a reacción requiere trabajar bajo una cierta contrapresión lo que permite un aprovechamiento integral de la energía disponible en la instalación y evitar la cavitación, además de que los álabes del distribuidor, por su forma y posición, funcionan como dispositivos de compuerta donde las pérdidas se disminuyen al mínimo.

Cuando el esquema hidroeléctrico permite contar con saltos de agua con alturas medias y bajas (< 700 m), la turbinas que representan la mejor solución son la de reacción; según el criterio del U.S.B.R. (United States. Department of the Interior. Bureau of Reclamation). En la *figura 1.2* se muestra el tipo de turbina que se recomienda dependiendo el salto y gasto disponibles. Por la orografía del territorio nacional y el tipo de cauces con los que cuenta, en México, la mayoría de las centrales hidroeléctricas están equipadas con este tipo de turbina.



**Figura 1.2.** Esquema de selección de turbinas de reacción. Criterio U.S.B.R.



Por su naturaleza, las turbinas a reacción no pueden contar con un deflector que apoye en el control de gasto que ingresa al rodete de la turbina, por lo que el movimiento de álabes en el distribuidor es el único mecanismo de control de gasto que asegura su buen funcionamiento.

Esto hace indispensable realizar análisis de transitorios hidráulicos para estimar los máximos valores de velocidad en la turbina y presión en la tubería durante las condiciones de operación más exigentes, como después de un rechazo total de carga eléctrica. Además estos análisis son de gran ayuda para determinar el tiempo de cierre de los álabes, el momento de inercia del conjunto turbina-generator y en caso de que se necesite un pozo de oscilación calcular sus dimensiones.

Además en una turbina a reacción el efecto de sobrevelocidad debe ser controlado para evitar que la máquina llegue a una velocidad de rotación cercana a la desboque debido a que esas velocidades producen esfuerzos por arriba de los normales y están acompañados por fuertes vibraciones que pueden provocar fallas mecánicas mayores.

Para evitar las sobrevelocidades se instala un gobernador que se encarga de mantener una velocidad de giro de turbina constante ante variaciones en la demanda de potencia eléctrica mediante el control del paso del flujo, variando la apertura o cierre de los álabes en el distribuidor. Esta combinación particular de efectos y maniobras en el sistema hidroeléctrico resulta difícil de evaluar en etapas iniciales de diseño si no se cuenta con la información necesaria para su estudio.

## II. OPERACIÓN DE TURBINAS EN ESTADO TRANSITORIO

En una central hidroeléctrica la potencia entregada está en función del consumo de los usuarios a los que les distribuye electricidad; en México la mayoría de los aprovechamientos hidráulicos tienen almacenamiento en embalses y generalmente se utiliza la energía hidráulica en horas pico de consumo, cuando la energía es más cara.

Aunque se tienen registros del consumo de los usuarios durante las horas pico, la energía que demanda la red eléctrica no es constante, lo que provoca que durante la operación existan variaciones de carga eléctrica que deben ser reguladas por dispositivos de control (gobernador) para mantener siempre la velocidad sincrónica del conjunto turbina-generator y evitar sobrevelocidades peligrosas en caso de un rechazo total de carga eléctrica. La regulación de estas variaciones genera cambios en la carga hidráulica, el gasto y la velocidad en el conjunto lo que provoca un estado transitorio en la operación.

Además de variaciones de carga eléctrica en la central también existe el riesgo de que se presente una falla mecánica o eléctrica en los equipos que para evitar daños graves es necesario el cierre total de los álabes del distribuidor para no permitir la admisión de flujo en las turbinas. Esta situación de emergencia de operación extrema hay que tomarla en cuenta en el diseño de los sistemas hidráulicos. El caso más severo se presenta cuando existe un rechazo total de carga eléctrica provocado por alguna falla o rotura en las líneas eléctricas de salida haciendo nulo el torque demandado por el generador lo que obliga a tener un cierre lo más rápido posible para evitar que el conjunto turbina-generator alcance velocidades de giro extremadamente altas y por lo tanto peligrosas.

Determinar las sobrepresiones máximas provocadas por el cierre total de álabes en el distribuidor (turbinas de alta velocidad específica, *referencia 2*) o producidas por la velocidad de giro alcanzada por el equipo turbogenerador (turbinas de baja velocidad específica, *referencia 2*) después de un rechazo total de carga resulta imprescindible para estimar las condiciones a las que van a estar sometidas las instalaciones del sistema y garantizar la seguridad y fiabilidad de la planta hidroeléctrica, además determinar el tiempo de cierre de los álabes del

distribuidor y el dimensionamiento de los sistemas de control de transitorios es de gran utilidad en la correcta especificación de los componentes del sistema.

Un importante parámetro que se debe conocer es la velocidad de desboque de la turbina que se va a utilizar (valor determinado por el fabricante) debido a que velocidades cercanas a ésta producen vibraciones tan intensas que la máquina resultaría seriamente dañada.

La velocidad de desboque ocurre cuando el conjunto se desconecta repentinamente del sistema de distribución eléctrica (rechazo total de carga eléctrica) y el gobernador no opera dejando abiertos los álabes. De acuerdo con la U.S.B.R si el mecanismo de control falla se pueden alcanzar velocidades entre el 150 y 350% de la velocidad nominal.

El diseño económico de las turbinas ha obligado a que las turbinas a reacción se diseñen con momentos de inercia y velocidades específicas bajos, como es el caso de las turbinas tipo Francis. Durante la operación transitoria, las condiciones de desboque se pueden alcanzar rápidamente y se pueden provocar sobrepresiones peligrosas al evitar la sobrevelocidad y en algunos casos debido a ésta. En un rechazo total de carga eléctrica en este tipo de instalaciones la condición de desboque puede ser alcanzada en pocos segundos por lo que el tiempo total de cierre de álabes en el distribuidor también será un importante parámetro a determinar, siendo lo suficientemente rápido para evitar sobrevelocidades en la turbina y lo suficientemente lento para proteger las tuberías a presión de la sobrepresión causada por golpe de ariete. Entonces, un análisis completo para el cálculo de transitorios permitirá la evaluación del comportamiento del sistema hidráulico y la turbina.

Un estudio numérico que incluya todas las particularidades que conlleva el comportamiento de un conjunto turbina-generador necesita de la disponibilidad de información con la adecuada precisión de las curvas características de la turbina en todo el rango de operación. La confiabilidad de los resultados que se obtienen de este análisis depende considerablemente de los datos proporcionados en estas curvas.

Para etapas iniciales del diseño de un esquema hidroeléctrico las características de los equipos aún no se tienen bien definidos o completamente elaborados por lo que se cuenta con un gran vacío de información; además las curvas características representadas en diagramas de

colina generalmente son proporcionadas por los fabricantes después de haber ganado la licitación para la instalación de las turbinas y éstos únicamente muestran información de la operación de las turbinas para condiciones de flujo establecido que para hacer el análisis de flujo transitorio con tan poca información se torna complicado; esto obliga a que se tengan que hacer muchas suposiciones que resultan en la poca confiabilidad de resultados.

Sin embargo, en estas etapas iniciales de diseño, se tiene certeza de las condiciones nominales y el tipo de turbina que se instalará en la central hidroeléctrica. Una técnica llamada “Modelo de orificio dinámico” (*referencias 2, 3 y 5*) que se basa en la ecuación de un orificio de variación de gasto contra carga que además involucra parámetros como velocidad de rotación, momento de inercia total y torque hidráulico fue desarrollada para un análisis sencillo del comportamiento completo de un esquema de una planta hidroeléctrica ante un rechazo total de carga eléctrica. Esta técnica requiere de poca información para su análisis dejando a un lado las curvas características de las turbinas y los diagramas de colina que, como se indicó, difícilmente se cuenta con ellas para el análisis de transitorios en centrales hidroeléctricas.

## **II. 1 Transitorios Hidráulicos**

El estudio de un fluido dentro de un sistema hidráulico es complejo, dentro de un tiempo determinado pueden existir variaciones en el flujo por distintas circunstancias (fugas, fallas mecánicas, maniobras de control, etc.) que pueden ser ajenas o no a la operación del sistema, se dice que un flujo es estacionario si la velocidad en todos los puntos del fluido no varía con el paso del tiempo, aun pudiendo variar de una sección a otra. Sin embargo, cuando en cualquier punto fijo del sistema hidráulico existe una variación de la velocidad con respecto al tiempo se dice que existe un flujo en estado transitorio que termina cuando el sistema regresa a un estado estacionario.

Estas variaciones pueden ser más, o menos, violentas dependiendo con la rapidez con que se producen los cambios en el tiempo. Teniendo así transitorios muy rápidos donde los cambios en las condiciones de flujo son violentos (cierre instantáneo de una válvula en la conducción), o contrariamente transitorios extremadamente lentos donde los cambios en las condiciones del flujo no se aprecian en periodos relativamente cortos de tiempo.

En centrales hidroeléctricas la operación de las turbinas es muy variada, maniobras tales como la puesta en marcha, el apagado, el rechazo y aceptación de carga eléctrica producen los transitorios hidráulicos. Sin embargo, para una turbina hidráulica existe interdependencia entre la carga, la velocidad de rotación, el gasto y la apertura de álabes o boquilla en el distribuidor lo que hace que se necesite un análisis que incluya cada uno de los parámetros que intervienen en el funcionamiento de la turbina para lograr establecer el comportamiento en estado transitorio de las instalaciones.

## II.2 Operación transitoria de turbinas Francis

El flujo en estado estacionario a través de una turbina Francis depende de la carga neta disponible, la velocidad de rotación de la turbina y de la apertura de álabes del distribuidor. En estado transitorio, además de las variables mencionadas el flujo depende del momento de inercia de las masas rodantes y la variación de potencia. Los diagramas de colina para cada turbina muestran la interrelación de estas variables.

Una forma útil de representar la información de la operación de las turbinas hidráulicas es a través de sus curvas características en las que se relacionan dos o más variables (estas variables son: altura neta, caudal turbinado, grado de apertura del distribuidor, potencia útil y revoluciones por minuto de la máquina). La representación se realiza en un sistema de ejes coordenados cartesianos, teniendo como abscisas y ordenadas los parámetros que influyen en el fenómeno físico (gasto, carga, potencia, revoluciones por minuto), y definiendo las escalas convenientes de éstas, se anotan sus magnitudes. Cada punto de las curvas características es un punto de funcionamiento de la máquina, de tal manera, que aquellas podrían ser definidas como “el lugar geométrico de los puntos en que puede funcionar una turbina hidráulica”.

Entonces, el diagrama de colina de las turbinas muestra de manera gráfica información fundamental del comportamiento de los equipos turbogeneradores para los diferentes regímenes posibles que se caracteriza, como en el caso de las bombas, por una superficie  $F(H,Q,N)=0$ , esta expresión se encuentra en una superficie tridimensional (*referencia 9*) donde  $H$  es la carga proporcionada por el nivel de agua en la presa,  $Q$  es el gasto en la turbina y  $N$  es la velocidad de rotación del eje de la turbina. A cada punto de esta superficie le corresponde un

punto de funcionamiento de la turbina, esto permite predecir el comportamiento de la turbina cuando alguno de sus parámetros (carga, gasto, potencia) que actúan sobre ella cambia repentinamente.

En una central hidroeléctrica los cambios en el régimen de operación ocurren en cuestión de segundos por lo que se puede despreciar el cambio en el nivel de la presa ya que el gasto en la turbina representa una porción ínfima respecto al volumen de almacenamiento en el vaso, por lo que se considera que la carga  $H$  permanece constante, siendo regulado el gasto por la apertura de los álabes del distribuidor y midiéndose la velocidad sobre el eje. Lo anterior permite hacer la representación en una superficie de dos dimensiones.

Sin embargo, “La información disponible de las características de la turbina en estado transitorio es limitada [Krivehenko et al. 1971]. Para ello, las características de la turbina, basados en pruebas en modelos en estado estacionario, son considerados como válidos durante el estado transitorio. Como se muestra en [Perkins et al. 1964], esto parece ser una suposición válida” (*referencia 11 pp. 159*).

Para poder obtener información adecuada y generar los diagramas de colina apropiados para un diseño en particular se requiere de instalaciones adecuadas con el fin de reproducir a partir del ensayo de turbinas modelo el comportamiento de los prototipos deseados; esto necesita una gran inversión y solo los fabricantes con laboratorios especializados pueden realizar este tipo de ensayos y generar las curvas características para simulaciones de la operación completa de las turbinas.

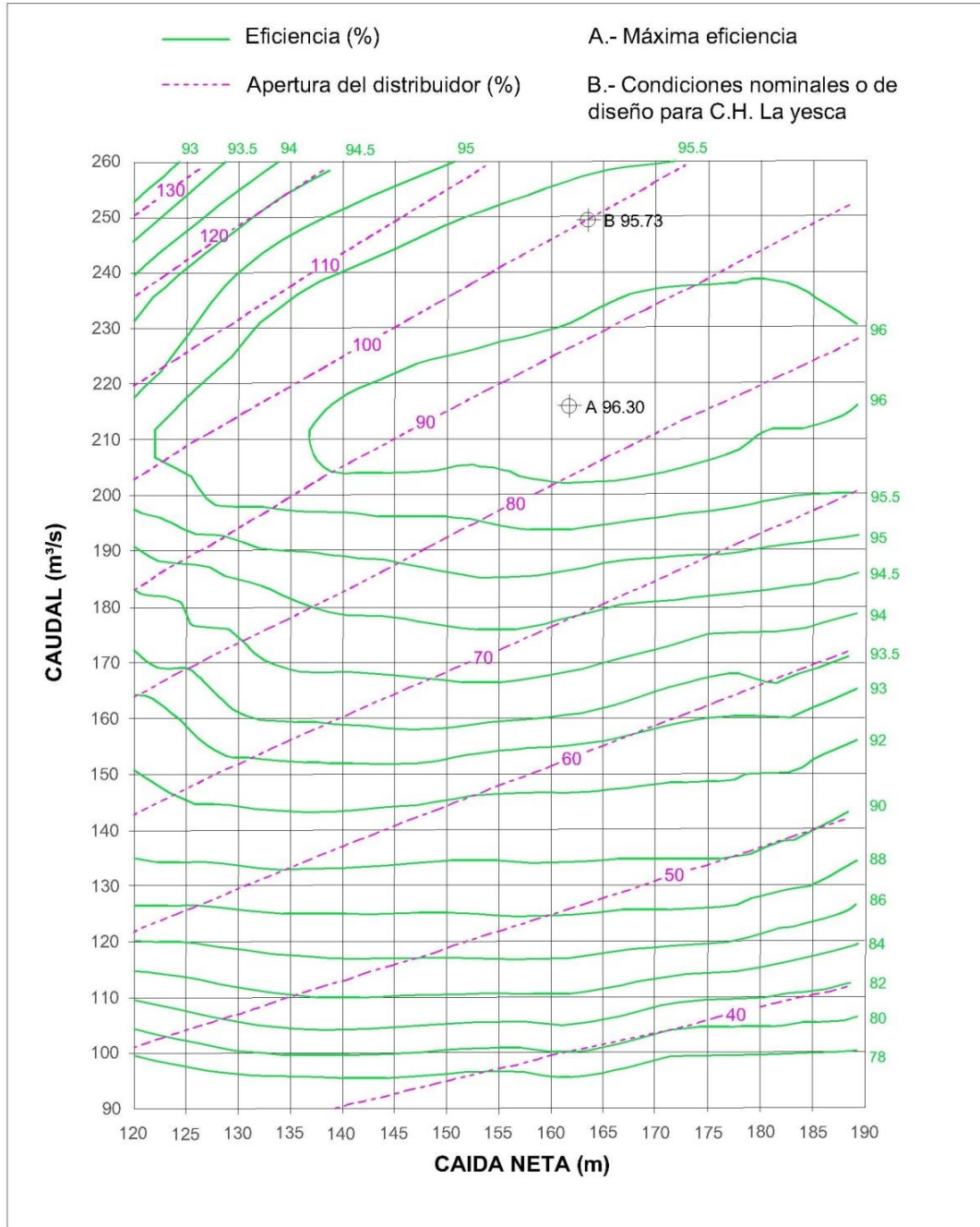
### **Manejo de información presentada en los diagramas de colina para la simulación de la operación transitoria de las turbinas.**

