



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO DE  
LA ZONA LACUSTRE DEL VALLE DE MÉXICO

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
MOISÉS JUÁREZ CAMARENA

TUTOR PRINCIPAL  
Dr. GABRIEL AUVINET GUICHARD, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

COMITÉ TUTOR  
Dr. DANIEL RESÉNDIZ NÚÑEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
Dr. EFRAÍN OVANDO SHELLEY, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
Dr. ALBERTO JAIME PAREDES, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
Dr. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

MÉXICO, D. F., DICIEMBRE DE 2015



## **DEDICATORIA**

*Dedico este trabajo a mi esposa Flor por brindarme su amor y compañía, doy gracias a Dios porque tu estás conmigo.*



## **AGRADECIMIENTOS**

*Expreso mis agradecimientos:*

*A la División de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM por brindarme la oportunidad en mi formación académica.*

*Al Instituto de Ingeniería de la UNAM (II-UNAM) por las facilidades en el uso de sus instalaciones para la realización de esta tesis.*

*A la DGAPA por su apoyo, Investigación realizada gracias al programa UNAM-DGAPA-PAPIIT, a través del proyecto “Caracterización de anomalías geotécnicas en la zona lacustre del Valle de México” con No. IN-105412-3.*

*Al Laboratorio de Geoinformática de la Coordinación de Geotecnia del II-UNAM por el uso de sus instalaciones.*

*Al Doctor Gabriel Auvinet por su disponibilidad, esfuerzo, empeño para dirigir esta tesis, así también, por permitirme formar parte de su grupo de trabajo y especialmente por su apoyo en mi desarrollo profesional.*

*A los integrantes del comité revisor: Dr. Daniel Reséndiz Núñez, Efraín Ovando Shelley, Dr. Alberto Jaime Paredes y Dr. Rigoberto Rivera Constantino por contribuir a la revisión de esta tesis que con sus comentarios y aportaciones importantes contribuyeron a mejorar el trabajo.*

*Al M. en I. Edgar Méndez Sánchez, por su amistad y apoyo, pero sobre todo por sus valiosos comentarios que permitieron incrementar mejorar mi trabajo.*



# ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO DE LA ZONA LACUSTRE DEL VALLE DE MÉXICO

## CONTENIDO

	Página
LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABLAS.....	xv
SÍMBOLOS Y NOTACIÓN.....	xvii
RESUMEN.....	xix
ABSTRACT .....	xxi
1. INTRODUCCIÓN.....	3
1.1 Antecedentes.....	3
1.2 Objetivo .....	7
1.3 Alcances.....	7
2. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO .....	11
2.1 Ubicación.....	11
2.2 Fisiografía.....	12
2.3 Información histórica.....	13
2.4 Toponimia.....	16
2.5 Cartografía urbana.....	18
2.6 Topografía .....	19
2.7 Imágenes de satélite.....	22
2.8 Geología.....	23
2.9 Información geotécnica.....	30
2.9.1 Estratigrafía .....	30
2.9.2 Zonificación geotécnica .....	35
2.9.3 Profundidad de los <i>Depósitos Profundos</i> .....	44
2.9.4 Hundimiento regional.....	47
2.9.5 Sondeos geotécnicos.....	48
2.10 Sistema de Información Geográfica para Sondeos Geotécnicos.....	50
3. DESCRIPCIÓN DE LOS SUELOS PARA FINES GEOTÉCNICOS .....	55
3.1 Propiedades relevantes del suelo .....	55
3.2 Representación tradicional.....	57
3.3 Incertidumbre en las propiedades geotécnicas del subsuelo .....	61
3.4 Descripción estadística .....	62
3.4.1 Análisis cuantitativo de variabilidad.....	63

3.4.2 Descripción de grupos de variables.....	66
3.4.3 Correlación múltiple.....	70
3.5 Métodos de interpolación y estimación espacial.....	72
3.6 Conceptos fundamentales de la Geoestadística.....	85
3.6.1 Modelado de medios geológicos mediante campos aleatorios.....	85
3.6.2 Metodología y criterios para la aplicación práctica.....	97
3.6.3 Aplicaciones de la geoestadística en la geotecnia.....	105
3.6.3.1 Problema del muestreo.....	105
3.6.3.2 Mapeo.....	106
3.6.3.3 Selección de parámetros de diseño.....	107
3.6.4 Algoritmos optimados y desarrollados.....	109
4. ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO LACUSTRE.....	115
4.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua en un sondeo (1D).....	116
4.2 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la capa dura (2D).....	128
4.3 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua en el subsuelo (3D).....	138
4.4 Análisis de la distribución espacial de las propiedades del suelo lacustre.....	152
4.4.1 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona norte.....	153
4.4.1.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua.....	153
4.4.1.2 Análisis de la distribución espacial del número de golpes en SPT.....	169
4.4.1.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS.....	184
4.4.1.4 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD.....	189
4.4.1.5 Análisis de la distribución espacial del espesor de la FAI.....	195
4.4.1.6 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP.....	200
4.4.1.7 Propuesta de zonificación geotécnica para la zona norte.....	205
4.4.2 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona poniente.....	207
4.4.2.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua.....	207
4.4.2.2 Análisis de la distribución espacial del espesor de la FAS.....	225
4.4.2.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD.....	231
4.4.2.4 Distribución espacial del espesor de la FAI.....	236
4.4.2.5 Distribución espacial de la profundidad de los DP.....	242
4.4.2.6 Propuesta de zonificación geotécnica.....	247
4.4.3 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona oriente.....	252
4.4.3.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua.....	252
4.4.3.2 Análisis de la distribución espacial de $q_c$ en CPT.....	266
4.4.3.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS.....	279
4.4.3.4 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD.....	284
4.4.3.5 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAI.....	289
4.4.3.6 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP.....	294
4.4.3.7 Distribución espacial del espesor de la CS.....	299
4.4.3.8 Distribución espacial del espesor de la FAS.....	300
4.4.3.9 Distribución espacial del espesor de la CD.....	301
4.4.3.10 Distribución espacial del espesor de la FAI.....	302
4.4.3.11 Modelo digital 3D de las formaciones del subsuelo.....	303
4.4.3.12 Zonificación geotécnica propuesta.....	305



4.4.4	Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona sur .....	306
4.4.4.1	<i>Análisis de la distribución espacial del contenido de agua</i> .....	306
4.4.4.2	<i>Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS</i> .....	318
4.4.4.3	<i>Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD</i> .....	323
4.4.4.4	<i>Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAI</i> .....	328
4.4.4.5	<i>Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP</i> .....	333
4.4.4.6	<i>Zonificación geotécnica propuesta</i> .....	338
4.4.5	Análisis geoestadístico de las propiedades del suelo en el centro de la ciudad de México .....	341
4.4.5.1	<i>Análisis de la distribución espacial del espesor de rellenos superficiales</i> .....	341
4.4.5.2	<i>Análisis geoestadístico de la distribución espacial del contenido de agua</i> ..	347
4.4.5.3	<i>Análisis geoestadístico de la distribución espacial de <math>q_c</math> en CPT</i> .....	353
4.4.6	Propuesta de zonificación geotécnica para el valle de México .....	360
4.4.7	Aplicaciones en obras de infraestructura .....	367
4.4.7.1	<i>Túnel profundo</i> .....	367
4.4.7.2	<i>Planta de tratamiento de aguas residuales</i> .....	380
4.4.7.3	<i>Línea del Sistema de Transporte Colectivo</i> .....	385
4.5	Comentarios sobre las ventajas y desventajas de la metodología geoestadística .....	391
5.	CONCLUSIONES .....	397
	REFERENCIAS .....	401
	ANEXO A. PROCESOS ESTOCÁSTICOS .....	411
A.1	Definición .....	411
A.2	Descripción de un proceso estocástico .....	413
A.2.1	Función de distribución y densidad de probabilidad .....	413
A.2.2	Media y varianza .....	414
A.2.3	Función de autocovarianza y autocorrelación .....	414
A.3	Procesos con características especiales .....	415
A.3.1	Procesos estacionarios .....	415
A.3.1.1	<i>Procesos estacionarios en el sentido estricto (s. e.)</i> .....	415
A.3.1.2	<i>Procesos estacionarios en el sentido amplio (s. a.)</i> .....	416
A.3.1.3	<i>Procesos de incrementos independientes</i> .....	416
A.4	Ergodicidad .....	417
A.4.1	Promedios temporales .....	417
A.4.2	Condiciones de ergodicidad .....	418
	ANEXO B. REGRESIÓN LINEAL .....	421
B.1	Caso unidimensional .....	422
B.2	Caso bidimensional .....	422
B.3	Caso tridimensional .....	423
	ANEXO C. FUENTES DE SONDEOS GEOTÉCNICOS .....	425



## LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 2.1. Ubicación de la cuenca de México y del área de estudio.....	11
Figura 2.2. Fisiografía de la Cuenca de México (DDF, 1975). .....	12
Figura 2.3. Evolución de los lagos de la cuenca de México (Schilling, 1963).....	13
Figura 2.4. Panorama del lago de México y la Isla de <i>Tenochtitlán-Tlatelolco</i> en 1519, pintura de Luis Covarrubias (Arqueología Mexicana, 2004). .....	14
Figura 2.5. Mapa del <i>Lago de México</i> y la isla de <i>Tenochtitlan-Tlatelolco</i> hacia 1521. (Academia Mexicana de Ciencias, 2007). .....	14
Figura 2.6. Plano de los lagos del Valle de México (Espinoza, 1900).....	15
Figura 2.7. Plano reconstructivo de la región de Tenochtitlan (González-Aparicio, 1968).....	17
Figura 2.8. Representación de la cartografía urbana.....	18
Figura 2.9. Extensión urbana del área de estudio.....	19
Figura 2.10. Representación topográfica del área de estudio, modelo MRS.....	20
Figura 2.11. Imagen de satélite (Landsat, 2010).....	22
Figura 2.12. Geología y morfología de la cuenca de México (Mooser, en TGC, 2005). .....	24
Figura 2.13. Sección geológica del modelo conceptual (norte-sur).....	25
Figura 2.14. Sección geológica del modelo conceptual (oeste-este). .....	25
Figura 2.15. Mapa geológico del área de estudio (adaptado de Mooser, 1996).....	29
Figura 2.16. Sucesos Geológicos de la cuenca de México (Bryan, 1948).....	31
Figura 2.17. Perfil del suelo del centro de la ciudad (Zeevaert, 1952). .....	32
Figura 2.18. Corte geológico correspondiente a la Alameda Central (Zeevaert, 1952). .....	33
Figura 2.19. Cortes estratigráficos de la ciudad de México (Marsal y Mazari, 1959).....	34
Figura 2.20. Secuencia estratigráfica debajo de la ciudad de México (Mooser, en TGC, 2005). .....	34
Figura 2.21. Primera zonificación de la ciudad de México (Marsal, 1952).....	36
Figura 2.22. Zonificación geotécnica (Marsal y Mazari, 1959). .....	37
Figura 2.23. Zonificación geotécnica para el Distrito Federal (DDF, 1966). .....	38
Figura 2.24. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (Schmitter, 1968). .....	39
Figura 2.25. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (DDF, 1987). .....	40
Figura 2.26. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (COVITUR, 1987). .....	41
Figura 2.27. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (DDFb, 1995). .....	42
Figura 2.28. Mapa de zonificación geotécnica para el Distrito Federal (GDFb, 2004).....	43
Figura 2.29. Curvas de igual profundidad a los depósitos profundos actualizada a 1987 (Jaime 1987; Jaime <i>et al.</i> , 1989). .....	44
Figura 2.30. Profundidad de Depósitos Profundos en 2004 (adaptado de Juárez <i>et al.</i> , 2009)..	45
Figura 2.31. Espesores medidos de arcilla lacustre, acuitardo, DGCOH (CIGSA, 2000). .....	46
Figura 2.32. Velocidad de hundimiento, periodo 2000-2005 (adaptado de Juárez <i>et al.</i> , 2009). .....	47
Figura 2.33. Número de sondeos por tipo de exploración geotécnica.....	49
Figura 2.34. Modelo conceptual del SIG-SG (adaptado de ESRI, 1995). .....	50

Figura 2.35. Funcionamiento del SIG-SG, consulta de sondeos.....	51
Figura 2.36. Distribución de sondeos en el área de estudio. ....	52
Figura 3.1. Localización del sondeo en el sitio Plaza Río de Janeiro.....	58
Figura 3.2. Perfil estratigráfico del sondeo continuo, sitio Plaza Río de Janeiro, (Jaime y Romo, 1987b).....	59
Figura 3.3. Corte estratigráfico (CFE, 1998). ....	60
Figura 3.4. Curvas de aproximación.....	66
Figura 3.5. Formas típicas de correlación lineal.....	67
Figura 3.6. Curva de ajuste con distancias mínimas.....	68
Figura 3.7. Curva de regresión (Marsal y Mazari, 1959).....	70
Figura 3.8. Polígonos de Thiessen. ....	74
Figura 3.9. Una vista en perspectiva que muestra las discontinuidades inherentes en la estimación con polígonos (adaptado de Isaaks y Srivastava, 1989). ....	74
Figura 3.10. Áreas de influencia en el método de <i>vecino natural</i> .....	76
Figura 3.11. Influencia del exponente en la interpolación IWD (Calipsa, 2013). ....	77
Figura 3.12. Validación y selección del valor de $p$ . ....	78
Figura 3.13. Criterios para obtener un conjunto de puntos para la estimación.....	78
Figura 3.14. Método de triangulación con interpolación lineal.....	81
Figura 3.15. Topología neuronal (García y Romo, 2013).....	83
Figura 3.16. Resultados de estimaciones con técnicas geoestadísticas y cálculos con RNs (García y Romo, 2004).....	84
Figura 3.17. Representación esquemática de un campo aleatorio (Medina, 2001).....	86
Figura 3.18. Modelado de un correlograma experimental típico. ....	89
Figura 3.19. Diagrama de bloques general para el análisis geoestadístico.....	98
Figura 3.20. Procedimiento para la generación de archivos de datos numéricos.....	99
Figura 3.21. Esquema representativo de la evaluación de la estacionaridad.....	101
Figura 3.22. Definición de tolerancias (Deutch, 1992). ....	102
Figura 3.23. Malla de estimación para el caso del análisis en un plano (2D). ....	103
Figura 3.24. Malla de estimación para el caso del análisis en un volumen (3D). ....	104
Figura 3.25. Ejemplo de vecindad de búsqueda para el caso anisótropo (Díaz y Casar, 2009). ....	104
Figura 3.26. Zapata de cimentación (Auvinet, 2002). ....	107
Figura 3.24. Programa SAAG (Auvinet et all, 2000). ....	109
Figura 3.25. Programa <i>MESCAL 2000</i> (Laboratorio de Geoinformática, 2000).....	110
Figura 3.26. Programa <i>MESCAL 2012</i> (Laboratorio de Geoinformática, 2012).....	111
Figura 4.1. Perfil de contenido de agua, sondeo en el sitio CUPJ. ....	116
Figura 4.2. Histogramas del contenido de agua, sitio CUPJ. ....	118
Figura 4.3. Perfil del contenido de agua, sitio CUPJ (Jaime y Romo, 1986). ....	119
Figura 4.4. Perfil del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ (Jaime y Romo, 1986).....	120
Figura 4.5. Correlogramas del contenido de agua del sondeo completo, sitio CUPJ. ....	121
Figura 4.6. Correlogramas del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ. ....	121
Figura 4.7. Correlogramas del contenido de agua, sitio CUPJ.....	122

Figura 4.8. Perfil estimado del contenido de agua para el sondeo completo, sitio CUPJ. ....	124
Figura 4.9. Perfil estimado del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ. ....	125
Figura 4.10. Resultados de la validación cruzada del contenido de agua, sitio CUPJ. ....	126
Figura 4.11. Resultados de simulación del contenido de agua, sitio CUPJ. ....	127
Figura 4.12. Área de estudio y distribución de datos de la profundidad de la CD. ....	128
Figura 4.13. Superficie de regresión lineal de la CD. ....	129
Figura 4.14. Correlogramas experimentales direccionales de la profundidad de la CD. ....	130
Figura 4.15. Correlogramas experimentales y exponenciales de la profundidad de la CD. ....	131
Figura 4.16. Elipse de anisotropía para la profundidad de la CD. ....	131
Figura 4.17. Superficie de la profundidad estimada de la CD. ....	133
Figura 4.18. Varianza de estimación de la profundidad de la CD. ....	134
Figura 4.19. Superficie de la profundidad simulada de la CD. ....	135
Figura 4.20. Resultados de la validación cruzada de la profundidad de la CD. ....	136
Figura 4.21. México Tenochtilán y Catedral metropolitana de la ciudad de México. ....	137
Figura 4.22. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua. ....	138
Figura 4.23. Tendencia de los datos de contenido de agua con respecto a la profundidad. ...	141
Figura 4.24. Correlogramas experimentales en la dirección vertical. ....	142
Figura 4.25. Correlogramas verticales del contenido de agua. ....	143
Figura 4.26. Correlogramas experimentales en la dirección horizontal. ....	144
Figura 4.27. Correlogramas horizontales del contenido de agua. ....	145
Figura 4.28. Ubicación de los ejes preferenciales de estimación. ....	146
Figura 4.29. Distribución espacial estimada del contenido de agua sobre el eje "A" ....	148
Figura 4.30. Distribución espacial estimada del contenido de agua sobre el eje 2. ....	148
Figura 4.31. Secciones transversales simuladas de contenido de agua sobre el eje A. ....	149
Figura 4.32. Secciones transversales simuladas de contenido de agua sobre el eje 2. ....	150
Figura 4.33. Validación cruzada del contenido de agua en un sondeo. ....	151
Figura 4.34. División del área de estudio en el Valle de México. ....	152
Figura 4.35. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua, zona norte. ....	153
Figura 4.36. Histograma de los datos de contenido de agua, zona norte. ....	154
Figura 4.37. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona norte. ....	155
Figura 4.38. Ubicación de ejes preferenciales de estimación del contenido de agua, zona norte. ....	155
Figura 4.39. Resultados de la validación cruzada del sondeo 293, zona norte. ....	156
Figura 4.40. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona norte. ....	157
Figura 4.41. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona norte. ....	158
Figura 4.42. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona norte. ....	159
Figura 4.43. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona norte. ....	160
Figura 4.44. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona norte. ....	161
Figura 4.45. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 6, zona norte. ....	162
Figura 4.46. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona norte. ....	163
Figura 4.47. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona norte. ....	164
Figura 4.48. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona norte. ....	165

---

Figura 4.49. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona norte.....	166
Figura 4.50. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje E, zona norte.....	167
Figura 4.51. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona norte. ....	168
Figura 4.52. Ubicación de sondeos con mediciones de número de golpes, zona norte. ....	169
Figura 4.53. Histograma de los datos del número de golpes, zona norte. ....	170
Figura 4.54. Correlogramas direccionales del contenido de agua .....	171
Figura 4.55. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 1, zona norte. ....	172
Figura 4.56. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 2, zona norte. ....	173
Figura 4.57. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 3, zona norte. ....	174
Figura 4.58. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 4, zona norte. ....	175
Figura 4.59. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 5, zona norte. ....	176
Figura 4.60. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 6, zona norte. ....	177
Figura 4.61. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje A, zona norte.....	178
Figura 4.62. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje B, zona norte.....	179
Figura 4.63. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje C, zona norte. ....	180
Figura 4.64. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje D, zona norte. ....	181
Figura 4.65. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje E, zona norte.....	182
Figura 4.66. Modelo 3D de la distribución espacial del número de golpes, zona norte. ....	183
Figura 4.67. Distribución de datos de la profundidad de la FAS, zona norte.....	184
Figura 4.68. Histograma de la profundidad de la frontera superior de la FAS, zona norte. ....	185
Figura 4.69. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona norte. ....	186
Figura 4.70. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona norte. ....	186
Figura 4.71. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAS, zona norte. ....	187
Figura 4.72. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS, zona norte. ....	188
Figura 4.73. Superficie de la profundidad estimada de la FAS, zona norte.....	189
Figura 4.74. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona norte.....	190
Figura 4.75. Histograma de la profundidad superior de la CD, zona norte. ....	191
Figura 4.76. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona norte.....	191
Figura 4.77. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona norte.....	192
Figura 4.78. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona norte.....	193
Figura 4.79. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona norte. ....	194
Figura 4.80. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona norte.....	195
Figura 4.81. Distribución de datos de la profundidad de la FAI, zona norte. ....	196
Figura 4.82. Histograma de la profundidad superior de la FAI, zona norte. ....	196
Figura 4.83. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona norte. ....	197
Figura 4.84. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAI, zona norte. ....	198
Figura 4.85. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAI, zona norte. ....	198
Figura 4.86. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona norte.....	199
Figura 4.87. Superficie de la profundidad estimada de la FAI, zona norte. ....	200
Figura 4.88. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona norte. ....	201
Figura 4.89. Histograma de la profundidad de los DP, zona norte. ....	201
Figura 4.90. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona norte. ....	202

Figura 4.91. Correlogramas direccionales de la profundidad de los DP, zona norte. ....	203
Figura 4.92. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona norte. ....	203
Figura 4.93. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona norte. ....	204
Figura 4.94. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona norte. ....	205
Figura 4.95. Mapa propuesto de zonificación geotécnica para la zona norte. ....	206
Figura 4.96. Ejes preferenciales de estimación de contenido de agua, zona poniente. ....	208
Figura 4.97. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona poniente. ....	209
Figura 4.98. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona poniente. ....	209
Figura 4.99. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona poniente. ....	210
Figura 4.100. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona poniente. ....	210
Figura 4.101. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona poniente. ....	211
Figura 4.102. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona poniente. ....	211
Figura 4.103. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona poniente. ....	212
Figura 4.104. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona poniente. ....	212
Figura 4.105. Modelo 3D del contenido de agua, dirección Oriente-Poniente, zona poniente. ....	213
Figura 4.106. Modelo 3D del contenido de agua, dirección Norte-Sur, zona poniente. ....	213
Figura 4.107. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona poniente. ....	214
Figura 4.108. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje A, zona poniente. ....	215
Figura 4.109. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje B, zona poniente. ....	216
Figura 4.110. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje C, zona poniente. ....	217
Figura 4.111. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 1, zona poniente. ....	218
Figura 4.112. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 2, zona poniente. ....	219
Figura 4.113. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 3, zona poniente. ....	220
Figura 4.114. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 4, zona poniente. ....	221
Figura 4.115. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 5, zona poniente. ....	222
Figura 4.116. Perfiles de validación cruzada de contenido de agua, zona poniente. ....	223
Figura 4.117. Interpretación estratigráfica de las secciones transversales estimadas de $w$ . ....	224
Figura 4.118. Distribución de datos del espesor de la FAS, zona poniente. ....	226
Figura 4.119. Histograma de los datos del espesor de la FAS, zona poniente. ....	227
Figura 4.120. Plano de regresión lineal del espesor de la FAS, zona poniente. ....	227
Figura 4.121. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona poniente. ....	228
Figura 4.122. Elipses de anisotropía del espesor de la FAS, zona poniente. ....	229
Figura 4.123. Mapa de contornos del espesor estimado de la FAS, zona poniente. ....	230
Figura 4.124. Superficie del espesor estimado de la FAS, zona poniente. ....	230
Figura 4.125. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	231
Figura 4.126. Histogramas de datos de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	232
Figura 4.127. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	233
Figura 4.128. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	234
Figura 4.129. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	234
Figura 4.130. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona poniente. ....	235
Figura 4.131. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona poniente. ....	236
Figura 4.132. Distribución de datos del espesor de la FAI, zona poniente. ....	237

Figura 4.133. Histograma de datos del espesor de la FAI, zona poniente. ....	238
Figura 4.134. Plano de regresión lineal del espesor de FAI, zona poniente.....	238
Figura 4.136. Elipses de anisotropía del espesor de la FAI, zona poniente. ....	240
Figura 4.137. Mapa de contornos del espesor estimado de la FAI, zona poniente. ....	241
Figura 4.138. Superficie del espesor estimado de la FAI, zona poniente.....	241
Figura 4.139. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona poniente.....	242
Figura 4.140. Histogramas de datos de la profundidad de los DP, zona poniente. ....	243
Figura 4.141. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona poniente.....	244
Figura 4.142. Correlogramas direccionales de la profundidad de la DP, zona poniente. ....	245
Figura 4.143. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona poniente.....	245
Figura 4.144. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona poniente. ....	246
Figura 4.145. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona poniente.....	247
Figura 4.146. Modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica, zona poniente. .....	249
Figura 4.147. Caracterización estratigráfica de sondeos geotécnicos, zona poniente. ....	250
Figura 4.148. Mapa de zonificación geotécnica propuesto para la zona poniente del valle de México.....	251
Figura 4.149. Distribución de sondeos con medición de contenido de agua, zona oriente. ....	252
Figura 4.150. Histograma de los datos de contenido de agua, zona oriente.....	253
Figura 4.151. Mediciones de contenido de agua respecto a la profundidad, zona oriente. ....	254
Figura 4.152. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona oriente. ....	254
Figura 4.153. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona oriente. ....	256
Figura 4.154. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona oriente. ....	257
Figura 4.155. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona oriente. ....	258
Figura 4.156. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona oriente. ....	259
Figura 4.157. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona oriente.....	260
Figura 4.158. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona oriente.....	261
Figura 4.159. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona oriente.....	262
Figura 4.160. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona oriente.....	263
Figura 4.161. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona oriente.....	264
Figura 4.162. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona oriente.....	265
Figura 4.163. Distribución de sondeos CPT disponibles, zona oriente. ....	266
Figura 4.164. Histograma de los datos de $q_c$ , zona oriente.....	267
Figura 4.165. Distribución de mediciones de $q_c$ , zona oriente.....	268
Figura 4.166. Correlogramas direccionales de $q_c$ en CPT; zona oriente.....	268
Figura 4.167. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje A, zona oriente.....	270
Figura 4.168. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje B, zona oriente.....	271
Figura 4.169. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje C, zona oriente.....	272
Figura 4.170. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje D, zona oriente.....	273
Figura 4.171. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje 1, zona oriente. ....	274
Figura 4.172. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje 2, zona oriente. ....	275
Figura 4.173. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje 3, zona oriente. ....	276



Figura 4.174. Distribución espacial de $q_c$ eléctrico sobre el eje 4, zona oriente. ....	277
Figura 4.175. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje 5, zona oriente. ....	278
Figura 4.176. Modelo 3D de la distribución espacial de $q_c$ , zona oriente. ....	279
Figura 4.177. Distribución de datos de la profundidad de la FAS, zona oriente. ....	280
Figura 4.178. Histograma de la profundidad de la FAS, zona oriente. ....	280
Figura 4.179. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona oriente. ....	281
Figura 4.180. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona oriente. ....	282
Figura 4.181. Distribución espacial de la profundidad estimada de la FAS, zona oriente. ....	283
Figura 4.182. Superficie de la profundidad estimada de la FAS, zona oriente. ....	284
Figura 4.183. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona oriente. ....	285
Figura 4.184. Histograma de la profundidad de la CD, zona oriente. ....	286
Figura 4.185. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona oriente. ....	286
Figura 4.186. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona oriente. ....	287
Figura 4.187. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona oriente. ....	288
Figura 4.188. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona oriente. ....	289
Figura 4.189. Distribución de datos de la profundidad de la FAI, zona oriente. ....	290
Figura 4.190. Histograma de la profundidad de la FAI, zona oriente. ....	290
Figura 4.191. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona oriente. ....	291
Figura 4.192. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAI, zona oriente. ....	292
Figura 4.193. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona oriente. ....	293
Figura 4.194. Superficie de la profundidad estimada de la FAI, zona oriente. ....	294
Figura 4.195. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona oriente. ....	295
Figura 4.196. Histograma de la profundidad de la frontera superior de los DP, zona oriente. ....	295
Figura 4.197. Superficie de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona oriente. ....	296
Figura 4.198. Correlogramas direccionales de la profundidad de la DP, zona oriente. ....	297
Figura 4.199. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona oriente. ....	298
Figura 4.200. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona oriente. ....	299
Figura 4.201. Mapa de contornos de isopacas de la CS, zona oriente. ....	300
Figura 4.202. Mapa de contornos de isopacas de la FAS, zona oriente. ....	301
Figura 4.203. Mapa de contornos de isopacas de la CD, zona oriente. ....	302
Figura 4.204. Mapa de contornos de isopacas de la FAI, zona oriente. ....	303
Figura 4.205. Modelo 3D de la estratigrafía, zona oriente. ....	304
Figura 4.206. Mapa de zonificación geotécnica propuesto, zona oriente del valle de México. ....	306
Figura 4.207. Distribución de sondeos con medición de contenido de agua, zona sur. ....	307
Figura 4.208. Histograma de los datos experimentales de contenido de agua, zona sur. ....	308
Figura 4.209. Tendencia de los datos de contenido de agua, zona sur. ....	309
Figura 4.210. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona sur. ....	309
Figura 4.211. Localización de los ejes de estimación, zona sur. ....	310
Figura 4.212. Resultado de validación cruzada, zona sur. ....	311
Figura 4.213. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona sur. ....	312
Figura 4.214. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona sur. ....	312
Figura 4.215. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona sur. ....	313

---

Figura 4.216. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona sur. ....	313
Figura 4.217. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona sur. ....	314
Figura 4.218. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona sur. ....	314
Figura 4.219. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona sur. ....	315
Figura 4.220. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona sur. ....	315
Figura 4.221. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje E, zona sur. ....	316
Figura 4.222. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje F, zona sur. ....	316
Figura 4.223. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje G, zona sur. ....	317
Figura 4.224. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona sur. ....	317
Figura 4.225. Ubicación de datos de la profundidad de la FAS, zona sur. ....	318
Figura 4.226. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona sur. ....	319
Figura 4.227. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona sur. ....	320
Figura 4.228. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAS, zona sur. ....	321
Figura 4.229. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS, zona sur. ....	322
Figura 4.230. Superficie estimada de la frontera superior de la FAS, zona sur. ....	323
Figura 4.231. Ubicación de datos de la profundidad de la CD, zona sur. ....	323
Figura 4.232. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona sur. ....	324
Figura 4.233. Modelos de correlación espacial de la profundidad de la CD, zona sur. ....	325
Figura 4.234. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona sur. ....	326
Figura 4.235. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona sur. ....	327
Figura 4.236. Superficie estimada de la profundidad de la CD, zona sur. ....	328
Figura 4.237. Ubicación de datos de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	329
Figura 4.238. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	329
Figura 4.239. Modelos de correlación espacial de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	330
Figura 4.240. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	331
Figura 4.241. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona sur. ....	332
Figura 4.242. Superficie estimada de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	333
Figura 4.243. Ubicación de los datos de la profundidad de los DP, zona sur. ....	333
Figura 4.244. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona sur. ....	334
Figura 4.245. Modelos de correlación espacial de la profundidad de los DP, zona sur. ....	335
Figura 4.246. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona sur. ....	336
Figura 4.247. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona sur. ....	337
Figura 4.248. Perspectiva de la superficie estimada de los DP, zona sur. ....	338
Figura 4.249. Modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica, zona sur. ....	340
Figura 4.250. Sondeos geotécnicos que validan los cambios al mapa de zonificación geotécnica. ....	340
Figura 4.251. Mapa de zonificación geotécnica propuesto, zona sur. ....	341
Figura 4.252. Ubicación de datos de la profundidad de rellenos superficiales, zona centro. ....	342
Figura 4.253. Histograma de los valores del espesor de rellenos superficiales, zona centro. ....	343
Figura 4.254. Superficie de regresión lineal del espesor de rellenos superficiales, zona centro. ....	343
Figura 4.255. Correlogramas direccionales del espesor de rellenos superficiales, zona centro	

.....	344
Figura 4.256. Elipses de anisotropía del espesor de rellenos superficiales, zona centro. ....	344
Figura 4.257. Mapa de contornos de la profundidad estimada de rellenos superficiales, zona centro. ....	346
Figura 4.258. Superficie estimada del espesor de los rellenos superficiales, zona centro. ....	347
Figura 4.259. Ubicación de sondeos con datos de contenido de agua, zona centro. ....	348
Figura 4.260. Histograma de los datos experimentales de contenido de agua, zona centro. ...	348
Figura 4.261. Distribución de datos de contenido de agua respecto a la profundidad, zona centro. ....	349
Figura 4.262. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona centro. ....	350
Figura 4.263. Localización de los ejes preferenciales para la estimación, zona centro. ....	350
Figura 4.264. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona centro. ....	351
Figura 4.265. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona centro. ....	351
Figura 4.266. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona centro. ....	352
Figura 4.267. Distribución espacial de sondeos de cono eléctrico, zona centro. ....	353
Figura 4.268. Histograma de los datos de $q_c$ en CPT, zona centro. ....	354
Figura 4.269. Distribución de mediciones de $q_c$ en CPT, zona centro. ....	355
Figura 4.270. Correlogramas direccionales de $q_c$ en CPT, zona centro. ....	355
Figura 4.271. Ubicación de ejes preferenciales para la estimación de $q_c$ , zona centro. ....	356
Figura 4.272. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje B, zona centro. ....	357
Figura 4.273. Distribución espacial de $q_c$ sobre el eje 2, zona centro. ....	357
Figura 4.274. Integración de la información para la definición de la zonificación geotécnica. .	359
Figura 4.275. Mapa de zonificación geotécnica propuesto, centro de la ciudad de México. ...	359
Figura 4.276. Área de estudio y ubicación de datos de la profundidad de los DP, Valle de México. ....	360
Figura 4.277. Histograma de profundidad de los depósitos profundos, valle de México. ....	361
Figura 4.278. Superficie de regresión lineal de la profundidad de los DP, valle de México. ....	362
Figura 4.279. Correlogramas direccionales de la profundidad de los DP, valle de México. ....	362
Figura 4.280. Mapa de contornos de los DP en el Valle de México. ....	364
Figura 4.281. Superficie de la profundidad estimada de los DP, valle de México. ....	365
Figura 4.282. Mapa propuesto de zonificación geotécnica para la ciudad de México (2014). .	366
Figura 4.283. Ubicación de obras de infraestructura. ....	367
Figura 4.284. Localización del túnel profundo al norte del valle de México. ....	368
Figura 4.284. Información básica de ingeniería para el túnel profundo. ....	369
Figura 4.285. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua, túnel profundo. .	371
Figura 4.286. Correlogramas direccionales del contenido de agua, de L0 a L5. ....	373
Figura 4.287. Correlogramas direccionales del contenido de agua, de L5 a L19. ....	373
Figura 4.288. Distribución espacial del contenido de agua estimado, de L0 a L19. ....	375
Figura 4.289. Distribución espacial del contenido de agua, de L0 a L5. ....	376
Figura 4.290. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del túnel. ....	376
Figura 4.291. Ubicación de sondeos con mediciones del número de golpes en SPT. ....	377

Figura 4.292. Correlogramas direccionales del número de golpes en SPT, de L0 a L5. ....	378
Figura 4.293. Correlogramas direccionales del número de golpes en SPT, de L5 a L19. ....	378
Figura 4.294. Distribución espacial del número de golpes estimado en SPT, de L0 a L19. ....	379
Figura 4.295. Localización de sondeos existentes con mediciones de contenido de agua. ....	380
Figura 4.296. Correlogramas direccionales del contenido de agua, túnel de conexión. ....	380
Figura 4.297. Localización de los sondeos estimados y sondeos complementarios. ....	381
Figura 4.298. Sección transversal estimada del contenido de agua con sondeos existentes..	382
Figura 4.299. Sección transversal estimada del contenido de agua con un sondeo complementario (SPT-1). ....	383
Figura 4.300. Sección transversal estimada del contenido de agua con dos sondeos complementarios (SPT-1 y SM-2). ....	384
Figura 4.301. Ubicación de sondeos con datos de contenido de agua, <i>Línea del STC</i> . ....	386
Figura 4.302. Correlogramas direccionales del contenido de agua, <i>Línea del STC</i> . ....	387
Figura 4.303. Sección transversal del contenido de agua estimado, <i>Línea del STC</i> . ....	388
Figura 4.304. Ubicación de datos de sondeos con medición de $q_c$ en CPT, <i>Línea del STC</i> . ....	389
Figura 4.305. Correlogramas direccionales de $q_c$ en CPT, <i>Línea del STC</i> . ....	390
Figura 4.306. Modelo 3D de la distribución espacial de $q_c$ en CPT, <i>Línea del STC</i> . ....	390

## LISTA DE TABLAS

	Página
Tabla 2.1. Elevaciones principales localizadas dentro del área de estudio. ....	21
Tabla 2.2. Descripción de las formaciones geológicas (Mooser et al., 1996). ....	28
Tabla 2.3. Campos que definen la estructura de la base de datos. ....	49
Tabla 2.4. Elementos para la caracterización geotécnica de un sitio (Méndez, 2003). ....	51
Tabla 3.1. Datos experimentales de las propiedades del suelo, sitio Plaza Río de Janeiro (Jaime y Romo, 1987b). ....	58
Tabla 3.2. Funciones de autocorrelación (Vanmarcke, 1983). ....	89
Tabla 3.3. Técnicas de predicción. ....	92
Tabla 4.1. Parámetros estadísticos del contenido de agua en el sitio CUPJ. ....	117
Tabla 4.2. Distancias de correlación del contenido de agua en el sitio CUPJ. ....	120
Tabla 4.3. Parámetros de la malla de estimación, sitio CUPJ. ....	123
Tabla 4.4. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD. ....	129
Tabla 4.5. Distancias de correlación direccionales de la profundidad de la CD. ....	130
Tabla 4.6. Parámetros estadísticos del contenido de agua en la zona lacustre. ....	139
Tabla 4.7. Coordenadas de los sondeos empleados en el análisis de correlación espacial. ....	140
Tabla 4.8. Distancias de correlación vertical según el número de sondeos. ....	142
Tabla 4.9. Distancias de correlación horizontal variando la cantidad de sondeos. ....	144
Tabla 4.10. Sondeos empleados para el análisis de contenido de agua, zona norte. ....	153
Tabla 4.11. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona norte. ....	154
Tabla 4.12. Sondeos empleados para el análisis del número de golpes en SPT, zona norte. ....	169
Tabla 4.13. Parámetros estadísticos de los datos de número de golpes $N$ , zona norte. ....	170
Tabla 4.14. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAS, zona norte. ....	185
Tabla 4.15. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAS, zona norte. ....	186
Tabla 4.16. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona norte. ....	190
Tabla 4.17. Distancias de correlación de la profundidad superior de la CD, zona norte. ....	192
Tabla 4.18. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAI, zona norte. ....	196
Tabla 4.19. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAI, zona norte. ....	197
Tabla 4.20. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona norte. ....	200
Tabla 4.21. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona norte. ....	202
Tabla 4.22. Parámetros estadísticos del espesor de la FAS, zona poniente. ....	226
Tabla 4.23. Distancias de correlación del espesor de la FAS, zona poniente. ....	228
Tabla 4.24. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona poniente. ....	232
Tabla 4.25. Distancias de correlación de la profundidad de CD, zona poniente. ....	233
Tabla 4.26. Parámetros estadísticos del espesor de la FAI, zona poniente. ....	237
Tabla 4.27. Distancias de correlación del espesor de la FAI, zona poniente. ....	239
Tabla 4.28. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona poniente. ....	243
Tabla 4.29. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona poniente. ....	244
Tabla 4.30. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona oriente. ....	253
Tabla 4.31. Parámetros estadísticos de los datos de $q_c$ , zona oriente. ....	267

Tabla 4.32. Descripción estadística, profundidad de la FAS.....	280
Tabla 4.33. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAS, zona oriente. ....	281
Tabla 4.34. Descripción estadística de la profundidad de la CD, zona oriente.....	285
Tabla 4.35. Distancias de influencia, profundidad de la CD, zona oriente.....	287
Tabla 4.36. Descripción estadística, profundidad de la FAI, zona oriente.....	290
Tabla 4.37. Distancias de influencia, profundidad de la FAI, zona oriente. ....	291
Tabla 4.38. Descripción estadística, profundidad de los DP, zona oriente.....	295
Tabla 4.39. Distancias de influencia, profundidad de los DP, zona oriente.....	296
Tabla 4.40. Parámetros estadísticos de contenido de agua, zona sur. ....	307
Tabla 4.41. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAS, zona sur. ....	319
Tabla 4.42. Distancias de correlación de la profundidad de la FAS, zona sur.....	320
Tabla 4.43. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona sur. ....	324
Tabla 4.44. Distancias de correlación de la profundidad de la CD, zona sur. ....	325
Tabla 4.45. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAI, zona sur.....	328
Tabla 4.46. Distancias de correlación de la profundidad de la FAI, zona sur. ....	330
Tabla 4.47. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona sur. ....	334
Tabla 4.48. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona sur.....	335
Tabla 4.49. Parámetros estadísticos del espesor de rellenos superficiales, zona centro. ....	342
Tabla 4.50. Distancias de correlación de la profundidad de rellenos superficiales, zona centro. .....	344
Tabla 4.51. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona centro. ....	348
Tabla 4.52. Parámetros estadísticos de los datos de $q_c$ en CPT, zona centro. ....	354
Tabla 4.53. Parámetros estadísticos de los datos de la profundidad de los DP, valle de México. .....	361
Tabla 4.54. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, valle de México. ....	363
Tabla 4.55. Sondeos realizados sobre el trazo del túnel profundo.....	371
Tabla 4.56. Sondeos empleados para el análisis geoestadístico de la distribución espacial del contenido de agua, túnel profundo. ....	372
Tabla 4.57. Distancias de correlación espacial del contenido de agua a lo largo del túnel. ....	372
Tabla 4.58. Sondeos empleados para el análisis geoestadístico del número de golpes en SPT. .....	377
Tabla 4.59. Distancias de correlación espacial para el número de golpes en SPT, túnel.....	378
Tabla 4.60. Número de sondeos por tipo, línea de transporte colectivo metro.....	385
Tabla 4.61. Distancias de correlación del contenido de agua, <i>Línea del STC</i> .....	387
Tabla 4.62. Número de sondeos por tipo, <i>Línea del STC</i> . ....	388
Tabla 4.63. Distancias de correlación de $q_c$ en CPT, <i>Línea del STC</i> . ....	389

## SÍMBOLOS Y NOTACIÓN

$\gamma$	peso volumétrico, t/m <sup>3</sup>
$w$	contenido de agua, %
$c_{uu}$	resistencia no-drenada al esfuerzo cortante, kg/cm <sup>2</sup>
$L$	longitud de un sondeo, m
$n$	número total de datos en una muestra
$\Sigma$	sumatoria algebraica para funciones discretas
$\bar{x}$	media de una muestra de datos
$s_x^2$	varianza de una muestra de datos
$s_x$	desviación estándar de una muestra de datos
$c_v$	coeficiente de variación de una muestra de datos
$V(X)$	campo aleatorio
$x, y, z$	coordenadas de un punto dentro de una región $R^p$ , también representadas simplemente por $X$ , m
$\sigma_v(X)$	desviación estándar de un campo aleatorio
$E\{V(X)\}$	esperanza de un campo aleatorio
$CV(X)$	coeficiente de variación de un campo aleatorio
$h$	separación vectorial entre dos puntos $X_1$ y $X_2$ , m
$R_v(h), R_v(X_1, X_2)$	función de autocorrelación
$C_v(h), C_v(X_1, X_2)$	función de autocovarianza
$\rho_v(h), \rho_v(X_1, X_2)$	coeficiente de autocorrelación
$\mathbf{u}$	vector unitario en la dirección en la que se evalúa la autocovarianza
$C_v(\lambda\mathbf{u})$	función de autocovarianza a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$
$2\gamma(\lambda\mathbf{u})$	momento de segundo orden de un proceso incremental a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$
$\rho_v(\lambda\mathbf{u})$	coeficiente de correlación a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$
$\alpha$	dirección (Azimut) en que se estiman las funciones de variabilidad espacial, grados (°)
$\delta$	distancia de influencia o correlación, m
$\lambda$	coeficiente o peso de influencia en estimaciones por la técnica del <i>Kriging</i>

$E$	experimento
$S$	espacio de resultados del experimento
$X(t, \xi), X(t)$	proceso estocástico
$\xi$	resultado de un experimento
$t$	parámetro indicador
$\Omega$	dominio de un campo aleatorio (longitud, área, volumen), m, m <sup>2</sup> , m <sup>3</sup>



## RESUMEN

Esta tesis presenta una descripción geográfica y física del Valle de México basada en información básica de ingeniería (topografía, geología, geomorfología, hidrología, entre otras). Con base en esta información se presenta una caracterización de los depósitos lacustres del subsuelo. La interpretación de detalle se realizó a partir de la información puntual recopilada sobre el subsuelo consistente en más de 10,000 sondeos geotécnicos.

Mediante el uso de herramientas de la informática y empleando la información básica de ingeniería, incluyendo los perfiles de los sondeos geotécnicos, se construyó un *Sistema de Información Geográfica para Sondeos Geotécnicos* (SIG-SG) para el Valle de México. El SIG-SG aprovecha las ventajas que ofrecen las tecnologías de la información y la eficiencia de las nuevas computadoras que, al combinarse, facilitan el manejo simultáneo de mapas temáticos (cartografía, geología, topografía, etc.) e información alfanumérica (bases de datos).

La caracterización detallada del subsuelo se realizó empleando como herramienta principal la metodología Geoestadística adaptada a la Geotecnia. Para ello, se desarrollaron códigos computacionales que facilitan la aplicación práctica de la Geoestadística en la Geotecnia. La metodología propuesta y las herramientas computacionales desarrolladas se emplearon para analizar la distribución espacial de las propiedades geotécnicas (contenido de agua, resistencia de punta en CPT, número de golpes en SPT) y geométricas (profundidad y espesor) de las principales formaciones del subsuelo dentro de las profundidades de interés para los ingenieros geotecnistas. Se pusieron en evidencia los parámetros estadísticos y la estructura de correlación que presentan estas formaciones consideradas como campos aleatorios. Como resultado de los análisis geoestadísticos, se presenta un conjunto de modelos gráficos (perfiles, secciones transversales, mapas de contornos, mapas de superficie) que describen la distribución espacial de las propiedades analizadas en diferentes zonas o sub-áreas de estudio.

Con base en la información disponible y los resultados de los análisis geoestadísticos se elaboró un nuevo mapa de zonificación geotécnica para el Valle de México, que se presenta como una propuesta de actualización para la nueva versión de las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones para el Distrito Federal de 2015*.

Por otra parte, se ilustra la aplicación de las mismas técnicas a la caracterización del subsuelo en algunas obras de infraestructura y se propone una metodología que ayuda a definir los valores de los parámetros geotécnicos para fines de diseño de obras geotécnicas.

Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo, así como recomendaciones para la aplicación de la metodología propuesta y el uso de las herramientas implementadas en este trabajo para su aplicación en futuros estudios y en otras ciudades.



## ABSTRACT

This thesis presents a geographical and physical description of Mexico Valley, based on basic engineering information (topography, geology, geomorphology, hydrology, etc.). From this information, a preliminary characterization of the lacustrine deposits of the subsoil is presented. The detailed interpretation was performed using punctual information on the subsoil obtained from a data base consisting of more than 10,000 geotechnical borings.

Using tools of the information technologies and using basic information, including soil profiles of geotechnical borings, a *Geographic Information System for Geotechnical Borings* (GIS-GB) for the Mexico Valley was build. The GIS-GB combines the advantages of information technologies and the efficiency of new computers allowing the simultaneous handling of thematic maps (cartography, geology, topography, etc.) and alphanumeric information (databases).

The detailed characterization of the lacustrine subsoil is performed using as a tool the Geostatistics methodology adapted to Geotechnics. Computer codes were developed to facilitate the practical implementation of this methodology in Geotechnics. Both the implemented methodology and the developed computational tools were used to analyze the spatial distribution of the geotechnical properties (water content, resistance in CPT, number of blows in SPT) and geometrical properties (depth and thickness) of the main subsoil layers within the depth of interest for geotechnical engineers. The statistical parameters and the correlation structure of these layers considered as random fields were determined. As a result of geostatistical analyses, a set of graphical models (profiles, cross sections, contour maps, surface maps) that describe the spatial distribution of the properties analyzed in different zones of study area is presented.

From the basic engineering information and the results of geostatistical analyses, a new geotechnical zoning map for the Mexico Valley was drawn and is presented as a proposed updated map for the new version of the Complementary Technical Norms for Design and Construction of Foundations for the Distrito Federal of 2015.

On the other hand, some examples that illustrate the application of the implemented techniques to characterization of the subsoil in some infrastructure constructions are also included, and a methodology is proposed to help defining the values of the geotechnical parameters for design of geotechnical works.

Finally, conclusions and recommendations for the practical application of the methodology and use of the computer tools implemented in this thesis for future studies and in other cities are presented.



---

# CAPÍTULO 1



# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

La historia de la evolución de los conocimientos sobre el subsuelo del Valle de México se encuentra estrechamente ligada a la de las grandes obras que, en diferentes épocas, se realizaron en el valle para construir la ciudad de México, proporcionarle los servicios que requiere y protegerla contra distintos riesgos naturales. En la época moderna, numerosos trabajos se han realizado con el propósito de incrementar el conocimiento sobre el subsuelo (Auvinet *et al.*, 1997)

En 1948, Bryan presenta el trabajo “*Los suelos complejos y fósiles de la altiplanicie de México en relación a los cambios climáticos*” en el que, con base en los estudios realizados por De Terra, Arellano y Bryan, se aportan algunas ideas sobre climatología, sucesión estratigráfica y telecorrelación de las formaciones que afloran al poniente de la Ciudad de México.

En 1952, Leonardo Zeevaert publicó el trabajo “*Estratigrafía y problemas de ingeniería en los depósitos de arcilla lacustre de la ciudad de México*”, donde la sucesión estratigráfica propuesta por Bryan (1948) se aplica a la clasificación característica generalizada de los depósitos en conjunto con las propiedades índice de consistencia, compresibilidad y contenido de agua de los materiales. En el trabajo también se aborda el comportamiento del subsuelo como consecuencia de la extracción de agua de los acuíferos profundos.

En 1959, Marsal y Mazari publicaron el libro “*El Subsuelo de la Ciudad de México*” donde con base en un número considerable de sondeos y ensayos de más de 10,000 ejemplares extraídos del subsuelo se comienza a tener una idea más correcta de la distribución de los materiales y de sus propiedades mecánicas, se instalan las primeras estaciones piezométricas en varios puntos de la ciudad a fin de conocer las alteraciones en las presiones hidrostáticas y sus nexos con el hundimiento regional. En este trabajo, de extraordinario alcance y acuciosidad, se propone una división del área urbana en tres zonas: lomas, transición y lago.

En 1968, se inaugura la primera línea del metro subterráneo, otra obra que da un impulso considerable a los conocimientos sobre el subsuelo del valle de México.

Por su parte, la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos (SMMS), a través de sus Reuniones Nacionales y de diversos simposios (1970-88), organizó trabajos de recopilación y análisis de información geotécnica con el fin de actualizar el estado del conocimiento del subsuelo de más de cuarenta ciudades del país.

Entre los diversos trabajos publicados sobre la Mecánica de Suelos en el Valle de México, destacan dos documentos de síntesis que han resultado de enorme utilidad para los ingenieros

geotécnicos. El primero presenta información sobre las características del subsuelo y la práctica de la ingeniería de cimentaciones en la Ciudad de México y en particular los resultados resumidos de 412 sondeos realizados entre 1959 y 1970 (Reséndiz *et al.*, 1970). El segundo es un estado del conocimiento sobre el subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México (Diversos autores, SMMS, 1978), que por primera vez no solamente se interesa en la Ciudad de México sino en el valle propiamente dicho al cubrir zonas ya densamente pobladas pero consideradas hasta ese momento como periféricas: Naucalpan, Tlalnepantla, Ecatepec, Atizapan, Cuautitlan, Tepozotlan, Xochimilco y Chalco.

Otro esfuerzo por recopilar y ordenar perfiles geotécnicos de los estudios de mecánica de suelos en el Distrito Federal, es la publicación elaborada por la Dirección General de Obras Públicas del Departamento del Distrito Federal, DDF, durante el sexenio 1971-1976.

A raíz de los sismos de septiembre de 1985, las autoridades del Departamento del Distrito Federal, en cooperación con la Organización de las Naciones Unidas, patrocinan la creación del primer Banco de datos computarizado para la ciudad de México en materia de sondeos geotécnicos, realizado por el Centro de Investigación Sísmica de la Fundación Javier Barrios Sierra. Este trabajo se concentra principalmente en sondeos localizados dentro de la antigua traza de la ciudad (Ovando *et al.*, 1988).

También a raíz de los sismos de 1985, se realizan exploraciones en diferentes sitios del valle (Jaime y Romo, 1987), cuyos resultados, combinados con la información recopilada anteriormente, permitieron definir un nuevo mapa de zonificación geotécnica, que fue básicamente el que se introdujo en el Reglamento de Construcciones de 1987. En este mapa, se conserva la división del Distrito Federal en tres zonas principales (lomas, transición y lago), más una "zona poco conocida desde el punto de vista de la mecánica de suelos" coincidente con la parte del Distrito Federal localizada en la Sierra de Chichinautzin.

Sin embargo, en forma prácticamente simultánea, se publica una zonificación geotécnica con criterios distintos, basada principalmente en las exploraciones realizadas para la construcción del metro, que recibe buena aceptación por la relación útil que establece entre la historia geológica, el uso histórico del suelo y las características actuales del subsuelo (COVITUR, 1988). Se introducen distinciones entre diferentes partes de la zona lacustre (lago virgen, Centro I, Centro II) y de la zona de transición (Transición alta y Transición baja). Se pierde la sencillez de la división en tres zonas pero se gana en precisión en la descripción de la estratigrafía. Se observa que esta zonificación no incluye las zonas lacustres del Sur.

Otra contribución significativa al conocimiento sobre el subsuelo del valle son los sondeos profundos realizados por Petróleos Mexicanos y los estudios geofísicos realizados en la misma época (CFE, 1988) que confirman en particular la existencia en el subsuelo de un cuerpo arcilloso al oriente del Cerro de la Estrella correspondiente al antiguo cauce que comunicaba los lagos de Xochimilco y Texcoco a través de una franja de aproximadamente 2km de ancho.

Por otra parte, en su obra "*El subsuelo de la ciudad de México*" (Marsal y Mazari, 1959), los autores recurrieron ampliamente a la estadística para la descripción de las propiedades de los suelos de las diferentes zonas.



Actualmente, se cuenta con nuevas herramientas estadísticas con gran potencial pero que hasta ahora en Geotecnia se han usado poco. Una de estas herramientas es la geoestadística, nombre bajo el cual se entiende la aplicación de la teoría de las funciones aleatorias (en este caso espaciales) y del tratamiento de las señales a la descripción de las condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de las propiedades de los materiales geológicos. La geoestadística permite tomar en cuenta la dependencia espacial entre propiedades en puntos cercanos a través del concepto de función de autocovarianza o de variograma. Con estas herramientas es posible resolver en forma racional problemas tales como la estimación de espesores de estratos, o de valores de las propiedades en un sitio dado o en una zona determinada, a partir de la información de los sondeos existentes con base en técnicas de estimación optimizadas como el "Kriging" (obtención de estimadores lineales de mínima varianza).

En sus orígenes, en la década de los cincuenta, la aplicación principal de la Geoestadística fue en el área de la exploración minera, buscando desarrollar una herramienta para estimar la distribución espacial del mineral por explotar, que permitiera una mejor planeación de la exploración y evaluación de las minas. En la práctica se comprobó que esta metodología proporcionaba buenos resultados conduciendo a establecer la formulación teórica de estas técnicas.

El primero en usar la palabra *Geoestadística* y en dar formalidad a esta teoría fue Matheron quien, en 1962, estableció las bases teóricas principales de la misma, aunque siempre pensando en la aplicación a la minería. Definió la geoestadística como: "*La aplicación de las funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales*". Journel (1986) definió por su parte la Geoestadística como: "*Una rama de la Estadística que trata con fenómenos espaciales*". Meyers (1987), por otra parte, la definió como: "*Una rama de los procesos estocásticos y de la estadística siendo sus intereses primordiales los problemas de estimación, predicción y simulación en diversas disciplinas*".

En los últimos 30 años la geoestadística ha probado su potencial en la minería como método de estimación de reservas, su aplicación en la industria del petróleo es más reciente pero ha demostrado su utilidad para modelar y simular la compleja heterogeneidad de las reservas de hidrocarburos. Su empleo también se ha extendido a otros campos, tales como, el medioambiente, la hidrogeología, la agricultura e incluso la medicina.

En el área de Mecánica de Suelos, algunas primeras aplicaciones prácticas se encuentran publicadas en memorias de Congresos Internacionales y revistas o boletines (ASCE, 1984; CEEOP, 1985). Entre las principales aplicaciones potenciales de Geoestadística en Mecánica de Suelos se pueden citar las siguientes: Geotecnia vial, para describir la variabilidad de los parámetros geotécnicos de los suelos; Bancos de datos geotécnicos, para el estudio de los materiales de la base de datos de calidad y la agrupación de la información con base a un criterio establecido; Control de calidad de obras de tierra, en la elaboración de planes de muestreo por variables y atributos, con base en resultados de ensayos habitualmente utilizados; Estabilidad de taludes, análisis de seguridad y análisis de esfuerzos efectivos; Ingeniería de Cimentaciones, en la determinación de factores de seguridad en problemas de capacidad de carga.

En México, durante los últimos decenios, se han realizado varios trabajos de geoestadística aplicada a la interpretación de exploraciones geotécnicas y a la distribución espacial de propiedades (físicas, mecánicas y geométricas) del subsuelo. La teoría de las funciones aleatorias

se ha aplicado a la estimación de los espesores de yacimientos de carbón (Auvinet, 1984), a la descripción de la estructura de los medios granulares (Auvinet, 1986) y al control de compactación de obras térreas (Auvinet y Abaziou, 1993). En 2001, se presentan los trabajos “*Geostatistical interpretation of soil exploration*” (Auvinet et al., 2001), “*Interpretación geoestadística de campañas de reconocimiento del subsuelo*” (Medina, 2001).

Las bases de la Geoestadística aplicada a la Geotecnia, el problema del muestreo, el mapeo de propiedades geométricas del suelo (espesor y profundidad) y mecánicas se examinan en Auvinet (2002). Con base en los planteamientos de esta publicación, surgen varios trabajos entre ellos el titulado “*Análisis geoestadístico del subsuelo en el norte de la zona lacustre del Valle de México*” (Pantoja, 2002) donde se realiza un análisis geoestadístico del subsuelo determinando la configuración espacial de algunas propiedades del suelo (contenido de agua, resistencia de cono eléctrico y número de golpes en prueba de penetración estándar); en ese mismo año se presenta el trabajo “*Análisis geoestadístico de la estratigrafía del subsuelo marino de un área de la Sonda de Campeche*” (Valdéz, 2002), en el que se realiza la caracterización estratigráfica del subsuelo marino en dicha zona. Este último trabajo fue retomado y ampliado posteriormente bajo el título “*Evaluación geoestadística y geotécnica del estrato del fondo marino de la Sonda de Campeche afectado por emanaciones de hidrocarburos*” (Galván 2009).

En el último decenio, se han publicado varios trabajos sobre el valle de México, entre los que destacan “*Aplicación de la Geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo de la zona sur de la Cuenca de México*” (Morales, 2004), “*Caracterización geoestadística del subsuelo de la zona poniente del valle de México*” (Jiménez, 2007), “*Contribución a la zonificación geotécnica de la zona norte del Valle de México*” (Valencia, 2007), “*Caracterización geotécnica del subsuelo del centro histórico de la ciudad de México*” (Tenorio, 2008), “*Modelado del hundimiento de la zona lacustre del valle de México, Aspectos estratigráficos y piezométricos*” (Pérez, 2009), “*Estudio geotécnicos del subsuelo del lago de Texcoco y sus pareas de influencia*” (Rodríguez, 2010), “*Comportamiento del suelo en la zona próxima al cerro del marqués y sus efectos en obras de infraestructura*” (Hinojosa, 2010), “*Caracterización geotécnica del subsuelo de la zona norte de la cuenca de México*” (Hernández, 2013), “*Caracterización geotécnica del subsuelo de la zona sur del valle de México con aplicación a una obra de infraestructura*” (Eyssautier, 2013), “*Cimentaciones en suelos con características aleatorias*” (Cosme, 2010) en ellos se presentan un conjunto de cortes estratigráficos del contenido de agua y mapas de contornos que describen la configuración espacial de algunos estratos típicos del subsuelo (capa dura, formación arcillosa superior y depósitos profundos). Adicionalmente, esta herramienta ha sido empleada en varios proyectos de ingeniería importantes entre los que pueden mencionarse el Puente *Rion-Antirion*, Grecia (Auvinet, 1998); el *Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México* (Romo et al., 2001) y la reconfiguración de la Refinería *Lázaro Cárdenas* en *Minatitlán, Veracruz* (Vázquez, 2007). *Túnel Emisor Oriente* (Auvinet et al., 2012; Juárez, 2012), *Metro Línea 12* (Auvinet, 2012).

Los resultados de los trabajos anteriormente descritos han sido satisfactorios y muestran que la Geoestadística es una herramienta que puede emplearse en forma sistemática para caracterizar los materiales geológicos del subsuelo y elaborar modelos de las formaciones típicas y de sus propiedades, así como mapas detallados de zonificación geotécnica.

Un trabajo que antecede directamente al presente es el titulado “*Aplicación de la geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo del Valle de México*” (Juárez, 2001), cuyo objetivo fue explorar la aplicación de la geoestadística a la descripción cuantitativa de las propiedades y

características del subsuelo del Valle de México, mediante análisis preliminares de las formaciones estratigráficas del subsuelo, basados en el estudio de la variabilidad espacial de sus propiedades y características del subsuelo a partir de la información de sondeos. En ese trabajo se presentan algunos ejemplos sencillos de aplicación (una muestra de suelo, cuatro sondeos individuales y análisis en un área de 27.5 km<sup>2</sup> correspondiente al centro de la ciudad de México y considerando 13 sondeos), los cuales fueron realizados con el propósito de evaluar la eficacia del método geoestadístico aplicado a la Geotecnia. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios y mostraron que efectivamente la geoestadística puede ser empleada en forma sistemática para la caracterización del subsuelo en grandes áreas.

Por lo anterior, en este nuevo trabajo se emplea la Geoestadística para la caracterización del subsuelo de la zona lacustre del Valle de México considerando un área de 1100 km<sup>2</sup> aproximadamente y empleando como soporte de datos la información de más de 10,000 sondeos geotécnicos. Asimismo, se emplean herramientas computacionales más robustas y adaptadas a la Geotecnia, mismas que fueron desarrolladas como parte de este mismo trabajo y que facilitan la aplicación práctica del método Geoestadístico. Los resultados consisten en modelos (secciones transversales y superficies) que describen la distribución espacial de las propiedades geotécnicas del subsuelo.

## 1.2 Objetivo

El objetivo del trabajo es la elaboración de modelos sobre la distribución espacial de las formaciones geológicas típicas y de las propiedades (índice, mecánicas y geométricas) del suelo lacustre del Valle de México, basados en conceptos geoestadísticos y a partir de información de sondeos geotécnicos existentes. Como resultado se presentan perfiles y secciones transversales de las propiedades analizadas, así como mapas de contornos y superficies de las principales formaciones típicas del subsuelo. Asimismo, se propone una metodología que ayude a definir los valores de los parámetros geotécnicos para fines de diseño de obras geotécnicas.

## 1.3 Alcances

Los alcances del trabajo son:

1. Revisar los estudios antecedentes sobre la descripción del subsuelo del Valle de México.
2. Recopilar la información básica de ingeniería (Geología, Morfología, Topografía, etc.) que permita entender el origen y distribución de los materiales del subsuelo.
3. Construir un Sistema de Información Geográfica para sondeos Geotécnicos, incluyendo la información básica de ingeniería.
4. Adaptar el fundamento teórico de los campos aleatorios y de la Geoestadística al modelado de las propiedades (índice, mecánicas y geométricas) del subsuelo.
5. Implementar algoritmos de computadora que faciliten la aplicación de las técnicas Geoestadísticas.
6. Realizar una caracterización estratigráfica del subsuelo con base en los sondeos disponibles.
7. Implementar una metodología que permita capturar en forma automatizada las propiedades del subsuelo en forma numérica a partir de los perfiles geotécnicos disponibles.
8. Construir una base de datos de las propiedades del subsuelo.

9. Establecer los modelos de correlación espacial de las propiedades (índice, mecánicas y geométricas) del subsuelo para diferentes zonas del Valle de México.
10. Construir modelos (mapas de contornos, superficies y modelos 3D) de la distribución espacial de las propiedades geotécnicas del subsuelo.
11. Definir mapas de zonificación geotécnica detalladas para diferentes zonas del Valle de México.
12. Proponer una metodología que permita definir los valores de los parámetros geotécnicos y la incertidumbre asociada para fines de diseño de obras geotécnicas.

---

# CAPÍTULO 2



## CAPÍTULO 2

### 2. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

#### 2.1 Ubicación

La *Cuenca de México* es una cuenca endorreica (cerrada), está situada en la parte central de la provincia fisiográfica denominada "*Eje Neovolcánico Transmexicano*", entre los meridianos  $98^{\circ}15'$  y  $99^{\circ}30'$  y los paralelos  $19^{\circ}00'$  y  $20^{\circ}15'$  (fig. 2.1). Al sur poniente de esta cuenca se ubica el área de estudio conocida como *Valle de México* que corresponde a una depresión ubicada entre los  $19^{\circ}20'$  de latitud norte y  $99^{\circ}05'$  de longitud oeste, tiene una elevación promedio de 2,240 msnm y ocupa un área aproximada de 8,000 km<sup>2</sup>. Actualmente, se emplea también el término de *zona* o *área metropolitana* de la ciudad de México para referirse al área urbanizada del *valle de México*. El área de estudio abarca la superficie que ocupaban los antiguos lagos, incluyendo la mayor parte del Distrito Federal y parcialmente los municipios del estado de México que lo rodean (fig. 2.2).

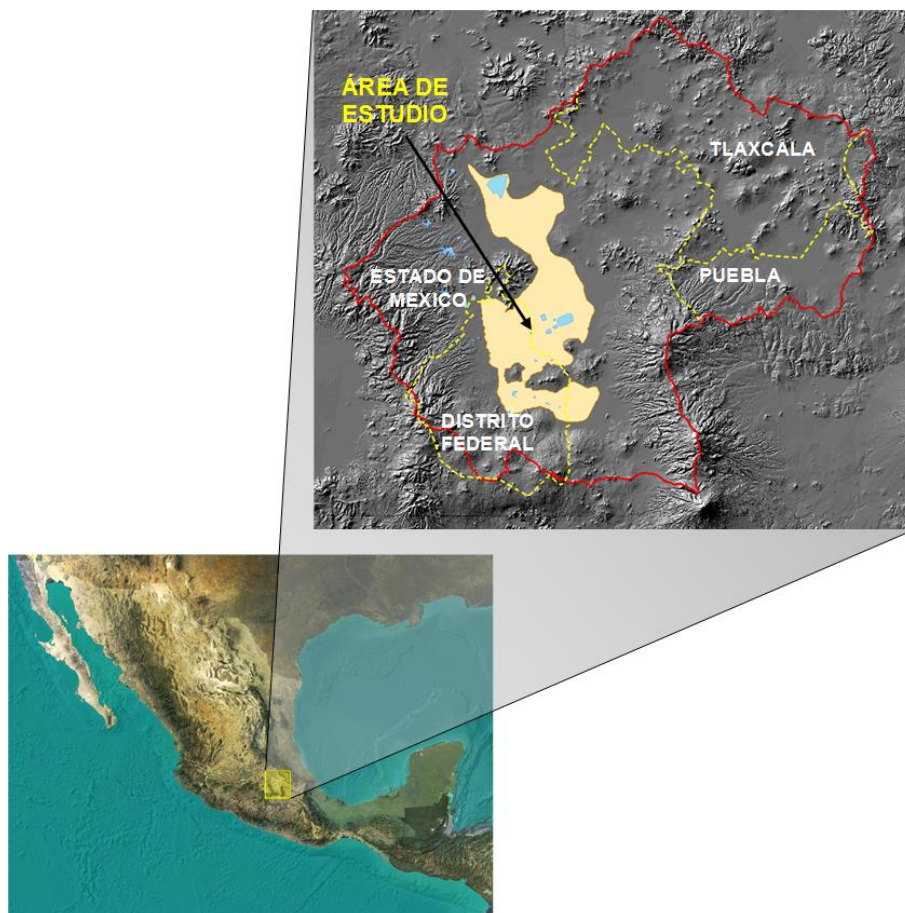


Figura 2.1. Ubicación de la cuenca de México y del área de estudio.

## 2.2 Fisiografía

La extensión superficial, según la *Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle del México* (CHCVM), es de 9600 km<sup>2</sup>, extensión que incluye el Distrito Federal y parcialmente área de las entidades federativas Estado de México, Puebla, Tlaxcala e Hidalgo.

Los límites naturales más sobresalientes de la cuenca de México son (CONAGUA, 2002): al norte, La *Sierra de Pachuca*, con altura máxima de 3,000 m; al noreste las *Sierras de Chichucuatlán* y del *Tepozán*, que se derivan de la *Sierra Madre Oriental*; al este y al sureste, la *Sierra Nevada*, donde destacan en su porción septentrional los cerros *Tláloc*, *Telapón* y el *Papayo*, que sobrepasan los 3,500 m. y en el meridional, el *Iztaccíhuatl*, de 5,286 metros de altura; y el *Popocatéptl*, de 5,452 m. al sur, la *Sierra de Chichinautzin*, cuya cumbre más alta es el *Pico del Águila* (3,952 m) en el Ajusco; al suroeste, la *Sierra de la Cruces*; al oeste, las *Sierras de Monte Alto* y *Monte Bajo*; y al noroeste, la *Sierra de Tezontlalpan* o *Tolcayuca*, que al conectarse con la de Pachuca, complementa el circuito. En el interior de la cuenca se encuentran otras formaciones orográficas: al norte, la *Sierra de Guadalupe*, cuya mayor altura es el Cerro del Sombrero (3,000 m), marca el extremo septentrional de la Ciudad de México; al este, la *Sierra de Santa Catarina* formada por una sucesión de volcanes extintos que se extiende desde la *Sierra Nevada* y termina en el *Cerro de la Estrella* y la *Caldera*, el volcán de *Xico* y el *Cerro del Pino*, en la jurisdicción de Chalco; y dentro del perímetro urbano, el *Peñón de los Baños*, el *Peñón del Marqués* (fig. 2.2).

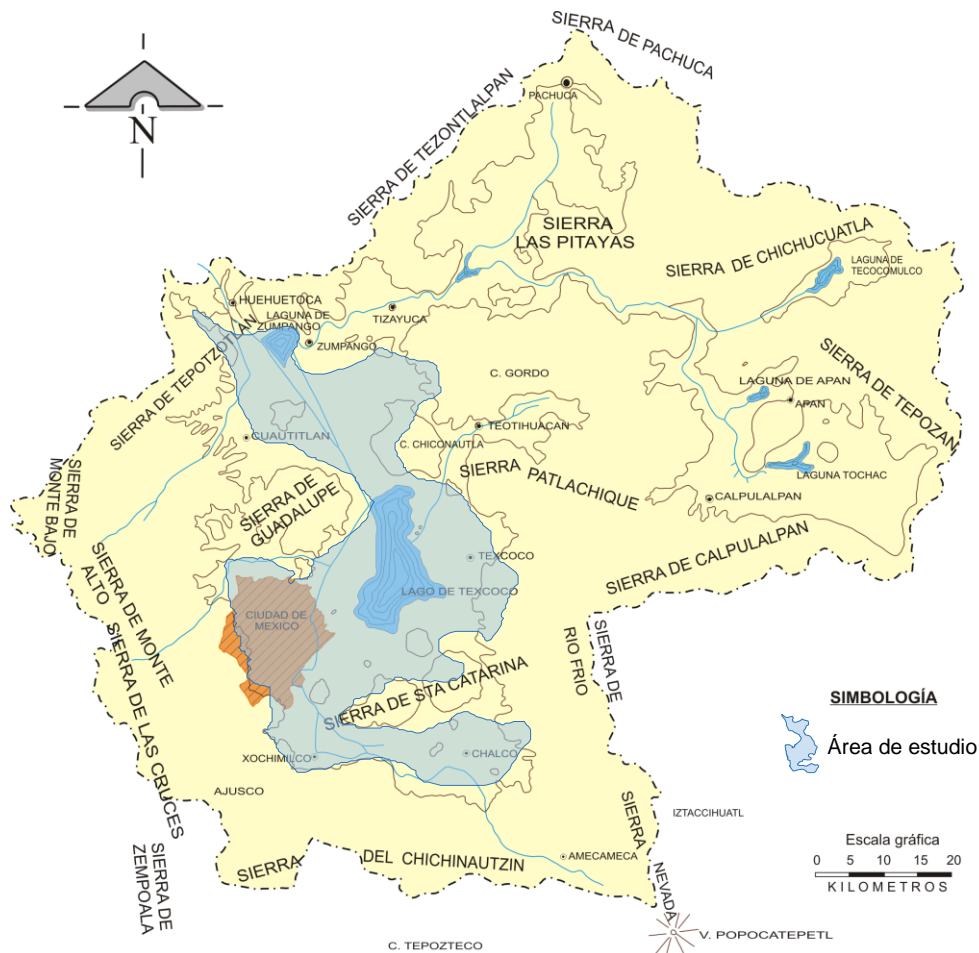


Figura 2.2. Fisiografía de la Cuenca de México (DDF, 1975).



La *Cuenca de México* presenta valles intermontañosos, mesetas y cañadas, así como terrenos semiplanos, en lo que alguna vez fueron los lagos de *Texcoco*, *Xochimilco* y *Chalco*. De la superficie total, aproximadamente 3080 km<sup>2</sup> corresponden a áreas de montaña y 2050 km<sup>2</sup> a partes bajas, las primeras con altitudes superiores a 200m sobre el fondo del Valle y las segundas, ubicadas entre 0 y 50m. La planicie central tiene una altitud que varía entre 2240 m en el sur, y 2390 m en el norte. La altitud de la zona más baja es de aproximadamente 2224 msnm (SACM, 2005).

### 2.3 Información histórica

Algunos de los aportes de los documentos históricos (litografías, mapas históricos y fotografías aéreas antiguas) tienen un alto significado geotécnico y geológico para la descripción de las características del subsuelo, como son: cauces de antiguos ríos y barrancas; trazo y cruce de canales; configuración o distribución en extensión de ex-lagos y lagunas (encharcamientos eventuales); bordos o diques; calzadas; etc. En este contexto se ilustra brevemente la información histórica que puede ser útil para el estudio geotécnico que se pretende realizar en este trabajo. La fig. 2.3 muestra, según Shilling Kiel, la evolución de los lagos en la cuenca desde la época diluvial.



Figura 2.3. Evolución de los lagos de la cuenca de México (Schilling, 1963).

En la fig. 2.4 se presenta una pintura de Luis Covarrubias que muestra un panorama del *Lago de México* y la isla de *Tenochtitlan-Tlatelolco* hacia 1519 (Arqueología Mexicana, 2004) y en la fig. 2.5 se presenta otra pintura que muestra un mapa del *Lago de México* y la isla de *Tenochtitlan-Tlatelolco* hacia 1521 (Academia Mexicana de Ciencias, 2007). En las figuras 2.4 y 2.5 se observa la extensión de la isla, así como, las tres calzadas que conectaban a la Isla con tierra firme y los albarradones de Nezahualcoyotl y de Ahuizotl.

En la fig. 2.6 se presenta un plano elaborado por Luís Espinosa en 1879 titulado “*Una parte de los lagos del Valle de México*” (DDF, 1975), en el que aparece el trazo del proyecto del “*Gran Canal y el Túnel del Desagüe para la Ciudad de México*”, se observa también la configuración de los lagos del norte en esa época, la localización de los islotes de *Xaltocan* y *Tonanitla*, así como, la trayectoria del albarradón de *San Cristóbal*.



Figura 2.4. Panorama del lago de México y la Isla de *Tenochtitlán-Tlatelolco* en 1519, pintura de Luis Covarrubias (Arqueología Mexicana, 2004).



Figura 2.5. Mapa del Lago de México y la isla de *Tenochtitlan-Tlatelolco* hacia 1521. (Academia Mexicana de Ciencias, 2007).

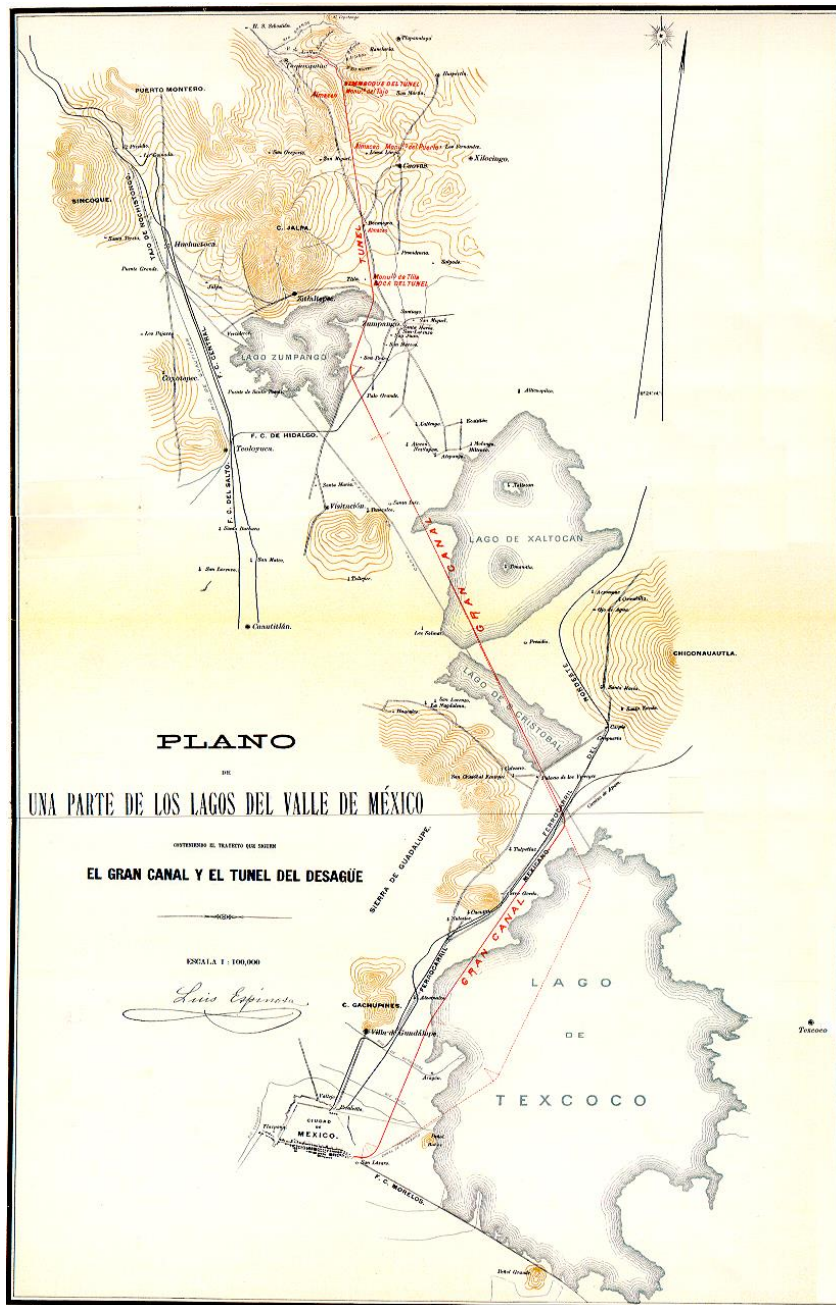


Figura 2.6. Plano de los lagos del Valle de México (Espinoza, 1900).

El conocimiento de la configuración antigua de los lagos orienta para definir en forma aproximada la extensión y configuración de los antiguos lagos, donde se encuentra el suelo lacustre. Asimismo, el estudio de cauces de antiguos ríos y barrancas; trazo y cruces de antiguos canales; configuración o distribución en extensión de ex-lagos y lagunas (encharcamientos eventuales); bordos o diques; antiguas calzadas; entre otros; puede contribuir al análisis de la historia de cargas en determinados predios, ayudando a comprender muchas de las causas del mal comportamiento de algunas estructuras. En el centro de la Ciudad de México varios edificios se construyeron sobre rellenos y estructuras prehispánicas de lo que fue la ciudad de Tenochtitlan, la heterogeneidad de los materiales de los rellenos y la historia de cargas aplicadas al subsuelo se reflejan en muchas edificaciones, sobre todo en los edificios construidos en la época novohispana.

## 2.4 Toponimia

La Toponimia es la disciplina que se encarga del estudio, origen y significado de los nombres propios de lugar. La palabra proviene de la etimología griega, *topos*: lugar, suelo y *onoma*: nombre; siendo la toponimia una rama de la lingüística, la cual se ocupa del análisis de la lengua que procede el término, puede ser un idioma oficial, un idioma de una minoría o alguna lengua desaparecida. En el caso del Valle de México los topónimos son de origen náhuatl. A diferencia del término “nombre geográfico”, el topónimo sugiere las particularidades del lugar, es decir, es el nombre que se le da según sus características inherentes (León-Portilla, 1982; Auvinet *et al.*, 2011).

En la fig. 2.7, se presenta el “*Plano reconstructivo de la región de Tenochtitlan*” (González-Aparicio, 1973), en el mapa aparece el nombre prehispánico (en náhuatl) y significado de los principales lugares del *Valle de México*, algunos de ellos aún se conservan.

En este trabajo se presenta una breve relación de la toponimia de algunas localidades del valle de México:

*Atenco*: de *atl*, agua; *tentli*, orilla y *co*, lugar; significa “*en la orilla del agua*”.

*Azcapotzalco*: de *azcatl*, hormiga; *potzoa* o *potzalli*, montículo y *co*, lugar; significa “*en el hormiguero*” o “*lugar de hormigas*”.

*Chalco*: de *Challi*, borde de lago y *co*, lugar; significa “*en el borde del lago*”.

*Chiautla*: de *chiahuitl*, lodo o grasiento y *tla*, tierra; significa “*lugar pantanoso*”.

*Chicoloapan*: de *chicolitic*, cosa torcida; *at*, agua y *pan*, en; significa “*agua torcida*”, el nombre alude a un arroyo o río que tuerce o desvía su curso, en unos o varios lugares.

*Cuemanco*: *cuemitl*, tierra labrada, herencia y *co*, en; significa “*en los surcos de la tierra*”.

*Ecatepec*: de *ehecatl*, viento o aire y *tepetl*, cerro; significa “*en el cerro del viento o del aire*”.

*Iztapalapa*: de *iztapalli*, losas o lajas (piedra lisa blanca); *atl*, agua y *apan*, río; significa “*en el río de las lajas blancas*”.

*Nextlalpan*: de *nextli*, ceniza; *tlalli*, tierra o suelo y *pan* sobre; significa “*sobre el suelo de ceniza*”.

*Tizayuca* o *tizayocan*: de *tizatl*, cierta tierra blanca; *yo*, posesivo y *can*, lugar de; significa “*lugar de los que tienen tiza*”.

*Tecamac*: de *tetl*, piedra; *camatl*, boca y la terminación *c*, que denota lugar; significa “*en la boca de piedra*”.

*Tecamachalco*: de *tetl*, piedra y *camachalli*, quijada; significa “*en las quijadas de piedra*”.

*Tepepan*: de *tepetl*, cerro y *pan*, sobre; significa “*sobre el cerro*”.

*Tepeyac*: de *tepetl* cerro y *yacatl*, nariz; significa “*la nariz (punta) de la montaña*”.

*Tequixquiac* (Tequisquiac): de *tequixquitl*, salitre o tequesquite (carbonato de sosa); *atl*, agua, *c*, lugar; significa “*lugar de las aguas salitrosas o tequesquitosas*”.

*Texcoco*: de *tlacolt*, jarilla y *texcall*, peñasco o risco; significa “*en la jarilla de los riscos*”.

*Tezonco*: de *tezontli*, piedra volcánica roja, liviana y porosa; *co*, en; significa “*en la piedra (tierra) roja*”.

*Tezoyuca*: de *tezontli*, piedra volcánica roja, liviana y porosa; *yutl*, desinencia que expresa la plenitud del ser que denota la cosa y de “*can*”, lugar; significa en el “*lugar lleno de tezontle*”.

*Tlalnepantla*: de *tlalli*, tierra; *nepantla*, en medio; significa *Tierra de en medio*.

*Tlalpan*: de *tlalli*, tierra y *pan*, encima; significa “*encima de la tierra*” o “*lugar de tierra firme*”.

*Tlaltenco*: de *tlalli*, tierra y *atenco*, a la orilla del agua; significa “*tierra a la orilla del agua*”.

*Tlatelolco*: de *tlatelli*, montecito de tierra; *co*; en; significa “*en el montecito de tierra*”.

*Tultitlan*: de *tollin* o *tullin*, tule y *titlan*, entre o junto; significa “*lugar entre tules*”.

*Xalpan* o *Xaxalpán*: de *xalli*, arena y *pan*, en, sobre; significa “*en las arenas*” o “*sobre el suelo arenoso*”.

*Xaltocan*: de *xalli*, arena y *tocani*, sembraron; significa “*siembra en la arena*”.

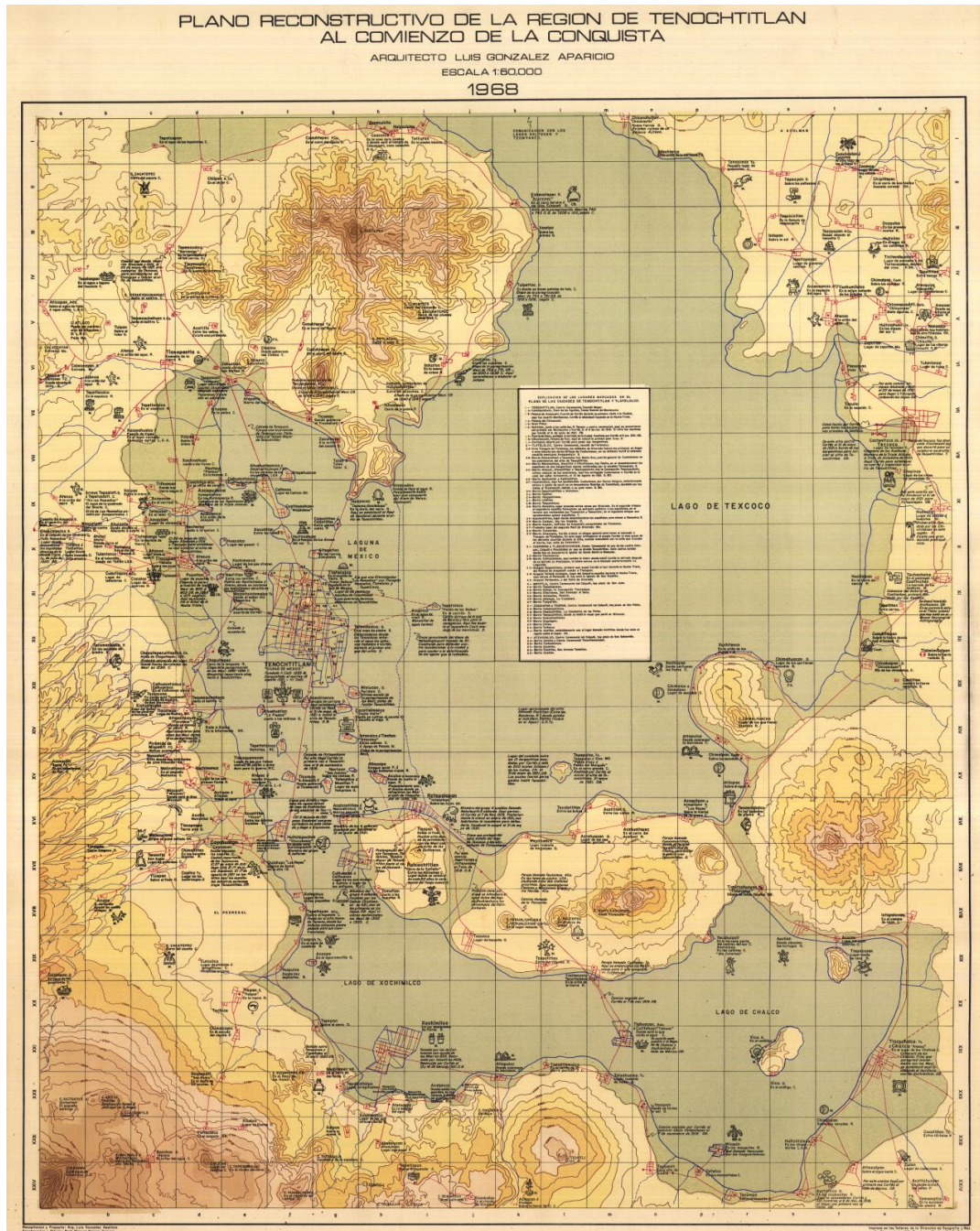


Figura 2.7. Plano reconstructivo de la región de Tenochtitlan (González-Aparicio, 1968).

## 2.5 Cartografía urbana

La cartografía urbana representa el soporte necesario para la ubicación de los sondeos geotécnicos. Para este trabajo, se construyó un marco cartográfico digital a partir de la información magnética editada por el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática denominada “*Datos vectoriales*” (INEGI, 2004). El marco cartográfico digital define la traza de la extensión urbanizada del Valle de México a nivel de calles y manzanas (fig. 2.8), referido al sistema *Universal Transversa de Mercator* (UTM) en proyección WGS84.

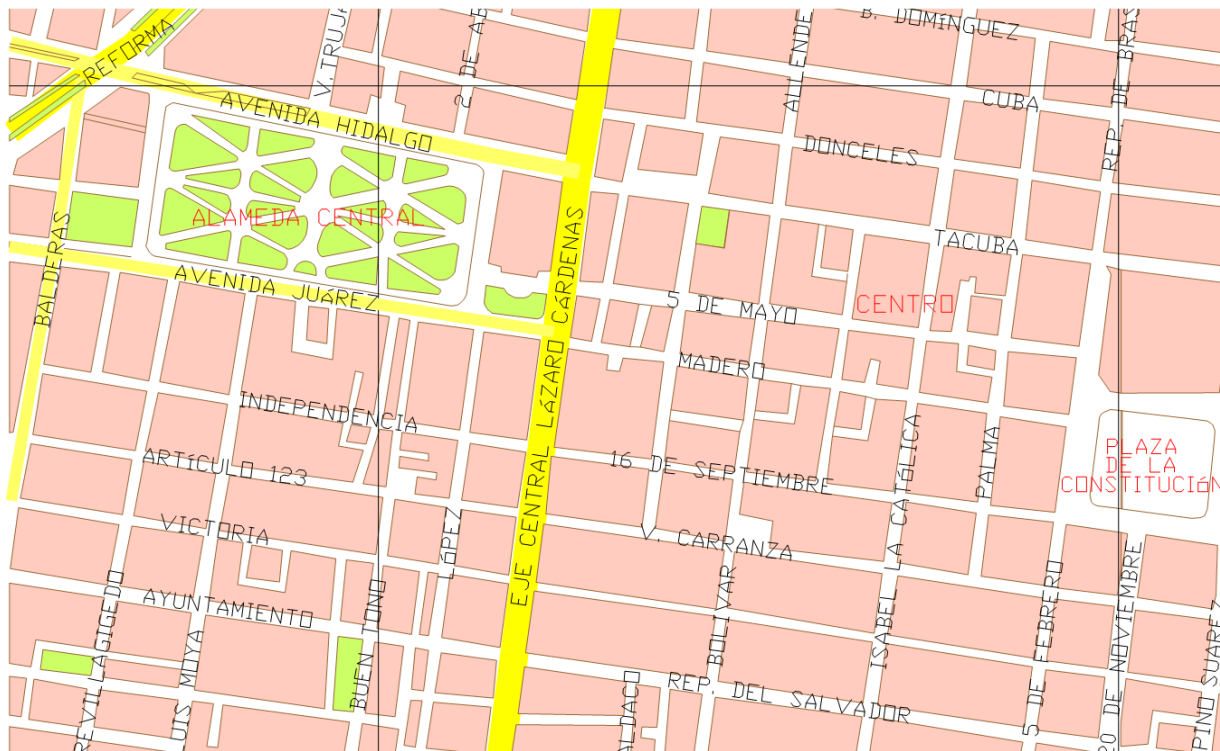


Figura 2.8. Representación de la cartografía urbana.

El marco cartográfico elaborado para el área de estudio está constituido por un mosaico de 96 cartas urbanas en escala 1:10,000 que cubre una superficie aproximada de 3574 km<sup>2</sup>, el mosaico cartográfico del área de estudio abarca las 16 Delegaciones del Distrito Federal y parcialmente los municipios conurbados del Estado de México que lo circundan (Fig. 2.9).

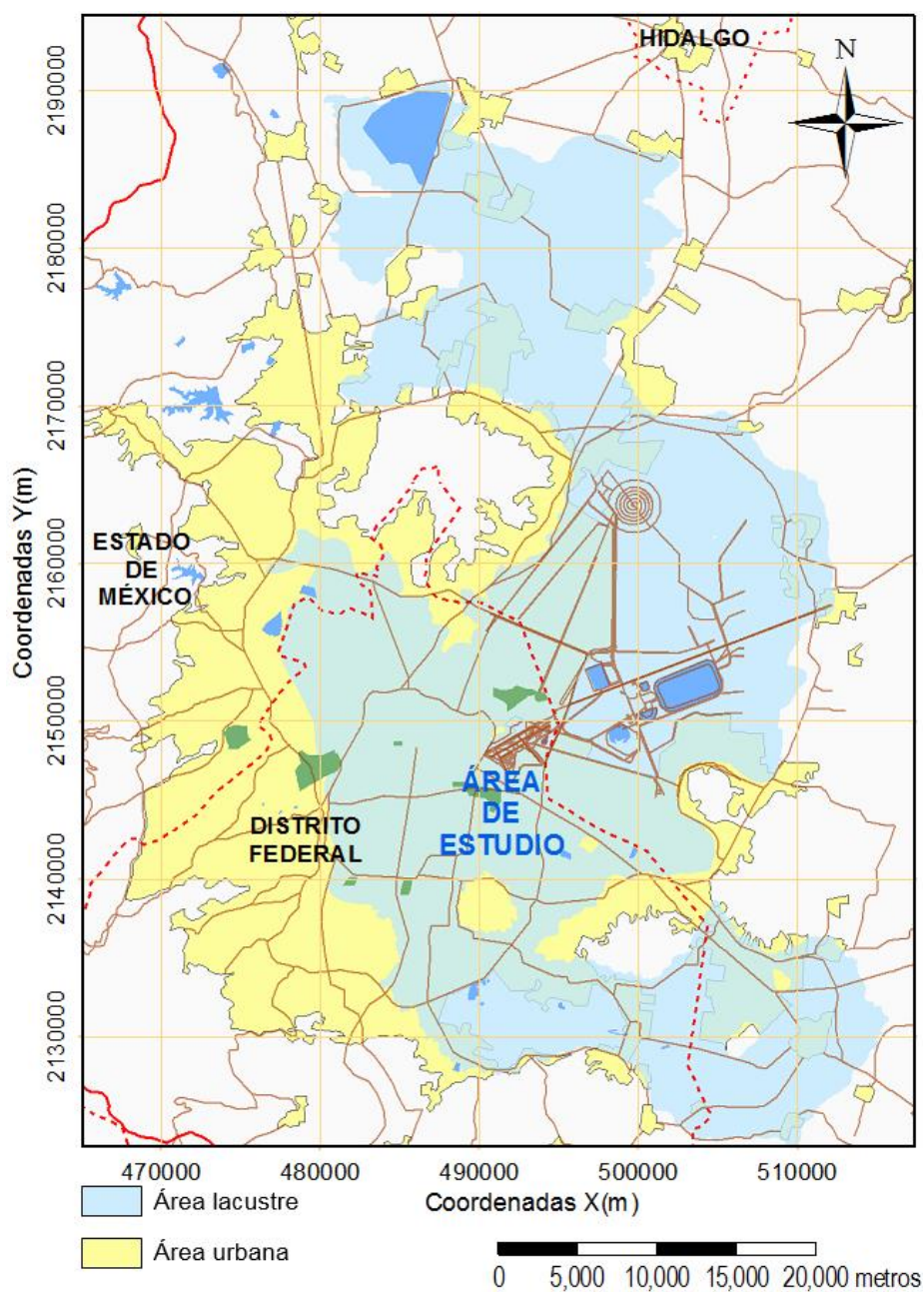


Figura 2.9. Extensión urbana del área de estudio.

## 2.6 Topografía

La información topográfica es básica para la interpretación de los rasgos generales de la superficie del relieve (abrupto, medio, suave y plano), lo que ayuda a definir la extensión de los depósitos de suelo, rellenos y formaciones geológicas. La representación típica de la topografía es mediante líneas de contornos indicando su cota, referida al nivel medio del mar. Actualmente, se cuenta con técnicas avanzadas para construir modelos que representan la topografía general del terreno y que permiten una fácil interpretación del relieve. En la fig. 2.10 se presenta un modelo de relieve sombreado (MRS) que representa la configuración topográfica regional dentro del área de estudio, elaborado a partir de la información topográfica editada por el INEGI (2005).

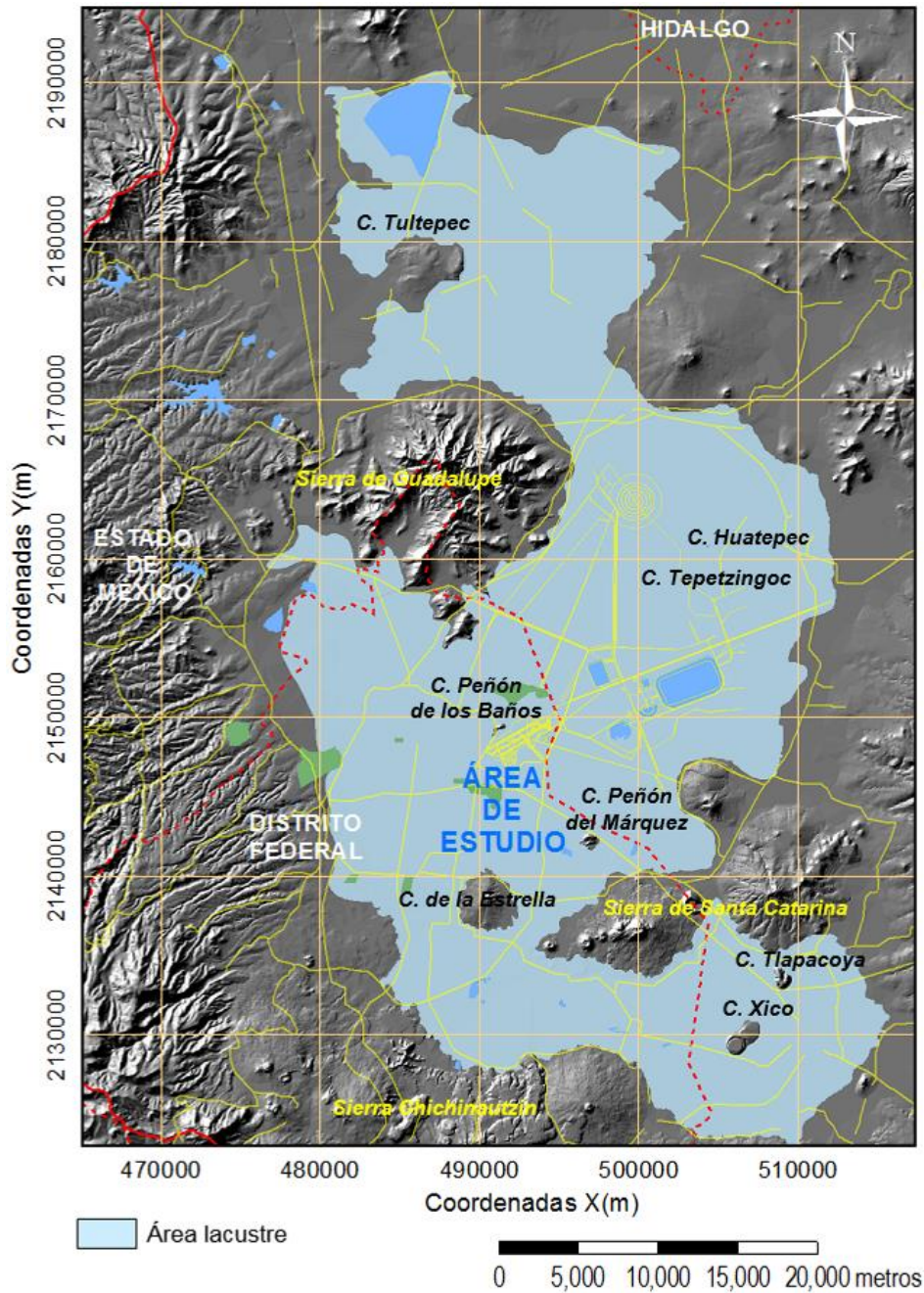


Figura 2.10. Representación topográfica del área de estudio, modelo MRS.

En el área de estudio se identifican algunas variaciones de la superficie topográfica, la mayor parte presenta una superficie prácticamente horizontal, con una ligera pendiente hacia el nororiente (ex- lago de Texcoco). La altura media de la planicie es considerada de 2,240 metros sobre el nivel del mar (msnm), la parte más baja en la zona del aeropuerto internacional de la ciudad de México a una elevación aproximada de 2230m. Se distinguen también áreas montañosas que se encuentran entre las altitudes de 2,240 y 3930 msnm. Entre las zonas de montaña y la planicie se encuentran a configuraciones abruptas y áreas denominadas de pie de monte, es decir, las partes altas de los cerros. La porción plana corresponde a la zona lacustre de los antiguos lagos de Texcoco, Chalco y Xochimilco y la parte sur del lago de México, con una altitud media de 2235 msnm.



Dentro del área de estudio se encuentran algunas de las sierras principales de la cuenca de México. Al norte la Sierra Santa Catarina, al sur la Sierra Chichinautzin, al poniente la Sierra de las Cruces. Cabe aclarar que parte del material constitutivo de la sierra Santa Catarina y Las Cruces es aprovechado para la construcción y a su vez el espacio es ocupado principalmente para la expansión del área urbana hacia el área montañosa. En la superficie plana, se encuentran también diferentes elevaciones importantes entre las que destacan; al norte los cerros *Tultepec*, *Huatepec* y *Tepetzingo*, al centro el *Cerro Peñón de los Baños*, de *Cerro Peñón del Marqués* o *Peñón Viejo* y el *Cerro de La Estrella*. Al sur se encuentra el *Cerro de Xico* y el *Cerro de Tlapacoya* (el elefante). En la tabla 2.1 se indican las elevaciones principales localizadas en el área de estudio.

Tabla 2.1. Elevaciones principales localizadas dentro del área de estudio.

Nombre	Elevación (msnm)
Peñón viejo o del Marqués	2346
Cerro de La Estrella o Citlaltepētī	2460
Volcán Guadalupe	2734
Volcán Tecuautzin	2590
Volcán Xaltepec	2536
Volcán Yuhualixqui o San Nicolás	2410
Cerro Tetecón	2450
Volcán La Caldera	2480
Cerro El Pino	2680
Cerro Tlapacoya (El Elefante)	2460
Cerro de Xico	2340
Volcán Tioca	2700
Volcán Teuhtli	2710
Zacatépetl	2420
Cerro del Judío	2770
Cerro Sasacapa	3240
Cerro Xochitepec	2500
Volcán Xitle	3120
Cerro Zacazontela	3270
Cerro Tarumba	3460
Cerro Ocotal	3520

## 2.7 Imágenes de satélite

Las imágenes de satélite permiten identificar y detallar rasgos del entorno físico geográfico de la superficie terrestre, mostrando cambios cuantitativos y cualitativos en tiempo real provocados por fenómenos naturales, o bien, aquellos atribuibles a la actividad humana a lo largo del tiempo. En la imagen de satélite de la cuenca de México (fig. 2.11), se distingue la extensión del área urbana y algunos rasgos generales de la corteza terrestre, como las sierras que dan forma a la *Cuenca de México*; la localización de cuerpos de agua, como la *Laguna de Zumpango*, *El Lago Nabor Carrillo*, la zona salina conocida como “*El Caracol*” en *Texcoco*, entre otros.

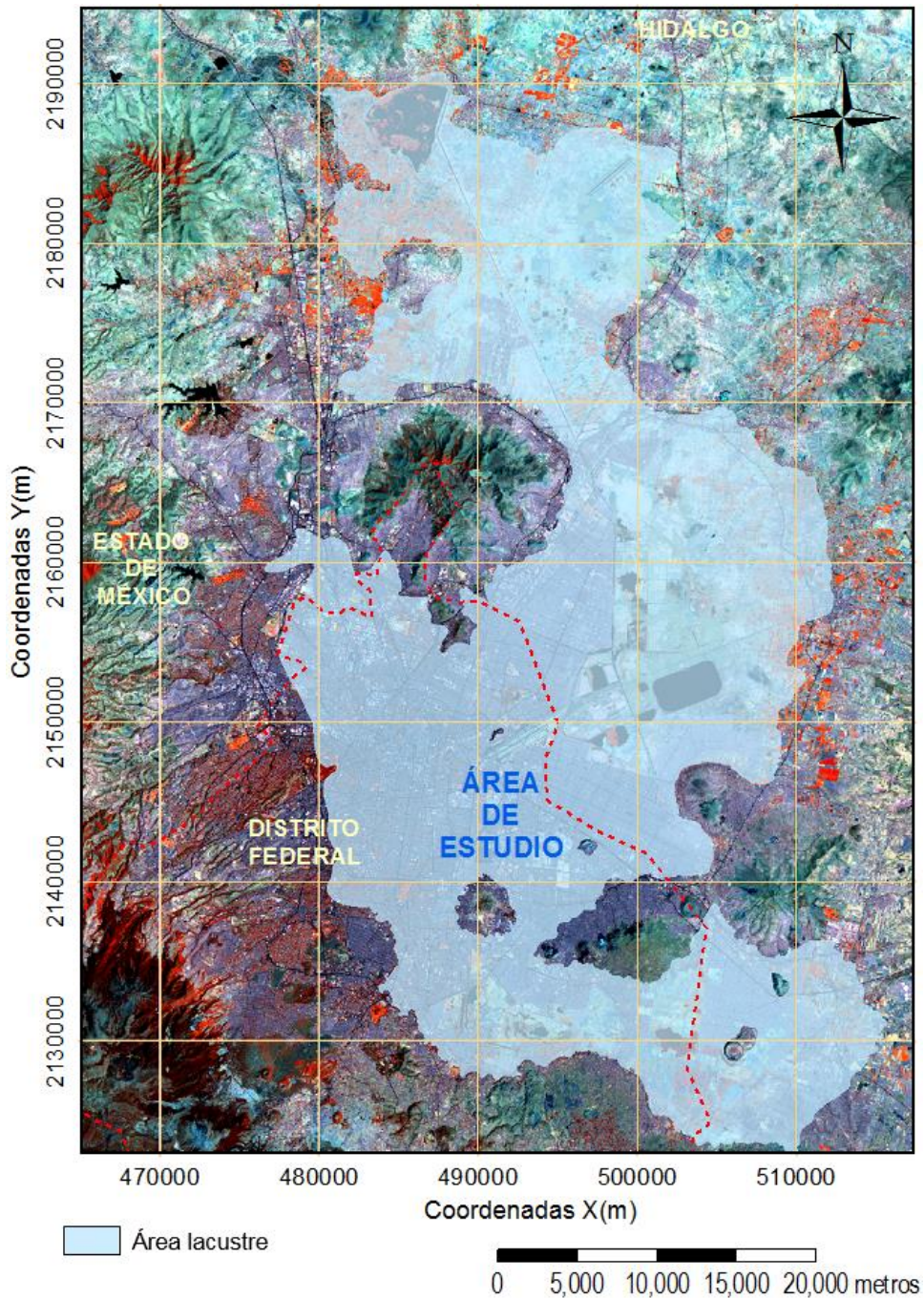


Figura 2.11. Imagen de satélite (Landsat, 2010).

## 2.8 Geología

La información geológica representa la base fundamental para la descripción de las características del subsuelo lacustre del valle de México, este tema ha sido tratado por varios autores, como Bryan (1948), Arellano (1953), Mooser (1956, 1957, 1975), de Cserna *et al.* (1988), Vázquez y Jaimes (1989), Enciso de la Vega (1992), Mooser *et al.* (1996). La información geológica aportada por Mooser ha sido empleada en varios proyectos de ingeniería civil, por tal motivo, esa es la considerada en este trabajo.

Mooser (1975) explica en siete fases la evolución que este territorio ha tenido a lo largo del tiempo geológico y que define la configuración del relieve de la actual *Cuenca de México*.

La primera fase se desarrolla en el Terciario Inferior, originando rocas volcánicas que no afloran en la superficie, pero que existen a una profundidad de 2, 265 m. La segunda fase ocurre en el Oligoceno Medio, y se caracteriza por la existencia de numerosas coladas de lava de composición intermedia y ácida, con afloramientos representativos en la región de Huehuetoca y el poblado de Coyotepec.

El Oligoceno Superior es el escenario de la tercera fase, en ella tiene desarrollo la base de lo que más tarde serán las Sierras Mayores localizadas al este y oeste de la actual Cuenca de México. El tipo de roca que caracteriza este periodo es de composición ácida y forma grandes depósitos de dacitas y riolitas principalmente. Son de esta época pequeñas elevaciones aisladas: Peñón de los Baños, Tlapacoya, Zacaltépetl y Chapultepec. Durante el Mioceno aparece la sierra de Guadalupe, misma que marca el inicio de la cuarta fase, este complejo volcánico está constituido de lavas intermedias y ácidas. Otras estructuras asociadas son la Sierra de Tepotzotlán, Los Pitos, Patlachique y El Tepozan.

Al término del Mioceno inicia la quinta fase volcánica, con la formación de las Sierras Mayores, al oeste la de las Cruces, Monte Alto y Monte Bajo, al este la Sierra Nevada y Río Frío. Estas sierras son resultado de una actividad volcánica de composición intermedia y ácida.

El Pleistoceno es el escenario donde se desarrolla la sexta fase volcánica, donde hubo predominio de materiales andesito-basálticos que formaron los cerros de Chimalhuacan, Chiconautla, el Peñón del Marqués, el cerro de La Estrella y el cerro Gordo.

La séptima fase culmina en el Cuaternario Superior con la formación de la Sierra de Chichinautzin hace un millón de años aproximadamente, la cual fue resultado de la edificación de más de un centenar de conos, derrames lávicos y material piroclástico. Debido a la formación de este conjunto volcánico, en la parte sur del antiguo Valle de México durante esta etapa, quedan establecidos los rasgos morfológicos actuales que dieron origen a la Cuenca de México (fig. 2.12).

El origen de la planicie lacustre, sobre la que está construida la mayor parte de la Ciudad de México, se explica a partir del paulatino azolvamiento del vaso de la cuenca recién formada, al cerrarse por el sur el antiguo valle, debido a la aparición de la Sierra de Chichinautzin. El azolvamiento de productos volcánicos y acarreo fluvial en todo este territorio, al alcanzar una superficie y altura considerables, propició nuevas condiciones que favorecieron la existencia de grandes lagos al interior de la Cuenca de México.

El fondo de la cuenca se azolvó intercalando distintos tipos de materiales, entre los que destacan los proluviales (limos y arenas), los lacustres (arcillas y limos), así como arenas y cenizas volcánicas, que al intemperizar generan arcillas altamente compresibles.

La erosión de laderas, el acarreo fluvial y los depósitos de materiales de origen volcánico, fueron un relleno que de manera constante sepultó un relieve irregular; esto determinó una variación en el espesor de los azolves, aumentando la potencia de los depósitos de norte a sur. En las cercanías de la ciudad de *Pachuca* se tienen  $\pm 30$  m de espesor, en la porción central de la cuenca son  $\pm 200$  m y al sur de la Cuenca de México, cerca de la Sierra del Chichinautzin, alcanzan los 600 m aproximadamente. Las cenizas producto de erupciones volcánicas, depositadas en el seno del lago junto con los acarreos fluviales, constituyeron a través del tiempo un suelo arcilloso sumamente compresible que actualmente se conoce como arcilla del Valle de México.

La descripción, que a continuación se presenta, sintetiza el estado actual del conocimiento de la estratigrafía del subsuelo de la zona metropolitana del valle de México (zmv), esta descripción está basada en la revisión y síntesis realizada por Mooser y Molina (figs. 2.13 y 2.14).

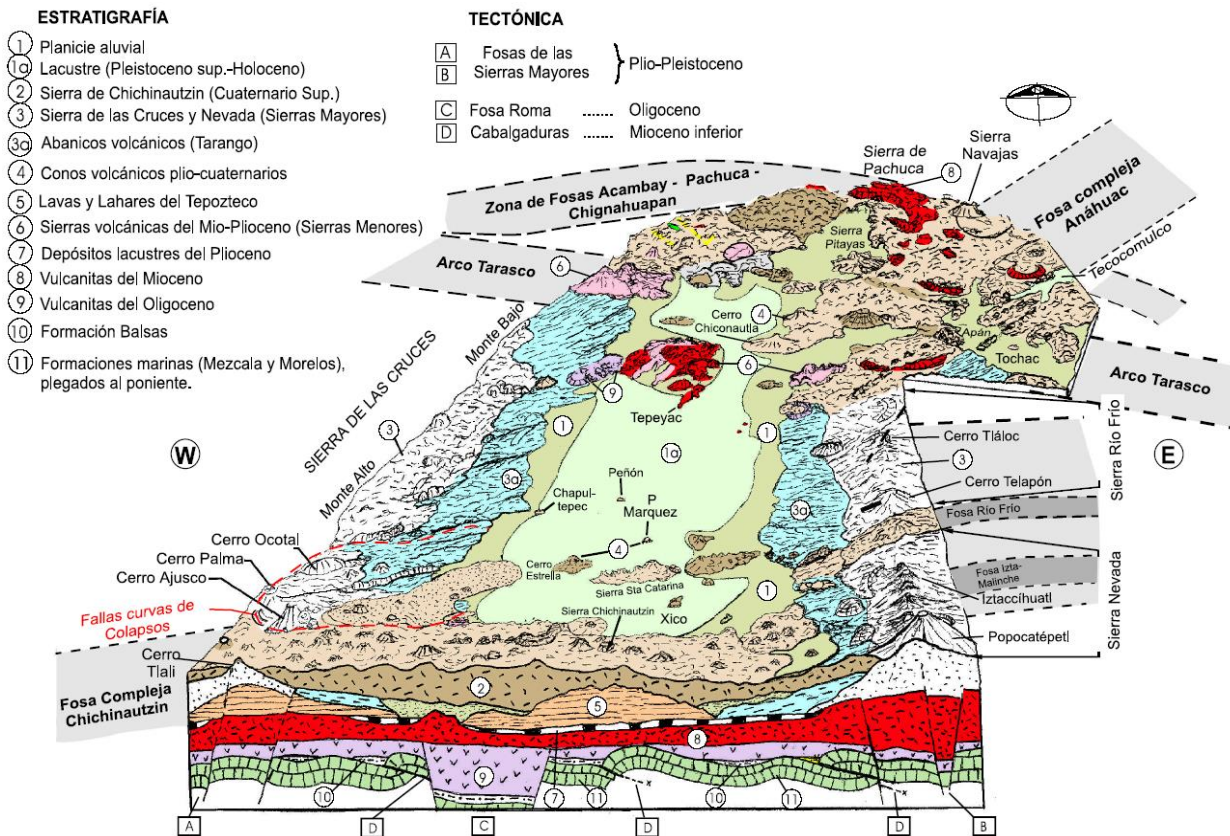


Figura 2.12. Geología y morfología de la cuenca de México (Mooser, en TGC, 2005).

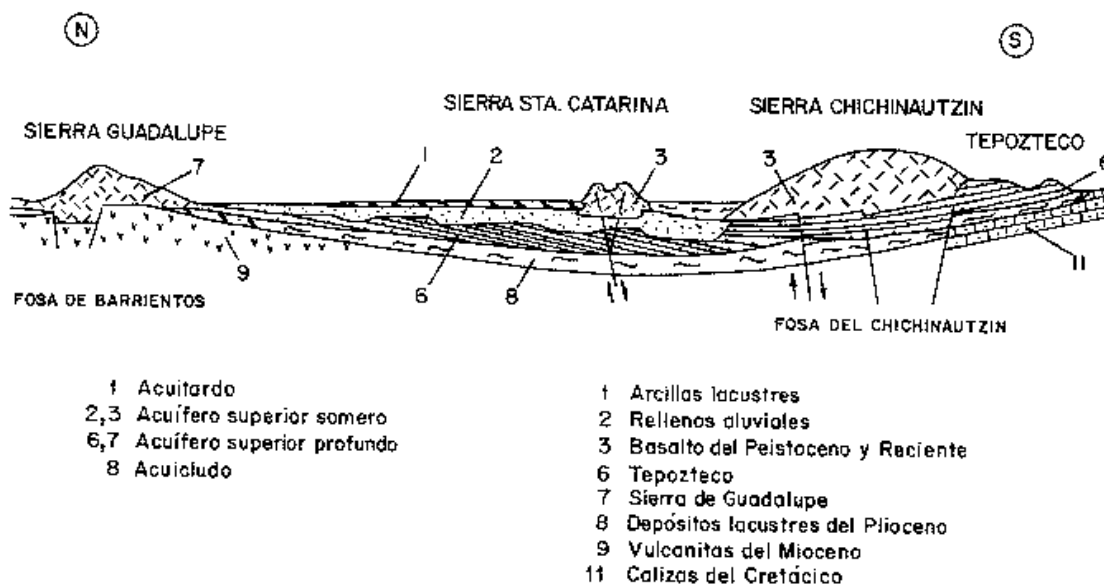


Figura 2.13. Sección geológica del modelo conceptual (norte-sur).

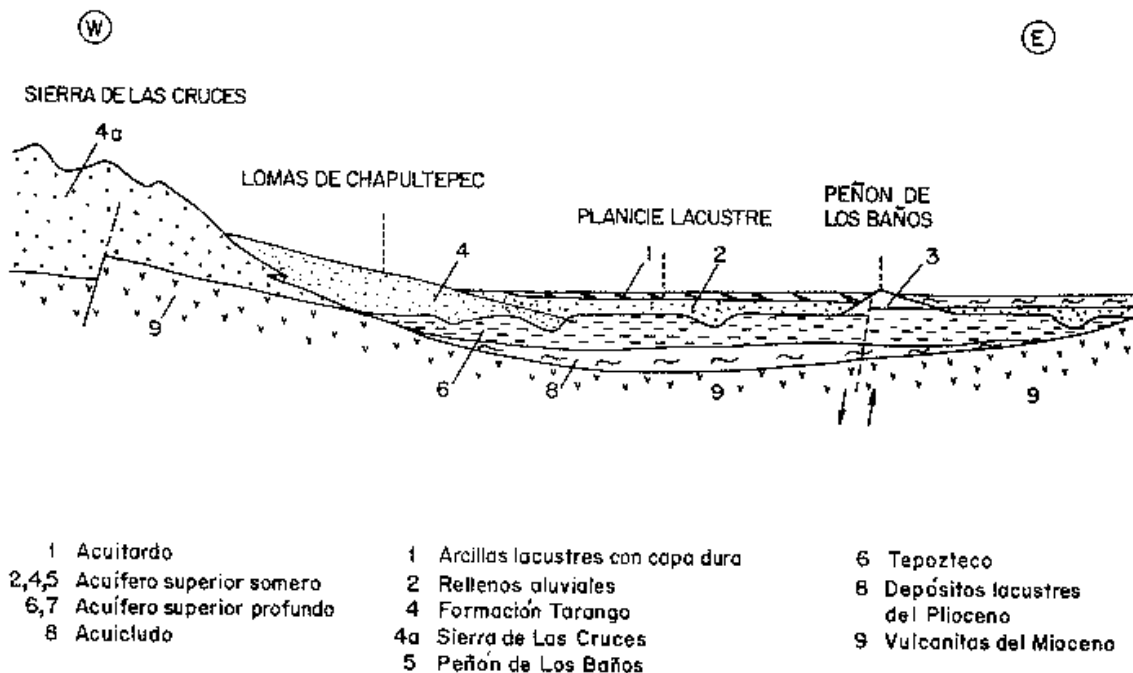


Figura 2.14. Sección geológica del modelo conceptual (oeste-este).

#### - Arcillas lacustres superficiales

El área cubierta por estos estratos es cercana al 23.3% (848km) de la superficie total de la subcuenca (3,632 km<sup>2</sup>). En el norte son delgados (fig. 2.13); hacia el sur, en los frentes de la sierra Chichinautzin, alcanzan espesores de 200 a 300 m, y están interestratificados con lavas basálticas. En el centro de la ciudad de México, en el interior de la arcilla y a una profundidad de alrededor de 30 m, existe un estrato apropiadamente llamado *capa dura* (CD), que durante muchos años se ha usado para cimentar edificios grandes mediante pilotes. En otras partes del valle existen capas similares a profundidades diversas. El examen de núcleos provenientes de

pozos revela que esta roca es un depósito de ceniza volcánica de finura similar a un limo, densa y cementada, y de permeabilidad suficiente para funcionar como acuífero. Este estrato es capaz de soportar pozos de gasto reducido y en él se inició la explotación del agua subterránea en la ciudad de México, en el siglo XIX.

*- Rellenos aluviales*

Alcanzan espesores máximos de 300 a 400 m. Son importantes en el sur y se acuñan en el norte. En el poniente sobreyacen a la base de la formación Tarango, donde sepultan una red de valles erosionados; en el centro descansan sobre aglomerados volcánicos estratificados correlacionables con la formación Tepozteco; y también sepultan una red de valles.

Las propiedades hidráulicas de esta formación se han estudiado ampliamente y se les conoce bien. Poseen alta permeabilidad y capacidad de almacenamiento, por lo que constituyen un acuífero de buenas características.

*- Basaltos del Pleistoceno y Reciente*

Los basaltos de la hilera volcánica de la sierra de Santa Catarina están interestratificados con los depósitos lacustres (1) y con los rellenos aluviales (2).

Similarmente, en el sur las lavas de la sierra Chichinautzin están interestratificadas con los depósitos lacustres (1) y con los rellenos aluviales (2); también forman la potente barrera que en el Pleistoceno Superior, hará unos 600,000 años, represó el antiguo sistema doble de valles que drenaba la cuenca hacia la parte alta del río Amacuzac. Estas formaciones constituyen acuíferos excelentes, ya que su permeabilidad y capacidad de almacenamiento secundarias, debidas a fracturas, son muy altas.

*- Formación Tarango*

La formación Tarango (4) representa los abanicos volcánicos que se extienden en las estribaciones de las sierras elevadas (4a), que limitan la cuenca al oriente y al poniente.

Consiste en tobas, flujos piroclásticos, lahares, depósitos fluviales, capas de piedra pómez y suelos (4). Estos materiales se encuentran principalmente en la base de los depósitos aluviales (2), aunque sus elementos superiores (arenas azules) están interestratificados con ellos. La formación Tarango también posee buenas propiedades hidráulicas.

*- Cuerpos volcánicos basáltico-andesíticos*

Elementos que forman las elevaciones aisladas del cerro de la Estrella, del peñón de los Baños, del cerro de Chimalhuacán y de los cuerpos dómicos basálticos del sureste de la sierra de Guadalupe. Estos cuerpos yacen directamente sobre la secuencia estratificada.

*- Secuencia estratificada*

Depósitos volcánicos claramente estratificados que progradan del centro de la cuenca hacia el sur, con espesores en el norte de 100 a 200 m, y que en el sur aumentan hasta 600 m. Estos

depósitos desaparecen bajo la sierra Chichinautzin y afloran en la sierra del Tepozteco, al oriente de Cuernavaca. El conocimiento que se tiene de estos estratos es reducido. De afloramientos en otras partes, se les conoce como porosos y con permeabilidad secundaria, debido principalmente a fracturas. Existen algunos pozos que alcanzan esta formación, y en ellos se han realizado pruebas de bombeo. Los valores que se han obtenido para la conductividad hidráulica y el almacenamiento específico indicarían que la importancia de esta formación en el comportamiento hidráulico no es grande. Sin embargo, hacen falta más estudios para llegar a conclusiones definitivas.

#### - Sierras pliocénicas

Elevaciones volcánicas de mediana altura que en parte están intercaladas y parcialmente en la base de la secuencia estratificada (6). Sus elementos en la cuenca de México son las sierras de Tepotztlán, de las Pitallas, de Guadalupe y de Patlachique; son conjuntos de volcanes estratificados y de domos espectaculares.

#### - Depósitos lacustres del Plioceno inferior

Formación que consiste en arcillas lacustres, generalmente de consolidación avanzada. Afloran en el norte de la cuenca por Huehuetoca, Taximay y Requena. Hacia el sur desaparecen bajo los rellenos aluviales (2) y las lavas pliocénicas intermedias y ácidas de las sierras de Tepotztlán y de Guadalupe (7). Se registran espesores de 200 a 300 m bajo la ciudad de México, y subyacen a la secuencia estratificada (6). Al sur de la cuenca afloran bajo los elementos orientales de la sierra del Tepozteco. Su reducida permeabilidad, aunada a su escasa capacidad de almacenamiento debida a lo avanzado de su consolidación, le confieren características de acuitardo. Sin embargo, el conocimiento de esta formación aún es insuficiente.

#### - Vulcanitas del Mioceno

Forman un grueso paquete de rocas lávicas, elásticas y lacustres, generadas a consecuencia de las primeras erupciones volcánicas ligadas al principio de la subducción de la Placa de Cocos. Sus elementos más elevados afloran poco en el centro de la cuenca de México. Forman las elevaciones volcánicas de Barrientos y del cerro del Tepeyac (domo), en el norte de la ciudad. Parecen constituir eminencias dadas al NNO, en cuyos espacios intramontanos se acumularon la secuencia estratificada (6) y los depósitos lacustres del Plioceno (8).

#### - Vulcanitas del Oligoceno

Importantes espesores de vulcanitas que se adscriben al Oligoceno, subyacen a la formación anterior (9). Afloran en muy pocos puntos de la cuenca: en el centro poniente, en la sierra del Tigre (Atizapán de Zaragoza); y en el centro oriente, en la sierra de Tlaixpan (Texcoco).

Ambas elevaciones representan calderas que como la mayoría de los elementos de esta época, están característicamente falladas al NNO. Así, el graben de Mixhuca, principal estructura tectónica del Oligoceno, se extiende bajo la ciudad de México; irrumpe desde la estribación septentrional de la sierra Chichinautzin hacia el NNO. La traza del flanco oriental de este graben se sumerge bajo del cerro de La Estrella y su flanco occidental aflora en la sierra del Tigre.

Los depósitos de la formación Balsas (10a): tobas, paleosuelos, yesos, conglomerados y lavas, no se distinguen sísmicamente, por lo que en esta descripción están incluidas en las vulcanitas del Oligoceno (10).

- *Basamento sedimentario marino*

Bajo las vulcanitas de la cuenca de México se encuentran formaciones marinas del Cretácico; están plegadas y cabalgadas al oeste, hecho discernible en los perfiles sísmicos. Asimismo, en los sismogramas analizados por Mooser y Molina, es bastante reconocible el contacto de las vulcanitas (incluyendo la formación Balsas (10a) en la base del complejo oligocénico con lutitas, margas (11a) y calizas marinas (11b). Dos de los cuatro pozos perforados por Pemex alcanzaron este basamento, lo cual les permitió a dichos autores identificar en la mayoría de las líneas sísmicas el contacto vulcanitas-depósitos marinos.

La información de la geología empleada en este trabajo se tomó de el “*Nuevo mapa geológico de las cuencas de México, Toluca y Puebla*” (Mooser *et al.*, 1996). El mapa correspondiente adaptado para el área considerada en este trabajo se muestra en la fig. 2.15 y la descripción de las formaciones geológicas se presenta en la tabla 2.2.

Dentro del área que ocupa la planicie lacustre, sobresalen diversas formaciones como el *Cerro de la Estrella*, *Peñón del Marqués*, el *Pedregal*, así como la cadena de conos volcánicos de la *Sierra de Santa Catarina*, el *cerro de Xico* y el de *Tlapacoya*. Asimismo, sobre esta superficie, se distinguen zonas geológicas aisladas, tales como, formaciones volcánicas de lavas basálticas y andesíticas, aluviales y lacustres pertenecientes al período Cuaternario. En estas zonas se distinguen volcanes cineríticos, superficies de piroclastos, de relieve volcánico efusivo; así como las coladas de lava del *Xitle* en la zona suroeste y un relieve acumulativo lacustre en la mayor parte del área estudiada.

Tabla 2.2. Descripción de las formaciones geológicas (Mooser *et al.*, 1996).

Formación	Descripción geológica
Qal	Depósitos aluviales del cuaternario
Qic	Cono de lavas, vulcanitas del cuaternario inferior
Qid	Domo, vulcanitas del cuaternario inferior
Qiv	Vulcanitas del cuaternario inferior
Qivc	Cono, vulcanitas del cuaternario inferior
Ql	Depósitos lacustres del cuaternario
Qv	Vulcanitas del cuaternario superior
Qvc	Cono, vulcanitas del cuaternario superior
Qvd	Domo, vulcanitas del cuaternario superior



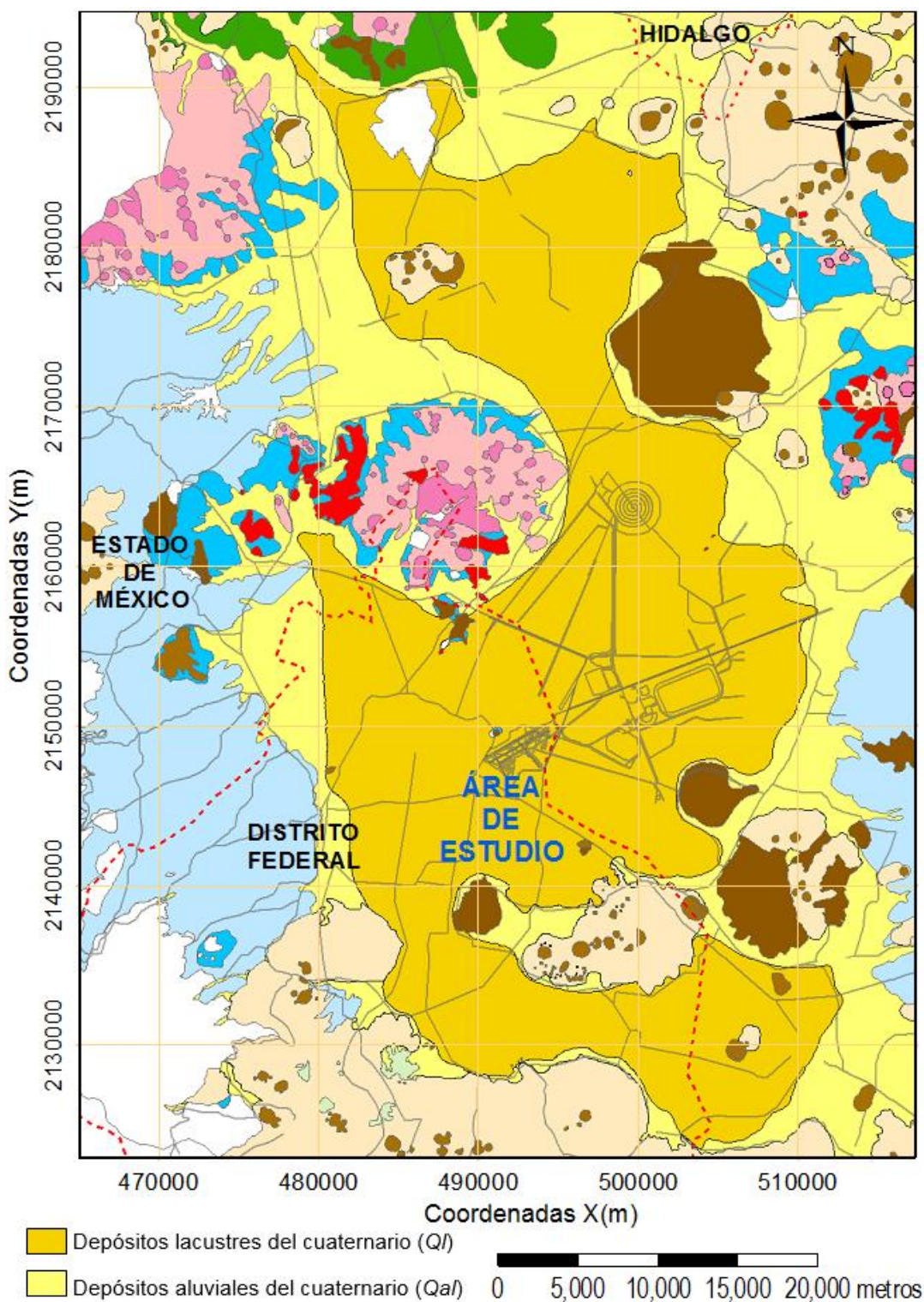


Figura 2.15. Mapa geológico del área de estudio (adaptado de Mooser, 1996).

La formación de *Depósitos Lacustres (Ql)* que pertenecen al período Cuaternario es predominante en el área de estudio; su configuración es resultado del característico relieve acumulativo, representativo de la planicie, y que en la actualidad es ocupada por parte importante de la Ciudad de México. Esta unidad está constituida principalmente por arcillas y limos con algunas intercalaciones de gravas y arenas, y con escasos horizontes de tobas mal definidos.

La *Formación Aluvial (Qa)*, pertenece al período Cuaternario con menor extensión que la superficie lacustre. Se encuentra entre las laderas de reciente formación de la *Sierra de Santa Catarina* y del *Cerro de la Estrella*, así como en las laderas noroeste y suroeste del *Pedregal* y al pie de la sierra *Chichinautzin*.

Esta formación representa un *relieve acumulativo aluvial* equivalente a las condiciones de un proceso fluvial, que se refiere a las formas de erosión superficial, originadas en las desembocaduras de los pequeños cauces. Dichos depósitos se caracterizan en perfil, por la alternancia de capas correspondientes a fases de acumulación de piroclastos, residuos rocosos, material arenoso y limos en ocasiones interestratificadas con lavas. Estos materiales, por lo general, presentan espesores de entre uno y dos metros y hasta de diez con pendientes ligeras.

## 2.9 Información geotécnica

### 2.9.1 Estratigrafía

La fig. 2.16 describe los sucesos geológicos en la Cuenca de México con la terminología propuesta por de Bryan, Arellano y De Terra, puede verse que en las márgenes de la cuenca la formación gruesa volcánica de rocas andesíticas desintegradas y tobas duras viene a representar principalmente la Formación Tarango. La formación Tacubaya queda constituida por los aluviones, tobas y brechas pómez compactos y depósitos gruesos de polvos volcánicos depositados en las orillas de cuenca, así como los suelos pedálferos (alfédafos) fósiles amarillo morenos y limoníticos y arcillosos.

La formación Becerra queda definida por aluvión en los márgenes de la cuenca y polvo volcánico en las lomas, así como suelos alfédafos de material limonítico arcilloso que contienen algunas veces concreciones de limonita, además se caracteriza por la gran cantidad de fósiles del Pleistoceno que vienen a definir este periodo geológico que termina con el desarrollo de Caliche Barrilaco, que presenta un clima árido importante en la cuenca. La formación Totoltsingo está constituida por arcilla café limosa o negra con gran cantidad de humus pero sin tepalcates; el periodo Arqueológico, es decir, de Zacatenco a Azteca tiene todos aquellos materiales superficiales como arena, aluvión, polvo eólicos, suelos prietos humíticos y materiales de relleno con gran cantidad de tepalcates donde aparecen siempre huellas de alguna cultura antigua del hombre de la Cuenca de México.

En 1952 Zeevaert presentó el trabajo "*Estratigrafía y problemas de ingeniería en los depósitos de arcilla lacustre de la ciudad de México*", basado en los estudios geológicos y unos cuantos sondeos geotécnicos (Zeevaert, 1952). Este trabajo incluye un perfil del suelo del centro de la ciudad, el cual presenta una correlación tentativa de los sucesos geológicos en la región lacustre de la cuenca de México presentados por Bryan, Arellano y De Terra. La fig. 2.18 muestra un corte geológico correspondiente a la Alameda Central, indicando la clasificación de los materiales.

Nombres geológicos y arqueológicos	Capas de aluvión en las márgenes de la Cuenca	Depósitos del Lago y de ciénagas en el centro y márgenes de la Cuenca	Acumulaciones de polvo y polvo volcánico en faldas de cerros y lomas.	Suelos desarrollados en roca y en depósitos no muy cementados.	Clima inferido.	Correlación con la cronología glacial.
AZTECA TEOTIHUACANO  ZACATENCO  TOTOLSINGO	Formación Noche Buena. Aluvión y depósitos en gradas con tepalcates.  (en algunas localidades divisible en dos partes).	Arenas, suelos, etc. Con tepalcates  Turbas y arcilla con humus.  Arcilla del lago y turbas.	Polvo y arena eólicos (no diferenciado).  Tierra café y limo.	Suelos prietos.	Fluctuaciones de clima.	Incluye un periodo frío concluido en 1750 A. D.
BARRILACO	Falta	Se supone que existe en el centro de la Cuenca.	Falta	Caliche en capas y en vetas.	Seco.	Post glacial árido 4,500-7,500 años atrás.
HUNDIMIENTO DEL CENTRO DE LA CUENCA						
BECERRA	<i>Becerra Superior</i> Aluvión, 1 a 16m. <i>Elephas, Equus, Bison, etc.</i>  Disconformidad y caliche.  <i>Becerra Inferior</i> Aluvión, 1 a 10m.	<i>El Risco</i> Arena y arcilla. <i>Homo, Elephas, Equus, etc. (Armenta)</i>  Disconformidad y caliche.  Se supone que existe en el centro de la Cuenca.	Polvo volcánico. Polvo derivado de del lago generalmente moreno y gris moreno.  Se supone que existe en el centro de la Cuenca.	Alfédafos: Material limonítico y arcilloso, en ciertos lugares concreciones de limonita. Horizonte B de suelo viejo.	Húmedo  Seco  Húmedo	Subestadales Wisconsin 3: Mankato y Cochrane. Quizá <i>Becerra Superior</i> sea equivalente a Cochrane (10,000 años atrás)
HUNDIMIENTO DEL CENTRO DE LA CUENCA Y EROSIÓN DE CAÑONCITOS EN PARTES DE LAS LOMAS						
MORALES	Falta	Se supone que existe en el centro de la Cuenca.	Falta	Caliche	Seco	Interstadial W <sub>2</sub> /W <sub>3</sub>
TACUBAYA	Formación Tacubaya de 1 a 10m. Aluvión compacto con color amarillo moreno.	Se supone que existe en el centro de la Cuenca.	Polvo volcánico y otros polvos de color grullo y moreno en faldas de lomas y cerros, y pómez.	Alfédafos: amarillo moreno, limoníticos y arcillosos. Horizonte-B de suelo viejo.	Húmedo	Subestadales Wisconsin 2: Tazewell-Cary.
MOVIMIENTOS CENTRALES EN LOS ALREDEDORES DE LA CUENCA Y EROSIÓN DE VALLES ANCHOS EN LAS LOMAS						
TARANGO	Formación volcánica gruesa, depositada en agua: tobas, brechas volcánicas, pómez, etc.	Probablemente está representada en el centro de la Cuenca.	?	?	?	¿Plistoceno?

LOS ACONTECIMIENTOS MÁS ANTIGUOS NO SE CONSIDERAN

Figura 2.16. Sucesos Geológicos de la cuenca de México (Bryan, 1948).

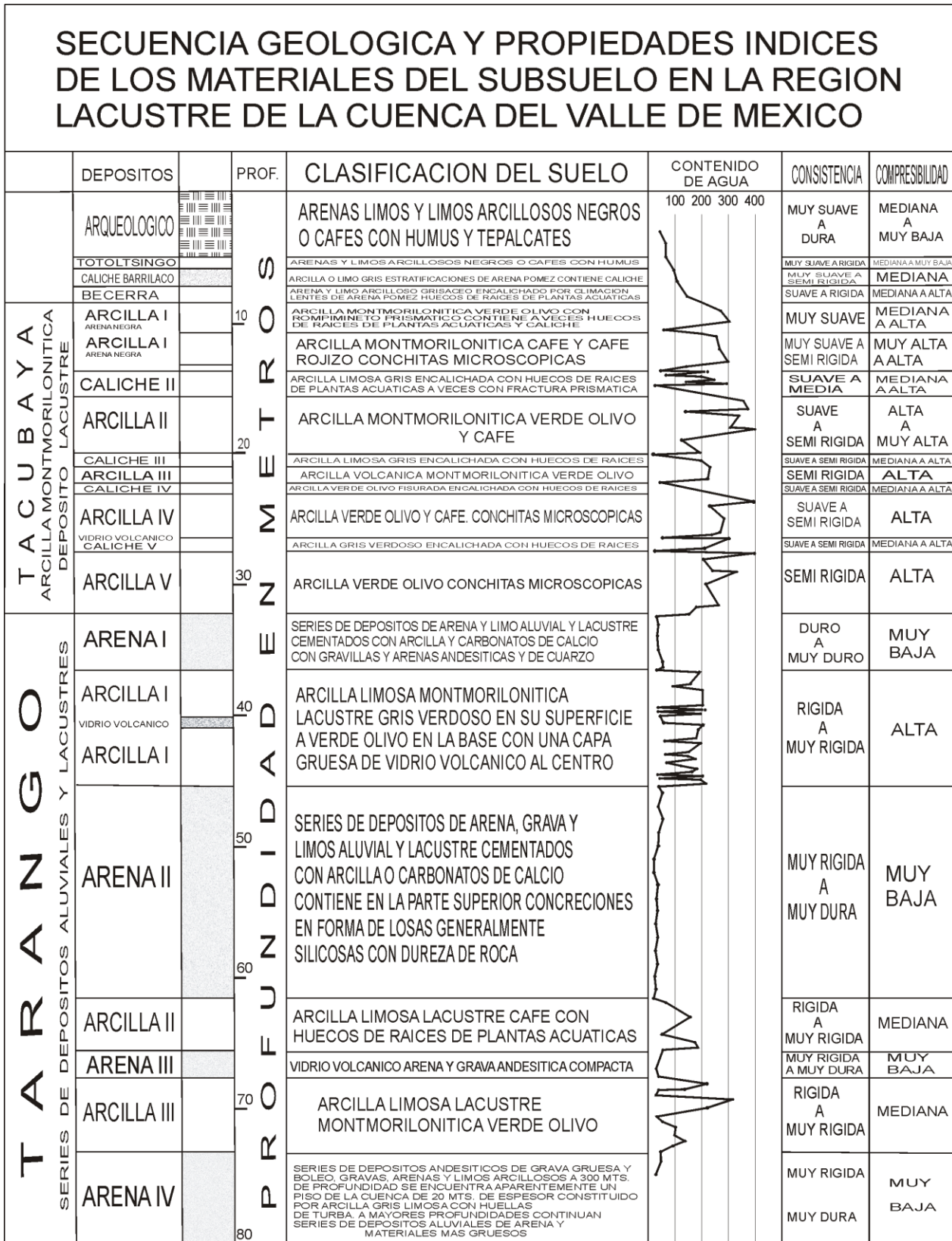


Figura 2.17. Perfil del suelo del centro de la ciudad (Zeevaert, 1952).

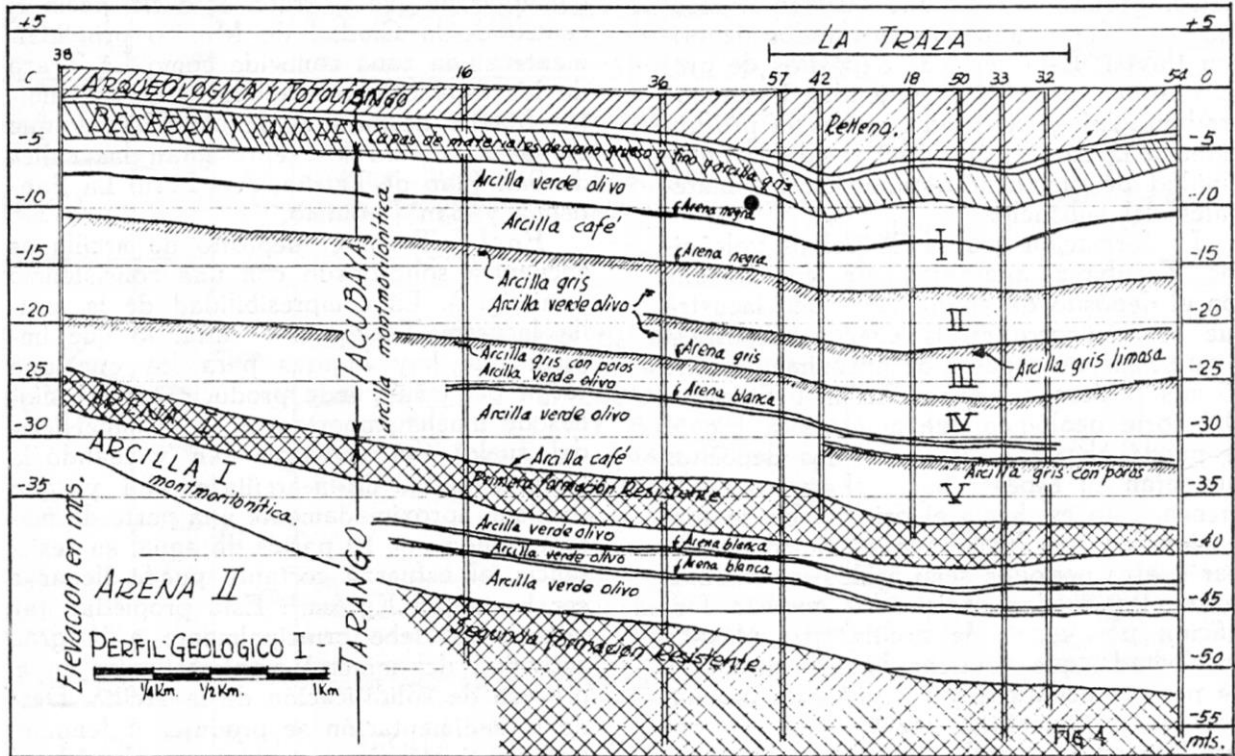


Figura 2.18. Corte geológico correspondiente a la Alameda Central (Zeevaert, 1952).

Entre 1947 y 1955 se ejecuta un gran número de sondeos en forma sistemática y se hacen ensayos sobre más de 10,000 ejemplares extraídos del subsuelo. Este largo periodo de estudios e investigaciones sobre la distribución de los materiales del subsuelo y sus propiedades mecánicas, culmina en la publicación del libro "El Subsuelo de la Ciudad de México" (Marsal y Mazari, 1959). En este trabajo, de acuerdo con la procedencia de las muestras de suelo, se estableció la siguiente clasificación estratigráfica típica del subsuelo: 1, manto superficial (MS), que abarca a los suelos de las formaciones Arqueológica, Becerra, Barrilazo y algunos rellenos artificiales; 2, manto o formación arcillosa superior (FAS), o sean los depósitos compresibles de la formación Tacubaya; 3, capa dura (CD), constituida por estratos arenosos cementados o de arcilla muy compacta y localizada a unos 30m bajo la superficie en la parte céntrica de la ciudad; 4, formación arcillosa inferior (FAI), integrada por estratos de arcilla y limos relativamente blandos, subyacentes a la capa dura; 5, depósitos profundos (DP), que incluyen a los materiales de diferentes capas muestreados debajo de la formación arcillosa inferior. Los cortes estratigráficos de la fig. 2.19, según dos ejes normales con direcciones N y WE que cruzan en el monumento a Colón, dan una idea aproximada de la disposición de los estratos principales anteriormente descritos.

Recientemente Mooser (2006), conservando el mismo modelo estratigráfico de Marsal y Mazari, ha propuesto una sección estratigráfica de mayor longitud del Valle de México (fig. 2.20). La sección es trazada de poniente a oriente y cruza totalmente a la ciudad de México.

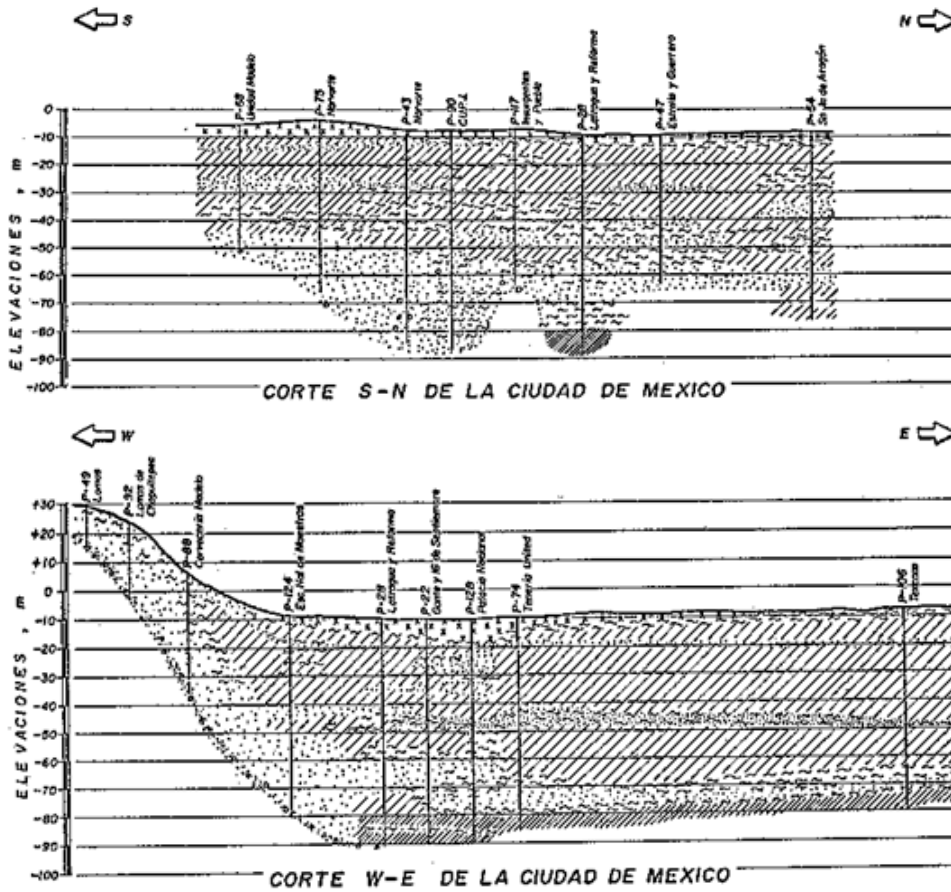


Figura 2.19. Cortes estratigráficos de la ciudad de México (Marsal y Mazari, 1959).

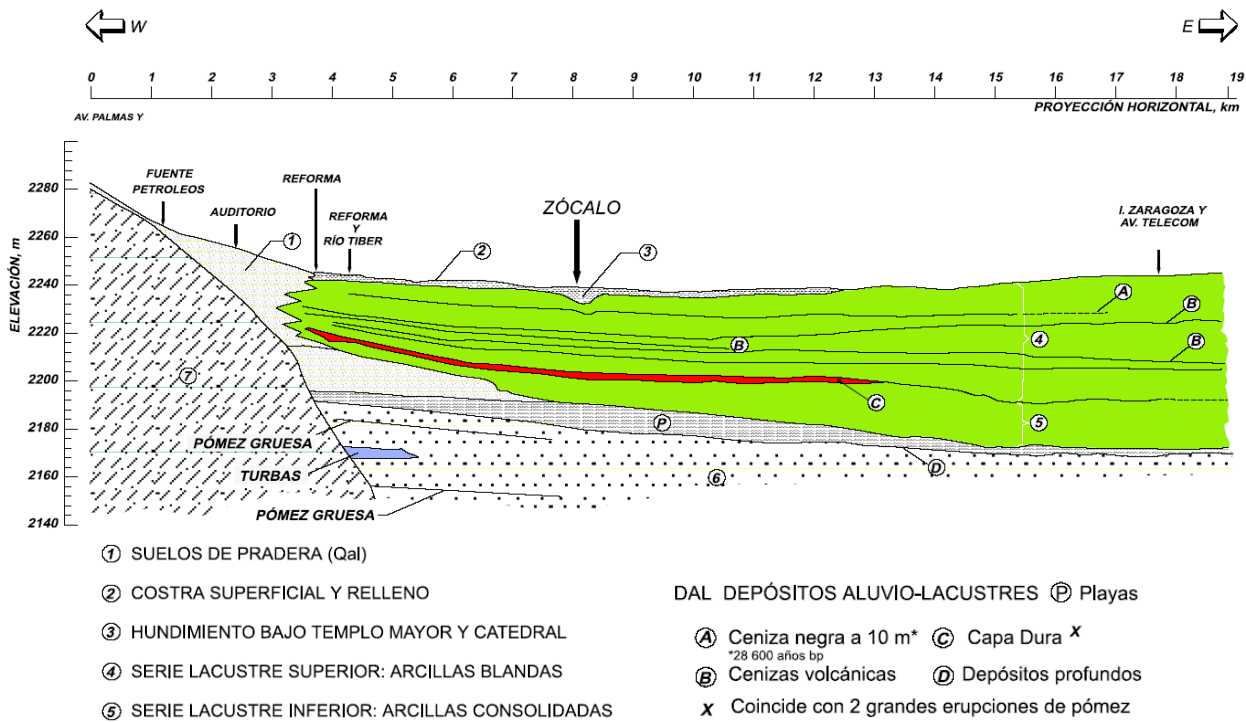


Figura 2.20. Secuencia estratigráfica debajo de la ciudad de México (Mooser, en TGC, 2005).

El modelo propuesto por Marsal y Mazari (1959) en libro “El subsuelo de la ciudad de México” se divide en las siguientes formaciones:

a) *Costra Superficial (CS)*. Integrada por restos de construcciones, rellenos arqueológicos y depósitos aluviales, con lentes de material eólico intercalados. El espesor es variable, como ejemplo se tiene que en el templo mayor, la costra superficial tiene espesores de 10.0 m, mientras que en otras zonas de la ciudad varía entre 2 y 5.0 m y en el centro del antiguo lago de Texcoco desaparece.

b) *Formación Arcillosa Superior (FAS)*. Constituida por arcillas de origen lacustre que, de acuerdo con la profundidad y con los efectos de la consolidación inducida por sobrecargas superficiales y por el bombeo profundo, se presentan como materiales preconsolidados o normalmente consolidados. Dentro de la formación arcillosa superior se encuentran intercaladas con horizontes de materiales endurecidos por secado solar y lentes de arena y vidrio volcánico.

c) *Capa Dura (CD)*. Este depósito está constituido por limos arenosos cementados con poca arcilla y, en ocasiones gravas. Su composición y espesor son heterogéneos. En las orillas del lago presenta espesores de varios metros. En las zonas centrales disminuye considerablemente el espesor, siendo en algunos sitios son menores de un metro y en algunos desaparece.

d) *Formación Arcillosa inferior (FAI)*. Constituida por una secuencia de arcillas lacustres intercaladas por lentes duros; su espesor es menor que el de la primera formación arcillosa, típicamente del orden de ocho a cuatro metros; hacia el centro del lago puede ser 15.0 m. Suele desaparecer en la cercanía de los cerros.

e) *Depósitos profundos (DP)*. Formados por arenas y gravas limosas de origen aluvial contenidas dentro de una matriz de arcilla; se han encontrado carbonatos de calcio en estos depósitos y suelen presentar diversos grados de cementación

En algunos lugares, se ha encontrado una tercera formación arcillosa integrada por arcillas volcánicas muy firmes, a 65 m de profundidad.

Los cortes estratigráficos de la fig. 2.19, según dos ejes normales con direcciones N y WE que cruzan en el monumento a Colón, dan una idea aproximada de la disposición de los estratos principales anteriormente descritos.

## 2.9.2 Zonificación geotécnica

Considerando que las propiedades de los suelos tienden a modificarse a través del tiempo debido a fenómenos naturales o producidos por el hombre y que los conocimientos evolucionan conforme se cuenta con mayor información, se hace necesario que la zonificación geotécnica se actualice continuamente. Por tanto, en este apartado se mencionan las modificaciones importantes con respecto a la geotecnia que ha tenido el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF).

Con la información existente que se tenía hasta el año 1952, Raúl J. Marsal elaboró la primera zonificación geotécnica para el área urbana de aquella época; en esta primera propuesta, el

subsuelo de la Cuenca de México se dividió en varias zonas geotécnicas (fig. 2.21). Tomando como base las características del subsuelo fue posible dividir la Ciudad en cuatro regiones:

- La *zona A*, formada por terrenos limo-arenosos compactos, conglomerados y derrames basálticos, en el sur de la ciudad, típicos de Las Lomas, parte de Tacubaya, Mixcoac y El Pedregal.
- La *zona B*, de transición entre la zona A y el Lago de Texcoco, en la que se encuentran mantos de arcilla en la parte superficial, de composición y características muy variables, debajo existen depósitos de aluvión gruesos y compactos.
- Las *zonas C y D*, formadas por potentes estratos arcillosos son semejantes; las diferencias entre ambas se deben al efecto de cargas superficiales y perturbaciones ocasionadas por el bombeo en los acuíferos profundos.

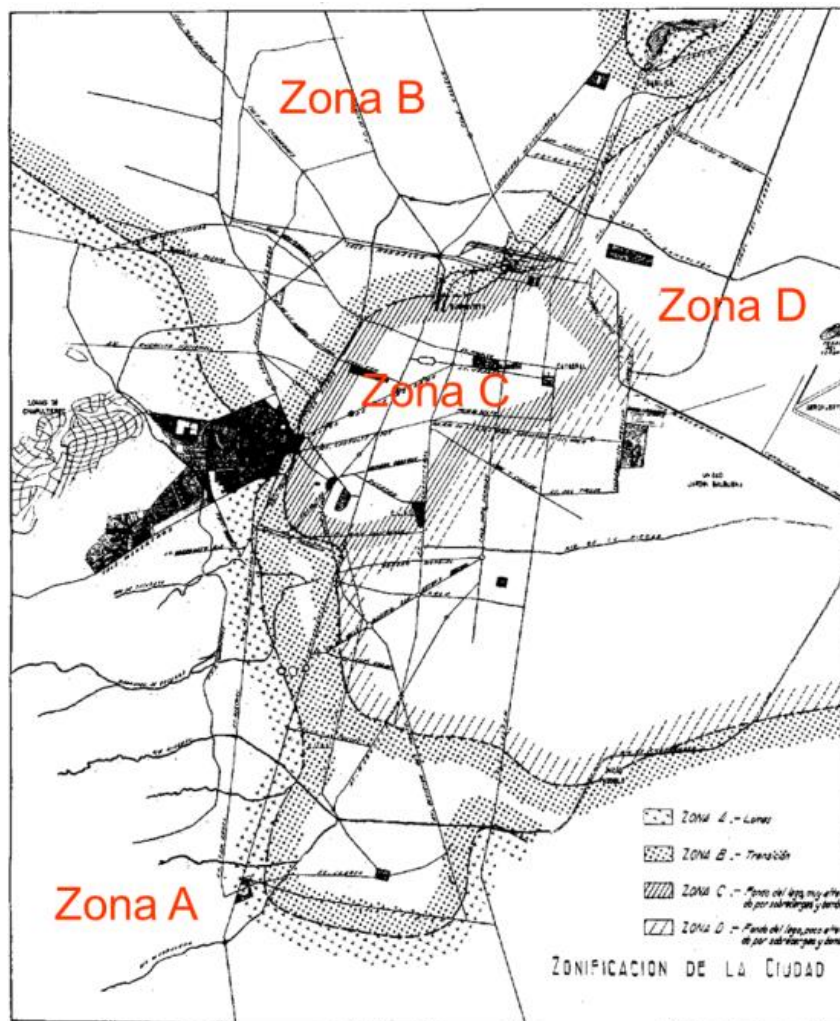


Figura 2.21. Primera zonificación de la ciudad de México (Marsal, 1952).

De acuerdo con la geología de la cuenca de México y considerando las características estratigráficas y mecánicas que presenta el subsuelo en el área urbana, Raúl Marsal y Marcos Mazari (1959) elaboraron un plano de zonificación para la Ciudad de México (fig. 2.22), en el que se distinguen 3 zonas principales:



**Zona de lomas:** Denominada así por su altitud relativa, está constituida fundamentalmente por las rocas basálticas y andesíticas de las serranías que limitan la cuenca en sus extremos Norte y Poniente, así como los derrames provenientes del Xitle al SSW. Su capacidad de carga es elevada y no presenta capas de arcilla compresible.

**Zona de transición:** Se le denominó así a la franja que separa los materiales pétreos (correspondientes a la zona de lomas) de los depósitos lacustres pertenecientes a la zona de lago. Fundamentalmente está constituida por gravas, arenas y tobas con intercalaciones de capas de arcilla volcánica muy compresibles en espesores variables. Su origen se debe a las transgresiones y regresiones que experimentaba el antiguo lago, provocando que en la frontera se alternaran estratos arcillosos de ambiente lacustre con suelos gruesos de origen aluvial.

**Zona de lago:** Se denomina así por ocupar topográficamente la parte más baja, cuyo mínimo corresponde al lago de Texcoco. Esta zona es la de menor resistencia porque está compuesta por capas arcillosas muy compresibles y saturadas entre las que se encuentra intercalada, a una profundidad promedio de 33 m, la primera capa dura constituida por suelos limo - arenosos compactos y rígidos con espesor promedio de 3 m. Subyaciendo a esta secuencia sedimentaria, a una profundidad promedio de 45 m, se encuentran los depósitos profundos formados principalmente por arenas y gravas con intercalaciones de limos y arcillas arenosas.

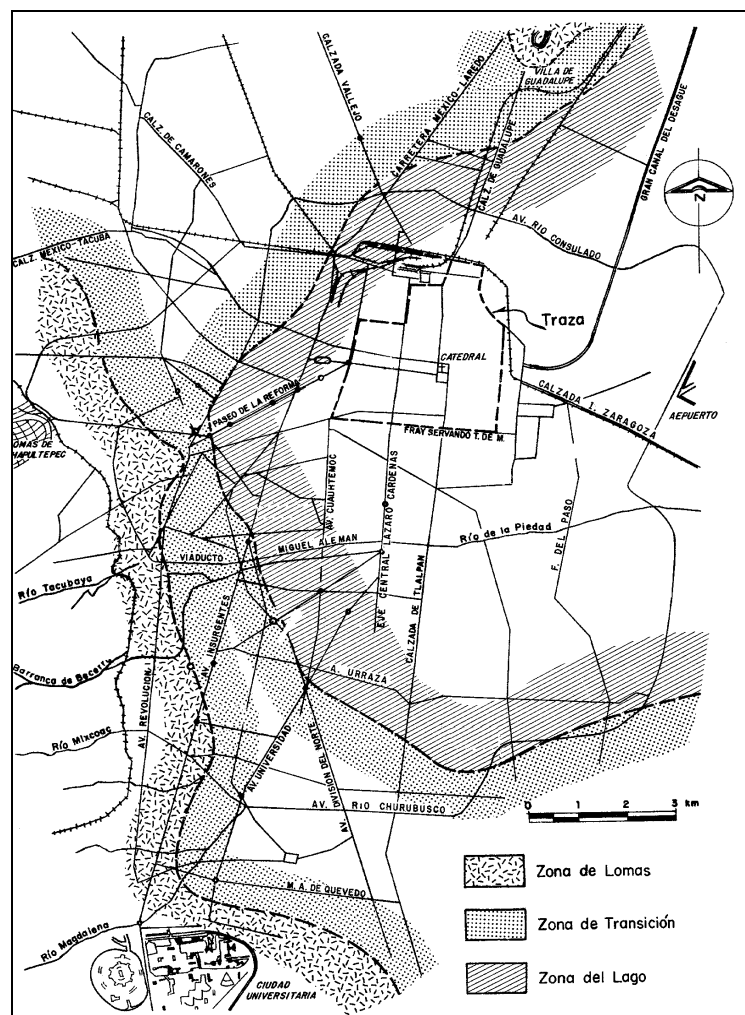
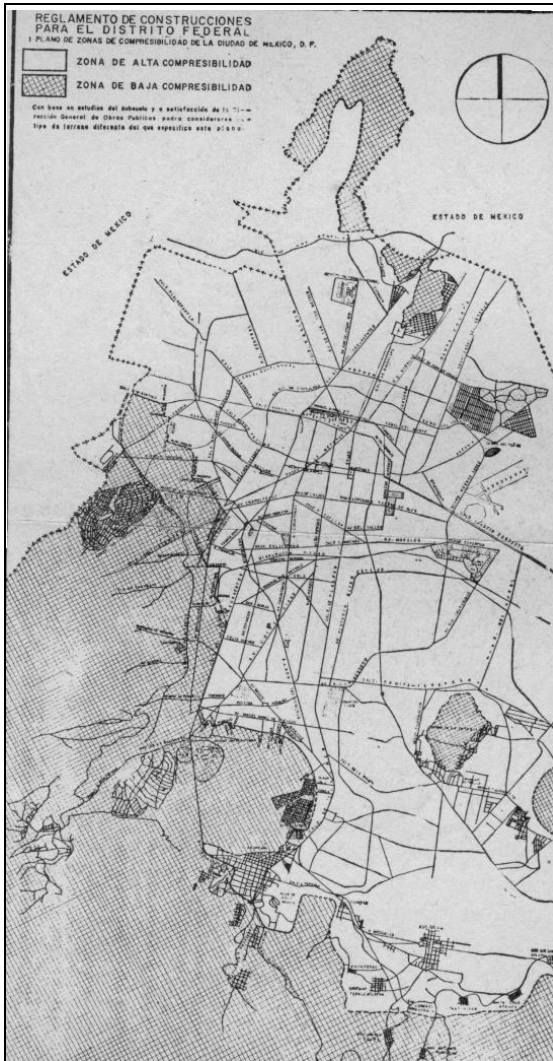
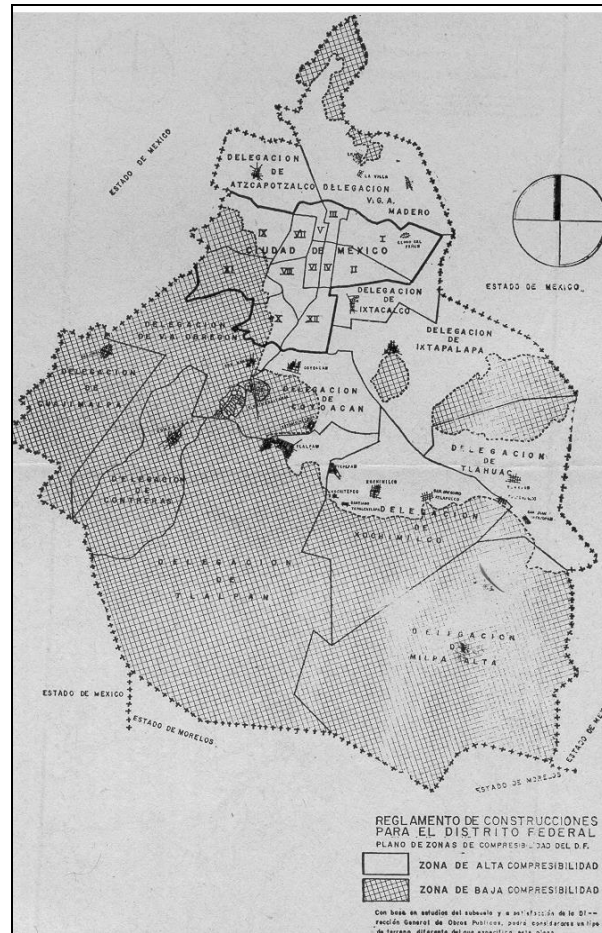


Figura 2.22. Zonificación geotécnica (Marsal y Mazari, 1959).

En el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, publicado en el Diario Oficial de la Federación el día 24 de enero de 1966, una zonificación geotécnica diferente a las antes mencionadas, esta nueva zonificación divide el área urbana en zonas de baja y alta compresibilidad. En este reglamento se incorporan dos mapas uno llamado "*Plano de zonas de compresibilidad del DF*" y el otro "*Plano de zonas de compresibilidad de la ciudad de México, D.F.*", ambos mapas se muestran en la fig. 2.23.



a) Plano de zonas de compresibilidad de la Ciudad de México, D.F.



b) Plano de zonas de compresibilidad del Distrito Federal.

Figura 2.23. Zonificación geotécnica para el Distrito Federal (DDF, 1966).

Posteriormente, las fronteras geotécnicas que establecieron Marsal y Mazari (1959), se incorporan a los reglamentos de construcciones para el Distrito Federal de 1966 y 1976, con el propósito de servir de referencia a las normas sobre seguridad estructural de las edificaciones. En estos reglamentos se cambió la nomenclatura de las zonas de lomas, transición y lago, por zonas de baja y alta compresibilidad, respectivamente, para cubrir la expansión de la mancha urbana hacia sitios prácticamente inexplorados desde el punto de vista geotécnico.

El reglamento de construcción de diciembre de 1976 (GDF, 1976) definió cada una de las tres zonas con relación al espesor de la capa compresible superficial. Se aceptó como zona de lomas los lugares donde existe un máximo de 3.0 m de material compresible sobre roca o tepetate, zona de transición la que tiene de 3 a 20 m de material compresible y zona de lago cuando hubiera más de 20 m de arcilla compresible sobre las capas firmes profundas. El reglamento establecía la realización de sondeos para que el ingeniero identificara la zona a la que pertenecía el predio donde se pretendía construir.

En 1968, Schmitter propone una nueva zonificación geotécnica, a partir de información elaborada en la Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México, la cual no se anexó en el reglamento de 1976, dándose a conocer en el simposio "El subsuelo y la Ingeniería de Cimentaciones en el Valle de México", realizado en 1978. Como se observa en la fig. 2.24 en la zonificación geotécnica se consideró el Distrito Federal (DF) y gran parte de los municipios del Estado de México que colindan con el DF.

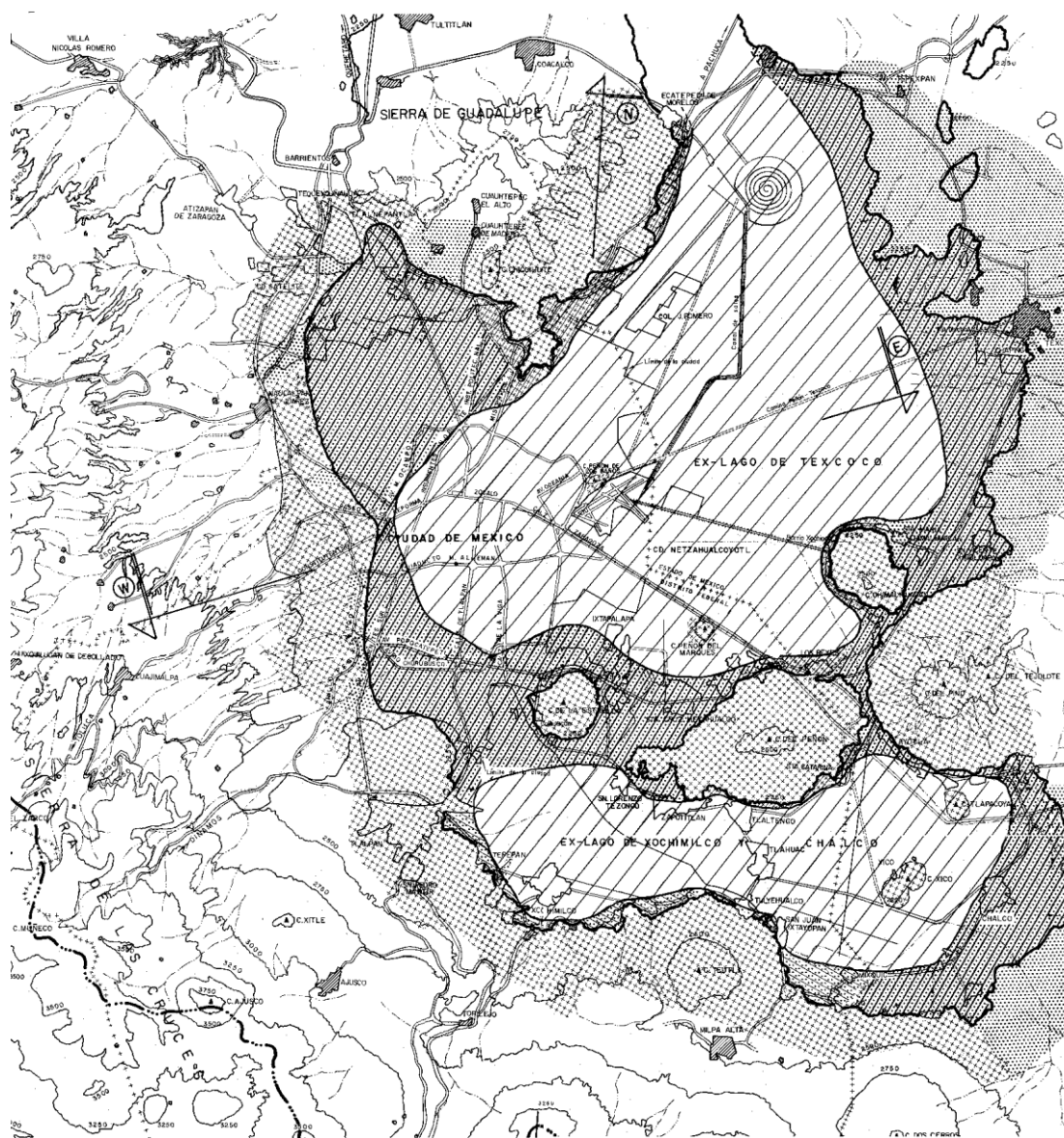


Figura 2.24. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (Schmitter, 1968).

En el simposio *El subsuelo y la Ingeniería de Cimentaciones en el Valle de México* (SMMS, 1978), Rodolfo del Castillo aportó el trabajo titulado “*Ciudad de México*”, en el que se aporta cierta información estratigráfica que complementa los estudios de Marsal y Mazari (1959) y de Reséndiz (1970) en áreas donde la información era relativamente escasa. Se hace una discusión amplia de la geología y estratigrafía de áreas urbanizadas recientemente, en la época, se presenta una caracterización preliminar para las zonas de desarrollo incluidas en el trabajo, abarcando las zonas de transición y pétreas en torno al Peñón del Marqués; Iztapalapa, Culhuacán, San Lorenzo Tezonco, alrededor del Cerro de la Estrella; el antiguo Lago de Xochimilco y la zona aluvial con sus transiciones entre los lagos de Texcoco y Xochimilco.

Por otra parte, a raíz de los sismos de 1985, se realizan exploraciones en diferentes sitios del valle (Jaime y Romo, 1987), cuyos resultados, combinados con la información recopilada anteriormente, permitieron definir el mapa mostrado en la fig. 2.25 (DDF, 1987), que fue básicamente el que se introdujo en el Reglamento de Construcciones de 1987. En este mapa, se conserva la división del Distrito Federal en tres zonas principales (Lomas, Transición y Lago), más una zona poco conocida desde el punto de vista de la mecánica de suelos coincidente con la parte del Distrito Federal localizada en la Sierra de Chichinautzin.

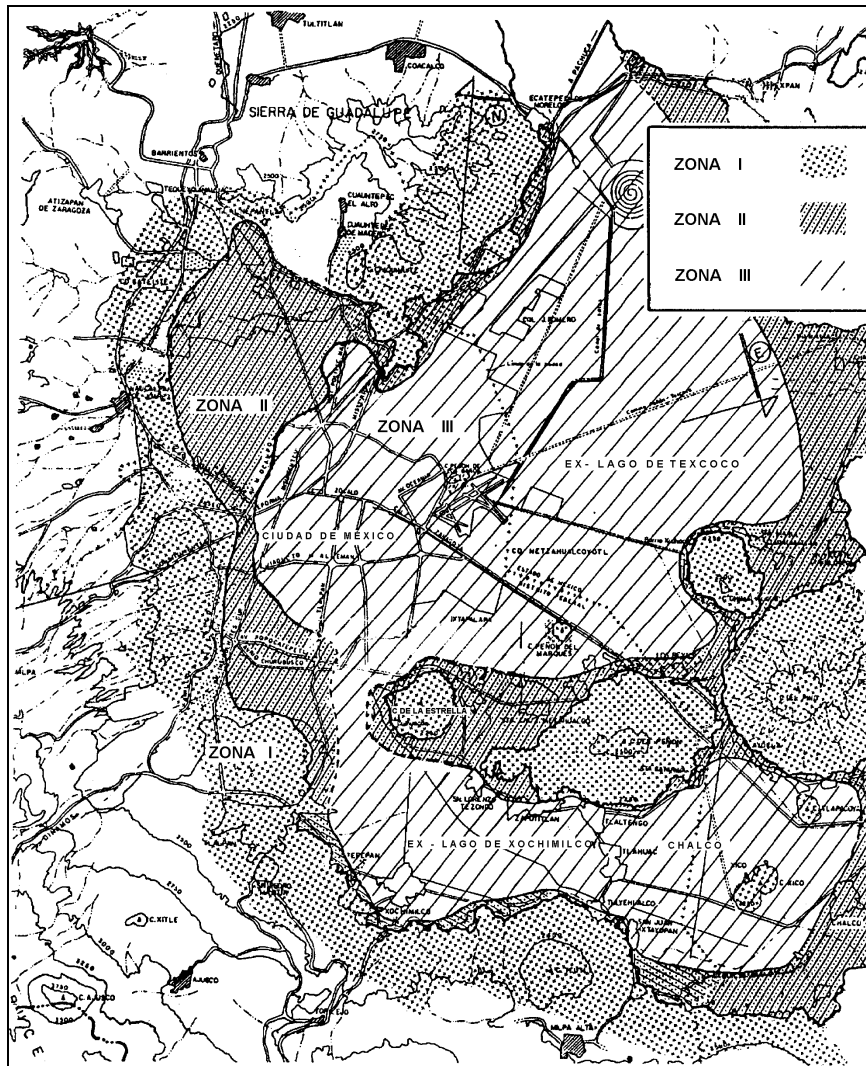


Figura 2.25. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (DDF, 1987).

La zonificación es similar a las establecidas en años anteriores, teniendo algunas diferencias como la delimitación de cada una de las fronteras; una muy importante se observa al poniente del cerro de la estrella donde en este reglamento se puede observar el paso geotécnico que unía al lago de México con el de Xochimilco - Chalco.

En forma prácticamente simultánea, en 1987 la Comisión de Vialidad y Transporte Urbano (COVITUR) publica una zonificación geotécnica con criterios distintos, basada principalmente en las exploraciones realizadas para la construcción del *Metro*, que recibe buena aceptación por la relación útil que establece entre la historia geológica, el uso histórico del suelo y las características actuales del subsuelo en esa época (fig. 2.26).

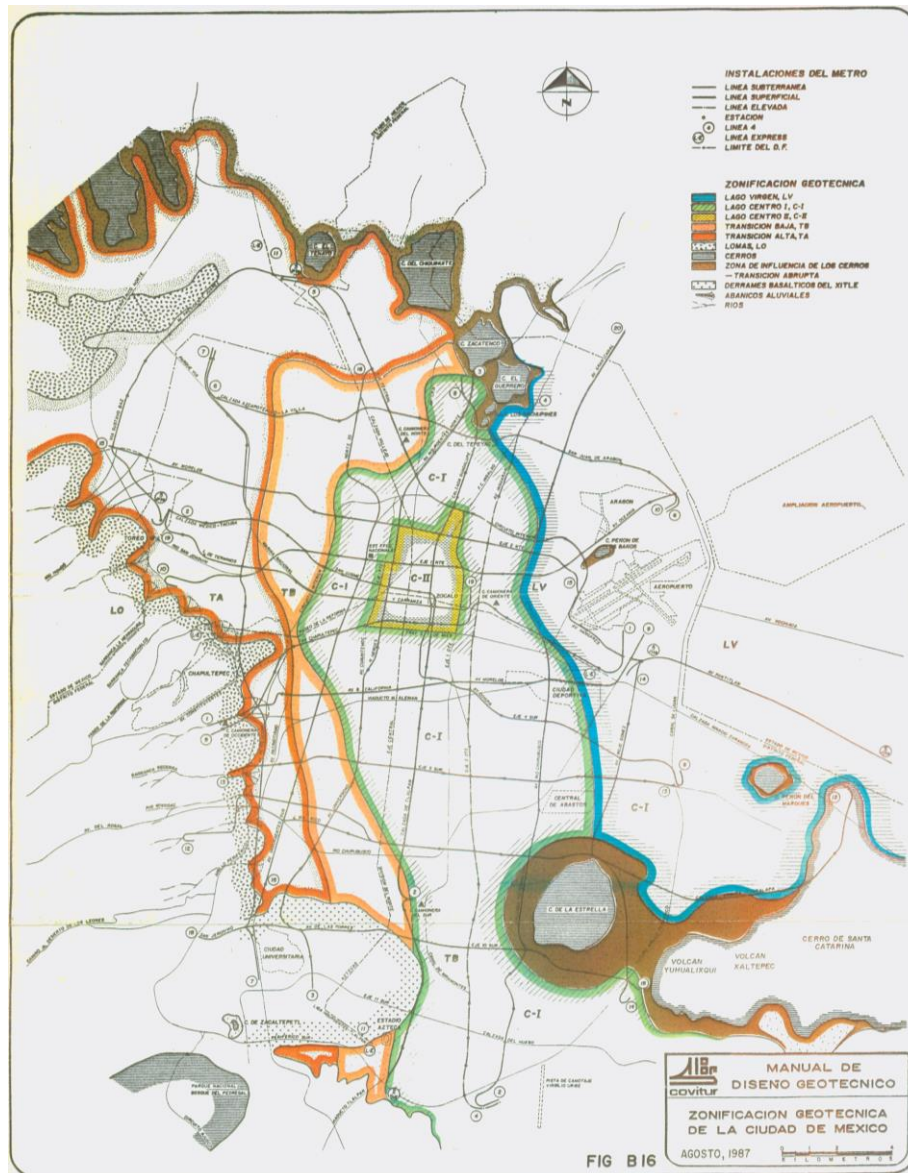


Figura 2.26. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (COVITUR, 1987).

Se introducen distinciones entre diferentes partes de la zona lacustre (lago virgen, Centro I, Centro II) y de la zona de transición (Transición alta y Transición baja). Se pierde la sencillez de la división en tres zonas pero se gana en precisión en la descripción de la estratigrafía. Sin embargo,

la existencia de dos zonificaciones introduce cierta fuente de confusión en la profesión. Se observa por otra parte que la nueva zonificación no incluye las zonas lacustres del Sur. Parece conveniente que se conserve una zonificación sencilla para fines de reglamentación y que por otra parte se trabaje en un mapa geotécnico detallado. Es importante mencionar que este mapa de COVITUR no abarca la zona aquí estudiada, debido a que esta zonificación está basada en los trabajos realizados por esta dependencia gubernamental principalmente en las obras de transporte colectivo metro.

Posteriormente, en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones, de febrero de 1995 (DDF, 1995) se publica un nuevo mapa de zonificación geotécnica (fig. 2.27). En esta zonificación hubo un cambio importante en la zona oriente del cerro de la estrella que une los sedimentos lacustres de los antiguos lagos de México con el de Xochimilco-Chalco, dejando al cerro de la estrella como un promontorio aislado.

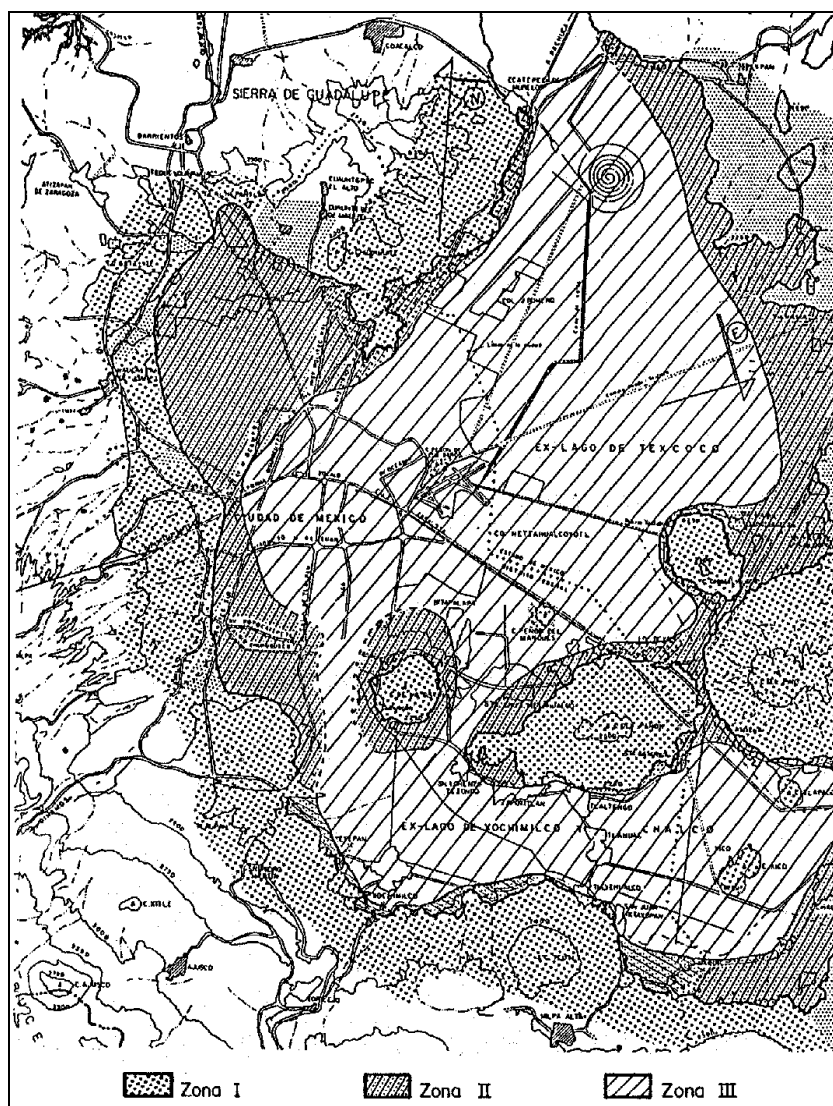


Figura 2.27. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (DDFb, 1995).

Actualmente, en las NTC-DCC (GDFb, 2004) aparece publicado el mapa de zonificación geotécnica vigente para el Distrito Federal (fig. 2.28).

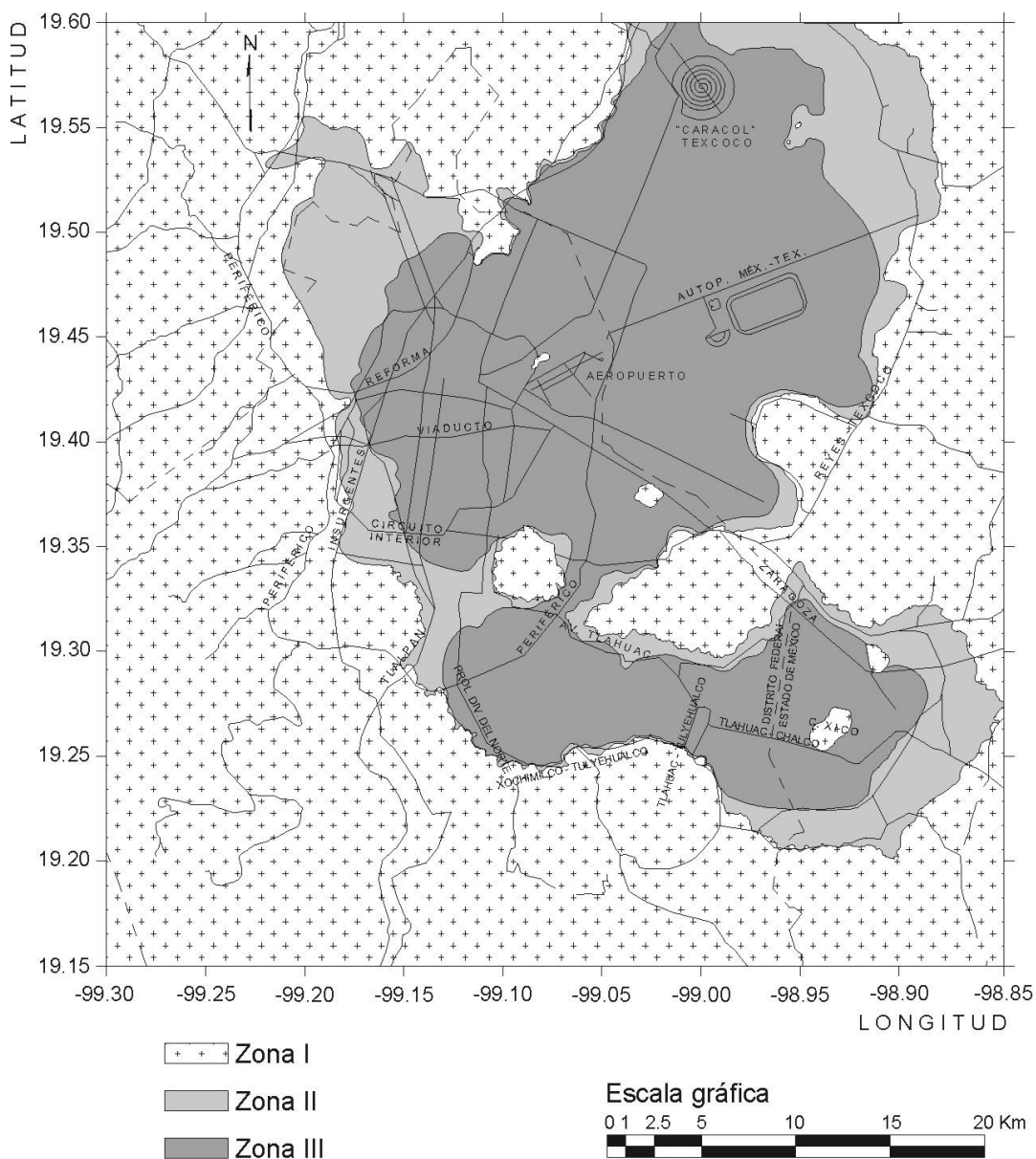


Figura 2.28. Mapa de zonificación geotécnica para el Distrito Federal (GDFb, 2004).

En el artículo 170 del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (GDFa, 2004) se definen las tres zonas geotécnicas con las siguientes características generales:

**Zona I.** Lomas, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta Zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelo para explotar minas de arena;

**Zona II.** Transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limo-arenosos intercalados con capas de arcilla lacustre, el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros;

*Zona III.* Lacustre, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente comprensible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

### 2.9.3 Profundidad de los *Depósitos Profundos*

Como se ha mostrado en este trabajo, el subsuelo del valle de México ha sido conceptualizado por una configuración de estratos (GDF, 2004a): costra superficial (CS), formación arcillosa superior (FAS), capa dura (CD), formación arcillosa inferior (FAI) y depósitos profundos (DP). En la fig. 2.29 se presenta el mapa de curvas de igual profundidad de DP actualizada a 1987 (Jaime, 1987; Jaime *et al.*, 1989), este mapa incluido en las NTC para diseño por sismo para el DF de 1987, abarca gran parte de la ciudad de México.

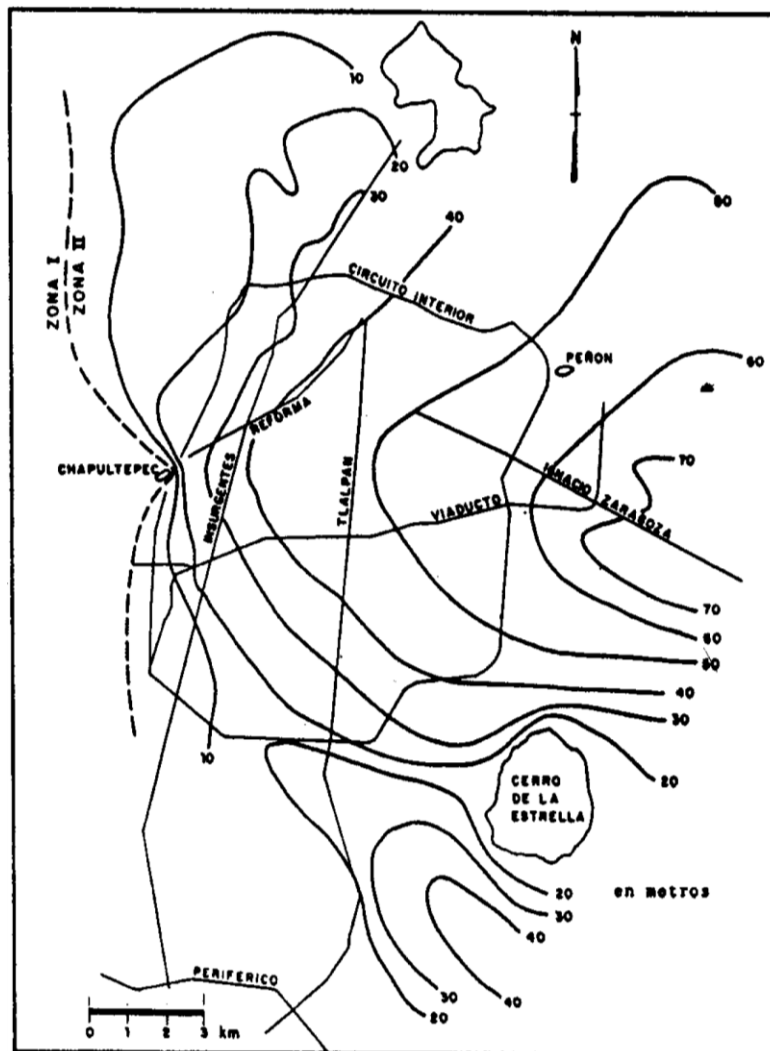


Figura 2.29. Curvas de igual profundidad a los depósitos profundos actualizada a 1987 (Jaime 1987; Jaime *et al.*, 1989).



Actualmente, el *Laboratorio de Geoinformática (II-UNAM)* cuenta con una amplia base de sondeos geotécnicos, a partir de los cuales se obtienen los datos puntuales de la profundidad de los Depósitos Profundos y recurriendo a la metodología geoestadística se ha elaborado el mapa de contornos mostrado en el fig. 2.30, adaptado al área de estudio.

