



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS

Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.

El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.

Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.

Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.

Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.

Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.

Atentamente

División de Educación Continua.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the integrity of the financial system and for the ability to detect and prevent fraud.

2. The second part of the document outlines the specific requirements for record-keeping, including the need to maintain original documents and to keep copies of all transactions. It also discusses the importance of ensuring that records are accessible and up-to-date.

3. The third part of the document discusses the role of the auditor in verifying the accuracy of the records. It emphasizes that the auditor must exercise due diligence and must be able to trace all transactions back to their source.

4. The fourth part of the document discusses the consequences of failing to maintain accurate records. It notes that this can lead to the loss of valuable information and can result in the imposition of penalties.

5. The fifth part of the document discusses the importance of training and education in ensuring that all personnel involved in the financial system are aware of their responsibilities and are equipped with the necessary skills to perform their duties.

6. The sixth part of the document discusses the importance of internal controls in preventing fraud and ensuring the accuracy of the financial statements. It notes that internal controls should be designed to minimize the risk of error and to ensure that all transactions are properly authorized and recorded.

7. The seventh part of the document discusses the importance of external audits in providing an independent assessment of the accuracy of the financial statements. It notes that external audits are essential for the confidence of investors and other stakeholders.

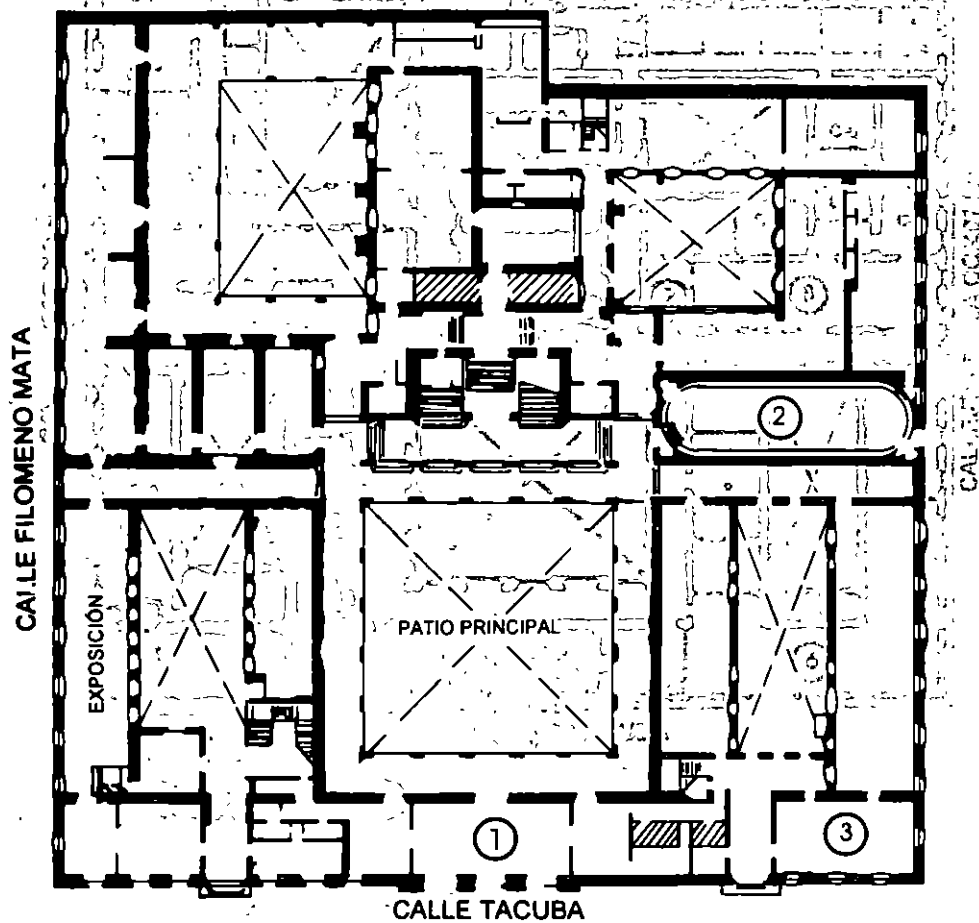
8. The eighth part of the document discusses the importance of transparency and disclosure in the financial system. It notes that transparency is essential for the integrity of the financial system and for the ability to detect and prevent fraud.

9. The ninth part of the document discusses the importance of the role of the regulator in ensuring the integrity of the financial system. It notes that the regulator must have the authority and resources to enforce the rules and to take action against those who fail to comply.

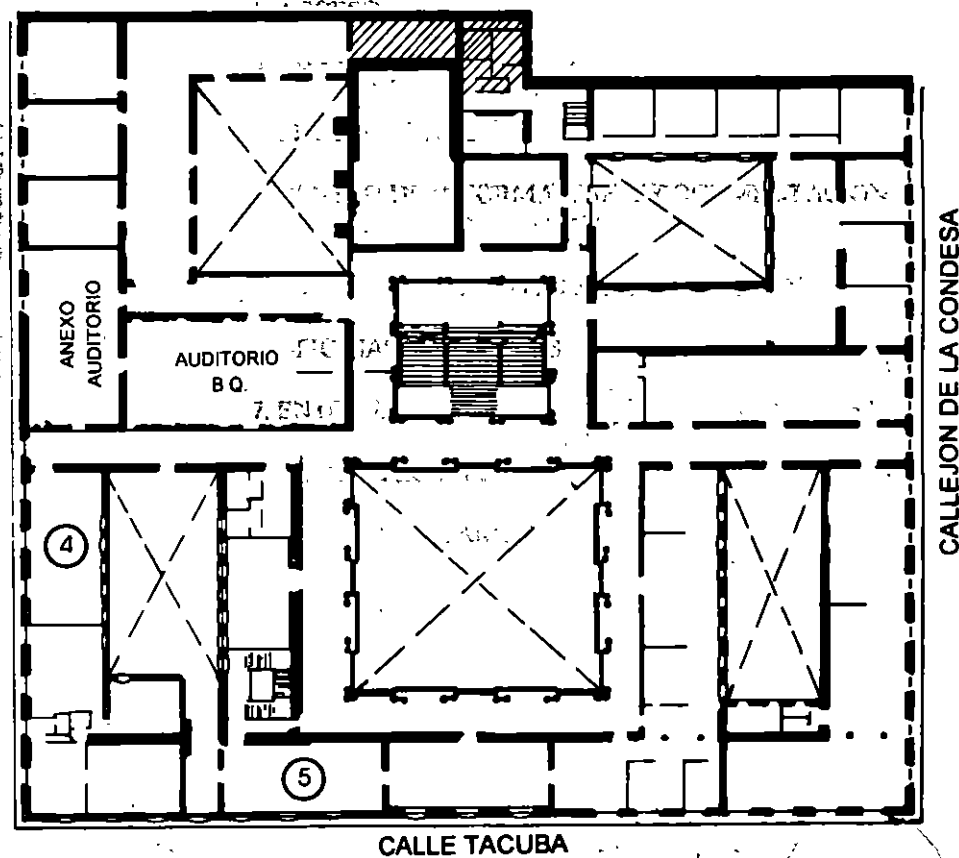
10. The tenth part of the document discusses the importance of the role of the public in ensuring the integrity of the financial system. It notes that the public must be educated about the risks of fraud and must be able to identify and report suspicious activity.



PALACIO DE MINERIA



PLANTA BAJA

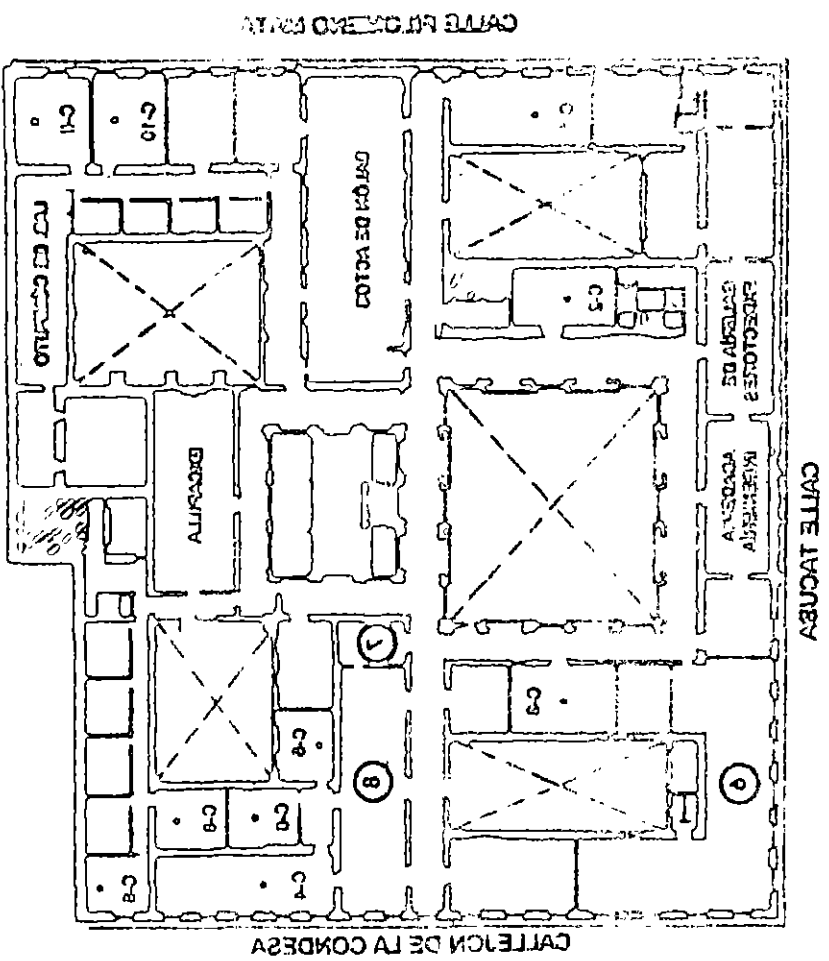


MEZZANINNE



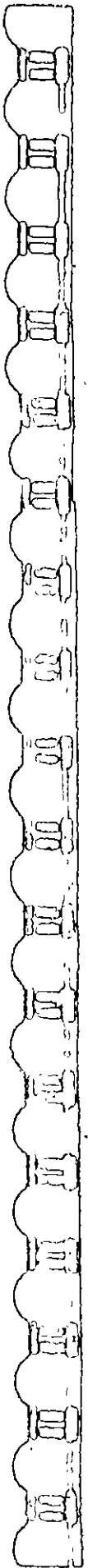
1974 11 20

CLASIFICACION DE LOS SERVICIOS
DIRECCION DEL SIDA CALIDAD COMUNITARIA



- 1 VOTOS
- 2 SANITARIOS
- 3 CENTRO DE INFORMACION Y DOCUMENTACION
- 4 LIBRERIA UNIVA
- 5 DEPARTAMENTO DE ALBERGIA
- 6 DEPARTAMENTO DE ALBERGIA
- 7 OFICINAS GENERALES
- 8 PROGRAMA DE APOYO A LA TUTELACION
- 9 ALMOZARDO MASCANONDE
- 10 CENTRO DE INFORMACION Y DOCUMENTACION
- 11 LIBRERIA UNIVA
- 12 DEPARTAMENTO DE ALBERGIA
- 13 ACCESO

GUIA DE LOCALIZACION





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

INSTRUMENTOS DE MEDICION

ING. RICARDO PADILLA VELAZQUEZ

I N D I C E

	Página
Objetivo	1
Elementos de un sistema de medición	2
Sensor primario	3
Convertidor de variable	3
Manipulador de variable	3
Transmisor de datos	4
Elemento de representación de datos	4
Significado de términos usuales en instrumentos de medición	5
Rango de mediciones	5
Exactitud	5
Precisión	5
Sensitividad o Sensibilidad	6
Linealidad	6
Discriminación	6
Legibilidad de la escala	7
Resolución	7

	Página
Umbral	7
Histéresis	8
Calibración de un instrumento de medición	8
Referencias	- 10
Indice	I y II

OBJETIVO

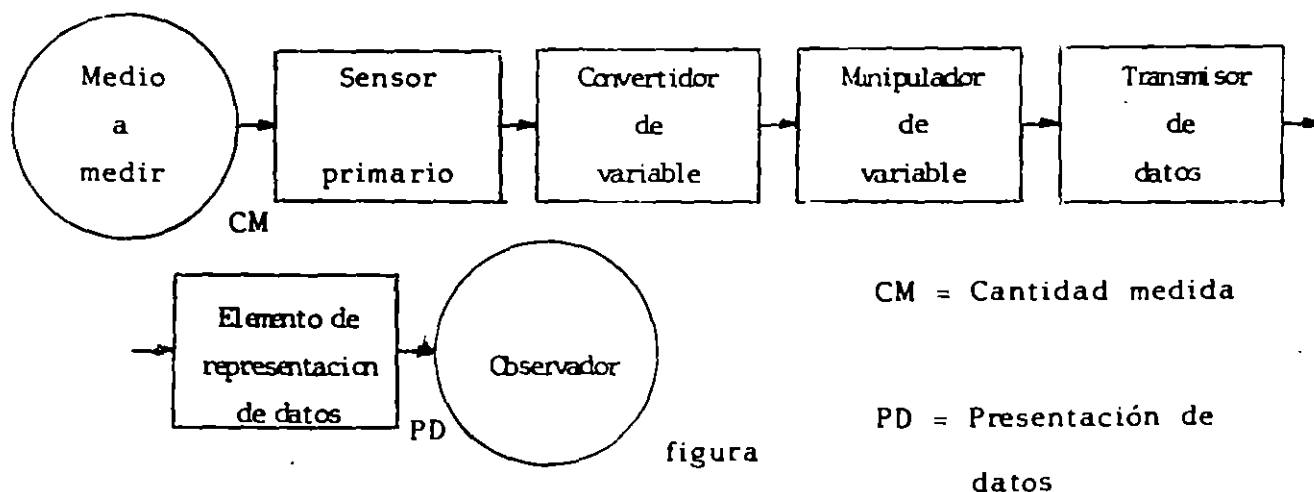
Conocer el significado exacto de terminos usuales para la comprensión y utilización de instrumentos de medición. Tales instrumentos se emplearán en el curso de Laboratorio de Mecánica de Suelos.

ELEMENTOS DE UN SISTEMA DE MEDICION

Es posible y deseable **describir** la operación y el desempeño de los instrumentos de medida y el equipamiento asociado en -- una teoría general, sin tener que recurrir a un ordenamiento **físico** específico.

Si se examinan diferentes instrumentos físicos, con la idea de hacer una generalización, se reconoce pronto en las diferentes partes de los instrumentos un patrón recurrente de similitud respecto a su función. Se puede proponer una simplificación y mostrar un esquema de posible aceptación universal.

El esquema que se propone es el mostrado en la figura. - Este esquema representa un posible arreglo de elementos funcionales en un instrumento e incluye todas las funciones básicas que se consideran necesarias para la descripción de cualquier **instrumento**.



A continuación se define cada una de las partes de que se compone este esquema.

SENSOR PRIMARIO. Es el primer elemento de un sistema de medición - que recibe la energía del medio a medir y produce una salida que - depende, en forma directa, de la cantidad medida. Es importante hacer notar que el instrumento siempre extrae **alguna energía** del medio medido. De esta forma, la cantidad medida es siempre perturbada por el acto de medición, de modo que el hacer una medición perfecta es teóricamente imposible. Se han diseñado buenos instrumentos para minimizar este efecto, pero siempre está presente en algún grado. La señal de salida del elemento sensor primario, es alguna variable física, como por ejemplo, un desplazamiento o un voltaje.

CONVERTIDOR DE VARIABLE. Es un elemento cuya función consiste en convertir la variable que recibe del sensor primario, a otra variable más adecuada que preserve la información contenida en la señal original. Se debe hacer notar que no todos los instrumentos incluyen un convertidor de variable. Cuando decimos "elementos" queremos decir - elementos funcionales, no elementos físicos. No todos los instrumentos de medición deberán tener todos los elementos que vamos a definir, es decir, para un instrumento dado se podrán **identificar** o no todos estos elementos. En otro caso se puede tener que un elemento físico realice dos funciones.

MANIPULADOR DE VARIABLE. Es un elemento que manipula en **alguna** forma a una señal representada por una variable física. La manipulación se realiza específicamente por medio de un cambio de valor numérico, de acuerdo a algunas pautas definidas, que preserven la naturaleza física de la variable. De esta forma, por ejemplo, un amplificador electrónico acepta una pequeña señal de voltaje como una en-

trada y produce una señal de salida que es también un voltaje, pero ahora como entrada de tiempo constante. Un elemento manipulador de variable no ira necesariamente a continuación de un elemento convertidor de variable, puede precederlo, estar en otra parte de la cadena de elementos o no aparecer.

TRANSMISOR DE DATOS. Este elemento se tiene cuando los elementos funcionales de un instrumento están de hecho físicamente separados, por lo que será necesario transmitir los datos de uno a otro. Puede ser tan simple como una barra ensamblada en un eje, o tan complicada como un sistema de telemetría, como los utilizados para la transmisión de señales a misiles equipados con radio, desde tierra.

ELEMENTO DE REPRESENTACION DE DATOS. Es el elemento que realiza la "traslación" de información, para que la cantidad medida sea comunicada a un ser humano, con fines de monitoreo, control o análisis. Pone la información en una forma reconocible por uno de los sentidos humanos. **Esta función** incluye la simple indicación de un cursor moviéndose sobre una escala, así como el registro de una pluma moviéndose sobre una carta. La indicación y graficación se **pueden** - realizar en incrementos discretos. La mayoría de los instrumentos se comunican con la gente por medio del sentido de la **vista**, **aunque se** puede concebir la comunicación para otros sentidos.

SIGNIFICADO DE TERMINOS USUALES EN INSTRUMENTOS DE MEDICION

Rango de mediciones. Depende de la aproximación con la cual se quieran hacer las lecturas para un instrumento dado. Por lo anterior existen dos tipos de rango: El primero se refiere al rango de posibles lecturas que se pueden hacer con un instrumento dado y sería desde el valor de la graduación mínima hasta la capacidad del instrumento. El segundo se refiere al rango de trabajo para la correcta utilización del instrumento, habiendo especificado la aproximación que se quiere como mínimo en la lectura de los valores. Para este segundo caso se recomienda usar una aproximación mínima de 0.1 %.

Exactitud. Indica para un instrumento dado, la desviación de la lectura respecto de una entrada conocida. Es común expresar la exactitud, como un porcentaje de la lectura de la escala completa, de modo que un voltímetro de 100 volts de capacidad con una exactitud del 1%, es exacto dentro de ± 1 volt a plena carga del voltímetro. El concepto de exactitud quedará más claro en el ejemplo siguiente.

Precisión. La precisión, indica la capacidad de un instrumento para reproducir cierta lectura con una exactitud dada. Como ejemplo de la diferencia entre precisión y exactitud, considere la medición de una presión conocida de 100 kilopascals (kPa) con un cierto manómetro. Se toman cinco lecturas y los valores obtenidos son 104, 103, 105, 103 y 105 kPa. Con estos valores podemos decir que no se puede depender del instrumento para obtener una exactitud mejor del

5% (5 kPa), en tanto que se indica una precisión de $\pm 1\%$, ya que - la desviación máxima del valor de lectura media (104) es sólo 1 kPa. Obsérvese que el instrumento puede calibrarse de modo que se pueda usar con una confianza para medir presiones dentro de ± 1 kPa. Este ejemplo muestra un detalle importante: La exactitud puede mejorarse por calibración, pero no más allá de la precisión del instrumento.

Sensitividad o sensibilidad. Para un instrumento, es la - razón del movimiento lineal del indicador en el instrumento **al cam** bio en la variable medida que causa este movimiento; por ejemplo: Un registrador de 1 mV puede tener una escala con 25 cm de longitud, **su** sensibilidad sería de 25 cm/mV, **suponiendo** que la medición es lineal en toda la escala. El fabricante por lo general especifica la sensibi- lidad para una cierta posición en la escala.

Linealidad. Es la desviación de la **curva** de respuesta de frecuencia del sistema, de una línea recta especificada. Se dice que un sistema mantiene una respuesta lineal **de frecuencia** si la razón - de la amplitud de salida, respecto a la de entrada, permanecen den- tro del intervalo de frecuencia deseado, de tal modo que reproduzca todas las frecuencias por igual dentro del margen de aplicación.

Hay dos tipos comunes de no-linealidad y son:

- a) Linealidad terminal: **Desviación de lo que sería una** línea recta para **los puntos** finales.
- b) Ajuste óptimo: **Desviación de la** línea recta, la cual minimiza los errores.

Discriminación: Es la mínima diferencia que se tiene entre

dos lecturas de la escala, en otras palabras es la diferencia de lecturas entre dos divisiones consecutivas de una escala.

Legibilidad de la escala. Es la facilidad de lectura de un instrumento e indica la proximidad o cercanía con la cual puede leerse la escala del instrumento; como ejemplo, un instrumento con una escala de 12 pulgadas tiene una legibilidad más alta que un instrumento de 6 pulgadas y la misma gama. La graduación mínima es la diferencia ~~mas~~ pequeña entre dos indicaciones detectables en la escala del instrumento. Ambas, legibilidad y graduación mínima, dependen de la longitud de la escala, espaciamento de las graduaciones, tamaño del indicador y efectos de paralaje.

Resolución. Es el incremento en la entrada de un instrumento, que ~~da~~ algún pequeño pero definido cambio numérico en la salida del instrumento. Si la entrada se incrementa lentamente (desde algún valor de entrada diferente de cero), se podrá encontrar que la salida no cambie hasta que se exceda un cierto incremento de entrada. A este incremento se le llama resolución. De esta manera resolución es el cambio de umbral instantáneo más pequeño medido en la entrada, que define la medida más pequeña en la salida.

Umbral. Es el primer cambio detectable en la salida de un instrumento incrementando desde cero, y es con frecuencia descrito como cualquier cambio medible. Si la entrada de un instrumento es perfecta y gradualmente incrementado desde cero, allí habrá un valor mínimo por debajo del cual no se pueda detectar cambio en la salida del instrumento. Este valor mínimo, define el umbral del instrumento. Ya que estos términos son un poco vagos, debido a la im-

probable reproductibilidad del umbral, se puede preferir usar un cambio definido del valor numérico para la salida de un instrumento, para el cual, el correspondiente valor de entrada se llamará umbral.

Histéresis. Se dice que un instrumento exhibe histéresis, cuando hay una diferencia en las lecturas, dependiendo de que el valor de la cantidad medida se acerque desde arriba o desde abajo. La histéresis puede ser el resultado del rozamiento mecánico, efectos magnéticos, deformación elástica o efectos térmicos.

Calibración de un instrumento de medición. La calibración de todo instrumento es importante, porque permite verificar el instrumento contra un patrón (o estándar) conocido y reducir, por lo tanto, los errores de exactitud. Los procedimientos de calibración implican una comparación del instrumento particular con: 1) un patrón primario; 2) un patrón secundario con mayor exactitud que la del instrumento que se calibra, o 3) con una fuente de entrada conocida. Por ejemplo, un medidor de flujo puede calibrarse por 1) comparación con una tabla estándar de medición de flujo de alguna Asociación de Estándares; 2) comparándolo con otro medidor de flujo de exactitud conocida, o 3) calibración directa con una medición directa primaria, como el peso de cierta cantidad de agua en un recipiente y el registro del tiempo transcurrido para que esta cantidad fluya a través del medidor. La importancia de la calibración no puede dejar de recalcar se ya que establece la exactitud de los instrumentos. Mejor que aceptar la lectura de un instrumento, es preferible efectuar cuando menos una calibración de verificación para asegurarse de la validez de las mediciones. Aun las especificaciones o calibraciones de los fabricantes no siempre pueden tomarse como idóneas. La mayoría de los fabri-

cantes reconocidos son confiables, pero algunos no.

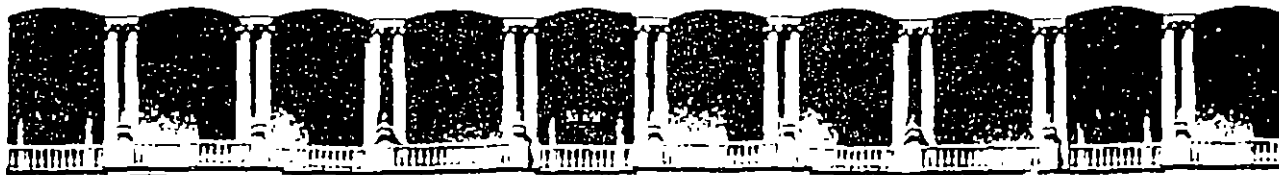
REFERENCIAS

1. Doebelin, Ernest O. (1975)

"Measurement systems: application and design"
Mc Graw-Hill Kogakusha, L.T.D. International
Student Edition.

2. Holman, Jack P. (1986)

"Métodos Experimentales para Ingenieros"
McGraw-Hill de México, S.A. de C.V.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

FUNDAMENTOS DE METROLOGIA EN MECANICA DE SUELOS

ING. ALFREDO OLIVARES PONCE

U . N . A . M .

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSO DE LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II.

21 - 25 DE AGOSTO DE 1995

COORDINADOR: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO.

1.1.- FUNDAMENTOS DE METROLOGIA EN MECANICA DE SUELOS.

INSTRUCTOR: ING. ALFREDO OLIVARES PONCE.

ANTECEDENTES.

Tradicionalmente, en nuestro medio la medición de los distintos parámetros en los aparatos del Laboratorio de Mecánica de Suelos se ha realizado por medio de instrumentos mecánicos como balanzas, manómetros etc.; en la actualidad debido a los sistemas de procesamiento de datos, la precisión requerida y otros factores se necesitan instrumentos de medición que tengan una señal eléctrica en su salida, la cual es posible monitorear a control remoto y manejarla con los sistemas de adquisición de datos y programas de computadora.

Existe un gran número de fabricantes de transductores, generalmente en el extranjero, así que si desea incorporar estos instrumentos de medición en un Laboratorio de Mecánica de Suelos, el procedimiento será seleccionar los adecuados y estar dispuestos a cubrir importantes cantidades de dinero.

La alternativa correspondiente a la filosofía del presente curso es establecer la posibilidad de producir los transductores en

el mismo Laboratorio con grandes ventajas como son la economía, autosuficiencia y disponibilidad.

No siendo posible, por limitaciones de tiempo, en la programación del curso ampliar la información al respecto se puede establecer que existe una amplia lista bibliográfica y varias personas con gran experiencia en nuestro medio, que podrían asesorar a personas o instituciones con interés al respecto.

TRANSDUCTORES (ELECTRICOS)

(Principio de Medición)

Genéricamente se denomina con el término "transductor" a un instrumento convertidor de una señal mecánica en una señal eléctrica. Básicamente un transductor está constituido por un elemento generalmente metálico deformable bajo la sollicitación mecánica del parámetro a medir y por un elemento capaz de producir una señal eléctrica, proporcional a la deformación del elemento sensible el cual deberá tener un comportamiento elástico, dentro del intervalo de medición.

Resulta de gran conveniencia que el elemento sensible presente grandes deformaciones manteniendo su condición elástica, siempre que estas deformaciones no afecten a la medición misma, ya que en estas condiciones la resolución aumenta y se hacen menos críticas las características de los instrumentos electrónicos de monitoreo y adquisición de datos.

Los materiales para fabricar el elemento sensible son comunes, sin embargo mejores diseños se obtienen con aceros al carbón o - inoxidables, duraluminio templado, cobre al berilio, de alto lími

te elástico y bajo módulo de elasticidad.

Existen geometrías para el elemento sensible a que han de ser sometidos quedando la posibilidad de un diseño específico siempre que cumpla con preceptos establecidos por ejemplo, que sea monolítico, de fácil maquinado, compacto etc.

ELEMENTO SENSOR DE LA DEFORMACION.

Dentro de la amplia gama de sensores de deformación que operan con principios mecánicos, acústicos, ópticos, etc., se encuentran los que aprovechando diferentes propiedades de la corriente eléctrica, alterna o continua funcionan con principios capacitivos, inductivos, fotoeléctricos, ohmstrictivos, potenciométricos y los "strain gages".

Siendo estos últimos los extensómetros que por sus características presentan mayores ventajas en la instrumentación de transductores, a continuación se ofrece un panorama general de su aplicación, independientemente de su utilización original en el Análisis Experimental de Esfuerzos.

Tratando de utilizar un término castellanizado para definir a este tipo de extensómetros en la literatura en nuestro idioma se han de nominado como "electroextensómetros" "galgas extensométricas" "extensómetros eléctricos de resistencia variable" etc., sin embargo, en lo sucesivo y ofreciendo las correspondientes disculpas por el anglisismo, llamaremos con su nombre original a este extensómetro "Strain Gage" (medidor de deformación).

Su principio de funcionamiento consiste de un filamento, generalmente constituido por una aleación metálica, dispuesto sobre una

base de material orgánico muy delgada. En un principio se utilizó alambre de pequeño diámetro sobre un trozo de papel; actualmente la sección transversal del filamento corresponde a una geometría rectangular y se producen por un proceso similar a la fabricación de circuitos impresos estableciendo la íntima adherencia del filamento y la base por sublimación. Existen variantes al respecto en que el filamento metálico es substituído por un cristal de silicio o germanio cayendo en la designación de "strain gages semiconductores"; también en la base pueden existir diferencias a los descritos llegando a producirse con base metálica.

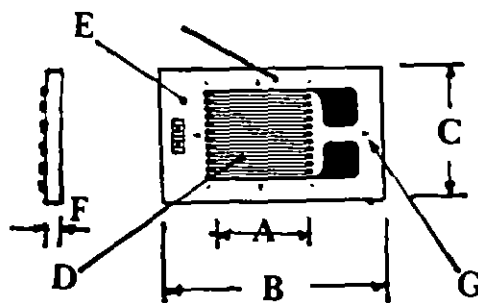
Los fabricantes de estos extensómetros producen una gran variedad de configuraciones del filamento y características del material de la base, así que el usuario podrá disponer de 40 o 50 000 opciones para seleccionar los más adecuados para la instrumentación específica de un transductor.

Adhesivos, preparación de superficie, circuitos, etc., deben ser seleccionados y adecuados específicamente para cada caso de instrumentación; afortunadamente la muy extensa información para cubrir estos aspectos, permiten al usuario el adecuado procedimiento para llegar a condiciones de excelencia.

Para el lector de esta nota que no tenga mayores antecedentes al respecto, se presenta en una forma por demás abstracta el principio de operación de los "strain gages".

El filamento dispuesto sobre una misma dirección adherido a la base, presenta una longitud definida la cual aunada a la sección transversal y a las características del material que lo constituy-

produce que este tenga una resistencia eléctrica definida (R) la cual generalmente es alta (120, 350, 500 o 1,000 Ω) especialmente en el caso de strain gages designados para la instrumentación de transductores. Para poder realizar las conexiones correspondientes en los extremos del filamento se diseñan unos ensanchamientos (terminales) para que por medio de soldadura se produzcan estas. Para producir continuidad en el filamento en los cambios de dirección también existen invariablemente en todos los diseños, algún ensanchamiento con el propósito de hacer menos sensible a la deformación transversal a la orientación principal del filamento; la sensibilidad transversal por el efecto Poisson en el filamento no es posible anularlo, sin embargo, su control está perfectamente establecido. En el siguiente diagrama se presenta en forma esquemática el arreglo de un strain gage del tipo impreso, llamados "FOIL" en el cual la base de medición, la geometría de las terminales y la disposición del filamento podrán ser muy diversos.



- A - Base de medición
- B - Largo de la base
- C - Ancho de la base
- D - Filamento
- E - Base
- F - Espesor de la base
- G - Trazas de los ejes

En los catálogos de los fabricantes se encuentra en forma detallada las características y dimensiones de los strain gages que producen.

Una vez descrito el strain gage se presenta en forma abstracta el principio de funcionamiento. Al quedar firmemente adherido el "strain gage" a la superficie de un elemento que se deforma por la acción de una sollicitación mecánica, se produce una deformación del filamento, generando un cambio de resistencia eléctrica (ΔR); considerando como longitud inicial del filamento (L), la variación de ésta (ΔL) será igual a la deformación del sustrato en el punto y en la dirección donde queda adherido el strain gage.

En estas condiciones, es posible establecer que en determinado intervalo, los cambios de resistencia eléctrica con respecto a la resistencia inicial son proporcionales a los cambios de longitud con respecto a su longitud original, lo cual se puede expresar como sigue:

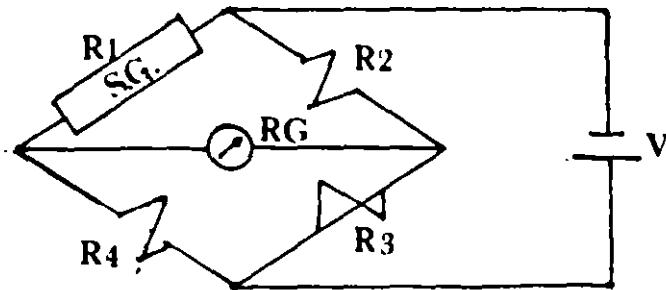
$$GF = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

Donde el término GF se conoce como factor de sensibilidad del strain gage y tiene un valor nominal entre 2 y 4 para la mayor parte de las aleaciones utilizadas en la fabricación del elemento sensible de los strain gages, o sea del filamento.

La expresión $\frac{\Delta L}{L}$ corresponde a la deformación unitaria (ϵ) así que la designación de "STRAIN GAGE" es posible traducirla al español como medidor de deformación unitaria.

Desde sus orígenes, la variación de la resistencia eléctrica se determinó utilizando el principio del puente de WHEATSTONE o sea un circuito formado por tres resistencias fijas y una variable que corresponde al strain gage y que ocupa una de las cuatro ra-

mas del circuito.



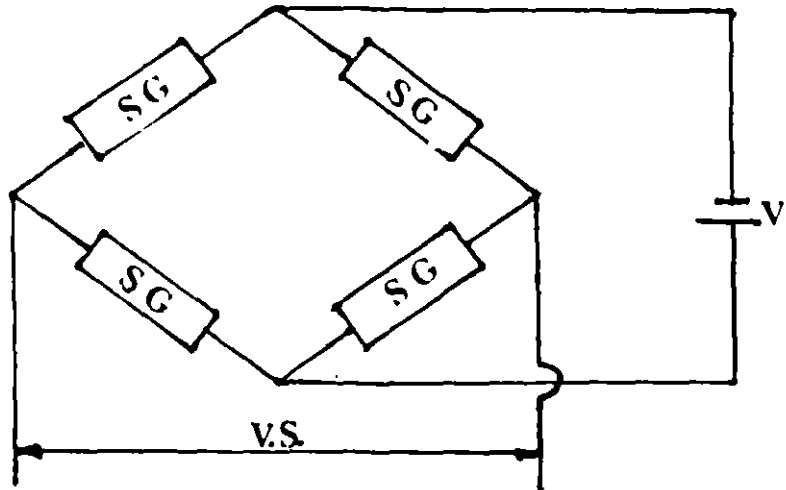
Un análisis del circuito por medio de las corrientes circulantes en el caso de un circuito no balanceado o aplicando la ley de ohm nos permite establecer las siguientes relaciones para un circuito puente balanceado.

$$\frac{R1}{R4} = \frac{R2}{R3} \quad \therefore \quad R1 = R4 \frac{R2}{R3}$$

Lo que implica que para valuar R1, bastará con reconocer R4 o la relación R2/R3.

Al circuito antes mencionado se le denomina: circuito de cuarto de puente por estar una de las ramas ocupada por un strain gage; cuando en dos de las ramas adyacentes u opuestas son colocados strain gages será un circuito de medio puente y cuando en las cuatro ramas se tienen strain gages se está hablando de un circuito de puente completo.

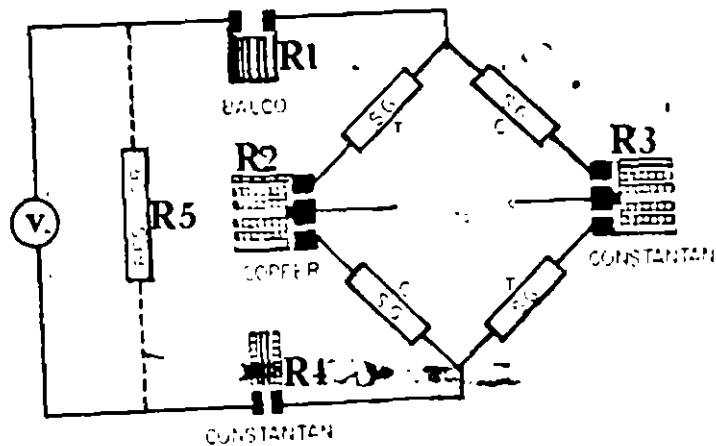
Un transductor podrá quedar instrumentado con un circuito de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ o puente completo, siendo este último el más recomendable ya que resulta autocompensado por temperatura, mayor señal en la salida y otras ventajas.



Como puede verse en el diagrama anterior correspondiente a un circuito de "puente completo" formado por 4 strain gages, una fuente de voltaje constante (D.C.) y un instrumento para medir el voltaje de salida (V.S.) típicamente utilizado en la instrumentación de transductores. En algunos casos es posible tener dos o más strain-gages en cada rama siempre que se mantenga el mismo valor de resistencia inicial en cada una de ellas. Siempre que sea posible resulta muy conveniente que los cambios de resistencia (ΔR) sean iguales en cada rama, siendo de signos opuestos en ramas adyacentes e iguales en ramas opuestas para que la señal de salida (V.S.) sea adicicionante.

Siendo importante obtener de un transductor una alta señal de salida, conviene alimentar el circuito con un voltaje alto, ya que la misma es proporcional al voltaje de entrada. Sin embargo, esto implica consideraciones importantes en lo que respecta a la resistencia eléctrica inicial de los strain gages y el análisis de la capacidad de disipación térmica del sustrato donde están adheridos, las dimensiones y distribución del filamento de los strain gages.

En la forma descrita anteriormente, un transductor podrá funcionar correctamente siempre y cuando no esté sujeto a gradientes térmicos; para llegar a condiciones de excelencia en la instrumentación de un transductor es necesario incorporar en el circuito una serie de resistores hechos de diferentes materiales y que tienen funciones diferentes. Estos resistores se adhieren a la superficie del transductor en alguna sección donde el nivel de deformaciones sea bajo y se conectan siguiendo los lineamientos del siguiente diagrama:



R1 - Resistor de BALCO (aleación níquel-hierro) que tiene la función de variar el voltaje de alimentación en función de las variaciones de temperatura, compensando la alteración del factor de sensibilidad de los strain gages y del módulo de elasticidad del material del sustrato, generalmente es calculado en función del material del elemento sensible y la resistencia y material del filamento de los strain gages.

R2 - Resistor de cobre, que permite establecer un balance inicial

del circuito originado por pequeñas alteraciones de la resistencia inicial de los strain gages; existen fórmulas para el cálculo del valor de resistencia de este elemento, sin embargo es práctica común aplicar la regla de ensayo y error aplicando al transductor gradientes térmicos en el intervalo para el cual está destinado operar el transductor.

- R3 — Resistor de CONSTANTAN (aleación cobre-hierro) mediante el cual se recupera el desbalance originado por los anteriores resistores.
- R4 — Resistor de CONSTANTAN para regular el voltaje de alimentación, proporcionando voltajes de salida preestablecidos menores a la salida original.
- R5 — Resistor convencional, ajustable utilizado en un sistema de calibración especial.

CALIBRACION.

Una vez instrumentado el transductor y con la protección adecuada a la zona de instrumentación el paso a seguir será la calibración. Si se utiliza un indicador con posibilidad de variar el voltaje de alimentación (span) o la ganancia, es posible ajustar la salida para tener en forma directa unidades de ingeniería (TONS, NEUTOS, Kg/cm^2 , lbs/pulg^2 etc.) o bien obtener en el instrumento una lectura cualesquiera y asociarla a la sollicitación generada por el sistema patrón de gran confiabilidad, con lo que se tendrá una tabla o gráfica de calibración.

Un complemento importante a un instrumento de monitoreo será el -

sistema de adquisición de datos computarizado, complementado con programas o paquetes para procesamiento de datos.

En las tablas No. 1 y 2 se encontrarán características de los materiales más comunes en el mercado para fabricar el elemento sensible y respecto a su geometría se presentan algunas de las más populares, existiendo la posibilidad de un diseño específico que cumpla una función determinada.

La lista bibliográfica presenta material suficiente para una documentación exhaustiva y capacitación para que el usuario pueda diseñar, fabricar, instrumentar y calibrar los transductores requeridos para satisfacer sus propias necesidades de medición.

TABLE 1

Materials Selection Guide for Transducer Spring Elements

C. Phillips, August 1983

MATERIAL	PROPERTIES (in "as-normally-used" condition) *								RELATIVE FIGURE OF MERIT †										REMARKS
	1 Modulus of Elasticity, psi x 10 ⁻⁶	2 Yield Strength (0.2% offset) psi x 10 ⁻³	3 Thermal Expansion Coeff., ppm/F	4 Density, lb/in ³	5 Max. Recommended Temperature, °F	6 Thermal Conductivity Btu hr-ft ² -(°F/in)	7 Elongation, %	8 Hardness (Rc, unless noted)	Thermal Conductivity	Linearity	Hysteresis	Creep/Relaxation	Material Cost	Machinability	Hardening Distortion	Corrosion Resistance	Welding or Brazing Suitability	Lot-to-lot Consistency	
High-Modulus Alloys (AISI Steels)																			
4140	30	200	6.5	0.283	+400	270	12	42-45	3	8	8	7	9	5	3	1	5	6	very good tool steel
E4340	30	210	6.3	0.283	+500	260	12	43-46	3	8	8	8	8	5	3	1	5	8	excellent tool steel
18 Ni (250), maraging	27	245	5.6	0.289	+600	140	7-10	48-49	2	8	8	7	4	5	8	2	8	5	good, but seldom used
410 stainless	29	140	6.0	0.280	+400	170	15	39	2	7	7	6	7	4	2	6	2	6	seldom used
630 stainless (17-4 PH)	28.5	185	6.0	0.280	+400	135	14	41-44	2	7	7	7	6	6	8	7	7	3-4	widely used
631 stainless (17-7 PH)	29	220	5.7	0.276	+400	130	6-7	46-48	2	8	8	7	6	6	8	7	7	5	widely used
632 stainless (PH 15-7 Mo)	29	220	5.0	0.277	+500	110	6	47	2	8	8	8	4	6	8	7	7	5	excellent, but seldom used
S15500 stainless (15-5 PH)	28.5	185	6.0	0.280	+400	135	14	41-44	2	7	7	7	6	6	8	7	7	5-6	improved version of 630
Low-Modulus Alloys																			
2014-T6 alum.	10.6	60	12.4	0.101	+200	1075	10	8 135	8	6	7	6	5	8	9	3	3	6	good
2024-T6/T351 alum.	10.6	46	12.6	0.101	+200	840	18	8 120	7	6	7	6	5	8	9	3	3	6	good, widely used
2024-T81 alum.	10.6	65	12.6	0.101	+250	1040	8	8 128	8	7	8	7	5	8	9	3	3	5	best of aluminum alloys
6061-T6 alum.	10.0	40	12.9	0.098	+150	1160	14	8 95	8	5	4	4	6	7	8	4	5	5	fair performance
7075-T6 alum.	10.4	70	12.9	0.101	+100	840	10	8 150	7	7	6	6	5	8	8	3	2	5	poor at elevated temperatures
Beryllium copper 25	17	170	9.3	0.298	+250	750	2-3	40-42	7	8	8	8	2	5	9	3	4	7	excellent, but costly
6 Al 4V titanium	16.5	165	4.9	0.160	+300	50	12	40	1	7	7	7	2	3	2	8	4	5	used in special applications only
Miscellaneous Materials																			
AISI 304 stainless steel	28	150	9.6	0.290	+250	110	4-5	39	2	5	4	4	7	3	— [ⓐ]	8	5	6	poor spring material
Ni-Span-C alloy	28	180	4.3	0.294	+250	90	9	37-38	1	8	8	8	3	3	4	3	5	7	very good, but costly
AZ31B magnesium	6.5	32	14.5	0.064	+100	650	15	8 73	6	3	2	2	6	8	— [ⓑ]	1	7	5	very poor spring material
Ceramic, Al ₂ O ₃ (99+%)	55	60-70	3.3	0.141	+500	260	— [Ⓐ]	Mohs: 9	3	7	8	8	1-3	1	— [ⓑ]	10	—	7	special applications only
Epoxy-glass laminate (high-pressure, low resin content)	5-7	70-100	5-8	0.06-0.07	100-200	2	—	—	0	5	4	3	5	3	— [ⓑ]	4	—	3	special, low-accuracy applications only

* The mechanical and physical properties given in this table have been carefully selected from a wide range of sources as representative for typical transducer applications and environments.

† Numbers tabulated for FIGURE OF MERIT represent relative ratings on a scale of 0 to 10, with higher numbers indicative of more desirable qualities. The ratings are based on experience, judgment, and current practices in the transducer field.

1 for GPa, multiply by 6.9

2 for MPa, multiply by 6.9

3 from 32 to 212°F; for ppm/°C, multiply by 1.8

4 for g multiply by 27.7

5 transducer applications; for °C, subtract 32 and multiply by 5/9

6 for watt/m²·°C, multiply by 0.144

7 in 2 in, or 51 m

Ⓐ no ductile range

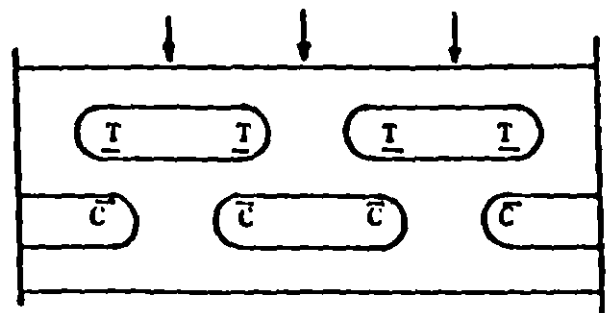
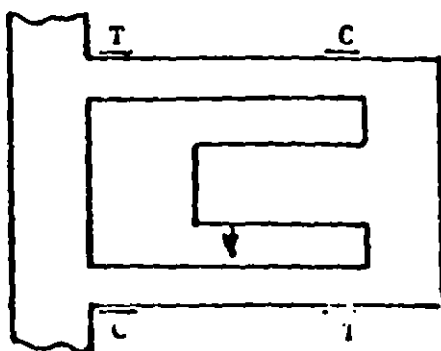
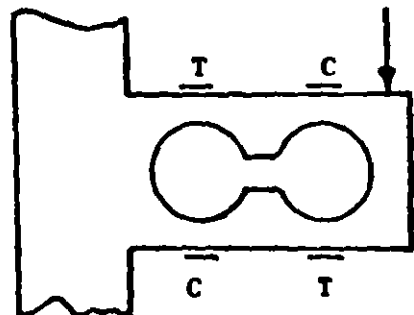
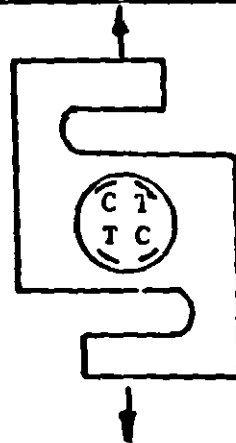
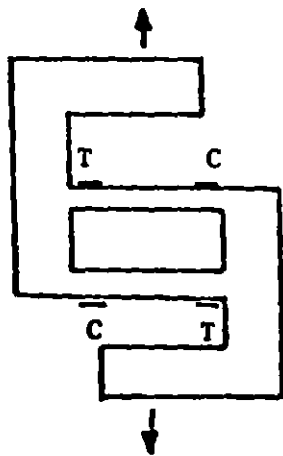
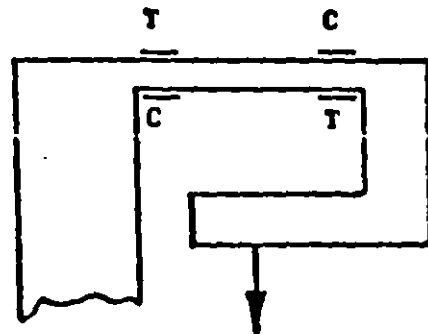
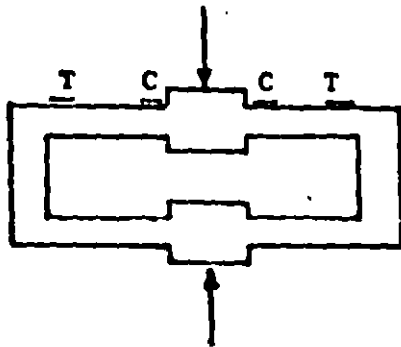
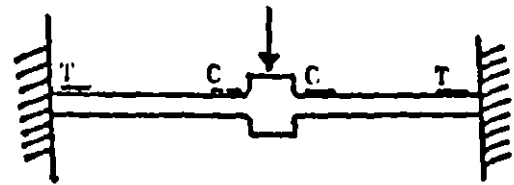
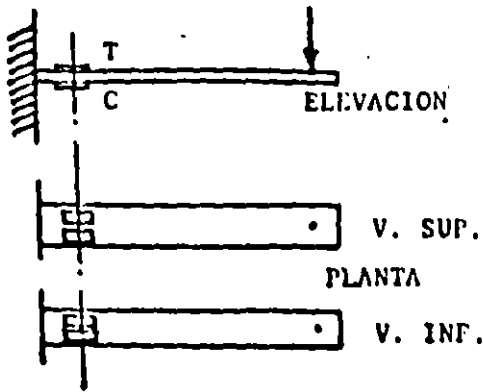
ⓑ not hardenable by treatment

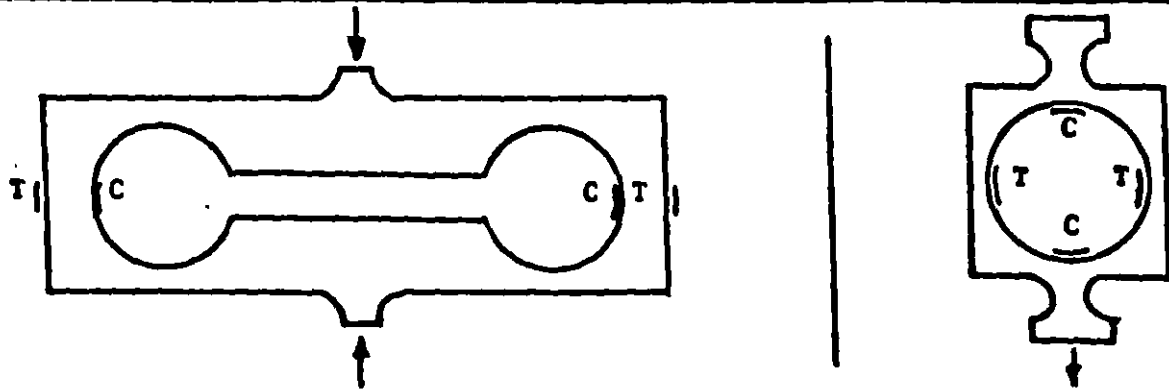
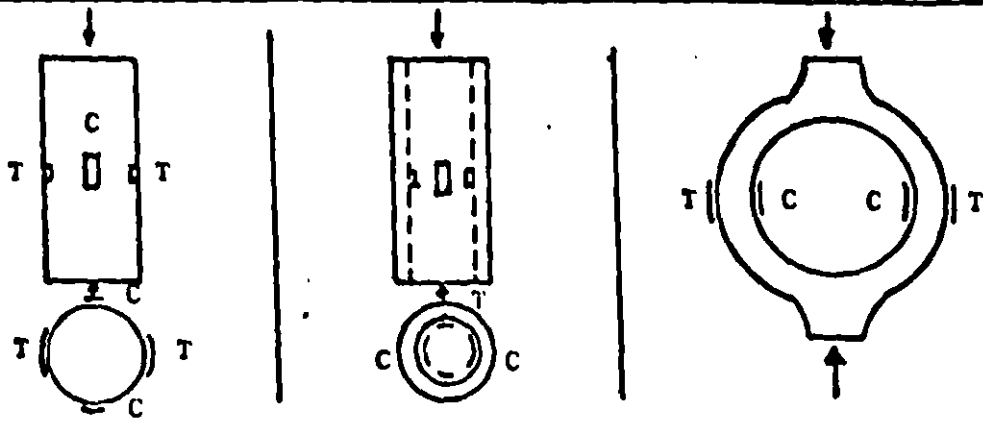
12

DIAGRAMAS DE ALGUNOS ELEMENTOS ELASTICOS PARA TRANSDUCTORES INSTRUMENTADOS
 CON EXTENSOMETROS ELECTRICOS DE RESISTENCIA VARIABLE (STRAIN GAGES)

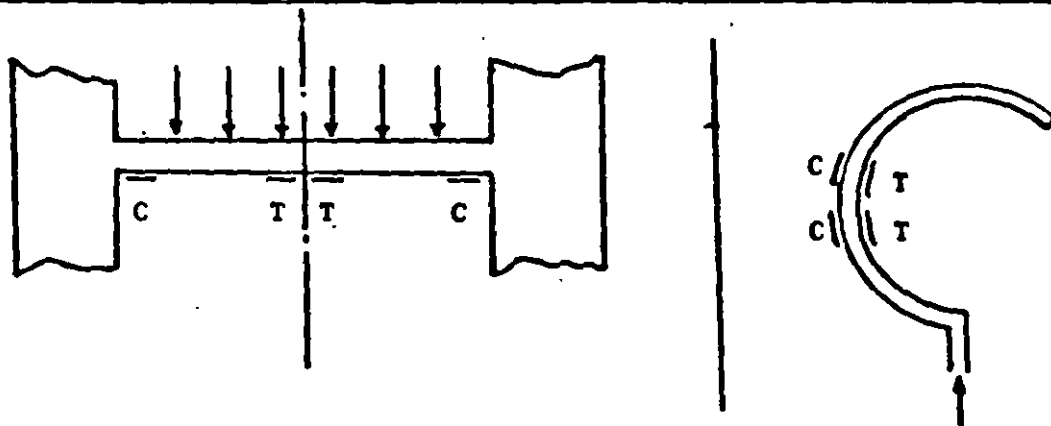
CARGA Y FUERZA

TABLA 2

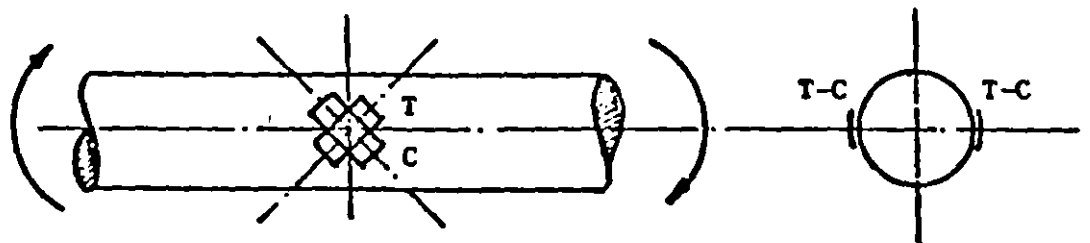




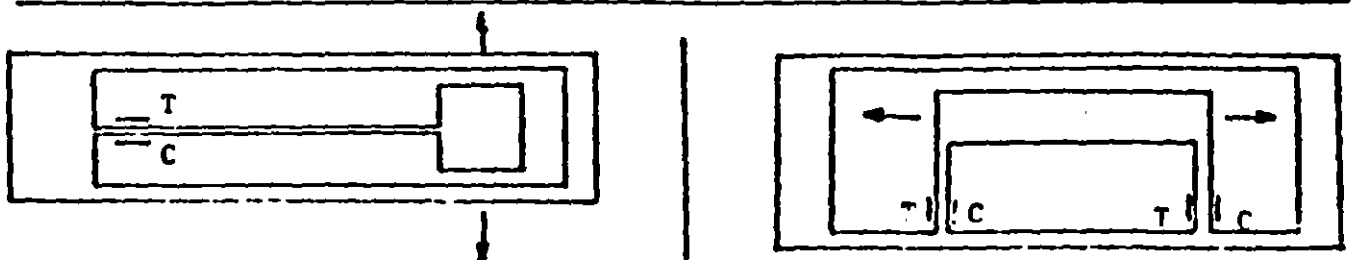
PRESION



TORSION



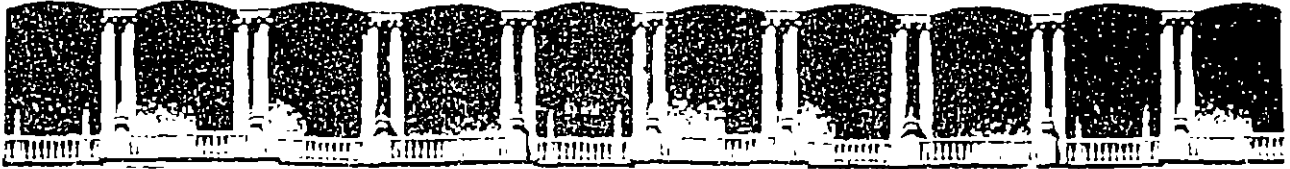
ACELERACION



B I B L I O G R A F I A

- 1 - Perry, C.C. and Lissner, H.R. "Transducer Applications of Strain Gages" The Strain Gage Primer, 2d ed. Chap. 11, pp 221-263, N.Y. Mc. Graw Hill Book Co., 1962.
- 2 - Brendel, A.E. "The Structure of Strain Gage Transducers" Institute of Electrical Engineers Transactions of Industry and General Applications IGA-5, No. 1 90-94 (January-February 1969).
- 3 - Tovey, F.M. "Transducer Flexure Material Behavior", Measurements & Control 11, No. 6: 94-100 (December 1977).
- 4 - Dorsey, J. "Homegrown Strain-Gage Transducer". Experimental Mechanics 17, No. 7: 255-260 (July 1977).
- 5 - The Technical Staff of Measurements Group, Inc. "Strain Gage Based Transducer". Their Design and Construction. 1988.
- 6 - Tech Notes, Measurements Group, Inc. Raleigh, N.C. U.S.A. Nots. Nos. TN-501-2, 502, 504-1, 505-2, 506-1, 507, 508-1, 509, 510, 514 516.- 1992-1994.
- 7 - Dally J.W. and Riley W.F. "Experimental Stress Analysis". Mc Graw Hill, Kogakusha, LTD. Tokyo- 1978.
- 8 - Roark, R.J and Young W.C. "Formulas for Stress and Strain".
- 9 - "Some Principles of Transducer Design", Milt Lebow, Paper #5-TC-61 Instrument Society of America.
- 10 - "Bridge Networks in Transducers", N. Sion, Instruments and Control Systems, Volume 41, August, 1958.
- 11 - "Some Developments at TNO on Load Cells for Weighing Purposes", Messrs. Tegelaar and Hwierianga. VDI-Berichte Nr137, 1970 Netherlands (In English).

- 12 - "Basic Circuits for Strain Gages", W.M. Murray, Massachusetts - Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, Part of a series of lectures presented at the University of Miami, January 19-23, 1970.
- 13 - "Temperature Compensation Techniques of Strain Gage Transducers", J. Pugnaire, Society for Experimental Stress Analysis Chicago Meeting, 1967.
- 14 - W.M. Murray, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139. John Wiley and Son 605 Third Avenue New-York, New York 10016.
- 15 - Society for Experimental Stress Analysis, 7 School Street Bethel, Connecticut 06801, U.S.A. Tel. (203) 790-6373. Peter K. Stein-P.E. Professor of Engineering, Arizona State University, Tempe, Arizona 85281.



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

SISTEMAS DE ADQUISICION DE DATOS EN MECANICA DE SUELOS
Y DETERMINACION DEL LIMITE LIQUIDO UTILIZANDO EL CONO SUECO

M. EN I. MANUEL MENDOZA LOPEZ

DETERMINACION DEL CONTENIDO DE AGUA DE SUELOS CON SECADO EN HORNO DE MICROONDAS

Manuel J. Mendoza L.

Investigador Nacional Instituto de Ingeniería, U.N.A.M.

Resumen. El secado de suelos para la determinación de su contenido de agua se ha realizado con muy diversos procedimientos; de ellos, el más común es el que hace uso de un horno de convección. La mayor limitante de esta técnica es que para todo fin práctico, el proceso toma un día. El control eficiente de la compactación en el campo, por ejemplo, exige conocer con mayor rapidez tal contenido de agua para aceptar o rechazar el tendido de un material. Se presenta en este artículo como alternativa viable, confiable y muy rápida para el secado de suelos, al horno de microondas que se emplea usualmente en la cocina. Se comprueba estadísticamente con muestras de suelos finos representativos, que se pueden determinar contenidos de agua totalmente comparables a los definidos con el horno convencional, en aproximadamente veinte minutos. Se revisan las variables más significativas involucradas en el secado de suelos en general, y aquéllas del horno de microondas en particular; se dan lineamientos generales de los procedimientos de ensaye.

INTRODUCCION

La determinación experimental más elemental que se realiza en un laboratorio de mecánica de suelos es la del contenido de agua. Su obtención se basa en el pesaje de una muestra de suelo antes y después de secarla a una temperatura y durante un tiempo estandarizados. La diferencia en peso corresponde al peso del agua removida, que al dividirla entre el peso seco del suelo resulta el contenido de agua, mismo que usualmente se expresa en porcentaje. Tal temperatura corresponde aproximadamente a la de evaporización del agua, y de acuerdo a la norma [ASTM-D2216-71] se fija entre 105 y 110° C, que debe conservarse durante el tiempo necesario para alcanzar peso constante; ello toma usualmente por lo menos 16 horas. El secado se efectúa tradicionalmente en un horno de convección (HC) a través del que se calienta, evapora y remueve el agua libre del suelo.

En este artículo se propone, revisa y discute el uso alternativo del horno de microondas (HMO) respecto al de convección para el secado de suelos, con lo que es posible determinar un contenido de agua en aproximadamente 20 minutos. Existen diversas actividades geotécnicas, principalmente en el campo, en las que es muy deseable conocer con rapidez este dato de los suelos involucrados; un ejemplo lo encontramos en el control de la compactación de terracerías y pavimentos. Es bien conocida la importancia técnica y la trascendencia económica de conocer si los materiales por tender y compactar poseen un

contenido de agua dentro del intervalo preestablecido por el proyecto.

A la rapidez del secado en el HMO se añade, como se comprueba en este trabajo, la precisión suficiente, además de su bajo costo y fácil adquisición. Se establece en esta investigación su confiabilidad con base en comparaciones del contenido de agua de suelos finos con muy diversa mineralogía y plasticidad, respecto al obtenido con el HC, y se discuten las variables más significativas que pueden modificar los resultados.

Este artículo tiene como cometido mostrar de manera objetiva los resultados comparativos del secado alternativo con el horno de microondas, con sus ventajas y limitaciones respecto al tradicional secado por convección, para que la comunidad geotécnica nacional posea elementos de juicio para su posible uso.

En otro artículo (Mendoza, 1991) que se presenta en este mismo volumen, se expone un procedimiento alternativo para la determinación del límite líquido; se trata del Cono Sueco, con el que a través de una prueba muy simple de indentación de un cono metálico se puede definir tal contenido de agua. Así pues, reuniendo el Cono Sueco y el horno de microondas, es posible determinar y conocer el límite líquido de un suelo en menos de una hora. Desde luego, de estas dos técnicas se conocen antecedentes positivos de su empleo, aunque no de manera conjunta.

2. PRINCIPIOS DEL CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

El calentamiento con microondas es provocado por el continuo movimiento molecular que genera un campo eléctrico con dirección alternante; en efecto, ocurre orientación de las partículas de un material, en función de su grado de polaridad, cuando se les somete a la acción de campos eléctricos externos. Las moléculas polares, conocidas como dipolos, se caracterizan porque no coinciden sus centros de carga positiva y negativa con su centro de gravedad molecular; cuanto mayor es la capacidad de los materiales de cambiar su polaridad, mayor es su constante dieléctrica.

La actividad alternante de los dipolos la genera una radiación electromagnética de microondas que cambia constantemente de polaridad, con frecuencias de poco más de 2000 MHz en los hornos de microondas usuales de cocina. Los dipolos cambian de posición rápidamente intentando acompañar las modificaciones del campo y, en consecuencia, producen calor. El calentamiento de los materiales depende de la respuesta que éstos tengan a los campos electromagnéticos. Así, a los materiales se les puede reconocer como absorbedores (agua, por ejemplo), reflectores (metales), o transmisores (vidrio, loza, papel, plásticos) de las microondas dependiendo de si se calientan, reflejan o si son "transparentes" a las microondas, respectivamente. Se entiende entonces que obligatoriamente deben disponerse en el interior del horno materiales que absorban la energía irradiada, ya que de lo contrario, se le puede causar daños al magnetrón, que es el generador del campo electromagnético. Por tanto, no se debe operar un horno vacío, como tampoco introducir objetos metálicos, en los que no penetran y sólo se reflejan las microondas.

La energía disponible para el calentamiento por unidad de volumen aumenta en proporción de la frecuencia y del cuadrado de la resistencia del campo (Puschner-1966):

$$p = 2 \pi f E^2 \epsilon_0 \epsilon_r \tan \delta \quad (1)$$

donde

p = energía convertida en calor por unidad de volumen, W/cm³

f = frecuencia de microondas, Hz

E = resistencia del campo eléctrico, V/cm

ϵ_0 = constante dieléctrica en el vacío
= 0.8854 (10)⁻¹³ F/cm, ó (W s/V²)/cm

ϵ_r = constante dieléctrica relativa del material calentado (respecto a la del vacío)

$\tan \delta$ = factor de pérdida del material (usualmente del orden de 0.2)

El calentamiento con un campo muy fuerte causa descargas, y a frecuencias muy altas la profundidad de penetración de las microondas disminuye. Por lo tanto, se requiere un punto óptimo de estas dos variables básicas para alcanzar el calentamiento más eficiente del material de interés. Para el caso del calentamiento de agua, que es el de los hornos usuales que se emplean para cocinar, se ha encontrado como frecuencia óptima a 2450 MHz, y a valores de E entre 10 y 100 V/cm.

3. SECADO DE SUELOS CON MICROONDAS

Se cuenta con diversos antecedentes (Lade y Nejadi-Babadai, 1976 y Charlie et al, 1982, entre otros) que sustentan la conveniencia del secado de suelos en horno de microondas para la determinación rápida del contenido de agua. En nuestro medio, el Ing. Carlos Silva E. realizó los primeros intentos de medición con esta técnica, hace ya más de una década.

Favorablemente la constante dieléctrica del agua es relativamente alta (alcanza un valor de 88 a 0° C, y de 55.3 a 100° C), en comparación con la de los minerales que constituyen la fase sólida del suelo, que es menor de cuatro (Grim, 1968). Por lo anterior, al secar suelos en un HMO de los que se usan comúnmente en la cocina, el agua se calienta mucho más rápido que los minerales sólidos. Determinaciones citadas por Charlie, et al (1982) muestran que un suelo húmedo sujeto a la energía máxima continua de un horno de microondas se calienta rápidamente como se muestra en la Fig 1, hasta el punto de ebullición del agua, y mantiene esa temperatura hasta que ésta se evapora.

TEMPERATURA VS. TIEMPO EN HORNO DE MICROONDAS

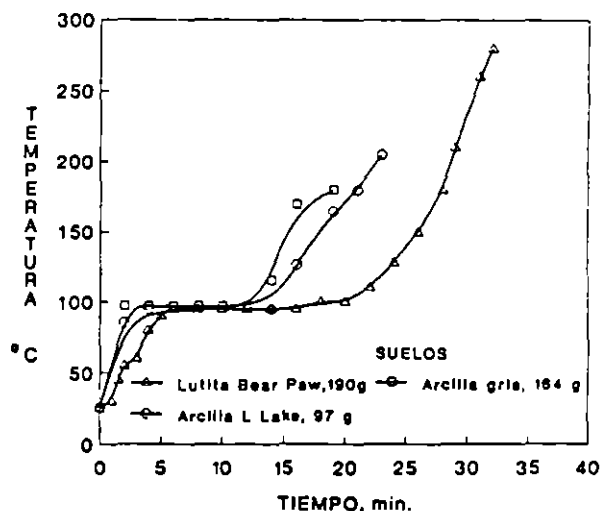


Fig 1 Variación de la temperatura con el tiempo de diversos suelos con el calor de microondas (Charlie, et al, 1982)

Como se aprecia en la Fig 1, transcurrido cierto tiempo, y en función del tipo de suelo y cantidad de agua que contenga, la temperatura puede alcanzar hasta tres veces la de ebullición del agua. Precisamente este aspecto representa la mayor limitación de un HMO; esto es, que cuando se hace operar por más tiempo del debido, se puede elevar muy considerablemente la temperatura con respecto a la estandarizada, con lo que se remueve no sólo el agua libre. En el trabajo ya clásico del Prof. Lambe (1949) en el que se pregunta *How dry is a dry soil?*, se advierte que al aumentar la temperatura se alcanzan contenidos de agua más altos, Fig 2, como resultado de la remoción parcial de la capa de agua adsorbida a la superficie de las placas arcillosas que constituyen la fase sólida. La definición de suelo seco es arbitraria; el peso seco estándar corresponde a la suma del peso de los minerales más el del agua adsorbida que no se remueve por calentamiento a la temperatura estándar. Por otra parte, la superficie que ofrecen los granos de arenas o gravas por unidad de peso (superficie específica) es varios órdenes de magnitud menor que el que poseen las partículas arcillosas, por lo que en esos medios granulares la cantidad de agua adsorbida es despreciable. Por esta razón, el contenido de agua en estos medios (ver arena de Ottawa en la Fig 2) no sufre mayor cambio, aunque se supere la temperatura de 105° C.

CURVAS DE SECADO
EN HORNO DE CONVECCION

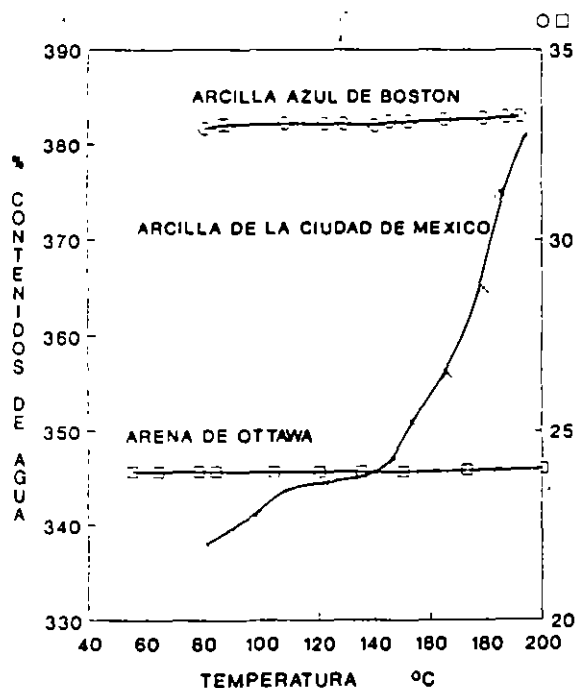


Fig 2 Variación con la temperatura del contenido de agua de diversos suelos (Lambe, 1949)

Si se prosiguiera el calentamiento de suelos arcillosos, además de la remoción de su agua libre y su agua adsorbida, a partir de 400° ó 500° C se eliminaría agua, Fig 3, misma que forma parte de la fase sólida de los minerales arcillosos, y que está presente en forma de hidroxilos en su composición molecular.

Como se distingue en la Fig 2, diferentes suelos arcillosos muestran susceptibilidades diferentes al secado; la arcilla de la ciudad de México acusa un fuerte efecto por el secado, incluso a temperatura ambiente. El efecto del secado en arcillas haloisíticas de suelos residuales es particularmente drástico (Marsal y Mendoza, 1985), a juzgar por el apreciable cambio que experimentan en sus propiedades físicas y mecánicas.

Para superar la posibilidad de elevar la temperatura en demasia, se cuenta actualmente con hornos de microondas en los que se puede graduar la potencia, o bien aquéllos en los que el tiempo en que está encendido se controla por la temperatura que alcanza el suelo en el interior del HMO; para esto último, los modelos más recientes han incorporado a su diseño un sensor de temperatura (*probe*).

Debe entonces puntualizarse que para obtener con el HMO semejantes contenidos de agua que con el HC convencional, es necesario que sólo se opere durante el tiempo mínimo necesario para alcanzar "peso seco" constante; ello se alcanza cuando se mantiene una temperatura de alrededor de 100° C, caracterizada por la

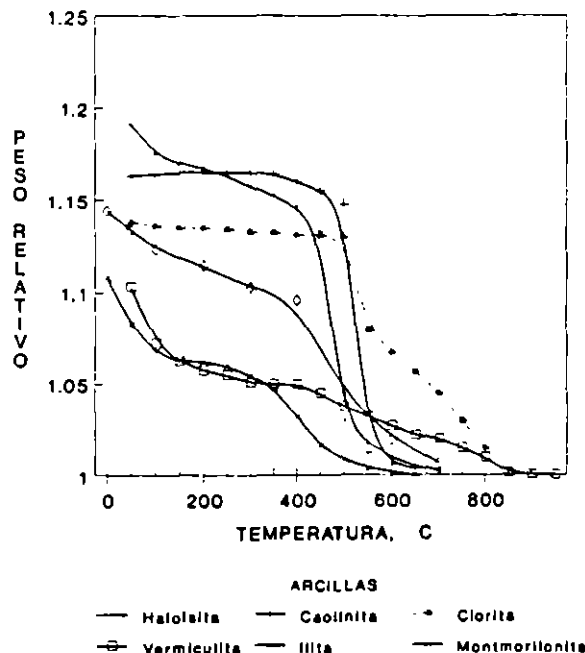


Fig 3 Curvas de deshidratación para diferentes minerales (Grim, 1968)

parte plana de la Fig 1. En uno de los materiales adoptados para este estudio, el tiempo mínimo necesario para acceder a un "peso seco" constante, y por tanto a un contenido de agua constante fue de aproximadamente 13 minutos, como se aprecia en la Fig 4. Desde luego sería preferible contar con un HMO que tuviese la capacidad de ajustar automáticamente su funcionamiento para conservar la temperatura estandarizada de 105° C de los hornos tradicionales de convección o mejor aún, que se pudiese tener un pesaje continuo que nos permitiese detener el horno una vez que se alcanza peso seco constante durante cierto tiempo.

El tiempo necesario para secar un suelo en un HMO está influenciado por:

- ▨ Cantidad de agua por evaporar, que es a su vez función del peso total del suelo por secar y de su contenido de agua,
- ▨ Mineralogía del suelo,
- ▨ Características del horno,
- ▨ Características de los recipientes que contengan al suelo,
- ▨ Criterio para definir peso seco constante, y
- ▨ Precisión de la balanza con la que se defina el "peso seco".

CURVAS DE SECADO
ARCILLA CH-LA PENA

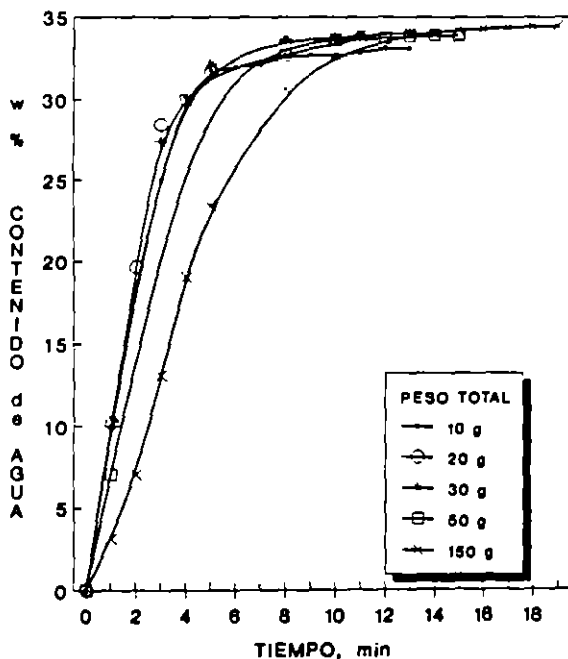


Fig 4 Variación del contenido de agua con el tiempo de secado en un HMO

P.A. Gilbert, citado por Charlie (1982) obtuvo la ecuación siguiente para predecir el tiempo necesario para que en un HMO se aporte la energía suficiente para calentar cierta masa de suelo de la temperatura ambiente a la de ebullición del agua para su evaporación:

$$t = 4.189 M ((0.2/w + 1) (100 - T_0) + 539) / P \quad \dots(2)$$

donde

t = tiempo total requerido por el secado, s

M = masa de agua, g

T₀ = temperatura inicial del suelo, °C

P = energía útil (absorbida), W, y

4.189 W/cal = constante

En la ecuación 2 se ha adoptado que el punto de ebullición del agua es de 100 °C, y que el calor específico del suelo seco es de 0.2 cal/g°C. Como se distingue, es necesario conocer para un HMO dado, la energía absorbida a través de la estimación dada por la ecuación 1; o bien, mediante la determinación experimental de la relación entre la energía aplicada vs la masa de agua, cuando se desconocen las características técnicas del horno. Al someter a secado a difere cantidades de agua llevando registro del tiempo necesario para su evaporación, se tienen los medios para definir la curva de calibración teórica de energía, empleando para ello la expresión siguiente:

$$P = \frac{M \Delta T c_w}{t} \quad (4.189) \quad (3)$$

donde

P = energía absorbida útil, W

M = masa de agua calentada, g

ΔT = cambio de la temperatura ambiente a la de ebullición, °C

t = tiempo durante ΔT

c_w = calor específico del agua = 1 cal/g°C

cte. de proporcionalidad = 4.189 W s/cal

Adicionalmente, la estimación del tiempo necesario para secar un suelo requiere conocer, como se distingue en la ecuación 2, precisamente lo que se pretende determinar: el contenido de agua; sin embargo, una estimación de éste permitiría en principio tener una idea del tiempo requerido.

4. EQUIPO UTILIZADO Y SUELOS ENSAYADOS

Hornos

El HMO utilizado en este estudio tiene un volumen de 21.7 dm³, y una frecuencia de sus microondas emitidas de 2450 MHz. De acuerdo con el señalamiento del fabricante, su potencia es de aproximadamente 700 W. Sólo se puede preestablecer el tiempo de operación; no es posible regular su potencia. Diseños más modernos de HMO permiten graduar la potencia e incluso, predefinir la temperatura a la que se detiene su funcionamiento; para ello cuentan con un sensor de temperatura.

Por su parte, el HC empleado tiene un volumen de 75 dm³ y dos parrillas, una a 14 cm y otra a 29.5 cm de la base, funcionando para mantener una temperatura constante de 105 ± 5° C.

Suelos ensayados

En la Tabla 1 se presentan las características físicas y mineralógicas de los suelos que se ensayaron en este estudio; ellos cubren las cuatro regiones típicas en que se divide la carta de plasticidad, por lo que son un conjunto representativo de una gama amplia de suelos; se estima por ello que de su ensaye pueden derivarse conclusiones suficientemente generales.

Dos de los materiales se adquirieron comercialmente en polvo; éstos fueron una bentonita al parecer sódica y un caolín, que al mezclarse en diferentes proporciones dieron como resultado suelos artificiales con contenidos de agua y límites líquidos muy diversos. Los materiales restantes son suelos naturales que se han estudiado en otros programas de investigación (Alberro et al, 1985 y Mendoza, 1986).

El suelo SM-San Vicente es una arena limosa de origen volcánico, proveniente de los lomeríos en el Estado de México, relativamente cercanos al límite oriente con la ciudad de México. El suelo areno-arcilloso SC-Chicoasén se muestreó del banco coluvial La Costilla; se trata del material con que se construyó el corazón impermeable de la presa Chicoasén en Chiapas. El suelo MH-Necaxa es un suelo residual resultado de la intemperización de basaltos, muestreado en la ladera derecha aguas abajo de la presa Necaxa, en el estado de Puebla. El suelo CH-La Peña es una arcilla muy plástica de origen aluvial que se usó para formar el corazón impermeable de la presa La Peña, en el estado de Hidalgo. Adicionalmente se incluyeron algunas muestras de arcilla de la ciudad de México, provenientes de la Formación Arcillosa Superior. No se consideró necesario el ensaye de arenas limpias, por los antecedentes mencionados en el inciso 3, que indican mismos contenidos de agua, tanto con el HC como con el HMO.

5. PROCEDIMIENTOS DE ENSAYE

Las determinaciones de contenido de agua se

realizaron en general por duplicado; los valores reportados corresponden al valor medio. En las primeras determinaciones de contenido de agua con el HMO se usaron cápsulas de vidrio Pyrorey (flaneras), con porciones de suelo del orden de 50 g. Sistemáticamente se observó que tales cápsulas se rompían, debido en gran medida a la potencia total del horno usado, que no permitía su atenuación. Para resolver el problema se experimentó con éxito parcial, el acompañar la cápsula conteniendo el suelo por secar con otra conteniendo sólo agua (80 g aproximadamente); el tiempo de secado era de 12 a 15 minutos, lapso en el que se evaporaba el agua tanto del suelo como parte de la del recipiente. La balanza que

Tabla 1. Características de los suelos ensayados

Suelo	Composición mineralógica	W _L (%)	PI
Bentonita	Proporción mayor: Montmorilonita sódica	339.0	301.0
Caolín	Proporción mayor: Caolinita	35.5	11.1
SM-San Vicente	P. mayor: Feldespatos Media: Montmorilonita y haloisita Trazas de: cristobalita y anfíbola	32.9	6.5
SC-Chicoasén	P. mayor: Cuarzo Media: Clorita Trazas de: mica, M montmorilonita, feldespatos y calcita	30.7	10.2
MH-Necaxa	P. mayor: Metahaloisita y haloisita hidratada Media: Hematita, cuarzo y magnetita Trazas de: ilmenita y montmorilonita	74.0	23.7
CH-La Peña	P. mayor: Montmorilonita Media: Feldespatos Trazas de: cristobalita, cuarzo y anfíbola	69.4	38.3
Arcilla de la Ciudad de México	No determinada. Ver datos en Marsal y Mazari, (1969)	315.0	218.0

se usaba tenía una precisión de 0.01 g. La búsqueda de otros recipientes que no se rompieran, fueran "transparentes" a las microondas, mantuviesen constante su peso durante el secado y no fuesen metálicos, llevó nuevamente al vidrio; se encontraron adecuados los vidrios de reloj cóncavos, también refractarios, con diámetro de 75 mm. Pudo comprobarse que no se rompían y que no era necesario acompañarlos con recipientes conteniendo agua. Por estas experiencias, se emplearon en lo sucesivo vidrios de reloj, tanto para esta investigación, como para lo concerniente a las determinaciones de límite líquido.

Al revisarse la conveniencia de usar los vidrios de reloj como recipientes para secar los suelos en el HMO, se planteó la pregunta de qué peso del material húmedo debería involucrarse en el ensaye, en función de la menor capacidad de los citados vidrios. Para responderla se preparó al suelo CH-La Peña con cierto contenido de agua, y se ensayaron porciones con pesos diferentes en los vidrios de reloj y en una cápsula (150g). En la Fig 4 se muestra que aunque con ligera dispersión, se alcanza un contenido de agua constante cuando se ensayan pesos húmedos entre 20 y 50 g.

En general, en todas las determinaciones de contenido de agua con el HMO que se efectuaron en este estudio, se alcanzó peso constante después de 12 a 15 minutos de secado, afectando relativamente poco el peso húmedo inicial. Parecería sorprendente en principio que esta variable resultase poco significativa; sin embargo, debe considerarse que este resultado es propio de este horno en el que no puede reducirse la potencia, y de que por otra parte, el intervalo ensayado de pesos húmedos iniciales fue relativamente reducido. Aquí cabe insistir que más que el peso total inicial de una muestra, lo que determina el tiempo para alcanzar el peso seco, es el peso del agua por remover.

Para el pesaje se utilizó una balanza con precisión de 0.001 g y capacidad de 160 g; a través de ésta se pudieron detectar variaciones en el "peso seco" generalmente en la última cifra decimal, incluso ocasionalmente "de más", después de 15 minutos de secado. Estas diferencias determinan variaciones insignificantes en el contenido de agua para todo fin práctico en la mayoría de los suelos. Como corolario de lo anterior, parece no justificable el uso de balanzas con precisión superior a 0.01 g en pruebas de rutina.

Los resultados aquí descritos corresponden a determinaciones individuales en el HMO. No se intentaron determinaciones simultáneas en esta etapa de la investigación; convendría definir si ello es posible para aumentar la productividad en pruebas de rutina.

6. ANALISIS DE RESULTADOS

Cabe distinguir aquí un aspecto de gran importancia para juzgar los resultados que se comentan en este artículo: pudo establecerse como se indica en la Tabla 2, la variación

Tabla 2. Variabilidad del contenido de agua de mismas muestras del suelo CH-La Peña, con diferentes secados

MUESTRA	MICROONDAS			CONVECCION		
	W _{sh} (g)	w (%)	w̄ (%)	W _{sh} (g)	w (%)	w̄ (%)
1	32	27.25	27.45	10	26.67	26.86
	49	27.65		20	26.63	
				30	26.92	
				50	27.20	
2	10	33.46	33.29	34	33.72	33.62
	20	33.05		54	33.52	
	30	33.80				
	50	32.84				

resultante en los contenidos de agua determinados tanto con el secado en el HMO, como en el HC, para una misma muestra. Como se distingue en la tabla, se involucraron diferentes pesos iniciales húmedos, W_{sh}, de cada muestra secada en cada horno. El rango (dif. entre valores máximo y mínimo) para una misma muestra en una serie de determinaciones ya sea con el HC o con el HMO, es de semejante magnitud que la diferencia entre los valores medios obtenidos con el HC y con el HMO. De lo anterior se concluye que tanto en el horno de convección como en el de microondas, ocurre dispersión en los resultados de w̄, misma que se estima está relacionada más bien con la distribución no-uniforme del agua en las diferentes fracciones tomadas en cada determinación de una misma muestra. Por lo anterior, los resultados aquí descritos son valores medios de ensayos hechos por duplicado.

En la Tabla 3 se proporcionan los resultados de los ensayos comparativos entre el HMO (valores de x) y el HC (valores y); comprende contenidos de agua entre 11 y 413 %, con lo que se cubre un intervalo en el que caen prácticamente todos los suelos cohesivos; pertenecen a siete suelos de orígenes geológicos y mineralogías muy diversos. Se incluye la diferencia entre los contenidos de agua obtenidos con cada secado, DIF = W_{HMO} - W_{HC}, y la diferencia relativa DIF/W_{HMO}. Como se distingue en esta tabla y en su representación gráfica, existe una excelente correlación entre ambas determinaciones; en la Fig 5 se incluyen todas las determinaciones, en tanto que en la Fig 6 sólo aquellas con w < 10%.

Se calcularon las rectas de regresión para cada suelo, así como para el conjunto de todos los suelos; en cada caso se cuenta con N pares de coordenados (x,y) = (W_{HMO}, W_{HC}).

Tabla 3. Contenidos de agua de 70 suelos secados en horno de microondas y en horno de convección

SUELO	HORNO DE MICROONDAS X	HORNO DE CONVECCION Y	Df	DF/horno	Yreg	
1	BENTONITA	253.32	259.82	8.5	0.0316786	266.60058
2	(B)	338.29	335.32	2.97	0.0087794	336.08674
3		343.54	352.32	-8.78	-0.025557	341.30043
4		413.21	412.65	0.56	0.0013552	410.48866
5	CAOLIN	34.28	33.38	0.1	0.0029343	33.980354
6	(C)	35.25	35	0.25	0.0070922	35.142264
7		43.4	43.8	-0.4	-0.009217	43.235906
8		53.85	53.75	0.1	0.001857	53.613644
9	90-10 B/C	250.4	249.55	0.85	0.003946	248.8045
10		280.4	281.26	-0.86	-0.003067	278.59705
11		310.61	308.9	1.71	0.0055353	308.53814
12		325.17	322.57	2.6	0.0079958	323.05746
13	90-20 B/C	234.7	233.7	1	0.0042608	233.21105
14		262.3	261.6	0.7	0.0026687	260.62221
15		278.4	277	1.4	0.0050287	276.61088
16		291	290.7	0.3	0.0010309	289.12375
17	70-30 B/C	208.7	209.7	-1	-0.004792	207.59285
18		222.5	222	0.5	0.0022472	221.09743
19		233.9	238.3	-4.4	-0.018311	232.41859
20		266.5	264.8	1.7	0.006179	264.79316
21	60-40 B/C	183.8	183.8	0	0	182.66504
22		197	196.5	0.5	0.0025381	195.77376
23		219.8	219.2	0.6	0.0027298	218.4161
24		239.1	239.4	-0.3	-0.001255	237.58264
25	50-50 B/C	163.2	162.6	0.6	0.0036765	162.20749
26		171.8	171.1	0.7	0.0040745	170.74902
27		179.7	179	0.7	0.0038954	178.59339
28		193.5	198.9	0.6	0.0030075	198.25647
29	40-60 B/C	155	154.9	0.1	0.0007407	154.20249
30		148	147.5	0.5	0.0033784	147.11259
31		165.3	166.1	-0.8	-0.00484	164.29296
32		181.2	181.2	0	0	180.08302
33	30-70 B/C	112.2	111.6	0.6	0.0053476	111.56015
34		119.1	118.4	0.7	0.0053774	118.41244
35		131	130.3	0.7	0.0053435	130.23015
36		141.1	140.6	0.5	0.0035435	140.26031
37	20-80 B/C	86	85.7	0.3	0.0034884	85.541326
38		94.8	96.3	-1.5	-0.015823	94.280474
39		98.9	98.3	0.6	0.0060667	98.352123
40		104.6	104.1	0.5	0.0047801	104.01771
41	10-90 B/C	57.8	55.2	2.6	0.0449827	57.53633
42		63.1	62.9	0.2	0.0031696	62.79968
43		67.4	66.3	1.1	0.0163205	67.069946
44		74.2	73.1	1.1	0.0148248	73.822924
45	SM-SAN VICENTE	32.29	31.63	0.66	0.0204398	32.202732
46		28.82	27.99	0.83	0.0287994	28.756727
47		29.43	29.17	0.32	0.0108511	29.422094
48		35.95	34.96	0.99	0.0275382	35.837423
49	SC	11.35	11.71	-0.36	-0.031718	11.407533
50	CHICCOASÉN	16.36	15.99	0.37	0.0226161	16.382889
51		17.14	17.47	-0.33	-0.019253	17.157495
52		20.84	20.7	0.14	0.0067179	20.831909
53		11.29	11.77	-0.48	-0.042516	11.347948
54		13.92	13.9	0.02	0.0014368	13.959761
55		16.01	15.98	0.03	0.0018738	16.035309
56		17.36	17.47	-0.11	-0.006336	17.375974
57	MH	35.95	35.65	0.3	0.0351827	36.830508
58	NECAXA	42.68	41	1.68	0.0393627	42.520885
59		51.33	49.81	2.12	0.0408242	51.706921
60		58.52	56.21	2.37	0.0404575	58.310936
61		53.81	61.16	2.65	0.0415295	63.504771
62		26.12	27.36	-1.24	-0.047473	26.075398
63	LA PEÑA	45.37	45.27	0.1	0.0022041	45.192284
64		49.32	47.13	2.19	0.0444039	49.114969
65		53.57	53.09	0.48	0.0089602	53.335581
66		62.02	62.11	-0.09	-0.001451	61.727149
67	CIUDAD DE	346.81	344.78	2.03	0.0058533	344.54782
68	DE	408	400.21	7.79	0.0190931	405.31469
69	MEXICO	391.6	381.68	9.92	0.025332	389.0281
70		402.6	392.55	10.05	0.0249627	399.95203

Salida de Regresión.	
Constante	0.1360184
Err. Estándar Est. Y	2.4505016
R Cuadrado	0.9995726
Nº de Observaciones	70
Grados de Libertad	68
Coefficiente(s) X	0.9931
Err. Estándar de Coef	0.0025

El coeficiente de regresión de la muestra estadística, b (pendiente de la recta) se obtuvo con la expresión:

$$b = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} \quad (4)$$

donde la suma de los productos de las desviaciones es:

$$s_{xy} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (5)$$

y la suma de los cuadrados de las desviaciones:

$$s_{xx} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (6)$$

Para el total de determinaciones de los suelos ensayados, se obtuvo la ecuación de la recta de regresión siguiente que liga los contenidos de agua, en porcentaje, alcanzados con los dos hornos:

$$w_{HC} = 0.9931 w_{HMO} + 0.136 \quad (7)$$

El coeficiente de correlación, r, de toda la muestra (N = 70) se obtuvo de la expresión:

$$r^2 = \frac{s_{xy}^2}{s_{xx} s_{yy}} \quad (8)$$

Pudo verificarse la excelente correlación entre las determinaciones de w_t con el HC y el HMO, al calcularse un valor r = 0.99978, que muestra la fuerte dependencia estocástica. Asimismo, se realizó un examen de la linealidad con lo que estadísticamente se comprueba que puede considerarse significativamente que existe correlación lineal.

