

EJERCICIOS DE MECANICA II

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE CIENCIAS BASICAS  
DEPARTAMENTO DE MECANICA  
1983

El presente cuaderno de ejercicios es el resultado de las valiosas aportaciones - de un grupo de profesores del Departamento de Mecánica y que debido a las modificaciones de que han sido objeto los programas de las asignaturas, este material se ha sometido a un proceso de adaptación y mejoramiento constante en cuya última-etapa intervinieron:

Ing. Manuel Ayala Martínez  
Ing. Angel F. Flores Rodríguez  
Ing. César P. Mora Covarrubias  
M.I. Miguel Navarro Alvarez  
Ing. Hugo G. Serrano Miranda  
Ing. Ricardo Vargas López  
Ing. Manuel Villegas Anaya  
Ing. Miguel M. Zurita Esquivel

SERIES DE EJERCICIOS DE MECANICA II

I N D I C E

	PAGINA
I MOVIMIENTO RECTILINEO DE LA PARTICULA.....	1
II CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO.....	9
III DINAMICA DE LA PARTICULA (MOVIMIENTOS RECTILINEOS).....	19
IV DINAMICA DE LA PARTICULA (MOVIMIENTOS CURVILINEOS).....	24
V DINAMICA DE LA PARTICULA ( PARTICULAS CONECTADAS ).....	32
VI VIBRACION DE UNA PARTICULA CON UN GRADO DE LIBERTAD.....	37
VII DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO (MOVIMIENTO DE TRASLACION) ...	41
VIII MOMENTOS DE INERCIA.....	46
IX DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO (ROTACION BARICENTRICA).....	52
X DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO (ROTACION NO BARICENTRICA Y MOVIMIENTO GENERAL EN EL PLANO) .	56
XI SISTEMAS DE PARTICULAS.....	61
XII IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA LA PARTICULA.....	66
XIII IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO DEL CUERPO RIGIDO.....	70
XIV TRABAJO Y ENERGIA PARA LA PARTICULA.....	74
XV TRABAJO Y ENERGIA PARA EL CUERPO RIGIDO.....	80
XVI IMPACTO.....	85
R E S U L T A D O S.....	88

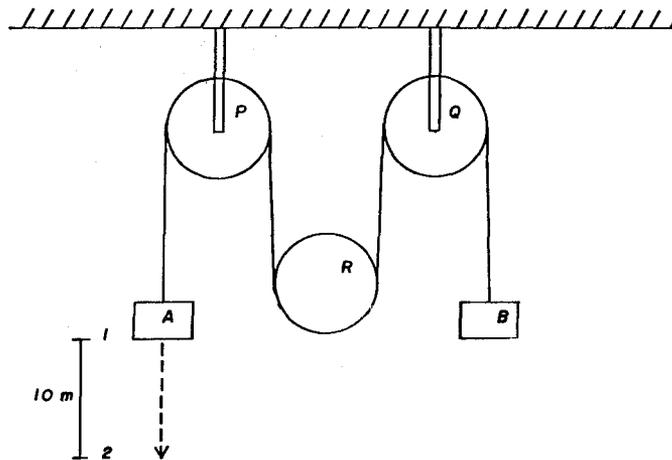


## I MOVIMIENTO RELATIVO DE LA PARTICULA

I.1- Un auto "A" se mueve hacia el Noroeste con rapidez de 190 km/h y otro auto "B" se mueve hacia el Este a razón de 170 km/h. Determine:

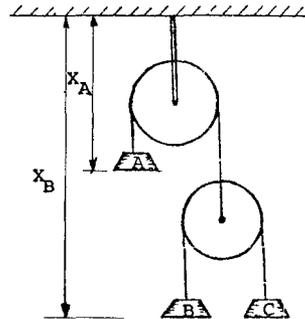
- La rapidez de "A" con respecto a "B"
- La rapidez de "B" con respecto a "A"

I.2- Los cuerpos "A" y "B" se encuentran unidos por una cuerda que pasa por las poleas P, Q y R, como se muestra en la figura. Las poleas P y Q son fijas, mientras que la R se desplaza uniformemente hacia abajo con una rapidez de 2 m/s. Al comienzo del movimiento "A" cae desde la posición 1 partiendo del reposo y con aceleración constante. Si la rapidez de "A" cuando llega al punto 2 es de 8 m/s, determine para este instante cuánto ha subido "B", y cuáles son su velocidad y aceleración.

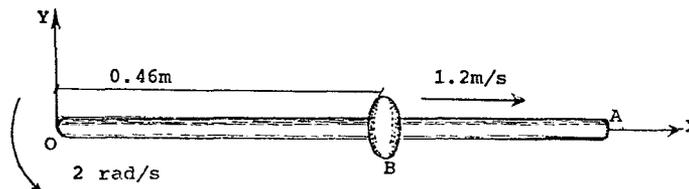


- I.3- Para el sistema de masas y poleas de la figura, determine la velocidad y la aceleración del cuerpo "C", en el instante que corresponde a la configuración del sistema mostrado en la figura, conociendo los siguientes datos:

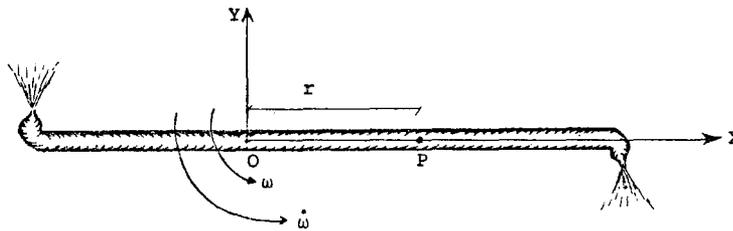
$$\begin{aligned} v_A &= 4 \text{ ft/s} \downarrow \\ a_A &= 1.5 \text{ ft/s}^2 \downarrow \\ v_B &= 2.5 \text{ ft/s} \downarrow \\ a_B &= 2 \text{ ft/s}^2 \downarrow \end{aligned}$$



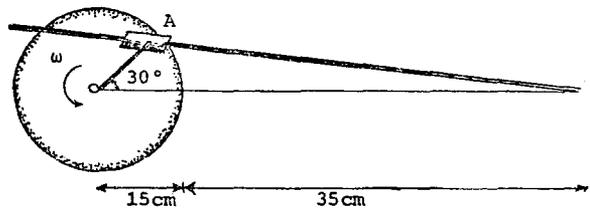
- I.4- Un aeroplano "A" sobrevuela un aeropuerto a razón de 500km/h y rumbo E  $10^\circ$ N. En el instante considerado, otro aeroplano "B" despegue de la pista del aeropuerto con una rapidez de 420 km/h y rumbo SW y con una rapidez ascensional de 9.14m/s. Determinar la velocidad relativa de "B" respecto a "A".
- I.5- La barra OA gira con una rapidez angular constante de 2 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj, en un plano horizontal, alrededor de un eje vertical que pasa por "O", como se muestra en la figura; mientras OA gira, un anillo "B" está deslizando hacia afuera, con una rapidez constante de 1.2m/s con respecto a OA. Determinar la velocidad de "B" cuando está a 0.46m de "O".



- I.6- Determinar la aceleración de "B" en el problema anterior.
- I.7- Un rociador hidráulico para un jardín gira con una velocidad angular  $\omega$  y una aceleración angular  $\dot{\omega}$ , ambas en sentido contrario al de las manecillas del reloj, como se indica en la figura.  
Si todas las partículas de agua se mueven con una rapidez constante  $v$ , respecto al tubo del rociador, determinar la aceleración de una partícula de agua en el punto P.



- I.8- Para el mecanismo de la figura, la rapidez angular de la manivela es de 20 rpm, y el largo de este elemento alcanza 15 cm. Halle la rapidez absoluta de la corredera y la rapidez relativa de ésta, con respecto al punto de la biela que se encuentra en coincidencia con ella.

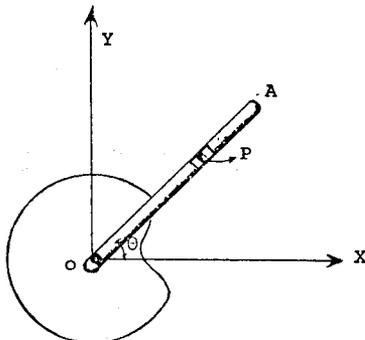


I.9- Una partícula "P" se localiza en la ranura de la barra OA y su movimiento está dado por:

$$r = a - b \cos \theta$$

$$\theta = \frac{1}{2} ct^2$$

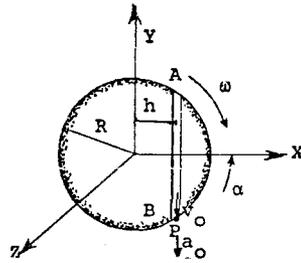
en donde a, b y c son constantes. Determine la velocidad y la aceleración lineales del punto "P", sabiendo que  $a > b$



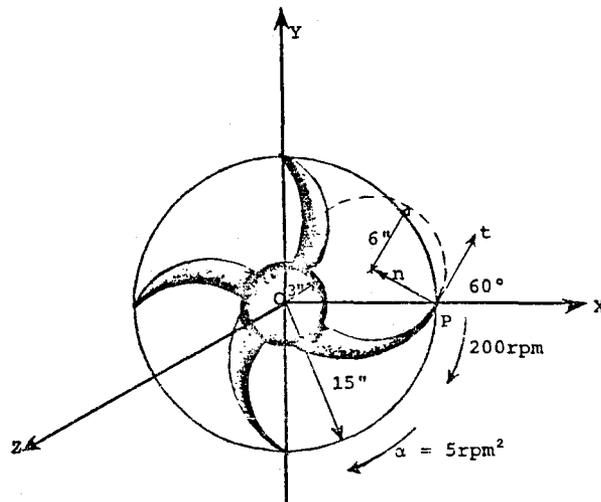
I.10- Una partícula "P" se mueve con una aceleración relativa constante  $a_0$ , de A hacia B, en la ranura AB de un disco giratorio. En el instante considerado, la partícula está en B con una rapidez  $v_0$  a lo largo de AB; el disco está girando con una rapidez angular  $\omega$  en el sentido de las manecillas del reloj y con una aceleración angular  $\alpha$  en sentido contrario, como se muestra en la figura. Determinar la velocidad y la aceleración de "P" si:

$$h = 3\text{m}, R = 5\text{m}, v_0 = 10\text{m/s}, a_0 = 3\text{m/s}^2,$$

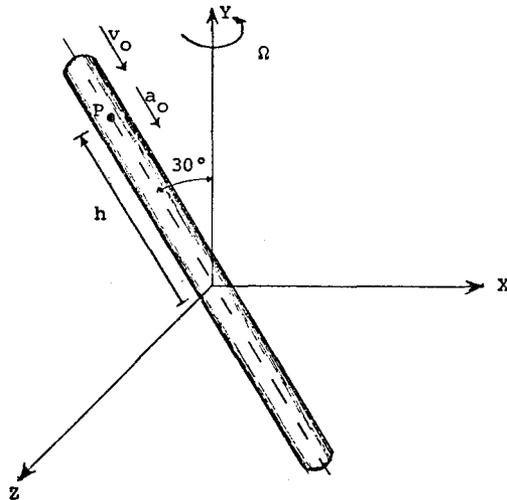
$$\omega = 15 \text{ rad/s} \text{ y } \alpha = 3 \text{ rad/s}^2$$



I.11-Una partícula "P" de agua se mueve hacia afuera y a lo largo del aspa impulsora de una bomba centrífuga de agua, con una velocidad tangencial de  $50\text{m/s}$  y una aceleración tangencial de  $30\text{m/s}^2$  ; relativas al extremo del aspa. Dado que el aspa gira con una aceleración constante de  $5\text{rpm}^2$  , en el sentido indicado en la figura, determinar la velocidad y la aceleración de la partícula de agua en el instante en que abandona el aspa, cuando ésta gira con una rapidez de  $200\text{rpm}$ .



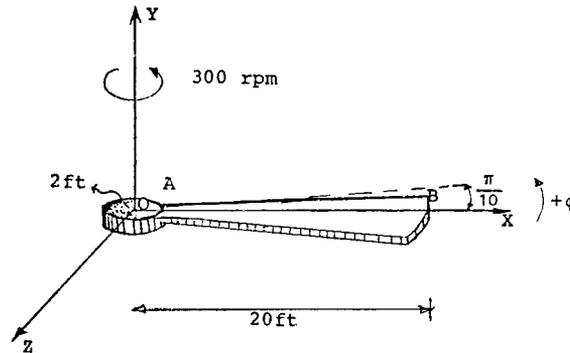
- I.12- Una partícula "P" se mueve con una aceleración relativa  $a$ , dentro de un tubo recto inclinado, mientras que el tubo está girando con una velocidad angular constante  $\Omega$  alrededor de un eje vertical. En el instante considerado la partícula se mueve con una rapidez  $v$ , respecto al tubo. Cuando el tubo está en el plano  $YZ$ , determinar la velocidad y la aceleración de la partícula en la posición indicada en la figura.



- I.13- El aspa AB de un rotor de helicóptero está unida a la placa del rotor en "A", como se muestra en la figura. La placa está en el plano horizontal XOZ, el aspa ejecuta oscilaciones de cuerpo libre alrededor de A, hacia arriba y hacia abajo, de tal manera que:

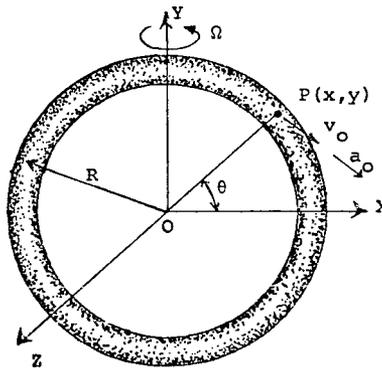
$$\phi = \frac{\pi}{10} \text{ sen } 4\pi t$$

Determinar la velocidad y la aceleración del extremo B cuando el rotor gira a 300 rpm.



I.14-Una partícula "P" se mueve con una rapidez relativa constante  $v_0$  a lo largo de la periferia de un tubo circular de radio  $R$ , a la vez que el tubo gira con una velocidad angular constante  $\Omega$  alrededor de un diámetro del tubo, como se muestra en la figura.

Dado que  $v_0$  aumenta uniformemente a razón de  $a_0$  por unidad de tiempo, determinar la velocidad y la aceleración de la partícula en la posición indicada.



I.15- Resolver el problema anterior suponiendo que, en el instante considerado, el tubo está girado con una velocidad angular  $\Omega$  y una aceleración angular  $\alpha$ .

## II CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO

II.1- Los vectores velocidad y aceleración de un cuerpo rígido dotado de un movimiento de translación coinciden. Se sabe que

$$\vec{a} = 12\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 18\mathbf{k}$$

En un cierto instante, la rapidez del cuerpo es de 22 m/s. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo 5 segundos más tarde?

II.2- En cualquier instante, las componentes de la aceleración de los puntos P, Q y R de un cuerpo rígido que se traslada son:

$$\text{según el eje X'X: } \vec{a}_P = 8\mathbf{i} \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\text{según el eje Y'Y: } \vec{a}_Q = 12\mathbf{j} \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\text{según el eje Z'Z: } \vec{a}_R = 0$$

En cierto momento, la rapidez del cuerpo alcanza 310 m/s, de suerte que para los puntos en cuestión:

$$\text{según el eje X'X: } \vec{v}_P = 40\mathbf{i} \quad [\text{m/s}]$$

$$\text{según el eje Y'Y: } \vec{v}_Q = 60\mathbf{j} \quad [\text{m/s}]$$

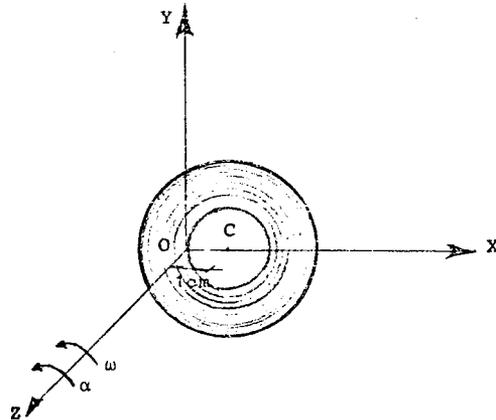
$$\text{según el eje Z'Z: } \vec{v}_R > 0$$

Encuentre la velocidad del cuerpo 4 segundos después del instante que corresponde a estos datos.

II.3- La velocidad y la aceleración de un cuerpo rígido que se traslada coinciden en dirección. Suponiendo que:

$\vec{a} = 36\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 54\mathbf{k} \quad [\text{m/s}^2]$  y que, en cierto instante, la rapidez del cuerpo móvil alcance 44m/s, calcule la velocidad del sólido 5 segundos después del último acontecimiento.

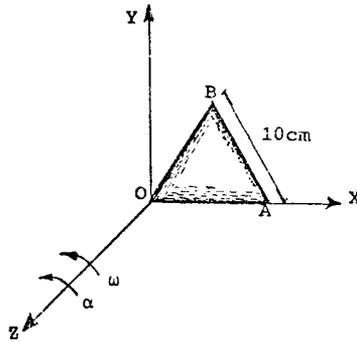
II.4- Un disco circular gira excéntricamente en el plano XOY, alrededor del eje z, con una velocidad angular  $\omega$  y una aceleración angular  $\alpha$ , ambas en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Si en el instante considerado:  $\omega = 8 \text{ rad/s}$  y  $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$ . Hallar la velocidad y la aceleración del centro "C" en la posición mostrada.



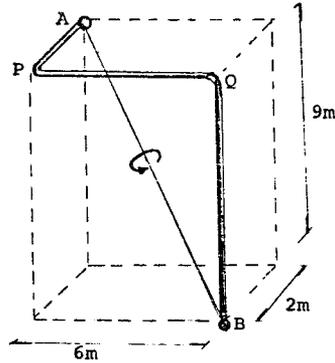
II.5- Una placa OAB cuya forma es de un triángulo equilátero gira en el plano XOY, alrededor del eje Z, con una velocidad angular  $\omega$  y una aceleración angular  $\alpha$ , ambas en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Dado que:

$$\omega = 5 \text{ rad/s}; \quad \alpha = 1 \text{ rad/s}^2$$

en el tiempo considerado, determinar las velocidades y las aceleraciones de los vértices A y B.



II.6- La barra alabeada de la figura gira uniformemente en torno de los cojinetes colocados en A y B. Si lo hace a razón de 60rpm en el sentido indicado, encontrar la velocidad y la aceleración de los puntos P y Q.

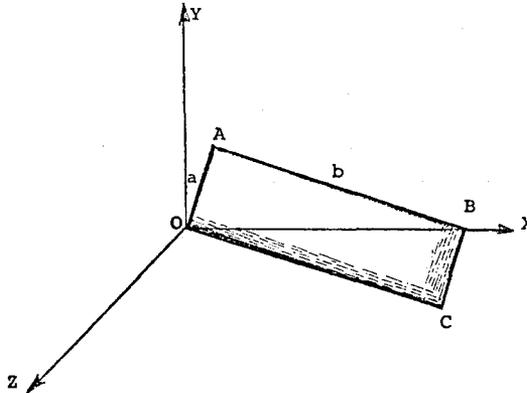


II.7- Una placa rectangular OABC, de lados a y b, gira alrededor de la diagonal OB; en el instante considerado, la placa está en el plano XOY. Dado que la velocidad y la aceleración de A son:

$$\vec{v}_A = 60 \mathbf{k} \quad [\text{cm/s}]$$

$$\vec{a}_A = -300 \mathbf{j} \quad [\text{cm/s}^2]$$

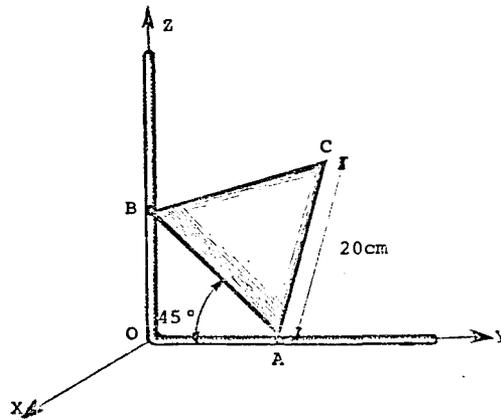
y suponiendo que  $a = 15 \text{ cm}$  y  $b = 20 \text{ cm}$ , determinar la velocidad angular y la aceleración angular de la placa.