Para un análisis numérico de la operación transitoria de las turbinas, la información proporcionada en diagrama de colina como el de la *figura 2.2.1* se escribe en forma de tablas apoyándose de variables adimensionales de gasto ( $q$ ), carga ( $h$ ), velocidad de rotación ( $n$ ), torque hidráulico ( $b$ ), y eficiencia de la turbina ( $e$ ) definidas como:

$$q = \frac{Q}{Q_R} ; h = \frac{H}{H_R} ; n = \frac{N}{N_R} ; b = \frac{T_H}{T_{H_R}} ; e = \frac{\eta}{\eta_R} \quad (1)$$

Donde  $Q$  es el gasto,  $H$  es la carga,  $N$  la velocidad de rotación,  $T_H$  el torque hidráulico de la turbina y  $\eta$  la eficiencia de la turbina; y, el subíndice “ $R$ ” significa el valor de la variable en

las condiciones de operación de máxima eficiencia, idealmente las condiciones de operación de máxima eficiencia son las condiciones nominales de operación de la central hidroeléctrica aunque no siempre es así como se verá más adelante.



**Figura 2.2.1.** Diagrama de colina de un modelo de turbina similar al del Proyecto Hidroeléctrico La Yesca (referencia 14).

Para obtener el torque hidráulico adimensional  $b$  con la información del diagrama de colina se parte de las siguientes definiciones:

- Potencia mecánica:

$$P_{mec} = \omega T \quad (2)$$

$\omega$ ; es la velocidad angular [rad/seg], para obtener la velocidad  $N$  en revoluciones por minuto [rpm]  $\omega$  se multiplica por  $(60/2\pi)$ .

$T$ ; es el torque aplicado o fuerza aplicada a las masas giratorias, en el caso de las turbinas hidráulicas el agua en movimiento es quien proporciona la energía para producir el torque, por lo que también es llamado torque hidráulico y se puede escribir como  $T_H$ .

- Potencia hidráulica:

$$P_{hid} = \gamma QH \quad (3)$$

$\gamma$ ; es el peso específico del agua

- Eficiencia de la turbina:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{hid}} \quad (4)$$

Al combinar estas tres expresiones se tiene que:

$$T_H = \frac{\gamma QH \eta}{\omega} \quad (5)$$

Para obtener el torque hidráulico nominal (máxima eficiencia) se utilizan las variables nominales (máxima eficiencia) como se muestra a continuación (*referencia 11*):

$$T_{HR} = \frac{\gamma \eta_R Q_R H_R}{\omega_R} \quad (6)$$

Y con  $N$  en revoluciones por minuto [rpm] tenemos:

$$T_{HR} = \left(\frac{60}{2\pi}\right) \frac{\gamma \eta_R Q_R H_R}{N_R} \quad (7)$$



Finalmente con las definiciones adimensionales mostradas en la ecuación (1) se obtiene:

$$b = \frac{T_H}{T_{HR}} = \frac{\gamma Q H \eta}{\omega} \frac{\omega_R}{\gamma \eta_R Q_R H_R} = 1 \frac{q h e}{n} \quad (8)$$

Las condiciones de máxima eficiencia del diagrama de colina de la figura 2.2.1 se indican en la *tabla 1*:

$N_R =$	<b>150</b>	<b>[rpm]</b>
$H_R =$	<b>162</b>	<b>[m]</b>
$Q_R =$	<b>217</b>	<b>[m<sup>3</sup>/s]</b>
$\eta_R =$	<b>0,963</b>	<b>[1]</b>

**Tabla 1.** Condiciones de máxima eficiencia para el diagrama de colina de la figura 2.2.1.

En el caso de las turbo máquinas otra definición que se usa para escribir las curvas de operación en forma tabular es el ángulo  $\theta$  definido por la siguiente ecuación:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{q}{n} \right) \quad (9)$$

Entonces la operación transitoria quedará representada por las siguientes curvas características:

- 1) Carga en la turbina:

$$f_h(\theta) = \frac{h}{n^2 + q^2} \quad (10)$$

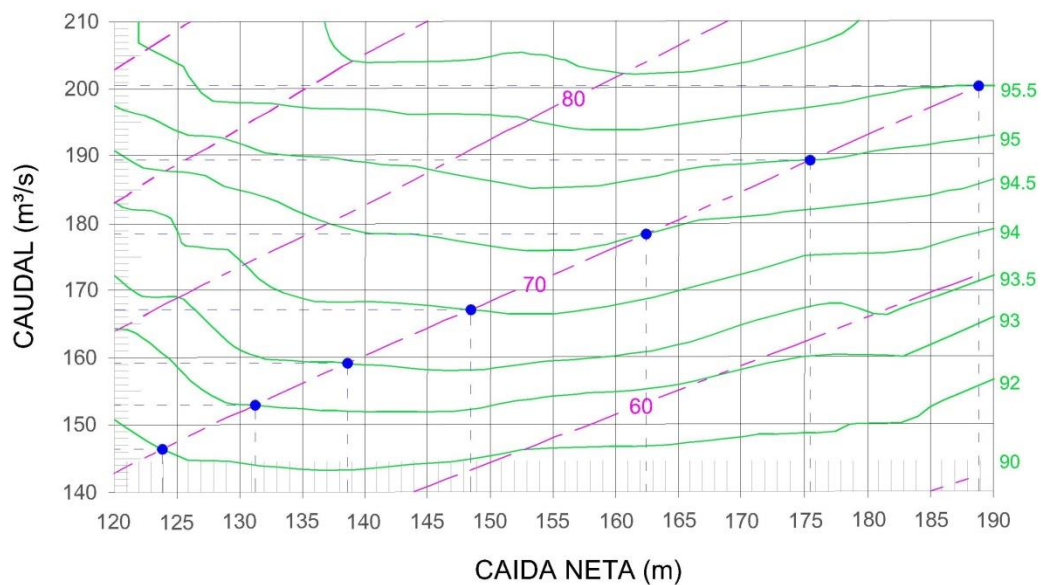
- 2) Ecuación del torque aplicado al eje del conjunto turbina-generator:

$$f_b(\theta) = \frac{b}{n^2 + q^2} \quad (11)$$

Para mostrar la información en forma de tablas del diagrama de colina como el de la *figura 2.2.1* se parte de las intersecciones de las líneas del porcentaje de apertura de álabes del distribuidor (líneas punteadas lila) con las líneas de eficiencia (líneas continuas verdes). Se puede apreciar que en el diagrama de colina presentado, la información entregada se encuentra solo para gastos de 90 a 260 [m<sup>3</sup>/s] (el rango está dirigido para auxiliar al operador de la tubería en condiciones normales de funcionamiento). Sin embargo ante un rechazo total de carga eléctrica, los álabes del distribuidor deberán cerrarse y por tanto el flujo tendrá valores

menores a  $90 \text{ [m}^3/\text{s]}$ . En la *referencia 14* no se proporciona información del comportamiento de la turbina en el intervalo de gasto de 0 a  $90 \text{ [m}^3/\text{s]}$ .

Para ejemplificar cómo se obtiene información a partir del diagrama de colina para realizar simulaciones numéricas de la operación transitoria de las turbinas, en la *figura 2.2.2* se presenta una sección ampliada de la *figura 2.2.1*. Se toma la línea que corresponde al 70% de apertura de álabes y sobre ella se marcan los puntos de intersección (en color azul) con las curvas de eficiencia y se obtienen el caudal y la carga correspondientes a cada punto. Los datos obtenidos se anotan en tablas como se muestra en la *tabla 2*.



**Figura 2.2.2.** Intersección de la línea de porcentaje de apertura de álabes del distribuidor (líneas color lila) con las líneas de eficiencia (líneas color verde).

Apertura de álabes (%)	Eficiencia $\eta$ (%)	H (m)	Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
70	92.0	123.97	146.38
	93.0	131.38	152.86
	93.5	138.75	159.04
	94.0	148.65	166.91
	94.5	162.61	178.24
	95.0	175.69	188.93
	95.5	189.07	200.06

**Tabla 2.** Información obtenida de la curva correspondiente al 70% de apertura de álabes del distribuidor de la *fig.2.2.1*.

Se hace esto con cada apertura de álabes para obtener la *tabla 3*:

Apertura de álabes (%)	Eficiencia $\eta$ (%)	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)
40	78.0	153.80	96.62
	80.0	161.52	100.05
	80.0	171.58	103.99
	82.0	188.68	112.43
50	80.0	123.11	102.99
	82.0	128.53	106.17
	84.0	135.45	110.40
	86.0	147.22	117.01
	88.0	159.77	124.38
	90.0	177.41	134.83
60	90.0	185.49	139.96
	88.0	126.25	126.40
	90.0	134.57	132.80
	92.0	152.81	146.14
	93.0	168.13	156.96
70	93.5	180.83	166.11
	92.0	123.97	146.38
	93.0	131.38	152.86
	93.5	138.75	159.04
	94.0	148.65	166.91
	94.5	162.61	178.24
	95.0	175.69	188.93
80	95.5	189.07	200.06
	93.0	120.53	164.23
	93.5	125.31	168.90
	94.0	130.58	173.84
	94.5	137.29	180.04
	95.0	145.68	187.70
90	95.5	153.34	195.18
	96.0	160.84	202.09
	94.0	120.22	183.15
	94.5	124.32	187.70
	95.0	128.96	192.52
	95.5	133.45	197.61
100	96.0	139.28	204.12
	96.0	174.16	237.46
	95.5	122.99	206.06
	95.7	163.35	249.40

**Tabla 3.** Información obtenida del diagrama de colina de la figura 2.2.1.

A partir de los datos obtenidos del diagrama de colina de la turbina presentados en la *tabla 3* y aplicando las definiciones mostradas en la ecuación (1) y las ecuaciones (8, 9, 10 y 11) se obtienen los datos registrados en la *tabla 4*.

Apertura de álabes (%)	Eficiencia $\eta$ (%)	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)	$h$	$q$	$b$	$\theta'$ (rad)	$\theta'$ (°)	$f_h$	$f_b$
40	78.0	153.80	96.62	0.9494	0.4453	0.3424	0.4189	24.0012	0.7923	0.2857
40	80.0	161.52	100.05	0.9970	0.4611	0.3819	0.4320	24.7525	0.8222	0.3149
40	80.0	171.58	103.99	1.0591	0.4792	0.4216	0.4469	25.6045	0.8613	0.3429
40	82.0	188.68	112.43	1.1647	0.5181	0.5138	0.4780	27.3892	0.9182	0.4051
50	80.0	123.11	102.99	0.7599	0.4746	0.2996	0.4431	25.3894	0.6202	0.2445
50	82.0	128.53	106.17	0.7934	0.4893	0.3305	0.4550	26.0708	0.6402	0.2667
50	84.0	135.45	110.40	0.8361	0.5088	0.3710	0.4706	26.9650	0.6642	0.2948
50	86.0	147.22	117.01	0.9088	0.5392	0.4376	0.4945	28.3343	0.7041	0.3390
50	88.0	159.77	124.38	0.9862	0.5732	0.5166	0.5205	29.8203	0.7424	0.3888
50	90.0	177.41	134.83	1.0951	0.6213	0.6359	0.5560	31.8546	0.7901	0.4588
50	90.0	185.49	139.96	1.1450	0.6450	0.6902	0.5728	32.8203	0.8086	0.4874
60	88.0	126.25	126.40	0.7793	0.5825	0.4148	0.5274	30.2203	0.5819	0.3097
60	90.0	134.57	132.80	0.8307	0.6120	0.4751	0.5492	31.4664	0.6044	0.3457
60	92.0	152.81	146.14	0.9433	0.6734	0.6069	0.5927	33.9580	0.6490	0.4175
60	93.0	168.13	156.96	1.0379	0.7233	0.7250	0.6262	35.8787	0.6814	0.4760
60	93.5	180.83	166.11	1.1163	0.7655	0.8296	0.6533	37.4341	0.7038	0.5231
70	92.0	123.97	146.38	0.7653	0.6746	0.4932	0.5934	34.0021	0.5259	0.3389
70	93.0	131.38	152.86	0.8110	0.7044	0.5517	0.6137	35.1623	0.5420	0.3687
70	93.5	138.75	159.04	0.8565	0.7329	0.6095	0.6325	36.2380	0.5572	0.3965
70	94.0	148.65	166.91	0.9176	0.7692	0.6889	0.6557	37.5661	0.5765	0.4328
70	94.5	162.61	178.24	1.0038	0.8214	0.8091	0.6876	39.3992	0.5994	0.4831
70	95.0	175.69	188.93	1.0845	0.8707	0.9315	0.7164	41.0448	0.6169	0.5298
70	95.5	189.07	200.06	1.1671	0.9219	1.0671	0.7448	42.6743	0.6309	0.5768
80	93.0	120.53	164.23	0.7440	0.7568	0.5438	0.6479	37.1194	0.4731	0.3458
80	93.5	125.31	168.90	0.7735	0.7784	0.5846	0.6614	37.8954	0.4817	0.3640
80	94.0	130.58	173.84	0.8060	0.8011	0.6303	0.6754	38.6986	0.4909	0.3839
80	94.5	137.29	180.04	0.8474	0.8297	0.6900	0.6926	39.6814	0.5019	0.4087
80	95.0	145.68	187.70	0.8993	0.8650	0.7673	0.7131	40.8586	0.5144	0.4389
80	95.5	153.34	195.18	0.9466	0.8994	0.8443	0.7325	41.9691	0.5233	0.4667
80	96.0	160.84	202.09	0.9928	0.9313	0.9218	0.7498	42.9625	0.5317	0.4936
90	94.0	120.22	183.15	0.7421	0.8440	0.6114	0.7010	40.1648	0.4334	0.3570
90	94.5	124.32	187.70	0.7674	0.8650	0.6514	0.7131	40.8594	0.4390	0.3726
90	95.0	128.96	192.52	0.7960	0.8872	0.6967	0.7257	41.5798	0.4454	0.3899
90	95.5	133.45	197.61	0.8238	0.9106	0.7439	0.7387	42.3224	0.4503	0.4067
90	96.0	139.28	204.12	0.8598	0.9406	0.8062	0.7548	43.2479	0.4562	0.4277
90	96.0	174.16	237.46	1.0750	1.0943	1.1727	0.8304	47.5773	0.4892	0.5337
100	95.5	122.99	206.06	0.7592	0.9496	0.7149	0.7595	43.5190	0.3992	0.3759
100	95.7	163.35	249.40	1.0083	1.1493	1.1520	0.8548	48.9739	0.4345	0.4964

**Tabla 4.** Valores de las funciones de carga y momento del modelo de turbina para la C. H. La Yesca correspondientes al diagrama de colina de la figura 2.2.1.