Como se desprende de los datos de la Tabla 3, la diferencia relativa media de toda la muestra es de +0.006, lo que indica que el w_t obtenido con el HMO es en general ligeramente mayor que el determinado con el HC. Sin embargo, dependiendo del suelo, unos muestran discrepancias mayores que otros, e inclusive en el suelo SC-Chicoasén se tuvo una diferencia relativa negativa (-0.0054); esto es, w_{HC} > w_{HMO}. Es interesante notar que no ocurre aumento de la diferencia relativa conforme se tienen mayores contenidos de agua.

Los suelos MH-Necaxa y SM-San Vicente son los que alcanzan diferencias relativas medias por

CONTENIDO DE AGUA (%)
MICROONDAS VS CONVECCION

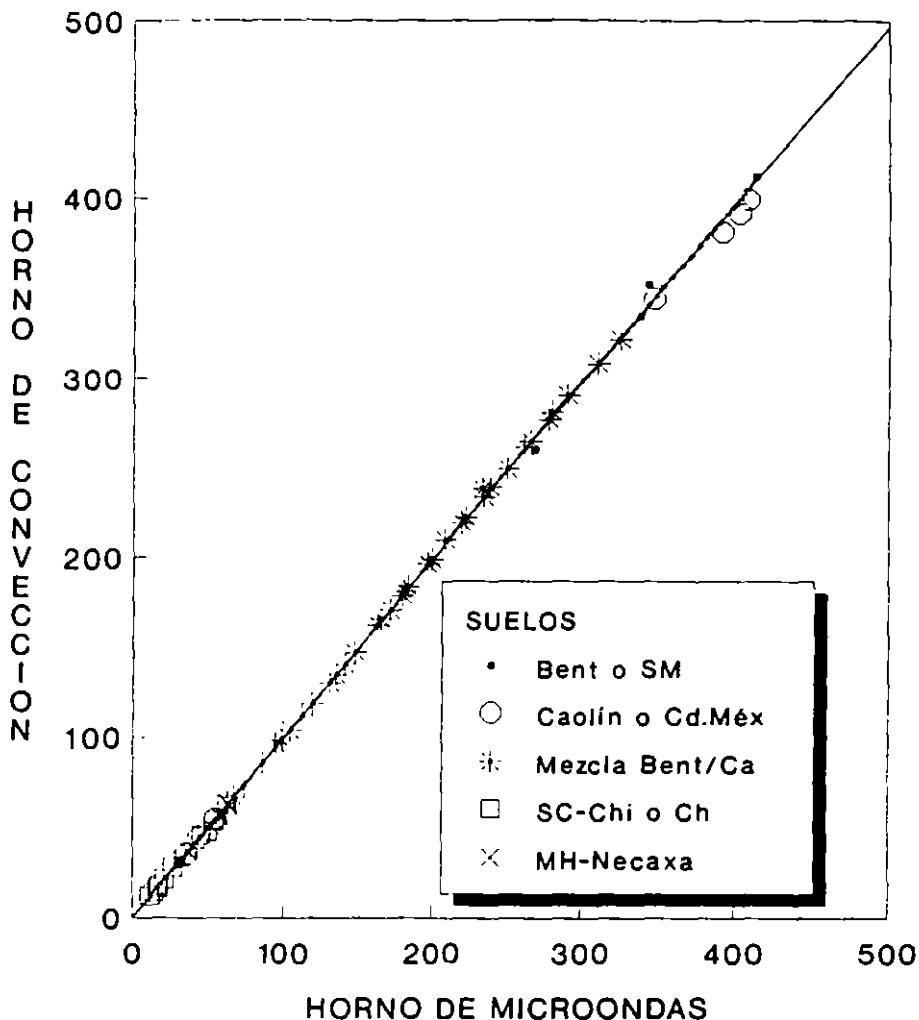


Fig 5 Correlación entre los contenidos de agua de diversos suelos, obtenidos con el HMO y el HC

arriba del 2%, lo que al parecer se debe a la presencia de minerales haloisíticos en ambos materiales. Con la arcilla de la ciudad de México, aunque con un número reducido de ensayos, se obtuvo una diferencia relativa media de 1.88%, lo que denota la conveniencia del HMO para el secado de esta arcilla. Es de destacarse la gran similitud en los contenidos de agua determinados con estas dos técnicas, en la bentonita y el caolín, así como en sus mezclas.

Para ratificar la bondad de los puntos de la recta de regresión se calcularon las curvas que delimitan los intervalos de confianza para el total de la muestra. En las Figs. 5 y 6 se incluyen las curvas discontinuas con ordenadas:

$$y_k = y_g \pm z_k s_g \sqrt{1/N + (x - \bar{x})^2 / s_{xx}} \quad (9)$$

$$= y_g \pm f(x), \quad \text{donde}$$

y_g = ordenada de la recta de regresión para la abscisa x ,

z_k = valor crítico para el riesgo $\gamma = 1 - \alpha$ en la distribución T con $n = N - 2$ grados de libertad. Para definirlo se ha recurrido a una tabla de probabilidades (Blume, 1974).

$$s_g^2 = [s_{yy} - b^2 s_{xx}] / (N - 2) \quad (10)$$

CONTENIDO DE AGUA (%)
MICROONDAS VS CONVECCION

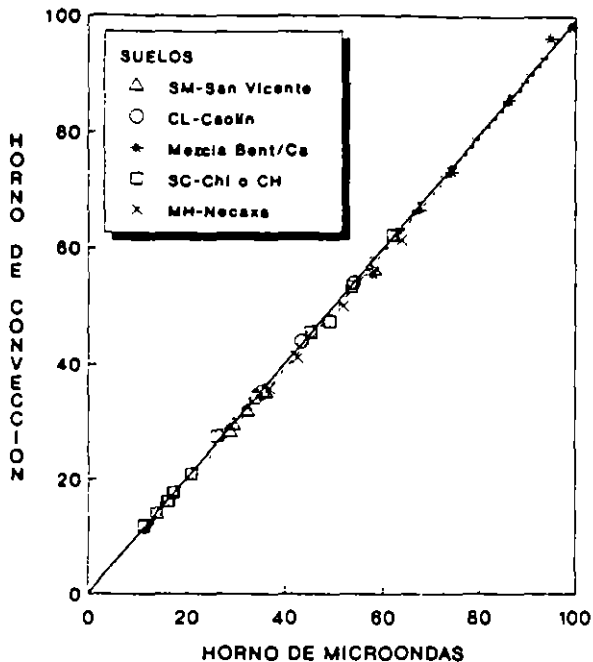


Fig 6 Correlación de contenidos de agua menores de 100 %, obtenidos al secar con el HMO y el HC

s_y^2 = varianza de los valores muestrales dados y , respecto a los valores correspondientes sobre la recta.

$$s_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (11)$$

Se incluyen las curvas punteadas que delimitan el intervalo de confianza para un riesgo de 0.98 ($\alpha = 0.02$). Se ha considerado simetría, por lo que el valor crítico, z_k , corresponde a probabilidades extremas: $\alpha_m = \alpha_M = \alpha / 2$.

uede apreciarse en las Figs 5 y 6 que la gran mayoría de los datos experimentales coordenados (w_{HMO}, w_{HC}) caen dentro del intervalo de confianza de 98%, por lo que estadísticamente se puede afirmar que la determinación del contenido de agua con el horno de microondas es totalmente válido y muy semejante al determinado con el horno de convección, para un gran intervalo de contenidos de agua de diversos suelos.

7. CONCLUSIONES

- Se ha propuesto un procedimiento mucho más rápido, más barato y tan confiable como la técnica convencional, para la determinación del contenido de agua en suelos. Se comprobó, con aproximadamente 150 determinaciones, la bondad del secado con el horno de microondas; en efecto, en aproximadamente 20 minutos es posible conocer un contenido de agua, el cual resulta muy semejante al que se obtiene secando en el horno tradicional de convección.
- La rápida obtención de un contenido de agua es de un gran significado técnico y económico. En el caso de la compactación en el campo, su uso permitiría un control más eficiente y expedito de los suelos por compactar, ya que señalaría durante el momento mismo de su tendido si los materiales son aceptables o no; o bien, realizar los cambios necesarios a su humedad, a fin de caer en el intervalo preestablecido.
- Pudo definirse estadísticamente una correlación lineal entre los contenidos de agua determinados con secado en el HMO y en el HC. El programa de ensayos comprendió suelos de muy diversa mineralogía, y en un intervalo de 1.2 % a 413.2 %, por lo que las correlaciones que aquí se incluyen son de aplicación general a los suelos. Cabría no obstante, poner a prueba esta técnica con suelos orgánicos (no incluidos aquí), otros suelos residuales, cenizas volantes, suelos ricos en ferromagnesianos, etc; también convendría estudiar con un mayor número de ensayos a la arcilla de la ciudad de México.
- Cabe señalar que en el transcurso de este estudio pudo comprobarse la variabilidad en el contenido de agua de porciones de una misma muestra, que se sequeen ya sea en el HMO o en el HC. Por este hecho, las determinaciones se hicieron por duplicado y los resultados reportados corresponden a los valores medios.
- Reuniendo las técnicas de cono sueco y horno de microondas es posible determinar el límite líquido, y el límite plástico por otra parte, en aproximadamente una hora, o menos.

RECONOCIMIENTO

Se reconoce y agradece la participación en el estudio experimental del Sr. Ernesto Fuentes M. y del Sr. Antonio Sánchez L., becario de licenciatura y laboratorista, respectivamente, del Instituto de Ingeniería, UNAM.

REFERENCIAS

1. Alberro, J., Marsal, R. J. y Mendoza, M. J. "Comportamiento de Suelos Cohesivos Compactados", *Series del I de I-UNAM*, No. 493, 1985
2. ASTM Standards D 2210, "Method for Laboratory Determination of Moisture Content", Part 11, Philadelphia, 1971
3. Blume, J., *Métodos Estadísticos para Ingenieros*, Editorial Labor, Barcelona, 1974
4. Charlie, W.A., Von Gunten, M.W., Doering, D.O., "Temperature Controlled Microwave Drying of Soils", *Geotechnical Testing Journal*, GTJODJ, Vol. 5, Nos. 3/4, Sept./Dec. 1982, pp. 68-75
5. Grim, R. E., *Clay Mineralogy*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968
6. Lade, P. V. & Nejadi-Babadai, H., "Soil Drying by Microwave Oven", *Soil Specimen Preparation for Laboratory Testing*, ASTM STP599, pp. 320-340, 1976
7. Lambe, T. W., "How Dry is a Dry Soil?", *Proceedings Highway Research Board*, pp. 491-496, 1949
8. Marsal, R. J. y Mazari, M., *El Suelo de la Ciudad de México*, Publicación de I-UNAM, 1969
9. Marsal, R. J. y Mendoza, M. J., *Contribuciones al Primer Congreso Internacional Sobre Geomecánica de Suelos Tropicales*, Brasilia, Publicación No. 48, CFE, México, 1985
10. Mendoza, M.J., "Condiciones que Influyen en los Resultados de las Pruebas de Compactación de Suelos", *Memorias de la XII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*, Vol. Mazatlán, Sin., SMMS, pp. 9-23, 1986
11. Mendoza, M. J., "Determinación del Contenido de Agua de Suelos con Secado en el Horno de Microondas y del Límite Líquido con el Cono Sueco", *Informe del I de I-UNAM*, 1991
12. Mendoza, M. J. "Determinación del Límite Líquido de Suelos con el Cono Sueco", *Memorias de la XV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*, Vol 2, San Luis Potosí, SMMS, 1991
13. Puschner, H. *Heating with Microwaves*, Philips Technical Library, Springer-Verlag, Inc., Nueva York, 1966

DETERMINACION DEL LIMITE LIQUIDO DE SUELOS CON EL CONO SUECO

Manuel J. Mendoza L.

Investigador Nacional Instituto de Ingeniería, U N A M.

Resumen. Se expone en este artículo un procedimiento alternativo al de la copa de Casagrande, para la determinación del límite líquido de suelos finos. Se comprueba estadísticamente que el cono sueco ideado a principios de siglo para la medición de resistencia cortante, proporciona valores del límite líquido, aunque ligeramente diferentes, linealmente relacionados con los que se obtienen con la copa de Casagrande. Pudo comprobarse la repetibilidad y consistencia de los resultados, así como la mayor facilidad y rapidez en la ejecución de la técnica del cono; ésta consiste en la medición de la indentación que sufre un cono de dimensiones estándar, mismo que penetra por su peso propio desde una posición en reposo al suelo remoldeado. Pudo constatarse estadísticamente que los operadores tienen menor influencia en los resultados con la técnica del cono, que con la técnica tradicional de percusión.

1. INTRODUCCION

Se describe en este trabajo el uso de una técnica alternativa al método de percusión con la copa de Casagrande para la determinación del límite líquido. Se trata de un procedimiento de indentación o penetración de un cono que cae por su peso propio, desde una posición en reposo en la que su punta justamente toca la superficie enrasada del suelo ensayado. Este cono que cae, o cono sueco, es semejante al que propuso la Comisión Geotécnica de los Ferrocarriles Estatales Suecos en 1915, no sólo como un medio para determinar el límite líquido, sino en general para medir la resistencia cortante de suelos arcillosos tanto inalterados como remoldeados. A juzgar por estudios amplios en los países escandinavos (Karissón, 1981), la técnica del cono es más simple y menos influenciada por el operador; de hecho, su uso en Suecia y Noruega ha reemplazado a la copa de Casagrande desde hace varios años. El método de Casagrande, no obstante, es el más usado internacionalmente; parece que se ha impuesto la tradición.

Se comparan y discuten en este artículo los resultados obtenidos al determinar el límite líquido (w_L) con la copa de Casagrande y con el cono sueco; tal comparación se llevó a cabo con diversos suelos representativos, cuyos valores del límite líquido alcanzan hasta 400 %. Fueron realizados por diferentes operadores, a fin de poner en claro la influencia de laboratoristas experimentados y de aquéllos con poco tiempo en el laboratorio. Así mismo, los suelos se secaron tanto en el horno convencional de convección (HC), como en el horno de microondas (HMO); este secado probado ser muy conveniente, como se demuestra en otro artículo incluido en estas Memorias (Mendoza, 1991).

Reuniendo entonces el cono sueco y el horno de microondas, es posible determinar y conocer con suficiente precisión el límite líquido de un suelo, incluso en menos de una hora.

El cometido de este artículo es mostrar objetivamente resultados comparativos de esta técnica alternativa, para su posible adopción como prueba de rutina en la determinación del límite líquido de suelos finos. De estas dos técnicas se conocen antecedentes positivos de su empleo, aunque no de manera conjunta.

2. DETERMINACION DEL LIMITE LIQUIDO

El contenido de agua arriba del cual un suelo se comporta como un líquido, se llama límite líquido. Se trata de una frontera arbitraria entre ese estado de consistencia y aquél en el que el suelo exhibe un comportamiento plástico; mientras Casagrande (1932) señala que en esa frontera un suelo posee una resistencia cortante de 0.025 kg/cm^2 (2.45 KPa), Skempton (1953) menciona mediciones hasta de 0.07 kg/cm^2 .

En 1911 Atterberg, agrónomo sueco, sugirió el concepto de fronteras entre los cuatro estados de consistencia (líquido, plástico, semisólido y sólido) los que en función del contenido de agua de un suelo, cambian su consistencia de un sólido a un lodo. En particular, Atterberg consideró que un suelo se encontraba en el límite líquido cuando se cerraba una ranura practicada en una muestra que se disponía en una cápsula, justo cuando se le daban 10 golpes ligeros contra la mano; el operador ajustaba el contenido de agua por intento y error hasta alcanzar ese resultado.

Casagrande (1932) reorientó ese concepto para enfocarlo como una propiedad índice de las propiedades mecánicas de los suelos finos, sistematizando y estandarizando la prueba, a través de su conocida copa de Casagrande. Facilitó con ello el uso generalizado del Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS), basado en los límites líquido y plástico de estos suelos.

Por otra parte, los problemas geotécnicos en la construcción de terraplenes ferroviarios en Suecia a principios de siglo, llevó a la Comisión Geotécnica de los Ferrocarriles Estatales Suecos a proponer un cono penetrante para la medición de la resistencia cortante de suelos arcillosos. Ajustando peso, ángulo y penetración del cono se llegó a definir un estándar que, al menos en los países escandinavos, ha desplazado a la copa de Casagrande para la determinación del w_L .

3. SUELOS ENSAYADOS Y EQUIPO EMPLEADO

3.1 Suelos ensayados

En la Tabla 1 se resumen las principales características físicas y mineralógicas de los suelos que se involucraron en esta comparación. Se trata de suelos típicos de las cuatro regiones principales de la carta de plasticidad, por lo que son una muestra representativa de los suelos más usuales; de aquí que las conclusiones que de aquí se derivan, son de alcance general. Sin embargo, no hay duda de que una evaluación más definitiva, debe basarse en una comparación de una mayor cantidad de suelos.

Dos de los materiales se adquirieron comercialmente en polvo; éstos fueron una bentonita no pura y un caolín, que al mezclarse en diferentes proporciones dieron como resultado suelos artificiales con contenidos de agua y límites líquidos muy diversos. Los materiales

Tabla 1. Descripción y características de los suelos estudiados

Suelo	Descripción y origen	Composición mineralógica	Contenido de agua <i>in situ</i> w_n , en %	w_L (%)	PI
CH-Bentonita	Material adquirido comercialmente	Proporción mayor: Montmorilonita	8.5 (en polvo)	339.0	301.0
CL-Caolín	Material adquirido comercialmente	Proporción mayor: Caolinita	1.2 (en polvo)	35.5	11.1
SM-San Vicente	Material arenolimoso proveniente de lomeríos suaves formados por tobas volcánicas, localizados al oriente del Distrito Federal sobre la carretera México- Texcoco	Proporción mayor: feldespato Media: montmorilonita y haloisita Trazas de cristobalita y anfíbola	30.0	32.9	6.5
SC-Chicoasén	Material arenarcilloso proveniente de la zona baja del préstamo "La Costilla" usado para el núcleo impermeable de la presa Chicoasén, Chiapas. Se trata de lutitas alteradas y redepositadas	Proporción mayor: cuarzo Media: clorita Trazas de mica, montmorilonita, feldespatos y calcita	10.0	30.7	10.2
MH-Necaxa	Material limoarcilloso residual proveniente de la descomposición de basaltos en la ladera derecha de la presa Necaxa, Estado de Puebla	Proporción mayor: metahalosita y haloisita hidratada Media: hematita, cuarzo y magnetita Trazas de ilmenita y montmorilonita	51.6	74.0	23.7
CH-La Peña	Material arcilloso proveniente de un depósito aluvial del Cuaternario, localizado en la cercanía de la boquilla de la presa La Peña, Estado de Hidalgo	Proporción mayor: montmorilonita Media: feldespatos Trazas de cristobalita, cuarzo y anfíbola	21.6	69.4	30
Arcilla de la Ciudad de México	Sondeo en Av. Francisco del Paso y Troncoso, a 13m de profundidad	No determinada. Ver información en Marsal y Mazari, 1969	292.0	315.0	218.0

restantes son suelos naturales que se han estudiado en otros programas de investigación (Alberro et al, 1985 y Mendoza, 1986).

3.2 Equipo empleado

El antecedente del aparato de cono utilizado fue el propuesto en 1915 por la Comisión Geotécnica de los Ferrocarriles Estatales Suecos, Fig 1. Se diseñó y construyó un dispositivo semejante a los que actualmente se emplean en los países escandinavos, Fig 2, excepto que en vez de la sujeción mecánica del cono, se implementó aquí una pequeña bobina que al estar encendida crea un campo electromagnético capaz de soportar al pequeño cono; al apagarla, el cono cae y penetra al suelo por ensayar. El equipo consiste de una base metálica a la que va adosado un poste que soporta el cuerpo principal del aparato, Fig 3, en el que está alojada la bobina de la que pende el cono; tal cuerpo se ajusta verticalmente con una cremallera. El cono metálico de acero inoxidable con acabado "espejo" pesa 60 g y tiene un ápice de 60°. Durante la prueba, el brazo se ajusta a una altura tal que la punta del cono toque justamente la superficie enrasada y horizontal de la muestra remoldeada de suelo, Fig 4, misma que se dispone en una copa. La prueba en sí consiste en la simple operación de liberar el cono presionando el botón de un interruptor eléctrico, con lo que éste cae por su peso propio, penetrando al suelo, Fig 5. La indentación del cono se mide con una precisión de 0.1 mm, mediante escalas milimétricas dispuestas con un arreglo de vernier; se le dispuso una lupa para facilitar la lectura.

Por lo que se refiere a la copa de Casagrande, se verificó el cumplimiento de las conocidas dimensiones, pesos y tolerancias estandarizadas (ASTM D423-66). Se utilizó un ranurador recto, tipo Casagrande, de material plástico el cual tiene la característica de no rayar la copa, tal como ocurre con los ranuradores metálicos; una vez que se desgasta el extremo de 2 mm de ancho de ese ranurador, se desecha.

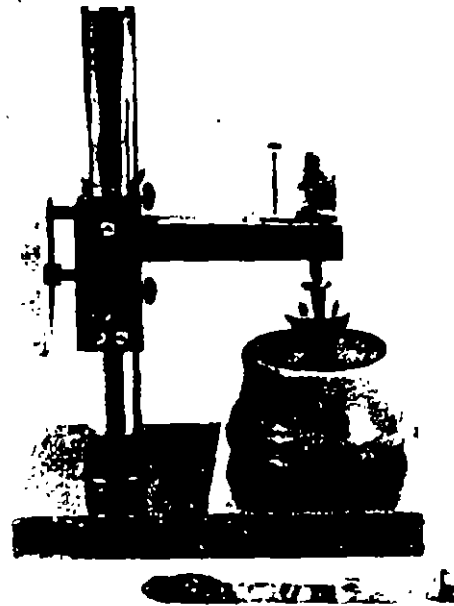
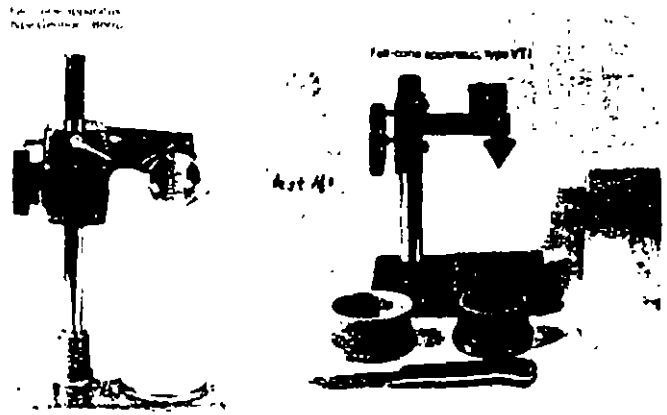


Fig 2. Aparatos de cono sueco comunmente usados en la actualidad (Karlsson, 1981)



Fig 3. Aparato de cono sueco construido en el Instituto de Ingeniería, UNAM

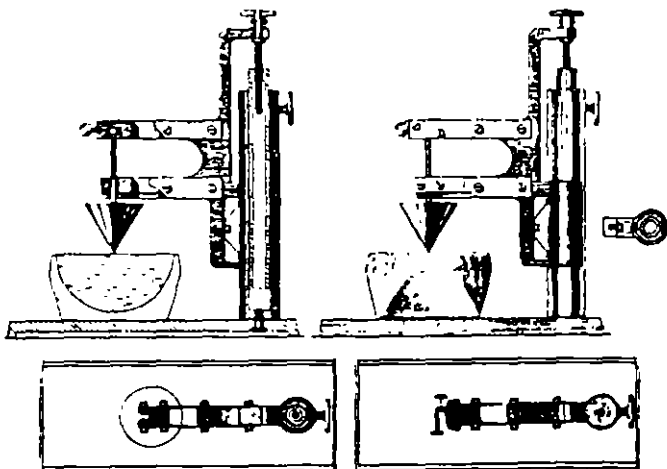


Fig 1. Primera versión del aparato de cono sueco (mostrado por Wood, 1990)

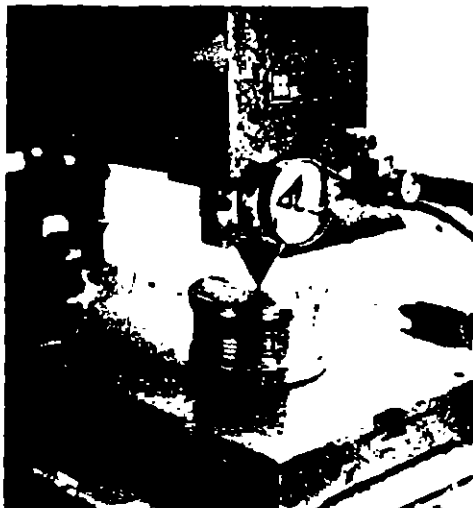


Fig 4. Posición inicial del cono

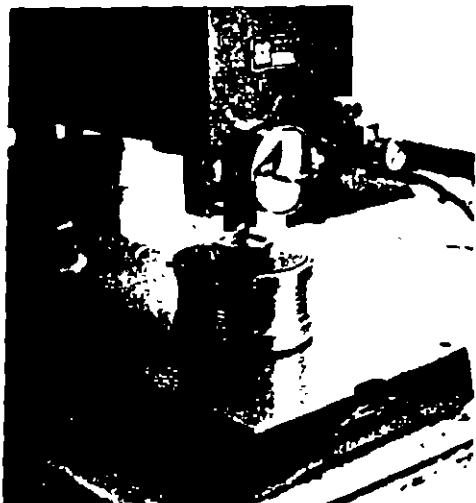


Fig 5. Posición final del cono después de la indentación

4. CONO PENETRANTE O CONO SUECO COMO INDICE DE LA RESISTENCIA NO DRENADA

Como se mencionó, la prueba del cono penetrante es en sí una prueba de resistencia al esfuerzo cortante. Hansbo (1957) realizó un estudio detallado al respecto, estableciendo que las variables más significativas que gobiernan el problema son la masa del cono, m , el ángulo de su punta, α , la penetración del cono en el suelo, d , y la resistencia cortante no drenada del suelo, c_u . Un

análisis dimensional realizado por Wood y Wroth (1978) para el estudio de una técnica de penetración de un cono diferente al aquí expuesto, a fin de determinar el límite plástico, llevó a demostrar que se cumple el adimensional siguiente :

$$(c_u d^2) / (mg) = f(\alpha, \chi) \quad (1)$$

En esta expresión, el ángulo α del cono es el factor dominante; en el parámetro χ se incluyen efectos superficiales entre el cono y el suelo, determinados por el material del cono y su acabado.

Un interesante análisis realizado por Wood (1990) ha llevado a relacionar la ecuación (1) con las expresiones de la resistencia cortante del modelo Cam clay (estado crítico), con lo que las pruebas de cono penetrante pueden usarse para proporcionar índices de resistencia y de compresibilidad para los suelos finos. Análisis como el mencionado, han permitido definir el límite líquido como el contenido de agua con el que el suelo tiene una resistencia estándar.

Otras pruebas de penetración de cono se han propuesto para estimar el límite líquido de suelos; así en Inglaterra se emplea un estándar (Sherwood y Ryley, 1970; BS 1975) basado en un cono de 30° de punta y 80 g de peso.

Para el cono sueco, Karlsson (1981) estableció que a una indentación de 10 mm (límite líquido) le corresponde una resistencia del suelo de 1.7 KPa. Mediciones con el cono inglés comparativas con las de veleta miniatura (Wood, 1990), llevaron a definir que en el límite líquido se tiene una resistencia no drenada de 1.67 KPa. Como se ve, esta diferencia es insignificante, y apunta a la bondad de los conos penetrantes como instrumentos convenientes para inferir la resistencia cortante de los suelos finos. Sería conveniente explorar el uso del cono inglés, y definir si existe alguna ventaja en comparación con la versión original, el cono sueco.

5. PROCEDIMIENTOS DE ENSAYE

La determinación de los límites líquidos en esta investigación se realizaron de acuerdo a las normas estandarizadas para el método de la copa de Casagrande y el cono sueco (Karlsson & The Laboratory Committee of the Swedish Geotechnical Society, 1981).

La condición de partida de los suelos ensayados fue la de secado al ambiente, lo que determinó contenidos de agua iniciales entre 7 y 15 % en los materiales naturales, y menos de 4 % en los suelos artificiales en polvo. Así pues, siempre se agregó agua destilada al remoldear los suelos la víspera del ensaye, lo que se hizo con espátula de abanico sobre un vidrio plano, hasta tener una consistencia plástica correspondiente a unos 40 golpes en la Copa de Casagrande; bajo esta condición se conservó en reposo durante 24 horas.

Se preparó la cantidad suficiente de cada suelo para efectuar el mismo día cuatro ensayes de límite líquido (dos con la copa de Casagrande y dos con el cono sueco) que de hecho se convirtieron en 8 ensayes, según se explica abajo. Un ensaye con cada uno de los dispositivos anteriores lo realizaron operadores diferentes: el Operador 1 con vasta expe-

riencia en el uso de la copa de Casagrande, y el Operador 2 un pasante de ingeniería con escasa experiencia en el laboratorio; ambos in ninguna experiencia con el cono sueco. Con cada operador y técnica se determinaron contenidos de agua tanto con el HC como con el HMO; de este modo se cuenta con ocho valores del límite líquido en cada suelo, resultado de las combinaciones posibles.

La determinación del w_L con el cono sueco se lleva a cabo de manera similar a como se procede con la copa de Casagrande. En efecto, se hace variar por incrementos el contenido de agua, y se mide en cada etapa la profundidad de la penetración, d , del cono; en nuestro caso siempre se fue agregando agua.

La curva de fluidez que en el caso de la copa de Casagrande relaciona el logaritmo del número de golpes en las abscisas con el contenido de agua en las ordenadas, en el caso del cono se grafica el logaritmo de su indentación en milímetros, en vez del logaritmo del número de golpes; en la Fig 6 se presenta una gráfica típica de los resultados experimentales. La recta resultante se define con por lo menos cuatro puntos pertenecientes a penetraciones alrededor de 10 mm; usualmente se escogen entre 5 y 20 mm. Trazada la recta, el $w_{L\text{cono}}$ se define como el contenido de agua perteneciente a una indentación de 10 mm del cono de 60° y 60 g. A diferencia de la pendiente negativa de la recta $\log N$ vs. w %

LIMITE LIQUIDO CONO SUECO SECADO EN HC

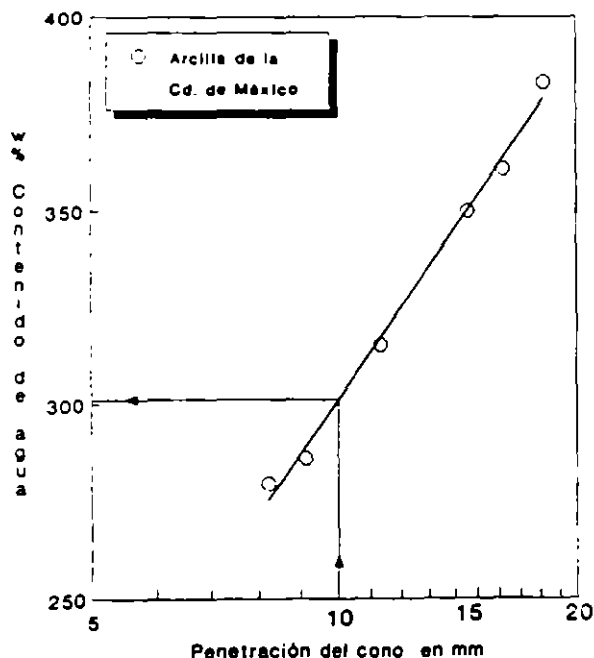


Fig 6. Curva de fluidez obtenida con cono sueco para un suelo arcilloso típico de la Ciudad de México

de la copa de Casagrande, la recta $\log d$ vs. w % del cono sueco tiene una pendiente positiva, ya que a mayor contenido de agua, mayor penetración.

Cuando se seco el suelo en el HMO, se dispuso en vidrios concavos de reloj; se secaron simultáneamente las por lo menos cuatro muestras que definen la curva de fluidez, alcanzándose peso constante en aproximadamente 15 minutos. Así pues, la determinación del límite líquido (con varios puntos) mediante el cono sueco, combinado con el secado en el HMO, puede llevarse a cabo en menos de una hora.

6. ANALISIS DE RESULTADOS DE LA DETERMINACION DE LIMITES LIQUIDOS

El análisis de resultados de la determinación de los límites líquidos se enfocó desde el punto de vista estadístico, al comparar los valores que se obtuvieron mediante el cono sueco, con los definidos con la copa de Casagrande. No se intentó ninguna medición directa de resistencia al esfuerzo cortante de los suelos estudiados en este límite de consistencia, para una eventual correlación con los resultados de estas dos técnicas.

Además de la comparación directa entre estos dos procedimientos, se involucraron otras dos variables que son significativas en los resultados; éstas son a) el factor humano, al comparar los resultados obtenidos por un laboratorista experimentado en el manejo de la Copa de Casagrande (Operador 1), y por un estudiante de licenciatura sin experiencia en el laboratorio (Operador 2); y b) el tipo de secado, empleando el horno convencional de convección y el de microondas, cuyo estudio se describe en otro artículo presentado en este mismo volumen.

6.1 Cono vs. copa

En la Tabla 2 se incluyen los resultados de los ensayos comparativos determinados con el cono sueco (valores de x) y la copa de Casagrande (valores de y). Comprende datos de w_L % entre 30 y 390 %, con lo que se cubre el intervalo de límites líquidos de prácticamente todos los suelos cohesivos. Se incluye la diferencia entre límites líquidos, $DIF = w_{L\text{cono}} - w_{L\text{copa}}$, y la diferencia relativa $DIF/w_{L\text{cono}}$. Como se aprecia en esta tabla, y en su representación gráfica, Fig 7, existe una excelente correlación lineal entre ambas determinaciones, en las que se secó el suelo en el horno convencional.

Se calcularon los parámetros de la recta de regresión para el conjunto de todos los suelos; de cada material se cuenta con el par coordinado: $(x,y) = (w_{L\text{cono}}, w_{L\text{copa}})$. Se obtuvo (Blume, 1974) la ecuación de la recta de regresión siguiente que liga los límites líquidos, en porcentaje, alcanzados con estos dos aparatos para todos los suelos ensayados:

LIMITES LIQUIDOS (%)
HORNO DE CONVECCION - OPERADOR 1

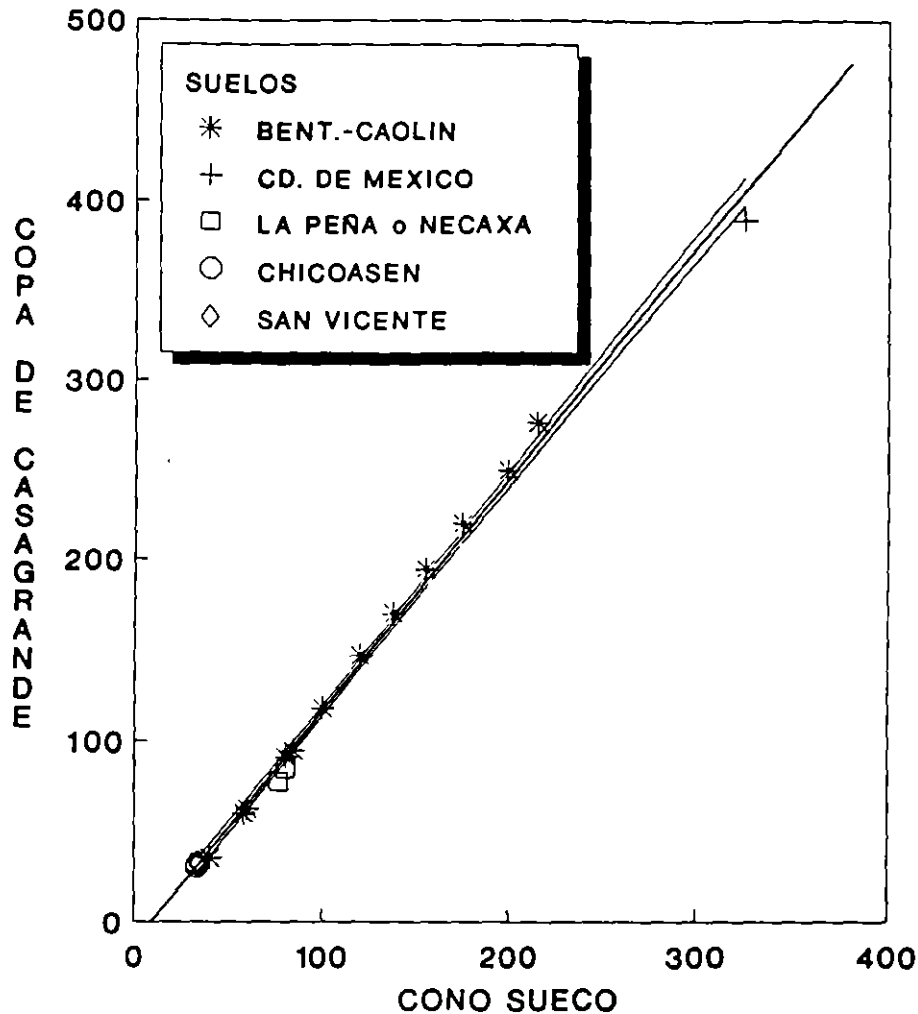


Fig 7. Correlación entre los límites líquidos de diversos suelos obtenidos con la copa de Casagrande y el cono sueco, secados con el HC

$$w_{Lcopa} = 1.2856 w_{Lcono} - 12.04 \quad (2)$$

El coeficiente de correlación, r, de la muestra (N = 19) alcanzó un valor de 0.9979, lo que denota la excelente correlación entre estas determinaciones de w_L . Como lo indica la ecuación (2), en general, el límite líquido obtenido con la copa de Casagrande es mayor al determinado con el cono sueco. Pudo verificarse estadísticamente que existe correlación lineal entre estas variables, lo que se puede apreciar en la Fig 7.

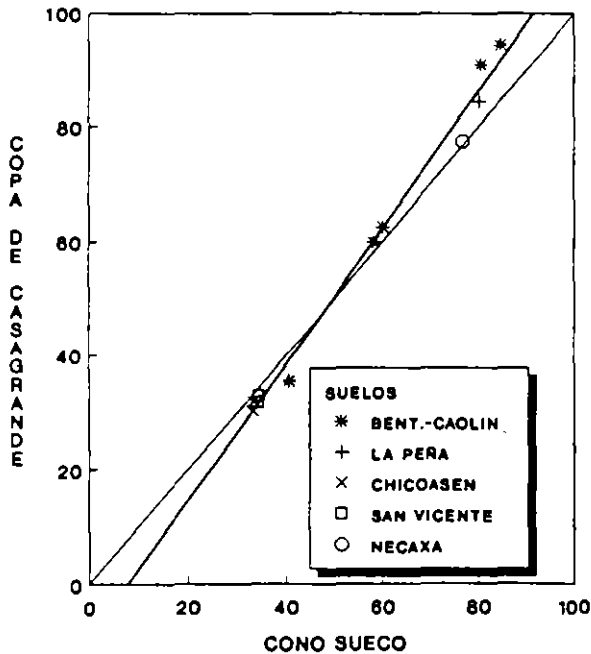
Como se desprende de los datos de la Tabla 2, la diferencia relativa media de toda la muestra es de -0.10136; aunque debe distinguirse que la diferencia relativa crece conforme se tienen límites líquidos mayores. Estos resultados muestran que existen discrepancias entre los valores arrojados por los dos procedimientos, y que el w_L obtenido con el cono sueco es en general menor que el determinado con la copa de Casagrande. No obstante, como se observa en la Fig 8, para valores de $w_L < 45\%$ ocurre que $w_{Lcono} > w_{Lcopa}$. En esta figura se incluye la recta de

Tabla 2. Límites líquidos determinados con el cono sueco y la copa de Casagrande

SUELO	CONO SUECO x	COPA DE CASAGRANDE y	DF	DF/CONO	Yreg	
1	BENT-CAOLIN	40.4	35.5	4.9	0.1212871	39.8957
2		58	60	-2	-0.034485	62.522044
3		60	62.5	-2.5	-0.041667	65.093219
4		80.5	91	-10.5	-0.130435	91.447787
5		84.5	94.5	-10	-0.118343	98.590118
6		100	118	-18	-0.18	118.51873
7		120	146.5	-26.5	-0.220835	142.22848
8		137.5	169.5	-32	-0.232727	164.72827
9		155	194	-39	-0.251815	187.22405
10		175	220	-45	-0.257145	212.9358
11		199	249.7	-50.7	-0.254774	243.78991
12		215	276	-61	-0.283721	264.35931
13	CD DE MEXICO	325	389	-64	-0.198923	405.77398
14	CH- LA PEÑA	80.2	84.4	-4.2	-0.052369	91.06209
15	CHICOASEN	33	30.2	2.8	0.084805	30.382351
16	SC	33.1	31.9	1.2	0.0362538	30.51091
17	SAN VICENTE	33.9	31.7	2.2	0.0648968	31.53938
18	SM	34	32.9	1.1	0.0323529	31.867939
19	MH-NECAXA	76.6	77.4	-0.8	-0.010444	86.433975

Regression Output.	
Constant	-12.042
Std. Err. of Y Est	8.674494
R Squared	0.995822
No. of Observations	19
Degrees of Freedom	17
X Coefficient(s)	1.2855877
Std. Err. of Coef	0.020195

LIMITES LIQUIDOS MENORES A 100%



HORNO DE CONVECCION

Fig 8. Correlación entre los límites líquidos menores que 100%, obtenidos con la copa de Casagrande y el cono sueco

regresión con línea más gruesa que la correspondiente a mismo valor de límites líquidos. Si sólo se incluye la estadística de límites líquidos menores que 100 %, la recta de regresión tiene la ecuación siguiente :

$$w_{Lcopa} = 1.1949 w_{Lcono} - 9.27 \quad (3)$$

El coeficiente de correlación, r, de once suelos con $w_L < 100 \%$ resultó ligeramente menor (0.9948) que el perteneciente a toda la muestra; aunque este valor indica la fuerte dependencia entre los resultados de las dos determinaciones, parece conveniente incluir una mayor cantidad de estos suelos para llegar a correlaciones más definitivas.

Para ratificar la bondad de los puntos de la recta de regresión se calcularon las curvas que delimitan los intervalos de confianza (Blume, 1974) para el total de la muestra. En la Fig. 7 se incluyen estas curvas límite simétricas a la recta de regresión para un riesgo de 0.98 ($\alpha = 0.02$), con probabilidades extremas: $\alpha_m = \alpha_M = \alpha / 2$. Se puede distinguir en esta figura que los datos experimentales coordenados (w_{Lcono} , w_{Lcopa}) caen dentro del intervalo de confianza de 98%, por lo que estadísticamente se puede afirmar que la determinación del límite líquido con el cono sueco es totalmente válida y su valor resultante es correlacionable con seguridad al determinado con la copa de Casagrande, para un gran intervalo de esta propiedad índice.

6.2 Secado en el horno de microondas

En la Fig 9 se presenta la correlación obtenida por un mismo operador, pero secando los diversos suelos en estudio en el horno de microondas. Se distingue una correlación lineal muy clara, lo que se corrobora con la recta de regresión que ahí se incluye y el alto coeficiente de correlación ($r = 0.9923$). Para valores de $w_L > 40\%$, se alcanzan sistemáticamente límites líquidos mayores con la copa de Casagrande que con el cono sueco. Al involucrar el secado con el HMO y los datos de toda la muestra, la recta de regresión tiene una ecuación con parámetros ligeramente diferentes a los de la ecuación (2); ésta es:

$$w_{Lcopa} = 1.325 w_{Lcono} - 12.84 \quad (4)$$

La pendiente de aproximadamente 1.3 (x=cono, y=copa) en las ecuaciones (2) y (4), es semejante a la obtenida (Karlsson, 1981) para límites líquidos de hasta 400% en suelos suecos, que es precisamente el intervalo de valores incluidos en la estadística de tales ecuaciones. Ello apunta a la validez general de las correlaciones aquí expuestas.

En la Fig 9 se incluyen también las curvas simétricas a la recta de regresión, mismas

que delimitan los intervalos de confianza para $\alpha = 0.02$.

6.3 Efecto de los operadores

Por lo que se refiere al efecto de los operadores, en la Fig 10 se muestra la correlación de resultados obtenidos por ellos, empleando la copa de Casagrande; por otra parte, en la Fig 11, se presenta lo obtenido con el cono sueco. Puede distinguirse en estas figuras que la determinación del w_L con el cono sueco es menos dependiente del factor humano que la copa de Casagrande, a juzgar por la menor dispersión con el cono (compárense las Figs 10 y 11). Cabe enfatizar que ninguno de los operadores había usado el cono sueco antes de la realización de los ensayos que aquí se comentan. La menor dispersión en los resultados con el cono, se traduce en una recta de regresión con pendiente muy cercana a la unidad, y un coeficiente $r = 0.99904$; para el caso de la copa, el coeficiente de correlación fue $r = 0.99543$.

7. CONCLUSIONES

a) Se ha expuesto un procedimiento más sencillo y tan confiable o más que la técnica

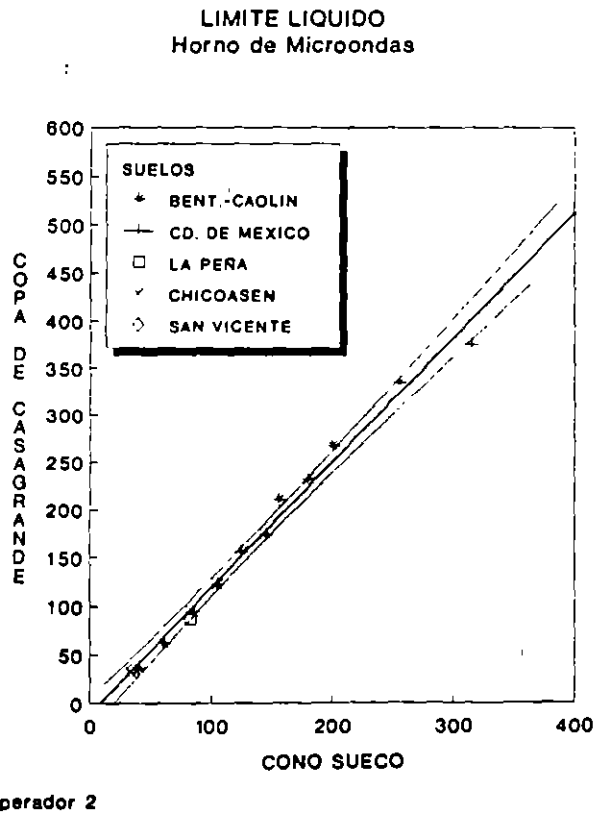
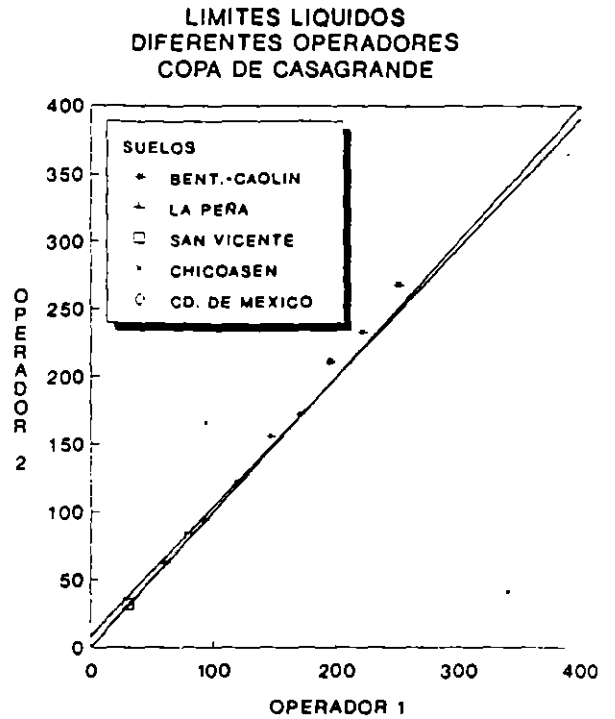
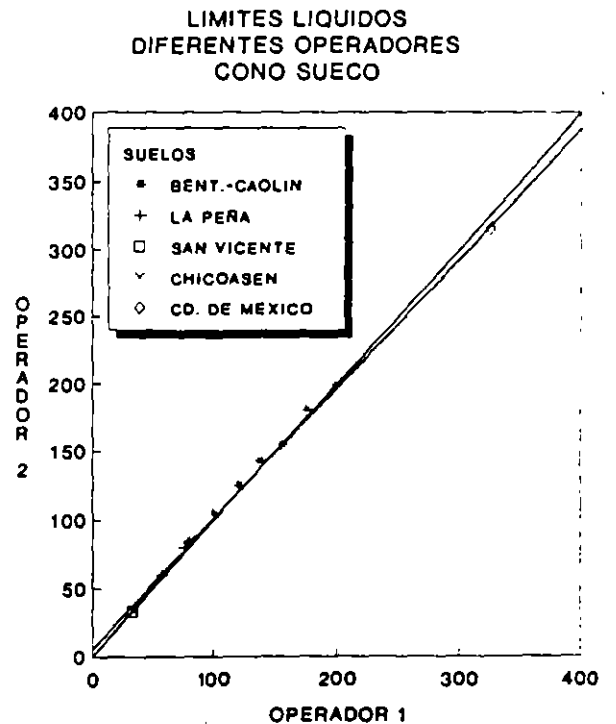


Fig 9. Correlación entre los límites líquidos de diversos suelos, obtenidos con la copa de Casagrande y el cono sueco, secados con el HMO



HORNO DE CONVECCION

Fig 10. Influencia de los operadores en los límites líquidos obtenidos con la copa de Casagrande



HORNO DE CONVECCION

Fig 11. Influencia de los operadores en los límites líquidos obtenidos con el cono sueco

convencional, para la determinación del límite líquido de suelos finos. Se comprobó estadísticamente la bondad del cono sueco (aproximadamente 150 determinaciones) para la obtención del w_L , al comparar sus resultados con los definidos mediante la tradicional copa de Casagrande.

- b) Los resultados aquí obtenidos y los de otras investigaciones afines, parecen apuntar a que la penetración de un cono con caída libre que parte del contacto de su ápice con la superficie enrasada del suelo, es una medida más consistente de la resistencia al esfuerzo cortante, que la implícita en el cierre de la ranura practicada en la copa de Casagrande.
- c) En general, el límite líquido definido con la copa de Casagrande es mayor hasta en un 20 % (para los más altos límites), que el determinado mediante el cono sueco; sin embargo, para valores de aproximadamente 40 %, ambas técnicas arrojan resultados iguales. De acuerdo a la norma sueca, el límite líquido corresponde al contenido de agua para el que un cono de 60 g y 60°, penetra 10 mm.
- d) Sin duda el w_L tradicional es muy valioso ya que sirvió de base al sistema de clasificación de los suelos finos internacionalmente utilizado, y se ha correlacionado con múltiples propiedades mecánicas. Parece conveniente por tanto, ya sea inferir el $w_{L\text{copa}}$ a partir del valor obtenido de $w_{L\text{cono}}$ para lo que se usarían las correlaciones aquí señaladas; o bien, modificar la penetración para la cual se defina el w_L , o incluso de juzgarse conveniente cambiar las dimensiones del cono para igualar los límites líquidos arrojados por una técnica y otra.
- e) La dispersión de resultados por la componente humana es menor en la determinación del $w_{L\text{cono}}$ que en la del $w_{L\text{copa}}$, por lo que los valores definidos con la técnica del cono están menos influenciados por el operador, incluso de aquéllos con poca experiencia en el laboratorio.
- f) Reuniendo las técnicas de cono sueco y horno de microondas es posible determinar el límite líquido de un suelo en aproximadamente una hora, o menos.

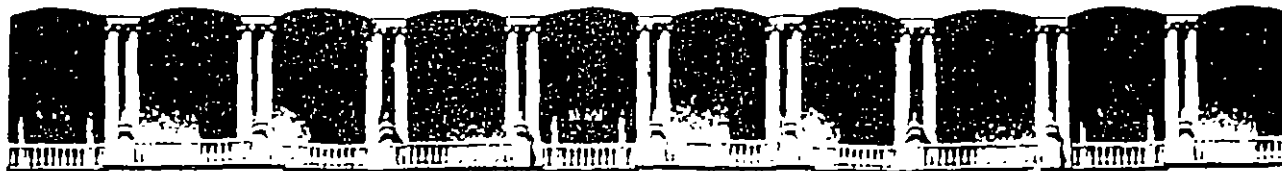
RECONOCIMIENTO

Se reconoce y agradece la participación en el estudio experimental del Sr. Ernesto Fuentes

M. y del Sr. Antonio Sánchez L., becario de licenciatura y laboratorista, respectivamente, del Instituto de Ingeniería, UNAM.

REFERENCIAS

1. Alberro, J., Marsal, R. J. y Mendoza, M. J. "Comportamiento de Suelos Cohesivos Compactados", Series del I de I-UNAM, No.493, 1985
2. ASTM Standards, D423-66, "Liquid Limit of Soils", Part 11, ASTM, Philadelphia, 1969
3. Blume, J., Métodos Estadísticos para Ingenieros, Editorial Labor, Barcelona, 1974
4. British Standards Institution, "Methods of Test for Soils for Civil Engineering Purposes", BS 1377, London, 1975
5. Casagrande, A "Research on the Atterberg Limits of Soils", Public Roads 13(8), 1932
6. Hansbo, S. "A New Approach to the Determination of the Shear Strength of Clay by the Fall-cone Test", Proceedings 14, SGI, Stockholm, 1957
7. Karlsson, R. & The Laboratory Committee of The Swedish Geotechnical Society, Laboratory Manual, Part 6. Consistency Limits, Swedish Council for Building Research, Stockholm, 1981
8. Mendoza, M.J., "Condiciones que Influyen en los Resultados de las Pruebas de Compactación de Suelos", Memorias de la XIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 1 Mazatlán, Sin., SMMS, pp. 9-23, 1986
9. Mendoza, M. J., "Secado de Suelos con Horno de Microondas y Determinación del Límite Líquido con Cono", Informe del I de I-UNAM, 1991
10. Mendoza, M. J. "Determinación del Contenido de Agua de Suelos con Secado en el Horno de Microondas", Memorias de la XV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol 2, SMMS, San Luis Potosí, 1991
11. Sherwood P. T. y Ryley, M. D. "An Investigation of a Cone-penetrometer Method for the Determination of the Liquid Limit", Géotechnique 20(2), 1970
12. Skempton, A. W. "The Colloidal Activity of Clays", Proc. 3rd ICSMFE, Vol 1, Zurich, 1953
13. Wood, M. D., Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, Cambridge University Press, 1990
14. Wood, M. D. y Wroth, C. P. "The Use of the Cone Penetrometer to Determine the Plastic Limit of Soils", Ground Engineering 11(3), 1978



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

PRUEBAS TRIAXIALES CON MEDICION DE PRESION DE PORO

DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

III. PRUEBAS ESPECIALES.

.1 Pruebas triaxiales con medición de presión de poro.

.1.1 Teoría de los coeficientes A y B de Skempton.

Skempton (1954) propuso una ley que permite expresar el cambio de la presión intersticial en una muestra de suelo, provocado por una variación en los esfuerzos principales (σ_1 , σ_2 y σ_3). Dicha ley se escribe como:

$$\Delta u = B [\Delta \sigma_3 - A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] \quad (3.1)$$

donde

Δu = variación de la presión intersticial.
 $\Delta \sigma_1$ y $\Delta \sigma_3$ = variación de los los esfuerzos principales σ_1 y σ_3 , respectivamente.

A, B = coeficientes de presión de poro.

En una prueba de compresión triaxial ($\sigma_2 = \sigma_3$), aumentando el esfuerzo vertical, se tiene:

Primera etapa: aplicación del esfuerzo de confinamiento σ_3 .

$$\Delta u_1 = B \Delta \sigma_3$$

En suelos saturados $B=1$, mientras que en suelos parcialmente saturados $B < 1$.

Segunda etapa: aplicación del esfuerzo desviador, ($\sigma_1 - \sigma_3$).

$$\Delta u_2 = B A (\sigma_1 - \sigma_3)$$

Por lo tanto el incremento de presión intersticial total, Δu , vale:

$$\Delta u = B [\Delta \sigma_3 + A (\sigma_1 - \sigma_3)] \quad (3.2)$$

Estudio teórico de los valores del coeficiente de presión de poro B.

Sea K_s el módulo de compresibilidad del esqueleto del suelo, definido como:

$$K_s = \Delta \sigma / (- \Delta V/V) = \Delta \sigma / \epsilon_v \quad (3.3)$$

donde:

$\Delta \sigma$ = incremento de esfuerzo efectivo hidrostático.
 ϵ_v = deformación volumétrica unitaria.

Analogamente el módulo de compresibilidad del agua vale:

$$K_w = \Delta u / (-\Delta V_w / V_w) \quad (3.4)$$

donde V_w es el volumen del agua.

Para un suelo de volumen V , el volumen del agua vale nV , siendo n la porosidad.

Si el suelo de volumen V se somete a un incremento de esfuerzos totales $\Delta\sigma$, se producirá un cambio en los esfuerzos efectivos ($\Delta\sigma'$) y en las presiones intersticiales (Δu).

Por otra parte, los cambios de volumen del esqueleto de suelo y del agua intersticial valdrán:

a) Cambio de volumen del esqueleto de suelo.

$$-\Delta V_s = (\Delta\sigma' V) / K_s \quad (3.5)$$

b) Cambio de volumen del agua.

$$-\Delta V_w = \Delta u (nV) / K_w \quad (3.6)$$

Si el suelo está saturado, el volumen total se puede expresar como:

$$V = V_s + V_w \quad (3.7)$$

donde V_s es el volumen de las partículas sólidas.

Tomando incrementos en la ecuación anterior, se tiene:

$$\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_w \quad (3.8)$$

Dado que ΔV_s es mucho menor que ΔV_w , éste se puede despreciar en la ecuación (3.8), resultando, después de sustituir (3.5) y (3.6) en (3.8):

$$(\Delta\sigma' V) / K_s = \Delta u (nV) / K_w$$

de donde

$$\Delta\sigma' = n (K_s / K_w) \Delta u \quad (3.9)$$

Aplicando a esta ecuación la ley de Terzaghi; $\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u$, se tiene:

$$\Delta u = [1 / (1 + n K_s / K_w)] \Delta\sigma \quad (3.10)$$

Esta última ecuación se puede expresar como:

$$\Delta u = B \Delta \sigma ; \text{ siendo } B = (1 + n K_s / K_w) \quad (3.11)$$

Para una arcilla blanda el módulo de compresibilidad del esqueleto del suelo (K_s) es del orden de 7 k/cm^2 , mientras que el módulo de compresibilidad del agua (K_w) a 20°C vale $22.3 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$, de donde la aplicación de la ecuación (8.11) conduce a un valor del coeficiente B de 0.9997. Para una arena densa $K_s = 1400 \text{ kg/cm}^2$, lo que conduce a un valor del orden de $B = 0.98$.

El análisis anterior conduce en cualquier caso a valores del coeficiente B cercanos a la unidad.

Estudio teórico del coeficiente A.

El coeficiente A refleja la tendencia del esqueleto sólido del suelo a cambiar de volumen cuando se aplica un esfuerzo desviador. Si el suelo está saturado, dicho esqueleto no podrá cambiar de volumen, y por lo tanto aparecerá en el agua intersticial una variación de presión que neutralizará exactamente dicha tendencia. La variación de u es una medida de la tendencia del esqueleto sólido a cambiar de volumen, por lo que un A grande, quiere decir que el suelo tiene gran tendencia a disminuir de volumen, al aumentar el esfuerzo desviador.

Suponiendo un suelo elástico lineal, homogéneo e isotrópico, en estado saturado ($B = 1$). Al aplicar un esfuerzo desviador $\Delta \sigma_1$, los esfuerzos efectivos valdrán (ensaye de compresión triaxial):

$$\Delta \bar{\sigma}_1 = \Delta \sigma_1 - \Delta u$$

$$\Delta \bar{\sigma}_2 = \Delta \bar{\sigma}_3 = - \Delta u$$

las deformaciones unitarias correspondientes son:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\Delta \bar{\sigma}_1 - \nu \Delta \bar{\sigma}_2 - \nu \Delta \bar{\sigma}_3]$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [(\Delta \sigma_1 - \Delta u) + 2\nu \Delta u] \quad (3.12)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [-\Delta u - \nu(\Delta \sigma_1 - \Delta u) + \nu \Delta u] \quad \dots (3.13)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_3$$

Por lo tanto, la deformación volumétrica será:

$$\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \frac{\Delta V}{V} \quad (3.14)$$

de donde: $\Delta V = V (\epsilon_1 + 2\epsilon_2) \quad (3.15)$

Puesto que el suelo no puede cambiar de volumen, $\epsilon_v = 0$; por lo tanto:

$$\Delta V = \frac{(1 - 2\nu) (\Delta\sigma_1 - 3\Delta u)}{E} = 0 \quad \dots (3.16)$$

Para que se satisfaga la ecuación (8.16) se requiere que:

$$\Delta u = \frac{1}{3} \Delta\sigma_1, \text{ de donde } \boxed{A = 1/3}$$

De la ecuación (8.16) se reconoce que:

Si $A = 1/3$; el suelo no puede cambiar de volumen.

$A < 1/3$; suelo dilatante.

$A > 1/3$; suelo contractante.

.1.2 Teoría de Henkel y Sowa.

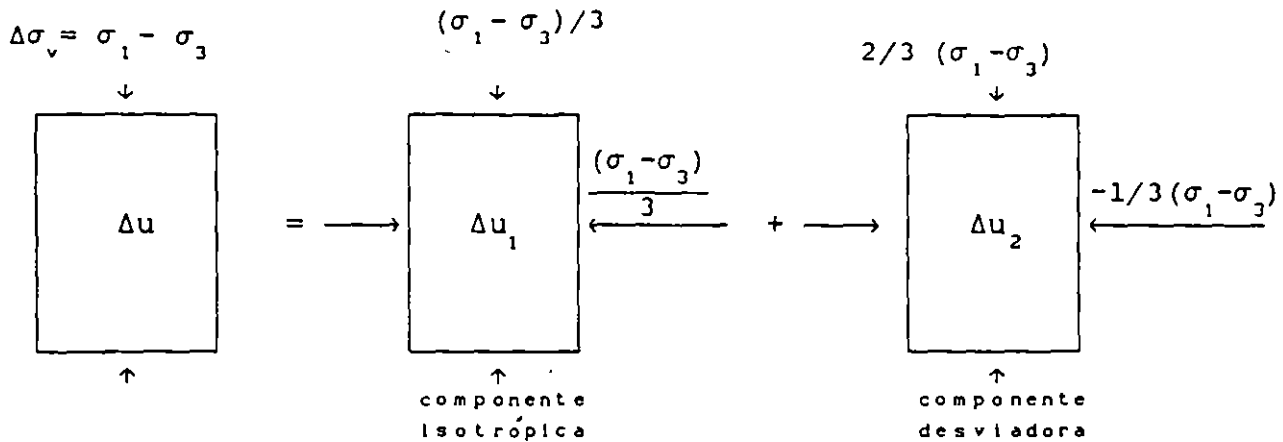
Henkel y Sowa proponen una expresión para calcular el incremento de presión intersticial provocado en una muestra de suelo, por efecto de la aplicación de un esfuerzo desviador. Ella se escribe como:

$$\Delta u = \underbrace{\frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{3}}_{\text{componente isotrópica}} + \underbrace{1/3 [(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2 + (\Delta\sigma_3 - \Delta\sigma_1)^2]^{1/2}}_{\text{componente desviadora}}$$

... (3.17)

donde "a" es un coeficiente de presión de poro que varía con el tipo de prueba y con el grado de preconsolidación del suelo.

En una prueba de compresión triaxial, aumentando el esfuerzo vertical, se tiene:



Para la componente isotrópica, se tiene:

$$\Delta u_1 = \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} ; \Delta \sigma_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3}$$

$$\Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3 = 0$$

$$\Delta u_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} \quad (3.18)$$

En una prueba de compresión triaxial $\sigma_2 = \sigma_3$. Para la componente desviadora obtenemos:

$$\Delta u_2 = a \frac{1}{3} (2)^{1/2} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

$$\Delta \sigma_1 = \frac{2}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad \Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3 = -\frac{1}{3} (\sigma_1 - \sigma_3)$$

$$(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) = \frac{2}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{3} (\sigma_1 - \sigma_3)$$

$$\Delta u_2 = a \frac{1}{3} (2)^{1/2} (\sigma_1 - \sigma_3)$$

$$\Delta u_2 = a \frac{(2)^{1/2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.19)$$

TABLA 1.
VALORES DEL COEFICIENTE DE PRESION DE PORO "A",
PARA VARIOS TIPOS DE SUELOS.

TIPOS DE SUELO.	Ip	A
1. NORMALMENTE CONSOLIDADOS.		
1.1 Arcilla marina, remoldeada.	60	+ 1.30
1.2 Arcilla de londres remoldeada.	52	+ 0.97
1.3 Arcilla de Weald remoldeada.	25	+ 0.94
1.4 Arcilla arenosa de origen aluvial.	18	+ 0.47
1.5 Arena en estado suelto.	--	+ 0.08
1.6 Arena en estado compacto.	--	- 0.32
2. SUELOS PRECONSOLIDADOS.		
2.1 Arcilla de Weald, inalterada.	25	- 0.62
2.2 Arcilla de Weald, remoldeada OCR [*] = 8.	25	- 0.22
2.3 Arcilla de Londres remoldeada, OCR [*] = 8.	52	- 0.11

* OCR = Grado de preconsolidación del suelo.

3.1.3 Coeficientes de presión de poro α y β de Juárez Badillo

Arcillas normalmente consolidadas

En pruebas triaxiales no drenadas, la deformación volumétrica del material es nula. Si se aplica una presión exterior $\Delta\sigma$ a la probeta de arcilla, igual en todas direcciones, la presión de poro Δu que se genera resulta igual a:

$$\Delta u = \Delta\sigma = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{3}$$

Por consiguiente, el incremento de presión de poro provocado por un incremento de presión isotrópica resulta igual al valor de ese incremento.

Si el cambio de esfuerzos no es isotrópico, se tendrá un incremento de presión de poro adicional debido a la perturbación que generan los esfuerzos cortantes en la estructura de la probeta.

De acuerdo con Juárez Badillo la presión de poro que se genera durante una prueba triaxial no drenada, se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\Delta u = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{3} - \alpha \sigma_c \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^\beta$$

donde:

Δu = incremento de presión de poro debido a la componente isotrópica y desviadora del tensor de esfuerzos principales

- $\Delta \sigma_1$ = incremento del esfuerzo principal mayor
- $\Delta \sigma_2$ = incremento del esfuerzo principal intermedio
- $\Delta \sigma_3$ = incremento del esfuerzo principal menor
- σ_1 = esfuerzo principal mayor
- σ_2 = esfuerzo principal intermedio
- σ_3 = esfuerzo principal menor
- σ_c = esfuerzo de consolidación
- α = coeficiente de presión de poro
- β = coeficiente de presión de poro

En una prueba de compresión triaxial aumentando el esfuerzo vertical, se tiene:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_c + \Delta \sigma_1 \\ \sigma_2 &= \sigma_3 = \sigma_c\end{aligned}$$

por lo tanto:

$$\frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3}$$

En prueba triaxial de extensión donde se disminuya el esfuerzo vertical, se tiene:

$$\frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3}$$

En la práctica se han observado valores de $\alpha = 1/3$ y entre 2 y 3 para β .

PRUEBAS DE COMPRESION TRIAXIAL CON MEDICION DE PRESION DE PORO

VELOCIDAD DE DEFORMACION DE LOS ENSAYES

La velocidad de deformación utilizada en las pruebas triaxiales tiene una gran influencia en los parámetros mecánicos de los suelos, en especial cuando éstos presentan características viscosas, tal es el caso de las arcillas blandas. Por otra parte, desde el punto de vista de la medición de la presión intersticial, la velocidad de deformación elegida para la prueba deberá ser tal que en todo momento se garantice que dicha presión sea uniforme en toda la probeta.

El coeficiente de consolidación c_v es el parámetro más importante en la estimación de la velocidad de deformación a utilizar en los ensayos triaxiales. Para una probeta de suelo saturado, cilíndrica, sometida a un proceso de consolidación, bajo una presión isotrópica, el coeficiente c_v se determina mediante:

$$c_v = \frac{\pi D^2}{\lambda t_{100}} \quad (1)$$

donde:

D = Diámetro de la probeta .

λ = parámetro que depende de las condiciones de drenaje de la probeta. En la tabla I se proporcionan los valores de λ y del tiempo requerido para alcanzar la falla de la probeta.

t_{100} = tiempo necesario para que se produzca el 100 % de consolidación de la probeta.

ESTIMACION DEL TIEMPO (t_f) NECESARIO PARA ALCANZAR LA FALLA EN LAS PRUEBAS DE COMPRESION TRIAXIAL

Supongamos que llevamos a cabo dos pruebas de compresión triaxial, en una muestra de arcilla en estado saturado: prueba CU y CD. Llamemos a la resistencia en prueba CU, s_u y a la resistencia en prueba CD, s_d ; experimentalmente se ha encontrado que $s_u < s_d$.

Si se ejecuta una tercera prueba en el mismo material, pero ahora permitiendo un drenaje parcial durante la aplicación del esfuerzo desviador. Es de esperarse que la resistencia del suelo para esta condición, sea un valor intermedio entre s_u y s_d . Por lo tanto el esfuerzo desviador en la falla $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ será:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = s_u + \frac{U}{100}(s_d - s_u) \quad (2)$$

siendo U el grado de consolidación de la muestra de suelo.

Gilbert y Henkel (1954) estudiaron el problema de la disipación de la presión de poro, generada por la aplicación de un esfuerzo desviador, en las pruebas de compresión triaxial, encontrando que el grado de consolidación que alcanza el suelo en el momento de la falla (U_f), se puede expresar como:

$$U_f (\%) = 1 - \frac{H^2}{4\eta c_v t_f} \quad (3)$$

donde:

H= Altura de la probeta.

c_v = Coeficiente de consolidación.

t_f = Tiempo requerido para alcanzar la falla de la probeta.

η = parámetro que depende de las condiciones de drenaje (tabla I).

CALCULO DE t_f EN PRUEBA CD

Se acepta en la práctica que los parámetros de resistencia en prueba CD, se pueden obtener cuando el grado de consolidación de la probeta de suelo es de 95%. Por lo tanto sustituyendo este último valor en la ec 3, el tiempo necesario para alcanzar la falla se puede expresar como:

$$t_f = \frac{H^2}{0.2\eta c_v} \quad (4)$$

El valor de t_f se puede determinar también a partir de t_{100} , como:

$$t_f = \left[\frac{5r^2\lambda}{\pi\eta} \right] t_{100} \quad (5)$$

Para valores de $r=2$, la ec 5 se puede escribir como:

$$t_f = \left(\frac{20\lambda}{\pi\eta} \right) t_{100} \quad (6)$$

Los valores de t_f/t_{100} se encuentran tabulados en la tabla I.

CALCULO DE t_f en prueba CU

En el caso de las pruebas de compresión triaxial CU, t_f se interpreta como el tiempo necesario para alcanzar el 95% de uniformidad de la presión de poro en la probeta de suelo.

Blight (1964), encontró que la relación entre t_f y c_v depende de las condiciones de drenaje en el ensaye:

PRUEBA SIN DRENAJE RADIAL

$$t_f = \frac{0.4H^2}{c_v} \quad (7)$$

en función del valor de t_{100} , t_f se puede escribir como:

$$t_f = 0.127 \left[\frac{H}{D} \right]^2 \lambda t_{100} \quad (8)$$

PRUEBA CON DRENAJE RADIAL

$$t_f = \frac{0.0175 H^2}{c_v} \quad (9)$$

en función del valor de t_{100} , t_f se puede escribir como:

$$t_f = \frac{0.0175\lambda}{\pi} \left[\frac{H}{D} \right]^2 t_{100} \quad (10)$$

Rojas et al (1990), estudiaron el tiempo de uniformación de la presión de poro, en pruebas triaxiales CU, tanto de extensión como de compresión, para la arcilla del valle de México. A partir de los ensayos realizados establecen una curva que permite determinar el tiempo de uniformación de la presión de poro en función del esfuerzo desviador aplicado (fig 1). Ellos concluyen también que las deformaciones a largo plazo o viscosas producen un incremento continuo de la presión de poro.

TABLA I

CONDICIONES DE DRENAJE	η	λ		t_f/t_{100} para $r=2$	
		H/D= 2	H/D= r	CD	CU
POR UNA CARA	0.75	1.0	$r^2/4$	8.5	0.51
POR LAS DOS CARAS	3.0	4.0	r^2	8.5	0.51
DRENAJE RADIAL	32.0	64.0	64.0	12.7	1.43
DRENAJE RADIAL MAS UNA CARA	36.0	80.0	$3.2(1+2r)^2$	14.2	1.59
DRENAJE RADIAL MAS DOS CARAS	40.4	100.0	$4(1+2r)^2$	15.8	1.77

CD: Prueba triaxial consolidada-drenada.

CU: Prueba triaxial consolidada no drenada.

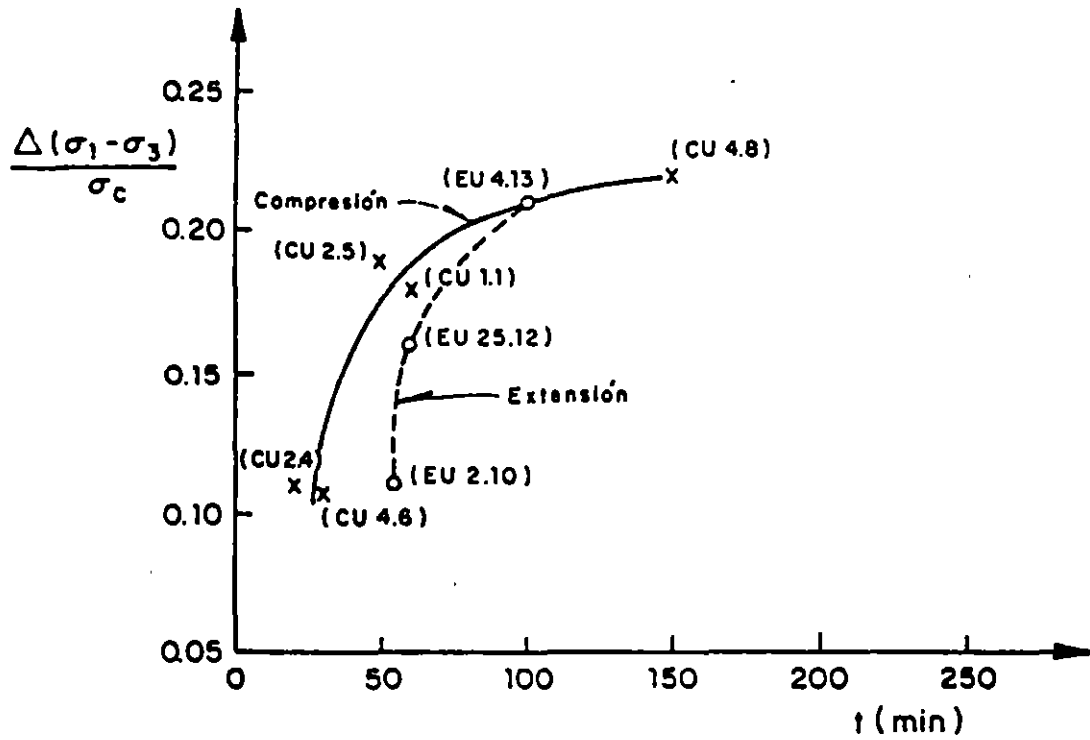


Fig 1. Tiempo de uniformación de la presión de poro dependiendo del incremento del desviador aplicado.

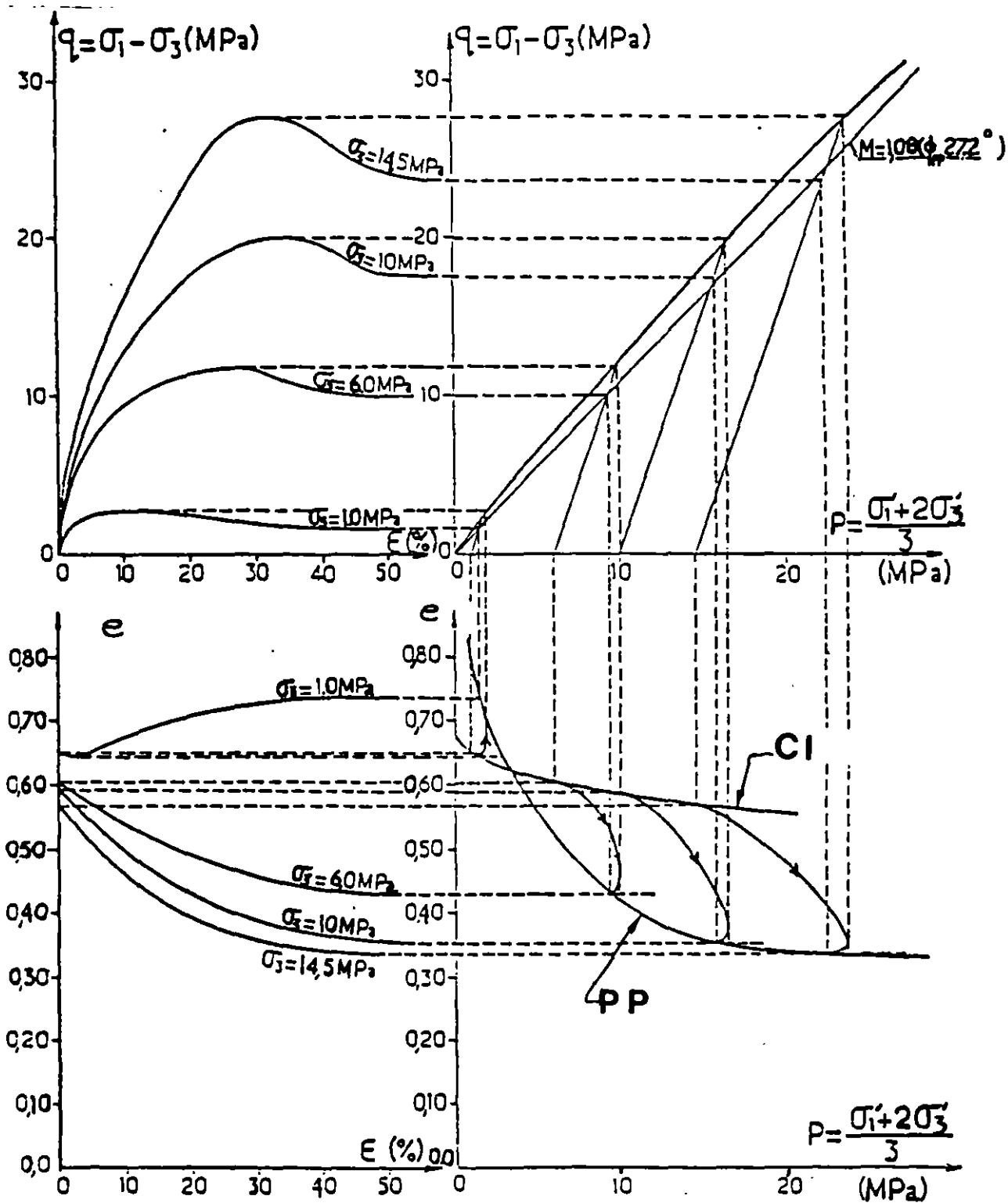


Fig. Prueba de compresión triaxial CD sobre arena. Resultados de Le Long 1968.

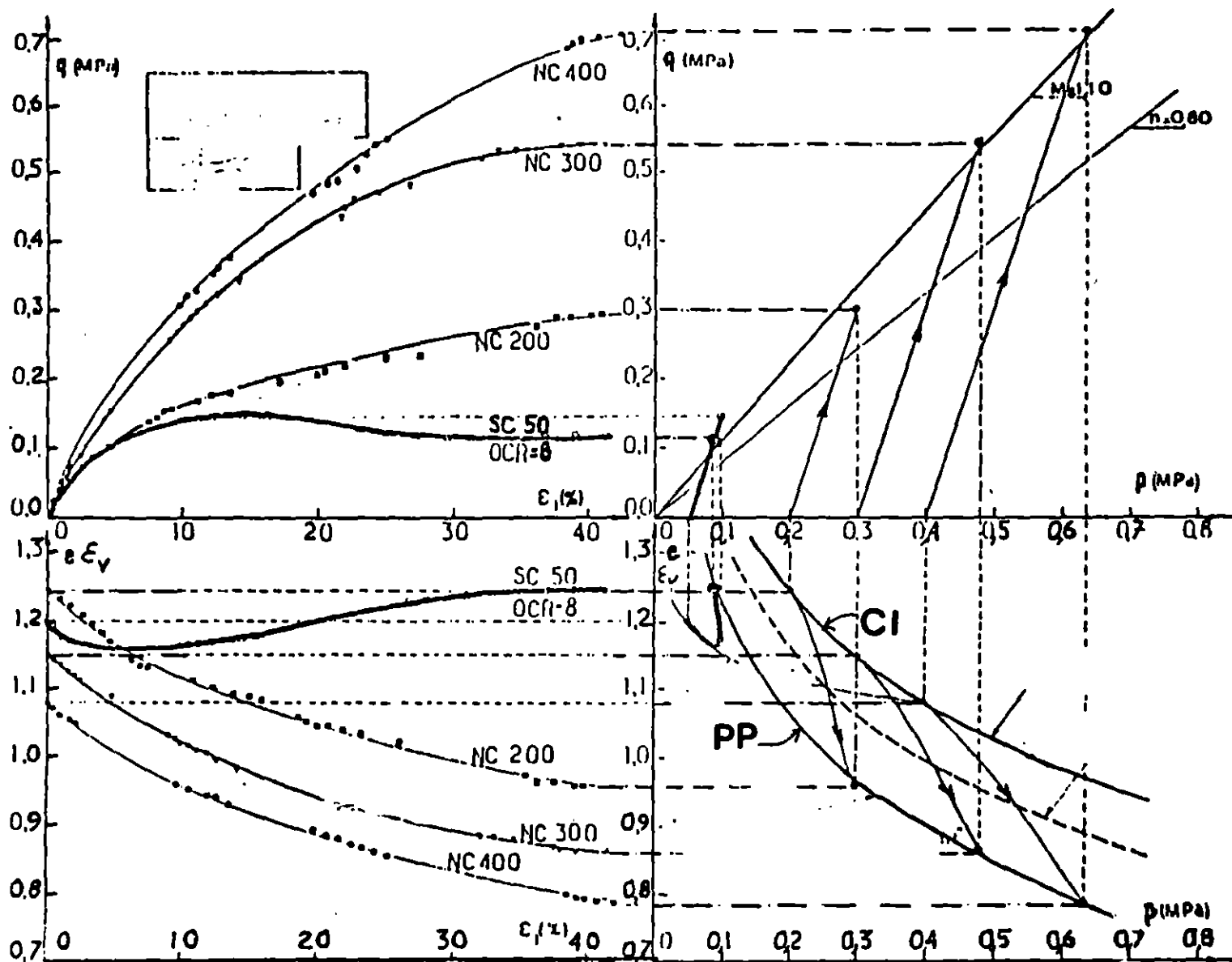


Fig. Pruebas de compresión triaxial CD en una arcilla remoldeada (caolinita), representación p-q. LL=70%, Ip= 30%; H/D = 0.25. Resultados de Zervoyiannis.

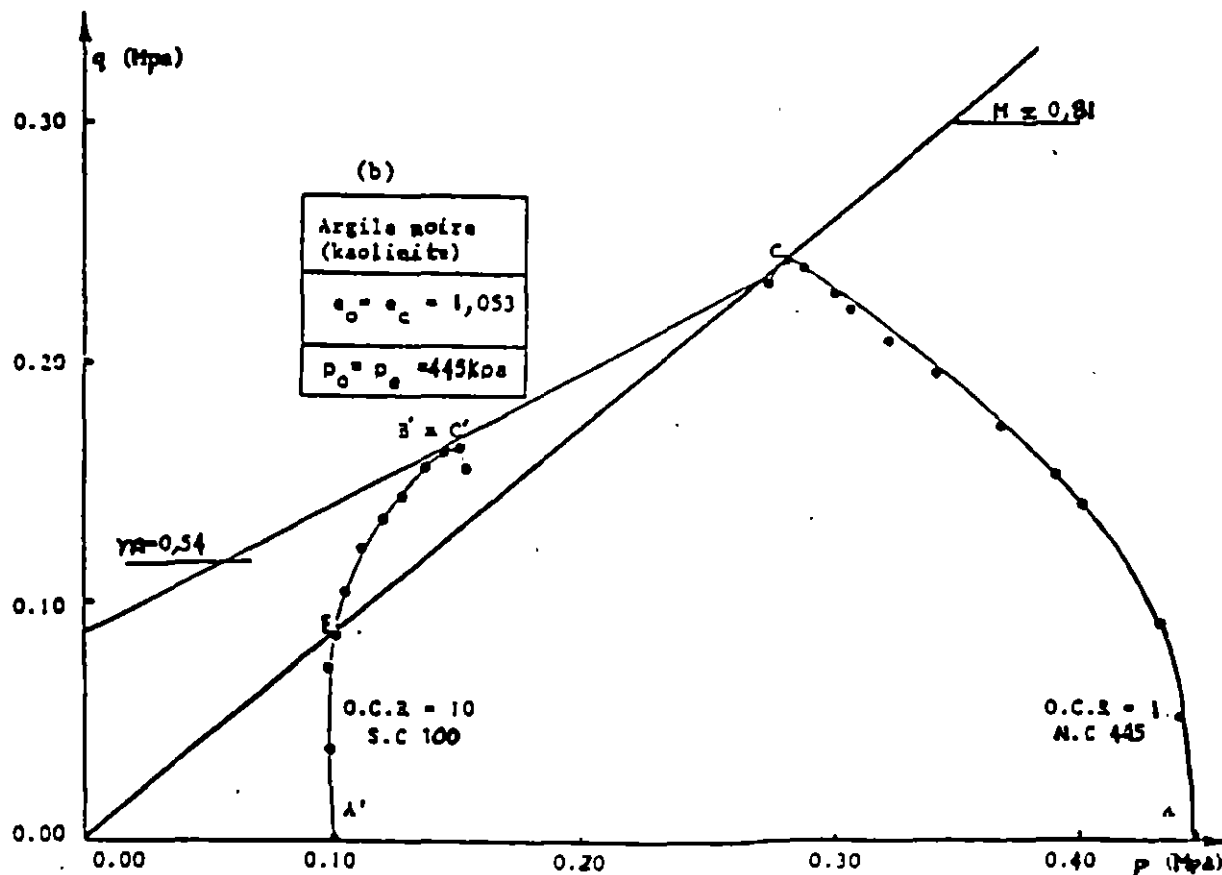
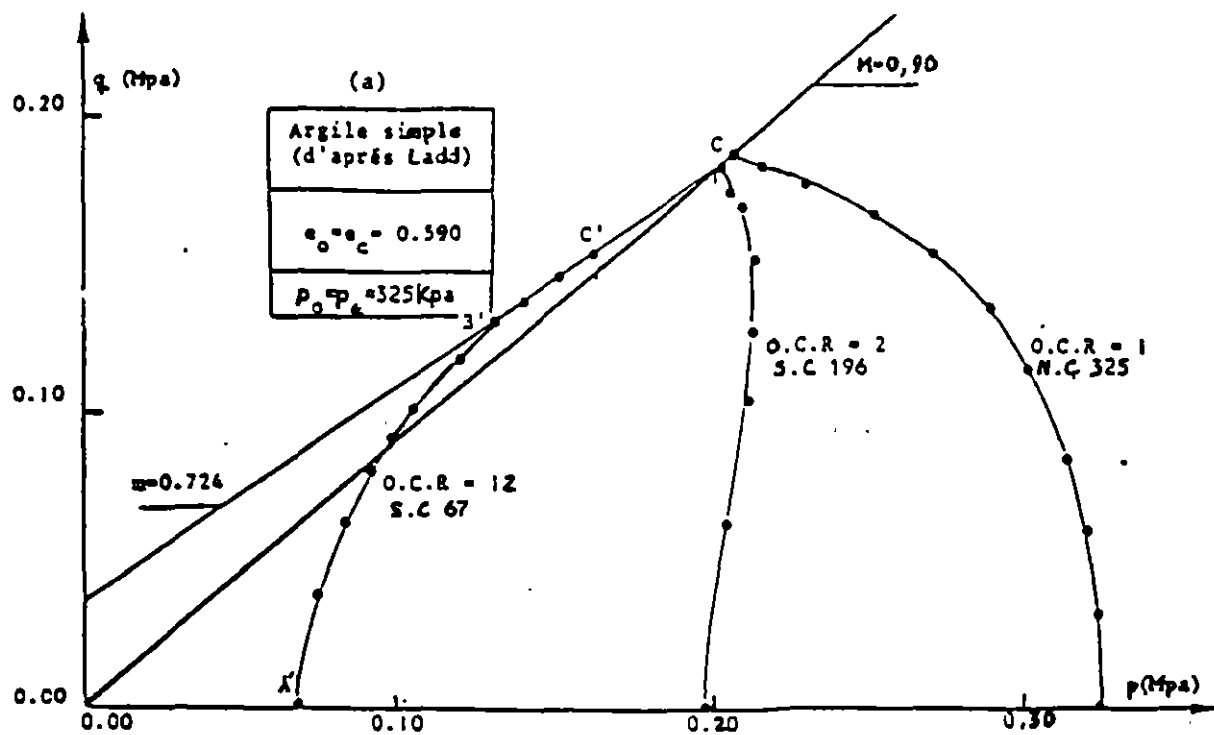


Fig. Representación p-q para una arcilla remoldeada, normalmente consolidada y preconsolidada. Resultados de Ladd y Zervoyiannis.