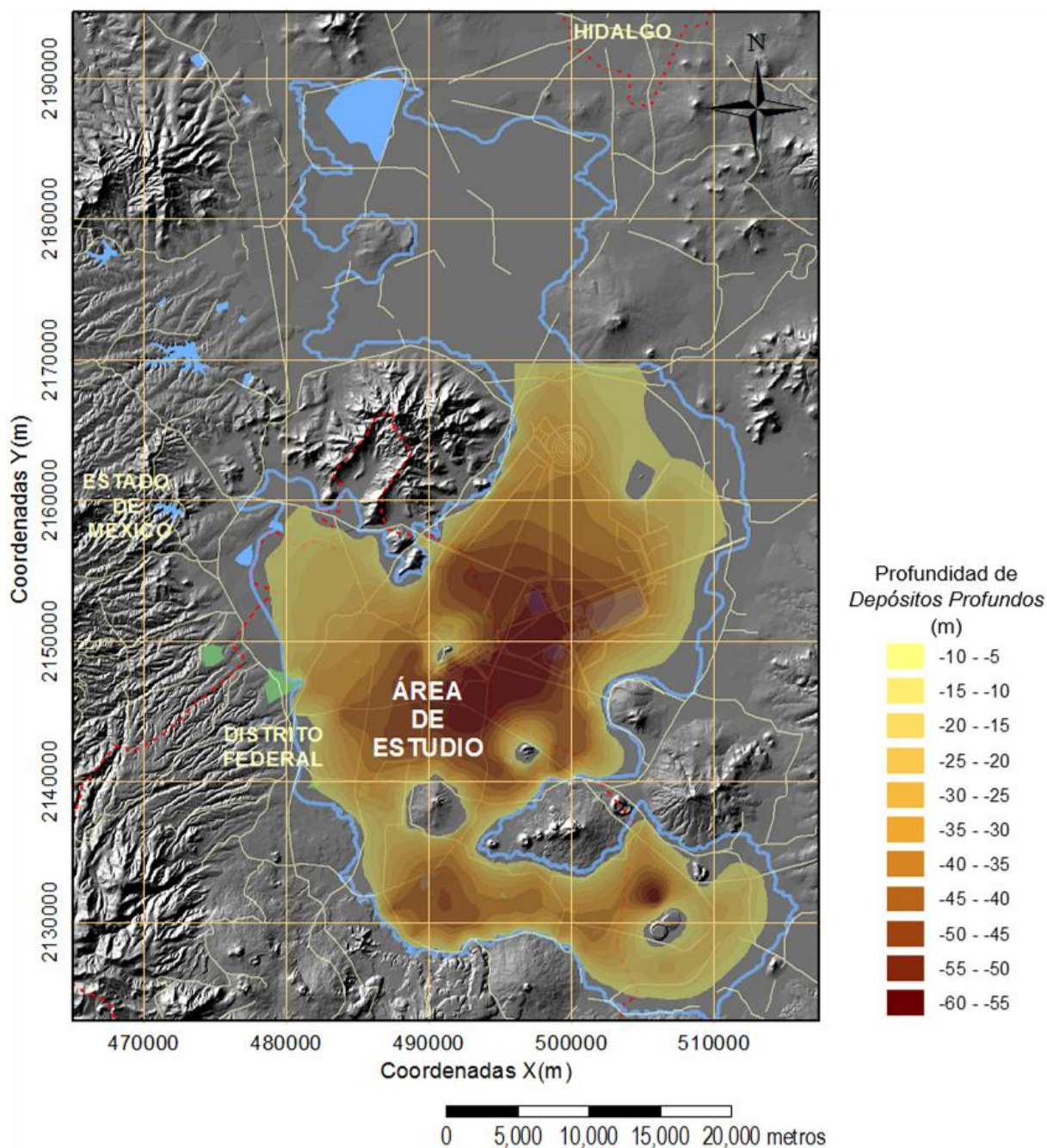
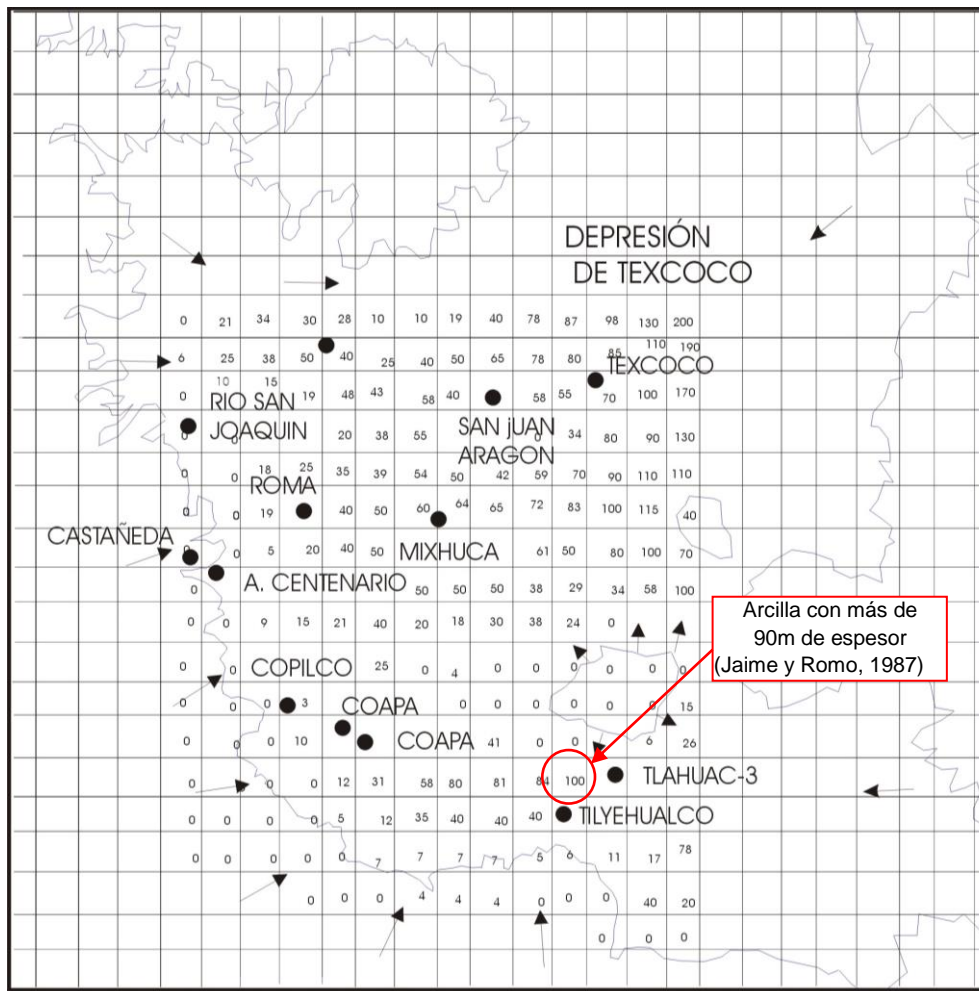


Figura 2.30. Profundidad de Depósitos Profundos en 2004 (adaptado de Juárez *et al*, 2009).

En la fig. 2.30, se observa que el mayor espesor de arcilla con 60m se ubica en la zona suroriente del aeropuerto de la ciudad de México. Así también; al sur del valle de México, al norte del cerro *Xico* y al sur del *Cerro de la Estrella* se ubican también dos sitios con espesor significativo de arcilla uno con 55m y el otro con 45m respectivamente. En la zona próxima a las lomas y sierras, el espesor disminuye gradualmente.

Por otra parte, el material que se encuentra entre la superficie del terreno y los depósitos profundos es en general arcilla de alta compresibilidad, baja resistencia y permeabilidad muy baja. Este material se le denomina acuitardo. El material de los depósitos profundos se le denomina acuífero.

Existen algunos trabajos en los que aparece información sobre el espesor del acuitardo, algunas capas típicas, tal es el caso del mapa mostrado en la fig. 2.31, donde se indica que el espesor de arcilla lacustre varía desde unos cuantos centímetros en el perímetro de la Cuenca hasta 100 m en el lago de Xochimilco–Chalco y de y 200 m en el lago de Texcoco (CIGSA, 2000). En la zona de Tláhuac, Jaime y Romo (1987a) han reportado espesores de arcilla de más de 90m, uno de los sitios se indicados en la fig. 2.31.



NOTA: Valores en metros

Fuente: D.G.C.O.H.

● Pozos profundos

Figura 2.31. Espesores medidos de arcilla lacustre, acuitardo, DGCOH (CIGSA, 2000).

La configuración de la profundidad de los *DP* (fig. 2.30) o espesor del *Acuitardo* (fig. 2.31) sirven de base para establecer correlaciones con otras variables, especialmente con el hundimiento regional. De esta forma, con esta configuración se puede adquirir una mejor sensibilidad del hundimiento regional que se presenta en el valle de México.

## 2.9.4 Hundimiento regional

A partir de las nivelaciones topográficas de la red de bancos (2073) de nivel realizadas por el *Sistema de Aguas de la Ciudad de México* (SACM), durante el periodo 1983-2005, es posible determinar la magnitud y velocidad de hundimiento en periodos de tiempo previamente establecidos. La mayoría de los bancos se ubican dentro del Distrito Federal y escasamente algunos en el Estado de México. Con el propósito de conocer la distribución espacial de la velocidad de hundimiento en el Distrito Federal, se empleó la metodología geoestadística para construir un mapa de contornos de la velocidad de hundimiento considerando los datos del periodo 2000-2005 (fig. 2.32).

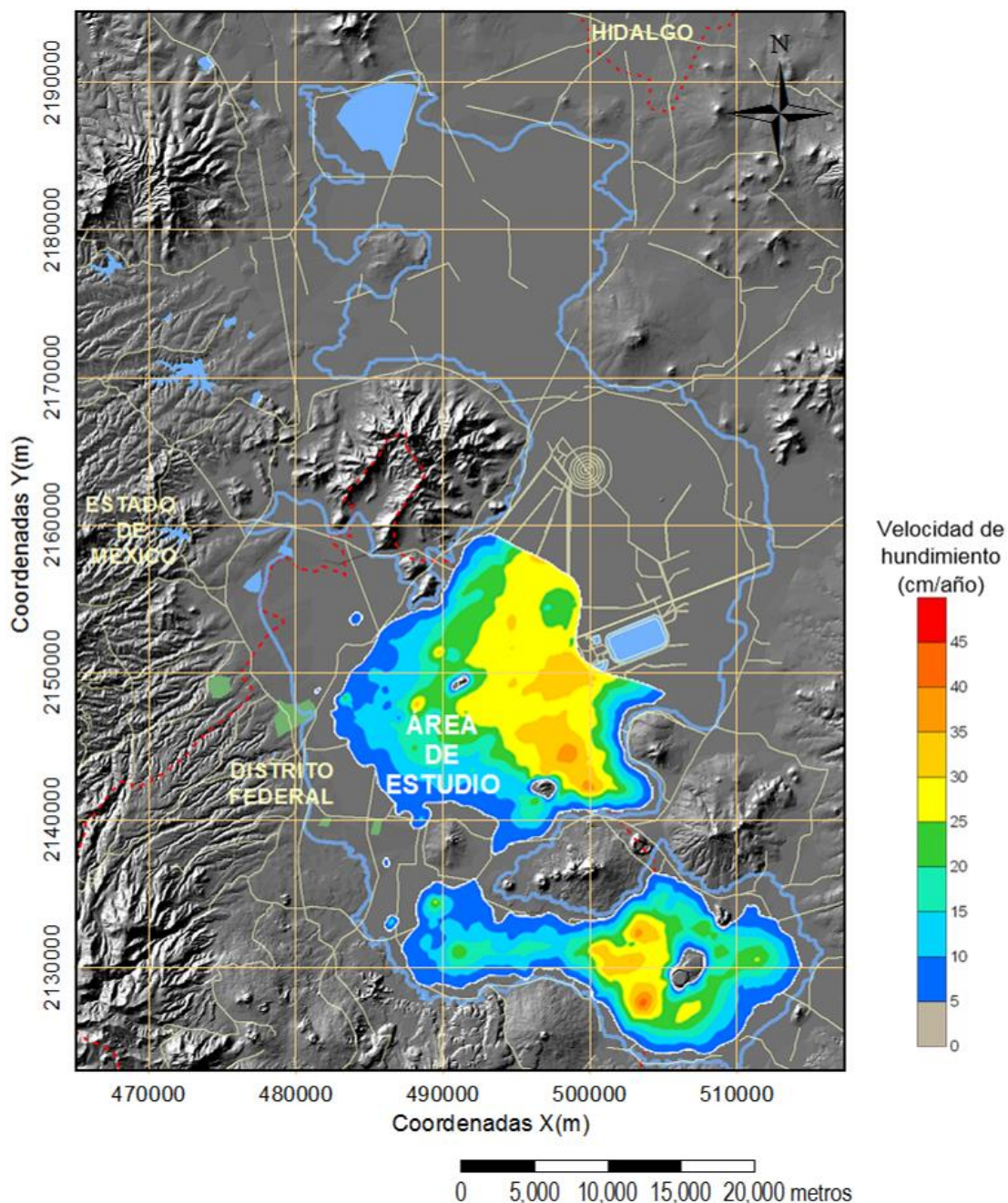


Figura 2.32. Velocidad de hundimiento, periodo 2000-2005 (adaptado de Juárez *et al.*, 2009).

En la fig. 2.32 se observa claramente que los datos cubren parcialmente el área de estudio, concentrándose en el Distrito Federal, se observa también que en el poniente la velocidad de hundimiento es menor de 5cm/año. En la zona centro y sur de la superficie lacustre, la velocidad es de aproximadamente 5 a 15 cm/año. En la zona entre el cerro del Peñón y el lago Nabor Carrillo, la velocidad es de 30 a 35cm/año. En la zona sur, en Xochimilco y Chalco, la superficie de velocidad es de 10 a 15cm/año y de 30 a 35cm/año respectivamente.

### 2.9.5 Sondeos geotécnicos

Para este trabajo, se recurrió a la información proveniente de exploraciones geotécnicas directas y puntuales del subsuelo. Los sondeos proporcionan la variación con la profundidad sobre la estratigráfica y las propiedades índice y mecánicas, esta información constituye la base principal para realizar el análisis de la distribución espacial de las propiedades del subsuelo.

Para este trabajo se realizaron numerosas campañas de recopilación de sondeos geotécnicos aportados por diversas empresas, dependencias e instituciones. Actualmente se cuenta con un acervo de más de 10000 sondeos.

Con el propósito de organizar los sondeos geotécnicos recopilados, éstos se han agrupados de acuerdo con sus características propias en una base de datos desarrollada desde hace ya varios años en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, en colaboración con la SMMS (actualmente SMIG). Para este fin se diseñó una base de datos (Auvinet *et al.*, 1998), la cual contiene los datos generales de cada sondeo de acuerdo con los campos indicados en la tabla 2.3. Asimismo, los perfiles de estos sondeos son también almacenados en formato electrónico. En la fig. 2.33 se indica el número de sondeos almacenados en la base de datos de acuerdo con el tipo de exploración.

La información geotécnica disponible para este estudio presenta en algunos casos ciertas limitaciones que deben considerarse, entre otras:

- Sondeos con información de baja calidad o incompletos.
- Sondeos realizados a poca profundidad.
- Sondeos reportados falsamente, cuando se repite el perfil de un sondeo realizado en otro lugar.
- Sondeos ficticios, elaborados con conocimientos de la zona intuyendo la estratigrafía.
- Falta del croquis de localización de los sondeos.
- Falta de exploraciones en zonas de interés.

Además de las limitaciones anteriores, debe tenerse presente la variación de las propiedades del subsuelo debido a la consolidación de los suelos por extracción de agua que se manifiesta por hundimiento regional, sobre todo considerando que éste fenómeno no es uniforme en el valle de México, tal como se ilustra en la fig. 2.32. Por lo anterior, en este trabajo se optó por considerar los sondeos con una antigüedad no mayor de 15 años, a partir del año 2011, admitiendo subjetivamente que las propiedades no han cambiado en ese lapso. En caso de intentar tomar en cuenta rigurosamente la variación de las propiedades por el hundimiento regional, obligaría a reducir significativamente la separación de sondeos en el tiempo, por tanto, esto reduciría drásticamente el número de datos. Esta es una limitación que se refleja en los resultados de este trabajo.

Tabla 2.3. Campos que definen la estructura de la base de datos.

Campo	Descripción
Clave	Número que identifica a cada uno de los sondeos integrados dentro del sistema.
Mes	Mes en que se realizó la exploración.
Año	Año en que se realizó la exploración.
Tipo	Tipo de sondeo exploratorio.
Ejecutor	Indica la fuente, empresa que realizó el sondeo.
Calle y número Colonia Delegación o Municipio Ciudad Entidad Federativa	Datos referidos al domicilio donde se realizó el sondeo.
Coordenadas: X, Y y Z;	Correspondientes a la localización geográfica de los sondeos, en sistema UTM, proyección WGS84.
Profundidad del sondeo	Profundidad máxima de exploración alcanzada por el sondeo.
Profundidad del NAF	Profundidad a la que se encontró el nivel de aguas freáticas (NAF).
Zona	Se refiere a la zona geotécnica en que se localiza el sondeo
Observaciones	Se registran datos relevantes respecto a la localización o ejecución del sondeo, como el tipo de obra para el que se realizó el estudio, el número o clave asignado por el ejecutor.
Imagen	Indica la ruta donde se almacena la imagen del sondeo.

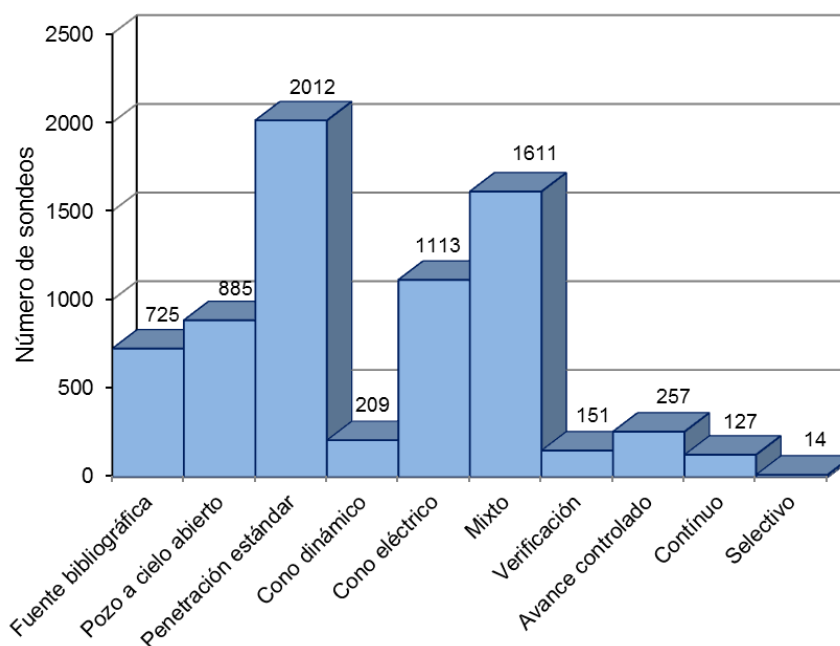


Figura 2.33. Número de sondeos por tipo de exploración geotécnica.

## 2.10 Sistema de Información Geográfica para Sondeos Geotécnicos

Una de las tecnologías principales de la Geoinformática son los manejadores de bancos o bases de datos de índole espacial, denominados *Sistemas de Información Geográfica* (SIG), este tipo de sistemas están orientados a la administración de grandes volúmenes de información como los empleados en este trabajo. Esta administración implica contar con sistemas que contengan funciones o capacidades que permitan capturar, almacenar, manejar, procesar y recuperar eficientemente la información espacial.

La integración de la información en un SIG consiste en arreglar y agrupar ordenadamente la información en estratos o capas de diferente clases o temas, llamadas capas temáticas, para su correcta referencia geográfica bajo un sistema de coordenadas proveniente de una proyección geográfica; esto permite manejar el despliegue simultáneo de dos o más capas temáticas con el fin de realizar la mejor interacción entre ellas (según convenga) y, con ello, sintetizar por medio de la integración vertical de capas de Información algún hecho, resultado o conclusión de un estudio o investigación.

Para incorporar la información básica disponible a un SIG y para poder realizar cualquier modelado, la información que integra los marcos de referencia geográfico y físico respectivamente requiere de un pre-procesamiento; es decir, debe ser tratada o convertida. Esto implica cambiarla de formato analógico a un formato digital que puede ser: de tipo *raster* (información celdarizada) o de tipo *vector* (información numerizada) dentro de un marco de referencia de coordenadas geográficas, proyección y parámetros coherente. En la fig. 2.34 se presenta el modelo conceptual del SIG-SG.

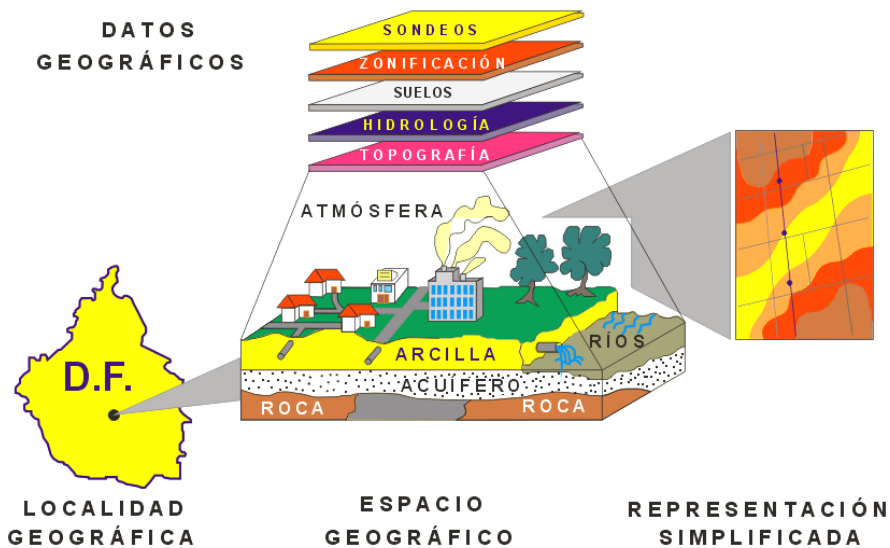


Figura 2.34. Modelo conceptual del SIG-SG (adaptado de ESRI, 1995).

Los datos geográficos contenidos en un SIG se definen como:

- Datos espaciales, son aquellos que se encuentran distribuidos en un área o superficie y que proporcionan la localización de los elementos geográficos bajo un sistema de referencia geográfico de coordenadas X, Y y Z. Se traducen en objetos geométricos como puntos, líneas, polígonos, retículas, etc.

- Datos de atributo, son registros que sirven para describir los elementos geográficos; por ejemplo, el nombre del ejecutor de un sondeo, la longitud o profundidad del sondeo, el nombre del propietario de un predio etc.

Para el área de estudio se construyó un sistema denominado “*Sistema de Información Geográfica para Sondeos Geotécnicos (SIG-SG)*”, este sistema se construyó con el programa comercial llamado ArcMap de ArcGIS ver. 9.0 (ESRI, 2008). Actualmente, el sistema cuenta con las capas temáticas indicadas en la tabla 2.4, incluyendo las bases de datos sobre la información de los sondeos y de las imágenes de los perfiles geotécnicos.

Tabla 2.4. Elementos para la caracterización geotécnica de un sitio (Méndez, 2003).

Marco geográfico	Marco físico
<p>Permite comprender la naturaleza de los elementos tanto naturales como artificiales construidos por el hombre y que se encuentran distribuidos a lo largo de la superficie del terreno de la Cuenca de México.</p>	<p>Permite comprender la naturaleza de los depósitos de suelo, rellenos y formaciones geológicas que se asientan en el territorio de la Cuenca de México.</p>
<p>Capas temáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mapas históricos</li> <li>- Cartografía</li> <li>- Topografía (modelo MRS)</li> <li>- Imagen de Satélite</li> </ul>	<p>Capas temáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Geología</li> <li>- Hundimiento regional</li> <li>- Geotecnia (Zonificación geotécnica y sondeos)</li> </ul>

La fig. 2.35 ilustra, mediante una vista parcial del área de estudio, el funcionamiento del SIG-SG; en ella se observa que tomando como mapa base el MRS es posible visualizar la cartografía y los sondeos geotécnicos (representados por puntos) en forma simultánea. La visibilidad de cada capa puede ser activada o desactivada de acuerdo con la información de interés que se desee consultar en un momento dado.

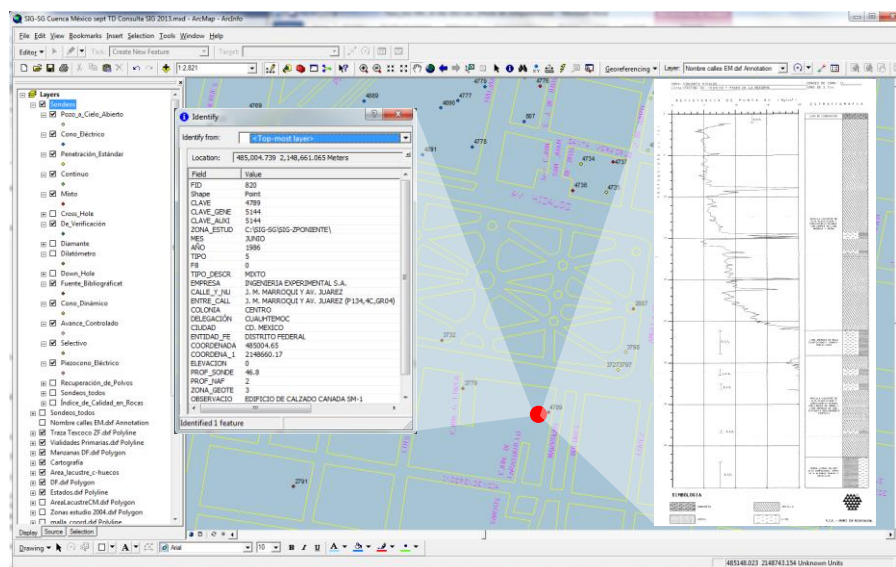


Figura 2.35. Funcionamiento del SIG-SG, consulta de sondeos.

En la fig. 2.36 se presenta un mapa que ilustra de manera general la distribución de sondeos en el área de estudio. Como se observa en esta figura, en el centro de la ciudad densidad de sondeos es alta, asimismo se identifican las áreas donde hay ausencia de sondeos, particularmente al norte y al sur del área estudiada.

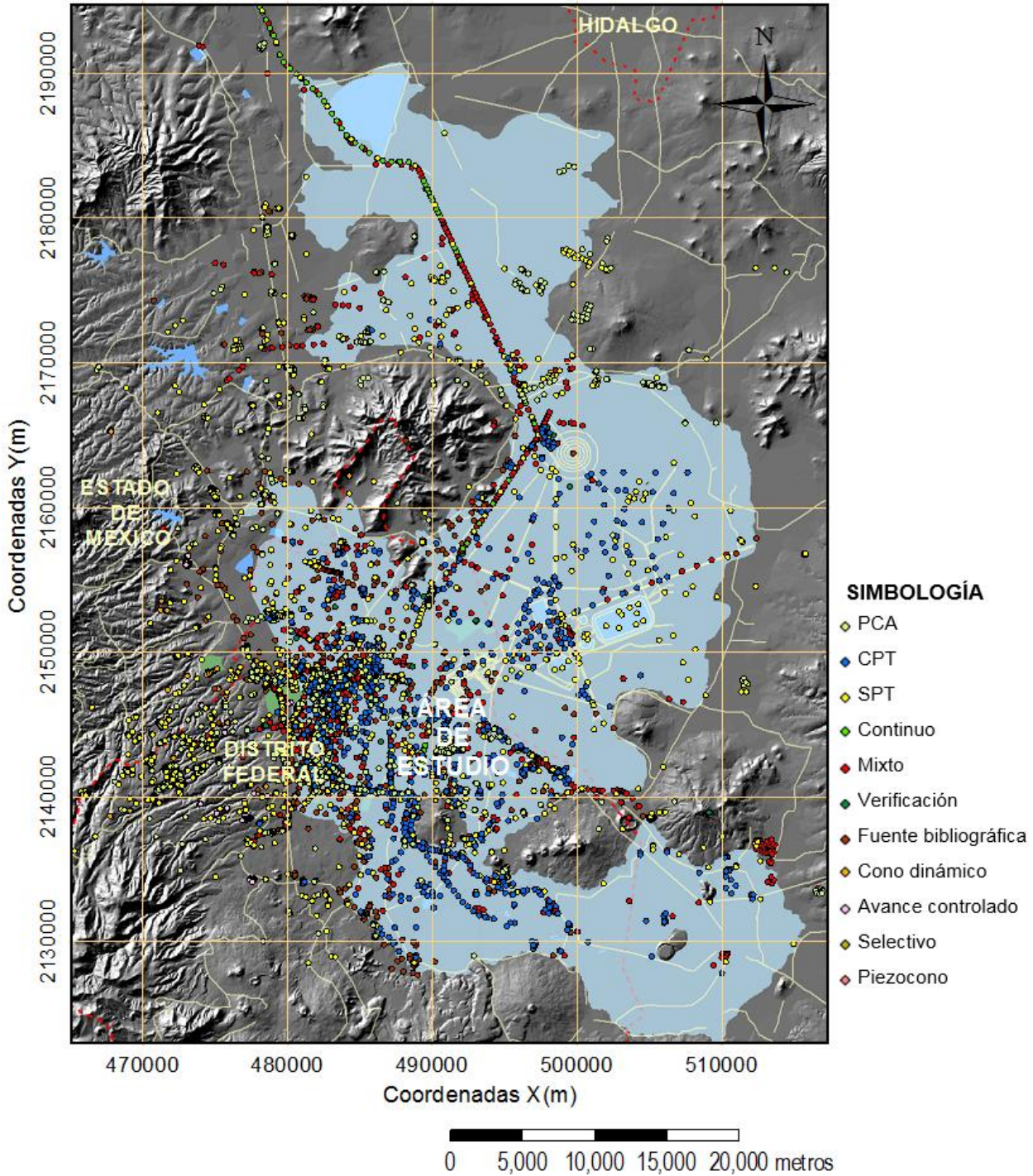


Figura 2.36. Distribución de sondeos en el área de estudio.



---

# CAPÍTULO 3



## CAPÍTULO 3

### 3. DESCRIPCIÓN DE LOS SUELOS PARA FINES GEOTÉCNICOS

En muchos casos de la práctica geotécnica, la caracterización del subsuelo no resulta sencilla, dada la complejidad y la variabilidad espacial que presenta en la naturaleza. La práctica usual para caracterizar el subsuelo en un sitio particular consiste en extraer muestras, analizarlas y determinar sus propiedades. Recientemente, la obtención directa de las propiedades del suelo en el lugar mediante pruebas de campo ha tomado importancia. En ambos casos, la caracterización se basa en conocimiento de la geología, la interpretación de los datos cuantitativos, la experiencia y la intuición.

Como resultado se presenta una descripción del dominio de suelo estudiado, sus características y la variación de sus propiedades mediante formas convencionales estándares como tablas, perfiles geotécnicos y cortes estratigráficos. Los perfiles y cortes se establecen generalmente en forma intuitiva o en algunos casos recurriendo a alguna técnica matemática de interpolación. Este tipo de representaciones dan una idea de la variación espacial de las características del subsuelo.

La variación espacial de las propiedades y las características estratigráficas del subsuelo están asociadas de alguna manera al proceso de formación geológica. En algunos casos la complejidad es tal que podría llegar a ser caótica.

#### 3.1 Propiedades relevantes del suelo

Las propiedades relevantes del subsuelo se determinan siguiendo los procedimientos de campo y laboratorio generalmente aceptados (SARH, 1967; IMTA, 1990). Desde el punto de vista geotécnico, estas propiedades se clasifican en índice, mecánicas, hidráulicas y dinámicas. A pesar de que muchos son los parámetros que pueden ser determinados, el estudio de la variabilidad espacial del subsuelo requiere de una selección cuidadosa de los parámetros o variables que conviene analizar. Es recomendable seleccionar propiedades para las cuales existe un número abundante de mediciones confiables y que sean fácilmente correlacionables con propiedades de otro tipo. En este trabajo se considera que para describir la variabilidad espacial del suelo, las propiedades que se describen a continuación son las más representativas.

##### a) Propiedades índice

Entre este tipo de propiedades, la que más destaca es el *contenido de agua*,  $w$ , (especialmente para materiales cohesivos), debido a las correlaciones que presenta con las propiedades mecánicas; además, es la propiedad que se determina en mayor número y a menor costo en un estudio geotécnico. Para el caso particular del subsuelo del Valle de México, el contenido de agua es una propiedad que contrasta para los diferentes tipos de suelos, lo cual hace que ésta sea una propiedad adecuada para la caracterización estratigráfica del subsuelo.

El *peso volumétrico*,  $\gamma$ , puede también utilizarse. El inconveniente de esta propiedad es que en algunos estudios geotécnicos el número de determinaciones de este parámetro es reducido. En muchos casos  $\gamma$  es similar para suelos de diferente comportamiento mecánico y compresibilidad, por lo que, no es conveniente emplear este parámetro como base para la caracterización estratigráfica.

Otra propiedad que se determina comúnmente en la práctica es la *relación de vacíos*,  $e$ , sobre la cual puede también realizarse estudio de variabilidad. Sin embargo, la desventaja de este parámetro es que representa la relación entre el volumen de sólidos y el volumen de vacíos y, por tanto, presenta fuertes efectos de escala (Auvinet, 1986). Una propiedad que mejor representa la proporción de los vacíos es la *porosidad*,  $n$ . Una limitación de este parámetro es que en la práctica el número de ensayos para su determinación es muy bajo.

El *límite líquido*,  $w_L$ , y el *límite plástico*,  $w_P$ , son otros parámetros que pocas veces son determinados, por tanto, la información sobre éstos parámetros es escasa.

#### b) Propiedades mecánicas

La *resistencia al esfuerzo cortante* es uno de los parámetros más representativos de las propiedades mecánicas. Las pruebas de campo son las que más datos aportan, por ejemplo la prueba de *veleta* que puede ser aplicada en diferentes profundidades, a diferencia de una prueba de *compresión triaxial* en laboratorio que usualmente únicamente es determinada en especímenes de suelo obtenidos en algunas profundidades de interés.

El *número de golpes*  $N$  obtenido en la *prueba de penetración estándar* (SPT), aporta datos abundantes aunque, en cierta forma, son valores promedio en un intervalo de longitud (comúnmente 60cm).

La *resistencia de punta*  $q_c$  obtenida en prueba de penetración estática de cono proporciona un gran número de datos prácticamente continuos.

La *compresibilidad* es otra propiedad mecánica relevante del suelo. A pesar de ser una propiedad importante, en un estudio geotécnico el número de pruebas efectuadas es reducido, por consiguiente se tiene una insuficiencia de datos que imposibilitan realizar un análisis de variabilidad espacial con esta variable. En muchos casos, los datos de este parámetro no pueden ser considerados como representativos debido a que existe incertidumbre sobre si la muestra de suelo ensayada es o no representativa de la formación estratigráfica de donde procede y con el volumen total de suelo estudiado.

#### c) Propiedades hidráulicas

La propiedad hidráulica más representativa de los suelos es la *permeabilidad*,  $k$ . En realidad es poco usual realizar pruebas de campo o laboratorio para determinar esta propiedad. Esto se debe principalmente al tiempo que tarda en realizarse una prueba en el laboratorio para determinar el parámetro. Además, se considera que los datos obtenidos no son muy confiables, dado que la muestra de suelo sobre la que se realiza la prueba no es representativa comparada con el

volumen total de suelo en estudio. Las pruebas de campo son las que aportan más datos y son las más confiables. Sin embargo solo se efectúan para obras especiales.

### c) Propiedades dinámicas

Una propiedad dinámica que se determina con mayor frecuencia, principalmente en la ciudad de México, es la velocidad de transmisión de ondas de cortante,  $V_s$ . Estas pruebas aportan datos suficientes que en muchos casos es necesario hacer un filtrado previamente antes de efectuar un análisis de variabilidad espacial sobre esta propiedad.

Pretender realizar un análisis geoestadístico directamente sobre las propiedades mecánicas o hidráulicas, generalmente no es recomendable, debido a que, en la mayoría de los casos, se cuenta con un número limitado de valores de estas propiedades que hayan sido efectivamente medidos. En algunos casos, es posible pasar de los campos de variables índice, principalmente de contenido de agua, a propiedades mecánicas o hidráulicas a través de correlaciones.

## 3.2 Representación tradicional

Los datos obtenidos en las etapas de exploración de campo y ensayos de laboratorio, son organizados y presentados de tal forma que permitan ilustrar en forma clara y entendible las características naturales del subsuelo. Las técnicas convencionales empleadas en la Geotecnia para la presentación de los datos de las propiedades del suelo son: las tablas, los perfiles geotécnicos y los cortes estratigráficos.

Las tablas constituyen la forma más sencilla para organizar y presentar los datos experimentales de las propiedades del suelo, estas consisten en la ordenación de los datos mediante un sistema de filas y columnas. Convencionalmente en la primera columna se registran las profundidades en las que se efectuaron mediciones y en las columnas siguientes se registran los valores de las propiedades. En las filas se registran las profundidades y los valores de las propiedades determinadas a esas profundidades.

En la fig. 3.1. se indica la ubicación de un sondeo continuo realizado en el sitio *Plaza Río de Janeiro* y en la tabla 3.1, se muestran los datos de algunas propiedades determinadas experimentalmente en muestras de suelo a diferentes profundidades (Jaime & Romo, 1987b).

Contar con una tabla de este tipo es útil, puesto que permite tener en forma ordenada y concentrada los datos de los parámetros o variables de suelo, determinados tanto en campo como en laboratorio, pero contribuye poco a la descripción o evaluación de la variabilidad espacial de los parámetros del suelo.

En Geotecnia, los *perfiles geotécnicos* son la forma típica para presentar los datos experimentales de las propiedades del suelo, su utilidad consiste en que permiten tener una idea clara de la distribución vertical de los materiales y de la variación de las propiedades a lo largo de la profundidad explorada. En la fig. 3.2 se muestra el perfil estratigráfico del sondeo continuo realizado en el sitio *Plaza Río de Janeiro* (Jaime y Romo, 1987).

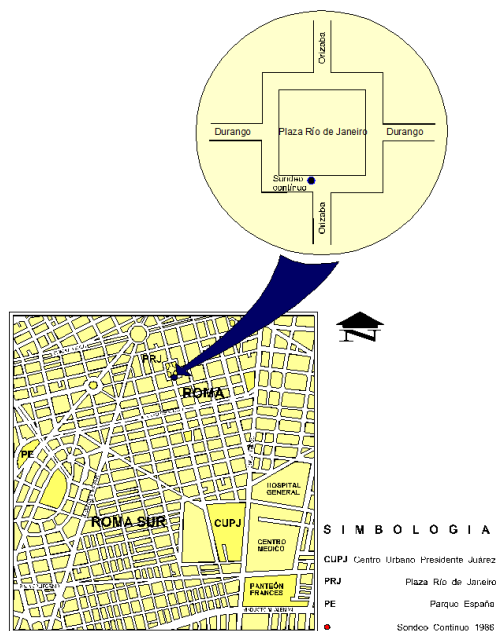


Figura 3.1. Localización del sondeo en el sitio Plaza Río de Janeiro.

Tabla 3.1. Datos experimentales de las propiedades del suelo, sitio Plaza Río de Janeiro (Jaime y Romo, 1987b).

Profundidad <i>h</i> (m)	Peso volumétrico $\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	Contenido de agua <i>w</i> (%)	Resistencia al corte, <i>C<sub>uu</sub></i> (kg/cm <sup>2</sup> )	Profundidad <i>h</i> (m)	Peso volumétrico $\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	Contenido de agua <i>w</i> (%)	Resistencia al corte, <i>C<sub>uu</sub></i> (kg/cm <sup>2</sup> )
2.37	1.786	71	0.44	21.37	1.264	202	0.33
3.37	1.560	67	0.30	22.37	1.252	254	0.61
4.37	1.526	89	0.48	23.12	1.202	295	0.50
5.12	1.338	127	0.25	23.87	1.209	343	0.71
5.87	1.335	159	0.46	24.87	1.227	301	0.21
6.87	1.148	405	0.21	25.37	1.186	216	0.66
7.37	1.139	464	0.22	25.87	1.327	160	0.48
8.12	1.123	463	0.24	26.87	1.372	159	0.69
8.87	1.173	388	0.32	27.62	1.269	204	0.68
9.37	1.193	315	0.22	28.12	1.284	195	0.25
10.37	1.181	387	0.36	28.62	1.306	140	0.50
11.12	1.178	375	0.35	29.37	1.224	244	0.76
12.12	1.198	308	0.34	30.12	1.278	269	0.48
12.62	1.225	293	0.43	30.62	1.222	298	0.89
13.37	1.393	114	0.65	31.37	1.297	185	1.34
14.37	1.303	197	0.49	32.37	1.252	231	1.20
14.87	1.167	350	0.57	33.37	1.384	131	1.22
15.37	1.167	370	0.33	34.37	1.408	122	0.86
16.62	1.205	319	0.41	35.62	1.545	94	0.68
17.12	1.171	413	0.34	37.12	1.320	180	1.24
18.12	1.278	208	0.50	38.12	1.319	185	1.32
18.37	1.292	207	0.32	38.87	1.241	159	1.50
19.62	1.219	271	0.45	39.62	1.298	156	1.79
20.37	1.226	277	0.60	40.62	1.447	113	1.08
20.87	1.228	249	0.70				

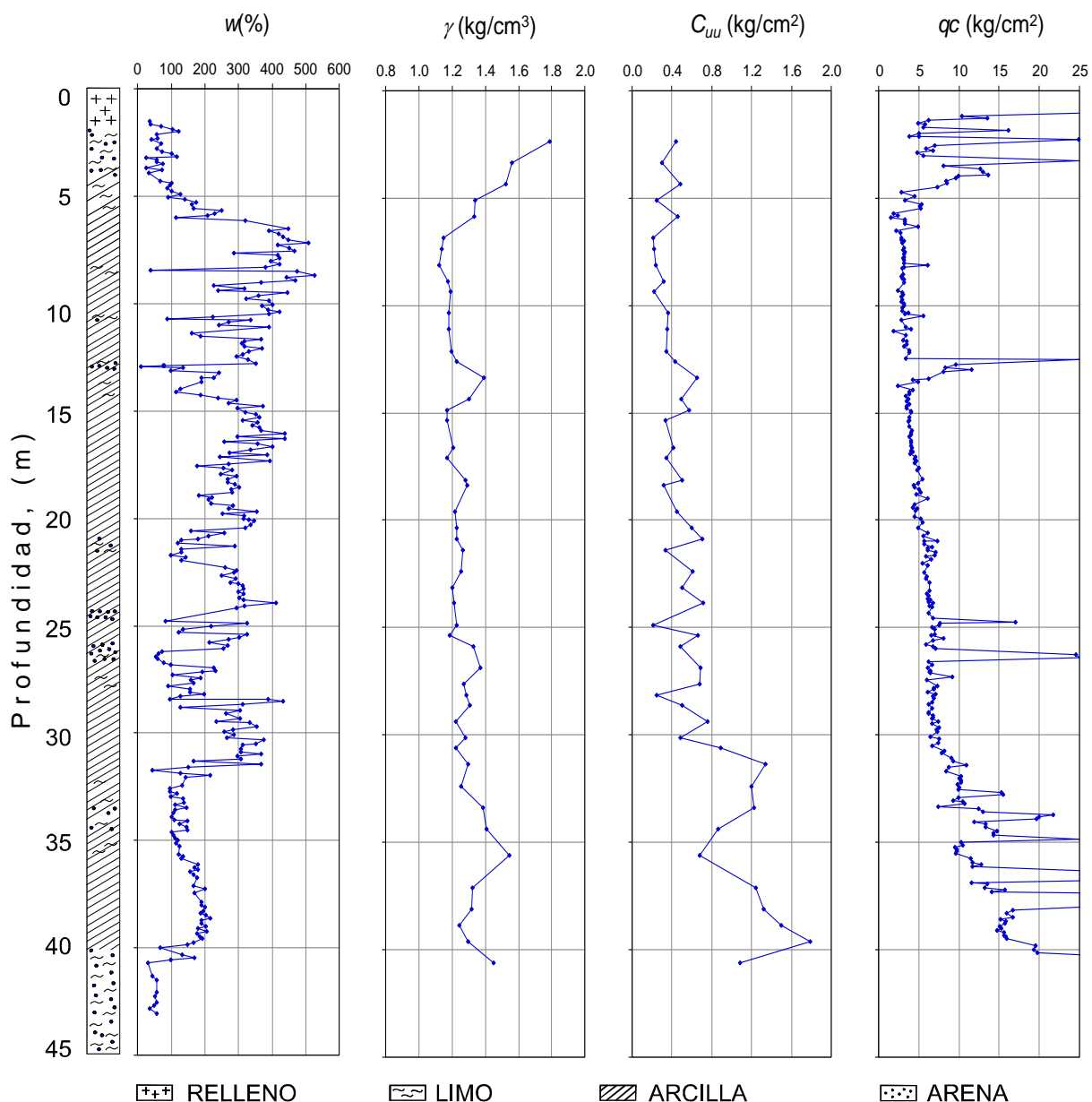


Figura 3.2. Perfil estratigráfico del sondeo continuo, sitio Plaza Río de Janeiro, (Jaime y Romo, 1987b).

Los perfiles geotécnicos adoptan en forma implícita la interpolación lineal, por el hecho de unir con líneas rectas los puntos de datos. Por este motivo, la percepción de la variabilidad espacial que aportan puede ser dudosa, principalmente cuando las determinaciones se encuentran muy separadas.

Para el caso del sondeo de la fig. 3.2, existe un gran contraste de  $w$  entre las diferentes capas de suelo. Por ello, que, es la propiedad que permite definir de mejor forma las fronteras de las diferentes capas de suelo. Asimismo, cuando se tiene un perfil con alto número de datos (ensayos prácticamente continuos) no tiene sentido realizar interpolaciones.

Una de las variables que mejor definen la variabilidad espacial mediante perfiles geotécnicos de suelos cohesivos es el contenido de agua, por ser la variable que más se mide y la que más

contrasta con los diferentes tipos de suelo en el Valle de México. De esta forma, las determinaciones de esta variable generalmente están separadas a cortas distancias. Por tanto, la percepción de variabilidad espacial (en este caso unidimensional) para esta variable suele ser más confiable.

Cuando para algunas propiedades se dispone de escasos datos y se dificulta realizar una caracterización estratigráfica, lo mejor es considerar los datos de otros parámetros medidos en mayor número, como lo es la resistencia de punta del cono eléctrico ( $qc$ ). Este parámetro ayuda a identificar la secuencia de capas de suelos blandos y rígidos.

Los *cortes estratigráficos* son otra forma gráfica de presentar los datos geotécnicos. Están constituidos por la integración de un conjunto de perfiles geotécnicos individuales ubicados a lo largo de una línea o eje de estudio. La elaboración de un corte estratigráfico parte de un croquis de localización en el cual se indica la ubicación de los sondeos y la línea por donde pasa eje del corte. A partir de la integración de los sondeos individuales, los estratos de suelo pueden ser bosquejados. En la fig. 3.3 se muestra un corte estratigráfico típico de un estudio realizado en la zona norte de la ciudad de México (CFE, 1998).

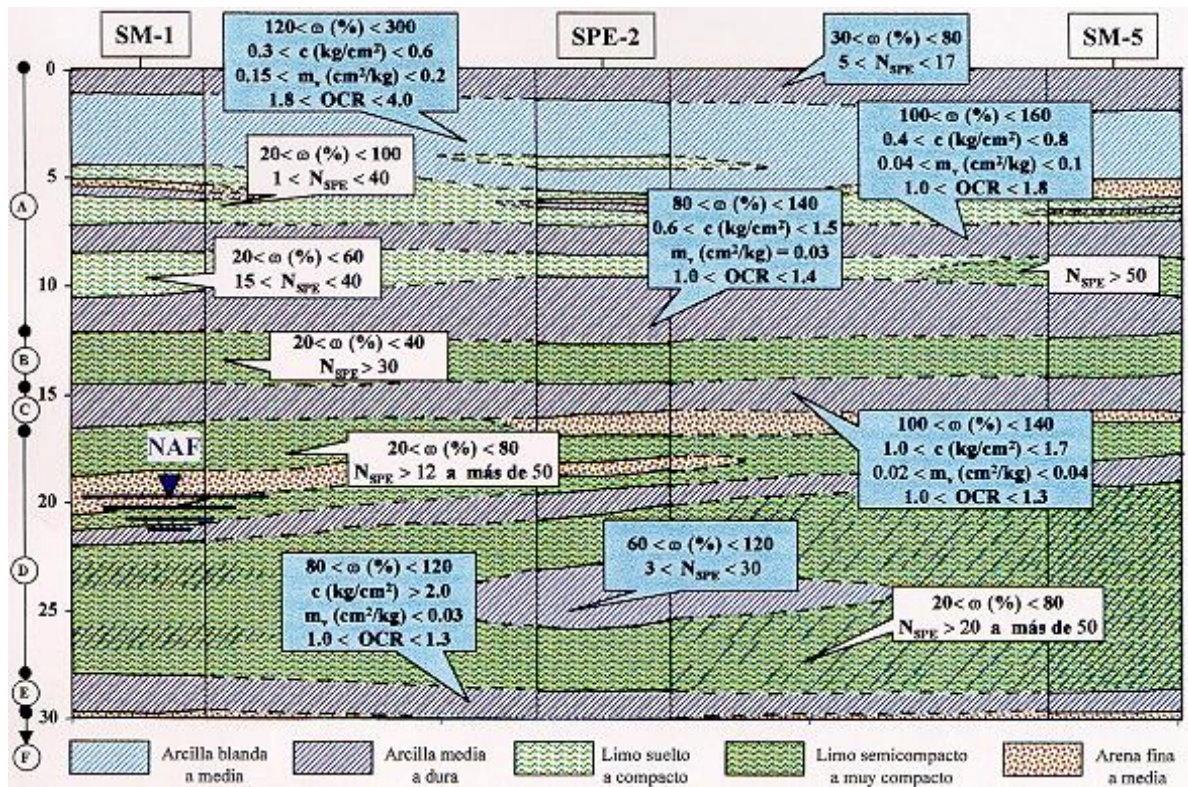


Figura 3.3. Corte estratigráfico (CFE, 1998).

La adecuada elaboración e interpretación de los cortes estratigráficos permite conocer la distribución horizontal de los materiales en el subsuelo, los espesores y los niveles piezométricos. Entre más corta sea la distancia entre sondeos, más preciso será el corte estratigráfico. Sin embargo, en la práctica no siempre es posible contar con sondeos ubicados a distancias cercanas. Un problema que frecuentemente ocurre es que cuando los sondeos se encuentran muy separados, puede presentarse incertidumbre en la continuidad horizontal de los estratos



típicos identificados, dando como consecuencia una caracterización estratigráfica dudosa. Las incertidumbres encontradas en los tramos entre sondeos, generalmente se indican en los cortes estratigráficos mediante líneas discontinuas.

En la práctica, los cortes estratigráficos se elaboran con base en la experiencia y eventualmente en forma subjetiva. Aun cuando existen técnicas de interpolación, éstas prácticamente no son utilizadas para estos fines.

### 3.3 Incertidumbre en las propiedades geotécnicas del subsuelo

En general, puede decirse que los valores de las propiedades de los suelos determinadas directamente en campo o laboratorio tienen asociado un cierto grado de incertidumbre originado por diversas causas.

En los trabajos experimentales realizados para la determinación de propiedades, pueden presentarse distintos tipos de errores (Auvinet, 2002):

- Errores aleatorios en los que se incurre durante los ensayos realizados.
- Errores sistemáticos debidos a un sesgo en la medición, frecuentemente inherente al ensayo realizado (se observan por ejemplo diferencias sistemáticas entre la resistencia al corte medida con veleta y en la cámara triaxial) o producidos por el remoldeo de las muestras u otros factores similares.

Los errores humanos en el proceso de obtención e interpretación de datos de campo constituyen también una fuente importante de incertidumbre pero se encuentran entre los factores difícilmente cuantificables.

Eventualmente, se introduce también un sesgo cuando los parámetros del suelo se evalúan, como es común en la práctica de la geotecnia, de manera parcialmente subjetiva (opinión de “expertos”) o usando correlaciones estadísticas aproximadas, por ejemplo, entre propiedades físicas y mecánicas. Este sesgo, generalmente mal conocido, es una fuente importante de incertidumbre.

Existe también otro tipo de incertidumbre debida a la variación espacial, en este caso, las dificultades que se encuentran para llegar a un cuerpo coherente de conocimientos y de modelos en geotecnia tienen su explicación principal en la naturaleza compleja de los geomateriales. Se trata en efecto de materiales polifásicos y extremadamente heterogéneos cuyas propiedades, como la permeabilidad, pueden a veces variar de un punto a otro en varios órdenes de magnitud (Auvinet, 2002).

La estructura de los medios geotécnicos varía además en forma considerable dependiendo de la escala a la que se observan. Lo anterior dificulta la definición de las propiedades físicas, mecánicas e hidráulicas requeridas para caracterizar estos materiales. A determinada escala, estas propiedades pueden llegar a presentar un valor relativamente estable cuando el volumen de material es suficientemente grande para que pueda ser considerado como “representativo”. Sin embargo, la estabilización alcanzada a una escala determinada resulta precaria. A escalas mayores, otras variaciones o defectos importantes como boleos, lentes o grietas suelen aparecer si, como es usual, el material no es homogéneo. Puede presentarse entonces eventualmente, pero no necesariamente, una nueva estabilización a una escala mayor correspondiente a un volumen representativo de dimensiones también mayores, y así sucesivamente. Este efecto de escala es un fenómeno que origina muchas dificultades en mecánica de suelos. Escoger una

escala adecuada para un modelo geotécnico y alimentarlo con parámetros mecánicos realmente representativos es de hecho una de las partes más delicadas del trabajo del ingeniero especialista en suelos. Desgraciadamente, en muchas situaciones, la escala del problema impuesta por las dimensiones de la obra (zapata de cimentación, talud, etc.) y la estructura de la masa de suelo es diferente de la escala de los ensayos comunes de laboratorio o de campo.

Para apreciar la variabilidad espacial de las masas de suelo, el geotecnista cuenta generalmente con una información escasa obtenida en campañas de reconocimiento en las cuales el tiempo disponible y el costo siempre imponen limitaciones drásticas. Surge entonces el riesgo de no detectar ciertos rasgos importantes del dominio en estudio, incluyendo los detalles geológicos menores que, frecuentemente, como lo subraya Terzaghi (1955), condicionan el comportamiento de la masa térrea. Además, una exploración limitada implica el riesgo de un error estadístico, es decir la posibilidad de subestimar o sobreestimar el valor medio y la dispersión de las propiedades del medio debido al número insuficiente de muestras obtenidas.

Por otra parte, Jaime y Montoya (2008) al hablar sobre la influencia de la estratigrafía del suelo en los análisis de confiabilidad afirman que generalmente los estratos de suelo varían de punto a punto en el sitio, incluso pueden desaparecer una o varias de las capas de suelo y pudiendo aparecer otras. Asimismo, señalan también que las propiedades mecánicas de los suelos varían también puntualmente y a lo largo del espesor de un mismo estrato de suelo. Por ello, el geotecnista, tradicionalmente, con base en la información geológica, en los datos de campo y laboratorio, su experiencia y usando el juicio ingenieril hace un modelo tridimensional idealizado del suelo en el sitio, desde la superficie hasta la profundidad de interés. Por tal motivo, para el diseño los especialistas asignan valores de espesores medios y de propiedades medias del suelo. En el mismo trabajo, los autores indican que además de la variabilidad intrínseca del material habría que agregar la dispersión causada por manipulación en el campo y en el laboratorio. Primero, por la alteración causada al suelo al extraerlo y, segundo, debido a los métodos de ensayo y medición en laboratorio. Habría que añadir otros factores más, tales como:

- a) Muestreo del suelo escaso (pocos sondeos, y pocas muestras);
- b) Orientación de la muestra, anisotropía y tamaño;
- c) Tiempo de carga en el laboratorio vs tiempo de carga del proyecto en la realidad, ensayos de deformación controlada o de esfuerzo controlado; y

Jaime y Montoya (2008) mencionan también que para obtener una representación cuantitativa de la incertidumbre de los suelos en sus propiedades índices y mecánicas, puede recurrirse al análisis estadístico de los resultados de las pruebas de campo y de laboratorio. Añadiendo que, el análisis estadístico de las propiedades de los suelos se ha realizado a lo largo de la práctica geotécnica en diferentes grados. Es común que el valor del parámetro de interés se determine con base en la experiencia calculando su promedio o mediante el ajuste de la tendencia de los datos obtenidos. En esta forma de trabajo tiene gran relevancia la experiencia de la persona que lo realiza. Por tanto, los resultados obtenidos pueden variar de forma considerable de persona a persona. Este método es el de mayor difusión y aplicación en la práctica.

### 3.4 Descripción estadística

En el pasado, numerosos esfuerzos se han realizado con el fin de alcanzar una descripción satisfactoria de las variaciones espaciales de las propiedades y características estratigráficas del subsuelo de la ciudad de México. Para tal propósito, tradicionalmente se ha recurrido al uso de las herramientas la estadística descriptiva tradicional (tablas, histogramas, gráficas, correlaciones), las cuales permiten ordenar y procesar los datos disponibles para su interpretación. Un ejemplo notable de la aplicación de la estadística descriptiva a la Geotecnia es el libro “*El subsuelo de la ciudad de México*” (Marsal y Mazari, 1959), en el cual los autores recurrieron por primera vez ampliamente a esta técnica para describir las propiedades medias índices y mecánicas de las arcillas, asimismo, identifican y caracterizan los distintos estratos y subestratos arcillosos dentro de la ciudad.

En este apartado, se presentan algunas conceptos básicos de la estadística descriptiva comúnmente empleadas en Geotecnia para el análisis cuantitativo y gráfico de la variabilidad de las propiedades del subsuelo.

### 3.4.1 Análisis cuantitativo de variabilidad

En la estadística descriptiva, al medir experimentalmente cualquier propiedad (variable) del suelo en forma repetida se obtiene un conjunto de datos que es llamado *muestra de datos* que pueden ser analizadas cuantitativamente mediante estimaciones numéricas conocidas como *parámetros estadísticos* o *estadísticas de la muestra*.

Los parámetros estadísticos se clasifican en *medidas de tendencia central* y *medidas de dispersión* o *variación*. Muchos son los parámetros que pueden ser estimados; sin embargo, en este trabajo se presentan los que se consideran de mayor relevancia (Spiegel, 1970).

#### a) Medidas de tendencia central

Un *promedio* es un valor típico o representativo de un conjunto de datos. Como tales valores suelen situarse hacia el centro del conjunto de datos ordenados por magnitud, los promedios se conocen como *medidas de tendencia central*. Se definen varios tipo, los más comunes son la *media*, la *mediana* y la *moda*.

El valor de tendencia central más útil asociado a un conjunto de datos es su valor medio, o *media aritmética*. Si la sucesión de valores medidos es denotada por  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , la *media de la muestra*  $\bar{x}$  es simplemente:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

Frecuentemente, la media se interpreta como el valor típico o representativo de la muestra.

La *mediana* de un conjunto de números ordenados en magnitud es el valor central o la media de los dos valores centrales. Geométricamente, la mediana es el valor de  $X$  (abscisa) que corresponde a la recta vertical que divide a un histograma en dos partes de igual área.

La *moda* de un conjunto de números es el valor que ocurre con mayor frecuencia; es decir, el valor más frecuente. La moda puede no existir, e incluso no ser única en caso de existir.

Si un conjunto de datos está ordenado por magnitud, el valor central (o la media de los dos centrales) que divide al conjunto en dos mitades iguales, es la mediana. Extendiendo esta idea, puede pensarse en aquellos valores que dividen al conjunto en cuatro partes iguales. Esos valores, denotados  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ , se llaman primer, segundo y tercer *cuartiles*, respectivamente. El  $Q_2$  coincide con la mediana.

#### b) *Medidas de variación o dispersión*

La dispersión o variación de los datos intenta dar una idea de cuán esparcidos se encuentran éstos. Hay varias medidas de tal dispersión, siendo las más comunes el *rango*, la *varianza* y la *desviación estándar* y el *coeficiente de variación*.

El *rango* de un conjunto de números es la diferencia entre el mayor y el menor de todos ellos.

La *varianza* ( $s^2$ ) de un conjunto de datos experimentales se define como:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.2)$$

Este valor es análogo al momento de inercia dado que consiste en una suma de cuadrados de distancias respecto a un centro de gravedad que es simplemente la media.

La *varianza* intenta dar una idea de la dispersión de los datos. El valor mínimo que puede tomar  $s^2$  es cero, y eso sólo sucede si toda la población toma un único valor; esto es, si los valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son constantes. La varianza se hace más grande en la medida que más se dispersan los datos.

La *desviación estándar*,  $s$ , es la raíz cuadrada de la *varianza*.

$$s = \sqrt{s^2} \quad (3.3)$$

La *varianza* eleva al cuadrado las unidades de medida, mientras que la *desviación estándar* es una medida que conserva las unidades originales.

La *desviación estándar*, referida a la *media*, da el *coeficiente de variación*,  $c_v$ :

$$c_v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (3.4)$$

Este coeficiente es una medida adimensional de la dispersión.

#### c) *Análisis gráfico de variabilidad*

Las características de las propiedades del suelo pueden ser también analizadas a través de métodos gráficos estadísticos, siendo los más usuales el histograma, el polígono de frecuencias y la distribución de frecuencia relativa (Spiegel, 1970).

Para obtener cualquiera de estas gráficas es necesario realizar previamente una ordenación tabular de los valores de los puntos de datos en orden creciente o decreciente de magnitud y estimar el *rango*, definido como la diferencia entre el mayor y el menor de los valores de los puntos de datos. El rango es dividido en intervalos de igual tamaño, llamados *clases*. La *frecuencia de clase* definida como el número valores pertenecientes a cada una de las clases es también determinada.

Un *histograma* o *histograma de frecuencias*, consiste en un conjunto de rectángulos con: (a) bases en el eje X horizontal, centros en las marcas de clase y longitudes iguales a los tamaños de los intervalos de clase y (b) áreas proporcionales a las frecuencias de clase. Si los intervalos de clase tienen todos la misma anchura, las alturas de los rectángulos son proporcionales a las frecuencias de clase, y entonces es costumbre tomar las alturas iguales a las frecuencias de clase. En caso contrario, deben ajustarse las alturas.

El histograma proporciona información importante acerca de la variabilidad en el conjunto de datos; muestra el rango de los datos, los valores de los datos que ocurren con mayor frecuencia y el grado de dispersión alrededor de los valores medios del conjunto de datos. También se observan los valores de la media, mediana y moda. En el caso de la mediana se aprecia visualmente la forma de como divide al histograma en dos áreas iguales.

Hay varios aspectos a considerar en la definición del histograma. Uno de ellos es el número de clases a emplear. Desgraciadamente no hay reglas rigurosas para determinar el número apropiado de clases a emplear. Un número pequeño de clases puede ocultar la distribución real del conjunto de datos, mientras que un número muy grande puede dejar sin observaciones algunas de las clases, limitando de esta forma su utilidad. El número de clases que se emplea para clasificar los datos en un conjunto depende del total de observaciones en éste. Si el número de observaciones es relativamente pequeño, el número de clases a emplear será cercano a cinco, pero generalmente nunca menor que este valor. Si existe una cantidad sustancial de datos, el número de clases puede encontrarse entre ocho y doce y generalmente no existirán más de 15 clases.

Un *polígono de frecuencias* es un gráfico de línea trazado sobre las marcas de clase. Puede obtenerse uniendo los puntos medios de los techos de los rectángulos en el histograma. Se acostumbra prolongar el polígono hasta las marcas de clase inferior y superior inmediatas, que corresponderían a la clase de frecuencia cero. En tal caso, la suma de las áreas de los rectángulos del histograma es igual al área total limitada por el polígono de frecuencias y el eje de las abscisas.

La *frecuencia relativa* de una clase es la frecuencia de la clase dividida por el total de frecuencias de todas las clases y se expresa generalmente como porcentaje. La suma de las frecuencias relativas de todas las clases es evidentemente 1 ó 100 %.

Las representaciones gráficas de distribuciones de frecuencia relativa pueden obtenerse del histograma o del polígono de frecuencias, sin más que cambiar la escala vertical de frecuencia a

frecuencia relativa, conservándose exactamente el mismo diagrama. Los gráficos que resultan se llaman *histogramas de frecuencias relativas* o *histogramas porcentuales* y *polígonos de frecuencias relativos* o *polígonos porcentuales*, respectivamente.

### 3.4.2 Descripción de grupos de variables

Cuando en la práctica se cuenta con dos (o más) grupos o muestras de datos de diferente tipo es posible intentar establecer una relación entre ellos. El grado de relación lineal existente entre dos grupos de datos se llama *correlación simple* y el grado de relación existente entre tres o más grupos de datos se llama *correlación múltiple*. Frecuentemente, es deseable expresar esta relación mediante una ecuación matemática que ligue los datos de los diferentes grupos. A continuación, se aborda el tema de la correlación simple, el cual sirve de base para la correlación múltiple.

#### *Correlación simple*

Para llegar a determinar una ecuación que relacione dos muestras de datos relativas a las variables  $X$  y  $Y$ , un primer paso es representar los mediante puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  en un sistema de coordenadas rectangulares. El sistema de puntos resultante se conoce como *diagrama de dispersión*. A partir de este diagrama es posible representar una curva que se aproxime a los datos. Tal curva se llama *curva de aproximación*. En la fig. 3.4(a), por ejemplo se ve que los datos se aproximan bien a una línea recta y se dice que entre las muestras existe una *relación lineal*. Sin embargo, en la fig. 3.4(b) aunque existe una relación entre las variables, ésta no es lineal y se dice que existe una *relación no lineal* (Spiegel, 1970).

Si los valores de  $Y$  tienden a incrementarse cuando se incrementan los de  $X$ , como en la fig. 3.5(a), la correlación se dice *positiva* o *correlación directa*. En cambio, si los valores de  $Y$  tienden a disminuir cuando se incrementan los de  $X$ , como en la fig. 3.5(b) la correlación se dice *Negativa* o *correlación inversa*.

Si no existe alguna relación entre las muestras de datos, como en la fig. 3.5(c), se dice que *no hay correlación* entre ellas, es decir, *no están correlacionadas*.

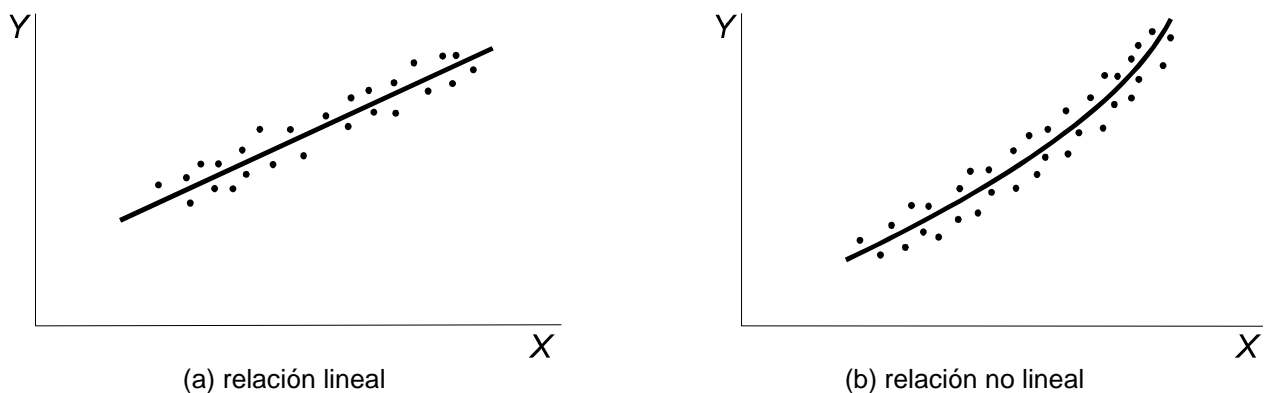


Figura 3.4. Curvas de aproximación

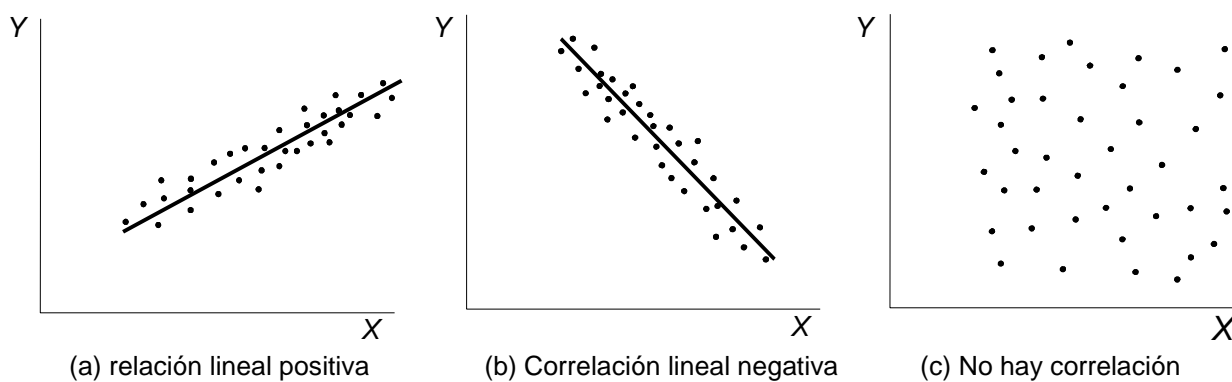


Figura 3.5. Formas típicas de correlación lineal.

### Medidas de correlación

#### a) Método libre de ajuste de curvas

Una forma de determinar de una manera *cualitativa* lo bien que una recta o curva dada describe la relación entre las dos muestras, es la observación directa del diagrama de dispersión. Esto se llama *método libre de ajuste de curvas*. En este caso el juicio de cada persona es la base para aproximar gráficamente una curva al conjunto de puntos de datos. El método tiene la desventaja de que diferentes observadores obtendrán diferentes curvas y ecuaciones. Por ejemplo, se observa que para los datos de la fig. 3.5(a) la recta representada describe mucho mejor la relación entre  $X$  e  $Y$  que, la de la fig. 3.5(b) lo hace para los suyos, debido al hecho de que hay menos dispersión alrededor de la recta de la fig. 3.5(a).

#### b) Ecuaciones de curvas de aproximación

Si se trata el problema de la dispersión de los datos de la muestra alrededor de rectas o curvas de una manera *cuantitativa*, será necesario definir unas *medidas de correlación*. En este caso, el problema general de encontrar ecuaciones de curvas de aproximación que se ajusten al conjunto de datos es el buscar la *curva de ajuste*.

Los tipos más comunes de curvas de aproximación se presentan a continuación, en las ecuaciones,  $X$  e  $Y$  se conocen como la *variable independiente y dependiente*, respectivamente, aunque pueden intercambiarse. Todas las letras distintas a  $X$  e  $Y$  representan constantes.

- |     |  |                             |
|-----|--|-----------------------------|
| (1) | $Y = a_0 + a_1X$                           | Línea recta                 |
| (2) | $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2$                  | Parábola o curva cuadrática |
| (3) | $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3$         | Curva cúbica                |
| (4) | $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ | Curva de grado $n$          |
| (5) | $Y = \frac{1}{a_0 + a_1X}$                 | Hipérbola                   |
| (6) | $Y = ab^X$ o $\log Y = \log a + (\log b)X$ | Curva exponencial           |
| (7) | $\ln Y = a_0 + a_1 \ln X$                  | Curva Logarítmica           |

*Método de mínimos cuadrados*

Para evitar el juicio personal en la construcción de rectas, parábolas u otras curvas de aproximación, en el ajuste a colecciones de datos es preferible obtener una definición de la mejor recta, parábola o curva de ajuste. Para llegar a una posible definición, considérese en la fig. 3.6 los datos dados por  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ . Para un valor dado de  $X$ , por ejemplo,  $X_1$  habrá una diferencia entre el valor  $Y_1$  y el correspondiente valor de la curva  $C$ . Como se indica en la fig. 3.6, se denota esta diferencia por  $D_1$ , que se conoce a veces como *desviación*, *error* o *residuo* y puede ser positivo, negativo o cero. Análogamente, para los valores  $D_2, \dots, D_n$  se obtienen las desviaciones  $D_2, \dots, D_n$ .

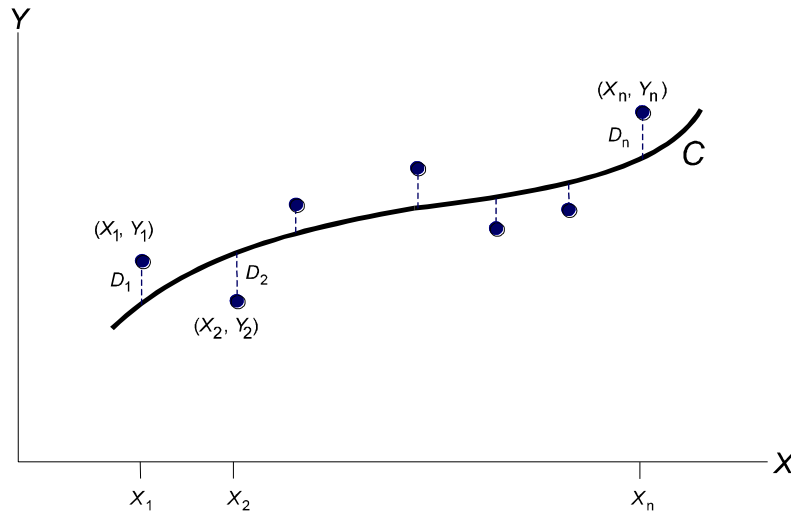


Figura 3.6. Curva de ajuste con distancias mínimas.

Una medida de la bondad del ajuste de la curva  $C$  a los datos dados está dada por la cantidad:  $D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2$ . Si este valor es pequeño, el ajuste es bueno, si es grande, el ajuste es malo. De aquí que de todas las curvas de aproximación a una serie de datos puntuales, la curva que tiene la propiedad:

$$D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2 = \text{valor mínimo} \tag{3.5}$$

se conoce como la *mejor curva de ajuste*.

Una curva que presente esta propiedad se dice se ajusta a los datos *por mínimos cuadrados* y se llama *curva de mínimos cuadrados*. Así, a las líneas con esta propiedad se les llama *recta de mínimos cuadrados; parábola de mínimos cuadrados, etc.*

*Recta de mínimos cuadrados*

La recta de mínimos cuadrados que aproxima el conjunto de puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  tiene por ecuación:

$$Y = a_0 + a_1 X \tag{3.6}$$



donde las constantes  $a_0$  y  $a_1$ , se obtienen al resolver simultáneamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \sum X = a_0 n + a_1 \sum X \\ \sum XY = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 \end{cases} \quad (3.7)$$

que se llaman *ecuaciones normales para la recta de mínimos cuadrados* (2.7). Las constantes  $a_0$  y  $a_1$  de las ecuaciones (3.7) pueden hallarse, si se desea, de las fórmulas:

$$a_0 = \frac{(\sum X)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a_1 = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (3.8)$$

### Parábola de mínimos cuadrados

La parábola de aproximación de mínimos cuadrados a la serie de puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  tiene la ecuación

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 \quad (3.9)$$

donde las constantes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  se determinan resolviendo simultáneamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \sum X = a_0 n + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2 \\ \sum XY = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3 \\ \sum X^2 Y = a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4 \end{cases} \quad (3.10)$$

llamadas *ecuaciones normales de la parábola de mínimos cuadrados*.

### Regresión

Frecuentemente, basándose en los datos de las muestras, se desea estimar un valor de  $Y$  correspondiente a un valor dado de  $X$ . Esto puede conseguirse estimando el valor de  $Y$  de la curva de mínimos cuadrados que ajusta los datos de las muestras. La curva resultante se llama *curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$* , puesto que  $Y$  se estima a partir de  $X$ .

Si se desea estimar un valor de  $X$  a partir de uno dado de  $Y$ , se utiliza la *curva de regresión de  $X$  sobre  $Y$* , que proviene de intercambiar las variables en el diagrama de dispersión de modo que  $X$  sea la variable dependiente e  $Y$  la variable independiente. Esto equivale a sustituir las desviaciones verticales en la definición de la curva de mínimos cuadrados por las desviaciones horizontales.

En general, la recta o curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$  no es la misma que la recta o curva de regresión de  $X$  sobre  $Y$ . La fig. 3.7 ilustra una curva de regresión que relaciona las variables contenido de agua y resistencia a la compresión simple. Esta curva muestra que entre las dos

variables existe una relación no lineal negativa; es decir, que la relación entre las dos variables no es una línea recta y que conforme aumenta la resistencia a la compresión el contenido de agua disminuye.

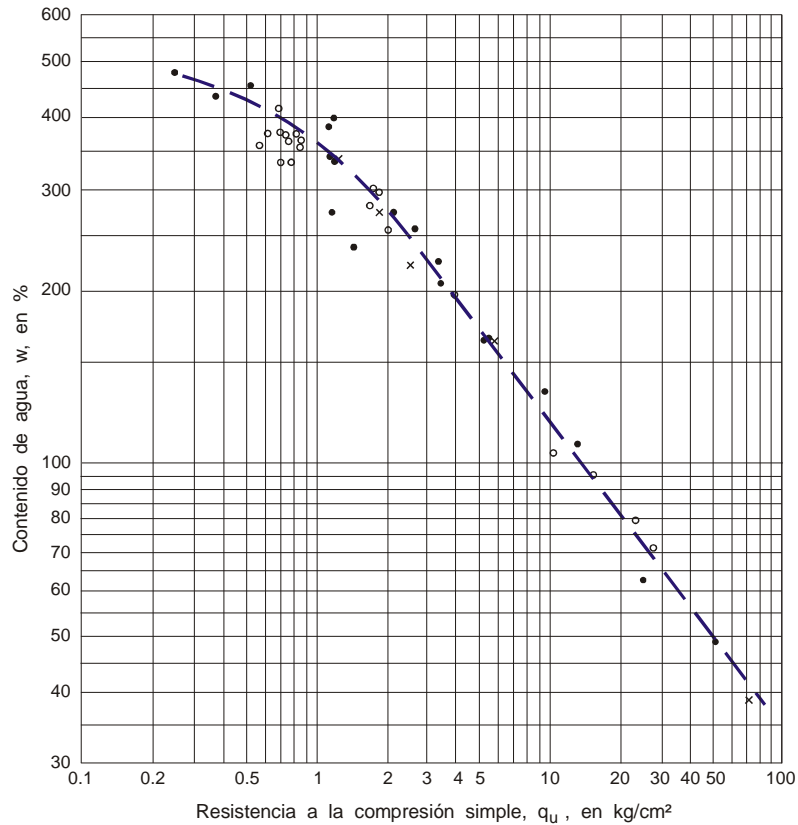


Figura 3.7. Curva de regresión (Marsal y Mazari, 1959).

### 3.4.3 Correlación múltiple

El grado de relación existente entre tres o más grupos de datos de diferente tipo se llama *correlación múltiple*. Los principios fundamentales implicados en los problemas de correlación múltiple son análogos a los de la correlación simple.

*Ecuación de regresión y plano de regresión*

Una *ecuación de regresión* es una ecuación para estimar una variable dependiente, por ejemplo,  $X_1$ , a partir de las variables independientes  $X_2, X_3, \dots, X_n$  y se llama *ecuación de regresión de  $X_1$ , sobre  $X_2, X_3, \dots, X_n$* . Con una notación funcional esto puede escribirse brevemente como  $X_1 = F(X_2, X_3, \dots, X_n)$ .

Para el caso de tres variables, la ecuación de regresión más sencilla de  $X_1$ , sobre  $X_2$ , y  $X_3$ , tiene la forma:

$$X_1 = a_0 + a_1 X_2 + a_2 X_3 \tag{3.11}$$

Esta ecuación es llamada *ecuación de regresión lineal de  $X_1$ , sobre  $X_2$  y  $X_3$* . En un sistema tridimensional de coordenadas rectangulares, representa un plano llamado *plano de regresión* y es una generalización de la recta de regresión para dos variables.

#### *Ecuaciones normales para el plano de regresión de mínimos cuadrados*

Así como existen rectas de regresión de mínimos cuadrados que aproximan un conjunto de  $n$  puntos de datos  $(X, Y)$  en un diagrama de dispersión de dos dimensiones, existen también los *planos de regresión de mínimos cuadrados* que se ajustan a una serie de  $n$  puntos de datos  $(X_1, X_2, X_3)$  en un diagrama de dispersión de tres dimensiones.

El plano de regresión de mínimos cuadrados de  $X_1$ , sobre  $X_2$ , y  $X_3$ , tiene la Ecuación (3.11), donde  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  se determinan resolviendo simultáneamente el siguiente sistema de *ecuaciones normales*.

$$\begin{cases} \sum X_1 = a_0 n + a_1 \sum X_2 + a_2 \sum X_3 \\ \sum X_1 X_2 = a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_2^2 + a_2 \sum X_2 X_3 \\ \sum X_1 X_3 = a_0 \sum X_3 + a_1 \sum X_2 X_3 + a_2 \sum X_3^2 \end{cases} \quad (3.12)$$

Estas pueden obtenerse formalmente multiplicando ambos lados de la ecuación 2.11 por 1,  $X_2$  y  $X_3$  sucesivamente y sumando en ambos lados. Pueden igualmente considerarse ecuaciones más complicadas que (3.11), las cuales también representan *superficies de regresión*. Si el número de grupos de datos es mayor de tres, se pierde la intuición geométrica, puesto que se requeriría un espacio de cuatro, cinco, ...,  $n$  dimensiones. Sin embargo, una opción es que mediante planos puede generalizarse la estimación de la tendencia a cuatro dimensiones.

Los problemas relacionados con la estimación de un valor de un grupo de datos a partir de dos o más conjuntos de datos son los problemas llamados de *regresión múltiple*.

Es importante resaltar algunas limitaciones de la estadística descriptiva. Una de ellas es que al describir estadísticamente una propiedad del suelo, a partir de una muestra o conjunto de valores obtenidos en forma experimental, los datos de la muestra se mezclan y por tanto se pierde todo control sobre su procedencia (ubicación).

Otra limitante es que considera los datos de una muestra como independientes entre sí, es decir, que no se toma en consideración la posible correlación espacial existente entre los datos, lo cual no es tan válido puesto que intuitivamente es de esperarse que si los datos de una muestra corresponden a una formación estratigráfica, entonces los datos deben tener un cierto parecido y por lo tanto deben estar correlacionados.

Por las sencillas suposiciones anteriores, la estadística descriptiva es limitada y no es capaz de describir adecuadamente la variabilidad espacial de las características estratigráficas del subsuelo. Actualmente se cuenta con nuevas herramientas matemáticas que toman en cuenta las deficiencias anteriores y ayudan a describir en forma más racional las características del subsuelo. Estas herramientas son el objetivo del presente trabajo y se presentan en el siguiente capítulo.

### 3.5 Métodos de interpolación y estimación espacial

En la Geotecnia, las mediciones de una variable o parámetro del suelo, generalmente, se realizan en muestras de suelo separadas una de otra por distancias relativamente grandes. En conjunto constituyen una muestra de un dominio que no puede ser medido en todas partes y se quiere mapear la distribución espacial de estas variables.

La mayoría de las técnicas de estimación espacial son de tipo matemático, basadas en la geometría y alguna apreciación de la naturaleza física de los fenómenos. La mayoría toma en cuenta sólo la variación sistemática o determinista, pero no algún error. En este aspecto, son limitados y no satisfacen con lo que en la práctica se necesita.

La interpolación es el procedimiento que consiste en estimar los valores de una variable o propiedad ( $V$ ) dentro de un dominio (línea, polígono o volumen) en puntos donde no hay medición, a partir de las mediciones existentes dentro del dominio. La estimación de valores fuera del dominio se denomina extrapolación.

Los métodos o técnicas de interpolación espacial pueden clasificarse de varias maneras (Díaz y Casar, 2010):

#### a) *Interpoladores puntuales y por bloques*

- *Interpolación puntual* consiste en emplear el conjunto de datos conocidos (alguna propiedad del suelo) para interpolar en los nodos de una malla de puntos, cuya su posición está referida a un sistema coordenado. La interpolación se realiza punto a punto.
- *Interpolación por bloques* se refiere a que dado un conjunto de datos ubicados en un dominio se estima el valor del parámetro a interpolar para diferentes subdominios. Por ejemplo, dado un conjunto de datos del algún parámetro del suelo en un sondeo, estimar la el parámetro para un estrato en particular.

#### b) *Interpoladores globales y locales*

- *Interpoladores globales*: se determinan mediante una sola función, la cual es empleada en todo el dominio. Un cambio en un valor de entrada afecta a todo el dominio. Tienden a producir superficies suavizadas, sin cambios abruptos.
- *Interpoladores locales*: utilizan un algoritmo específico para un cierto número de datos, menor al conjunto total de datos. Un cambio en un valor de entrada afecta solamente al resultado de un subdominio. Eventualmente, un interpolador local puede extenderse hasta incluir el total del dominio y de esta manera cambia su carácter de local a global.

#### c) *Interpoladores exactos y aproximados*

- *Interpoladores exactos*: respetan los datos en los que se basa la interpolación. En el caso de interpolar sobre una superficie, la superficie resultante debe pasar a través de todos los puntos de datos. En algunas aplicaciones es importante respetar los datos puntuales.
- *Interpoladores aproximados*: no respetan los datos en que se basa la interpolación. Considerando la interpolación sobre una superficie, ésta no pasa necesariamente a través de todos los puntos de datos. Se utiliza cuando se tiene incertidumbre sobre los datos y cuando se

sospecha de la presencia de tendencias globales. Presentan un efecto de suavizado, con el fin de reducir el error en la superficie resultante.

d) *Interpoladores graduales y abruptos*

- *Interpoladores graduales*: producen resultados con cambios graduales, en este grupo se encuentran los interpoladores de *promedios móviles ponderados* con la distancia (*inverso de la distancia*). Pero, cuando se tiene un número reducido de datos, el resultado puede resultar con cambios abruptos.
- *Interpoladores abruptos*: generan resultados con cambios abruptos, son útiles cuando se requiere incluir barreras en el proceso de interpolación, tales como barreras impermeables en el subsuelo o fallas geológicas.

e) *Interpoladores deterministas, estadísticos y estocásticos*

- *Interpoladores deterministas*: no incorporan conceptos de Probabilidad y Estadística en el proceso. Como ejemplos se tiene el método *inverso de la distancia* (*promedios móviles ponderados* con la distancia) y el método de *Splines*.
- *Interpoladores estadísticos*: incorporan conceptos de la Estadística. De los interpoladores estadísticos pueden incluirse el *Análisis de Superficies de Tendencia* (*trend surface analysis*), análisis de *Fourier*.
- *Interpoladores estocásticos*: incorporan conceptos de la Estadística y la Probabilidad. En este grupo se encuentra la técnica de estimación con *Probabilidad condicional* y el *Kriging* (con todas sus variantes), este último garantiza una mínima variancia de la estimación y permite estimar el grado de incertidumbre de los valores estimados.

En general, la mayoría de los métodos de predicción se pueden considerar como promedios ponderados de los datos. Por tanto, la fórmula general de predicción es (Webster y Oliver, 2001):

$$V^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i V(x_i) \quad (3.13)$$

donde  $x_0$  es un punto dentro de un dominio donde interesa estimar un valor, los  $V(x_i)$ , para  $i = 1, 2, \dots, N$ , en las posiciones  $x_i$ , son los datos medidos; y  $\lambda_i$ , son los pesos asignados a ellos. En lo que sigue se exponen algunos métodos para realizar la predicción  $V^*(x_0)$ . En primer lugar se examina cómo se asignan los pesos empleando algunos métodos comunes, y más adelante se presenta la técnica del *Kriging*.

*Polígonos de Thiessen (Polígonos de Voronoi, Mosaico de Dirichlet)*

El método de *Polígonos de Thiessen* consiste en dividir el dominio muestreado en  $N$  subregiones o zonas de influencia en torno a cada medición, formando polígonos o áreas de influencia con baldosas (Isaaks y Srivastava, 1989). Thiessen ideó el método para el análisis de datos meteorológicos, pero también puede emplearse para otras variables. Para un grupo de datos se construye una malla irregular de triángulos (TIN) que cumpla la condición de *Delaunay*: “*La circunferencia circunscrita de cada triángulo no contiene ningún vértice de otro triángulo*”. Posteriormente, se generan las mediatrices perpendiculares para cada lado del triángulo,

formando los lados de los polígonos (fig. 3.8). Se asume que el valor es constante al interior de cada polígono o celda, por lo que, en cada polígono todos los puntos están más cerca de su punto de muestreo que cualquier otro.

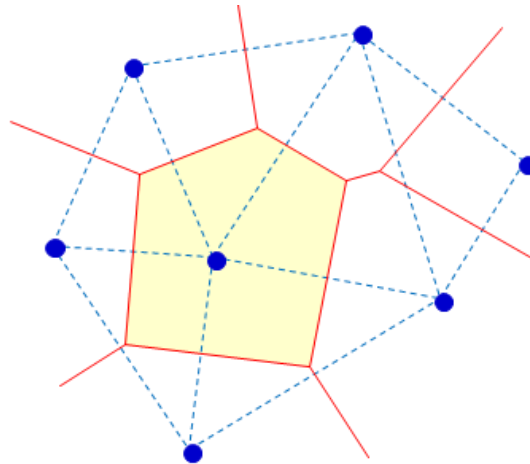


Figura 3.8. Polígonos de Thiessen.

La predicción en cada punto en  $a_i$  es el valor medido en  $x_i$ ; es decir,  $V^*(x_0) = V(x_i)$ . Los pesos para la ec. 3.13 son:

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i \in a_i \\ 0 & \text{para los demás} \end{cases} \quad (3.14)$$

Las limitaciones del método son evidentes, cada predicción se basa en una sola medición, no existe una estimación del error, los datos de los puntos vecinos se ignoran. Cuando se utiliza para mapear el resultado es burdo; la superficie interpolada consiste en una serie de pasos. Tiene un aspecto de patio con baldosas, desnivelado, con cambios bruscos entre puntos vecinos (fig. 3.9).

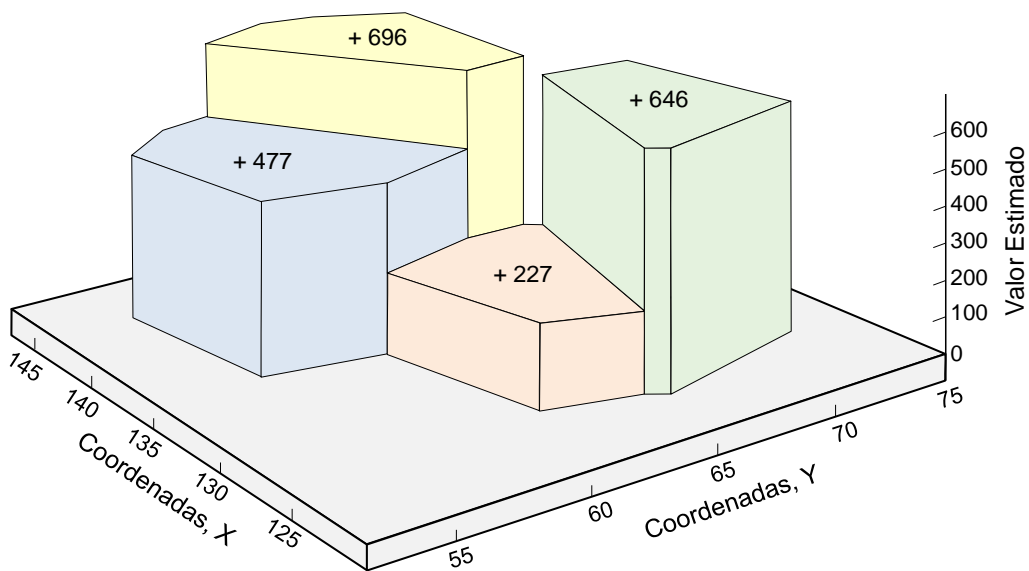


Figura 3.9. Una vista en perspectiva que muestra las discontinuidades inherentes en la estimación con polígonos (adaptado de Isaaks y Srivastava, 1989).

### Triangulación

Otro método de interpolación básico es por triangulación. Los puntos de muestreo están vinculados a sus vecinos por líneas rectas para crear triángulos que no contienen cualquiera de los puntos. Los valores medidos son considerados como verticales por encima del plano de base a una altura proporcional a los valores, de modo que todo el conjunto de datos forma un poliedro que consta de planos triangulares más o menos inclinados. El objetivo es determinar la altura del plano en  $V^*_0$  a partir de los vértices de los triángulos y por medio de interpolación lineal (fig. 3.9).

Esto puede ser representado como un promedio ponderado con pesos determinados de la siguiente manera: se indican las coordenadas de los tres vértices por  $\{x_1, y_1\}$ ,  $\{x_2, y_2\}$ , y por  $\{x_3, y_3\}$ , y las del punto destino por  $\{x_0, y_0\}$ . Entonces, los pesos están dados por (Webster y Oliver, 2001):

$$\lambda_1 = \frac{(x_0 - x_3)(y_2 - y_3) - (y_0 - y_3)(x_2 - x_3)}{(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (y_1 - y_3)(x_2 - x_3)} \quad (3.15)$$

Análogamente se obtienen expresiones para  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ . Los demás pesos son 0.

La técnica es simple y local. Las desventajas son que, a pesar de que es algo mejor que el método de *Thiessen*, cada predicción depende de sólo tres de datos; no que hace uso de los datos más alejados, y también no hay medida de error. A diferencia del método de *Thiessen*, la superficie resultante es continua, pero tiene cambios bruscos de pendiente en los márgenes de los triángulos. Si el objetivo principal es predecir en lugar de hacer un mapa de isolíneas suaves entonces las discontinuidades en la derivada son irrelevantes. Otra dificultad es que la malla de triángulos no es única, y por tanto, no es obvio que la triangulación definida sea mejor que cualquier otra; incluso para una rejilla rectangular hay dos opciones.

### Vecino natural (Natural neighbor)

Sibson (1981) combina las mejores características de los dos métodos anteriores en lo que él llama "*interpolación de vecino natural*". El primer paso es realizar una triangulación de los datos por el método de *Delaunay* en el que los vértices de los triángulos son los puntos de muestreo de las baldosas adyacentes de Dirichlet. Esta triangulación es única, excepto que los datos están en una malla rectangular regular. Para determinar el valor en cualquier otro punto,  $x_0$ , este punto se inserta en el mosaico, y sus vecinos, el conjunto  $T$  (los puntos dentro de sus límites de los mosaicos de Dirichlet), son utilizados para la interpolación. Sibson llama a esos puntos "*vecinos naturales*". Recientemente Watson (1999) ha presentado más trabajos sobre el tema.

Para cada vecino se calcula el área,  $a_i$ , de la porción del mosaico original de Dirichlet incorporando el mosaico del nuevo punto. Estas áreas, cuando son estandarizadas suman 1 y se convierten en pesos. Esto puede representarse por la fórmula general (Webster y Oliver, 2001):

$$\lambda_i = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{A} \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.16)$$

Esto significa que si un punto  $x_i$  es un vecino natural, es decir  $x_i \in T$ , entonces  $a_i$  tiene un valor y el punto tiene un peso positivo. Si  $x_i$  no es un vecino natural, entonces no tiene área en común con el polígono y su peso,  $a_i$ , es cero.

Este interpolador es continuo y suave, excepto en los puntos de datos donde su derivada es discontinua. Sibson lo llamó *interpolador de vecino natural*. A él no le gustó el cambio abrupto de la superficie en los puntos de datos, por lo que, elaboró el método mediante el cálculo de los gradientes estadísticos en la superficie a partir de sus vecinos naturales. Estos gradientes se combinaron con las mediciones ponderadas para proporcionar la altura en el nuevo punto. El resultado es una superficie lisa, una vez diferenciable. Al igual que la simple interpolación poliédrica, devuelve los valores reales en los puntos medidos, es decir, es un interpolador exacto. Sibson mostró que reproduce fielmente las funciones matemáticas continuas. Sin embargo, se ha encontrado (Laslett *et al.*, 1987) que el método produce resultados inaceptables en que los datos tienen ruido. Una representación gráfica de estos parámetros se muestra en la fig. 3.10.

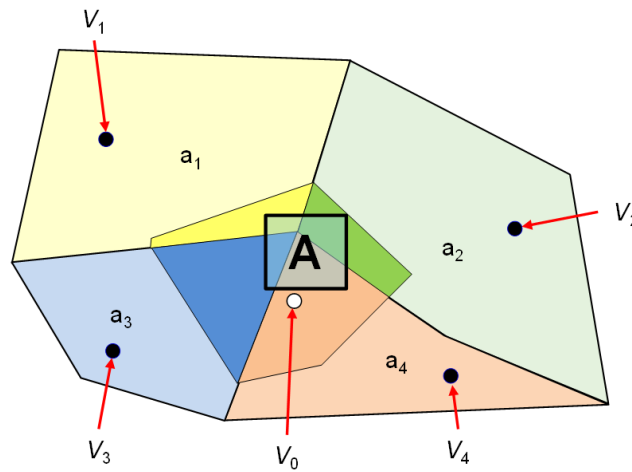


Figura 3.10. Áreas de influencia en el método de *vecino natural*.

*Funciones de distancia inversa*

Algo más elaborado que la triangulación, y mucho más popular, son los métodos basados en funciones de distancia inversa en la que los pesos están definidos por (Webster y Oliver, 2001):

$$\lambda_i = \frac{1}{|x_i - x_0|^p} \quad \text{con } p > 0 \quad (3.17)$$

y nuevamente estandarizados de modo que la suma de los pesos es 1. El resultado es que los puntos de datos cercanos al punto de estimación tienen un peso mayor que los más alejados. La opción más popular de  $p$  es 2, por lo que, los datos son ponderados inversamente con el cuadrado de la distancia.

$$V^* = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (3.18)$$



Al igual que en la triangulación, si  $x_0$  coincide con cualquier  $x_i$ , entonces  $\lambda_i$  tiende a infinito, los otros pesos son irrelevantes y  $V(x_0)$  toma el valor de  $V(x_i)$ . La estimación es exacta. Una característica atractiva de la ponderación por el cuadrado de la distancia inversa es que los pesos relativos disminuyen rápidamente a medida que la distancia aumenta, y por lo que la interpolación es sensiblemente local. Además, debido a que los pesos nunca llegan a ser *cero* no hay discontinuidades. Sus desventajas son que la elección de la función de ponderación es arbitraria, y no hay ninguna medida de error. Además, no toma en cuenta la configuración ración del muestreo. Entonces, dónde se agrupan los datos dos o más pueden estar aproximadamente a la misma distancia y dirección de  $x_0$ , y cada punto tendrá el mismo peso que un punto aislado a una distancia similar, pero en una dirección diferente. Claramente esto no es deseable, por lo que, algunas implementaciones para el mapeo se han elaborado para superar el esquema. La superficie interpolada tendrá un gradiente de cero en los puntos de datos, y los máximos y mínimos sólo allí pueden ocurrir.

Influencia de la ponderación: El exponente determina la tasa de decremento del peso. Si  $p=0$ , no hay decremento del peso con la distancia, por tanto, el valor interpolado será el promedio de todos los datos del dominio (fig. 3.11). En la medida que  $p$  aumenta los pesos de los puntos distantes disminuye. Para valores extremadamente altos de  $p$  solo los puntos más cercanos toman influencia en la predicción (fig. 3.11).

Por tanto, la selección del valor de  $p$  no es fácil. Usualmente se emplea un valor de 2. En este caso se conoce como inverso de la distancia cuadrada. No existe justificación para el uso de este valor. Antes de elegir un valor se deben hacer pruebas y validación de los resultados obtenidos. Se utiliza un indicador del error y se emplea el valor que los minimiza (fig. 3.12).

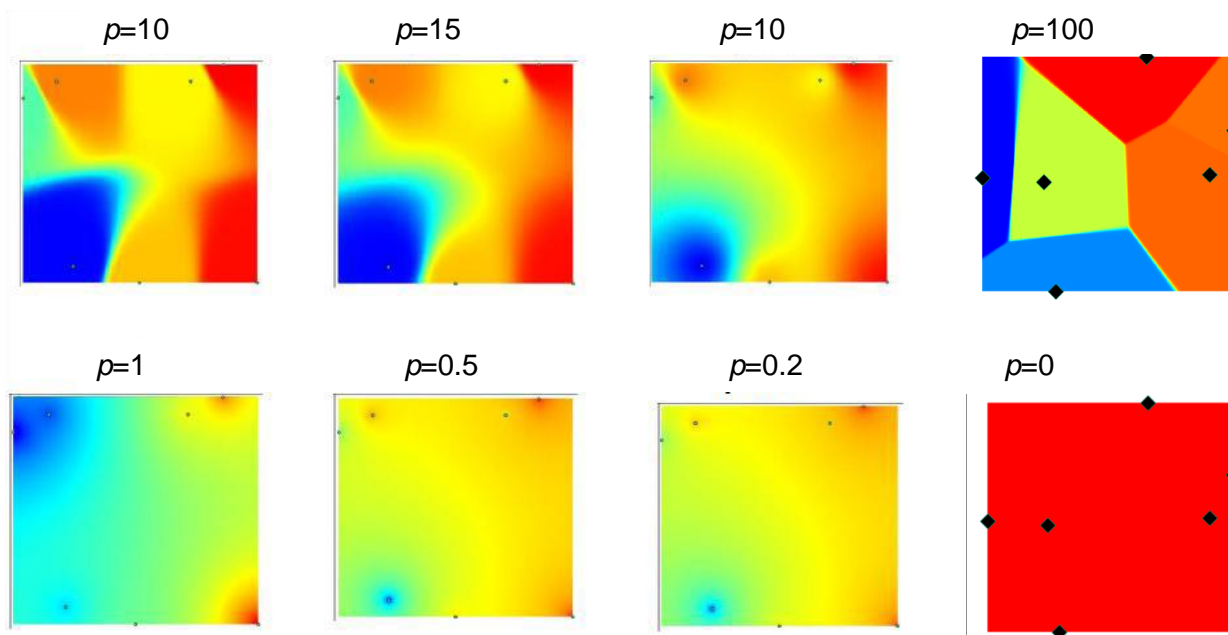


Figura 3.11. Influencia del exponente en la interpolación IWD (Calipsa, 2013).

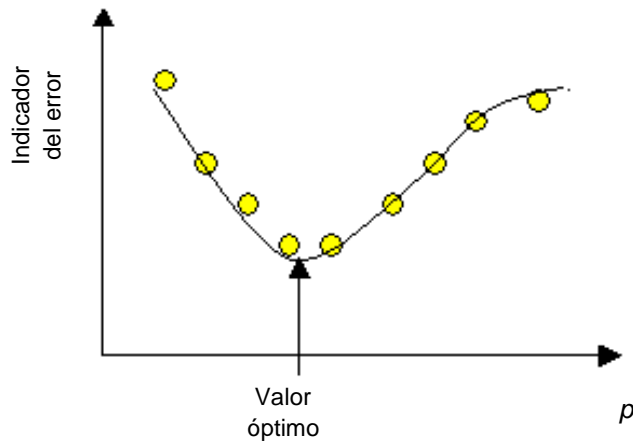


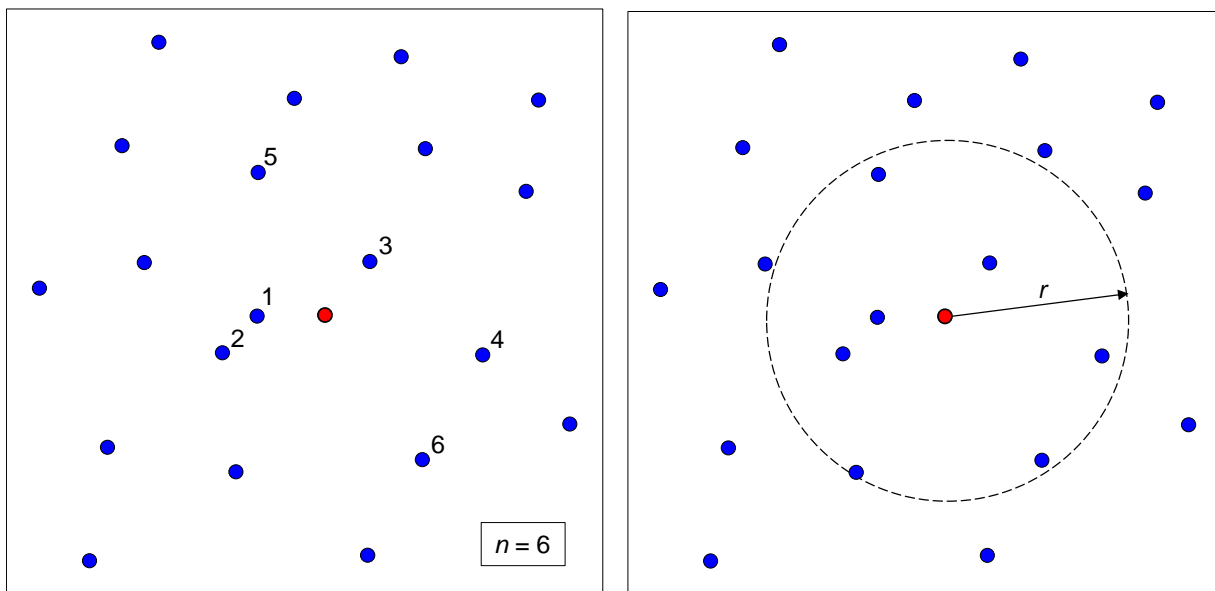
Figura 3.12. Validación y selección del valor de  $p$ .

*Medias móviles ponderadas por la distancia*

El método de *medias móviles ponderadas por la distancia* consiste en estimar el valor de una variable ( $V^*$ ), en un punto  $x_0$ , con base en una función de distancia inversa (ec. 3.18), utilizando para la selección de los datos un vecindario circular o elíptico de radio conocido. Por tanto, este método se basa en la idea intuitiva de que las observaciones más cercanas a un punto de interpolación  $x_0$  deben tener más influencia en la estimación, se trata de un método exacto y local.

Para decidir qué puntos cercanos formarán parte del *conjunto de datos* se emplean los siguientes criterios (fig. 3.13):

- Los  $n$  puntos más cercanos al punto de interpolación.
- Aquellos puntos cuya distancia al punto de estimación sea inferior a un valor máximo  $r$ .



a) Los  $n$  puntos más cercanos

b) Puntos ubicados dentro de una distancia máxima

Figura 3.13. Criterios para obtener un conjunto de puntos para la estimación.

### Superficies de tendencia

El método de *superficies de tendencia* se hizo popular entre los especialistas de ciencias de la tierra, especialmente los geólogos petroleros, cuando por primera vez tuvieron acceso a las computadoras. El método es una forma de regresión múltiple en el que los predictores son las coordenadas espaciales (Webster y Oliver, 2001). Por ejemplo:

$$V^*(x, y) = f(x, y) + \varepsilon \quad (3.19)$$

donde  $V^*(x, y)$  es el valor estimado en  $(x, y)$  y  $f$  denota una función de las coordenadas espaciales. El modelo contiene un término de error aleatorio,  $\varepsilon$ , que en la regresión es considerado como independiente y con distribución simétrica, con media = 0 y varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ . Usualmente, algunas funciones como los polinomios simples, tales como planos, cuadráticas o cúbicas, son ajustadas por mínimos cuadrados a las coordenadas espaciales, y la ecuación de regresión resultante se emplea para la predicción. Así, para un plano de la ecuación de regresión será:

$$V^*(x, y) = ax + by + c \quad (3.19)$$

y para una superficie cuadrática:

$$V^*(x, y) = ax + by + cx^2 + dy^2 + exy + f \quad (3.19)$$

La ec. 3.19 puede describir una elevación (cerro) o una hondonada (valle).

El estimador puede expresarse como un promedio ponderado de los datos utilizados para obtener la superficie de tendencia como sigue. Se representan las coordenadas espaciales y sus potencias por una matriz  $W$  con  $n$  filas de los  $N$  puntos de muestreo y tantas columnas  $m$ , así como como los coeficientes  $(a, b, c, d, e, f)$  a estimar. Para una superficie de primer orden se pueden escribir las coordenadas espaciales en forma matricial:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_N & y_N \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde la primera columna es una variable de relleno con valor de 1, y los valores medidos de  $V$  en esas posiciones como el vector:

$$V = \begin{bmatrix} V(x_1, y_1) \\ V(x_2, y_2) \\ \vdots \\ V(x_N, y_N) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Los coeficientes  $K$   $(a, b, c, d, e, f)$  se obtienen a partir de la multiplicación de la matriz:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{V} \quad (3.22)$$

y las estimaciones están dadas por:

$$V^*_0 = \mathbf{x}_0 \mathbf{K} \quad (3.22)$$

Donde  $\mathbf{x}_0$  es la línea del vector  $(1 \ x_0 \ y_0)$  y los pesos están dados por la ec. 3.22. Para una superficie más compleja simplemente se extiende la matriz  $\mathbf{W}$  agregando más columnas para las potencias adicionales de  $x$  e  $y$ .

Inicialmente este método parecía atractivo, pero el entusiasmo pronto se convirtió en decepción. En la mayoría de los casos la variación espacial es tan compleja que es necesario un polinomio de orden muy alto para describirlo, y las ecuaciones matriciales resultantes son generalmente inestables. Los residuos de la tendencia están autocorrelacionados, por lo que, se viola uno de los supuestos de la regresión. Como consecuencia, los errores calculados por la fórmula habitual (Webster y Oliver, 1990) no son correctos. Generalmente, la componente aleatoria es grande y oculta la tendencia determinista, y el ajuste de una parte del dominio afecta a las predicciones en cualquier posición. Así, en un área donde hay zonas con valores altos y bajos (montañas y llanuras) las estimaciones en las zonas bajas (llanuras) serán determinadas por fluctuaciones mucho mayores de los valores altos (montañas). Las *superficies de tendencia* no son suficientemente locales y no devuelven los valores en los puntos de datos.

Algunos factores que pueden afectar negativamente a las *superficies de tendencia* son:

- El número de datos que debe ser suficiente para realizar un análisis estadísticamente significativo. El problema radica en que el número de datos determina los grados de libertad del análisis, por lo que, si se aproxima al número de coeficientes de la ecuación, ésta pierde significado estadístico.
- Resultados con alta incertidumbre en las estimaciones realizadas sobre la periferia: si se requiere realizar extrapolaciones (cuando el punto de estimación no está rodeado por datos, sino que éstos se sitúan lateralmente), los valores marginales pueden alcanzar dimensiones extremadamente altas o bajas, el problema se agrava al elevar el grado de la ecuación.
- Si los datos no representan a un área similar, la superficie de tendencia se alargará paralelamente a su patrón de distribución. Por este motivo, las distribuciones regulares y aleatorias darán habitualmente buenos resultados, mientras que la tendencia al agrupar los datos será perjudicial.

### *Mínima curvatura (Splines)*

Una función de *curvatura mínima* o *Spline* se compone de polinomios, cada polinomio es local y de grado  $p$ . Los polinomios *Splines* describen secciones de una línea o superficie suavemente unidas, y su  $p-1$  derivadas son continuas. Las posiciones donde las secciones se unen son conocidas como "*nodos*", la elección de estos *nodos* confiere una cierta arbitrariedad en la técnica. Los *Splines* son obligados a pasar por los puntos de los datos. Alternativamente,

eligiendo nodos alejados de los puntos de datos que pueden ajustarse por mínimos cuadrados o algún otro método para producir *Splines* suavizados. Típicamente, los *Splines* son de grado 3, por tanto, los *Splines* son cúbicos.

Este método se considera un interpolador local y exacto. Utiliza polinomios con el fin de proporcionar un conjunto de elementos o piezas, en el caso de un análisis en un plano (2D) dan como resultado una superficie que presenta la primera y segunda derivadas continuas. Por tanto, se asegura continuidad en: elevación (que la superficie no tenga picos), en gradiente (que la superficie no tenga cambios de pendiente abruptos) y en curvatura (que la superficie posea mínima curvatura).

#### *Triangulación con interpolación lineal*

Es un método exacto de interpolación basado en la generación previa de una malla irregular de triángulos (TIN), aplicando el criterio de triangulación de Delaunay, cuyos vértices coinciden con los puntos conocidos. La interpolación se realiza suponiendo que dichos puntos pertenecen a la superficie plana de primer orden que se apoya en los vértices de cada triángulo (fig. 3.14). Los valores máximos y mínimos se conservan. En ocasiones los mapas presentan el llamado "efecto de borde", cuando los triángulos son demasiado oblicuos.

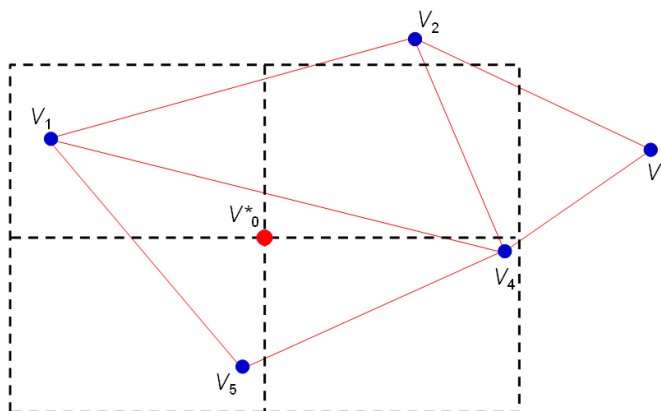


Figura 3.14. Método de triangulación con interpolación lineal.

#### *Redes neuronales*

Recientemente, el método de *redes neuronales* (RNs), se han convertido en una atractiva alternativa a los métodos estadísticos tradicionales cuando se trata de modelar sistemas no lineales de extrema complejidad con información incierta y/o vaga, donde toma importancia la integración de componentes *cualitativos* a los modelos matemáticos.

Desde el primer prototipo propuesto por McCulloch y Pitts en 1943, más de 50 diferentes modelos de RNs han sido desarrollados, evaluados y difundidos en diversos campos del conocimiento (García y Romo, 2004). En el modelo de las primeras neuronas artificiales, los parámetros de la red fueron propuestos y no se disponía de algún método de entrenamiento (McCulloch y Pitts, 1943). Más adelante se desarrolló la red neuronal llamada perceptrón (Rosenblatt, 1958), en la que se presentaba una regla de aprendizaje para entrenar a la red. Sin embargo, todavía la red perceptrón tenía limitaciones (Minsky y Papert, 1969), las cuales se superaron con la aparición del

perceptrón multi-capa (PMC) y las reglas de aprendizaje asociadas. A partir de entonces, la red perceptrón multi-capa es una de las clases de redes neuronales más comúnmente usadas. Las redes PMC se emplean en la clasificación de patrones y aproximación de funciones. Uno de los casos con los que se demostró la capacidad de este tipo de redes, y al mismo tiempo significó el renacimiento de la técnica de redes en general, fue la solución del problema clásico exclusor, XOR (Rumelhart y McClelland, 1986), que es un claro ejemplo de clasificación de dos categorías linealmente separables. Una de las redes más poderosas y bien documentadas es la de arquitectura de alimentación al frente y aprendizaje por propagación del error hacia atrás, también referida como Perceptrón Multicapa (PMC) de Propagación hacia Atrás (PA) (Rumelhart et al. 1986a,b).

En 2004, García y Romo presentaron un trabajo con aplicación en geotecnia titulado “*Sistema de Información Geográfica y Redes Neuronales*”, donde muestran la aplicación de redes neuronales para modelar la interacción y clasificación espacial de datos geotécnicos. En éste trabajo, los autores presentan como ejemplo la configuración estimada de la primera capa dura del valle de México para mostrar que esta técnica del cómputo aproximado puede integrarse exitosamente a un Sistema de Información Geográfica para interpretar bancos de datos geotécnicos y evaluar la variabilidad de propiedades en el subsuelo, lo que a fecha no se ha logrado.

La aplicación de García y Romo (2004) se realizó empleando modelos neuronales desarrollados bajo las siguientes características topológicas PMC de PA:

- *Estructura.* Una red es una clase de computadora paralela que consiste de un cierto número de elementos de procesamiento menores (EPs) o nodos, intercomunicados y organizados en capas de neuronas. En la capa de entrada se presentan a la red las variables de descripción del fenómeno, a la de salida se dirigen las respuestas calculadas de acuerdo con entradas específicas, y uno o más estratos componen lo que se llaman capas ocultas (fig. 3.15a). Los EPs pueden estar parcial o totalmente conectados. Cada una de las conexiones se asocia con un peso que se ajusta de acuerdo a la importancia de la conexión sobre el resultado final de la red.
- *Operaciones.* En el PMC de PA, la propagación de los datos en la red comienza con un patrón de entrada o estímulo que fluye a través de todas las capas y es operado por los EPs hasta que alcanza el estrato de salida (fig. 15b). Cada EP o nodo recibe las salidas pesadas ( $W_{ji}X_i$ ) desde el EP en la capa anterior, la cual se suma para producir la entrada del nodo ( $net_j$ ) (fig. 3.15b).

La entrada del nodo ( $net_j$ ) pasa a través de una función no-lineal ( $f(net_j)$ ) para generar la salida del nodo ( $Y_j$ ), que se convertirá en el patrón de entrada de los nodos a los que esté conectado, es decir:

$$net_j = \sum W_{ji}X_i \quad (3.21)$$

donde  $W_{ji}$  representa los pesos entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$  y  $X_i$  es la salida desde el nodo  $i$ . La salida desde el nodo  $j$  es calculada usando:

$$Y_j = f(net_j) = 1 / (1 + \exp(-(net_j + b))) \quad (3.22)$$

Los coeficientes  $b$  (unidades de sesgo) y  $W$  (pesos) son modificados por medio de un algoritmo de aprendizaje para minimizar las desviaciones entre los valores objetivos y las estimaciones neuronales.

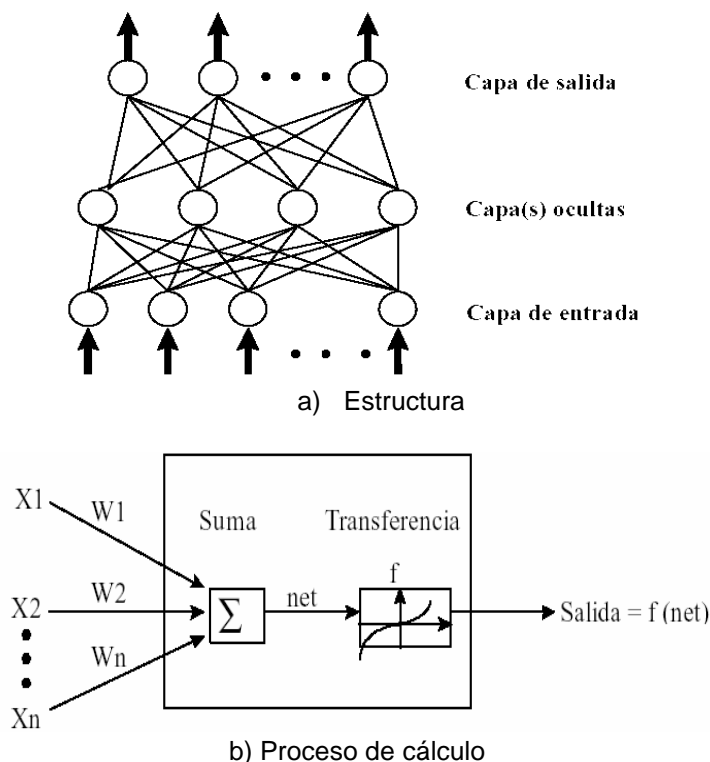


Figura 3.15. Topología neuronal (García y Romo, 2013).

La entrada del nodo ( $net_j$ ) pasa a través de una función no-lineal ( $f(net_j)$ ) para generar la salida del nodo ( $Y_j$ ), que se convertirá en el patrón de entrada de los nodos a los que esté conectado, es decir:

$$\mathbf{net}_j = \Sigma W_{ji} X_i \quad (3.21)$$

donde  $W_{ji}$  representa los pesos entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$  y  $X_i$  es la salida desde el nodo  $i$ . La salida desde el nodo  $j$  es calculada usando:

$$Y_j = f(\mathbf{net}_j) = 1 / (1 + \exp(-(\mathbf{net}_j + b))) \quad (3.22)$$

Los coeficientes  $b$  (unidades de sesgo) y  $W$  (pesos) son modificados por medio de un algoritmo de aprendizaje para minimizar las desviaciones entre los valores objetivos y las estimaciones neuronales.

- *Aprendizaje y entrenamiento.* El entrenamiento es el proceso mediante el cual la red *aprende*. El aprendizaje consiste en hacer cambios sistemáticos para mejorar la actuación de la red (respuestas calculadas) hasta alcanzar niveles aceptables si se le compara con una tarea objetivo. Las redes *aprenden* ajustando los pesos que conectan a los EPs, comienzan encontrando relaciones lineales entre las variables (red con un nodo), y conforme la complejidad de la red crece (mayor número de nodos y capas ocultas) se establecen relaciones no lineales entre las entradas y las salidas del modelo. El *entrenamiento* entonces

se reduce al proceso de encontrar el conjunto de pesos que minimizan el error entre los cálculos neuronales  $Y(t)$  y las salidas declaradas como objetivo  $A(t)$ . En esta investigación se utiliza el error cuadrático medio para tal evaluación:

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum (Y(t) - A(t))^2 \quad (3.23)$$

Los resultados se presentan en la fig. 3.16a, donde se observa que en algunas zonas las curvas de isovalores (contornos) presentan cambios irregulares e inesperados, asimismo, al comparar los valores estimados por la RN y los medidos en exploración directa (fig. 3.16c) se observa que las diferencias varían de entre 0.04 a 1.77 m.

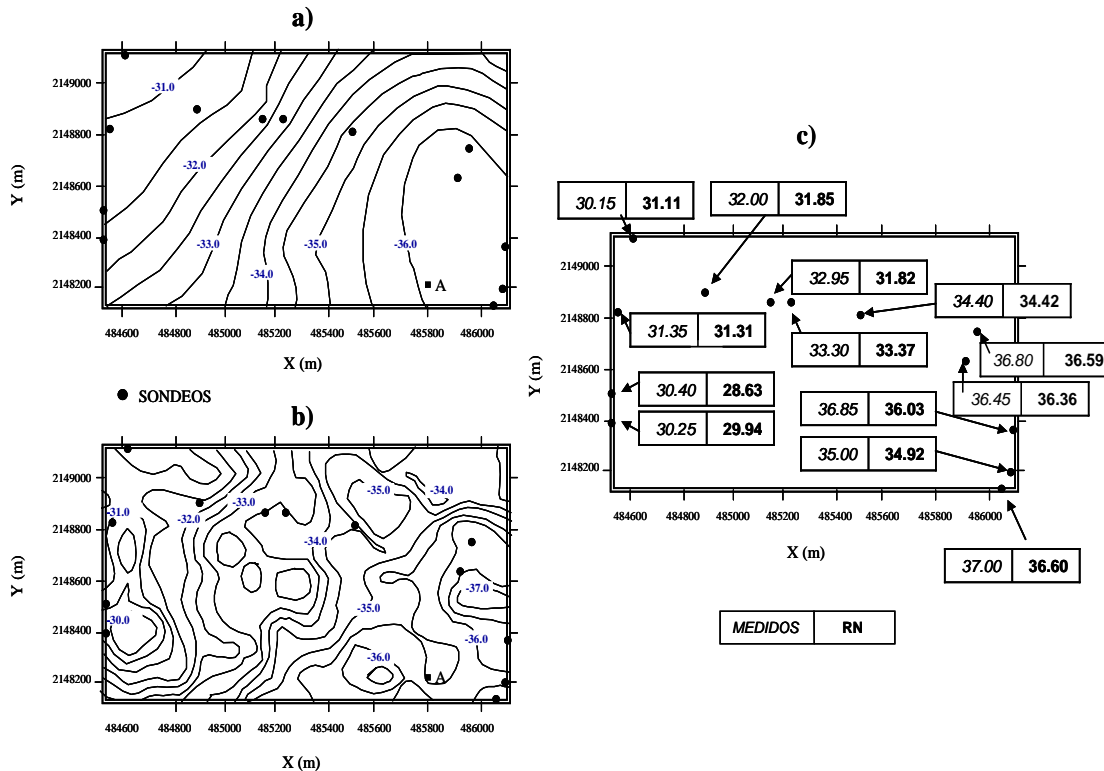


Figura 3.16. Resultados de estimaciones con técnicas geoestadísticas y cálculos con RNs (García y Romo, 2004).

Una desventaja de esta técnica es que se desconoce el tratamiento de los datos dentro de los algoritmos de cálculo, por lo que, no se tiene un control sobre los datos a lo largo del procedimiento.

En general, las técnicas de interpolación anteriormente descritas no son totalmente satisfactorias para la geotecnia, puesto que, toman en cuenta únicamente la información de tipo geométrico para la estimación, principalmente las distancias que existen entre los puntos de datos y el punto a estimar. Su limitación radica principalmente en que no consideran la continuidad o *correlación espacial* de la variable en estudio. En efecto, aun cuando su fundamento matemático sea adecuado, carecen de un fundamento físico y no permiten tomar en cuenta la estructura de correlación espacial de los datos, incluyendo la anisotropía.



Actualmente, se cuenta con otros métodos de estimación con gran potencial pero que se han usado poco hasta ahora para describir la distribución espacial las propiedades del subsuelo. La geoestadística permite tomar en cuenta la continuidad o dependencia espacial entre propiedades en puntos cercanos a través del concepto de función de *autocovariancia* o de *variograma*. Con estas herramientas es posible resolver en forma racional problemas tales como la estimación de espesores de estratos o de valores de las propiedades en un sitio dado o en una zona determinada a partir de la información de los sondeos existentes con base en técnicas de estimación optimizadas como el “*Kriging*” (obtención de estimadores lineales de mínima variancia).

### 3.6 Conceptos fundamentales de la Geoestadística

La Geoestadística, a diferencia de la estadística y del enfoque de variable aleatoria simple, permite analizar datos de fenómenos naturales distribuidos en el tiempo o en el espacio (como es el caso del presente trabajo), para lo cual se toma en cuenta la posición relativa que guardan los datos de la muestra. La palabra Geoestadística es un nombre asociado a un conjunto de técnicas basadas en la teoría de los campos aleatorios y del tratamiento de las señales aplicadas a la descripción de las condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de las propiedades de los materiales geológicos.

En este trabajo se emplea la metodología Geoestadística, adaptada al análisis de las propiedades geotécnicas del subsuelo. Esta metodología se apoya en la teoría de los campos aleatorios, que permite describir en forma racional y la variabilidad espacial de las propiedades y las características estratigráficas de las formaciones geológicas.

#### 3.6.1 Modelado de medios geológicos mediante campos aleatorios

La geoestadística considera que los valores de la variable de interés en diferentes puntos de un medio geológico de interés constituyen una familia o *campo* de variables aleatorias  $V(X)$ . Estas variables distribuidas dentro de un espacio  $R$  (longitud, superficie, volumen) pueden ser llamadas *variables aleatorias regionalizadas*, y al fenómeno representado por las variables aleatorias regionalizadas se le denomina *regionalización* o *función aleatoria espacial* o *campo aleatorio* (Auvinet, 1988). La fig. 3.17 muestra la representación gráfica de un campo aleatorio.

Como se observa en la fig. 3.17, generalmente el valor experimental de la variable de interés se conoce únicamente en algunos puntos del dominio. Además, los valores están referidos a un sistema coordenado, con el fin de asociar una posición a los valores que toma esta variable dentro de un espacio geométrico.

Sea  $V(X)$  una variable geotécnica de interés de tipo físico (i.e contenido de agua), mecánico (i.e. cohesión) o geométrico (i.e. espesor de algún estrato) definida en los puntos  $X$  del dominio  $R^p$  ( $p = 1, 2, \text{ ó } 3$ ). En cada punto del dominio, esta variable puede considerarse como aleatoria, debido al rango de posibles valores que puede tomar (fig. 3.16), el conjunto de estas variables aleatorias constituye una función espacial aleatoria o *campo aleatorio* (Vanmarcke, 1983; Auvinet, 2002). Para describir este campo pueden emplearse los siguientes parámetros y funciones (Auvinet, 2002).

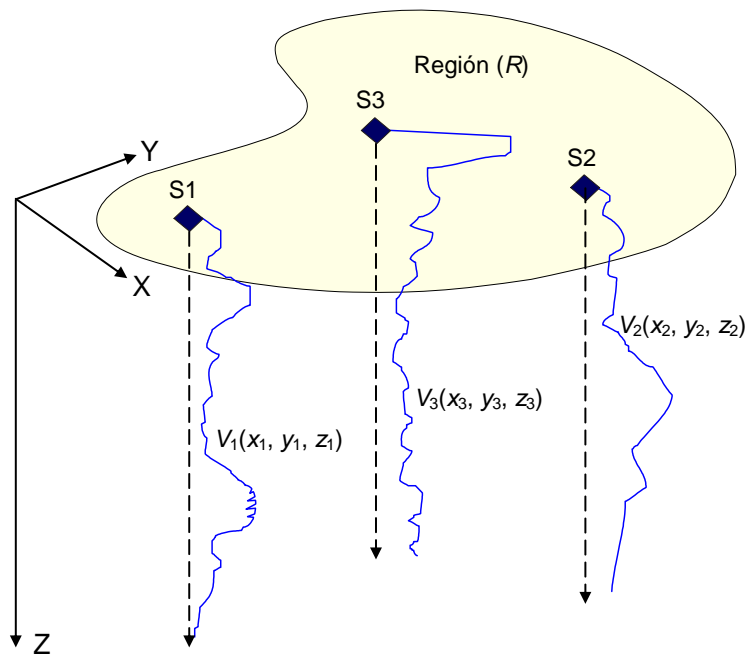


Figura 3.17. Representación esquemática de un campo aleatorio (Medina, 2001).

En el caso de sondeos continuos, aceptando que el campo es estadísticamente homogéneo y ergódico (es decir, que sus parámetros pueden ser estimados a partir de una sola realización del mismo), el *valor esperado* o *esperanza matemática* puede ser evaluado utilizando la aproximación (Auvinet, 1988):

$$E\{V(X)\} = \mu_V(X) \cong \frac{1}{L} \int_0^L V(x) dx \quad (3.24)$$

donde  $L$  es la longitud del sondeo y  $x$  una abscisa definida sobre el eje del registro. La ec 3.24 representa el *valor esperado* o *esperanza matemática* de una variable aleatoria discreta,  $V$ , con distribución de probabilidad  $p_V(v)$ .

#### Función de autocovarianza

En la misma forma, es posible estimar la covarianza (y a partir de ella el coeficiente de autocorrelación) a lo largo de la dirección  $\mathbf{u}$  como:

$$C_V(\lambda \mathbf{u}) \cong \frac{1}{L} \int_0^L V(x)V(x + \lambda \mathbf{u}) dx - \mu_V^2 \quad (12)$$

donde,  $\mathbf{u}$  es el vector unitario en la dirección en la que se evalúa la covarianza y  $\lambda$  es un escalar.

La autocovarianza representa el grado de dependencia (parecido) lineal existente entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio.

$$C_V(X_1, X_2) = Cov[V(X_1), V(X_2)] = E\{[V(X_1) - \mu_V(X_1)][V(X_2) - \mu_V(X_2)]\} \quad (3.25)$$

Una posible interpretación física de este concepto es que refleja el procedimiento de sedimentación del material. Una alta correlación puede corresponder a la pertenencia de los puntos  $X_1$  y  $X_2$  a un lente o substrato.

Su estimador estadístico para todo el medio es:

$$\begin{aligned} C_V(X_1, X_2) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [V(X_1) - \mu_V(X_1)][V(X_2) - \mu_V(X_2)] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V(X_1)V(X_2) - \mu_V(X_1)\mu_V(X_2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde  $N$  es el número de pares de datos.

Cuando es posible aceptar la hipótesis de que el valor esperado de la variable de interés es constante en todo el dominio (eventualmente después de haber removido la tendencia) y que la autocovarianza espacial depende solamente de la distancia entre los puntos  $X_1$  y  $X_2$ , se dice que el campo es *estacionario en el sentido amplio* y se cumple:

$$C_V(X_2, X_1) = C_V(X_2 - X_1) = C_V(h) \quad (3.27)$$

donde  $h$  es un escalar igual a la distancia entre los puntos  $X_1$  y  $X_2$ .

La ec. 3.27 implica que la varianza de  $V(X)$  es también constante en todo el dominio.

### Variograma

Otra técnica alternativa para describir la estructura de correlación espacial de las propiedades del suelo es utilizar el momento de segundo orden del incremento del campo aleatorio  $V(X)$  o variograma, estimado en la forma siguiente:

$$2\gamma(\lambda\mathbf{u}) \cong \frac{1}{L} \int_0^L [V(X + \lambda\mathbf{u}) - V(X)]^2 dx \quad (3.28)$$

El estimador estadístico está dado por la semivarianza:

$$\gamma(h) = \gamma(X_1, X_2) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [V(X_1) - V(X_2)]^2 \quad (3.28)$$

El *variograma* puede interpretarse como un parámetro que también indica la dependencia lineal existente entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio con base en la varianza. Algunos autores, especialmente en las aplicaciones mineras, recomiendan usar el concepto de *variograma* de preferencia al de *autocovarianza*; sin embargo, el uso de este concepto no trae ventajas para el tipo de aplicaciones consideradas en este estudio, por lo que se usará siempre la *función de autocovarianza* y el *coeficiente de autocorrelación* en las aplicaciones presentadas en este trabajo.

### Coeficiente de autocorrelación

La autocovarianza representa el grado de dependencia lineal existente entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio. Se puede escribir bajo la forma de un *coeficiente de autocorrelación* adimensional, cuyo valor queda siempre comprendido entre -1 y +1. En la misma forma, el coeficiente de correlación puede escribirse como:

$$\rho_V(X_1, X_2) = \frac{C_V(X_1, X_2)}{\sigma_V(X_1)\sigma_V(X_2)} = \rho_V(h) \quad (3.29)$$

En muchas aplicaciones, sin embargo, será más realista admitir que la relación anterior solamente es válida a lo largo de una dirección determinada, es decir, que la estructura de correlación del medio es anisótropa. En este caso, se pueden usar las notaciones  $C_V(h\mathbf{u})$  y  $\rho_V(h\mathbf{u})$ , donde  $\mathbf{u}$  es un vector unitario en la dirección considerada.

### Correlograma experimental

La función de autocovarianza puede ser normalizada y expresada mediante un coeficiente, para lo cual se estima un valor de  $\rho(\lambda\mathbf{u})$  para cada valor de  $C(\lambda\mathbf{u})$ . Con los valores obtenidos se construye una gráfica con  $\rho(\lambda\mathbf{u})$  y  $h=(\lambda\mathbf{u})$  en un sistema coordenado; en este trabajo la curva resultante es llamada *correlograma experimental* (fig. 3.18).

### Distancia de correlación

Para estimar la correlación espacial en forma cuantitativa se introduce el término *distancia de correlación* (también conocida como *alcance*, *influencia* o *rango*), que es la distancia a partir de la cual las variables aleatorias regionalizadas  $V(X_1)$  y  $V(X_2)$  son independientes para cualquier  $X \in \Omega \subset R^p$ , de aquí que se interprete como *zona de influencia*.

La distancia de correlación,  $\delta = 2a$ , se estima a partir del correlograma experimental, definiéndose a como:

$$a = \int_0^{\lambda_c} \rho(\lambda\mathbf{u}) d\lambda \quad (3.30)$$

siendo:  $\lambda_c$  es el valor crítico de  $\lambda$  donde  $\rho$  se anula por primera vez (fig. 3.18).

### Correlograma teórico

Los correlogramas teóricos se definen ajustando los correlogramas experimentales a una función matemática que incluya las correspondientes distancias de correlación. En la tabla 3.2 se describen las funciones comúnmente empleadas.

Tabla 3.2. Funciones de autocorrelación (Vanmarcke, 1983).

Tipo	Coeficiente de autocorrelación, FDA ( $\rho(x,y,z)$ )
0. Exponencial	$\exp - \left\{ \left( \frac{d_x}{x} \right)^k + \left( \frac{d_z}{z} \right)^k \right\}$
I. Exponencial simple	$\exp \left\{ -2 \left( \frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\}$
II. Exponencial cuadrada	$\exp \left\{ -\pi \left( \frac{d_x^2}{\delta_x^2} + \frac{d_z^2}{\delta_z^2} \right) \right\}$
III. Modelo autoregresivo de segundo orden	$\exp \left\{ -4 \left( \frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\} \left( 1 + \frac{4d_x}{\delta_x} \right) \left( 1 + \frac{4d_z}{\delta_z} \right)$
IV. Exponencial cosenoidal	$\exp \left\{ - \left( \frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\} \cos \frac{d_x}{\delta_x} \cos \frac{d_z}{\delta_z}$

$\delta_x$  y  $\delta_z$  son respectivamente la distancia de correlación en la dirección horizontal y vertical.

$d_x = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$  y  $d_z = |z_i - z_j|$  son respectivamente las distancias horizontal y vertical entre diferentes puntos de la masa del suelo;  $x_i$ ,  $y_i$  y  $z_i$  son las coordenadas de estos puntos.

Como se verá más adelante, en este trabajo, se muestra que una función de tipo exponencial simple es la que mejor se ajusta para las propiedades del subsuelo analizado:

$$\rho = e^{-(2h/\delta)} \quad (3.31)$$

Eventualmente esta distancia de correlación puede ser modificada ligeramente para mejorar el ajuste de la función teórica con el correlograma experimental (fig. 3.18).

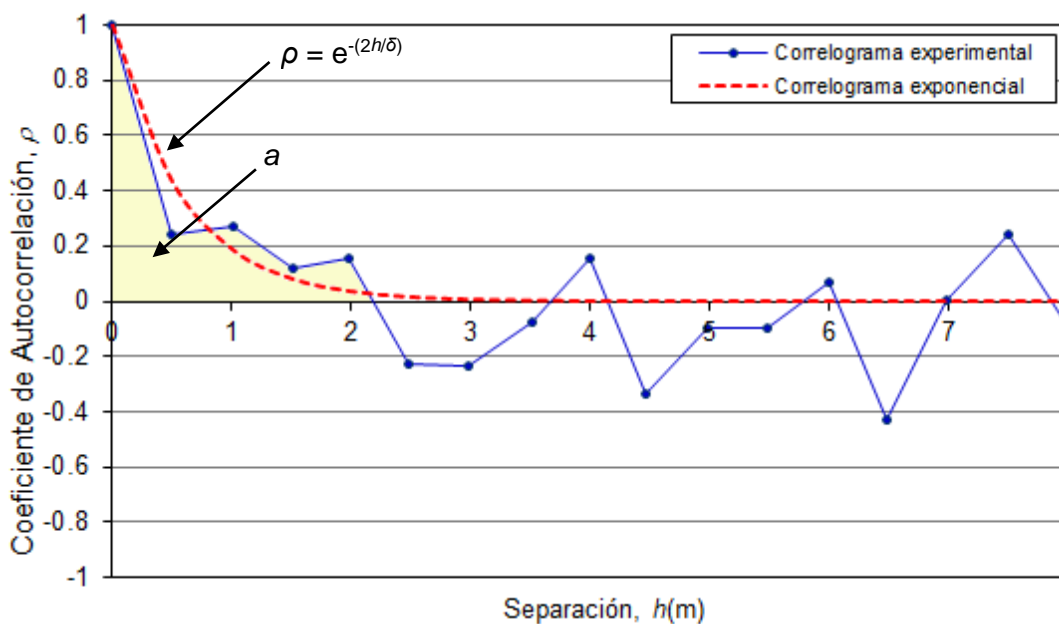


Figura 3.18. Modelado de un correlograma experimental típico.

*Tendencia o deriva*

Cuando la esperanza matemática es una función no constante de las coordenadas  $x, y, z$ , se dice que el campo aleatorio presenta una tendencia o deriva. Las varianzas y otros momentos así como las funciones de distribución de probabilidad pueden también presentar variaciones espaciales.

Si las derivas no son apreciables, es posible aceptar la hipótesis de que el campo es estacionario, por lo menos en sentido amplio; se dice entonces que el medio es estadísticamente homogéneo. Si las derivas son significativas, conviene separar la parte determinista (variación funcional de la propiedad) de la parte aleatoria y trabajar con el residuo obtenido restando de los datos el valor de la tendencia obtenida por ejemplo por ajuste lineal o no lineal de mínimos cuadrados (inciso 2.3.3.1). Este campo residual puede además normalizarse introduciendo una nueva función aleatoria de tipo:

$$V'(X) = \frac{V(X) - \mu_V(X)}{\sigma_V(X)} \quad (3.32)$$

Esta función aleatoria tiene una esperanza nula y una varianza unitaria.

Es más fácil que el campo residual así obtenido cumpla con las condiciones requeridas para que pueda considerarse como *estacionario en el sentido amplio*. Un proceso iterativo para definir la tendencia y verificar que el residuo pueda considerarse como estacionario ha sido propuesto por Kulatilake (1987).

Conviene observar por otra parte que es posible también realizar estimaciones sin remover la tendencia en la forma indicada más adelante (ec. 2.52).

*Efecto de escala*

El conocimiento de los parámetros principales del campo aleatorio representativo de las variaciones de las propiedades permite evaluar la esperanza y dispersión de los valores medios de dichas propiedades en áreas o volúmenes contenidos dentro del medio. Así, en un campo estacionario, la esperanza del valor medio  $V_\Omega$  de la propiedad de interés en un volumen  $\Omega$  es (Papoulis, 1984):

$$E\{V_\Omega\} = E\left\{\frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} V(X) dX\right\} = E\{V(X)\} \quad (3.33)$$

y su varianza:

$$\text{Var}[V_\Omega] = E\{V_\Omega^2\} - E^2\{V_\Omega\} \quad (3.34)$$

es decir:

$$\text{Var}[V_\Omega] = \frac{1}{\Omega^2} \left[ E\left\{ \int_{\Omega} V(X) dX \int_{\Omega} V(X) dX \right\} - E\left\{ \int_{\Omega} V(X) dX \right\}^2 \right] \quad (3.35)$$

lo que puede escribirse como:

$$\text{Var}[V_{\Omega}] = \frac{1}{\Omega^2} \int_{\Omega} \int_{\Omega} E\{V(X_1)V(X_2)\} dX_1 dX_2 - \int_{\Omega} \int_{\Omega} E\{V(X_1)\}E\{V(X_2)\} dX_1 dX_2 \quad (3.36)$$

es decir:

$$\text{Var}[V_{\Omega}] = \frac{1}{\Omega^2} \int_{\Omega} \int_{\Omega} C_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad (3.37)$$

En la misma forma, se muestra que la covarianza entre valores medios de la propiedad en dos dominios  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ , con o sin traslape, es:

$$\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] = \frac{1}{\Omega_1 \Omega_2} \int_{\Omega_1} \int_{\Omega_2} C_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad (3.38)$$

La ecuación 2.30 puede también escribirse:

$$\text{Var}[V_{\Omega}] = \frac{\text{Var}[V(X)]}{\Omega^2} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \rho_V(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad (3.39)$$

Dado que el coeficiente de correlación es inferior o igual en valor absoluto a la unidad, se observa que la varianza del valor medio de una propiedad aleatoria estacionaria en un dominio dado tiende a disminuir cuando las dimensiones de dicho dominio crecen (excepto en el caso trivial de la correlación perfecta). Esta formulación fue utilizada por Auvinet (1986) para estudiar el efecto de escala geométrico en los medios granulares.

En la literatura, este fenómeno se conoce también como “*reducción de varianza*”. Soulié (1983) ha hecho notar que, debido a este efecto, es indispensable indicar las dimensiones de los especímenes cuando se proporciona el valor de la dispersión de los resultados de ensayos físicos o mecánicos sobre un material dado, para tomar en cuenta el efecto d escala.

### *Predicción*

A partir de un conjunto de datos (puntos de medición) es posible realizar predicciones:

- *Estimación*, consiste en obtener el *valor esperado* de una variable en un punto sin medición.
- *Simulación*, consiste en obtener el *valor posible* de una variable en un punto sin medición.

El *Kriging* es una técnica de estimación espacial desarrollada por Matheron en los sesentas a partir de los trabajos de Daniel G. Krige, quién fue pionero en el uso de la correlación espacial para propósitos de predicción de reservas de oro, por lo que Matheron le da el nombre en su honor. La técnica del *kriging*, ampliamente usada en ingeniería minera consiste en obtener el mejor estimador lineal sin sesgo y de mínima varianza (en inglés: *Best Linear Unbiased Estimation* o “*BLUE*”). *Mejor*, porque los factores de ponderación se determinan de tal forma, que la varianza de estimación es mínima; *Lineal*, porque es una combinación lineal ponderada de los datos; *Sin sesgo*, porque el error de estimación tendrá una media igual a 0, o cercano.

En la tabla 3.3 se indican las técnicas de *kriging* y *simulación* comúnmente empleadas para la predicción.

Tabla 3.3. Técnicas de predicción.

Estimación	Simulación
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Probabilidad Condicional</li> <li>- Kriging Simple</li> <li>- Kriging Ordinario</li> <li>- Kriging Universal</li> <li>- Kriging Indicador</li> <li>- Co-Kriging</li> <li>- Validación Cruzada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Matricial (LU)</li> <li>- Espectral</li> <li>- Bandas Rotantes</li> <li>- Secuencia Gaussiano</li> <li>- Secuencial Indicador</li> <li>- Gaussiano Truncado</li> <li>- Recocido (Annealing) Simulado</li> </ul>

En la literatura, existen varios trabajos que tratan sobre el tema de confiabilidad aplicada a la ingeniería civil, en los que para la estimación puntual se emplean procedimientos similares a los de algunas de estas técnicas (*Kriging ordinario* o *Kriging simple*) pero sin darles estos nombres (Harr, 1996).

Las técnicas que a continuación se describen brevemente son las empleadas para el desarrollo de este trabajo (*Kriging Ordinario*, *Kriging Simple*, *Cokriging* y *Simulación Matricial* (LU), considerando el caso de la predicción puntual.

### *Kriging Simple*

La técnica del *Kriging Simple* (Krige, 1962; Matheron, 1965; Krige, 1962; Matheron, 1965; Vanmarcke, 1983; Deutsch, 1992; Auvinet, 2002) se basa en la hipótesis de que se conoce la media y la covarianza del campo aleatorio. Supóngase que se hacen mediciones de una variable de interés  $V$  en los puntos  $X_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), del campo aleatorio estudiado, es decir, se tienen realizaciones de las variables  $V(X_1), \dots, V(X_n)$ , y se desea predecir o estimar  $V^*(X)$ , en el punto  $X$  donde no hubo medición. En esta circunstancia, el método *kriging simple* propone que el valor de la variable puede predecirse como una combinación lineal de las  $n$  variables aleatorias así:

$$V^*(X) = a + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot V(X_i) \tag{3.40}$$

Para determinar el coeficiente  $a$  y los ponderadores ( $\lambda_i, i=1, \dots, n$ ) se examinan las condiciones de ausencia de sesgo y de varianza mínima.

*Condición de ausencia de sesgo:* El valor esperado del error de estimación es:

$$E\{V^*(X) - V(X)\} = a + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot E\{V(X_i)\} - E\{V(X)\} = a + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \mu_V - \mu_V \tag{3.42}$$



para que este valor esperado sea nulo, se debe plantear:

$$a = \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right] \cdot \mu_V \quad (3.43)$$

*Condición de varianza mínima:* La varianza del error de estimación se expresa en función de la covarianza.

$$\text{var}[V^*(X) - V(X)] = \text{var}[V^*(X)] - 2 \cdot \text{cov}[V^*(X), V(X)] + \text{var}[V(X)] \quad (3.44)$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{cov}[V(X_i), V(X_j)] - 2 \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}[V(X), V(X_i)] + C(0) \quad (3.45)$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(X_i - X_j) - 2 \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i C(X - X_i) + C(0) \quad (3.46)$$

Los ponderadores óptimos (que minimizan la varianza del error) pueden determinarse tomando derivadas parciales con respecto a los ponderadores.

$$\frac{\partial [1]}{\partial \lambda_i} = 2 \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_j C(X_i - X_j) - 2 \cdot C(X - X_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.47)$$

e igualándola a cero:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(X_i - X_j) = C(X - X_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.48)$$

Este sistema de  $n$  ecuaciones con  $n$  ponderadores desconocidos es el sistema de *kriging simple* (KS). En notación matricial:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} C(X_1 - X_1) & \dots & C(X_1 - X_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(X_n - X_1) & \dots & C(X_n - X_n) \end{pmatrix}}_{\text{correlaciones entre los datos}} \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}}_{\text{ponderadores}} = \underbrace{\begin{pmatrix} C(X_1 - X) \\ \vdots \\ C(X_n - X) \end{pmatrix}}_{\text{correlaciones entre los datos y el valor a estimar}} \quad (3.49)$$

o bien, puede escribirse también en términos del *coeficiente de autocorrelación*:

$$\begin{pmatrix} \rho(X_1 - X_1) & \dots & \rho(X_1 - X_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(X_n - X_1) & \dots & \rho(X_n - X_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(X_1 - X) \\ \vdots \\ \rho(X_n - X) \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Por tanto, el estimador se escribe como:

$$V^*(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot V(X_i) + \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right] \cdot \mu_V \quad (3.51)$$

La media aparece con un ponderador que es el complemento de la ponderación acumulada de los datos. Entre más lejos se encuentre de los datos el punto a estimar,  $X$ , más bajos serán sus ponderadores y mayor será la ponderación de la media. En cierta forma, *la media "compensa" la falta de datos.*

*Varianza de estimación:* Asimismo, se determina el valor de la varianza del error (minimizado) asociado a la estimación, también conocida como "*varianza de estimación*":

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X)] + v - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot C(X - X_i) \quad (3.52)$$

Puede demostrarse que esta varianza siempre es menor o igual a  $\text{Var}[V(X)]$ .

El *kriging simple* es de hecho rigurosamente equivalente a la técnica de estimación condicional en un campo Gaussiano (Auvinet, 2002).

### *Kriging Ordinario*

La técnica del *Kriging Ordinario* (Krige, 1962; Matheron, 1965; Vanmarcke, 1983; Deutsch, 1992; Auvinet, 2002) considera que no se conoce la media  $\mu_V$  del campo aleatorio. Esto permite generalizar el kriging a situaciones donde esta media no es constante en el espacio: la media puede variar de una región a otra, siempre que sea aproximadamente constante en cada vecindad de *kriging*. Sólo se conoce la función de covarianza  $C(h)$  o el variograma  $\gamma(h)$ .

Partiendo de la ec. 3.51, es posible encontrar un estimador lineal, sin sesgo y de mínima varianza que no requiera el conocimiento de la media  $\mu_V$ , imponiendo la condición:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (3.53)$$

*Condición de ausencia de sesgo:* El valor esperado del error de estimación es:

$$E\{V^*(X) - V(X)\} = a + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot E\{V(X_i)\} - E\{V(X)\} = a + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \mu_V - \mu_V \quad (3.54)$$

Siendo  $\mu_V$  desconocido, para que este *valor esperado* sea nulo se debe plantear

$$a = 0 \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (3.55)$$

Condición de varianza mínima: La varianza del error de estimación se expresa en función de la covarianza.

$$\text{var}[V^*(X) - V(X)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(X_i - X_j) - 2 \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i C(X - X_i) + C(0) \quad (3.56)$$

Los ponderadores óptimos (que minimizan la varianza del error, condicionando que la suma de los ponderadores sea igual a 1) pueden determinarse introduciendo un *multiplicador de Lagrange*  $\nu$ .

$$\text{var}[V^*(X) - V(X)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(X_i - X_j) - 2 \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i C(X - X_i) + C(0) + 2\nu \underbrace{\left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)}_{=0} \quad (3.57)$$

y anulando las derivadas parciales con respecto a los ponderadores y con respecto al *multiplicador de Lagrange*. Las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial [ ]}{\partial \lambda_i} = 2 \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_j C(X_i - X_j) - 2 \cdot C(X - X_i) + 2 \cdot \nu, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial [ ]}{\partial \nu} = 2 \cdot \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

A partir de estas derivadas se llega al sistema de ecuaciones del *kriging ordinario (KO)*:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(X_i - X_j) + \nu = C(X - X_i), & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (3.59)$$

En notación matricial:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} C(X_1 - X_1) & \dots & C(X_1 - X_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(X_n - X_1) & \dots & C(X_n - X_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{correlaciones entre los datos}} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \nu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} C(X_1 - X) \\ \vdots \\ C(X_n - X) \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{correlaciones entre los datos y el valor a estimar}} \quad (3.60)$$

También puede escribirse en términos del *coeficiente de autocorrelación*:

$$\begin{pmatrix} \rho(X_1 - X_1) & \cdots & \rho(X_1 - X_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho(X_n - X_1) & \cdots & \rho(X_n - X_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \nu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(X_1 - X) \\ \vdots \\ \rho(X_n - X) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

*Varianza de estimación:* La varianza del error de estimación (*varianza de estimación*) es:

$$\sigma_E^2(X) = \sigma^2 - \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot C(X_i - X) - \nu \right] \quad (3.62)$$

$$\sigma_E^2(X) = \sigma^2 - \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \rho(X_i - X) - \nu \right] \quad (3.63)$$

En ocasiones, esta varianza puede ser mayor que  $\text{Var}[V(X)]$ .

### *Estimación cruzada*

La técnica conocida con el nombre de *Cokriging* permite obtener en la práctica la estimación de una propiedad de interés a partir de la información de la propia variable además de las correlacionadas con ella. El caso más frecuente es cuando dos o más variables han sido muestreadas pero una está menos muestreada que las otras. El uso de esta técnica permite un mejor aprovechamiento de los datos obtenidos en sondeos y en pruebas de laboratorio.

### *Validación Cruzada*

En la *estimación*, una forma sencilla de verificar la consistencia de los resultados es comparar los valores de la estimación con valores de datos cercanos. La forma más objetiva de evaluar la consistencia de las estimaciones es mediante la técnica de *validación cruzada* que consiste en suprimir un valor medido y estimarlo a partir del resto aplicando la técnica del *Kriging*; comparando los dos valores, entre menor sea la diferencia la estimación tendrá mayor aproximación, es decir, la estimación es consistente.

### *Simulación*

La *simulación* es el proceso por medio del cual se genera una posible configuración de un campo aleatorio compatible con sus parámetros descriptivos (*simulación incondicional*) o con estos parámetros y, además, con los datos disponibles (*simulación condicional*). Se puede generar así una serie de realizaciones o imágenes del campo que permiten apreciar, en particular, valores extremos potencialmente problemáticos.

La forma más sencilla de simular un campo aleatorio consiste en considerar que el mismo está representado por  $n$  puntos  $X_1, X_2, \dots, X_n$  donde se deben obtener realizaciones del grupo de variables aleatorias  $V(X_1), V(X_2), \dots, V(X_n)$ , con la estructura correcta del campo en cuanto a esperanza y matriz de covarianza. La simulación se realiza generalmente sobre una malla de

puntos en el dominio de interés y se reduce por tanto a generar un cierto número de variables aleatorias conjuntamente distribuidas. A continuación se presenta una introducción a este tema.

### Simulación incondicional

Este tipo de simulación requiere inicialmente la generación de una secuencia de *variables aleatorias estándar independientes distribuidas normalmente* (con media cero y varianza unitaria), obtenidas a partir de dos variables aleatorias,  $U_i$  y  $U_{i+1}$ , distribuidas uniformemente entre 0 y 1 (Fogli, 1980):

$$\begin{aligned} Z_i &= \sqrt{-2\ln(1-U_i)} \cos(2\pi U_{i+1}) \\ Z_{i+1} &= \sqrt{-2\ln(1-U_i)} \operatorname{sen}(2\pi U_{i+1}) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Por otra parte, la matriz de correlación,  $\rho$ , constituida por los elementos:

$$\rho_V(X_i, X_j) = \frac{C_V(X_i, X_j)}{\sigma_V(X_i)\sigma_V(X_j)} \quad (3.65)$$

puede descomponerse en el producto de una matriz triangular inferior y de su traspuesta:

$$\mathbf{LL}^T = \rho \quad (3.66)$$

Esta operación, conocida como *descomposición de Cholesky*,  $LU$  (Alabert, 1987), presenta ciertas desventajas: no puede realizarse cuando algunas de las  $V(X_i)$  están perfectamente correlacionadas entre sí, es difícil de calcular cuándo el número de puntos en el campo es demasiado grande, y tiende a generar errores de redondeo numérico. Sin embargo, existen algoritmos estándar eficientes para su cálculo.

A partir de la matriz  $\mathbf{L}$  de la ec. 3.66, se puede obtener un *campo aleatorio normal estándar correlacionado*, como una combinación lineal de las variables normales estándar independientes,  $Z_j$ :

$$G(X_i) = \sum_{j=1}^i L_{ij} Z_j; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.67)$$

Finalmente, se introducen los valores conocidos de la media y la varianza para generar realizaciones de  $V(X_i)$ , lo cual proporciona la simulación del campo:

$$V(X_i) = \mu_V(X_i) + \sigma_V(X_i)G(X_i) \quad (3.68)$$

Cuando la simulación del campo aleatorio  $V(X)$  ya haya sido generada, esta realización puede utilizarse como punto de partida para un análisis determinista. La simulación puede repetirse tantas veces como se desea para evaluar la variabilidad del resultado del mismo como parte de un análisis de *Monte Carlo*.

### 3.6.2 Metodología y criterios para la aplicación práctica

El fundamento teórico descrito en la sección previa puede adaptarse al análisis de la distribución espacial de las propiedades del suelo lacustre del Valle de México. Para tal fin, se necesario considerar la realización de diversas actividades a realizar en forma ordenadas. En la fig. 3.19 se indican las diferentes etapas o procedimiento general a seguir para los análisis geoestadísticos de la distribución espacial de las propiedades del subsuelo.

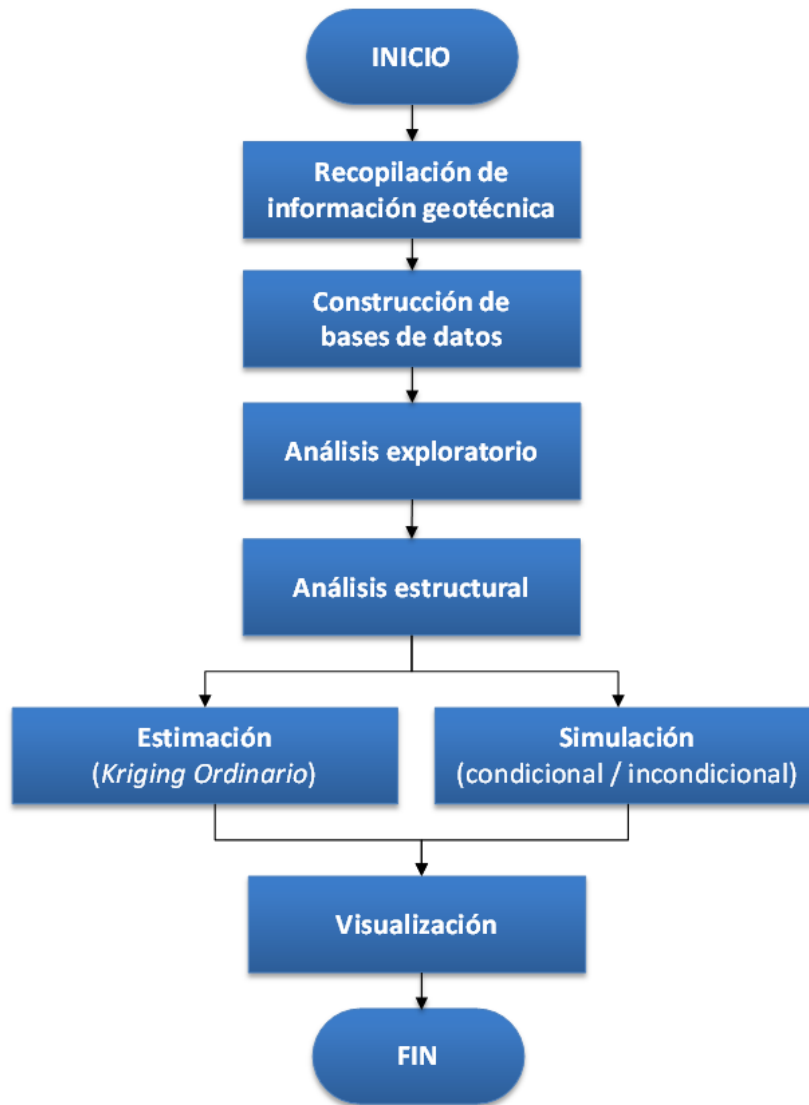


Figura 3.19. Diagrama de bloques general para el análisis geoestadístico.

a) *Recopilación de la información geotécnica*

Como punto de partida se reunió un considerable número de sondeos geotécnicos realizados dentro del área de estudio. Se recopiló también información adicional (geología, topografía, cartografía, etc.) con el propósito de complementar la caracterización del subsuelo. Los sondeos geotécnicos, así como la información adicional disponible fueron capturados en archivos electrónicos para facilitar su almacenamiento, manejo e interpretación.

Los sondeos geotécnicos, la cartografía, el mapa geológico, así como los demás mapas disponibles fueron georeferenciados bajo un mismo sistema geográfico; en este trabajo se empleó el sistema UTM en la proyección WGS84.

### b) Construcción de bases de datos

A partir de los sondeos geotécnicos, para este trabajo se diseñaron y construyeron un conjunto de bases de datos (BD) referidas a:

- Información particular de los sondeos, archivos que guardan la información particular de los sondeos registrados. Previamente se revisa y evalúa la calidad y coherencia de la información recabada con el propósito de eliminar aquellos datos incompletos o inciertos.
- Imágenes de perfiles de sondeos, integrada por las imágenes de los sondeos previamente registrados.
- Propiedades geotécnicas, constituida por un conjunto de archivos donde se almacenan los valores numéricos de las propiedades geotécnicas (contenido de agua, resistencia de punta de cono eléctrico, Número de golpes de SPT) obtenidos a partir de los perfiles geotécnicos. Para este trabajo, se implementó un procedimiento parcialmente automatizado (fig. 3.20) Los datos numéricos se encuentran organizados en forma tabular, bajo el siguiente orden: coordenada X, coordenada Y, profundidad Z y el valor del parámetro.
- En general, la estructura de los archivos de datos consiste de una tabla de tres columnas por  $n$  número de líneas:
- Estratigrafía, constituida por un conjunto de archivos donde se registra la profundidad y espesor de las capas típicas del subsuelo en la zona lacustre (CD, FAS, CD, FAI, DP).

Coordenada X: 496183.49  
Coordenada Y: 2166920.69

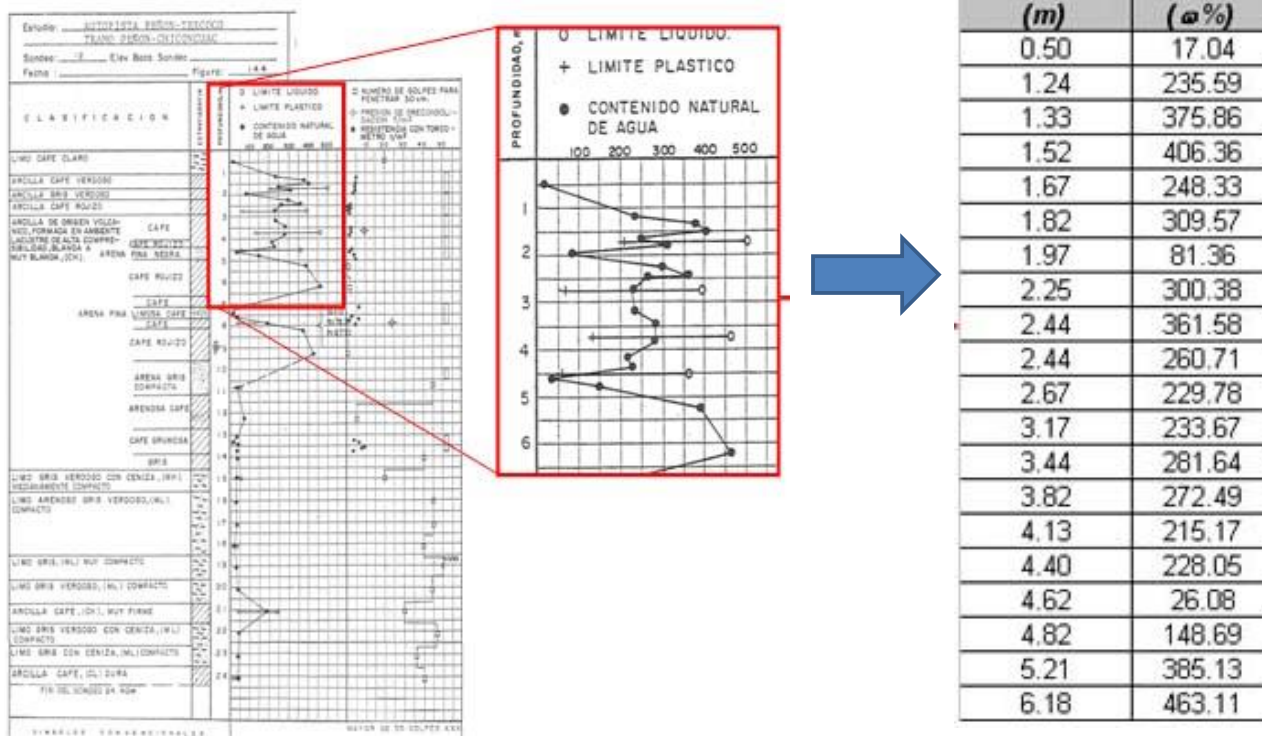


Figura 3.20. Procedimiento para la generación de archivos de datos numéricos.

Los errores intrínsecos asociados a los datos experimentales, como se expone en el apartado 3.3, no son considerados en este trabajo. Por tanto, los datos numéricos provenientes de los perfiles geotécnicos se consideran como valores reales del medio estudiado.

### c) Análisis estadístico

*Análisis estadísticos tradicionales.* Con el propósito de tener un conocimiento previo del comportamiento de los datos se realizarán un análisis estadístico tradicional de los datos de las propiedades analizadas para la caracterización del subsuelo lacustre. Este análisis combinado con las evidencias geológicas permitirá definir si el medio puede representarse mediante un modelo único o si al contrario debe dividirse en varios subdominios. Los parámetros principales que se estiman son:

- *valor esperado*
- *varianza*
- *desviación estándar*
- *coeficiente de variación*
- *Histograma*

En la muestra es posible que existan valores atípicos (*outliers*, en inglés), su detección y posible eliminación es importante, puesto que, pueden influir significativamente en los resultados de las etapas posteriores. Debe considerarse dos categorías de *outliers* (Díaz y Casar, 2004):

- los *distribucionales* que son los que tienen valores que se alejan significativamente del valor medio de la muestra.
- y los *espaciales* son los que tienen un valor muy diferente al de sus vecinos más cercanos

Además, se realiza también un análisis de la distribución espacial de los datos muestrales a fin de conocer si están distribuidos en forma homogénea en el área de estudio o si presenta una distribución preferencial por zonas o en alguna dirección.

*Definición de tendencias.* Si en el medio geológico considerado, la esperanza, la varianza y los demás parámetros son constantes, se dice que es *estadísticamente homogéneo*. En este caso, se acepta generalmente que el campo es *ergódico* (es decir, que sus parámetros pueden ser estimados a partir de una sola función muestra o realización; Auvinet, 2002). Si algunos parámetros como la *esperanza* y la *varianza* del campo no son constantes se dice que presentan cierta *tendencia o deriva*, es decir, que el campo es *no estacionario*.

La determinación de la tendencia se realiza generalmente mediante el ajuste de un modelo lineal (*hiperplano* en los casos de 2D y 3D) de la forma:

$$\begin{aligned}
 V^*(x) &= ax && \text{en una línea (1D)} \\
 V^*(x, y) &= ax + by + c && \text{en un plano (2D)} \\
 V^*(x, y, z) &= ax + by + cz + d && \text{en un volumen (3D)}
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

donde a, b, c, d son los *coeficientes de regresión*.

La tendencia puede evaluarse a partir de los *coeficientes de regresión lineal*, se construye una gráfica de regresión (recta o plano) que representa la tendencia. En la fig. 3.21 se presenta un



ejemplo de regresión lineal para un análisis de datos distribuidos en un plano (2D). A partir de esta representación gráfica, el criterio para valorar si el campo es o no estacionario es:

1. Si el plano de regresión exhibe una pendiente prácticamente nula se dice que el campo no presenta tendencia y, por tanto, es *estacionario*.
2. Si el plano de regresión exhibe una pendiente considerable se dice que el campo presenta tendencia y, por tanto, es *no estacionario*.
3. Cuando es posible aceptar la hipótesis de que el *valor esperado* de la variable de interés es constante en todo el dominio (eventualmente después de haber removido la tendencia) y que la autocovarianza espacial depende solamente de la distancia entre los puntos  $X_1$  y  $X_2$ , se dice que el campo es *estacionario en el sentido amplio*.

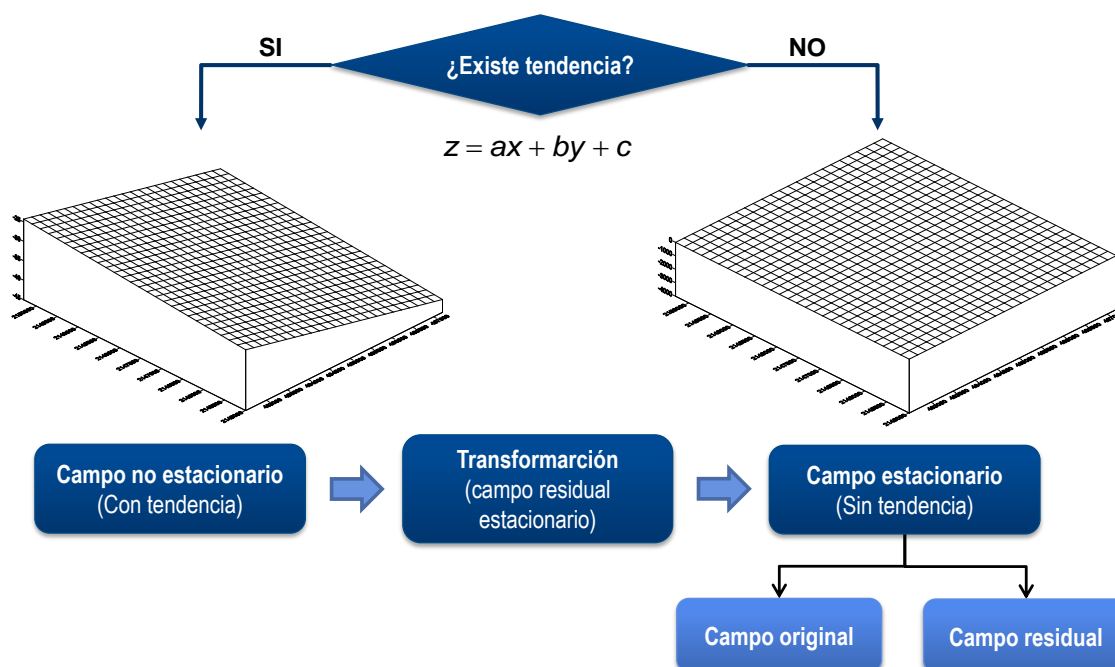


Figura 3.21. Esquema representativo de la evaluación de la estacionariedad.

#### d) Análisis estructural

El propósito del *análisis estructural*, en este trabajo también llamado de *correlación espacial* es determinar cuantitativamente la dependencia espacial de las mediciones del campo y definir modelos de correlación espacial representativos de dicho campo.

Por tanto, el *análisis estructural* consiste en determinar los parámetros y funciones (*autocorrelación*, *autocovarianza*, *coeficiente de autocorrelación*) que describen un campo aleatorio, a partir de los datos disponibles. En este trabajo, los parámetros y funciones se estiman a partir de los resultados “discretos” (muestras aisladas) o “continuos” (sondeos) de las campañas de exploración, considerando diferentes incrementos de desplazamiento  $h_i$ , tomando como valor inicial la distancia típica que existe entre los datos y hasta un incremento máximo  $h_{m\acute{a}x}$  del 60% de la distancia que existe entre los datos más distantes.

Otra técnica para describir la estructura de correlación espacial de las propiedades del suelo consiste en utilizar el momento de segundo orden del incremento del campo aleatorio  $V(X)$  o

variograma. En la práctica su interpretación podría ser un tanto subjetiva, por lo que, en este trabajo se emplea el correlograma, puesto que, su interpretación es menos subjetiva.

e) *Anisotropía*

En el caso de un estudio en dos o tres dimensiones, es importante determinar el grado de anisotropía de cualquier propiedad del suelo  $V(X)$  dentro del medio. Para estimar la anisotropía, se determina la función de autocovarianza en varias direcciones. Si el valor de la distancia de correlación permanece constante en todas las direcciones estimadas, entonces se dice que el campo es *isótropo*; en cambio, si esta distancia es variable para las diferentes direcciones, se dice entonces, que el campo es *anisótropo*. La anisotropía de un campo aleatorio puede frecuentemente representarse en forma geométrica a través de una elipse, llamada *elipse de anisotropía*.

En este trabajo para identificar la anisotropía, las funciones (*autocorrelación, autocovarianza, coeficiente de autocorrelación*) se calculan, en diferentes direcciones preferenciales, de acuerdo con el tipo de dominio o región estudiado:

- Para un plano (2D): en cuatro direcciones referidas al azimut geográfico:  $Az = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  y  $135^\circ$ .
- Para un volumen (3D): por sencillez se consideran únicamente las direcciones vertical y horizontal.

En el caso de que los datos se encuentren distribuidos en forma aleatoria es necesario proporcionar algunos parámetros que definen ciertas tolerancias lineales y angulares (fig. 3.22) para la conformación de pares de datos que permitan calcular las anteriores funciones lo mejor posible.

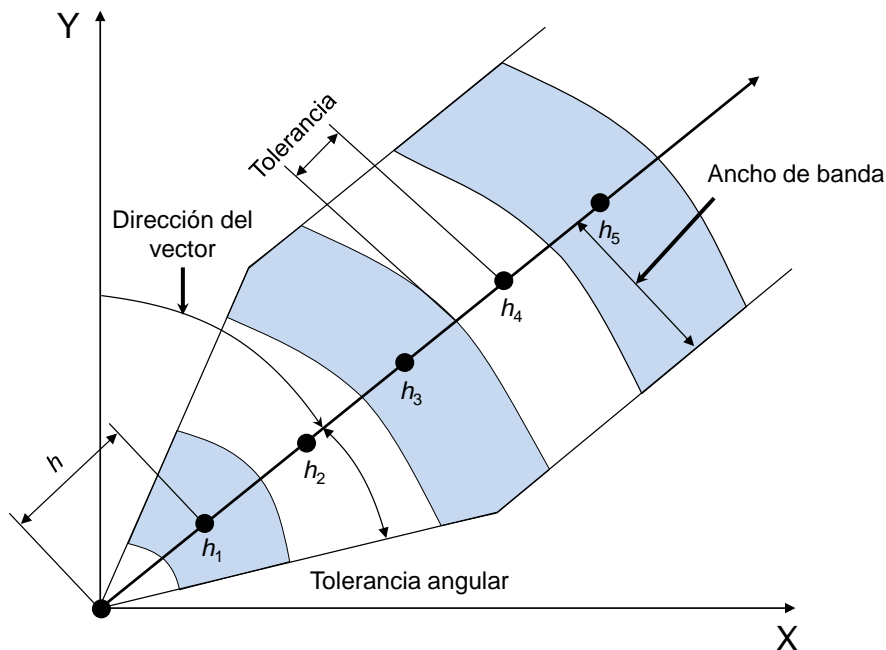


Figura 3.22. Definición de tolerancias (Deutch, 1992).

Finalmente, con base en las distancias de correlación y adoptando una función matemática de tipo exponencial (ec. 3.30) se obtiene un modelo de correlación espacial. Este modelo constituye un

elemento importante en la etapa de predicción. En el caso de dos variables de interés correlacionadas se determinarán sus correlogramas cruzados.

Cuando el campo aleatorio por estudiar es muy grande o incluye diferentes medios geológicos, lo mejor es subdividir el dominio y definir un modelo de correlación para cada zona o medio geológico, los cuales deberán emplearse para estimación y/o simulación en cada subdominio en forma correspondiente. Procediendo de esta forma, se tendrá mejores resultados que al considerar un modelo global para todo el campo estudiado.

#### f) Predicción

Para la predicción (estimación o simulación) se requiere:

1. *Definir una malla de estimación:* Si bien no hay restricciones para definir la malla de estimación, para el caso de un análisis en un plano (2D), usualmente se eligen mallas regulares (fig. 3.23), debido a que su geometría facilita la representación gráfica de los resultados en forma de mapas de contornos, relieves, etc. Una recomendación práctica respecto al tamaño de la celda de la malla es que debe ser de un orden aproximadamente igual a la distancia mínima de separación de los datos, puesto que ésta es la resolución de la información que se dispone. Para el caso del análisis en un volumen (3D), se requiere definir la posición de los puntos a lo largo de un eje, en los que se estimarán valores a lo largo de la profundidad (fig. 3.24), es decir, la malla de interpolación definirá la generación de perfiles estimados (*virtuales*) del parámetro que se analiza. Por tanto, en este caso la malla de estimación estará definida por:

- Las coordenadas de los puntos inicial ( $x_1, y_1$ ) y final ( $x_2, y_2$ ) del eje de estimación.
- El número de puntos a estimar a lo largo del eje.
- Distancia o paso de cálculo a lo largo de la profundidad,  $\Delta z$ .

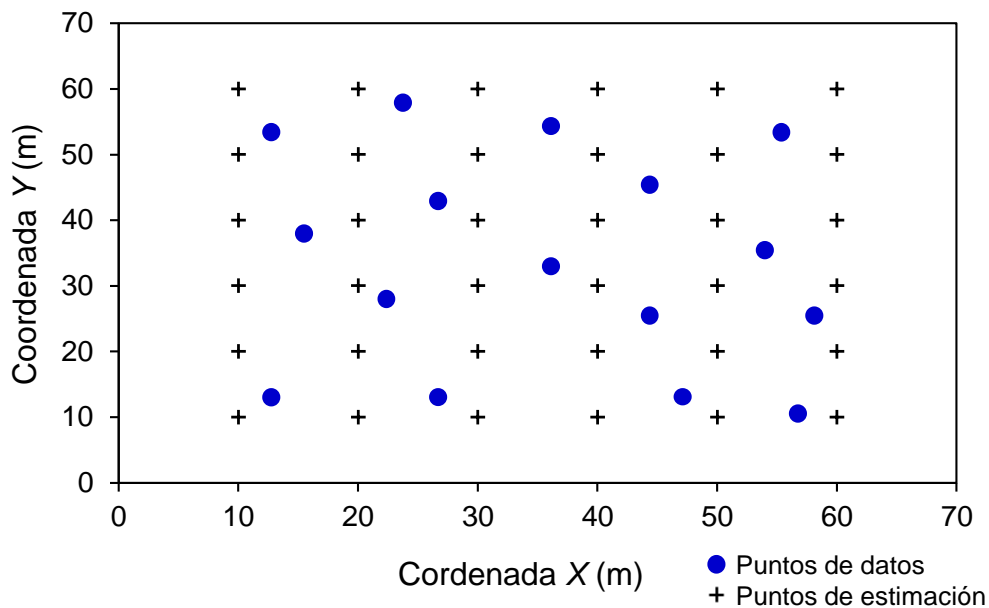


Figura 3.23. Malla de estimación para el caso del análisis en un plano (2D).

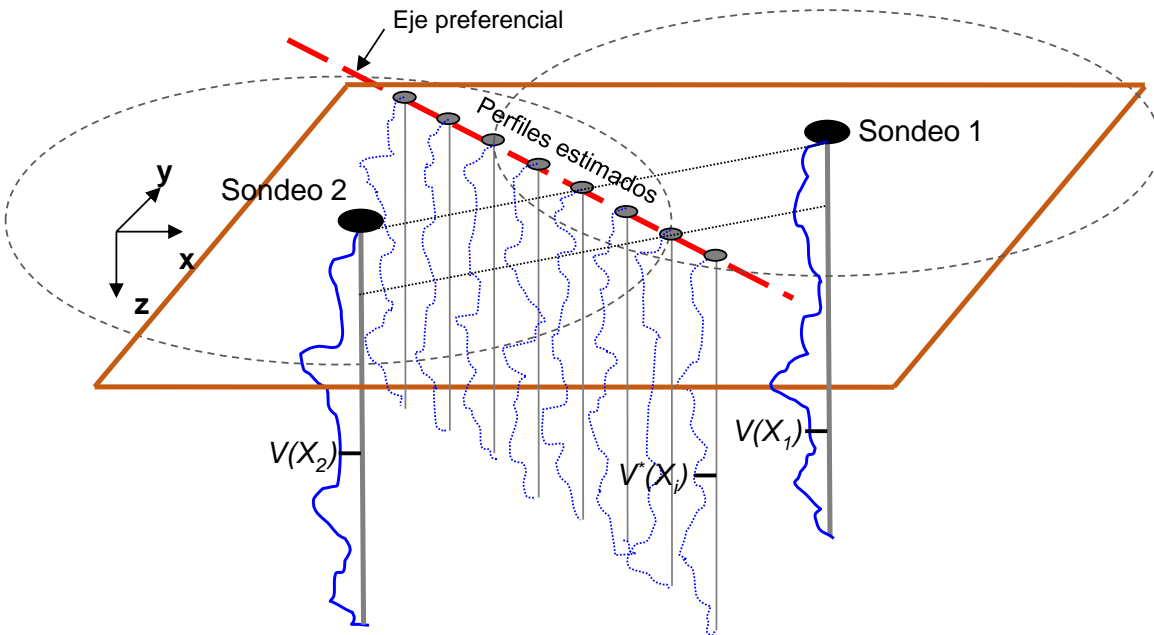


Figura 3.24. Malla de estimación para el caso del análisis en un volumen (3D).

2. *Definir una vecindad de búsqueda:* La vecindad de búsqueda se define con respecto al punto a estimar y determina cuales puntos vecinos potencialmente serán tomados en la estimación.

- Caso *isotrópico*: tomar una circunferencia con centro en el punto a estimar y radio igual o menor a la distancia de correlación.
- Caso *anisotrópico*: tomar una elipse con centro en el punto a estimar y semiejes iguales o menores a las *distancias de correlación* del *correlograma* anisotrópico (fig. 3.25).

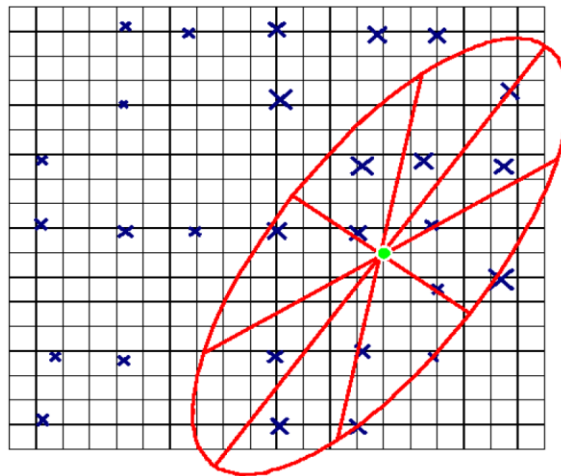


Figura 3.25. Ejemplo de vecindad de búsqueda para el caso anisotrópico (Díaz y Casar, 2009).

El Radio de búsqueda podrá ser igual a la distancia de correlación, un radio mayor que esta distancia no tiene sentido, puesto que, ya no existe correlación.

3. *Parámetros de correlación espacial:* Se definen las distancias de correlación, en cada una de las direcciones preferenciales de cálculo, así como, la función de ajuste del *correlograma experimental*.

En el caso de que el análisis se realice con el *campo residual*, la *estimación* o *simulación* del campo aleatorio se realiza considerando los datos del campo estacionario y, posteriormente, al campo resultante se le agrega la tendencia eliminada.

#### g) *Visualización*

La interpretación de los resultados numéricos de la estimación (interpolación) o simulación ordenados en forma tabular, no es sencilla; por lo que, en este trabajo se recurre a técnicas de graficación avanzadas (programas comerciales) para construir perfiles, secciones transversales (cortes), mapas de contornos o modelos de superficies, a partir de los valores puntualmente estimados. Las representaciones gráficas permiten apreciar visualmente la distribución espacial de las propiedades estudiadas. Asimismo, se tiene la ventaja de identificar zonas de concentraciones de valores máximos y mínimos.

### 3.6.3 Aplicaciones de la geoestadística en la geotecnia

Los principios y técnicas de la geoestadística, definidos en el capítulo anterior, pueden ser aprovechados en las aplicaciones prácticas de la geotecnia. En este capítulo se revisa el uso potencial de estas herramientas, poniendo énfasis en el problema del muestreo, el mapeo de propiedades y la definición de parámetros de diseño.

#### 3.6.3.1 *Problema del muestreo*

Las consideraciones presentadas en los incisos anteriores permiten definir un marco conceptual útil para el problema del muestreo, al que se enfrenta el geotecnista.

Al pretender definir una de las propiedades geotécnicas de un cierto dominio del subsuelo, el geotecnista suele dividir dicho dominio en zonas (generalmente estratos) de características aproximadamente homogéneas o cuya heterogeneidad siga una ley sencilla. Si  $V$  es la propiedad de interés, se acepta entonces que, en cada zona, es posible asociar a cada punto del medio un valor único de la propiedad de interés y que ésta varía en el espacio básicamente de acuerdo con alguno de los modelos siguientes (Auvinet, 1986):

- La propiedad  $V$  es homogénea y determinista. En este caso, basta con una sola muestra para determinarla.
- La propiedad  $V$  es determinista y sigue una ley de variación espacial simple (variación lineal por ejemplo). Un número reducido de muestras es suficiente para definir totalmente la propiedad de interés.
- La propiedad  $V$  es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad se supone frecuentemente gaussiana y puede definirse mediante dos parámetros: esperanza  $E\{V\}$  y varianza  $\sigma_V^2$ . Por muestreo aleatorio o sistemático, en los que se admite que en cada punto se repite el mismo experimento y que las muestras son independientes entre sí, se obtienen estimadores de los parámetros de interés. El número de muestras requerido depende de la precisión y del nivel de confianza con el que se quieran conocer los parámetros (Cochran, 1977).
- La propiedad es una función aleatoria espacial  $V(x, y, z)$ . Si esta función se considera estacionaria y no correlacionada en el espacio, esta hipótesis equivale a la del inciso anterior. Si

la misma función se considera perfectamente correlacionada en el espacio, al igual que en el modelo determinista, basta con una muestra única para levantar la incertidumbre. Sin embargo, en el caso general existirá una correlación espacial que se expresará mediante la función de autocorrelación. En ocasiones, será posible admitir que la función aleatoria tiene incrementos estacionarios o que sigue otra ley de variación simple. El número de muestras requerido depende entonces de la ley aplicable y se determina con consideraciones análogas a las del inciso anterior.

Otro aspecto de gran relevancia es establecer las dimensiones mínimas que debe tener una muestra para ser representativa del dominio de suelo en estudio. La definición de estas dimensiones mínimas se basa usualmente en consideraciones puramente empíricas. Por lo que se refiere a las características estructurales del medio, para las cuales el efecto de escala es puramente geométrico, es posible abordar este problema en forma racional con base en el concepto de *efecto de escala geométrico* o de *reducción de varianza*.

### 3.6.3.2 Mapeo

En geoestadística además de emplear herramientas numéricas también se recurre al empleo de herramientas gráficas para describir la variabilidad de las variables del suelo.

En el caso de la estimación puntual en dos dimensiones, la técnica del *kriging* proporciona valores esperados en puntos donde no se conoce el valor del campo, a partir de puntos de datos generalmente espaciados en forma irregular. En el caso de contar con un número suficiente de estimaciones puntuales puede recurrirse a la técnica llamada de *mapeo* que consiste en la elaboración de mapas de contornos o de superficies tridimensionales que permiten realizar una interpretación en forma visual de la variación espacial de las propiedades de interés (Hohn, 1988).

#### a) Mapa de contornos

Los valores estimados puntualmente  $V(x, y)$  sobre los nodos de una malla regular dentro de un campo aleatorio, pueden representarse gráficamente mediante un diagrama denominado *mapa de contornos*. Este mapa consiste en un conjunto de líneas que unen puntos de igual valor (líneas de *isovalores* o de *contornos*) del campo aleatorio.

En el caso de la estimación, los mapas de contornos describen gráficamente los valores esperados de una variable de interés. El espaciamiento relativo entre líneas indica la variación del campo aleatorio. Además, permiten identificar zonas de concentración de valores máximos y mínimos del campo.

Por otra parte, al aplicar la técnica de estimación de *kriging* se obtiene también un valor de varianza o desviación estándar del estimador, con los cuales se puede asimismo construir un mapa de contornos de la incertidumbre asociada a la estimación. Así, la geoestadística proporciona una medida gráfica de incertidumbre que permite establecer intervalos de confianza alrededor de los valores esperados, resaltando las zonas de mayor y menor incertidumbre sobre la estimación. Las zonas de mayor incertidumbre de mapas indican que se requiere más información.

Una aplicación derivada de la técnica de mapeo puede presentarse en el caso de un programa de reconocimiento del subsuelo, donde un mapa de contornos de incertidumbre puede ayudar a identificar puntos donde se requiere realizar más sondeos.

En el caso de la simulación también puede construirse un mapa de contornos con los resultados obtenidos, generando así una posible realización o imagen del campo que permite apreciar en particular valores extremos potencialmente problemáticos.

#### b) Superficies tridimensionales

A partir de los mismos resultados de la estimación del campo aleatorio, es posible elaborar mapas de superficies en tres dimensiones, asignando como coordenada  $z$  (de elevación) el valor puntual estimado. En forma visual, estas superficies permiten apreciar en mejor forma las variaciones espaciales del campo aleatorio.

Las elevaciones y depresiones que se generan sobre las superficies tridimensionales indican respectivamente las zonas donde se concentran los valores máximos y mínimos del campo aleatorio, por otra parte dan una idea de la variación en magnitud de la variable analizada.

También puede elaborarse una superficie tridimensional de la varianza o desviación estándar de la estimación, la cual permite distinguir visualmente el grado de incertidumbre asociado a la estimación, de igual forma, los valores máximos generarán elevaciones mientras que los mínimos depresiones.

#### 3.6.3.3 Selección de parámetros de diseño

Una de las aplicaciones directamente relacionadas con la geotecnia es la selección de los parámetros de diseño mediante un criterio geoestadístico. En Geotecnia, la selección de los parámetros de diseño es un problema que no está resuelto en forma satisfactoria. Como ejemplo ilustrativo se considera el diseño de la zapata de cimentación desplantada sobre un estrato de suelo cohesivo considerado, por sencillez, como estadísticamente homogéneo, fig. 3.26.

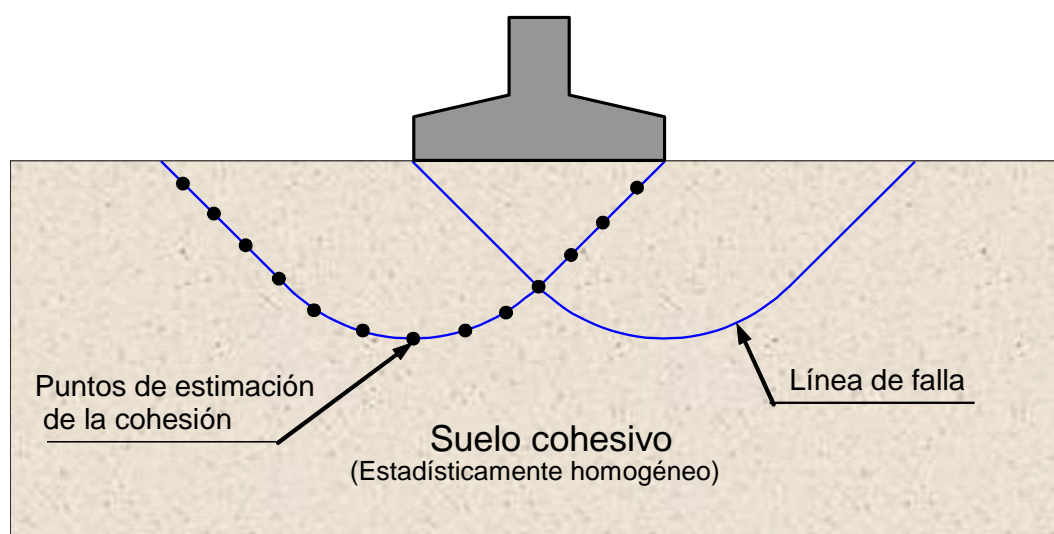


Figura 3.26. Zapata de cimentación (Auvinet, 2002).

De acuerdo con el ejemplo, con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones para el Distrito Federal (NTC-DCC-DF), debe realizarse la revisión de capacidad de carga a corto plazo y de los asentamientos de la zapata. Para efectuar estas dos revisiones, comúnmente se cuenta con pocas determinaciones experimentales de los parámetros involucrados: para la capacidad de carga el valor de la cohesión determinada en pruebas triaxiales no drenadas y para los asentamientos los valores de la compresibilidad.

En la práctica, existen criterios muy diversos para pasar de los datos disponibles a los parámetros de diseño. Por ejemplo, es común que se adopte como representativo el valor más desfavorable determinado o bien el promedio de los datos disponibles, sin que exista una justificación clara para ello. Estos criterios empíricos no son satisfactorios, lo cual hace necesario recurrir a nuevas técnicas.

La selección de los parámetros de diseño puede realizarse en forma más racional recurriendo a los conceptos de la geoestadística presentados en los capítulos anteriores.

Retomando el problema de la zapata, las dos revisiones que establecen las NTC-DCC-DF pueden realizarse bajo los siguientes criterios:

a) Para la capacidad de carga, se sabe que la resistencia a la falla está dada por la cohesión a lo largo de la superficie de falla, por lo que es importante conocer el parámetro a lo largo de dicha superficie. Para ello, si se recurre a un modelado geoestadístico de la cohesión es posible estimar puntualmente varios valores del parámetro a lo largo de dicha superficie de falla (*kriging puntual*), fig. 3.23, tomando en cuenta la correlación espacial entre los datos experimentales del parámetro. Como alternativa, es posible estimar la cohesión media a lo largo de la superficie de falla (*kriging global*).

En realidad el problema es más complejo, puesto que no es únicamente estadístico sino también mecánico. Así, en el caso de materiales que pueden presentar falla progresiva, el promedio de las cohesiones (resistencias de pico) a lo largo de la superficie de falla no es representativo para el cálculo de la capacidad de carga. Además, en rigor, las pruebas de laboratorio representativas dependen de la posición del punto considerado sobre la superficie de falla y su orientación, por lo que, las pruebas representativas van desde pruebas de compresión triaxial a pruebas de corte directo y pruebas de extensión. Sin embargo, aún en caso de considerar modelos que tomen en cuenta los aspectos anteriores, el efecto de reducción de variancia tiene una gran importancia.

b) para la estimación de los asentamientos, se requiere conocer el valor de la compresibilidad del suelo bajo la zapata, pero en muchos casos se cuenta con este valor en forma puntual. Una mejor estimación del asentamiento puede obtenerse considerando el valor medio de todo el volumen de suelo bajo la zapata. Para lo anterior, puede recurrirse también al modelado geoestadístico de la compresibilidad y estimar el valor medio del parámetro del volumen de suelo involucrado (*kriging global*).

Además de las estimaciones puntuales o globales, la geoestadística proporciona una medida de la incertidumbre que puede tomarse en cuenta en análisis de confiabilidad de la cimentación considerada.



### 3.6.4 Algoritmos optimados y desarrollados

Con el fin de facilitar la estimación de todos los parámetros y funciones definidas en los capítulos anteriores para la aplicación práctica del presente trabajo, se revisaron y optimaron un conjunto de programas algorítmicos para computadora, elaborados en diferentes lenguajes de programación.

