



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN EN CIENCIAS DE LA TIERRA

Tesis:

Flujo multifásico en tuberías

Que para obtener el título de:

Ingeniero Petrolero

Presentan:

Torres Coria Juan Manuel

Trauwitz Rosas Edgar Fernando

Director de Tesis: Ing. Maria Isabel Villegas Javier

México D.F. 2008

FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	5
CAPÍTULO 1: PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS	
1.1 Introducción.....	7
1.2 Propiedades del aceite saturado.....	15
1.2.1 Correlación de Standing.....	15
1.2.2 Correlación de Vázquez.....	16
1.2.3 Correlación de Oistein.....	18
1.2.4 Correlación de J. A. Lasater.....	22
1.2.5 Densidad del aceite saturado.....	23
1.2.6 Viscosidad del aceite saturado.....	24
1.2.7 Tensión superficial del aceite saturado.....	24
1.3 Propiedades del aceite bajosaturado.....	24
1.3.1 Compresibilidad.....	24
1.3.2 Densidad del aceite bajosaturado.....	24
1.3.3 Viscosidad del aceite bajosaturado.....	25
1.3.4 Factor de volumen del aceite bajosaturado.....	25
1.3.5 Presión de burbuja.....	25
1.4. Propiedades del gas natural.....	25
1.4.1 Densidad relativa del gas.....	25
1.4.2 Factor de volumen del gas.....	27
1.4.3 Densidad del gas.....	28
1.4.4 Factor de compresibilidad.....	28
1.4.5 Propiedades de gases que contienen N ₂ , CO ₂ y H ₂ S.....	33
1.4.6 Viscosidad del gas.....	34
1.4.7 Corrección de la viscosidad del gas por presencia de gases contaminantes...34	
1.5 Propiedades del agua saturada.....	34
1.5.1 Factor de volumen.....	35
1.5.2 Densidad.....	37
1.5.3 Viscosidad.....	37
1.5.4 Tensión superficial agua-gas.....	39
1.5.5 Solubilidad del gas en agua.....	39
1.6 Propiedades del agua bajosaturada.....	39
1.6.1 Compresibilidad.....	40
1.6.2 Factor de volumen.....	40
1.7 Ejemplos.....	41

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS DE FLUJO MULTIFÁSICO

2.1	Introducción.....	53
2.2	Ecuaciones fundamentales.....	53
2.2.1	Ecuación General de Energía.....	54
2.2.2	Pérdidas de presión por fricción.....	56
2.2.3	Flujo de líquidos por tuberías.....	59
2.2.3.1	Ecuación general.....	59
2.2.3.2	Número de Reynolds para el líquido.....	61
2.2.3.3	Eficiencia de flujo.....	61
2.2.4	Flujo de gas por tuberías.....	62
2.2.4.1	Ecuación general.....	62
2.2.4.2	Número de Reynolds para el gas.....	65
2.2.4.3	Eficiencia de flujo.....	66
2.3	Colgamiento de líquido.....	66
2.3.1	Colgamiento sin resbalamiento.....	70
2.3.2	Velocidades superficiales.....	70
2.3.3	Velocidad real.....	71
2.3.4	Densidad de la mezcla de los fluidos.....	71
2.3.5	Gasto de masa.....	73
2.3.6	Viscosidad de la mezcla.....	74
2.3.7	Tensión superficial de la mezcla de líquidos.....	74
2.3.8	Densidad de la mezcla de líquidos.....	74
2.4	Patrones de flujo.....	75
2.4.1	Patrones de flujo en tuberías horizontales.....	75
2.4.1.1	Correlación de Taitel y Dukler para predecir la transición de los patrones de flujo.....	77
2.4.2	Patrones de flujo en tuberías verticales.....	79
2.5	Ejemplos.....	80

CAPÍTULO 3: FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS VERTICALES

3.1	Introducción.....	83
3.2	Correlaciones.....	84
3.2.1	Poettman y Carpenter.....	84
3.2.2	Duns y Ros.....	88
3.2.3	Hagedorn y Brown.....	97
3.2.4	Orkiszewski.....	104
3.2.5	Beggs y Brill.....	112
3.3	Ejemplos.....	119
3.3.1	Método Poettman y Carpenter.....	119
3.3.2	Método Duns y Ros.....	122
3.3.3	Método Hagedorn y Brown.....	126
3.3.4	Método Orkiszewski.....	132
3.3.5	Método Beggs y Brill.....	137

CAPÍTULO 4: FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

4.1	Introducción.....	143
-----	-------------------	-----

4.2 Correlaciones.....	144
4.2.1 Lockhart y Martinelli.....	144
4.2.2 Baker.....	147
4.2.3 Dukler.....	152
4.2.4 Eaton.....	158
4.2.5 Beggs y Brill.....	161
4.3 Ejemplos.....	167
4.3.1 Método Lockhart y Martinelli.....	167
4.2.2 Método Baker.....	169
4.3.3 Método Dukler.....	172
4.3.4 Método Eaton.....	177
4.3.5 Método Beggs y Brill.....	183

CAPÍTULO 5: FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS INCLINADAS

5.1 Introducción.....	187
5.2 Correlaciones.....	187
5.2.1 Correlación de Flanigan.....	187
5.2.2 Correlación de Beggs y Brill.....	190
5.3 Ejemplos.....	195
5.3.1 Método Flanigan.....	195
5.3.2 Método Beggs y Brill.....	197
5.4 Modelos Mecanísticos.....	201
5.4.1 Modelo para predecir la transición de los patrones de flujo según Xiao.....	202
5.4.2 Modelo para predecir la transición de los patrones de flujo según Barnea...	204
5.4.3 Caracterización hidrodinámica de los patrones de flujo.....	208
5.4.3.1 Modelo para flujo estratificado.....	208
5.4.3.2 Modelo para flujo intermitente.....	213
5.4.3.3 Modelo para flujo anular.....	219
5.4.3.4 Modelo para flujo burbuja dispersa.....	223

CAPÍTULO 6: FLUJO EN ESTRANGULADORES

6.1 Conceptos fundamentales.....	225
6.1.1 Estrangulador.....	225
6.1.2 Flujo crítico y subcrítico.....	225
6.1.3 Coeficiente de descarga.....	227
6.2 Modelos para gas.....	228
6.3 Modelos multifásicos.....	230
6.3.1 Modelos para flujo crítico.....	231
6.3.1.1 Correlación de Gilbert, Ros y Achong.....	231
6.3.1.2 Fórmula de Ros (adaptación de Poettman y Beck).....	232
6.3.1.3 Correlación de Omaña R.....	236
6.3.1.4 Ecuación de Ashford.....	238
6.3.1.5 Velocidades sónicas de Nguyen.....	238
6.3.1.6 Velocidad sónica de Wallis.....	239
6.3.1.7 Ashford y Pierce.....	239
6.3.1.8 Sachdeva.....	240

6.3.2 Modelos para fuljo crítico-subcrítico.....	241
6.3.2.1 Fortunati.....	241
6.3.2.2 Perkins.....	243
6.3.2.3 Modelo de Ashford y Pierce.....	245
6.4 Modelo Mecánico de la Universidad de Tulsa por Beggs y Brill.....	247
6.5 Ejemplos.....	248
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	253
NOMENCLATURA.....	255
BIBLIOGRAFÍA.....	261

FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS

Introducción

El flujo multifásico en tuberías es definido como el movimiento concurrente de gases libres y líquidos en las tuberías o ductos, los cuales pueden existir dentro de la tubería en una mezcla homogénea, en baches de líquido con gas empujándolo, o pueden ir viajando paralelamente uno con otro, entre otras combinaciones que se pueden presentar.

La existencia del flujo multifásico y problemas asociados con ello, se han reconocido desde 1797, y desde entonces han sido presentadas numerosas correlaciones y ecuaciones para el flujo multifásico en tuberías verticales y horizontales; sin embargo, las contribuciones más significativas fueron hechas a partir de 1945.

La aplicación de las correlaciones de flujo multifásico para predecir las pérdidas de presión en la tubería son extremadamente importantes en la industria del petróleo. Para cada caída de presión se requiere calcular las propiedades de los fluidos, y su influencia en la determinación de un modelo que represente el comportamiento de flujo de un ducto o un pozo.

El flujo multifásico involucra un gran número de variables, entre las cuales se encuentran los gastos de flujo, las propiedades físicas, los diámetros y ángulos de inclinación de las tuberías. El problema se complica a causa de la presencia de muchos procesos como el deslizamiento entre fases, los patrones de flujo, el movimiento en la interfase del gas-líquido y la posible transferencia de calor y masa.

Algunas de las aplicaciones más importantes del cálculo de las caídas de presión en la tubería son:

- Minimizar las pérdidas de energía en el flujo de fluidos del pozo a la superficie.
- Determinar el diámetro apropiado de la tubería de producción.
- Obtener el diseño apropiado de las instalaciones del sistema artificial de producción.
- Determinar el diámetro y longitud adecuado de la tubería horizontal que transporta los fluidos de la cabeza del pozo a la batería de separación.

En la industria petrolera determinar las características del flujo multifásico en tuberías es de gran importancia, ya que podrían suceder accidentes o problemas múltiples asociados a un mal cálculo.

El objetivo de esta tesis es proporcionar los conceptos básicos y discusión de las variables que afectan el flujo multifásico en tuberías, por lo que es de vital importancia determinar las propiedades de los fluidos dentro de la tubería; mostrar información sobre las correlaciones más usadas para el cálculo de las caídas de presión en tuberías verticales, horizontales e inclinadas así como el flujo por estranguladores.

CAPÍTULO 1:

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

1.1 Introducción

La evaluación de propiedades físicas de mezclas de hidrocarburos es un importante paso para el diseño de diferentes etapas de operación de un campo petrolero.

Las propiedades de los fluidos varían conforme cambia la presión y la temperatura, la mayoría de estas propiedades deben ser evaluadas por la ingeniería de yacimientos e ingeniería de producción.

El cálculo del gradiente de presión en un sistema de tuberías con dos o más fases fluyendo, requiere de la predicción de propiedades de los fluidos como el gas disuelto, los factores de formación, compresibilidad del aceite, la viscosidad en distintos puntos de la tubería. Incluso las mediciones en laboratorio para estas propiedades pueden estar disponibles como función de la presión, usualmente dichas medidas son realizadas a temperatura del yacimiento. El comportamiento de estas propiedades cambia con la temperatura y son predichas empíricamente.

A continuación daremos algunas definiciones de las propiedades de los fluidos, así como algunos conceptos básicos empleados en relación con dichas propiedades.

Aceite Estabilizado.- Es el aceite que ha sido sometido a un proceso de separación con el objeto de ajustar su presión de vapor y reducir su vaporización al quedar expuesto, posteriormente, a las condiciones atmosféricas.

Aceite residual.- Es el líquido que permanece en la celda pVT al terminar un proceso de separación en el laboratorio. Generalmente, el aceite residual se determina a condiciones estándar.

Aceite en el tanque de almacenamiento.- Es el líquido que resulta de la producción de los hidrocarburos de un yacimiento a través del equipo superficial empleado para separar los componentes gaseosos. Las propiedades y la composición del aceite dependen de las condiciones de separación empleadas, como son: número de etapas de separación, presiones y temperaturas. El aceite en el tanque de almacenamiento se acostumbra a reportarlo a condiciones estándar.

Análisis PVT.- Son requisito indispensable para conocer las propiedades de los fluidos, consiste en simular en el laboratorio el comportamiento de los fluidos en el yacimiento a temperatura constante. Estos estudios son absolutamente necesarios para llevar a cabo actividades de ingeniería de yacimientos, análisis nodales y diseño de instalaciones de producción.

Para tener la certeza de que el muestreo es representativo, se hace una validación exhaustiva tomando en cuenta todos los parámetros del yacimiento medidos durante la toma de muestras como son:

- Presión estática del yacimiento
- Presión fluyendo
- Presión y temperatura a la cabeza del pozo
- Presión y temperatura del separador
- Gastos de líquido y gas en el separador, así como el líquido en el tanque
- Factor de encogimiento del aceite

Hay diferentes tipos de análisis PVT dentro de los que se encuentran:

- Análisis composicional (para aceite)
- Separación de expansión a composición constante (separación flash)
- Separación diferencial
- Separación en etapas
- Cromatografía (para gas)

Del análisis PVT se obtiene el comportamiento de los fluidos mediante gráficas que nos ayudan a determinar las propiedades de los fluidos.

Condiciones Estándar.- Son definidas por los reglamentos de países o estados; en México las condiciones estándar son de $P = 14.69 \text{ lb/pg}^2$ (101.33 kPa, 1.033kg/cm², 1 atm.) y $T = 60 \text{ }^\circ\text{F}$ (15.56 °C, 288.71 K)

Correlación.- Es un conjunto de datos experimentales obtenidos mediante parámetros de campo o de laboratorio al que se le ajusta una ecuación o un conjunto de ecuaciones empíricas o experimentales, (también se pueden presentar en forma gráfica) la cual representará un determinado fenómeno.

Se aplica para obtener una aproximación de las propiedades de los fluidos sin tener que realizar un análisis PVT o mediciones directas

Densidad del aceite.- En la práctica común, el aceite crudo se clasifica de acuerdo a su peso específico, y es expresado en una escala normalizada por el Instituto Estadounidense del Petróleo (American Petroleum Institute). Esta escala es llamada densidad API, o comúnmente conocida como grados API (°API).

La densidad en °API esta definida como:

$$^{\circ}API = \frac{141.5}{\gamma_o} - 131.5 \quad (1.1)$$

donde:

γ_o = densidad relativa del aceite a condiciones estándar o aceite muerto.

En la tabla 1.1 se muestra una clasificación del aceite crudo en términos de su densidad, aunque hay que enfatizar que la producción de diversos yacimientos productores está asociada a un solo tipo de aceite crudo.

Tabla 1.1. Clasificación del aceite de acuerdo a su densidad⁶

Aceite crudo	Densidad (gr/cm³)	Densidad (grados API)
Extrapesado	> 1.0	< 10.0
Pesado	1.01 – 0.92	10.1 – 22.3
Mediano	0.91 – 0.87	22.4 – 31.1
Ligero	0.86 – 0.83	31.2 – 39
Superligero	< 0.83	> 39

Para propósitos comerciales y asegurar un mejor valor económico de los hidrocarburos mexicanos, los aceites crudos vendidos nacional e internacionalmente son en general mezclas de aceites de diferentes densidades como se muestra en la tabla 1.2.

Tabla 1.2. Clasificación de mezclas de aceites mexicanos⁶

Tipo de aceite	Clasificación	Densidad (°API)
Maya	Pesado	22
Istmo	Ligero	33.6
Olmecca	Superligero	39.3

Densidad de un gas.- Es el peso molecular por unidad de volumen de un gas a ciertas condiciones de presión y temperatura. En unidades de campo la densidad del gas se expresa normalmente en lb_m / pie³.

Densidad relativa de un gas.- Es el cociente del peso molecular por unidad de volumen de un gas entre el peso molecular por unidad de volumen del aire, ambos tomados a las mismas condiciones de temperatura y presión, y considerando la densidad del aire como 1 atm.

Densidad relativa de un líquido.- Es el cociente de la densidad del líquido con respecto a la densidad del agua, ambos tomados a las mismas condiciones de temperatura y presión. La densidad del agua es aproximadamente de 1 gr/cm³.

Encogimiento.- Es la disminución de volumen que experimenta una fase líquida por efecto de la liberación del gas disuelto y por su contracción térmica. El factor de encogimiento es el recíproco del factor del volumen.

Factor de Compresibilidad.- Se denomina también factor de desviación o factor de supercompresibilidad. Es un factor que se introduce en la ley de los gases ideales para tomar en cuenta la desviación que experimenta un gas real con respecto a un gas ideal.

Tomando en cuenta este factor de compresibilidad, la ecuación queda como:

$$p \cdot V = Z \cdot n \cdot R \cdot (T + 460) \quad (1.2)$$

Donde:

- Z = Factor de compresibilidad
- R = Constante universal de los gases, 10.71 (pies/mole-°R)
- n = Número de moles de gas, (lb-mole)
- p = Presión, psia
- V = Volumen (pies³)
- T = Temperatura, °F

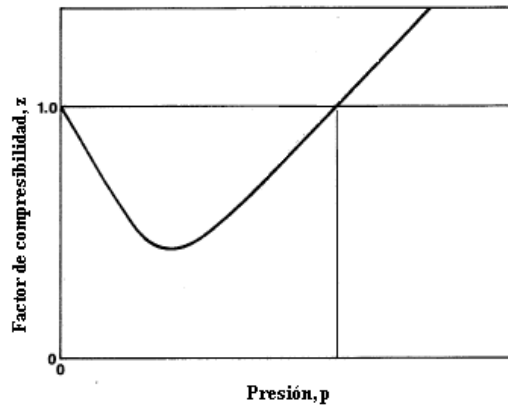


Figura 1.1. Comportamiento del factor de compresibilidad en función de la presión a temperatura constante.

Factor de volumen del aceite (B_o).- Es el volumen que ocupa un barril de aceite con su gas disuelto a condiciones de yacimiento (presión y temperatura del yacimiento) por cada volumen que ocupa un barril a condiciones estándar. Esta es una medida del encogimiento volumétrico del aceite del yacimiento a condiciones de superficie.

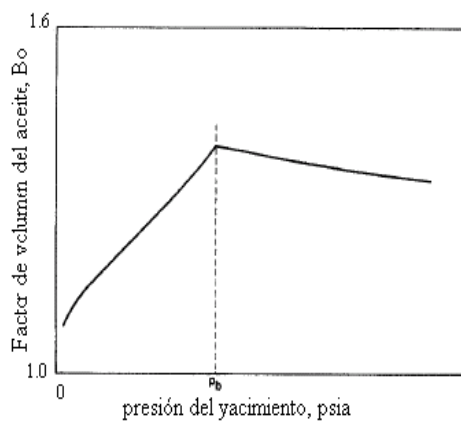


Figura 1.2. Comportamiento típico del factor de volumen de un aceite negro en función de la presión del yacimiento a temperatura constante.

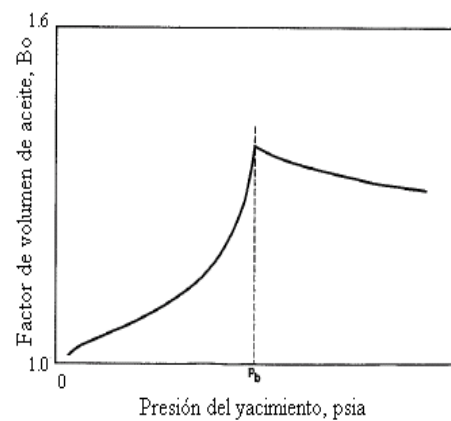


Figura 1.3. Comportamiento típico del factor de volumen de un aceite volátil en función de la presión del yacimiento a temperatura constante.

La expresión matemática del B_o es:

$$B_o = \frac{(V_o)_{p,T}}{(V_o)_{c.s.}} \quad (1.3)$$

En las figuras 1.2 y 1.3 se puede observar como el B_o se incrementa continuamente al incrementar la presión, (entre más gas disuelto tenga en el aceite más se incrementa el B_o) hasta que la presión llega a la presión de saturación. Mientras la presión se incrementa arriba de la presión de saturación, el aceite deja de disolver más gas y el B_o decrece debido a la compresibilidad del líquido.

Factor de volumen del gas (B_g).- Se define como el volumen que ocupa un pie³ de gas medido a condiciones de yacimiento por cada pie³ de gas medido a condiciones estándar.

La expresión matemática del B_g es:

$$B_g = \frac{(V_g)_{p,T}}{(V_g)_{c.s.}} \quad (1.4)$$

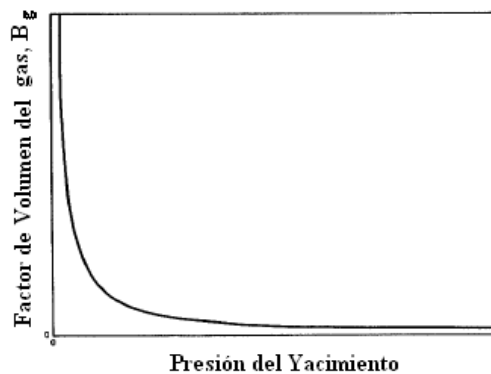


Figura 1.4. Comportamiento típico del factor de volumen del gas en función de la presión del yacimiento a temperatura constante.

Factor de volumen del agua (B_w).- Se define como el volumen que ocupa un barril de agua medido a condiciones de yacimiento por cada barril de agua medido a condiciones estándar.

La expresión matemática del B_w es:

$$B_w = \frac{(V_w)_{p,T}}{(V_w)_{c.s.}} \quad (1.5)$$

Factor de volumen total (B_t).- Es también llamado factor de volumen de las dos fases, es decir, cuando la presión está por debajo de la presión de burbujeo. El B_t , a diferencia del B_o , considera también el gas que se liberó en el yacimiento al bajar la presión por debajo de la presión de burbujeo.

La ecuación que representa al B_t es:

$$B_t = B_o + B_g (R_{sb} - R_s) \tag{1.6}$$

Donde:

B_o = factor de volumen del aceite a una presión menor a la p_b , en $bl_{@c.y.} / bl_{@c.s.}$

B_g = factor de volumen del gas, en $bl_{@c.y.} / pies^3_{@c.s.}$

R_{sb} = relación de solubilidad a la presión de burbujeo, en $pies^3_{@c.s.} / bl_{@c.s.}$

R_s = relación de solubilidad a una presión menor a la p_b , en $pies^3_{@c.s.} / bl_{@c.s.}$

Al analizar la ecuación podemos observar que al restar la R_{sb} de la R_s nos da la cantidad de gas liberado en el yacimiento debido a la disminución de la presión, y se multiplica por el factor de volumen del gas para que ese gas liberado este a condiciones de yacimiento.

La figura 1.5 nos muestra la comparación del factor de volumen total con el factor de volumen del aceite. Los dos factores de volumen son idénticos cuando se encuentran arriba de la presión de burbujeo, ya que no se ha liberado gas todavía; la diferencia ocurre cuando la presión disminuye por debajo de la p_b , y es debido a que el B_t si considera el gas que ha sido liberado del aceite en el yacimiento, por lo cual el B_t aumenta.

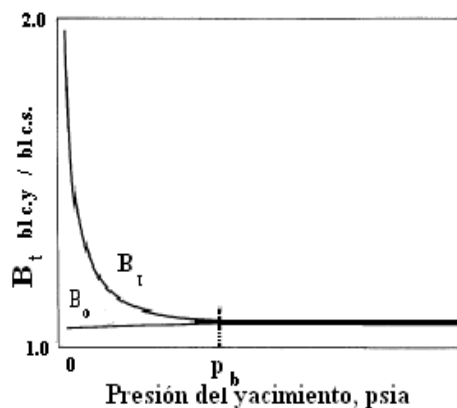


Figura 1.5. Comportamiento del factor de volumen total y del aceite en función de la presión del yacimiento.

Mole.- Es el peso molecular de cualquier sustancia. Por ejemplo el peso molecular del metano es de 16.04 lb = 1 lb-mole. En igual forma 16.04 gr = 1 gr-mole del metano. Una mole-lb de un gas ocupa 379 pies³ a condiciones estándar.

Presión de vapor.- Es la presión que ejerce el vapor de una sustancia cuando ésta y su vapor están en equilibrio. El equilibrio se establece cuando el ritmo de evaporación de la sustancia es igual al ritmo de condensación de su vapor.

Presión de vapor Reid.- Es la medida de la presión de vapor de una muestra a 100 °F, en una celda especial, y siguiendo la norma de evaluación así denominada.

Relación de solubilidad (R_s).- La relación de solubilidad se define como el volumen de gas disuelto en un barril de aceite a condiciones estándar. La R_s aumenta cuando se incrementa la presión hasta llegar a la presión de burbujeo del aceite, arriba de ese punto la R_s se mantiene constante, donde el aceite también es llamado bajosaturado (arriba de la presión de saturación).

En el proceso de separación flash (instantánea), el gas liberado del aceite en la celda PVT durante la declinación de la presión permanece en contacto con el aceite del cual fue liberado, lo que es una diferencia del proceso de separación diferencial, y es considerado como más representativo del proceso de separación experimentado en el sistema de flujo del yacimiento; esto es debido a que la alta transmisibilidad del gas hace un flujo más rápido del gas, dejando atrás el aceite del cual fue liberado.

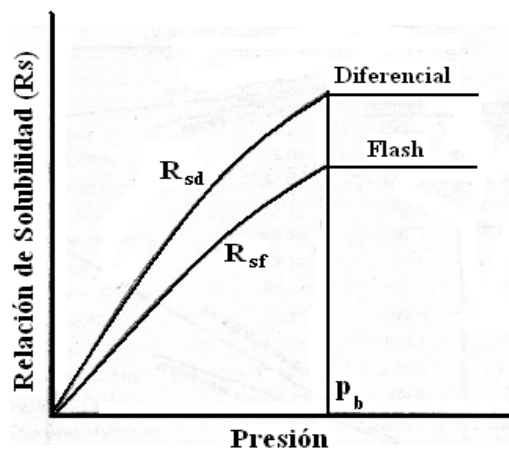


Figura 1.6. Gráfica de la comparación idealizada de la relación de solubilidad por separación flash y diferencial en función de la presión.

Separación diferencial o liberación de gas diferencial.- Es un proceso en el cual se separa el gas que fue liberado del aceite como resultado de un cambio en la presión o la temperatura, con un retiro continuo del gas que se encuentra en contacto con el aceite, en el que se encontraba disuelto, antes de establecer un equilibrio con la fase líquida. Por lo tanto, durante este proceso la composición del sistema varía continuamente.

Separación instantánea (flash) o liberación de gas instantánea.- Es un proceso en el cual a cada declinación o nivel de presión, se conserva todo el gas liberado del aceite, por lo que se mantiene constante la composición total del sistema.

Tensión Superficial (σ).- Es la tendencia de un líquido a ofrecer la mínima superficie libre, es decir, la superficie líquida en contacto con un gas tiende a contraerse. Es una medida del inequilibrio en las fuerzas moleculares interfaciales para dos fases en contacto. En el flujo multifásico en tuberías los valores de la tensión superficial o interfacial, gas-líquido y líquido-líquido, son usados para determinar los patrones de flujo y colgamiento de líquido.

Viscosidad del aceite.- La viscosidad es una medida de la resistencia al flujo ejercida por un fluido, y sus unidades usualmente son los centipoise ($gr_m / 100 \cdot seg \cdot cm$).

La viscosidad, como otras propiedades físicas de los líquidos, es afectada por la presión y la temperatura. Un incremento en la temperatura causa una disminución en la viscosidad. Una disminución en la presión ocasiona una disminución en la viscosidad, con la condición de que el único efecto de la presión es comprimir el líquido. En los yacimientos de aceite la viscosidad también se ve afectada, debido a que una disminución en la cantidad de gas en solución en el aceite causa un aumento de la viscosidad de aceite, y por supuesto, la cantidad de gas en solución esta en función directa de la presión.

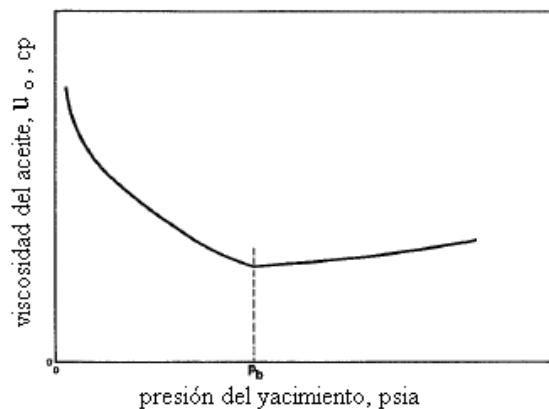


Figura 1.7. Forma típica del comportamiento de la viscosidad del aceite en función de la presión, a temperatura de yacimiento constante.

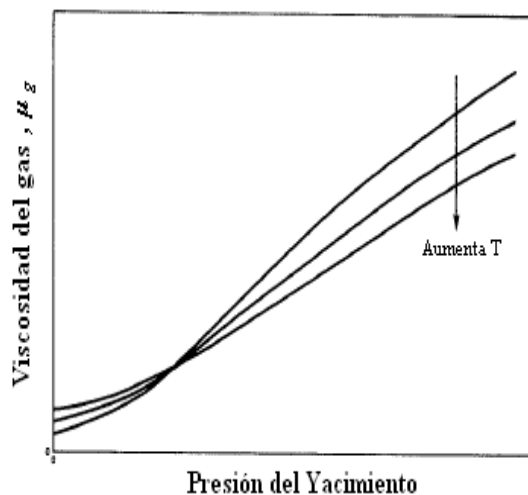


Figura 1.8. Comportamiento de la viscosidad del gas con respecto a la presión y a la temperatura del yacimiento.

En la gráfica de la figura 1.7 se puede observar como la viscosidad del gas disminuye si la presión del yacimiento disminuye, esto es debido a que como la presión es menor las moléculas se encuentran más separadas entre sí por lo que se pueden mover más fácilmente unas con otras. También se puede observar el efecto que tiene la temperatura sobre la

viscosidad (figura 1.8), a presiones bajas la viscosidad del gas aumenta conforme aumenta la temperatura aumenta, sin embargo, a altas presiones la viscosidad disminuye conforme la temperatura se incrementa.

1.2 Propiedades del aceite saturado

Se considera aceite saturado a partir de que se ha liberado la primera burbuja de gas que estaba disuelta en el aceite, es decir, cuando llega a una presión igual o inferior a la presión de burbujeo (p_b). Hay diversos autores de correlaciones con las cuales se pueden obtener las propiedades del aceite saturado.

1.2.1 Correlación de Standing

Esta correlación establece las relaciones empíricas observadas de la presión de saturación, el factor de volumen del aceite a la presión de saturación, y el factor de volumen de las dos fases en función de la relación gas aceite, densidad del aceite, densidad del gas, presión y temperatura; esto como resultado de la separación instantánea en dos etapas a 100°F, donde la primer etapa se realizó en un rango de presión de 250 a 450 psi y la segunda etapa a presión atmosférica. Esta correlación está hecha en base a aceites y gases producidos en California.

La presión de saturación del aceite se correlacionó de la siguiente forma:

$$p_b = 18 \left(\left(\frac{R_s}{\gamma_{gd}} \right)^{0.83} 10^{(0.00091 \cdot T - 0.0125 \cdot \text{API})} \right) \quad (1.7)$$

Despejando R_s de la ecuación anterior se tiene:

$$R_s = \gamma_{gd} \left(\left(\frac{p_b}{18} \right) 10^{(0.0125 \cdot \text{API} - 0.00091 \cdot T)} \right)^{\left(\frac{1}{0.83} \right)} \quad (1.8)$$

El factor de volumen del aceite fue relacionado con la relación gas disuelto-aceite, temperatura, densidad relativa del gas y densidad del aceite.

El factor de volumen por debajo de la p_b (B_o) obtenido fue:

$$B_o = 0.972 + 0.000147(F)^{1.175} \quad (1.9)$$

Donde:

$$F = R_s \left(\frac{\gamma_{gd}}{\gamma_o} \right)^{0.5} + 1.25 \cdot T \quad (1.10)$$

Para obtener el B_o por arriba de la p_b se utiliza la siguiente ecuación

$$B_o = B_{ob} \cdot e^{C_o(p_b - p)} \quad (1.11)$$

Donde B_{ob} puede ser calculado de la ecuación 1.9, reemplazando R_s por R_p en la ecuación 1.10. C_o se puede calcular por medio de la correlación de Vázquez con la ecuación 1.17.

1.2.2 Correlación de Vázquez

Haciendo énfasis de que hay veces que se requieren propiedades físicas de los fluidos del yacimiento que sólo se obtendrán en un laboratorio de análisis pVT. Muchas veces estas propiedades son requeridas cuando solamente se tiene disponible la densidad del aceite y gas, además de presión y temperatura del yacimiento. El propósito de este estudio fue la de utilizar una extensa base de datos pVT para el desarrollo empírico de correlaciones. Muchas de las correlaciones usadas fueron desarrolladas hace muchos años con un número limitado de datos y fueron utilizados mas allá del rango para el que fueron intentados. Estos estudios fueron realizados por la reunión de más de 600 análisis PVT de campos de todo el mundo.

En el desarrollo de la correlación se encontró que todas las propiedades de los fluidos podían ser correlacionadas como función de la presión, temperatura, densidad del gas y densidad del aceite. La densidad del gas es un fuerte parámetro a correlacionar y, desafortunadamente, es una de las variables mas cuestionadas por su veracidad, porque depende de las condiciones a las que se separa el gas del aceite. Por dicha razón, se decidió usar la densidad del gas obtenida de condiciones particulares de presión de separación en todas las correlaciones que requieren de la densidad del gas. El valor de 100 psig se utilizó como referencia de presión por ser la presión mínima a la que el aceite se encoge por una prueba de separación disponible. También se consideró la presión de 0 psig, pero el valor de 100 psig representa más cercanamente la condición del yacimiento y se tendrá menos error sí la presión real del separador se obtiene de una muestra de gas.

Por lo tanto, es el objetivo de este estudio utilizar las demás correlaciones, la densidad del gas se debe corregir primero de un resultado de separación a 100 psig. El análisis de regresión dio como resultado la siguiente ecuación para corregir la densidad del gas para las condiciones del separador.

$$\gamma_{gs} = \gamma_{gp} \left(1 + 5.912 \times 10^{-5} \cdot {}^\circ\text{API} \cdot T_s \cdot \log \left(\frac{p_s}{114.7} \right) \right) \quad (1.12)$$

La correlación para determinar R_s se afinó dividiendo los datos en dos grupos, de acuerdo con la densidad del aceite de 30° API. Se obtuvo la siguiente ecuación a partir del análisis de regresión y 5008 datos medidos:

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{gs} \cdot p^{C_2} \cdot e^{\left(C_3 \cdot \frac{{}^\circ\text{API}}{(T+460)} \right)} \quad (1.13)$$

Para obtener la presión de burbujeo despejamos de la ecuación anterior.

$$p_b = \left(\frac{R \cdot e^{\left(-C_3 \frac{^\circ\text{API}}{T+460}\right)}}{C_1 \cdot \gamma_{gs}} \right)^{\frac{1}{C_2}} \quad (1.14)$$

Los valores de los coeficientes en las ecuaciones 1.13 y 1.14 se obtienen de la tabla 1.3.

Tabla 1.3. Coeficientes de Vázquez para R_s y p_b .

Coeficiente	$^\circ\text{API} \leq 30^\circ$	$^\circ\text{API} > 30^\circ$
C_1	0.0362	0.0178
C_2	1.0937	1.187
C_3	25.724	23.931

La expresión que se obtuvo para determinar el factor de volumen para aceite saturado fue una correlación como función del gas disuelto, temperatura, densidad del aceite y densidad del gas: ($p \leq p_b$)

$$B_o = 1 + C_1 \cdot R_s + C_2 (T - 60) \left(\frac{^\circ\text{API}}{\gamma_{gs}} \right) + C_3 \cdot R_s (T - 60) \left(\frac{^\circ\text{API}}{\gamma_{gs}} \right) \quad (1.15)$$

Los valores de los coeficientes para B_o (ecuación 1.15) se obtienen de la tabla 1.4.

Tabla 1.4. Coeficientes de Vázquez para B_o .

Coeficiente	$^\circ\text{API} \leq 30^\circ$	$^\circ\text{API} > 30^\circ$
C_1	4.677×10^{-4}	4.67×10^{-4}
C_2	1.751×10^{-5}	1.1×10^{-5}
C_3	-1.811×10^{-8}	1.337×10^{-9}

La expresión que se obtuvo para determinar el factor de volumen para aceite bajosaturado es la siguiente:

$$B_o = B_{ob} \cdot e^{[C_o(p-p_b)]} \quad (1.16)$$

Y la correlación para la compresibilidad del aceite, C_o , se desarrolló como función de R_s , T , γ_o , γ_g y p ; con 4036 datos medidos por medio de un modelo de regresión lineal:

$$C_o = \frac{a_1 + a_2 \cdot R_s + a_3 \cdot T + a_4 \cdot \gamma_{gs} + a_5 \cdot ^\circ\text{API}}{p \times 10^5} \quad (1.17)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_1 &= -1443 & a_4 &= -1180 \\ a_2 &= 5 & a_5 &= 12.61 \\ a_3 &= 17.2 \end{aligned}$$

Como la presión incrementa en un aceite bajo saturado, la viscosidad también incrementa. Para obtener la viscosidad a la presión de burbujeo se utiliza la correlación de Beggs y Robinson:

$$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{p}{p_b} \right)^m \tag{1.18}$$

Donde:

$$m = C_1 \cdot p^{C_2} \cdot e^{(C_3+C_4 \cdot p)} \tag{1.19}$$

y:

$$\begin{aligned} C_1 &= 2.6 & C_3 &= -11.513 \\ C_2 &= 1.187 & C_4 &= -8.98 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

1.2.3 Correlación de Oistein

Esta correlación fue establecida utilizando muestras de aceite producido en el Mar del Norte, donde predominan los aceites de tipo volátil.

El procedimiento de las mediciones pVT consistió en tomar seis muestras de fluidos provenientes de dos separadores del mar del Norte.

De las mediciones presión-volumen de las muestras se obtuvo: la presión de saturación (p_b) a cada temperatura, volumen a la p_b , la compresibilidad del aceite bajosaturado (c_o), y el factor “Y” a la presión de saturación, usado para describir el comportamiento del volumen en ambas fases, líquido y gas.

Posteriormente a cada muestra se le hizo una separación flash en dos etapas, la cual arrojó los valores mostrados en la tabla 1.5.

Tabla 1.5. Separación Flash

	1^{ra} Etapa	2^{da} Etapa
Presión	400 psi (2758 kPa)	125 °F (51.7 °C)
Temperatura	0 psi (6.895 Pa)	125 °F (51.7 °C)

De la separación flash de cada muestra se determinaron los siguientes parámetros: relación gas aceite, densidad relativa del gas en cada etapa (así como la densidad relativa promedio de todos los gases superficiales), densidad del aceite (en °API), y el volumen de aceite en el tanque de almacenamiento para calcular su factor de volumen (B_o).

Presión de burbujeo (presión de saturación).

Basándose en la relación general reportada por Standing entre la p_b de un sistema gas-aceite con estos fluidos y propiedades del yacimiento, en la cual se tiene que:

$$p_b = f\left(R, \bar{\gamma}_g, {}^\circ\text{API}, T\right) \quad (1.20)$$

Usando métodos gráficos y análisis de regresión se obtuvo la siguiente relación desarrollada de datos para el mar del Norte.

$$p_b = k_3 \cdot \left[\left(\frac{R}{\bar{\gamma}_g} \right)^{0.816} \cdot \frac{T^{0.172}}{{}^\circ\text{API}^{0.989}} \right] \quad (1.21)$$

Usando esta ecuación, se graficaron (escala log-log) los datos obtenidos de cada una de las muestras, obteniendo una curva parabólica a la cual se le ajustó una ecuación por análisis de regresión, y con la cual podemos calcular la presión de burbujeo. La ecuación es la siguiente:

$$p_b = 10^{\left(1.7669 + 1.7447 \cdot \log p_b^* - 0.30218 \cdot (\log p_b^*)^2\right)} \quad (1.22)$$

Donde:

$$p_b^* = \left(\frac{R}{\bar{\gamma}_g} \right)^{0.816} \left(\frac{T^n}{{}^\circ\text{API}^{0.989}} \right) \quad (1.23)$$

Para obtener un mejor ajuste tenemos que:

$$\begin{aligned} n &= 0.130 \text{ para aceite volátil} \\ n &= 0.172 \text{ para aceite negro} \end{aligned}$$

y:

p_b^* = número correlacionado para calcular la presión de burbujeo.

Corrección de la presión de saturación por presencia de gases contaminantes.

El efecto de los gases contaminantes sobre la presión de saturación puede variar de mínima a extrema, dependiendo del tipo de no-hidrocarburo, la cantidad en la que es encontrado en el yacimiento de aceite, temperatura, y la densidad del aceite en el tanque (@ condiciones estándar).

Especialmente, este estudio analiza los efectos del CO_2 , N_2 , y H_2S en la presión de saturación.

La corrección sugerida es:

$$(p_b)_c = p_b \cdot C_{N_2} \cdot C_{CO_2} \cdot C_{H_2S} \quad (1.24)$$

Donde $(p_b)_c$ Es la presión de saturación corregida, psia.

Los factores de corrección C, para N_2 , CO_2 , y H_2S están calculados por:

$$C_{N_2} = 1.0 + \left[(a_1 \cdot ^\circ API + a_2) T + a_3 \cdot ^\circ API - a_4 \right] \cdot y_{N_2} + \left(a_5 \cdot ^\circ API^{a_6} \cdot T + a_7 \cdot ^\circ API - a_8 \right) \cdot y_{N_2}^2 \quad (1.25)$$

Y:

$$\begin{aligned} a_1 &= -2.65 \times 10^{-4} & a_5 &= 1.954 \times 10^{-11} \\ a_2 &= 5.5 \times 10^{-3} & a_6 &= 4.699 \\ a_3 &= 0.0931 & a_7 &= 0.027 \\ a_4 &= 0.8295 & a_8 &= 2.366 \end{aligned}$$

$$C_{CO_2} = 1.0 - 693.8 \cdot y_{CO_2} \cdot T^{-1.553} \quad (1.26)$$

$$C_{H_2S} = 1.0 - (0.9035 + 0.0015 \cdot ^\circ API) \cdot y_{H_2S} + 0.019(45 - ^\circ API) \cdot (y_{H_2S})^2 \quad (1.27)$$

Corrección de la densidad del aceite instantánea por parafinas.

La presencia de parafinas en el aceite afecta considerablemente la densidad del aceite, por lo cual, con base en la muestras del aceite del Mar del Norte se ajustó una ecuación con un factor de caracterización por parafinas (k_{uop}) de 11.9 en un rango de temperaturas de 50 a 300 °F. La ecuación es la siguiente:

$$^\circ API^*_{corr} = \text{antilog} \left[(a \cdot \mu_{oD})^b \right] \quad (1.28)$$

Donde:

$$a = 3.184 \times 10^{-11} \cdot T^{3.444} \quad (1.29)$$

$$b = [10.213(\log T) - 36.447]^{-1} \quad (1.30)$$

Y en conjunto con la siguiente relación se puede calcular la densidad corregida del aceite en el tanque por separación instantánea:

$$^\circ API_{corr} = \frac{^\circ API^*_{corr}}{^\circ API^*} \cdot ^\circ API \quad (1.31)$$

Donde:

- $^{\circ}\text{API}_{\text{corr}}$ = densidad corregida del aceite en el tanque por separación instantánea.
 $^{\circ}\text{API}^*$ = densidad del aceite residual por separación diferencial.
 $^{\circ}\text{API}$ = densidad del aceite en el tanque por separación instantánea.
 $^{\circ}\text{API}^*_{\text{corr}}$ = densidad corregida del aceite residual por separación diferencial, tomada de la ecuación 1.28, usando la viscosidad del aceite muerto diferencial, medida a la temperatura del yacimiento y presión atmosférica.

Si se considera constante el factor k_{uop} dentro de una región específica, el cociente ($^{\circ}\text{API}^*_{\text{corr}}/^{\circ}\text{API}^*$) de la ecuación 1.31 también es constante, y puede usarse para corregir muestras de otras regiones con un factor k_{uop} de 11.9 usando estas correlaciones.

Relación de solubilidad (R_s)

La ecuación que determina la relación de solubilidad es la siguiente:

$$R_s = \bar{\gamma}_g \left(\frac{^{\circ}\text{API}^{0.989}}{T^n} \cdot p_b^* \right)^{1.2255} \quad (1.32)$$

Donde T está expresada en $^{\circ}\text{F}$ y:

$$p_b^* = 10^{[2.8869 - (14.1811 - 3.3093 \cdot \log p)^{0.5}]} \quad (1.33)$$

$n = 0.130$ para aceite volátil

$n = 0.172$ para aceite negro

La exactitud de esta correlación disminuye para relaciones de solubilidad que excedan 1,400 [pies³ / bl]_{@ c.s.}. El análisis de la expresión para p_b^* , muestra que la correlación no puede ser usada para presiones que excedan de 19,285 psi.

Factor de Volumen del aceite a la presión de burbujeo (B_{ob})

Basándose en la correlación de Standing tenemos que:

$$B_{ob} = f_2 \left[R \left(\frac{\bar{\gamma}_g}{\gamma_o} \right)^a + b \cdot T \right] \quad (1.34)$$

Usando análisis de regresión, las constantes a y b se determinaron que son: $a = 0.526$ y $b = 0.968$. Posteriormente se graficó en escala log-log los datos de las seis muestras junto con otras muestras de aceites de yacimientos del Mar del Norte obteniendo la siguiente ecuación:

$$B_{ob} = 1 + 10^A \quad (1.35)$$

Donde:

$$A = -6.58511 + 2.91329 \cdot \log B_{ob}^* - 0.27683 \cdot (\log B_{ob}^*)^2 \quad (1.36)$$

y:

$$B_{ob}^* = R \left(\frac{\bar{\gamma}_g}{\gamma_o} \right)^{0.526} + 0.968 \cdot T \quad (1.37)$$

B_{ob}^* es el número correlacionado para calcular B_{ob} .

Factor de volumen del aceite por debajo de la p_b (factor de volumen total, B_t)

La ecuación para el factor de volumen total B_t es:

$$B_t = k_4 \cdot \left(R \cdot \frac{T^{0.5}}{\bar{\gamma}_g^{0.3}} \cdot \bar{\gamma}_o^{2.9 \times 10^{-0.00027 \cdot R}} \cdot p^{-1.1089} \right) \quad (1.38)$$

Graficando en escala log-log esta función contra valores experimentales, y usando análisis de regresión se obtuvo la siguiente ecuación de las mismas muestras del Mar del Norte en un rango de presión de 400 a 4,000 psia (2758 a 579 kPa).

$$B_t = 10^A \quad (1.39)$$

Donde:

$$A = 0.080135 + 0.47257 \cdot \log B_t^* + 0.17351 \cdot (\log B_t^*)^2 \quad (1.40)$$

y:

$$B_t^* = R \cdot \left(\frac{T^{0.5}}{\bar{\gamma}_g^{0.3}} \right) \cdot \bar{\gamma}_o^{2.9 \times 10^{-0.00027 \cdot R}} \cdot p^{-1.1089} \quad (1.41)$$

1.2.4 Correlación de J. A. Lasater

Esta correlación se basa en 158 mediciones experimentales de la presión en el punto de burbujeo de 137 sistemas independientes, producidos en Canadá, en el centro y Oeste de los Estados Unidos y América del Sur. El error promedio en la representación algebraica es del 3.8% y el máximo error encontrado es del 14.7%.

Las ecuaciones siguientes corresponden a la correlación de Lasater para un aceite saturado:

$$p_b = \frac{p_f(T + 460)}{\gamma_{gd}} \quad (1.42)$$

Donde P_f es el factor de la presión en el punto de burbujeo, el cual fue relacionado con la fracción molar del gas (y_g), a cuya resultante le fue ajustada la siguiente ecuación

$$p_f = 504.3 \times 10^{-2} \cdot y_g^3 + 310.526 \times 10^{-2} \cdot y_g^2 + 136.226 \times 10^{-2} \cdot y_g + 119.118 \times 10^{-3} \quad (1.43)$$

La fracción molar del gas se calcula con la siguiente expresión:

$$y_g = \left(\frac{\frac{R_s}{379.3}}{\frac{R_s}{379.3} + \frac{350 \cdot \gamma_o}{M_o}} \right) \quad (1.44)$$

El peso molecular del aceite en el tanque (M_o) se correlacionó con los °API del aceite en el tanque de almacenamiento, a cuya curva se le ajustaron las siguientes expresiones.

Si $15 \leq ^\circ API < 40$,

$$M_o = (63.506 - ^\circ API) / 0.0996 \quad (1.45)$$

Si $40 \leq ^\circ API < 55$,

$$M_o = (1048.33 / ^\circ API)^{1.6736} \quad (1.46)$$

La expresión para determinar R_s es:

$$R_s = 132755 \left(\frac{y_g \cdot \gamma_o}{(1 - y_g) M_o} \right) \quad (1.47)$$

A la fracción molar de un gas en función de P_f , se le ajustó la siguiente ecuación:

$$y_g = 419.545 \times 10^{-5} \cdot p_f^3 - 591.428 \times 10^{-4} \cdot p_f^2 + 334.519 \times 10^{-3} \cdot p_f + 169.879 \times 10^{-4} \quad (1.48)$$

1.2.5 Densidad del aceite saturado

Con la siguiente expresión se calcula la densidad del aceite saturado.

$$\rho_o = \frac{62.4 \cdot \gamma_o + 0.01362 \cdot R_s \cdot \gamma_{gd}}{B_o} \quad (1.49)$$

Donde:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + ^\circ API} \quad (1.50)$$

1.2.6 Viscosidad del aceite saturado

La siguiente ecuación representa la viscosidad del aceite saturado propuesta por Beegs y Robinson, y esta basada en 2,073 mediciones de viscosidad de aceite saturado.

$$\mu_o = a(\mu_{om})^b \quad (1.51)$$

Donde:

$$a = 10.715(R_s + 100)^{-0.515} \quad (1.52)$$

$$b = 5.44(R_s + 150)^{-0.338} \quad (1.53)$$

Para obtener la viscosidad del aceite muerto ($p = 1 \text{ atm}$) tenemos que:

$$\mu_{om} = 10^x - 1 \quad (1.54)$$

Donde:

$$X = Y \cdot T^{-1.163} \quad (1.55)$$

$$Y = 10^z \quad (1.56)$$

$$Z = 3.0324 - 0.02023 \cdot ^\circ \text{API} \quad (1.57)$$

1.2.7 Tensión superficial del aceite saturado

$$\sigma_o = (42.4 - 0.047 \cdot T - 0.267 \cdot ^\circ \text{API}) \cdot e^{(-0.0007p)} \quad (1.58)$$

1.3 Propiedades del aceite bajosaturado

1.3.1 Compresibilidad

La compresibilidad del aceite bajosaturado puede ser calculada con la ecuación 1.17 de la correlación de Vázquez.

1.3.2 Densidad del aceite bajosaturado

La densidad del aceite por arriba de la presión de burbujeo es la siguiente:

$$\rho_o = \rho_{ob} \cdot e^{(c_o(p-p_b))} \quad (1.59)$$

Donde:

$$\rho_{ob} = \frac{62.4 \cdot \gamma_o + 0.01362 \cdot R \cdot \gamma_{gd}}{B_{ob}} \quad (1.60)$$

Y, ρ_{ob} es la densidad del aceite a la presión de burbujeo, por lo que: $B_o=B_{ob}$, y $R_s=R$

1.3.3 Viscosidad del aceite bajosaturado

La viscosidad del aceite arriba de la presión de burbuja se obtiene mediante:

$$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{p}{p_b} \right)^m \quad (1.61)$$

Donde:

$$m = 2.6 P^{1.187} \times 10^{[-0.000039 \cdot p - 5]} \quad (1.62)$$

1.3.4 Factor de volumen del aceite bajosaturado

Para el aceite bajosaturado se tiene la ecuación:

$$B_o = B_{ob} \cdot e^{(-c_o \cdot (p - p_b))} \quad (1.63)$$

1.3.5 Presión de burbuja

Una de las funciones importantes del análisis PVT, es el determinar si el yacimiento de aceite es bajosaturado o saturado, por lo que es importante saber la presión de saturación o burbujeo del yacimiento.

El primer paso para obtener las propiedades del aceite bajosaturado es la determinación de la presión de saturación del aceite. Las expresiones a aplicar se obtienen de las ecuaciones previamente establecidas en este capítulo:

- Standing (ecuación. 1.7)
- Vázquez (ecuación 1.14)
- Oistein (ecuaciones 1.22 y 1.23):
- Lasater (ecuación 1.42 y 1.43):

1.4 Propiedades del gas natural

1.4.1 Densidad relativa del gas

En los cálculos de las propiedades de los fluidos se utilizan tres tipos de densidades relativas del gas, por lo que es conveniente distinguirlas.

La densidad relativa que generalmente se tiene como dato es la de gas producido (γ_g). Cuando no se tiene como dato se puede calcular de la siguiente manera:

$$\gamma_g = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{gi} \cdot q_{gi}}{q_g} \quad (1.64)$$

Donde:

n = número de etapas de separación

γ_{gi} = densidad relativa del gas en la salida del separador i

q_{gi} = gasto en la salida del separador i (pies³ g a c.s. / día)

La densidad relativa del gas disuelto puede obtenerse con la correlación de Katz.

$$\gamma_{gd} = 0.25 + 0.02 \cdot \text{API} + R_s \times 10^{-6} \cdot (0.6874 - 3.5864 \cdot \text{API}) \quad (1.65)$$

El gas que primero se libera es principalmente el metano ($\gamma = 0.55$). Al declinar la presión se vaporizan hidrocarburos con mayor peso molecular, aumentando tanto γ_{gf} como γ_{gd} . Por lo tanto:

$$\gamma_{gd} \geq \gamma_{gf} \geq 0.55$$

El valor de la densidad relativa del gas libre γ_{gf} puede obtenerse de un balance másico:

$$w_g = w_{gd} + w_{gf} \quad (1.66)$$

Donde:

$$w_g = \frac{0.0764 \cdot R \cdot q_o \cdot \gamma_g}{86400} \quad (1.67)$$

$$w_g = R \left(\frac{\text{pie}_g^3 \text{ c.s.}}{\text{bl}_o \text{ c.s.}} \right) (q_o) \left(\frac{\text{bl}_o \text{ c.s.}}{\text{día}} \right) \left(\frac{1 \text{ día}}{86400 \text{ seg}} \right) (0.0764) \left(\frac{\text{lb}_{\text{aire}}}{\text{pie}_g^3 \text{ c.s.}} \right) (\gamma_g) \left(\frac{\text{lb}_g}{\text{pie}_g^3 \text{ c.s.}} \right) \left(\frac{\text{lb}_{\text{aire}}}{\text{pie}_g^3 \text{ c.s.}} \right) \quad (1.68)$$

$$w_{gd} = \frac{0.0764 \cdot R_s \cdot q_o \cdot \gamma_{gd}}{86400} \quad (1.69)$$

$$w_{gd} = R_s \left(\frac{\text{pie}^3_{gd} \text{ c.s.}}{\text{bl}_o \text{ c.s.}} \right) (q_o) \left(\frac{\text{bl}_o \text{ c.s.}}{\text{dia}} \right) \left(\frac{1 \text{ día}}{86400 \text{ seg}} \right) (0.0764) \left(\frac{\text{lb}_{aire}}{\text{pie}^3_{aire} \text{ c.s.}} \right) (\gamma_{gd}) \left(\frac{\text{lb}_{gd}}{\text{pie}^3_{gd} \text{ c.s.}} \right) \left(\frac{\text{lb}_{aire}}{\text{pie}^3_{aire} \text{ c.s.}} \right) \quad (1.70)$$

$$w_{gf} = \frac{0.0764 \cdot (R - R_s) \cdot q_o \cdot \gamma_{gf}}{86400} \quad (1.71)$$

$$w_{gf} = (R - R_s) \left(\frac{\text{pie}^3_{gl} \text{ c.s.}}{\text{bl}_o \text{ c.s.}} \right) (q_o) \left(\frac{\text{bl}_o \text{ c.s.}}{\text{dia}} \right) \left(\frac{1 \text{ día}}{86400 \text{ seg}} \right) (0.0764) \left(\frac{\text{lb}_{aire}}{\text{pie}^3_{aire} \text{ c.s.}} \right) (\gamma_{gf}) \left(\frac{\text{lb}_{gl}}{\text{pie}^3_{gl} \text{ c.s.}} \right) \left(\frac{\text{lb}_{aire}}{\text{pie}^3_{aire} \text{ c.s.}} \right) \quad (1.72)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.71, 1.69 y 1.67 en 1.66 y despejando γ_{gf} se tiene:

$$\gamma_{gf} = \frac{R \cdot \gamma_g - R_s \cdot \gamma_{gd}}{R - R_s} \quad (1.73)$$

1.4.2 Factor de volumen del gas

De la ecuación de los gases y asumiendo constante el número de moles n , tenemos:

$$n \cdot R = \frac{p \cdot V}{Z \cdot (T + 460)} = \left(\frac{p \cdot V}{z \cdot (T + 460)} \right)_{c.s.} = cte. \quad (1.74)$$

y:

$$B_g = \frac{V}{V_{c.s.}} = \frac{p_{c.s.} \cdot Z \cdot (T + 460)}{p \cdot Z_{c.s.} \cdot (T_{c.s.} + 460)} \quad (1.75)$$

$$B_g = \frac{(14.7) \cdot Z \cdot (T + 460)}{(520) \cdot p \cdot (1.0)} \quad (1.76)$$

$$B_g = 0.02827 \frac{Z \cdot (T + 460)}{p} \quad (1.77)$$

1.4.3 Densidad del gas

La densidad del gas se puede calcular mediante muchas ecuaciones de estado dependiendo del tipo de gas, la composición, las condiciones de presión y temperatura, y el grado de sofisticación. Aquí mencionaremos las dos formas más comúnmente usadas para calcular la densidad del gas:

- a) Mediante la ecuación de estado para los gases reales:

$$p \cdot V = Z \cdot n \cdot R' \cdot (T + 460) \quad (1.78)$$

El número de moles se puede obtener de:

$$n = \frac{m}{M_a \cdot \gamma_{gf}} \quad (1.79)$$

Combinando las dos ecuaciones y resolviendo para determinar la densidad del gas tenemos:

$$\rho_g = \frac{M}{V} = \frac{28.96 p \cdot \gamma_{gf}}{Z \cdot 10.72 \cdot (T + 460)} = 2.7 \frac{p \cdot \gamma_{gf}}{Z \cdot (T + 460)} \quad (1.80)$$

- b) Mediante el factor de volumen del gas, el cual es más consistente cuando se maneja aceite y agua, tenemos que:

$$\rho_g = \frac{\rho_{g.c.s.}}{B_g} \quad (1.81)$$

Donde:

$$\rho_{g.c.s.} = \gamma_{gf} (0.0764) \quad (1.82)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_{gf}}{B_g} \quad (1.83)$$

Sustituyendo B_g en 1.83 obtenemos:

$$\rho_g = \frac{2.7044 \cdot p \cdot \gamma_{gf}}{Z \cdot (T + 460)} \quad (1.84)$$

1.4.4 Factor de compresibilidad

Existen diferentes correlaciones para calcular las propiedades pseudocríticas del gas.