Es importante conocer la velocidad específica de la turbina ( $N_S$ ) debido a que la respuesta dinámica del sistema depende en gran medida de éste parámetro,  $N_S$  (m, rpm, kW) se define como:

$$N_S = N_R \frac{\sqrt{P_R}}{H_R^{5/4}} \quad (12)$$

Donde  $P_R$  es la potencia entregada por la turbina a máxima eficiencia en kW.

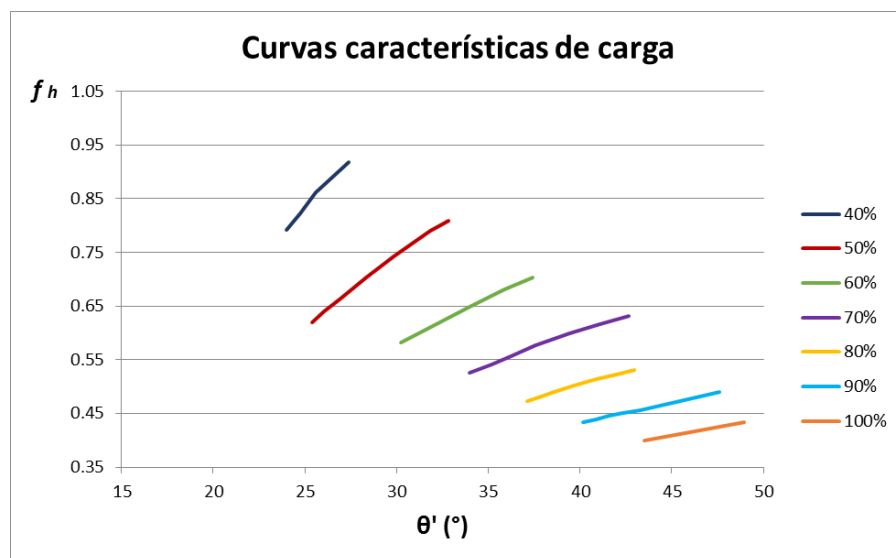
En el caso del diagrama de colina mostrado en la *figura 2.2.1* se tienen los puntos A y B, el punto A es el de máxima eficiencia del modelo de la turbina en particular ensayada y el punto B son las condiciones de diseño que exigió en su momento el Proyecto Hidroeléctrico La Yesca.

La velocidad específica  $N_s$  es una forma de caracterizar a un modelo de turbina en particular, lo que hace que la turbina tenga las mismas curvas características independientemente en el sistema hidroeléctrico en el que sea instalada, es por esto que  $N_s$  se calcula siempre a partir del punto de máxima eficiencia (punto A).

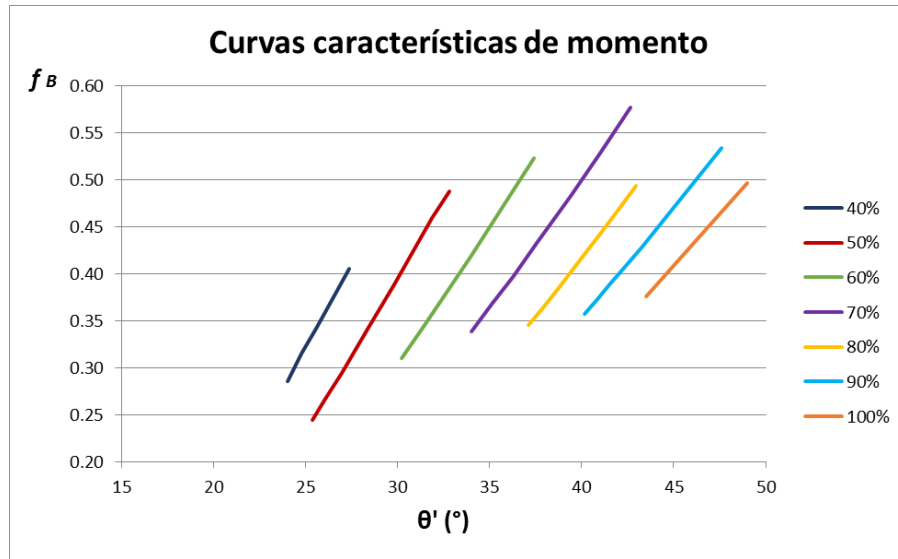
La velocidad específica  $N_s$  en (m, rpm, kW) para los valores de máxima eficiencia mostrados en la *tabla 1*, teniendo en cuenta las ecuaciones (3), (4) y (12) y gravedad  $g = 9.7859 \text{ (m/s}^2\text{)}$  es:

$$N_s = 149.23$$

Finalmente se obtienen, a partir del diagrama de colina de la *figura 2.2.1*, las curvas de carga ( $f_h$ ) y de momento ( $f_b$ ) (para turbinas con  $N_s=149.23$ ) representadas en las *figuras 2.2.3* y *2.2.4* respectivamente:



**Figura 2.2.3.** Curvas características adimensionales de carga para diferentes aperturas del distribuidor obtenidas del diagrama de colina de la *figura 2.2.1*.

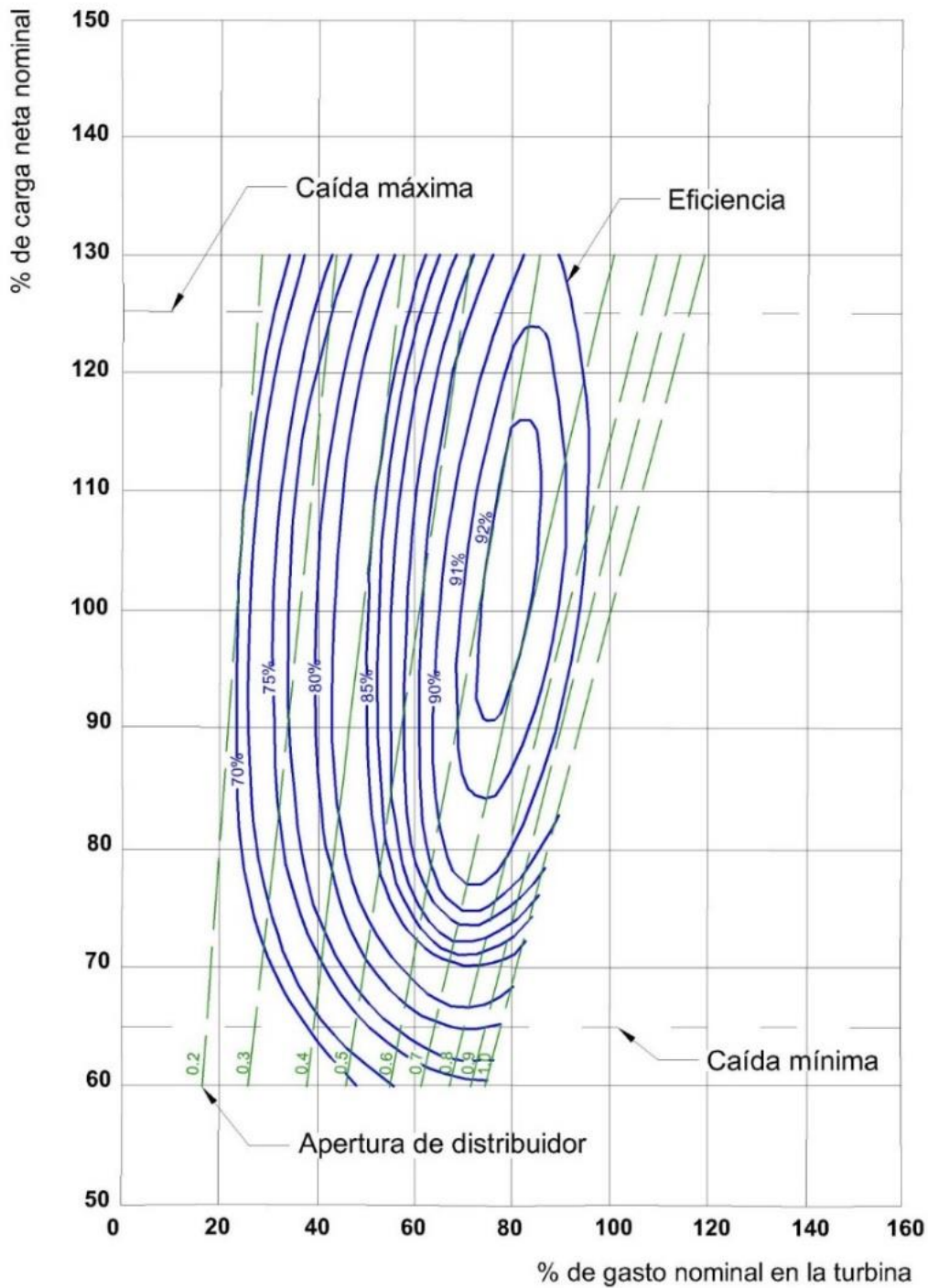


**Figura 2.2.4.** Curvas características adimensionales de momento para diferentes aperturas del distribuidor obtenidas del diagrama de colina de la figura 2.2.1.

La U.S.B.R. muestra diagramas de colina adimensionales para diferentes tipos de turbinas e intervalos de velocidad específica, que pueden ser usados como una alternativa para el caso de que no se cuente con información de las curvas características de la turbina que se desea utilizar.

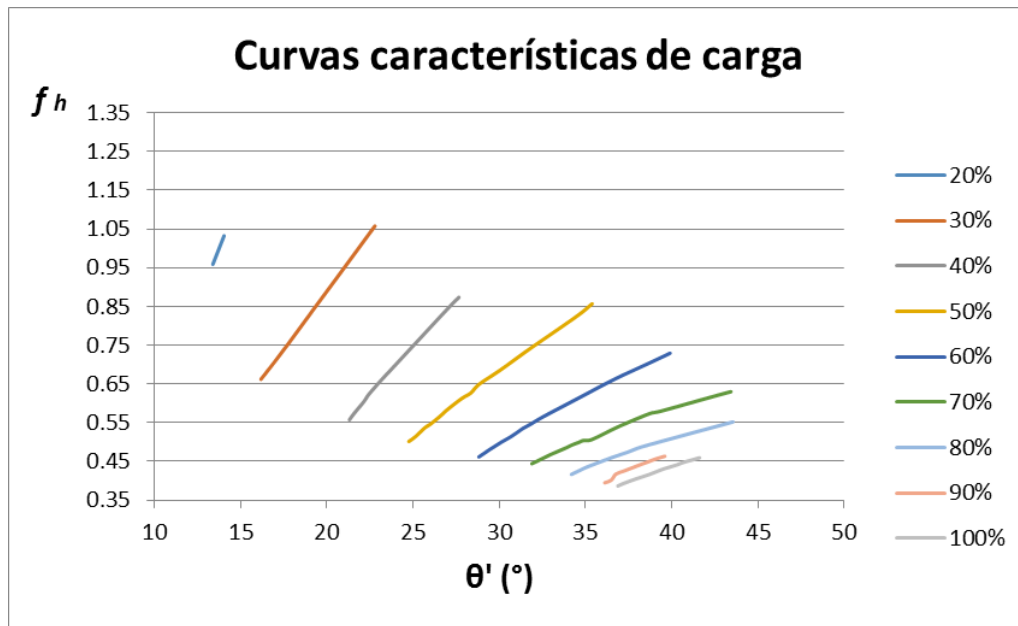
En la *figura 2.2.5* se muestra el diagrama de colina para turbinas Francis para el rango de velocidades específicas de 153 a 184 en unidades del Sistema Internacional y potencia en kW, en la cual, la relación  $H/H_N$  y  $Q/Q_N$  están expresadas en porcentaje. Los diagramas de colina mostrados por la U.S.B.R. son obtenidos haciendo un promedio de toda la información encontrada para determinado tipo de turbina.

La velocidad específica de las turbinas con diagrama de colina como el de la *figura 2.2.1* (149.23) se encuentra cerca del rango especificado en la *figura 2.2.5* (153-184), al no tener información de rangos menores y estando muy cerca de la frontera es válido utilizar, con cierta reserva, este diagrama adimensionado en caso de necesitarlo.

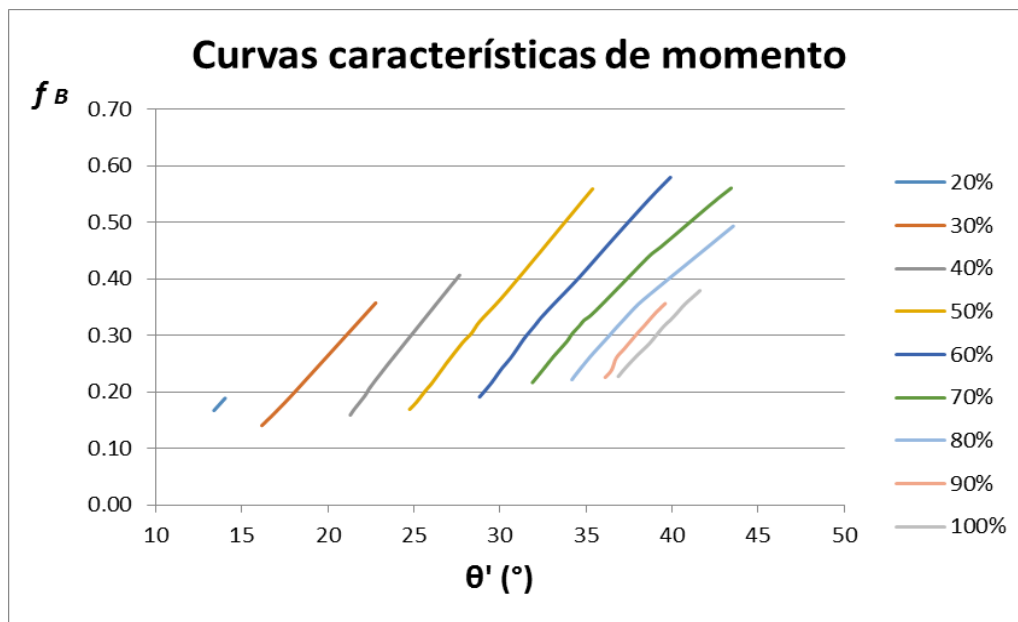


**Figura 2.2.5.** Diagrama de colina de turbina Francis %Carga contra % Gasto para  $N_s = 153$  a  $184$  en unidades del Sistema Internacional y potencia en kW (referencia 13).