#### a) Programa *Geostatistics Software Library (GSLIB)*

El conjunto de programas denominado *GSLIB* fueron desarrollados en el lenguaje de programación *Fortran* (Deutsch, 1992). Estos programas permiten realizar un análisis estructural de uno o más campos aleatorios en forma simultánea, opcionalmente se puede estimar la función de autocovarianza, la función de segundo orden del proceso incremental. Realiza estimación puntual mediante la técnica de *Kriging* y adicionalmente permite también realizar simulación condicional.

#### b) Programa *Sistema de Apoyo al Análisis Geoestadístico (SAAG)*

El programa denominado *SAAG* (fig. 3.24) fue desarrollado en lenguaje de programación *C-Builder* (Dávalos, Medina y Auvinet, 2001). El programa permite calcular la función de correlación espacial, la estimación puntual mediante la técnica de probabilidad condicional (*Kriging simple*) y la simulación de perfiles de la propiedad del interés del subsuelo, a partir de los datos de sondeos. Una limitante de este programa es que los análisis se realizan por etapas, en las que el usuario toma participación directa al realizar algunos cálculos en forma personal fuera del programa, lo que amplía el tiempo para realizar un análisis.

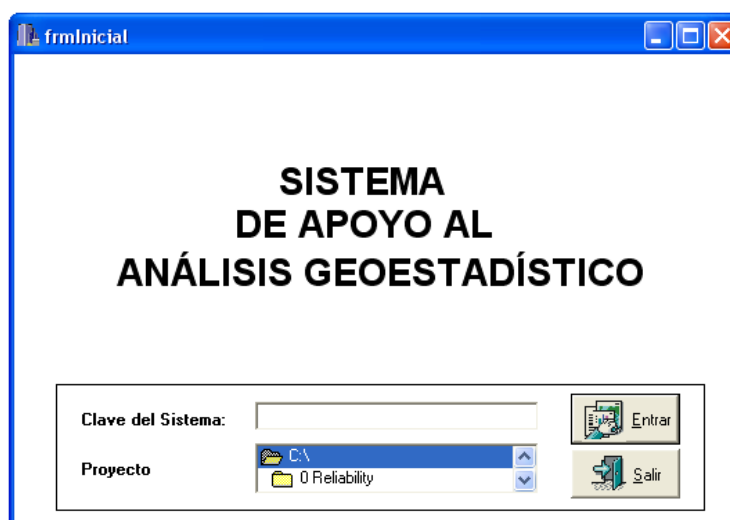


Figura 3.24. Programa SAAG (Auvinet et all, 2000).

c) Programa *Modelado, Estimación y Simulación de Campos Aleatorios (MESCAL)*

Existen dos versiones de este programa:

*MESCAL 2000* (Laboratorio de Geoinformática, 2000): desarrollado en lenguaje de programación *VisualBasic 5* y empleado particularmente en el trabajo *Aplicación de la Geoestadística a la Descripción del Subsuelo del Valle de México* (Juárez, 2000). Este programa (fig. 3.25) está basado en un conjunto de programas originalmente desarrollados en lenguaje *Turbo Basic* (Auvinet, 1988) para un estudio de extracción de carbón en paneles horizontales de minas, por lo que, en un inicio fue llamado *CARBON*. El programa permite:

- realizar interpolación lineal para generar archivos de datos continuos en 1D y 2D.
- calcular la regresión lineal de un campo aleatorio en 1D y 2D.
- calcular la función de autocovarianza y el coeficiente de autocorrelación para un campo aleatorio en 1D y 2D.
- realizar el ajuste exponencial a los datos de la función de autocorrelación 1D y 2D.
- estimar la esperanza y la varianza condicional de un campo aleatorio en 1D y 2D.



Figura 3.25. Programa *MESCAL 2000* (Laboratorio de Geoinformática, 2000).

Este programa tiene algunas limitaciones:

- en cada etapa, el usuario toma participación para realizar algunos cálculos en forma personalizada fuera del programa.
- maneja un bajo número de datos.
- no incluye el análisis de correlación espacial y la estimación en 3D.
- no emplea la técnica de *Kriging Ordinario* para la estimación en 1D y 2D.
- no incluye realizar simulaciones.

*MESCAL 2012* ((Laboratorio de Geoinformática, II-UNAM, 2012): desarrollado en lenguaje de programación *VisualBasic* (Visual Studio, 2010) como parte del presente trabajo para facilitar los análisis geoestadísticos de las propiedades geotécnicas del subsuelo (fig. 3.26).



Figura 3.26. Programa *MESCAL 2012* (Laboratorio de Geoinformática, 2012).

El programa permite realizar análisis completos en forma guiada, lo cual facilita y reduce el tiempo de los análisis, ya que permite:

- Capturar y generar archivos de datos en forma ágil y eficiente.
- Leer y editar archivos de datos existentes.
- Realizar el análisis estadístico de los datos de un campo aleatorio.
- Calcular la regresión lineal sobre una línea (1D), un plano (2D) o un volumen (3D).
- Calcular las funciones: *autocorrelación*, *autocovariancia* y *coeficiente de autocorrelación* sobre una línea (1D), un plano (2D) o un volumen (3D).
- Graficar y modelar el correlograma experimental.
- Realizar predicciones: estimación (*Kriging Ordinario*) y simulación (condicional) sobre una línea (1D), un plano (2D) o un volumen (3D).

Las ventajas de este programa sobre la versión anterior son:

- El usuario realiza el análisis completo dentro del mismo programa.
- maneja un alto número de datos.
- incluye el análisis de correlación espacial en 1D, 2D y 3D.
- realiza la estimación en 1D, 2D y 3D.
- emplea la técnica de *Kriging Ordinario* para la estimación en 1D, 2D y 3D.
- incluye realizar simulaciones en 1D, 2D y 3D.
- menor tiempo de cálculo.



---

# CAPÍTULO 4



## CAPÍTULO 4

### 4. ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO LACUSTRE

En este apartado se presenta la aplicación de la geoestadística al análisis de la distribución espacial del subsuelo lacustre del valle de México, tomando como variables geotécnicas el contenido de agua, la resistencia de punta de cono eléctrico y en número de golpes en SPT, así como el espesor y profundidad de las diferentes capas típicas del subsuelo.

El análisis de la distribución espacial de las propiedades índice, mecánicas y geométricas del subsuelo del suelo lacustre se realizó con base en los perfiles geotécnicos integrados en el SIG-SG (Laboratorio de Geoinformática, II-UNAM, 2012), el fundamento teórico y la metodología descrita en el capítulo precedente. Como resultado, se elaboran modelos que representan la distribución espacial de las propiedades analizadas, para algunos sitios y zonas estudiadas.

Los datos experimentales se obtuvieron de los perfiles geotécnicos integrados en el SIG-SG. La selección de los sondeos se basó principalmente en la antigüedad de los sondeos. Para este trabajo, se consideró incluir datos de sondeos realizados de 1990 a 2012. Después de seleccionar los sondeos se procedió a digitalizar los datos pasando de información analógica (imagen del perfil geotécnico) a información numérica de los valores de la variable, por ejemplo el contenido de agua,  $w(\%)$  y su profundidad correspondiente. La caracterización estratigráfica de los sondeos geotécnicos se realizó con base en el modelo estratigráfico propuesto por Marsal y Mazari (1959).

Los primeros tres ejemplos presentados en este capítulo para 1D, 2D y 3D, ilustran la metodología de la aplicación práctica para diferentes espacios, asimismo, con ellos se pretende también establecer algunos criterios para el modelado de la dependencia espacial y la predicción. Una vez definidos los criterios, en los ejemplos subsecuentes, la metodología se aplica en forma sistemática a un alto volumen de datos con el propósito de obtener modelos que describan la distribución espacial de las propiedades del subsuelo.

Debe señalarse que debido al fenómeno del hundimiento regional las profundidades actuales de las capas típicas del subsuelo pueden ser sensiblemente menores a las registradas en los sondeos más antiguos. Asimismo, se adoptó como límite del dominio estudiado la Zona Geotécnica I (Zona de lomas) propuesta en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones (GDF, 2004b).

Por limitaciones de espacio, el tamaño de los mapas y modelos generados en este trabajo es reducido. Por tal motivo, en algunos de ellos no es posible apreciar con detalle la información que contienen. Para obtener un mayor detalle sobre los mapas y modelos, se sugiere consultar la versión electrónica de este mismo trabajo.

### 4.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua en un sondeo (1D)

Para ilustrar el análisis de distribución espacial de las propiedades geotécnicas del subsuelo en sondeos geotécnicos individuales (1D), se emplean los datos del contenido de agua tomados de un sondeo realizado en el sitio *Centro Urbano Presidente Juárez* (CUPJ). El contenido de agua,  $w(\%)$ , es la propiedad índice de los suelos que más destaca, especialmente para materiales cohesivos, debido a las correlaciones que presenta con el tipo de material y con las propiedades mecánicas. En la fig. 4.1, se muestra la ubicación del sondeo y el perfil del contenido de agua (Jaime y Romo, 1986), donde se observa que se realizó un alto número de ensayos para determinar esta propiedad.

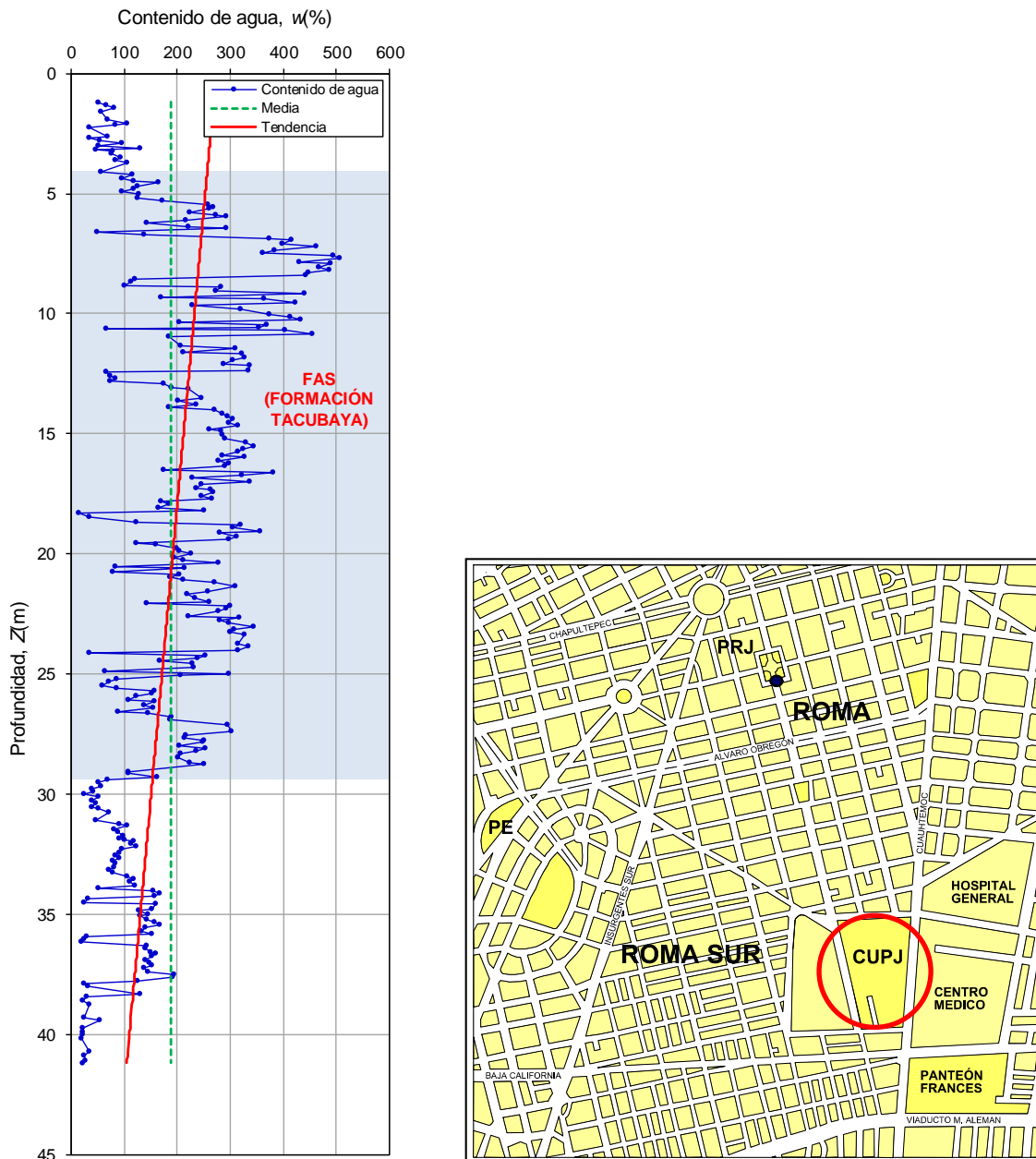


Figura 4.1. Perfil de contenido de agua, sondeo en el sitio CUPJ.



### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores del contenido de agua,  $w(\%)$ , se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=1$  (sondeo, 1D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. La profundidad es asociada a la coordenada  $Z$ .

De acuerdo con los valores de contenido de agua mostrados en la fig. 4.1, se observa que los valores altos se ubican en la parte superior, que corresponden a la FAS. La magnitud decrece progresivamente con la profundidad; en la FAI se encuentran los valores bajos de contenido de agua de la arcilla lacustre, eventualmente también aparecen intercalados valores de baja magnitud que corresponden a lentes de suelos rígidos (limo y arena).

Por lo anterior, con el propósito de evaluar la correlación espacial en campos con características homogéneas y heterogéneas, el análisis se realiza considerando dos campos aleatorios, uno heterogéneo (sondeo completo) y otro homogéneo (FAS).

### Análisis estadístico

A partir de los datos experimentales y aceptando la hipótesis de *ergodicidad* de los campos aleatorios considerados, se estiman sus principales parámetros estadísticos. Los resultados se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Parámetros estadísticos del contenido de agua en el sitio CUPJ.

Parámetro	Valor	
	Sondeo completo	FAS
No. de datos	299	189
Media, $m(\%)$	189.45	231.1
Varianza, $\sigma^2(\%)^2$	13462.78	13247.7
Desviación estándar, $S(\%)$	116.03	115.1
Coficiente de variación, $CV$	0.61	0.50
Rango (%)	490.68	445.7

En la fig. 4.2 se presentan los histogramas para los campos analizados. Se observa que el histograma del contenido de agua del sondeo completo presenta una distribución de frecuencia con sesgo a la izquierda, en cambio, el histograma de la FAS presenta una distribución aproximadamente simétrica, de tipo normal. Por tanto, puede decirse que para el caso del contenido de agua, al subdividir el campo aleatorio en subdominios con características físicas prácticamente homogéneas se obtendrán histogramas con distribución normal.

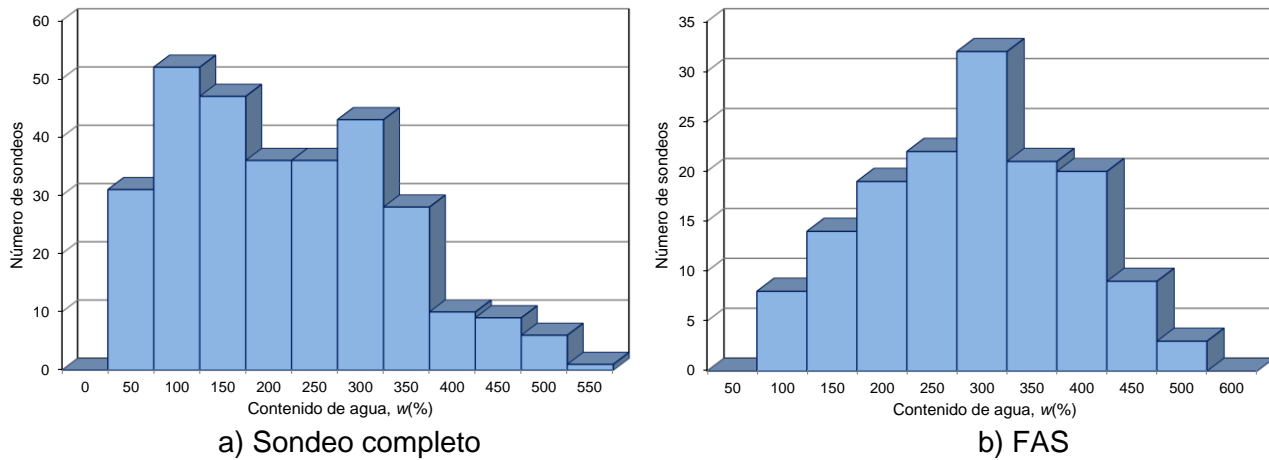


Figura 4.2. Histogramas del contenido de agua, sitio CUPJ.

*Análisis de correlación espacial*

Un análisis de regresión buscando ajustar a los datos una recta de ecuación  $V = ax+b$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal siguientes:

Para el sondeo completo:  $a = -4.081$  y  $b = 272.871$   
 Para la FAS:  $a = -3.289$  y  $b = 297.087$

Con los anteriores coeficientes de regresión lineal se representa gráficamente la tendencia de los campos aleatorios mediante una línea de regresión, como se muestra en las figs. 4.3 y 4.4; en ellas se observa que existe una tendencia negativa con respecto a la profundidad, es decir, en ambos casos se trata de campos aleatorios no estacionarios.

Para determinar la correlación espacial es necesario convertir los campos aleatorios no estacionarios a otros que si lo sean. Esto se logra eliminando la tendencia del campo original, obteniendo así un campo aleatorio residual que será estacionario, como se muestra en las figs. 4.3 y 4.4, donde se observa que la línea de tendencia, al no tener pendiente, coincide con la media.

En el caso particular de este trabajo, con el propósito de evaluar la incidencia de la tendencia en la correlación espacial, la función del coeficiente de autocorrelación se calcula de acuerdo con las funciones presentadas en la sección 3.6, considerando cuatro alternativas:

- Sondeo completo: campo aleatorio estacionario y no estacionario.
- FAS: campo aleatorio estacionario y no estacionario

A partir de los correlogramas experimentales se calculan las distancias de correlación,  $\delta=2a$ , los resultados se presentan en la tabla 4.2, donde se observa que las distancias de correlación son mayores para los campos aleatorios no estacionarios.

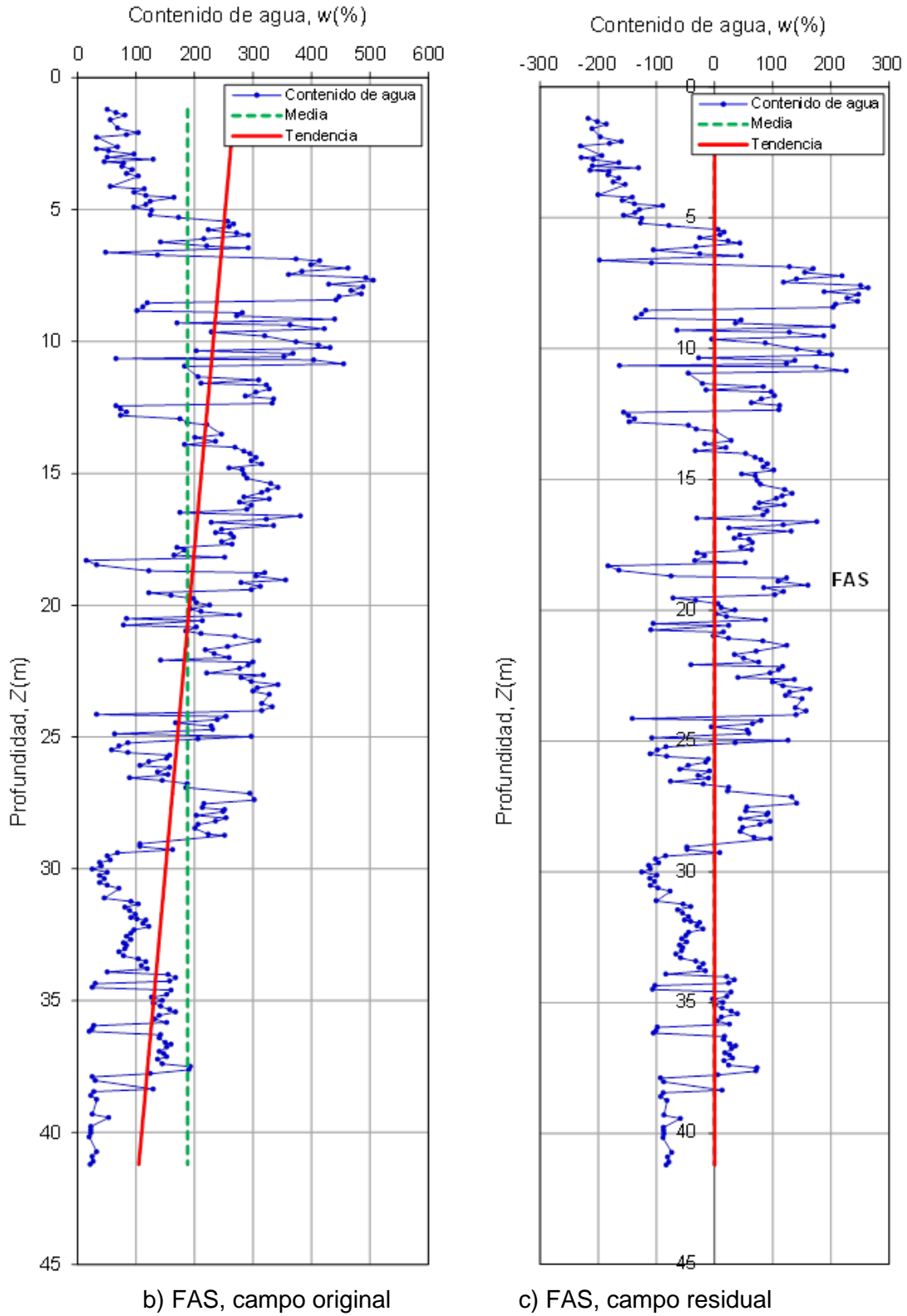


Figura 4.3. Perfil del contenido de agua, sitio CUPJ (Jaime y Romo, 1986).

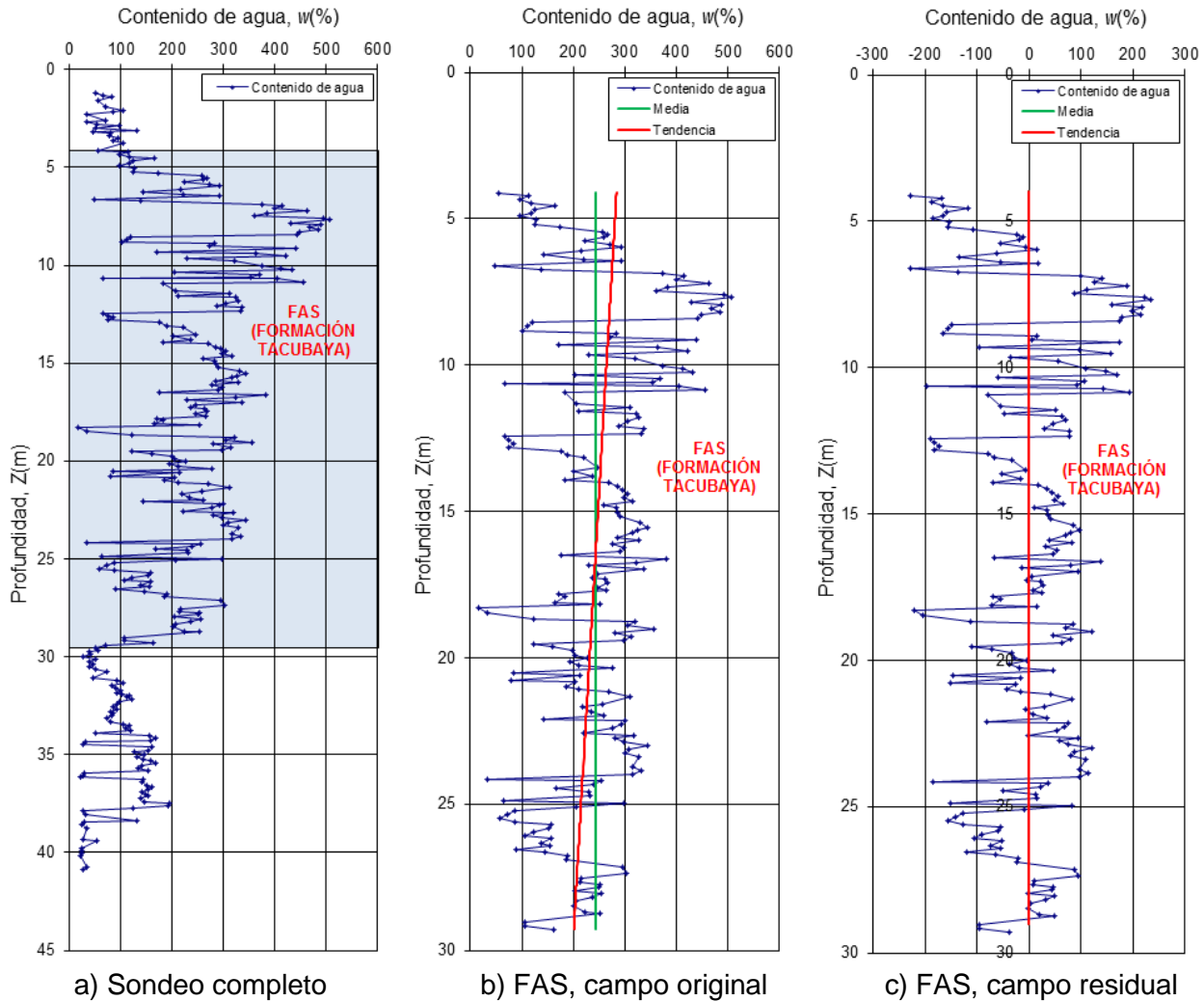


Figura 4.4. Perfil del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ (Jaime y Romo, 1986).

Tabla 4.2. Distancias de correlación del contenido de agua en el sitio CUPJ.

Parámetro	$\delta$ (m)
Sondeo completo, campo original (no estacionario)	2.8
Sondeo completo, campo residual (estacionario)	2.1
FAS, campo original (no estacionario)	1.0
FAS, campo residual (estacionario)	0.8

Por otra parte, con el propósito de obtener el mejor modelo de correlación espacial, las diferentes funciones presentadas en la tabla 3.2 son ajustadas a cada uno de los correlogramas experimentales, empleando en cada caso la distancia de correlación correspondiente, tabla 4.2.

En las figs. 4.5(a) y 4.6(a) se presentan los correlogramas experimentales con seis modelos o funciones de ajuste y en las figs. 4.5(b) y 4.6(b) se presentan los mismos correlogramas experimentales con los tres modelos de correlación que mejor se ajustan.

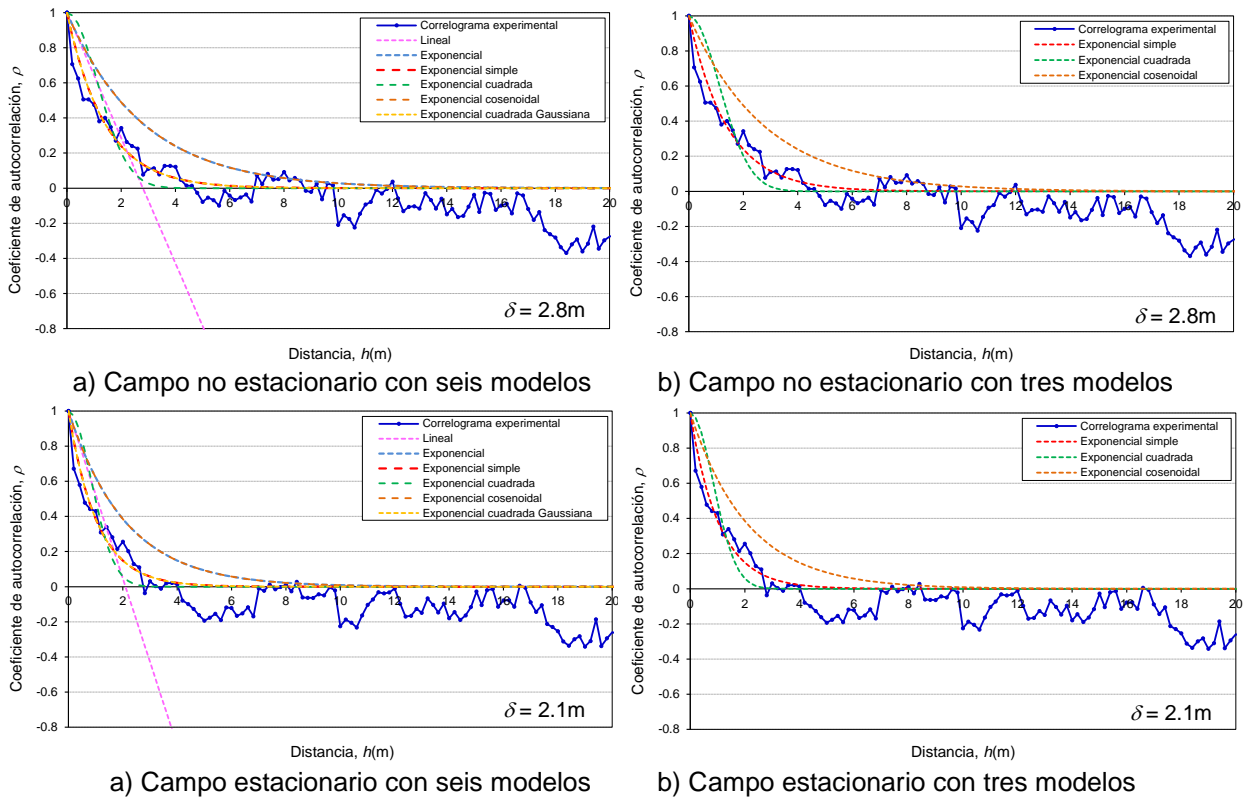


Figura 4.5. Correlogramas del contenido de agua del sondeo completo, sitio CUPJ.

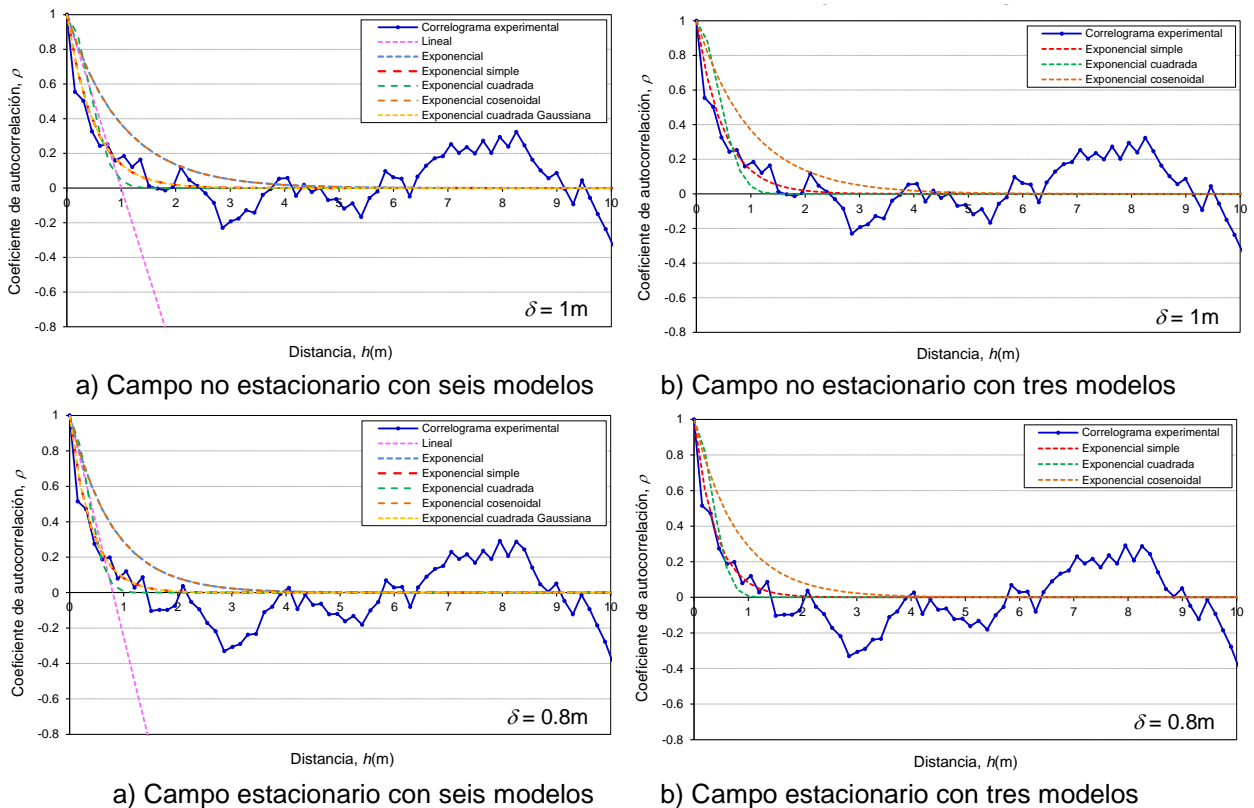
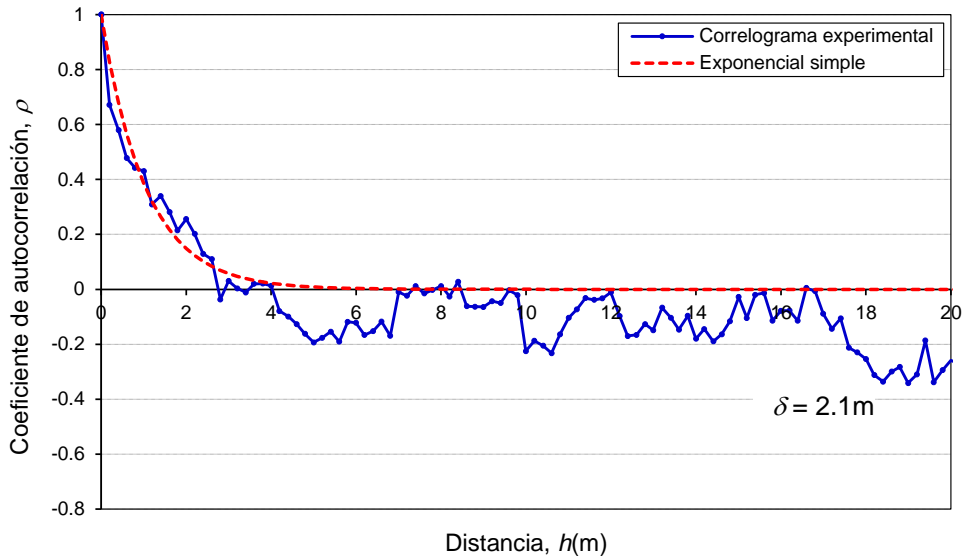


Figura 4.6. Correlogramas del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ.

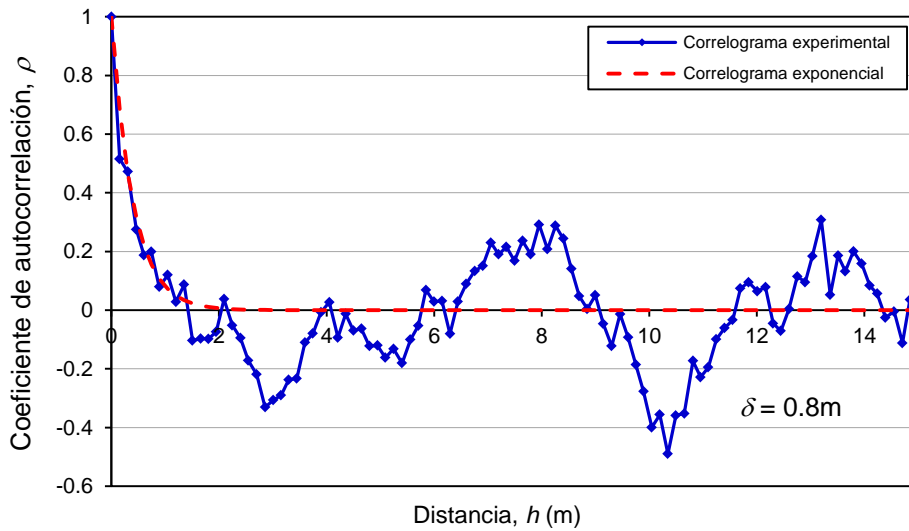
En las gráficas anteriores se observa que la función que mejor ajusta a los correlogramas experimentales es la de tipo exponencial simple (VanMarcke, 1984), por lo que este modelo es el que se adopta para los ejemplos de aplicación realizados en este trabajo:

$$\rho = \exp\left(-\frac{h}{\delta}\right) \quad (4.1)$$

Debe tenerse presente que en geoestadística se trabaja con datos correlacionados, por tanto, al definir el modelo teórico de correlación se busca que el ajuste sea representativo en los primeros metros del modelo experimental, ya que éstos definen la dependencia lineal entre sondeos. Por tanto, los modelos de correlación espacial a emplear para la predicción se muestran en la fig. 4.7



a) Sondeo completo



b) FAS

Figura 4.7. Correlogramas del contenido de agua, sitio CUPJ.

### Predicción

La estimación del contenido de agua se realiza empleando la técnica del *Kriging Ordinario*, con los datos del campo residual y las distancias de correlación obtenidas. La estimación final del campo se obtiene reincorporando la tendencia a los resultados de la estimación puntual. La malla de estimación para cada caso queda definida por los parámetros de la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Parámetros de la malla de estimación, sitio CUPJ.

Parámetro	Valor
Coordenada Z, del punto inicial (m)	4.5
Coordenada Z, del punto final (m)	29.5
Número de puntos a estimar	126
Separación entre puntos (cm)	20

Los resultados obtenidos de la estimación son los valores estimados  $V^*(X)$  y la varianza de estimación, en cada punto de la malla; la varianza de estimación eventualmente puede cambiarse por la desviación estándar.

### Validación cruzada

Como se indicó en la sección 3.6, en la geoestadística, la forma más objetiva de evaluar la consistencia de las estimaciones es mediante la técnica de *validación cruzada* que consiste en retirar un dato y estimarlo a partir del resto aplicando la técnica del *Kriging Ordinario* y comparando los dos valores; entre menor sea la diferencia la estimación tendrá mayor aproximación, es decir, la estimación será consistente.

### Simulación

Recurriendo a la técnica de simulación condicional y empleando los resultados del análisis estructural, se construye una realización del campo a partir de los datos experimentales. La simulación condicional se realiza sobre la misma malla definida para la estimación, asimismo, se considera que el campo simulado se ajusta exactamente a los valores conocidos.

### Visualización

A partir de los resultados numéricos de la estimación y recurriendo a técnicas de graficación se elabora un perfil estimado (virtual) del contenido de agua que permite visualizar la distribución espacial del parámetro analizado. En la fig. 4.8 se presentan los resultados de la estimación puntual del sondeo completo y en la fig. 4.9 los resultados de la estimación para la FAS. De igual forma, a partir de los valores de la desviación estándar de estimación se construye un perfil que representa la incertidumbre asociada a la estimación (figs. 4.8 y 4.9).

En la fig. 4.10 se presentan los resultados de validación cruzada para el sondeo completo y para la FAS, donde el perfil estimado y el de desviación estándar de estimación representan la integración de los resultados individuales de validación cruzada obtenidos para cada uno de los datos experimentales.

Los resultados puntuales de la simulación son mostrados en la fig. 4.11, los cuales representan una posible configuración del contenido de agua dentro del campo (a lo largo de la profundidad).

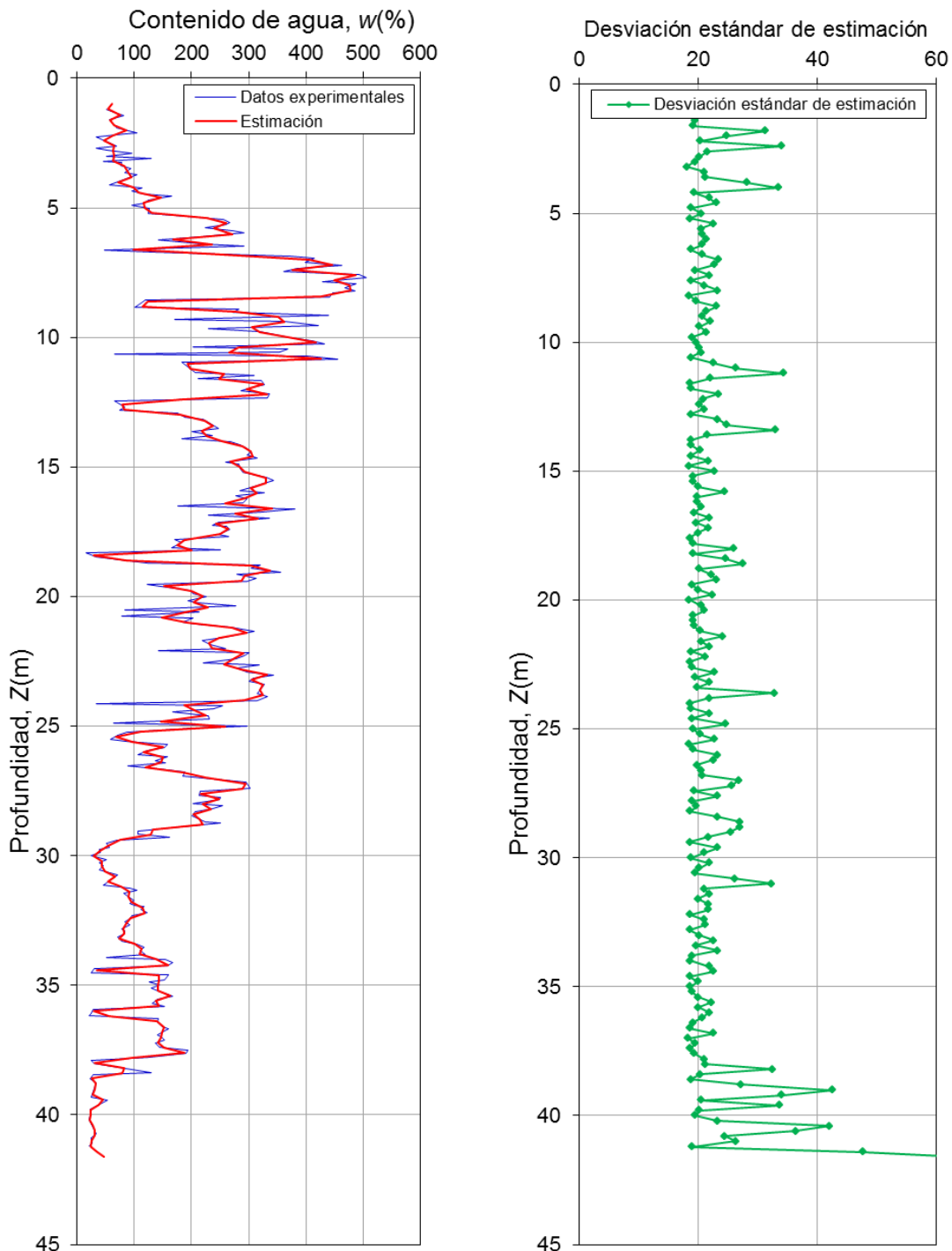


Figura 4.8. Perfil estimado del contenido de agua para el sondeo completo, sitio CUPJ.



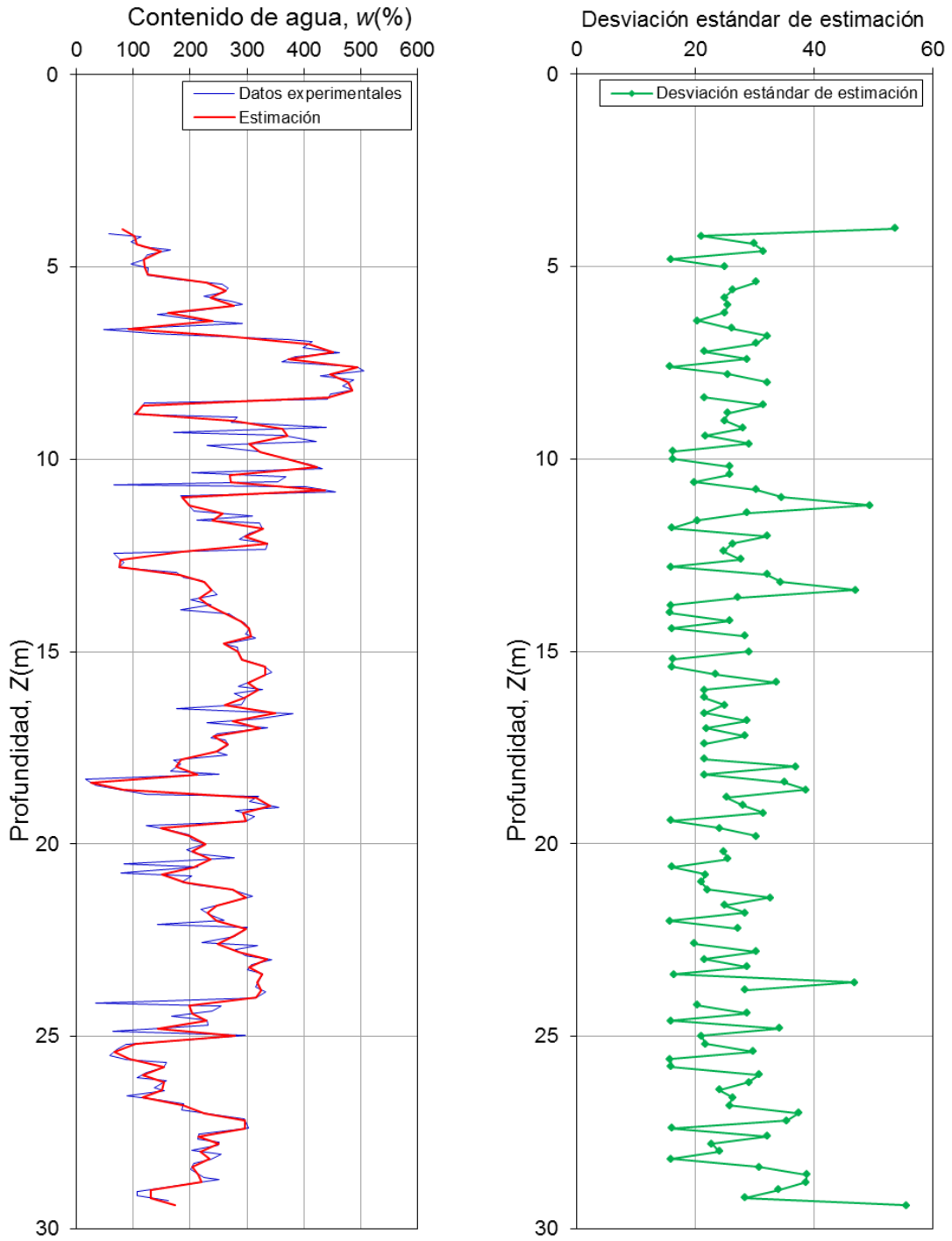
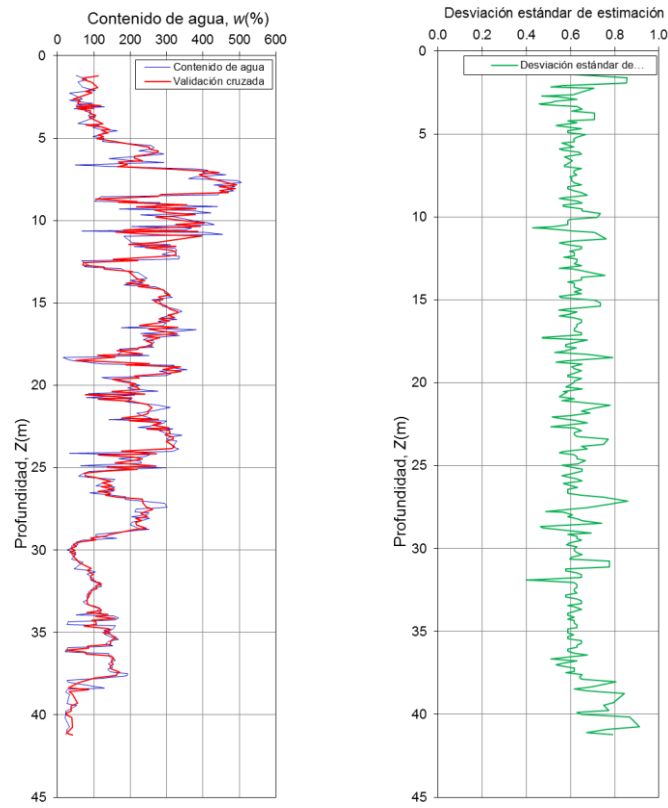
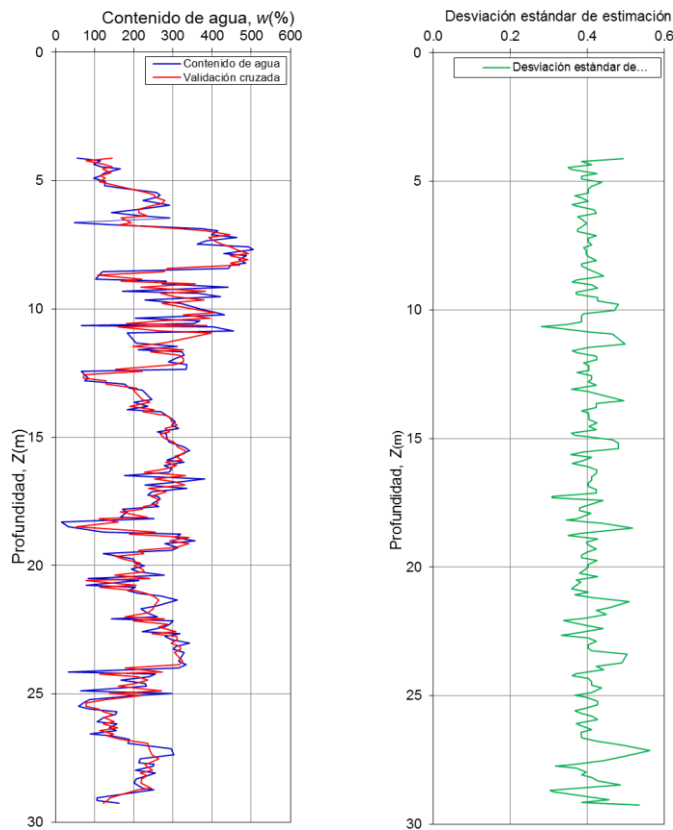


Figura 4.9. Perfil estimado del contenido de agua en la FAS, sitio CUPJ.



a) Validación cruzada, sondeo completo



b) Validación cruzada, FAS

Figura 4.10. Resultados de la validación cruzada del contenido de agua, sitio CUPJ.

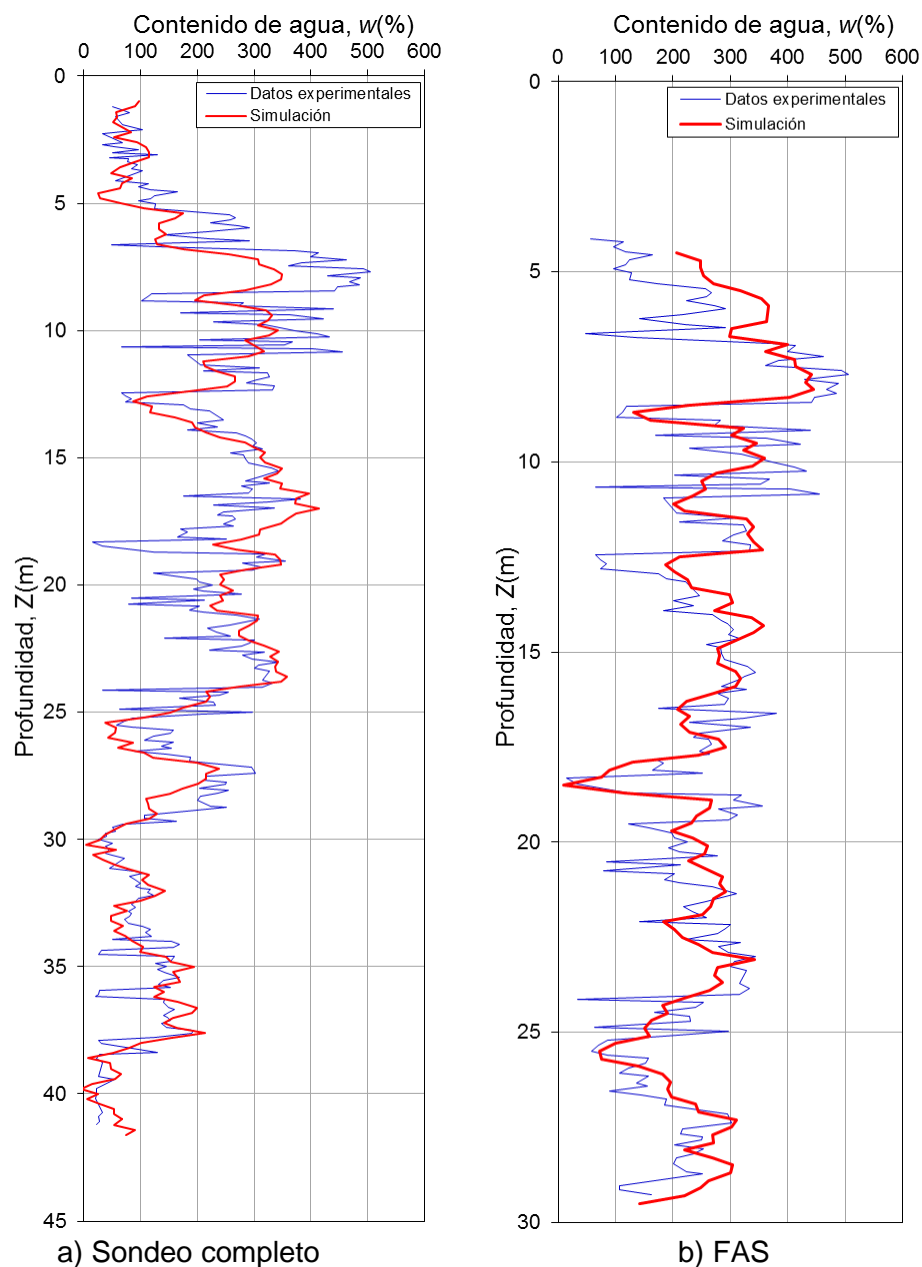


Figura 4.11. Resultados de simulación del contenido de agua, sitio CUPJ.

### *Interpretación de resultados*

Como se observa en las figs. 4.8 y 4.9, las estimaciones se aproximan en gran medida a los datos experimentales. Por otra parte, se observa que la varianza de estimación se aproxima a cero cuando la distancia entre un punto de dato y un punto de estimación es muy corta, en cambio, cuando esta distancia aumenta, la varianza de estimación también aumenta.

Los perfiles simulados de la fig. 4.11 representan una posible configuración de contenido de agua dentro del campo (profundidad en el subsuelo), en él se observa que los perfiles simulados presentan una mayor irregularidad que en el caso de la estimación.



### Análisis estadístico

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad (es decir, que sus parámetros pueden ser estimados a partir de una sola realización del campo aleatorio en estudio), se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.4):

Tabla 4.4. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD.

Parámetro	Valor
No. de datos	79
Media, $m(m)$	31.72
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	12.96
Desviación estándar, $S(m)$	3.6
Coefficiente de variación, $CV$	0.11

### Análisis de correlación espacial

Un análisis de regresión lineal buscando ajustar a los datos un plano de ecuación  $V = ax+by+c$ , da los coeficientes siguientes:

$$a = -0.00261322 \quad b = 0.00096499 \quad c = -838.400117$$

Con los anteriores coeficientes se representa la tendencia del campo aleatorio mediante una superficie de regresión lineal (fig. 4.13).

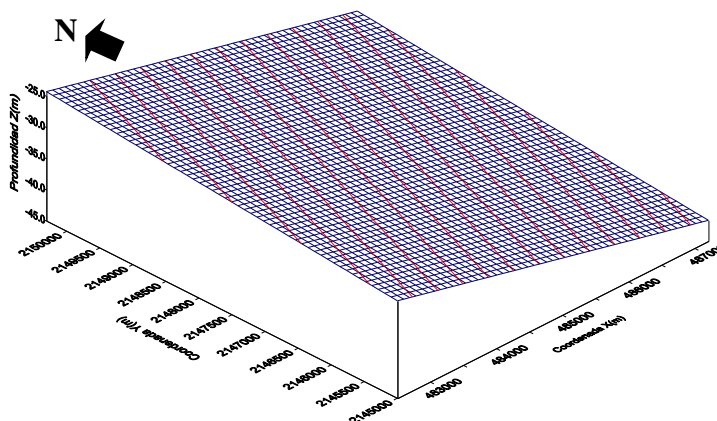


Figura 4.13. Superficie de regresión lineal de la CD.

La fig. 4.13 muestra que al poniente la CD se encuentra a menor profundidad y se profundiza hacia el centro de la ciudad de México. Esta tendencia es considerada en el análisis de correlación espacial y en la estimación.

En este caso en particular, existen dos opciones para estimar los correlogramas experimentales direccionales. La primera es considerar el campo aleatorio original (con tendencia) y la segunda eliminar es convertir el campo aleatorio no estacionario a uno que si lo sea. Esto puede lograrse eliminando la tendencia del campo original, obteniendo así un campo aleatorio estacionario, es decir sin tendencia.

En ambos casos, las funciones de autocorrelación direccionales se estiman en cuatro direcciones principales, definidas como sigue:  $\alpha_1 =$  Azimut  $0^\circ$  (N-S, eje Y);  $\alpha_2 =$  Azimut  $45^\circ$  (NE-SW);  $\alpha_3 =$  Azimut  $90^\circ$  (E-W, eje X);  $\alpha_4 =$  Azimut  $135^\circ$  (SE-NW), con un paso de cálculo;  $\Delta h = 100$  m. En la fig. 4.14 se presentan los correlogramas experimentales direccionales para los campos original y residual.

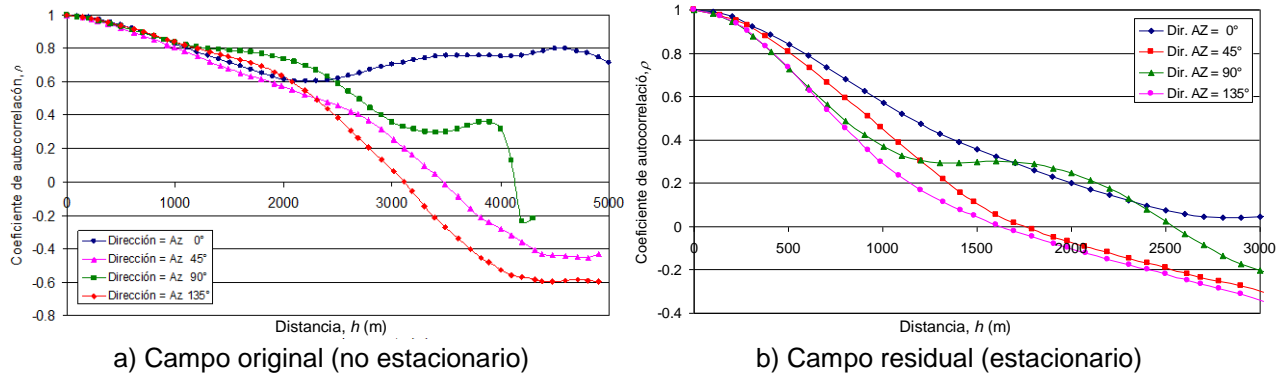


Figura 4.14. Correlogramas experimentales direccionales de la profundidad de la CD.

En la fig. 4.14(a) se observa que en las direcciones  $Az = 0^\circ$  y  $Az = 90^\circ$  no es posible estimar con precisión las distancias de influencia, puesto que las funciones del coeficiente de autocorrelación no logran alcanzar el valor cero. En cambio en las direcciones  $Az = 45^\circ$  y  $Az = 135^\circ$  las distancias de correlación son más cortas y se definen con mayor claridad. En la fig. 4.14(b) se observa que al eliminar la tendencia del campo aleatorio los correlogramas estimados resultan más adecuados para estimar las distancias de influencia en todas direcciones, las cuales resultan más cortas.

Las distancias de influencia o correlación direccionales ( $\delta$ ), presentadas en la tabla 4.5, son estimadas a partir de las funciones de los correlogramas experimentales direccionales de la fig.4.14.

Tabla 4.5. Distancias de correlación direccionales de la profundidad de la CD.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = $0^\circ$	1076
Az = $45^\circ$	730
Az = $90^\circ$	1112
Az = $135^\circ$	570

Los correlogramas experimentales direccionales de la fig. 4.14 son ajustados a una función de tipo exponencial simple, los cuales se muestran en la fig. 4.15.

De acuerdo con los resultados de la tabla 4.5, la mayor correlación de los datos se presenta en la dirección E-W y la menor en la dirección NE-SW. Para la estimación presentada a continuación se emplean conservadoramente las distancias de correlación correspondientes a las direcciones  $Az = 45^\circ$  y  $Az = 135^\circ$ . Bajo esta consideración, en la fig. 4.16 se muestra la elipse de anisotropía construida para el campo aleatorio definido por la profundidad de la CD, en la que se observa, que la elipse de anisotropía definida por las distancias de correlación es prácticamente un círculo. Por tanto, puede decirse que el campo es isotrópico.

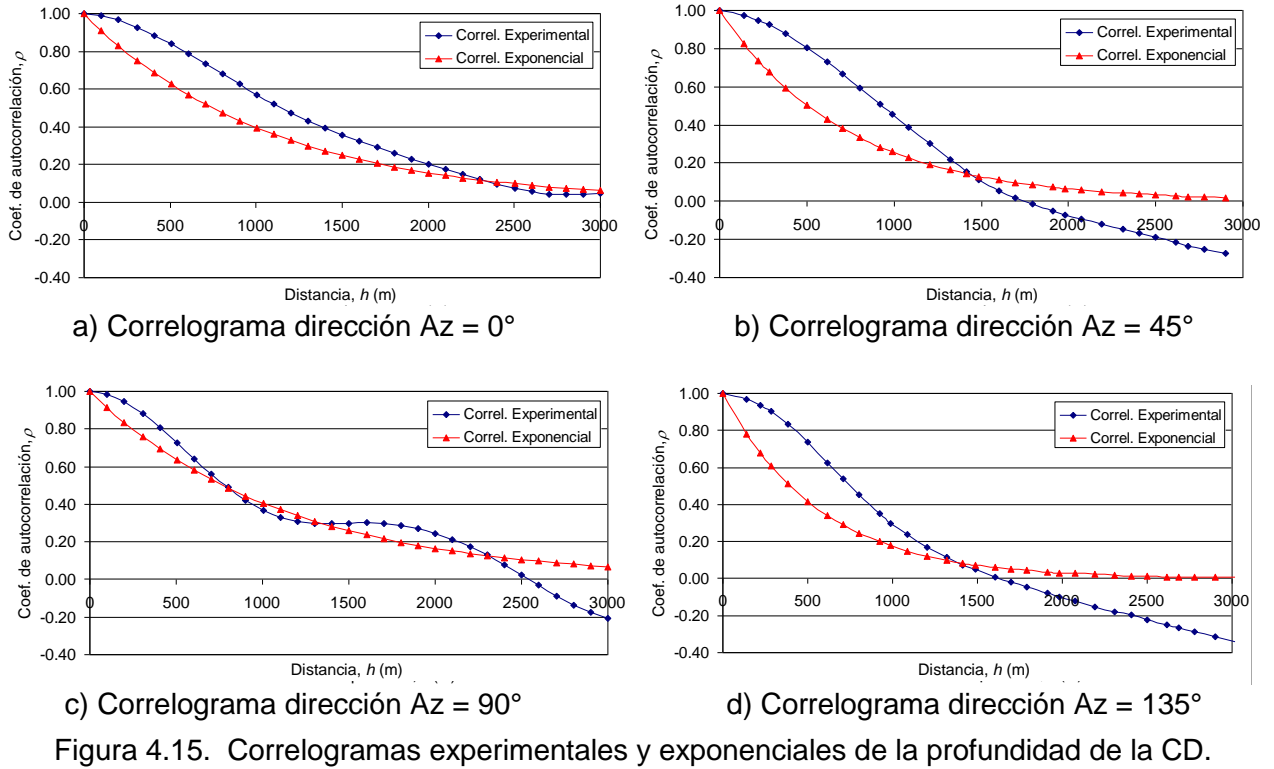


Figura 4.15. Correlogramas experimentales y exponenciales de la profundidad de la CD.

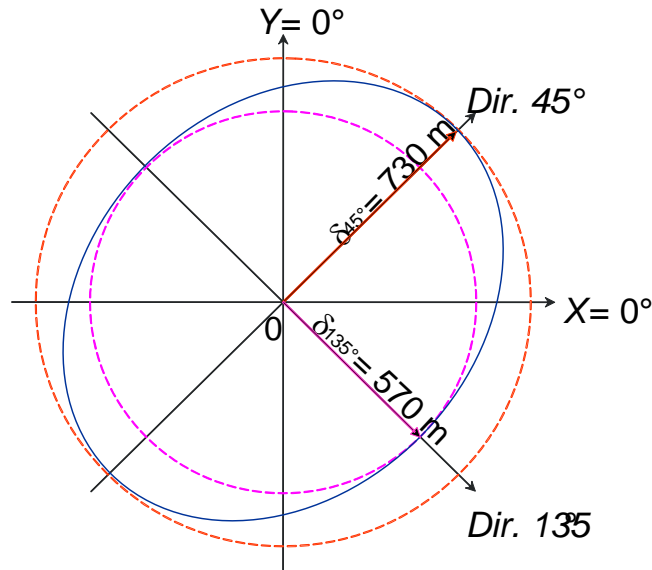


Figura 4.16. Elipse de anisotropía para la profundidad de la CD.

**Estimación**

La estimación del campo aleatorio se realiza empleando la técnica del *Kriging Ordinario*, con los datos del campo residual y las distancias de correlación obtenidas. La estimación final del campo se obtiene reincorporando la tendencia a los resultados de la estimación puntual.

La malla de estimación queda definida por los parámetros:

- Coordenadas de los puntos opuestos que definen el área rectangular de la estimación:  $p_1(482500, 2145000)$ ;  $p_2(487500, 2150500)$
- Número de puntos a estimar:
  - en dirección  $\alpha_1 = 0^\circ$  (eje  $y$ ) = 56
  - en dirección  $\alpha_3 = 90^\circ$  (eje  $x$ ) = 51
  - separación entre puntos = 100 m, en ambas direcciones.
- Anisotropía estructural:
  - distancia de influencia en dirección  $\alpha_2 = 45^\circ$ ;  $\delta_2 = 730\text{m}$
  - distancia de influencia en dirección  $\alpha_4 = 135^\circ$ ;  $\delta_4 = 571\text{m}$

Los resultados de la estimación consisten en un conjunto de valores tabulados ordenados en la forma: coordenada  $X$  e  $Y$ , el valor estimado  $V^*(X)$  y la varianza de estimación, para cada punto de la malla. La varianza de estimación eventualmente puede sustituirse por la desviación estándar.

### *Simulación*

Recurriendo a la técnica de simulación condicional se construye una realización del campo a partir de los datos experimentales (fig. 4.12). Para la simulación condicional se emplea la misma malla definida para la estimación. El campo simulado se ajusta exactamente a los valores conocidos.

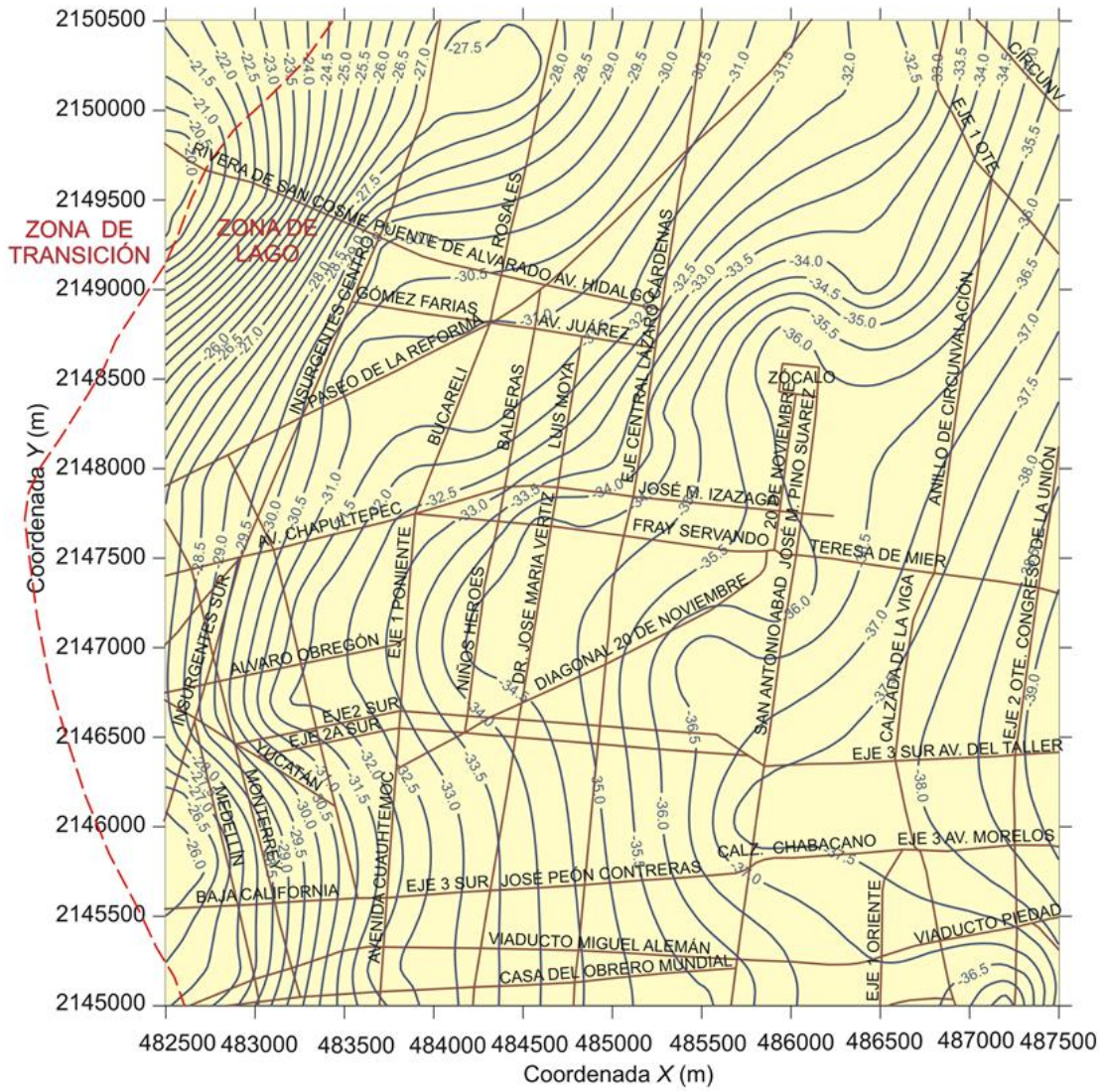
### *Validación*

Para evaluar la coherencia de los resultados obtenidos con ésta metodología, se aplica la técnica de validación cruzada descrita en la sección 3.6 de este trabajo.

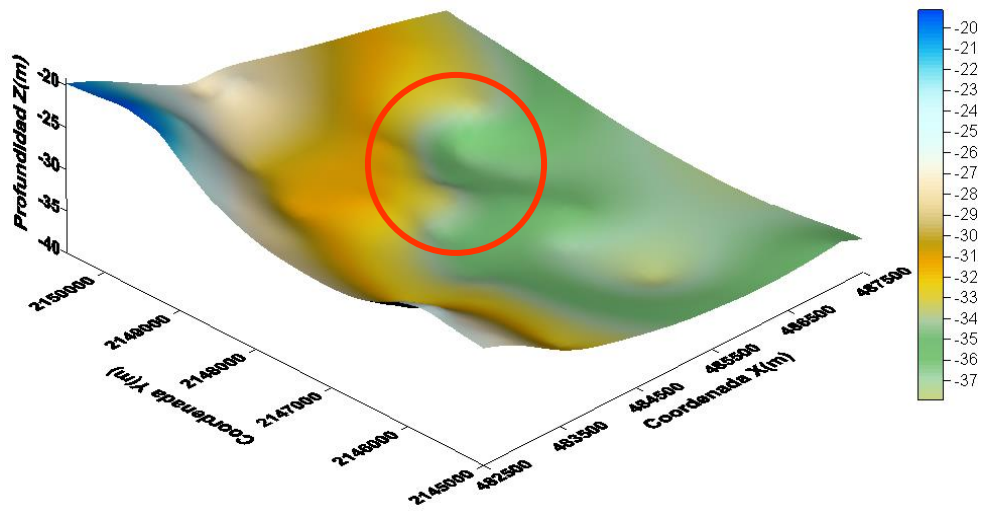
### *Visualización*

La interpretación de los resultados numéricos obtenidos en la estimación no es sencilla, por lo que, conviene recurrir a la técnica de mapeo y construir un mapa de contornos a partir de los valores puntuales estimados que permita apreciar fácilmente, en forma visual, la distribución espacial de la profundidad de la  $CD$  dentro del área estudiada, fig. 4.17(a). En la misma figura, se ha trazado con línea discontinua la frontera entre las zonas geotécnicas II (de transición) y III (de lago). Como puede observarse, en las zonas donde las curvas cruzan por esta frontera presentan valores de menor profundidad, lo cual es razonable, puesto que en la zona II de transición la capa dura se encuentra a menor profundidad. La varianza de estimación, que representa la incertidumbre o error asociado a la estimación, se presenta en la fig. 4.18. Otra forma de representar los resultados de la estimación, es mediante la construcción de una superficie estimada, tomando el valor de la propiedad estimada como coordenada vertical (elevación) en cada punto, fig. 4.17(b).





a) Mapa contornos



b) Superficie

Figura 4.17. Superficie de la profundidad estimada de la CD.

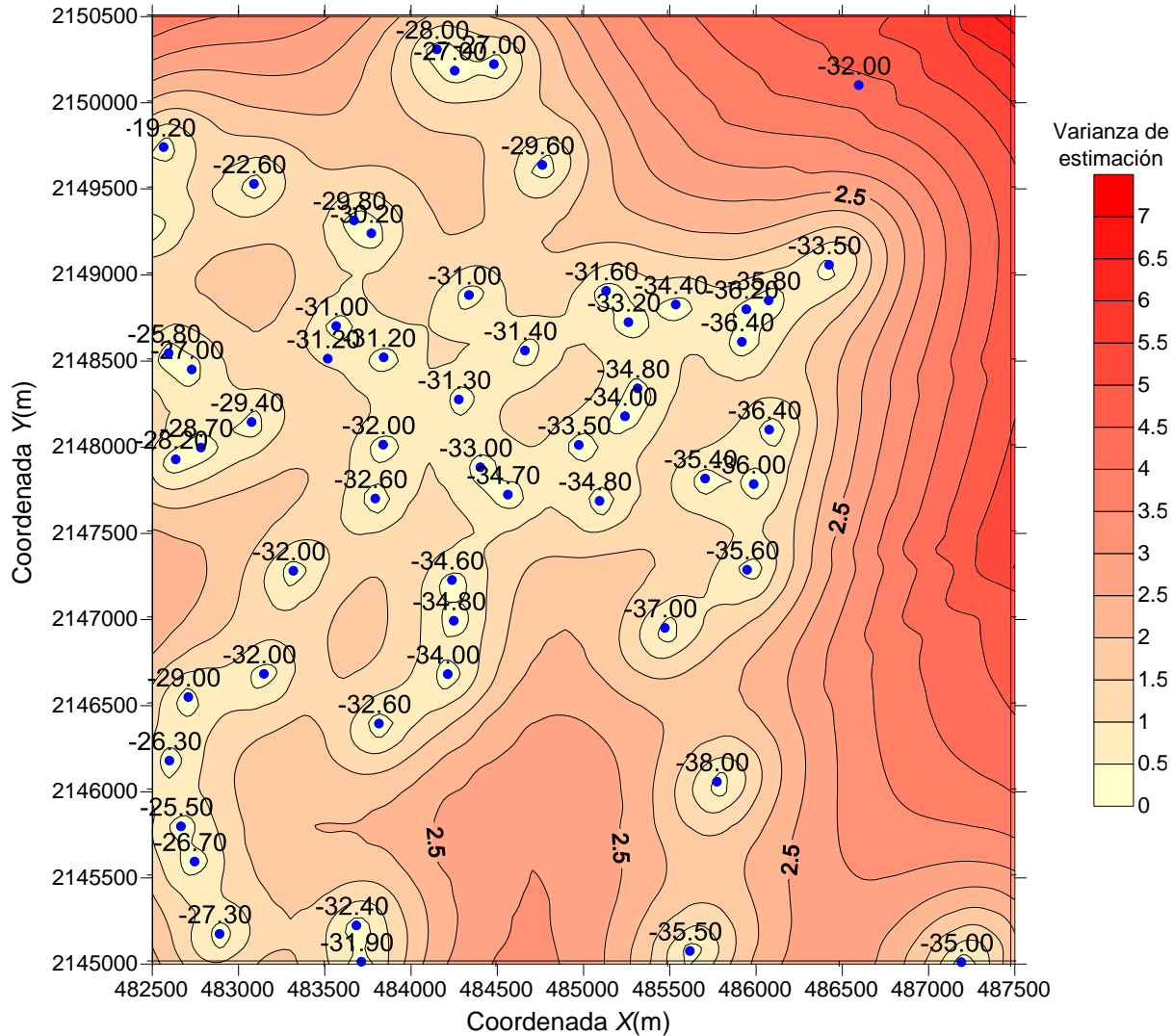


Figura 4.18. Varianza de estimación de la profundidad de la CD.

Asimismo, los resultados puntuales de la simulación son representados por el mapa de contornos de la fig. 4.19(a). El mapa de contornos generado representa una posible configuración de la profundidad de la capa dura dentro del campo. Se observa que las curvas de contornos presentan una mayor irregularidad que en el caso de la estimación. A fin de identificar los valores máximos y mínimos en forma visual, puede también construirse una superficie tridimensional con los resultados de la simulación, tomando los valores de la simulación como la coordenada vertical fig. 4.19(b).

De igual forma, en la fig. 4.20 se presentan los resultados de la validación cruzada.

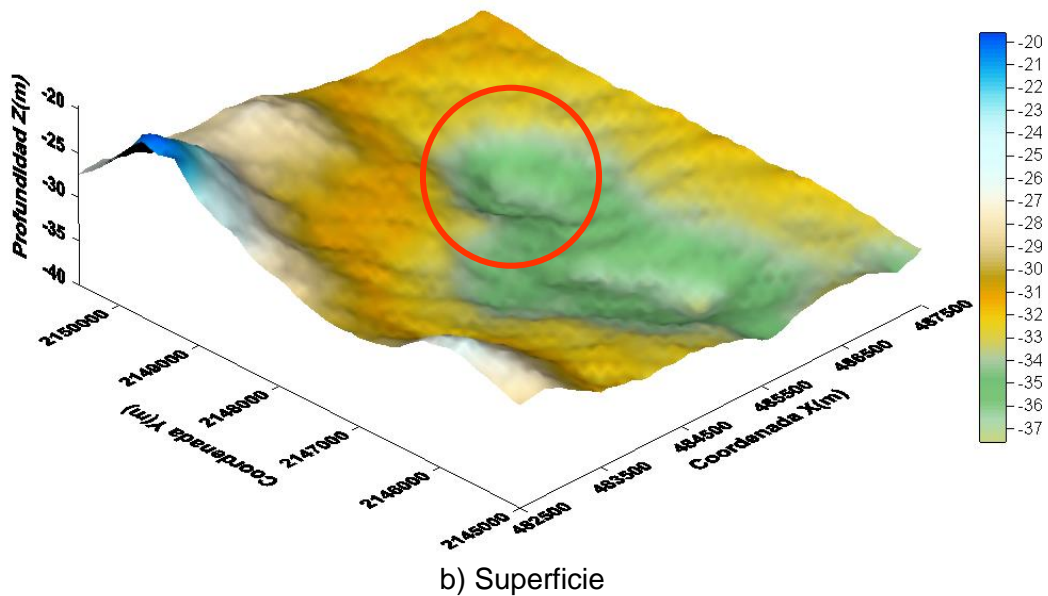
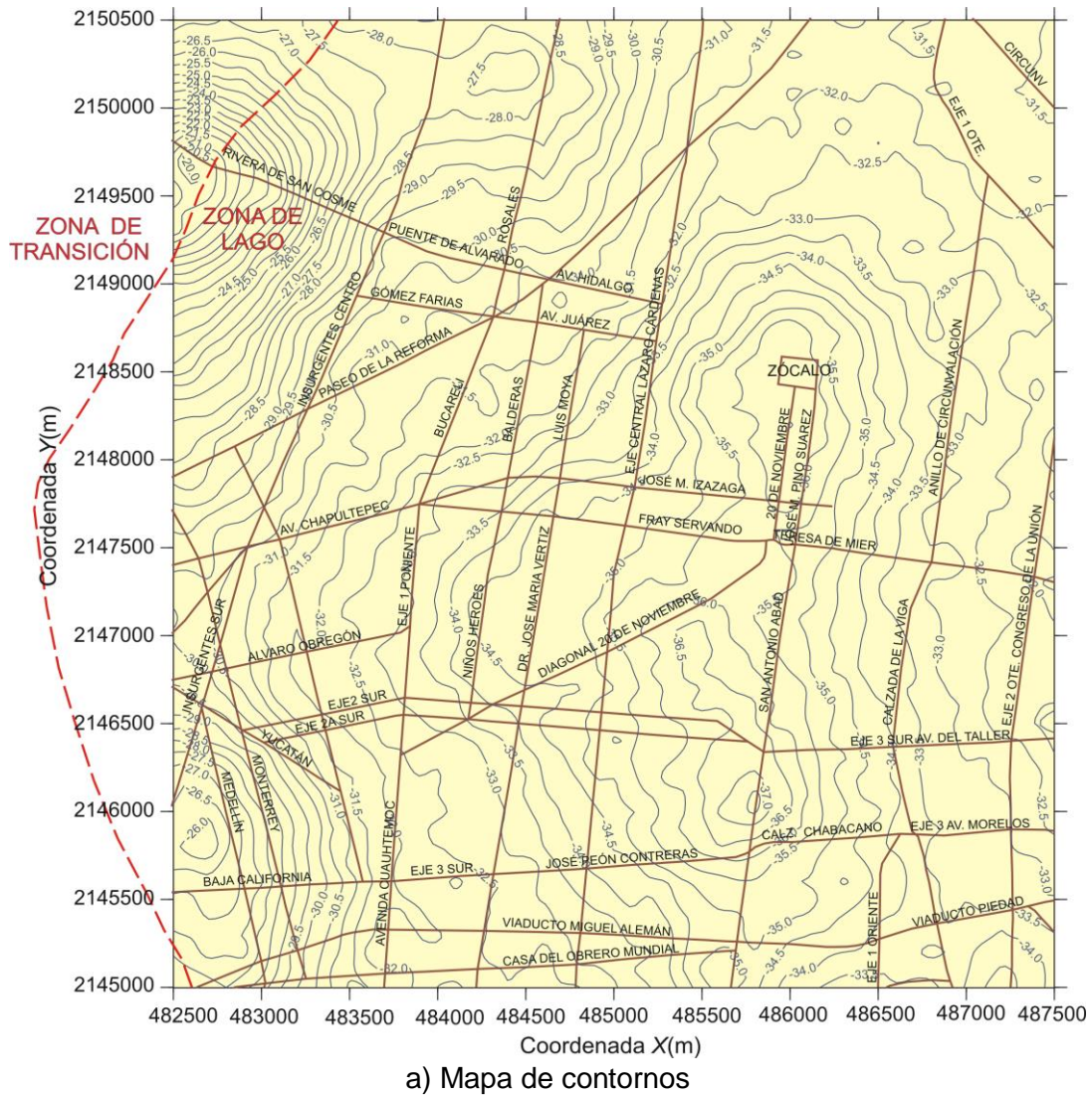
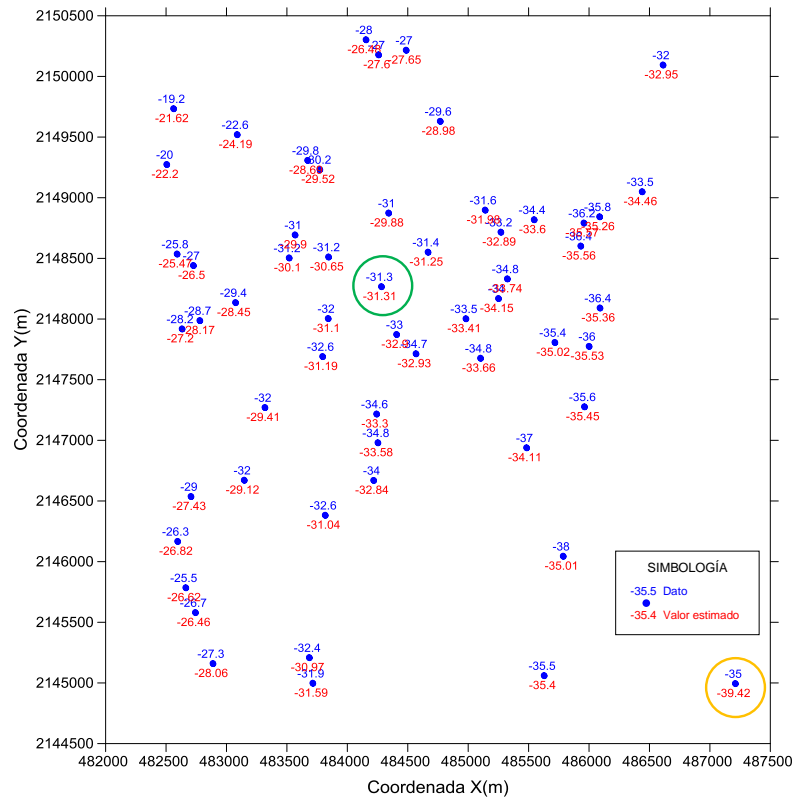
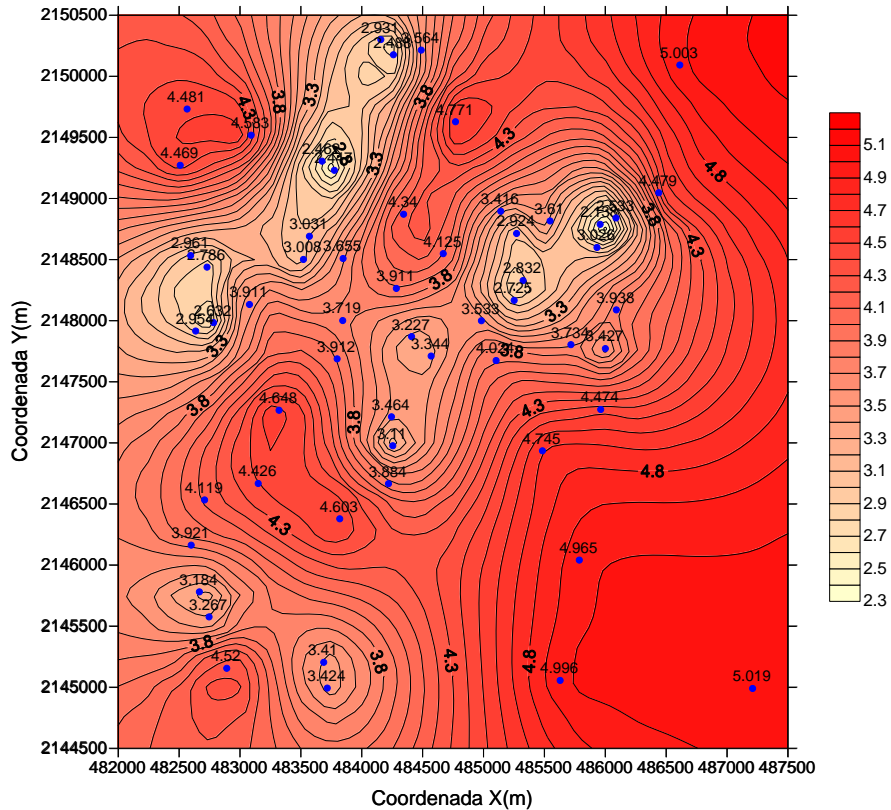


Figura 4.19. Superficie de la profundidad simulada de la CD.



a) Datos y estimaciones



b) Varianza de estimación

Figura 4.20. Resultados de la validación cruzada de la profundidad de la CD.

### Interpretación de los resultados

Como se observa en las figs. 4.17(b) y 4.19(b), la superficie de la profundidad de la CD estimada presenta un aspecto suavizado. En efecto, la técnica del *kriging* proporciona el valor esperado en cada punto y por tanto suaviza la estimación. Asimismo, en las figs. 4.17(a) y 4.19(a), se observa la configuración espacial de la capa dura particularmente en la cercanía de la línea de frontera entre las zonas geotécnicas de lago y transición, lo cual ayuda a interpretar mejor la trayectoria de dicha línea de frontera.

Por otra parte, los círculos trazados en las figs. 4.17(b) y 4.19(b), enmarcan una hondonada, la cual corresponde en planta, al área del zócalo y alrededores, esto se debe a que en esta zona donde tiene su origen la ciudad de México, se encuentran rellenos artificiales de espesores considerables que producen un aumento de carga en la superficie del terreno al igual que el peso de las primeras edificaciones construidas en esa zona, fig. 4.21. Dicho incremento de carga aparentemente ha afectado a la Formación Arcillosa Inferior (FAI) lo que puede explicar la existencia de esta depresión.

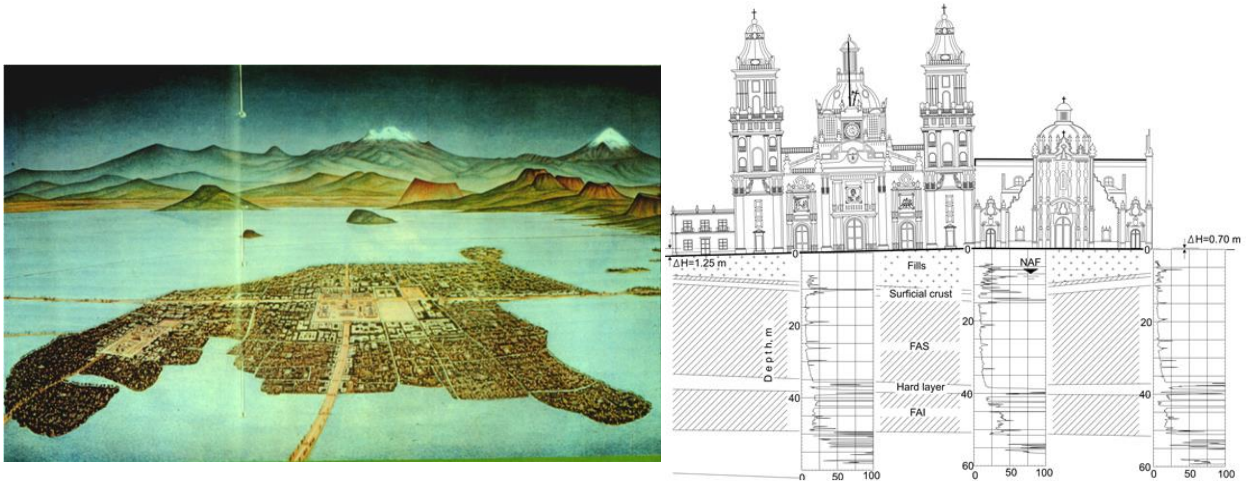


Figura 4.21. México Tenochtilán y Catedral metropolitana de la ciudad de México.

Si se realizan varias simulaciones del mismo campo es posible identificar zonas críticas, es decir, valores máximos y mínimos, que puede tomar el campo en puntos específicos. Estos valores pueden tener una gran relevancia desde el punto de vista de la ingeniería de cimentaciones.

Las curvas de igual profundidad y los modelos de superficie presentados en las figs. 4.17 y 4.19 son sólo ejemplos y están sujetas a revisión y verificación. La falta de certeza se debe principalmente a varios factores entre los que se pueden mencionar la evolución de la estratigrafía con el tiempo, la ubicación precisa de los sondeos y el criterio de interpretación estratigráfica. Además, en algunos casos no es posible contar con los sondeos y sólo se cuenta con datos específicos de profundidad y espesor de los diferentes estratos típicos del subsuelo.

### 4.3 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua en el subsuelo (3D)

Como se ha mencionado con anterioridad, el contenido de agua es la propiedad de los suelos que más destaca (especialmente para materiales cohesivos), debido a las correlaciones que presenta con las propiedades mecánicas. Por tal motivo, en esta sección se ilustra la aplicación de la metodología geoestadística para el análisis de un volumen (3D) empleando como variable el contenido de agua.

Para este análisis se consideran 95 sondeos distribuidos en forma aleatoria (fig. 4.22), dentro de la zona lacustre en un área ubicada entre el centro y poniente de la ciudad de México, en el contexto de la zonificación geotécnica vigente (GDFb, 2004).

#### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores del contenido de agua ( $w\%$ ) se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen de suelo, 3D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El análisis geoestadístico del contenido de agua se realizó en una área aproximada de 144.19 km<sup>2</sup>, en una zona de suelo de origen lacustre.

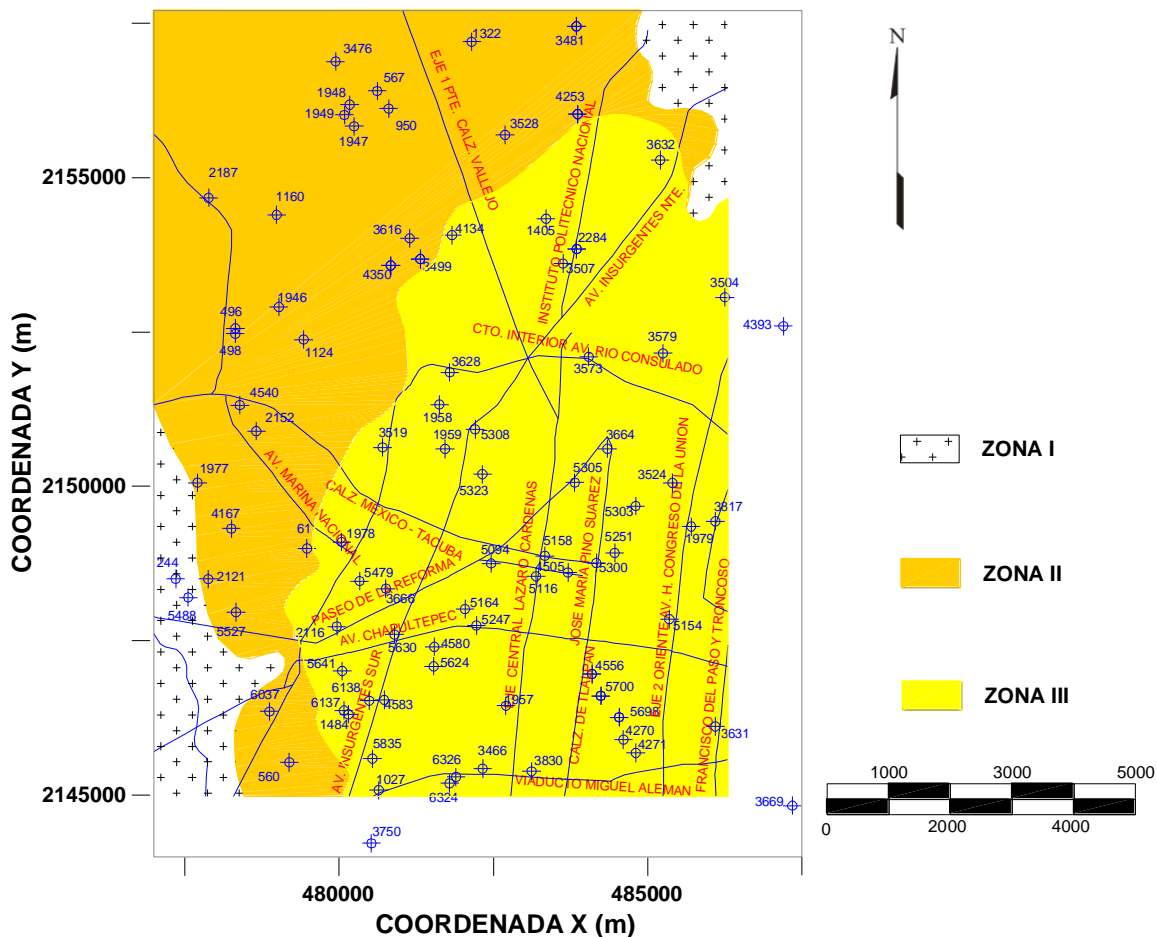


Figura 4.22. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua.

*Análisis estadístico*

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y *ergodicidad* de los campos aleatorios considerados, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.6):

Tabla 4.6. Parámetros estadísticos del contenido de agua en la zona lacustre.

Parámetro	Valor
No. de datos	2088
Media, $m(\%)$	181.40
Varianza, $\sigma^2(\%^2)$	14878.43
Desviación estándar, $S(\%)$	121.98
Coefficiente de variación	0.67

*Análisis de correlación espacial*

El propósito del análisis de correlación espacial es determinar cuantitativamente la dependencia espacial de las mediciones del campo y definir modelos de correlación espacial representativos de dicho campo. En general, el campo está definido en tres dimensiones, sin embargo, por sencillez el problema se reduce a la generación de dos modelos uno horizontal y otro vertical que representen la correlación espacial del campo.

En este caso particular, para el estudio se cuenta con 46 sondeos que contienen un número suficiente de mediciones y alcanzan una profundidad de exploración mayor a 15m. Por tal motivo, con el propósito de obtener modelos de correlación espacial representativos del campo, únicamente se emplean los datos de estos 46 sondeos (tabla 4.7) y para la estimación se emplean los datos de los 95 sondeos.

La tendencia del campo se representa por un hiperplano con ecuación lineal  $V(X) = ax+by+cz+d$ , donde “z” es la profundidad, “a, b, c, d” son los coeficientes de regresión lineal, que en este caso resultan:

$$a = 0.0218 \quad b = -0.0035 \quad c = -1.8944 \quad d = -2789.5337$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se define la tendencia del campo aleatorio. Esta tendencia es considerada para el cálculo de la correlación espacial. En la fig. 4.23, se representa la dispersión de los datos de contenido de agua y tendencia con respecto a la profundidad, es decir, en una dimensión. Aunque en la fig. 4.23 se observa que no existe una tendencia lineal significativa del campo con respecto a la profundidad, el campo es considerado como no estacionario y se transforma a un campo residual, con base en la tendencia previamente definida.

Con el propósito de tener una mejor definición de la correlación espacial, se obtiene la media de los coeficientes de autocorrelación únicamente en dos direcciones principales una vertical y otra horizontal.

Tabla 4.7. Coordenadas de los sondeos empleados en el análisis de correlación espacial.

Clave	Ubicación	Coord. X (m)	Coord Y (m)	Prof. (m)
4505	ISABEL LA CATOLICA NO 21	485708.17	2148603.87	45.60
4580	MERIDA No.50	483541.11	2147401.98	42.00
5094	CALLE HUMBOLDT Y AV. JUAREZ	484461.55	2148750.98	46.55
5116	INDEPENDENCIA Y SANJUAN DE LETRAN	485190.82	2148541.78	39.50
5154	JUAN DE LA GRANJA, ENTRE GENERAL ANAYA Y JUAN DE SAN CIPRIAN	487353.09	2147849.87	31.00
5158	TACUBA Y MARCONI	485333.19	2148875.67	39.00
5164	AV. BUCARELI No. 134	484038.30	2148012.86	44.00
5247	AV. CHAPULTEPEC Y DR. LUCIO	484224.00	2147746.15	42.90
5251	SAN IDELFONSO, DEL CARMEN Y VENEZUELA	486465.33	2148922.41	50.70
5300	REPUBLICA DE GUATEMALA Y REPUBLICA DE ARGENTINA	486169.24	2148761.11	51.10
5303	EJE 1 NORTE RAYON	486805.11	2149681.02	53.05
5305	COMONFORT No. 721	485818.68	2150060.46	34.10
5308	CALZADA RICARDO FLORES MAGON Y AV. INSURGENTES NORTE	484203.88	2150923.11	30.00
5479	CALLE RIO DANUBIO No. 56	482330.14	2148467.03	26.90
5624	TABASCO No. 93	483531.34	2147086.15	32.50
5630	LIVERPOOL No. 136 Y GENOVA	482897.37	2147600.35	38.40
5641	COZUMEL Y DURANGO	482047.84	2147010.19	32.70
6138	AMSTERDAM Y POPOCATEPETL	482486.07	2146529.18	29.60
3669	CAFETAL	489345.63	2144829.88	39.00
1027	VIADUCTO MIGUEL ALEMAN 204	482639.90	2145079.86	21.35
3750	ADOLFO PRIETO NO. 1393	482523.22	2144220.44	18.90
4393	NORTE 74	489201.07	2152595.21	28.30
1405	AV. CIEN METROS	485351.58	2154333.00	19.80
1484	LAREDO 17 Y 19.	482151.61	2146310.56	30.00
1957	DR. ARCE NO. 46	484703.59	2146447.44	25.00
1958	CIPRES NO. 380	483625.50	2151326.00	19.00
1959	DR ATL NO.138	483717.15	2150606.71	28.00
1978	ITZCOATL NO. 41	482041.22	2149100.12	15.00
1979	TAPICERIA NO. 114	487706.06	2149348.21	39.00
2116	RIO MISSISSIPI Y PASEO DE LA REFORMA	481960.00	2147730.00	45.00
3504	JOYAS 2910	488251.70	2153062.33	33.35
3519	LAURO AGUIRRE 90	482701.70	2150631.78	30.20
3524	PELUQUEROS 12	487401.18	2150056.52	30.88
3573	PAGANINI 82	486045.12	2152098.62	23.60
3579	JULIETA 23	487248.48	2152154.81	29.00
3604	AV. INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL, ESQ. PROLONG. RIO BLANCO	485849.13	2153842.62	21.00
3628	PASEO DE LAS JACARANDAS	483791.51	2151846.86	24.00
3631	LIC. LAZARO PAVIA	488099.65	2146111.98	40.30
3632	CALZADA TICOMAN	487203.06	2155284.27	25.60
3664	N. MONTE DE PIEDAD, SUC. 21	486346.97	2150609.89	36.00
3666	RIO RHIN	482757.35	2148343.15	29.50
3817	EDUARDO MOLINA	488098.17	2149434.38	54.80
3830	ING. BARAJAS LOZANO	485119.21	2145385.40	44.50
4134	PONIENTE 116 Y CALLETULA	483827.12	2154068.28	34.00
4270	EJE 1 ORIENTE	486607.36	2145900.19	38.00
4271	CALZADA DE LA VIGA	486807.28	2145683.45	39.00



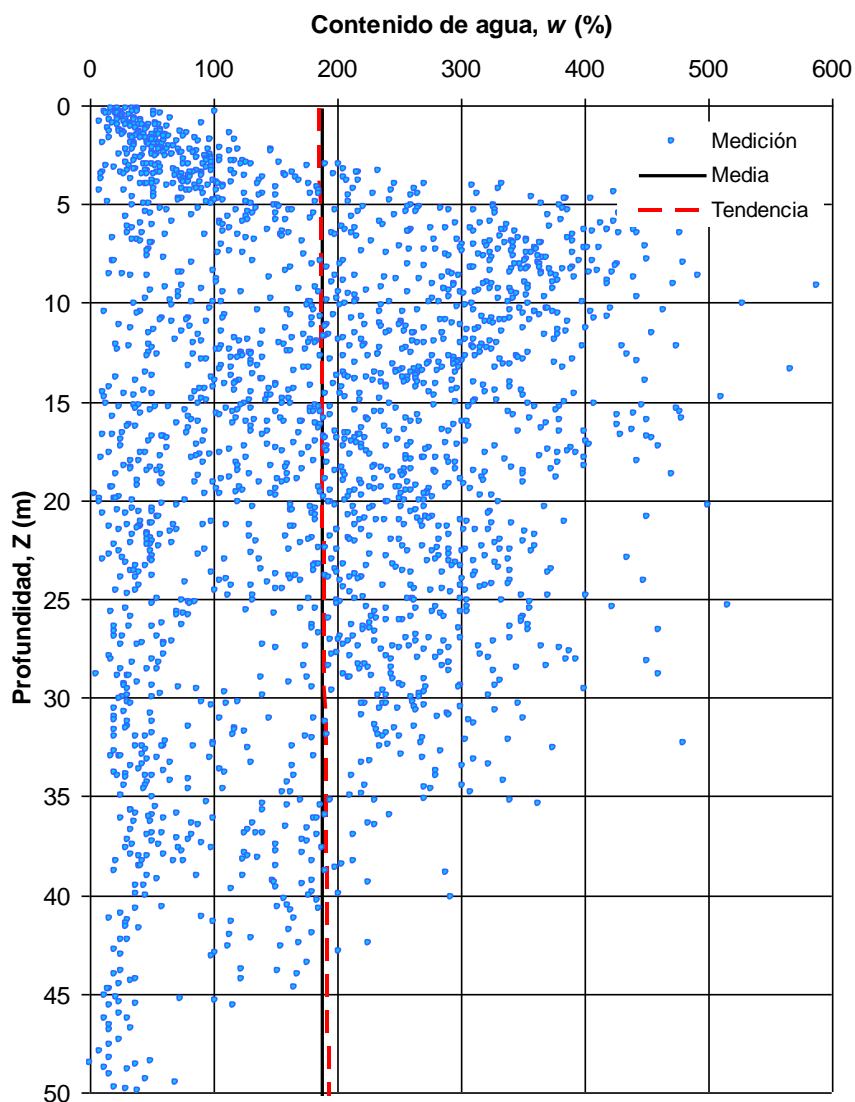


Figura 4.23. Tendencia de los datos de contenido de agua con respecto a la profundidad.

#### *Modelo de correlación vertical*

Para obtener la correlación vertical del campo, se calcula el coeficiente de autocorrelación vertical ( $\rho_{ver}$ ) asociado a cada sondeo, esta función indica el grado de dependencia lineal que guardan los datos de una realización (datos de un perfil) consigo mismo conforme se desfaza el perfil verticalmente una distancia constante ( $h_{ver}$ ). Asimismo, con el propósito de evaluar las variaciones de los modelos de correlación espacial con respecto a la cantidad de información, se obtuvieron correlogramas experimentales para diferentes números de sondeos (10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 y 46) distribuidos en forma aleatoria y con un paso de cálculo vertical de 25cm; estos correlogramas se muestran en la fig. 4.24.

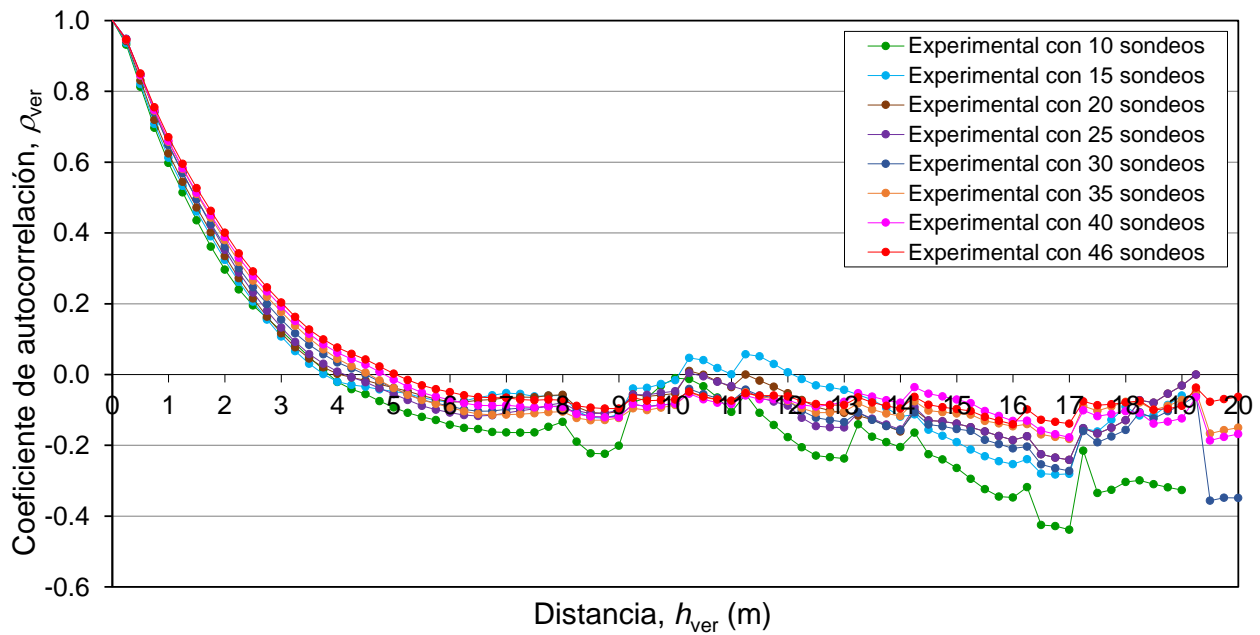


Figura 4.24. Correlogramas experimentales en la dirección vertical.

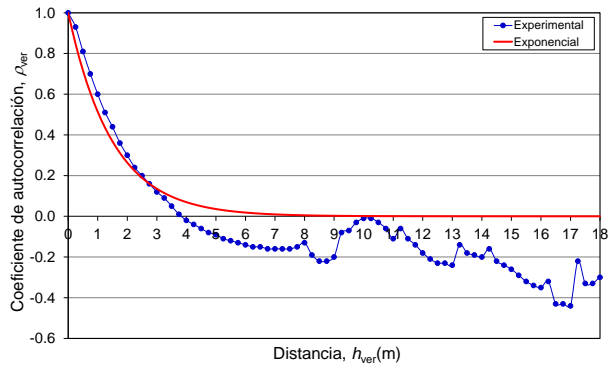
A partir de los correlogramas experimentales se estiman las distancias de correlación vertical ( $\delta_{ver}$ ), obtenidas al evaluar el área bajo la curva del correlograma experimental cuando se anula por primera vez. En la tabla 4.8 se muestran las distancias de correlación vertical obtenidas para cada correlograma experimental de la fig. 4.24.

Tabla 4.8. Distancias de correlación vertical según el número de sondeos.

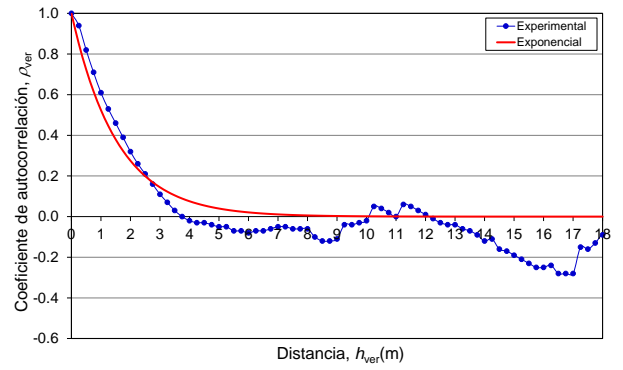
No. de sondeos	Separación promedio entre sondeos (m)	$\delta_{ver}$ (m)
10	6130.96	3.0
15	5323.62	3.1
20	5071.05	3.15
25	4799.51	3.25
30	4649.20	3.5
35	4451.28	3.6
40	4423.08	3.6
46	4327.79	3.6

Con base en estas distancias de correlación, se obtienen los modelos teóricos de las funciones de autocorrelación ajustándolos a una función de tipo exponencial simple (VanMarcke, 1984).

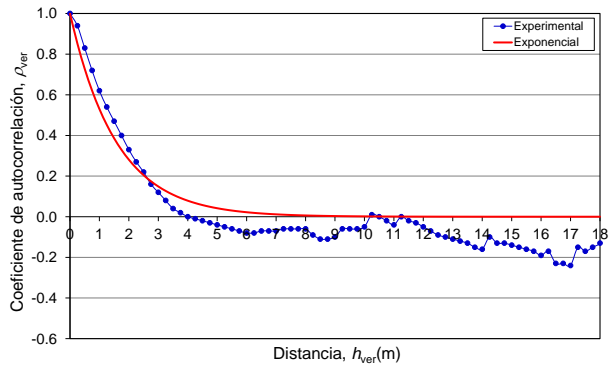
$$\rho_{ver} = e^{\left(\frac{-2h_{ver}}{\delta_{ver}}\right)} \quad (3.26)$$



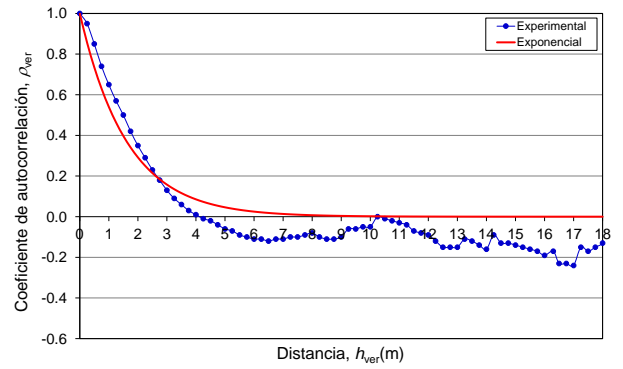
a) Correlogramas con 10 sondeos



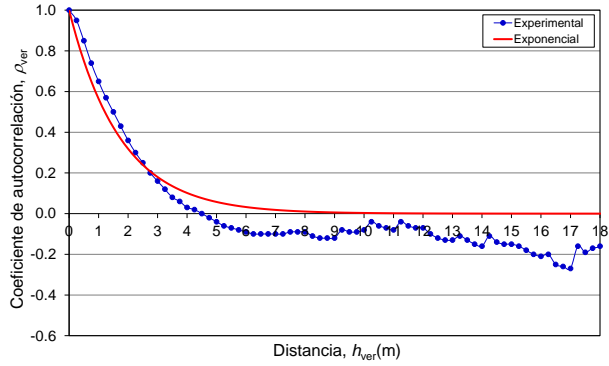
b) Correlogramas con 15 sondeos



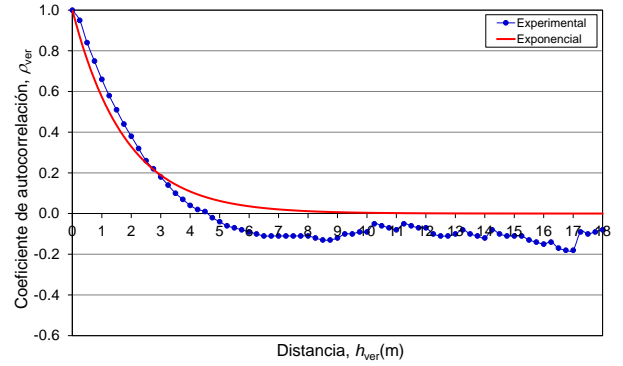
c) Correlogramas con 20 sondeos



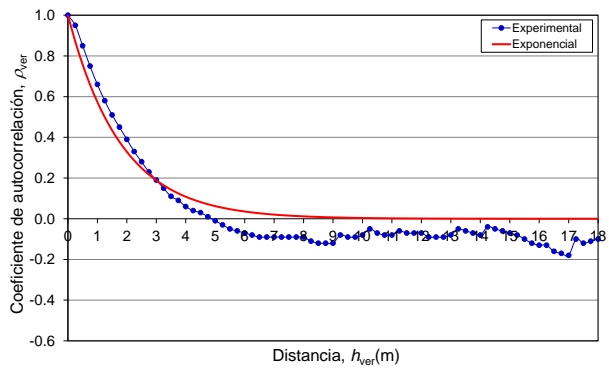
d) Correlogramas con 25 sondeos



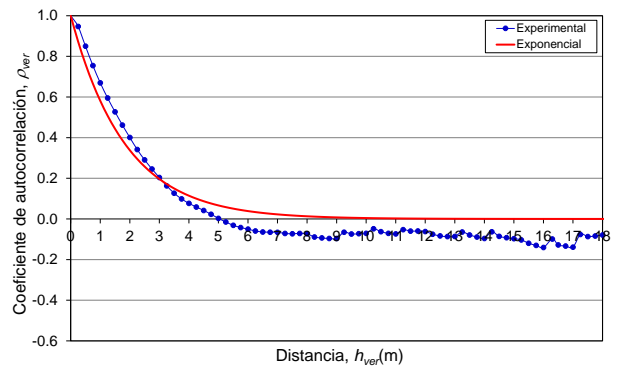
e) Correlogramas con 30 sondeos



f) Correlogramas con 35 sondeos



g) Correlogramas con 40 sondeos



h) Correlogramas con 46 sondeos

Figura 4.25. Correlogramas verticales del contenido de agua.

Modelo de correlación horizontal

Para obtener la correlación horizontal de los valores de contenido de agua, se evalúa la correlación cruzada entre dos sondeos, es decir, las posibles combinaciones entre ellos tomados de dos en dos. El coeficiente de correlación se define para una distancia de desfase vertical nula ( $h_{ver}=0$ ), es decir, que todos los sondeos se encuentran a la misma elevación o profundidad. El análisis de correlación horizontal se realizó también para diferentes números de sondeos. Para definir los correlogramas experimentales en la dirección horizontal (fig. 4.26), los coeficientes de correlación horizontal ( $\rho_{hor}$ ) se promediaron en intervalos de 500m.

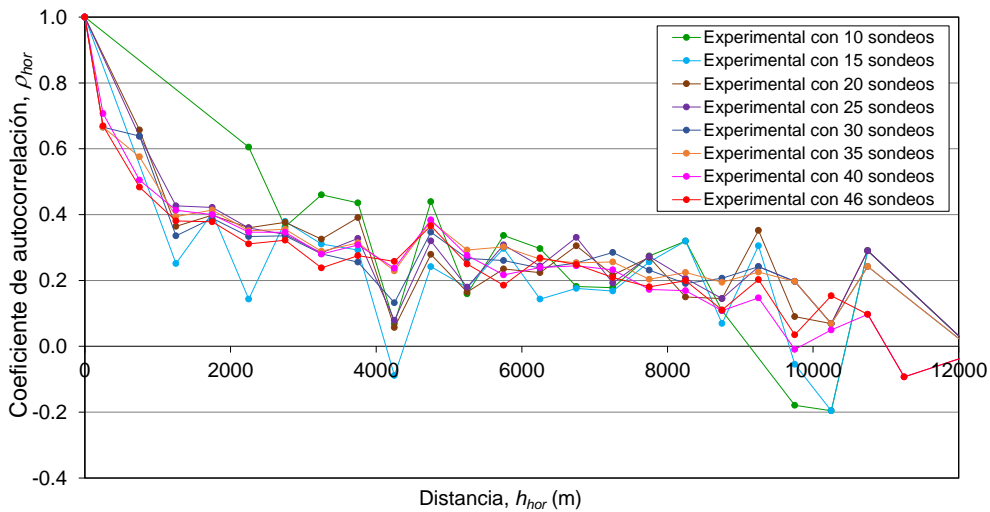


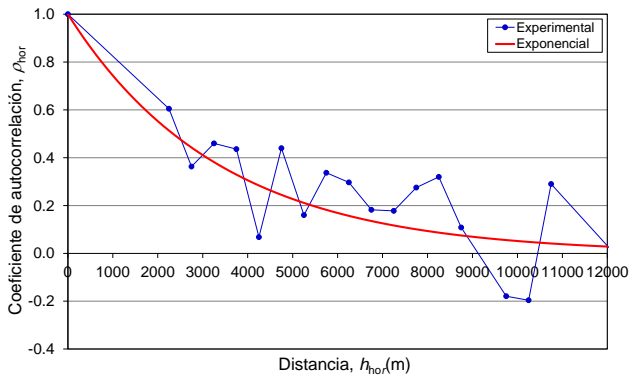
Figura 4.26. Correlogramas experimentales en la dirección horizontal.

A partir de los correlogramas experimentales se calculan las distancias de correlación horizontal ( $\delta_{hor}$ ), de la misma forma que en el sentido vertical, los resultados se presentan en la tabla 4.9.

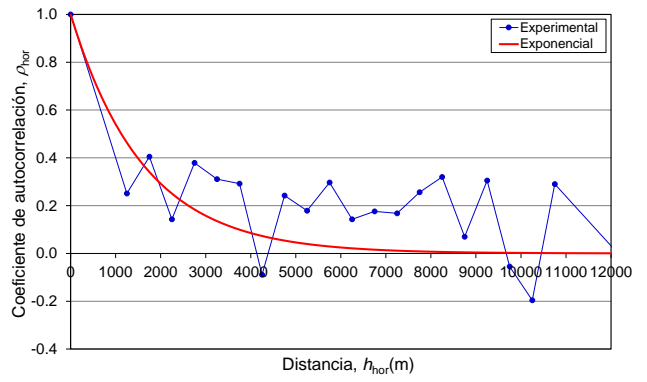
Tabla 4.9. Distancias de correlación horizontal variando la cantidad de sondeos.

No. de sondeos	Separación promedio entre sondeos (m)	$\delta_{hor}$ (m)
10	6130.96	6750
15	5323.62	3250
20	5071.05	5000
25	4799.51	4700
30	4649.20	4500
35	4451.28	4250
40	4423.08	4000
46	4327.79	4000

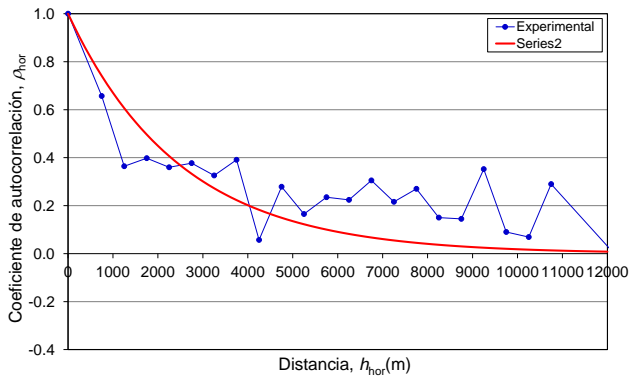
Procediendo de igual forma, se genera un modelo teórico de correlación horizontal de tipo exponencial simple, ahora considerando los valores  $h_{hor}$  y  $\delta_{hor}$ ; en la fig. 4.27 se muestran los correlogramas teóricos en la dirección horizontal.



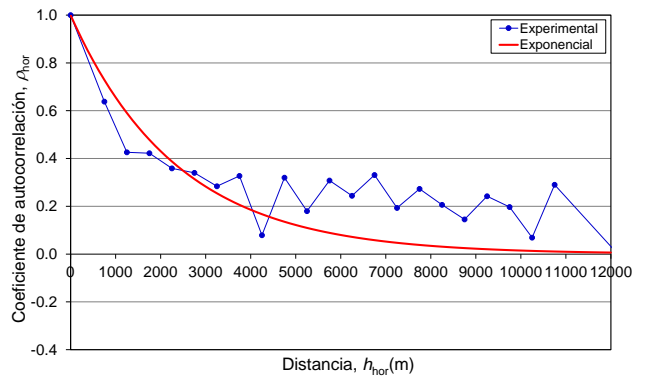
a) Correlogramas con 10 sondeos



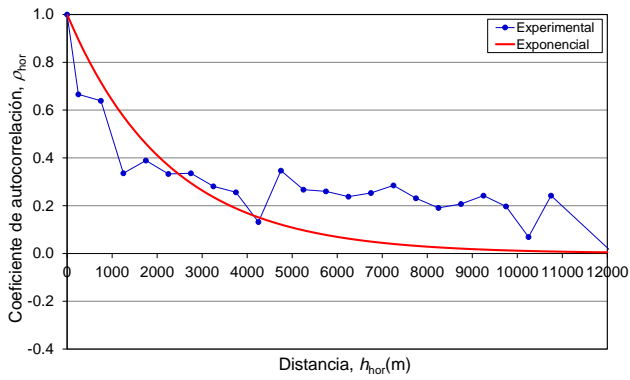
b) Correlogramas con 15 sondeos



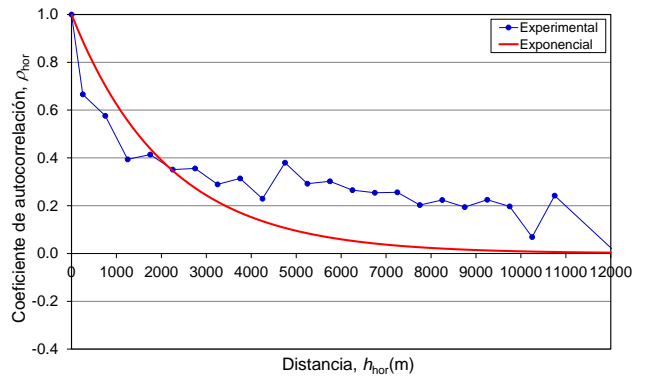
c) Correlogramas con 20 sondeos



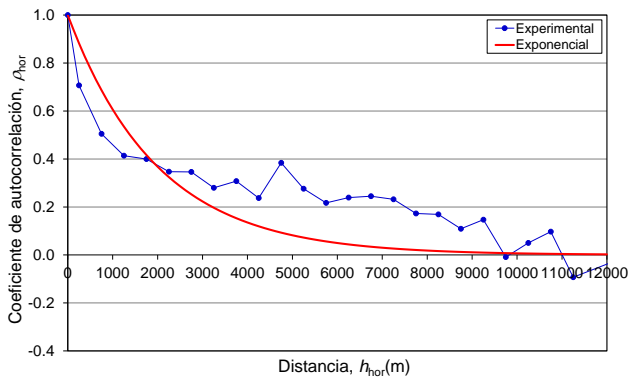
d) Correlogramas con 25 sondeos



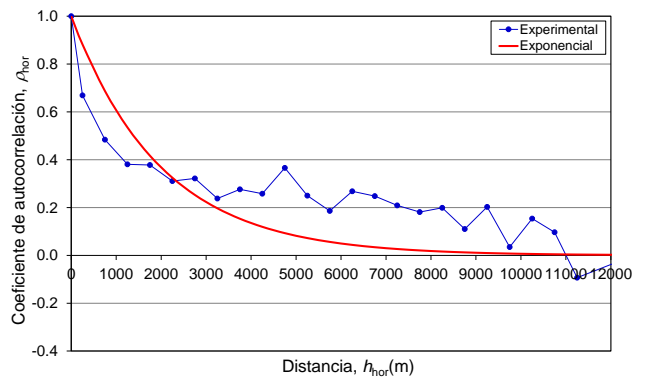
e) Correlogramas con 30 sondeos



f) Correlogramas con 35 sondeos



g) Correlogramas con 40 sondeos



h) Correlogramas con 46 sondeos

Figura 4.27. Correlogramas horizontales del contenido de agua.

En las figs. 4.25 y 4.27, las gráficas muestran que a medida que aumenta el número de datos, los correlogramas van adquiriendo mayor estabilidad geométrica y por tanto la distancia de correlación tiende también a ser estable. Debe señalarse que lo anterior se cumple cuando la distribución espacial de los datos es homogénea en el área de estudio; si presenta una distribución preferencial por zonas o en alguna dirección, los correlogramas estimados podrían no ser representativos del campo. En este caso particular, los sondeos se distribuyen de forma homogénea en el área de estudio, por lo que los correlogramas tienden a ser más representativos al incrementar el número de datos. En conclusión, puede decirse que los correlogramas dependen principalmente de la distribución de los datos y en segundo término de la cantidad de datos (sondeos). Con base en los resultados del análisis de correlación espacial, se opta por emplear los modelos de las figs. 4.25(h) y 4.27(h), con distancias de correlación  $\delta_{ver} = 3.6$  m en dirección vertical y  $\delta_{hor} = 4000$  m en dirección horizontal.

### Predicción

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{hor}$ , los modelos teóricos y los datos experimentales de los 96 perfiles geotécnicos disponibles, se estimaron perfiles de contenido de agua,  $w(\%)$ , a cada 200m a lo largo de los ejes preferenciales "A" y "2", definidos en la fig. 4.28. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 0.25m.

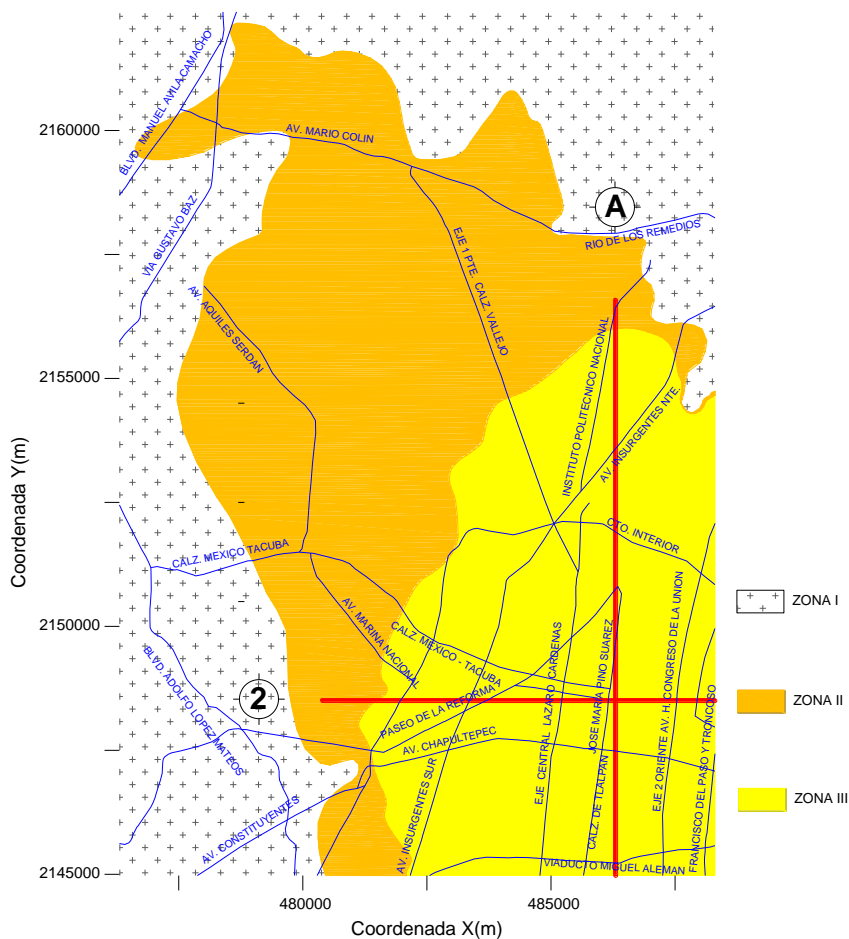


Figura 4.28. Ubicación de los ejes preferenciales de estimación.

De igual forma, se simularon cinco perfiles de contenido de agua,  $w(\%)$ , a cada 200m a lo largo de los ejes preferenciales "A" y "2", definidos en la fig. 4.28. La propiedad se simuló puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 0.25m. Como se sabe, cada simulación es únicamente una posibilidad o realización estocástica, por tanto, todas serán diferentes y sus variaciones serán mayores que en el caso de la estimación. Sin embargo, al construir una imagen promedio de un número considerable de simulaciones esta tenderá a parecerse a la estimada.

### *Visualización*

Las secciones transversales estimadas de contenido de agua (figs. 4.29 y 4.30) se construyen integrando los perfiles estimados (virtuales) a lo largo de cada uno de los ejes preferenciales. Al construir la sección transversal, es importante asegurar que la herramienta de graficación no realice algún tipo de interpolación sobre los valores estimados, puesto que, de ser así, se produciría una imagen diferente de los resultados de la estimación original. De igual forma, a partir de los valores de la Desviación estándar de estimación se construyen las secciones transversales de incertidumbre asociada a la estimación.

Las secciones transversales simuladas de contenido de agua (figs. 3.31 y 3.32) se construyen de la misma forma que las secciones estimadas. Estas secciones representan cuatro posibles configuraciones del contenido de agua en el subsuelo a lo largo de los ejes A y 2.

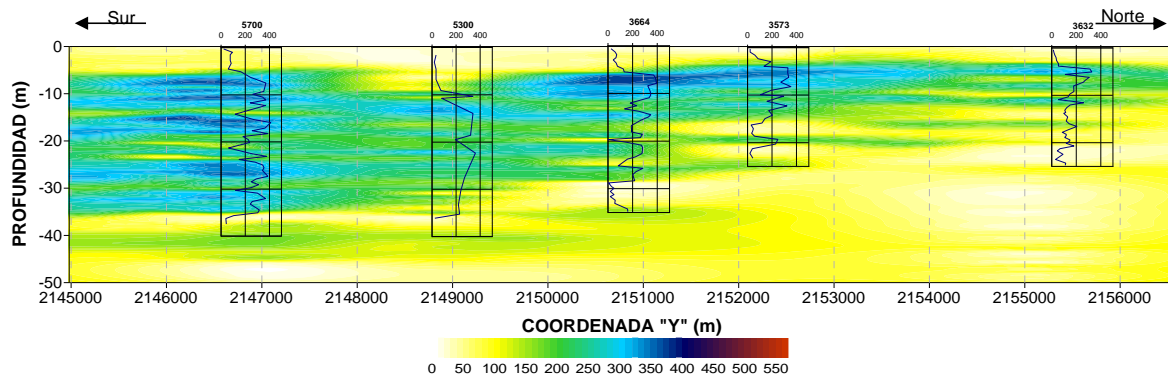
### *Validación de la estimación*

Para evaluar la consistencia de los resultados, se aplicó la técnica de validación cruzada en dos sondeos (4270 y 1245) de la fig. 4.22. Los valores de contenido de agua se estiman a cada 0.25m, empleando los mismos modelos de correlación espacial pero retirando los datos de los perfiles que se estiman, los resultados se presentan en la fig. 4.33, donde se observa una aproximación aceptable entre los valores estimados y las mediciones, por tanto, puede decirse que la consistencia del método de interpolación es aceptable.

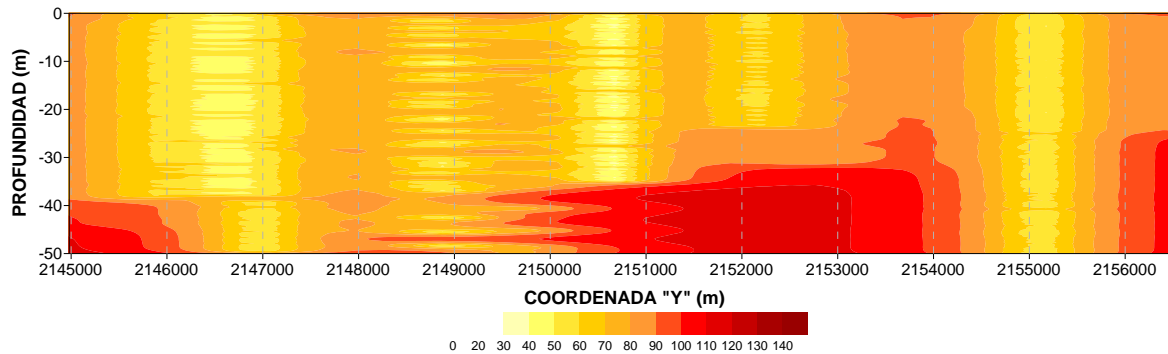
### *Interpretación de los resultados*

En los cortes simulados se observa que los valores de contenido de agua crecen en dirección sur-oriente, hacia el centro de la ciudad, donde los valores simulados llegan a ser mayores a 500%; lo anterior permite identificar estratos altamente compresibles y de baja resistencia al esfuerzo cortante potencialmente críticos que pueden influir desfavorablemente en el comportamiento de las construcciones. Asimismo, en los cortes simulados se identifican zonas con bajos valores de contenido de agua, característicos de la CS, CD y DP.

La heterogeneidad del subsuelo que se presenta hacia el poniente y hacia el norte, se refleja en la distribución caótica del contenido de agua en los cortes simulados, por lo que es difícil identificar zonas de valores críticos. Sin embargo, de forma general se observa que los valores simulados tienden a ser menores de 100%.

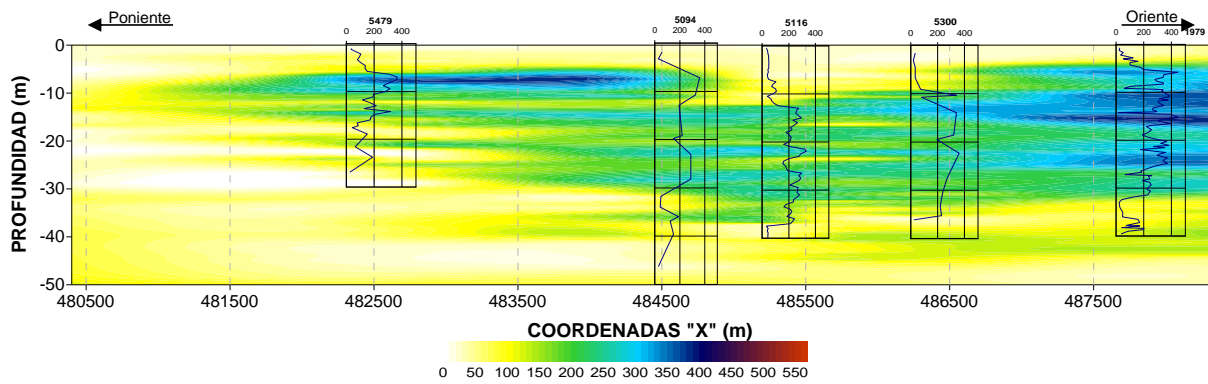


a) Sección transversal estimada del contenido de agua.

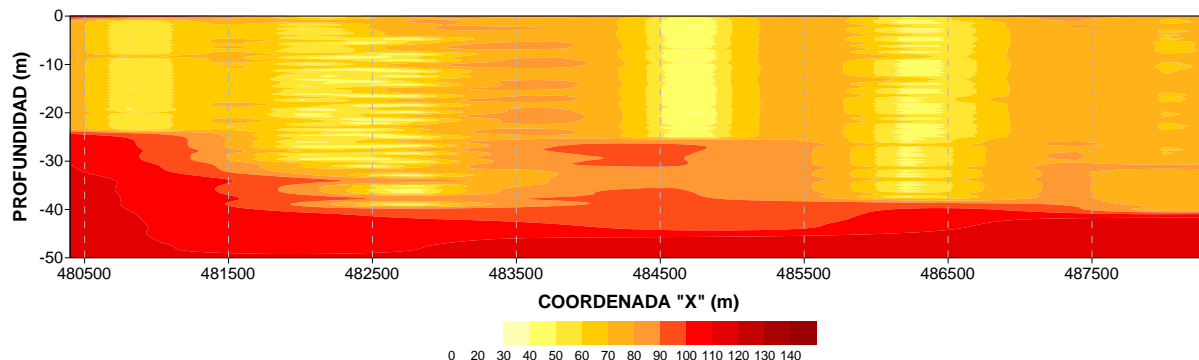


b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.29. Distribución espacial estimada del contenido de agua sobre el eje "A".



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.30. Distribución espacial estimada del contenido de agua sobre el eje 2.



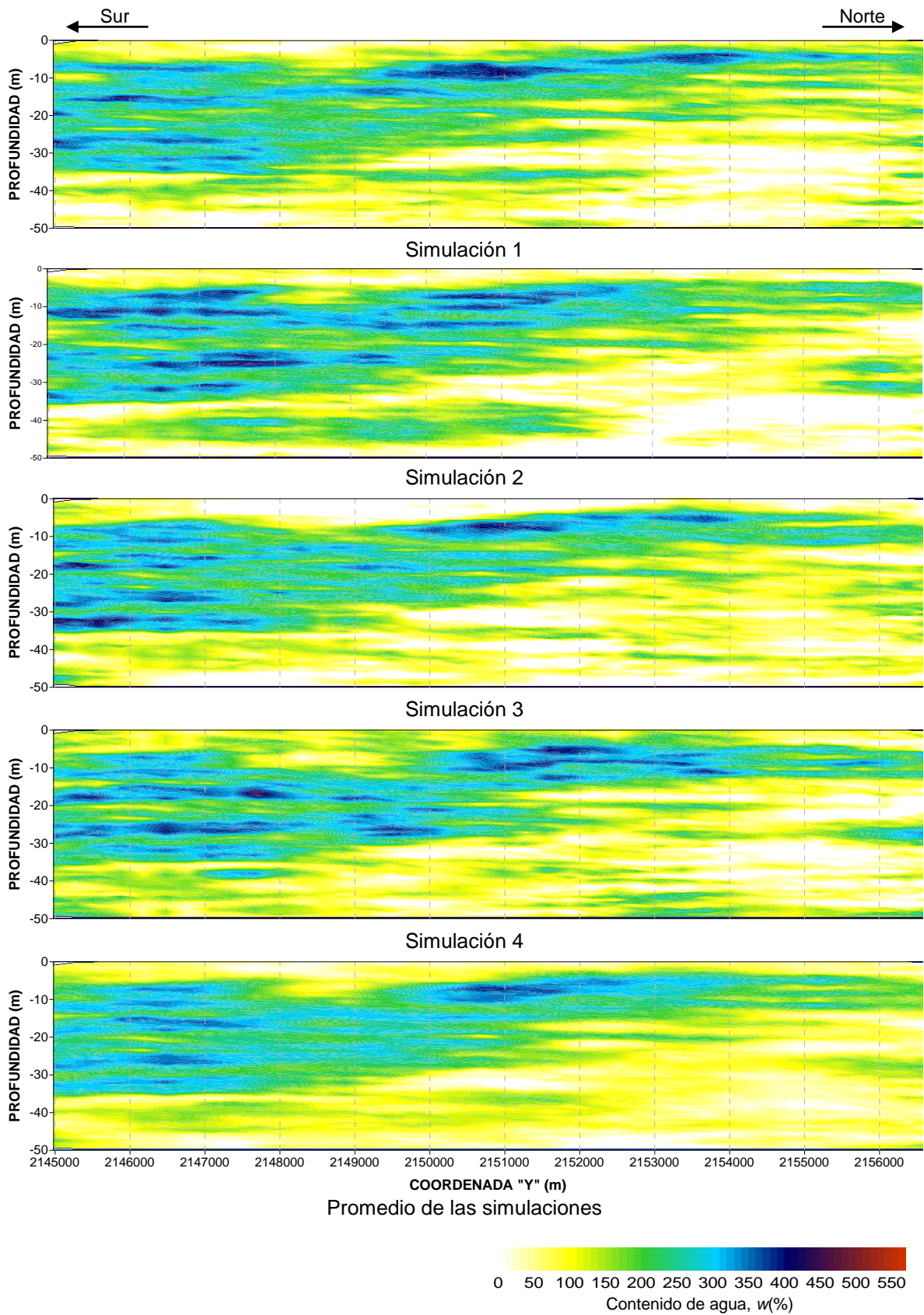


Figura 4.31. Secciones transversales simuladas de contenido de agua sobre el eje A.

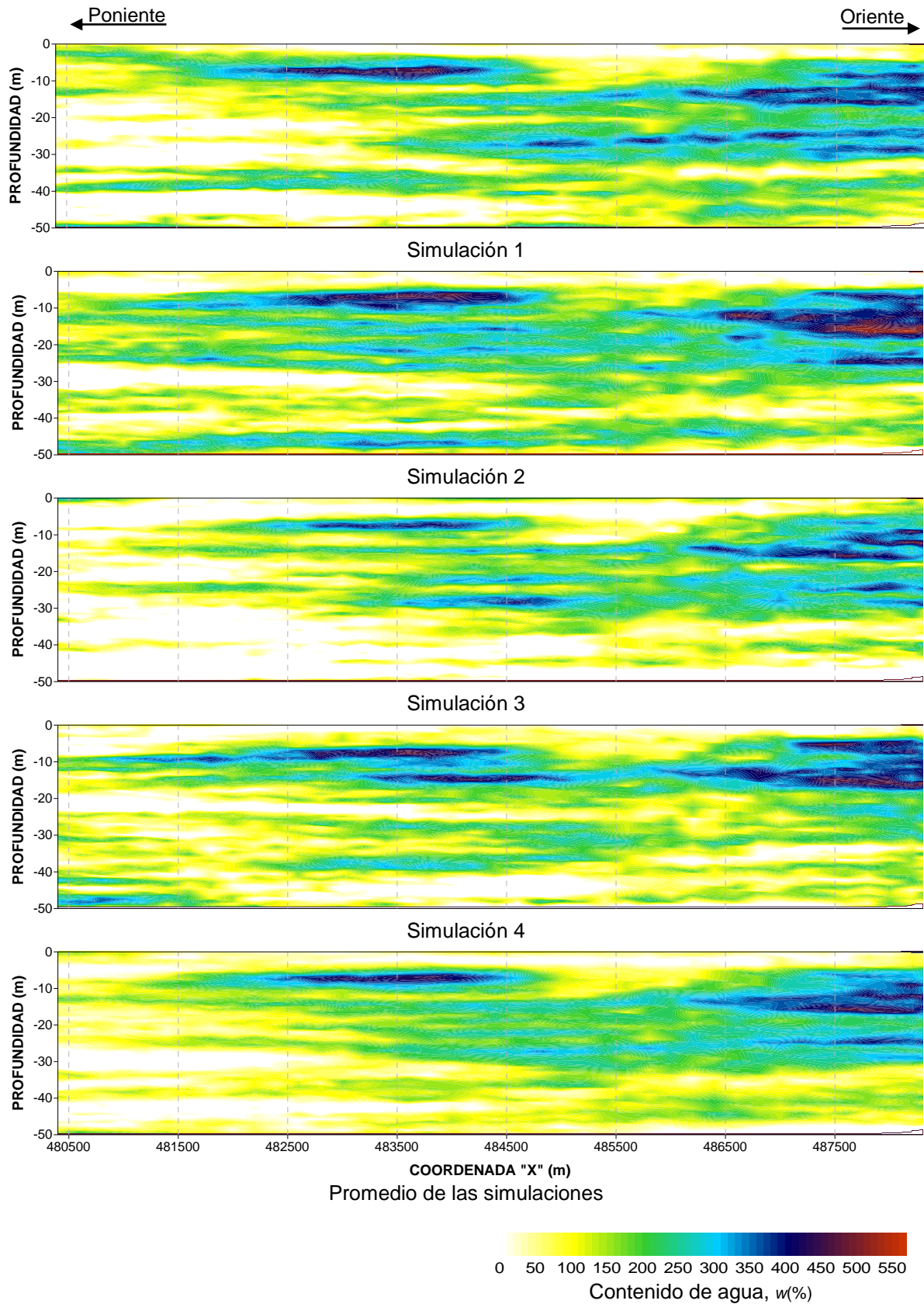


Figura 4.32. Secciones transversales simuladas de contenido de agua sobre el eje 2.

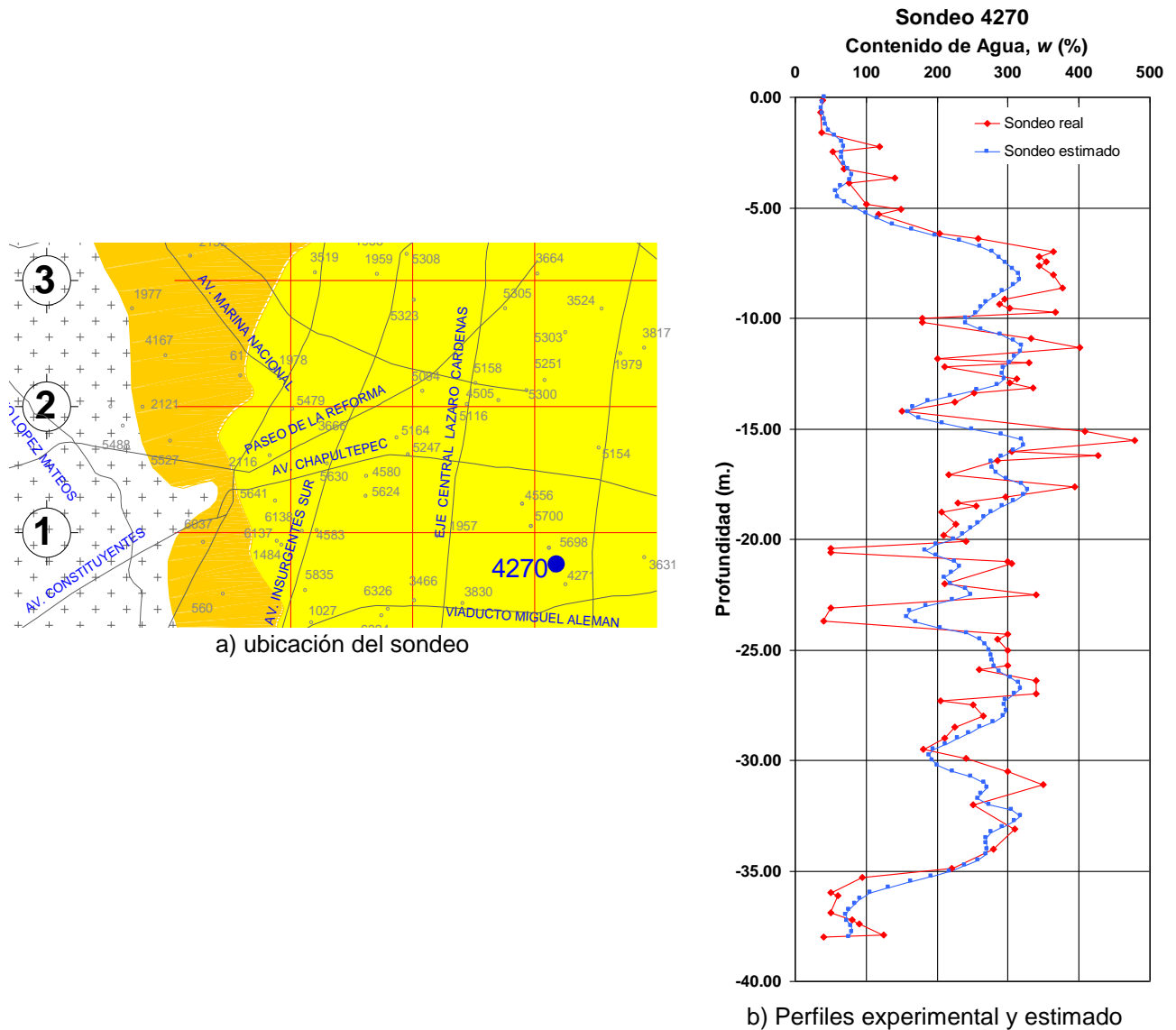


Figura 4.33. Validación cruzada del contenido de agua en un sondeo.

A partir del conjunto de los  $n$  cortes simulados, sobre un mismo eje preferencial, es posible identificar zonas de valores críticos, es decir, zonas de valores máximos y mínimos del campo, las cuales pueden ser consideradas como potencialmente problemáticas. En Mecánica de Suelos, el conocimiento sobre la ubicación de zonas críticas ayuda a la toma de decisiones orientadas al diseño de obras de ingeniería. Asimismo, al comparar secciones estimadas (figs. 4.29 y 4.30) con las secciones promedio de las simulaciones (figs. 4.31 y 4.32) se observa que entre ellas existe un cierto parecido. Por tanto, puede decirse que conforme aumente el número de simulaciones, su promedio tenderá a parecerse cada vez más a la estimación.

## 4.4 Análisis de la distribución espacial de las propiedades del suelo lacustre

El estudio de la distribución espacial de las propiedades índice, mecánicas y geométricas del subsuelo del *Valle de México* se realizó con base en la información obtenida de los sondeos geotécnicos existentes en el SIG-SG. Particularmente, se analizó la profundidad y espesores de los estratos típicos del subsuelo, la distribución del contenido de agua y la resistencia de punta de cono eléctrico, empleando como principal herramienta la metodología geoestadística. Considerando que existe una cierta variación de las condiciones del suelo en diferentes zonas del valle, el área lacustre del Valle de México se dividió en cuatro subzonas, fig. 4.34.

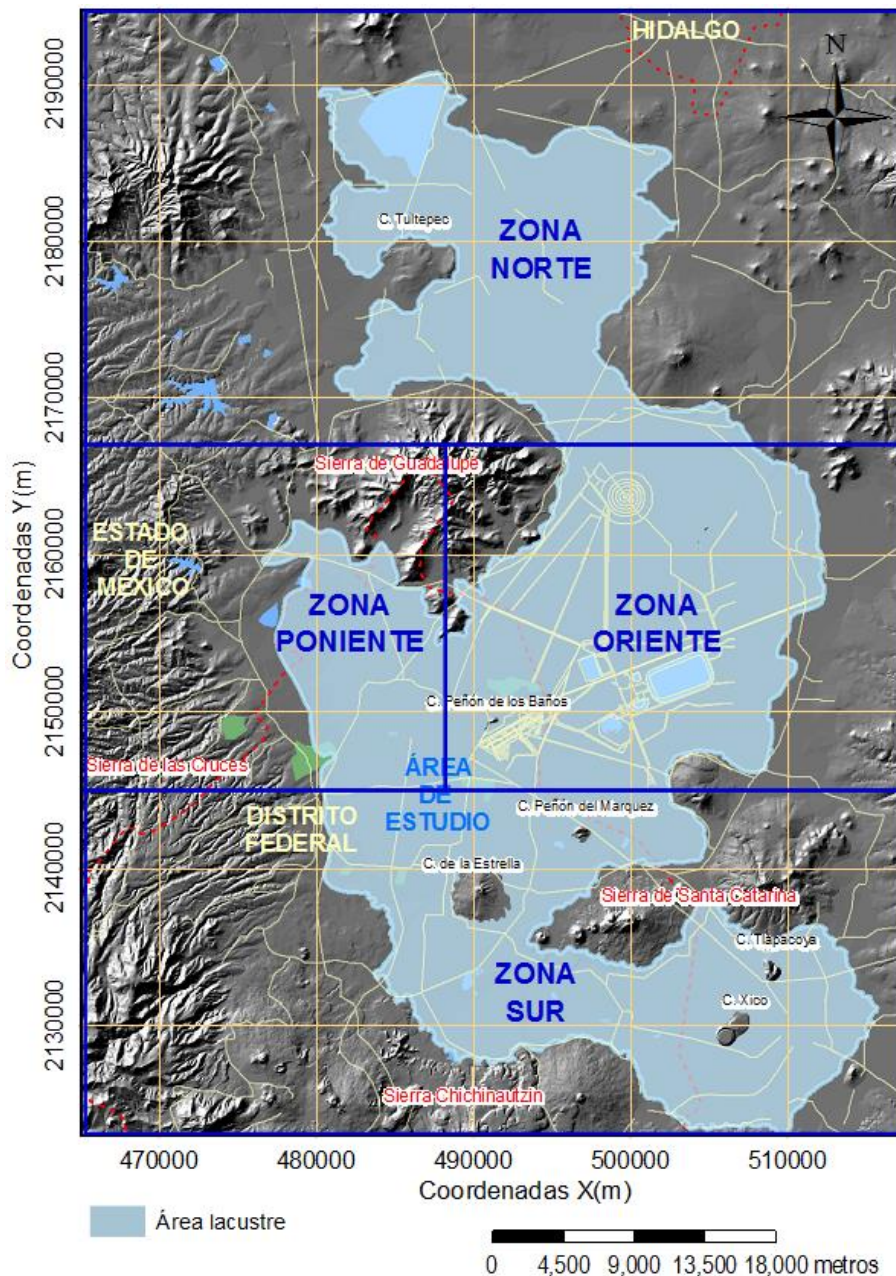


Figura 4.34. División del área de estudio en el Valle de México.

#### 4.4.1 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona norte

##### 4.4.1.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua

###### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores de contenido de agua,  $w(\%)$ , medidos a partir de los sondeos exploratorios SC, SPT y SM, se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=3$  (volumen). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para el análisis se emplearon 405 sondeos distribuidos en el área de estudio como se muestra en la fig. 4.35; en la tabla 4.10 se indica el número de sondeos por tipo empleados para el análisis.

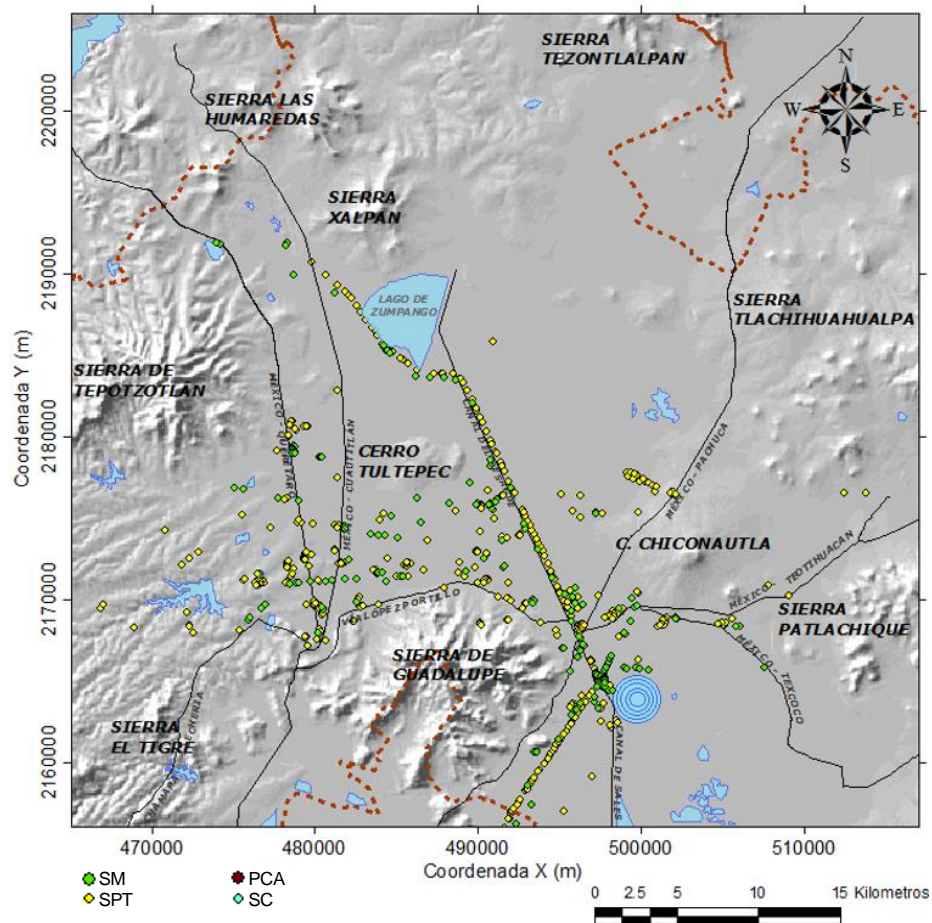


Figura 4.35. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua, zona norte.

Tabla 4.10. Sondeos empleados para el análisis de contenido de agua, zona norte.

Tipo	Número de sondeos
Mixto (SM)	238
Penetración Estándar (SPT)	150
Continuo (SC)	17
Total =	405

*Análisis estadístico*

En el análisis estadístico de los datos se aceptan las condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos (tabla 4.11) y se construye el histograma que representa la variabilidad de los datos (fig. 4.36).

Tabla 4.11. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	23200
Media, $m(\%)$	74.23
Varianza, $\sigma^2(\%^2)$	5046.68
Desviación estándar, $S(\%)$	71.04
Coefficiente de variación, $CV$	0.95

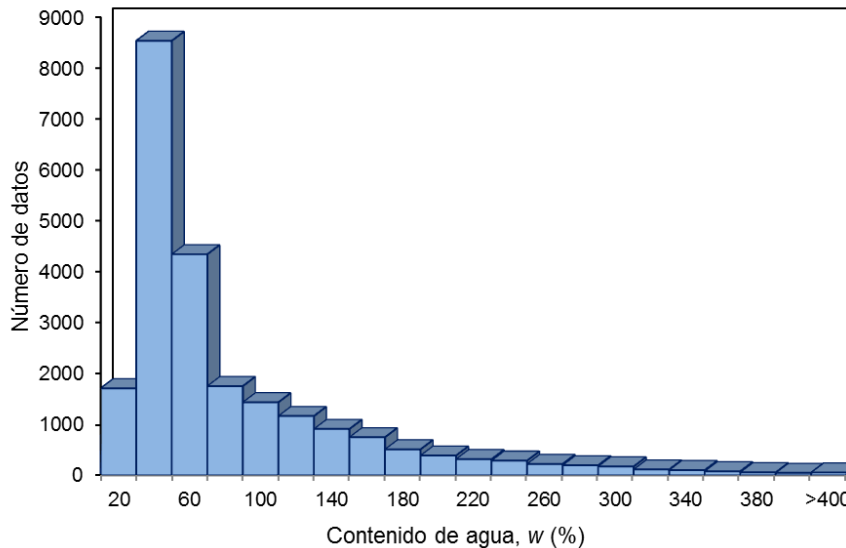


Figura 4.36. Histograma de los datos de contenido de agua, zona norte.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar a los datos una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = -0.00039$ ,  $b = -0.003066$ ,  $c = -0.620342$  y  $d = 6943.1575$ .

Con base en estos coeficientes se obtiene el campo residual de contenido de agua y se calculan los correlogramas experimentales (fig. 4.37), las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 4000m$  y  $\delta_{ver} = 3.5m$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.37.

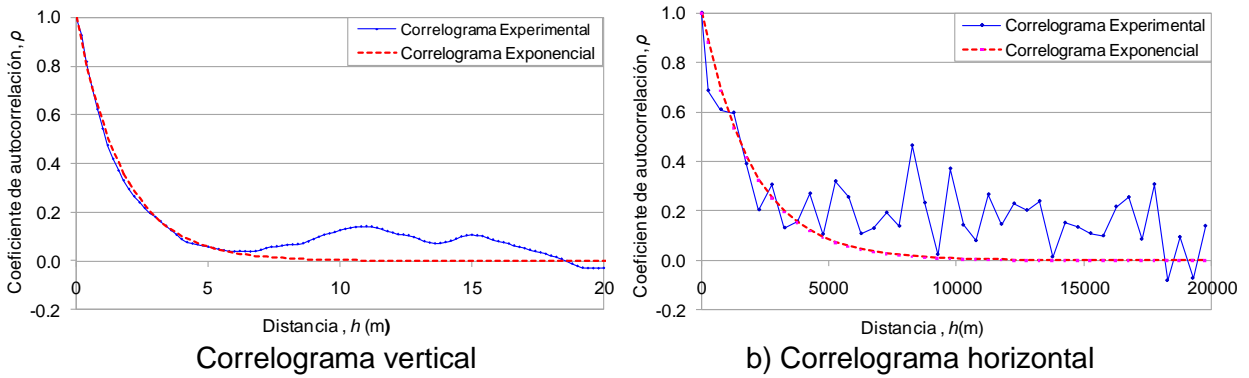


Figura 4.37. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona norte.

**Predicción**

Empleando los datos residuales de contenido de agua, las distancias de correlación espacial ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ), los modelos de correlación previamente definidos y recurriendo la técnica de *Kriging Ordinario*, se estiman perfiles de contenido de agua a lo largo de los ejes definidos en la fig. 4.38. Los perfiles se estiman con una distancia de separación de 500m y de 20cm a lo largo de la profundidad. Las estimaciones finales se obtienen regresando la tendencia inicialmente retirada.

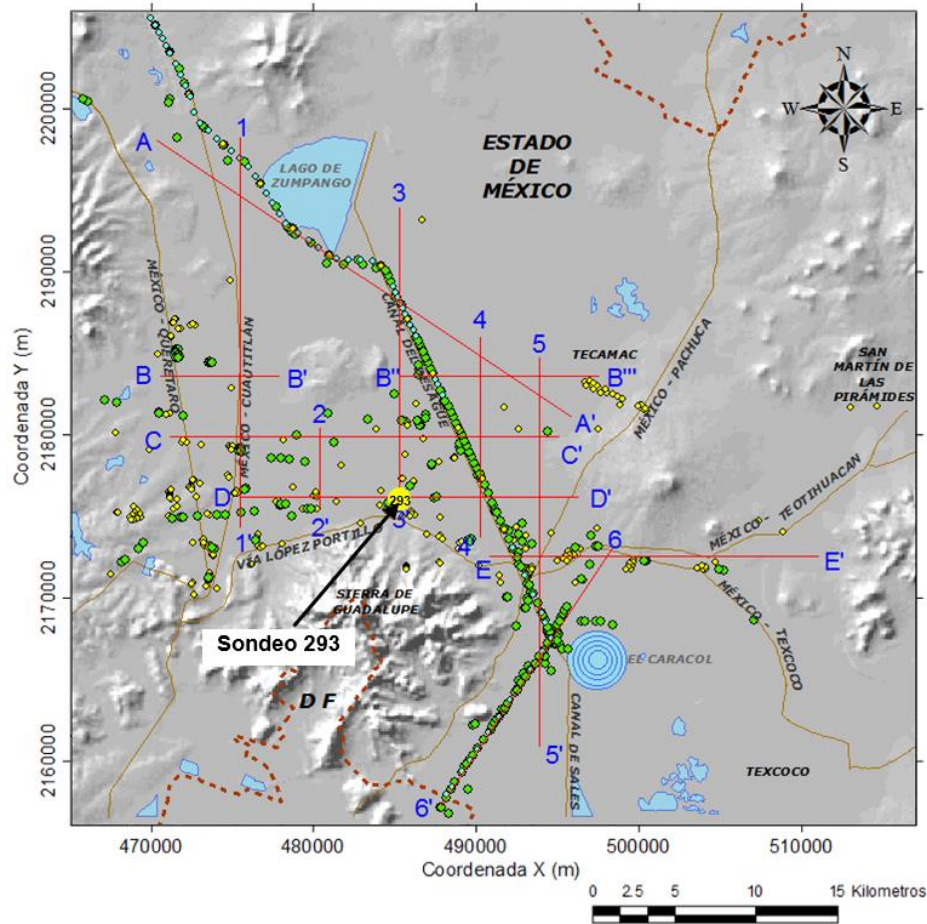


Figura 4.38. Ubicación de ejes preferenciales de estimación del contenido de agua, zona norte.

*Validación cruzada*

Como un ejemplo de validación cruzada, en la figura 4.39 se presentan el perfil experimental y el perfil estimado de contenido de agua del sondeo 293 indicado en la fig. 4.38, donde se observa que los valores estimados tienen buena aproximación con los valores medidos, por lo que puede decirse que el método de estimación es consistente.

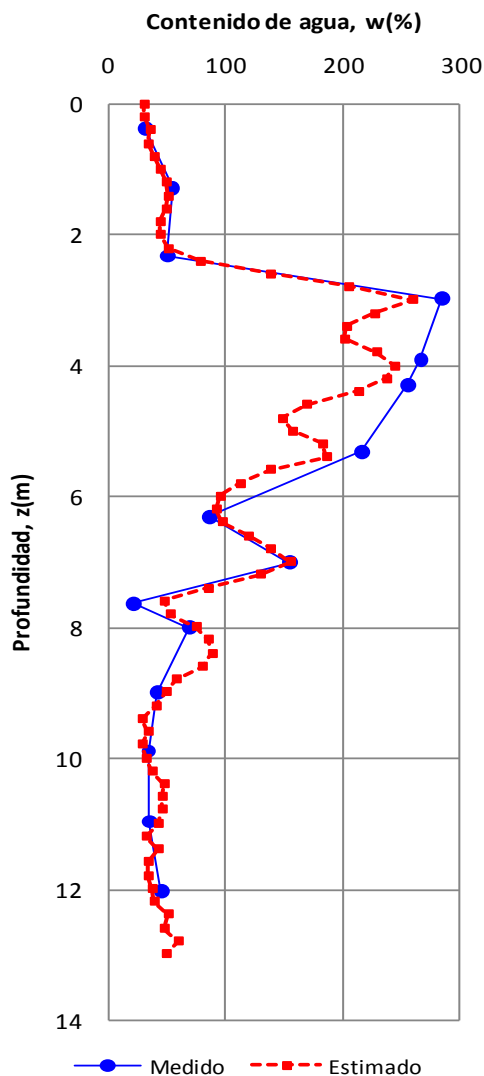
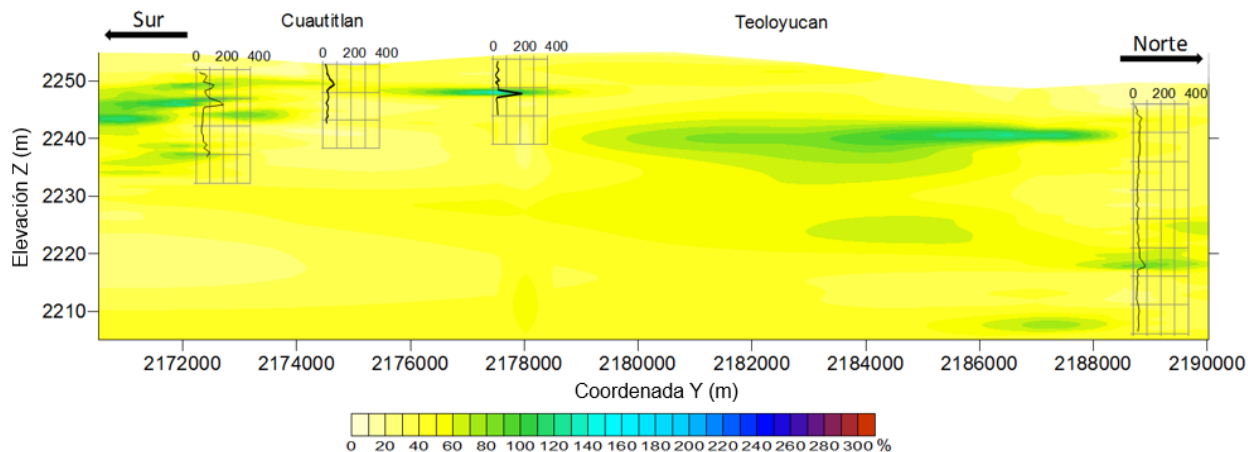


Figura 4.39. Resultados de la validación cruzada del sondeo 293, zona norte.

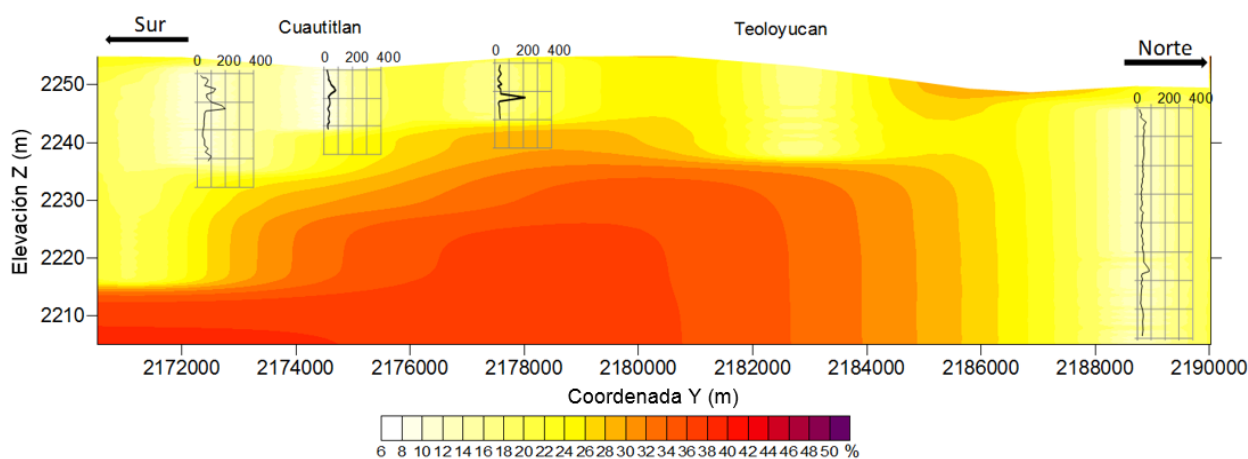
*Visualización*

Para facilitar la interpretación de los resultados, a partir de integrar los perfiles estimados (interpolados) sobre cada uno de los ejes predefinidos recurriendo a técnicas de graficación se construyen las secciones transversales presentadas en las figs. 4.40 a 4.50 para cada uno de los ejes previamente definidos (fig. 4.38). Asimismo, en la figura 4.21 se integran las secciones estimadas de contenido de agua formando una malla en 3D.





a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Desviación estándar de estimación



c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.40. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona norte.

En la fig. 4.40, se observa que en el eje 1 predominan los materiales con valores de contenido de agua menores a 100% (limos y arenas), por lo que se considera que está ubicado en una zona de materiales aluviales; sin embargo, en algunas zonas se aprecian pequeñas acumulaciones de agua que se deben a la cercanía con cuerpos de agua como el lago de *Zumpango* y la existencia de un antiguo cuerpo de agua en la zona de *Tultitlan*.

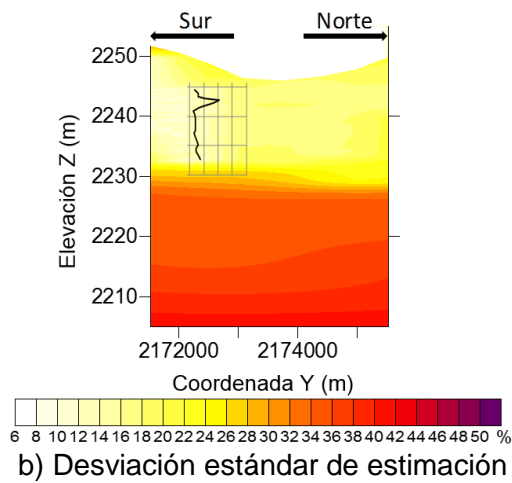
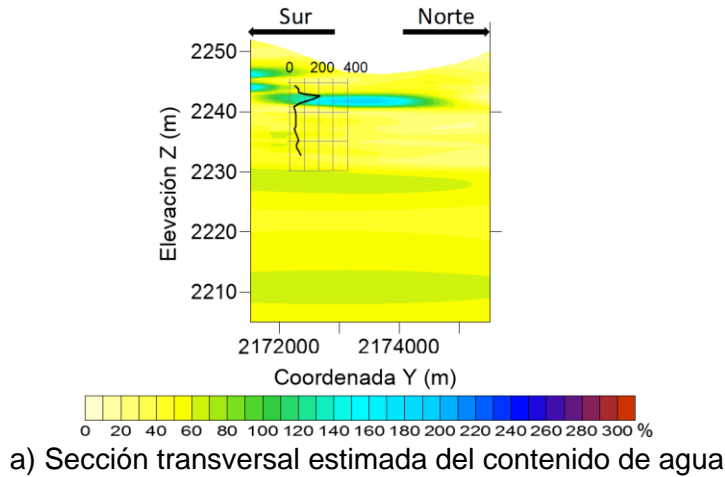
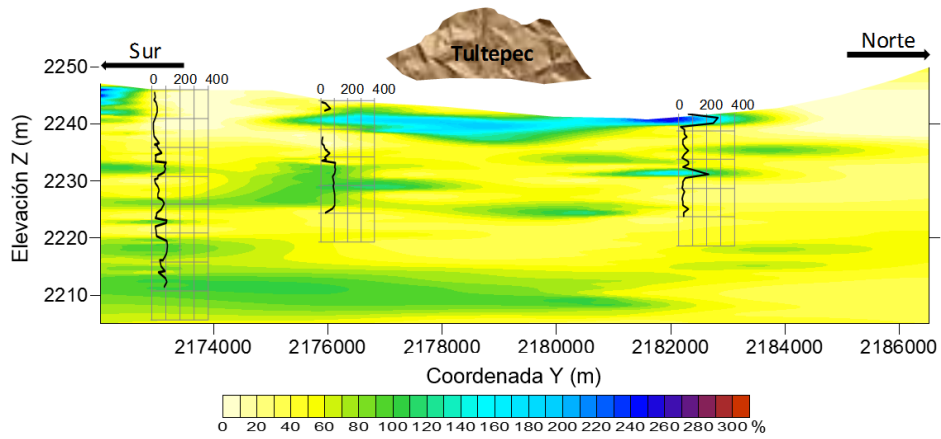
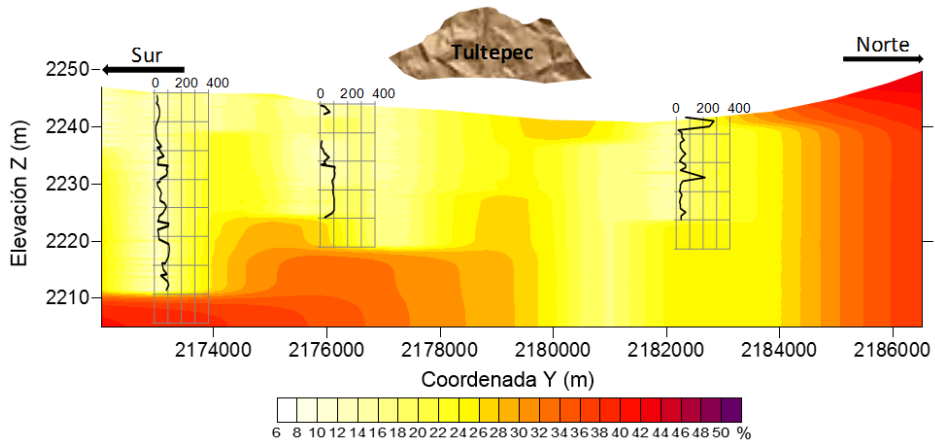


Figura 4.41. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona norte.

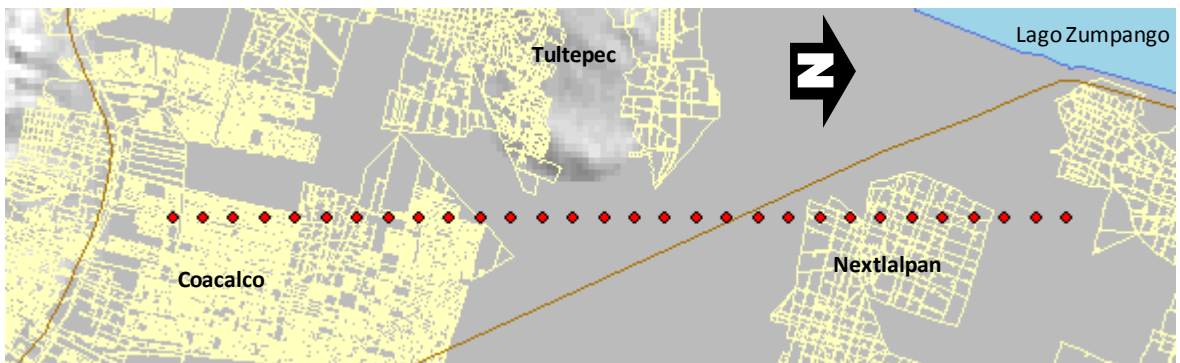
En el eje 2 (fig. 4.41), aparece una delgada franja de materiales con alto contenido de agua a menos de 10m de profundidad, estos materiales delimitan la extensión que ocupó el lago en esta zona.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



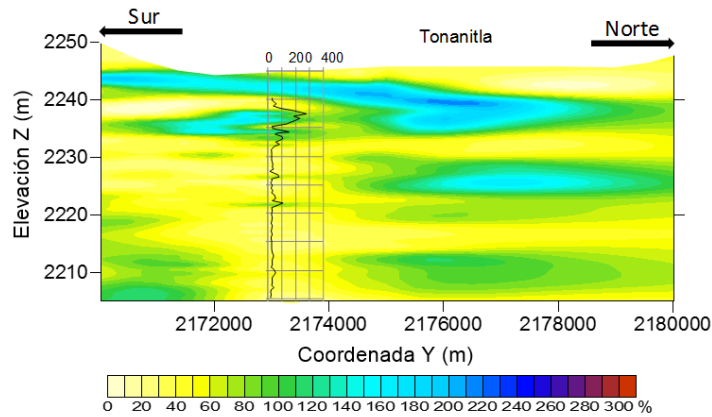
b) Desviación estándar de estimación



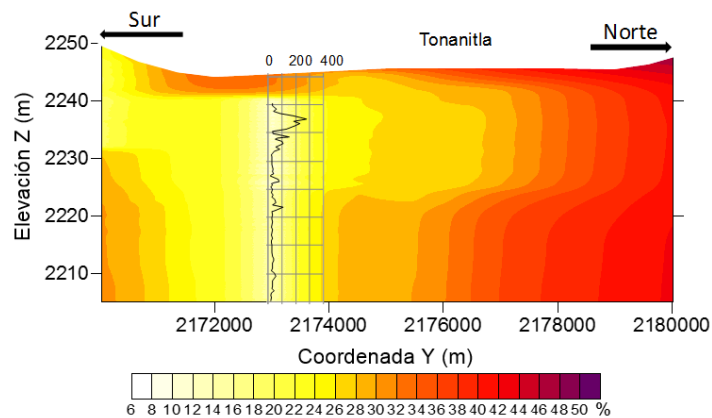
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.42. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona norte.

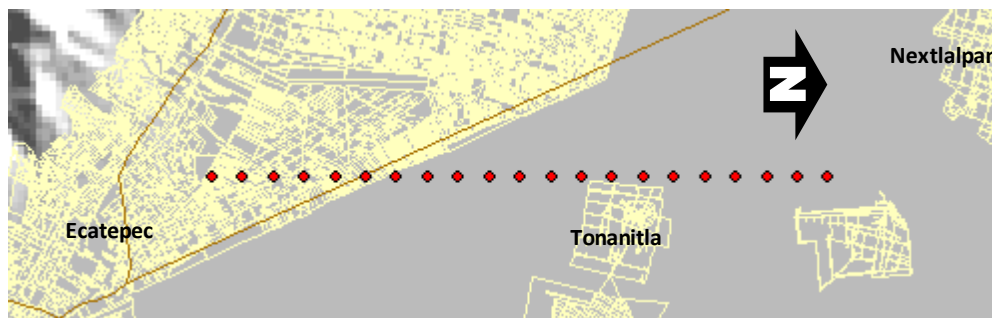
En la fig. 4.42 (eje 3), se aprecia a muy poca profundidad un estrato de arcilla lacustre con espesor de menos de 5m que corresponde a depósitos del lago de *Xaltocan*; además aparecen intercalados otros lentes y estratos con valores de contenido de agua cercanos a 100% a diferentes profundidades; estas capas corresponden a materiales de limos arenosos que reflejan la influencia del lago de *Xaltocan*.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



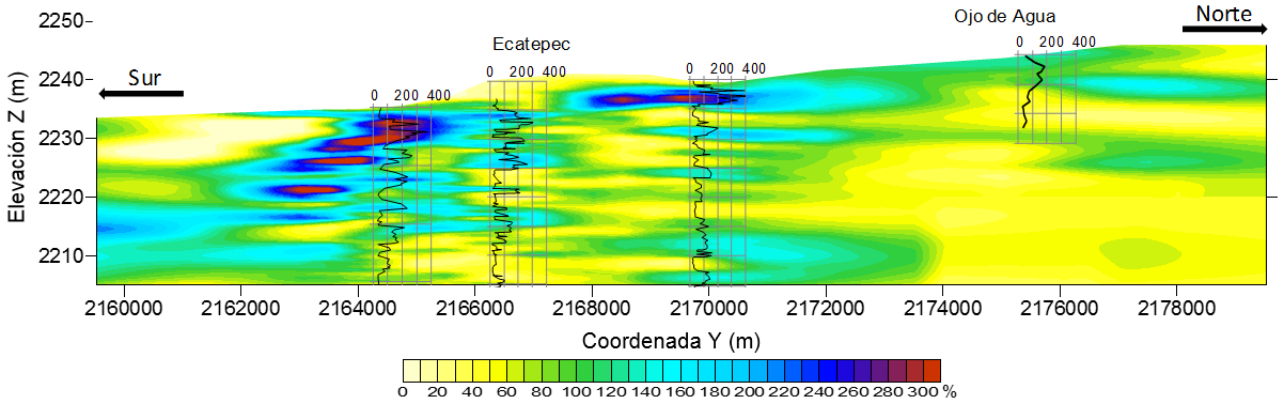
b) Desviación estándar de estimación



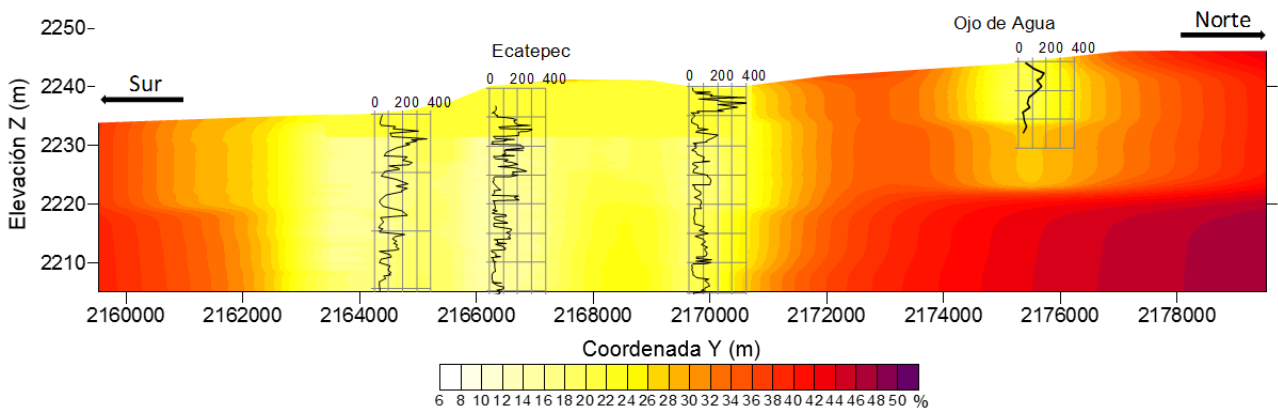
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.43. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona norte.

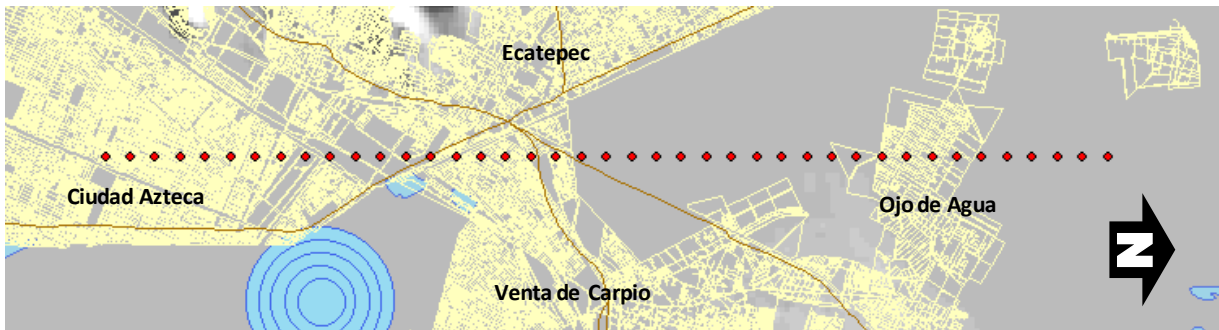
En el eje 4 (fig. 4.43) se observa la existencia de materiales lacustres hasta una profundidad de 10.0m que delimita la extensión del antiguo lago de *Xaltocan*, se distinguen también otras concentraciones de agua a mayor profundidad que reflejan la existencia de dicho lago.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



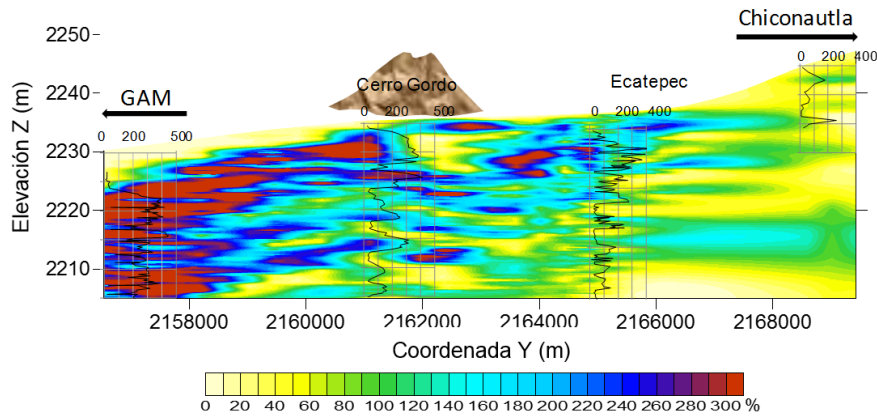
b) Desviación estándar de estimación



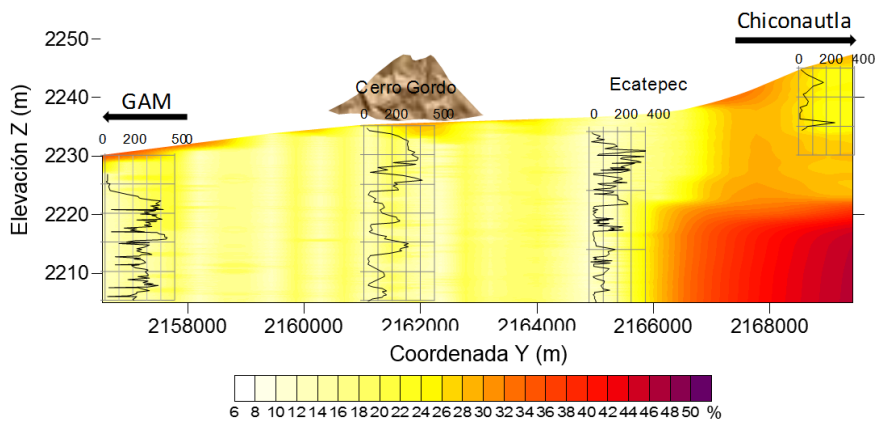
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.44. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona norte.

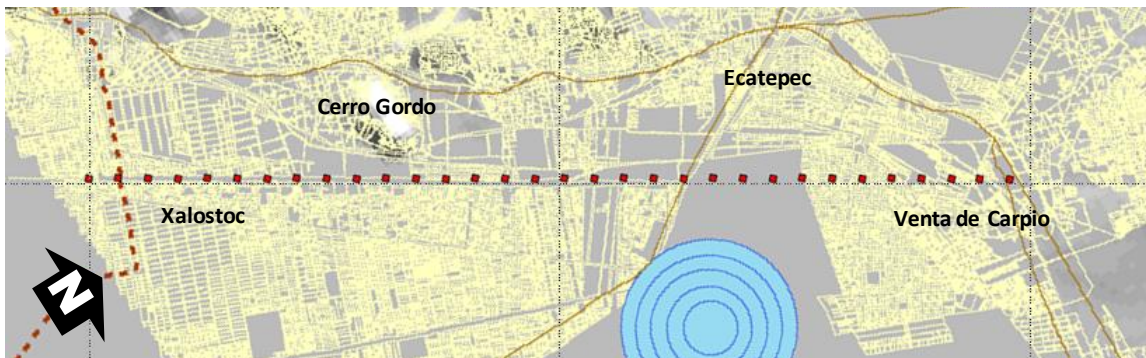
En la fig. 4.44 se aprecia una intercalación de materiales lacustres y aluviales de manera escalonada que indican los límites del ex lago de *Texcoco* y más adelante se aprecia otro estrato de arcilla lacustre de menor espesor que corresponde al ex-lago de *San Cristóbal*. Se aprecia también que los valores de contenido de agua que aparecen en esta sección son mayores que en las secciones anteriores que se encuentran más alejadas del ex lago de *Texcoco*.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



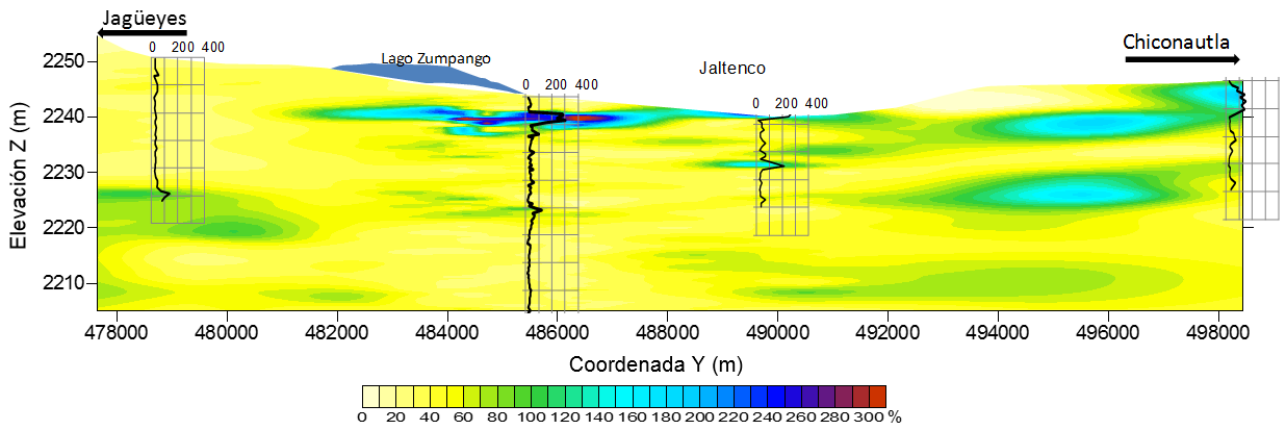
b) Desviación estándar de estimación



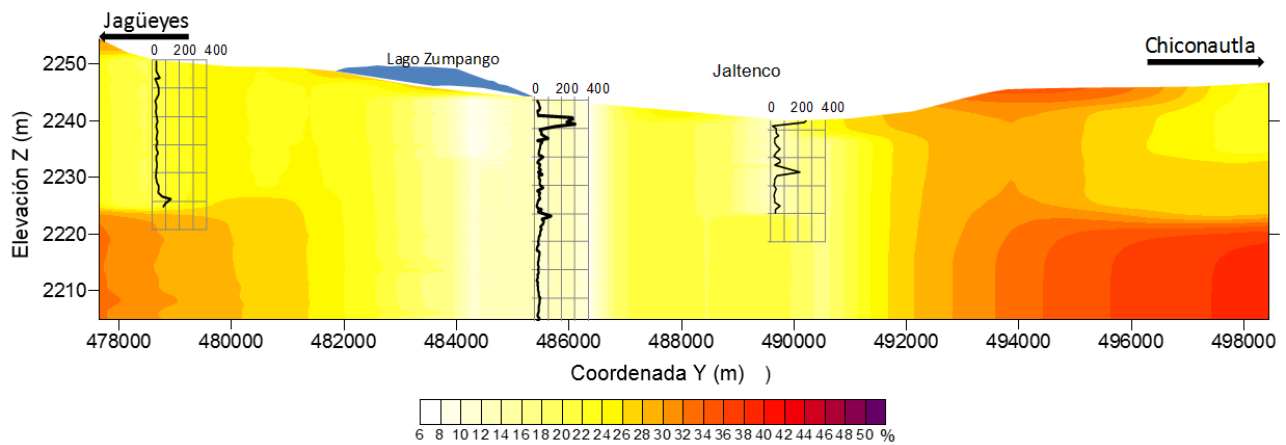
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.45. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 6, zona norte.