Las curvas correspondientes a los gases han sido establecidas utilizando gases de los separadores y vapores obtenidos en los tanques de almacenamiento.

La ecuación para obtener la temperatura y presión pseudocrítica para gases superficiales es:

$$T_{pc} = 167 + 316.67 \cdot \gamma_{gf} \quad (1.85)$$

$$p_{pc} = 702.5 - 50 \cdot \gamma_{gf} \quad (1.86)$$

La ecuación para obtener la temperatura y presión pseudocrítica para gases húmedos es:

$$T_{pc} = 238 + 210 \cdot \gamma_{gf} \quad (1.87)$$

$$p_{pc} = 740 - 100 \cdot \gamma_{gf} \quad (1.88)$$

Las ecuaciones para calcular la temperatura y presiones pseudoreducidas son:

$$T_{pr} = \frac{T + 460}{T_{pc}} \quad (1.89)$$

$$P_{pr} = \frac{P}{p_{pc}} \quad (1.90)$$

Para calcular Z mediante ecuaciones, se hace iterando, suponiendo un valor inicial para el factor de compresibilidad (Z_{sup}) con la que se obtiene ρ_r de la ecuación 1.91.

$$\rho_r = \frac{0.27 \cdot P_{pr}}{Z_{sup} \cdot T_{pr}} \quad (1.91)$$

Con esta ρ_r se obtiene un valor para Z , que es Z_{cal} con:

$$Z = 1 + \left(A_1 + \frac{A_2}{T_{pr}} + \frac{A_3}{T_{pr}^3} \right) \cdot \rho_r + \left(A_4 + \frac{A_5}{T_{pr}} \right) \cdot \rho_r^2 + \left(\frac{A_5 \cdot A_6 \cdot \rho_r^5}{T_{pr}} \right) + \left(\frac{A_7 \rho_r^2}{T_{pr}^3} \right) \cdot (1 + A_8 \cdot \rho_r^2) \cdot e^{(-A_8 \cdot \rho_r^2)} \quad (1.92)$$

Donde:

$A_1 = 0.31506$	$A_2 = -1.0467$	$A_3 = -0.5783$	$A_4 = 0.5353$
$A_5 = -0.6123$	$A_6 = -0.6123$	$A_7 = 0.68157$	$A_8 = 0.68446$

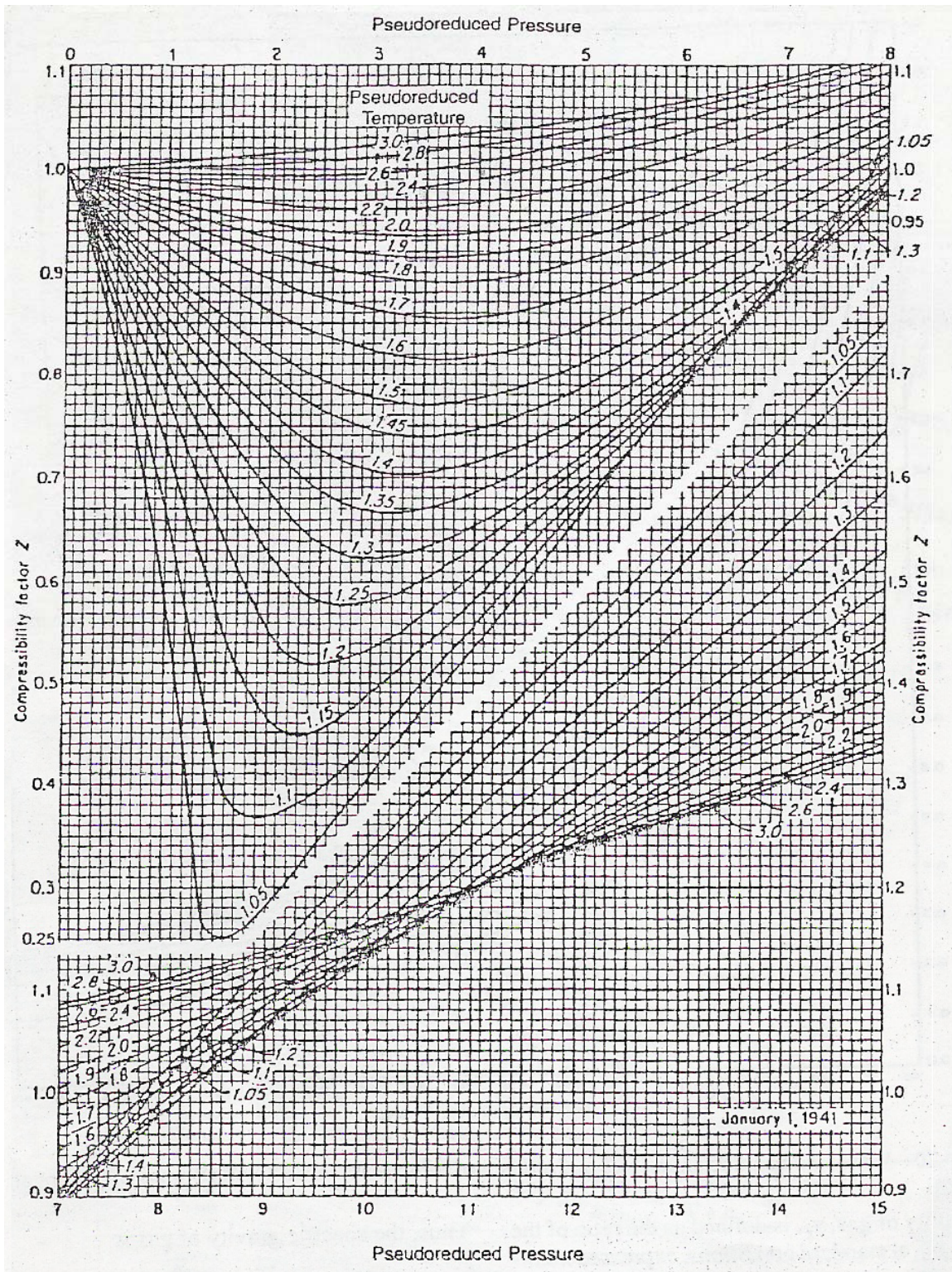


Figura 1.9. Factores de compresibilidad para gases naturales. (por Standing y Katz)

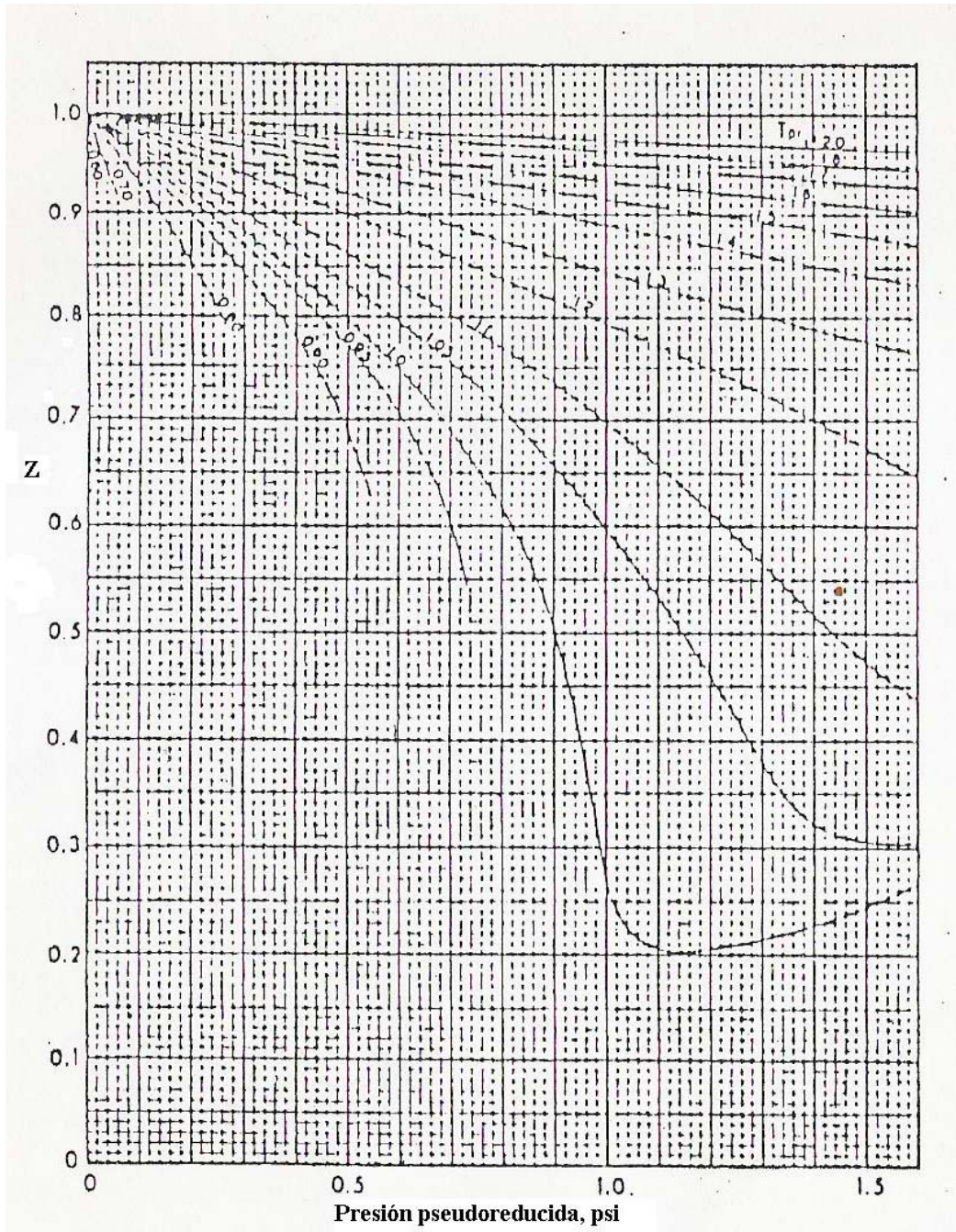


Figura 1.10. Factores de compresibilidad para gases naturales a presiones pseudocríticas bajas (por Brown).

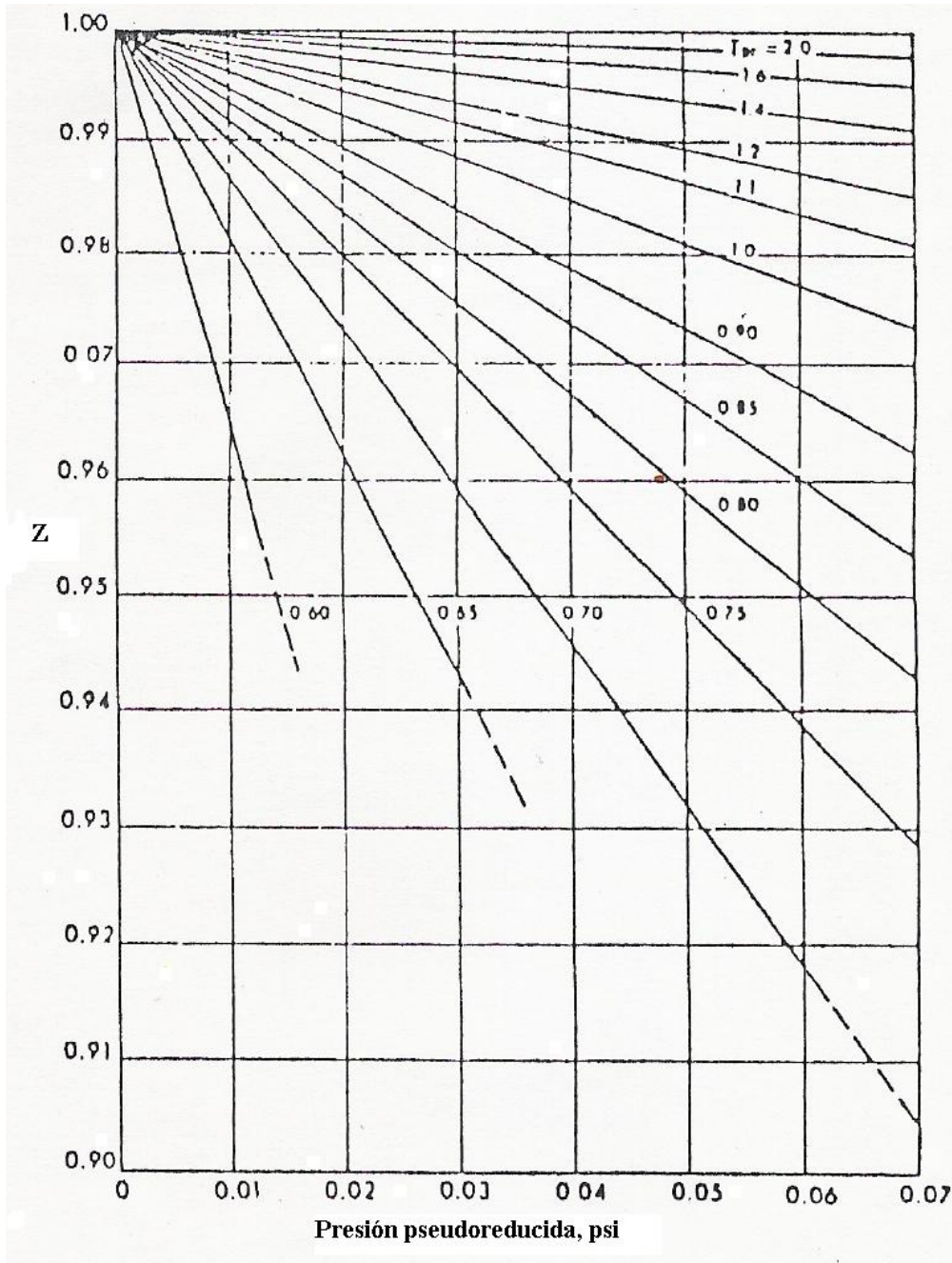


Fig. 1.11. Factores de compresibilidad para gases naturales a presiones pseudocríticas cercanas a la presión atmosférica (por Brown).

$$\text{Si: } |Z_{\text{sup}} - Z_{\text{cal}}| \leq 0.0001$$

Entonces Z_{cal} es el valor del factor de compresibilidad correcto, si no, se sigue iterando haciendo $Z_{\text{cal}} = Z_{\text{sup}}$, hasta llegar al rango de error máximo o tolerancia definida. Un valor de tolerancia aceptable es 0.0001.

Otra forma de calcular el factor de compresibilidad Z , es mediante la correlación gráfica de la figura 1.9 que Standing y Katz hicieron siguiendo con el trabajo de Brown, basándose en las presiones y temperaturas pseudoreducidas. Esta gráfica puede ser utilizada para tomar el primer valor de Z_{sup} .

Para presiones pseudoreducidas bajas o cercanas a la presión atmosférica, el factor de compresibilidad Z se determina mediante las gráficas de las figuras 1.10 y 1.11, las cuales son exclusivamente para gases naturales que contengan bajas cantidades de CO_2 , y H_2S .

1.4.5 Propiedades de gases que contienen N_2 , CO_2 y H_2S

Correcciones para el factor de compresibilidad del gas por presencia de gases contaminantes.

Los gases naturales a menudo contienen componentes de gases contaminantes, como el dióxido de carbono, nitrógeno y ácido sulfhídrico. En gases que contienen menos del 5% de gases contaminantes se considera despreciable el efecto sobre el factor Z . Concentraciones mayores al 5% de gases contaminantes pueden causar un error substancial en el cálculo de Z , por lo cual, requiere una corrección.

Las propiedades pseudocríticas de gases que contienen cantidades apreciables de CO_2 y H_2S , pueden calcularse por el método de Standing-Katz, modificado por Wichert y Aziz.

La modificación de este método consiste en usar un factor de ajuste (ϵ_3) para calcular la presión y temperaturas pseudocríticas:

$$T'_{\text{pc}} = T_{\text{pc}} - \epsilon_3 \quad (1.93)$$

$$p'_{\text{pc}} = \frac{p_{\text{pc}} \cdot T'_{\text{pc}}}{(T_{\text{pc}} + y_{\text{H}_2\text{S}}(1 - y_{\text{H}_2\text{S}})\epsilon_3)} \quad (1.94)$$

ϵ_3 Se determina con base en las fracciones molares CO_2 y H_2S de la siguiente manera:

$$\epsilon_3 = 120(A^{0.9} - A^{1.6}) + 15(y_{\text{H}_2\text{S}}^{0.5} - y_{\text{H}_2\text{S}}^4) \quad (1.95)$$

Donde:

$$A = y_{\text{H}_2\text{S}} + y_{\text{CO}_2}$$

Los valores de T'_{pc} y p'_{pc} así obtenidos, se usan en vez de T_{pc} y P_{pc} para el cálculo del factor de compresibilidad Z .

1.4.6 Viscosidad del gas

La viscosidad del gas se obtiene con la correlación de Lee.

$$\mu_g = K \times 10^{-4} \cdot e^{\left(X \left(\frac{\rho_g}{62.428} \right)^Y \right)} \quad (1.96)$$

Donde:

$$K = \frac{(9.4 + 0.5792 \cdot \gamma_{gf})(T + 460)^{1.5}}{(209 + 550.24 \cdot \gamma_{gf} + (T + 460))} \quad (1.97)$$

$$Y = 2.4 - 0.2 \cdot X \quad (1.98)$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{(T + 460)} + 0.2896 \cdot \gamma_{gf} \quad (1.99)$$

1.4.7 Corrección de la viscosidad del gas por presencia de gases contaminantes.

La viscosidad del gas natural corregida, se obtiene con las siguientes expresiones (correlación de Carr):

$$\mu_g = \mu_{gc} + C_{N_2} + C_{CO_2} + C_{H_2S} \quad (1.100)$$

$$C_{N_2} = y_{N_2} (8.48 \times 10^{-3} \times \log \gamma_g + 9.59 \times 10^{-3}) \quad (1.101)$$

$$C_{CO_2} = y_{CO_2} (9.08 \times 10^{-3} \log \gamma_g + 6.24 \times 10^{-3}) \quad (1.102)$$

$$C_{H_2S} = y_{H_2S} (8.49 \times 10^{-3} \log \gamma_g + 3.73 \times 10^{-3}) \quad (1.103)$$

Donde μ_{gc} = Viscosidad del gas natural calculada.

1.5 Propiedades del agua saturada

El agua es un importante líquido, componente del sistema de producción de aceite y gas. Consecuentemente, las propiedades físicas del agua juegan un importante rol en los cálculos de flujo multifásico. Entre las propiedades físicas del agua, solubilidad del gas, factor de volumen de formación, viscosidad, tensión superficial y compresibilidad hay un

interés particular. La densidad relativa o densidad del agua es una importante propiedad y esta normalmente disponible de los análisis de agua de los campos petroleros.

1.5.1 Factor de volumen

Ésta es una propiedad muy importante ya que influye en la expansión o contracción del aceite y del agua.

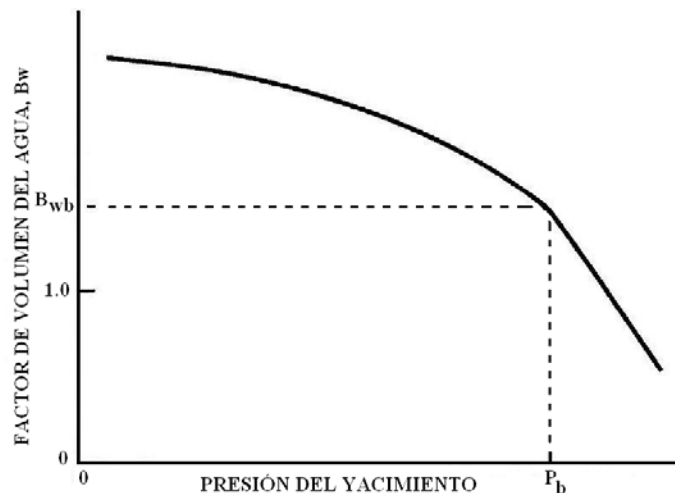


Figura 1.12. Típica gráfica del factor de volumen del agua contra presión

Normalmente se asume que el punto de burbuja para las presiones de gas-aceite y gas-agua son igual. Dos métodos son comúnmente utilizados para calcular B_w por debajo del punto de la presión de burbuja.

Método 1

Éste se utiliza para el agua libre de gas en solución; la presión, temperatura y corrección por efecto de gas en solución en agua pura se obtuvieron de gráficas.

$$B_w = B'_w + y \cdot \Delta B_w \tag{1.104}$$

Donde:

B'_w = Factor de volumen del agua pura. (Eichelberg)

y = Efecto de salinidad por cantidad de gas en solución. (Keenan & Keyes)

ΔB_w = Diferencia entre agua pura saturada con gas y agua pura. (Keenan & Keyes)

De acuerdo a las gráficas y siguiendo la relación anterior se tiene que $y = 1.0$ entonces Gould presenta la siguiente ecuación.

$$B_w = 1.0 + 1.2 \times 10^{-4} \cdot T_x + 1.0 \times 10^{-6} \cdot T_x^2 - 3.33 \times 10^{-6} \cdot \bar{p} \tag{1.105}$$

Donde:

$$T_x = \bar{T} - 60 \tag{1.106}$$

y:

$$\bar{T} = ^\circ\text{F}$$

Método 2

Mc Cain sugirió el método de Katz para calcular B_o se puede utilizar para calcular B_w .

$$B_w = (1 + \Delta V_{wp})(1 + \Delta_{wT}) \tag{1.107}$$

Donde ΔV_{wp} es el cambio de volumen durante la reducción de presión atmosférica y ΔV_{wT} es el cambio de volumen durante la reducción de la temperatura a 60 °F y presión atmosférica.

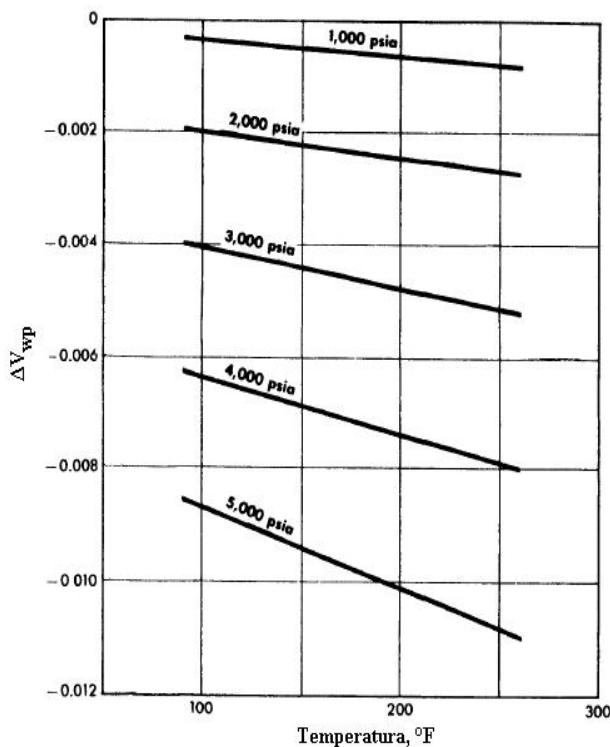


Figura 1.13. Gráfica ΔV_{wp}

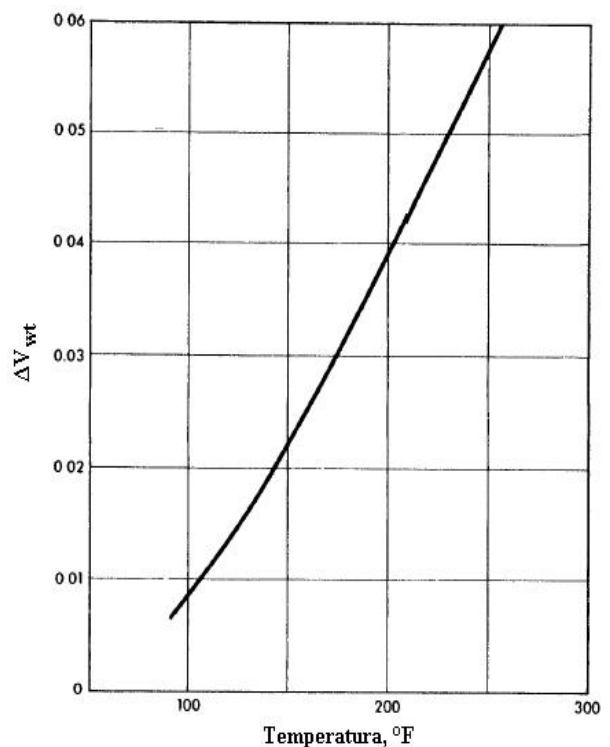


Figura 1.14. Gráfica ΔV_{wT}

Mc Cain indica que el método 2 es válido para aguas del campo petrolero con concentraciones de salmuera que varían, puesto que los efectos de la concentración de la salmuera en ΔV_{wp} y ΔV_{wT} se están compensando.

Los factores del volumen del agua de formación sobre la presión del punto de burbujeo se calculan la misma manera que para los sistemas de gas-aceite.

$$B_w = B_{wb} \cdot e^{(-c_w(P-P_b))} \tag{1.108}$$

1.5.2 Densidad

Se puede utilizar la misma ecuación que para la densidad del aceite, excepto que los efectos de gas en solución normalmente no se toman en cuenta.

$$\rho_w = \frac{\rho_{w.c.s.}}{B_w} = \frac{\gamma_{w.c.s.} \cdot 62.4}{B_w} \tag{1.109}$$

La densidad del agua a condiciones estándar esta en función de los sólidos disueltos y puede ser obtenida con la figura 1.15.

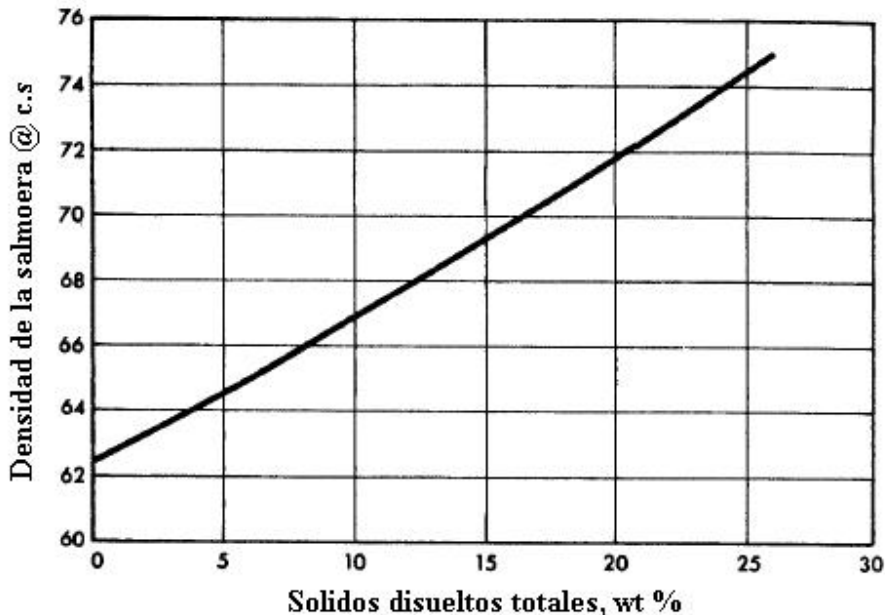


Figura 1.15. Densidad de la salmuera como función de de sólidos totales disueltos

1.5.3 Viscosidad

Los datos sobre la viscosidad del agua de los campos petroleros son muy escasos. La viscosidad aumentará conforme la presión se incremente, puede aumentar con el aumento de sólidos disueltos, y puede disminuir significativamente con gas en solución. No hay datos disponibles para los efectos de gas en la solución. El efecto de temperatura sobre la viscosidad del agua se muestra en la figura 1.16 por Van Wingen.

La curva de la figura 1.16 sugiere que los efectos de presión y salinidad son despreciables.

La ecuación 1.110 permite calcular la viscosidad aproximada.

$$\mu_w = e^{(1.003 - 1.479 \times 10^{-2} \cdot T + 1.982 \times 10^{-5} \cdot T^2)} \quad (1.110)$$

Donde; T está en °F, y cuando el total de sólidos disueltos es grande.

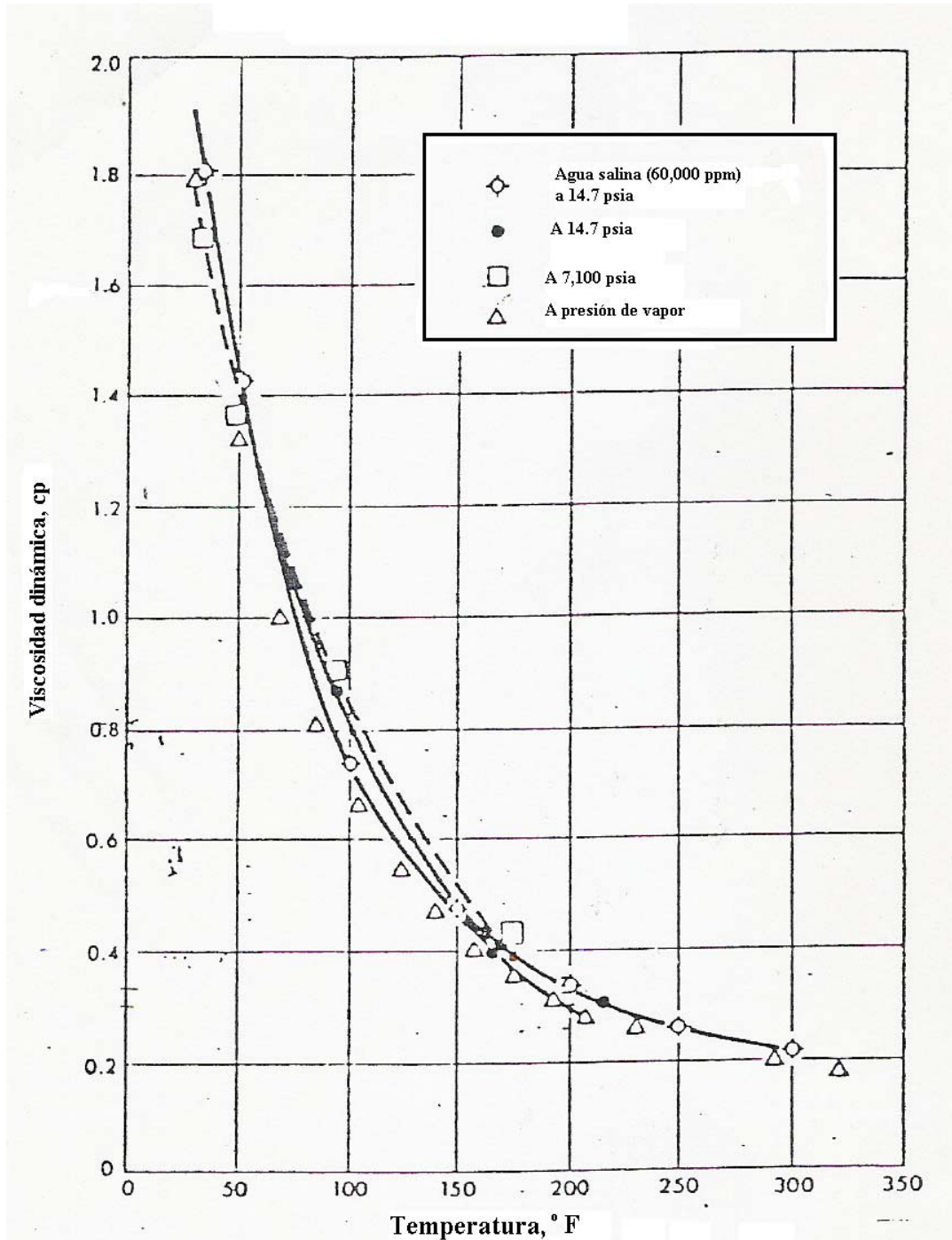


Figura 1.16. Viscosidad del agua a presión y temperatura de yacimiento (por Van Wingen)

1.5.4 Tensión superficial agua-gas

$$\sigma_{w1} = 52.5 - 0.006 \cdot (\bar{P}) \quad (1.111)$$

$$\sigma_{w2} = 76 \cdot e^{(-0.00025 \cdot \bar{P})} \quad (1.112)$$

$$\sigma_w = \left(\frac{280 - T}{206} \right) \cdot (\sigma_{w2} - \sigma_{w1}) + \sigma_{w1} \quad (1.113)$$

1.5.5 Solubilidad del gas en agua

La solubilidad de los hidrocarburos gaseosos es inversamente proporcional a su peso molecular. Así el metano es más soluble que el etano y el etano más soluble que el propano, etc. Ahmed recomienda el uso de la correlación solubilidad del gas en agua, la cual se da a continuación siguiente:

$$R_{sw} = A + B \cdot p + C \cdot p^2 \quad (1.114)$$

Donde:

$$A = 2.12 + (3.45 \times 10^{-3}) \cdot T + (3.59 \times 10^{-5}) T^2 \quad (1.115)$$

$$B = 0.0107 - (5.26 \times 10^{-5}) T + (1.48 \times 10^{-7}) T^2 \quad (1.116)$$

$$C = -(8.75 \times 10^{-7}) + (3.9 \times 10^{-9}) T - (1.02 \times 10^{-11}) T^2 \quad (1.117)$$

La solubilidad del gas es corregida por efecto de salinidad.

$$(R_{sw})_b = R_{sw} \cdot C_s \quad (1.118)$$

$$C_s = 1.0 - (0.0753 - 0.000173) \cdot S \quad (1.119)$$

Donde $(R_{sw})_b$ = solubilidad de salmuera en agua scf/STBW, R_{sw} = solubilidad del gas en agua pura, C_s = corrección por salinidad = factor de corrección por salinidad, donde S es la salinidad del agua porcentaje en peso de NaCl.

1.6 Propiedades del agua bajosaturada

Porque la solubilidad del gas en el agua es muy baja comparada con la del aceite; es común en la práctica pasar por alto la solubilidad del gas en el agua, si asumimos despreciable la expansión térmica, entonces el factor de volumen del agua de formación se

considera 1.0. Actualmente en los campos hay agua que muestra solubilidad al gas, y así, se contrae bajo una caída de presión.

1.6.1 Compresibilidad

Meehan presentó una correlación empírica para determinar el coeficiente isotérmico de compresibilidad del agua, libre de gas y con gas en solución.

Para agua libre de gas, la relación que obtuvo fue la siguiente:

$$(c_w)_f = (A + BT + CT^2) \times 10^{-6} \quad (1.120)$$

Donde:

$$(c_w)_f = \text{Compresibilidad del agua, libre de gas, } \text{psi}^{-1}$$

Y:

$$A = 3.8546 - (0.000134) p \quad (1.121)$$

$$B = -0.01052 + (4.77 \times 10^{-7}) p \quad (1.122)$$

$$C = (3.9267 \times 10^{-5}) - (8.8 \times 10^{-10}) p \quad (1.123)$$

La ecuación para determinar la compresibilidad isotérmica del agua con gas en solución es:

$$(c_w)_g = (c_w)_f (1.0 + 8.9 \times 10^{-3} \cdot R_{sw}) \quad (1.124)$$

Donde:

$$(c_w)_g = \text{compresibilidad isotérmica del agua con gas en solución, } \text{psi}^{-1}$$

$$R_{sw} = \text{relación solubilidad del agua, } \text{pie}^3 \text{ @ c.e. / bl @ c.t.}$$

1.6.2 Factor de volumen

La ecuación propuesta para calcular el factor de volumen del agua por arriba de la presión de burbujeo es la siguiente:

$$B_w = B_{wb} \cdot e^{[-c_w(p-p_b)]} \quad (1.125)$$

Donde:

B_w = factor de volumen del agua arriba de la presión de burbujeo.

B_{wb} = factor de volumen del agua en la presión de burbujeo.

C_w = compresibilidad del agua, psi^{-1} .

P = presión del sistema ($p > p_b$), psia.

1.7 Ejemplos

Ejemplo 1

De un fluido de hidrocarburos se tiene la siguiente información:

$$^{\circ}\text{API} = 35^{\circ}$$

$$\gamma_g = 0.75 \text{ @ c.s.}$$

$$B_o = 1.23 \text{ @ 1500 psia y 250 }^{\circ}\text{F}$$

$$R_s = 277 \text{ pie}^3/\text{bl} \text{ @ 1500 psia y 250 }^{\circ}\text{F}$$

$$W_{gd} = 1.13 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

$$W_{gf} = 3.85 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

Obtener la densidad del aceite ρ_o (lb_m/pie^3) y del gas libre ρ_{gf} (lb_m/pie^3) @1500 psia y 250 $^{\circ}\text{F}$

Solución:

Para calcular la densidad del aceite saturado utilizamos la ecuación 1.49:

$$\rho_o = \frac{62.4 \cdot \gamma_o + 0.01362 \cdot R_s \cdot \gamma_{gd}}{B_o}$$

Donde la densidad relativa del aceite es:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + ^{\circ}\text{API}} = \frac{141.5}{131.5 + 35} = 0.85$$

Con la correlación de Katz (ecuación 1.65) obtenemos la densidad relativa del gas disuelto.

$$\gamma_{gd} = 0.25 + 0.02(35) + 277 \times 10^{-6} \cdot (0.6874 - 3.5864(35))$$

$$\Rightarrow \gamma_{gd} = 0.915$$

Sustituyendo valores en ρ_o

$$\rho_o = \frac{62.4(0.85) + 0.01362(277)(0.92)}{1.23} = 45.94 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\Rightarrow \rho_o = 45.94 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3} \text{ @ 1500 psia y 250 }^{\circ}\text{F}$$

Ahora para obtener la densidad del gas libre con la ecuación 1.84, calculamos:

$$\Rightarrow q_o = \frac{w_{gd}}{0.0764 \cdot R_s \cdot \gamma_{gd}} = \frac{1.13}{0.0764(277)(0.915)} = 0.058 \frac{\text{bl}}{\text{seg}}$$

$$w_g = w_{gd} + w_{gf} = 1.13 + 3.85 = 4.98 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

Despejando R de la ecuación 1.67:

Tenemos que:

$$R = \frac{w_g}{0.0764 \cdot q_o \cdot \gamma_g} = \frac{4.98}{0.0764 \cdot (0.058)(0.75)} = 1498.5 \frac{\text{pie}^3}{\text{bl}}$$

Calculamos la densidad relativa del gas libre con la ecuación 1.73:

$$\Rightarrow \gamma_{gf} = \frac{(1498.5)(0.75) - (277)(0.92)}{(1498.5 - 277)} = 0.7114$$

Ahora para obtener Z, calculamos primero las presiones y temperaturas pseudocríticas y pseudoreducidas para gases superficiales con las ecuaciones 1.85 y 1.86.

$$T_{pc} = 167 + 316.67 \gamma_{gf} = 167 + 316.67 (0.7114) = 392.3 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$P_{pc} = 702.5 - 50 \gamma_{gf} = 702.5 - 50 (0.7114) = 666.93 \text{ psia}$$

Con las ecuaciones 1.89 y 1.90 obtenemos:

$$T_{pr} = \frac{T + 460}{T_{pc}} = \frac{250 + 460}{392.4} = 1.809$$

$$P_{pr} = \frac{p}{p_{pc}} = \frac{1500}{666.93} = 2.249$$

Suponemos una Z_{sup} inicial de 0.95 y calculamos ρ_r con la ecuación 1.91.

Con esta ρ_r se obtiene un valor para Z, que es Z_{cal} con la ecuación 1.92.

Después de varias iteraciones se obtuvo un valor de $Z = 0.91$

Por último sustituimos valores en la ecuación de la densidad del gas libre (ec. 1.84).

$$\therefore \rho_{gf} = \frac{(2.7044)(0.7114)(1500)}{(0.91)(250 + 460)} = 4.458 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_{gf} = 4.458 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3} @ 1500 \text{ psia y } 250 \text{ }^\circ\text{F}$$

Ejemplo 2

Con los siguientes datos:

Gas húmedo

$$\gamma_g = 0.85 \quad \gamma_g = \gamma_{gp} \text{ (1 etapa de separación)}$$

$$\% \text{ NaCl en el agua} = 0.18$$

$$y_{\text{CO}_2} = 0.0287$$

$$y_{\text{H}_2\text{S}} = 0.2327 \quad \text{fracciones molares}$$

$$R = 750 \text{ pies}^3/\text{bl}$$

$$P_s = 120 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs. 1}^a \text{ Etapa de separación.}$$

$$T_s = 75 \text{ }^\circ\text{F. 1}^a \text{ Etapa de separación.}$$

$$^\circ\text{API} = 30$$

Los datos obtenidos en el laboratorio producto de un análisis PVT son los siguientes:

$$P_{b,\text{lab}} = 3300 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs.}$$

$$T_{b,\text{lab}} = 220 \text{ }^\circ\text{F.}$$

$$B_{\text{ob,lab}} = 1.455 \text{ bl}_o @ \text{ c.b./bl}_o @ \text{ c.s. Resultante de una separación instantánea.}$$

$$R_{s,\text{lab}} = 750 \text{ pies}^3/\text{bl}_o. \text{ Resultante de una separación instantánea.}$$

$$\bar{p} = 200 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs. Condiciones de interés}$$

$$\bar{T} = 200 \text{ }^\circ\text{F condiciones de interés}$$

Determinar la correlación que más se ajusta y obtener un factor de corrección

Solución:

El primer paso, es seleccionar las correlaciones que mejor determinan los valores de p_b , R_s , y B_o son sus respectivos factores de corrección.

Para hacer las comparaciones, se tomarán los datos de laboratorio $P_{b,\text{lab}}$, $B_{\text{ob,lab}}$ y

$R_{s,\text{lab}}$.

Obtenemos los valores para p_b por las cuatro correlaciones vistas:

- Standing (ecuación. 1.7):

$$p_b = 18 \left(\left(\frac{750}{0.85} \right)^{0.83} 10^{(0.00091(220) - 0.0125(30))} \right) = 3,352 \text{ psia}$$

- Vázquez (ecuación 1.14):

$$p_b = \left(\frac{750 \cdot e^{\left(-25.724 \frac{30}{220+460}\right)}}{(0.0362)(0.8522)} \right)^{\frac{1}{1.0937}} = 3,626 \text{ psia}$$

- Oistein (ecuaciones 1.23 y 1.22, 1.26, 1.27, 1.24):

$$p_b^* = \left(\frac{750}{0.85} \right)^{0.816} \left(\frac{220^{0.172}}{30^{0.989}} \right) = 22.165$$

$$p_b = 10^{(1.7669+1.7447 \cdot \log(22.165) - 0.30218 \cdot (\log 22.165)^2)} = 3,694 \text{ psia}$$

Los factores de corrección por gases contaminantes son:

$$C_{\text{CO}_2} = 1.0 - (693.8)(0.0287)(220)^{-1.553} = 0.9954$$

$$C_{\text{H}_2\text{S}} = 1.0 - [0.9035 + (0.0015)(30)](0.2327) + 0.019(45 - 30) \cdot (0.2327)^2 = 0.7947$$

Por lo que la presión de burbujeo corregida es:

$$(p_b)_c = (3694)(0.9954)(0.7947) = 2,922 \text{ psia}$$

- Lasater (ecuaciones 1.45, 1.44, 1.43, y 1.42):

$$M_o = (63.506 - 30) / 0.0996 = 336.41$$

De la ecuación 1.1 despejamos γ_o :

$$\gamma_o = \frac{141.5}{30 + 131.5} = 0.88$$

$$y_g = \left(\frac{\frac{750}{379.3}}{\frac{750}{379.3} + \frac{(350)(0.88)}{336.41}} \right) = 0.68$$

$$p_f = (504.3 \times 10^{-2})(0.68)^3 + (310.526 \times 10^{-2})(0.68)^2 + (136.226 \times 10^{-2})(0.68) + 119.118 \times 10^{-3} = 4.123$$

$$p_b = \frac{(4.123)(220 + 460)}{0.85} = 3,299 \text{ psia}$$

Al comparar cada valor obtenido de p_b y el de laboratorio ($p_{b,lab}$), se observa que la correlación que se ajusta de manera más aproximada es la de Lasater.

Para obtener la relación de solubilidad mediante las correlaciones vistas utilizamos:

- Standing (ecuación. 1.8):

$$R_s = 0.85 \left(\left(\frac{3,300}{18} \right) 10^{((0.0125)(30)-(0.00091)(220))} \right)^{\left(\frac{1}{0.83} \right)} = 736 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}$$

- Vázquez (ecuación 1.13):

$$R_s = (0.0362)(0.85)(3300)^{1.0937} \cdot e^{\left(\frac{25.724 \cdot \frac{30}{(220+460)}}{1} \right)} = 675 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}$$

- Oistein (ecuaciones 1.33 y 1.32):

$$p_b^* = 10^{[2.8869-(14.1811-3.3093 \cdot \log 3300)^{0.5}]} = 19.68$$

$$R_s = 0.85 \left(\frac{30^{0.989}}{220^{0.172}} \cdot 19.68 \right)^{1.2255} = 648 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}$$

- Lasater (ecuación 1.48 y 1.47):

$$y_g = (419.545 \times 10^{-5})(4.123)^3 - (591.428 \times 10^{-4})(4.123)^2 + (334.519 \times 10^{-3})(4.123) + 169.879 \times 10^{-4} = 0.6849$$

$$R_s = 132755 \left(\frac{(0.6849)(0.88)}{(1-0.6849)(336.41)} \right) = 752 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}$$

Al comparar cada valor obtenido de R_s y el de laboratorio ($R_{s,lab}$), se observa que la correlación que se ajusta de manera más aproximada es la de Lasater.

Para obtener el factor de volumen a la p_b mediante las correlaciones vistas utilizamos:

- Standing (ecuaciones. 1.10, 1.9):

$$F = 750 \left(\frac{0.85}{0.88} \right)^{0.5} + (1.25)(220) = 1013.718$$

$$B_o = 0.972 + 0.000147(1013.718)^{1.175} = 1.4723$$

- Vázquez (ecuación 1.15):

$$B_o = 1 + (4.677 \times 10^{-4})(750) + 1.751 \times 10^{-5} (220 - 60) \left(\frac{30}{0.85} \right) - 1.811 \times 10^{-8} \cdot 750 (220 - 60) \left(\frac{30}{0.85} \right) = 1.3730$$

- Oistein (ecuaciones 1.37, 1.36 y 1.35):

$$B_{ob}^* = 750 \left(\frac{0.85}{0.88} \right)^{0.526} + (0.968)(220) = 951.096$$

$$A = -6.58511 + 2.91329 \cdot \log(951.096) - 0.27683 \cdot (\log(951.096))^2 = -0.364$$

$$B_{ob} = 1 + 10^{-0.364} = 1.4324$$

Al comparar cada valor obtenido de B_o y el de laboratorio ($B_{o,lab}$), se observa que la correlación que se ajusta de manera más aproximada es la de Standing.

A continuación obtenemos los factores de corrección, los cuales se calculan de la siguiente manera:

$$C_{p_b} = \frac{p_{b,lab}}{p'_b} \quad (1.126)$$

$$C_{R_s} = \frac{R_{s,lab}}{R'_s} \quad (1.127)$$

$$C_{B_o} = \frac{B_{o,lab}}{B'_o} \quad (1.128)$$

Donde p'_b , R'_s y B'_o son los valores obtenidos con las correlaciones vistas para determinar el factor de corrección.

Utilizando las ecuaciones 1.126, 1.127 y 1.128 para los valores de p'_b , R'_s y B'_o de cada correlación, se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 1.6.

Con base en los resultados obtenidos, se aplicarán las correlaciones de Lasater para calcular p_b y R_s , y la de Standing para calcular B_o .

Tabla 1.6. Relación de resultados obtenidos de las correlaciones con sus factores de corrección y con los datos del laboratorio

Correlación	R_s	C_{R_s}	B_o	C_{B_o}	P_b	C_{P_b}
Standing	736	1.0192	1.4723	0.9882	3,352	0.9844
Vázquez	675	1.1114	1.3730	1.0598	3,634	0.9080
Oistein	648	1.1568	1.4324	1.0158	2,922	1.1294
Lasater	752	0.9979	-	-	3,299	1.0004
Laboratorio	750	-	1.4550	-	3,300	-

La expresión para la densidad relativa del gas disuelto, también se debe ajustar para el valor proporcionado como dato para lo cual se calcula primero γ'_{gd} mediante la ecuación 1.65:

$$\gamma'_{gd} = 0.25 + (0.02)(30) + 750 \times 10^{-6} \cdot (0.6874 - (3.5864)(30)) = 0.7698$$

En el punto de burbujeo $\gamma_{gd} = \gamma_g$, por lo que su factor de corrección es:

$$C_{\gamma_{gd}} = \frac{\gamma_g}{\gamma'_{gd}} = \frac{0.85}{0.7698} = 1.1042 \tag{1.129}$$

Para obtener la densidad relativa del gas disuelto corregida hacemos:

$$\gamma_{gd} = C_{\gamma_{gd}} \cdot \gamma_{gdc} \tag{1.130}$$

Donde γ_{gdc} es la densidad del gas disuelto calculada mediante el siguiente procedimiento en el cual γ_{gd} y R_s se determinan a las condiciones de interés (\bar{p} y \bar{T}).

1. Se supone un valor de γ_{gd} (γ_{gds}).

$$\gamma_{gd} = 0.7698$$

2. Mediante la correlación de Lasater se resuelve la ecuación 1.43.

$$P_r = \frac{(2000 \cdot 0.7698)}{(200 + 460)} = 2.3327$$

3. Se determina el valor de y_g con la ecuación 1.48.

$$y_g = (419.545 \times 10^{-5})(2.3327)^3 - (591.428 \times 10^{-4})(2.3327)^2 + (334.519 \times 10^3)(2.3327) + (169.879 \times 10^{-4})$$

$$y_g = 0.5288$$

4. Se sustituyen valores en la ecuación 1.47.

$$R_s = 132755 * \left(\frac{0.5288 * 0.8762}{336.41 * (1 - 0.5288)} \right) = 387.9505$$

5. Se calcula el valor de γ_{gdc} con la ecuación 1.65.

$$\gamma_{gd} = 0.25 + 0.02 * 30 + 387.9505 * 10^{-6} * (0.6874 - 3.5864 * 30) = 0.8927$$

6. Ya teniendo γ_{gdc} , se comparan el valor de γ_{gd} (calculado con la ecuación 1.130) con el supuesto en el paso 1. Si:

$$|0.8927 - 0.7698| = 0.1229$$

- $|\gamma_{gdc} - \gamma_{gds}| \leq 0.001$, los valores de γ_{gdc} y R_s son los correctos.
- En caso contrario, se hace $\gamma_{gds} = \gamma_{gdc}$ y se continúa a partir del paso 2.

Después de varias iteraciones se llegó a los siguientes resultados:

$$\gamma_{gd} = 0.8846 \quad R_s = 457.4468$$

Debido a que el aceite a condiciones de interés es saturado ($\bar{p} < p_b$), calcularemos a continuación las propiedades del gas.

Lo primero es obtener el factor de compresibilidad del gas. Aplicando la ecuación 1.73, obtenemos γ_{gf} :

$$\gamma_{gf} = \frac{(750)(0.85) - (457.4468)(0.8846)}{750 - 457.4468} = 0.7959$$

Por existir gases amargos la presión y temperatura pseudocríticas corregidas se calculan con las ecuaciones 1.85, 1.86, 1.95, 1.93 y 1.94:

$$T_{pc} = 167 + (316.67)(0.7959) = 419.05 \text{ } ^\circ R$$

$$p_{pc} = 702.5 - (50)(0.7959) = 662.20 \text{ lb}_f/\text{pg}^2$$

$$\varepsilon_3 = 120(0.2614^{0.9} - 0.2614^{1.6}) + 15(0.2327^{0.5} - 0.2327^4) = 29.04$$

$$A = y_{\text{H}_2\text{S}} + y_{\text{CO}_2}$$

$$T'_{\text{pc}} = 419.05 - 29.04 = 390.01 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$P'_{\text{pc}} = \frac{662.20 \cdot 390.01}{419.05 + 0.2327 \cdot (1 - 0.2327) \cdot 29.04} = 690.24 \text{ psia}$$

Para calcular la presión y temperatura pseudoreducidas corregidas por presencia de gases contaminantes o amargos, utilizamos las ecuaciones 1.89 y 1.90:

$$T_{\text{pr}} = \frac{200 + 460}{390.01} = 1.6923$$

$$P_{\text{pr}} = \frac{2000}{609.01} = 3.2853$$

Y por último obtenemos Z de forma iterativa con las ecuaciones 1.91 y 1.92:

$$Z = 0.87527$$

Con las ecuaciones 1.77 y 1.83 obtenemos B_g , y ρ_g :

$$B_g = \frac{0.02825 \cdot 0.87527 \cdot (200 + 460)}{2000} = 0.00816$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot 0.796}{0.00816} = 7.4529 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

La viscosidad del gas se obtiene con las ecuaciones 1.99, 1.98, 1.97 y 1.96:

$$X = 3.5 + \frac{986}{(200 + 460)} + 0.2896 \cdot 0.7960 = 5.2245$$

$$Y = 2.4 - 0.2 \cdot 5.2245 = 1.3551$$

$$K = \frac{(9.4 + 0.5792 \cdot 0.796)(200 + 460)^{1.5}}{(209 + 550.24 \cdot 0.796 + (200 + 460))} = 127.9289$$

$$\mu_g = 127.9289 \times 10^{-4} \cdot e^{\left(5.2245 \left(\frac{7.4529}{62.428}\right)^{1.3551}\right)} = 0.0172 \text{ cp}$$

Para corregir la μ_g por presencia de H_2S y CO_2 utilizamos las ecuaciones 1.103, 1.102:

$$C_{\text{H}_2\text{S}} = 0.2327(8.49 \times 10^{-3} \log 0.85 + 3.73 \times 10^{-3}) = 7.2853E - 4$$

$$C_{\text{CO}_2} = 0.0287(9.08 \times 10^{-3} \log 0.85 + 6.24 \times 10^{-3}) = 1.6069E - 4$$

$$C_{\text{N}_2} = 0$$

Por lo tanto la viscosidad de gas corregida se obtiene con la ecuación 1.100:

$$\mu_g = 0.0172 + 0 + 1.6069E - 4 + 7.2856E - 4 = 0.018041 \text{ cp}$$

Ahora calcularemos las propiedades del aceite.

Debido a que a las condiciones de interés el aceite está saturado, el B_o lo obtenemos utilizando las ecuaciones 1.10 y 1.9 de la correlación de Standing:

$$F = 457 \left(\frac{0.8845}{0.8762} \right)^{0.5} + 1.25 \cdot 200 = 709.613$$

$$B_o = 0.972 + 0.000147(709.613)^{1.175} = 1.3011$$

Multiplicando B_o por su factor de corrección de Standing C_{B_o}

$$C_{B_o} \cdot B_o = 0.9882 \cdot 1.3011 = 1.2857$$

Para obtener la viscosidad del aceite muerto utilizamos las ecuaciones 1.57, 1.56, 1.55 y 1.54:

$$Z = 3.0324 - 0.02023 \cdot 30 = 2.4255$$

$$Y = 10^{2.4255} = 266.379$$

$$X = 266.379 \cdot 200^{-1.163} = 0.5616$$

$$\mu_{\text{om}} = 10^{0.5616} - 1 = 2.6439 \text{ cp}$$

Calculamos los factores a y b con las ecuaciones 1.53 y 1.52:

$$b = 5.44(457 + 150)^{-0.338} = 0.6234$$

$$a = 10.715(457 + 100)^{-0.515} = 0.4128$$

Sustituyendo valores en la ecuación 1.51 obtenemos la viscosidad del aceite saturado:

$$\mu_o = 0.4128(2.6439)^{0.6234} = 0.7567 \text{ cp}$$

Aplicando la ecuación 1.58, se obtiene la tensión superficial del aceite:

$$\sigma_o = (42.4 - 0.047 \cdot 200 - 0.267 \cdot 30) \cdot e^{(-0.0007 \cdot 2000)} = 6.1625 \text{ dina/cm}$$

Ahora calcularemos las propiedades del agua.