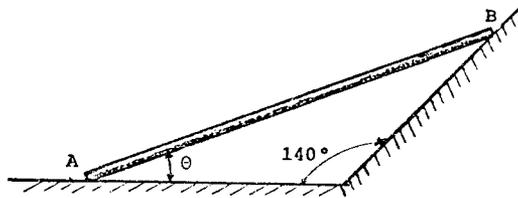
II.8- Dos vértices de una placa triangular equilátera se mueven en las ranuras guiadas, como se indica en la figura; en el instante considerado:

$$\vec{v}_A = -10 \mathbf{j} \quad [\text{cm/s}] \quad ; \quad \vec{a}_B = -2 \mathbf{k} \quad [\text{cm/s}^2]$$

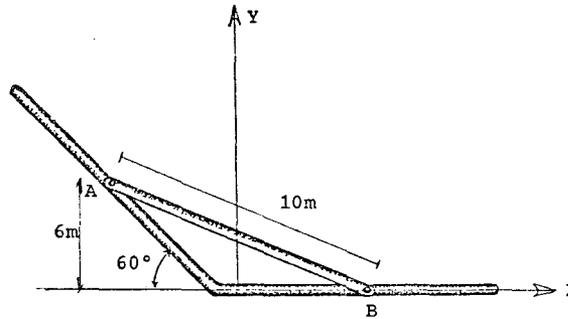
Determinar la velocidad y la aceleración del vértice C, que se está moviendo en el plano YOZ.



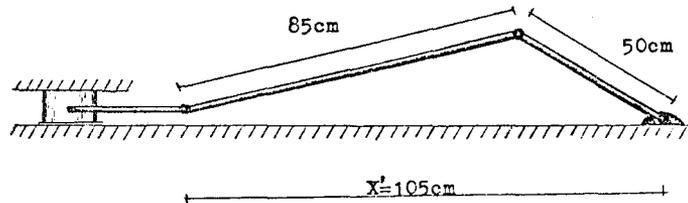
II.9- La varilla de 1 m de longitud que se muestra en la figura se desliza hacia abajo de tal suerte que la velocidad del punto A es de 2.2 m/s, hacia la izquierda, y la aceleración de B es de 2.5 m/s<sup>2</sup> hacia la derecha. Determinar el valor de la velocidad angular  $\omega$  y el de la aceleración angular  $\alpha$  de la barra cuando  $\theta = 25^\circ$ .



- II.10- Los extremos de la barra AB, cuya longitud es de 10 m, se mueven en las ranuras guiadas. Para la posición mostrada en la figura, el extremo "B" tiene una velocidad de 3 cm/s y una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ , ambas hacia la derecha. Determinar la velocidad y la aceleración de "A" en ese instante.

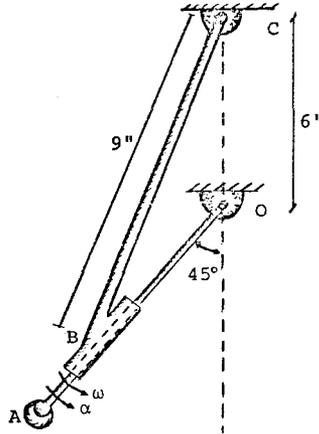


- II.11- En el mecanismo de la figura, la manivela gira con una rapidez angular constante de  $10 \text{ rad/s}$  en sentido contrario al de las manecillas del reloj. ¿Cuál será la rapidez del émbolo "D" cuando  $X^1 = 105 \text{ cm}$ ?

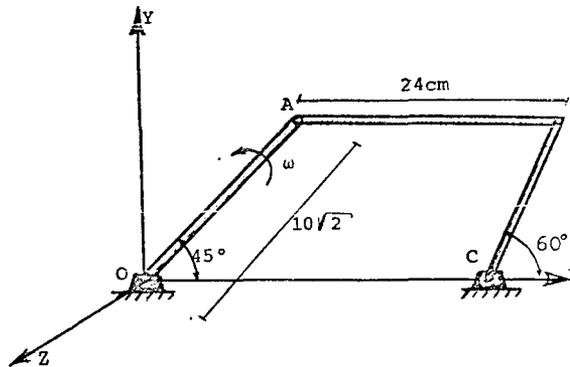


- II.12- En el mecanismo de la figura, la rapidez angular del péndulo es:  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$ , en tanto que el módulo de la aceleración angular es :

$\alpha = 28s^{-2}$  . Estos parámetros se miden cuando el eje centroidal de la pieza forma un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical. Bajo tales condiciones, calcule la aceleración angular de la barra CB.

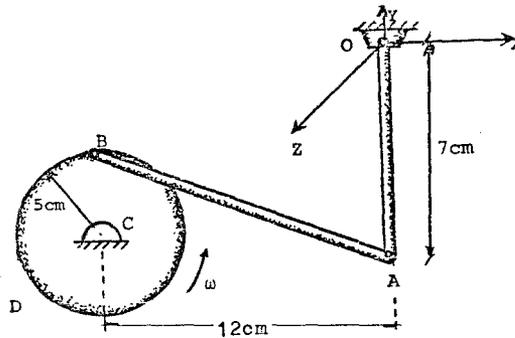


- II.13- La barra OA de un mecanismo de cuatro articulaciones que se mueve en el plano XOY tiene una velocidad angular de 6 rad/s, en el sentido y en la posición mostradas. Determinar:
- Las velocidades angulares de las barras AB y BC.
  - Las velocidades de B y del punto medio D de AB

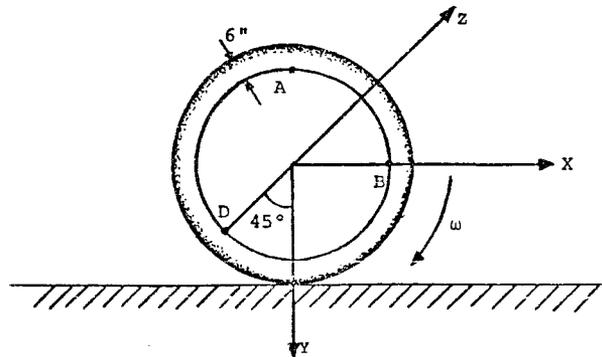


II.14- La barra OA del problema anterior tiene una aceleración angular de  $3 \text{ rad/s}^2$ , en el sentido contrario al de las manecillas, en el instante considerado. Determinar las aceleraciones angulares de AB y BC.

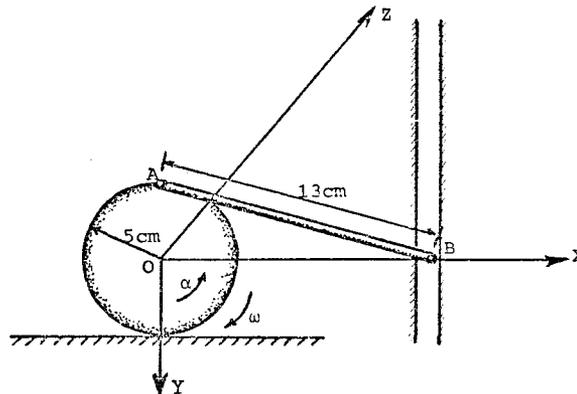
II.15- El disco "D", situado en el plano XOY, tiene un radio de 5 cm y gira con una velocidad angular constante  $\omega = 8 \text{ rad/s}$ , en el sentido de las manecillas del reloj. El disco está unido a la barra AB, que a su vez está unida a la barra OA. Determinar la velocidad y la aceleración del punto A para la posición mostrada.



II.16- Una rueda de 5 ft de diámetro tiene rodamiento perfecto a lo largo de un plano horizontal. El espesor del aro de la rueda es de 6 in. Usando el método del centro instantáneo determine las velocidades de A, B y D, cuando la rueda está girando a razón de  $12 \text{ rad/s}$ .



II.17- El disco "O" tiene rodamiento perfecto con una velocidad angular  $\omega = 8$  [rad/s] y una aceleración angular  $\alpha = \dot{\omega} = -2$  [rad/s<sup>2</sup>]. La barra AB está ligada a la periferia del disco en su extremo A y el extremo B se está moviendo a lo largo de una guía vertical. Halle la velocidad y la aceleración de B, sin usar el método del centro instantáneo.



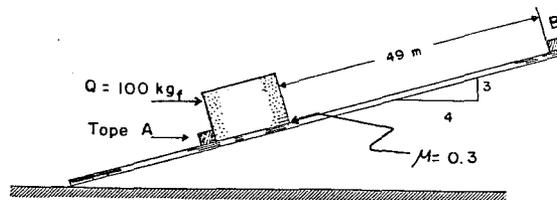
II.18- Utilizando el método del centro instantáneo, determine la velocidad del vértice C en el problema II.8.

II.19- Usando el método del centro instantáneo resuelva el problema anterior, para la velocidad de B.

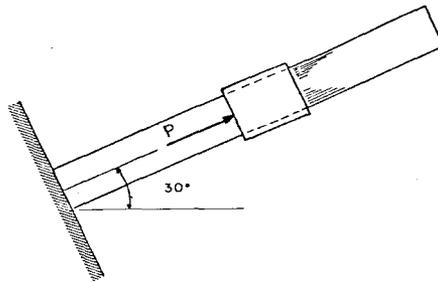
III DINAMICA DE LA PARTICULA  
( MOVIMIENTOS RECTILINEOS )

III.1- Un automóvil que se mueve a razón de 120 km/h, sobre una pista horizontal recta, frena repentinamente. Si el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es 0.6 ¿qué distancia recorre el automóvil antes de detenerse al derrapar sobre el piso?

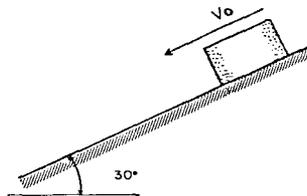
III.2- Una caja que pesa  $50 \text{ kg}_f$  se mueve sobre un plano inclinado debido a la acción de una fuerza  $Q$ , horizontal y de módulo constante. ¿Cuánto tardará en llegar al punto B, el cual dista 49 m del punto de partida?. El tope A evita que la caja deslice hacia abajo antes de aplicar la fuerza  $Q$ .



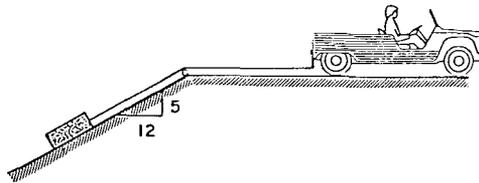
- III.3- Una corredera de  $9.81 \text{ kg}_f$  de peso se mueve partiendo del reposo sobre la varilla indeformable mostrada. Si en el instante en que la corredera alcanza una rapidez de  $5 \text{ m/s}$  se le aplica una fuerza constante  $P$ , paralela a la varilla, ¿cuál será la magnitud de  $P$  capaz de detener la corredera en un metro de recorrido?. El coeficiente de fricción entre la corredera y la varilla es  $0.1$



- III.4- El paquete de la figura que pesa  $10 \text{ kg}_f$  se lanza hacia abajo sobre plano inclinado, con una rapidez de  $3 \text{ m/s}$ . Si el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es  $\sqrt{3}/2$ , determine la velocidad del móvil después de haberse desplazado  $3 \text{ m}$  a lo largo del plano, así como la distancia que deberá recorrer desde el punto en que se lanzó hasta donde se detendrá.

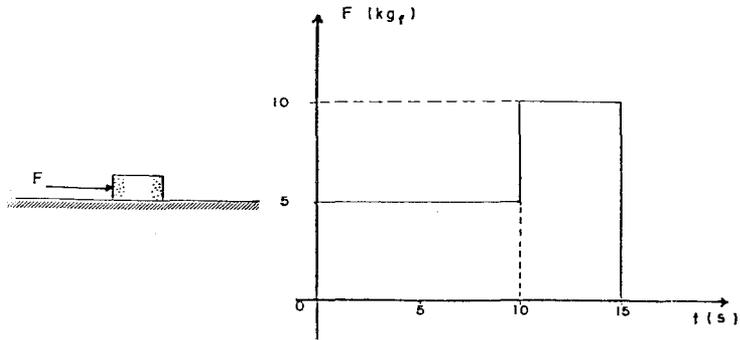


- III.5- Una camioneta jala un bloque de acero que pesa  $1\,300\text{ kg}_f$ , como lo indica la figura, el que al ascender sobre el plano inclinado se mueve uniformemente a razón de  $10.8\text{ km/h}$ . Si el módulo de la tensión ejercida por el cable es constante, el coeficiente de fricción en todo instante vale  $0.2$  y el peso del cable es despreciable, ¿qué distancia horizontal recorrerá el bloque hasta alcanzar una rapidez de  $21.6\text{ km/h}$ , considerando que el bloque siempre está en contacto con el piso?.

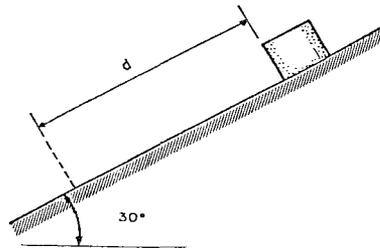


- III.6- Un bloque que pesa  $19.62\text{ kg}_f$  descansa sobre una superficie horizontal lisa. Si a partir de  $t = 0$  se le aplica una fuerza paralela al plano cuyo módulo está dado por  $Q = 12t - 3t$  ( $Q$  está en  $\text{kg}_f$  y  $t$  en  $s$ ), ¿cuánto tiempo tardará el bloque antes de cambiar el sentido inicial de su movimiento y cuál será su máxima velocidad antes de que esto ocurra?.

- III.7- Una fuerza horizontal actúa sobre una partícula cuyo peso es  $9.81 \text{ kg}_f$ . Si la fuerza es función del tiempo y sus características están dadas en la gráfica, calcule el módulo de la velocidad y la distancia recorrida por la partícula cuando  $t = 30 \text{ s}$ , sabiendo que ésta parte del reposo.



- III.8- Un bloque que pesa  $19.62 \text{ kg}_f$  se suelta en la posición que muestra la figura. Si la resistencia al movimiento del bloque es directamente proporcional a la rapidez de éste, a razón de  $0.5 \text{ kg}_f \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$ , ¿cuál será la distancia  $d$  recorrida por el bloque cuando alcanza una rapidez de  $11.20 \text{ m/s}$  ?

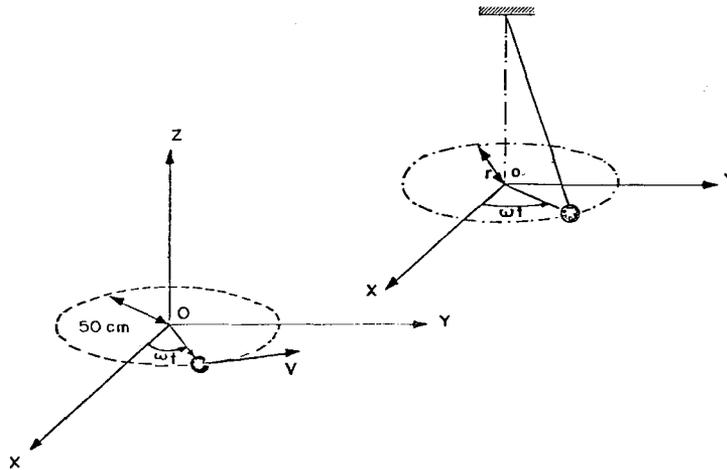


III.9- Un proyectil cuyo peso es de  $10 t_f$  sale disparado verticalmente debido a la acción de sus cohetes impulsores, los cuales ejercen sobre él un empuje de  $40 t_f$  durante todo el movimiento. Si la resistencia del aire se considera de magnitud  $20v$  en  $kg_f$ , para  $v$  en  $m/s$ , determine la altura a la que alcanzará una rapidez de  $300 m/s$ .

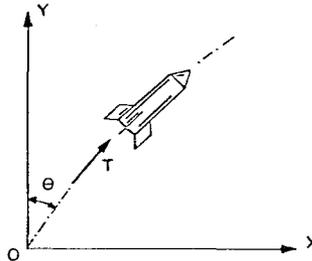


IV. DINAMICA DE LA PARTICULA  
( MOVIMIENTOS CURVILINEOS )

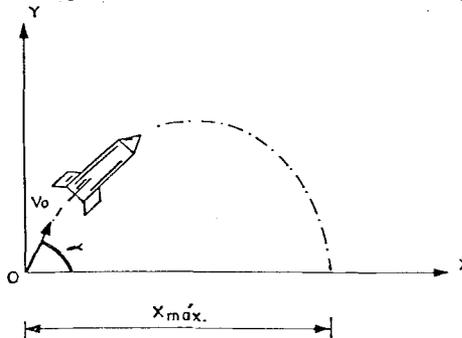
- IV.1- Una partícula de  $1.5 \text{ kg}_f$  de peso se mueve sobre un plano horizontal liso, describiendo una trayectoria circular de  $50 \text{ cm}$  de radio, con una rapidez lineal constante de  $2 \text{ m/s}$ , como lo indica la figura. Si cuando  $t=0$  la partícula coincide con el eje  $x$ , describa el movimiento usando coordenadas rectangulares y determine también la fuerza necesaria para mantener dicho movimiento.
- IV.2- Un péndulo cónico de longitud  $L$ , cuya péndola pesa  $w$ , describe un círculo horizontal definido por las ecuaciones paramétricas:  $x = r \cos \omega t$      $y = r \sin \omega t$   
Donde  $r$  es el radio de la trayectoria y  $\omega$  es la rapidez angular, constante, del radio vector que fija la posición de la péndola. Determine la magnitud de la tensión en la cuerda y demuestre que es constante.



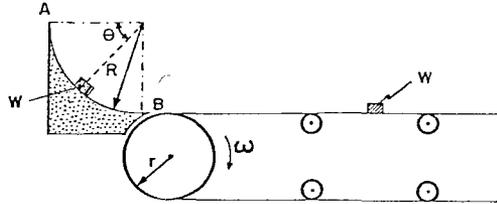
IV.3- El movimiento del cohete de la figura es producido por una fuerza  $T$ , tangente a la trayectoria y está programado para una variación cuya ley es  $\theta = kt$ , donde  $k$  es una constante y  $t$  el tiempo. Cuando  $t = 0$ , el cohete se encuentra en el origen del sistema de referencia y la componente vertical de la velocidad es  $v_0$ . Determine las coordenadas de la posición del móvil, como funciones del tiempo, considerando que el peso y el empuje  $T$  permanecen constantes en magnitud. Desprecie las fuerzas de fricción.



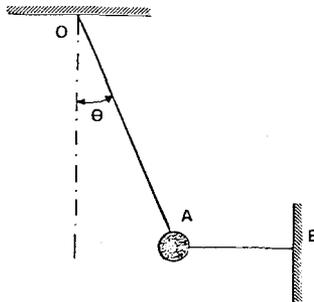
IV.4- Un proyectil de peso  $w$  es disparado con una velocidad inicial  $\bar{v}_0$ , como se muestra en la figura. Si la resistencia del aire,  $R$ , en dirección contraria a la velocidad es directamente proporcional a la rapidez (siempre que ésta no exceda de  $30 \text{ m/s}$ ), encuentre las expresiones para las coordenadas del proyectil en función del tiempo. Determine también el desplazamiento horizontal máximo posible.