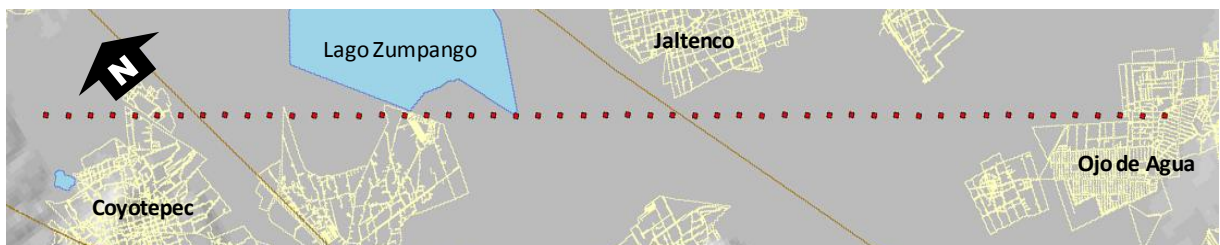
En el eje 6 (fig. 4.45) se aprecia una disminución gradual del espesor de arcilla intercalándose con materiales aluviales que forman parte del *Cerro Gordo* y el cerro de *Chiconautla*; este cambio en los materiales marca los límites del ex lago de *Texcoco*.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



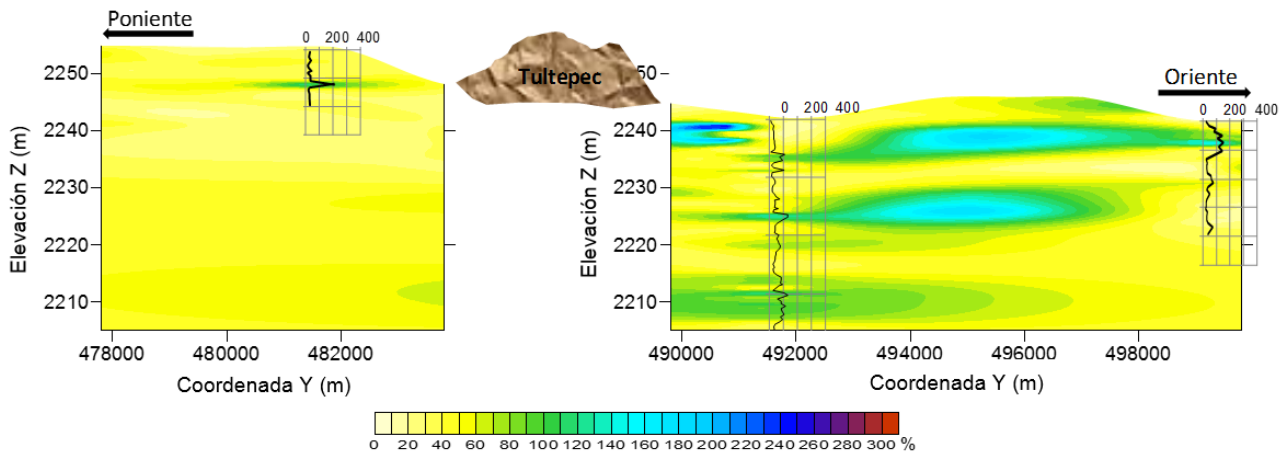
b) Desviación estándar de estimación



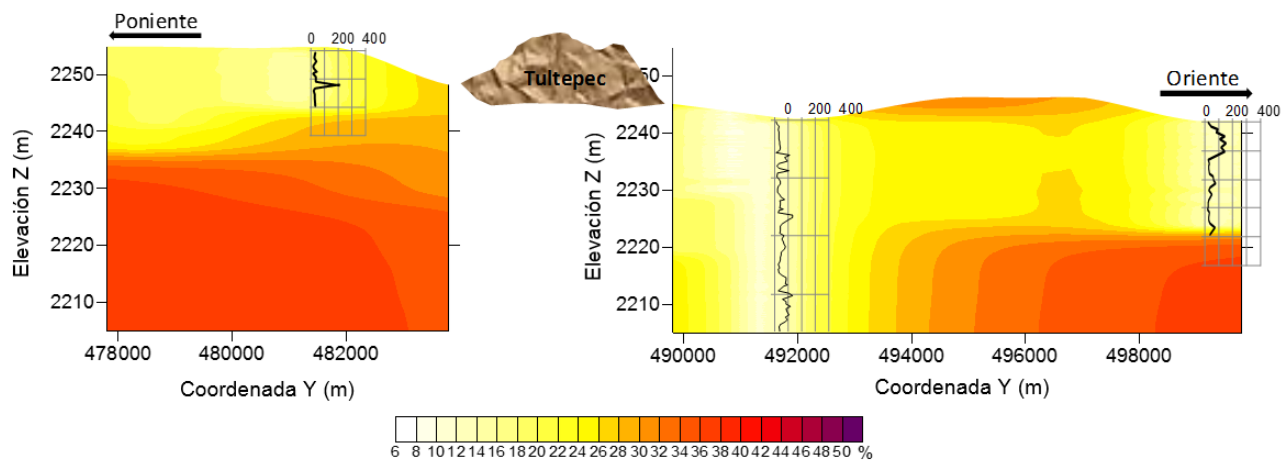
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.46. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona norte.

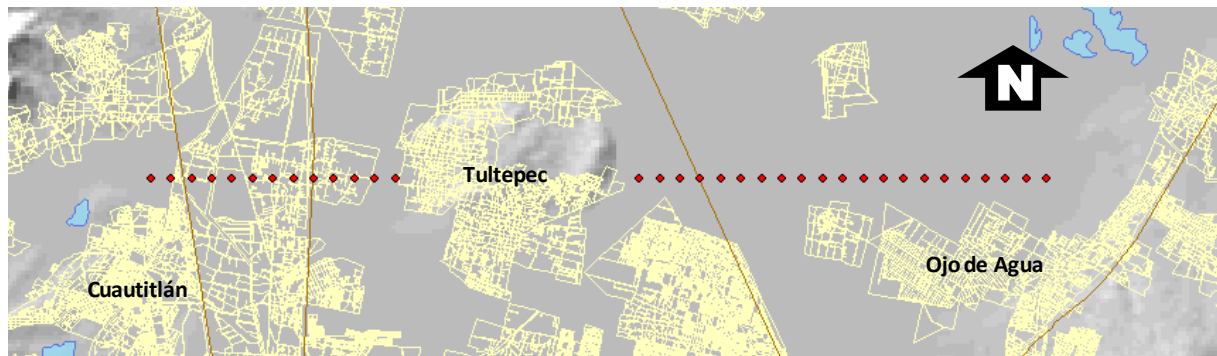
En el eje A (fig. 4.46), cerca del lago de *Zumpango*, a poca profundidad se aprecia una capa delgada de arcilla lacustre que se extiende hasta cerca de *Jaltenco*, este estrato corresponde a la extensión de los lagos de *Zumpango* y *Xaltocan*. Más adelante, cerca de la localidad denominada *Ojo de Agua* se aprecia la influencia del ex lago de *San Cristóbal*.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Desviación estándar de estimación

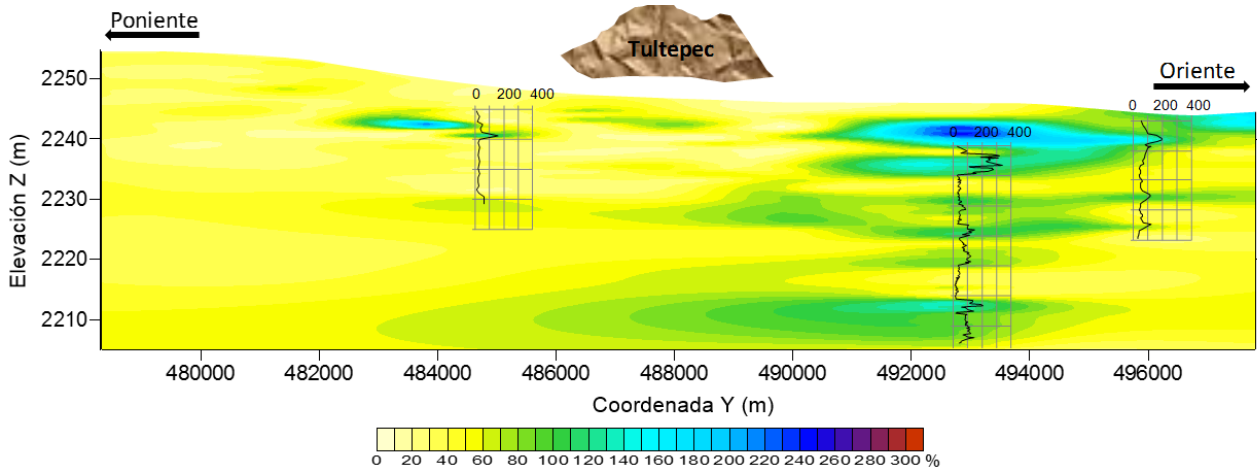


c) Localización de los sondeos estimados

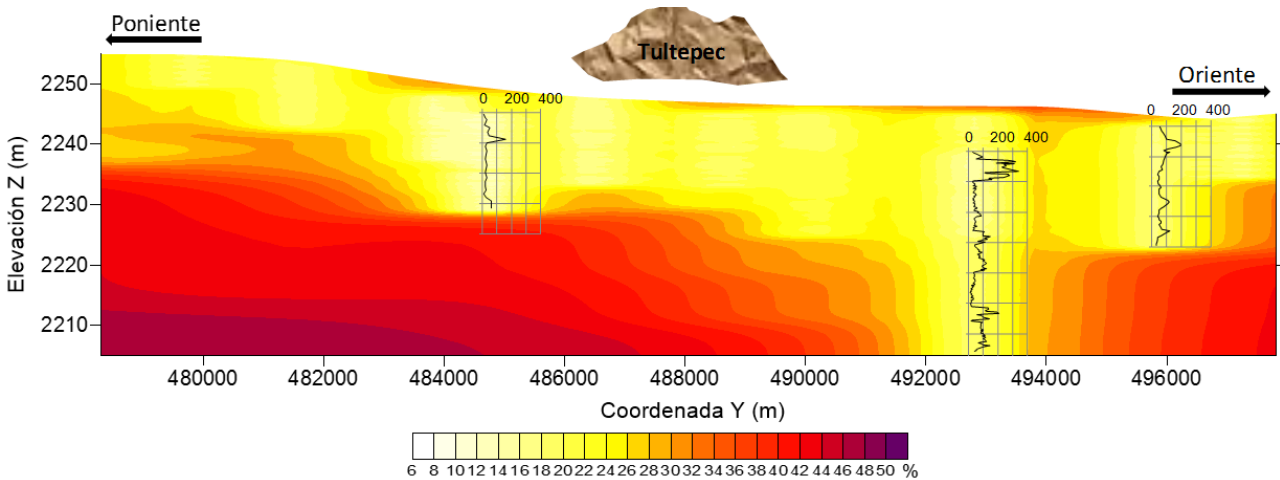
Figura 4.47. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona norte.

En el eje B (fig. 4.47), al poniente del cerro de *Tultepec* aparece un lente delgado de arcilla que indica la extensión del antiguo cuerpo de agua de *Tultitlan*, aunque en general predominan los materiales aluviales con valores bajos de contenido de agua. En el corte del lado oriente, se aprecian materiales con contenidos de agua que pueden asociarse a la influencia del ex lago de *Xaltocan*.

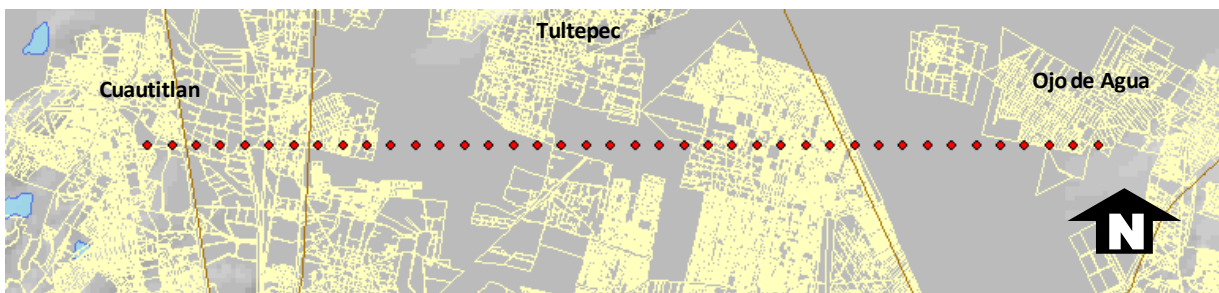




a) Sección transversal estimada del contenido de agua



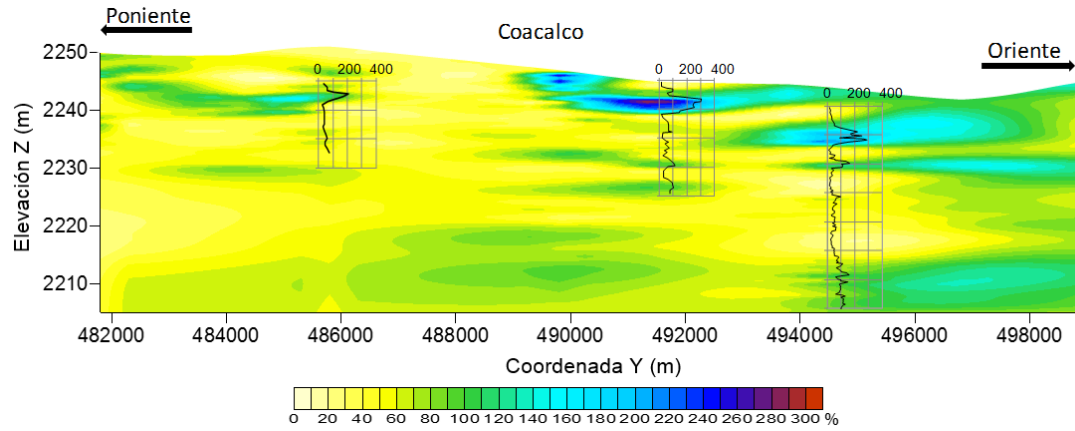
b) Desviación estándar de estimación



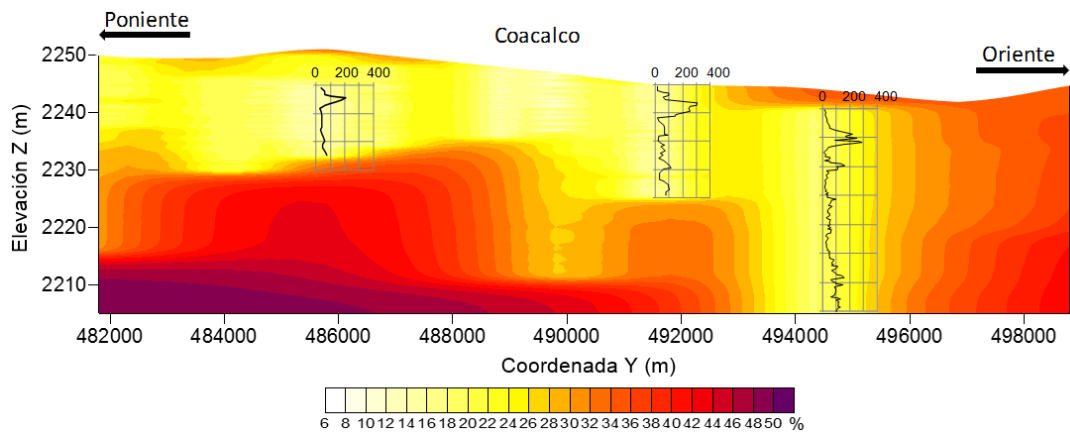
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.48. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona norte.

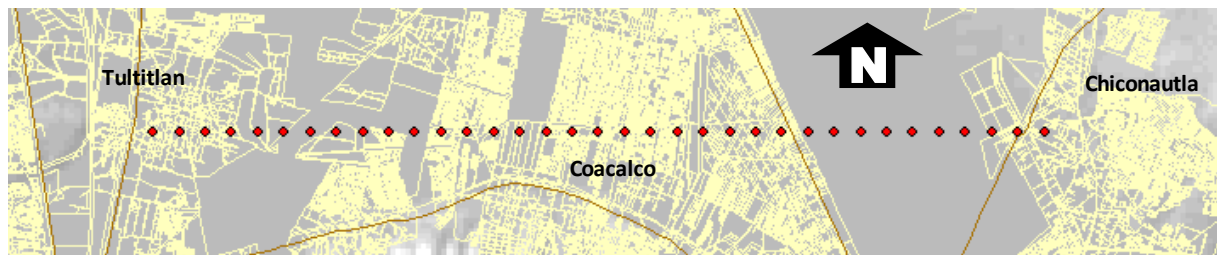
En la fig. 4.48, (eje C), se observa la existencia de materiales aluviales al poniente del cerro de *Tultepec* y al oriente un horizonte de arcilla del ex lago de *Xaltocan* y algunos estratos más profundos con valores altos de contenido de agua que marcan la influencia del lago.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



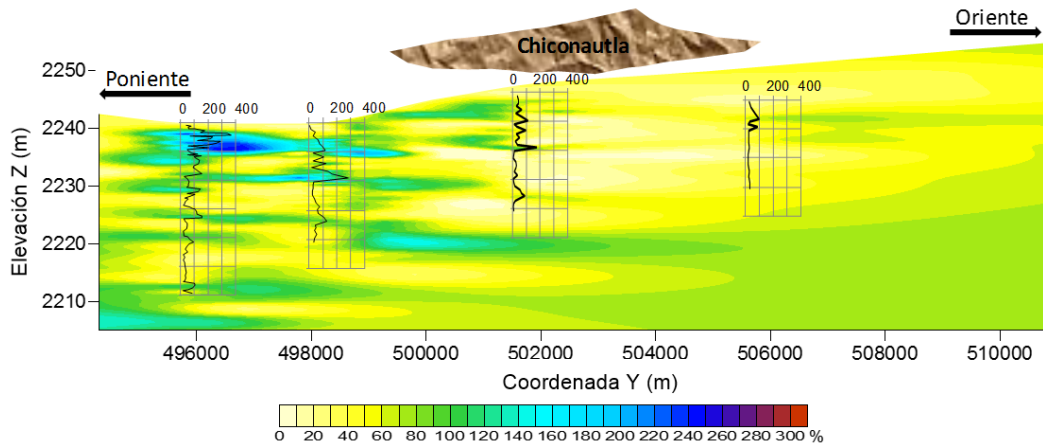
b) Desviación estándar de estimación



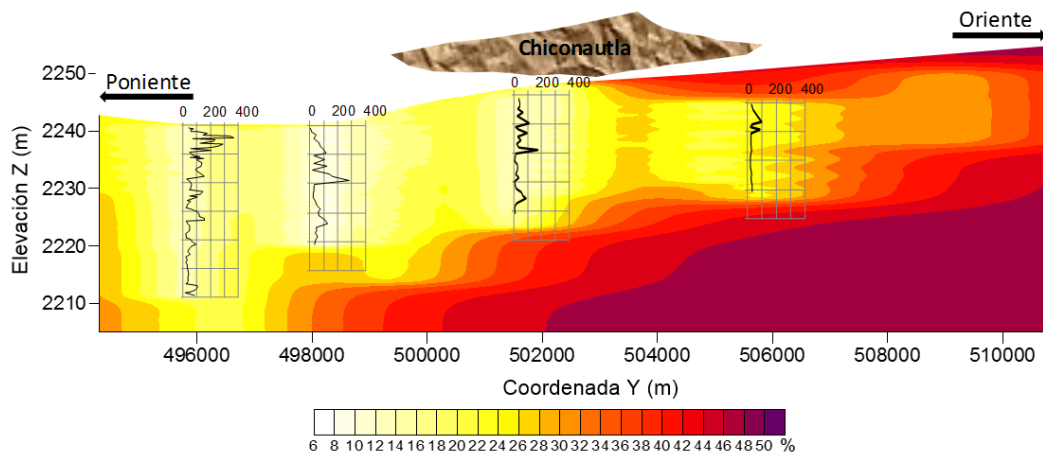
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.49. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona norte.

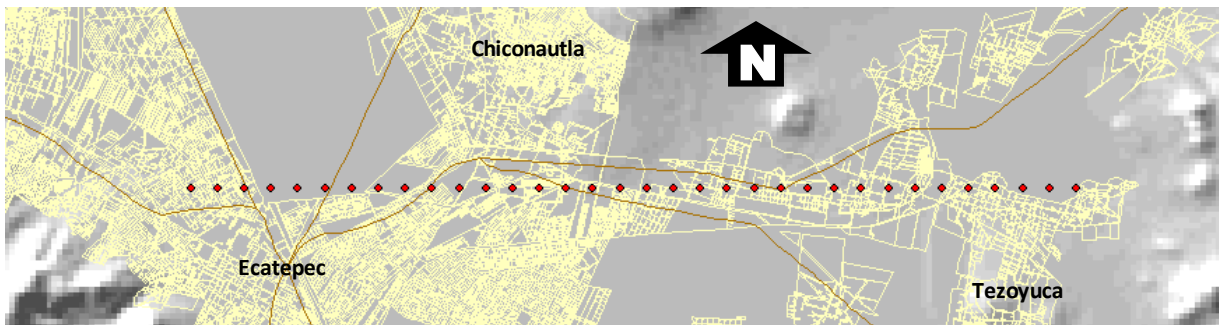
En el eje D (fig. 4.49), se define nuevamente la extensión e influencia del cuerpo de agua de *Tultitlan* y del ex lago de *Xaltocan*.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Desviación estándar de estimación



c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.50. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje E, zona norte.

En la fig. 4.50, en el lado poniente del perfil del eje E, se definen algunas intercalaciones de materiales arcillosos con materiales más resistentes que corresponden a las faldas del cerro de *Chiconautla*, lo cual indica el límite del lago de *Texcoco*, ya que hacia el oriente, se observa únicamente la existencia de materiales aluviales.

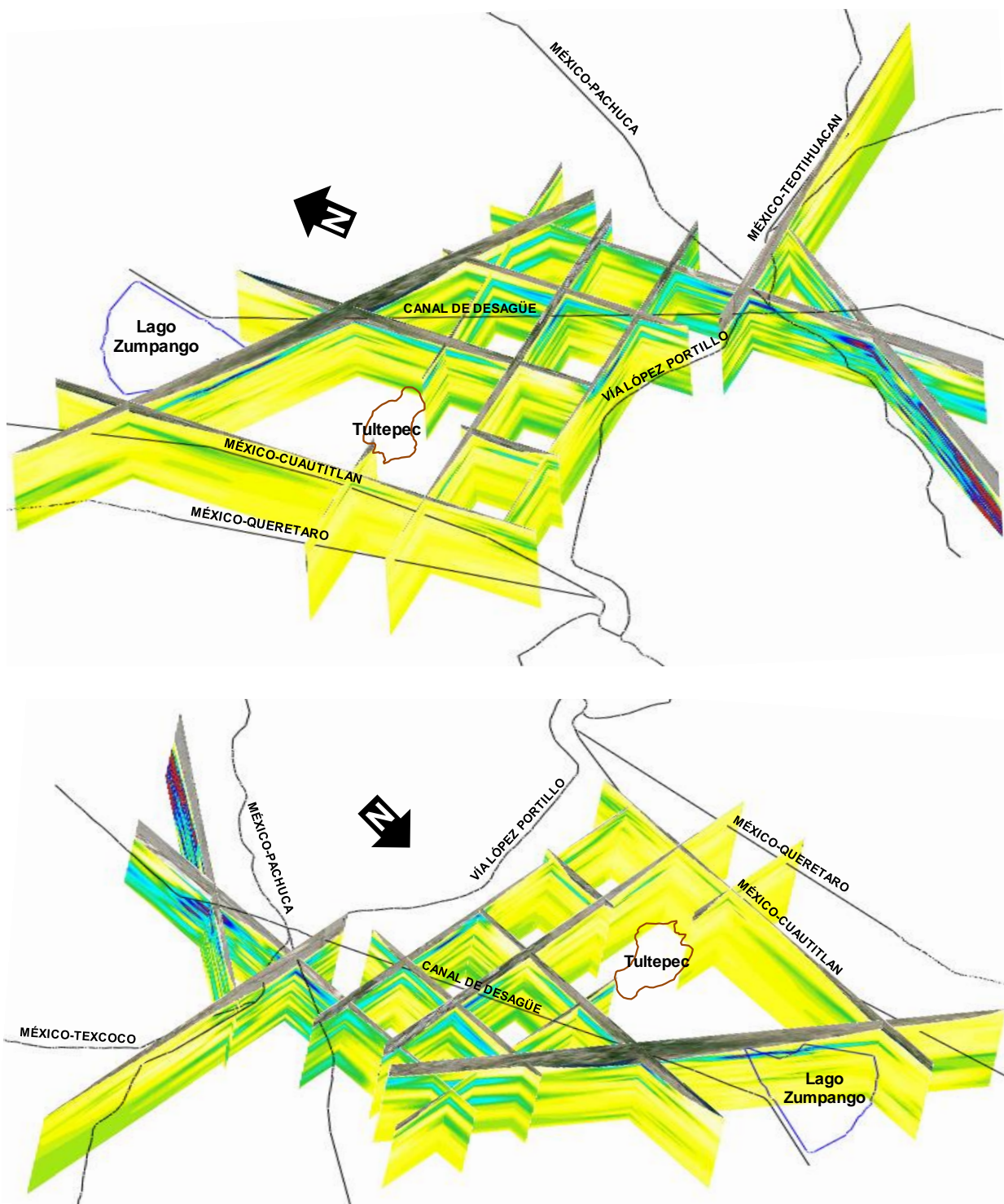


Figura 4.51. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona norte.

En la fig. 4.51, se integran los cortes que muestran la distribución espacial del contenido de agua en la planicie de la zona de estudio, en la cual se observa que predominan los suelos con bajo contenido de agua (limo y arena); se aprecia también que el espesor de arcilla en los lagos del norte es menor que en el lago de *Texcoco* y el contenido de agua de estos materiales arcillosos, también es menor en los lagos de *San Cristóbal*, *Xaltocan* y *Zumpango*.

#### 4.4.1.2 Análisis de la distribución espacial del número de golpes en SPT

El valor del número de golpes ( $N$ ) en SPT es un parámetro que ayuda a caracterizar el tipo de materiales de acuerdo con su rigidez. La SPT es una de las pruebas más utilizadas en la exploración del subsuelo y por consiguiente una de las que mayor número de datos aportan.

##### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores de número de golpes ( $N$ ), medidos a partir de los sondeos exploratorios SPT y SM, se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para el análisis emplearon 237 sondeos distribuidos en el área de estudio como se muestra en la fig. 4.52, en la tabla 4.12 se indica el número de sondeos por tipo.

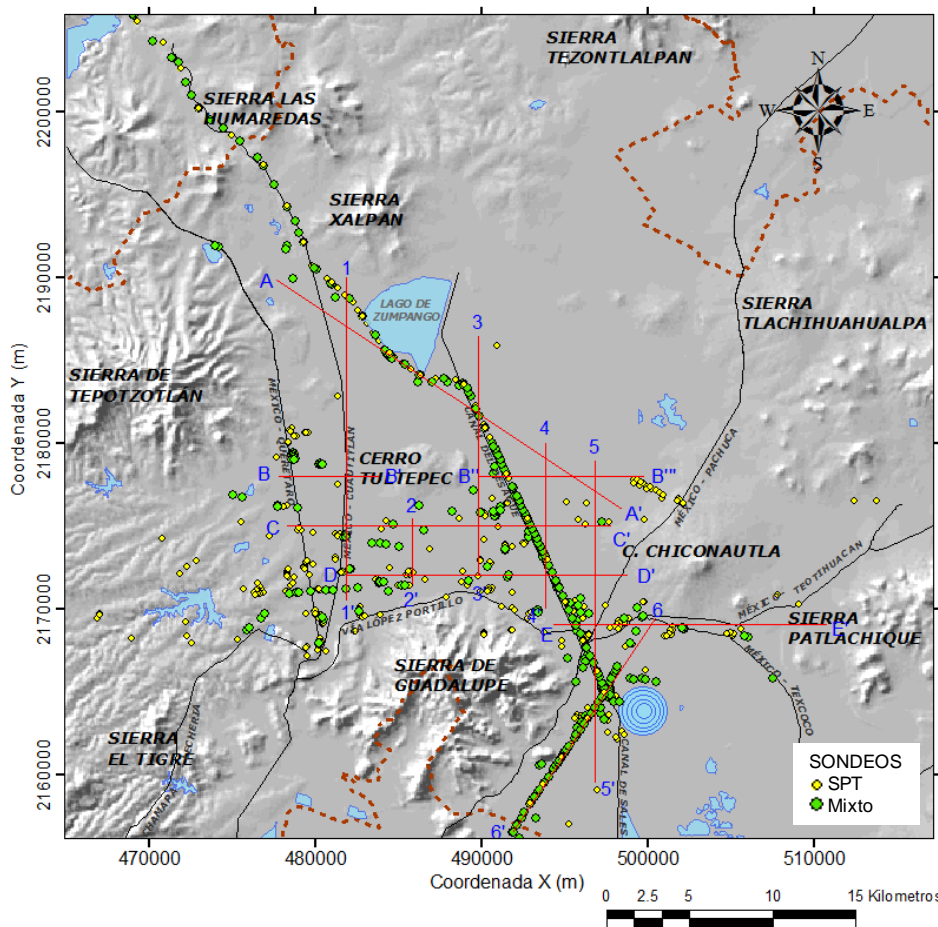


Figura 4.52. Ubicación de sondeos con mediciones de número de golpes, zona norte.

Tabla 4.12. Sondeos empleados para el análisis del número de golpes en SPT, zona norte.

Tipo	Número de sondeos
Mixto (SM)	106
Penetración Estándar (SPT)	131
Total =	237

Análisis estadístico

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado. Los resultados se muestran en la tabla 4.13 y en la fig. 4.53 se muestra el histograma del número de golpes, donde se observa que la distribución de los datos es irregular; de 0 a 45 golpes se tiene una distribución con sesgo a la izquierda, y de 45 a 50 golpes se presenta una alta frecuencia. Claramente se observa que la distribución del número de golpes se separa de la distribución normal. Por tanto, las estimaciones realizadas utilizando la distribución original de los datos pueden ser no convenientes, puesto que, el estimador pierde la propiedad de ser un predictor “exacto” de los momentos condicionales (esperanza y varianza condicional).

Tabla 4.13. Parámetros estadísticos de los datos de número de golpes  $N$ , zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	11200
Media, $m(N)$	29.33
Varianza, $\sigma^2(N)$	360.62
Desviación estándar, $S(N)$	18.99
Coefficiente de variación, $CV$	1.54

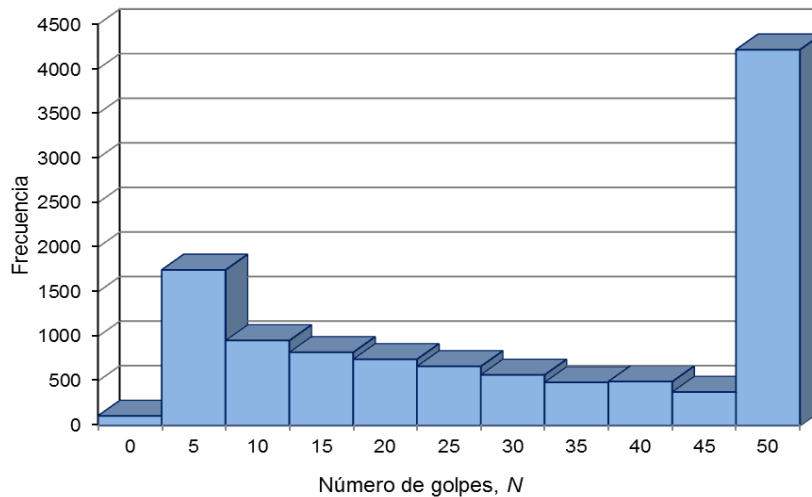


Figura 4.53. Histograma de los datos del número de golpes, zona norte.

Para mejorar el desempeño del estimador es necesario convertir la distribución original de los datos en una distribución Gaussiana antes de realizar las estimaciones. A este procedimiento se le conoce como “anamorfosis” Gaussiana (Roseblatt, 1952). En la literatura este mismo principio se describe con diferentes nombres (Journel, 1980; Deutsch, 1992). Se pueden encontrar además diferentes formalismos matemáticos capaces de lograr el mismo principio (Parzen, 1962; Chilès y Delfiner, 1999). Una vez realizadas las estimaciones, los valores de la variable original se obtienen realizando la operación inversa conocida como “anamorfosis inversa”. La aplicación de estas técnicas requiere de su implementación numérica. Además, conviene explorar las diferentes técnicas disponibles para evaluar su desempeño en distribuciones con determinadas características. En este trabajo en particular, con el propósito de ilustrar la aplicación de las

técnicas de estimación, la implementación acoplada de la anamorfosis Gaussiana y su operación inversa en las técnicas de estimación se deja para futuras contribuciones.

### Análisis de correlación espacial

La tendencia de los valores de número de golpes en SPT se evalúa mediante un análisis de regresión lineal por mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = -0.00000989721, b = 0.00056762, c = 0.468577598 \text{ y } d = -1208.994602$$

Con base en estos coeficientes se obtiene el campo residual de número de golpes (N), el cual puede además normalizarse introduciendo una función aleatoria de esperanza nula y varianza unitaria, con lo que se logra que el campo aleatorio cumpla con las condiciones requeridas para que pueda considerarse como *campo estacionario en el sentido amplio* (Auvinet, 1987). Los correlogramas experimentales se calculan considerando el campo residual (fig. 4.54). Las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 3000\text{m}$  y  $\delta_{ver} = 3\text{m}$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.54.

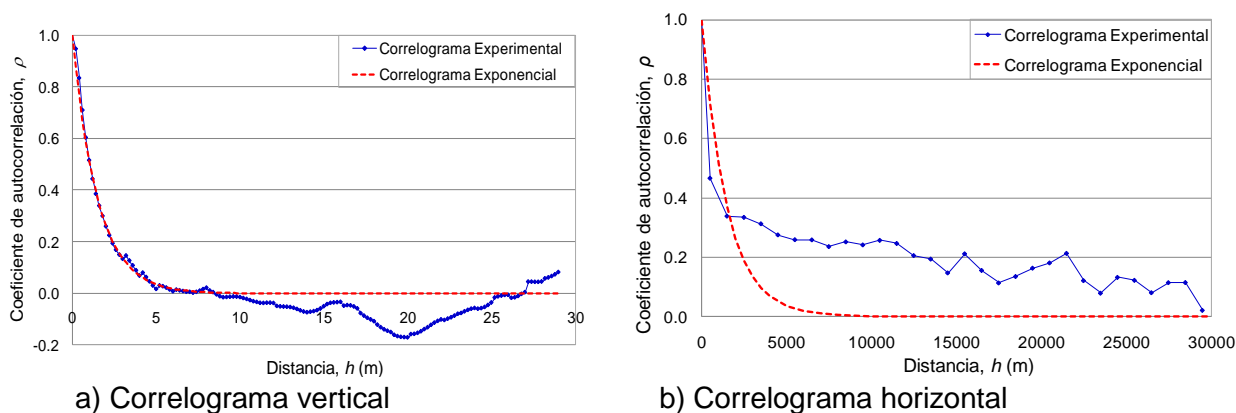


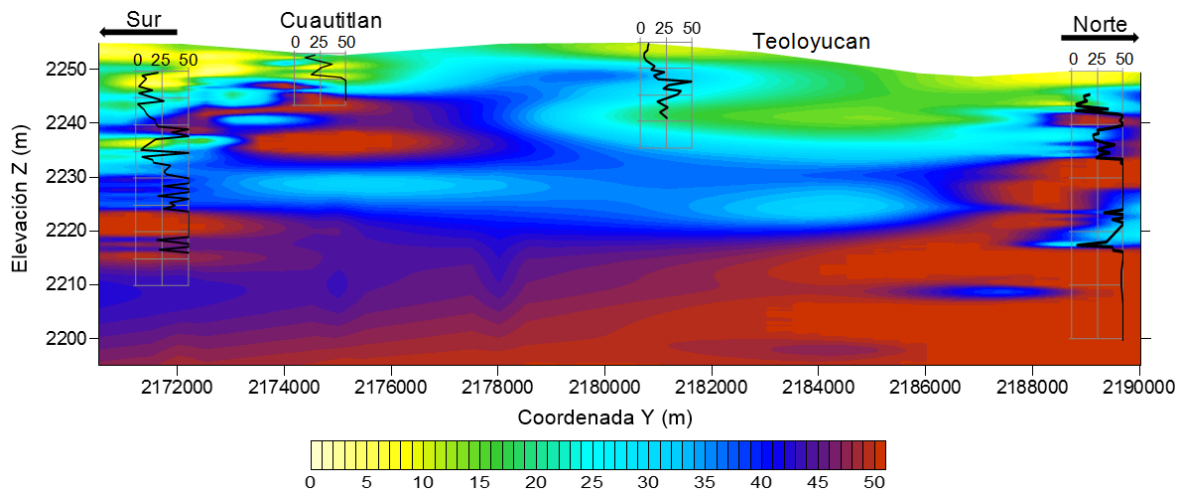
Figura 4.54. Correlogramas direccionales del contenido de agua

### Estimación

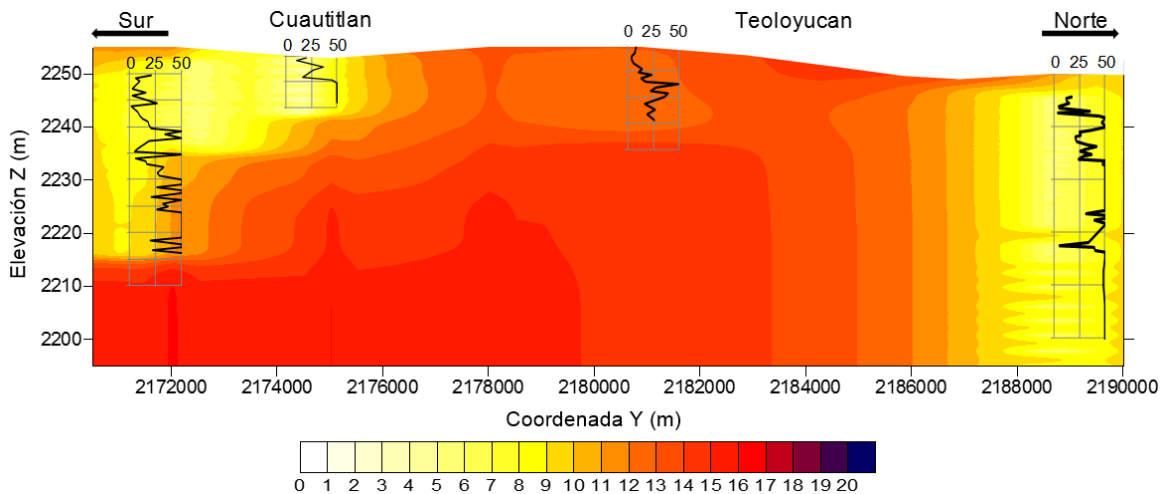
La estimación de perfiles de número de golpes se realiza sobre los ejes indicados en la fig. 4.52, con una distancia de separación de 500m y de 20cm a lo largo de la profundidad. Para la estimación se consideran los datos del campo residual del número de golpes, las distancias de correlación espacial ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ), los modelos de correlación previamente definidos y empleando la técnica de *Kriging Ordinario*. Los resultados finales de la estimación se obtienen regresando la tendencia originalmente retirada al campo original.

### Visualización

Recurriendo a técnicas de graficación se construyen las secciones transversales estimadas del número de golpes y de desviación estándar presentadas en las figs. 4.55 a 4.65.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



b) Desviación estándar de estimación



c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.55. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 1, zona norte.

En la fig. 4.55, de acuerdo con la escala de colores, se observa que predominan los materiales con resistencia a la penetración estándar mayor a 8 golpes, esta resistencia está asociada a materiales aluviales, cerca de los extremos de este eje aparecen materiales lacustres ( $N < 8$  golpes) que forman parte de un antiguo cuerpo de agua en *Tultitlan* (al sur) y del lago de *Zumpango* (al norte).



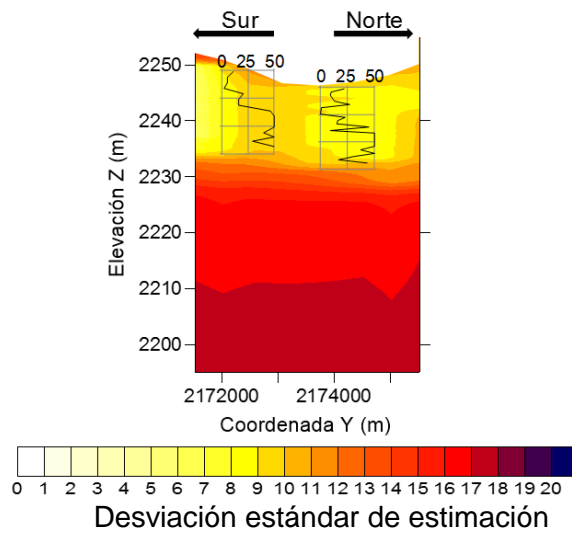
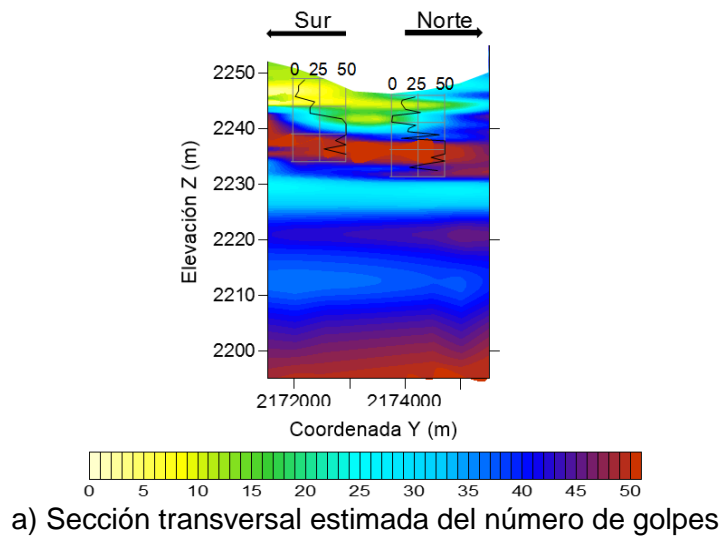
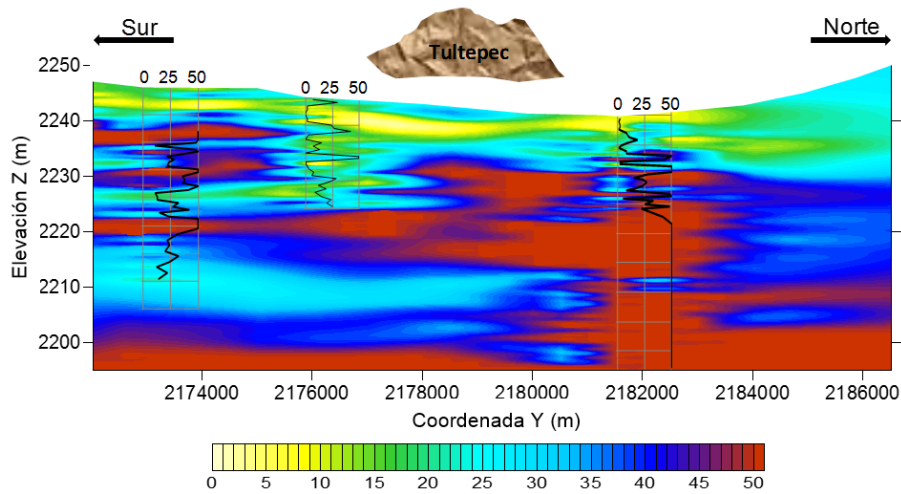
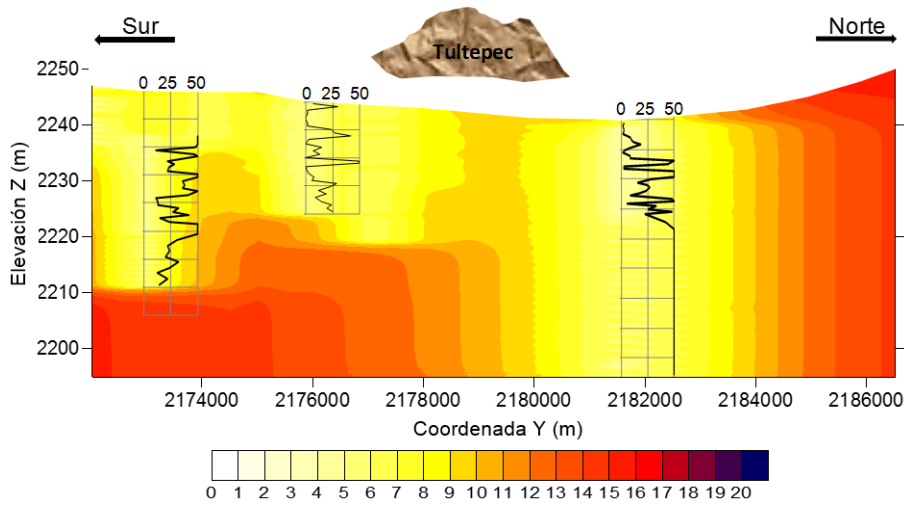


Figura 4.56. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 2, zona norte.

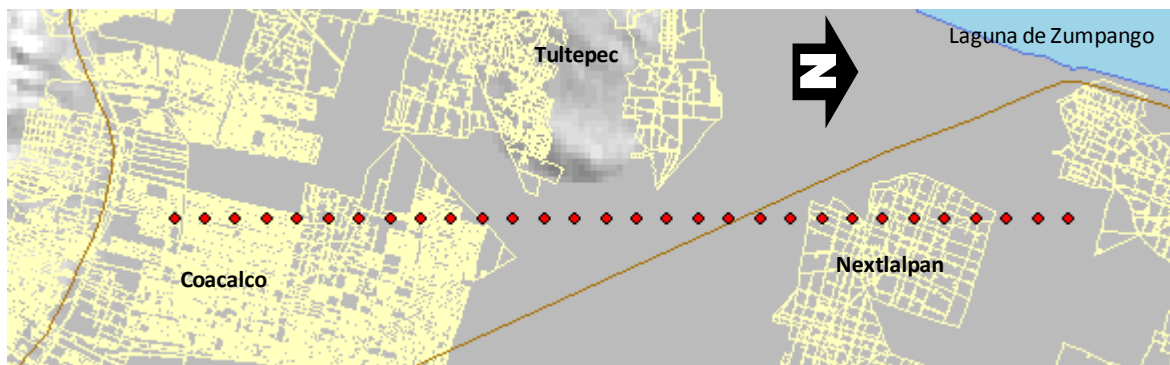
En la fig. 4.56 se observa superficialmente, la presencia de materiales blandos con espesor menor a 10.0m que disminuye hacia el norte delimitando la presencia del cerro de *Tultepec*. Estos materiales blandos descansan sobre materiales aluviales de consistencia dura a muy dura.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



b) Desviación estándar de estimación

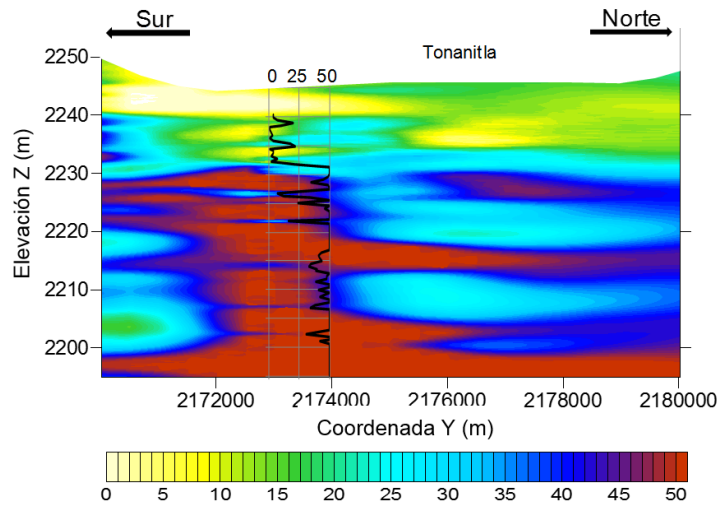


c) Localización de los sondeos estimados

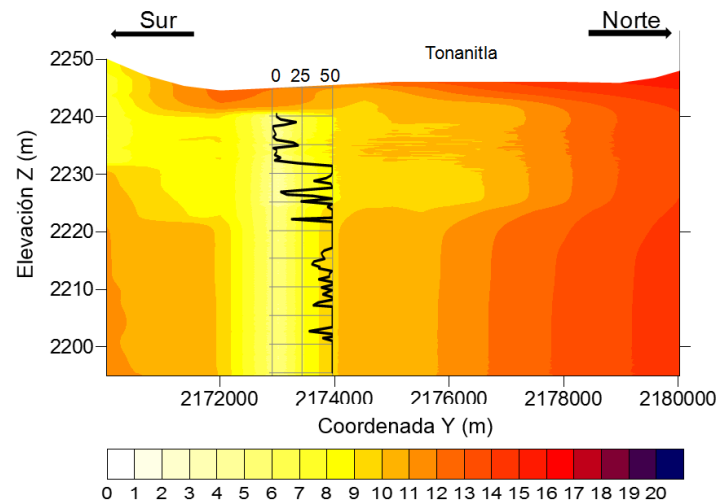
Figura 4.57. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 3, zona norte.

En la fig. 4.57 se superficialmente una capa delgada de materiales blandos con espesor menor a 5m que corresponde a depósitos lacustres del lago de *Xaltocan*, a mayores profundidades, aparecen también algunas intercalaciones de materiales blandos y resistentes, que, a pesar de su

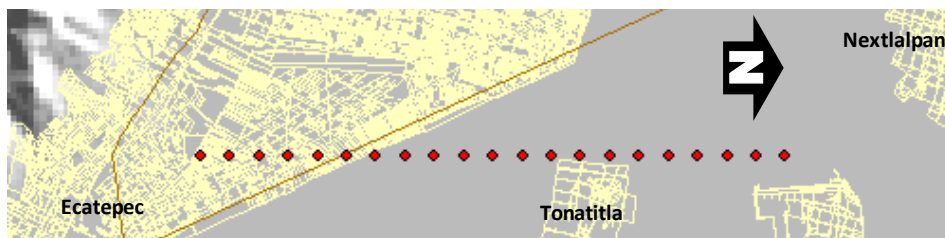
baja resistencia a la penetración, no forman parte de los depósitos lacustres. Esta es una de las imprecisiones del método de exploración; sin embargo, también el mismo método permite conocer el tipo de material atravesado con pruebas manuales y de laboratorio.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



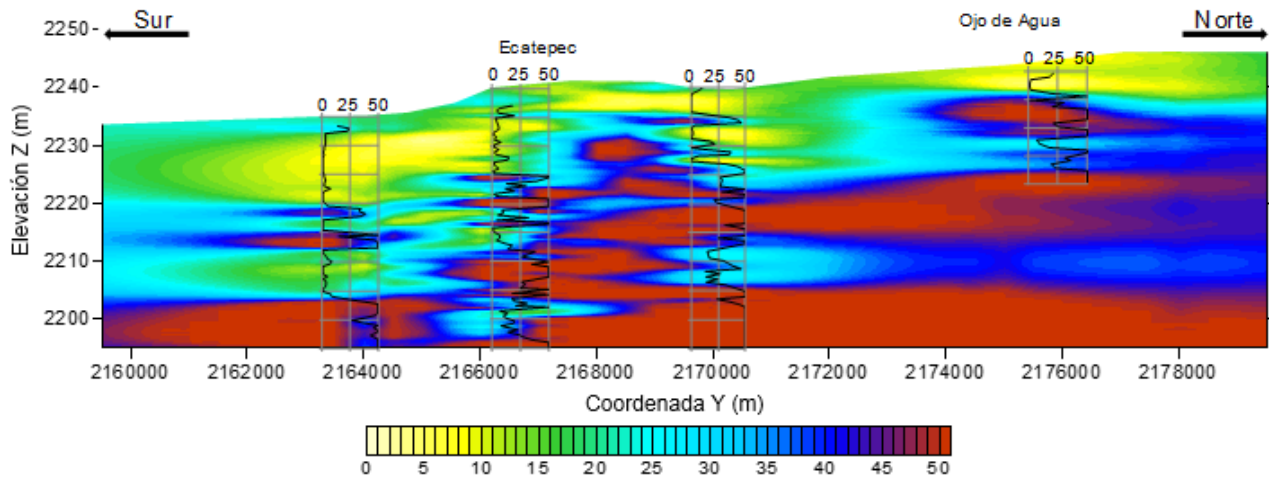
b) Desviación estándar de estimación



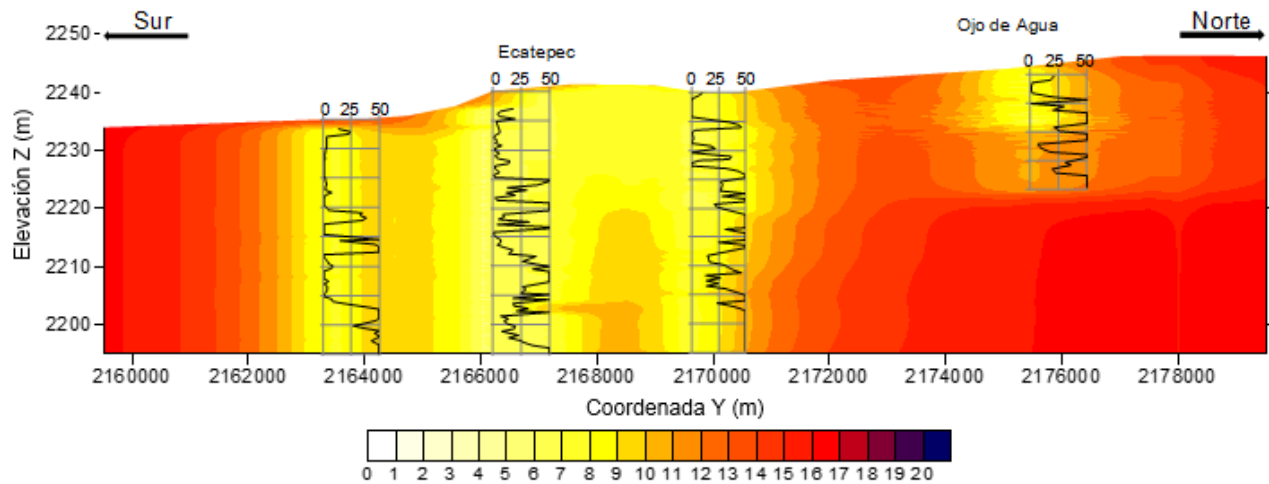
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.58. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 4, zona norte.

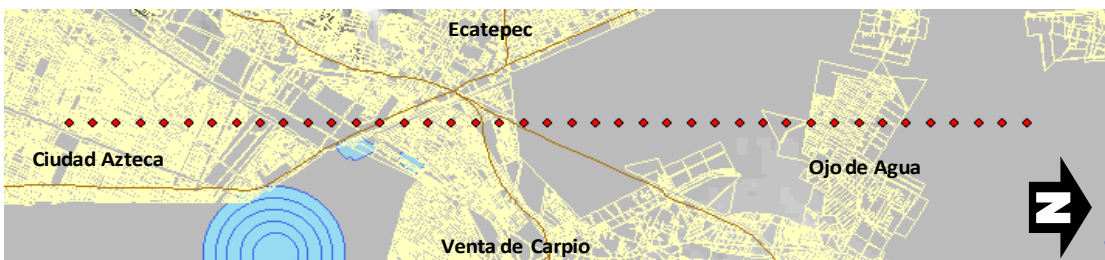
En la parte sur de la fig. 4.58, se aprecia superficialmente una capa de materiales blandos con espesor menor a 10m que corresponden a sedimentos del lago de *San Cristóbal*, el resto son materiales aluviales de consistencia firme a dura.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



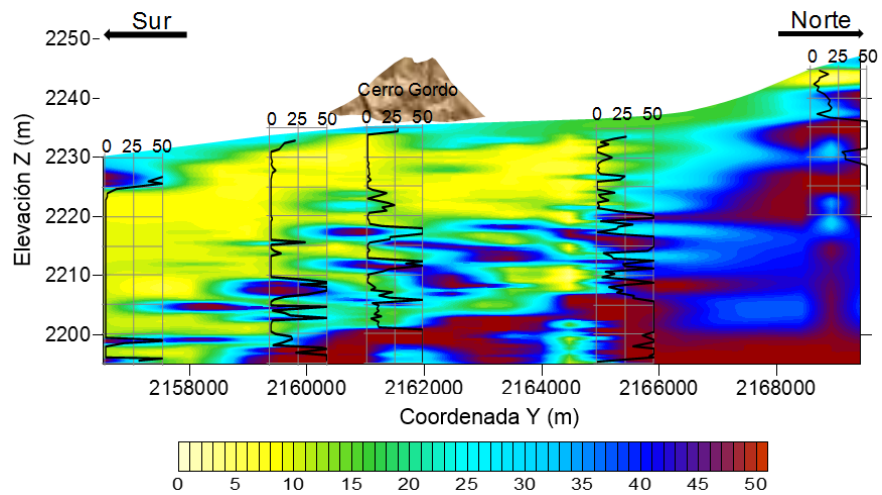
b) Desviación estándar de estimación



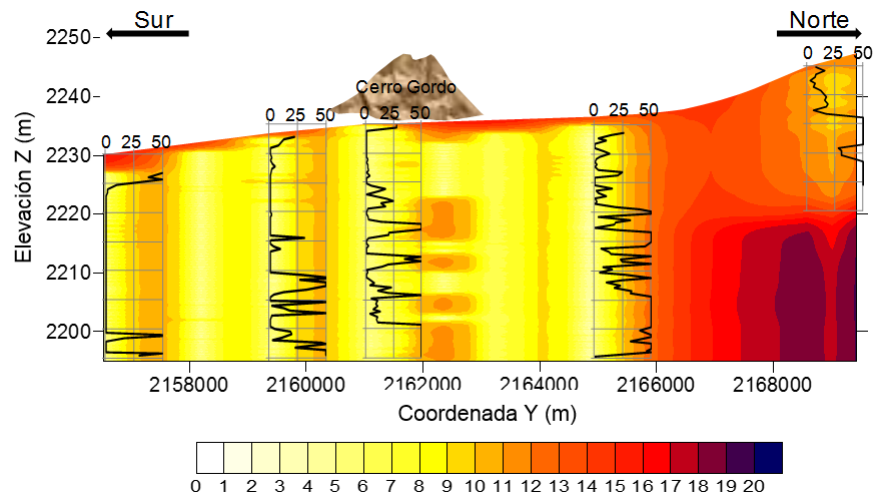
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.59. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 5, zona norte.

En la fig. 4.59 se aprecia la existencia de dos capas de materiales blandos separadas por una capa resistente, lo cual, de acuerdo con el modelo vertical de *Marsal y Mazari (1959)*, corresponde a las formaciones FAS, CD y FAI del lago de *Texcoco*. Estos materiales arcillosos disminuyen de espesor rápidamente intercalándose con sedimentos aluviales provenientes del cerro de *Chiconautla* y la sierra de *Guadalupe*. Los materiales aluviales forman una frontera que separa al lago de *Texcoco* de los lagos del norte (*San Cristóbal y Xaltocan*), de los cuales también se aprecia la extensión y profundidad que alcanzaron.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



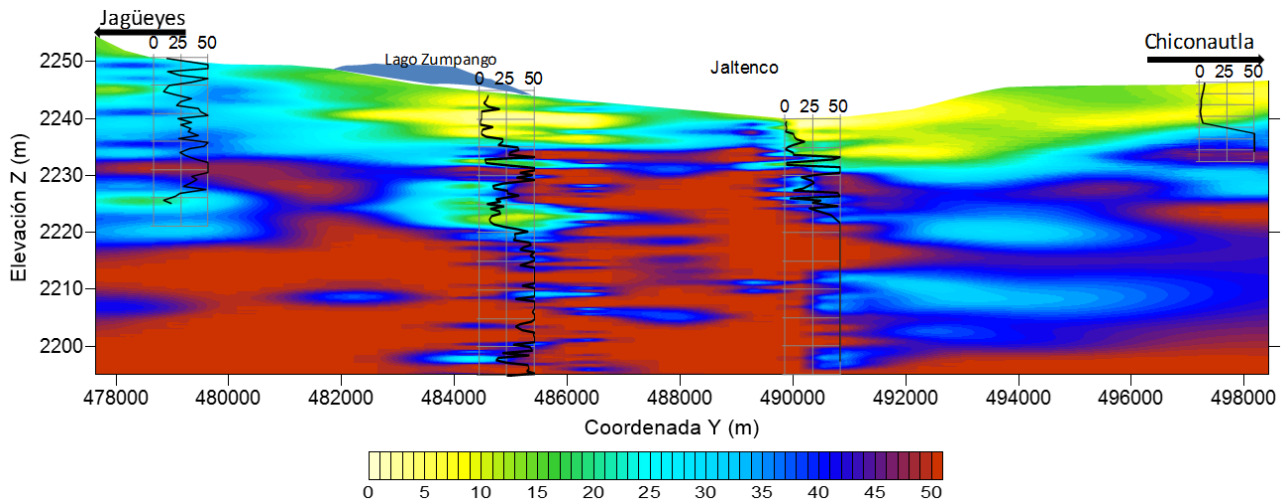
b) Desviación estándar de estimación



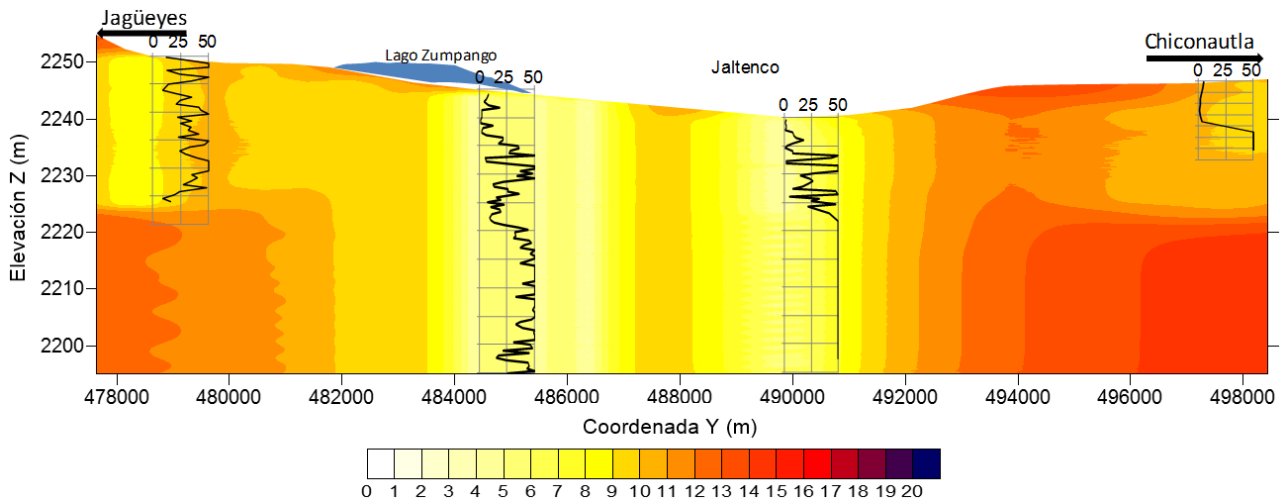
c) Localización de los sondes estimados

Figura 4.60. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje 6, zona norte.

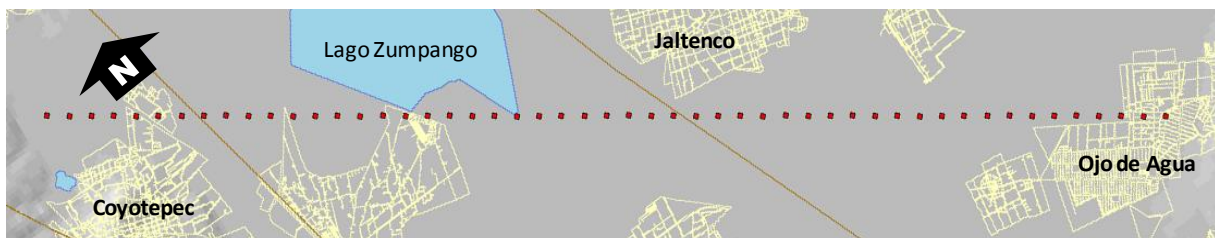
En la fig. 4.60 en color amarillo se destaca el espesor que alcanza la arcilla del lago de *Texcoco* sobre el eje 6, más adelante, se observa que esta capa de arcilla se intercala con materiales resistentes, delimitando el límite del ex lago de *Texcoco* y el parteaguas de la unión entre la sierra de *Guadalupe* y el cerro de *Chiconautla*.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



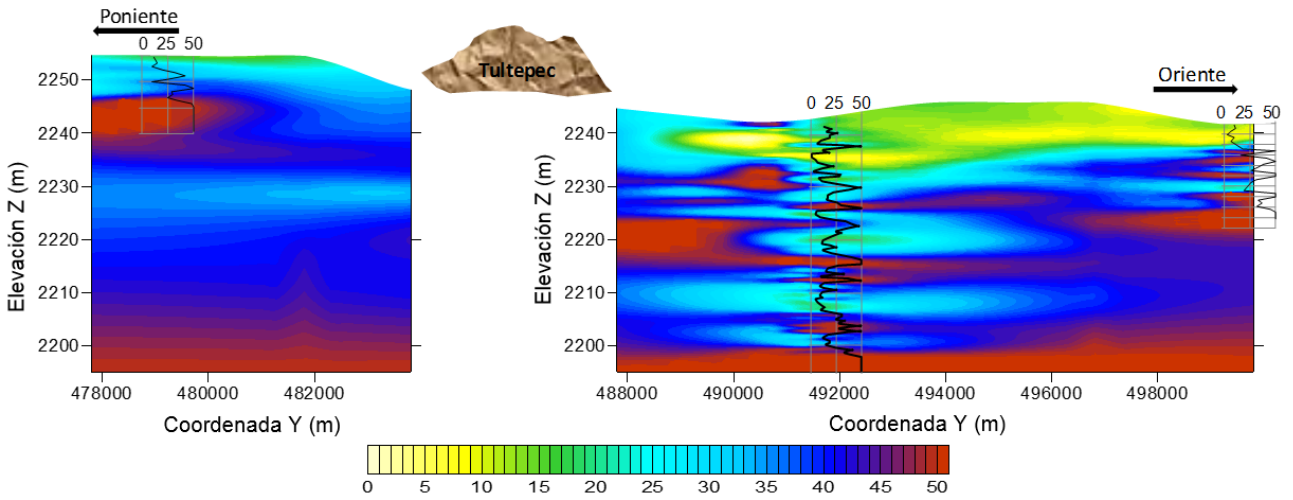
b) Desviación estándar de estimación



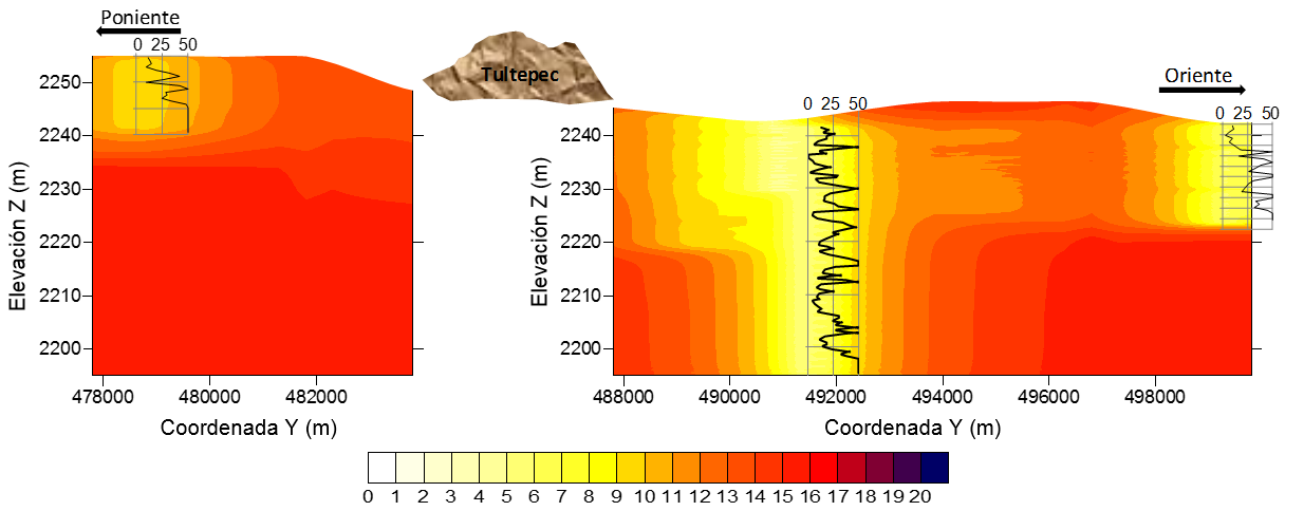
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.61. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje A, zona norte.

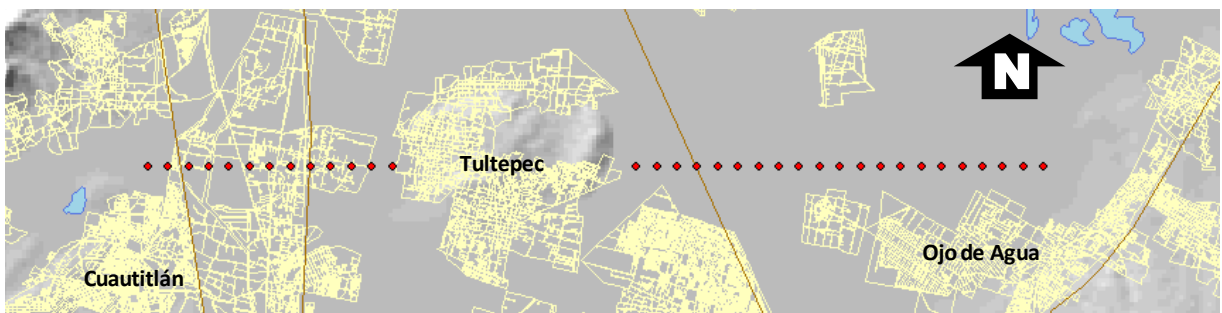
En la fig. 4.61, se distinguen dos zonas con materiales blandos, la primera corresponde al lago de Zumpango y la otra corresponde al lago de Xaltocan, el espesor en ambos casos no supera los 10m.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



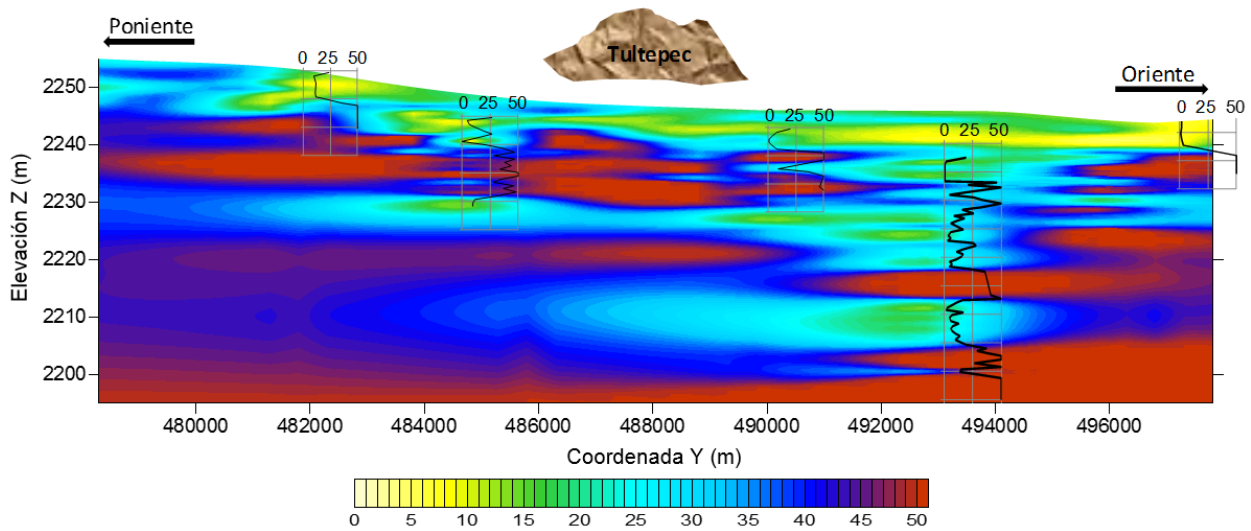
b) Desviación estándar de estimación



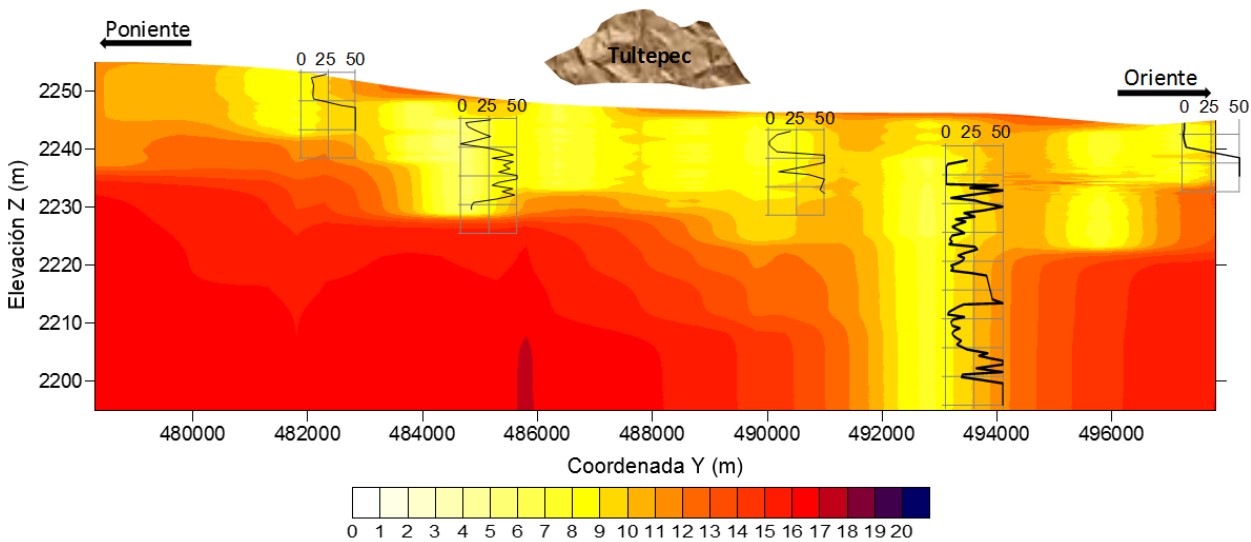
c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.62. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje B, zona norte.

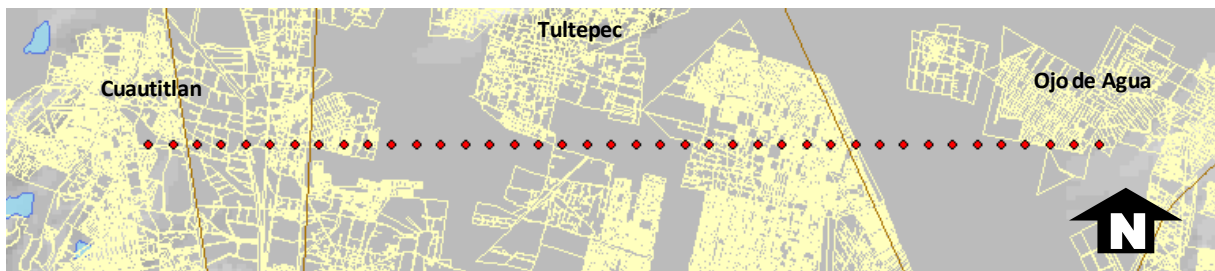
En la fig. 4.62 se observa que al poniente del cerro de *Tultepec* no aparecen rastros de materiales arcillosos y por el contrario al oriente aparece una capa de materiales arcillosos correspondientes al lago de *Xaltocan*.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



b) Desviación estándar de estimación



c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.63. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje C, zona norte.

En la fig. 4.63 se observa una delgada capa de materiales lacustres a poca profundidad que marcan el área que ocupó el lago de *Xaltocan*. Además aparecen otras concentraciones de materiales de resistencia baja, que no forman parte de los sedimentos del lago.



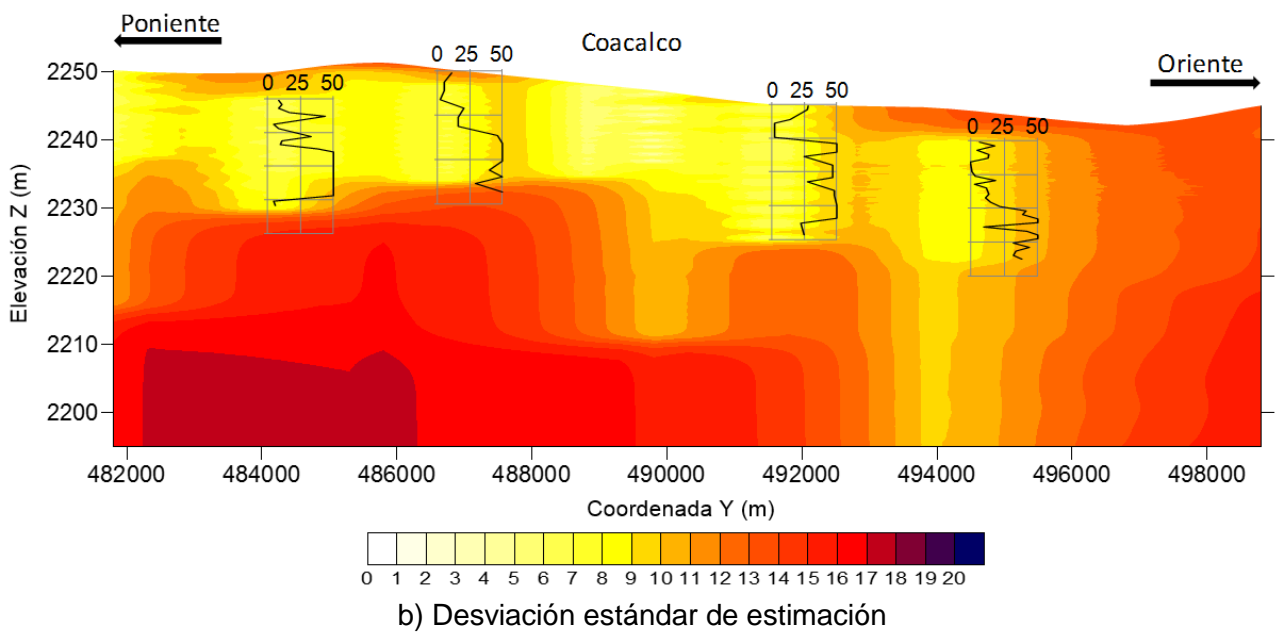
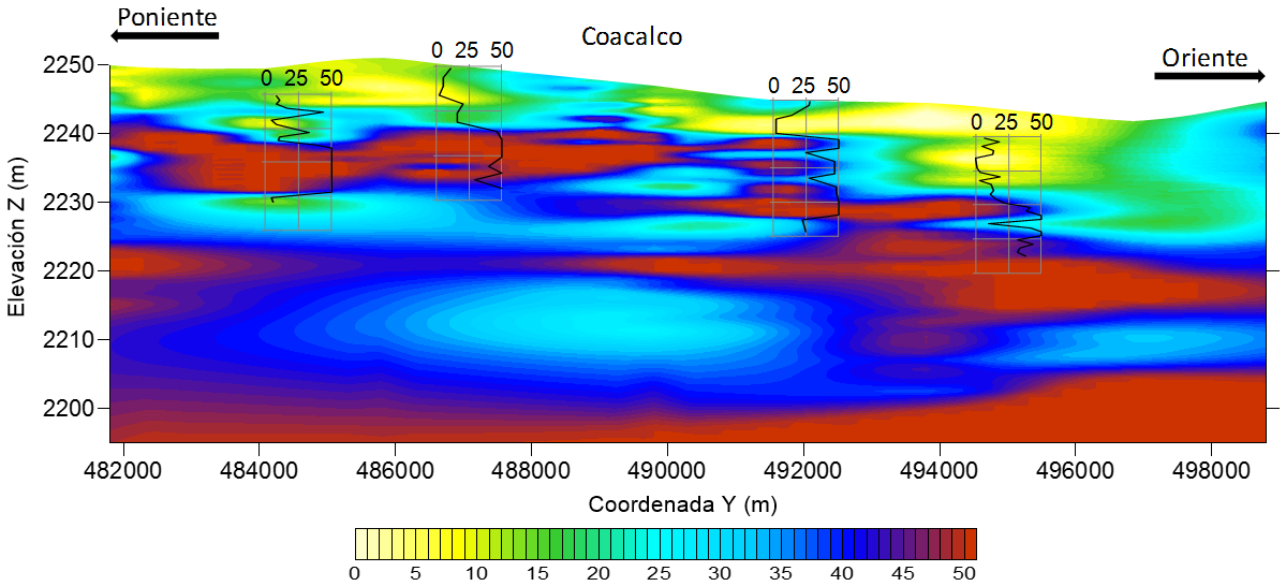
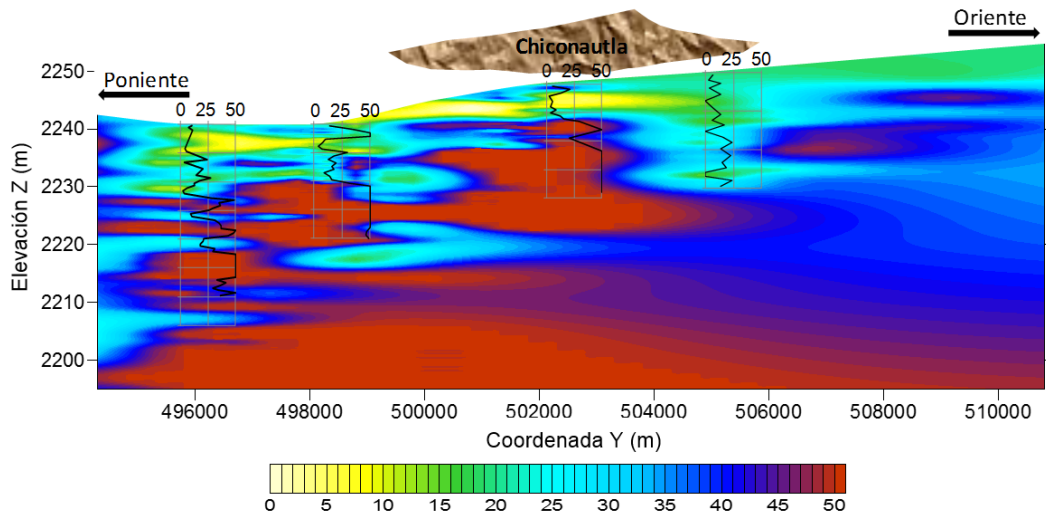
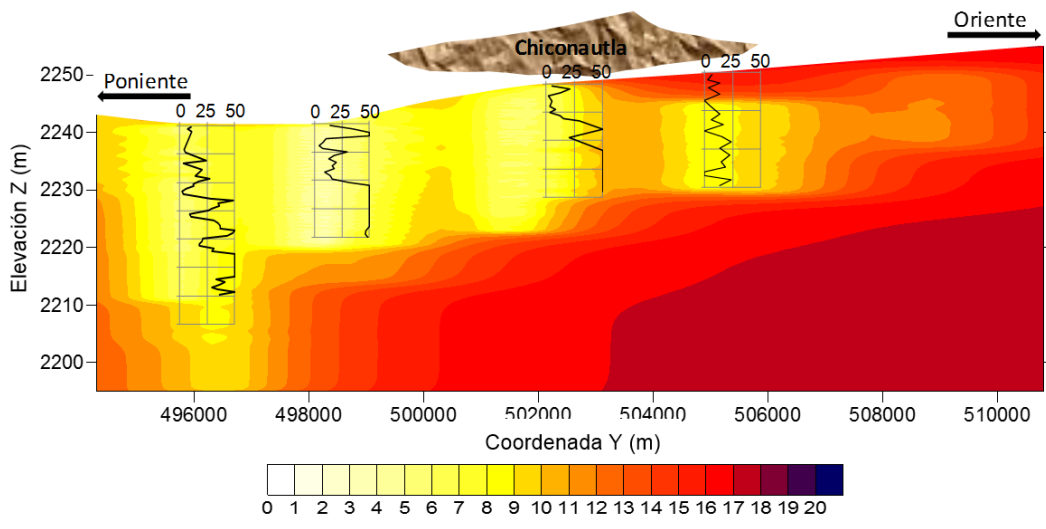


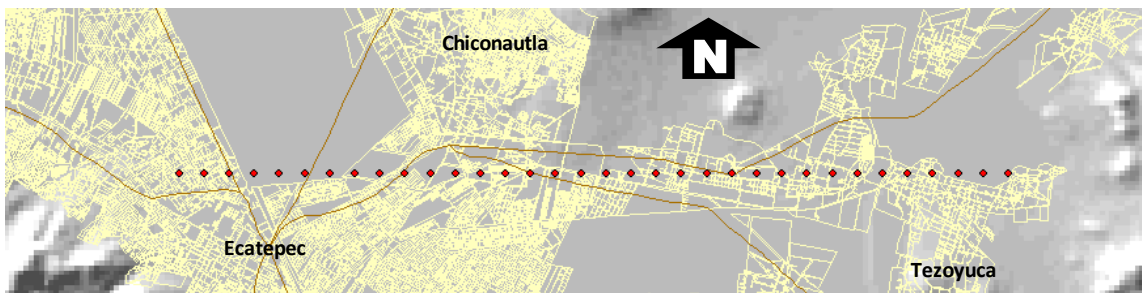
Figura 4.64. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje D, zona norte.



a) Sección transversal estimada del número de golpes



b) Desviación estándar de estimación



c) Localización de los sondeos estimados

Figura 4.65. Distribución espacial del número de golpes sobre el eje E, zona norte.

En la fig. 4.65, se aprecian algunas intercalaciones de material lacustre con materiales aluviales que se localizan hacia el poniente del cerro de *Chiconautla* delimitando la extensión del ex lago de *Texcoco* en esa zona. Se observa que hacia el oriente únicamente aparecen materiales aluviales del cerro de *Chiconautla* y la sierra *Patlachique*.

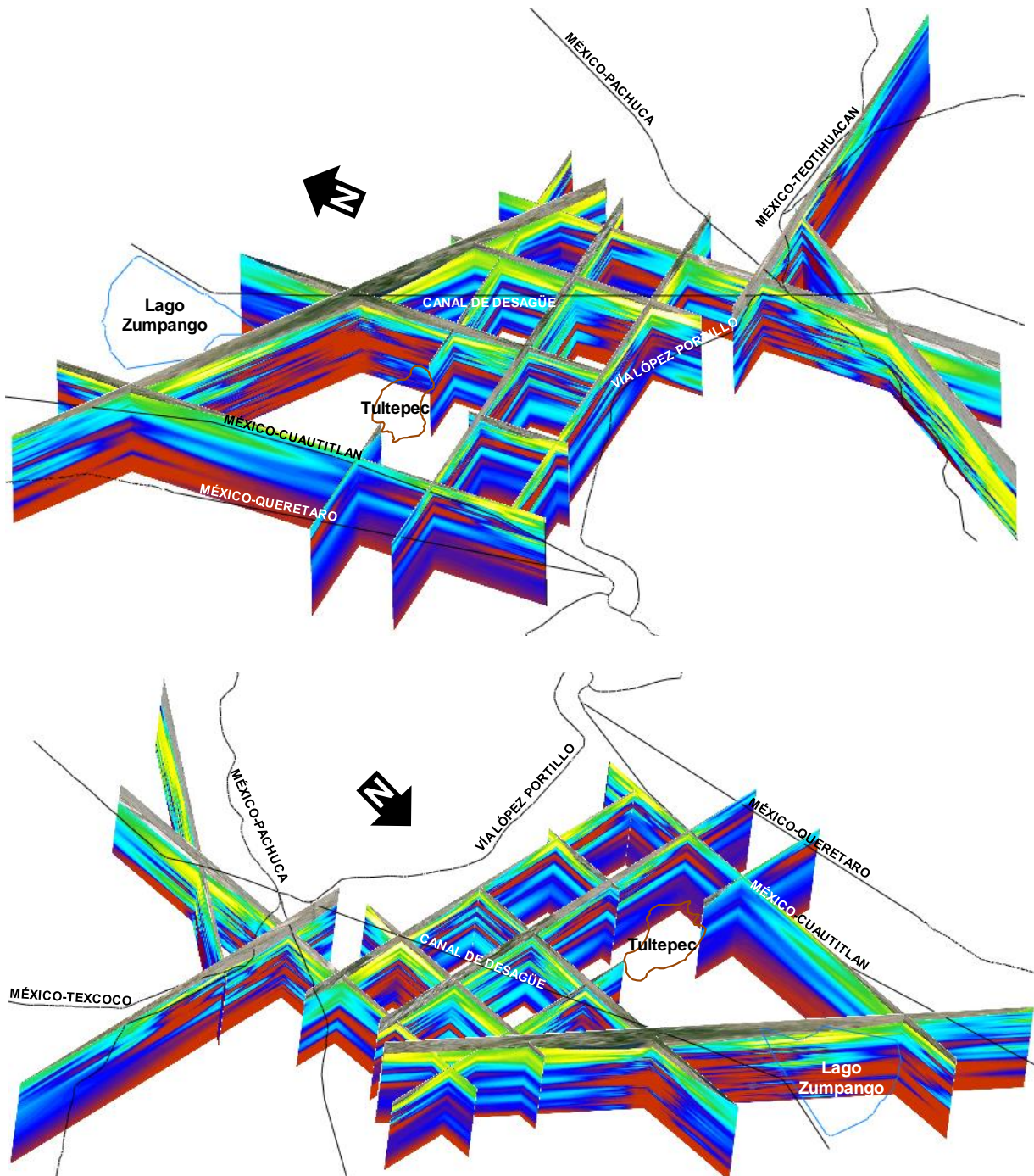


Figura 4.66. Modelo 3D de la distribución espacial del número de golpes, zona norte.

En la Figura 4.66 se integran los cortes que muestran la distribución espacial del número de golpes en la planicie de la zona de estudio, en la cual se observa que en general los lagos del norte tuvieron poca profundidad (entre 1.0 y 10.0m), en comparación con el lago de *Texcoco* que en la zona alcanzó profundidades de más de 30m. Se aprecia que anteriormente la extensión del lago de *Zumpango* era mayor, se evidencia la existencia de un antiguo cuerpo de agua en la zona de *Tultitlan*, se observan las extensiones de los ex lagos de *Xaltocan* y *San Cristóbal* y se marcan los límites del lago de *Texcoco*, así como la existencia de una frontera entre la sierra de *Guadalupe* y el cerro de *Chiconautla* que divide a los lagos del norte del lago de *Texcoco*.

### 4.4.1.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS

#### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad de la frontera superior de la FAS representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.67, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente sondeos realizados aproximadamente en la misma época (1990-2012).

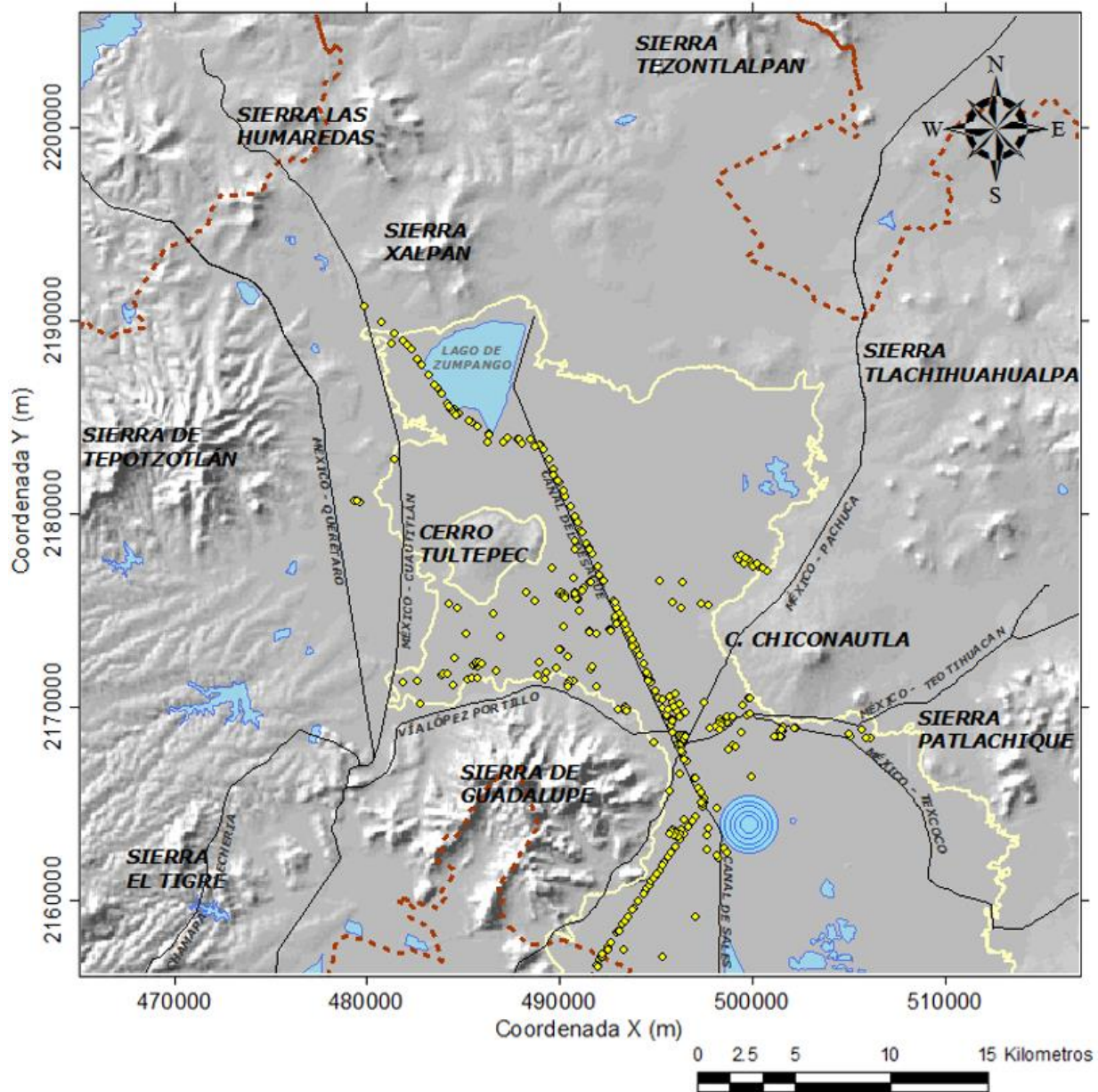


Figura 4.67. Distribución de datos de la profundidad de la FAS, zona norte.

*Análisis estadístico*

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.14). En la fig. 4.68 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma y polígono de frecuencias acumuladas.

Tabla 4.14. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAS, zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	406
Media, $m(m)$	2.03
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	1.03
Desviación estándar, $S(m)$	1.015
Coefficiente de variación, $CV$	0.95

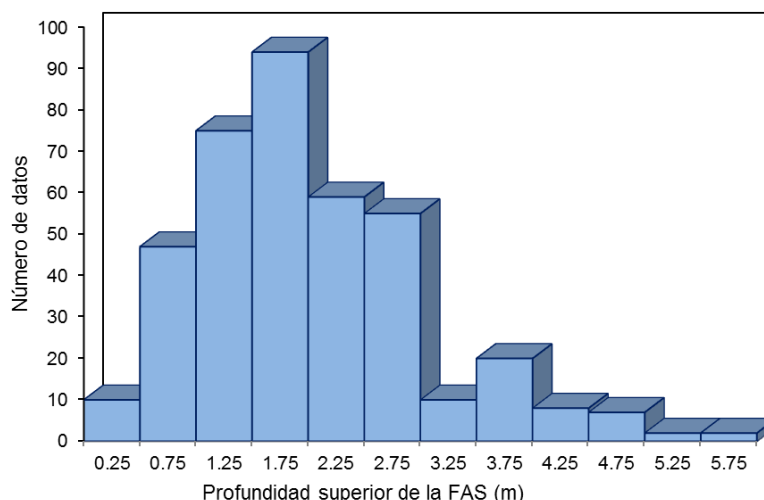


Figura 4.68. Histograma de la profundidad de la frontera superior de la FAS, zona norte.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de la FAS se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = -0.00000323$ ,  $b = -0.0000299$ ,  $c = 67.252238$ . La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.69, donde se observa que en general, la mayor profundidad de la FAS se encuentra al poniente y superficialmente al poniente.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  (fig. 4.70). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.15.

Los correlogramas experimentales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.70) empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.15.

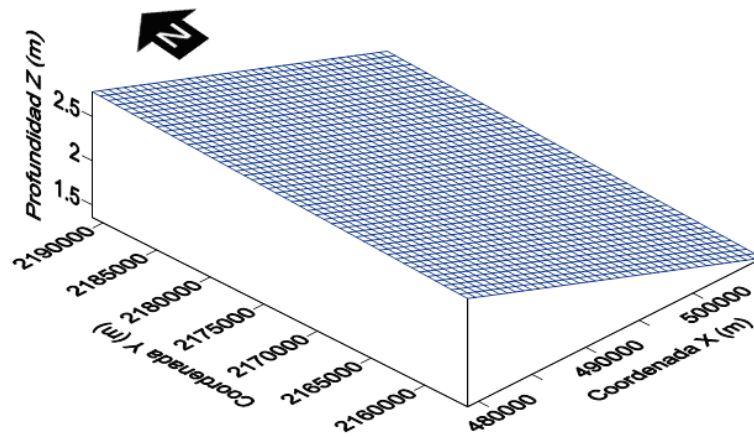


Figura 4.69. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona norte.

Tabla 4.15. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAS, zona norte.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	2100
Az = 45°	1500
Az = 90°	1300
Az = 135°	3800

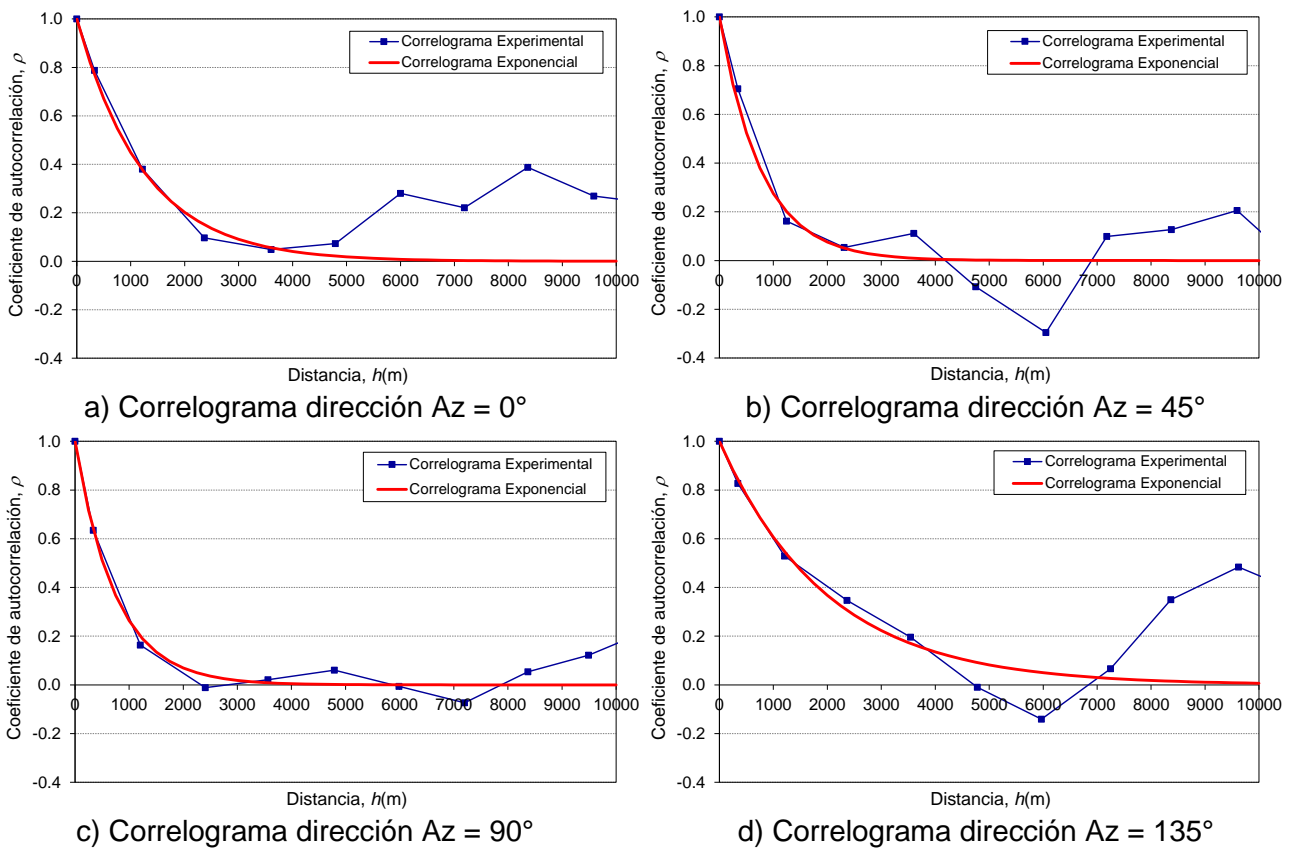


Figura 4.70. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona norte.

La anisotropía geométrica del campo aleatorio estudiado se define por las distancias de correlación en cada una de las cuatro direcciones preferenciales fig. 4.71(a). La forma geométrica que resulta de unir las cuatro distancias de correlación representa la variabilidad espacial del campo aleatorio.

Para la estimación se utilizan conservadoramente la elipse de anisotropía constituida por las distancias de correlación más cortas fig. 4.71(b), en este caso es la que corresponde a las direcciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , con distancias de correlación de 2100 m y 1300 m respectivamente.

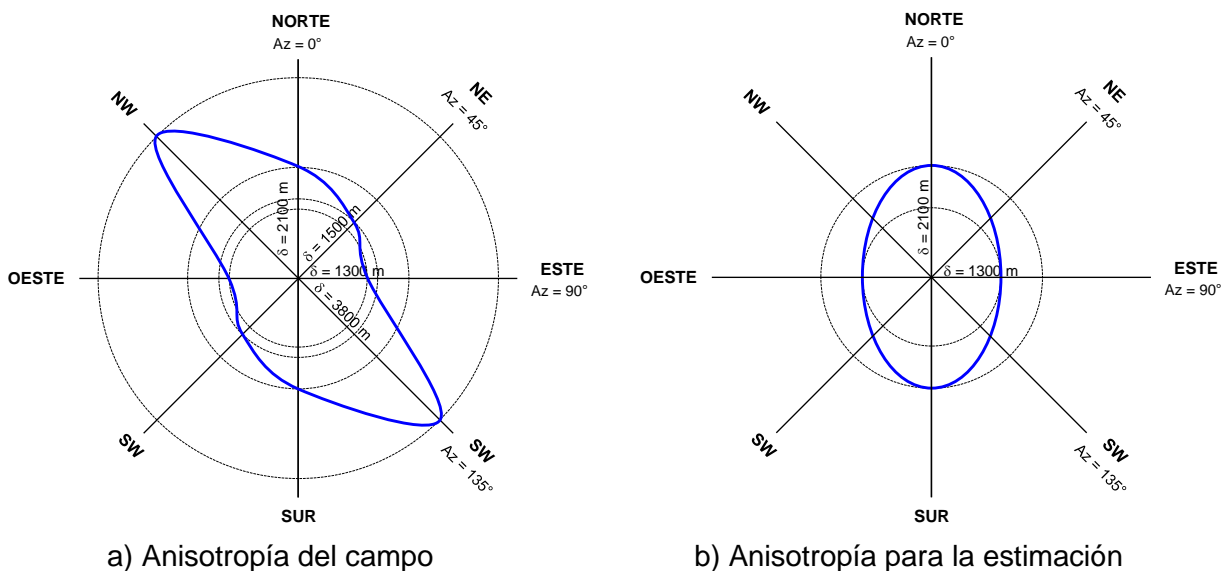


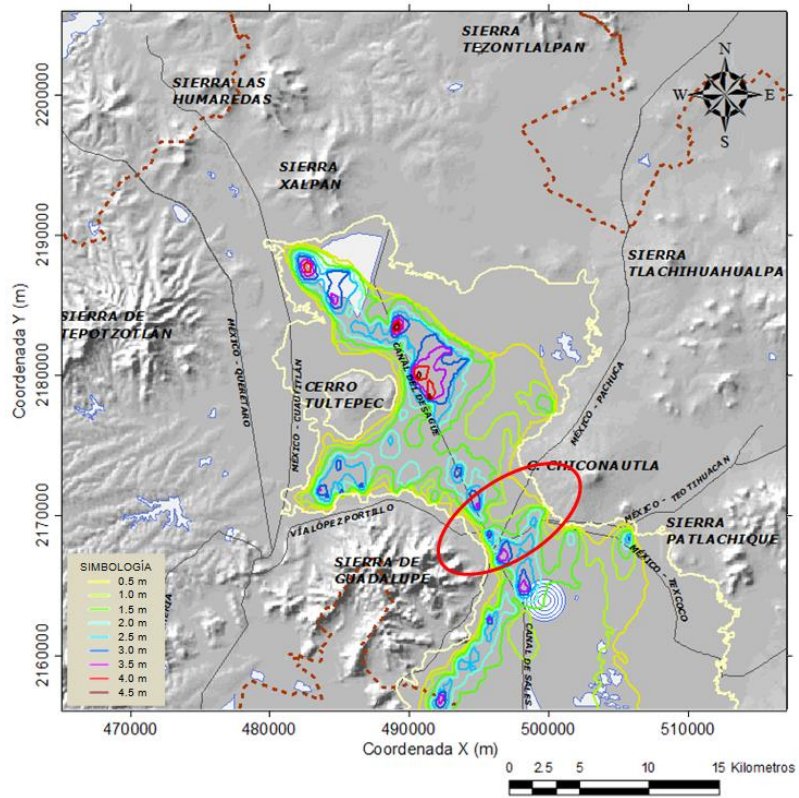
Figura 4.71. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAS, zona norte.

### Predicción

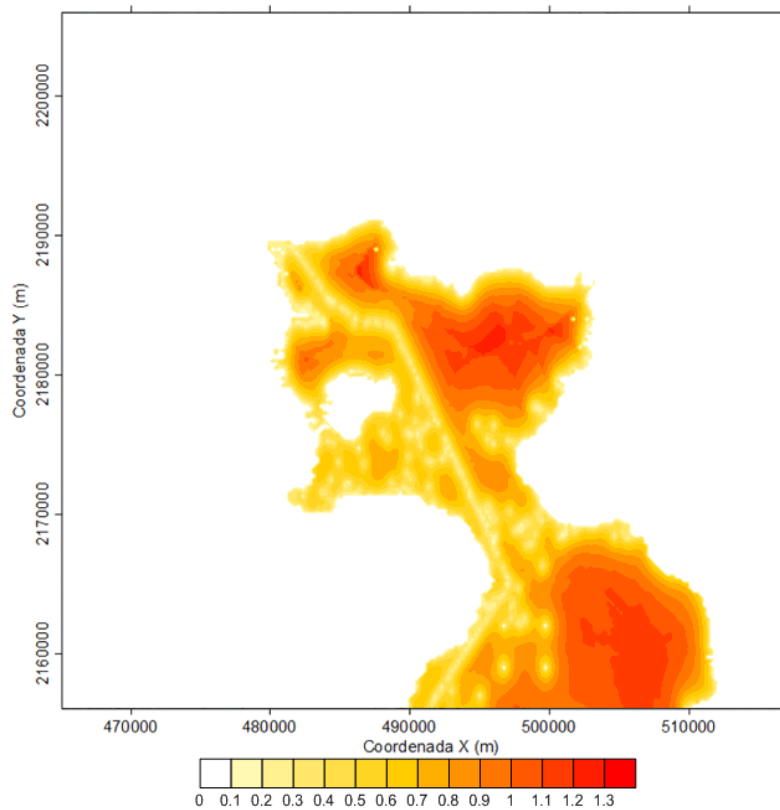
La estimación de la profundidad de la frontera superior de la FAS se realiza en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual y la anisotropía definida en la fig. 4.71(b), y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

### Visualización

Recurriendo a la técnica de mapeo, se construye un mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS y otro de la varianza de estimación (fig. 4.72). Asimismo, en la fig. 4.73 se presenta un modelo de superficie de la profundidad estimada de la FAS.



a) Contornos de la estimación



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.72. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS, zona norte.



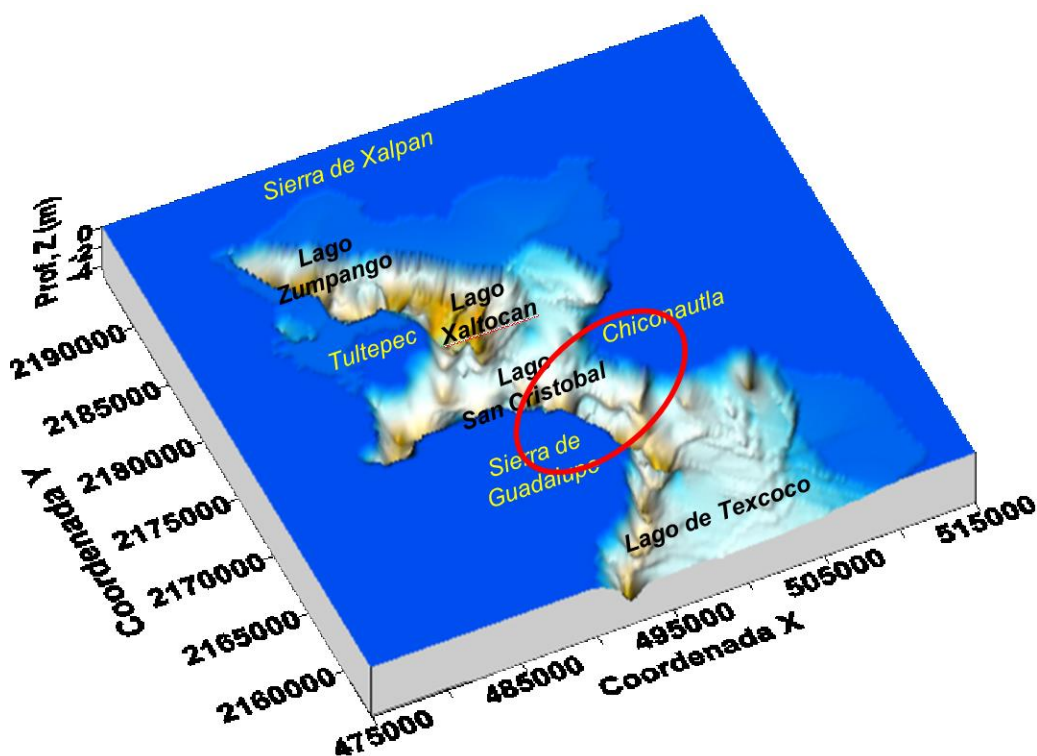


Figura 4.73. Superficie de la profundidad estimada de la FAS, zona norte.

#### *Interpretación de los resultados*

En la fig. 4.72 se observa una baja incertidumbre en los puntos donde se localizan los datos y aumenta a en las zonas donde hay ausencia de datos. También se observa una línea de baja incertidumbre en la periferia de la planicie, esto se debe a que en la estimación se consideró la cota 2250 msnm como frontera de los depósitos lacustres.

En las figs. 4.72 y 4.73, entre la sierra de *Guadalupe* y el cerro de *Chiconautla*, se aprecia la aparición de una frontera que divide los ex lagos de *San Cristóbal* y *Texcoco* (elipse en color rojo). Dentro del área estudiada, la profundidad de la FAS es muy variable, en general, se encuentra entre 1 y 2m de profundidad; en algunas zonas, alcanza 4.5m de profundidad.

#### **4.4.1.4 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD**

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad de la frontera superior de la primera *Capa Dura* (CD) representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.74, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente sondeos realizados en el periodo 1990-2012.

Análisis estadístico

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.16). La variabilidad de los datos se muestra gráficamente a través del histograma y el polígono de frecuencias acumuladas en la fig. 4.75.

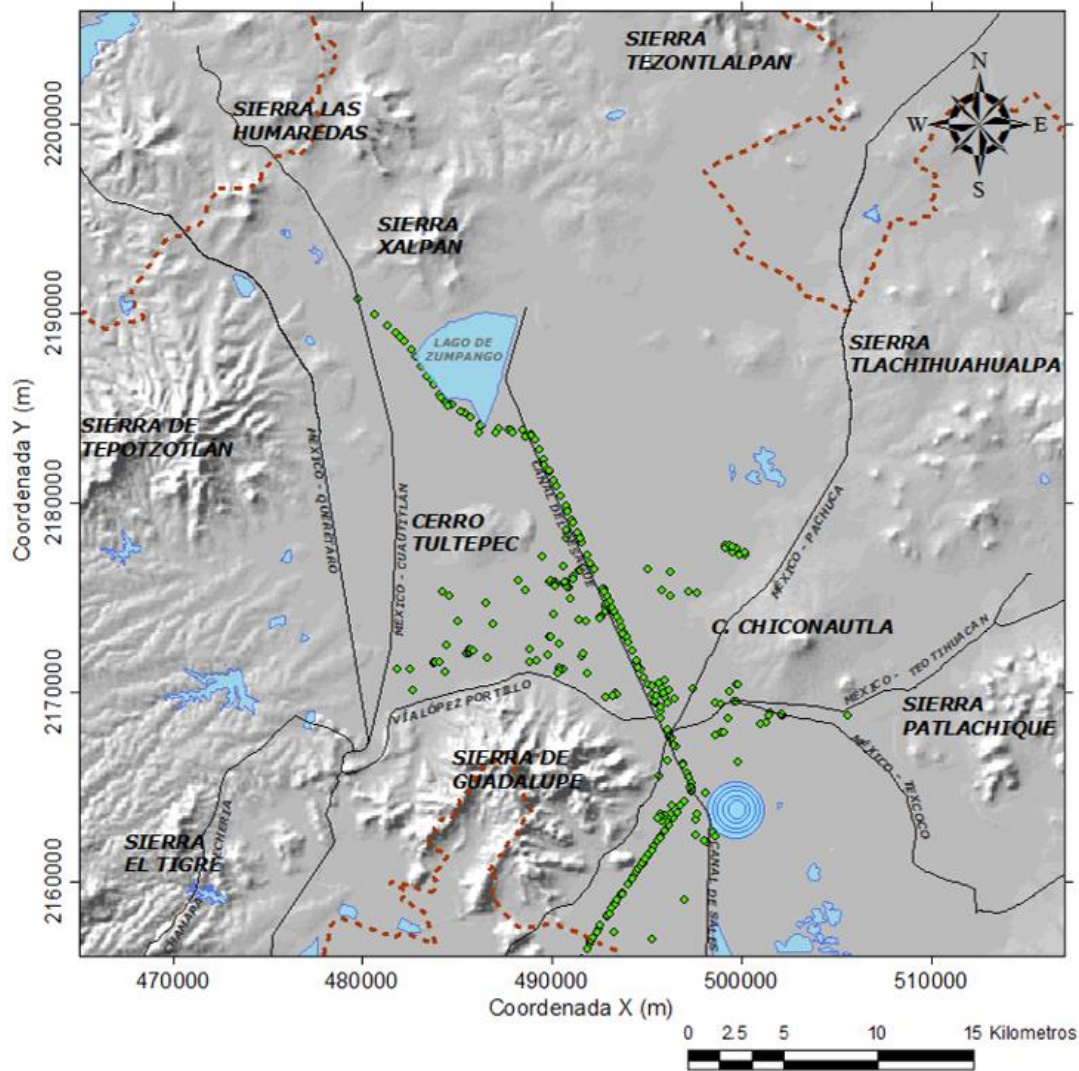


Figura 4.74. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona norte.

Tabla 4.16. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	364
Media, $m(m)$	12.72
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	72.93
Desviación estándar, $S(m)$	8.54
Coefficiente de variación, CV	1.08

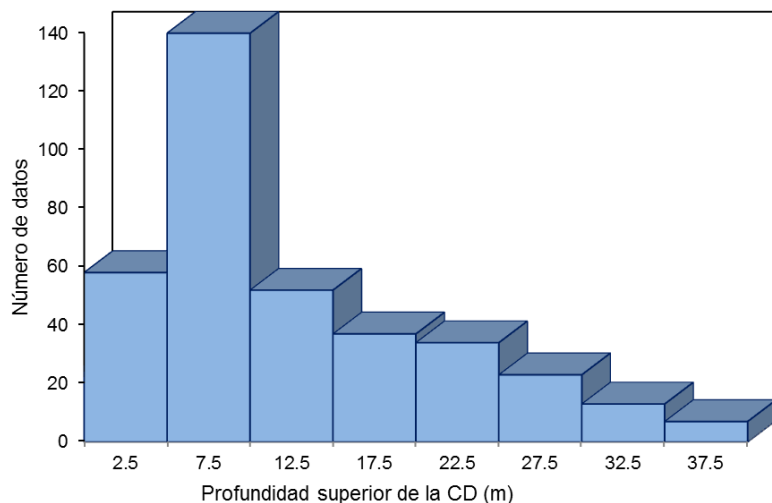


Figura 4.75. Histograma de la profundidad superior de la CD, zona norte.

### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad de la frontera superior de la CD se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = -0.0000263$ ,  $b = -0.0000388$ ,  $c = 86056768$ . La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.76, donde se observa que al sur se encuentra la mayor profundidad y al norte se encuentra superficialmente.

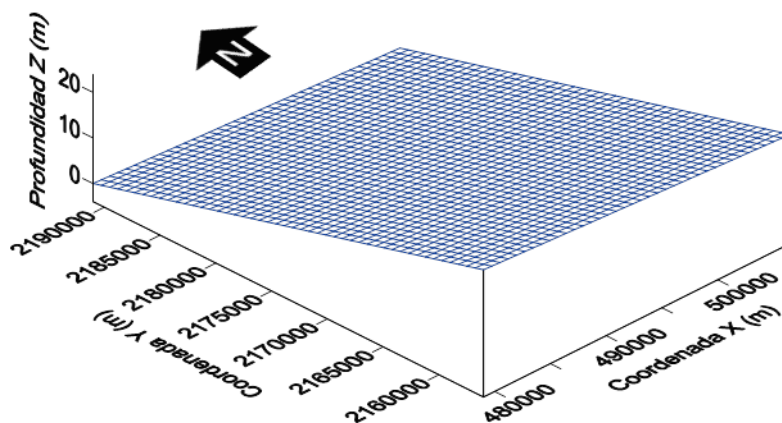


Figura 4.76. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona norte.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  (fig. 4.77). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.14.

Los modelos de correlación espacial (fig. 4.77) se obtienen ajustando una función de tipo exponencial simple a los correlogramas experimentales direccionales y empleando las correspondientes distancias de correlación de la tabla 4.17.

Tabla 4.17. Distancias de correlación de la profundidad superior de la CD, zona norte.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	6300
Az = 45°	5000
Az = 90°	4500
Az = 135°	4500

La anisotropía geométrica del campo aleatorio estudiado se define por las distancias de correlación en cada una de las cuatro direcciones preferenciales, como se indica en la fig. 4.78(a). La forma geométrica que resulta de unir las cuatro distancias de correlación representa la variabilidad espacial del campo aleatorio.

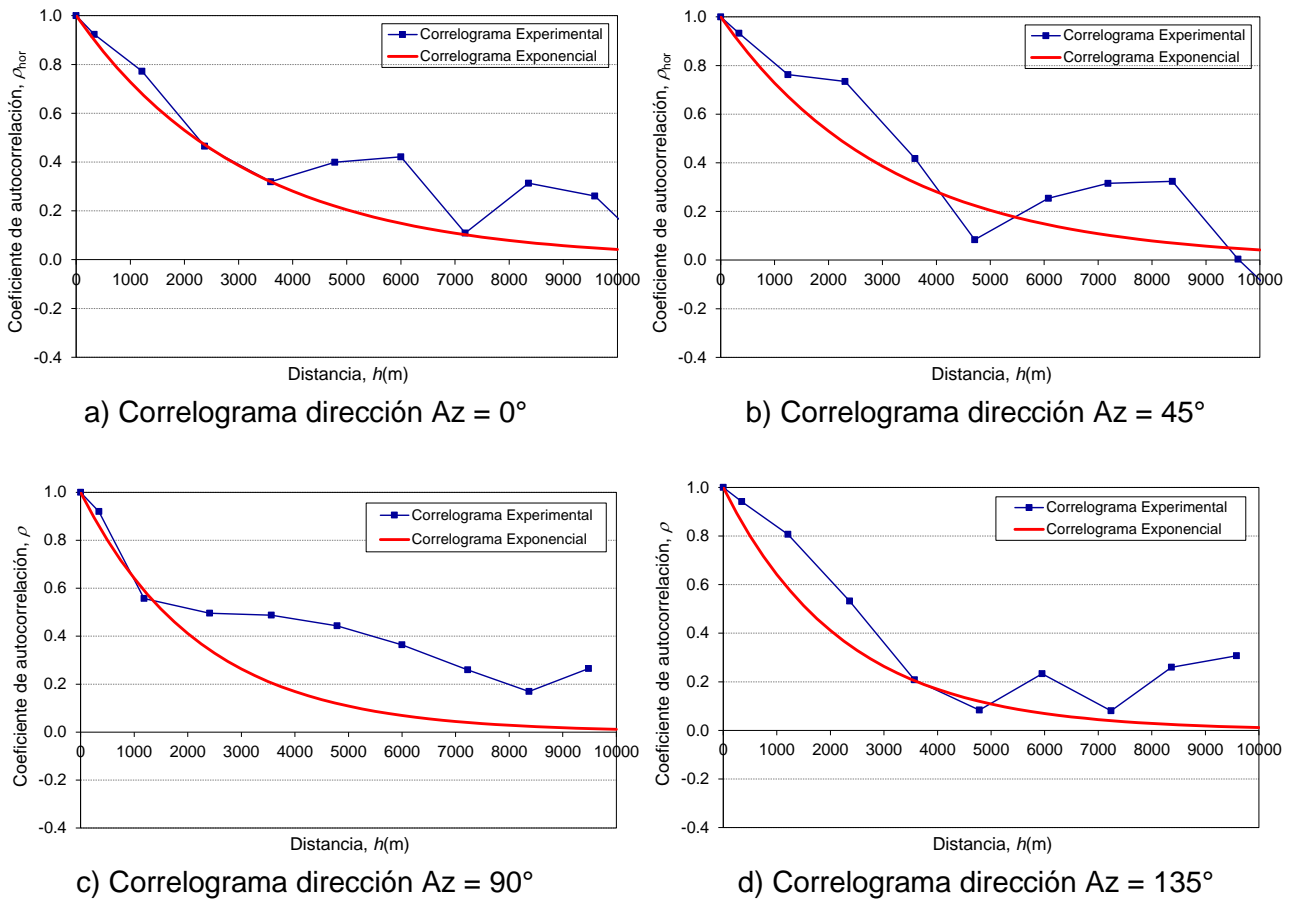


Figura 4.77. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona norte.

Para la estimación se utilizan conservadoramente la elipse de anisotropía constituida por las distancias de correlación más cortas, de acuerdo con la fig. 4.78(b), es este caso es la que corresponde a las direcciones de 45° y 135°, con distancias de correlación de 5000 m y 4500 m respectivamente.

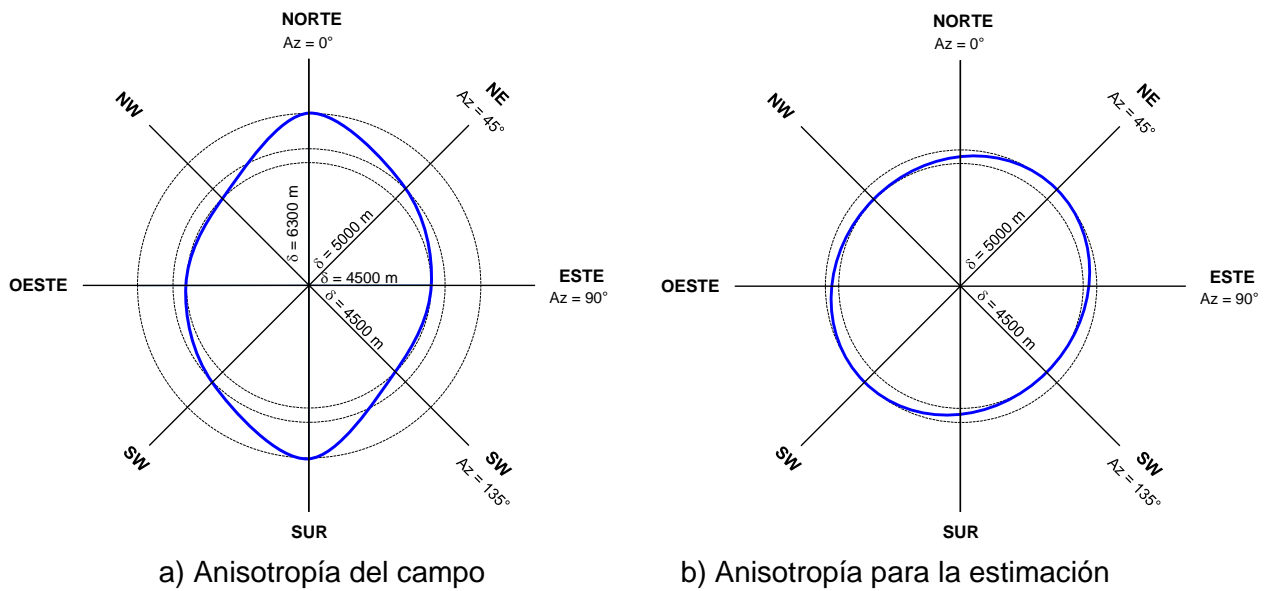


Figura 4.78. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona norte.

### Predicción

La estimación de la profundidad de la frontera superior de la CD se realiza en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual y la anisotropía definida en la fig. 4.78(b), y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

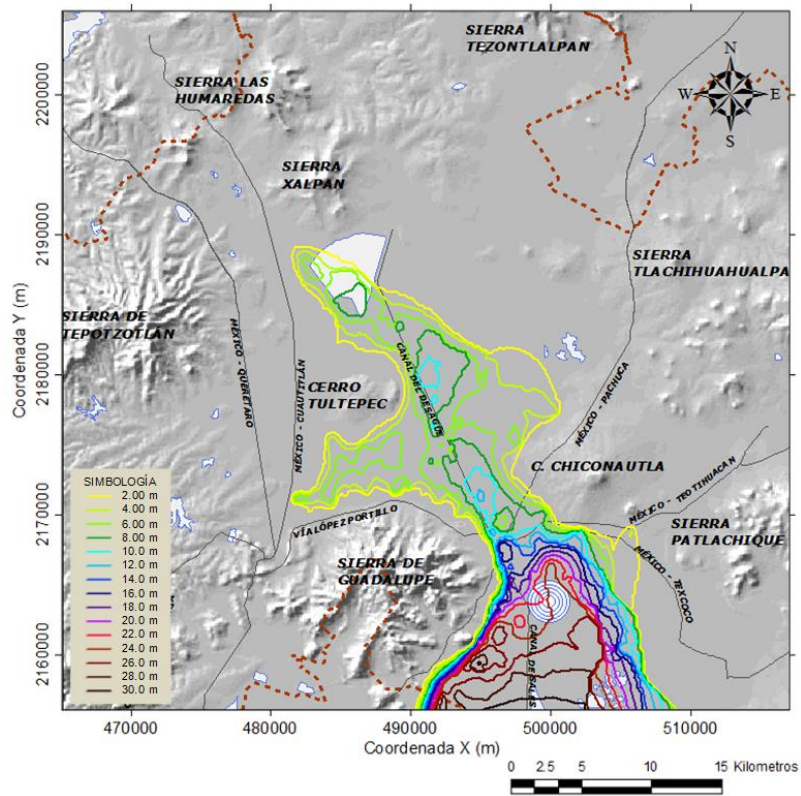
### Visualización

Recurriendo a la técnica de mapeo, se construye un mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS y otro de la varianza de estimación, como se muestra en la fig. 4.79. Asimismo, en la fig. 4.80 se presenta una perspectiva de la superficie de la profundidad estimada de la CD.

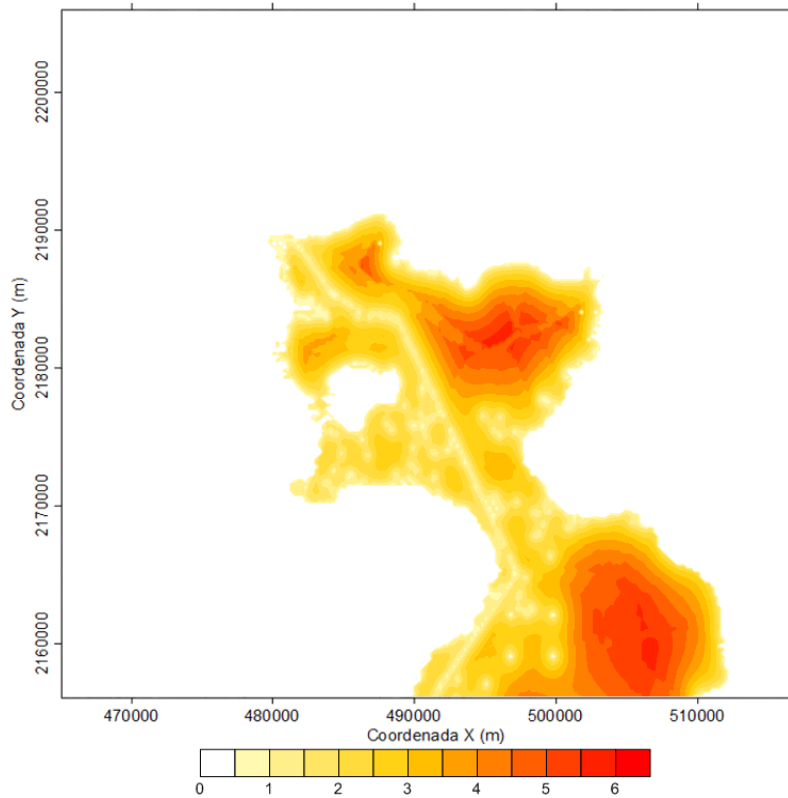
### Interpretación de los resultados

En las figuras 4.79 y 4.80, se distingue claramente la diferencia entre los espesores de arcilla de los ex lagos del norte (*Xaltocan* y *San Cristóbal*) con el de *Texcoco*. Al sur del área estudiada, la CD se encuentra entre 10m y 30m de profundidad; al norte, la profundidad máxima es de 10m.

La utilidad de estudiar la distribución espacial del espesor de la FAS en la zona norte del Valle de México radica en la posibilidad de tomarse en cuenta en el diseño de obras de infraestructura, tales como: obras subterráneas de transporte, obras de drenaje, pozos de extracción de agua, construcciones pesadas y de altura considerable.



a) Contornos de la estimación



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.79. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona norte.

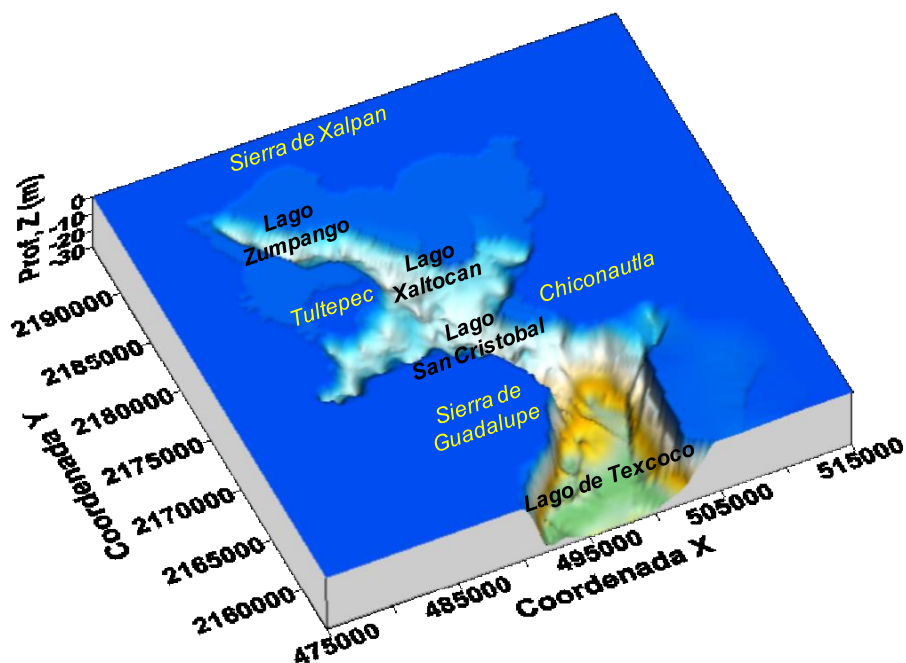


Figura 4.80. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona norte.

#### 4.4.1.5 Análisis de la distribución espacial del espesor de la FAI

##### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad de la frontera superior de la FAI representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.81, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente sondeos realizados en el periodo 1990-2012.

##### Análisis estadístico

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.18). La variabilidad de los datos se muestra gráficamente a través del histograma y el polígono de frecuencias acumuladas en la fig. 4.82.

##### Análisis de correlación espacial

La tendencia de la profundidad de la frontera superior de la FAI se evalúa mediante un análisis de regresión lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = -0.0000062985$ ,  $b = -0.00038311$ ,  $c = 840.460036$ . La representación gráfica del plano de regresión se presenta en la fig. 4.83, donde se observa una ligera tendencia, al sur la FAI se encuentra a mayor profundidad y al norte a menor profundidad.

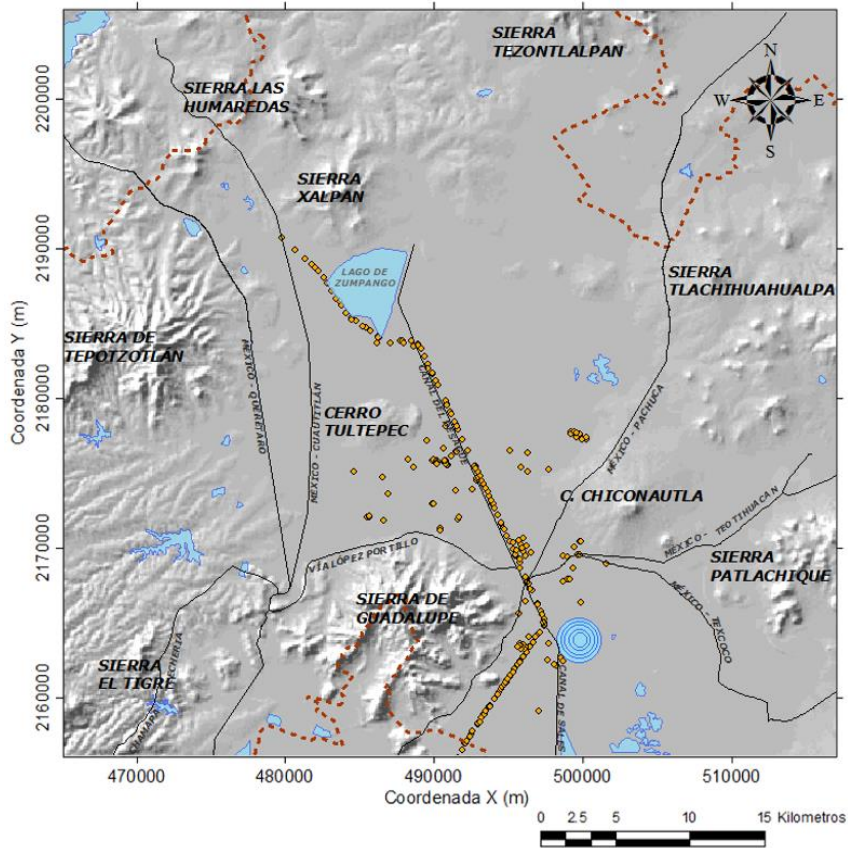


Figura 4.81. Distribución de datos de la profundidad de la FAI, zona norte.

Tabla 4.18. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAI, zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	288
Media, $m(m)$	16.32
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	67.57
Desviación estándar, $S(m)$	8.22
Coefficiente de variación, $CV$	0.9

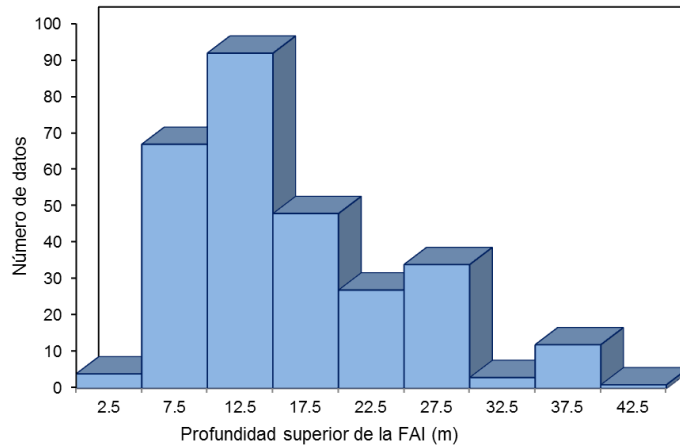


Figura 4.82. Histograma de la profundidad superior de la FAI, zona norte.



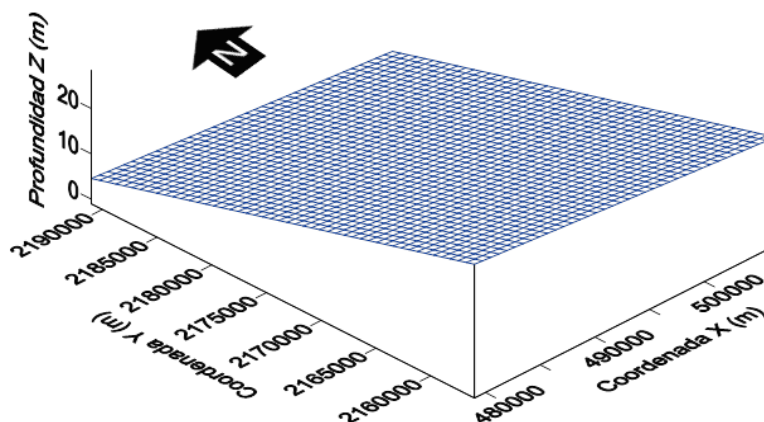


Figura 4.83. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona norte.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  (fig. 4.83). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.19.

Tabla 4.19. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAI, zona norte.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = $0^\circ$	5500
Az = $45^\circ$	4500
Az = $90^\circ$	5000
Az = $135^\circ$	5000

Los modelos de correlación espacial mostrados en la fig. 4.84 se obtienen ajustando una función de tipo exponencial simple a los correlogramas experimentales direccionales y empleando las correspondientes distancias de correlación indicadas en la tabla 4.19.

La anisotropía geométrica del campo aleatorio estudiado se define por las distancias de correlación en cada una de las cuatro direcciones preferenciales, fig. 4.85(a). La forma geométrica que resulta de unir las cuatro distancias de correlación representa la variabilidad espacial del campo aleatorio.

### Predicción

La estimación de la profundidad de la frontera superior de la FAI se realiza en una malla de puntos espaciados a cada 250 m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual y la anisotropía definida en la fig. 4.85(b), y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

Para la estimación, se utilizan conservadoramente la elipse de anisotropía constituida por las distancias de correlación más cortas, fig. 4.85(b), en este caso es la que corresponde a las direcciones de  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , con distancias de correlación de 4500m y 5000m respectivamente.

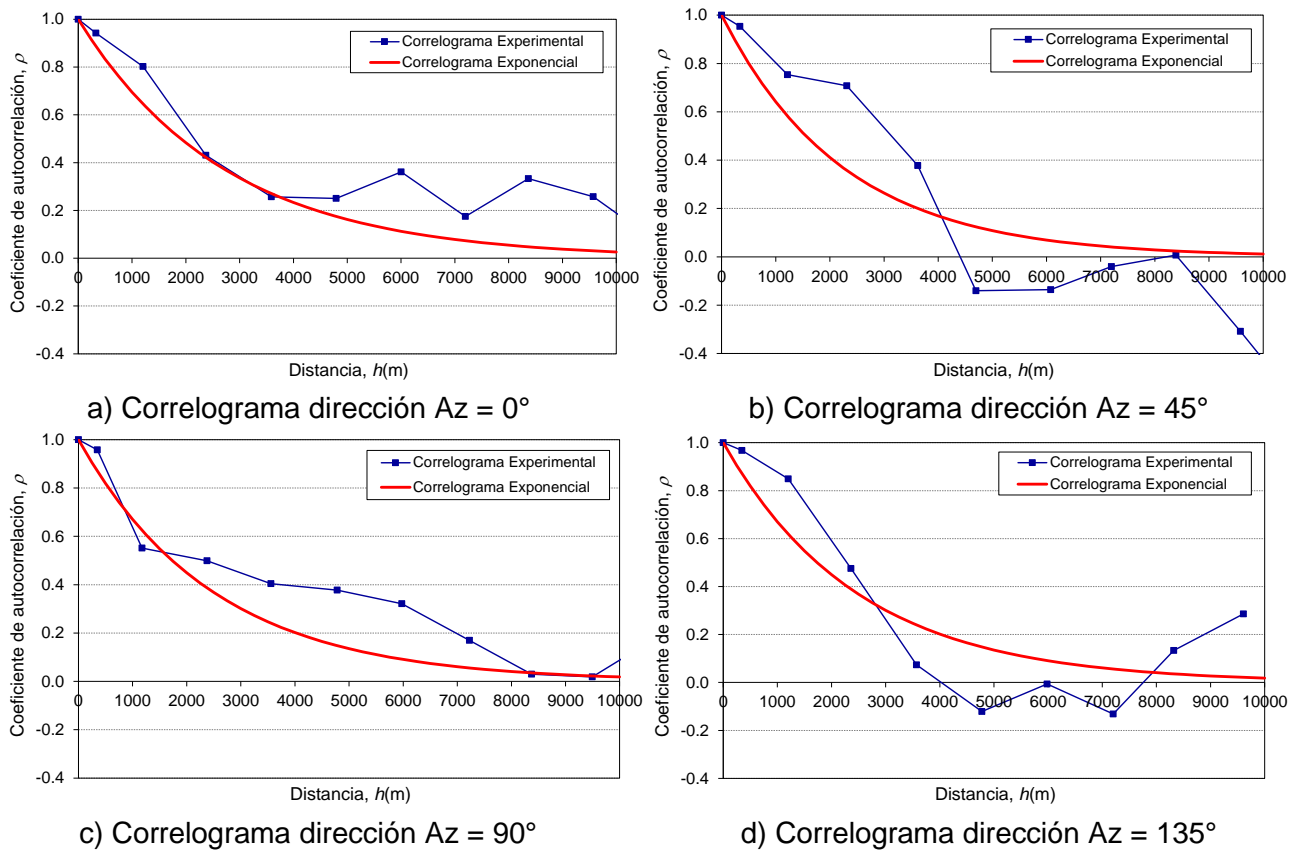


Figura 4.84. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAI, zona norte.

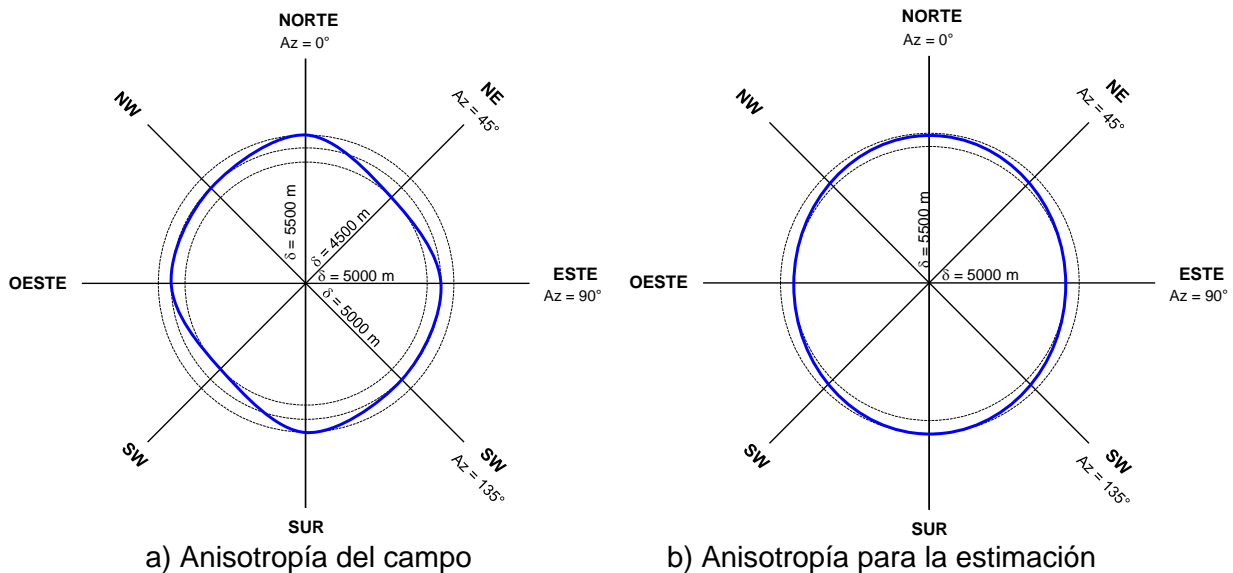
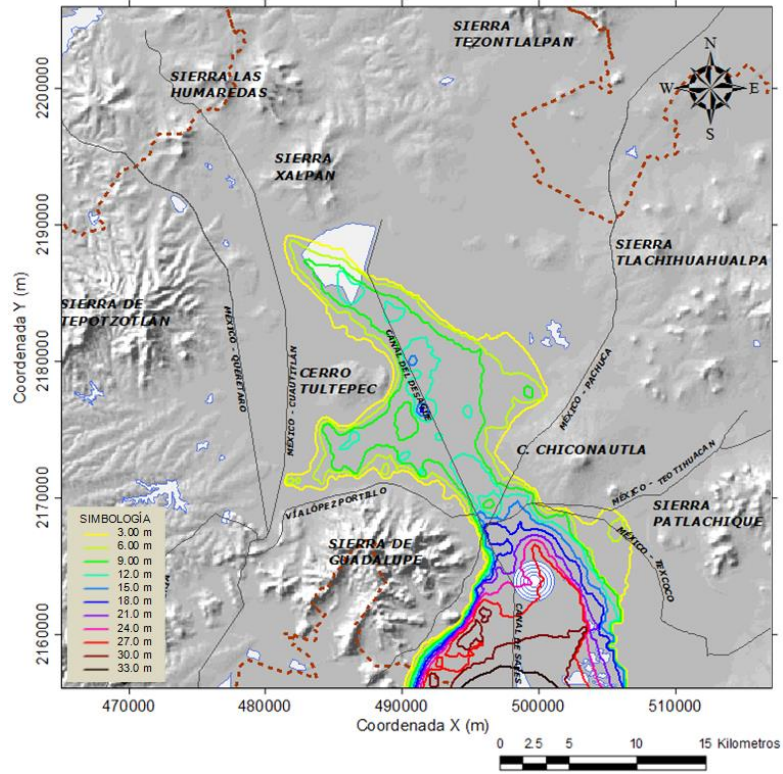


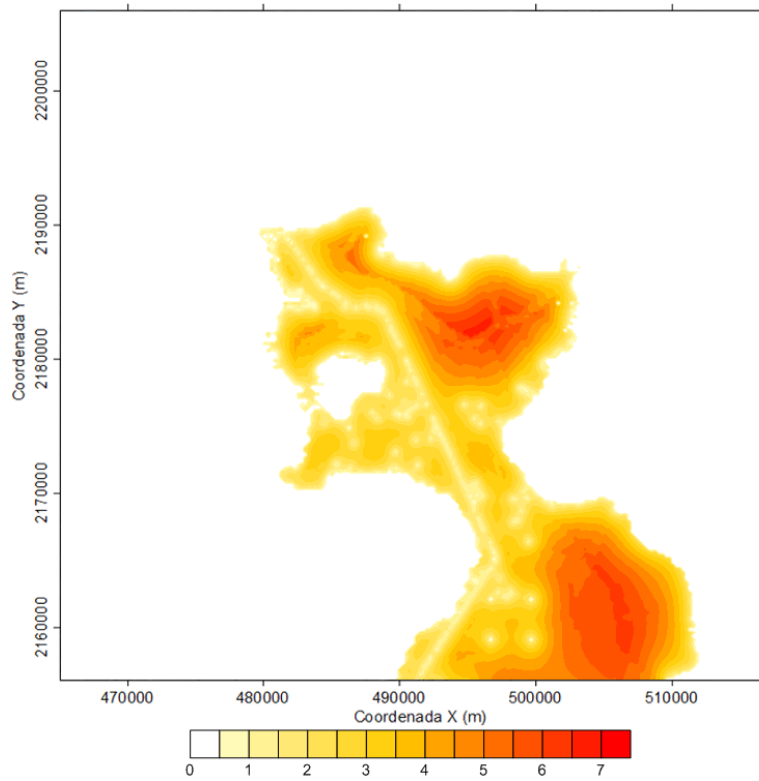
Figura 4.85. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAI, zona norte.

Visualización

Nuevamente, recurriendo a la técnica de mapeo, se construye un mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI y otro de la varianza de estimación (fig. 4.86). Asimismo, en la fig. 4.87 se presenta una perspectiva de la superficie de la profundidad estimada de la FAI.



a) Contornos de la estimación



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.86. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona norte.

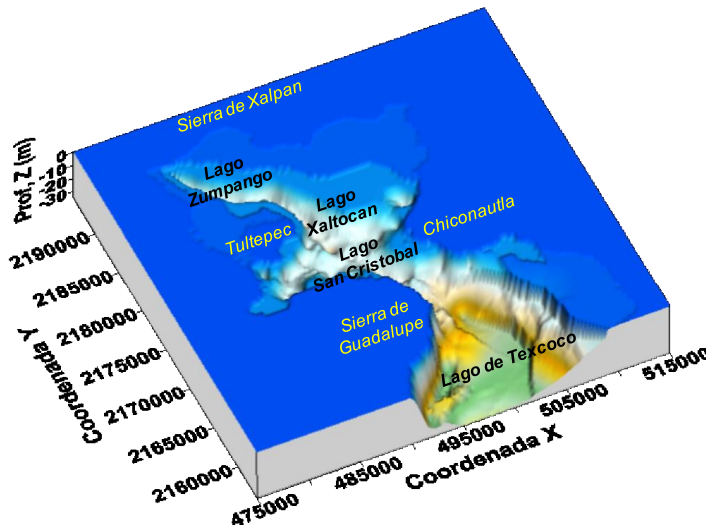


Figura 4.87. Superficie de la profundidad estimada de la FAI, zona norte.

*Interpretación de los resultados*

Comparando las figs. 4.79 y 4.86 se concluye que el espesor de la CD es en promedio de 2.5m aproximadamente. Al norte el espesor es menor y aumenta considerablemente al sur de esta zona.

**4.4.1.6 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP**

*Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad de la frontera superior de los DP representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.88, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas (x, y) definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente sondeos realizados en el periodo 1990-2012.

*Análisis estadístico*

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.20). La variabilidad de los datos se muestra gráficamente mediante el histograma de la fig. 4.89.

Tabla 4.20. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona norte.

Parámetro	Valor
No. de datos	330
Media, $m(m)$	15.85
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	154.26
Desviación estándar, $S(m)$	12.42
Coficiente de variación, $CV$	0.89

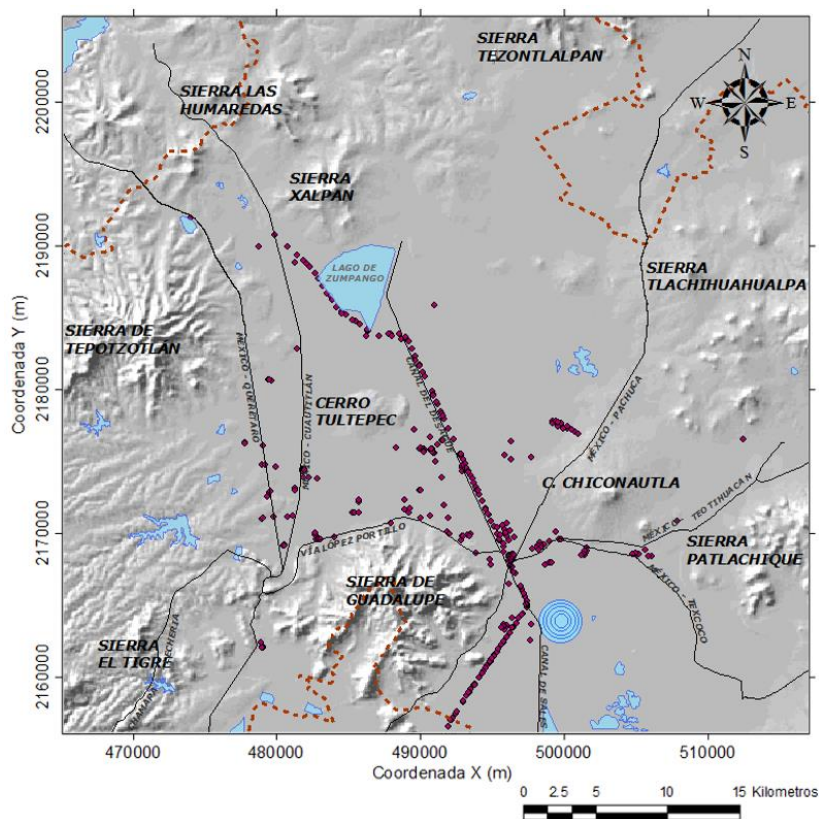


Figura 4.88. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona norte.

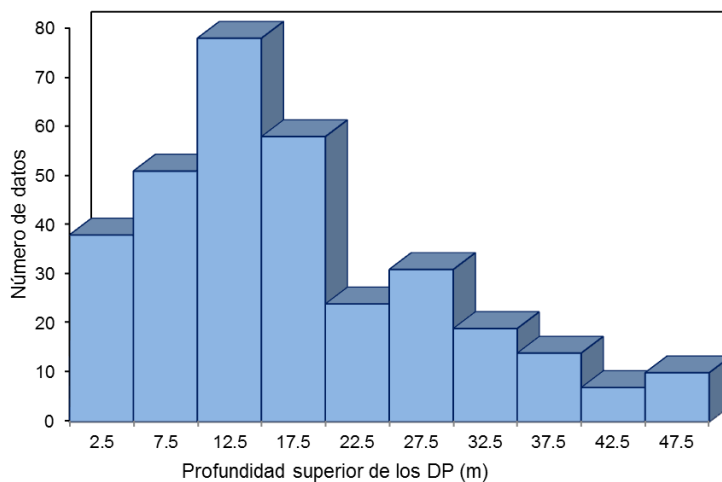


Figura 4.89. Histograma de la profundidad de los DP, zona norte.

### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad de la frontera superior de los DP se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = 0.000027505$ ,  $b = -0.0004209$ ,  $c = 906.643333$ . La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.90, donde se observa que, en general, al sur los DP se encuentran a mayor profundidad y al norte a menor profundidad.

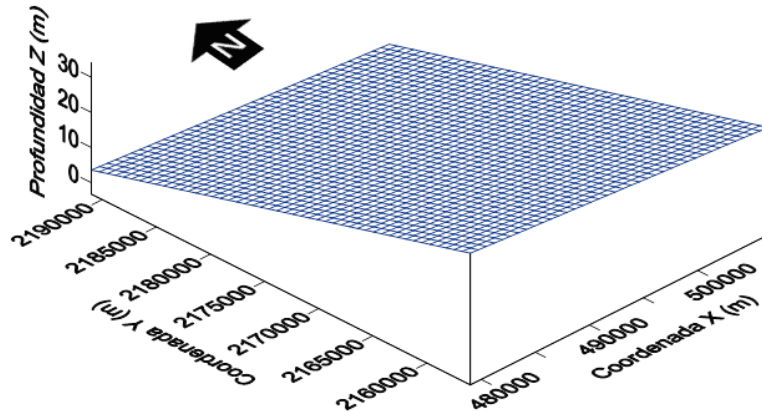


Figura 4.90. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona norte.

Para definir la dependencia espacial de la profundidad de los DP, se remueve la tendencia de los datos originales y con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut 0°, 45°, 90° y 135° (fig. 4.91). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.21.

Tabla 4.21. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona norte.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	5500
Az = 45°	4500
Az = 90°	6000
Az = 135°	3200

Los modelos de correlación espacial mostrados en la fig. 4.90, se obtienen ajustando una función de tipo exponencial simple a los correlogramas experimentales direccionales y empleando las correspondientes distancias de correlación de la tabla 4.21.

La anisotropía geométrica del campo aleatorio estudiado se define por las distancias de correlación en cada una de las cuatro direcciones preferenciales, fig. 4.91(a). La forma geométrica que resulta de unir las cuatro distancias de correlación representa la variabilidad espacial del campo aleatorio.

Para la estimación se utilizan conservadoramente la elipse de anisotropía constituida por las distancias de correlación más cortas, fig. 4.92(b), en este caso es la que corresponde a las direcciones de 45° y 135°, con distancias de correlación de 4500 m y 3200 m respectivamente.

*Predicción*

La estimación de la profundidad de la frontera superior de los DP se realiza en una malla de puntos espaciados a cada 250 m en ambas direcciones (X e Y), empleando los datos del campo residual y la anisotropía definida en la fig. 4.92(b), y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

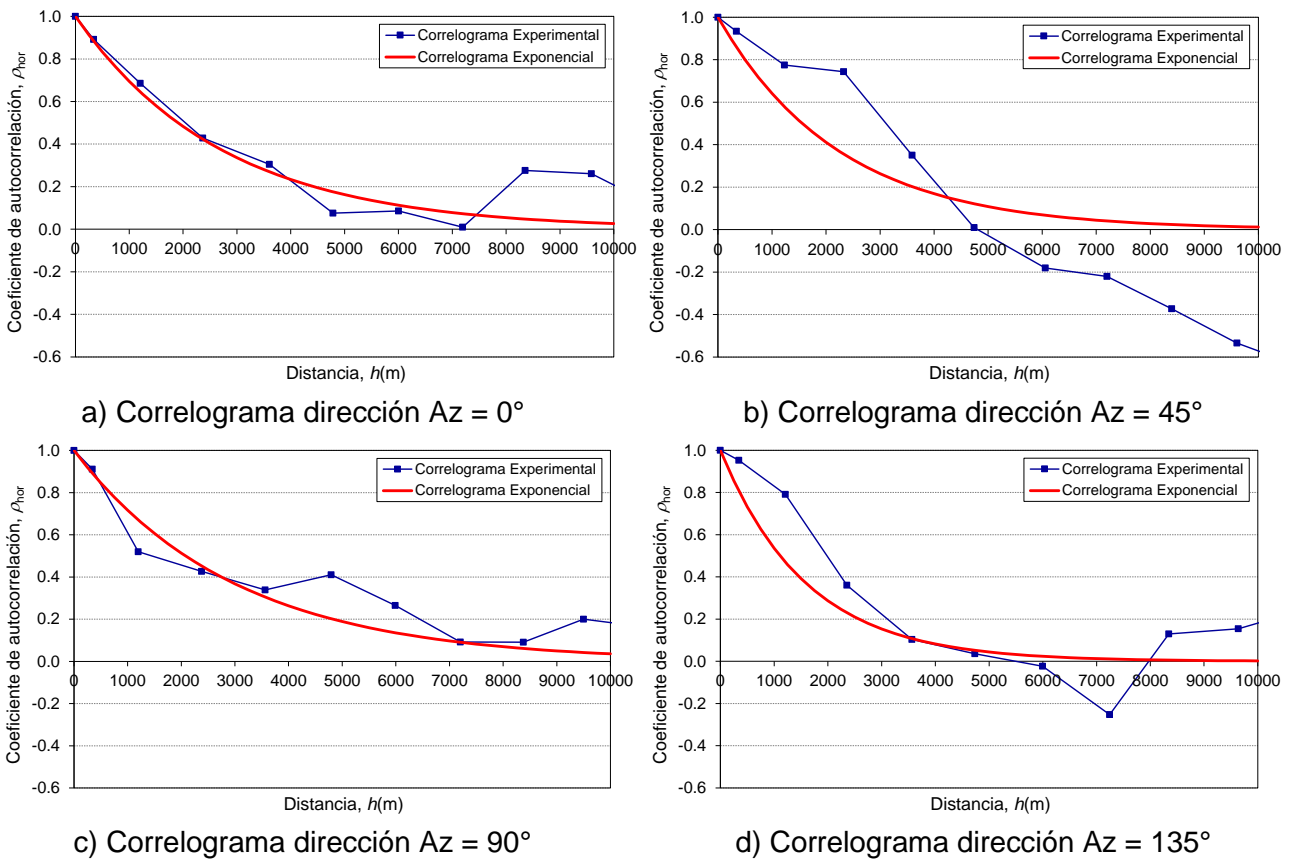


Figura 4.91. Correlogramas direccionales de la profundidad de los DP, zona norte.

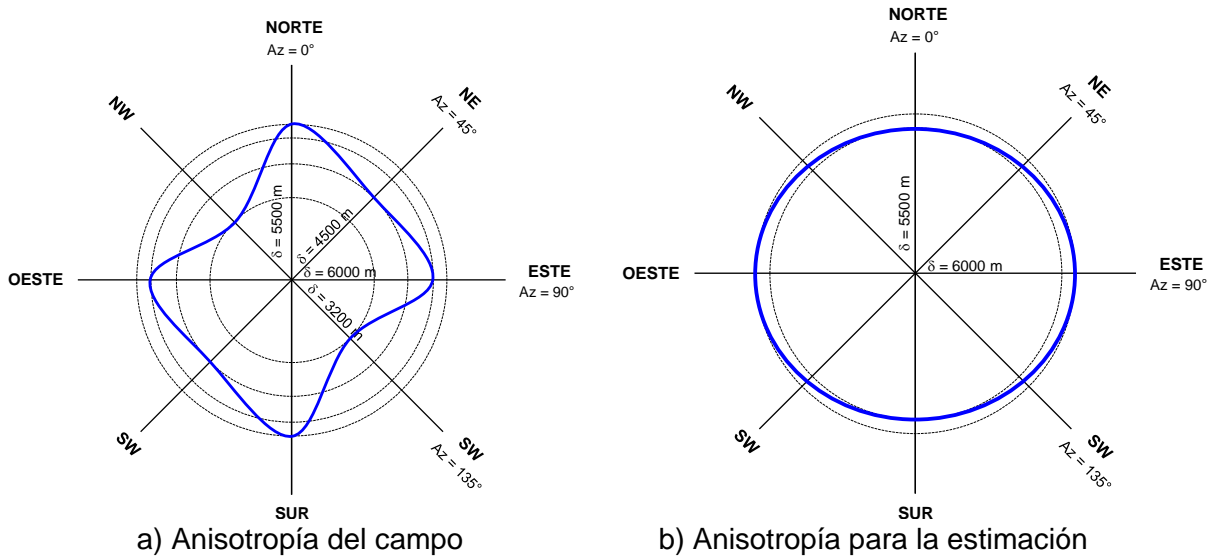
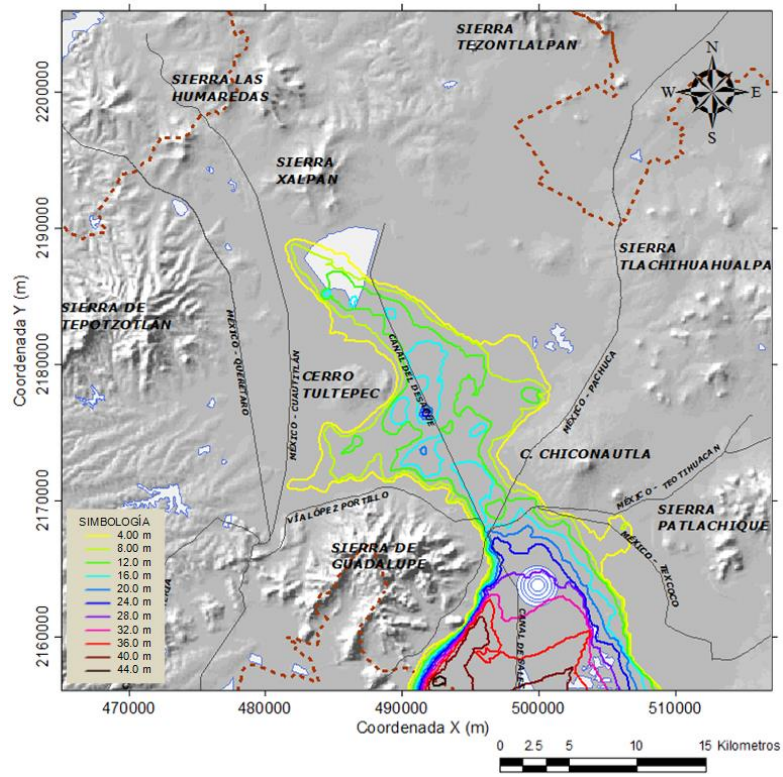


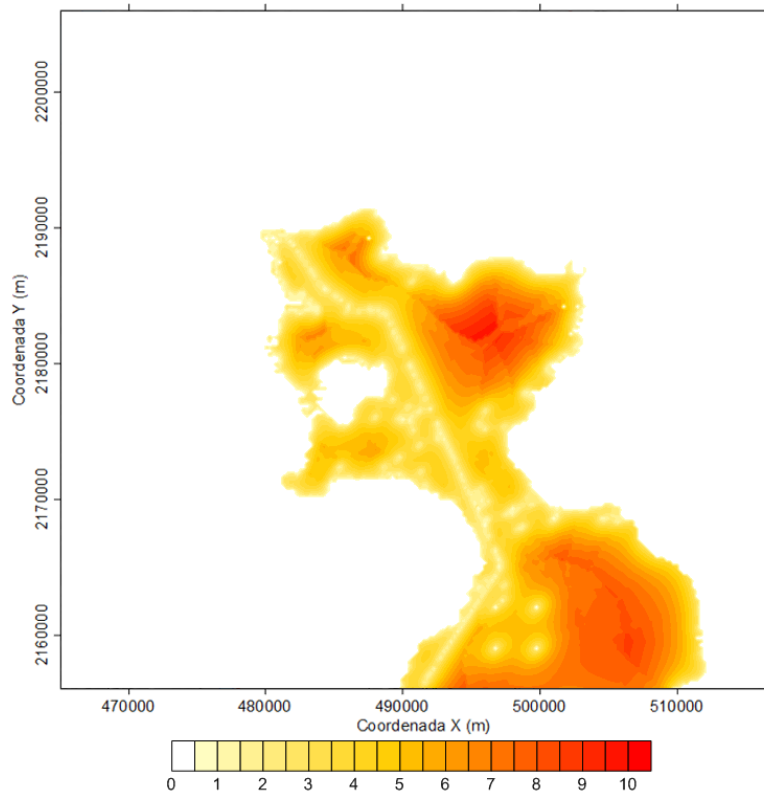
Figura 4.92. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona norte.

Visualización

Recurriendo a la técnica de mapeo, se construye un mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP y otro de la varianza de estimación (fig. 4.93). Asimismo, en la fig. 4.94 se presenta una perspectiva de la superficie de la profundidad estimada de los DP.



a) Contornos de la estimación



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.93. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona norte.



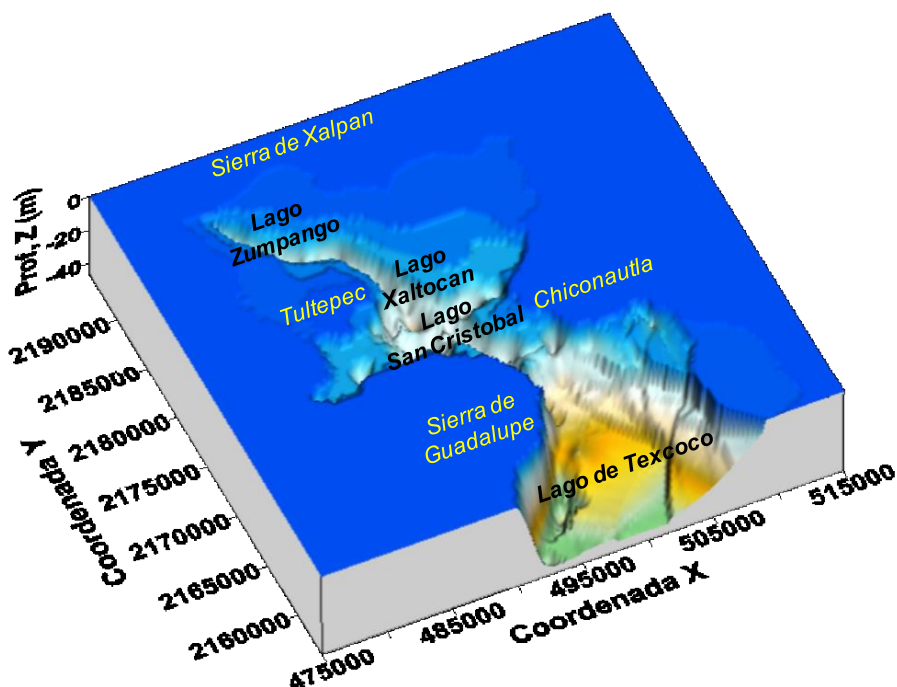


Figura 4.94. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona norte.

#### *Interpretación de los resultados*

En las figuras 4.93 y 4.94 se observa que al norte de la zona estudiada, los depósitos profundos se encuentran a una profundidad máxima de 26m y en la zona del ex lago de *Texcoco* alcanza una profundidad de hasta 44m.

#### *4.4.1.7 Propuesta de zonificación geotécnica para la zona norte*

Con base en la información disponible en el SIG-SG (topografía, geología, mapas históricos, entre otras), en las secciones transversales estimadas del contenido de agua y de número de golpes en SPT, así como en los mapas de contornos de las formaciones típicas del subsuelo, se elaboró el mapa de zonificación geotécnica propuesto para la zona norte del Valle de México presentado en la fig. 4.95. Para la elaboración de este mapa se consideraron los criterios y zonas definidas en el RCDF vigente (2004a); asimismo, se definieron las siguientes subzonas:

#### Zona I, Lomas

##### *Subzona Ia, Lomeríos*

Formada por rocas o suelos firmes depositados fuera del ambiente lacustre que corresponden a las serranías de la zona.

##### *Subzona Ib, Aluvial*

Integrada por estratos arenosos y limo arenosos intercalados con capas de arcilla altamente resistentes que se encuentran en las planicies elevadas de la zona, donde regularmente no llegaba el nivel de los antiguos lagos.

Zona II, Transición

*Subzona II a, Transición Alta*

Está formada por estratos de arcilla lacustre con espesores menores a 2.50m.

*Subzona II b, Transición Baja*

Está formada por estratos de arcilla lacustre con espesores mayores a 2.50m y menores a 20.0m. Es importante señalar que en esta zona se requiere de mayor atención para el diseño y construcción de cimentaciones.

Es importante señalar que en el mapa de zonificación, se considera la existencia de algunas islas dentro de los antiguos lagos, como son las que corresponden a los sitios de *Xaltocan* y *Tonanitla*.

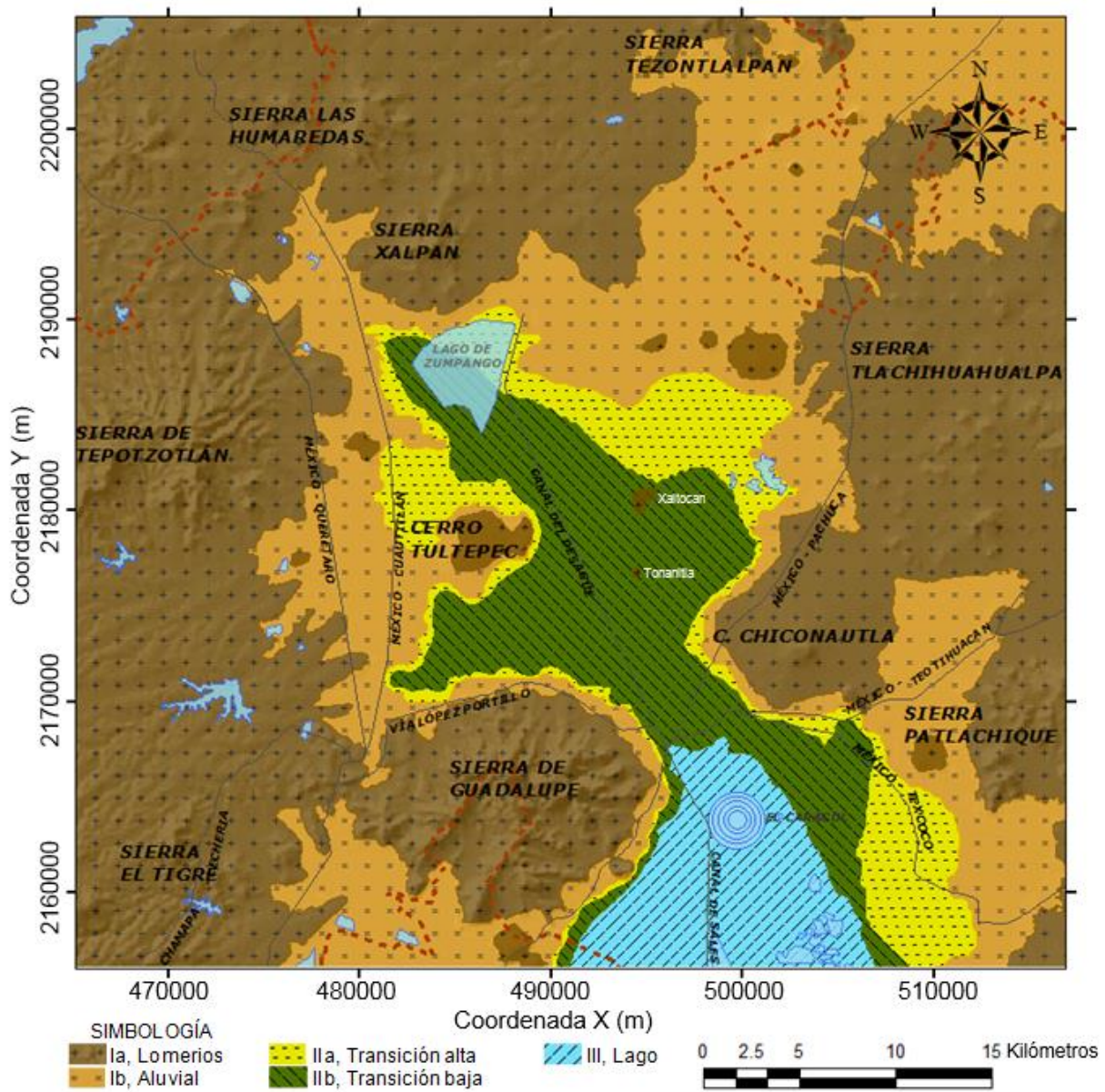


Figura 4.95. Mapa propuesto de zonificación geotécnica para la zona norte.

## 4.4.2 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona poniente

### 4.4.2.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua

El procedimiento para el análisis de la distribución espacial del contenido de agua de la zona poniente del Valle de México es el presentado en el apartado 4.3, por tanto, en esta sección se presenta el procedimiento general y los resultados complementarios.

#### *Definición del dominio del campo aleatorio*

Los valores del contenido de agua,  $w(\%)$ , se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=3$  (volumen de suelo, 3D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se consideran 95 sondeos distribuidos en forma aleatoria (fig. 4.22).

#### *Análisis estadístico*

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y *ergodicidad* de los campos aleatorios considerados, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.6):

#### *Análisis de correlación espacial*

Con base en los resultados del análisis de correlación espacial, se opta por emplear los modelos de las figs. 4.25(h) y 4.27(h), con distancias de correlación  $\delta_{ver} = 3.6$  m en dirección vertical y  $\delta_{hor} = 4000$  m en dirección horizontal.

#### *Predicción*

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{hor}$ , los modelos teóricos y los datos experimentales de los 95 perfiles geotécnicos disponibles, se estimaron perfiles de contenido de agua,  $w(\%)$ , a cada 200m a lo largo de los ejes preferenciales "A, B, C" y "1, 2, 3, 4 y 5", definidos en la fig. 4.96. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 25cm. Empleando la técnica de simulación condicional se elaboraron perfiles simulados de contenido de agua,  $w(\%)$ , a lo largo de los mismos ejes preferenciales.

#### *Visualización*

Las secciones transversales estimadas de contenido de agua, a lo largo de cada uno de los ejes, se construyen integrando los perfiles estimados y recurriendo a alguna técnica de graficación (figs. 4.97 a 4.104). Al construir la sección transversal es importante asegurar que la herramienta de graficación no realice algún tipo de interpolación sobre los valores estimados, puesto que, de ser así se produciría una imagen diferente de los resultados de la estimación original. De igual forma, a partir de los valores de la Desviación estándar de estimación se construyen las secciones transversales de incertidumbre asociada a la estimación.

Con las secciones transversales estimadas de contenido de agua sobre los ejes A a C se construyó un modelo 3D en la dirección oriente-poniente (fig. 4.105), y sobre los ejes 1 a 5 en la dirección norte-sur (fig. 4.106). Asimismo, se pueden integrar todos los cortes en un solo modelo 3D (fig. 4.107), el cual facilita la interpretación de la distribución espacial del contenido de agua y por tanto, en forma indirecta, de los tipos de materiales del subsuelo.

Las secciones transversales simuladas de contenido de agua, mostrados en las figs. 4.108 a 4.115, se construyen de la misma forma que las secciones estimadas. En este caso, también es importante asegurar que la herramienta de graficación no realice algún tipo de interpolación sobre los valores estimados.

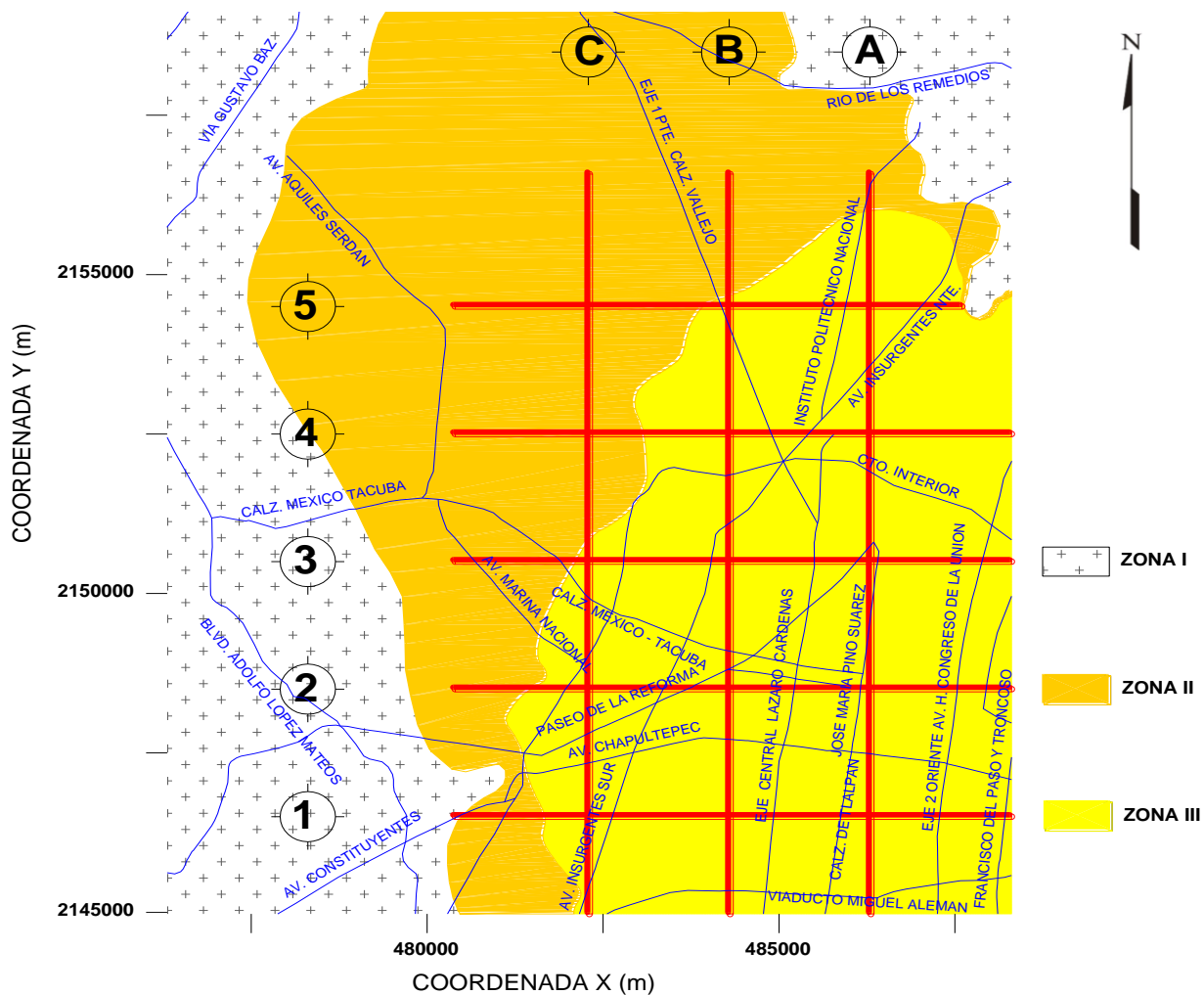


Figura 4.96. Ejes preferenciales de estimación de contenido de agua, zona poniente.

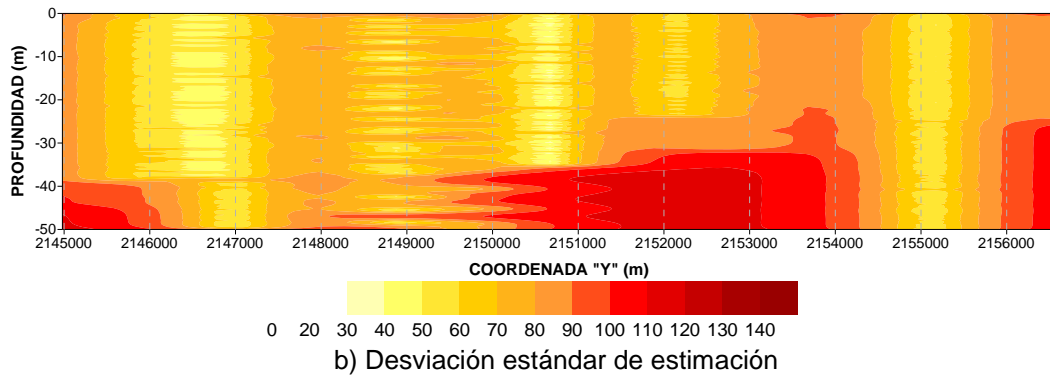
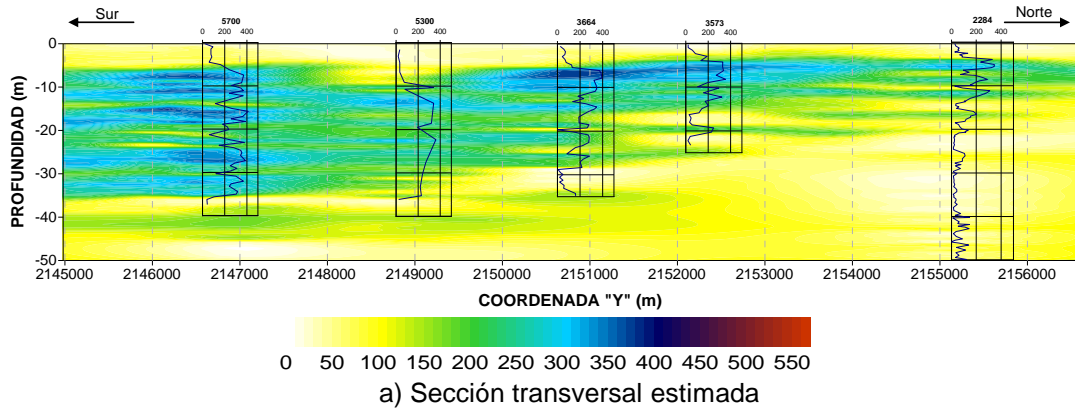


Figura 4.97. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona poniente.

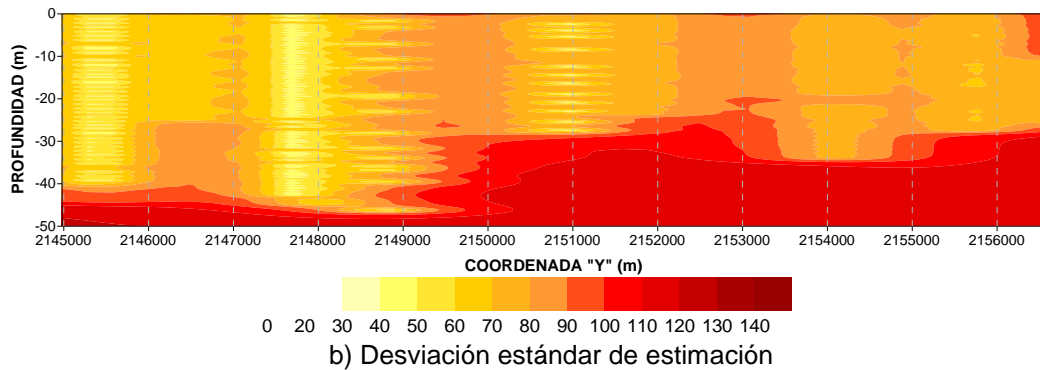
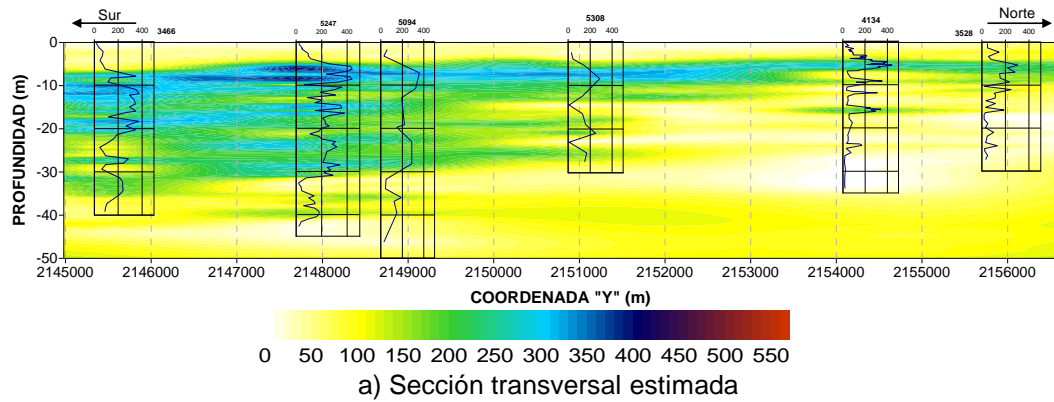


Figura 4.98. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona poniente.

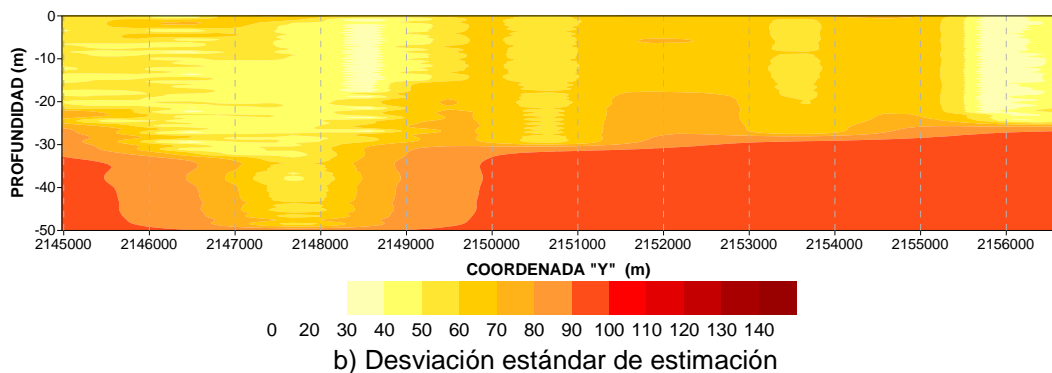
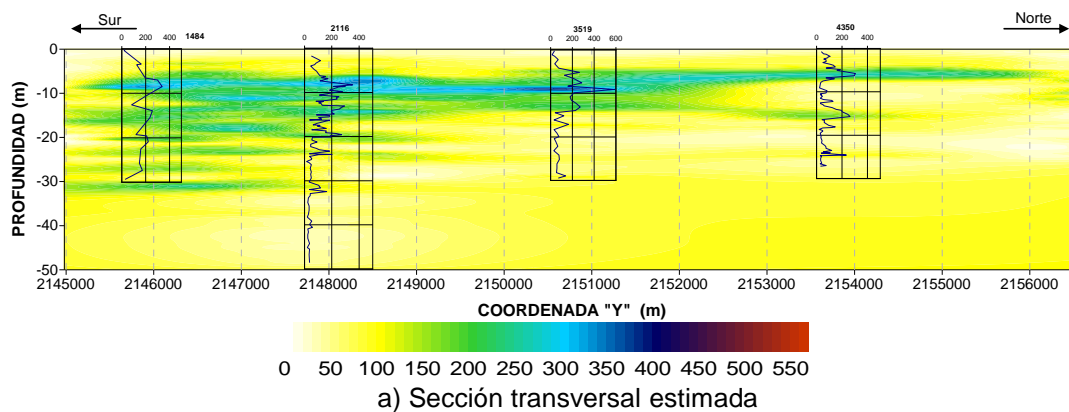


Figura 4.99. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona poniente.

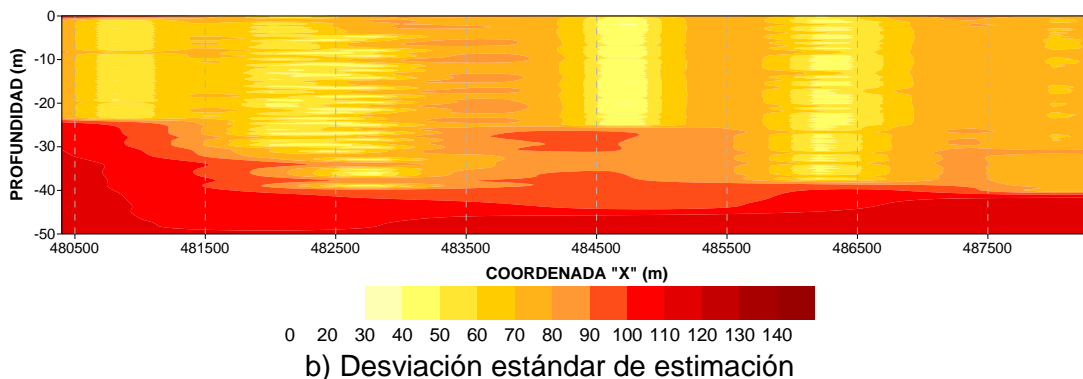
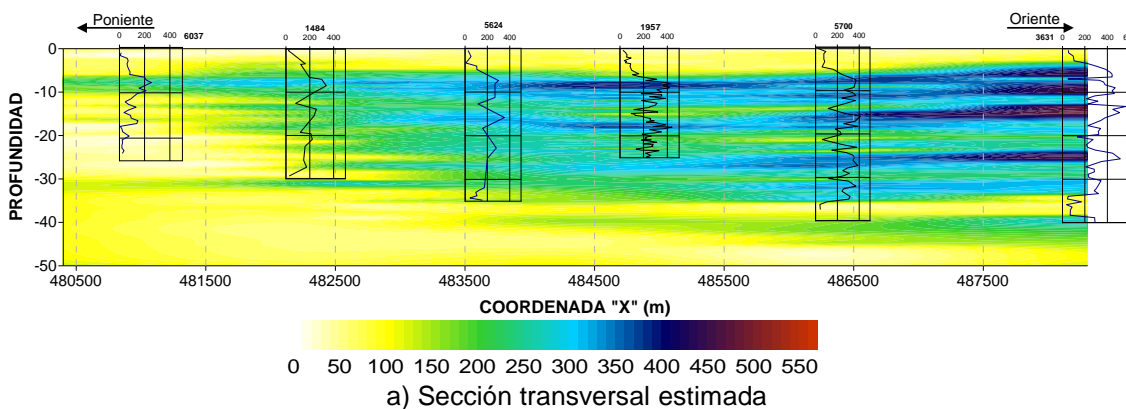


Figura 4.100. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona poniente.

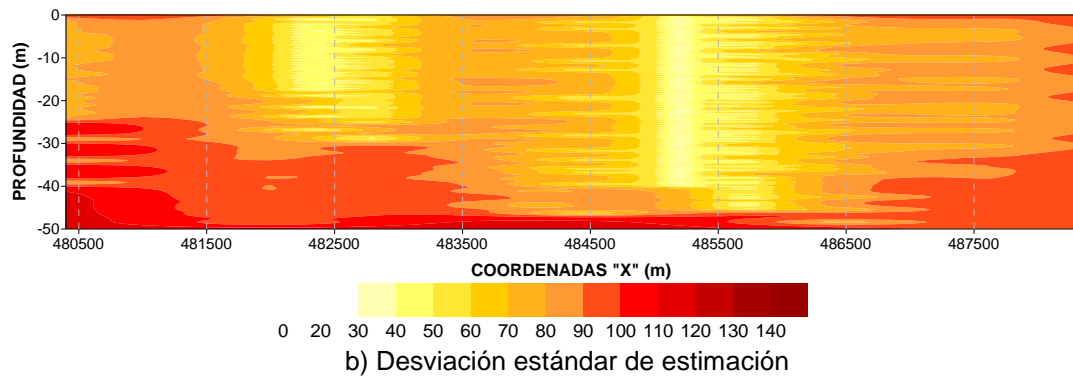
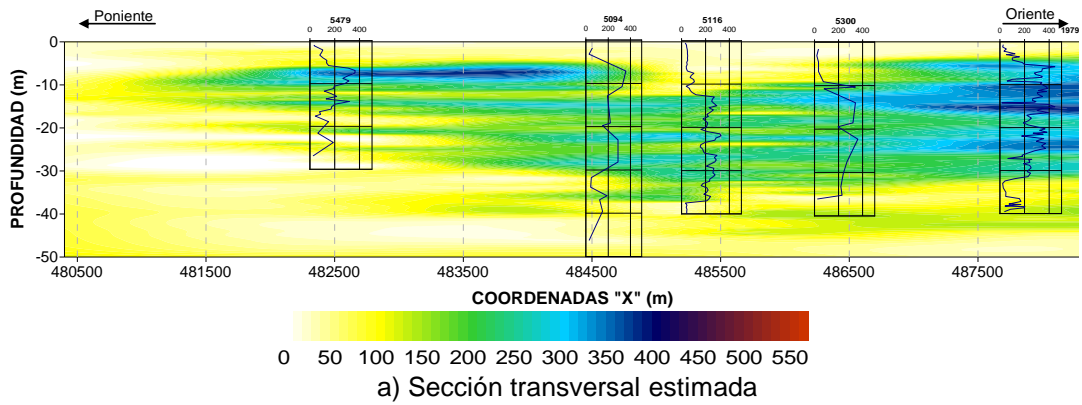


Figura 4.101. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona poniente.