El factor de volumen del agua saturada, se obtiene con las ecuaciones 1.106 y 1.105:

$$T_x = 200 - 60 = 140$$

$$B_w = 1.0 + 1.2 \times 10^{-4} \cdot 140 + 1.0 \times 10^{-6} \cdot 140^2 - 3.33 \times 10^{-6} \cdot 2000 = 1.0297$$

Calculamos la densidad del agua con la ecuación 1.109:

$$\rho_w = \frac{62.43}{1.0297} = 60.627 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

Calculamos la viscosidad del agua con la ecuación 1.110:

$$\mu_w = e^{(1.003 - 1.479 \times 10^{-2} \cdot 200 + 1.982 \times 10^{-5} \cdot 200^2)} = 0.3128$$

La tensión superficial la obtenemos de las ecuaciones 1.111, 1.112 y 1.113:

$$\sigma_{w1} = 52.5 - 0.006 \cdot (2000) = 40.5$$

$$\sigma_{w2} = 76 \cdot e^{(-0.00025 \cdot 2000)} = 46.0963$$

$$\sigma_w = \left(\frac{280 - 200}{206} \right) \cdot (46.0963 - 40.5) + 40.5 = 42.6733 \frac{\text{dina}}{\text{cm}}$$

La solubilidad del gas en el agua, se determina con las ecuaciones 1.115, 1.116, 1.117 y 1.114.

$$A = 2.12 + (3.45 \times 10^{-3}) \cdot 200 + (3.59 \times 10^{-5}) \cdot 200^2 = 4.246$$

$$B = 0.0107 - (5.26 \times 10^{-5}) \cdot 200 + (1.48 \times 10^{-7}) \cdot 200^2 = 0.0061$$

$$C = -(8.75 \times 10^{-7}) + (3.9 \times 10^{-9}) \cdot 200 - (1.02 \times 10^{-11}) \cdot 200^2 = -5.03 \times -7$$

$$R_{sw} = 4.246 + 0.0061 \cdot 2000 + (-5.03 \times -7 \cdot 2000^2) = 14.43 \text{ pie}^3/\text{bl}$$

La solubilidad del gas es corregida por efecto de salinidad se obtiene con las ecuaciones. 1.119 y 1.118:

$$C_s = 1.0 - [0.0753 - 0.000173]S = 1.0 - [0.0753 - 0.000173](0.18) = 0.9865$$

$$(R_{sw})_b = 14.43 \cdot 0.9865 = 14.2352 \text{ pie}^3/\text{bl}$$

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS DE FLUJO MULTIFÁSICO

2.1 Introducción

En las tuberías, el flujo de gas y líquido ocurre frecuentemente y la precisión del cálculo de la caída de presión es muy importante en la industria del petróleo. Las mezclas de gas y líquido son transportadas a grandes distancias lo que ocasiona caídas de presión que influyen en el diseño del sistema.

Las caídas de presión en el flujo multifásico son diferentes al de una sola fase, ya que en la mayoría de los casos existe una interfase, el gas se desliza dejando atrás el líquido lo que ocasiona superficies de diferentes tipos de rigidez, dependiendo del patrón de flujo. Cada fase fluye a través de un área más pequeña, provocando grandes caídas de presión comparado con el flujo en una sola fase.

2.2 Ecuaciones fundamentales

La ecuación para el flujo de fluidos en tuberías que se utiliza para cualquier fluido (monofásico o multifásico), y para cualquier ángulo (flujo ascendente) es la siguiente:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Pérdidas de} & & \text{Pérdidas} & & \text{Pérdidas} & & \text{Pérdidas} \\ \text{Presión} & = & \text{por} & + & \text{por} & + & \text{por} \\ \text{Total} & & \text{Elevación} & & \text{Fricción} & & \text{Aceleración} \end{array} \quad (2.1)$$

Si tomamos las pérdidas de presión (Δp) como consecuencia de la distancia (ΔL), podemos escribir la ecuación en términos del gradiente de presión comúnmente usado en unidades de psi/pie.

$$\frac{dp}{dL_{\text{total}}} = \frac{dp}{dL_{\text{elev.}}} + \frac{dp}{dL_{\text{fricción}}} + \frac{dp}{dL_{\text{acel.}}} \quad (2.2)$$

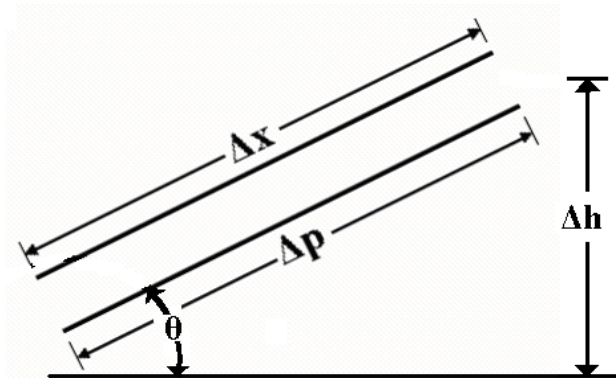


Figura 2.1. Diagrama esquemático general del flujo

La componente de elevación es tomada sólo sobre la distancia vertical, la fricción y aceleración toman la longitud completa.

El componente de elevación para flujo vertical o inclinado es por mucho el más importante de los tres componentes, ya que para flujo vertical, contribuye generalmente en más del 80% de las pérdidas totales, y puede abarcar un rango de 70 a 98%. Es también el más difícil para evaluar adecuadamente, debido a que muchas variables tienen efecto sobre él.

2.2.1 Ecuación General de Energía

La ecuación general que gobierna el flujo de fluidos a través de una tubería, se obtiene a partir de un balance macroscópico de la energía asociada a la unidad de masa de un fluido, que pasa a través de un elemento aislado del sistema, como se muestra en la siguiente figura:

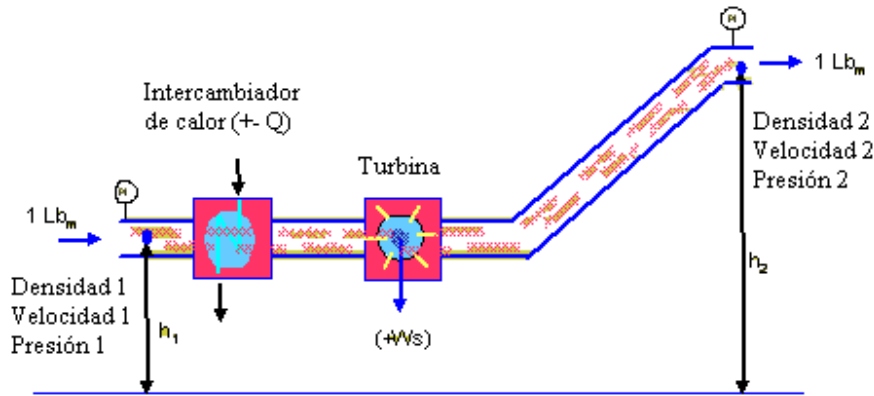


Figura 2.2. Sistema de flujo de energía.

De acuerdo con la ley de la conservación de la energía tenemos que:

$$E_1 + \Delta W_f + \Delta W_s = E_2 \tag{2.3}$$

Donde:

ΔW_f = Pérdidas de energía por fricción.

ΔW_s = Pérdidas de energía por trabajo externo.

E_1 = Energía por unidad de masa, en la posición 1, $(lb_f - pie / lb_m)$.

E_2 = Energía por unidad de masa, en la posición 2, $(lb_f - pie / lb_m)$

- La energía de expansión (E_e) está dada por:

$$E_e \left(\frac{lb_f - pie}{lb_m} \right) = p \left(\frac{lb_f}{pie^2} \right) V \left(\frac{pie^3}{lb_m} \right) = p \cdot V \tag{2.4}$$

Donde:

V = Volumen específico, $\text{pie}^3 / \text{lb}_m$

- Energía potencial (E_p)

$$E_p = \left(\frac{\text{lb}_f - \text{pie}}{\text{lb}_m} \right) = g \left(\frac{\text{pie}}{\text{seg}^2} \right) \frac{1}{g_c} \left(\frac{\text{lb}_f - \text{seg}^2}{\text{lb}_m - \text{pie}} \right) h (\text{pie}) = \left(\frac{g}{g_c} \right) h \quad (2.5)$$

Donde:

g_c = factor de conversión en la segunda ley de Newton = $32.174 (\text{lb}_m \cdot \text{pie} / \text{lb}_f \cdot \text{seg}^2)$

- Energía cinética (E_c)

$$E_c = \left(\frac{\text{lb}_f - \text{pie}}{\text{lb}_m} \right) = \frac{v^2}{2} \left(\frac{\text{pie}^2}{\text{seg}^2} \right) \frac{1}{g_c} \left(\frac{\text{lb}_f - \text{seg}^2}{\text{lb}_m - \text{pie}} \right) = \frac{v^2}{2 \cdot g_c} \quad (2.6)$$

Al sustituir las energías correspondientes a las posiciones descritas 1 y 2 en la ecuación se obtiene:

$$p_1 \cdot V_{e1} + \frac{g}{g_c} h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g_c} + \Delta W_s = p_2 \cdot V_{e2} + \frac{g}{g_c} h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g_c} \quad (2.7)$$

$$V_e \cdot \Delta p + \frac{g}{g_c} \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2 \cdot g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s = 0 \quad (2.8)$$

Donde:

V_e = Volumen específico medio del fluido $V_e = \left(\frac{1}{\rho} \right)$

Multiplicando la ecuación anterior por $\left(\frac{\rho}{\Delta L} \right)$ y considerando despreciables las pérdidas de energía por trabajo externo, se obtiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} + \rho \frac{g \cdot \Delta h}{g_c \cdot \Delta L} + \rho \frac{\Delta v^2}{2 \cdot g_c \cdot \Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L} = 0 \quad (2.9)$$

Considerando positiva la caída de presión en la dirección del flujo, se tiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \rho \frac{g \cdot \Delta h}{g_c \cdot \Delta L} + \rho \frac{\Delta v^2}{2 \cdot g_c \cdot \Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L} \quad (2.10)$$

A esta ecuación se le acostumbra escribir regularmente como:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (2.11)$$

2.2.2 Pérdidas de presión por fricción

- Ecuación de Darcy

Darcy, Weisbach y otros, en 1857, dedujeron experimentalmente la siguiente ecuación, expresada en unidades consistentes:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f \cdot \rho \cdot v^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad (2.12)$$

- Ecuación de Fanning

Esta ecuación es similar a la de Darcy fue establecida posteriormente por Fanning, quien obtuvo valores de f cuatro veces menores que lo de Darcy. Esta diferencia se debe al uso del radio hidráulico en lugar del diámetro de la tubería al formular su correlación.

La ecuación establecida por Fanning es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f \cdot \rho \cdot v^2}{2 \cdot g_c \cdot r_h} \quad (2.13)$$

Donde:

$$r_h = \frac{\left(\frac{\pi \cdot d^2}{4}\right)}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4} \quad (2.14)$$

Y:

$$r_h = \text{radio hidráulico} = \frac{\text{área de la sección transversal}}{\text{perímetro mojado}}$$

Por lo tanto sustituyendo de 2.14 en 2.13 tenemos:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{2 \cdot f \cdot v^2 \cdot \rho}{g_c \cdot d} \quad (2.15)$$

- Factor de fricción

El valor del factor de fricción (f), es función de la rugosidad de la tubería (ε) y el número de Reynolds (N_{Re}), esto es:

$$f = f(\varepsilon, N_{Re}) \tag{2.16}$$

El número de Reynolds adimensional se define como:

$$N_{Re} = \frac{d \cdot v \cdot \rho}{\mu} \tag{2.17}$$

Rugosidad (ε).- La rugosidad de una tubería, es una característica de su superficie, la cual está constituida por pliegues o crestas unidas, formando una superficie homogéneamente distribuida y depende del tipo de material que se emplee en la construcción.

Para obtener la ecuación de la rugosidad se relacionará en forma directa la variación de la longitud con la rugosidad por medio de la siguiente expresión.

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta p_i}{\sum_{i=1}^n \Delta \left(\frac{p_i}{A_i} \right) L_i} \tag{2.18}$$

Donde:

$$\sum_{i=1}^n \Delta p_i = P_e - P_s \tag{2.19}$$

Actualmente se admite que la rugosidad puede expresarse por la altura media (ε) de dichos pliegue, al considerar las características de flujo.

Los valores más comúnmente empleados en la industria son:

Tabla 2.1. Valores comunes de rugosidad

Tubería	ε (pg)
Estriada	0.00006
Producción o perforación	0.0006
Escurrimiento	0.0007
Galvanizada	0.006

Para calcular el valor de f, es necesario determinar el régimen de flujo.

Flujo laminar $N_{Re} < 2300$

Flujo turbulento $N_{Re} > 3100$

Para flujo laminar de una sola fase, el factor de fricción depende exclusivamente del número de Reynolds y está dado por:

$$f = \frac{64}{N_{Re}} \quad (2.20)$$

Para flujo turbulento ($N_{Re} > 3100$), el factor de fricción está dado por la ecuación de Colebrook y White

$$f = \left[-2 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3.71 \cdot d} + \frac{2.514}{\sqrt{f} \cdot N_{Re}} \right) \right]^{-2} \quad (2.21)$$

Se observa que para calcular f , en este caso, se requiere de un proceso iterativo.

Basándose en la ecuación anterior, Moody preparó un diagrama para determinar el factor de fricción en tuberías de rugosidad comercial.

En la figura 2.3 se nota lo siguiente:

- Para $N_{Re} < 2300$ (flujo laminar) f depende exclusivamente del número de Reynolds.
- A partir de $N_{Re} = 3100$ se inicia la zona de transición. Dentro de ésta, f depende tanto de N_{Re} como de ε / d (rugosidad relativa).
- La zona francamente turbulenta se inicia a diferentes valores de N_{Re} , dependiendo del valor de ε / d . En esta zona f es independiente de N_{Re} y varía únicamente con la rugosidad relativa, El valor de f puede obtenerse, para flujo turbulento, con:

$$f = \left(-2 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3.71 \cdot d} \right) \right)^{-2} \quad (2.22)$$

- Cuando el flujo es crítico ($2300 < N_{Re} < 3100$) el factor de fricción se puede aproximar con la siguiente expresión:

$$f = \frac{N_{Re} - 2300}{2300} \left[\frac{1.3521}{\left(2.3026 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3.71 \cdot d} + \frac{2.514}{3100 \cdot \sqrt{f}} \right) \right)} \right] + 0.032 \quad (2.23)$$

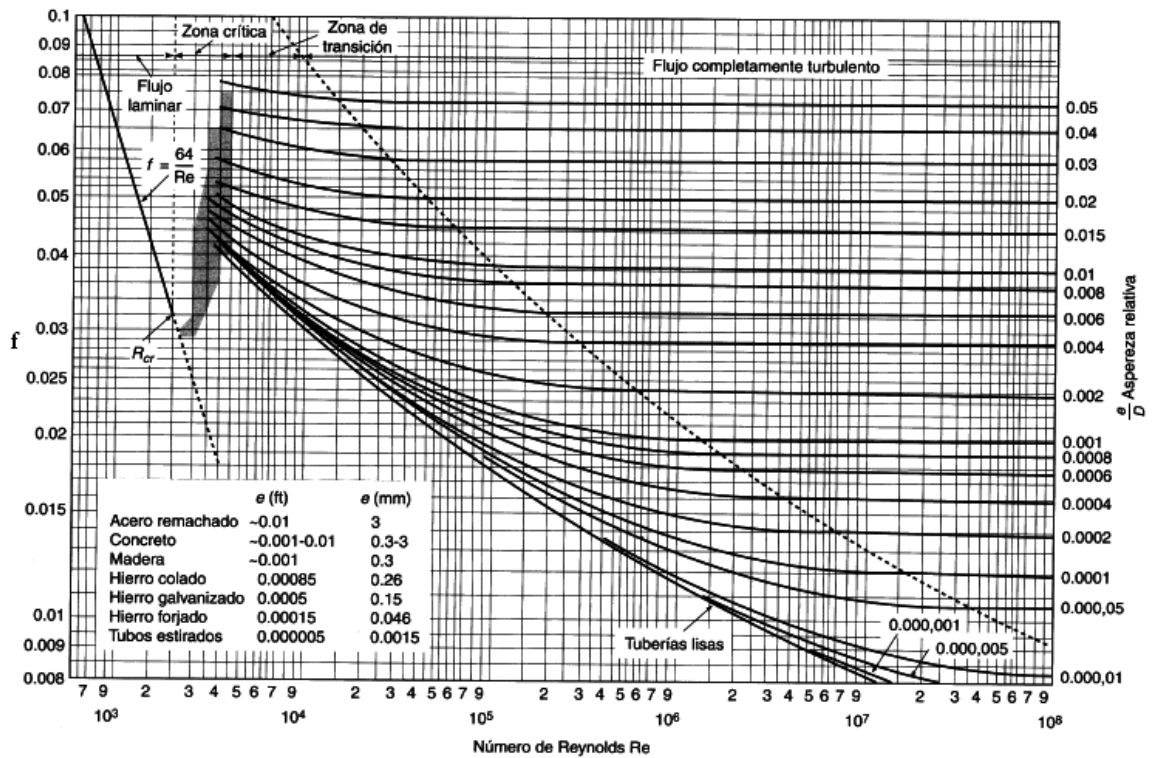


Diagrama de Moody. (De L.F. Moody, *Trans. ASME*, vol. 66, 1944.)

Figura 2.3. Diagrama de Moody

2.2.3 Flujo de líquidos por tuberías

2.2.3.1 Ecuación general

La ecuación general en unidades prácticas que describe el flujo de líquidos por tuberías, parte de la ecuación general de energía vista anteriormente, sólo que se considera despreciable el efecto de la aceleración:

$$\Delta p_L = \Delta p_e + \Delta p_f \tag{2.24}$$

La caída de la presión por elevación es:

$$\Delta p_e = 0.433 \cdot \gamma_L \cdot \Delta h \tag{2.25}$$

La pérdida de presión de la fase líquida por fricción, en unidades prácticas, se obtiene con la ecuación de Darcy, de la siguiente manera:

$$\Delta p'_f = f \frac{\rho' \cdot v'^2 \cdot L'}{2 \cdot g_c \cdot d'} \tag{2.26}$$

Como:

$$\rho = 62.428 \cdot \gamma_L \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3} \right) \quad (2.27)$$

Y:

$$v' = \frac{4 \cdot q'}{\pi \cdot d'^2} \left(\frac{\text{pies}}{\text{seg}} \right) \quad (2.28)$$

Entonces:

$$v'^2 = \frac{4^2 \cdot q'^2}{\pi^2 \cdot d'^4} \quad (2.29)$$

Sustituyendo de 2.27 y 2.29 en 2.26 se obtiene:

$$\Delta p_f = 1.572768 \frac{f \cdot \gamma_L \cdot q'^2 \cdot L'}{d'^5} \quad (2.30)$$

Para emplear unidades prácticas se hacen las siguientes sustituciones:

$$d'^5 (\text{pies}^5) = d^5 (\text{pg}^5) \frac{1}{12^5} \left(\frac{\text{pies}^5}{\text{pg}^5} \right) \quad (2.31)$$

$$q'_L \left(\frac{\text{pies}^3}{\text{seg}} \right) = q_L \left(\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right) 5.6142 \left(\frac{\text{pies}^3}{\text{bl}} \right) \frac{1}{86400} \left(\frac{\text{día}}{\text{seg}} \right) \quad (2.32)$$

$$q_L'^2 = \frac{q_L^2 (5.6142)^2}{86400^2} \quad (2.33)$$

$$\Delta p_f' \left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pie}^2} \right) = \Delta p_f \left(\frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2} \right) 12^2 \left(\frac{\text{pg}^2}{\text{pie}^2} \right) \quad (2.34)$$

Sustituyendo de las ecuaciones 2.31, 2.33 y 2.34, en 2.30 tenemos que:

$$\Delta p_f = 1.1476 \times 10^{-5} \frac{f \cdot \gamma_L \cdot q_L^2 \cdot L}{d^5} \quad (2.35)$$

Donde:

1.1476×10^{-5} = factor de conversión para poder introducir los valores de q , L , d y Δp_f en unidades prácticas.

Y por último al sustituir las ecuaciones 2.35 y 2.25 en la ecuación 2.24 obtenemos:

$$\Delta p_L = 0.433 \cdot \gamma_L \cdot \Delta h + 1.1476 \times 10^{-5} \left(\frac{f \cdot \gamma_L \cdot q_L^2 \cdot L}{d^5} \right) \quad (2.36)$$

Que es la ecuación que determina el gradiente o caída de presión total para el flujo de líquidos por tuberías en unidades de campo.

2.2.3.2 Número de Reynolds para el líquido

El número de Reynolds para la fase líquida en unidades de campo es:

$$N_{ReL} = 92.2 \frac{q_L \cdot \gamma_L}{d \cdot \mu_L} \quad (2.37)$$

Donde:

92.2 = Factor de conversión para introducir q, μ y d en unidades prácticas.

2.2.3.3 Eficiencia de flujo

Es obvio que la rugosidad de las tuberías dependerá del proceso empleado en su fabricación, su grado y tamaño.

Aún las tuberías nuevas y con mayor razón las almacenadas, mostrarán valores aleatorios en su rugosidad. Los efectos de la corrosión, erosión e incrustaciones, que ocurren en las tuberías en operación, también afectan las condiciones de flujo. Por lo anterior, los gastos calculados mediante las correlaciones raramente concuerdan con los medidos.

Para compensar esta imprecisión, generalmente se introduce en los cálculos un factor de eficiencia E. Este factor se define como la fracción (o por ciento) del gasto total calculado al manejado realmente en una tubería. Cuando se carece de datos de campo, la selección de E se basa en la experiencia; sin embargo, es apropiado considerar un valor de 0.90 para los cálculos en el diseño de tuberías.

Para calcular el gasto real de una línea, su gasto teórico se multiplica por el factor E. Para corregir las pérdidas de presión calculadas, éstas se dividen por la raíz cuadrada de E. Este procedimiento tiene el mismo efecto que cambiar el factor de fricción por un nuevo valor f/E^2 .

Por lo tanto la ecuación anterior para determinar el gradiente de presión total queda:

$$\Delta p_L = 0.433 \cdot \gamma_L \cdot \Delta h + 1.1476 \times 10^{-5} \left(\frac{f \cdot \gamma_L \cdot q^2 \cdot L}{E^2 \cdot d^5} \right) \quad (2.38)$$

Para el diseño de tuberías se puede utilizar la ecuación 2.38, para obtener el diámetro para un gasto y caída de presión dados. El procedimiento de solución es iterativo, ya que el número de Reynolds, y por lo tanto, el factor de fricción es función del diámetro.

$$d = \left[\frac{1.1476 \times 10^{-5} \cdot f \cdot \gamma_L \cdot q^2 \cdot L}{E^2 (\Delta p_L - 0.433 \cdot \gamma_L \cdot \Delta h)} \right]^{0.2} \quad (2.39)$$

Y ahora despejando el gasto la ecuación 2.38 queda de la siguiente manera:

$$q = E \left[d^5 \left(\frac{\Delta p_L - 0.433 \cdot \gamma_L \cdot \Delta h}{1.1476 \times 10^{-5} \cdot f \cdot \gamma_L \cdot L} \right) \right]^{0.5} \quad (2.40)$$

2.2.4 Flujo de gas por tuberías

2.2.4.1 Ecuación general

$$\Delta'P_f = f \cdot \frac{\rho \cdot L \cdot v^2}{2 \cdot g_c \cdot d'} \quad (2.41)$$

$$\rho_g = 0.0764 \frac{\gamma_g}{B_g} \quad (2.42)$$

$$B_g = \left(\frac{p_o}{T_o + 460} \right) \frac{\bar{Z}(\bar{T} + 460)}{\bar{p}} \quad (2.43)$$

$$\bar{v} = \frac{q'}{A} = \frac{4 \cdot q' \cdot \bar{B}_g}{\pi \cdot d'^2} \quad (2.44)$$

$$\bar{v} = 1.6211 \frac{q'^2 \cdot \bar{B}_g^2}{\pi \cdot d'^4} \quad (2.45)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.42 y 2.45 en 2.41 tenemos que:

$$\Delta'P_f = f \cdot \frac{(0.0764 \gamma_g) \cdot (1.6211 q'^2 \cdot \bar{B}_g^2) \cdot L'}{2 \cdot \bar{B}_g \cdot d'^5} \quad (2.46)$$

Simplificando:

$$\Delta'P_f = \frac{f}{519.98} \cdot \frac{\gamma_g \cdot q'^2 \cdot \bar{B}_g \cdot L'}{d'^5} \quad (2.47)$$

Sustituyendo la ecuación 2.43 en 2.47:

$$\Delta'P_f = \left(\frac{f}{519.98} \right) \cdot \left(\frac{p_o}{T_o + 460} \right) \cdot \frac{\bar{Z} \cdot \gamma_g \cdot q'^2 \cdot (\bar{T} + 460) \cdot L'}{d'^5 \cdot \bar{p}} \quad (2.48)$$

Los términos de la ecuación 2.48 excepto \bar{p} , están en unidades consistentes:

Δp_f (lb/pie ²)	q' (pies ³ /seg)
\bar{p} (lb/pg ² abs)	L' (pies)
\bar{T} (F°)	d' (pies)

Haciendo las sustituciones por unidades de campo y tomando en cuenta que:

$$\bar{p} = \frac{(p_1 - p_2)}{2} \quad (2.49)$$

y:

$$\Delta p = p_1 - p_2 \quad (2.50)$$

La ecuación 2.48 queda de la siguiente forma:

$$(p_1^2 - p_2^2) = \left(\frac{f}{33513.5316^2} \right) \cdot \left(\frac{p_o}{T_o + 460} \right) \cdot \left(\frac{Z \cdot q^2 \cdot \gamma_g \cdot (\bar{T} + 460) \cdot L}{d^5} \right) \quad (2.51)$$

Ecuación que permite evaluar las pérdidas de presión por fricción en gasoductos horizontales con unidades consistentes de campo: $q = \text{pies}^3/\text{día}$, $L = \text{pies}$, $d = \text{pg}$ y $\Delta p_f = \text{psi}$.

De la ecuación 2.5, las pérdidas de presión debido al cambio de elevación se expresan de la siguiente forma:

$$\Delta'p_e = \bar{\rho} \cdot h \quad (2.52)$$

De las ecuaciones 2.42 y 2.43 y usando unidades prácticas tenemos que:

$$\Delta p_e = \left(\frac{2.7044}{144} \right) \cdot \left(\frac{\bar{p} \cdot \gamma_g}{\bar{Z} \cdot (\bar{T} + 460)} \right) \quad (2.53)$$

Y como

$$\Delta p_e = p_1 - p_2 \quad (2.54)$$

La ecuación 2.53 queda:

$$p_1 - p_2 = 0.01878 \frac{\bar{p} \cdot \gamma_g \cdot h}{Z \cdot (\bar{T} + 460)} \quad (2.55)$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación por: $\frac{(p_1 + p_2)}{2}$ se obtiene finalmente:

$$(p_1^2 - p_2^2) = 0.03756 \frac{\bar{p}^2 \cdot \gamma_g \cdot h}{Z \cdot (\bar{T} + 460)} \quad (2.56)$$

Con esta ecuación cuantificamos exclusivamente las pérdidas de presión por elevación.

Además se puede determinar la p_{ws} , cuyo conocimiento permitirá analizar las condiciones de flujo, tanto del yacimiento como de la tubería vertical y, normar con esto, el criterio de elección del aparejo en el pozo, sólo si la presión del pozo se encuentra estabilizada.

Con la ecuación 2.56 se puede determinar la P_{ws} por medio de ensayo y error de una forma iterativa como se muestra en el siguiente algoritmo:

1. Datos a recopilar: γ_g , h , \bar{T} , y p_{th} .
2. Se supone una p_{ws} .
3. Obtener \bar{p} .
4. Determinar Z a \bar{p} y \bar{T} .
5. Calcular el nuevo valor de p_{ws} .
6. Calcular la diferencia entre p_{ws} supuesta y p_{ws} obtenida; si se encuentra dentro de la tolerancia, el valor de p_{ws} supuesto es el correcto. En caso contrario, p_{ws} calculada es la nueva p_{ws} supuesta, y se repiten los pasos de 3 al 6.

Sumando las ecuaciones 2.51 y 2.56 se obtiene la siguiente ecuación para calcular p_1 o p_2 en unidades prácticas y bajo las siguientes condiciones supuestas:

- Flujo en régimen permanente
- Una sola fase
- Energía cinética despreciable

$$(p_1^2 - p_2^2) = \left(\frac{f}{33513.5316^2} \right) \cdot \left(\frac{p_o}{T_o + 460} \right) \cdot \left(\frac{Z \cdot q_g^2 \cdot \gamma_g \cdot (\bar{T} + 460) \cdot L}{d^5} \right) + 0.03756 \frac{\bar{p}^2 \cdot \gamma_g \cdot h}{Z \cdot (\bar{T} + 460)} \quad (2.57)$$

Para determinar el gasto:

$$q_g = \frac{K_4}{L^{0.5}} \left[p_1^2 - p_2^2 - \frac{0.03756 \cdot \bar{p}^2 \cdot \gamma_g \cdot h}{\bar{Z} \cdot (\bar{T} + 460)} \right]^{0.5} \cdot d^{2.5} \quad (2.58)$$

Para determinar el diámetro:

$$d = \left[\left(\frac{L}{K_4} \right) \cdot \left(\frac{1}{p_1^2 - p_2^2 - \frac{0.03756 \cdot \bar{p}^2 \cdot \gamma_g \cdot h}{\bar{Z} \cdot (\bar{T} + 460)}} \right) \cdot q_g^2 \right]^{0.2} \quad (2.59)$$

Donde:

$$K_4 = 33513.5316 \cdot \left(\frac{T_o + 460}{p_o} \right)^{0.5} \cdot \left(\frac{1}{f \cdot \gamma_g \cdot \bar{Z} \cdot (\bar{T} + 460)} \right)^{0.5} \quad (2.60)$$

2.2.4.2 Número de Reynolds para el gas

$$N_{Re_g} = \frac{d'v'\rho'_g}{\mu'} \quad (2.61)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g}{B_g} \quad (2.62)$$

$$v = \frac{4 \cdot q'_g \cdot B_g}{\pi \cdot d^2} \quad (2.63)$$

$$B_g = \frac{0.02825 \cdot Z \cdot (T + 460)}{p} \quad (2.64)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.64, 2.63, y 2.62 en 2.61 se tiene:

$$N_{Re_g} = \frac{(2.07044) \cdot (4) \cdot (0.02825)}{\pi} \left(\frac{q'_g \cdot \gamma_g}{d' \cdot \mu'} \right) \quad (2.65)$$

Finalmente la expresión para evaluar el número de Reynolds en unidades prácticas es:

$$N_{Re,g} = 0.0201056 \left(\frac{q_g \cdot \gamma_g}{d \cdot \mu_g} \right) \tag{2.66}$$

2.2.4.3 Eficiencia de flujo

De igual forma que en las tuberías con flujo de líquidos, la eficiencia es un factor de ajuste para compensar los efectos de corrosión, erosión, rugosidad e incrustaciones, que no se consideran en la deducción de las ecuaciones de flujo, por lo tanto los resultados obtenidos se tienen que corregir y así obtener un gasto más real.

Los valores más comunes de eficiencia E para flujo de gas son:

Tabla 2.2. Valores comunes de Eficiencia de Flujo.

Línea	Contenido de líquidos	E
Gas seco	0.1	0.92
Gas húmedo	7.2	0.77
Gas y condensado	800	0.60

2.3 Colgamiento de líquido

El colgamiento (H_L) se define como la relación entre el volumen de líquido existente en una sección de tubería a las condiciones de flujo, y el volumen de la sección aludida. Esta relación de volúmenes depende de la cantidad de líquido y gas que fluyen simultáneamente en la tubería, por lo que si la mezcla es homogénea, el fenómeno de colgamiento se considera despreciable. El colgamiento de líquido ocurre cuando la fase líquida dentro de la tubería viaja a una menor velocidad que la fase gaseosa, provocando un resbalamiento entre las fases.

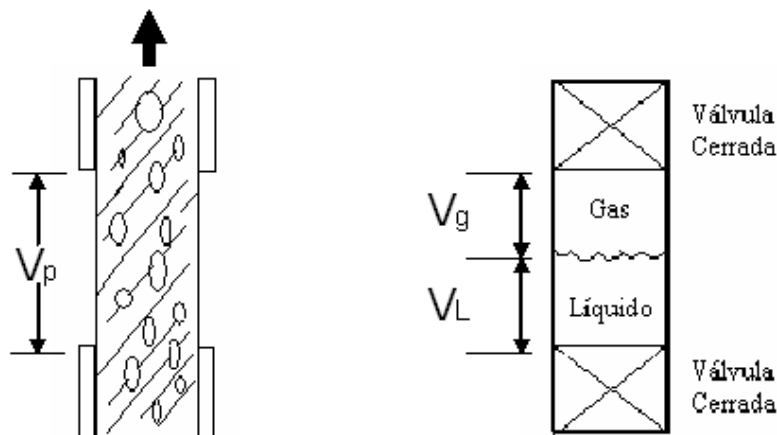


Figura 2.4. Ilustración del colgamiento

De acuerdo a la figura anterior tenemos que:

$$H_L = \frac{V_L}{V_p} \quad (2.67)$$

Donde:

H_L = Colgamiento de líquido.

V_L = Volumen de líquido en la sección de tubería.

V_p = Volumen de la sección de tubería.

Resbalamiento.- Se usa para describir el fenómeno natural del flujo a mayor velocidad de una de las fases. El resbalamiento entre fases en el flujo multifásico en tuberías es inevitable a cualquier ángulo de inclinación. Las causas de este fenómeno son diversas, a continuación mencionaremos algunas de las causas:

- La resistencia al flujo por fricción es mucho menor en la fase gaseosa que en la fase líquida.
- La diferencia de compresibilidades entre el gas y el líquido, hace que el gas en expansión viaje a mayor velocidad que el líquido cuando la presión decrece en dirección del flujo.
- Cuando el flujo es ascendente o descendente, actúa la segregación gravitacional ocasionando que el líquido viaje a menor velocidad que el gas cuando es flujo ascendente, y a mayor velocidad cuando el flujo es descendente.

El resbalamiento entre las fases también es promovido por la diferencia de fuerzas flotantes que actúan en las fases.

En un medio líquido estático, el gas menos denso tiende a levantarse con una velocidad proporcional a la diferencia de la densidad.

Zukoski estudió el efecto del ángulo de inclinación de una tubería en la velocidad de elevación de una burbuja en un líquido estancado. Concluyó que, dependiendo del diámetro de la tubería, la tensión superficial y la viscosidad de líquidos pueden afectar apreciablemente la velocidad de elevación de la burbuja.

Sus resultados también demostraron que para algunas condiciones de inclinación tan pequeño como 1% de la horizontal pueden causar que la velocidad de la elevación de la burbuja pueda ser más de 1.5 veces el valor obtenido para las tuberías horizontales.

Esto establece una fuerte dependencia entre el ángulo de inclinación y el resbalamiento de la fase.

Para calcular las pérdidas de presión por elevación (carga hidrostática), es necesario predecir con precisión el colgamiento considerando el resbalamiento entre las fases.

La densidad y la viscosidad junto con la velocidad son términos muy importantes para determinar las caídas de presión en cualquier sistema de tuberías. Varias correlaciones han sido propuestas para definir el colgamiento y los patrones de flujo para tuberías horizontales, verticales e inclinadas. En general, estas correlaciones están basadas sobre

trabajos experimentales bajo ciertas condiciones específicas como, por ejemplo, un diámetro de tubería constante.

Existen varias correlaciones para obtener el colgamiento del líquido. En esta tesis presentaremos la correlación propuesta por Mukherjee y Brill para el cálculo del colgamiento de líquido.

Las expresiones analíticas para el colgamiento obtenidas por Mukherjee y Brill han sido desarrolladas para flujo ascendente bifásico en tuberías verticales y en flujo descendente en tuberías con ángulos de inclinación bajos entre 0 y 15°. Para esta correlación se usaron más de 1,500 mediciones de colgamiento de líquido para flujo ascendente y descendente, y con ángulos de inclinación de 0° a ± 90°.

Haciendo un esfuerzo por representar estos datos en una correlación de colgamiento de los fluidos se presentó lo siguiente:

- Para cada ángulo ascendente o descendente, el espacio vacío se trazó como una función de velocidad superficial de gas para la velocidad superficial del líquido.
- Para gas a muy altos gastos, las curvas casi se vuelven asintóticas en 0% de colgamiento.
- Las formas generales de estas graficas incitaron la selección de una ecuación de regresión no lineal.

La correlación es la siguiente:

$$H_L = e^A \quad (2.68)$$

Donde:

$$A = \left[(C_1 + C_2 \sin \theta + C_3 \cdot \sin^2 \theta + C_4 \cdot N_{L\mu}^2) \frac{N_{gv}^{C_5}}{N_{Lv}^{C_6}} \right] \quad (2.69)$$

$$N_{L\mu}^2 = 0.15726 \cdot \mu_L \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma^3} \right)^{0.25} \quad (2.70)$$

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (2.71)$$

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (2.72)$$

Y:

C = Constante Empírica.

En la tabla 2.3 aparecen los coeficientes de la ecuación 2.69 para diferentes patrones y direcciones de flujo, usando programas de regresión no lineal.

Las ecuaciones de 2.68 y 2.69 muestran que el colgamiento debe incrementar al mismo tiempo que el ángulo ascendente se incrementa. Esto se demuestra gráficamente comparando los valores de colgamiento del líquido, obtenidos de la grafica en la figuras 2.5 y 2.6, donde la fracción de vacío es graficada para algún aceite en 3 velocidades superficiales de líquido similares para tubería horizontal y ascendente con una inclinación de 30°.

La fracción de vacío o gas, se define como:

$$\alpha_g = (1 - H_L)$$

Tabla 2.3. Coeficientes de la ecuación 2.69 para diferentes patrones y direcciones de flujo.

Dirección del flujo	Patrón de flujo	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
Horizontal o Ascendente	Todos	-0.38011	0.12988	-0.11979	2.34323	0.47569	0.28866
Descendente	Estratificado	-1.33028	4.80814	4.17156	56.2623	0.07995	0.50489
	Otros	-0.51664	0.78981	0.55163	15.5192	0.37177	0.39395

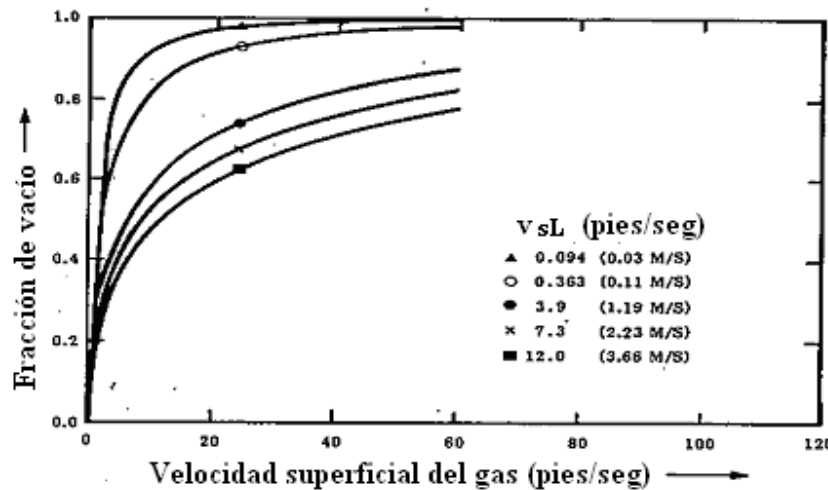


Figura 2.5. Fracción de vacío vs velocidad superficial del gas a una velocidad superficial del líquido fija, para flujo horizontal.

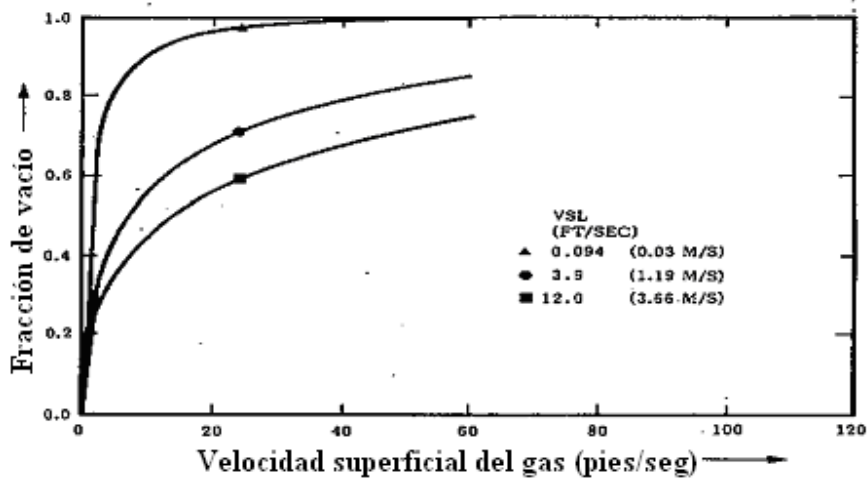


Figura 2.6. Fracción de vacío vs velocidad superficial del gas a una velocidad superficial del líquido fija, para flujo ascendente a 30°.

2.3.1 Colgamiento sin resbalamiento (λ)

Se define en la misma forma que H_L pero se calcula a partir de las condiciones de P y T de flujo existentes considerando las producciones obtenidas en la superficie (q_o y R), esto es:

$$\lambda = \frac{q'_L}{q'_L + q'_g} = \frac{1}{1 + \frac{q_o(R - R_s)B_g}{5.615(q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w)}} \quad (2.73)$$

2.3.2 Velocidades superficiales

Es la velocidad que tendría cualquiera de las fases si ocupara toda la tubería. Se define por las expresiones siguientes:

$$v_{sL} = \frac{q'_L}{A_p} = \frac{6.4979 \times 10^{-5} (q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w)}{A_p / 144} \quad (2.74)$$

$$v_{sg} = \frac{q'_g}{A_p} = \frac{1.1574 \times 10^{-5} \cdot q_o (R - R_s) B_g}{A_p / 144} \quad (2.75)$$

o:

$$v_{sg} = \frac{q'_g}{A_p} = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot Z \cdot q_L (R - R_s) (T + 460) / p}{A_p / 144} \quad (2.76)$$

Entonces:

$$v_m = \frac{q'_L + q'_g}{A_p} = v_{sL} + v_{sg} \quad (2.77)$$

De estas ecuaciones se observa que:

$$\lambda = \frac{v_{sL}}{v_m} \quad (2.78)$$

Cuando se produce por el espacio anular, el área transversal al flujo es:

$$A_p = \frac{\pi}{4} (d_{ci}^2 - d_{te}^2) \quad (2.79)$$

Por lo que las ecuaciones 2.74 y 2.75 quedan:

$$v_{sL} = \frac{0.01191(q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w)}{(d_{ci}^2 - d_{te}^2)} \quad (2.80)$$

$$v_{sg} = \frac{0.002122 \cdot q_o (R - R_s) \cdot B_g}{(d_{ci}^2 - d_{te}^2)} \quad (2.81)$$

2.3.3 Velocidad real

Aplicando el concepto de colgamiento, se puede obtener la velocidad real correspondiente a cada fase:

$$v_L = \frac{q'_L}{A_L} = \frac{q'_L}{A_p \cdot H_L} = \frac{v_{sL}}{H_L} \quad (2.82)$$

$$v_g = \frac{q'_g}{A_g} = \frac{q'_g}{A_p (1 - H_L)} = \frac{v_{sg}}{(1 - H_L)} \quad (2.83)$$

2.3.4 Densidad de la mezcla de los fluidos

La densidad real de la mezcla de fluidos se obtiene a partir del colgamiento con:

$$\rho_m = \rho_L \cdot H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad (2.84)$$

Algunos autores calculan la densidad de la mezcla sin considerar el resbalamiento entre las fases, esto es:

$$\rho_{ns} = \rho_L \cdot \lambda + \rho_g (1 - \lambda) \quad (2.85)$$

También puede obtenerse esta densidad a partir de la expresión siguiente:

$$\rho_{ns} = \frac{M}{V_m} \quad (2.86)$$

Donde:

Los valores de M y V_m se obtienen con las ecuaciones siguientes:

$$M = M_o + M_g + M_w \quad (2.87)$$

$$M_o = \gamma_o \left(\frac{(\text{lb}_o/\text{pie}^3_o)}{(\text{lb}_w/\text{pie}^3_w)} \right) \cdot 62.48 \left(\frac{\text{lb}_w}{\text{pie}^3} \right) \cdot 5.615 \left(\frac{\text{pie}^3_o}{\text{bl}_o} \right) \quad (2.88)$$

$$M_o = 350.5 \cdot \gamma_o \quad (2.89)$$

$$M_g = \gamma_g \left(\frac{(\text{lb}_g/\text{pie}^3_g)}{(\text{lb}_a/\text{pie}^3_a)} \right) \cdot 0.0764 \left(\frac{\text{lb}_a}{\text{pie}^3} \right) \cdot R \left(\frac{\text{pie}^3_{\text{gp a c.s.}}}{\text{bl}_o} \right) \quad (2.90)$$

$$M_g = 0.0764 \cdot \gamma_g \cdot R \quad (2.91)$$

$$M_w = \gamma_w \left(\frac{(\text{lb}_w/\text{pie}^3_w)}{(\text{lb}_w/\text{pie}^3_w)} \right) \cdot 62.428 \left(\frac{\text{lb}_w}{\text{pie}^3} \right) \cdot 5.615 \left(\frac{\text{pie}^3_w}{\text{bl}_w} \right) \quad (2.92)$$

$$M_w = 350.5 \cdot \gamma_w \cdot \text{WOR} \quad (2.93)$$

Sustituyendo 2.89, 2.91 y 2.93 en la ecuación 2.87, se obtiene:

$$M = 350.5 (\gamma_o + \gamma_w \cdot \text{WOR}) + 0.0764 \cdot R \cdot \gamma_g \quad (2.94)$$

Para calcular el volumen de la mezcla (V_m) tenemos que:

$$V_m \left(\frac{\text{pies}^3_{o+g+w} @ \text{c.s.}}{\text{bl}_o @ \text{c.s.}} \right) \quad (2.95)$$

Y:

$$V_{mo} = 5.615 \left(\frac{\text{pies}_o^3}{\text{bl}_o} \right) B_o \left(\frac{\text{pies}_o^3 \text{ a c.esc.}}{\text{pies}_o^3 \text{ a c.s.}} \right) \quad (2.96)$$

$$V_{mg} = (R - R_s) \left(\frac{\text{pies}_{gl}^3 @ \text{c.s.}}{\text{bl}_o @ \text{c.s.}} \right) B_g \left(\frac{\text{pies}_g^3 @ \text{c.esc.}}{\text{pie}_g^3 @ \text{c.s.}} \right) \quad (2.97)$$

$$V_{mw} = \text{WOR} \left(\frac{\text{bl}_w}{\text{bl}_o} \right) 5.615 \left(\frac{\text{pies}_w^3}{\text{bl}_w} \right) B_w \left(\frac{\text{pies}_w^3 @ \text{c.esc.}}{\text{pie}_w^3 @ \text{c.s.}} \right) \quad (2.98)$$

Por lo tanto:

$$V_m = 5.615 (B_o + B_w \text{ WOR}) + (R - R_s) B_g \quad (2.99)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.94 y 2.99 en la 2.86 para determinar la densidad de la mezcla sin resbalamiento, se obtiene:

$$\rho_{ns} = \frac{350.5 (\gamma_o + \gamma_w \cdot \text{WOR}) + 0.0764 \cdot R \cdot \gamma_g}{5.615 (B_o + B_w \cdot \text{WOR}) + (R - R_s) B_g} \quad (2.100)$$

2.3.5 Gasto de masa

Se define por la siguiente expresión:

$$w_m = \frac{\text{lb}_m \text{ de líquido + gas}}{\text{segundo}} \quad (2.101)$$

Y puede obtenerse con cualquiera de las ecuaciones siguientes:

$$w_m = \frac{q_o \cdot M}{86400} \quad (2.102)$$

$$w_m = w_o + w_w + w_g \quad (2.103)$$

$$w_o = \frac{\rho_o \cdot q_o \cdot B_o}{15388} \quad (2.104)$$

$$w_w = \frac{\rho_w \cdot q_w \cdot B_w}{15388} \quad (2.105)$$

$$w_g = \frac{\rho_g \cdot q_o (R - R_s) B_g}{86400} \quad (2.106)$$

2.3.6 Viscosidad de la mezcla

Dependiendo del método que se aplique, se usan las siguientes ecuaciones para obtener la viscosidad de la mezcla de dos fases:

$$\mu_{ns} = \mu_L \cdot \lambda + \mu_g (1 - \lambda) \quad (2.107)$$

$$\mu_m = \mu_L^{H_L} \cdot \mu_g^{(1-H_L)} \quad (2.108)$$

La viscosidad de una mezcla de aceite y agua está dada por:

$$\mu_L = \mu_o \cdot f_o + \mu_w \cdot f_w \quad (2.109)$$

Donde:

$$f_o = \frac{q_o \cdot B_o}{q_w \cdot B_w + q_o \cdot B_o} \quad (2.110)$$

$$f_o = \frac{B_o}{B_o + WOR \cdot B_w} \quad (2.111)$$

$$f_w = 1 - f_o \quad (2.112)$$

2.3.7 Tensión superficial de la mezcla de líquidos

Se obtiene con la siguiente expresión:

$$\sigma_L = \sigma_o \cdot f_o + \sigma_w \cdot f_w \quad (2.113)$$

2.3.8 Densidad de la mezcla de líquidos

Se calcula con la siguiente expresión:

$$\rho_L = \rho_o \cdot f_o + \rho_w \cdot f_w \quad (2.114)$$

2.4 Patrones de flujo

Patrón de flujo es la configuración de estructura de fases en la tubería. Está determinada por la forma de la interfaz (superficie que separa las fases).

Importancia del patrón de flujo:

1. Afecta el fenómeno de colgamiento, por lo que para poder calcular el colgamiento es necesario primero saber qué patrón de flujo se tiene en la tubería.
2. Transferencia de calor,
3. Determina qué fase está en contacto con la pared,
4. Afecta condiciones de operación en las instalaciones de proceso por el comportamiento de los oleogasoductos.

Factores que afectan el patrón de flujo:

- Gasto de crudo y RGA.
- Presión (expansión del gas).
- Geometría de la línea (diámetro y ángulo de inclinación).
- Propiedades de fluidos transportados (densidad relativa del crudo, viscosidad, tensión superficial principalmente).

Tabla 2.4. Ventajas y desventajas de los tipos de patrones de flujo.

TIPOS DE PATRÓN DE FLUJO		
	Experimentales	Teóricos
Ventaja	Si las condiciones de operación son parecidas a las condiciones del experimento, no hay que ajustar.	Abarca un rango grande de posibilidades (diámetros, densidades, etc.).
Desventaja	La construcción es muy costosa y muy difícil de construir.	Hay que validarlos mediante un modelo experimental.

2.4.1 Patrones de flujo en tuberías horizontales

Los patrones de flujo en tuberías horizontales descritos por Beggs son los siguientes:

Flujo Segregado Estratificado: Este patrón de flujo se presenta relativamente a bajos gastos de gas y líquido, para el cual las dos fases son separadas por efecto de la gravedad, donde el líquido fluye en el fondo de la tubería y el gas en la parte superior.

Flujo Segregado Ondulado: Éste régimen de flujo se presenta a gastos mas altos que en el estratificado, con presencia de ondas estables en la interfase.

Flujo Segregado Anular: El flujo anular se presenta a muy altos gastos de flujo de gas. La fase gaseosa fluye como un núcleo a alta velocidad, el cual puede llevar gotas de líquido atrapadas. La fase líquida fluye como una película delgada pegada a la pared interna de la tubería, generalmente, esta película es más gruesa en el fondo que en la pared superior de la tubería, dependiendo de la magnitud relativa de los gastos de flujo de gas y líquido.

Flujo Intermitente : Este flujo es caracterizado por el flujo alternado de líquido y gas, fluyendo sucesivamente taponos o baches de líquido ocupando completamente el área transversal de la tubería, separados por bolsas o burbujas de gas, el cual contiene una capa estratificada de líquido que a su vez se desplaza en el fondo de la tubería.

Este tipo de flujo es consecuencia de la inestabilidad hidrodinámica de una interfase estratificada líquido-gas bajo ciertas condiciones, donde el mecanismo de flujo consiste de una película de líquido que fluye a lo largo del fondo de la tubería a una velocidad menor que la del bache, y que crece al arrastrar líquido de la película en su parte delantera, pero a su vez pierde líquido en la parte trasera en una misma proporción

El líquido en el cuerpo del bache puede ser aireado por pequeñas burbujas que son concentradas hacia el frente del bache y en la parte superior de la tubería. El flujo intermitente es dividido en tapón y bache, y el comportamiento del flujo bache y tapón son los mismos con respecto al mecanismo de flujo, y por lo tanto, no existe distinción entre ellos generalmente.

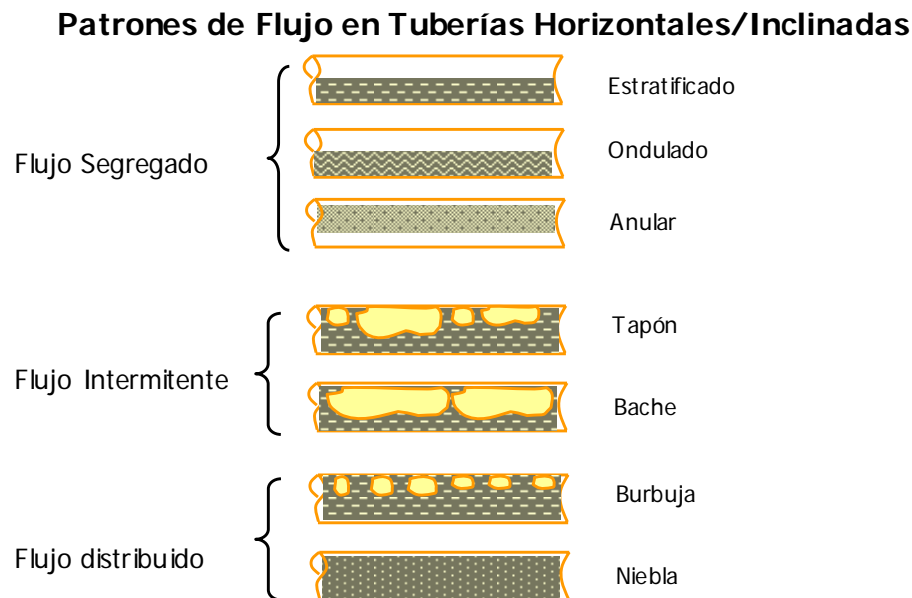


Figura 2.7. Patrones de Flujo en Tuberías Horizontales o con poca inclinación.

Flujo Intermitente Tapón: Es considerado como el caso límite del flujo bache, cuando el bache de líquido está libre de burbujas, lo cual ocurre a gastos de gas relativamente bajos cuando el flujo es menos turbulento.

Flujo Intermitente Bache: A altos gastos de gas, donde el flujo en el frente del bache está en forma de un remolino (debido al recogimiento del movimiento lento de la película) se denomina flujo bache.

Flujo Burbuja o Burbujas Dispersas: En este tipo de patrón de flujo la tubería se encuentra casi llena de líquido y la fase de gas libre es pequeña. El gas está presente en pequeñas burbujas distribuidas aleatoriamente, al igual que sus diámetros. Las burbujas se mueven a diferentes velocidades dependiendo de sus respectivos diámetros, el líquido se mueve a una velocidad bastante uniforme y, a excepción de la densidad, la fase de gas tiene un efecto mínimo en el gradiente de presión. Existe sin embargo, condiciones donde hay pequeñas burbujas discretas a bajos gastos, que son a veces designadas como flujo burbuja. La diferencia entre flujo burbuja y burbujas dispersas no siempre es claramente visible. El flujo de burbujas dispersas se observa sobre un rango completo de inclinación de tubería, mientras que el patrón de flujo burbujeante es observado solamente en vertical y tuberías de diámetro relativamente grandes.

Niebla o Neblina: En este patrón la fase continua es el gas, el cual arrastra y transporta al líquido. El líquido deja una película en la pared de la tubería, pero sus efectos son secundarios, el gas es el factor predominante.

2.4.1.1 Correlación de Taitel y Dukler para predecir la transición de los patrones de flujo

Taitel y Dukler en 1976 obtuvieron un modelo teórico para predecir con exactitud la transición entre los patrones de flujo basándose en modelos de mecanismos físicos. Los patrones considerados son el intermitente (bache y tapón), estratificado liso, estratificado ondulado, distribuido burbuja y anular niebla. La correlación predice los límites de transición del flujo y el efecto que éstos tienen en el diámetro de la tubería, las propiedades de los fluidos y el ángulo de inclinación.

Los cálculos realizados por Taitel y Dukler arrojaron los siguientes grupos adimensionales:

$$X = \frac{\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_L \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_g \right]} \quad (2.115)$$

$$T = \left[\frac{\left| \left(\frac{dp}{dx} \right)_L \right|}{(\rho_L - \rho_g)g \cdot \cos \alpha} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.116)$$

$$F = v_g \left[\frac{\rho_g}{(d \cdot g \cdot \cos \alpha)(\rho_L - \rho_g)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.117)$$

$$K = \left[\frac{\rho_g \cdot v_g^2 \cdot v_L}{(\rho_L - \rho_g)g \cdot \mu_L \cdot \cos \alpha} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.118)$$

$$Y = \frac{(\rho_L - \rho_g)g \cdot \sin \alpha}{\left| \left(\frac{dp}{dx} \right)_g \right|} \quad (2.119)$$

Donde las variables deben estar en unidades consistentes:

$\left(\frac{dp}{dx} \right)_L$ = Caída de presión de la fase líquida a lo largo de la tubería

$\left(\frac{dp}{dx} \right)_g$ = Caída de presión de la fase gaseosa a lo largo de la tubería

ρ_L = Densidad de la fase líquida

ρ_g = Densidad de la fase gaseosa

d = diámetro de la tubería

g = Gravedad

v_L = Velocidad superficial del líquido

v_g = Velocidad superficial del gas

μ_L = Viscosidad del líquido

α = Ángulo entre la tubería y el eje horizontal, positivo en dirección del flujo

Las ecuaciones 2.115 a 2.119 pueden ser determinadas de las condiciones de operación, comenzando con velocidades y gradientes de presión los cuales están calculados de condiciones superficiales.

La localización de los límites de transición para $Y = 0$ (tubería horizontal), se muestran como un mapa de patrones generalizado en dos dimensiones para flujo multifásico como lo muestra la figura 2.8.