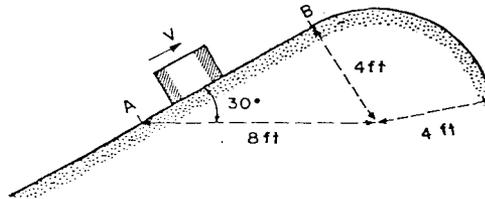
- IV.5- Unas cajas se sueltan desde A, partiendo del reposo, resbalan por una guía circular lisa de radio  $R$ , hasta caer en el punto B de una banda transportadora, como se muestra en la figura. Determine, en términos de  $\theta$ , la expresión de la fuerza normal de contacto  $N$  entre la guía y el objeto. Así mismo, calcule la velocidad angular de la polea de radio  $r$  para que las cajas no deslicen sobre la banda transportadora.



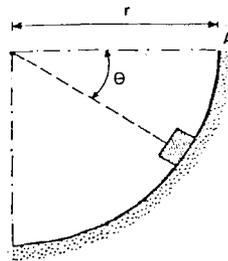
- IV.6- Una cuerda flexible, inextensible y de peso despreciable, mantiene en reposo al péndulo de la figura en la posición mostrada. ¿Cuál es la relación que existe entre la tensión que tiene el alambre OA inmediatamente después de cortar el hilo AB y la que tenía antes de cortar éste ?



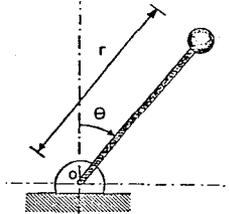
- IV.7- Un objeto de peso  $w$  se mueve sobre un plano inclinado, como lo muestra la figura, y al pasar sobre el punto A su rapidez es  $v_0$ . Inmediatamente después de pasar por el punto B la reacción normal sobre el objeto desciende a la mitad de la magnitud que tenía cuando se acercaba a B. Si el coeficiente de fricción entre el objeto y la superficie es 0.3, determine la rapidez  $v_0$  del objeto.



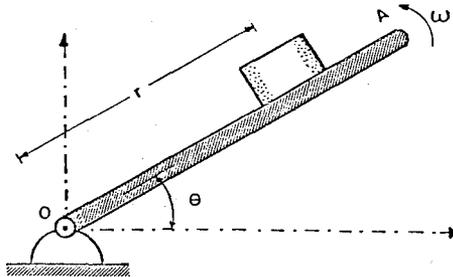
- IV.8- Un objeto de peso  $w$  se suelta desde el punto A, según se muestra en la figura, desliza sobre una guía circular rugosa. Si el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es  $\mu$ , determine las ecuaciones de movimiento de la caja, en las direcciones normal y tangencial.



- IV.9- Una varilla rígida de peso despreciable gira libremente alrededor del punto  $O$  y tiene en su extremo libre una pequeña esfera de peso  $w$ . La distancia entre  $O$  y el centro de la esfera es  $r$ , tal como lo muestra la figura. Si ambas se sueltan partiendo del reposo en la posición vertical, determine el ángulo  $\theta$  para la cual es nula la fuerza en la varilla (es decir, cuando la fuerza cambia de compresión a tensión). Determine también la fuerza ejercida sobre ella cuando el ángulo  $\theta$  es igual a  $90^\circ$ . Desprecie la fricción en la articulación.

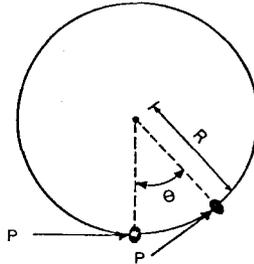


- IV.10- La barra  $OA$  gira en un plano vertical, en torno a un eje normal que pasa por  $O$ , con una rapidez angular constante  $\omega = 3 \text{ s}^{-1}$ , como se muestra en la figura. Cuando  $\theta = 0^\circ$  se coloca sobre la barra un bloque de peso  $w$  a una distancia  $r = 18$  pulgadas. Determine el coeficiente de fricción  $\mu$  entre el bloque y la barra en el instante en que aquél empieza a deslizar, sabiendo que esto ocurre cuando  $\theta = 45^\circ$ .

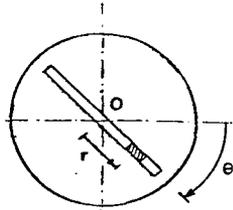


IV.11- Un collar de peso  $w$  desliza sin fricción sobre un aro vertical de radio  $R$ , bajo la acción de una fuerza  $P$  de magnitud constante y cuya dirección siempre es tangente a la trayectoria, como se indica en la figura. Si el collar parte del reposo desde la posición inferior del aro, determine:

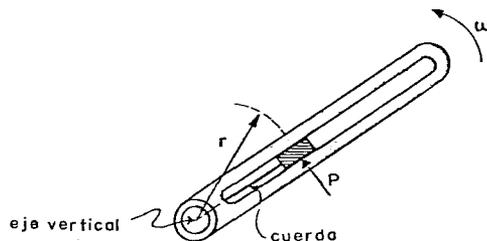
- La magnitud de  $P$  con la cual la rapidez del collar sea cero en  $\theta = \frac{\pi}{2}$  radianes.
- Con el valor de  $P$  calculado en el inciso anterior, encontrar el ángulo  $\theta$  para el cual la aceleración angular  $\alpha$  sea igual a cero.



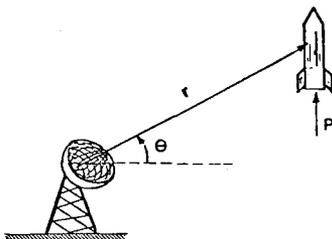
IV.12- El disco ranurado de la figura gira en un plano vertical alrededor de  $O$ , con una rapidez angular constante  $\omega$ . Dentro de la ranura se mueve una corredera de peso  $w$ , la cual parte del reposo en  $r = 0$  cuando la ranura cruza la posición  $\theta = 0^\circ$ . Establezca las ecuaciones de movimiento de la corredera, considerando despreciable la fricción entre ranura y corredera; también determine la reacción normal  $N$  y el valor de  $r$ , como funciones de  $\theta$ .



- IV.13- La barra de la figura gira alrededor de un eje vertical. Una corredera que pesa  $16.1 \text{ lb}_f$  se mueve con fricción despreciable a lo largo de la ranura del brazo; el movimiento de la corredera es controlado por una cuerda de peso despreciable que pasa por el eje de rotación de la barra, con una rapidez lineal constante de  $4 \frac{\text{in}}{\text{s}}$ . Determine la fuerza normal  $P$  debida a la acción de la ranura sobre la corredera cuando  $r = 15 \text{ in}$ , si en este instante la rapidez angular  $\omega = 3 \text{ s}^{-1}$  y la aceleración angular  $\alpha = 2 \text{ s}^{-2}$ . Obtenga la tensión  $T$  en la cuerda.



- IV.14- Un cohete se dispara verticalmente y su movimiento se sigue con un radar, como se muestra en la figura. En cierto instante los parámetros de su trayectoria son:  $\theta = 60^\circ$ ,  $r = 6 \text{ km}$ ,  $\dot{\theta} = 0.005 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{r} = 35 \text{ t}_f$ ; determine  $\ddot{\theta}$  considerando que  $g$  permanece constante y que el peso del cohete es de  $5 \text{ t}_f$ .



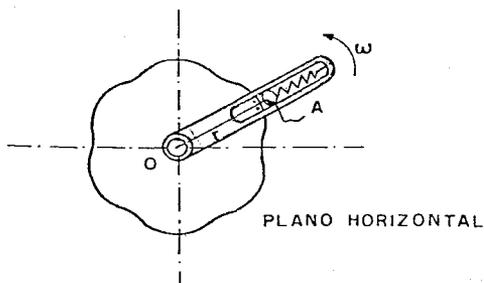
IV.15- La barra ranurada de la figura gira con una rapidez angular constante  $\omega = 12 \text{ s}^{-1}$ , alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de la leva fija que se muestra. El radio de la trayectoria de la partícula A, cuyo peso es de 4 oz, varía según:  $r = r_0 + b \text{ sen } N\omega t$   
Siendo:

$N =$  número de lóbulos (seis en este caso)

$r_0 = 4 \text{ in}$

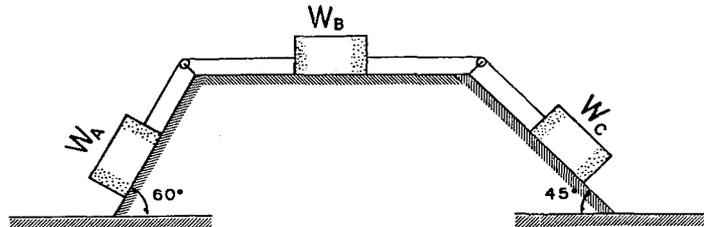
$b = 0.5 \text{ in}$

Si la compresión en el resorte es de  $4.3 \text{ lb}_f$ , cuando la partícula pasa por el tope del lóbulo, determine la fuerza reactiva  $R$  entre la leva y la partícula en dicha posición.



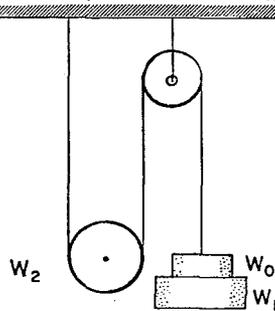
V DINAMICA DE LA PARTICULA  
( PARTICULAS CONECTADAS )

- V.1- Un sistema formado por tres bloques unidos mediante cuerdas flexibles, inextensibles y de peso despreciable se muestra en la figura. Si los pesos de los bloques son  $w_A = 128.8 \text{ lb}_f$ ,  $w_B = 48.3 \text{ lb}_f$  y  $w_C = 16.1 \text{ lb}_f$  y el coeficiente de fricción cinético entre todas las superficies en contacto es 0.2, determine el módulo de la aceleración del sistema y las magnitudes de las tensiones en las cuerdas. Desprecie la fricción y la inercia de las poleas pequeñas.

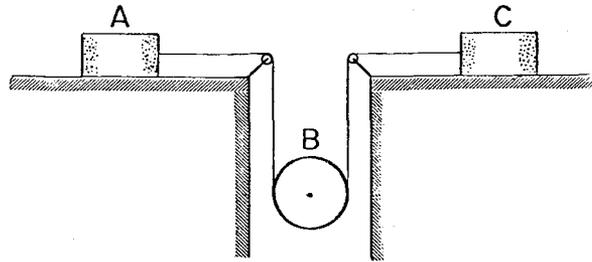


- V.2- Dos cuerpos de peso  $w_1$  y  $w_2$ , inicialmente en reposo, están sostenidos por una cuerda flexible e inextensible como se muestra en la figura.

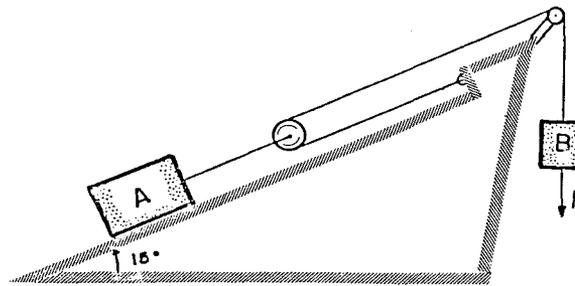
Si la fricción de las poleas es despreciable y  $w_2 = 2w_1$ , encuentre el peso de  $w_0$  que aplicado sobre  $w_1$  le produzca a éste una aceleración hacia abajo de magnitud  $0.2 g$



V.3- Los cuerpos A, B y C mostrados pesan 10, 20 y 40 kg<sub>f</sub>, respectivamente, y están unidos por medio de un cable liso flexible, inextensible y de peso despreciable como se indica en la figura. Si el sistema parte del reposo y no hay fricción, determine la distancia recorrida por cada uno de ellos cuando hayan transcurrido 3 s contados a partir del instante en que el sistema inicia su movimiento.

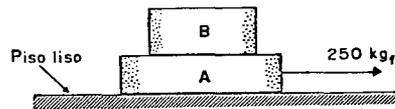


V.4- Los cuerpos A y B, mostrados en la figura, pesan 4000 kg<sub>f</sub> y 300 kg<sub>f</sub>, respectivamente, y se encuentran conectados por medio de un cable flexible, inextensible y de peso despreciable. Si el sistema se encuentra en reposo en la posición mostrada y el coeficiente de fricción vale 0.1, determine el módulo que debe tener una fuerza vertical constante "P" aplicada en el cuerpo B, de tal forma que A adquiera una rapidez de 5 m/s después de ascender 10 m a lo largo del plano.

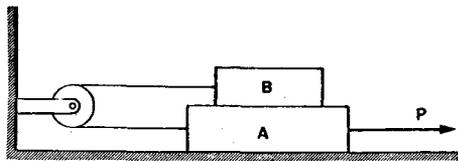


v.5- El bloque A es jalado por una fuerza horizontal de módulo constante, como lo indica la figura. Si los bloques A y B pesan 200 y 300 kg<sub>f</sub>, respectivamente, y el coeficiente de fricción cinética entre ellos es 0.2, calcule las aceleraciones:

- a) Del bloque A
- b) Del bloque B
- c) Del bloque A respecto al bloque B



v.6- Determine la ecuación de movimiento para el bloque B en términos de  $\mu$ ,  $w_A$ ,  $w_B$ , P y g. (Considere  $\mu$  el coeficiente de fricción en todas las superficies en contacto).

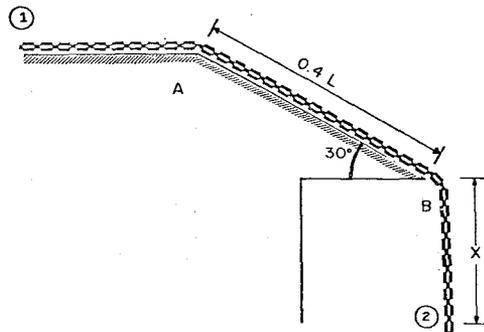


v.7- La cadena de la figura es flexible, inextensible de longitud  $L$  y cuyo peso por unidad de longitud está en  $\text{kg}_f/\text{m}$ ; cuando  $x = 0$  se suelta y comienza a moverse sobre las superficies lisas mostradas.

I. Determine el módulo de su aceleración:

- Cuando el último eslabón deja la horizontal (Punto A),
- Cuando el último eslabón está a punto de abandonar el plano inclinado (Punto B),
- Cuando la cadena ya no ejerce contacto con el plano inclinado.

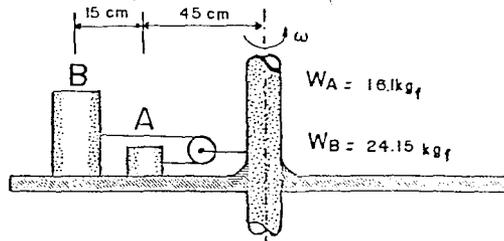
II. ¿Cuál es la rapidez del extremo 1 de la cadena en el instante en que ésta adopta la posición vertical?



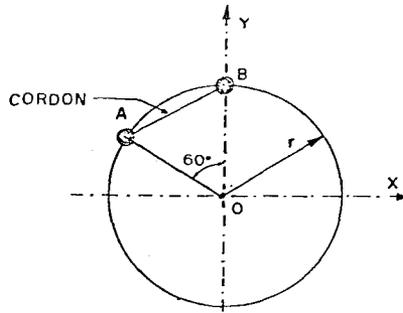
v.8- Resolver el inciso II del problema anterior si la cadena se suelta para  $x = 0.3L$ , considerando en todo instante un coeficiente de fricción de 0.5

v.9- Dos cuerpos que tienen el peso y la posición indicada en la figura, descansan sobre un plato que gira alrededor de un eje vertical con rapidez angular constante. Si el coeficiente de fricción entre los bloques y el plato es 0.2 y se desprecian la fricción y la inercia de la polea, calcule:

- a) La rapidez angular, en rpm, a la cual los cuerpos empiezan a deslizar.
- b) La tensión en la cuerda para dicho instante.



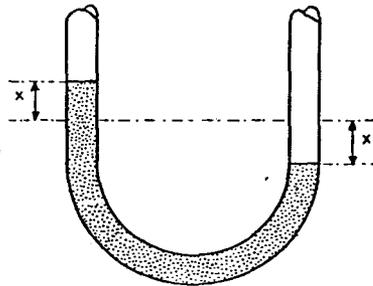
v.10- Dos partículas A y B con un peso de  $4 \text{ lb}_f$  cada una se encuentran en reposo y conectadas por medio de un cordón flexible, inextensible y de peso despreciable. Si las partículas se encuentran restringidas a moverse en un plano vertical sobre el disco circular liso mostrado mismo que se encuentra fijo, determine la tensión T en el cordón inmediatamente después de que las partículas se sueltan.





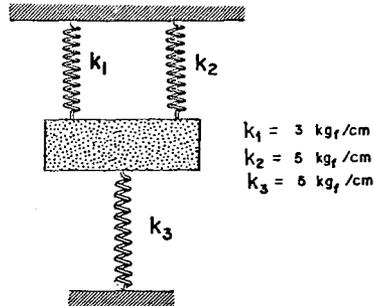
## VI VIBRACION DE UNA PARTICULA CON UN GRADO DE LIBERTAD

VI.1- Un tubo en forma de U, de sección transversal uniforme y abierto en ambos extremos, contiene una columna de líquido de longitud total  $l$ . Si el tubo se encuentra en posición vertical como se muestra en la figura, deduzca la ecuación de movimiento y obtenga la frecuencia natural del fluido para pequeñas oscilaciones.

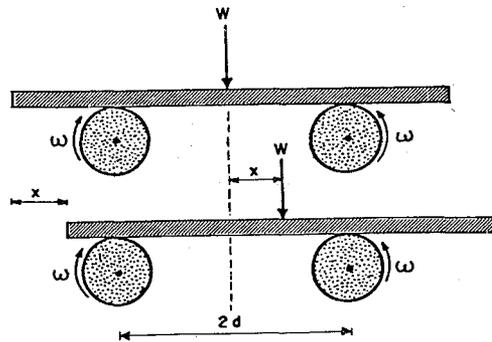


VI.2- Una caja que pesa  $35 \text{ kg}_f$  está sujeta por unos resortes, tal como lo muestra la figura. Si dicha caja se desplaza verticalmente hacia abajo desde su posición natural de equilibrio y luego se suelta, determine:

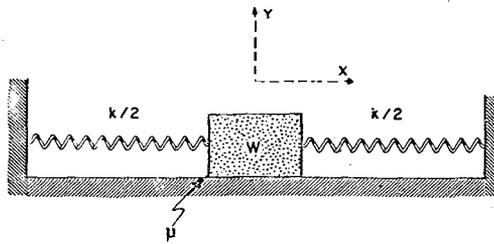
- El periodo de vibración del sistema,
- La máxima velocidad y la máxima aceleración, si la amplitud del movimiento es de  $15 \text{ cm}$ .



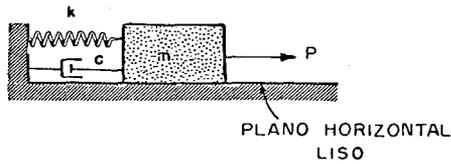
VI.3-Dos poleas fijas, del mismo radio, giran en un plano en sentido opuesto con la misma rapidez angular y la distancia entre sus centros es  $2d$ . Una tabla recta, uniforme, horizontal de longitud  $l$  y peso  $w$ , descansa encima de las poleas como lo muestra la figura superior. El coeficiente de fricción cinética entre la tabla y las poleas es  $\mu$ . Suponiendo que se le desplaza una distancia  $x$  a partir de su posición inicial y se le suelte en la posición que muestra la figura inferior, demuestre que la ecuación que determina este movimiento está dada por  $\ddot{x} + \frac{\mu g x}{d} = 0$



VI.4-Estadio el amortiguamiento de Coulomb para el sistema mostrado en la figura, siendo  $\mu$  el coeficiente de fricción y  $k/2$  la constante de cada resorte. Si el bloque se separa de su posición de equilibrio una distancia  $x_0$  y luego se suelta, determine la ecuación diferencial de movimiento y represente gráficamente la variación de la posición, con respecto al tiempo, del sistema.