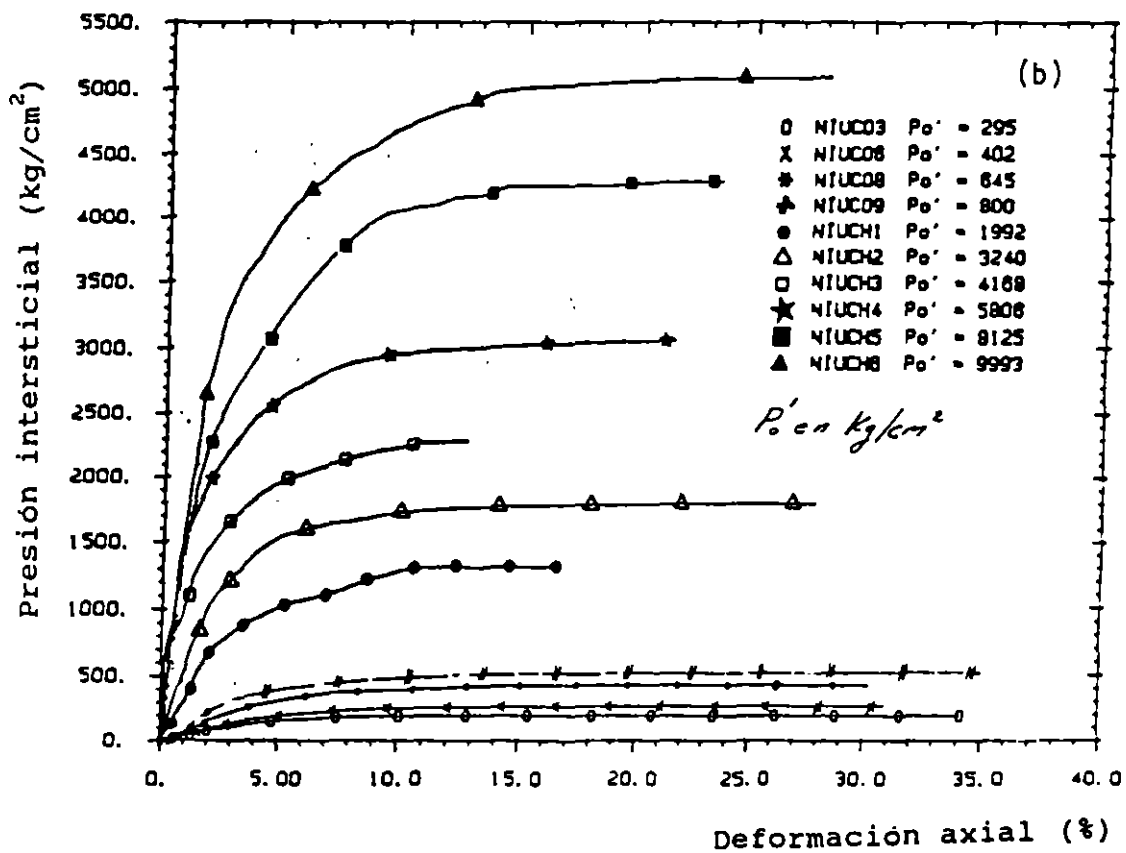
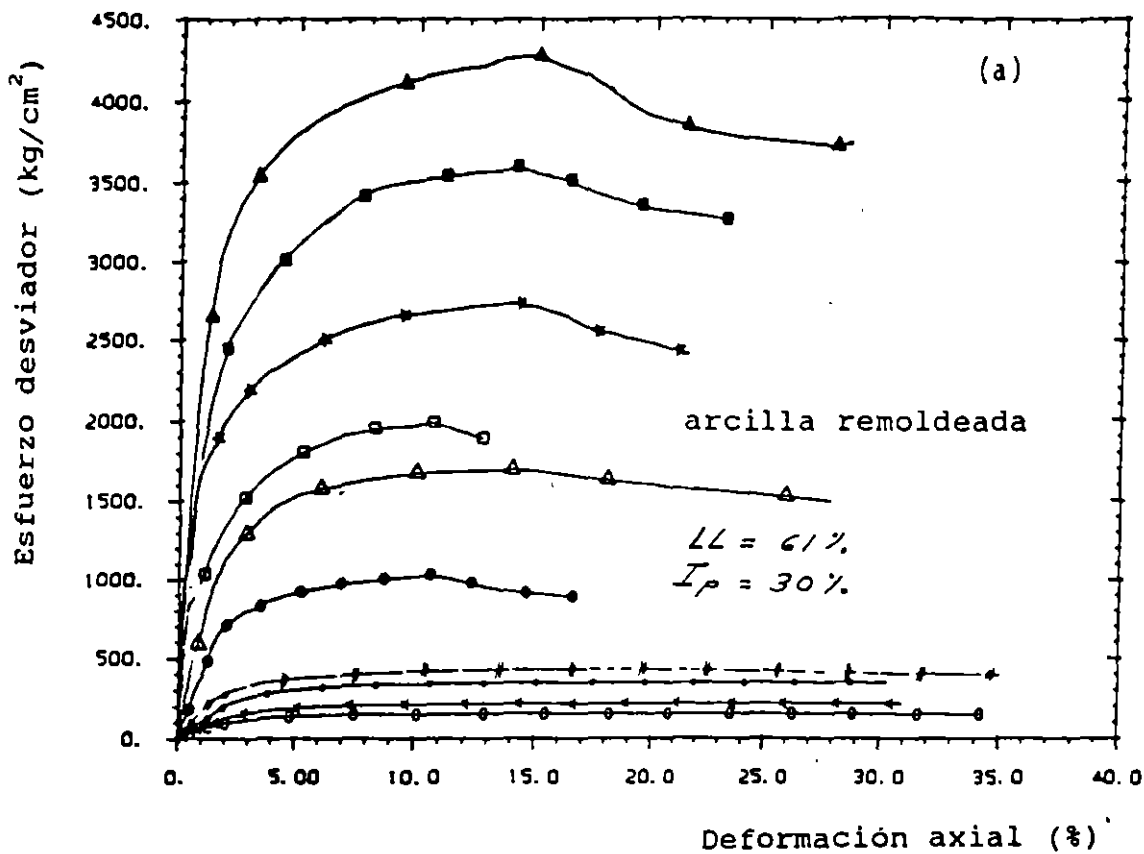


Fig. (TRUEBA, 1987, ECP).

Table 18.2 SUGGESTED FAILURE STRAINS IN TRIAXIAL TESTS

Soil type	Typical ranges of strain at failure ϵ_f % (maximum deviator stress)	
	CU test	CD test
Undisturbed clay: normally consolidated	15-20	15-20
overconsolidated	20+	4-15
Remoulded clay	20-30	20-25
Brittle soils	1-5	1-5
Compacted 'boulder clay': dry of o.m.c.	3-10	4-6
wet of o.m.c.	15-20	6-10
Compacted sandy silt	8-15	10-15
Saturated sand: dense	25+	5-7
loose	12-18	15-20

If in doubt, assume a failure strain less than the tabulated values.

Ejemplo: PRUEBA "CU"

Triaxial Saturation

Location <i>Stourford Bridge</i>				Test type <i>CU</i>		Lot No <i>58861</i>							
Operator <i>AFW</i>						Sample No <i>14/8</i>							
Membrane thickness <i>0.2 mm</i>				Cell No. <i>6</i>		Specimen dia <i>38 mm</i>							
				Pore No <i>2</i>		Length <i>76 mm</i>							
Remarks <i>Cell volume change not measured</i>						Date started <i>17.9.86</i>							
Cell pressure kN/m ²	Back pressure kN/m ²	Pore pressure kN/m ²	Step difference kN/m ²	σ value	Back pressure volume change			Cell volume change LHE/RHS					
					before	after	diff	before	after	diff	change cm ³	residual cm ³	
0	0	-3											
50	-	5.5	8.5	0.17									
50	40	39			89.5	89.2	0.3						
100	-	57	18	0.36									
100	90	88			88.9	88.4	0.5						
200	-	153	65	0.65									
200	190	190			88.0	87.3	0.7						
300	-	276	86	0.86									
300	290	290			86.9	86.5	0.4						
400	-	385	95	0.95									
400	390	390			86.1	85.9	0.2						
500	-	488	98	0.98									
<i>Saturation Stage Completed</i>						2.1	total						
600		586	98	0.98									<i>for consolidation</i>

Fig. 18.18 Triaxial saturation data sheet

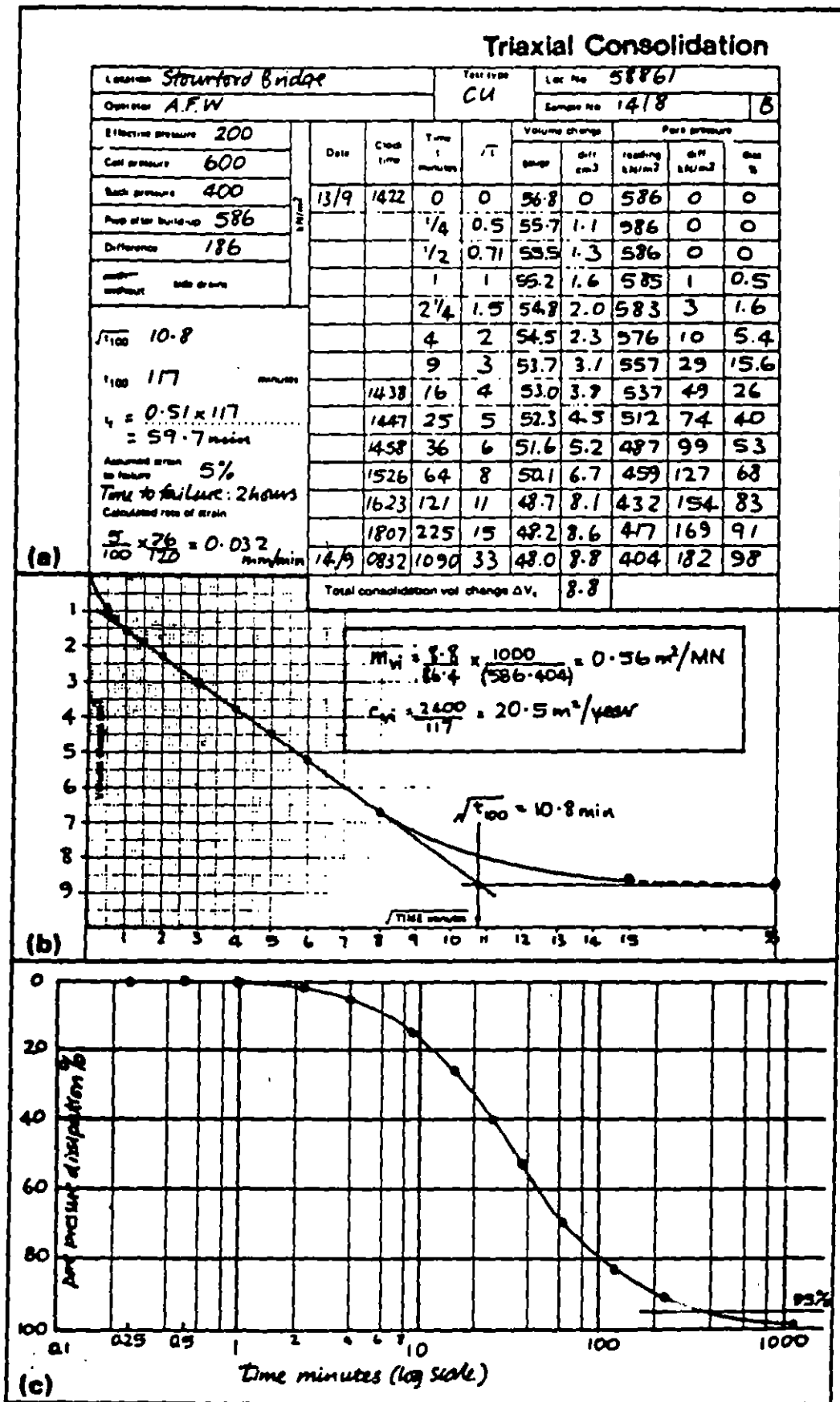


Fig. 18.21 Triaxial consolidation stage data sheet: (a) test data and readings, (b) volume change against square-root time, (c) pore pressure dissipation against log time

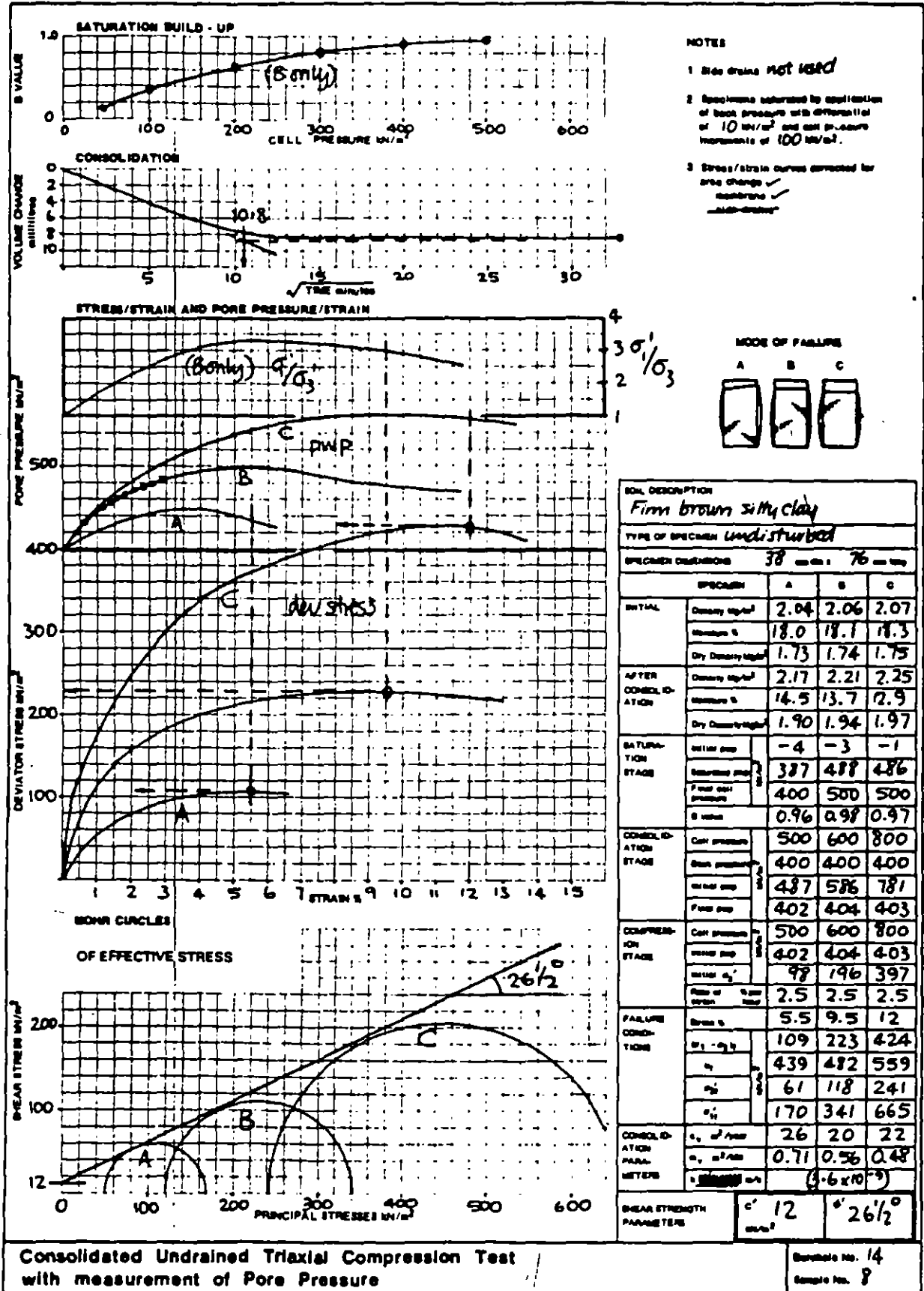


Fig. 18.25 Graphical data from a set of consolidated-undrained (CU) triaxial compression tests



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

TEMA III

DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

LONG TERM BEHAVIOUR OF MEXICO CITY CLAY
COMPORTEMENT A LONG TERME DES ARGILES DE LA VILLE DE MEXICO
ДЛИТЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ГЛИН МЕКЕМКО СИТИ

JESUS ALBERRO A., Research Professor

ENRIQUE SANTOYO Y., Research Professor, Engineering Institute, National Autonomous University of Mexico, Mexico

SYNOPSIS. The critical condition for slope stability on clays occurs after a long period of time. Accordingly, to study this problem for Mexico City clays, a research of their rheological properties was carried out.

The results of consolidated-undrained tests with pore pressure measurement in undisturbed and remoulded specimens are described. The tests were done at constant strain rate ranging from 1.5 to 0.0007% /min.

The test indicates a noteworthy strength reduction after a long period of time in terms of effective stresses; they also indicate that the generated pore pressure does not depend of the strain rate for equal confining pressure. The results are discussed on the basis of the characteristics of the triaxial testing equipment used, in which the axial load is transmitted through wires under tension.

1. INTRODUCTION

The creation of a lake in the old Texcoco basin, bordering upon the City of Mexico, has been proposed for the storage and control of the waters of the Valley of Mexico. To analyse the construction methods of the artificial lake, dredging was carried out to excavate an area 32m wide to a depth of 8m. Three months after the work was completed, various failures of the slope of the cut were observed (Proyecto Texcoco, 1969). In order to determine the safety factor of the cut, the shear strength of the clays was measured by means of a field vane. Upon the basis of the data obtained and having localized the failure surface, established from readings of the inclinometers which had been installed previously, a safety factor of 1.5 was obtained. Thus the analysis $\sigma=0$ is incorrect regarding its prediction of the stability of

the cut shortly after the completion of construction. An effective stress analysis for drained conditions revealed that the safety factor of the slope was equal to 1, for an angle of friction of the clays equal to 28° . It should be noted here that the values of the effective angles of friction reported, for the clays of the Valley of Mexico, are 43° and 47° for consolidated undrained tests, (Marsal, R.J., 1960 and Lo, L.Y., 1962) and vary between 28° and 34° for consolidated drained triaxial and direct shear tests (Marsal, R.J., 1969, and Resendiz, D., 1964). In view of the very considerable difference between the effective angles of friction under drained and undrained conditions, a study was undertaken of the effect of time upon the mechanical behaviour of these clays. The results obtained from consolidated undrained triaxial tests with different rate of strain are presented herein.

2. CHARACTERISTICS OF THE TRIAXIAL EQUIPMENT AND OF THE SAMPLE. TYPE OF TEST

2.1 Triaxial Equipment

The axial load is applied to the specimen by means of an upper cap linked to three wires which pass to the sides of the sample and apply the load downwards (Fig.1). The upper cap drains through a thin tube tied by a chain to a counterweight which rests upon the load plate of a controlled displacement machine (Wykeham Farrance), with a minimum velocity of displacement of 0.00062mm/min. When the test is begun, there is a delay in the deformation of the sample due to the effect of the deformation of the load system. However, after 1 per cent deformation the velocities of displacement of machine and sample are equal. The triaxial cells employed are described in detail by Santoyo, E., 1971.

The confining pressure and the back pressure are transmitted along 3m long narrow connecting lines, filled with water to reduce the process of the diffusion of air.

Errors in the measurement of loads due to uncontrolled friction are of the order of 10gr/sq cm and are practically independent of the rate of axial strains and of the occasional horizontal loads (Santoyo, E. 1971). Errors in the confining pressure are ± 7 gr/sq cm.

2.2. Volumetric strains and pore pressure

Drainage of the sample is at the upper and lower caps, of a conventional type. The connection between the upper cap and the burette is shown in Fig.1. It consists of a stainless steel tube with an interior diameter of 0.06cm and an exterior diameter of 0.22 cm and equipped with a null displacement valve. The water drained through the lower head is collected in the burette by

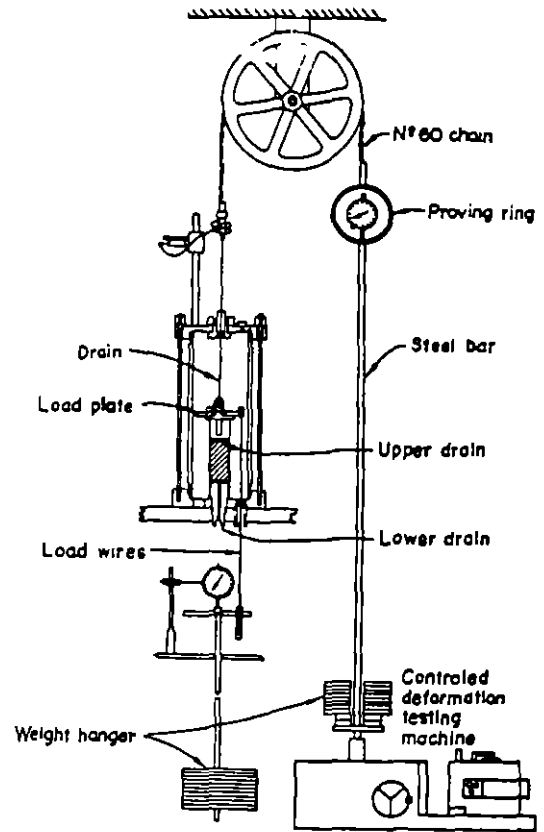


Fig.1. Triaxial equipment

means of a 1/8 in-diameter copper tube, 30cm long. The precision of the burette is of the order of 0.01cm^3 . Its upper part is jointed to a line containing, at the burette end, silicon oil with a viscosity of 0.5cp and a surface tension of 15.9 din/cm. The other end of the line joins a tank partially filled with water. Variations in the volume of the sample are measured against the displacement of the water-oil interphase in the burette. Oil is used to avoid both the evaporation of the drained water and the dissolution of air in the interstitial liquid of the sample.

Pore pressure is measured by Statham pressure transducer of the unbounded type, compensated for temperature changes and connected to a W.T.Bean bridge equipped with a cell for calibration and zero adjustment. This system is connected up, one hour prior to beginning each test. The flexibility of this system for the measurement of pore pressure varies with the pressure measured: thus for pore pressures lower than 0.5 kg/sq cm it is equal to 5×10^{-3} cu cm/kg/sq cm, while for higher pressures it is 2.5×10^{-3} cu cm/kg/sq cm. In such conditions, for the clay under study, the maximum time needed for the measurement system to respond to pore pressure is 19 seconds.

Whitey null displacement valves are used in the system together with Swagelock connections.

The tests were carried out in a room where a temperature of $20 \pm 1^\circ\text{C}$ was maintained.

2.3 Characteristics of the sample and type of tests

The soil samples studied are cubic and were taken from the old Texcoco basin. They were obtained at a depth of 2.5m, the ground water-level being at a depth of 1.5m. Numerous vertical cracks were observed in the excavated cut, some filled with sand, other with cementing materials. The specimens tested in the laboratory were carefully prepared, avoiding all visible fissures and heterogeneities.

The clayey minerals of the valley of Mexico are classified as allophanes (Girault, P., 1964). The average index properties of the tested specimens are: $w_L=343$; $I_p=279$; $w_{nat}=406$, $S_y=100$ per cent and $G=2.54$. Sensitivity is 8. A standard consolidation test gives a consolidation coefficient, in an undisturbed state of 2×10^{-3} sq/cm/sec for the virgin range. The preconsolidation load is equal to 0.45 kg/sq cm, implying a small degree of consolidation due to crust drying; the coefficient of volumetric consolidation m_v is 0.15 sq cm/kg.

The triaxial tests were consolidated undrained with pore pressure measurement and at a rate of strain of between 0.045 and 94 per cent/h. Consolidation was isotropic and the same confining stress maintained at the failure stage. Since the tests lasted for periods of up to 20 days, two latex membranes, both 0.0065 cm thick, were used. The time required to achieve uniformity at 90 per cent of pore pressure in the specimens without lateral drainage (Gibson, R.E., 1963) was 8h in the case of the undisturbed and 160 h for the remoulded samples.

The interstitial water in the surface layers of the Texcoco basin has a high salt content, twice that of the sea. A qualitative analysis of the interstitial water of the samples revealed the presence of the following anions: CO_3^{2-} , PO_4^{3-} , and Cl^- as well as the cations Na^+ , NH_4^+ and K^+ .

3. TEST RESULTS

The result of consolidated undrained triaxial tests, upon undisturbed and totally remoulded samples are summarized in Tables I and II respectively.

3.1 Types of failure and deformation

In the case of undisturbed samples the failure is of the brittle or plastic type, depending upon the magnitude of the confining pressure. For null confining pressure the failure plane is marked, forming an angle of approximately 45° with the horizontal. For confining pressure of 0.25 kg/sq cm or larger the failure plane disappears. Also, strain at failure increases as the void ratio at failure decreases, in the case of both undisturbed and remoulded samples.

The fact that strain at failure, defined as the point at which $(\sigma_1 - \sigma_3)$ reaches a maximum, is practically independent of the velocity of deformation, is worthy of note. For example, the strain at failure for tests 2.2¹ 5 and 8 varied between 6.9 and 5.6 per cent, while the rate of strain ranged from 1.5 to 0.0007 per cent/min.

Table I. Undisturbed samples. Consolidated undrained triaxial tests

Test No	σ_1	w_i %	σ_3 kg/cm ²	σ_1	w_f %	$\dot{\epsilon}$ %/h	u_i kg/cm ²	Failure for $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$							
								$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ kg/cm ²	ϵ_f %	A_f	t_f in hours	u_f/σ_3	u^* kg/cm ²	A_f^*	u_f/σ_3
1	10.18	406.7	0.25	9.78	390.1	94	0.18	0.41	3.2	0.39	0.034	0.84	0.16	0.39	0.84
2	10.34	406.5	0.50	8.83	347.7	94	0.33	0.64	6.8	0.50	0.070	0.88	0.33	0.50	0.88
2'	9.71	384.4	0.50	8.26	327.3	94	0.33	0.64	8.9	0.50	0.073	0.68	0.33	0.50	0.68
3	10.18	408.8	1.00	8.66	271.0	94	0.70	1.18	7.1	0.60	0.078	0.70	0.70	0.60	0.70
4	9.72	387.2	0.25	9.33	371.8	1.88	0.13	0.35	3.2	0.36	1.70	0.52	0.13	0.36	0.52
5	10.22	406.7	0.50	7.96	317.5	1.88	0.32	0.53	8.0	0.60	3.19	0.84	0.32	0.60	0.84
6	10.71	426.8	1.00	6.94	277.5	1.88	0.71	1.04	7.8	0.88	4.04	0.71	0.71	0.88	0.71
6'	9.77	388.8	1.00	6.59	263.4	1.88	0.88	0.97	7.0	0.70	3.72	0.68	0.68	0.70	0.68
7	10.18	402.8	0.25	9.76	388.1	0.045	0.16	0.26	3.4	0.61	75.8	0.64	0.16	0.61	0.64
8	10.33	409.9	0.50	8.49	337.3	0.045	0.34	0.46	5.8	0.74	124.4	0.68	0.30	0.65	0.68
9	10.06	388.4	1.00	6.80	270.7	0.045	0.82	0.88	7.9	0.93	175.8	0.82	0.70	0.80	0.70
10	11.12	437.7	0	11.18	444.1	94	-	0.24	2.1	-	0.022	-	-	-	-
11	11.08	436.2	0	11.12	438.7	1.88	-	0.16	3.1	-	0.69	-	-	-	-
12	10.68	420.7	0	10.79	424.9	0.045	-	0.17	2.5	-	55.8	-	-	-	-

Table II. Remoulded samples. Unconsolidated undrained triaxial tests

Test No	σ_1	w_f	$\dot{\epsilon}$ %/h	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$	σ_1/σ_3	u_i	t_f
16	7.29	288.7	1.88	0.128	2.9	0	1.54
17	6.80	267.5	1.88	0.230	4.5	-0.003	2.40
18	8.0	321.0	1.88	0.098	2.0	0.008	1.06

e_i, e_f = initial, final void ratio
 w_i, w_f = initial, final water content
 σ_3 = confining pressure
 $\dot{\epsilon}$ %/h = strain rate
 u_i, u_f = measured and corrected pore pressure at failure
 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ = maximum principal stress difference
 ϵ_f % = strain at failure
 A_f = Skempton's pore pressure parameter at failure
 t_f = time to failure

3.2 Pore pressures

The magnitude of the pore pressures observed at the base of the samples during the failure stage, is related to: (1) the time of response of the measuring system (2) the time required to achieve uniform interstitial pressure throughout the sample, (3) the hydraulic permeability of the membrane and (4) the osmotic pressure generated between the confining and interstitial liquids. The time of response of the measuring system is 19 seconds under the most unfavorable conditions while the time required to achieve 90 per cent uniformity of pore pressure is 8h in the case of undisturbed samples and 160h for remoulded samples. Thus differences in the observed pore pressure at a rate of a strain of 94, 1.88 and 0.045 per cent/h for undisturbed samples is to be expected, taking only the factor time required to achieve uniformity into account. The pore pressures measured during tests upon remoulded samples at a

velocity of 1.88 per cent/h are practically worthless since, in this case, the time required to achieve 90 per cent uniformity is far greater than time to failure.

Besides the effect of the time required to achieve uniform pore pressure, there also exists the phenomenon of the seepage of the confining liquid through the sample's protective membrane. In the case of long term tests this is significant, especially since a high osmotic pressure is generated as a consequence of the high salt content of the interstitial liquid. To take into account the effect of seepage upon the pore pressure generated within the sample, a correction was made, based upon the following reasoning. Designating the volume of water penetrating the membrane V_w and the consequent increment in the pore pressure u , there occurs a variation in the volume of the sample equal to the sum of the following:

compression of the interstitial liquid. This is equal to $V_0 C \Delta u$; where V_0 is the volume of the interstitial liquid of the sample and C the coefficient of volumetric compressibility of water.

The increase in volume due to the flexibility, F , of the system by which the pore pressure is measured, equal to $F \Delta u$.

The increase in volume ΔV_m of the sample due to a reduction of the effective confining stress, equal to $S V_m \frac{\Delta u}{\sigma_3 - u}$ where V_m is the volume of the sample $\frac{\Delta u}{\sigma_3 - u}$ and S is the initial swelling ratio of the soil in discharge, equal in this case to 0.03 (Poulos, S.J., 1964).

Assuming that the variation in volume of the sample-measurement system is equal to the volume of water filtered through the membrane, then

$$V_w = \left[V_0 C + F + \frac{S V_m}{\sigma_3 - u} \right] \Delta u$$

$$\Delta u = \frac{V_{fw}}{V_0 C + F + \frac{S V_m}{\sigma_3 - u}}$$

The volume of water passing through the membrane is equal to (Poulos, S.I., 1964):

$$V_w = \left[kA \frac{\sigma_3 - u}{L} + KA \frac{\Delta p_v}{L} \right] t$$

where

t = duration of test

k = Darcy's permeability coefficient of the membrane

K = membrane permeability constant

A = area of filtration

L = membrane thickness

Δp_v = difference between vapour pressures of the confining liquid and the interstitial liquid.

Replacing the literals by their numerical values, we obtain :

$$\Delta u_{kg/cm^2} = \frac{0,35(\sigma_3 - u)_{kg/cm^2} + 9,5 \Delta p_v_{gr/cm^2}}{3 + 4,5 + \frac{2400}{(\sigma_3 - u)_{kg/cm^2}}} t_{dias}$$

The vapour pressures of the confining and interstitial liquids were determined with an autenscope, in function of the temperature in both a desired state and without desiring.

The results of these measurements are given in Fig.2

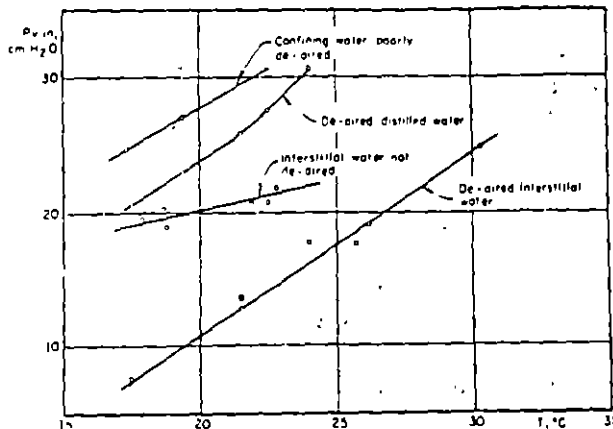


Fig.2. Vapour pressures

At 20°C the difference in vapour pressure, Δp_v of the confining and interstitial liquids is 8 gr/sq cm. Upon this basis the observed pore pressures, u_p , were corrected by means of Eq 1. The corrected pore pressures are given in Table I, in column denoted u_p^* . The variation in the pore pressure, u_p^* is shown in Fig 3 as a function of axial strain for the set of tests on undisturbed samples. It may be seen that for confining pressures of 0.25 and 0.5 kg/sq cm, pore pressure is strictly independent of the rate of strain.

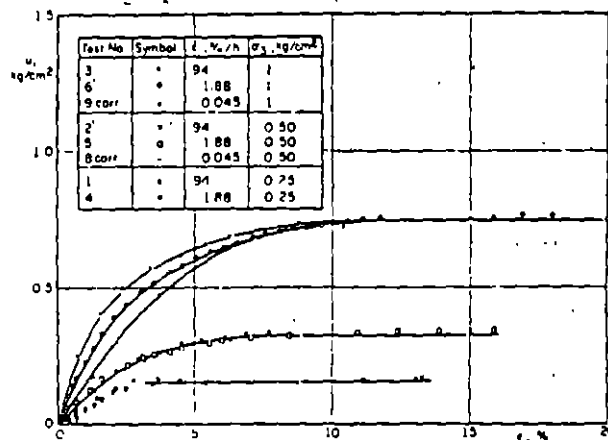


Fig.3 Pore pressure versus axial deformation

In those tests carried out with a confining pressure of 1 kg/sq cm, the pore pressure observed for the same value of strain increases with a decrease in the rate of strain. However, the pore pressures determined in this latter case and for high strain values coincide. It may be assumed, therefore, that in this case the discrepancies observed in the $u_f^* - \epsilon$ relationship are due to the time required to achieve uniform pore pressure.

To conclude, in the case of samples consolidated under the same pressure σ_3 , there is a unique relationship between axial strain and pore pressure corrected for effects due to seepage through the membrane. This relationship is independent of the rate of strain, particularly over the interval of failure strains. This result is of the greatest importance, since it allows the construction of Mohr's envelopes in function of effective stresses for any rate of strain provided only that the corresponding value of $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ is known.

The magnitude of the pore pressure at failure varies linearly with the confining stress and is independent of the rate of strain. Fig 4 shows the line representative of the variation of u_f^* against σ_3 , with a slope of 0.65. According to the data given in Table I, the coefficient of pore pressure A_f^* increases in all cases with a decrease in the rate of strain.

5.3 Strength

All of the stress-strain curves for undisturbed samples during the failure stage, reveal an increase in shear stress with an increase in strain, followed by a slow decrease. In no case were axial strains above 20 per cent reached, so the residual resistances could not be established. For remoulded materials, a decrease in resistance was observed after the maximum value for $(\sigma_1 - \sigma_3)$ had been reached, which was in turn followed by an increase due to the restriction imposed by the membranes.

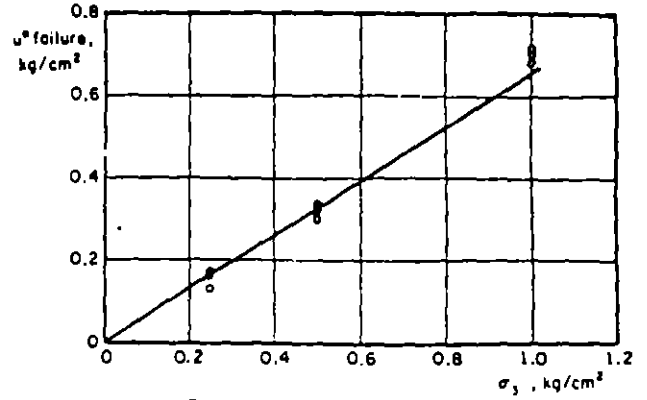


Fig.4 Pore pressure at failure versus isotropic consolidation pressure

In Fig. 5 the variation in maximum deviator stress is shown in function of void ratio at failure for both undisturbed and remoulded samples, tested at different rates of strain.

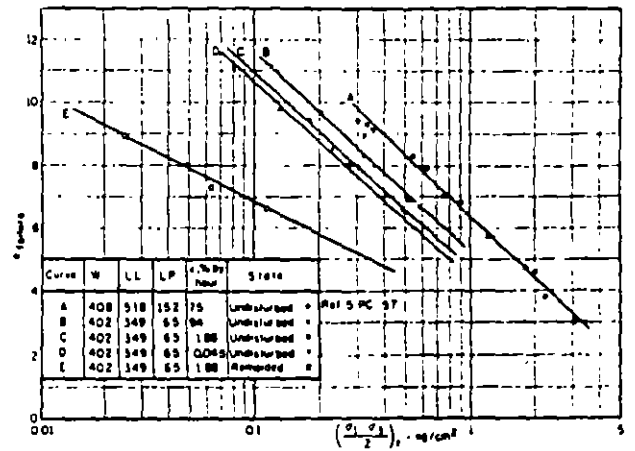


Fig.5 Void ratio at failure versus maximum deviator stress at failure

The straight lines, e_f versus $\log \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$ move to the left as the rate of strain diminishes and remain parallel to each other. It is worth emphasizing that, although the preconsolidation load determined by means of a standard consolidation test, is equal to 0.45 kg/sq cm for the material represented

by the straight lines R, C and D, and to 1 kg/3q cm for the material represented by the straight line A, the e_p versus $\log \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)$ curves show no break whatsoever for the void ratios corresponding to these preconsolidation loads. Thus, this clay behaves as an essentially cohesive material, in Hvorslev's sense, since the relationship between strength and void ratio is univocal and independent of the loading history. Consequently, the true angle of friction, ϕ_p , must be closed to zero. This point is in agreement with the empirical relationship between the plasticity index and true angle of friction (Lo, K.Y., 1962). It further coincides with the fact that the frictional resistance of open structured materials such as the Mexico City clays, and for small deformations, is very low (Schmertmann, J.H. 1963).

Thus, it is not surprising that this essentially cohesive resistance should vary significantly as the rate of strain is reduced, due to viscosity effects. Mohr envelopes obtained in function of the effective stresses, varying the ratio of strain, are given in Fig. 6.

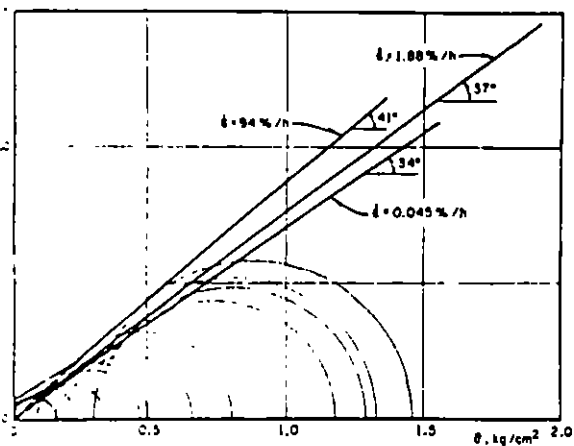


Fig. 6 Mohr envelopes. Effective stresses

Here it may be seen that the apparent angle of friction obtained with the maximum principal stress difference criteria of failure falls from 41° to 34° , as the rate of strain changes from 94 per cent/h to 0.045 per

cent/h. Both maximum shear strength and apparent angle of friction, in function of effective stresses, vary proportionately with the logarithm of time to failure (Figs 7 and 8). In Fig 8, there is also shown the variation in function of time to failure of the apparent angle of friction ϕ' , obtained with the maximum effective principal stress ratio criteria of failure. The difference between ϕ and ϕ' is small. To reach values of ϕ or ϕ' equal to 30° a time to failure of the order of 4 months would be necessary, according to the correlation given in Fig 8. This agrees with the value of 30° reported for drained tests which lasted from 3 to 5 months (Marsal, R.J. 1969).

Using the conclusions related to the study of the pore pressures, the flow limits of these clays may be determined upon the hypothesis that the maximum value of the coefficient of pore pressure A_p^M is equal to 1 for confining pressures greater than preconsolidation stress. If $A_p^M = 1$, then $\sigma_1 - \sigma_3 = u$, that is $\sigma_1 = \sigma_3$. But $\frac{u^*}{\sigma_3} = 0.65$ and $\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 - u^* = 0.35\sigma_3$, from which $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) = \frac{1}{0.35} = 2.857$. Thus $\phi' = 29^\circ$.

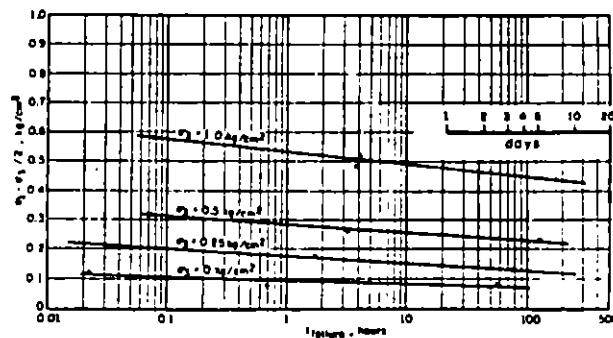


Fig. 7 Maximum deviator stress versus time to failure

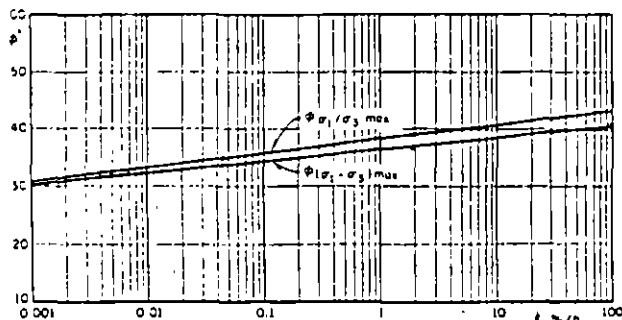


Fig. 8 Effective friction angles versus axial strain rate

In conclusions, it would seem reasonable to assume that the clay behaves like a Bingham body (Fig. 9) with an apparent minimum angle of friction ϕ' of 29° .

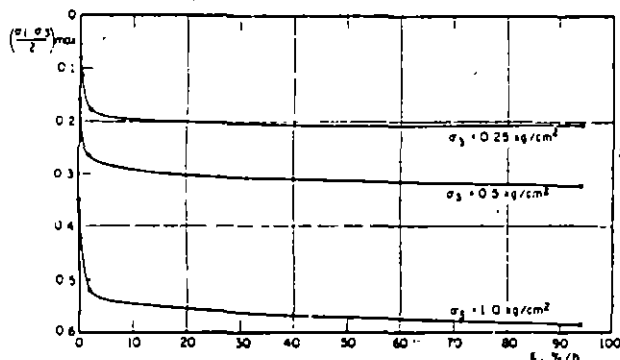


Fig. 9 Maximum deviator stress at failure versus axial strain rate

4. CONCLUSIONS

Consolidated undrained triaxial tests carried out upon Mexico City clays at different rates of strain allow it to be stated that:

1. The magnitude of axial failure strain is independent of the rate of strain applied.
2. The relationship between pore pressure, corrected for the effects of filtration through the membrane, and axial strain is in-

dependent of the rate of strain, particularly over the interval of failure strains.

3. The magnitude of the pore pressure at failure varies linearly with consolidation stress and is independent of the strain rate.

4. The coefficient of pore pressure A_p increases with a decrease in the strain rate.

5. This clay behaves like an essentially cohesive material, in Hvorslev's sense, with a true angle of friction close to zero.

6. The apparent angle of friction, ϕ , in function of the effective stresses, falls from 41° to 34° when the rate of strain varies from 94 to 0.0045 per cent/h, in consolidated undrained triaxial tests.

7. Assuming that in the long term the maximum value of the pore pressure coefficient A_p^* is equal to 1, then the minimum apparent angle of friction ϕ' , in function of the effective stresses, is equal to 29° . This finding agrees with the results of long term drained tests.

5. ACKNOWLEDGEMENTS

This study was sponsored by the Ministry of Hydraulic Resources of Mexico. The firm collaboration of Mr. G. Miriart during the laboratory tests is warmly acknowledged.

6. REFERENCES

1. Gibson, R.E., 1963. "An analysis of system flexibility and its effect on time-lag on pore water pressure measurements", *Geotechnique*, London, Vol. 13, pp 1-11.
2. Girault, P., 1964, "Mineralogia de las arcillas del Valle de Mexico", *Ingenieria, Mex.* Vol. 34, p. 511-519.
3. Lo, K.Y., 1962, "Shear strength properties of a sample of volcanic material of the valley of Mexico", *Geotechnique*, London, Vol. 12 p. 305-319.
4. Marsal, R.J., & Sulazar, J. 1960, "Pore pressure and volumetric measurements in triaxial compression tests", *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, ASCE, Boulder, Colorado, pp. 965-983.
5. Marsal, R.J., & Mazari, M. 1969. "The subsoil of the City of Mexico", *Universidad Nat. Autonoma, Mexico*.

6. Poulos G.J., 1964, "Control of leakage in the triaxial test" Harvard Soil Mechanics Series, N° 71, Cambridge, Mass.
7. Proyecto Texcoco, 1969. "Memorandum of works undertaken and conclusions", Secretaria de Hacienda, Mexico.
8. Resendiz, D., 1964 "Propiedades mecanicas de los suelos de cimentacion de la laguna Zumpango", Instituto de Ingenieria, UNAM, Mex.
9. Santoyo, E., & Resendiz, D., 1971 "A precision triaxial cell", Journal of Materials ASTM, Vol 6, pp 788-799
10. Schmertmann, J.H., 1963, "Generalizing and measuring the Hvorslev effective components of shear resistance" ASTM, Special Technical publication No 361, pp 147-157.

ESTUDIO DE LA PRESION DE PORO AL CENTRO DE PROBETAS

E. Rojas
M. P. Romo
G. Hinart
Instituto de Ingeniería, UNAM

RESUMEN. Con objeto de poder medir las presiones de poro al centro de probetas cilíndricas, una aguja muy fina dotada de un material poroso en su punta, se adaptó a una cámara triaxial de alambres. Este dispositivo se utilizó para estudiar dos aspectos importantes del comportamiento de las arcillas del valle de México: 1) conocer la influencia de las deformaciones viscosas en la generación de la presión de poro y 2) determinar el tiempo de uniformación de la presión de poro en una probeta, al aplicar un desviador determinado. Del estudio de estos aspectos surgieron algunas observaciones importantes, los cuales se detallan en este artículo.

1. INTRODUCCION

En la primera parte de este artículo se describen detalladamente tanto el equipo con el procedimiento utilizados en el montaje de las probetas. Posteriormente, se discuten los resultados obtenidos de la medición simultánea de la presión de poro en la base y al centro de la probeta; en seguida se establecen algunas ecuaciones, por medio de las cuales es posible estimar el comportamiento de la presión de poro en una probeta de arcilla debido a las deformaciones de largo plazo. Finalmente, se determina el tiempo de uniformación de la presión de poro en probetas de arcilla del valle de México, cuando se llevan a la falla ya sea en compresión o en extensión.

2. DESCRIPCION DEL EQUIPO Y MATERIAL UTILIZADO

El equipo consiste de una cámara triaxial de alambres a la cual se le adaptó una aguja de 1.2mm de diámetro. La aguja se conectó a un tubo sarán de forma helicoidal el cual se ensambló a una conexión situada en la base

de la cámara, desviándolo hacia un transductor de presión. Otro transductor de las mismas características se conecta al dren inferior de la probeta, de tal manera que mediante este arreglo fue posible medir simultáneamente la presión de poro en la base y al centro de las probetas de arcilla.

Especial atención se proporcionó a la forma de introducir la aguja en la probeta. Previamente a su colocación, se realizó un barrenado utilizando una broca de 1.1mm de diámetro hasta alcanzar radialmente el centro de la probeta. Para que el barrenado fuera lo más perfecto posible, la broca se guió por medio de un tornillo el cual estaba apoyado en un soporte metálico (fig 1). Dicho soporte se coloca en su posición correcta antes de montar la probeta de arcilla. Hecha la perforación y para asegurarse que la aguja penetraba exactamente dentro del barrenado, se utilizó el mismo tornillo, pero ahora dotado de una pequeña barra que guía a la aguja por su parte posterior. Una vez que la aguja alcanzaba el centro de la probeta, el tornillo era retirado. Cuando la aguja era introducida en la probeta, se permitía que

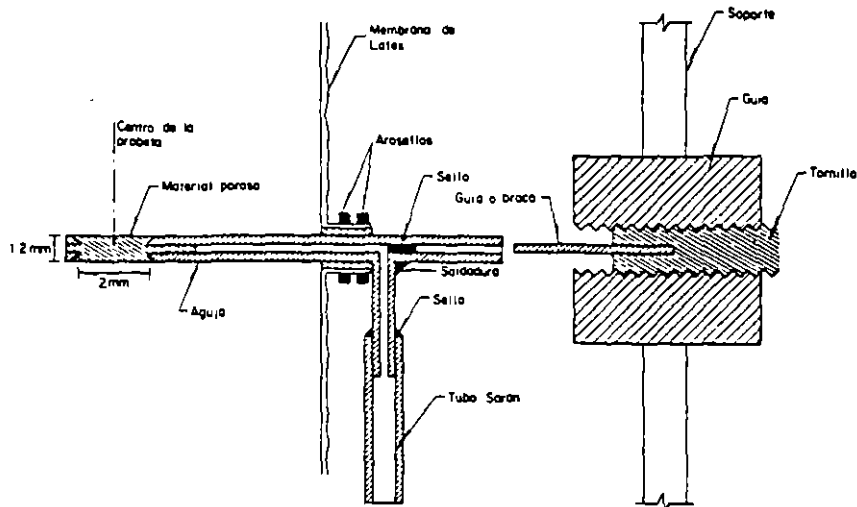


Fig 1. Sistema de montaje de la aguja

ésta inyectará un poco de agua dentro del barreno con el fin de asegurar que el contacto entre las paredes de la aguja y el suelo estuviera saturado. Finalmente, el flujo de agua entre la aguja y la membrana impermeable que recubre la muestra se evitó utilizando dos arosellos.

Las probetas se labraron de dos sondeos inalterados efectuados en la zona del lago y otras tres probetas se labraron de un material reconstituido, el cual se obtuvo a partir de la consolidación en el laboratorio de un lodo que se formó con muestras de

diferentes sondeos.

En la tabla 1 se muestran algunas de las características más importantes de las probetas ensayadas. Como puede observarse, su contenido de agua inicial varía desde 214 hasta 412% y los grados de saturación van de 100 a 95.6%. Es importante observar que las muestras reconstituidas son las que poseen los grados de saturación mayores con los contenidos de agua más bajos.

Tabla 1. Características de los materiales empleados

ENSAYE	CONTENIDO INICIAL DE AGUA, w (%)	RELACION DE VACIOS DESPUES DE LA CONSOLIDACION, e	GRADO DE SATURACION S_r (%)	SONDEO	PROFUNDIDAD (m)	INCREMENTO DEL DESPLAZADOR APLICADO A LA FALLA ($\Delta q/p'$)
CU1.1	401.9	7.78	99.1	ELV	8.5	0.18
CU1.2	398.7	7.12	99.1	CAO	20.3	0.19
CU1.3	273.9	5.18	99.1	Reconstituido		0.25
CU2.4	412.0	5.81	98.6	ELV	8.5	0.11
CU2.5	218.5	3.64	100.0	Reconstituido		0.19
CU4.6	214.6	2.91	100.0	Reconstituido		0.11
CU4.7	401.7	6.05	95.6	CAO	20.0	0.14
CU4.8	403.0	6.13	99.2	ELV	8.5	0.22
EU1.9	217.3	4.22	99.4	Reconstituido		-0.18
EU2.10	384.0	5.43	98.5	CAO	21.9	-0.11
EU2.11	391.9	5.88	98.8	CAO	21.9	-0.22
EU2.12	269.2	3.15	98.7	CELUPJ	24.2	-0.15
EU4.13	395.8	4.16	98.9	CAO	21.9	-0.21
CU16.14	302.0	3.84	98.3	CAO	14.2	0.19
CU2.15	558.9	8.26	95.5	CAO	18.5	0.26

Para comprobar que el equipo utilizado registraba adecuadamente las presiones de poro y de que no existía ningún flujo de agua a través de la membrana o entre las juntas de los aroselicos, se fabricó una probeta r (provista de un orificio radial para insertar la aguja) utilizando 188 gr de óxido de aluminio de grano 46 y 8 cm³ de resina Epxicon P/A. La probeta seca pesaba 197 gr y poseía una relación de vacios efectiva de 0.53; además, podía almacenar 31 cm³ de agua.

Esta probeta se montó en la cámara triaxial y se saturó como si se tratara de un espécimen de arena, lográndose un grado de saturación de 98.8%. De las mediciones realizadas, pudo comprobarse que al aplicar un incremento del esfuerzo isotrópico, la respuesta de los transductores de la base y el centro era casi instantánea. También se observó que la máxima diferencia entre ambas mediciones fue de + 0.005 kg/cm². Por otro lado, al dejar aplicado el incremento del esfuerzo durante 21 días, no se observó ningún incremento de la presión de poro que indicara la existencia de flujo de agua a través de la membrana o de las juntas de los arosellos. Sin embargo, si se observaron variaciones de la presión de poro por efectos de la temperatura.

3. TIEMPO DE RESPUESTA DEL SISTEMA

Concluidas satisfactoriamente las pruebas preliminares del sistema, se procedió a la realización de los primeros ensayos utilizando probetas de arcilla del valle de México. Sin embargo, durante la etapa de consolidación y antes de abrir los drenes, se observó que el tiempo de respuesta de la aguja era de hasta 250 min para un incremento del esfuerzo isotrópico del orden de 2 kg/cm² (fig 2). Resultados similares fueron reportados por Nader y Alberro (1976) y Josseaume (1969). Este retraso en la respuesta del sistema de medición se debe a que la membrana del transductor de presión de poro debe deformarse para poder registrar un incremento en la presión y para que dicha deformación ocurra, es necesario que exista un flujo de agua de la probeta hacia el transductor. Dada la baja permeabilidad de la arcilla empleada, dicho flujo de agua requiere de un cierto tiempo para realizarse.

Por otro lado, la respuesta en la base es prácticamente instantánea debido a la gran área drenante que posee y que es del orden de 804 mm² (o de 6415 mm² si la probeta cuenta con una rejilla de papel filtro) la cual comparada con los 5 mm² de la aguja

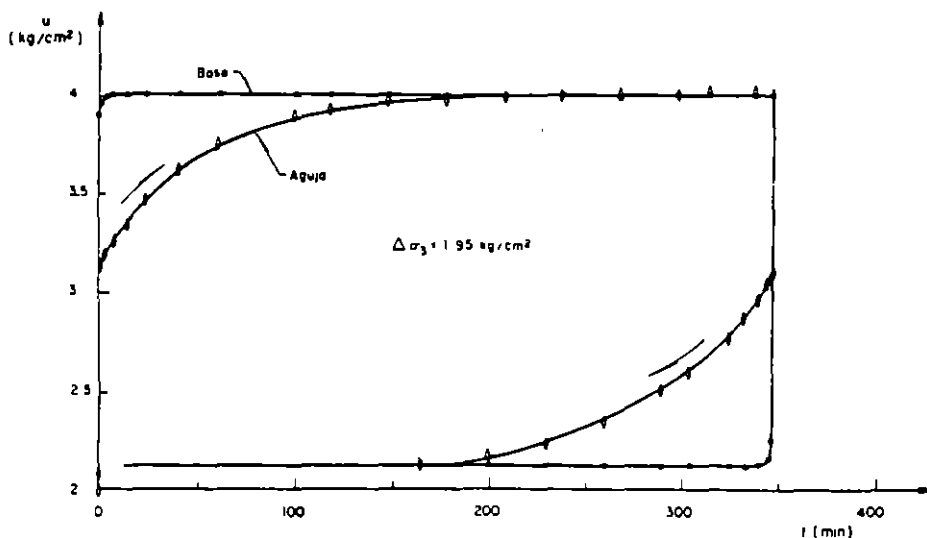


Fig 2. Tiempo de retraso en las mediciones de la presión de poro

representa una gran diferencia. Con objeto de demostrar que el responsable por el retraso en la respuesta del sistema era precisamente el flujo de agua requerido para deformar la membrana del transductor, se realizó una nueva medición pero esta vez permitiendo que la membrana del transductor se deformara anticipadamente, es decir, se permitió que el transductor registrara el incremento de presión confinante, antes de que éste fuera aplicado sobre la probeta. En tal, caso pudo comprobarse que la respuesta de la aguja era prácticamente instantánea.

La razón por la cual fue posible registrar las presiones de poro al centro de la probeta rígida en forma prácticamente instantánea, se debe a su gran permeabilidad, la cual permite que el volumen de agua necesario para deformar la membrana del transductor pase a través de la aguja rápidamente.

El tiempo de respuesta de un sistema dotado de un transductor puede estimarse con la ecuación (Josseaume, 1969):

$$t_b = 4\pi \frac{E^2}{C_v} \frac{dV^2}{D^4 \Delta p^2} \quad (1)$$

siendo

- t: tiempo de respuesta del sistema
- E: módulo de compresión volumétrica
- C_v: coeficiente de consolidación
- dV: variación volumétrica del transductor para el incremento de presión aplicado
- D: diámetro de la base drenante
- Dp: diferencia entre la presión registrada y la presión medida

En tal caso, para una probeta de arcilla del valle de México (E = 8.9 kg/cm², C_v = 0.0053 cm²/seg) el tiempo de respuesta del transductor de la base (dV = 0.00012 cm³ para un incremento de presión de 2 kg/cm²), es

$$t_b = 4\pi \frac{8.9^2}{.0053} \frac{0.00012^2}{3.6^2 \times .01^2} = 2.1 \text{ seg}$$

en donde se ha considerado que Dp = .01 kg/cm².

En el caso en que la superficie drenante sea la punta de la aguja, el problema puede resolverse considerando que el dren es una esfera de radio r y que la probeta es un medio de dimensiones infinitas, en tal caso el tiempo de respuesta del sistema está dado por

$$t_a = \frac{\pi}{64} \frac{E^2}{C_v} \frac{(dV)^2}{r^4 \Delta p^2} = t_b \left(\frac{D}{4r} \right)^4$$

Si se considera que la superficie drenante de la aguja es una esfera de 0.1 cm de radio, entonces

$$t_a = 2.1 \times \left(\frac{3.6}{4 \times 0.1} \right)^4 = 230 \text{ min}$$

valor que corresponde aproximadamente al retraso medido con la aguja, 250 min.

Con objeto de reducir el tiempo de respuesta, Josseaume (1969) y Barden (1965) proponen el uso de agujas con grandes superficies drenantes aunque las mediciones de la presión de poro de la probeta no sea puntual. En los experimentos reportados aquí, se prefirió conservar una aguja muy fina con el fin de medir las presiones de poro exactamente al centro de la probeta y efectuar la deformación anticipada de la membrana del transductor siempre que se pudiera.

4. INFLUENCIA DE LAS DEFORMACIONES A LARGO PLAZO

Al tenerse la posibilidad de medir la presión de poro al centro de las probetas

representa una gran diferencia. Con objeto de demostrar que el responsable por el retraso en la respuesta del sistema era precisamente el flujo de agua requerido para deformar la membrana del transductor, se realizó una nueva medición pero esta vez permitiendo que la membrana del transductor se deformara anticipadamente, es decir, se permitió que el transductor registrara el incremento de presión confinante, antes de que ésta fuera aplicado sobre la probeta. En tal, caso pudo comprobarse que la respuesta de la aguja era prácticamente instantánea.

La razón por la cual fue posible registrar las presiones de poro al centro de la probeta rígida en forma prácticamente instantánea, se debe a su gran permeabilidad, la cual permite que el volumen de agua necesario para deformar la membrana del transductor pase a través de la aguja rápidamente.

El tiempo de respuesta de un sistema dotado de un transductor puede estimarse con la ecuación (Josseaume, 1969):

$$t_b = 4\pi \frac{E^2}{C_v} \frac{dV^2}{D^4 \Delta p^2} \quad (1)$$

siendo

- t: tiempo de respuesta del sistema
- E: módulo de compresión volumétrica
- C_v : coeficiente de consolidación
- dV: variación volumétrica del transductor para el incremento de presión aplicado
- D: diámetro de la base drenante
- Δp : diferencia entre la presión registrada y la presión medida

En tal caso, para una probeta de arcilla del valle de México ($E = 8.9 \text{ kg/cm}^2$, $C_v = 0.0053 \text{ cm}^2/\text{seg}$) el tiempo de respuesta del transductor de la base ($dV = 0.00012 \text{ cm}^3$ para un incremento de presión de 2 kg/cm^2), es

$$t_b = 4\pi \frac{8.9^2}{.0053} \frac{0.00012^2}{3.6^2 \times .01^2} = 2.1 \text{ seg}$$

en donde se ha considerado que $\Delta p = .01 \text{ kg/cm}^2$.

En el caso en que la superficie drenante sea la punta de la aguja, el problema puede resolverse considerando que el dren es una esfera de radio r y que la probeta es un medio de dimensiones infinitas, en tal caso el tiempo de respuesta del sistema está dado por

$$t_a = \frac{\pi}{64} \frac{E^2}{C_v} \frac{(dV)^2}{r^4 \Delta p^2} = t_b \left(\frac{D}{4r} \right)^4$$

Si se considera que la superficie drenante de la aguja es una esfera de 0.1 cm de radio, entonces

$$t_a = 2.1 \times \left(\frac{3.6}{4 \times 0.1} \right)^4 = 230 \text{ min}$$

valor que corresponde aproximadamente al retraso medido con la aguja, 250 min.

Con objeto de reducir el tiempo de respuesta, Josseaume (1969) y Barden (1965) proponen el uso de agujas con grandes superficies drenantes aunque las mediciones de la presión de poro de la probeta no sea puntual. En los experimentos reportados aquí, se prefirió conservar una aguja muy fina con el fin de medir las presiones de poro exactamente al centro de la probeta y efectuar la deformación anticipada de la membrana del transductor siempre que se pudiera.

4. INFLUENCIA DE LAS DEFORMACIONES A LARGO PLAZO

Al tenerse la posibilidad de medir la presión de poro al centro de las probetas

durante su etapa de consolidación, es posible fijar con exactitud el momento en el cual finaliza la consolidación primaria, si se acepta que tal fenómeno termina cuando la presión de poro al centro de la probeta alcanza el valor de la contrapresión aplicada en su base y cabeza.

En la fig 3 se presentan los resultados del proceso de consolidación de una probeta, al aplicársele un incremento de la presión confinante de 0.5 kg/cm^2 . Ahí se muestran las variaciones volumétricas observadas en la bureta, así como las presiones de poro registradas al centro de la probeta. Una observación interesante con respecto a esta última curva es que durante los dos primeros minutos de medición, la presión de poro registrada fue superior al valor de la presión confinante aplicada. A este fenómeno se le conoce como efecto Mandel-Cryer y ya había sido observado por Verruijt (1965) y Gibson (1965) en probetas esféricas de arcilla.

Otro aspecto interesante de estas curvas es que cuando se determina el fin de la consolidación primaria de acuerdo al criterio del Prof. Casagrande, se observa que al centro de la probeta aún no se ha disipado completamente la presión de poro. En todas las pruebas realizadas se observó siempre la misma tendencia, encontrándose que la presión de poro remanente puede ir del 4 al 10% del valor del incremento del esfuerzo aplicado.

En general, se considera que la consolidación secundaria se produce por el acomodo de las partículas sólidas para adaptarse a la nueva condición de carga. Tal acomodo puede resultar un proceso muy largo cuando se presenta en suelos de alta plasticidad como es el caso de la arcilla del valle de México. Durante este proceso existe una expulsión continua de agua cuyo gasto se va reduciendo conforme transcurre el tiempo. Esto quiere decir que si durante este proceso se cierran los drenes, es

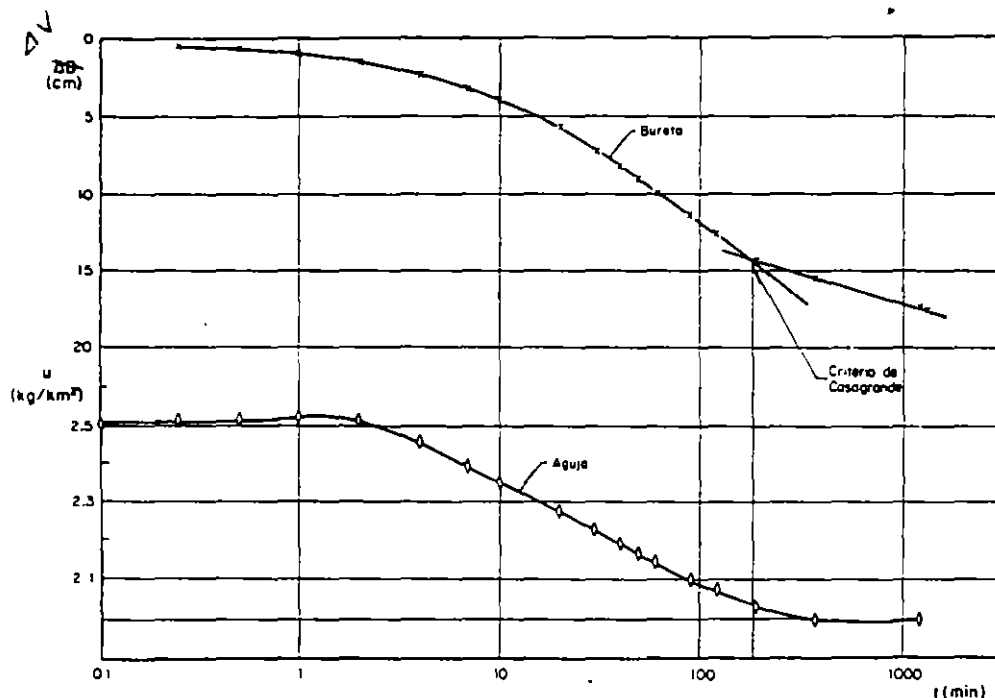


Fig 3. Curva de consolidación para un incremento de presión confinante de 0.5 kg/cm^2 .

posible registrar un incremento de la presión de poro, el cual tiende a aumentar con el tiempo.

Con el fin de comprobar lo anterior, se realizaron tres cierres sucesivos del drenaje de una probeta durante su etapa de consolidación secundaria. Entre dos cierres sucesivos, se permitió que la probeta drenara durante 24 hrs, obteniéndose los resultados que se muestran en la fig 4. Como puede observarse, el cierre de los drenes provoca un incremento continuo de la presión de poro con el tiempo. También se observa que dicho incremento es menos importante conforme aumenta el tiempo de drenaje.

De los resultados obtenidos en una serie de ensayos similares, pudo establecerse que la curva del incremento de la presión de poro contra el tiempo, durante la etapa de consolidación secundaria, puede ajustarse a una hipérbola cuya ecuación es (Rojas, Romo e Hiriart):

$$\frac{\Delta u}{\sigma_c} = \frac{t}{a + bt} \quad (3)$$

siendo a y b dos parámetros dados por las relaciones

$$a = 7.5 \omega / t_c$$

$$b = (4.5 - \omega) (t_c)^{3/2} / (\sigma_c)^{1/2}$$

siendo

- Δu : incremento de la presión de poro, en kg/cm^2
- t : tiempo durante el cual los drenes permanecen cerrados, en miles de minutos
- t_c : tiempo de consolidación efectiva, en miles de minutos
- ω : contenido de agua inicial de la probeta
- σ_c : esfuerzo de consolidación en kg/cm^2

Por medio de las ecuaciones (3), (4) y (5), es posible estimar el incremento de la presión de poro que se espera tener cuando una probeta de contenido inicial de agua ω se ha consolidado un tiempo t_c bajo un esfuerzo isotrópico σ_c y se cierran los drenes durante un tiempo t .

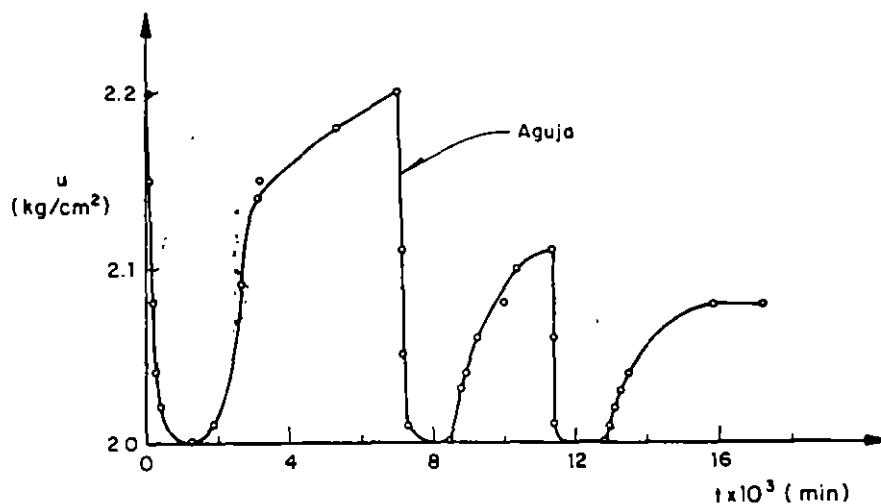


Fig 4. Incrementos de la presión de poro con el tiempo por cierres sucesivos del drenaje

5. TIEMPO DE UNIFORMACION

Por medio del arreglo descrito en la sección 3, es posible determinar en que momento las presiones de poro en la base y al centro de la probeta se igualan, cuando se aplica un incremento del esfuerzo desviador.

Los ensayos se realizaron con probetas consolidadas bajo tres presiones isotrópicas diferentes (1, 2 y 4 kg/cm²) y los incrementos del desviador variaron de 0.5 hasta 5 kg. Se consideró que las presiones de poro se igualaban cuando entre la base y el centro existía una diferencia máxima de 0.01 kg/cm². Por regla general se observó que los cambios de presión de poro en la base se realizaban con mayor rapidez que al centro de la probeta a pesar de que se provocaba la deformación anticipada de la membrana del transductor conectado al centro (como se describe en la sección 3) para reducir el tiempo de retraso en la respuesta del sistema. El mismo comportamiento fue observado por Blight (1965) quien lo atribuye a las deformaciones no homogéneas de las probetas cuando se les aplica un incremento del esfuerzo desviador.

En la fig 5 se muestran los resultados

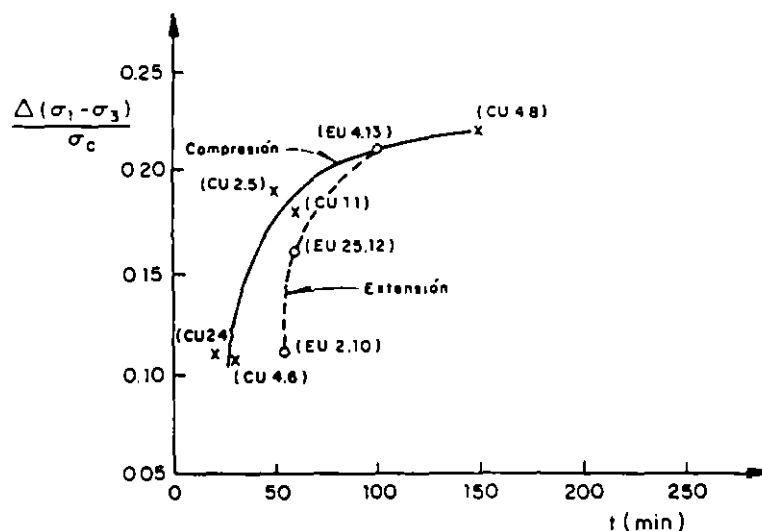


Fig 5. Tiempo de uniformación de la presión de poro dependiendo del incremento del desviador aplicado.

obtenidos para los ensayos de las muestras indicadas en la tabla 1. Por medio de esta figura es posible determinar con que velocidad deben aplicarse los incrementos del desviador para asegurarse que la presión de poro se uniforme dentro de la probeta durante cada incremento.

Un aspecto interesante de la fig 5, es el hecho de que los ensayos en extensión requieren de un mayor tiempo de uniformación que los ensayos en compresión para valores de $\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_c$ de entre 0.1 y 0.2.

Por otro lado, si se consideran valores de $\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_c$ de entre 0.1 a 0.15, el tiempo mínimo de uniformación para ensayos en compresión o extensión es del orden de 60 min. Ya que para estos valores del incremento del desviador se requieren de 3 a 10 incrementos para provocar la falla de la probeta, esto quiere decir que la duración total del ensayo es del orden de 8 a 10 hrs, lo cual coincide con el criterio establecido por Blight que sugiere que la duración total de un ensayo debe ser de 8 (t_{50}), valor que para las arcillas del valle de México se sitúa entre 8 y 10 hrs.

6. CONCLUSIONES

De este estudio se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- 1) En sistemas de medición de la presión de poro con superficies drenantes pequeñas, los tiempos de retraso en la respuesta del sistema pueden ser muy importantes, si se emplean en suelos de baja permeabilidad.
- 2) Por medio de una maniobra sencilla, es posible anular el tiempo de retraso del sistema.
- 3) Las deformaciones a largo plazo o viscosas provocan un incremento continuo de la presión de poro, el cual es posible determinar por medio de las ecuaciones aquí presentadas.
- 4) Por medio de los resultados de los ensayos efectuados, pudo establecerse una curva con la cual es posible determinar el tiempo de uniformación de la presión de poro para probetas de arcilla del valle de México, ensayadas en compresión o en extensión.

7. REFERENCIAS

Barden, L. y Mc Dermott, R. J. W., (1965). "Use of Free Ends in Triaxial Testing of Clays" J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 91 (6), 1-23.

Blight, G. E., (1965) "Shear Stress and Pore Pressure in Triaxial Testing", J Soil Mech Found. Div., ASCE, 91 (6), 25-39.

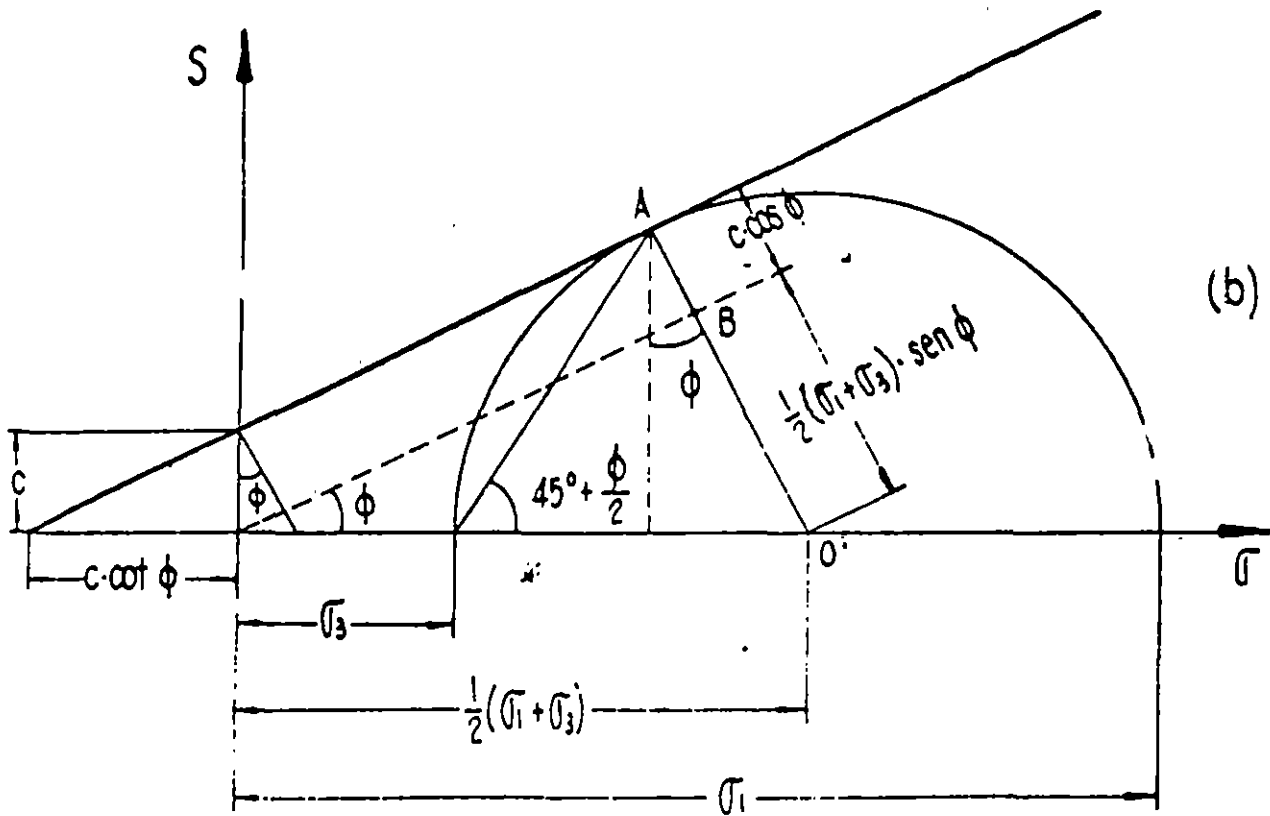
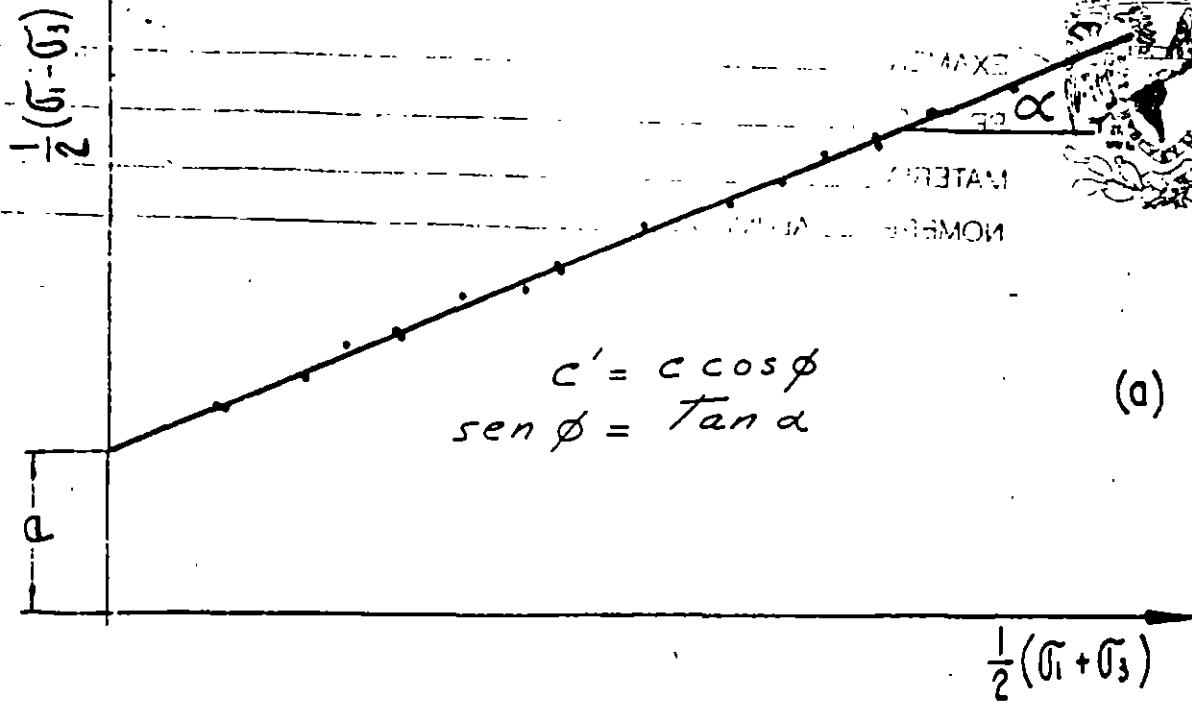
Gibson, R. E. (1963). "An Analysis of System Flexibility and its Effect on Time lag in Pore Water Pressure Measurements", Geotechnique, XIII (1), 1-11.

Gibson, R.E., Knight, K. y Taylor, P. W., (1965). "A Critical Experiment to Examine Theories of Three Dimensional Consolidation", Pricesedubgs European Conference on Soil Mechanics, Wiesbaden, vol 1, 254-258.

Josseume, H., (1960). "Etude de la Presion Interstitielle", Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, rapport interne, Paris.

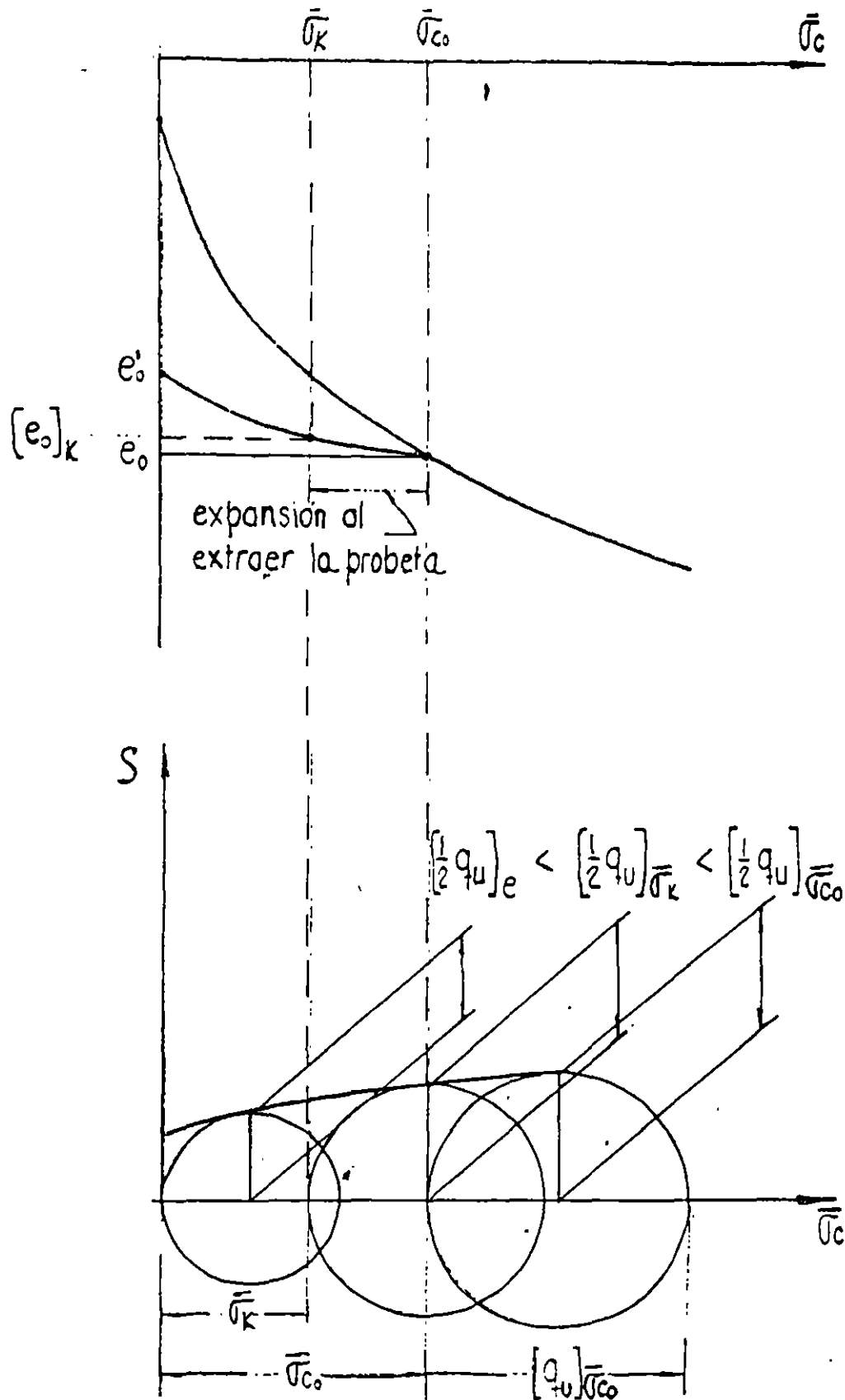
Nader, F. y Alberro, J. (1976). "Medición de la Presión de Poro en el Centro de una Probeta Sometida a Prueba Triaxial". Instituto de Ingeniería. UNAM. informe No. 6098, México.

Rojas, E. Romo, M. P. e Hiriart, G., (1990). "Estudio de la Presión de Poro al Centro de Probetas de Arcilla", Instituto de Ingeniería. UNAM, informe No. 9509, México.

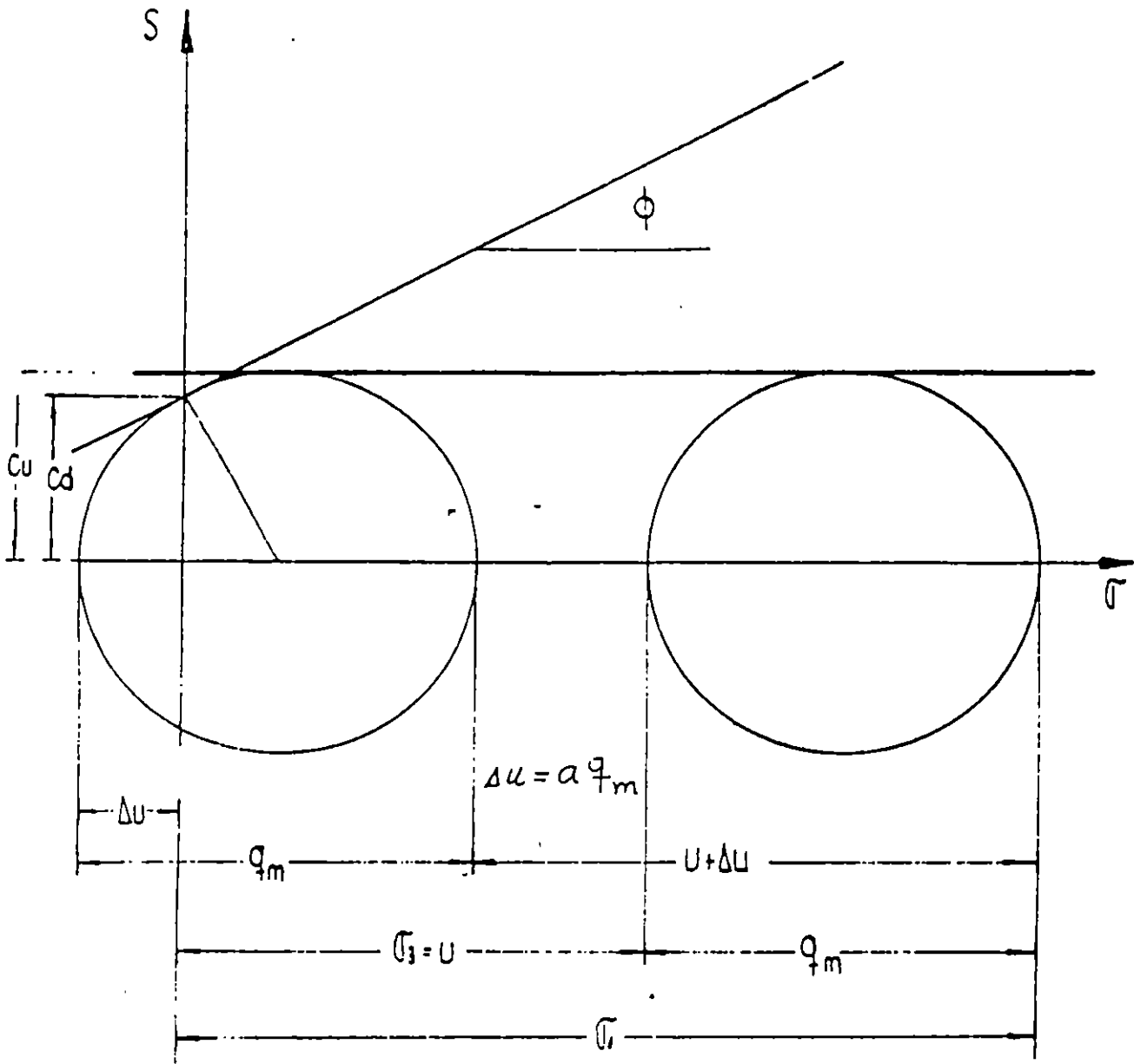


REPRESENTACION P-τ

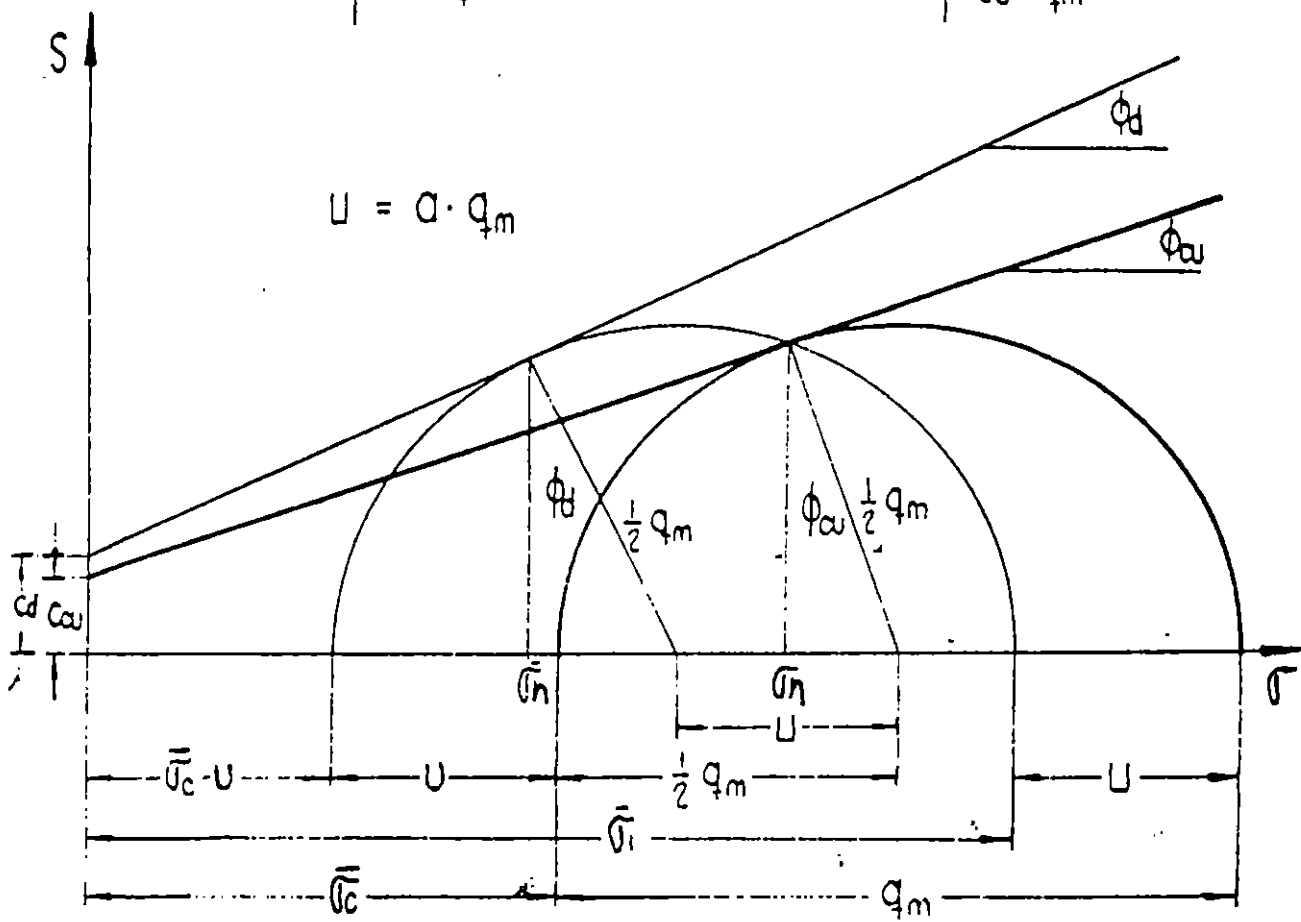
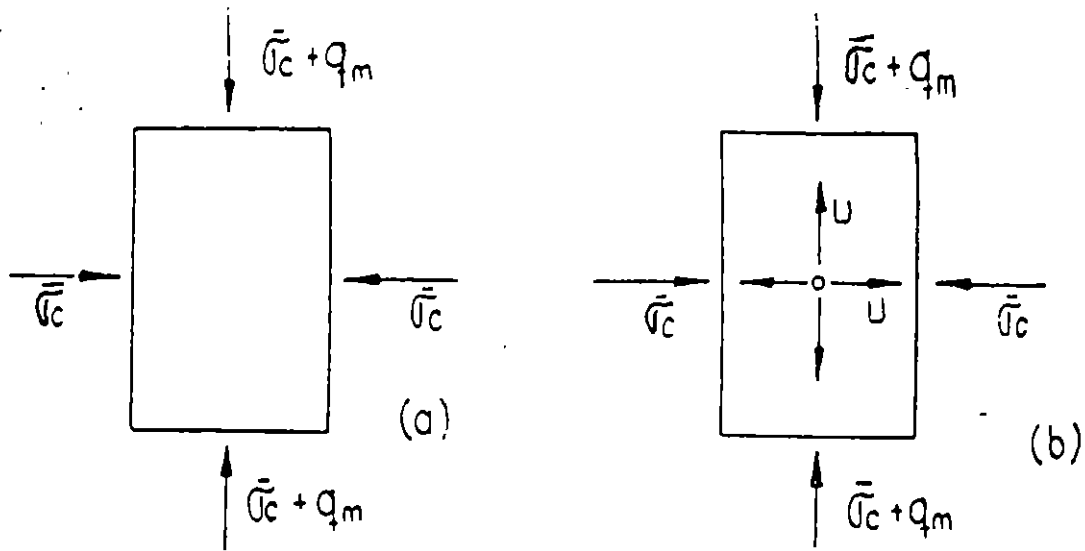
FIGURAS TOMADAS DE
 "APUNTES DE MECANICA DE SUELOS"; LEONARDO ZEEVAERT



PRUEBA DE COMPRESION NO CONFINADA.