Al seguir el procedimiento señalado para obtener las curvas características a partir de un diagrama de colina, de la figura 2.2.5 se obtienen las figuras 2.2.6 y 2.2.7.



**Figura 2.2.6.** Curvas características adimensionales de carga para diferentes aperturas del distribuidor obtenidas del diagrama de colina de la figura 2.2.5.

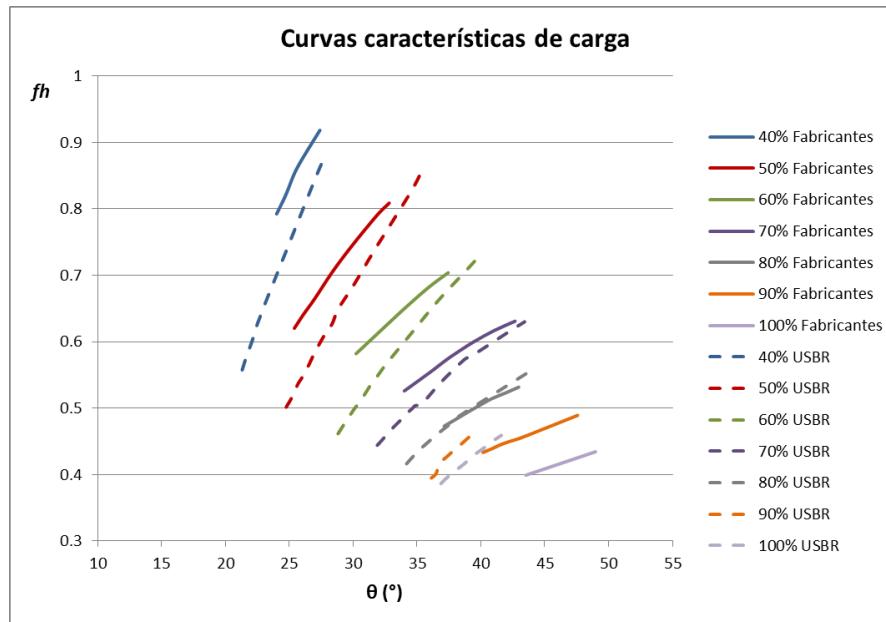


**Figura 2.2.7.** Curvas características adimensionales de momento para diferentes aperturas del distribuidor obtenidas del diagrama de colina de la figura 2.2.5.

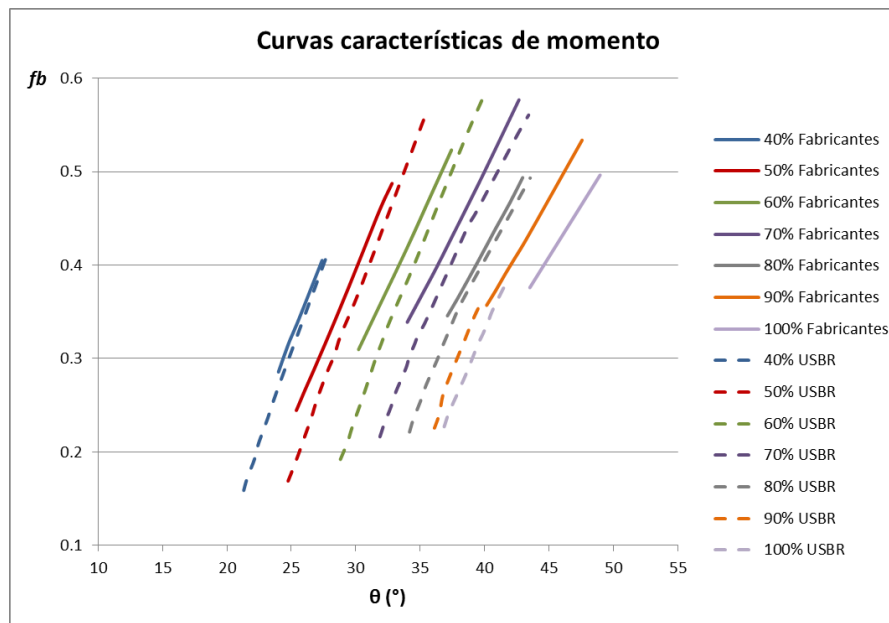
Al comparar las curvas adimensionales de carga y momento obtenidas con los diagramas de colina mostrados en la referencia 14, figura 2.2.1, y los encontrados en la literatura, figura 2.2.5, se obtiene la figura 2.2.8. En general, se observa mayor diferencia entre las curvas de



carga (excepto la correspondiente a 80% de apertura) que entre las de momento. En ambos casos, las curvas correspondientes a 100% de apertura son muy diferentes y no hay información para aperturas menores de 40%.



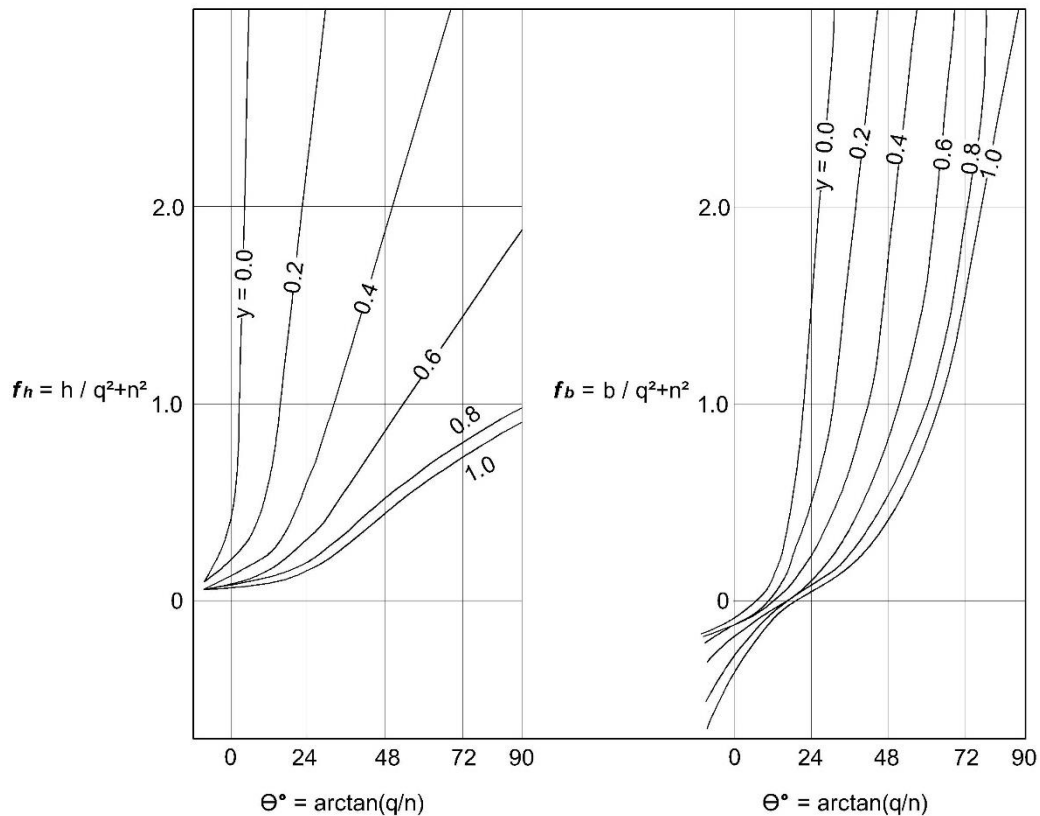
(a)



(b)

**Figura 2.2.8.** Comparación de la información obtenida de los diagramas de colina de las figuras 2.2.1 y 2.2.5. (a) curvas características de carga, (b) curvas características de momento.

Para análisis de cambios de potencia que se encuentren dentro de la zona mostrada los diagramas de colina encontrados en la literatura como el de la *figura 2.2.5* son de gran utilidad si no se cuenta con los proporcionados por los fabricantes, sin embargo, para un rechazo total de carga eléctrica existe una limitante mayor; la cantidad de información que se muestra no es suficiente debido a que para realizar simulaciones numéricas de la operación transitoria de las turbinas se necesitan curvas de  $f_h$  y  $f_b$  que van de  $0$  a  $90^\circ$  (*referencia 12*), un ejemplo de estas curvas se muestra en la *figura 2.2.9*:

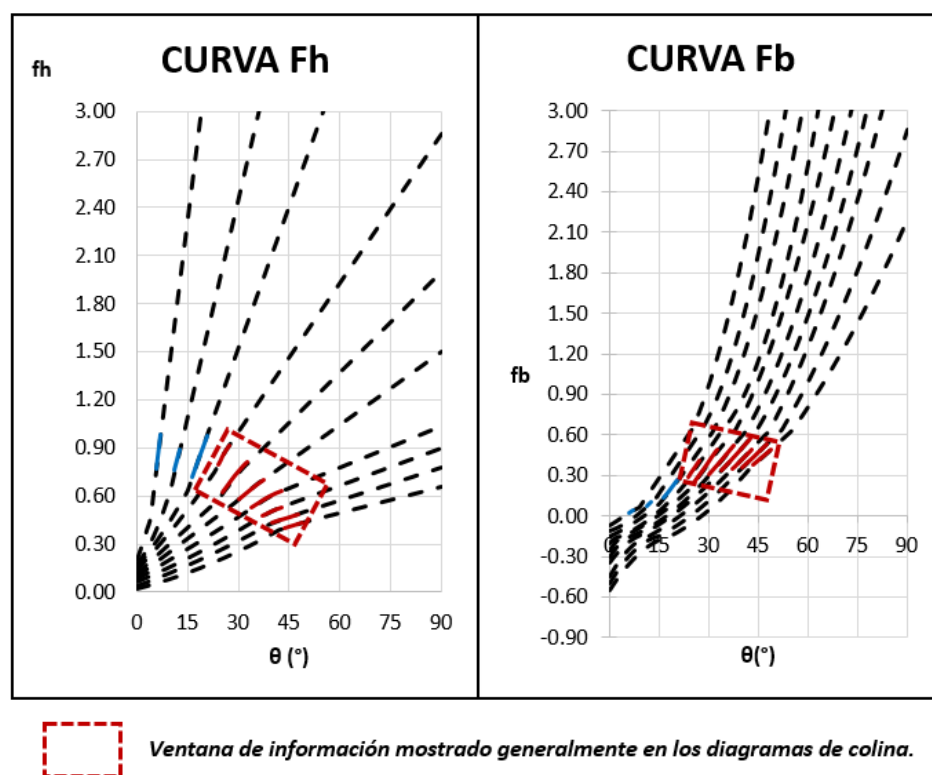


**Figura 2.2.9.** Curvas características adimensionales. Referencia 12.

Debido a que no existe un procedimiento teórico para completar las curvas características a partir de la información obtenida del diagrama de colina, como el que se muestra en la *figura 2.2.1*, se extrapolaron las curvas de las *figuras 2.2.3* y *2.2.4* utilizando polinomios de tal

forma que se obtuvieran curvas con tendencias similares a las que se muestran en *la referencia 12*, las cuales se reproducen en la *figura 2.2.9*. Los resultados de los análisis transitorios que se obtengan utilizando estas curvas deberán tomarse con cierta reserva.

En la *figura 2.2.10* las líneas rojas enmarcadas en un rectángulo, son las curvas que se obtuvieron con la información del diagrama de colina de la *figura 2.2.1* y las líneas azules se obtuvieron a través de extrapolaciones directas del mismo diagrama para las aperturas 30, 20 y 10%. En esta figura se puede apreciar que para un análisis del comportamiento transitorio de las turbinas, para el caso más severo como es el rechazo total de carga eléctrica, la información obtenida de los diagramas de colina es muy reducida en comparación con la que se necesita para poder reproducir el fenómeno. Las curvas obtenidas de los diagramas de colina mostrados en la *figura 2.2.1 (referencia 14)*, *figuras 2.2.3 y 2.2.4*, y en la *figura 2.2.5 (referencia 13)*, *figuras 2.2.6 y 2.2.7*, muestran apenas un intervalo de 5 grados del ángulo  $\theta$  para cada porcentaje de apertura de álabes del distribuidor que, como ya se mencionó, para la simulación de un rechazo total de carga eléctrica la información es insuficiente.



**Figura 2.2.10.** Extrapolación de las curvas características de carga y momento del diagrama de colina de la *figura 2.2.1*.

Se ha intentado por todos los medios trazar estas curvas por procedimientos analíticos basados en la teoría, introduciendo variaciones y aproximaciones; pero todos los intentos han sido fallidos. El único procedimiento válido es el ensayo concienzudo en los modelos físicos de las máquinas en laboratorios especializados o en centrales hidroeléctricas ya en operación (*referencia 8*).

### III. MODELO DEL ORIFICIO DINÁMICO

El modelo del orificio dinámico es una alternativa sencilla para el análisis de las condiciones extremas generadas por el cierre de álabes después de un rechazo total de carga eléctrica. Incluyendo predicciones tanto de la sobrevelocidad de la turbina como la variación del gasto y carga hidráulica a lo largo del sistema de conducción. Además, está basado en parámetros de la turbina que se pueden conocer desde la etapa de prediseño o factibilidad de la central hidroeléctrica lo que hace que la falta de información disponible de la operación de la turbina no sea una limitante para realizar el análisis preliminar de la operación del sistema en flujo transitorio.

El modelo del orificio dinámico se basa en el concepto de que la turbina actúa como un componente hidráulico de resistencia donde la pérdida de carga por el flujo es caracterizada por la ecuación de un orificio que cuenta con un coeficiente dinámico de descarga, la variación de este coeficiente depende de las características de la turbina. El coeficiente dinámico de descarga se compone por los factores de compuerta ( $C_g$ ) y velocidad del rotor ( $C_s$ ) los cuales se definen más adelante.

La respuesta del conjunto turbina-generador depende de la velocidad específica de la turbina  $N_s$  que a su vez depende de las condiciones nominales de velocidad  $N_R$ , potencia  $P_R$  y carga  $H_R$  (ecuación 12).

Con turbinas de velocidad específica baja el gasto tiende a disminuir cuando la velocidad de rotación aumenta. Contrariamente, para turbinas con velocidad específica alta el gasto puede incrementar con la velocidad (*referencia 3*). Este comportamiento de la turbina tiene un efecto significativo en la respuesta de los transitorios en los sistemas de conducción después de un rechazo total de carga y debe ser tomado en cuenta en la simulación de las condiciones extremas de operación.