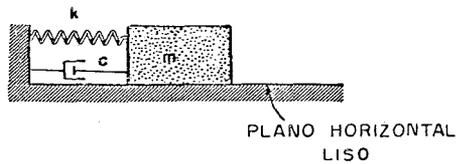


VI.5-Una fuerza horizontal cuya magnitud y sentido vienen dadas por la expresión  $P = 4 \text{ sen } 2t \text{ kg}_f$  actúa sobre un bloque cuyo peso es de  $19.62 \text{ kg}_f$ . Si un resorte de constante  $k = 60 \text{ kg}_f/\text{m}$  y un amortiguador de coeficiente  $C = 6 \text{ kg}_f \text{ s/m}$  están unidos al cuerpo, como se muestra, encuentre la amplitud del movimiento del bloque en el estado permanente y la máxima fuerza transmitida a la pared.



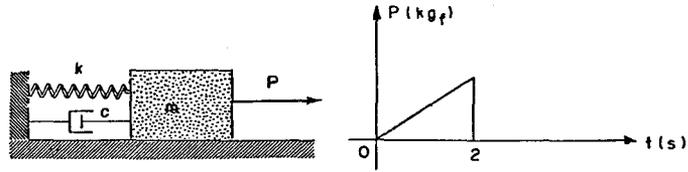
VI.6-Para el sistema masa-resorte-amortiguador mostrado en la figura, calcule el valor de  $c$  para que la respuesta libre del sistema sea:

- a) No amortiguada
- b) Subamortiguada
- c) Sobreamortiguada
- d) Críticamente amortiguada



VI.7-El sistema mecánico mostrado en la figura, tiene condiciones iniciales nulas en  $t = 0$ ; para ese mismo instante, se aplica una fuerza  $P$  horizontal y en la dirección indicada, cuyo comportamiento está determinado en la gráfica adjunta. Determine:

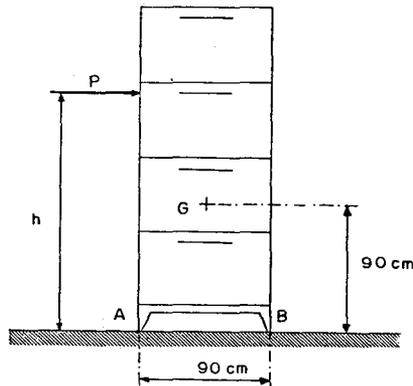
- a) Posición, rapidez y magnitud de la aceleración en el intervalo  $0 \leq t \leq 2$  s
- b) Las mismas características cinemáticas preguntadas en el inciso anterior, pero para  $t > 2$  segundos.



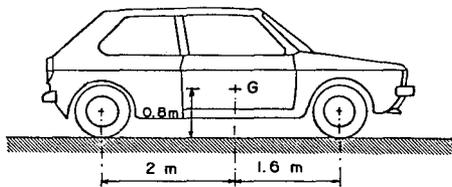
VII DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO  
( MOVIMIENTO DE TRANSLACION )

VII.1- Un armario de  $40 \text{ kg}_f$  está situado sobre un piso horizontal rugoso cuyo coeficiente de fricción es 0.3. Si se aplica una fuerza  $P$  de  $20 \text{ kg}_f$ , como se muestra en la figura, calcular:

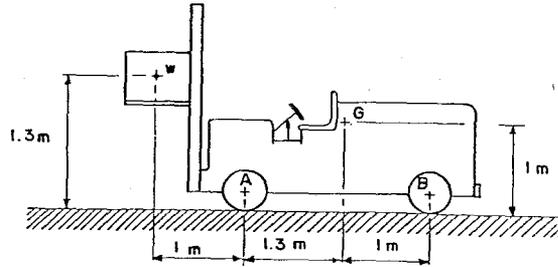
- La aceleración del armario.
- La máxima altura  $h$  a que debe aplicarse  $P$  para que el armario no voltee en torno al punto B.



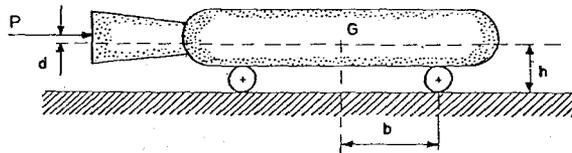
VII.2- El automóvil que se muestra en la figura pesa  $1.8 \text{ t}_f$ , — viaja a  $80 \text{ km/h}$  y tarda 6 segundos para detenerse, frenando uniformemente. Calcule las componentes verticales de las reacciones del piso tanto en las ruedas delanteras como en las traseras durante el tiempo de frenado, y determine el coeficiente de fricción entre las ruedas y el pavimento.



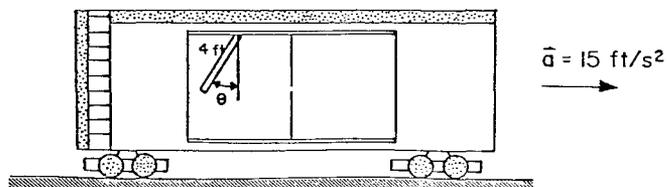
- VII.3- Un montacargas que pesa  $1 t_f$  levanta un embalaje de  $800 kg_f$  de peso. Calcule la aceleración hacia arriba del citado embalaje para que no exista reacción en la rueda trasera B.



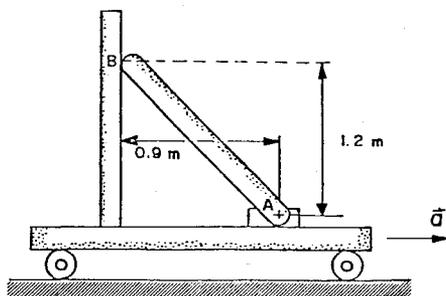
- VII.4- Un proyectil de propulsión a chorro es empujado a lo largo de una trayectoria recta por una fuerza de impulso  $P$ , como se muestra. Si el coeficiente de fricción entre el proyectil y la pista es  $\mu$ , la masa del proyectil es  $m$  y su pérdida debida al gasto de combustible es despreciable, determine la fuerza límite  $P$  para que el proyectil no vuelque.



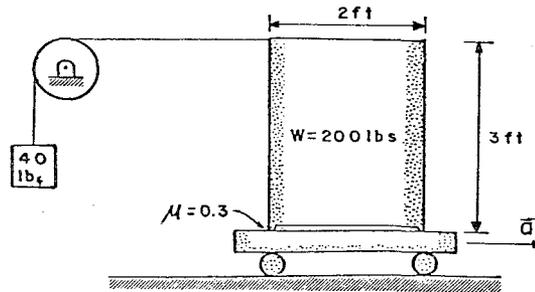
- VII.5- Una barra uniforme, delgada, de 4 ft de longitud y 48 lb<sub>f</sub> de peso cuelga de una articulación sin fricción en el techo de un vagón de ferrocarril, el cual lleva una aceleración  $a = 15 \text{ ft/s}^2$ . Determine la reacción ejercida sobre la barra por la articulación, así como también el ángulo  $\theta$  que forma con la vertical.



- VII.6- El peso de la barra homogénea AB es de 200 N y el carro al que está conectada se mueve sobre el piso con una aceleración de  $3.6 \text{ m/s}^2$ . Calcular las reacciones en la articulación A y en el apoyo simple B, considerando que las superficies en contacto son lisas.

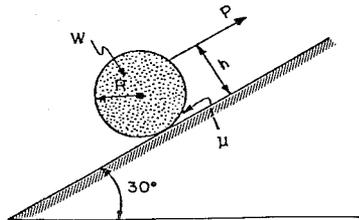


VII.7- Un bloque rectangular homogéneo de peso  $200 \text{ lb}_f$  descansa sobre la superficie plana de un carro y está unido a un bloque de  $40 \text{ lb}_f$  de peso por medio de un cable y una polea sin fricción, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción  $\mu$  entre el bloque y la superficie del carro es  $0.3$  y el peso del cable y la inercia de la polea pueden despreciarse. Si el carro se mueve hacia la derecha y parte del reposo aumentando su aceleración, determine qué ocurre primero: que el bloque rectangular resbale o que voltee y con qué aceleración ocurrirá.

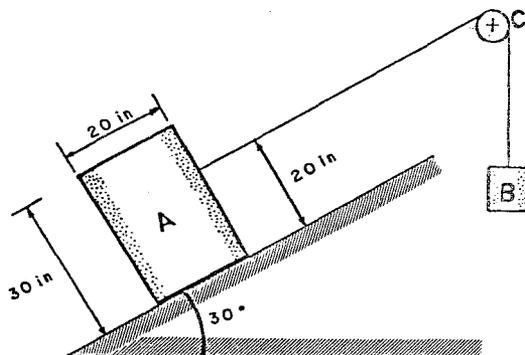


VII.8- Un cilindro circular homogéneo de radio  $R$  y peso  $w$ , resbala hacia arriba sobre un plano inclinado rugoso bajo la acción de una fuerza  $P$  que es paralela al plano, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el plano y el cilindro es  $\mu$ :

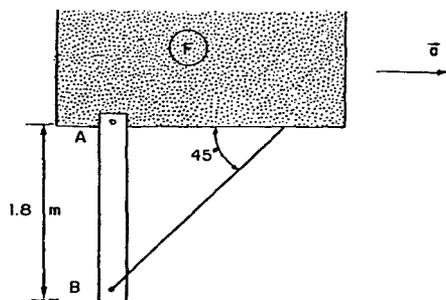
- a) Determine la altura  $h$  para este movimiento.
- b) Determine la aceleración del centro de masa del cilindro.



VII.9- Si el peso del bloque homogéneo A es de  $180 \text{ lb}_f$  y sus dimensiones son las que se indican en la figura, calcule el peso máximo que puede tener B para hacer que el cuerpo A deslice hacia arriba del plano inclinado sin volcar, así como la aceleración con que sube considerando que la polea C es lisa y que el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es  $\mu = 0.2$ .



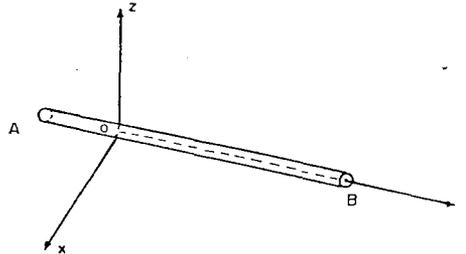
VII.10- La barra uniforme AB de la figura pesa  $500 \text{ N}$ , está articulada en A y sujeta en B, por medio de un cable, a la armadura F. Si la armadura adquiere una aceleración  $a = 0.5 g$  hacia la derecha determine la tensión en el cable y la fuerza total ejercida por el pasador A sobre la barra.



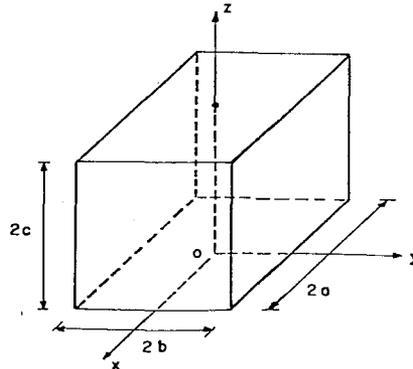


## VIII MOMENTOS DE INERCIA

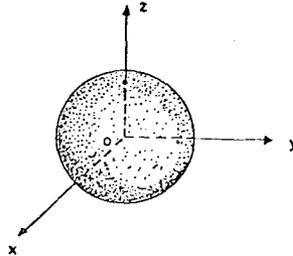
- VIII.1 La barra que se muestra en la figura es delgada, homogénea, de  $98.1 \text{ kg}_f$  de peso y  $0.6 \text{ m}$  de longitud. Determine sus momentos de inercia, así como los correspondientes radios de giro, con respecto a los ejes coordenados que se indican. El origen del sistema coordenado dista  $15 \text{ cm}$  del extremo A.



- VIII.2- El paralelepípedo rectangular de la figura es homogéneo, de masa  $m$  y su cara inferior coincide con el plano  $xy$ . Calcule los momentos de inercia respecto a los ejes  $x$ ,  $y$ , y  $z$  mostrados.

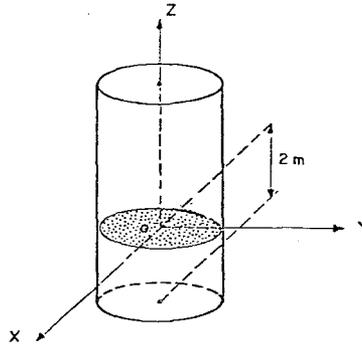


VIII.2: La esfera maciza de aluminio fundido mostrada en la figura es homogénea, tiene un radio de 5 pulgadas, y su centro de masa coincide con el origen del sistema de referencia. Determine el momento de inercia con respecto al eje  $x$ , indicado, suponiendo que la densidad del material es de  $160 \text{ lb/ft}^3$ .



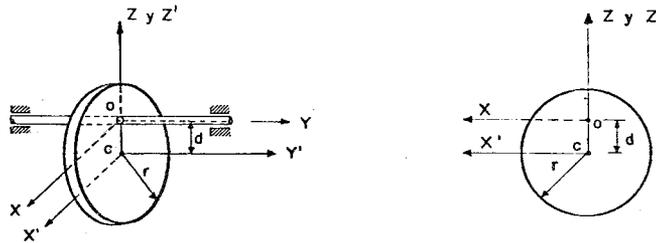
VIII.4: El cilindro circular recto que se muestra en la figura es homogéneo, de  $196.2 \text{ kg}_f$  de peso,  $1.5 \text{ m}$  de radio y  $8 \text{ m}$  de altura. Si el plano  $xy$  es paralelo a la base y el origen del sistema coordenado que se indica está situado a  $2 \text{ m}$  de la base:

- Determine el momento de inercia del cilindro con respecto a un eje paralelo al  $x$ , que pase por el centro de gravedad.
- Utilizando el resultado del inciso a), determine su momento de inercia con respecto al eje  $x$  y el correspondiente radio de giro.

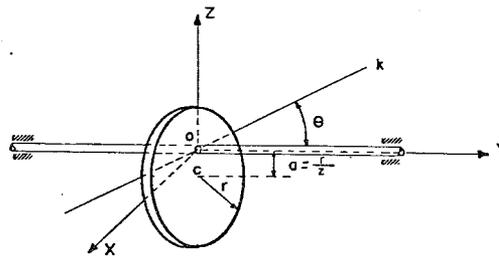


VIII.5- El disco delgado, homogéneo, de masa  $m$  y radio  $r$  está montado excéntricamente sobre una flecha, como se indica en la figura; calcule:

- a) Sus momentos y productos de inercia con respecto a los ejes coordenados que se muestran
- b) Los valores respectivos si  $d = r/2$

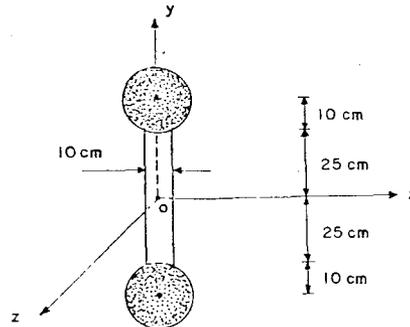


VIII.6- Utilizando los datos del problema anterior determine el momento de inercia del disco con respecto al eje  $k$ , situado en el plano  $yz$ .

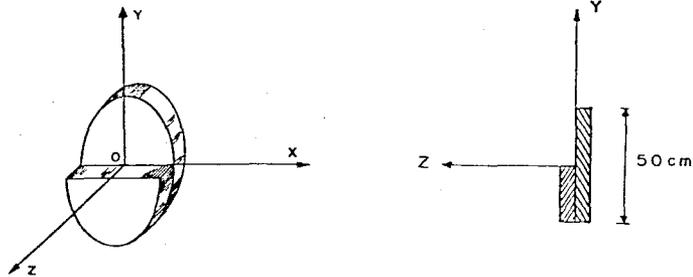


VIII.7- Dos esferas homogéneas, de 5 kg de masa y 10 cm de radio cada una, están unidas por una barra cilíndrica delgada homogénea de 50 cm de longitud y 49.05 kg<sub>f</sub> de peso. Calcule el momento de inercia del conjunto con respecto al eje  $x$ , en los dos siguientes casos:

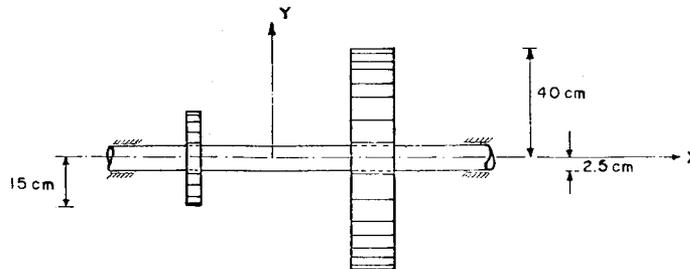
- 1ª Despreciando el espesor de la barra.
- 2ª Teniendo en cuenta el espesor de la barra.



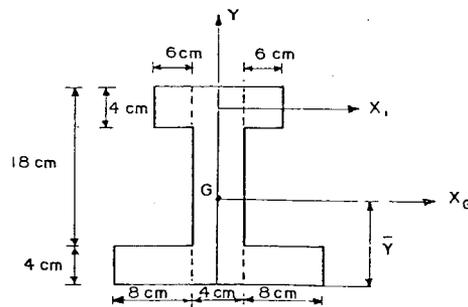
VIII.8- La masa de un disco homogéneo, cuyo peso es de 100 kg<sub>f</sub>, se aumenta añadiéndole un semidisco como se muestra en la figura. Determine el peso de éste si el valor del momento de inercia de aquél, con respecto al eje  $z$ , se incrementa en 25% al añadirle dicho semidisco.



VIII.9- Un volante hueco de  $300 \text{ kg}_f$  de peso y  $40 \text{ cm}$  de radio y un piñón homogéneo de  $20 \text{ kg}_f$  de peso y  $15 \text{ cm}$  de radio, están montados en una flecha cilíndrica homogénea de  $250 \text{ kg}_f$  de peso y  $2.5 \text{ cm}$  de radio, como se indica en la figura. Calcule el momento de inercia del sistema con respecto al eje  $x$ .

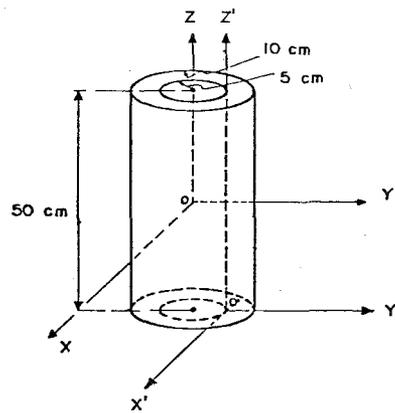


VIII.10- Determine el momento de inercia y el radio de giro de la sección I, de espesor constante, respecto a un eje horizontal que pasa por el centro de gravedad.



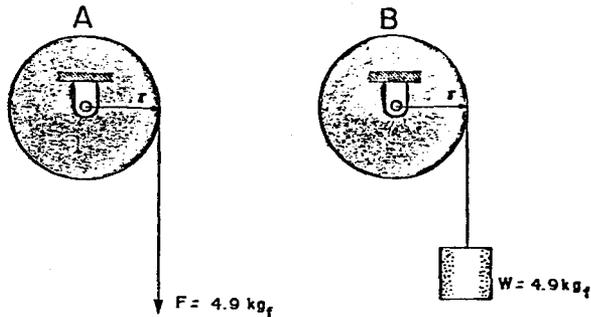
VIII.11- Un cilindro circular recto, hueco y homogéneo, como el que se muestra en la figura, pesa  $50 \text{ kg}_f$  y su base inferior coincide con el plano  $x'y'$ . Determine:

- El tensor de inercia en el centro de masa  $o$ , origen del sistema  $x, y, z$ .
- El tensor de inercia en el punto  $o'$ , origen del sistema de referencia  $x', y', z'$ .
- Los momentos de inercia del cilindro, respecto a los ejes principales de inercia que pasan por el origen del sistema  $x', y', z'$ , así como los vectores unitarios que determinan la dirección y el sentido de dichos ejes principales.

