EJERCICIOS DE MECANICA I

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE CIENCIAS BASICAS
DEPARTAMENTO DE MECANICA
1983

El presente cuaderno de ejercicios es el resultado de las valiosas aportaciones de un grupo de profesores del Departamento de Mecánica y que debido a las modificaciones de que han sido objeto los programas de las asignaturas, este material se ha sometido a un proceso de adaptación y mejoramiento constante en cuya última etapa intervinieron:

Ing. Sergio Betancourt Cuevas
Ing. Angel F. Flores Rodríguez
Ing. Francisco Guerrero Lutteroth
Ing. César P. Mora Covarrubias
M.I. Miguel Navarro Alvarez
Ing. Pedro Reyes Ginori
Ing. Manuel Villegas Anaya
Ing. Miguel M. Zurita Esquivel

SERIES DE EJERCICIOS DE MECANICA I

INDICE

I CONCEPTOS BASICOS

I.1- Defina a la Física.

I.2- Mencione las ciencias en que se divide la Física para su estudio.

I.3- Atendiendo a la clase de cuerpos que estudia la Mecánica Clásica, ésta se divide en tres grandes áreas; menciónelas.

I.4- Proporcione tres ejemplos de problemas que correspondan a la Estática, a la Cinemática y a la Dinámica.

I.5- Defina cuerpo rígido y cuerpo deformable.

I.6- ¿Qué se entiende por modelos de cuerpo? Cite a los de uso más frecuente en el contexto de la Mecánica Clásica.

I.7- Defina cada uno de los siguientes conceptos básicos
a) Longitud , b) Masa , c) Fuerza , d) Tiempo

I.8- ¿Cuándo es posible resolver un problema utilizando el concepto de punto masa?

I.9- Enuncie los tres postulados de Newton que caracterizan a la Mecánica Clásica.

I.10- Explique lo que entiende por sistema inercial de referencia.

I.11- Enuncie la Ley de la Gravitación Universal y escriba su expresión matemática, definiendo cada uno de sus términos.

I.12- Defina los siguientes conceptos:
i) Aceleración estándar de la gravedad terrestre.
ii) Peso de un cuerpo

I.13- ¿Qué se entiende por fuerzas activas y reactivas?

I.14- Defina fuerzas externas e internas.

I.15- Calcular el módulo de la aceleración de la gravedad terrestre al nivel del mar, considerando que el valor de la Constante de la Gravitación Universal es de $6.675 \times 10^{-8} cm^3\ g^{-1}\ s^{-2}$, el del radio terrestre de 6 370 km y el de la masa de la Tierra de 5.974×10^{27} g.

I.16- El peso de un cuerpo colocado sobre la superficie terrestre - nivel del mar - es de 981 kg_f. Calcule la altura a la que se localizará dicho cuerpo si su peso variara a 500 kg_f considerando al radio terrestre de 6 370 km.

I.17- El peso de un astronauta en la superficie terrestre es de 100 kg_f. Calcule su peso suponiendo que se encuentre en la superficie lunar y considerando que: Masa de la Luna = 7.38×10^{22}kg

Radio lunar = 1 736 km $G = 6.675 \times 10^{-8} cm^3\ g^{-1}\ s^{-2}$

I.18- Las masas de la Tierra y la Luna valen, respectivamente:

$M_T = 5.974 \times 10^{27}$g $M_L = 7.38 \times 10^{25}$g

Si median entre sus centros de masa 384 403 km, calcular la distancia a la cual un cuerpo esté sujeto a fuerzas de atracción terrestre y lunar de igual magnitud.

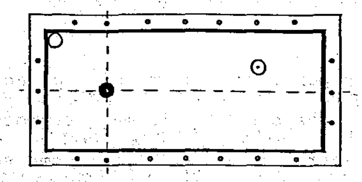
I.19- El peso de un cuerpo colocado sobre la superficie terrestre - nivel del mar - es de 100 kg_f.

Calcule su peso suponiendo que se localice a las alturas de 250 km, 1 000 km y 50 000 km con respecto al nivel del mar.

I.20- Considerando que el radio promedio de la Luna es de 1 736 km, que su masa vale 7.38×10^{22}kg y que el valor de la Constante de la Gravitación Universal es de $6.675 \times 10^{-8}\ cm^3 g^{-1} s^{-2}$, calcular la aceleración con que es atraído hacia el centro de la Luna un cuerpo que se encuentra a 1 000 km de altura sobre la superficie lunar.

II COMPOSICION Y RESOLUCION DE FUERZAS

II.1- Suponga que en un partido de billar, la bola que usted impulsa (la tiradora) después de haber chocado con la otra bola (la contraria) golpea la esquina, de manera que después de comprimir a las bandas queda en reposo por un instante. Si en estas condiciones las fuerzas con que actúan las bandas sobre la bola son iguales y de 0.3 kg_f de magnitud, y si además la posición de la bola roja (el mingo) y la tiradora son las indicadas en la figura.



i) ¿De cuántas formas se moverá la bola tiradora?, ¿qué conclusión obtiene en cuanto a las fuerzas que actúan sobre la bola tiradora?

ii) Haga un diagrama en el que represente por segmentos dirigidos a las fuerzas que las bandas ejercen sobre la bola. Obtenga gráficamente la resultante de estas fuerzas.

iii) ¿Habrá carambola?, es decir, ¿la tiradora chocará con la bola roja?.

iv) Enuncie los principios que ha empleado.

II.2-Sí en el problema anterior introduce un sistema de ejes perpendiculares, tal que el xx' coincida con la banda horizontal y el yy' con la banda vertical, y asociando a éstos los vectores i y j, respectivamente:

i) Represente vectorialmente las fuerzas y su resultante.

ii) Dé la expresión para obtener la magnitud de la resultante y sus ángulos directores.

iii) Escriba, en forma explícita, las componentes de la resultante, las proyecciones sobre los ejes y establezca la diferencia entre estos conceptos.

II.3-Considere un punto masa sobre el cual actúan dos fuerzas, F_1 y F_2, cuyas magnitudes son 50 y 40 kg_f, respectivamente. Si el ángulo que forman entre sí es de 75°, tal como se muestra en la figura II.3

i) Obtenga gráficamente la magnitud de la resultante.

ii) Mediante la ley de los cosenos obtenga la expresión matemática para calcular la magnitud de la resultante y aplíquela al problema.

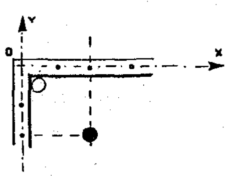
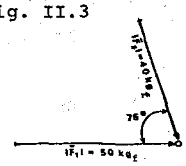
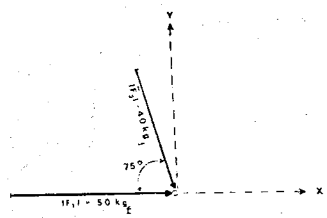


Fig II.2

Fig. II.3



II.4-Resuelva el problema anterior vectorialmente introduciendo un sistema de referencia tal como se muestra en la figura. Compruebe analíticamente que la expresión matemática que empleó ahora para calcular la magnitud de la resultante es equivalente a la obtenida en el problema anterior.



II.5-Considere una partícula en la que actúan dos fuerzas, una de 60 y la otra de 40 kg$_f$ cuyas líneas de acción forman entre sí un ángulo de 45°. Introduciendo un sistema de ejes como se indica en la figura II.5

i) Obtenga las expresiones vectoriales de las fuerzas así como la de su resultante.

ii) Por medio de una interpretación geométrica establezca la relación existente entre la suma vectorial de las fuerzas y la regla del paralelogramo.

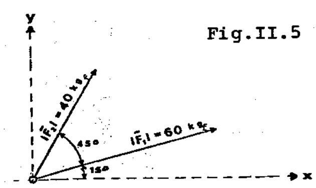


Fig.II.5

II.6-Considere el mismo sistema de fuerzas $\bar{F}_1$ y $\bar{F}_2$ que actúa sobre la partícula del problema II.5. Si ahora introduce un sistema tridimensional de ejes, tal como se indica en la figura II.6

i) Obtenga la expresión vectorial de cada una de las fuerzas y la de la resultante del sistema.

ii) Obtenga la magnitud de la resultante y los ángulos directores de ésta.

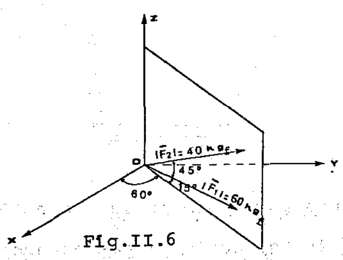


Fig.II.6

II.7-En cada uno de los casos que se muestran en la figura obtenga la expresión vectorial de las fuerzas. Además, para los casos i) y ii), obtenga los cosenos directores respectivos.

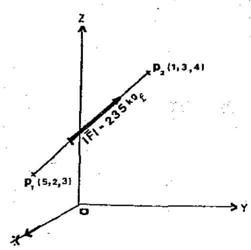


Fig.II.7.i

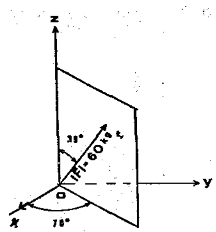
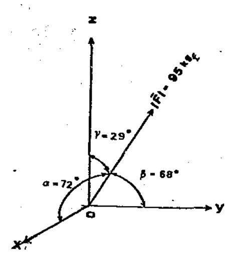


Fig.II.7.ii



II.8- Considere que una puerta puede abrirse de las siguientes formas: empujándola o jalándola por el centro. Si en ambos casos la intensidad de la fuerza que se aplica a la puerta es de 0.75 kg_f, tal como se muestra en la figura II.8

- i) Empleando un sistema de ejes como el indicado obtenga la expresión vectorial de la fuerza que actúa en uno y otro caso, cuando su posición es la que se muestra.
- ii) ¿Se puede considerar que en ambos casos los efectos producidos a la puerta son los mismos?. En caso afirmativo enuncie el principio en que apoya su consideración.

II.9- Si la puerta del problema II.8 se abre ahora jalándola desde el extremo, tal como se indica en la figura II.9:

- i) Represente vectorialmente la fuerza aplicada a la puerta y compare este vector con los obtenidos en el problema II.8
- ii) ¿Los efectos externos que se producen en la puerta son los mismos a los del problema II.8?.
- iii) ¿Qué entiende por vector equipolente de una fuerza?.

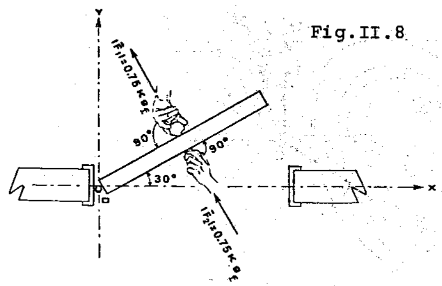


Fig.II.8

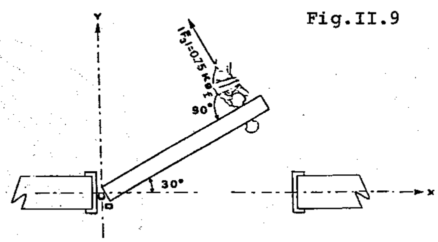


Fig.II.9

II.10-Observe la grúa que se muestra en la figura II.10 Si las tensiones T_1 y T_2 tienen las magnitudes indicadas, actuando a lo largo de los cables, y están orientadas de A a B y A a C, respectivamente, obtenga los vectores equipolentes de las tensiones T_1 y T_2 así como la del peso W.

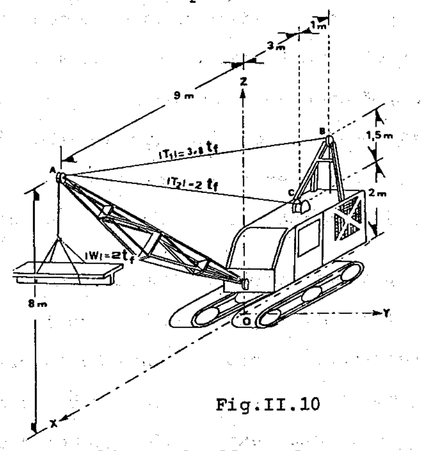
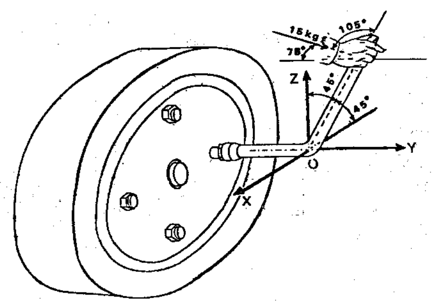
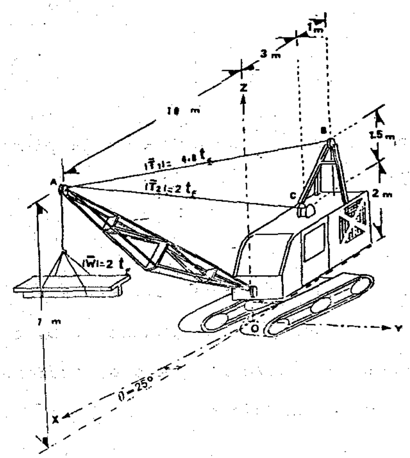


Fig.II.10

II.11-Si la fuerza que se aplica a la llave de tuercas que se muestra en la figura tiene una magnitud de 15 kg_f, obtenga el vector equipolente de esta fuerza para el sistema de referencia que ahí se indica.

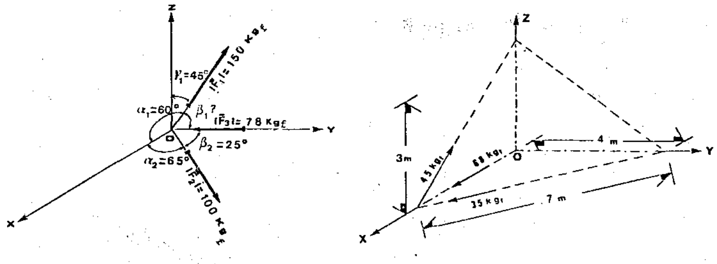


II.12- Considere que la grúa del problema II.10 se mueve de manera que queda en la posición indicada en la figura . En estas condiciones obtenga los vectores equipolentes de las tensiones T_1, T_2 y de la carga W.



II.13-En el problema II.10 encuentre la fuerza a la que estará sujeta la pluma de la grúa; esto es, la resultante de las tensiones T_1, T_2 y de la carga W.

II.14-Encuentre la resultante en cada uno de los casos que se muestran en la figura



II.15-Encuentre la fuerza que actúa en la pluma de la grúa del problema II.12

II.16-Considere la fuerza F que se muestra en la figura II.16, así como el plano definido por los puntos a, b, c y d:
Descomponga la fuerza F en las direcciones definidas por ab, ac y por la normal al plano.

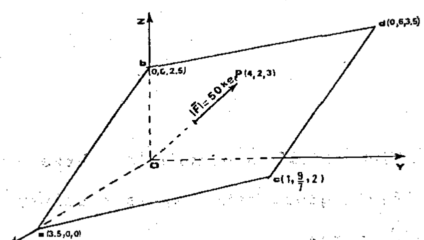


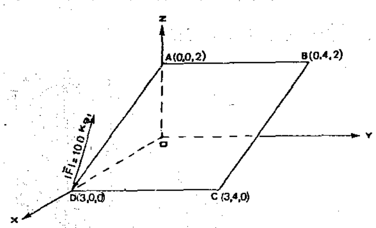
Fig.II.16

VUELTO-1

II.17-Descomponga a la fuerza F de la figura II.16 en las direcciones definidas por ab, ad, ac y la normal al plano. Establezca y justifique matemáticamente si tal descomposición es posible y si esta es única. A la vez interprete estos resultados físicamente.

II.18-Descomponga a la fuerza F de la figura II.16 en las direcciones definidas por ab, ad y ac. Si es el caso, justifique matemáticamente e interprete físicamente por qué no es posible tal descomposición.

II.19-La fuerza F de 100 kg_f que se muestra en la figura II.19 tiene por números directores {1, 2, 4}; descómpóngala en las direcciones DA, DC y de la normal al plano ABCD. También pruebe, como es el caso del problema, que si una fuerza se descompone en tres direcciones mutuamente perpendiculares, la magnitud de la componente en cada dirección es igual a la proyección de la fuerza en dicha dirección.



Los números directoras de la fuerza F son: A=1, B=2 y C=4

Fig.II.19

VUELTA-1

II.20-Descomponga la fuerza mostrada en la figura II.19 en la dirección del segmento DC y en otra perpendicular a éste; establezca, además, condición que deben cumplir estas direcciones para que la descomposición que se pide sea posible.

II.21-El telescopio de 28 lb_f de peso que se muestra en la figura II.21 es sostenido por el tripié, obtenga la magnitud de cada una de las fuerzas que actúan a lo largo de las patas.

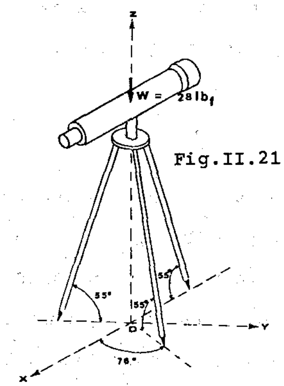
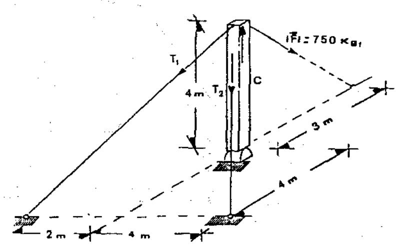


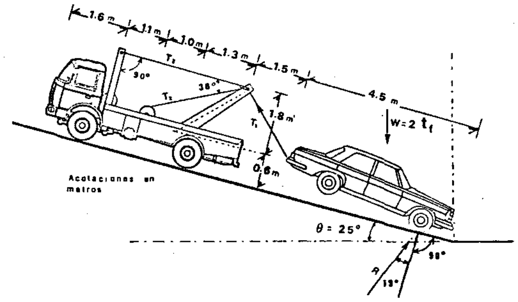
Fig.II.21

II.22-En la figura se muestran dos cables y una barra en los que actúa la fuerza F. Para encontrar los efectos en los cables y en la barra es necesario descomponer la fuerza F en las fuerzas T_1, T_2 y C que ahí se indican.



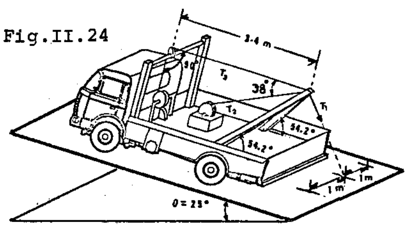
FRENTE-1

II.23-La grúa mantiene en reposo el coche que se muestra en la figura ; obtenga las magnitudes de la tensión T_1 en el cable de la grúa y la reacción en la rueda delantera del coche, descomponiendo el peso de éste en las direcciones de dicha fuerza.



II.24-Suponga que en la grúa mostrada en la figura II.24 la tensión T_1 es la misma que la que se obtuvo en el problema II.23 Obtenga la resultante de las fuerzas T_1 y T_2, que ahí se muestran, suponiendo que la magnitud de T_2 es igual a la de T_1.

Fig.II.24



II.25-En la figura II.24 obtenga las magnitudes de las fuerzas T_3, C_1 y C_2 que actúan en el cable y en las barras, respectivamente, descomponiendo la resultante de las fuerzas T_1 y T_2 (obtenida con anterioridad) en las direcciones de los elementos que se mencionan. Suponga que las barras son de igual longitud y forma entre sí un ángulo de 48.5°.

III MOMENTOS Y COORDENADAS VECTORIALES DE UNA FUERZA

III.1- ¿Qué se entiende por momento de una fuerza con respecto a un punto?

Proporcione la expresión vectorial para calcular el momento de una fuerza con respecto a un punto cualquiera y defina cada uno de sus términos.

III.2- A partir de su expresión vectorial, demuestre que el momento de una fuerza con respecto a un punto es perpendicular al plano formado por la línea de acción de la fuerza y el centro de momentos, y que la fuerza puede deslizar sobre su línea de acción sin que se altere su momento con respecto al mismo punto.

III.3- Explique cuándo se anula el momento de una fuerza con respecto a un punto y por qué.

III.4- Mencione qué se entiende por cambio del centro de momentos.

III.5- ¿Cuándo es posible calcular el momento de una fuerza con respecto a un punto sin recurrir a la expresión vectorial $\bar{r} \times \bar{F}$?

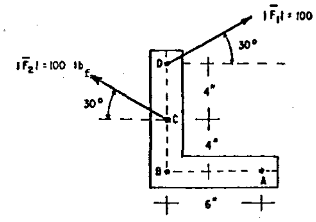
III.6- Una fuerza de 980 kg_f de magnitud tiene por números directores [6, 2,3] y pasa por el punto Po (-2,4,7) [m] .

Calcule:

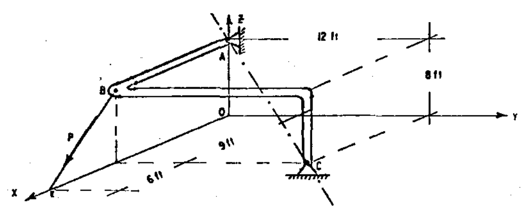
i) El momento de la fuerza dada con respecto al origen, hallando la magnitud y dirección de este vector.

ii) El momento de esa fuerza con respecto al punto Q (1, 1,1) [m].

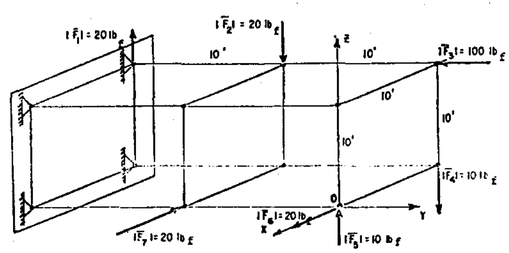
III.7- Determine el momento con respecto a los puntos A y B de las dos fuerzas mostradas en la figura.



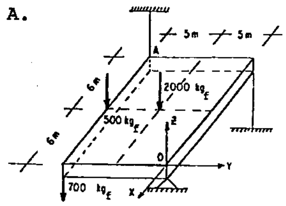
III.8- Una fuerza P de 25 lb_f de magnitud actúa sobre una varilla doblada. Determine el momento de P con respecto al punto C.



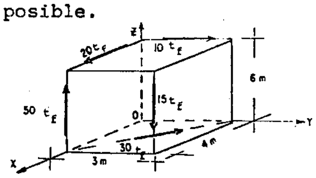
III.9- Determine los momentos de las fuerzas que se indican en la figura, con respecto al punto O.



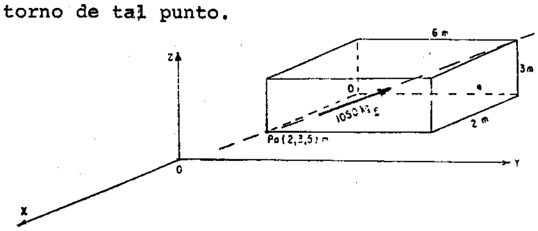
III.10- Aplicando el concepto de cambio de centro de momentos, calcule el momento de las fuerzas que se esquematizan en la figura, con respecto al punto A.



III.11- Utilizando el concepto de caso trivial de momento de una fuerza con respecto a un punto, calcule los momentos de las fuerzas que se muestran, con respecto al origen, únicamente en los casos donde sea posible.

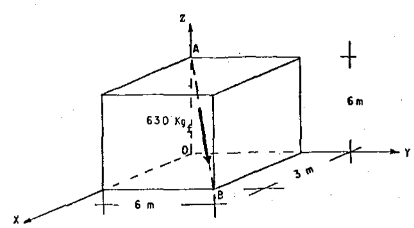


III.12- Descomponga la fuerza mostrada en la figura según sus componentes cartesianas, y demuestre que la suma de los momentos de éstas con respecto al origen es igual al momento de aquélla, medido en torno de tal punto.