Tanto el factor de velocidad del coeficiente dinámico de descarga de la turbina como el torque hidráulico de la turbina están basados en parámetros y relaciones adimensionales, y son caracterizados por ecuaciones heurísticas que se aproximan a curvas de bombas operando en la zona de turbinas (gasto negativo).

La condición de frontera aguas abajo que impone la turbina en la conducción de presión de una central hidroeléctrica se puede plantear con el modelo de orificio dinámico, lo que permite calcular:

1. La carga y la presión en las conducciones, a la entrada de la turbina y en los dispositivos que llegasen a existir dentro del sistema.
2. Transitorios a la entrada de la casa de máquinas para un rechazo total de carga o el cierre de álabes.
3. La variación de la velocidad de giro del conjunto turbina-generador.

### III.1 Ecuaciones del modelo de orificio dinámico

Trabajar con variables adimensionales hace que se tenga un manejo más sencillo de las ecuaciones del orificio dinámico. De la misma manera como en el manejo de los diagramas de colina se utilizan las variables adimensionales de gasto  $q$ , la velocidad de rotación  $n$ , la carga  $h$ , el torque  $b$  y la eficiencia  $e$ .

El modelo del orificio dinámico se fundamenta en dos parámetros adimensionales llamados coeficientes de gasto ( $\alpha_R$ ) y velocidad ( $\beta_R$ ) cuyas definiciones son las siguientes:

$$\alpha_R = \frac{Q_{CD}}{Q_N} \quad y \quad \beta_R = \frac{N_{CD}}{N_N}$$

Dónde  $Q_{CD}$  y  $N_{CD}$  son el gasto y la velocidad de la turbina durante la condición de desboque respectivamente; y,  $Q_N$  y  $N_N$  son las condiciones nominales del sistema hidroeléctrico.

Se han desarrollado relaciones empíricas fundamentadas en la literatura (Fazalare 1991; Ramos 1995 y Ramos y Almeida 1996) y basándose en la información y datos proporcionados por algunos fabricantes de turbinas, que permiten una valuación aproximada de  $\alpha_R$  y  $\beta_R$  y que solo dependen de la velocidad específica de la turbina:

$$\alpha_R = 0.3 + 0.0024N_s \quad (13) \quad \rightarrow \text{Ecuación basada en información publicada y datos proporcionados por fabricantes de turbinas.}$$

$$\beta_R = 1.6 + 0.002N_s \quad (14) \quad \rightarrow \text{Ecuación propuesta por Fazalare, 1991.}$$

Con  $N_s$  como la velocidad específica de la turbina en m, rpm, kW.

Para el desarrollo del método se parte de la ecuación del orificio dinámico que, siendo un flujo en un orificio, se basa en la relación de la carga y el gasto, en este caso en la turbina:

$$q = C_g C_S \sqrt{h} \quad (15)$$

Donde el factor de compuerta  $C_g$  y el factor de velocidad  $C_S$  determinan el coeficiente de descarga:

- **Factor de compuerta  $C_g$** ; es el coeficiente de apertura de la válvula y se puede expresar como el cierre de los álabes de la turbina que varía entre uno y cero de acuerdo con el porcentaje de apertura, donde uno es totalmente abierto y cero es totalmente cerrados y define el gasto máximo en la turbina para una carga dada.
- **Factor de velocidad  $C_S$** ; es el coeficiente de velocidad del rotor de la turbina que modifica el coeficiente de descarga como una función de la velocidad del rotor, porque para turbinas de reacción a carga y posición de álabes constantes, el gasto está en función de la velocidad del rotor. Este factor se puede calcular como se muestra en la siguiente ecuación:

$$C_S = \left[ 1 + \frac{\alpha_R - 1}{\beta_R - 1} \left( \frac{n}{\sqrt{h}} - 1 \right) \right] \quad (16)$$

Este modelo supone que  $C_g = f(y)$ , en la práctica generalmente se proponen cierres de los álabes que siguen una función lineal con respecto al tiempo que puede cambiar de pendiente por lo que  $f(y)$  es solo una función lineal del porcentaje de apertura contra el tiempo de cierre (como se observa más adelante en la *figura 5.1.2*).

El siguiente parámetro que involucra el modelo es el torque hidráulico de la turbina  $T_H$ , la ecuación para el torque hidráulico implica la hipótesis de que la variación del gasto es lineal respecto a la velocidad de rotación en las condiciones de desboque:

$$b = h^{3/2} C_g \frac{e}{n} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{n}{\sqrt{h}} - 1 \right)}{(\beta_R - 1)} \right] \quad (17)$$

Finalmente para evaluar la variación de eficiencia en un rechazo de carga el método propone las siguientes ecuaciones:

$$e = C_e \frac{N_{CD} - N}{N_{CD} - N_N}$$

La anterior expresión se puede simplificar, recordando que  $\beta_R = N_{CD}/N_N$ , de la siguiente manera:

$$e = C_e \frac{\beta_R - n}{\beta_R - 1}; \text{ con } \begin{cases} C_e = 1 & \text{si } C_g > 0.5 \\ C_e = 2C_g & \text{si } C_g \leq 0.5 \end{cases} \quad (18)$$

Las ecuaciones (15, 16, 17 y 18) forman el modelo del orificio dinámico. Para obtener un modelo que incluya la conducción y la turbina, se tienen que agregar las ecuaciones del flujo en la tubería y la ecuación de las masas giratorias.

### Masas giratorias.

En un sistema rotacional, el torque es igual al producto de la aceleración angular por el momento polar de inercia:

$$T = I \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} \quad (19)$$

Donde  $I$  = es el momento polar de inercia de todo el sistema rotacional incluyendo el líquido que entra en el impulsor o el rotor de la turbina; y,  $t$  es el tiempo en segundos.

En un conjunto de turbina-generator se debe incluir el torque electromagnético resistente por lo que el torque del conjunto varía de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$T_H - T_G = I \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} \quad (20)$$

Donde:

- $T_H$  es el torque hidráulico neto de la turbina; y,  $T_G$  es el torque electromagnético resistente.

En el caso de un rechazo total de carga, el torque electromagnético ( $T_G$ ) es cero porque el conjunto turbina-generator se desconecta de la red de distribución eléctrica, esto simplifica significativamente la ecuación (20).



El momento polar de inercia tiene una influencia significativa en la variación de la velocidad del conjunto turbina-generador. Mientras más pequeño sea el momento de inercia del sistema rotacional, la velocidad de la turbina en un rechazo total de carga tiende a incrementarse más fácilmente debido a que el rotor de la turbina encuentra menos resistencia.

Partiendo del parámetro adimensional  $b$  definido en las ecuaciones (1) se tiene que la ecuación (19), se puede escribir como:

$$b = I \frac{2\pi}{60} \frac{N_R}{T_{HR}} \frac{dn}{dt} \quad (21)$$

Donde en el SI de unidades,  $I$  está en  $[\text{kg m}^2]$ ,  $T_{HR}$  en  $[\text{N m}]$  y  $N_R$  en  $[\text{rpm}]$ .

## IV. ECUACIÓN DE LA LÍNEA DE CONDUCCIÓN

Finalmente, para completar el sistema de ecuaciones y así poder realizar un análisis del sistema hidroeléctrico que comprenda línea de conducción y turbina, se incluye la variación de la presión y el gasto en la línea de conducción.

Para el cálculo de los parámetros del flujo a lo largo de la línea de conducción, se utiliza el modelo de columna elástica que se resuelve con el método de las características, ambos descritos en las referencias 11 y 12.

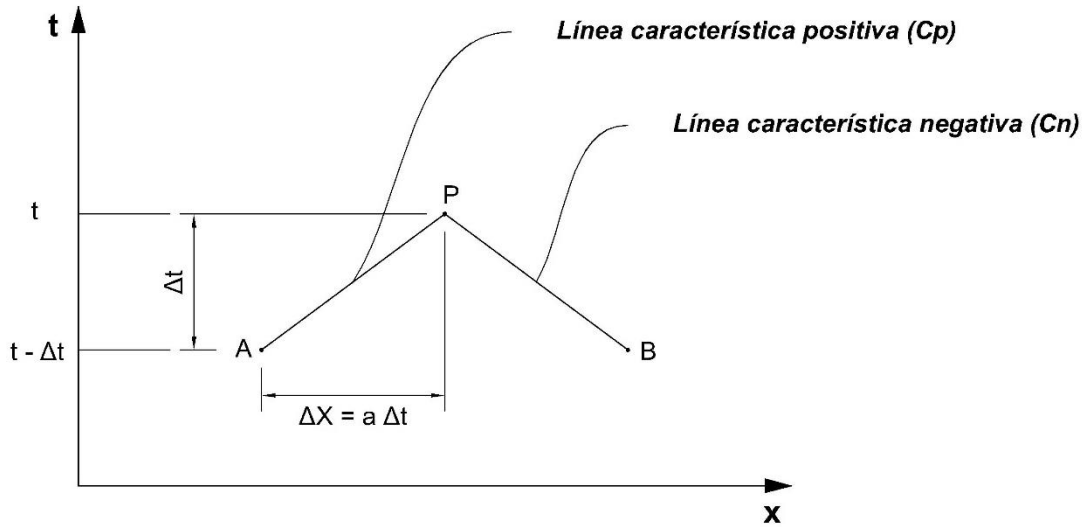
El método de las características es un método numérico que transforma el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales formado por las ecuaciones (22) y (23) cuyas variables carga  $H$  y gasto  $Q$  dependen del tiempo  $t$  y la posición  $x$ , en un sistema de ecuaciones lineales para el gasto y la carga, ecuaciones (24) y (25).

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (23)$$

### **Ecuaciones del método de las características.**

Con el método de las características se obtienen la carga y el gasto en un punto en particular de la tubería a partir de puntos aledaños a través de líneas características (positiva y negativa) que parten de condiciones conocidas en un instante de tiempo anterior como se muestra en *figura 4.1*.



**Figura 4.1.** Puntos y líneas características para la solución del método de las características. La carga y el gasto en los puntos A y B son conocidos en el instante anterior en el que se calcularán las mismas variables en el punto P.

Con el desarrollo matemático presentado en la *referencia 11* se llega a un sistema de ecuaciones fundamentales de dos ecuaciones con dos incógnitas donde:

- La ecuación característica positiva (de A a P) es:

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad (24)$$

- La ecuación característica negativa (de B a P) es:

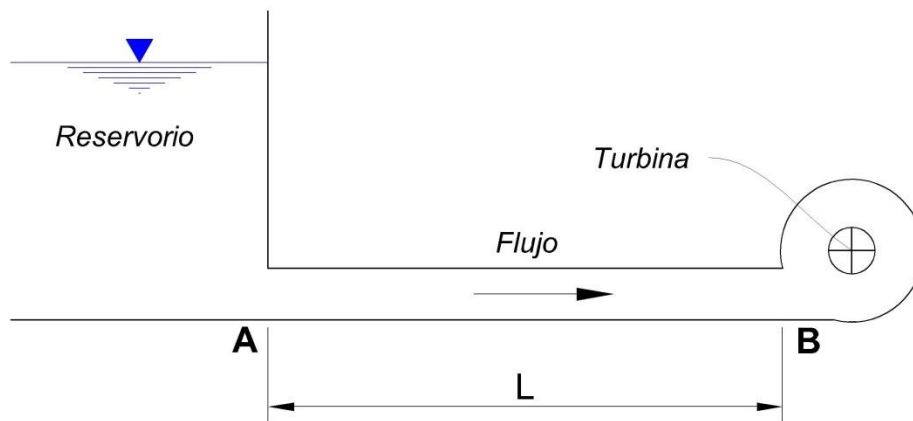
$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (25)$$

Con:

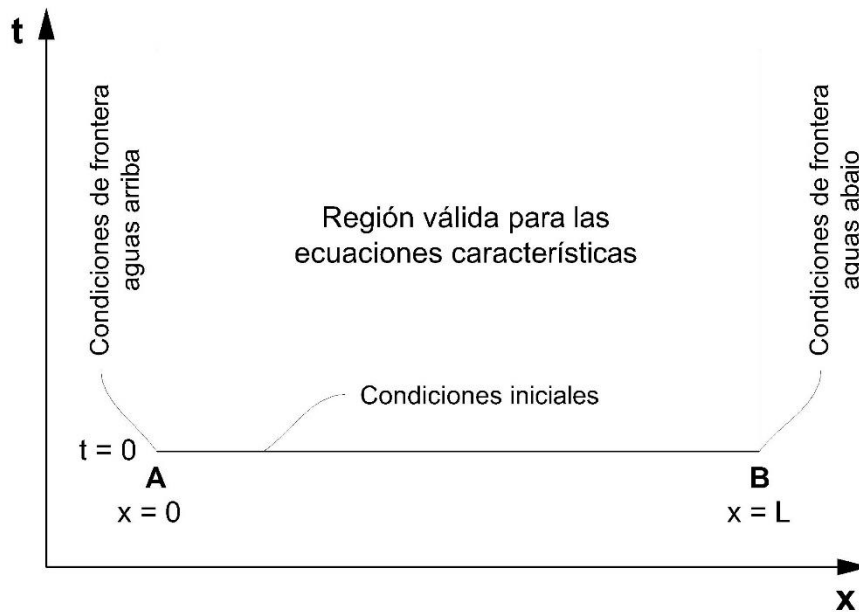
- *Característica positiva*;  $C_p = Q_A(t - \Delta t)[1 - C_f \Delta t |Q_A(t - \Delta t)|] + C_a H_A(t - \Delta t)$
- *Característica negativa*;  $C_n = Q_B(t - \Delta t)[1 - C_f \Delta t |Q_B(t - \Delta t)|] - C_a H_B(t - \Delta t)$
- $C_a = \frac{gA}{a}$
- $C_f = \frac{f}{2DA}$

- $a$ ; celeridad,  $D$ ; diámetro de la tubería,  $A$ ; área de la tubería,  $g$ ; aceleración de la gravedad, y  $f$ ; factor de fricción.

Estas ecuaciones características son válidas en el sistema de conducción solo dentro de la región que se muestra a continuación:



**Figura 4.2.** Sistema de conducción.



**Figura 4.3.** Región válida para una tubería. Método de las características.

En el caso de una central hidroeléctrica la condición en la frontera aguas arriba (punto A) la determina el embalse o vaso que genera la obra de contención mientras que la frontera aguas abajo (punto B) se encuentra definido por la turbina hidráulica con su respectivo sistema de control (álabes del distribuidor). En el punto A la carga está determinada por el nivel de agua en la presa que se considera constante y el gasto se determina con la ecuación negativa del método de las características, en la frontera aguas abajo o punto B es donde comienza el transitorio con el cierre de álabes del distribuidor después del rechazo total de carga eléctrica, en este punto las características son dadas por el comportamiento de la turbina y la ecuación característica positiva del método de las características (ecuación 24):

$$q_P Q_N = C_p - C_a h_P H_N \quad (26)$$

Donde  $q_P$  y  $h_P$  son el gasto y la carga adimensionales en  $t$ ; y,  $Q_N$  y  $H_N$  son el gasto y la carga nominales respectivamente.