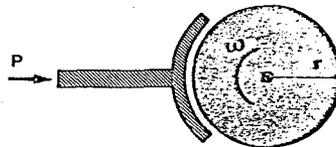


IX DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO  
( ROTACION BARICENTRICA )

- IX.1- Dos poleas idénticas, A y B, están montadas en ejes sin fricción, como se muestra. Cada una de ellas pesa  $19.62 \text{ kg}_f$  y tiene una cuerda enrollada. La polea A se jala con una fuerza de magnitud  $4.9 \text{ kg}_f$ , en tanto que la B se mueve debido a un cuerpo que pesa  $4.9 \text{ kg}_f$  atado a su cable. Considerando que los cables son flexibles, inextensibles y sin peso, determine el módulo de la aceleración angular de cada polea.



- IX.2- Un tambor de  $75 \text{ cm}$  de radio, cuyo momento de inercia de  $50 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}$  respecto a su eje centroidal, gira en torno a este eje con una rapidez angular de  $200 \text{ rpm}$  en el sentido indicado en la figura. ¿Qué fuerza deberá ejercer el freno para que el tambor se detenga en 15 vueltas, si el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es de  $0.4$  ?

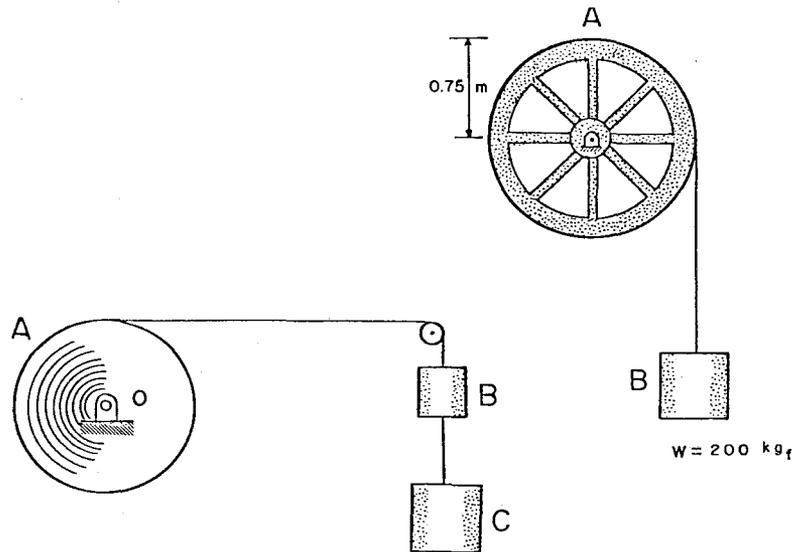


IX.3- El volante mostrado en la figura pesa  $200 \text{ kg}_f$  y está montado sobre un eje fijo que pasa por su centro de masa. Si el sistema parte del reposo determine el módulo de la aceleración angular del volante, la tensión en el cable y la rapidez del cuerpo B en el instante en que haya descendido 10 metros.

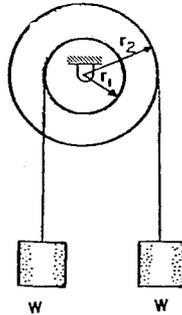
Considere que:

- El radio de giro del volante, respecto a su eje de rotación, es de 0.7 metros.
- El cable es flexible, inextensible y de peso despreciable.
- La fricción en el eje mencionado es despreciable.

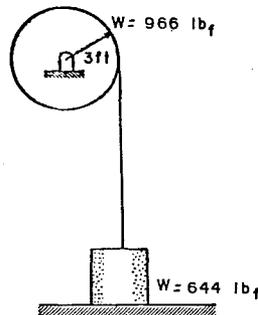
IX.4- El cilindro homogéneo A cuyo radio es de 50 cm, pesa  $39204 \text{ N}$  y gira alrededor de un eje fijo sin fricción. Los cuerpos B y C pesan  $147.15 \text{ N}$  y  $49.05 \text{ N}$ , respectivamente; la cuerda que los une es inextensible, flexible, de peso despreciable y pasa por una articulación lisa, estando enrollada en el cilindro A. Calcule el módulo de la aceleración angular del cilindro y las tensiones en las cuerdas, así como la reacción del eje.



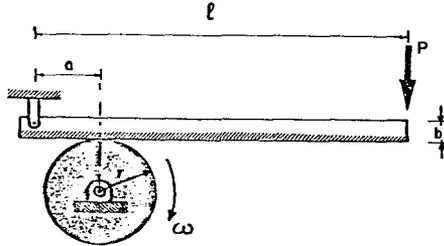
- IX.5- Una polea de doble paso tiene un peso de  $200 \text{ lb}_f$  y un radio de giro de  $10 \text{ in}$  con respecto al eje de rotación. De los cables que se enrollan en la periferia de las poleas cuelgan dos cuerpos iguales de  $40 \text{ lb}_f$  de peso cada uno. Suponiendo que se desprecia la fricción en el eje determine la magnitud de la aceleración del cuerpo que desciende; así también, el módulo de la aceleración angular de la polea. Considere  $r_2 = 2r_1 = 16 \text{ in}$ ; los cables son flexibles, inextensibles y sin peso.



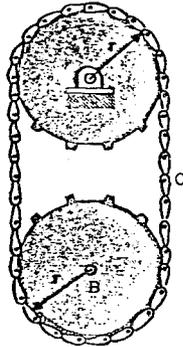
- IX.6- El tambor de la figura tiene  $3 \text{ ft}$  de radio, peso  $966 \text{ lb}_f$  y su radio de giro es de  $2 \text{ ft}$  con respecto a su eje de rotación, que a su vez pasa por su centro de masa. Si se le aplica un par de magnitud constante e igual a  $2000 \text{ lb}_f \cdot \text{ft}$  para levantar el bloque que se indica, determine la rapidez que adquiere éste cuando transcurren  $5 \text{ segundos}$ , contados a partir de la iniciación del movimiento.



- IX.7- Un rotor cilíndrico macizo de radio  $r$  y peso  $w$ , que gira alrededor de su eje con una rapidez angular  $\omega$ , se detiene mediante un sistema de frenaje como se indica en la figura. Si el coeficiente de fricción entre el freno y el rotor es  $\mu$ , determine el número de revoluciones  $N$  que dará el rotor antes de llegar al reposo. Despréciense todas las fricciones en los ejes.



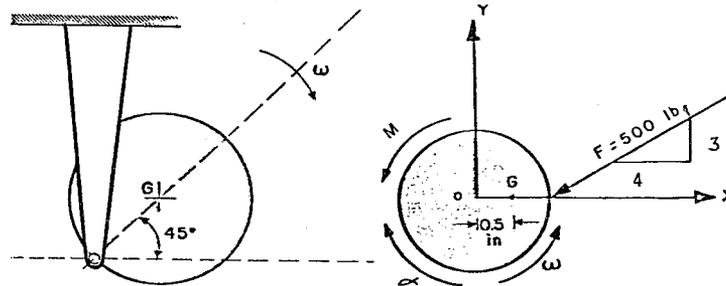
- IX.8- Dos ruedas dentadas de peso  $w$  y radio  $r$ , inicialmente en reposo, se encuentran unidas por medio de una cadena de  $n$  labones, como se ilustra. De pronto se rompe el pasador  $C$  y se desea calcular en ese instante la magnitud de:
- la aceleración angular de cada rueda,
  - la tensión en la rama izquierda de la cadena,
  - la aceleración en el punto B al quedar libre y caer.



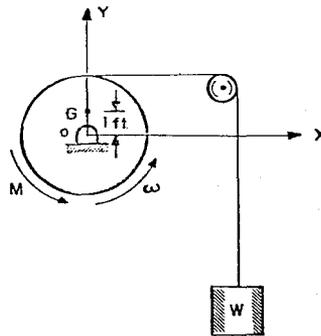
X DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO  
(ROTACION NO BARICENTRICA Y MOV. GENERAL EN EL PLANO)

X.1-Un tambor cuyo peso es de  $160 \text{ kg}_f$  y tiene  $0.8 \text{ m}$  de diámetro, gira alrededor del eje horizontal como se indica en la figura. El radio de giro del tambor respecto a su eje geométrico es de  $0.30 \text{ m}$ . Si en la posición mostrada la rapidez angular es de  $12 \text{ s}^{-1}$ , determine la reacción en el eje de rotación.

X.2-Una rueda desbalanceada de 2 pies de radio pesa  $64.4 \text{ lb}$  y tiene un radio de giro de  $0.5 \text{ pies}$  con respecto a su eje geométrico. En la posición indicada en la figura está girando alrededor de un eje horizontal que pasa por su centro geométrico, con una aceleración y una rapidez angulares de  $2 \text{ s}^{-2}$  y  $12 \text{ s}^{-1}$ , respectivamente, la primera en el sentido de las manecillas del reloj y la segunda en el contrario, estando sometida a las acciones de una fuerza  $F$  y un par  $M$ . Determine dicho par y las componentes axiales  $O_x$  y  $O_y$  de la reacción en  $O$ , suponiendo que la fricción en el eje es despreciable.

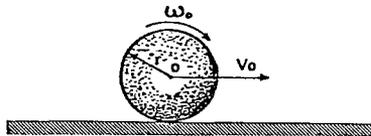


- X.3- Una polea desbalanceada de 8 in de radio, pesa  $32.2 \text{ lb}_f$  y tiene un radio de giro de 6 in con respecto a su eje geométrico. Cuando se aplica un par  $M = 100 \text{ lb}_f \cdot \text{ft}$  levanta un peso de 96.6 libras. En la posición indicada en la figura la polea tiene una rapidez angular de  $3 \text{ s}^{-1}$  en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Determine la tensión  $T$  en la cuerda y las componentes axiales  $o_x$  y  $o_y$  de la reacción en  $o$ , despreciando las fricciones y suponiendo que la periferia de la polea pequeña es lisa.

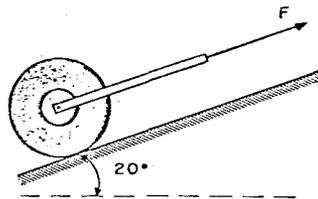


- X.4- Una esfera homogénea de radio  $r$  y peso  $w$  se lanza a lo largo de una superficie horizontal. Si la rapidez inicial de su centro es  $v_o$  y la rapidez angular inicial  $\omega_o$ , investigue las características del movimiento para los tres casos siguientes:

- a)  $v_o = r \omega_o$
- b)  $v_o > r \omega_o$
- c)  $v_o < r \omega_o$

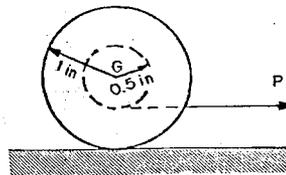


- X.5- Un disco de 20 cm de radio,  $49.05 \text{ kg}_f$  de peso y cuyo radio de giro es 10 cm, respecto a un eje que pasa por su centro de masa, se mueve sobre una superficie inclinada soportando la acción de la fuerza constante  $F$  que se indica en la figura. Si rueda sin deslizar y la magnitud de  $F$  es  $10 \text{ kg}_f$ , determine la aceleración angular del disco, la aceleración de su centro de masa y el coeficiente de fricción mínimo para que el movimiento descrito sea posible (es decir, para que exista rodadura sin deslizamiento).

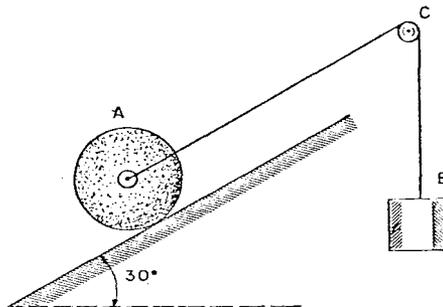


- X.6- Un carrete que pesa 64.4 libras, cuyo radio de giro es  $1/\sqrt{2}$  pies respecto al eje del disco, rueda sin deslizar a lo largo de una superficie horizontal, como se indica en la figura. Se jala por medio de una fuerza  $P$  aplicada a la cuerda que se enrolla en la ranura. Dado que  $P = 48 \text{ lb}_f$  determinar:

- La aceleración del centro  $G$ .
- La fuerza de fricción que actúa sobre el carrete.

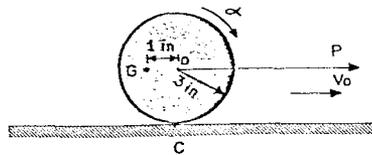


- X.7- Una esfera A maciza y homogénea rueda sin deslizar hacia arriba de un plano inclinado debido a la acción de un bloque B, al que está unida mediante una cuerda flexible, inextensible y de peso despreciable, que pasa por una polea C como se muestra en la figura. Si los pesos de A y B son respectivamente de  $98$  y  $88 \text{ kg}_f$ , y el radio de la esfera es de  $0.4 \text{ m}$  calcule la aceleración angular  $\alpha$  de la esfera, la tensión  $T$  de la cuerda y la aceleración  $a$  del bloque.

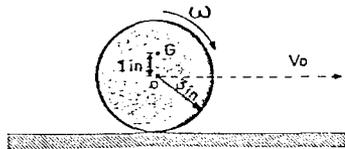


- X.8- Un disco desbalanceado cuyo radio es de  $3 \text{ ft}$  pesa  $966 \text{ lb}_f$  y su radio de giro es de  $2 \text{ ft}$  con respecto al eje que pasa por su centro de masa  $G$  y es paralelo a su eje geométrico. El cuerpo rueda sin deslizar sobre la superficie horizontal, en la dirección indicada en la figura, cuando actúa sobre él una fuerza  $P$  horizontal cuya línea de acción pasa por el centro geométrico "O"; de modo que éste tiene una rapidez de  $10 \text{ ft/s}$  y una aceleración de  $5 \text{ ft/s}^2$ .

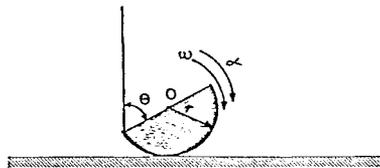
Determine las fuerzas normal y tangencial (de fricción) que se ejercen sobre el disco en el punto de contacto  $C$ .



- X.9- El disco desbalanceado del problema anterior rueda y desliza sobre el plano horizontal de tal manera que, cuando se encuentra en la posición indicada en la figura, su rapidez angular es de  $3s^{-1}$  y la rapidez del centro  $O$  es de  $5 \text{ ft/s}$ . Determine la aceleración del punto  $O$  en dicha posición, suponiendo que el coeficiente de fricción entre el disco y el piso es de  $0.25$



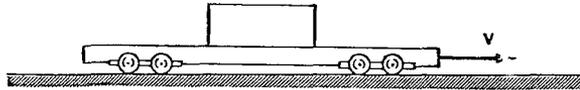
- X.10- Un semidisco homogéneo y uniforme de radio  $r$  rueda libremente sobre una superficie horizontal. Cuando  $\theta = 0^\circ$  la rapidez angular es  $\omega_0$ . Determine la aceleración angular  $\alpha_0$  correspondiente a  $\theta = 0^\circ$





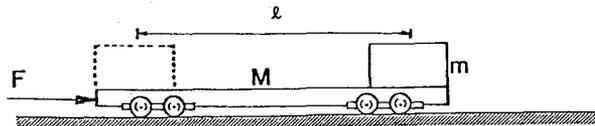
## XI SISTEMAS DE PARTICULAS

- XI.1- Un vagón que pesa  $200 \text{ kg}_f$  se mueve sobre una vía horizontal recta a razón de  $12 \text{ m/s}$ . Si sobre aquél se suelta una caja que pesa  $100 \text{ kg}_f$ , determine la rapidez de ambos cuerpos al moverse juntos, despreciando las pérdidas de energía debidas a la fricción.

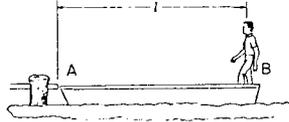


- XI.2- Una carretilla de masa  $M$ , inicialmente en reposo, puede moverse horizontalmente sin rozamiento a lo largo de un carril. Cuando  $t=0$  se aplica a la carretilla la fuerza  $F$  que se muestra en la figura. Durante la aceleración provocada a la carretilla debida a la fuerza  $F$ , una caja pequeña de masa  $m$  se desliza a lo largo de aquélla desde el frente hacia la parte posterior. Si el coeficiente de fricción entre ambas es  $\mu$  y se supone que la aceleración de la carretilla es suficiente para producir el deslizamiento:

- Determine dos ecuaciones de movimiento, una para la caja y otra para la carretilla y demuestre que pueden ser combinadas para dar la ecuación de movimiento del centro de masa del sistema formado por ambos cuerpos.
- Determine el desplazamiento de la carretilla para el tiempo en que la caja se haya movido una distancia  $l$  a lo largo de aquélla.

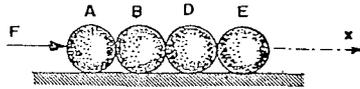


- XI.3- Un hombre que pesa  $w$  está parado en el extremo B de un bote de peso  $w$ , como se muestra en la figura. Si en ese instante el borde A del bote apenas toca el muelle, ¿a qué distancia del muelle se encontrará el hombre después de haber caminado desde el extremo B al A, si se desprecia la fricción entre el bote y el agua?



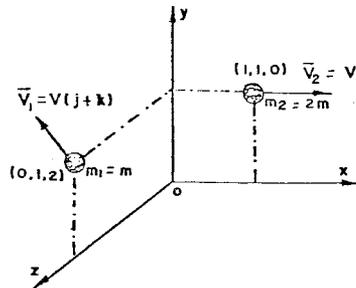
- XI.4- Cuatro esferas lisas, homogéneas, idénticas y de masa individual  $m$ , se encuentran confinadas lateralmente y descansando sobre una superficie horizontal. Si a partir de cierto instante actúa sobre A, como indica la figura, una fuerza constante cuya línea de acción pasa por los centros de las esferas, determine:

- La ecuación de movimiento para el sistema que forman. Desprecie la fricción.
- La ecuación de movimiento para el centro de masa del sistema.



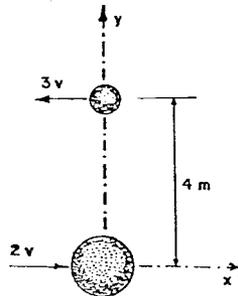
XI.5- Dos partículas tienen las posiciones, masa y velocidades que se indican en la figura.

- a) Encuentre la posición del centro de masa del sistema que forman dichas partículas.
- b) Determine para ese instante la velocidad del centro de masa del sistema.



XI.6- Dos partículas de masas  $3m$  y  $5m$  se mueven con velocidades  $3V$  y  $2V$ , respectivamente, como lo indica la figura. Determine:

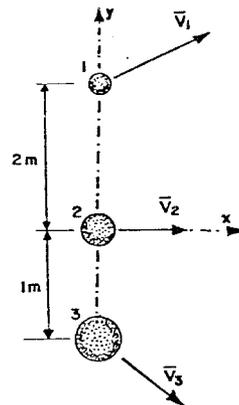
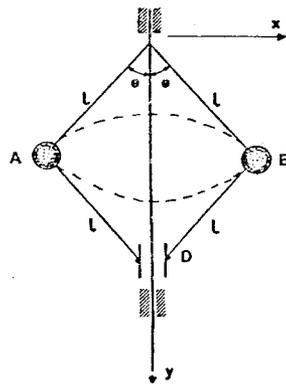
- a) La posición del centro de masa para el instante indicado.
- b) La velocidad de dicho centro de masa.



XI.7- Determine la posición del centro de masa del gobernador centrífugo de la figura, si  $m_A = m_B = M$  y la masa del buje D es  $M/4$ . Las masas de los vástagos se desprecian.