PRUEBA TRIAXIAL UU.



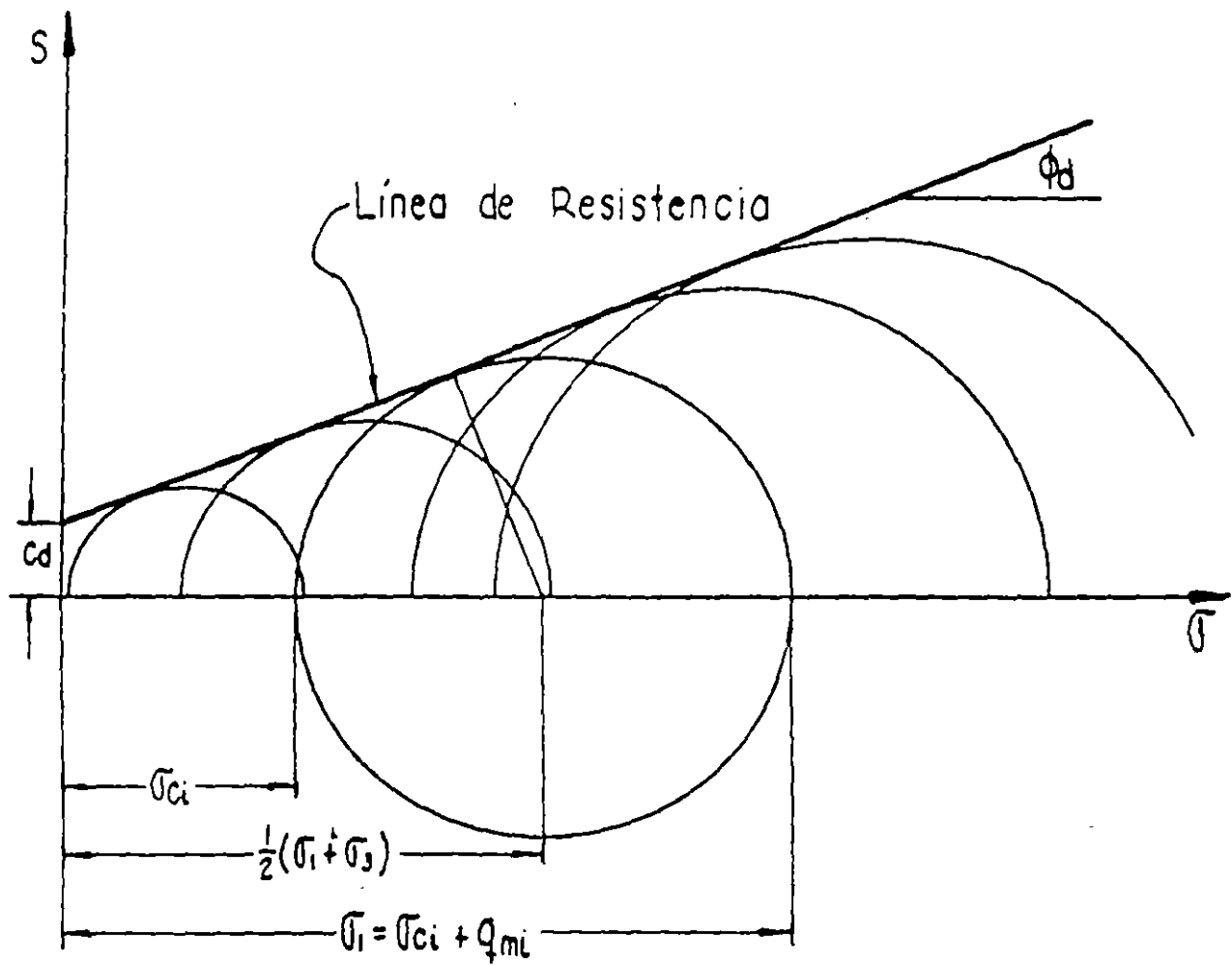
Prueba Triaxial

c_d, ϕ_d : obtenidos en prueba drenada

c_{cu}, ϕ_{cu} ; obtenidos en prueba consolidada-no drenada

PRUEBA TRIAXIAL C U.

Prueba para $u=0$



PRUEBA TRIAXIAL C.D.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

RESULTADOS DE PRUEBAS DE COMPRESION TRIAXIAL CU Y CD

ING. HECTOR LEGORRETA CUEVAS

PROYECTO GENERAL: CURSO DE LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

PROYECTO: FACULTAD DE INGENIERIA
LOCALIZACION: OBRA MAGDALENA

SONDEO: SM-1
MUESTRA: M-9
PROFUNDIDAD: 5.80 A 6.00 m

PRUEBA TRIAXIAL: CONSOLIDADA - NO DRENADA (CU)
ESFconf' = 0.50 kg/cm²

DATOS GENERALES		ESFc = 2.00 kg/cm ²	ESFcp = 1.50 kg/cm ²
Ds =	3.580 cm	DIAMETRO MEDIO =	3.572 cm ◆ Vol = 3.186 cm ³
Dm =	3.570 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.497 cm ◆ h = 0.0498 cm
Di =	3.570 cm	AREAo =	10.0192 cm ² hc = 8.447 cm
H1 =	8.490 cm	Kb =	0.33183 cm ² Ac = 9.7011 cm ²
H2 =	8.500 cm	DIF BURETA =	9.600 cm
H3 =	8.490 cm	PESO VOL =	1.34806 t/m ³ B = 0.936
Wo =	114.76 gr	CONT. DE AGUA ji =	129.47 %)f = 126.24 %

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	DEF UNIT	AREAoor	ESF DESV	PORO
kg	kg	mm	mm	%	cm ²	kg/cm ²	kg/cm ³
0.00	0.00	17.870	0.000	0.000	9.7011	0.000	0.000
0.50	0.50	17.847	0.023	0.027	9.7038	0.052	0.010
0.50	1.00	17.785	0.085	0.101	9.7109	0.103	0.030
0.50	1.50	17.722	0.148	0.175	9.7181	0.154	0.050
0.50	2.00	17.652	0.218	0.258	9.7262	0.206	0.060
0.50	2.50	17.526	0.344	0.407	9.7408	0.257	0.080
0.50	3.00	17.402	0.468	0.554	9.7552	0.308	0.110
0.50	3.50	17.332	0.538	0.637	9.7633	0.358	0.130
0.50	4.00	17.193	0.677	0.801	9.7795	0.409	0.150
0.50	4.50	17.056	0.814	0.964	9.7955	0.459	0.160
0.50	5.00	16.935	0.935	1.107	9.8097	0.510	0.170
0.50	5.50	16.789	1.081	1.280	9.8269	0.560	0.190
0.50	6.00	16.635	1.235	1.462	9.8451	0.609	0.200
0.50	6.50	16.453	1.417	1.678	9.8666	0.659	0.210
0.50	7.00	16.260	1.610	1.906	9.8896	0.708	0.220
0.50	7.50	15.960	1.910	2.261	9.9255	0.756	0.250
0.50	8.00	15.555	2.315	2.741	9.9745	0.802	0.260
0.50	8.50	14.755	3.115	3.688	10.0726	0.844	0.290
0.50	9.00	13.850	4.020	4.759	10.1859	0.884	0.310
0.50	9.50	11.000	6.870	8.133	10.5600	0.900	0.220

SONDEO SM-1
MUESTRA M-9
PROFUNDIDAD 5.80 A 6.00 m

PRUEBA TRIAXIAL CONSOLIDADA - NO DRENADA (CU)
ESFconf' = 1.00 kg/cm²

DATOS GENERALES		ESFc = 2.50 kg/cm ²	ESFcp = 1.50 kg/cm ²
Ds =	3.590 cm	DIAMETRO MEDIO =	3.588 cm ◆ Vol = 8.628 cm ³
Dm =	3.590 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.450 cm ◆ h = 0.1936 cm
Di =	3.580 cm	AREAo =	10.1129 cm ² hc = 8.256 cm
H1 =	8.450 cm	Kb =	0.33183 cm ² Ac = 9.3051 cm ²
H2 =	8.450 cm	DIF BURETA =	26.000 cm
H3 =	8.450 cm	PESO VOL =	1.30562 t/m ³ B = 0.956
Wo =	111.57 gr	CONT. DE AGUA ji =	139.55 %)f = 121.35 %

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	DEF UNIT	AREAoor	ESF DESV	PORO
kg	kg	mm	mm	%	cm ²	kg/cm ²	kg/cm ³
0.00	0.00	16.514	0.000	0.000	9.3051	0.000	0.000
1.00	1.00	16.441	0.073	0.088	9.3133	0.107	0.060
1.00	2.00	16.335	0.179	0.217	9.3253	0.214	0.120
1.00	3.00	16.200	0.314	0.380	9.3406	0.321	0.200
1.00	4.00	16.050	0.464	0.562	9.3577	0.427	0.260
1.00	5.00	15.845	0.669	0.810	9.3811	0.533	0.330
1.00	6.00	15.625	0.889	1.077	9.4064	0.638	0.380
1.00	7.00	15.335	1.179	1.428	9.4399	0.742	0.430
1.00	8.00	15.050	1.464	1.773	9.4730	0.845	0.480
1.00	9.00	14.668	1.846	2.236	9.5179	0.946	0.520
1.00	10.00	13.970	2.544	3.081	9.6009	1.042	0.580
1.00	11.00	12.510	4.004	4.850	9.7793	1.125	0.650
1.00	12.00	10.000	6.514	7.890	10.1021	1.188	0.680

PROYECTO GENERAL: CURSO DE LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

PROYECTO. FACULTAD DE INGENIERIA
LOCALIZACION OBRA MAGDALENA

SONDEO: SM-1
MUESTRA M-9
PROFUNDIDAD: 5.80 A 6.00 m

PRUEBA TRIAXIAL: CONSOLIDADA - NO DRENADA (CU)
ESFconf = 1.50 kg/cm²

DATOS GENERALES		ESFc= 3.00 kg/cm ²	ESFcp= 1.50 kg/cm ²
Ds =	3.590 cm	DIAMETRO MEDIO =	3.588 cm ◆Vol = 11.249 cm ³
Dm =	3.590 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.450 cm ◆h = 0.2246 cm
Di =	3.580 cm	AREAo =	10.1129 cm ² hc = 8.225 cm
H1 =	8.450 cm	Kb =	0.33183 cm ² Ac = 9.0214 cm ²
H2 =	8.450 cm	DIF BURETA =	33.900 cm
H3 =	8.450 cm	PESO VOL =	1.30562 t/m ³ B = 0.986
Wo =	111.57 gr	CONT DE AGUA ji =	137.43 % jI = 109.54 %

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	DEF UNIT	AREAcor	ESF DESV	PORO
kg	kg	mm	mm	%	cm ²	kg/cm ²	kg/cm ³
0.00	0.00	16.103	0.000	0.000	9.0214	0.000	0.000
2.00	2.00	15.960	0.143	0.174	9.0371	0.221	0.150
2.00	4.00	15.755	0.348	0.423	9.0598	0.442	0.290
2.00	6.00	15.468	0.635	0.772	9.0916	0.660	0.440
1.50	7.50	15.182	0.921	1.120	9.1236	0.822	0.550
1.50	9.00	14.853	1.250	1.520	9.1606	0.982	0.650
1.50	10.50	14.349	1.754	2.132	9.2180	1.139	0.750
1.50	12.00	13.823	2.280	2.772	9.2786	1.293	0.840
1.50	13.50	13.149	2.954	3.591	9.3575	1.443	0.920
1.50	15.00	11.848	4.255	5.173	9.5136	1.577	1.000
1.50	16.50	8.845	7.258	8.824	9.8945	1.668	1.060
1.00	17.50	3.940	12.163	14.787	10.5869	1.653	1.070
0.50	18.00	1.600	14.503	17.632	10.9526	1.643	1.050
0.00	18.00	0.000	16.103	19.577	11.2175	1.605	1.050

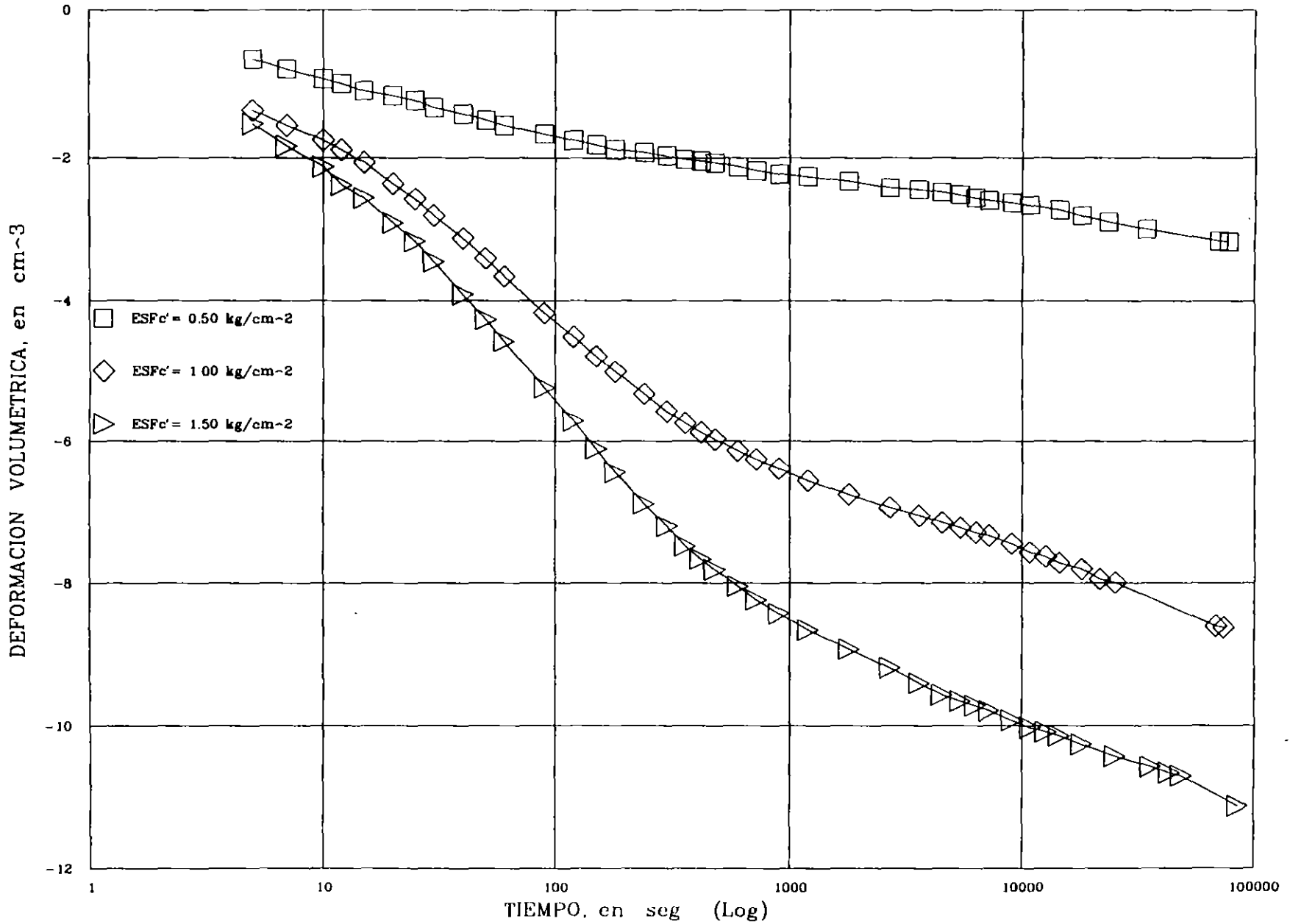
SONDEO: SM-1
MUESTRA M-9
PROFUNDIDAD 5.80 A 6.00 m

PRUEBA TRIAXIAL COMPRESION SIMPLE (Qu)
ESFconf = 0.00 kg/cm²

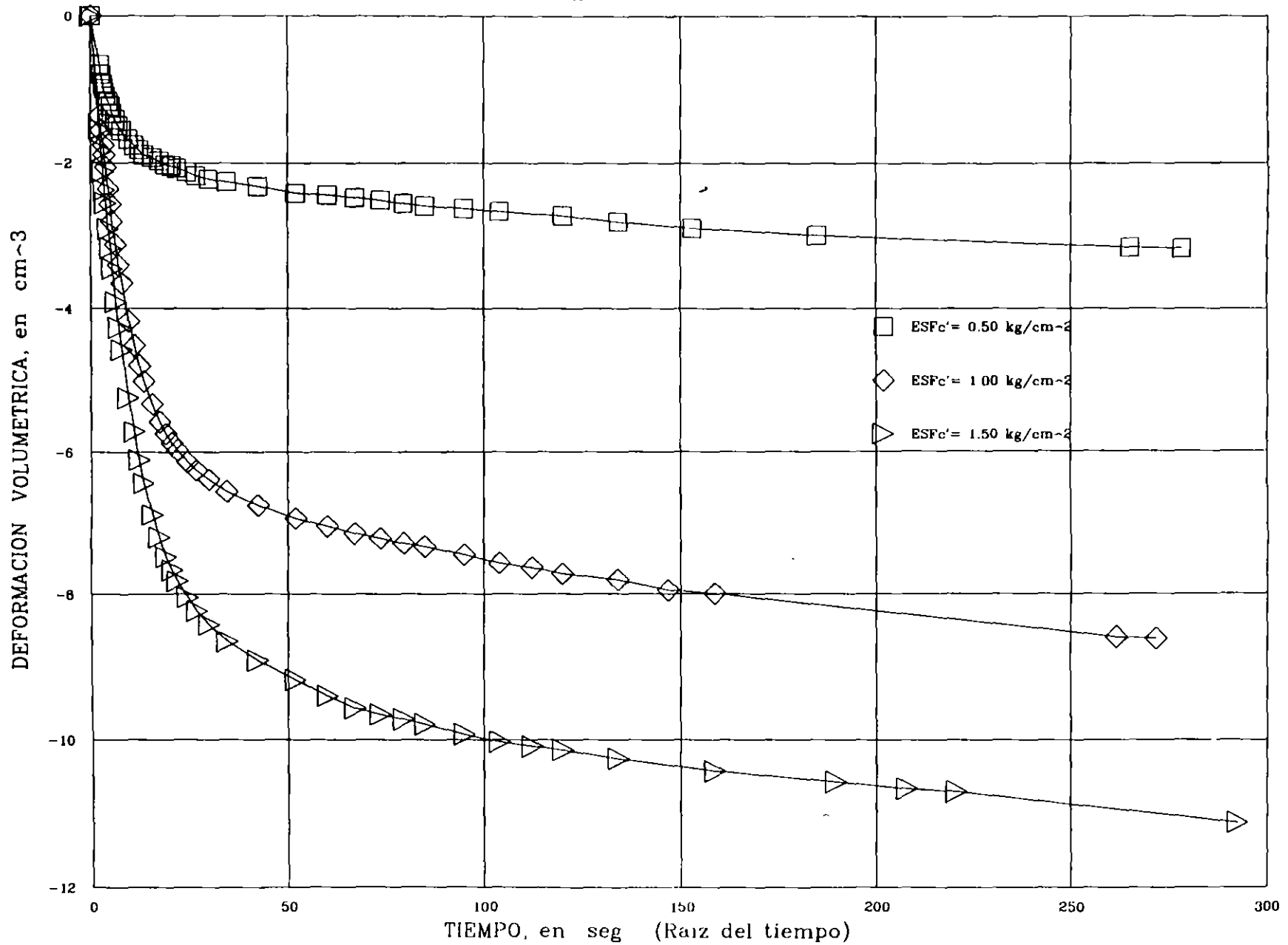
DATOS GENERALES		DIAMETRO MEDIO =	3.618 cm
Ds =	3.610 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.562 cm
Dm =	3.620 cm	AREAo =	10.2827 cm ²
Di =	3.620 cm	PESO VOL =	1.28162 t/m ³
H1 =	8.570 cm	CONT. DE AGUA =	141.23 %
H2 =	8.560 cm		
H3 =	8.560 cm		
Wo =	112.83 gr		

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	DEF UNIT	AREAcor	ESF DESV
kg	kg	mm	mm	%	cm ²	kg/cm ²
0.00	0.00	19.840	0.000	0.000	10.2827	0.000
1.00	1.00	19.548	0.292	0.341	10.3179	0.097
1.00	2.00	19.220	0.620	0.724	10.3577	0.193
1.00	3.00	18.808	1.032	1.205	10.4082	0.288
1.00	4.00	18.350	1.490	1.740	10.4648	0.382
1.00	5.00	17.585	2.255	2.634	10.5609	0.473
0.50	5.50	16.893	2.947	3.442	10.6493	0.516
0.50	6.00	15.674	4.166	4.866	10.8086	0.555

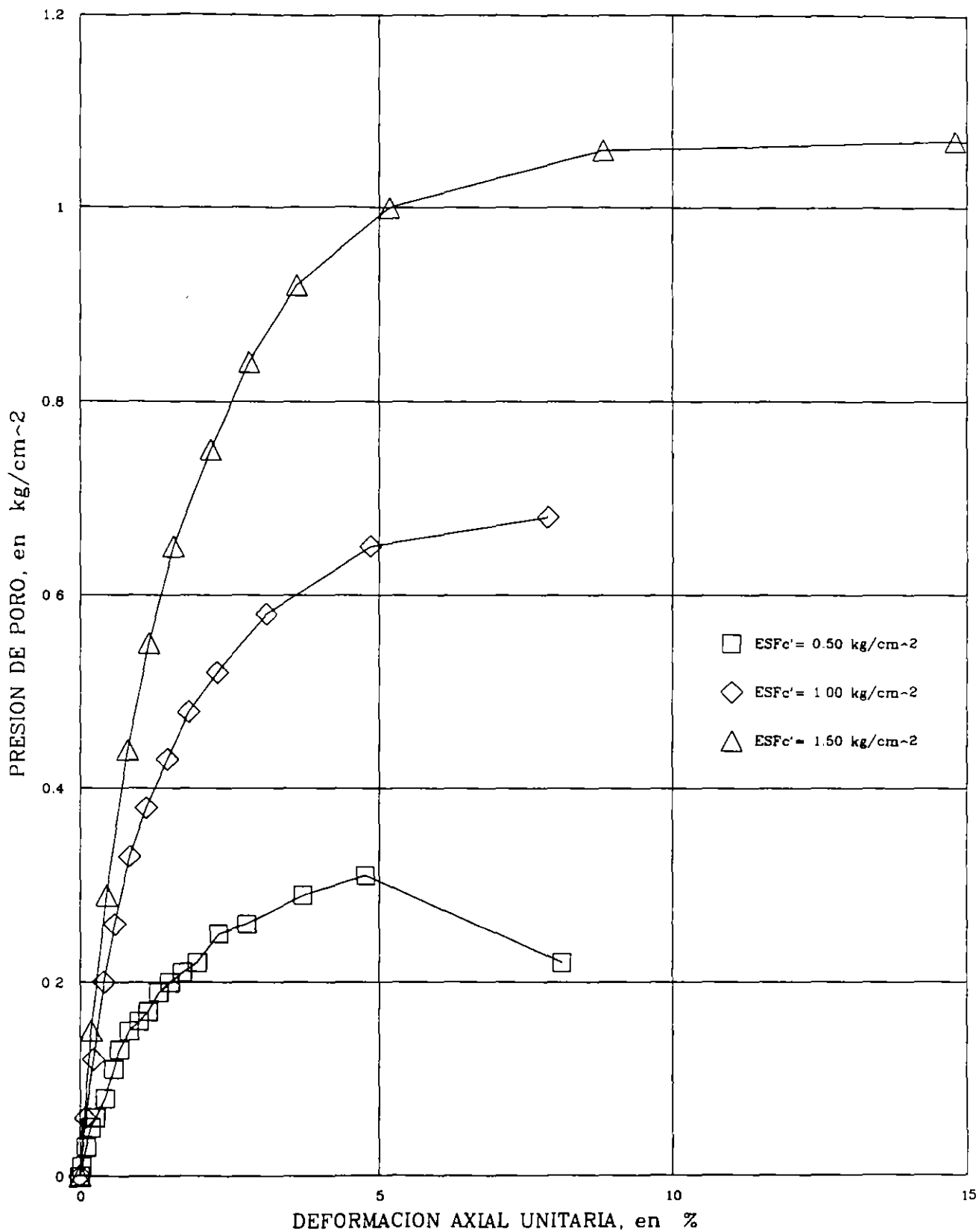
ETAPA DE CONSOLIDACION



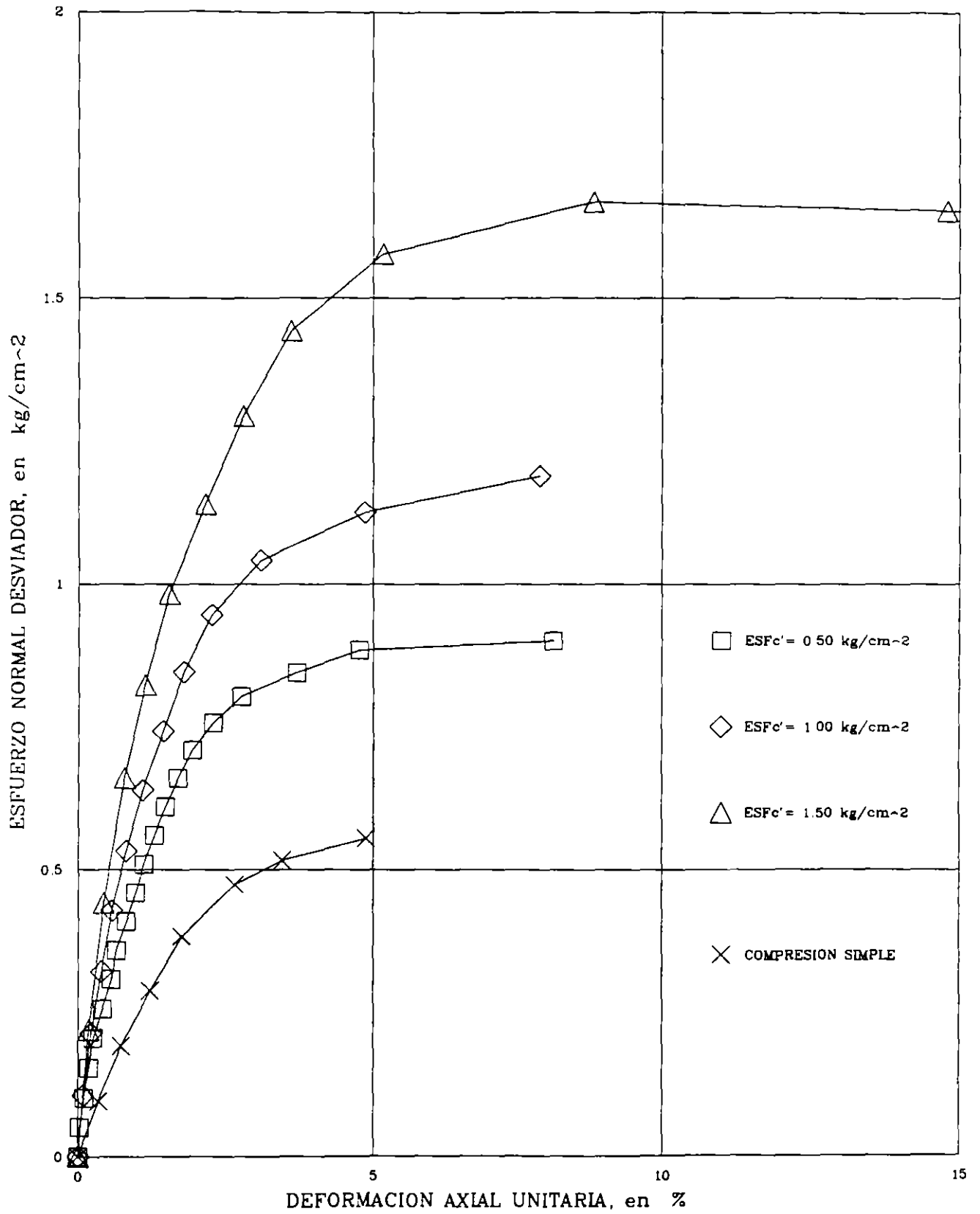
ETAPA DE CONSOLIDACION



LAB. DE MECANICA DE SUELOS, F.I.



LAB. DE MECANICA DE SUELOS, F.I.



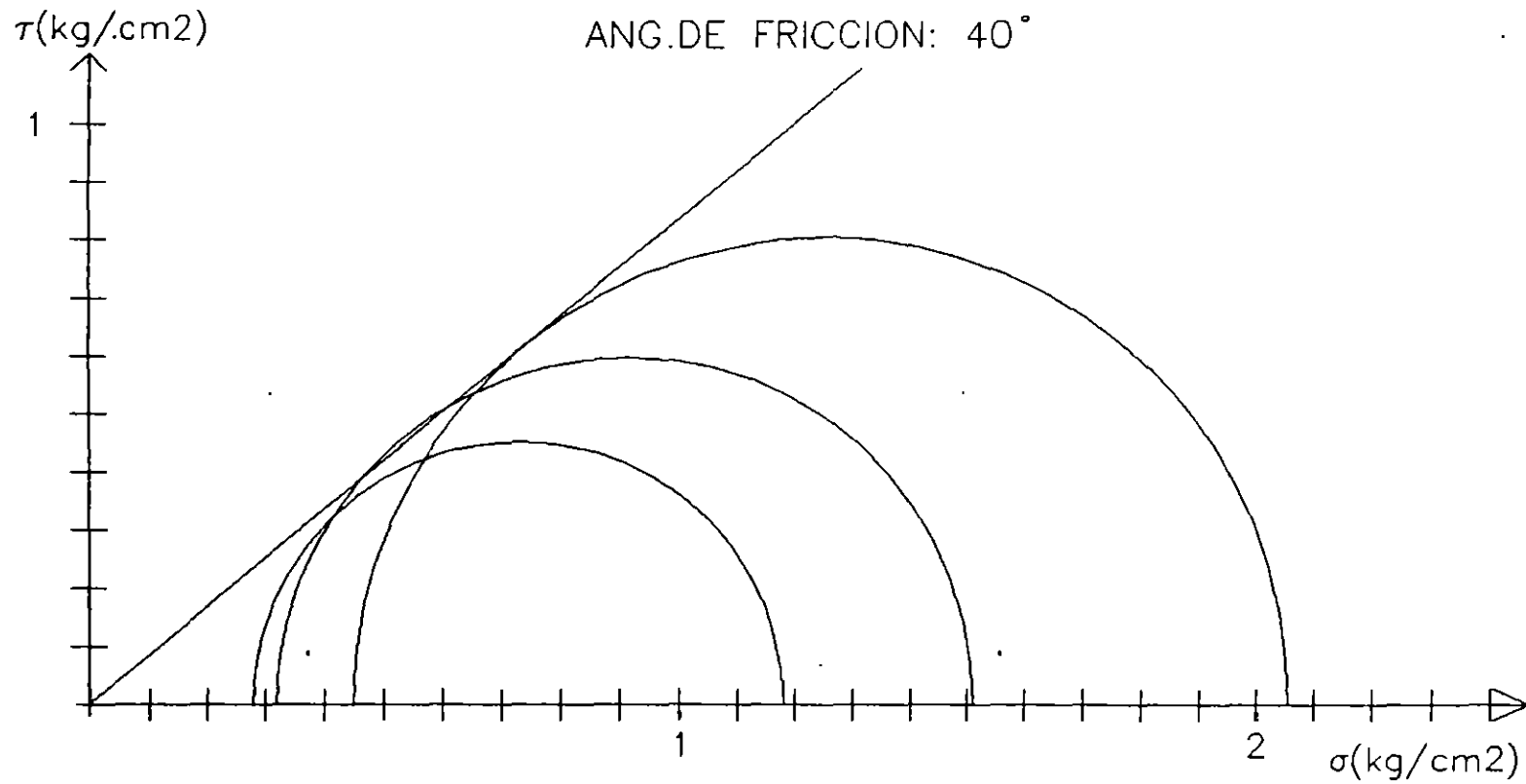
CIRCULOS DE MOHR

OBRA: CURSO DE LABORATORIO II

SONDEO: SM-1

PROFUNDIDAD: 5.80 - 6.00 m

ANG.DE FRICCION: 40°



PROYECTO GENERAL: CURSO DE LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

PROYECTO: FACULTAD DE INGENIERIA
LOCALIZACION: OBRA MAGDALENA

SONDEO: SM-1
MUESTRA: M-9
PROFUNDIDAD: 5.80 m a 6.60 m

PRUEBA TRIAXIAL: CONSOLIDADA - DRENADA (CD)
ESFconf = 0.50 kg/cm²

DATOS GENERALES:		ESFc= 2.00 kg/cm ²	ESFcp= 1.50 kg/cm ²
Da =	3.580 cm	DIAMETRO MEDIO =	3.587 cm
Dm =	3.590 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.428 cm
Di =	3.580 cm	AREAo =	10.1035 cm ²
H1 =	8.420 cm	Kb =	0.33183 cm ²
H2 =	8.430 cm	DIF BURETA =	10.650 cm
H3 =	8.425 cm	PESO VOL=	1.27368 t/m ³
Wo =	108.45 gr	CONT. DE AGUA li=	161.96 %

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	BURETA	DEF VOL	DEF UNIT	AREAcor	ESF DESV
kg	kg	mm	mm	cm	cm ³	%	cm ²	kg/cm ²
0.00	0.00	17.665	0.000	10.00	0.000	0.000	9.7881	0.000
1.00	1.00	17.470	0.195	10.50	0.166	0.231	9.7908	0.102
1.00	2.00	17.218	0.447	10.95	0.315	0.530	9.8022	0.204
1.00	3.00	16.840	0.825	11.55	0.514	0.979	9.8225	0.305
0.50	3.50	16.581	1.084	12.25	0.747	1.286	9.8248	0.356
0.50	4.00	16.385	1.280	12.50	0.830	1.519	9.8379	0.407
0.50	4.50	16.192	1.473	13.00	0.995	1.748	9.8406	0.457
0.50	5.00	15.937	1.728	13.50	1.161	2.050	9.8507	0.508
0.50	5.50	15.609	2.056	14.15	1.377	2.440	9.8634	0.558
0.50	6.00	15.355	2.310	14.60	1.526	2.741	9.8756	0.608
0.50	6.50	15.035	2.630	15.13	1.701	3.121	9.8927	0.657
0.50	7.00	14.698	2.967	15.65	1.875	3.521	9.9121	0.706
0.50	7.50	14.337	3.328	16.30	2.091	3.949	9.9293	0.755
0.50	8.00	13.810	3.855	17.20	2.389	4.574	9.9568	0.803
0.50	8.50	13.332	4.333	17.95	2.638	5.142	9.9849	0.851
0.50	9.00	12.655	5.010	19.10	3.020	5.945	10.0215	0.898
0.50	9.50	11.970	5.695	20.15	3.368	6.758	10.0640	0.944
0.50	10.00	11.050	6.615	21.55	3.833	7.849	10.1227	0.988
0.50	10.50	9.987	7.678	22.50	4.148	9.111	10.2216	1.027
0.50	11.00	8.245	9.420	23.00	4.314	11.178	10.4371	1.054
0.50	11.50	3.000	14.665	25.00	4.977	17.401	11.1271	1.034

SONDEO: SM-1
MUESTRA: M-9
PROFUNDIDAD: 5.80 m a 6.60 m

PRUEBA TRIAXIAL: CONSOLIDADA - DRENADA (CD)
ESFconf = 1.00 kg/cm²

DATOS GENERALES:		ESFc= 2.50 kg/cm ²	ESFcp= 1.50 kg/cm ²
Ds =	3.535 cm	DIAMETRO MEDIO =	3.539 cm
Dm =	3.540 cm	ALTURA PROMEDIO =	8.393 cm
Di =	3.540 cm	AREAo =	9.8377 cm ²
H1 =	8.390 cm	Kb =	0.33183 cm ²
H2 =	8.395 cm	DIF BURETA =	26.850 cm
H3 =	8.385 cm	PESO VOL=	1.24948 t/m ³
Wo =	103.16 gr	CONT. DE AGUA li=	163.23 %

DELTA P	P tot	MICRO	DEF TOT	BURETA	DEF VOL	DEF UNIT	AREAcor	ESF DESV
kg	kg	mm	mm	cm	cm ³	%	cm ²	kg/cm ²
0.00	0.00	20.230	0.000	4.00	0.000	0.000	9.0669	0.000
1.00	1.00	20.099	0.131	4.48	0.158	0.156	9.0616	0.110
1.00	2.00	19.852	0.378	4.85	0.282	0.450	9.0729	0.220
1.00	3.00	19.531	0.699	5.40	0.465	0.833	9.0852	0.330
1.00	4.00	19.103	1.127	6.05	0.680	1.343	9.1051	0.439
1.00	5.00	18.537	1.693	7.00	0.995	2.017	9.1280	0.548
1.00	6.00	17.860	2.370	8.10	1.361	2.824	9.1573	0.655
1.00	7.00	16.991	3.239	9.50	1.825	3.859	9.1961	0.761
1.00	8.00	16.000	4.230	11.15	2.373	5.040	9.2392	0.868
1.00	9.00	14.920	5.310	12.90	2.953	6.327	9.2894	0.969
1.00	10.00	13.710	6.520	14.75	3.567	7.769	9.3523	1.069
1.00	11.00	12.720	7.510	16.20	4.048	8.948	9.4082	1.169
1.00	12.00	11.560	8.670	17.90	4.612	10.331	9.4754	1.266
1.00	13.00	10.440	9.790	19.53	5.152	11.665	9.5430	1.362
1.00	14.00	9.349	10.881	21.00	5.641	12.965	9.6160	1.456
1.00	15.00	8.294	11.936	22.45	6.122	14.222	9.6876	1.548
1.00	16.00	7.309	12.921	23.70	6.537	15.396	9.7613	1.639
1.00	17.00	6.312	13.918	25.00	6.968	16.584	9.8364	1.728
1.00	18.00	5.425	14.805	26.10	7.333	17.641	9.9078	1.817
1.00	19.00	4.497	15.733	27.28	7.723	18.746	9.9833	1.903
1.00	20.00	3.607	16.623	28.30	8.063	19.807	10.0629	1.988
1.00	21.00	2.725	17.505	29.35	8.412	20.858	10.1421	2.071
1.00	22.00	1.410	18.820	30.35	8.744	22.425	10.2940	2.137

PROYECTO GENERAL: CURSO DE LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

PROYECTO: FACULTAD DE INGENIERIA
LOCALIZACION: OBRA MAGDALENA

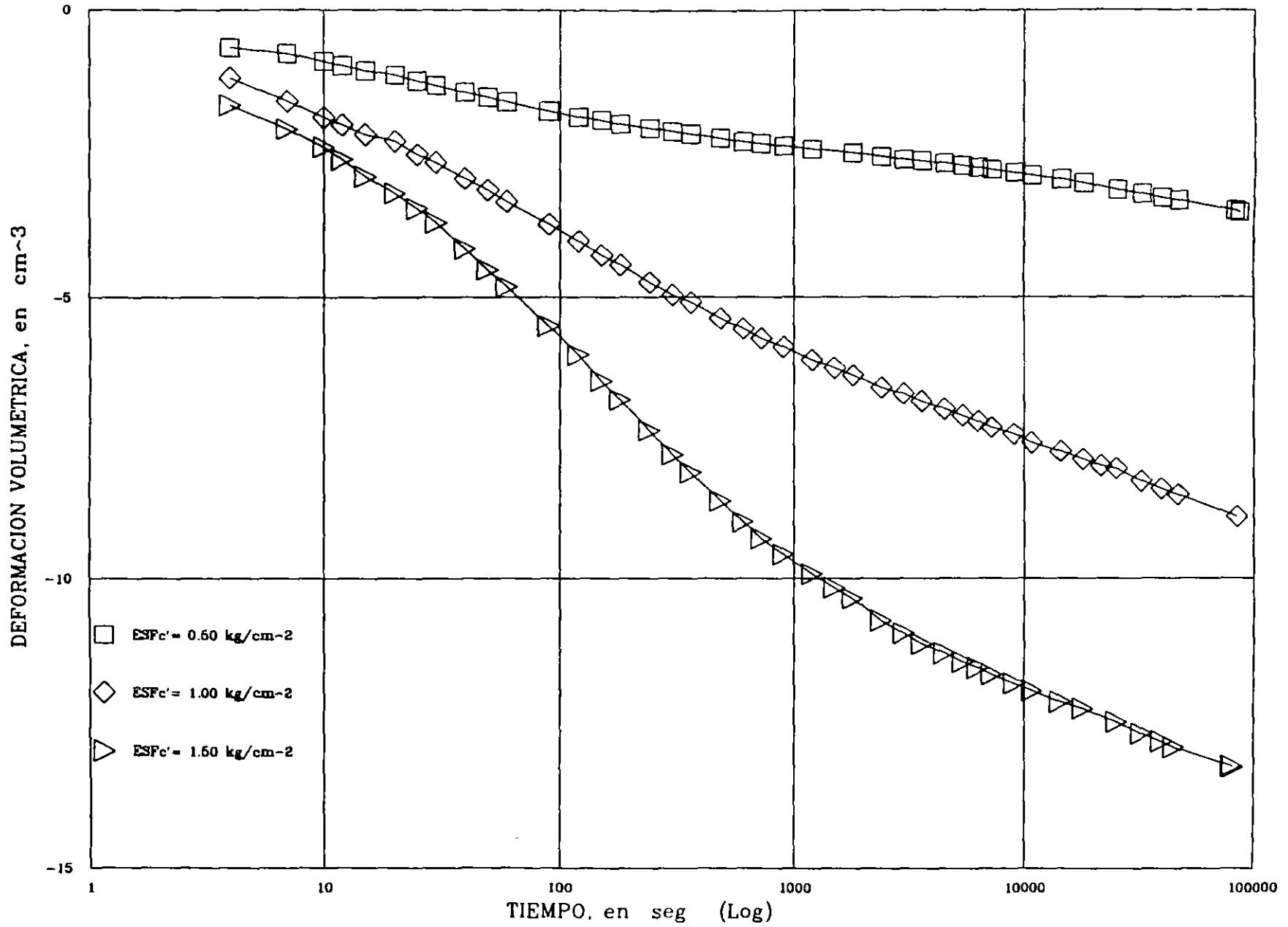
SONDEO: SM-1
MUESTRA: M-9
PROFUNDIDAD: 5.80 m a 6.60 m

PRUEBA TRIAXIAL: CONSOLIDADA - DRENADA (CD)
ESF_{conf} = 1.50 kg/cm²

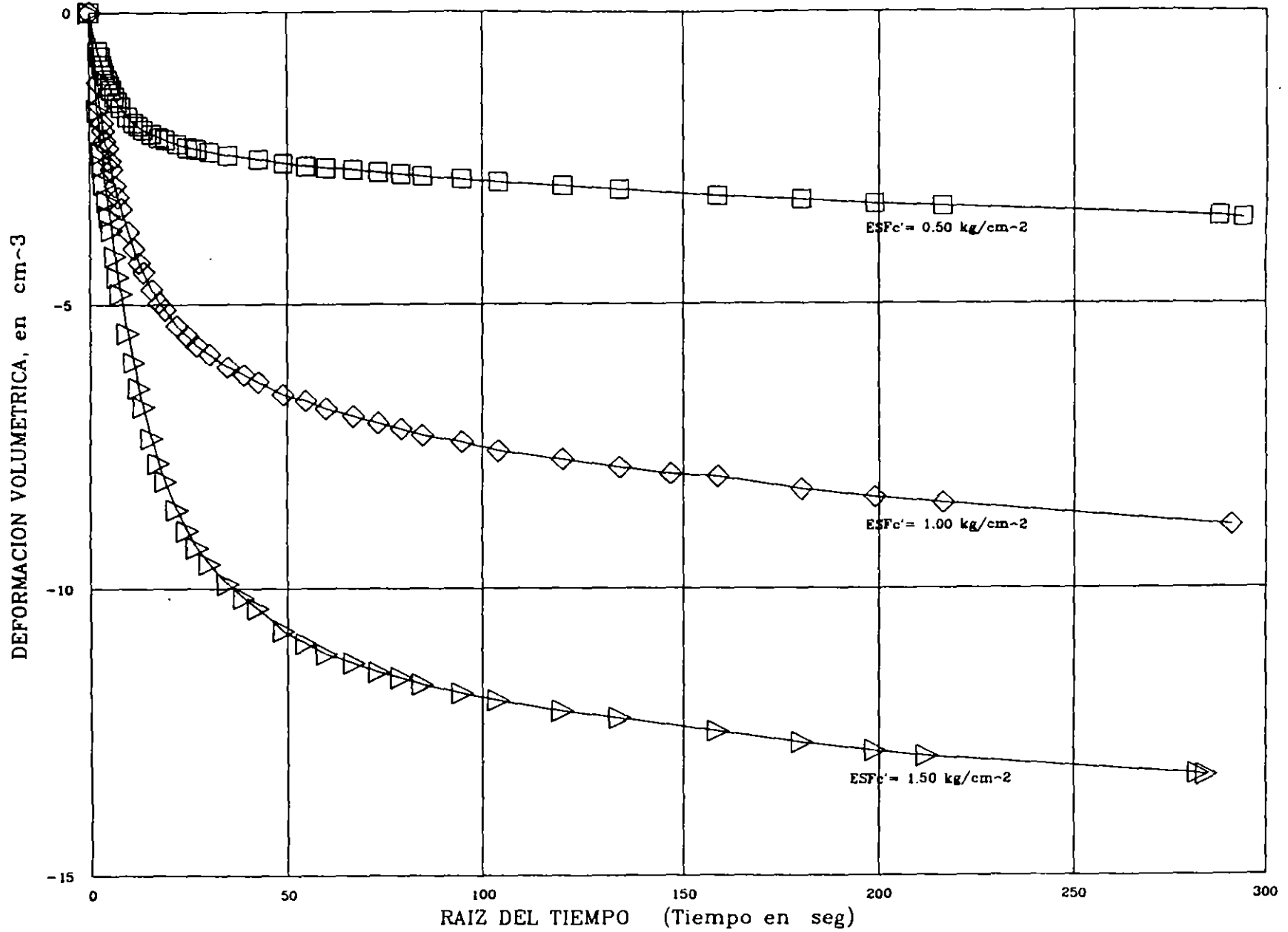
DATOS GENERALES:		ESF _c = 3.00 kg/cm ²	ESF _{cp} = 1.50 kg/cm ²
Da = 3.510 cm	DIAMETRO MEDIO = 3.515 cm	♦ Vol = 13 668 cm ³	
Dm = 3.515 cm	ALTURA PROMEDIO = 8.453 cm	♦ h = 0.4737 cm	
Di = 3.520 cm	AREA _o = 9 7038 cm ²	hc = 7.980 cm	
H1 = 8.460 cm	Kb = 0.34212 cm ²	Ac = 8 4653 cm ²	
H2 = 8.450 cm	DIF BURETA = 39 950 cm		
H3 = 8.460 cm	PESO VOL = 1.29515 t/m ³	g = 0.993	
Wo = 106.24 gr	CONT. DE AGUA $w = 151.63\%$	$w = 103.22\%$	

DELTA P kg	P _{tot} kg	MICRO mm	DEF TOT mm	BURETA cm	DEF VOL cm ³	DEF UNIT %	AREA _{cor} cm ²	ESF DESV kg/cm ²
0.00	0.00	19.500	0.000	4.00	0.000	0.000	8.4653	0.000
1.50	1.50	19.349	0.151	4.30	0.103	0.179	8.4676	0.177
1.50	3.00	19.103	0.397	4.65	0.222	0.470	8.4773	0.354
1.50	4.50	18.723	0.777	5.28	0.436	0.919	8.4887	0.530
1.50	6.00	18.180	1.320	6.10	0.718	1.562	8.5081	0.705
1.50	7.50	17.442	2.058	7.25	1.112	2.435	8.5337	0.879
1.50	9.00	16.541	2.959	8.60	1.574	3.500	8.5680	1.050
1.00	10.00	15.881	3.619	9.50	1.882	4.281	8.5976	1.163
1.00	11.00	15.148	4.352	10.53	2.232	5.148	8.6299	1.275
1.00	12.00	14.313	5.187	11.70	2.634	6.136	8.6670	1.385
1.00	13.00	13.578	5.922	12.70	2.976	7.006	8.7019	1.494
1.00	14.00	12.442	7.058	14.48	3.584	8.349	8.7465	1.601
1.00	15.00	11.615	7.885	15.20	3.832	9.328	8.8066	1.703
1.00	16.00	10.880	8.620	16.05	4.123	10.197	8.8513	1.808
1.00	17.00	10.115	9.385	16.95	4.430	11.102	8.8980	1.911
1.00	18.00	9.081	10.419	17.40	4.584	12.325	9.0001	2.000
1.00	19.00	8.023	11.477	19.05	5.149	13.577	9.0486	2.100
1.00	20.00	7.161	12.339	19.95	5.457	14.597	9.1114	2.195
1.00	21.00	6.030	13.470	20.85	5.765	15.935	9.2108	2.280
1.00	22.00	5.125	14.375	21.60	6.021	17.005	9.2908	2.368
1.00	23.00	3.975	15.525	22.38	6.286	18.366	9.4047	2.446
0.50	23.50	3.120	16.380	22.95	6.483	19.377	9.4921	2.476

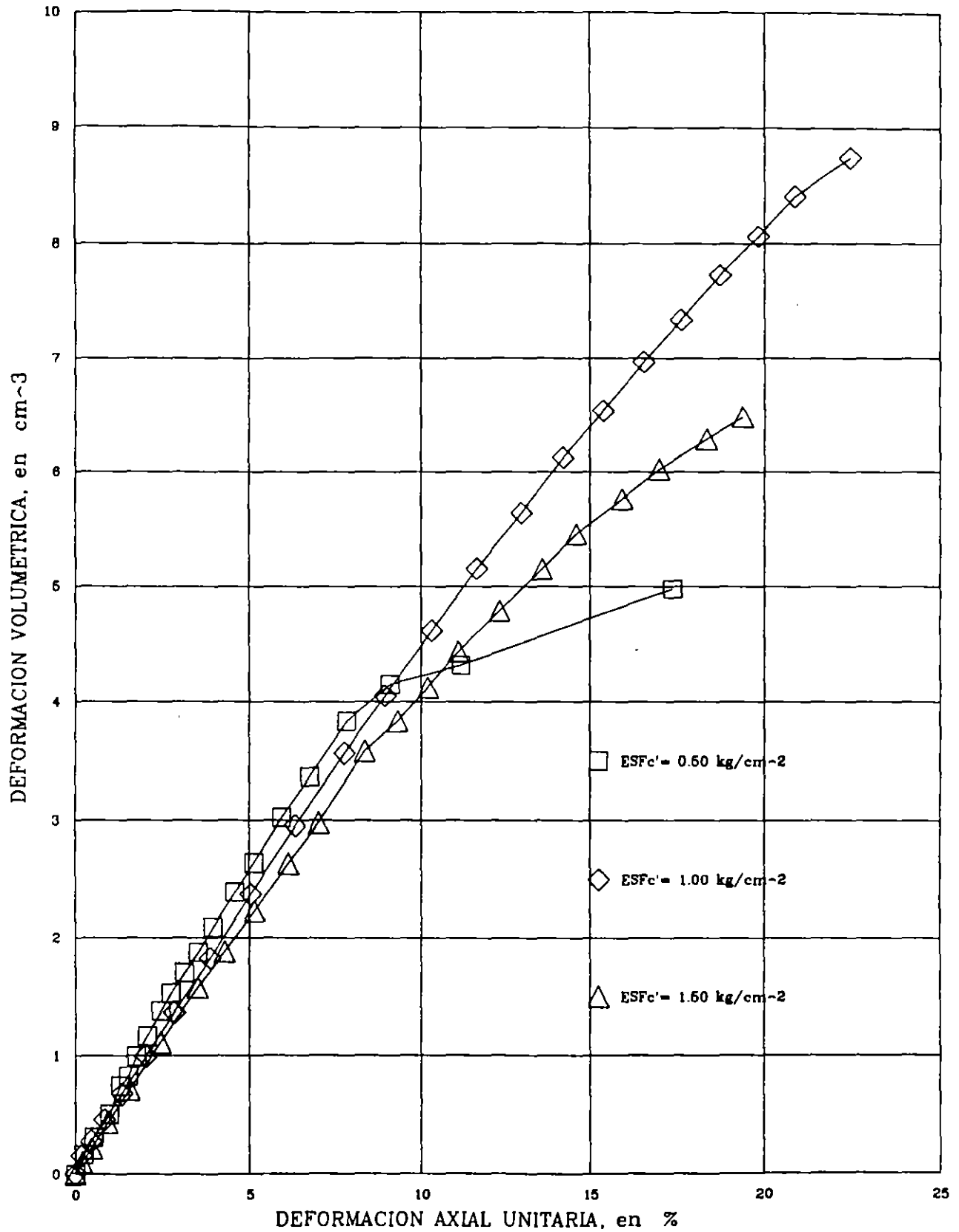
ETAPA DE CONSOLIDACION



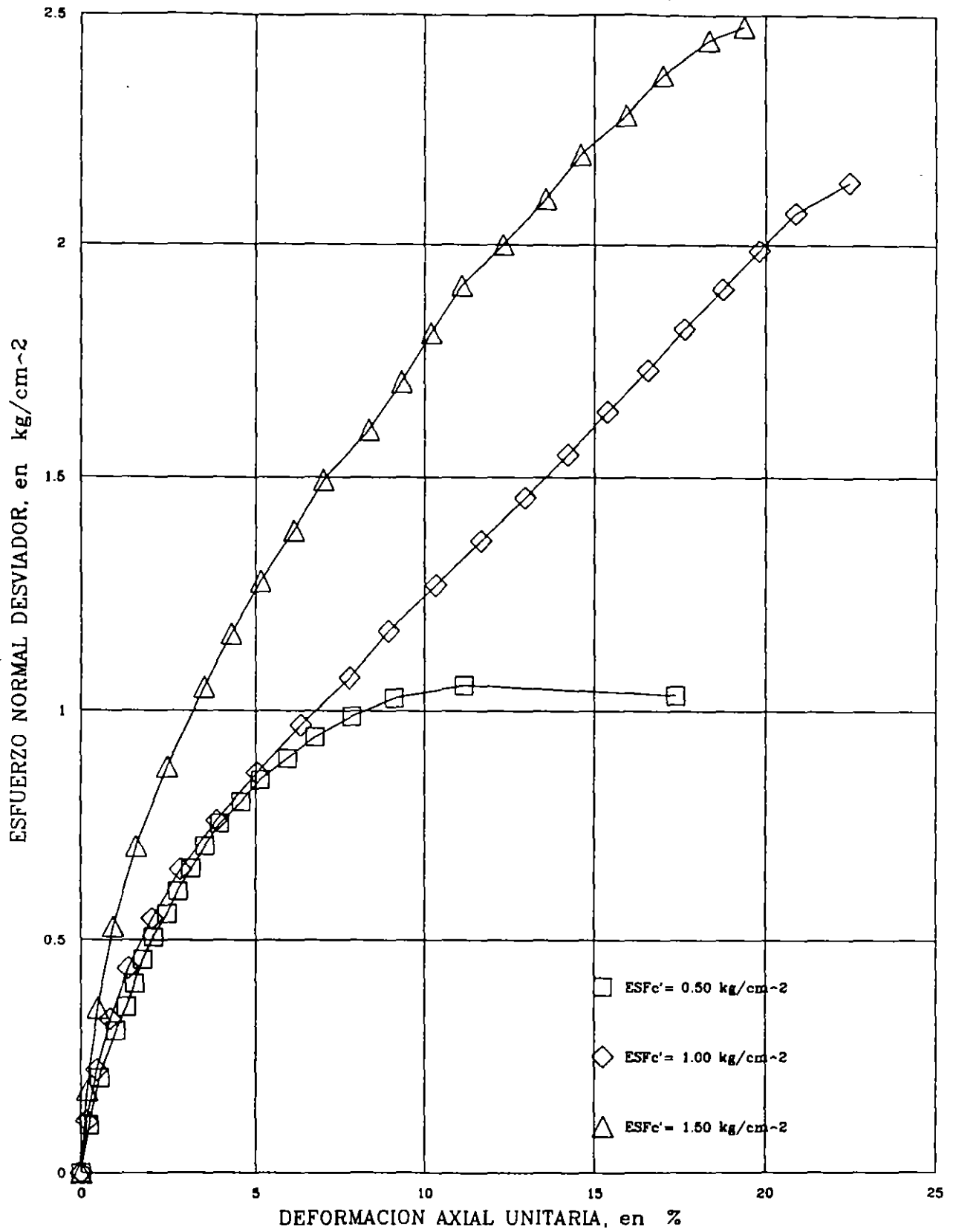
ETAPA DE CONSOLIDACION



LAB. DE MECANICA DE SUELOS, F.I.



LAB. DE MECANICA DE SUELOS, F.I.



CIRCULOS DE MOHR

OBRA: CURSO DE LABORATORIO II

SONDEO: SM-1

PROFUNDIDAD: 5.80 - 6.00 m

ANGULO : 31°

τ (ton/m²)

1

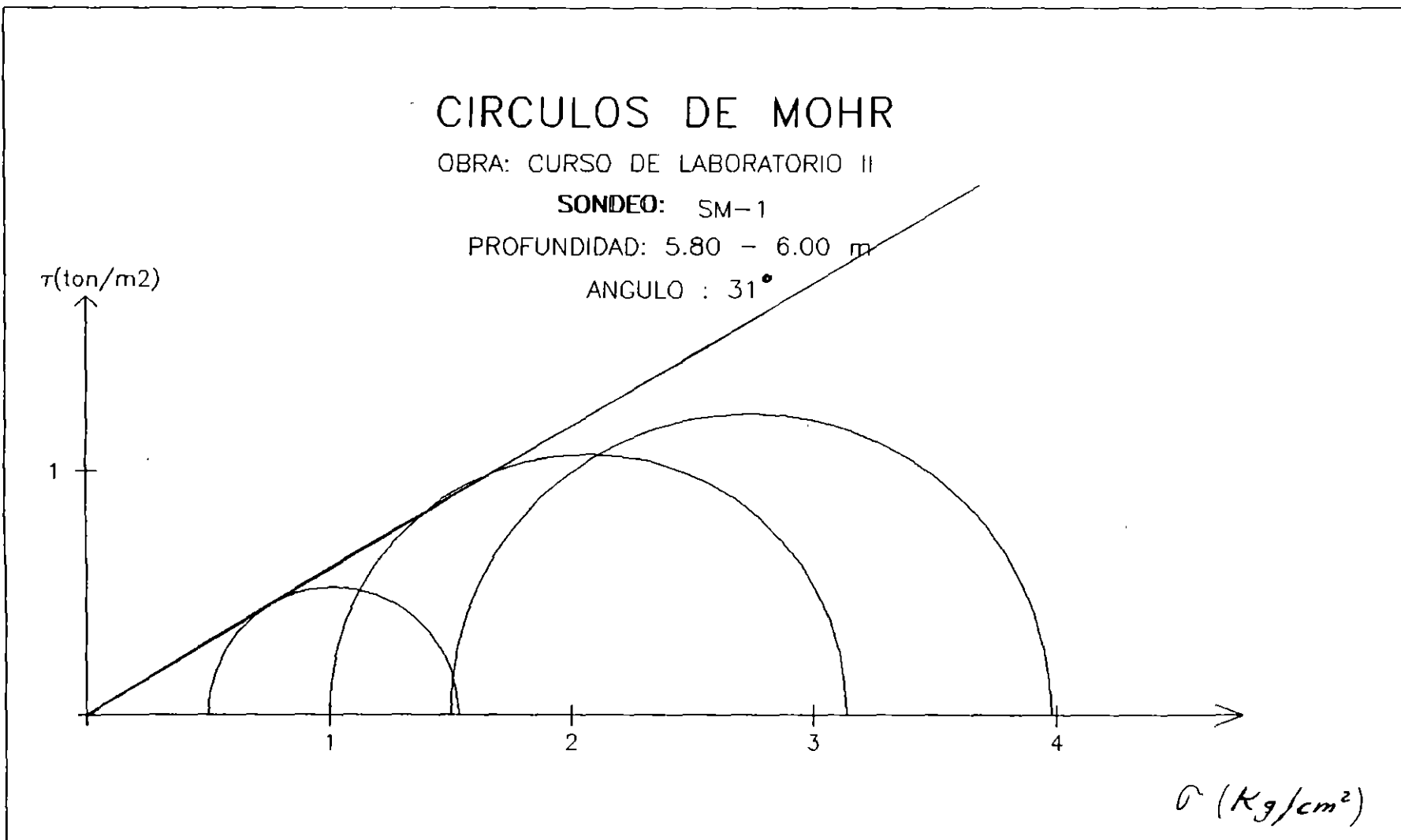
1

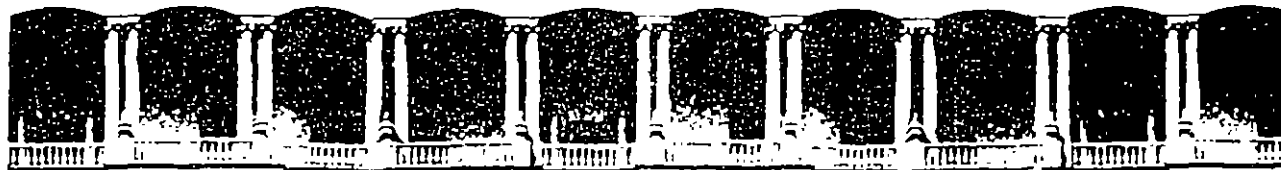
2

3

4

σ (Kg/cm²)





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

**PRUEBAS ESPECIALES
TEORIA Y PRACTICA DEL PENDULO DE TORSION (FTP)**

ING. LEONARDO ZEEVAERT

TEORIA Y PRACTICA DEL PENDULO DE TORSION, (FTP)

por

LEONARDO ZIEVALERT*, p.é.D.

* Profesor, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México 21, D.F.

C O N T E N I D O

I.	INTRODUCCION	1
II.	EL INSTRUMENTO	3
III.	CONSIDERACIONES TEORICAS	8
IV.	USO DEL INSTRUMENTO	18
V.	PROGRAMANDO UNA PRUEBA	24
VI.	INTERPRETACION DE RESULTADOS	28
VII.	EJEMPLO DE CALCULO	32
VIII.	ERROR PROBABLE	35
IX.	EJEMPLO DE CORRELACION CON EL CAMPO	36

I. INTRODUCCION

En la práctica de dinámica de suelos en múltiples problemas se requiere el conocimiento de la rigidez dinámica del suelo; o sea, el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante. Todo material del suelo tiene un cierto número de elementos elásticos que actúan en forma activa durante la vibración. La respuesta elástica de un suelo es por lo tanto una función de los elementos elásticos que sean excitados, la velocidad de las ondas en el suelo inducidas por sismos, o cimentaciones de maquinaria pueden estimarse conociendo esta propiedad dinámica del suelo. En muchos casos uno está obligado a conocer las amplitudes máximas probables de la cimentación producidas por las vibraciones que puedan afectar las instalaciones, y en general el comportamiento de la estructura. La predicción de la respuesta de un edificio durante los temblores depende principalmente de la relación entre el período de vibración de la estructura al período o períodos de la masa del suelo que soporta la cimentación. El período de vibración del suelo es una función de la rigidez del suelo. En el caso de maquinaria la vibración de la cimentación es muy importante en el comportamiento dinámico del sistema. La posibilidad de que se presente resonancia debe ser evitada para obtener un comportamiento adecuado de la maquinaria y las amplitudes deberán de reducirse a un límite establecido para el funcionamiento adecuado de la maquinaria. Aún más, los esfuerzos dinámicos en el suelo deberán estimarse y reducirse si es necesario a valores admisibles. Puesto que todos estos problemas se

encuentran íntimamente relacionados con la rigidez dinámica del suelo, un problema importante es determinar con precisión razonable esta propiedad dinámica del suelo. La predicción del comportamiento se basa en la determinación de la rigidez del suelo en el laboratorio utilizando las mejores muestras inalteradas representativas de los estratos que forman la masa del suelo.

Reconociendo la necesidad de investigar sobre la rigidez dinámica del suelo desde un punto de vista de ingeniería práctica, el autor diseñó hace dos décadas un instrumento sencillo llamado "El Péndulo de Vibración Libre"⁽²⁾. Este instrumento ha sido usado en trabajos de rutina, obteniéndose buenos resultados prácticos, los cuales han sido verificados por medio de correlaciones con el comportamiento real de cimentaciones diseñadas usando este parámetro dinámico del suelo determinado en el laboratorio. El instrumento y los métodos de prueba han mejorado en la actualidad y se describen en los párrafos que siguen, (SBEL). Sin embargo, otros mejoramientos pueden introducirse en el futuro para obtener un aparato más práctico y de fácil manejo. La aceptación y mejoramiento en la práctica de cualquier instrumento es lenta, ya que los resultados que se obtienen deberán de verificarse o calibrarse con el comportamiento del prototipo que fue diseñado con los parámetros del suelo obtenidos en el laboratorio.

II EL INSTRUMENTO

El péndulo de torsión de vibración libre comenzó a diseñarse como un instrumento hecho en casa, utilizando los accesorios disponibles en el laboratorio estándar de suelos. La idea es la de someter a una probeta de suelo inalterado a una vibración torsional pura bajo un determinado confinamiento de esfuerzos efectivos. Para lo anterior se usó la cámara triaxial estándar. Un vástago transmite la vibración torsional libre a través de la cabeza de la cámara triaxial y fija la parte superior de la probeta en forma rígida. La probeta también queda fija en la base. Esta acción se considera muy importante para obtener una buena transmisión del momento de torsión libre del movimiento dinámico proporcionado por el brazo B, Fig. 1. Se proporciona un impulso al brazo vibrante, permitiendo que este vibre libremente en respuesta a los elementos elásticos del suelo. El peso del brazo y masas colocadas sobre él son balanceadas por medio de un peso equivalente C, Fig. 1.

La vibración inducida se registra en una mesa registradora E, sobre la cual pasa una cinta de papel con cierta velocidad compatible con el rango de períodos de vibración esperado como respuesta de la probeta del suelo, ver fotografías Nos. 1, 2, 3 y 4. A un lado del papel registrador un medidor de tiempo registra la velocidad del papel que pasa sobre la mesa. Este registro es importante para calcular con precisión el tiempo de la vibración. Los registros obtenidos para diferentes tipos de suelos se observan como muestra la Fig. 2, de donde se puede obtener la

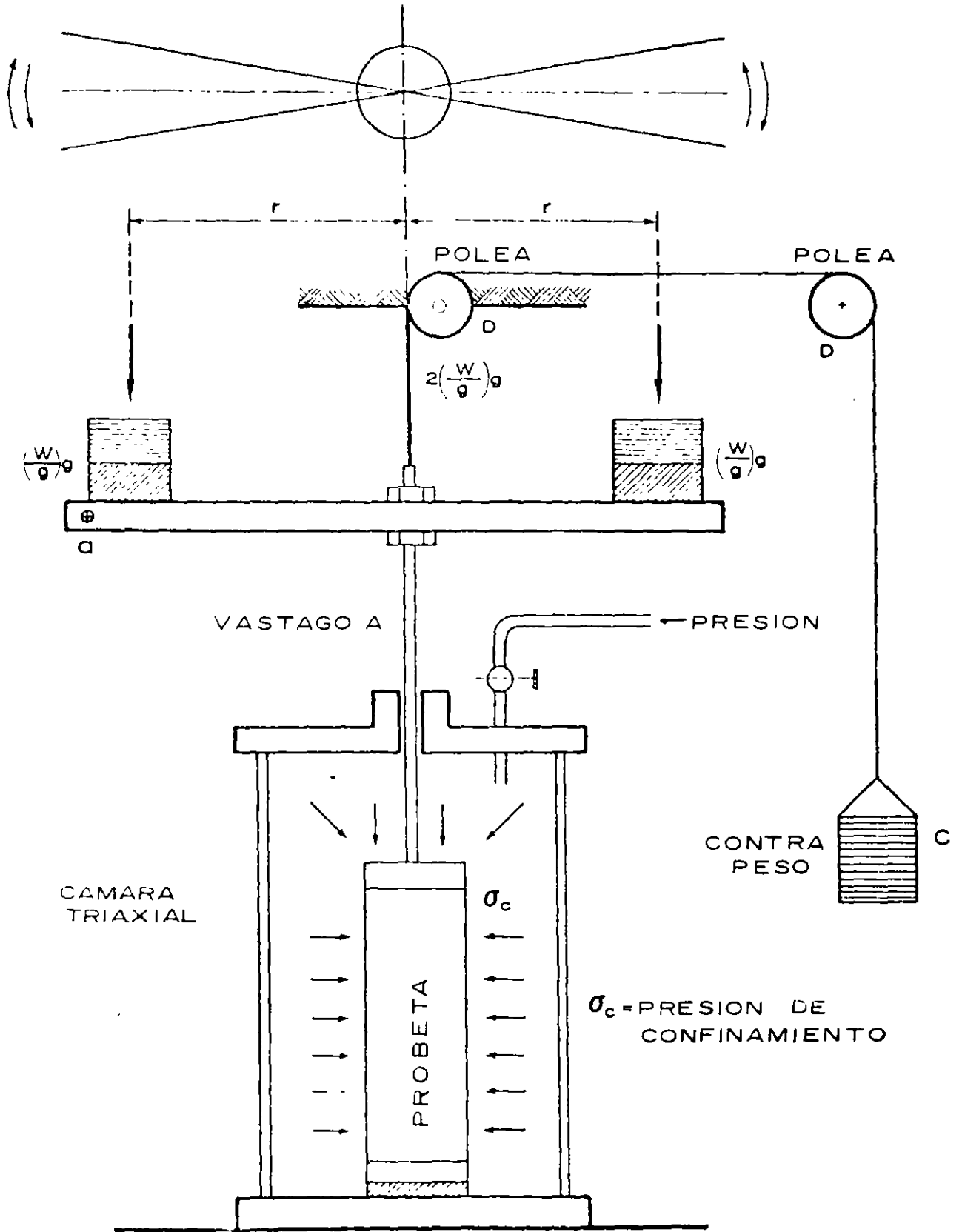
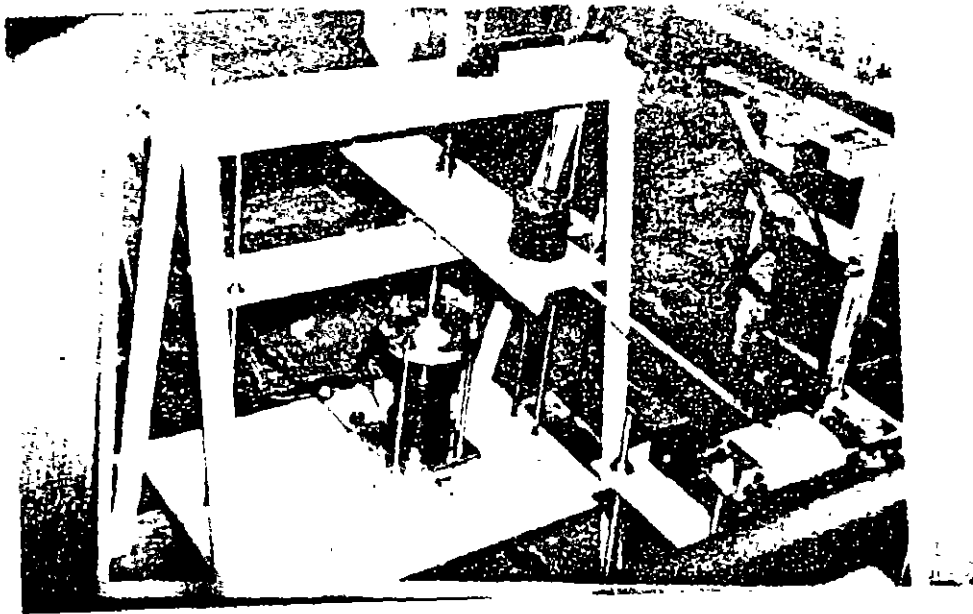
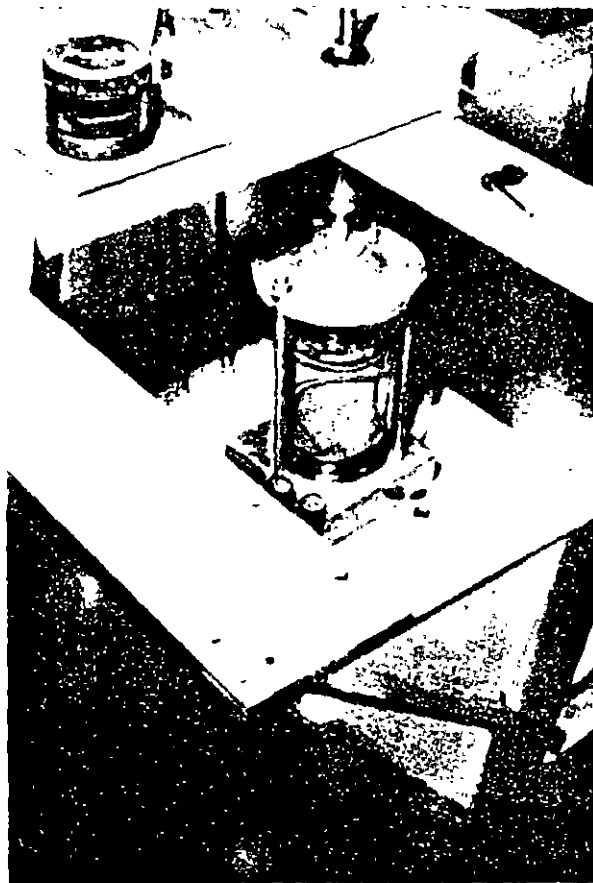


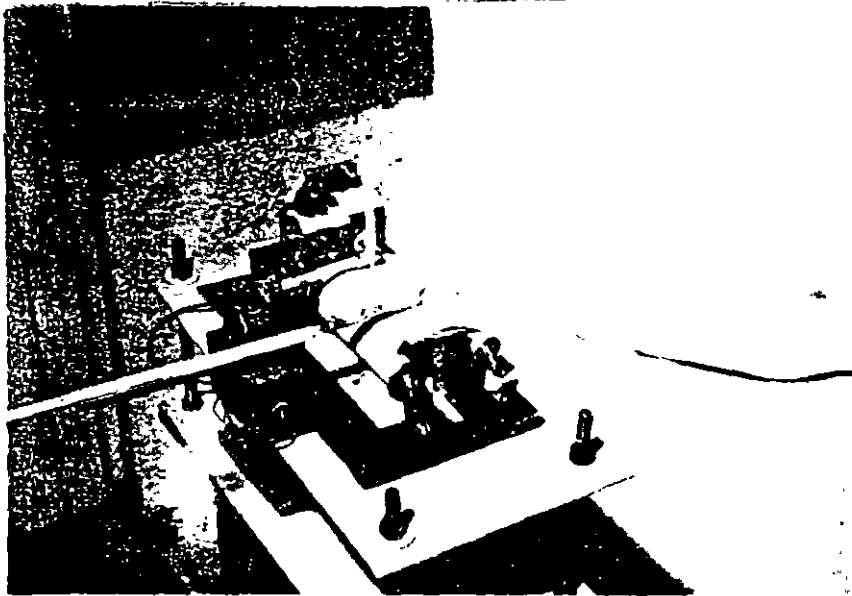
FIG-1 PENDULO DE TORSION DE VIBRACION LIBRE



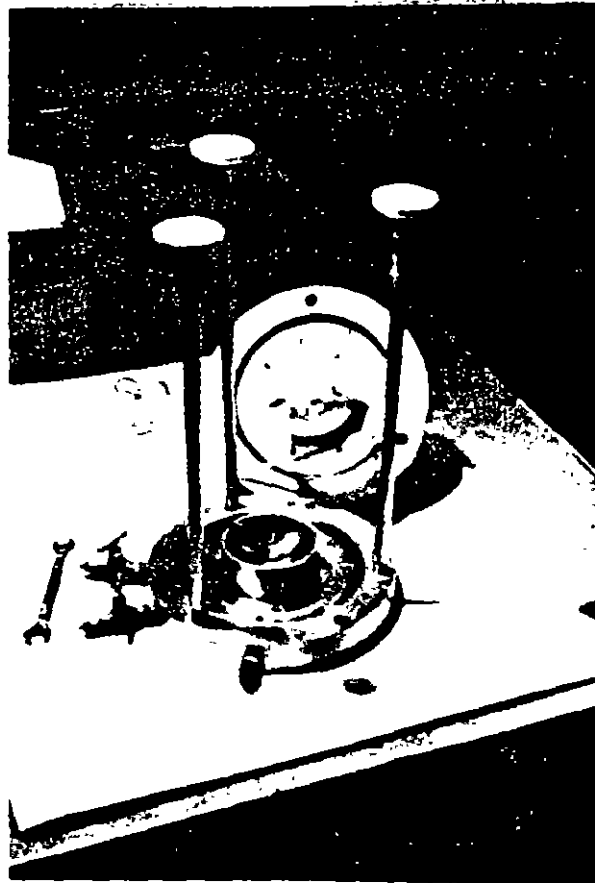
1. PENDULO DE TORSION LIBRE



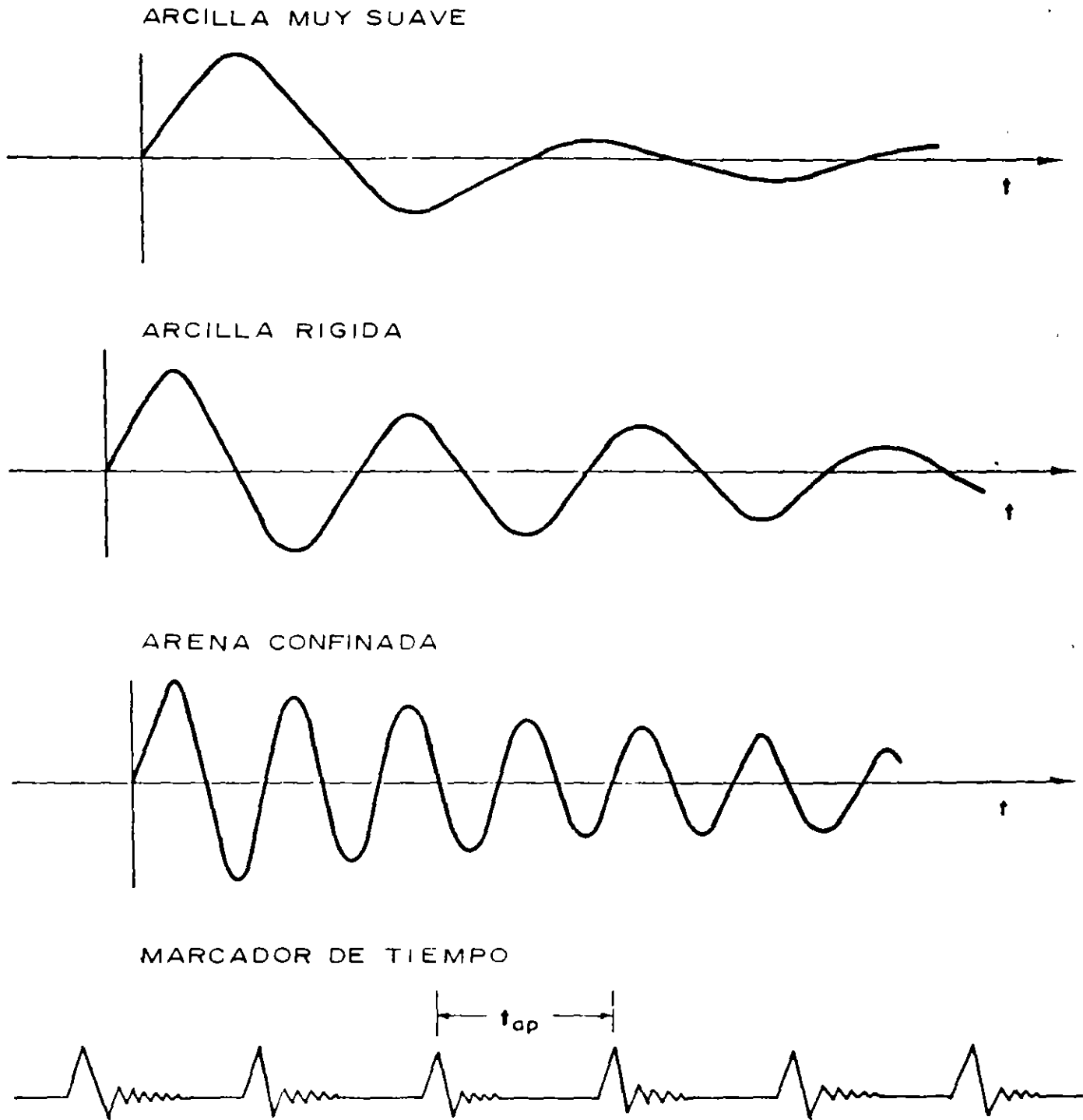
2. CAMARA TRIAXIAL



3. MESA REGISTRADORA



4. CABEZAS FIJADORAS DE LA PROBETA



CONFIGURACION DE LOS RECORDS

FIG.-2

amplitud, período y decremento logarítmico de la vibración libre amortiguada del sistema formado por el instrumento y la probeta del suelo.

III CONSIDERACIONES TEORICAS

Para ilustrar la teoría del instrumento consideremos primero un movimiento armónico simple, Fig. 3a. Llamemos M la masa del sistema y θ el ángulo de torsión del brazo donde la masa M está soportada. Para obtener equilibrio dinámico de la vibración libre establecemos la siguiente condición

$$J_s \ddot{\theta} + K_s \theta = 0 \quad (1)$$

Aquí $\ddot{\theta}$ es la aceleración angular, J_s el momento de inercia de las masas del sistema y K_s la rigidez torsional del sistema. Para el movimiento armónico simple.

$$\theta = \theta_s \text{ sen } \omega_s t \quad (2)$$

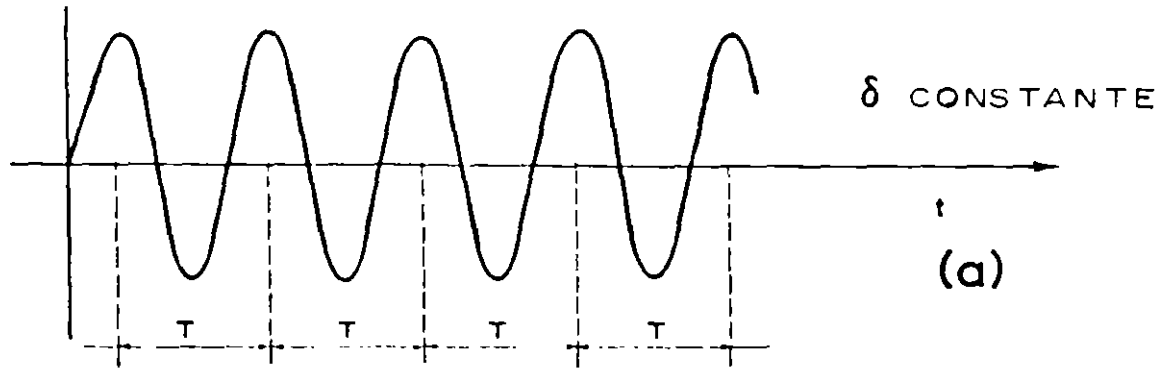
en donde θ_s es la amplitud del movimiento y ω_s es la frecuencia circular libre: $\omega_s = 2\pi/T_s$. Sustituyendo (2) en (1) y cancelando términos iguales obtenemos la frecuencia circular ω_s del sistema

$$\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{J_s}} \quad (3)$$

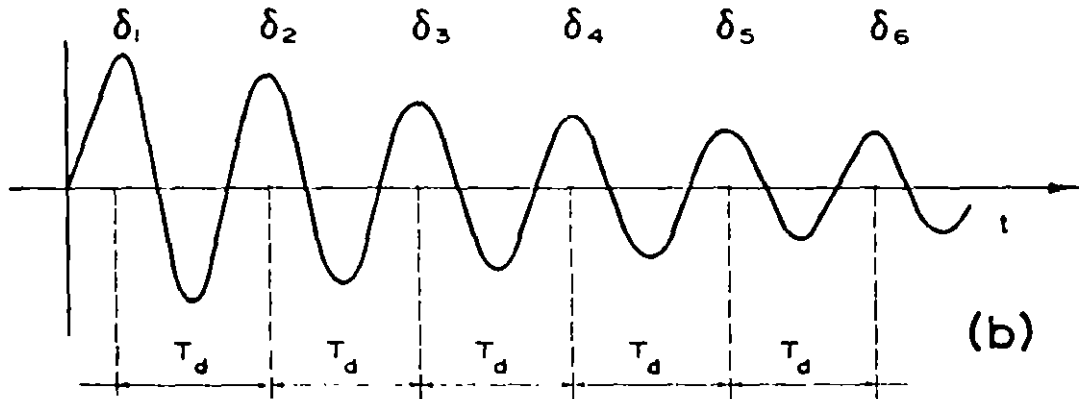
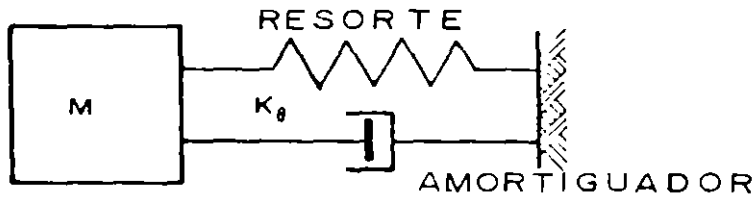
y consecuentemente el período, $T_s = 2\pi/\omega_s$

El movimiento, sin embargo, no es armónico simple, ya que el sis-

VIBRACION ARMONICA SIMPLE $\zeta = 0$



VIBRACION AMORTIGUADA $\zeta < 1$



SUBSIDENCIA $\zeta = 1$ (SIN VIBRACION)



FIG.- 3

tema absorbe energía. Consideremos Fig. 3b que la energía del movimiento es absorbida por un elemento Newtoniano equivalente a un amortiguador.

$$\frac{dW}{dt} = \gamma \cdot p \quad (4)$$

Aquí γ representa un parámetro del sistema que al ser 1 la energía cinética. Por lo tanto, la fuerza amortiguadora será $\frac{1}{\gamma} \frac{dW}{dt}$.

Llamemos $1/\gamma = C$, una constante que representa el amortiguamiento. Introduciendo esta fuerza amortiguadora en la ecuación de equilibrio dinámico de la vibración amortiguada libre

$$J_s \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K_s \cdot \theta = 0 \quad (5)$$

La solución de esta ecuación diferencial es una función del valor C , dependiendo de que este valor sea mayor o menor que el amortiguamiento crítico⁽⁵⁾

$$C_c = 2 \sqrt{K_s J_s} \quad \text{ó} \quad C_c = 2 J_s \omega_s \quad (6)$$

La relación $C/C_s = \zeta_s$ se define como una fracción del amortiguamiento crítico o bien relación de amortiguamiento. El valor real que representa la vibración libre amortiguada se obtiene para $\zeta \leq 1$. Cuando $\zeta = 1$ no se produce vibración, lo que implica que la distorsión ocasionada al sistema regresa a su posición original sin vibración, Fig. 3c.

Cuando $\zeta \leq 1$ la ecuación diferencial (5) se satisface por:

$$\theta = Ae^{-\gamma_s \omega_s t} (\cos \omega_{sd} \cdot t) \quad (7)$$

Aquí, la frecuencia circular amortiguada del sistema tiene el valor:

$$\omega_{sd} = \omega_s (1 - \gamma_s^2) \quad (8)$$

Nosotros podemos reconocer de (7) que la amplitud máxima del movimiento es

$$\theta_s = Ae^{-\gamma_s \omega_s (n T_{sd})} \quad (9)$$

en donde $(n T_{sd})$ es el tiempo correspondiente a la enésima cresta del movimiento. Considerando dos vibraciones sucesivas obtenemos:

$$\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = \frac{e^{-\gamma_s \omega_s (n T_{sd})}}{e^{-\gamma_s \omega_s (n+1) T_{sd}}} = e^{\gamma_s \omega_s T_{sd}}$$

pero de la (8) $T_{sd}/T_s = 1/\sqrt{1-\gamma_s^2}$

encontramos
$$\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = e^{\frac{2\gamma_s}{\sqrt{1-\gamma_s^2}}} \quad (10)$$

De la (10) obtenemos:

$$\text{Log} \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = \frac{2\gamma_s}{\sqrt{1-\gamma_s^2}} = \Delta \quad (11)$$

El valor Δ se conoce como el decremento logarítmico y puede determinarse de amplitudes sucesivas de la vibración amortiguada,

Fig. 3b. Conociendo el valor de λ calculamos la relación de amortiguamiento del sistema

$$\zeta_s = \frac{c}{2 \sqrt{I_s}} \quad (12)$$

La teoría de acuerdo con la figura 1, se basa en la respuesta del sistema vibrante formado por la probeta del suelo y el instrumento. Llamemos K_p y K_a las constantes dinámicas de resorte de la probeta e instrumento respectivamente y K_s la del sistema. El impulso de momento dado al brazo es:

$$M_s = F \cdot \lambda = K_s \theta_s \quad (13)$$

también

$$F \cdot \lambda = K_p \theta_p \quad \text{y} \quad F \cdot \lambda = K_a \theta_a \quad (14)$$

La amplitud de la rotación del brazo registrador es $\theta_s = \theta_p + \theta_a$ de (14) encontramos

$$\theta_s = \frac{K_p + K_a}{K_p \cdot K_a} \cdot F \cdot \lambda \quad (15)$$

y usando (13) obtenemos:

$$K_s = \frac{K_p \cdot K_a}{K_p + K_a} \quad (16)$$

La aceleración circular del sistema está dada por $\ddot{\theta}_s = \omega_s^2 \theta_s$ en donde ω_s es la frecuencia circular del sistema probeta-instrumento. Correspondientemente, el momento dinámico máximo puede ser expresado como sigue:

$$M_s = J_s \omega_s^2 \sum mr^2 \quad (17)$$

El valor $\sum mr^2 = J_s$ representa el momento polar de inercia de todas las masas oscilantes del instrumento y la probeta respectivamente, por lo tanto

$$\omega_s^2 = \frac{K_s}{J_s} \quad (18)$$

El valor ω_s se mide en la prueba.