III.13- Mencione qué se entiende por coordenadas vectoriales o plückerianas de una fuerza, y cite la característica principal de ellas.

III.14- Determine las coordenadas vectoriales de la fuerza indicada en la figura.



III.15- ¿Serían coordenadas vectoriales de una fuerza las parejas siguientes?

i) $\overline{R} = 0$

$\overline{M} = 2i + 3j - 3k$

ii) $\overline{R} = i + 2j - 6k$

$\overline{M} = 8i + 16j - 2k$

III.16- Dadas las coordenadas vectoriales de las siguientes fuerzas, encuentre un punto de sus líneas de acción.

$$\overline{F}_1 \equiv \left[(210i + 420j - 420k),\ (-2520i + 1260j)\right]$$

$$\overline{F}_2 \equiv \left[(-270i + 1080j + 360k),\ (-1080j + 3240k)\right]$$

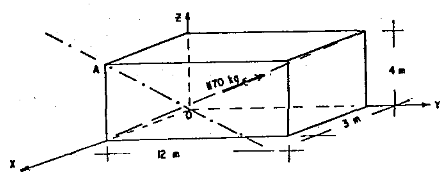
Las fuerzas se expresan en toneladas y las longitudes en metros.

III.17-Defina momento de una fuerza con respecto a un eje, proporcione la expresión vectorial correspondiente y defina cada uno de sus términos.

III.18-Mencione cuándo se anula el momento de una fuerza con respecto a un eje y explique por qué.

III.19-Demuestre que los momentos de una fuerza con respecto a los ejes coordenados son las coordenadas del vector momento de la fuerza con respecto al origen.

III.20-Encuentre el momento de la fuerza indicada en la figura, con respecto a los ejes coordenados y al propio OA.

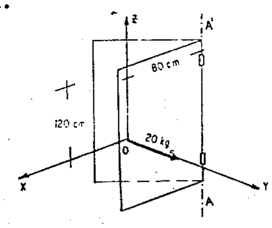


III.21-Una fuerza tiene por vector equipolente el:

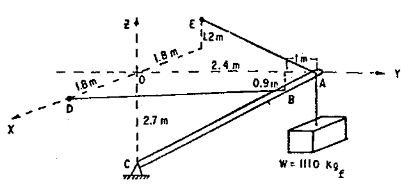
$$\bar{F} = 2i - 2j + k \quad [t_f]$$

y su línea de acción pasa por el punto Po (2,3,5) [m]. Encuentre sus momentos con respecto a tres ejes respectivamente paralelos a los coordenados que pasen por el punto Q (1,7,-2) [m].

III.22- Se abre una puerta aplicando con la mano la fuerza de $20 kg_f$ mostrada en la figura. Calcule el momento de dicha fuerza con respecto al eje A'A.



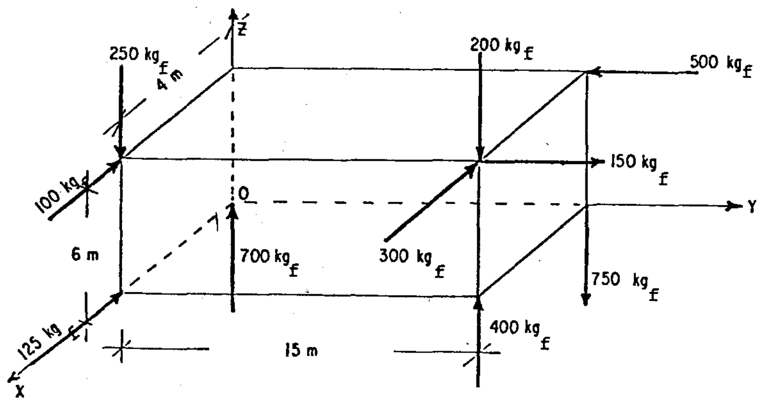
III.23- Un pescante AC está sostenido por una articulación esférica en C y por los cables BD y AE. Si el peso W es de 1110 kg_f calcule el momento de dicho peso con respecto a un eje que pase por E y por C.



III.24- Una fuerza de magnitud y dirección desconocida está aplicada en el punto P de coordenadas (10, 3, 4) [m] .

Si sus momentos con respecto a los ejes X'X y Z'Z valen $-42 kg_f \cdot m$ y $30\ kg_f \cdot m$ respectivamente, calcule el momento de dicha fuerza con respecto al Eje Y'Y.

III.25-Aplicando el concepto de caso trivial del momento de una fuerza con respecto a un eje, obtenga los momentos de las fuerzas que se indican en la figura con respecto a cada uno de los ejes coordenados.

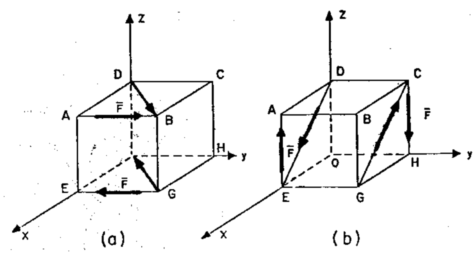


IV EQUIVALENCIA DE LOS SISTEMAS DE FUERZAS

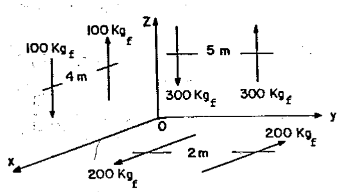
IV. 1- Dado un par de fuerzas iguales y opuestas $\overline{F}$ y $-\overline{F}$, donde:

$\overline{F} = -6_i + 8_j + 5_k$ $[kg_f]$, tal que $\overline{F}$ pasa por el punto A (6, 8,10) [m] y $-\overline{F}$ pasa por el punto B(-8,6,10) [m], encontrar el momento de este par.

IV. 2- Se tienen pares que actúan sobre los cubos cuyos lados tienen longitud de 3 m, como se muestran en las figuras. Si cada fuerza es de 100 kg_f, determinar los momentos de los pares en (a), (b)

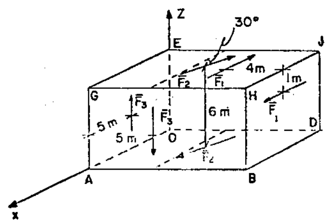


IV. 3- Obtener la suma de los tres pares mostrados en la figura, considerando que se ubican en los planos coordenados.

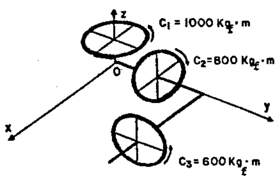


IV.4- Dados los tres pares $\bar{m}_1$, $\bar{m}_2$ y $\bar{m}_3$ que actúan sobre las superficies del paralelepípedo rectangular de la figura, determinar el momento de cada par y la suma de los tres pares, considerando los siguientes datos:

PAR	FUERZAS	SUPERFICIE EN LA QUE ACTUA
$\bar{m}_1$	$\lvert\bar{F}_1\rvert = 100kg_f$	EGHJ, BDJH
$\bar{m}_2$	$\lvert\bar{F}_2\rvert = 200kg_f$	EGHJ, OABD
$\bar{m}_3$	$\lvert\bar{F}_3\rvert = 300kg_f$	OEGA, ABHG



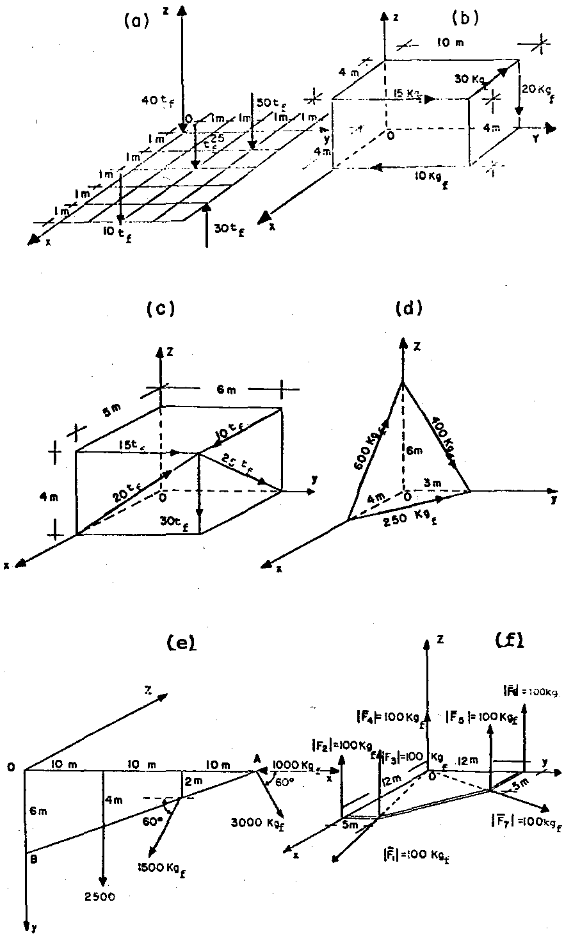
IV.5- Determinar la suma de los momentos de los pares que actúan sobre el sistema mostrado en la figura:



IV.6- Obtener las coordenadas vectoriales del sistema formado por las tres fuerzas siguientes, que pasan por los puntos indicados.

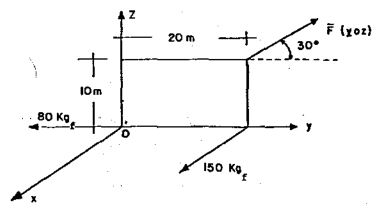
$$\bar{F}_1 = 3_i + 2_j + 5_k \ [kg_f]; \qquad A\ (2,3,1) \quad [m]$$
$$\bar{F}_2 = -i + 3_j + 6_k \ [kg_f]; \qquad B\ (0,1,2) \quad [m]$$
$$\bar{F}_3 = 4_i - 8_j - 2_k \ [kg_f]; \qquad C\ (1,0,4) \quad [m]$$

IV.7- Dados los sistemas de fuerzas que se muestran en las figuras, determinar las coordenadas vectoriales o plückerianas de cada uno de ellos.

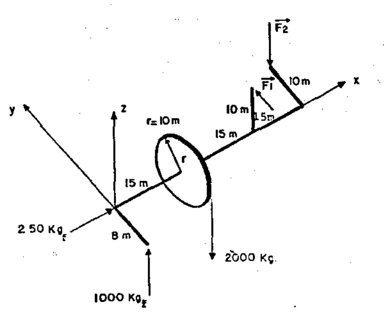


frente-2

IV. 8- La magnitud del momento del sistema mostrado en la fig., respecto al origen, es: $|\overline{M}o| = 3\ 500 \left[kg_f \cdot m\right]$. Determine sus coordenadas vectoriales.



IV. 9- El momento del sistema mostrado en la figura, con respecto al origen, está dado por $\overline{M}_O = -10000_i + 34500_j + 3000_k \left[kg_f \cdot m\right]$ Determinar la magnitud de $\overline{F}_1$ y $\overline{F}_2$ y las coordenadas vectoriales del sistema.



IV. 10- Mencione las condiciones que deben cumplirse para que dos sistemas de fuerzas sean equivalentes y establezca las ecuaciones correspondientes.

ATA-2

IV.11- Dados los dos sistemas de fuerzas:

$$
\begin{array}{llll}
\text{(I)} & \bar{F}_1 = 8_i + 5_j - 7_k \; [kg_f]; & A\,(0,2,1) & [m] \\
 & \bar{F}_2 = -2_i - 9_j + 15_k \; [kg_f]; & B\,(0,1,1) & [m] \\
 & \bar{m}_1 = 9_i + 10_j + 12_k \; [kg_f \cdot m] & & \\
\text{(II)} & \bar{F}_3 = 6_i - 4_j + 8_k \; [kg_f]; & C\,(1,4,4) & [m] \\
 & \bar{m}_2 = 14_i - 3_j - 4k \; [kg_f \cdot m] & &
\end{array}
$$

Investigar si son equivalentes entre sí.

IV.12- Los dos siguientes sistemas de fuerzas son equivalentes. Determínese $\bar{F}_3$ y $\bar{m}_4$.

$$
\begin{array}{llll}
\text{(I)} & \bar{F}_1 = 6_i + 7_j + 12_k \; [kg_f]; & A\,(0,1,2) & [m] \\
 & \bar{F}_2 = 4_i + 3_j - 8_k \; [kg_f]; & B\,(1,0,-1) & [m] \\
 & \bar{m}_1 = -7_i - 6_j - 7_k \; [kg_f \cdot m] & & \\
 & \bar{m}_2 = 15_i + 2_j + 12_k \; [kg_f \cdot m] & & \\
\text{(II)} & \bar{F}_3 = \;?\,;\; 0\,(0,0,0) \; [m] & & \\
 & \bar{m}_3 = 2_j - 8_k \; [kg_f \cdot m] & & \\
 & \bar{m}_4 = \;? & &
\end{array}
$$

IV.13- Hallar un sistema de fuerzas equivalente, cuyas componentes pasen por el origen, a partir de las dos fuerzas y los dos pares siguientes:

$$
\begin{array}{lll}
\bar{F}_1 = 10_i + 6_j - 4_k \; [kg_f]; & A\,(1,\,2,\,0) & [m] \\
\bar{F}_2 = 80_i - 3_j - 5_k \; [kg_f]; & B\,(-2,-3,-1) & [m] \\
\bar{m}_1 = 5_i + 2_j \; [kg_f \cdot m] & & \\
\bar{m}_2 = 3_j + 4_k \; [Kg_f \cdot m] & &
\end{array}
$$

[illegible]-2

IV.14- Dos de los tres sistemas de fuerzas siguientes son equivalentes ¿cuáles son?

(I)

$\bar{F}_1 = 10_i - 23_j + 51_k \; [kg_f]$; A (1,1,1) [m]

$\bar{F}_2 = 6_i + 18_j - 39_k \; [kg_f]$; B (-2,-2,-2) [m]

$\bar{m}_1 = 12_i - 9_j + 7_k \; [kg_f \cdot m]$

(II)

$\bar{m}_2 = 81_i + 57_j - 61_k \; [kg_f \cdot m]$

$\bar{m}_3 = 7_i - 28_j + 33_k \; [kg_f \cdot m]$

(III)

$\bar{F}_3 = 16_i - 5_j + 12_k \; [kg_f]$; C (1,2,3) [m]

$\bar{m}_4 = 71_i + 8_j - 3_k \; [kg_f \cdot m]$

$\bar{m}_5 = 90_i - 184_j - 10_k \; [kg_f \cdot m]$

IV.15- Demuestre que el sistema de fuerzas de la figura, ubicado en los planos coordenados, y el que está integrado por una sola fuerza de magnitud $6\sqrt{5}\ t_f$, de dirección $\left[\frac{5}{3\sqrt{5}}, \frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{2}{3\sqrt{5}}\right]$ y cuyo soporte pasa por el punto Q (0,-4,4) [m] son equivalentes.

IV.16- Tres fuerzas actúan sobre una viga, como se muestra en la figura. Encontrar el sistema equivalente formado por dos fuerzas aplicadas en los puntos O y P, respectivamente.

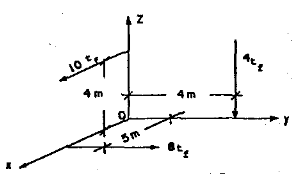


Fig.IV.15

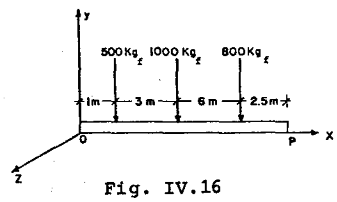
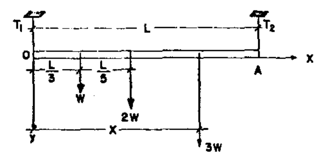


Fig. IV.16

FRENTE-2

IV.17- Una barra sin peso se encuentra suspendida horizontalmente mediante dos cables. Sobre ella actúan tres pesos W, 2W y 3W, como se muestra en la figura. La fuerza resultante de estos pesos debe ser igual a la suma de las magnitudes de T_1 y T_2, que son las tensiones en los cables.

Obtener X para cuando $T_1 = 2T_2$ y para cuando $T_2 = 2T_1$



IV.18- Dos pares actúan sobre un bloque, como se indica en la figura. Reemplazar los dos pares por un par único equivalente.

IV.19- Aplicando una Fuerza $\bar{F}_1$ en cada uno de los extremos de la cruceta es posible aflojar un tornillo. ¿Cuánto debe valer F_2 para lograr el mismo efecto?.

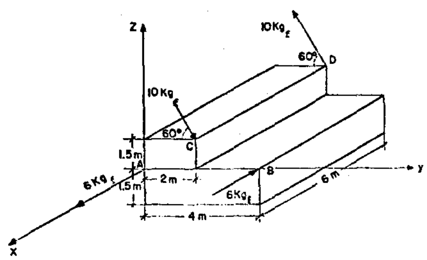


Fig.IV.18

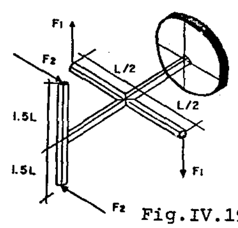
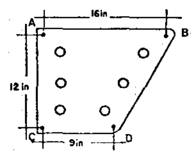
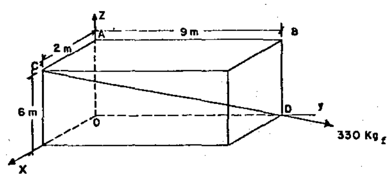


Fig.IV.19

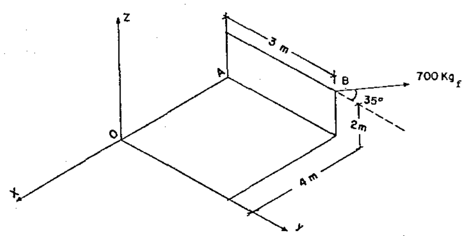
IV.20- Un taladro múltiple se usa para abrir simultáneamente seis orificios en la placa de acero de la figura. Cada broca ejerce sobre la placa un par de 40 $lb_f \cdot in$, en el sentido de las manecillas del reloj. Determinar un par equivalente formado por fuerzas del mínimo valor posible, las cuales actúen:



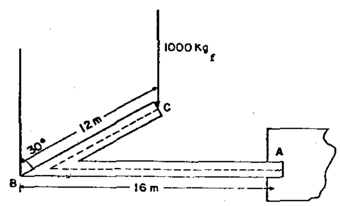
IV.21- Traslade la fuerza de 330 kg_f de módulo, dada en la figura, hasta un punto de la recta $\overline{AB}$. El traslado deberá efectuarse de tal forma que el par de transporte que se incorpore sea mínimo.



IV.22-Sustituya la fuerza de 700 kg_f que actúa en un plano vertical paralelo al Y O Z por una fuerza y un par aplicados en A.



IV.23-Traslade al punto "A" la fuerza aplicada en C, sin alterar los efectos externos en el dispositivo mostrado en la figura.



V REDUCCION DE LOS SISTEMAS DE FUERZAS

V.1- Del sistema de fuerzas que se muestra en la figura V.1 obtenga el sistema equivalente, formado por una sola fuerza aplicada en el origen y un momento par (par de fuerzas):

i) Considerando el sistema de referencia que se muestra en la figura V.1 (a)

ii) Considerando el sistema de referencia que se muestra en la figura V.1 (b)

iii) Obtenga en ambos casos la mangitud de la fuerza pedida (la resultante) y compárelas.

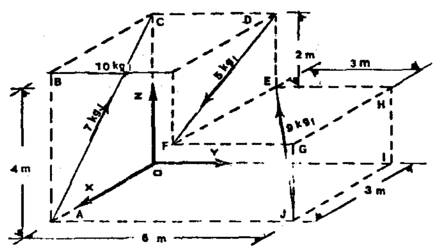


Fig.V.1(a)

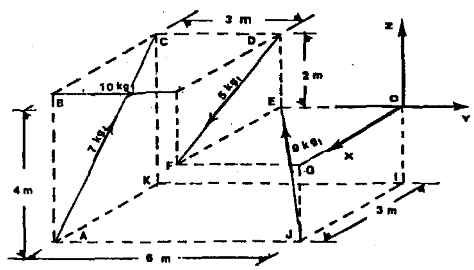
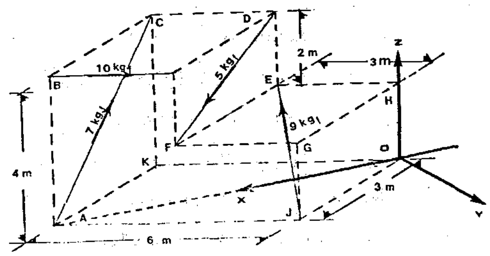


Fig.V.1(b)

V.2- Resuelva el problema anterior considerando el sistema de referencia indicado en la figura . Corrobore que para un sistema de fuerzas (que es el mismo del ejemplo anterior), la magnitud de la resultante, así como el valor del producto $\vec{R}\cdot\vec{M}$, no varían al tomar diferentes sistemas de referencia.



V.3- Establezca un sistema de fuerzas y compruebe analíticamente que, para ese sistema de fuerzas, el producto punto entre su resultante y su momento total no varía si se toman dos sistemas de referencia paralelos, pero con distintos orígenes (propiedad que también se satisface cuando los sistemas no son paralelos). De acuerdo con lo anterior:

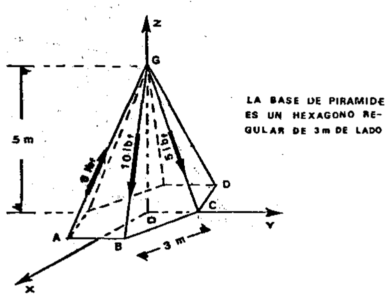
i) ¿ Variará el vector momento total $\vec{M}_t$ si se toman sistemas de referencia diferentes?.

ii) Si el valor de $\vec{R}\cdot\vec{M}_t$ no varía cuando se toman sistemas de referencia distintos ¿ que relación existe entre $\vec{R}$ y $\vec{M}_t$?

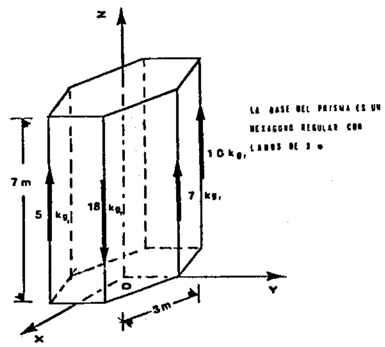
V.4- Pruebe que para la reducción canónica, esto es, para cuando se exige que el sistema equivalente esté formado por una sola fuerza y un momento par paralelo a la fuerza, se obtiene un sistema más simple (o por lo menos tan simple) que el formado por una sola fuerza aplicada en el origen y un momento par (par de fuerzas).

V.5- A partir de las características de las coordenadas plückerianas de un sistema de fuerzas deduzca los casos que se presentan al hacer la reducción canónica. Al adoptar diferentes sistemas de referencia ¿ variará la magnitud de la fuerza y el momento par que se obtienen en la reducción canónica de un mismo sistema de fuerzas ?, ¿ por qué ?.

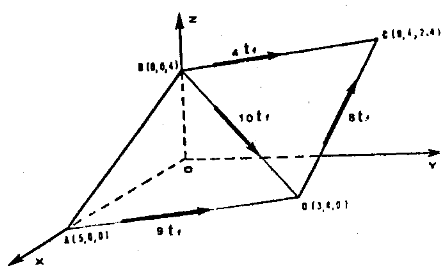
V.6- Haga la reducción canónica del sistema de fuerzas que se muestra en la figura y encuentre la posición de la fuerza (el eje central). Pruebe que para un sistema de fuerzas concurrentes se cumple que $\vec{R}\cdot\vec{M} = 0$



V.7- Haga la reducción canónica del sistema de fuerzas que se muestra en la figura y obtenga el eje central. Pruebe que en un sistema de fuerzas paralelas se cumple que $\vec{R}\cdot\vec{M} = 0$

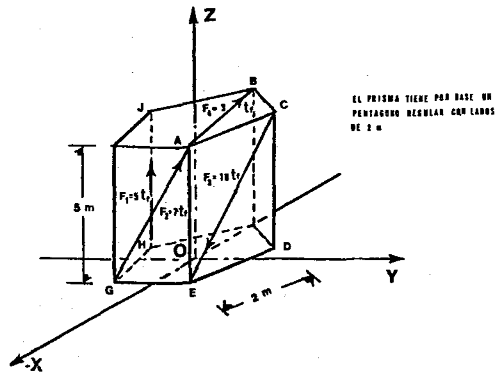


V.8- Haga la reducción canónica del sistema de fuerzas que se muestra en la figura y obtenga la ecuación del eje central. Pruebe que para un sistema de fuerzas coplanares se cumple que $\vec{R}\cdot\vec{M} = 0$.