XI.8- Las partículas 1, 2 y 3 de la figura, cuyas masas son  $m$ ,  $2m$  y  $3m$ , respectivamente, inician su movimiento con velocidades constantes desde la posición que se muestra; si:  $\vec{v}_1 = 5i + 3j$ ,  $\vec{v}_2 = 6i$  y  $\vec{v}_3 = 4i - 2j$ , todas en  $m/s$ , calcule:

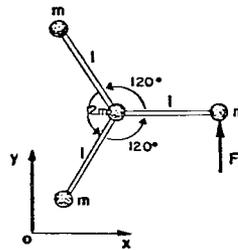
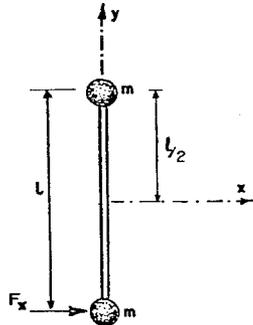
- a) La velocidad del centro de masa
- b) La ecuación de la trayectoria del centro de masa.



XI.9- Dos partículas de masa  $m$  están conectadas mediante una varilla rígida y sin peso. Cuando el sistema se encuentra en reposo sobre un plano horizontal liso empieza a actuar una fuerza constante  $F_x$  como se indica.

- a) Determine la posición del centro de masa en función del tiempo.
- b) Compruebe el resultado anterior a partir de los desplazamientos respectivos de cada una de las partículas.

XI.10- Tres partículas iguales de masa  $m$  están unidas mediante tres barras rígidas, de peso despreciable y de igual longitud  $l$ , a una partícula de masa  $2m$ , como se indica en la figura. El sistema se encuentra inicialmente en reposo y, cuando  $t = 0$ , se ejerce una fuerza de magnitud constante  $F_y$  sobre una de las masas. Si los ejes horizontal y vertical son los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente, hallar la velocidad y el desplazamiento del centro de masa en términos de  $t$ .





## XII IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA LA PARTICULA

XII.1-Una partícula que pesa  $9.81 \text{ kg}_f$  se encuentra inicialmente en reposo. Si cuando  $t = 0$  empieza a actuar sobre ella una fuerza dada por  $\vec{F} = 0.5 t \mathbf{i} - 0.4 t^2 \mathbf{j} + 0.03 t^3 \mathbf{k}$ , determine la velocidad de la partícula cuando  $t = 5$  segundos.

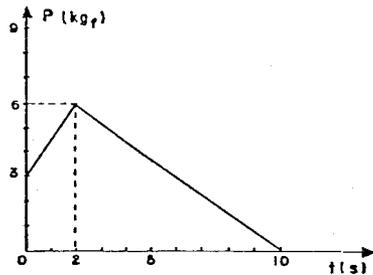
XII.2- Sobre una partícula que pesa  $9.81 \text{ kg}_f$  se ejerce una fuerza dada por la expresión:

$\vec{F} = (5 - 2t) \mathbf{i} + (4 - t^2) \mathbf{j} + (4 - 2t) \mathbf{k} \text{ [kg}_f\text{]}$  donde  $t$  se expresa en segundos. Si la velocidad de la partícula, cuando  $t = 0$ , es  $\vec{v} = -130 \mathbf{i} + 80 \mathbf{j} + 192 \mathbf{k} \text{ [m/s]}$  determine:

- El tiempo para el cual la velocidad de la partícula es paralela al plano  $xy$
- La velocidad de la partícula en ese instante.

XII.3-Un barco petrolero que pesa  $250\,000 \text{ t}_f$  se mueve con una rapidez de 2 nudos. Si un remolcador tarda en detenerlo 10 minutos ejerciendo contra él una fuerza constante, ¿cuál es el módulo de la fuerza ejercida por el remolcador si se desprecia la resistencia del agua al movimiento?

XII.4-Una nave espacial, cuyo peso es de 2 toneladas, se mueve siguiendo una trayectoria rectilínea con una rapidez de 30 000 km/h. Si para disminuir su rapidez a 27 500 km/h el astronauta dispara un cohete de freno que tiene un empuje de 5 000 kg<sub>f</sub>, obtenga el intervalo de tiempo necesario para llevar a cabo esta reducción de rapidez en la nave.



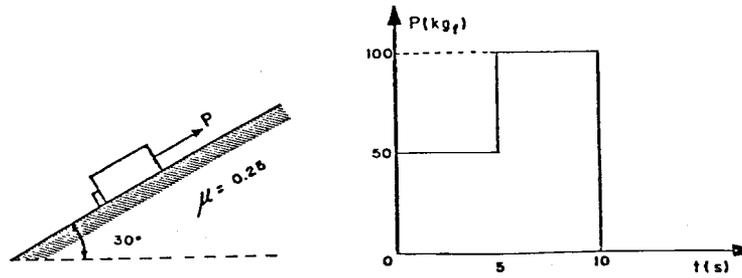
XII.5-Un cañón que pesa 5 toneladas dispara una bomba de 30 kg<sub>f</sub> con una rapidez de 100 m/s, formando un ángulo de 30° con la horizontal. Encuentre la fuerza horizontal necesaria para mantener inmóvil el cañón, sabiendo que, la bomba sale de éste 0.03 s después de ser disparada.

XII.6-Una vagoneta cuyo peso es de 300 kg<sub>f</sub> está animada de una rapidez inicial de 40 m/s y debe acoplarse a un furgón que pesa 500 kg<sub>f</sub>, cuando éste se encuentra en reposo. Obtenga:

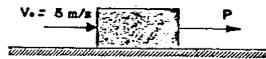
- La rapidez de ambos, estando enganchados.
- La fuerza impulsiva promedio que actúa sobre cada uno si se enganchan en 0.5 segundos.

XII.7- Un bloque que pesa  $50 \text{ kg}_f$  se encuentra en reposo sobre un plano inclinado.

Si se mueve ascendiendo sobre el plano bajo la acción de una fuerza que varía según la gráfica correspondiente y el coeficiente de fricción existente entre el bloque y el plano inclinado vale 0.25, calcule la velocidad del bloque cuando  $t = 15$  segundos.

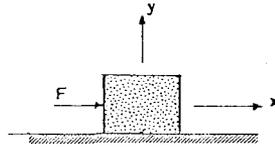
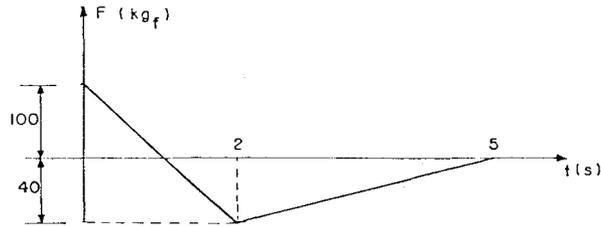


XII.8- El bloque mostrado en la figura pesa  $4.9 \text{ kg}_f$  y se mueve sobre un plano horizontal rugoso bajo la acción de la fuerza  $P$ , cuyo comportamiento se muestra en la gráfica. Si el coeficiente de fricción es 0.2 y la rapidez inicial es de  $5 \text{ m/s}$ , calcule la velocidad del bloque cuando  $t = 8$  segundos.



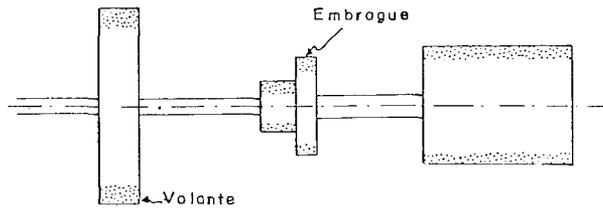
XII.9.-Un bloque que pesa  $25 \text{ kg}_f$  está inicialmente en reposo. Si sobre él actúa una fuerza  $F$  que varía como lo indica la figura y el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es  $0.25$ , calcule:

- a) La velocidad máxima que alcanza el bloque,
- b) La velocidad del mismo cuando  $t = 5$  segundos.

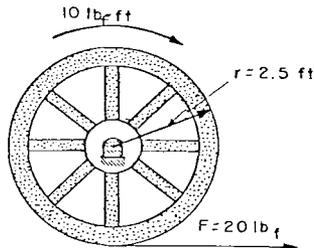


### XIII IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO DEL CUERPO RIGIDO

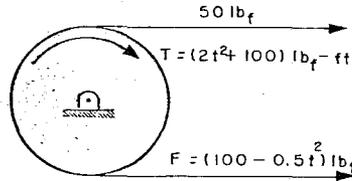
- XIII.1- El volante de la figura pesa  $1 \text{ t}_f$  y tiene un radio de giro de  $2 \text{ m}$  con respecto al eje de rotación que pasa por su centro de masa. Si el volante tiene una rapidez angular de  $1800 \text{ rpm}$  cuando se desembraga del motor que lo impulsa, tardando  $20 \text{ minutos}$  en detenerse, ¿cuál es el módulo del par resistente considerando constante a este último?



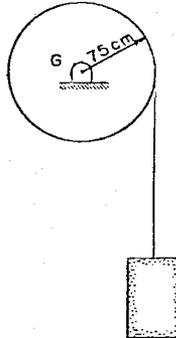
- XIII.2- Un volante que pesa  $483 \text{ lb}_f$  gira con respecto a un eje fijo que pasa por su centro de masa. Si el radio de giro del volante con respecto a dicho eje es de  $2 \text{ pies}$  y la rapidez angular cambia de  $20 \text{ rpm}$  en sentido antihorario a  $60 \text{ rpm}$  en sentido horario, durante el intervalo de tiempo en que el volante está sujeto a la acción de una fuerza constante y un par constante como se muestra en la figura, encuentre el valor del tiempo necesario para que ocurra dicho cambio en las rapidez angular.



- XIII.3- Una polea de 2ft de radio y  $322\text{ lb}_f$  de peso tiene un radio de giro de 1.5 ft con respecto a su eje de rotación. Si actúan sobre ella un par  $T$ , una fuerza  $F$  y una fuerza constante de  $50\text{ lb}_f$ , como se muestra en la figura, determine la rapidez angular de la polea cuando  $t = 10\text{ s}$  sabiendo que en  $t = 0$  tenía una rapidez angular de  $10\text{ rpm}$ , en sentido antihorario.



- XIII.4- El sistema de la figura está formado por un bloque que pesa  $5\text{ kg}_f$  unido a un tambor mediante un cable flexible, inextensible y de peso despreciable. Si el tambor pesa  $20\text{ kg}_f$  y tiene un radio de giro de  $40\text{ cm}$  respecto al eje de rotación que pasa por  $G$ , determine la rapidez del bloque 4 segundos después de haberse iniciado el movimiento partiendo del reposo. Desprecie toda fricción.

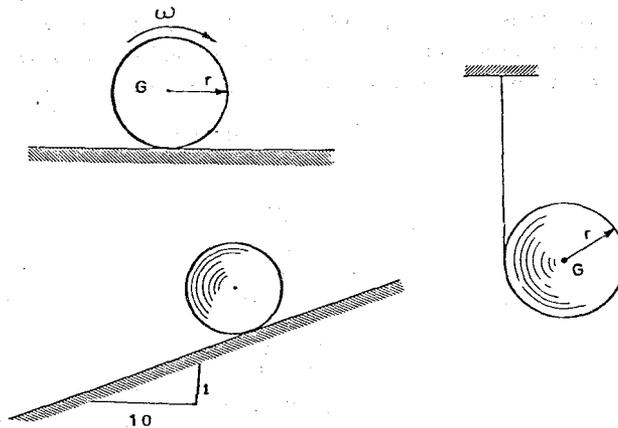


XIII.5- Un disco homogéneo de peso  $w = 196.2 \text{ N}$  y radio  $r = 1 \text{ m}$  rueda sin deslizar sobre un plano horizontal rugoso con una rapidez angular de  $50 \text{ rpm}$ , como se muestra en la figura. Determine su cantidad de movimiento angular:

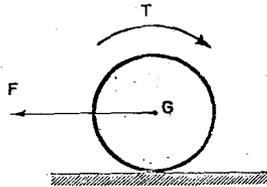
- a) Respecto al eje que pasa por el centro de masa del disco y que es perpendicular al plano del movimiento
- b) Respecto al eje instantáneo de rotación.

XIII.6- El centro del cilindro homogéneo y macizo de la figura tiene una rapidez inicial de  $61 \text{ m/s}$ , plano arriba. Determine el tiempo necesario para que alcance una rapidez, plano abajo, del doble de la inicial, suponiendo que el cuerpo rueda sin deslizar en todo instante.

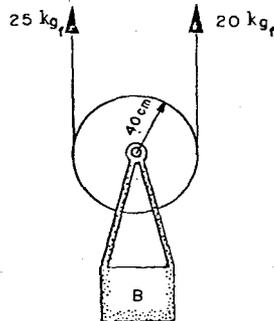
XIII.7- Un cilindro circular homogéneo está sostenido en la posición que muestra la figura. Determine la rapidez de su centro de masa y la tensión en la cuerda enrollada en él, 2 segundos después de soltarlo.



- XIII.8- Un cilindro circular, homogéneo, de radio 2 ft y peso  $161 \text{ lb}_f$  rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, sujeto a la acción conjunta de un par de magnitud  $T = 100 - 0.4 t^2$  y una fuerza de módulo  $F = 100 - 0.1 t^2$ , en donde  $t$  está en segundos,  $F$  en  $\text{lb}_f$  y  $T$  en  $\text{lb}_f - \text{ft}$ . Si en el instante  $t=0$  el centro  $G$  presenta una velocidad de  $5 \text{ ft/s}$  hacia la derecha, determine la velocidad de  $G$  cuando  $t = 3 \text{ s}$ ; considere los sentidos mostrados para los elementos mecánicos.



- XIII.9- La polea mostrada en la figura pesa  $10 \text{ kg}_f$ , tiene un radio de giro centroidal de  $25 \text{ cm}$  y soporta el bloque B que pesa  $15 \text{ kg}_f$ . En cierto instante se tensan ambos cables como se indica en la figura, de manera que el bloque adquiere una rapidez inicial de  $2 \text{ m/s}$  hacia abajo, mientras que la rapidez angular de la polea es de  $8 \text{ s}^{-1}$  en sentido antihorario. Determine  $v$  y  $\omega$  después de que transcurrieron 4 segundos de aplicarse las tensiones.

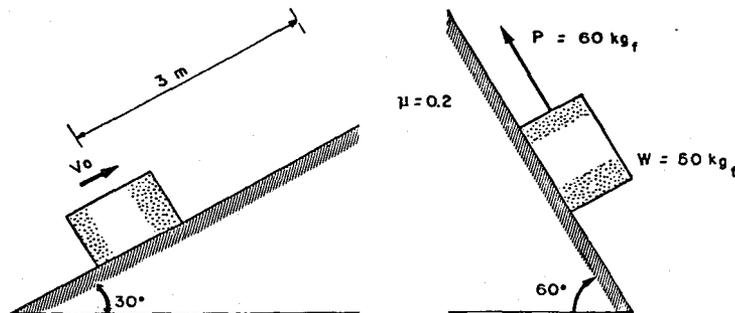


#### XIV TRABAJO Y ENERGIA PARA LA PARTICULA

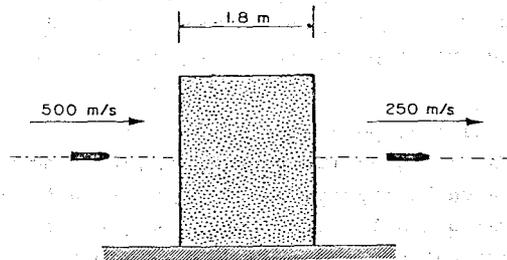
XIV.1-Un avión que pesa  $19.62 t_f$  debe aterrizar en un aeropuerto, de modo que al hacer contacto con la pista de aterrizaje su rapidez sea de  $250 \text{ km/h}$ . ¿Cuál deberá ser el módulo de la fuerza de frenaje que actuará sobre el avión para que éste se detenga después de recorrer una distancia de  $1000\text{m}$ ? Suponga que la pista es recta y horizontal.

XIV.2-Un bloque cuyo peso es  $W$  se lanza con una rapidez inicial  $V_0$  m/s hacia arriba y sobre un plano inclinado, como se muestra en la figura. Si el bloque se detiene después de recorrer  $3 \text{ m}$  a lo largo del plano y el coeficiente de fricción entre las superficies en contacto es  $0.4$ , determine  $V_0$ .

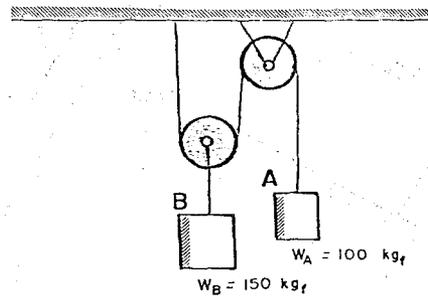
XIV.3-El bloque mostrado en la figura se mueve debido a la acción de la fuerza  $P$  de magnitud constante. Si después de recorrer  $3 \text{ m}$  a partir del reposo se quita la fuerza  $P$ , determine la rapidez del cuerpo cuando vuelve a su posición inicial.



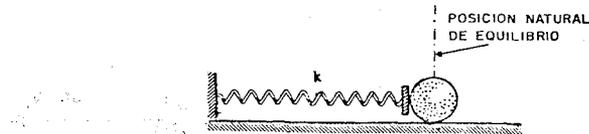
XIV.4-Se dispara un proyectil de  $3 \text{ kg}_f$  de peso contra un muro de corcho de  $1.8 \text{ m}$  de espesor. Si el proyectil alcanza al muro con una rapidez de  $500 \text{ m/s}$  y sale de él a  $250 \text{ m/s}$ , determine la resistencia media  $R$  en  $\text{kg}_f$ , a la penetración en el espesor de  $1.8$  metros.



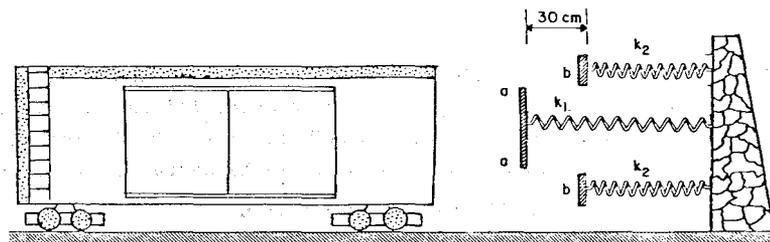
XIV.5-Determine la distancia que debe recorrer el cuerpo A mostrado en la figura para cambiar su rapidez de  $1.8 \text{ m/s}$  a  $3.6 \text{ m/s}$ . Suponga que las poleas carecen de fricción y tienen peso despreciable.



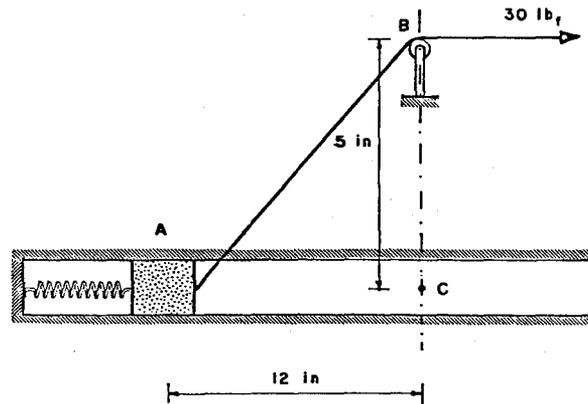
XIV.6-Una partícula cuyo peso es  $W$  se encuentra situada en el extremo de un resorte y apoyada sobre una superficie lisa, como se muestra en la figura. Si el resorte es comprimido una distancia  $X_0$ , a partir de su posición natural de equilibrio, determine la rapidez de la partícula en el instante en que el resorte regrese a su posición natural de equilibrio.



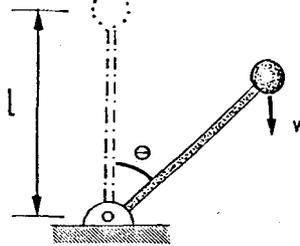
XIV.7-El vagón de la figura se está moviendo hacia los resortes parachoques y tiene una energía cinética de  $1\ 250\ \text{kg}_f \cdot \text{m}$ . El escudo parachoques principal (a-a) se encuentra conectado al resorte cuya constante es de  $200\ \text{kg}_f/\text{cm}$ . Los dos escudos auxiliares (b) están a  $30\ \text{cm}$  detrás de a-a y están unidos a resortes secundarios cuyas constantes son de  $100\ \text{kg}_f/\text{cm}$ . Determine el máximo desplazamiento del escudo a - a y el porcentaje de energía absorbida por el resorte principal.