El módulo de elasticidad al esfuerzo cortante o rigidez del suelo puede obtenerse de la teoría de elasticidad

$$\gamma = \frac{M_p \cdot h}{G_p \cdot I_p} \quad (19)$$

El momento polar de inercia de la probeta es: $I_p = \pi D^4/32$, en donde h es la altura de la probeta, y D el diámetro. De donde la constante de resorte de la muestra es como sigue:

$$K_p = \frac{I_p}{h} \cdot \mu \quad (20)$$

Llamemos $I_p/h = C_p$ un parámetro función de la geometría de la probeta. De la calibración del instrumento, se obtienen los valores de ω_a y J_a .

Las constantes de resorte torsionales e individuales de considerar son las siguientes:

$$\text{Probeta} \quad K_p = C_p \mu$$

$$\text{Instrumento} \quad K_a = J_a \omega_a^2 \quad (21)$$

$$\text{Probeta-instrumento} \quad K_s = J_s \omega_s^2$$

Sustituyendo estos valores en (16) y resolviendo para la rigidez dinámica del suelo μ , obtenemos:

$$\mu = \frac{\omega_s^2 \cdot J_a^2}{\omega_a^2 J_a - \omega_s^2 J_s} \cdot \frac{J_a \cdot J_s}{C_p} \quad (22)$$

El momento polar de inercia de las masas de la probeta es muy pequeño comparado con las del instrumento, por tanto, $J_a = J_s$ y de (22) podemos escribir como sigue:

$$\mu = \frac{\omega_s^2}{1 - \frac{\omega_s^2}{\omega_a^2}} \cdot \frac{J_a}{C_p} \quad (23)$$

Además, llamemos $J_a/C_p = G$, también $G = J_a h/I_p$. El valor G es una constante representativa de las propiedades físicas del instrumento.

Durante la prueba, sin embargo, obtendremos la frecuencia circular libre amortiguada del sistema ω_{sd} , así también de la calibración se obtiene la frecuencia circular amortiguada ω_{ad} . Estos valores quedan relacionados con sus frecuencias no amortiguadas como sigue:

$$\begin{aligned} \omega_{sd}^2 &= \omega_s^2 (1 - \zeta_s^2) \\ \omega_{ad}^2 &= \omega_a^2 (1 - \zeta_a^2) \end{aligned} \quad (24)$$

En estas expresiones ζ_s y ζ_a representan las relaciones de amortiguamiento del sistema probeta-instrumento y la del instrumento respectivamente, se obtienen de los registros como los mostrados en la Fig. 2. Sustituyendo los valores dados por la (24) en la expresión (23) obtenemos finalmente

$$u = \frac{\omega_{sd}^2 \cdot G}{(1 - \zeta_s^2) - (1 - \zeta_a^2) (\omega_{sd}/\omega_{ad})^2} \quad (25)$$

Otra propiedad del suelo importante necesaria para el cálculo en problemas de dinámica de suelos, es la relación de amortiguamiento del suelo ζ_p . Esta propiedad se obtiene de la prueba. Examinando la vibración acoplada del sistema, obtenemos el momento máximo

$$M_s = (\zeta_a + \zeta_p) \omega_s^2 \cdot J_s \quad (26)$$

pero $M_s = K_s \theta_s$, luego podemos escribir

$$\frac{1}{\omega_s^2} = \frac{\zeta_a J_s}{\zeta_s K_s} + \frac{\zeta_p \cdot J_s}{\zeta_s K_s} \quad (27)$$

y considerando $J_s = J_a$, y de la (14) también

$$K_s \theta_s = K_a \theta_a = K_p \cdot \theta_p$$

De la (27)

$$\frac{1}{\omega_s^2} = \frac{J_a}{K_a} + \frac{J_a}{K_p} \quad (28)$$

en donde

$\frac{K_a}{J_a} = \omega_a^2$ es la frecuencia circular del instrumento
como si $K_p = \alpha$.

$\frac{K_p}{J_p} = \omega_p^2$ es la frecuencia circular de la probeta
como si $K_a = \alpha$.

De las consideraciones anteriores:

$$\frac{1}{\omega_p^2} = \frac{1}{\omega_s^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \quad (29)$$

En la prueba obtenemos las frecuencias circulares amortiguadas
(24) de donde también

$$\frac{1}{\omega_{pd}^2} = \frac{1}{\omega_{sd}^2} + \frac{1}{\omega_{ad}^2} \quad (30)$$

Combinando las expresiones (29) y (30) y solucionando para la
relación de amortiguamiento del suelo ζ_p obtenemos

$$\zeta_p = \frac{\zeta_s^2 - \zeta_d^2 (\omega_{sd} / \omega_{ad})^2}{1 - (\omega_{sd} / \omega_{ad})^2} \quad (31)$$

Si el instrumento tiene una frecuencia circular muy alta entonces
 $\zeta_p = \zeta_s$.

Sin embargo, se sabe que para cierta distorsión angular inicial
 γ_p proporcionada a la probeta se obtiene un valor de ν y ζ_p , para
cada esfuerzo de confinamiento σ_c . El esfuerzo cortante máximo

en la probeta de radio $D/2$ es

$$\tau = \frac{(F \cdot \lambda)}{I_p} \cdot \frac{D}{2} \quad (32)$$

Por otro lado $\gamma_p = \tau/\mu$, por lo tanto

$$\gamma_p = \frac{D}{2I_p \mu} (F \cdot \lambda) \quad (33)$$

Aquí λ es la distancia al centro de rotación del punto donde se aplica el impulso F , Fig. 4. El impulso de momento es

$(F \cdot \lambda) = \theta_s K_s$ pero $K_s = \omega_s^2 J_d$ y $\theta_s = \delta_s/\ell$, por lo tanto sustituyendo estos valores en (33) obtenemos

$$\gamma_p = \frac{DJ_d}{2I_p \mu} \cdot \frac{\omega_s^2 \delta_s}{\ell}$$

Considerando que $I_p = \pi D^4/32$ y $\omega_s^2 = \omega_{sd}^2/(1 - \zeta_s^2)$ se obtiene finalmente

$$\gamma_p = \frac{16J_d}{\pi D^3 \ell} \cdot \frac{\omega_{sd}^2}{(1 - \zeta_s^2)} \cdot \frac{\delta_s}{\mu} \quad (34)$$

Los valores de ω_{sd} , μ y δ_s se obtienen de la prueba. El valor de δ_s se mide para la primera ordenada de la respuesta después de aplicar el impulso de momento $(F \cdot \lambda)$ para omitir cualquier distorsión plástica que se presente en el impulso registrado en la ordenada δ_0 Fig. 6.

IV USO DEL INSTRUMENTO

La calibración del instrumento se efectúa por medio de un cilindro de acero de aproximadamente las mismas dimensiones que las probetas del suelo. Los parámetros por determinar son: la frecuencia circular ω_{ad} o período $T_{ad} = \frac{2\pi}{\omega_{ad}}$, la relación de amortiguamiento ξ_a y la constante dinámica de resorte K_a debido a la distorsión δ_a del instrumento. Estas constantes del instrumento sin embargo, cambian con las masas colocadas sobre el brazo vibrante B, Fig. 1. La distorsión de la probeta de acero puede despreciarse.

La constante rotacional K_a se define por:

$$K_a = \frac{(F \lambda)}{\theta_a}$$

pero de la (21) $K_a = J_a \omega_a^2$ se obtiene:

$$J_a \omega_a^2 = \frac{F \lambda}{\theta_a}$$

La amplitud angular es $\theta_a = \delta_a / r$, por lo tanto en la mesa registradora

$$\delta_a = \frac{r}{J_a \omega_a^2} (F \lambda)$$

De la definición de constante de resorte dinámica lineal del instrumento $F/\delta_a = k_a$, se obtiene

$$k_a = \frac{J_a \omega_a^2}{\dots} \quad (35)$$

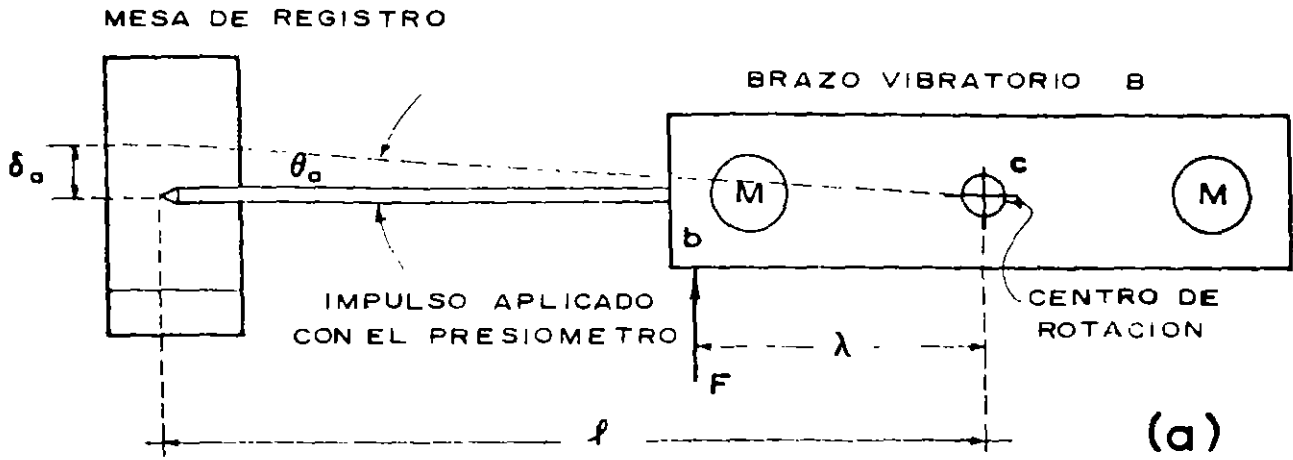
Se coloca la probeta de acero en el instrumento y se induce una rotación con un presiómetro en el punto b, sobre el brazo vibrador B en un rango de 5 a 15 mm medidos en la mesa registradora. La constante de resorte dinámica k_a se relaciona con el número de masas y se presenta gráficamente como muestra la Fig. 4. Con la constante de resorte k_a y conociendo δ_a podremos determinar la fuerza dinámica F aplicada en el punto b.

Cuando se efectúa la prueba en la probeta del suelo la deflexión δ_s en la mesa registradora corresponde a la suma de las distorsiones del suelo e instrumento respectivamente. La deflexión lineal en la mesa registradora debido a la distorsión de la probeta de suelo al aplicar el impulso es $\delta_p = \delta_s - \delta_a$ y la rotación θ_p en la cabeza de la probeta es $\theta_p = \delta_p / l$, Fig. 5.

Por lo tanto, la distorsión angular por esfuerzo cortante en la probeta es

$$\gamma_p = \frac{1}{2} \frac{D}{r} \theta_p \quad (36)$$

De la calibración como se explica arriba se selecciona, para un comportamiento óptimo, el número de masas para el cual se obtiene el mínimo de la relación de amortiguamiento del instrumento.



CONSTANTE DEL RESORTE DEL INSTRUMENTO

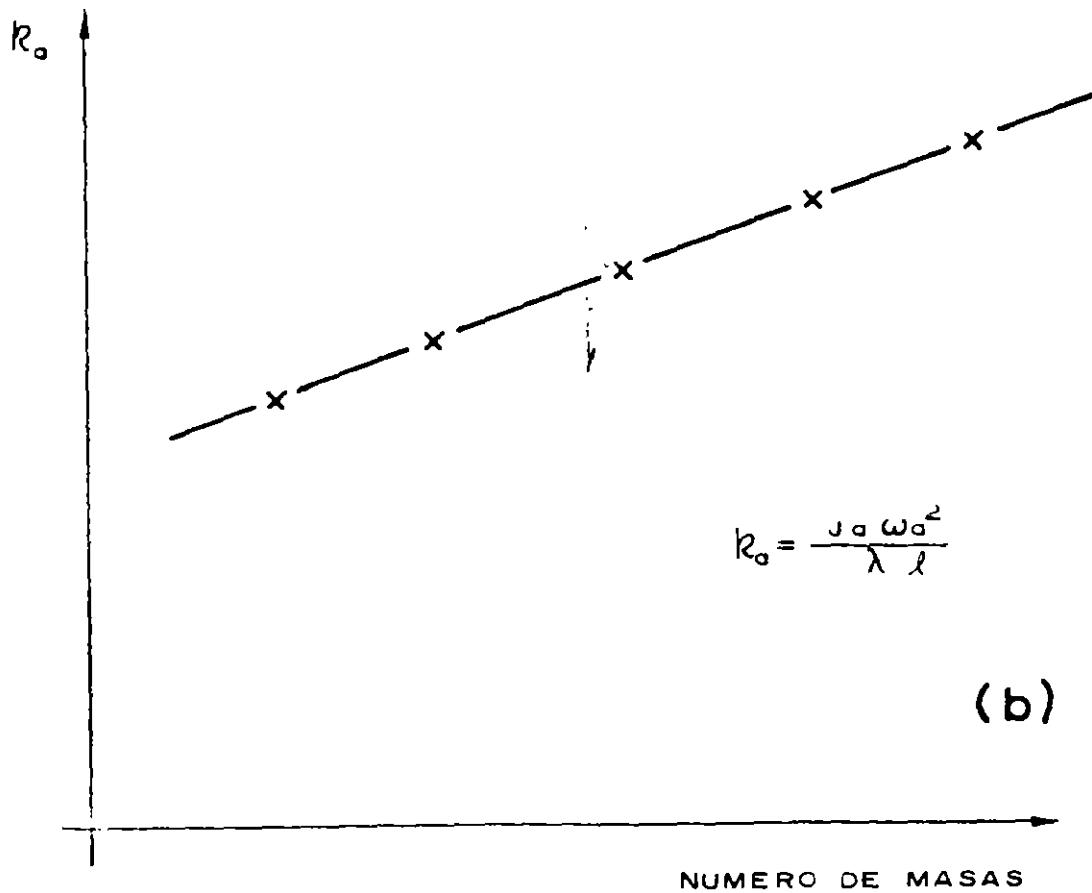


FIG.-4

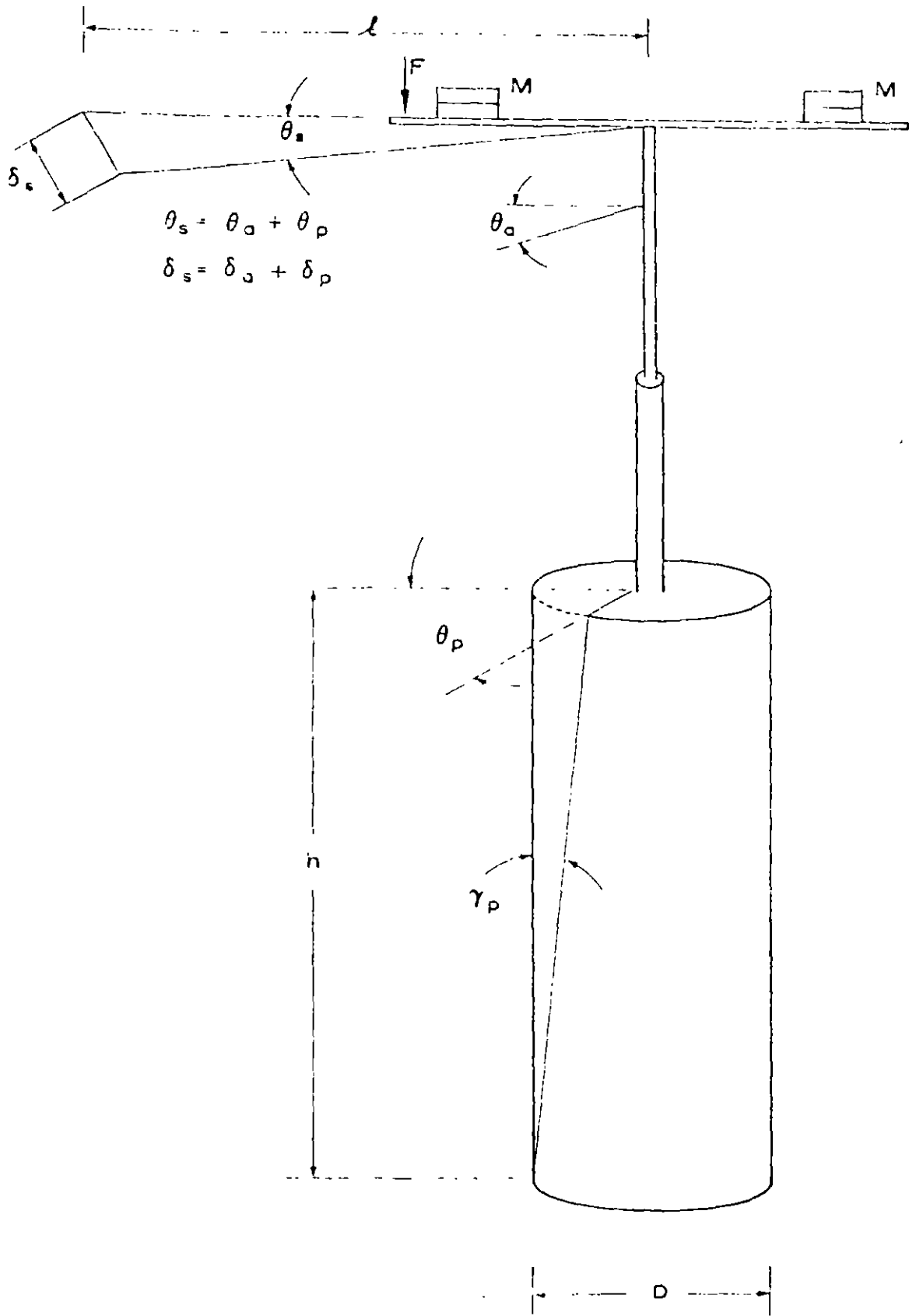


FIG. - 5

Supongamos que efectuamos una prueba con N masas. De acuerdo a la Fig. 6 obtenemos la siguiente información:

- a) L_p , longitud de N_p pulsos
- b) N_p , número de pulsos
- c) t_{ap} , período de reloj marcador
- d) L_p/N_p , longitud de un pulso
- e) $L_p/(N_p \cdot t_{ap})$, velocidad del papel registrador
- f) L_M , longitud de N_M ondas
- g) N_M , número de ondas
- h) $L_M/(N_M \cdot T_{sd})$, velocidad del papel registrador

El período medio de N_M ondas

$$T_{sd} = \frac{L_M}{N_M} \text{ velocidad de papel}$$

o bien

$$T_{sd} = \frac{L_M}{L_p} \frac{N_p}{N_M} \cdot t_{ap}$$

El decremento logarítmico según la (11) es

$$\Delta = \text{Log} \frac{\delta_n}{\delta_{n+1}}$$

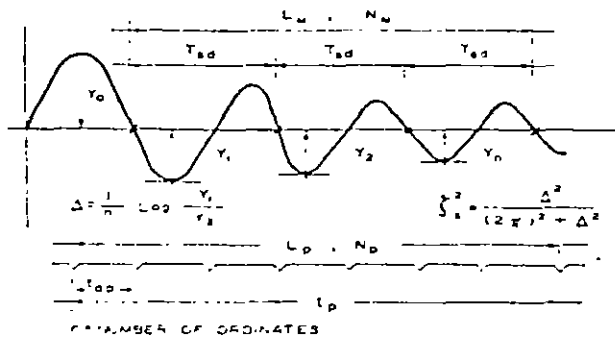
Para el primer ciclo $\Delta_1 = \text{Log} \frac{\delta_1}{\delta_2}$

10.

ZEEVAERT, FREE TORSION VIBRATION PENDULUM

DYNAMIC SOIL RIGIDITY, SHEARING STRAIN, DAMPING RATIO, AND ERROR.

PROJECT
DATE



N_m : NUMBER OF PERIODS T_{0d} IN LENGTH L_m
 L_m : LENGTH OF N_m PERIODS OF VIBRATION
 T_{0d} : TIMER PERIOD, (INSTRUMENT CONSTANT)
 N_p : NUMBER OF CYCLES OF THE TIMER IN THE RECORDING LENGTH
 L_p : LENGTH OF CYCLES IN THE VIBRATION RECORD (VARIES WITH THE THICKNESS OF THE PAPER ROLL REGISTER)

VELOCITY OF PAPER

$$\frac{L_p}{N_p T_{pd}} = \frac{L_m}{N_m T_{0d}} \cdot T_{0d} = \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{N_p}{N_m} T_{pd}$$

T_{pd} = PERIOD OF TIMER

CALIBRATION CONSTANTS INSTRUMENT N°

$\lambda = \quad I =$

MASSES	T_{0d}	ζ_0	J_0	γ_0
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

SOIL SHEARING STRAIN

$\gamma_0 = \pi / \lambda_0$
 $R_0 = \frac{J_0 \omega_0^2}{\lambda I} = \frac{(2\pi)^2 J_0}{\lambda I T_{0d}^2}$
 $\gamma_0 = \left(\frac{C \cdot J_0 \cdot \pi}{D^3 I} \right) \frac{Y_0}{T_{0d}^2 \mu}$
 γ_0 = MAXIMUM SHEARING STRAIN OF THE SPECIMEN
 λ = ARM TO P APPLICATION

SOIL DAMPING RATIO

$$\zeta_0 = \left(\frac{\zeta_0^2 - \zeta_0^2 T_{0d}^2 / T_{0d}^2}{1 - T_{0d}^2 / T_{0d}^2} \right)^{1/2}$$

ζ_0 : T_{0d} vs N MASSES OBTAINED FROM CALIBRATION

DYNAMIC SOIL RIGIDITY

$$\mu = \frac{(2\pi)^2 G}{(1 - \zeta_0^2) T_{0d}^2 - (1 - \zeta_0^2) T_{0d}^2}$$

J_0 = MASSES MOMENT OF INERTIA
 D = DIAMETER SPECIMEN
 h = HEIGHT OF SPECIMEN

$$G = \frac{32 J_0}{\pi D^4} h \quad (2\pi)^2 G = 402124 \frac{J_0 h}{D^4}$$

PROBABLE ERROR

$$\% \frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{200}{1 - \left(\frac{T_{0d}}{T_{0d}} \right)^2} \frac{\Delta T_{0d}}{T_{0d}}$$

SAMPLE _____ DEPTH _____ OVERBURDEN EFFECTIVE STRESS σ_0 _____ CRITICAL STRESS σ_c _____ APDCA CONSISTENCY q_u _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
NO. TEST	σ_0	DEPTH	DESCRIPTION OF SPECIMEN		w	%S	C_u	MASS	T_{0d}	T_{0d}	ζ_0	J_0	h	D	L_m	N_m	L_p	N_p	γ_1	γ_n	n	T_{0d}	ζ_0	μ	γ_0	ζ_0	$\frac{\Delta \mu}{\mu}$	μ_{100}		
N°	PLY	cm	N°		%	%	g/cm ³	N°	SEC	SEC	10 ⁻²	g cm ⁴	cm	cm	cm	N°	cm	N°	cm	cm	N°	SEC	10 ⁻²	g/cm ²	10 ⁻³	10 ⁻²	%	-		

FIG. - 6

para el segundo ciclo $\Delta_2 = \text{Log} \frac{\delta_2}{\delta_3}$

en el ciclo enésimo $\Delta_n = \text{Log} \frac{\delta_{n-1}}{\delta_n}$

y para (n-1) ciclos

$$\Delta = \frac{1}{(n-1)} \text{Log} \frac{\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \dots \cdot \delta_{n-1}}{\delta_2 \cdot \delta_3 \cdot \dots \cdot \delta_{n-1} \cdot \delta_n}$$

de donde

$$\Delta = \frac{1}{(n-1)} \text{Log} \frac{\delta_1}{\delta_n} \quad (37)$$

De (37) la relación de amortiguamiento puede obtenerse usando la expresión (12), y la distorsión angular por cortante de la probeta con la expresión (34).

V. PROGRAMANDO UNA PRUEBA

Cuando efectuamos una prueba en el péndulo de torsión de vibración libre se debe estimar la magnitud de las deflexiones que deban darse en la mesa registradora. La idea es de esforzar la probeta de suelo durante el impulso en el rango cuasi-elástico. Por tanto, el esfuerzo cortante en el perímetro de la probeta no debe de ser mayor que 1/2 de la resistencia última al esfuerzo cortante, supongamos que efectuamos una prueba en una probeta de arcilla con una consistencia natural q_u , consecuentemente el esfuerzo cortante deberá de ser $\tau \leq \frac{1}{4} q_u$. Por lo tanto: $\frac{1}{4} q_u = \frac{16}{\pi D^3} \cdot (F\lambda)$, de donde $F = \frac{\pi D^3}{64\lambda} q_u$.

La distorsión por cortante es $\gamma = \tau/\mu$. La rotación θ_p en la cabeza del espécimen del suelo es $\theta_p = \frac{2h}{D} \cdot \gamma_p$ y en la mesa registradora

$$\delta_p \leq \frac{1}{2} \frac{q_u}{\mu} \frac{h \cdot \ell}{D} \quad (38)$$

El impulso F debido a la distorsión del instrumento es $F = k_a \delta_a$.

En la mesa registradora

$$\delta_s = \delta_a + \delta_p \quad (39)$$

Generalmente δ_a está comprendida entre 5 a 15mm en la mesa registradora. Estimando δ_p y δ_a el rango del valor de δ_s puede calcularse para proceder con la prueba.

En suma el procedimiento para la prueba es el siguiente:

- 1) Estimar q_u con un penetrómetro de bolsillo
- 2) De experiencia previa sobre μ vs q_u estimar el valor de q_u/μ
- 3) Calcular aproximadamente el rango de las deflexiones que deban darse en la mesa registradora: $\delta_s < \delta_a + \delta_p$, calculando $F = \frac{\pi D^3}{64\lambda} q_u$ y $\delta_a = F/k_a$ también $\delta_p = \frac{1}{2} \left(\frac{q_u}{\mu} \right) \frac{h \ell}{D}$
- 4) Determinar el esfuerzo de confinamiento medio en el suelo a la profundidad de donde fue obtenida la muestra de suelo inalterada

$$\sigma_{oc} = \frac{1}{3} (1 + 2K_0) \sigma_o$$

en donde σ_o , es el esfuerzo efectivo vertical existente. Para una arcilla normalmente consolidada tomar $K_0 = 0.75$, de donde $\sigma_{oc} = 0.83 \cdot \sigma_o$. Dar presiones confinantes iguales o menores que el valor arriba indicado.

Usar cuando menos cuatro presiones de confinamiento diferentes. Ver Ref (1) Capítulo II, págs. 52-56.

- 5) Permitir que el exceso de presión de poro en el agua de la probeta se disipe completamente antes de efectuar la prueba de vibración. Verificar ésto con un aparato de presión de poro. La prueba deberá de efectuarse con esfuerzos efectivos.
- 6) Para cada presión confinante efectuar cuando menos cinco corridas con diferentes deflexiones máximas δ_s sobre la mesa registradora: $\delta_s, 2\delta_s, 3\delta_s, 4\delta_s, 5\delta_s$.
- 7) Después de la prueba determinar la consistencia natural q_u de la probeta, el contenido de agua w y el grado de saturación $\% S$. Para este propósito se corta la probeta al ras de las cabezas del instrumento arriba y abajo.
- 8) De la calibración del instrumento se obtiene lo siguiente; Fig 6
 - a) J_a , vs número de masas
 - b) ω_a , vs número de masas
 - c) ζ_a , vs número de masas
 - d) k_a , vs número de masas, Fig 4b.
 - e) t_{ap} , período del reloj marcador
- 9) De la prueba, con N masas y cierta presión de confinamiento σ_c se obtiene la siguiente información:

- a) T_{sd} , período amortiguado del sistema
- b) ζ_s , relación de amortiguamiento del sistema
- c) γ_p , distorsión unitaria máxima al cortante de la probeta del suelo
- d) $q_{u,w,\%S}$, después de efectuar la prueba.

De la información citada arriba se calcula

- a) La rigidez dinámica del suelo para cada σ_c y distorsión unitaria γ_p

$$\mu = \frac{(2\pi)^2 G}{(1-\zeta_s^2)T_{sd}^2 - (1-\zeta_a^2)T_{ad}^2}$$

en donde

$$G = \frac{32}{\pi} \frac{J_a}{D^4} \cdot h$$

- b) La relación de amortiguamiento del suelo para cada σ_c y γ_p

$$\zeta_p^2 = \frac{\zeta_s^2 - \zeta_a^2 \left(\frac{T_{ad}}{T_{sd}}\right)^2}{1 - \left(\frac{T_{ad}}{T_{sd}}\right)^2}$$

- c) La distorsión unitaria máxima por cortante para cada σ_c

$$\gamma_p = \frac{16J_a}{\pi D^3 \ell} \frac{\omega_s^2 \delta_s}{\mu}$$

10). La preparación y montaje de probetas de arcilla no representa problemas especiales mayores que la técnica usual usada en la prueba triaxial ortodoxa. Sin embargo, en caso de un suelo no cohesivo se podrán encontrar problemas en la formación de una probeta uniforme con la densidad requerida. Se deberá considerar sin embargo, que en la naturaleza la arena pocas veces se encuentra sin cohesión, aún más es difícil obtener buenas muestras inalteradas de arena suelta en el campo, en las mejores condiciones se podrá determinar la densidad *in situ*. Por consiguiente, se está obligado a efectuar pruebas con diferentes compactaciones desde el estado suelto hasta el compacto e interpolar los resultados a la densidad determinada *in situ*.

VI. INTERPRETACION DE RESULTADOS

La rigidez del suelo μ para una muestra de suelo específica, se encuentra que crece con el esfuerzo de confinamiento. Por otro lado, para cierta presión de confinamiento la rigidez del suelo decrece al aumentar la distorsión de la probeta. En la práctica uno está obligado a asignar un valor a la rigidez del suelo y a la relación de amortiguamiento para el valor máximo probable de la distorsión angular que se espera tener en el campo. Podremos mencionar el caso cuando se requiere calcular el desplazamiento de un depósito de suelo apoyado sobre suelo firme ocasionado por ondas de cortante que viajan verticalmente desde la base firme hacia la superficie del depósito. En este

caso la distorsión angular varía de un máximo en la base a prácticamente zero en la superficie. Supongamos que el sedimento es uniforme con la profundidad y que la amplitud de los desplazamientos relativos horizontales pueden ser representados por:

$$U = U_0 \cos \frac{\pi}{2H} \cdot z \quad (40)$$

en donde U_0 es la amplitud del movimiento en la superficie del suelo de donde la distorsión angular es

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -U_0 \frac{\pi}{2H} \sin \frac{\pi}{2H} \cdot z$$

Para dar una idea sobre la magnitud de la distorsión angular supongamos que la amplitud de desplazamiento en la superficie es de $U_0=2.5\text{cm}$, y el espesor del depósito del suelo hasta la base firme es de 1500cm , entonces:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \gamma = (2.02 \times 10^{-3}) \sin \frac{\pi}{3000} \cdot z$$

De donde:

PROFUNDIDAD	DISTORSION ANGULAR
z cm	$\gamma \times 10^{-3}$
1500	1.620
750	1.850
200	0.544
100	0.274

La rigidez del suelo y la relación de amortiguamiento para obtener buena aproximación en cálculos de dinámica de suelos,

deberá ser determinada para distorsiones angulares en el rango de las amplitudes que se esperan en el lugar. El rango de las distorsiones angulares obtenidas por medio del péndulo de torsión de vibración libre pueden ser estimadas de:

$$\gamma_p = \frac{1}{2} \frac{D}{h\ell} \cdot \delta_p$$

supongamos $D=7.0\text{cm}$, $h=16\text{cm}$, $\ell=90\text{cm}$, entonces $\gamma_p=(2.430 \times 10^{-3}) \delta_p$ de donde, para $\delta_p=0.3$ a 2.0cm , el rango será de 0.740 a 4.830×10^{-3} rad. Por consiguiente, los resultados quedarán dentro del rango de distorsiones angulares de suelos suaves para problemas dinámicos. Sin embargo, para distorsiones angulares menores el brazo B al centro de rotación puede aumentar para obtener mayor precisión, Fig 4a.

Los resultados de la prueba determinados por medio del péndulo de torsión de vibración libre, (FTP) pueden ser graficados como muestran las Figs 7 y 8. El valor de μ puede interpolarse para el esfuerzo de confinamiento medio en el campo $\sigma_c=(1+2K_0)\sigma_o/3$, y para la distorsión angular esperada. La relación de amortiguamiento podrá también ser graficada como muestra la Fig 8, y su valor seleccionado en la misma forma antes descrita.

Sin embargo, desde el punto de vista de ingeniería práctica, en problemas de cimentaciones en dinámica de suelos, se tiene suficiente precisión de la rigidez del suelo μ usándolo solamente como una función del esfuerzo de confinamiento en el rango de la distorsión angular que se espere obtener en el campo.

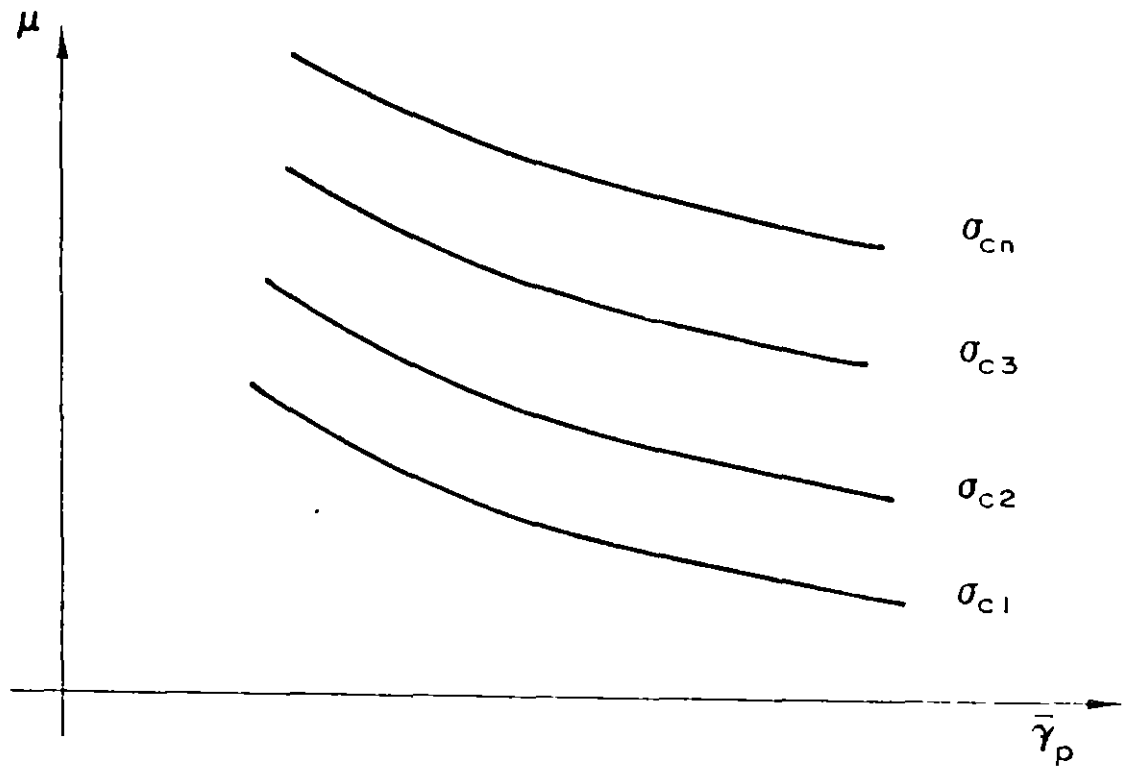


FIG. - 7

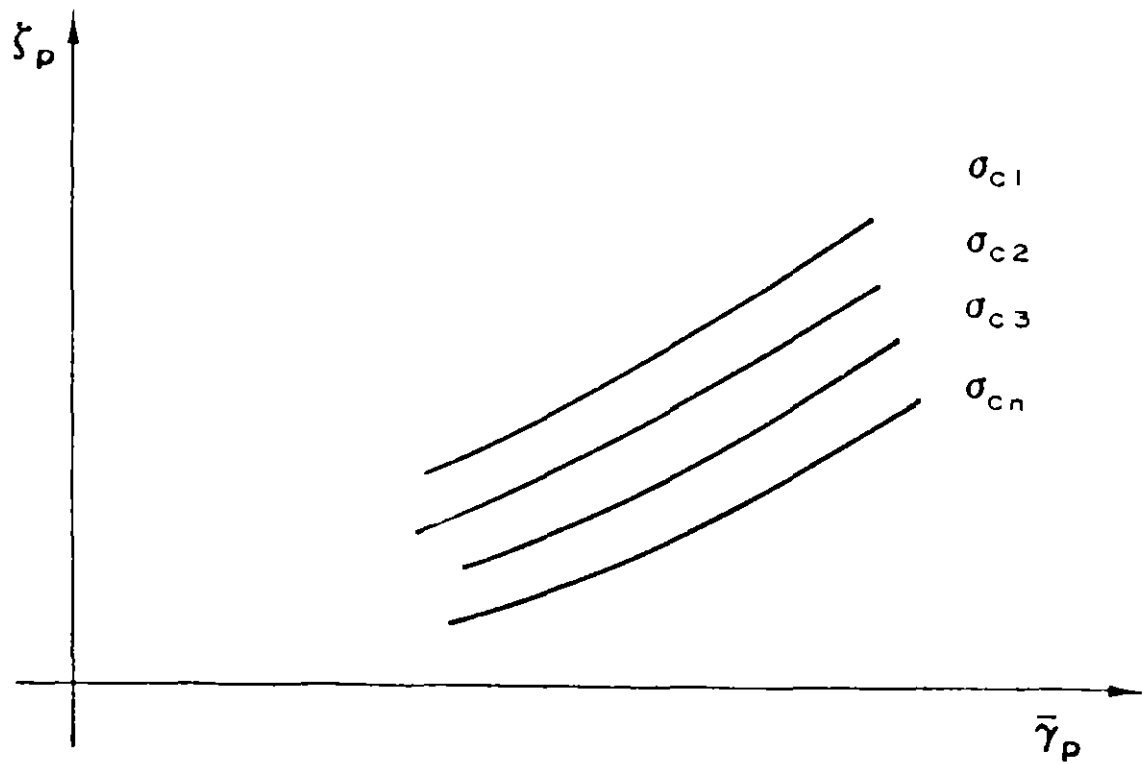


FIG. - 8

Bajo esta hipótesis, se estima la distorsión máxima probable y se calcula por medio de (38) y (39) el desplazamiento inicial que deberá proporcionarse en la prueba sobre la mesa de registro. Seleccionando los esfuerzos de confinamiento se efectúan cinco corridas y se calcula, como se explicó anteriormente, los valores de σ_1 y σ_2 para cada corrida y se toma la media aritmética, Fig 6. Los valores así obtenidos se representan en forma gráfica contra las presiones de confinamiento usadas en la investigación, Figs 9 y 10. Cuando el problema en consideración requiere de un cambio de esfuerzos de confinamiento en el campo, el rango del cambio debe ser previsto, y las presiones de confinamiento en la prueba podrán programarse dentro del rango que se espera.

Se tiene que tomar en consideración, sin embargo, que para obtener resultados confiables en el lugar de la investigación, se deberán procurar las mejores muestras inalteradas. Las probetas de prueba no deberán de ser menores de 7cm de diámetro y 16cm de longitud, la perturbación de la estructura del suelo durante el muestreo y la prueba deberán de ser reducidas a un mínimo, en otra forma los resultados pueden resultar inciertos.

VII. EJEMPLO DE CALCULO (VER FIG 6)

- 1) Sitio: Centro de la ciudad de México
 Profundidad de la muestra No.: 23.0 m
 Descripción: Arcilla limosa volcánica
 Contenido de agua: $W\% = 275\%$

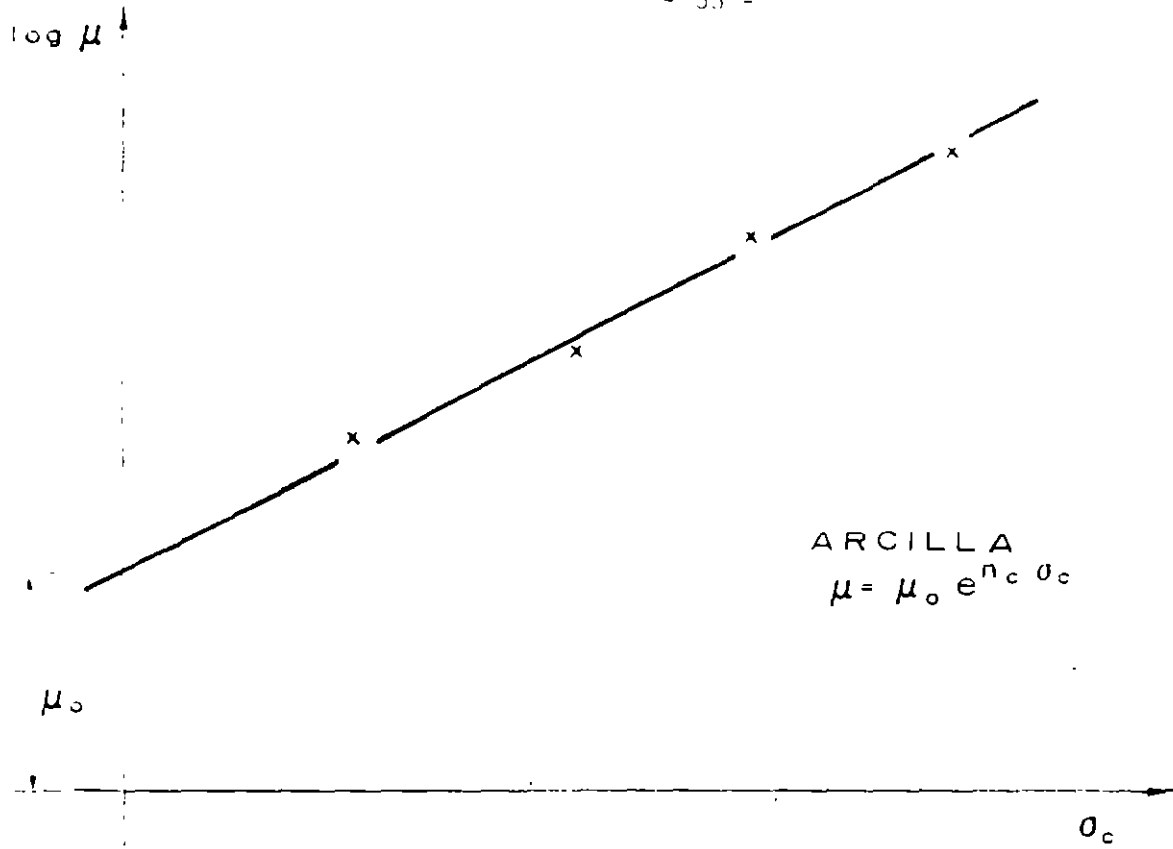


FIG.-9

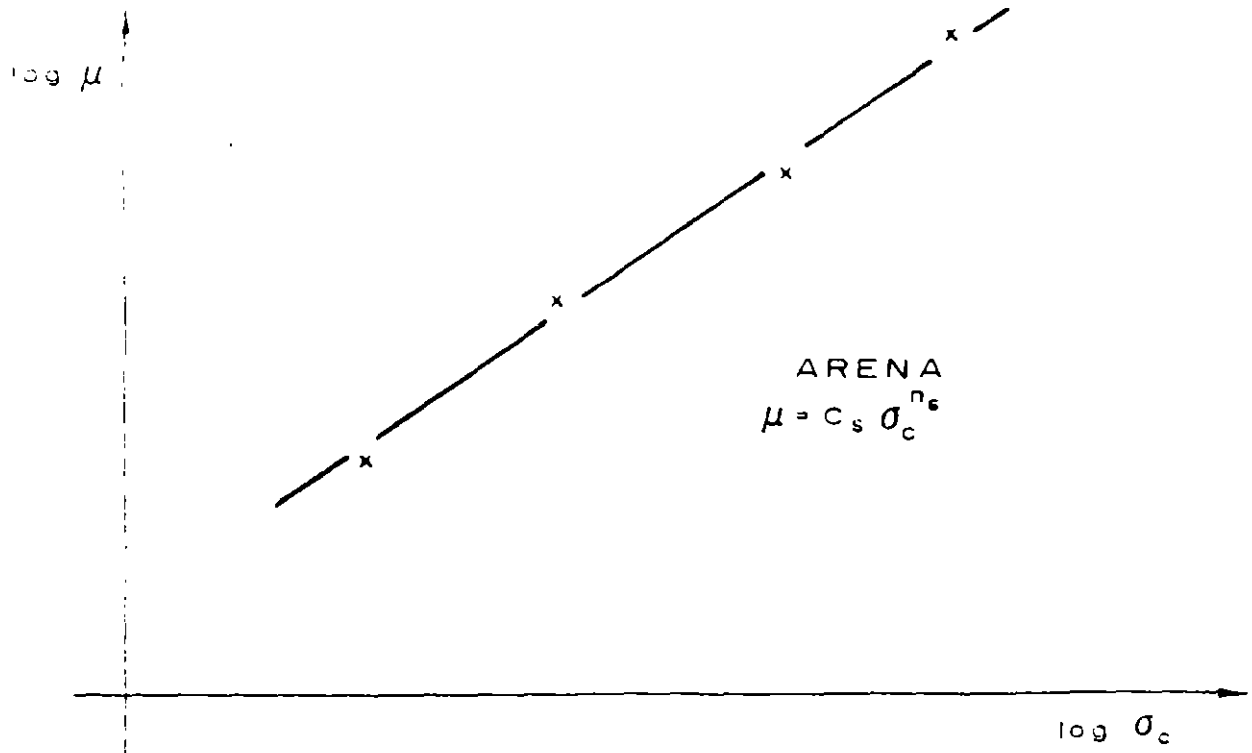


FIG.-10

Grado de saturación % $S=98\%$

Diámetro $D=7.10\text{cm}$

Altura: $h=17.85\text{cm}$

Consistencia natural $\alpha_u=1.31 \text{ K/c}^2$, (estimada con un penetrometro de bolsillo), y $\alpha_u/\mu=0.025$.

2) Datos de la calibración; para 4 masas

$$T_{ad} = 0.421 \text{ sec}$$

$$\zeta_a = 0.0162$$

$$J_a = 14.443$$

$$t_{ap} = 0.576$$

$$k_a = 1.73 \text{ K/cm}$$

3) Desplazamientos máximos estimados en la mesa registradora

$$F_m = \frac{\pi(7.1)^3}{64 \cdot 204} 1.31 = 1.13, \quad \delta_a = F/k_a = \frac{1.13}{1.73} = 0.65\text{cm}$$

$$\delta_p = \frac{1}{2} 0.025 \frac{17.85}{7.10} 91 = 2.85$$

$$\delta_s = 3.50\text{cm}, \text{ usar } \delta_s=0.5\text{cm mínimo} \\ \text{a } \delta_s=2.5\text{cm máximo}$$

4) La prueba es efectuada con $\sigma_c=0.8 \text{ K/c}^2$.

Un ejemplo de las vibraciones registradas, datos y resultados se proporcionan en la Tabla 1, Fig 6.

VIII. ERROR PROBABLE

El error aproximado en el cálculo de la rigidez del suelo podrá estimarse considerando la precisión en la medida del valor T_{sd} . El valor asignado de T_{ad} podrá considerarse constante durante la investigación de μ . Lo mismo puede decirse de los otros parámetros del instrumento. Por tanto, de la fórmula (25) para μ y considerando que σ_s tiene una variación pequeña, obtenemos:

$$\Delta \mu = \frac{-(2\mu)^2 \cdot G(1-\sigma_s) \cdot 2T_{sd} \cdot \Delta T_{sd}}{\left[(1-\sigma_s) T_{sd}^2 - (1-\sigma_a) T_{ad}^2 \right]^2} \quad (42)$$

dividiendo por el valor de μ y arreglando términos

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{2}{1 - \frac{(1-\sigma_a) T_{ad}^2}{(1-\sigma_s) T_{sd}^2}} \cdot \frac{\Delta T_{sd}}{T_{sd}} \quad (43)$$

o bien

$$\% \frac{\Delta \mu}{\mu} \approx \frac{200}{1 - T_{ad}^2/T_{sd}^2} \cdot \left(\frac{\Delta T_{sd}}{T_{sd}} \right) \quad (44)$$

De la expresión (44) podemos reconocer que el instrumento deberá de ser diseñado para obtener valores pequeños de T_{ad} , con objeto de lograr precisión en los resultados, el valor de T_{sd} cuando se determina con cuidado podrá obtenerse con una precisión del orden de 1.0%.

Finalmente, se puede decir que el péndulo de torsión de vibración libre es un instrumento simple y de fácil operación. Los resultados que se obtienen son suficientemente aproximados para usarse en problemas de cimentación dinámicos en la ingeniería práctica. Una ventaja importante puede reconocerse de inmediato. La prueba de torsión dinámica produce una perturbación muy pequeña en la probeta del suelo, por lo tanto, estando la probeta colocada en la cámara triaxial se podrán determinar las propiedades esfuerzo-deformación del suelo bajo condiciones confinadas. Posteriormente la probeta del suelo puede llevarse a la falla para conocer los parámetros de esfuerzo cortante.

EX. EJEMPLO DE CORRELACION CON EL CAMPO

Un problema importante en ingeniería sísmica de cimentaciones es la determinación del modo fundamental de vibración de un depósito de sedimentos suaves. Esta propiedad física se usa en la solución de varios problemas dinámicos de ingeniería de cimentaciones. Con este propósito el valor medio de la rigidez debe determinarse para cada estrato del subsuelo por medio de muestras de suelo inalteradas. Con el valor de k se calcula la velocidad de la onda de cortante $v_s = \sqrt{k/\rho}$. El período fundamental del depósito puede determinarse por medio del método de la velocidad de onda⁽¹⁾

$$T_s = 4 \cdot \frac{d}{v_s}$$

en donde v_{si} es la velocidad de la onda de cortante para un estrato de espesor d_i . Por lo tanto, d_i/v_{si} representa el tiempo que toma la onda de cortante para atravesar el estrato i . De donde la suma de los tiempos para n estratos, desde la superficie del suelo hasta la base firme será $1/4$ del período dominante del depósito de suelo suave.

En la parte central de la Ciudad de México, el autor tuvo la oportunidad de verificar los resultados del período dominante de la masa del suelo calculado por medio del P.T.P., con el período medido por medio de un acelerógrafo instalado sobre la superficie del suelo.

Los resultados de los cálculos de T_s obtenidos por medio de la rigidez dinámica del suelo obtenida en el laboratorio se muestran en la Tabla 2. El período encontrado por este método es del orden de $T_s=2.42$ seg. Por otro lado, del espectro de pseudo-aceleración obtenido por medio del registro del acelerógrafo para el fuerte temblor que ocurrió en la Ciudad de México en Mayo 11 de 1962, se puede observar que la respuesta pico de la aceleración corresponde a un período de $T=2.45$ seg, Fig 11. El pico se obtiene cuando el período de la estructura de un grado de libertad es igual al período dominante de la masa del suelo.

De la investigación anterior puede observarse una correlación muy satisfactoria. Otras investigaciones semejantes han sido efectuadas para diferentes condiciones del suelo obteniéndose

buena concordancia. De las correlaciones estudiadas se concluye que el uso del F T P proporciona resultados satisfactorios para predecir problemas dinámicos de ingeniería de suelos, donde se necesita usar el valor de la rigidez dinámica del suelo.

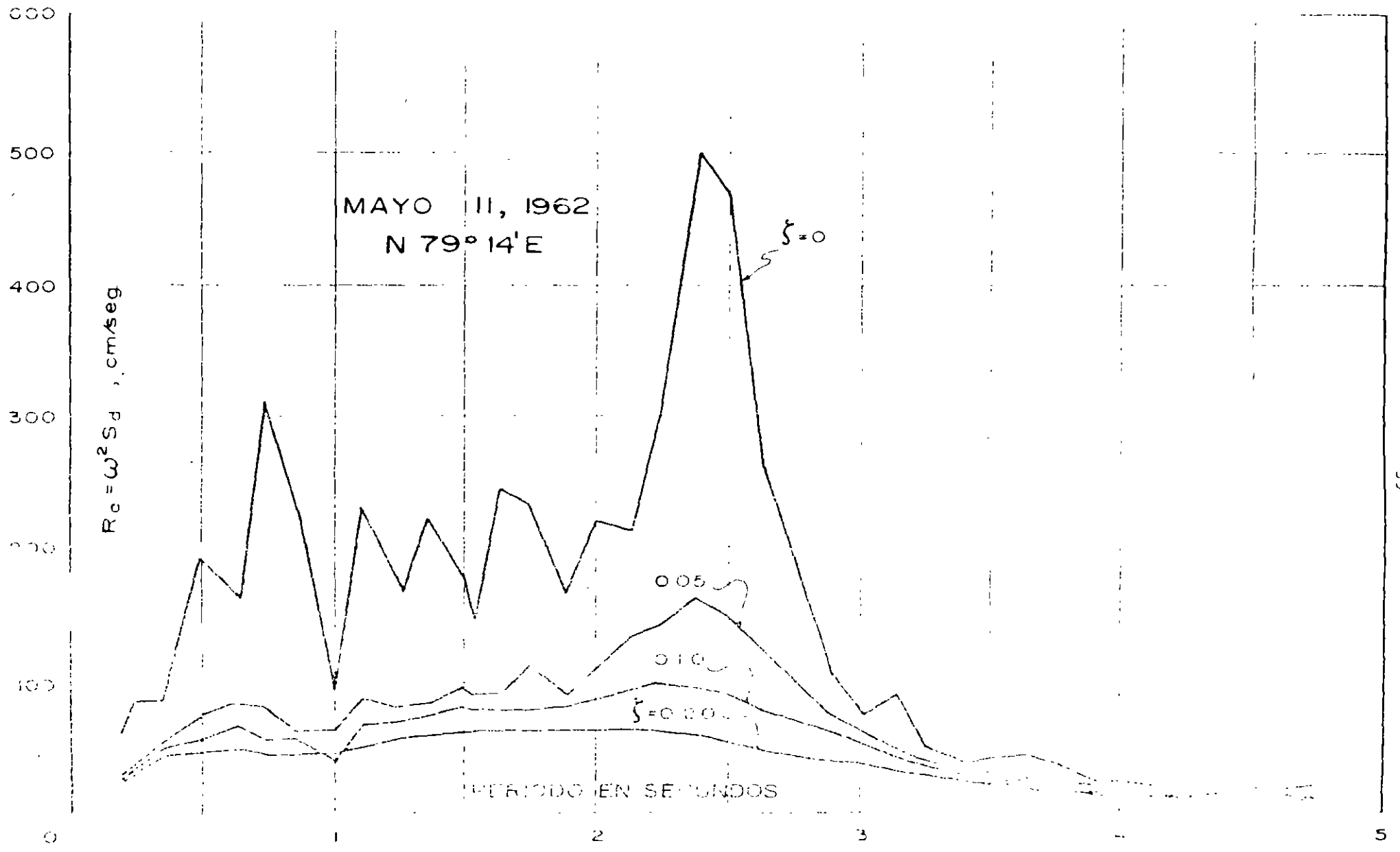


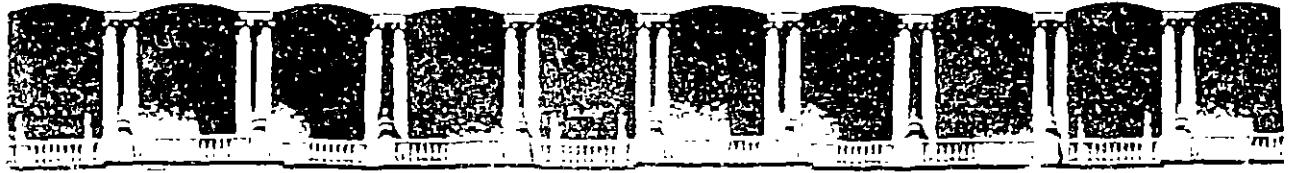
FIG -II ESPECTRO DE SEUDO-ACELERACION DEL PARQUE ALAMEDA DE LA CD. DE MEXICO

CLASIFICACION DEL SUELO	PROF m	ρ g/cm ³	γ ton/m ³	μ Ton/m ²	U_s m/seg	$4\Sigma\Delta T$ seg
RELLENO	2 70	2 70	3 7	1 000	70 6437	0 141
LIMO ARCILLOSO	5 50	2 30	3 0	5 00	70 036	0 301
LIMO ARENOSO	7 10	1 50	1 57	7 50	66 375	0 397
ARCILLA LIMOSA	10 00	2 90	1 20	1 75	37 424	0 704
LIMO ARCILLOSO	14 50	4 50	2 06	3 05	49 509	1 003
ARCILLA LIMOSA	18 70	4 20	1 8	2 13	43 013	1 456
ARCILLA LIMOSA	20 40	1 70	1 20	5 90	68 859	1 555
ARCILLA LIMOSA	22 50	2 10	1 18	6 00	70 627	1 674
LIMO ARCILLOSO	27 30	4 90	1 26	8 00	78 921	1 917
ARCILLA LIMOSA	32 20	4 50	1 209	13 50	104 562	2 104
ARENA LIMOSA	36 40	4 20	1 70	9000	227 893	2 178
ARCILLA LIMOSA	37 80	1 40	1 29	2500	140 610	2 218
ARCILLA LIMOSA	39 60	1 80	1 25	2750	146 908	2 267
ARCILLA LIMOSA	43 00	3 40	1 27	2400	136 156	2 367
LIMO ARCILLOSO	45 00	2 00	1 45	3100	144 821	2 422

FIG.-12 PERIODO FUNDAMENTAL DEL CENTRO DE LA CD. DE MEXICO

REFERENCES

- 1) Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, L. Zeevaert (1973), Chapter XII, pp 528-540. Van Nostrand-Reinhold Book Co.
- 2) Free Vibration Torsion Tests to Determine the Shear Modulus of Elasticity of Soils, L. Zeevaert (1967), Panam. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, p 111, Caracas, Venezuela
- 3) Dynamics of Bases and Foundations. Barkan, P.D. (1960), McGraw-Hill Book Co.
- 4) Vibration of Soils and Foundations, Richart, Hall and Woods (1970), Prentice Hall
- 5) Vibration Problems in Engineering, Timoshenko, Young and Weaver Jr., Fourth Edition, Chapter 1, John Wiley Book Co.
- 6) De Vrije Wrigigsproef; Een Belangrijke Bijdrage Tot de Studie Van Het Dedrag. Van Funderingen Onder Invloed Van Grondtrillingen, W. Van Impe (1977). Tijdschrift Der Openbare Werken Van Belgie--Drukkerij N.I.C.I. Lousbegskaa 32 9000 Gent
- 7) Seismic Site Response of Nonlinear Soil Media, Taylor, P.W. and Larkin, T.J. J. Geotechnical Engineering Division GT3, March (1978), p 3.69-381 A.S.C.E.
- 8) Interacción Suelo-Estructura de Cimentaciones (1980), L. Zeevaert, Editorial Limusa, México, D.F.
- 9) Strong Ground Motions Recorded during Earthquakes of May 11th and 19th, 1962 in Mexico City, 1964, by L. Zeevaert, Bulletin Seismological Society of America, Vol. 54, No. 1, pp 209-231, Febr. 1964



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

TEMA IV

ING. GERMAN LOPEZ RINCON

DETERMINACION DEL MODULO DE ELASTICIDAD AL ESFUERZO CORTANTE DE LOS
SUELOS MEDIANTE PRUEBAS EN EL PENDULO DE TORSION LIBRE

ING. GERMAN LOPEZ RINCON

Noviembre de 1995

1. INTRODUCCION

En el diseño de cimentaciones sujetas a cargas transitorias por efecto de viento o sismo, así como en la revisión del comportamiento de cimentaciones de maquinaria y equipo vibratorio, el ingeniero requiere conocer el módulo de elasticidad dinámico al esfuerzo cortante.

Existen varios métodos para la determinación de este módulo como son la columna resonante, las pruebas triaxiales con carga cíclica o el péndulo de torsión.

En esta oportunidad nos vamos a referir al tercer método, conocido como "péndulo de torsión libre", según lo bautizó su propio autor el Dr. Leonardo Zeevaert, quien desde la década de los 60's ejecuta esta prueba en forma rutinaria, para determinar el módulo de rigidez dinámica del suelo.

La descripción del equipo, la teoría en la que se basa y el procedimiento general de ejecución de la prueba, pueden verse con todo detalle en el artículo del autor que se incluye al final de estas notas. El objetivo en este curso es el de dar a conocer las experiencias que se han tenido con la práctica del péndulo de torsión, en el laboratorio de mecánica de suelos de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

2. CALIBRACION DEL PENDULO

La calibración del péndulo de torsión se realiza de manera semejante a como se lleva a cabo una prueba normal, excepto que la probeta de suelo se reemplaza por un cilindro de acero de rigidez tal, que las deformaciones angulares que se inducen en dicho cilindro se consideran prácticamente despreciables.

De esa manera pueden determinarse las constantes del equipo, como son período de vibración y amortiguamiento, así como sus propiedades geométricas, tales como momento polar de inercia y constante de resorte.

Estas características del equipo se pueden hacer variar colocando diferentes masas sobre el brazo giratorio. Ver figura 1 de la referencia. En la tabla de cálculo al final de estas notas se incluyen las constantes de calibración del equipo.

3. DESARROLLO DE LA PRUEBA

Para que los resultados de la prueba sean aceptables, se requiere que la probeta tenga una relación altura/diámetro mayor de 2. Tomando en cuenta que el diámetro de la probeta es del orden de 7 cm la altura libre de la misma no será menor de 14 cm. En consecuencia, la altura total de la probeta, una vez labrada, de ser cuando menos de 17 cm, ya que ambos extremos se empotran 1.5 cm en las cabezas de la cámara triaxial.

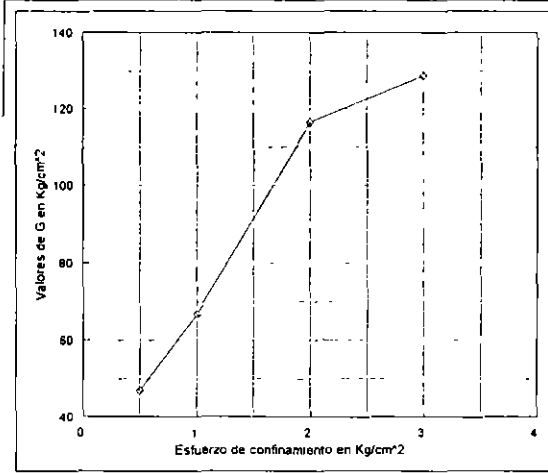
Para obtener una ley de comportamiento del módulo de rigidez, es necesario determinar un mínimo de 4 puntos μ vs σ_c , de tal manera que el esfuerzo efectivo de confinamiento que tenía la probeta en el campo, quede aproximadamente al centro entre los cuatro puntos obtenidos.

Los resultados se grafican en papel semilogarítmico o logarítmico, dependiendo del tipo de suelo analizado. En el caso de suelos cohesivos la ley fenomenológica que rige el comportamiento sigue una curva exponencial; mientras que para suelos no cohesivos la ley sigue una curva potencial. Esto significa que para el primer caso se tendrá una línea recta en papel semilogarítmico y para el segundo, la línea recta se dará en papel logarítmico. Ver figuras 1 y 2 al final de estas notas.

4. CAUSAS DE ERROR

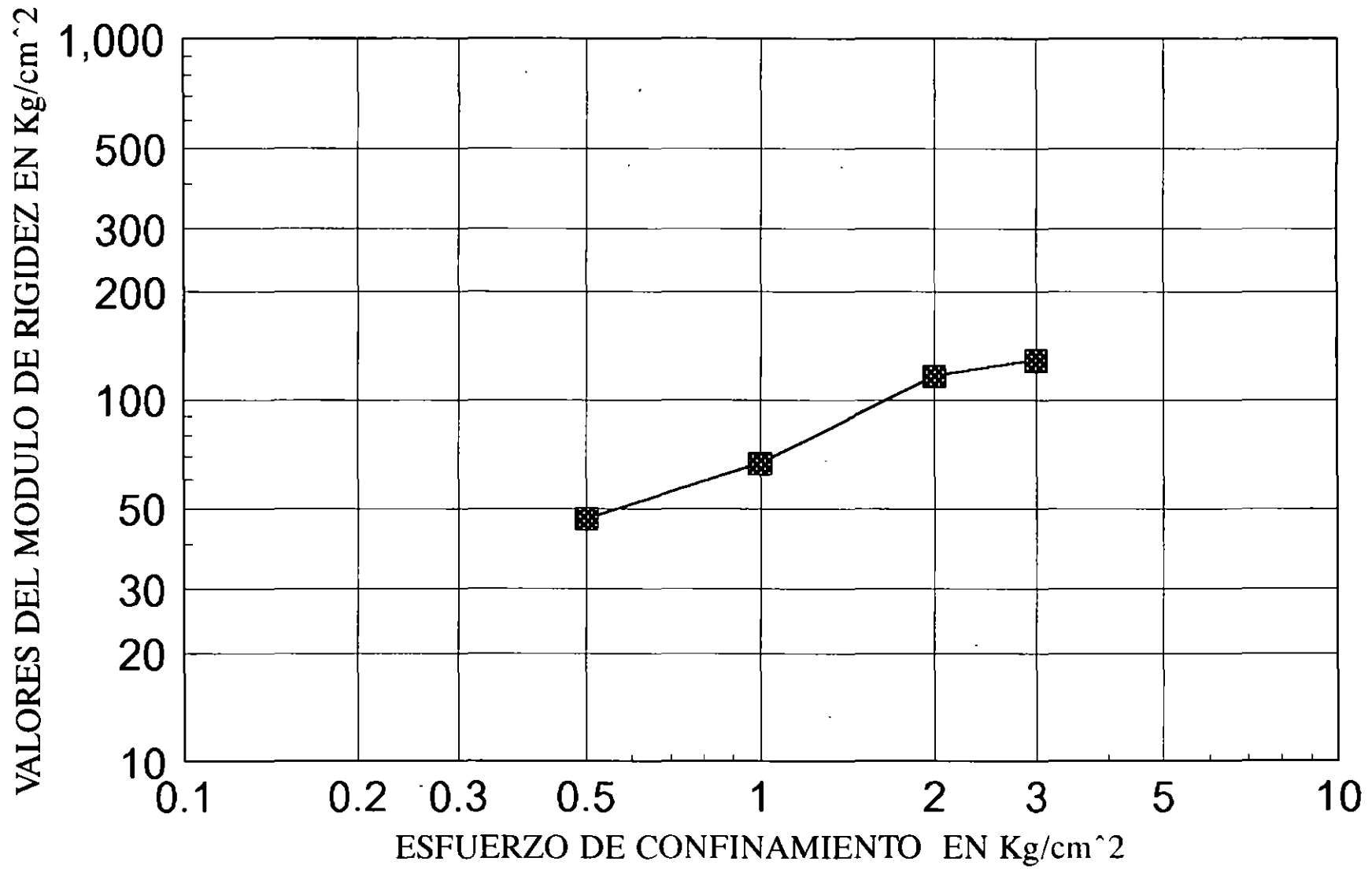
La principal causa de error en la determinación del módulo de rigidez, se debe a la fricción que se genera en la mesa registradora y, si no se tiene el cuidado debido, puede inhibir completamente la vibración de la probeta, obteniéndose valores de μ por abajo de su valor real.

UNAM FACULTAD DE INGENIERIA DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA PRUEBA DE PENDULO DE TORSION			σ Kg/cm ²	μ Kg/cm ²	ζ %
OBRA	CURSO LABORATORIO DE MEC DE SUELOS	FECHA 17-Oct-94	0.50	46.95	27.07696
LOCALIZACION		OPERADOR Antonio Dorantes	1.00	66.71	23.00902
SONDEO	PCM-5	CALCULO Germán López	2.00	116.52	20.34116
MUESTRA No	27	PROF= 16 00-16 30	3.00	128.79	18.86045
DESCRIPCION	limo poco arcilloso café cementado		CONSTANTES DE CALIBRACION		
MEDIDAS DE LA MUESTRA			MASAS	Tad	ζ
			No	seg	kg cm seg ²
Ds= 7.14	As= 40.0393	Wi= 1,309.260	0	0.32094	0.01463
Dc= 7.20	Ac= 40.7150	Vi= 639.191	1	0.35760	0.01502
Di= 7.19	Ai= 40.6020	γ = 2.048	2	0.39311	0.01569
Hm= 15.75	Am= 40.5836	Dm= 7.188	3	0.42800	0.01695
He= 12.19			4	0.45680	0.01997
			5	0.49209	0.02262

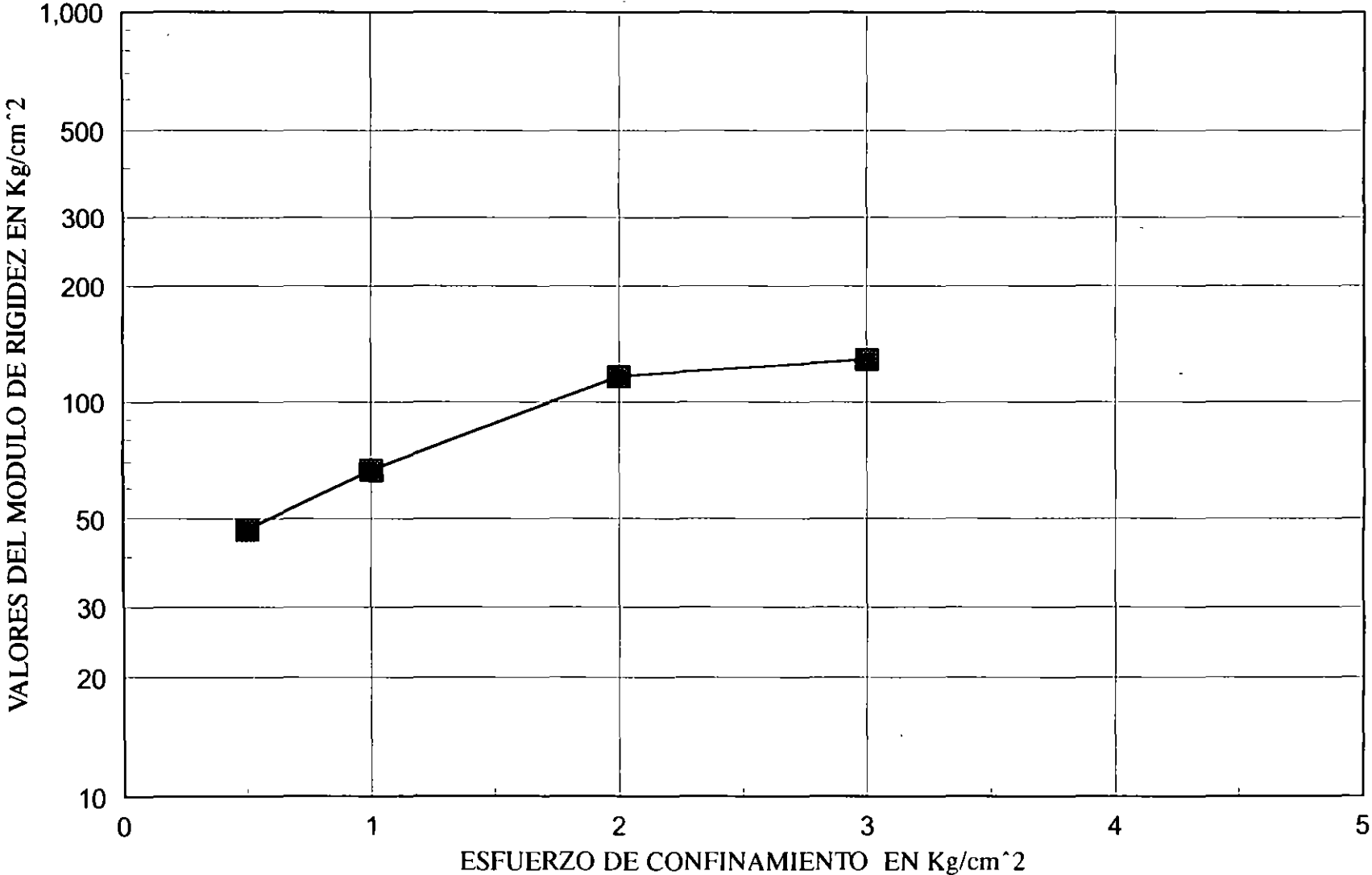


σ Kg/cm ²	corr No	MASAS No	fap seg	Tad seg	ζ %	Ja Kg cm seg ²	Lm mm	Nm --	Lp mm	Np --	Y1 mm	Yn mm	Tsd seg	Δ ---	ζ_s --	μ Kg/cm ²	γ	ζ %	$\Delta\mu/\mu$ %	$\Delta\mu$ --
0.5	1	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	24.1	2	40.4	3	9.1	2.0	0.89444	1.51513	0.23442	50.1153		27.24026		
	2	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	24.9	2	40.5	3	10.1	2.2	0.92185	1.52408	0.23573	46.1900		27.11524		
	3	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	25.1	2	40.5	3	10.0	2.4	0.92926	1.42712	0.22149	44.7901		25.4094		
	4	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	25.0	2	41.0	3	9.0	2.0	0.91427	1.50408	0.23280	47.1430		26.85071		
	5	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	25.4	2	41.4	3	9.9	2.1	0.91992	1.55060	0.23960	46.5755		27.57974		
	6	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945	25.5	2	41.6	3	10.8	2.2	0.91910	1.59109	0.24548	46.8803		28.26641		
	7	4	0.9996	0.45680	0.01997	14.945							0.00000	0.00000	0.00000	0.0000		0		
No Corr =	6															281.6941		162.4618		
1	1	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	20.8	2	40.0	3	8.4	2.5	0.77992	1.21194	0.18940	72.6093		23.32238		
	2	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	21.4	2	40.6	3	8.9	2.6	0.79056	1.23054	0.19220	69.7586		23.50614		
	3	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	21.5	2	40.8	3	9.9	3.0	0.79036	1.19392	0.18668	69.5813		22.83179		
	4	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	21.6	2	40.5	3	9.5	2.9	0.79992	1.18658	0.18557	67.0422		22.56275		
	5	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	22.5	2	41.1	3	8.9	2.5	0.82109	1.26976	0.19808	62.4788		23.80063		
	6	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	22.5	2	41.0	3	9.6	2.9	0.82309	1.19705	0.18715	61.6343		22.45838		
	7	4	0.9999	0.45680	0.01997	14.945	22.5	2	41.5	3	9.6	2.9	0.81317	1.19705	0.18715	63.8812		22.58107		
No Corr =	7															466.9858		161.0632		
2	1	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	27.2	3	40.5	3	8.8	1.2	0.67302	0.99622	0.15660	117.6264		21.24366		
	2	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	27.1	3	40.8	3	8.5	1.5	0.66561	0.86730	0.13674	121.3130		18.7055		
	3	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	27.9	3	41.0	3	8.5	1.1	0.68192	1.02238	0.16060	112.2492		21.55595		
	4	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	28.1	3	41.2	3	9.2	1.5	0.68347	0.90687	0.14285	110.1829		19.12071		
	5	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	27.2	3	41.2	3	8.2	1.2	0.66158	0.96091	0.15118	125.2264		20.81196		
	6	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	27.8	3	41.5	3	8.5	1.1	0.67129	1.02238	0.16060	119.0764		21.83917		
	7	4	1.0021	0.45680	0.01997	14.945	28.8	3	42.2	3	9.2	1.5	0.68390	0.90687	0.14285	109.9307		19.1112		
No Corr =	7															815.6051		142.3881		
3	1	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	26.2	3	40.4	3	10.6	2.1	0.64955	0.80946	0.12777	132.9032		17.86369		
	2	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	26.5	3	40.5	3	10.6	1.9	0.65537	0.85950	0.13553	128.7936		18.80121		
	3	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	26.5	3	40.5	3	10.4	1.9	0.65537	0.84998	0.13406	128.6904		18.59445		
	4	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	26.9	3	41.1	3	10.1	1.9	0.65555	0.83534	0.13179	128.3944		18.27173		
	5	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	27.1	3	41.1	3	10.9	2.0	0.66042	0.84781	0.13372	124.8431		18.4167		
	6	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	27.2	3	41.3	3	9.6	1.5	0.65965	0.92815	0.14613	126.2875		20.16538		
	7	4	1.0016	0.45680	0.01997	14.945	27.1	3	41.6	3	9.2	1.5	0.65248	0.90687	0.14285	131.6166		19.90998		
No Corr =	7															901.5288		132.0231		

UNAM FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA
PRUEBA DE PENDULO DE TORSION



UNAM FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA
PRUEBA DE PENDULO DE TORSION





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION

ING. RICARDO R. PADILLA VELAZQUEZ

2.1 BASES TEORICAS DE LA DEFORMABILIDAD EN FUNCION DEL CONFINAMIENTO.

La cámara triaxial, que es una aportación a la Mecánica de Suelos del Dr. Arturo Casagrande, se desarrolló como un equipo diseñado para evaluar la resistencia de los suelos. Posteriormente, al Dr. Leonardo Zeevaert se le ocurrió la genial idea de utilizar este equipo para evaluar la deformabilidad de los suelos en función del confinamiento. En la Figura 2.1.1 se presenta un dibujo esquemático de una cámara triaxial.

Para poder evaluar la posible aportación al asentamiento total que se puede tener, por efecto de una sobrecarga, y como colaboración de un cierto estrato constituido por un cierto tipo de suelo, se hace uso del llamado módulo de deformación unitaria propuesto por el Dr. Zeevaert.

En la Figura 2.1.2 se muestra una curva típica esfuerzo-deformación unitaria de una prueba triaxial de compresión, para un suelo. En esta gráfica se observa que la curva comienza con un tramo curvo que luego conecta con un tramo recto (lineal). A este tramo se le llama tramo de comportamiento elástico lineal. Si el esfuerzo desviador continua creciendo se sale del tramo elástico y se entra en un tramo elasto-plástico, donde se mezclan ambas componentes. Finalmente, muy cerca de la falla, el comportamiento del suelo como material, prácticamente se comporta en forma plástica (bajo carga constante se tiene deformación continua y a velocidad constante). En esta misma figura se observa que el verdadero cero de deformación unitaria no corresponde al origen de la gráfica. Lo anterior se debe a que al inicio de la prueba y bajo los primeros incrementos de esfuerzo, se sufre un acomodo en el contacto cabeza rígida y suelo, lo que provoca deformaciones iniciales no imputables al suelo. El verdadero cero de deformación unitaria se obtiene continuando hacia abajo el tramo recto que define el comportamiento elástico lineal del material.

En la Figura 2.1.3, se muestra que la pendiente del tramo recto

corresponde al Módulo de Young a compresión que se tiene bajo cierto confinamiento, ya que la rigidez del material en los suelos depende del esfuerzo de confinamiento. A este módulo le llamaremos E_{czc1} , el cual estará asociado a una cierta dirección de compresión (en este caso la dirección Z), y a un cierto esfuerzo de confinamiento σ_{c1} .

Se puede suponer, con el fin de aprovechar todas las expresiones de Teoría de Elasticidad Lineal, que en lugar de seguir la curva, se pueda llegar desde el cero real de deformación hasta cierto punto sobre la curva (en el tarmo no lineal) por una línea secante como la mostrada en la misma Figura 2.1.3. A la pendiente de esta secante se le definirá como $1/M_{czc1}$, donde M_{czc1} se define como el módulo de deformación unitaria por compresión en el eje Z original de la probeta, para un cierto confinamiento σ_{c1} y para un cierto nivel de esfuerzo desviador (normalmente un %, tomando como 100 % al esfuerzo desviador de falla). De lo anterior se deduce que para un mismo suelo, para un mismo eje de compresión y para un mismo esfuerzo de confinamiento; se deben obtener diferentes valores de módulo de deformación unitaria, si se realizan pruebas a diferentes niveles de esfuerzo desviador.

Cabe aclarar aquí, que el módulo M_{czc1} no es el inverso multiplicativo de E_{czc1} , ya que en el primer caso se trata de una pendiente de secante que modela a una curva, y en el segundo caso se trata de la pendiente de una línea recta que sigue el comportamiento del material hasta cierto nivel del esfuerzo desviador.

El nivel de esfuerzo desviador al que se debe llevar la prueba, debe estar relacionado con el nivel de esfuerzo desviador que va a exigir la cimentación de proyecto al suelo en el terreno, tomado como un porcentaje respecto a la capacidad de carga. En forma práctica, se puede decir, que si el factor de seguridad de la cimentación va a tener un valor de 3, se debe llevar la prueba triaxial de deformación hasta un esfuerzo del 33 % respecto al desviador de falla. Este desviador de falla que permite hacer la programación de las pruebas, se puede obtener probando al mismo suelo en una triaxial de resistencia que la lleve a la falla con cierto confinamiento. En esta prueba se acepta (habría que ver hasta que

punto es válido) trasladar para otros confinamientos, suponiendo proporcionales los esfuerzos desviadores de falla a los esfuerzos de confinamiento, en función del ángulo de fricción obtenido en la prueba de resistencia.

Como se pudo ver antes, se definieron ciertos módulos para el proceso de carga, y donde exclusivamente se habló de una compresión en dirección del eje Z. Los suelos a diferencia de otros materiales se comportan en forma anisotrópica respecto a estos módulos (tanto E_{cz} como M_{cz} en relación con E_{ch} y M_{ch} para el mismo confinamiento).

La verdad es que no existe ningún material que sea isotrópico respecto a estos módulos, sin embargo en muchos casos se supone que tienen esta condición, con el fin de manejar expresiones más sencillas que relacionan a esfuerzos y deformaciones. En los suelos esta suposición no es válida, ya que existe evidencia experimental que demuestra que el módulo vertical es diferente del módulo horizontal para el mismo confinamiento. Este hecho justifica plantear lo siguiente:

$$E_{cz} \neq E_{ch} \quad \text{y} \quad M_{cz} \neq M_{ch}$$

donde se reserva el subíndice z para el eje vertical y el subíndice n para cualquiera de los dos ejes horizontales (X e Y), ya que también se supone (y así lo haremos nosotros) que los dos módulos horizontales son iguales. Para la asignación de estos ejes se respeta la orientación original que tiene el suelo "in situ".

En la Figura 2.1.4 se muestra la curva esfuerzo-deformación unitaria por compresión en dirección de un eje horizontal y bajo cierto confinamiento. En esta curva se define otro tramo recto que muestra el comportamiento elástico en este nivel de esfuerzos. La pendiente de este tramo se define como E_{chc1} . Se muestra también una secante que modelaría el paso del origen de deformación unitaria a un cierto punto en la curva, donde la pendiente de de esta secante se define como M_{chc1} .

En la Figura 2.1.5 se muestra el tramo elástico lineal por extensión

en el eje Z, que se tiene cuando se pasa a la etapa de descarga del suelo. En este caso la recuperación del suelo tiene que ver con la respuesta elástica del mismo. En una prueba real, es difícil definir este tramo, debido a la fricción que se genera en el vástago que transmite la carga desviadora en la cámara triaxial. En las pruebas reales aparece como una curva por el efecto antes mencionado. Observe en esta figura que la deformación unitaria que interviene en este cálculo es negativa, debido a que en el eje de análisis se tiene una extensión. La deformación debida a la extensión se define como negativa, de acuerdo con la convención de signos de la Ingeniería Geotécnica.

Con el fin de no complicar más las expresiones que se van a utilizar para calcular las deformaciones, se supone a la relación de Poisson como única para 3 planos ortogonales (experimentalmente sería muy difícil evaluarlas para el plano XY).

En la Figura 2.1.6 se muestran las configuraciones inicial y final de una partícula de suelo sujeta a un cierto confinamiento σ_{c1} , donde la configuración inicial (normalmente cúbica) aparece con líneas punteadas y la configuración final (un paralelepípedo) aparece con líneas continuas. Se observa que al aplicar en la dirección vertical un incremento de esfuerzo $\Delta\sigma_z$, se produce en esa misma dirección una deformación unitaria $\epsilon_z = M_{czc1} \cdot \Delta\sigma_z$, y la deformación en las dos direcciones ortogonales horizontales son efecto del mismo incremento de esfuerzo:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_h = -\nu \cdot \Delta\sigma_z \cdot M_{czc1}$$

considerando aquí como se comentó antes a ν con el mismo valor para 3 planos ortogonales.

En la Figura 2.1.7 se muestran las configuraciones inicial y final, de una partícula, también sujeta a un esfuerzo de confinamiento σ_{c1} , a la que se le aplica un incremento de esfuerzo horizontal $\Delta\sigma_h = \Delta\sigma_y$ en dirección del eje Y. Si se aplica este incremento de esfuerzo se tendrá que en la dirección de aplicación se tiene una deformación $\epsilon_y = \epsilon_h = \Delta\sigma_y \cdot M_{chc1}$. En las dos direcciones ortogonales se reflejará

una deformación por efecto del incremento de esfuerzo en dirección Y, con un valor:

$$\epsilon_x = \epsilon_z = -\nu \cdot \Delta\sigma_y \cdot M_{chc1}$$

Si se aplica un incremento de esfuerzo a la misma partícula confinada, pero ahora en dirección del eje X, sucede algo análogo al caso anterior.

Cuando se manejan módulos de deformación lineales, se acepta aplicar el principio de la mecánica de superposición de causas y efectos. Si para los 3 casos que se analizaron antes se aplica este principio (ya que los módulos M_{czc1} u M_{chc1} se toman como lineales), se llega a que las deformaciones unitarias en cada uno de los tres ejes ortogonales, para esta partícula confinada por el esfuerzo de confinamiento σ_{c1} , se pueden expresar como sigue:

$$\epsilon_x = \Delta\sigma_x \cdot M_{chc1} - \nu(\Delta\sigma_y \cdot M_{chc1}) - \nu(\Delta\sigma_z \cdot M_{czc1})$$

$$\epsilon_y = \Delta\sigma_y \cdot M_{chc1} - \nu(\Delta\sigma_x \cdot M_{chc1}) - \nu(\Delta\sigma_z \cdot M_{czc1})$$

$$\epsilon_z = \Delta\sigma_z \cdot M_{czc1} - \nu(\Delta\sigma_x \cdot M_{chc1}) - \nu(\Delta\sigma_y \cdot M_{chc1})$$

Estas expresiones se pueden expresar en forma moderna como un producto de matrices correspondientes a tensores, considerando componentes de matrices principales, tanto de esfuerzos como de deformaciones. En adelante hablaremos solo de pruebas de compresión, por lo que eliminaremos el subíndice c y se entenderá un módulo diferente para un confinamiento diferente, por lo que eliminaremos el suíndice c1. Con base en esto las relaciones quedan como sigue:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_h & -\nu M_h & -\nu M_z \\ -\nu M_h & M_h & -\nu M_z \\ -\nu M_h & -\nu M_h & M_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \end{Bmatrix}$$

De aquí se pueden desprender dos casos principales de interés:

Caso 1. En el material se tiene exclusivamente el incremento de esfuerzo vertical (caso que no sucede en la realidad, pero que muchas veces se supone así porque no es fácil calcular los incrementos de esfuerzo horizontales para materiales confinados). Para esta suposición se tiene que:

$$\epsilon_z = -\nu \Delta\sigma_x M_h - \nu \Delta\sigma_y M_h + \Delta\sigma_z M_z$$

se podría agregar que en la naturaleza, en ocasiones se tienen estratos de suelo muy deformables en sentido vertical pero altamente estratificados por materiales poco deformables, por lo que en este caso se puede proponer que:

$$\frac{M_h}{M_z} \approx 0$$

Por lo que la expresión anterior para ϵ_z se transformaría, dividiendo entre M_z a:

$$\frac{\epsilon_z}{M_z} = -\nu \frac{M_h}{M_z} \Delta\sigma_x - \nu \frac{M_h}{M_z} \Delta\sigma_y + \frac{M_z}{M_z} \Delta\sigma_z$$

y aplicando la condición de $\frac{M_h}{M_z} \approx 0$, se llega a:

$$\epsilon_z \approx M_z \Delta\sigma_z$$

para este caso y con todas las suposiciones hechas.

Caso 2. Cuando el material queda restringido a deformación lateral nula, es decir, $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$. En suelos este caso se presenta cuando un depósito se carga en una superficie muy extensa, es decir, cuando el espesor del depósito deformable es pequeño en magnitud en comparación con el área cargada.

En este caso se llega a que la deformación unitaria vertical es función de la relación de Poisson ν , como se observa en la siguiente expresión:

$$\epsilon_z = M_z \Delta\sigma_z \left[\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} \right]$$

Esta expresión se puede simplificar definiendo a ν_c como sigue:

$$\nu_c = \left[\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} \right]$$

En la Figura 2.1.8 se muestra una gráfica que relaciona a ν con ν_c . En el libro del Dr. Leonardo Zeevaert "Foundation Engineering for difficult subsoil conditions" se muestran valores de ν para diferentes tipos de suelo.

Por lo anterior se puede escribir como:

$$\epsilon_z = M_z \Delta\sigma_z \nu_c = \nu_c \cdot M_z \Delta\sigma_z$$

En esta expresión se puede comentar que existe una equivalencia entre el módulo m_v de terzaghi y $\nu_c \cdot M_z$, por lo que se puede escribir que:

$$\epsilon_z = m_v \Delta\sigma_z$$

$$\text{dado que } m_v = \nu_c \cdot M_z$$

La anterior es una relación muy familiar utilizada en la Teoría de Consolidación Unidimensional.