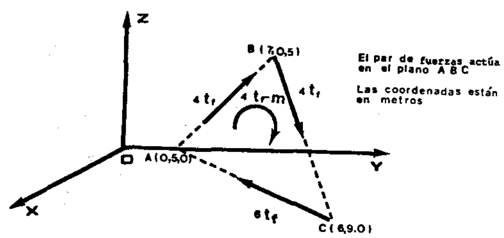


V.9- A partir de los casos que se presentan en la reducción canónica, verifique que el teorema de los momentos no se cumple cuando se presentan los siguientes casos: i) $\vec{R} \cdot \vec{M} \neq 0$, ii) $\vec{R} = 0$ y $\vec{M}_t \neq 0$. Verifique también que, por el contrario, el teorema se cumplirá si no se dan los casos indicados.

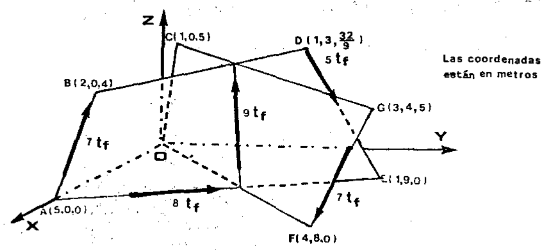
V.10-Efectúe la reducción canónica y encuentre el eje central para el sistema de fuerzas que se muestra en la figura



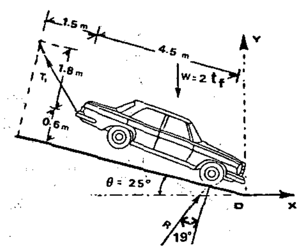
V.11-Para el sistema de fuerzas que se muestra en la figura haga la reducción canónica y encuentre un punto de la línea de acción de la fuerza.



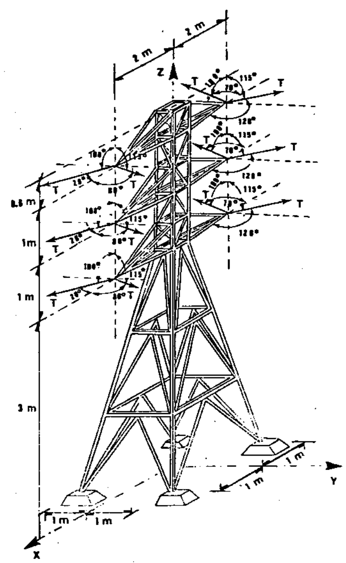
V.12- Haga la reducción canónica y encuentre la posición de la resultante del sistema de fuerzas que se muestra en la figura



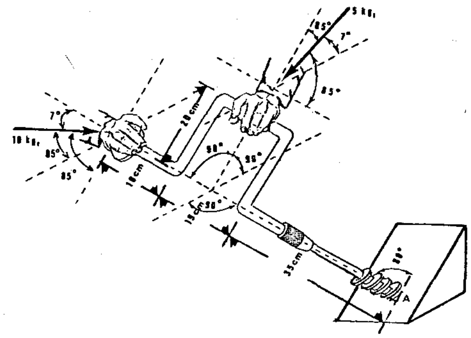
V.13- Considere el coche que se muestra en la figura . Si la resultante de las fuerzas T_1 y R debe ser colineal, de igual magnitud y sentido contrario al peso W, determine las magnitudes de T_1 y R, así como la posición del peso W.



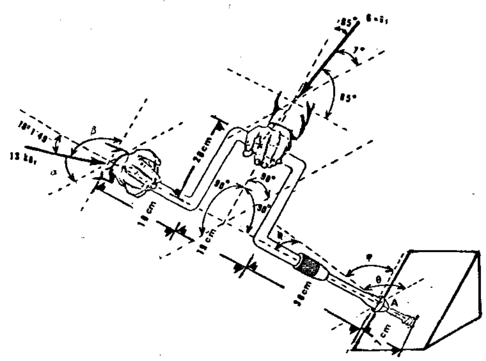
V.14- La torre de transmisión de corriente, que se muestra en la f gura , se encuentra sometida a fuerzas debidas a las ten siones en los cables de corriente; si la magnitud de cada un de las fuerzas es de $600kg_f$, y sus posiciones son las mostra en la figura, sustituya todas las fuerzas por una sola y un mento par paralelo a dicha fuerza; también determine en la b se de la torre el punto por el que deberá pasar esta fuerza.



V.15-Las fuerzas que se ejercen sobre el berbiquí son las indicadas en la figura ; bajo esas condiciones, diga cuáles son los efectos a los que estará sometida la broca en el punto A.



V.16-Suponga que el berbiquí del ejercicio anterior se usa ahora para atornillar. Para que el desarmador no se barra se requiere que el momento que se produzca sea paralelo al eje del tornillo; en estas condiciones determine, para los datos que se consignan en la figura la inclinación que debe darse a la fuerza aplicada en el extremo delberbiquí, así como los ángulos entre el desarmador y el eje del tornillo.



VI MOMENTOS ESTATICOS Y DE PRIMER ORDEN
CENTROS DE GRAVEDAD Y CENTROIDES

VI.1-Un paquete que contiene 12 latas se encuentra sostenido como se muestra en la figura. Si el peso de la envoltura es despreciable y el de cada una de las latas es de 35 g_f:

i) Encuentre las coordenadas vectoriales del sistema de fuerzas, para el sistema de referencia indicado.

ii) Determine la ubicación de la resultante de dicho sistema de fuerzas.

iii) Exponga una interpretación de estas coordenadas vectoriales.

VI.2-Suponga que el paquete que contiene las latas es girado hasta quedar en la posición que se indica en la figura VI.2:

i) Encuentre las coordenadas vectoriales del sistema de fuerzas para este nuevo sistema de referencia.

ii) Determine la posición de la resultante de este sistema de fuerzas.

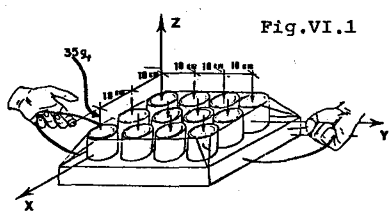


Fig.VI.1

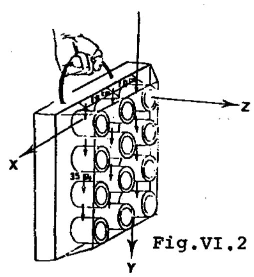


Fig.VI.2

VI.3- Considere los resultados obtenidos en los problemas VI.1 y VI.2,

i) Encuentre la intersección de ambas resultantes obtenidas.

ii) Diga cuál es el nombre que se da al punto donde se intersectan las resultantes.

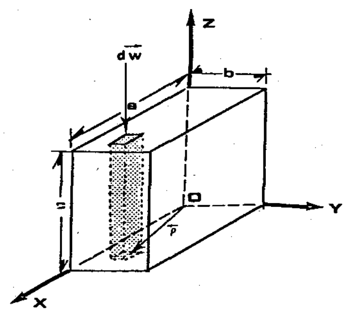
iii) A partir de los momentos totales obtenidos en los problemas anteriores encuentre los momentos con respecto al eje X, Y, Z y dé una interpretación de éstos.

VI.4- Considere un cubo macizo y homogéneo como el mostrado en la figura . Si a dicho cubo se le supone dividido en pequeños elementos diferenciales de volumen cuyos pesos diferenciales son dw:

i) Encuentre las coordenadas vectoriales del sistema de fuerzas constituídas por las diferenciales de peso.

ii) Dé las expresiones matemáticas que deberá emplear en este caso.

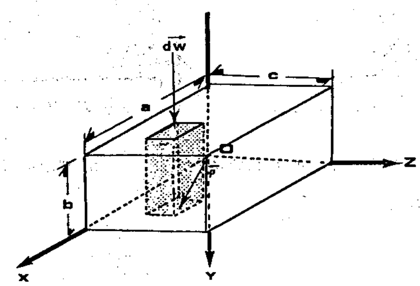
iii) Encuentre la ubicación de la resultante.



Vuelta-3

VI.5-Considere que el cubo del problema anterior es girado a la posi-ción que se indica en la figura .

Para el sistema de referencia que ahí se indica, conteste las mismas preguntas que para el problema anterior. Además, obtenga la intersección de las resultantes correspondientes a estos dos casos.



VI.6-Establezca el significado de los conceptos de centro de gravedad y de momentos estáticos. Diga cuál es la diferencia entre estos conceptos y los de centroides así como con los primeros momentos.

VI.7- Encuentre el primer momento y el centroide de las líneas mostradas en la figura VI i) y VI ii), para los sistemas de referencia indicados.

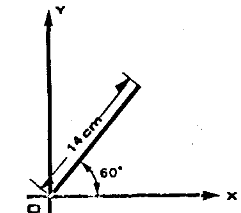


Fig.VI.7i

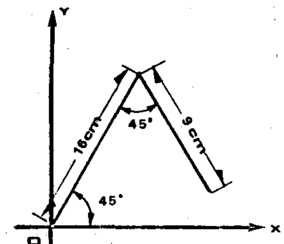
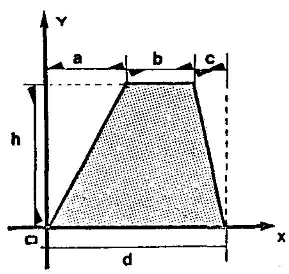
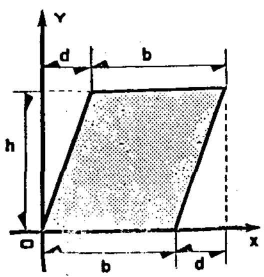
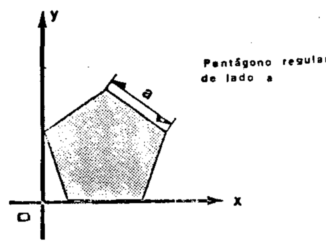


Fig.VI.7.ii

VI.8- Encuentre los primeros momentos y los centroides de las siguientes figuras:

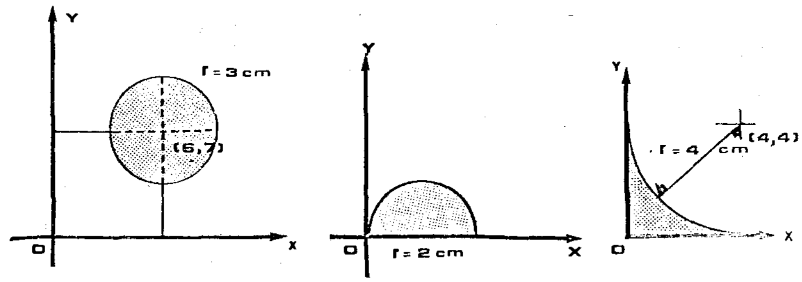




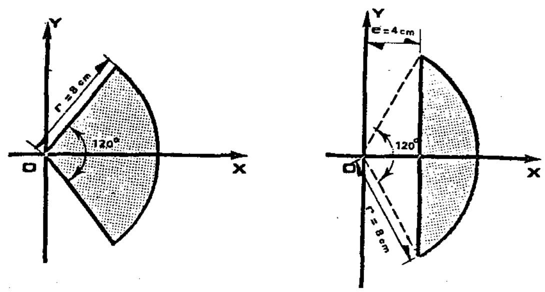


Frente- 3

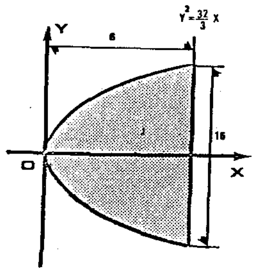
VI.9- Encuentre los primeros momentos y los centroides de las siguientes figuras:

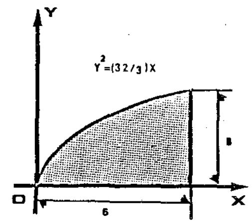


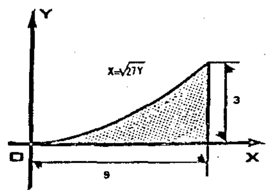
VI.10-Encuentre los primeros momentos y los centroides de las siguientes figuras:



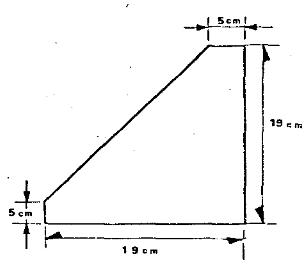
VI.11-Encuentre los primeros momentos y los centroides de las siguientes figuras, en las que las distancias se miden en centímetros.

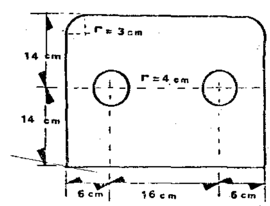




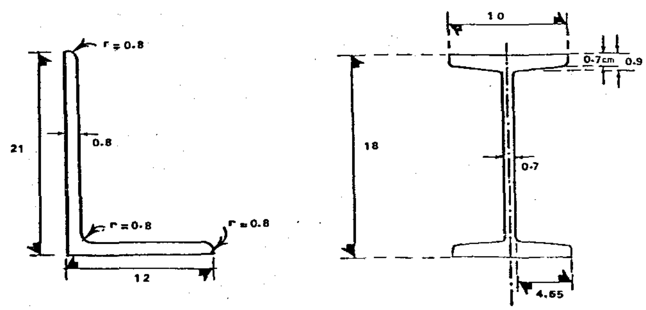


VI.12-Encuentre el centro de gravedad de las placas que se indican en las siguientes figuras; suponga material homogéneo y espesor constante.

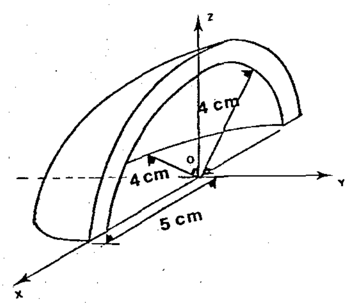




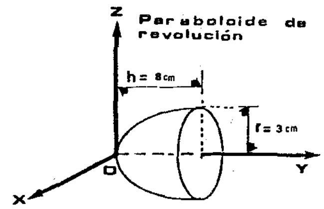
VI.13- Determine el centro de gravedad de las secciones indicadas a continuación considerando que las longitudes se miden en centímetros.



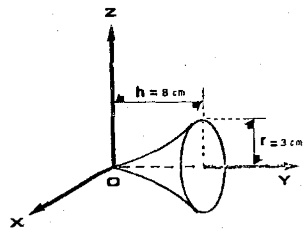
VI.14-Determine la posición del centro de gravedad del cascarón homogeneo y de espesor constante indicado en la figura.



VI.15-Determine el centro de gravedad y el momento estático del paraboloide de revolución mostrado en la siguiente figura.



VI.16-Determine el centro de gravedad y el momento estático del volumen de revolución generado por una parábola cuadrada.



VI.17-Determine el centro de gravedad y el momento estático de la pirámide mostrada en la figura, suponiendo que sea homogénea.

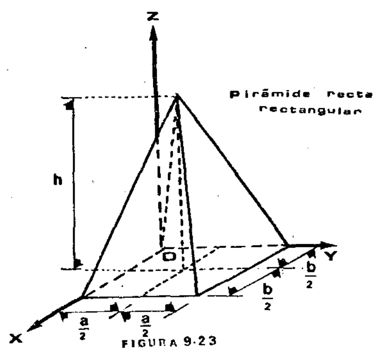
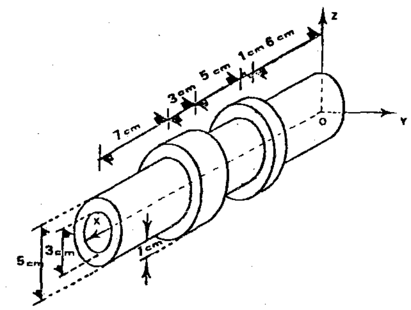
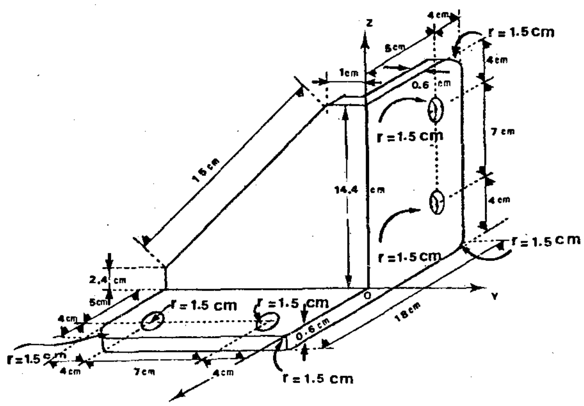


FIGURA 9.23

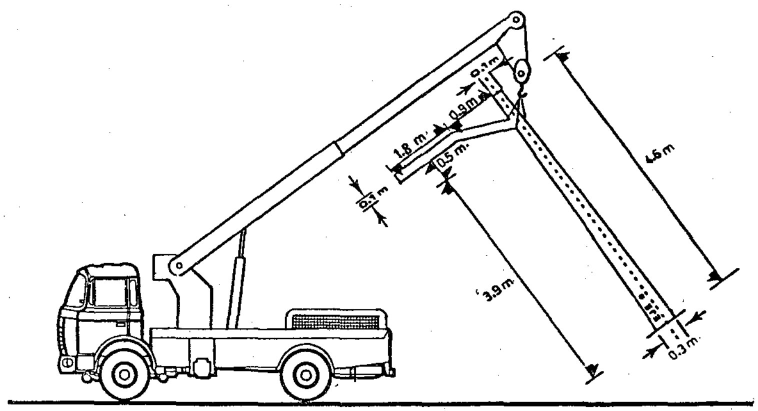
VI.18-Determine el centro de gravedad de la siguiente figura ,supo niendo que es de material homogéneo .



VI.19-Determine el centro de gravedad de la siguiente figura , supo niendo que es de material homogéneo.



VI.20-Observe la grúa que se muestra en la figura . Determine - cuál será el ángulo que formará el eje del poste sostenido por dicha grúa, con la vertical. Supóngase que el peso específico de todos los elementos considerados es el mismo.



VII FRICCION- APOYOS

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

VII.1- Defina qué es fricción y enuncie los tipos que de ella conozca.

VII.2- Explique en qué condiciones se presenta la fuerza de fricción.

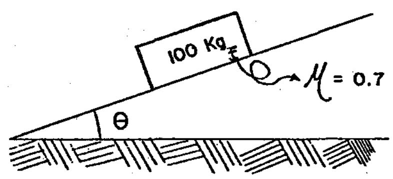
VII.3- Explique en qué consiste la fricción en seco y la fricción líquida.

VII.4- Enuncie las Leyes de Coulomb-Morin para la fricción en seco.

VII.5- ¿A qué se le llama ángulo de reposo?

VII.6- Proporcione tres ejemplos donde la fricción sea deseable y tres donde no lo sea.

VII.7- Determine el ángulo de reposo del cuerpo que se muestra en la figura y cuyo peso es de 100 kg_f, considerando que el coeficiente de fricción límite vale 0.7.



VII.8- Explique lo que es un apoyo mecánico .

VII.9- ¿Qué se entiende por fuerzas activas y reactivas?

VII.10- Enumere los tipos de apoyo que conozca, dibuje sus representaciones gráficas e indique las restricciones y los grados de libertad que imponen.

VII.11- ¿ Conviene colocar en un puente de un claro dos apoyos libres en sus extremos?. Explique la respuesta.

VII.12- Proponga dos ejemplos donde se utilicen exclusivamente apoyos libres.

VII.13- Defina fuerzas externas e internas.

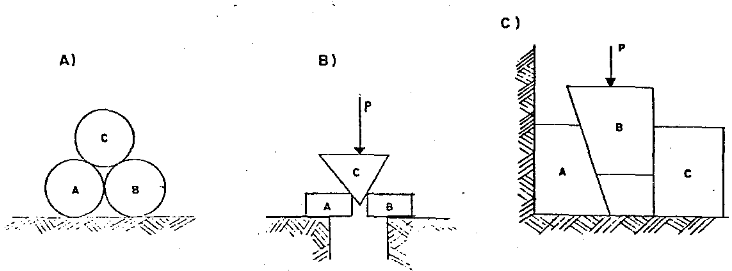
VII.14- ¿Qué se entiende por diagrama de cuerpo libre?

VII.15- ¿En qué radica la flexibilidad del concepto de diagrama de cuerpo libre y por qué constituye una noción tan importante en la Estática?

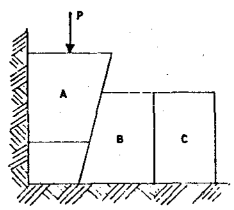
VII.16- Dibuje los diagramas de cuerpo libre de los cuerpos A, B y C que se indican, cuando:

i) Las superficies son lisas

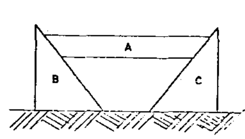
ii) Las superficies son rugosas



D)

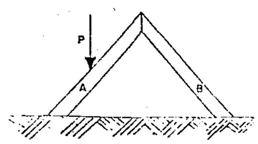


E)

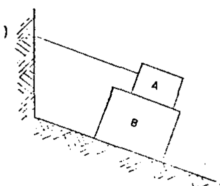


VII.17-Considerando en una primera instancia que las superficies en contacto son lisas y en una segunda que son rugosas, proporcio ne los diagramas de cuerpo libre de los cuerpos A y B mostrados en las figuras.

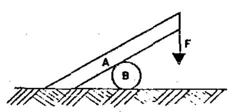
A)



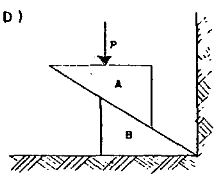
B)



C)

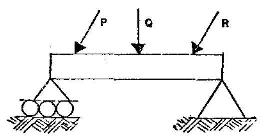


D)

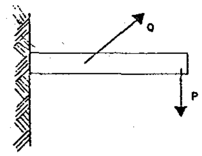


VII.18-Si el peso de las estructuras siguientes es despreciable, dibu je sus correspondientes diagramas de cuerpo libre.

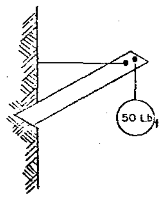
A)



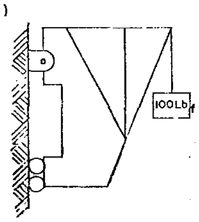
B)



C)



D)



VIII EQUILIBRIO DE LOS SISTEMAS DE FUERZAS

VIII.1- Mencione las condiciones necesarias para que un cuerpo rígido, sujeto a un sistema de fuerzas cualquiera, se encuentre en equilibrio y establezca las ecuaciones que deben satisfacerse tanto vectorial como escalarmente.

VIII.2- Indique a qué se le llama isostaticidad e hiperestaticidad.