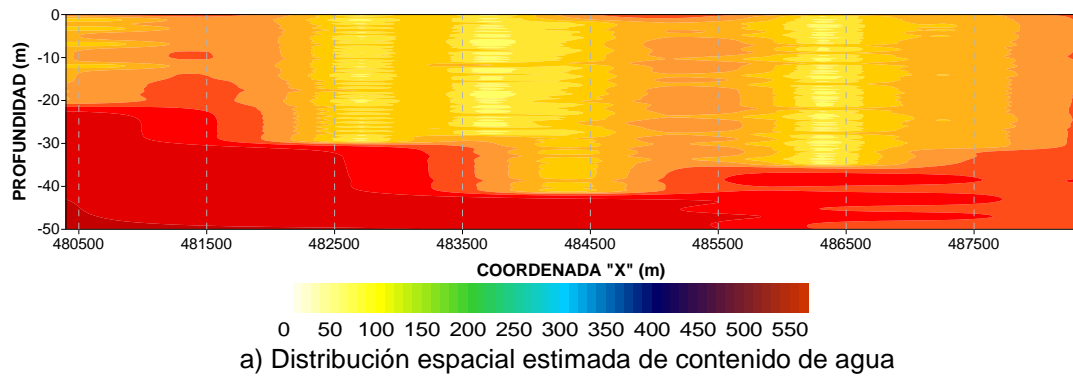
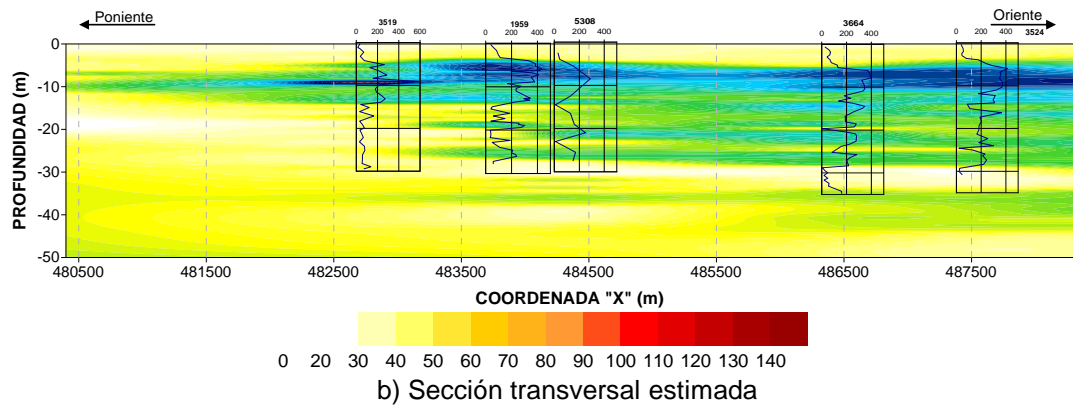
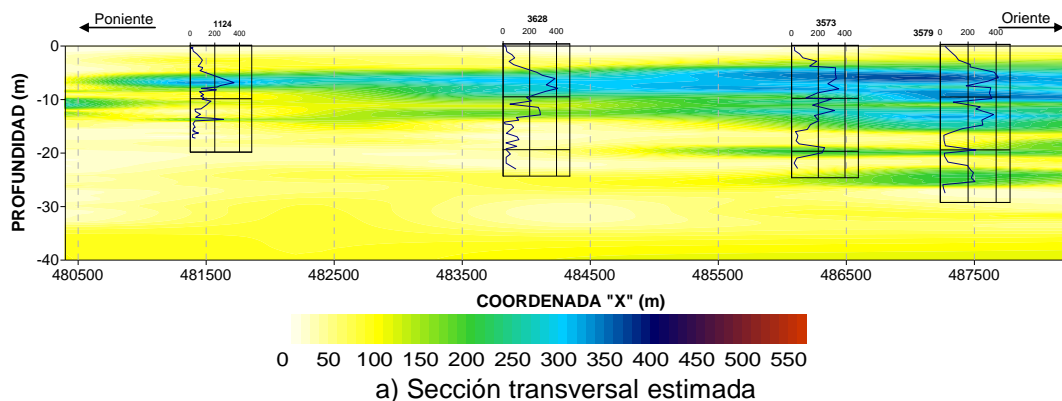
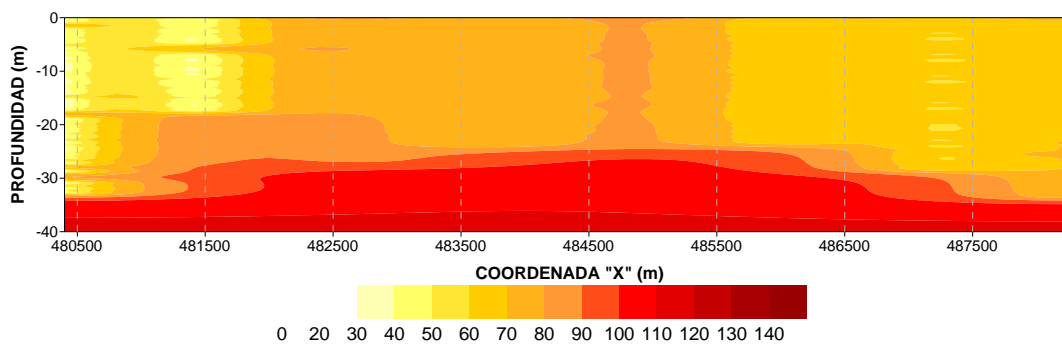


Figura 4.102. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona poniente.

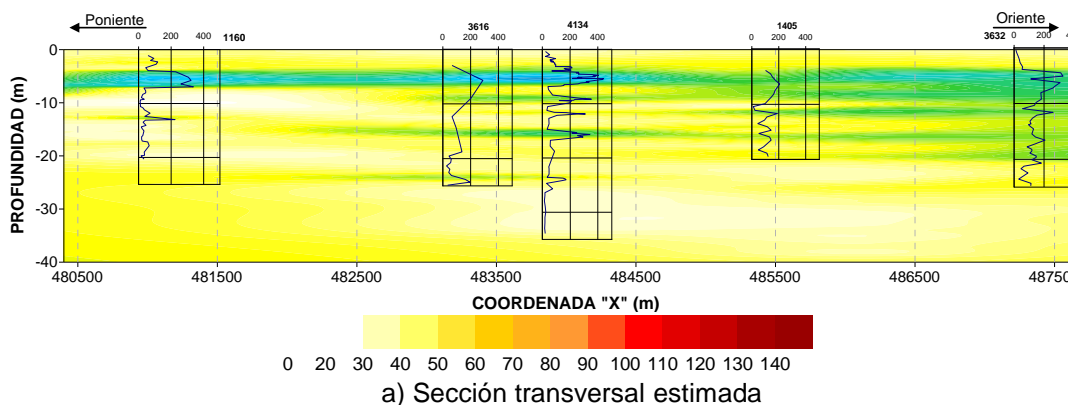


a) Sección transversal estimada

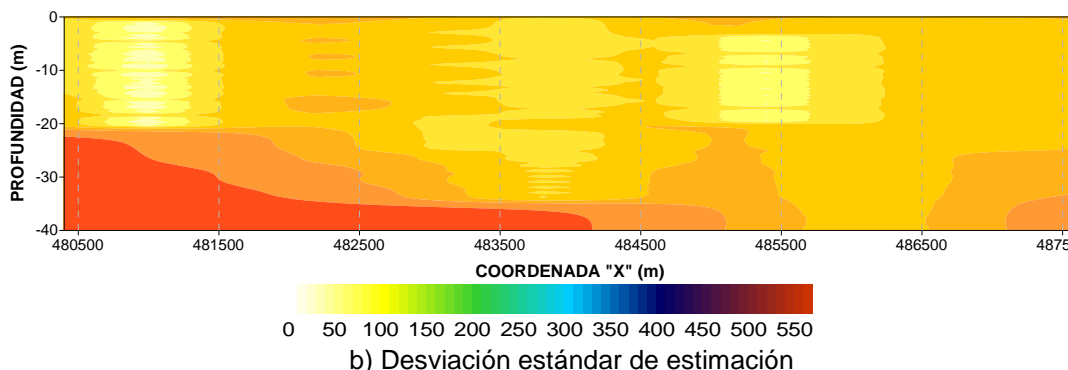


b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.103. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona poniente.



a) Sección transversal estimada



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.104. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona poniente.



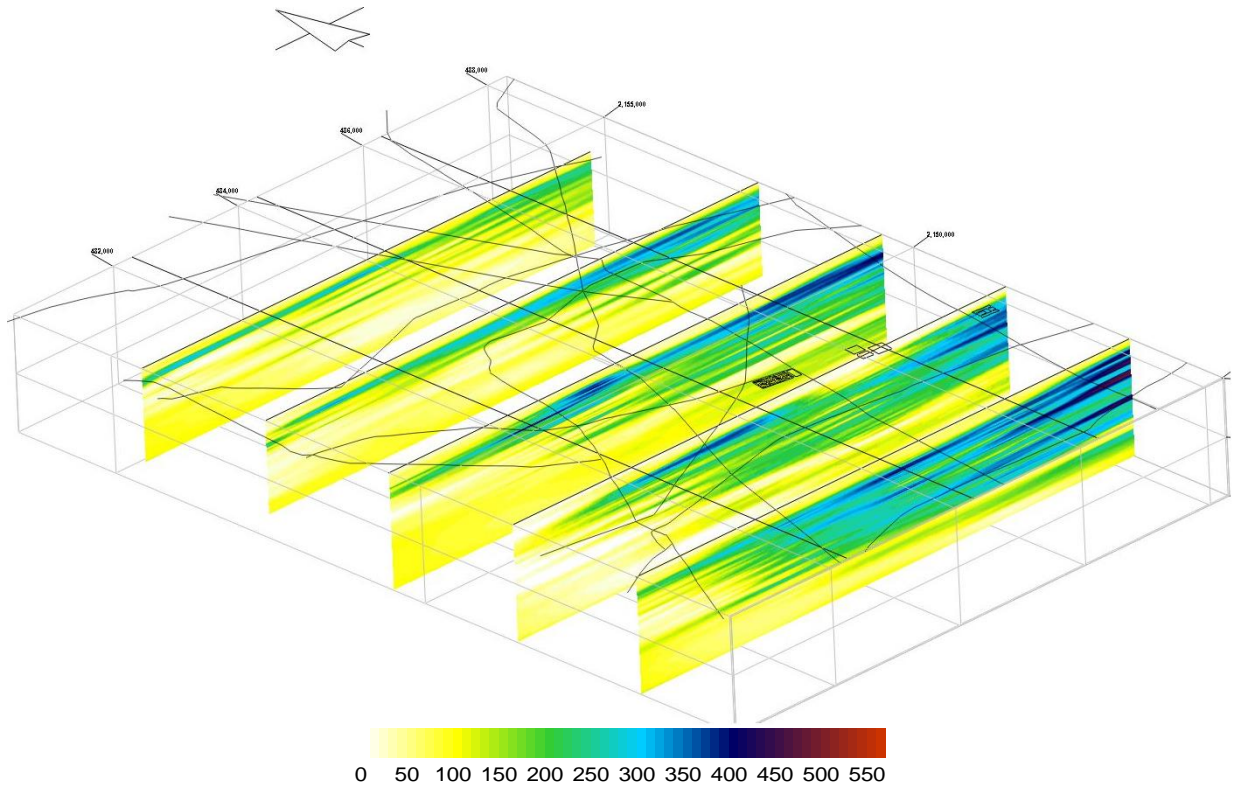


Figura 4.105. Modelo 3D del contenido de agua, dirección Oriente-Poniente, zona poniente.

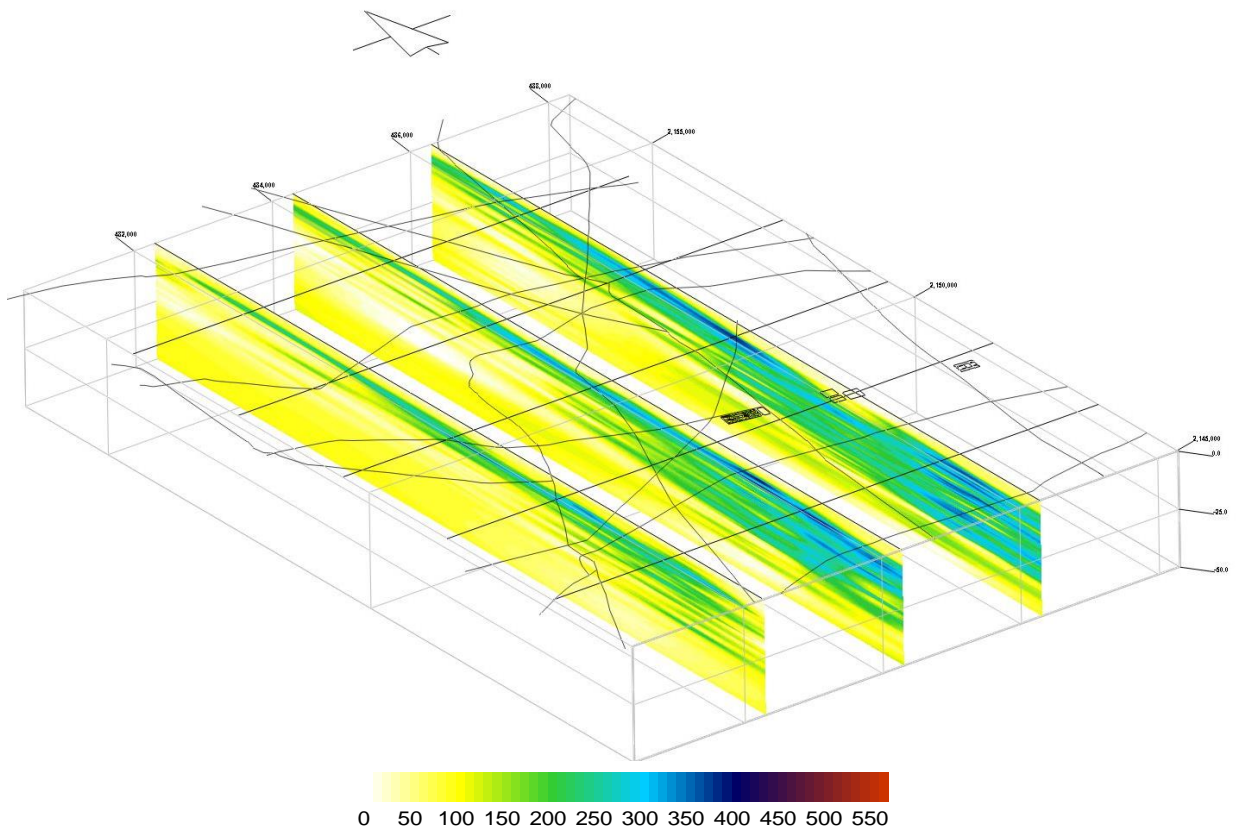


Figura 4.106. Modelo 3D del contenido de agua, dirección Norte-Sur, zona poniente.

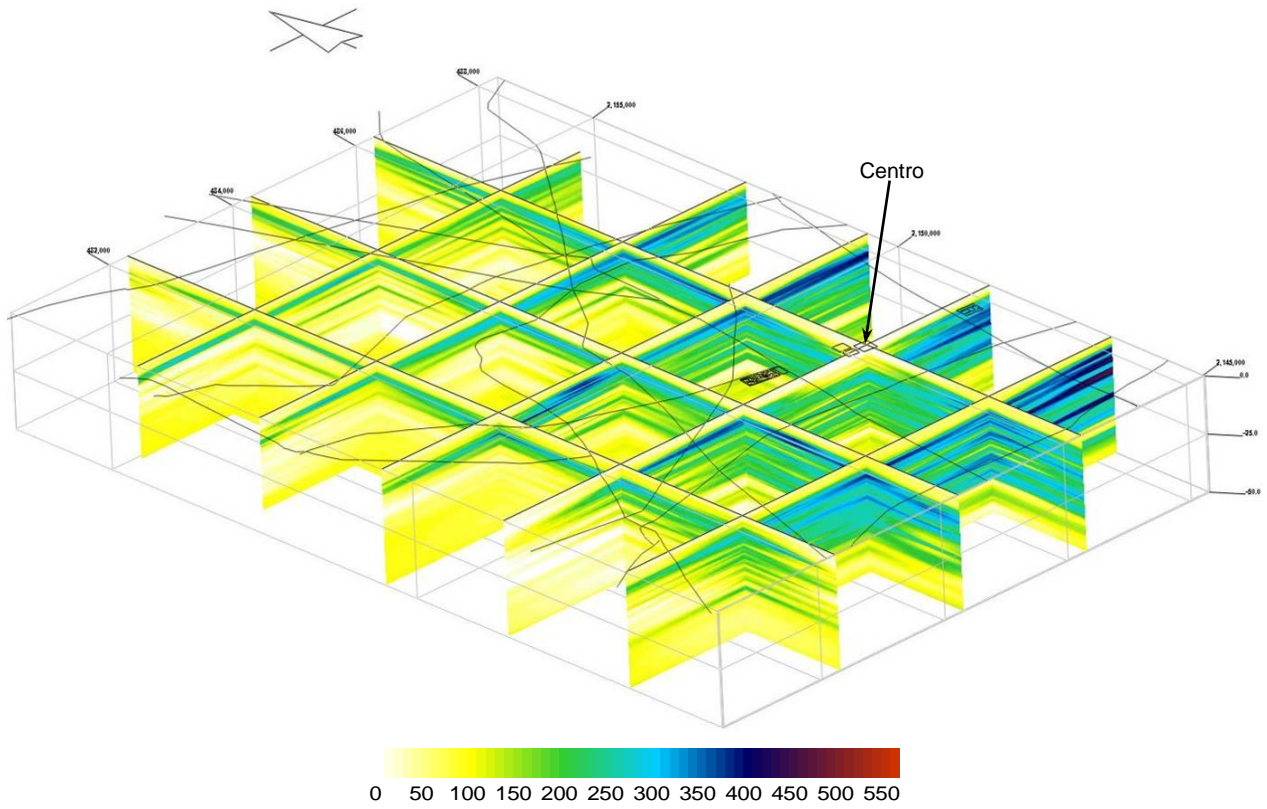


Figura 4.107. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona poniente.

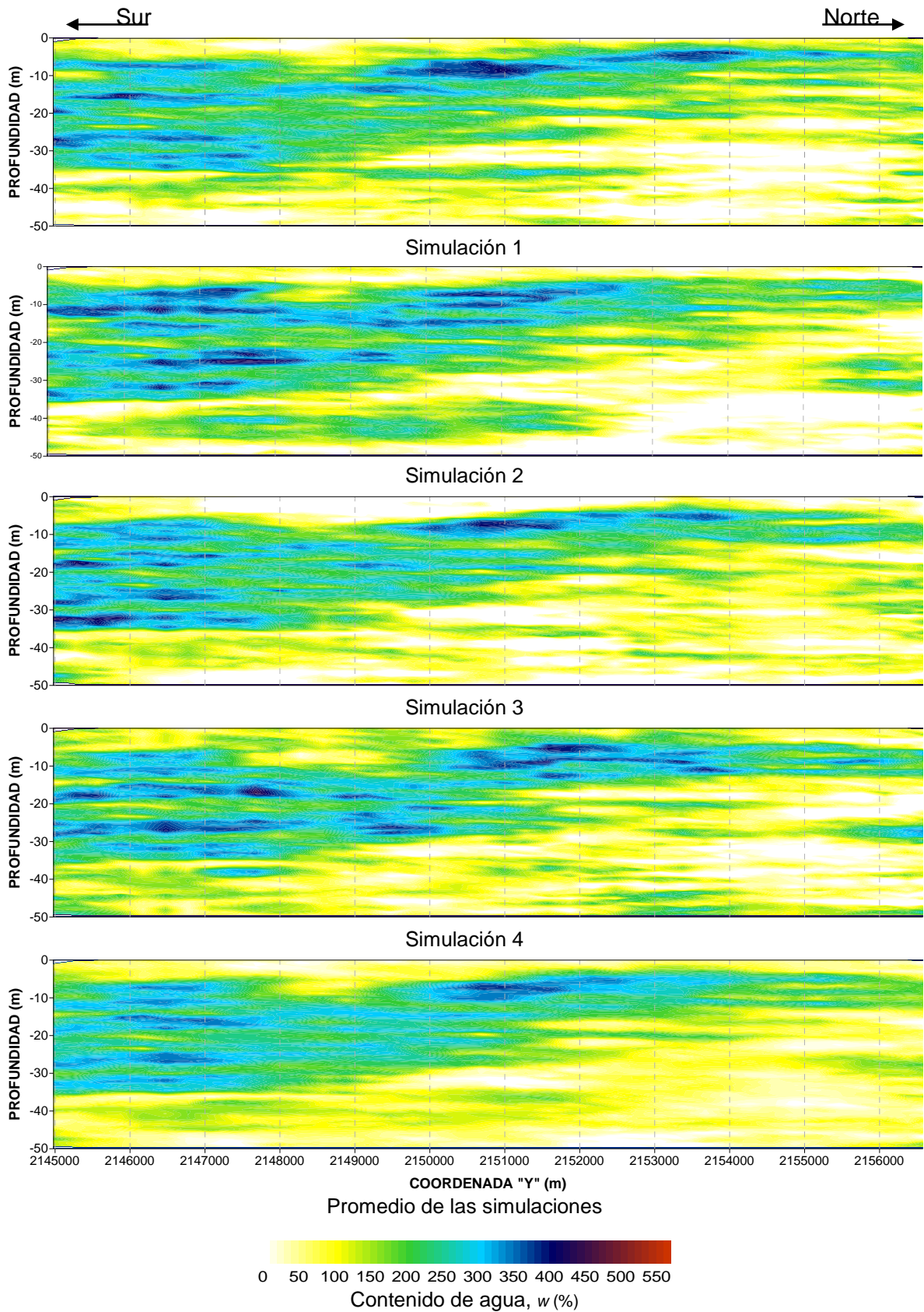


Figura 4.108. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje A, zona poniente.

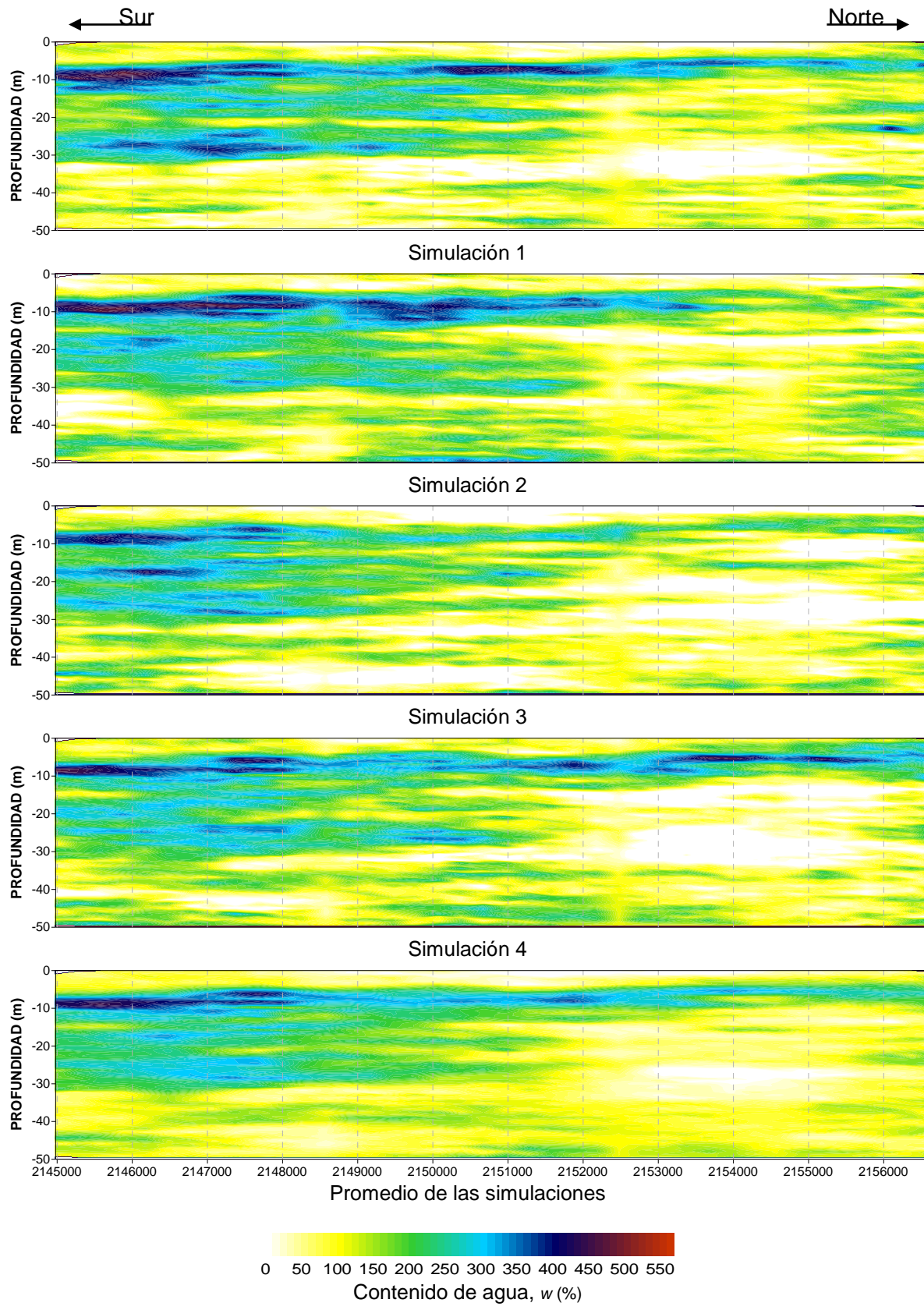


Figura 4.109. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje B, zona poniente.

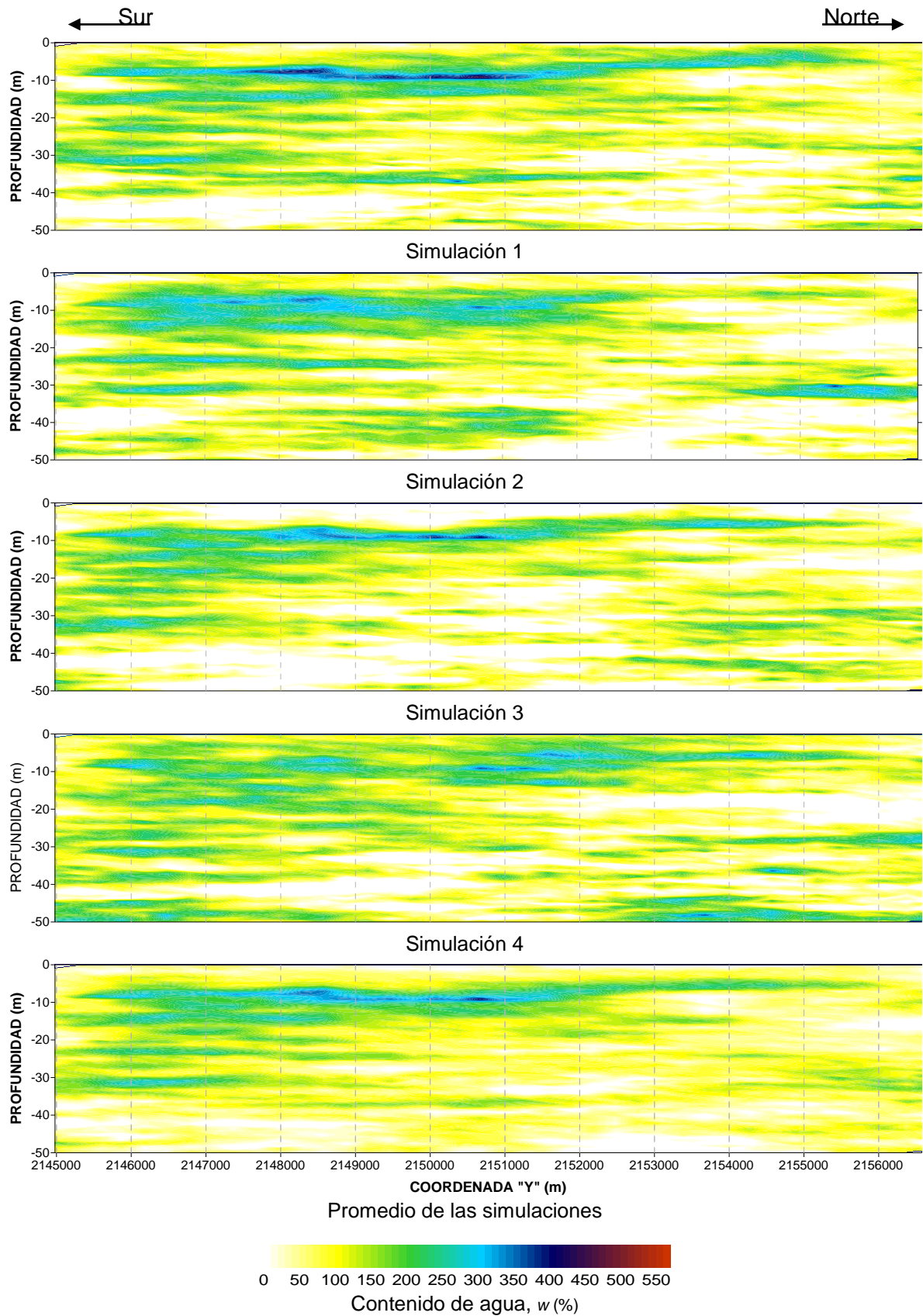


Figura 4.110. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje C, zona poniente.

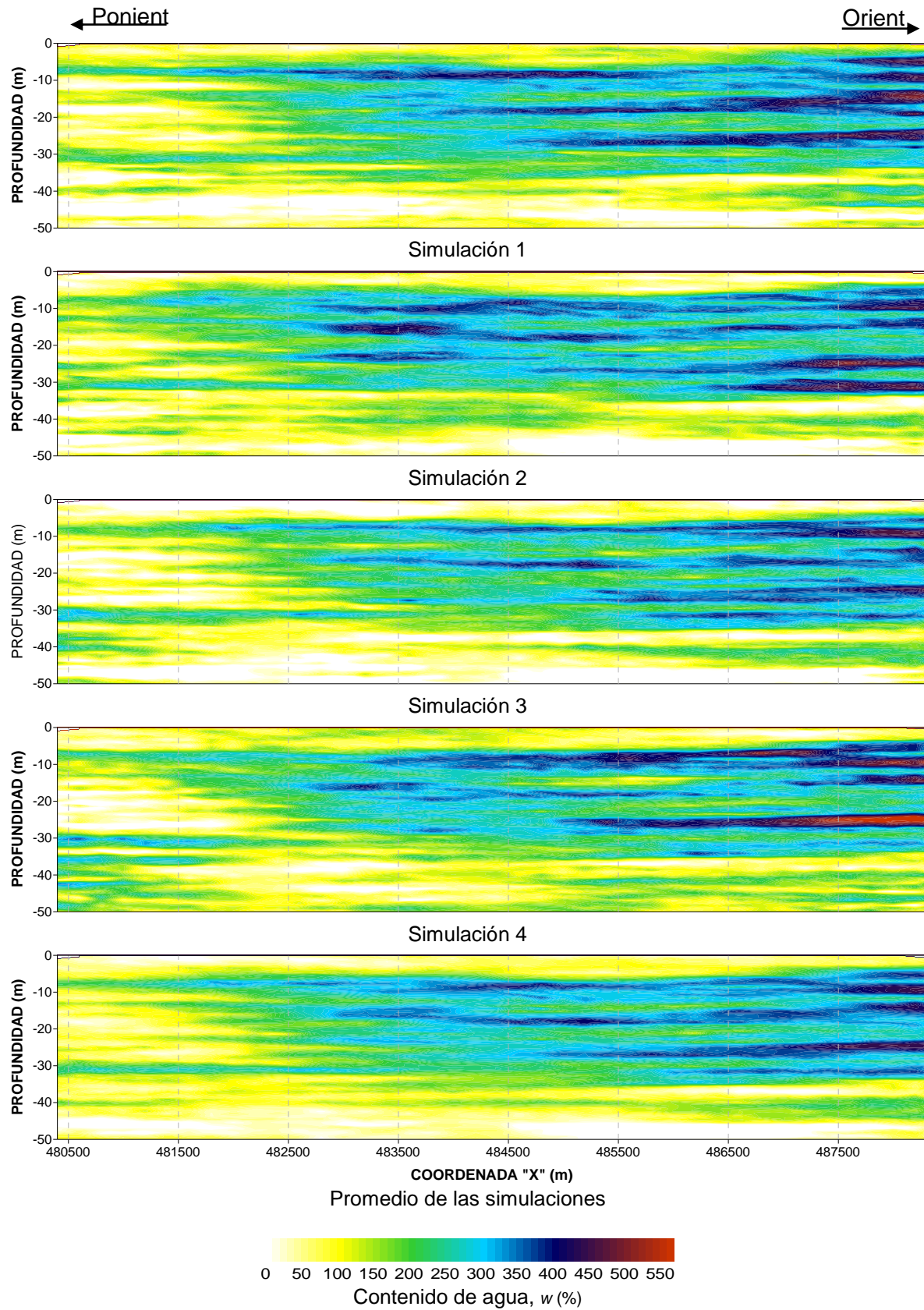


Figura 4.111. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 1, zona poniente.

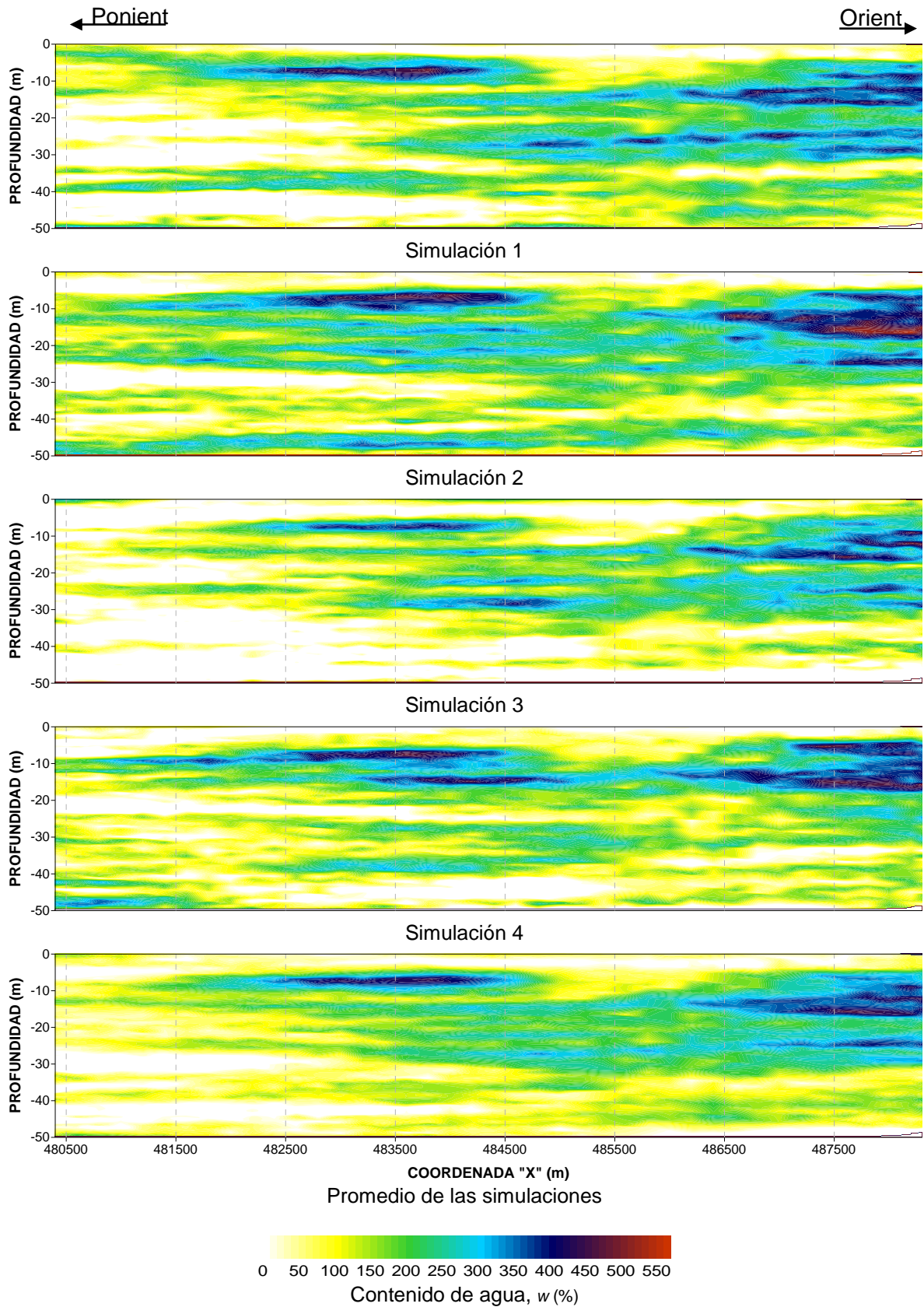


Figura 4.112. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 2, zona poniente.

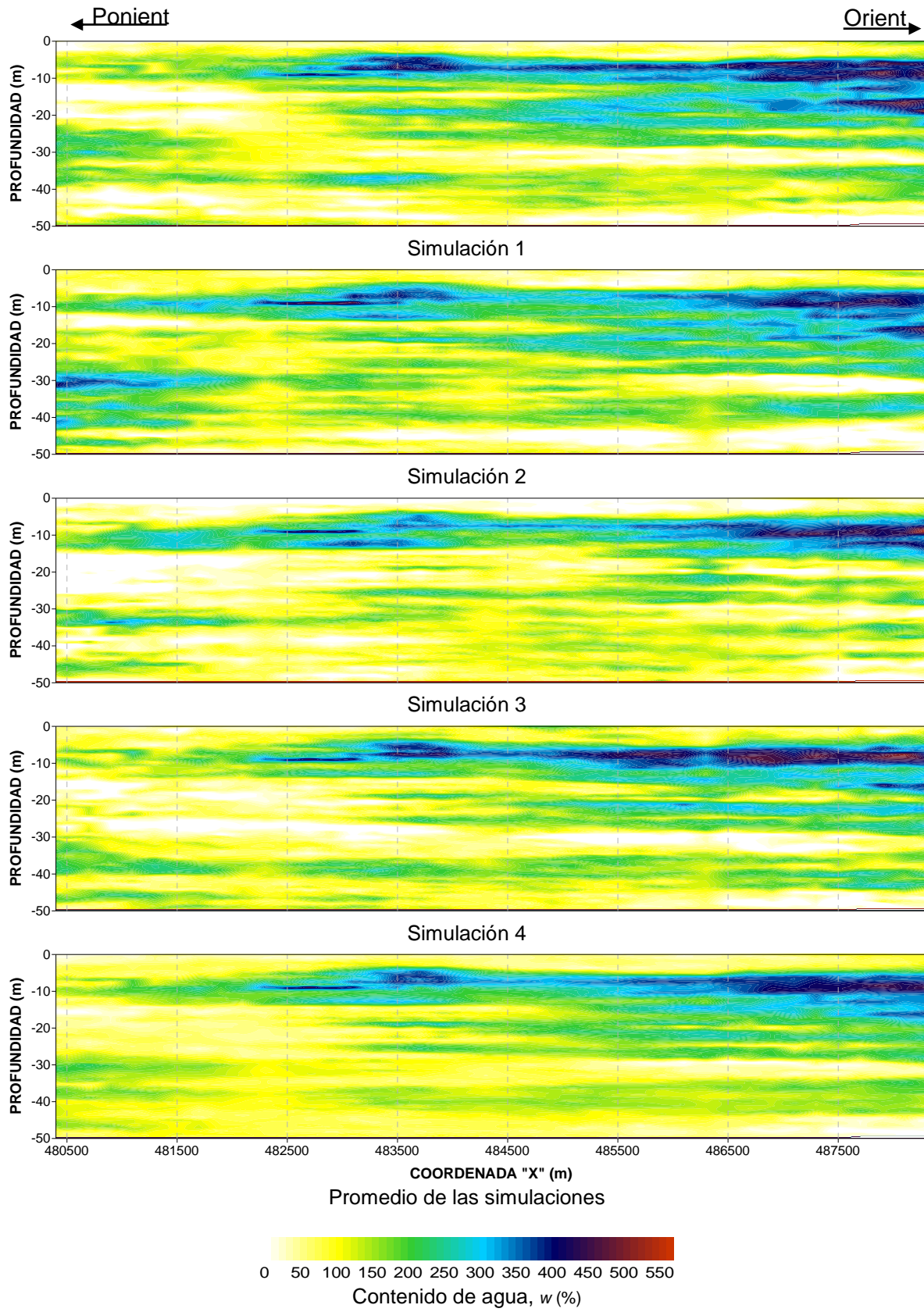


Figura 4.113. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 3, zona poniente.



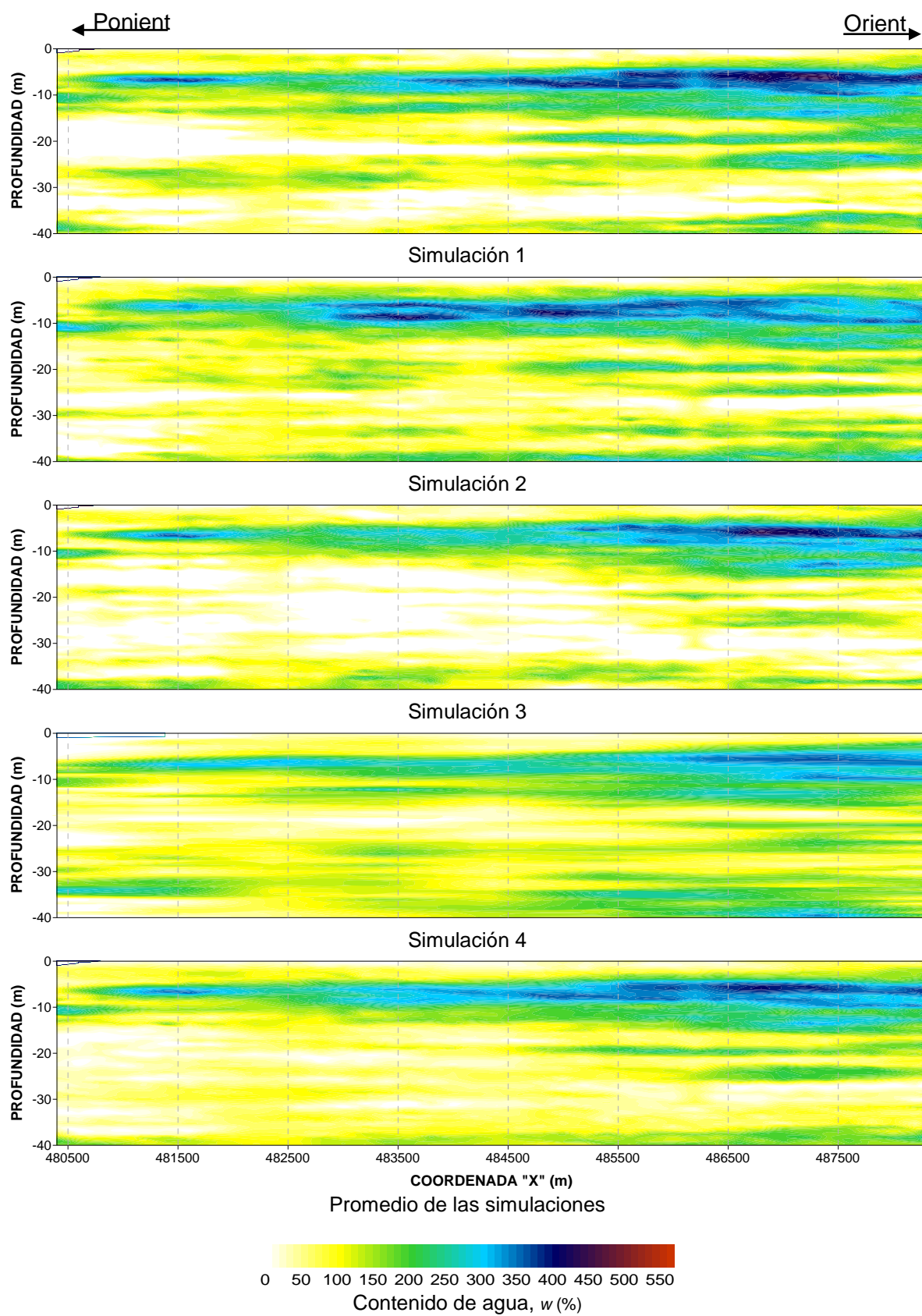


Figura 4.114. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 4, zona poniente.

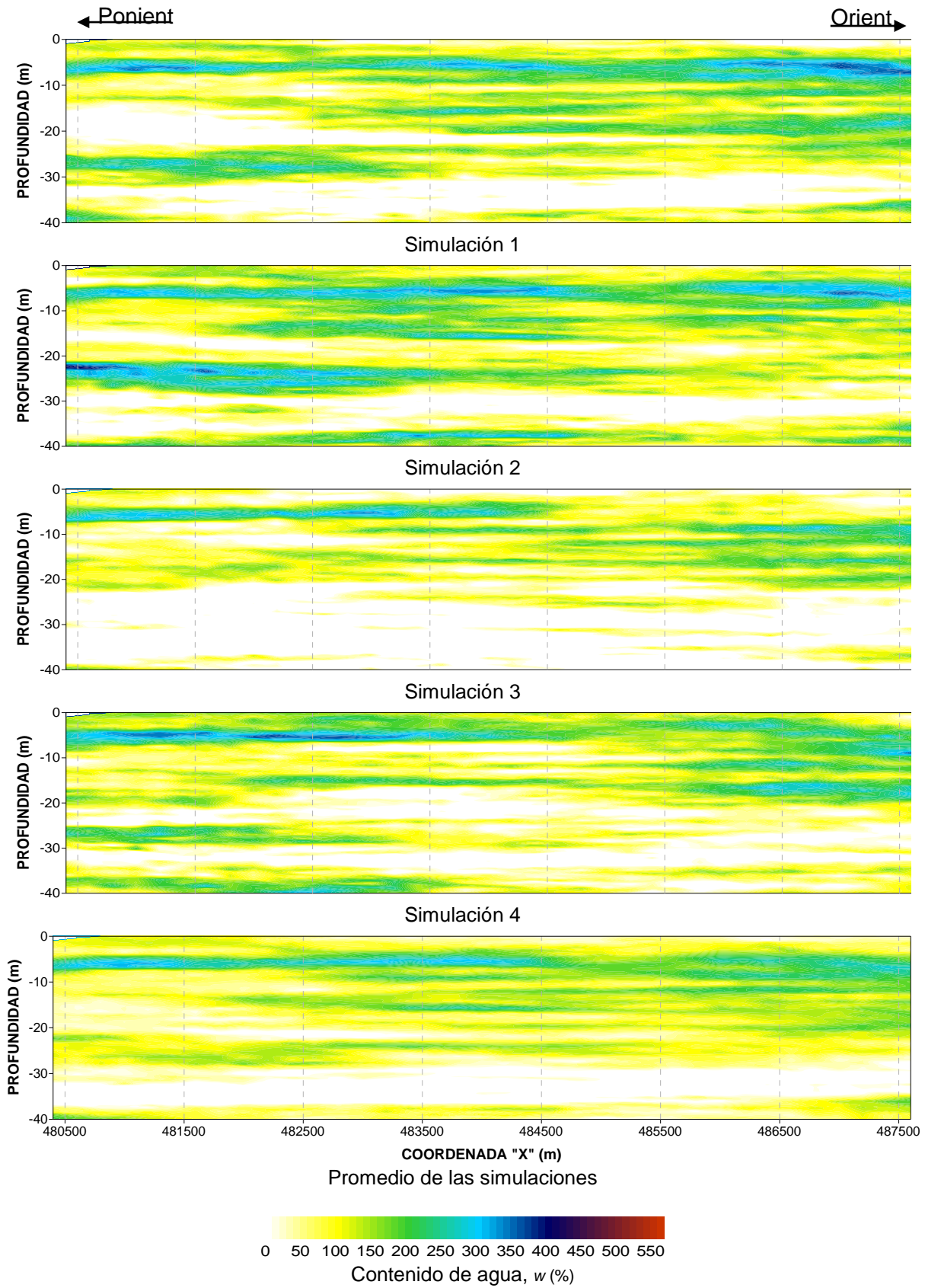


Figura 4.115. Simulaciones del contenido de agua sobre el eje 5, zona poniente.

### Validación de la estimación

Para evaluar la consistencia de los resultados, se aplicó la técnica de validación cruzada en los perfiles 4270 y 1245 de la fig. 4.116. Los valores de contenido de agua se estiman a cada 0.25m, empleando los mismos modelos de correlación espacial pero retirando los datos de los perfiles que se estiman, los resultados se presentan en la fig. 4.116, donde se observa una aproximación aceptable entre los valores estimados y los valores medidos, por tanto, se acepta la consistencia del método de interpolación.

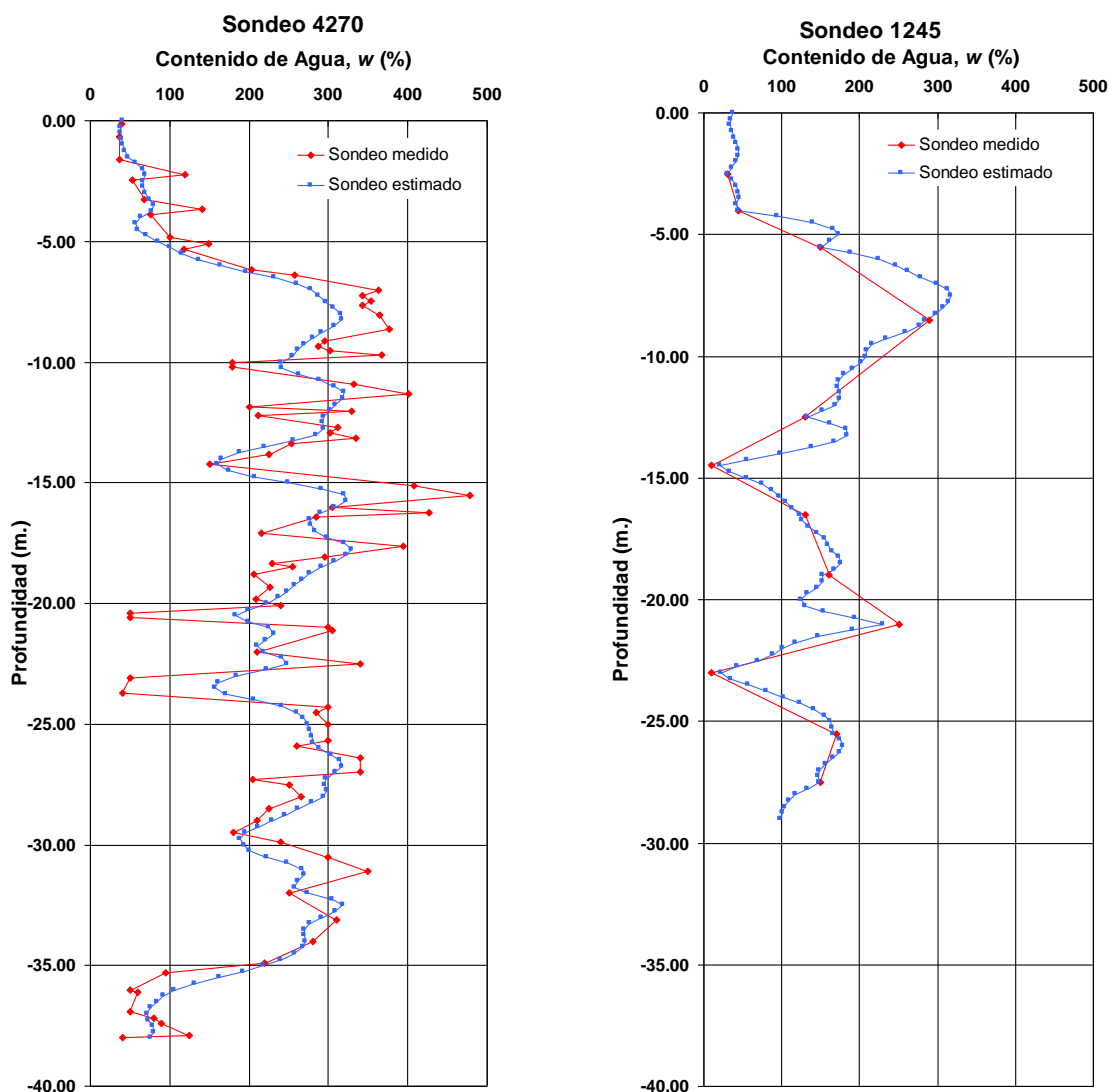


Figura 4.116. Perfiles de validación cruzada de contenido de agua, zona poniente.

### Interpretación de los resultados

En las secciones transversales estimadas de contenido de agua de las figs. 4.97 a 4.107 se observa que los valores de contenido de agua varían de 0% a más de 500%. De acuerdo con la escala, se aprecia una disminución de la magnitud de la propiedad en la dirección oriente-poniente y sur-norte, es decir, la magnitud tiende a disminuir hacia la zona de lomas.

De manera general, en las secciones transversales de desviación estándar de las figs. 4.96(b) a 4.106(b) se observa que los valores de contenido de agua estimados en puntos próximos a datos experimentales se reduce la incertidumbre (columnas o bulbos de color claro) y en puntos más alejados de los datos experimentales la desviación estándar es mayor (regiones de color oscuro), es decir, entre más alejado este un valor estimado de un dato experimental, la estimación será menos confiable. Asimismo, en las secciones estimadas se observa que los valores de contenido de agua estimados son aproximados a los valores medidos que muestran los perfiles geotécnicos.

En la zona del centro histórico de la ciudad (fig. 4.107), se observan estratos superficiales con valores bajos de contenido de agua y espesor superior a 10 m, esto se debe a la presencia de los rellenos arqueológicos.

Con base en la escala de valores de contenido de agua y su correspondencia con el tipo de material, es posible inferir la distribución de las formaciones típicas, teniendo en color verde y azul regiones con altos valores de contenido de agua correspondiente a materiales arcillosos de alta compresibilidad (FAS y FAI), y en color amarillo y blanco regiones con valores menores a 100 % propios de lentes arenosas y estratos resistentes (CS, CD, y DP), como se indica en la fig. 4.117.

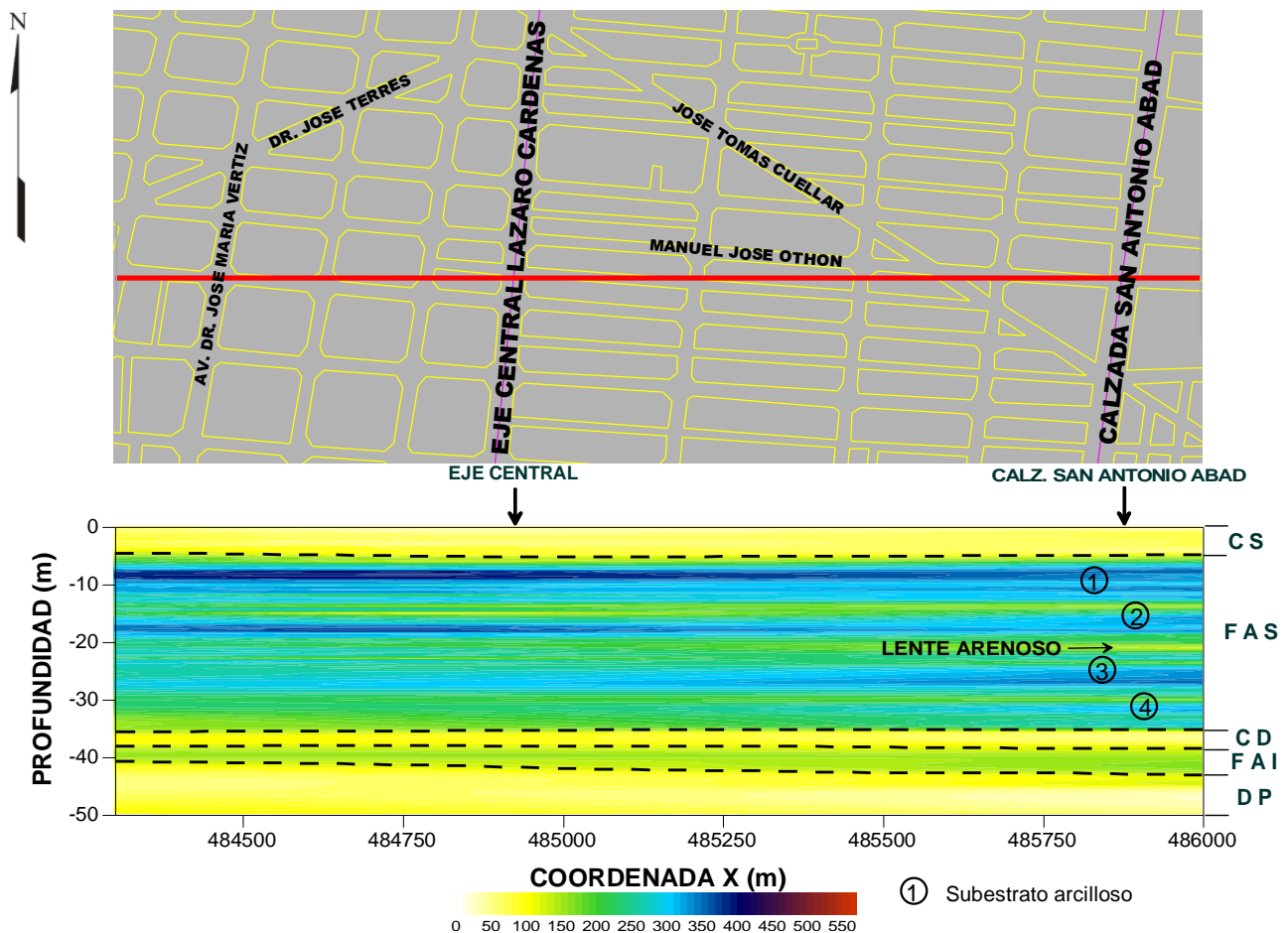


Figura 4.117. Interpretación estratigráfica de las secciones transversales estimadas de w.

Asimismo, hacia el sur-oriente de la zona analizada se identifican dentro de la FAS valores de contenido de agua menores a 100% que contrastan con los altos contenidos de agua típicos de los materiales arcillosos, estos bajos valores de contenido de agua corresponden a lentes arenosos llamados indicadores que dividen la FAS en cuatro substratos (fig. 4.117).

De los cortes de contenido de agua estimados también se observa que hacia el norte y el poniente, existe un incremento en la intercalación de materiales aluviales (arenas, limos y gravas) con materiales de origen lacustre (arcillas), dando origen a una estratigrafía muy heterogénea, característica de la zona de transición.

En los cortes simulados se observa que los valores de contenido de agua se incrementan en dirección sur-oriente, hacia el centro de la ciudad, en donde valores simulados llegan a ser mayores a 500%, lo anterior permite identificar estratos altamente compresibles y de baja resistencia al esfuerzo cortante potencialmente críticos que pueden influir desfavorablemente en comportamiento de las construcciones. Así mismo, en los cortes simulados también se identifican zonas con bajos valores de contenido de agua, característicos de la CS, CD y DP.

La heterogeneidad del subsuelo que se presenta hacia el poniente y hacia el norte, se refleja en la distribución caótica de contenido de agua en los cortes simulados por lo que es difícil identificar zonas de valores críticos. Sin embargo, de forma general se observa que los valores simulados tienden a ser menores de 100%.

#### *4.4.2.2 Análisis de la distribución espacial del espesor de la FAS*

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

De acuerdo con la teoría de los campos aleatorios, el espesor de la FAS se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=2$  (área de estudio). El conjunto de valores del espesor de la FAS medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.118 se muestra el área de estudio de 210 km<sup>2</sup> y la distribución espacial de los sondeos empleados para el análisis. En la misma figura, se observa que de acuerdo con el mapa de zonificación geotécnica de las NTC-DCC (GDFb, 2004), el área de estudio incluye parte de las zonas de lago, transición y lomas.

Los datos de espesor de la FAS se obtienen mediante la caracterización de los sondeos disponibles e integrados en el SIG-SG. Es importante aclarar que tomando en cuenta la variación de las propiedades del subsuelo, a través del tiempo, se consideró incorporar únicamente sondeos realizados de 1990 a 2010, resultando un total de 231 sondeos.

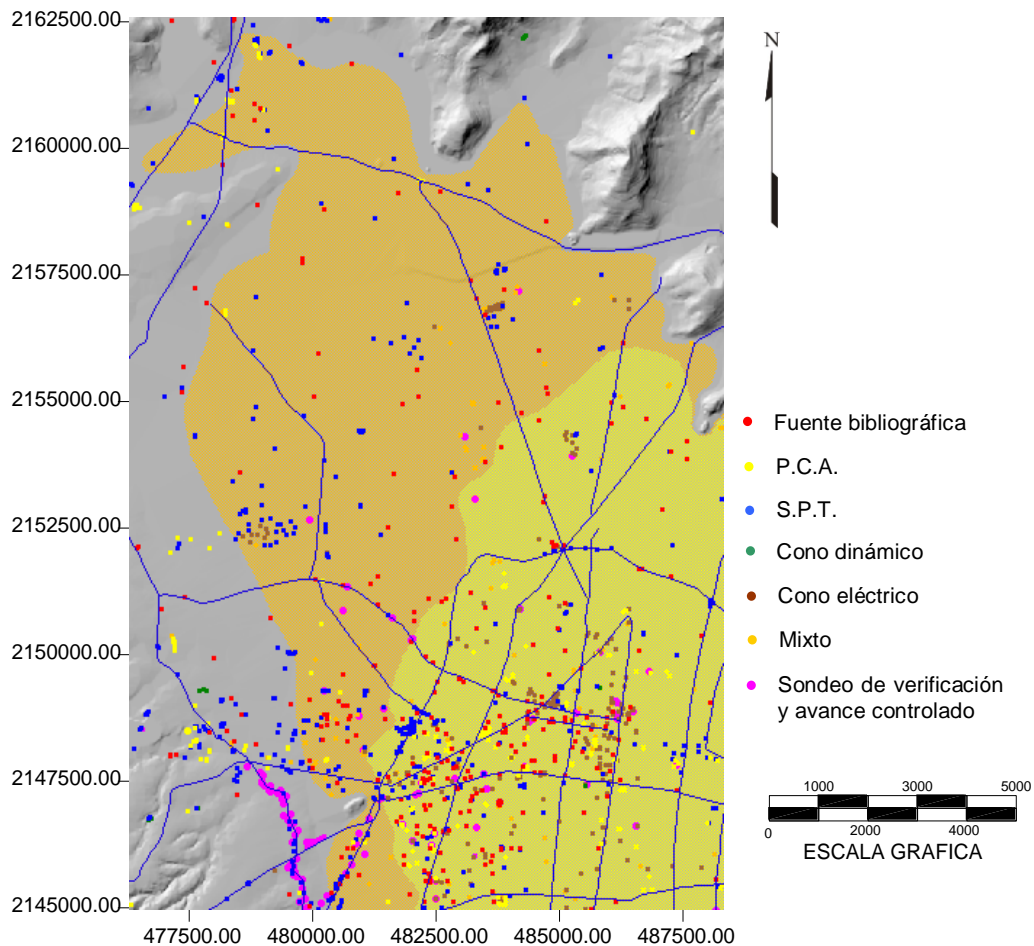


Figura 4.118. Distribución de datos del espesor de la FAS, zona poniente.

*Análisis estadístico*

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad se estiman los principales parámetros estadísticos del espesor de la FAS, presentados en la tabla 4.22.

Tabla 4.22. Parámetros estadísticos del espesor de la FAS, zona poniente.

Parámetro	Valor
No. de datos	231
Media, $m(m)$	16.01
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	78.592
Desviación estándar, $S(m)$	8.865
Coefficiente de variación, $CV$	0.553

El histograma y el polígono de frecuencias de la fig. 4.119, muestran la variabilidad de los datos del espesor de la FAS. En la misma figura se observa una distribución bimodal con frecuencias mayores en las clases de 10 a 15 y de 20 a 25m.

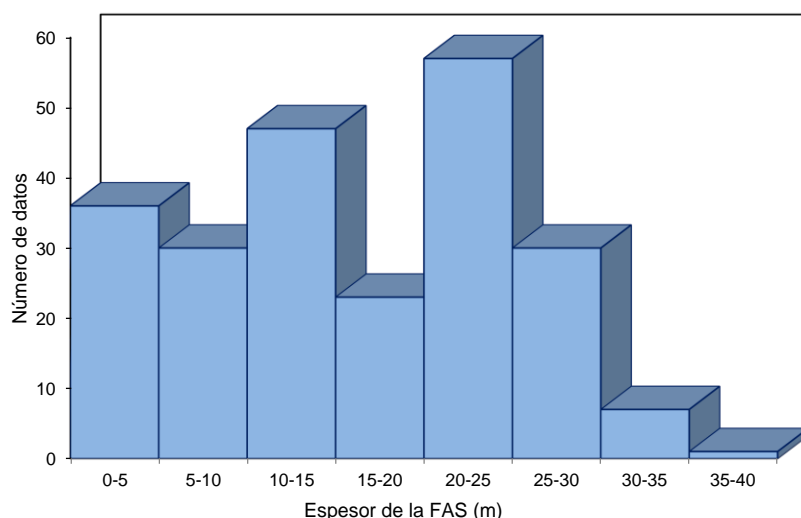


Figura 4.119. Histograma de los datos del espesor de la FAS, zona poniente.

### *Análisis de correlación espacial*

Para identificar si el campo aleatorio definido como el espesor de la FAS es o no estacionario se realiza un análisis de regresión lineal, obteniendo así un plano de regresión representado por la ecuación lineal  $V(X) = ax + by + c$ ; para este caso, los coeficientes de regresión lineal caso resultan:  $a = 0.00231314$ ;  $b = -0.00084024$ ;  $c = 705.785982$ . Con los estos coeficientes se calcula y se representa gráficamente el plano de regresión lineal (fig. 4.120).

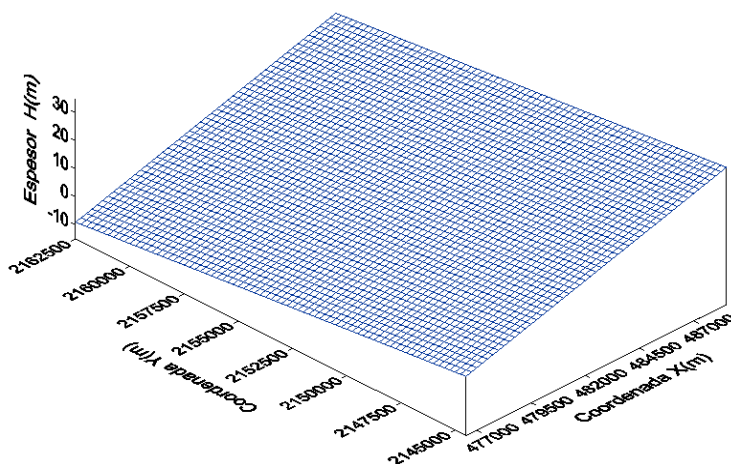


Figura 4.120. Plano de regresión lineal del espesor de la FAS, zona poniente.

En la figura anterior, tendencia indica que el mayor espesor de la FAS se ubica en el centro de la ciudad de México y reduce progresivamente hacia el norponiente donde se encuentra la *Sierra de Guadalupe*. Esta tendencia se toma en cuenta en el análisis de correlación espacial.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$ , el cálculo se realiza con un paso de cálculo de 100m hasta una distancia máxima de separación de 2000m en las cuatro direcciones (fig. 4.121). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.23.

Tabla 4.23. Distancias de correlación del espesor de la FAS, zona poniente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	900
Az = 45°	700
Az = 90°	900
Az = 135°	1200

Los modelos de correlación espacial se obtienen ajustando la misma función de tipo exponencial simple a los correlogramas experimentales direccionales y empleando las distancias de correlación de la tabla 4.23 (fig. 4.121).

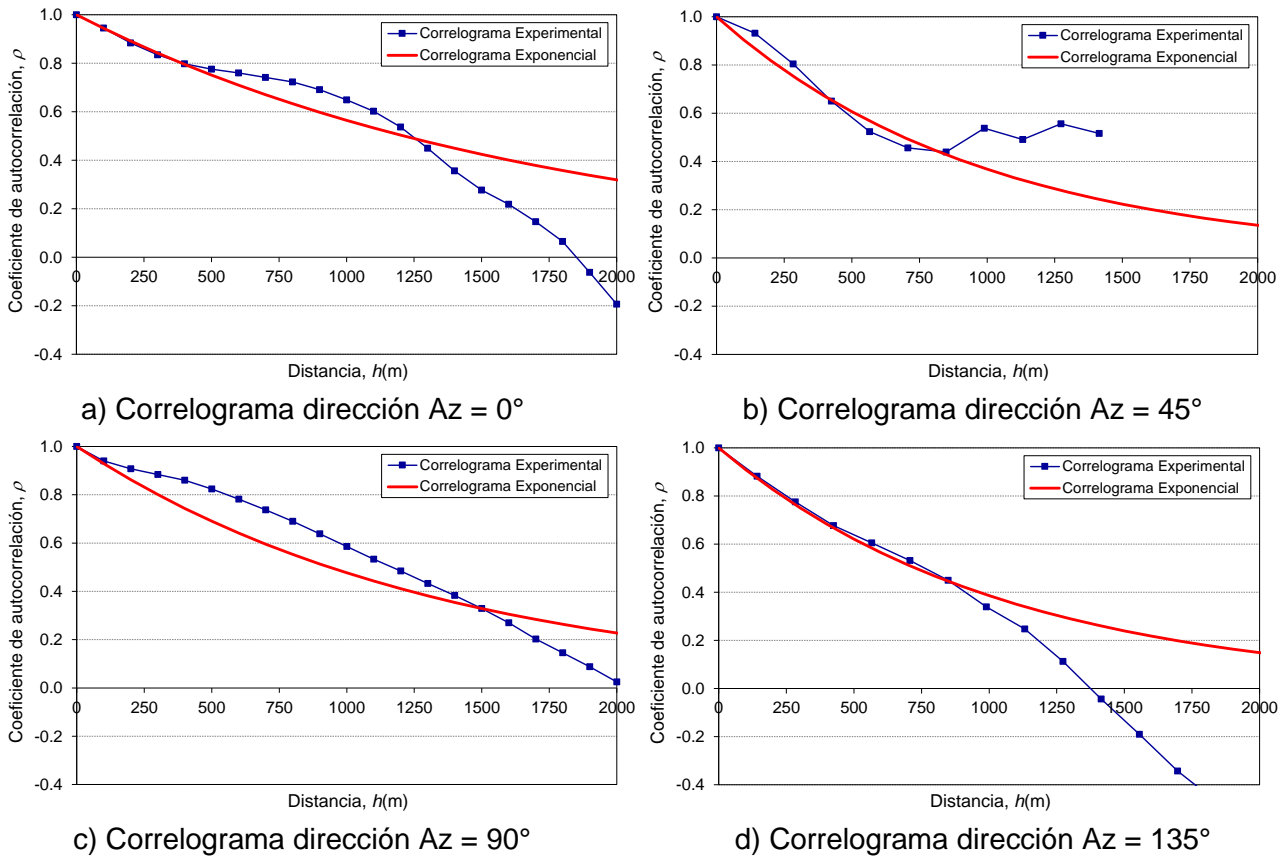


Figura 4.121. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona poniente.

Con las distancias de correlación direccionales estimadas (tabla 4.23) se construyen las elipses de anisotropía del campo en estudio (fig. 4.122), considerando direcciones perpendiculares entre sí. Estas elipses representan la variabilidad espacial del campo aleatorio.

De acuerdo con lo anterior, en forma conservadora se elige emplear la elipse con distancias de correlación intermedias que corresponden a las direcciones Az = 0° y Az = 90° ( $\delta = 900$  en los dos casos), por lo que, bajo esta condición, el campo se considera isotrópico. Para la estimación se utilizan conservadoramente la elipse de anisotropía constituida por las distancias de correlación más cortas, en este caso es la que corresponde a las direcciones de 0° y 90°, con distancias de correlación de 900m en ambas direcciones.



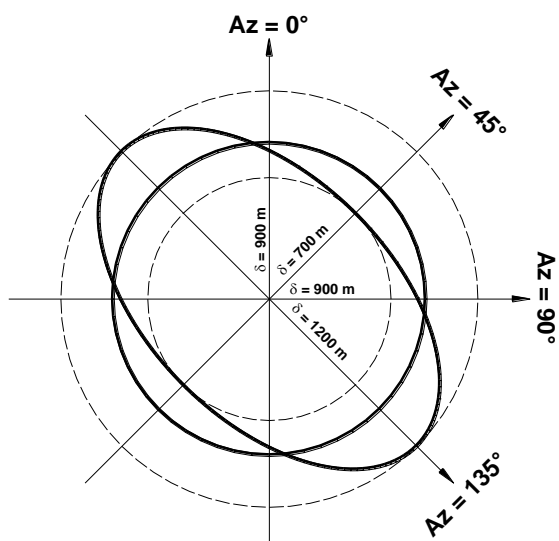


Figura 4.122. Elipses de anisotropía del espesor de la FAS, zona poniente.

### *Predicción*

La estimación del espesor de la FAS se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, empleando los datos del campo residual y las distancias de correlación anteriormente definidas. La malla de estimación se define considerando a las coordenadas  $X = 476300$  y  $Y = 2144900$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de 100m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), el número de puntos estimados en la dirección horizontal es de 122 y en la dirección vertical de 175.

Dado que los valores estimados corresponden a un campo residual, se regresan la tendencia al campo resultante (estimado) para obtener los valores reales de la estimación puntual, asimismo, la desviación estándar de estimación, que representa la incertidumbre de la propia estimación, no tiene ninguna modificación.

### *Visualización*

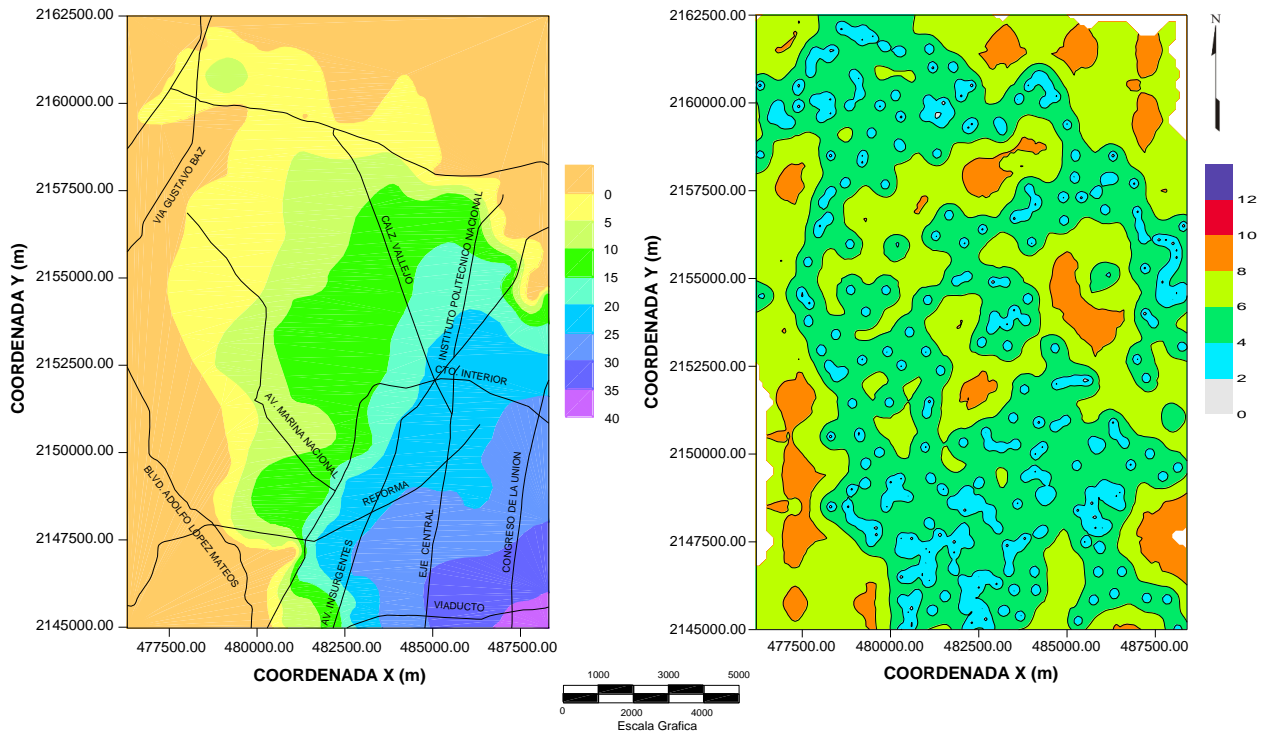
Para la interpretación de los resultados numéricos de la estimación, se recurre a la técnica de mapeo para construir un mapa de contornos del espesor de la FAS estimada y otro de la desviación estándar de estimación, mostrados en la fig. 4.123. Otra forma de representar los valores estimados es mediante un modelo de superficie en perspectiva (fig. 4.124).

### *Interpretación de los resultados*

A partir del mapeo de valores estimados (fig. 4.123 y 4.124), se observa que el espesor de la FAS se incrementa en dirección NW-SE y tienden a disminuir hacia las serranías del norte y poniente, donde la FAS desaparece totalmente. Al norte y poniente del área de estudio, se encuentra el menor espesor de la FAS y aumenta considerablemente hacia el sur-oriente, alcanzando un espesor aproximado de 38.16m.

En el modelo de superficie de la fig. 4.124 se observa una depresión en la zona del centro histórico de la ciudad de México debida a la disminución de los valores del espesor de la FAS,

esto se debe al efecto de consolidación bajo la acción de las cargas impuestas al subsuelo desde épocas precolombinas y al hundimiento regional provocado por la sobreexplotación de agua. En la zona del cerro del Tepeyac, el espesor de la FAS disminuye rápidamente dando origen a una zona de transición abrupta que provoca asentamientos diferenciales considerables y grietas a tensión en el suelo que dañan las construcciones. Un ejemplo de estos efectos es lo ocurrido a la antigua basílica de Guadalupe que presenta grandes desplomos y agrietamiento en muros y fachada.



a) Contornos de la estimación                      b) Contornos de la desviación estándar de estimación  
 Figura 4.123. Mapa de contornos del espesor estimado de la FAS, zona poniente.

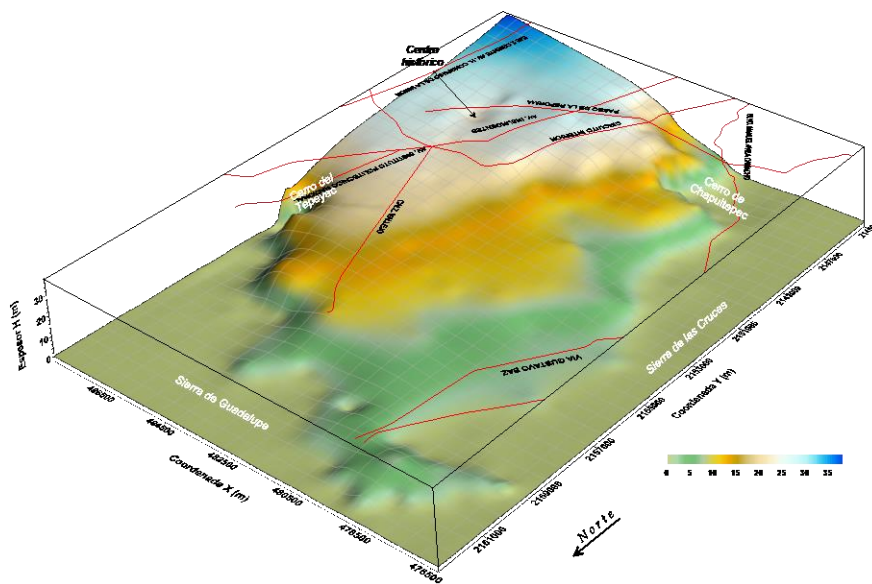


Figura 4.124. Superficie del espesor estimado de la FAS, zona poniente.

### 4.4.2.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD

#### Definición del dominio del campo aleatorio

De acuerdo con la teoría de los campo aleatorios, los valores la profundidad de la frontera superior de la CD se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores de la profundidad de la CD medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio.

El análisis se realiza dentro del área lacustre, fig. 4.125, que de acuerdo con el mapa de zonificación geotécnica de las NTC-DCC (GDFb, 2004) incluye parte de las zonas de lago, transición y una baja porción de la zona de lomas. Los datos que sirven de soporte para estimar la profundidad de la CD corresponden a 189 sondeos realizados de 1990 a 2009, al reducir el intervalo de tiempo se reduce el número de datos.

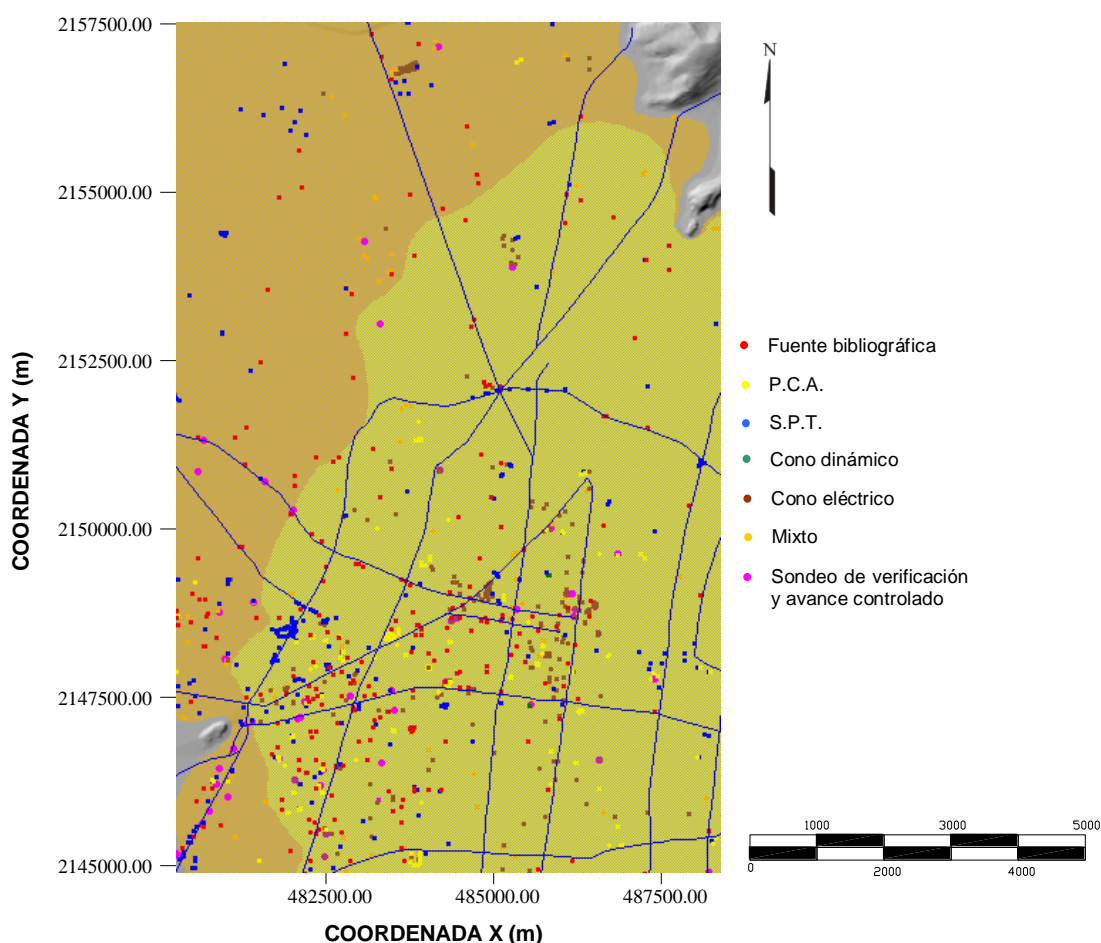


Figura 4.125. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona poniente.

En las zonas de transición se debe poner especial atención en la caracterización de esta formación geológica debido a que puede confundirse con los DP en zonas donde la CD y la FAI desaparecen, no obstante, las dos formaciones son de diferente origen geológico y deben ser consideradas por separado.

*Descripción estadística*

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad sobre la realización del campo aleatorio se estiman los principales parámetros estadísticos que se muestran en la tabla 4.24.

Tabla 4.24. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona poniente.

Parámetro	Valor
No. de datos	189
Media, $m(m)$	25.9
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	67.04
Desviación estándar, $S(m)$	8.19
Coefficiente de variación, $CV$	0.316

En el histograma de los datos de la profundidad de la CD, fig. 4.126, se observa que el rango es de 32m, la distribución de las frecuencias es bimodal teniendo las mayores frecuencias en las clases de 12 a 16 y de 32 a 36m.

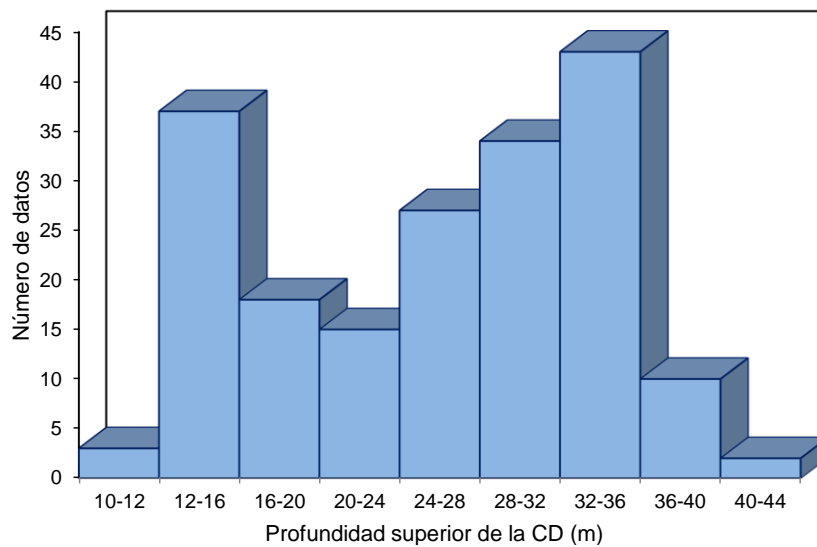


Figura 4.126. Histogramas de datos de la profundidad de la CD, zona poniente.

*Análisis de correlación espacial*

El análisis de tendencia del conjunto de datos de la profundidad de la CD da como resultado los siguientes los coeficientes de regresión lineal:  $a = 0.00284656$ ;  $b = -0.00155302$ ;  $c = 1985.654190$ .

A partir de los coeficientes de regresión lineal anteriores y la ecuación  $V(X) = ax + by + c$ , se grafica el plano de regresión lineal de la fig. 4.126, en donde se identifica que el campo no es estacionario. La tendencia indica que la CD se encuentra más superficialmente a lo largo de la Sierra de las Cruces y se profundiza hacia el centro dela ciudad. Esta tendencia se toma en cuenta en el análisis de correlación espacial.

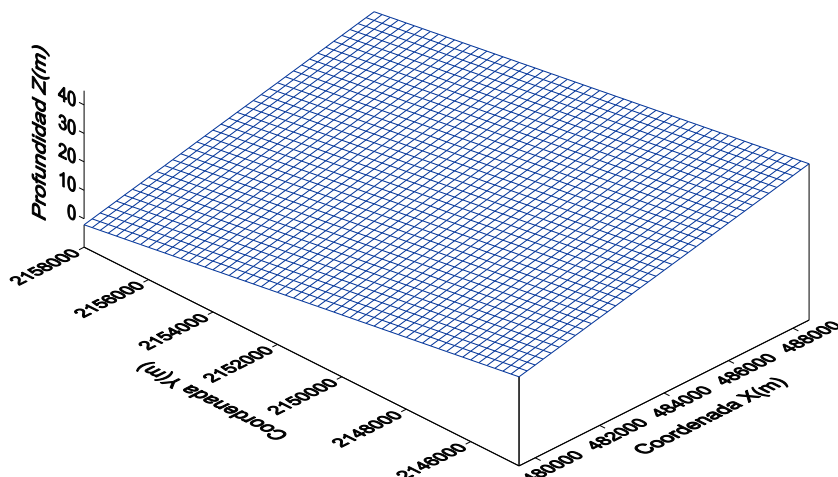


Figura 4.127. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona poniente.

#### Correlogramas experimentales

El análisis de correlación de la profundidad de la CD se realizó en cuatro direcciones preferenciales,  $Az = 0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , con un paso de cálculo de 100m y una distancia de separación máxima de 2000m en las cuatro direcciones. En la fig. 4.128 se muestran los correlogramas experimentales del campo residual (estacionario). A partir de los correlogramas experimentales del campo residual se obtienen las distancias de correlación para la profundidad de la CD que se muestran en la tabla 4.25.

Tabla 4.25. Distancias de correlación de la profundidad de CD, zona poniente.

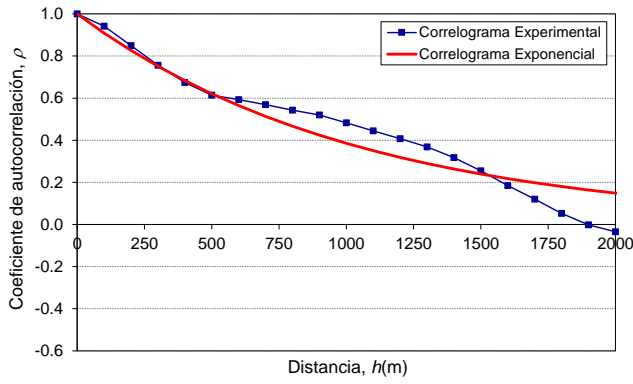
Dirección (grados)	$\delta$ (m)
$Az = 0^\circ$	2100
$Az = 45^\circ$	2000
$Az = 90^\circ$	1400
$Az = 135^\circ$	1600

Los modelos de correlación espacial se obtienen empleando las distancias de correlación de la tabla 4.25 y recurriendo a la misma función de tipo exponencial simple (fig. 4.128).

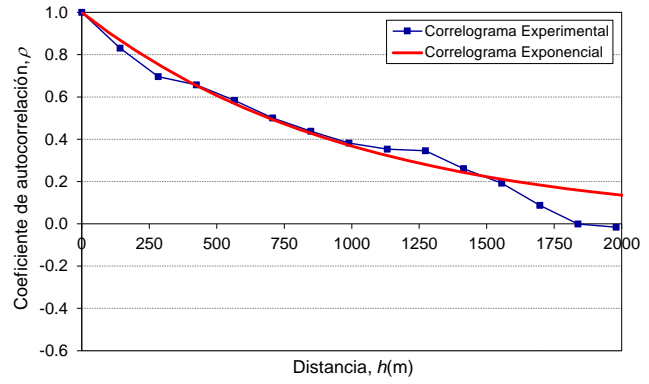
Las elipses de anisotropía para la profundidad de la CD construidas a partir de las distancias de correlación de la tabla 4.25 se muestran en la fig. 4.129.

Considerando como estructuras independientes las dos elipses de la fig. 4.129, los coeficientes de anisotropía para cada elipse son de 0.67 considerando como dirección principal  $Az = 0^\circ$  y de 0.8 considerando como dirección principal  $Az = 45^\circ$ .

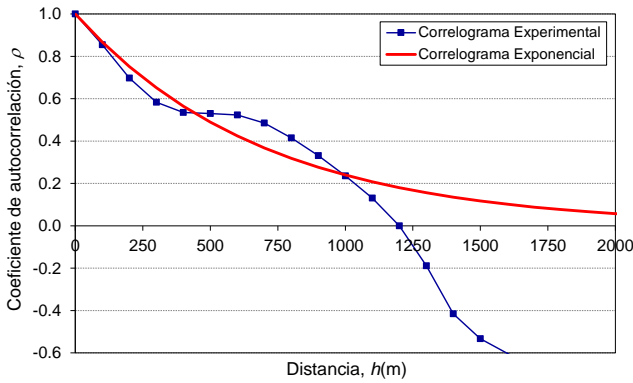
Con base en lo anterior, de forma conservadora se consideran las distancias de correlación intermedias  $\delta = 2000$ m correspondiente a la dirección  $Az = 45^\circ$  y  $\delta = 1600$ m correspondiente a la dirección  $Az = 135^\circ$ .



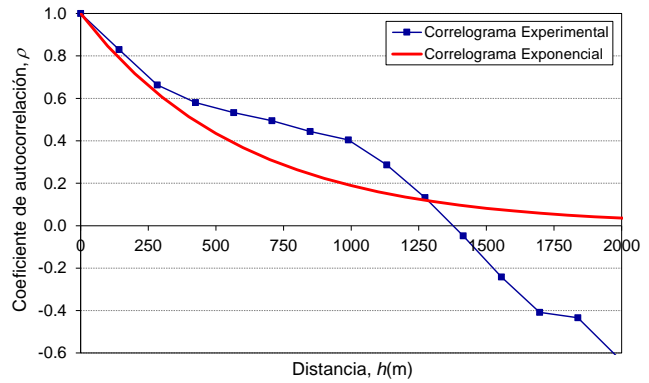
a) Correlograma dirección  $Az = 0^\circ$



b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$



c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$



d) Correlograma dirección  $Az = 135^\circ$

Figura 4.128. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona poniente.

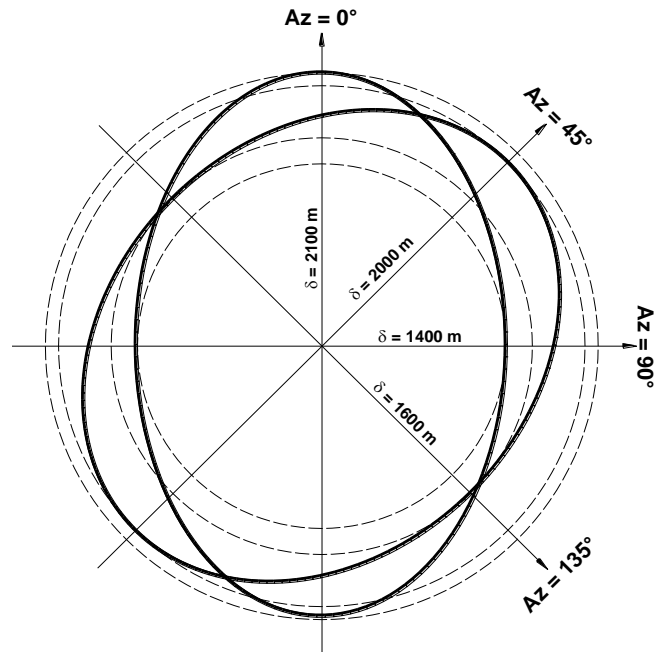


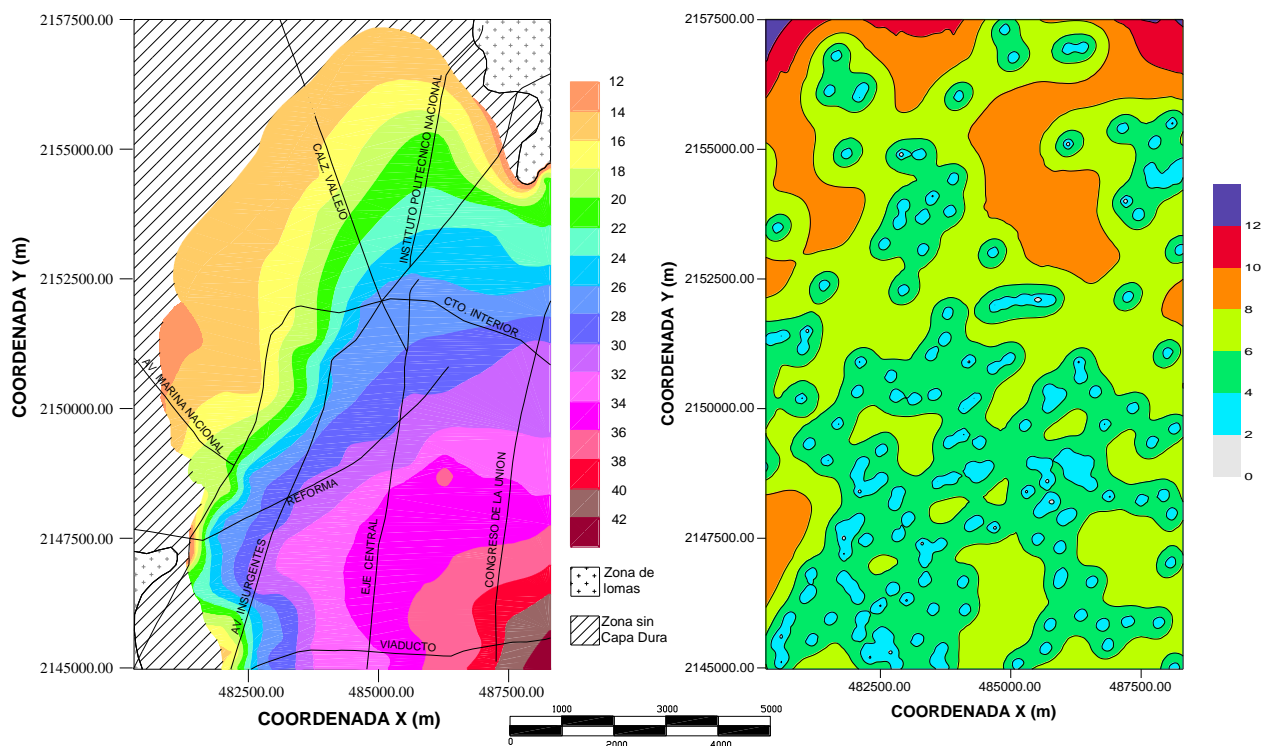
Figura 4.129. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona poniente.

### Estimación

La estimación de profundidades de la CD se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, empleando los datos del campo residual y las distancias de correlación anteriormente definidas, siendo estas de  $\delta=2000\text{m}$  para la dirección  $Az = 45^\circ$  y  $\delta = 1600\text{ m}$  para  $Az = 135^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando a las coordenadas geográficas  $X = 480300$  y  $Y = 2144900$  como punto inicial, la separación entre los puntos de la malla es de  $100\text{ m}$  en las direcciones vertical y horizontal, el número de puntos estimados en la dirección vertical es de  $127$  y en la dirección horizontal de  $82$ . Al igual que para el caso del espesor de la FAS es necesario regresar la tendencia al campo estimado para obtener los valores finales de la estimación.

### Mapeo

Para una fácil interpretación de los valores puntualmente estimados de la profundidad de CD, se recurre a la técnica de mapeo para la construcción de mapas de contornos de la estimación y otro para la desviación estándar de estimación, estos mapas se muestran en la fig. 4.130. Así también, los resultados de la estimación se representan mediante un modelo de superficie en perspectiva donde la coordenada Z es la profundidad de la CD (fig. 4.131).



a) Contornos de la estimación

b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.130. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona poniente.

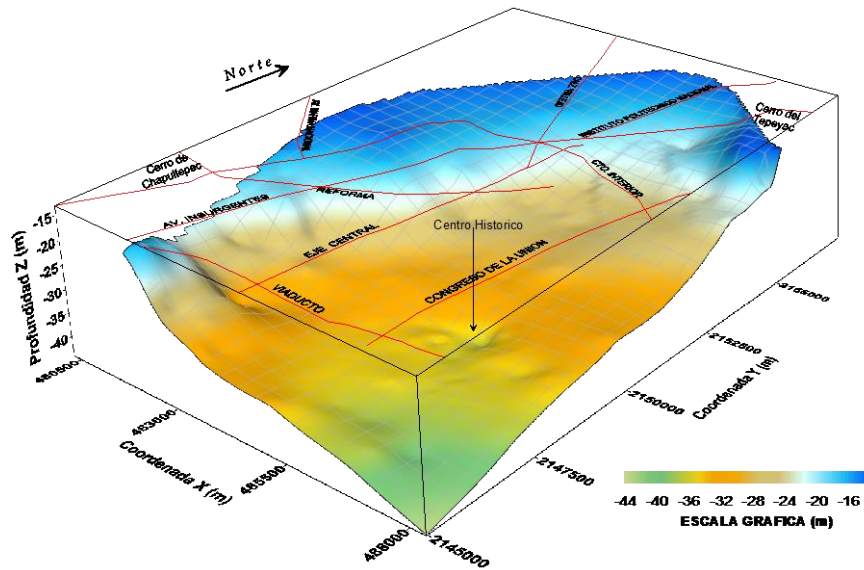


Figura 4.131. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona poniente.

#### *Interpretación de los resultados*

En las figs. 4.130 y 4.131 se observa que la profundidad de la CD tiene a incrementarse en dirección NW-SE. De acuerdo con los valores estimados se tiene que la profundidad máxima es de 44.2m y la mínima de 12m en la cercanía de los cerros del Tepeyac y de Chapultepec.

En la zona de transición, se dificulta la caracterización de la CD debido a la fuerte heterogeneidad de los materiales, destacando la intercalación de lentes duros y material de origen aluvial dentro de la FAS con espesores similares a los de la CD.

En la fig. 4.130(a) se indica un área dentro de la zona de transición donde no existe CD, dado que esta desaparece gradualmente después de intersectar los DP.

En la zona centro de la ciudad se observa que la profundidad de la CD (36m) es mayor con respecto a los valores que se presentan en la cercanía, esto se debe a que en esta zona donde tiene su origen la Ciudad de México, se encuentran los rellenos artificiales de espesor considerable que producen un aumento de carga en la superficie al igual que el peso de las primeras edificaciones construidas en esta zona. Dicho incremento de carga aparentemente ha afectado a la FAI, lo que puede explicar la existencia de esta depresión.

#### **4.4.2.4 Distribución espacial del espesor de la FAI**

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

De acuerdo con la teoría de los campos aleatorios, los valores del espesor de la FAI se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=2$  (área de estudio). El conjunto de valores del espesor de la FAI medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.132 se muestra la distribución de los 102 sondeos empleados para el análisis, los sondeos fueron realizados entre 1990 y 2010 la profundidad de exploración alcanza los DP. El área de estudio tiene una superficie aproximada de 100.2km<sup>2</sup>.



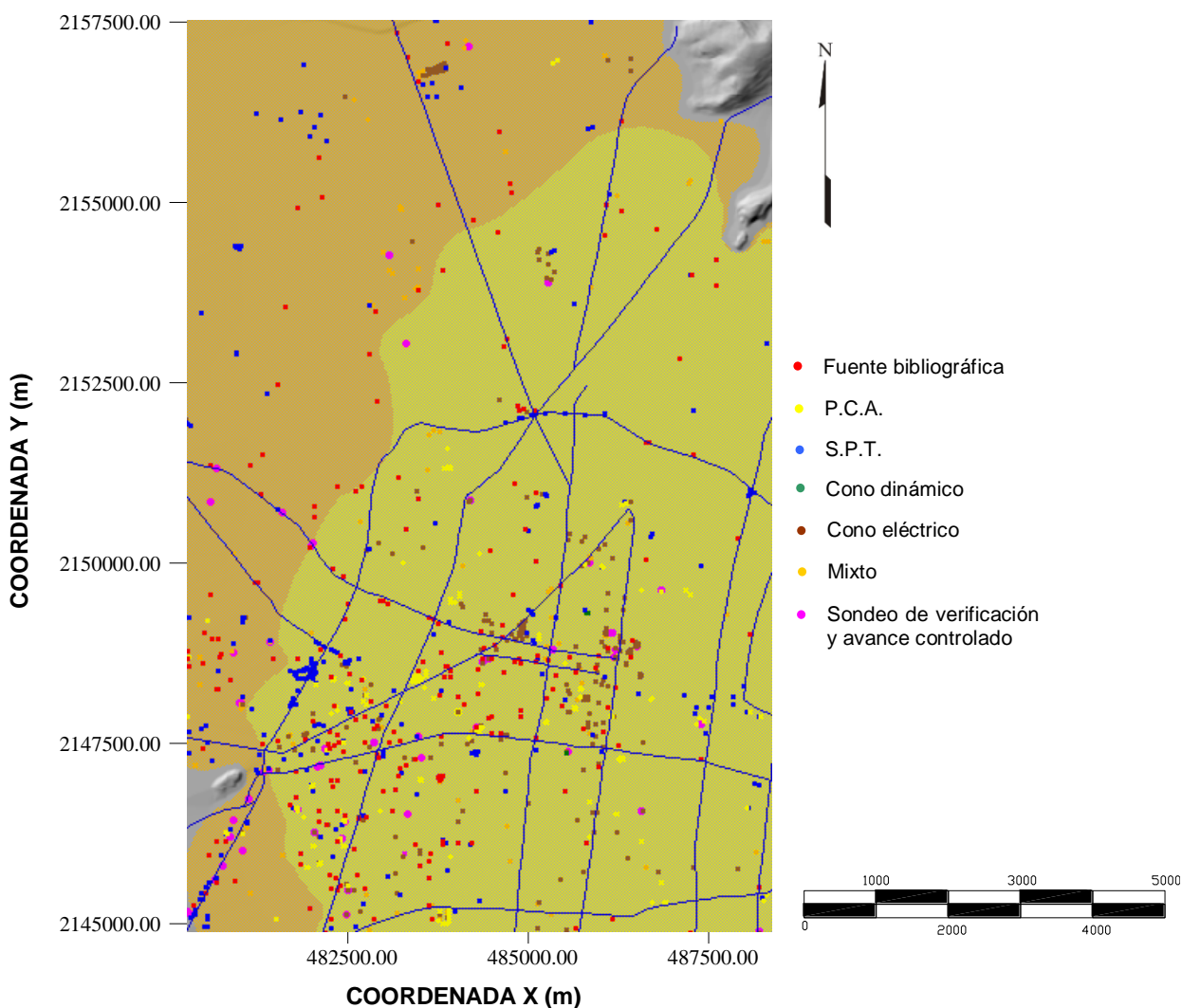


Figura 4.132. Distribución de datos del espesor de la FAI, zona poniente.

#### Descripción estadística

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad sobre la realización del campo aleatorio se estiman los principales parámetros estadísticos presentados en la tabla 4.26.

Tabla 4.26. Parámetros estadísticos del espesor de la FAI, zona poniente.

Parámetro	Valor
No. de datos	102
Media, $m(m)$	4.12
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	13.66
Desviación estándar, $S(m)$	102
Coefficiente de variación, CV	4.12

Para evaluar gráficamente la variabilidad de los datos del espesor de la FAI se construye un histograma y el polígono de frecuencias (fig. 4.133), donde se observa que la distribución tiene forma de "J" invertida, debido a la concentración de los datos en el intervalo de 0 a 2.

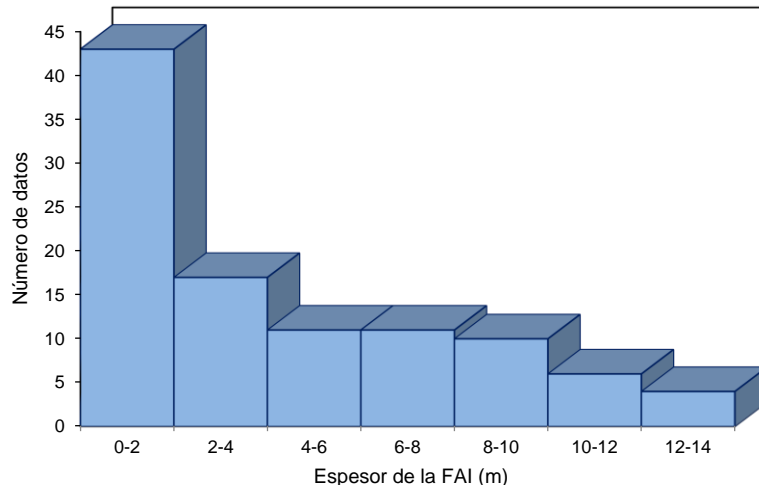


Figura 4.133. Histograma de datos del espesor de la FAI, zona poniente.

En la fig. 4.133 se observa una concentración de datos en las primeras clases, esto se debe a que los espesores más grandes se localizan en el centro de la ciudad. En general, la mayoría de los sondeos en la zona del centro de la ciudad no atraviesan por completo a esta formación arcillosa, lo que impide contar con datos precisos de su espesor.

*Análisis de correlación espacial*

Para identificar si el campo es estacionario o no estacionario, se realiza un análisis de regresión lineal del que resultan los siguientes los coeficientes:

$$a = 0.001315656; b = -0.00054000; c = 528.181560$$

Al sustituir los coeficientes de regresión lineal en la ecuación:  $V(X) = ax + by + c$ , se obtiene el plano de regresión lineal del conjunto de datos, fig. 4.134, donde se observa que el campo es no estacionario. La tendencia indica que el mayor espesor de la FAI se ubica en el centro de la ciudad de México y reduce significativamente en dirección NW, hacia donde se unen la *Sierra de las Cruces Guadalupe* y la *Sierra de Guadalupe*. Esta tendencia se toma en cuenta en el análisis de correlación espacial.

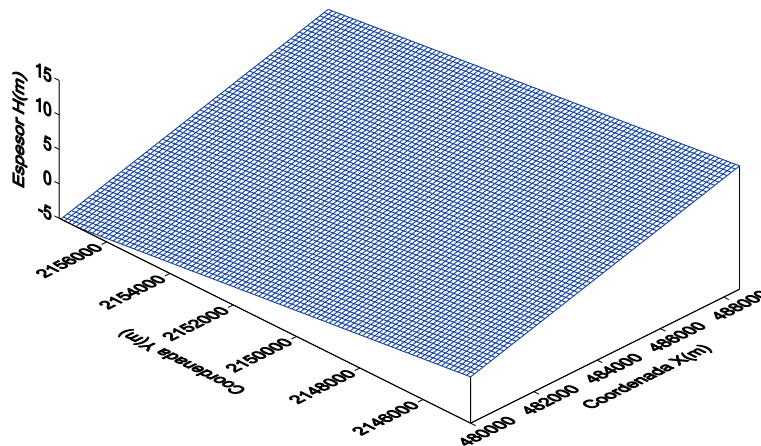


Figura 4.134. Plano de regresión lineal del espesor de FAI, zona poniente.

Procediendo de la misma forma que en los casos anteriores, se estiman los correlogramas experimentales en 4 direcciones preferenciales  $Az = 0^\circ$ ,  $Az = 90^\circ$ ,  $Az = 45^\circ$  y  $Az = 135^\circ$ , con un paso de cálculo de 100m hasta una distancia máxima de separación de 2000m en las cuatro direcciones. En la fig. 4.135 se presentan los correlogramas experimentales del campo no estacionario (con tendencia) y en la fig. 3.48 los del campo estacionario (sin tendencia).

Las distancias de correlación para la FAI obtenidas a partir de los correlogramas experimentales de la fig. 4.135 se presentan en la tabla 4.27.

Tabla 4.27. Distancias de correlación del espesor de la FAI, zona poniente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
$Az = 0^\circ$	2000
$Az = 45^\circ$	1800
$Az = 90^\circ$	1100
$Az = 135^\circ$	2000

Para el modelado de los correlogramas experimentales de la FAI se emplea la misma ecuación matemática de tipo exponencial simple (fig. 4.135). Considerando las distancias de correlación de la tabla 4.27 se construyen las elipses de anisotropía del espesor de la FAI (fig. 4.136).

El factor de anisotropía para cada una de las elipses de la figura anterior es de 0.55 considerando como dirección principal  $Az = 0^\circ$  y 0.90 considerando como dirección principal  $Az=135^\circ$ .

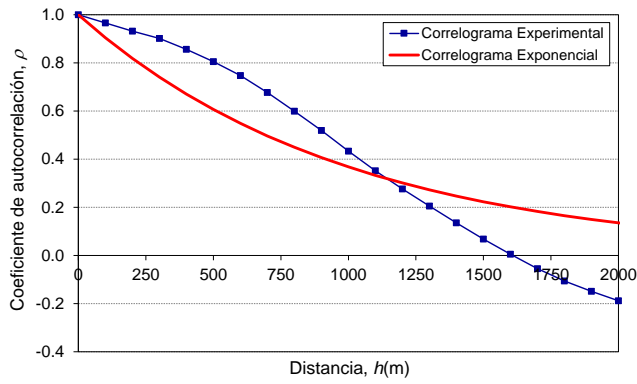
Con base en lo anterior y a fin obtener resultados conservadores al momento de estimar, se considera más apropiado utilizar las distancias de correlación  $\delta = 2000\text{m}$  en la dirección  $Az = 0^\circ$  y  $\delta = 1100\text{m}$  en la dirección  $Az = 90^\circ$ .

#### Estimación

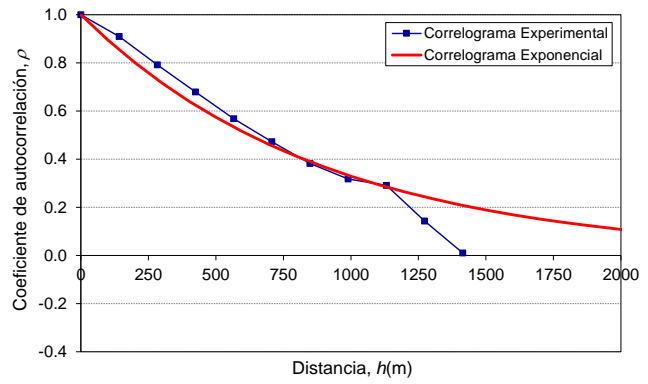
La estimación de espesores de la FAI se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, empleando los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta = 2000\text{m}$  en la dirección  $Az = 0^\circ$  y  $\delta = 1100\text{m}$  en la dirección  $Az = 90^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X = 480300$  y  $Y = 2144900$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de 100m en las direcciones horizontal y vertical, el número de puntos estimados en la dirección horizontal es de 82 y en la dirección vertical de 127. Después de estimar los valores, al igual que para la FAI, es necesario regresar la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto.

#### Visualización

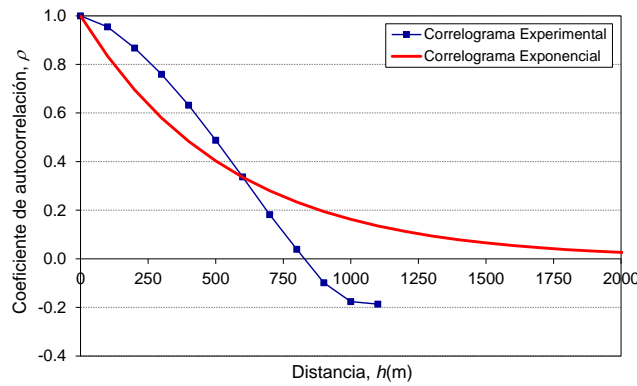
Aplicando la técnica de mapeo a los resultados de la estimación puntual del espesor de la FAI, se construye un mapa de contornos de la estimación y un mapa de contornos de la desviación estándar; los mapas se muestran en la fig. 4.137. Asimismo, con los resultados de la estimación se construye un modelo de superficie asignando a la coordenada Z el espesor de la FAI (fig. 4.138).



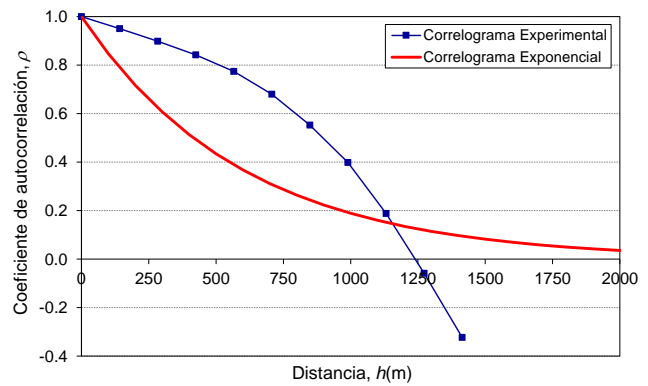
a) Correlograma dirección  $Az = 0^\circ$



b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$



c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$



d) Correlograma dirección  $Az = 135^\circ$

Figura 4.135. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAI, zona poniente.

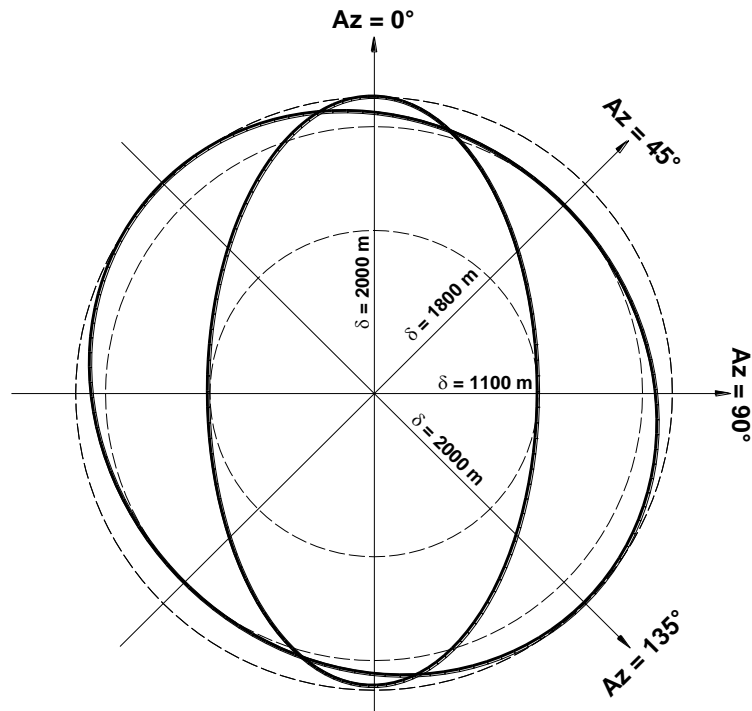
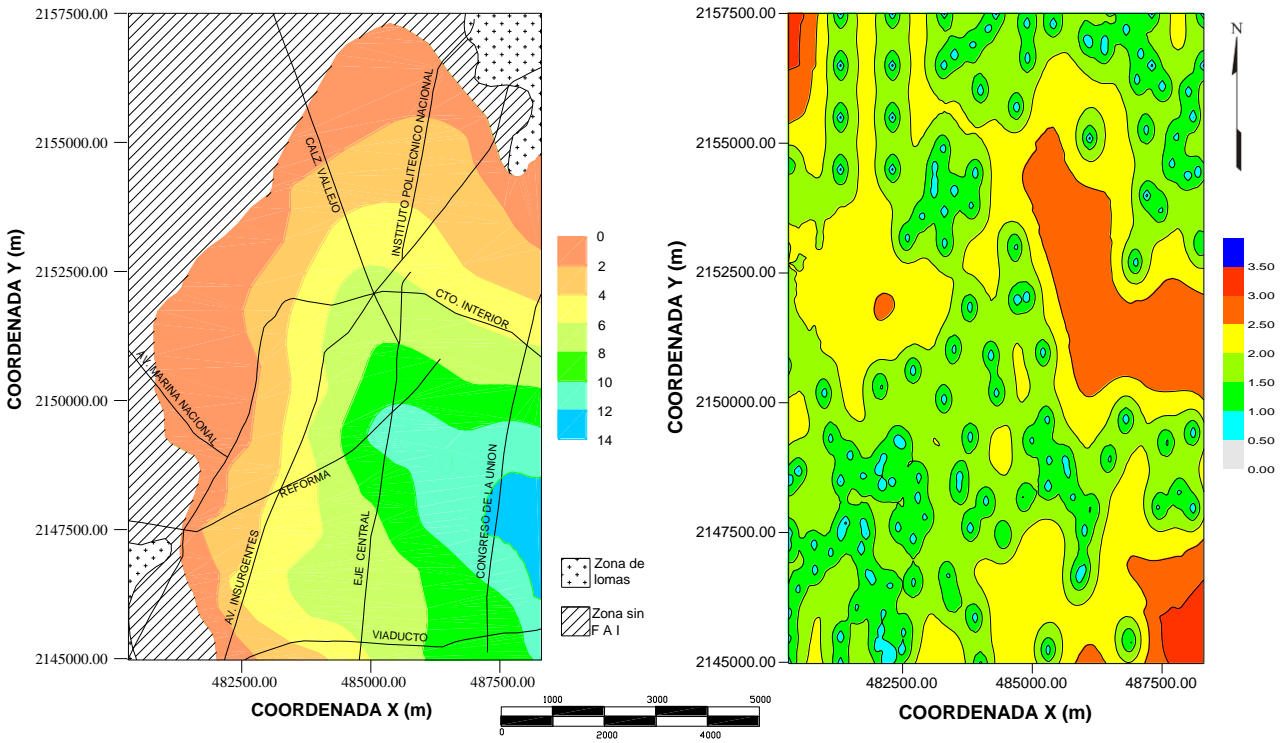


Figura 4.136. Elipses de anisotropía del espesor de la FAI, zona poniente.



a) Contornos de la estimación                      b) Contornos de la desviación estándar de estimación  
 Figura 4.137. Mapa de contornos del espesor estimado de la FAI, zona poniente.

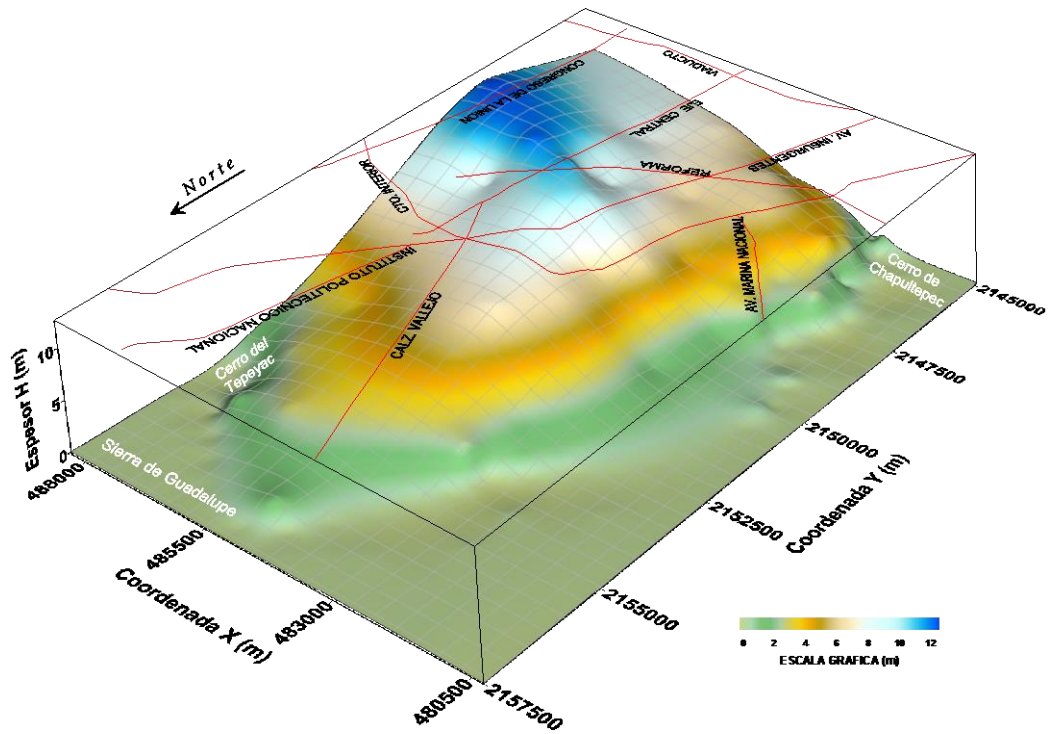


Figura 4.138. Superficie del espesor estimado de la FAI, zona poniente.

*Interpretación de resultados*

En las fig. 4.137 y 4.138 se observa que las profundidades del espesor de la FAI se incrementan en dirección NW-SE; de los resultados de la estimación el espesor máximo es de 12.6m en la zona del centro de la ciudad y se reduce hacia el poniente y norte del área de estudio; en la periferia del cerro del Tepeyac el espesor de la FAI decrece rápidamente hasta desaparecer, por lo que, se considera como una zona de transición abrupta.

**4.4.2.5 Distribución espacial de la profundidad de los DP**

*Definición del dominio del campo aleatorio*

De acuerdo con en la teoría de los campo aleatorios, los valores de la profundidad de la frontera superior de los DP se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuidos dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores de la profundidad de la DP medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para el análisis geoestadístico de la distribución espacial de los DP se definió un área de 210.30 km<sup>2</sup>, fig. 4.139, basado en los límites de las tres zonas geotécnicas consideradas en las NTC-DCC (GDFb, 2004).

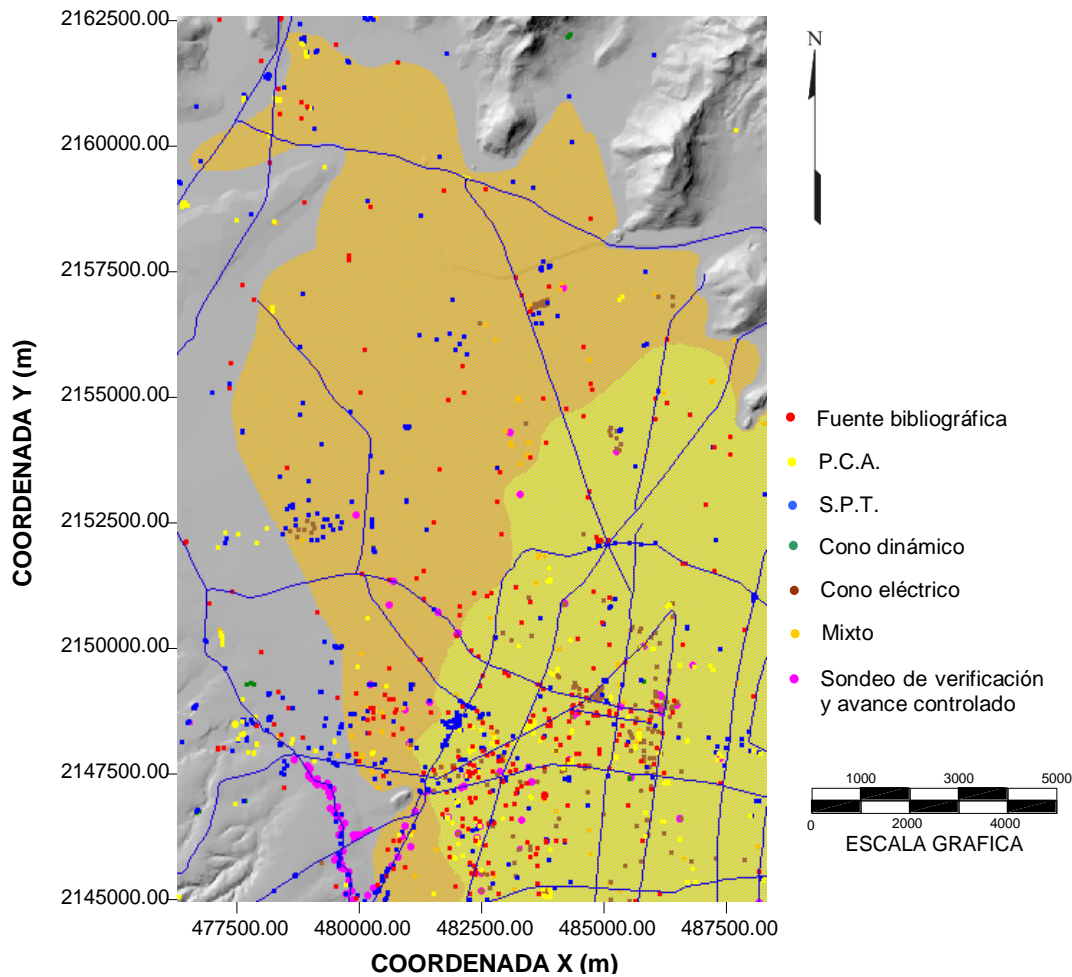


Figura 4.139. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona poniente.

Las profundidades de los DP que sirven de datos puntuales para el presente análisis corresponden a la caracterización de 232 sondeos geotécnicos que se seleccionaron en base a las a las profundidades y a las fechas de ejecución (de 1990 a 2010).

### Descripción estadística

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad sobre la realización del campo aleatorio, se estiman los principales parámetros estadísticos que se muestran en la tabla 4.28.

Tabla 4.28. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona poniente.

Parámetro	Valor
No. de datos	232
Media, $m(m)$	22.98
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	170.79
Desviación estándar, $S(m)$	13.07
Coefficiente de variación, $CV$	0.568

En la fig. 4.140 se muestra el histograma y el polígono de frecuencias de los datos de la profundidad de DP, en donde se observan de manera gráfica que la distribución de las frecuencias tiene un sesgo hacia la derecha, el mayor número de ocurrencias se presenta en la clase 10 a 15m y la moda del conjunto de datos es de 14m.

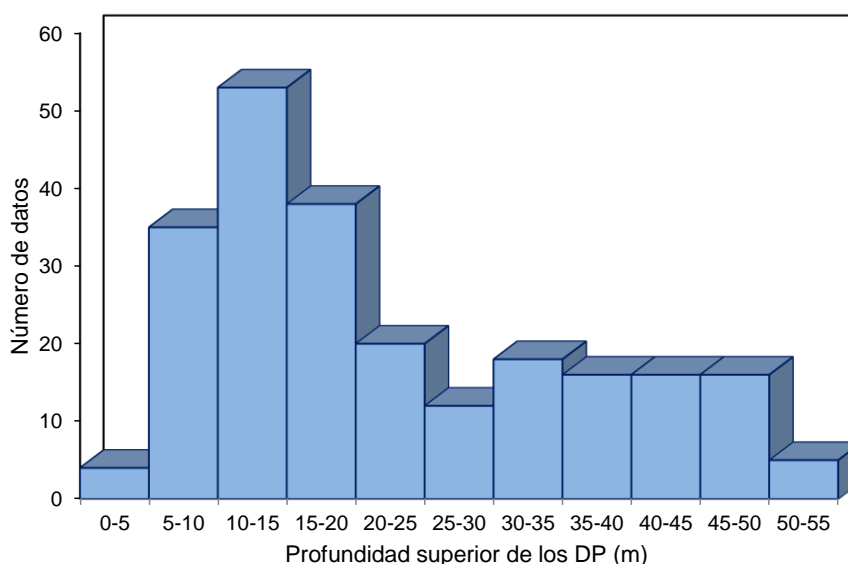


Figura 4.140. Histogramas de datos de la profundidad de los DP, zona poniente.

### Análisis de correlación espacial

Para evaluar la tendencia de los datos de la profundidad de los DP se realiza un análisis de regresión lineal de cual se obtienen los siguientes coeficientes de regresión:  $a = 0.0036741$ ;  $b = -0.00115213$ ;  $c = 728.7605017$ . A partir de los coeficientes de regresión lineal y la ecuación  $V(X) = ax + by + c$  se construye un plano de regresión lineal que representa la tendencia de los datos (fig. 4.141).

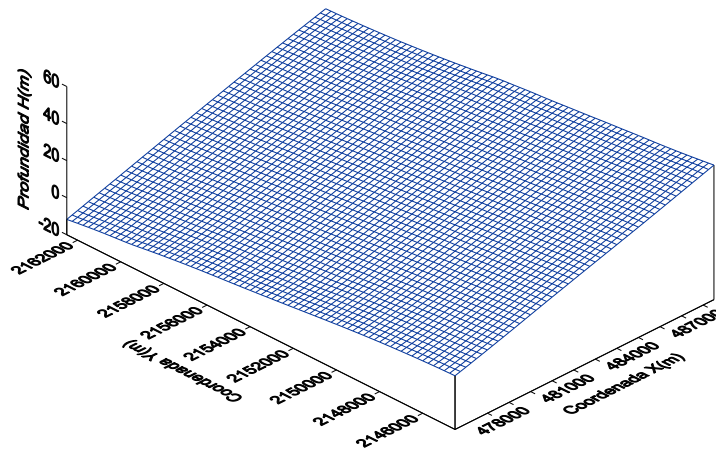


Figura 4.141. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona poniente.

El plano de regresión de la fig. 4.141 indica que los DP se encuentran más superficialmente a lo largo de la Sierra de las Cruces y se profundizan hacia el centro de la ciudad. Esta tendencia se toma en cuenta en el análisis de correlación espacial.

*Correlogramas experimentales*

La obtención de correlogramas experimentales para los DP se realiza en cuatro direcciones preferenciales:  $Az = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ . Para la estimación de los coeficientes de correlación se emplea un paso de cálculo de 100m hasta una distancia máxima de 2000m en cada dirección. En la fig. 4.142 se muestran los correlogramas experimentales del campo residual (estacionario). Considerando los correlogramas de los datos sin tendencia de la profundidad de los DP se obtienen las distancias de correlación de la tabla 4.29.

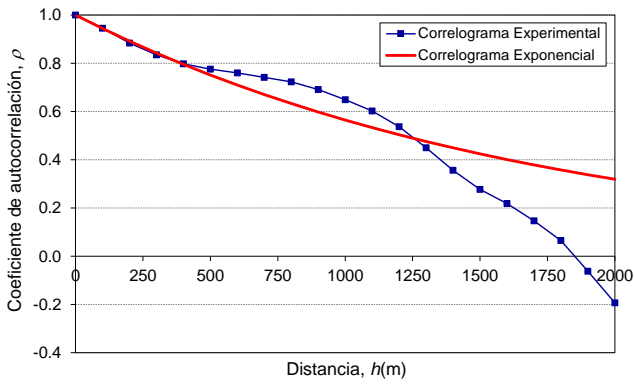
Tabla 4.29. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona poniente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
$Az = 0^\circ$	3500
$Az = 45^\circ$	2000
$Az = 90^\circ$	2700
$Az = 135^\circ$	2100

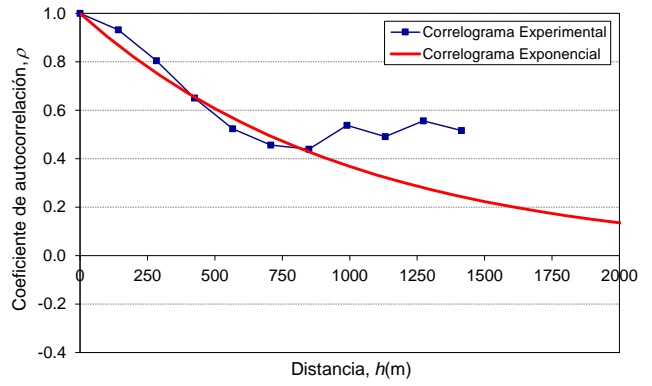
Considerando las distancias de correlación de la tabla 4.29 y recurriendo a la misma función exponencial se obtienen los correlogramas teóricos para la profundidad de los DP (fig. 4.142). Asimismo, con las mismas distancias de correlación se construyen elipses de anisotropía del campo en estudio, mostradas en la fig. 4.143.

Con base en anterior análisis de correlación espacial, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación  $\delta = 2000$  m en la dirección  $Az = 45^\circ$  y  $\delta = 2100$  m en la dirección  $Az = 135^\circ$ , debido a que numéricamente estas distancias de correlación son parecidas, el campo puede considerarse isótropo.

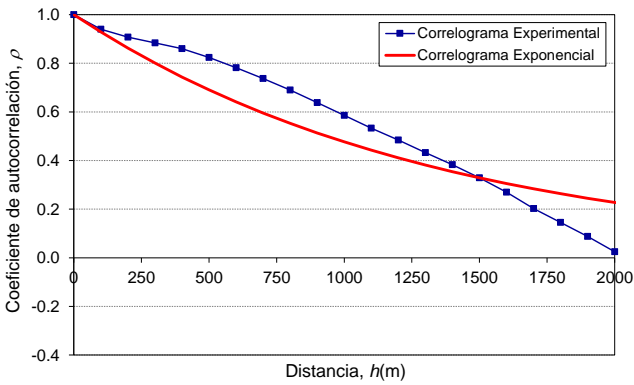




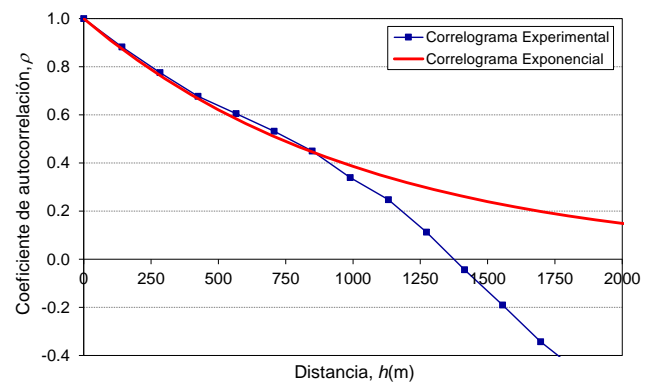
a) Correlograma dirección  $Az = 0^\circ$



b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$



c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$



d) Correlograma dirección  $Az = 135^\circ$

Figura 4.142. Correlogramas direccionales de la profundidad de la DP, zona poniente.

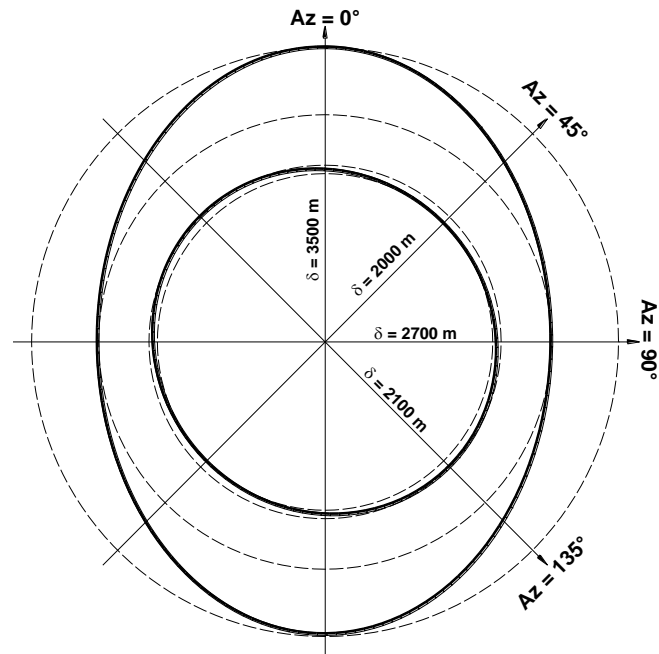


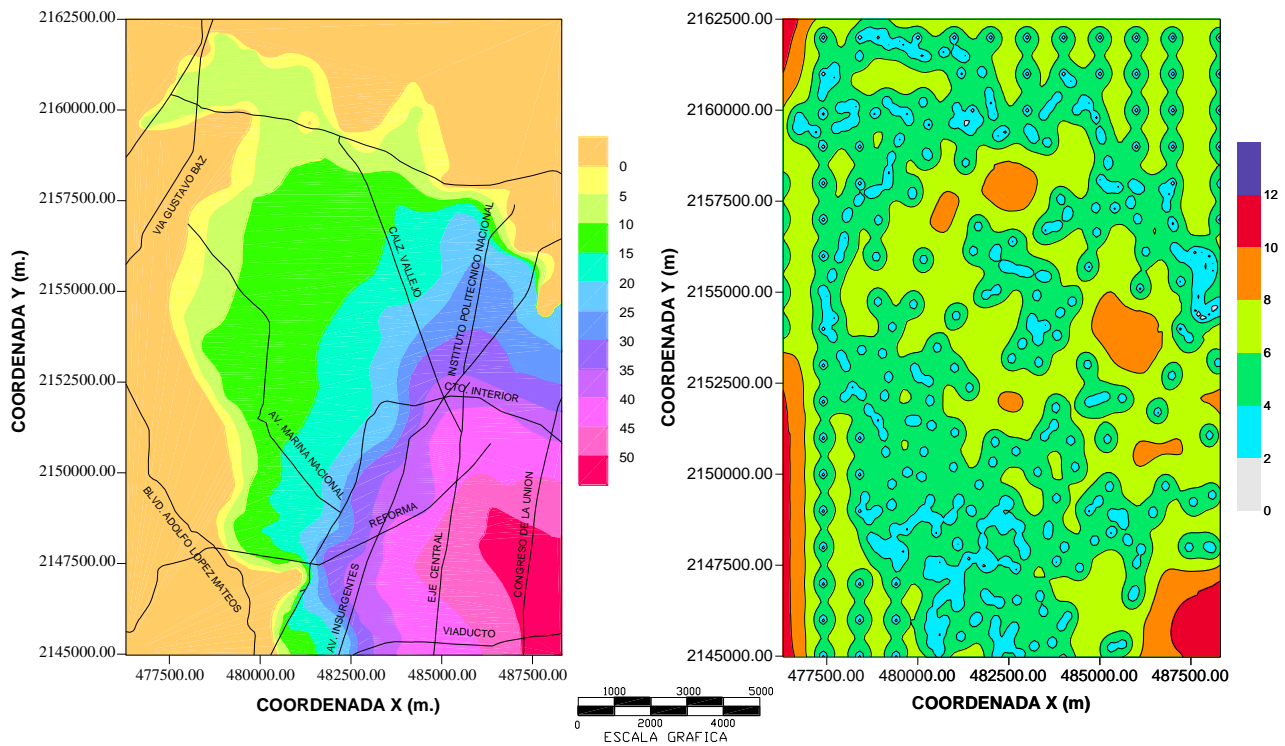
Figura 4.143. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona poniente.

**Predicción**

La estimación del espesor de los DP se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, con base en los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta = 2000\text{m}$  en la dirección  $Az = 45^\circ$  y  $\delta = 2100\text{m}$  en la dirección  $Az = 135^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X = 476300$  y  $Y = 2144900$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de  $100\text{m}$  en ambas direcciones. De igual forma, como en los análisis anteriores, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

**Mapeo**

Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se recurre a alguna técnica de mapeo para construir un mapa de contornos en escala de colores de la profundidad estimada de los DP como el mostrado en la fig. 4.144, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. En las zonas con desviación estándar baja (zona gris, azul y verde) las estimaciones más confiables por la presencia cercana de datos; en las zonas con mayor desviación estándar es deseable integrar información geotécnica que permita conocer las profundidades de los DP. En la fig. 4.145 se presenta un modelo de superficie en perspectiva donde Z corresponde a la profundidad de los DP.



a) Contornos de la estimación                      b) Contornos de la desviación estándar de estimación  
 Figura 4.144. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona poniente.

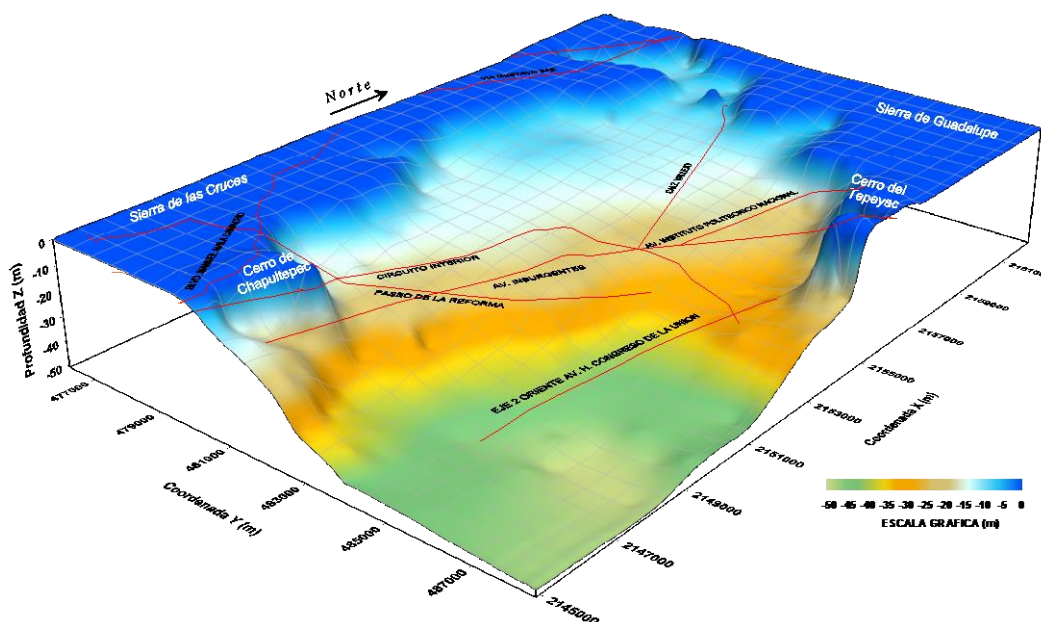


Figura 4.145. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona poniente.

#### *Interpretación de resultados*

De los valores estimados se tiene que el valor máximo de la profundidad de los DP es 52.8m en la parte sur-oriente de la zona analizada, la menor profundidad de DP es 0m y se presenta cuando desaparece la FAS y comienza la zona de lomas.

En las figs. 4.144 y la 4.145 se observa que en la cercanía del Cerro del Tepeyac la profundidad de los DP decrece rápidamente, originando así una zona de transición abrupta que afecta drásticamente las constricciones de la zona.

La zona con la mayor incertidumbre se encuentra en el sur-oriente del área analizada y se debe a que en esta zona la profundidad de los DP es mayor de 50m por lo que la información es escasa ya que la mayoría de los sondeos disponibles solo llegan a la CD.

En la zona de transición, es difícil definir con precisión los DP debido a lo heterogéneo en la distribución de los materiales y a la intercalación de potentes estratos de materiales aluviales dentro de la FAS que pueden ser confundidos con los DP.

Asimismo, conocer la profundidad de los DP toma relevancia debido a que el RCDF (GDFa, 2004) y sus NTC-DCC (GDFb, 2004) consideran un mapa de zonificación geotécnica que toma como base la profundidad de los DP para delimitar cada una de las zonas geotécnicas (Lomas, Transición y Lago).

#### *4.4.2.6 Propuesta de zonificación geotécnica*

Con el fin de normar los criterios de diseño y construcción, en el artículo 179 del Capítulo VIII del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (GDFa, 2004) y en sus Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Cimentaciones (GDFb, 2004), consideran un

mapa de zonificación geotécnica que divide área estudiada en tres zonas con las características geotécnicas indicadas en la sección 2.9.2.

Aun cuando se tiene un mapa de zonificación geotécnica para el poniente del Valle de México es conveniente realizar actualizaciones periódicas debidas principalmente a los siguientes factores:

A pesar de que en el pasado se han hecho trabajos de caracterización geotécnica, el mapa actual presenta algunas incertidumbres sobre los límites de las zonas geotécnicas

Los cambios en las condiciones geohidrológicas del suelos debidos a la extracción de agua de los acuíferos de la ciudad, producen cambios en las propiedades índice, mecánicas y geométricas de las formaciones típicas del subsuelo de la zona

Los actuales y futuros retos que se plantea la Ingeniería civil para satisfacer las necesidades de la sociedad (edificios de gran altura, distribuidores viales, obras subterránea, etc.), requieren de un conocimiento preciso sobre el subsuelo y su comportamiento, por lo que es necesario realizar estudios encaminados a actualizar y ampliar el estado del conocimiento actual sobre el subsuelo de la Ciudad de México.

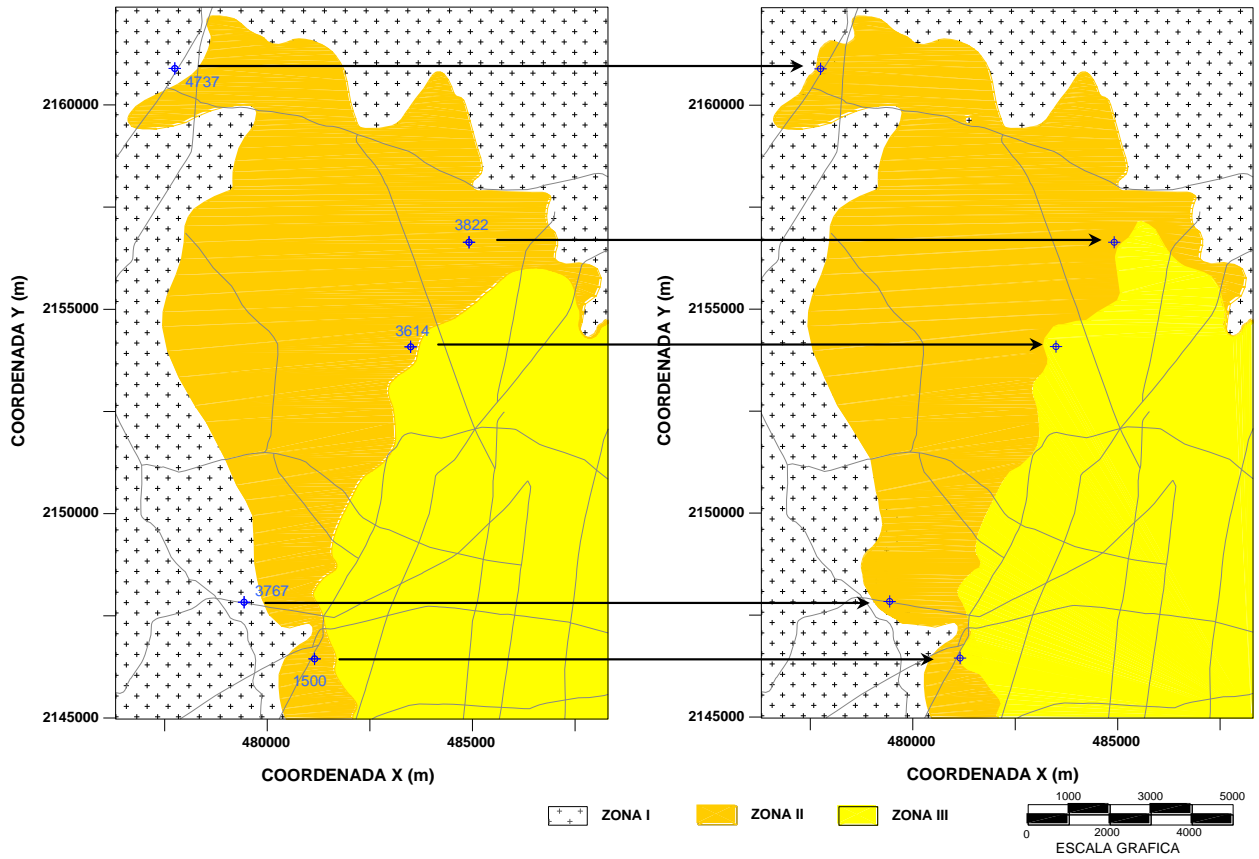
Una de las aplicaciones directas de los resultados de los análisis geoestadísticos realizados en este trabajo es que permiten afinar las fronteras entre las diferentes zonas geotécnicas.

Con base en lo propuesto por el RCDF, para delimitar la frontera entre la zona III (lacustre o de lago) y la zona II (transición) se considera la cota 20m de la profundidad de los DP de la fig. 4.144. El límite entre la zona I (lomas) y la zona II se definió considerando la cota 0 de la profundidad de los DP, que a su vez corresponde a la zona en donde la FAS desaparece.

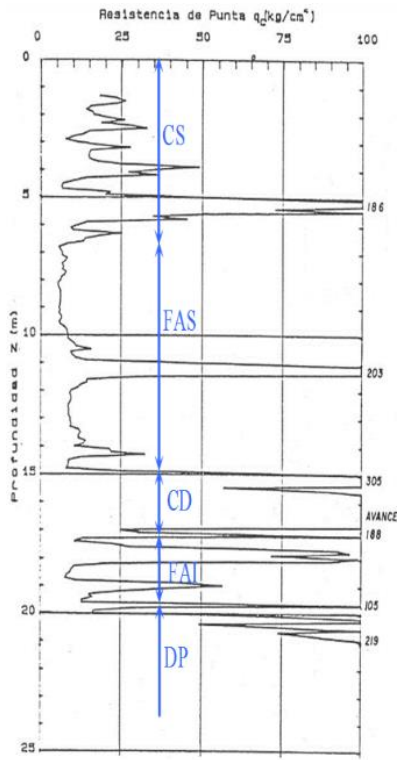
En la fig. 4.146 se presenta el mapa de zonificación geotécnica vigente de las NTC-DCC (GDFb, 2004) y el mapa de zonificación geotécnica propuesto para la zona poniente del Valle de México indicando las diferencias entre estos.

Para validar las modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica, en la fig. 4.147 se muestra la caracterización de algunos sondeos geotécnicos que sirven de soporte para confirmar los cambios en el mapa de zonificación geotécnica propuesto de la fig. 4.146(b).

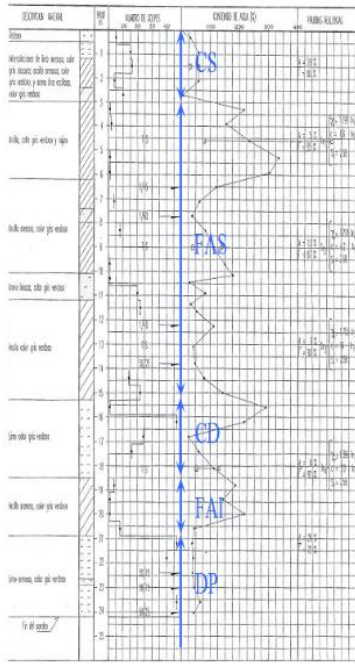
Después de afinar y verificar la consistencia de las modificaciones propuestas, en la fig. 4.148, se presenta el mapa de zonificación geotécnica actualizado para la zona poniente del Valle de México, el cual se basa principalmente en los resultados de los análisis geoestadísticos realizados para esta zona.



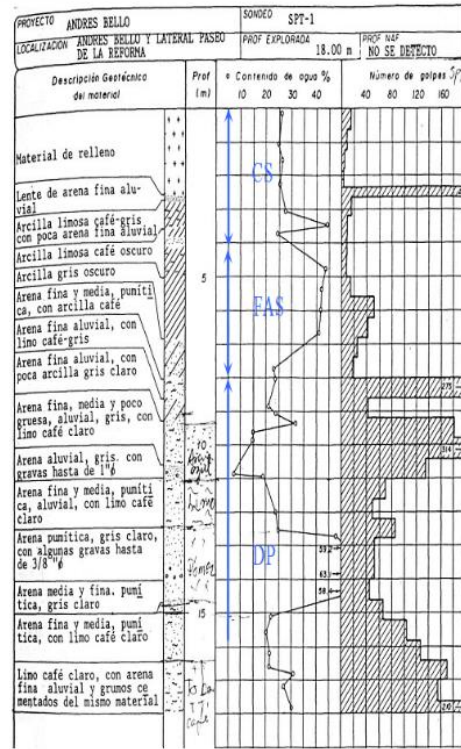
a) Zonificación geotécnica, NTC-DCC (GDFb, 2004) b) Propuesta de zonificación geotécnica, 2013  
 Figura 4.146. Modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica, zona poniente.



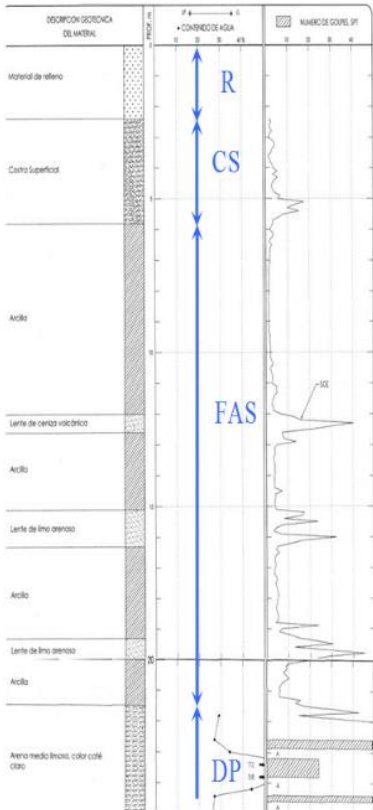
a) Sondeo 3822



b) Sondeo 3614



c) Sondeo 3767



d) Sondeo 1500



e) Sondeo 4737

R = Relleno, CS = Costra Superficial, FAS = Formación Arcillosa Superior, CD = Capa Dura, FAI = Formación Arcillosa Inferior, DP = Depósitos Profundos

Figura 4.147. Caracterización estratigráfica de sondeos geotécnicos, zona poniente.

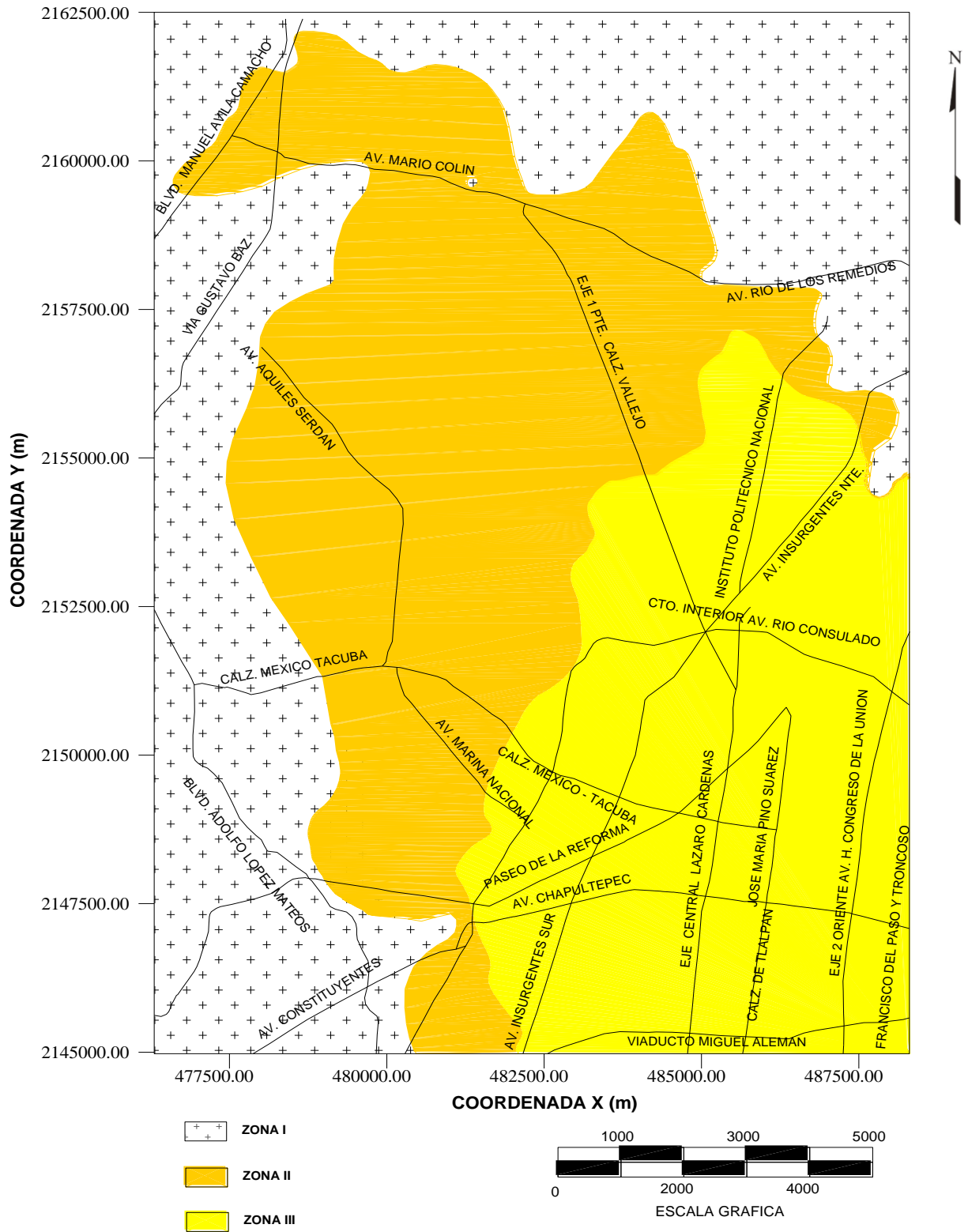


Figura 4.148. Mapa de zonificación geotécnica propuesto para la zona poniente del valle de México.

### 4.4.3 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona oriente

#### 4.4.3.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua

El procedimiento para el análisis de la distribución espacial del contenido de agua de la zona oriente del Valle de México es el presentado en el apartado 4.3, por tanto, en esta sección se presenta el procedimiento general y los resultados complementarios.

##### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores del contenido de agua,  $w(\%)$ , se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen de suelo, 3D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se consideran 193 sondeos distribuidos en forma aleatoria como se muestra en la fig. 4.149, realizados entre 1995 y 2009. Los archivos de datos de contenido de agua se generaron a partir de la representación gráfica de los perfiles de 193 sondeos disponibles.

##### Descripción estadística

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio considerado, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.30), asimismo, se construye el histograma que representa la variabilidad de los datos (fig. 4.150).

Se observa que a pesar de que el dominio estudiado está constituido por formaciones arcillosas existe una proporción importante de valores de contenido de agua bajos que corresponden a la costra superficial y a los lentes intercalados dentro de los mantos de arcilla.

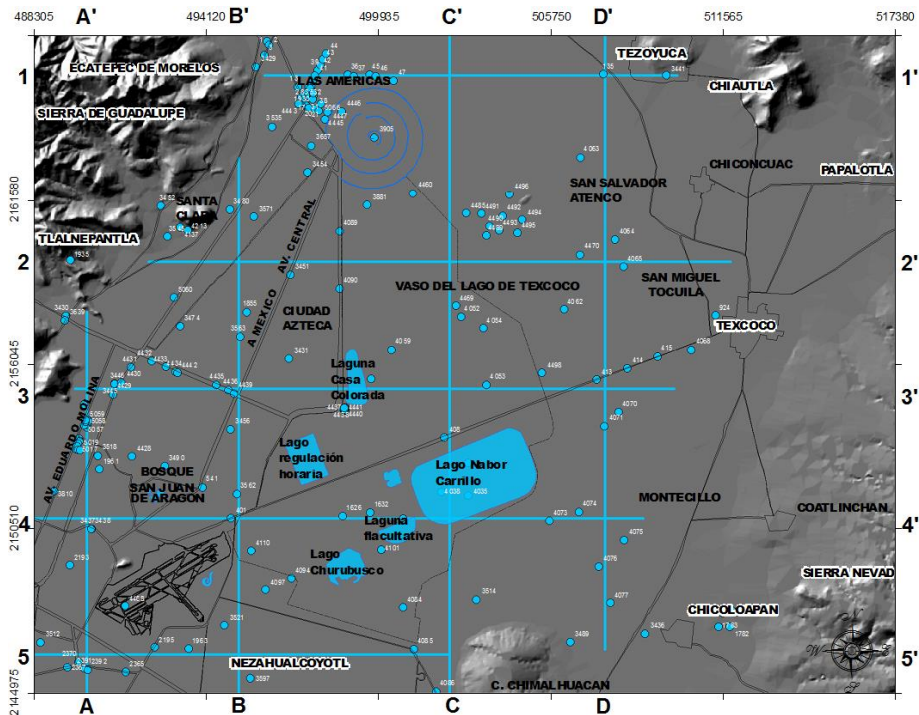


Figura 4.149. Distribución de sondeos con medición de contenido de agua, zona oriente.



Tabla 4.30. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona oriente.

Parámetro	Valor
No. de datos	3897
Media, $m(\%)$	139.46
Varianza, $\sigma^2(\%^2)$	15695.08
Desviación estándar, $S(\%)$	125.28
Coefficiente de variación, CV	0.95

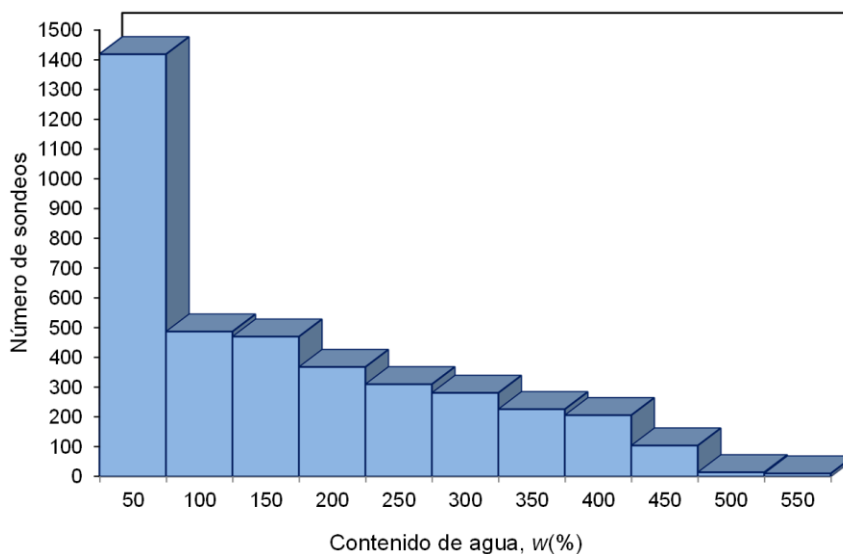


Figura 4.150. Histograma de los datos de contenido de agua, zona oriente.

#### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = -0.001265149, \quad b = -0.006625963, \quad c = -1.154040987 \quad \text{y} \quad d = 15124.417331079$$

En la fig. 4.151 se muestra la dispersión de los valores de contenido de agua referidos a la profundidad. Se observa que la línea de tendencia indica un ligero decremento con la profundidad. Por tanto, podría considerarse posible trabajar con el campo original, sin embargo, en este trabajo se considera mejor trabajar con el campo residual.

Con base en los coeficientes de regresión lineal se obtiene el campo residual de contenido de agua y se calculan los correlogramas experimentales (fig. 4.152), las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 3200\text{m}$  y  $\delta_{ver} = 3.4\text{m}$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.152.

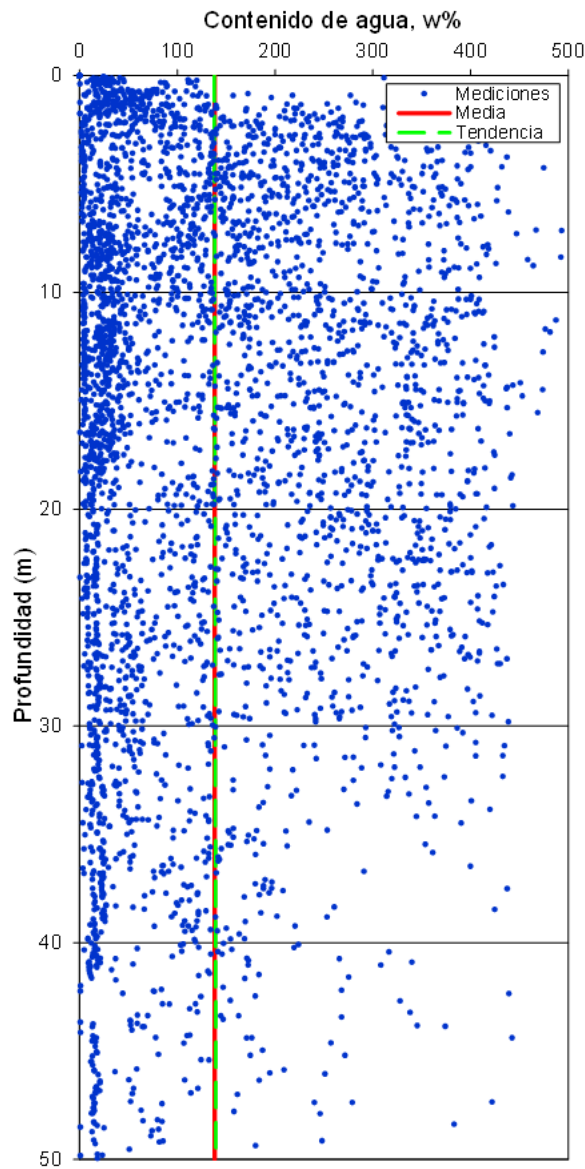


Figura 4.151. Mediciones de contenido de agua respecto a la profundidad, zona oriente.

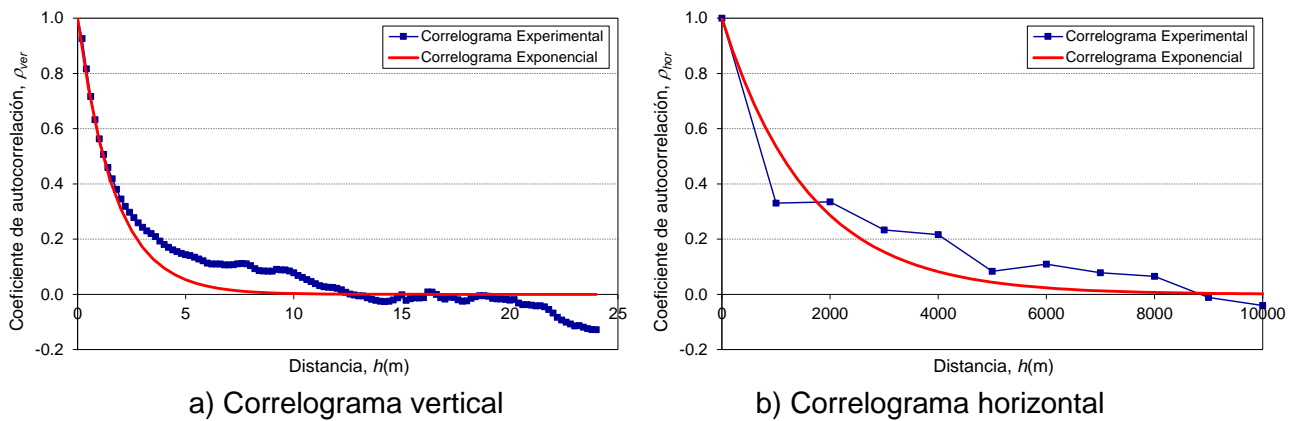


Figura 4.152. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona oriente.

### *Predicción*

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{nor}$ , los modelos teóricos y los datos experimentales de los 193 perfiles geotécnicos disponibles y empleando la técnica del *Kriging Simple*, se estimaron perfiles de contenido de agua,  $w(\%)$ , a cada 250m a lo largo de los ejes preferenciales “A, B, C, D” y “1, 2, 3, 4 y 5”, definidos en la fig. 4.149. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 25cm, hasta una profundidad de 40m. Empleando la técnica de simulación condicional se elaboraron perfiles simulados de contenido de agua,  $w(\%)$ , a lo largo de los mismos ejes preferenciales.

### *Visualización*

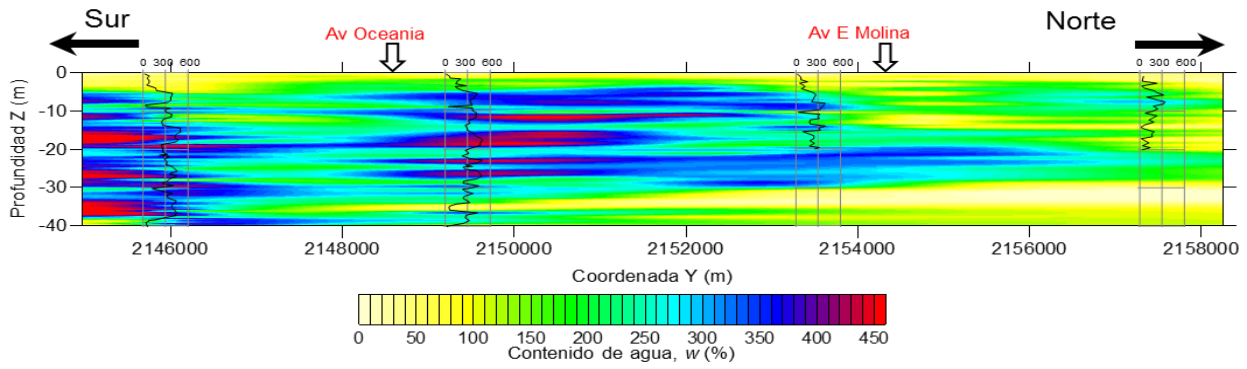
En las figs. 4.153 a 4.161 se presentan las secciones transversales estimadas a lo largo de los ejes preferenciales definidos, así como, la desviación estándar de estimación, estos modelos representan de forma sencilla la distribución espacial del contenido de agua a lo largo de cada eje. En las mismas figuras se presentan tres simulaciones (posibles configuraciones) de la distribución de contenido de agua a lo largo de los mismos ejes.

Así también, se construyó un modelo 3D con las secciones transversales estimadas (fig. 4.162), este modelo permite observar en conjunto la distribución espacial del contenido de agua dentro de la zona de estudio.

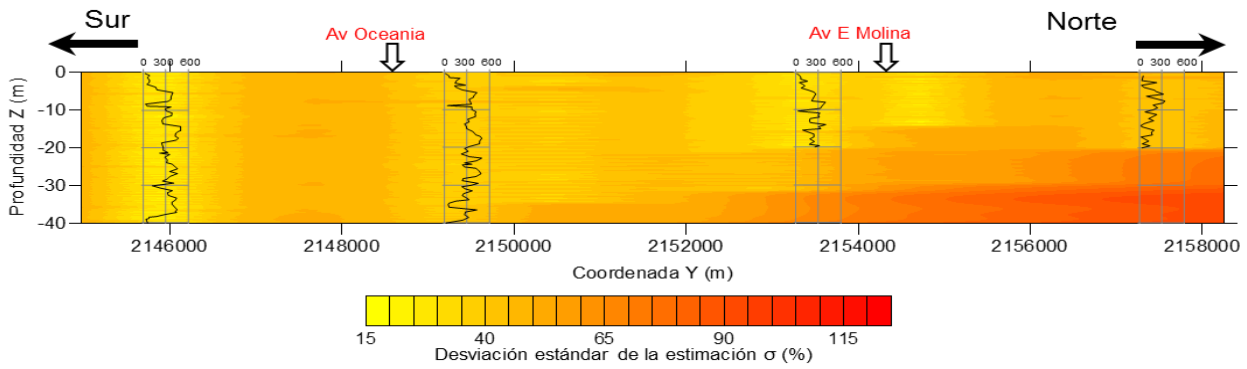
### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial del contenido de agua, representados en las figs. 4.153 a 4.162, se tiene que:

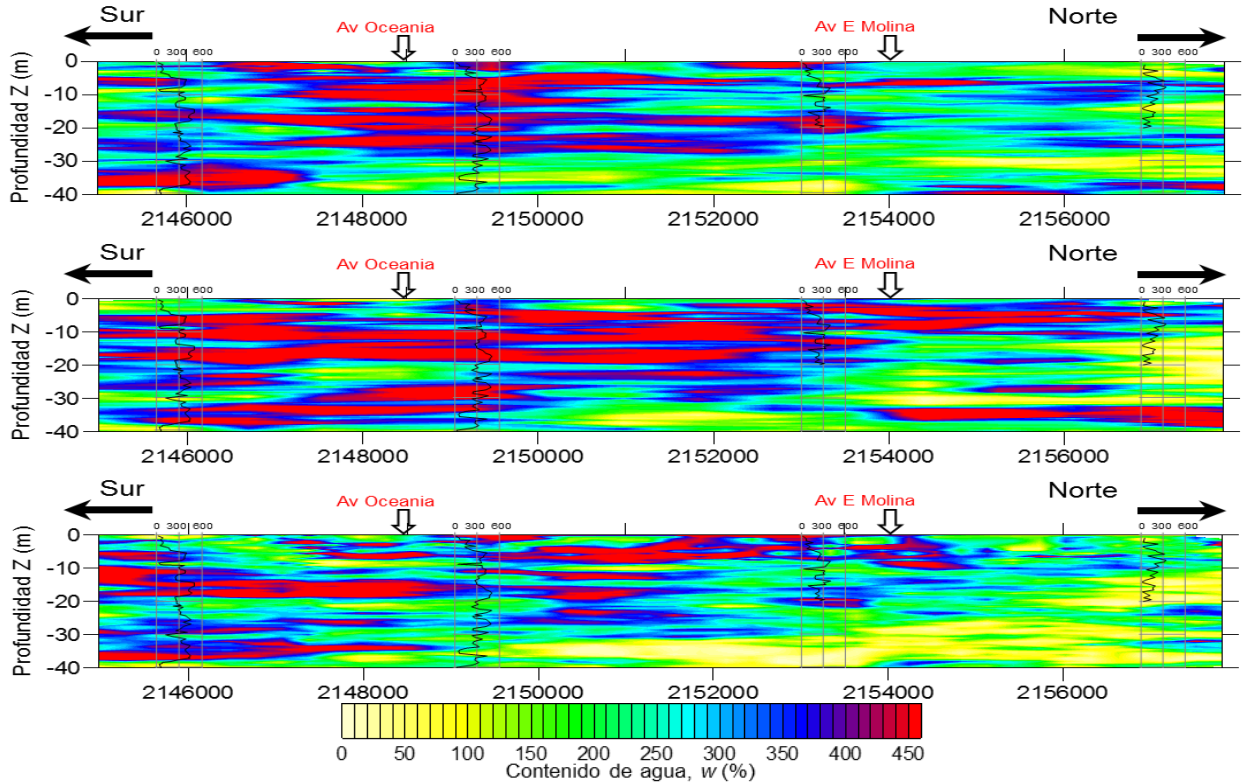
Los valores altos de contenido de agua se localizan en la zona del aeropuerto internacional de la ciudad de México y el ex *Lago de Texcoco*. En las inmediaciones de la *Sierra de Guadalupe*, el municipio de *Ecatepec* y la carretera a *Chiconcuac* se registran valores bajos de contenido de agua. La magnitud del contenido de agua decrece hacia el nororiente. La desviación estándar de estimación de las secciones transversales señala las zonas de mayor incertidumbre donde convendría contar en el futuro con exploraciones geotécnicas adicionales.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

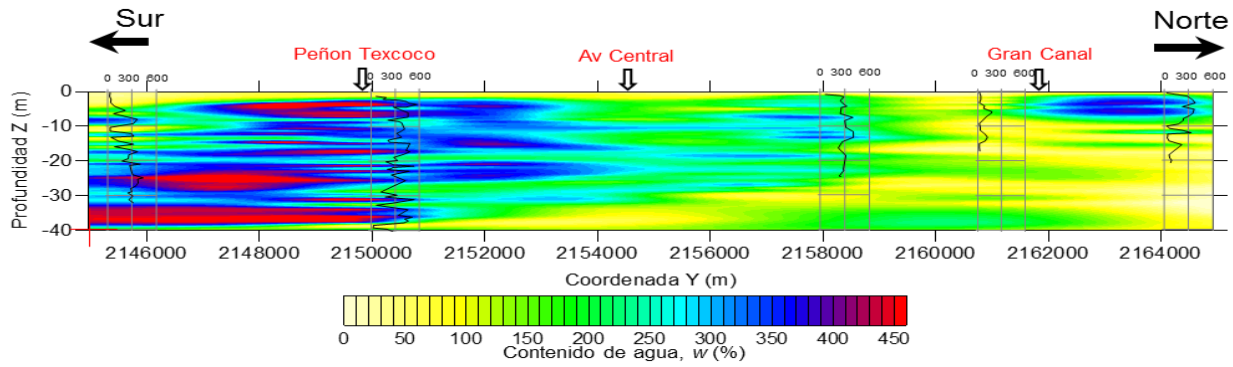


b) Desviación estándar de estimación

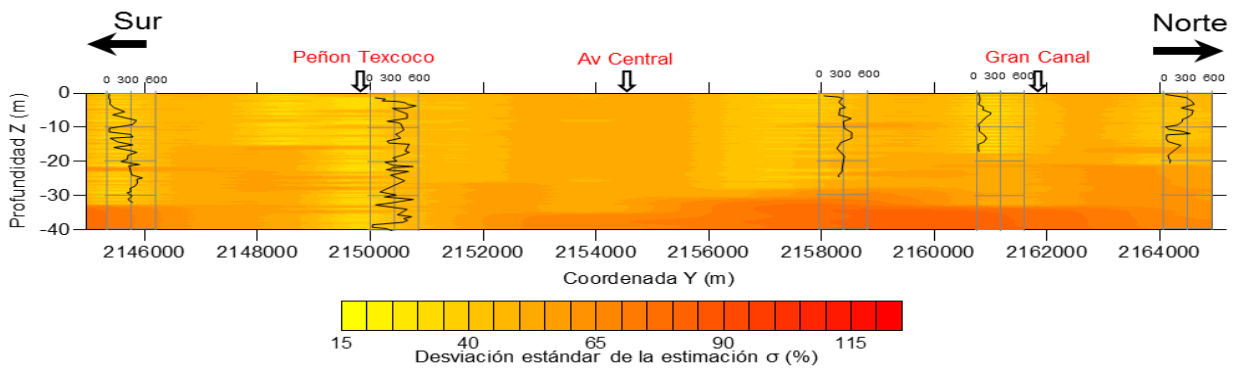


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

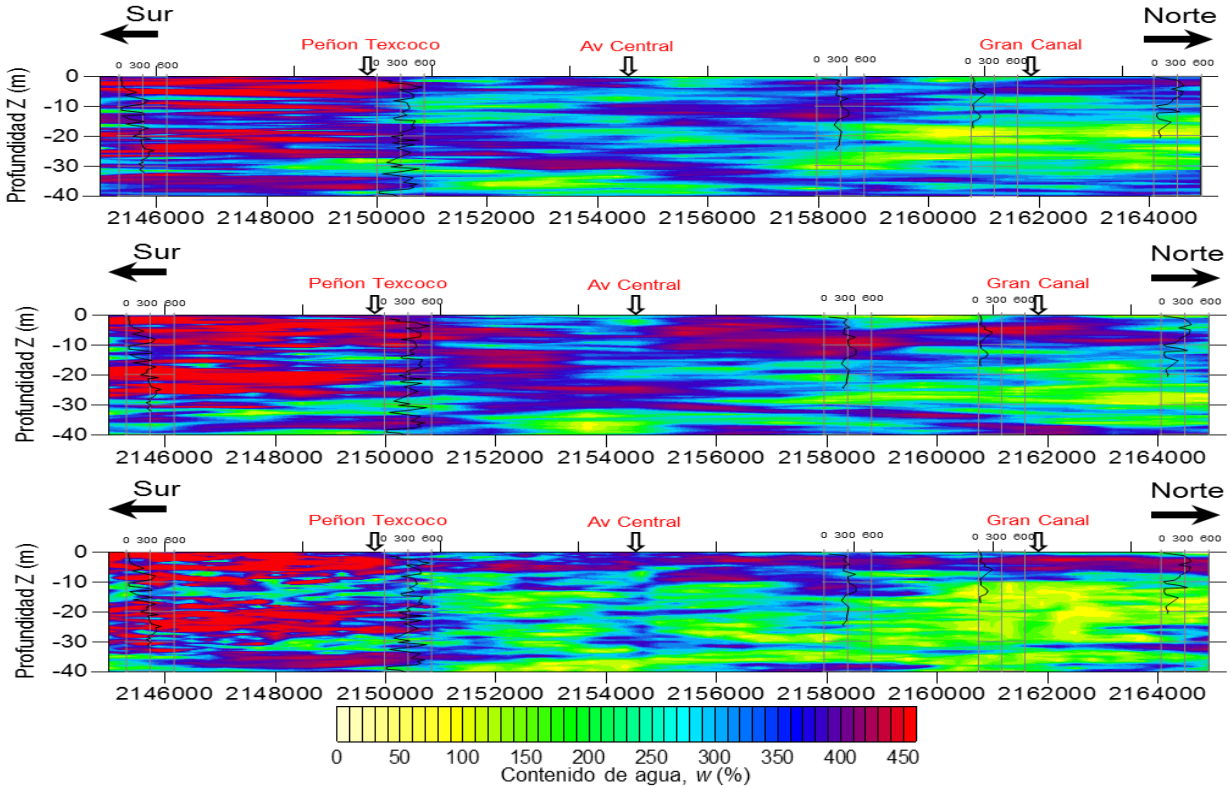
Figura 4.153. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

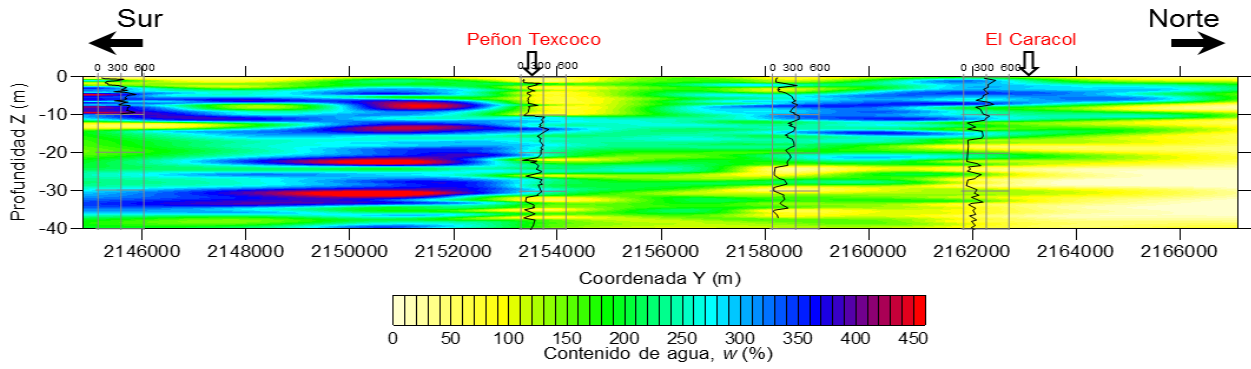


b) Desviación estándar de estimación

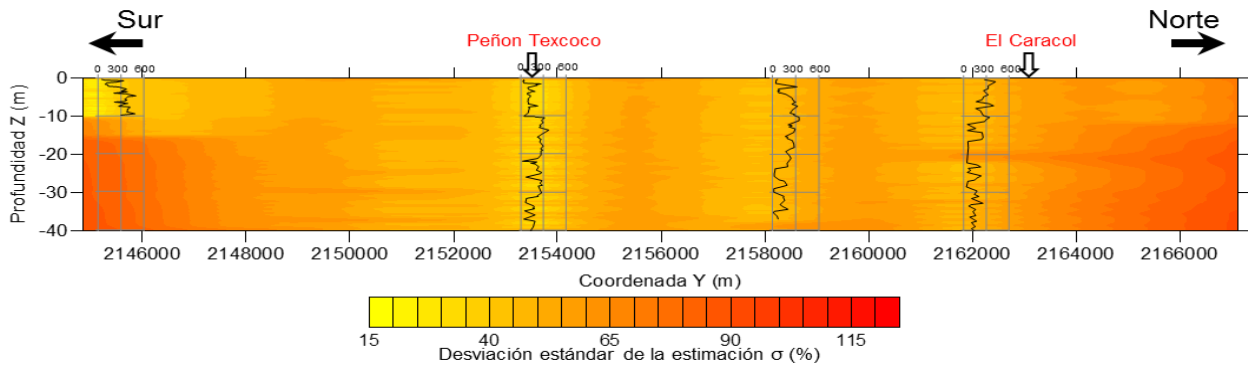


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

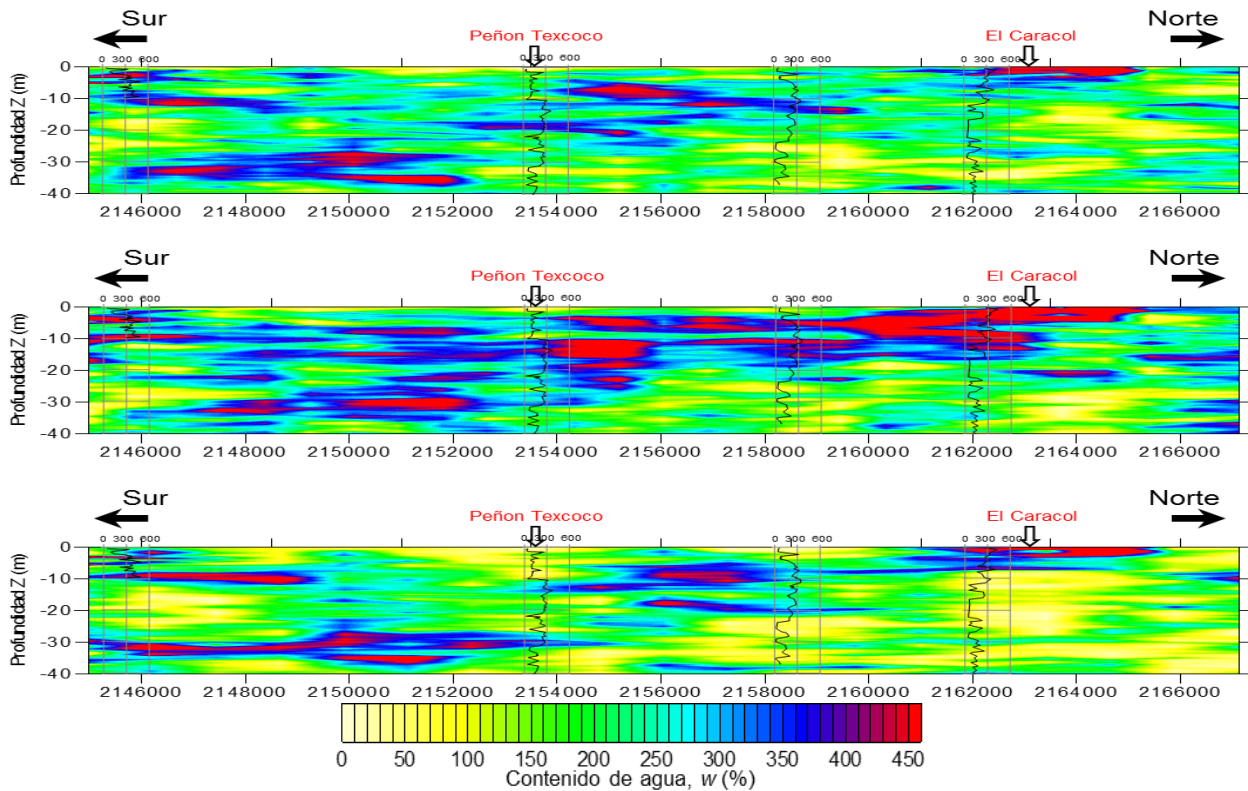
Figura 4.154. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

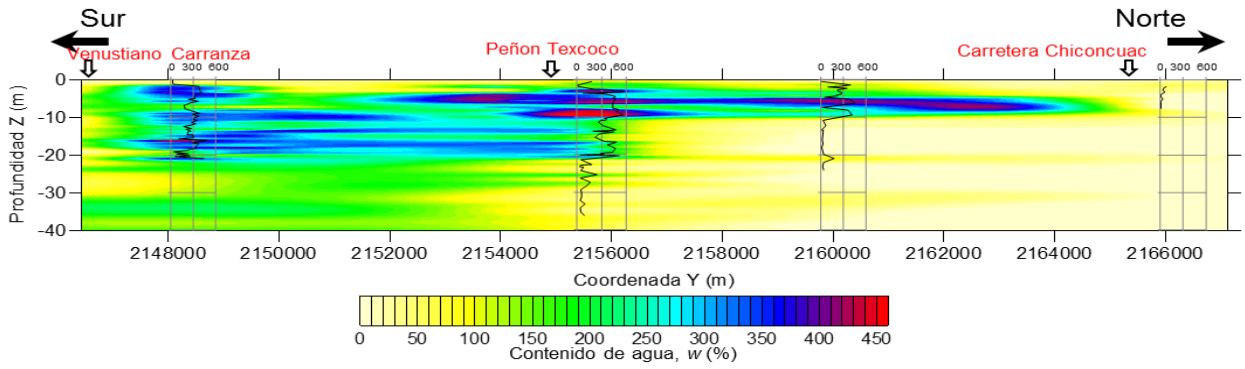


b) Desviación estándar de estimación

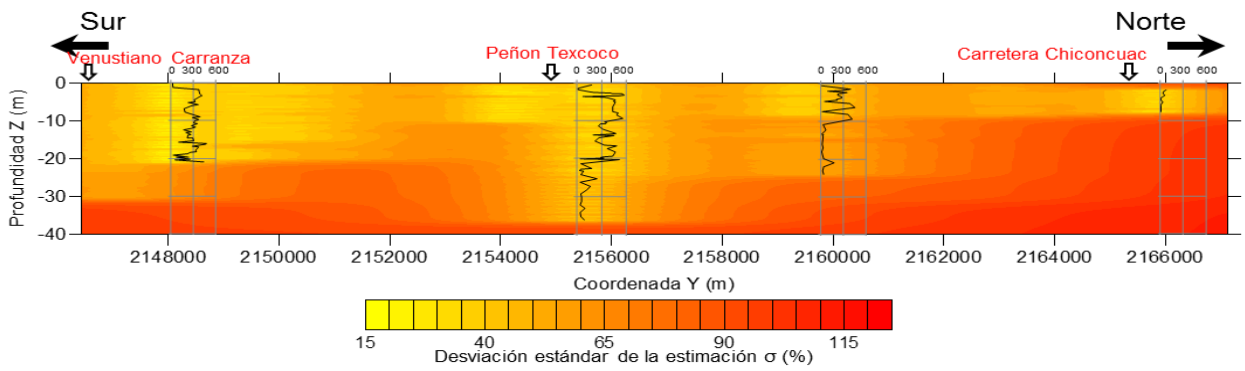


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

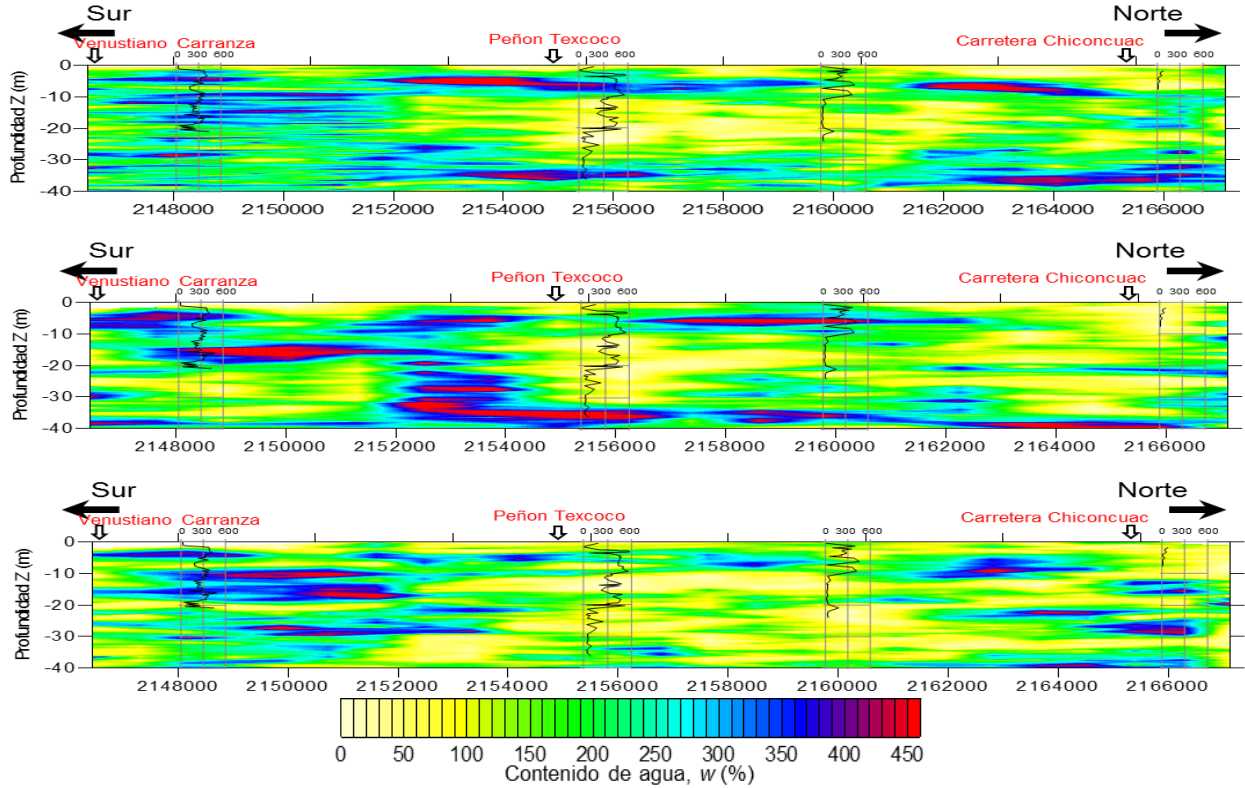
Figura 4.155. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

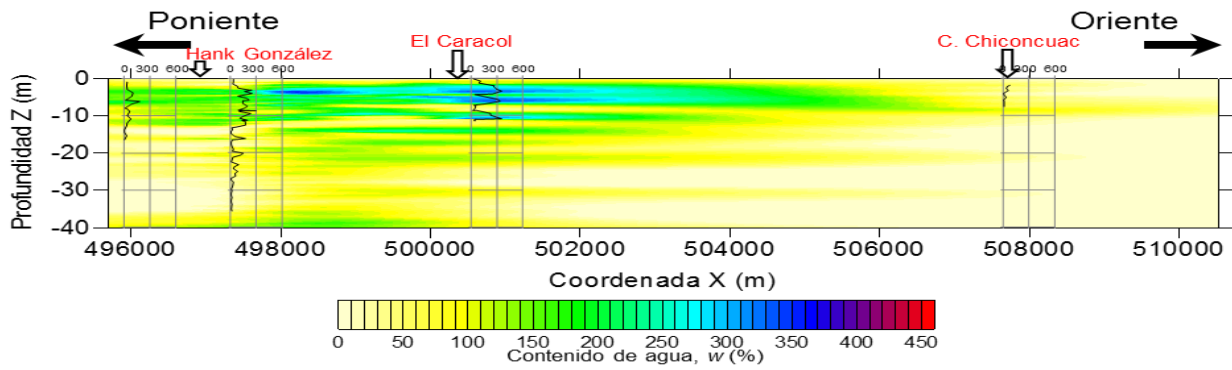


b) Desviación estándar de estimación

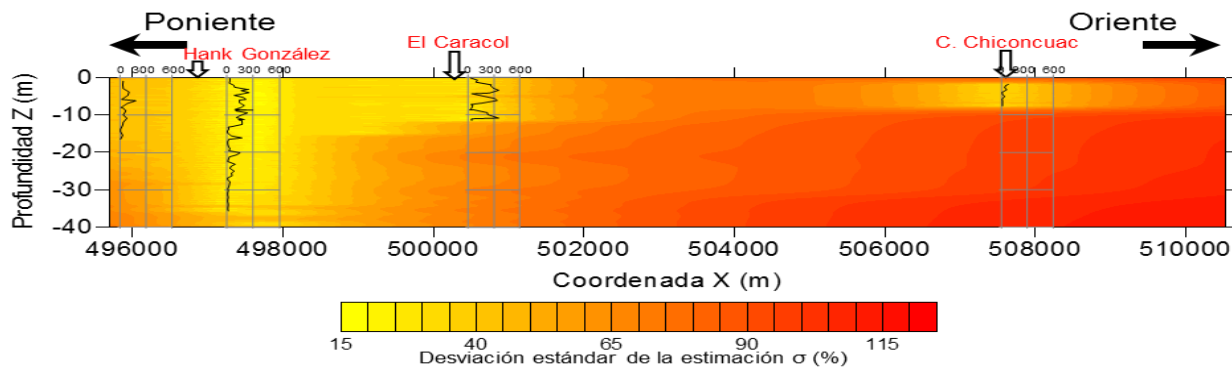


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

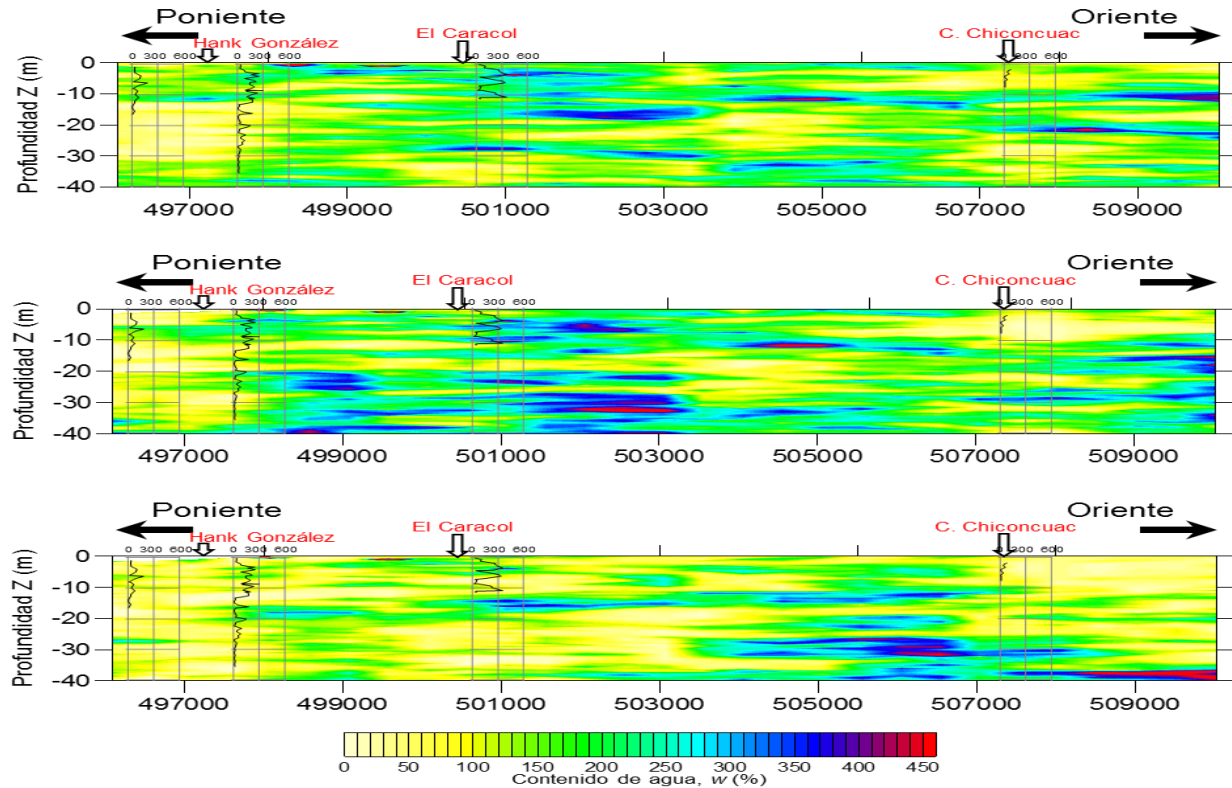
Figura 4.156. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



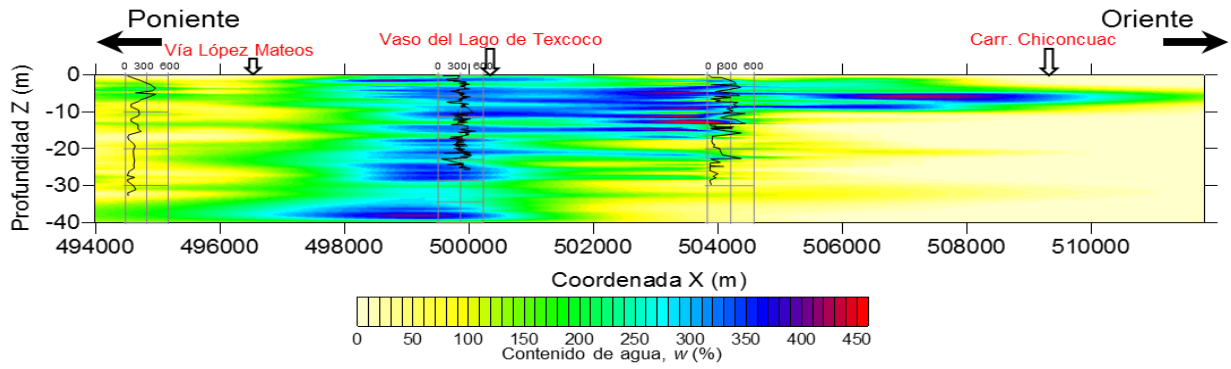
b) Desviación estándar de estimación



c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

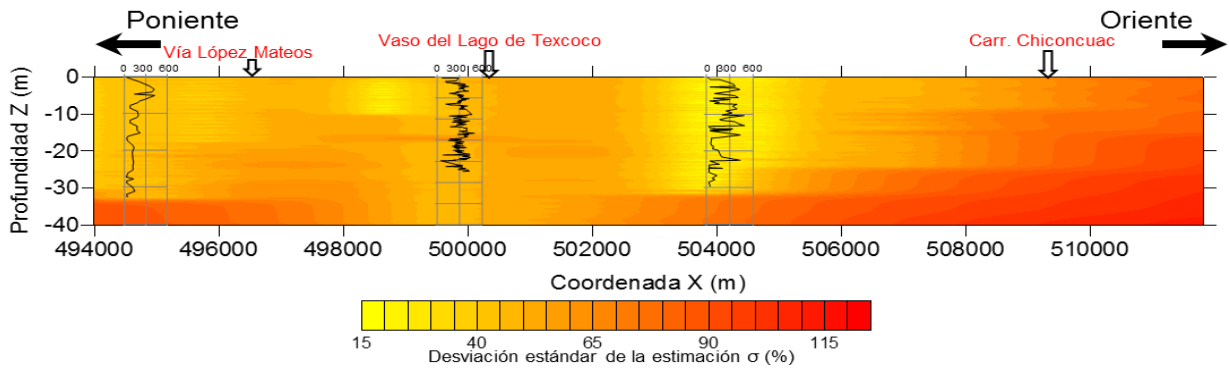
Figura 4.157. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona oriente.