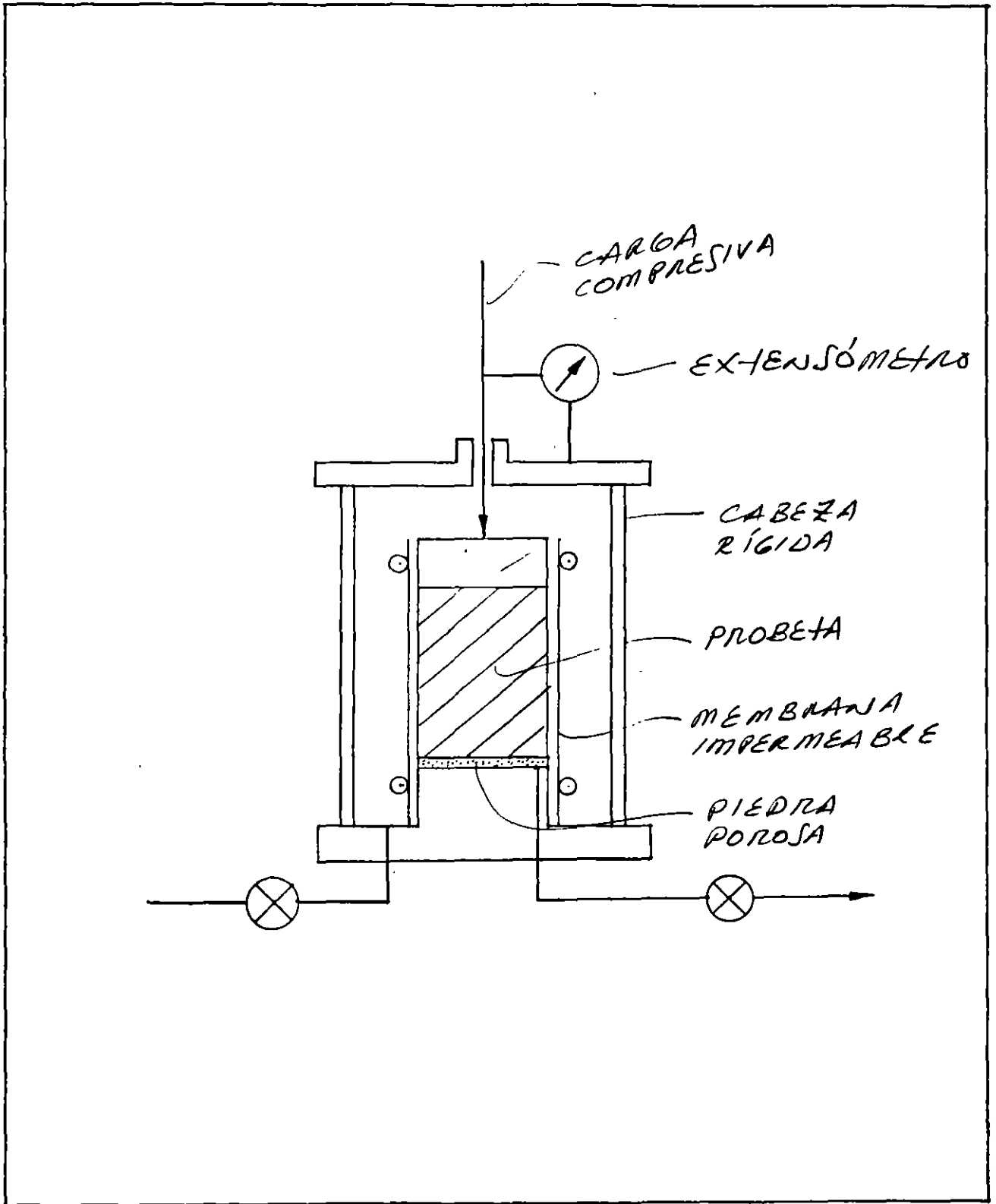


Figura 2.1.1. Dibujo esquemático de una Cámara Triaxial.

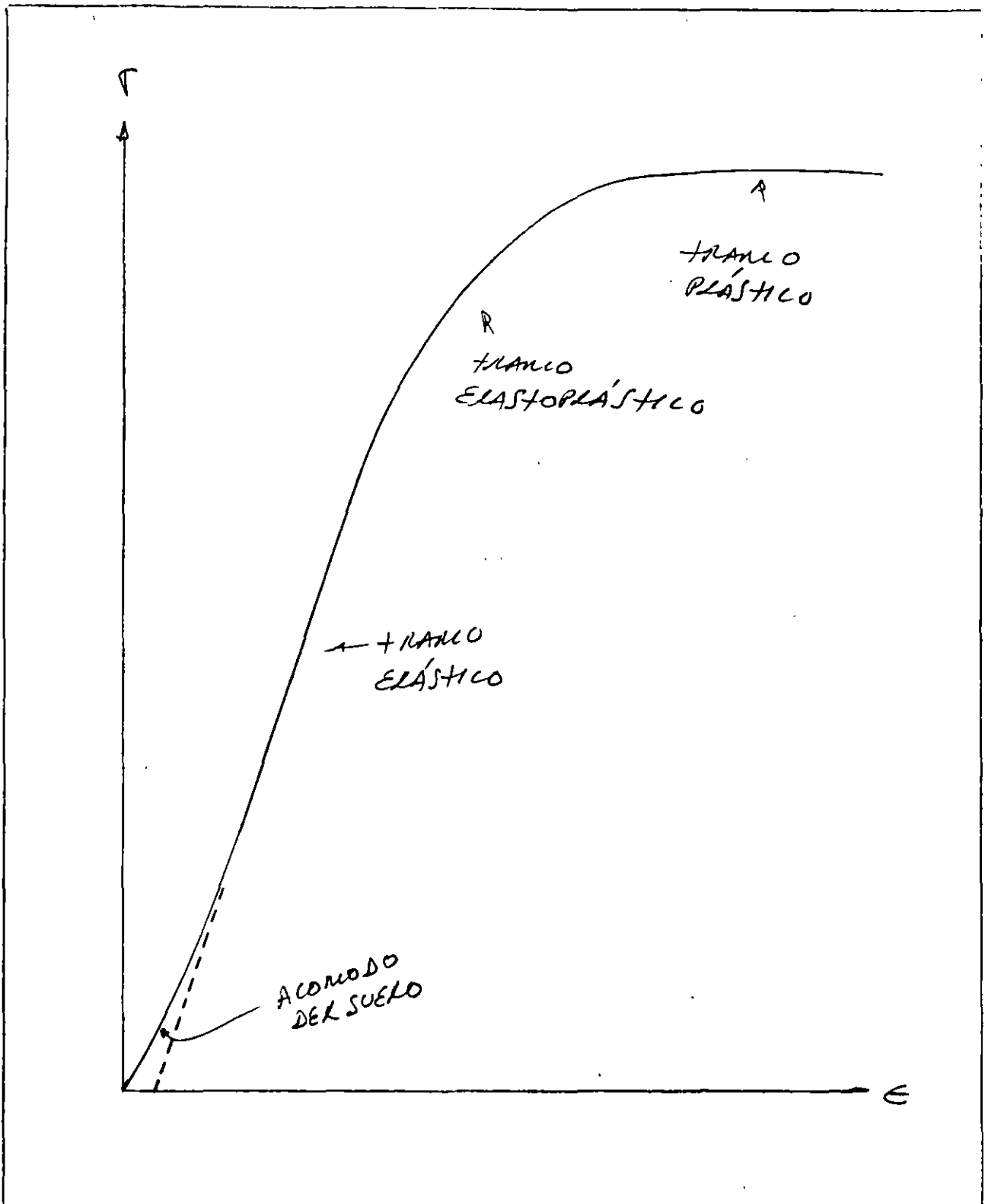


Figura 2.1.2. Curva típica esfuerzo-deformación unitaria de un suelo.

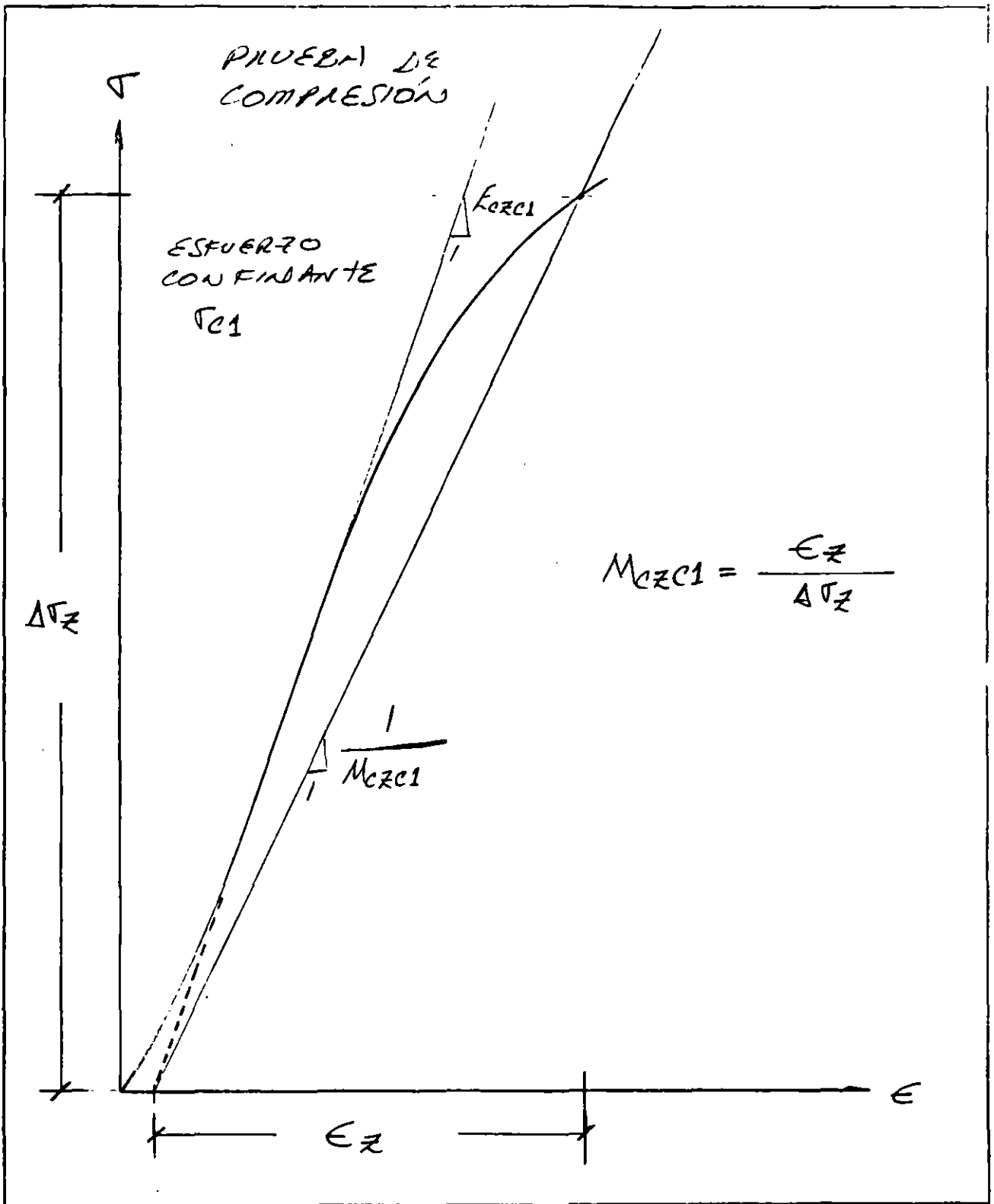


Figura 2.1.3. Módulos de una prueba de compresión bajo confinamiento.

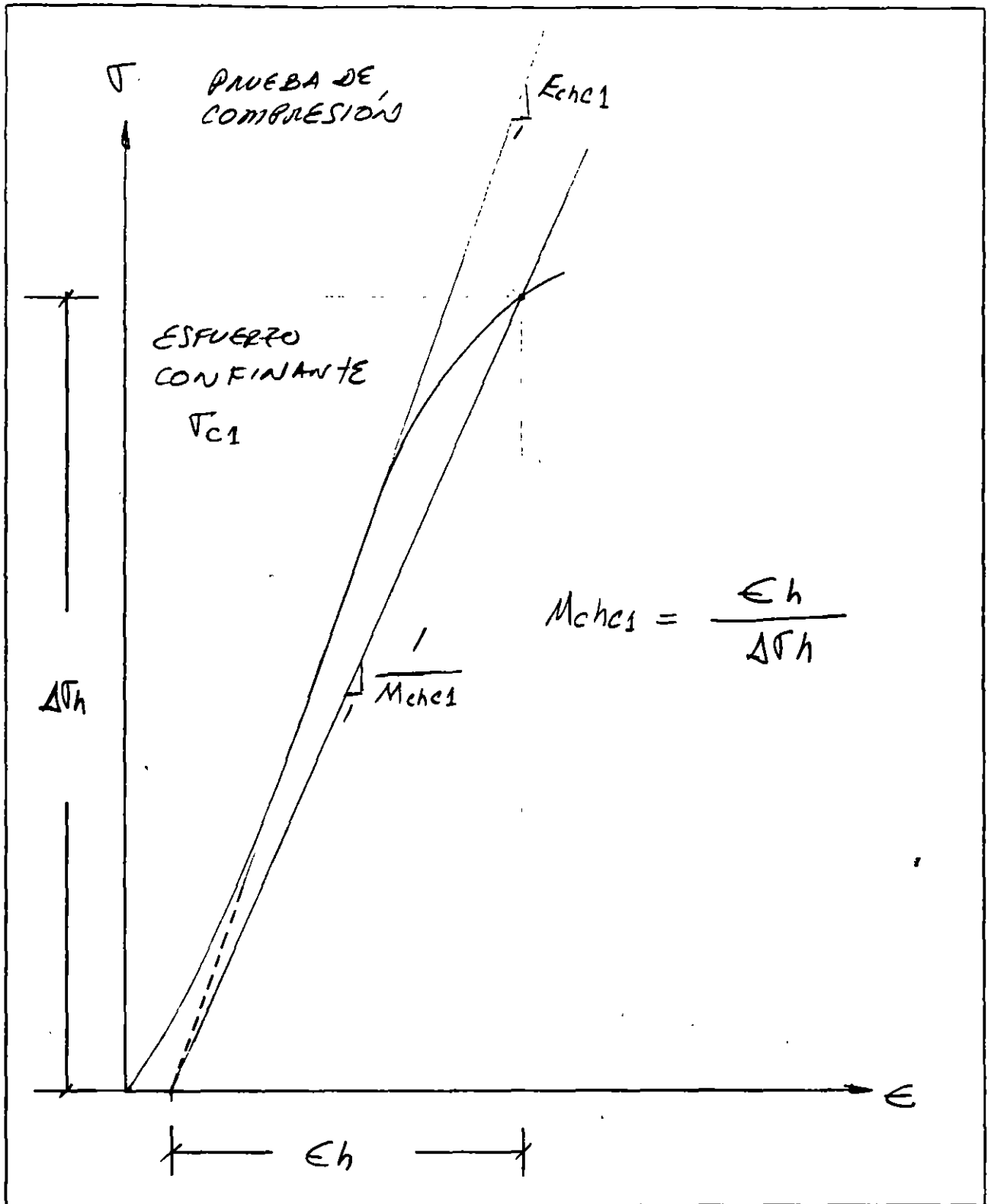


Figura 2.1.4 Módulos de una prueba de compresión horizontal bajo cierto confinamiento.

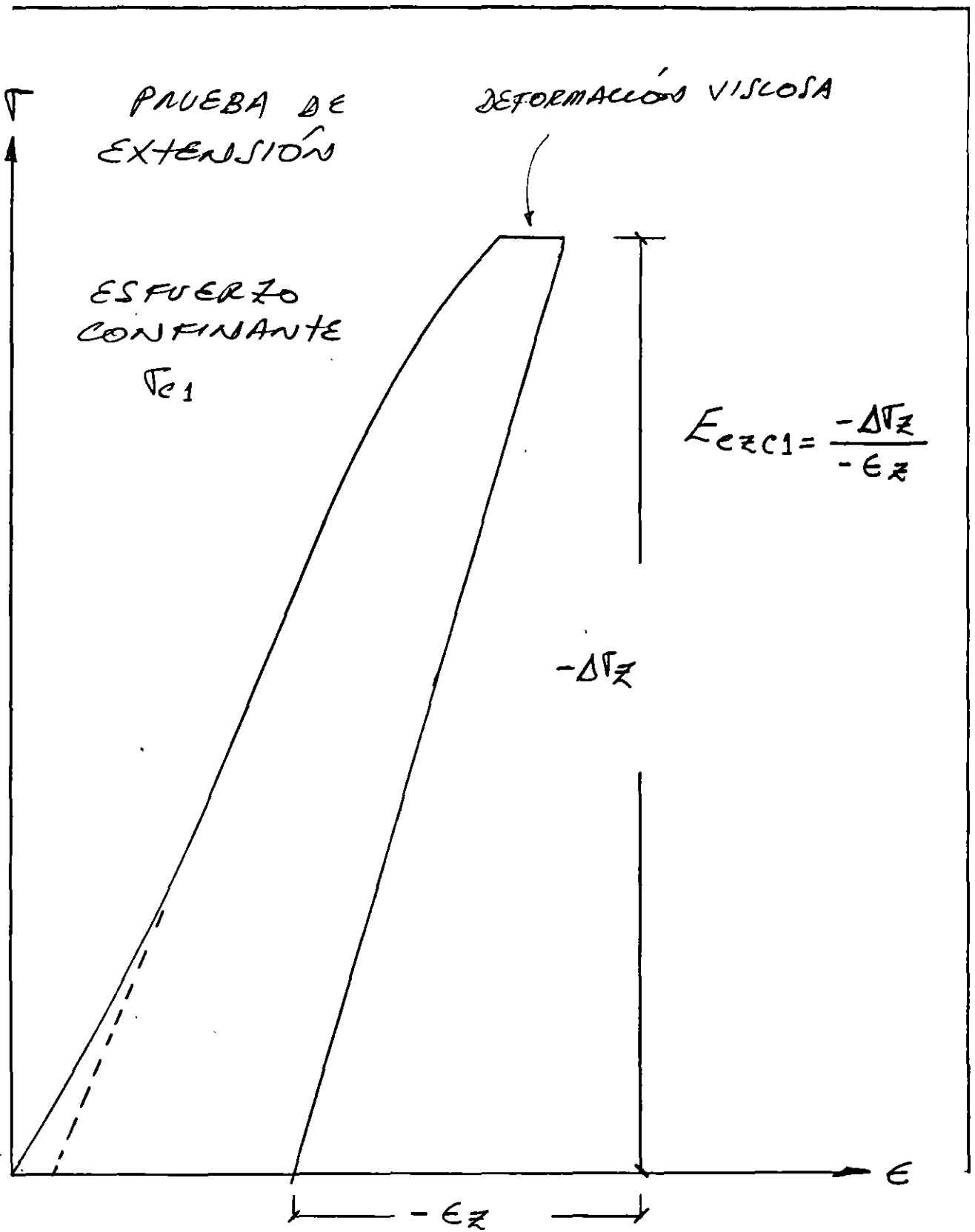


Figura 2.1.5. Módulo elástico en extensión en el tramo de descarga.

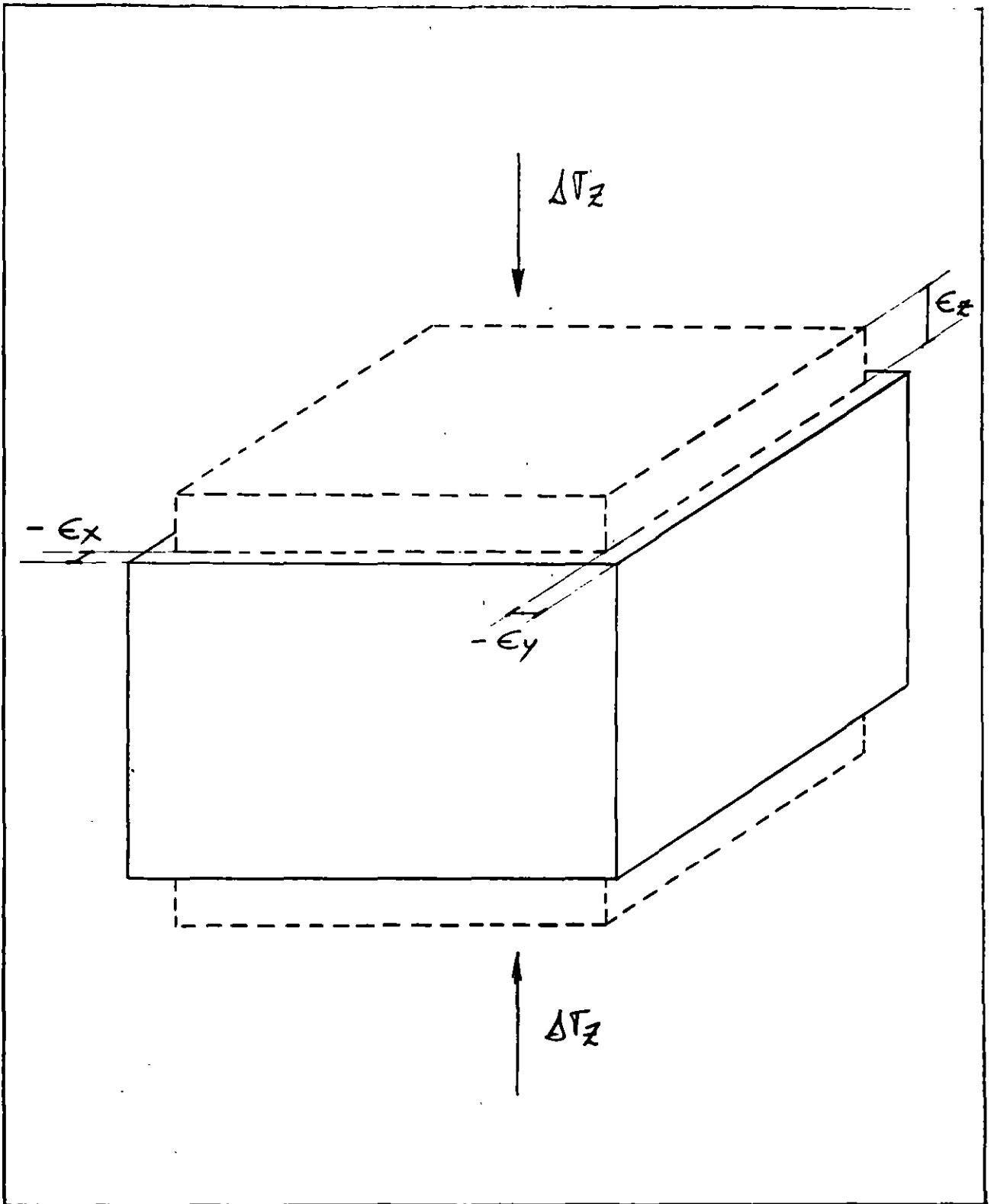


Figura 2.1.6 Configuraciones de una partícula por efecto de incremento del esfuerzo vertical.

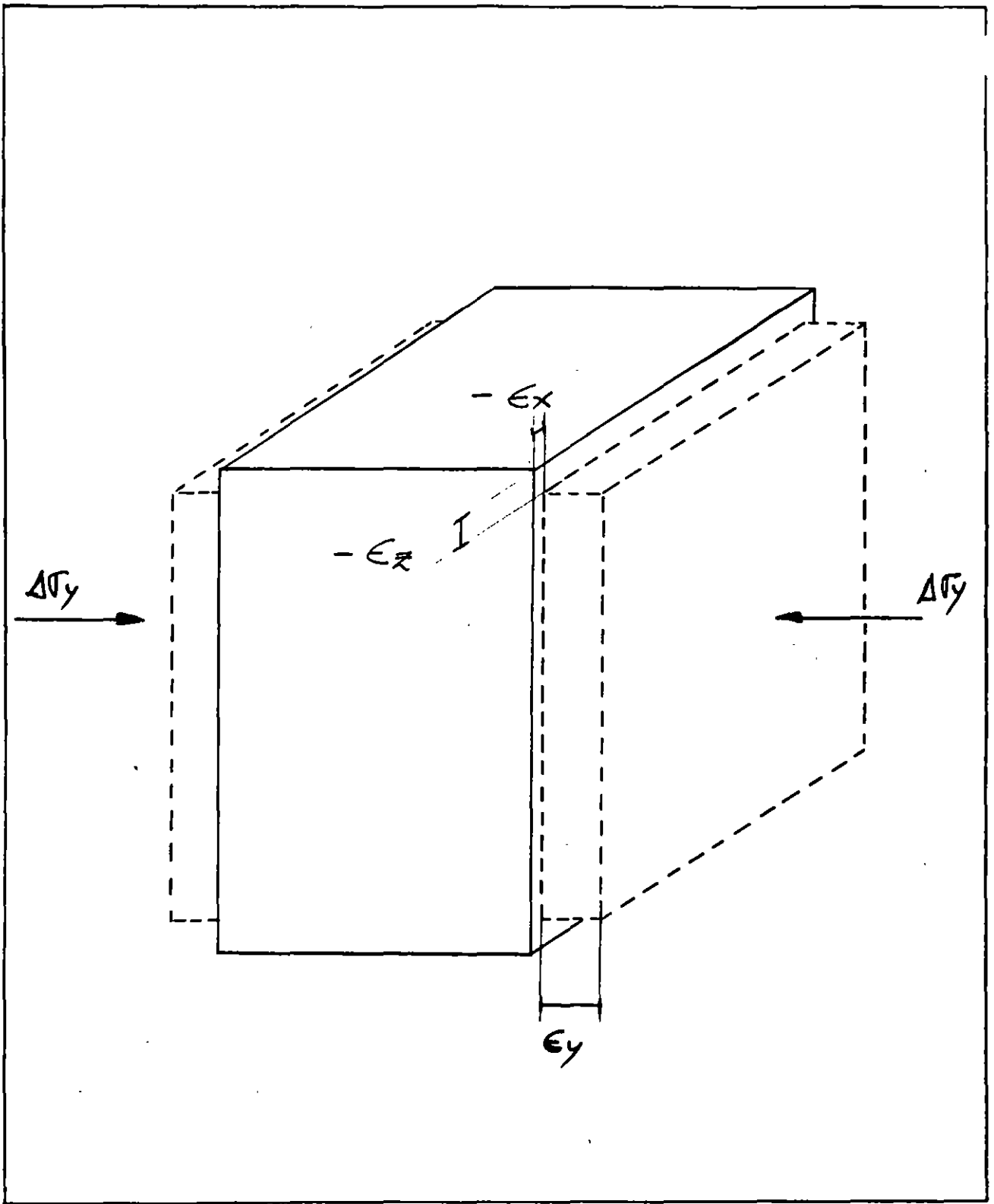


Figura 2.1.7. Configuraciones de una partícula de suelo, por efecto de un incremento de esfuerzo horizontal en dirección del eje Y.

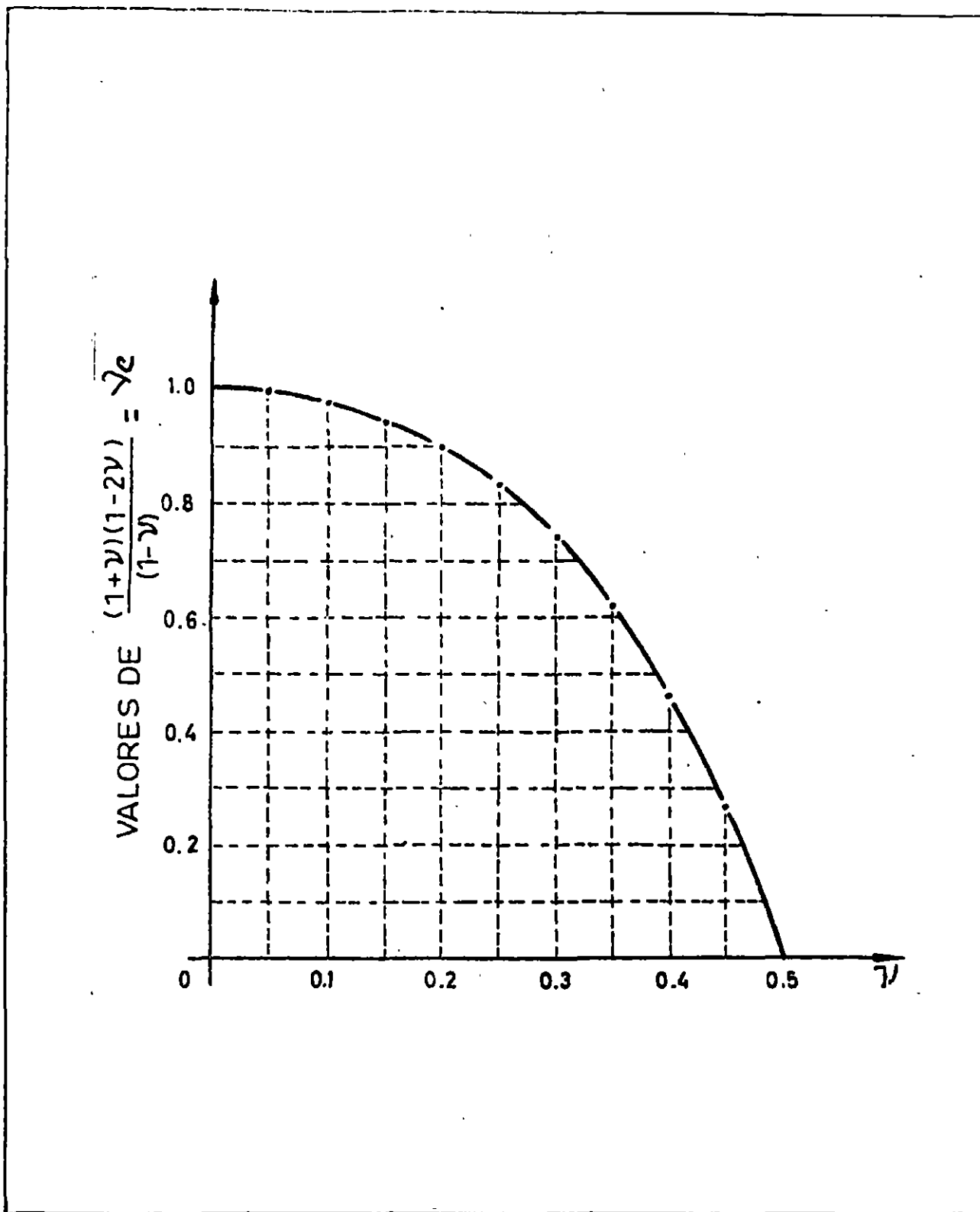


Figura 2.1.8. Gráfica de relación entre relación de Poisson y valores de coeficiente "nu" para desplazamiento cero lateral.

2.2. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION.

2.2.1 INFORMACION PREVIA

Este tipo de pruebas es conveniente que se programen. Se recomienda que previo a la realización de la prueba se recabe la siguiente información:

a) CONDICIONES DE CAMPO.

1. Estratigrafía del pozo de donde se obtuvo la muestra.
2. Pesos específicos de los materiales de los diferentes estratos.
3. Condiciones hidráulicas en campo.
4. Compacidad relativa indirecta o directa de los materiales granulares (con el fin de reconstituir las condiciones hasta donde esto sea posible).
5. Extensión y configuración de la superficie en campo (plano topográfico).

b) CONDICIONES DE PROYECTO.

1. Ubicación de la obra en campo.
2. Descargas en superficie de la obra.
3. Posibles adiciones a futuro de la obra actual.

c) DATOS DE PRUEBAS DE LABORATORIO O DE CAMPO QUE PERMITAN LA PROGRAMACION EN CUANTO A ESFUERZOS DE LA PRUEBA.

1. Datos de penetración estándar.
2. Datos de cono holandés.
3. Datos de penetrómetro de bolsillo.
4. Datos de torcómetro de bolsillo.
5. Datos de pruebas de compresión simple.
6. Datos de pruebas triaxiales

2.2.2 PROGRAMACION DE LA PRUEBA.

Con algunos de los datos de la información anterior, se debe hacer una programación que contemple el aplicar a una probeta de material,

confinamientos menores a los que aplica el suelo por peso propio antes de las descargas de la obra. Posteriormente, conociendo los valores de las descargas y haciendo uso de las soluciones derivadas de la Teoría de Boussinesq, evaluar el incremento del esfuerzo confinante, de modo que se programen confinamientos superiores a los que se tendrán por la suma de los dos efectos antes comentados.

En lo que respecta a los niveles de esfuerzo desviador que se va a aplicar, conviene realizar, de ser posible, una prueba a la falla en una probeta del mismo material y bajo un esfuerzo de confinamiento en la cámara triaxial con valor intermedio a los extremos antes comentados de confinamiento. Posteriormente se definirá el nivel de esfuerzo desviador a utilizar, conociendo de proyecto el factor de seguridad estimado para la obra en cuanto a resistencia.

Si para cierto confinamiento dado se tiene un círculo de falla, se deben de proponer esfuerzos desviadores que no sean de falla y que representen cierto porcentaje del esfuerzo desviador de falla (que es el diámetro del círculo antes comentado).

Se recomienda por otra parte, utilizar para estas pruebas anillos de carga en lugar de pesas, para realizar los diferentes incrementos que nos permitirán llegar al esfuerzo desviador de programación. Si del anillo se conoce su constante elástica, y se divide la carga que se requiere para llegar al esfuerzo deseado, entre la constante del anillo, nos dará el número de unidades que se requieren para llegar a este esfuerzo.

Se recomienda programar el llegar a ese esfuerzo en 10 incrementos. Esto se puede hacer proporcionalmente para otros confinamientos y obtener cuantas unidades se deben tener para aplicar uno de los diez incrementos que se van a aplicar. Con el fin de no rebasar la capacidad elástica del anillo de carga, se recomienda obtener el diámetro del círculo que se tiene para el confinamiento máximo a utilizar. Conocido éste y reduciéndolo al porcentaje deseado, se puede obtener el esfuerzo máximo que se va a exigir. Se recomienda entonces multiplicar este esfuerzo por el área transversal de la

probeta (inicial) y multiplicar este valor por 1.5 con el fin de incrementar en 50% la seguridad al anillo. Con base en lo anterior se podrá elegir el anillo que más conviene para la prueba.

Como en la cámara triaxial se sujeta a la probeta con una presión lateral (ya sea con un gas o con un fluido), se requiere un parámetro equivalente que permita la programación de la prueba, pero con base en datos de esfuerzos iniciales en el suelo de campo. Se ha aceptado utilizar como equivalente de presión al esfuerzo octaédrico, el cual se define como:

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

donde:

σ_1 = Esfuerzo principal mayor

σ_2 = Esfuerzo principal intermedio

σ_3 = Esfuerzo principal menor

En el caso de los suelos el concepto de confinamiento está ligado a esfuerzos efectivos, por lo que el esfuerzo octaédrico en este caso es función de ellos.

En Mecánica de Suelos y con la convención de signos de Ingeniería Geotécnica, el esfuerzo efectivo principal mayor es el vertical, de modo que para un punto en el centro del estrato de un suelo :

$$\sigma'_1 = \sigma_v' = \sum \gamma' h$$

donde σ_v' es igual a la sumatoria de los pesos específicos sumergidos por los espesores parciales h.

Por otro lado, en Mecánica de Suelos se considera que para los suelos el esfuerzo horizontal efectivo es una fracción del esfuerzo vertical efectivo. En la mayoría de los casos los esfuerzos horizontales ortogonales se suponen iguales, aunque estrictamente raramente lo son. El coeficiente que relaciona a los esfuerzos verticales con los horizontales recibe el nombre de coeficiente de suelos en reposo y se escribe como k_0 , de modo que:

$$k_0 = \frac{\sigma_h'}{\sigma_v'}$$

de modo que se puede decir que $\sigma_h' = k_0 \sigma_v'$.

con base en lo anterior, se puede decir que el esfuerzo de confinamiento octaédrico y efectivo en un punto y para un suelo se puede calcular como:

$$\sigma'_{oct} = \frac{\sigma_v' + \sigma_h' + \sigma_h'}{3}$$

que expresado en función de k_0 queda:

$$\sigma'_{oct} = \frac{\sigma_v' + k_0 \sigma_v' + k_0 \sigma_v'}{3} = \frac{1 + 2k_0 (\sigma_v')}{3}$$

En Mecánica de Suelos se acepta que el incremento de confinamiento por efecto de una sobrecarga producida por una obra civil se puede calcular con el mismo razonamiento.

Sea un incremento de esfuerzo efectivo producido por una obra civil y calculado en un cierto punto que se encuentra a una cierta profundidad (se acepta aplicar la solución elástica de Boussineq). A

este incremento de esfuerzo efectivo se le da la siguiente nomenclatura:

$$\Delta\sigma_v' \text{ (obtenido con la solución de Boussinesq)}$$

Por lo que el incremento de esfuerzo efectivo octaédrico se puede escribir como:

$$\Delta\sigma'_{oct} = \frac{1 + 2k_o (\Delta\sigma_v')}{3}$$

Con este razonamiento se acepta que por efecto del peso propio de los materiales del suelo y antes de colocar alguna sobrecarga, en un punto en el centro de cierto estrato se debe tener un esfuerzo efectivo de confinamiento inicial que se puede escribir como:

$$\sigma'_{oct}_o = \frac{1 + 2k_o (\sigma_v'_o)}{3}$$

De modo que al adicionar un incremento de confinamiento por efecto de una sobrecarga, se puede pensar que en el mismo punto se llega a un esfuerzo de confinamiento efectivo final. En un suelo granular este esfuerzo efectivo se alcanza relativamente rápido (en una arcilla habría que esperar a que suceda el fenómeno de consolidación). Este esfuerzo de confinamiento efectivo final se puede expresar como:

$$\sigma'_{oct}_f = \sigma'_{oct}_o + \Delta\sigma'_{oct}$$

Por lo antes dicho se concluye que con los datos de un estudio de Mecánica de Suelos y con datos obtenidos de tablas que reportan los posibles k_o y ν de diferentes suelos, se puede calcular numéricamente para un cierto punto de interés (normalmente el centro de un estrato o si el estrato tiene mucho espesor para un subestrato

(subdividido según convenga para fines de cálculo) el esfuerzo de confinamiento efectivo inicial, y posteriormente con datos de sobrecargas el incremento de esfuerzo de confinamiento efectivo para llegar finalmente al posible esfuerzo de confinamiento efectivo final. Conocido este dato inicial y final posible, se puede hacer una programación de la prueba triaxial de deformación proponiendo como confinamiento primero en la cámara triaxial a uno menor que el inicial. Posteriormente dentro de esta programación, se debe proponer como último valor de confinamiento en la cámara triaxial a uno mayor que el final de proyecto. Con lo anterior se logra tener una gama de parámetros que cubren los confinamientos de nuestro interés.

Por otra parte se recomienda proponer algunos valores de confinamiento intermedios a los extremos que se han comentado. Con base en la experiencia se recomienda proponer otros dos entre los valores extremos y como máximo tres. Lo anterior se debe a que si se propusiera solo uno intermedio y se tuviera duda de lo obtenido en algún confinamiento no se podría tener idea del ajuste de parámetros con solo dos puntos al momento de graficar. En cambio si se prueba a cuatro confinamientos diferentes y se tiene duda de el valor obtenido para un confinamiento, con los tres puntos restantes es posible proponer el ajuste. Si no se cuenta con suficientes puntos confiables, se deberá repetir la prueba.

En la Figura 2.2.1 se presenta una gráfica tipo que significa la síntesis de estas pruebas y que es de utilidad para estimar los asentamientos que se requieren para proyecto. Observe que se grafican esfuerzos efectivos de confinamiento contra módulos de deformación unitaria. Para obtener el módulo de deformación unitaria para cálculos de proyecto, ya habiendo obtenido una gráfica como la de la figura comentada, se acepta obtener este dato como asociado a un confinamiento efectivo que sea el promedio aritmético entre el confinamiento inicial y el final. Con este confinamiento promedio y buscándolo en la gráfica se busca donde cruza con la recta de ajuste, leyendo finalmente el valor del módulo de deformación unitaria en las ordenadas de la gráfica.

Este confinamiento promedio aritmético entre condiciones iniciales y finales se puede expresar como:

$$\sigma'_{oct\text{ proy}} = \sigma'_{oct_o} + 1/2 \Delta\sigma'_{oct}$$

o también

$$\sigma'_{oct\text{ proy}} = \frac{\sigma'_{oct_o} + \sigma'_{oct_f}}{2}$$

Estos esfuerzos octaédricos se hacen equivalentes al esfuerzo de confinamiento que se controla por medio de instrumentos de medición de presión en la cámara triaxial. A este esfuerzo de confinamiento, de cámara o de celda se le denomina como:

$$\sigma_c = \text{Esfuerzo de confinamiento en la cámara.}$$

Con la idea de dar mayor énfasis a la parte aplicada, se harán breves explicaciones de las herramientas a utilizar para realizar estas pruebas, conforme se desarrollen las partes prácticas 2.3 y 2.4. Para aclarar la utilización de estos datos para cálculo de asentamientos probables con fines de proyecto, en la parte 2.5 se realiza un ejemplo de aplicación.

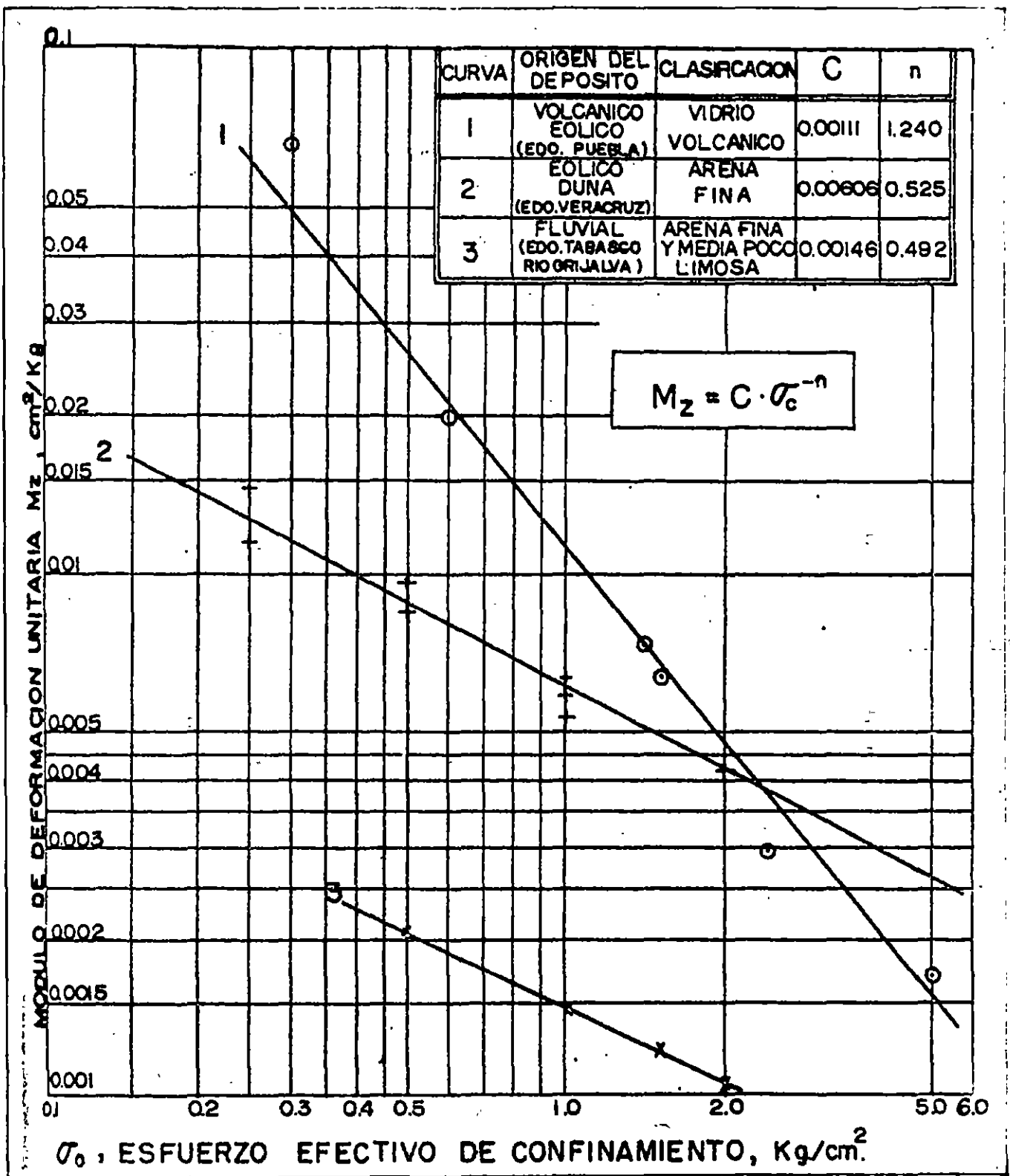


Figura 2.2.1. Comportamiento de los módulos de deformación unitaria contra el confinamiento para diferentes suelos granulares.

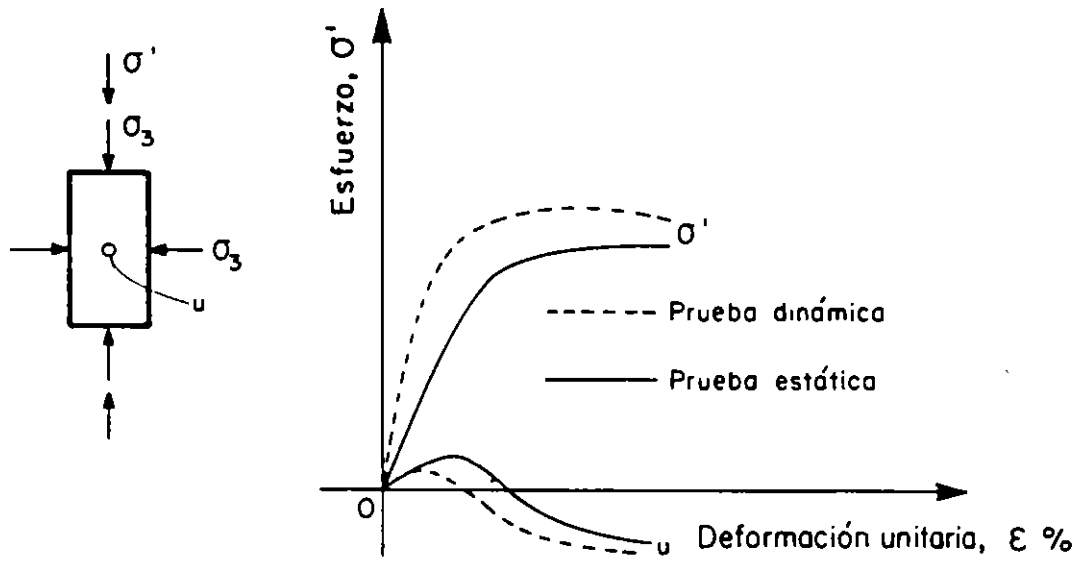


**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

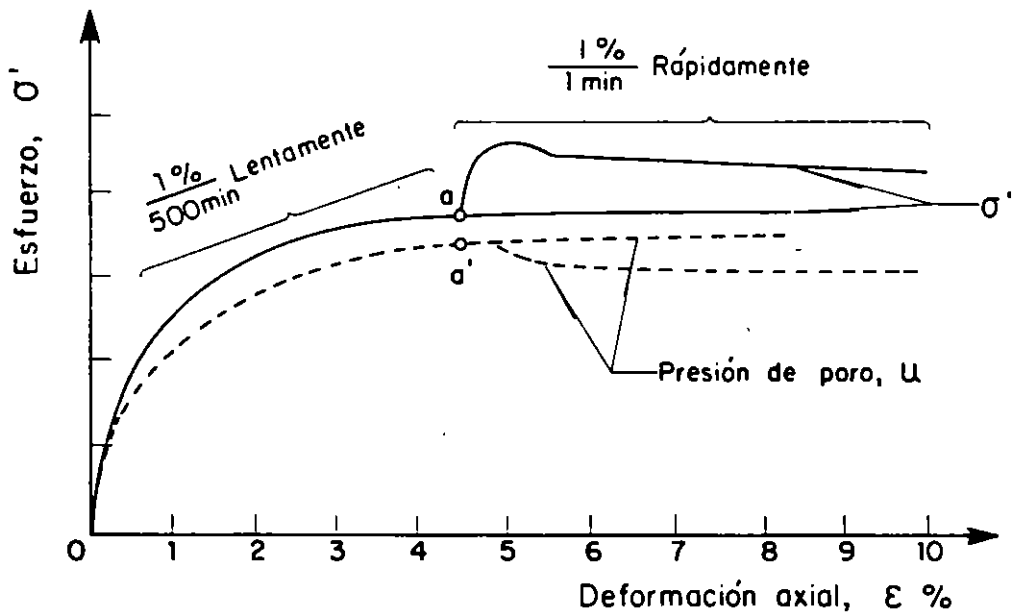
**CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II**

ANEXO TEMA VI

DR. ABRAHAM DIAZ R.



(a)



(b)

FIG 5.1 EFECTO DE LA VELOCIDAD DE APLICACION DE CARGA

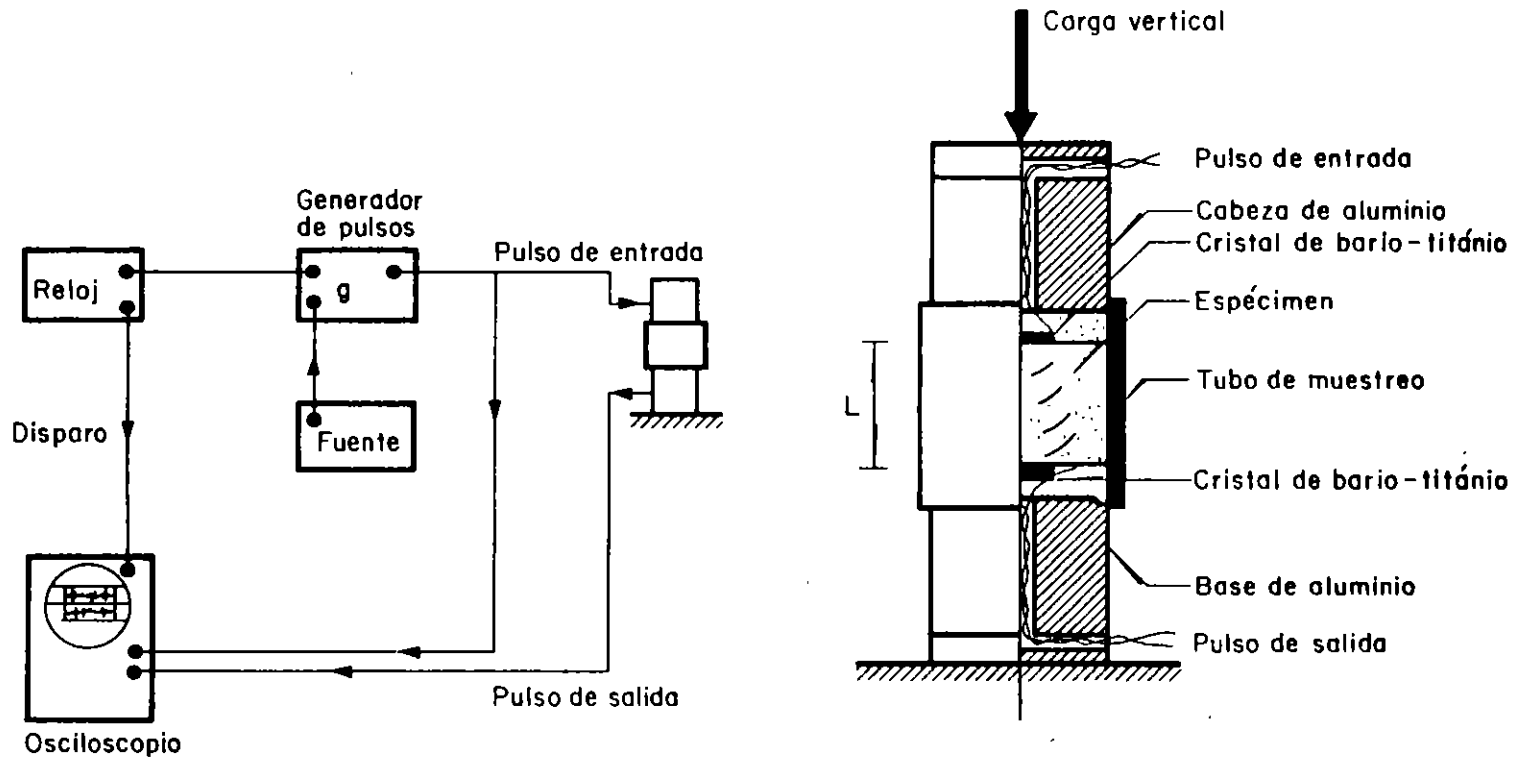


FIG 5.6 ESQUEMA DEL EQUIPO UTILIZADO EN EL ENSAYE DE PULSOS. (Whitman y Lawrence, 1963)

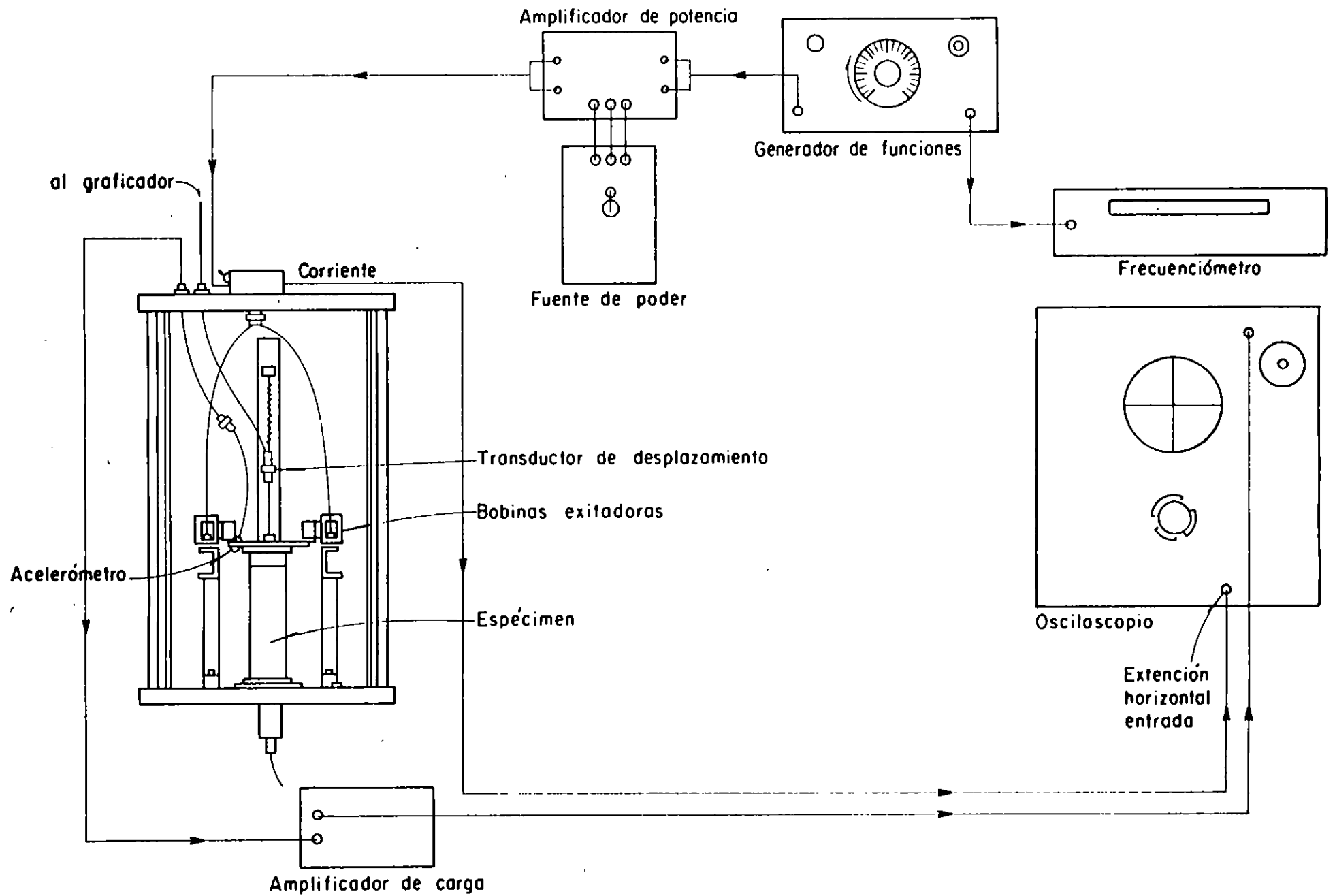


FIG 5.9 ESQUEMA DEL APARATO DE COLUMNA RESONANTE A TORSION

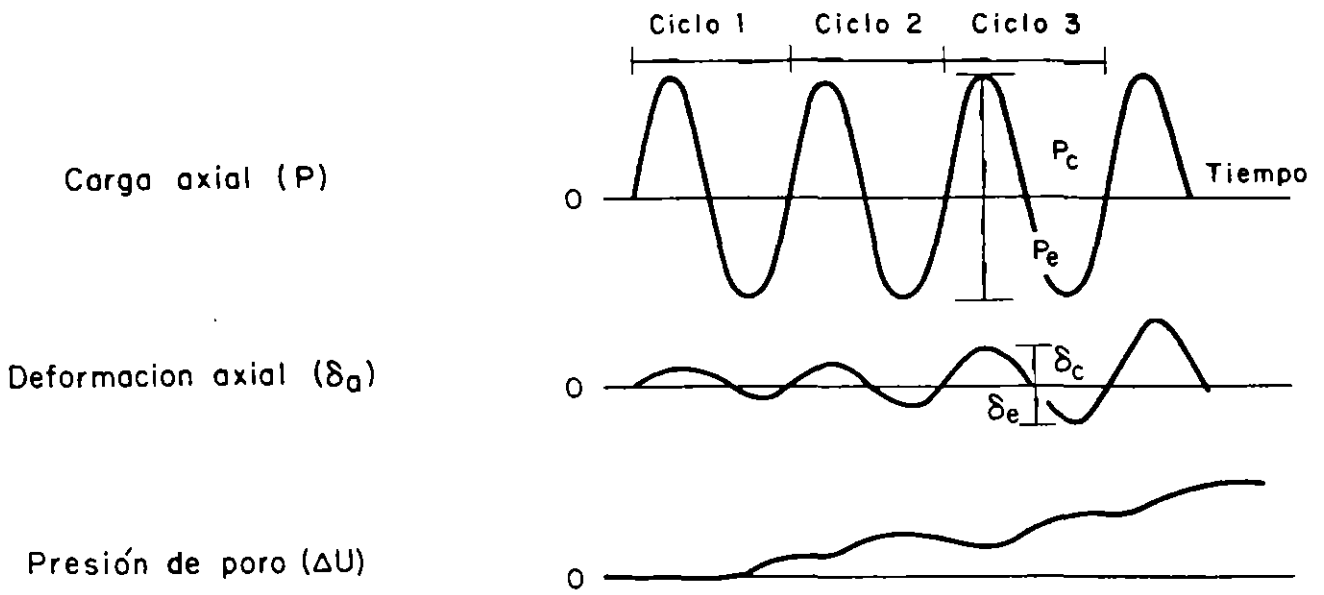
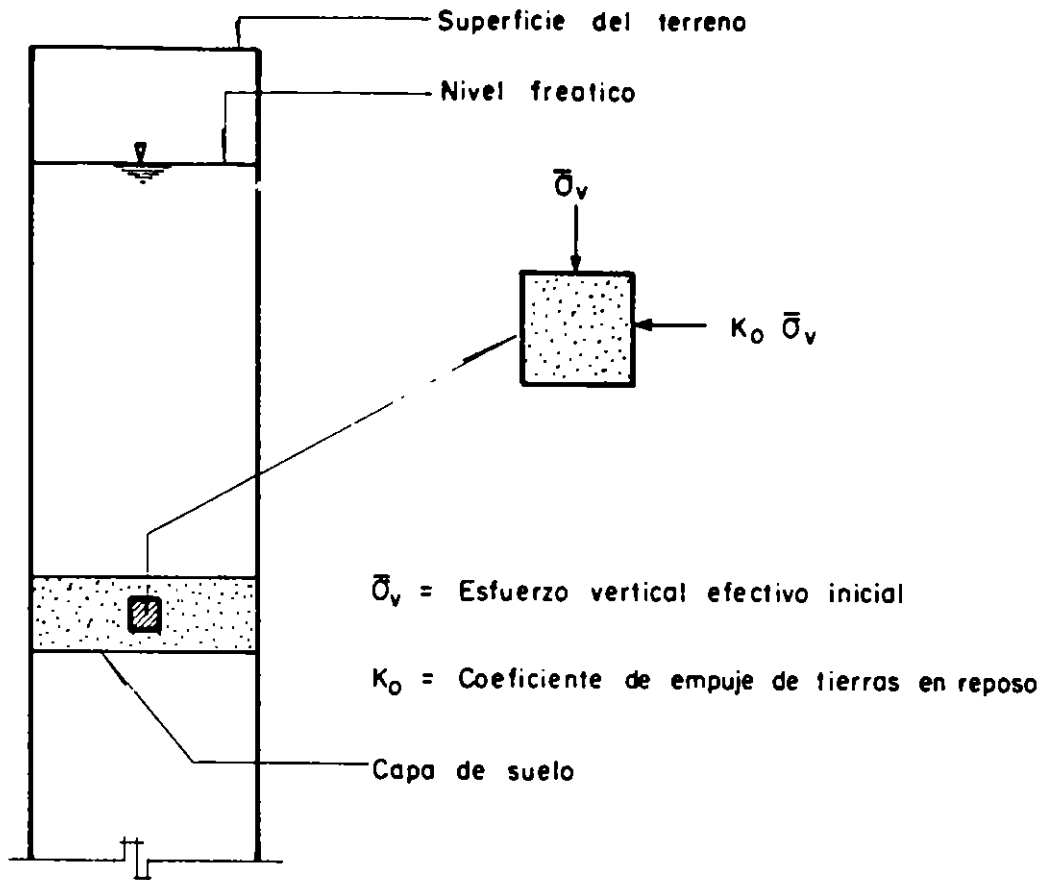
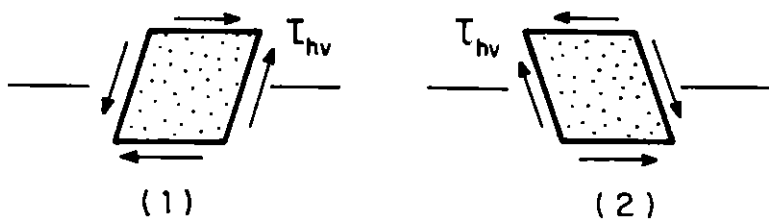


FIG 5.18 ESQUEMA DE REGISTRO Y CALCULO DE UN ENSAYE TRIAXIAL CICLICO



a) Localización del elemento y esfuerzos estáticos



b) Esfuerzos cíclicos inducidos en el elemento

FIG 5.22 CONDICION IDEALIZADA DE ESFUERZOS PARA UN ELEMENTO DE SUELO SUJETO A UN SISMO

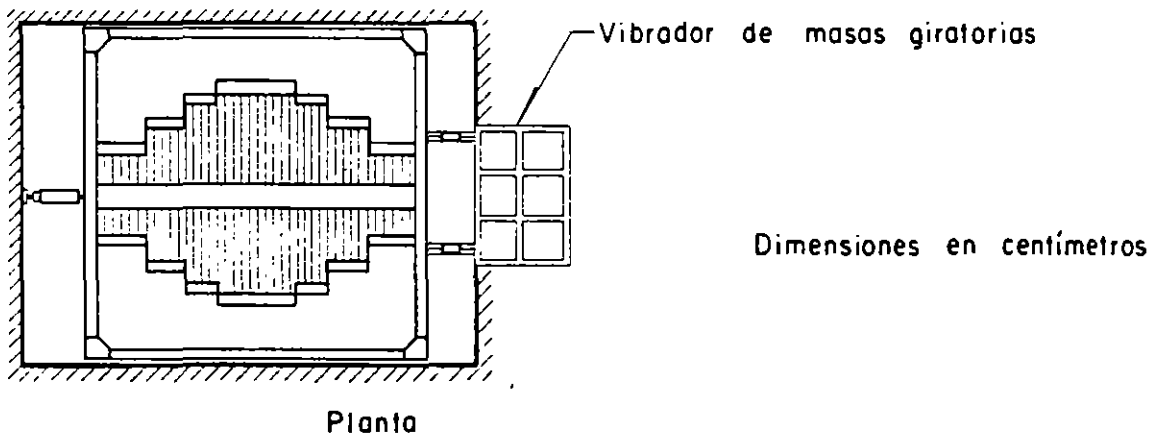
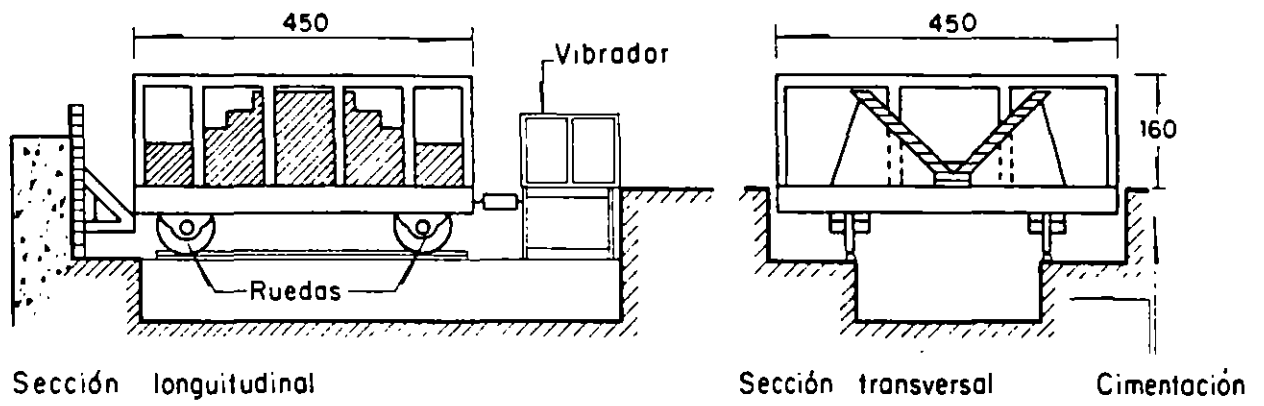
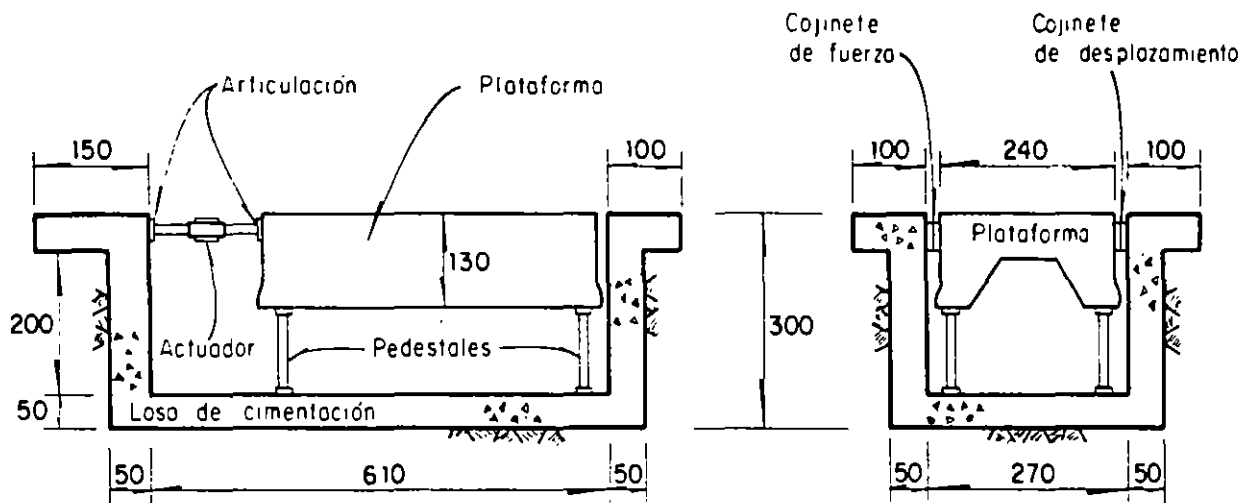


FIG 5.28 CARACTERISTICAS DE UNA MESA VIBRADORA (Díaz Rodríguez, 1971)



Dimensiones en cm

Vista longitudinal

Vista transversal

FIG 5.29 MESA VIBRADORA (Díaz Rodríguez y Del Valle, 1977)

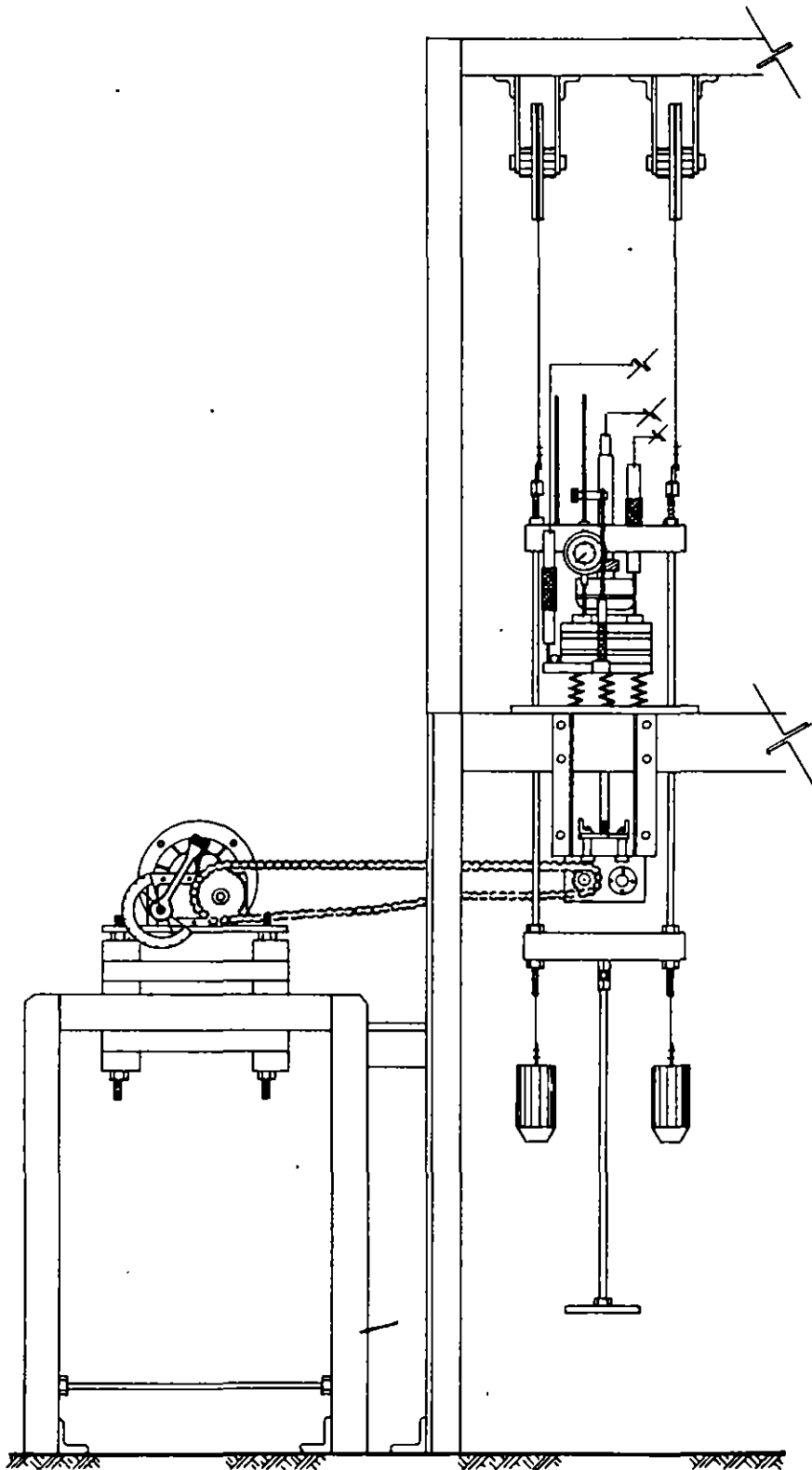


FIG 5.31 CONSOLIDOMETRO PARA ENSAYES DINAMICOS
(Díaz Rodríguez y Casales, 1986)

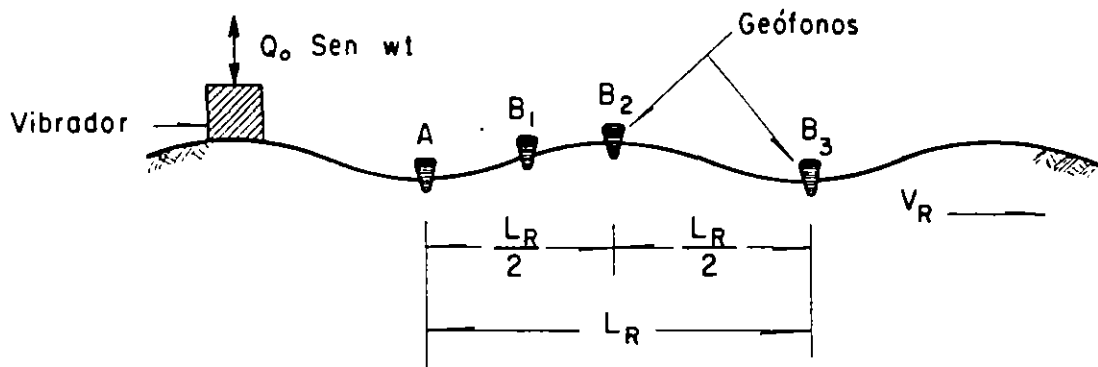
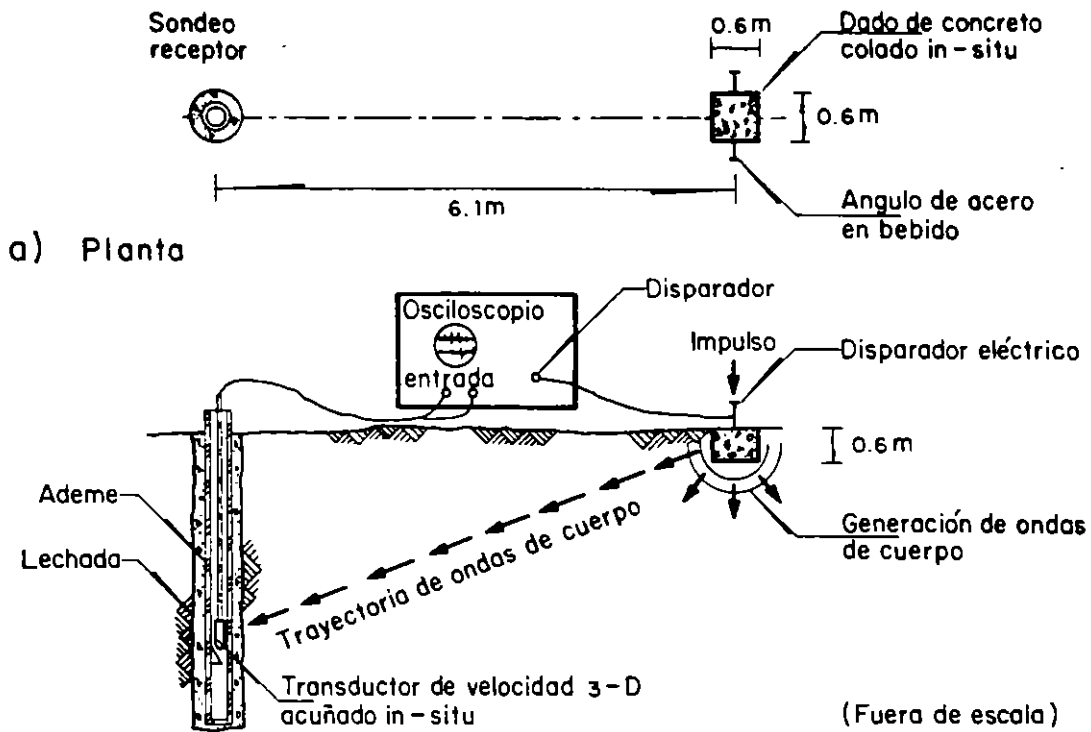
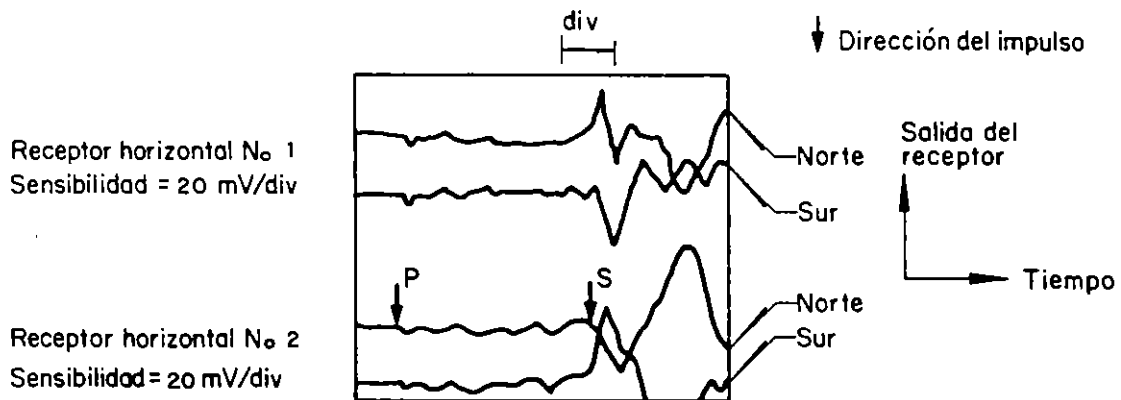


FIG 5.33 ENSAYE DE VIBRACION DE LA SUPERFICIE DEL TERRENO



b) Sección transversal



c) Registro de llegada usando dos receptores orientados perpendicularmente uno del otro

FIG 5.40 ENSAYE SISMICO DOWNHOLE (Hoar y Stokoe, 1978)

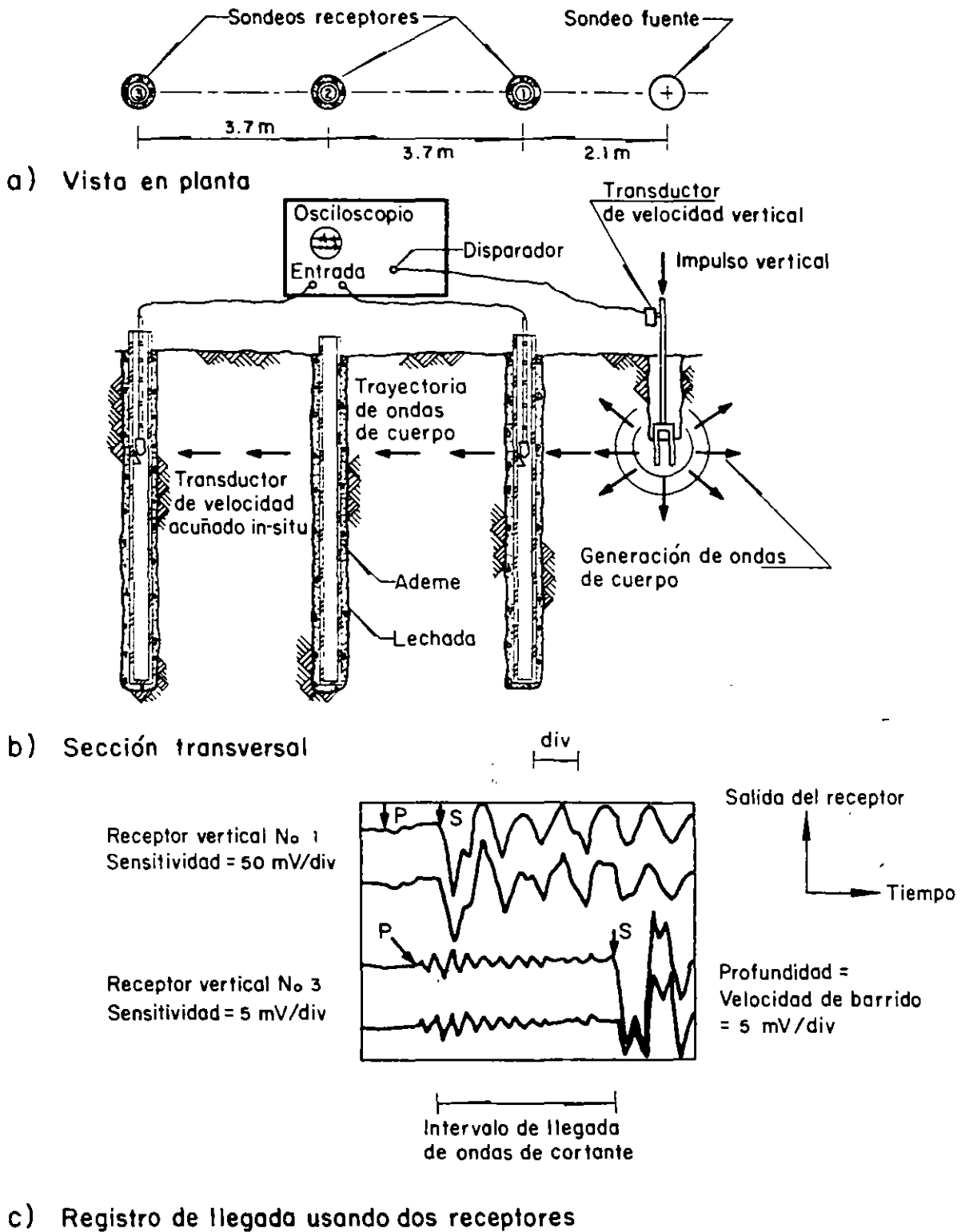


FIG 5.41 ENSAYE SISMICO CROSS-HOLE (Hoar y Stokoe, 1978)

9. REFERENCIAS

- Annaki, M. and Lee, K. L. (1977). "Equivalent uniform cycle concept of soil dynamics", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103 (GT6): 549-564
- Ballard, R. F., Jr. (1964). "Determination of soil shear moduli at depth by in-situ vibratory techniques", WES Misc. Paper No. 4-691
- Ballard, R.F., Jr. and McLean, F.G. (1975). "Seismic field methods for in-situ moduli" Proceedings of the Conference on In Situ Measurement of Soil Properties, Geotechnical Engineering Division (ASCE) Specialty Conference, Raleigh, North Carolina, June 1-4, Vol. 1: 121-150
- Barkan, D. D. (1962). "Dynamics of bases and foundations", McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Bishop, K. E. (1959). "Forced torsional vibration of systems with distributed mass and internal and external damping", Transactions of the ASME: 8-12
- Casagrande, A. and Shannon, W.L. (1948). "Stress deformation and strength characteristics of soils under dynamic loads" Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Rotterdam, Vol. V: 29-34
- Castro, G. (1969). "Liquefaction of sands" Harvard Soil Mechanics Series No. 81, Cambridge, Mass., Jan.
- Castro, G. and Poulos, S.J. (1977). "Factor affecting liquefaction and cyclic mobility", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 105, (GT6): 501-516
- De Alba, P., Seed, H.B. and Chan, C.K. (1976). "Sand liquefaction in large-scale simple shear tests", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 102, No. GT9:909-927
- Díaz-Rodríguez, J. A. (1971). "Resultados experimentales en modelos de cortinas de enrocamiento" Memorias del II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Vol. 2, Acapulco, Gro.

- Díaz-Rodríguez, J. A., Weckmann, O. e Iturbe, R. (1973). "Licuación de arenas-Primera Parte", Instituto de Ingeniería, UNAM
- Díaz-Rodríguez, J.A. and Del Valle, F. (1977). "Dynamics laboratory of the National University of Mexico" 6th World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi
- Díaz-Rodríguez, J. A. y Casales Galván, C. (1983). "Efecto de vibraciones en el proceso de consolidación de un suelo cohesivo", VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, Pue.
- Díaz Rodríguez, J. A. (1984). "Dynamic behavior of rockfill dam models", International Workshop on Earthquake Engineering, Tongji University, Shanghai, China.
- Díaz-Rodríguez, J. A., Casales Galván, C. (1986). "Deformación unidimensional de la arcilla de la Ciudad de México por vibraciones", Simposio Los Sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México, D.F.
- Díaz-Rodríguez, J. A. y Leyte-Guerrero, F. (1989). "Consolidation of Mexico City clay under repeated loading", Proc. XII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Río de Janeiro, Brasil.
- Drnevich, V., Hall, J. y Richart, F. (1967). "Effect of amplitude of vibration on the shear modulus of sand", Proc. of the International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Albuquerque, USA, 189-199
- Drnevich, V. P., Hardin, B. O. y Shippy, D. J. (1978). "Modulus and damping of soils by the resonant-column method", Dynamic Geotechnical Testing, ASTM, STP 654: 91-125
- Finn, W.D.L., Emery, J.J. and Gupta, Y.P. (1970). "A shaking table study of the liquefaction of saturated sand during earthquakes", Proc. 3rd European Symposium on Earthquake Engineering, 253-262
- Finn, W.D.L., Emery, J.J. and Gupta, Y.P. (1971). "Liquefaction of large samples of saturated sand on a shaking table", Proc. 1st Canadian Conf. on Earthquake Engineering, Vancouver, 97-110

- Finn, W.D.L., Pickering, D.J. and Bransby, P.L. (1971). "Sand liquefaction in triaxial and simple shear tests" *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol. 97, No. SM4: 639-659
- Finn, W.D.L. and Vaid, Y.P. (1977). "Liquefaction potential from drained constant volume cyclic simple shear tests", *Preprints of Sixth World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi, Jan. 10-14*, Vol. 6: 7-12
- Hardin, B.O. (1965). "The nature of damping in sands", *Journal of the Soil mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 91 (SM1):63-97
- Hardin, B. O. y Black, W. L. (1966). "Sand stiffnes under various triaxial stresses", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 92 (SM2): 27-42
- Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. (1972). "Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 98 (SM6): 603-624
- Hoar, R. J. y Stokoe, K. H. (1978). "Generation and measurement of shear waves in situ", *Dynamic Geotechnical Testing, ASTM, STP 654*.
- Ishimoto, M., Iida, K. (1937). "Determination of elastic constants of soils by means of vibration methods", *Bull. Earthquake Research Institute*, Vol. 15: 67
- Iwasaki, T., Tatsuoka, F. y Tkagi, Y. (1978). "Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading", *Soil and Foundations*, Vol. 18 (1)
- Kjellman, W. (1951). "Testing of shear strength in Sweden", *Geotechnique*, Vol. 2: 225-232
- Kondner, R. L. (1963). "Hyperbolic stress-strain response cohesive soils", *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 89 (SM1)
- Kondner, R.L. y Zelasko (1963). "A hyperbolic stress-strain formulation of sands", *Proc. of 2nd. Panmaerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, Brazil, p 289
- Lawrence, F.V., Jr. (1963). "Propagation velocity of ultrasonic waves through sand" *MIT Research Report R63-8*, March

- Lee, K.L., Seed, H.B. and Dunlop, P. (1969). "Effect of transient loading on the strength of sand" Proceedings of the Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, Vol. 1: 239-247
- Lucks, et al (1972). "Stress conditions in NGI simple shear test", Proc. ASCE, Journal of the Soil Mechanics, Vol. 98 (SM1)
- Masing, G. (1926). "Eigenspannungen und verfestigung beim messing", Proc. of Second International Congress of Applied Mechanics
- Ohsaki, Y. e Iwasaki, R. (1973). "On dynamics shear moduli and Poisson's ratio of soil deposits", Soil and Foundations, 13 (4): 61-73
- Peacock, W. H. y Seed, H. B. (1968). "Sand liquefaction under cyclic loading simple shear conditions", Journal of Soil Mechanics Foundation Division, ASCE, Vol. 94 (SM3)
- Pickering, D. J. (1969). "A simple shear machine for soil", Tesis doctoral, University of British Columbia, Canada.
- Prevost, J. H. y Hoeg, K. (1976). "Reanalysis of simple shear soil testing", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 13 (4)
- Pyke, R., Seed, H.B. and Chan, C.K. (1975). "Settlement of sands under multidirectional shaking", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 101 (GT4): 379-398
- Ramberg, W. y Osgood, W. R. (1943). "Description of stress-strain curves by three parameters" Technical note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D. C.
- Richart, F.E., Jr., Hall, J. R., Jr. and Woods, R.D. (1970). "Vibrations of soils and foundations", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 414
- Roscoe, K. H. (1953). "An apparatus for the application of simple shear to soil Samples", Proceedings, Third international Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1: 186-191
- Seed, H. B. y Fead, J. W. N. (1959). "Apparatus for repeated load tests on soils", Special Technical Publication No. 204, ASTM
- Seed, H. B. (1960). "Soil strength during earthquake", Proc. Second World Conference Earthquake Engineering. Vol. 1: 183-194

Seed, H. B. and Lee, K.L. (1966). "Liquefaction of saturated sands during cyclic loading" Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 92 (SM6): 105-134

Seed, H. B. e Idriss, I. M. (1970). "Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses", Report No. EERC 70-10, University of California, Berkeley, California

Seed, H.B., Mori, K. and Chan, C.K. (1977). "Influence of seismic history on liquefaction of sands", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103 (GT4): 257-270

Seed, H.B., Pyke, R.M. and Martin, G.R. (1978). "Effect of multidirectional shaking on pore pressure development in sands", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104 (GT1): 27-44

Thiers, G.R. and Seed, H.B. (1968a). "Cyclic stress strain characteristics of clay", proc. ASCE, Vol. 94 (SM2): 555-569

Whitman, R. V. (1970a). "The response of soils to dynamic loads", Mass. Inst. Tech. Rep. 26 to U.S. Army Eng. Wat. Exp. Sta., Vicksburg, Miss.

Wilson, S.D. and Dietrich, R.J. (1960). "Effect of consolidation pressure on elastic and strength properties of clay", Proceedings ASCE Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, Colo., 419-435

Zeevaert, L. (1967). "Free vibration torsion tests to determine the shear modulus of elasticity on soils", Proc., 3rd Panamerican Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., Caracas, Vol. 1: 111-129

10. BIBLIOGRAFIA

Whitman, R. V. (1979). "Dynamic behavior of soils and its applications to civil engineering projects", VI Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, Perú

Woods, R. D. (1978). "Measurement of dynamic soil properties", Proc. Earthquake Engineering and Soil Dynamics, ASCE Specialty Conference, Pasadena, California

Yoshimi, Y. (1977). "Soil dynamic and its application to foundation engineering"

Zeevaert, L. (1989). "Sismo-geodinámica de la superficie del suelo y cimentación de edificios en la Ciudad de México"



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

T E O R I A

M. I. MANUEL MENDOZA LOPEZ

ASPECTOS POR TRATAR...