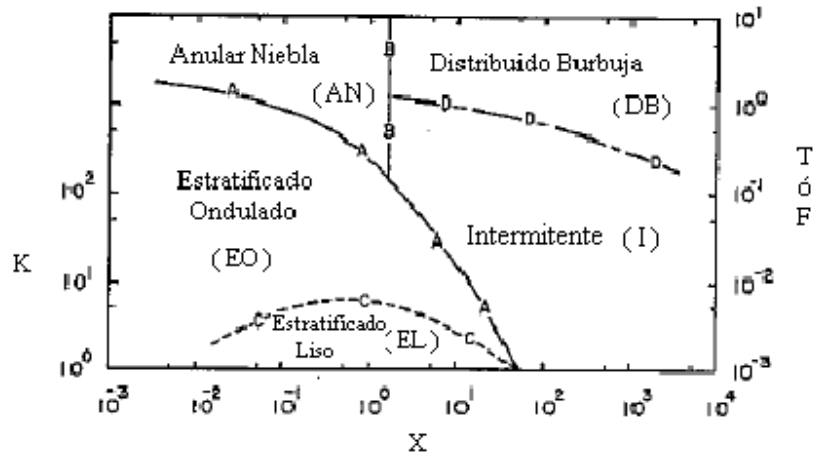


Figura 2.8. Mapa de patrones de flujo generalizado para flujo multifásico horizontal (por Taitel y Dukler)

Donde:

Curva	A y B	C	D
Coordenadas	F vs X	K vs X	T vs X

El efecto de la rugosidad de la tubería no está considerado en el desarrollo de las ecuaciones de X, F, K, Y y T; sin embargo, se sugiere que si el valor de la caída de presión (dp/dx) es calculada tomando en cuenta los parámetros de la rugosidad, podrá seguir aplicándose el mapa anterior.

2.4.2 Patrones de flujo en tuberías verticales.

Los patrones de flujo en tuberías verticales descritos por Orkiszewsky se muestran en la figura 2.7.

Monofásico: En este patrón de flujo el fluido viaja en una sola fase, como su nombre lo indica, ya sea líquido o gas. Si viaja puro líquido el colgamiento es igual a 1.

Burbuja: En este tipo de patrón de flujo la tubería se encuentra casi llena de líquido y la fase de gas libre es pequeña. El gas está presente en pequeñas burbujas distribuidas aleatoriamente, al igual que sus diámetros. Las burbujas se mueven a diferentes velocidades dependiendo de sus respectivos diámetros, el líquido se mueve a una velocidad bastante uniforme y, a excepción de la densidad, la fase de gas tiene un efecto mínimo en el gradiente de presión. Existe, sin embargo, condiciones donde pequeñas burbujas a bajos gastos, que son a veces designadas como flujo burbuja. La diferencia entre flujo burbuja y burbujas dispersas no siempre es claramente visible. El flujo de burbujas dispersas se observa sobre un rango completo de inclinación de tubería, mientras que el patrón de flujo burbujeante es observado solamente en flujo vertical y tuberías de diámetro relativamente grandes.

Tapón: Aquí la fase de gas es más pronunciada, aunque la fase líquida sigue siendo continua las burbujas de gas se unen y forman burbujas estables de aproximadamente el mismo tamaño y forma que la tubería (que están rodeadas por una película de líquido), y son separadas por tramos de líquido. La velocidad de la burbuja es mayor que la del líquido y puede ser predicho en relación a la velocidad del bache de líquido. La velocidad del líquido no es constante mientras el tramo o bache de líquido se mueva siempre hacia arriba (en la dirección del flujo), el líquido de la película que rodea a la burbuja podría moverse hacia arriba, aunque posiblemente a una menor velocidad, o incluso podría moverse hacia abajo. Esta variación de las velocidades del líquido, podría resultar no sólo en una variación de las pérdidas por fricción en la pared, sino también en el colgamiento de líquido, que está influenciado por la densidad de la mezcla que fluye por la tubería. A mayores velocidades de flujo, el líquido puede incluso ser arrastrado dentro de las burbujas de gas.

Transición: El cambio de una fase continua de líquido a una continua de gas ocurre en este patrón de flujo. El bache de líquido entre las burbujas virtualmente desaparece, y la fase gaseosa arrastra una cantidad significativa de líquido, aunque los efectos del líquido son significativos, el gas es el que predomina.

Neblina: En este patrón la fase continua es el gas, el cual arrastra y transporta al líquido. El líquido deja una película en la pared de la tubería, pero sus efectos son secundarios, el gas es el factor predominante.

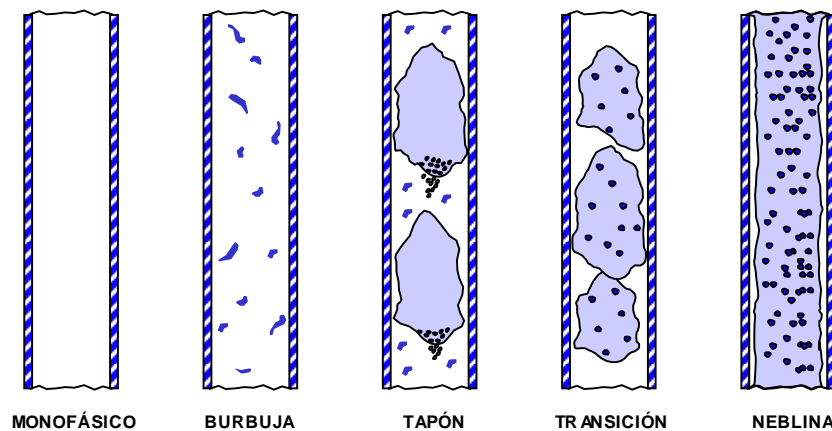


Figura 2.9. Patrones de Flujo en Tuberías Verticales

2.5 Ejemplos

Dado en un pozo vertical:

$$\begin{aligned}
 q_o &= 1000 \text{ bl/día} \\
 R &= 1000 \text{ pies}^3/\text{bl} \\
 R_s &= 450 \text{ pie}^3/\text{bl} \\
 B_o &= 1.27
 \end{aligned}$$

$d = 1.995 \text{ pg}$
 $Z = 0.85$
 $\gamma_{gf} = 0.7$
 $^{\circ}\text{API} = 30$
 $p = 2,500 \text{ psia}$
 $T = 200 \text{ }^{\circ}\text{F}$

- a) Calcular v_{sL} , v_{sg} , y λ_L @ p y T.
- b) Calcular ρ_o , ρ_g y ρ_{ns} @ p y T.
- c) Si:

$$N_{Fr} = \frac{12 \cdot v_m^2}{g \cdot d} \quad (2.120)$$

El colgamiento de líquido está definido por:

$$H_L = \frac{(0.845)\lambda_L^{0.5351}}{N_{Fr}^{0.0173}} \quad (2.121)$$

Calcular:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_e$$

Si:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_e = \frac{g}{g_c} \rho_m \cdot \text{sen} \theta \quad (2.122)$$

- d) Calcular las velocidades reales del líquido y del gas @ p y T.

Solución:

- a) Con las ecuaciones 2.74, 2.76, 2.77 y 2.78 obtenemos:

$$v_{sL} = \frac{6.4979 \times 10^{-5} (1000)(1.27)}{\frac{\pi \cdot 1.995^2}{(4)(144)}} = 3.8016 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{3.27 \times 10^{-7} (0.85)(1000)(1000 - 450)(200 + 460)/2500}{\frac{\pi \cdot 1.995^2}{(4)(144)}} = 1.8592 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sg} + v_{sL} = 1.8592 + 3.8016 = 5.6608 \text{ pie/seg}$$

$$\lambda = \frac{v_{sL}}{v_m} = \frac{3.8026}{5.6608} = 0.6717$$

- b) Para obtener ρ_o , ρ_g y ρ_{ns} utilizamos las ecuaciones 1.1, 1.65, 1.49, 1.84 y 2.85:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.1 + 30} = 0.8762$$

$$\gamma_{gd} = 0.25 + 0.02(30) + 450 \times 10^{-6} \cdot (0.6874 - 3.5864(30)) = 0.8019$$

$$\rho_o = \frac{62.4(0.8762) + 0.01362(450)(0.8019)}{1.27} = 46.9210 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_g = \frac{2.7044(2500)(0.7)}{0.85(200 + 460)} = 8.4352 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_{ns} = (46.9210)(0.6717) + (8.4352)(1 - 0.6717) = 34.2861 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

- c) Con las ecuaciones 2.120, 2.121, 2.84 y 2.122

$$N_{Fr} = \frac{v_m^2}{g \cdot d} = \frac{(5.6608)^2(12)}{(32.174)(1.995)} = 5.9909$$

$$H_L = \frac{(0.845)\lambda_L^{0.5351}}{N_{Fr}^{0.0173}} = \frac{(0.845)(0.6717)^{0.5351}}{(5.9909)^{0.0173}} = 0.6621$$

$$\rho_m = (46.9210)(0.6621) + 8.4352(1 - 0.6621) = 33.9166 \text{ lb}_m / \text{pie}^3$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_e = \frac{g}{g_c} \rho_m \cdot \text{sen} \theta = \frac{32.174}{32.174} (33.9166) \text{sen} 90 = 33.9166 \frac{\text{lb}_f}{\text{pie}^3}$$

- d) Las velocidades reales del líquido y del gas las obtenemos con las ecuaciones 2.82 y 2.83

$$v_L = \frac{v_{sL}}{H_L} = \frac{3.8016}{0.6621} = 5.7417 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_g = \frac{v_{sg}}{(1 - H_L)} = \frac{1.8592}{(1 - 0.6621)} = 5.5022 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

CAPÍTULO 3:

FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS VERTICALES

3.1 Introducción

El problema de predecir con precisión las caídas de presión en la tubería de producción (T.P.) se ha ido incrementando a muchas soluciones especializadas para condiciones limitadas. La razón para estas muchas soluciones es que el flujo multifásico es complejo y se dificulta su análisis incluso para estas correlaciones estudiadas de condiciones limitadas.

Al pasar los fluidos provenientes del yacimiento a través de la tubería de producción, se consume la mayor parte de presión disponible para llevarlos del yacimiento a las baterías de separación, por lo que es de suma importancia realizar una evaluación precisa de la distribución de la presión a lo largo de dicha tubería. Al hacerlo conjuntamente con un análisis integral del sistema de producción, es posible:

- a. Diseñar las tuberías de producción y líneas de descarga.
- b. Proyectar aparejos de producción artificial (neumático, mecánico, etc).
- c. Obtener presión de fondo fluyendo, sin intervenir los pozos.
- d. Calcular el efecto de los estranguladores sobre el gasto.
- e. Determinar la vida fluyente de los pozos.
- f. Corroborar los datos obtenidos con las correlaciones para su ajuste.

Cuando el flujo es vertical las caídas de presión por aceleración son muy pequeñas, por lo que el gradiente de presión debido a la misma generalmente se desprecia, quedando la ecuación 2.11 de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_f \quad (3.1)$$

Las diversas correlaciones existentes para el cálculo de distribuciones de presión con flujo multifásico en tuberías, pueden clasificarse en tres grupos en base al criterio utilizado en su desarrollo. En la tabla 3.1 se muestran los tres grupos y los criterios desarrollados.

Hay muchas correlaciones que dan excelentes resultados dependiendo de las diferentes condiciones de flujo. Basados en las comparaciones hechas por Lawson y Brill, los métodos vistos en este capítulo están entre las mejores correlaciones para flujo vertical, ya que pusieron especial cuidado en varios tamaños de tuberías, en las propiedades de los fluidos y los gastos de flujo. Estas correlaciones son las siguientes:

- Poettmann y Carpenter (1952)
- Duns y Ros (1963)
- Hagedorn y Brown (1965)

- Orkiszewski (1967)
- Beggs y Brill (1973)

Tabla 3.1. Criterios en el desarrollo de las correlaciones.

	Grupo I	Grupo II	Grupo III
Resbalamiento entre las fases	No se considera	Si se considera	Si se considera
Densidad de la mezcla (ρ_m)	Se calcula en función de las propiedades de los fluidos	Se calcula considerando el efecto del colgamiento	Se calcula considerando el efecto del colgamiento
Factor de fricción (f)	Se determina empíricamente	Se correlaciona con las propiedades combinadas del gas y el líquido	Se correlaciona con las propiedades del fluido en la fase continua
Patrones de flujo	No se distinguen	No se distinguen	Sí se distinguen
Métodos o Correlaciones	Poettmann y Carpenter, Fancher y Brown y Baxendell y Thomas	Hagedorn y Brown	Duns y Ros, Orkiszewski, Aziz, Beggs y Brill, Chierici, Gould y Tek entre otras

3.2 Correlaciones

3.2.1 Poettman y Carpenter

Poettmann y Carpenter desarrollaron un método semi empírico utilizando diámetros de tubería de producción de 2, 2 ½, 3 pulgadas en el que incorporaron la ecuación general de energía y datos de 34 pozos fluentes de aceite y 15 con bombeo neumático. El aceite, gas y agua fueron considerados para estar en una sola fase, y no se trato de determinar la correlación de colgamiento. Toda la pérdida de energía incluyendo el resbalamiento y líquidos de emergencia se introdujeron en un factor de perdida de energía la cual se tomó como constante en toda la longitud de la tubería. También se asumió el flujo vertical de aceite, gas y agua como turbulento, además de no tomar en cuenta los patrones de flujo.

La correlación de Poettmann y Carpenter sigue siendo usada extensamente en los campos bajo las siguientes condiciones:

- Tuberías de 2, 2 ½ y 3 pg.
- Viscosidades menores a 5 cp.
- RGL menores a 1,500 pies³/bl.
- Gastos mayores a 400 bpd.

Fancher y Brown obtuvieron una correlación para tuberías de 2 pulgadas de diámetro interno, y se ajusta con mayor precisión que la correlación de Poettmann y Carpenter para gastos bajos y altas RGL.

1. Se debe tener u obtener $p_1, p_2, T_1, T_2, R, \gamma_g, \gamma_o, \gamma_w, q_o, q_w, h, d$ así como B_o y R_s a p_1 y p_2 .
2. Graficar h vs p .
3. Determinar la masa de aceite, gas y agua por barril de aceite.

$$M = 350 \cdot \gamma_o + 0.0764 \cdot \gamma_g \cdot R + 350 \cdot \gamma_w \cdot \text{WOR} \quad (3.2)$$

4. Calcular el gasto másico de la mezcla w_m en $\text{lb}_m/\text{día}$.
5. Suponer una presión inicial en la TP.
6. Calcular el volumen de la mezcla V_T a la presión y temperatura establecida:

$$V_T = 5.61 \cdot B_o + 5.61 \cdot \text{WOR} + (R - R_s) \left(\frac{14.7}{p} \right) \left(\frac{T}{520} \right) \left(\frac{Z}{1} \right) \quad (3.3)$$

7. Determinar la densidad a la presión supuesta:

$$\rho_m = \frac{M}{V_T} \quad (3.4)$$

8. De la figura 3.1, determinar el gradiente de presión fluyendo para el gasto másico y la densidad, calculadas en los pasos 4 y 7 respectivamente.
9. Suponer una segunda presión en la TP para una mayor profundidad y repetir los pasos 6, 7 y 8.
10. De los dos gradientes obtenidos, determinar un gradiente de presión promedio:
11. De la diferencia de presiones entre p_1 y p_2 , determinar la distancia entre estas dos presiones con:

$$\frac{p_2 - p_1}{\left(\frac{dp}{dh} \right)_{\text{prom}}} = \frac{dp}{\left(\frac{dp}{dh} \right)_{\text{prom}}} = \Delta h \quad (3.5)$$

12. Repetir el procedimiento hasta completar la profundidad del pozo.
13. Para obtener el gradiente de presión incluyendo las pérdidas por fricción tenemos:

$$d \cdot v \cdot \rho = \frac{1.4737 \times 10^{-5} \cdot w_m}{d/12} \tag{3.6}$$

Donde w_m es el calculado en el paso 4, en $lb_m/día$

14. De la figura 3.2 determinar el valor del factor de fricción f , con el valor obtenido en el paso 13.

15. Calcular el gradiente de presión total con:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_T = \frac{1}{144} \left[\bar{\rho}_m + \left(\frac{f \cdot w_m^2}{7.413 \times 10^{10} \cdot \bar{\rho}_m \cdot (d/12)^5} \right) \right] \tag{3.7}$$

Donde:

$$\bar{\rho}_m = \frac{\rho_{m1} + \rho_{m2}}{2} \tag{3.8}$$

16. Por último calculamos la profundidad total con:

$$\frac{p_1 - p_2}{\left(\frac{dp}{dh}\right)_T} = \frac{dp}{\left(\frac{dp}{dh}\right)_T} = \Delta h \tag{3.9}$$

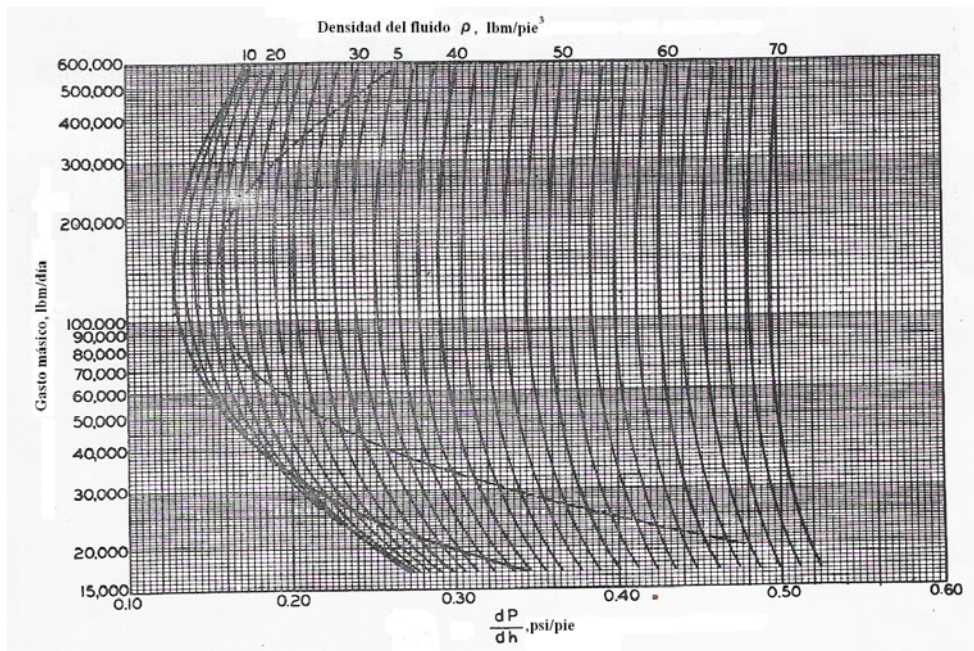


Figura 3.1. Correlación de la densidad del fluido (Poettmann).

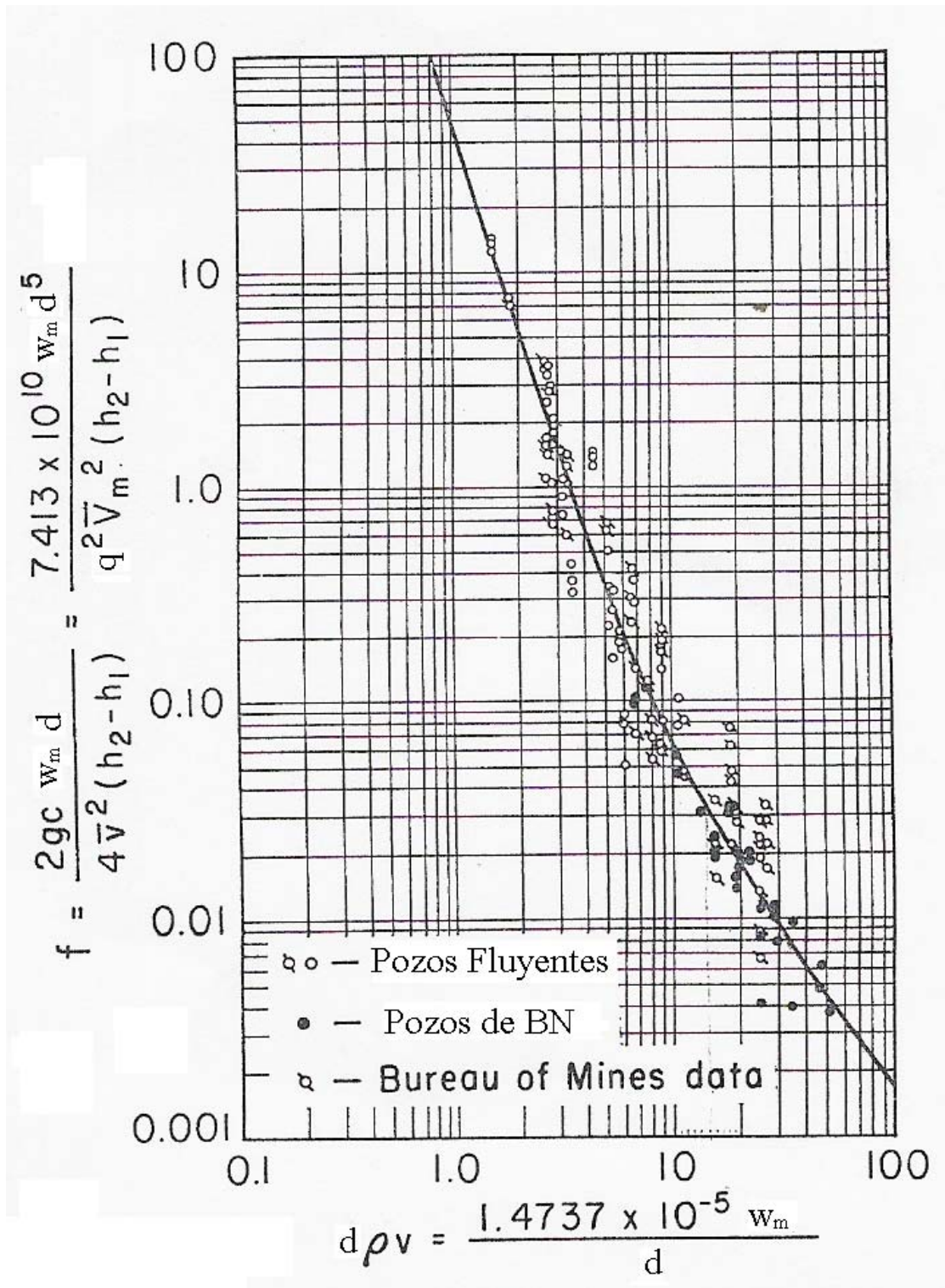


Figura 3.2. Correlación de datos de campo en pozos fluientes y de Bombeo Neumático.

3.2.2 Duns y Ros

El método de Duns y Ros es el resultado de una investigación de laboratorio a gran escala con modificaciones y ajustes usando datos de campo.

Duns y Ros escogieron una aproximación un poco diferente que la mayoría de los investigadores. El gradiente de presión es expresado como una fracción del gradiente de líquido hidrostático ($\rho_L g$). Ellos definieron arbitrariamente el gradiente de presión estática como el peso del volumen por la densidad in-situ y desarrollaron correlaciones para la fricción en la pared de la tubería de sus extensos datos de laboratorio para cada una de las tres amplias regiones de flujo. Aunque ellos usaron en un punto específico un balance de presión en lugar de un balance de energía, sus ecuaciones son un balance de energía termodinámico. El gradiente total incluye un gradiente estático, un gradiente de fricción y un gradiente por aceleración. Los efectos de resbalamiento entre el gas y el líquido son incorporados en el gradiente estático y se mantienen separados de los efectos debido a la fricción. Ellos separaron el flujo dentro de tres tipos de regiones y prepararon correlaciones separadas para el resbalamiento y fricción en los tres. Las tres regiones son:

- **Región I:** La fase líquida es continua y el flujo burbuja, flujo tapón y parte del flujo burbuja existe en este régimen.
- **Región II:** En esta región las fases de líquido y gas se alternan. La región por lo tanto cubre del patrón de flujo bache y el resto del flujo burbuja.
- **Región III:** En esta región el gas es la fase continua por lo que en esta región se encuentra el flujo neblina.

Procedimiento de cálculo:

1. Calcular la densidad relativa del aceite.
2. Obtener la masa asociada con un barril de líquido a condiciones estándar:

$$M = \gamma_o (350) \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \gamma_w (350) \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) + (0.0764) \cdot R \cdot \gamma_g \quad (3.10)$$

3. Determinar la densidad de la fase líquida:

$$\rho_L = 62.428 \left[\gamma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \gamma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \right] \quad (3.11)$$

4. Obtener la presión promedio en psia:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_{\text{atm}} \quad (3.12)$$

5. Obtener la temperatura promedio:

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (3.13)$$

6. Obtener \bar{Z}

7. Calcular la densidad promedio de la fase de gas:

$$\bar{\rho}_g = \gamma_g \cdot (0.0764) \left(\frac{520}{\bar{T} + 460} \right) \left(\frac{\bar{p}}{14.7} \right) \left(\frac{1}{\bar{Z}} \right) \quad (3.14)$$

8. Calcular la viscosidad promedio del aceite con las ecuaciones 1.51 – 1.57.

9. Calcular la viscosidad promedio del agua con la ecuación 1.110.

10. Calcular la viscosidad de la mezcla del líquido:

$$\bar{\mu}_L = \bar{\mu}_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \bar{\mu}_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.15)$$

11. Calcular la tensión superficial de la mezcla de líquido:

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.16)$$

12. Calcular R_s a \bar{p} y \bar{T} .

13. Calcular B_o a \bar{p} y \bar{T} .

14. Calcular el área transversal de la tubería.

15. Calcular el número de viscosidad del líquido:

$$N_{L\mu} = 0.15726 \cdot \mu_L \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma^3} \right)^{0.25} \quad (3.17)$$

16. Calcular la velocidad superficial del líquido v_{sL} (suponiendo $B_w = 1.0$):

$$v_{sL} = \frac{(5.6142)(144)q_L}{86,400 \cdot A_p} \left[B_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + B_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \right] \quad (3.18)$$

17. Calcular la número de velocidad del líquido:

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (3.19)$$

18. Calcular la velocidad superficial del gas:

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_L \left[R - R_s \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) \right]}{86,400 \cdot A_p} \left(\frac{14.7}{\bar{p}} \right) \left(\frac{\bar{T} + 460}{520} \right) \left(\frac{\bar{Z}}{1} \right) \quad (3.20)$$

19. Calcular el número de velocidad del gas:

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (3.21)$$

20. Calcular el número de diámetro de la tubería:

$$N_d = \frac{120.872 \cdot d}{12} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.5} \quad (3.22)$$

21. Seleccionar el régimen de flujo adecuado de la figura 3.3.

22. Determinar el factor de resbalamiento dependiendo de la región de flujo obtenida en el paso 21.

a) Para la Región I:

El resbalamiento se obtiene de la siguiente ecuación:

$$S = F_1 + F_2 \cdot N_{Lv} + F_3' \left(\frac{N_{gv}}{1 + N_{Lv}} \right)^2 \quad (3.23)$$

Donde F_1 , F_2 , F_3 , y F_4 se obtienen de la figura 3.4 y:

$$F_3' = F_3 - \frac{F_4}{N_d} \quad (3.24)$$

Para flujo anular N_d se basa en el perímetro mojado, por lo tanto:

$$d = (d_c + d_t) \quad (3.25)$$

Los límites de la Región I son:

$$0 \leq N_{gv} \leq (L_1 + L_2 \cdot N_{Lv}) \quad (3.26)$$

Donde L_1 y L_2 se obtienen de la figura 3.5.

b) Para la Región II:

$$S = (1 + F_5) \frac{(N_{gv})^{0.982} + F'_6}{(1 + F_7 \cdot N_{Lv})^2} \quad (3.27)$$

F_5 , F_6 y F_7 se obtienen de la figura 3.6 y donde:

$$F'_6 = 0.029 \cdot N_d + F_6 \quad (3.28)$$

Los límites de la Región II son:

$$(L_1 + L_2 \cdot N_{Lv}) < N_{gv} < (50 + 36 \cdot N_{Lv}) \quad (3.29)$$

c) Para la Región III:

$$S = 0 \quad (3.30)$$

Por lo tanto:

$$H_L = \frac{1}{1 + v_{sg}/v_{sL}} \quad (3.31)$$

El límite de la Región III es:

$$N_{gv} > (75 + 84 \cdot N_{Lv}^{0.75}) \quad (3.32)$$

23. Determinar la velocidad de resbalamiento si el flujo se encuentra dentro de la región I ó II:

$$v_s = \frac{S}{1.938 (\rho_L/\sigma_L)^{0.25}} \quad (3.33)$$

24. Determinar el colgamiento de líquido:

$$H_L = \frac{v_s - v_{sg} - v_{sL} + \left[(v_s - v_{sg} - v_{sL})^2 + 4 v_s \cdot v_{sL} \right]^{0.5}}{2 v_s} \quad (3.34)$$

25. Determinar el Número de Reynolds para el líquido:

$$N_{Re_L} = \frac{1488 \rho_L \cdot v_{sL} \cdot d}{12 \cdot \mu_L} \quad (3.35)$$

26. Determinar el gradiente de fricción de acuerdo a la región de flujo.

a) Para la Región I y II:

$$\tau_{fr} = 2 f_w \frac{N_{Lv} (N_{Lv} + N_{gv})}{N_d} \quad (3.36)$$

Donde:

$$f_w = (f_1) \frac{f_2}{f_3} \quad (3.37)$$

Y:

f_1 se obtiene de la figura 3.7.

f_2 se obtiene de la figura 3.8 y para obtenerla se debe determinar la abscisa $f_1 \cdot R \cdot (N_d)^{2/3}$

Donde:

$$R = \frac{v_{sg}}{v_{sL}} \quad (3.38)$$

$$f_3 = 1 + f_1 (R/50)^{0.5} \quad (3.39)$$

El factor de fricción f_w es válido para la región I y II. Es bueno para $N_{Lv} = 0$ y arriba del límite dado por $N_{gv} = (50 + 36 N_{Lv})$.

b) Para la Región III:

En el flujo niebla donde $N_{gv} > 75 + 84 \cdot N_{Lv}^{0.75}$

$$\tau_{fr} = 2 f_w \cdot N_\rho \frac{(N_{gv})^2}{N_d} \quad (3.40)$$

Donde:

$$N_{\rho} = \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad (3.41)$$

En la Región III f_w se toma como f_1 y podría ser obtenida de la figura 3.7. Para $\varepsilon > 0.05d$ el valor de f_1 es calculado con la ecuación:

$$f_1 = \frac{1}{[4 \cdot \log(0.027 \cdot \varepsilon / d)]^2} + 0.067 (\varepsilon / d)^{1.73} \quad (3.42)$$

Para $\varepsilon > 0.05(d)$, el valor de $d - \varepsilon$ podría ser sustituido por d durante el cálculo gradiente de fricción, y también esta sustitución puede se hecha por:

$$v_{sg} = \frac{v_{sg} \cdot d^2}{(d - \varepsilon)^2} \quad (3.43)$$

27. Determinar el gradiente estático:

$$\tau_{st} = H_L + (1 - H_L) N_{\rho} \quad (3.44)$$

Donde:

$$N_{\rho} = \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad (3.45)$$

28. Determinar el gradiente de presión adimensional total:

a) Para las Regiones I y II:

$$\tau_T = \tau_{st} + \tau_{fr} \quad (3.46)$$

b) Para la Región III (tomando en cuenta la aceleración)

$$\tau = \frac{\tau_{st} + \tau_{fr}}{1 - (\rho_L \cdot v_{sl} + \rho_g \cdot v_{sg})(v_{sg}/p)} \quad (3.47)$$

29. Convertir el gradiente a psi/pie:

$$\frac{dp}{dh_{st}} = \frac{\tau_{st} \cdot \rho_L}{144}; \quad (3.48)$$

$$\frac{dp}{dh_{fr}} = \frac{\tau_{fr} \cdot \rho_L}{144}; \quad (3.49)$$

o:

$$\frac{dp}{dh_T} = \frac{\tau_T \cdot \rho_L}{144} \tag{3.50}$$

30. Determinar la longitud para esa caída de presión:

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\frac{dp}{dh_{total}}} \tag{3.51}$$

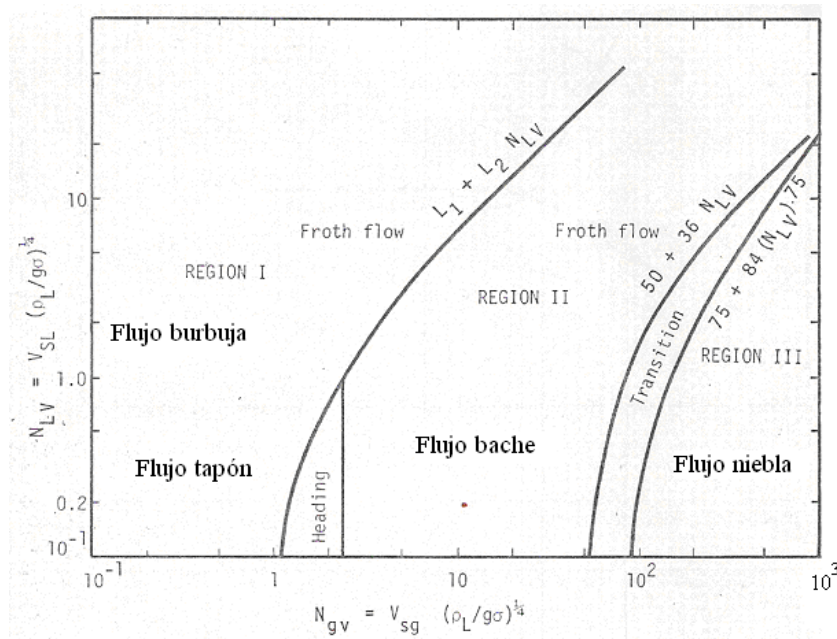


Figura 3.3. Regiones para la correlación de Duns y Ros.

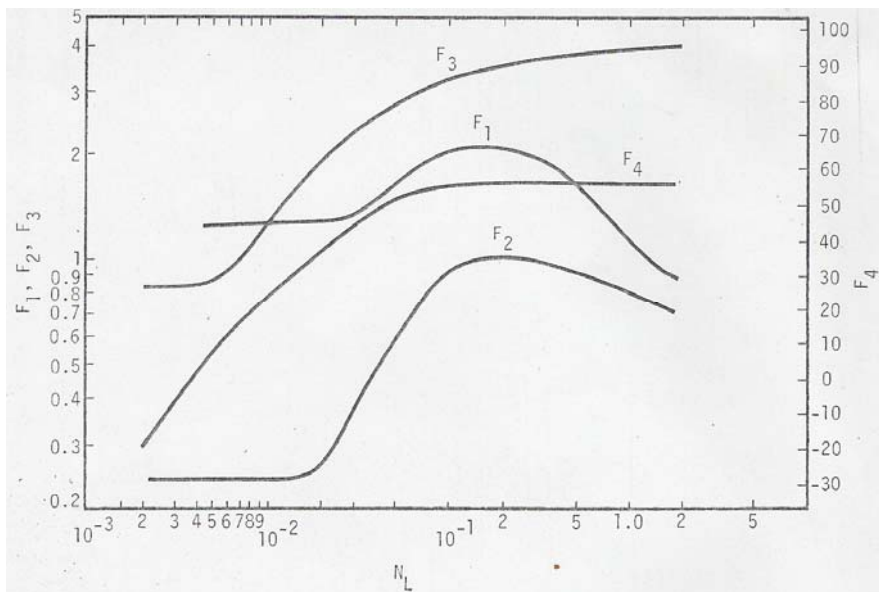


Figura 3.4. $F_1, F_2, F_3,$ y F_4 vs Número de la viscosidad $N_{L\mu}$ (por Ros).

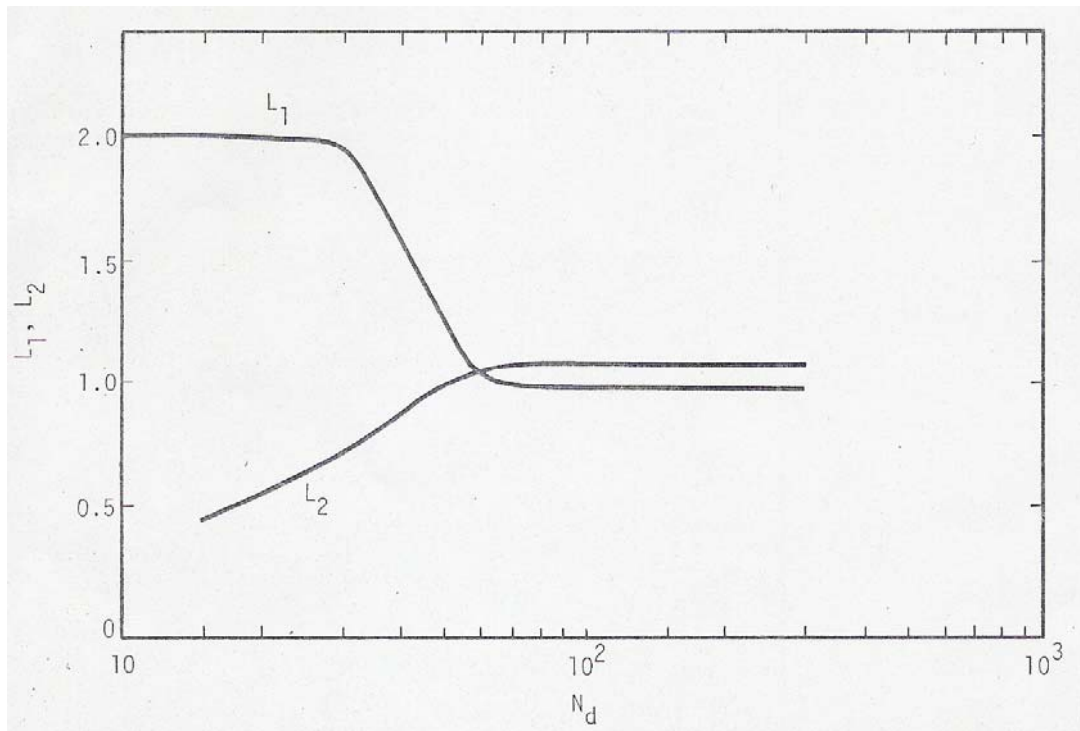


Figura 3.5. Factores L_1 y L_2 vs el Número de diámetro de la tubería (por Ros).

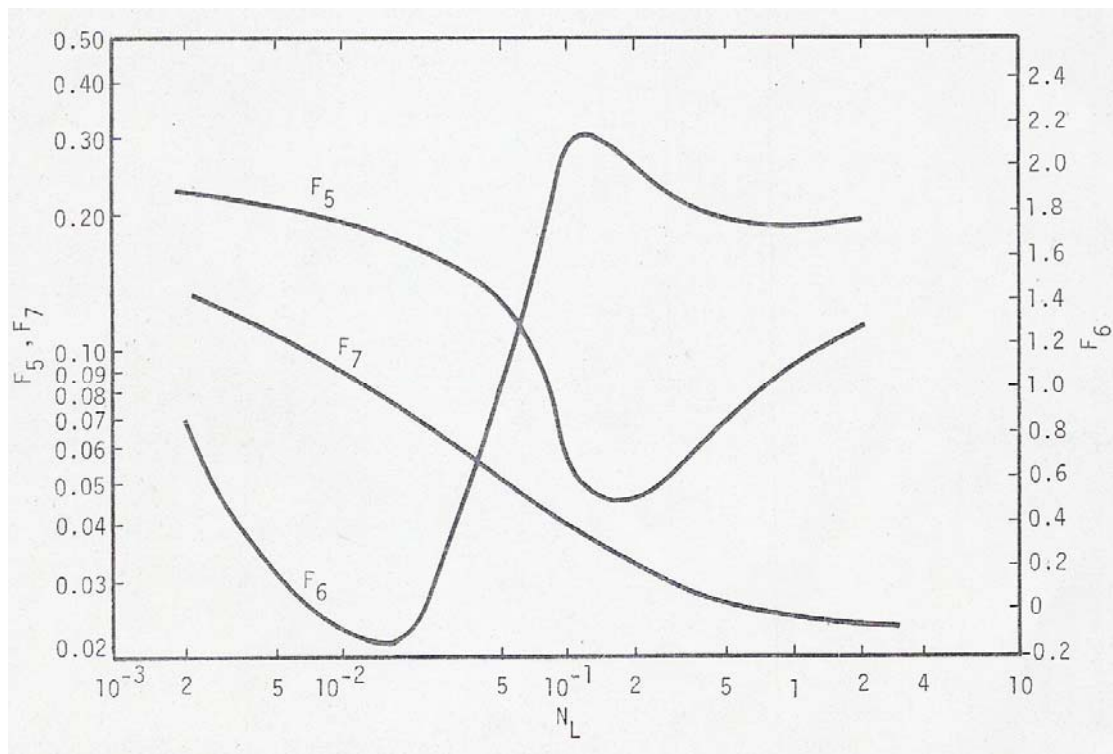


Figura 3.6. F_5 , F_6 , y F_7 vs Número de viscosidad del líquido $N_{L\mu}$ (por Ros).

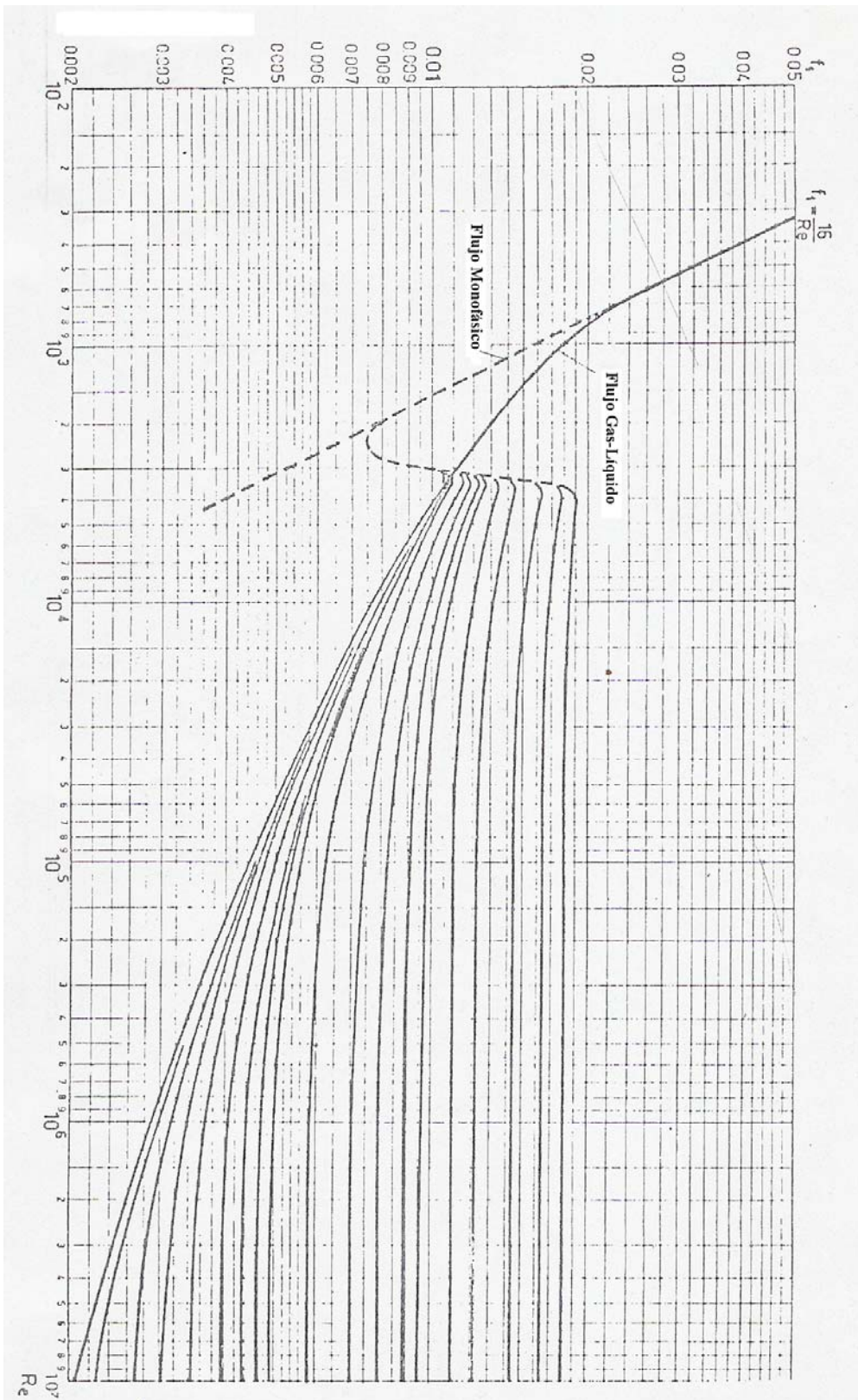


Figura 3.7. f_1 vs N_{Re} (por Ros).

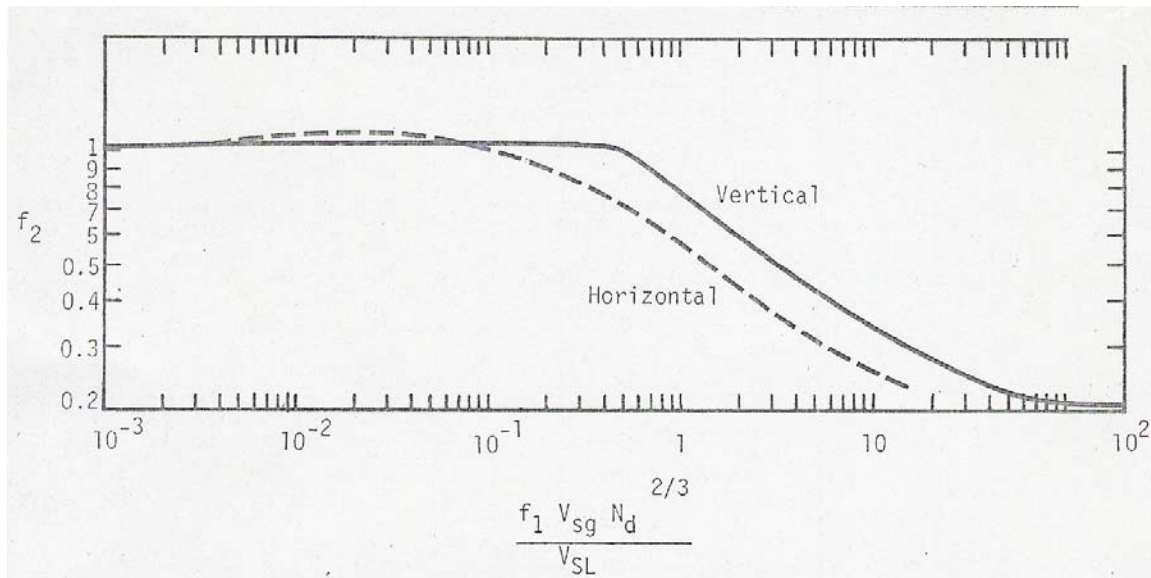


Figura 3.8. Corrección de la Fricción de Burbuja (por Ros).

3.2.3 Hagedorn y Brown (general)

En un esfuerzo hecho por Hagedorn y Brown para determinar una correlación general la cual incluyera prácticamente todos los rangos de flujo, un amplio rango de gas líquido, todos los tamaños de tuberías usados ordinariamente y los efectos de las características de los líquidos. Los datos fueron tomados para rangos de tubería a partir de 1 pulgada a 2 1/2 pulgadas de tubería. El estudio incluyó todo el trabajo anterior hecho por este equipo de investigadores en el efecto de la viscosidad líquida como “correlaciones limitadas”. El término de energía cinética fue incorporado en la ecuación de energía por que fue considerada para ser significativa en tuberías de diámetro pequeño en la región cerca de la superficie donde el fluido tiene baja densidad. Dos ajustes fueron encontrados para mejorar esta correlación. La correlación Griffith fue usada para que el flujo burbuja existiera y el colgamiento fue revisado para asegurarse de que excediera el colgamiento sin resbalamiento y si no, fue usado.

Procedimiento de cálculo:

Comenzar con una presión conocida p_1 , y asumir el valor para p_2 . Calcular el incremento de profundidad.

1. Calcular la presión media entre los dos puntos de la presión, psia.

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + 14.7 \tag{3.52}$$

Dependiendo de los requisitos del problema, es decir, si o no la presión del fondo del agujero que no fluye debe ser determinada de la información superficial, o si los

cálculos comienzan de la profundidad total y sube por la tubería, la presión inicial debe ser conocida. Los incrementos o decrementos de la presión deben ser asumidos de entre los puntos de presión (1) y (2) los cuales serán calculados.

2. Calcular la densidad relativa del aceite γ_o .

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + ^\circ\text{API}} \quad (3.53)$$

3. Encuentra la masa total asociada con un barril de líquido a condiciones de tanque.

$$m = \gamma_o \cdot (350) \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \gamma_w \cdot (350) \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) + (0.0764) \cdot (\text{RGL}) \cdot (\gamma_g) \quad (3.54)$$

4. Calcular el flujo másico con:

$$w = q \cdot m \quad (3.55)$$

5. Con las ecuaciones del capítulo 1 obtener R_s a la \bar{p} y \bar{T} .

6. Calcular la densidad de la fase líquida.

$$\rho_L = \left[\frac{\gamma_o \cdot (62.4) + \frac{R_s \cdot \gamma_g \cdot (0.0764)}{5.614}}{B_o} \right] \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \left[\gamma_w \cdot (62.4) \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \right] \quad (3.56)$$

7. Obtener \bar{Z} .

8. Calcular la densidad media de la fase gaseosa.

$$\bar{\rho}_g = \gamma_g \cdot (0.0764) \cdot \left(\frac{\bar{p}}{14.7} \right) \cdot \left(\frac{520}{\bar{T}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\bar{Z}} \right) \quad (3.57)$$

9. Calcular la viscosidad media del aceite con la correlación apropiada (capítulo 1).

10. Calcular la viscosidad media del agua.

11. Calcular la viscosidad líquida de la mezcla.

$$\mu_L = \mu_o \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \mu_w \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.58)$$

Esto puede ser solamente una aproximación, puesto que la viscosidad de dos líquidos inmiscibles es absolutamente compleja.

12. Asumiendo la tensión superficial constante en cada punto de presión, calcular la tensión superficial de la mezcla líquida.

$$\sigma_L = \sigma_o \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.59)$$

Esto representa sólo una aproximación de la tensión superficial de la fase líquida.

13. Calcular el número de viscosidad del líquido N_L :

$$N_L = 0.15726 \cdot \mu_L \cdot \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma_L^3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.60)$$

14. Determinar CN_L de la figura. 3.9.

15. Calcular el área de la T_p .

$$A_p = \frac{\Pi \cdot d^2}{4} \quad (3.61)$$

16. Obtener B_o a \bar{p} y \bar{T} .

17. Asumiendo $B_w = 1.0$, calcular la velocidad superficial del líquido v_{sL} , $\frac{\text{pie}}{\text{seg}}$

$$v_{sL} = \frac{5.61 \cdot q_L}{86400 \cdot A_p} \cdot \left[B_o \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + B_w \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \right] \quad (3.62)$$

18. Calcular el número de velocidad del líquido N_{LV} .

$$N_{LV} = 1.938 \cdot v_{sL} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.63)$$

19. Calcular la velocidad superficial del gas, v_{sg} .

$$v_{sg} = \frac{q_L \cdot \left[RGL - R_s \cdot \left(\frac{1}{1 + WOR} \right) \right]}{86400 \cdot A_p} \cdot \left(\frac{14.7}{\bar{p}} \right) \cdot \left(\frac{\bar{T}}{520} \right) \cdot \left(\frac{\bar{Z}}{1} \right) \quad (3.64)$$

20. Calcular el número de velocidad del gas, N_{Gv} .

$$N_{Gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.65)$$

21. Revisar el régimen de flujo para determinar si se continúa con la correlación Hagedorn y Brown o se procede con la correlación de Griffith para el flujo burbuja. El número "A" se calcula con la siguiente fórmula:

$$A = 1.071 - \frac{[0.2218 \cdot (v_{sL} + v_{sg})^2]}{d} \quad (3.66)$$

Si $A \geq 0.13$ entonces utiliza ese valor, y, si es menor a 0.13 usa $A = 0.13$
El número "B" se calcula con la siguiente fórmula:

$$B = \frac{v_{sg}}{v_{sL} + v_{sg}} \quad (3.67)$$

Si $(B-A)$ es positivo o cero, se continúa con la correlación Hagedorn y Brown.
Si $(B-A)$ es negativo, sigue con la correlación de Griffith, el procedimiento se encuentra en el método de Orkiszewski.

Nota: este procedimiento sigue de cerca los incrementos de presión. Es posible que el procedimiento del cálculo cambie de un régimen a otro.

22. Encuentra el número de diámetro de la tubería, N_d .

$$N_d = 120.872 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (3.68)$$

23. Calcular el colgamiento en función de ϕ :

$$\phi = \left(\frac{N_{Lv}}{N_{gv}} \right) \cdot \left(\frac{\bar{p}}{14.7} \right)^{0.10} \cdot \left(\frac{CN_L}{N_d} \right) \quad (3.69)$$

24. Obtener de la figura 3.10, el valor de $\frac{H_L}{\psi}$.

25. Determina la segunda corrección en función de ϕ :

$$\phi = \left(\frac{N_{Lv} \cdot N_L^{0.380}}{N_d^{2.14}} \right) \quad (3.70)$$

26. Obtener ψ de la figura 3.11.

27. Calcular el valor de H_L :

$$H_L = \left(\frac{H_L}{\psi} \right) \cdot (\psi) \quad (3.71)$$

Para bajas viscosidades no habrá corrección y $\psi = 1.00$

28. Determinar el valor para dos fases del número de Reynolds, $(N_{Re})_{TP}$.

$$(N_{Re})_{TP} = \frac{2.2 \times 10^{-2} w}{(d) \cdot (\mu_L^{H_L}) \cdot (\mu_g^{(1-H_L)})} \quad (3.72)$$

29. Determinar el valor para $\frac{\varepsilon}{d}$

Si el valor para ε no es conocido, un buen valor para usar es 0.00015 pies, el cual es un valor promedio dado para el acero comercial.

30. Obtener el factor de fricción con la figura 3.12.

31. Calcular la densidad media de la mezcla $\bar{\rho}_m$:

(a) Utilizando el valor de H_L del paso 27, calcular $\bar{\rho}_m$ con la ecuación 2.84

32. Repetir los pasos 5, 7, 16, 17, y 19 para p_1 y p_2 .

33. Calcular la velocidad de la mezcla para p_1 y p_2 .

$$v_{m1} = v_{sL1} + v_{sg1} \quad (3.73)$$

$$v_{m2} = v_{sL2} + v_{sg2} \quad (3.74)$$

34. Determinar el valor para $\Delta(v_m^2)$

$$\Delta(v_m^2) = [v_{m1}^2 - v_{m2}^2] \quad (3.75)$$

35. Calcular Δh correspondiente a $\Delta p = p_1 - p_2$.

$$\Delta h = \frac{144 \cdot \Delta p - \rho_m \cdot \Delta \cdot \left(\frac{v_m^2}{2g_c} \right)}{\bar{\rho}_m + \frac{f \cdot w^2}{2.9652 \times 10^{11} \cdot d^5 \cdot \bar{\rho}_m}} \quad (3.76)$$

36. Comenzando con p_2 , y la profundidad conocida a la p_2 , asumir otro punto de presión y repetir el procedimiento hasta alcanzar la profundidad total o hasta alcanzar la superficie.

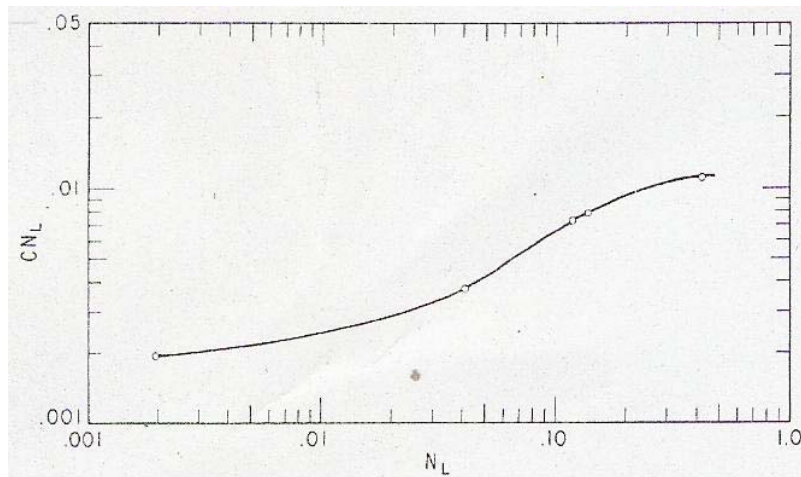


Figura 3.9. Correlación para el coeficiente C del número de viscosidad (por Hagedorn).

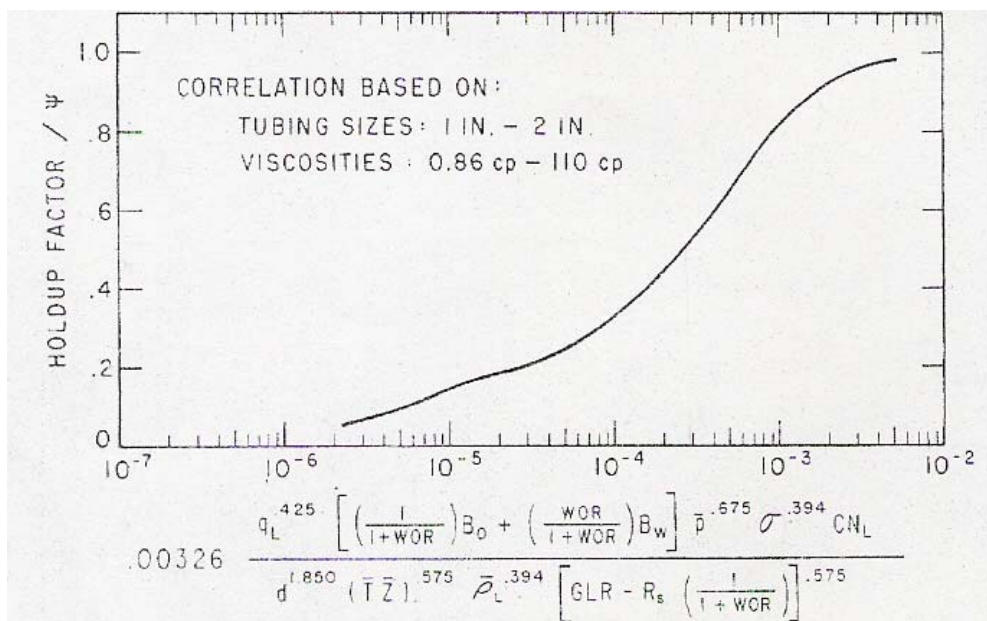


Figura 3.10. Correlación para el factor de colgamiento (por Hagedorn).