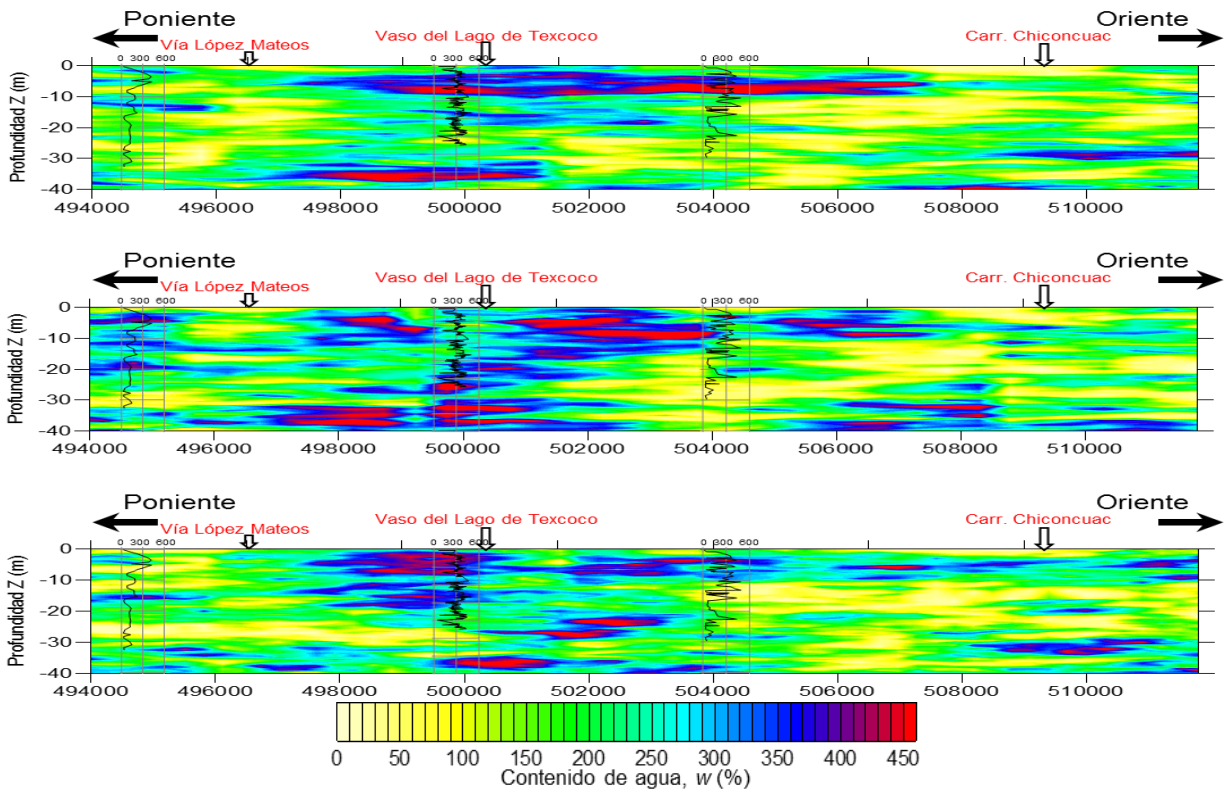


a)

Sección transversal estimada del contenido de agua

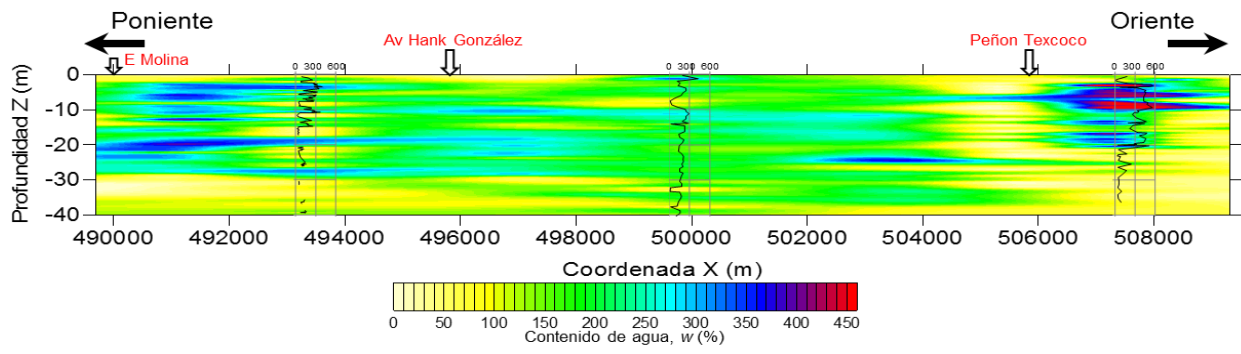


b) Desviación estándar de estimación

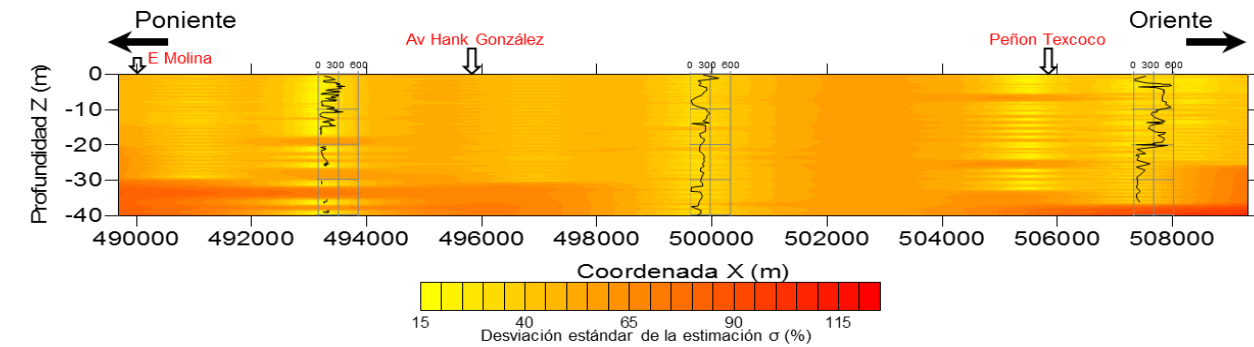


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

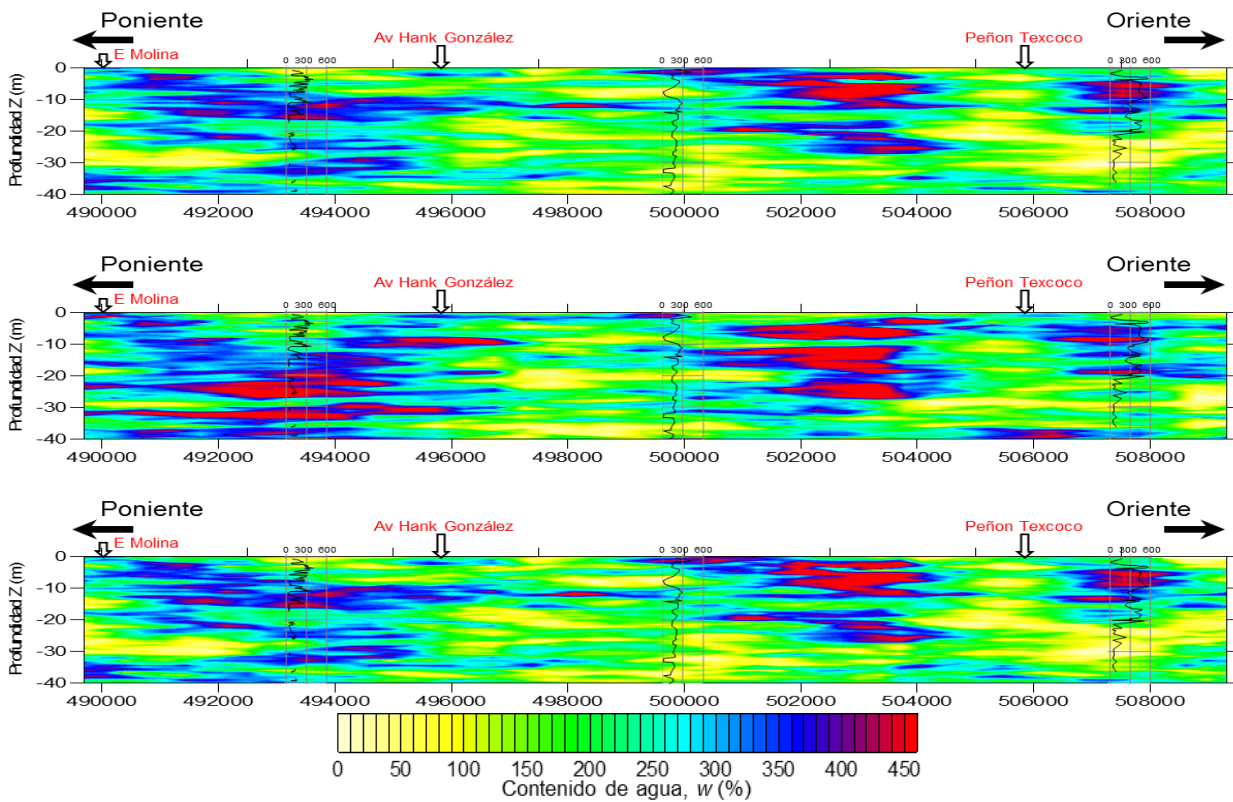
Figura 4.158. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

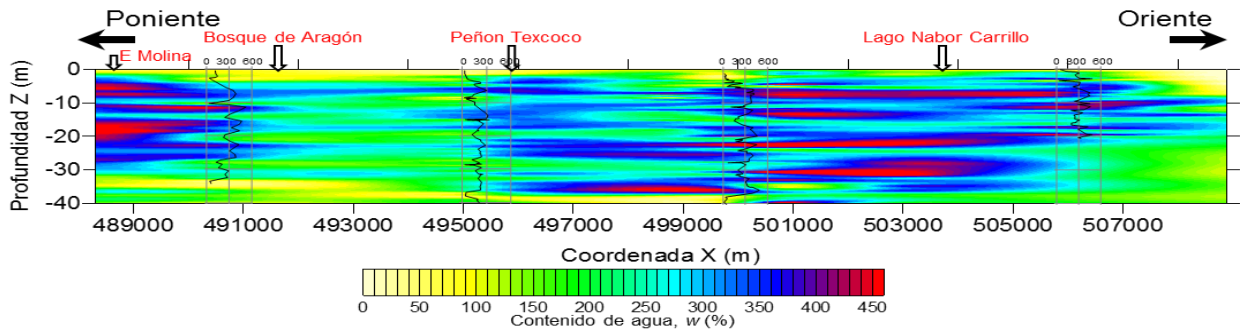


b) Desviación estándar de estimación

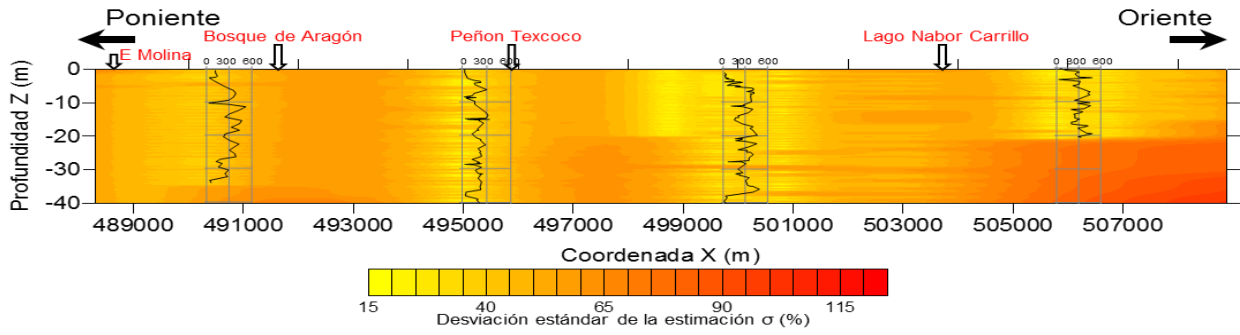


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

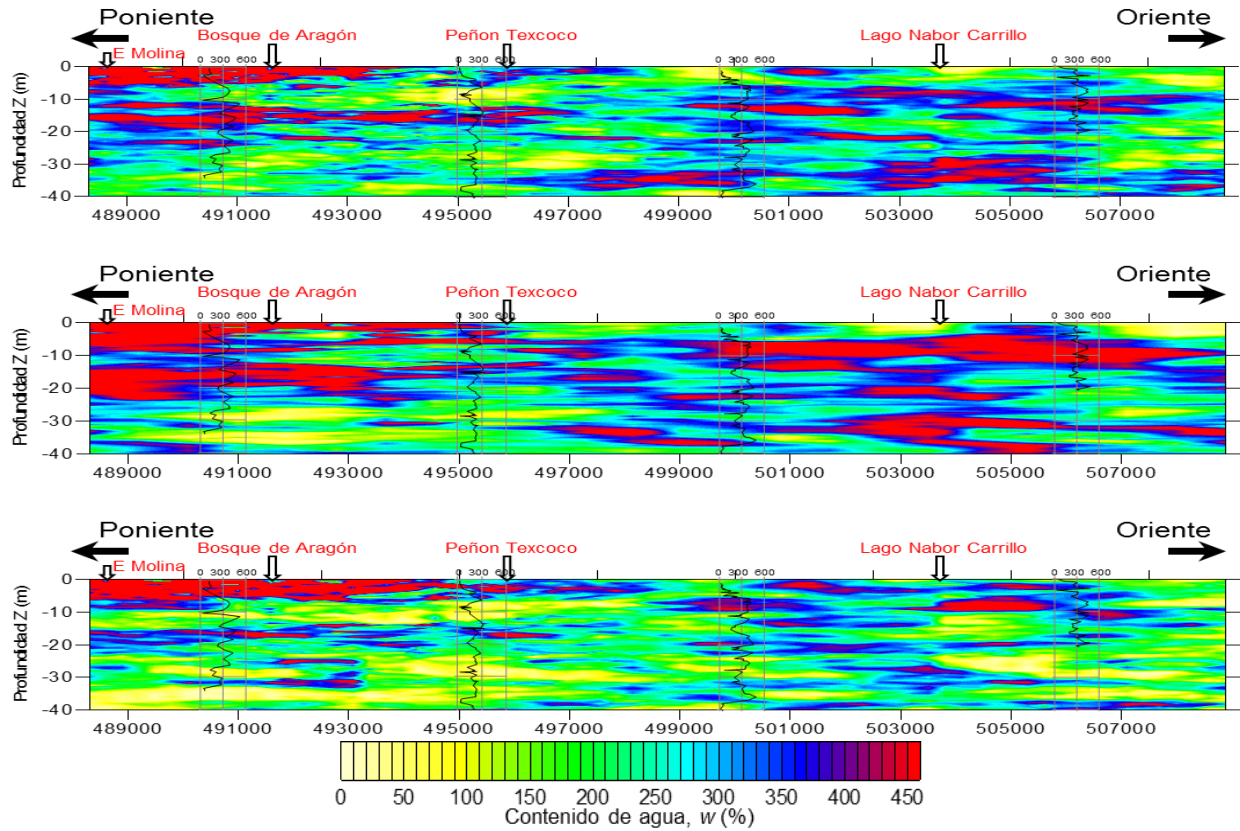
Figura 4.159. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

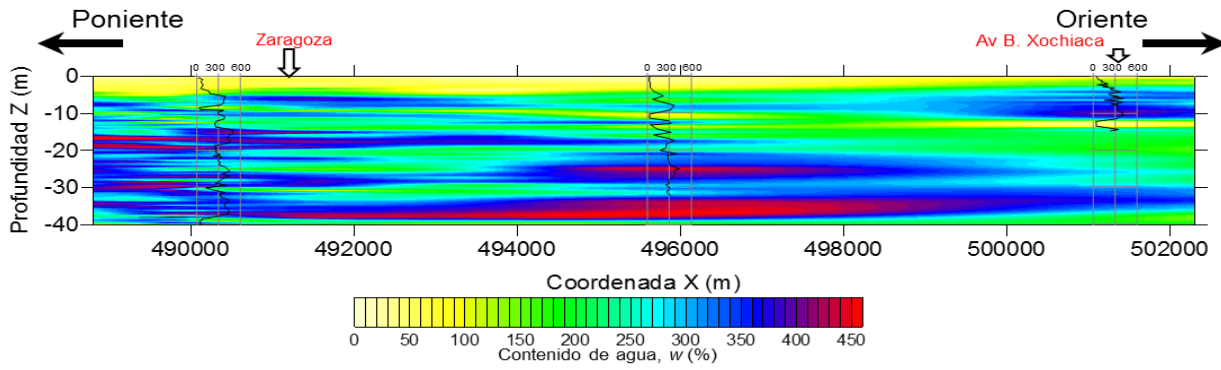


b) Desviación estándar de estimación

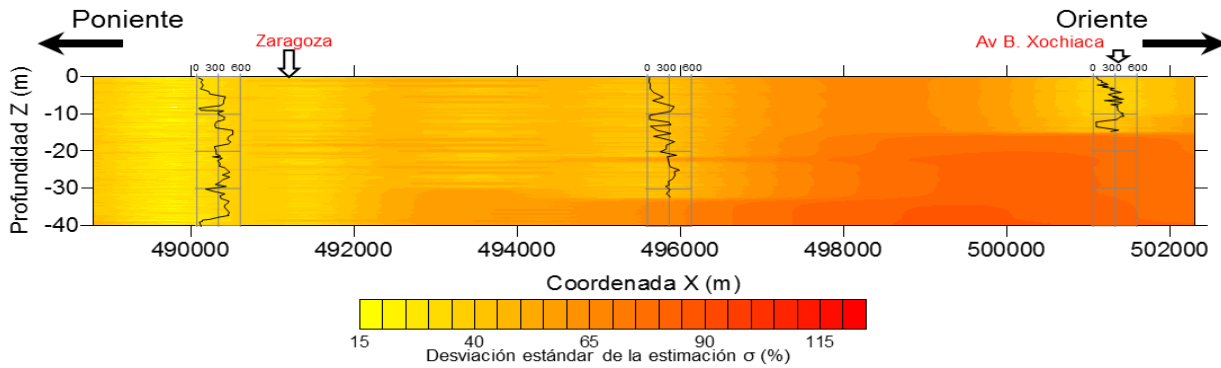


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

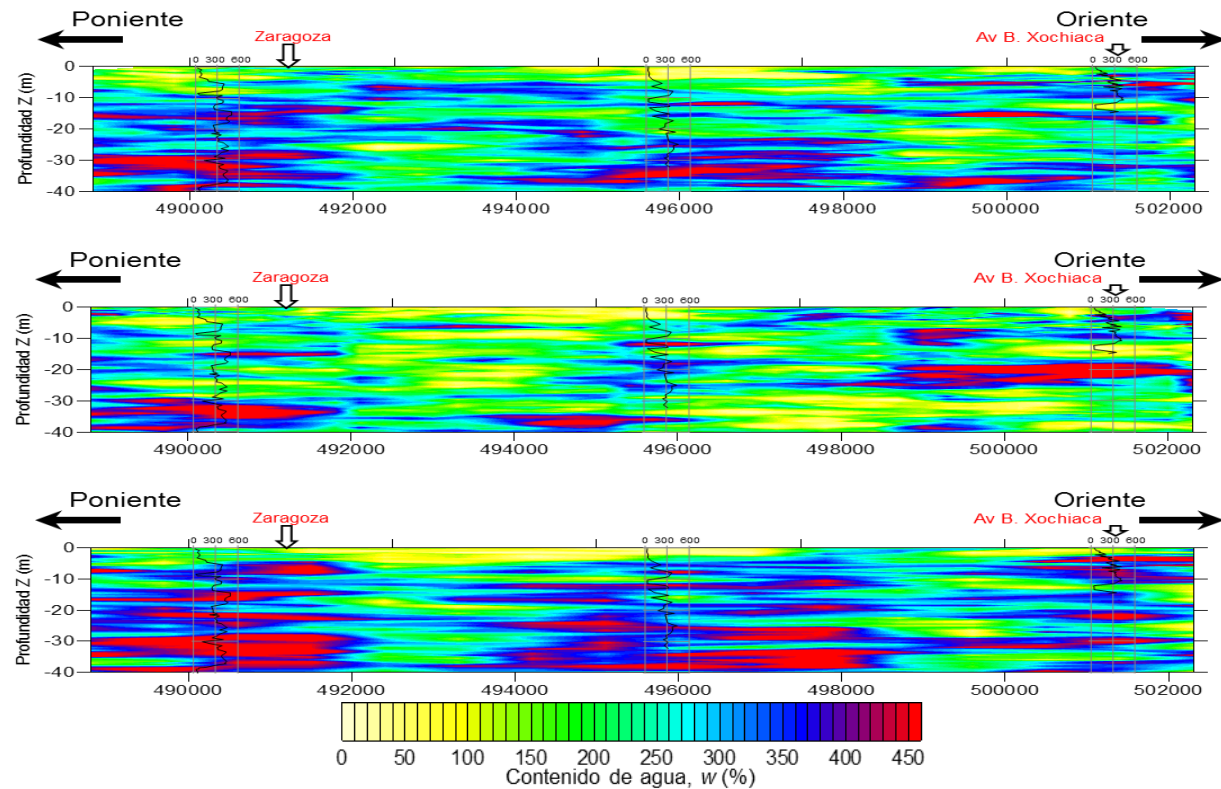
Figura 4.160. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona oriente.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua

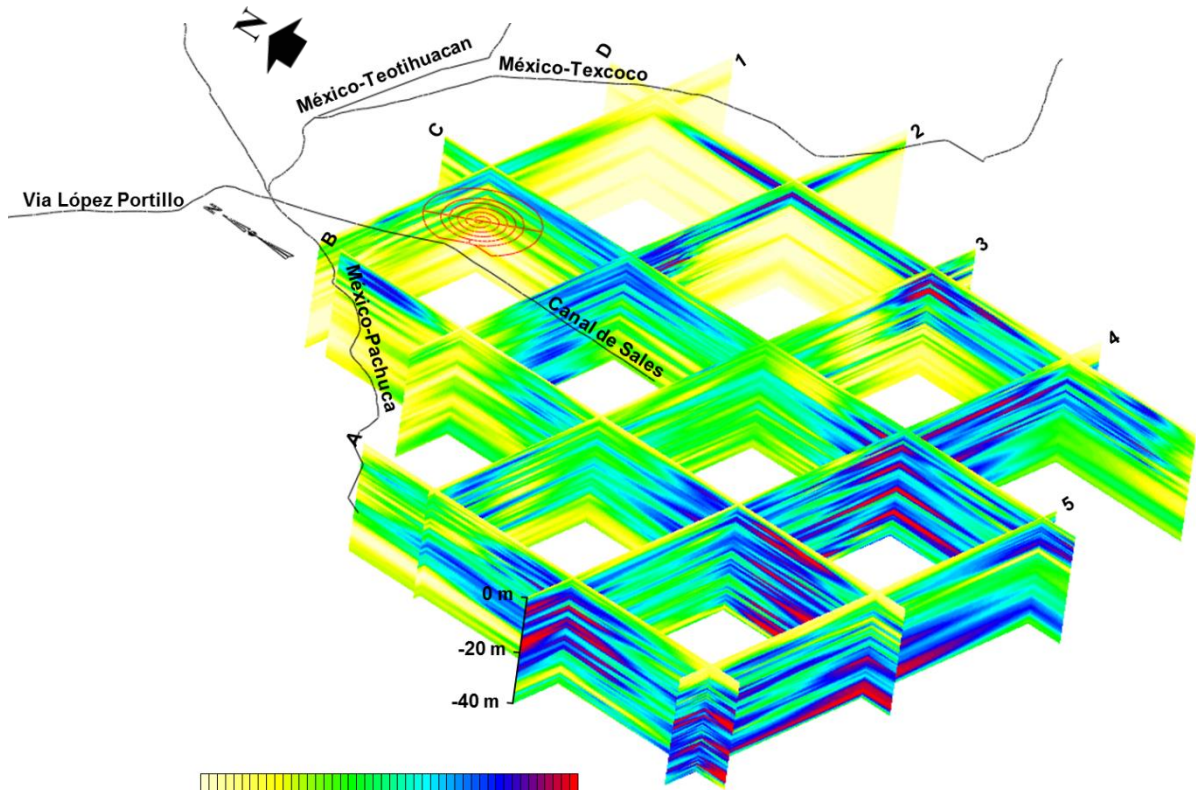


b) Desviación estándar de estimación

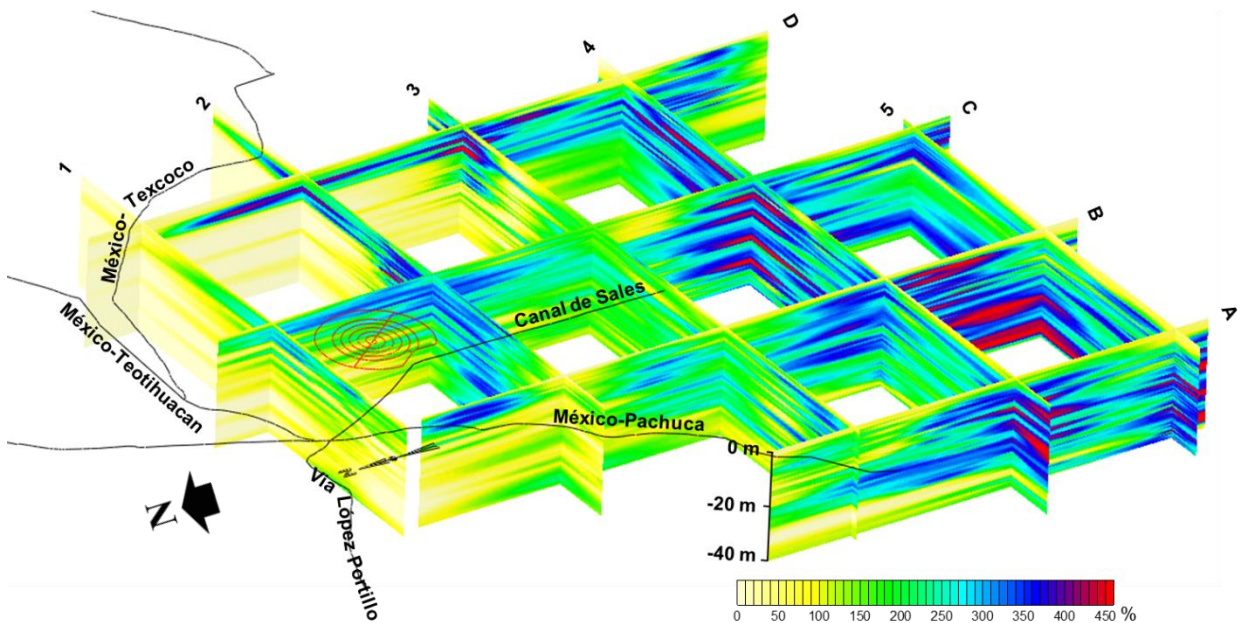


c) Secciones transversales simuladas del contenido de agua

Figura 4.161. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 5, zona oriente.



Contenido de agua,  $w(\%)$



Contenido de agua,  $w(\%)$

Figura 4.162. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona oriente.

### 4.4.3.2 Análisis de la distribución espacial de $q_c$ en CPT

Con el fin de profundizar en la caracterización del subsuelo de la zona en estudio se realizó el análisis de la distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico.

#### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores de la resistencia de punta de cono eléctrico ( $q_c$ ), se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen de suelo, 3D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se consideran 198 sondeos distribuidos en forma aleatoria como se muestra en la fig. 4.163, ejecutados entre 1995 y 2009.

Los archivos de datos de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>) se generaron a partir de la representación gráfica de los perfiles de 198 sondeos disponibles.

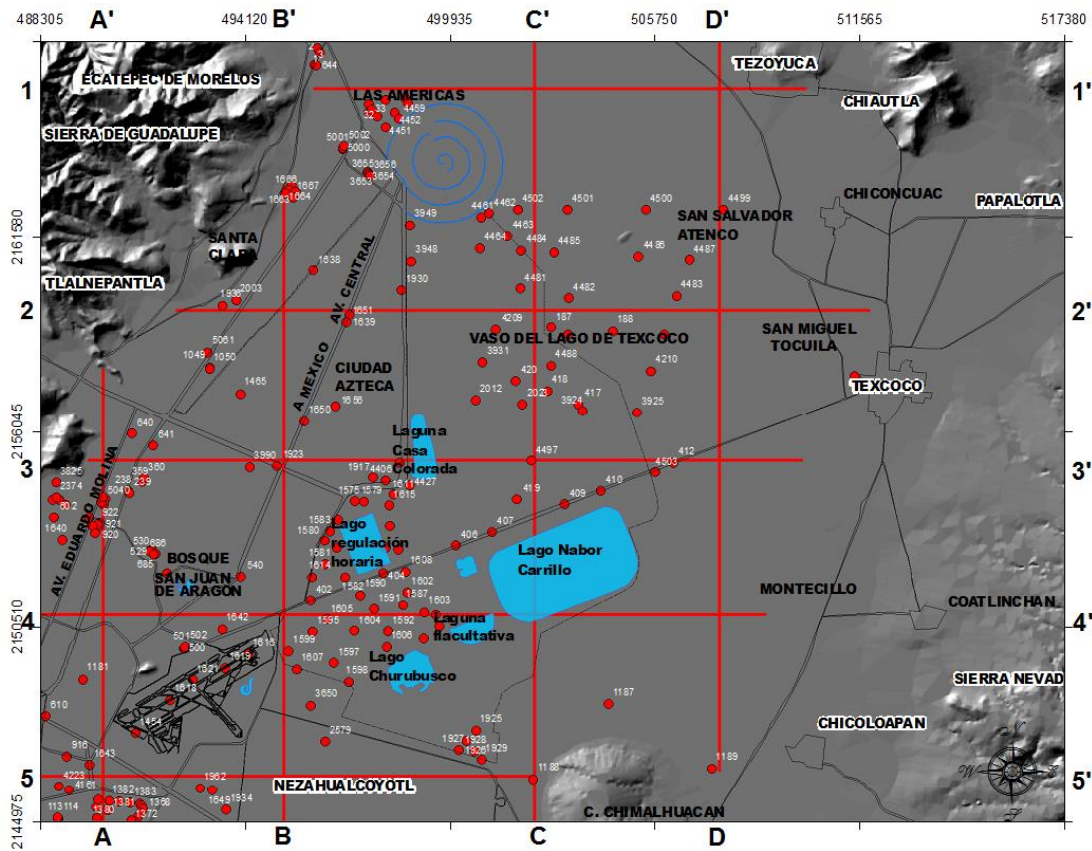


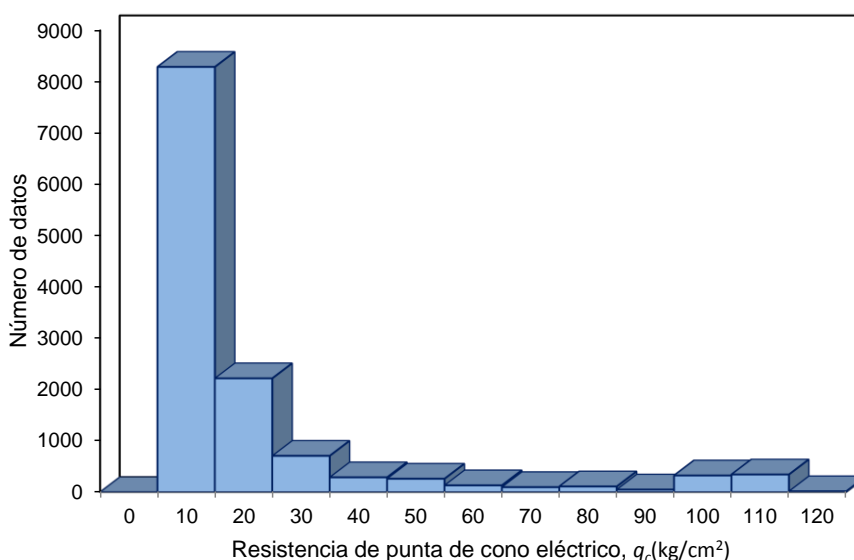
Figura 4.163. Distribución de sondeos CPT disponibles, zona oriente.

#### Descripción estadística

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio considerado, se estiman sus principales parámetros estadísticos mostrados en la tabla 4.31, donde (1 kg/cm<sup>2</sup> = 1 kPa). Asimismo, se construye el histograma que representa la variabilidad de los datos (fig. 4.164).

Tabla 4.31. Parámetros estadísticos de los datos de  $q_c$ , zona oriente.

Parámetro	Valor
No. de datos	12833
Media, $m(\text{kg}/\text{cm}^2)$	15.73
Varianza, $\sigma^2(\text{kg}/\text{cm}^2)$	584.67
Desviación estándar, $S(\text{kg}/\text{cm}^2)$	24.18
Coefficiente de variación, $CV$	1.537

Figura 4.164. Histograma de los datos de  $q_c$ , zona oriente.

En la figura 4.164 se observa que el dominio estudiado está constituido principalmente por formaciones de arcilla, aunque existe una proporción importante de valores altos de  $q_c$  que corresponden a la costra superficial, la capa dura y a los lentes intercalados dentro de los mantos de arcilla.

#### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = 0.00016, b = 0.00012, c = 0.28014 \text{ y } d = -177.7776$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se define la tendencia del campo aleatorio. Esta tendencia es considerada para el cálculo de la correlación espacial. En la fig. 4.165 se representa la dispersión de los datos de  $q_c$  y la tendencia referida a la profundidad, es decir, en una dimensión, donde se observa que la resistencia de cono eléctrico crece con la profundidad.

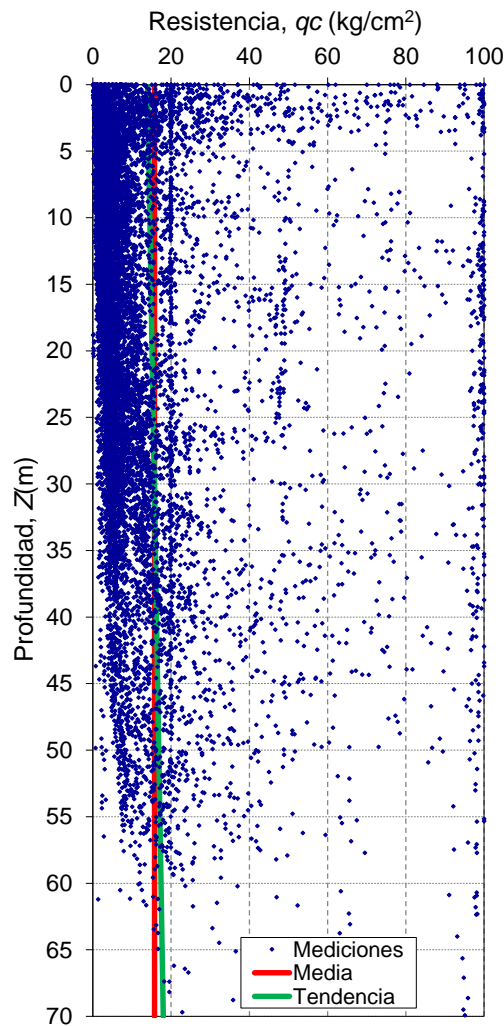


Figura 4.165. Distribución de mediciones de  $q_c$ , zona oriente.

Con base en los coeficientes de regresión lineal se obtiene el campo residual de resistencia de punta de cono eléctrico y se calculan los correlogramas experimentales (fig. 4.166), las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 3400m$  y  $\delta_{ver} = 2.8m$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.166.

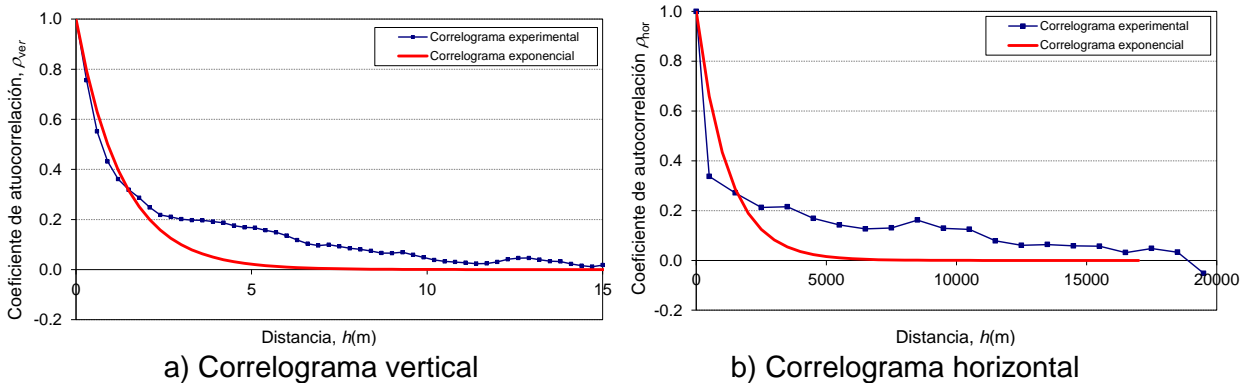


Figura 4.166. Correlogramas direccionales de  $q_c$  en CPT; zona oriente.



### *Predicción*

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{hor}$ , los modelos teóricos y los datos experimentales de los 198 perfiles geotécnicos disponibles y empleando la técnica del *Kriging Simple*, se estimaron perfiles de resistencia de punta de cono eléctrico,  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>), a cada 250m a lo largo de los ejes preferenciales “A, B, C, D” y “1, 2, 3, 4 y 5”, definidos en la fig. 4.163. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 25cm, hasta 40m de profundidad. Asimismo, con la finalidad de ilustrar la variabilidad de la resistencia de punta de cono eléctrico, empleando la técnica de simulación condicional se elaboraron perfiles simulados de  $q_c$  a lo largo de los mismos ejes preferenciales.

### *Visualización*

Con el fin de evaluar visualmente la variación espacial de la propiedad  $q_c$ , se construyeron secciones transversales estimadas y simuladas a lo largo de los ejes preferenciales definidos, así como la desviación estándar de estimación, estos modelos representan de forma sencilla la distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico a lo largo de cada eje (figs. 4.167 a 4.175). En las mismas figuras se presentan tres simulaciones (posibles configuraciones) de la distribución de resistencia de punta de cono eléctrico a lo largo de los mismos ejes.

Así también, se construyó un modelo 3D con las secciones transversales estimadas (fig. 4.176), este modelo permiten observar en conjunto la distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico dentro de la zona de estudio.

### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico mostrados en las figs. 167 a 176, se tiene que:

Las menores resistencias de cono eléctrico se localizan en la zona del aeropuerto, *Aragón*, *Ciudad Netzahualcóyotl* y el fondo del ex *Lago de Texcoco*.

En zonas cercanas a la *Sierra de Guadalupe* y la carretera a *Chiconcuac* se encuentran valores altos de resistencia de punta de cono eléctrico.

El aumento de la resistencia de cono eléctrico indica que los estratos más resistentes se ubican de forma ascendente en las direcciones sur-norte y poniente-oriente de la zona, similar a la configuración determinada con el contenido de agua (sección anterior).

La magnitud de la desviación estándar de estimación en las secciones transversales estimadas depende de la profundidad y ubicación de los sondeos.

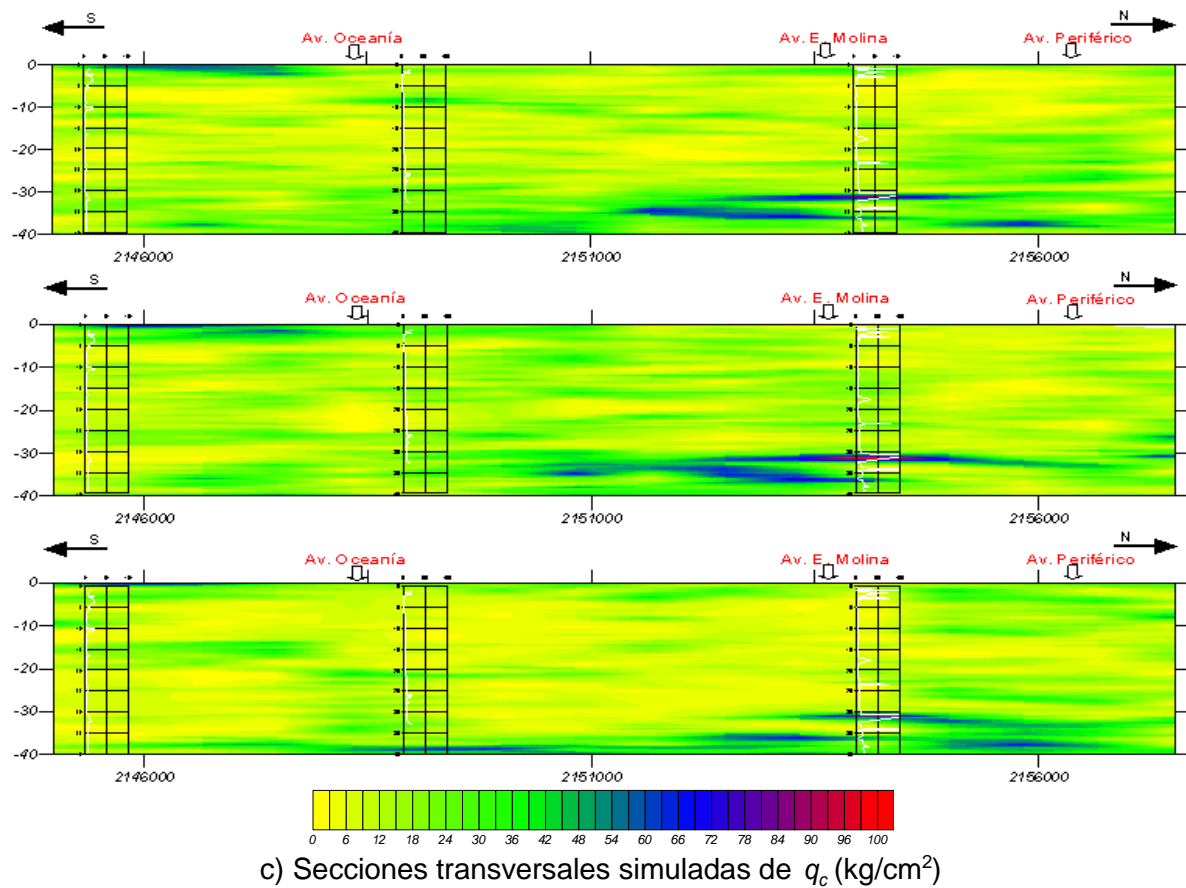
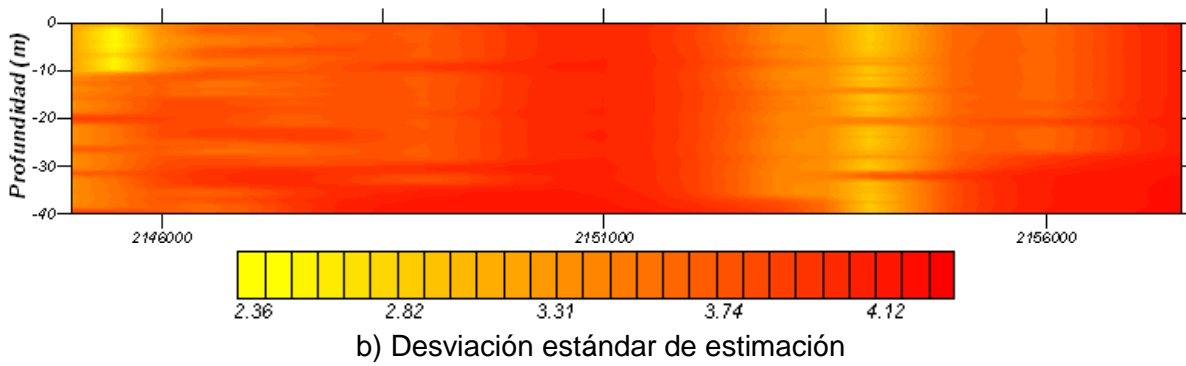
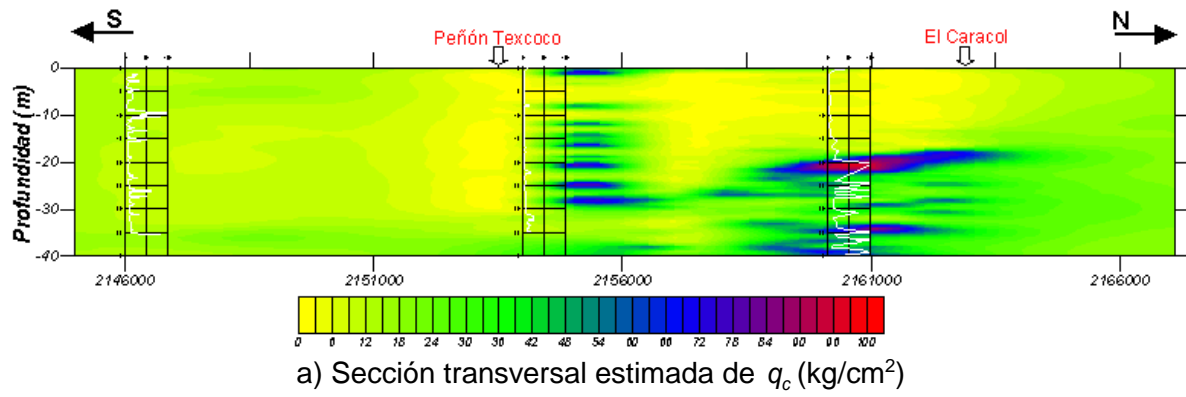


Figura 4.167. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje A, zona oriente.

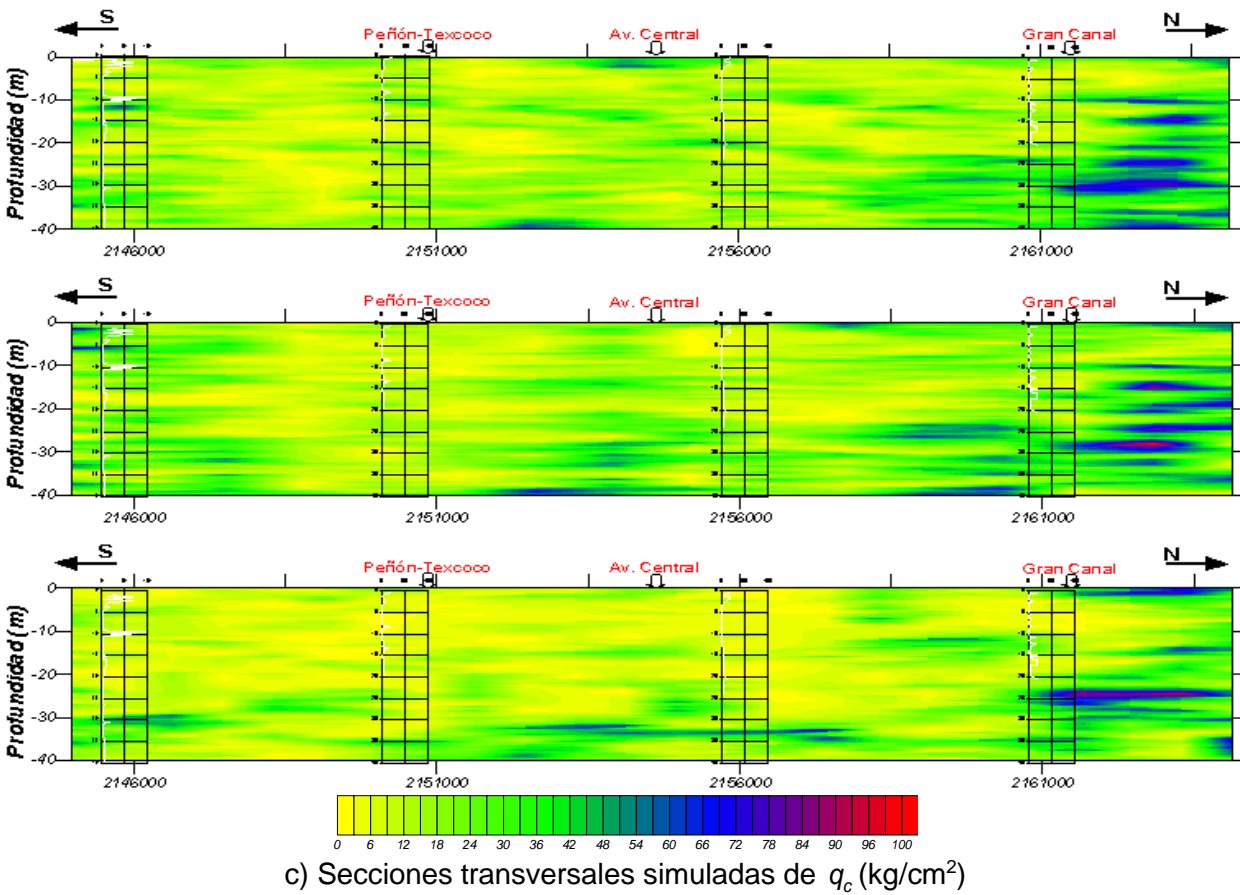
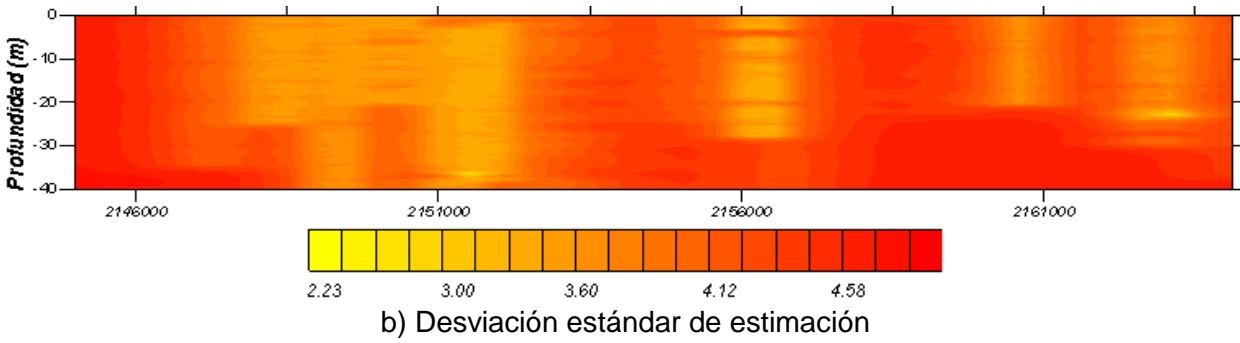
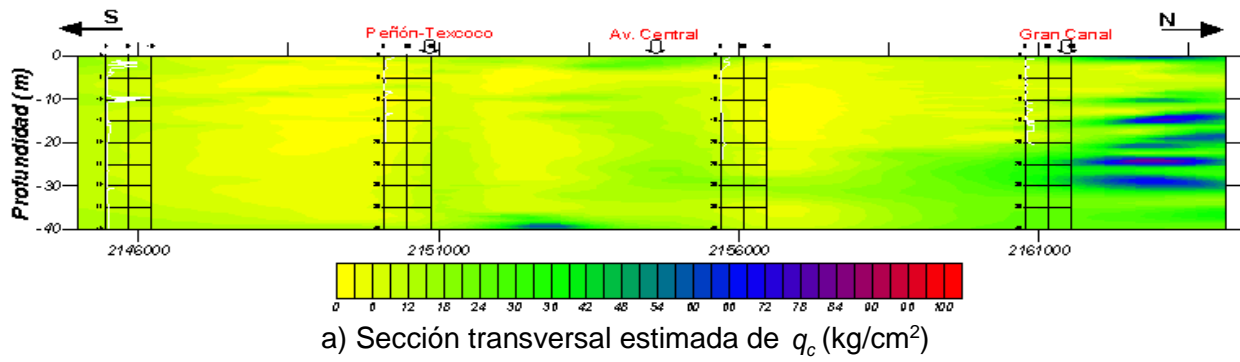


Figura 4.168. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje B, zona oriente.

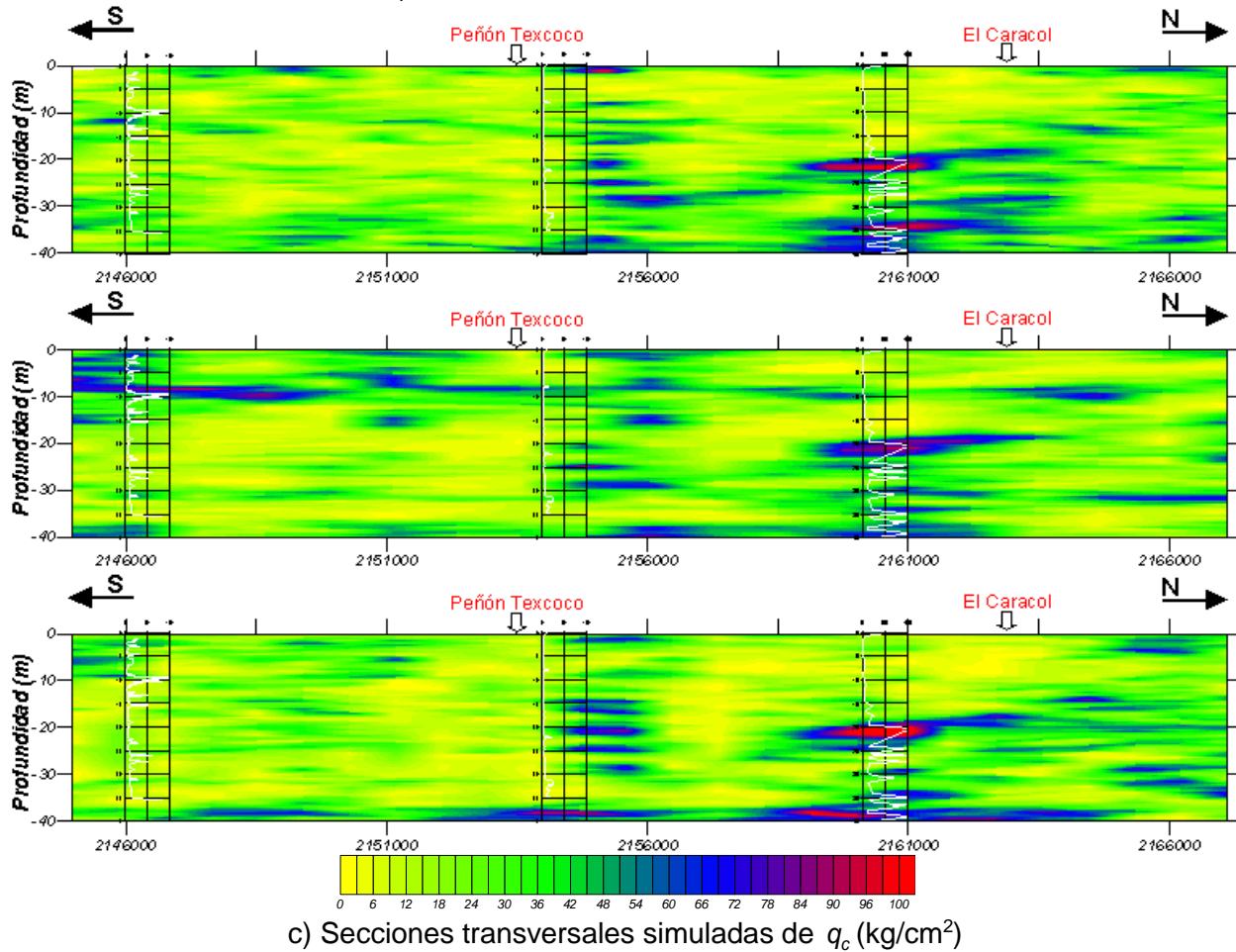
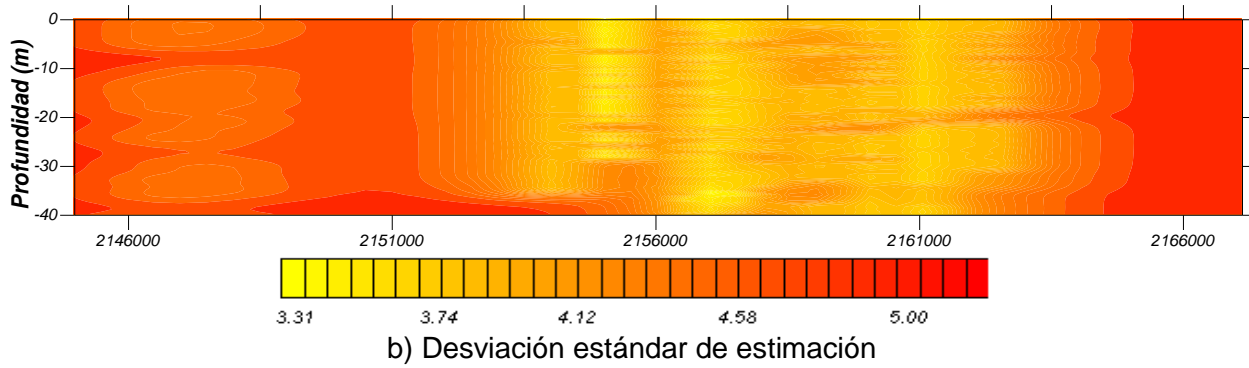
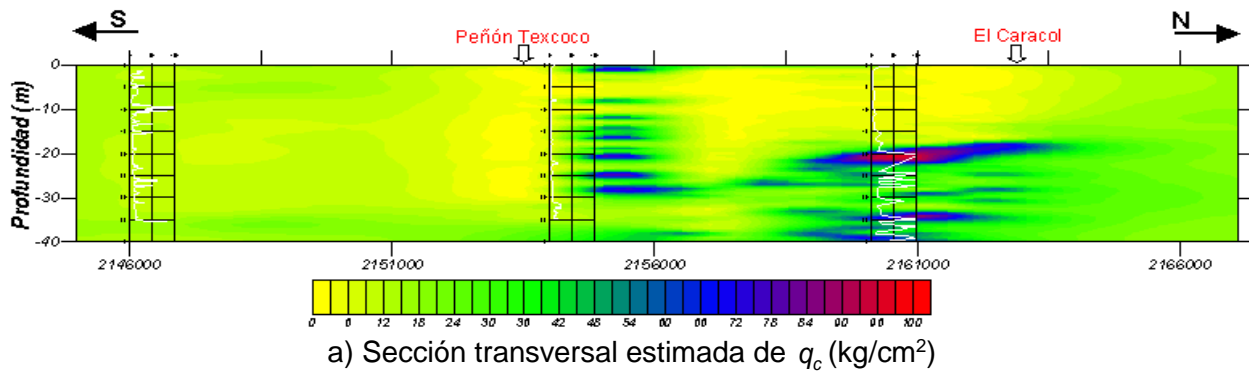
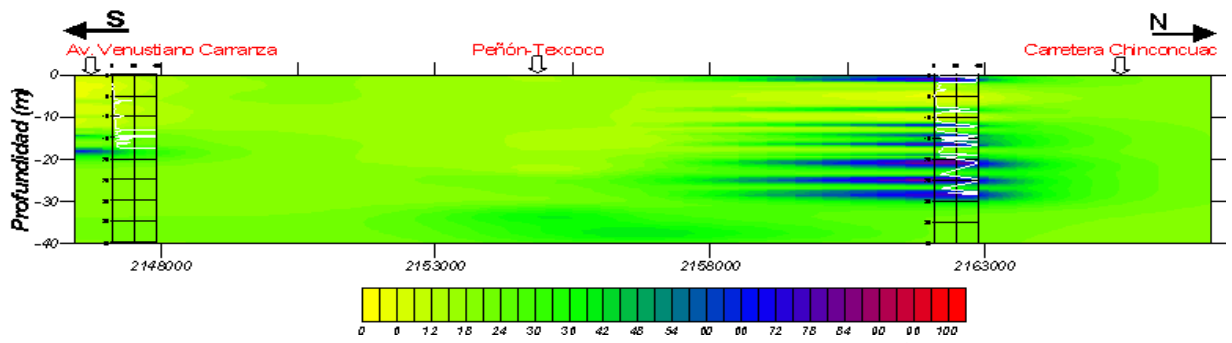
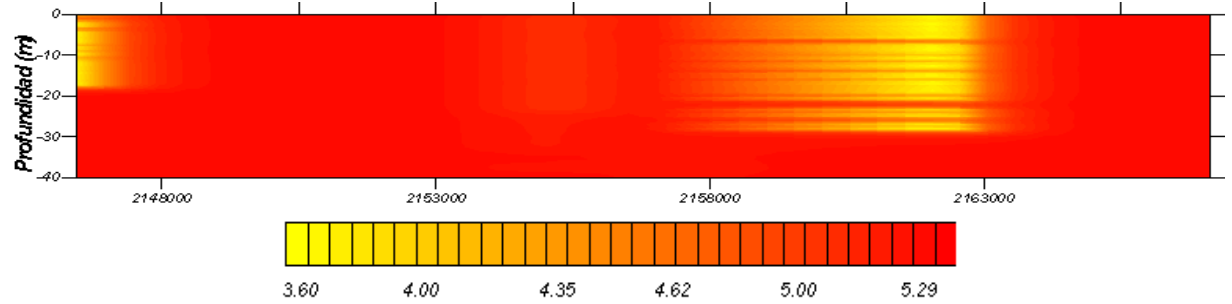


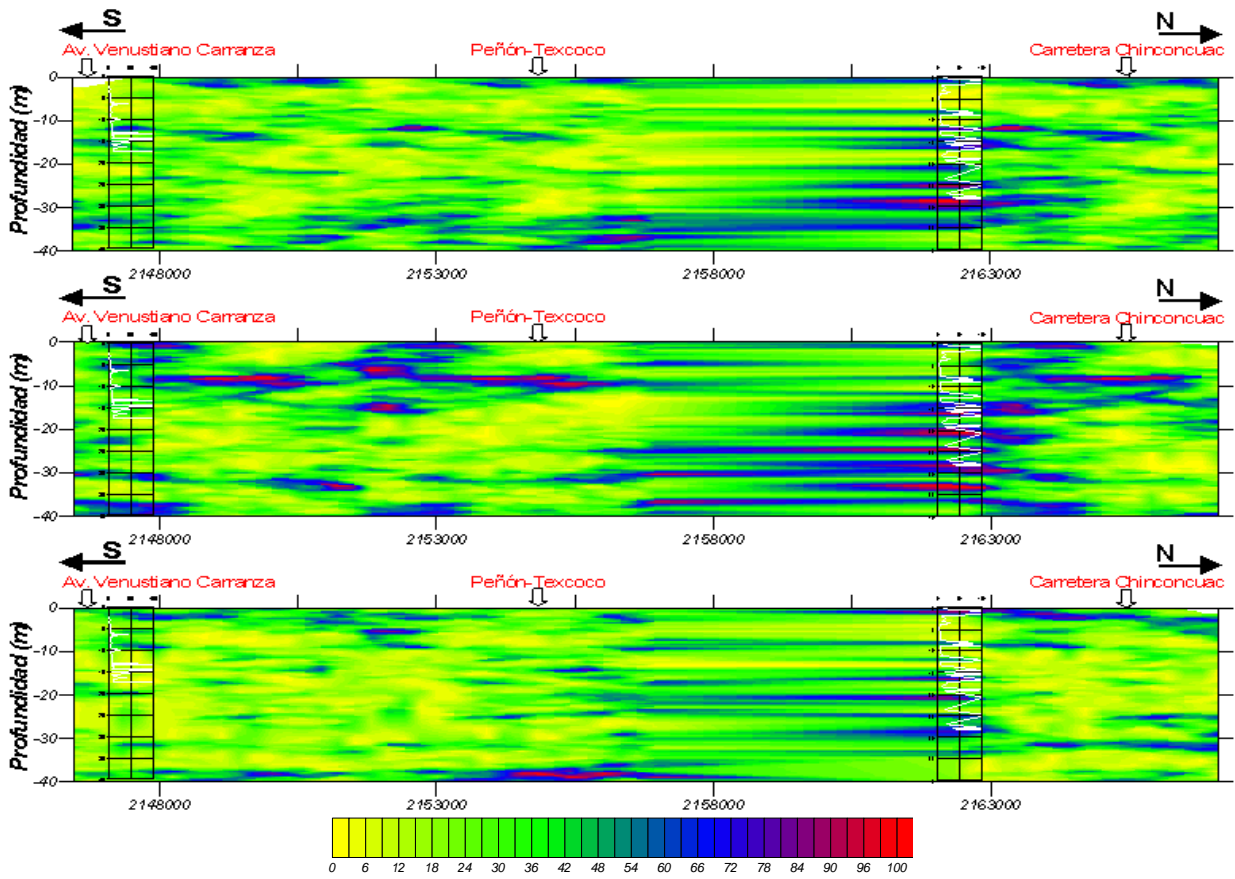
Figura 4.169. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje C, zona oriente.



a) Sección transversal estimada de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

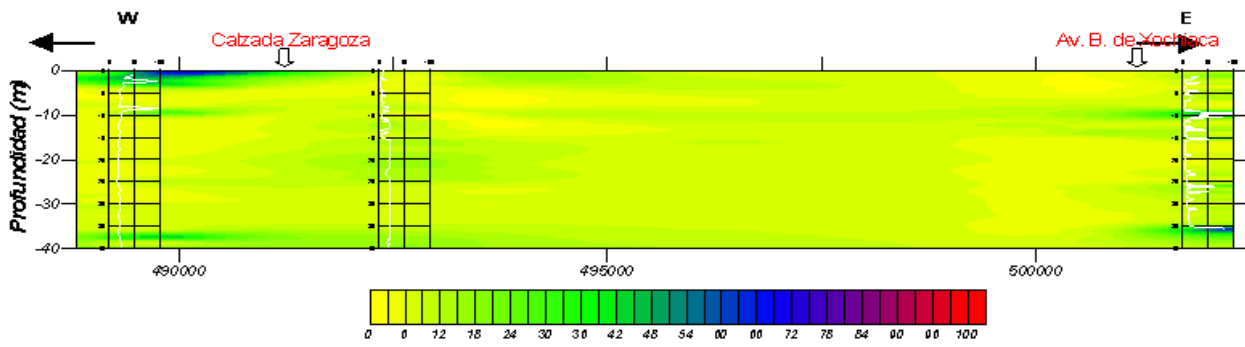


b) Desviación estándar de estimación

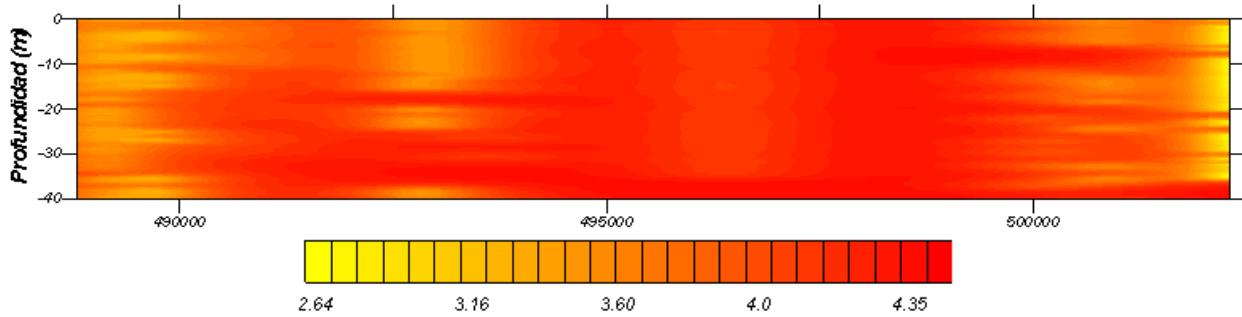


c) Secciones transversales simuladas de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

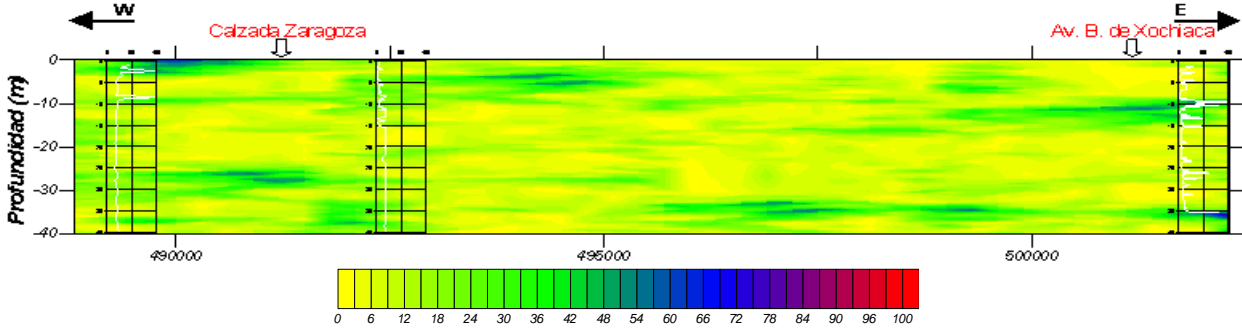
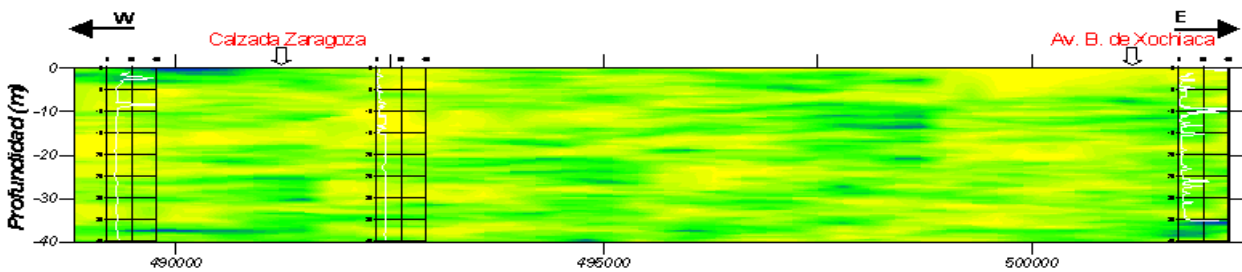
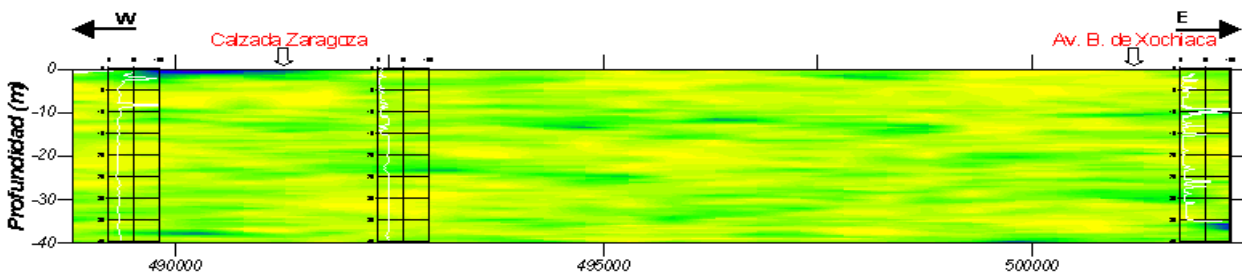
Figura 4.170. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje D, zona oriente.



a) Sección transversal estimada de  $q_c$  ( $\text{kg/cm}^2$ )



b) Desviación estándar de estimación



c) Secciones transversales simuladas de  $q_c$  ( $\text{kg/cm}^2$ )

Figura 4.171. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje 1, zona oriente.

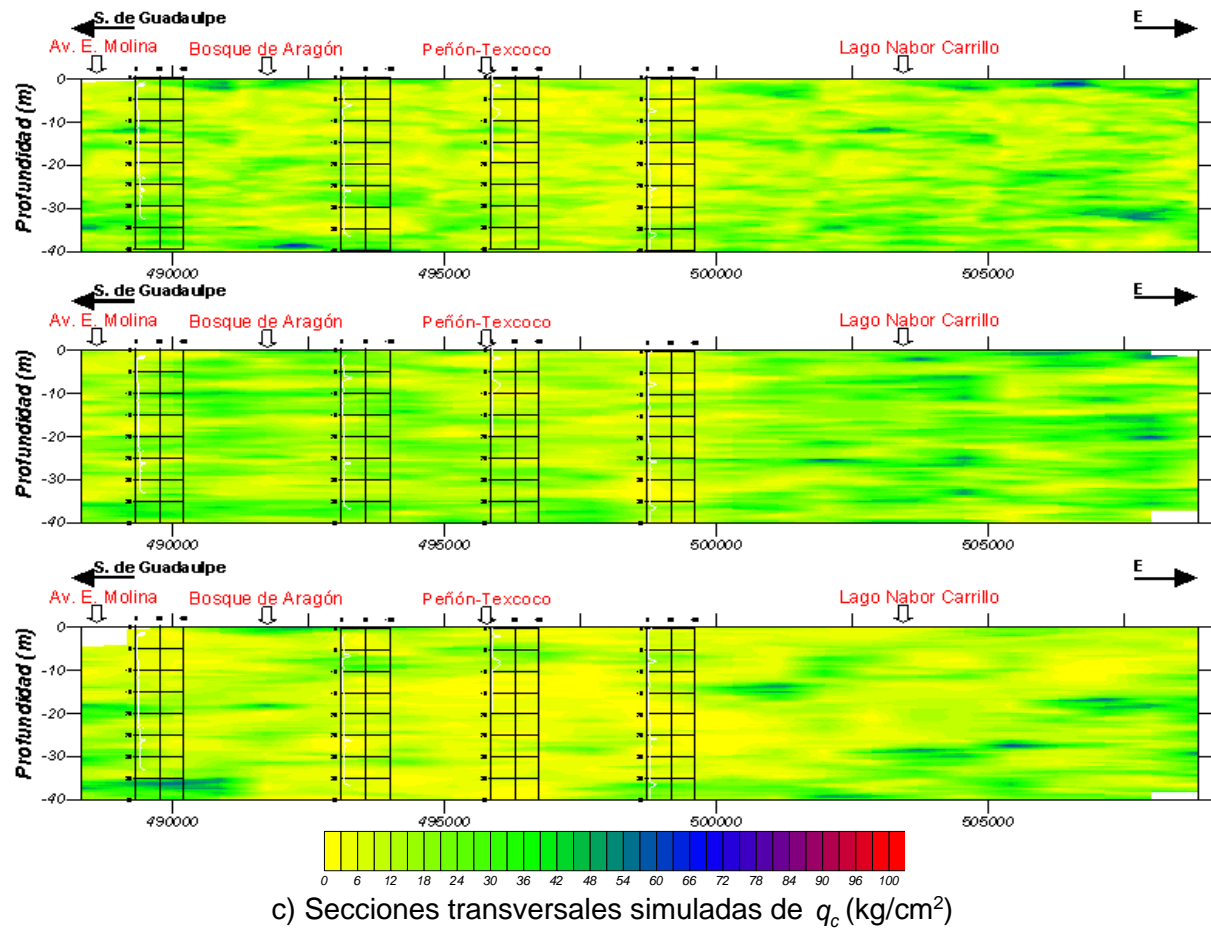
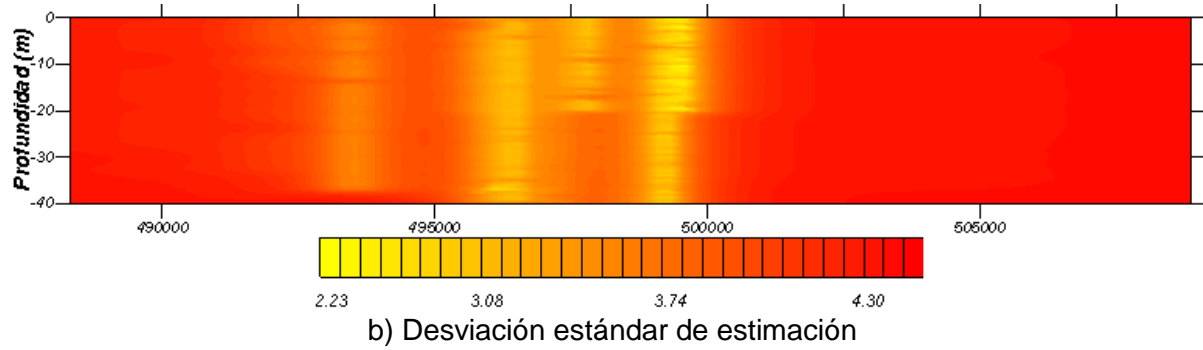
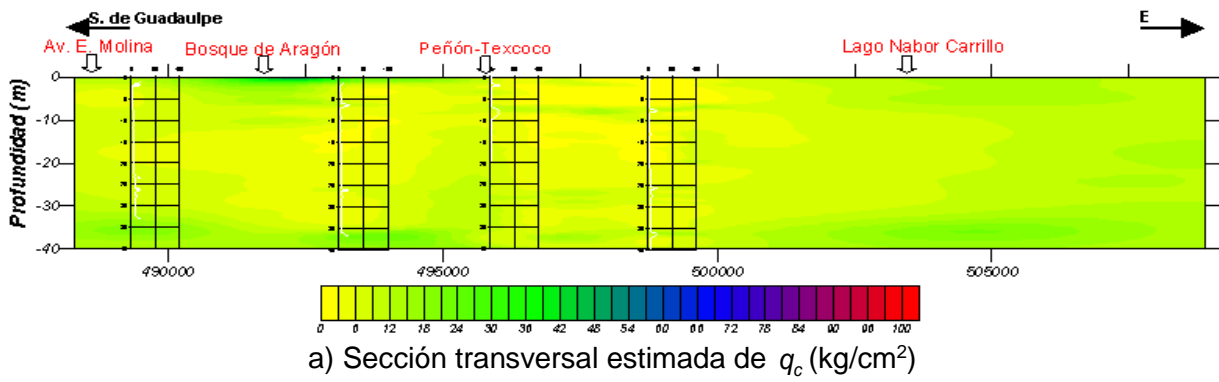
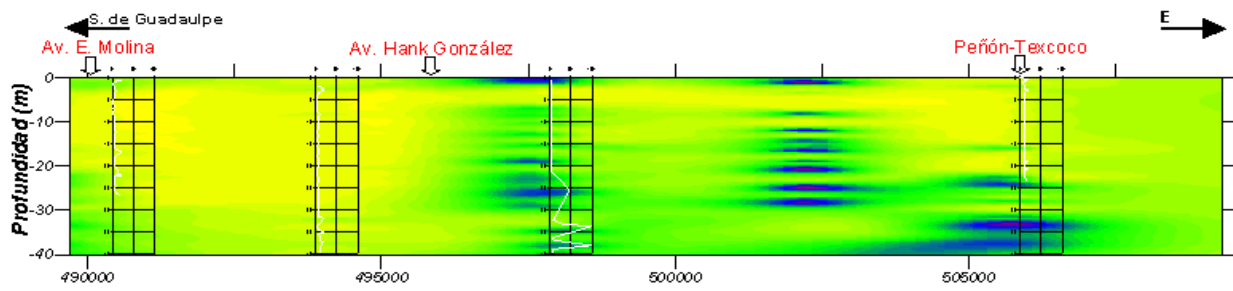
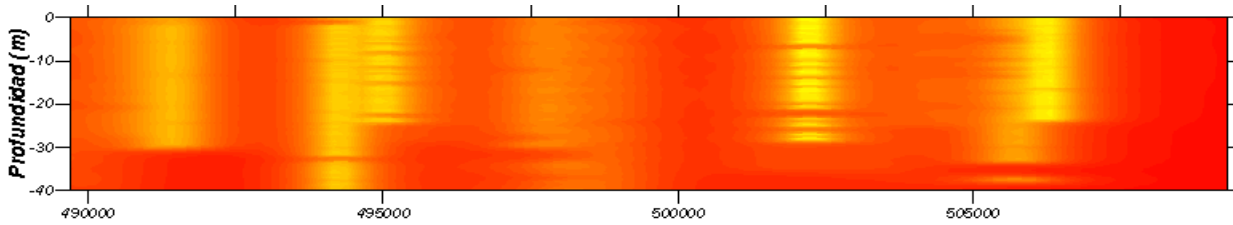


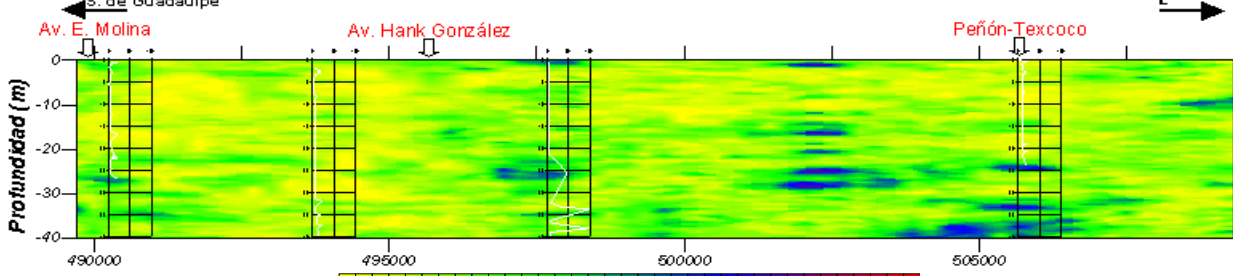
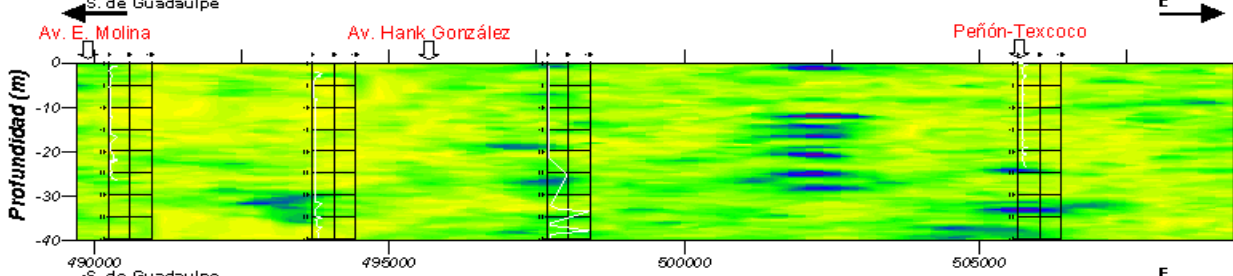
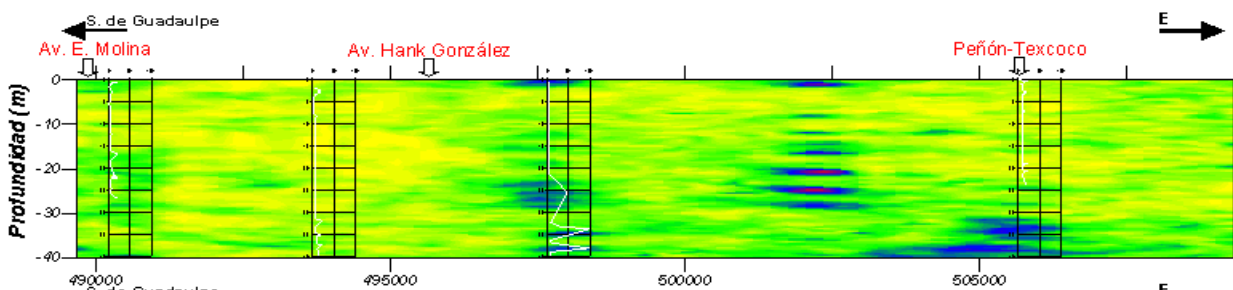
Figura 4.172. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje 2, zona oriente.



a) Sección transversal estimada de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)



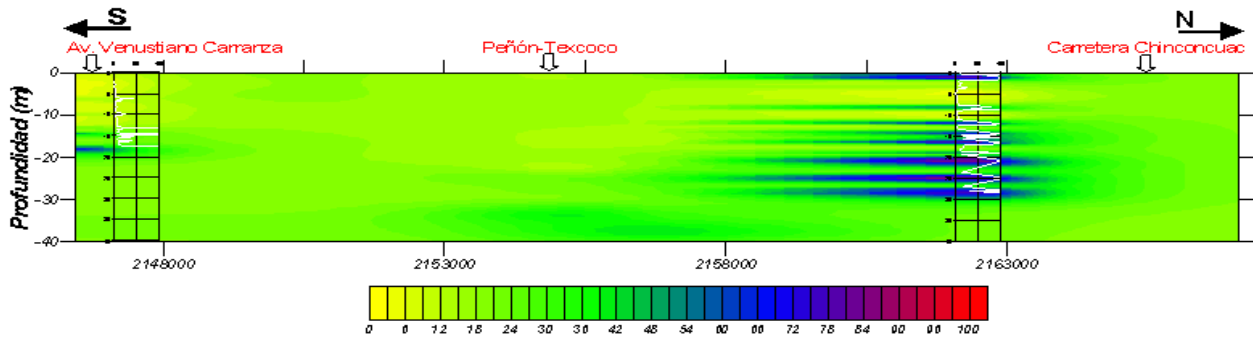
b) Desviación estándar de estimación



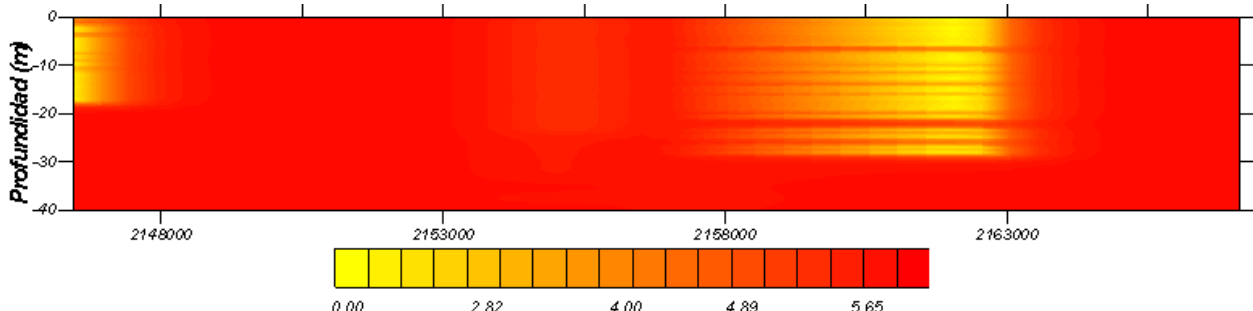
c) Secciones transversales simuladas de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

Figura 4.173. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje 3, zona oriente.

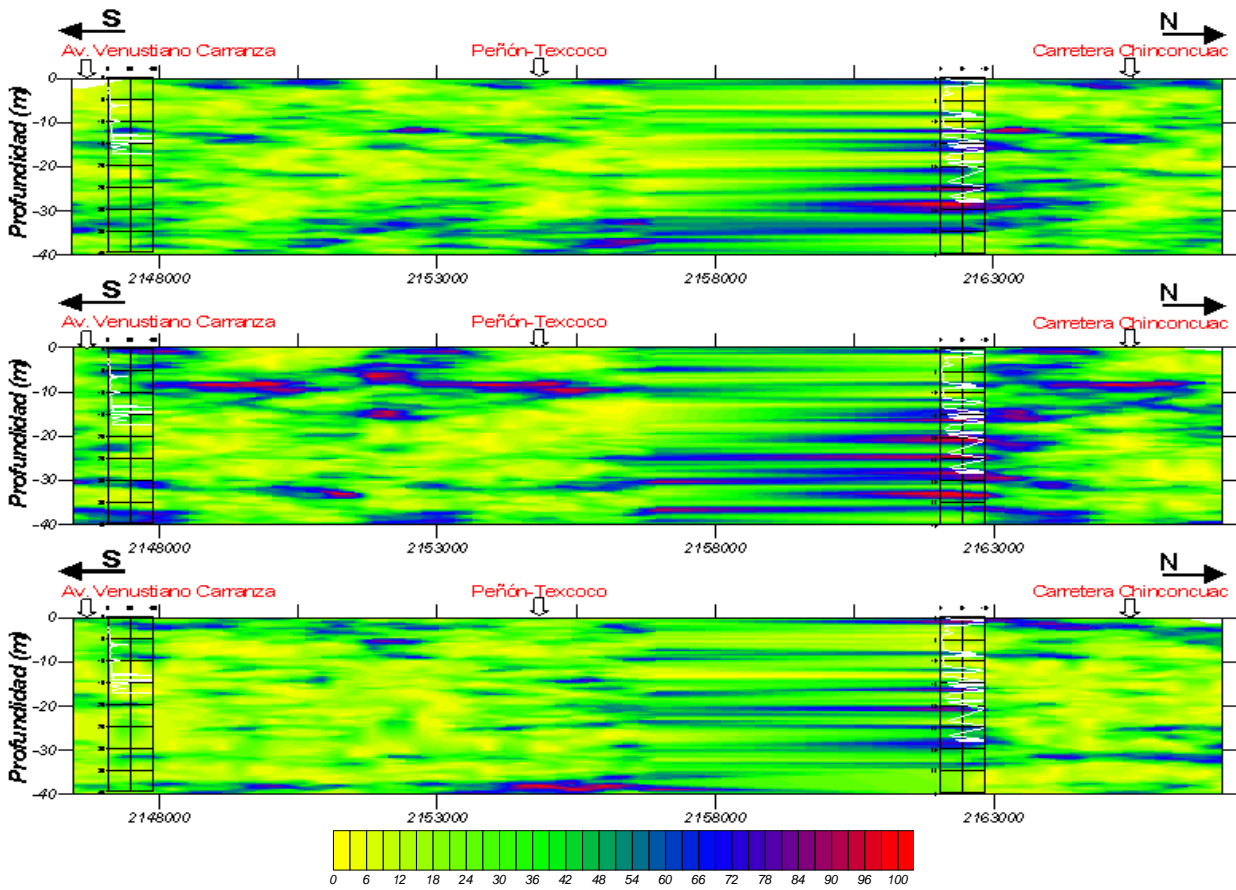




a) Sección transversal estimada de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

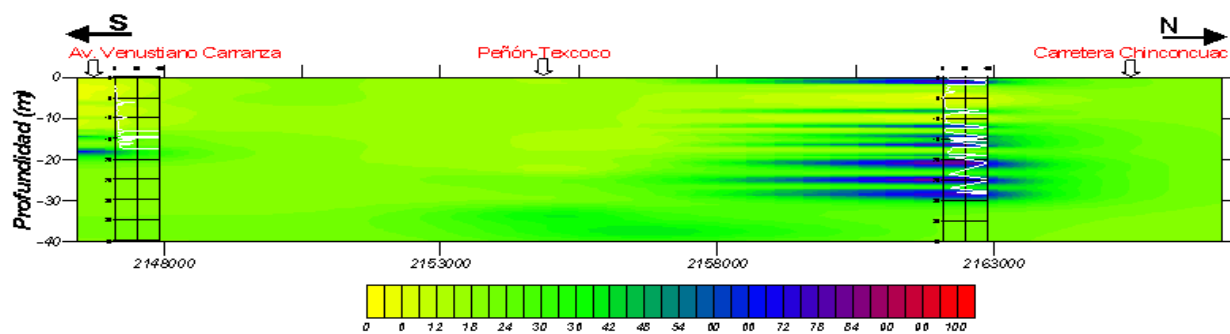


b) Desviación estándar de estimación

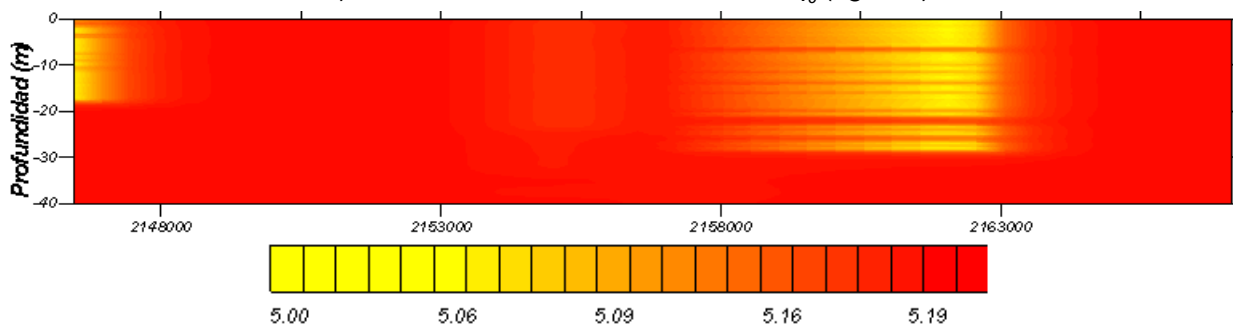


c) Secciones transversales simuladas de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

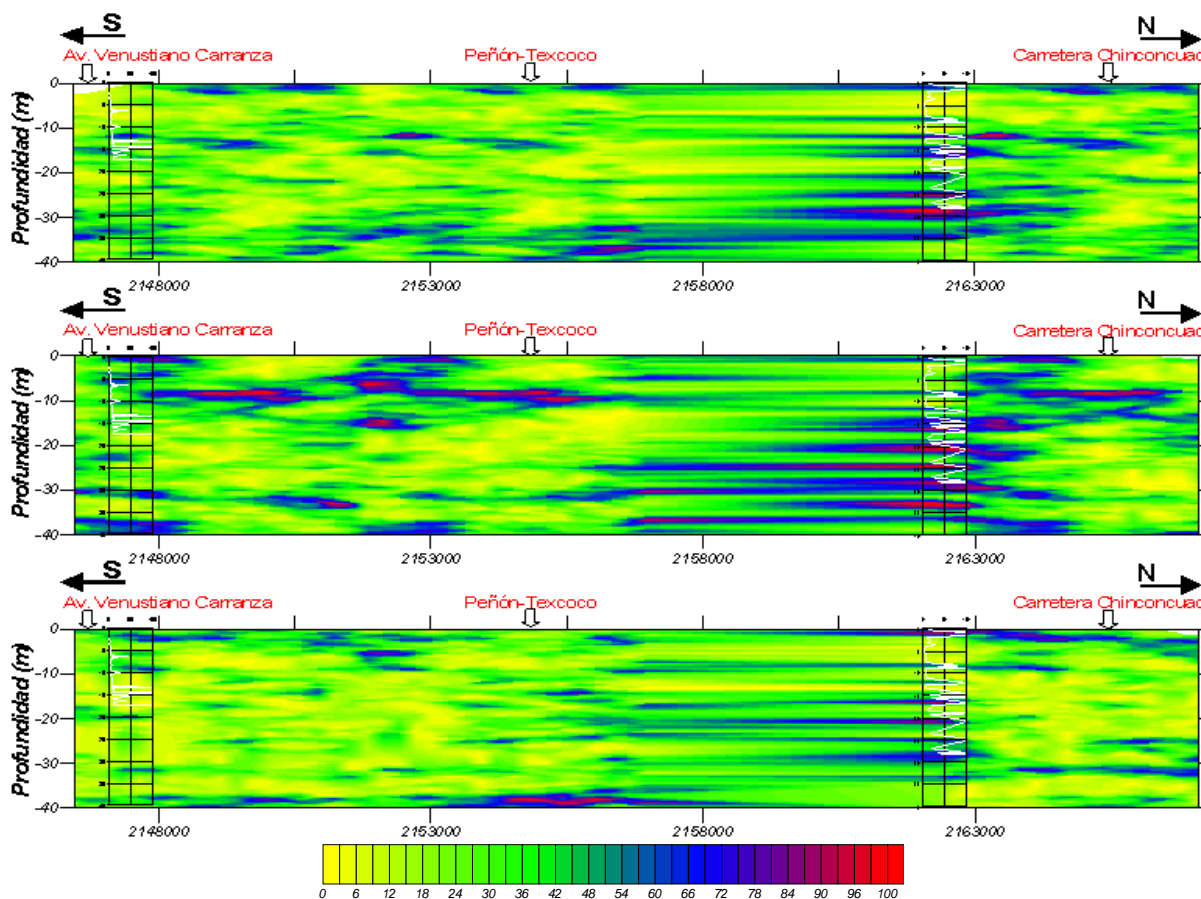
Figura 4.174. Distribución espacial de  $q_c$  eléctrico sobre el eje 4, zona oriente.



a) Sección transversal estimada de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)



b) Desviación estándar de estimación



c) Secciones transversales simuladas de  $q_c$  (kg/cm<sup>2</sup>)

Figura 4.175. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje 5, zona oriente.

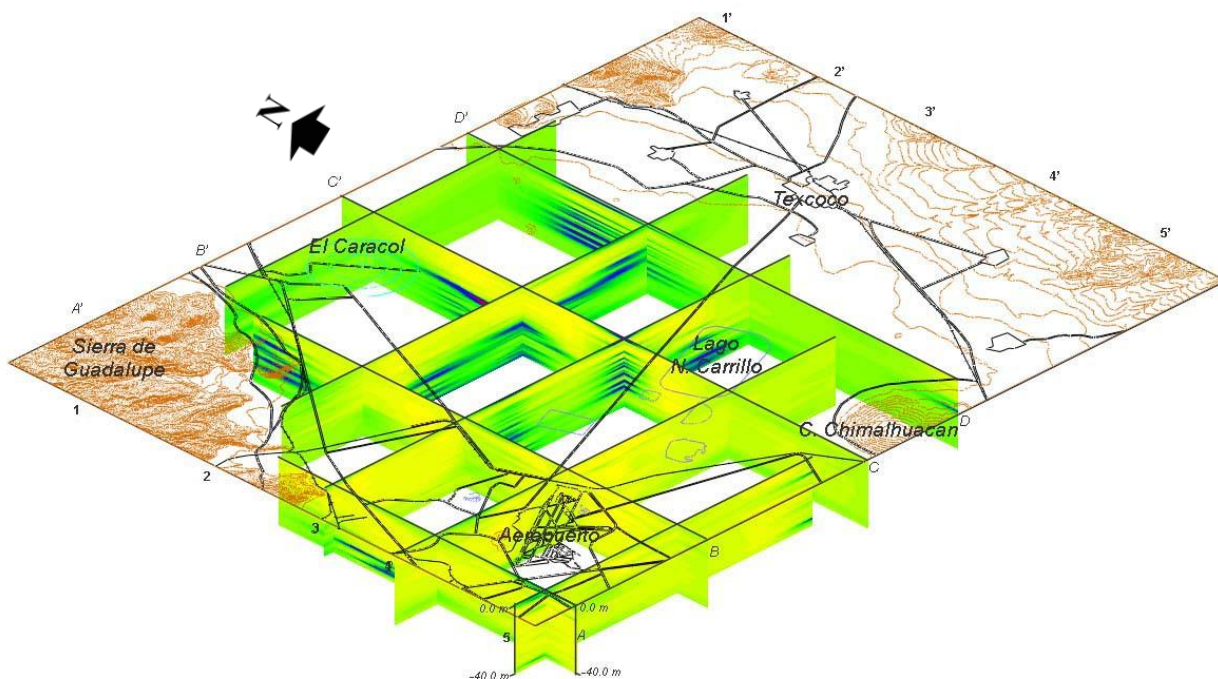


Figura 4.176. Modelo 3D de la distribución espacial de  $q_c$ , zona oriente.

#### 4.4.3.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS

##### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad de la frontera superior de la FAS representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.177, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente 300 sondeos realizados aproximadamente en la misma época (1990-2009). Se adoptó como límite del dominio estudiado la Zona Geotécnica I (Zona de lomas) propuesta en las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones* (GDF, 2004b).

##### Descripción estadística

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.32). En la fig. 4.178 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma.

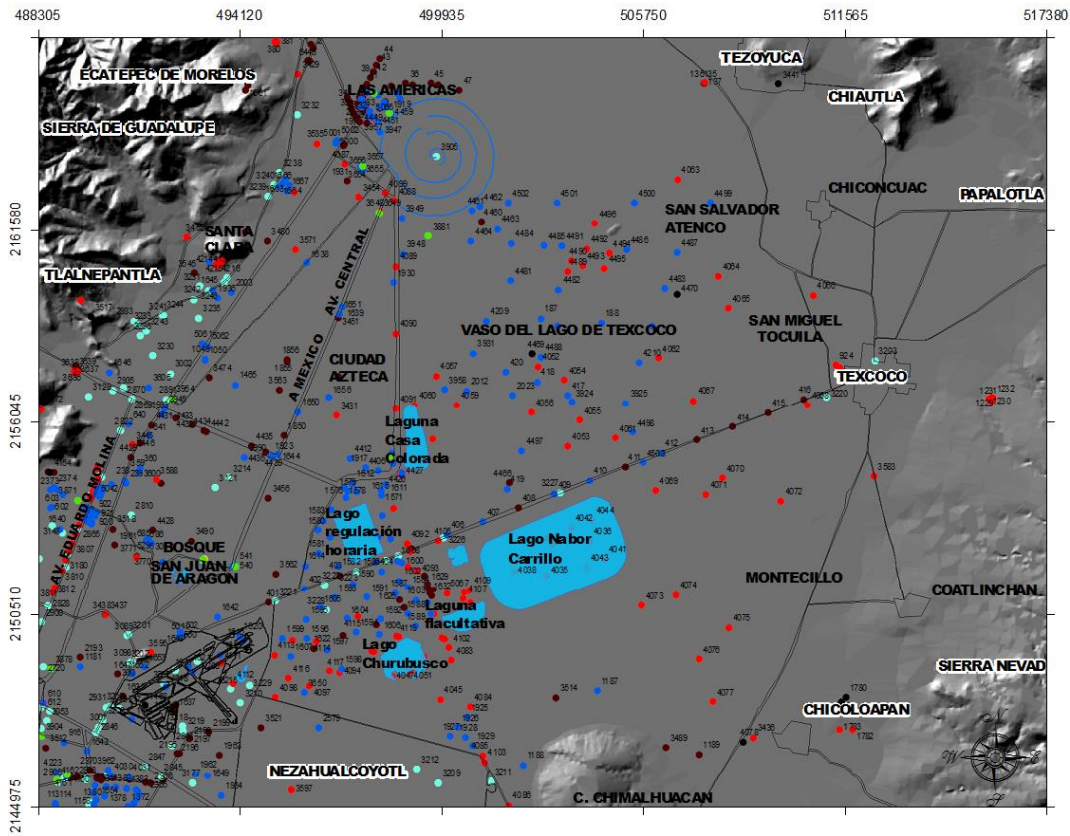


Figura 4.177. Distribución de datos de la profundidad de la FAS, zona oriente.

Tabla 4.32. Descripción estadística, profundidad de la FAS.

Parámetro	Valor
No. de datos	300
Media, $m(m)$	1.83
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	1.40
Desviación estándar, $S(m^2)$	1.20
Coefficiente de variación, CV	1.27

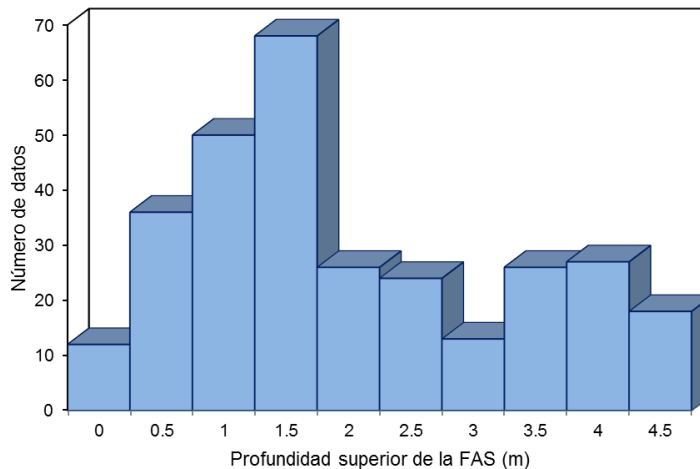


Figura 4.178. Histograma de la profundidad de la FAS, zona oriente.

### Análisis de correlación espacial

La tendencia de la profundidad de la frontera superior de la FAS se evalúa mediante un análisis de regresión lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = -0.00000140, b = 0.00002493, c = -51.16221.$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal mostrada en la fig. 4.179, donde se observa que al norte, en la zona del *Desecador Solar Texoco*, la FAS se encuentra a menor profundidad (2m aprox.) y tiende a profundizarse ligeramente hacia el sur en la zona del aeropuerto y *Chimalhuacán*, alcanzando una profundidad aproximada de 1.5m.

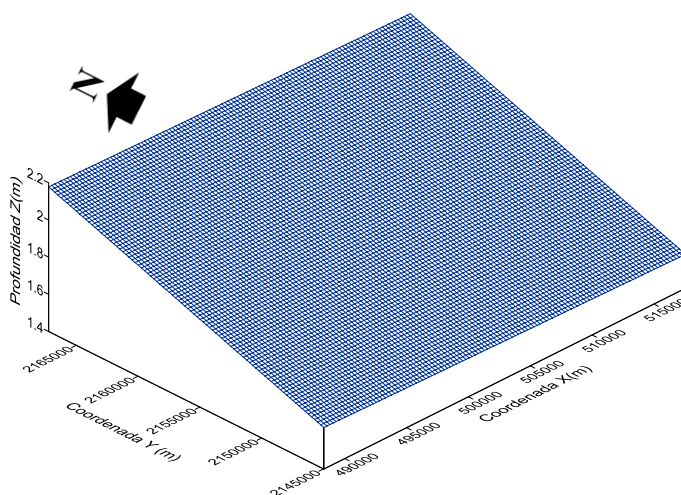


Figura 4.179. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona oriente.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 350m (fig. 4.180). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.33.

Tabla 4.33. Distancias de correlación de la profundidad superior de la FAS, zona oriente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = $0^\circ$	310
Az = $45^\circ$	220
Az = $90^\circ$	200
Az = $135^\circ$	300

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.180), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.33. Para la estimación se utilizan las distancias de correlación obtenidas en las direcciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , resultando de 310m y 200m respectivamente.

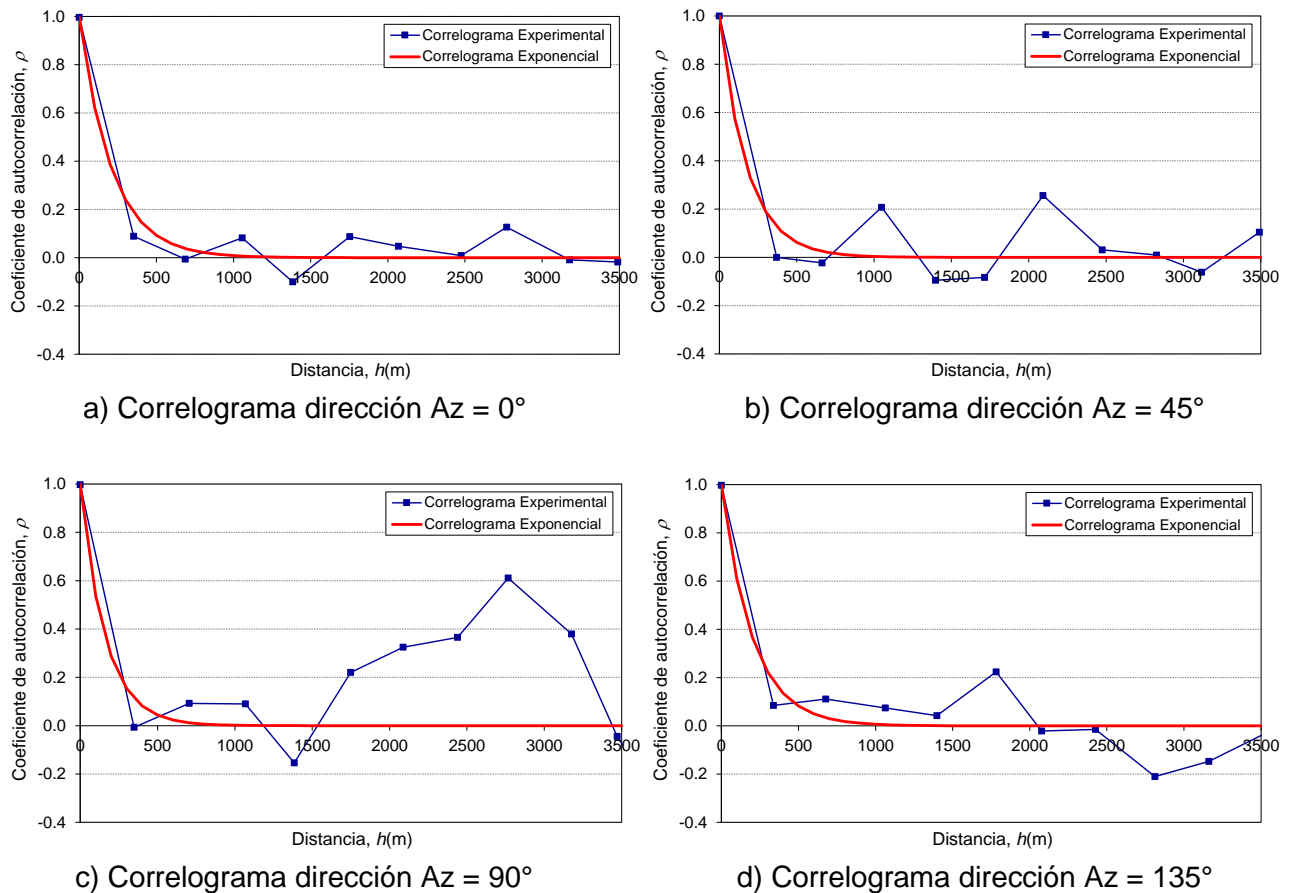


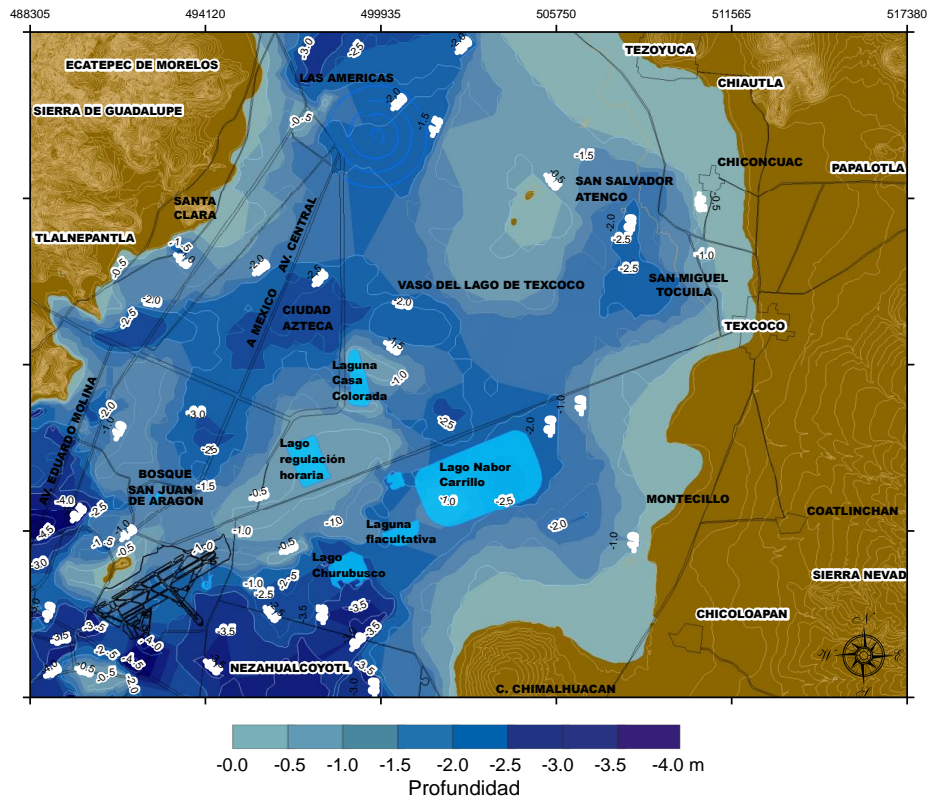
Figura 4.180. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona oriente.

### Predicción

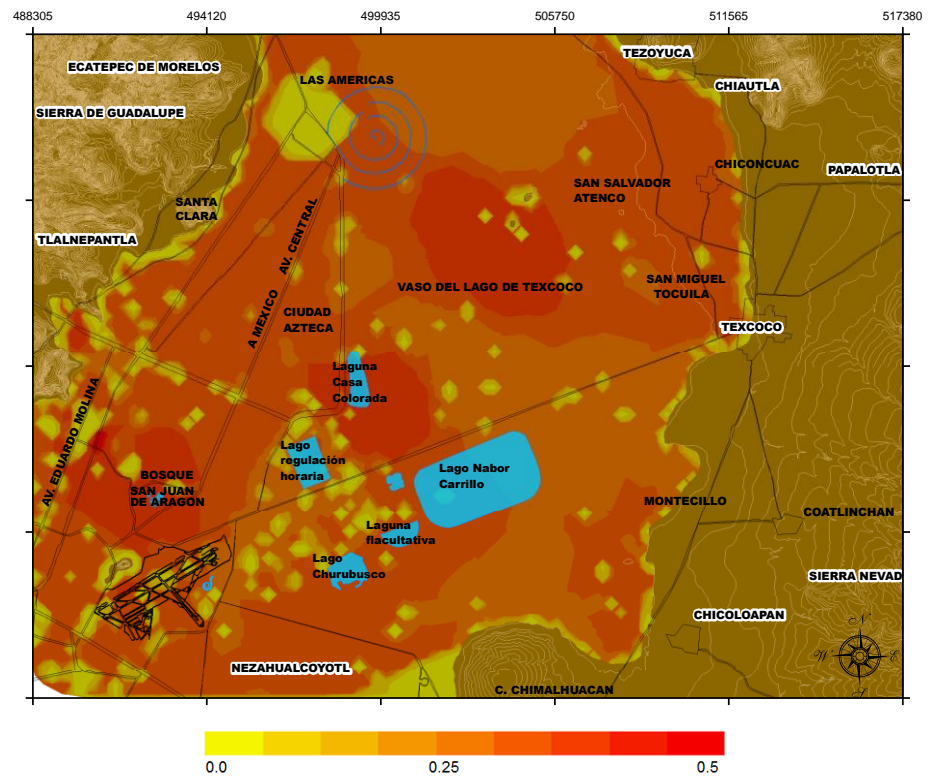
La estimación de la profundidad de la frontera superior de la FAS se realizó en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones (X e Y), empleando los datos del campo residual, la anisotropía definida por las distancias de correlación en las direcciones de 0° y 90°, y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

### Visualización

Con el fin de apreciar en forma sencilla la distribución espacial de la profundidad de la FAS, se recurre a la técnica de mapeo para construir un mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS y otro de la varianza de estimación (fig. 4.181). Asimismo, en la fig. 4.182 se presenta un modelo de superficie de la profundidad estimada de la FAS.



a) Contornos de la profundidad estimada



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.181. Distribución espacial de la profundidad estimada de la FAS, zona oriente.

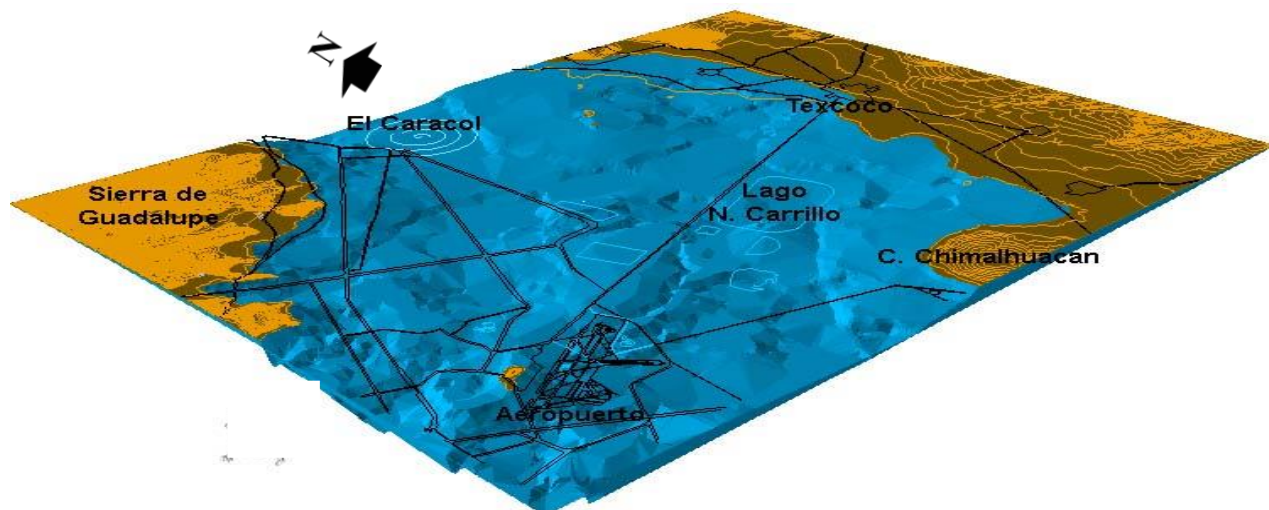


Figura 4.182. Superficie de la profundidad estimada de la FAS, zona oriente.

#### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial mostrados en las figs. 4.181 y 4.182, se tiene que:

En la zona cercana al Aeropuerto y Aragón, la profundidad de la FAS es mayor, variando de 3.0 a 4.5m.

La menor profundidad de la FAS se registra en la Zona Federal del ex-lago de Texcoco, presentándose de forma prácticamente superficial.

Debe subrayarse que frecuentemente los sondeos se realizan en terraplenes, rellenos o calzadas, donde existen materiales compactados. La profundidad medida de la frontera superior de la FAS refleja estas anomalías locales.

#### *4.4.3.4 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD*

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad de la frontera superior de la CD representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se emplearon 160 sondeos realizados en el periodo 1990-2009, su ubicación se muestra en la fig. 4.183.



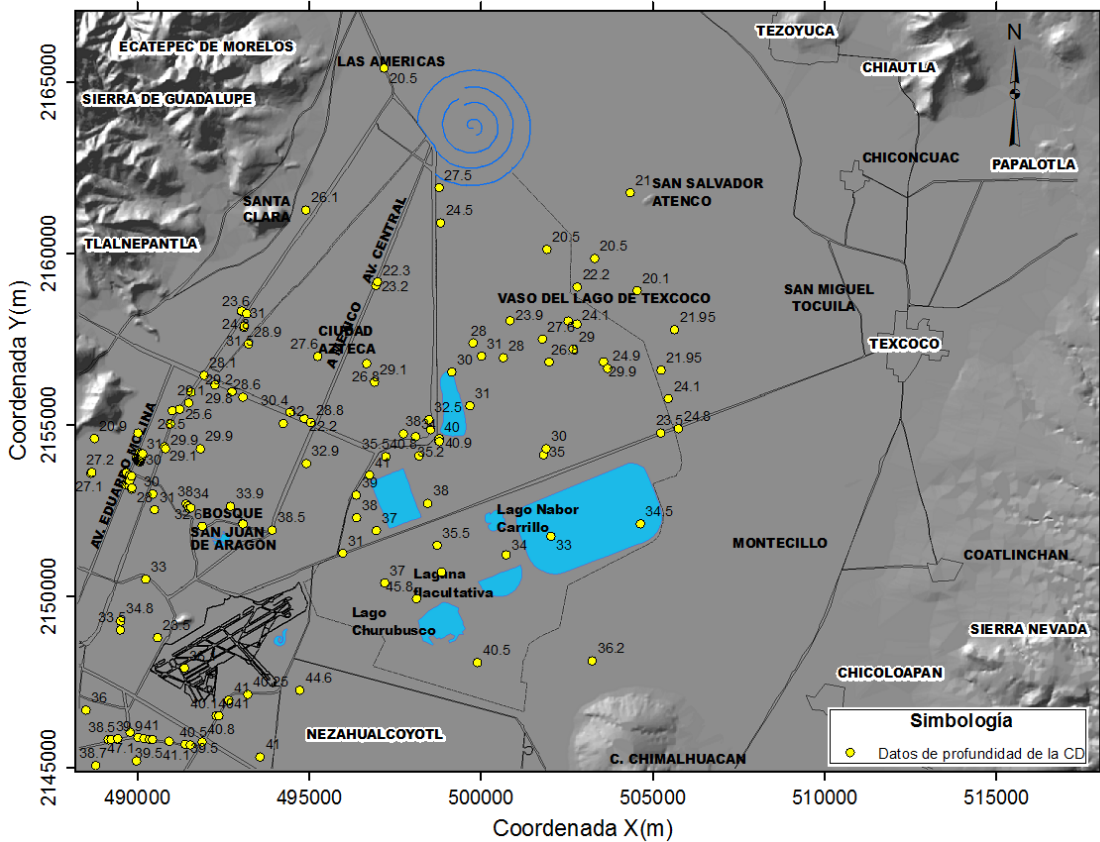


Figura 4.183. Distribución de datos de la profundidad de la CD, zona oriente.

*Descripción estadística*

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.34). En la fig. 4.184 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma.

Tabla 4.34. Descripción estadística de la profundidad de la CD, zona oriente.

Parámetro	Valor
No. de datos	160
Media, $m(\%)$	31.62
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	861
Desviación estándar, $S(m)$	29.34
Coefficiente de variación, $CV$	0.928

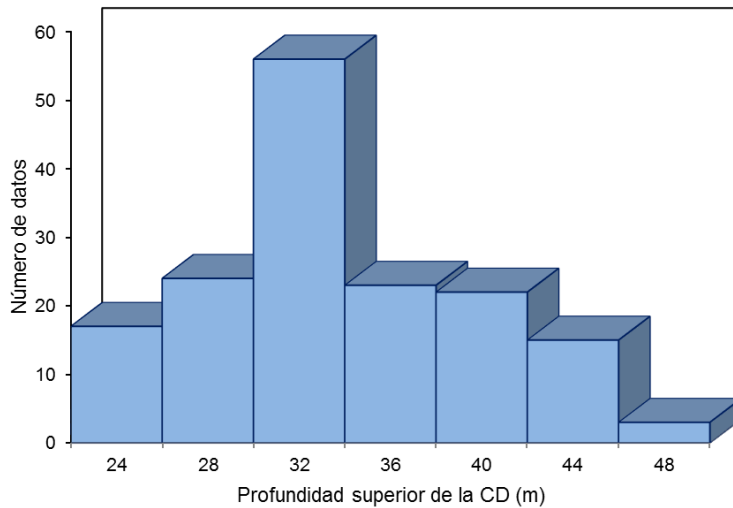


Figura 4.184. Histograma de la profundidad de la CD, zona oriente.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de la CD se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = 0.000155, b = -0.00125, c = 2640.646.$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.185, donde se observa que la CD se encuentra a mayor profundidad en el centro de la ciudad de México y tiende a ir ascendiendo hacia el norte (variado de 44.0m a 14.0m).

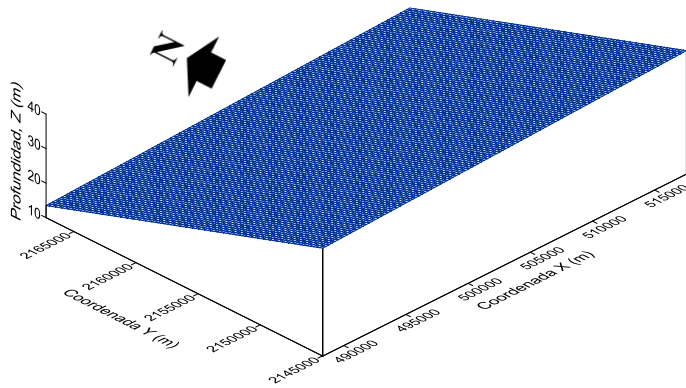
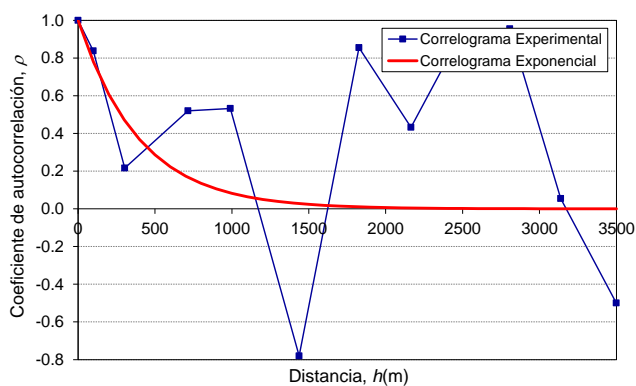
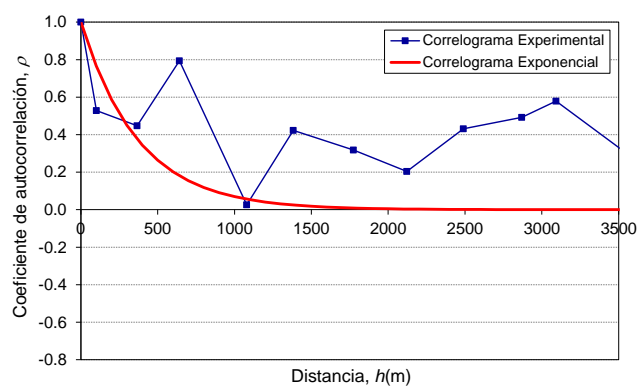


Figura 4.185. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona oriente.

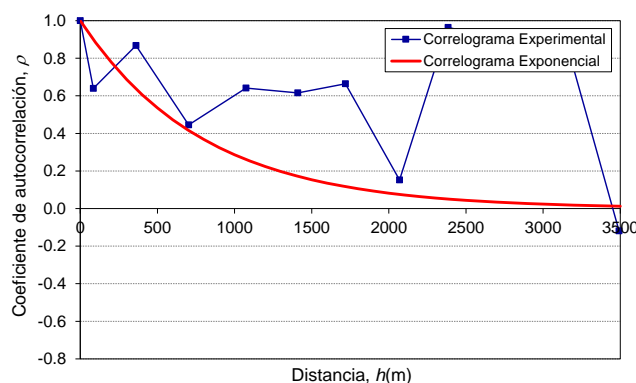
Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut 0°, 45°, 90° y 135° y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 350m (fig. 4.186). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.35.



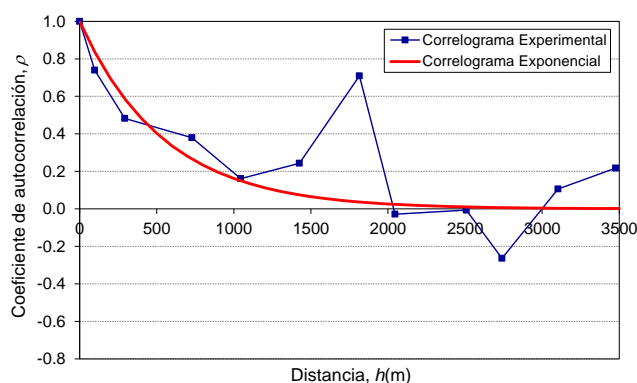
a) Correlograma dirección  $Az = 0^\circ$



b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$



c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$



d) Correlograma dirección  $Az = 135^\circ$

Figura 4.186. Correlogramas direccionales de la profundidad de la CD, zona oriente.

Tabla 4.35. Distancias de influencia, profundidad de la CD, zona oriente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
$Az = 0^\circ$	400
$Az = 45^\circ$	400
$Az = 90^\circ$	400
$Az = 135^\circ$	700

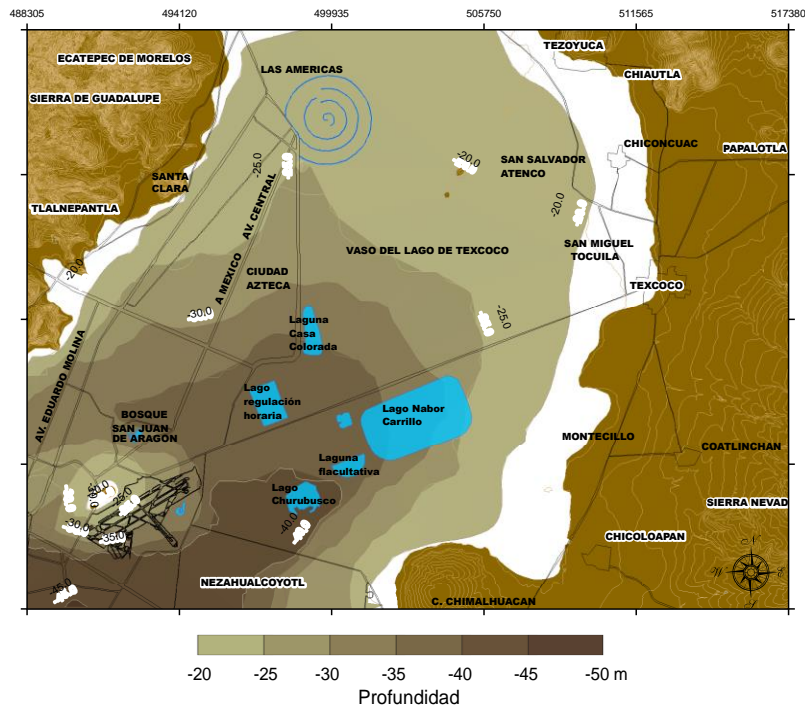
Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.186), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.35. Para la estimación se utilizan las distancias de correlación obtenidas en las direcciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , siendo éstas de 400m en ambas direcciones.

### Predicción

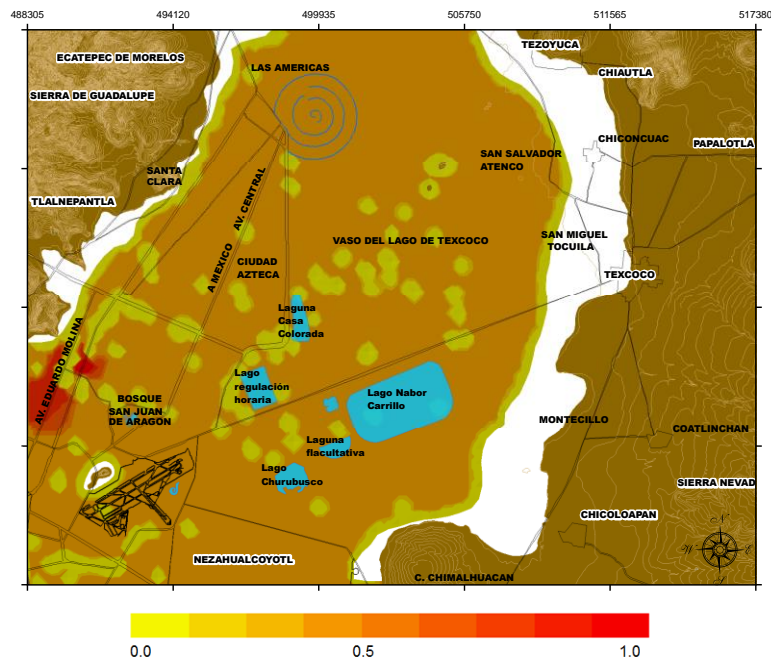
La estimación de la profundidad de la frontera superior de la CD se realizó en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual, la anisotropía definida por las distancias de correlación en las direcciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

Visualización

Con el fin de apreciar en forma sencilla la distribución espacial de la profundidad de la CD, se recurre a la técnica de mapeo para construir un mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD y otro de la varianza de estimación (fig. 4.187). Asimismo, en la fig. 4.188 se presenta un modelo de superficie de la profundidad estimada de la CD.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.187. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona oriente.

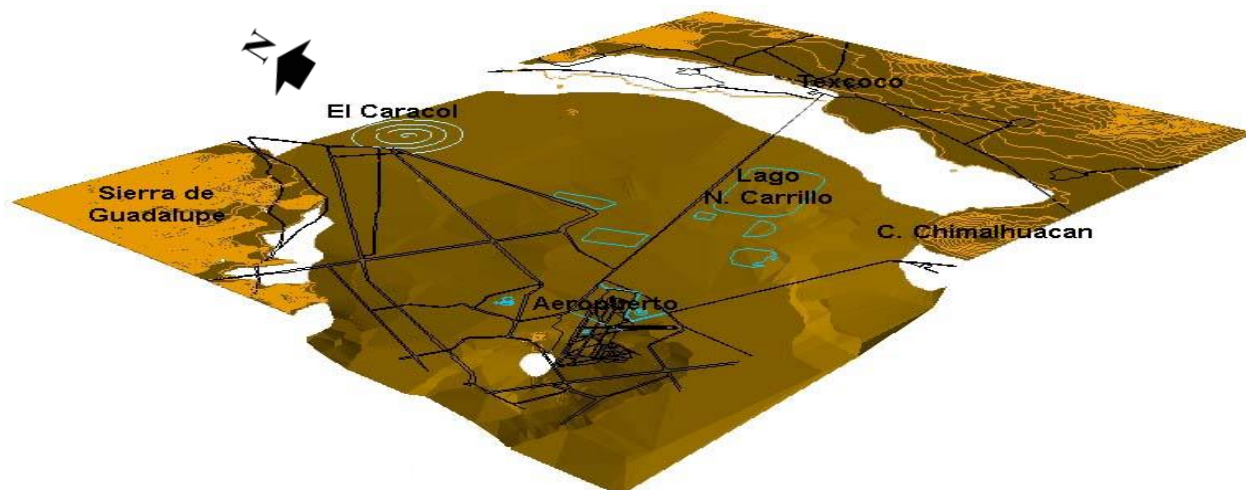


Figura 4.188. Superficie de la profundidad estimada de la CD, zona oriente.

#### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial mostrados en las figs. 4.187 y 4.188 se tiene que:

En el área circundante al *Peñón de los baños* y se registra la menor profundidad de la capa dura. La mayor profundidad a que se encuentra esta formación se localiza al surponiente de la zona de estudio, en los terrenos aledaños al aeropuerto de la *Ciudad de México*.

#### **4.4.3.5 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAI**

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad de la frontera superior de la FAI representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio.

Para este análisis se emplearon 190 sondeos realizados en el periodo 1990-2009, su ubicación se muestra en la fig. 4.189. Se adoptó como límite del dominio estudiado el contorno definido por la exploración directa de los sondeos y el análisis de la pendiente de las serranías con base en las curvas de nivel en la zona de estudio.

##### *Descripción estadística*

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.36). En la fig. 4.190 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma.

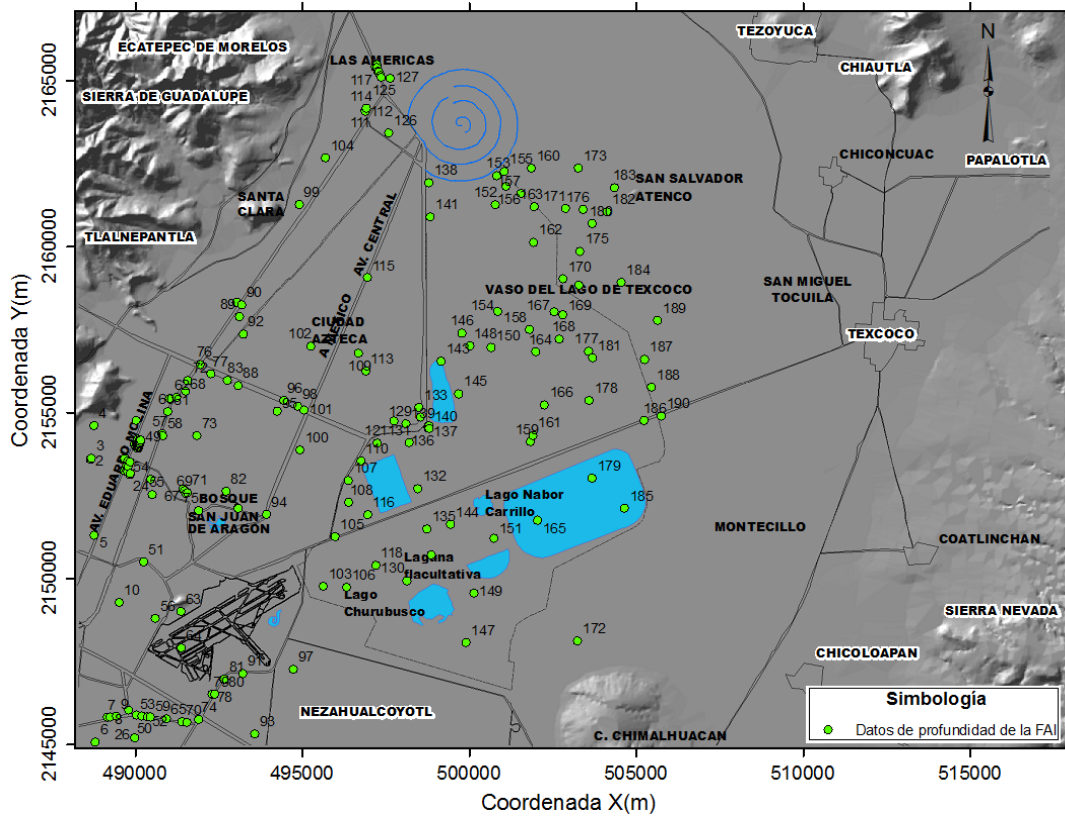


Figura 4.189. Distribución de datos de la profundidad de la FAI, zona oriente.

Tabla 4.36. Descripción estadística, profundidad de la FAI, zona oriente.

Parámetro	Valor
No. de datos	190
Media, $m(m)$	31.97
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	46.923
Desviación estándar, $S(m)$	6.85
Coefficiente de variación, CV	0.2143

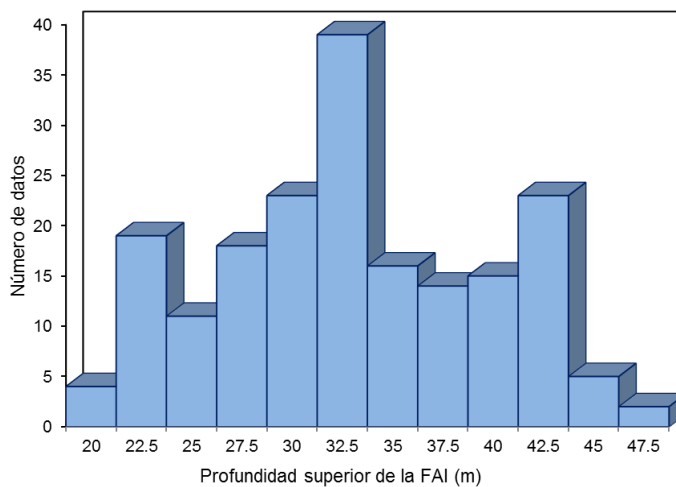


Figura 4.190. Histograma de la profundidad de la FAI, zona oriente.

### Análisis de correlación espacial

La tendencia de la profundidad superior de la FAI se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = 2704.113, b = 0.000109, c = -0.00127.$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.189, donde se observa que la profundidad de la FAI es mayor en la zona del aeropuerto y tiende a encontrarse a menor profundidad hacia nororiente (variado de 44.0m a 10.0m).

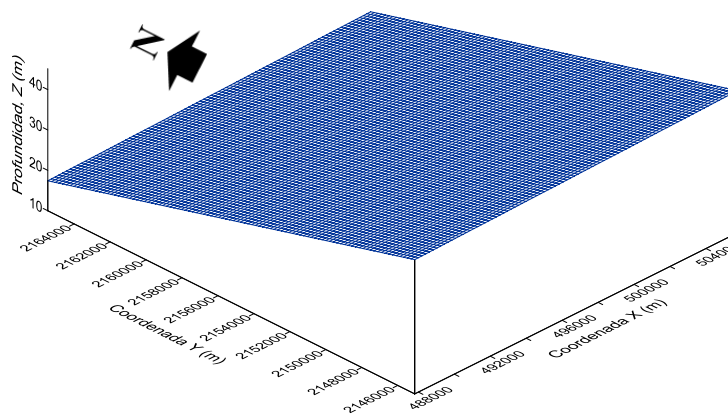


Figura 4.191. Superficie de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona oriente.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 350m (fig. 4.191). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.37.

Tabla 4.37. Distancias de influencia, profundidad de la FAI, zona oriente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = $0^\circ$	600
Az = $45^\circ$	480
Az = $90^\circ$	800
Az = $135^\circ$	750

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.192), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.37. Para la estimación se utilizan las distancias de correlación obtenidas en las direcciones de  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , siendo éstas de 480m y 750m respectivamente.

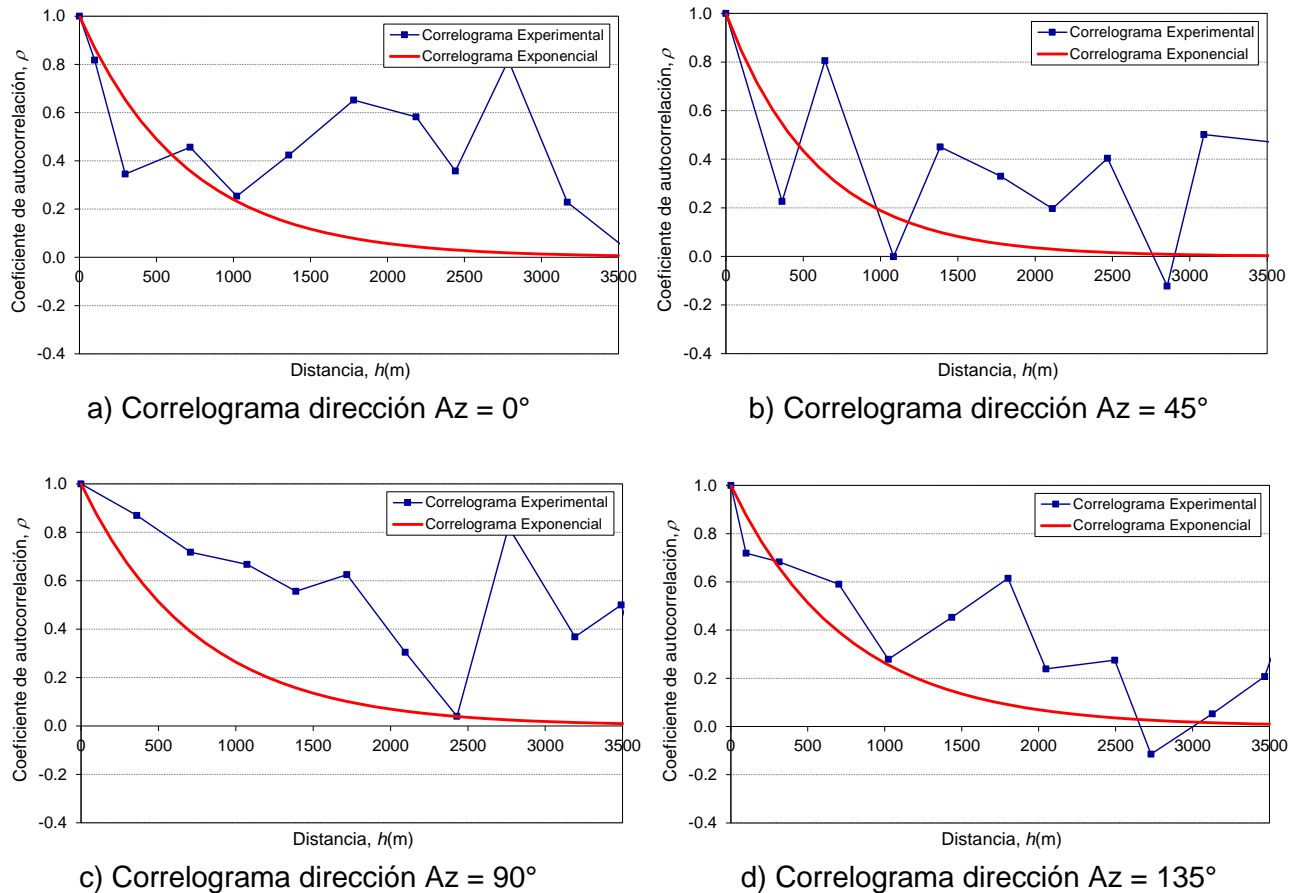


Figura 4.192. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAI, zona oriente.

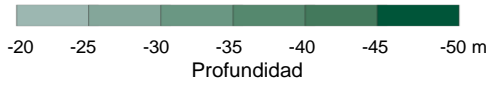
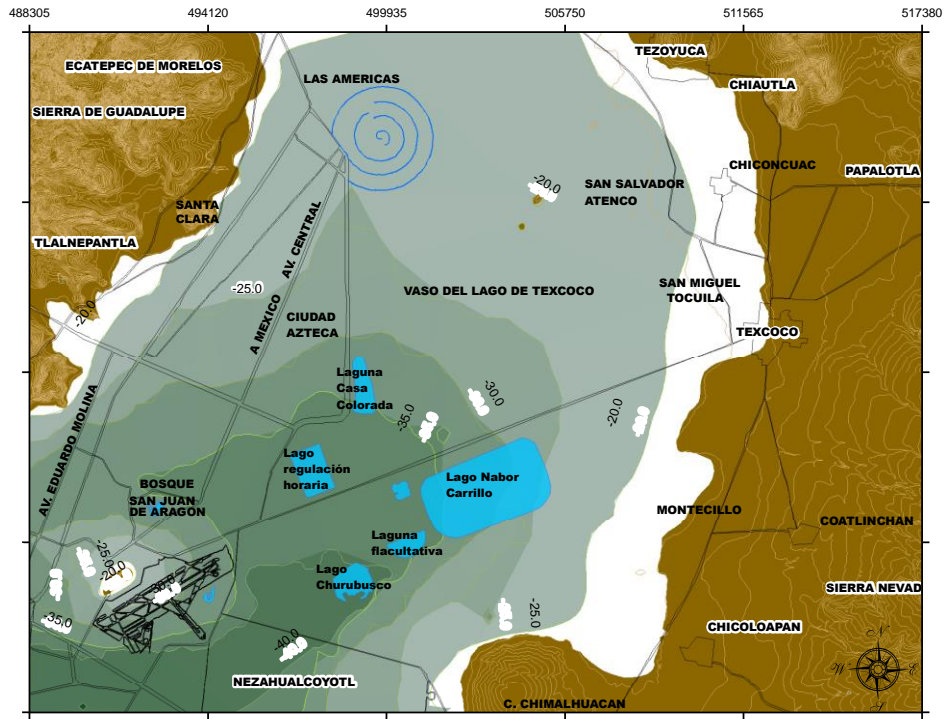
**Predicción**

La estimación de la profundidad de la frontera superior de la FAI se realizó en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual, la anisotropía definida por las distancias de correlación en las direcciones de 45° y 135°; y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

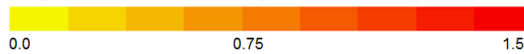
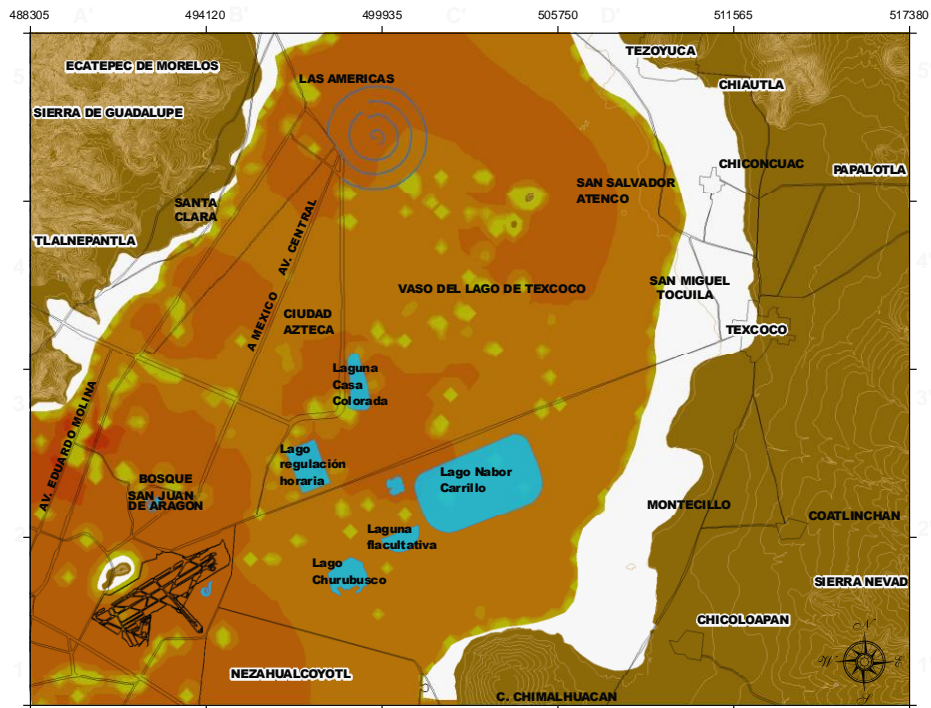
**Visualización**

Con el fin de apreciar en forma sencilla la distribución espacial de la profundidad de la FAI, se recurre a la técnica de mapeo para construir un mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI y otro de la varianza de estimación (fig. 4.193). Asimismo, en la fig. 4.194 se presenta un modelo de superficie de la profundidad estimada de la FAI.





a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.193. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona oriente.

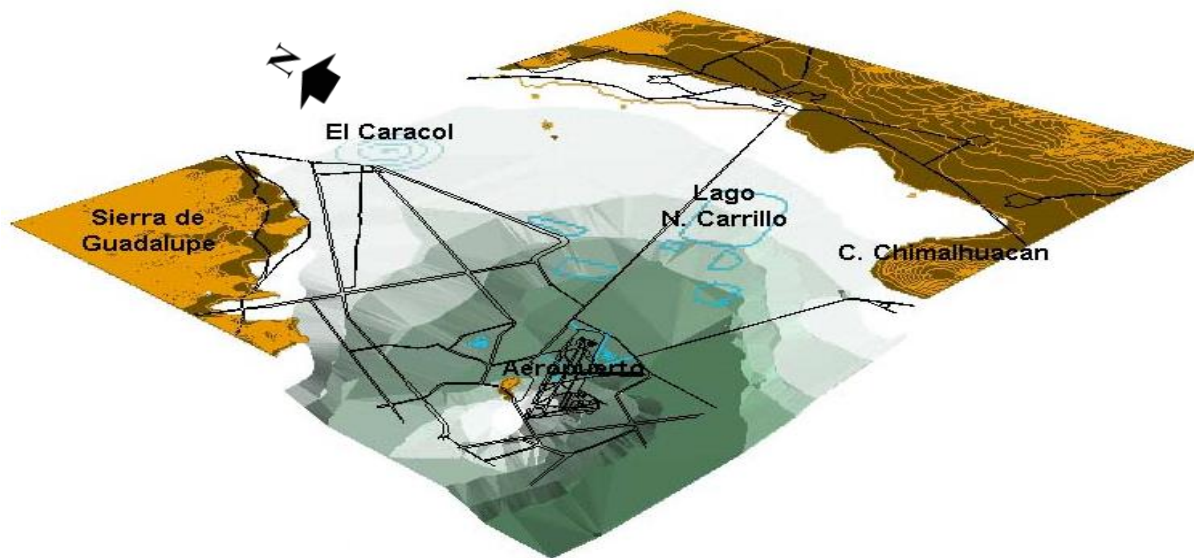


Figura 4.194. Superficie de la profundidad estimada de la FAI, zona oriente.

#### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial se tiene que:

En la zona circundante al *Peñón de los baños* y la FAI se encuentra a menor profundidad. Las mayores profundidades se localizan al S-W de la zona estudiada, en los terrenos aledaños al aeropuerto de la Ciudad de México.

#### *4.4.3.6 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP.*

La profundidad superior de los DP representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se emplearon 192 sondeos realizados en el periodo 1990-2009, su ubicación se muestra en la fig. 4.195.

#### *Descripción estadística*

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio estudiado (tabla 4.38). En la fig. 4.196 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma.

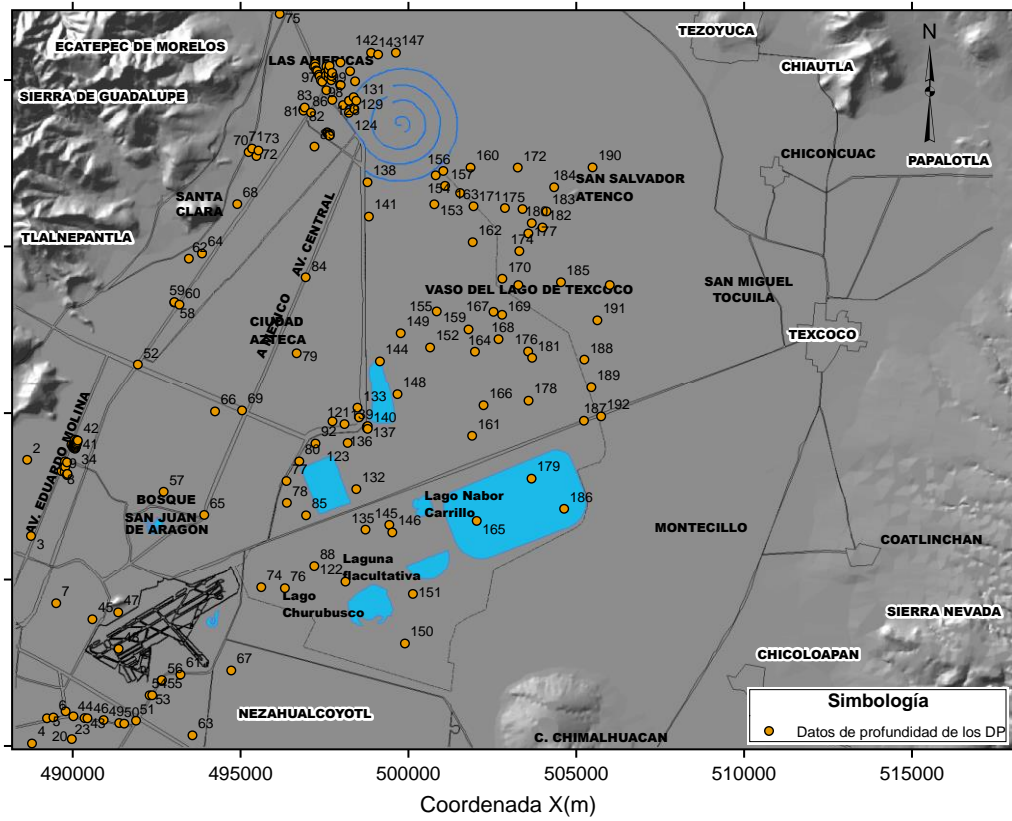


Figura 4.195. Distribución de datos de la profundidad de los DP, zona oriente.

Tabla 4.38. Descripción estadística, profundidad de los DP, zona oriente.

Parámetro	Valor
No. de datos	192
Media, $m(m)$	37.24
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	121.44
Desviación estándar, $S(m)$	11.02
Coefficiente de variación, CV	0.2959

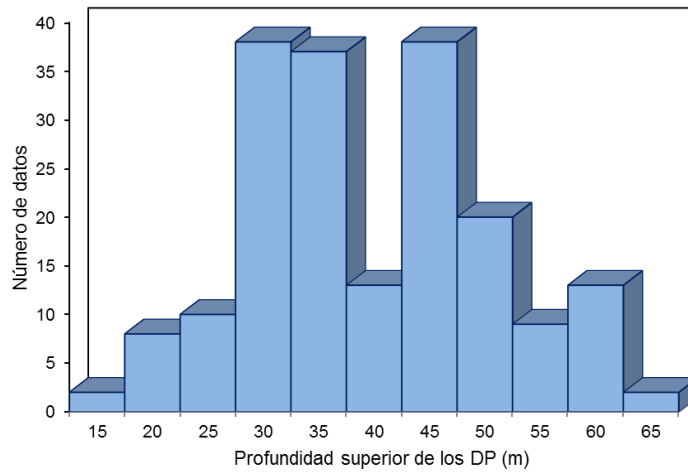


Figura 4.196. Histograma de la profundidad de la frontera superior de los DP, zona oriente.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de los DP se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:  $a = 0.00046$ ,  $b = -0.00166$ ,  $c = 3384.385$ . La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.197, donde se observa que al suroriente la profundidad de los DP es mayor y asciende hacia el noroeste, variado de 65.0m a 18.0m.

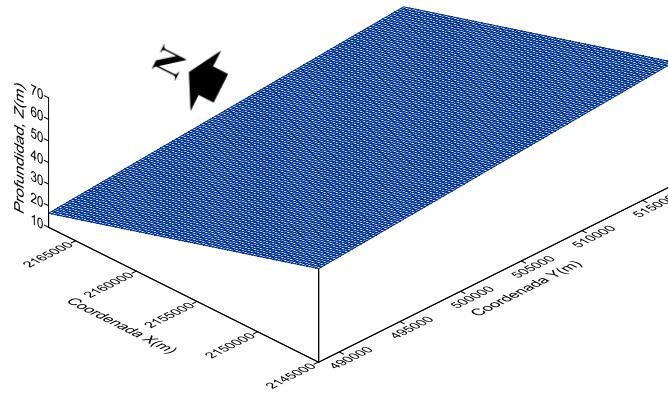


Figura 4.197. Superficie de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona oriente.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut 0°, 45°, 90° y 135° y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 350m (fig. 4.198). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.39.

Tabla 4.39. Distancias de influencia, profundidad de los DP, zona oriente.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	850
Az = 45°	950
Az = 90°	1100
Az = 135°	800

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.198), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.39. Para la estimación se utilizan las distancias de correlación obtenidas en las direcciones de 45° y 135°, siendo éstas de 950m y 800m respectivamente.

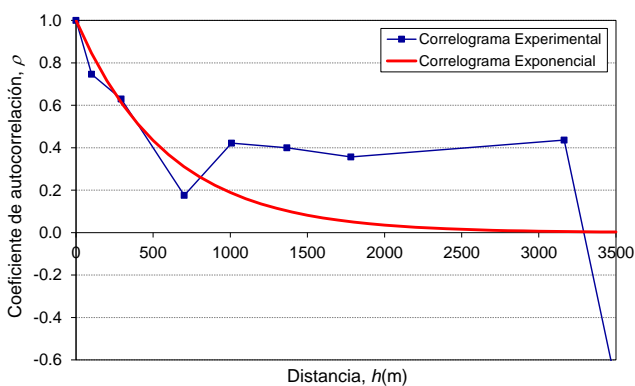
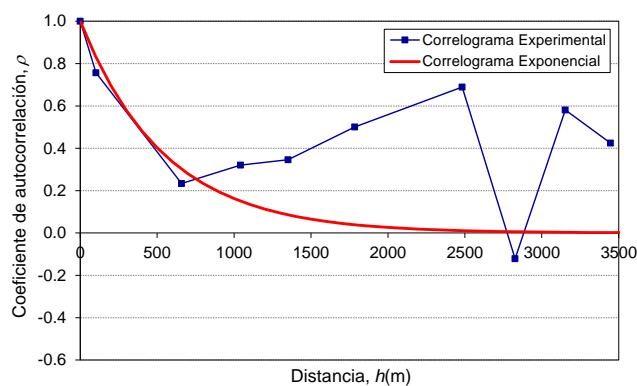
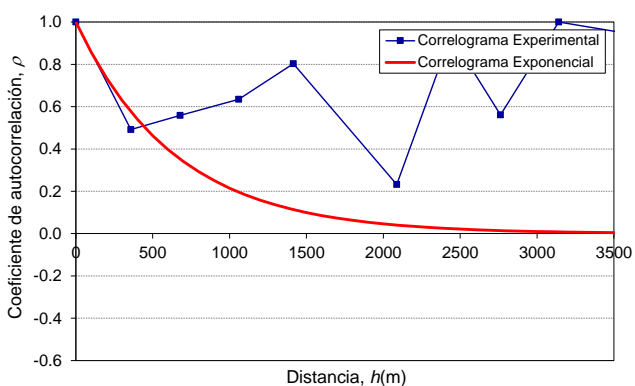
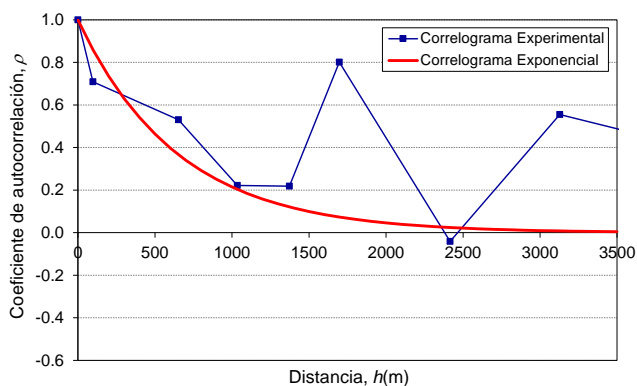
a) Correlograma dirección  $Az = 0^\circ$ b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$ c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$ d) Correlograma dirección  $Az = 135^\circ$ 

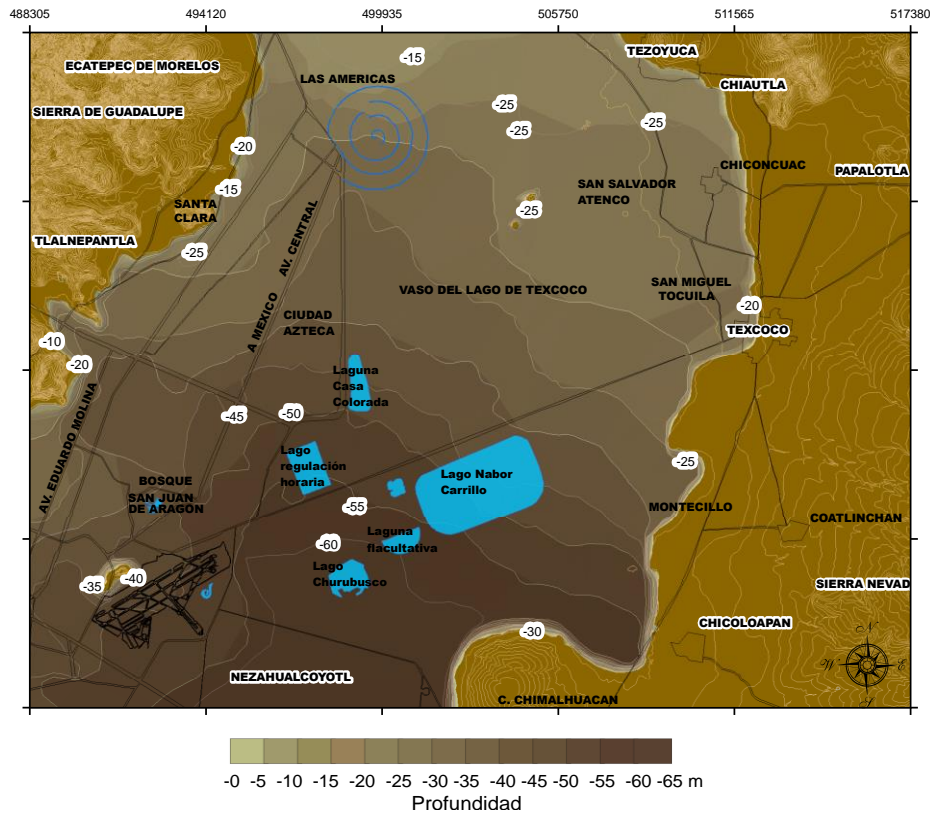
Figura 4.198. Correlogramas direccionales de la profundidad de la DP, zona oriente.

### Estimación

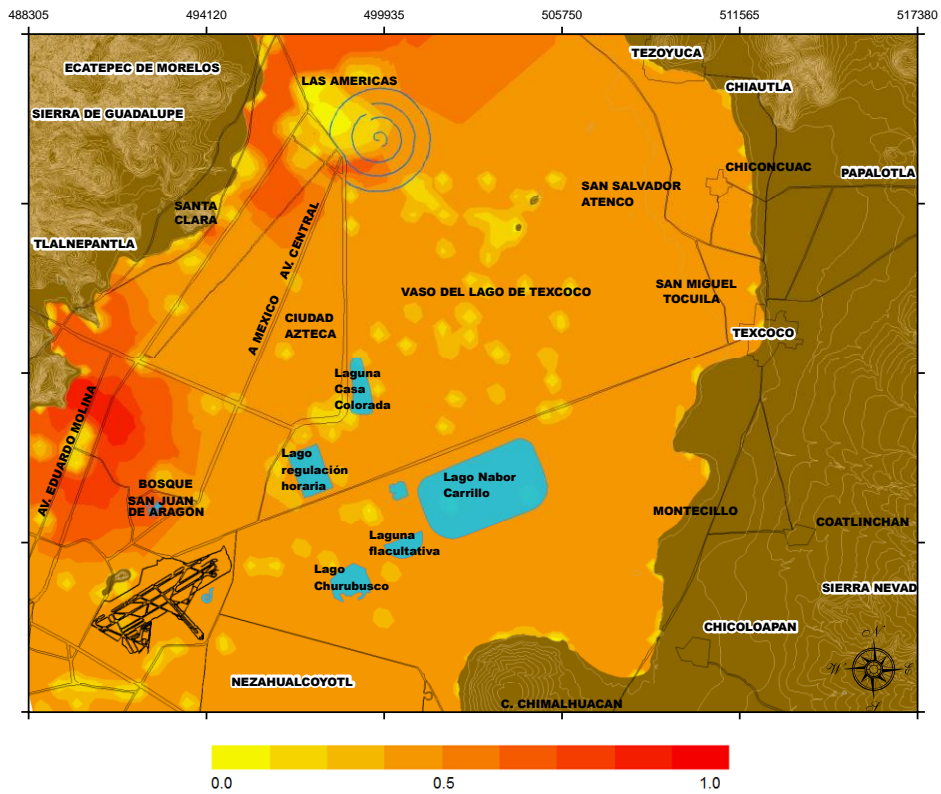
La estimación de la profundidad de la frontera superior de los DP se realizó en una malla de puntos espaciados a cada 250m en ambas direcciones ( $X$  e  $Y$ ), empleando los datos del campo residual, la anisotropía definida por las distancias de correlación en las direcciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , y recurriendo a la técnica de *Kriging Ordinario*. La estimación final se obtiene regresando la tendencia al campo residual estimado.

### Visualización

Con el fin de apreciar en forma sencilla la distribución espacial de la profundidad de los DP, se recurre a la técnica de mapeo para construir un mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP y otro de la varianza de estimación (fig. 4.199), la cual permite evaluar el grado de confianza de los valores estimados. Asimismo, en la fig. 4.200 se presenta un modelo de superficie de la profundidad estimada de los DP.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.199. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona oriente.

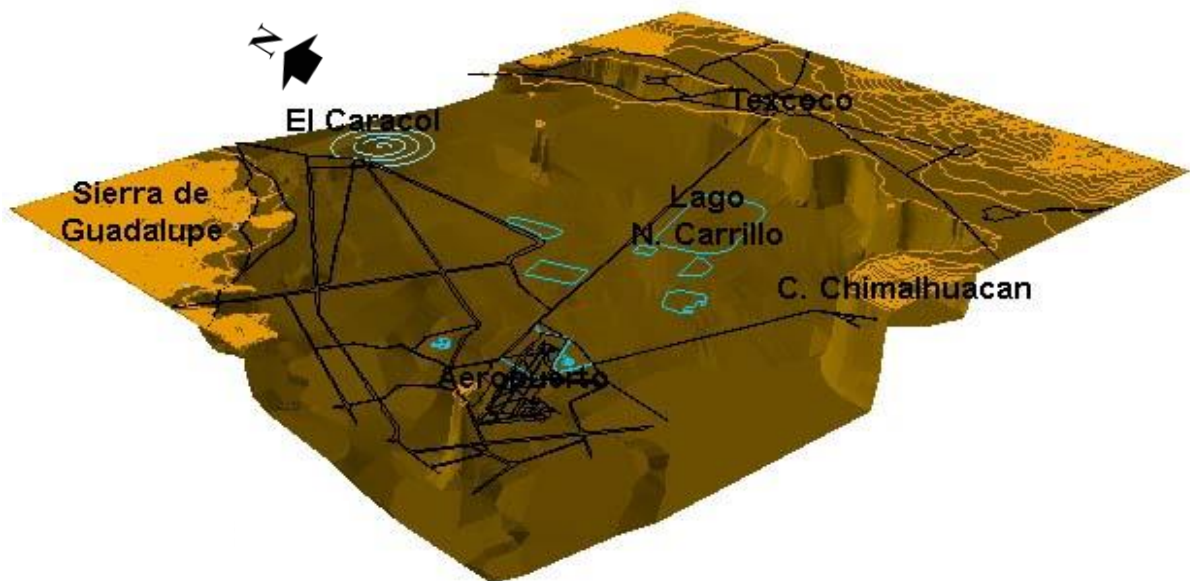


Figura 4.200. Superficie de la profundidad estimada de los DP, zona oriente.

#### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados del análisis de distribución espacial de la profundidad de los DP (figs. 4.199 y 4.200), se tiene que:

La curva de 0m de profundidad corresponde al límite de la zona de lomas.

La menor profundidad de los DP se encuentra en la zona circundante al *Peñón de los baños*.

La mayor profundidad de esta formación se localiza en dirección S-W, en el área ubicada entre el aeropuerto, *Ciudad Netzahualcóyotl* y el lago Nabor Carrillo (ex *Lago de Texcoco*).

#### **4.4.3.7 Distribución espacial del espesor de la CS**

Considerando que la profundidad de la frontera superior de los estratos típicos se estimaron puntualmente empleando la misma malla de puntos, espaciados a cada 250m en ambas direcciones X e Y, entonces por diferencia de profundidad se obtuvieron los espesores de cada una de las formaciones.

En la fig.4.201 se presenta el mapa de contornos de isopacas de la CS, que coincide con la profundidad de la frontera superior de la FAS. Se observa que el mayor espesor se encuentra al sur-poniente de la zona estudiada variando de 3.0 y 4.5m, mientras que en la zona federal del ex *Lago de Texcoco* el espesor varía entre 0.5 y 1.5m. Debe señalarse nuevamente que frecuentemente los sondeos se realizan en terraplenes, rellenos o calzadas donde existen rellenos superficiales, por lo que localmente el espesor de la costra superficial puede ser sobrestimado.

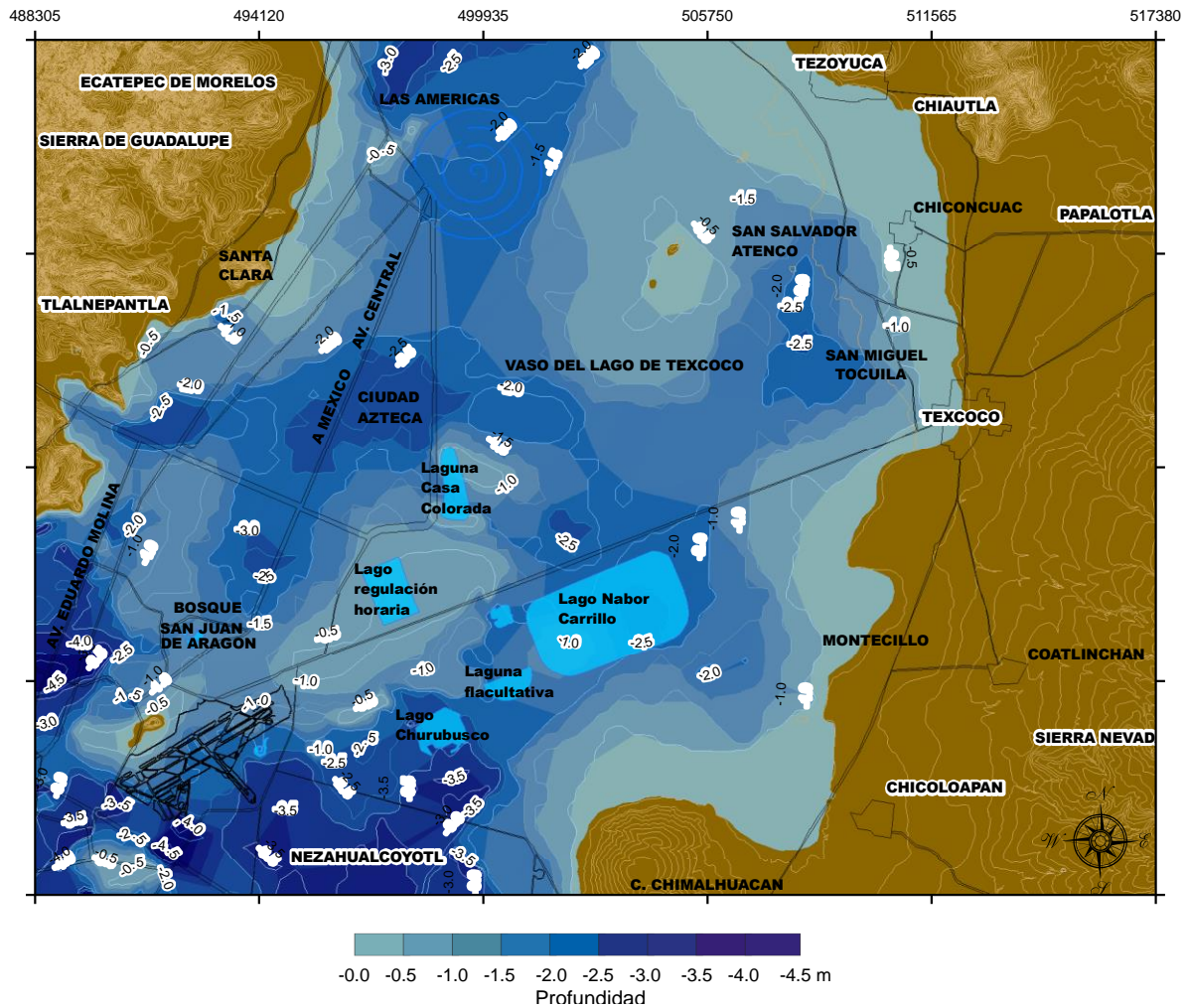


Figura 4.201. Mapa de contornos de isopacas de la CS, zona oriente.

#### 4.4.3.8 Distribución espacial del espesor de la FAS

La importancia de conocer aproximadamente el espesor de la FAS radica en que es utilizada como marcador de la estratigrafía. La información sobre la FAS permite definir con mejor precisión el programa de exploración y las profundidades del muestreo selectivo para un proyecto específico en el área.

En la fig. 4.202 se presenta el mapa de contornos de isopacas correspondientes a la Formación Arcillosa Superior. En esta figura se observa que el mayor espesor de esta formación se localiza en ex Lago de Texcoco y la zona de Nezahualcóyotl.



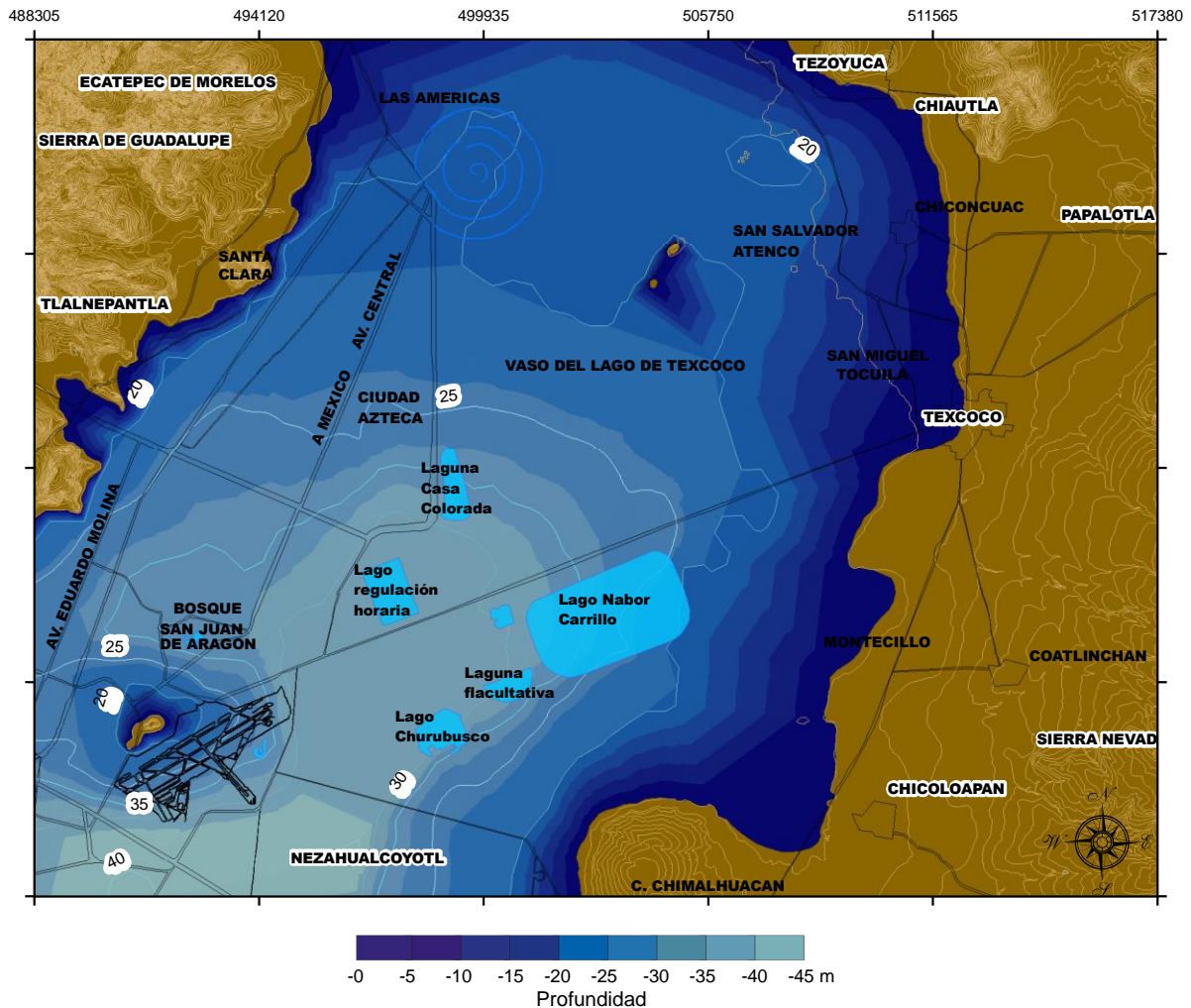


Figura 4.202. Mapa de contornos de isopacas de la FAS, zona oriente.

#### 4.4.3.9 Distribución espacial del espesor de la CD

La CD presenta una cementación muy errática y de espesor variable. Se asume que esta formación es muy delgada en la zona central del *lago Texcoco* debido a que no llegó a secarse. La importancia de identificar la profundidad a la cual se localiza la primera capa dura radica en que en que algunas cimentaciones como los pilotes de punta se apoyan en esta formación.

En la fig. 4.203 se presentan las curvas isopacas de la CD, donde se observa que el menor espesor menor (1 a 2.5m) se ubica en la zona federal del exlago donde se localizan los lagos y lagunas de Texcoco, el mayor espesor se encuentra en *Nezahualcóyotl*.

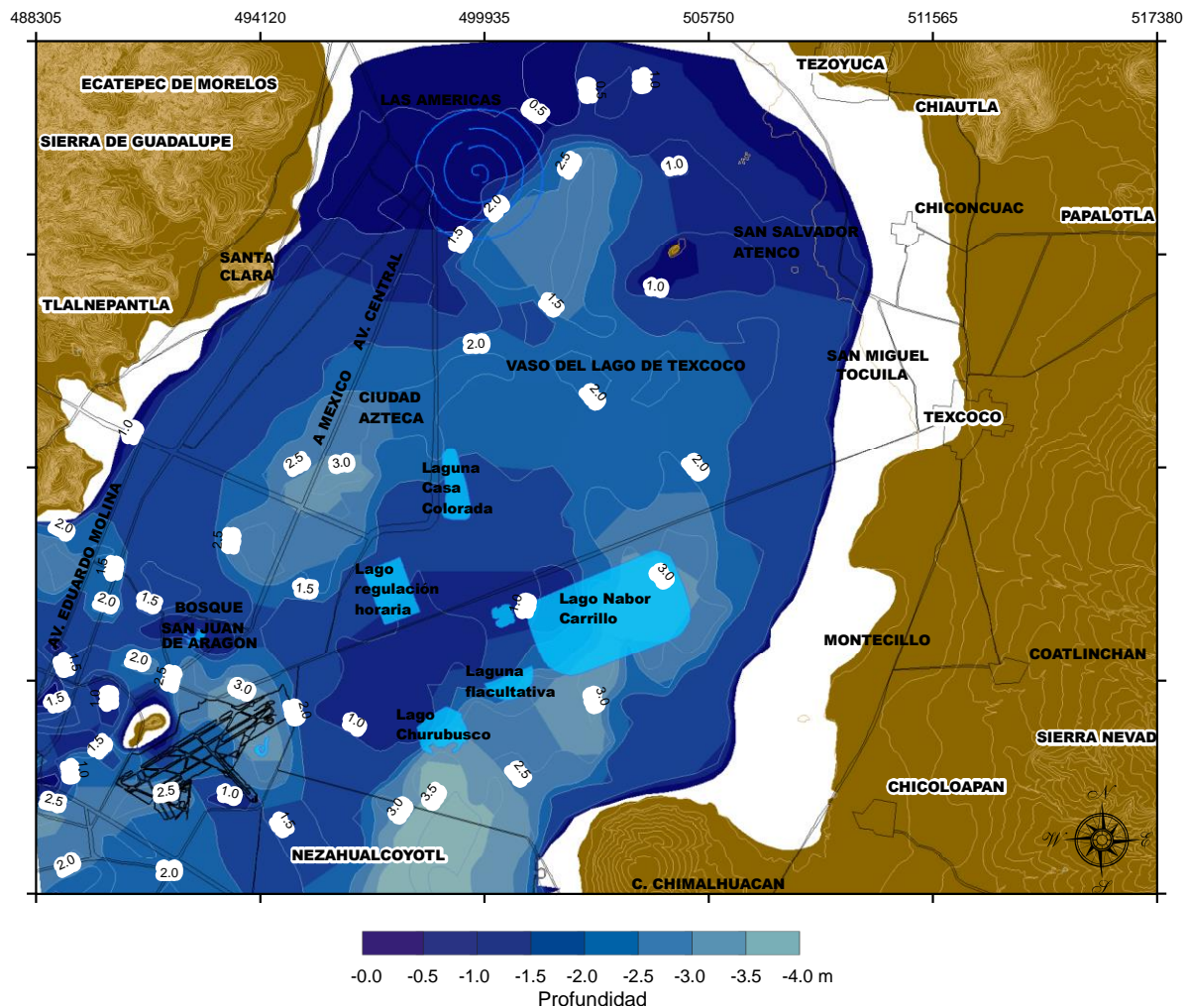


Figura 4.203. Mapa de contornos de isopacas de la CD, zona oriente.

#### 4.4.3.10 Distribución espacial del espesor de la FAI

La FAI es una secuencia de estratos de arcilla intercalados por lentes duros, con un arreglo similar a la de la serie arcillosa superior.

En la fig. 4.204 se presentan las isopacas de la FAI. Se aprecia que los mayores espesores se localizan cerca del aeropuerto y van disminuyendo al acercarse a la zona de serranía.

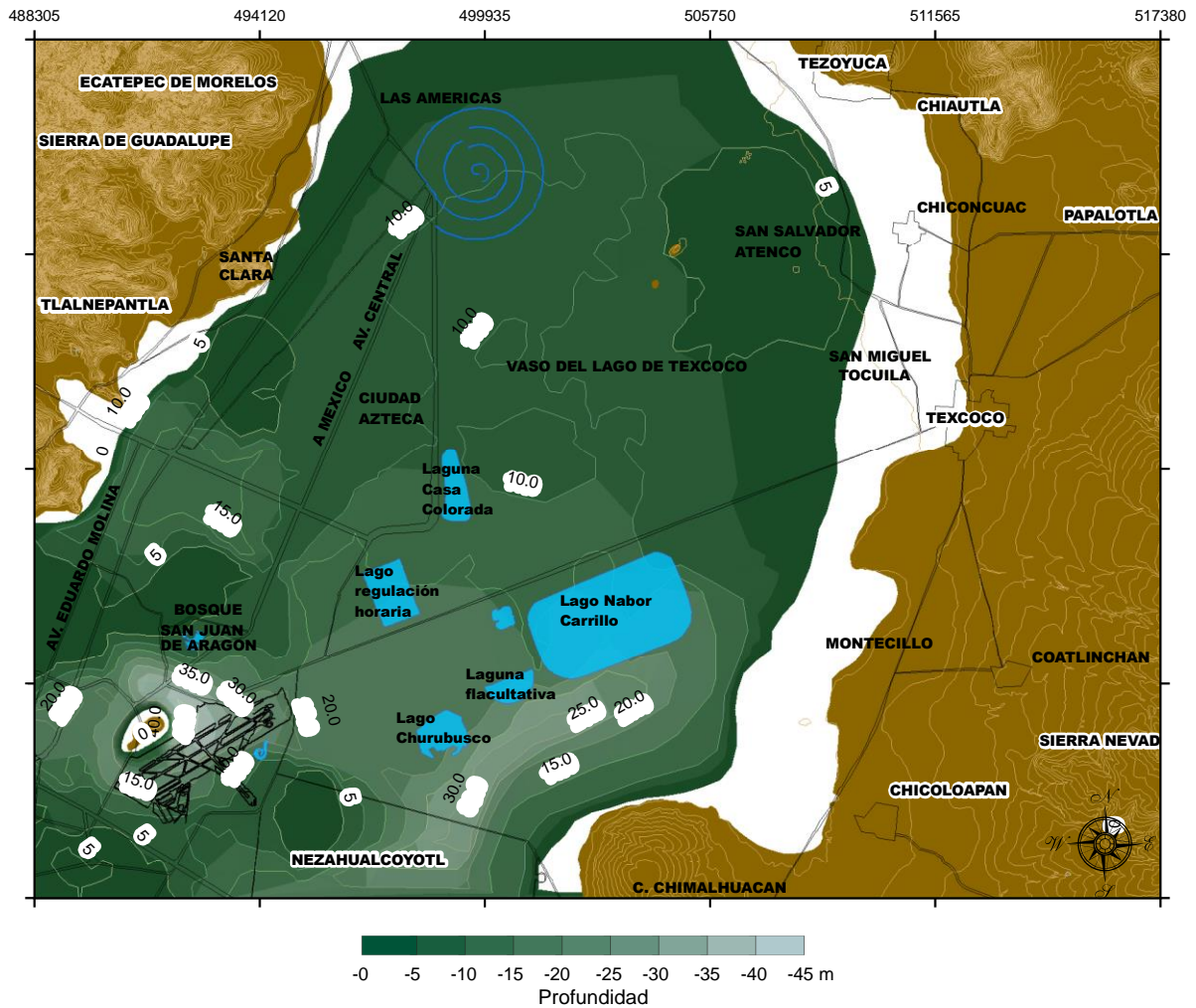


Figura 2.204. Mapa de contornos de isopacas de la FAI, zona oriente.

#### 4.4.3.11 Modelo digital 3D de las formaciones del subsuelo

En la fig. 4.205 se presenta un modelo 3D de los estratos típicos estimados en la zona de estudio, en la que se observa:

- La CD, es un estrato de reducido espesor.
- La profundidad de los DP decrece de la sierra (*Sierra de Guadalupe* y *Sierra Nevada*) al centro del ex *Lago de Texcoco*.
- En la zona federal, los DP se localizan entre los 30 y 45m de profundidad.