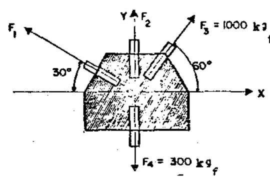
VIII.3- En cada uno de los casos siguientes indique cuántas y cuáles ecuaciones escalares independientes utilizaría para resolver un problema de equilibrio.

a) Sistema de Fuerzas Concurrentes

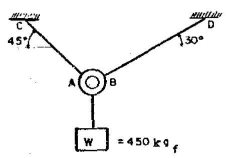
b) Sistema de Fuerzas Coplanares

c) Sistema de Fuerzas Paralelas

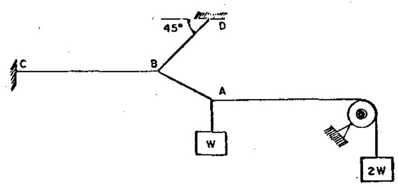
VIII.4- Una placa de unión está en equilibrio bajo la acción de cuatro fuerzas, como se muestra en la figura; hallar los valores de F_1 y F_2



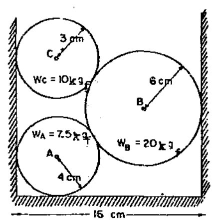
VIII.5- Determinar las tensiones T_1 y T_2 en los cables inextensibles $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, respectivamente, del dispositivo mostrado en la figura.



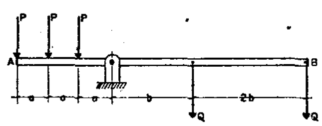
VIII.6- Determinar la tensión en el cable $\overline{BD}$ mostrado en la figura, considerando que las superficies en contacto son lisas.



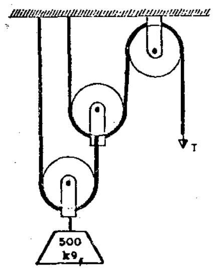
VIII.7- Tres cilindros están colocados en una zanja rectangular como se muestra en la figura. Despreciando la fricción determine la reacción entre el cilindro A y la pared vertical.



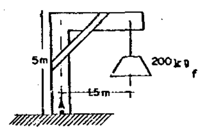
VIII.8- La palanca AB está soportada por un sistema de fuerzas paralelas como se muestra en la figura. El peso de la palanca es despreciable y $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$; obtener la relación $\frac{P}{Q}$ para mantener el equilibrio del sistema.



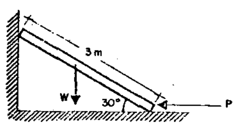
VIII.9- Un peso de 500 kg_f está soportado por tres poleas lisas según se muestra en la figura. ¿ Cuál será la tensión T para asegurar el equilibrio ?.



VIII.10- Calcular la reacción en el punto A para la estructura mostrada.

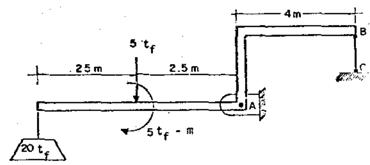


VIII.11- Una barra uniforme que pesa 50 kg_f está soportada en la posición de equilibrio mostrada en la figura. Determinar la fuerza horizontal necesaria para asegurar equilibrio. Considérese que el piso y la pared son lisos.

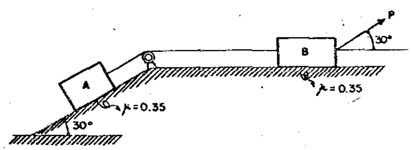


FRENTE-4

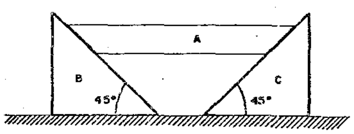
VIII.12- El dispositivo de la figura se encuentra en equilibrio. Calcule la reacción en la articulación del apoyo A y la tensión en el cable BC.



VIII.13-Determine el valor mínimo de P que garantice el estado de equilibrio del dispositivo. Los cuerpos A y B pesan 200 kg_f y 100 kg_f, respectivamente, despréciese la fricción en la polea.

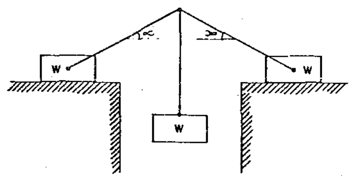


VIII.14- Determine el peso máximo de A, suponiendo al sistema de cuerpos de la figura en equilibrio. Siendo el peso de B y C de 80 kg_f cada uno, y el coeficiente de fricción entre todas las superficies μ = 0.35.

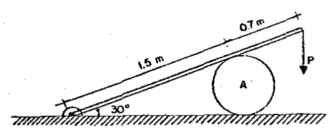


VUELTA 4

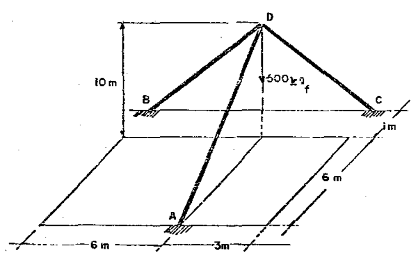
VIII.15- Tres bloques de igual peso W están conectados como se muestra en la figura. Dos de ellos descansan en planos horizontales de la misma altura. Para la posición en la cual el deslizamiento está a punto de producirse, calcular el coeficiente de fricción μ entre cada bloque y el plano horizontal.



VIII.16- El rodillo A que pesa 100 kg_f descansa sobre una superficie horizontal y está colocado debajo de una barra. Despreciando el peso de la barra hallar el valor mínimo de μ, para el cual el rodillo no gira, cuando se aplica en el extremo de la barra la fuerza P de 120 kg_f.

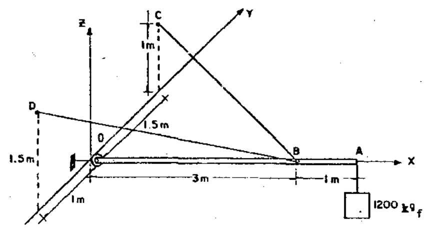


VIII.17- Calcule las magnitudes de las compresiones en las barras $\overline{AD}$, $\overline{BD}$ y $\overline{CD}$ del dispositivo mostrado en la figura.

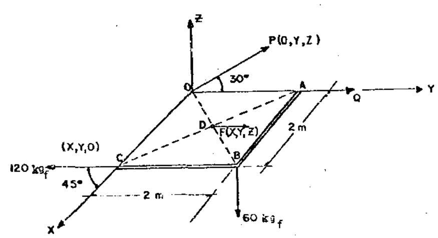


VUELTA-4

VIII.18- Una viga horizontal OA está soportada mediante una articulación esférica en O, como se muestra en la figura. Calcular las tensiones en los cables de apoyo BC (T_1) y BD (T_2) y la reacción en el apoyo O. La viga pesa 80 kg_f y la carga en el extremo A es de 1200 kg_f.

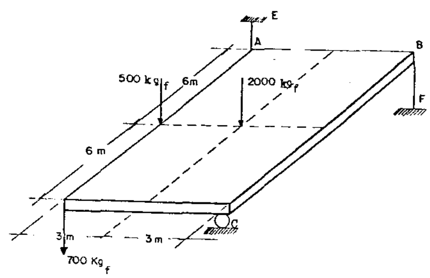


VIII.19- Sobre una placa cuadrada de peso despreciable actúan las cinco fuerzas mostradas. Determinar las características desconocidas de las fuerzas $\overline{P}$, $\overline{Q}$ y $\overline{F}$ que, en conjunto con las totalmente identificadas, mantengan la placa en equilibrio.



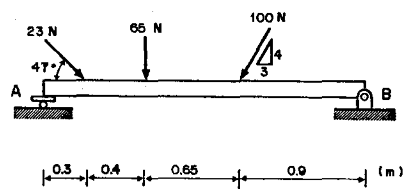
FRENTE - 4

VIII.20- Sobre una placa rectangular homogénea y rígida, cuyo peso se ha concentrado en su centro de gravedad G, actúan las fuerzas que se indican en la figura; el cuerpo está unido al sistema tierra mediante los cables AE, BF y por medio del apoyo libre C . Obtenga las componentes del sistema reactivo.

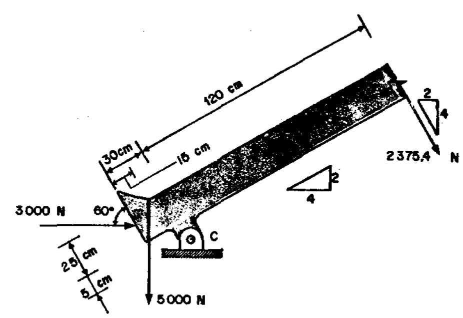


IX VIGAS Y MAQUINAS

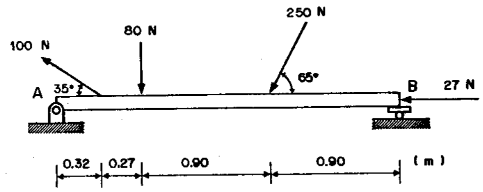
IX. 1 Calcule las reacciones en los apoyos de la siguiente viga.



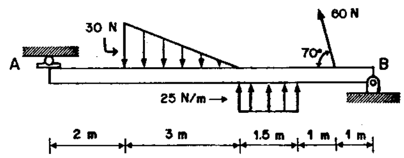
IX. 2 En el elemento de máquina que se ilustra a continuación actúan las cargas mostradas. Determine las reacciones en el apoyo C de manera que el elemento permanezca en equilibrio



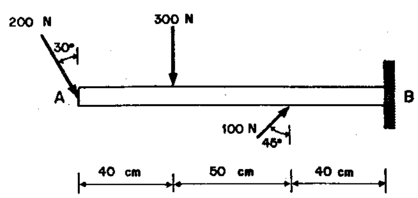
IX. 3 Obtenga las reacciones en los apoyos de la viga prismática AB.



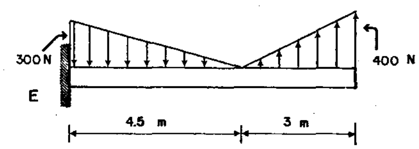
IX. 4 Determine las reacciones en los apoyos.



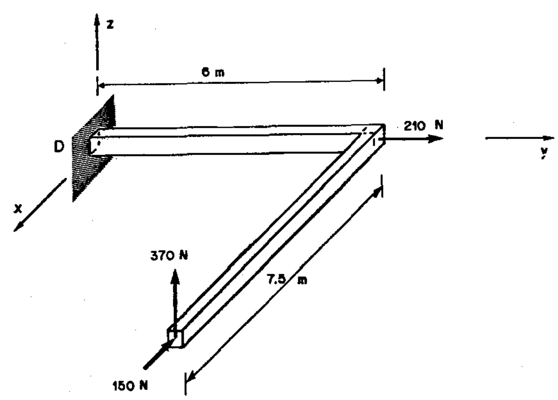
IX. 5 Calcule las reacciones en el apoyo B.



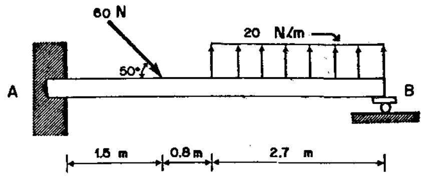
IX. 6 Calcule las reacciones en el apoyo de la siguiente viga.



IX. 7 Calcular las reacciones en el apoyo D.

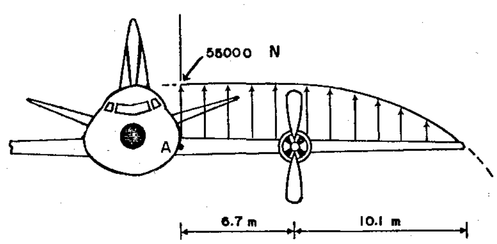


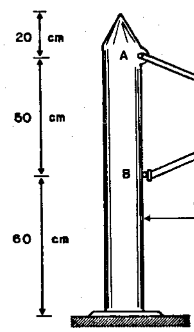
IX. 8 Determine las reacciones en los apoyos de la siguiente viga



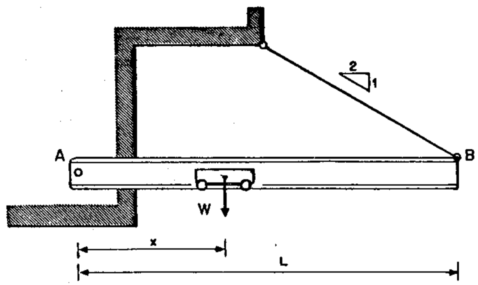
IX. 9 La fuerza de carga que actúa a lo largo del ala del avión tiene la distribución parabólica mostrada. El peso del ala es de 450 N/m y el del motor 15 000 N. Encuentre las reacciones en el punto A.

IX. 10 Calcule las reacciones en los apoyos A y B del perchero mostrado.

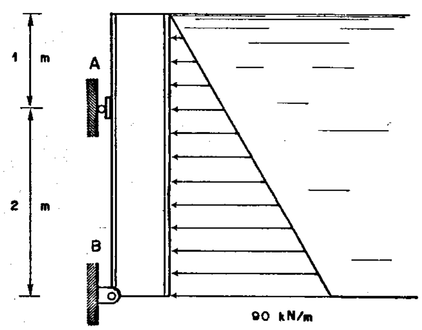




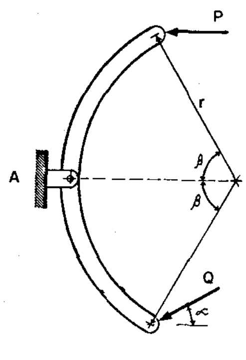
IX. 11 Determine la reacción en el apoyo A de la grúa viajera mostrada en la figura, para una distancia x cualquiera, sabiendo que el peso de la viga que sirve de carril es igual a ω F/L.



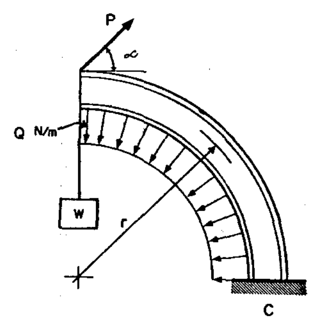
IX. 12 En una pequeña presa una viga vertical típica está sujeta a la carga hidrostática mostrada. Determine las reacciones en los apoyos A y B.



IX. 13 Determine las reacciones en el apoyo A: a) despreciando el peso de la viga, b) considerando el peso de la viga. c) Establezca la relación entre P y Q para que la viga esté en equilibrio.



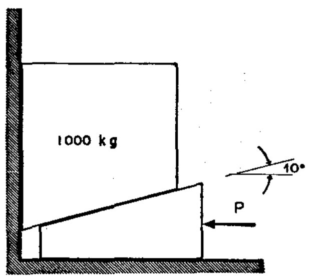
IX. 14 En la viga curva sujeta a la condición de carga mostrada determine las reacciones en el apoyo C.

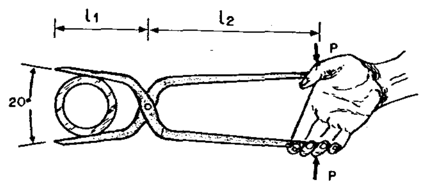


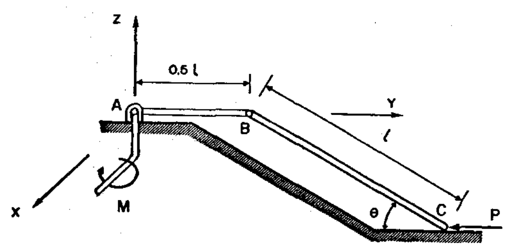
IX. 15 Determine la fuerza P aplicada horizontalmente a la cuña de masa despreciable, a fin de que el bloque de 1000 Kg esté a punto de ascender. El coeficiente de fricción entre todas las superficies en contacto es de 0.30.

IX. 16 Las tenazas mostradas se usan para manejar tubos calientes de acero al someterse a un tratamiento térmico. Calcule el coeficiente de fricción mínimo necesario entre el tubo y las quijadas, cuando la abertura entre éstas es de 20° , para que no exista deslizamiento al sujetar dicho tubo. Pruebe que este coeficiente es independiente de ℓ_1 y ℓ_2.

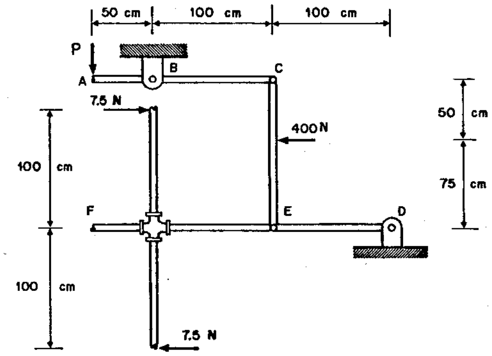
IX. 17 Si μ es el coeficiente de fricción entre el punto C y la superficie horizontal, determine el momento más grande del par M mediante el cual se mantiene el equilibrio.



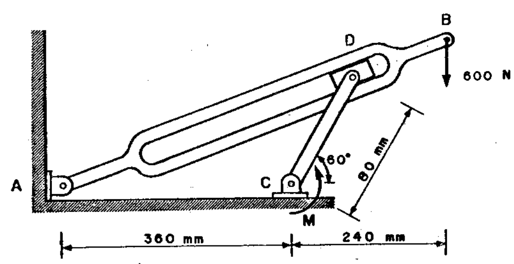




IX. 18 Determine la fuerza vertical P que debe aplicarse en A para mantener el equilibrio del mecanismo mostrado.



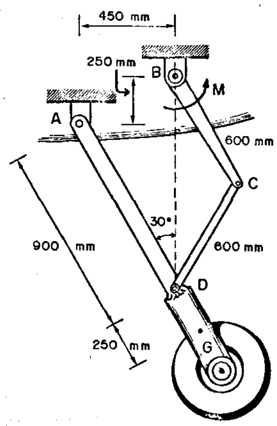
IX. 19 Determine el par M que debe aplicarse a la manivela-CD para mantener el mecanismo mostrado en equilibrio. El bloque D está unido con un perno a la manivela CD y puede deslizar libremente en la ranura del elemento AB.



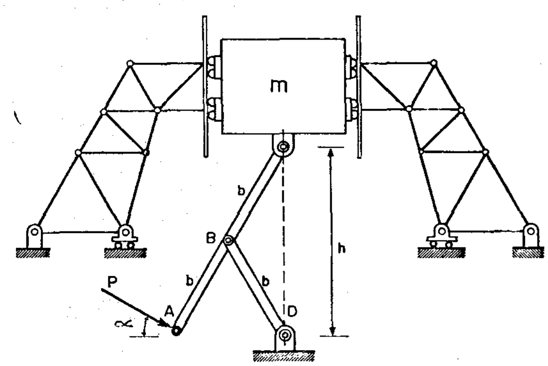
IX. 20 Se sabe que el máximo par que se puede aplicar al mecanismo ilustrado, el cual se usa para elevar el tren de aterrizaje de un avión cuando éste ha despegado, es 250 N·m.

Si la masa de la llanta es 50 kg determine el peso máximo de la combinación de barras para esta condición. Suponga que el centro de gravedad del mecanismo está en G.

¿ Qué sucedería si el máximo par disponible fuera 150 N·m?



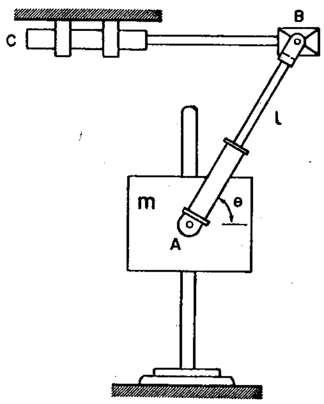
IX. 21 Determine la mínima fuerza que debe aplicarse al mecanismo mostrado para que la masa m se mantenga a una altura h

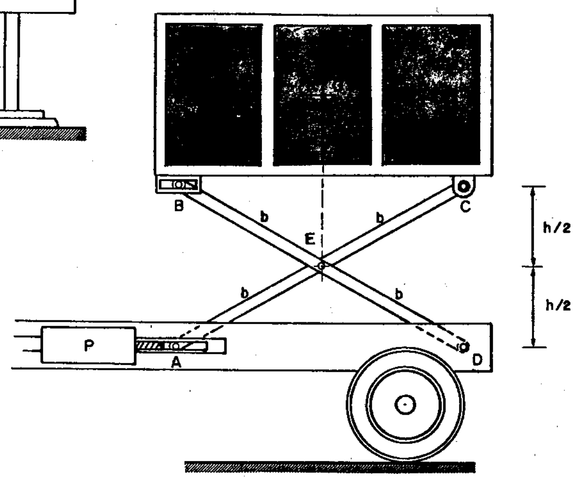


IX. 22 La masa m puede deslizar a lo largo de la barra vertical, como se muestra en la figura. Su posición se controla mediante el eslabón AB, cuyo extremo superior está articulado al pistón del cilindro hidraúlico CB, sujeto por dos abrazaderas, del cual puede obtenerse una fuerza máxima $F_{máx}$.

Calcule el valor máximo de m que puede sostener dicho cilindro para un ángulo θ dado.

IX. 23 **Determine la fuerza que debe proporcionar el pistón P para sostener la caja de aprovisionamiento de un avión a una altura h dada cualquiera.**



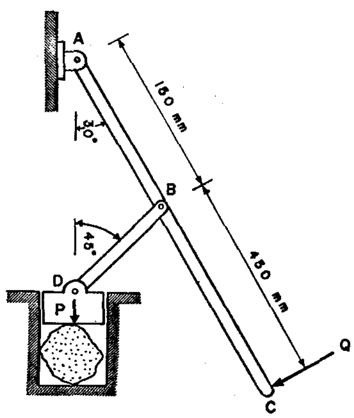


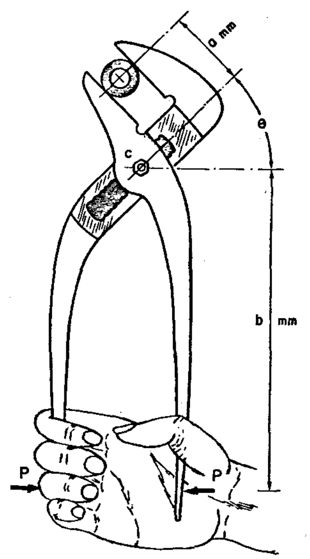
IX. 24 Calcule la magnitud de la fuerza Q que debe aplicarse perpendicularmente a la barra ABC, a fin de que la piedra mostrada se rompa, sabiendo que esto ocurrirá si la fuerza es de P = 600 N.

IX. 25 Para la herramienta mostrada determine:

a) la fuerza P necesaria para cortar el tubo si se sabe que su resistencia al corte es Q,

b) la fuerza ejercida sobre el perno en C.

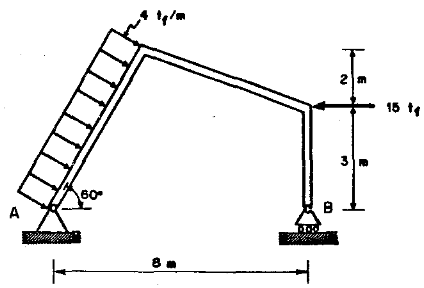




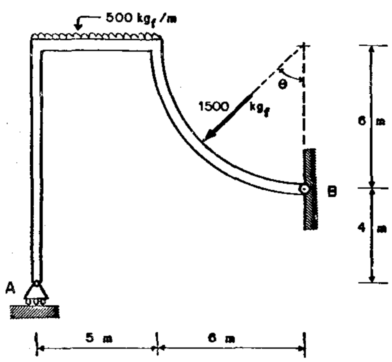
prente-5

X ARCOS Y MARCOS

X. 1 Un marco rígido se encuentra sometido al sistema de cargas, como se muestra en la figura. Calcule la magnitud y dirección de las reacciones en sus apoyos.

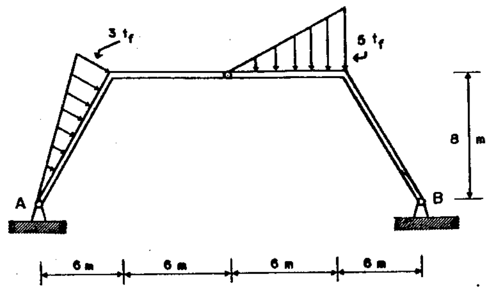


X. 2 Obtenga las fuerzas de reacción en los apoyos de la estructura sometida al sistema de cargas indicado en la figura. El ángulo θ es igual a 45°.