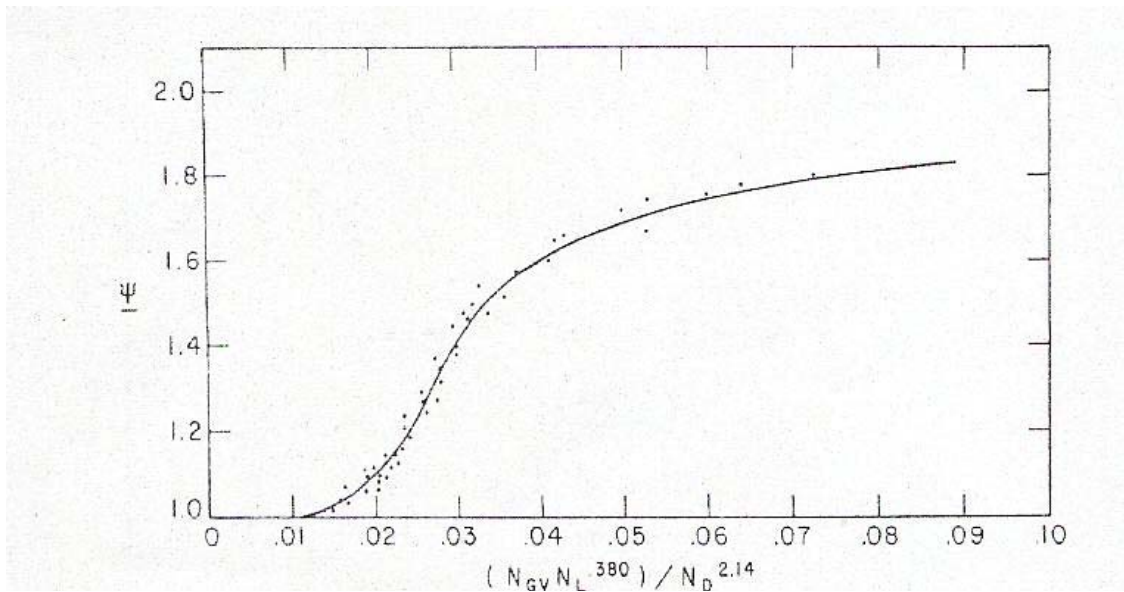


Figura 3.11. Correlación para la segunda corrección (por Hagedorn)..

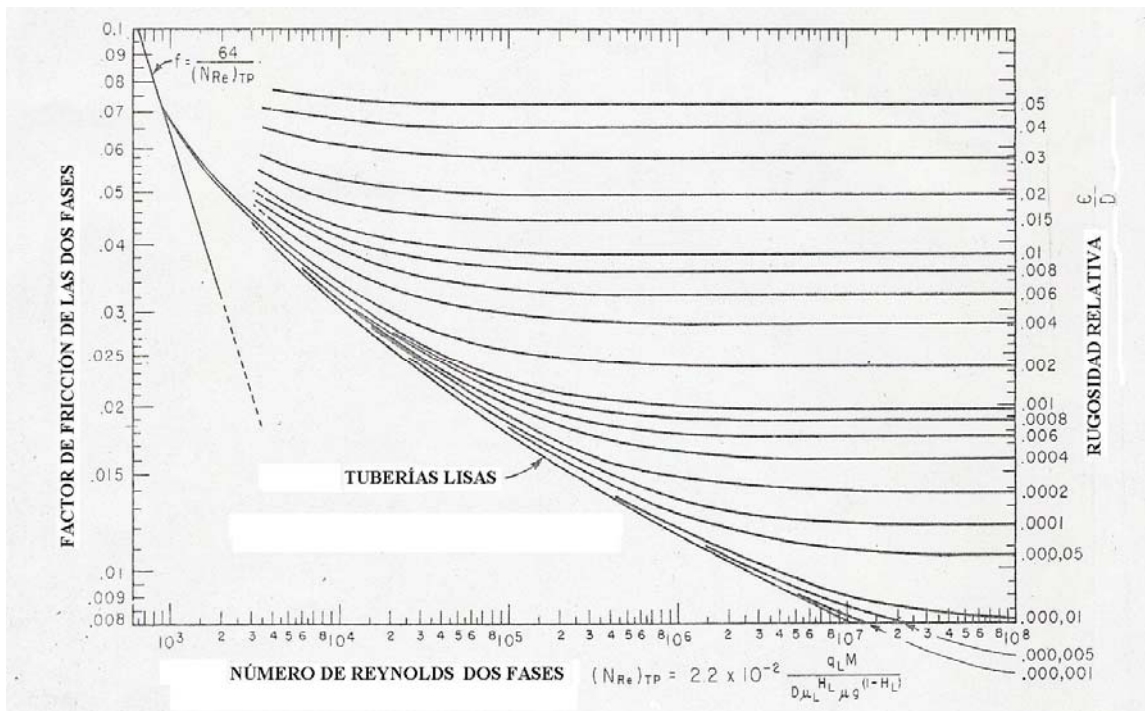


Figura 3.12. Correlación del factor de fricción (por Hagedorn).

3.2.4 Orkiszewski

La correlación de Orkiszewski fue resultado de un análisis de muchos de los métodos publicados para determinar si alguno de ellos son lo bastante extensos para predecir con precisión la caída de presión para una amplia gama de condiciones del pozo.

Orkiszewski enfatizó que el colgamiento de líquido fuera derivado del fenómeno físico observado y que el gradiente de presión fuera relacionado a la distribución geométrica de la fase de líquido y gas, por lo que determinó que la densidad de la mezcla se determinara mediante el colgamiento, considerando en ella el resbalamiento entre las fases. El factor de fricción se correlacionó con las propiedades del fluido en la fase continua.

Él reconoció cuatro tipos de patrones de flujo e hizo correlaciones separadas para establecer la velocidad de resbalamiento y fricción para cada uno de los patrones. Los patrones son burbuja, bache, transición (bache-niebla) y niebla.

Considerando similitudes en conceptos teóricos y diferentes categorías, Orkiszewski comparó cinco métodos seleccionados y determinó la cantidad de desviación entre las caídas de presión medidas y predichas. Orkiszewski observó que los mejores resultados, bajo ciertas condiciones de flujo, se obtenían con los métodos de Griffith y Wallis, y Duns y Ros, por lo que tomó estas correlaciones como base para desarrollar su método, combinándolas para los diferentes patrones de flujo considerados.

Procedimiento de cálculo:

1. Selecciona el punto donde se va a comenzar, ya sea en la cabeza del pozo o en el fondo del pozo.
2. Determinar el gradiente de temperatura del pozo.
3. Fijar una Δp que puede ser la de la superficie o la del fondo del incremento. Encontrar la \bar{p} de ese incremento.
4. Suponer un incremento de profundidad Δh , y determinar la profundidad promedio \bar{h} del incremento.
5. Del gradiente de temperatura, determinar la \bar{T} .
6. Determinar las propiedades de los fluidos a \bar{p} y \bar{T} , así como $\rho_L, \rho_g, v_{sL}, v_{sg}, v_m, \mu_L, \mu_g, N_{gv}, N_{Lv}$ con las ecuaciones de los capítulos anteriores.
7. Determine L_B, L_S y L_M para poder obtener el tipo de régimen de flujo de la siguiente tabla:

Tabla 3.2. Límites de los patrones de flujo

Límites	Régimen de Flujo
$\frac{v_{sg}}{v_m} < L_B$	Burbuja
$\frac{v_{sg}}{v_m} > L_B, N_{gv} < L_S$	Bache
$L_M > N_{gv} > L_S$	Transición bache-niebla
$N_{gv} > L_M$	Niebla

Donde L_B , L_S , y L_M son los límites de burbuja-bache, bache-transición, transición-niebla respectivamente, adimensionales, y N_{gv} se calcula con la ecuación 2.72.

Donde:

$$L_B = 1.071 - \left(2.6616 \frac{v_m^2}{d_h} \right) \quad (3.77)$$

Con el límite $L_B \geq 0.13$

Y:

d_h = diámetro hidráulico de la tubería = área transversal/perímetro mojado, pg.

$$L_S = 50 + 36 \cdot N_{Lv} \quad (3.78)$$

$$L_M = 75 + 84 \cdot N_{Lv}^{0.75} \quad (3.79)$$

8. Basándose en el régimen de flujo obtenido en el paso 7 determinar el gradiente de elevación y de fricción:

a) Régimen de burbuja

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_e = \frac{1}{144} (\rho_L \cdot H_L + \rho_g (1 - H_L)) \quad (3.80)$$

Donde H_L se calcula con:

$$H_L = 1 - \frac{C_1 - C_2}{2} \quad (3.81)$$

Y:

$$C_2 = \left(C_1^2 - \frac{4}{0.8} v_{sg} \right)^{0.5} \quad (3.82)$$

$$C_1 = 1 + \frac{v_m}{0.8} \quad (3.83)$$

El gradiente de fricción se calcula con:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{1}{144} \left(\frac{12 \cdot f \cdot \rho_L \cdot v_L^2}{2 \cdot g \cdot d_h} \right) \quad (3.84)$$

El factor de fricción se calcula utilizando un proceso iterativo con las ecuaciones 2.20 ó 2.21 según sea el caso y con:

$$N_{ReL} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_L \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (3.85)$$

b) Régimen de bache

El gradiente de elevación se obtiene de acuerdo al procedimiento delineado por Griffith y Wallis:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_e = \frac{1}{144} \left(\frac{C_3}{v_m + v_b} + \rho_L \cdot \delta \right) \quad (3.86)$$

Donde:

$$C_3 = \rho_L (v_{sL} + v_b) + \rho_g \cdot v_{sg} \quad (3.87)$$

El término δ se conoce como el coeficiente de distribución del líquido, el cual considera los siguientes fenómenos físicos:

- 1) El líquido está distribuido en tres espacios: el bache, la película alrededor de la burbuja de gas y dentro de la misma como gotas atrapadas. Un cambio en su distribución cambiará las pérdidas netas por fricción.
- 2) Las pérdidas por fricción están constituidas esencialmente por dos componentes, una corresponde al bache de líquido y la otra a la película del mismo.

- 3) La velocidad de elevación de la burbuja se aproxima a cero conforme el flujo tiende al tipo burbuja.

El coeficiente de distribución de líquido (δ) se calcula como se indica en la siguiente tabla:

Tabla 3.3. Relación de la ecuación a aplicar, con la velocidad de la mezcla y la fase continua.

FASE CONTINUA	v_m	ECUACIÓN A APLICAR
Agua $f_w > 0.75$	< 10	(3.88)
	> 10	(3.89)
Aceite $f_o > 0.25$	< 10	(3.90)
	> 10	(3.91)

Las ecuaciones para obtener δ son:

$$\delta = -0.681 + 0.013 \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-1.38} \cdot \log \mu_L + 0.232 \cdot \log v_m - 0.428 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right) \quad (3.88)$$

$$\delta = -0.709 + 0.0451 \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-0.799} \cdot \log \mu_L - 0.162 \cdot \log v_m - 0.888 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right) \quad (3.89)$$

$$\delta = -0.284 + 0.0127 \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-1.415} \cdot \log (\mu_L + 1) + 0.167 \cdot \log v_m + 0.113 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right) \quad (3.90)$$

$$\delta = -0.161 + 0.0274 \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-1.371} \cdot \log (\mu_L + 1) + 0.569 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right) - \left[0.397 + 0.01 \cdot \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-1.571} \log (\mu_L + 1) + 0.63 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right) \right] \log v_m \quad (3.91)$$

El valor de δ debe estar dentro de los límites siguientes:

Para $v_m < 10$

$$\delta \geq -0.065 \cdot v_m \quad (3.92)$$

Para $v_m > 10$

$$\delta \geq -\frac{v_b}{v_m + v_b} \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho_L} \right) \quad (3.93)$$

El valor de v_b (velocidad de elevación de la burbuja o velocidad del bache, pies/seg) se determina por ensaye y error con las ecuaciones siguientes:

$$N_{Re_L} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_m \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (3.94)$$

$$N_{Re_b} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_b \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (3.95)$$

El procedimiento para calcular la velocidad del bache se inicia suponiendo un valor de $v_b = 1.75$ pies/seg, y se compara con el calculado de la ecuación 3.96, 3.97, 3.99 ó 3.100 (según sea el caso) hasta que el supuesto sea igual al calculado:

Cuando $N_{Re_L} > 6000$ tenemos los siguientes tres casos para N_{Re_b} :

1. Si $N_{Re_b} \leq 3000$:

$$v_b = \left(0.546 + 8.74 \times 10^{-6} \cdot N_{Re_L} \right) \left(\frac{g \cdot d_h}{12} \right)^{0.5} \quad (3.96)$$

2. Si $3000 \leq N_{Re_b} \leq 8000$:

$$v_b = 0.5 \cdot \alpha + \left(\alpha^2 + \frac{13.59 \cdot \mu_L}{\rho_L (d_h/12)^{0.5}} \right)^{0.5} \quad (3.97)$$

Donde:

$$\alpha = \left(0.251 + 8.74 \times 10^{-6} \cdot N_{Re_L} \right) \left(\frac{g \cdot d_h}{12} \right)^{0.5} \quad (3.98)$$

3. Si $N_{Re_b} \geq 8000$:

$$v_b = \left(0.350 + 8.74 \times 10^{-6} \cdot N_{Re_L} \right) \left(\frac{g \cdot d_h}{12} \right)^{0.5} \quad (3.99)$$

Cuando $N_{Re_L} \leq 6000$ y $N_{Re_b} \leq 32.5$ se utiliza la siguiente ecuación para determinar v_b :

$$v_b = C_1 \cdot C_2 \left(\frac{g \cdot d_h}{12} \right)^{0.5} \quad (3.100)$$

Donde:

$$C_2 = 1.36 + C_5 + C_6 \cdot C_3 + C_7 \cdot C_3^2 \quad (3.101)$$

$$C_7 = -1.161 \times 10^{-3} + 4.6 \times 10^{-5} \cdot C_4 + 2.954 \times 10^{-3} \cdot C_4^2 + 5.5 \times 10^{-4} \cdot C_4^3 - 6.67 \times 10^{-4} \cdot C_4^4 \quad (3.102)$$

$$C_6 = 0.0413 - 0.01122 \cdot C_4 + 0.012 \cdot C_4^2 - 1.1 \times 10^{-3} \cdot C_4^3 - 1.118 \times 10^{-3} \cdot C_4^4 \quad (3.103)$$

$$C_5 = -0.220623 - 0.03408 \cdot C_4 + 9.549999 \times 10^{-3} \cdot C_4^2 - 8.283001 \times 10^{-3} \cdot C_4^3 + 2.645 \times 10^{-3} \cdot C_4^4 \quad (3.104)$$

$$C_4 = \frac{N_{Re_b} - 5,500}{1,000} \quad (3.105)$$

$$C_3 = \frac{N_{Re_L} - 3,000}{1,000} \quad (3.106)$$

$$C_1 = 0.013805 + 0.4246 \cdot C_8 - 0.1753 \cdot C_8^2 + 0.02363 \cdot C_8^3 \quad (3.107)$$

$$C_8 = \frac{N_{Re_b}}{10} \quad (3.108)$$

Y si $N_{Re_L} \leq 6000$ y $N_{Re_b} > 32.5$; $C_1 = 0.351$ y calculamos C_2 con las ecuaciones 3.101 a la 3.106 y v_b con la ecuación 3.100.

El gradiente por fricción se obtiene con la ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{f \cdot v_m^2 \cdot \rho_L}{12 \cdot (2) \cdot g \cdot d_h} \left(\frac{v_{sL} + v_b}{v_m + v_b} + \delta \right) \quad (3.109)$$

El factor de fricción se puede calcular con la ecuación 2.21 y el número de Reynolds con la ecuación:

$$N_{ReL} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_m \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (3.110)$$

c) Régimen de transición bache-niebla.

Para este caso Orkiszewski adoptó el método de interpolación propuesto por Duns y Ros que consiste en calcular $(\Delta p/\Delta L)_e$ y $(\Delta p/\Delta L)_f$ en las fronteras para flujo bache y flujo niebla, para luego ponderar linealmente cada término respecto al valor de N_{gv} .

La zona de transición está definida por:

$$L_m > N_{gv} > L_s \quad (3.111)$$

Donde:

$$L_m = 84 \cdot N_{Lv}^{0.75} + 75 \quad (3.112)$$

El valor del término por elevación, está dado por:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e = \frac{L_m - N_{gv}}{L_m - L_s} \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{e_{bache}} + \frac{N_{gv} - L_s}{L_m - L_s} \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{e_{niebla}} \quad (3.113)$$

Y el término por fricción, por:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{L_m - N_{gv}}{L_m - L_s} \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{f_{bache}} + \frac{N_{gv} - L_s}{L_m - L_s} \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{f_{niebla}} \quad (3.114)$$

Se obtiene un valor más preciso del factor de fricción en la región de niebla, si el gasto de gas se obtiene con la siguiente ecuación:

$$q_g = A_p \cdot L_m \left(\frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L}\right)^{-0.25} \quad (3.115)$$

d) Régimen de niebla.

Para calcular el gradiente de presión correspondiente a esta región se aplica el método de Duns y Ros.

La región de niebla está definida para:

$$N_{gv} > L_m \quad (3.116)$$

El gradiente por elevación, dado que el líquido va en suspensión dentro de la corriente de gas y no existe diferencia de velocidad entre las fases, se calcular:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e = \frac{1}{144} \left(\frac{\rho_L \cdot v_{sL} + \rho_g \cdot v_{sg}}{v_m} \right) \quad (3.117)$$

En el gradiente por fricción, se considera que la mayor parte de las caídas de presión por fricción se deben al flujo de gas por la tubería.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{12 \cdot f \cdot v_{sg}^2 \cdot \rho_g}{2 \cdot g \cdot d_h} \quad (3.118)$$

El factor de fricción se puede calcular con la ecuación 2.21 y con el número de Reynolds de la ecuación:

$$N_{Re_L} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_{sg} \cdot \rho_g}{\mu_g} \quad (3.119)$$

En este caso la rugosidad relativa ε/d se determina a través de una función del número de Weber según los lineamientos establecidos por Duns y Ros, quienes señalan que sólo será significativo cuando su valor esté comprendido entre 1×10^{-3} y 0.5. Entre estos límites, ε/d se calcula de la siguiente manera:

Si:

$$N_w < 0.005 \quad (3.120)$$

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.8994 \cdot \sigma_L}{\rho_g \cdot v_{sg}^2 \cdot d_h} \quad (3.121)$$

Y si:

$$N_w \geq 0.005 \quad (3.122)$$

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{4.6242 \cdot \sigma_L \cdot N_w^{0.302}}{\rho_g \cdot v_{sg}^2 \cdot d_h} \quad (3.123)$$

Donde:

$$N_w = 0.093 \frac{\rho_g}{\rho_L} \left(\frac{v_{sg} \cdot \mu_L}{\sigma_L} \right)^2 \quad (3.124)$$

9. Calcular ΔL de la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h} \right)_T = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta h} \right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta h} \right)_f}{1 - E_k} \quad (3.125)$$

Donde:

$$E_k = \frac{W_m \cdot v_{sg}}{4,637 \cdot \bar{p} \cdot A_p} \quad (3.126)$$

E_k es el término donde se incluyen las caídas de presión por aceleración.

10. Si la Δh calculada en el paso 9 no es igual a la supuesta en el paso 4, entonces repetir el procedimiento a partir del paso 4 tomando como supuesta la Δh calculada en el paso 9. Este procedimiento se repite hasta que $\Delta h_{sup} = \Delta h_{cal}$.

11. Determinar los valores de p y Z para ese incremento Δh .

12. Repetir el procedimiento del paso 3 hasta completar la profundidad total del pozo.

3.2.5 Beggs y Brill

La correlación de Beggs y Brill (1973) fue desarrollada en 584 pruebas tomadas de datos obtenidos experimentalmente de una prueba de arreglo a pequeña escala. La prueba consistió en una sección de tubería de acrílico de 1 pg y 1.5 pg de diámetro y de 90 pies de longitud, la cual tenía un mecanismo que podía inclinar la tubería de horizontal a vertical y los fluidos utilizados eran aire y agua. Los parámetros estudiados y sus rangos de variación son:

- Gasto de gas, 0 a 300 Mpies³/día;
- Gasto de líquido, 0 a 30 gal/min (0 a 1.635 x 10⁶ litros/día);
- Presión promedio del sistema, 35 a 95 psia;
- Diámetro de la tubería, 1 y 1.5 pg;
- Colgamiento de líquido, 0 a 0.870;
- Gradiente de presión, 0 a 0.8 psi/pie;
- Ángulo de inclinación, -90° a +90°;
- Patrón de flujo horizontal.

Para cada diámetro de tubería, los gastos de líquido y gas variaban por lo que se pudieron observar todos los patrones de flujo cuando la tubería estaba en posición

horizontal. Una vez establecido cada patrón de flujo se procedió a variar el ángulo de inclinación, así que se pudo observar como el ángulo de inclinación afectaba el colgamiento y el gradiente de presión. El colgamiento y el gradiente de presión fueron medidos en ángulos que variaban de 5, 10, 15, 20, 35, 55, 75 y 90 grados, y se encontró que el colgamiento llegaba a su valor máximo en +50 grados y a su valor mínimo en -50 grados. El mapa de patrones de flujo original que obtuvieron Beggs y Brill fue ligeramente modificado para poder incluir la zona de transición entre el patrón de flujo segregado y el intermitente. El mapa de patrones de flujo modificado fue sobrepuesto al original y se muestra en la figura 3.13.

La ecuación para determinar el gradiente de presión es:

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{\left[\frac{g}{g_c} \cdot \rho_m \cdot \text{sen } \theta + \frac{f_T \cdot M_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d} \right]}{144 \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot p \cdot (144)} \right]} \quad (3.127)$$

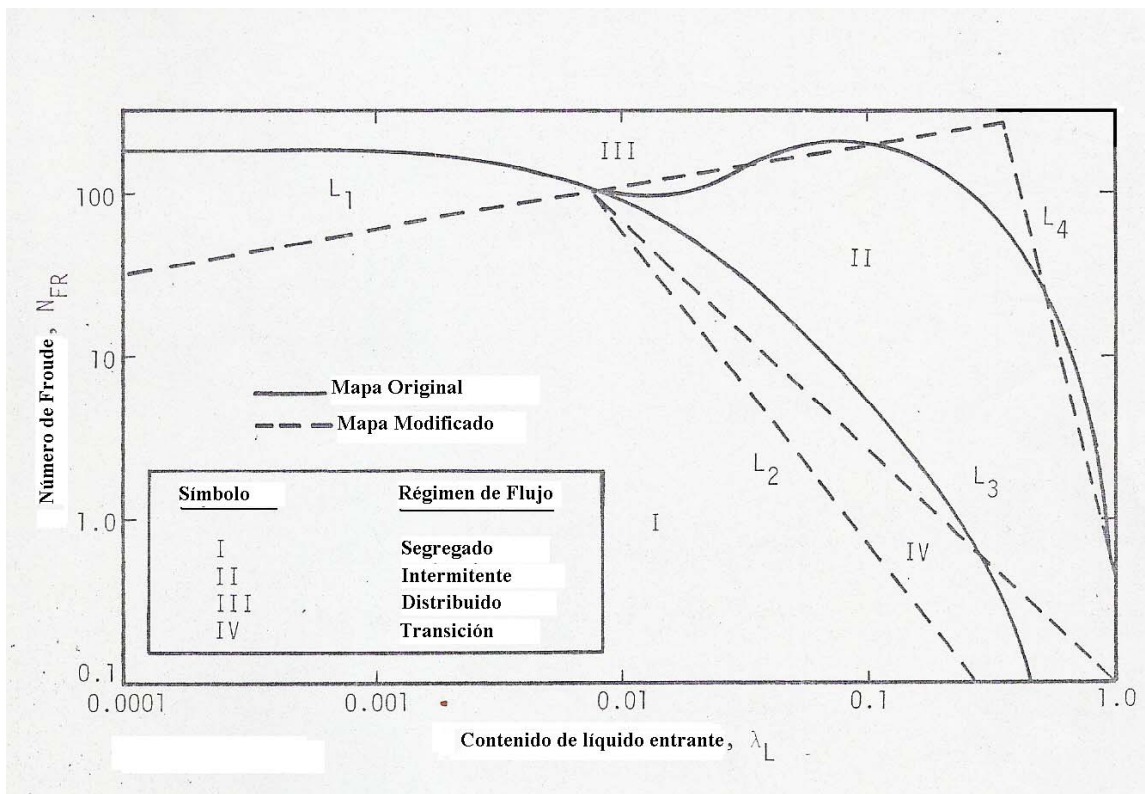


Figura 3.13. Mapa de patrón de flujo horizontal modificado.

Resolviendo la ecuación 3.127 para el incremento en la profundidad, Δh :

$$\Delta h = \frac{\Delta p \cdot (144) \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot (p + 14.7)(144)} \right]}{\frac{g \cdot \rho_m \cdot \text{sen}\theta}{g_c} + \frac{f_T \cdot M_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d}} \quad (3.128)$$

Procedimiento de cálculo:

Comenzando con una presión conocida p_1 , seleccionar el valor para p_2 y suponer un valor Δh entre los dos puntos de modo que la \bar{T} , que está en función de la profundidad, pueda ser evaluada. Calcular el incremento en la profundidad, que debe coincidir con el valor supuesto.

1. Calcular la presión (psia) y profundidad promedio entre los dos puntos de presiones dadas:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_{\text{atm}} \quad (3.129)$$

$$\bar{h} = h + \frac{\Delta h}{2} \quad (3.130)$$

para \bar{p}_1

2. Determinar la temperatura promedio \bar{T} , a la profundidad promedio. Este valor se debe conocer de la relación temperatura vs profundidad (gradiente de temperatura).
3. Del análisis PVT o las correlaciones apropiadas, calcular a la \bar{p} y \bar{T} :

$$R_s, B_o, B_w, \mu_o, \mu_w, \mu_g, \sigma_o, \sigma_w, Z \quad (3.131)$$

4. Calcular la densidad relativa del aceite.

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + {}^\circ\text{API}} \quad (3.132)$$

5. Calcular las densidades del líquido y del gas en lb_m/pie^3 a \bar{p} y \bar{T} .

$$\rho_L = \rho_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \rho_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.133)$$

$$\rho_o = \frac{(350 \cdot \gamma_o + 0.0764 \cdot R_s \cdot \gamma_g)}{5.6146 \cdot B_o} \quad (3.134)$$

$$\rho_w = \frac{350 \gamma_w}{5.6146 B_w} \quad (3.135)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g \cdot \bar{p} \cdot 520}{(14.7)(\bar{T} + 460)Z} \quad (3.136)$$

6. Calcular los gastos de gas y líquido in situ (a condiciones de escurrimiento).

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot Z \cdot q_o (R - R_s)(\bar{T} + 460)}{\bar{p}} \quad (3.137)$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} (q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w) \quad (3.138)$$

Donde:

$$q_L \text{ y } q_g = \text{pies}^3/\text{seg}$$

7. Calcular las velocidades superficiales del gas, líquido y la mezcla in situ.

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{A_p} \quad (3.139)$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_g}{A_p} \quad (3.140)$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} \quad (3.141)$$

8. Calcular el flujo másico del gas, líquido y total.

$$G_L = \rho_L \cdot v_{sL} \quad (3.142)$$

$$G_g = \rho_g \cdot v_{sg} \quad (3.143)$$

$$G_T = G_L + G_g \quad (3.144)$$

9. Calcular el colgamiento de líquido sin resbalamiento con la ecuación 2.73.

10. Calcular el Número de Froude, N_{FR} , la viscosidad del líquido y de la mezcla, y la tensión superficial del líquido.

$$N_{FR} = \frac{v_m^2}{g \cdot d/12} \quad (3.145)$$

$$\mu_L = \mu_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \mu_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.146)$$

$$\mu_m = [\mu_L \cdot \lambda + \mu_g (1 - \lambda)] \quad (3.147)$$

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (3.148)$$

11. Calcular el Número de Reynolds sin resbalamiento y el número de velocidad del líquido.

$$N_{\text{Re}} = \frac{M_m \cdot d/12}{\mu_m \cdot 6.72 \times 10^{-4}} \quad (3.149)$$

$$N_{\text{Lv}} = 1.938 v_{\text{sl}} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (3.150)$$

12. Para determinar el patrón de flujo que existe en el flujo horizontal, calcular los parámetros correlacionados, L_1 , L_2 , L_3 , y L_4 .

$$L_1 = 316 \cdot \lambda^{0.302} \quad (3.151)$$

$$L_2 = 0.0009252 \lambda^{-2.4684} \quad (3.152)$$

$$L_3 = 0.10 \lambda^{-1.4516} \quad (3.153)$$

$$L_4 = 0.5 \lambda^{-6.738} \quad (3.154)$$

13. Determine el patrón de flujo usando los siguientes límites:

Segregado	$\lambda < 0.01$ y $N_{\text{FR}} < L_1$ ó $\lambda \geq 0.01$ y $N_{\text{FR}} < L_2$
Transición	$\lambda \geq 0.01$ y $L_2 < N_{\text{FR}} \leq L_3$
Intermitente	$0.01 \leq \lambda < 0.4$ y $L_3 < N_{\text{FR}} \leq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $L_3 < N_{\text{FR}} \leq L_4$
Distribuido	$\lambda < 0.4$ y $N_{\text{FR}} \geq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $N_{\text{FR}} > L_4$

14. Calcular el colgamiento horizontal, $H_L(0)$. Si el patrón de flujo es transición, es necesario interpolar entre los valores de flujo segregado y el intermitente.

$$H_L(0) = \frac{a \cdot \lambda^b}{(N_{FR})^c} \quad (3.155)$$

Donde a, b y c son determinados para cada patrón de flujo de la tabla siguiente:

Tabla 3.4. Coeficientes para determinar el colgamiento según el patrón de flujo.

Patrón de Flujo	a	b	c
Segregado	0.98	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

15. Calcular el coeficiente del factor de corrección por inclinación:

$$C = (1 - \lambda) \ln \left[d \cdot (\lambda)^e \cdot (N_{LV})^f \cdot (N_{FR})^g \right] \quad (3.156)$$

Donde d, e, f y g se determinan para cada condición de flujo de la tabla:

Tabla 3.5. Coeficientes para la corrección por inclinación.

Patrón de Flujo	d	e	f	g
Segregado ascendente	0.011	- 3.768	3.539	- 1.614
Intermitente ascendente	2.96	0.305	- 0.4473	0.0978
Distribuido ascendente	Sin Corrección (C = 0)			
Todos los patrones de flujo descendente	4.70	- 0.3692	0.1244	- 0.5056

16. Calcular el factor de corrección del colgamiento de líquido debido a la inclinación:

$$\psi = 1 + C \left[\text{sen}(1.8 \cdot \theta) - 0.333 \cdot \text{sen}^3(1.8 \cdot \theta) \right] \quad (3.157)$$

Para pozos verticales se usa:

$$\psi = 1 + 0.3 \cdot C \quad (3.158)$$

17. Calcular el colgamiento de líquido corregido y la densidad de la mezcla con:

$$H_L(\theta) = (H_L(0)) \cdot \psi \quad (3.159)$$

$$\rho_m = \rho_L \cdot H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad (3.160)$$

18. Calcular la relación del Factor de Fricción de las dos fases (f_T) con respecto al Factor de Fricción sin resbalamiento (f_{ns}).

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S, \quad (3.161)$$

Donde:

$$S = \frac{\ln(y)}{\{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(y) - 0.8725[\ln(y)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(y)]^4\}} \quad (3.162)$$

Y:

$$y = \frac{\lambda}{[H_L(\theta)]^2} \quad (3.163)$$

S se indetermina en un punto del intervalo $1 < y < 1.2$; para “y” en este intervalo, la función S se calcula de:

$$S = \ln(2.2y - 1.2) \quad (3.164)$$

19. Calcular el Factor de Fricción sin considerar el resbalamiento.

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{N_{Re}}{4.5223 \log N_{Re} - 3.8215} \right)\right]^2} \quad (3.165)$$

o:

$$f_{ns} = 0.0056 + \frac{0.5}{(N_{Re})^{0.32}} \quad (3.166)$$

20. Calcular el factor de fricción de las dos fases.

$$f_T = f_{ns} \cdot \frac{f_T}{f_{ns}} \quad (3.167)$$

21. Calcular Δh :

$$\Delta h = \frac{\Delta p \cdot (144) \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot (p + 14.7)(144)} \right]}{\frac{g \cdot \rho_m \cdot \sin \theta}{g_c} + \frac{f_T \cdot M_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d}} \quad (3.168)$$

Si el valor supuesto en el paso 1 y el calculado en el paso 21 no son suficientemente cercanos, el valor calculado es tomado como el nuevo valor supuesto de Δh y el procedimiento se repite hasta que los valores sean iguales. Un nuevo incremento de presión es escogido y el procedimiento continúa hasta que la suma de todas las Δh 's sea igual a la profundidad del pozo.

3.3 Ejemplos

3.3.1 Método Poettman y Carpenter.

1. Dados los siguientes datos:

$d =$	1.995 pg.
$T_1 =$	120 °F
$T_2 =$	150 °F
Presión en la cabeza = $p_1 =$	500 psig
Presión de fondo = $p_2 =$	1,000 psig
Presión atmosférica =	14.7 psia.
$q_o =$	400 bpd
$q_w =$	600 bpd
$R =$	500 pies ³ /bl
$\rho_o =$	22 °API
$\gamma_g =$	0.65
$\gamma_w =$	1.07
$\sigma_w =$	70 dinas/cm. (cte)
$\sigma_o =$	30 dinas/cm. (cte)
$\mu_g =$	0.018 cp. (cte)

2. Para este ejemplo no se realiza grafica.
3. Determina la masa en barriles de aceite a condiciones estándar.

$$M = (350)(0.922) + (0.0764)(1250)(0.65) + (350)(1.07)(1.5)$$

$$M = 323 + 62 + 562$$

$$M = 947 \frac{\text{lb}_m}{\text{bl}_o}$$

4. El gasto total de masa por día (w_m) es:

$$w_m = (400)(947) = 378,800 \frac{\text{lb}_m}{\text{día}}$$

5. Comienza los cálculos con $p_1 = 500$ psig.
 6. Calcula el volumen del aceite, gas y agua a 500 psig. (Bo y Rs calculados con ecuaciones capítulo 1)

$$Bo = 1.043 \quad Rs = 59 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}$$

$$\begin{aligned} V_T &= (5.61)(1.043) + (5.61)(1.5) + (1250 - 59) \left(\frac{14.7}{514.7} \right) \left(\frac{580}{520} \right) (0.935) \\ &= 5.88 + 8.43 + 35.69 \\ &= 50 \text{ pie}^3 \end{aligned}$$

7. Densidad a 500 psig.

$$\rho_{m1} = \frac{947}{50} = 18.96 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

8. El gradiente de presión, de la figura 3.1

$$\frac{dp}{dh} = 0.176 \frac{\text{psi}}{\text{pie}} \text{ a } 500 \text{ psig}$$

9. Determinar el gradiente de presión a 1000 psig.

$$Bo = 1.083$$

$$Rs = 120 \frac{\text{pie}^3}{\text{bl}}$$

$$Z = 0.90$$

$$V_T = (1.083)(5.61) + (1.5)(5.61) + (1130) \left(\frac{14.7}{1014.7} \right) \left(\frac{610}{520} \right) \left(\frac{0.90}{1} \right) = 31.8 \text{ pie}^3$$

$$\rho_{m2} = \frac{947}{31.8} = 29.8 \frac{\text{lbm}}{\text{pie}^3}$$

De la figura 3.1 se obtuvo:

$$\frac{dp}{dh} = 0.236 \frac{\text{psi}}{\text{pie}} \text{ a } 1000 \text{ psig}$$

10. Gradiente de presión promedio.

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_{prom} = \frac{0.176 + 0.236}{2} = 0.206 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

11. La distancia entre 500 y 1000 psi es:

$$\frac{p_2 - p_1}{\left(\frac{dp}{dh}\right)_{prom}} = \frac{1000 - 500}{0.206} = 2,427 \text{ pies}$$

12. La profundidad del pozo sin incluir las pérdidas por fricción es de 2,425 pies.

13.

$$d \cdot v \cdot \rho = \frac{1.4737 \times 10^{-5} (378,800)}{1.995/12} = 33.6$$

14. De la figura 3.2 se obtuvo el valor de $f = 0.0080$.

15.

$$\bar{\rho}_m = \frac{\rho_{m1} + \rho_{m2}}{2} = \frac{18.96 + 29.8}{2} = 24.38 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_T = \frac{1}{144} \left[24.38 + \left(\frac{(0.008)(378,800)^2}{7.413 \times 10^{10} (24.38)(1.995/12)^5} \right) \right] = 0.205 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

16.

$$\frac{p_2 - p_1}{\left(\frac{dp}{dh}\right)_T} = \frac{1000 - 500}{0.205} = 2,439 \text{ pies}$$

3.3.2 Método Duns y Ros

Calcular la longitud para una Δp dada con los siguientes datos:

Diámetro nominal = 1.25 pg.
 Diámetro de flujo = 1.38 pg
 Temperatura superficial = $T_1 = 120$ °F
 Temperatura en el fondo = $T_2 = 150$ °F
 Presión en la cabeza = $p_1 = 500$ psig
 Presión de fondo = $p_2 = 1,000$ psig
 $q_o = 400$ bpd
 $q_w = 600$ bpd
 $R = 500$ pies³/bl
 $\rho_o = 22$ °API
 $\gamma_g = 0.65$
 $\gamma_w = 1.07$
 $\sigma_w = 70$ dinas/cm.
 $\sigma_o = 30$ dinas/cm.
 $\mu_g = 0.02$ cp.

1.

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + \text{°API}} = \frac{141.5}{131.5 + 22} = 0.9218$$

2.

$$\text{WOR} = \frac{q_w}{q_o} = \frac{600}{400} = 1.5$$

$$M = (0.9218)(350) \left(\frac{1}{1+1.5} \right) + (1.07)(350) \left(\frac{1.5}{1+1.5} \right) + (0.0764)(500)(0.65) = 378.582 \frac{\text{lb}_m}{\text{bl}_{\text{o.c.s.}}}$$

3.

$$\rho_L = 62.428 \left[0.9218 \frac{1}{2.5} + 1.07 \frac{1.5}{2.5} \right] = 63.0972 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

4.

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_{\text{atm}} = \frac{500 + 1000}{2} + 14.7 = 764.7 \text{ psia}$$

5.

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{120 + 150}{2} = 135 \text{ °F}$$

6.

$$\bar{Z} = 0.912$$

7.

$$\bar{\rho}_g = 0.65(0.0764) \left(\frac{520}{135 + 460} \right) \left(\frac{764.7}{14.7} \right) \left(\frac{1}{0.912} \right) = 2.4755 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

8. Con las ecuaciones 1.51 a la 1.57 se obtuvo $\bar{\mu}_o$:

$$\bar{\mu}_o = 7.7813 \text{ cp}$$

9. Con la ecuación 1.110 se obtuvo:

$$\bar{\mu}_w = 0.5313 \text{ cp}$$

10.

$$\bar{\mu}_L = \bar{\mu}_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \bar{\mu}_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 7.7813 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 0.5313 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 3.4313 \text{ cp}$$

11.

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 30 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 70 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 54 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$$

12.

$$R_s = 107.22 \text{ pies}^3/\text{bl}$$

13.

$$B_o = 1.0736$$

14.

$$A_p = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi (1.38)^2}{4} = 1.4957 \text{ pg}^2$$

15.

$$N_{L\mu} = 0.15726 \cdot \mu_L \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma_L^3} \right)^{0.25} = 0.15726 (3.4313) \left(\frac{1}{(63.0972)(54)^3} \right)^{0.25} = 9.6112 \times 10^{-3}$$

16. Suponiendo $B_w = 1.0$

$$v_{sL} = \frac{(5.6142)(144)1000}{(86,400)(1.4957)} \left[1.0736 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 1 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) \right] = 6.44 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

17.

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = 1.938(6.44) \left(\frac{63.0972}{54} \right)^{0.25} = 12.9761$$

18.

$$v_{sg} = \frac{(144)(1000) \left[500 - 107.22 \left(\frac{1}{1+1.5} \right) \right]}{86,400 (1.4957)} \left(\frac{14.7}{764.7} \right) \left(\frac{135+460}{520} \right) \left(\frac{0.912}{1} \right) = 10.2179 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

19.

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = 1.938(10.2179) \left(\frac{63.0972}{54} \right)^{0.25} = 20.5882$$

20.

$$N_d = \frac{120.872(1.38) \left(\frac{63.0972}{54} \right)^{0.5}}{12} = 15.0256$$

21. De la figura 3.3 y con N_{gv} y N_{Lv} se tiene que el flujo se encuentra en la Región II.

22. Para la Región II el factor de resbalamiento se obtiene de la siguiente manera:

De la figura 3.6 se tiene que:

$$F_5 = 0.19$$

$$F_6 = -0.1$$

$$F_7 = 0.092$$

Y:

$$F'_6 = 0.029 \cdot N_d + F_6 = 0.029(15.0256) - 0.1 = 0.3357$$

Por lo que :

$$S = (1 + F_5) \frac{(N_{gv})^{0.982} + F'_6}{(1 + F_7 \cdot N_{Lv})^2} = (1 + 0.19) \frac{(20.5882)^{0.982} - 0.3357}{(1 + 0.092(12.9761))^2} = 4.7379$$

23.

$$v_s = \frac{S}{1.938 (\rho_L / \sigma_L)^{0.25}} = \frac{4.7379}{1.938 (63.0972 / 54)^{0.25}} = 2.3514 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

24.

$$H_L = \frac{2.3514 - 10.2179 - 6.44 + \left[(2.3514 - 10.2179 - 6.44)^2 + 4(2.3514)(6.44) \right]^{0.5}}{2(2.3514)} =$$

$$H_L = 0.4210$$

Este valor de H_L puede revisarse haciendo:

$$v_s = \frac{v_{sg}}{1 - H_L} - \frac{v_{sL}}{H_L} = \frac{10.2179}{1 - 0.4210} - \frac{6.44}{0.4210} = 2.35 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

Como es igual al v_s calculado en el paso 23, el H_L calculado es el correcto.

25.

$$N_{ReL} = \frac{1488 \rho_L \cdot v_{sL} \cdot d}{12 \cdot \mu_L} = \frac{1488(63.0972)(6.44)(1.38)}{12(3.4313)} = 20,264$$

26. El gradiente de fricción para la Región II es:

De la figura 3.7 obtenemos:

$$f_1 = 0.0064$$

Para poder obtener f_2 primero calculamos:

$$R = \frac{v_{sg}}{v_{sL}} = \frac{10.2179}{6.44} = 1.5866$$

$$f_1 \cdot R \cdot (N_d)^{2/3} = 0.0064(1.5866)(15.0256)^{2/3} = 0.0618$$

Con este valor, de la figura 3.8 obtenemos $f_2 = 1.05$

$$f_3 = 1 + f_1 (R/50)^{0.5} = 1 + (0.0064)(1.5866/50)^{0.5} = 1.0011$$

Y:

$$f_w = (f_1) \frac{f_2}{f_3} = 0.0064 \frac{1.05}{1.0011} = 6.7126 \times 10^{-3}$$

Por lo tanto:

$$\tau_{fr} = 2 f_w \frac{N_{Lv} (N_{Lv} + N_{gv})}{N_d} = 2(6.7126 \times 10^{-3}) \frac{12.9761(12.9761 + 20.5882)}{15.0256} = 0.3891$$

$$\tau_{fr} = 0.3891 \text{ Adimensional}$$

27. El gradiente estático es:

$$\tau_{st} = H_L + (1 - H_L) N_\rho = 0.4210 + (1 - 0.4210)(0.03923) = 0.4437 \text{ Adimensional}$$

Donde:

$$N_\rho = \frac{\rho_g}{\rho_L} = \frac{2.4755}{63.0972} = 0.03923$$

28. El gradiente de presión total es:

$$\tau_T = \tau_{st} + \tau_{fr} = 0.4437 + 0.3891 = 0.8328$$

29. El gradiente de presión total en psi/pie es:

$$\frac{dp}{dh_T} = \frac{\tau_T \cdot \rho_L}{144} = \frac{(0.8328)(63.0972)}{144} = 0.3649 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

30. Determinar la longitud:

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\frac{dp}{dh_T}} = \frac{1000 - 500}{0.3649} = 1,370.24 \text{ pies}$$

3.3.3 Método Hagedorn y Brown (general).

El siguiente problema se trabajó por el método Hagedorn y Brown para tubería de 2 pulgadas con un diámetro interno de 1.995 pulgadas. Como se muestra en el procedimiento se determinará la distancia entre 500 psi y 1000 psi.

d = 1.995	pg.
Temperatura superficial = T ₁	= 120 °F
Temperatura en el fondo = T ₂	= 150 °F
Presión en la cabeza = p ₁	= 500 psig
Presión de fondo = p ₂	= 1,000 psig
Presión atmosférica =	14.7 psia.
q _o	= 400 bpd
q _w	= 600 bpd
R =	500 pies ³ /bl
ρ _o	= 22 °API
γ _g	= 0.65
γ _w	= 1.07
σ _w	= 70 dinas/cm. (cte)
σ _o	= 30 dinas/cm. (cte)
μ _g	= 0.018 cp. (cte)

Se requiere la distancia entre los puntos de presión 500 psi y 1000 psi.

Solución:

1. Peso específico del aceite.

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 22} = 0.9218$$

2. Encuentra la masa asociada con un barril de líquido a condiciones de tanque.

$$M = (0.09218) \cdot (350) \cdot \left(\frac{1}{1+1.5}\right) + (1.07) \cdot (350) \cdot \left(\frac{1.5}{1+1.5}\right) + (0.0764) \cdot (500) \cdot (0.65) = 378.5854$$

3. Calcular el flujo másico

$$w_m = (400 + 600) \cdot (378.5854) = 378545 \frac{\text{lbm}}{\text{día}}$$

4. Calcular la densidad de la fase líquida.

$$\rho_L = \left[\frac{0.9218 \cdot (62.4) + \frac{107.22 \cdot 0.65 \cdot (0.0764)}{5.614}}{1.0736} \right] \cdot \left(\frac{1}{1+1.5}\right) + \left[1.07 \cdot (62.4) \cdot \left(\frac{1.5}{1+1.5}\right) \right] = 62.01 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

5. Calcular la presión.

$$\text{Presión media} = \bar{p} = \frac{500 + 1000}{2} + 14.7 = 764.7 \text{ psia}$$

6. Calcular Z.

$$\text{Temperatura media} = \bar{T} = \frac{120 + 150}{2} = 135^\circ F$$

$$Z = 0.91$$

7. Calcular la densidad media de la fase gaseosa.

$$\bar{\rho}_g = (0.65) \cdot (0.0764) \cdot \left(\frac{764.7}{14.7}\right) \cdot \left(\frac{520}{595}\right) \cdot \left(\frac{1}{0.91}\right) = 2.4810 \text{ lbm/cu pie}$$

8. R_s media es:

$$R_s = 107.22$$

9. Calcular la viscosidad media del aceite:

$$\bar{\mu}_o = 7.7813 \text{ cp}$$

10. La viscosidad media del agua es:

$$\bar{\mu}_w = 0.5313 \text{ cp}$$

11. Determinar la viscosidad líquida de la mezcla:

$$\mu_L = 7.7813 \cdot \left(\frac{1}{1+1.5} \right) + 0.5313 \cdot \left(\frac{1.5}{1+1.5} \right) = 3.4313 \text{ cp}$$

12. Asumiendo la tensión superficial constante en cada punto de presión, calcular la tensión superficial de la mezcla líquida.

$$\sigma_L = 30 \cdot \left(\frac{1}{1+1.5} \right) + 70 \cdot \left(\frac{1.5}{1+1.5} \right) = 54 \text{ dinas/cm}$$

Esto representa sólo una aproximación de la tensión superficial de la fase líquida.

13. Calcular el número de viscosidad del líquido N_L .

$$N_L = 0.15726 \cdot 3.4313 \cdot \left(\frac{1}{62.0121 \cdot 54^3} \right)^{\frac{1}{4}} = 0.0097$$

14. Determinar CN_L de la figura 3.9.

$$CN_L = 0.002$$

15. Calcular el área de la T_p .

$$A_p = \frac{\Pi \cdot (1.995)^2}{(144) \cdot 4} = 0.0217 \text{ pie}^2$$

16. Obtener B_o a \bar{p} y \bar{T} . Capítulo 1

$$B_o = 1.0736$$

17. Asumiendo $B_w = 1.0$, calcular la velocidad superficial del líquido v_{sL} , $\frac{\text{pie}}{\text{seg}}$

$$v_{sL} = \frac{5.61 \cdot (600 + 400)}{86400 \cdot 0.0217} \cdot \left[1.0736 \cdot \left(\frac{1}{1+1.5} \right) + 1 \cdot \left(\frac{1.5}{1+1.5} \right) \right] = 3.08 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

18. Calcular el número de velocidad del líquido N_{LV} .

$$N_{LV} = 1.938 \cdot 3.08 \cdot \left(\frac{62.0121}{54} \right)^{\frac{1}{4}} = 6.1520$$

19. Calcular la velocidad superficial del gas, v_{sg} .

$$v_{sg} = \frac{(600 + 400) \cdot \left[500 - 107.22 \cdot \left(\frac{1}{1+1.5} \right) \right]}{86400 \cdot 0.0217} \cdot \left(\frac{14.7}{764.7} \right) \cdot \left(\frac{595}{520} \right) \cdot \left(\frac{0.91}{1} \right) = 4.8784 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

20. Calcular el número de velocidad del gas, N_{GV} .

$$N_{GV} = 1.938 \cdot 4.8784 \cdot \left(\frac{62.0121}{54} \right)^{\frac{1}{4}} = 9.7870$$

21. Revisar el régimen de flujo para determinar si se continúa con la correlación Hagedorn y Brown o se procede con la correlación de Griffith para el flujo burbuja.

El número "A" se calcula con la siguiente fórmula:

$$A = 1.071 - \frac{0.2218 \cdot (3.08 + 4.8784)^2}{0.166} = -83.41$$

Si $A \geq 0.13$ entonces utiliza ese valor, y, si es menor a 0.13 usa $A = 0.13$

El número "B" se calcula con la siguiente fórmula:

$$B = \frac{4.8784}{3.08 + 4.8784} = 0.61$$

Como $A \leq 0.13$ se toma el valor indicado de 0.13

$$B - A = 0.61 - 0.13 = 0.48$$

⇒ Continuamos con la correlación de Hagedorn y Brown.

Si (B-A) es positivo o cero, se continúa con la correlación Hagedorn y Brown.
Si (B-A) es negativo, sigue con la correlación de Griffith, el procedimiento se encuentra en el método de Orkiszewski.

22. Encontrar el número de diámetro de la tubería, N_d .

$$N_d = 120.872 \cdot 0.166 \cdot \sqrt{\frac{62.021}{54}} = 21.53$$

23. Calcular el colgamiento en función de ϕ

$$\phi = \left(\frac{6.1520}{9.787} \right) \cdot \left(\frac{764.7}{14.7} \right)^{0.10} \cdot \left(\frac{0.0020}{21.53} \right) = 2.29 \times 10^{-4}$$

24. De la figura 3.10 se obtuvo:

$$\frac{H_L}{\psi} = 0.2$$

25. Determinar la segunda corrección en función de ϕ :

$$\phi = \left(\frac{6.1520 \cdot 0.0097^{0.380}}{21.53^{2.14}} \right) = 0.0024$$

26. De la figura 3.11 se determinó:

$$\psi = 1.00$$

27. Calcular el valor de H_L :

$$H_L = (0.2) \cdot (1.00) = 0.2$$

Para bajas viscosidades no habrá corrección y $\psi = 1.00$

28. Determinar el valor para dos fases del número de Reynolds, $(N_{Re})_{TP}$.

$$(N_{Re})_{TP} = \frac{2.2 \times 10^{-2} \cdot (378585)}{\left(\frac{1.995}{12} \right) \cdot (3.4313^{0.2}) \cdot (0.018^{(1-0.2)})} = 9.74 \times 10^5$$

29. Determinar el valor para $\frac{\varepsilon}{d}$

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.00015}{\frac{1.995}{12}} = 0.000902$$

Si el valor para ε no es conocido, un buen valor para usar es 0.00015 pies, que es un valor promedio dado para el acero comercial.

30. De la figura 3.12:

$$f = 0.022$$

31. Calcular la densidad media de la mezcla $\bar{\rho}_m$ por dos métodos.

(a) Utilizando el valor de H_L del paso 27, calcular $\bar{\rho}_m$ como sigue:

$$\bar{\rho}_m = 62.0121 \cdot 0.2 + 2.4810 \cdot (1 - 0.2) = 14.3872 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

32. Repitiendo los pasos 5, 7, 16, 17, y 19 para p_1 y p_2 .

$$\begin{array}{ll} T_1 = 120^\circ\text{F} & T_2 = 150^\circ\text{F} \\ Z_1 = 0.9335 & Z_2 = 0.8976 \\ B_{O1} = 1.0513 & B_{O2} = 1.0974 \\ R_{S1} = 73.0731 & R_{S2} = 75.2569 \\ V_{SL1} = 3.05 & V_{SL2} = 3.11 \\ V_{SG1} = 7.6572 & V_{SG2} = 3.7278 \end{array}$$

33. Calcular la velocidad de la mezcla en dos fases para p_1 y p_2 .

$$\begin{array}{l} v_{m1} = 3.05 + 7.6572 = 10.7098 \\ v_{m2} = 3.11 + 3.7278 = 6.8354 \end{array}$$

34. Determinar el valor para $\Delta(v_m^2)$

$$\Delta(v_m^2) = [10.7098^2 - 6.8354^2] = 67.9754$$

35. Calcular Δh correspondiente a $\Delta p = p_1 - p_2$.

$$\Delta h = \frac{144 \cdot (1000 - 500) - 14.3872 \cdot \left(\frac{67.9754}{64.4}\right)}{14.3872 + \frac{0.022 \cdot 378585^2}{2.9652 \times 10^{11} \cdot \left(\frac{1.995}{12}\right)^5 \cdot 14.3872}} = 3555 \text{ pies}$$

3.3.4 Método Orkiszewski.

Calcular la caída de presión a través de la TP con los siguientes datos:

Diámetro nominal, = 1.25 pg.
 Diámetro de flujo = 1.38 pg
 Temperatura superficial = $T_1 = 120$ °F
 Temperatura en el fondo = $T_2 = 150$ °F
 Presión en la cabeza = $p_1 = 500$ psig
 Presión de fondo = $p_2 = 1,000$ psig
 $q_o = 400$ bpd
 $q_w = 600$ bpd
 $R = 500$ pies³/bl
 $\rho_o = 22$ °API
 $\gamma_g = 0.65$
 $\gamma_w = 1.07$
 $\sigma_w = 70$ dinas/cm.
 $\sigma_o = 30$ dinas/cm.
 $\mu_g = 0.018$ cp.

1. Se selecciona la presión de 500 psi como el punto de inicio (cabeza del pozo).
2. La temperatura en cada punto de presión es obtiene de que a 120 °F se tiene una $p = 500$ psi y a 150 °F se tiene $p = 1,000$ psi.

3.

$$\Delta p = 1,000 - 500 = 500 \text{ psi}$$

4. No es necesario asumir un Δh debido a que la p_2 es conocida.
5. La temperatura promedio del incremento es:

$$\bar{T} = \frac{120 + 150}{2} = 135 \text{ °F}$$

6. Se calculan las propiedades de los fluidos a \bar{p} y \bar{T} con las correlaciones vistas en el primer capítulo:

a)

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_{\text{atm}} = \frac{500 + 1,000}{2} + 14.7 = 764.7 \text{ psia}$$

$$B_o = 1.0736$$

$$R_s = 107.223 \text{ pies}^3/\text{bl}_{@ \text{c.s.}}$$

$$Z = 0.912$$

b) Los gastos de gas y líquido a condiciones de escurrimiento son:

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot Z \cdot q_o (R - R_s) (\bar{T} + 460)}{\bar{p}}$$

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} (0.912) (400) (500 - 107.223) (135 + 460)}{764.7} = 0.03646 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} (q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w)$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} [(400)(1.0736) + (600)(1.0)] = 0.0668 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

$$q_T = q_g + q_L = 0.03646 + 0.0668 = 0.1033 \text{ pies}^3/\text{seg}$$

c) Los gastos de masa son:

$$w_g = 8.85 \times 10^{-7} \cdot q \cdot \gamma_g (R - R_s)$$

$$w_g = 8.85 \times 10^{-7} (1,000) (0.65) (500 - 107.223) = 0.2259 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

$$w_L = 4.05 \times 10^{-3} (q_o \cdot \gamma_o + q_w \cdot \gamma_w) + 8.85 \times 10^{-7} \cdot q \cdot \gamma_g \cdot R_s$$

$$w_L = 4.05 \times 10^{-3} ((400)(0.9218) + (600)(1.07)) + 8.85 \times 10^{-7} (1,000) (0.65) (107.223) = 4.1551 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

$$w_m = w_g + w_L = 0.2259 + 4.1551 = 4.381 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

d) Las densidades son:

$$\rho_g = \frac{w_g}{q_g} = \frac{0.2259}{0.03646} = 6.1958 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_L = \frac{w_L}{q_L} = \frac{4.1551}{0.0668} = 62.2021 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

e) Velocidades superficiales:

$$A_f = \frac{\pi \cdot d_h^2}{4} = \frac{\pi(1.38)^2}{4} = 1.4957 \text{ pg}^2$$

Donde A_f = área de flujo de la TP.