1. TENDENCIAS ACTUALES Y FUTURAS DEL LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

- * Sistemas automáticos de adquisición de datos**
- * Control de ensayos usando microcomputadoras**
- * Ejemplos ilustrativos**

2. ADQUISICION DE DATOS EN LA INSTRUMENTACION SISMO-GEOTECNICA DE UNA CIMENTACION PROTOTIPO

- * Descripción del proyecto**
- * Adquisición automática de datos**
- * Adquisición manual de datos**

3. PROCEDIMIENTOS ALTERNATIVOS PARA LA DETERMINACION DEL CONTENIDO DE AGUA DE SUELOS

- * Combustión de alcohol**
- * Método del tolueno**
- * Secado directo en la parrilla**
- * Secado en el horno de microondas**

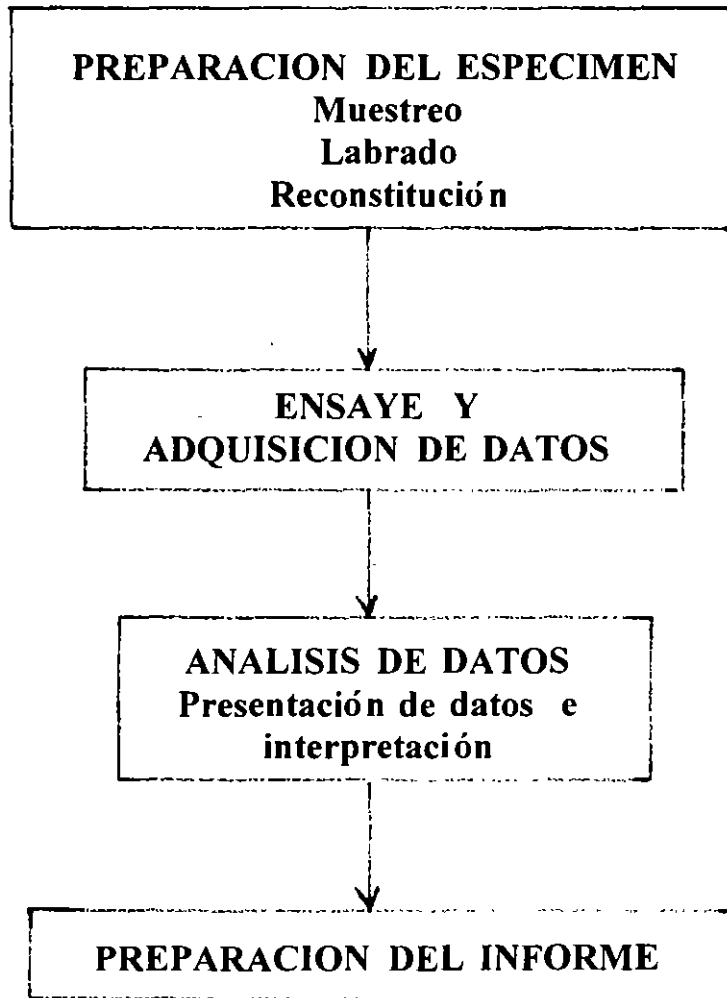
4. USO DEL CONO SUECO PARA OBTENER EL LIMITE LIQUIDO

- * Procedimiento del ensaye**
- * Resultados comparativos con la copa de Casagrande**

5. CONSOLIDACION DE SUELOS CON VELOCIDAD CONSTANTE DE DEFORMACION

- * Procedimiento del ensaye**
- * Ventajas respecto al procedimiento incremental convencional**

Pasos involucrados en los ENSAYES DE LABORATORIO



Aplicaciones computacionales en ensayos geotécnicos :

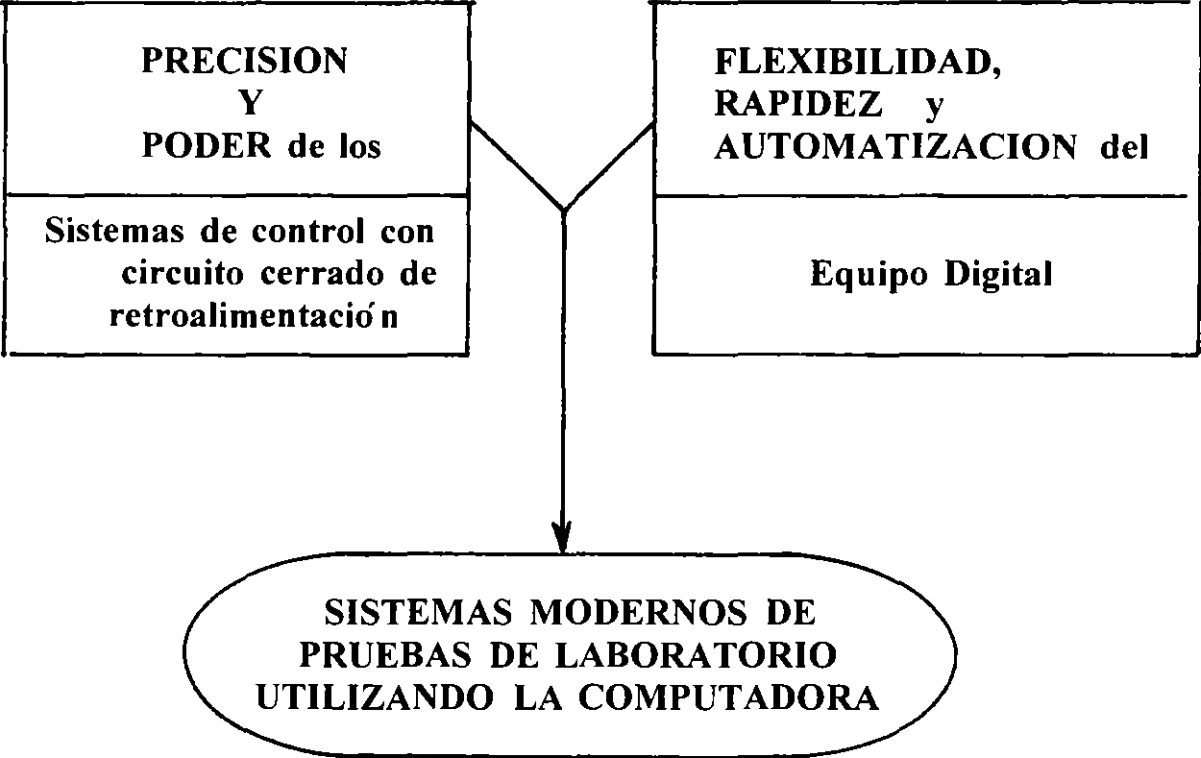
1. SISTEMAS AUTOMATICOS DE ADQUISICION DE DATOS

- Ya existentes por varios años**
- Operan bajo el principio de un ciclo o circuito abierto**
- Sin retroalimentación**

2. CONTROL DE LOS ENSAYES USANDO SISTEMAS BASADOS EN MICROCOMPUTADORAS

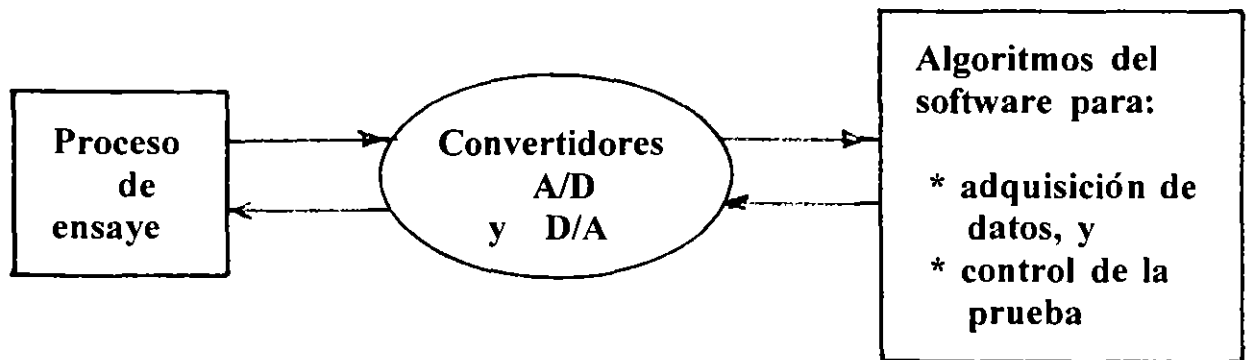
- Desarrollo más reciente para pruebas y metodologías nuevas**
- Operan bajo el principio de un circuito cerrado**
- Con retroalimentación**

Los avances en tecnología computacional proporcionan una vía factible, conveniente y económica para desarrollar aparatos de laboratorio, en donde se combinan :



Los tres componentes más importantes de cualquier sistema moderno de ensaye de laboratorio son :

- **APARATO DE PRUEBA**
- **HARDWARE DE INTERFASE (Equipo)**
- **SOFTWARE (Programas de cómputo)**



APARATO DE PRUEBA	HARDWARE DE INTERFASE	SOFTWARE
<ul style="list-style-type: none"> ■ <i>Marco de carga</i> ■ <i>Espécimen</i> ■ <i>Cámara, anillo, etc.</i> ■ <i>Transductores de entrada</i> <ul style="list-style-type: none"> * actuadores * servo-válvulas * válvulas solenoides * motores de paso * reguladores de presión, etc. ■ <i>Transductores de salida</i> <ul style="list-style-type: none"> * celdas de carga * transd. de presión * LVDT's * transd. de giro 	<ul style="list-style-type: none"> ■ <i>Microcomputadora</i> ■ <i>Controladores para los transductores de entrada</i> ■ <i>Acondicionadores de señal para los transductores de salida</i> ■ <i>Convertidores analógico a digital (A/D) y digital a analógico (D/A)</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ■ <i>Programa o serie de programas diseñados para adquirir datos, y/o controlar el aparato de prueba.</i>

Diagrama de Bloques de un Diseño Moderno para un Sistema de Ensaye de Laboratorio

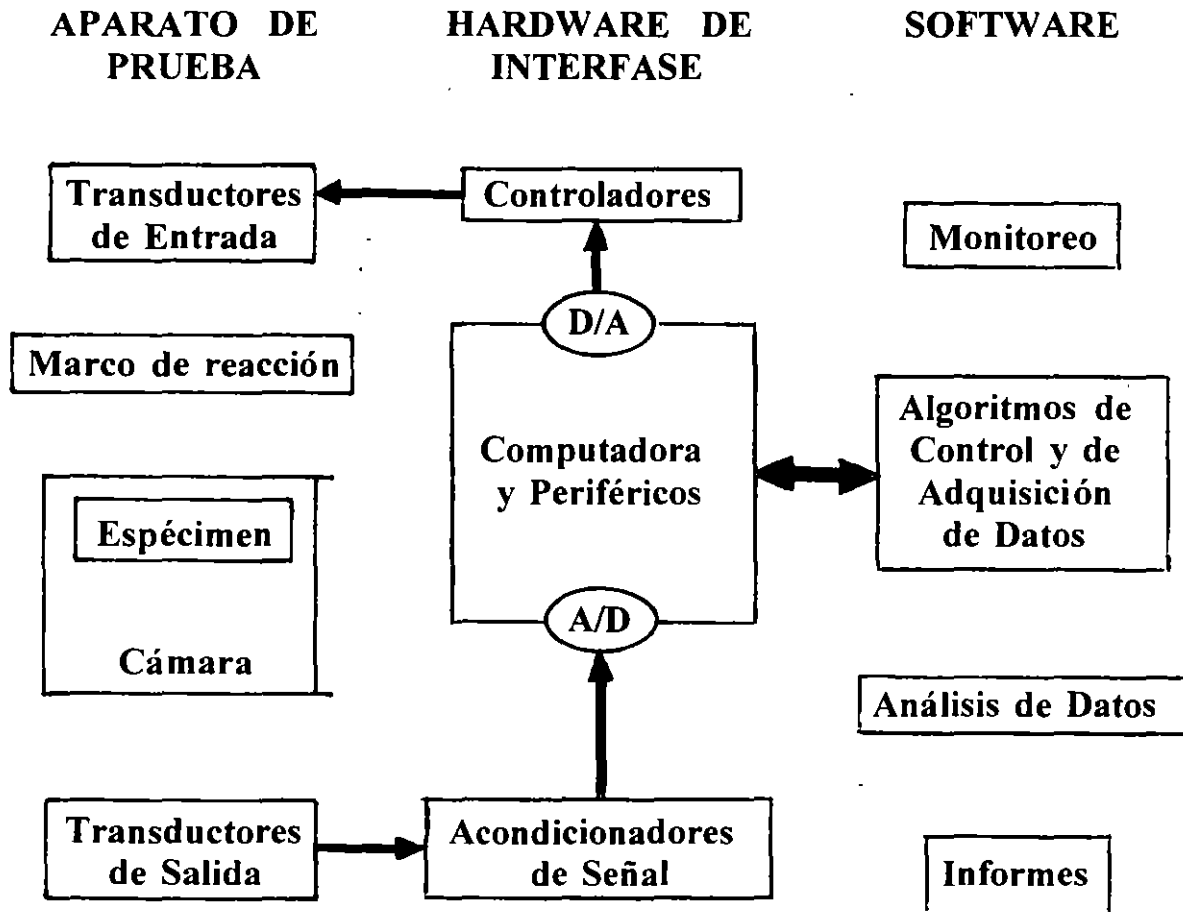


Diagrama de Bloques de un Algoritmo de Control de Circuito Abierto

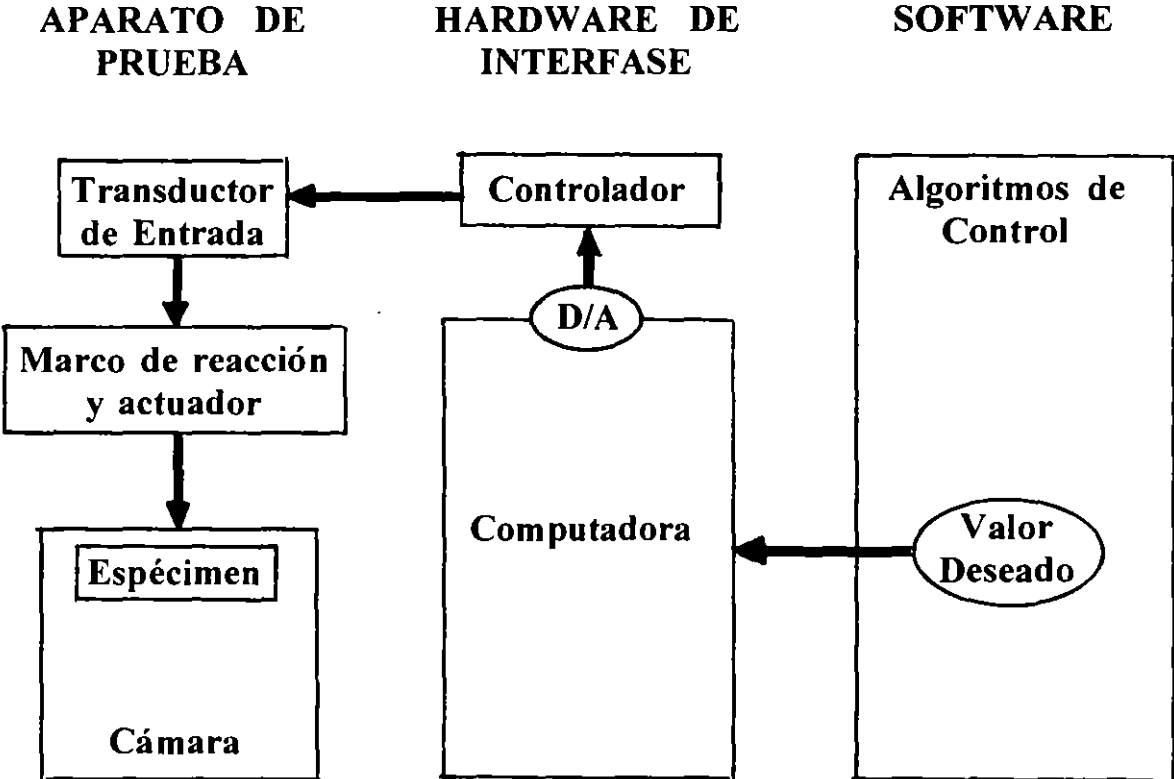
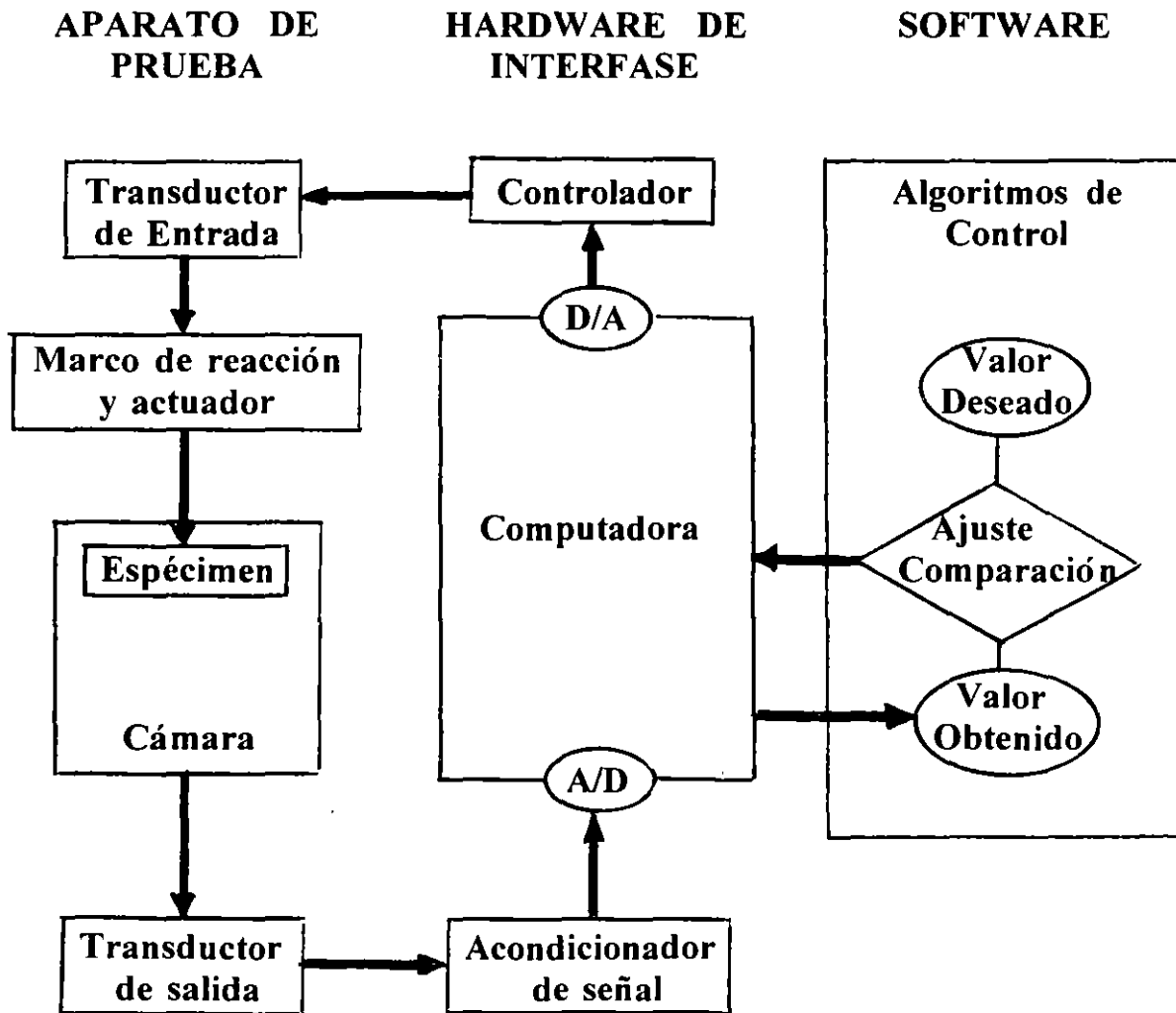


Diagrama de Bloques de un Algoritmo de Control de Circuito Cerrado





FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
CURSOS ABIERTOS
LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

TEORIA AN INTRODUCTION TO PIEZOELECTRIC CRYSTALS

ING. ABRAHAM DIAZ RODRIGUEZ

An Introduction to Piezoelectric Crystals

Piezoelectric crystals have the ability to generate or detect compressional, shear, torsional, length extensional, or flexural modes of vibration.

Some single-crystal materials exhibit what is termed the direct piezoelectric effect: When the crystal is mechanically strained, or deformed by the application of an external stress, electric charges appear on certain of the crystal surfaces. When the direction of the strain reverses, the polarity of the electric charge is reversed. The crystals that exhibit this effect are classed as piezoelectric crystals (see Figure 1).

Conversely, when a piezoelectric crystal is placed in an electric field, or when charges are applied by external means to

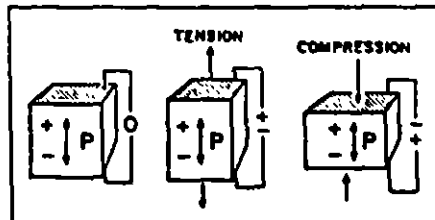


Figure 1. The change in polarity of the electric charge on the surfaces of a piezoelectric crystal when it is subjected to applied tensional or compressional stress is termed the direct piezoelectric effect.

its faces, the crystal exhibits strain, i.e., the dimensions of the crystal change. When the direction of the applied electric field is reversed, the direction of the resulting strain is reversed. This is called the converse piezoelectric effect (see Figure 2).

PIEZOELECTRIC CONSTANTS

Piezoelectricity has been demonstrated qualitatively in approximately 1000 crystal materials. These include materials

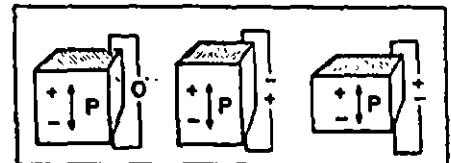


Figure 2. When a piezoelectric crystal is placed in an electric field, or when charges are applied to its surfaces, the crystal exhibits strain. The phenomenon is known as the converse piezoelectric effect.

where piezoelectricity occurs naturally, and other single-crystal and polycrystalline materials in which piezoelectricity can be induced by the application of high voltage or poling (see Table 1).

In both the direct and converse piezoelectric effects, the strain and stress are related to the electrical parameters by the piezoelectric constants d_{ij} , g_{ij} , and e_{ij} . These constants have different values for different directions in the material. Furthermore, the stresses and strains are related to each other by the elastic constants of the material in different directions.

CRYSTAL ORIENTATION

The piezoelectric axis is parallel to the direction in which a tension or compression develops a charge in the material. In quartz, this axis is known as the X-axis; in poled ceramic materials such as PZT, the piezoelectric axis is referred to as the Z-axis. Various stresses and strains in the crystal are produced by different combinations of the direction of the applied field and orientation of the crystal. For example, an electric field applied perpendicular to the piezoelectric axis will produce elongation along the axis, as shown in Figure 2. An electric field applied parallel to the

Table 1: Characteristics of Piezoelectric Materials

Material	Piezoelectric Constant (10^{-12} C/N) or (10^{-12} m/V)	Max. Input Voltage (V/thickness) (mm)	Acoustic Power (W/cm ²) (approx.)	Q_m
Quartz	$d_{11} = -2.3$ $d_{14} = 0.7$	10,500	1000	2×10^6
Lithium Niobate	$d_{33} = 6.0$ $d_{15} = 69.2$	1000	100	1×10^5
PZT-4	$d_{33} = 289$ $d_{15} = 496$	470	450	500
PZT-5A	$d_{33} = 374$ $d_{15} = 584$	235	125	75
PZT-5H	$d_{33} = 593$ $d_{15} = 741$	235	260	65
PZT-8	$d_{33} = 225$ $d_{15} = 330$	470	340	1000
Lead Metaniobate	$d_{33} = 85$	700	85	11

Russell Petrucci and Kim Simmons, Valpey-Fisher Corp.

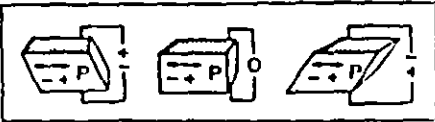


Figure 3. It is possible to produce various stresses and strains in the material by means of different combinations of the orientation of the crystal and the direction of the applied field. In this example, a field applied parallel to the piezoelectric axis produces elongation in the direction of the axis.

piezoelectric axis induces a shear motion (see Figure 3).

RESONANCE FREQUENCIES

If, instead of the DC field shown in Figures 2 and 3, an alternating field is applied, the crystal will vibrate at the frequency of the AC field. If the frequency of the AC field corresponds to the frequency where the thickness of the crystal represents half a wavelength, the amplitude of the crystal vibration will be much greater. This is called the crystal's fundamental resonance frequency.

The crystal will also have frequencies of large amplitude whenever the thickness of the crystal is equal to an odd multiple of half a wavelength. These are termed harmonic or overtone resonance frequencies (e.g., 3rd overtone, 5th overtone).

The largest amplitude occurs at the fundamental frequency, and as the harmonic number increases, the vibration amplitude decreases. A large percentage of energy loss occurs at the two faces of a crystal. Overtone-polished crystals are therefore recommended for use at the higher harmonic frequencies. This process, developed by Valpey-Fisher, limits the energy loss and thereby facilitates the use of higher harmonics (e.g., 9th overtone, 11th overtone), and increases the amplitude of all the resonance frequencies.

THE PIEZOELECTRIC CONSTANTS DEFINED

It is instructive to take a close look at the meanings of several piezoelectric constants. The most commonly measured is the piezoelectric strain constant d_{ij} . In the longitudinal mode of X-cut quartz, the applicable value is d_{11} . For an applied voltage V_{in} , d_{11} will determine the resultant thickness change Δt_{out} or:

$$\Delta t_{out} = d_{11} V_{in} \quad (1)$$

Equation 1 is used only to interpret

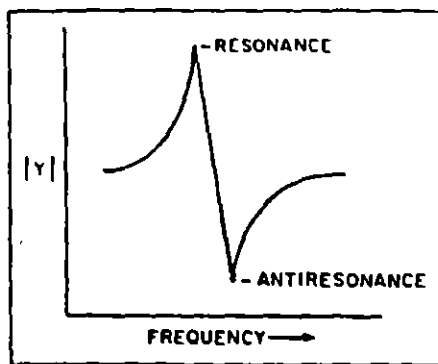


Figure 4. The electromechanical coupling factor is a measure of the piezoelectric material's ratio of output to input energy. The coupling factor is electrically determined using resonance and anti-resonance frequency data.

the converse piezoelectric effect. To determine the resultant voltage for the direct piezoelectric effect, two piezoelectric constants are used. The piezoelectric deformation constant h_{ij} relates the resultant voltage to a given deformation. In this case, the thickness change Δt_{in} produces an output voltage according to:

$$V_{out} = h_{11} \Delta t_{in} \quad (2)$$

A second constant, the piezoelectric pressure constant g_{ij} , is used to relate the resultant voltage to a given applied pressure P . The resultant voltage V_{out} is given by:

$$V_{out} = g_{11} P \quad (3)$$

ELECTROMECHANICAL COUPLING CONSTANT

For many applications, the material constant of interest is the electromechanical coupling factor k_u . This constant is a measure of the piezoelectric material's ratio of output energy to input energy or efficiency. It is related to the piezoelectric constants according to Equation 4:

$$k_u \sim h_{ij} d_{ij} \quad (4)$$

The coupling factor is electrically determined using the resonance frequency data. In Equation 5, the resonance frequency f_r and the anti-resonance frequency f_a are used to determine the widely used thickness-mode coupling factor k_t .

The locations of these two frequencies

are depicted for a hypothetical transducer in Figure 4.

$$k_t = \pi/2 (f_r/f_a) \cot \pi/2 (f_r/f_a) \quad (5)$$

DISPLACEMENT AMPLITUDE AND OUTPUT POWER

It is often desirable to know the displacement amplitude and power output of a transducer. Theoretical expressions can be derived for these quantities, but they are usually complicated functions

involving a number of parameters.

Theoretically, piezoelectric plates can be excited to any amplitude of vibration at any frequency, however far from resonance, if the applied voltage is sufficiently high.

In practice, though, the maximum power output that can be achieved without damaging the crystal depends on several variables including the type of mounting, frequency, medium, inertia, elastic compliance, and internal damping losses of the vibrating crystal itself.

These internal losses are a function δ of the driving frequency. When the operating frequency approaches a resonance, the internal losses sharply decrease; accordingly, the amplitude of deformation increases. For high fields, the crystal can suffer dielectric breakdown and mechanical fracture. A resonant voltage that is safe when the transducer is in a liquid or backed by a solid medium may not be safe if the transducer is operated in air.

Table 1 lists the maximum input voltage for several materials, along with the approximate maximum acoustic power, which is dependent on the input voltage, frequency, electromechanical coupling, and dielectric properties of the material.

ATTENUATION AND VELOCITY MEASUREMENTS

Transducers are used in research work to investigate the attenuation and velocity of ultrasonic waves in liquids and solids as a function of comparative parameters.

A quartz or lithium niobate transducer is cemented directly to the sample or to a low-loss buffer rod made of fused silica, which is in turn cemented to the sample. In this configuration, the transducer is used to both send and receive ultrasound.

A signal of known frequency and amplitude is sent out of the transducer and into the sample. The elastic strength and internal damping of the sample are determined from the change in frequency and amplitude detected in the returning signal. When liquids are being investigated, the transducer or one end of the buffer rod is immersed directly in the liquid.

USING OVERTONE RESONANCES

The size and frequency of the transducer element to be used depend on the working conditions. For example, a compressional-mode PZT-5A $\frac{1}{2}$ in. dia. transducer with a 5 MHz fundamental frequency is 0.0168 in. thick and can be driven at its odd harmonics to cover a frequency range of 5-105 MHz in intervals of 10 MHz.

For frequencies up to 1000 MHz, a transducer crystal made from X-cut quartz with a fundamental frequency of

20 MHz (thickness 0.00564 in.) will experience smaller internal losses and is easier to drive at its higher harmonics.

Transducers can also be fabricated in the kilohertz range for low-frequency work. Table 2 indicates the minimum diameter of the transducer to be used at a given frequency, together with sample diameters and the desired parallelism of the sample in terms of in./in. This table is intended only as a general guide for choosing a suitable transducer. In many experiments it is neither possible nor desirable to obtain a sample to meet the minimum diameter requirements.

Various materials can be used to couple a transducer to a sample, including conductive and nonconductive epoxy, ceramic cement, and cyanoacrylate glue. For nonpermanent coupling, machine oil, silicon fluid, or glycerin is suitable. Shear wave couplants are commercially available for shear wave transducers, and honey will support shear waves as well.

FOR FURTHER READING

- Cady, W.G. 1964. *Piezoelectricity*. New York: Dover Publications.
- Gerber, E.A. and A. Ballato (eds). 1985. *Precision Frequency Control*, VI. New York: Academic Press.
- _____. "IEEE Standard of Piezoelectricity," *ANSI/IEEE Standard*: 176-178.
- _____. Mar 1984. *IEEE Trans Sonics and Ultrasonics*, SU-31, Part 2.
- Kino, G.S. 1987. *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Mason, W.P. (ed.) 1964. *Physical Acoustics*. V. 1, Part A. New York: Academic Press.

Russell Petrucci is Ultrasound Products Marketing Manager, and Kim Simmons is Ultrasound Products Sales Administrator, Valpey-Fisher Corp., 75 South St., Hopkinton, MA 01748; 508-435-6831, fax 508-435-5289.

A Broadband Detector for Acoustic Emission

The VP-1093 Pinducer is designed for applications requiring broadband detection of acoustic emission (AE) signals at a designated point in a structure. The signals are generated by mechanical stresses that result in a material strain sufficient to produce a discernible acoustic event. The frequency range for a single Pinducer is ~DC-1.2 MHz; the discrete center frequency can be specified up to 30 MHz. Above 10 MHz, the response is 20 dB down. The piezoelectric material is selected by the manufacturer and/or user on the basis of accentuating the g_{33} , or receiving constant for optimized AE sensing. The larger the g_{33} value, the greater the sensitivity.

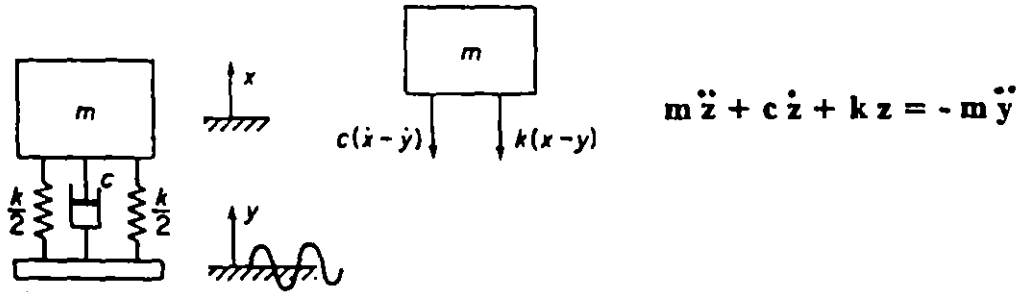
In operation, the Pinducer acts as the AE pickup or point source for event reception. Repeated crossings of a preset threshold as discerned by the monitoring equipment indicates the onset of a potential failure mode. For shock wave ap-

plications, for example, a Pinducer with a 20 W load yields >5 V when struck by a piece of aluminum moving at 20 m/s. The saturation point is at or near 20,000 psi. The device is also useful for monitoring corrosion and stress in pressure vessels, and analysis of lubrication and wear. Under certain operating conditions, the performance of a Pinducer is similar to that of a velocity sensor, typically having a sensitivity > 50 dB relative to 1 V/m/s.

For temporary installations, the Pinducer is coupled through a gel interface; permanent fixturing is accomplished by means of epoxy or flanges affixed to the test specimen. Once secured, the instrument is connected to the monitoring equipment via a special slip-fit connector/cable assembly. A 0.093 in. mounting footprint, 0.053 in. sensing element, and slim profile make the Pinducer well suited to applications with serious size constraints.

ACCELEROMETERS AND APPLICATIONS

Motion transducer behavior may be modeled by the typical base motion system covered in elementary vibrations as shown below. Letting $x(t)$ be the mass motion and $y(t)$ the base motion, the differential equation of the relative motion $z = x - y$ is obtained from Newton's law as



For harmonic base motion ($y = Y \sin \omega t$), the amplitude of the base motion Z can be shown to be

$$Z = \frac{Y \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2}}$$

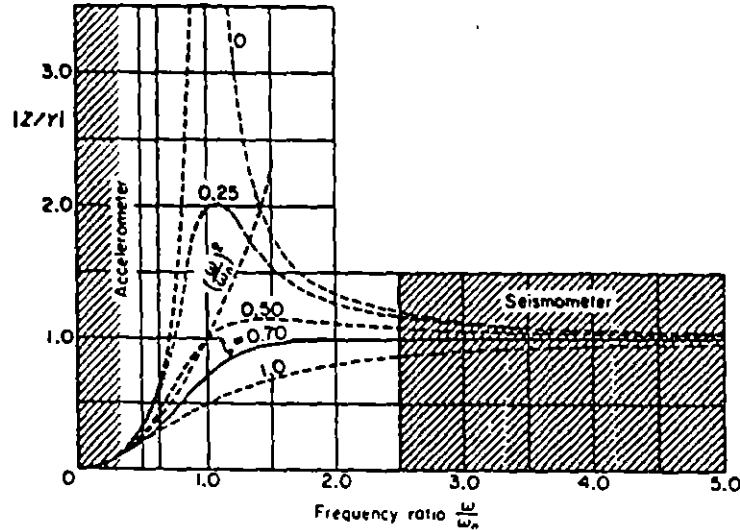
Note:

$\omega_n \equiv \sqrt{k/m}$ is the natural frequency of the instrument

$\zeta \equiv c/c_c$ is the damping factor, and

$c_c = 2\sqrt{km}$ is the critical damping

The response of a vibration measuring instrument to harmonic base motion is shown below as non-dimensional relative displacement (Z/Y) vs frequency ratio ($r = \omega/\omega_n$)



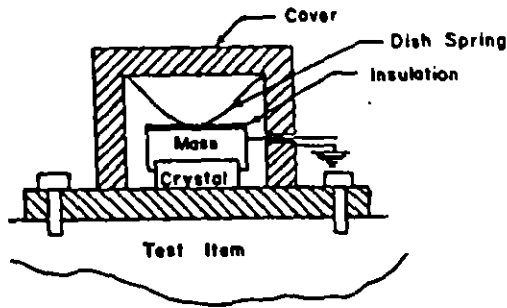
The response is proportional to displacement (seismometer or vibrometer) when $r \gg 1$ and proportional to acceleration when $r \ll 1$.

When $r \gg 1$, $Z/Y \approx 1$ and the instrument output (relative motion Z) is proportional to the base displacement Y .

When $r \ll 1$, $Z/Y \approx 0$ but the equation for the curves gives $Z/Y \approx r^2$ which is proportional to ω^2 . Thus, the instrument output Z is proportional to $\omega^2 Y$, the amplitude of the harmonic base acceleration.

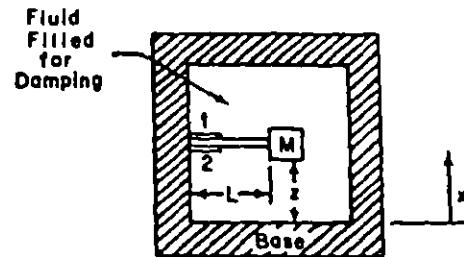
The vast majority of accelerometers are based on either strain gage or piezoelectric sensors which have the following features:

PIEZOELECTRIC



- Small Size**
- High Sensitivity**
- High Frequency Response**
- Built in Signal Conditioning**

STRAIN GAGE



- Moderate Size**
- Moderate Output**
- Good Low Frequency Response**
- Common Strain Gage Circuitry**

Piezoelectric accelerometers are much more popular and are constructed with piezoelectric crystals of quartz which has high stability or PZT (lead-zirconate-titanate) which is considerably more sensitive.

**ACCELEROMETERS
CAC-4**

PIEZOELECTRIC ACCELEROMETERS

Most applications use piezoelectric accelerometers where electrical output is directly proportional to acceleration of base or case of accelerometer.

- **Electrical Output:** Charge, Picocoulombs (pC)
or
Voltage, millivolts (mV)
- **Sensitivity:** Given as Output/Acceleration with acceleration in g's.
i.e. mV/g or pC/g with $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- **Selection:** (See B & K Application Guide)

$$m_{acc}/m_{total} < 1/10$$

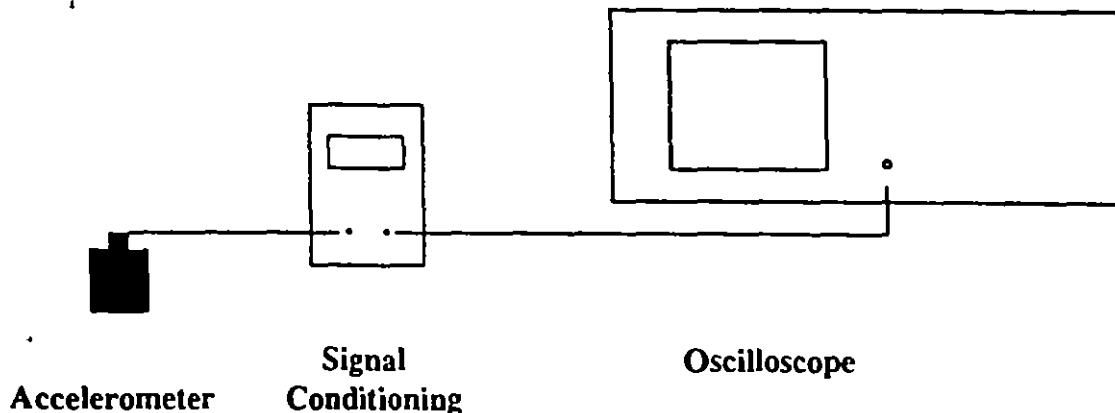
Application frequency in linear range ($< 0.3 f_n$)

$$a_{max} < 1/3 \text{ accelerometer shock rating}$$

**ACCELEROMETERS
CAC-5**

ACCELEROMETER INSTRUMENTATION

The lead from the mounted accelerometer is connected to a signal conditioner (charge amplifier, voltage follower, or power supply) which is connected to recording device such as an oscilloscope, data acquisition instrument, or PC equipped with data acquisition card.



Charge Amplifier: Accelerometer is charge source. Very high input capacitance so cable capacitance can be ignored. Useful when long cables required. Gain and time constant are controllable.

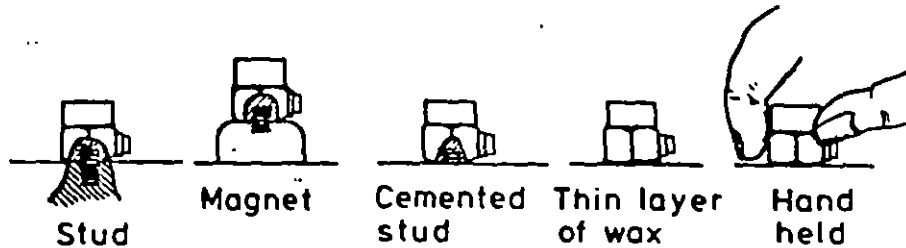
Voltage Follower: Accelerometer is Voltage Source. Amplifier must have high impedance, noncapacitive input so as not to "load" circuit. Cable capacitance cannot be ignored so must avoid long cables.

Built-in Voltage Follower: Microcircuitry development now permits the voltage follower circuit to be incorporated into the transducer housing. Gain fixed by manufacturer, effect of cable capacitance minimized, low cost battery supply convenient for field use.

**ACCELEROMETERS
CAC-6**

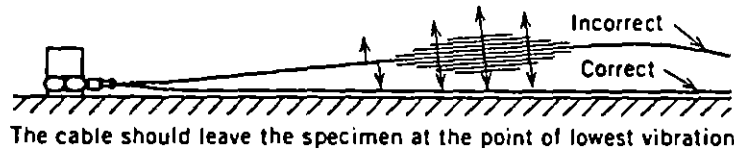
ACCELEROMETER MOUNTING/CABLING

Methods for the attachment of accelerometers to the test structure range from a rigid connection using a threaded stud or an adhesive to use of wax, a magnetic interface, or simply holding the accelerometer against the surface.

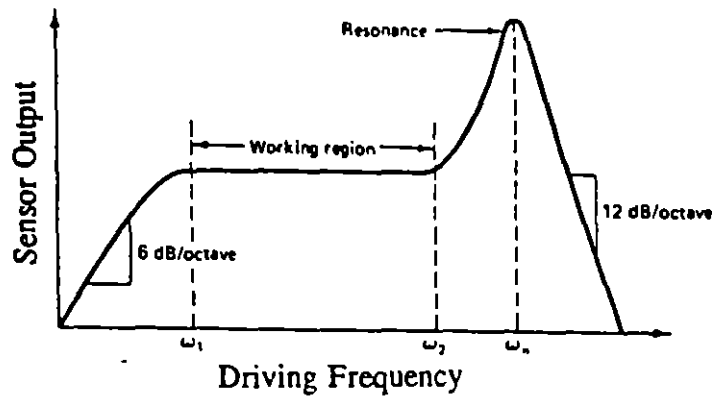


Improper mounting can reduce the usable frequency range of the accelerometer. While less convenient and requiring structure modification, a steel stud with grease interface is the preferred mounting method.

Accelerometer cables should be a low noise, shielded type and should be glued or taped to surface to minimize noise pickup and fatigue bending of cable as shown:

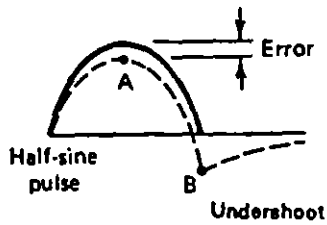


The useful frequency range for application of accelerometers is governed by the low frequency response and the natural frequency of the accelerometer. Thus, different accelerometers would be selected for a low frequency application and for an impact or shock application. A typical sensor output vs applied frequency response curve is shown below



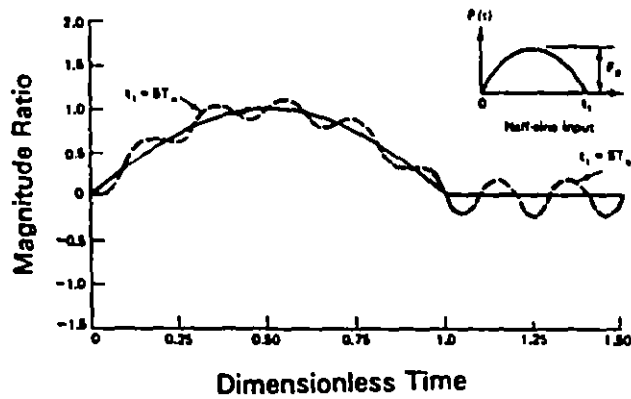
The working range generally extends to about $0.3 \omega_n$. The low frequency response or related time constant and the natural frequency of the accelerometer are provided by the manufacturer.

Measurement errors due to zero shift/signal decay and superposed transducer ringing are shown below:



a) Zero Shift

- Charge on crystal decays at time constant



b) Transducer Ringing

- Transient signal contains high frequency components exciting natural frequency of sensor

**ACCELEROMETERS
CAC-9**

ACCELEROMETER CALIBRATION

- **FACTORY** - Transducer manufacturers provide calibration chart traceable to the National Institute of Standards and Technology (NIST). Accurate to $\pm 2\%$.
- **TURNOVER METHOD** - Rotation of accelerometer's sensitive axis in gravitational field produces $2g$ ($-1g$ to $+1g$) change in acceleration. Used for very sensitive accelerometers and as quick check on functionality.
- **COMPARISON METHOD** - Test accelerometer is mounted on standard (traceable) accelerometer and both excited at same sinusoidal vibration by shaker table. Calibration over range of frequency and magnitude of interest. Accurate to $\pm 2\%$.
- **ABSOLUTE METHOD** - Accurate measurements of frequency (w) and amplitude (x) under sinusoidal motion are made where $a_{\max} = w^2 x_{\max}$. Accuracy to $\pm 0.5\%$ possible using interferometry.
- **TRANSIENT METHODS** - Typically the accelerometer is attached to a falling mass which impacts a calibrated force transducer and Newton's law is applied. Accurate to better than $\pm 1\%$.

Performance Characteristics and the Selection of Accelerometers

Jon Wilson, Endevco, San Juan Capistrano, California

The attainment of high fidelity shock and vibration test data requires not only a good understanding of the performance characteristics of the instruments being used, but also an understanding of how they interact, how the total environment affects the instruments, and how the accelerometer affects the motion to be measured. Quite often the accelerometer is the critical component involved. Because of this there are many designs to choose from, all intended to provide improved fidelity in some particular application, in comparison to the other choices. As a result, the engineer must analyze the requirements and select the appropriate transducer with care.

Probably, the most critical consideration is determining the desired accelerometer sensitivity, frequency response, and weight. These three characteristics are the basic design tradeoffs. Each transducer design has a different inherent transduction efficiency. The base efficiency factor (sometimes called the figure of merit) is proportional to the product of sensitivity and resonance frequency squared. The higher the figure of merit, the smaller the accelerometer can be and the better the frequency response can be. For example, for a given conceptual design, by increasing the weight of

the seismic mass, sensitivity increases, resonance frequency drops, and size increases. Piezoelectric accelerometers generally have the highest figure of merit of the commonly employed seismic transducer designs, and for that reason alone, are used for most applications.

One might ask, why or when should the piezoresistive accelerometer be used instead of piezoelectric. Usually the reason is that steady state response or low frequency response is required. Although the frequency where one makes the change varies with the application, the value is oftentimes about 1 Hz. Another factor is the electrical impedance — piezoelectric being high, and piezoresistive being low. Low impedance may provide electronic system advantages and less electronic noise. The following reviews basic accelerometer characteristics to assist in choosing the appropriate accelerometer.

Mass Loading Errors — The motion to be measured can be fundamentally changed by the placement of a seismic transducer at the point of measurement. The assumption that the presence of the transducer does not significantly affect the measurand is valid in most, but not all, cases. The specific requirement is that

the mass of the transducer be much less than the dynamic mass of the structure at the point of attachment. An example of a difficult situation is an accelerometer mounted on a thin panel far from support points. If not a micro-miniature design, this could have a great influence on the response spectra obtained.

The vibration motion of the system is changed in accordance with the combined dynamic mass or apparent weight of the structure and the accelerometer. The dynamic mass of many structures will vary considerably with frequency, while the dynamic mass of an accelerometer can be considered a constant (weight divided by g , the acceleration due to gravity). If the mass of the accelerometer approaches the dynamic mass of the structure, the vibration amplitude and frequency response are significantly altered and large measurement errors can be present. For most electrodynamic pickups the weight is at least 100 grams and the corresponding mechanical impedance is significant in some measurement applications. Miniature piezoelectric accelerometers, however, weigh as little as 0.15 grams and do not affect structural motion in most test applications. For structures with an extremely thin section



Figure 1 — Miniature piezoelectric accelerometer.

at the point where motion measurements must be made, it could even be necessary to use proximity pickups, e.g., eddy current pickups. In this case, no attachment is made to the structure and no mass loading exists. An example of a micro-miniature piezoelectric accelerometer is shown in Figure 1.

If fixtures are used between the structure and accelerometer, additional errors may occur. The structure motion can be greatly changed by the fixture and transducer. Also, the motion experienced by the accelerometer is different from that of the structure at the point of fixture attachment.

For specimens having small cross-sectional dimensions, the means used in attaching the accelerometer as well as its size can alter the stiffness of the specimen in the local area. This stiffening effect occurs in structures having small cross-sectional dimensions such as thin plates, panels and circuit boards. Ideally, the dimensions of the accelerometer should be small compared to the dimensions of the structure in the local area where the accelerometer is attached. If the accelerometer dimensions are too large, the local stiffness of the structure increases and the resonance frequency and amplitude of vibration are correspondingly changed. Similarly, the use of a fixture or accelerometer mounting stud may produce these stiffening effects. Choose micro-miniature accelerometers and use cement mounting for these small structures.

How Mounting Differences Affect Performance — In addition to the accelerometer's effect on the dynamics of the mechanical system, an error source can be significant if the accelerometer is not properly attached to the structure. As frequency increases, and surface displacements decrease, one must take special steps to attach the accelerometer.

Accelerometers may be mounted by cementing directly to the test surface with several types of epoxies and quick-set cements. The strength of the bond should be evaluated, particularly if severe shock amplitudes are expected. If strains may be present on the surface, cements should be chosen with appropriate elastic properties. To maintain frequency response, bonds must be thin (1 mm or thinner). Cyanoacrylate adhesives provide extremely thin bonds and minimal response change with miniature designs.

Threaded engagements are typically used to mount most accelerometers. Several important considerations are:

1. The surface condition of both the accelerometer and test specimen must be flat, smooth and clean. Although the required surface depends on the measurement requirements, the surface should approximate a 0.0003 inch TIR flatness and less than 32 micro-inch RMS roughness.
2. Coating all mating surfaces with a thin film of oil improves the coupling at high frequencies and is recommended when frequency components exceed 4000 Hz.
3. The manufacturer's recommendations for mounting torque should always be followed.
4. The response of accelerometers above 5 kHz is higher when mounted with insulated mounting studs than when

mounted with straight studs. For example, the resonant frequency of a 30 kHz, 1 ounce accelerometer typically reduces to 25-26 kHz, when an insulated stud is used.

5. If the accelerometer cannot be mounted to a rigid block or boss, an accelerometer with low base strain sensitivity should be used.

The use of mounting blocks and fixtures almost always degrades response above 1000-2000 Hertz for all but the micro-miniature accelerometers. When tests are performed at higher frequencies, a frequency response calibration of the accelerometer with fixturing is recommended. Also, if biaxial or triaxial measurements are required, accelerometers designed as such provide the best frequency response. Figure 6 illustrates the effects of mounting method on frequency response for a 30 gram accelerometer with 30 kHz mounted resonance frequency.

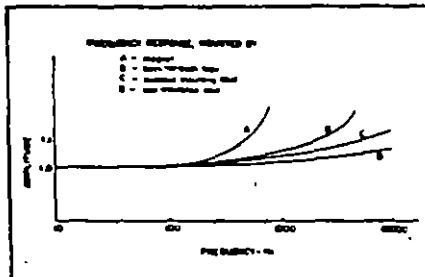


Figure 6 — Effect of mounting on the high frequency response of an accelerometer.

Transducer Strain Effects — In vibration testing, some test specimens may dynamically flex, stretch, or bend at the mounting location of the accelerometer. The base of the accelerometer, being in intimate contact with this strained area can also become strained. A portion of this base strain is transmitted to the crystal sensing element, and will generate a spurious output proportional to the accelerometer's base bending (or strain) sensitivity. The signal generated in this manner has nothing to do with the actual acceleration of the region, which might be very small.

The susceptibility of an accelerometer to base bending, or base strain, depends primarily on its basic construction. Shear type accelerometers are generally less sensitive to base bending than the compression types (by a factor of approximately 50 for the better shear accelerometers). Mechanical isolation from base strain inputs is provided in some compression designs. Recently developed designs combine the mechanical isolation technique with shear construction for even better performance.

Base strain sensitivity measurements can be conducted in accordance with applicable standards of the American National Standards Institute and the Instrument Society of America. The average strain sensitivity, measured at a strain of 250 micro-inches per inch (μ in/in) or microstrain, is published in many accelerometer data sheets. Strain sensitivity is not generally a linear function of the applied strain. At large strains significant nonlinearities occur in the transmission of strain to the crystal. The reference value of 250μ in/in used for comparing various accelerometers is typical of many applications. When comparing specifications, the user should be sure that specifications are based on a strain of 250μ in/in (250μ strain). Units of the same model can have significant variations in strain sensitivity depending on the surface conditions, the mounting torque, and the accelerometer's orientation with respect to the applied strain. The value specified is for normal mounting and worst case orientation.

Insulated accelerometer mounting studs offer a simple and inexpensive method for achieving strain isolation between the base of the accelerometer and the test specimen. Strain sensitivity reduction by an order of magnitude is possible.

Transient Temperature Effects on the Transducer — Piezoelectric crystals have the characteristic that an output is produced while the temperature of the crystal is being changed. These may be caused by differential expansion of materials causing changes in crystal stress, by temperature change of the crystal, or by internal stresses within the crystal material (ferroelectric materials). In almost all testing applications the temperature changes in accelerometers occur gradually over a period of several seconds or minutes. As a result, the pyroelectric outputs are not detected because most amplifiers do not have adequate low frequency response to measure the slowly varying pyroelectric output. The pyroelectric output contains only extremely low frequency components, usually less than 1 Hz. However, these pyroelectric outputs need to be considered if the amplifier passes these low frequencies or if the pyroelectric outputs are sufficiently large that they would overload the amplifier and, therefore, make it inoperative during the time that the pyroelectric output is present. The pyroelectric characteristics of crystals are known, but the output for any particular accelerometer-amplifier combination should be experimentally determined under specified temperature transient conditions.

Special designs, (as discussed in *Strain Effects*) isolate the crystal from the accelerometer base, and decrease the thermal conductivity from the test specimen to the crystal. A similar reduction in thermal transient sensitivity can be obtained by the use of isolated mounting studs. Both methods reduce the rate of temperature change at the crystal by approximately one order of magnitude. The use of low frequency rolloff in amplifiers will reduce the amplitude of slowly varying pyroelectric outputs below a significant level and block any steady state output. In most applications, amplifiers with a low frequency flat to 3 Hz then cutting off as sharply as possible, will have no significant output errors due to pyroelectric effects. However, amplifiers with extended low frequency response can pass some transient pyroelectric signals.

The American National Standards Institute recommends a pyroelectric test procedure for the complete transducer-amplifier combination. In this procedure, the transducer is mounted on a test block whose mass is much greater than the transducer mass. The test block and the transducer are then subject to a sudden 50° F ambient temperature change while the amplifier output is monitored.

The results are indicative of the maximum pyroelectric sensitivity of various transducers only under the described test conditions. Actual pyroelectric outputs for any particular accelerometer-amplifier combination should be experimentally determined under the temperature conditions present in the measurement situation. Specifications of pyroelectric characteristics should reference the signal conditioner used, especially low frequency response characteristics.

A word of caution: Compression accelerometers using ferroelectric materials, which have been subjected to changing ambient temperature while disconnected, should not be connected to the amplifier without first shorting the transducer terminals. Damaging (not lethal, but shocking) potentials of several hundred volts have been observed in open circuited accelerometers due to pyroelectricity.

Acoustic Noise — Considerable vibration can be induced by acoustical energy. It has been shown in numerous cases that random acoustical energy at 120 dB can induce vibrations of the order of 50 g's or higher in structural members, and it can be assumed that higher acoustic levels may increase the vibration levels although not necessarily linearly. It has also been shown that accelerometers have, at the most, noise outputs equal to only a

fraction of a g at 140 dB noise levels. If the usual high level vibrations are to be measured in acoustic fields, good signal-to-noise ratios and accuracies are obtainable. There are other cases, however, where low level evaluations on structures that are not subject to acoustic excitation must be made in high level acoustic fields. In these cases considerable attention must be paid to the acoustic response of the measuring system to assure good signal-to-noise levels and accuracies. Resonance frequency of the accelerometer should be at least three times the highest acoustic frequency expected.

RF and Magnetic Fields — Magnetic and RF fields have no effect on the piezoelectric elements. If an accelerometer includes ferro-magnetic materials however, a spurious output may be observed when it is vibrated in a high magnetic field or subjected to high intensity changing magnetic flux. Adequate isolation must be provided against RF ground loops and stray signal pickup. An insulated mounting stud can be used for electrical isolation of the accelerometer from ground. High intensity RF or magnetic fields may require special shielding of the accelerometer, cable, and amplifier.

— It can be seen from the preceding that proper transducer selection requires as much knowledge as possible about the usage conditions. Significant measurement errors can be generated by an improper match of transducer characteristics and conditions of usage.

Design Considerations For Diaphragm Pressure Transducers

The following notes are intended only as general guidance for the preliminary design of diaphragm pressure transducers. The actual design and development process involves arriving at the best compromise (relative to the performance specifications) of sensitivity, linearity, and frequency response, as determined primarily by the diaphragm diameter and thickness.

The formulas included here are based upon one or more of the following assumptions:

- Uniform diaphragm thickness
- Small deflections
- Infinitely rigid clamping around the diaphragm periphery

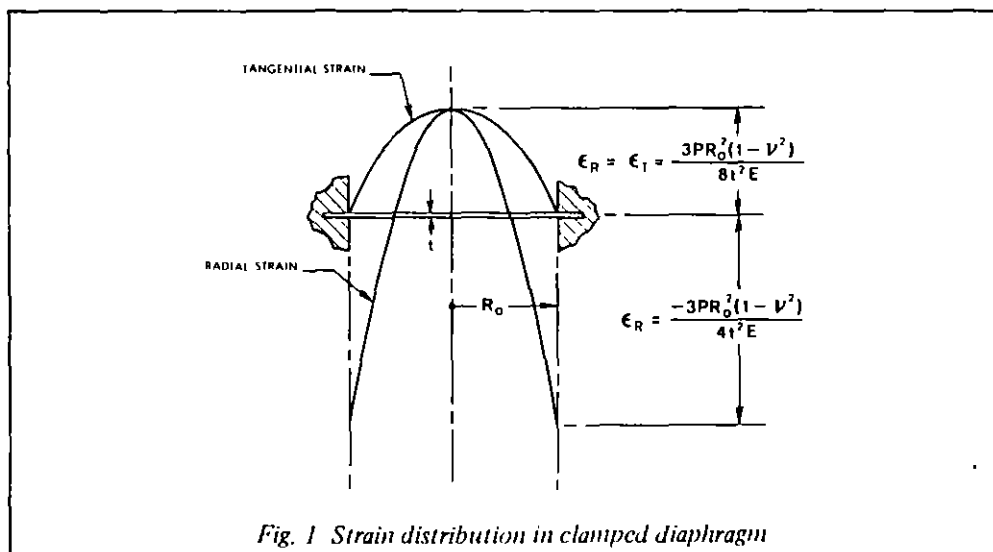
- Perfectly elastic behavior

- Negligible stiffening and mass effects due to the presence of the strain gage on the diaphragm

To the degree that the actual transducer fails to satisfy all of the above assumptions, the formulas will be inaccurate. Because of this, the formulas should be used only in the initial stages of transducer development to determine the approximate proportions of the transducer.

SENSITIVITY

The strain distribution in a rigidly clamped diaphragm under uniform pressure distribution is shown in Fig. 1.



The radial and tangential strains at the center of the diaphragm are identical, and expressed by:

$$\epsilon_{R_c} = \epsilon_{T_c} = \frac{3PR_o^2(1-\nu^2)}{8t^2E} \quad \text{Eq. (1)}$$

where:

	U.S. CUSTOMARY UNITS	METRIC UNITS
P = pressure	psi	Pa
R_o = diaphragm radius	in	mm
t = diaphragm thickness	in	mm
ν = Poisson's ratio	dimensionless	
E = modulus of elasticity	psi	Pa

The radial strain decreases rapidly as the radius increases, becoming negative, and equal to twice the center strain at the edge. The tangential strain decreases from the center value to zero around the periphery of the diaphragm. Thus,

$$\epsilon_{R_o} = -\frac{3PR_o^2(1-\nu^2)}{4t^2E} \quad \text{Eq. (2)}$$

$$\epsilon_{T_o} = 0 \quad \text{Eq. (3)}$$

Reference to Fig. 2 will demonstrate that the Micro-Measurements "JB" strain gage pattern has been designed to take maximum advantage of the diaphragm strain distribution described above. Since the tangential strain falls off from the center value at only one-third the rate of the radial strain, the central sensing elements of the gage are oriented tangentially. Similarly, the radial sensing elements are located near the edge of the diaphragm because of the high radial strain in the region. Taking account of the sign difference in the strains sensed by the radial and tangential elements, and dividing the elements into symmetrical pairs, permits incorporating a full bridge into a single strain gage. In terms of optimizing the strain gage design, it can also be noticed from Fig. 2 that the solder tabs have been located in a region of low strain.

Averaging the strain over the region covered by each sensing element (assuming a gage factor of 2.0), and averaging the outputs of all sensing elements, the total gage output (e_o) in millivolts per volt can be expressed approximately by the following formula.

$$e_o = 0.82 \frac{PR_o^2(1-\nu^2)}{t^2E} \times 10^3, \text{ mV/V} \quad \text{Eq. (4)}$$

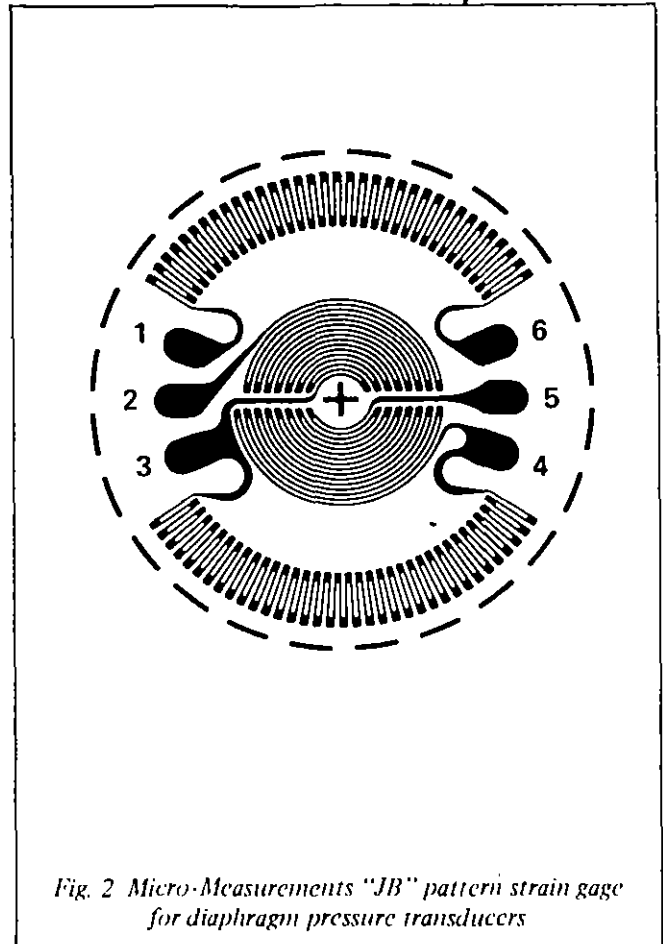


Fig. 2 Micro-Measurements "JB" pattern strain gage for diaphragm pressure transducers

LINEARITY

The preceding equations for diaphragm strain and output indicate that the output is proportional to the applied pressure. This precise linearity applies, however, only for vanishingly small deflections. In the case of finite deflections, the diaphragm pressure transducer is inherently nonlinear, and, becomes more so, the larger the deflection. As a general rule, the deflection of the diaphragm at the center must be no greater than the diaphragm thickness; and, for linearity in the order of 0.3%, should be limited to one quarter the diaphragm thickness.

Following is the formula for diaphragm deflection, based upon small-deflection theory:

$$Y_c = \frac{3PR_o^4(1-\nu^2)}{16t^3E} \quad \text{Eq. (5)}$$

where: Y_c = center deflection, in (mm)

FREQUENCY RESPONSE

In order to faithfully respond to dynamic pressures, it is necessary that the resonant frequency of the diaphragm be considerably higher than the highest applied frequency. Depending strongly upon the degree of damping in the diaphragm-strain gage assembly and in the fluid in contact with the diaphragm, the resonant frequency should be at least three to five times as high as the highest applied frequency. The subject of proper design for accurate dynamic response is too complex and extensive to be included here. However, for transducers subject to high frequencies or to sharp pressure wave fronts involving high-frequency components, careful consideration must be given to frequency response, both in terms of amplitude and phase-shift.

For reference purposes only, and subject to the assumptions listed earlier, the undamped resonant frequency of a rigidly clamped diaphragm can be expressed as follows:

$$f_n = \frac{0.469t}{R_0^2} \sqrt{\frac{gE}{\gamma(1-\nu^2)}} \text{ Hz} \quad \text{Eq. (6)}$$

where:	U.S. CUSTOMARY UNITS	METRIC (SI) UNITS
g = acceleration of gravity	386.4 in/sec ²	
γ = specific weight of diaphragm material	lbs/in ³	
$\gamma/g = \rho$		kg/cm ³

CONSTRUCTION

For maximum accuracy and minimum hysteresis, it is common practice to design pressure transducers so that the diaphragm is an integral part of the transducer body (Fig. 3).

It is neither necessary nor desirable to try to machine the body of the transducer to a sharp internal corner at the junction with the diaphragm. The presence of the fillet radius, however, is merely one of the ways in which practical transducer construction differs from the idealized concept corresponding to the earlier assumptions and the equations given here. Because of this and the other differences, the transducer behavior will necessarily differ from the ideal; and experimental development will obviously be required to optimize the performance of a particular transducer.

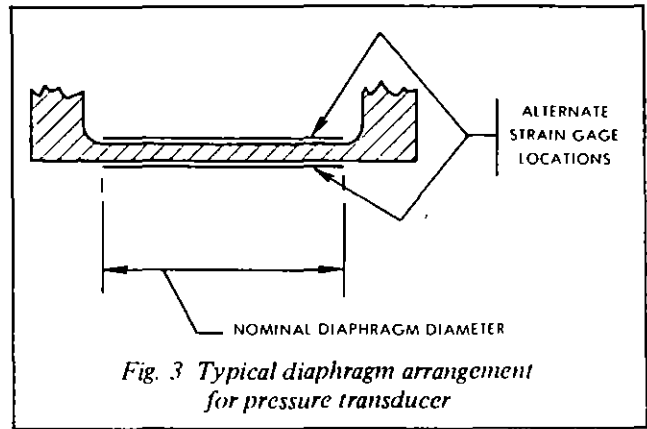


Fig. 3 Typical diaphragm arrangement for pressure transducer

WIRING

It will be noticed that the internal circuit of the "JB" pattern strain gage has two adjacent corners of the full bridge left open (Fig. 4). The open bridge corners are left for the introduction of zero-shift vs. temperature correction, and subsequent restoration of zero balance.

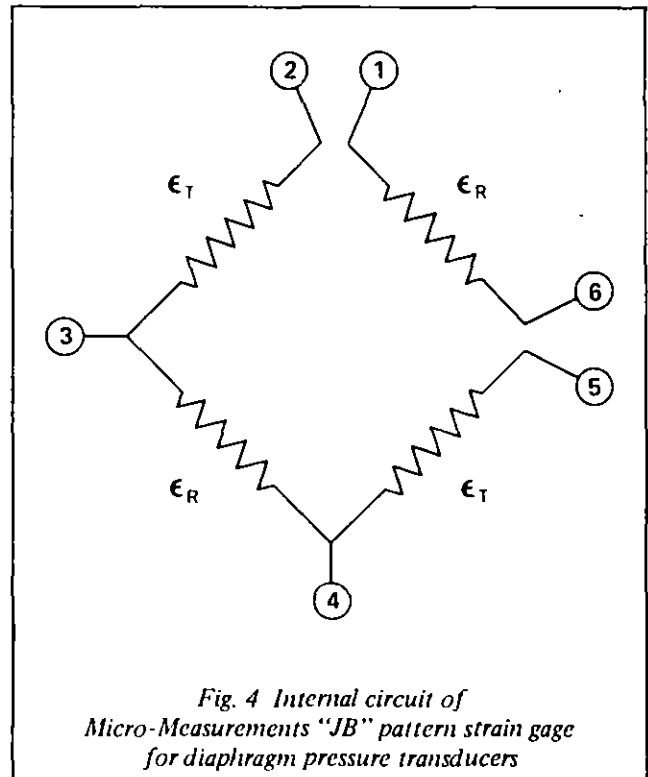


Fig. 4 Internal circuit of Micro-Measurements "JB" pattern strain gage for diaphragm pressure transducers

NOTE: See Micro-Measurements Catalog 500 for "JB" pattern dimensions and price and ordering information. Note also the "JC" patterns, which are similar except for gage resistance.

Diaphragms larger than 1/2 in (12.5 cm) in diameter generally require the use of special "linear" patterns. For additional information, contact our Applications Engineering Department.

numerical example

U.S. CUSTOMARY AND METRIC (SI) UNITS

Assume that a diaphragm pressure transducer is to be designed for a maximum rated pressure of 1000 psi (6.89 MPa), under which pressure the output (e_o) from a steel diaphragm should be 2 mV/V. If the diaphragm diameter is to be 0.670 in (17.02 mm), find the following:

- | | |
|-------------------------|--|
| (a) Diaphragm thickness | (c) Resonant frequency |
| (b) Center deflection | (d) Approximate maximum diaphragm strain level |

CONSTANTS*

U.S. Customary

$$\begin{aligned}
 P &= 1000 \text{ lbs/in}^2 \\
 e_o &= 2 \text{ mV/V} \\
 R_o &= 0.335 \text{ in} \\
 E &= 30 \times 10^6 \text{ psi} \\
 \gamma &= 0.283 \text{ lbs/in}^3 \\
 g &= 386.4 \text{ in/sec}^2
 \end{aligned}$$

Metric (SI)

$$\begin{aligned}
 P &= 6.89 \text{ MPa} \\
 e_o &= 2 \text{ mV/V} \\
 R_o &= 8.51 \text{ mm} \\
 E &= 207 \text{ GPa} \\
 \rho &= 7.83 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3 = \gamma/g
 \end{aligned}$$

- (a) From Eq. (4), solve for t

$$t = \sqrt{\frac{0.82 P R_o^2 (1-\nu^2) \times 10^3}{e_o E}}$$

$$t = \sqrt{\frac{0.82 \times 1000 \times (0.335)^2 [1-(0.285)^2] \times 10^3}{2 \times 30 \times 10^6}}$$

$$t = 0.0375 \text{ in}$$

$$t = \sqrt{\frac{0.82 \times 6.89 \times (8.51)^2 [1-(0.285)^2] \times 10^9}{2 \times 207 \times 10^9}}$$

$$t = 0.9529 \text{ mm}$$

- (b) From Eq. (5),

$$Y_c = \frac{3 P R_o^4 (1-\nu^2)}{16 t^3 E}$$

$$Y_c = \frac{3 \times 1000 \times (0.335)^4 [1-(0.285)^2]}{16 \times (0.0375)^3 \times 30 \times 10^6}$$

$$Y_c = 0.0014 \text{ in}$$

$$Y_c = \frac{3 \times 6.89 \times (8.51)^4 [1-(0.285)^2] \times 10^6}{16 \times (0.9529)^3 \times 207 \times 10^9}$$

$$Y_c = 0.0348 \text{ mm}$$

- (c) From Eq. (6),

$$f_n = \frac{0.469 t}{R_o^2} \sqrt{\frac{g E}{\gamma (1-\nu^2)}}$$

$$f_n = \frac{0.469 \times 0.0375}{(0.335)^2} \sqrt{\frac{386.4 \times 30 \times 10^6}{0.283 [1-(0.285)^2]}}$$

$$f_n = 33\,090 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{0.469 \times 0.9529}{(8.51)^2} \sqrt{\frac{207 \times 10^9}{7.83 \times 10^{-3} [1-(0.285)^2]}}$$

$$f_n = 33\,102 \text{ Hz}$$

- (d) From Eq. (2),

$$\epsilon_{R_o} = - \frac{3 P R_o^2 (1-\nu^2)}{4 t^2 E}$$

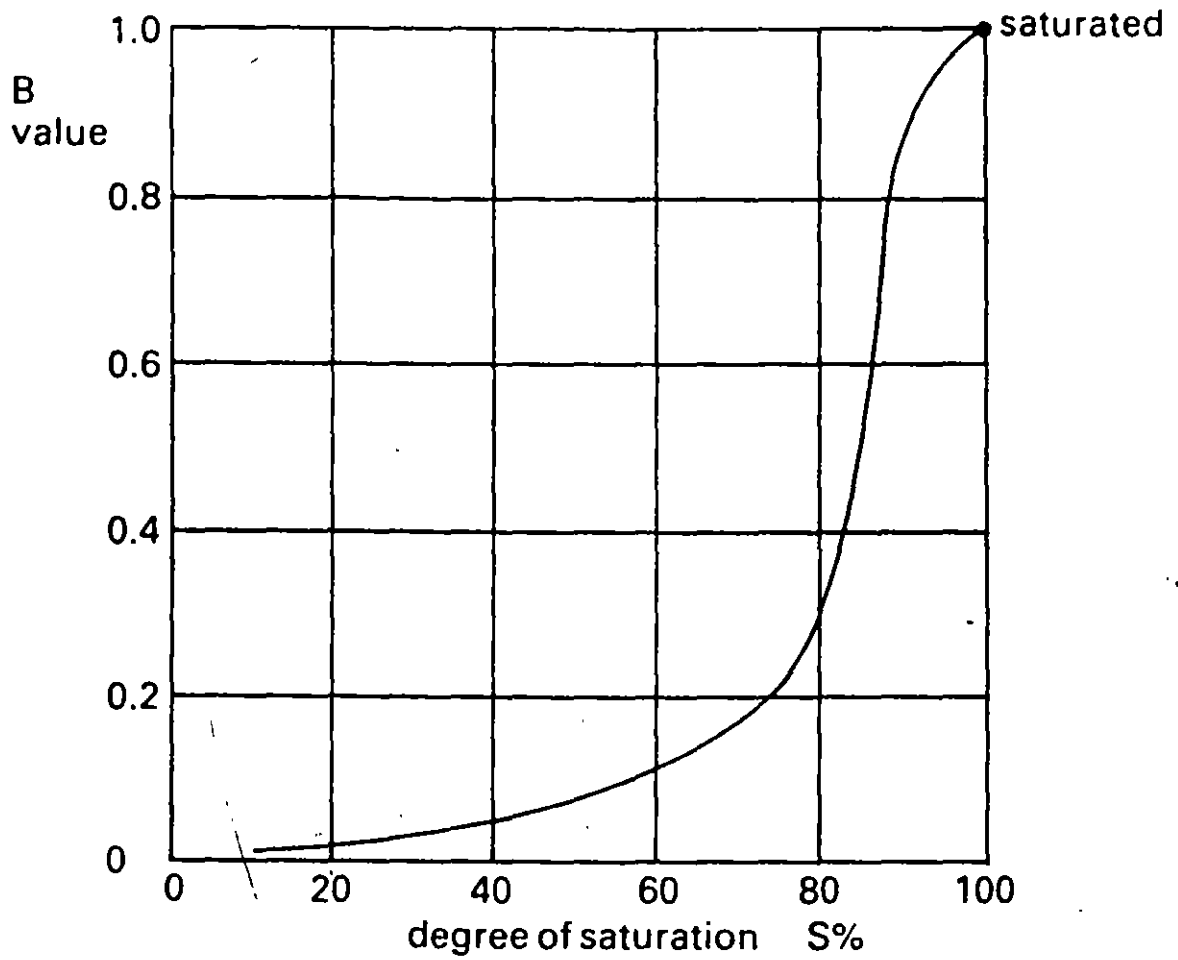
$$\epsilon_{R_o} = - \frac{3 \times 1000 \times (0.335)^2 [1-(0.285)^2]}{4 \times (0.0375)^2 \times 30 \times 10^6}$$

$$\epsilon_{R_o} = - 1832 \text{ } \mu\text{in/in}$$

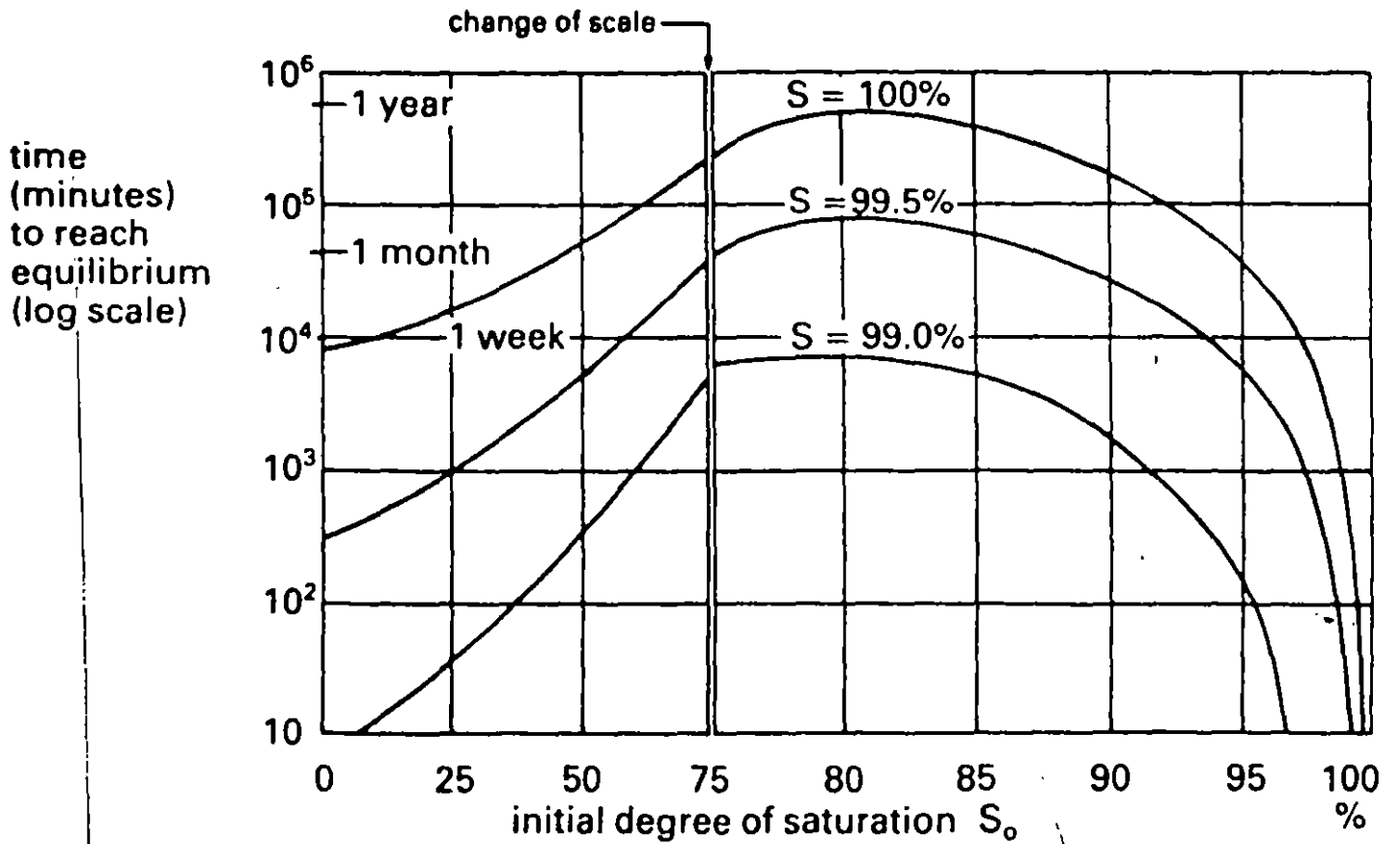
$$\epsilon_{R_o} = - \frac{3 \times 6.89 \times (8.51)^2 [1-(0.285)^2] \times 10^6}{4 \times (0.9529)^2 \times 207 \times 10^9}$$

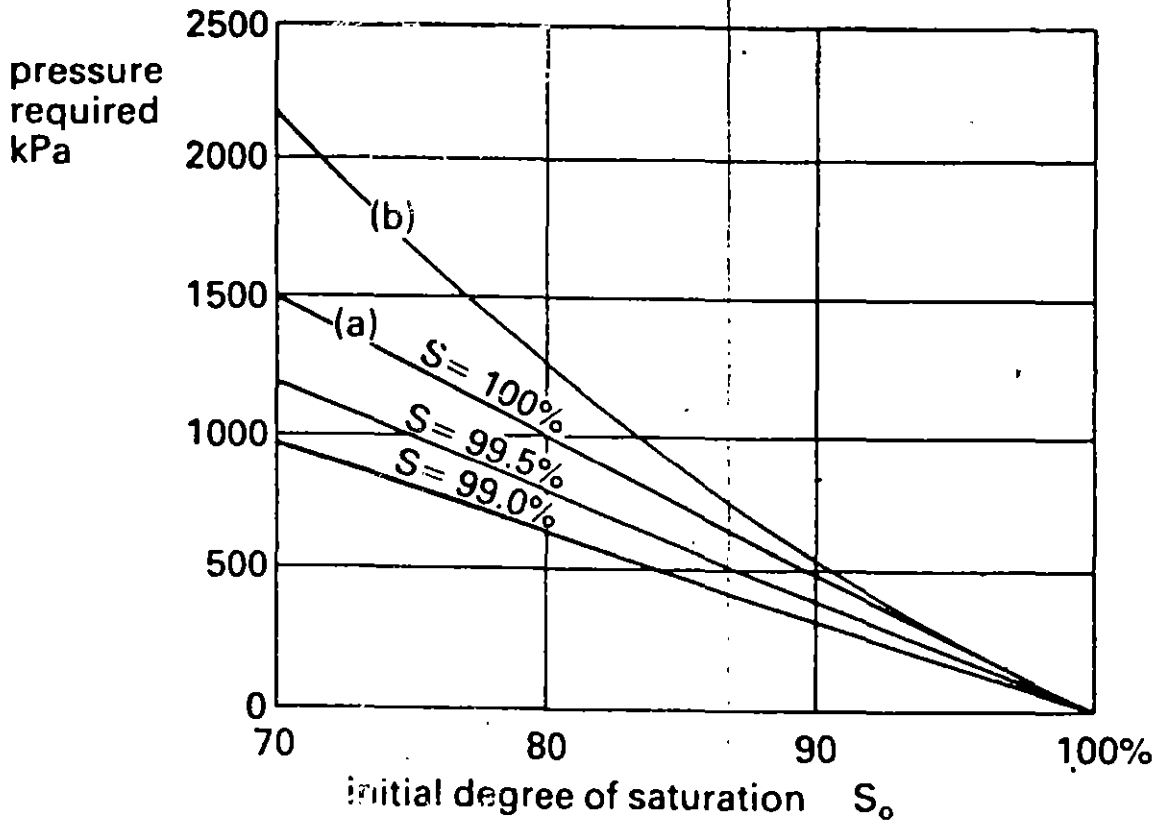
$$\epsilon_{R_o} = - 1830 \text{ } \mu\text{m/m}$$

*The small differences occurring in comparable US Customary and Metric results arise from rounding numbers in both sets of calculations

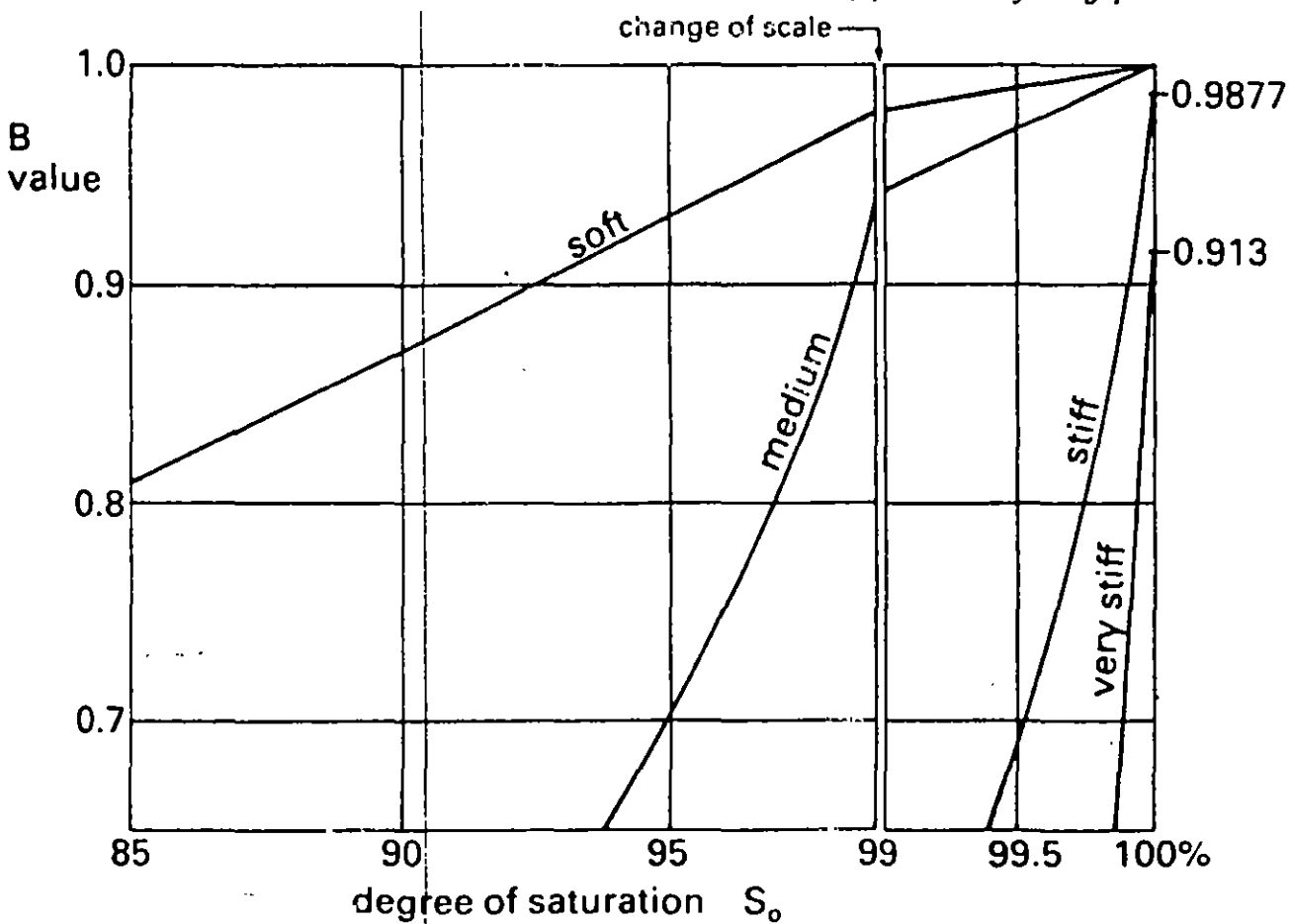


Relationship between pore pressure coefficient B and degree of saturation





Pressures required for saturation of soil that is initially partly saturated: curve (a) with applied back pressure, curve (b) with confining pressure only



Typical values of pore pressure coefficient B related to degree of saturation and soil stiffness (after Black and Lee, 1973)



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS II

DINAMICA DE SUELOS

DINÁMICA DE SUELOS

TERMINOLOGÍA INTRODUCTORIA PARA FINES DE DINÁMICA DE SUELOS

Sistema mecánico	es un agregado de materia con una configuración definida de masa, rigidez y amortiguamiento finitos. Representa a un cuerpo deformable de la realidad o a un conjunto de cuerpos con un arreglo definido.
Movimiento	es un cambio en la posición de un punto, partícula o <i>sistema mecánico</i> con respecto a un sistema coordinado de referencia. La posición puede ser angular o longitudinal.
Rigidez	es una propiedad de los cuerpos para exhibir su intensidad de oposición a ser deformado. La deformación puede ser a lo largo de uno o varios ejes, o bien, angular.
Amortiguamiento	es la propiedad de un <i>sistema mecánico</i> de disipar energía cinética con el tiempo y la distancia; es decir, durante el <i>movimiento</i> . Puede ser interno, o bien, externo al sistema.
Oscilación	es una variación alternada en el tiempo de la magnitud de una <i>cantidad</i> respecto a una referencia específica; es decir, la magnitud es alternadamente mayor y menor que la referencia conforme transcurre el tiempo. La <i>cantidad</i> y la <i>referencia</i> pueden ser ambas físicas, o bien, ambas matemáticas.
Ciclo	es una secuencia completa de los valores de una <i>cantidad</i> (física o matemática) que varía en el tiempo y que se repite a iguales lapsos respecto a una referencia de interés (valor, punto o sistema coordinado de referencia). El lapso es el menor posible. Un caso particular de un ciclo es una "vuelta" o rotación física; aunque en su sentido más general está asociado a funciones periódicas.
Frecuencia	es el número de <i>ciclos</i> que se manifiesta en la unidad de tiempo, comúnmente se mide en Hert ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ ciclo/s}$).
Periodo	es el menor tiempo que tarda en repetirse un <i>ciclo</i> . Nota: El periodo se calcula como el recíproco de la <i>frecuencia</i> , o bien, la <i>frecuencia</i> se calcula como el recíproco del periodo.
Frecuencia angular	es el número de radianes que durante el <i>movimiento</i> de un punto o partícula en torno a un eje de referencia se manifiesta en la unidad de tiempo; así, su unidad es el rad/s.

Vibración mecánica

es el *movimiento de oscilación* de un *sistema mecánico* respecto a la posición de equilibrio estático de referencia, el cual está asociado a la conversión alternada de energía potencial y energía cinética que se da por aplicar al sistema una excitación forzada y periódica, o bien, una condición inicial de *movimiento* o posición diferente a la del equilibrio estático. Así, la *vibración* representa un caso particular del *movimiento* de un *sistema mecánico*.

Amplitud

es el valor máximo de una *cantidad* asociada al *movimiento* vibratorio (usualmente el desplazamiento) de una partícula o de un *sistema mecánico*.

Movimiento periódico

es un *movimiento* que se repite completamente respecto a la posición de equilibrio estático de referencia (o al sistema coordinado de referencia) a iguales intervalos de tiempo y que puede ser descompuesto en componentes armónicas (senos y cosenos) de diferentes *amplitudes* y diferentes *frecuencias*. Como la vibración es en sí un movimiento periódico, es válido entonces construir el término *ciclo de vibración* (el cual se mide usualmente en Hert -para las funciones matemáticas-), y es distinto del término *ciclo de revolución* (el cual se mide usualmente en rpm -para las cantidades físicas-).

Movimiento aperiódico

es un *movimiento* en el que no se repite sistemáticamente para cualquier tiempo la posición del *sistema mecánico* respecto a la posición de referencia (o el sistema coordinado de referencia de interés). Un *movimiento* aleatorio (como se considera a los sismos) es un *movimiento* del tipo aperiódico.

Movimiento armónico simple

es un *movimiento periódico* en el que el desplazamiento del *sistema mecánico* es una función senoidal del tiempo.

Vibración libre

es la *vibración* de un *sistema mecánico* ante la acción de fuerzas inherentes al propio sistema sin actuar excitaciones dinámicas externas (fuerzas o momentos). Las fuerzas inherentes al propio sistema resultan de la conversión alternada de energía potencial y energía cinética cuando en el instante inicial de referencia de la vibración libre existe una cantidad de energía mecánica. La vibración libre puede ser amortiguada, o bien, no amortiguada.

Grado de libertad

es el mínimo número de coordenadas linealmente independientes necesarias para definir completamente la posición de todas las partículas de un *sistema mecánico* en cualquier instante de tiempo, respecto del sistema coordinado de referencia.