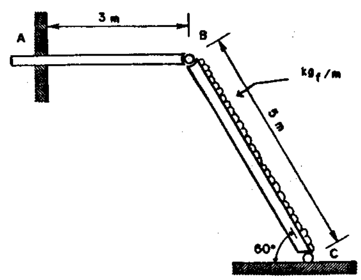


VUELTA-5

X. 3 Calcule la magnitud y la dirección de las reacciones en los apoyos del pórtico sobre el que actúan los sistemas de cargas triangulares mostrados en la figura.

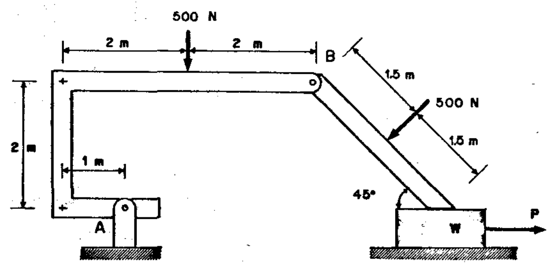


X. 4 El momento de empotramiento que resiste la viga mostrada en la figura tiene por magnitud 150 $kg_f \cdot m$ antes de que falle. Calcule la máxima carga uniformemente repartida sobre el elemento BC sin que se llegue al colapso. Obtenga también todas las reacciones en los apoyos.

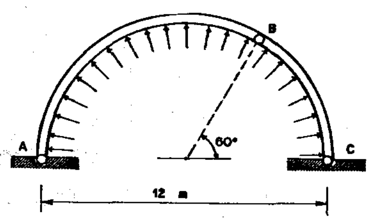


TE-5

X. 5 Calcule la magnitud que debe tener la fuerza P aplicada en el bloque mostrado en la figura, el cual pesa 300N, a fin de que esté a punto de moverse. El coeficiente de fricción entre las superficies en contacto vale 0.30. Obtenga también la fuerza de reacción en el apoyo A.

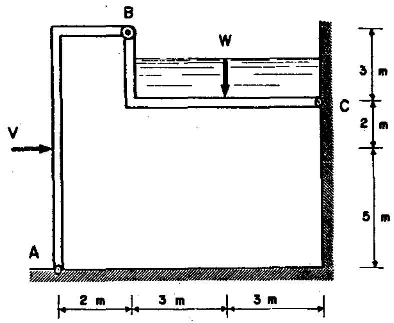


X. 6 El arco triarticulado mostrado en la figura se encuentra sometido a una carga uniformemente repartida que actúa como se indica y cuya magnitud es 20 kg_f /m . Obtenga las reacciones en los apoyos A y C, tanto en su magnitud como en su dirección.

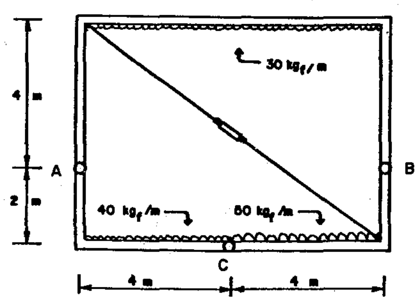


Enrique .1

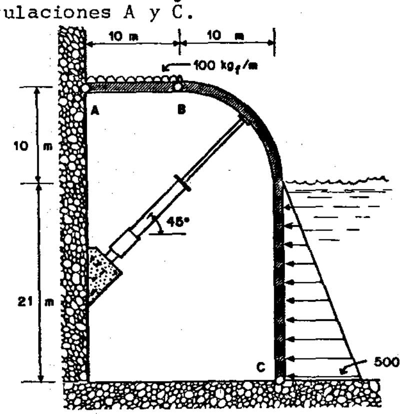
X. 7 En la figura se muestra el perfil de una canal, donde actúan W y V que representan el peso del agua y la fuerza del viento, siendo sus magnitudes 18 y 15 t_f, respectivamente. Calcule las fuerzas de reacción en los apoyos.



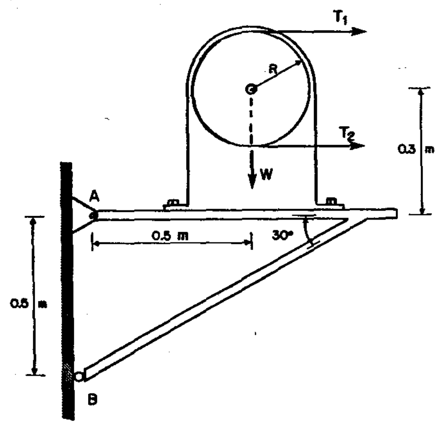
X. 8 El marco triarticulado que se muestra en la figura se encuentra sometido, mediante un tensor graduable, a una fuerza diagonal de 500 kg_f y servirá para confinar a un cuerpo, el cual le producirá cargas uniformemente repartidas en los lados de mayor longitud. Calcule las fuerzas de reacción en las tres articulaciones.



X. 9 La presión que el agua ejerce sobre el muro de retensión es equivalente a una carga distribuida triangularmente, cuyo valor máximo es 500 kg_f. Asimismo, un gato hidráulico apuntala el arco indeformable imprimiéndole una fuerza concentrada de 3000 kg_f, mientras que una carga uniformemente repartida actúa sobre el elemento horizontal. Obtenga las fuerzas de reacción en las articulaciones A y C.

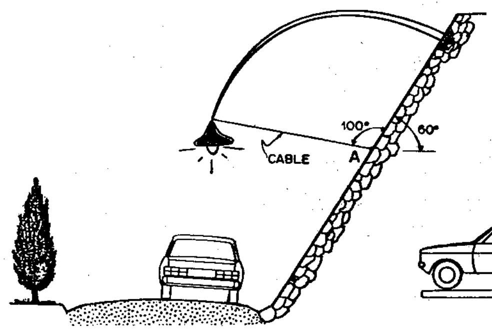


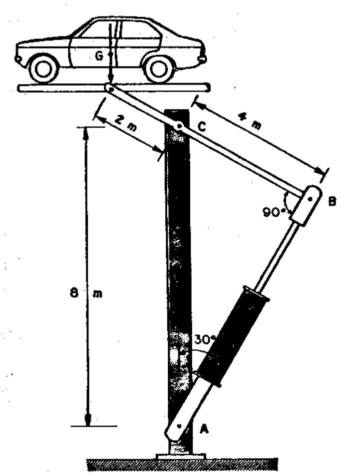
X. 10 Por efecto del motor de control, mostrado en la figura, la banda se encuentra sometida a las tensiones T_1 = 500 N y T_2 = 400 N. Si el peso del motor es W=250N y R = 10 cm obtenga las reacciones en los apoyos de la repisa que lo sostiene. El peso de la repisa se supone insignificante.



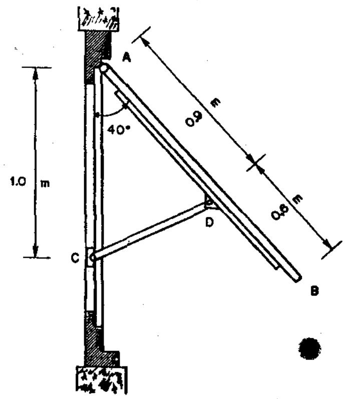
X. 11 Calcule la máxima tensión a que puede estar el cable que sujeta al fanal del alumbrado de un viaducto, como el que se muestra en la figura, sabiendo que el peso del fanal es de 200N y que el momento de empotramiento límite que resiste el muro es de 5000 N·m. El arco es de una circunferencia de radio R= 4 m, cuyo centro es el punto A.

X. 12 Un automóvil cuyo peso es de 2000 kg_f se encuentra sobre una plataforma a punto de ser elevado como se muestra en la figura. Calcule la magnitud de la fuerza que debe generar el gato hidráulico en ese momento, así como la reacción en la articulación C. Considere irrelevante el peso de los elementos del mecanismo.

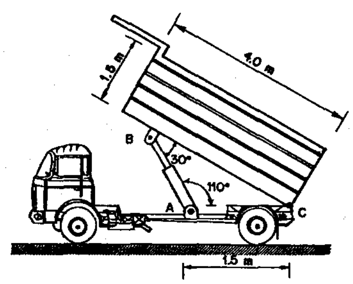




X. 13 Sobre la superficie AB de una ventana, cuyo perfil se muestra en la figura, actúa perpendicularmente la presión del viento equivalente a 150N/m. Considerando que el elemento mencionado pesa 250N determine: (a) La reacción en el perno A, b) el coeficiente de fricción entre el riel y el patín C, suponiendo que este último se encuentra a punto de descender. Los espesores de los elementos de la ventana y del muro son despreciables

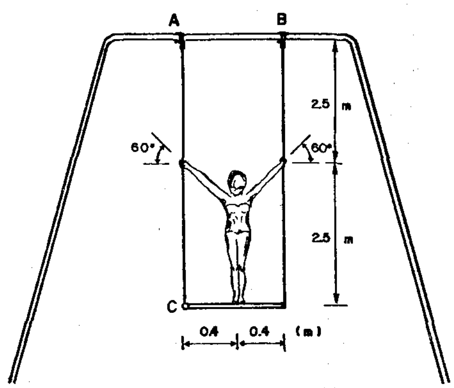


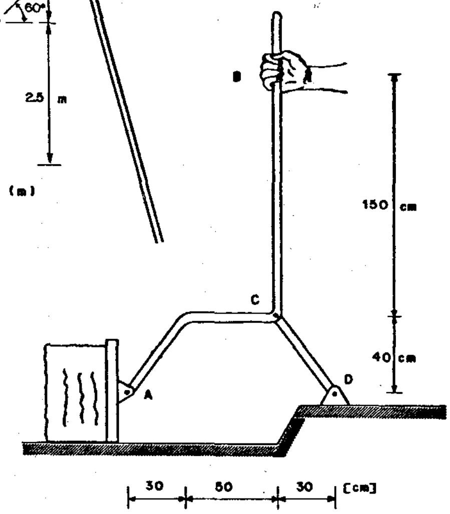
X. 14 La caja del camión se encuentra completamente llena de material cuyo peso total es de 25 t_f estando a punto de descargar, en el momento que se muestra en la figura. Obtenga las reacciones en los apoyos A y C, suponiendo despreciables las dimensiones del apoyo C, y que el peso total se encuentra aplicado en el centro de gravedad.



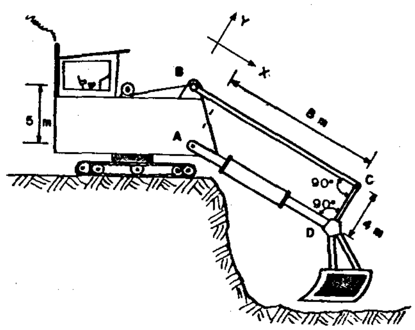
X. 15 El columpio que se muestra está formado por elementos rígidos, indeformables, articulados en A y B al marco fijo y con una articulación intermedia C. La trapecista, cuyo peso es de 50 kg_f, aplica una fuerza de 30 kg_f con su mano derecha y una de 20 kg_f con la izquierda, en la dirección indicada en la figura. Determine las reacciones en las articulaciones A y B del marco.

X. 16 Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza que debe imprimir la mano en el punto B de la palanca del mecanismo mostrado, a fin de que el paquete, cuyo peso es de 50 kg_f esté a punto de desplazarse hacia la izquierda sobre el piso. El coeficiente de fricción entre el paquete y el piso es de 0.6.

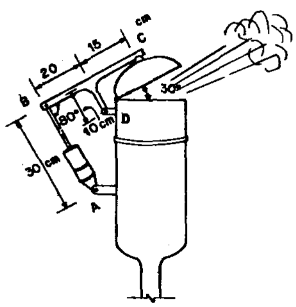




X. 17 En el momento que corresponde a la figura , la cuchara de la pala mecánica se encuentra cargada con material cuyo peso es $W = 8\,t_f$. Obtenga las reacciones a que da lugar la carga mencionada en los puntos A y B de la cabina, suponiendo que dichos puntos, así como el C, son articulaciones.

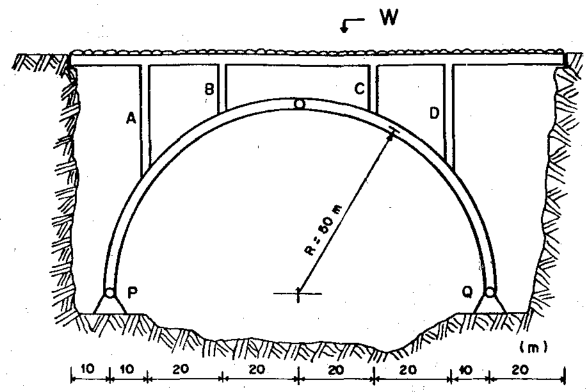


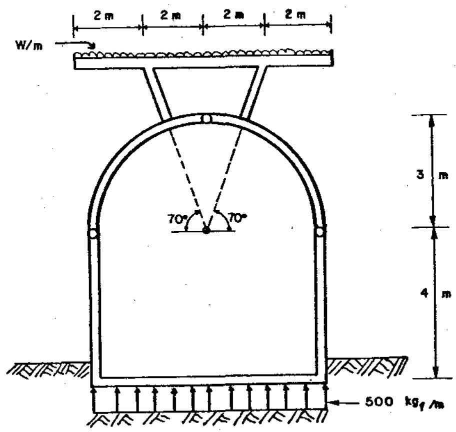
X. 18 Por efecto de la presión del gas, en la válvula de seguridad mostrada en la figura, se ejerce una fuerza de $100\,kg_f$ en el punto C perpendicular a BC. Obtenga las componentes horizontal y vertical de las reacciones en las articulaciones A y D.



X. 19 La carga W que soporta el puente mostrado en la figura se trasmite al arco triarticulado mediante las columnas A, B, C y D. Por las tres primeras se trasmiten cargas de 60 t_f y por la D de 80 toneladas. Calcule las reacciones en los apoyos considerando irrelevantes los pesos propios de los elementos estructurales.

X. 20 Calcule la máxima carga uniformemente distribuída que puede aplicarse al portal mostrado en la figura, sabiendo que el suelo desarrolla un empuje de 500 kg_f/m. Se desprecia el empuje lateral y el peso propio de la estructura.





XI ARMADURAS

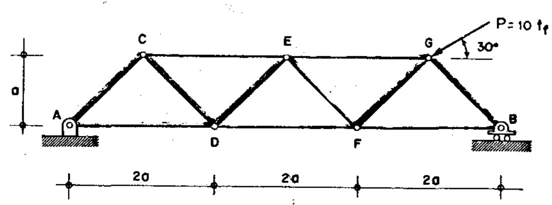
XI. 1 Enuncie las condiciones internas y externas que debe cumplir una armadura para poder considerarla PLANA e ISOSTATICA.

XI. 2 Existen diversos métodos para calcular las fuerzas que actuan en las barras de una armadura plana e isostática. Describa los siguientes:

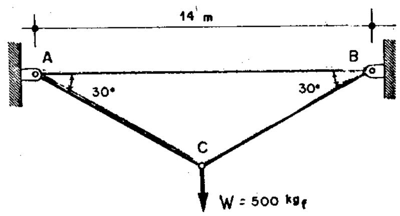
a) Método de las juntas o nudos.

b) Método de las secciones o cortes.

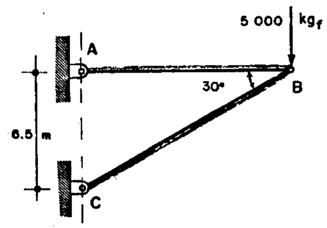
XI. 3 La armadura tipo WARREN mostrada en la figura está articulada en *A*, libremente soportada en *B* y sujeta a una carga en *G*. Calcule la magnitud y dirección de las reacciones en dichos apoyos.



XI. 4 Determine los valores de las reacciones que provoca la carga de $500\ kg_f$ en los apoyos *A y B* del sistema triarticulado mostrado en la siguiente figura.

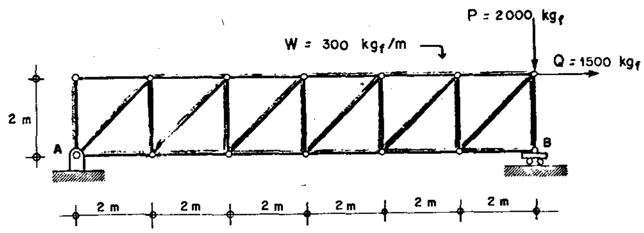


XI. 5 La barra *AB* está articulada en sus extremos y soportada en *B* por el tornapuntas *CB*. Considerando que el peso de las dos barras es despreciable en comparación con la carga de $5\ 000\ kg_f$ que se aplica en *B*, calcule la magnitud y la dirección de las reacciones en los apoyos *A y C*.

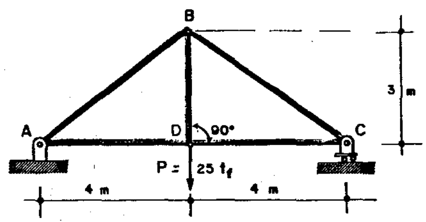


XI. 6 Calcule la magnitud de las fuerzas que actúan en las barras *AB y BC* de la armadura del problema anterior.

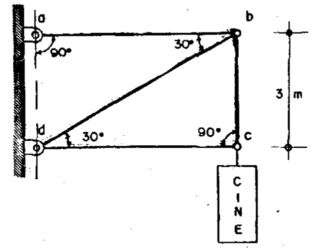
XI. 7 El peso promedio de la armadura mostrada es de $300\ kg_f/m$ y sobre ella actúan las cargas concentradas que se indican. Determine la magnitud y la dirección de las reacciones en los apoyos A y B, suponiendo que la fuerza debida al peso total de la armadura se encuentra aplicada en el centro de la misma.



XI. 8 Sobre la siguiente armadura, articulada en A y libremente soportada en C, pende una carga P de $25.0\ t_f$. Determine las fuerzas que se generan en cada una de las barras de dicha armadura.

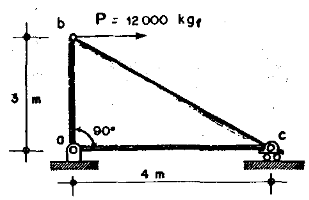


XI. 9 La armadura que se muestra en la figura siguiente soporta un anuncio que pesa $3.0\ t_f$; calcule la fuerza que actúa en cada una de las barras *ab*, *bc*, *cd* y *db*.



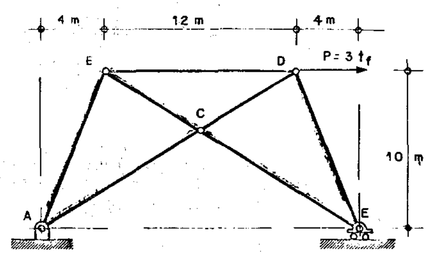
XI. 10 Con referencia a los resultados del problema anterior, diga cuáles barras trabajan a tensión, cuáles a compresión y cuáles pueden suprimirse sin que se afecte la estabilidad del conjunto.

XI. 11 La figura siguiente representa una armadura soportada libremente en c y articulada en *a*, sobre la cual actúa una carga paralela a la barra *ac* en *b*. Calcule la magnitud y la dirección de las fuerzas que actúan en cada una de las barras *ab*, *bc*, y *ac*, especificando qué barras son tensadas y cuáles son comprimidas.

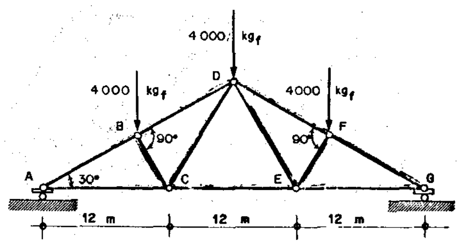


XI. 12 Calcule la magnitud y la dirección de las reacciones en los apoyos *a y c* de la armadura del problema anterior y diga qué sucedería si se invirtiera el sentido de la fuerza *P*; de ser así, qué deberá hacerse en c para que el sistema permanezca estático.

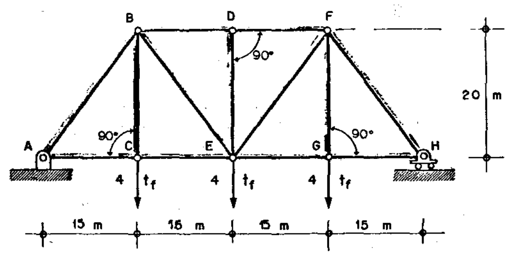
XI. 13 En la armadura de tijera que se ilustra a continuación, determine las fuerzas que actúan en las barras *CE y DE* al actuar una carga horizontal de *3.0* t_f *en D*. Diga si dichas fuerzas son tensiones o compresiones.



XI. 14 Calcule las fuerzas que se generan en los miembros *AB, BC y BD* de la armadura tipo FINK de la siguiente figura. Diga cuáles de esas tres barras pueden sustituirse por cables sin que se altere la estabilidad de la armadura.

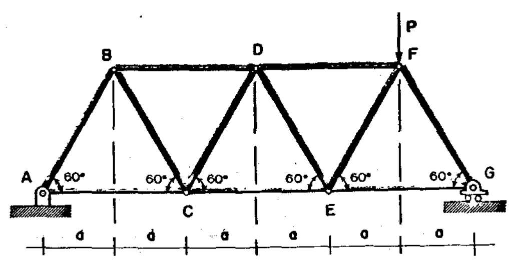


XI. 15 La armadura tipo PRATT que se ilustra a continuación soporta las tres cargas indicadas. Calcule las fuerzas que se producen en los miembros *AB*, *BD*, *BE* y *CE* y diga si dichas fuerzas son tensiones o compresiones.



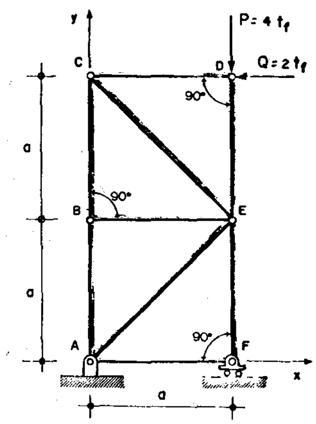
XI. 16 Calcule las fuerzas que se producen en las piezas *DF*, *EF* y *FG* de la armadura PRATT del problema anterior, aplicando el método de las secciones.

XI. 17 La fuerza axial que actúa en el miembro *DF* de la armadura WARREN es una compresión de $2\,000\ kg_f$. Calcule la carga *P* que produce esa compresión y determine los valores de las fuerzas que actúan en la barras *EF* y *FG*.



wuera -6

XI. 18 La armadura que se ilustra a continuación está sujeta a las cargas $P=4\ t_f$ y $Q=2\ t_f$. Determine el valor de la reacción en el apoyo libre F y las fuerzas que actúan en las barras *EF*, *AF* y *BE*.



XI. 19 Con respecto a la armadura del problema anterior, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Pueden suprimirse las barras *BE*, *EF* y *AF* sin que la armadura pierda el equilibrio?

b) Si la carga *P* deja de actuar, aplicándose únicamente *Q*, ¿qué providencia debe tomarse en el apoyo F para que el sistema se conserve en reposo?

c) Si las cargas *P* y *Q* varían, ¿qué sucede con la fuerza que actúa en la barra *BE*?

XII MOVIMIENTO RECTILINEO DE LA PARTICULA

XII.1- Defina los conceptos:

1.1.- Trayectoria de un punto móvil
1.2.- Posición
1.3.- Desplazamiento
1.4.- Velocidad
1.5.- Rapidez
1.6.- Aceleración

anotando las unidades en que se miden tales conceptos físicos en los sistemas M.K.S. Absoluto y Gravitacional.

XII.2- Un punto se mueve sobre una trayectoria recta según la expresión: $S=X=4t^3+2t+3$ (X en m y t en s). Determine su posición, velocidad y aceleración lineales para t=3 segundos.

XII.3- El movimiento de una partícula está definido por la expresión: $S=t^4-3t^3+2t^2-8$ (S en m y t en s). Determine la rapidez y el módulo de la aceleración lineales para t=2s.