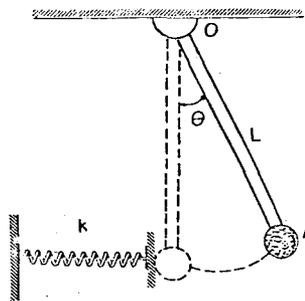
XIV.8-Una corredera de  $10 \text{ lb}_f$  de peso se encuentra fija, por uno de sus extremos a un resorte y por el otro extremo a una cuerda, como se muestra en la figura. Si por medio de la cuerda se aplica una fuerza de  $30 \text{ lb}_f$  cuando el resorte está comprimido  $2 \text{ in}$ , determine la rapidez con que la corredera pasa por el punto C. Considere despreciable la fricción existente entre la corredera y la guía.



XIV.9-Un péndulo invertido, constituido por una masa de peso  $W$  y una barra rígida de peso despreciable, inicia su movimiento desde su posición de equilibrio inestable indicada. Demuestre que cuando  $\theta = \text{ang} \cos \frac{2}{3}$  la barra no experimenta fuerzas de tensión ni de compresión.

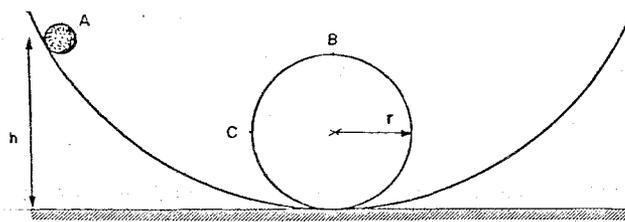


XIV.10-Un péndulo simple de 1.5 m de longitud cuya péndola tiene un peso de  $3 \text{ Kg}_f$  se suelta desde la posición OA indicada en la figura hasta chocar, en su posición vertical, contra un resorte de constante  $K = 0.5 \text{ kg}_f/\text{cm}$ . Determine la deformación del resorte cuando  $\theta = 90$ , si se considera a la barra  $L$  rígida y de peso despreciable.



XIV.11-Un cuerpo de masa  $m$  desliza sin fricción sobre la pista mostrada en la figura. Si parte del reposo a una altura  $h$  por encima del piso, determine:

- a) El valor de la fuerza ejercida por la pista, cuando  $h = 3R$  y el cuerpo pase por los puntos B y C.
- b) La altura mínima  $h$  a la que puede soltarse el cuerpo para que recorra la pista sin perder contacto.

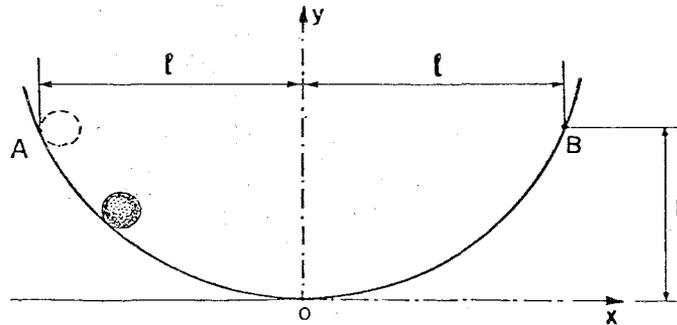


XIV.12-Una esfera cuyo peso es  $W$  parte del reposo desde el punto A y se mueve a lo largo de una pista curva definida por

$$y = \frac{h x^2}{l^2}.$$

Despreciando la fricción demuestre que la

reacción  $R$ , ejercida sobre la partícula por la pista en el punto O, es:  $R = W (1 + 4 h^2/l^2)$ .

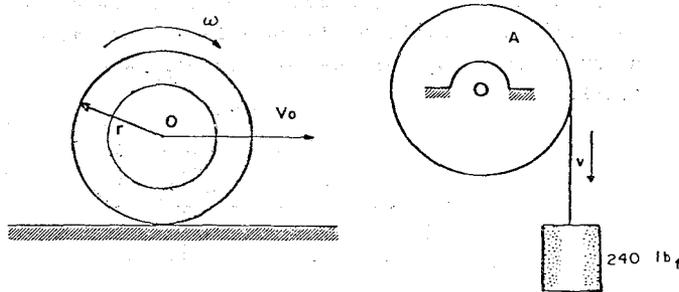


## XV TRABAJO Y ENERGÍA PARA EL CUERPO RIGIDO

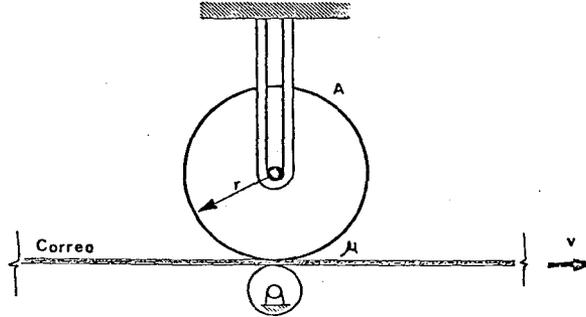
XV.1-Determine la energía cinética del anillo mostrado de masa  $m$  para los dos casos siguientes:

- Considerando que se mueve únicamente en rotación pura en torno a un eje perpendicular al plano de movimiento que pasa por  $O$ .
- Considerando que desliza sobre el plano horizontal y gira simultáneamente.

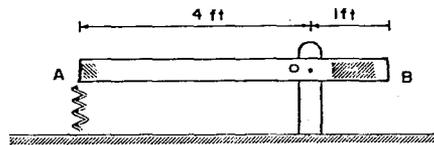
XV.2-Un bloque de  $240 \text{ lb}_f$  se suspende por un cable flexible, inextensible y de peso despreciable, el cual se enrolla a un cilindro de  $1.25$  pies de radio. El cilindro tiene un momento centroidal de inercia de  $10.5 \text{ slug}\cdot\text{ft}^2$ . En el instante mostrado la rapidez del bloque es de  $6 \text{ ft/s}$  dirigida hacia abajo. Sabiendo que el eje  $A$  está mal lubricado y que el rozamiento del eje es equivalente a un par  $M = 60 \text{ lb}_f\cdot\text{ft}$ , determine la rapidez del bloque después de que se ha movido  $4$  pies hacia abajo.



XV.2- Un disco homogéneo A de radio  $r$  y peso  $w$  se encuentra en reposo antes de hacer contacto con una correa que se mueve con una rapidez constante  $v$  como se muestra en la figura. Cuando se establece el contacto, el coeficiente de fricción entre A y la correa es  $\mu$ , calcular el número de revoluciones que debe dar el disco antes de alcanzar una rapidez angular constante. Desprecie la fricción en el pasador.

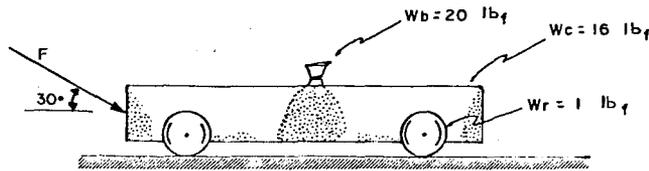


XV.4- Una varilla delgada AB de  $30 \text{ lb}_f$  de peso y 5 pies de longitud se apoya mediante una articulación en el punto O como se indica. Uno de sus extremos descansa sobre un resorte de constante  $k = 1800 \text{ lb}_f/\text{in}$  hasta que se comprime una pulgada, quedando entonces la varilla en posición horizontal. Si la varilla se suelta, determine su rapidez angular cuando pase por la posición vertical.



W.5 Una bolsa se encuentra en el interior de un carro constituido por una caja montada sobre cuatro ruedas de 2 in de diámetro y de una libra de peso cada una. Si se empuja el carro con una fuerza constante  $F$  como se muestra en la figura, determine la magnitud de  $F$  para que el carro alcance una rapidez de 3 ft/s después de haber sido empujado una distancia de 6 pies.

Considere que las ruedas son discos uniformes y que ruedan sin deslizar.



W.6 El cilindro A y el bloque B se encuentran unidos, como se muestra en la figura, mediante una cuerda flexible, inextensible y de peso despreciable.

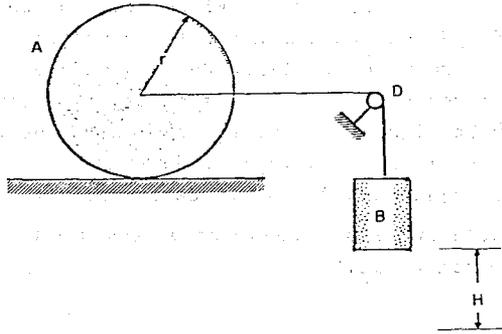
Si parten del reposo y el cilindro gira sin deslizar, determine la rapidez angular de A para cuando el bloque B haya descendido una altura  $H$ .

Desprecie la fricción en las articulaciones del centro del cilindro y la polea D.

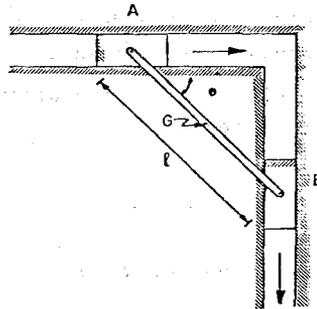
peso de A =  $w_A$

peso de B =  $w_B$

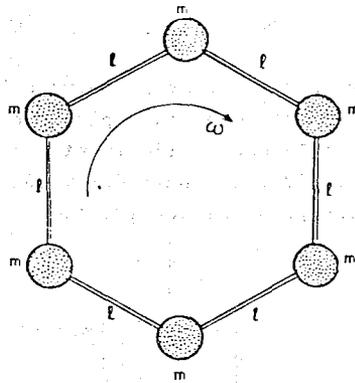
Radio de giro centroidal de A =  $k$



XV.7- Considere la varilla delgada AB de longitud  $l$  y masa  $m$  cuyos extremos están unidos a bloques de pesos despreciables y que se deslizan a lo largo de un carril horizontal y otro vertical, ambos desprovistos de fricción. Si el movimiento de la varilla se inicia de su posición horizontal ( $\theta = 0^\circ$ ) partiendo del reposo, determine la rapidez angular  $\omega$  de la varilla cuando ésta ha girado un ángulo  $\theta$ .

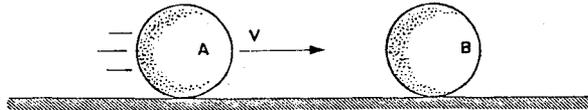


XV.8- Seis partículas de masas iguales  $m$  se encuentran conectadas por seis barras rígidas de pesos despreciables, formando un hexágono como se muestra en la figura. Suponga que el sistema se encuentra en un plano vertical y que gira a una velocidad angular  $\omega$  constante con respecto al centro de masa, el cual está inicialmente en reposo. Si para el tiempo  $t = 0$  el sistema se suelta y cae bajo la acción de la gravedad, determine la energía cinética total para  $t > 0$ .

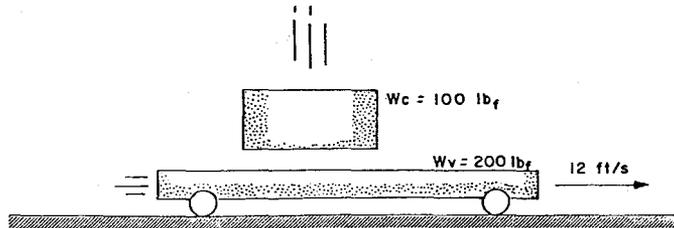


## XVI IMPACTO

XVI.1- Dos esferas idénticas, A y B, están sobre un plano horizontal liso. Demostrar que la esfera A, en movimiento, transfiere toda su energía cinética a la esfera B en un impacto elástico central directo. Considere que el cuerpo B se encuentra inicialmente en reposo.

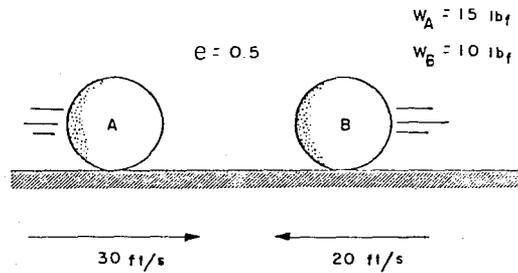


XVI.2- Un vagón de  $200 \text{ lb}_f$  de peso se mueve a lo largo de una vía horizontal y recta con una rapidez de  $12 \text{ ft/s}$ . Si durante el movimiento le cae verticalmente una caja de  $100 \text{ lb}_f$  determine la rapidez conjunta del vagón y la caja. Desprecie todas las pérdidas por fricción.



XVI.3- Los cuerpos, A y B, se mueven a lo largo de una línea recta sobre un plano horizontal liso como se muestra en la figura. Si los cuerpos chocan con un impacto central directo, y se considera un coeficiente de restitución  $e = 0.50$ , determine:

- Las velocidades de A y B después del impacto.
- La fuerza promedio ocurrida en el impacto si se considera que éste sucede en  $0.01$  segundos.



XVI.4- Dos bolas de plastilina, A y B de 10 y 15  $\text{lb}_f$  de peso, respectivamente, chocan plásticamente en un punto O y se fusionan formando una nueva pelota cuando sus velocidades son:

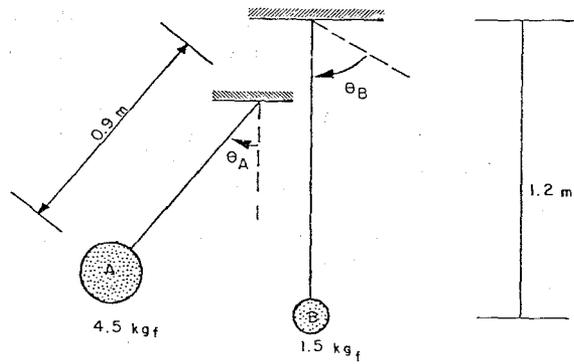
$$\vec{v}_A = 12 \text{ i} + 5 \text{ j} + 3 \text{ k} \text{ ft/s}$$

$$\vec{v}_B = 6 \text{ i} + 6 \text{ j} \text{ ft/s}$$

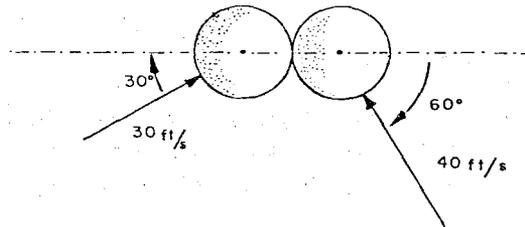
Determine:

- La velocidad de la nueva pelota.
- La energía perdida debido al impacto.

XVI.5- La esfera A, de  $4.5 \text{ kg}_f$  golpea a la esfera B de  $1.5 \text{ kg}_f$ . Si  $e = 0.90$ , determine el ángulo  $\theta_A$ , con el que debe soltarse A para que B alcance un ángulo  $\theta_B = 90^\circ$ .



XVI.6- En la figura se indican las magnitudes, direcciones y sentidos de las velocidades de dos esferas idénticas antes de chocar. Suponiendo que  $e = 0.90$ , determine la magnitud y dirección de las velocidades de las esferas después del impacto.



## RESULTADOS

### SERIE I

- I.1-  $\vec{v}_{A/B} = 138.63 \text{ km/h}$ ,  $\alpha_{A/B} = 73^\circ 14' \text{ NW}$   
 $\vec{v}_{B/A} = 138.63 \text{ km/h}$ ,  $\alpha_{B/A} = 73^\circ 14' \text{ SE}$
- I.2-  $h = 20\text{m}$ ,  $v_{B\uparrow} = 12\text{m/s}$ ,  $a_{B\uparrow} = 3.2 \text{ m/s}$
- I.3-  $\dot{x}_c = -10.5 \text{ ft/s}$ ,  $\ddot{x}_c = -5 \text{ ft/s}^2$
- I.4-  $\vec{v}_{B/A} = 106.34i - 198.6j + 9.14k \text{ m/s}$
- I.5-  $v_p = 0.648 \text{ m/s}$
- I.6-  $|\ddot{\vec{r}}| = 5.14 \text{ m/s}^2$
- I.7-  $\ddot{\vec{r}} = -\omega^2 r i + (\dot{\omega}r + 2\omega v_o)j$
- I.8-  $v_{B/A} = 27.20 \text{ cm/s}$ ;  $v_A = 15.8 \text{ cm/s}$
- I.10-  $\vec{v}_p = -75i - 55j \text{ [m/s]}$ ;  $\vec{a}_p = -960i - 1119j \text{ [m/s}^2\text{]}$
- I.11-  $\vec{v}_p = 25i + 35.36j \text{ [m/s]}$ ;  $\vec{a}_p = -12585i + 7205j \text{ [in/s}^2\text{]}$
- I.12-  $\vec{v} = 0.5\Omega h i - 0.866 v_o j - 0.5 v_o k$
- I.14-  $\vec{v} = v_o \sin \theta i - v_o \cos \theta j - R\Omega \cos \theta k$   
 $\vec{a} = \frac{v_o^2}{R}(-\cos \theta + a_o \sin \theta - R\Omega^2 \cos \theta) i +$   
 $+ \left[ -\left(\frac{v_o^2}{R}\right) \sin \theta - a_o \cos \theta \right] j - (2\Omega v_o \sin \theta) k$
- I.15-  $\vec{v} = v_o \sin \theta i - v_o \cos \theta j - R\Omega \cos \theta k$   
 $\vec{a} = (a_o \sin \theta - R\Omega^2 \cos \theta - \frac{v_o^2}{R} \cos \theta) i +$   
 $+ (a_o \cos \theta + \frac{v_o^2}{R} \sin \theta - R\alpha \cos \theta + 2\Omega v_o \sin \theta) k$

## RESULTADOS

### SERIE II

$$\text{II.1- } \vec{v}(t=5) = 72i + 24j + 108k \quad [\text{m/s}]$$

$$\text{II.2- } \vec{v}(t=4) = 72i + 108j + 301.5k \quad [\text{m/s}]$$

$$\text{II.3- } \vec{v}(t=5) = 204i + 68j + 306k \quad [\text{m/s}]$$

$$\text{II.4- } \vec{v}_c = 8j \quad [\text{cm/s}], \quad \vec{a}_c = -64i + 2j \quad [\text{cm/s}^2]$$

$$\text{II.5- } \vec{v}_A = 50j \quad [\text{cm/s}], \quad \vec{a}_A = -250i + 10j \quad [\text{cm/s}^2]$$

$$\vec{v}_B = -43.3i + 25j \quad [\text{cm/s}], \quad \vec{a}_B = -133.66i - 211.5j \quad [\text{cm/s}^2]$$

$$\text{II.6- } \vec{v}_p = \frac{12}{11}\pi(3j + 2k) \quad [\text{m/s}], \quad \vec{a}_p = \frac{24}{121}\pi^2(-39i + 4j - 6k) \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\vec{v}_Q = \frac{36}{11}\pi(-3i + j) \quad [\text{m/s}], \quad \vec{a}_Q = \frac{72}{121}\pi^2(9i + 27j + 20k) \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\text{II.7- } \vec{\omega} = 5i \quad [\text{rad/s}], \quad \dot{\vec{\omega}} = \vec{0}$$

$$\text{II.8- } \vec{v}_c = 3.65j - 3.66k \quad [\text{cm/s}], \quad \vec{a}_c = 6.27j - 6.35k \quad [\text{cm/s}^2]$$

$$\text{II.10- } \vec{v}_A = 1.305i - 2.26j \quad [\text{m/s}], \quad \vec{a}_A = 1.3022i - 2.3604j \quad [\text{m/s}^2]$$

$$\text{II.12- } \vec{\alpha} = -25.126k \quad [\text{rad/s}^2]$$

$$\text{II.13- a) } \vec{\omega}_{AB} = 1.06\mathbf{k} \text{ [rad/s]} , \vec{\omega}_{BC} = 6\mathbf{k} \text{ [rad/s]}$$

$$\text{b) } \vec{v}_B = -60\mathbf{i} + 34.64\mathbf{j} \text{ [cm/s]} , \vec{v}_D = -60\mathbf{i} + 21.92\mathbf{j} \text{ [cm/s]}$$

$$\text{II.14- } \vec{\alpha}_{AB} = 3.76\mathbf{k} \text{ [rad/s}^2\text{]} , \vec{\alpha}_{BC} = 20.9\mathbf{k} \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

$$\text{II.15- } \vec{v}_A = -40\mathbf{i} \text{ [cm/s]} , \vec{a}_A = 228.6\mathbf{i} + 228.6\mathbf{j} \text{ [cm/s}^2\text{]}$$

$$\text{II.16- } \vec{v}_A = 54\mathbf{i} \text{ [ft/s]} , \vec{v}_B = 30\mathbf{i} + 24\mathbf{j} \text{ [ft/s]}$$

$$\vec{v}_D = 13.03\mathbf{i} - 16.97\mathbf{j} \text{ [ft/s]}$$

$$\text{II.17- } \vec{v}_B = 192\mathbf{j} \text{ [cm/s]} , \vec{a}_B = -3492\mathbf{j} \text{ [cm/s}^2\text{]}$$