Modo de vibración	es la configuración que desarrolla un <i>sistema mecánico</i> en <i>vibración</i> en la cual el <i>movimiento</i> de cada partícula es del tipo armónico simple con la misma <i>frecuencia</i>
Modo normal de vibración	es un <i>modo de vibración</i> que está "desacoplado" de otros modos de vibración del <i>sistema mecánico</i> . El término desacoplado se refiere a que un modo de vibración puede existir independientemente de los otros modos.
Frecuencia natural de vibración	es la <i>frecuencia</i> de la <i>vibración libre</i> de un <i>sistema mecánico</i> . Para un sistema de varios <i>grados de libertad</i> , las frecuencias naturales son las <i>frecuencias de vibración</i> de los <i>modos normales de vibración</i> .
Vibración forzada	es la <i>vibración</i> de un <i>sistema mecánico</i> ante la acción de una excitación dinámica externa, en la cual la respuesta del sistema la impone la misma excitación; así, la <i>frecuencia</i> de la vibración forzada es la <i>frecuencia</i> de la excitación dinámica para la condición de <i>vibración</i> en el estado establecido (*). En una vibración forzada en estado establecido la <i>frecuencia de vibración</i> no depende de la <i>frecuencia natural</i> del sistema. La vibración forzada puede ser amortiguada, o bien, no amortiguada.
Amortiguamiento tipo Coulomb (fricción en seco)	es la disipación de energía cinética que ocurre cuando en el <i>movimiento</i> de una partícula perteneciente a un <i>sistema mecánico</i> en <i>vibración</i> se genera una fuerza cuya magnitud es una constante (independiente del desplazamiento o la velocidad de ella) y cuyo sentido es contrario al de la velocidad. Se trata así, del efecto atenuativo de la velocidad de la partícula por una fuerza con sentido contrario al de su velocidad. Se suele utilizar para modelar <i>amortiguamiento</i> externo al <i>sistema mecánico</i> .
Amortiguamiento viscoso	es la disipación de energía cinética que ocurre cuando en el <i>movimiento</i> de una partícula perteneciente a un <i>sistema mecánico</i> en <i>vibración</i> se genera una fuerza de magnitud proporcional al de la velocidad de la partícula, y cuyo sentido es contrario al del <i>movimiento</i> de ella. Se trata así, de un efecto atenuativo de la velocidad de la partícula por una fuerza con sentido contrario al de su velocidad.

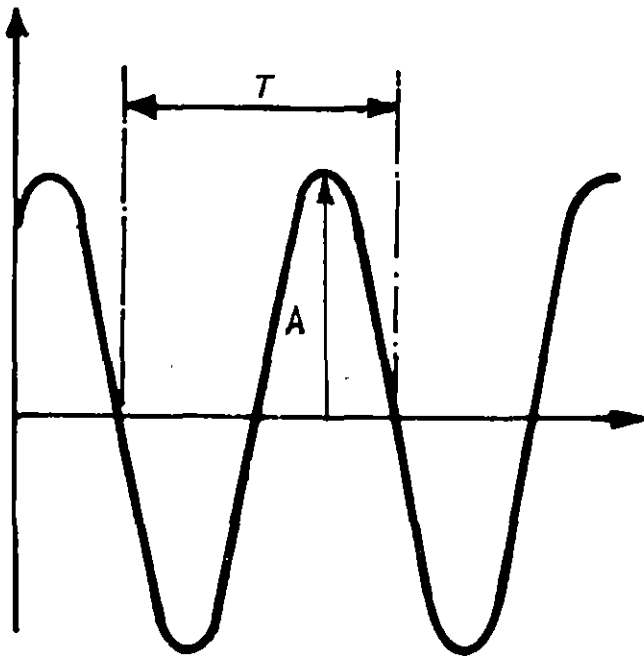
(*) NOTA : La expresión "estado establecido" únicamente es aplicable a vibraciones forzadas donde la excitación dinámica es periódica y continua (es decir, regular, no transitoria en el tiempo durante el lapso de interés).

Resonancia mecánica

es la condición de coincidencia de la *frecuencia* de una excitación periódica que se aplica a un *sistema mecánico* (generando en él *vibración forzada* en estado establecido), con alguna de las *frecuencias naturales de vibración* del sistema. Esta condición se alcanza cuando se incrementa paulatinamente la *frecuencia* de excitación desde cero. En la resonancia, la *amplitud* de *vibración* se incrementa notablemente, y su magnitud se controla por el *amortiguamiento* del sistema. Así, la resonancia es un fenómeno exclusivo de la *vibración forzada* en estado establecido de un *sistema mecánico*.

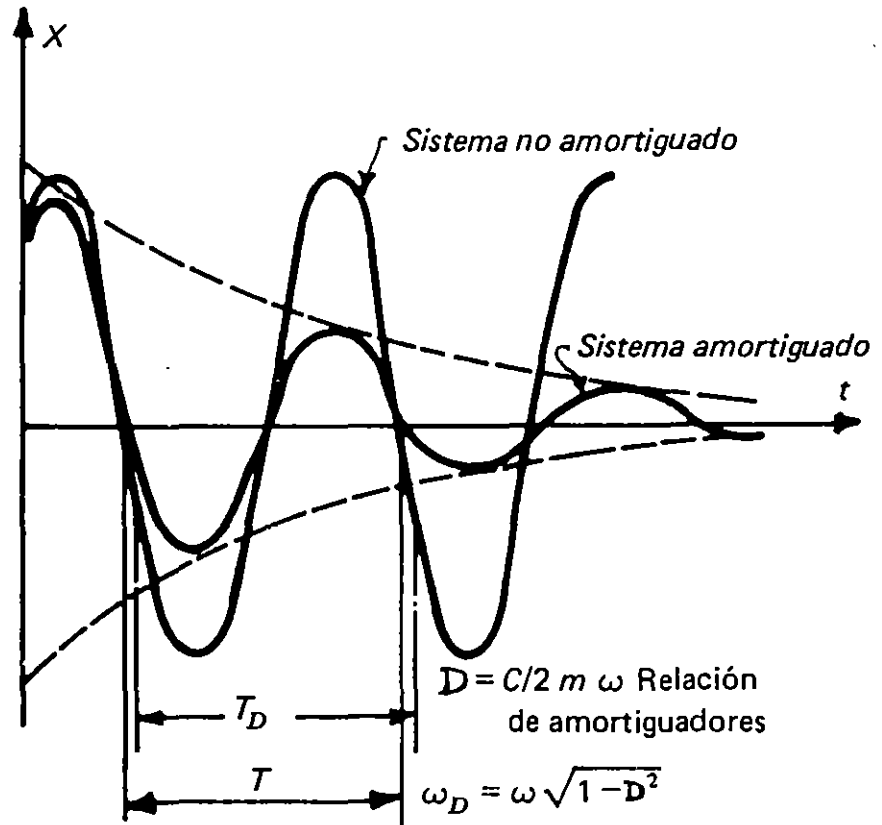
Terminología basada en : "Shock and Vibration Handbook " by Crede , 3rd ed. Mc Graw Hill , USA , 1988 .

VIBRACION LIBRE
 – SISTEMA NO AMORTIGUADO –



$\omega = k/m$ frecuencia circular (rads/s)
 $f = \omega/2\pi$ frecuencia cíclica (ciclos/s) o Hz
 $T = 2\pi/\omega$ período de vibración(s)
 $A =$ Amplitud

VIBRACION LIBRE
 – SISTEMA AMORTIGUADO –



$D = C/2m\omega$ Relación de amortiguadores

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - D^2}$$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$$

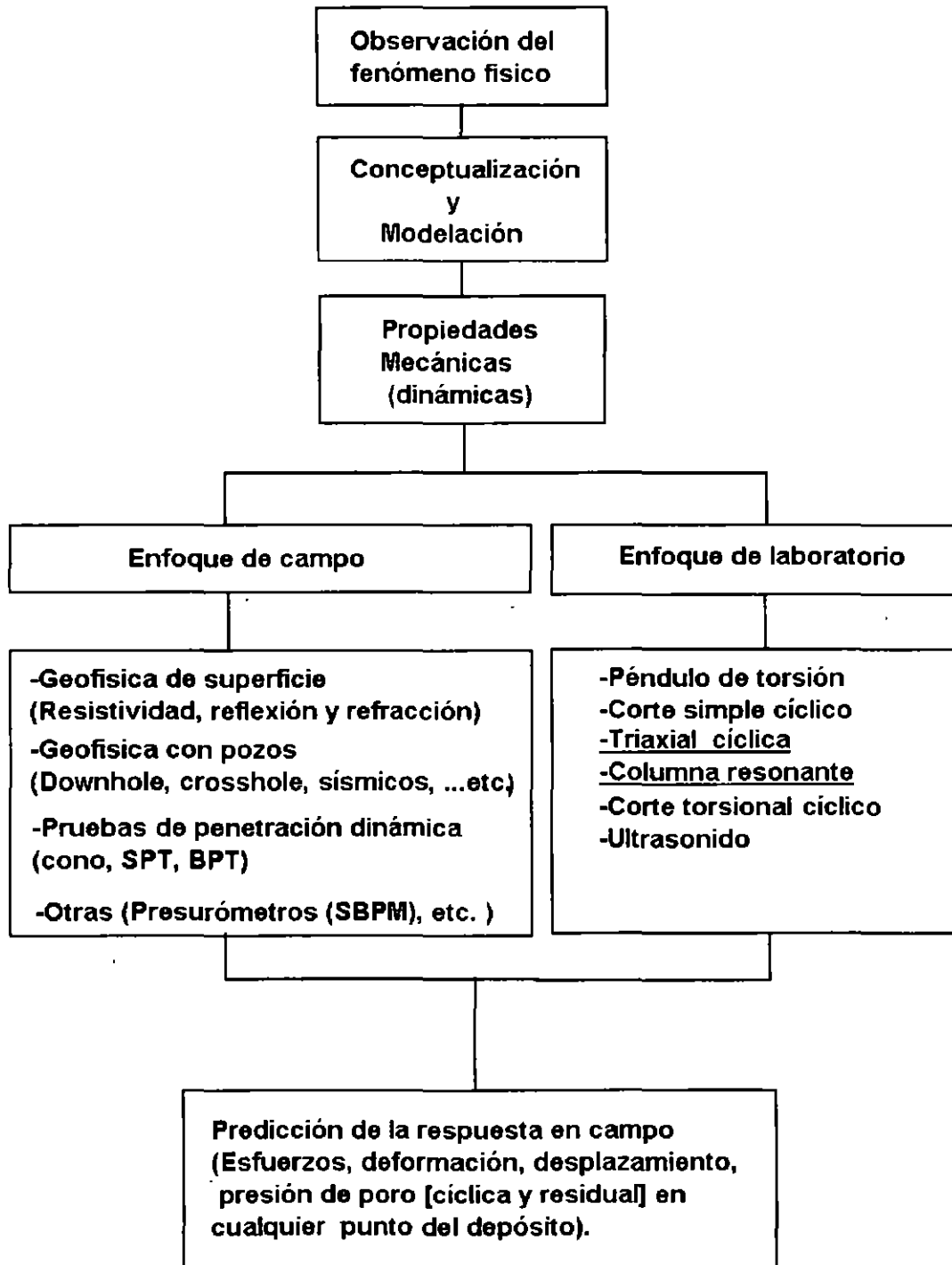
CARACTERÍSTICAS DISTINTIVAS DE LA DINÁMICA DE SUELOS

*** Frecuencia de la excitación vibratoria (f)**

por ejemplo , si $f \geq (0.1)f_n$ entonces se trata con un problema de la dinámica de suelos, donde f_n es la frecuencia natural de vibración del sistema geotécnico de interés

*** La magnitud de las fuerzas de inercia que al suelo provoca la excitación es comparable con las fuerzas estáticas previamente actuando en él ; en particular , las asociadas con la estabilidad de depósitos ante la excitación de interés .**

*** La vibración que se genera en el suelo está asociada con la medición de propiedades dinámicas .**



PROPIEDADES DE INTERÉS

- * Módulos dinámicos E , G (útiles también el volumétrico y el confinado)
- * Fracción del amortiguamiento crítico
- * Relación de Poisson
- * Parámetros de la licuación (relación de esfuerzo cortante cíclico, deformación cíclica , evolución de la presión de poro)
- * Resistencia al esfuerzo cortante (con base en velocidades de deformación y características esfuerzo vs deformación)

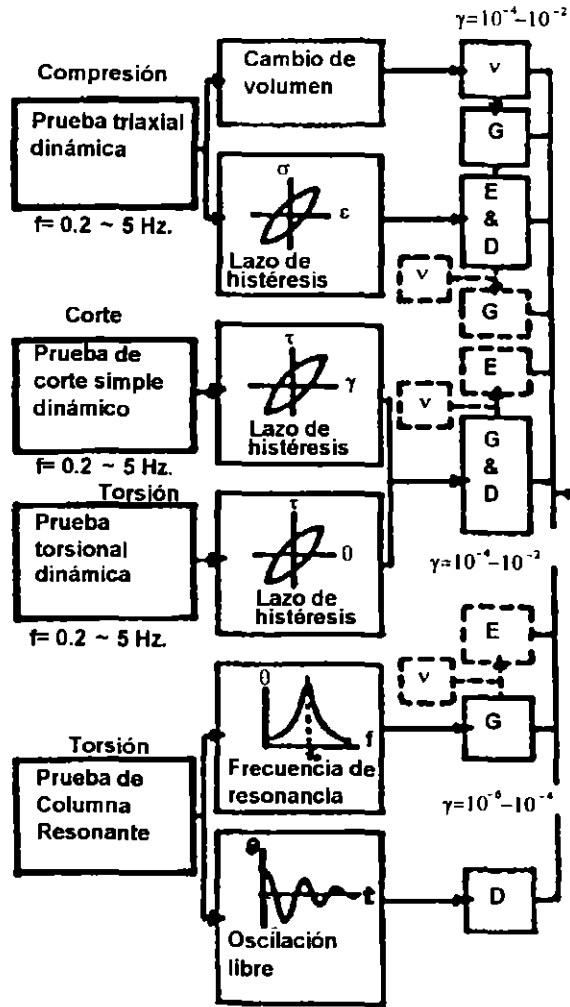
FACTORES QUE AFECTAN AL MÓDULO DINÁMICO "G"

- * Tipo de suelo , considerando propiedades índice ($\omega\%$, γ , e , etc.) y grado de alteración
- * Esfuerzo de confinamiento (nivel de esfuerzo estático sostenido inicial)
- * Nivel de deformación
- * Efectos del tiempo (duración del confinamiento sostenido)
- * Frecuencia y número de ciclos de carga dinámica
- * Magnitud del esfuerzo dinámico
- * Predeformación dinámica (a grandes amplitudes de deformación previa)
- * Grado de saturación
- * Temperatura
- * Otros (modo de preparación, probetas remoldeadas o reconstituidas)

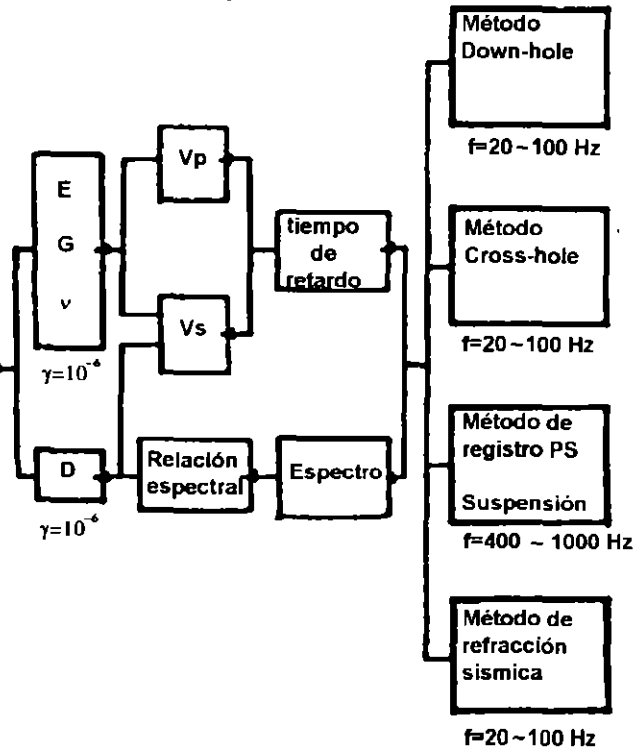
Niveles de deformación de los ensayos de campo y laboratorio

Magnitud de deformación		10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹
Fenómeno		Propagación de onda		Rompimiento, asentamiento diferencial		Deslizamiento, compactación, licuación	
Características mecánicas		Elástica		Elástica - Plástica		Falla	
Constantes		Módulo de corte, relación de Poisson, razón de amortiguamiento				Angulo de fricción interno, cohesión	
	Método de onda sísmica	_____					
Medición en campo	Prueba de vibración en campo	_____					
	Prueba de carga repetida	_____					
	Prueba de propagación de onda	_____					
Medición en laboratorio	Prueba de Columna Resonante	_____					
	Prueba de carga repetida	_____					

Pruebas de laboratorio



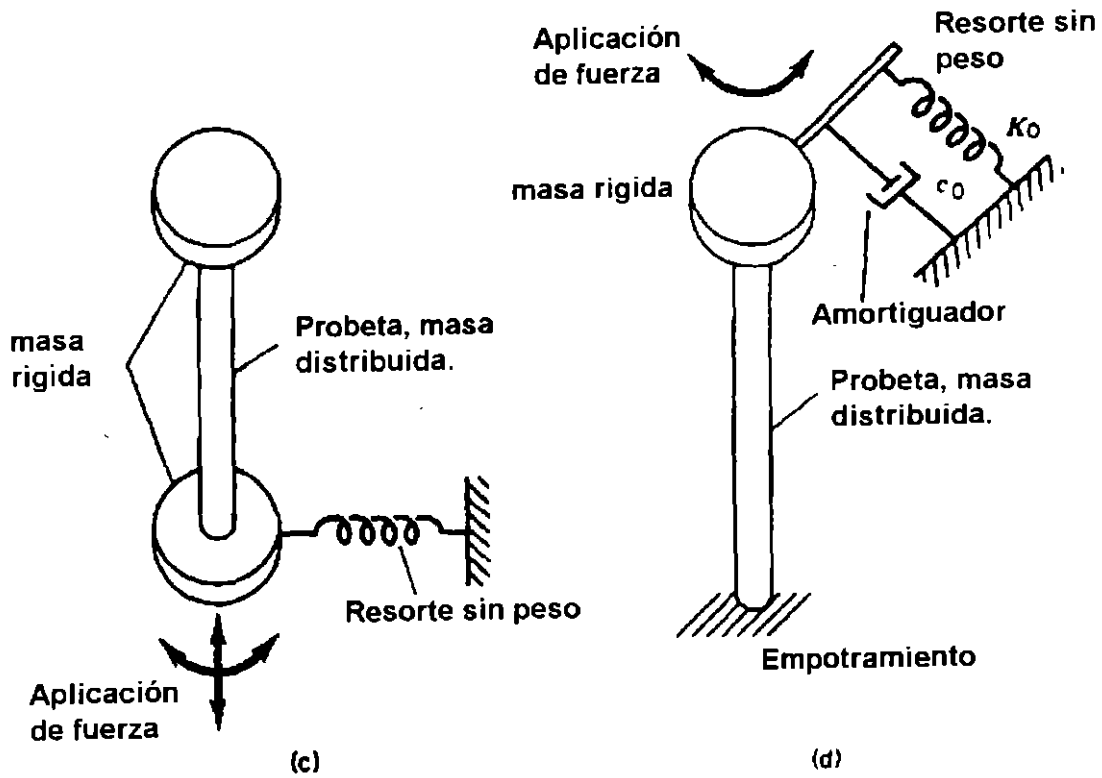
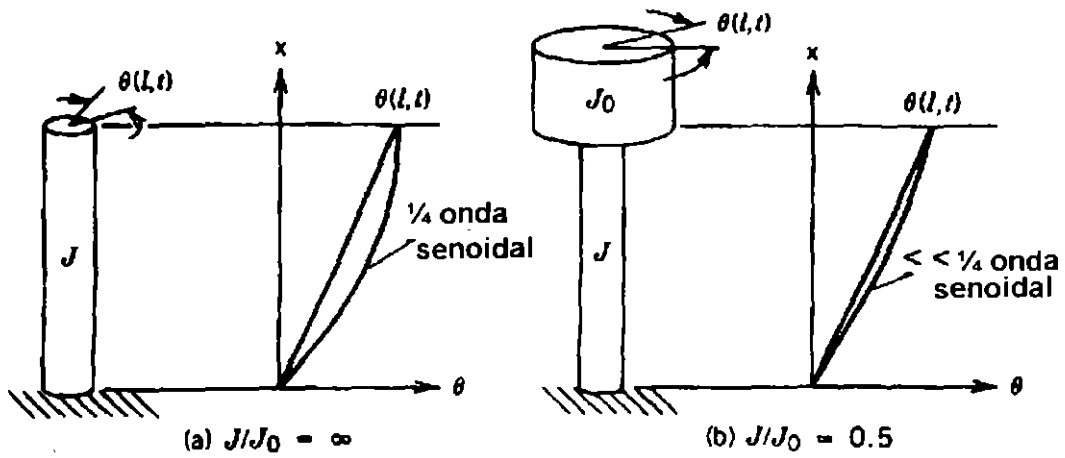
Métodos sísmicos



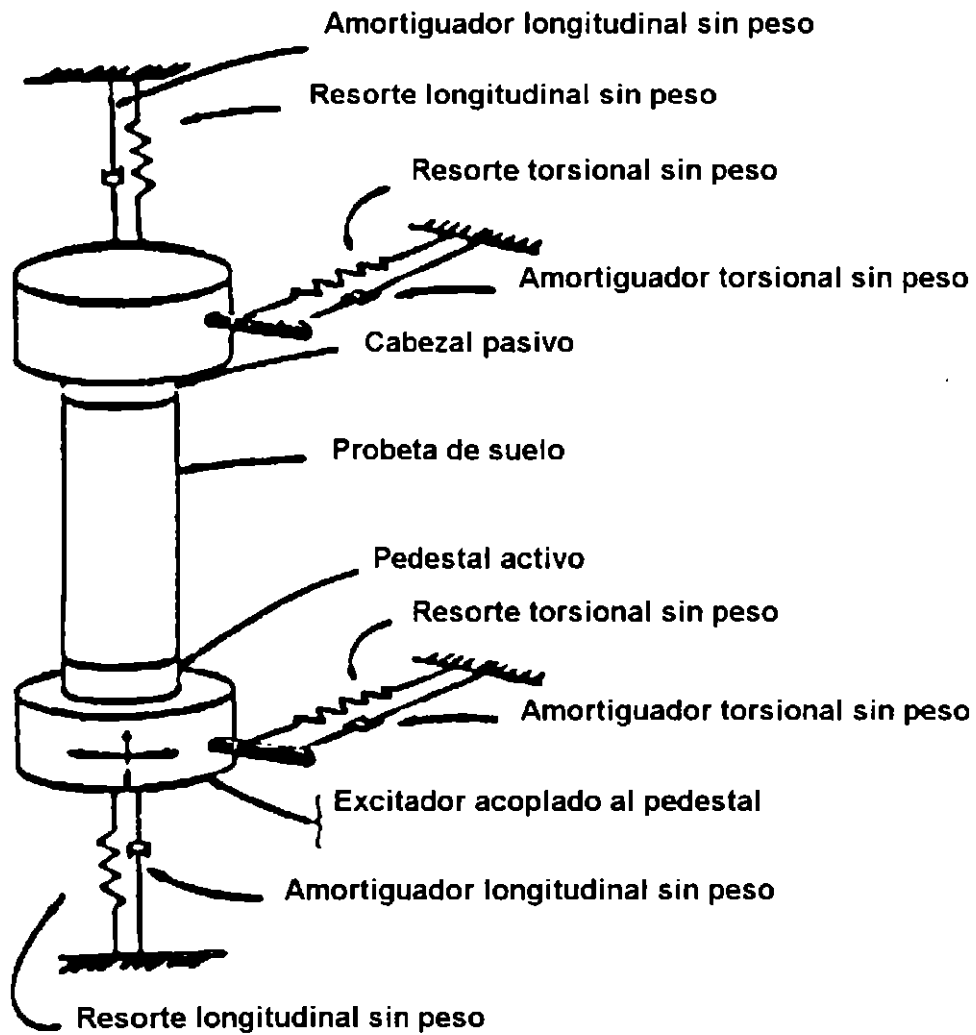
Alcances de los métodos sísmicos y de laboratorio

Calidad relativa de técnicas de laboratorio para medir propiedades dinámicas de suelo

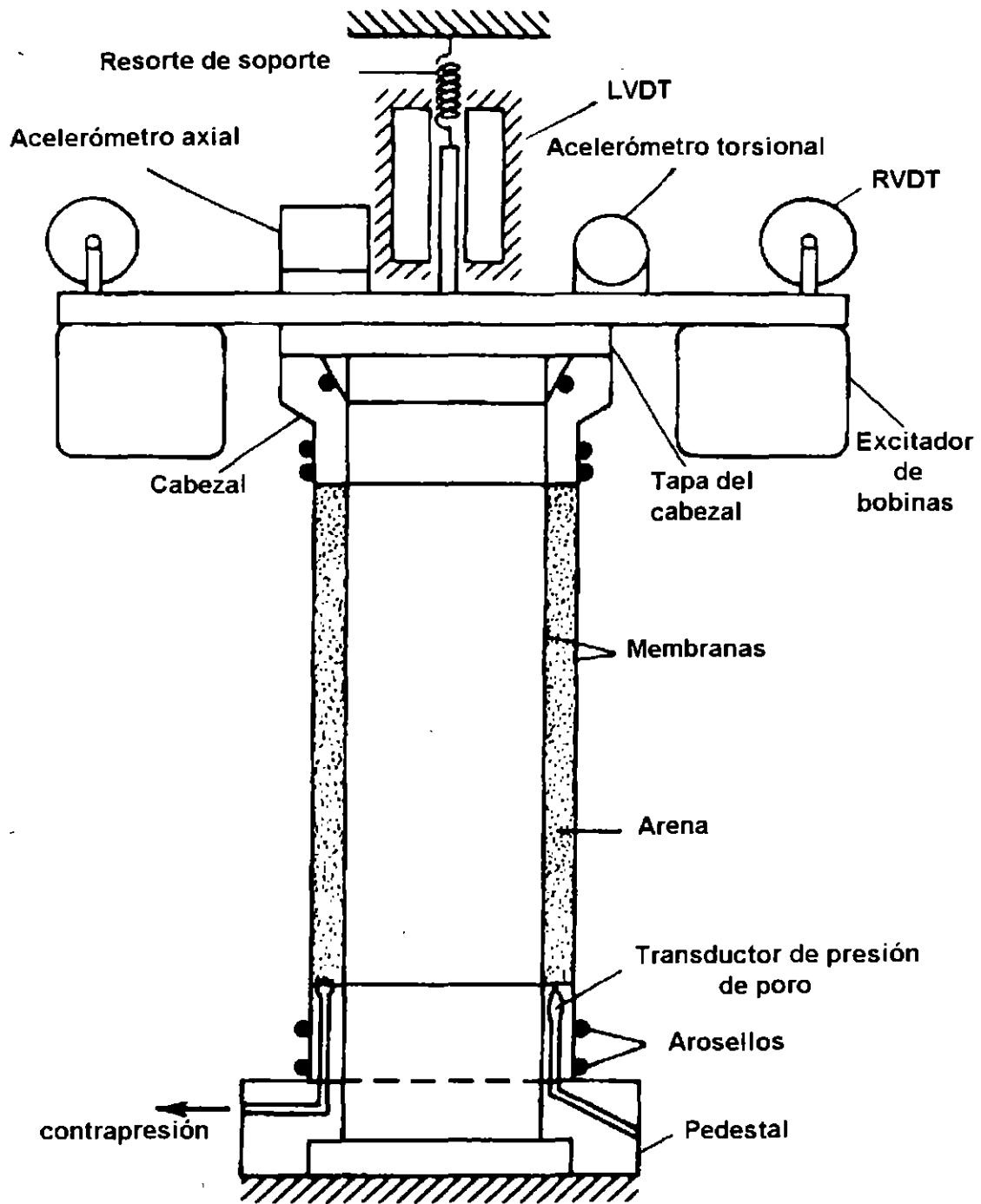
Método	Módulo de corte	Módulo de Young	Amortiguamiento del material	Efecto del número de ciclos	Atenuación
Columna resonante con adaptación	Bueno _____	Bueno _____	Bueno _____	Bueno _____	_____ Regular
Pulso ultrasónico	Regular	Regular	_____	_____	Ligera
Triaxial cíclica	_____	Bueno	Bueno	Bueno	_____
Corte simple cíclico	Bueno	_____	Bueno	Bueno	_____
Corte torsional cíclico	Bueno	_____	Bueno	Bueno	_____



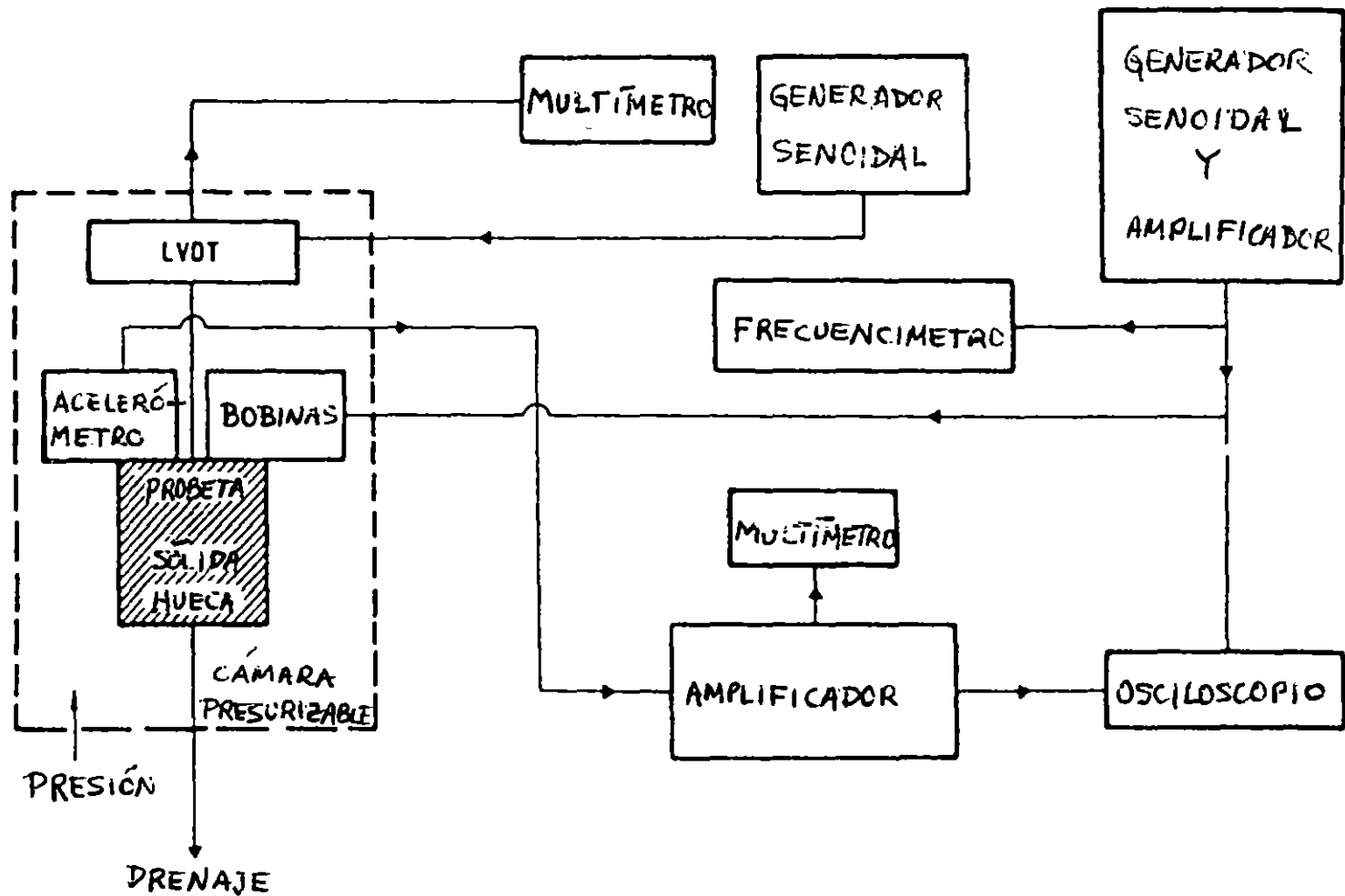
Esquema de condiciones de la columna resonante

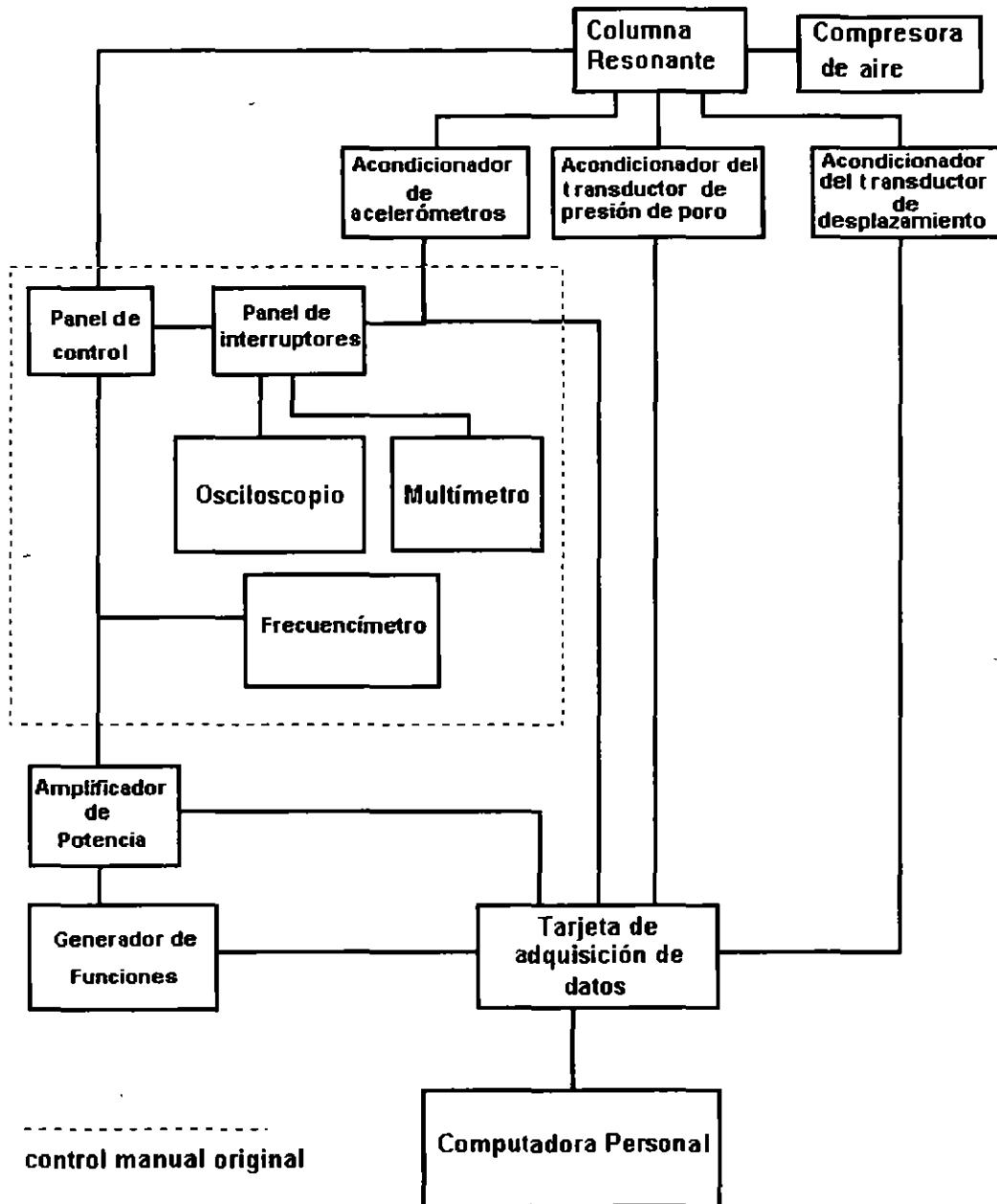


Condiciones de frontera genéricas de la Columna Resonante

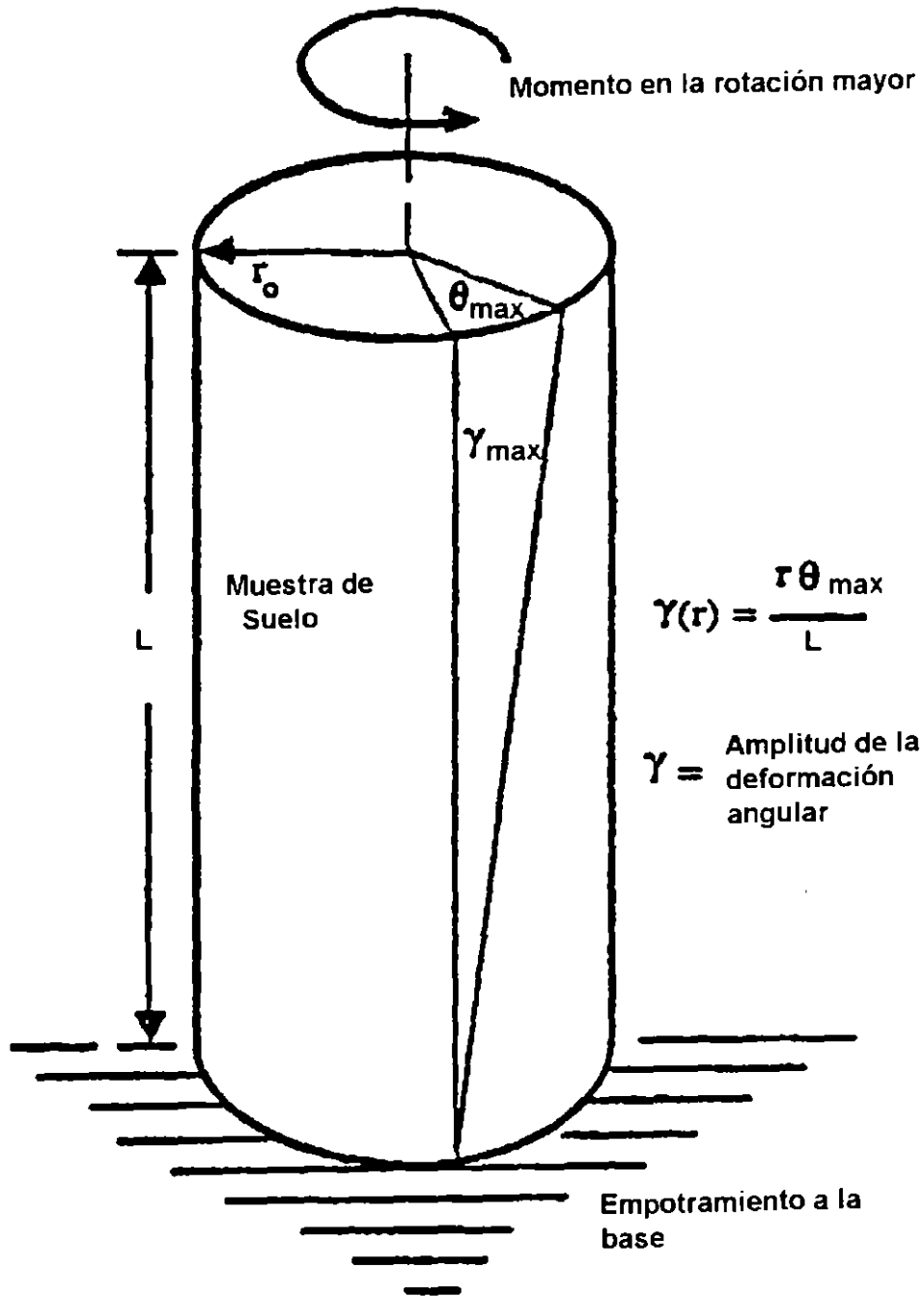


Probeta hueca para el ensaye de columna resonante torsional

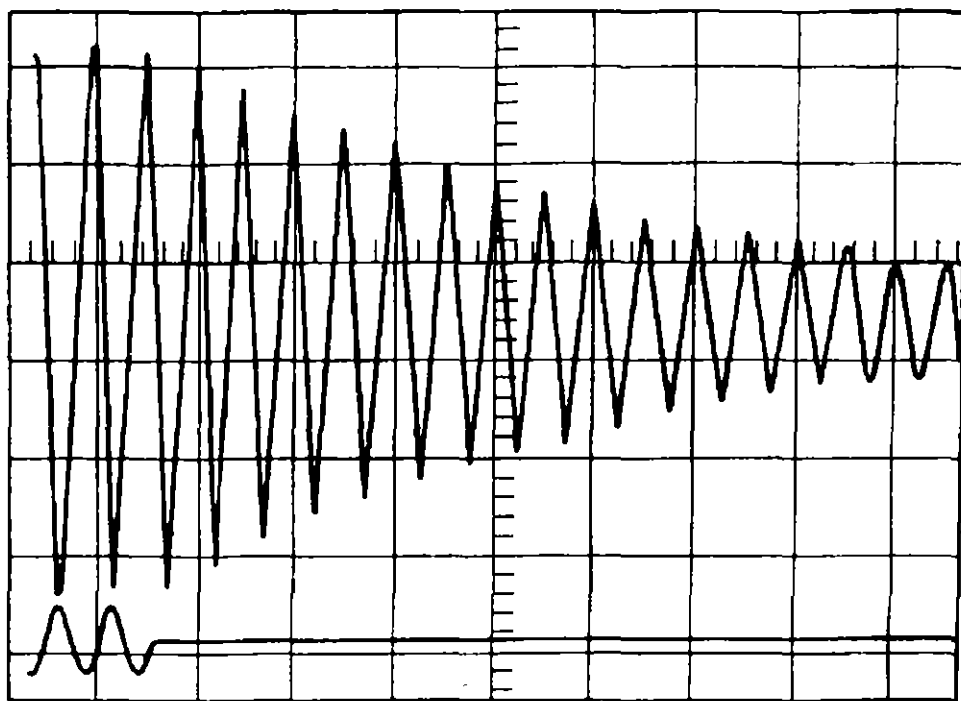




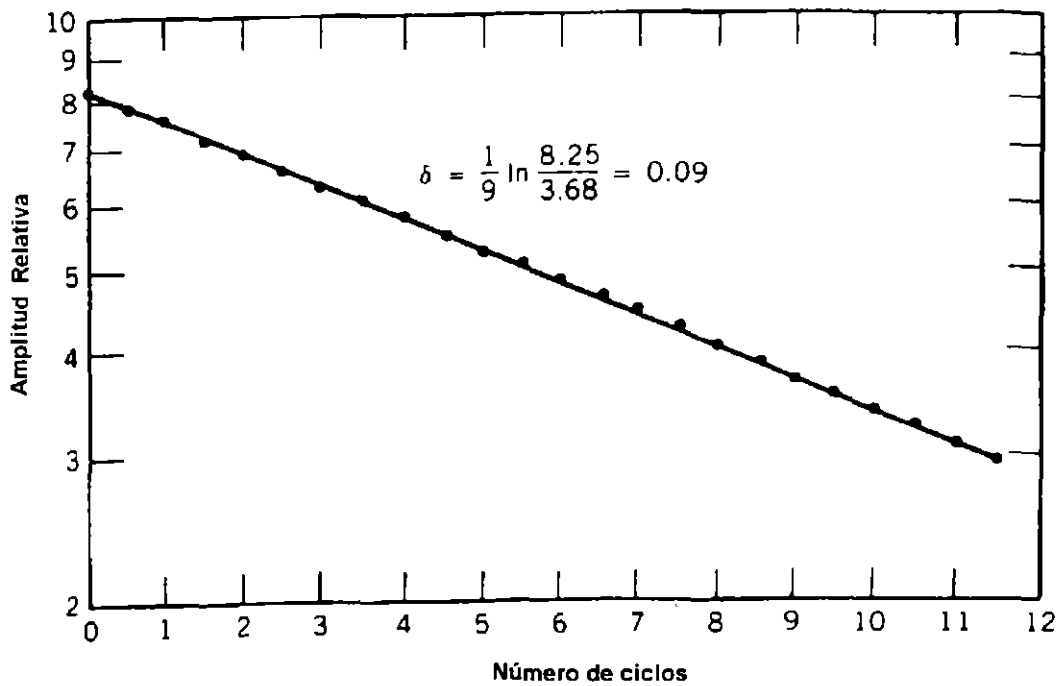
Esquema general del sistema Columna Resonante



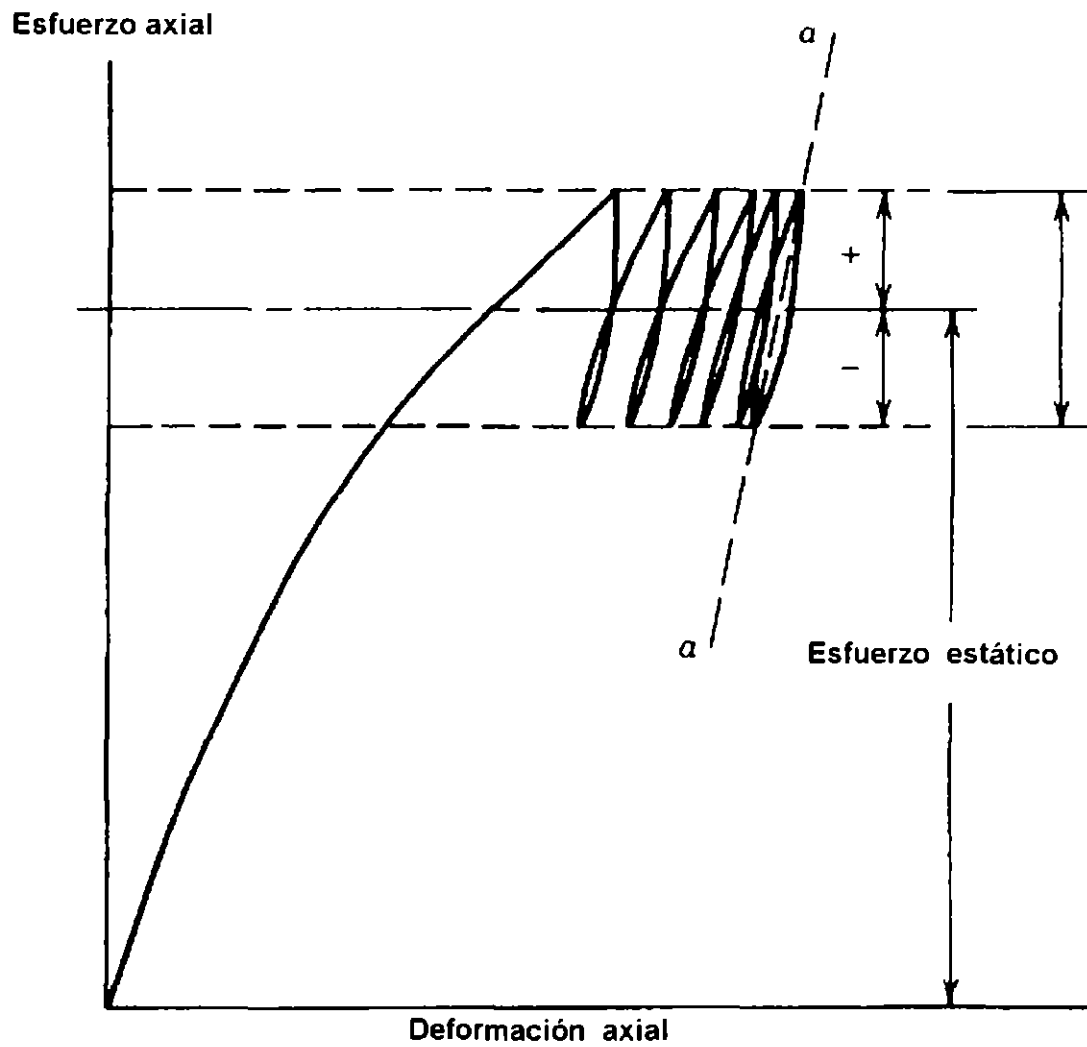
Deformación por corte en la probeta



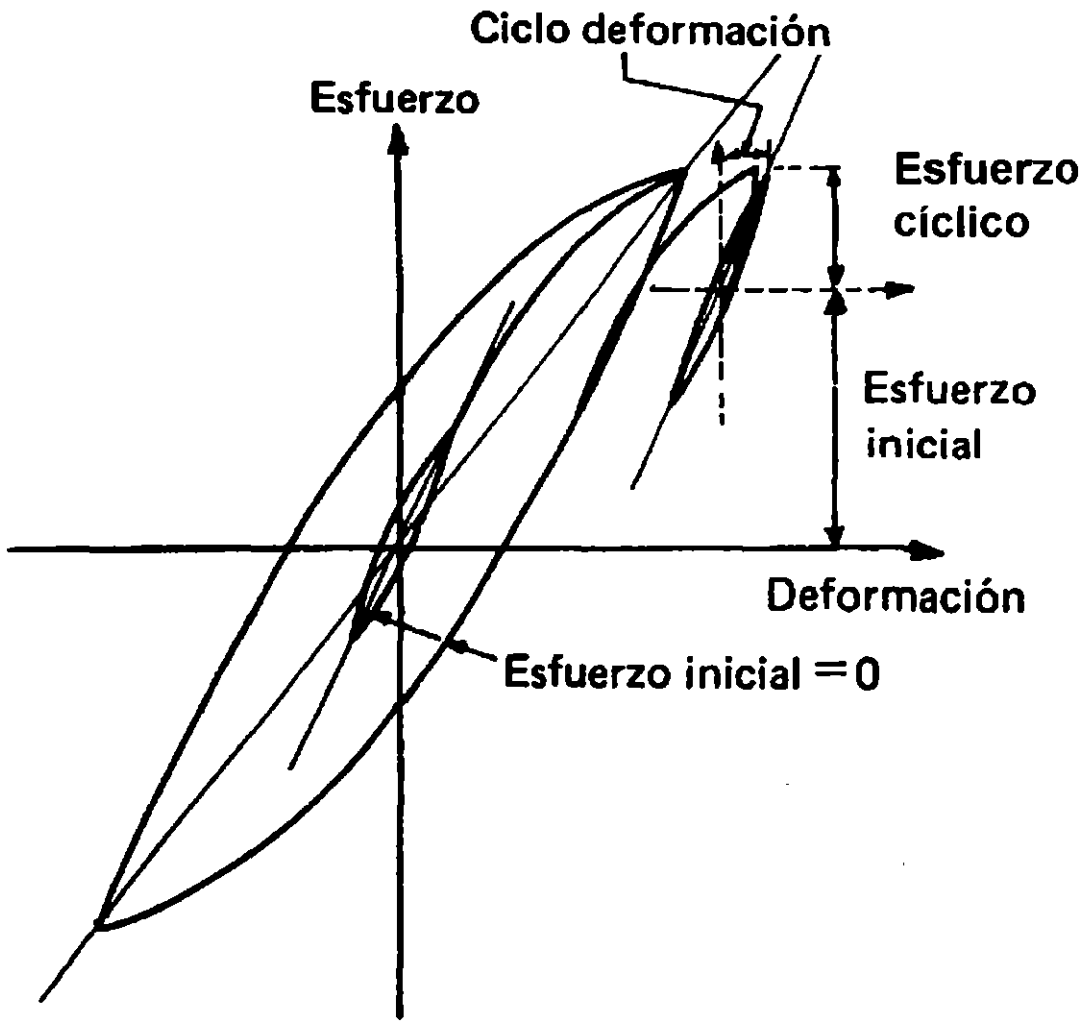
(a)



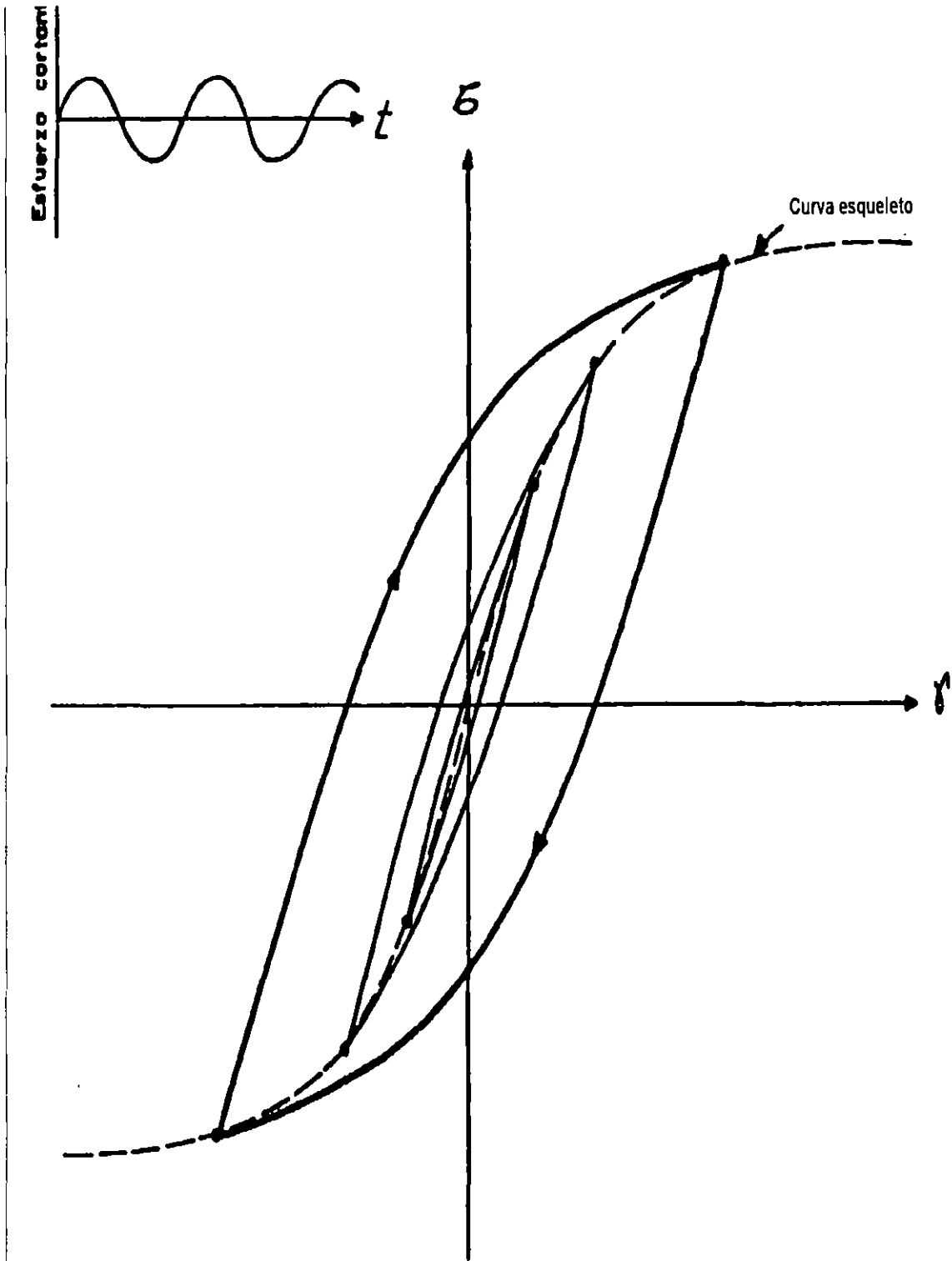
Curvas típicas de vibración libre obtenidas de un ensaye de Columna Resonante



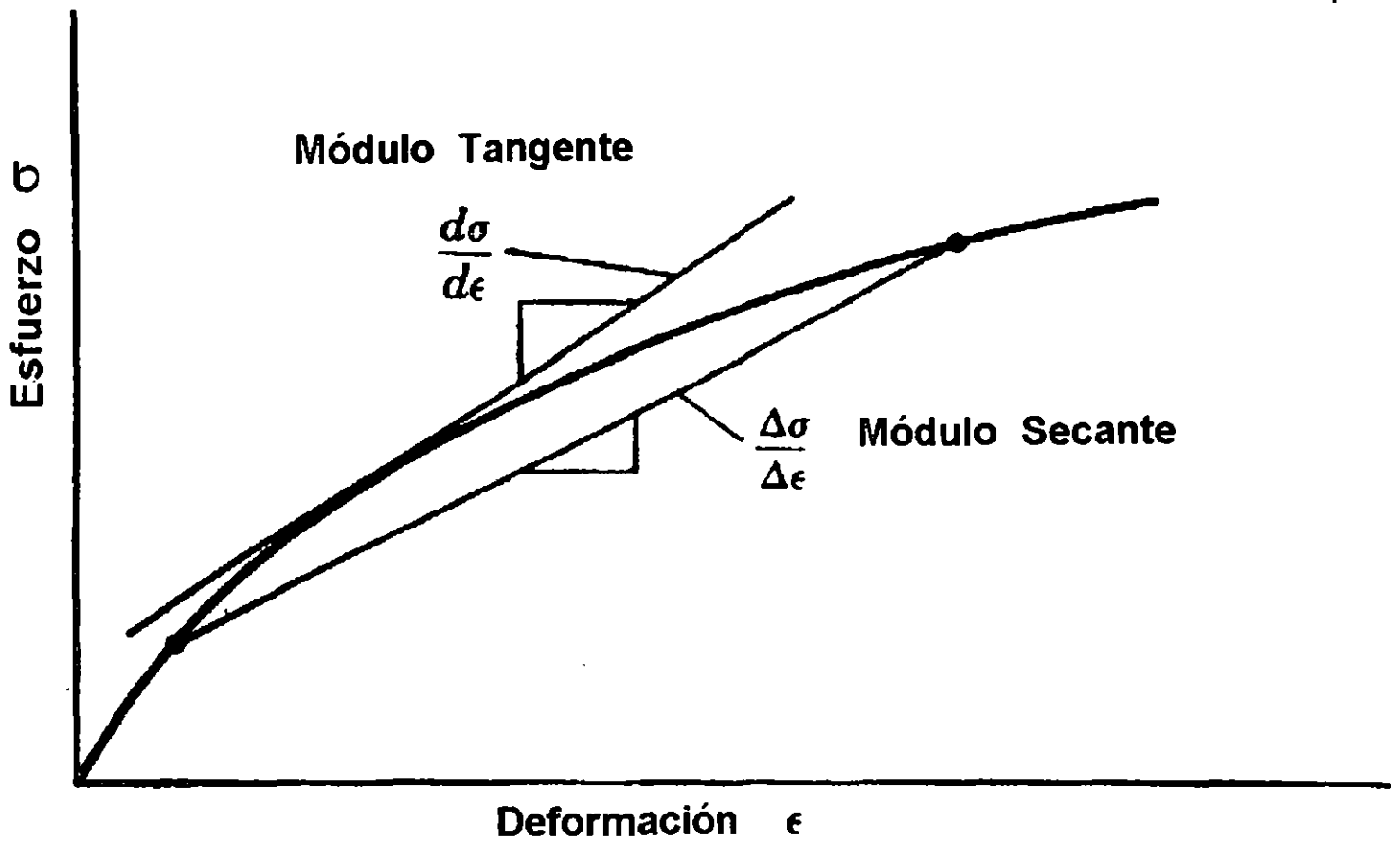
Esfuerzo axial vs. deformación axial en un ensayo triaxial usando carga estática repetida.



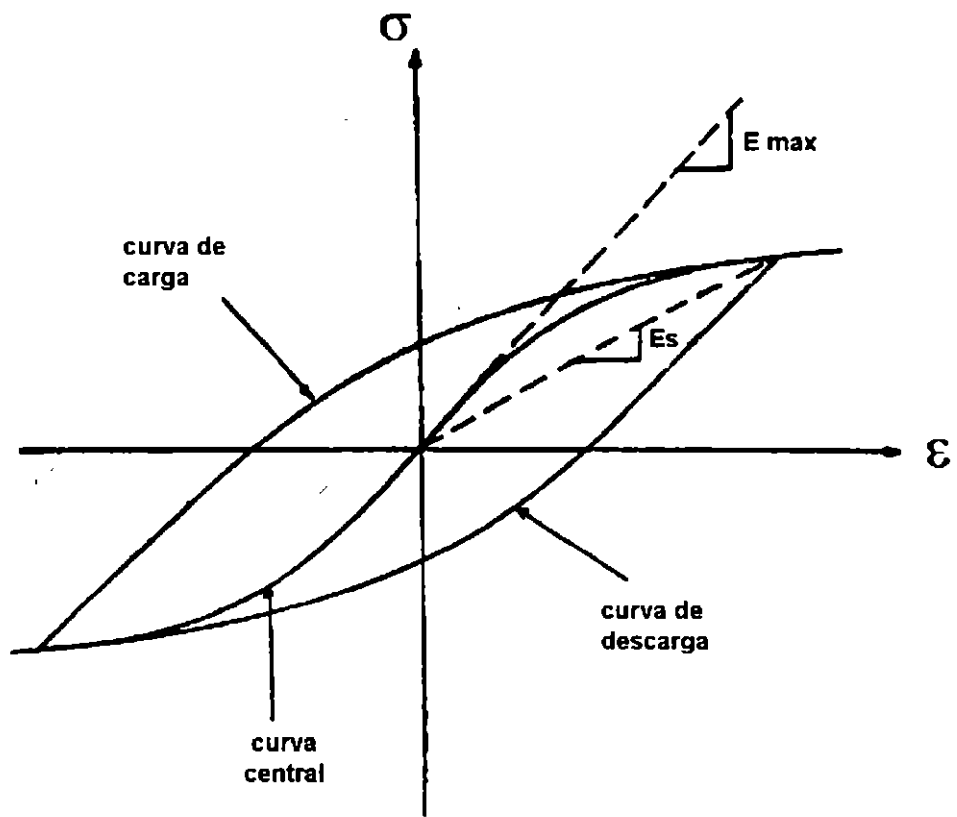
Ciclo completo esfuerzo deformación



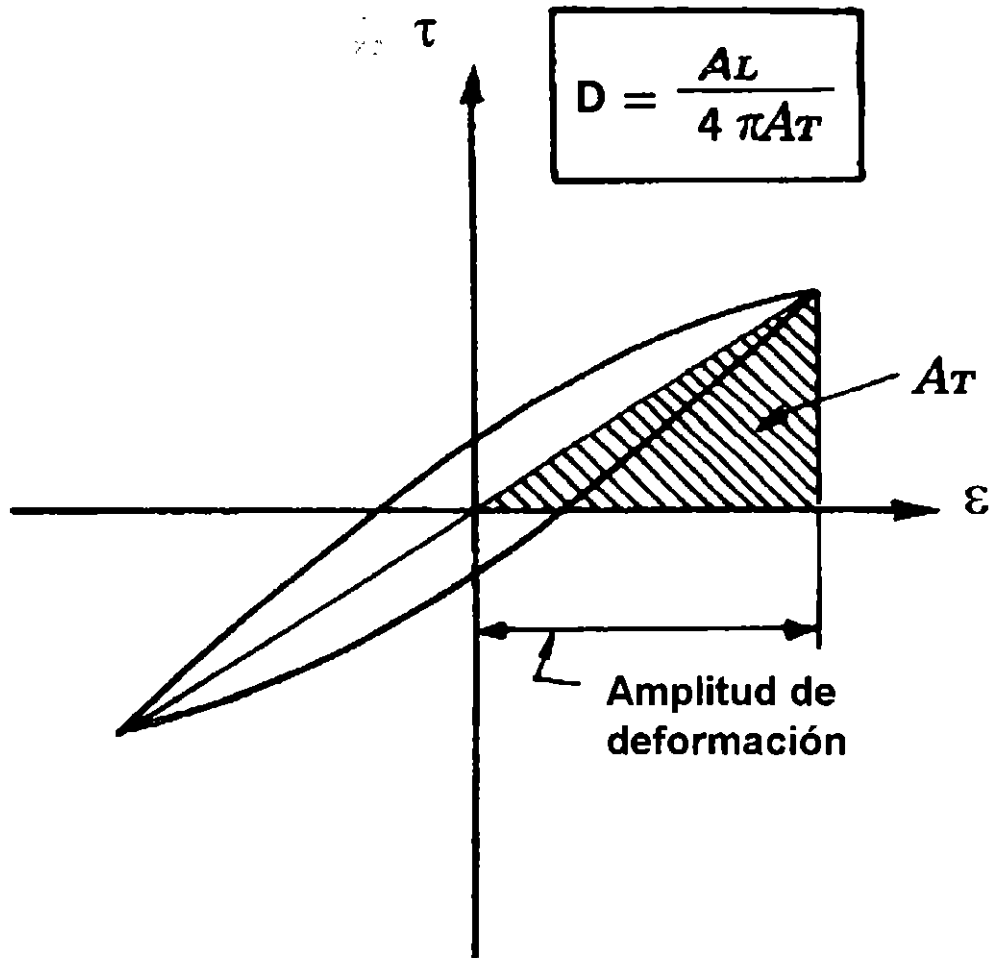
Lazo de histéresis debido a carga cíclica torsional



Definición de módulo secante y módulo tangente.



**Curva típica Esfuerzo-Deformación
Lazo de histéresis**

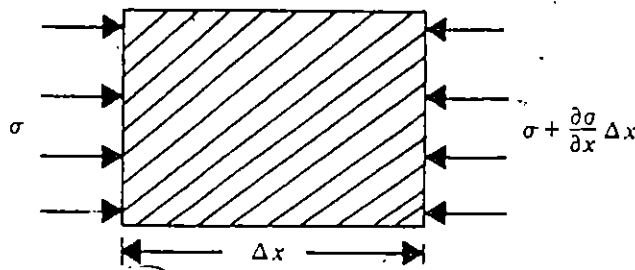
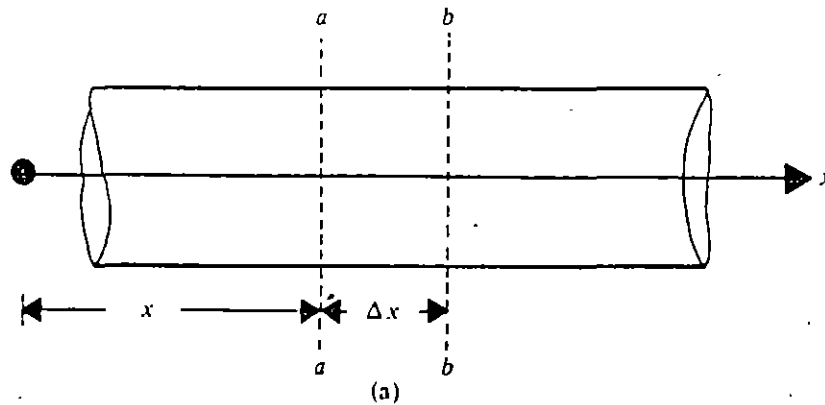


Definición de módulo, amortiguamiento y deformación

VIBRACIÓN DE BARRAS SÓLIDAS

A) VIBRACIÓN LONGITUDINAL

Considere una barra elástica, homogénea e isotrópica, con área de sección transversal A , módulo de Young E y peso volumétrico γ , (fig 1) que se somete a una fuerza excitadora en el eje longitudinal ocasionando vibración.



Sea σ el esfuerzo normal en la sección a-a y $\sigma + (\partial\sigma/\partial x)\Delta x$ el esfuerzo en la sección b-b en un instante cualquiera (se asume que los esfuerzos son uniformes en toda la sección de referencia)

De acuerdo con la segunda ley del movimiento:

$$\Sigma \text{ fuerzas} = (\text{masa})(\text{aceleración})$$

aplicada en el eje x , resulta:

$$-\sigma A + (\sigma + \partial\sigma/\partial x \Delta x)A = A \Delta x (\gamma/g) \partial^2 u/\partial t^2 \dots \dots \dots (1)$$

donde $u = u(x,t)$ es el desplazamiento de una partícula a lo largo del eje x en el instante t

la ec. (1) se basa en que la sección transversal permanece plana durante el movimiento

Simplificando la ec. (1) se obtiene :

$$\partial\sigma/\partial x = \rho (\partial^2 u/\partial t^2) \dots\dots\dots(2)$$

siendo $\rho = \gamma/g$ la densidad de masa del material de la barra

De acuerdo con la Ley de Hooke

$$\sigma = E \partial u/\partial x \dots\dots\dots(3)$$

sustituyendo (3) en (2) se obtiene

$$\partial(E \partial u/\partial x)/\partial x = \rho (\partial^2 u/\partial t^2)$$

o bien ,

$$\partial^2 u/\partial t^2 = (E/\rho) \partial^2 u/\partial x^2$$

$$\partial^2 u/\partial t^2 = v_c^2 \partial^2 u/\partial x^2 \dots\dots\dots(4)$$

La ec. (4) se denomina *Ecuación de onda*.

$$\text{donde } v_c^2 = \sqrt{E/\rho} \dots\dots\dots(5)$$

es la velocidad de propagación de la onda de esfuerzo normal a lo largo de la barra (justificación anexa)

La solución de la ecuación de onda para barras de longitud finita vibrando en un modo natural se escribe como una serie trigonométrica :

$$u(x,t) = U(x) [A_1 \text{ sen } \omega_n t + A_2 \text{ cos } \omega_n t] \dots\dots(6)$$

donde A_1 y A_2 son constantes

ω_n es la frecuencia circular de un modo natural de vibración

$U(x)$ es la amplitud del desplazamiento a lo largo de la barra , y es independiente del tiempo

sustituyendo (6) en (4)

$$\partial^2 u(x,t)/\partial x^2 - (\rho/E) \partial^2 u(x,t)/\partial t^2 = 0$$

o bien ,

$$\partial^2 U(x)/\partial x^2 + (\rho/E) \omega_n^2 U(x) = 0 \dots\dots\dots(7)$$

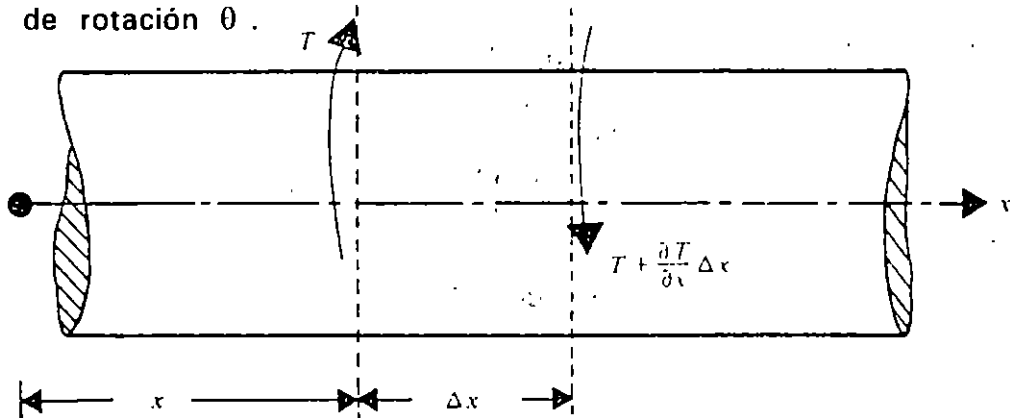
la solución de (7) se puede escribir como

$$U(x) = B_1 \text{sen}(\omega_n x/v_c) + B_2 \text{cos}(\omega_n x/v_c)$$

donde B_1 y B_2 son constantes que se obtienen a partir de las condiciones de frontera de la barra

B) VIBRACIÓN TORSIONAL

Considerando una barra elástica , homogénea e isótropa , a la que se le aplica un momento torsionante T en la distancia x , el cual causa un ángulo de rotación θ .



El momento en la sección localizada a la distancia $x + \Delta x$ es

$$T + \partial T/\partial x \Delta x \quad \text{con una rotación asociada de} \quad \theta + \partial \theta/\partial x \Delta x$$

donde $\theta = \theta(x,t)$ es el desplazamiento angular y $\partial \theta/\partial x$ es el ángulo de giro por unidad de longitud de la barra

aplicando la segunda Ley de Newton para el movimiento angular se tiene :

$$- T + (T + \partial T/\partial x \Delta x) = \rho I \Delta x \partial^2 \theta/\partial t^2$$

$$\text{o bien :} \quad \partial T/\partial x = \rho I \partial^2 \theta/\partial t^2 \dots\dots\dots(8)$$

en la que I es el momento polar de inercia de la sección transversal de la barra

Asimismo, el momento T se puede expresar como

$$T = I G \partial\theta/\partial x \dots\dots\dots(9)$$

donde G es el módulo de rigidez al corte del material de la barra

$$(\tau = G \gamma = G r \partial\theta/\partial x \quad y \quad T = \int r \tau dA = I G \partial\theta/\partial x)$$

sustituyendo (9) en (8), se tiene :

$$\partial^2\theta/\partial t^2 = (G/\rho) \partial^2\theta/\partial x^2$$

o bien, $\partial^2\theta/\partial t^2 = v_s^2 \partial^2\theta/\partial x^2 \dots\dots\dots(10)$

siendo $v_s = \sqrt{G/\rho}$ la velocidad de onda cortante

la ec. (10) es la ecuación de onda para esfuerzos cortantes.

En forma análoga a la solución de la ecuación de onda para ondas de esfuerzo normal, la ecuación de los modos naturales de vibración de barras de longitud finita asociada a (10) es :

$$\theta(x,t) = \Theta(x) [A_1 \text{ sen } \omega_n t + A_2 \text{ cos } \omega_n t] \dots\dots\dots(11)$$

donde $\Theta(x)$ es la amplitud de la deformación angular, y A_1 y A_2 son constantes

Las ecuaciones de onda y las ecuaciones de los modos naturales de vibración asociadas, se pueden resolver considerando las condiciones de frontera de la barra; los casos son :

- a) ambos extremos libres (libre - libre)
- b) un extremo fijo y el otro libre (fijo - libre)
- c) ambos extremos fijos (fijo - fijo)
- d) un extremo fijo y en el otro una masa rígida

En lo subsecuente se indicarán directamente las soluciones a algunos casos de interés práctico para aplicación el ensaye de columna resonante.

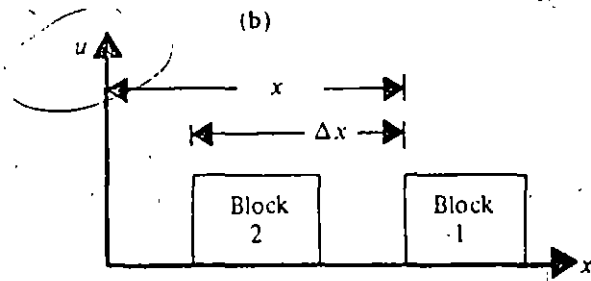
La justificación de (5) es como sigue:

la solución de (4) se puede escribir como

$$U = F(v_c t + x) + H(v_c t - x)$$

donde F y H son funciones arbitrarias

Considere que en el instante t la función F está representada por el bloque 1 de la siguiente figura y que $U_t = F(v_c t + x) \longrightarrow (a)$ donde F representa la onda viajando en la dirección negativo del eje x .



En el instante $t + \Delta t$ la función estará representada por el bloque 2, por tanto

$$U_{t+\Delta t} = F[v_c(t+\Delta t) + (x - \Delta x)] \longrightarrow (b)$$

si el bloque se mueve sin cambio de forma de la posición 1 a la 2:

$$\text{entonces: } U_t = U_{t+\Delta t} \longrightarrow (c)$$

por lo que, sustituyendo equivalencias de (a) y (b) en (c):

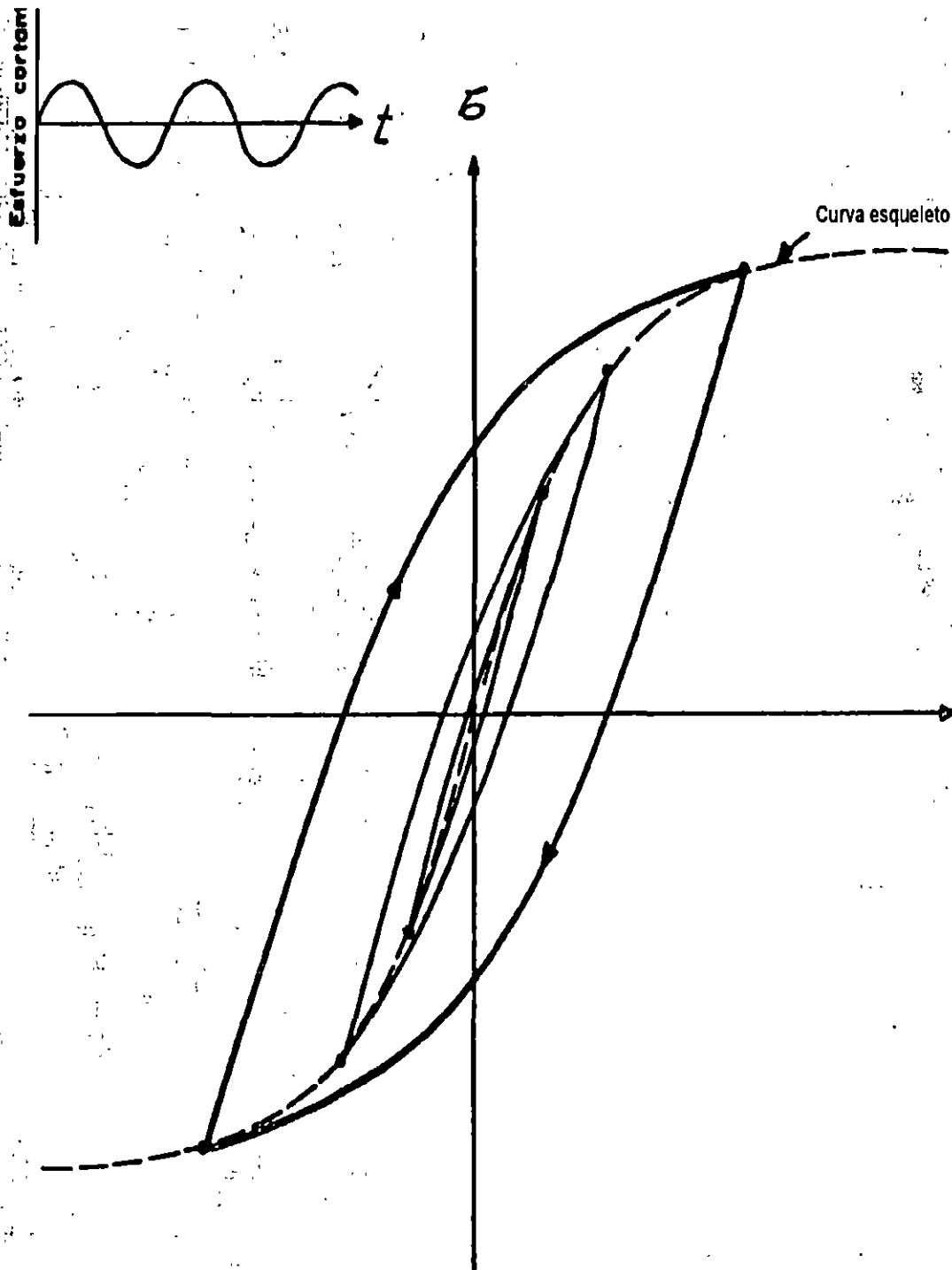
$$F(v_c t + x) = F[v_c(t + \Delta t) + (x - \Delta x)]$$

igualando argumentos:

$$v_c t + x = v_c t + v_c \Delta t + x - \Delta x$$

$$v_c \Delta t = \Delta x \quad \Rightarrow \quad v_c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{velocidad de propagación de la onda de esfuerzo.}$$

En forma similar, se puede mostrar que $H(v_c t - x)$ representa una onda viajando en el sentido positivo de x .



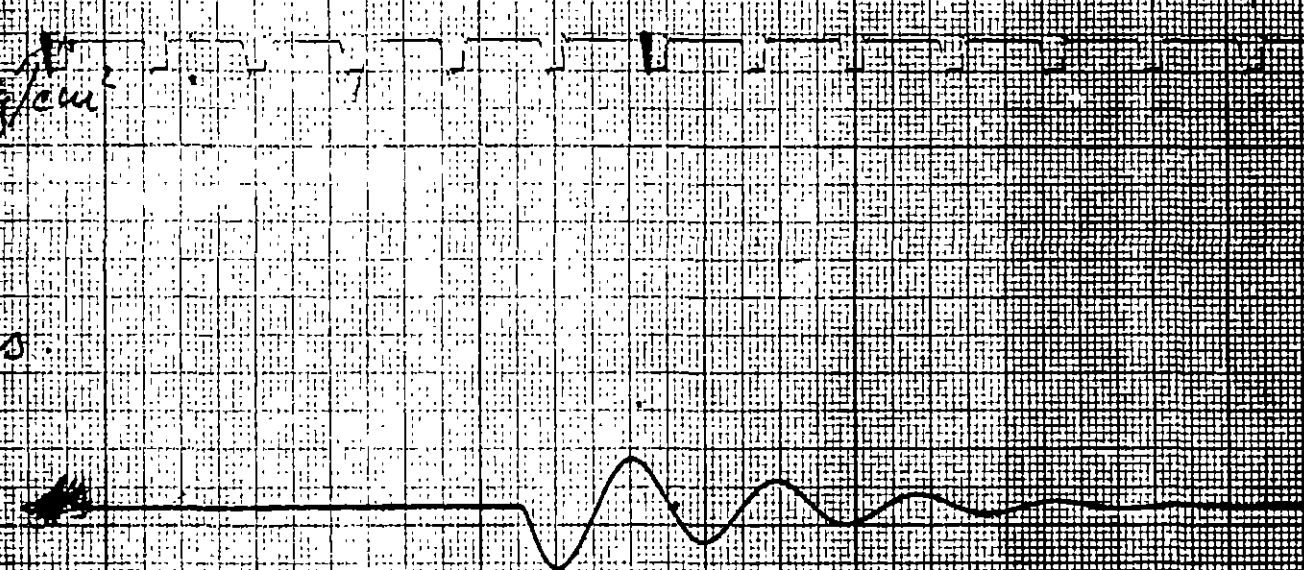
Lazo de histéresis debido a carga cíclica torsional

51 - 150-887

①

$t_c = 10.66 \text{ seg}$

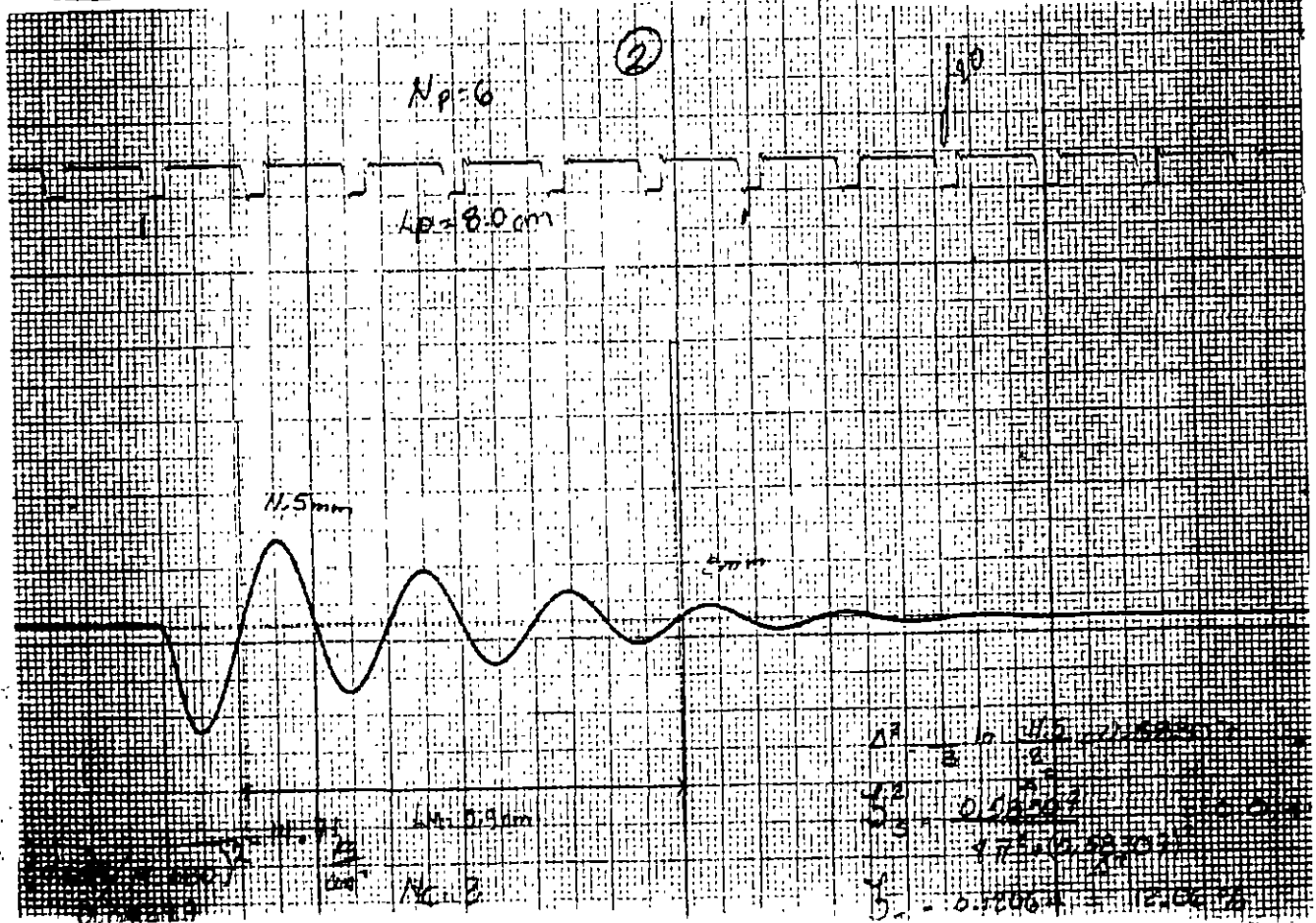
SN-3
 N-10
 150-880
 16-25 μcm
 16-21-95
 1000 hrs
 3 Waves



$\omega_{sd} = \frac{2T}{T} = \frac{2T}{1.477} = 4.254 \text{ seg}^{-1}$
 $\omega_{sd} = 18.077$
 $\omega = \frac{18.077 \times 10^3}{(1 - 0.1506)^2} = 2.067 \times 10^4$
 $G = 12.8573 \frac{1.3}{150.887} = 0.72284$

②

$N_p = 6$
 $L_p = 8.0 \text{ cm}$

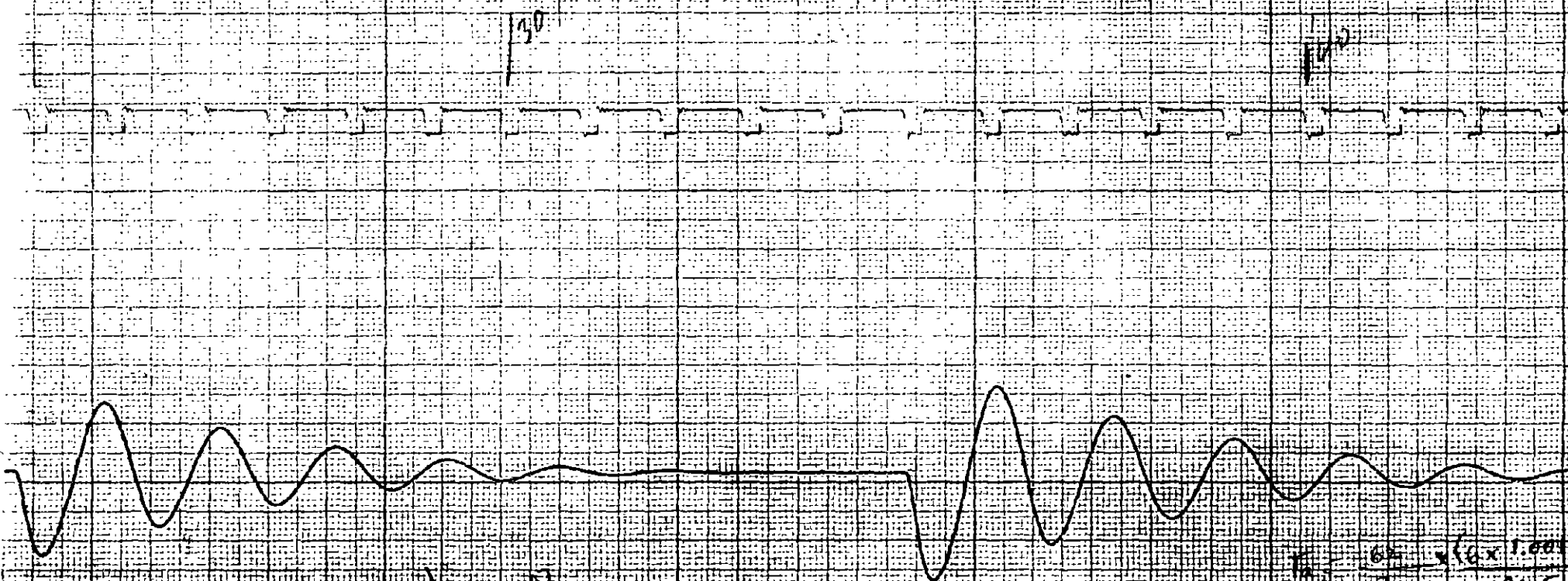


3

4

30

140



$\omega = 2\pi f$
 $f = \frac{1}{T}$
 $T = 10$

$\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{10} = \frac{2\pi}{10}$
 $\omega = \frac{\pi}{5}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

$\omega = \frac{\pi}{5}$

5

50 $\lambda_p = 30.5$

$N_D = 5.4 \times 10^{17}$

1.4 μm

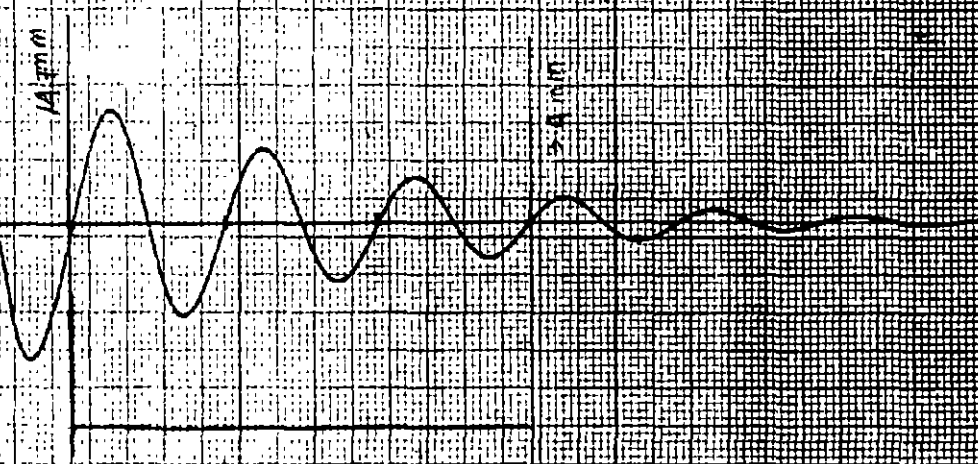
3.4 μm

$$\frac{1.4 \times 10^{-6}}{3.4 \times 10^{-6}} = 0.412$$

$$\frac{1.4^2}{3.4^2} = 0.172$$

$$\frac{1.4}{3.4} = 0.412$$

$L_m = 60 \text{ nm}$
 $N_e = 3$



6

1.4 μm