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{A_p} = \frac{144(0.0668)}{1.4957} = 6.4312 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_g}{A_p} = \frac{144(0.03646)}{1.4957} = 3.5102 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} = 6.4312 + 3.5102 = 9.9414 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

f) La viscosidad del aceite (Beggs y Robinson), del agua y del líquido es:

$$\mu_o = 7.7813 \text{ cp}$$

$$\mu_w = 0.5313 \text{ cp}$$

$$\mu_L = \mu_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \mu_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 7.7813 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 0.5313 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 3.4313 \text{ cp}$$

g) La tensión superficial del líquido es:

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 30 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 70 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 54 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$$

h) Los números de velocidad del líquido y gas son:

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = 1.938(6.4312) \left(\frac{62.2021}{54} \right)^{0.25} = 12.9121$$

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = 1.938(3.5102) \left(\frac{62.2021}{54} \right)^{0.25} = 7.0475$$

7.

$$L_B = 1.071 - \left(2.6616 \frac{v_m^2}{d_h} \right) = 1.071 - \left(2.6616 \frac{(9.9414)^2}{1.38} \right) = -189.5448$$

Como el límite de L_B debe ser mayor o igual a 0.13, utilizamos:

$$L_B = 0.13$$

$$\frac{v_{sg}}{v_m} = \frac{3.5102}{9.9414} = 0.3530$$

$$L_S = 50 + 36 \cdot N_{Lv} = 50 + 36(12.9121) = 514.8356$$

Como $\frac{v_{sg}}{v_m} > L_B$, $N_{gv} < L_S$, el patrón de flujo es bache.

a) Para determinar δ hacemos:

Calculamos el flujo fraccional de aceite o de agua:

$$f_o = \frac{1}{1 + \text{WOR}} = \frac{1}{1 + 1.5} = 0.4$$

$$f_w = 1 - f_o = 1 - 0.4 = 0.6$$

Por lo que el principal líquido que fluye en la tubería es agua (fase continua), y como $v_m < 10$ utilizamos la ecuación 3.88:

$$\delta = -0.681 + 0.013 \left(\frac{d_h}{12} \right)^{-1.38} \cdot \log \mu_L + 0.232 \cdot \log v_m - 0.428 \cdot \log \left(\frac{d_h}{12} \right)$$

$$\delta = -0.681 + 0.013 \left(\frac{1.38}{12} \right)^{-1.38} \cdot \log (3.4313) + 0.232 \cdot \log (9.9414) - 0.428 \cdot \log \left(\frac{1.38}{12} \right) = 1.4521$$

$$\delta \geq -0.065(9.9414)$$

Como $\delta \geq -0.6462$, entonces el valor de δ es correcto.

b) Para determinar v_b hacemos lo siguiente:

Calculamos el número de Reynolds:

$$N_{Re_L} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_m \cdot \rho_L}{\mu_L} = \frac{124(1.38)(9.9414)(62.2021)}{3.4313} = 30,839$$

Ahora suponiendo un valor de $v_b = 1.75$ pies/seg

$$N_{Re_b} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_b \cdot \rho_L}{\mu_L} = \frac{124(1.38)(1.75)(62.2021)}{3.4313} = 5,429$$

Como $N_{Re_L} > 6,000$ y $3,000 \leq N_{Re_b} \leq 8,000$ tenemos que:

$$v_b = 0.5 \cdot \alpha + \left(\alpha^2 + \frac{13.59 \cdot \mu_L}{\rho_L (d_h/12)^{0.5}} \right)^{0.5}$$

$$\alpha = (0.251 + 8.74 \times 10^{-6} (30,839)) \left(\frac{32.174(1.38)}{12} \right)^{0.5} = 1.0012$$

Entonces:

$$v_b = 0.5(1.0) + \left(1.0^2 + \frac{13.59(3.4313)}{62.2021(1.38/12)^{0.5}} \right)^{0.5} = 1.9868$$

Como $1.75 \neq 1.9868$, empezamos ahora suponiendo un valor de $v_b = 1.9868$

$$N_{Re_b} = \frac{124 \cdot d_h \cdot v_b \cdot \rho_L}{\mu_L} = \frac{124(1.38)(1.9868)(62.2021)}{3.4313} = 6,163.13$$

Como $N_{Re_L} > 6,000$ y $3,000 \leq N_{Re_b} \leq 8,000$ cae en el mismo intervalo tenemos que:

$$v_b = 1.9868 \text{ pies/seg}$$

8. Calcule el gradiente de elevación y de fricción con:

$$C_3 = \rho_L (v_{sL} + v_b) + \rho_g \cdot v_{sg} = (62.2021)(6.4312 + 1.9868) + (6.1958)(3.5102) = 545.3658$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_e = \frac{1}{144} \left(\frac{C_3}{v_m + v_b} + \rho_L \cdot \delta \right) = \frac{1}{144} \left(\frac{545.3658}{9.9414 + 1.9868} + 62.2021(1.4521) \right) = 0.9447 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

Con $N_{Re} = 30,839$ y con la rugosidad $\varepsilon = 6 \times 10^{-5}$ se obtiene el factor de fricción del diagrama de Moody:

$$f = 0.02346$$

Y por lo tanto el gradiente de fricción es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_f = \frac{12 \cdot f \cdot v_m^2 \cdot \rho_L}{2 \cdot (12) \cdot g \cdot d_h} \left(\frac{v_{sL} + v_b}{v_m + v_b} + \delta\right)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_f = \frac{(0.02346)(9.9414)^2(62.2021)}{2(12)(32.174)(1.38)} \left(\frac{6.4312 + 1.9868}{9.9414 + 1.9868} + 1.4521\right) = 0.2920 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

9.

$$E_k = \frac{W_m \cdot v_{sg}}{4,637 \cdot \bar{p} \cdot A_p} = \frac{4.381(3.5102)}{4,637(764.7)(1.4957)} = 2.8996 \times 10^{-6}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_T = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta h}\right)_f}{1 - E_k} = \frac{0.9447 + 0.2920}{1 - 2.8996 \times 10^{-6}} = 1.2367 \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

Entonces ΔL es:

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{1.2367} = \frac{500}{1.2367} = 404.3018 \text{ pies}$$

10. Como la p_2 es conocida la Δh calculada es la correcta.

3.3.5 Método Beggs y Brill

Determinar la distancia (Δh) entre las presiones p_1 y p_2 .

Datos:

$d = 1.995$ pg
 Temperatura = $T = 120$ °F + 0.017 z
 $p_1 = 500$ psig
 $p_2 = 1,000$ psig
 Presión atmosférica = $p_{atm} = 14.7$ psia
 $\theta = 0^\circ$ para vertical = 90° para horizontal
 $q_o = 400$ bpd
 $q_w = 600$ bpd

$$\begin{aligned} \text{WOR} &= 1.5 \\ R &= 500 \text{ pies}^3/\text{bl} \\ \rho_o &= 22 \text{ }^\circ\text{API} \\ \gamma_g &= 0.65 \\ \gamma_w &= 1.07 \\ \sigma_w &= 70 \text{ dinas/cm.} \\ \sigma_o &= 30 \text{ dinas/cm.} \\ \mu_g &= 0.018 \text{ cp.} \end{aligned}$$

1. Suponiendo una $\Delta h = 2000$ pies, entre p_1 y p_2 tenemos que:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_{\text{atm}} = \frac{500 + 1000}{2} + 14.7 = 764.7 \text{ psia}$$

$$\bar{h} = h + \frac{\Delta h}{2} = 0 + \frac{2,000}{2} = 1,000 \text{ pies}$$

- 2.

$$\bar{T} = 120 + 0.017 \cdot \bar{z} = 120 + 0.017(1,000) = 137 \text{ }^\circ\text{F}$$

3. Las propiedades de los fluidos a \bar{p} y \bar{T} se obtuvieron de las correlaciones vistas en el primer capítulo:

$$\begin{array}{ll} R_s = 106.8419 \text{ pies}^3/\text{bl} & \mu_w = 0.5214 \text{ cp} \\ B_o = 1.0746 & Z = 0.9131 \\ \mu_o = 7.4445 \text{ cp} & B_w = 1.0 \end{array}$$

- 4.

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + \text{ }^\circ\text{API}} = \frac{141.5}{131.5 + 22} = 0.9218$$

- 5.

$$\rho_o = \frac{(350 \cdot \gamma_o + 0.0764 \cdot R_s \cdot \gamma_g)}{5.6146 \cdot B_o} = \frac{350(0.9218) + 0.0764(106.8419)(0.65)}{5.6146(1.0746)} = 54.3529 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_w = \frac{350 \cdot \gamma_w}{5.6146 \cdot B_w} = \frac{350(1.07)}{5.6146(1.0)} = 66.7011 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_L = \rho_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \rho_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 54.3529 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 66.7011 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 61.7618 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g \cdot \bar{p} \cdot 520}{(14.7)(\bar{T} + 460)Z} = \frac{0.0764(0.65)(764.7)(520)}{14.7(137 + 460)(0.9131)} = 2.4643 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

6.

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} (0.9131)(400)(500 - 106.8419)(137 + 460)}{764.7} = 0.03666 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} [(400)(1.0746) + (600)(1.0)] = 0.0668 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

7.

$$A_p = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi(1.995)^2}{4} = 3.1259 \text{ pg}^2$$

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{A_p} = \frac{144(0.0668)}{3.1259} = 3.0773 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_g}{A_p} = \frac{144(0.03666)}{3.1259} = 1.6888 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} = 3.0773 + 1.6888 = 4.7661 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

8.

$$G_L = \rho_L \cdot v_{sL} = (61.7618)(3.0773) = 190.0596 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

$$G_g = \rho_g \cdot v_{sg} = (2.4643)(1.6888) = 4.1617 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

$$G_T = G_L + G_g = 190.0596 + 4.1617 = 194.2213 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

9.

$$\lambda = \frac{\bar{q}_L}{\bar{q}_L + \bar{q}_g} = \frac{0.0668}{0.0668 + 0.03666} = 0.6457$$

10.

$$N_{FR} = \frac{v_m^2}{g \cdot d/12} = \frac{(12)(4.7661)^2}{32.2(1.995)} = \frac{12(4.7661)^2}{32.2(1.995)} = 4.2433$$

$$\mu_L = \mu_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \mu_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 7.4445 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 0.5214 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 3.2906 \text{ cp}$$

$$\mu_m = [\mu_L \cdot \lambda + \mu_g (1 - \lambda)] = (3.2906)(0.6457) + 0.018(1 - 0.6457) = 2.1311 \text{ cp}$$

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \sigma_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = 30 \left(\frac{1}{2.5} \right) + 70 \left(\frac{1.5}{2.5} \right) = 54 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$$

11.

$$N_{\text{Re}} = \frac{M_m \cdot d/12}{\mu_m \cdot 6.72 \times 10^{-4}} = \frac{194.2213(1.995)}{(2.1311)(6.72 \times 10^{-4})(12)} = 22,546.826$$

$$N_{\text{Lv}} = 1.938 v_{\text{sL}} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = 1.938(3.0773) \left(\frac{61.7618}{54} \right)^{0.25} = 6.1674$$

12.

$$L_1 = 316 \lambda^{0.302} = 316(0.6457)^{0.302} = 276.8958$$

$$L_2 = 0.0009252 \lambda^{-2.4684} = 0.0009252(0.6457)^{-2.4684} = 2.7236 \times 10^{-3}$$

$$L_3 = 0.10 \lambda^{-1.4516} = 0.10(0.6457)^{-1.4516} = 0.1887$$

$$L_4 = 0.5 \lambda^{-6.738} = 0.5(0.6457)^{-6.738} = 9.5276$$

13. Dado que $\lambda \geq 0.4$ y $L_3 < N_{\text{FR}} \leq L_4$, el patrón de flujo es intermitente.

14. El colgamiento horizontal para flujo intermitente es:

$$H_L(0) = \frac{a \cdot \lambda^b}{(N_{\text{FR}})^c} = \frac{(0.845)(0.6457)^{0.5351}}{(4.2433)^{0.0173}} = 0.6521$$

15. El coeficiente del factor de corrección por inclinación es:

$$C = (1 - 0.6457) \ln [2.96(0.6457)^{0.305} (6.1674)^{-0.4473} (4.2433)^{0.0978}] = 0.0989$$

16. Debido a que la tubería es vertical, el factor de corrección del colgamiento de líquido debido a la inclinación es:

$$\psi = 1 + 0.3 \cdot C = 1 + 0.3(0.0989) = 1.0297$$

17. El colgamiento de líquido corregido para flujo vertical es:

$$H_L(90) = (H_L(0)) \cdot \psi = (0.6521)(1.0297) = 0.6715$$

La densidad de la mezcla es:

$$\rho_m = \rho_L \cdot H_L + \rho_g (1 - H_L) = (61.7618)(0.6715) + (2.4643)(1 - 0.6715) = 42.2826 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

18.

$$y = \frac{\lambda}{[H_L(90)]^2} = \frac{0.6457}{(0.6715)^2} = 1.432$$

$$S = \frac{\ln(1.432)}{\{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(1.432) - 0.8725[\ln(1.432)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(1.432)]^4\}} = 0.3672$$

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S = e^{0.3672} = 1.4437,$$

19.

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{22,546.826}{4.5223 \log(22,546.826) - 3.8215} \right) \right]^2} = 0.0264$$

20. El factor de fricción de las dos fases es:

$$f_T = f_{ns} \cdot \frac{f_T}{f_{ns}} = (0.0264)(1.4437) = 0.0381$$

21.

$$\Delta h = \frac{\Delta p \cdot (144) \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot (p + 14.7)(144)} \right]}{\frac{g \cdot \rho_m \cdot \text{sen}\theta}{g_c} + \frac{f_T \cdot M_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d}}$$

$$\Delta h = \frac{(144) \cdot (1000 - 500) \left[1 - \frac{(42.2826) \cdot (4.7661) \cdot (1.6888)}{(32.2) \cdot (764.7) \cdot (144)} \right]}{(42.2826) \cdot (\text{sen } 90) + \frac{(0.0381) \cdot (194.2213) \cdot (4.7661)(12)}{(2) \cdot (32.2) \cdot (1.995)}} = 1,579.6 \text{ pies}$$

Como se puede observar el valor calculado de Δh difiere del supuesto en el primer paso, por lo que se tiene que repetir el procedimiento iniciando con un nuevo valor supuesto de $\Delta h = 1,579$ pies.

CAPÍTULO 4:

FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS HORIZONTALES

4.1 Introducción

Hay mucha literatura disponible sobre flujo multifásico en tuberías horizontales, lo que hace muy complicado determinar cuál de estas publicaciones ha contribuido más al desarrollo de información relacionada con este tipo de flujo.

Numerosos autores han presentado métodos experimentales de cálculo, conocidos también como correlaciones para evaluar el gradiente de presión en tuberías horizontales. El primer trabajo publicado sobre este tema fue en 1830, posteriormente ha habido innumerables trabajos publicados dentro de los cuales hay 5 correlaciones generales que se consideran las mejores:

- Lockhart y Martinelli (1949)
- Baker (1954)
- Dukler (1964)
- Eaton (1966)
- Beggs y Brill (1973)

De estas 5 correlaciones las mejores para todos los rangos de gastos y diámetros de tubería son las de Dukler, Eaton y la de Beggs y Brill con la limitante de que para la de Eaton se requieren viscosidades menores a 12 centipoise. Adicionalmente mencionaremos que en la correlación de Beggs y Brill puede ser usada para cualquier ángulo de flujo.

Debido a que para el flujo horizontal no se tiene el gradiente de elevación es posible que se piense que el colgamiento no sea necesario determinarlo, pero eso no es cierto, ya que éste es necesario para calcular las velocidades verdaderas para el término de la aceleración, además de que el colgamiento también está involucrado en la determinación del factor de volumen para algunas correlaciones

La mayoría de las condiciones de flujo multifásico horizontal son en la región de flujo turbulento.

Para flujo horizontal, el gradiente de presión debido al cambio de elevación es igual a cero por lo que la ecuación general de energía vista en el capítulo 2 queda:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (4.1)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{\rho \cdot \Delta v^2}{2 \cdot g_c \cdot \Delta L} + \frac{f \cdot \rho \cdot v^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad (4.2)$$

La mayoría de los investigadores han adoptado la ecuación anterior para evaluar las características del flujo de dos fases y posteriormente determinar el gradiente de presión total. El problema de la variación de las características de flujo se elimina al suponer que la mezcla gas-líquido es homogénea en un intervalo pequeño de la tubería. Así la ecuación 4.2 se puede escribir como:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{\rho_m \cdot \Delta v_m^2}{2 \cdot g_c \cdot \Delta L} + \frac{f_{tp} \cdot \rho_m \cdot v_m^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad (4.3)$$

4.2 Correlaciones

4.2.1 Lockhart y Martinelli

Lockhart y Martinelli en 1949 presentaron un excelente trabajo que ha sido usado frecuentemente en el campo, aunque algunas publicaciones más recientes son mejores, se sigue considerando que esta correlación es muy buena para gastos bajos de gas y aceite, y buena para diámetros de tubería pequeños. Ellos presentaron en su trabajo experimental los resultados en tuberías de 0.0586 pg. a 1.017 pg. de diámetro y propusieron cuatro tipos de patrones de flujo existentes durante el flujo multifásico.

El método de Lockhart y Martinelli para el cálculo de la presión a través de la tubería hace uso de las siguientes ecuaciones:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \phi_L^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L \quad (4.4)$$

ó

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \phi_g^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g \quad (4.5)$$

y:

$$X = \sqrt{\frac{(\Delta p/\Delta L)_L}{(\Delta p/\Delta L)_g}} = \sqrt{\frac{(\Delta p)_L}{(\Delta p)_g}} \quad (4.6)$$

Donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L$ = Gradiente de presión que existiría si fluyera sólo líquido en la tubería.

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g$ = Gradiente de presión que existiría si fluyera sólo gas en la tubería.

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$ = Gradiente de presión total.

Las variables ϕ_L y ϕ_g son parámetros que están en función de la variable adimensional X, la cual es función de la relación gas-líquido en el gasto, en la densidad y en la viscosidad, así como del diámetro de la tubería.

Como se puede observar $\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L$ y $\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g$ son necesarias, por lo que Lockhart y Martinelli determinaron que estas dos caídas de presión fueran calculadas suponiendo:

- que cada una de las dos fases fluye sola en la tubería y
- que cada fase está ocupando el volumen total de la tubería.

Procedimiento de cálculo:

1. Calcular la caída de presión suponiendo que solamente fluye líquido en la tubería. Con la ecuación 2.35 y despreciando las pérdidas por elevación se puede calcular dicha caída de presión en unidades prácticas.

$$\Delta p_L = 1.1476 \times 10^{-5} \frac{f \cdot \gamma_L \cdot q^2 \cdot L}{d^5} \quad (4.7)$$

Para obtener el factor de fricción f, Lockhart y Martinelli tomaron la ecuación dada por Weymouth:

$$f = \frac{0.32}{d^{1/3}} \quad (4.8)$$

El factor de fricción puede ser también obtenido del diagrama de Moody, o de las ecuaciones vistas en el capítulo 2 dependiendo del tipo de flujo que se tenga y de la rugosidad de la tubería.

2. Calcular la caída de presión suponiendo que fluye solamente la fase gaseosa en la tubería, que se puede calcular mediante la ecuación de Weymouth que fue modificada para incluir el factor de compresibilidad.

$$q = 5,615.44 \frac{(T_{c.s.} + 460)}{p_{c.s.}} \left[\frac{(p_1^2 - p_2^2) d^5}{\gamma_g (\bar{T} + 460) L \cdot \bar{Z} \cdot f} \right]^{0.5} \quad (4.9)$$

Despejando la p_2 de la ecuación 4.9 y tomando como condiciones estándar $T_{c.s.} = 60^\circ\text{F}$ y $p_{c.s.} = 14.7$ psia obtenemos la siguiente ecuación.

$$p_2 = \left[p_1^2 - 2.5343 \times 10^{-11} \frac{q^2 \cdot \gamma_g (\bar{T} + 460) L \cdot \bar{Z} \cdot f}{d^5} \right]^{0.5} \quad (4.10)$$

3. Calcular el parámetro X donde:

$$X = \sqrt{\frac{(\Delta p/\Delta L)_L}{(\Delta p/\Delta L)_g}} = \sqrt{\frac{(\Delta p)_L}{(\Delta p)_g}} \tag{4.11}$$

4. Determine el número de Reynolds para ambas fases, suponiendo que cada una fluye sola en la tubería, mediante la ecuación 2.37 y la 2.66 vistas en el capítulo 2.

5. Determinar el tipo de flujo de la siguiente tabla 4.1:

Tabla 4.1. Tipo de flujo de acuerdo al número de Reynolds.

Número de Reynolds		
Líquido	Gas	
> 2000	> 2000	Líquido turbulento – gas turbulento (tt)
< 1000	> 2000	Líquido laminar – gas turbulento (vt)
> 2000	< 1000	Líquido turbulento – gas laminar (tv)
< 1000	< 1000	Líquido laminar – gas laminar (vv)

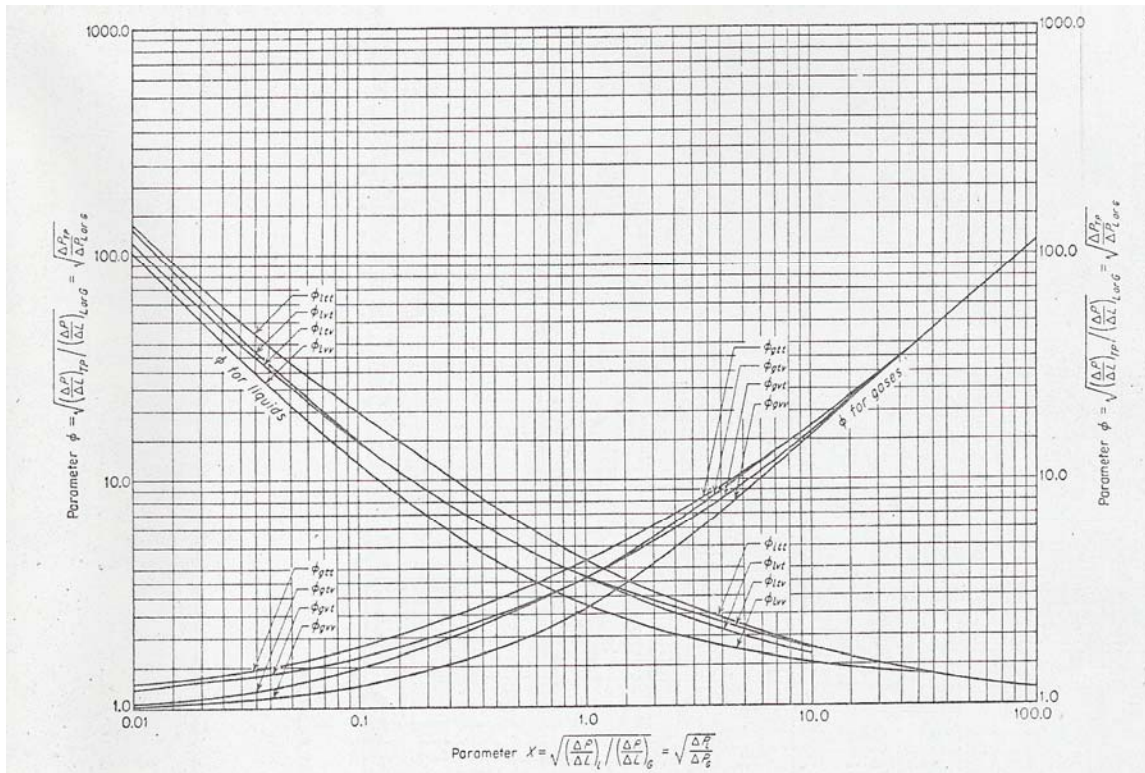


Figura 4.1. Correlación para obtener ϕ para varios tipos de flujo.

6. De la figura 4.1 seleccionar el valor del parámetro “ ϕ ”, para el líquido (ϕ_L) y el para el gas (ϕ_g) con el valor de X calculado en el paso 3 y de acuerdo al tipo de flujo obtenido en el paso anterior.
7. Calcular la caída de presión de las dos fases con:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \phi_L^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L \quad (4.12)$$

ó

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \phi_g^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g \quad (4.13)$$

4.2.2 Baker

Baker publicó una serie de artículos relacionados con el tema de flujo multifásico en tuberías horizontales e inclinadas. En su trabajo inicial Baker describió siete diferentes patrones de flujo y presentó un método para predecir estos patrones. Usando su método las regiones de flujo más precisas son la de bache y anular. Su método en general es mejor para diámetros de tubería mayores a 6 pulgadas, y la mayoría de sus datos los tomó de una tubería de 8 y 10 pulgadas de diámetro. De un patrón de flujo a otro ocurre una discontinuidad algo abrupta.

Básicamente Baker presentó un acercamiento similar al de Lockhart y Martinelli, la principal diferencia entre los dos es que Baker usó el concepto de patrones de flujo y también presentó diferentes ecuaciones para cada patrón.

Debido a que el cambio del patrón de flujo puede suceder en cualquier lugar de la línea, es mejor trabajar el problema escogiendo pequeños decrementos de presión, o sea, escoger pequeños tramos de tubería en lugar de tomar la tubería completa, lo que nos arrojaría una presión media diferente y no tan precisa.

Procedimiento de cálculo:

1. Conociendo p_1 y suponiendo una Δp . Calcular \bar{p} y obtenga $\bar{R}_s, \bar{B}_o, \bar{Z}$.
2. Calcular el número de Reynolds para el líquido utilizando la ecuación 2. 37.
3. Usando el número de Reynolds, obtener el factor de fricción de la figura 4.2, corrigiendo f para la eficiencia de la tubería.
4. Calcular la caída de presión (psia/pie) solamente para la fase líquida con la ecuación:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_L = \frac{f' \cdot \rho_L \cdot q_L^2}{1,359,947 \cdot d^5} \quad (4.14)$$

5. Calcular el número de Reynolds para el gas con la ecuación 2.66.
6. Usando el número de Reynolds para el gas, obtener el factor de fricción de la figura 4.2, corrigiendo f por la eficiencia de la tubería.
7. Calcular la caída de presión solamente para el flujo de gas.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = \frac{f' \cdot q_g^2 \cdot \gamma_g \cdot (\bar{T} + 460) \cdot \bar{Z}}{2 \times 10^{10} \cdot d^5 \cdot \bar{p}} \quad (4.15)$$

8. Calcular el parámetro X con:

$$X = \sqrt{\frac{(\Delta p / \Delta L)_L}{(\Delta p / \Delta L)_g}} \quad (4.16)$$

9. Calcular λ con:

$$\lambda = \left[\left(\frac{\rho_g}{0.075} \right) \left(\frac{\rho_L}{62.4} \right) \right]^{0.5} \quad (4.17)$$

10. Calcular el flujo másico del gas en $\text{lb}_m/\text{hr pie}^2$ con la ecuación:

$$G_g = \frac{(0.0754) \cdot \gamma_g \cdot q_g \cdot (144)}{(24) \cdot A_p} \quad (4.18)$$

11. Determine $\frac{G_g}{\lambda}$.

12. Calcular flujo másico del líquido en $\text{lb}_m/\text{hr pie}^2$.

$$G_L = \frac{q_L (5.6146) \rho_L (144)}{24 \cdot A_p} \quad (4.19)$$

13. Calcular ψ .

$$\psi = \frac{73}{\sigma_L} \left[\mu_L \left(\frac{62.428}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (4.20)$$

14. Calcular:

$$\frac{G_L \cdot \lambda \cdot \psi}{G_g} \quad (4.21)$$

15. Usando $\frac{G_g}{\lambda}$ y $\frac{G_L \cdot \lambda \cdot \psi}{G_g}$ obtener el patrón de flujo de la figura 4.3

16. Seleccionar la ecuación adecuada de acuerdo al tipo de patrón de flujo. El parámetro X es el mismo usado por Lockhart y Martinelli y se calculó en el paso 8. Las ecuaciones son las siguientes:

a) Flujo burbuja:
$$\phi_{gtt} = \frac{1402 \cdot X^{0.75}}{L^{0.1}} \quad (4.22)$$

b) Flujo Tapón:
$$\phi_{gtt} = \frac{27.315 \cdot X^{0.855}}{L^{0.17}} \quad (4.23)$$

c) Flujo Estratificado:
$$\phi_{gtt} = \frac{15,400 \cdot X}{G_L^{0.8}} \quad (4.24)$$

d) Para flujo ondulado Baker propuso la ecuación dada por Schneider:

$$\Delta p_T = \frac{f_T \cdot G_g^2 \cdot L}{193.2 \cdot d \cdot \rho_g} \quad (4.25)$$

y:

$$f_{TP} = f_g \cdot \phi_g^2 \quad (4.26)$$

Donde:

ϕ_g = factor de correlación de Lockhart y Martinelli .

e) Flujo Bache:

$$\phi_{gtt} = \frac{1,190 \cdot X^{0.815}}{G_L^{0.5}} \quad (4.27)$$

f) Flujo Anular:

$$\phi_{gtt} = (4.8 - 0.3125 \cdot d) X^{0.343-0.021 \cdot d} \quad (4.28)$$

Esta ecuación podrá ser utilizada para diámetros de tubería menores a 12 pg. Cuando d es mayor a 10 pg, siempre use 10 pg en la ecuación.

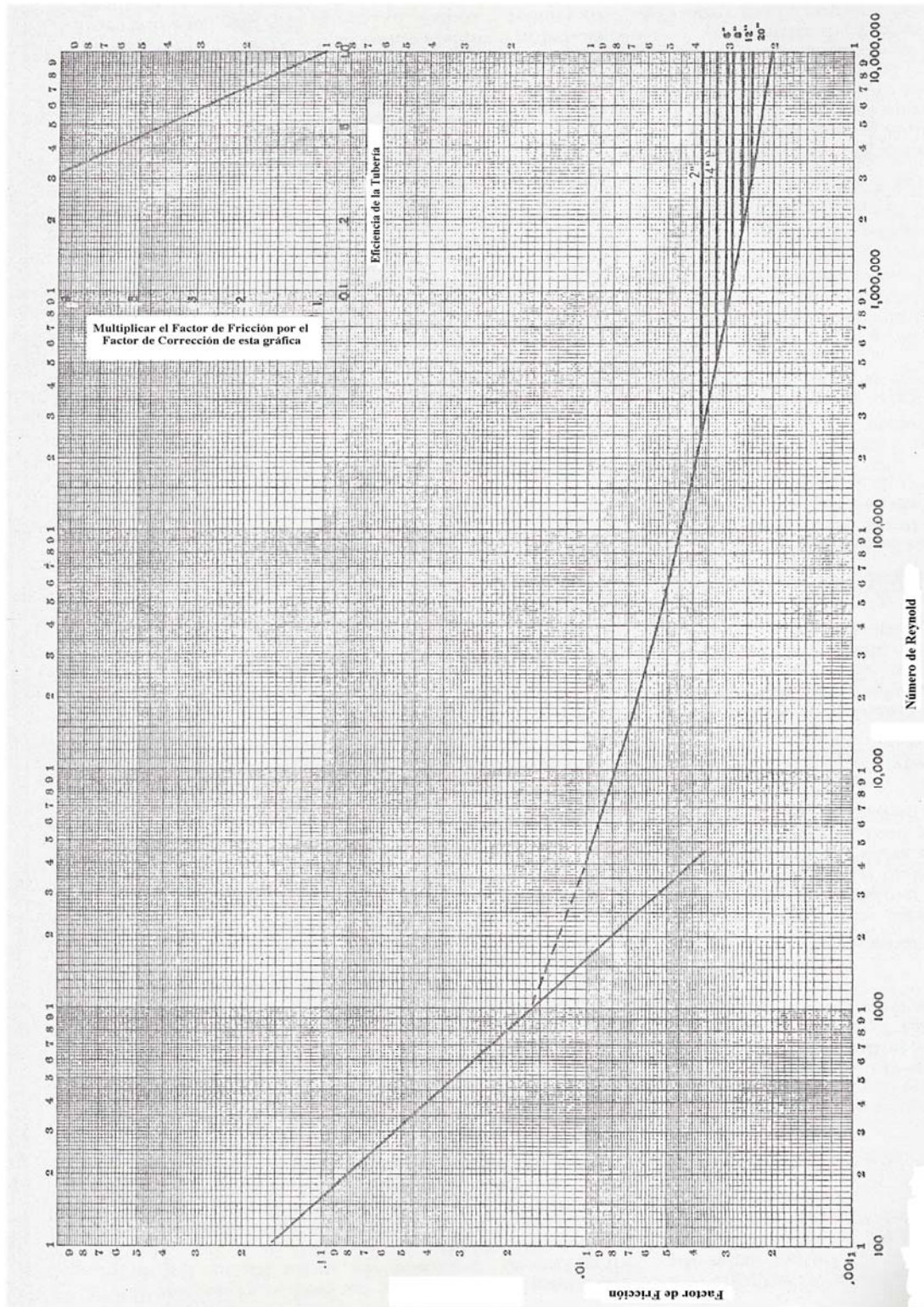


Figura 4.2. Gráfica para obtener el Factor de Fricción (Baker)

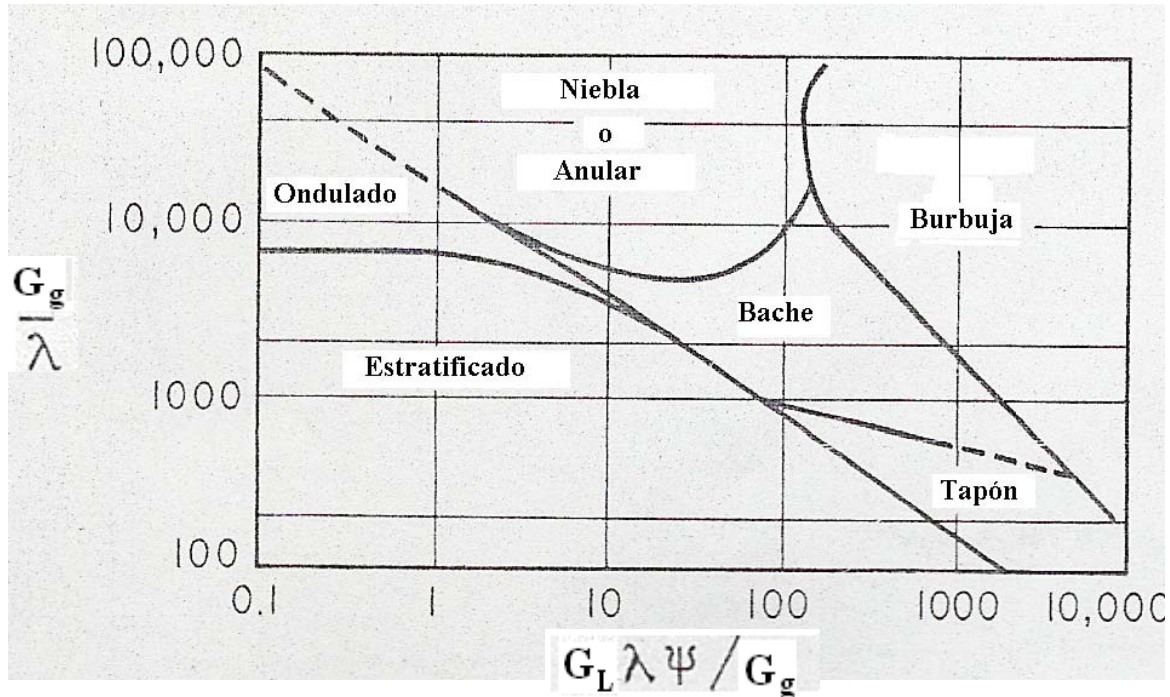


Figura 4.3. Correlación para el Patrón de Flujo de Baker

g) Flujo Disperso o niebla:

$$1. \text{ Para } X < 0.1 \quad \Rightarrow \quad \phi_{gtt} = e^{0.16695 \cdot \ln X + 1.01569} \quad (4.29)$$

$$2. \text{ Para } 0.1 \leq X \leq 1.0 \quad \Rightarrow \quad \phi_{gtt} = e^{0.34909 \cdot \ln X + 1.43508} \quad (4.30)$$

$$3. \text{ Para } 1.0 \leq X \leq 10 \quad \Rightarrow \quad \phi_{gtt} = e^{0.61979 \cdot \ln X + 1.43508} \quad (4.31)$$

$$4. \text{ Para } 10 \leq X \leq 100 \quad \Rightarrow \quad \phi_{gtt} = e^{0.79834 \cdot \ln X + 1.02496} \quad (4.32)$$

17. Calcular la caída de presión total (de las dos fases)

$$\Delta p_T = \phi_{gtt}^2 \cdot \Delta p_g \quad (4.33)$$

18. Calcular ΔL .

$$\Delta L = \frac{p_1 - p_2}{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T} \quad (4.34)$$

Para todas las caídas de presión (Δp), los valores de ΔL son calculados siguiendo los pasos del 1 al 18. Todos los ΔL son sumados hasta obtener la longitud total de la línea.

4.2.3 Dukler

En 1964 Dukler publicó su trabajo sobre flujo multifásico horizontal y posteriormente en 1969 un manual. Acumuló todos los datos publicados sobre este tema y formó lo que ellos llaman un banco de datos, los cuales consistían en datos de laboratorio de tubería corta y datos de campo de largos tramos de tubería con aceite.

La correlación presentada por Dukler consiste esencialmente en dos partes: caso I y caso II.

Caso I

1. Suponer la caída de presión corriente abajo que puede ser para toda la longitud de la línea o solo para una distancia corta, y con ésta, calcular la presión promedio entre p_1 y p_2 .
2. Obtener $\bar{R}_s, \bar{B}_o, \bar{Z}$.
3. Calcular el gasto de líquido y gas en pies³/día.

$$\bar{q}_L = q_L \cdot \bar{B}_o \cdot 5.6142 \quad (4.35)$$

$$\bar{q}_g = q_L (R - R_s) \left(\frac{p_{c.s.}}{\bar{p}} \right) \frac{(\bar{T} + 460)}{(T_{c.s.} + 460)} \bar{Z} \quad (4.36)$$

4. Calcular λ , la relación de gasto de líquido con el gasto total (colgamiento sin resbalamiento) con la ecuación 2.73.
5. Calcular w_m .
 - a) Calcular la densidad del líquido.

$$\bar{\rho}_L = \frac{\gamma_L \cdot 62.428 + 0.0764 \cdot \gamma_g \cdot \bar{R}_s / 5.6142}{\bar{B}_o} \quad (4.37)$$

- b) Calcular la densidad del gas.

$$\bar{\rho}_g = \gamma_g \cdot \rho_{aire.c.s.} \left(\frac{T_{c.s.} + 460}{\bar{T} + 460} \right) \left(\frac{\bar{p}}{p_{c.s.}} \right) \left(\frac{Z_{c.s.}}{\bar{Z}} \right) \quad (4.38)$$

$$w_m = \frac{\bar{\rho}_L \cdot \bar{q}_L + \bar{\rho}_g \cdot \bar{q}_g}{86,400} \quad (4.39)$$

6. Calcular flujo másico total de la mezcla en $\text{lb}_m/\text{seg-pie}^2$.

$$G_m = \frac{w_m(144)}{A_p} \quad (4.40)$$

7. Calcular la densidad de la mezcla sin considerar el resbalamiento de las fases.

$$\rho_m = \bar{\rho}_L \cdot \lambda + \bar{\rho}_g (1 - \lambda) \quad (4.41)$$

8. Calcular la viscosidad de la mezcla sin considerar el resbalamiento.

$$\bar{\mu}_m = \bar{\mu}_L \cdot \lambda + \bar{\mu}_g (1 - \lambda) \quad (4.42)$$

9. Calcular el número de Reynolds de las dos fases sin considerar el resbalamiento.

$$(N_{Re})_T = \frac{1,488 \cdot w_T}{\frac{\pi \cdot d}{(4)(12)} \bar{\mu}_T} \quad (4.43)$$

Donde el diámetro (d) está en pies y μ en centipoise.

10. Calcular el factor de fricción de la mezcla con:

$$f_T = 0.00140 + \frac{0.125}{(N_{Re})_T^{0.32}} \quad (4.44)$$

11. Calcular el gradiente de fricción.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{2 \cdot f_T \cdot G_T^2}{g_c \cdot \bar{\rho}_m \cdot d \cdot (12)} \quad (4.45)$$

12. Calcular el término de la aceleración.

$$\bar{a} = \frac{(20736)(16) \cdot w_T \cdot w_G \cdot \bar{p}}{\pi^2 \cdot g_c \cdot d^4 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \rho_g} \quad (4.46)$$

Donde las presiones p_1 , p_2 y \bar{p} están en psia.

13. Calcular el gradiente total.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f}{(1-\bar{a})} \quad (4.47)$$

14. Calcular la caída de presión total.

$$\Delta p = L \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right) \quad (4.48)$$

15. Si los incrementos de presión que se han utilizado se solucionan para el Δx correspondiente al supuesto Δp , continúe este procedimiento hasta que la suma de todos los Δx sean igual a la longitud total de la línea $\sum \Delta x = \text{Longitud de la línea}$. Este proceso es más preciso debido a que el promedio de las propiedades del fluido es más representativo sobre una corta sección de la línea.

Caso II

1. Suponer la caída de presión Δp y calcular la presión promedio, \bar{p} .

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (4.49)$$

2. Obtener $\bar{R}_s, \bar{B}_o, \bar{Z}$.

3. Calcular el gasto de líquido y gas en pies³/día.

$$\bar{q}_L = q_L \cdot \bar{B}_o \cdot 5.61 \quad (4.50)$$

$$\bar{q}_g = q_L (R - R_s) \left(\frac{p_{c.s.}}{\bar{p}}\right) \frac{(\bar{T} + 460)}{(T_{c.s.} + 460)} \bar{Z} \quad (4.51)$$

4. Calcular la relación de gasto de líquido con el gasto total λ (colgamiento sin resbalamiento).

$$\lambda = \frac{\bar{q}_L}{\bar{q}_L + \bar{q}_g} = \frac{\frac{w_L}{\rho_L}}{\frac{w_L}{\rho_L} + \frac{w_g}{\rho_g}} \quad (4.52)$$

5. Calcular la densidad del líquido.

$$\bar{\rho}_L = \frac{\gamma_L \cdot 62.5 + 0.0764 \cdot \gamma_g \cdot \bar{R}_s / 5.61}{\bar{B}_o} \quad (4.53)$$

6. Calcular la densidad el gas.

$$\bar{\rho}_g = \gamma_g \cdot \rho_{aire_{c.s.}} \left(\frac{T_{c.s.} + 460}{\bar{T} + 460} \right) \left(\frac{\bar{p}}{p_{c.s.}} \right) \left(\frac{Z_{c.s.}}{\bar{Z}} \right) \quad (4.54)$$

7. Calcular la velocidad de la mezcla.

$$v_m = \frac{(q_L + q_g)(144)}{86,400 \frac{\pi \cdot d^2}{4}} \quad (4.55)$$

8. Calcular la viscosidad de la mezcla sin considerar el resbalamiento.

$$\bar{\mu}_m = \bar{\mu}_L \cdot \lambda + \bar{\mu}_g (1 - \lambda) \quad (4.56)$$

9. Estimar el valor del colgamiento (\bar{H}_L).

10. Calcular:

$$\rho_m = \rho_L \left(\frac{\lambda^2}{\bar{H}_L} \right) + \rho_g \left(\frac{(1 - \lambda)^2}{1 - \bar{H}_L} \right) \quad (4.57)$$

11. Calcular el número de Reynolds de las dos fases.

$$(N_{Re})_T = \frac{d \cdot v_m \cdot \rho_m}{(12)(6.72 \times 10^{-4})\mu_T} \quad (4.58)$$

12. Con el colgamiento sin resbalamiento λ calculado en el paso 4 y $(N_{Re})_T$ del paso 11, ir a la figura 4.4 y leer el valor del colgamiento \bar{H}_L .

13. Revisar \bar{H}_L del paso 12 con el estimado en el paso 9 y si la diferencia no excede el 5%, use el valor de \bar{H}_L seleccionado de la figura 4.4. Si la diferencia excede la tolerancia de 5% repita los pasos del 9 al 13 hasta que no exceda dicha tolerancia.

14. De la figura 4.5 leer el valor de $\frac{f_T}{f_o}$.

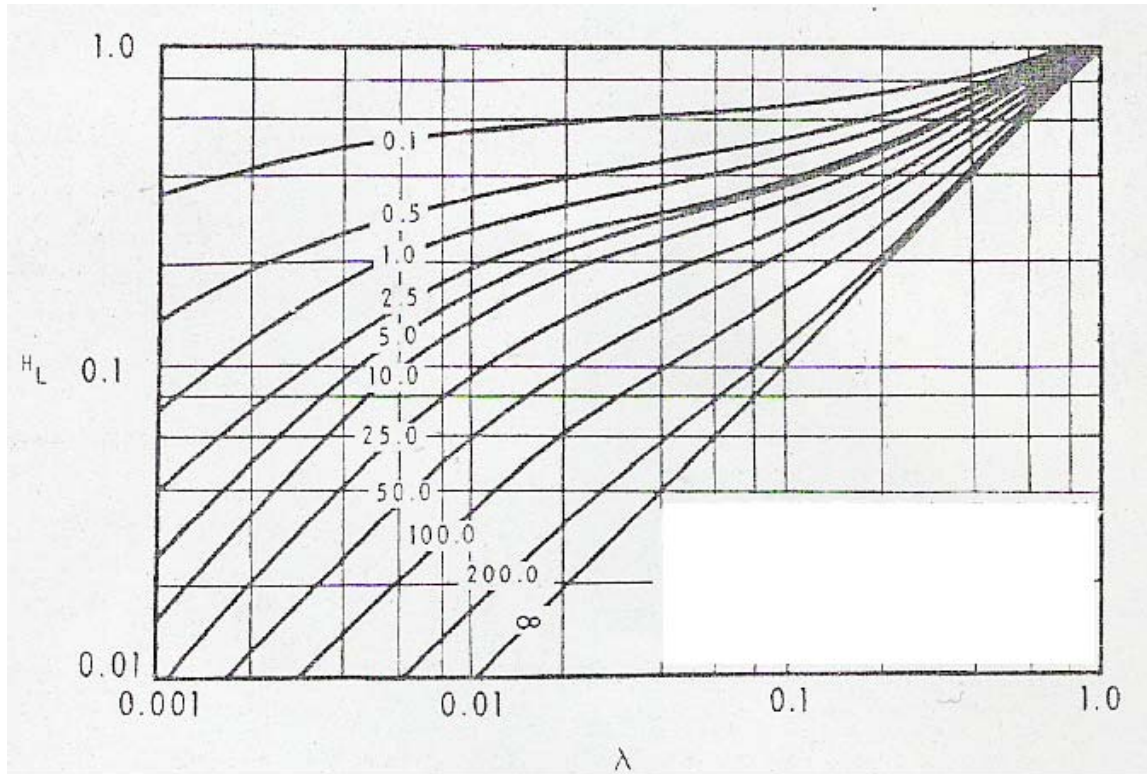


Figura 4.4. Correlación del colgamiento de Dukler.

15. Calcular f_o con:

$$f_o = 0.00140 + \frac{0.125}{(N_{Re})_T^{0.32}} \tag{4.59}$$

16. Calcular f_T .

$$f_T = \frac{f_T}{f_o} \cdot f_o \tag{4.60}$$

17. Calcular la caída de presión debido a la fricción.

$$\Delta p_f = \frac{2 \cdot f_T \cdot L \cdot \bar{v}_m^2 \cdot \rho_m}{12 \cdot g_c \cdot d} \tag{4.61}$$

Esto puede cambiarse para calcular $\Delta p/\Delta L$ o resolverse para ΔL , sobre una caída de presión. Si la p_1 es conocida, el valor de p_2 puede ser supuesto, y ΔL solucionarse directamente, después sumar todas las ΔL hasta completar el largo de la línea $\sum \Delta L = \text{londitud de la línea}$.

18. La caída de presión debido a la aceleración puede ser despreciable dentro de la tubería, pero puede ser considerada en procesos de instalación de tuberías. Baker dio la siguiente ecuación:

$$\Delta p_a = \frac{1}{144 \cdot g_c \cdot A^2} \left\{ \left[\frac{\rho_g \cdot q_g^2}{(1-H_L)} + \frac{\rho_L \cdot q_L^2}{H_L} \right]_{para p_2} - \left[\frac{\rho_g \cdot q_g^2}{(1-H_L)} + \frac{\rho_L \cdot q_L^2}{H_L} \right]_{para p_1} \right\} \cos \theta \tag{4.62}$$

θ es el ángulo de la tubería cuando está inclinada. Para tubería horizontal $\theta = 1$.

19. Calcular la caída de presión total.

$$\Delta p_T = \Delta p_f + \Delta p_a \tag{4.63}$$

20. Si sucede algún cambio en la elevación, agregue la componente por pérdida por elevación en el paso 19.

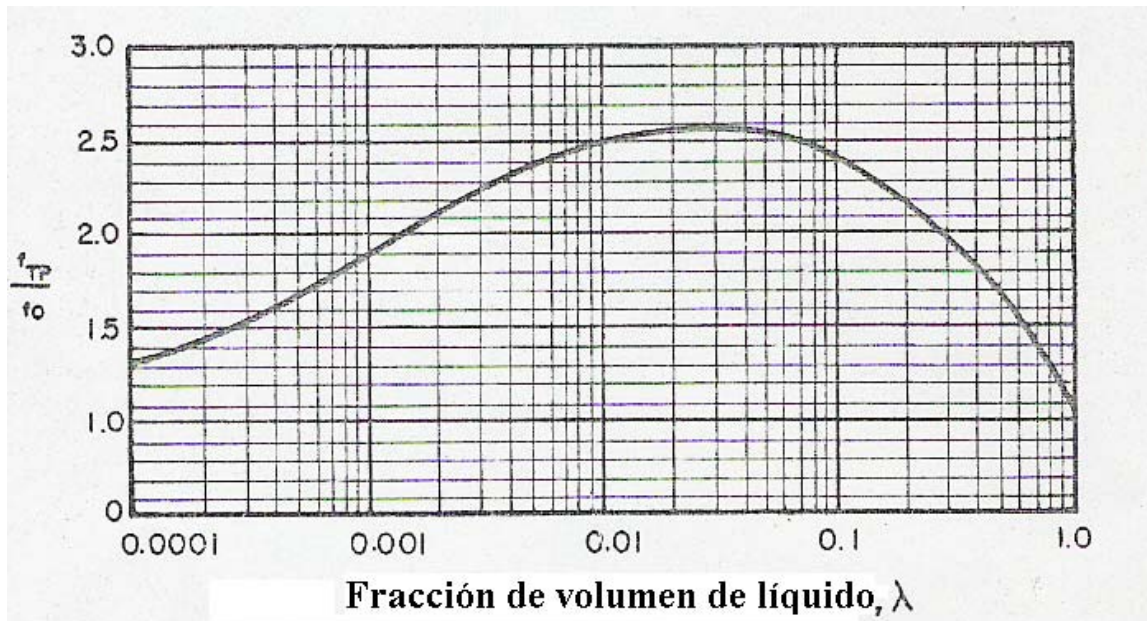


Figura. 4.5. Factores de fricción de dos fases de Dukler

4.2.4 Eaton

En 1964 Eaton hizo un extenso estudio de campo en Delcambre Louisiana. Las pruebas controladas cubrían varios gastos de gas y líquido que fueron conducidos por tuberías largas.

Los datos fueron tomados de pruebas en flujo multifásico horizontal en unas instalaciones localizadas en la Union Oil Company de California Tigre Lagoon Field, cerca de Delcambre. La unidad para prueba consistía de dos líneas de prueba de 1,700 pies, los diámetros de las líneas fueron de 2 y 4 pulgadas respectivamente. Se seleccionaron líneas largas para lograr un acercamiento más parecido a las condiciones de campo.

Los parámetros estudiados fueron:

- 1) Variación del gasto de gas (0-10 MMpies³/d).
- 2) Variación del gasto de líquido (50-5,500 bpd).
- 3) Variación de la viscosidad del líquido (1-13.5 cp).
- 4) Variación de la presión del sistema (70-950 psig).
- 5) Variación del diámetro de la tubería (2 y 4 pg).
- 6) Variación del colgamiento de líquido (0-1).

Tres líquidos fueron probados en cada línea. El gasto de líquido varió de 50 a 2,500 barriles por día en la línea de 2pg y de 50-5,500 bpd en la de 4 pg, y para cada gasto de líquido la relación gas-aceite se varió desde cero a el máximo permitido por el sistema.

La precisión del método para determinar la presión en algún punto de la tubería dependerá de las magnitudes de los decrementos de presión tomadas, entre más pequeños sean los decrementos de presión aumentará la precisión del cálculo.

Procedimiento de cálculo:

1. Conociendo p_1 , suponer el valor de p_2 .
2. Conociendo p_1 , p_2 , T_1 , y T_2 , determinar el valor de \bar{p} y \bar{T} .
3. Calcular u obtener el valor de \bar{v}_m , w_L , w_g , $\bar{\rho}_L$, $\bar{\rho}_g$, σ , y ρ_L , ρ_g , R_s , B_o , μ_g , μ_L , a ambas condiciones de presión y temperatura (p_1 , T_1 , y p_2 , T_2).
4. Para obtener el colgamiento usamos la figura 4.6, para la cual se requiere determinar a ambas presiones (p_1 y p_2) el siguiente valor:

$$\frac{(N_{Lv})^{0.575}}{N_{gv} \cdot N_d^{0.0277}} \left(\frac{p}{p_b} \right)^{0.05} \left(\frac{N_L}{N_{LB}} \right)^{0.1} \quad (4.63)$$

Donde:

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} \quad (4.64)$$

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} \quad (4.65)$$

$$N_d = \frac{120.872 \cdot d}{12} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.5} \quad (4.66)$$

$$N_L = 0.15726 \cdot \mu_L \cdot \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma^3} \right)^{0.25} \quad (4.67)$$

$$\frac{p}{p_{c.s.}} = \frac{p}{14.65} \quad (4.68)$$

$$N_{LB} = \text{constante} = 0.00226 \quad (4.69)$$

Es importante notar que el gas en solución y el gas libre deben determinarse para poder evaluar correctamente v_{sL} y v_{sg} .

5. Obtener H_{L1} y H_{L2} de la figura 4.6.
6. Evaluar v_{L1} , v_{L2} , Δv_L , v_{g1} , v_{g2} , Δv_g .
7. Obtener el valor del Factor de Fricción de la figura 4.7, calculando primero:

$$(GR)^{0.5} \left(\frac{d_B}{d} \right)^{1.25} \frac{G_T \cdot d}{\mu_g (12) (6.72 \times 10^{-4})} \quad (4.70)$$

Donde:

$$GR = \frac{w_g}{w_m} \quad (4.71)$$

$$LR = \frac{w_L}{w_m} \quad (4.72)$$

$$G_T = \frac{w_m}{A_p / 144} \quad (4.73)$$

GR = relación de gasto másico de gas con respecto al gasto másico total.

LR = relación de gasto másico de líquido con respecto al gasto másico total

Con este valor obtenga el valor de $f(LR)^{0.1}$ de la figura 4.7, y conociendo LR calcular el Factor de Fricción f .

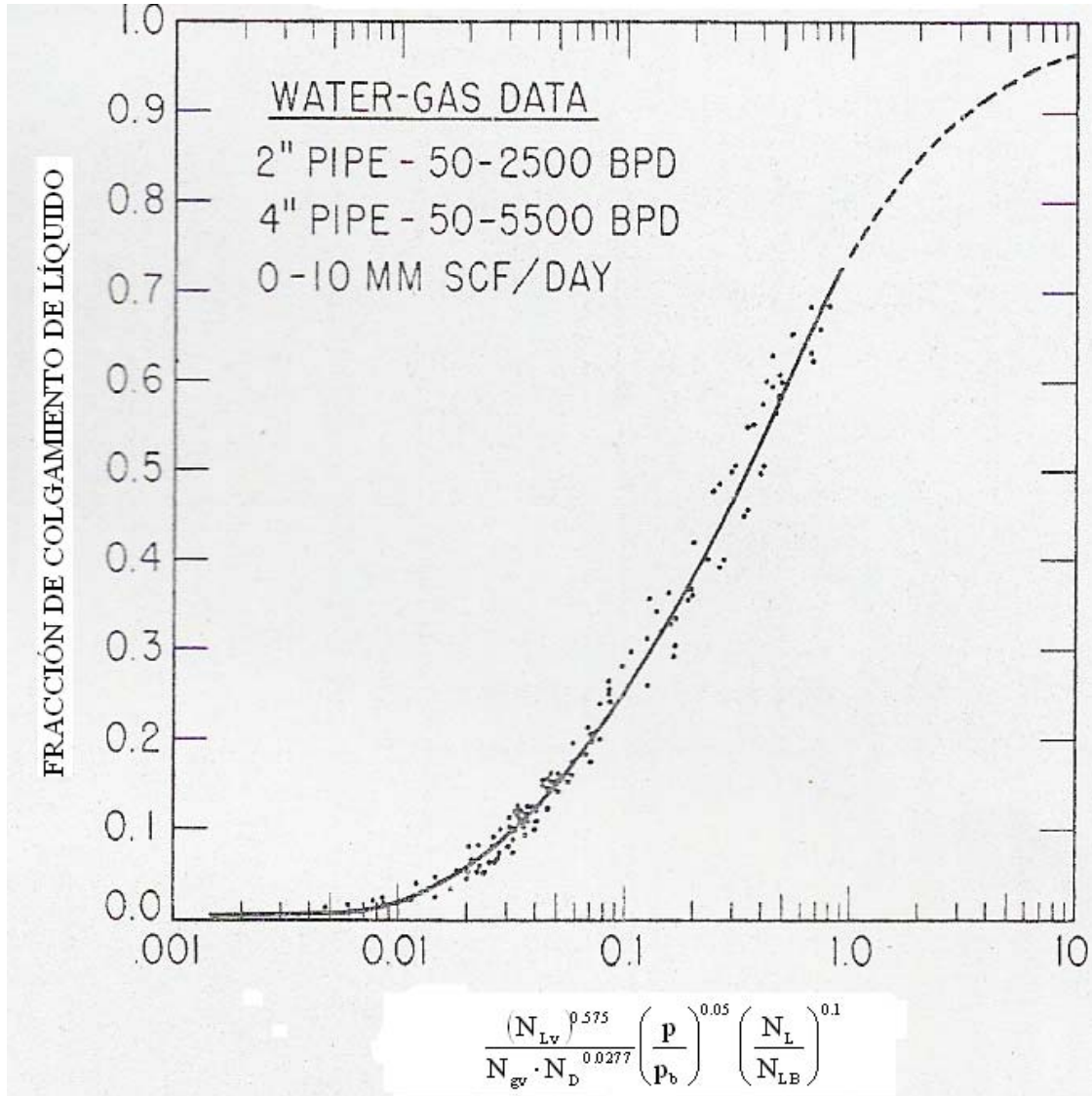


Figura 4.6. Datos de Colgamiento de Líquido para tuberías de 2 y 4 pg (por Eaton).