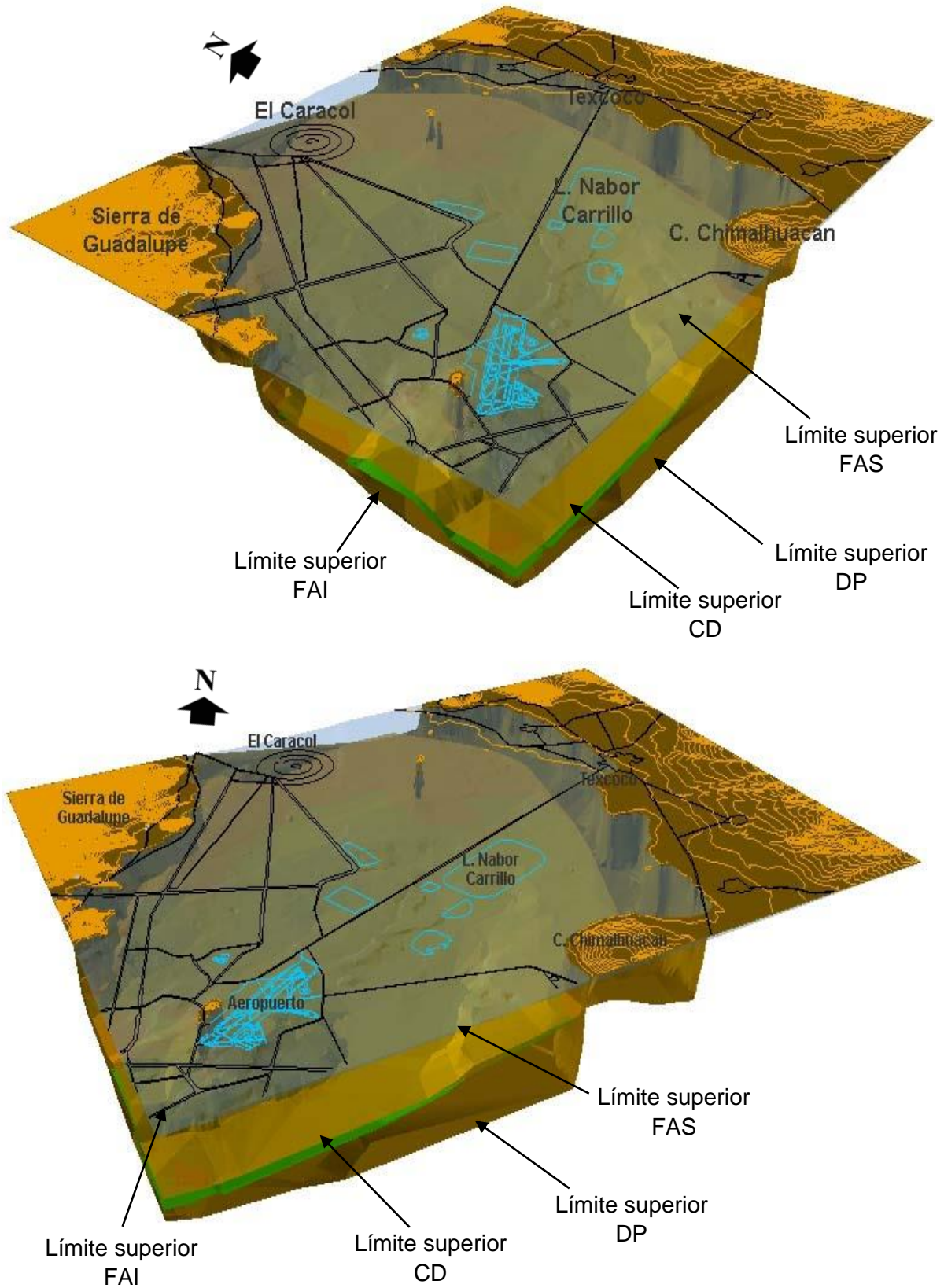


Figura 4.205. Modelo 3D de la estratigrafía, zona oriente.

#### 4.4.3.12 Zonificación geotécnica propuesta

La propuesta de zonificación geotécnica para la zona del *ex Lago de Texcoco* se realizó con base en los siguientes criterios:

Los análisis de la distribución espacial de las propiedades y de los estratos típicos.

Los criterios de la Zonificación Geotécnica Vigente del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (GDF, 2004a)

Mapa de zonificación geotécnica propuesto para la zona Norte del *Valle de México* (Laboratorio de Geoinformática, 2007).

En la fig. 4.206 se presenta el mapa de dicha zonificación, con la siguiente descripción:

Zona I, Lomas correspondiente a lomas, formadas por rocas o suelos generalmente firmes. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas, de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena y de rellenos no controlados.

- Zona Ia, lomeríos: formada por roca o suelos firmes depositados fuera del ambiente lacustre que corresponden a las serranías de la zona.
- Zona Ib, aluvial: formada por estratos arenosos y limo arenosos intercalados con capas de arcilla altamente resistentes que se encuentran en las planicies elevadas de la zona, donde regularmente no llegaba el nivel de antiguos lagos.

Zona II, transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limo arenosos intercalados con capas de arcilla lacustre.

- Zona IIa transición alta, formada por estratos de arcilla lacustre con espesor menor a 2.50m.
- 
- Zona IIb transición baja, formada por arcilla lacustre con espesor mayor a 2.50m.

Zona III, Lacustre, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresibles, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son generalmente medianamente compactas a muy compactas y de espesor variable de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales, materiales desecados y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50m.

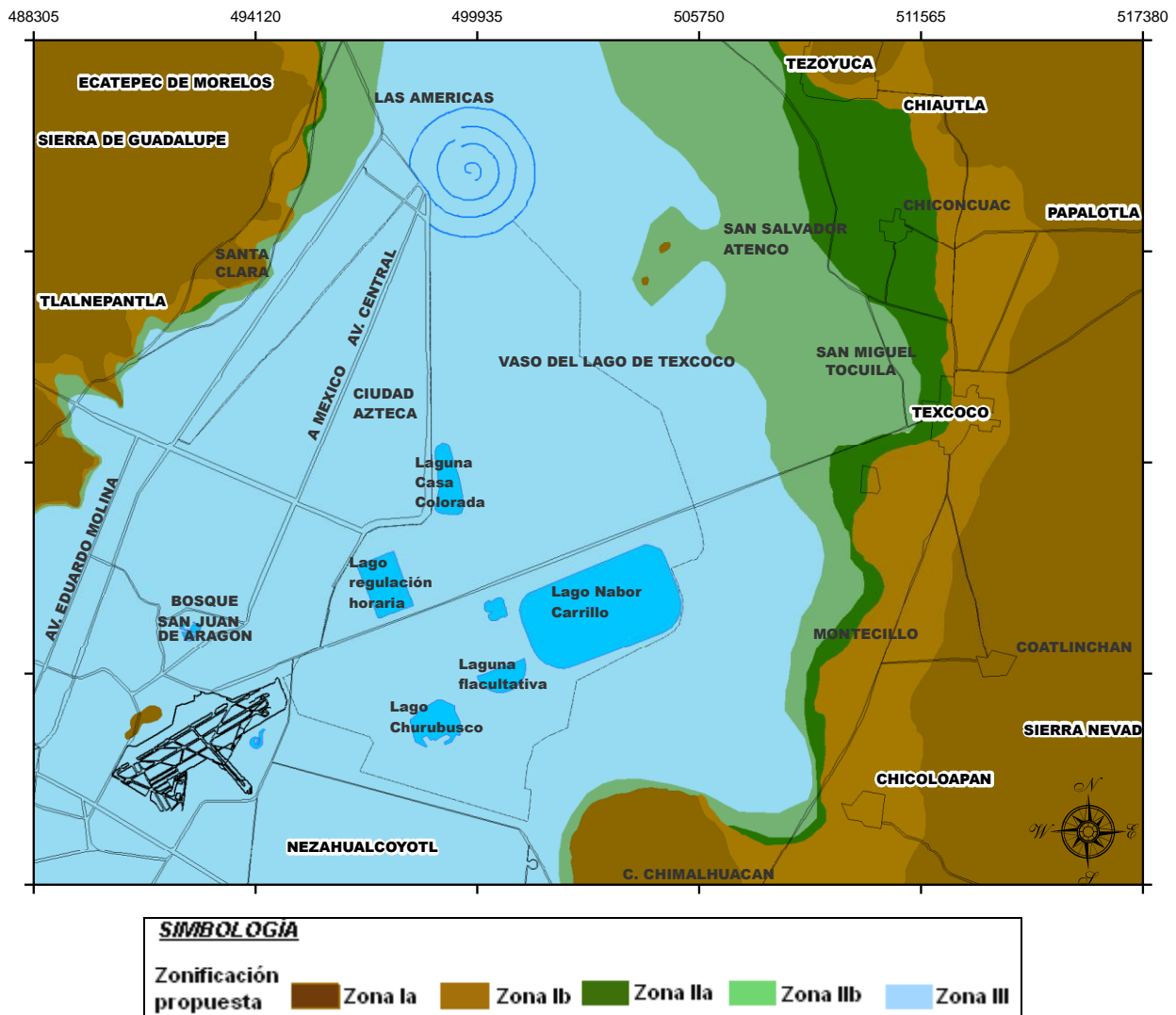


Figura 4.206. Mapa de zonificación geotécnica propuesto, zona oriente del valle de México.

#### 4.4.4 Análisis geoestadístico de las propiedades del subsuelo en la zona sur

Debe señalarse que dada la consolidación de las formaciones de arcilla, los sondeos considerados para los análisis en esta zona son los que se ejecutaron entre 1990 y 2009.

##### 4.4.4.1 Análisis de la distribución espacial del contenido de agua

###### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores del contenido de agua,  $w(\%)$ , se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen de suelo, 3D). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. Para este análisis se consideran 98 sondeos distribuidos en forma aleatoria en un área aproximada de  $167.45\text{km}^2$ , como se

muestra en la fig. 4.207. Los archivos de datos de contenido de agua se generaron a partir de la representación gráfica de los perfiles de los 193 sondeos disponibles.

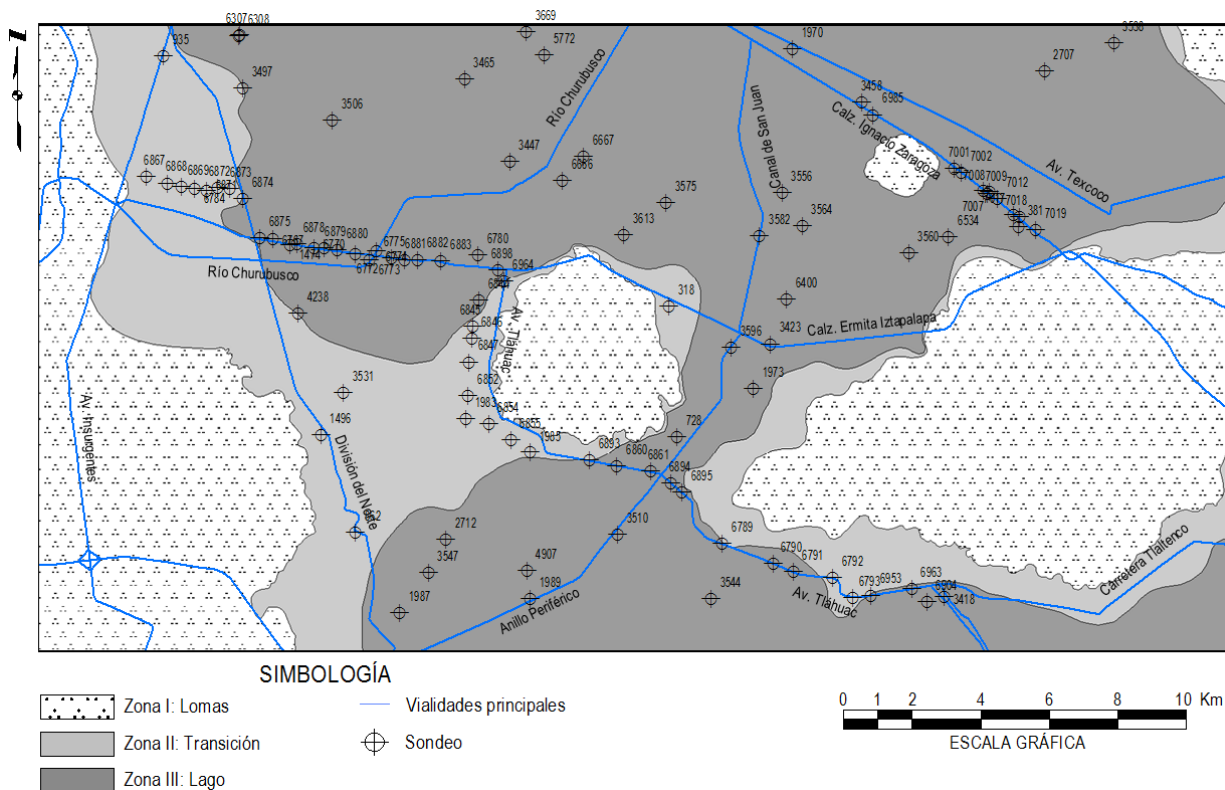


Figura 4.207. Distribución de sondeos con medición de contenido de agua, zona sur.

### Descripción estadística

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad de los valores experimentales de contenido de agua,  $w(\%)$ , se estiman los principales parámetros estadísticos del campo aleatorio (tabla 4.40). Asimismo, en el histograma que se presenta en la fig. 4.208, se observa que aproximadamente el 42% del total de las mediciones presentan bajos contenidos de agua propios de los suelos rígidos o de la zona de transición que es donde se ubican algunos de los sondeos; asimismo, el 58% restante presenta valores mayores al 100% de contenido de agua correspondiente a los valores típicos de las arcillas lacustres de la Ciudad de México.

Tabla 4.40. Parámetros estadísticos de contenido de agua, zona sur.

Parámetro	Valor
No. de datos	5258
Media, $m(\%)$	135.53
Varianza, $\sigma^2(\%^2)$	11150.90
Desviación estándar, $S(\%)$	105.55
Coefficiente de variación, CV	0.7788

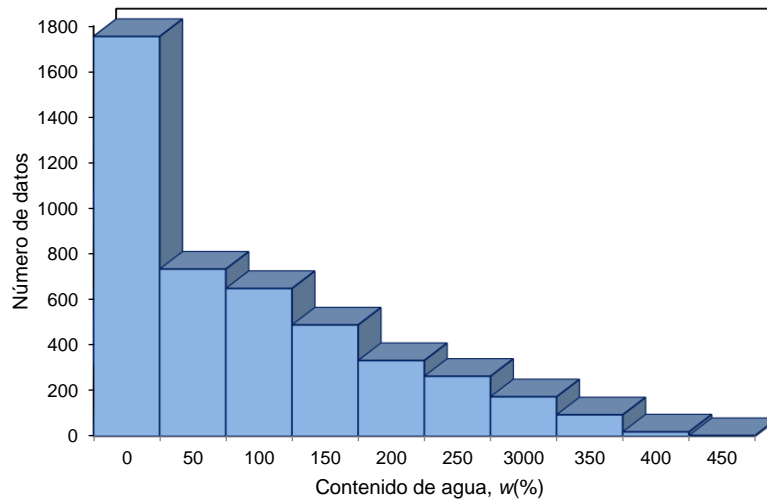


Figura 4.208. Histograma de los datos experimentales de contenido de agua, zona sur.

### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = 0.0052, b = 0.0028, c = -0.0495 \text{ y } d = -8399.4061$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se define la tendencia del campo aleatorio. En la fig. 4.209 se representa la dispersión de los datos de contenido de agua y la tendencia referida a la profundidad, es decir, en una dimensión, donde se observa que la línea de tendencia es prácticamente nula respecto a la profundidad. Por tanto, podría considerarse posible trabajar con el campo original, sin embargo, en este trabajo se considera mejor trabajar con el campo residual.

Con base en los coeficientes de regresión lineal se obtiene el campo residual de contenido de agua y se calculan los correlogramas experimentales (fig. 4.210). Para obtener la correlación vertical del campo, se calcula el coeficiente de autocorrelación vertical ( $\rho_{ver}$ ) asociado a cada sondeo con un paso de cálculo de 0.25m, resultando una distancia de correlación  $\delta_{ver} = 3.6m$ . Asimismo, para definir el correlograma experimental horizontal, los coeficientes de correlación horizontal ( $\rho_{hor}$ ) se promedian en intervalos de 1000m, obteniendo así una distancia  $\delta_{hor} = 4200m$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.210.

### *Estimación*

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{hor}$ , los modelos de autocorrelación teóricos y los datos experimentales de los 98 perfiles geotécnicos disponibles, y empleando la técnica del *Kriging Simple*, se estimaron perfiles de contenido de agua,  $w(\%)$ , a cada 250m a lo largo de los ejes preferenciales "A, B, C, D, E, F, G" y "1, 2, 3, 4", definidos en la fig. 4.211. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 20cm, hasta una profundidad de 40m. Empleando la técnica de simulación condicional se elaboraron perfiles simulados de contenido de agua,  $w(\%)$ , a lo largo de los mismos ejes preferenciales.



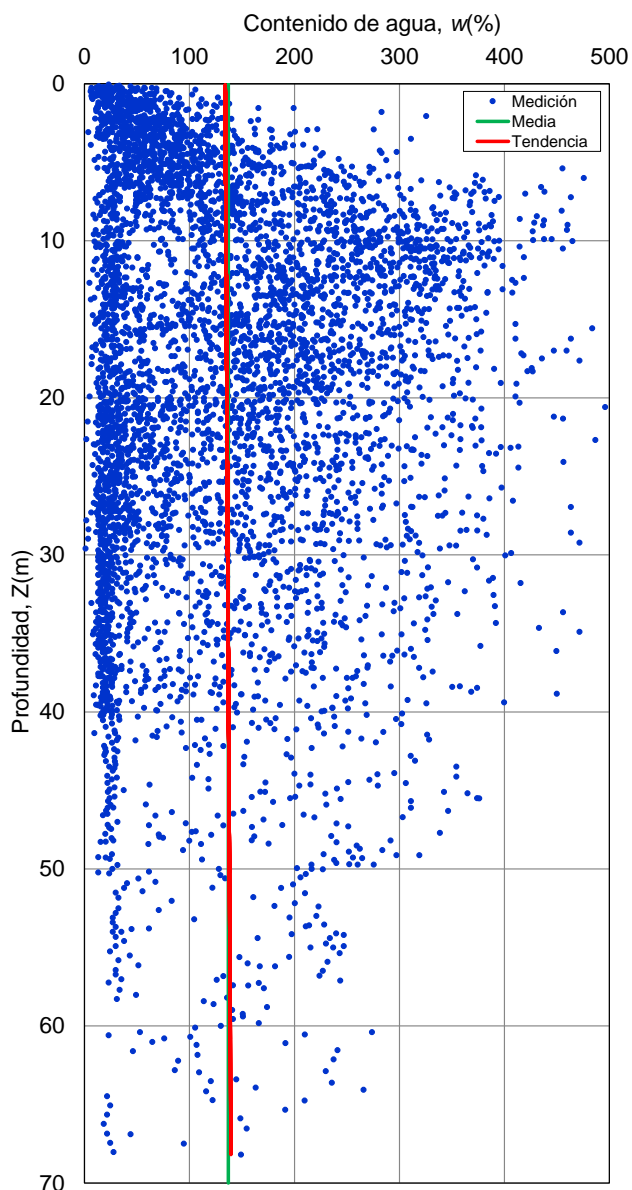


Figura 4.209. Tendencia de los datos de contenido de agua, zona sur.

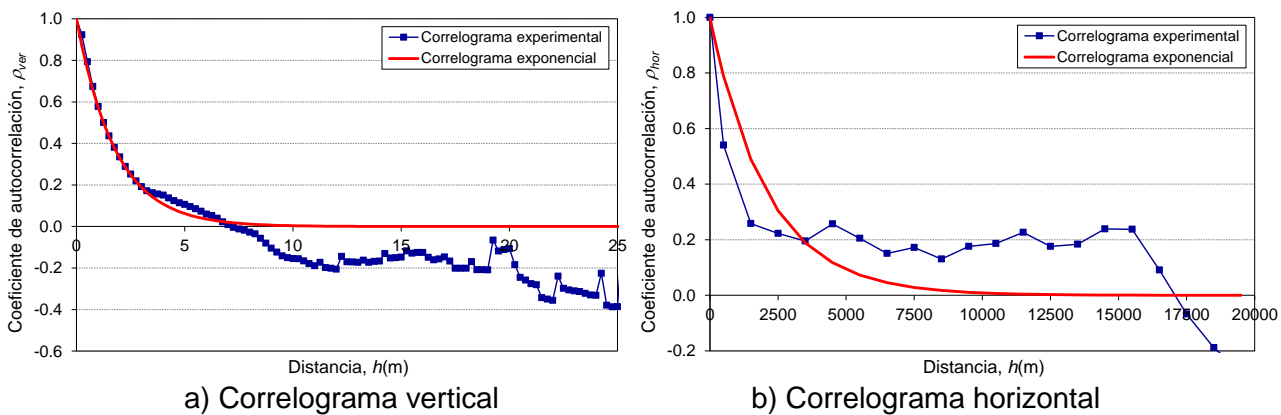


Figura 4.210. Correlogramas direccionales del contenido de agua, zona sur.

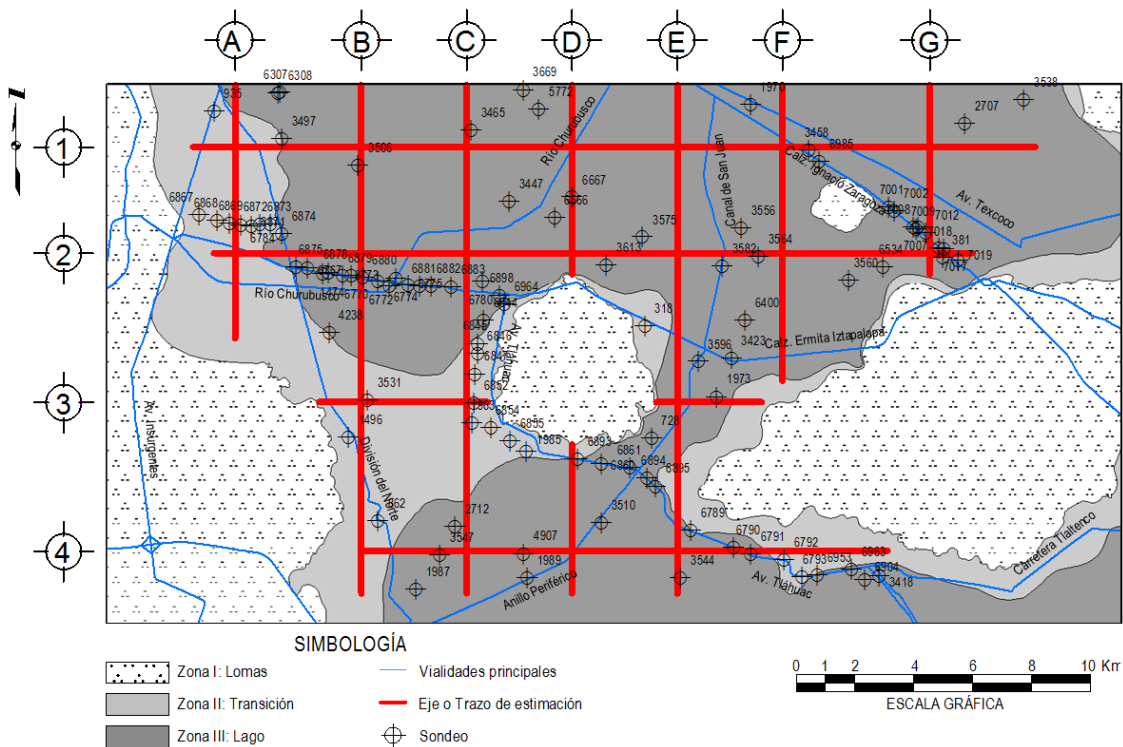


Figura 4.211. Localización de los ejes de estimación, zona sur.

### Validación

Para evaluar la consistencia de los resultados, aplica la técnica de validación cruzada en los sondeos 3458 y 3497, empleando los modelos de correlación espacial anteriormente obtenidos. En la fig. 4.212 se muestran los resultados, donde se observa una aproximación aceptable entre los valores estimados y los valores medidos.

### Visualización

En las figs. 4.213 a 4.223 se presentan las secciones transversales estimadas a lo largo de los ejes preferenciales definidos, así como la desviación estándar de estimación, estos modelos representan de forma sencilla la distribución espacial del contenido de agua a lo largo de cada uno de los ejes.

Así también, se construyó un modelo 3D con las secciones transversales estimadas (fig. 4.224), este modelo permite observar en conjunto la distribución espacial del contenido de agua dentro de la zona de estudio.

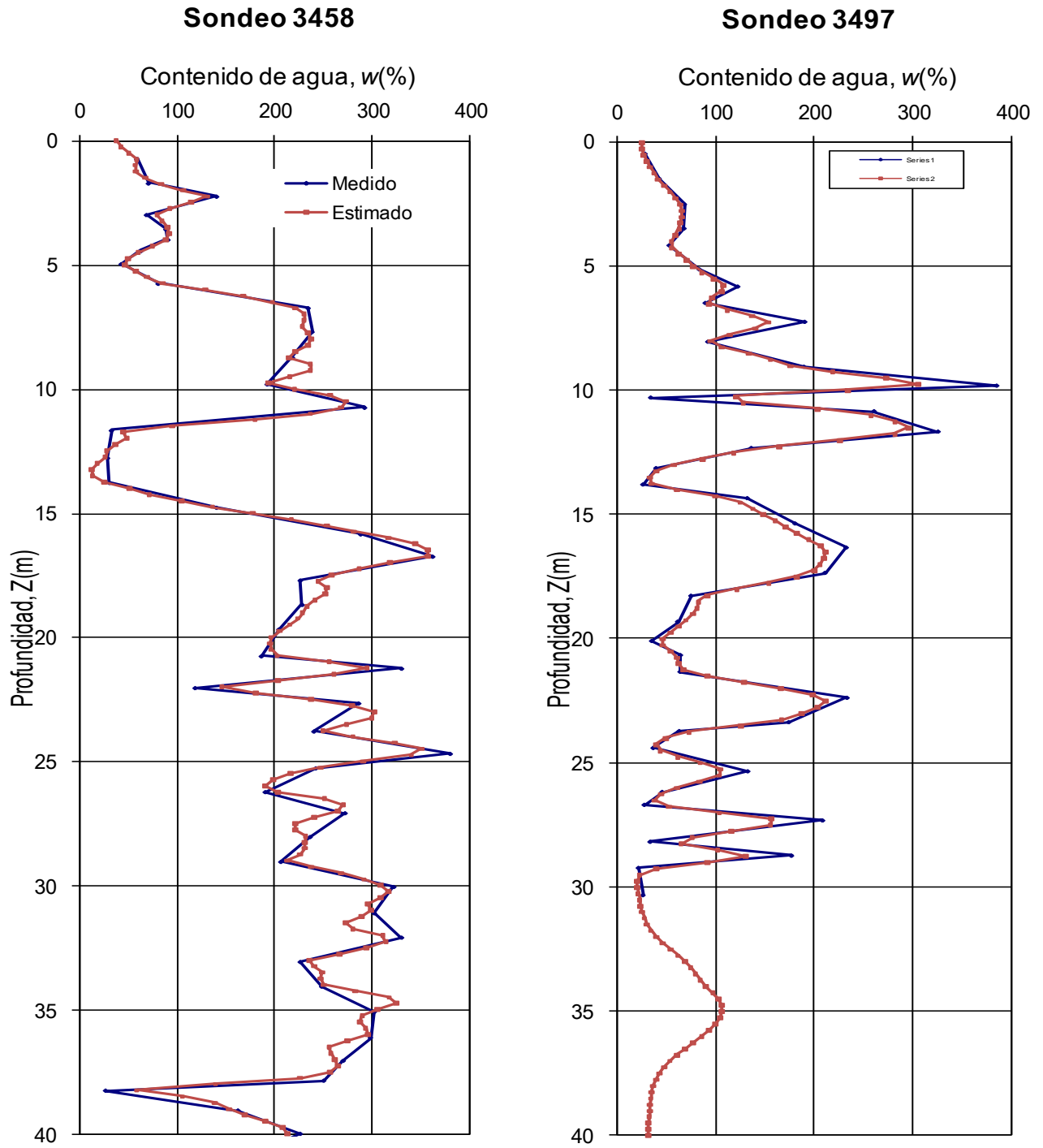
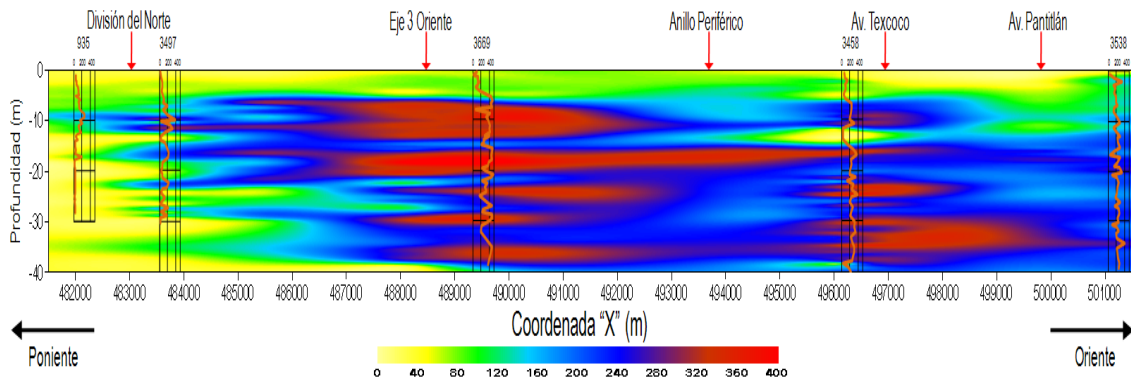
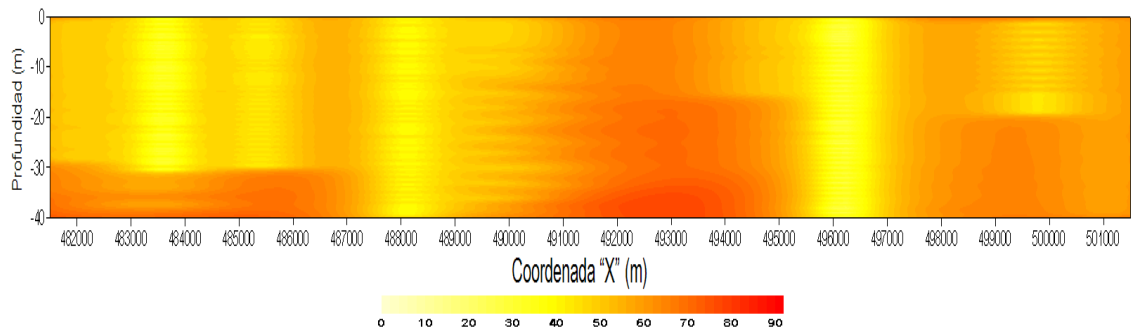


Figura 4.212. Resultado de validación cruzada, zona sur.

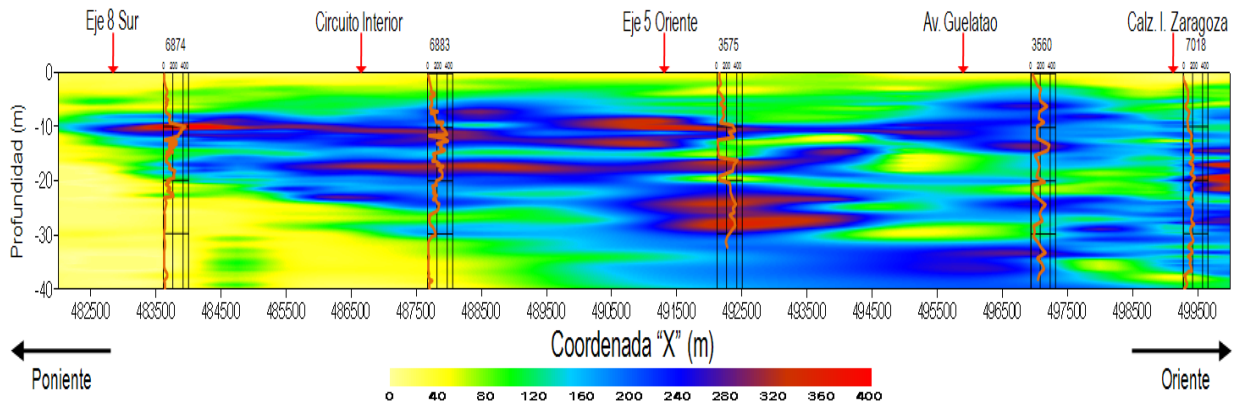


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

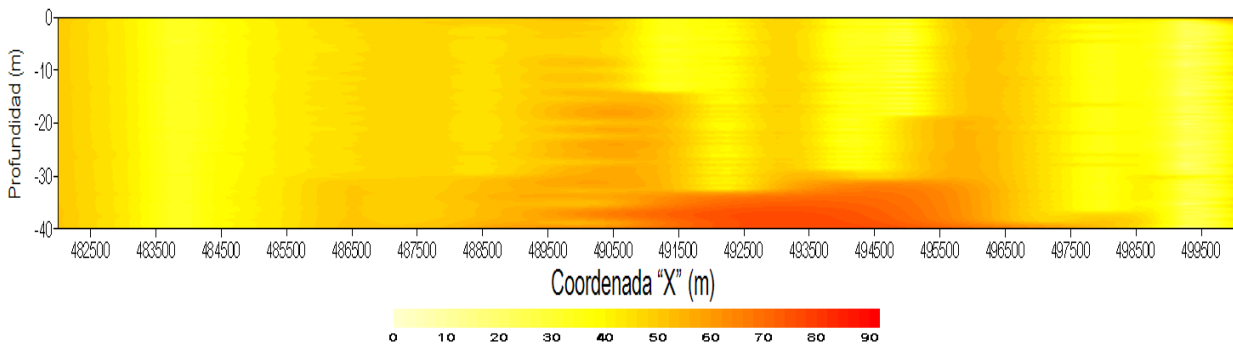


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.213. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 1, zona sur.

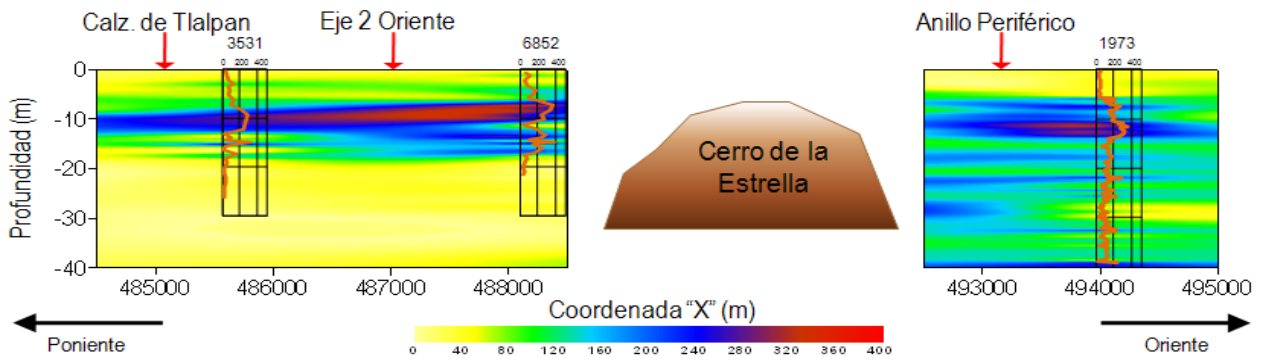


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

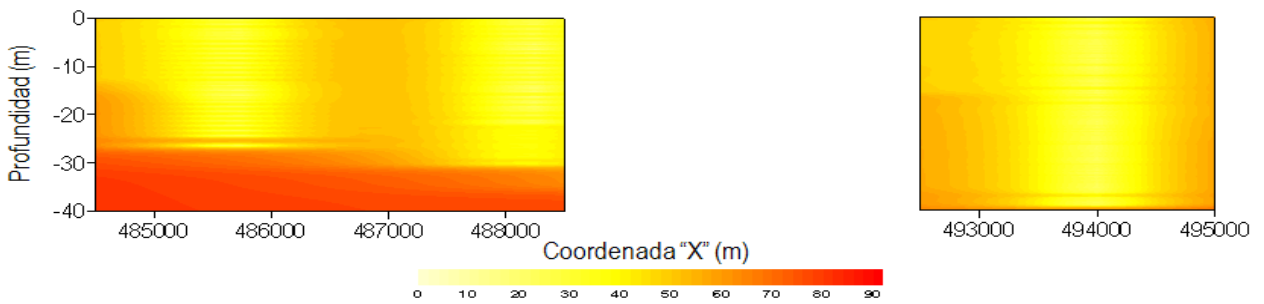


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.214. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 2, zona sur.

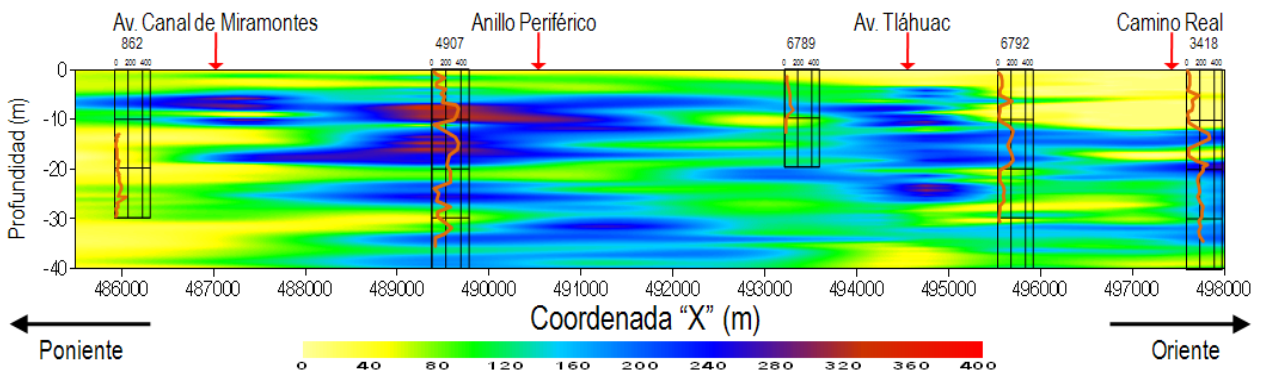


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

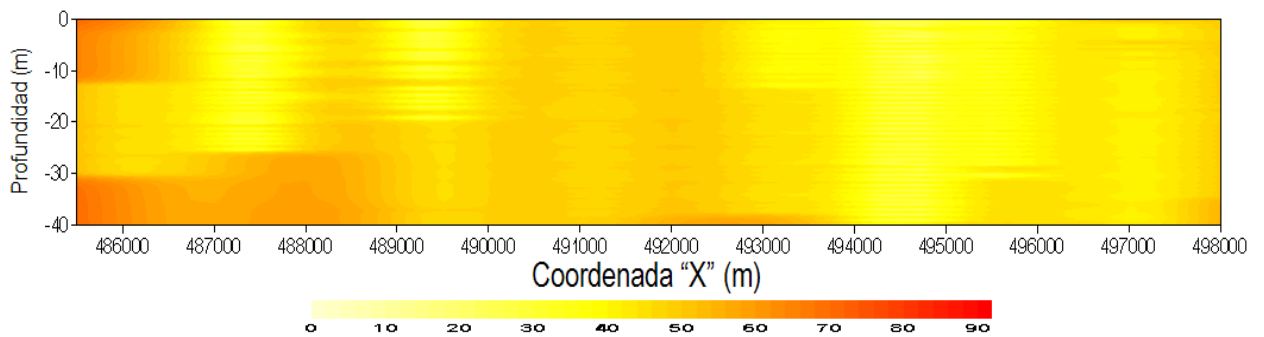


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.215. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona sur.

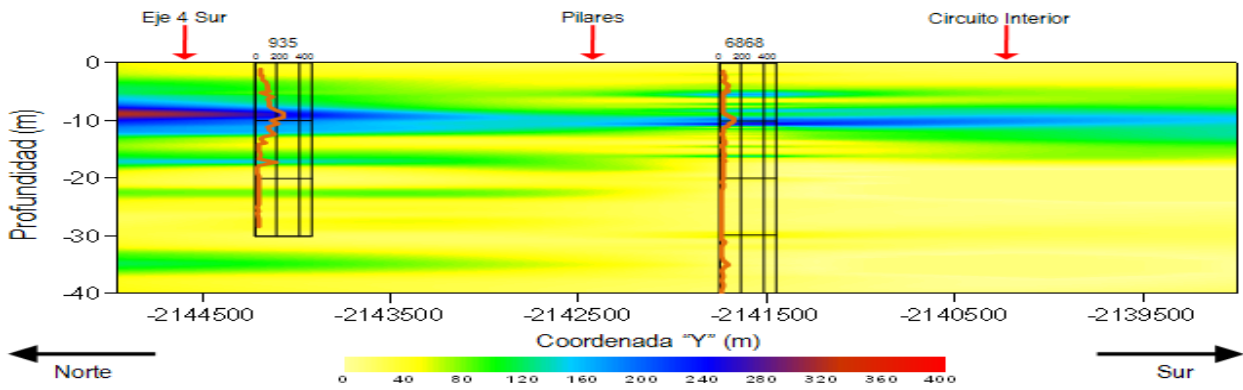


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

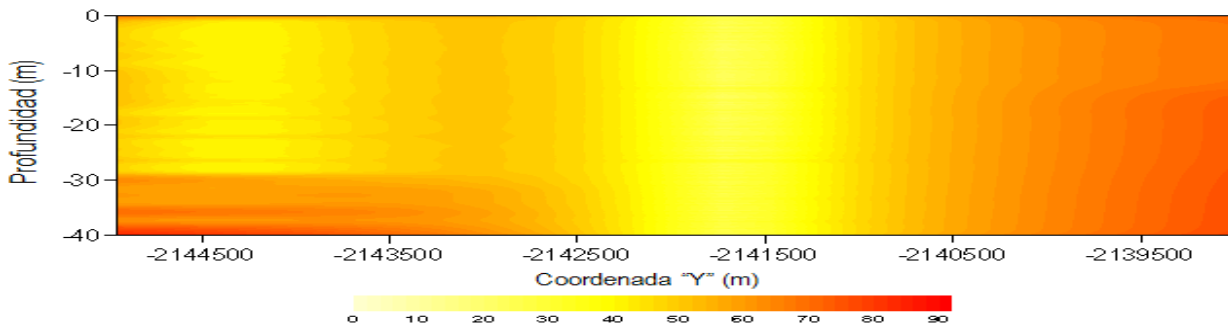


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.216. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 4, zona sur.

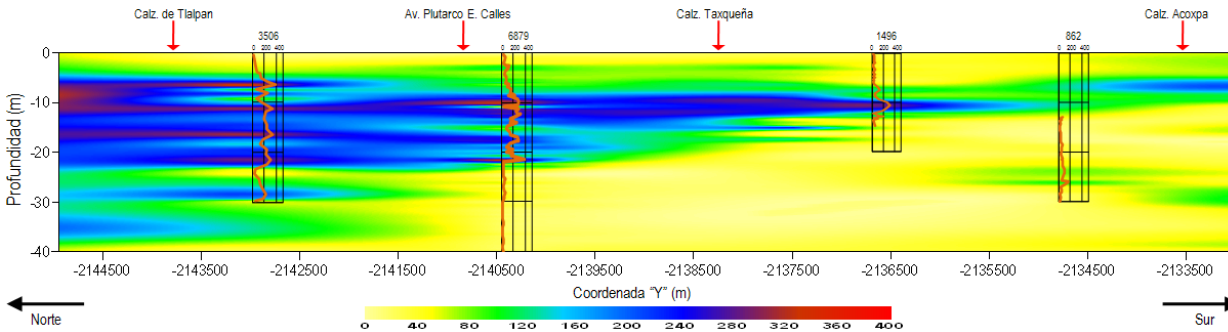


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

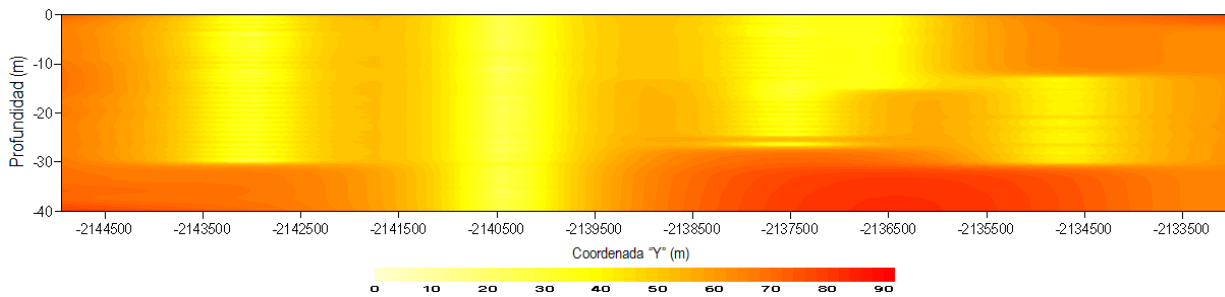


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.217. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje A, zona sur.

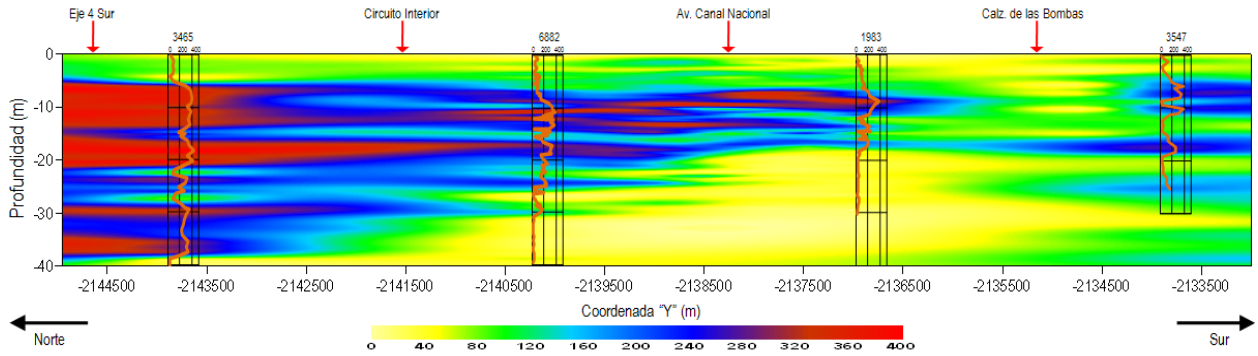


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

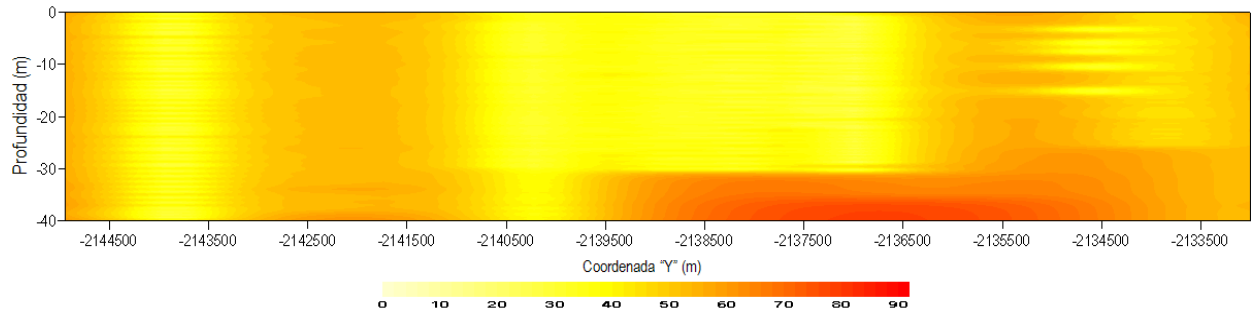


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.218. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje B, zona sur.

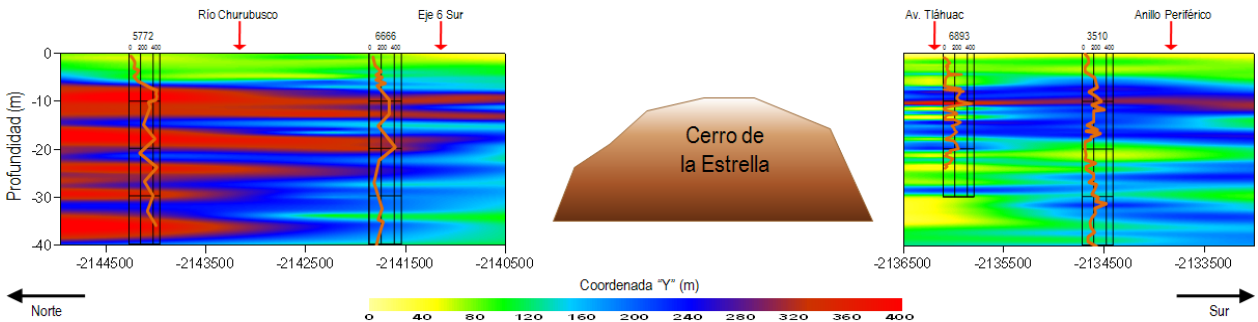


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

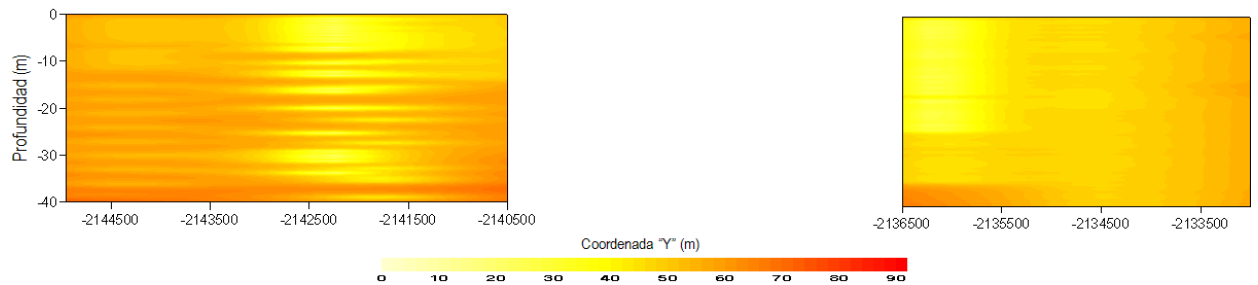


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.219. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona sur.

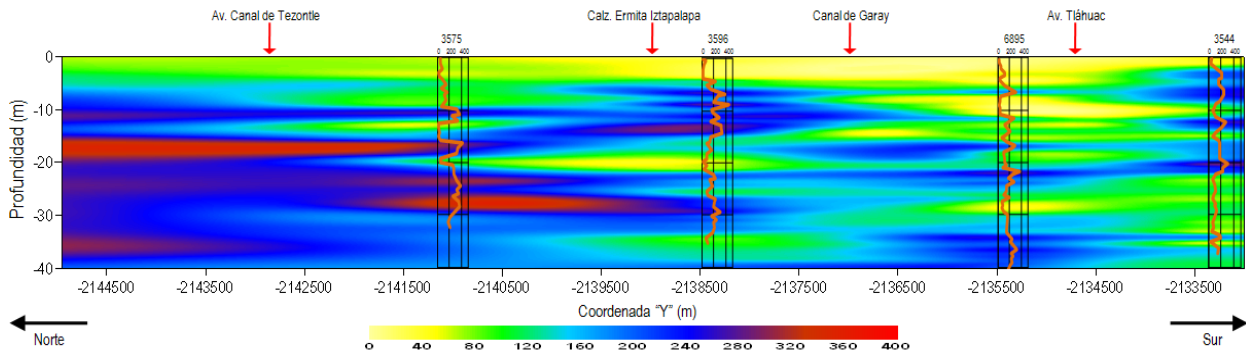


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

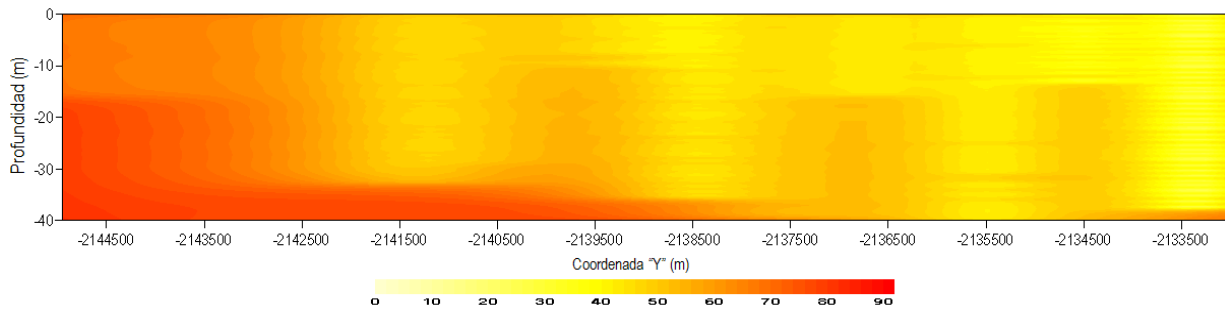


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.220. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje D, zona sur.

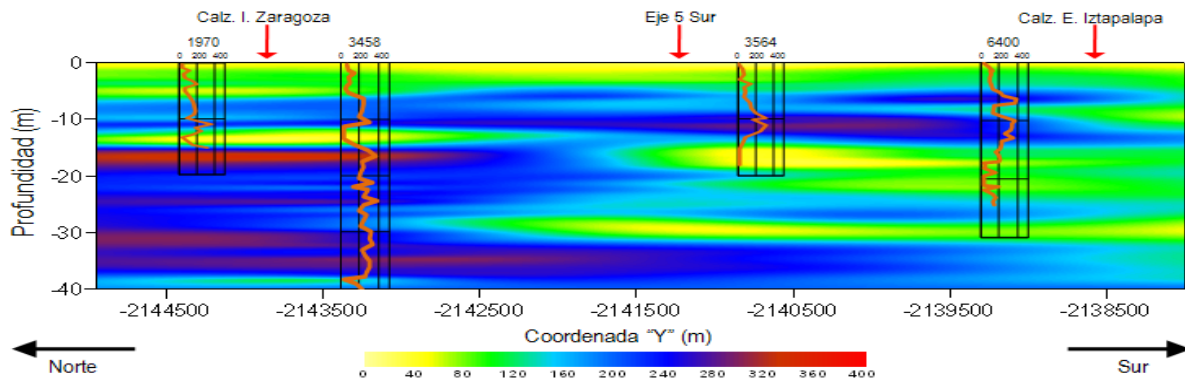


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

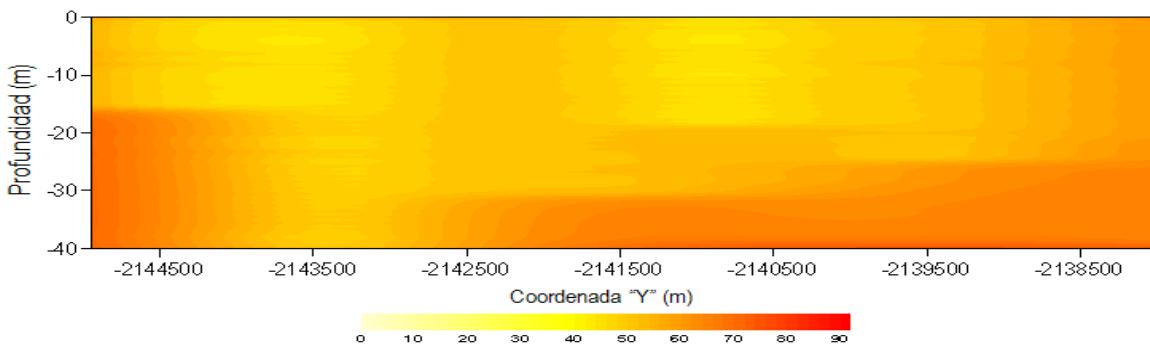


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.221. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje E, zona sur.



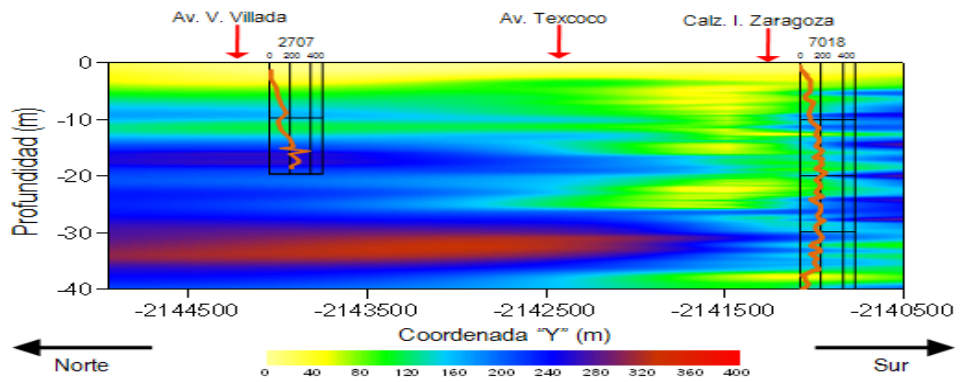
a) Sección transversal estimada del contenido de agua



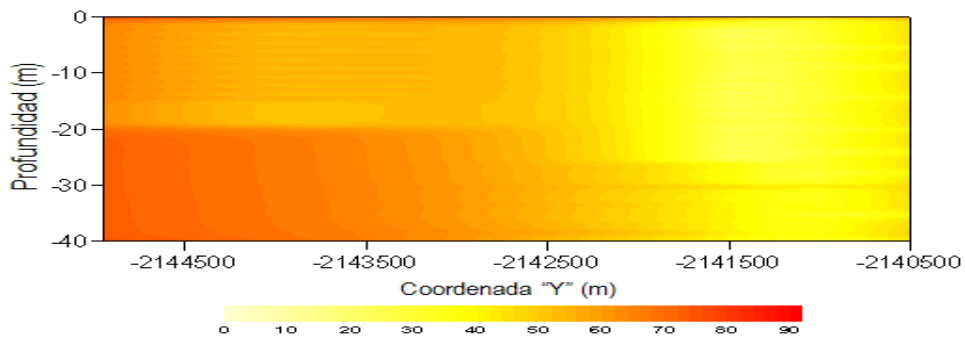
b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.222. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje F, zona sur.





a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.223. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje G, zona sur.

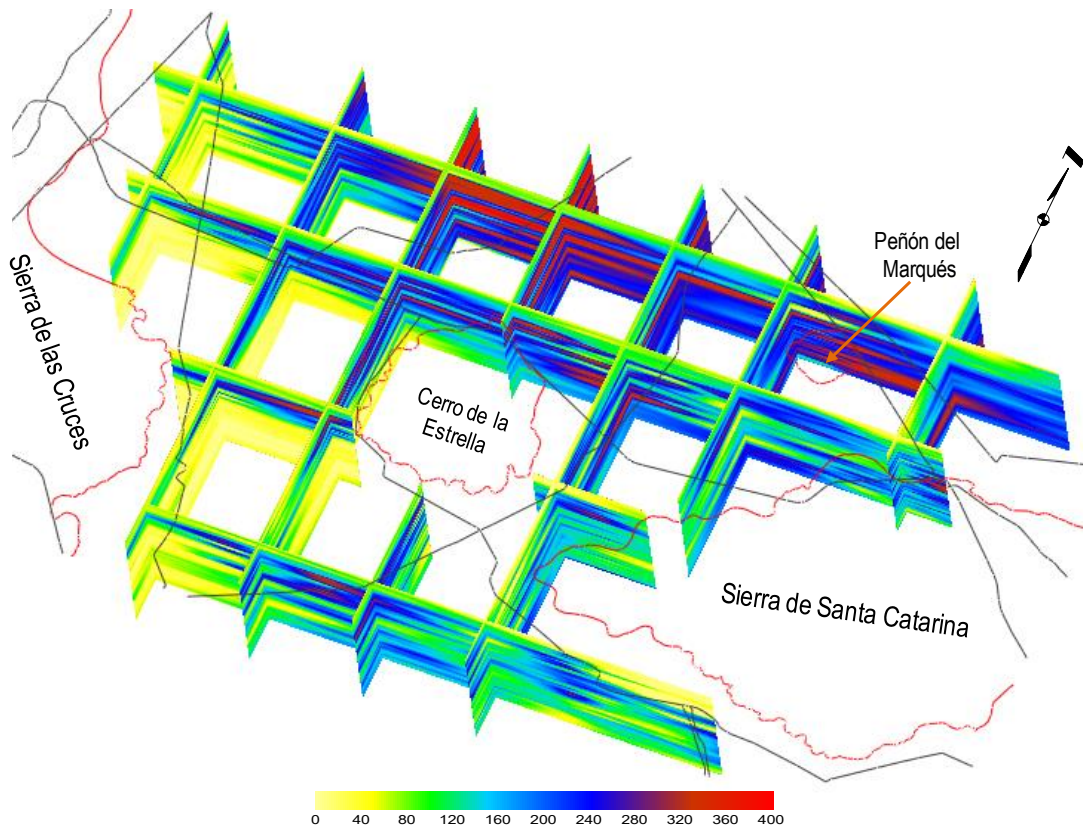


Figura 4.224. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona sur.

*Interpretación de resultados*

En las secciones transversales estimadas de contenido de agua de las figs. 4.213 a 4.223 y de acuerdo con la escala de colores, en general, se observa que los valores varían entre 0% y 400%, pudiéndose notar que los valores más altos se localizan al norte de la zona estudiada, hacia el centro de la ciudad. De igual manera, se observa claramente que en la zona de transición y en la zona de lomas el contenido de agua es más bajo, como es el caso del *Cerro de la Estrella*.

En las secciones transversales de la desviación estándar de estimación, se aprecia que en ciertas zonas la incertidumbre aumenta, lo cual no necesariamente significa que la estimación sea poco confiable, sino que frecuentemente se debe a que los sondeos son cortos, o bien, a la distancia entre los sondeos y los ejes preferenciales de estimación.

**4.4.4.2 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAS**

*Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad superior de la FAS representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.225, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente 188 sondeos realizados en el periodo 1990-2009. Se adoptó como límite del dominio estudiado la Zona Geotécnica I (Zona de lomas) propuesta en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones (GDF, 2004b). En la fig. 4.225, se observan algunas zonas con notable ausencia de datos, esto se debe a que la mayoría de los sondeos son poco profundos.

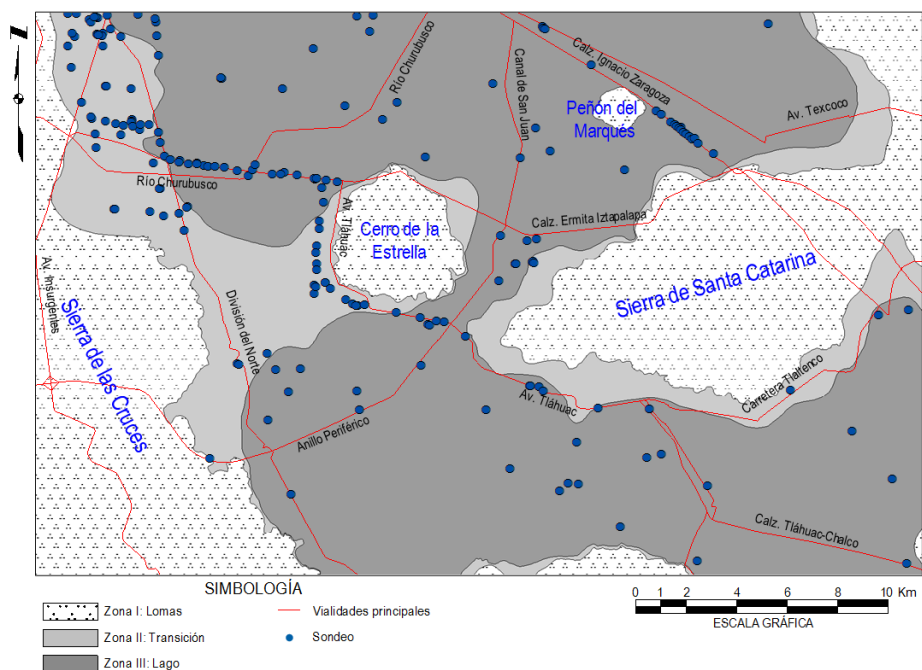


Figura 4.225. Ubicación de datos de la profundidad de la FAS, zona sur.

### Descripción estadística

Aceptando condiciones de homogeneidad y ergodicidad, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.41).

Tabla 4.41. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAS, zona sur.

Parámetro	Valor
No. de datos	188
Media, $m(m)$	1.93
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	3.22
Desviación estándar, $S(m)$	1.79
Coefficiente de variación, $CV$	0.9275

### Análisis de correlación espacial

La tendencia de la profundidad superior de la FAS se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para la profundidad de la FAS son:

$$a = -0.00004365; b = 0.00012313 \text{ y } c = -240.37146210$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.226, donde se observa que al norte la FAS se encuentra a mayor profundidad y al sur más superficial.

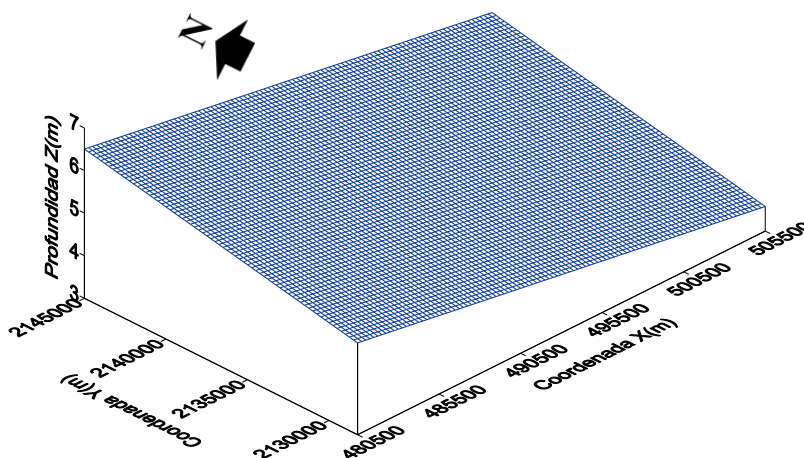


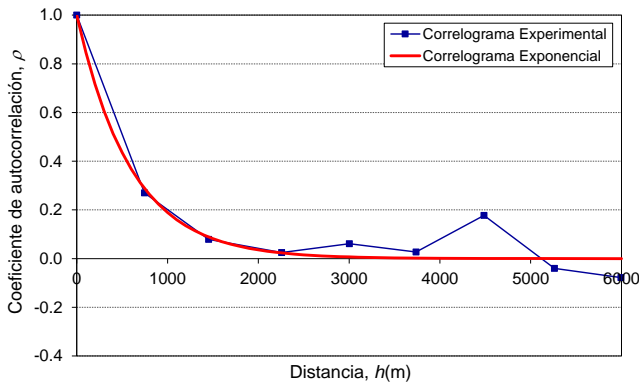
Figura 4.226. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAS, zona sur.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 250m (fig. 4.227). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.42.

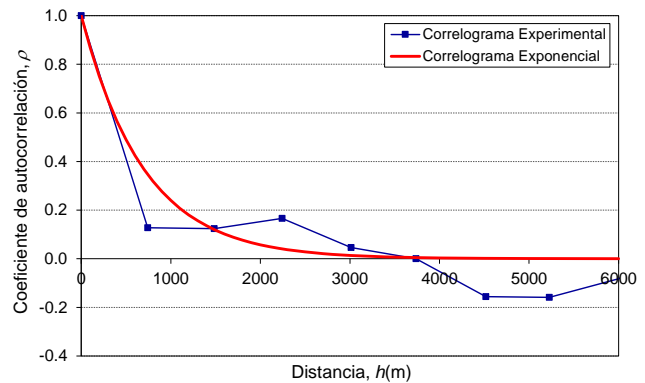
Tabla 4.42. Distancias de correlación de la profundidad de la FAS, zona sur.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	1400
Az = 45°	1200
Az = 90°	1200
Az = 135°	1500

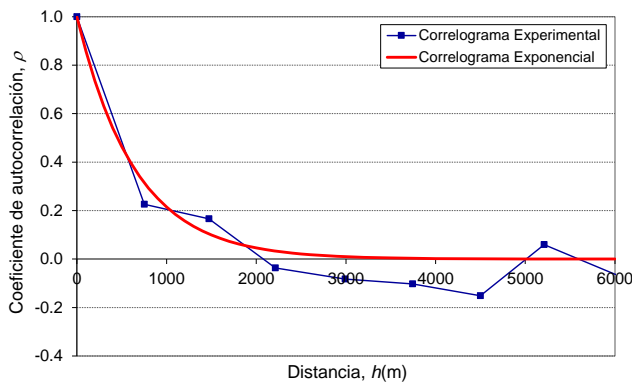
Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.227), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.42. Con las distancias de correlación direccionales de la tabla 4.42 se construyen las elipses de anisotropía del campo estudiado (fig. 4.228). Para la estimación, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación de 1400m y 1200m, obtenidas en las direcciones de 0° y 90° respectivamente, definiéndose así un coeficiente de anisotropía de 0.857.



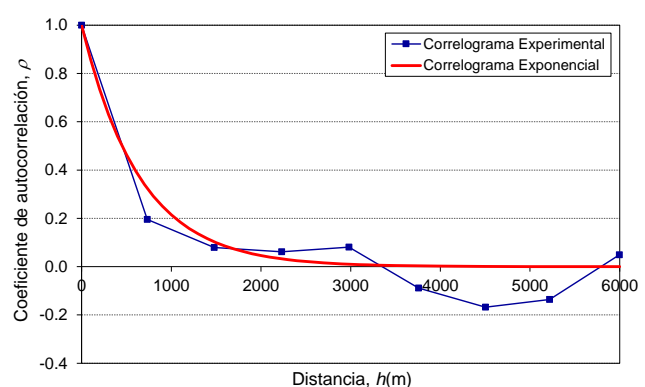
a) Correlograma dirección Az = 0°



b) Correlograma dirección Az = 45°



c) Correlograma dirección Az = 90°



d) Correlograma dirección Az = 135°

Figura 4.227. Correlogramas direccionales de la profundidad de la FAS, zona sur.

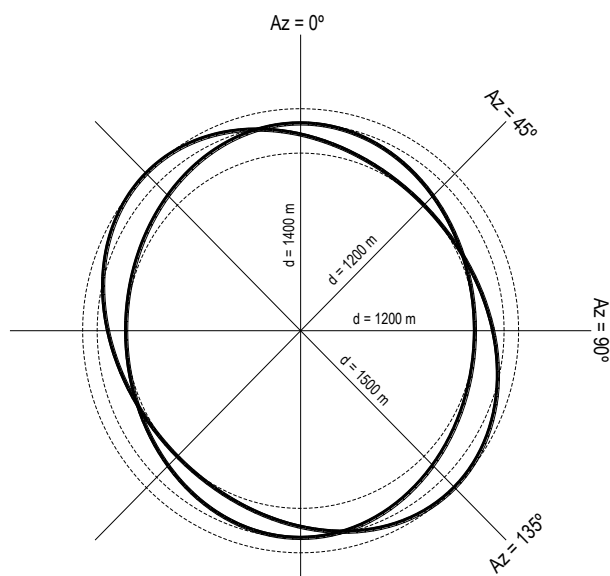


Figura 4.228. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAS, zona sur.

### Predicción

La estimación de la profundidad de la FAS se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, con base en los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta=1400\text{m}$  en la dirección  $Az=0^\circ$  y  $\delta=1200\text{m}$  en la dirección  $Az=90^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X=480000$  y  $Y=2128500$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de  $250\text{m}$  en ambas direcciones. Después de realizar la estimación, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

### Visualización

Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se recurre a alguna técnica de mapeo para construir un mapa de contornos en escala de colores de la profundidad estimada de la FAS, mostrado en la fig. 4.229, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. Asimismo, en la fig. 4.230 se presenta un modelo de superficie en perspectiva donde  $Z$  corresponde a la profundidad de la FAS.

### Interpretación de resultados

De acuerdo con la figs. 4.229 y 4.230; y con base en la escala de colores, se observa que la mayor profundidad de la FAS se encuentra al noroeste de la zona de estudio, disminuyendo conforme se aproxima a la frontera de la zona de lomas. Así también, se observa que la profundidad aumenta en dirección noroeste, hacia el centro de la ciudad.

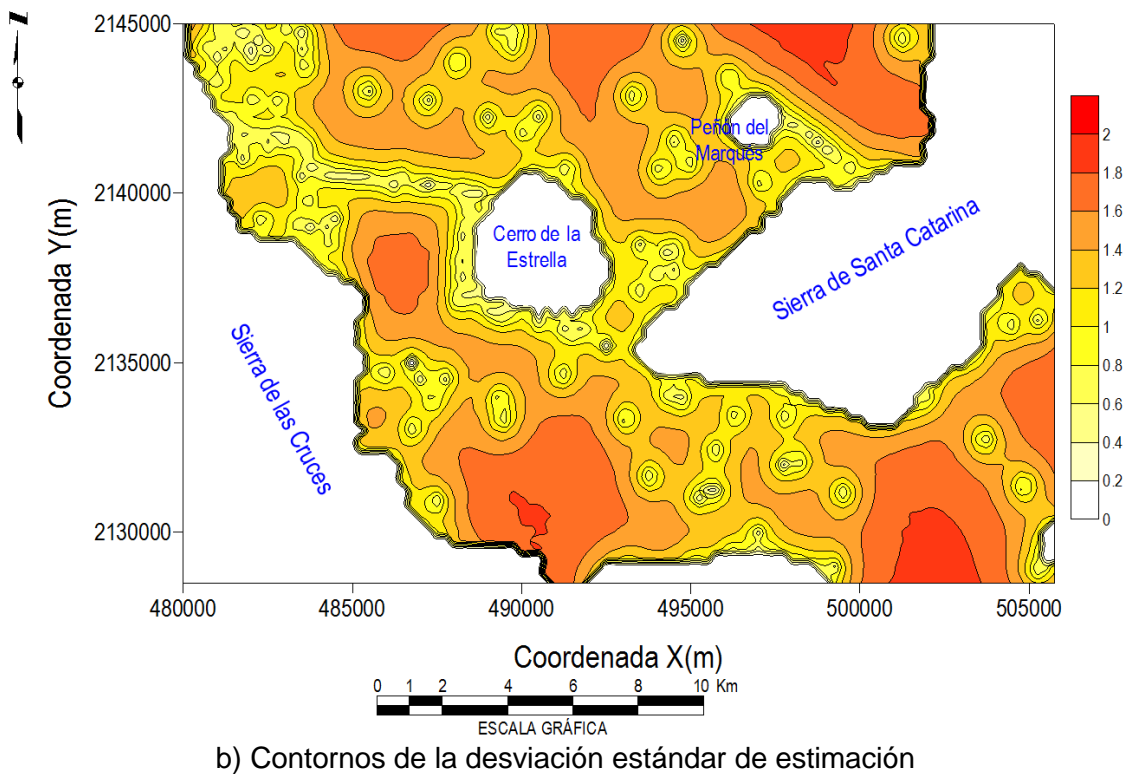
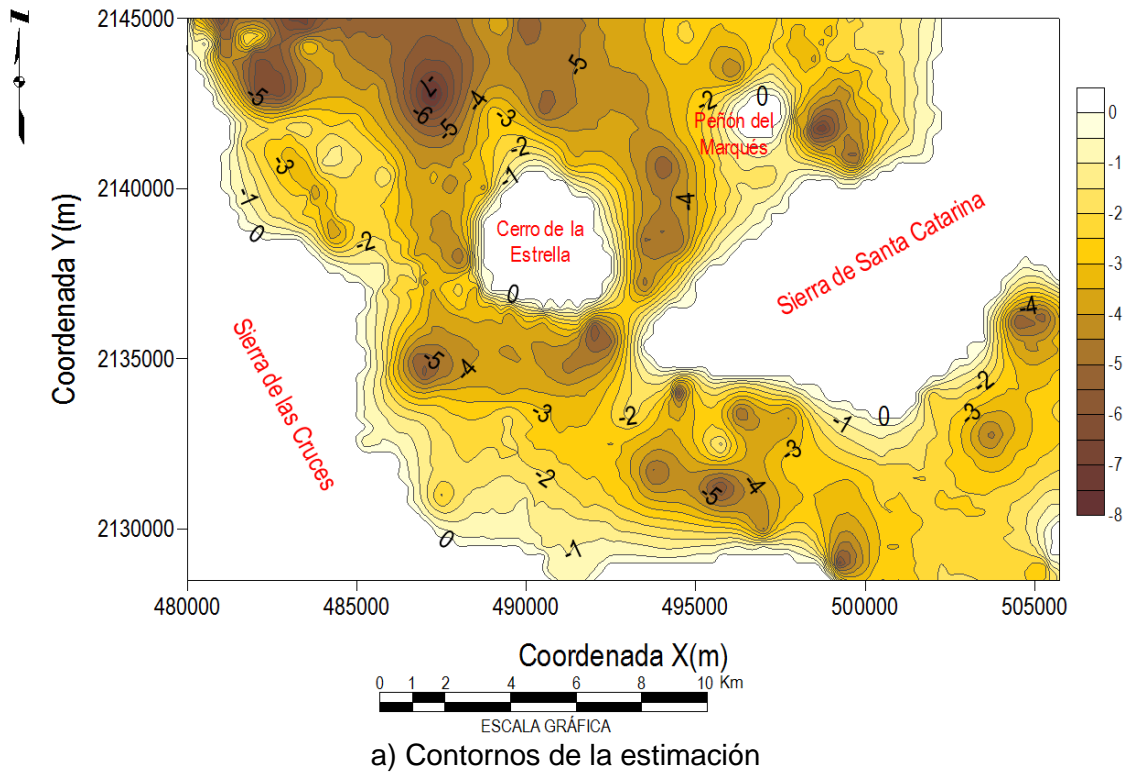


Figura 4.229. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAS, zona sur.

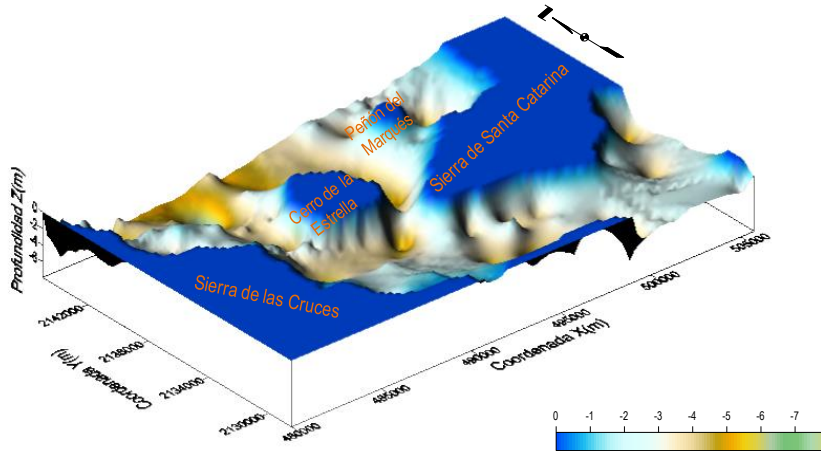


Figura 4.230. Superficie estimada de la frontera superior de la FAS, zona sur.

#### 4.4.4.3 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la CD

##### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad superior de la CD representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.231, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran únicamente 136 sondeos realizados en el periodo 1990-2009. Como se observa en la fig. 4.231, en algunas zonas el número de datos es reducido debido a que la mayoría de los sondeos son poco profundos. Por otra parte, se debe tener presente que en la zona de transición la caracterización de la CD debe realizarse con especial atención, puesto que, puede confundirse fácilmente con los DP.

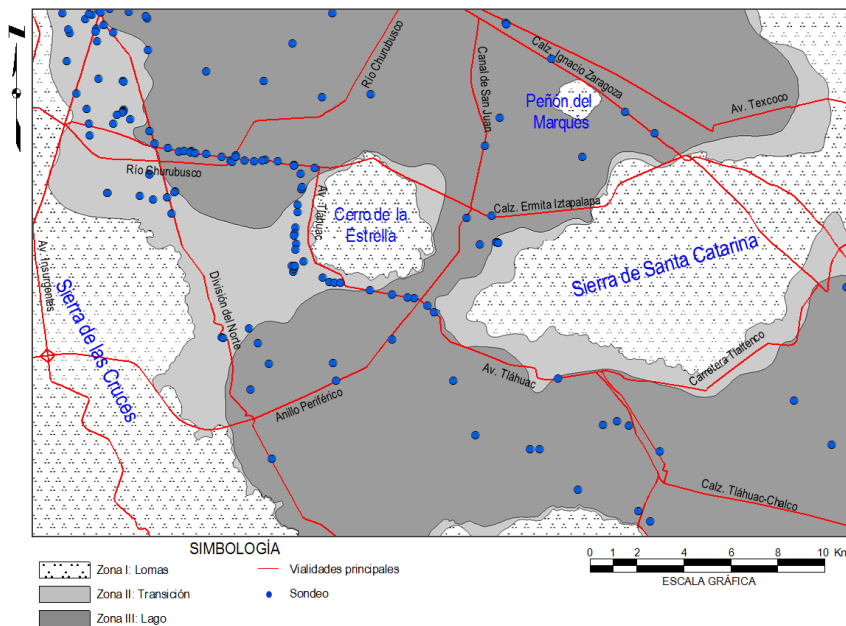


Figura 4.231. Ubicación de datos de la profundidad de la CD, zona sur.

*Descripción estadística*

Considerando los valores de la profundidad de la CD y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio en estudio, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.43).

Tabla 4.43. Parámetros estadísticos de la profundidad de la CD, zona sur.

Parámetro	Valor
No. de datos	136
Media, $m(m)$	11.57
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	78.92
Desviación estándar, $S(m)$	8.88
Coefficiente de variación, $CV$	0.7675

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de la CD se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para la profundidad de la FAS son:

$$a = -0.00033379; b = 0.00048244 \text{ y } c = -861.01986344$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.232, donde se aprecia que existe una marcada tendencia. Al norte, la profundidad de la CD se encuentra a mayor profundidad y al surponiente la profundidad decrece significativamente. Esta tendencia es considerada en el análisis estructural y en la estimación.

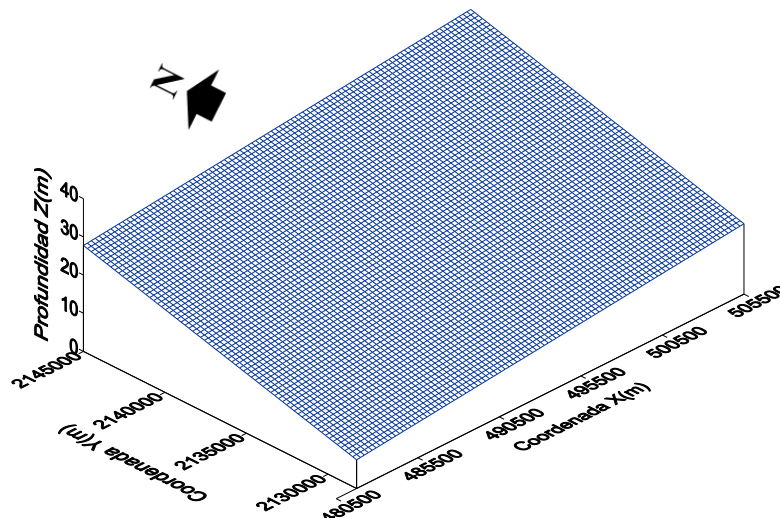


Figura 4.232. Plano de regresión lineal de la profundidad de la CD, zona sur.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut 0°, 45°, 90° y 135° y

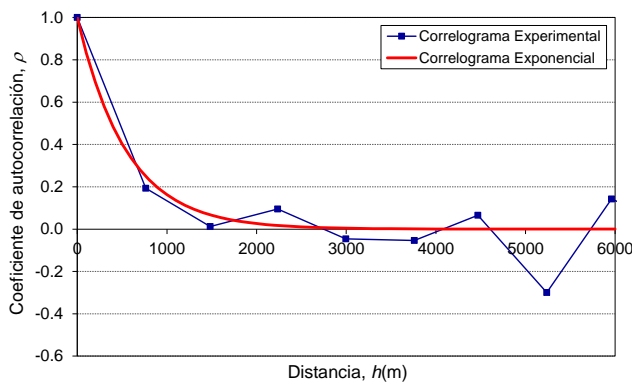


con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 250m (fig. 4.233). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.44.

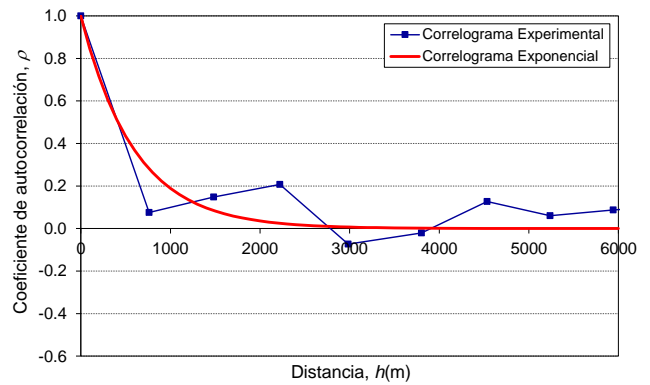
Tabla 4.44. Distancias de correlación de la profundidad de la CD, zona sur.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	2000
Az = 45°	800
Az = 90°	1800
Az = 135°	1200

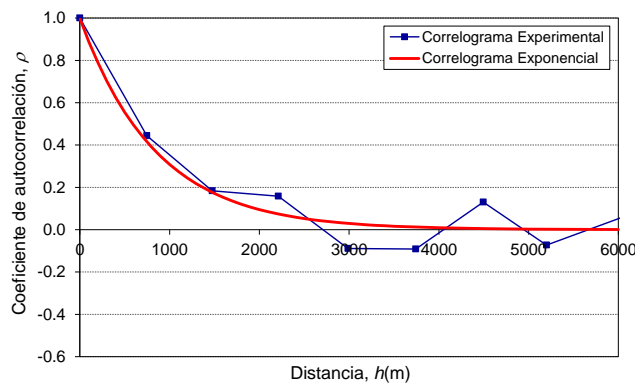
Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.233), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.44. Con las distancias de correlación direccionales de la tabla 4.44 se construyen las elipses de anisotropía del campo estudiado (fig. 4.234). Para la estimación, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación de 800m y 1200m, obtenidas en las direcciones de 45° y 135° respectivamente, definiéndose así un coeficiente de anisotropía de 0.667.



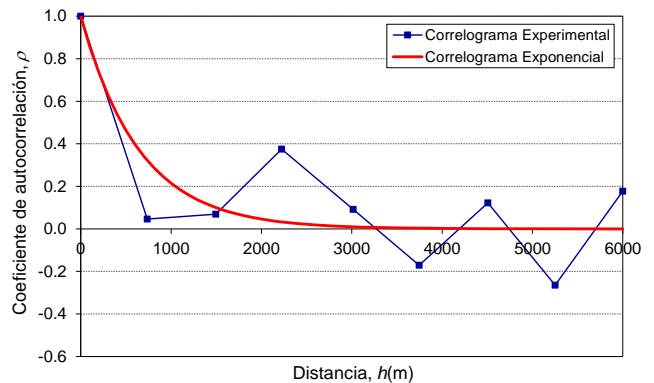
a) Correlograma dirección Az = 0°



b) Correlograma dirección Az = 45°



c) Correlograma dirección Az = 90°



d) Correlograma dirección Az = 135°

Figura 4.233. Modelos de correlación espacial de la profundidad de la CD, zona sur.

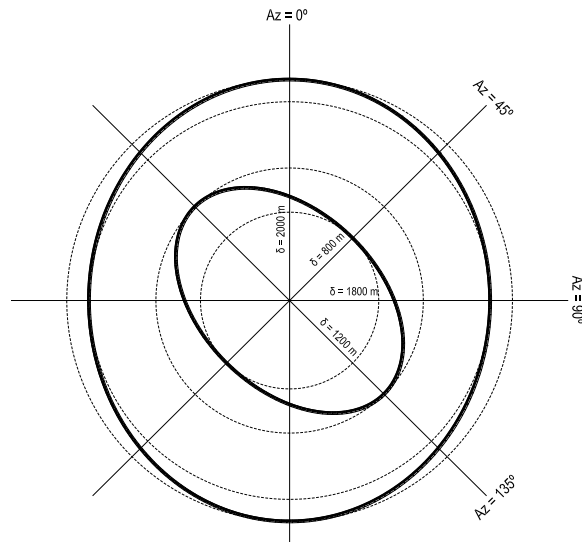


Figura 4.234. Elipses de anisotropía de la profundidad de la CD, zona sur.

### Predicción

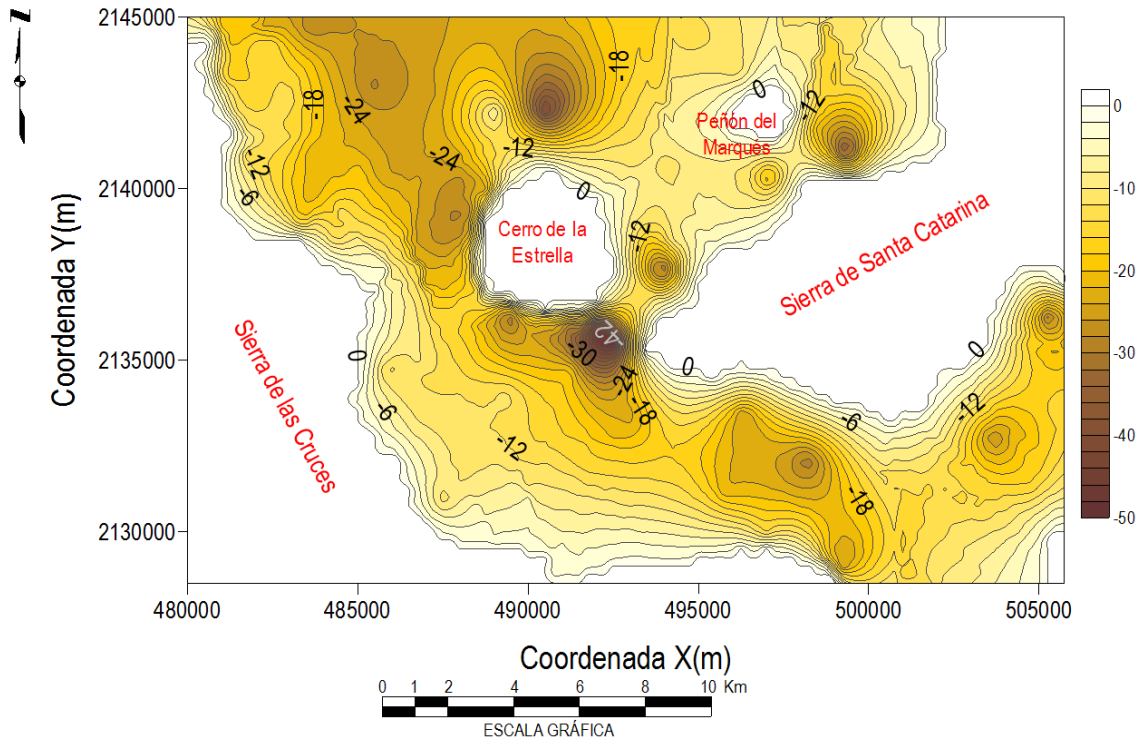
La estimación de la profundidad de la CD se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, con base en los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta=800\text{m}$  en la dirección  $Az=45^\circ$  y  $\delta=1200\text{m}$  en la dirección  $Az=135^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X=480000$  y  $Y=2128500$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de  $250\text{m}$  en ambas direcciones. Después de realizar la estimación, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

### Visualización

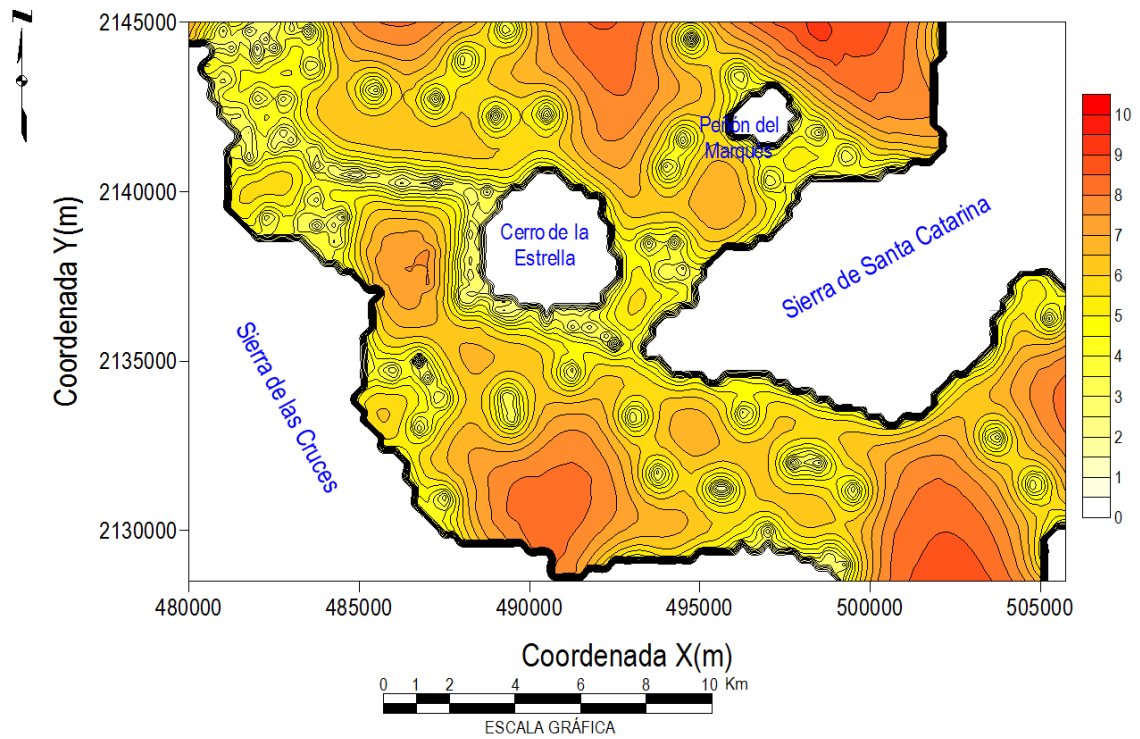
Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se recurre a alguna técnica de mapeo para construir un mapa de contornos en escala de colores de la profundidad estimada de la CD, mostrado en la fig. 4.235, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. Asimismo, en la fig. 4.236 se presenta un modelo de superficie en perspectiva donde  $Z$  corresponde a la profundidad de la CD.

### Interpretación de resultados

De acuerdo con la figs. 4.235 y 4.236; y con base en la escala de colores, se observa que la mayor profundidad de la CD se encuentra al noroeste de la zona de estudio, disminuyendo conforme se aproxima a la frontera de la zona de lomas. Se observa también que la profundidad aumenta en dirección noroeste, hacia el centro de la ciudad. Entre el *Cerro de la Estrella* y la *Sierra de Santa Catarina*, la profundidad de la CD se encuentra a  $5\text{m}$  aproximadamente.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.235. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la CD, zona sur.

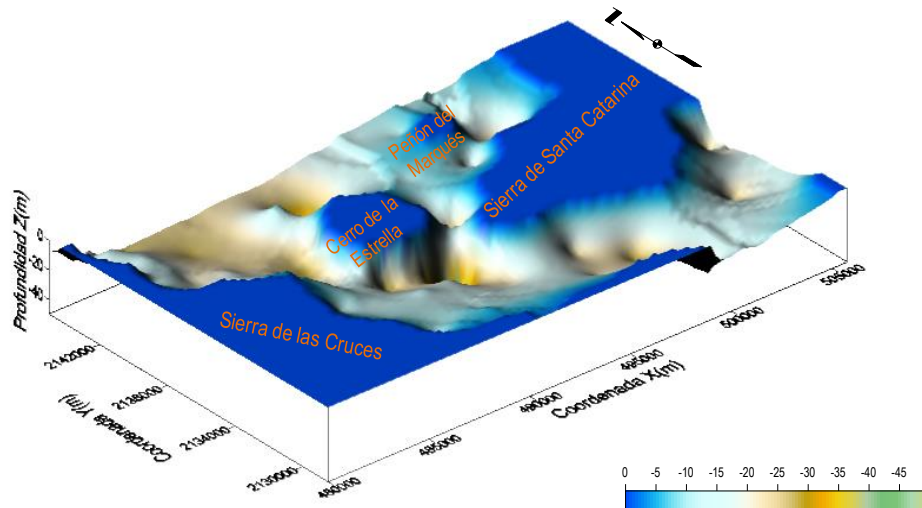


Figura 4.236. Superficie estimada de la profundidad de la CD, zona sur.

#### 4.4.4.4 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de la FAI

##### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad superior de la FAI representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.237, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para el análisis se consideran 66 sondeos realizados en el periodo 1990-2009, el número de sondeos es bajo debido a que la mayoría son cortos.

##### Descripción estadística

Considerando los valores de la profundidad de la FAI y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio en estudio, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.45).

Tabla 4.45. Parámetros estadísticos de la profundidad de la FAI, zona sur.

Parámetro	Valor
No. de datos	66
Media, $m(m)$	20.15
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	144.26
Desviación estándar, $S(m)$	12.01
Coefficiente de variación, $CV$	0.596

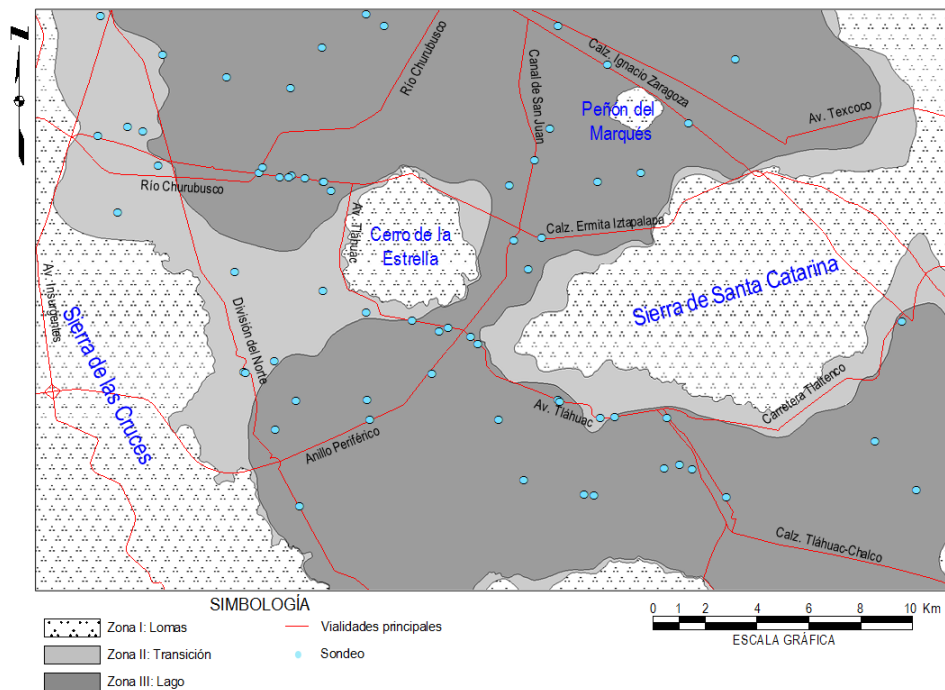


Figura 4.237. Ubicación de datos de la profundidad de la FAI, zona sur.

#### *Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de la FAI se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para la profundidad de la FAI son:

$$a = -0.00010178; b = 0.00018310 \text{ y } c = -336.91578786$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se muestra en la fig. 4.238, donde se aprecia que al norte, la profundidad de la FAI es mayor y tiende a disminuir hacia el surponiente. Esta tendencia es considerada en el análisis estructural y en la estimación.

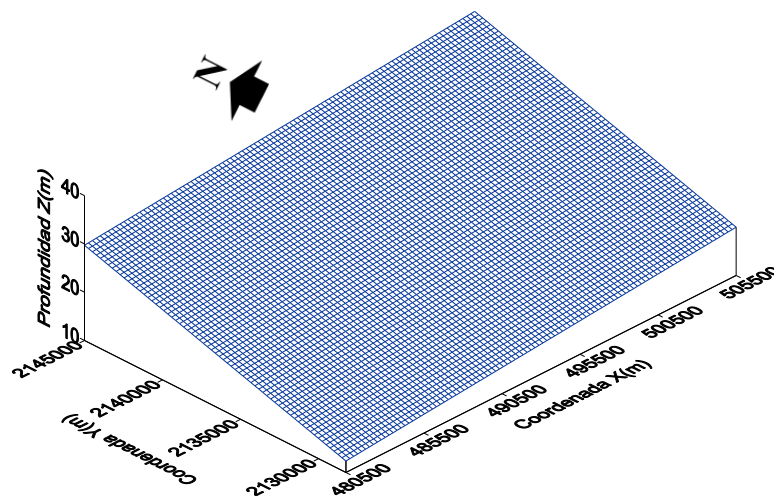


Figura 4.238. Plano de regresión lineal de la profundidad de la FAI, zona sur.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut 0°, 45°, 90° y 135° y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 250m (fig. 4.239). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.46.

Tabla 4.46. Distancias de correlación de la profundidad de la FAI, zona sur.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	1100
Az = 45°	1100
Az = 90°	1850
Az = 135°	800

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.239), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.46. Con las distancias de correlación direccionales de la tabla 4.46 se construyen las elipses de anisotropía del campo estudiado (fig. 4.240). Para la estimación, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación de 1100m y 800m, obtenidas en las direcciones de 45° y 135° respectivamente, definiéndose así un coeficiente de anisotropía de 0.727, considerando como dirección principal Az= 45°.

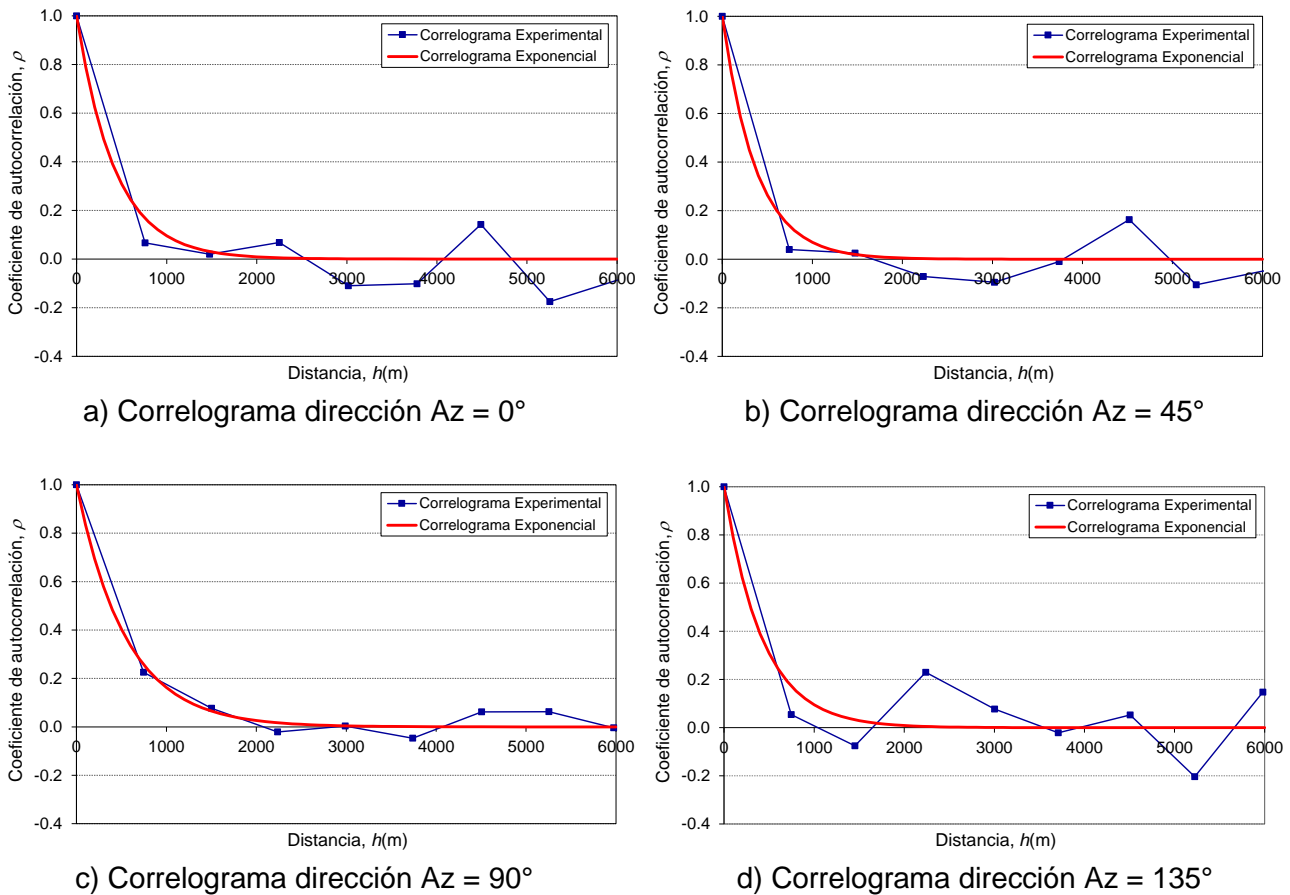


Figura 4.239. Modelos de correlación espacial de la profundidad de la FAI, zona sur.

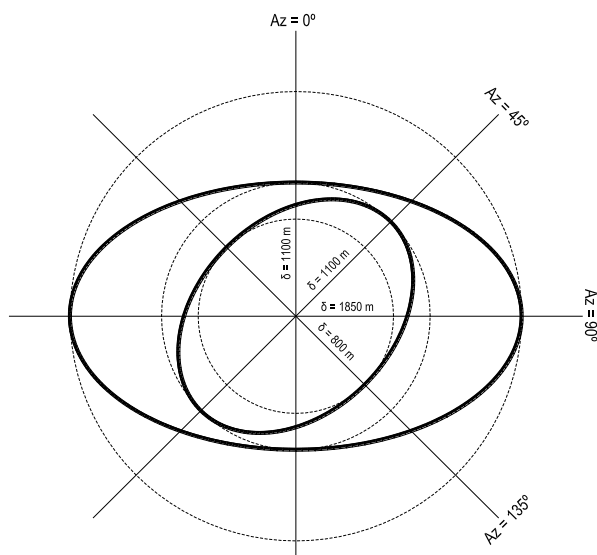


Figura 4.240. Elipses de anisotropía de la profundidad de la FAI, zona sur.

### Predicción

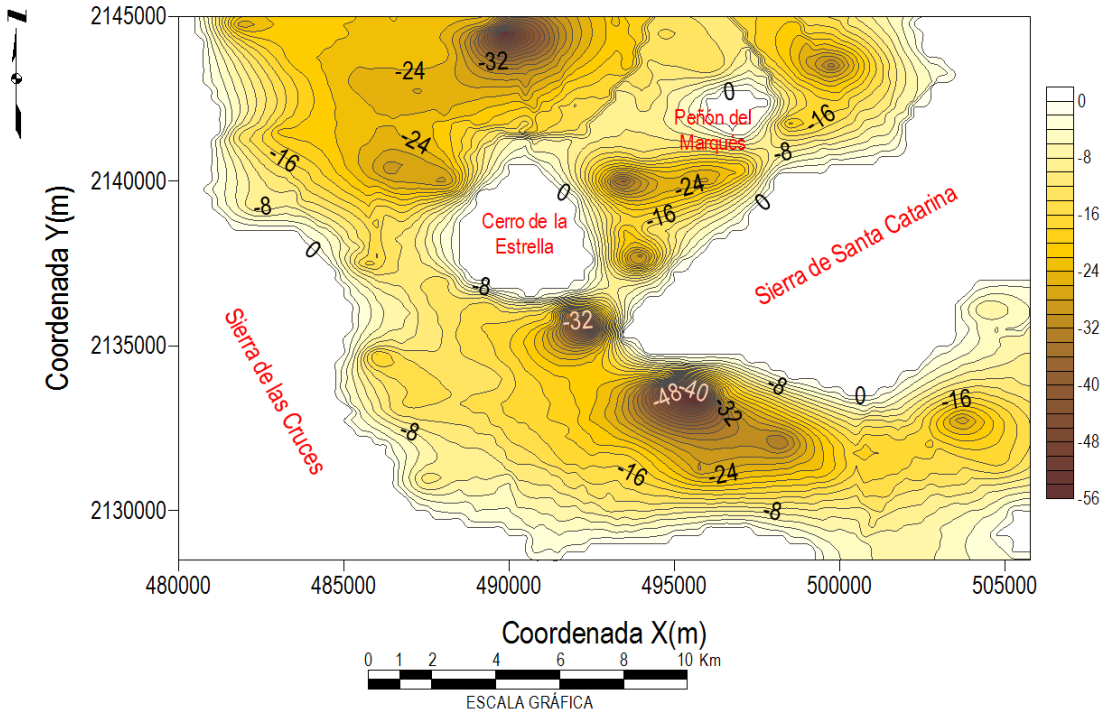
La estimación de la profundidad de la FAI se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, con base en los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta=1100\text{m}$  en la dirección  $Az=45^\circ$  y  $\delta=800\text{m}$  en la dirección  $Az=135^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X=480000$  y  $Y=2128500$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de  $250\text{m}$  en ambas direcciones. Después de realizar la estimación, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

### Visualización

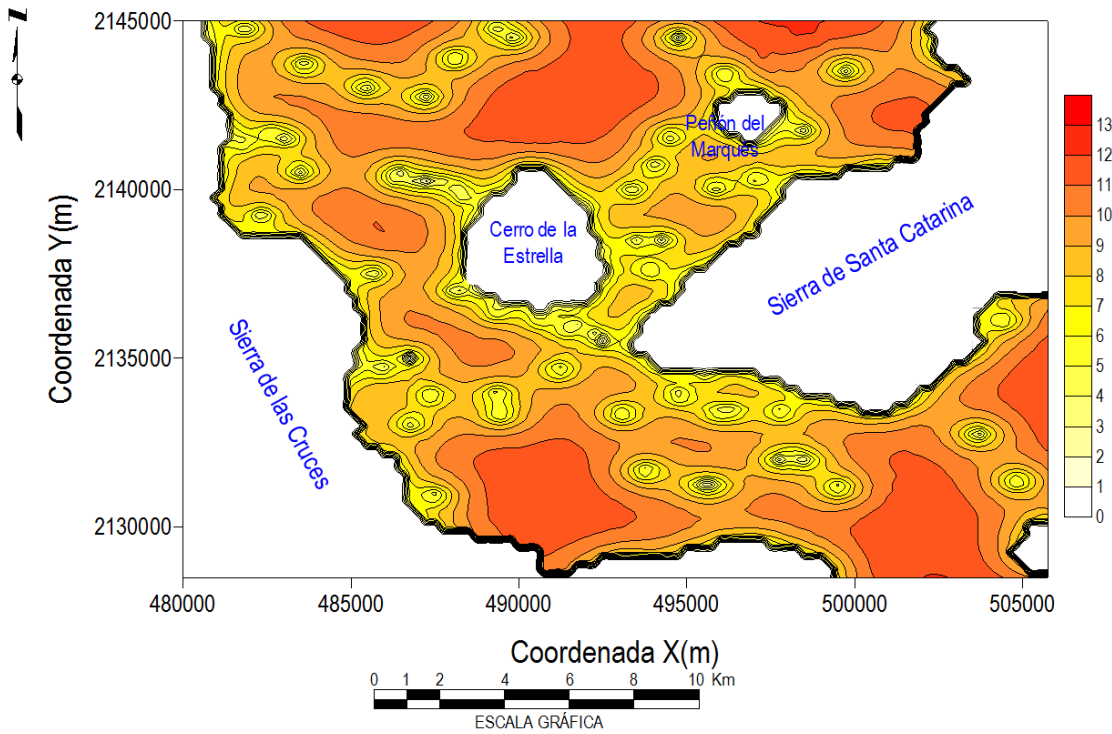
Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se recurre a alguna técnica de mapeo para construir un mapa de contornos en escala de colores de la profundidad estimada de la FAI, mostrado en la fig. 4.241, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. Asimismo, en la fig. 4.242 se presenta un modelo de superficie en perspectiva donde  $Z$  corresponde a la profundidad de la FAI.

### Interpretación de resultados

De acuerdo con la figs. 4.241 y 2.242; y con base en la escala de colores, se observa que la mayor profundidad de aproximadamente  $32\text{m}$  se encuentra al sureste de la sierra de Santa Catarina, se reafirma la existencia de transiciones abruptas alrededor del *Cerro de la Estrella* y al pie de la *Sierra de Santa Catarina*. Así también, se observa al norte de esta zona la profundidad de la FAI aumenta, en dirección al centro de la ciudad.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.241. Mapa de contornos de la profundidad estimada de la FAI, zona sur.



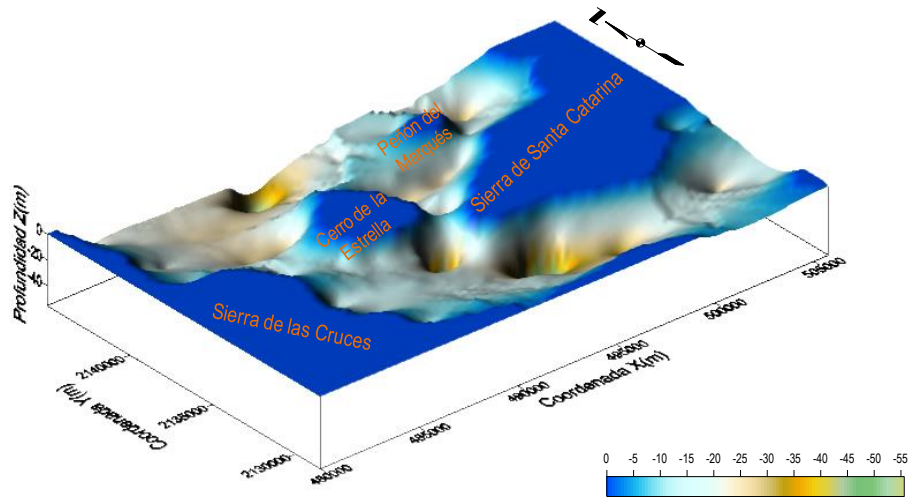


Figura 4.242. Superficie estimada de la profundidad de la FAI, zona sur.

#### 4.4.4.5 Análisis de la distribución espacial de la profundidad de los DP

##### Definición del dominio del campo aleatorio

La profundidad superior de los DP representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. En la fig. 4.243, se indica la ubicación de los sondeos utilizados como soporte de datos experimentales, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zona 14 Norte. Para este análisis se consideran 78 sondeos realizados en el periodo 1990-2009, el número de sondeos es reducido debido a que la mayoría de los sondeos no son profundos.

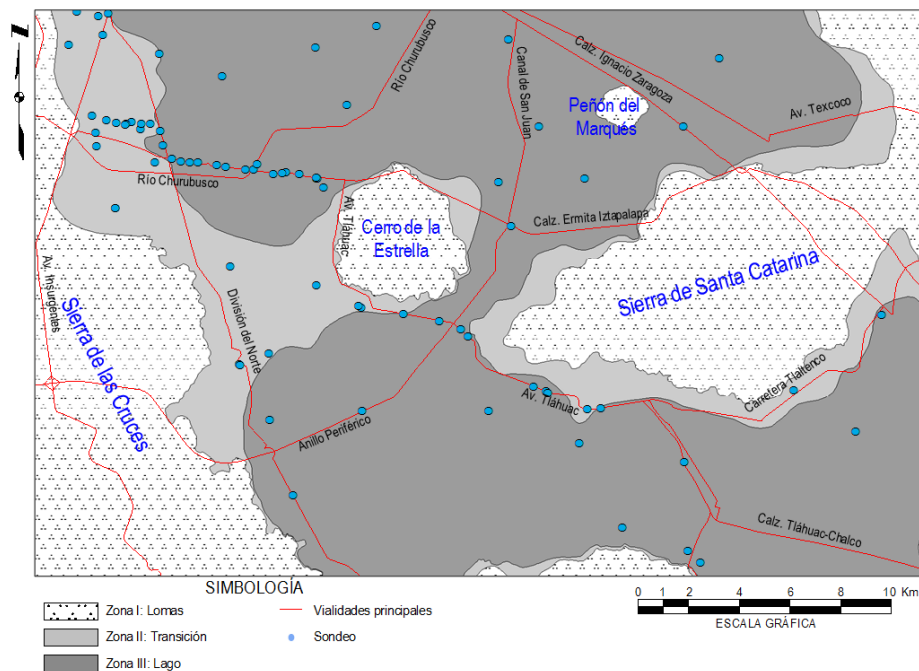


Figura 4.243. Ubicación de los datos de la profundidad de los DP, zona sur.

*Descripción estadística*

Considerando los valores de la profundidad de los DP y aceptando la hipótesis de ergodicidad del campo aleatorio en estudio, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.47).

Tabla 4.47. Parámetros estadísticos de la profundidad de los DP, zona sur.

Parámetro	Valor
No. de datos	78
Media, $m(m)$	21.27
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	185.22
Desviación estándar, $S(m)$	13.61
Coefficiente de variación, $CV$	0.6399

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de la profundidad superior de los DP se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para la profundidad de los DP son:

$$a = -0.00029001; b = 0.00042635 \text{ y } c = -762.75963599$$

La representación gráfica del plano de regresión lineal se presenta en la fig. 4.244, donde se aprecia que al nororiente, la profundidad de los DP es mayor y disminuye hacia el surponiente. Esta tendencia es considerada en el análisis estructural y en la estimación.

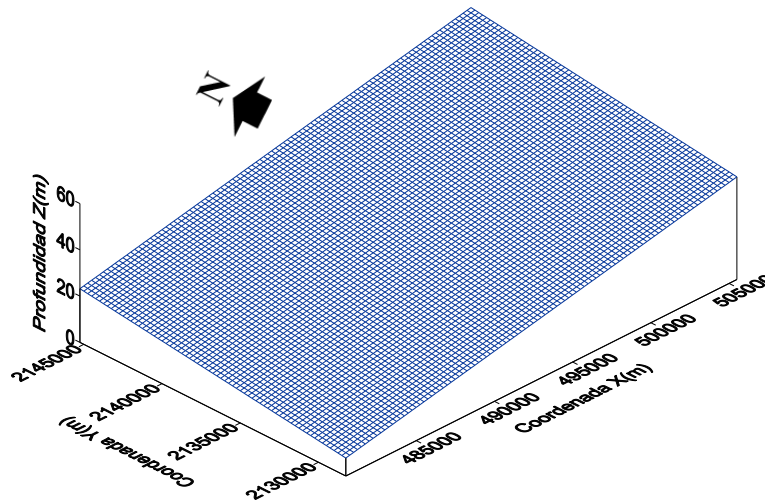


Figura 4.244. Plano de regresión lineal de la profundidad de los DP, zona sur.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 250m (fig. 4.245). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.48.

Tabla 4.48. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, zona sur.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	1450
Az = 45°	800
Az = 90°	1850
Az = 135°	950

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.245), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.48. Con las distancias de correlación direccionales de la tabla 4.48 se construyen las elipses de anisotropía del campo estudiado (fig. 4.246). Para la estimación, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación de 800m y 950m, obtenidas en las direcciones de 45° y 135° respectivamente, definiéndose así un coeficiente de anisotropía de 0.842, considerando como dirección principal Az= 135°.

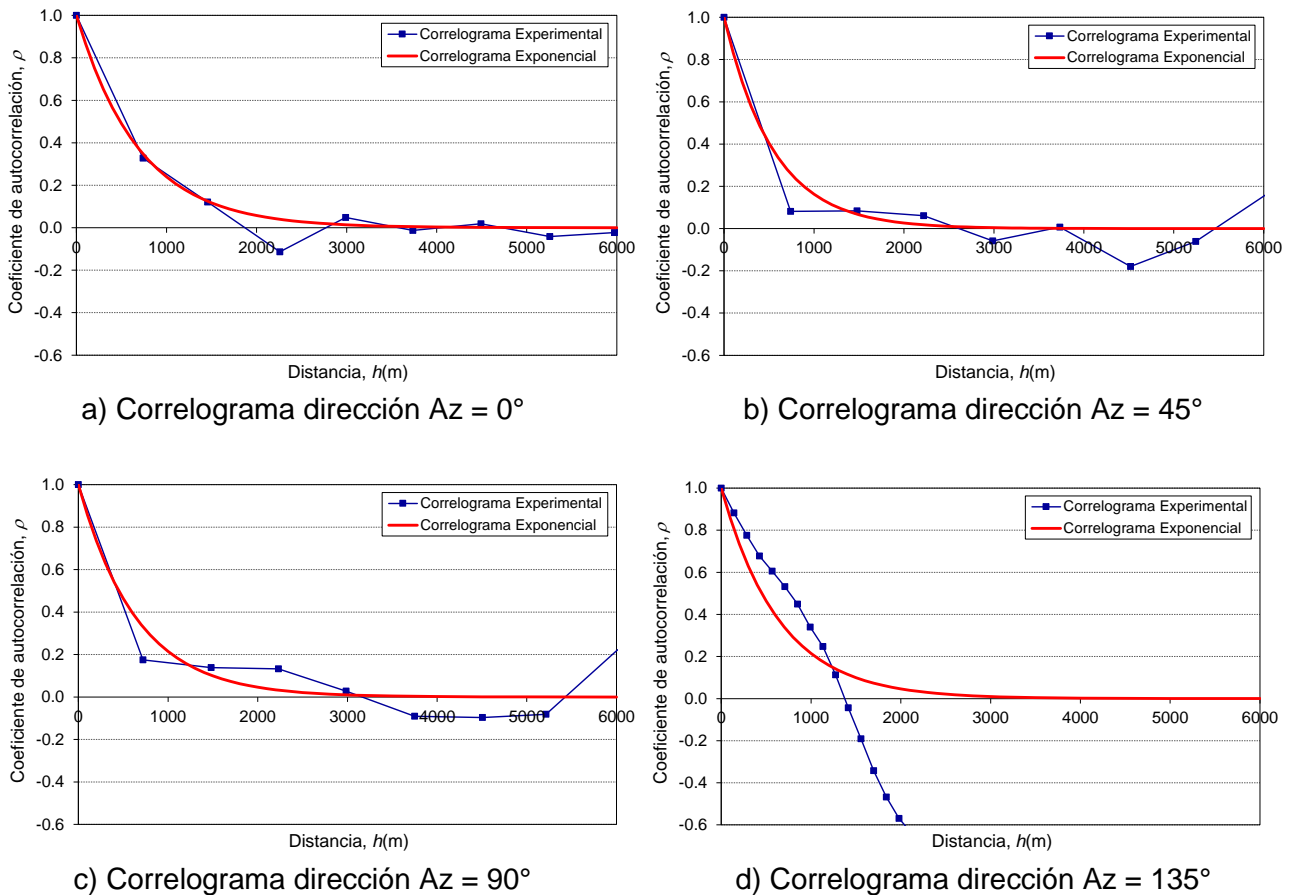


Figura 4.245. Modelos de correlación espacial de la profundidad de los DP, zona sur.

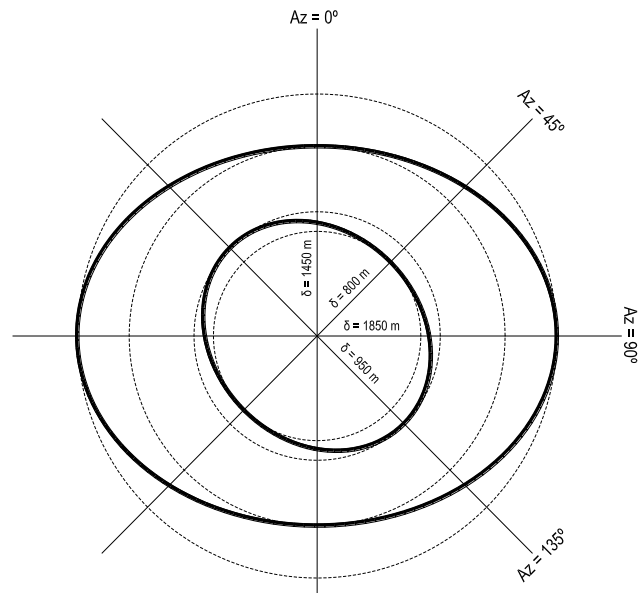


Figura 4.246. Elipses de anisotropía de la profundidad de los DP, zona sur.

### Predicción

La estimación de la profundidad de los DP se realiza puntualmente mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, con base en los datos del campo residual y las distancias de correlación  $\delta=800\text{m}$  en la dirección  $Az=45^\circ$  y  $\delta=9500\text{m}$  en la dirección  $Az=135^\circ$ . La malla de puntos por estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X=480000$  y  $Y=2128500$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de  $250\text{m}$  en ambas direcciones. Después de realizar la estimación, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto.

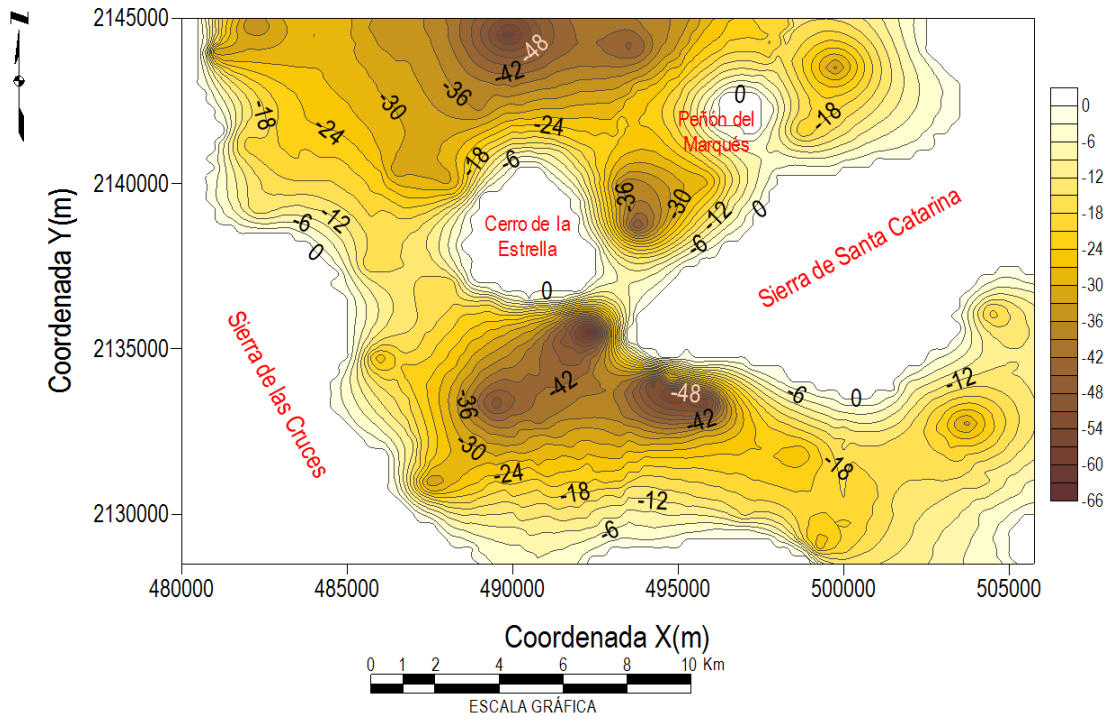
### Visualización

Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se recurre a alguna técnica de mapeo para construir un mapa de contornos en escala de colores de la profundidad estimada de los DP, mostrado en la fig. 4.247, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. Asimismo, en la fig. 4.248 se presenta un modelo de superficie donde  $Z$  corresponde a la profundidad de los DP.

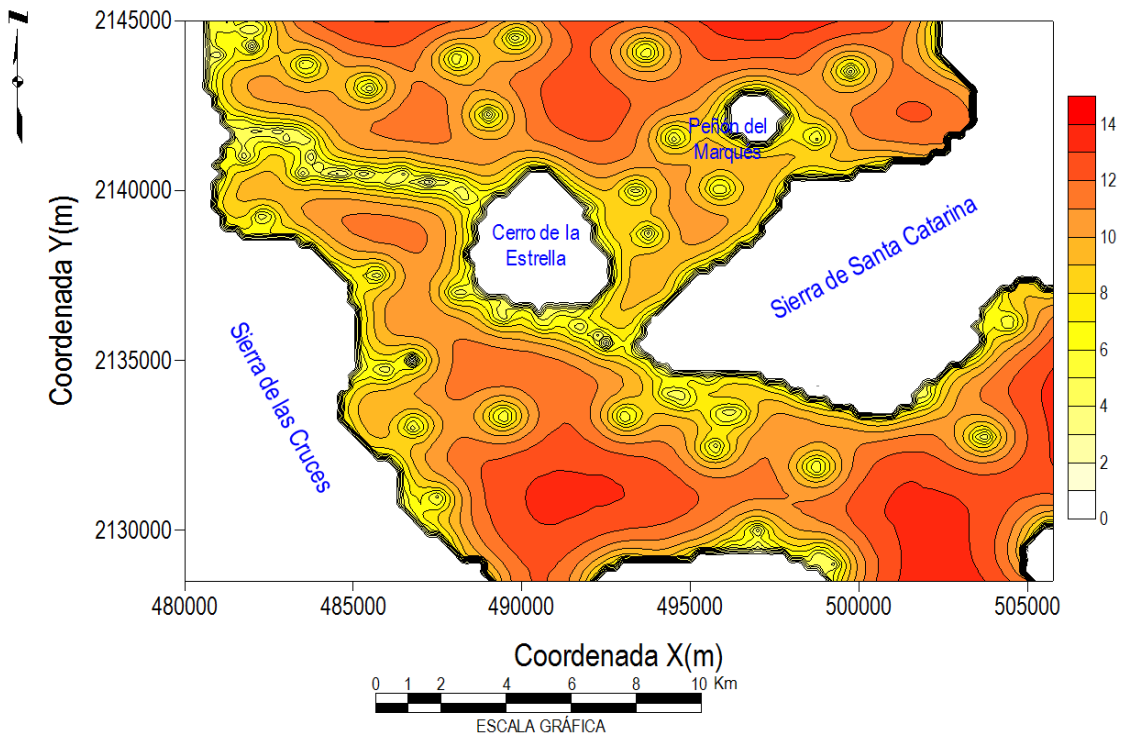
### Interpretación de resultados

En las figs. 4.247 4.248 se observa que profundidad de la frontera superior de los DP es muy variable; se hace evidente que hacia el centro de la ciudad de México, la profundidad de los DP es mayor, en cambio, a lo largo de la frontera de la zona de lomas, los depósitos profundos se encuentran a corta profundidad. En las zonas de transición abrupta esta formación se encuentra a mayor profundidad, al suroeste de la *Sierra de Santa de Catarina* hasta  $64\text{m}$  y al norte del *Cerro de la Estrella* a más de  $50\text{m}$ . También se distingue una transición abrupta entre el *Cerro de la Estrella* y la *Sierra de Santa Catarina*. Al este del área de estudio también se aprecia que existe una relación entre las formaciones rocosas de la *Sierra de Santa Catarina* con el *Cerro de la Estrella* y el *Peñón del Marqués* en la zona de lomas. En el mapa de desviación estándar de

estimación se observa que, en general, al sur de la zona estudiada la información de sondeos es escasa, por lo que, los mapas podrán actualizarse en la medida que se cuente con más información.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.247. Mapa de contornos de la profundidad estimada de los DP, zona sur.

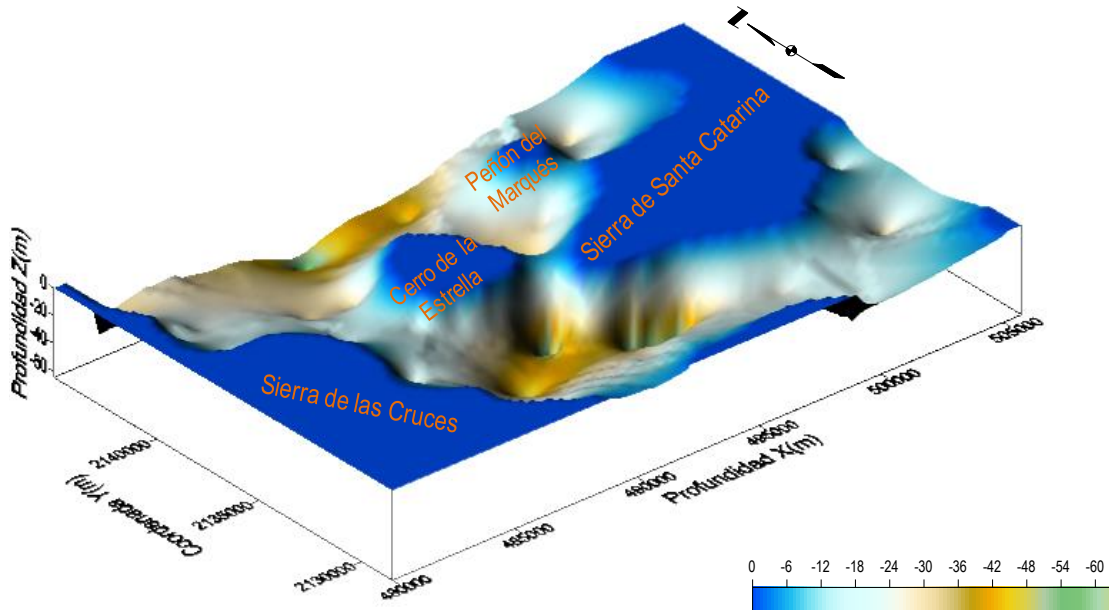


Figura 4.248. Perspectiva de la superficie estimada de los DP, zona sur.

#### 4.4.4.6 Zonificación geotécnica propuesta

Una de las aplicaciones directas de los resultados obtenidos en los análisis geoestadísticos realizados en este trabajo, es que permiten afinar los límites entre las fronteras de las zonas geotécnicas propuestas en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF; GDF, 2004).

Con base en los resultados obtenidos, se propone un nuevo mapa de zonificación geotécnica para la zona sur, mostrado en la fig. 4.249, en la misma figura aparece a como referencia el mapa de zonificación geotécnica vigente de las NTC-DCC (GDF, 2004). Adicionalmente, para validar las modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica en la fig. 4.249 se indica la ubicación de algunos sondeos que sirven como referencia para validar el nuevo mapa y en la fig. 4.250 se presentan los perfiles de algunos de estos sondeos.

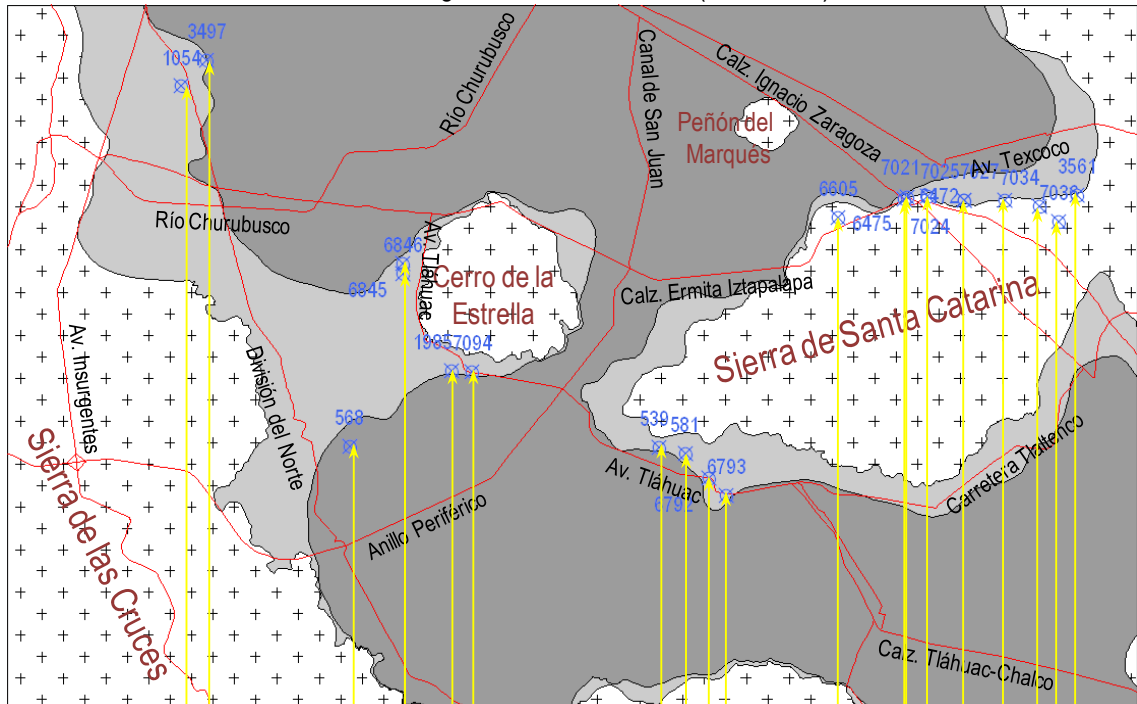
Después de afinar y verificar la consistencia de las modificaciones propuestas, en la fig. 4.251 se presenta el mapa de zonificación geotécnica actualizado resultante. Entre los cambios que se muestran en la propuesta, se observa que entre la *Sierra de las Cruces* y el *Cerro de la Estrella* la zona de transición se amplía. Así también, la zona de transición que se encuentra al nororiente del *Cerro de la Estrella* se reduce.

Otro de los cambios significativos es que en la zona de la *Sierra de Santa Catarina*, se modifican las fronteras al norte, al sur de esta sierra se incorpora una zona de transición y lomas que corresponde a la *Loma de San Luis*, considerada como una anomalía geotécnica.

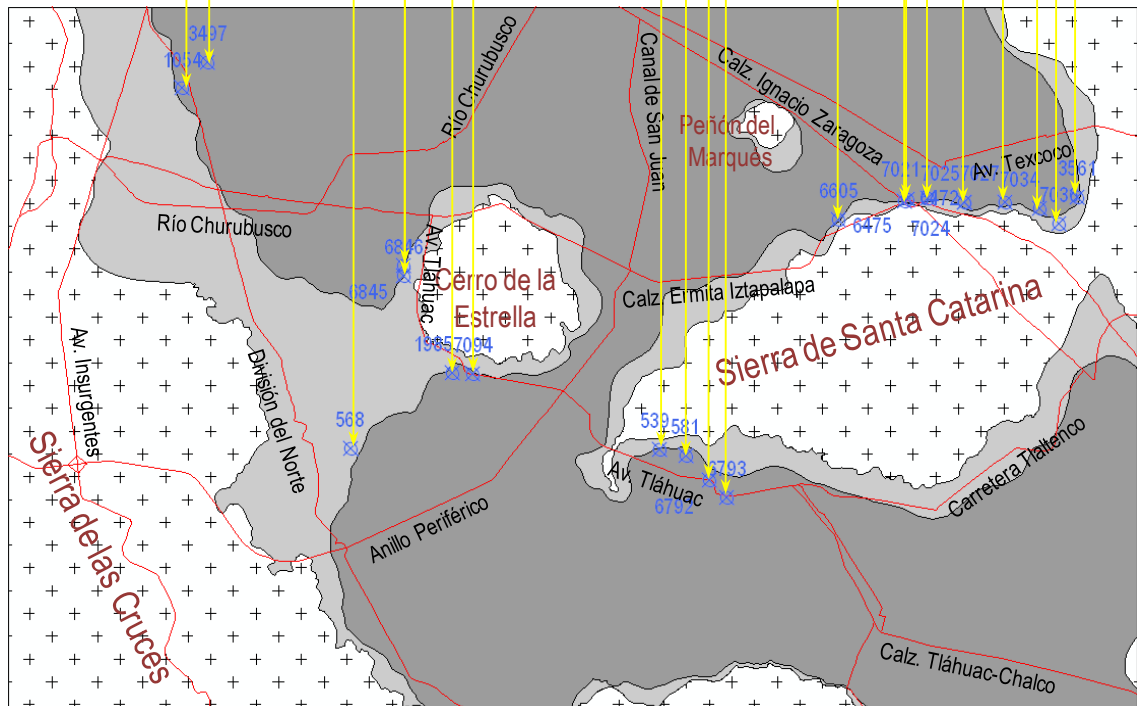
Asimismo, con la información de los sondeos geotécnicos ubicados en las inmediaciones del *Peñón del Marqués*, la superficie que lo delimitaba se redujo ligeramente pero a la vez se propone

una zona de transición alrededor de éste, siendo abrupta al norte y poniente; y suave al suroriente.

Zonificación geotécnica, NTC-DCC (GDF, 2004)



Propuesta de zonificación geotécnica, 2013



SIMBOLOGÍA

- + + Zona I: Lomas
- Zona II: Transición
- Zona III: Lago

0 1 2 4 6 8 10 Km



ESCALA GRÁFICA

Figura 4.249. Modificaciones propuestas al mapa de zonificación geotécnica, zona sur.

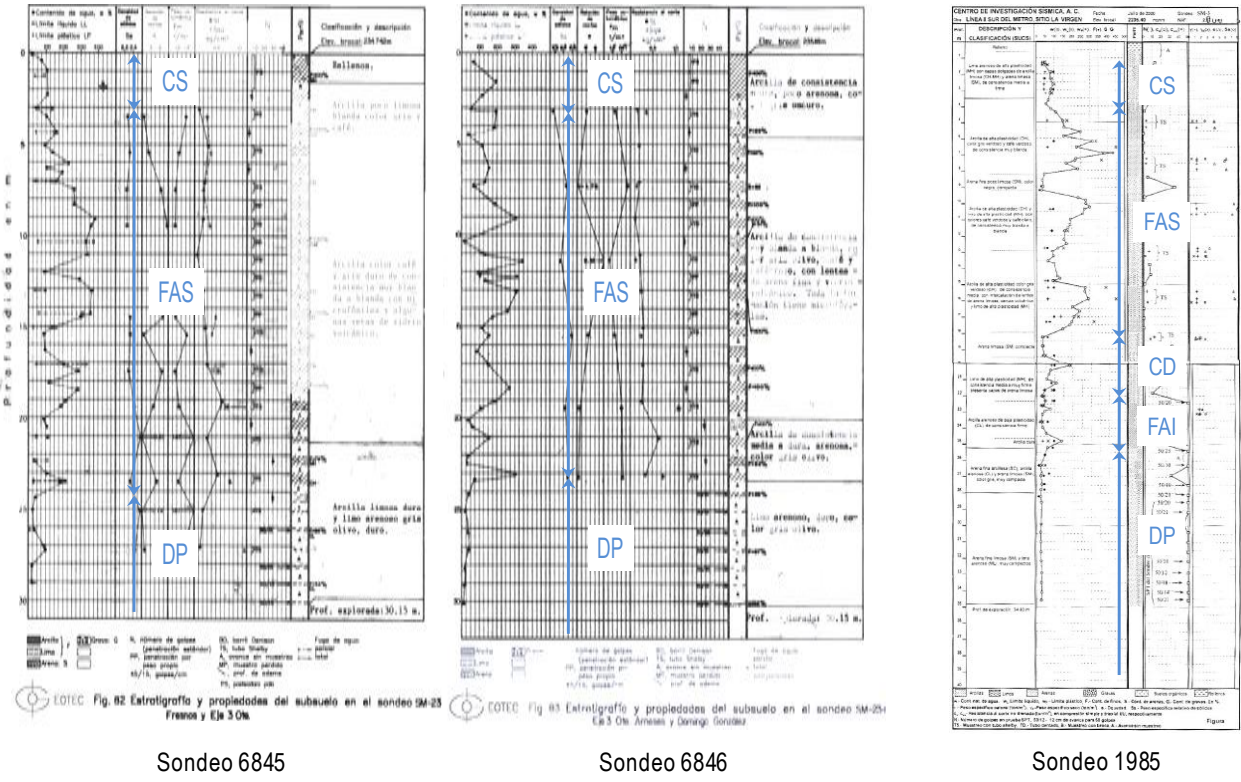
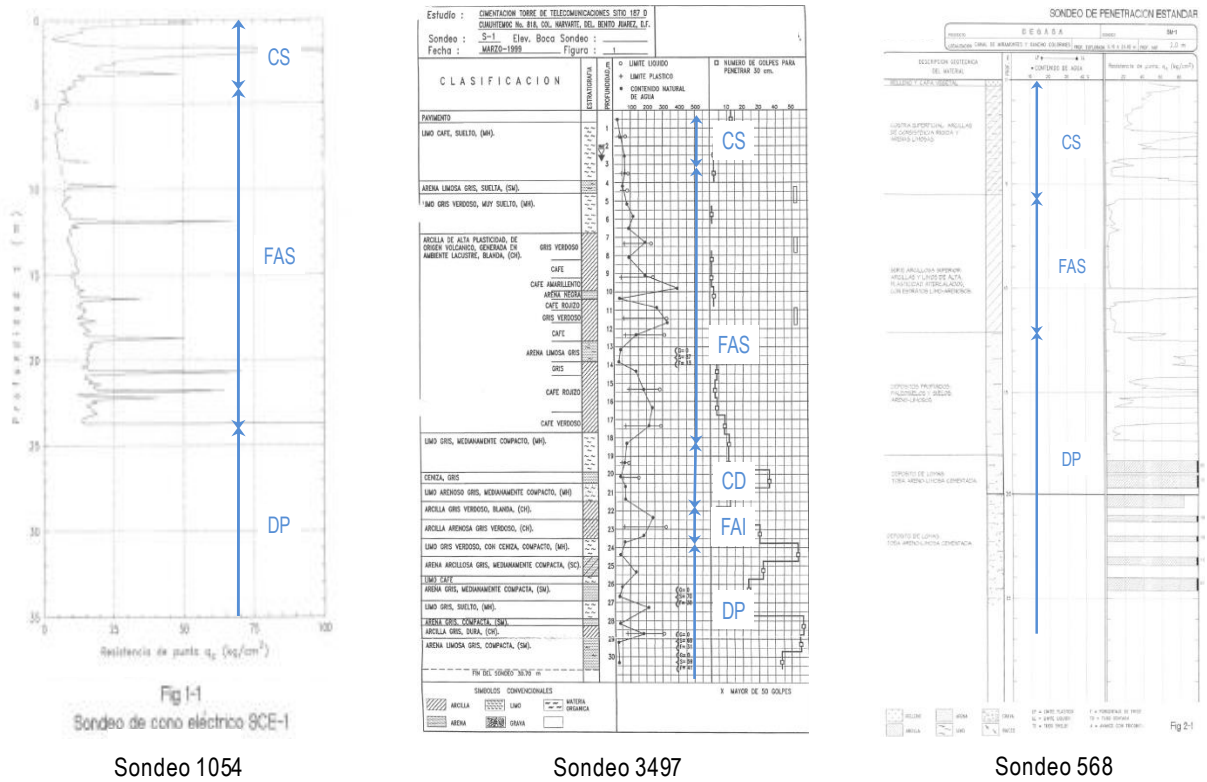


Figura 4.250. Sondos geotécnicos que validan los cambios al mapa de zonificación geotécnica.



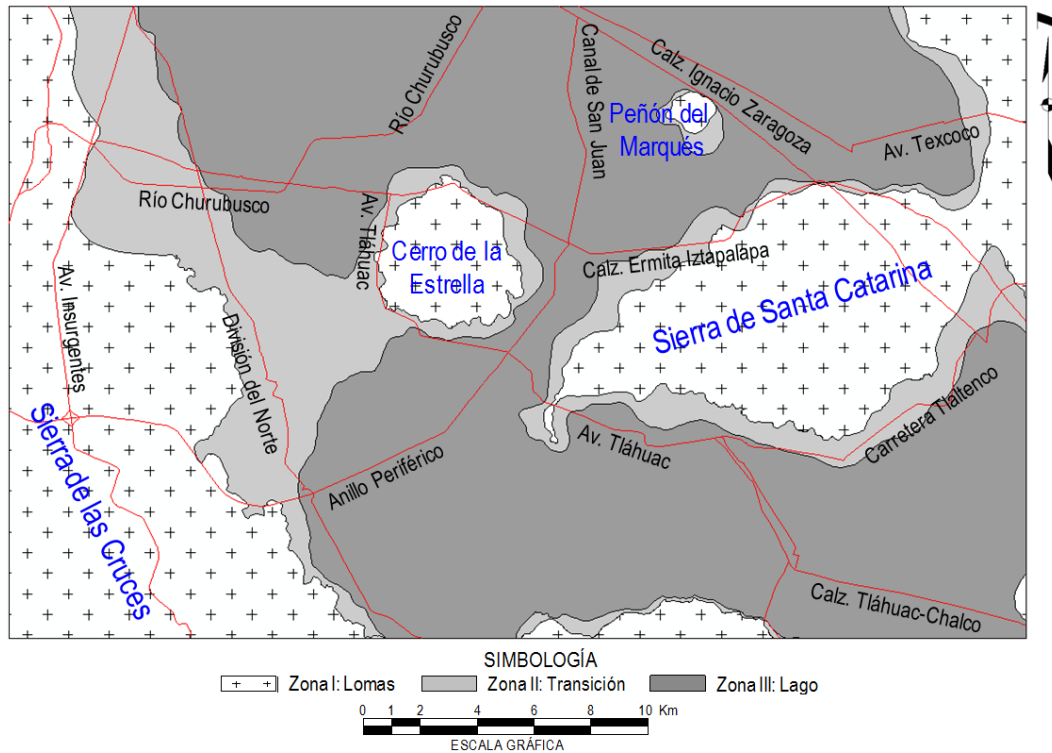


Figura 4.251. Mapa de zonificación geotécnica propuesta, zona sur.

#### 4.4.5 Análisis geoestadístico de las propiedades del suelo en el centro de la ciudad de México

##### 4.4.5.1 Análisis de la distribución espacial del espesor de rellenos superficiales

###### Definición del campo aleatorio

Los valores de espesor de *Rellenos Superficiales* (RS) se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=2$  (área de estudio). El conjunto de valores del espesor de los RS medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio, en una superficie de  $56\text{km}^2$ . El análisis geoestadístico se realiza considerando los perfiles geotécnicos en los que se indica explícitamente la presencia de rellenos, resultando un total de 120 datos distribuidos en el centro histórico de la ciudad de México (fig. 4.252).

###### Descripción estadística

Aceptando la hipótesis de homogeneidad y de ergodicidad se estiman los principales parámetros estadísticos del espesor de los rellenos superficiales (tabla 4.49). El histograma y el polígono de frecuencias de la fig. 4.253, muestran gráficamente la variabilidad de los datos del espesor de los rellenos superficiales en la zona central de la ciudad de México, donde se muestra que dominan los espesores de 0 a 3m. También se observa que el histograma presenta una distribución bimodal con frecuencias mayores en las clases de 0 a 1.5 metros y de 1.5 a 3 metros. Debe

señalarse que los espesores de 7 a 10 metros corresponden a los restos arqueológicos en el área del zócalo y alrededores.

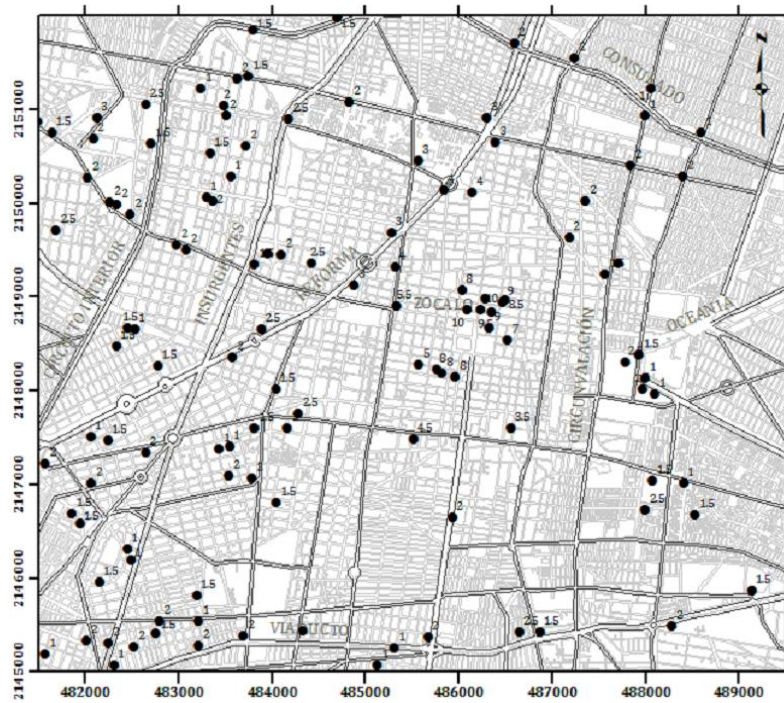


Figura 4.252. Ubicación de datos de la profundidad de rellenos superficiales, zona centro.

Tabla 4.49. Parámetros estadísticos del espesor de rellenos superficiales, zona centro.

Parámetro	Valor
No. de datos	120
Media, $m(m)$	2.60
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	4.903
Desviación estándar, $S(m)$	2.214
Coefficiente de variación, $CV$	0.8515

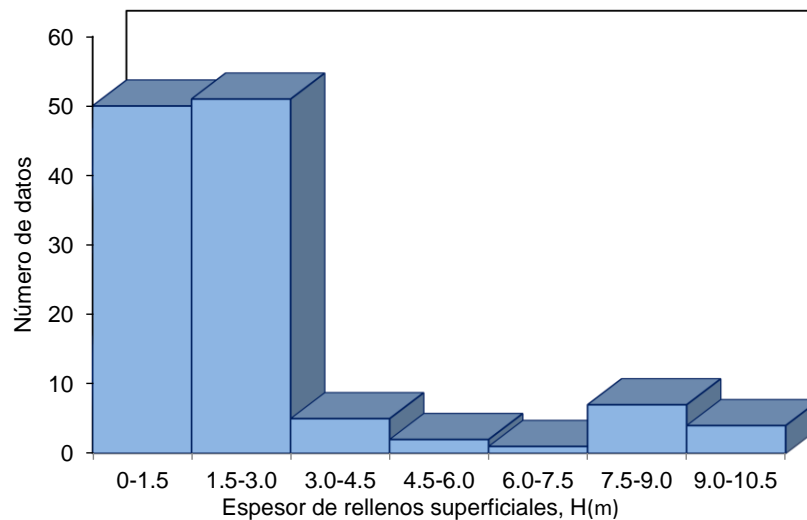


Figura 4.253. Histograma de los valores del espesor de rellenos superficiales, zona centro.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia del espesor de los RS se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para el espesor de los RS son:

$$a = 0.00027267; b = 0.00008715; c = -316.79053996$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se representa la tendencia del campo aleatorio mediante una superficie de regresión lineal (fig. 4.254), donde se observa que en general, el espesor de RS es mayor hacia el oriente y disminuye hacia el sur. Esta tendencia se toma en cuenta para el cálculo de los correlogramas experimentales y para la estimación.

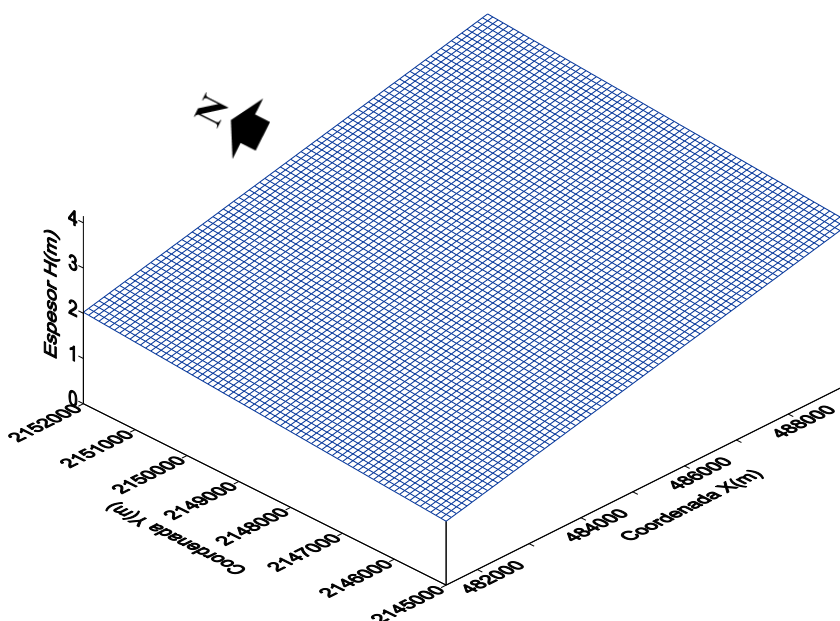


Figura 4.254. Superficie de regresión lineal del espesor de rellenos superficiales, zona centro.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 500m (fig. 4.255). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.50.

Los correlogramas experimentales direccionales son ajustados a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.255), empleando en forma correspondiente las distancias de correlación de la tabla 4.50. Con las distancias de correlación direccionales de la tabla 4.50 se construyen las elipses de anisotropía del campo estudiado (fig. 4.256). Para la estimación, de forma conservadora se eligen las distancias de correlación de 1850m y 2080m, obtenidas en las direcciones de  $45^\circ$  y  $135^\circ$  respectivamente, definiéndose así un coeficiente de anisotropía de 0.89.

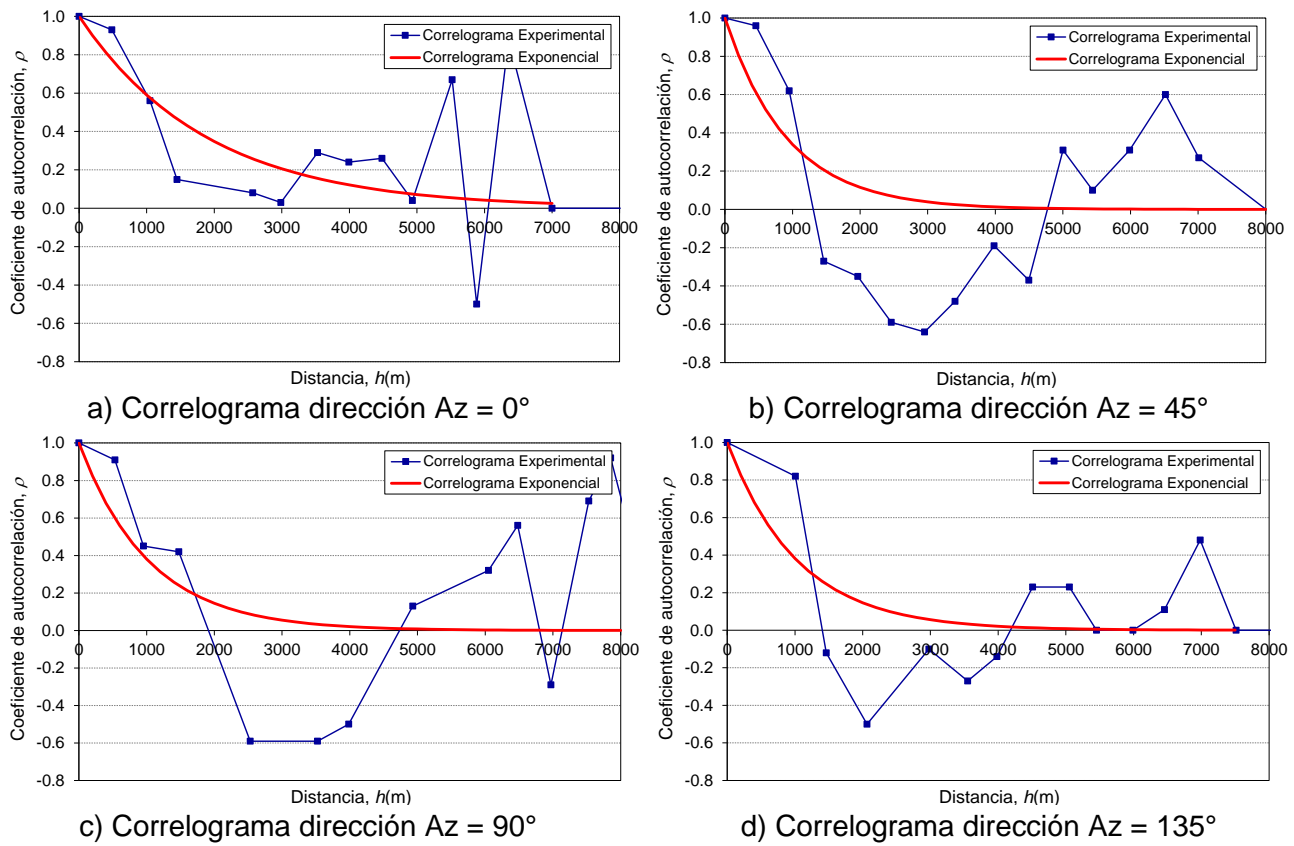


Figura 4.255. Correlogramas direccionales del espesor de rellenos superficiales, zona centro

Tabla 4.50. Distancias de correlación de la profundidad de rellenos superficiales, zona centro.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	3790
Az = 45°	1850
Az = 90°	2070
Az = 135°	2080

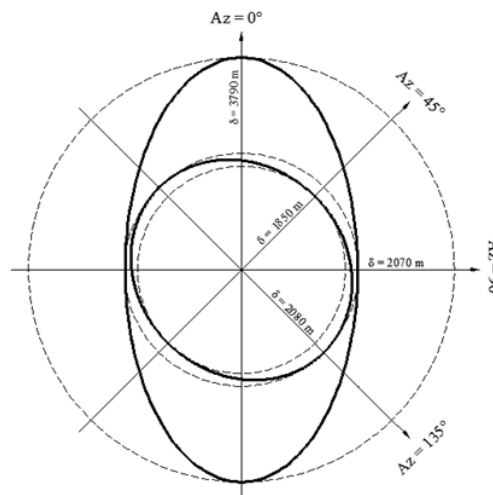


Figura 4.256. Elipses de anisotropía del espesor de rellenos superficiales, zona centro.

### *Predicción*

La estimación del espesor de los RS se realizó puntualmente, mediante la técnica de *Kriging Ordinario*, empleando los datos del campo estacionario (sin tendencia) y considerando, de manera conservadora, las distancias de correlación de  $\delta=1850$  m en la dirección  $Az=45^\circ$  y de  $\delta=2080$  m en la dirección  $Az=135^\circ$ . La malla de puntos a estimar se define considerando las coordenadas geográficas  $X=481500$  y  $Y=2145000$  como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de 200m en ambas direcciones. Después de realizar la estimación, se regresa la tendencia a los valores estimados del campo estacionario para obtener los valores finales de la estimación que representan el valor esperado en cada punto. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

### *Visualización*

Para una mejor interpretación de los resultados de las estimaciones se construye un mapa de contornos en escala de colores del espesor de los RS, mostrado en la fig. 4.257, en la misma figura se presenta el mapa de la desviación estándar de estimación que evalúa la incertidumbre de las estimaciones. Asimismo, en la fig. 4.258 se presenta un modelo de superficie en perspectiva donde  $Z$  corresponde al espesor de los RS.

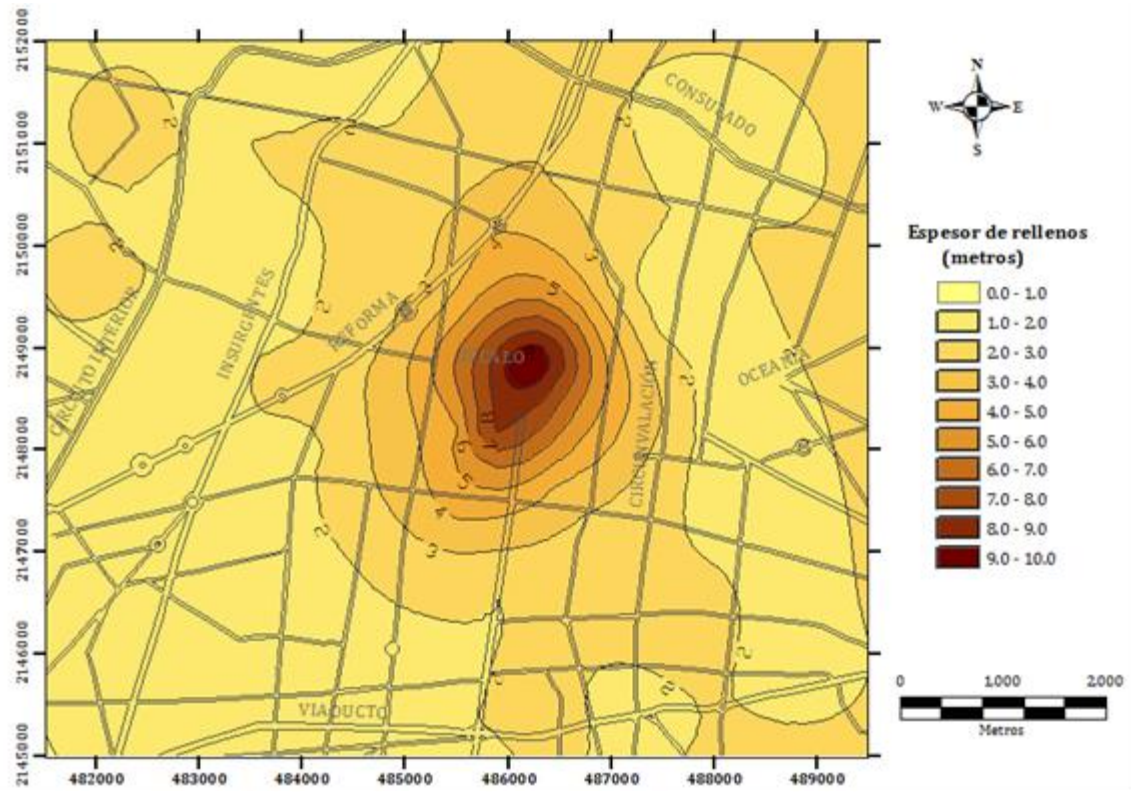
### *Interpretación de resultados*

De acuerdo con los resultados mostrados en las figs. 4.257 y 4.258, se observa que el valor máximo de espesor de rellenos es de 10 metros, y se ubica en la esquina que forman las calles de *Donceles* y *República de Argentina*, cerca del *Templo Mayor*, conforme se aleja de ese sitio el espesor disminuye progresivamente en forma prácticamente concéntrica.

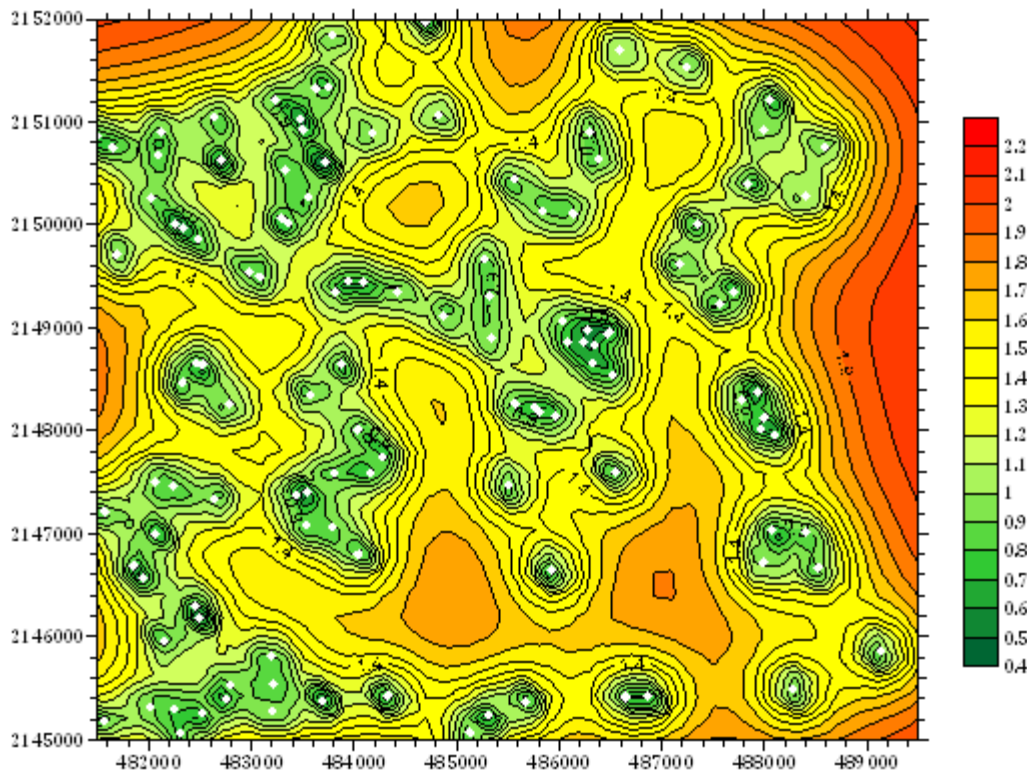
La isolínea que representa el valor de 2m de espesor de rellenos, se considera la frontera de las anomalías geotécnicas en la zona estudiada, se observa que esta frontera es similar a la configuración espacial que se ha atribuido a la isla de *Tenochtitlan* y que se documenta en diversas fuentes históricas. Esta isolínea también permite inferir la presencia de algunos islotes independientes: al norponiente los islotes de *Xochimanca* y *Nextitlan*, al suroriente los islotes de *Mixucan* y *Acachinanco* y al norte, cerca de la calzada de *Guadalupe*, el islote de *Altepetlac*.

En la fig. 4.257 se presenta la desviación estándar de estimación, donde se identifican las zonas de baja incertidumbre, con valores de 0.4 a 1.2, se observa también que las zonas con mayor incertidumbre, con valores aproximados de 1.2 a 2.2, corresponden a zonas en donde no se cuenta con datos de sondeos geotécnicos.

En la superficie mostrada en la fig. 4.258, se observa una hondonada, la cual corresponde en planta al área del *Centro Histórico*. En esta zona se encuentran restos arqueológicos y rellenos artificiales de espesores considerables.



a) Contornos de la estimación



b) Contornos de la desviación estándar de estimación

Figura 4.257. Mapa de contornos de la profundidad estimada de rellenos superficiales, zona centro.

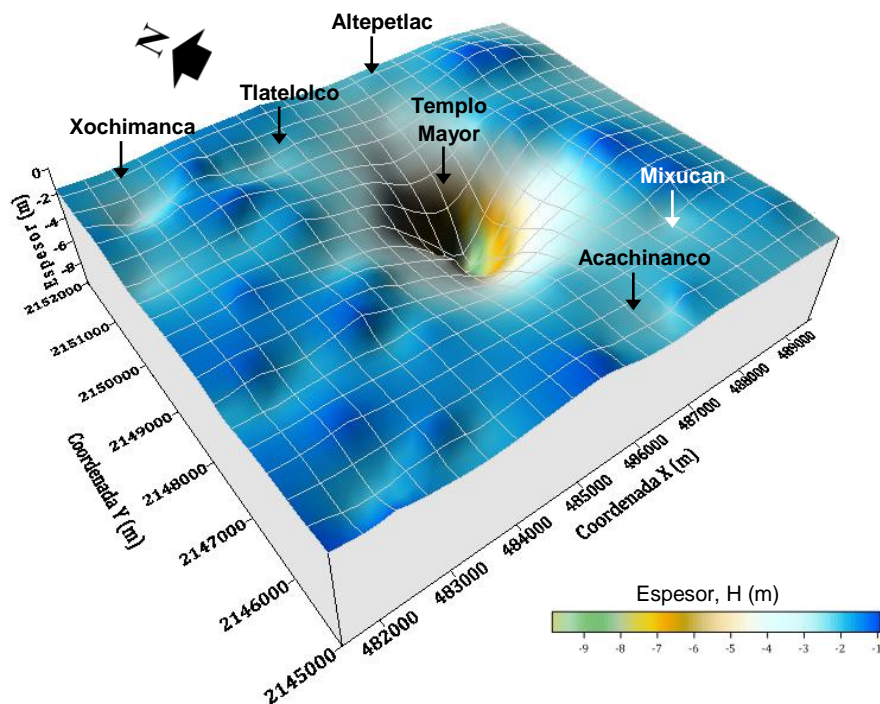


Figura 4.258. Superficie estimada del espesor de los rellenos superficiales, zona centro.

#### 4.4.5.2 Análisis geoestadístico de la distribución espacial del contenido de agua

##### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores del contenido de agua,  $w(\%)$ , se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=3$  (volumen de suelo). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El análisis geoestadístico del contenido de agua se realizó en un área de  $56\text{km}^2$ , considerando 137 sondeos geotécnicos distribuidos en la zona central de la Ciudad de México (fig. 4.259), los cuales alcanzan una profundidad de exploración mayor a 20 metros.

Los datos de contenido de agua,  $w(\%)$ , se obtuvieron a partir de los perfiles de los sondeos geotécnicos almacenados en el SIG-SG. Debe señalarse que tomando en cuenta la variación de las condiciones geotécnicas del subsuelo a través del tiempo, se consideró conveniente incorporar los sondeos ejecutados de 1990 a 2012.

##### Descripción estadística

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio considerado, se estiman sus principales parámetros estadísticos (tabla 4.51). Asimismo, en la fig. 4.260 se presenta el histograma que representa la variabilidad de los datos, donde se observa que las clases de 0 a 50% y 50 a 100% tienen frecuencias altas y corresponden a valores de contenido de agua en suelos granulares. Sin embargo, aproximadamente el 70% del total de las mediciones presentan contenidos de agua mayores a 100 %, correspondientes a valores típicos de las arcillas lacustres de la Ciudad de México.

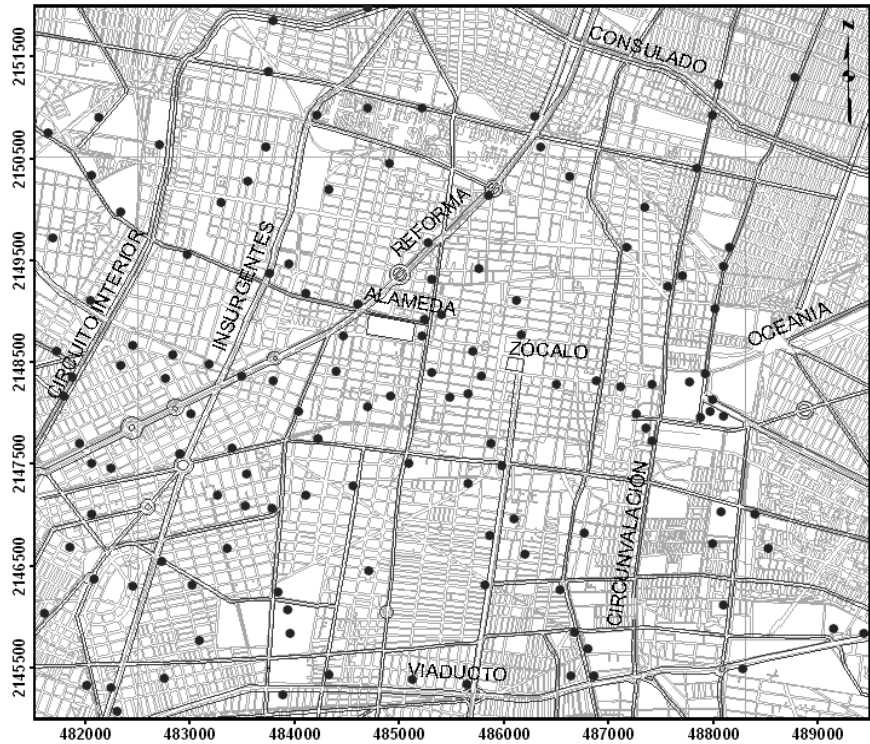


Figura 4.259. Ubicación de sondeos con datos de contenido de agua, zona centro.

Tabla 4.51. Parámetros estadísticos de los datos de contenido de agua, zona centro.

Parámetro	Valor
No. de datos	9513
Media, $m(\%)$	207.922
Varianza, $\sigma^2(\%^2)$	15706.021
Desviación estándar, $S(\%)$	125.324
Coefficiente de variación, $CV$	0.6027

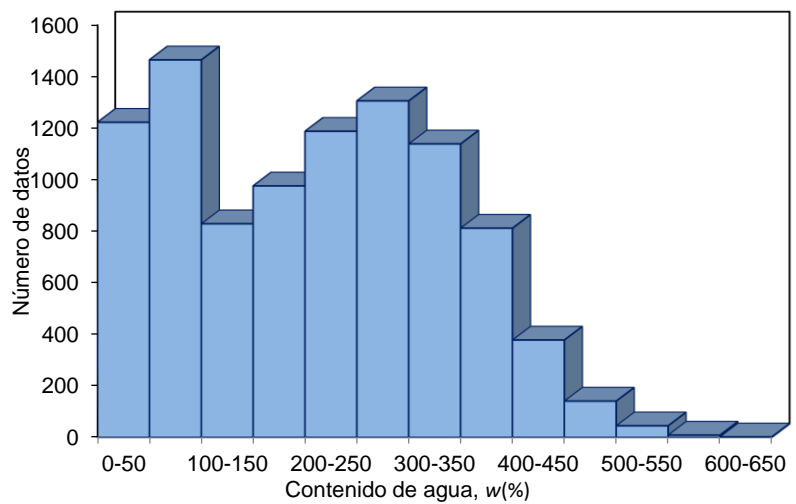


Figura 4.260. Histograma de los datos experimentales de contenido de agua, zona centro.



### Análisis de correlación espacial

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = 0.0192362220, b = -0.0045901713, c = -1.2295639856 \text{ y } d = 756.8433301783$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se define la tendencia del campo aleatorio. Esta tendencia es considerada para el cálculo de la correlación espacial. En la fig. 4.261 se representa la dispersión de los datos de contenido de agua y la tendencia referida a la profundidad, es decir, en una dimensión.

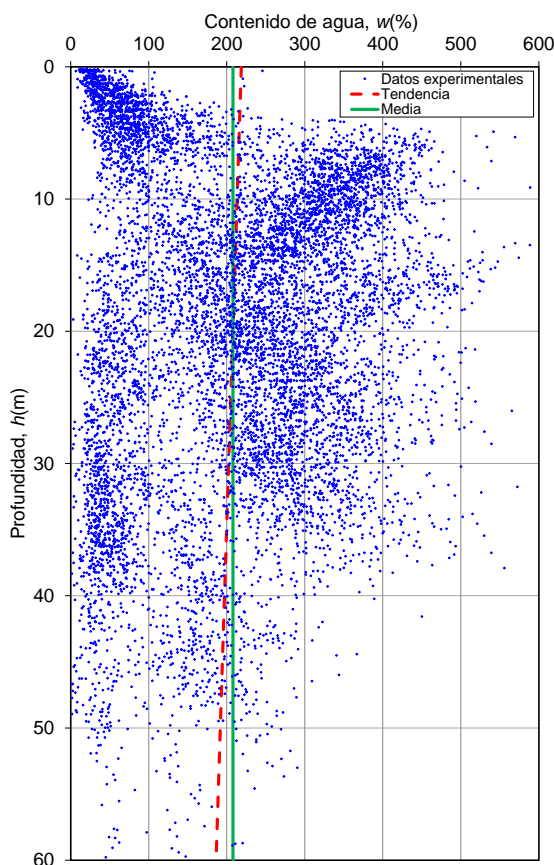
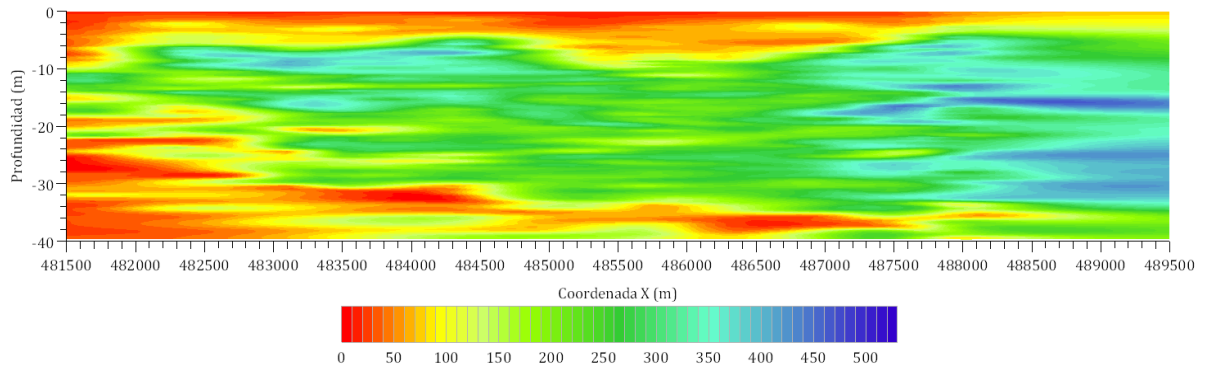


Figura 4.261. Distribución de datos de contenido de agua respecto a la profundidad, zona centro.

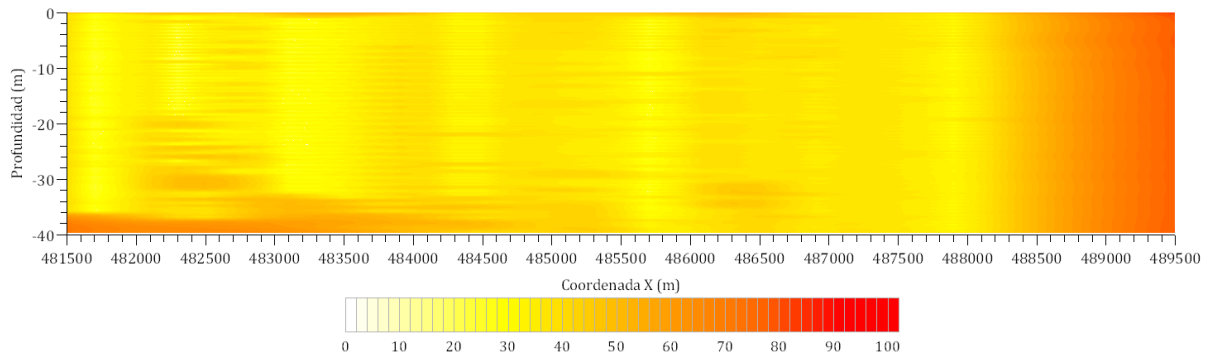
En la fig. 4.261 se observa que la línea de tendencia presenta un ligero decremento con la profundidad. Por tanto, podría considerarse posible trabajar con el campo original, sin embargo, en este trabajo se considera mejor trabajar con el campo residual.

Con base en los coeficientes de regresión lineal se obtiene el campo residual de contenido de agua y se calculan los correlogramas experimentales mostrados en la fig. 4.262, con un paso de cálculo de 20cm, las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 3250\text{m}$  y  $\delta_{ver} = 3.7\text{m}$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.262.



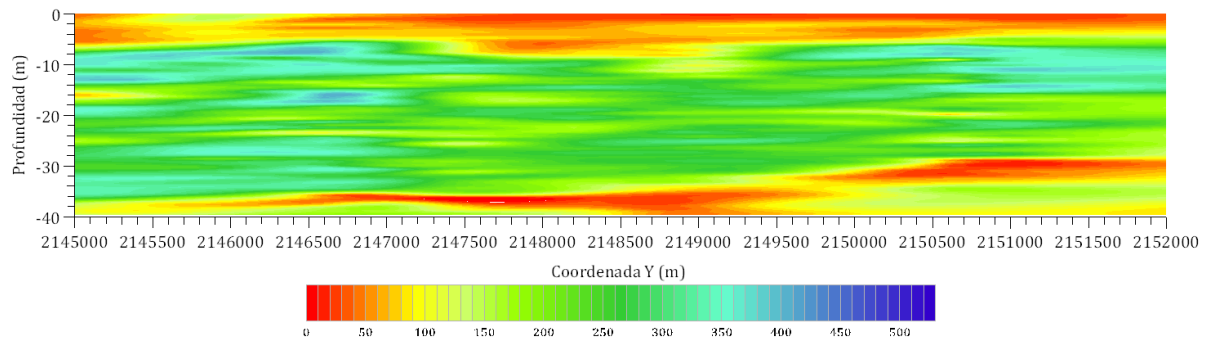


a) Sección transversal estimada del contenido de agua

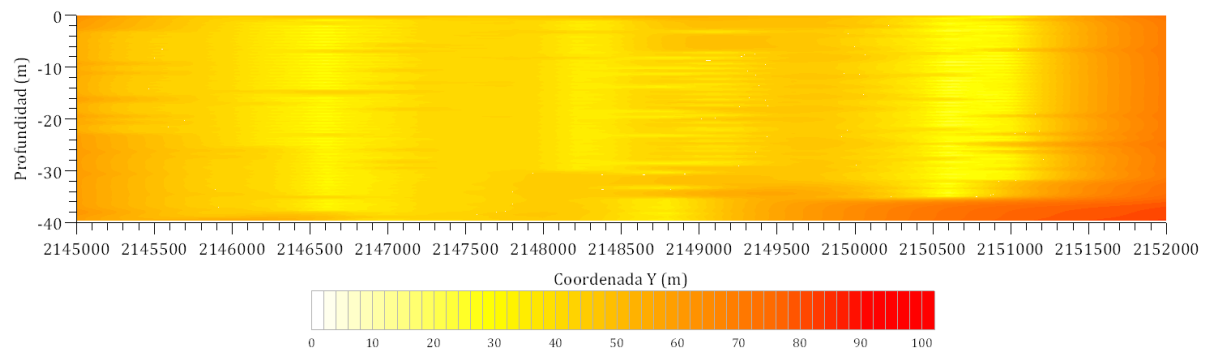


b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.264. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje 3, zona centro.



a) Sección transversal estimada del contenido de agua



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.265. Distribución espacial del contenido de agua sobre el eje C, zona centro.

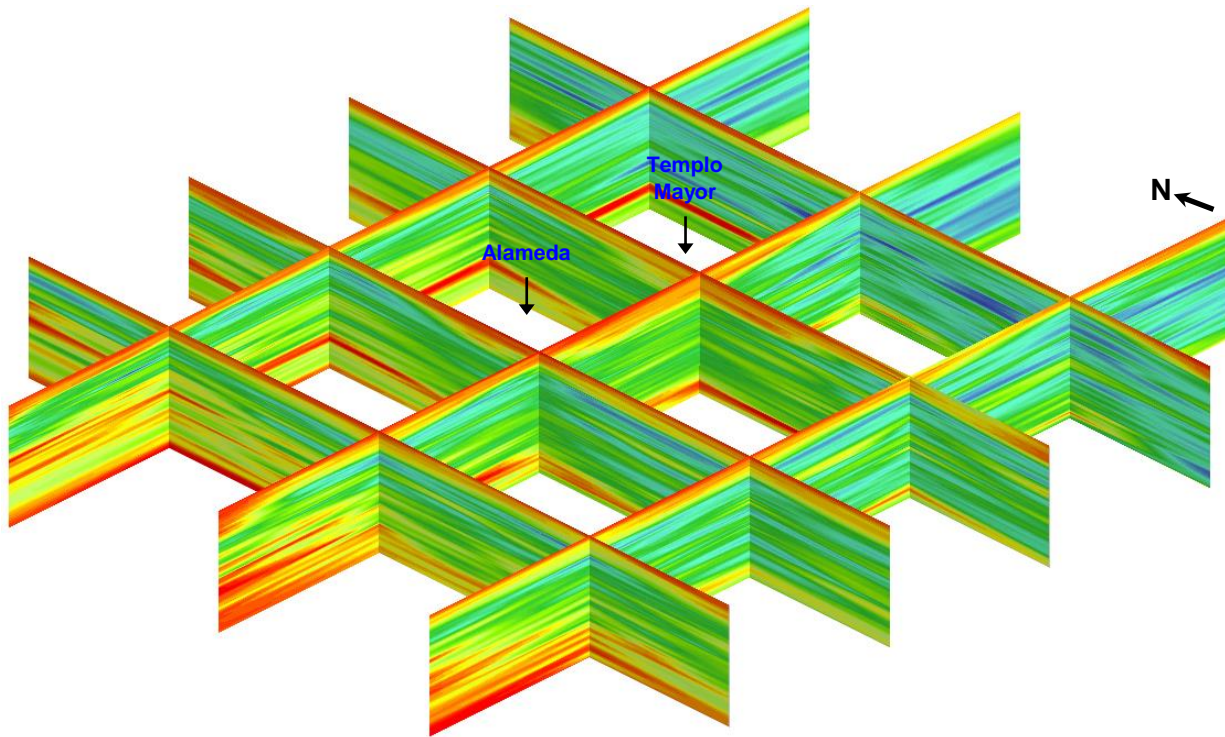


Figura 4.266. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, zona centro.

#### *Interpretación de resultados*

En las figuras 4.264 a 4.266, se observa que los valores de contenido de agua estimados coherentes con los valores medidos experimentalmente. Además, en los cortes de desviación estándar se observa que los valores de contenido de agua estimados en puntos próximos a datos experimentales se reduce la incertidumbre (regiones de color claro) y en las zona alejadas de los datos experimentales la desviación estándar es aumenta (regiones de color obscura), es decir, la correlación espacial disminuye conforme aumenta la distancia de separación de un valor estimado respecto a un valor medido.

En las secciones transversales de contenido de agua, se observa que los valores varían de 0% a más de 500%. De acuerdo con la escala de colores, se aprecia una disminución de la magnitud de la propiedad en la dirección oriente-poniente y sur-norte, es decir, la magnitud disminuye hacia la zona de lomas.

Asimismo, hacia el poniente de la zona analizada se identifican valores de contenido de agua menor a 100% que contrastan con los valores altos de contenido de agua típicos de los materiales arcillosos. Las zonas con valores bajos de contenido de agua corresponden a lentes arenosos.

En el modelo 3D y con base en la escala de valores de contenido de agua y su correspondencia con el tipo de material, es posible inferir la distribución de las formaciones típicas, teniendo en color verde y azul regiones con altos valores de contenido de agua correspondiente a materiales arcillosos de alta compresibilidad (FAS y FAI), y en color amarillo y rojo regiones con valores menores a 100 % propios de lentes arenosos y estratos resistentes (CS, CD, y DP).

En la zona del centro histórico de la ciudad donde se localiza el templo mayor, muy cerca del cruce de las secciones transversales 3 y C, se observan estratos superficiales con valores bajos de contenido de agua y un valor máximo de espesor de 10m, lo cual se atribuye a la presencia de los rellenos arqueológicos. Los grandes espesores de rellenos que se observan alrededor de la zona del *Templo Mayor* coinciden con los valores estimados de espesor de rellenos superficiales mostrados en la fig. 4.258.

En el modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua, mostrado en fig. 4.262, también se observa que hacia el norponiente, existe un incremento en la intercalación de materiales aluviales (arenas, limos y gravas) con materiales de origen lacustre (arcillas), dando origen a una estratigrafía muy heterogénea, característica de la zona de transición.

#### 4.4.5.3 Análisis geoestadístico de la distribución espacial de $q_c$ en CPT

##### Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores de la resistencia de punta,  $q_c$  (kPa), en prueba de cono eléctrico (CPT) se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=3$  (volumen de suelo). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El análisis geoestadístico de  $q_c$  se realizó en un área de 56km<sup>2</sup>, considerando 68 sondeos geotécnicos, distribuidos en la zona centro de la ciudad de México (fig. 4.267), los cuales alcanzan una profundidad de exploración mayor a los 20 metros.

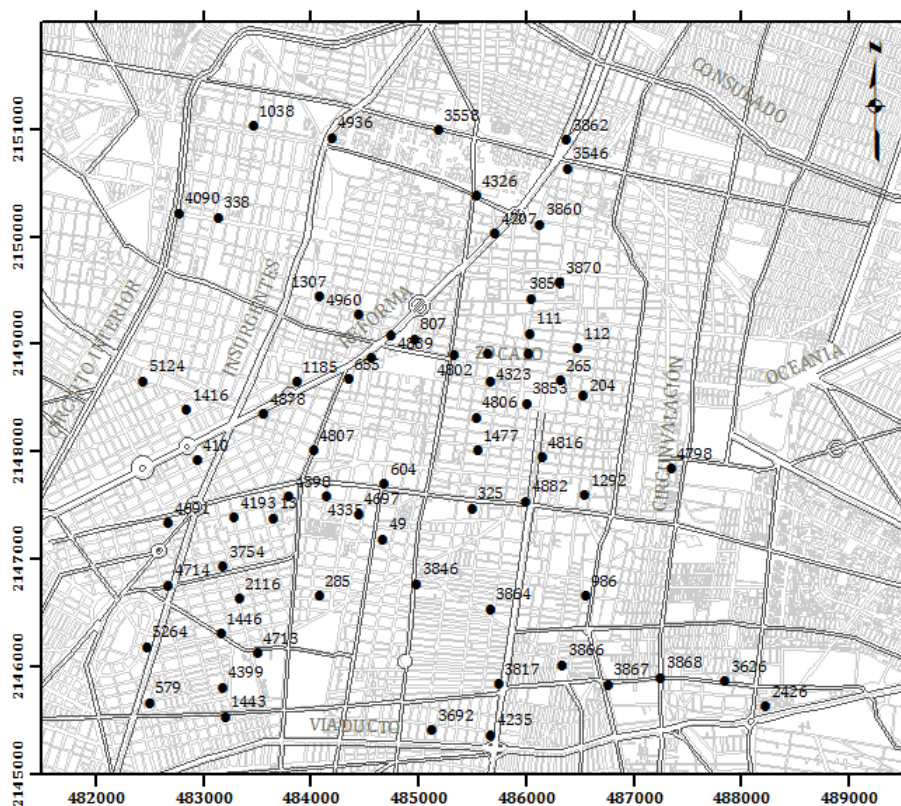


Figura 4.267. Distribución espacial de sondeos de cono eléctrico, zona centro.

*Análisis estadístico*

A partir de los datos experimentales y aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio considerado, se estiman sus principales parámetros estadísticos mostrados en la tabla 4.52. Asimismo, se construye el histograma que representa la variabilidad de los datos (fig. 4.264).

Tabla 4.52. Parámetros estadísticos de los datos de  $q_c$  en CPT, zona centro.

Parámetro	Valor
No. de datos	7802
Media, $m(\text{kg/cm}^2)$	1352.46
Varianza, $\sigma^2(\text{kg/cm}^2)$	2643763.18
Desviación estándar, $S(\text{kg/cm}^2)$	1625.97
Coefficiente de variación, CV	1.2022

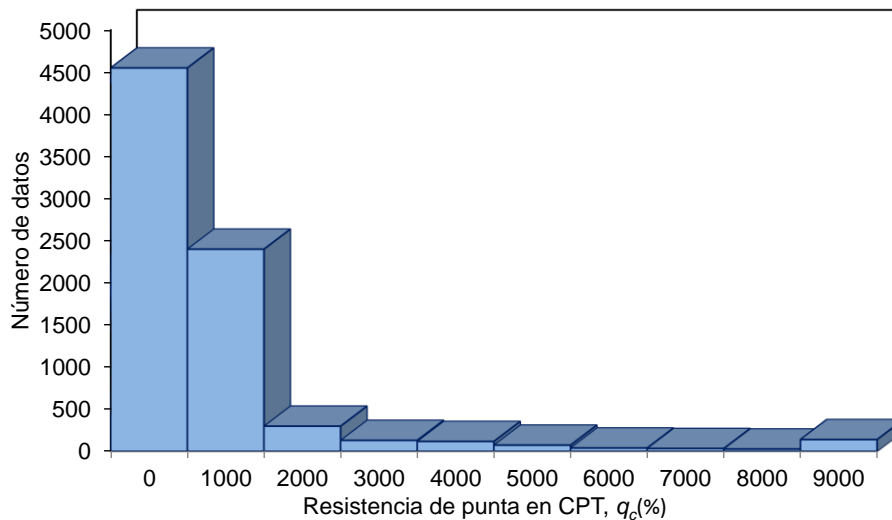


Figura 4.268. Histograma de los datos de  $q_c$  en CPT, zona centro.