Al incluir la ecuación (26) al método del orificio dinámico se puede modelar un rechazo total de carga eléctrica, el cierre de los álabes del distribuidor y la variación de la carga y el gasto en la tubería a presión.

### **Solución al sistema de ecuaciones del modelo del orificio dinámico.**

Al usar un valor promedio de  $b$  durante cada intervalo de tiempo, la ecuación (21) se puede escribir en diferencia-finita como se muestra a continuación:

$$\frac{n_p - n}{\Delta t} = \frac{60T_R}{2\pi I N_R} \frac{b + b_p}{2}$$

La cual se puede expresar de forma simplificada como:

$$n_p - n = (b + b_p)C_2 ; \text{ con } C_2 = \frac{15T_{HN}}{\pi I N_N} \Delta t \quad (27)$$

A continuación se escriben las ecuaciones que determinan la frontera aguas abajo del sistema hidráulico. Este es un sistema compatible de 6 ecuaciones (15, 16, 17, 18, 26, 27) con 6 incógnitas ( $q_P$ ,  $h_P$ ,  $n_P$ ,  $b_P$ ,  $C_S$  y  $e$ ):

- $q_P = C_g C_S \sqrt{h_P}$
- $C_S = \left[ 1 + \frac{\alpha_R - 1}{\beta_R - 1} \left( \frac{n}{\sqrt{h}} - 1 \right) \right]$
- $b_P = h^{3/2} C_g \frac{e}{n} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{n_P}{\sqrt{h_P}} - 1 \right)}{(\beta_R - 1)} \right]$
- $e = C_e \frac{\beta_R - n}{\beta_R - 1}$
- $q_P Q_N = C_p - C_a h_P H_N$
- $n_P - n = (b + b_P) C_2$

En estas ecuaciones el subíndice “P” indica el parámetro en tiempo presente ( $t$ ), los parámetros que no cuentan con este subíndice significa que están calculados en  $t - \Delta t$ .

Una resolución al sistema de ecuaciones simultaneas del modelo de orificio dinámico plantea una solución analítica considerando que los parámetros  $C_S$  y  $e$  están evaluados en  $(t - \Delta t)$ , es decir, se considera que estos parámetros se encuentran en un instante anterior para el cálculo del gasto  $q_P$ , la carga  $h_P$  y la velocidad de rotación  $n_P$ .

- $C_S = f(t - \Delta t)$
- $e = f(t - \Delta t)$

Por lo tanto de la ecuación (15) se tiene que:

$$h_P = \left( \frac{q_P}{C_g C_S} \right)^2 \quad (28)$$

Al sustituir (28) en (26) se obtiene la siguiente expresión:

$$q_P Q_N = C_p - C_a \left( \frac{q_P}{C_g C_S} \right)^2 H_N \quad (29)$$

De la que se obtiene la siguiente ecuación de segundo orden:

$$q_P^2 + Bq_P + C = 0 \quad (30)$$

Donde B y C están definidos de la siguiente manera:

- $B = \frac{(C_g C_s)^2}{C_a H_N} Q_N$
- $C = -C_p \frac{(C_g C_s)^2}{C_a H_N}$

Por tratarse de turbinas el gasto nunca es negativo ( $q_P \geq 0$ ) y por definición  $B \geq 0$ , entonces la solución de la ecuación (30) de segundo grado es:

$$q_P = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - C} \quad (31)$$

Despejando la carga de la ecuación (26) se obtiene:

$$h_P = \frac{C_p - q_P Q_N}{C_a H_N} \quad (32)$$

Para obtener la velocidad de rotación se cuenta con las ecuaciones (17), (18) y (27) donde la ecuación (27) se puede escribir como:

$$b_P = C_3 h_P^{3/2} \left( \beta_R - \frac{n_P}{\sqrt{h_P}} \right) \quad (33)$$

Con:

- $C_3 = C_g \frac{e}{n} \frac{1}{\beta_R - 1}$

Sustituyendo la ecuación (33) en la ecuación (27) se obtiene:

$$n_P = \frac{C_2 (C_3 \beta_R h_P^{3/2} + b) + n}{1 + C_2 C_3 h_P} \quad (34)$$

Las ecuaciones (31), (32), (33) y (34) representan la solución al método del orificio dinámico incluyendo la característica positiva y la ecuación de las masas giratorias.

## V. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ORIFICIO DINÁMICO PARA LA SIMULACIÓN DE LA OPERACIÓN EN FLUJO TRANSITORIO DE TURBINAS FRANCIS

En etapas tempranas de diseño de un proyecto hidroeléctrico no se cuenta con información disponible de las unidades con las que contará la planta. Los fabricantes de turbinas realizan simulaciones dentro de sus instalaciones y cuentan con modelos fabricados que pueden representar el funcionamiento de cualquier prototipo de turbina hidráulica; sin embargo, la información es exclusiva y es muy difícil encontrarla en la literatura actual.

En el caso de la C.H. La Yesca cada fabricante que participó en la licitación para la instalación de las turbinas entregó simulaciones de posibles escenarios que puedan causar transitorios, uno de los casos más severo en una C. H. es el provocado por un rechazo total de carga eléctrica.

Cuando el conjunto turbina-generator se desconecta repentinamente de la red ocurre el caso de rechazo total de carga eléctrica; al perder el elemento resistivo de la carga eléctrica suministrado, el conjunto turbina-generator queda girando libremente lo que provoca un aumento repentino en la velocidad de giro del rodete (sobrevelocidad) que puede ser peligroso si ésta llega a velocidades cercanas a la de embalamiento (desboque).

Para controlar este aumento de velocidad se regula el gasto de entrada mediante el cierre de álabes en el distribuidor lo que da comienzo al fenómeno de golpe de ariete, por lo que, el tiempo de cierre es un parámetro importante que debe ser determinado siendo: lo suficientemente rápido para evitar que la sobrevelocidad pueda llegar a la velocidad de desboque y lo suficientemente lento para no causar sobrepresiones que puedan dañar la tubería a presión del sistema de conducción. En algunos casos, especialmente en las centrales equipadas con turbinas Francis con baja velocidad específica, la sobrepresión por sobrevelocidad llega a ser mayor que la provocada por el efecto de cierre de álabes (*referencia 2*).

Con el modelo de orificio dinámico es posible simular el caso más severo provocado por el rechazo total de carga estimando la sobrevelocidad alcanzada por la turbina y las presiones alcanzadas tanto por el efecto de sobrevelocidad como por el efecto de cierre de compuerta.



Esto permite estimar el momento de inercia del conjunto turbo generador y la resistencia de la tubería a presión necesarios en etapas tempranas de diseño.

### V.1 Central Hidroeléctrica “La Yesca”

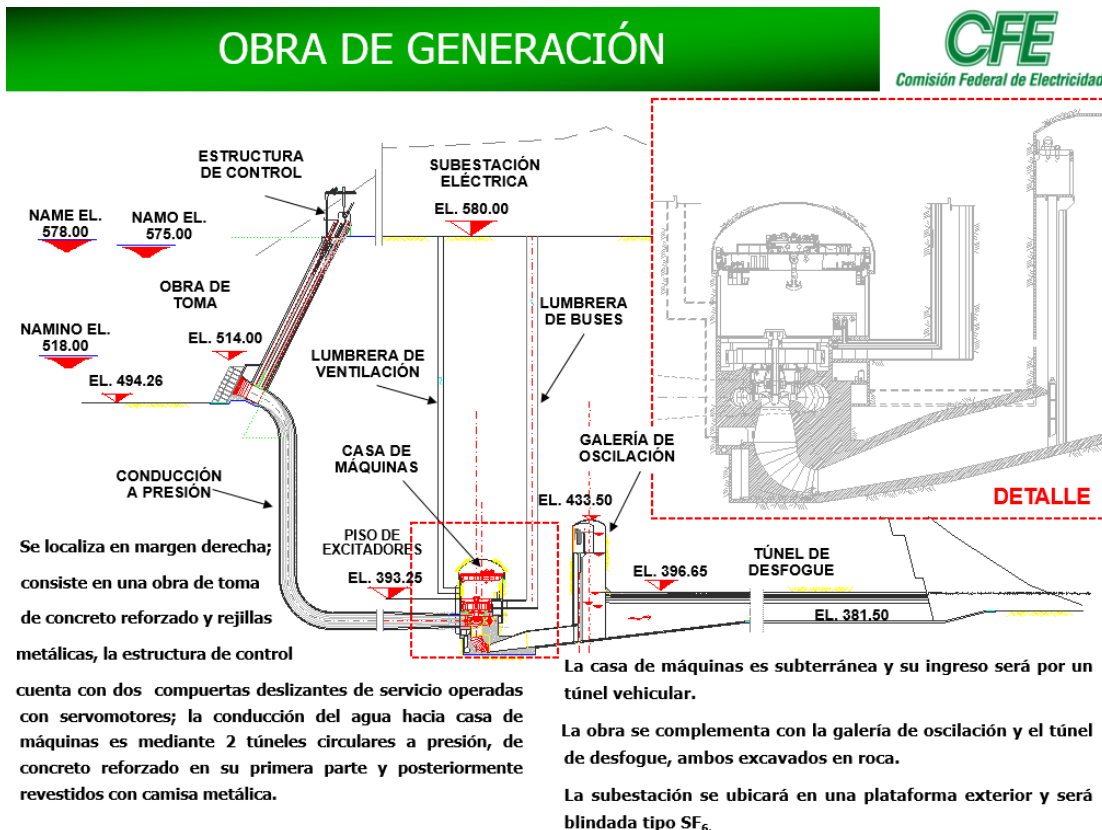
Para la aplicación del método del orificio dinámico se tomó como ejemplo la Central Hidroeléctrica “La Yesca”.

La Central Hidroeléctrica La Yesca se localiza entre los estados de Jalisco y Nayarit a 105 Km al Noroeste de la ciudad de Guadalajara, es parte de un sistema de presas de generación eléctrica sobre el río Santiago con capacidad instalada media anual de 5083.55 GWh de los cuales la C.H. La Yesca aporta 1210 GWh equivalentes al 24% de la generación total del sistema. En la *tabla 5* se muestra las generalidades de la Central Hidroeléctrica.

CONSTRUCCIÓN Y UBICACIÓN		OBRA DE CONTENCIÓN	
Propietario/operador	CFE	Tipo	Enrocamiento con cara de concreto (ECC)
Ubicación		Ancho de coronamiento	572 m
Fecha de inicio de construcción	Octubre-2007	Altura al desplante	220 m
Fecha de término de construcción	Diciembre-2012	Volumen de materiales	12,000,000 m <sup>3</sup>
Puesta en marcha	U1 U2	Tipo de vertedor	Canal a cielo abierto
	13/10/2012 26/11/2012	Capacidad del vertedor	15,915 m <sup>3</sup> /s
HIDROLOGÍA		CONDUCCIÓN	
Cauce aprovechado	Río Grande de Santiago	Tubería a presión	D = 7.7 m L = 226 m
Área de la cuenca	51,990 km <sup>2</sup>	Galería de oscilación	22.2 x 111.90 x 50 m
Caudal medio del río	97.86 m <sup>3</sup> /s	Desfogue	14.40 x 15.40 m L = 274 m
EMBALSE		CASA DE MAQUINAS	
NAMO	575 msnm	Número de unidades	2
NAME	578 msnm	Tipo de unidades	Francis
NAMINO	518 msnm	Potencia p/unidad	380.32 MW
Área	3,825 ha	Potencia del generador	394.74 MVA
Volumen	2,393 x 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>	Factor de potencia	0.95 cos(φ)
GENERACIÓN		Caída neta nominal	163.35 m
Capacidad instalada	750 MW	Gasto nominal p/unidad	249.4 m <sup>3</sup> /s
Generación media anual	1210 GWh	Velocidad de rotación	150 rpm

**Tabla 5.** Central Hidroeléctrica “La Yesca”. Generalidades.

En la *figura 5.1.1* se encuentran los detalles de la obra de generación que cuenta con dos unidades tipo Francis que generan 375 MW de potencia cada una con una capacidad instalada de 750 MW alimentadas mediante dos túneles a presión circulares de concreto reforzado en su primera parte y posteriormente revestidos con camisa metálica con 226m de longitud cada uno, suficiente para proveer de electricidad a la mitad de la zona metropolitana de Guadalajara en horas “pico” de servicio que es el equivalente a tener prendidos simultáneamente 12.5 millones de focos incandescentes de 60 Watts.



**Figura 5.1.1.** Detalle de obra de generación de la C. H. La yesca. Fuente CFE.

**Datos del conjunto turbina-generador:**

La turbomáquina es de tipo Francis de eje vertical, con las siguientes características:

Turbina	
Gasto nominal	249.4 [m <sup>3</sup> /s]
Potencia Nominal	380.32 [MW]
Momento volante de la turbina GD <sup>2</sup>	2364 [t.m <sup>2</sup> ]
Caída Neta	163.35 [m]
Velocidad nominal	150 [rpm]
Diámetro de rodete	4.907 [m]

Generador	
Potencia nominal	394.74 [MVA]
Momento volante del generador GD2	65212.8 [t.m <sup>2</sup> ]
Número de polos	48
Factor de potencia	0.95 [cos( $\varphi$ )]
Frecuencia de la red	60 [Hz]

Conjunto Turbina-Generador	
Momento de Inercia total (GD <sup>2</sup> /4)	
16894200	[kg.m <sup>2</sup> ]

Potencia en [W]	
375003000	[W]

**Condiciones nominales:**

$Q_{N=}$	249.4	m <sup>3</sup> /s
$H_{N=}$	163.35	m
$N_{N=}$	150	rpm
$\eta_{N=}$	0.9573	
$P_{N=}$	380320	kW
$I=WD^2=$	16894200	kg m <sup>2</sup>
$\gamma=$	1000	kg/m <sup>3</sup>

**Tabla 6.** Valores nominales o de diseño del Proyecto Hidroeléctrico La Yesca.

Cada Proyecto Hidroeléctrico es diferente y su diseño requiere un gran número de información estadística de las condiciones a las que estará sometido, para poder recabar los datos suficientes para un diseño óptimo de las instalaciones en algunos casos se instalan estaciones de medición con décadas de anticipación.

En este caso por la hidrología de la región no se puede asegurar que la Central Hidroeléctrica vaya a trabajar siempre con las condiciones nominales, entonces se hace una estimación de los valores de mayor ocurrencia a lo largo de un año para que coincidan con los de máxima eficiencia. Es por esto que, como se muestra en la *figura 2.2.1*, las condiciones nominales no son las de máxima eficiencia.