8. Calcular Δx con:

$$\Delta x = \frac{2 \cdot g_c \cdot d}{12 \cdot w_T \cdot \bar{v}_m^2 \cdot f} \left[144 \cdot \Delta p \left(\frac{w_L}{\rho_L} + \frac{w_g}{\rho_g} \right) - \frac{w_L \cdot \Delta v_L^2 + w_g \cdot \Delta v_g^2}{2 \cdot g_c} \right] \quad (4.74)$$

9. Empezando con p_2 y x_2 , suponer un valor para p_3 y repetir el procedimiento. Continuar estos cálculos hasta alcanzar la longitud total de la línea de tubería.

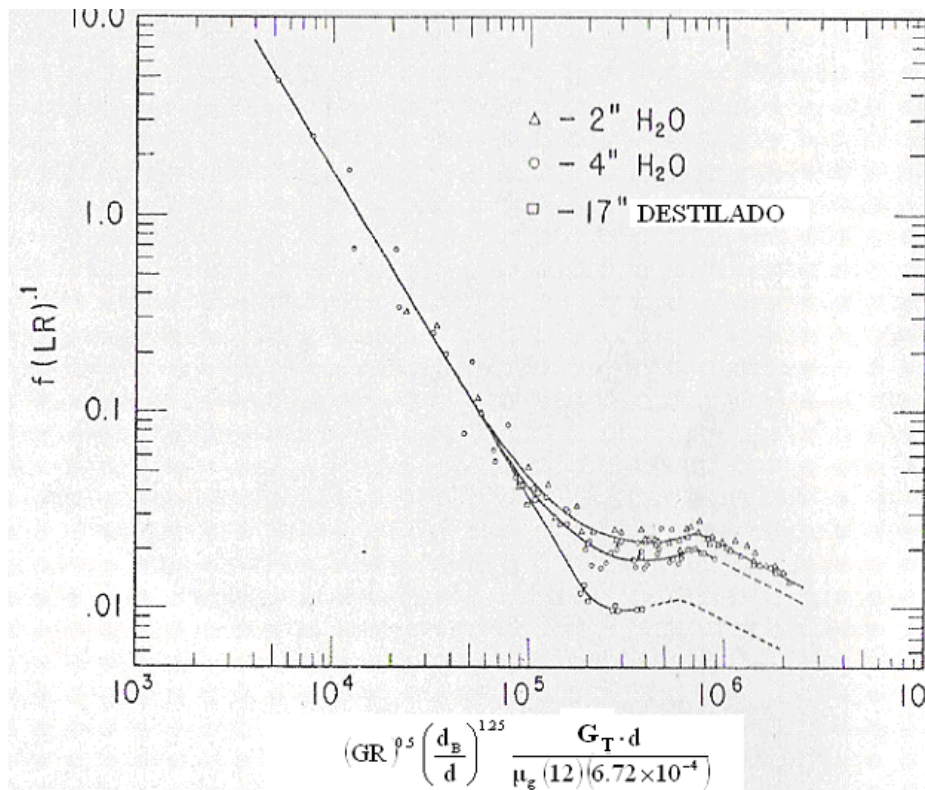


Figura 4.7. Correlación del factor de pérdida de energía (por Eaton).

4.2.5 Beggs y Brill

La correlación de Beggs y Brill (1973) fue desarrollada en 584 pruebas tomadas de datos obtenidos experimentalmente de una prueba de arreglo a pequeña escala. La prueba consistió en una sección de tubería de acrílico de 1 pg y 1.5 pg de diámetro y de 90 pies de longitud, la cual tenía un mecanismo que podía inclinar la tubería de horizontal a vertical y los fluidos utilizados eran aire y agua. Los parámetros estudiados y sus rangos de variación son:

- Gasto de gas, 0 a 300 Mpies³/día;
- Gasto de líquido, 0 a 30 gal/min (0 a 1.635 x 10⁶ litros/día);
- Presión promedio del sistema, 35 a 95 psia;
- Diámetro de la tubería, 1 y 1.5 pg;
- Colgamiento de líquido, 0 a 0.870;
- Gradiente de presión, 0 a 0.8 psi/pie;
- Ángulo de inclinación, -90° a +90°;
- Patrón de flujo horizontal.

Para cada diámetro de tubería, los gastos de líquido y gas variaban por lo que se pudieron observar todos los patrones de flujo cuando la tubería estaba en posición

horizontal. Una vez establecido cada patrón de flujo se procedió a variar el ángulo de inclinación, así que se pudo observar como el ángulo de inclinación afectaba el colgamiento y el gradiente de presión. El colgamiento y el gradiente de presión fueron medidos en ángulos que variaban de 5, 10, 15, 20, 35, 55, 75 y 90 grados, y se encontró que el colgamiento llegaba a su valor máximo en +50 grados y a su valor mínimo en -50 grados. El mapa de patrones de flujo original que obtuvieron Beggs y Brill fue ligeramente modificado para poder incluir la zona de transición entre el patrón de flujo segregado y el intermitente. El mapa de patrones de flujo modificado fue sobrepuesto al original y se muestra en la figura 4.8.

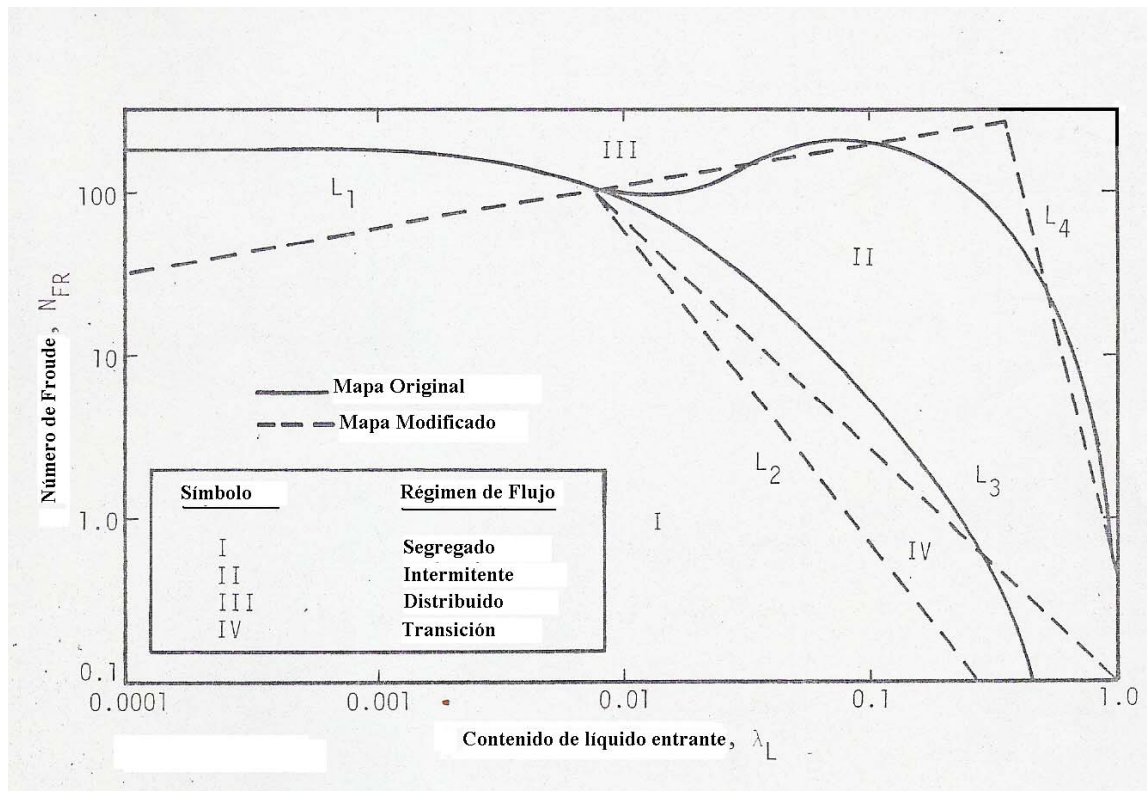


Figura 4.8. Mapa de patrón de flujo horizontal modificado.

La ecuación para determinar el gradiente de presión es:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{\frac{g}{g_c} \cdot \rho_m \cdot \text{sen}\theta + \frac{f_T \cdot G_m \cdot v_m}{2 \cdot g_c \cdot d \cdot 12}}{1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot (p + 14.7)(144)}} \quad (4.75)$$

Donde $\Delta p/\Delta L$ esta en: psi/pe, y para flujo horizontal $\text{sen}\theta = 0$.

Procedimiento de cálculo:

1. Comenzando con una presión conocida p_1 , estimar el valor para la caída de presión Δp .
2. Calcular la presión promedio en el intervalo:

$$\bar{p} = p_1 + \frac{\Delta p}{2} \text{ si } p_1 \text{ es la presión corriente abajo.} \quad (4.76)$$

$$\bar{p} = p_1 - \frac{\Delta p}{2} \text{ si } p_1 \text{ es la presión corriente arriba.} \quad (4.77)$$

3. Del análisis PVT o las correlaciones apropiadas, calcular a la \bar{p} y \bar{T} :

$$R_s, B_o, B_w, \mu_o, \mu_w, \mu_g, \sigma_o, \sigma_w, Z$$

4. Calcular la densidad relativa del aceite:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + {}^\circ\text{API}} \quad (4.78)$$

5. Calcular las densidades del líquido y del gas en lb_m/pie^3 a \bar{p} y \bar{T} .

$$\rho_L = \rho_o \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \rho_w \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) \quad (4.79)$$

Donde WOR es la relación agua-aceite.

$$\rho_o = \frac{(350 \cdot \gamma_o + 0.0764 \cdot R_s \cdot \gamma_g)}{5.6146 \cdot B_o} \quad (4.80)$$

$$\rho_w = \frac{350 \gamma_w}{5.615 B_w} \quad (4.81)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g \cdot (\bar{p} + 14.7) \cdot 520}{(14.7)(\bar{T} + 460)Z} \quad (4.82)$$

6. Calcular los gastos de gas y líquido in situ (a condiciones de escurrimiento).

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot Z \cdot q_o (R - R_s) (\bar{T} + 460)}{(\bar{p} + 14.7)} \quad (4.83)$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} (q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w) \quad (4.84)$$

Donde:

$$q_L \text{ y } q_g = \text{pies}^3/\text{seg}$$

7. Calcular las velocidades superficiales del gas, líquido y la mezcla in situ.

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{A_p} \quad (4.85)$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_g}{A_p} \quad (4.86)$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} \quad (4.87)$$

8. Calcular el flujo másico del gas, líquido y total:

$$G_L = \rho_L \cdot v_{sL} \quad (4.88)$$

$$G_g = \rho_g \cdot v_{sg} \quad (4.89)$$

$$G_T = G_L + G_g \quad (4.90)$$

9. Calcular el colgamiento de líquido sin resbalamiento con la ecuación 2.73

10. Calcular el Número de Froude, N_{FR} , la viscosidad del líquido y de la mezcla, y la tensión superficial del líquido.

$$N_{FR} = \frac{V_m^2}{g \cdot d/12} \quad (4.91)$$

$$\mu_L = \mu_o \left(\frac{1}{1 + WOR} \right) + \mu_w \left(\frac{WOR}{1 + WOR} \right) \quad (4.92)$$

$$\mu_m = [\mu_L \cdot \lambda + \mu_g (1 - \lambda)] \quad (4.93)$$

$$\sigma_L = \sigma_o \left(\frac{1}{1 + WOR} \right) + \sigma_w \left(\frac{WOR}{1 + WOR} \right) \quad (4.94)$$

11. Calcular el Número de Reynolds sin resbalamiento y el número de velocidad del líquido.

$$N_{Re} = \frac{G_T \cdot d/12}{\mu_m \cdot 6.72 \times 10^{-4}} \quad (4.95)$$

$$N_{Lv} = 1.938 v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (4.96)$$

12. Para determinar el patrón de flujo que existe en el flujo horizontal, calcular los parámetros correlacionados, L_1 , L_2 , L_3 , y L_4 con:

$$L_1 = 316 \lambda^{0.302} \quad (4.97)$$

$$L_2 = 0.0009252 \lambda^{-2.4684} \quad (4.98)$$

$$L_3 = 0.10 \lambda^{-1.4516} \quad (4.99)$$

$$L_4 = 0.5 \lambda^{-6.738} \quad (4.100)$$

13. Determine el patrón de flujo usando los siguientes límites:

Segregado	$\lambda < 0.01$ y $N_{FR} < L_1$ ó $\lambda \geq 0.01$ y $N_{FR} < L_2$
Transición	$\lambda \geq 0.01$ y $L_2 < N_{FR} \leq L_3$
Intermitente	$0.01 \leq \lambda < 0.4$ y $L_3 < N_{FR} \leq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $L_3 < N_{FR} \leq L_4$
Distribuido	$\lambda < 0.4$ y $N_{FR} \geq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $N_{FR} > L_4$

14. Calcular el colgamiento horizontal, $H_L(0)$. Si el patrón de flujo es transición, es necesario interpolar entre los valores de flujo segregado y el intermitente.

$$H_L(0) = \frac{a \cdot \lambda^b}{(N_{FR})^c} \quad (4.101)$$

Donde a, b y c son determinados para cada patrón de flujo de la tabla 4.2:

Tabla 4.2. Coeficientes para determinar el colgamiento según el patrón de flujo.

Patrón de Flujo	a	b	C
Segregado	0.98	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

15. Calcular la densidad de la mezcla con la ecuación 2.84 del capítulo 2.
16. Calcular la relación del Factor de Fricción de las dos fases (f_T) con respecto al Factor de Fricción sin resbalamiento (f_{ns}).

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S, \quad (4.102)$$

Donde:

$$S = \left\{ \frac{\ln(y)}{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(y) - 0.8725[\ln(y)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(y)]^4} \right\} \quad (4.103)$$

Y:

$$y = \frac{\lambda}{[H_L(0)]^2} \quad (4.104)$$

El valor de “S” se indetermina en un punto del intervalo $1 < y < 1.2$; para “y” en este intervalo, la función S se calcula con:

$$S = \ln(2.2y - 1.2) \quad (4.105)$$

17. Calcular el Factor de Fricción sin considerar el resbalamiento.

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{N_{Re}}{4.5223 \log N_{Re} - 3.8215} \right) \right]^2} \quad (4.106)$$

o:

$$f_{ns} = 0.0056 + \frac{0.5}{(N_{Re})^{0.32}} \quad (4.107)$$

18. Calcular el factor de fricción de las dos fases.

$$f_T = f_{ns} \cdot \frac{f_T}{f_{ns}} \quad (4.108)$$

19. Calcular:

$$\Delta p = \frac{\Delta L \left(\frac{f_T \cdot G_m \cdot v_m}{2 \cdot g_c \cdot d \cdot 12} \right)}{1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c (\bar{p} + 14.7)(144)}} \quad (4.109)$$

20. Si la caída de presión estimada en el paso 1 y la calculada en el paso 21 no son iguales, use el valor calculado en el paso 21 como el nuevo valor supuesto Δp del paso 1, y empezar de nuevo el procedimiento a partir del paso 2. Este procedimiento se repite hasta que el valor de Δp supuesto sea igual al valor Δp calculado. La presión en $L \pm \Delta L$ es entonces $p_1 \pm \Delta p$.

4.3 Ejemplos

4.3.1 Método Lockhart y Martinelli.

Determinar la presión corriente abajo para una presión corriente arriba conocida.

Datos disponibles:

Diámetro interno de la tubería = 2 pg

Longitud de la línea = 1,500 pies

$q_L = 2,000$ bpd de agua.

$\gamma_w = 1.07$

RGL = 1,000 pies³/bl

$\gamma_g = 0.65$

Presión corriente arriba = $p_1 = 850$ psia.

$\sigma_w = 66.7$ dinas/cm.

$\mu_g = 0.015$ cp.

$T = 120$ °F.

$\mu_L = 1.0$ cp.

1. Calcular la caída de presión suponiendo que solamente fluye líquido:

$$f = \frac{0.032}{2^{1/3}} = 0.0254$$

$$\Delta p_L = 1.1476 \times 10^{-5} \frac{0.0254 \cdot 1.07 \cdot (2,000)^2 \cdot 1,500}{2^5} = 58.48 \text{ psia}$$

2. Calcular la caída de presión suponiendo que fluye solamente la fase gaseosa en la tubería.

De la ecuación 4.10 y sustituyendo valores donde:

$$f = 0.0254$$

$$\bar{Z} = 0.8937 \text{ (calculado con la ecuación 1.92)}$$

$$q_g = 2 \times 10^6 \text{ pies}^3/\text{día.}$$

$$p_2 = \left[850^2 - 2.5343 \times 10^{-11} \frac{(2 \times 10^6)^2 (0.65)(120 + 460)(1500)(0.0254)(0.8937)}{2^5} \right]^{0.5} = 825.7 \text{ psia}$$

Entonces:

$$\Delta p_g = p_2 - p_1 = 850 - 825.7 = 24.3 \text{ psia}$$

3. Calcular el parámetro X:

$$X = \sqrt{\frac{58.48}{24.3}} = 1.55$$

4. Los números de Reynolds para ambas fases, suponiendo que cada una fluye sola en la tubería son:

$$\text{a) } N_{Re_L} = 92.2 \frac{(2000)(1.07)}{(2)(1.0)} = 98,654$$

$$\text{b) } N_{Re_g} = 0.0201056 \frac{(2 \times 10^6)(0.65)}{(2)(0.015)} = 871,242$$

5. Determinar el tipo de flujo de la tabla 4.1.

$N_{Re_L} > 2,000$, por lo que el flujo de líquido es turbulento.

$N_{Re_g} > 2,000$, por lo que el flujo de gas es turbulento.

6. Los valores de ϕ_L y ϕ_g de la figura 4.1 son:

$$\phi_L = 3.5$$

$$\phi_g = 5.4$$

7. A caída de presión de las dos fases es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (3.5)^2(58.48) = 716.38$$

Por lo tanto:

$$p_2 = 850 - 716.38 = 133.62 \text{ psia.}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (5.4)^2(24.3) = 708.59$$

Por lo tanto:

$$p_2 = 850 - 708.59 = 141.41 \text{ psia.}$$

4.3.2 Método Baker

Calcular la caída de presión por el método de Baker.

Datos disponibles:

$$q = 2,000 \text{ bpd @ c.s.}$$

$$\bar{T} = 120 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\text{Longitud de la línea} = 3,000 \text{ pies}$$

$$\text{Diámetro interior de la línea} = 4 \text{ pg}$$

$$R = 1000 \text{ pies}^3/\text{bl. @ c.s.}$$

$$\gamma_g = 0.65$$

$$\rho_o = 42 \text{ }^\circ\text{API}$$

$$\text{Presión corriente arriba} = 500 \text{ psi.}$$

$$\sigma_o = 30 \text{ dinas/cm.}$$

$$\mu_o = 1 \text{ cp.}$$

$$\mu_g = 0.02 \text{ cp.}$$

1. Suponiendo una $\Delta p = 40$ psi. tenemos que:

$$p_2 = p_1 - \Delta p = 500 - 40 = 460 \text{ psi}$$

$$\bar{p} = \frac{500 + 460}{2} = 480 \text{ psi} = 494.7 \text{ psia}$$

Además se obtuvieron:

$$\rho_g = 1.6 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}, \quad R_s = 124.84 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}, \quad B_o = 1.0762, \quad \bar{Z} = 0.9359$$

2. Para calcular el número de Reynolds de la fase líquida se determina primero la densidad del líquido:

$$\rho_L = \frac{\rho_o + \rho_{gd}}{B_o}$$

Donde:

$$\rho_{gd} = \frac{0.0764 \cdot R_s \cdot B_o}{5.6142} = \frac{(0.0764)(124.84)(1.0762)}{5.6142} = 1.8283 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\gamma_o = \frac{141.5}{^\circ\text{API} + 131.5} = \frac{141.5}{42 + 131.5} = 0.8155$$

Por lo que:

$$\rho_L = \frac{(0.8155)(62.4) + 1.8283}{1.0764} = 48.9739 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

y:

$$N_{\text{ReL}} = 1.4781 \frac{(2000)(48.9739)}{(4)(1)} = 36,194$$

3. De la figura 4.2 se obtuvo:

$$f = 0.0055$$

$$\text{Eficiencia de la tubería} = 0.99$$

$$\text{Factor de corrección por la eficiencia de la tubería} = 1.23$$

El factor de fricción corregido para la fase líquida es:

$$\Rightarrow f' = (0.0055)(1.23) = 0.006765$$

4. La caída de presión para la fase líquida es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_L = \frac{0.006765 (48.9739) (2000)^2}{1,359,947 (4)^5} = 9.5163 \times 10^{-4} \frac{\text{psia}}{\text{pie}}$$

5. El número de Reynolds para el gas es:

$$N_{\text{Re}_g} = 0.0201056 \frac{q_g \cdot \gamma_g}{d \cdot \mu_g}$$

Donde:

$$q_g = q_o (R - R_s) = 2000 (1000 - 124.84) = 1.750320 \text{ MMpies}^3/\text{día}$$

Por lo tanto:

$$N_{Re_g} = 0.0201056 \frac{(1.750320 \times 10^6)(0.65)}{(4)(0.02)} = 285,929$$

6. De la figura 4.2 se obtuvo que:

$$f' = (0.00375)(1.23) = 0.00461$$

7. La caída de presión para el gas es:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g = \frac{(0.00461)(1.750320 \times 10^6)^2 (0.65)(120 + 460)(0.9359)}{2 \times 10^{10} \cdot (4)^5 (494.7)} = 4.9185 \times 10^{-4} \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

8.

$$X = \sqrt{\frac{(\Delta p / \Delta L)_L}{(\Delta p / \Delta L)_g}} = \sqrt{\frac{9.5163 \times 10^{-4}}{4.9185 \times 10^{-4}}} = 1.3909$$

9.

$$\lambda = \left[\left(\frac{1.6}{0.075} \right) \left(\frac{48.9739}{62.4} \right) \right]^{0.5} = 4.0918$$

10. Calcular la velocidad másica del líquido en $\text{lb}_m/\text{hr}\cdot\text{pie}^2$:

$$A_p = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi(4)^2}{4} = 12.5637 \text{ pg}^2$$

$$M_g = \frac{0.0764(0.65)(1.750320 \times 10^6)(144)}{(24)(12.5637)} = 41,517.60 \frac{\text{lb}_m}{\text{hr} \cdot \text{pie}^2}$$

11.

$$\frac{G_g}{\lambda} = \frac{41510.49}{4.0918} = 10,144.80$$

12. La velocidad másica del líquido en $\text{lb}_m/\text{hr}\cdot\text{pie}^2$ es:

$$G_L = \frac{2000(5.6146)(48.9739)(144)}{24(12.5637)} = 262,631.733 \frac{\text{lb}_m}{\text{hr} \cdot \text{pie}^2}$$

13.

$$\psi = \frac{73}{30} \left[1 + \left(\frac{62.428}{48.9739} \right)^2 \right]^{1/3} = 2.8607$$

14.

$$\frac{G_L \cdot \lambda \cdot \psi}{G_g} = \frac{(262631.733)(4.0918(2.8607))}{41517.6} = 74.046$$

15. De la figura 4.3 se determinó que el patrón de flujo es niebla o anular.

16. La ecuación para flujo anular utilizada es:

$$\phi_{gtt} = (4.8 - 0.3125 \cdot d) X^{0.343 - 0.021 \cdot d} = (4.8 - 0.3125(4)) 1.3909^{0.343 - 0.021(4)} = 3.8667$$

17.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_g \phi_{gtt} = (4.9185 \times 10^{-4})(3.8667) = 1.9018 \times 10^{-3} \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

Entonces la caída de presión total para toda la línea es:

$$\Delta p = (1.9018 \times 10^{-3})(3000) = 5.7055 \text{ psi}$$

18.

$$\Delta L = \frac{p_1 - p_2}{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T} = \frac{500 - 460}{1.9018 \times 10^{-3}} = 21,032 \text{ pies}$$

El ΔL calculado excede la longitud total de la línea por lo que la Δp total de la línea se puede obtener mediante una interpolación:

$$\Delta p = \frac{(3000)(5.7055)}{21032} = 0.8138 \text{ psi}$$

4.3.3 Método de Dukler (caso I)

Calcular la presión corriente abajo p_2 .

Datos disponibles:

$$q = 2,000 \text{ bpd @ c.s.}$$

$$\bar{T} = 120 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\text{Longitud de la línea} = 3,000 \text{ pies}$$

$$\text{Diámetro interior de la línea} = 4 \text{ pg}$$

$$R = 1000 \text{ pies}^3/\text{bl. @ c.s.}$$

$\gamma_g = 0.65$
 $\rho_o = 42 \text{ }^\circ\text{API}$
 Presión corriente arriba = 500 psi.
 $\sigma_o = 30 \text{ dinas/cm.}$
 $\mu_o = 1 \text{ cp.}$
 $\mu_g = 0.02 \text{ cp.}$
 $\varepsilon/d = 1.0 \times 10^{-4}$
 Relación agua aceite WOR = 0

1. Suponiendo una $\Delta p = 40 \text{ psi.}$ tenemos que:

$$p_2 = p_1 - \Delta p = 500 - 40 = 460 \text{ psi}$$

$$\bar{p} = \frac{500 + 460}{2} = 480 \text{ psi} = 494.7 \text{ psia}$$

2.

$$\rho_g = 1.6 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}, \quad R_s = 124.84 \frac{\text{pies}^3}{\text{bl}}, \quad B_o = 1.0762, \quad \bar{Z} = 0.9359$$

3.

$$\bar{q}_L = (2000)(1.0762)(5.6142) = 12,084 \frac{\text{pies}^3}{\text{día}}$$

$$\bar{q}_g = 2000(1000 - 124.84) \left(\frac{14.7}{494.7} \right) \left(\frac{120 + 460}{60 + 460} \right) 0.9359 = 54,293.39 \frac{\text{pies}^3}{\text{día}}$$

4.

$$\lambda = \frac{\bar{q}_L}{\bar{q}_L + \bar{q}_g} = \frac{12,084}{12,084 + 54,293.39} = 0.1820$$

5. Calcular la relación del flujo másico del líquido y del gas total, W_T .

a) Densidad del líquido:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{^\circ\text{API} + 131.5} = \frac{141.5}{42 + 131.5} = 0.8155$$

$$\bar{\rho}_o = \frac{(0.8155)(62.428) + (0.0764)(0.65)(124.84)/(5.6142)}{(1.0762)} = 48.3314 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

b) Densidad del gas:

$$\bar{\rho}_g = (0.65)(0.0764) \left(\frac{60 + 460}{120 + 460} \right) \left(\frac{494.7}{14.7} \right) \left(\frac{1}{0.9359} \right) = 1.601 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

Calculamos el gasto másico de líquido y gas:

$$w_m = \frac{\bar{\rho}_L \cdot \bar{q}_L + \bar{\rho}_g \cdot \bar{q}_g}{86,400} = \frac{(48.3314)(12,084) + (1.601)(54,293.39)}{86,400} = 7.7657 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg}}$$

6.

$$A_p = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{4^2}{4} = 12.5664 \text{ pg}^2$$

$$G_m = \frac{w_m(144)}{A_p} = \frac{(7.7657)(144)}{12.5664} = 88.9881 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg} \cdot \text{pie}^2}$$

7.

$$\bar{\rho}_m = \bar{\rho}_L \cdot \lambda + \bar{\rho}_g (1 - \lambda) = (48.3314)(0.1820) + 1.601(1 - 0.1820) = 10.1059 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

8.

$$\bar{\mu}_T = \bar{\mu}_L \cdot \lambda + \bar{\mu}_g (1 - \lambda) = (1)(0.1820) + (0.02)(1 - 0.1820) = 0.1983 \text{ cp}$$

9.

$$(N_{Re})_T = \frac{1,488 \cdot w_T}{\frac{\pi \cdot d}{(4)(12)} \bar{\mu}_T} = \frac{(1,488)(7.7657)}{\frac{\pi \cdot (4)}{(4)(12)} (0.1983)} = 222,583$$

10.

$$f_T = 0.00140 + \frac{0.125}{(N_{Re})_T^{0.32}} = 0.00140 + \frac{0.125}{(222,583)^{0.32}} = 2.4306 \times 10^{-3}$$

11.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f = \frac{2 \cdot f_T \cdot G_T^2}{g_c \cdot \bar{\rho}_m \cdot d} = \frac{2(2.4306 \times 10^{-3})(88.9881)^2}{(32.2)(10.1059)(4)(12)} = 2.4645 \times 10^{-3} \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

12. La aceleración a es:

$$\bar{a} = \frac{(20736)(16) \cdot w_T \cdot w_G \cdot \bar{p}}{\pi^2 \cdot g_c \cdot d^4 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \bar{\rho}_g} = \frac{(20736)(16)(7.7657)(1.006)(494.7)}{\pi^2 (32.2)(4^4)(514.7)(474.7)(1.601)} = 0.0403 \frac{\text{pies}}{\text{seg}^2}$$

13.

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f}{(1-\bar{a})} = \frac{2.4645 \times 10^{-3}}{(1-0.0403)} = 2.568 \times 10^{-3} \frac{\text{psi}}{\text{pie}}$$

14. La caída de presión en toda la línea es:

$$\Delta p = L \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = (3000)(2.568 \times 10^{-3}) = 7.7039 \text{ psi}$$

Como la Δp calculada no es igual a la Δp supuesta se debe suponer la nueva Δp calculada y comenzar desde el paso número 1.

4.3.3 Método de Dukler (caso II)

Calcular la caída de presión por el método de Dukler, Caso II (suponiendo p_2).

Datos disponibles:

$$q_o = 7,140 \text{ bpd} = 40,000 \text{ pies}^3/\text{día a la } \bar{p}$$

$$q_g = 2.569 \times 10^6 \text{ pies}^3 @ \text{ c.s./día} = 105,600 \text{ pies}^3/\text{día a la } \bar{p}$$

$$\rho_o = 52.2 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

$$\rho_g = 1.45 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

$$\mu_o = 4.2 \text{ cp}$$

$$\mu_g = 0.0105 \text{ cp}$$

$$\sigma_o = 22.3 \text{ dinas/cm}$$

$$d = 12 \text{ pg}$$

$$L = 134,370 \text{ pies}$$

$$p_1 = 424.7 \text{ psia}$$

1. Suponiendo $p_2 = 319.7 \text{ psia}$:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{424.7 + 319.7}{2} = 372.2 \text{ psia}$$

2. \bar{R} , \bar{B}_o y \bar{Z} no se requieren dado que los datos están dados a \bar{p} .3. El gasto de líquido y gas son los dados ya que están \bar{p} :

$$\bar{q}_o = 40,000 \text{ pies}^3/\text{día}$$

$$q_g = 105,600 \text{ pies}^3/\text{día}$$

4.

$$\lambda = \frac{\bar{q}_L}{\bar{q}_L + \bar{q}_g} = \frac{40000}{40000 + 105600} = 0.2747$$

5.

$$\bar{\rho}_o = 52.2 \text{ lb}_m/\text{pie}^3 \text{ (dado)}$$

6.

$$\bar{\rho}_g = 1.45 \text{ lb}_m/\text{pie}^3 \text{ (dado)}$$

7.

$$v_m = \frac{(q_L + q_g)(144)}{86,400 \frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{(40,000 + 105,600)(144)}{86,400 \frac{\pi(12)^2}{4}} = 2.1456 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

8.

$$\bar{\mu}_m = \bar{\mu}_L \cdot \lambda + \bar{\mu}_g (1 - \lambda) = (4.2)(0.2747) + (0.0105)(1 - 0.2747) = 1.1613 \text{ cp}$$

9. Se supone un valor para el colgamiento de $\bar{H}_L = 0.30$

10.

$$\rho_m = \rho_L \left(\frac{\lambda^2}{\bar{H}_L} \right) + \rho_g \left(\frac{(1 - \lambda)^2}{1 - \bar{H}_L} \right) = 52.2 \left(\frac{(0.2747)^2}{0.30} \right) + 1.45 \left(\frac{(1 - 0.2747)^2}{1 - 0.30} \right) = 14.219 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

11.

$$(N_{Re})_T = \frac{d \cdot v_m \cdot \rho_m}{(12)(6.72 \times 10^{-4}) \bar{\mu}_m} = \frac{(12)(2.1456)(14.219)}{(12)(6.72 \times 10^{-4})(1.1613)} = 39,093$$

12. De la figura 4.4, $H_L = 0.43$ 13. Como colgamiento en el paso 9 ($H_L = 0.30$) es diferente del calculado en el paso 12 ($H_L = 0.43$), se repite desde el paso 9 ahora suponiendo $H_L = 0.43$.Con este nuevo valor de colgamiento supuesto ($H_L = 0.43$) se obtuvo:

$$\rho_m = \rho_L \left(\frac{\lambda^2}{\bar{H}_L} \right) + \rho_g \left(\frac{(1 - \lambda)^2}{1 - \bar{H}_L} \right) = 52.2 \left(\frac{(0.2747)^2}{0.43} \right) + 1.45 \left(\frac{(1 - 0.2747)^2}{1 - 0.43} \right) = 10.4987 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$(N_{Re})_T = \frac{d \cdot v_m \cdot \rho_m}{(12)(6.72 \times 10^{-4}) \mu_m} = \frac{(12)(2.1456)(10.4987)}{(12)(6.72 \times 10^{-4})(1.1613)} = 28,865$$

Usando la figura 4.4 con estos nuevos valores obtenidos tenemos que $H_L = 0.45$, que es el valor que se utilizará.

14. De la figura 4.5 se obtuvo:

$$\frac{f_T}{f_o} = 2.00$$

15. Calcular:

$$f_o = 0.00140 + \frac{0.125}{(N_{Re})_T^{0.32}} = 0.00140 + \frac{0.125}{(28,865)^{0.32}} = 6.0729 \times 10^{-3}$$

16.

$$f_T = \frac{f_T}{f_o} \cdot f_o = (2.00)(6.0729 \times 10^{-3}) = 0.0121458$$

17.

$$\Delta p_f = \frac{2 \cdot f_T \cdot L \cdot \bar{v}_m^2 \cdot \rho_m}{12 \cdot g_c \cdot d} = \frac{2(0.01215)(134,370)(2.1456)^2(10.4987)}{12(32.2)(12)} = 34.0348 \frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}$$

18. La caída de presión debido a la aceleración es despreciable.

19. La caída de presión total es:

$$\Delta p_T = \Delta p_f + \Delta p_a = 34.0348 + 0 = 34.0348 \text{ psi}$$

20. La presión p_2 es:

$$p_2 = p_1 - \Delta p_T = 424.7 - (34.0348 + 14.7) = 375.9652 \text{ psia}$$

21. Repetir el procedimiento desde el paso 1, suponiendo ahora $p_2 = 375.96$ psia y comparar la nueva p_2 calculada hasta que la $p_{2cal} = p_{2sup}$.

4.3.4 Método de Eaton

Determinar la caída de presión Δp por el método de Eaton

Datos disponibles:

Diámetro interno de la tubería = 2 pg

Longitud de la línea = 1,500 pies
 $q_L = 2,000$ bpd de agua.
 $\gamma_w = 1.07$
 $RGL = 1,000$ pies³/bl
 $\gamma_g = 0.65$
 Presión corriente arriba = $p_1 = 850$ psia.
 $\sigma_w = 66.7$ dinas/cm.
 $\mu_g = 0.015$ cp.
 $\bar{T} = 120$ °F.
 $\mu_L = 1.0$ cp.

1. Suponer $p_2 = 650$ psia

2.

$$\bar{p} = \frac{850 + 650}{2} = 750 \text{ psia}$$

$$\bar{T} = 120 \text{ °F. (dada)}$$

3.

$$a) \bar{\rho}_g = (0.65)(0.0764) \left(\frac{(60 + 460)}{(120 + 460)} \right) \left(\frac{750}{14.7} \right) \left(\frac{1}{0.90} \right) = 2.5239 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$b) \rho_L = (1.07)(62.428) = 66.7979$$

c) $R_s = 0$ (se supone cero debido a que es agua)

d) $B_w = 1.0$ (se supone que no hay compresibilidad)

e) $\sigma_w = 66.7$ dinas/cm

f) $\mu_g = 0.015$ cp

g) $\mu_w = 1.0$ cp

$$h) w_L = \frac{5.6146 \cdot q_L \cdot \bar{\rho}_L}{86,400} = \frac{5.6146(2,000)(66.7979)}{86,400} = 8.6815 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg}}$$

$$i) w_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g \cdot q_g}{86,400} = \frac{0.0764(0.65)(2 \times 10^6)}{86,400} = 1.1495 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg}}$$

$$j) w_m = w_L + w_g = 8.6815 + 1.1495 = 9.837 \text{ lb}_m/\text{seg}$$

4. Para H_{L1} a $p_1 = 850$ psia necesitamos calcular:

$$\bar{q}_g = q_L (R - R_s) \left(\frac{p_{c.s.}}{p} \right) \frac{(\bar{T} + 460)}{(T_{c.s.} + 460)} \bar{Z} = 2 \times 10^6 \left(\frac{14.7}{850} \right) \left(\frac{580}{520} \right) (0.92) = 35,492.85 \frac{\text{pies}^3}{\text{día}}$$

$$v_{sg} = \frac{q_g \cdot 144}{86,400 \cdot A_p} = \frac{(35,492.85)(144)}{86,400(3.1416)} = 18.83 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Donde:

$$A_p = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi(2)^2}{4} = 3.1416 \text{ pg}^2$$

$$v_{sL} = \frac{5.6146 \cdot q_L \cdot 144}{86,400 \cdot A_p} = \frac{(5.6146)(2000)(144)}{86,400(3.1516)} = 5.9573 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} = 5.9573 + 18.83 = 24.7873 \text{ pies/seg}$$

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} = 1.938(5.9573) \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 11.5494$$

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} = 1.938(18.83) \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 36.5059$$

$$N_d = \frac{120.872 \cdot d}{12} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.5} = \frac{120.872(2)}{12} \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 20.1527$$

$$N_L = 0.15726 \cdot \mu_L \cdot \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma^3} \right)^{0.25} = 0.15726(1.0) \left(\frac{1}{(66.7979)(66.7)^3} \right)^{0.25} = 0.002357$$

$$\frac{p}{p_{c.s.}} = \frac{p}{14.7} = \frac{850}{14.7} = 57.8231$$

$$N_{LB} = \text{constante} = 0.00226$$

Por lo tanto:

$$\frac{(N_{Lv})^{0.575}}{N_{gv} \cdot N_d^{0.0277}} \left(\frac{p}{p_b} \right)^{0.05} \left(\frac{N_L}{N_{LB}} \right)^{0.1} = \frac{(11.5494)^{0.575} (57.8231)^{0.05} (0.002357)^{0.1}}{(36.5059)(20.1527)^{0.0277} (0.00226)} = 0.1266$$

5. De la figura 4.6, tenemos que $H_{L1} = 0.30$

$1 - H_{L1} = 1 - 0.30 = 0.70 =$ Volumen de la tubería ocupada por gas a 850 psia

Para determinar H_{L2} a 650 psia hacemos:

$$\bar{q}_g = q_L (R - R_s) \left(\frac{p_{c.s.}}{p} \right) \frac{(\bar{T} + 460)}{(T_{c.s.} + 460)} \bar{Z} = 2 \times 10^6 \left(\frac{14.7}{650} \right) \left(\frac{580}{520} \right) (0.912) = 46,010.13 \frac{\text{pies}^3}{\text{día}}$$

$$v_{sg} = \frac{q_g \cdot 144}{86,400 \cdot A_p} = \frac{(46,010.13)(144)}{86,400(3.1416)} = 24.409 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Donde:

$$A_p = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi(2)^2}{4} = 3.1416 \text{ pg}^2$$

$$v_{sL} = \frac{5.6146 \cdot q_L \cdot 144}{86,400 \cdot A_p} = \frac{(5.6146)(2000)(144)}{86,400(3.1416)} = 5.9573 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} = 5.9573 + 24.409 = 30.3663 \text{ pies/seg}$$

$$N_{Lv} = 1.938 \cdot v_{sL} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} = 1.938(5.9573) \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 11.5494$$

$$N_{gv} = 1.938 \cdot v_{sg} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.25} = 1.938(24.409) \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 47.322$$

$$N_d = \frac{120.872 \cdot d}{12} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.5} = \frac{120.872(2)}{12} \left(\frac{66.7979}{66.7} \right)^{0.25} = 20.1527$$

$$N_L = 0.15726 \cdot \mu_L \cdot \left(\frac{1}{\rho_L \cdot \sigma^3} \right)^{0.25} = 0.15726(1.0) \left(\frac{1}{(66.7979)(66.7)^3} \right)^{0.25} = 0.002357$$

$$\frac{p}{p_{c.s.}} = \frac{p}{14.7} = \frac{650}{14.7} = 44.2176$$

$$N_{LB} = \text{constante} = 0.00226$$

Por lo tanto:

$$\frac{(N_{Lv})^{0.575}}{N_{gv} \cdot N_d^{0.0277}} \left(\frac{p}{p_b} \right)^{0.05} \left(\frac{N_L}{N_{LB}} \right)^{0.1} = \frac{(11.5494)^{0.575} (44.2176)^{0.05} \left(\frac{0.002357}{0.00226} \right)^{0.1}}{(47.322)(20.1527)^{0.0277}} = 0.0963$$

De la figura 4.6, determinamos que $H_{L2} = 0.27$ a 650 psia.

$1 - H_{L2} = 1 - 0.27 = 0.73 =$ Volumen de la tubería ocupada por gas a 650 psia

6.

$$v_{L1} = v_{sL1} \frac{1}{H_{L1}} = 5.9573 \frac{1}{0.30} = 19.8576 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{L2} = v_{sL2} \frac{1}{H_{L2}} = 5.9573 \frac{1}{0.27} = 22.0641 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$\Delta v_L = v_{L2} - v_{L1} = 22.0641 - 19.8576 = 2.2065 \text{ pies/seg}$$

$$v_{g1} = v_{sg1} \frac{1}{(1 - H_{L1})} = 18.83 \frac{1}{0.70} = 26.9 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{g2} = v_{sg2} \frac{1}{(1 - H_{L2})} = 24.409 \frac{1}{0.73} = 33.4369 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$\Delta v_g = v_{g2} - v_{g1} = 33.4369 - 26.9 = 6.5369 \text{ pies/seg}$$

7. Para obtener el valor del factor de fricción, se evalúa:

$$GR = \frac{w_g}{w_T} = \frac{1.1495}{9.837} = 0.1168$$

$$\frac{d_B}{d} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$G_T = \frac{w_m}{A_p / 144} = \frac{9.837(144)}{3.1416} = 450.894 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg} \cdot \text{pie}^2}$$

Por lo tanto:

$$(GR)^{0.5} \left(\frac{d_B}{d} \right)^{1.25} \frac{G_m \cdot d}{\mu_g (12)(6.72 \times 10^{-4})} = (0.1168)^{0.5} (0.5)^{1.25} \frac{(450.894)(2)}{(0.015)(12)(6.72 \times 10^{-4})}$$

$$(GR)^{0.5} \left(\frac{d_B}{d} \right)^{1.25} \frac{G_m \cdot d}{\mu_g (12)(6.72 \times 10^{-4})} = 1.071 \times 10^6$$

Entrando con este valor, de la figura 4.7 se tiene que:

$$(LR)^{0.1} = 0.022$$

y:

$$LR = \frac{w_L}{w_T} = \frac{8.6815}{9.837} = 0.8825$$

Por lo que:

$$(LR)^{0.1} = (0.8825)^{0.1} = 0.9875$$

Por último el factor de fricción es:

$$f = \frac{0.022}{0.9875} = 0.0223$$

8.

$$\bar{v}_m = \frac{v_{m1} + v_{m2}}{2} = \frac{24.7873 + 30.3663}{2} = 27.5768 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$\Delta L = \frac{2 \cdot g_c \cdot d}{12 \cdot w_T \cdot \bar{v}_m^2 \cdot f} \left[144 \cdot \Delta p \left(\frac{w_L}{\rho_L} + \frac{w_g}{\rho_g} \right) - \frac{w_L \cdot \Delta v_L^2 + w_g \cdot \Delta v_g^2}{2 \cdot g_c} \right]$$

$$\Delta L = \frac{2(32.2)(2)}{12(9.837)(27.5768)^2(0.0223)}$$

$$\left[144(200) \left(\frac{8.6815}{66.7979} + \frac{1.1495}{2.5239} \right) - \frac{(8.6815)(2.20641)^2 + (1.1495)(6.7369)^2}{2(32.2)} \right]$$

$$\Delta L = 1,084.66 \text{ pies}$$

Como se puede observar se considera despreciable el término de la energía cinemática.

Este valor obtenido al compararlo con la longitud total de la tubería ($L = 1500$ pies) se nota que es diferente, por lo que se debe suponer otra caída de presión. El valor correcto final es de 580 psia.

Se puede obtener un resultado más preciso si se suponen decrementos de presión más pequeños.

4.3.5 Método Beggs y Brill.

Determinar la caída de presión en una tubería horizontal de 4 pg de diámetro.

Datos disponibles:

$$q = 2,000 \text{ bpd @ c.s.}$$

$$\bar{T} = 120 \text{ }^\circ\text{F}$$

Longitud de la línea = 3,000 pies

$$R = 1000 \text{ pies}^3/\text{bl. @ c.s.}$$

$$\gamma_g = 0.65$$

$$\rho_o = 42 \text{ }^\circ\text{API}$$

Presión corriente arriba = 500 psi.

$$\sigma_o = 30 \text{ dinas/cm.}$$

$$\mu_o = 1 \text{ cp.}$$

$$\mu_g = 0.02 \text{ cp.}$$

Calcular la presión corriente abajo.

1. Se supone $\Delta p = 100 \text{ psi}$

2.

$$\bar{p} = p_1 - \frac{\Delta p}{2} = 500 - 50 = 450 \text{ psi}$$

3.

$$R_s = 100, B_o = 1.065, Z = 0.94$$

4.

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 42} = 0.82$$

5.

$$\rho_o = \frac{((350)(0.82) + (0.0764)(100)(0.65))}{(5.6146)(1.065)} = 48.8274 \frac{\text{lb}_m}{\text{pies}^3}$$

$$\rho_g = \frac{(0.0764)(0.65)(450 + 14.7)(520)}{(14.7)(120 + 460)(0.94)} = 1.4973 \frac{\text{lb}_m}{\text{pies}^3}$$

6.

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot 0.94 \cdot 2000 (1000 - 100) (120 + 460)}{450 + 14.7} = 0.6905 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} (2000)(1.065) = 0.1382 \frac{\text{pies}^3}{\text{seg}}$$

7.

$$A_p = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} 4^2 = 12.5663 \text{ pg}^2$$

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{A_p} = \frac{144(0.138)}{12.5663} = 1.5814 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{144(0.6905)}{12.5663} = 7.9126 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} = 1.5814 + 7.9126 = 9.494 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

8.

$$G_L = \rho_L \cdot v_{sL} = (48.8274)(1.5814) = 77.2156 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg} - \text{pie}^2}$$

$$G_g = \rho_g \cdot v_{sg} = (1.4973)(7.9126) = 11.8475 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg} - \text{pie}^2}$$

$$G_T = G_L + G_g = 77.2156 + 11.8475 = 89.0631 \frac{\text{lb}_m}{\text{seg} - \text{pie}^2}$$

9.

$$\lambda = \frac{q_L}{q_L + q_g} = \frac{0.1382}{0.1382 + 0.6905} = 0.1667$$

10.

$$N_{FR} = \frac{V_m^2}{g \cdot d} = \frac{(9.494)^2}{(32.2)(4/12)} = 8.3977$$

$$\mu_m = [\mu_L \cdot \lambda + \mu_g (1 - \lambda)] = [1(0.1667) + 0.02(1 - 0.1667)] = 0.1833 \text{ cp}$$

11.

$$N_{Re} = \frac{M_m \cdot d/12}{\mu_m (6.72 \times 10^{-4})} = \frac{(89)(4/12)}{0.1833 (6.72 \times 10^{-4})} = 2.4084 \times 10^5$$

$$N_{Lv} = 1.938 v_{sL} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} = (1.938)(1.5814) \left(\frac{48.8274}{30} \right)^{0.25} = 3.4616$$

12.

$$L_1 = 316 \lambda^{0.302} = 316 (0.1667)^{0.302} = 183.955$$

$$L_2 = 0.0009252 \lambda^{-2.4684} = 0.0009252 (0.1667)^{-2.4684} = 0.077$$

$$L_3 = 0.10 \lambda^{-1.4516} = 0.10 (0.1667)^{-1.4516} = 1.3472$$

$$L_4 = 0.5 \lambda^{-6.738} = 0.5 (0.1667)^{-6.738} = 87,411.37$$

13. Como $0.01 \leq \lambda < 0.4$ y $L_3 < N_{FR} \leq L_1$, el flujo es intermitente.

14.

$$H_L(0) = \frac{a \cdot \lambda^b}{(N_{FR})^c} = \frac{0.845(0.1667)^{0.5351}}{(8.3977)^{0.0173}} = 0.3123$$

15.

$$\rho_m = \rho_L \cdot H_L + \rho_g (1 - H_L) = 48.8274(0.3123) + 1.4973(1 - 0.3123) = 16.2784 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

16.

$$y = \frac{\lambda}{[H_L(0)]^2} = \frac{0.1667}{(0.3123)^2} = 1.7092$$

$$S = \left\{ \frac{\ln(1.7092)}{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(1.7092) - 0.8725[\ln(1.7092)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(1.7092)]^4} \right\} = 0.3817$$

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S = e^{0.3817} = 1.4648$$

17.

$$f_{ns} = 0.0056 + \frac{0.5}{N_{Re}^{0.32}} = 0.0056 + \frac{0.5}{(2.4084 \times 10^5)^{0.32}} = 0.015$$

18.

$$f_T = f_{ns} \cdot \frac{f_T}{f_{ns}} = 0.015(1.4648) = 0.022$$

19.

$$\Delta p = \frac{\Delta Z \left(\frac{f_T \cdot M_m \cdot v_m}{2 \cdot g_c \cdot d \cdot 12} \right)}{1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot (\bar{p} + 14.7)(144)}} = \frac{3000 \left(\frac{(0.022)(89.0631)(9.494)}{2(32.2)(4)(12)} \right)}{1 - \frac{(16.2784)(9.494)(7.9126)}{32.2(450 + 14.7)(144)}} = 18.064 \frac{\text{lb}_f}{\text{pg}^2}$$

20. Dado que la Δp calculada en el paso 19 no es igual a la supuesta en el paso 1, se debe suponer ahora $\Delta p = 18$ psi y repetir el procedimiento hasta que la Δp supuesta sea igual a la calculada.

CAPÍTULO 5:

FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS INCLINADAS

5.1 Introducción

El flujo inclinado se define como el flujo a través de tuberías que se desvían a partir de la horizontal o como el flujo a través del terreno accidentado. El flujo direccional se define como el flujo a través de tuberías que se desvían con respecto a la vertical, y es referida, como el flujo a través de tubería en pozos de perforación direccional. Ambos ofrecen problemas similares pero se discuten por separado.

La pérdida de presión total en la tubería de descarga debido a terreno montañoso o accidentado, es la suma de las pérdidas por fricción, aceleración y por elevación necesarias para transportar los fluidos a lugares con mayor elevación a cualquier distancia.

Para este capítulo se puede aplicar la misma ecuación general (ecuación 2.11)

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (5.1)$$

o:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \rho_m \cdot \text{sen}\theta \frac{g}{g_c} + \frac{\rho_m \cdot v_m}{g_c} \frac{\Delta v_m}{\Delta z} + \frac{\rho_m \cdot f \cdot v_m^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad (5.2)$$

5.2 Correlaciones

5.2.1 Correlación de Flanigan

Flanigan ha conducido numerosas pruebas de campo para flujo inclinado y observó lo siguiente.

1. La mayoría de las caídas de presión ocurren en la sección ascendente de la tubería.
2. La caída de presión en la tubería disminuye conforme el flujo de gas incrementa.

En la determinación de la pérdida por fricción, Flanigan analizó la correlación presentada por Ovid Baker y la eficiencia para el flujo horizontal en dos fases como función de flujo de líquido a gas y encontró que la dispersión de los datos era grande. Para asegurar la exactitud, Flanigan trabajó con esos datos y desarrolló una correlación en la cual da una eficiencia del $\pm 9\%$ para tuberías. Los datos de la correlación se obtuvieron de tuberías de 4, 6, 8 y 10 pulgadas de diámetro, mientras los rangos de velocidades del gas

fueron de 1 a 12 pies por segundo y el flujo de líquido a gas fue de 20 a 1200 bbl/MMcf. Los fluidos usados fueron gas natural y condensado. Una vez obtenida la eficiencia en la tubería, podemos usar la ecuación de caída de presión similar a la de Panhandle para determinar el componente de la caída de presión.

Examinando los datos de prueba para tubería de 16 pulgadas Flanigan notó lo siguiente:

- Para velocidades de gas relativamente bajas, la mayor caída de presión ocurre en la sección ascendente de la tubería.
- La caída de presión por elevación es directamente proporcional a la suma de elevaciones en la tubería.
- La diferencia por elevación es insignificante.
- Las caídas de presión cuesta abajo son insignificantes comparadas con la suma de cuesta arriba.
- La caída de presión en la sección cuesta arriba varía inversamente con la velocidad del gas.

Procedimiento del cálculo:

El procedimiento sugerido por Flanigan para calcular la caída de presión total es como sigue.

- Calcula la velocidad superficial del gas, v_{sg} aplicando la fórmula siguiente:

$$v_{sg} = 0.031194 \left(\frac{q_g \cdot \bar{Z}}{d^2 \cdot \bar{p}} \right) \cdot \left(\frac{\bar{T}}{T_{sc}} \right) \quad (5.3)$$

- Calcular la relación gas líquido, R, en bl/MMpies³ de gas.
- Calcula en el eje horizontal, $\frac{v_{sg}}{R^{0.32}}$ y determinar el porcentaje de eficiencia de Panhandle de la figura 5.1.
- Con la eficiencia del paso anterior calcular la caída de presión por fricción, utilizando la ecuación de Panhandle o una similar.

$$q_g = 435.87 \cdot \left(\frac{T_{atm} + 460}{P_{atm}} \right)^{1.07881} \cdot \left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{Z \cdot (T + 460) \cdot \left(\frac{L}{5277} \right)} \right)^{0.5394} \cdot \left(\frac{d^2}{\gamma_g^{0.4606}} \right) \cdot E \quad (5.4)$$

Donde E = Eficiencia de Panhandle, %

5. Con el valor de la velocidad del gas, obtener H_F , de la figura 5.2.
6. Calcular la suma de las elevaciones, H , de la sección de la tubería.
7. Calcular la caída de presión por elevación con la fórmula 5.5:

$$\Delta P = \frac{\rho_L \cdot H_F \cdot \sum H}{144} \tag{5.5}$$

8. Calcula la caída de presión total más el componente de fricción y el componente de elevación. Este procedimiento se desarrolla por el método de prueba y error, debido a que la presión corriente debajo debe ser supuesta para poder calcular el gasto de gas y la velocidad superficial de gas a la presión media en la tubería. Se sugiere que para la solución, de las pérdidas por fricción para gastos bajos de RGL, se utilice el método de Eaton.