RESULTADOS  
SERIE III

III-1-  $x = 94.38 \text{ m}$

III-2-  $t = 5 \text{ s}$

III-3-  $P = 16.5 \text{ kg}_f$

III-4-  $x = 1.83 \text{ m}$  (el paquete no puede recorrer 3 m)

III-5-  $x = 3.72 \text{ m}$

III-6-  $t = 0 \text{ y } t = 6 \text{ s}$

$$v|_{t=0} = 0$$

$$v|_{t=4} = 16 \text{ m/s}$$

III-7-  $v_{10} = 50 \text{ m/s}$

$$x_{10} = 250 \text{ m}$$

$$v_{15} = 100 \text{ m/s}$$

$$v_{15} = 625 \text{ m}$$

Para  $t \geq 15 \text{ s}$

$$a = 0$$

$$v = v_{15} = \text{cte}$$

$$v_{30} = 100 \text{ m/s}$$

$$x_{30} = 2125 \text{ m}$$

III-8-  $t = 3.38 \text{ s}$

$$d = 21.54 \text{ m}$$

III-9-  $t = 11.37 \text{ s}$

$$y = 1768.4 \text{ m}$$

RESULTADOS  
SERIE IV

IV.1-  $F_n = 0.6166 \text{ kg}_f$

IV.2-  $T = \frac{W}{g} l \omega^2 = \text{cte}$

IV.3-  $X = \frac{gT}{wk} \left( t - \frac{1}{k} \text{sen } kt \right)$

$Y = \frac{gT}{wk^2} (1 - \cos kt) - \frac{gt^2}{2} + v_0 t$

IV.4- Si  $R = kv$

$X_0 = -\frac{m}{k} X_0 e^{-kt/m} + \frac{m}{k} \dot{X}_0$

$y = -\frac{m}{k} \left( y_0 + \frac{W}{k} \right) e^{-kt/m} - \frac{Wt}{k} + \frac{m}{k} \left( y_0 + \frac{W}{k} \right)$

$X_{\max} = \frac{m v_0 \cos \alpha}{k}$

IV.5-  $N = 3W \text{sen } \theta$

$\omega = \frac{\sqrt{2gR}}{r}$

IV.6- Relación =  $\cos^2 \theta$

IV.7-  $v_0 = 19.87 \text{ ft/s}$

IV.8- Dirección Normal:  $N - W \cos \theta = \frac{W}{g} \omega^2 R$   
Dirección tangencial:  $W \sin \theta - \mu N = \frac{W}{g} \alpha R$

IV.9-  $\theta = 48.18^\circ$ ;  $T = 2W$

IV.10-  $\mu = 0.407$

IV.11-  $P = \frac{2W}{\pi}$ ;  $\theta = 39.54^\circ$

IV.12-  $W \sin \theta = \frac{W}{g} ( \ddot{r} - r \omega^2 )$  (1)

$$N + W \cos \theta = \frac{W}{g} ( r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} )$$
 (2)

$$N = W ( \cos h \theta - 2 \cos \theta )$$

$$r = \frac{g}{2\omega^2} ( \sin h \omega t - \sin \omega t )$$

$$\dot{r} = \frac{g}{2\omega} ( \cos h \theta - \cos \theta )$$

IV.13-  $P = 2.25 \text{ lb}_f$

IV.14-  $\ddot{\theta} = -3.75 \times 10^{-3} \text{ S}^{-2}$

IV.15-  $R = 2.2 \text{ lb}_f$

RESULTADOS  
SERIE V

V.1-  $T_{AB} = 47.14 \text{ lb}_f$

$T_{BC} = 20.11 \text{ lb}_f$

$a = 12.6 \text{ ft/s}^2$

V.2-  $W_0 = \frac{3}{8} W_1$

V.3-  $X_A(3) = 27.18 \text{ m}$

$X_B(3) = 16.98 \text{ m}$

$X_C(3) = 6.79 \text{ m}$

V.4-  $\ddot{X}_A = 1.25 \text{ m/s}^2$

$\ddot{X}_B = 2.5 \text{ m/s}^2$

$T = 1931.33 \text{ kg}_f$

$P = 742.11 \text{ kg}_f$

V.5-  $\ddot{X}_A = 9.32 \text{ m/s}^2$  ;  $\ddot{X}_B = 1.96 \text{ m/s}^2$

$a_{A/B} = 7.35 \text{ m/s}^2$

V.6-  $P - \mu (W_A + 2W_B) = \frac{(W_A + W_B)}{g} \ddot{X}_B$

$$\ddot{X}_B = \frac{g}{(W_A + W_B)} \left[ P - \mu (W_A + 2W_B) \right]$$

V.7-  $v_B = \sqrt{0.8117 \text{ gL}}$

V.9- T = 11.27 kg<sub>f</sub>

ω = 31.52 rpm

V.10- T = 2 lb<sub>f</sub>

RESULTADOS  
SERIE VI

VI-1-  $\ddot{x} + \frac{2g}{L} x = 0$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{2g}{L}\right)}$$

VI-2-  $\dot{x}_{\max} = 2.86 \text{ m/s}$

$$\ddot{x}_{\max} = 54.65 \text{ m/s}^2$$

VI-4-  $\ddot{x} + g \frac{k}{w} x = \mu g$

donde  $k = k_1 + k_2$

VI-5- 0.07495 m

VI-6- a)  $c = 0$

b)  $c < 2 \sqrt{mk}$

c)  $c > 2 \sqrt{mk}$

d)  $c = 2 \sqrt{mk}$

VI-7- a) Para  $0 < t < 2$  segundos

$$x = 5 e^{-t} - \frac{5}{4} e^{-2t} + \frac{5}{2} t - \frac{15}{4} \text{ m}$$

$$\dot{x} = -5 e^{-t} + \frac{10}{4} e^{-2t} + \frac{5}{2} \text{ m/s}$$

$$\ddot{x} = 5 e^{-t} - 5 e^{-2t} \text{ m/s}^2$$

b) para  $t > 2$  segundos

posición  $x = 42 e^{-t} - 206 e^{-2t}$

rapidez  $\dot{x} = -42 e^{-t} + 412 e^{-2t}$

aceleración  $\ddot{x} = 42 e^{-t} - 824 e^{-2t}$

RESULTADOS  
SERIE VII

- VII.1 - a)  $a = 1.962 \text{ m/s}^2$   
 b)  $h = 126 \text{ cm.}$
- VII.2 -  $R_d = 1151 \text{ kgf}$   
 $R_t = 649 \text{ kgf}$   
 $\mu = 0.38$
- VII.3 -  $a = 6.13 \text{ m/s}^2$
- VII.4 -  $P = W \left( \frac{b - \mu h}{d} \right)$
- VII.5 -  $R_x = 22.41 \text{ lbf}$   
 $R_y = 48 \text{ lbf}$   
 $\theta = 25^\circ$
- VII.6 -  $R_{ay} = 200 \text{ N}$   
 $R_{ax} = 38.3 \text{ N}$   
 $R_{bx} = 111.7 \text{ N}$
- VII.7 - Resbala con  $a = g/12 \text{ ft/s}^2$
- VII.8 - a) Si  $h < R$  ;  $h = \frac{PR - \mu RW \cos 36^\circ}{P}$   
 b)  $a_g = \frac{Pg}{W} - \mu g \cos 30^\circ - g \text{ Sen} 30^\circ$
- VII.9 -  $W_b = 472 \text{ lbf}$   
 $a = 17.3 \text{ ft/s}^2$
- VII.10 -  $T = 176.77 \text{ N}$   
 $R_{ax} = 125 \text{ N}$   
 $R_{ay} = 375 \text{ N}$

RESULTADOS  
SERIE VIII

VIII-1-  $r_x = r_z = 0.229 \text{ m}$

VIII.2-  $I_x = \frac{1}{3} m (b^2 + 4c^2)$

$I_y = \frac{1}{3} m (a^2 + 4c^2)$

$I_z = \frac{1}{3} m (a^2 + b^2)$

VIII-3-  $I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} m r^2$

$I_x = 3.367 \text{ lb} \cdot \text{ft}^2$

VIII-4- a)  $I_{x'} = \frac{1}{12} m (3r^2 + h^2)$

$r$  = radio del cilindro

$h$  = altura del cilindro

b)  $I_x = 197.92 \text{ U T M} = \text{m}^2$

$r_x = 3.15 \text{ m}$

VIII-5- a)  $I_{x'} = I_{z'} = \frac{1}{4} m r^2$

$I_{y'} = \frac{1}{2} m r^2$

$P_{x'y'} = P_{x'z'} = P_{y'z'} = 0$

b)  $I_x = \frac{1}{2} m r^2$

$I_y = \frac{3}{4} m r^2$

$I_z = I_{z'} = \frac{1}{4} m r^2$

$P_{xy} = \frac{1}{4} m r^2$

$P_{yz} = P_{xz} = 0$

VIII-6-  $I_x = m r^2 \left( \frac{3}{4} \cos^2 \theta + \frac{1}{4} \sin^2 \theta \right)$

VIII-7- a)  $I_x = 13691.67 \text{ geokilos- cm}^2$

b)  $I_x = 13722.92 \text{ geokilos- cm}^2$

VIII-8-  $W_2 = 25 \text{ kg}_f$

VIII-9-  $I_r = 5.35 \text{ U T M - m}^2$

VIII-10-  $I_{xg} = 12.66 \text{ cm}^4$  :

$r_{xG} = 7.96 \text{ cm}$

VIII-11- a) 
$$\begin{bmatrix} 1197.92 & 0 & 0 \\ 0 & 1197.92 & 0 \\ 0 & 0 & 312.50 \end{bmatrix} \text{ geokilos- cm}^2$$

$I_x = I_y = 1197.92 \text{ geokilos- cm}^2$

$I_z = 312.5 \text{ geokilos- cm}^2$

b)  $I_{x'} = 4447.92 \text{ geokilos- cm}^2$

$I_{y'} = 1822.92 \text{ geokilos- cm}^2$

$I_{z'} = 437.50 \text{ geokilos- cm}^2$

RESULTADOS  
SERIE IX

IX.1-  $\alpha_A = \frac{g}{2R} s^{-2}$

$\alpha_B = \frac{g}{3R} s^{-2}$

IX.2-  $F_{prom} = 155.33 \text{ kg}_f$

$N = 388.33 \text{ kg}_f$

IX.3-  $\alpha = 7 s^{-2}$

$T = 93.11 \text{ kg}_f$

$v = 10.24 \text{ m/s}$

IX.4-  $9.8 s^{-2}$

$T_{A/B} = 98.1 \text{ N}$

$T_{B/C} = 24.52 \text{ N}$

$R_H = 98.1 \text{ N}$

IX.5-  $\ddot{Y} = 5.03 \text{ ft/s}^2$

$\alpha = 3.75 s^{-2}$

IX.6-  $v = 3.4 \text{ ft/s}$

IX.7- 
$$\frac{W r \omega^2}{8 \pi \mu L} (a + \mu b) \text{ rev}$$

IX.8- a)  $\alpha_A = \alpha_B = \frac{2}{5} \frac{g}{r} \text{ s}^{-2}$

b)  $T = \frac{1}{5} W \text{ kgf}$

c)  $\alpha_B = \frac{4}{5} g \text{ m/s}^2$

RESULTADOS  
SERIE X

X.1-  $R = 827 \text{ kg}_f$

X.2-  $M = 631.2 \text{ lb}_f \cdot \text{ft}$

$R_{ox} = 256 \text{ lb}_f$

$R_{oy} = 362.4 \text{ lb}_f$

X.3-  $T = 141.6 \text{ lb}_f$

$R_{ox} = 143.44 \text{ lb}_f$

$R_{oy} = 31.45 \text{ lb}_f$

X.5-  $\alpha = 5.48 \text{ s}^{-2}$

$a_c = 1.097 \text{ m/s}^2$

$f_r = 1.372 \text{ kg}_f$

X.6- a)  $\ddot{X}_G = 8 \text{ ft/s}^2$

b)  $f_r = 32 \text{ lb}_f$

X.7-  $\alpha = 4.25 \text{ s}^2$

$T = 72.7 \text{ kg}_f$

$a_B = 1.7 \text{ m/s}^2$

X.8-  $F = 405.33 \text{ lb}_f$

$N = 1016 \text{ lb}_f$

X.9-  $a_0 = 11.6 \text{ ft/s}^2$

X.10-  $\alpha = \frac{8g}{9\pi r}$

## RESULTADOS SERIE XI

- XI.1-  $v = 8 \text{ m/s}$
- XI.2- a)  $\mu N = m \ddot{x}_m \dots (1)$   
 $F - \mu N = M \ddot{x}_M \dots (2)$   
 $F = (M + m) \ddot{x}_c \dots (3)$   
 b)  $x_M = d \left( \frac{F - \mu m g}{F - \mu (M + m) g} \right)$
- XI.3-  $d = \left( \frac{w}{W + w} \right) L$
- XI.4- a)  $\vec{F}_i = 4 \text{ m } \ddot{\vec{x}}_A$ ,  $\vec{F}_i = 4 \text{ m } \ddot{\vec{x}}_B$ ;  $\vec{E}_i = 4 \text{ m } \ddot{\vec{x}}_D$  O  
 b)  $\ddot{\vec{x}}_c = \frac{F_i}{4m}$   $\vec{F}_i = 4 \text{ m } \ddot{\vec{x}}_E$
- XI.5- a)  $\vec{F}_c = \frac{1}{3} i + j + \frac{4}{3} k \text{ [m]}$   
 b)  $\dot{\vec{x}}_c = v \left( \frac{2}{3} i + \frac{1}{3} j + \frac{1}{3} k \right) \text{ [m/s]}$
- XI.6- a)  $\vec{F}_c = 1.6 j \text{ [m]}$   
 b)  $\dot{\vec{x}}_c = 0.125 v_i \text{ [m/s]}$
- XI.7-  $\bar{y} = \frac{10}{9} l \cos \theta$
- XI.8- a)  $\dot{\vec{x}}_c = \frac{29}{6} i - 0.5 j \text{ [m/s]}$   
 $\vec{x}_c = \left( \frac{29}{6} i - 0.5 j \right) t \text{ [m]}$
- XI.9-  $\vec{x}_c = \frac{t^2}{2} \left( \frac{F_x}{m_1 + m_2} \right) i$
- XI.10-  $\dot{\vec{x}}_c = \left( \frac{F_y}{5m} - g \right) t j$ ;  $\vec{x}_c = \left( \frac{1}{2} \frac{F_y}{5m} - g \right) t^2 j$

RESULTADOS  
SERIE XII

- XII.1-  $\vec{v} = 6.25i - 16.67j + 4.687k$  (m/s)
- XII.2- a)  $t = 16$  segundos  
b)  $\vec{v} = -3.6i - 1221.33j + 0k$  (m/s)
- XII.3-  $F = 43696.9 \text{ kg}_f$
- XII.4-  $\Delta t = 23.31$  segundos
- XII.5-  $F = 50.000 \text{ kg}_f$
- XII.6- a)  $v = 15$  m/s  
b) sobre la vagoneta :  $F_v = -152905 \text{ kg}_f$   
sobre el furgón :  $F_f = 152\ 905 \text{ kg}_f$
- XII.7-  $\vec{v} = 124.3i$  (m/s)
- XII.8-  $v(8) = 52.32$  m/s
- XII.9- a)  $v_{\max} = 24.04$  m/s  
b)  $v(5) = 0$ , el bloque se detiene  
cuando  $t = 5$  segundos

RESULTADOS  
SERIE XIII

XIII.1-  $m = 64.05 \text{ kg}_f \cdot \text{m}$

XIII.2-  $t = 10.05 \text{ S}$

XIII.3-  $\omega = 104.75 \text{ S}^{-1}$

XIII.4-  $T = 0.27 \text{ kg}_f$

XIII.5- a)  $H_c = \frac{25}{3} \pi N \cdot S$       b)  $H_{\text{cir}} = \frac{125}{3} \pi N \cdot s$

XIII.6-  $t = \frac{1.83}{2g \text{ sen } \theta}$

XIII.7-  $v_c = 13.08 \text{ m/s}$

$$T = \frac{1}{3} W$$

XIII.8-  $v_G = 15.873 \text{ ft/s}$

XIII.9-  $v = 76.48 \text{ m/s}$

$$\omega = 117.57 \text{ S}^{-1}$$

RESULTADOS  
SERIE XIV

XIV.1-  $Fr = 4822.5 \text{ kg}_f$

XIV.2-  $v_0 = 6.9 \text{ m/s}$

XIV.3-  $v = 7.48 \text{ m/s}$

XIV.4-  $R = 15927.62 \text{ kg}_f$

XIV.5-  $X = 2.72 \text{ m}$

XIV.6-  $v = X_0 \sqrt{k/m}$

XIV.7-  $X_2 = 0.05 \text{ m}; 98\%$

XIV.8-  $v_c = 5.07 \text{ ft/s}$

XIV.10-  $\Delta = 0.4242 \text{ m}$

XIV.11- a)  $N_A = mg$

$N_C = 4 mg$

b)  $h = 2.5 R$

RESULTADOS  
SERIE XV

XV.1-

$$a) E_c = m (\omega r)^2$$

$$b) E_c = \frac{1}{2} m (v_a^2 + \omega^2 r^2)$$

XV.2-

$$v = 12.01 \text{ ft/s}$$

XV.3-

$$\frac{v^2}{8\pi\mu g R} \text{ revoluciones}$$

XV.4-

$$\omega = 3.86 \text{ S}^{-1}$$

XV.5-

$$F = 1.13 \text{ lb}_f$$

XV.6-

$$\omega = \left[ \frac{2gH^2W_B}{W_B r^2 + W_A r^2 + W_A k^2} \right]^{1/2}$$

XV.7-

$$\omega = \left( \frac{3g}{1} \text{ sen}\theta \right)^{1/2}$$

XV.8-

$$E_{CT} = 3m \left[ (gt)^2 + (\omega p)^2 \right]$$

RESULTADOS  
SERIE XVI

XVI.2-  $v = 8 \text{ ft/s}$

XVI.3- a)  $v_{2A} = 0$

$$v_{2B} = 25 \text{ ft/s}$$

b)  $F_A + B = 1398 \text{ lb}_f$

XVI.4-  $\vec{v} = 9i + 5.5j + 1.5k \text{ ( ft/s )}$

XVI.5-  $\theta_A = 69.9^\circ$

XVI.6-  $v_{2A} = 23.2 \text{ ft/s}$

$$\theta_{2A} = 139.7^\circ$$

$$V_{2B} = 41.9 \text{ ft/s}$$

$$\theta_{2B} = 55.6^\circ$$