**Torque hidráulico en condiciones nominales de operación (ecuación 7):**

$$TH_N = 2482811.62 \text{ kg m}$$

$$TH_N = 24356382.02 \text{ N m}$$

**Velocidad específica  $N_s$  (ecuación 12):**

$$N_s = 158.40 \text{ (m, rpm, kw)}$$

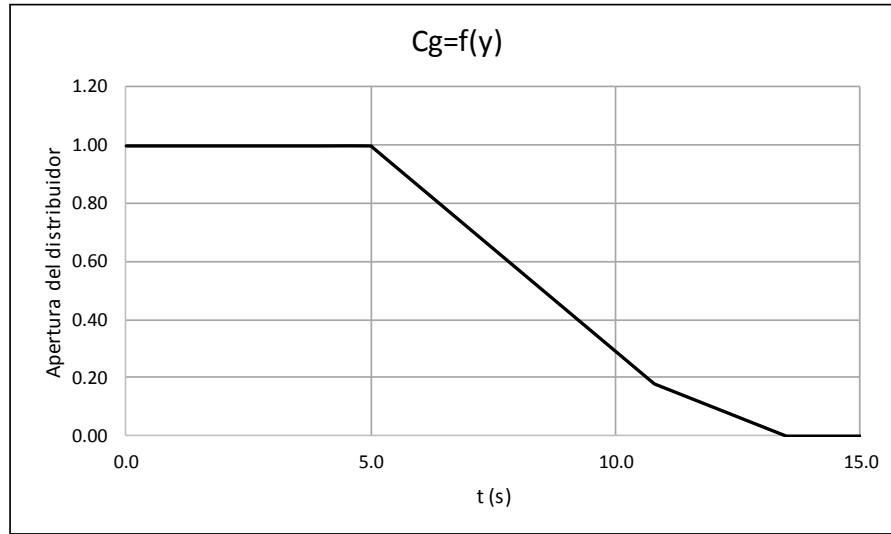
Al no contar con diagramas de colina en etapas de factibilidad y prediseño, la velocidad específica se calcula a partir de los valores de diseño de cada proyecto, en este caso, del Proyecto Hidroeléctrico “La Yesca” mostrados en la *tabla 6*.

Con el método del orificio dinámico se realizó la simulación de un transitorio producido por rechazo total de carga eléctrica a partir de la condición de operación que se indica en la *tabla 7*. Estos datos corresponden a uno de los casos de análisis presentados en la *referencia 14*. Más adelante se presenta la comparación entre los resultados obtenidos con el método del orificio dinámico y los de la *referencia 14*.

CASO	Aguas arriba [msnm]	Aguas abajo [msnm]	Gasto [m <sup>3</sup> /s]	Caída Neta [mca]	Potencia [MW]
Rechazo total de carga	557.06	391.29	249.40	163.35	380.32

**Tabla 7.** Condiciones de operación en flujo estable.

**Tiempo de cierre  $C_g = f(y)$ :**



$$f(y) = -\frac{41}{290}t + \frac{99}{58} ; 5.0 \leq t \leq 10.8$$

$$f(y) = -\frac{1}{15}t + 0.9 ; 10.8 < t \leq 13.5$$

**Figura 5.1.2.** Ley de cierre (calculada conforme a la información tomada de la referencia 14).

<b>tc=</b>	<b>8.50 (s)</b>
------------	-----------------

**Coefficientes de gasto y velocidad ecuaciones (13) y (14) (modelo del orificio dinámico):**

<b><math>\alpha</math>=</b>	<b>0.6802</b>
-----------------------------	---------------

<b><math>\beta</math>=</b>	<b>1.9168</b>
----------------------------	---------------

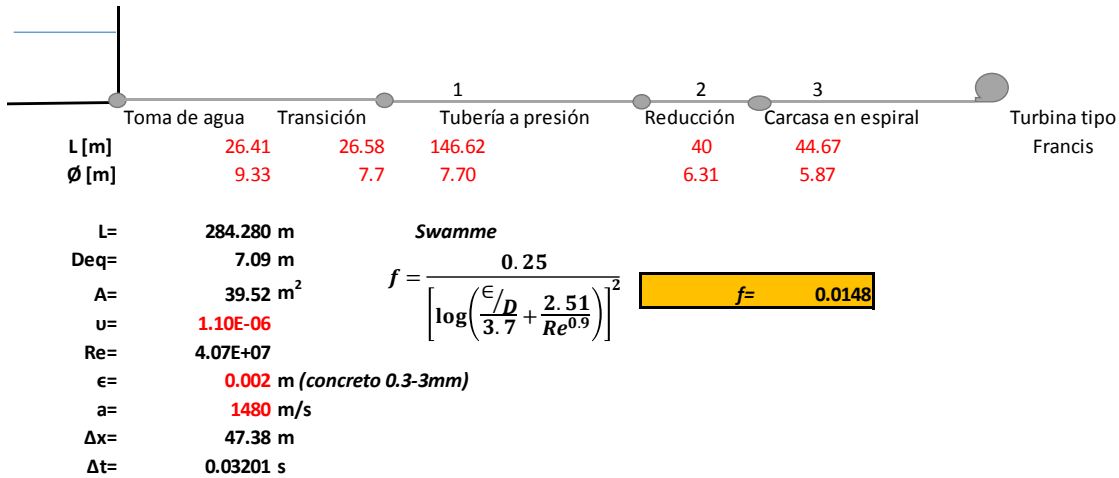
**Coefficiente  $C_2$  de las masas giratorias, ecuación (27):**

<b><math>C_2 =</math></b>	<b>0.00143975</b>
---------------------------	-------------------

**Sistema de conducción:**

Para realizar la simulación se consideró un esquema hidroeléctrico muy simple, con la obra de toma, la transición, la tubería a presión y la carcasa en espiral como una sola tubería con

diámetro equivalente que alimenta a la turbina tipo Francis. Los diámetros y longitudes de la tubería fueron tomados de la referencia 14.



**Método de las características en los puntos interiores de la tubería:**

$$Ca = \frac{gA}{a} ; Cf = \frac{f}{2DA} ; a = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Ca=	0.261978949
Cf=	2.632E-05

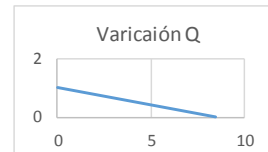
Sistema de ecuaciones:

- 1)  $Q_p = C_p - CaH_p$
- 2)  $Q_p = C_n + CaH_p$

Solución:

$$Q_p = \frac{C_p + C_n}{2}$$

$$H_p = \frac{C_p - C_n}{2Ca}$$



$$C_p = Q_A(t - \Delta t) [1 - Cf \Delta t |Q_A(t - \Delta t)|] + CaH_A(t - \Delta t) \quad +$$

$$C_n = Q_B(t - \Delta t) [1 - Cf \Delta t |Q_B(t - \Delta t)|] - CaH_B(t - \Delta t) \quad -$$

## VI. RESULTADOS

Realicé la programación del modelo del orificio dinámico en hojas de cálculo aplicando las ecuaciones (31), (32), (33) y (34) para la condición de operación señalada en la sección anterior. En el modelo se consideró que el rechazo total de carga eléctrica ocurrió en el segundo 5; por lo que la máquina se mantiene en operación con flujo en estado estacionario durante los primeros 5 segundos. Los resultados obtenidos para el rechazo total de carga eléctrica se muestran en la *tabla 8*:

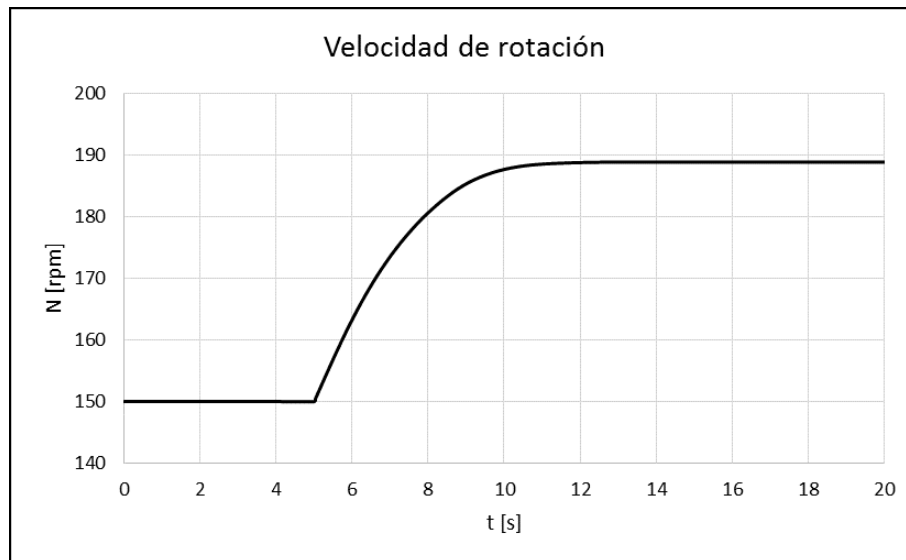
Caso	Pmax (mca)	Nmax (rpm)	Pmax (%)	Nmax (%)
Rechazo total de carga	193.74	188.89	18.60	25.92

**Tabla 8.** Valores de presión máxima y velocidad de rotación máxima obtenidos de la simulación con el método del orificio dinámico.

### Gráficos:

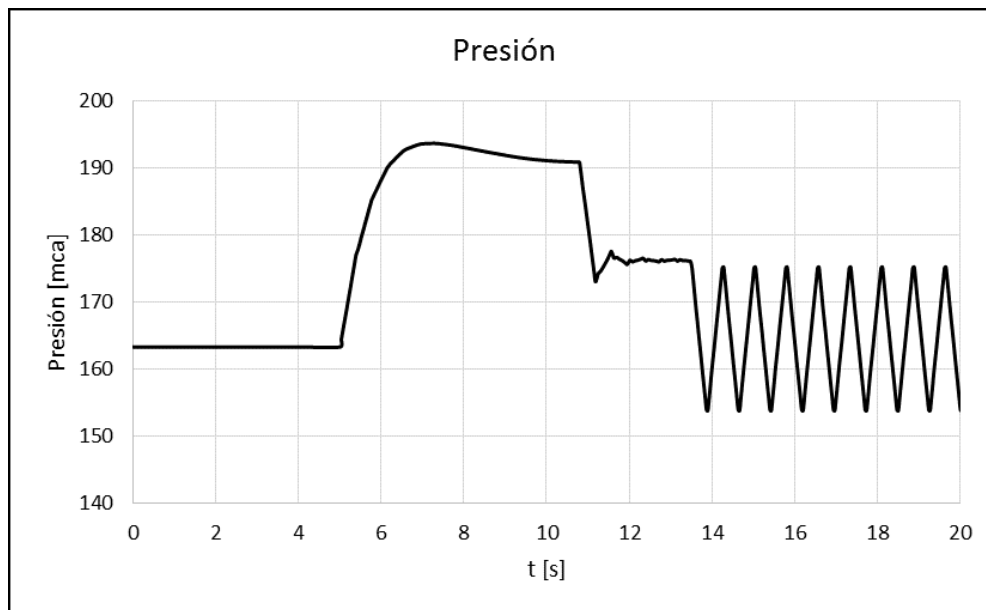
Las siguientes gráficas presentan las variaciones de la velocidad de rotación, la presión en la entrada de la turbina, y el gasto en la turbina a lo largo del tiempo.

- Velocidad de rotación de la turbina:



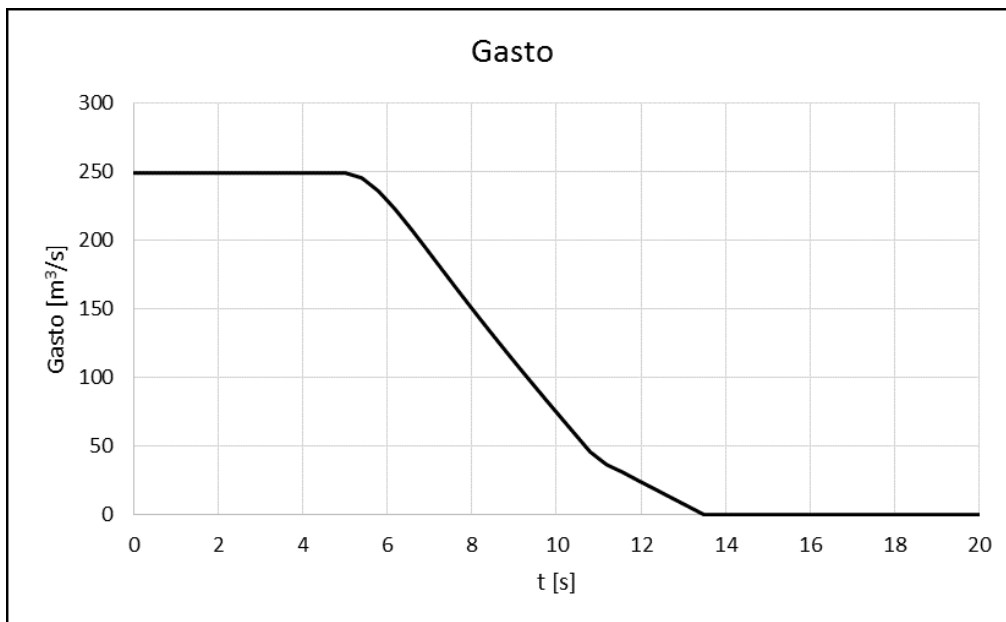
**Gráfica 6.1.** Velocidad de rotación de la turbina a lo largo del tiempo. Método del orificio dinámico.

- Presión en la entrada a la turbina (aguas arriba de la turbina):



**Gráfica 6.2.** Presión en la entrada de la turbina a lo largo del tiempo. Método del orificio dinámico.

- Gasto en la turbina:



**Gráfica 6.3.** Gasto en la turbina a lo largo del tiempo. Método del orificio dinámico.



En la *tabla 9* se hace un análisis comparativo donde se muestra la diferencia expresada en porcentaje de los resultados obtenidos con el modelo de orificio dinámico y los presentados en el informe de la *referencia 14*.