En la fig. 4.268, se observa que las clases de 0 a 1000kPa y 1000 a 2000kPa tienen frecuencias altas y corresponden a valores de resistencia de punta de cono eléctrico típicos de suelos blandos (arcillosos). Por otro lado, aproximadamente el 10% las mediciones restantes corresponden a valores característicos de materiales granulares.

*Análisis de correlación espacial*

La tendencia de los valores de contenido de agua se evalúa mediante un análisis de regresión lineal, buscando ajustar una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + cz + d$ , se obtienen los coeficientes de regresión lineal:

$$a = -0.0004891823, b = 0.0009549844, c = 0.0560395282 \text{ y } d = -1801.2213899253$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se define la tendencia del campo aleatorio. Esta tendencia es considerada para el cálculo de la correlación espacial.

En la fig. 4.269 se representa la dispersión de los datos de  $q_c$  y la tendencia referida a la profundidad (1D), donde se observa que la resistencia de cono eléctrico crece con la profundidad.

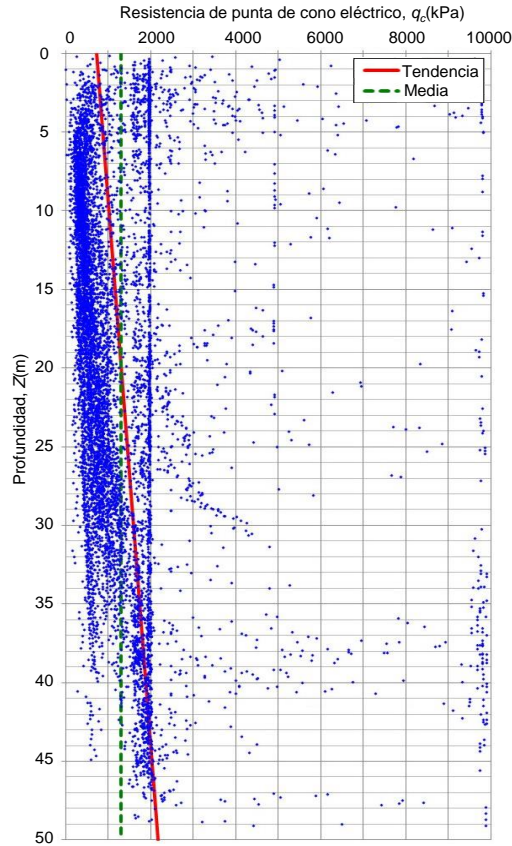


Figura 4.269. Distribución de mediciones de  $q_c$  en CPT, zona centro.

Con base en los coeficientes de regresión lineal se obtiene el campo residual de resistencia de punta de cono eléctrico y se calculan los correlogramas experimentales (fig. 4.266) con un paso de cálculo de 25cm. Las distancias de correlación resultantes son:  $\delta_{hor} = 1970m$  y  $\delta_{ver} = 3.2m$ . Con estos valores y adoptando una función de tipo exponencial simple se determinan los modelos de correlación horizontal y vertical mostrados en la fig. 4.270.

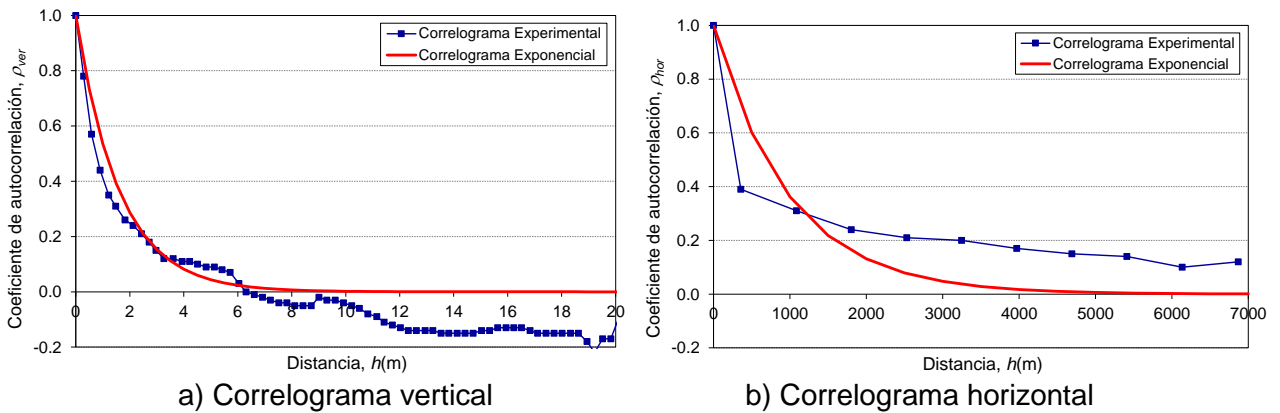


Figura 4.270. Correlogramas direccionales de  $q_c$  en CPT, zona centro.

*Predicción*

Con las distancias de correlación espacial  $\delta_{ver}$  y  $\delta_{hor}$ , los modelos teóricos y los datos experimentales de los 68 perfiles geotécnicos disponibles y empleando la técnica del *Kriging Simple*, se estimaron perfiles de resistencia de punta de cono eléctrico,  $q_c$  ( $kg/cm^2$ ), a cada 200m a lo largo de los ejes preferenciales “B” y “2”, definidos en la fig. 4.271. La propiedad se estimó puntualmente a lo largo de la profundidad con un paso de cálculo de 20cm, hasta 40m de profundidad.

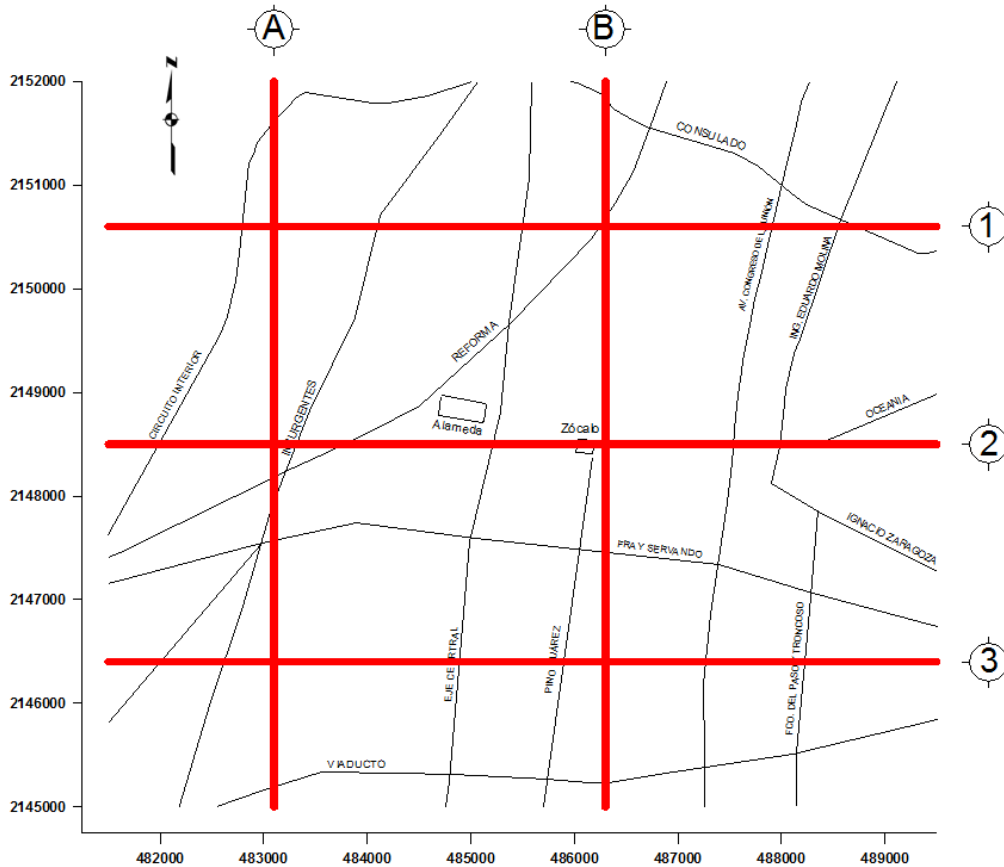
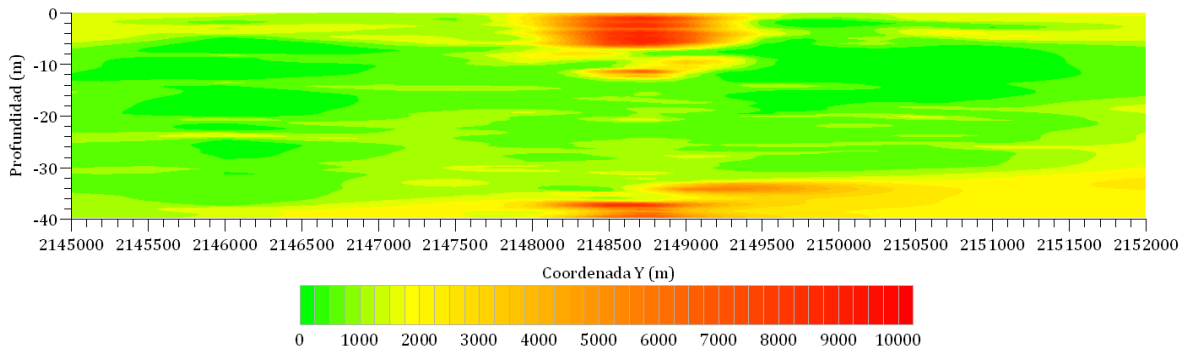


Figura 4.271. Ubicación de ejes preferenciales para la estimación de  $q_c$ , zona centro.

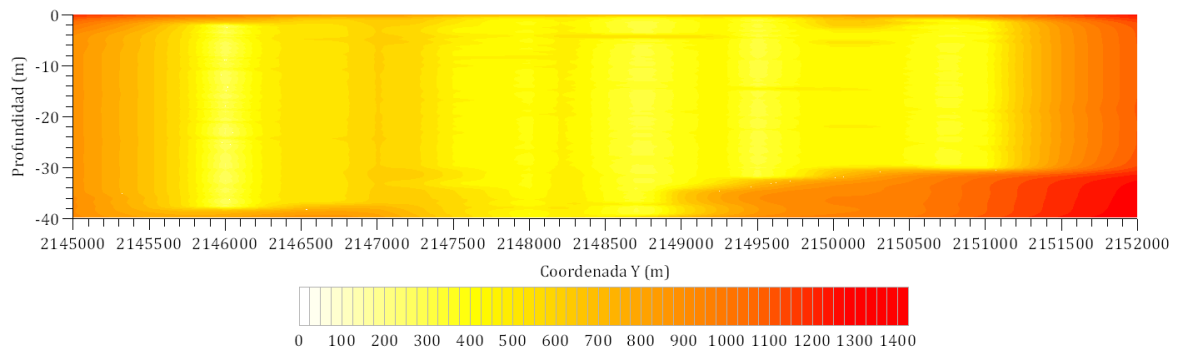
*Visualización*

En las figs. 4.272 y 4.273 se presentan las secciones transversales estimadas de la resistencia de punta de cono eléctrico a lo largo de los ejes preferenciales B y 2, respectivamente, así como, la desviación estándar de estimación, estos modelos representan de forma sencilla la distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico a lo largo de cada uno de los ejes.



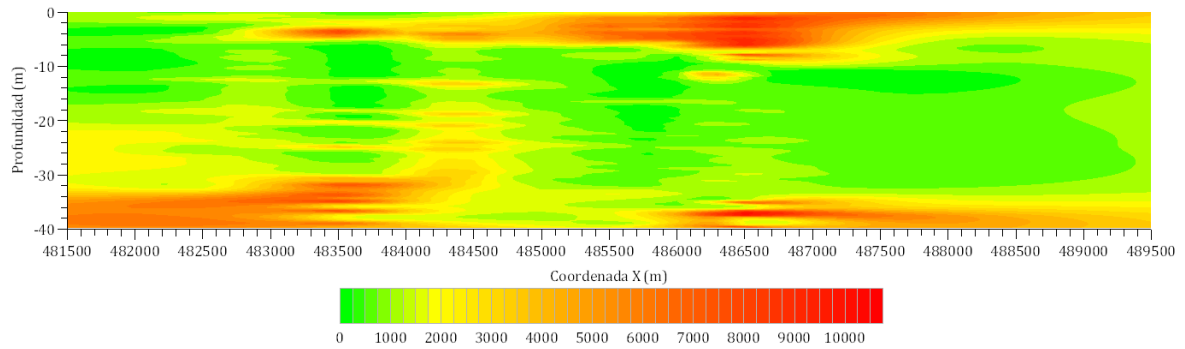


a) Sección transversal estimada de la resistencia de punta de cono eléctrico

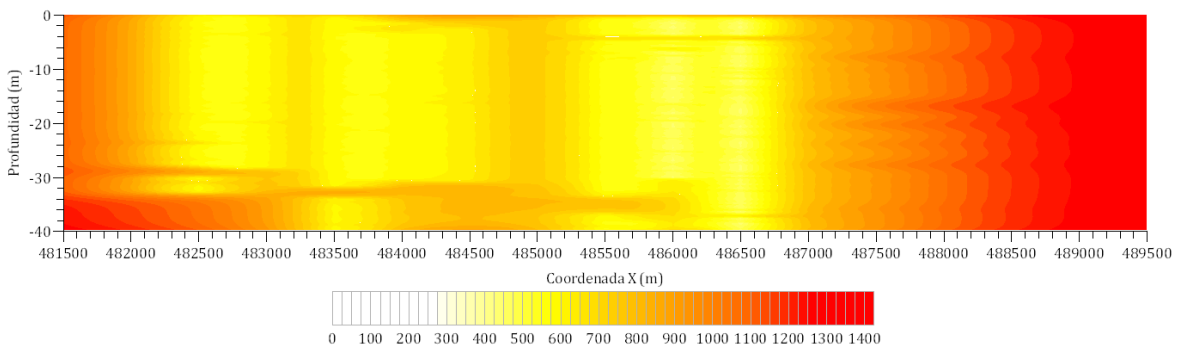


b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.272. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje B, zona centro.



a) Sección transversal estimada de la resistencia de punta de cono eléctrico



b) Desviación estándar de estimación

Figura 4.273. Distribución espacial de  $q_c$  sobre el eje 2, zona centro.

### *Interpretación de resultados*

Con base en las figs. 4.272 y 4.273, se observa que los valores estimados de  $q_c$  resultan muy aproximados a los datos medidos en las posiciones donde se realizaron los sondeos geotécnicos. Por otro lado, en los cortes de desviación estándar se observa que la incertidumbre se reduce en las zonas donde existen mediciones de  $q_c$  y en las zonas más alejadas de los datos la incertidumbre aumenta, es decir, la correlación espacial disminuye conforme aumenta la distancia de separación de un valor estimado respecto a un valor medido.

Con base en la escala de valores de  $q_c$  y su correspondencia con el tipo de material, es posible inferir la distribución espacial de las formaciones típicas del subsuelo, encontrando regiones con valores bajos de  $q_c$  asociados a materiales arcillosos de alta compresibilidad (FAS y FAI), y regiones con valores altos de  $q_c$ , típicos de lentes arenosos y estratos resistentes (CS, CD, y DP). En las mismas secciones transversales, se aprecian zonas donde existe interestratificación de suelos blandos y rígidos. Así como, se aprecia un aumento de la resistencia en la dirección oriente-poniente y sur-norte, es decir, la magnitud tiende a incrementar hacia la zona de lomas.

En las secciones estimadas de  $q_c$  para la zona del centro histórico de la ciudad (eje B y eje 2), se distinguen superficialmente capas con valores altos de resistencia con espesor aproximado de 10m; lo que confirma la presencia de los rellenos arqueológicos. Asimismo, hacia el poniente del área analizada (eje 2) se identifican valores altos de resistencia que contrastan con valores bajos típicos de los materiales arcillosos, los valores altos corresponden a lentes arenosos definidos con mayor claridad. Así también, se observa que hacia el norte (eje B) y al poniente (eje 2), existe un incremento en la intercalación de materiales aluviales (arenas, limos y gravas) con materiales de origen lacustre (arcillas) formando una estratigrafía muy heterogénea, característica de la zona de transición.

### *Propuesta de zonificación geotécnica*

Para la elaboración de una propuesta de zonificación geotécnica se tomó en cuenta, además de los resultados del análisis geostadístico, el mapa de zonificación geotécnica vigente (GDF, 2004b), el mapa de zonificación geotécnica de la ciudad realizada por COVITUR (1987) y la zonificación elaborada por Marsal y Mazari, la integración se ilustra en la fig. 4.274.

En la fig. 4.275 se presenta el mapa propuesto de zonificación geotécnica para el centro de la ciudad de México. Esta propuesta de zonificación considera una subzona (dentro de la zona de lago) correspondiente al área donde se encuentran los rellenos arqueológicos que puede ser considerada como una anomalías geotécnicas. La subzona de rellenos corresponde a la zona donde la historia de cargas aplicadas al subsuelo ha sido muy variable, por lo que, en esa área se encuentran capas de arcilla fuertemente consolidadas.

Para la definición de la frontera de la Zona IIIb (subzona de lago con presencia de anomalías geotécnicas) se considera el espesor de los rellenos superficiales a partir de 2.5m. Con base en este criterio, se revisó conjuntamente el mapa de la fig. 4.275, las secciones transversales de contenido de agua y de resistencia de punta de cono eléctrico. Obteniendo una buena aproximación entre los resultados derivados de sondeos geotécnicos y la configuración teórica de la Isla de Tenochtitlan que aparece en diversas fuentes históricas.

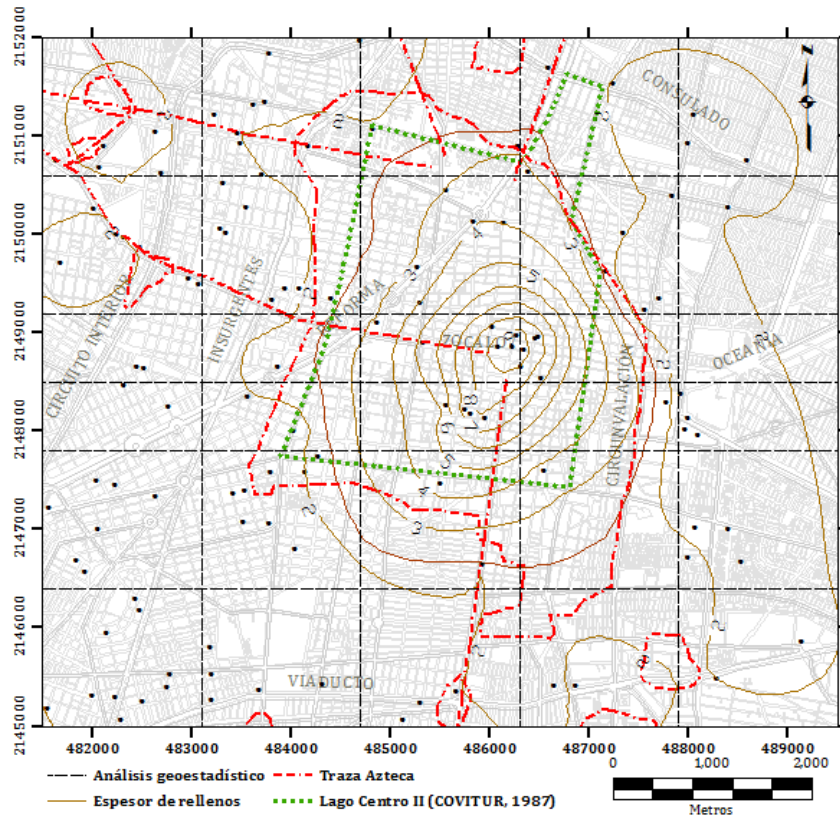


Figura 4.274. Integración de la información para la definición de la zonificación geotécnica.

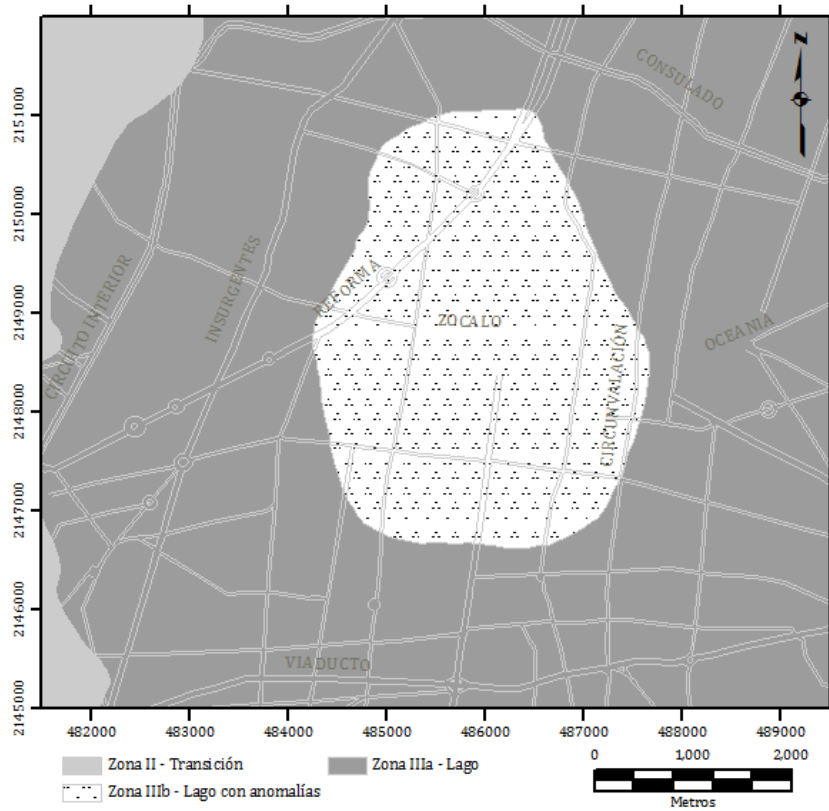


Figura 4.275. Mapa de zonificación geotécnica propuesto, centro de la ciudad de México.

#### 4.4.6 Propuesta de zonificación geotécnica para el valle de México

Una de las aplicaciones directas de los resultados obtenidos en los análisis geoestadísticos realizados en este trabajo, es que permiten afinar los límites entre las fronteras de las zonas geotécnicas propuestas en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF; GDaF, 2004). Este reglamento en sus NTC-DCC (GDFb-2004), plantea que los depósitos profundos (DP) en la zona de transición se encuentran a 20m de profundidad o menos. Por tanto, con base en esa información, se considera que los sondeos que presentan estratos importantes de suelos resistentes por debajo de esa profundidad, pertenecen a esta capa; asimismo, esta profundidad se toma como parámetro para delimitar la frontera entre la zona II (transición) y la zona III (lacustre o del lago).

##### *Definición del dominio del campo aleatorio*

La profundidad de los depósitos profundos (DP) se considera como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio.

Considerando los cambios de las propiedades del suelo (índice, mecánicas y geométricas) originados por el hundimiento regional en el valle de México, para el análisis se consideró conveniente incorporar únicamente sondeos recientes, es decir, sondeos realizados de 1995 a 2012. En la figura 4.276 se presenta la distribución y ubicación de los sondeos empleados como datos, donde las coordenadas  $(x, y)$  definen la posición de los sondeos en el sistema de referencia UTM, Datum WGS84, Zono 14 Norte. Como se observa en la fig. 4.276, el número de datos es reducido, debido principalmente a que la mayoría de los sondeos disponibles son poco profundos.

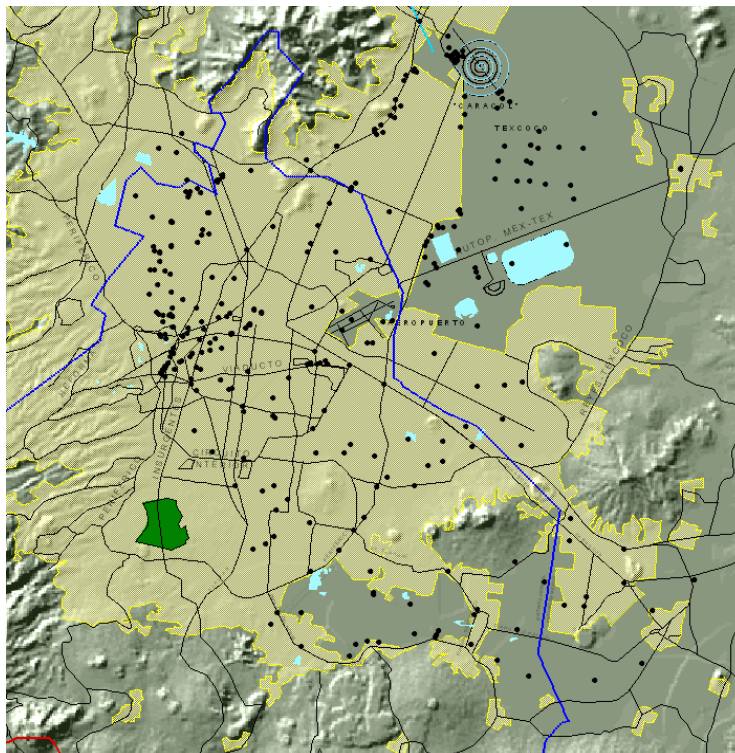


Figura 4.276. Área de estudio y ubicación de datos de la profundidad de los DP, Valle de México.

### Descripción estadística

Aceptando las condiciones de homogeneidad y ergodicidad del campo aleatorio en estudio, se estiman los principales parámetros estadísticos de la profundidad de los depósitos profundos (tabla 4.53). En la fig. 4.277 se muestra gráficamente la variabilidad de los datos mediante un histograma.

Tabla 4.53. Parámetros estadísticos de los datos de la profundidad de los DP, valle de México.

Parámetro	Valor
No. de datos	544
Media, $m(m)$	32.78
Varianza, $\sigma^2(m^2)$	319.28
Desviación estándar, $S(m)$	17.87
Coefficiente de variación, CV	0.5451

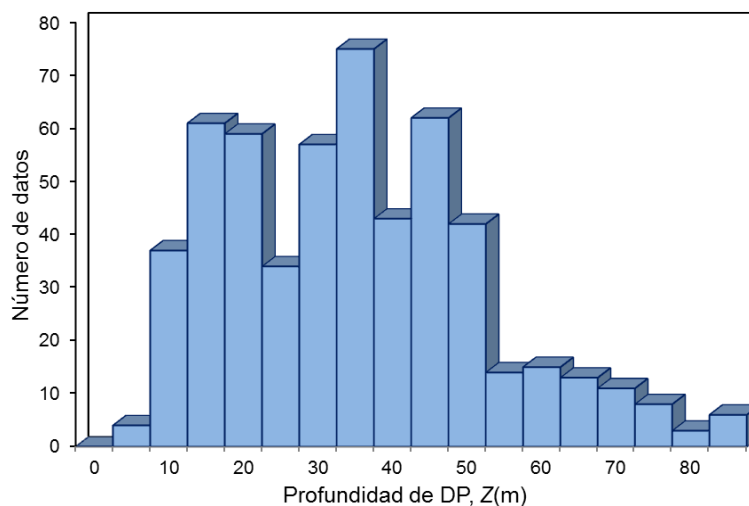


Figura 4.277. Histograma de profundidad de los depósitos profundos, valle de México.

La tendencia de la profundidad de los DP se evalúa mediante un análisis de regresión, lineal de mínimos cuadrados, ajustando una ecuación de tipo  $V(X) = ax + by + c$ . Los coeficientes que describen esta tendencia para la profundidad de los DP son:

$$a = -0.00096398 \quad b = 0.00064913 \quad c = -955.997663$$

Con los anteriores coeficientes de regresión se representa la tendencia del campo aleatorio mediante una superficie de regresión lineal (fig. 4.278), la cual ayuda a identificar la dirección preferencial de variación del campo aleatorio estudiado. En la figura se observa que al poniente la profundidad de los DP es mayor y se reduce hacia el suroriente. Esta tendencia se toma en cuenta para el cálculo de los correlogramas experimentales y para la estimación.

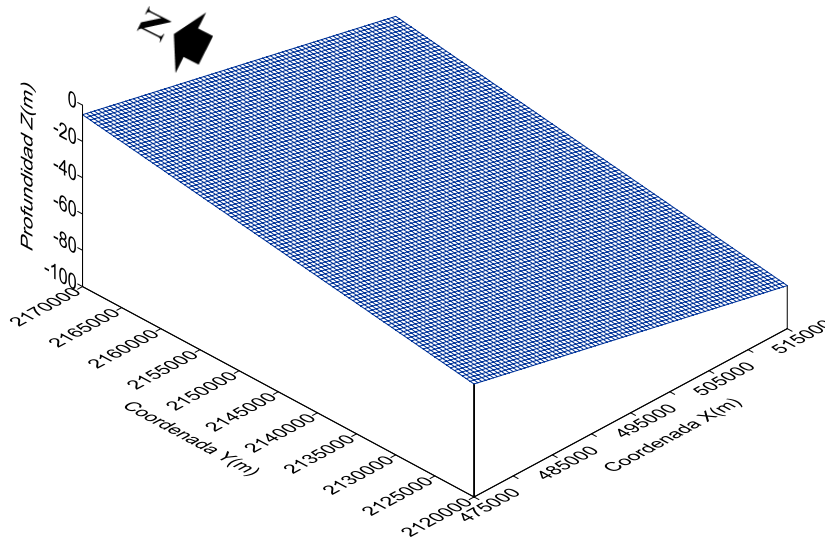


Figura 4.278. Superficie de regresión lineal de la profundidad de los DP, valle de México.

Después de remover la tendencia de los datos originales, con el campo residual se calculan los correlogramas experimentales en cuatro direcciones preferenciales; Azimut  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  y con un paso de cálculo ( $\Delta h$ ) de 250m (fig. 4.279). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación direccionales ( $\delta$ ), indicadas en la tabla 4.54. Los correlogramas experimentales son ajustados a una función de tipo exponencial simple para obtener el modelo de correlación espacial (fig. 4.279).

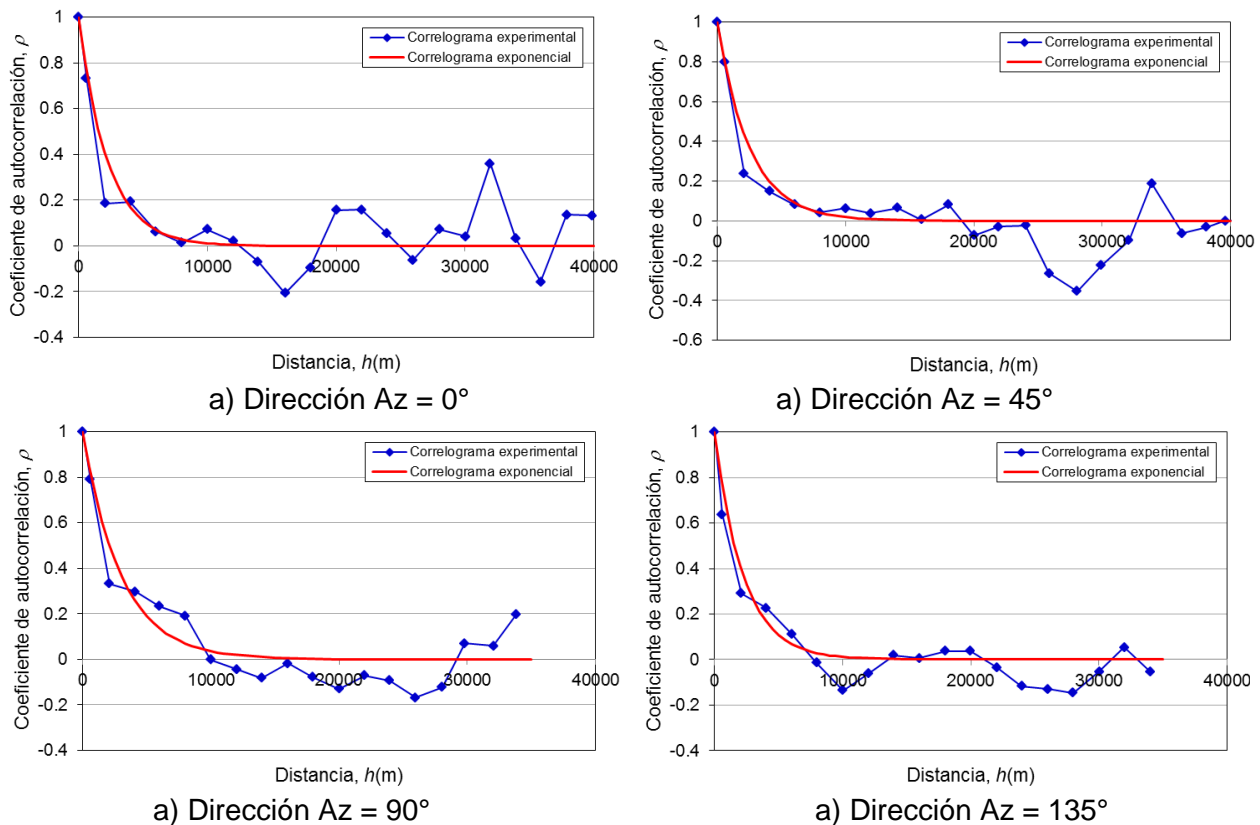


Figura 4.279. Correlogramas direccionales de la profundidad de los DP, valle de México.

Tabla 4.54. Distancias de correlación de la profundidad de los DP, valle de México.

Dirección (grados)	$\delta$ (m)
Az = 0°	4500
Az = 45°	5000
Az = 90°	6000
Az = 135°	4500

La determinación de las distancias de influencia en cada una de las direcciones preferenciales permite poner en evidencia la anisotropía de correlación. Se observa que la menor distancia correlación de 4500m se encuentra en las direcciones Az=0° y 135° y la mayor en la dirección Az = 90°.

#### *Predicción*

La estimación de la profundidad de los DP se realizó puntualmente, mediante la técnica de *Kriging Ordinario* (Journel y Deutch 1992, Auvinet, 2002), empleando los datos del campo residual (sin tendencia) y considerando, de manera conservadora, las distancias de correlación de  $\delta=5000$ m en la dirección Az=45° y de  $\delta=4500$ m en la dirección Az=135°. La malla de puntos a estimar se define considerando las coordenadas geográficas X=481500 y Y=2145000 como punto inicial. La separación entre los puntos de la malla es de 200m en ambas direcciones. La estimación final del campo se obtuvo al restablecer la tendencia en los resultados. Adicionalmente, la técnica proporciona la varianza de estimación que representa la incertidumbre asociada al estimador pudiéndose utilizar la desviación estándar para una mejor interpretación de los resultados.

#### *Visualización*

Para una interpretación visual de la distribución espacial de los resultados de la interpolación geoestadística, se puede construir un mapa de contornos de la profundidad de los depósitos profundos dentro del área de estudio (fig. 4.280).

Los resultados de la estimación pueden representarse gráficamente por medio de una superficie considerando el valor de la profundidad de los depósitos profundos como la coordenada vertical (elevación) en cada punto (fig. 4.281).

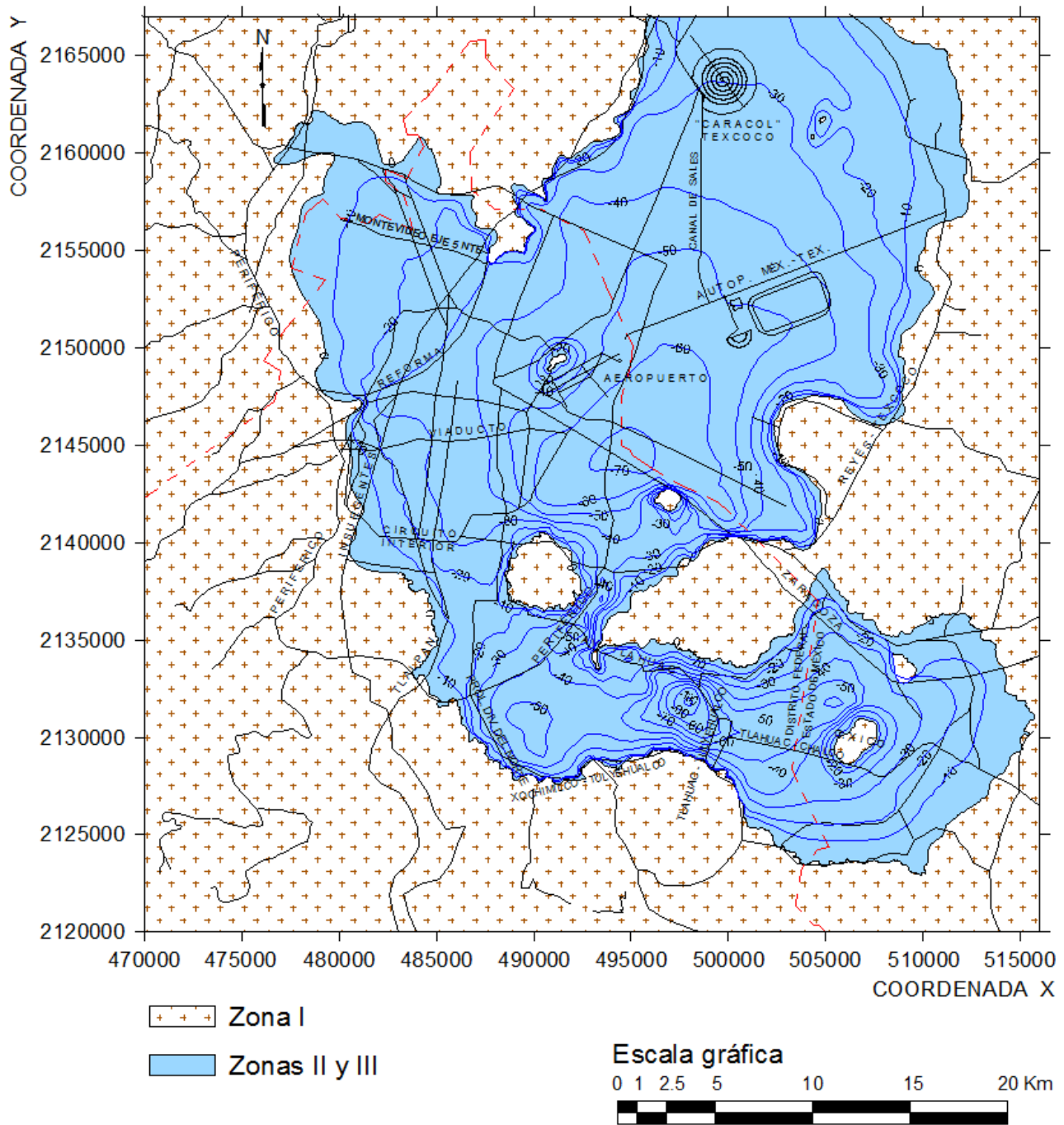


Figura 4.280. Mapa de contornos de los DP en el Valle de México.



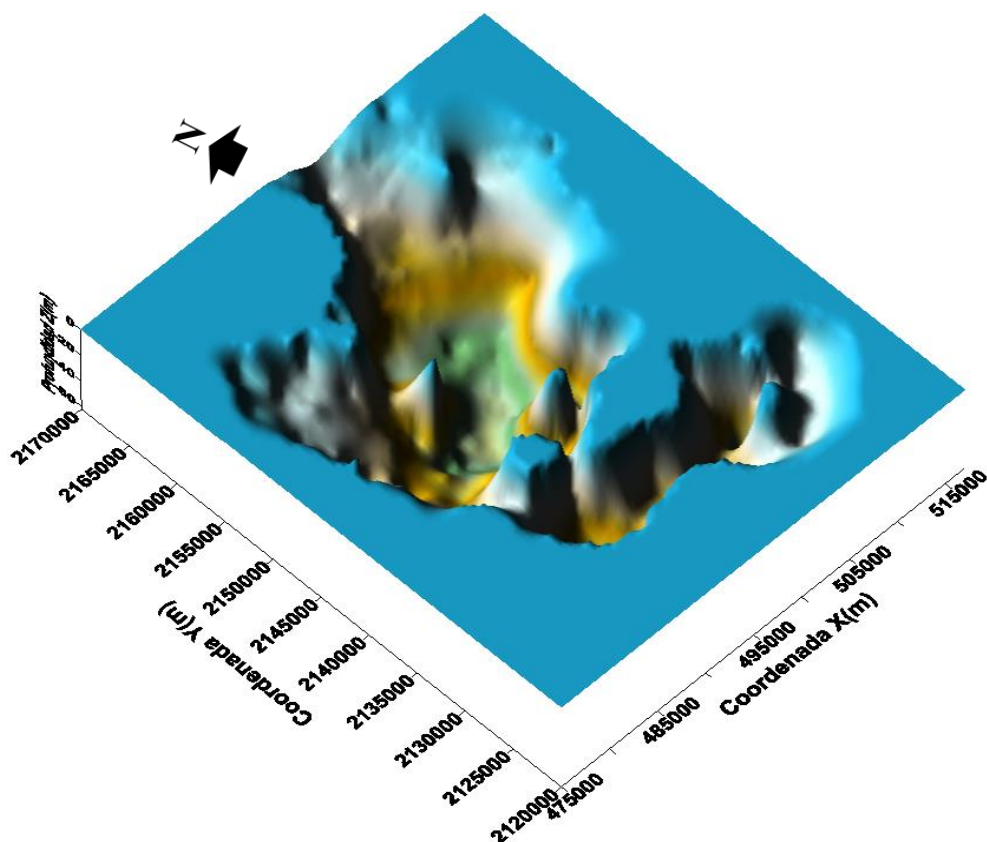


Figura 4.281. Superficie de la profundidad estimada de los DP, valle de México.

#### *Interpretación de resultados*

Con base en las figs. 4.280 y 4.281 se observa que las mayores profundidades de los DP se encuentran localizadas en la zona del ex lago de Chalco, al sur del área lacustre. Cabe señalar que en esta zona se cuenta con sondeos de 50 y 60m profundidad en los cuales no se alcanza la profundidad de los depósitos profundos.

#### *Zonificación Geotécnica*

El mapa de la fig. 4.280 tiene implicaciones prácticas inmediatas, y ha resultado útil para actualizar el mapa de zonificación geotécnica del Distrito Federal. Las curvas de igual profundidad de los depósitos profundos son también de utilidad en ingeniería sísmica para evaluar los efectos de sitio esperados en algún predio específico.

Tomando en cuenta la definición: “Zona II. Transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limo-arenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros”, se empleó el mapa de la fig. 4.280 para definir las líneas de frontera entre zonas II y III. Después de realizar los ajustes correspondientes y definir las líneas de frontera entre las zonas I y II, se pudo proponer un nuevo mapa de zonificación geotécnica (fig. 4.282).



Debe tenerse presente que el mapa de zonificación propuesto (fig. 4.282) debe seguir siendo actualizado a medida que se tenga más información. Debe señalarse que el mapa de zonificación geotécnica sólo proporciona una orientación de tipo general y en ningún caso permite prescindir de los estudios tradicionales de exploración que deben realizarse para cada proyecto como lo marca la reglamentación vigente.

#### 4.4.7 Aplicaciones en obras de infraestructura

En la práctica, la metodología geoestadística puede aplicarse en forma sistemática para contribuir a la caracterización del subsuelo en obras de infraestructura. En este trabajo, se ilustra la aplicación del método en cuatro proyectos, dos de ellos ubicados al norte del valle de México (fig. 4.283) y una al sur:

- Túnel profundo
- Planta de tratamiento de aguas residuales (PTAR)
- Puente vehicular
- Línea de transporte colectivo metro

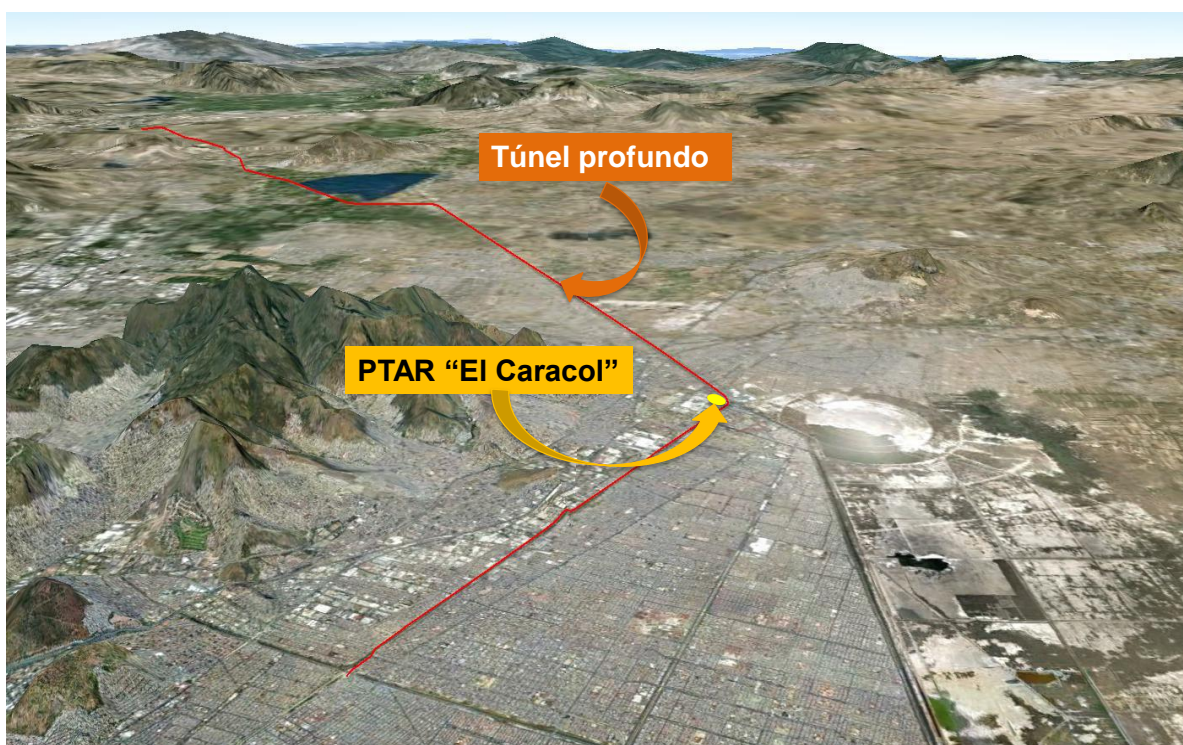


Figura 4.283. Ubicación de obras de infraestructura.

##### 4.4.7.1 Túnel profundo

El túnel se ubica al norte de la ciudad de México; inicia en el límite del Distrito Federal con el estado de México, en el cruce del *Gran Canal* y el *Río de los Remedios*, atraviesa parte del territorio del Estado de México y termina en el sitio conocido como "*El Salto*" en el estado de Hidalgo. La localización de túnel dentro del valle de México se muestra en la fig.4. 284.



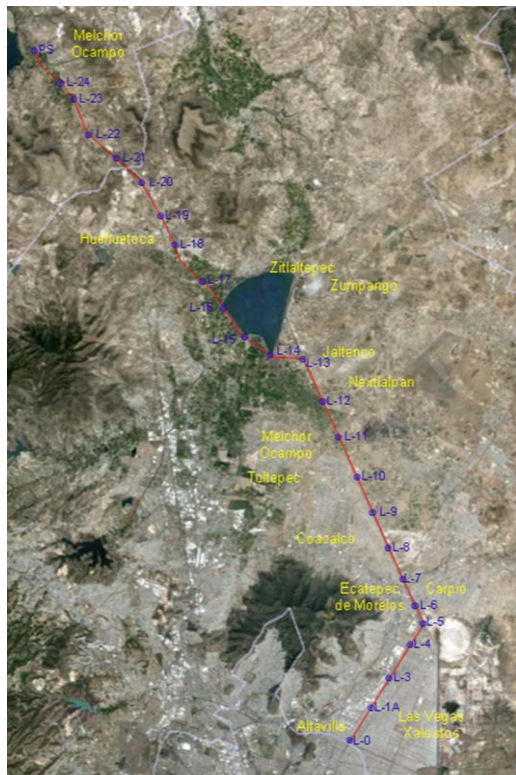
Figura 4.284. Localización del túnel profundo al norte del valle de México.

De acuerdo con información de la CONAGUA, el trazo del túnel inicia en la lumbrera L0 (0+016.86) en la margen derecha del *Gran Canal* y cruza la avenida *Periférico Norte*, en el cadenamiento 1+300, cruza a la margen izquierda pasando por la lumbrera L1A (2+739.38) y hasta llegar a la lumbrera L5 (10+040.71), en dirección noreste. Después de la lumbrera L5, el trazo cruza hacia la margen derecha del *Gran Canal* y cambia ligeramente su dirección hacia el noroeste, continuando por esta margen hasta la lumbrera L13 (30+565.95), donde cambia de rumbo al noroeste; cruza el *Gran canal* para llegar a la margen izquierda de éste y rodea la parte sur de la laguna de *Zumpango* hasta cruzar, también, el canal de *Castera*, llegando a la lumbrera L15 (35+668.13). Pasa al lado poniente de la laguna de *Zumpango*, cruza el canal *Santo Tomás* hasta el río *Cuautitlán* y continua prácticamente paralelo a la margen derecha de este río hasta su portal de salida en el *Salto*, Hgo. (61+315.51). En la fig. 4.284(a) se presenta el trazo del túnel.

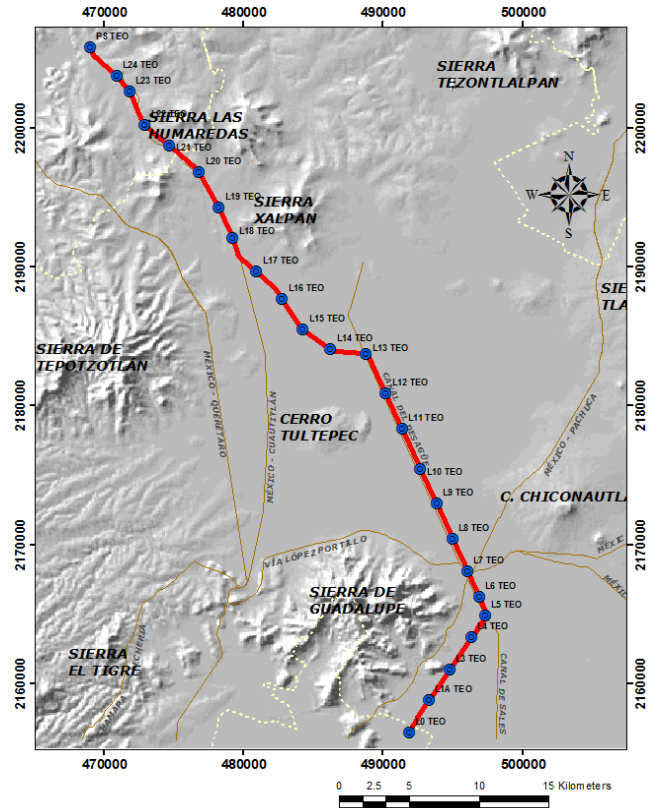
Para este proyecto se analizó la distribución espacial del contenido de agua y del número de golpes en SPT desde la lumbrera L0 hasta la lumbrera L19. El contenido de agua en combinación con la resistencia basada en el número de golpes en SPT permiten realizar la interpretación estratigráfica del subsuelo.

*Topografía:* A partir de la información topográfica del INEGI y empleando herramientas computacionales se construyó un modelo de relieve sombreado (MRS) que muestra en forma simplificada la topografía general de la zona donde se ubica el túnel, fig. 4.284(b). La topografía superficial a lo largo del TEO (CFE, 2009) se describe a continuación.

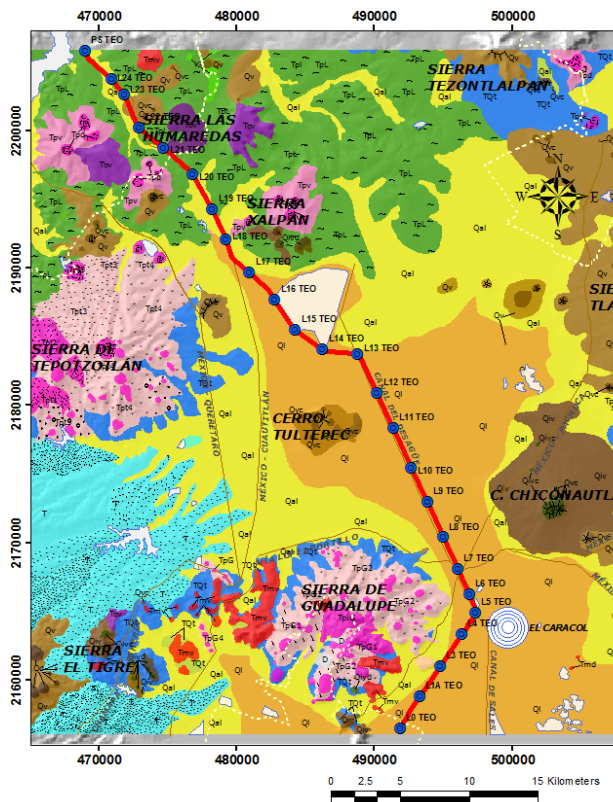
En el tramo ubicado entre las Lumbreras L-0 a L-7, la topografía es sensiblemente plana, con una pendiente ascendente aproximada de 0.001; en este tramo el trazo cruza dos veces el cauce del *Gran Canal*, la primera en el cadenamiento 1+300, entre las lumbreras L0 y L1A y la segunda después de la lumbrera L5, donde cambia su dirección ligeramente hacia la izquierda, hasta llegar a la lumbrera L7, con una pendiente similar al tramo anterior. En este tramo la elevación media es de 2233 msnm aproximadamente.



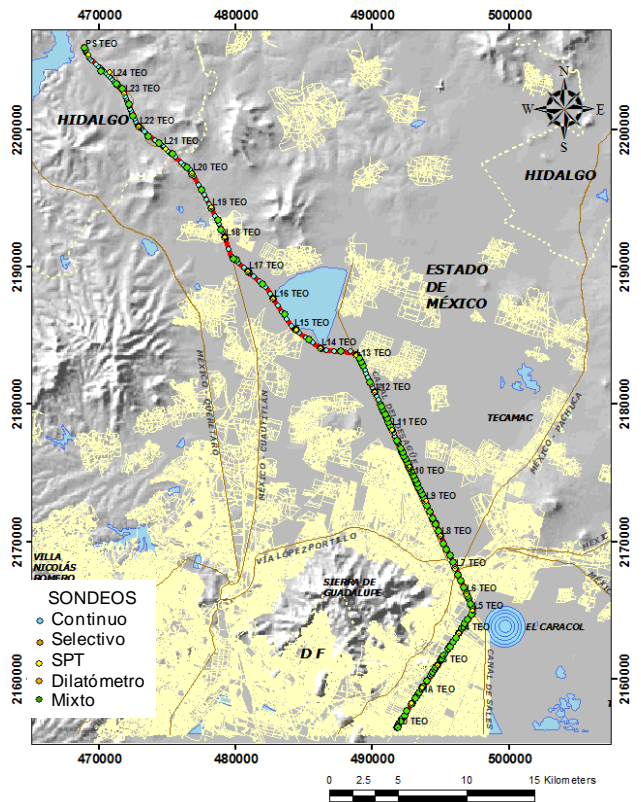
a) Trazo y ubicación de lumbreras



b) Topografía general



c) Geología general



d) Ubicación de sondeos geotécnicos

Figura 4.284. Información básica de ingeniería para el túnel profundo.

Al norponiente del trazo, entre las lumbreras L1A y L3 y a una distancia muy corta se encuentra una elevación conocida como “Cerro Gordo”, la cual alcanza una elevación de hasta 2425 msnm. Al poniente, entre las lumbreras L5 y L7, al cambiar la trayectoria, se encuentra la sierra de Guadalupe que alcanza elevaciones de hasta 2546 msnm.

Entre las lumbreras L-7 y L-12, la topografía superficial es también sensiblemente plana hacia ambos costados del túnel con una elevación media de 2239 msnm. Entre las lumbreras L11 y L12, el túnel se ubica a corta distancia del Cerro de Tultepec, con elevación aproximada de 2346 msnm.

Entre las lumbreras L-12 a L-16, al lado derecho del trazo, la topografía superficial es sensiblemente plana con una elevación media de 2243 msnm, mientras que del lado izquierdo se encuentra la depresión ocupada por la laguna de Zumpango.

Entre las lumbreras L16 a L19, la topografía superficial presenta una pendiente ascendente de 0.0001 aproximadamente; más adelante y en la proximidad al tajo de Nochistongo, la pendiente ascendente aumenta, llegando a ser de 0.0008 aproximadamente, sobre el eje de trazo. En este tramo el túnel pasa entre la sierra de Tepetzotlán, la cual alcanza una elevación aproximada de 2905 msnm y la sierra de Xalpan con una elevación aproximada de 2681 msnm.

En el último tramo, de la lumbrera L-20 al portal de salida (PS), la topografía es abrupta, con pendientes ascendentes y descendentes de hasta 0.09 sobre el eje de trazo. En este tramo se encuentra el tajo de Nochistongo, localizado entre la sierra “Las Humaredas”, con una elevación media de 2484 msnm y el cerro Sincoque con una elevación de 2580 msnm aproximadamente. Después de este tramo se presenta una topografía irregular con una pendiente media descendente de 0.003 hasta el portal de salida.

*Geología:* En la fig. 4.284(c), se presenta el trazo del túnel sobre un mapa geológico (CFE, 1996). La descripción geológica detallada a lo largo del trazo ha sido presentada en trabajos anteriores (Juárez et al., 2010). En la misma figura se observa que la mayor parte del trazo del túnel se ubica en depósitos lacustres (QI) del período Cuaternario, esta formación es representativa de la planicie que, en la actualidad, es ocupada por una parte importante de la Ciudad de México. Esta unidad está constituida principalmente por arcillas y limos con algunas intercalaciones de gravas y arenas, y con escasos horizontes de tobas mal definidos.

*Información geotécnica:* En cada sitio de lumbrera se realizó un sondeo penetración estándar (SPT) y un sondeo continuo (SC), mixto (SM) o selectivo (SS), dependiendo de la dureza de los materiales encontrados, con el objetivo de recuperar muestras alteradas e inalteradas para ensayos en el laboratorio; así como para conocer la resistencia del terreno en número de golpes de la prueba de penetración estándar (CFE, 2009). Adicionalmente, en sitios intermedios se realizaron uno o dos sondeos continuos o mixtos (COMISSA, 2009). Durante la construcción se realizaron sondeos adicionales de L0 a L13 en sitios intermedios entre lumbreras (COMISSA, 2010).

En la tabla 4.55 se indica el número de sondeos de cada tipo realizados para el proyecto y en la fig. 4.284(d) se indica su ubicación a lo largo del trazo.

Tabla 4.55. Sondeos realizados sobre el trazo del túnel profundo.

Tipo de sondeo	Número de sondeos
Continuo (SC)	17
Penetración estándar (SPT)	25
Mixto (SM)	109
Selectivos (SS)	7
Piezocono eléctrico (CPTu)	14
Dilatómetro (DMT)	9
Suma =	181

a) *Análisis geoestadístico de la distribución espacial del contenido de agua*

Con el propósito de conocer la estratigrafía del subsuelo a lo largo del trazo del Túnel, se elaboró un corte de contenido de agua para el tramo ubicado entre las lumbreras L0 y L19, es decir, desde el cruce con el *Río de los Remedios* hasta la parte baja de la sierra *Las Humaredas*, considerando que en este tramo el túnel se encuentra en suelo lacustre relativamente homogéneo.

Los sondeos existentes son de varios tipos; sin embargo, para el modelo de contenido de agua, únicamente se consideran los sondeos de tipo SC, SPT y SM, en la fig. 4.285 se muestra su ubicación y en la Tabla 4.56 se indica el número de sondeos por tipo empleados en este análisis.

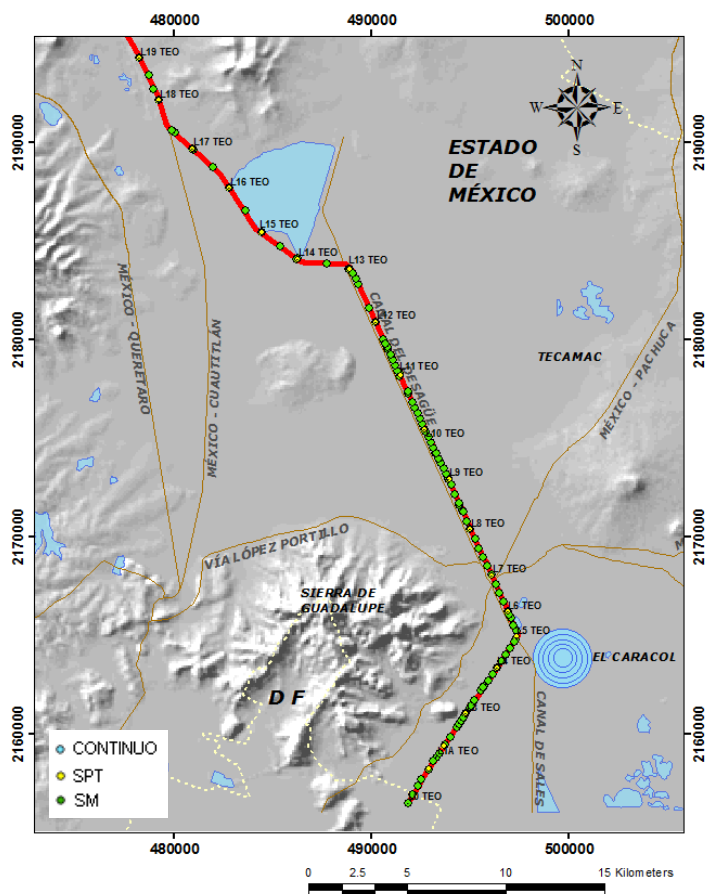


Figura 4.285. Ubicación de sondeos con mediciones de contenido de agua, túnel profundo.

Tabla 4.56. Sondeos empleados para el análisis geoestadístico de la distribución espacial del contenido de agua, túnel profundo.

Tipo de sondeo	Número de sondeos
Continuo (SC)	17
Penetración estándar (SPT)	25
Mixto (SM)	59
Suma =	101

#### Definición del campo aleatorio

Sea  $V(X)$  la variable geotécnica de interés, en este caso el contenido de agua, definida en los puntos (sondeos)  $X$  del dominio estudiado (el trazo del túnel)  $R^p$  ( $p = 1, 2, \text{ ó } 3$ ). En cada punto del dominio, esta variable puede considerarse como aleatoria debido al rango de posibles valores que puede tomar. El conjunto de estas variables aleatorias constituye un campo aleatorio.

En este caso, el campo aleatorio en 2D de la variable geotécnica de interés es el contenido de agua, que se define a diferentes profundidades sobre el trazo del túnel. Las coordenadas de los sondeos, que definen su posición, se obtuvieron tomando como referencia el mapa de ubicación de los sondeos y el mapa topográfico oficial de Valle de México (INEGI, 2004). Por otro lado, los datos numéricos de las propiedades del suelo se obtuvieron a partir de las imágenes impresas de los perfiles geotécnicos.

#### Análisis de correlación espacial

Para evaluar el grado de dependencia lineal que existe entre los datos obtenidos en un mismo sondeo vertical, se calcula la función de autocovarianza (Auvinet, 2002) a lo largo de la dirección  $\mathbf{u}$  (profundidad). En este caso, la función de autocorrelación vertical se estimó considerando un incremento de desplazamiento de 20cm. El comportamiento aleatorio que presenta el contenido de agua horizontalmente se evalúa mediante el grado de dependencia lineal que guarda un sondeo con otro (correlación cruzada).

Con base en la geología y la topografía a lo largo del trazo, se consideró necesario definir dos estructuras de correlación una para el tramo ubicado entre las lumbreras de L0 a L5 y otra para el tramo entre las lumbreras de L5 a L19. De esta forma es posible considerar la influencia de la topografía en los modelos de correlación espacial. En las figs. 4.286 y 4.287 se presentan los correlogramas experimentales para los tramos de L0 a L5 y de L5 a L19, a partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ) en las direcciones preferenciales para los dos tramos (tabla 4.57). Los modelos de correlación horizontal y vertical se definen ajustando los correlogramas experimentales a una función exponencial simple empleando las anteriores distancias de correlación (figs. 4.286 y 4.287).

Tabla 4.57. Distancias de correlación espacial del contenido de agua a lo largo del túnel.

Tramo	$\delta_{hor}$ (m)	$\delta_{ver}$ (m)
L0 a L5	3000	9.5
L5 a L19	4200	8.0



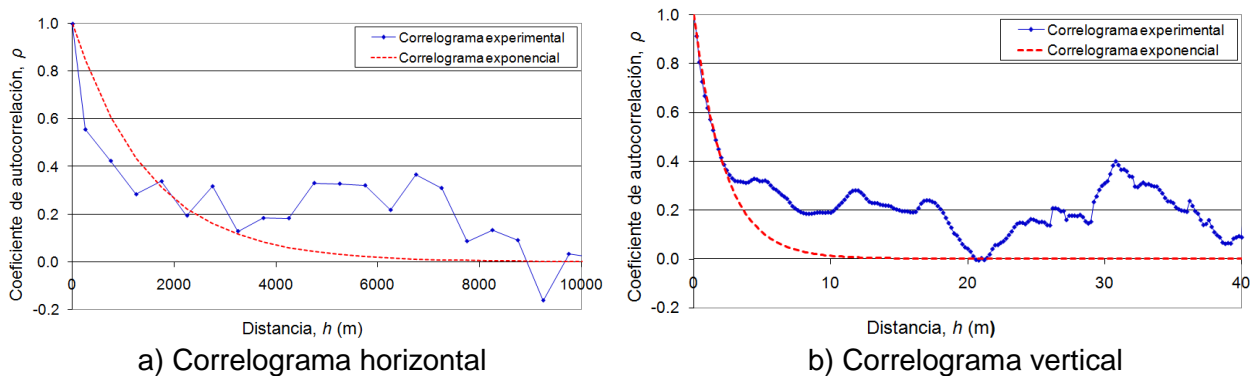


Figura 4.286. Correlogramas direccionales del contenido de agua, de L0 a L5.

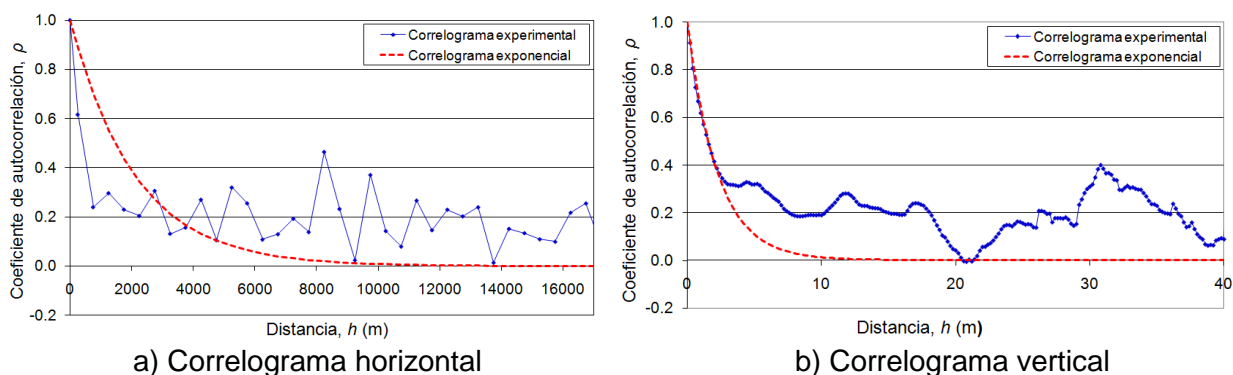


Figura 4.287. Correlogramas direccionales del contenido de agua, de L5 a L19.

### Estimación

Con base en las mediciones, los modelos de correlación previamente definidos, las distancias de correlación espacial ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ) y empleando la técnica de *Kriging* (Krige, 1962; Matheron, 1965, Auvinet, 2002) se estiman perfiles de contenido de agua separados a cada 500m a lo largo del trazo del túnel y a cada 20cm a lo largo de la profundidad, desde el nivel del terreno hasta la elevación 2120msnm.

### Visualización

Mediante la integración de los perfiles estimados (interpolados) sobre el eje de trazo y recurriendo a la técnicas de graficación avanzada se construye una sección transversal longitudinal que representa la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del tramo de L0 a L13 del túnel (fig. 4.284). Este modelo puede ser actualizado conforme se integre información adicional.

### Interpretación de resultados

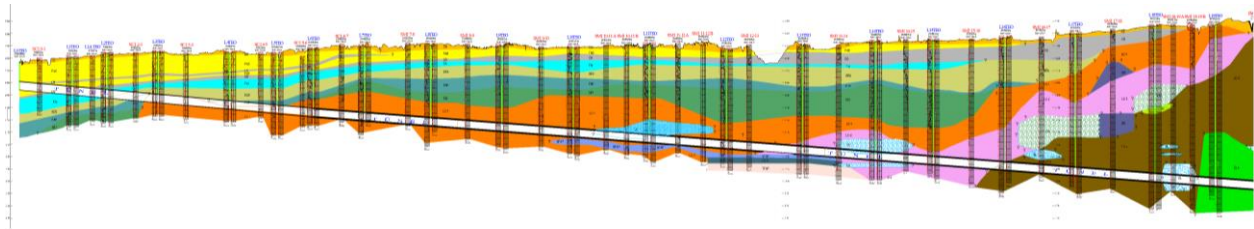
Con base en la fig. 4.288 y de acuerdo con el modelo vertical del subsuelo propuesto por Marzal y Mazari (1957), se observa que al inicio (lumbra L0) superficialmente existe una capa delgada de bajo contenido de agua que corresponde a la CS, seguida de una capa de más de 20m de espesor que alcanza valores de contenido de agua de hasta 400% que corresponde a una primera capa de arcilla, bajo esta capa se aprecia una capa con valores bajos de contenido de agua (máximo 60%) que corresponde a una primera capa dura, subyaciendo a esta capa se

encuentra una segunda capa con valores de contenido de agua superiores a 120% asociados a una segunda capa de arcilla, bajo esta capa, se aprecia una secuencia de capas con valores de contenido de agua variables contrastando capas de valores relativamente altos (máx. 150%) con capas de valores bajos (máx. 60%).

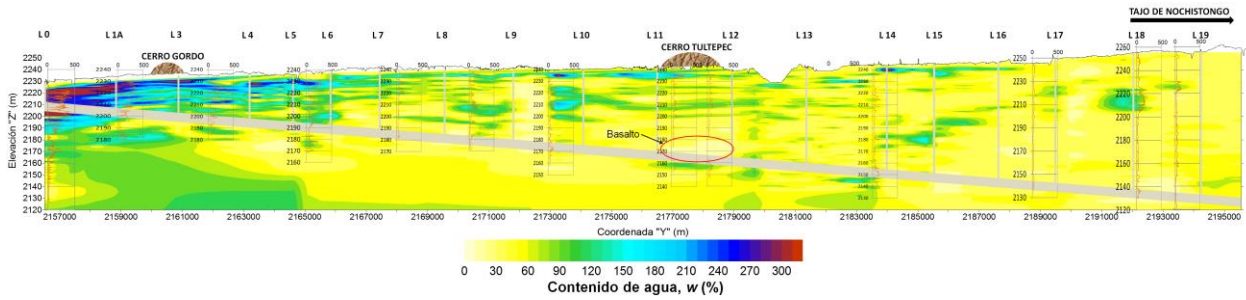
En la fig. 4.289 se muestra la comparación entre una sección tradicional y la obtenida con Geoestadística para el tramo ubicado entre la lumbrera L0 y L5, donde se aprecia una relativa similitud entre ambos. En la fig. 4.290 se presenta una vista tridimensional, donde se aprecia que en el inicio del perfil la cantidad de agua tiene valores de hasta 340% asociados con materiales blandos como las arcillas de la zona de lago y van disminuyendo a lo largo del eje indicando que el trazo pasa a un ambiente no lacustre asociado con la zona de lomas.

De acuerdo con las figs. 4.288 a 4.290 y con base en la escala de colores, se observa que:

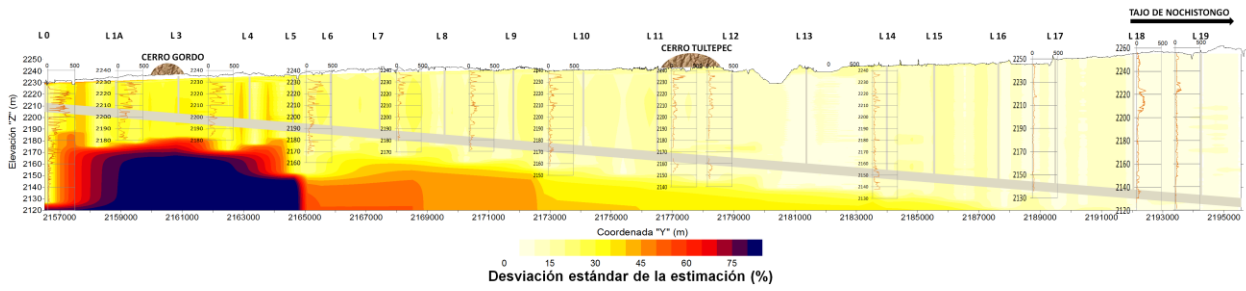
1. En la lumbrera L1A, se aprecia una disminución de los espesores de las capas superiores, y comienzan a aparecer algunas intercalaciones de capas de valores bajos de contenido de agua (menos de 100%), asociados a limos y arenas intercalándose con capas de valores altos. Se asume que estas intercalaciones se deben a que en el tramo entre las lumbreras L1A y L4, el eje del túnel se encuentra relativamente cerca al *Cerro Gordo*.
2. Entre las lumbreras L4 y L6, el espesor de la primera y segunda capa de arcilla disminuye hacia el norte, así también, los valores del contenido de agua en estas capas disminuyen. La disminución del espesor de estas capas típicas de arcilla marca el límite entre los ex lagos de *Texcoco* y *San Cristóbal*.
3. A partir de la lumbrera L6 predominan los suelos con valores bajos de contenido de agua (menor a 100%), asociados a limos y arenas (suelos aluviales), así también eventualmente aparecen algunas capas delgadas con contenido de agua alto.
4. Entre las lumbreras L11 y L12, a una profundidad de entre 60 y 80m de 50m se distingue una zona prácticamente sin color, la cual corresponde al basalto indicado en algunos sondeos exploratorios, posiblemente provenientes del *Cerro de Tultepec* (de origen volcánico).
5. Entre las lumbreras L14 y L16, se aprecia una delgada capa de arcilla asociada con el lago de *Zumpango*, a partir de este tramo se distinguen valores bajos de contenido de agua que indican la influencia de las sierras de *Xalpan* y *Las Humaredas*.



a) Sección geotécnica tradicional (CFE, 2009)

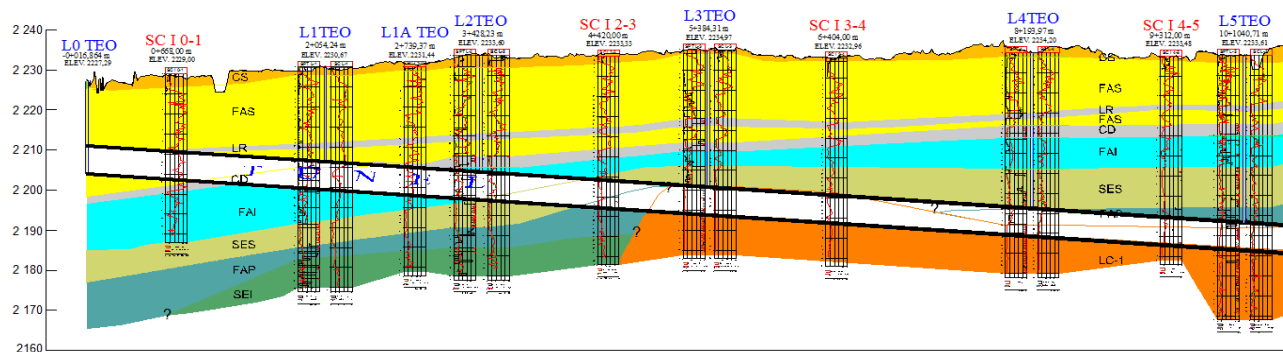


b) Sección transversal estimada (virtual)

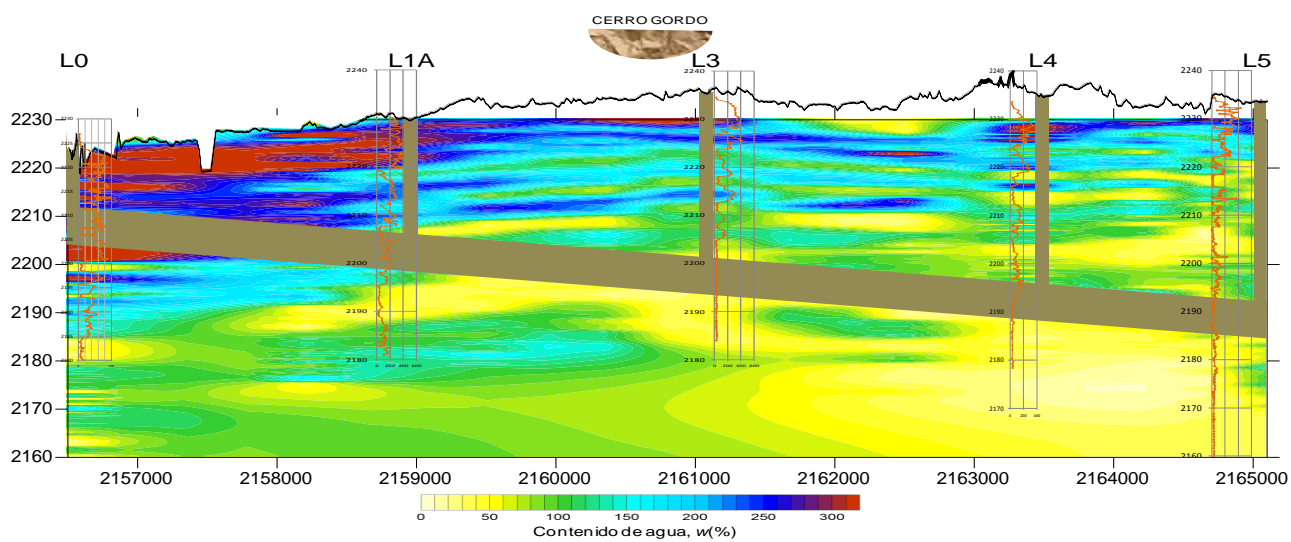


c) Sección de la Desviación estándar de estimación

Figura 4.288. Distribución espacial del contenido de agua estimado, de L0 a L19.



a) Corte tradicional (CFE, 2009)



b) Corte estimado (virtual)

Figura 4.289. Distribución espacial del contenido de agua, de L0 a L5

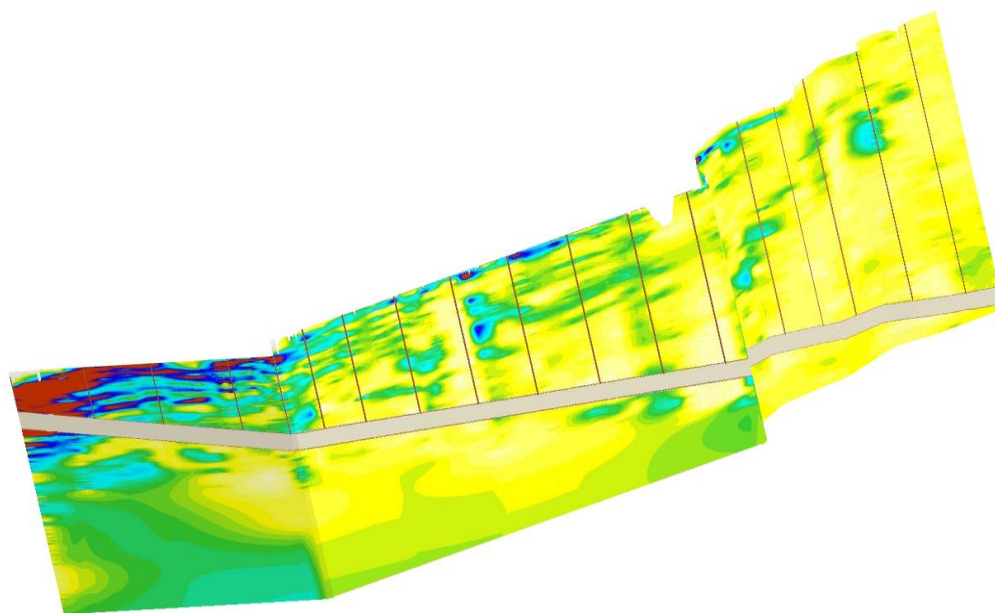


Figura 4.290. Modelo 3D de la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del túnel.

## b) Análisis geoestadístico de la distribución espacial del número de golpes en SPT

El número de golpes de la prueba de SPT, es fácilmente correlacionado con el tipo de material y otras propiedades mecánicas, por tanto, se emplea la misma metodología Geoestadística para el análisis de la distribución espacial de este parámetro. El número de sondeos utilizados se indica en la tabla 4.58 y su ubicación en la fig. 4.291.

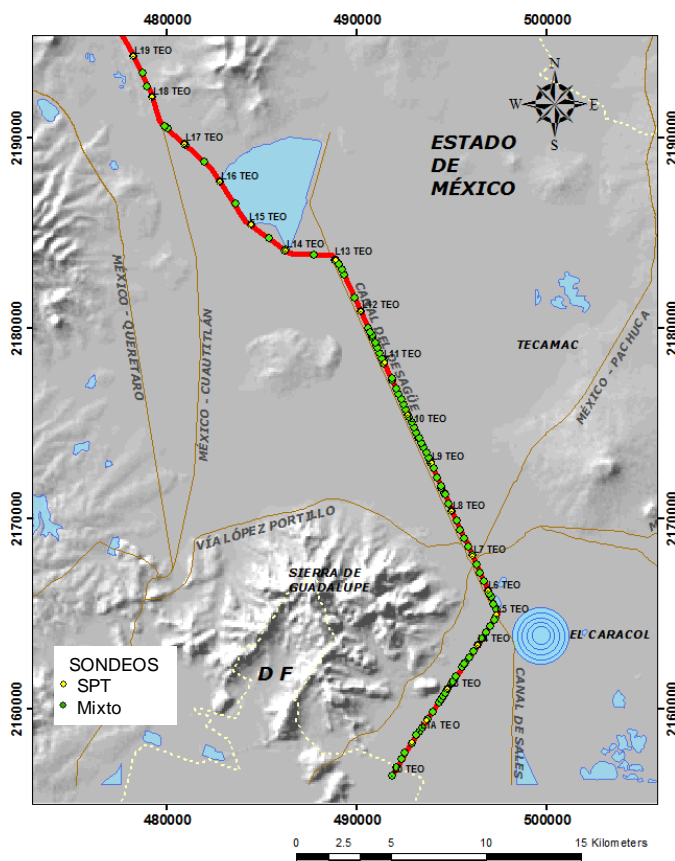


Figura 4.291. Ubicación de sondeos con mediciones del número de golpes en SPT.

Tabla 4.58. Sondeos empleados para el análisis geoestadístico del número de golpes en SPT.

Tipo de sondeo	Número de sondeos
Penetración estándar (SPT)	20
Mixto (SM)	42
Suma =	62

La dependencia espacial del número de golpes se evalúa con base en dos estructuras de correlación, una para el tramo entre las lumbreras de L0 a L5 (fig. 4.292) y otra para el tramo de L5 a L19 (fig. 4.293).

Con base en los correlogramas experimentales se determinan las distancias de correlación ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ) en las direcciones preferenciales para los dos tramos (tabla 4.59). Los modelos de correlación horizontal y vertical definidos por una función de tipo exponencial se presentan en las mismas figs. 4.292 y 4.293.

Tabla 4.59. Distancias de correlación espacial para el número de golpes en SPT, túnel.

Tramo	$\delta_{hor}$ (m)	$\delta_{ver}$ (m)
L0 a L5	3500	10.0
L5 a L19	10000	10.0

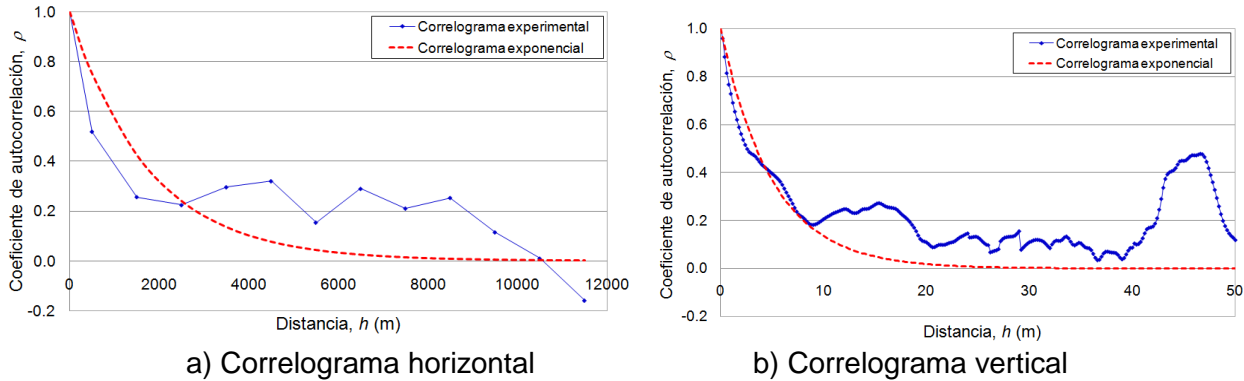


Figura 4.292. Correlogramas direccionales del número de golpes en SPT, de L0 a L5.

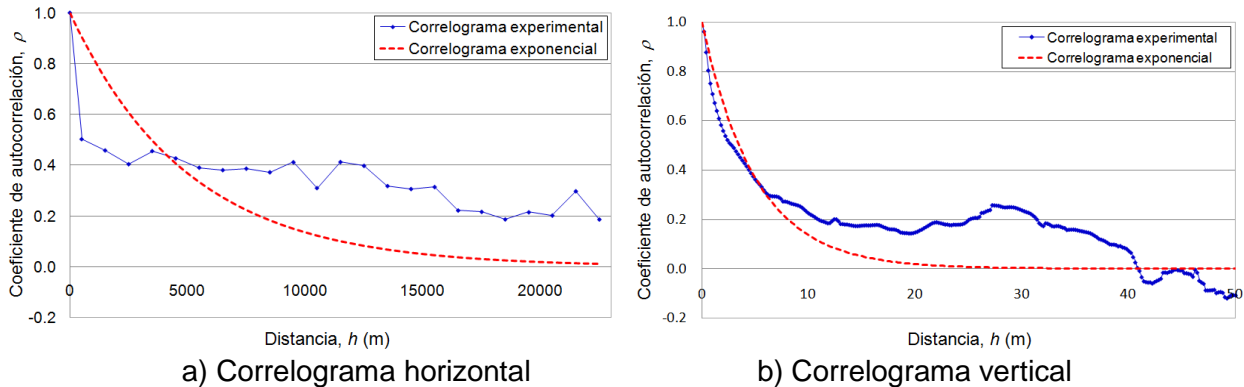


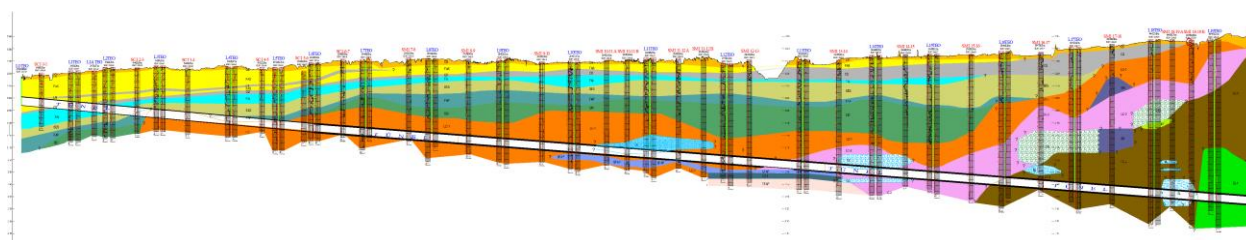
Figura 4.293. Correlogramas direccionales del número de golpes en SPT, de L5 a L19.

**Predicción**

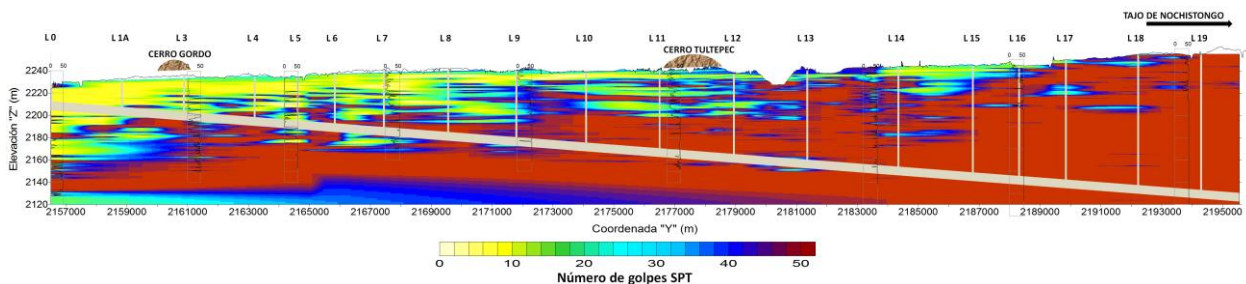
Los perfiles de número de golpes se estiman a lo largo del trazo del túnel, separados a cada 500m y verticalmente la propiedad se estima a cada 20cm a lo largo de la profundidad, desde el nivel del terreno hasta la elevación 2120 msnm.

**Visualización**

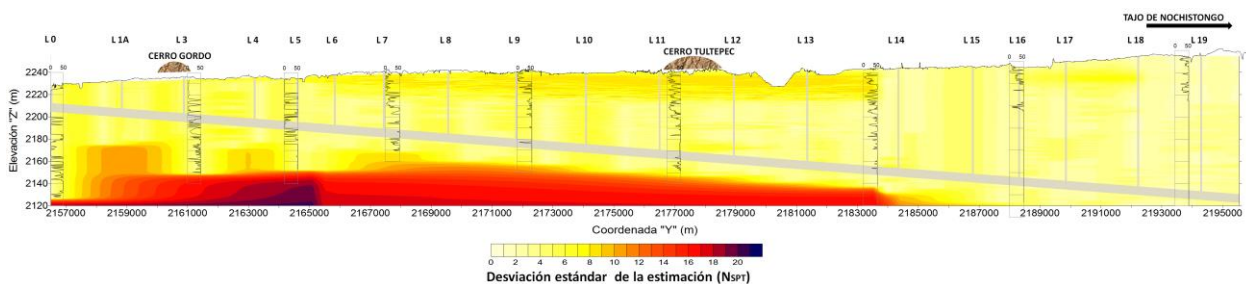
La fig. 4.294 muestra un modelo de la distribución espacial del número de golpes a lo largo trazo del túnel. Este modelo combinado con la figs. 4.288(b), 4.289(b) y 4.290 proporcionan una base adecuada para evaluar las condiciones en las que se construye el túnel. La misma figura muestra la desviación estándar de la estimación que representa la incertidumbre asociada a la estimación.



a) Sección geotécnica tradicional (CFE, 2009)



b) Sección transversal estimada (virtual)



c) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.294. Distribución espacial del número de golpes estimado en SPT, de L0 a L19.

### Interpretación de resultados

De acuerdo con la fig. 4.294(a) y con base en la escala de colores, se observa que:

1. En el tramo entre la lumbrera L0 y L1A se presenta el mayor espesor de arcilla. A partir de la lumbrera L1A y hasta la Lumbrera L7 se reducen los espesores de arcilla y se intercalan con estratos de suelos más resistentes (limos y arenas). Para este mismo tramo, se observa que la incertidumbre de estimación es mayor en el tramo ubicado entre las lumbreras L0 y L5 a partir de 55m de profundidad, esto se debe a que los sondeos en este tramo son muy cortos.
2. Para el tramo entre las lumbreras L7 y L12, se presentan intercalaciones de arcilla con limos y arenas que definen la extensión que ocuparon los lagos de *San Cristóbal* y *Xaltocan*, así como también, entre las lumbreras L14 y L17, aparecen suelos lacustres que indican que en el pasado, el lago de *Zumpango* ocupó un área más extensa que la que ahora ocupa.
3. Para el tramo entre las lumbreras L17 y L19 se presentan suelos resistentes con pequeñas intercalaciones de suelos firmes que corresponden a depósitos aluviales y de piedemonte de las sierras de *Xalpan* y *Las Humaredas*.

### 4.4.7.2 Planta de tratamiento de aguas residuales

En la proximidad de una lumbrera de un túnel profundo se construye una planta de bombeo en la zona de *Texcoco*, en este sitio se construye un túnel para conectar a la lumbrera con la lumbrera de rejillas de la planta de bombeo (fig. 4.295). Para el diseño del túnel es necesario conocer la estratigrafía bajo un grado aceptable de precisión, por lo que, empleando los datos de los sondeos disponibles (fig. 4.295) y empleando la metodología geoestadística se elaboró un modelo de la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del túnel de conexión.

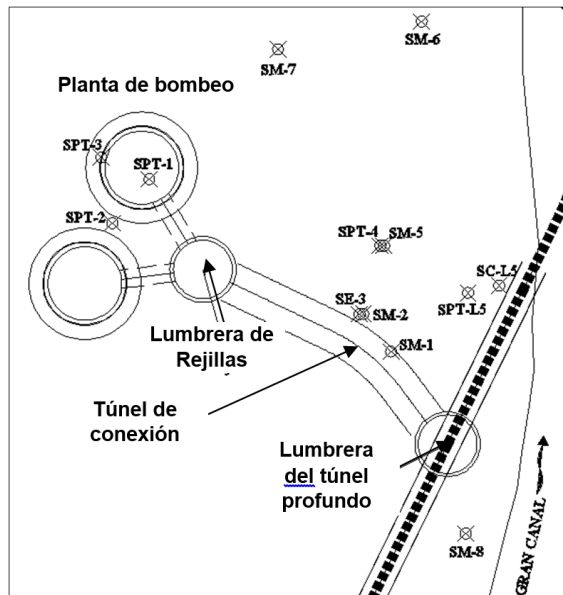


Figura 4.295. Localización de sondeos existentes con mediciones de contenido de agua.

#### Análisis de correlación espacial

Para evaluar la dependencia espacial de los datos de contenido de agua se determinan los correlogramas experimentales uno en dirección horizontal y otro en dirección vertical (fig. 4.296). Con base en los correlogramas experimentales se determinan las distancias de correlación  $\delta_{hor} = 75m$  y  $\delta_{ver} = 2.7m$ , con estas distancias se definen los modelos de correlación horizontal y vertical adoptando una función de tipo exponencial simple (fig. 4.296).

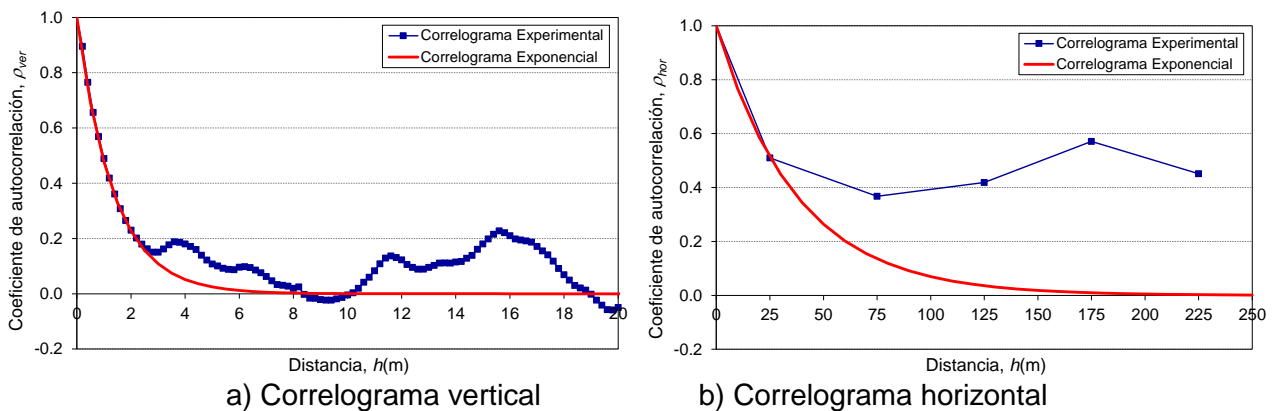


Figura 4.296. Correlogramas direccionales del contenido de agua, túnel de conexión.



### Predicción

Los perfiles de contenido de agua se estiman a lo largo del eje del túnel de conexión (fig. 4.297), con separación de 5m y verticalmente la propiedad se estima a cada 20cm hasta una profundidad de 60m.

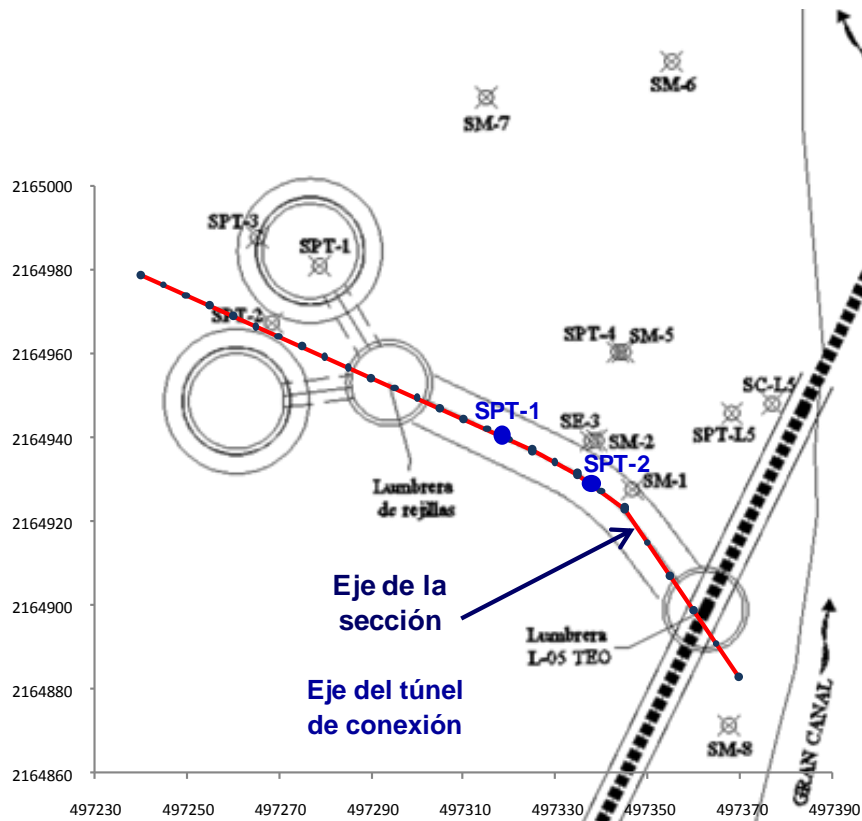
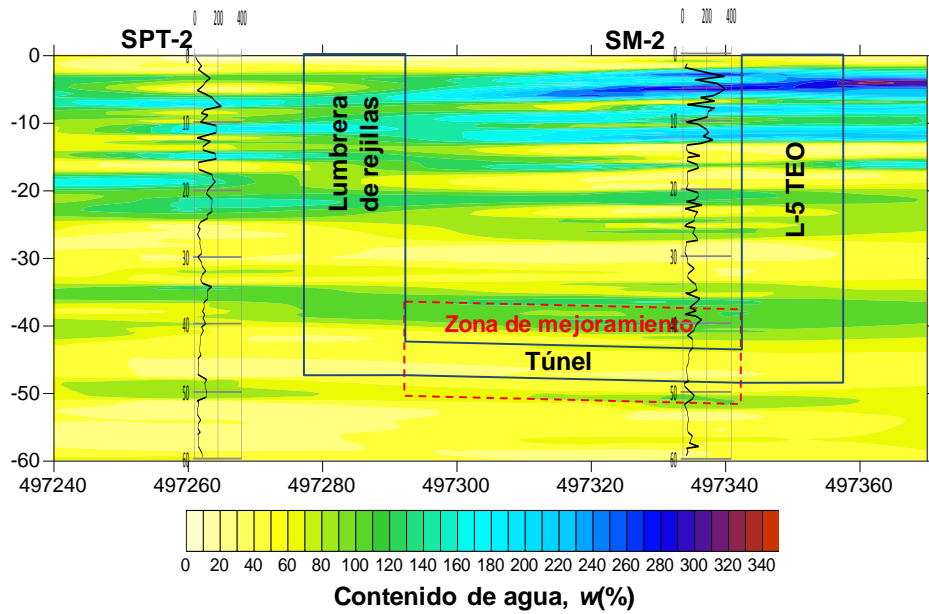


Figura 4.297. Localización de los sondeos estimados y sondeos complementarios.

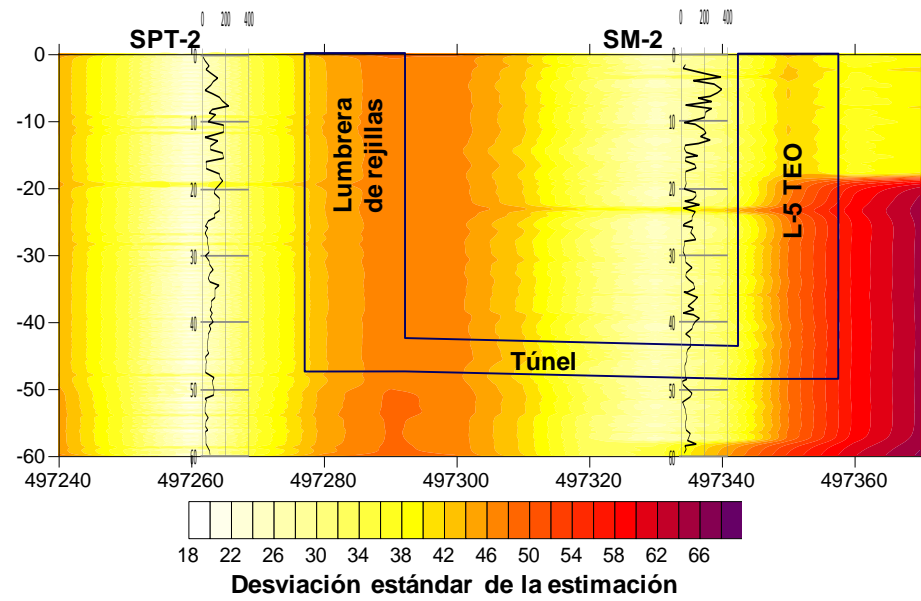
### Visualización

En la fig. 4.298 se muestra el modelo de la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del eje del túnel de conexión, en la misma figura se presenta la desviación estándar de la estimación que representa la incertidumbre asociada a la estimación.

Posteriormente, se realizaron dos sondeos complementarios SPT-1 y SM-2 en forma consecutiva, su ubicación se indica en la fig. 4.297, por tanto, el modelo de distribución espacial de contenido de agua se actualizó una primera vez agregando el sondeo complementario SPT-1 (fig. 4.299), posteriormente el modelo se actualizó una segunda vez agregando los sondeos complementarios SPT-1 y SM-2 (fig. 4.300).

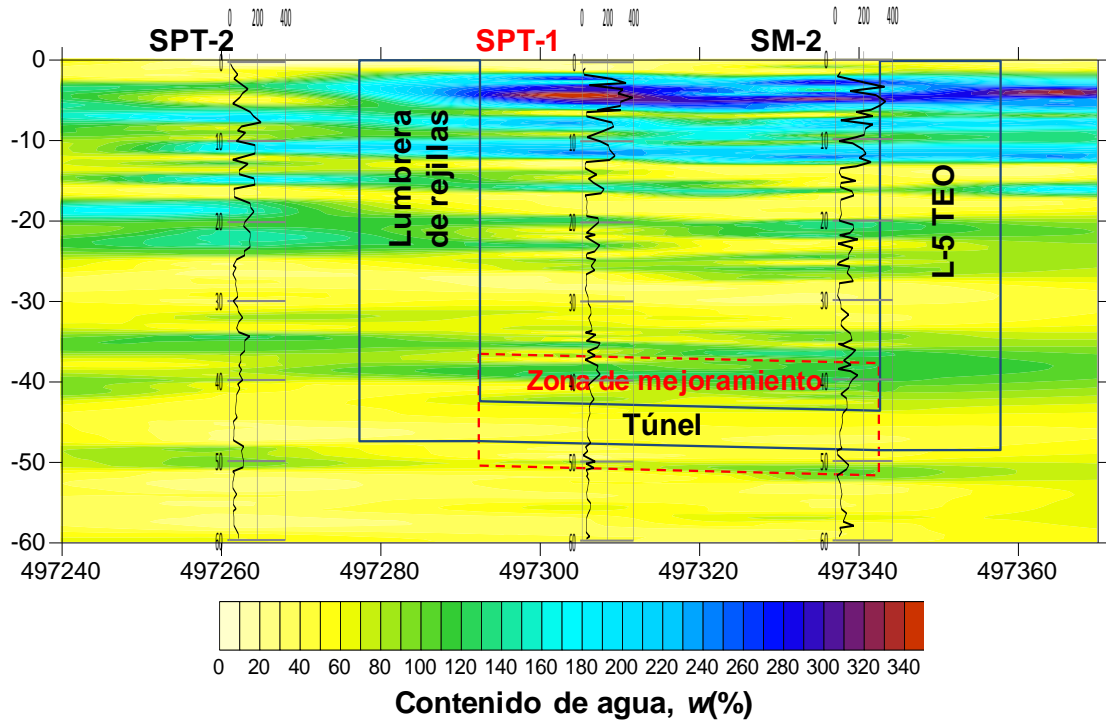


a) Sección transversal de la estimación

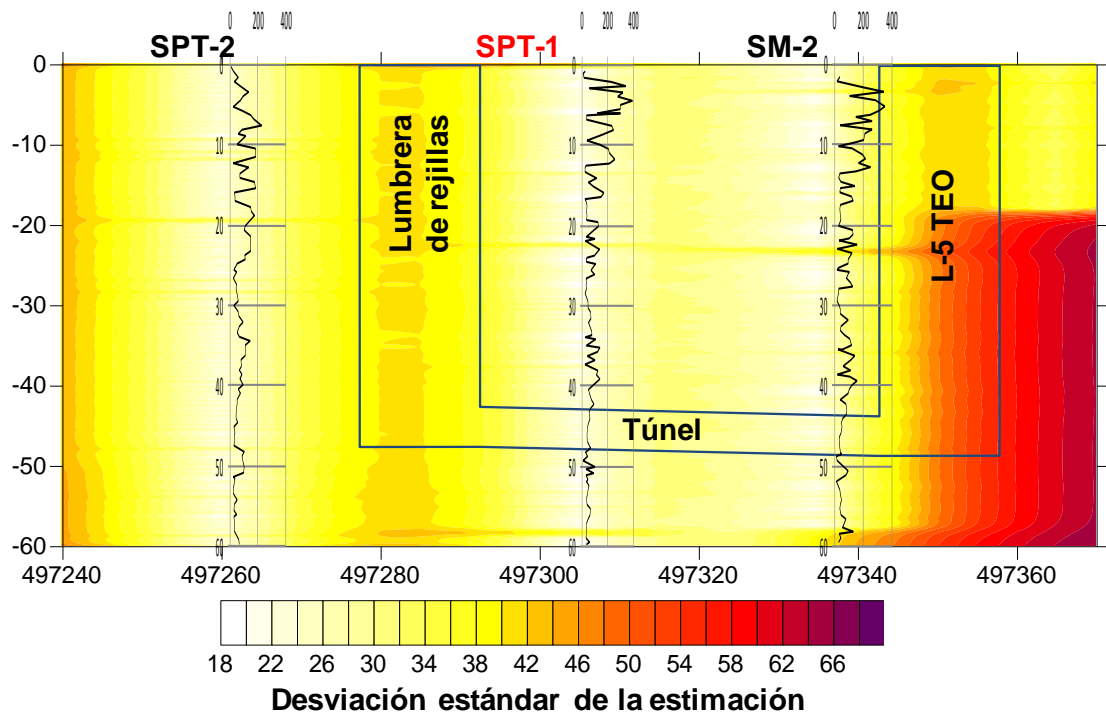


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.298. Sección transversal estimada del contenido de agua con sondeos existentes.

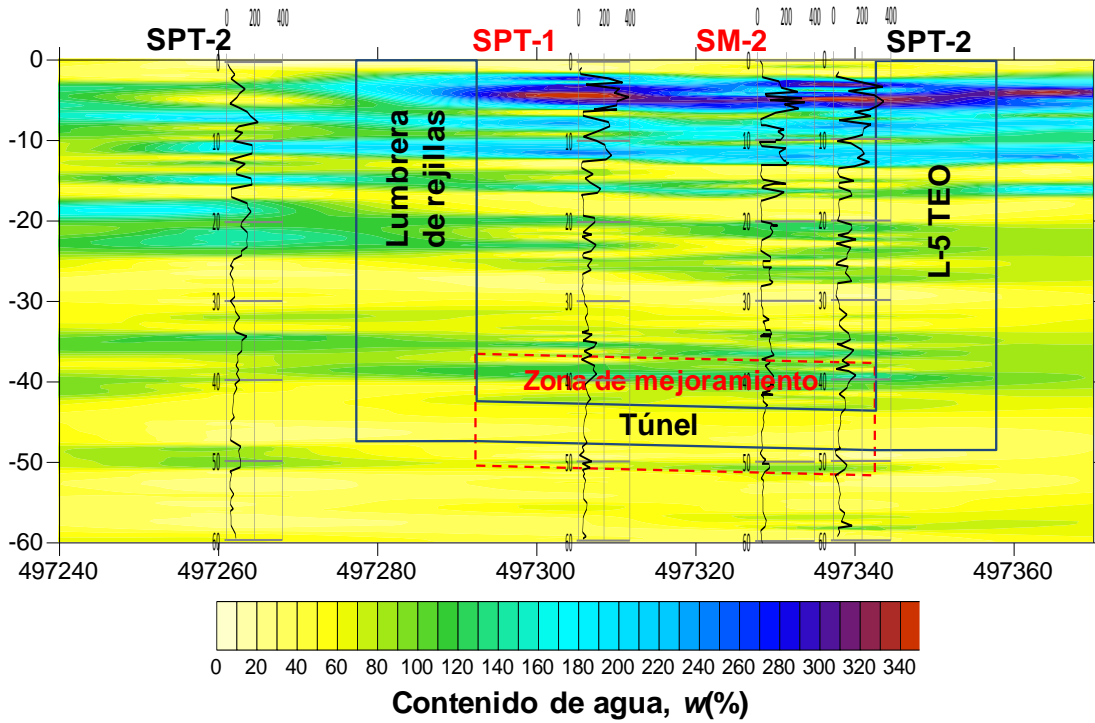


a) Sección transversal de la estimación

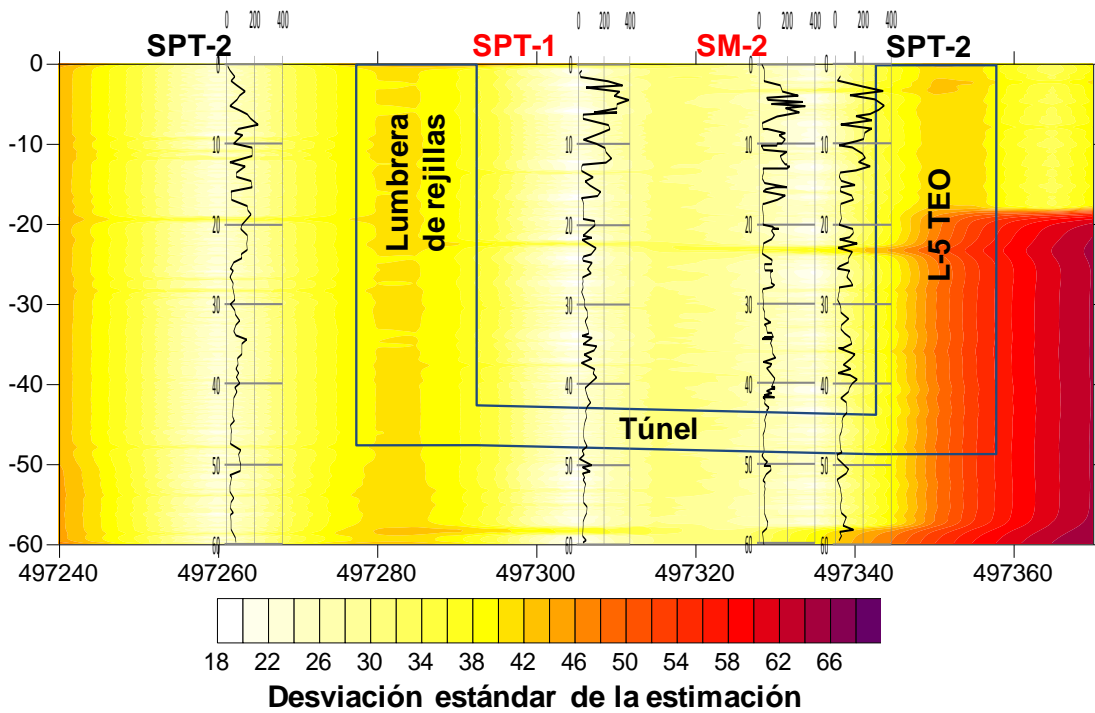


b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.299. Sección transversal estimada del contenido de agua con un sondeo complementario (SPT-1).



a) Sección transversal de la estimación



b) Sección transversal de la desviación estándar de estimación

Figura 4.300. Sección transversal estimada del contenido de agua con dos sondeos complementarios (SPT-1 y SM-2).

### Interpretación de resultados

En los modelos de distribución espacial de contenido de agua (figs. 4.298 a 4.300) se observa que:

1. Conforme se incluye un sondeo adicional algunas capas de suelo se definen con mayor claridad.
2. La desviación estándar de estimación se reduce significativamente en las zonas donde se ubican los sondeos adicionales, a la vez que la incertidumbre asociada a la y estimación se reduce progresivamente en todo el dominio estudiado.
3. Comparando las secciones transversales de desviación estándar de las figs. 4.298 y 4.300 se observa que el segundo sondeo (SM-2) no contribuyó a mejorar la interpretación, dada la posición en la que se realizó, por tanto, puede decirse que éste sondeo no fue útil. Lo mejor hubiera sido tomar como base la sección de la desviación estándar de estimación y elegir la ubicación del sondeo en la zona de mayor incertidumbre.

#### 4.4.7.3 Línea del Sistema de Transporte Colectivo

La información empleada para la interpretación estratigráfica del subsuelo proviene de los sondeos realizados en las campañas preliminares de exploración geotécnica y de la campaña de exploración complementaria para el proyecto de una *Línea del Sistema de Transporte Colectivo* (STC). Los sondeos existentes son de varios tipos, pozo a cielo Abierto (PCA), Penetración estándar (SPT), Cono eléctrico (CPT) y Mixtos (SM). Sin embargo, para el modelo de contenido de agua únicamente se consideraron los sondeos tipo PCA, SPT y SM, en la tabla 4.60 se indica el número de sondeos por tipo empleados para el análisis de la distribución espacial del contenido de agua y de la resistencia de punta de cono eléctrico.

Tabla 4.60. Número de sondeos por tipo, línea de transporte colectivo metro.

Tipo de sondeo	Número de sondeos	
	Exploración preliminar	Exploración complementaria
PCA	80	70
SPT	15	10
Mixto	74	84
CPT	70	52
PZC	-----	8
Suma =	239	224

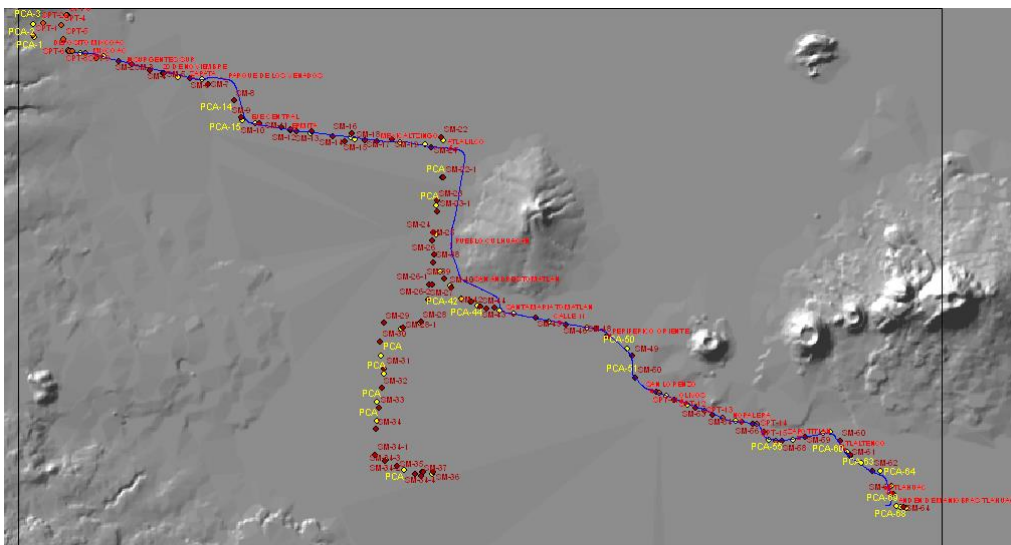
La información geotécnica presenta las siguientes limitaciones:

- El número de sondeos tipo PCA es muy grande, sin embargo, estos sondeos no aportan información relevante para el proyecto.
- En el tramo proyectado como subterráneo, los sondeos no alcanzan la profundidad requerida por el proyecto.

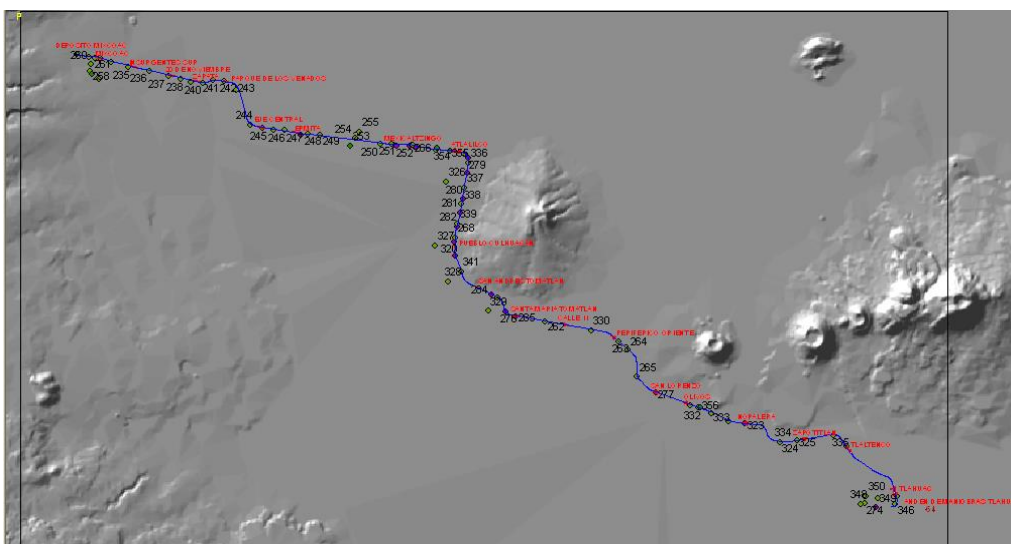
- En algunas estaciones hay ausencia de sondeos.
- Los perfiles geotécnicos se encuentran en formato de imagen, lo cual dificulta su empleo inmediato, por lo que es deseable contar con la información numérica (archivos de datos).

Los sondeos considerados para la definición del modelo de contenido de agua se muestran en la fig. 4.301. En la fig. 4.301(a) se indica la ubicación de los sondeos geotécnicos correspondientes a la exploración preliminar y en la fig. 4.301(b) los sondeos geotécnicos correspondientes a la exploración complementaria.

Con el propósito de conocer la estratigrafía del subsuelo a lo largo del trazo de la *Línea del STC*, se elaboró un corte de contenido de agua y otro para la resistencia de punta de cono eléctrico con base en la información de los sondeos existentes, empleando como herramienta la Geoestadística.



a) Exploración preliminar



b) Exploración complementaria

Figura 4.301. Ubicación de sondeos con datos de contenido de agua, *Línea del STC*.

## a) Análisis de la distribución espacial del contenido de agua

## Definición del campo aleatorio

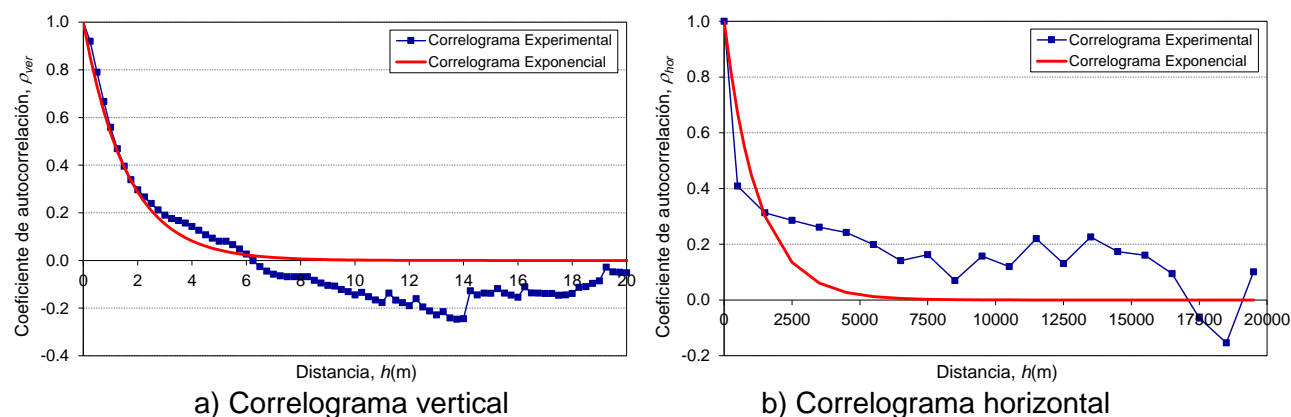
Sea  $V(X)$  la variable geotécnica de interés, en este caso el contenido de agua, definida en los puntos (sondeos)  $X$  del dominio estudiado (volumen de suelo)  $R^p$  ( $p = 1, 2, \text{ ó } 3$ ). En cada punto del dominio, esta variable puede considerarse como aleatoria debido al rango de posibles valores que puede tomar. El conjunto de estas variables aleatorias constituye un campo aleatorio (Vanmarcke, 1983; Auvinet, 1987). Los datos numéricos de contenido de agua se obtuvieron de 193 perfiles de sondeos existentes.

## Análisis de correlación espacial

Los correlogramas experimentales para el contenido de agua se calculan en las direcciones vertical y horizontal, considerando un incremento de desplazamiento vertical de 25cm y horizontal de 500m (fig. 4.302). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación en las direcciones preferenciales ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ); los valores de estas distancias se presentan en la tabla 4.61. Posteriormente, los correlogramas experimentales se ajustan a una función de tipo exponencial simple (fig. 4.302), empleando las distancias de correlación correspondientes.

Tabla 4.61. Distancias de correlación del contenido de agua, *Línea del STC*.

Dirección	$\delta$ (m)
Horizontal	2500
Vertical	2.8

Figura 4.302. Correlogramas direccionales del contenido de agua, *Línea del STC*.

## Estimación

Con base en los modelos de correlación previamente definidos, las distancias de correlación espacial ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ) y empleando la técnica del *Kriging Simple*, se establecen los perfiles de contenido de agua a lo largo del trazo de la *Línea del STC*, separados a una distancia de 250m y verticalmente a cada 25cm, hasta 30m de profundidad.

Visualización

Mediante la integración de los perfiles estimados (interpolados) sobre el eje de trazo y recurriendo a la técnicas de graficación avanzada se construyó un corte que representa la distribución espacial del contenido de agua a lo largo del trazo de la Línea del STC. En la fig. 4.303 se muestra una vista del modelo de distribución espacial de contenido de agua.

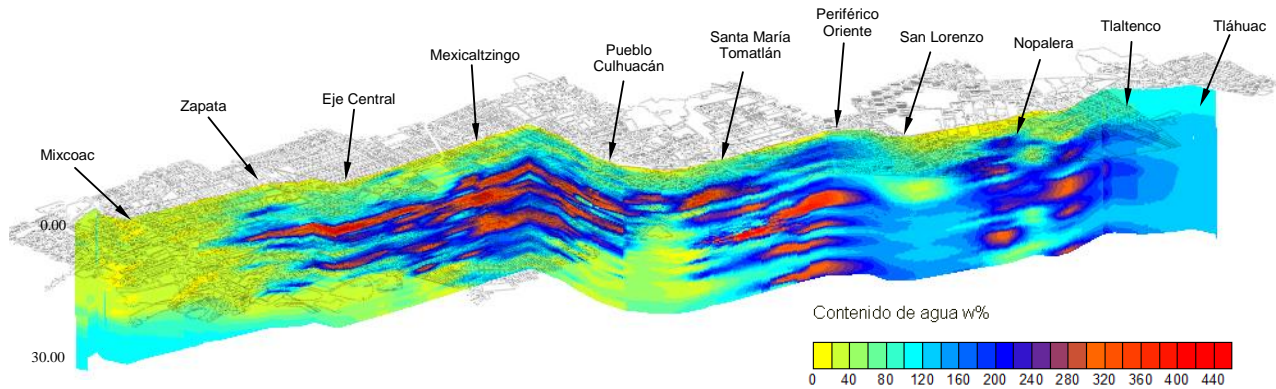


Figura 4.303. Sección transversal del contenido de agua estimado, *Línea del STC*.

b) Análisis de la resistencia de punta de cono eléctrico

Empleando la misma metodología, se realiza el análisis de la distribución espacial de la resistencia de punta de cono eléctrico,  $q_c$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ;  $1\text{kg}/\text{cm}^2 \cong 100\text{kPa}$ ). Para el análisis se emplearon los datos de sondeos de tipo cono eléctrico y piezocono eléctrico, ubicados a lo largo del trazo (tabla 4.62 y fig. 4.304).

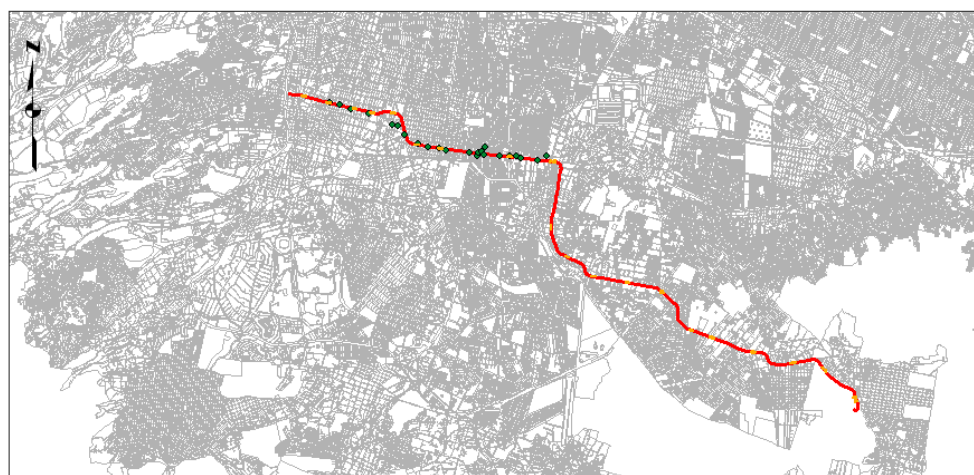
Definición del dominio del campo aleatorio

Los valores de la resistencia de punta de cono eléctrico,  $q_c$  (kPa), se consideran como un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p=3$  (volumen de suelo). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo.

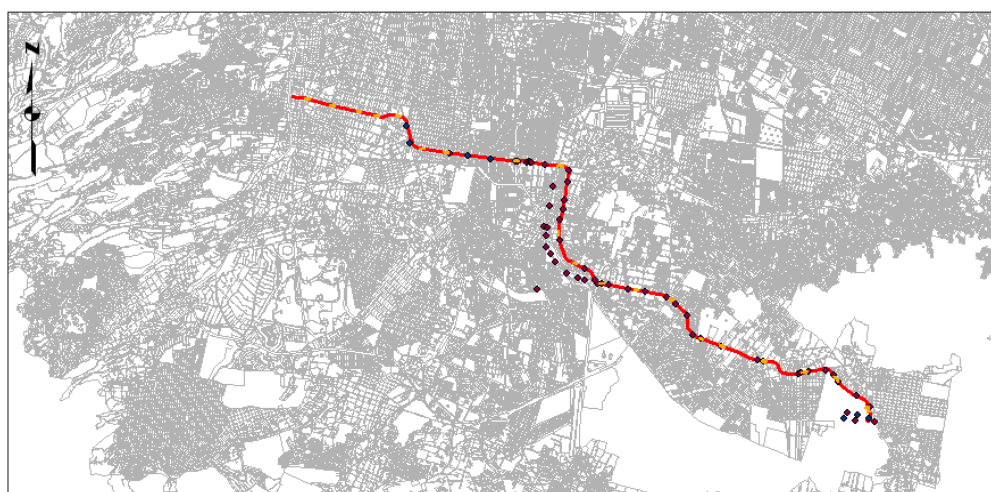
Tabla 4.62. Número de sondeos por tipo, *Línea del STC*.

Tipo de sondeo	Número de sondeos
Cono eléctrico (SC)	68
Piezocono eléctrico (PZC)	3
Suma =	71





a) Exploración preliminar.



b) Exploración complementaria.

Figura 4.304. Ubicación de datos de sondeos con medición de  $q_c$  en CPT, *Línea del STC*.*Modelo de correlación espacial Análisis estructural*

Los correlogramas experimentales para la resistencia de punta se calculan en las direcciones vertical y horizontal. La función de autocorrelación se estimó considerando un incremento de desplazamiento vertical de 20cm y horizontal de 2000m (fig. 4.305). A partir de estos correlogramas se determinan las distancias de correlación en las direcciones preferenciales ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ); los valores de estas distancias se presentan en la tabla 4.63. Los correlogramas experimentales se ajustan a una función e tipo exponencial simple (fig. 4.305), empleando las distancias de correlación correspondientes.

Tabla 4.63. Distancias de correlación de  $q_c$  en CPT, *Línea del STC*.

Dirección	$\delta$ (m)
Horizontal	2100
Vertical	0.65

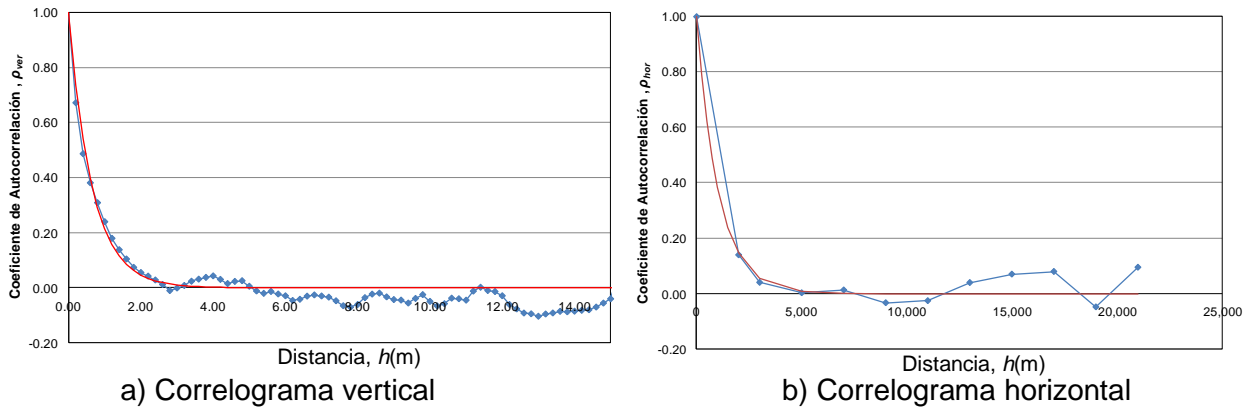


Figura 4.305. Correlogramas direccionales de  $q_c$  en CPT, *Línea del STC*.

**Estimación**

Con base en los modelos de correlación previamente definidos, las distancias de correlación espacial ( $\delta_{hor}$  y  $\delta_{ver}$ ) y empleando la técnica de *Kriging Simple*, se estiman los perfiles de resistencia de punta de cono eléctrico a lo largo del trazo de la Línea de transporte colectivo metro, separados a una distancia de 300m y verticalmente se estima a cada 20cm, hasta 40m de profundidad.

**Visualización**

Mediante la integración de los perfiles estimados (interpolados) sobre el eje de trazo y recurriendo a la técnicas de graficación avanzada se construyó una sección transversal que representa la distribución espacial de  $q_c$  en CPT a lo largo del trazo de la *Línea del STC* (fig. 4.306).

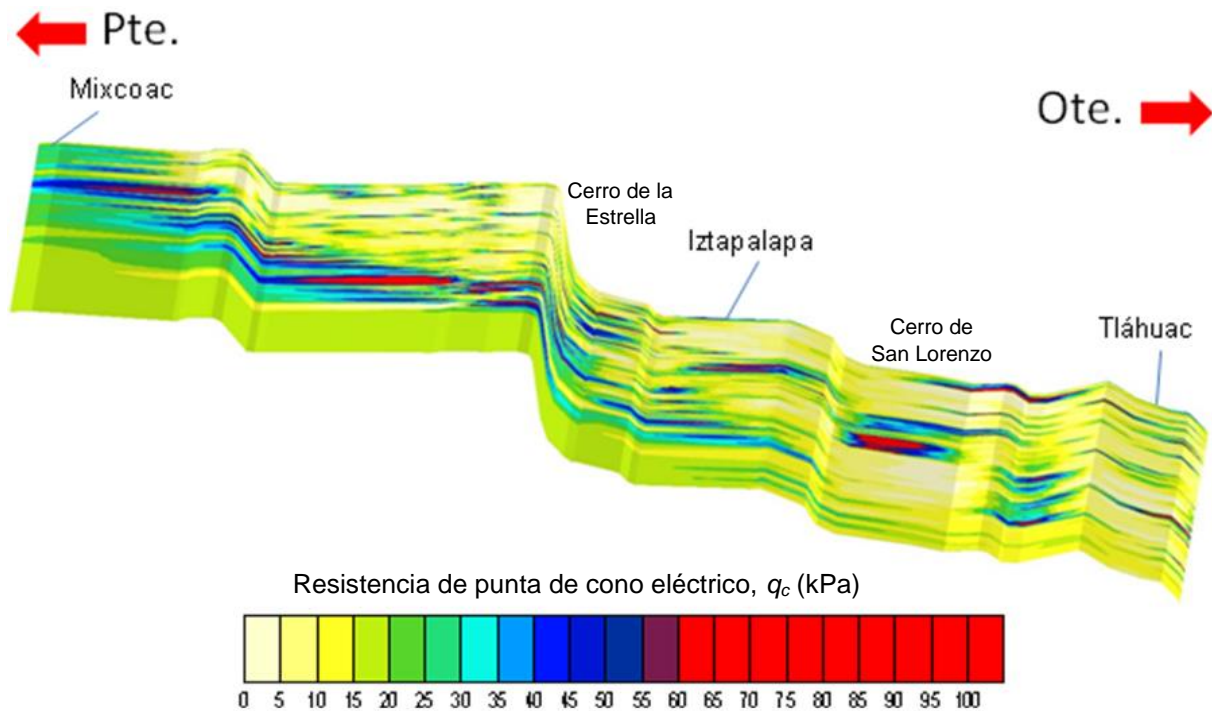


Figura 4.306. Modelo 3D de la distribución espacial de  $q_c$  en CPT, *Línea del STC*.

## 4.5 Comentarios sobre las ventajas y desventajas de la metodología geoestadística

A partir de los ejemplos de aplicación práctica realizados en este trabajo, pueden presentarse algunos comentarios sobre las ventajas y desventajas de la metodología geoestadística aplicada a la geotecnia, en sus diferentes etapas.

### a) *Base de datos*

Para que un análisis geoestadístico sea aceptable, debe partir de adecuadas bases de datos. Por tal motivo, es necesario contar con un conocimiento previo sobre las condiciones físicas (topografía, geología, entre otras) del sitio o área en estudio para evaluar si los datos experimentales disponibles son o no representativos del dominio a estudiar. Las bases de datos, así como, el SIG elaborados para este trabajo se describen en los capítulos 2, 3 y 4.

*Ventajas:* La metodología permite identificar posible “inconsistencia” y errores en los datos, así como, la existencia de valores atípicos.

*Desventajas* Los datos experimentales son considerados como válidos y representativos del medio geológico que se estudia, por lo que, no son sometidos a una valoración previa exhaustiva. Para que el soporte sea considerado como representativo, se requiere un suficiente número de datos y además que se encuentren aproximadamente bien distribuidos dentro del medio que se estudia. Los análisis realizados con datos insuficientes aportan resultados con errores altos y eventualmente incoherentes. La agrupación de datos incide directamente en la definición del modelo de correlación espacial, puesto que se corre el riesgo de modelar únicamente la variación de los grupos. Por otra parte, para el caso del valle de México entre mayor sea la separación de los datos en el tiempo, los modelos tendrán menor validez, ya que el abatimiento de los niveles piezométricos hace que evolucionen las principales propiedades de los suelos.

### b) *Análisis de correlación espacial*

La coherencia de los resultados depende en gran medida de la homogeneidad de los medios geológicos. Entre más bruscos sean los cambios de los valores de los datos experimentales, más baja será la autocorrelación, como se muestra en los ejemplos del capítulo 4.

*Ventajas:* Cuando el correlograma presenta cierta periodicidad puede ayudar a identificar la existencia de capas típicas de suelo. La distancia de correlación puede usarse como dato para definir la separación entre sondeos en una campaña de exploración geotécnica complementaria. Asimismo, ayuda a definir la distancia máxima de extrapolación.

*Desventajas:* El no considerar la fuerte variabilidad geológica, conduce a errores en los resultados, puesto que no existe continuidad del medio geológico que se analiza. Los casos donde las formaciones son erráticas o con alta heterogeneidad, no es recomendable emplear esta metodología por la dificultad que se tendría para definir un modelo de

correlación espacial representativo del medio. En algunos casos, cuando es posible, lo más apropiado es definir subdominios y obtener modelos de correlación particulares para cada uno de ellos. El no considerar la tendencia de los datos conduce a un modelado equivocado de la correlación espacial y a errores en las predicciones. Así también, el modelo de correlación espacial depende en gran medida de las tolerancias definidas para el cálculo del correlograma experimental.

### c) Predicción

La obtención de predicciones óptimas (estimación o simulación) dependen principalmente de un adecuado análisis de correlación espacial, como se muestra en los ejemplos presentados en el capítulo 4.

#### - Estimación

*Ventajas:* La técnica de *Kriging* incorpora la dependencia espacial existente entre los datos experimentales para la estimación espacial (interpolación). El *Kriging* es un interpolador exacto y da como resultado el valor esperado, en un punto o bloque, del parámetro analizado, por tal motivo, los resultados presentan un efecto de suavizado. El *Kriging Simple* basa su predicción en la media global, mientras que el *Kriging Ordinario* en la media local, por tanto, los resultados del *Kriging ordinario* reflejan la variación general del medio, mientras que el *Kriging Ordinario* refleja mejor las variaciones locales. Adicionalmente, el *Kriging* proporciona también una medida de la precisión de la propia estimación mediante la varianza (o desviación estándar) de estimación, este parámetro sirve de base para valorar la calidad de la estimación. Los modelos de distribución espacial construidos mediante esta técnica pueden ser fácilmente actualizados conforme se agreguen nuevos datos.

*Desventajas:* El efecto de suavizado proporcionado por el *Kriging* puede conducir a una sobrevaloración o subvaloración del parámetro estimado en un punto o bloque. Por tanto, el grado de suavizado puede llegar a reducir la calidad de las estimaciones. La precisión del *Kriging* depende de varios factores, tales como: el número de datos experimentales, su localización, la distancia entre los datos y el punto o bloque a estimar y de la calidad del modelo de correlación espacial, que implícitamente incorpora la distancia de correlación.

#### - Simulación

En algunos casos, la simulación es una herramienta apropiada de análisis, por lo que, es preciso considerar algunas ventajas y desventajas de su utilización.

*Ventajas:* Una vez construido un modelo, este puede ser modificado de manera rápida con el fin de analizar diferentes escenarios. Generalmente, es más barato mejorar el sistema vía simulación, que hacerlo directamente en el sistema real. Es mucho más sencillo comprender y visualizar los métodos de simulación que los métodos puramente analíticos. Los métodos analíticos se desarrollan casi siempre, para sistemas relativamente sencillos donde suele hacerse un gran número de suposiciones o simplificaciones, mientras que con

los modelos de simulación es posible analizar sistemas de mayor complejidad o con mayor detalle. En algunos casos, la simulación es el único medio para lograr una solución.

*Desventajas:* Los modelos de simulación en una computadora requieren de mucho más tiempo para desarrollarse y validarse. Se requiere de una gran cantidad de corridas computacionales para encontrar "*soluciones óptimas*", lo cual repercute en el tiempo. En la práctica es difícil aceptar los modelos de simulación. Los modelos de simulación no dan soluciones óptimas. La solución de un modelo de simulación puede dar al analista un falso sentido de seguridad.

#### d) *Modelos de las predicciones*

Con el propósito de facilitar la interpretación de los resultados es conveniente construir modelos como los presentados en el capítulo 4.

*Ventajas:* Los modelos generados proporcionan un conocimiento general sobre la distribución espacial de las propiedades geotécnicas del subsuelo. Ayudan a identificar profundidad y espesores de estratos típicos del subsuelo. Una vez construidos, los modelos pueden ser modificados de manera rápida con el fin de analizar diferentes escenarios.

*Desventajas:* Los modelos obtenidos con esta metodología no proveen relaciones físicas o causales. La sola cuantificación de la distribución espacial de los datos geotécnicos no es suficiente para hacer un análisis geotécnico completo, sino que, se requiere de una valoración de los resultados con base en el conocimiento del medio físico aunque éste sea de forma aproximada. Es un error fundamentar las conclusiones exclusivamente en los resultados matemáticos, aunque es imposible llegar a conclusiones válidas sin ellos.

Las predicciones pueden considerarse válidas en intervalos de tiempo cortos, pero van perdiendo validez a lo largo del tiempo, debido a la evolución de las condiciones del subsuelo a causa de la extracción de agua del subsuelo.

Desde el punto de vista práctico, debe tenerse presente que para obtener resultados aceptables se requiere contar con un marco teórico-práctico adecuado, para ello, se sugiere:

1. Partir de un conocimiento previo sobre las condiciones del subsuelo, el cual puede basarse en la experiencia, o bien, recurrir a la información bibliográfica (geología, topografía, informes existentes, entre otros) para plantear de inicio un modelo hipotético (Jaime, 2013).
2. A partir de la información geotécnica disponible y recurriendo a la metodología geoestadística elaborar modelos de la distribución espacial de las propiedades del subsuelo. Los modelos deber elaborarse con apego al fundamento teórico y verificando los supuestos que la sustentan para que los resultados sean aceptables. En caso contrario se expone a obtener resultados que pueden ser incorrectos o aberrantes, alejados de la realidad.
3. Confrontar el modelo hipotético con los resultados y modelos obtenidos mediante la metodología geoestadística. Esto permitirá validar en principio la coherencia de los resultados obtenidos y en forma recíproca permitirá mejorar el modelo hipotético planteado.



---

# CAPÍTULO 5





# Capítulo 5

## 5. CONCLUSIONES

Como resultado del trabajo de esta tesis se derivan las siguientes conclusiones:

Para la adecuada caracterización del subsuelo del área de estudio fue necesario implementar un Sistema de Información Geográfica para sondeos Geotécnicos (SIG-SG). El sistema contiene una base de datos con información física y geográfica (Topografía, Geología, Hidrología, Cartografía, etc), así como, una base de datos sobre la información de los sondeos y de las imágenes de los perfiles geotécnicos. El sistema permite la consulta ágil de la información almacenada, facilitando así el análisis preliminar y la interpretación de las condiciones geotécnicas del subsuelo en los sitios explorados dentro del Valle de México.

La información geotécnica (sondeos) empleada en este trabajo presenta varias limitaciones, tales como: corta profundidad, escasos datos de algunas propiedades, ubicación errática, concentración de sondeos en algunas zonas y escasez en otras, espaciamiento largo de ejecución y la incertidumbre debida a la variación de los parámetros del suelo causada por el hundimiento regional.

El análisis de detalle, se realizó empleando la metodología Geoestadística adaptada a la geotecnia, con ella, se analizó la distribución espacial de las propiedades del subsuelo (geotécnicas y geométricas) en diferentes zonas del valle de México, tomando en cuenta la dependencia espacial, así como realizando estimaciones (interpolaciones) y simulaciones.

Para la aplicación práctica, se desarrolló un programa de cómputo llamado *MESCAL* (versiones 2000 y 2012) que ayudó a la aplicación de la metodología geoestadística en la Geotecnia. El programa *MESCAL v2012*, es una versión ampliada y presenta varias ventajas, permite: realizar análisis de correlación espacial, estimación y simulación en 1D, 2D y 3D.

Los modelos generados (secciones transversales y superficies) en 2D y 3D describen la distribución espacial de las propiedades del subsuelo analizadas. En general, las secciones transversales estimadas de contenido de agua permiten identificar la extensión y espesor de las diferentes capas de arcilla y de materiales rígidos. Los mapas de contornos de profundidad y espesor de los diferentes estratos típicos del subsuelo (CD, FAS, CD, FAI y DP) permiten identificar zonas potencialmente problemáticas en el diseño de cimentaciones. Estos modelos pueden ser actualizados fácilmente conforme se agregue más información.

La calidad de las predicciones (estimación o simulación) depende principalmente del modelo de correlación espacial y éste a su vez de la distribución de los datos, por lo que, deben tenerse presente las limitaciones particulares de la información disponible en cada análisis. Los resultados

de una estimación representan el valor esperado de la propiedad que se analiza y tiene asociada una cierta incertidumbre que debe tomarse en cuenta en la interpretación.

Con base en los resultados, puede decirse que los métodos geoestadísticos proporcionan una herramienta útil para interpretar la información geotécnica disponible y evaluar la variabilidad espacial de las propiedades del subsuelo (índice, mecánicas y geométricas). Son técnicas que pueden ser usadas para evaluar sistemáticamente los resultados de campañas de reconocimiento. Permiten eliminar una parte de la subjetividad introducida en interpretaciones estratigráficas tradicionales.

La actualización de la zonificación geotécnica es una tarea continua en grandes urbes como la Ciudad de México, por lo que, con base en la información y resultados presentados en esta tesis, se afinaron los límites del mapa de zonificación geotécnica vigente para el Distrito Federal, se propone incluir este mapa en la nueva versión de las NTC-DCCDF (2014).

Los cambios en las propiedades de los suelos debidos al fenómeno de hundimiento regional, así como la falta de sondeos en algunas zonas, hacen necesaria la actualización periódica del mapa de zonificación geotécnica del D.F. Para ello, se sugiere emplear en forma sistemática la metodología y herramientas presentadas en este trabajo.

Los resultados derivados de este trabajo tienen implicaciones de aplicación práctica inmediata, puesto que, pueden emplearse como información de referencia para orientar futuros estudios encaminados a ampliar el conocimiento del subsuelo del Valle de México, para elaborar con precisión programas de exploración geotécnica y para la elaboración de estudios de planeación urbana y de futuros proyectos de obras de infraestructura.

Los resultados de este trabajo no sustituyen la exploración geotécnica para una obra en particular. Debe tenerse presente que en cada caso particular de cualquier obra debe verificarse la información estadística con la realidad puntual. Además, en la ciudad de México debe cumplirse con lo establecido en el *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal* en lo referente a la exploración geotécnica.

En los años 80's la entonces Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos (actualmente SMIG) en conjunto con la SCT y el II-UNAM realizaron el estudio del subsuelo de varias ciudades del país. Con base en esos estudios, un trabajo propuesto a desarrollar es actualizar el conocimiento del subsuelo de esas ciudades empleado, en forma sistemática, la metodología y herramientas presentadas en este trabajo; así como, la información generada en los últimos años. Partiendo con la recopilación de datos existentes y con la construcción de un SIG-SG local donde se incorpore: topografía, cartografía urbana y geología, entre otras. Un ejemplo es el trabajo actualmente en desarrollo titulado "Caracterización del subsuelo y análisis de riesgos geotécnicos en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez" (Ordóñez, 2014).

---

# REFERENCIAS



# Referencias

## REFERENCIAS

1. Alonso Sarría, F., 2012, “*Sistemas de Información Geográfica*”, SIGMUR, página web [http://www.um.es/geograf/sigmur/temariohtml/temariohtml\\_tf.html](http://www.um.es/geograf/sigmur/temariohtml/temariohtml_tf.html), notas del curso de la licenciatura de Geografía, Universidad de Murcia, España.
2. Arellano, A. R. V., 1948, “*La composición de las rocas volcánicas en la parte sur de la cuenca de México*”, Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo XIII, pp. 81-82, México.
3. Arqueología Mexicana, 2004, “*Lagos del valle de México; Las cuencas lacustres del altiplano central*”, Teresa Rojas Rabiela. Revista Vol. XII, No. 68, pp. 23, México.
4. Auvinet, G., 1976, “*Probabilidad y Estadística*”, Notas del curso de Probabilidad y Estadística, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
5. Auvinet, G., 1987, “*Procesos Estocásticos*”, Notas del curso de Procesos Estocásticos, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
6. Auvinet, G., 1984, “*Variabilidad de los depósitos de carbón. Un enfoque estocástico*”, Estudio realizado para Minera Carbonífera de Río Escondido, Coahuila, México.
7. Auvinet, G., Rossa, O. y Fry J. J., 1991, “*Reliability of Homogeneous Earth Fills*”, Proceedings, Sixth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, CERRA-ICASP6, June, pp. 816-824, México.
8. Auvinet, G. y Abaziou, L., 1993, “*Application of random field theory to control of compaction of earth embankments*”, 3<sup>rd</sup> CODATA Conference on Geomathematics and Geostatistics, Enschede, Holland, June 9-11, 1993, published in Sciences de la Terre, N° 32, pp. 449-460, Nancy, France.
9. Auvinet, G. y de Fouquet, C., 1996, “*Random Processes, Geostatistical Methods, Applications of Geostatistics*”, Proceedings, ICASP7, International Conference on Applications of Statistics and Probability, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 56 31, Vol. 3, pp. 1477-1479.
10. Auvinet, G, Méndez, E. y Juárez M., 1997, “*Geotecnia del Valle de México, Evolución de los conocimientos y perspectivas*”, Memorias del Simposio 40 años de investigación y práctica en Geotecnia, Tomo II, ICA-I de I, UNAM, México.
11. Auvinet, G., 1997, “*Resumen de las condiciones geotécnicas del sitio de la PTAR-TN*”, Instituto de Ingeniería, Informe preparado en colaboración con la Gerencia de Ingeniería Experimental de la Comisión Federal de Electricidad para la Comisión Nacional del Agua, México.
12. Auvinet, G, 1998, “*Geostatistical analysis of the soil data on the site of Rion-Antirion bridge*”, Final Report submitted to Géodynamique et Structure, September 25th, Bagneux, France.

13. Auvinet, G., Juárez, M. & Medina, Z., 2001, "*Geostatistical interpretation of soil exploration*" Proceedings, International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol.1, pp. 373-376, Istanbul, Turkey,
14. Auvinet, G., 2002, "*Uncertainty in Geotechnical Engineering/Incertidumbre en Geotecnia*", Sixteenth Nabor Carrillo Lecture/Decimosexta Conferencia Nabor Carrillo. Publicación especial (Libro bilingüe English/Español) de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.
15. Auvinet, G., Méndez E. y Matus U., 2009, "*Toponimia y Geotecnia*", Gaceta del Instituto de Ingeniería, Mayo, No 51, ISSN 1870-347X, pp. 17-21, También publicado en la Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica, México, D.F.
16. ASCE, varios autores, 1984, "*Probabilistic characterization of soil properties*", Proceedings of a symposium sponsored by the ASCE Geotechnical Engineering Division in conjunction with the ASCE Convention in Atlanta, Georgia, American Society of Civil Engineers, New York, USA.
17. Barba-Ahuatzin, B., 2007, "*Dioses, reyes, hombres y agua en el México antiguo*", Academia Mexicana de Ciencias vol. 58 núm. 3, México.
18. Bath, M., 1974, "*Spectral Analysis in Geophysics*", Elsevier Scientific Publishing Company, New York, USA.
19. Benjamin, J. R. y Cornell, C. A. 1970, "*Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*", McGraw Hill, New York, USA.
20. Berlanga J. M y Obregón J. J., 1981, "*Geoestadística*", Notas del curso de Geoestadística, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
21. Bryan, K., 1948, "*Los suelos complejos y fósiles de la altiplanicie de México en relación a los cambios climáticos*", Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo XIII, pp. 1-20, México.
22. Carballal, M. y Flores, M., 2004, "*Elementos hidráulicos en el Lago de México-Texcoco en el Posclásico*", Revista Arqueología Mexicana, Vol.XII, Número 68, México.
23. Cambell, A. G. y Foster, R. M., 1967, "*Fourier Integrals for Practical Applications*", D. Van Nostran Company, Inc. New York, USA.
24. CEEOP, varios autores, 1985, "*Geoestadística aplicada a la Mecánica de Suelos*", temas del curso "Tratamiento estadístico de problemas geotécnicos", Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, Madrid, España.
25. Comisión Federal de Electricidad, 1988, "*Estudios geofísicos del valle de México*", México.
26. Comisión de Vialidad y Transporte Urbano (COVITUR), 1987, "*Manual de Diseño Geotécnico*", Vol. 1, Secretaría General de Obras, Departamento del Distrito Federal, D.F., México.
27. Consultores en Ingeniería Geofísica, S.A. de C.V. (CIGSA), 2000, "*Integración de los estudios de resistividad eléctrica por SEV, tendidos de refracción sísmica, cross-hole y gravimetría levantados en la cuenca del valle de México*", Informe elaborado para la Comisión Nacional del Agua, México.

28. Chapra S. C. y Canale R. P., 1987, "*Métodos numéricos para ingenieros, con aplicaciones en computadoras personales*", Mc. Graw Hill, México.
29. Cheng Liu y Evett, J.B. 1992, "*Soils and Foundations*", Prentice Hall, third edition, USA.
30. Chilès, J.P., Delfiner, P., 1999, "*Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*". Wiley, New York, USA.
31. Dávalos, Medina y Auvinet, 2001, "*Sistema de Apoyo al Análisis Geoestadístico (SAAG)*", programa de cómputo, Instituto de Ingeniería, UNAM.
32. David, M., 1977, "*Geostatistical Ore reserve estimation*", Elsevier Scientific Publishing Company, New York, USA.
33. Departamento del Distrito Federal (DDF), 1976, "*Memorias de las obras del sistema de drenaje profundo de la ciudad de México*", capítulo correspondiente a geología, D.F., México.
34. Comisión Federal de Electricidad (CFE), 1998, "*Planta de tratamiento de aguas residuales Texcoco Norte, sitio Tecamac*", Informe geotécnico elaborado para la CNA, D.F., México.
35. Del Castillo, R., 1978, "*Ciudad de México*", Memorias del simposio El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del valle de México, pp. 15-50, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.
36. Departamento del Distrito Federal (DDF), 1985, "*Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Normas de Emergencia en materia de construcción para el Distrito Federal*", Diario Oficial 18 de Octubre de 1985, México.
37. Departamento del Distrito Federal (DDF), 1987, "*Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones*", Gaceta Oficial del 12 de Noviembre de 1987.
38. Departamento del Distrito Federal (DDF), 1993, "*Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*", Diario Oficial de la Federación, 2 de Agosto de 1993, D.F., México.
39. Departamento del Distrito Federal (DDFa), 1995, "*Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*", Diario Oficial de la Federación del 27 de Febrero de 1995, D.F., México.
40. Departamento del Distrito Federal (DDFb), 1995, "*Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones*", Gaceta Oficial del 27 de Febrero de 1995, D.F., México.
41. De Terra, H., 1848, "*Historia del Valle de México en las postrimerías del cuaternario en relación con el hombre prehistórico*", Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo XIII, pp. 77-79, México.
42. Deutsch, C. y Journel, A., 1992, "*Geostatistical Software Library, GSLIB*", Oxford University Press, New York, USA.
43. Díaz Viera, M. y Casar González, R., 2004, "*Receta práctica del análisis estructural*", Notas del curso de Geoestadística Aplicada, Instituto Mexicano del Petróleo, UNAM, México.
44. Díaz Viera, M. y Casar González, R., 2010, "*Otros Métodos de Estimación Espacial*", Notas del curso de Geoestadística Aplicada, Instituto Mexicano del Petróleo, UNAM, México.
45. Enders, A. R., 1967, "*Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs*", Goose Pond Press, Texas, USA.

46. Eyssautier, A., 2013, "*Caracterización geotécnica del subsuelo de la zona sur del valle de México con aplicación a una obra de infraestructura*", Tesis de Licenciatura, FI, UNAM, D.F., México.
47. ESRI, 1995, "*Arc/Info User Manual*", Redlands, CA USA, 1995
48. ESRI, 2008, *ArcMap*, ESRI-ArcGIS, Inc, Software, Redlands, CA, USA.
49. Fenton, G. A., 1996, "*Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*", Workshop presented at ASCE Uncertainty'96 Conference, Madison, Wisconsin, USA.
50. Galván, E., 2009, "*Evaluación geoestadística y geotécnica del estrato del fondo marino de la Sonda de Campeche afectado por emanaciones de hidrocarburos*", Tesis doctoral, DEPMI, UNAM, México.
51. Fogli, M., 1980, "*L'approche de Monte Carlo dans les problèmes de sécurité: Application à l'estimation probabiliste du risque de ruine des poutres hyperstatiques en béton armé soumises à des actions aléatoires statistiques*", Thèse de Docteur Ingénieur, 217 p., INSA de Lyon, France,
52. García, S. R. y Romo, M. P., "*Sistema de Información Geográfica y Redes Neuronales*", Memorias de la XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, realizado en Guadalajara, México.
53. Gobierno del Distrito Federal a (GDFa), 2004, "*Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 29 de enero del 2004, México.
54. Gobierno del Distrito Federal b (GDFb), 2004, "*Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones*", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 6 de Octubre del 2004, México.
55. González Aparicio L., 1973, "*Plano reconstructivo de la región de Tenochtitlan*", Instituto Nacional de Antropología e Historia (Serie Historia), México.
56. Gurría Lacroix, J., 1978, "*El desagüe del valle de México durante la época novohispana*", Instituto de Investigaciones Históricas, Cuaderno serie histórica, número 19, Universidad Nacional Autónoma de México.
57. Gutiérrez, M. T., Sánchez, J. G. y Zamorano, J. J., 2007, "*La cuenca de México y sus cambios demográfico-espaciales*", Instituto de Geografía, UNAM, México.
58. Harr, M., E., 1996, "*Reliability-based design in civil Engineering*", Dover publication, Inc., New York, USA.
59. Hernández, F., 2013, "*Caracterización geotécnica del subsuelo de la zona norte de la cuenca de México*", Tesis de Maestría SEPI, ESIA-IPN, D.F., México.
60. Hinojosa, J., 2010. "*Comportamiento del suelo en la zona próxima al cerro del marqués y sus efectos en obras de infraestructura*", Tesis de Maestría SEPI, ESIA-IPN, D.F., México.
61. Hohn M. E., 1988, "*Geostatistics and petroleum geology*", Computer Methods in the Geosciences, Van Nostrand Reinhold, New York, USA.
62. Instituto Mexicano del Tecnología del Agua (IMTA), 1990, "*Instructivo para ensayos de suelos*", Serie educativa: Mecánica de Suelos, Comisión Nacional del Agua, D.F. México.



63. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), 1990, "*Sistema Códice 90, disco compacto*", Información electrónica en disco compacto, D.F., México.
64. Isobel Clark, "*Practical Geostatistics*", Elsevier Applied Science Publishers, USA.
65. Jaime, A., 1987, "*Características dinámicas de la arcilla del Valle de México*", Tesis Doctoral, DEPI, UNAM, México.
66. Jaime, A. y Romo, M., 1987, "*Características del suelo en el sitio Plaza Río de Janeiro*", Informe elaborado para el Departamento del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
67. Jaime, A. y Romo, M., 1988, "*Características del suelo en el sitio Alameda Central*", Informe elaborado para el Departamento del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
68. Jaime, A. y Romo, M., 1988, "*Características del suelo en el sitio Velódromo*", Informe elaborado para el Departamento del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
69. Jaime, A., Reséndiz D. y Romo M. P., 1989, "*El subsuelo del Valle de México: Propiedades dinámicas y zonificación*", Revista Ingeniería de la FI, UNAM, Vol. LVIII, No. 2, D.F., México.
70. Jaime Paredes, A y Montoya Orozco, A., 2008, "*Análisis de Confiabilidad en Geotecnia, Cuatro Enfoques*", Memorias de la XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 2, Realizada en Aguascalientes, Ags. México.
71. Jaime, A y Méndez, S., 2010, "*Evolution of México clay properties affected by land subsidence*", International Association of hydrological sciences, Publication 339, pp, 232-234, México.
72. Jaime, A., 2013, "*Estudios e informes de Mecánica de Suelos*", revista Geotecnia, Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica, núm. 228, pp. 31-35, D.F., México.
73. Jiménez, O., 2007, "*Caracterización geoestadística del subsuelo de la zona poniente del valle de México*", Tesis de Maestría, ESIA-UZ-IPN, México.
74. Juárez, M., 2000, "*Aplicación de la Geoestadística a la Descripción del Subsuelo del Valle de México*", Tesis de Maestría, ESIA-UZ-IPN, México.
75. Juárez, M., Auvinet, G., Méndez, E. & Pérez, D., 2009, "*Aquitard configuration and piezometric conditions in Mexico valley subsoil*", Proceedings, Geotechnical engineering in urban areas affected by land subsidence, Volume prepared by ISSMGE, Technical Committee # 36 Mexican Society for Soil Mechanics, D.F., Mexico.
76. Journel, A. G., 1977, "*Géostatistique minière*", Centre de Géostatistique, Fontainebleau, France (2 Vol.).
77. Journel, A. G., 1980, "*The lognormal approach to predicting local distributions*", Mathematical Geology, vol. 12, no. 4, p. 285-303.
78. Kharkevich, A. A., 1960, "*Spectra and Analysis*", Consultants Bureau, New York, USA.
79. Krige, D. G., 1962, "*Statistical application in mine valuation*", J. Institute Mine Survey, South Africa.
80. Kulatilake, P. H. S. y Southworth, R. K., 1987, "*Spatial variation estimation of soil properties in one dimension for regularly space data*", Prediction and performance in Geotechnical Engineering, USA.

81. León-Portilla, M., 1982, "*Los nombres de lugar en náhuatl: su morfología, sintaxis y representación glífica*", Revista Estudios de Cultura Náhuatl, No. 15: pág. 37- 72). México.
82. Li, J. and Heap, A.D., 2008, "*A Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists*", Geoscience Australia, Record 2008/23, 137 pp., Australia.
83. Luthe, R., Olivera, A. y Schutz, F., 1985, "*Métodos numéricos*", LIMUSA, México.
84. Marsal, R. J. y Mazari, M., 1969, "*El Subsuelo de la Ciudad de México*", Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
85. Marsal, R. J., 1986, "*Notas sobre el diseño y construcción de cimentaciones en el Distrito Federal*", Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.
86. Matheron, G., 1965, "*Les variables généralisées et leur estimation*", Masson et Cie, France.
87. Medina, Z., 2001, "*Interpretación geoestadística de campañas de reconocimiento del subsuelo*", Tesis de maestría, DEPI, UNAM, D.F., México.
88. Méndez, E. y Jaime, A., 1991, "*Evolución de las propiedades de la arcilla de la Ciudad de México*", Tesis para obtener el grado de ingeniero civil, Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN, México.
89. Méndez, E., 2003, "*Aplicación de la informática a la zonificación del subsuelo de la cuenca de México*", Tesis de maestría, DEPI, UNAM, D.F., México.
90. Jaime, P. y Méndez, E., 2010, "*Evolution of Mexico City clay properties affected by land subsidence*", in: Land Subsidence, Associated Hazards and the Role of Natural Resources Development (Proceedings of EISOLS 2010, Querétaro, Mexico, 17–22 October 2010). IAHS Publ. 339.
91. Minsky, M., and Papert, S., 1969, "*Perceptrons*", Cambridge, MA: MIT Press (Chaps. 1, 4).
92. Mood, A. M. y Graybill, F. A., 1963, "*Introduction to the Theory of Statistics*", Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York, USA.
93. Mooser, F., 1956, "*Bosquejo geológico del extremo sur de la Cuenca de México*", memorias del XX Congreso Geológico Internacional, guía de excursión C-9: México, pp 154, México.
94. Mooser, F., 1957, "*Los ciclos del vulcanismo que formaron la Cuenca de México*", memorias del XX Congreso Geológico Internacional, Vulcanología del Cenozoico: México, vol. 2, pp 337-348, México.
95. Mooser, F., 1975, "*Historia geológica de la cuenca de México*", memoria de las obras del Sistema de drenaje profundo del Distrito Federal, Departamento del Distrito Federal, tomo I, pp. 7-38, México.
96. Mooser, F., Montiel, A., Zúñiga A., 1996, "*Nuevo mapa geológico de las Cuencas de México, Toluca y Puebla: estratigrafía, tectónica regional y aspectos geotérmicos*", Comisión Federal de Electricidad, D.F., México,
97. Morales de la Cruz M. Á., 2004, "*Aplicación de la geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo de la zona de los ex-lagos de Xochimilco y Chalco*", Tesis de Maestría presentada en la ESIA-UZ, IPN, D.F., México.

98. Ordóñez, J., 2014, "*Caracterización del subsuelo y análisis de riesgos geotécnicos en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez*", Tesis Doctoral en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México.
99. Pantoja, A., 2002, "*Análisis geoestadístico del subsuelo en el norte de la zona lacustre del valle de México*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México.
100. Papoulis, A., 1984, "*Probability, Random variables and Stochastic Processes*", McGrawHill, USA.
101. Parzen, E., 1962, "*On estimation of a probability density function and mode*", Annals of Mathematical Statistics, Institute of Mathematical Statistics, Vol. 33, Issue3, 1065-1076.
102. Pérez, D., 2009, "*Modelado del hundimiento de la zona lacustre del valle de México. Aspectos estratigráficos y piezométricos*", Tesis de Maestría SEPI, ESIA-IPN, D.F., México.
103. Rendu, J. M., 1981, "*An introduction to geostatistical methods of mineral evaluation*", South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, Africa.
104. Reséndiz, D., Springall, G., Rodríguez, J. M. y Esquivel R., 1970, "*Información reciente sobre las características del subsuelo y la práctica de la ingeniería de cimentaciones en la Ciudad de México*", Memoria de la V Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Tomo I, México.
105. Rodríguez, M. E., 2010, "*Caracterización geoestadística del subsuelo del exlago de Texcoco*", Tesis de Maestría SEPI, ESIA-IPN, D.F., México.
106. Rosenblatt, M., 1956, "*Remarks on some nonparametric estimates of a density function*", Annals of Mathematical Statistics, Institute of Mathematical Statistics, Vol. 27 Issue 3, 832-837.
107. Rosenblatt, F., 1958, "*The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain*". Psychological Review, Vol. 65. USA.
108. Rumelhart, D. E., and McClelland, J. L., Eds., 1986, "*Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*", Vol. 1, Cambridge, MA: MIT Press, USA.
109. Santoyo et al., 2005, "*Síntesis geotécnica de la cuenca de México*", TGC-Geotecnia, D.F. México.
110. Schilling, E., 1963, "*Los jardines flotantes de Xochimilco, 1938*", revista de ingeniería Hidráulica en México, junio 1963. México.
111. Sistema de Aguas de la Ciudad de México (SACM), 2005, "*Cotas de la red de bancos de nivel*", Secretaría del Medio Ambiente, Gobierno del distrito Federal, México.
112. Secretaría de Recursos Hidráulicos (SARH), 1966, "*Lineamientos Generales de El Plan Hidráulico para la Cuenca del Valle de México*", Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México (CHCVM), D.F., México.
113. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH), 1967, "*Mecánica de Suelos, Instructivo para Ensayos de Suelos*", Dirección de Proyectos, Departamento de Ingeniería Experimental, D.F., México.
114. Sibson, R., 1981, "*A brief description of natural neighbor interpolation*", In: Barnett, V. (Ed.), Interpreting Multivariate Data. John Wiley & Sons, pp. 21–36, New York, USA.

115. Sociedad Geológica Mexicana, 1957, "*Libreto guía de la excursión A-6 del XX Congreso Geológico Internacional (Geología a lo largo de la Carretera Panamericana entre México, D.F. y Tehuantepec, Oax., distritos mineros de Natividad y Pluma Hidalgo, Oax., y visita a monumentos precoloniales de Oaxaca)*", Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo XX, Núm. 1. México.
116. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, 1978, "*El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del valle de México*", memoria del simposio realizado el 10 de marzo de 1978, México.
117. Soulié, M., Favre, M. et Konrad, J. M., 1983, "*Analyse géostatistique d'un noyau de barrage tel que construit*", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 20, pp. 453-467.
118. Spiegel, M. R., 1970, "*Estadística*", Teoría y problemas resueltos, SCHAUUM, México.
119. Tenorio, A. E., 2008, "*Caracterización geotécnica del subsuelo del centro histórico de la ciudad de México*", Tesis de Licenciatura ESIA-UZ, IPN, D.F., México.
120. Valdéz, Y.P., 2002, "*Análisis geoestadístico de la estratigrafía del subsuelo marino de un área de la Sonda de Campeche*", Tesis de maestría, DEPMI, UNAM, México.
121. Valencia, J.D., 2007, "*Contribución a la zonificación geotécnica de la zona norte del Valle de México*", Tesis de Maestría, ESIA-UZ, IPN, México.
122. Vanmarcke, E., 1983, "*Random fields, analysis and synthesis*", The Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts, USA.
123. Vázquez, G., 2007, "*Caracterización geoestadística de materiales potencialmente licuables del subsuelo en un predio ubicado en Minatitlán, Veracruz*", Tesis de Maestría SEPI, ESIA-IPN, D.F., México.
124. Watson, D., 1999, "*The natural neighbor series manuals and source codes*", *Computers & Geosciences* 25(4): 463-466, Houston, Texas, U.S.A.
125. Webster, R. y Oliver, M. A., 1990, "*Statistical methods in soil and land resource survey*", Oxford University Press, Oxford.
126. Webster, R. y Oliver, M. A., 2001, "*Geostatistics for environmental scientist*", John Wiley & Sons, Ltd, London, England.
127. Zeevaert, L., 1952, "*Estratigrafía y Problemas de la ingeniería de los depósitos de arcilla lacustre de la ciudad de México*", Congreso Científico Conmemorativo del IV Centenario de la Universidad Nacional Autónoma de México, Vol. XXX, Nos. 7, 8 y 9, pp. 155-176, México.
128. Zeevaert, L., 1982, "*Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions*", Van Nostrand-Reynhold Company, Second edition, New York, USA.

---

**ANEXOS**

---



# Anexos

## ANEXO A. PROCESOS ESTOCÁSTICOS

### A.1 Definición

Al realizar un experimento  $E$  definido, de acuerdo con el planteamiento usual en la teoría de la probabilidad, por el espacio  $S$  de sus resultados  $\xi$  y por ciertos subconjuntos de  $S$  llamados eventos que forman una clase aditiva completa ( $\sigma$ -álgebra) es posible asociar a cada resultado  $\xi$ , una función real o compleja de cierto parámetro  $t$ .

$X(t, \xi)$ .

Se define en esta forma un proceso estocástico (Auvinet, 1992).

NOTA:

1. El conjunto  $T$  de definición del parámetro  $t$  se llama usualmente "*conjunto indicador*";  $T$  puede ser continuo o discreto. Si la suma  $t+h$  de cualesquiera elementos  $t$  y  $h$  de  $T$  también pertenece a  $T$  se dice que el conjunto indicador es lineal.
2. El parámetro  $t$  es, en la mayor parte de las aplicaciones, el tiempo; sin embargo, puede ser también, por ejemplo, una dimensión espacial.
3. El parámetro  $t$  puede ser múltiple ( $x, y, z$ ) en el caso de procesos espaciales.
4. La notación empleada es generalmente  $X(t)$ .
5.  $X(t)$  puede interpretarse en cuatro maneras diferentes
  - a) como una familia de funciones del parámetro  $t$  ( $t$  y  $\xi$  variables).
  - b) como una función del tiempo o la distancia, según sea el caso, ( $t$  variable,  $\xi$  fijo); esta función se llama entonces "*realización*" del proceso.
  - c) una variable aleatoria ( $t$  fijo,  $\xi$  variable)
  - d) un valor determinado ( $t$  fijo,  $\xi$  fijo)

Un proceso bidimensional consiste en un par de procesos:  $X(t), Y(t)$ . Un proceso  $n$ -dimensional es una colección de procesos:  $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ .

Un proceso complejo se define como:

$$Z(t) = X(t) + iY(t)$$

donde  $X(t), Y(t)$  son procesos estocásticos.

*Ejemplo:*

Se considera un experimento de Bernoulli consistente en lanzar una moneda. El espacio  $S$  de resultados es el siguiente:

$$S = \begin{cases} \xi_1 = \text{Aguila} \\ \xi_2 = \text{Sol} \end{cases}$$

Al resultado Águila se asocia la función  $X(t) = 2t$

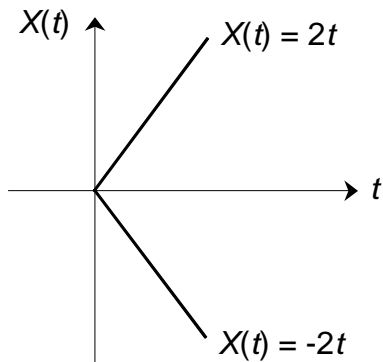
Al resultado Sol se asocia la función  $X(t) = -2t$

donde  $t$  es un parámetro real definido de 0 a  $\infty$ .

Las diversas interpretaciones del proceso así definido son las siguientes.

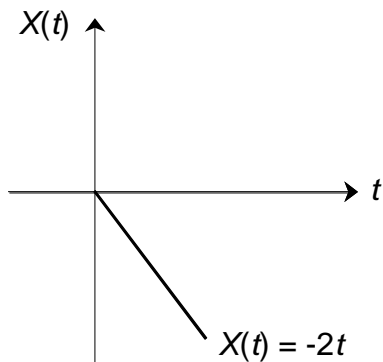
a)  $\xi$  y  $t$  variables

Una familia de funciones (2)



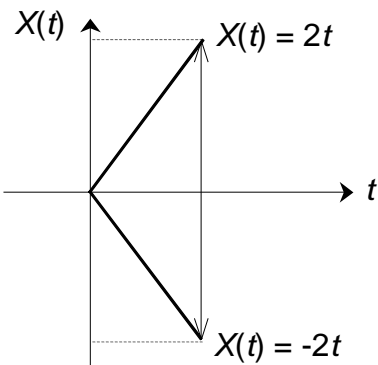
b)  $\xi$  constante,  $t$  variable

Si por ejemplo,  $\xi = \text{sol}$ , el proceso se reduce a una función de  $t$  (realización del proceso)



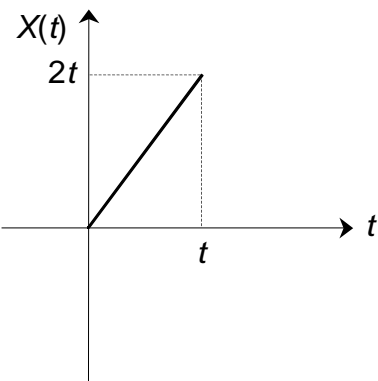


c)  $\xi$  variable,  $t$  constante



Variable aleatoria discreta con distribución de probabilidad  $P_{X_1}(x)$ ;

d)  $\xi$  constante,  $t$  constante



Si por ejemplo,  $\xi = \text{águila}$ , el proceso se reduce al valor  $2t_1$ .

## A.2 Descripción de un proceso estocástico

### A.2.1 Función de distribución y densidad de probabilidad

En lo que sigue se considera que  $X(t)$  es un proceso real continuo. Tomando en cuenta que, para cada valor del parámetro  $t$ , el proceso es una variable aleatoria, es posible definir la función de distribución asociada a esta variable:

$$F_X(x, t) = P[X(t) \leq x]$$

$F_X(x, t)$  es, en general una función de  $t$  y es igual a la probabilidad del evento constituido por todos los resultados del experimento tales que, para el valor  $t$  considerado, los valores de  $X(t)$  no rebasen el valor  $x$ , fig A.1.

La densidad de probabilidad correspondiente se obtiene derivando  $F_X(x, t)$ :

$$f_X(x, t) = \frac{\partial F_X(x, t)}{\partial x} = \frac{P[x < X(t) < x + dx]}{dx}$$

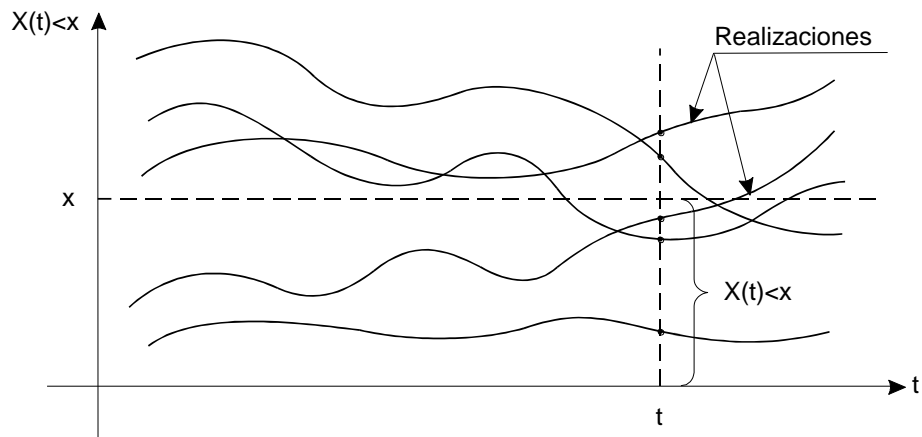


Fig. A.1. Descripción de un proceso estocástico

### A.2.2 Media y varianza

Para un valor dado del parámetro  $t$  se podrá definir la *media* de la variable aleatoria correspondiente:

$$\mu_x(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x; t) dx$$

Esta media (o valor esperado) de  $X(t)$  es en general función de  $t$ .

La *varianza* queda definida de la forma:

$$\sigma_x^2(t) = \text{var}[x(t)] = E\{X^2(t)\} - \mu_x^2(t)$$

### A.2.3 Función de autocovarianza y autocorrelación

Considerando dos valores  $t_1$  y  $t_2$  del parámetro se podrá definir el momento conjunto de las variables aleatorias  $X(t_1)$  y  $X(t_2)$ , el cual recibirá el nombre de *autocorrelación*.

$$R(t_1, t_2) = E\{X(t_1) X(t_2)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_{x_1} f_{x_2}(X_1, X_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Es en general, una función de  $t_1$  y  $t_2$ .

En la misma forma se define la *autocovarianza*:

$$C(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - \mu_x(t_1)][X(t_2) - \mu_x(t_2)]\}$$

$$C(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) - \mu_x(t_1) \mu_x(t_2)$$

La autocovarianza permite cuantificar el grado de correlación lineal existente entre las variables  $X(t_1)$  y  $X(t_2)$ .

## A.3 Procesos con características especiales

### A.3.1 Procesos estacionarios

Los procesos estacionarios se pueden definir de varias formas, como sigue:

#### A.3.1.1 Procesos estacionarios en el sentido estricto (s. e.)

Un proceso estocástico cuyo conjunto indicador  $T$  es lineal, es estacionario en el sentido estricto si para cualquier número  $k$  de valores  $t_1, \dots, t_k$  del parámetro y cualquier valor adicional  $\varepsilon$  del mismo parámetro se tiene:

$$f_{X_1 \dots X_k}(x_1, \dots, x_k; t_1, \dots, t_k) = f_{X_1 \dots X_k}(x_1, \dots, x_k; t_1 + \varepsilon, \dots, t_k + \varepsilon)$$

es decir si las densidades de probabilidad conjuntas de cualquier orden no se ven afectadas por un cambio de origen del parámetro, de magnitud  $\varepsilon \in T$ .

Como caso particular de la condición de estacionaridad se tiene:

$$f_X(x, t) = f_X(x, t + \varepsilon)$$

lo que implica que

$$f_X(x, t) = f_X(x)$$

sea independiente de  $t$ .

Una consecuencia de lo anterior es que la media del proceso es constante.

$$E\{X(t)\} = \mu_X$$

Si se considera ahora la densidad conjunta de orden 2:

$$f_{X_1 X_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) = f_{X_1 X_2}(x_1, x_2; t_1 + \varepsilon, t_2 + \varepsilon)$$

se observa que esta función debe depender solamente de  $t_1 - t_2 = \tau$ .

$$f_{X_1 X_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) = f_{X_1 X_2}(x_1, x_2; \tau)$$

donde  $f_{X_1 X_2}(x_1, x_2; \tau)$  es la densidad de probabilidad conjunta de  $X(t)$  y  $X(t+\tau)$  para cualquier valor de  $t$ .

La autocorrelación de un proceso de este tipo dependerá también solamente de  $\tau$

$$R(\tau) = E\{X(t+\tau) X(t)\} = R(-\tau)$$

Lo mismo será válido para la correlación cruzada de procesos estacionarios conjuntamente estacionarios:

$$R_{XY}(\tau) = E\{X(t+\tau) Y(t)\}$$

### A.3.1.2 Procesos estacionarios en el sentido amplio (s. a.)

Se dice que un proceso es estacionario en el sentido amplio (o débilmente estacionario) si su valor medio es constante y su autocorrelación es finita y depende solamente de  $t_1 - t_2 = \tau$ .

$$E\{X(t)\} = \mu_X$$

$$E\{X(t+\tau) X(t)\} = R(\tau)$$

Si  $X(t)$  es estacionario de orden 2, obviamente también lo es en el sentido amplio. La recíproca sólo es cierta si la media y la varianza bastan para definir las densidades de segundo orden del proceso (por ejemplo, procesos Gaussianos).

Dos procesos son conjuntamente estacionarios en el s. a. si cada uno de ellos lo es y además su correlación cruzada depende solamente de  $t_1 - t_2 = \tau$ .

$$R_{XY}(\tau) = E\{X(t+\tau) Y(t)\}$$

### A.3.1.3 Procesos de incrementos independientes

Se dice que un proceso estocástico  $X(t)$  es de incrementos independientes si, para todos los conjuntos  $\{t_0, t_1, \dots, t_n\}$  con  $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ , las  $n$  variables aleatorias:

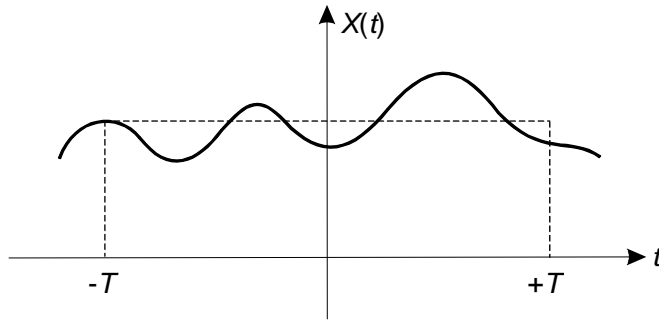
$$[X(t_1) - X(t_0)], [X(t_2) - X(t_1)], \dots, [X(t_n) - X(t_{n-1})]$$

son estocásticamente independientes.

## A.4 Ergodicidad

### A.4.1 Promedios temporales

El lo que sigue se considerará un proceso  $X(t)$  estacionario y definido para  $[-\infty < t < +\infty]$ . Se definirá como promedio temporal del proceso la integral siguiente, si es que existe:



$$\mu_T = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) dt$$

(promedio en el intervalo  $-T, +T$ )

Tomando en cuenta que el proceso es estacionario:

$$E\{\mu_X\} = E\{X(t)\} \quad (\text{constante})$$

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^{+T} \int_{-T}^{+T} C(t_1 - t_2) dt_1 dt_2$$

La varianza  $\sigma_{\mu_T}^2$  puede escribirse en función de  $\tau = t_1 - t_2$  directamente:

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{4T^2} \int_{-2T}^{+2T} (2T - |\tau|) C(\tau) d\tau$$

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{2T} \int_{-2T}^{+2T} \left(1 - \frac{|\tau|}{2T}\right) C(\tau) d\tau$$

y puesto que  $C(\tau)$  es una función par:

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{+2T} \left(1 - \frac{|\tau|}{2T}\right) C(\tau) d\tau$$

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{+2T} \left(1 - \frac{|\tau|}{2T}\right) [R(\tau) - E^2\{X(t)\}] d\tau$$

Además del promedio anterior, es común introducir:

$$R_T(\lambda) = \int_{-T}^{+T} X(t+\lambda) X(t) dt$$

y, considerando el proceso:

$$Y(t, \xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } X(t) \leq x \\ 0 & \text{si } X(t) > x \end{cases}$$

un promedio adicional:

$$Y_T = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} Y(t, \xi) dt$$

La razón por la cual se introducen los promedios  $\mu_T$ ,  $R_T(\lambda)$  y  $Y_T$  es que, para ciertos procesos, y para un intervalo  $[-T, +T]$  suficientemente ancho, es decir para un registro del proceso suficientemente largo, estos promedios permiten estimar los parámetros del proceso: media, autocorrelación y función de distribución. Los procesos que presentan esta propiedad se llaman *ergódicos*.

#### A.4.2 Condiciones de ergodicidad

Un proceso es ergódico si es posible, con probabilidad igual a uno, definirlo totalmente desde el punto de vista probabilista a partir de una de sus realizaciones.

Al emplear la expresión "con probabilidad igual a uno", se admite que un conjunto de realizaciones, con probabilidad cero, puedan tener características especiales que impidan usarlas para los fines perseguidos.

Esta condición se cumplirá, por lo menos parcialmente, si los promedios y temporales definidos anteriormente, permiten estimar la media, la función de autocorrelación y la función de distribución de proceso.

##### a) Ergodicidad de la media

El promedio  $\mu_T$  introducido en el inciso anterior es obviamente un estimador sin sesgo del valor esperado  $E\{X(t)\}$  del proceso estacionario  $X(t)$ :

$$E\{\mu_T\} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E\{X(t)\} dt = E\{X(t)\}$$

La varianza de  $\mu_T$  es:

$$\sigma_{\mu_T}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T}\right) (R(\tau) - E^2\{X(t)\}) dt$$

Una condición para que  $\mu_T$  pueda emplearse para estimar  $E\{X(t)\}$  será que su varianza tienda hacia cero cuando el registro del proceso sea suficientemente largo, es decir que  $\sigma_{\mu_T}^2 \rightarrow 0$  cuando  $T \rightarrow \infty$ . Si se cumple esta condición se dice que el proceso es ergódico en cuanto a su media.

b) *Ergodicidad en la función de autocorrelación*

En forma análoga, se observa que el promedio  $R_T(\lambda)$ , introducido en el inciso anterior, constituye un estimador sin sesgo de la función de autocorrelación del proceso estacionario  $X(t)$  considerado:

$$E\{R_T(\lambda)\} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E\{X(t+\lambda) X(t)\} dt = R(\lambda)$$

Si la varianza de  $R_T(\lambda)$  tiende hacia cero cuando  $T \rightarrow \infty$  se dice que el proceso es ergódico en cuanto a su función de autocorrelación.

c) *Ergodicidad de la función de distribución*

El último promedio temporal introducido en el inciso A.4.1,  $Y_T$ , es un estimador sin sesgo de la función de distribución  $F_X(x)$ .

$$E\{Y_T\} = E\{Y(t)\} = 1 \cdot P(X(t) \leq x) = F_X(x, t)$$

Si su varianza tiende a cero cuando  $T \rightarrow \infty$  el proceso será ergódico en cuanto a su función de distribución.





## ANEXO B. REGRESIÓN LINEAL

Dada una función  $f: R^p \rightarrow R$  y sus valores  $V_1, V_2, \dots, V_n$  en  $n$  puntos  $M_1, M_2, \dots, M_n$  de  $R^p$ , la regresión lineal consiste en encontrar la ecuación:

$$V = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \cdot x_i \quad (\text{B.1})$$

que representa lo mejor posible la tendencia general de los valores.

Sean  $(x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{p,k})$  las coordenadas de los puntos  $M_k$ . Los reales  $a_i, i = 0$  a  $p$ , se eligen de manera que si:

$$e_k = V_k - a_0 - \sum_{i=1}^p a_i \cdot x_{i,k}$$

la cantidad  $\sum e_i^2$  sea mínima. Se puede demostrar que se obtiene el sistema lineal de orden  $p$  (ecuaciones *normales*):

$$[\mathbf{K}][\boldsymbol{\lambda}] = [\mathbf{C}]$$

donde:

-  $[\mathbf{K}]$  es una matriz de orden  $p$  definida por:

$$K_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)(x_{j,k} - \bar{x}_j)$$

con

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n V_k \quad \text{y} \quad \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{i,k}$$

-  $[\boldsymbol{\lambda}]$  es el vector de  $p$  coeficientes de regresión:  $a_1, a_2, \dots, a_p$

-  $[\mathbf{C}]$  es un vector cuyos componentes son:

$$C_i = \sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V}_i)(x_{i,k} - \bar{x}_i)$$

El valor de  $a_0$  se obtiene de la ecuación:

$$a_0 = \bar{V} - \sum_{i=1}^p a_i \cdot \bar{x}_i \quad (\text{B.2})$$

## B.1 Caso unidimensional

En este caso, se tiene los valores  $V_1, V_2, \dots, V_n$  en  $n$  abscisas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Se quiere encontrar la recta de ecuación  $V = ax + b$  que representa lo mejor posible la tendencia general de la variable. Los reales  $a$  y  $b$  se eligen de manera que, si  $e_k = V_k - a \cdot x_k - b$ , la suma  $\sum e_i^2$  sea mínima.

El sistema lineal (B.2) se reduce a una única ecuación. Se obtiene:

$$a = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(V_k - \bar{V})}{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \quad b = \bar{V} - a \cdot \bar{x}$$

$$\text{Con } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad \text{e} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$$

## B.2 Caso bidimensional

Sean  $(x_k, y_k)$  las coordenadas de los puntos  $M_k$ .

Se quiere encontrar el plano de ecuación:

$$V = a + bx + cy$$

que representa lo mejor posible la tendencia general de los puntos de datos. Los reales  $a, b$  y  $c$  se eligen de manera que si  $e_k = V_k - ax - by - c$ , la suma  $\sum e_k^2$  sea mínima.

El sistema lineal (2) se escribe:

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}$$

y

$$c = \bar{V} - a \cdot \bar{x} - b \cdot \bar{y}$$

con:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$$

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n V_k$$

$$K_{xx} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$$

$$K_{yy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$$

$$K_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$$

$$C_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(V_k - \bar{V})$$

$$C_y = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})(V_k - \bar{V})$$

### B.3 Caso tridimensional

Sean  $(x_k, y_k, z_k)$  las coordenadas de los puntos  $M_k$ .

Se quiere encontrar el espacio afino de ecuación:

$$V = ax + by + cz + d$$

que representa lo mejor posible la tendencia general de los datos. Los reales  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  se eligen de manera que, si:

$$e_k = V_k - ax_k - by_k - cz_k - d$$

la suma  $\sum_{k=1}^N e_k^2$  sea mínima. El sistema lineal (2) se escribe:

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}$$

y

$$d = \bar{V} - a \cdot \bar{x} - b \cdot \bar{y} - c \cdot \bar{z}$$

con:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$$

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k$$

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n v_k$$

$$K_{xx} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$$

$$K_{yy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$$

$$K_{zz} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (z_k - \bar{z})^2$$

$$K_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$$

$$K_{xz} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(z_k - \bar{z})$$

$$K_{yz} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})(z_k - \bar{z})$$

$$C_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(v_k - \bar{v})$$

$$C_y = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})(v_k - \bar{v})$$

$$C_z = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (z_k - \bar{z})(v_k - \bar{v})$$

## ANEXO C. FUENTES DE SONDEOS GEOTÉCNICOS

En la tabla C.1 se presenta una relación de las empresas, dependencia e instituciones que proporcionaron información e sondeos geotécnicos para la realización de este trabajo.

Tabla C.1. Relación de empresas que proporcionaron información de sondeos geotécnicos.

EMPRESA O DEPENDENCIA
ACI - ASESORES EN CIMENTACIONES S.A. DE C.V.
ADTEC S.A. DE C.V.
AMV INGENIERIA S.A. DE C.V.
COLINAS DE BUEN S.A. DE C.V.
COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
COMISIÓN NACIONAL DEL AGUA
COMISA
CHARBEL GOMEZ RUIZ ING. CIVIL
DEG
DEMET S.A. DE C.V.
DIRAC S.A. DE C.V.
DISEÑOS Y CONSTRUCCIONES CIVILES
DR. LEONARDO ZEEVAERT INGENIERO CONSULTOR
DR. PABLO GIRAULT INGENIERO CONSULTOR
ESCOPO S.A DE C.V.
GC-CONSTRUCCION
G. H. I. INGENIEROS CONSULTORES GRUPO DIRAC
GEOSOL, S.A. DE C.V.
GEOTEC S.A.
GEOTECNIA Y CIMENTACIONES S.A.
GEOTECNIA Y CONTROL DE CALIDAD (GEOCIM S.A. DE C.V.)
GRUPO INTERDISCIPLINARIO PARA EL DESARROLLO INTEGRAL DE INGENIERIA S.A. DE C.V.
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
I. DE I. (UNAM) - ICA
ICCE, INGENIEROS CONSULTORES CONTRATISTAS ESPECIALIZADOS
INGENIERIA EXPERIMENTAL S.A.
INGENIERIA GEOMECANICA S.A. (GEOSTILLA)
INGENIEROS CONSULTORES CONTRATISTAS ESPECIALIZADOS
INGENIEROS CONSULTORES CONTRATISTAS ESPECIALIZADOS (ICCE)
INGENIEROS ESPECIALISTA EN CIMENTACIONE, S.C.
INGEOMEX S.A. DE C.V.
IPESA
LABORATORIOS TLALLI S.A. DE C.V.
MKE INGENIERIA DE SUELOS S.A DE C.V.

Tabla C.1. Continuación.

<b>EMPRESA O DEPENDENCIA</b>
LAC - MECÁNICA DE SUELOS Y CIMENTACIONES S.A. DE C.V.
LANC S.C.
MECANICA DE SUELOS Y CIMENTACIONES, S.A DE C.V.
OHL
PAGRI S.A. INGENIERIA CIVIL
PROFESIONISTAS EN GEO-CONTROL SA DE CV
PYCSA
R POUCELL Y ASOSCIADOS S.A. DE C.V.
RIOBOO, S.A DE C.V.
SIMEC CONSTRUCCIONES
SISTEMA DE TRANSPORTE COLECTIVO, GDF
SOIL MECHANICS DE MEXICO S.A. DE C.V.
SOILTEC, S.A. DE C.V.
SOLUM GEOTECNIA S.A.
SONDEOS S.A. DE C.V.
SUELOS Y CIMENTACIONES SA
TECNO CONTROL
TECNOLOGICA INTEGRAL DE INGENIERIA
TGC GEOTECNIA

---