XII.4- Un tren se desplaza en línea recta con una rapidez de 45mi/h. Si el movimiento del tren es retardado (frenado) uniformemente a razón de 30 millas/hora en un minuto, encuentre la aceleración en ese intervalo.

XII.5- El movimiento de una partícula se determina a partir de:

$X = a + bt^2$ en donde a=20cm y b=4cm/s^2. Calcule:

i) El desplazamiento de la partícula en el intervalo de tiempo comprendido entre $t_1=2s$ y $t_2=5s$.

ii) La rapidez media en ese intervalo

iii) La rapidez instantánea para t=2s

XII.6- El movimiento de una partícula está dado por la ecuación: $v = m + n\ t^2$ en donde $m = 10$ cm/s y $n = 2$ cm/s³. Calcule la variación de la velocidad de la partícula en el intervalo de tiempo comprendido entre $t_1 = 2s$ y $t_2 = 5s$; obtenga también la aceleración media en tal intervalo y la aceleración instantánea para $t_1 = 2s$.

XII.7- Un cuerpo se mueve sobre una recta, estando su distancia al origen, en un instante cualquiera, definida por la expresión $X=8t - 3t^2$, en la que X se mide en cm y t en segundos. Calcule:

i) La velocidad media del cuerpo en el intervalo comprendido entre t=0 y t= 1s y en el intervalo t=0 y t=4s.

ii) La velocidad instantánea en los tiempos t=1s y t=4s.

iii) El instante o instantes en los cuales el cuerpo está en reposo.

iv) La aceleración en los instantes t=1s y t=4s.

XII.8- Los fabricantes de un cierto automóvil advierten que acelerará de 15 a 50 Km/h en 13 s. Calcular:

i) La aceleración en m/s^2

ii) La distancia recorrida por el coche en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.

XII.9- La velocidad de una partícula que se desplaza a lo largo del eje X'X, está dada por la expresión: $v=kx^2$ en donde k es una constante positiva. Cuando t=0 y x=3, determine el desplazamiento, velocidad y aceleración en función de la variable t.

XII.10- La velocidad de un cuerpo se expresa:

$$v= 200 + 30t + \frac{1}{2}\ t \quad (m/s)$$

Si t=0 y x=0, determine la posición del cuerpo para t=10s.

XII.11- La aceleración de un punto en un movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación $a = -9.8 m/s^2$. Se sabe que la velocidad v es cero y el desplazamiento $y = +25$ cuando $t=0$. Determine la ecuación del desplazamiento.

XII.12- Una partícula se mueve sobre una línea vertical con una aceleración $a = 2\sqrt{v}$. Cuando $t=2s$ su desplazamiento es $S = \frac{64}{3}$ m y su rapidez $v = 16 m/s$. Determine el desplazamiento, la rapidez y la aceleración de la partícula cuando $t=8s$.

XII.13- La aceleración de un punto que se mueve sobre una línea vertical viene dada por la ecuación $a = 12t - 20$. Se sabe que su desplazamiento es $S = 10$ m en el tiempo $t=0$ y que su desplazamiento $S = +10m$ en el tiempo $t=5s$. Deducir la ecuación de su movimiento.

XIII MOVIMIENTO CURVILINEO DE LA PARTICULA

XIII.1- Explique brevemente la interpretación de las leyes vectorial y escalar, del movimiento del punto.

XIII.2- Una partícula describe la trayectoria $y = 4x^2$ con velocidad v constante, estando x y y expresadas en metros.
¿Cuál es la componente normal de la aceleración?.

XIII.3- La trayectoria de una partícula en movimiento puede describirse como sigue:

$$x = a \cos\theta, \quad y = a \operatorname{SEN}\theta, \quad Z = ct$$

en donde a y c son constantes y $\theta = \pi t$

Determine las características del movimiento.

XIII.4- Determine las componentes tangencial y normal de la aceleración de una partícula, si para t = 0:

$$\dot{S} = 3\,t^2 + 2t + 2$$

en donde t está medido en segundos y S en ft. Considere que cuando t = 0 el radio de curvatura es de 4 ft.

XIII.5- La posición de una partícula moviéndose en torno a un círculo está definida por:

$$S = 9\,t^2 - 3t + 2$$

en donde S se mide en pulgadas y t en segundos.
Encuentre la magnitud de la aceleración a en el instante en que la aceleración normal vale 24 in/s^2

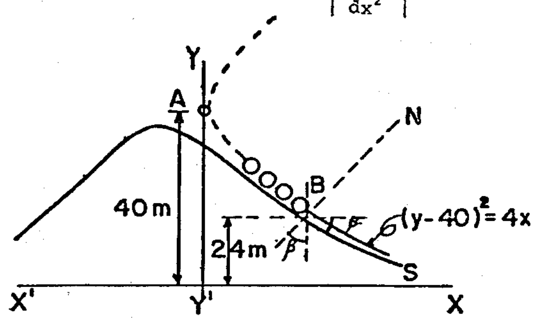
XIII.6- La velocidad de una partícula está dada por:

$$\vec{v} = 3t^2 i + 4tj + 5t^2 k$$

en donde $\vec{v}$ tiene unidades de ft/s y t de segundos. Obtenga la componente normal de la aceleración y encuentre el radio de curvatura.

XIII.7- En la siguiente figura se ilustra una sección de la montaña rusa. La parte de vía que se muestra es coplanar y la curva que está a la derecha pasa por A y es una parábola dada por: $(Y - 40)^2 = 4X$. Si el tren de carros se está moviendo con una rapidez de 8 m/s cuando el frente del primer carro está 24 m por encima del terreno. ¿Cuál es la componente normal de la aceleración?.

Utilice la expresión: $R = \dfrac{\left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2}}{\left|\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|}$



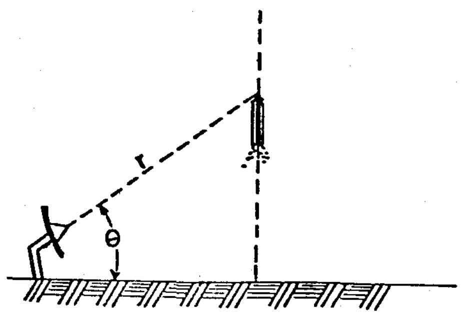
XIII.8- El vector de posición de una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria curva es:

$$\vec{r} = 3t^2 i + 6tj + t^3 k$$

Usando la expresión: $\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d^2\vec{r}}{dS^2} \right|$,

encuentre la curvatura de tal trayectoria.

XIII.9- Un cohete es disparado verticalmente y su movimiento es seguido por la antena de un radar como se muestra en la figura. Determine las expresiones para la velocidad y la aceleración del cohete en términos de coordenadas polares.



XIII.10- El movimiento de una partícula se expresa:

$$X = 6t, \qquad Y = 10t, \qquad Z = t^3 + 10$$

Usando coordenadas cilíndricas determine las componentes radial, transversal y axial del vector de posición, así como los vectores velocidad y aceleración de la partícula.

XIII.11- En el tiempo $t_o = 1$ s una partícula está en el punto (3,4,6) [m] con una velocidad de 16i + 20j + 5k (m/s) y se le da una aceleración constante de 6i + 3j (m/s^2).

¿Cuál será la velocidad de la partícula 20 s después?

Determine también la posición de la partícula.

XIII.12- Una partícula P se mueve en un plano de tal manera que sus coordenadas polares son:

$$r = 3t^2 + 4, \quad \phi = 2t^2,$$

en donde r está en ft, t en segundos y ϕ en radianes.

Determine la velocidad y aceleración de P cuando t = 3s.

XIII.13- Una partícula se mueve en el espacio, de tal manera que sus coordenadas para un instante son:

$$r = 2at^2, \quad \phi = \pi t, \quad z = 5t^2,$$

en donde r y z están en ft, ϕ en radianes y t en segundos.

Determine la velocidad y la aceleración en el instante en que la componente radial de la aceleración es cero.

XIII.14- El vector de posición de una partícula que se desplaza a lo largo de una curva en el espacio está dado por:

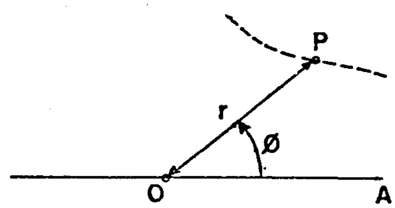
$$\vec{r} = 5\,t^2 \cos\phi\ i + 5t^2 \operatorname{sen}\phi\ j + 3t^3 k \quad [ft]$$

en donde $\phi = \pi t^2$ y t está en segundos

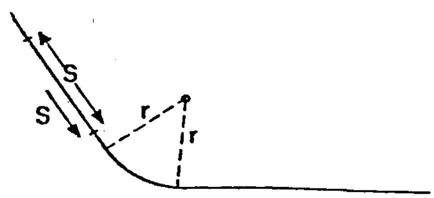
Describa el movimiento en coordenadas cilíndricas cuando la componente axial de la velocidad es igual a 36 ft/s.

XIII.15- Una partícula P se mueve en un plano de tal modo que su distancia a un punto fijo O es $r = a + bt^2$ y la línea que une O con P forma un ángulo $\phi = ct$ con una línea fija OA, como se muestra en la figura.

Encuentre la aceleración de P.



XIII.16- Una partícula se mueve a lo largo de un camino compuesto por dos líneas rectas enlazadas por un arco de círculo de radio r, como se muestra en la figura. El valor numérico de la velocidad a lo largo del camino está dado por $\dot{S} = at$. Encontrar la aceleración máxima de esta partícula.



XIV MOVIMIENTO ANGULAR

XIV.1- La rapidez angular del vector de posición de una partícula que se mueve sobre una superficie plana está dada por:

$$\omega = 4t^3 - 12\ t^2$$

en donde ω está en s^{-1} y t en segundos; cuando t = 0 la línea parte del reposo con una posición angular $\theta = -3$ rad

Determine:

a) El desplazamiento angular para cualquier tiempo "t"

b) El módulo de la aceleración angular para t= 5s

c) El ángulo barrido total para t = 5s

XIV.2- El módulo de la aceleración angular de una línea que gira en el plano vertical está dado por:

$$\alpha = 12t - 24$$

en donde α se mide en s^{-2} y t en segundos. Considere giro positivo el contrario al de las manecillas del reloj. Cuando t = 0, la rapidez angular ω es 18 s^{-1} en el sentido retrógrado mencionado y la posición angular $\theta = 0$.

Determine el desplazamiento angular total que describe durante el intervalo de t = 0 a t = 2s.

XIV.3- La aceleración angular de una manivela que gira en torno de un punto fijo y en un plano es:

$$\bar{\alpha} = (12t - 4)\ k\ \left[s^{-2}\right]$$

Si al comienzo de la cuenta del tiempo $\bar{\omega} = 18\ k\left[s^{-1}\right]$ y $\theta = 30°$ determine el número de revoluciones que realiza en 8s

XIV.4- El módulo de la aceleración angular de una línea que se mueve en un plano está gobernado por la ecuación:

$$\alpha = 12t^2 + 2k,$$

en donde α está en s^{-1}, t en segundos y k es una constante. Considere giro positivo al contrario de las manecillas del reloj. Cuando $t = 0$, la posición angular de la línea es de 2 radianes y la rapidez angular es de 3 s^{-1} en sentido retrógrado. Cuando $t = 1s$ la posición angular de la línea es de 4 rad.
Determine el módulo de la aceleración angular para $t = 2s$.

XIV.5- La Luna tarda 28 días en desplazarse en torno a la Tierra. Determine su rapidez angular media en rad/s.

XIV.6- La posición angular θ de un punto que se mueve según una trayectoria circular de 1.00 m de radio, es

$\theta = 3t^2 + 4t^2$, donde θ está en radianes y t en s.

Determine las rapideces angular y lineal de tal punto para $t = 1s$ y $t = 10s$.

XIV.7- Un segmento de recta que pasa por los puntos Po (2,5,3) (m) y P(4,4,5) (m) gira con una velocidad angular $\bar{\omega} = 8k \; [s^{-1}]$
Determine la velocidad de tal segmento dirigido.

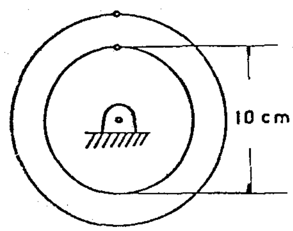
XIV.8- Una varilla de 10 cm de largo y una sección transversal muy pequeña gira en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por uno de sus extremos. Acelera uniformemente de 20 rps a 30 rps en un intervalo de 5s.
¿Cuál es la rapidez lineal de su punto medio al principio y al final de este intervalo de tiempo?.

XIV.9- Desde un punto "O" de la pista de un aeropuerto se detecta a un aeroplano "A" que vuela con velocidad constante horizontal v a una altura h sobre la pista.

Determine la velocidad angular ω y la aceleración angular α de la línea visual OA que forma un ángulo θ con la horizontal del terreno.

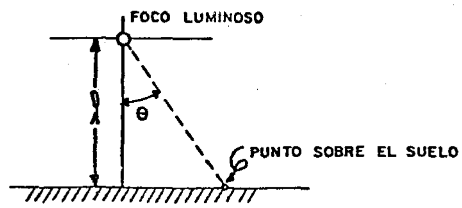
XIV.10- La polea de 10 cm de diámetro de un generador es accionada por una correa que se mueve a 18 m/s y se está acelerando a 6 m/s². Un ventilador con diámetro exterior de 15 cm está sujeto al eje de la polea.

¿Cuáles son los módulos de la velocidad y de la aceleración lineales de los extremos de las aspas del ventilador?.

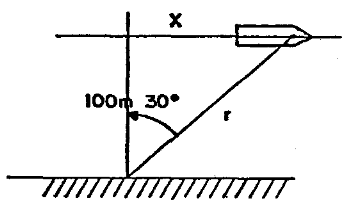


Frente -7

XIV.11- Un foco luminoso giratorio está a una distancia ℓ de un piso horizontal. La luz gira a N revoluciones por minuto (N cte) alrededor de un eje horizontal perpendicular al plano del papel. Deducir las expresiones de la velocidad y aceleración del punto luminoso que se mueve sobre el piso. Sea θ el ángulo formado entre la línea vertical y el haz luminoso en el instante t.



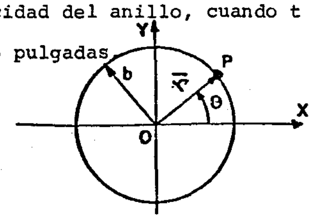
XIV.12- Un barco se mueve hacia el Este a 18 km/h. Un observador está situado a 100 m al Sur de la trayectoria.
Determinar la rapidez angular del barco respecto al observador cuando está en la posición indicada en la figura.



Vuelta -9

XIV.13-Un anillo se mueve en torno de un aro de alambre de forma circular, de radio b, contenido en el plano XOY. El vector de posición del anillo forma con el eje X'X un ángulo Θ.

Determine la velocidad del anillo, cuando $t = 2s$, $\Theta = ct$ y $c = \frac{\pi}{4}$ rad, $b = 5$ pulgadas

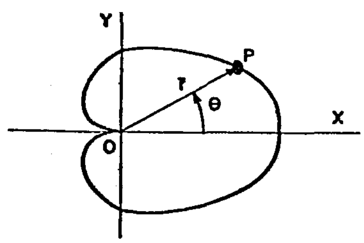


XIV.14-Determine la aceleración del anillo del problema 13 para los siguientes valores: $t = 2s$, $\Theta = ct^2$ (rad).

Considere $C = \frac{\pi}{8}$ rad/s^2 y $b = 5in$

XIV.15-Un anillo se mueve en torno de un alambre que forma una cardioide de ecuación $r = b + a \cos \Theta$ contenido en el plano XOY.

Determine la velocidad y la aceleración del anillo cuando $t = 1s$, $\Theta = ct^2 + Dt^4$(rad). Sean $a = 4$ in, $b = 6$ in, $C = 4\pi/5$ (rad/s^2), y $D = -3\pi$ s^4/10 (rad)

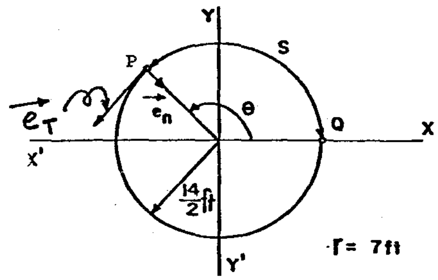


XIV.16- Un punto P se desplaza a lo largo de un alambre que forma un círculo de 14 ft de diámetro. La distancia S del punto P medida a partir del punto Q tal y como se muestra la figura, se expresa:

$$S = t^4 - 4t \quad (ft)$$

donde t está en segundos

Cuando t = 2s, determine la magnitud total de la aceleración de P.



FRENTE-7

XV TIRO PARABOLICO Y MOVIMIENTO CIRCULAR

XV.1- Explique por qué el movimiento de un proyectil, cuya trayectoria es parabólica, puede considerarse como una combinación de un movimiento rectilíneo uniforme y uno rectilíneo uniformemente acelerado.

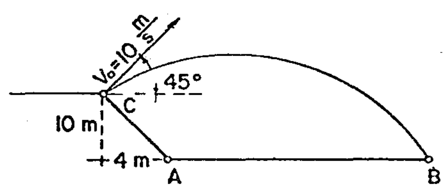
XV.2- Una pelota se lanza con una rapidez de 64.4 ft/s y bajo una inclinación de 30° con respecto a la horizontal. Calcule la altura máxima que alcanza y la distancia que recorre horizontalmente.

XV.3- Un proyectil es lanzado en tiro parabólico con una velocidad cuyo módulo es de 600 m/s, formando un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.

i) Para t = 6 segundos, hallar su posición y calcular su velocidad.

ii) Obtenga el radio de curvatura de la trayectoria en ese instante.

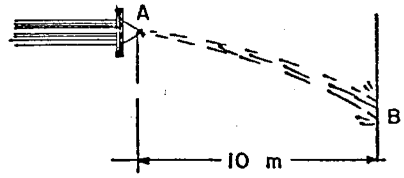
XV.4- Un proyectil se dispara desde el punto "C", como se indica en la figura. ¿A qué distancia del punto "A" chocará el proyectil con el plano "AB" y en cuánto tiempo lo hará?



XV.5- Una manguera de riego descarga un chorro de agua, horizontalmente, con una rapidez inicial de 20 m/s. Calcular el radio de curvatura del chorro cuando:

i) Sale de la boquilla en A.

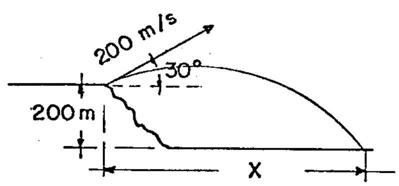
ii) Choca con la pared en B.



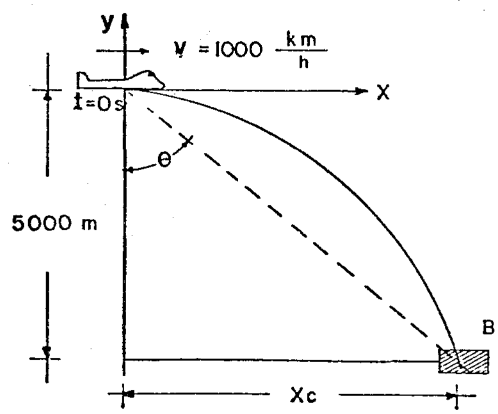
XV.6- Se dispara un proyectil desde la cima de una colina de 200 m de altura ,con una velocidad de 200 m/s y formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. Despreciando la resistencia del aire, calcular:

i) La distancia horizontal desde el arma hasta el punto de caída.

ii) La altura máxima que alcanza el proyectil con respecto al suelo.



XV.7- Un avión vuela horizontalmente hacia un blanco B, a razón de 1000 km/h, manteniendo una altura de 5000 m sobre dicho blanco. Si en ese instante comienza la cuenta del tiempo y desde el aparato se suelta una bomba, halle el ángulo que debe formar la visual con la vertical para que el artefacto haga blanco.

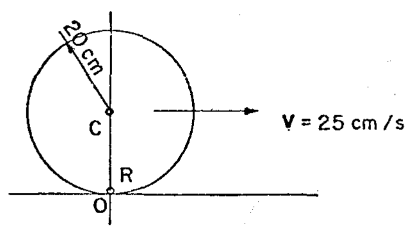


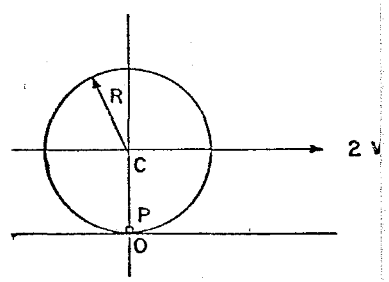
XV.8- Desde la cima de una torre de 100 ft de altura se disparan, horizontalmente, dos rifles diferentes que le imprimen a los proyectiles una rapidez de salida de 30 y 60 ft/s, respectivamente. Calcular el alcance horizontal de cada rifle, el tiempo que los proyectiles tardan en chocar con la superficie terrestre y la velocidad con que los proyectiles llegan a la misma.

XV.9- Un avión de bombardeo va a pasar por un punto situado a 1500 m de altura y a una distancia horizontal de 2000 m, respecto a un punto en el cual se encuentra situado un cañón antiaéreo. Si se desea derribar el avión y se sabe que la rapidez con la cual se dispara el proyectil es de 200 m/s, calcule el ángulo que formará el cañón con la horizontal para dar en el blanco.

XV.10- Un disco cuyo radio es de 20 cm rueda sin deslizar a lo largo del eje de las X, con una velocidad constante de 25 cm/s. Para el instante $t = 0$ un punto R coincide con el origen, como se muestra en la figura. Obtenga el movimiento del punto para $t = 2s$.

XV.11- Un disco de radio R rueda sin deslizar con una velocidad de $2vt$, como se indica en la figura, donde v es una constante y t indica el tiempo en segundos.
Cuando $t = 0$ el punto P de la circunferencia coincide con el origen. Determine el movimiento del punto P.





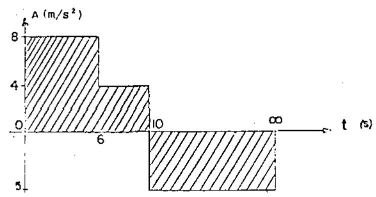
XVI TIRO VERTICAL, CAIDA LIBRE
Y MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

XVI.1- Dibuje las gráficas que ejemplifiquen los movimientos rectilíneo uniformemente variado y rectilíneo uniforme.

XVI.2- Una partícula con movimiento rectilíneo posee la aceleración que se representa en la figura. Sabiendo que parte del origen con $v_o = -24$ m/s:

i) Dibujar los diagramas $v - t$ y $s - t$ para $0 < t < 20$ s.

ii) Hallar su velocidad, posición y espacio total recorrido después de 14 segundos.



XVI.3- El recorrido entre dos estaciones de un metropolitano, que se mueve en línea recta, se efectúa en 35 segundos. Al ponerse en movimiento el tren, va aumentando su velocidad a razón de $2.5 m/s^2$ durante 3 segundos y después a razón de $3.5 m/s^2$ hasta alcanzar una velocidad de 10 m/s. El tren mantiene esta velocidad hasta aproximarse a una de las estaciones, donde encuentra una señal que le indica que debe empezar a frenar uniformemente. Si el tren se para completamente en 3 segundos, obtenga la distancia total entre dichas estaciones.

XVI.4- Dos estaciones de ferrocarril están unidas por dos vías rectas paralelas. Dos trenes A y B parten del reposo de una estación y llegan a la otra en 150 segundos. La curva v - t para A está representada por la figura (a) y para B por la figura (b). Trácese la curva t - a para cada tren y hállese la distancia entre las dos estaciones. Encuéntrese también la velocidad máxima de B.