Rechazo total de carga	P <sub>máx</sub> [mca]	N <sub>máx</sub> [rpm]	P <sub>máx</sub> [%]	N <sub>máx</sub> [%]
Referencia 14	197.57	198.80	20.95	32.53
Orificio dinámico	193.74	188.89	18.60	25.92

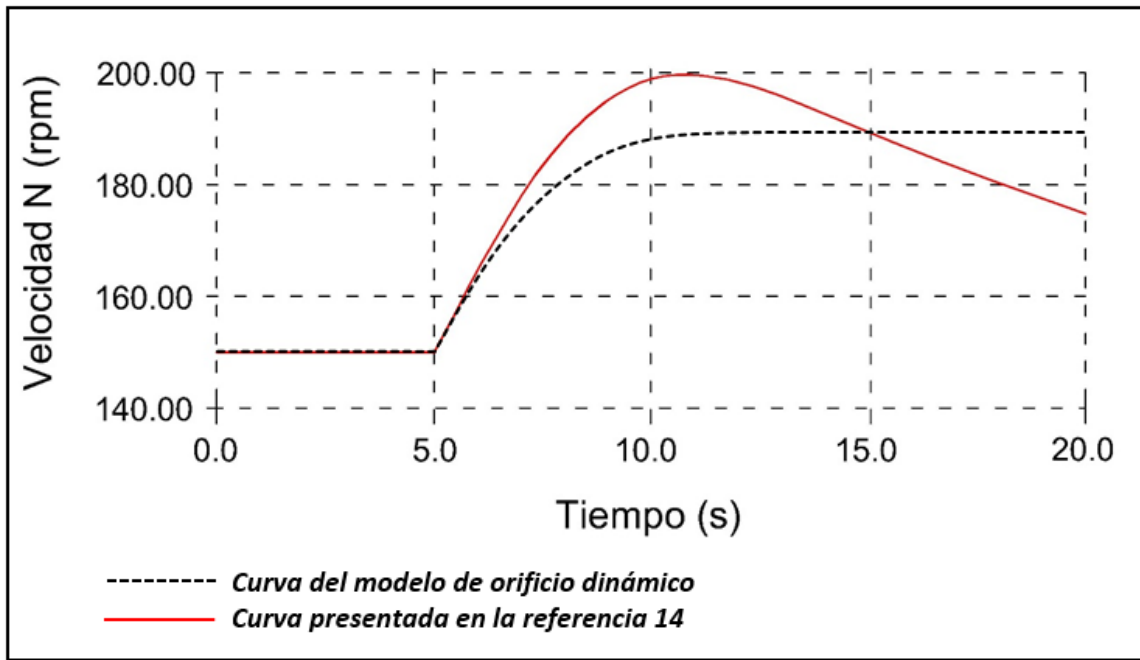
Porcentaje de diferencia	
P <sub>máx</sub> [%]	N <sub>máx</sub> [%]
1.98	5.25

**Tabla 9.** Análisis comparativo de los resultados obtenidos con el modelo de orificio dinámico y los presentados en la referencia 14.

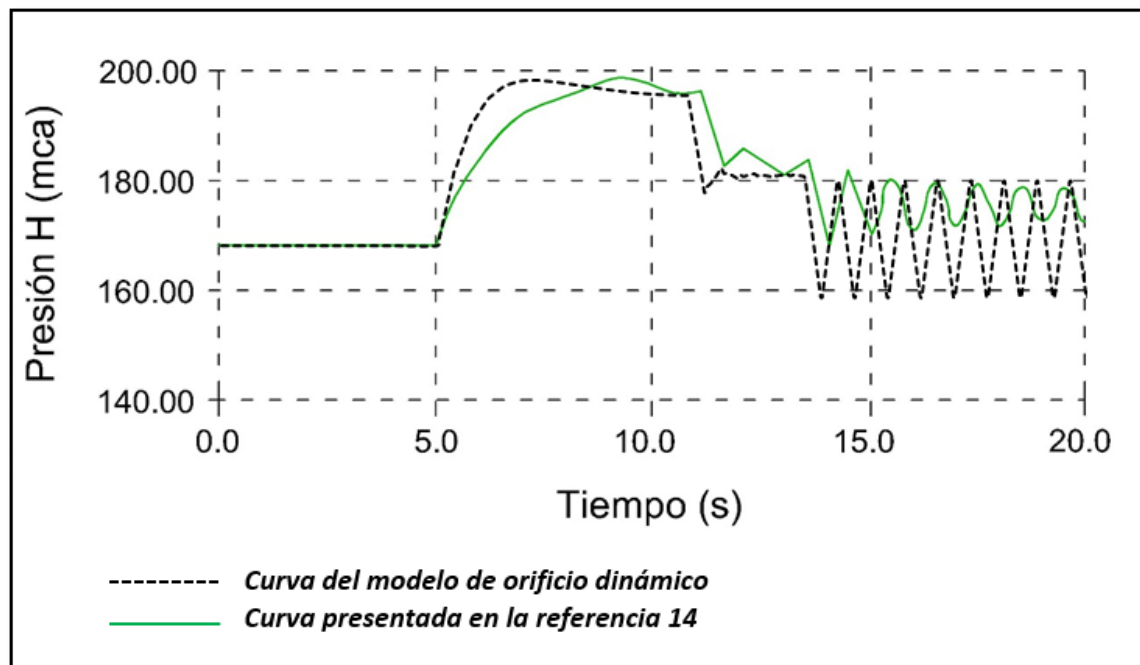
Donde el porcentaje de diferencia se calculó como se muestra en la ecuación (35):

$$\%E_r = \frac{\text{Valor modelo orificio dinámico} - \text{Valor fabricantes}}{\text{Valor modelo orificio dinámico}} \quad (35)$$

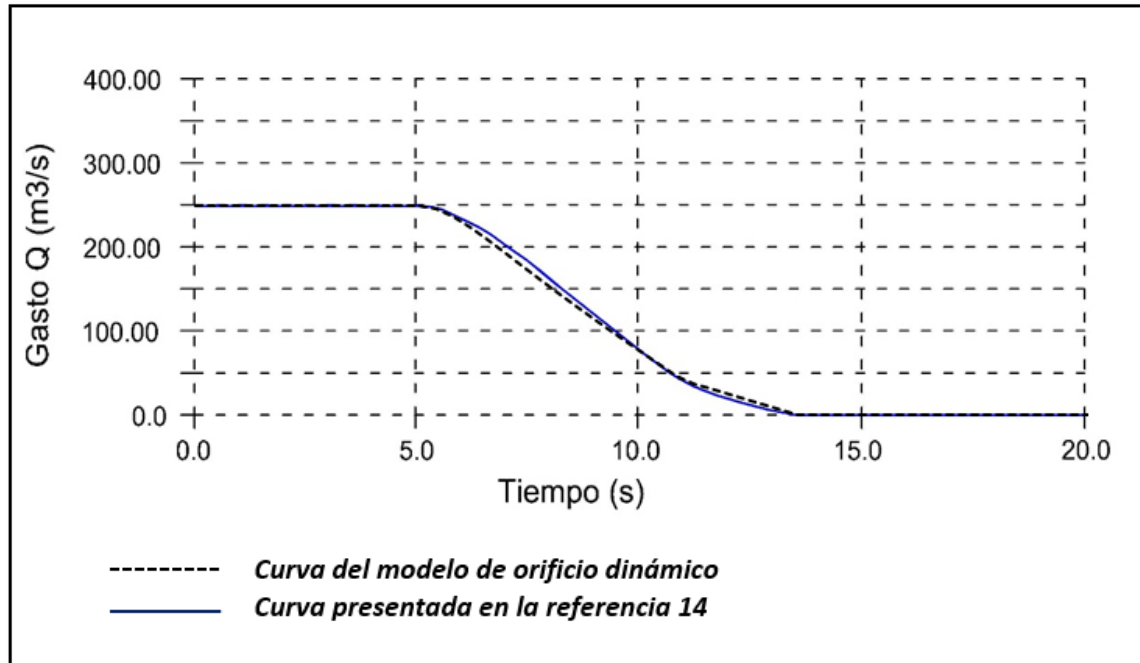
La *figura 6.4* muestra con línea continua roja la variación de la velocidad reportada en la *referencia 14* y con línea discontinua la calculada con el modelo del orificio dinámico, se observa que la velocidad obtenida queda por debajo de la reportada, en ambos casos, el incremento de velocidad comienza en el momento en que ocurre el rechazo de carga eléctrica y su máximo valor se presenta aproximadamente en el tiempo 13.5 (s) (8.5 s después de haber ocurrido el rechazo de carga). En la *figura 6.5* se muestra con línea continua verde la variación de la presión reportada en la *referencia 14* y con línea discontinua la calculada con el modelo del orificio dinámico, se observa que la forma como varía la presión es muy similar a pesar de que la calculada con el modelo del orificio dinámico aumenta más rápido, las presiones máximas difieren en 3.83 [mca] siendo mayor la reportada en la *referencia 14*. Finalmente, en la *figura 6.6* se muestra con línea continua azul la variación del gasto reportada en la *referencia 14* y con línea discontinua el calculado con el método del orificio dinámico, para el cálculo de la sobrepresión y sobrevelocidad ajusté el tiempo de cierre de los álabes del distribuidor con el tiempo en el que el gasto se hace cero, se observa que ambas leyes de disminución de gasto prácticamente son iguales.



**Figura 6.4.** Comparación entre los resultados de la referencia 14 y los obtenidos con el modelo del orificio dinámico para la velocidad de rotación de la turbina.



**Figura 6.5.** Comparación entre los resultados de la referencia 14 y los obtenidos con el modelo del orificio dinámico para la sobrepresión aguas arriba de la turbina



**Figura 6.6.** Comparación entre los resultados de la referencia 14 y los obtenidos con el modelo del orificio dinámico para el gasto en la turbina.

## VII. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Durante la etapa de prediseño de centrales hidroeléctricas es muy importante realizar análisis de transitorios para determinar parámetros del sistema como el momento de inercia del conjunto turbina-generador y la resistencia de la tubería a presión. Ante un rechazo total de carga eléctrica, la sobrepresión producida por el efecto de sobrevelocidad puede ser mayor al producido por el efecto de cierre de los álabes en el distribuidor, esto dependerá del diseño de la turbina (momento de inercia grande o momento de inercia pequeño), entonces la resistencia de la tubería debe soportar la presión máxima producida por cualquiera de los dos efectos y el momento de inercia del conjunto turbina-generador deberá tener un valor tal que la velocidad de la turbina no alcance la de desboque mientras cierran los álabes.

Para realizar análisis de la operación de las centrales en flujo transitorio es necesario tener información de la operación de las turbinas en este tipo de flujo. En este trabajo se mostró que tanto la información publicada en la literatura como los diagramas de colina que proporcionan los fabricantes de turbinas, no contienen información para pequeños caudales puesto que éstos generalmente solo muestran la zona de operación en la que se recomienda que trabajen las turbinas.

Es decir, existe un gran vacío de información para la simulación del rechazo total de carga eléctrica lo que hace que se tengan que hacer suposiciones acerca de la operación de las turbinas.

La información completa de las curvas características de las turbinas se obtiene a través de los ensayos detallados de las máquinas en laboratorios especializados o en centrales hidroeléctricas ya en funcionamiento lo que hace que la información sea difícil de obtener y los fabricantes no la proporcionen o solo proporcionen la información requerida para la operación normal.

Contar con un método que no requiera de las curvas características de la turbina es esencial para poder realizar simulaciones propias y no depender de la información entregada por los

fabricantes, especialmente en los diseños iniciales de los proyectos hidroeléctricos. Los resultados obtenidos con el modelo del orificio dinámico son muy satisfactorios al tener una discrepancia menor del 5.50% de los valores reportados en la *referencia 14*.

Para el caso de la velocidad de rotación calculada con el modelo del orificio dinámico al llegar al punto máximo se mantiene constante, esto es porque el modelo no incluye la disipación de la energía por fricción del rodete de la turbina. El hecho de no observar la disminución de la velocidad no le resta efectividad al modelo puesto que lo que se busca es precisamente la velocidad máxima a la que puede llegar la rotación de la turbina.

Para el cálculo de la sobrevelocidad, especialmente en las turbinas de reacción donde las velocidades cercanas a la de desboque pueden causar daños mecánicos severos en la instalación, el modelo del orificio dinámico resulta una herramienta útil de fácil entendimiento para realizar simulaciones del comportamiento de las unidades con las que contará la central, especialmente en las etapas iniciales de diseño del proyecto hidroeléctrico.

El modelo del orificio dinámico está basado en los parámetros  $\alpha_R$  y  $\beta_R$ , estos parámetros dependen del tipo de turbina. El modelo tiene una mejor aproximación en turbinas con velocidad específica baja: en turbinas Francis con velocidad específica baja se tiene que  $\alpha_R \leq 1$  y para velocidad específica alta (Turbinas Propeller y Kaplan) se tiene que  $\alpha_R > 1$ , además este modelo es válido únicamente para el rechazo total de carga.

Es necesario realizar un análisis más extenso para determinar los alcances de esta técnica comparando los resultados con pruebas de laboratorio y datos de registros tomados en centrales hidroeléctricas ya construidas que cuenten con este tipo de turbinas. Al comparar con datos experimentales suficientes se pueden obtener los rangos de error de los resultados obtenidos con el método del orificio dinámico lo que permitiría estimar con mayor certeza los valores máximos de velocidad de la turbina y presión en la tubería a presentarse después de un rechazo total de carga eléctrica; esto a su vez nos daría la posibilidad de determinar si el momento de inercia del conjunto turbina-generator propuesto es el adecuado o debería modificarse, valor que si debe aumentar generalmente acarrea cambios en la obra civil con costos muy elevados.

## BIBLIOGRAFÍA

1. A. R. David Thorley. (1991). *Fluid Transients in Pipeline Systems*. D. & L. George Ltd, UK
2. Helena Ramos and A. Betmio de Almeida. (2001). *Dynamic Orifice Model on Water-hammer Analysis of High and Medium Heads of Small Hydropower Schemes*. Journal of Hydraulic Research, Volume 39, No. 4, pages 429-436.
3. Helena Ramos and A. Betmio de Almeida. (2002). *Parametric Analysis of Water-Hammer Effects in Small Hydro Schemes*. Journal of Hydraulic Engineering, pages 689-696.
4. Héctor García Gutierrez, Arturo Nava Mastache. (2014). *Selección y Dimensionamiento de Turbinas para Centrales Hidroeléctricas*. Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F.
5. HRW-Hydro Review Worldwide. *Special Concerns Related to the Runaway Effect in Francis Turbines*. By <http://www.hydroworld.com/articles/print/volume-18/issue-5/articles/equipment/special-concerns-related-to-the-runaway-effect-in-francis-turbines.html>
6. <http://www.cfe.gob.mx/transparencia/Transparencia/Librosblancos/Paginas/CentralHidro-electricaLaYesca.aspx>. Parte 2, parte 3, parte 4, parte 5 y parte 6.
7. Humberto Gardea Villegas (1992) . *Aprovechamientos Hidroeléctricos y de Bombeo*, Trillas. México, D. F.
8. Jabier Almandoz Berrondo, M. Belén Mongelos Oquiñena, Idoia Pellejero Salaberria. (2007). *Apuntes de Máquinas Hidráulicas*. Escuela Universitaria Politécnica, Donostia-San Sebastián.
9. José María Hernández Krahe. (1995). *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid, España.
10. Libia G. Carmona Paredes, Rafael Carmona Paredes. (2013). *Manual del sistema de simulación de transitorios hidráulicos en tuberías a presión: TRANS, versión 2010.10*. Instituto de Ingeniería, UNAM. México, D. F.
11. M. Hanif Chaudhry. (1987, 2014). *Applied Hydraulic Transients*. Springer, New York, USA.
12. Streeter Victor L., Wyle E. Benjamin, Suo Lisheng. (1993). *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall. United States of America.
13. United States Department of the Interior. (1971). *Selecting Hydraulic Reaction Turbines*. U.S. Government Printing Office, Washington.

14. Voith Siemens. Hydro Power Generation. (2006). Proyecto Hidroeléctrico CH LA YESCA