XVI.5- Dos puntos P y Q parten simultáneamente de las posiciones A y B, respectivamente, cuando comienza la cuenta del tiempo; se mueven en la misma trayectoria recta y lo hacen con una aceleración de 2 m/s^2. Si la distancia entre A y B es de 350 m y las velocidades iniciales de P y de Q son respectivamente iguales a 45 y 25m/s, encuentre el tiempo necesario para que P alcance a Q, y determine dónde ocurre tal intercepción.

XVI.6- Un coche de turismo y un camión se ponen en movimiento en el mismo instante, cuando el primero se encuentra a cierta distancia detrás del camión. Este último tiene una aceleración constante de 1.2 m/s^2, mientras que el coche acelera a razón de 1.8 m/s^2.

El coche alcanza al camión cuando éste a recorrido 45 m.

i) ¿Cuánto tiempo tarda el coche en alcanzar al camión?

ii) ¿Cuál era la distancia entre ambos vehículos?

iii) ¿Cuál era la velocidad de cada uno en el momento de alcanzarse?

XVI.7- Dibujar las gráficas a – t, v – t y s – t que correspondan a los movimientos de caida libre y tiro vertical.

XVI.8- Desde la superficie terrestre se lanza, verticalmente hacia arriba, una pelota con una rapidez inicial de 30 m/s. En el mismo instante, desde una ventana de 40 m de altura se suelta una esfera. Calcular cuándo y dónde se encuentran dichos proyectiles.

XVI.9- Un malabarista se encuentra practicando en una habitación de 2.40 m de altura con respecto al nivel de sus manos. Si debe lanzar una pelota verticalmente hacia arriba, de manera que alcance justamente el techo, calcule la velocidad inicial con que debe hacerlo y el tiempo que tarda en alcanzar dicha altura.

XVI.10- Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 15 m, por el hueco de un elevador, con una rapidez inicial de 20 m/s. En el mismo instante una plataforma elevadora situada a una altura de 4 m comienza a subir con una rapidez constante de 3 m/s. Determinar cuándo y dónde la pelota se encontrará con la plataforma.

XVI.11- Desde la superficie terrestre se lanzan, verticalmente hacia arriba, dos piedras con velocidades iniciales de 15 y 30 m/s, la primera dos segundos antes que la segunda.
Calcular cuándo y dónde se encontrarán los proyectiles, en caso de que esto suceda, y mencione hacia dónde se dirige cada piedra.

XVI.12- Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba. Cuando tiene una velocidad de 32 ft/s alcanza la mitad de su altura máxima.

i) ¿A qué altura sube?

ii) ¿Cuál es su velocidad y su aceleración un segundo después de lanzarlo?

XVI.13- Una piedra se arroja verticalmente hacia arriba a partir de la azotea de un edificio de 80 ft de altura y llega al suelo en 5 segundos. Calcular.

i) Su velocidad inicial.

ii) El tiempo transcurrido para que el proyectil pase por el punto de lanzamiento.

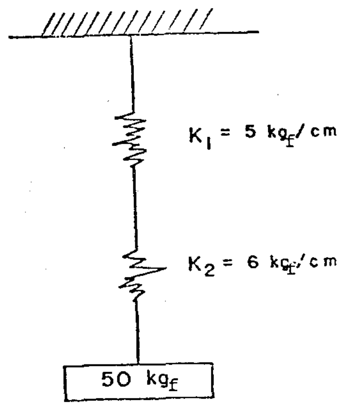
XVI.14- Una partícula oscila con un movimiento armónico simple de amplitud 15 cm y frecuencia de 4 oscilaciones/s. Determine su velocidad y su aceleración máximas.

XVI.15- Obtenga las gráficas x-t, v-t y a-t para el movimiento armónico simple dado por la ecuación $X = 10 \text{ sen } (2\pi t - \frac{\pi}{6})$, en donde X se expresa en cm y t en segundos.

XVI.16- La velocidad de una partícula que tiene movimiento armónico simple está dada por la siguiente expresión:

$\dot{X} = X_1 \cos (wt + \frac{\pi}{2})$, en la cual para $t = o$, $x = o$.
Sabiendo que $X = X_1/\omega$ determinar X y $\ddot{X}$.

XVI.17- **Un bloque de 50 kg_f se encuentra sostenido por medio de resortes,** como se ilustra en la figura.



Se hace descender el bloque y se abandona a sí mismo. Calcular:

i) El período y la frecuencia del movimiento resultante.

ii) La velocidad y la aceleración máximas, siendo de 7.6 cm la amplitud del movimiento.

RESULTADOS
SERIE I

I.15- $g = 982.736 \ \frac{cm}{s^2}$

I.16- $H = 2551$ km

I.17- $W = 16.66 \ kg_f$

I.18- $d_1 = 38\ 451$ km

$d_2 = 345\ 952$ km

I.19- $W_1 = 92.58 \ kg_f$

$W_2 = 74.61 \ kg_f$

$W_3 = 1.274 \ kg_f$

I.20- $g_H = 0.658 \ \frac{m}{s^2}$

R E S U L T A D O S

S E R I E II

II.2- i) $\vec{R} = 0.3\ i - 0.3\ j\ [kg_f]$

ii) $|\vec{R}| = \left[(F_x)^2 + (F_y)^2\right]^{0.5}$

$\alpha = \text{ang cos} \pm \dfrac{|\vec{F}_x|}{|\vec{R}|}$

$\beta = \text{ang cos} \pm \dfrac{|\vec{F}_y|}{|\vec{R}|}$

iii) $\left.\begin{array}{l} \bar{F}_x = 0.3\ i \\ \bar{F}_y = -\ 0.3\ j \end{array}\right\}$ COMPONENTES

$\left.\begin{array}{l} |\vec{F}_x| = 0.3 \\ |\vec{F}_y| = 0.3 \end{array}\right\}$ PROYECCIONES

Los componentes son vectores, mientras que las proyecciones son escalares.

II.3- i) $|\bar{R}| = 71.66 kg_f$

ii) $|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + 2\ |\vec{F_1}|\ |\vec{F_2}| \cos\theta}$

II.5- i) $\bar{F}_1 = 57.956\ i + 15.529\ j\ [kg_f]$

$\bar{F}_2 = 20\ i + 34.64\ j\ [kg_f]$

$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 = 77.956\ i + 50.17\ j\ [kg_f]$

II.6- i) $\bar{F}_1 = 28.978\ i + 50.191\ j + 15.529k\ [kg_f]$

$\bar{F}_2 = 10\ i + 17.320\ j + 34.64k\ [kg_f]$

$\bar{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 38.978\ i + 67.515\ j + 50.170k\ [kg_f]$

ii) $\bar{R} = 92.707 \ kg_f$

$\alpha_1 = 61.12°$; $\beta_1 = 33.22°$; $\gamma_1 = 75°$ Para $\bar{F}_1$

$\alpha_2 = 75.52°$; $\beta_2 = 64.34°$; $\gamma_2 = 30°$ Para $\bar{F}_2$

$\alpha_R = 65.14°$; $\beta_R = 44.86°$; $\gamma_R = 57.24°$ Para $\bar{R}$

II.7- i) $\bar{F} = -221.56\ i + 55.39\ j + 55.39\ k \ [kg_f]$

$\alpha = 160.53°$; $\beta = 76.37°$; $\gamma = 76.37°$

ii) $\bar{F} = 12.91\ i + 35.482\ j + 46.63\ k \ [kg_f]$

$\alpha = 77.57°$; $\beta = 53.76°$; $\gamma = 39°$

iii) $\bar{F} = 29.36\ i + 35.59\ j + 83.09\ k \ [kg_f]$

II.8- i) $\bar{F} = -0.375\ i + 0.65\ j \ [kg_f]$

ii) Sí,el Principio de trasmisibilidad

II.9- i) $\bar{F} = -0.375\ i + 0.65\ j \ [kg_f]$

II.10- $\bar{T}_1 = -3.59\ i + 0\ j - 1.243\ k \ [t_f]$

$\bar{T}_2 = -1.789\ i + 0\ j - 0.894\ k \ [t_f]$

$\bar{W} = -2k \ [t_f]$

II.11- $\bar{F} = -12.75\ i + 3.119\ j - 7.26\ k \ [kg_f]$

II.12- $\bar{T}_1 = -4.22i - 1.205\ j - 1.164\ k \ [t_f]$

$\bar{T}_2 = -1.692\ i - 0.483\ j - 0.718\ k \ [t_f]$

$\bar{W} = -2k \ [t_f]$

FRENTE - 8

II.13- $\bar{R} = -5.38\ i + 0\ j - 4.14\ k\ [t_f]$

II.14- i) $\bar{R}_1 = 117.262\ i + 87.631\ j + 106.066\ k\ [kg_f]$

ii) $\bar{R}_2 = 56.835\ i - 20\ j + 20.831\ k\ [kg_f]$

II.15- $\bar{R} = -5.912i - 1.690\ j - 1.882\ k\ [t_f]$

II.16- $\bar{F}_1 = +60.07\ i + 0j - 42.91\ k\ [kg_f]$

$\bar{F}_2 = -46.76\ i + 24.14\ j + 37.42\ k\ kg_f$

$\bar{F}_3 = 23.83\ i - 5.56\ j + 33.36\ k\ [kg_f]$

II.17- No es posible tal descomposición.

II.18- Sí es posible, pero la solución no es única.

II.19- $|\bar{F}_1| = 30.26$; $|\bar{F}_2| = 43.6436$; $|\vec{F}_n| = 84.7318\ kg_f$

II.20- $|\bar{F}_{DC}| = 43.6436$; $|\vec{F}_p| = 89.9735\ kg_f$

La condición es que F_p , F y F_{DC} estén contenidas en un plano.

II.21- $|\vec{F}_1| = 14.9923\ \ell b_f$

$|\vec{F}_2| = 15.4513\ \ell b_f$

$|\vec{F}_3| = 3.7380\ \ell b_f$

VUECTA-8

II.22- $|\vec{T}_1| = 450\ kg_f$

$|\vec{T}_2| = 259.81\ kg_f$

$|\vec{C}| = 1050\ kg_f$

II.23- $|\vec{T}_1| = 1.624\ t_f$

$|\vec{R}| = 0.5975\ t_f$

II.24- El módulo de la resultante es:

$|\vec{R}| = 2.26078\ t_f$

II.25- $|\vec{C}_1| = 1.6071\ t_f$

$|\vec{C}_2| = 1.6071\ t_f$

$|\vec{T}_3| = 2.1203\ t_f$

vuelta -8

R E S U L T A D O S
S E R I E III

III.6- i) $\bar{M}_0 = -280\ i + 6720\ j - 3920\ k\ [kg_f \cdot m]$

$|\bar{M}_0| = 7785\ [kg_f \cdot m]$

$\cos\alpha = -0.0359$

$\cos\beta = 0.865$

$\cos\gamma = -0.502$

ii) $\bar{M}_Q = -420\ i + 6300\ j - 3360\ k\ [kg_f \cdot m]$

III.7- $\bar{M}_B^1 = -692.8\ k\ [\ell b_f \cdot in]$

$\bar{M}_B^2 = 346.4\ k\ [\ell b_f \cdot in]$

$\bar{M}_A^1 = -992.8\ k\ [\ell b_f \cdot in]$

$\bar{M}_A^2 = 46.4\ k\ [\ell b_f \cdot in]$

III.8- $\bar{M}_C = 240\ i + 120\ j + 180\ k\ [\ell b_f \cdot ft]$

III.9- $\bar{M}_O^1 = -400\ i + 200\ j\ [\ell b_f \cdot ft]$

$\bar{M}_O^2 = 200\ i - 200\ j\ [\ell b_f \cdot ft]$

$\bar{M}_O^3 = 1000\ i + 1000\ k\ [\ell b_f \cdot ft]$

$\bar{M}_O^4 = -100\ j\ [\ell b_f \cdot ft]$

$\bar{M}_O^5 = 0$

$\bar{M}_O^6 = 0$

$\bar{M}_O^7 = -200\ k\ [\ell b_f \cdot ft]$

FRENTE-8

III.10- $\bar{M}_A^{760} = 8\ 400\ j\ [kg_f \cdot m]$

$\bar{M}_A^{2000} = -\ 10\ 000\ i + 12000\ j\ [kg_f \cdot m]$

$\bar{M}_A^{500} = 3\ 000\ j\ [kg_f \cdot m]$

III.11- $\bar{M}_0^{50} = -\ 200\ j\ [t_f \cdot m]$

$\bar{M}_0^{20} = 120\ j\ [t_f \cdot m]$

$\bar{M}_0^{10} = -\ 60\ i\ [t_f \cdot m]$

III.12- $\bar{F}_X\ i = -\ 300\ i\ [kg_f]$

$\bar{F}_Y\ j = 900\ j\ [kg_f]$

$\bar{F}_Z\ k = 450\ k[kg_f]$

$\bar{M}_0^F = -\ 3150\ i - 2400\ j + 2700\ k\ [kg_f \cdot m]$

III.14- $\bar{F} \equiv \{(210i+420j-420k),\ (-\ 2520i + 1260j)\}$

III.15- Ninguna de las dos

III.16- P_1 (3, 6, 0) [m]

P_2 (3, 0, 0) [m]

III.20- $M_{O_A}^F = 2592\ [kg_f \cdot m]$

III.21- $M_{X'X} = 10\ [t_f \cdot m]$

$M_{Y'Y} = 13\ [t_f \cdot m]$

$M_{Z'Z} = 6\ [t_f \cdot m]$

III.22- $M_{A'A} = 1600 \left[kg_f \cdot cm\right]$

III.23- $M_{EC} = 1585.08 \left[kg_f \cdot m\right]$

III.24- $M_{Y'Y} = 100 \left[kg_f \cdot m\right]$

III.25- $M^{100}_{X'X} = 0$; $M^{100}_{Y'Y} = -600\ kg_f \cdot m$; $M^{100}_{Z'Z} = 0$

$M^{125}_{X'X} = 0$; $M^{125}_{Y'Y} = 0$; $M^{125}_{Z'Z} = 0$

$M^{250}_{X'X} = 0$; $M^{250}_{Y'Y} = 1000\ kg_f \cdot m$; $M^{250}_{Z'Z} = 0$

$M^{700}_{X'X} = 0$; $M^{700}_{Y'Y} = 0$; $M^{700}_{Z'Z} = 0$

$M^{400}_{X'X} = 6000\ kg_f \cdot m$; $M^{400}_{Y'Y} = -1600\ kg_f \cdot m$; $M^{400}_{Z'Z} = 0$

$M^{300}_{X'X} = 0$; $M^{300}_{Y'Y} = -1800\ kg_f \cdot m$; $M^{300}_{Z'Z} = 4500\ kg_f \cdot m$

$M^{150}_{X'X} = -900\ kg_f \cdot m$; $M^{150}_{Y'Y} = 0$; $M^{150}_{Z'Z} = 600\ kg_f \cdot m$

$M^{500}_{X'X} = 3\,000\ kg_f \cdot m$; $M^{500}_{Y'Y} = 0$; $M^{500}_{Z'Z} = 0$

$M^{200}_{X'X} = -3000\ kg_f \cdot m$; $M^{200}_{Y'Y} = 800\ kg_f \cdot m$; $M^{200}_{Z'Z} = 0$

$M^{750}_{X'X} = -11\,250\ kg_f \cdot m$; $M^{750}_{Y'Y} = 0$; $M^{750}_{Z'Z} = 0$

RESULTADOS
SERIE IV

IV.1- $\bar{m} = 10\ i - 70\ j + 124\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.2- a) $\bar{m} = -300\ i\ [kg_f \cdot m]$

b) $\bar{m} = -300\ i - 300\ j\ [kg_f \cdot m]$

c) $\bar{m} = -212.13\ i + 212.13\ j\ [kg_f \cdot m]$

d) $\bar{m} = 212.13\ i + 212.13\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.3- $\bar{m} = 1500\ i + 400\ j + 400\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.4- $\bar{m}_1 = -100\ j - 400\ k\ [kg_f \cdot m]$

$\bar{m}_2 = -600\ i - 1039.2\ j\ [kg_f \cdot m]$

$\bar{m}_3 = -1500\ i + 1500\ j\ [kg_f \cdot m]$

$\Sigma_{i=1}^{3}\ m^{i} = -2100\ i + 360.8\ j - 400\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.5- $\bar{C} = 600\ i - 800\ j + 1000\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.6- $\bar{R} = 6i - 3j + 9k\ [kg_f]$

$\bar{R}_o = 45i - 31\ j - k\ [kg_f \cdot m]$

IV.7- a) $\bar{R} = -95\ k\ [t_f]$

$\bar{R}_o = -100i + 30j\ [t_f]$

b) $\bar{R} = -30\ i + 5\ j - 20\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -260\ i - 120\ j + 320\ k\ [kg_f \cdot m]$

c) $\bar{R} = -9.52\ i + 31.64\ j - 34.52\ k\ [t_f]$

$\bar{R}_0 = -337.7\ i + 134.53\ j + 215.33\ k\ [t_f \cdot m]$

d) $\bar{R} = -532.8\ i + 328.89\ j + 141.42\ k\ [kg_f]$

$\bar{M}_0 = -1000.73\ i - 1996.8 j + 600 k\ \ kg_f \cdot m$

e) $\bar{R} = -250\ i + 6397\ j\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = 130\ 420\ k\ [kg_f \cdot m]$

f) $\bar{R} = 130.76\ i + 130.76\ j + 500\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = 2900 i - 2900 j\ [kg_f \cdot m]$

IV.8- $R = 150\ i - 1085.1 j + 672.7\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -1802.4\ i - 3000\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.9- $|\bar{F}_1| = 100\ kg_f$

$|\bar{F}_2| = 100\ kg_f$

$\bar{R} = 250\ i + 100\ j - 1100\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -10\ 000\ i + 34\ 500\ j + 3000\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.11- No son equivalentes

IV.12- $\bar{F}_3 = 10\ i + 10\ j + 4\ k\ [kg_f]$

$\bar{m}_4 = 9\ i + 10\ j + 10\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.13- $\bar{F} = 90\ i + 3\ j - 9\ k\ [kg_f]$

$\bar{m} = 9\ i - 81\ j + 236\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.14- No son equivalentes

IV.16- $\bar{F}_0 = -1300\ j\ [kg_f]$

$\bar{F}_P = -\ 1000\ j\ [kg_f]$

IV.17- a) $X = \frac{1}{5}\ L$

b) $X = \frac{13}{15}\ L$

IV.18- $\bar{m} = 51.96\ j + 54\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.19- $\bar{F}_2 = \frac{1}{3}\ \bar{F}_1$

IV.20- a) $F = 20\ \ell b_f$

b) $F = 16\ \ell b_f$

c) $F = 12\ \ell b_f$

IV.21- El punto de traslado es P (0,0.9,6) [m] y el par mínimo:

$\bar{m} = 162\ i + 360\ j + 486\ k\ [kg_f \cdot m]$

IV.22- $\bar{F} = 573.4\ j + 401.5\ k\ [kg_f]$

$\bar{m} = 93.7\ i\ [kg_f \cdot m]$

IV.23- El par de transporte resulta:

$\bar{m} = 10\ 000\ k\ [kg_f \cdot m]$

RESULTADOS
SERIE V

V.1- i) $\bar{R} = -5.796\ i + 4.243\ j + 6.664\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -25.295\ i + 11.672 j + 34.789\ k [kg_f \cdot m]$

ii) $\bar{R} = -5.796\ i + 4.243\ j + 6.664\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -56.792\ i - 0.0795\ j + 0.0115\ k\ [kg_f \cdot m]$

iii) $|\vec{R}| = 9.8\ kg_f$ igual en ambos casos

V.2- $\bar{R} = -6.3878\ i - 3.2868\ j + 6.6641\ k\ [kg_f]$

$\bar{R}_0 = -18.7543\ i - 63.6078\ j + 0.0114\ k\ [kg_f \cdot m]$

$\bar{R} \cdot \bar{R}_0 = 325.92\ kg_f^2 \cdot m$ en todos los casos

V.3- i) Sí varía el vector momento en magnitud

ii) Como $\vec{R} \cdot \vec{M}_T$ no varía y $|\vec{R}|$ tampoco entonces

$|\vec{M}_T|\ \cos\alpha$ no varía

V.6- $\bar{R} = 0.8911\ i + 7.2029\ j - 6.002\ k\quad [\ell b_f]$

$\bar{m} = 0\ i + 0\ j + 0\ k\quad [\ell b_f \cdot m]$

$\bar{M}_T = -36.014\ i + 4.456\ j + 0\ k\ [\ell b_f \cdot m]$

$x = 0.3015$; $y = 2.437$; $z = 2.969\ [m]$

V.7- $\bar{R} = 4\ k\quad [kg_f]$

$\bar{m} = 0\ i + 0\ j + 0\ k\quad [kg_f \cdot m]$

$\bar{M}_T = 1.5\ i + 59.7558\ j + 0k\quad [kg_f \cdot m]$

$x = -14.9389$; $y = 0.375$ $z = 0\ [m]$

V.8- $\bar{R} = -5.5867\ i + 18.011\ j - 2.7349\ k\quad [t_f]$

$|\bar{R}| = 19.054 \ kg_f$

$\bar{m} = 0\,i + 0\,j + 0\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$\bar{M}_T = -19.8532\,i + 3.748\,j + 65.237\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$x = 3.2644 \; ; \; y = 1.1534 \; ; \; z = 0.9272 \ [m]$

V.10- $\bar{R}_0 = -19.239\,i - 7.8034\,j + 0.0437\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$|\bar{R}_0| = 20.7613 \left[t_f \cdot m \right]$

$\bar{m} = -2.054\,i - 1.588\,j - 6.6987\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$\vec{M}_p = -17.1853\,i - 6.2152\,j + 6.7423\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$|\vec{M}_p| = 19.4788 \ t_f \cdot m$

$\vec{R} = 0.67897\,i + 0.5252\,j + 2.2146\,k \left[t_f \right]$

$|\vec{R}| = 2.3751 \ t_f; \ \bar{R} \cdot \bar{M}_T = -17.063 \ t_f^2 \cdot m$

$x = 2.71 \; ; \; y = -\,7.7582 \; ; \; z = 0 \ m$

V.11- $\bar{R}_0 = -6.179\,i + 9.8437\,j + 31.8556\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$|\bar{R}_0| = 33.90967 \ t_f$

$\bar{M}_p = -6.1794\,i + 9.8437\,j + 31.8556\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$\bar{m} = 0\,i + 0\,j + 0\,k \left[t_f \cdot m \right]$

$\bar{R} = -2.5649\,i - 1.8580\,j + 0.0766\,k \left[t_f \right]$

$|\vec{R}| = 3.16809 \left[t_f \right]$

$x = -5.9722 \; ; \; y = 8.0935 \; ; \; z = 3.6595 \ [m]$

$\vec{R} \cdot \vec{R}_0 = 0$

V.12- $\vec{R} = -\ 8.2488\ i + 9.6906\ j + 3.8557\ k\ [t_f]$

$\bar{m} = -\ 11.3682\ i + 13.552\ j + 5.3137\ k\ [t_f \cdot m]$

$\vec{M}_p = -\ 21.9269\ i - 33.6292\ j + 37.611\ k\ [t_f \cdot m]$

$\vec{R}_0 = -\ 33.2951\ i - 20.274\ j + 42.925\ k\ [t_f \cdot m]$

$x = 2.7946;\ y = 1.2767;\ z = 2.7706\ [m]$

$\vec{R} \cdot \vec{R}_0 = 243.6823\ t_f^2 \cdot m$

V.13- $|\vec{R}| = 0.5974\ \ t_f$

$|\vec{T}_1| = 1.6241\ \ t_f$

el peso pasa a 2.7535 m de la llanta

V.14- Para el sistema de referencia mostrado, la fuerza resultante será

$\bar{R} = 488.377\ i + 1829.832\ j - 2146.559\ k\ [kg_f]$

el par será

$\vec{m} = -\ 622.5629\ i - 2332.5938\ j + 2736.344k\ [kg_f \cdot m]$

y el punto en la base será

$x = 1.9967\ \ m$

$y = 3.1198\ \ m$

$z = 0.0\ \ m$

V.15- Los efectos serán:

Una fuerza F aplicada en A con una magnitud de- $|\vec{F}| = 10.343\ kg_f$ y un momento (que se puede considerar aplicado en A), $|\vec{M}| = 1.9458\ kg_f \cdot m$

RESULTADOS
SERIE VI

VI.1- i) $\bar{R} = -420\,k\,[g_f]$, $\bar{R}_0 = -6300\,i + 4200\,j\ [g_f - cm]$

ii) $x = 10$ cm $y = 15$ cm , $z = 0$

VI.2- i) $\bar{R} = 420\,j\ [g_f]$, $\bar{R}_0 = 4200\,k\ [g_f - cm]$

ii) $x = 10$ cm , $y = 0$, $z = 0$

VI.3- i) $x = 10$ cm , $y = 15$ cm , $z = 0$

ii) Centro de gravedad

iii) Son los momentos estãticos con respecto a los ejes

VI.4- i) $\bar{R} = \int (dw)\,k$, $\bar{R}_0 = \int (y dw)\,i - \int (x dw)\,j$

ii) $X_c = \dfrac{\int x dw}{\int dw}$, $Y_c = \dfrac{\int y dw}{\int dw}$

VI.5- $\bar{R} = \int dw\,j$, $\bar{R}_0 = -\int (z dw)\,i + \int (x dw)\,k$

$Z_i = \dfrac{\int z\,dw}{\int dw}$, $X_c = \dfrac{\int x\,dw}{\int dw}$

$X^* = \dfrac{\int x\,dw}{\int dw}$, $Y^* = \dfrac{\int y\,dw}{\int dw}$, $Z^* = \dfrac{\int x\,dw}{\int dw}$

VI.7- i) $Q_y = 49$ cm^2 ; $Q_x = 84.87$ cm^2

$Y_c = 6.062$ cm ; $X_c = 3.5$ cm

ii) $= Q_{yT} = 191.6919$ cm^2 ; $X_c = 7.6676$ cm

$Q_{xT} = 151.8330$ cm^2 ; $Y_c = 6.0332$ cm

VI.8- . i) $Q_x = \frac{h^2}{6}(2b + d)$

$Y_c = \frac{1}{3}\left(\frac{2a + b}{a+b}\right)$

$Q_y = \frac{h}{6}(2a^2 + 3b^2 + c^2 + 6ba + 3ac + 3bc)$

$X_c = \frac{1}{3}\left(\frac{2a^2 + 3b^2 + c^2 + 6ab + 3ac + 3bc}{b + d}\right)$

ii) $Q_y = \frac{1}{2} b^2 h + \frac{bhd}{2}$

$Q_x = \frac{bh^2}{2}$

$X_c = \frac{1}{2}(b + d)$

$Y_c = \frac{h}{2}$

iii) $Q_x = 1.1840167a^3$ $Y_c = 0.6881\,a$

$Q_y = 1.39189a^3$ $X_c = 0.809016\,a$

VI.9- . i) $Q_x = 63\pi\ cm^3$; $X_c = 6$ cm

$Q_y = 54\pi\ cm^3$; $Y_c = 7$ cm

ii) $Q_y = 4\pi\ cm^3$; $X_c = 2$ cm

$Q_x = 52.64\ cm^3$ $Y_c = \frac{8}{3}\pi$ cm

iii) $Q_y = 3.06719\ cm^3$; $X_c = 0.8933$ cm

$Q_x = 3.06719\ cm^3$; $Y_c = 0.8933$ cm

VI.10- i) $Q_y = 295.60 \ cm^3$; $X_c = 4.41$ cm

$Q_x = 0$, $Y_c = 0$

ii) $Q_y = 221.7 \ cm^3$; $X_c = 5.64$ cm

$Q_x = 0$; $Y_c = 0$

VI.11- i) $Q_y = 230.4 \ cm^3$; $X_c = 3.6$ cm

$Q_x = 0$; $Y_c = 0$

ii) $Q_y = 115.2 \ cm^3$; $X_c = 3.6$ cm

$Q_x = 96 \ cm^3$; $Y_c = 3$ cm

iii) $Q_x = 8.1 \ cm^3$; $X_c = 6.75$ cm

$Q_y = 60.75 \ cm^3$; $Y_c = 0.9$ cm

VI.12- i) $X_c = 11.30$ cm del extremo izquierdo

$Y_c = 7.69$ cm de la base inferior

ii) $X_c = 14$ cm del extremo izquierdo

$Y_c = 13.924$ cm de la base inferior

VI.13- i) $X_c = 2.44$ cm del extremo izquierdo

$Y_c = 6.94$ cm de la base inferior

ii) $(X_c = 0)$ al centro del alma

$Y_c = 9$ cm del patín inferior

VI.14- $X = 0$, $Y = 2.268$, $Z = 2.268$ cm

VI.15- $X = 0$, $Y = 5.33$, $Z = 0$ cm

$Q_x = 603.186$ cm^4

VI.16- $X = 0$, $Y = 6$, $Z = 0$ cm

$Q_x = 271.43$ cm^4

VI.17- $X_c = \frac{b}{2}$, $Y_c = \frac{a}{2}$, $Z_c = \frac{h}{4}$

$Q_x = \frac{b^2 h a}{6}$, $Q_y = \frac{b h a^2}{6}$

$Q_z = \frac{b a h^2}{12}$

VI.18- $Q_y = 495.75 \pi$ cm^4 ; $X_c = 11.033$ cm

$Y = 0$, $Z = 0$ cm

$X_c = 0$; $Y_c = -4.56$ cm ; $Z_c = 3.79$ cm

R E S U L T A D O S
S E R I E VII

VII.7- $\theta = 35°$

R E S U L T A D O S
S E R I E VIII

VIII.4- $F_1 = 577.36\ kg_f$

$F_2 = -\ 854.68\ kg_f$

VIII.5- $T_{BD} = 329.4\ kg_f$

$T_{AC} = 403.5\ kg_f$

VIII.6- $\theta = 26°34'$

$T_{BD} = 1.414\ W$

VIII.7- $R_{BC} = 15.9\ kg_f$

$R_{AB} = 37.53\ kg_f$

$R_{AX} = 22.5\ kg_f$

VIII.8- $\frac{P}{Q} = 1$

VIII.9- $T = 125\ kg_f$

VIII.10- $R_{AX} = 0$

$R_{AY} = 200\ kg_f$

$M = 300\ kg_f \cdot m$

VIII.11- $P = 43.33\ kg_f$

VIII.12- $T_{BC} = 26.875\ t_f$

$A_Y = 51.875\ t_f$

$A_X = 0$

VIII.13- $P = 6.35\ kg_f$

VIII.14- $W_A = 426\ kg_f$

VIII.15- $\mu = \frac{1}{3} \cot \alpha$

VIII.16- $\mu = 0.2$

VIII.17- $F_{CD} = 299.67\ kg_f$

$F_{AD} = -\ 83.28\ kg_f$

$F_{BD} = 167.22\ kg_f$

VIII.18- $T_1 = 1723.15\ kg_f$

$T_2 = 2584.7\ kg_f$

$R_X = 3692.46\ kg_f$

$R_Y = 0$

$R_Z = -\ 400\ kg_f$

Vuecra-9

VIII.19- $P = -120\ kg_f$

$Q = 104\ kg_f$

$\bar{F} = -85\ i + 85\ j + 120\ k\ [kg_f]$

VIII.20- $R_A = 2200\ kg_f$

$R_B = 950\ kg_f$

$R_C = 1950\ kg_f$

Vuelta-9

RESULTADOS
SERIE IX

IX 1.- $A_y = 91.36\,N$; $B_x = 44.32\,N$; $B_y = 70.47\,N$

IX 2.- $C_x = 1932.4\ \ell b_f$; $C_y = 7304.70\ \ell b_f$

IX 3.- $A_x = 214.56\,N$; $A_y = 108.46\,N$; $B_y = 140.77\,N$

IX 4.- $A_y = 10.35\,N$; $B_x = 20.52\,N$; $B_y = 59.23\,N$

IX 5.- $B_x = 170.71\,N$; $B_y = 402.50\,N$; $M = -466.87\,N \cdot m$

IX 6.- $E_y = 75\,N$; $M = 2.8875\ KN \cdot m$

IX 7.- $D_x = 150\,N$; $D_y = 210\,N$; $D_z = 370\,N$

$M_{DX} = -2220\,N \cdot m$; $M_{DY} = 2775\,N \cdot m$; $M_{DZ} = 900\,N \cdot m$

IX 8.- El problema es hiperestático

IX 9. - $A_y = 9.68 \times 10^5\ \ell b_f$; $M_A = -1.28 \times 10^7\ \ell b_f \cdot ft$

IX 10.- $A_x = 1.2\,W$; $A_y = W$; $B_x = 1.2\,W$

IX 11.- $A_x = -(\frac{2Wx}{L} + WL)$; $A_y = \frac{WL}{2} + W\,(1 - \frac{X}{L})$

IX 12.- $A_x = 74.42\ KN$; $B_x = 67.50\ KN$; $B_y = 0$

IX 13.- a).- $A_x = P + Q\cos\alpha$; $A_y = Q \operatorname{sen}\alpha$

b).- $A_x = P + Q\cos\alpha$; $A_y = Q\operatorname{sen}\alpha + W$

Condición de equilibrio:

$$Q\cos\alpha\,(r\operatorname{sen}\beta) + Q\operatorname{sen}\alpha\, r\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\beta}{\beta}\right) -$$

$$- Pr\operatorname{sen}\beta + Wr\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\beta}{\beta}\right) = 0$$

IX 14.- $C_x = -P\cos\alpha + qr$; $C_y = -P\operatorname{sen}\alpha - qr + W$

$M_c = -Wr + Pr\cos\alpha + Pr\operatorname{sen}\alpha + qr^2$

IX 15.- $P = 111.53\ \text{N}$

IX 16.- $\mu = 0.1763$

IX 17.- $M = \dfrac{P\ell\operatorname{sen}\theta}{2(\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta)}$

IX 18.- $P = 900\ \text{N}$

IX 19.- $M = 45.6\ \text{N}\cdot\text{m}$

IX 20.- $M_{BARRAS} = 15.897\ \text{kg}$;

si $m = 150\ \text{N}\cdot\text{m}$ no se alcanza a levantar la llanta

IX 21.- $\sqrt{2\left(\dfrac{b}{h}\right)^2 - 1}$

IX 22.- $W = F_{máx}\operatorname{tg}\theta$

IX 23.- $P = \dfrac{3W}{h}\sqrt{1 - \left(\dfrac{h}{4b}\right)^2}$

IX 24.- a).- $P = \dfrac{Qa}{b}$; b).- $C = P\sqrt{1 + \dfrac{2b}{a}\cos\theta + \dfrac{b^2}{a^2}}$

IX 25.- $Q = 205\ \text{N}$

RESULTADOS
SERIE X

X 1.- $A_x = -5\ t_f$; $A_y = 8.8\ t_f$

$B_y = 2.75\ t_f$

X 2.- $A_y = 2.51\ t_f$

$B_x = 1.06\ t_f$, $B_y = 1.05\ t_f$

X 3.- $|A| = 8.38$; $\phi_{A,X} = 102.41°$

$|B| = 19.79$; $\phi_{B,X} = 45.78°$

X 4.- $W = 20\ kg_f$

$A_x = 86.6\ kg_f$; $A_y = 50\ kg_f$

$C_y = 100\ kg_f$

X 5.- $P = 253.3\ N$

$A_x = 272\ N$ $A_y = 514.7\ N$

X 6.- $A = 140.5\ kg_f$ $\phi_{A,X} = 86.53°$

$C = 16.71\ kg_f$ $\phi_{C,X} = 119.82°$

X 7.- $A_x = 6.54\ t_f$; $A_y = -4.77\ t_f$

$C_x = -8.46\ t_f$; $C_y = 13.23\ t_f$

X 8.- $A_x = 120\ N$; $A_y = -20\ N$

$B_x = -280\ N$; $B_y = -80\ N$

$C_x = 120\ N$; $C_y = 140\ N$

X 9.- $A_x = 774.5\ kg_f$; $A_y = 500\ kg_f$

$C_x = 3903\ kg_f$; $C_y = 1621\ kg_f$

X 10.- $A_x = 1.71$ KN ; $A_Y = 0.250$ KN

$B_x = 0.810$ KN

X 11.- $T = 979.13$ N

X 12.- $|F| = 869.54\ kg_f$

$C_x = 440\ kg_f$; $C_Y = 2750\ kg_f$

X 13.- $A_x = -114.3$ N ; $A_Y = 236.9$ N

$\mu = 0.55$

X 14.- $A_x = -7000\ kg_f$; $A_Y = 19180\ kg_1$

$C_x = -7000\ kg_f$; $C_Y = 5820\ kg_f$

X 15.- $A_x = 7.5\ kg_f$; $A_Y = 66.61\ kg_f$

$B_x = 2.5\ kg_f$; $B_Y = 26.7\ kg_f$

X 16.- $|F| = 51.32\ kg_f$

$\bar{F} = 8i - 50.70j\ [kg_f]$

X 17.- $A_x = -8\ t_f$; $A_Y = -6.4\ t_f$

$B_x = 12.8\ t_f$; $B_Y = 0\ t_f$

X 18.- $A_h = 53.7\ kg_f$; $D_h = 103.7\ kg_f$

$A_v = 64\ kg_f$; $D_v = 150.6\ kg_f$

X 19.- $P_x = -50\ t_f$; $P_Y = 122\ t_f$

$Q_x = -50\ t_f$; $Q_y = 138\ t_f$

X 20.- $W = 399\ kg_f/m$

R E S U L T A D O S
S E R I E XI

XI 3.- $|\bar{A}| = 8.96\ t_f$, $\phi_A = 14.75°$

$|\bar{B}| = 2.72\ t_f$

XI 4.- $\overline{CA} = -433\,i + 250\,j\ [kg_f]$

$\overline{CB} = 433\,i + 250\,j\ [kg_f]$

XI 5.- $\phi_{X,A} = 180°$ $|\bar{A}| = 8660\ kg_f$

$\phi_{X,B} = 30°$ $|\overline{CB}| = 10000\ kg_f$

XI 6.- $|\overline{AB}| = 8660\ kg_f$ en la dirección AB (tensión)

$|\overline{BC}| = 10000\ kg_f$ en la dirección CB (compresión)

XI 7.- $\phi_{X,A} = 134.06°$ $|\bar{A}| = 2157\ kg_f$

$\phi_{X,B} = 90°$ $|\bar{B}| = 4050\ kg_f$

XI 8.- $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = 20.83\ t_f$ Compresión

$|\overline{AD}| = |\overline{DC}| = 16.66\ t_f$ Tensión

$|DB| = 25\ t_f$ Tensión

XI 9.- ab = 5.20 t_f

db = 6.0 t_f

cb = 3.0 t_f

dc = 0.0 t_f

XI 10.- ab - tensión

db - compresión

bc - tensión

dc - no trabaja, puede suprimirse.

XI 11.- cb = 15.0 t_f compresión

ab = 9.0 t_f tensión

ac = 12.0 t_f compresión

XI 12.- $\bar{a} = -12i - 9j \; [t_f]$

$|\bar{a}| = 15 \; t_f$

$\bar{c} = 9j \; [t_f]$

$|c| = 9 \; t_f$

Si se invierte el sentido de la carga P , la estructura debe fijarse en "C" mediante una articulación

XI 13.- CE = 0.943 t_f tensión

DE = 2.15 t_f compresión

XI 14.- BC = 3460 kg_f compresión

BD = 10000 kg_f compresión

AB = 12000 kg_f compresión

Ninguna de las 3 barras puede ser sustituida por cables.

XI 15.- AB = 7.5 t_f compresión

BD = 6.0 t_f "

BE = 2.5 t_f tensión

CE = 4.5 t_f "

XI 16.- $\overline{DF}$ = 6.0 t_f compresión

$\overline{EF}$ = 2.5 t_f tensión

$\overline{FG}$ = 4.0 t_f tensión

XI 17.- P = 5.26 t_f

FG = 5.05 t_f compresión

EF = 1.05 t_f compresión

XI 18.- RF = 0

AF = 0

EF = 0

BE = 0

RESULTADOS
SERIE XII

XII.2- $X/_{t=3} = 117\ m$; $v = 110\ m/s$; $a = 72\ m/s^2$

XII.3- $v = 4\ m/s$; $a = 16\ m/s^2$

XII.4- $a = -\ 0.3666\ m/s^2$

XII.5- $\Delta x = 84\ cm$; $v_m = 28\ cm/s$; $v = 8\ cm/s$

XII.6- $\Delta v = 42\ cm/s$; $\frac{\Delta v}{\Delta t} = 14\ cm/s^2$; $a = 8\ cm/s^2$

XII.7- $v_m = 5\ cm/s$; $v_m = -\ 4\ cm/s$

$\dot{x}_1 = 2\ cm/s$; $\dot{x}_4 = -\ 16\ cm/s$

$t = 0\ s$; $t = 8/3\ s$; $\ddot{x} = -\ 6\ cm/s^2$

XII.8- $a = 0.7478\ m/s^2$; $d = 126.386\ m$

XII.9- $r = -\dfrac{9k}{(3kt-1)^3} + C$; $v = -\dfrac{9k}{(3kt-1)^2}$; $a = -\dfrac{6k}{3kt-1}$

XII.10- $x = 22\ 000\ m$

XII.11- $y = -\ 4.9t^2 + 25$

XII.12- $s = \dfrac{1000}{3}\ m$; $v = 100\ m/s$; $a = 20\ m/s^2$

XII.13- $s = zt^3 - 10t^2 + 4t - 10$

RESULTADOS
SERIE XIII

XIII.2- $a_N = \dfrac{8v^2}{(1 + 64x^2)^{3/2}}$

XIII.3- $x = a \cos \pi t$; $y = a \text{ sen } \pi t$; $z = ct$

$\dot{x} = - a\pi \text{ sen } \pi t$; $\dot{y} = a\pi \cos \pi t$; $\dot{z} = c$

$\ddot{x} = - a\pi^2 \cos \pi t$; $y = - a\pi^2 \text{ sen } \pi t$; $\ddot{z} = 0$

XIII.4- $a_T = 2 \text{ ft/s}^2$; $a_N = 1 \text{ ft/s}^2$

XIII.5- $a = 30 \text{ in/s}^2$

XIII.6- $a_N = 3.298 \text{ ft/s}^2$; $R = 15.15 \text{ft}$

XIII.7- $a_N = 0.061 \text{ m/s}^2$

XIII.8- $\dfrac{1}{R} = \dfrac{2}{3} \quad \dfrac{\sqrt{t+1}}{(t^2 + 2)^2}$

XIII.9- $\vec{v} = -ir\dot{\theta}\text{sen}\theta + jr\dot{\theta}\cos\theta$; $\vec{a} = -ir\dot{\theta}^2\cos\theta - jr\dot{\theta}^2\text{sen}\theta$

XIII.10- $\vec{v} = 11.66\ \vec{e}_\rho + 3\ t^2\ \vec{e}_z$; $\vec{a} = 6t\vec{e}_z$

XIII.11- $\vec{v} = 130i + 77j + 5k$; $\vec{r} = 1390i + 925.5j + 101k$

XIII.12- $\vec{v} = 372\ \vec{e}_\phi$ (ft/s) ; $\vec{a} = - 4458\vec{e}_r + 556\,\vec{e}_\phi$ (ft/s^2)

XIII.13- $\vec{v} = 1.8\ \vec{e}_r + 1.272\ \vec{e}_\phi + 4.5\ \vec{e}_z$ (ft/s)

$\vec{a} = 11.3097\ \vec{e}_\phi + 10\ \vec{e}_z$ (ft/s²)

XIII.14- $\vec{r}_1 = 20\vec{e}_r + 24\ \vec{e}_z$ (ft); $\vec{v} = 20\vec{e}_r + 80\pi\vec{e}_\phi + 36\ \vec{e}_z$

$\vec{a} = 10(1 - 32\ \pi^2)\vec{e}_r + 200\pi\ \vec{e}_\phi + 36\vec{e}_z$ (ft/s²)

XIII.15- $\vec{a} = \left[2b - c^2\ (a + bt^2)\right]\vec{e}_r + 4\ bct^2\ \vec{e}_\phi$

XIII.16- $\vec{a}_{máx} = \ddot{s}.\vec{e}_T - \dfrac{a^2\ t^2}{R}\ \vec{e}_N$

RESULTADOS
SERIE XIV

XIV.1- $\alpha = 180\ \text{rad/s}^2$; $\theta = 128\ \text{rad}$

XIV.2- $\theta = 4\ \text{rad}$

XIV.3- $\Delta\theta = 165.5\ \text{rad}$

XIV.4- $\alpha = 36\ \text{rad/s}^2$

XIV.5- $\omega_m = 2.59 \times 10^{-6}\ \text{rad/s}$

XIV.6- $\omega = 11\ s^{-1}$; $v = 11\ m/s$; $\omega = 83\ s^{-1}$; $v = 83\ m/s$

XIV.7- $\overline{v} = 8i + 16j\ (m/s)$

XIV.8- $v_0 = 628.32\ cm/s$; $v_1 = 942.48\ cm/s$

XIV.9- $\overline{\omega} = -\left(\frac{v}{h} \operatorname{sen}^2 \theta\right) k$; $\overline{\alpha} = \frac{v^2}{h^2} \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{sen} 2\theta\, k$

XIV.10- $v_B = 27\ m/s$; $a = 9720\ m/s^2$

XIV.11- $\dot{x} = 0.1047\, N\ell \sec^2 \theta$; $\ddot{x} = 0.022 N^2 \ell \sec^2 \theta\, t_g\, \theta$

XIV.12- $\omega = 0.0375\ \text{rad/s}$

XIV.13- $v = \frac{5\pi}{4}\ in/s$

XIV.14- $a = \frac{5\pi}{4} \sqrt{1 + \pi^2}\ in/s^2$

XIV.15- $v = \frac{4\pi}{5} \sqrt{13}\ in/s$; $\overline{a} = 8\pi \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{4\pi}{25}\right) i + \left(1 - \frac{3\pi}{25}\right) j \right] in/s^2$

XIV.16- $a = 121.8\ ft/s^2$

RESULTADOS
SERIE XV

XV.2- $h = 16.1$ ft ; $\ell = 112$ ft

XV.3- $\bar{r} = 1800i + 2941.11j$ (m)

$\bar{v} = 300i + 460.75j$ (m/s); $R = 56\ 470$m

XV.4- $t = 2.32$s ; $D = 12.4$m

XV.5- $\rho_A = 40.77$m ; $\rho_B = 44.46$m

XV.6- $x = 3806$m ; $h = 707.6$m

XV.7- $\theta = 61°\ 30'$

XV.8- $t = 2.492$s ; $x_1 = 74.766$ ft ; $x_2 = 149.52$ ft

XV.9- $\alpha_1 = 77°\ 16'$; $\alpha_2 = 73°\ 85'$

XV.10- $|\bar{r}| = 38.24$ cm ; $v = 15.76$ cm/s ; $a = 31.25$cm/s^2

RESULTADOS
SERIE XVI

XVI.3- $d = 315.35m$

XVI.4- $d = 1500m$; $v = 64.615$ km/h

XVI.5- $t = 17.5s$; $x = 1093.75m$

XVI.6- $t = 8.66s$; $x = -22.5m$; $v_A = 10.39$ m/s ; $v_B = 15.58$ m/s

XVI.8- $t = 1.33s$; $h = 31.20m$

XVI.9- $v_o = 6.862$ m/s ; $t = 0.7s$

XVI.10- $t = 4.02s$; $h = 16.06m$

XVI.11- $t = 2.3s$; $h = 8.55m$; La primera sube y la segunda baja

XVI.12- $h = 31.74$ ft ; $v_o = 45.109$ ft/s