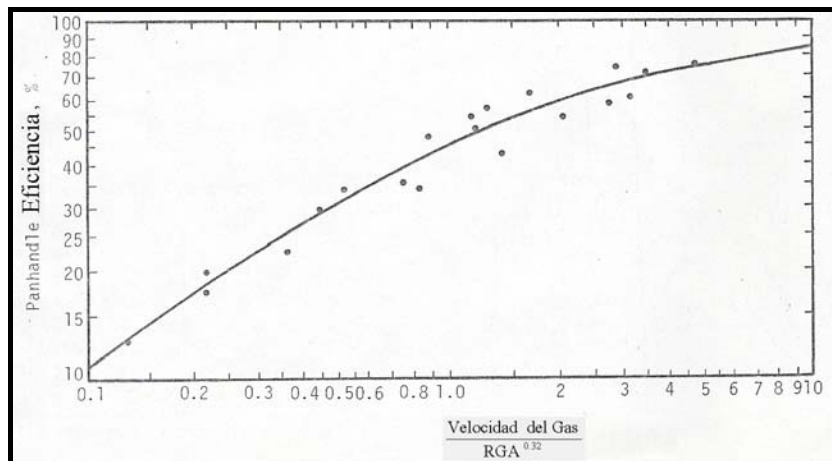


Figura 5.1. Correlación de eficiencia (Flanigan)

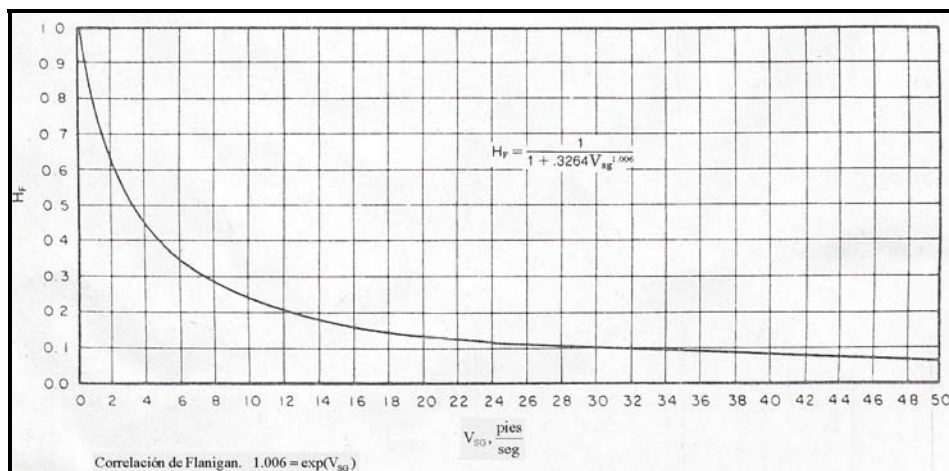


Figura 5.2. Correlación de Flanigan

5.2.2 Correlación de Beggs y Brill

Beggs y Brill condujeron una investigación experimental de dos fases, flujo de gas-líquido en tuberías inclinadas para determinar que efecto tiene el ángulo de inclinación en el colgamiento del líquido y las pérdidas de presión.

El estudio experimental consistió en mediciones de colgamiento del líquido y caídas de presión en tuberías de 1 y 1.5 pulgadas de diámetro interno. Los fluidos usados fueron aire y agua con flujos de variaron de 0 a 4 pies³/min . De líquido y de 0 a 300 Mpies³/dia gas. Los datos tomados fueron para las inclinaciones de ángulos de: ± 90°, ± 85°, ± 75°, ± 55°, ± 35°, ± 20°, ± 15°, ± 10°, ± 5° y 0° a partir de la horizontal.

Las correlaciones empíricas fueron desarrolladas para el colgamiento del líquido y factor de fricción como función de las propiedades de flujo y ángulo de inclinación. El colgamiento del líquido es fuertemente influenciado por el ángulo de inclinación y el factor de fricción es influenciado por el colgamiento del líquido. Se desarrollaron diferentes correlaciones para el colgamiento cerca de los tres regímenes de flujo. La correlación del factor de fricción se hizo para ser independiente del régimen de flujo, pero requiere de un valor para del colgamiento del líquido.

Beggs y Brill llegaron a las siguientes conclusiones.

- a) El ángulo de inclinación de una tubería con flujo de dos fases, ocurren efectos de colgamiento de líquido y caídas de presión.
- b) En el flujo inclinado de dos fases, el máximo colgamiento del líquido es con un ángulo aproximado de +50° y el mínimo aproximadamente -50° respecto a la horizontal. El hecho de que el colgamiento sea aproximadamente igual en los ángulos de +90° y +20° explica por que las correlaciones de colgamiento vertical pueden ser usadas para algunos grados de flujo horizontal.
- c) La recuperación de presión cuesta abajo en la sección de la tubería con dos fases que esta sobre el terreno existe y puede ser considerada en el diseño de la tubería.

Procedimiento del cálculo:

La ecuación para determinar el gradiente de presión es:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{\left[\frac{g}{g_c} \cdot \rho_m \cdot \text{sen } \theta + \frac{f_T \cdot G_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d} \right]}{144 \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot p \cdot (144)} \right]} \quad (5.6)$$

$$\rho_m = \rho_L \cdot H_L + \rho_g \cdot (1 - H_L) \quad (5.7)$$

1. Comenzando con la p₁ conocida, se estima el valor de la caída de presión Δp. (si esta es cuesta abajo).

2. Calcula la presión media en el intervalo.

$$\begin{aligned} \bar{p} &= p_1 + \frac{\Delta p}{2}, \text{ si } p_1 \text{ es la presión corriente abajo.} \\ \bar{p} &= p_1 - \frac{\Delta p}{2}, \text{ si } p_1 \text{ es la presión corriente arriba.} \end{aligned} \quad (5.8)$$

3. Con el análisis pVT o correlación apropiada, calcular:

$$R_s, B_o, B_w, \mu_o, \mu_w, \mu_g, \sigma_o, \sigma_w, Z_g \text{ a } \bar{T} \text{ y } \bar{p}.$$

4. Calcular el densidad relativa del aceite γ_o :

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + \text{°API}} \quad (5.9)$$

5. Calcular las densidades del líquido y gas en lb_m/pie³ a condiciones de \bar{T} y \bar{p} .

$$\rho_L = \rho_o \cdot \left(\frac{1}{1 + \text{WOR}} \right) + \rho_w \cdot \left(\frac{\text{WOR}}{1 + \text{WOR}} \right) = \rho_o \cdot f_o + \rho_w \cdot f_w \quad (5.10)$$

$$\rho_o = \frac{350 \cdot \gamma_o + 0.0764 \cdot R_s \cdot \gamma_g}{5.615 \cdot B_o} \quad (5.11)$$

$$\rho_w = \frac{350 \cdot \gamma_w}{5.615 \cdot B_w} \quad (5.12)$$

$$\rho_g = \frac{0.0764 \cdot \gamma_g \cdot \bar{p} \cdot (520)}{(14.7) \cdot (T + 460) \cdot Z_g} \quad (5.13)$$

6. Calcular los gastos de gas y líquido a condiciones de escurrimiento.

$$q_g = \frac{3.27 \times 10^{-7} \cdot Z_g \cdot q_o \cdot (R - R_s) \cdot (T + 460)}{\bar{p}} \quad (5.14)$$

$$q_L = 6.49 \times 10^{-5} \cdot (q_o \cdot B_o + q_w \cdot B_w) \quad (5.15)$$

Donde: q_L y q_g = pies³/seg

7. Calcular las velocidades superficiales del gas, líquido y la mezcla:

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot q_L}{Ap} \quad (5.16)$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot q_g}{Ap} \quad (5.17)$$

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} \quad (5.18)$$

8. Calcular el flujo total de gasto másico del líquido y gas.

$$G_L = \rho_L \cdot v_{sL} \quad (5.19)$$

$$G_g = \rho_g \cdot v_{sg} \quad (5.20)$$

$$G_m = G_L + G_g \quad (5.21)$$

9. Calcular el contenido de líquido de entrada. (colgamiento sin resbalamiento)

$$\lambda = \frac{q_L}{q_L + q_g} \quad (5.22)$$

10. Calcular el número de Froude, N_{FR} , la viscosidad del líquido, la viscosidad de la mezcla, μ_m y la tensión superficial, σ_L .

$$N_{FR} = \frac{v_m^2}{g \cdot \frac{d}{12}} \quad (5.23)$$

$$\mu_L = \mu_o \cdot \left(\frac{1}{1 + WOR} \right) + \mu_w \cdot \left(\frac{WOR}{1 + WOR} \right) = \mu_o \cdot f_o + \mu_w \cdot f_w \quad (5.24)$$

$$\mu_m = (\mu_L \cdot \lambda + \mu_g \cdot (1 - \lambda)) \quad (5.25)$$

$$\sigma_L = \sigma_o \cdot \left(\frac{1}{1 + WOR} \right) + \sigma_w \cdot \left(\frac{WOR}{1 + WOR} \right) = \sigma_o \cdot f_o + \sigma_w \cdot f_w \quad (5.26)$$

11. Calcular el Número de Reynolds sin resbalamiento y el número de velocidad del líquido.

$$N_{Rens} = \frac{G_m \cdot \frac{d}{12}}{\mu_m \cdot 6.72 \times 10^{-4}} \quad (5.27)$$

$$N_{LV} = 1.938 \cdot v_{sL} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.25} \quad (5.28)$$

12. Para determinar el patrón de flujo que existe en el flujo horizontal, calcular los parámetros correlacionados L_1 , L_2 , L_3 , y L_4 .

$$L_1 = 316 \cdot \lambda^{0.302} \quad (5.29)$$

$$L_2 = 0.0009252 \cdot \lambda^{-2.4684} \quad (5.30)$$

$$L_3 = 0.10 \cdot \lambda^{-1.4516} \quad (5.31)$$

$$L_4 = 0.5 \cdot \lambda^{-6.738} \quad (5.32)$$

13. Determinar el patrón de flujo usando los siguientes límites de la tabla 5.1.

Tabla 5.1. Límites de los patrones de flujo por Beggs y Brill.

Segregado	$\lambda < 0.01$ y $N_{FR} < L_1$ ó $\lambda \geq 0.01$ y $N_{FR} < L_2$
Transición	$\lambda \geq 0.01$ y $L_2 < N_{FR} \leq L_3$
Intermitente	$0.01 \leq \lambda < 0.4$ y $L_3 < N_{FR} \leq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $L_3 < N_{FR} \leq L_4$
Distribuido	$\lambda < 0.4$ y $N_{FR} \geq L_1$ ó $\lambda \geq 0.4$ y $N_{FR} > L_4$

14. Calcular el colgamiento horizontal, $H_L(0)$. Si el patrón de flujo es transición, es necesario interpolar entre los valores de flujo segregado y el intermitente.

$$H_L(0) = \frac{a \cdot \lambda^b}{(N_{FR})^c} \quad (5.33)$$

Donde a, b y c son determinados para cada patrón de flujo de la tabla 5.2.

Tabla 5.2. Coeficientes para determinar el colgamiento según el patrón de flujo.

Patrón de Flujo	a	b	c
Segregado	0.98	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

15. Calcular el coeficiente del factor de corrección por inclinación.

$$C = (1 - \lambda) \cdot \ln(d \cdot \lambda^e \cdot (N_{LV})^f \cdot (N_{FR})^g) \quad (5.34)$$

Donde d, e, f y g se determinan para cada condición de flujo de la tabla 5.3:

Tabla 5.3. Coeficientes para la corrección por inclinación.

Patrón de Flujo	d	e	f	g
Segregado ascendente	0.011	- 3.768	3.539	- 1.614
Intermitente ascendente	2.96	0.305	- 0.4473	0.0978
Distribuido ascendente	Sin Corrección (C = 0)			
Todos los patrones de flujo descendente	4.70	- 0.3692	0.1244	- 0.5056

16. Calcular el factor de corrección del colgamiento de líquido debido a la inclinación:

$$\psi = 1 + C \cdot (\text{sen}(1.8 \cdot \theta) - 0.333 \cdot \text{sen}^3(1.8 \cdot \theta)) \quad (5.35)$$

17. Calcular la densidad de la mezcla ecuación (5.7) y el colgamiento de líquido corregido $H_L(\theta)$ con:

$$H_L(\theta) = (H_L(0)) \cdot \psi \quad (5.36)$$

18. Calcular la relación del Factor de Fricción de las dos fases (f_T) con respecto al Factor de Fricción sin resbalamiento (f_{ns}).

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S, \quad (5.37)$$

Donde:

$$S = \left\{ \frac{\ln(y)}{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(y) - 0.8725 [\ln(y)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(y)]^4} \right\} \quad (5.38)$$

Y:

$$y = \frac{\lambda}{[H_L(\theta)]^2} \quad (5.39)$$

S se indetermina en un punto del intervalo $1 < y < 1.2$; para “y” en este intervalo, la función S se calcula de:

$$S = \ln(2.2 \cdot y - 1.2) \quad (5.40)$$

19. Calcular el Factor de Fricción sin considerar el resbalamiento.

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \cdot \log \left(\frac{N_{Rens}}{4.5223 \cdot \log N_{Rens} - 3.8215} \right) \right]^2} \quad (5.41)$$

20. Calcular el factor de fricción de las dos fases.

$$f_T = f_{ns} \cdot \frac{f_T}{f_{ns}} \quad (5.42)$$

21. Calcular:

$$\Delta p = \frac{\Delta L \cdot \left(\frac{g}{g_c} \cdot \rho_m \cdot \text{sen } \theta + \frac{f_T \cdot G_m \cdot v_m \cdot 12}{2 \cdot g_c \cdot d} \right)}{(144) \cdot \left[1 - \frac{\rho_m \cdot v_m \cdot v_{sg}}{g_c \cdot p \cdot (144)} \right]} \quad (5.43)$$

Si el valor supuesto en el paso 1 y el calculado en el paso 21 no son suficientemente cercanos, el valor calculado es tomado como el nuevo valor supuesto de Δp y el procedimiento se repite hasta que los valores sean iguales. Este procedimiento se repite hasta estimar y calcular los valores de Δp .

5.3 Ejemplos.

5.3.1 Método Flanigan

Dados los siguientes datos:

$$\begin{aligned} d &= 2 \text{ pg.} \\ E &= \text{Eficiencia de Panhandle, \%} \\ L &= 1500 \text{ pies} \\ P_1 &= 850 \text{ psia.} \\ RGL &= 1000 \text{ pie}^3/\text{bl.} \\ q_L &= 2000 \text{ bpd} \\ \gamma_w &= 1.07 \\ \sigma_w &= 66.7 \text{ dinas/cm} \\ \mu_g &= 0.015 \text{ cp} \quad \text{a} \quad T = 120 \text{ }^\circ\text{F} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_L &= 1.0 \text{ cp} \\ \rho_L &= 66.7 \text{ lbm/pie}^3 \\ \gamma_g &= 0.65\end{aligned}$$

# Colina	altura
1	
2	15
3	10
4	160
5	100
6	55

En este ejemplos solo se mostrará los efectos de las colinas y la pérdida de presión total no será calculada.

1. Calcular V_{sg} .

$$q_g = \frac{(1000)(2000)}{86400} = 23.1481 \frac{\text{pie}^3}{\text{seg}}$$

Suponiendo $p_2 = 650 \text{ psia}$
 Tenemos $\bar{p} = 750 \text{ psia}$
 $\bar{Z} = 0.9$

$$q_g = (23.1481) \left(\frac{14.7}{750} \right) \left(\frac{120 + 460}{520} \right) \left(\frac{0.9}{1} \right) = 0.4554 \frac{\text{pie}^3}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{q_g}{A_p} = \frac{0.4554}{\frac{\pi(2)^2}{4(144)}} = 20.874 \frac{\text{pie}^3}{\text{seg}}$$

2. De la figura 5.2

$$H_F = 0.13$$

Por efecto de las colinas:

$$\Delta P = \frac{(66.7)(0.13)(60)(6)}{144} = 21.6775 \text{ psi}$$

Se calculará la pérdida de presión por fricción para 1500 pies por el método de Eaton (del mismo ejemplo al del capítulo 4).

Δp por el método de Eaton = 580 psia

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = 850 - 580 = 270 \text{ psia}$$

Entonces la pérdida total es = $270 + 21.6775 = 291.6775$ psia

Finalmente la presión corriente abajo $p_2 = 850 - 291.6775 = 558.3225$ psia

5.3.2 Método Beggs y Brill

Datos:

$q_o = 7140$ bpd @ c.s.	$\rho_o = 20^\circ$ API
$q_g = 2.57 \times 10^6$ pies ³ /dia	$\gamma_g = 0.70$
$d = 12$ pg	$R = 360$ pies ³ /bl @ c.s
$L = 1$ milla = 5280 pies	$\theta = 3^\circ$
$p_1 = 425$ psia	$\bar{T} = 90^\circ$ F

1. Comenzando con la p_1 conocida, se estima el valor de la caída de presión (si ésta es cuesta abajo).

$$\Delta p = 100 \text{ psig}$$

- 2.

$$\bar{p} = 425 - 50 = 375 \text{ psia.}$$

3. Las propiedades de los fluidos se calcularon con las ecuaciones vistas en el capítulo 1.

$$R_s = 51.3871 \quad B_o = 1.0279 \quad \mu_o = 4.2 \text{ cp}$$

$$\mu_g = 0.0113 \quad \sigma_o = 25.2504 \quad Z_g = 0.9413.$$

4. La densidad relativa del aceite γ_o :

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 20} = 0.9340$$

5. Calcular las densidades del líquido y gas a condiciones de \bar{T} y \bar{p} .

$$\rho_o = \frac{(350 \cdot 0.9340) + ((0.0764)(51.3871)(0.70))}{5.615 \cdot 1.0279} = 57.1146 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$\rho_g = \frac{(0.0764)(0.70)(375)(520)}{(14.7)(90 + 460)(0.9413)} = 1.3703 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

6. Calcular los gastos de gas y líquido a condiciones de escurrimiento

$$q_g = \frac{(3.27 \times 10^{-7})(0.9413)(7140)(360 - 51.3871)(90 + 460)}{375} = 0.9948 \frac{\text{pie}^3}{\text{seg}}$$

$$q_L = (6.49 \times 10^{-5})(7140)(1.0279) = 0.4763 \frac{\text{pie}^3}{\text{seg}}$$

7. Las velocidades superficiales del gas, líquido y la mezcla son:

$$v_{sL} = \frac{144 \cdot 0.4763}{\frac{\pi(12)^2}{4}} = 0.6065 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

$$v_{sg} = \frac{144 \cdot 0.9948}{\frac{\pi(12)^2}{4}} = 1.2666 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

$$v_m = 0.6065 + 1.2666 = 1.8730 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

8.

$$G_L = (57.1146)(0.6065) = 34.6378 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

$$G_g = (1.3703)(1.2666) = 1.7356 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

$$G_m = 34.6378 + 1.7356 = 36.3734 \text{ lb}_m/\text{seg} - \text{pie}^2$$

9.

$$\lambda = \frac{0.4763}{0.4763 + 0.9948} = 0.3238$$

10. Calcular el número de Froude, N_{FR} , la viscosidad del líquido, la viscosidad de la mezcla, μ_m y la tensión superficial, σ_L .

$$N_{FR} = \frac{1.8730^2}{32.2 \cdot \frac{12}{12}} = 0.1090$$

$$\mu_m = [(4.2)(0.3238) + (0.0113)(1 - 0.3238)] = 1.3676 \text{ cp}$$

$$\sigma_L = \sigma_o = 25.2504 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$$

11.

$$N_{Rens} = \frac{36.3734 (1)}{(1.3676)(6.72 \times 10^{-4})} = 39,578.1539$$

$$N_{LV} = (1.938)(0.6065) \left(\frac{57.1146}{25.2504} \right)^{0.25} = 1.4414$$

12. Los parámetros correlacionados, L_1 , L_2 , L_3 , y L_4 son :

$$L_1 = (316)(0.3238)^{0.302} = 224.73$$

$$L_2 = (0.0009252)(0.3238)^{-2.4684} = 0.015$$

$$L_3 = (0.10)(0.3238)^{-1.4516} = 0.5139$$

$$L_4 = (0.5)(0.3238)^{-6.738} = 997.0676$$

13. Dado que $\lambda \geq 0.01$ y $L_2 < N_{FR} \leq L_3$:

El patrón de flujo determinado usando la tabla 5.1 fue "Transición".

14. Debido a que el patrón de flujo es transición se tendrá que interpolar para obtener el colgamiento.

Calculando el colgamiento para el patrón de flujo segregado tenemos que:

$$H_L(0) = \frac{(0.98)(0.3238)^{0.4846}}{(0.1090)^{0.0868}} = 0.6878$$

Ahora calculando el colgamiento para el flujo intermitente tenemos:

$$H_L(0) = \frac{(0.845)(0.3238)^{0.5351}}{(0.1090)^{0.0173}} = 0.4802$$

Como el colgamiento se encuentra entre estos dos valores, tomaremos el valor de:

$$H_L(0) = 0.58$$

15. El coeficiente del factor de corrección por inclinación es:

$$C = (1 - 0.3238) \ln \left((2.96)(0.3238)^{0.305} (1.4414)^{0.4473} (0.1090)^{0.0978} \right) = 0.2441$$

16. Calcular el factor de corrección del colgamiento de líquido debido a la inclinación:

$$\psi = 1 + (0.2441) (\sin(1.8(3)) - (0.333) \sin^3(1.8(3))) = 1.0227$$

17. El colgamiento de líquido corregido y la densidad de la mezcla es:

$$H_L(\theta) = (0.58)(1.0227) = 0.5932$$

$$\rho_m = (57.1146)(0.5932) + (1.3703)(1 - 0.5932) = 34.4378 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

18.

$$y = \frac{0.3238}{[0.5932]^2} = 0.9202$$

$$\ln(y) = \ln(0.9202) = -0.08316$$

$$S = \left\{ \frac{-0.08316}{-0.0523 + 3.182 \cdot (-0.08316) - 0.8725 [-0.08316]^2 + 0.01853 \cdot [-0.08316]^4} \right\} = 0.2575$$

$$\frac{f_T}{f_{ns}} = e^S = e^{0.2575} = 1.2937$$

19. Calcular el Factor de Fricción sin considerar el resbalamiento.

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{39578.1539}{(4.5223) \log(39578.1539) - 3.8215} \right) \right]^2} = 0.0220$$

20. El factor de fricción de las dos fases:

$$f_T = (0.0220)(1.2937) = 0.0285$$

21. Calcular:

$$\Delta p = \frac{5280 \left(1(57.1146)(0.0523) + \frac{(0.0285)(36.3734)(1.8730)(12)}{(2)(32.174)(12)} \right)}{(144) \left[1 - \frac{(57.1146)(1.8730)(1.2666)}{(32.174)(375)(144)} \right]} = 110.6418 \text{ psia}$$

Este valor es cercano al estimado al Δp , entonces la presión a la salida es

$$p_1 - \Delta p = 425 - 110 = 315 \text{ psia}$$

5.4 Modelos Mecanísticos

Es común que muchos de los conceptos y correlaciones que originalmente fueron desarrollados para su aplicación dentro de la ingeniería petrolera, sean generalizados para su empleo con otros fluidos diferentes al aceite y gas natural, lo que ha favorecido que tengan actualmente diversas áreas de aplicación y una amplia investigación sobre el tema (líneas de conducción de petróleo y gas de gran distancia, la explotación de la energía geotérmica, la producción de petróleo y gas en plataformas marinas, la investigación sobre explotación de recursos de los suelos marinos, etc.).

Debido a la complejidad del proceso se han hecho correlaciones empíricas en el cual se encuentre una aproximación a la solución del problema; estas correlaciones han contribuido al diseño de los sistemas de flujo multifásico. Las correlaciones, sin embargo, fueron diseñadas inicialmente a partir de experimentos prácticos, usualmente sin ninguna base física, que aunque con ayuda de las computadoras, no lograron dar soluciones a varios problemas, sobre todo a aquellos que involucran variables tales como los gastos de operación, la geometría de flujo y las propiedades de los fluidos.

La tecnología del flujo multifásico fue tomando importancia y se llegó a la conclusión de que requeriría de un análisis combinado de los aspectos teóricos y experimentales, para lograr un mejor entendimiento de los mecanismos dinámicos complejos existentes en el flujo multifásico, dando así la pauta al desarrollo de los modelos mecanísticos.

Los modelos mecanísticos son modelos realistas de una parte de un determinado sistema natural o de un comportamiento determinado. En estos modelos existe una relación de correspondencia entre las variables del modelo y los observables del fenómeno natural modelado.

Los modelos mecanísticos consisten básicamente en el planteamiento de un modelo físico simplificado del problema, al que se le aplica un análisis matemático, desarrollando las ecuaciones que representan el fenómeno, introduciendo el mayor número de variables de control que permitan las simplificaciones. De esta manera, al sustentarse estos modelos en teorías previamente establecidas, es posible tener mejor control sobre dichas variables y además los rangos de éstas sólo estarán limitados por las simplificaciones planteadas por el modelo mismo.

La gran ventaja sobre los modelos tradicionales es que, cuando esto se consigue, es posible realizar una experimentación intensiva, sistemática y automatizable sobre el modelo en vez de sobre el sistema natural.

NOTA: Para éste tema de Modelos Mecánicos las variables de las ecuaciones tendrán que estar en unidades consistentes y su nomenclatura se indicará en su momento.

5.4.1 Modelo para predecir la transición de los patrones de flujo según Xiao

Para este trabajo se implantó el modelo de Xiao utilizando la teoría de Barnea (1987), para abarcar todo el rango de inclinación, pero se valida solamente para inclinaciones de $\pm 45^\circ$. Se utiliza la teoría de Chen (1996) para la determinación del factor de fricción interfacial en flujo estratificado y la de Fabre y Line (1994) para la determinación de la velocidad de traslación en flujo intermitente.

Transición Estratificado – No Estratificado

Se utiliza la teoría de Taitel y Dukler (1976) basada en la de Kelvin-Helmholtz, que analiza la estabilidad de ondas finitas en tuberías. La ecuación que predice satisfactoriamente la transición estratificado–intermitente es:

$$v_g > \left(1 - \frac{h_L}{d}\right) \left[\frac{(\rho_L - \rho_g)g \cdot A_g \cdot \cos \theta}{\rho_g \left(\frac{\partial A_L}{\partial h_L}\right)} \right]^{0.5} \quad (5.44)$$

Donde todas las variables deben estar en unidades consistentes:

$\partial A_L / \partial h_L$ = diferencial de A_L con respecto a h_L

h_L = nivel de líquido

A_L = área de la sección transversal ocupada por líquido

A_g = área de la sección transversal ocupada por gas

d = diámetro de la tubería o diámetro hidráulico

g = aceleración de la gravedad

ρ_L = densidad del líquido

ρ_g = densidad del gas

v_g = velocidad del gas

θ = ángulo de inclinación, positivo hacia arriba

Transición Intermitente – Anular

Cuando las ondas son inestables, el flujo puede cambiar ya sea a flujo intermitente o a anular, dependiendo si existe o no el suficiente suministro de líquido.

El nivel crítico propuesto en el modelo de Taitel y Dukler (1976) fue de una fracción de 0.5, y luego fue modificado por Barnea y colaboradores (1982), para tomar en cuenta la posible fracción de vacío en el bache de líquido cerca de la transición. Este criterio de transición está dado por:

$$\frac{h_L}{d} < 0.35 \quad (5.45)$$

Transición Intermitente – Burbuja o Burbujas Dispersas

Considera que los mecanismos que gobiernan esta transición son por un lado, el proceso de turbulencia el cual separa las burbujas de gas evitando su coalescencia, y por otro, los efectos de la fuerza de tensión superficial actuando para preservar la configuración de flujo burbuja. El criterio de transición es expresado como:

$$v_L > \left[\frac{4 \cdot A_g \cdot g \cdot \cos \theta}{S_i \cdot f_L} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_L} \right) \right]^{0.5} \quad (5.46)$$

Donde:

S_i = perímetro mojado de la interfase

f_L = factor de fricción de Fanning

Transición Estratificado Liso–Estratificado Ondulado

Las ondas pueden desarrollarse debido al esfuerzo interfacial o como resultado de la inestabilidad debida a la acción de la gravedad. Para ondas inducidas por el efecto de venteo sobre la interfase, Taitel y Dukler proponen el siguiente criterio:

$$v_g > \left[\frac{4 \cdot \mu_L (\rho_L - \rho_g) g \cdot \cos \theta}{C_e \cdot \rho_L \cdot \rho_g \cdot v_L} \right]^{0.5} \quad (5.47)$$

Andritsos y Hanratty (1987) mostraron que un valor del coeficiente de entrapamiento de $C_e = 0.06$ se ajusta mejor a los datos experimentales.

Por otro lado se ha observado que para el caso de flujo inclinado descendente es posible la generación de ondas por efecto de la fuerza de gravedad, aún sin el efecto de la corriente de flujo de gas, Barnea y colaboradores (1982) plantearon el criterio como:

$$F_r = \frac{v_L}{(g \cdot h_L)^{0.5}} > 1.5 \quad (5.48)$$

Donde F_r es el número de Froude de la fase líquida.

5.4.2 Modelo para predecir la transición de los patrones de flujo según Barnea

Barnea (1987), utilizó los siguientes criterios y mecanismos para identificar y modelar las principales fronteras de transición entre los patrones de flujo.

Transición para Burbuja o Burbuja Dispersa

El mecanismo para burbuja dispersa primero sugerida por Taitel y colaboradores (1980), para flujo vertical ascendente y posteriormente modificado por Barnea (1986), para tomar en cuenta el ángulo de inclinación tiene como resultado:

$$D_C \geq \left[0.725 + 4.15 \left(\frac{v_{gs}}{v_m} \right)^{0.5} \right] \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{0.6} \left(\frac{2 \cdot f_m \cdot v_m^3}{d} \right)^{-0.4} \quad (5.49)$$

Donde todas las variables deben estar en unidades consistentes:

D_C = diámetro de la burbuja en el límite de transición o diámetro máximo

f_m = factor de fricción basado en la velocidad de la mezcla

v_m = velocidad de la mezcla

v_{gs} = velocidad de la burbuja de gas

σ = tensión superficial

d = diámetro de la tubería o diámetro hidráulico

La frontera de transición es válida para $0 < \alpha_g < 0.52$, ya que en el límite superior se alcanza la máxima densidad de empaquetamiento volumétrico de las burbujas y la coalescencia ocurre aún a altos niveles de turbulencia. Esta condición puede expresarse como:

$$v_{sL} = v_{gs} \cdot \frac{1 - \alpha_g}{\alpha_g} \quad (5.50)$$

Donde:

α_g = fracción de vacío = $(1 - H_L) = 0.52$

v_{sL} = velocidad superficial del líquido

El valor de D_C es tomado como el más pequeño entre D_{CD} y D_{CB} .

$$D_{CD} = 2 \cdot \left(\frac{0.4 \cdot \sigma}{\rho_L - \rho_g} \right)^{0.5} \quad (5.51)$$

$$D_{CB} = \frac{3}{8} \cdot \left[\frac{\rho_L}{(\rho_L - \rho_g)} \right] \cdot \left(\frac{f_m \cdot v_m^2}{g \cdot \cos \theta} \right) \quad (5.52)$$

Donde:

D_{CD} = tamaño de burbuja crítica arriba del cual la burbuja es deformada

D_{CB} = tamaño de burbuja crítica abajo del cual se previene la migración de las burbujas a la parte superior

Transición Estratificado – No Estratificado

Taitel y Dukler consideran flujo estratificado con ondas finitas en la superficie sobre el cual fluye gas, y como el gas se acelera sobre la cresta de la onda, la presión en la fase gas disminuye debido al efecto de Bernoulli y la onda tiende a crecer.

Para inclinaciones ascendentes despreciables, el flujo estratificado se encoge substancialmente y prácticamente desaparece para ángulos de inclinación de 30° . Para cambios de inclinación descendente se tiene un efecto profundo en el régimen de flujo estratificado, ya que se expande considerablemente a medida que el ángulo de inclinación incrementa hasta ángulos grandes aproximadamente 80° , para desaparecer totalmente a ángulos cercanos a -90° . Este criterio puede expresarse en términos adimensionales como:

$$F_r^2 \left[\frac{\bar{v}_g^2 \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{(1-h_L)^2 A_g} \right] \geq 1 \quad (5.53)$$

Donde F_r es el número de Froude modificado expresado por:

$$F_r = \left(\frac{\rho_g}{\rho_L - \rho_g} \right)^{0.5} \cdot \left(\frac{v_{gS}}{(d \cdot g \cdot \cos \theta)^{0.5}} \right) \quad (5.54)$$

Transición Estratificado – Anular

A altos ángulos de inclinación descendentes aproximadamente -80° , el nivel de líquido es pequeño y la velocidad real del líquido es alta, bajo estas condiciones puede ocurrir la separación de gotas de líquido desde la interfase turbulenta, de tal manera que al depositarse sobre la pared superior, forma alrededor de la pared una película anular.

La transición para flujo anular dada por Barnea es:

$$v_L^2 > \frac{g \cdot d(1-\bar{h}_L) \cos \theta}{f_L} \quad (5.55)$$

O en términos adimensionales por:

$$Z = \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{LS}}{\rho_L \cdot g \cdot \cos \theta} \geq 2 \left(\frac{\bar{A}_L}{A}\right)^2 (1 - \bar{h}_L) \frac{f_{LS}}{f_L} \quad (5.56)$$

Donde:

f_L = factor de fricción de la fase líquida empleando el diámetro del líquido y la velocidad real del líquido

f_{LS} = factor de fricción considerando que solo fluye líquido

$(\partial p / \partial x)_{LS}$ = gradiente de presión si fluyera solo líquido

Transición Anular – Intermitente

Esta transición se supone que ocurre cuando el núcleo de gas es bloqueado en cualquier lugar por la fase líquida. El bloqueo del núcleo de gas se puede deber a dos posibles mecanismos:

- a) Inestabilidad de la película de líquido, debido al descenso parcial del líquido cerca de la pared causando el bloqueo en la entrada.
- b) Bloqueo del núcleo de gas como resultado de un suministro grande de líquido en la película, suficiente para formar y mantener estable un puente de líquido

En este modelado se determinó que la inestabilidad de la película de líquido en flujo anular se obtiene de la solución simultánea de las siguientes expresiones adimensionales:

$$Y = \frac{1 + 75 \cdot H_L}{(1 - H_L)^{2.5} H_L} - \frac{X}{H_L^3} \quad (5.57)$$

$$Y \geq \frac{2 - \frac{3}{2} H_L}{H_L^3 \left(1 - \frac{3}{2} H_L\right)} X^2 \quad (5.58)$$

Donde:

$$X = \left(\frac{4}{d} f_{LS} \frac{\rho_L \cdot v_{LS}^2}{2} \right)^{0.5} = \left(\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{LS}}{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{gS}} \right)^{0.5} \quad (5.59)$$

$$Y = \frac{(\rho_L - \rho_g)g \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{gs}} \quad (5.60)$$

Siendo:

$(\partial p / \partial x)_{LS}$ = gradiente de presión si fluyera sólo líquido

$(\partial p / \partial x)_{gs}$ = gradiente de presión si fluyera sólo gas

f_{gs} = factor de fricción considerando que sólo fluye gas

De la ecuación (5.57) se obtiene la solución para flujo permanente del colgamiento de líquido, y de la ecuación (5.58) se obtiene la condición de inestabilidad de la película del colgamiento de líquido.

La condición para bloqueo del núcleo gaseoso por alto suministro de líquido es:

$$\frac{A_L}{A \cdot H_{bm}} = \frac{H_L}{H_{bm}} \geq 0.5 \quad (5.61)$$

Donde H_{bm} es el colgamiento mínimo de líquido dentro del bache de líquido formado para permitir el puente del paso del gas, este valor mínimo está relacionado al empaquetamiento volumétrico máximo de la burbuja en el bache de líquido, es igual aproximadamente a 0.48. Valores más bajos de 0.5 hacen imposible el bacheamiento, debido a la alta fracción de vacío.

Subregiones en Flujo Estratificado

Los criterios para flujo estratificado liso y estratificado ondulado son los mismos a los utilizados en el modelo de Xiao (1990), pero para el rango completo del ángulo de inclinación.

Subregiones en Flujo Intermitente

El flujo intermitente generalmente es dividido en flujo tapón o burbuja alargada, flujo bache y flujo caótico (según Barnea). Básicamente estos tres tipos de flujo tienen la misma configuración respecto a la distribución de ambas fases, es decir, la presencia de baches de líquidos seguidos de largas burbujas de gas en forma de bala.

En flujo bache, el cuerpo de líquido contiene pequeñas burbujas de gas. El flujo tapón se considera como el caso límite de flujo bache, cuando el bache de líquido está libre de burbujas (según Barnea y Brauner), mientras que el flujo caótico se presenta cuando la fracción de vacío en el cuerpo de líquido alcanza un valor máximo, arriba del cual se presenta el colapso ocasional del bache de líquido.

Barnea y Brauner (1985) propusieron un modelo físico para la predicción del colgamiento de líquido en el cuerpo del bache α_{gb} , sugiriendo que la fracción de vacío dada por la transición del flujo burbujas dispersas ecuación (5.49), es el máximo valor que

el bache de líquido podría contener en forma de burbujas dispersas, a una velocidad de la mezcla dada, resultando α_{gb} de esta misma ecuación como:

$$\alpha_{gb} = 1 - H_b = 0.058 \left[d_c \left(\frac{2 \cdot f_m \cdot v_m^3}{d} \right)^{0.4} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.6} - 0.725 \right]^2 \quad (5.62)$$

Donde H_b es el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache.

Según Barnea y Brauner para $\alpha_{gb} = 0$ se obtiene la transición tapón – bache, mientras que según Brauner y Barnea, para $\alpha_{gb} = 0.52$ se obtiene la transición bache a caótico.

5.4.3 Caracterización hidrodinámica de los patrones de flujo

Después de calcular el patrón de flujo a partir de las condiciones de operación, es necesario determinar las características hidrodinámicas para el patrón de flujo determinado, por eso se desarrollan modelos separados.

5.4.3.1 Modelo para flujo estratificado

En el flujo estratificado, la gravedad causa que líquido fluya en el fondo de la tubería y el gas en la parte superior como se muestra en la figura 5.3. La fase líquida puede ser laminar o turbulenta, la fase gas es generalmente turbulenta.

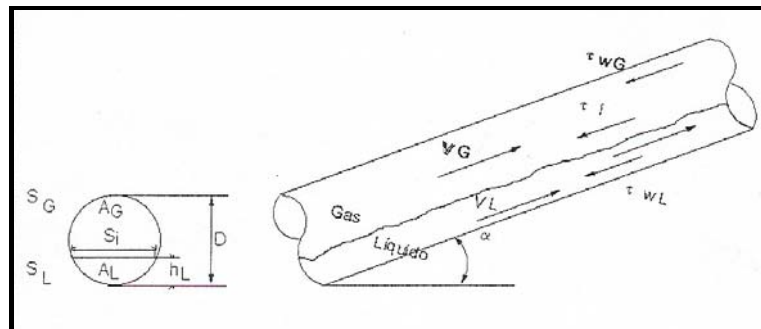


Figura 5.3. Modelo físico estratificado, Xiao (1990).

Debido al esfuerzo inducido por el flujo de la fase gas y el efecto de la gravedad en la fase líquida, la interfase puede ser suave u ondulada y conforme se incrementa la velocidad del gas y el flujo se acerca a la transición estratificado - anular. Pueden generarse gotas de líquido que son atrapadas o arrastradas por la fase gaseosa.

Taitel y Dukler (1976), proponen un modelo mecánico para flujo estratificado gas - líquido en tuberías horizontales y cercanas a la horizontal. En este modelo, la interfase gas - líquido se supone a ser suave y plana, y el factor de fricción interfacial es calculado por el factor de fricción de la pared - gas. Olieras (1987), modificó este modelo separado de

interfase plana de Taitel y Dukler (1976), para describir el flujo ondulado estratificado en la horizontal y cercana a la horizontal.

Chen, X. Cai y James P. Brill (1996), desarrollaron para el factor de fricción interfacial un modelo mecanístico denominado "doble círculo" para predecir el colgamiento del líquido y la caída de presión durante el flujo estratificado ondulado en tuberías horizontales.

El modelo de Taitel y Dukler (1976), mostrado en la figura 5.4, es ampliamente usado para predecir el flujo gas - líquido estratificado ondulado en tuberías horizontales y cercanas a la horizontal, de acuerdo con Andritsos y Hanratty (1987), Cheremisinoff y Davis (1979), Kowalski (1987), Oliemans (1987) y Shoham y Taitel (1984). Este modelo de interfase plana puede desviar ampliamente la configuración interfacial real y causar una baja estimación del área interfacial, la cual puede ser de importancia.

Hammersma - Hart (1987) y Hart - colaboradores (1989) propusieron el modelo de "superficie rugosa aparente", mostrado en la figura 5.4, el cual asume que el perímetro mojado de la pared es cubierto por una capa líquida de espesor constante. Esto no es realista, puesto que la fuerza gravitacional siempre causará que el líquido se acumule mayormente en el fondo que en cualquier otra parte de la tubería.

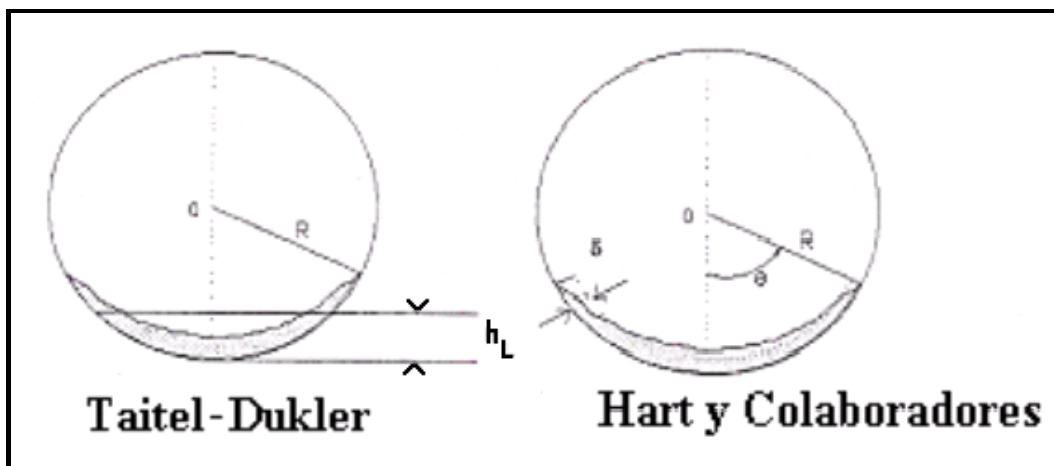


Figura 5.4. Modelos de flujo estratificado ondulado (Taitel – Dukler y Hart).

En el modelo de "doble círculo" mostrado en la Figura 5.5. La interfase gas - líquido es considerada como una porción de un círculo acéntrico, permitiendo así, una situación, más realista en la cual se tenga una concavidad hacia abajo en la interfase.

Fracción de pared húmeda (Θ).

Basados en amplios estudios experimentales del flujo gas-líquido con baja carga de líquido en tuberías horizontales, Hatt y colaboradores (1989) relacionaron la fracción de pared húmeda con el colgamiento de líquido y un Número de Froude líquido modificado:

$$\Theta = 0.52 \cdot H_L^{0.374} + 0.26 \cdot Fr^{0.58} \quad (5.63)$$

Donde:

$$Fr = \frac{\rho \cdot v_L^2}{(\rho_L - \rho_g) \cdot g \cdot d} \quad (5.64)$$

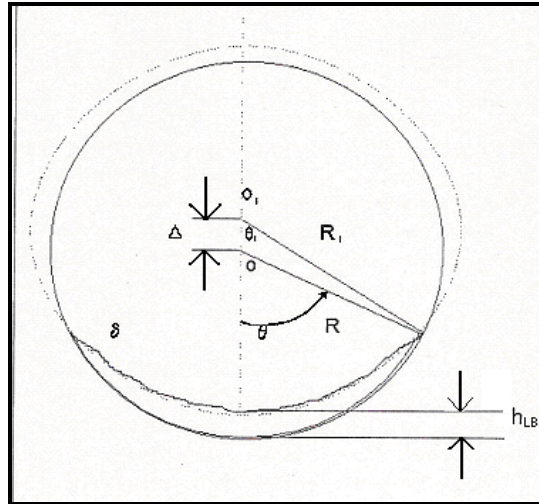


Figura 5.5. Modelo de doble círculo.

Para considerar el ángulo de inclinación, el número de Froude es modificado, obteniéndose la siguiente correlación:

$$Fr = \frac{v \cdot L^2}{\sqrt{\frac{\rho_L}{(\rho_L - \rho_g) \cdot Di \cdot g \cdot \cos^{-1}(R)}}} \quad (5.65)$$

Y los ángulos de pared húmeda son calculados mediante:

$$\Theta = \frac{S_L}{\pi \cdot d} = \frac{\theta}{\pi} \quad (5.66)$$

Donde d es el diámetro de tubería interna, y θ es el ángulo de desviación del extremo de la película de líquido medido desde la línea vertical.

Por aproximación se calcula el valor de θ_i , con la correlación:

$$\theta_i = \left(\frac{\text{sen}(\theta_i)}{\text{sen}(\theta)} \right) \cdot \left(\frac{\text{sen}^2(\theta)}{\tan(\theta_i)} - \frac{\text{sen}(2\theta)}{2} - \pi \cdot H_L \right) \quad (5.67)$$

Y Di se calcula utilizando la correlación:

$$Di = \frac{d \cdot \text{sen}(\theta)}{\text{sen}(\theta_i)} \quad (5.68)$$

Posteriormente se determinan los parámetros geométricos:

$$S_i = \theta_i \cdot D_i \quad (5.69)$$

Donde d y D_i , son los diámetros de los círculos de O y O_i , respectivamente, θ y θ_i , son los ángulos de la película húmeda en los círculos O y O_i , respectivamente, y H_L es el colgamiento del líquido.

Velocidad superficial crítica.

La velocidad superficial del gas crítica para transición a flujo estratificado ondulado V_{Gt} , es calculada usando el criterio de transición propuesto por Taitel y Dukler (1976).

$$V_{gt} = \left(\frac{4 \cdot v_L \cdot (\rho_L - \rho_g) \cdot g}{C_e \cdot \rho_g \cdot v_L} \right)^{0.5} \quad (5.70)$$

Donde V_{gt} es la velocidad del gas real al límite transicional y C_e es el coeficiente de entrapamiento o Sheltering.

Factor de fricción interfacial.

Chen y colaboradores (1996), confirmaron que la interfase gas - líquido generalmente no es plana. La ampliación de la curvatura en la interfase gas - líquido depende principalmente de la velocidad superficial del gas. Con un incremento en la velocidad superficial del gas, la película de líquido en el fondo de la tubería asciende por la pared y la interfase gas - líquido exhibe una configuración cóncava hacia abajo, antes de la presencia del arrastre de las gotas de líquido en la corriente de gas. Por lo tanto, al menos en el patrón de flujo estratificado ondulado, el mecanismo de arrastre y depositación no es la forma para que la película de líquido ascienda por la pared de la tubería.

La película de líquido alcanza la parte superior de la tubería y el flujo anular toma lugar cuando la velocidad superficial del líquido es suficientemente alta.

El factor de fricción interfacial depende principalmente de la característica de la onda interfacial incluyendo amplitud y longitud de la onda interfacial.

El modelo interfase plana de dos fluidos desvía considerablemente la configuración interfacial real durante el flujo estratificado ondulado gas - líquido en tuberías horizontales.

Con el modelo de doble círculo se obtuvo la siguiente correlación para el factor de fricción interfacial:

$$\frac{f_l}{f_g} = 1 + 3.75 \cdot \left(\frac{H_L}{\Theta} \right)^{0.20} \cdot \left(\frac{v_{sg}}{v_{gt}} - 1 \right)^{0.08} \quad (5.71)$$

Los esfuerzos de corte son evaluados como:

$$\tau_g = f_g \cdot \frac{\rho_g \cdot v_g^2}{2} \quad (5.72)$$

$$\tau_L = f_L \cdot \frac{\rho_L \cdot v_L^2}{2} \quad (5.73)$$

$$\tau_i = f_i \cdot \frac{\rho_g \cdot (v_g \cdot v_L)^2}{2} \quad (5.74)$$

Los factores de fricción de Fanning para líquido - pared y gas - pared; f_L y f_g ; respectivamente, se obtienen con:

Para $Re < 2000$

$$f = \frac{16}{Re} \quad (5.75)$$

Y para $Re > 2000$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = 3.48 - 4 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot \varepsilon}{d} + \frac{9.35}{Re \cdot \sqrt{f}}\right) \quad (5.76)$$

Donde ε es la rugosidad absoluta de la tubería, v_g y v_L , son las velocidades reales de las fases gas y líquida, respectivamente, d_g , y d_L son los diámetros hidráulicos.

$$d_g = \frac{4 \cdot A_g}{s_g + s_i} \quad (5.77)$$

$$d_L = \frac{4 \cdot A_L}{s_L} \quad (5.78)$$

Usando la aproximación del modelo de dos fluidos unidimensional, de estado estable y despreciando el cambio de velocidad de fases o de nivel de líquido, de las ecuaciones de momento para ambos fluidos se tiene:

$$-A_L \cdot \left(\frac{dp}{dx}\right) + \tau_i \cdot s_i - \tau_{wL} s_L - A_L \cdot \rho_L \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.79)$$

$$-A_g \cdot \left(\frac{dp}{dx}\right) - \tau_i \cdot s_i - \tau_{wG} s_g - A_g \cdot \rho_g \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.80)$$

Considerando despreciable la tensión superficial y el gradiente hidrostático en la fase líquida, los gradientes de presión en ambas fases son los mismos. Así igualando las ecuaciones anteriores, se llega a la llamada ecuación combinada de momento, en el cual se considera el ángulo de inclinación:

$$\tau_{wL} \cdot \frac{S_L}{A_L} - \tau_{wg} \cdot \left[\left(\frac{S_g}{A_g} \right) + \left(\frac{\tau_i}{\tau_{wg}} \right) \cdot \left(\frac{S_i}{A_L} + \frac{S_i}{A_g} \right) \right] + (\rho_L + \rho_g) \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.81)$$

Eliminando el esfuerzo interfacial de las ecuaciones (5.79) y (5.60), se obtiene la expresión para calcular el gradiente de presión:

$$-\left(\frac{dp}{dx} \right) = \frac{\tau_{wL} \cdot S_L + \tau_{wg} \cdot S_g}{A} + \left(\frac{A_L}{A} \cdot \rho_L + \frac{A_g}{A} \cdot \rho_g \right) \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (5.82)$$

5.4.3.2 Modelo para flujo intermitente

Uno de los más complejos patrones de flujo con características inestables es el flujo bache o intermitente. El flujo de gas - líquido existe en todo el rango de inclinación de la tubería y sobre un amplio rango de gastos de flujo de gas y líquido, como se muestra en la Figura 5.6

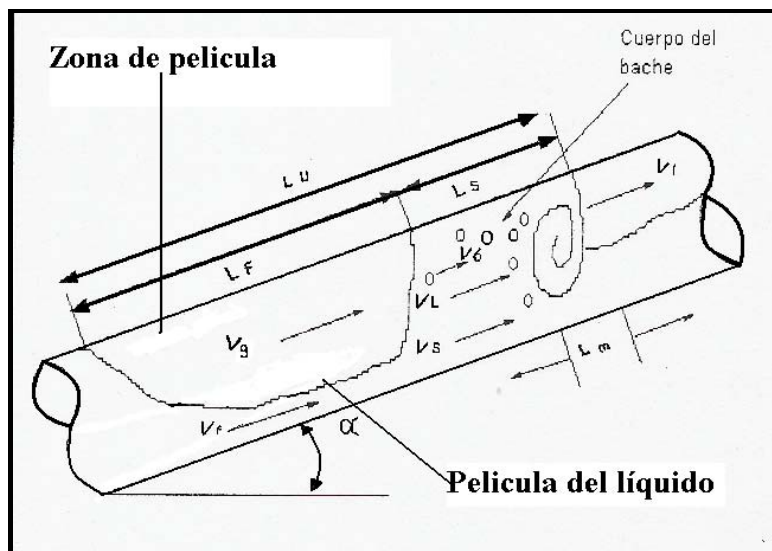


Figura 5.6. Modelo físico intermitente, Xiao (1990).

En flujo horizontal e inclinado, los baches de líquido que llenan toda la sección transversal de la tubería son separados por una zona estratificada con una burbuja de gas elongada en la parte superior de la tubería y la película de líquido en el fondo. El patrón intermitente es algunas veces subdividido en patrones de flujo bache y burbuja elongada o tapón.

La gran mayoría de los modelos para flujo bache consideran flujo estable, el cual es ordenado y con baches relativamente cortos (menores a 100d), y un gasto promedio de líquido y gas constante, sobre un período de tiempo de un ciclo, llamado unidad bache, además, no se considerará transferencia de calor en el flujo.

En la zona de película, el gas y el líquido se separan por efecto de gravedad como en el caso de flujo estratificado, variando la altura del líquido, para este modelo se considera una altura constante a lo largo de toda la zona.

La velocidad de la mezcla es:

$$v_m = v_{sL} + v_{sg} \tag{5.83}$$

Colgamiento de líquido en el cuerpo del bache.

Se hizo mediante la correlación de Gregory y colaboradores (1978).

$$H_s = \frac{1.0}{\left(1.0 + \left(\frac{v_s}{8.66}\right)^{1.39}\right)} \tag{5.84}$$

$$\text{Si } H_s < 0.48 \Rightarrow H_s = 0.48$$

Velocidad de la burbuja dispersa en el cuerpo del bache.

El modelo de flujo deriva es usado por Taitel y Barnea (1990), para calcular la velocidad de la burbuja dispersa en el cuerpo del bache. Se obtienen mejores resultados tomando en cuenta el efecto de "Enjambre" de burbujas presentada por Wallis (1969).

$$v_b = B \cdot v_s + v^\infty \tag{5.85}$$

$$v_b = 1.2 \cdot v_s + 1.53 \cdot \left[\frac{\sigma \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot H_s^n \cdot \text{sen}(\alpha) \tag{5.86}$$

Donde el uso de $n = 1$ fue recomendado por Ansari (1988).

Velocidad del líquido en el cuerpo del bache.

El flujo volumétrico total es constante para cualquier sección transversal de área en una unidad de bache, lo que implica que para las secciones transversales del cuerpo del bache y la zona de película.

$$v_s = v_{sL} + v_{sg} = v_L \cdot H_s + v_b \cdot (1 - H_s) \tag{5.87}$$

$$v_g = v_f \cdot H_f + v_g \cdot (1 - H_f) \quad (5.88)$$

Despejando v_L de la ecuación (5.87) se llega a:

$$v_L = \frac{v_s - v_b \cdot (1 - H_s)}{H_s} \quad (5.89)$$

Velocidad de traslación.

Para la velocidad de traslación de la burbuja elongada de Taylor se utiliza la correlación de Bendiksen (1984):

$$v_t = C \cdot v_s + 0.35 \cdot \sqrt{g \cdot d} \cdot \sin(\alpha) + 0.54 \cdot \sqrt{g \cdot d} \cdot \cos(\alpha) \quad (5.90)$$

La forma de la burbuja depende de la inclinación de la tubería, los experimentos en líquido inmóvil según Zukoski (1966), muestra que la excentricidad incrementa cuando la tubería es desviada desde la posición vertical.

Apoyado en la suposición de Nicklin y colaboradores (1962), para el movimiento en una sola burbuja la velocidad está dada por:

$$v_t = C \cdot v_s + C_\infty \cdot \sqrt{g \cdot d} \quad (5.91)$$

Donde C y C_∞ son coeficientes los cuales permanecen constantes para algunos rangos de velocidad de la mezcla y propiedades de los fluidos.

d = diámetro de la tubería

g = gravedad.

Esta relación tiene la peculiaridad de separar dos efectos físicos:

- El transporte del flujo medio, contenido en el primer término del lado derecho de la ecuación y la fuerza de empuje localizada en el segundo término.
- El estudio teórico de Collins y colaboradores (1978). Ha dado por resultado que la suma de los dos términos es aproximadamente correcta.

Sin embargo los efectos secundarios debido a la viscosidad, tensión superficial e inclinación de la tubería complican la ley de Nicklin y colaboradores, para los cuales los coeficientes de la ecuación toman la forma general:

$$C_\infty = f_\infty(\text{Fr}, E_o, \theta) \quad (5.92)$$

$$C = f_o(\text{Re}, \text{Fr}, E_o, \theta) \quad (5.93)$$

Donde:

Número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{v_s \cdot d}{\nu_L} \quad (5.94)$$

Froude:

$$\text{Fr} = \frac{v_s}{\sqrt{g \cdot d}} \quad (5.95)$$

Eotvos o Número de Bond:

$$E_o = \frac{\rho_L \cdot g \cdot d^2}{\sigma} \quad (5.96)$$

Los valores de los coeficientes C y C ∞ encontrados por algunos investigadores aparecen en la tabla 5.4

Tabla 5.4. Valores de los coeficientes C y C ∞ .

Dumitrescu (1943)	C ∞ = 0.35	Tuberías Verticales
Benjamín (1968)	C ∞ = 0.54	Tuberías Horizontales
Collin y Col. (1978)	C = 2.27	Flujo Laminar
	C = 1.2	Flujo Turbulento

Para el calculo de C, Niklin y Colaboradores (1962) sugieren una correlación confirmada por Frechoo D. (1986) donde:

$$C = \frac{2.27}{1 + \left(\frac{\text{Re}}{\text{Rec}}\right)^2} + \frac{1.2}{1 + \left(\frac{\text{Re}}{\text{Rec}}\right)^2} \quad (5.97)$$

Donde Rec = 1000 y:

$$\text{Re} = \frac{\rho_s \cdot v_s \cdot d}{\mu_s} \quad (5.98)$$

$$\rho_S = H_S \cdot \rho_L + (1 - H_S) \cdot \rho_g \quad (5.99)$$

$$\mu_S = H_S \cdot \mu_L + (1 - H_S) \cdot \mu_g \quad (5.100)$$

Velocidad del líquido en la zona de película.

Considerando incompresible ambas fases, de un balance de masa de líquido en la unidad completa del bache resulta:

$$v_{SL} \cdot L_u = v_L \cdot H_S \cdot L_S + v_f \cdot H_f \cdot L_f \quad (5.101)$$

Donde

H_S , y H_f son los colgamientos de líquido en, el cuerpo del bache y en la zona de la película, respectivamente.

De un balance de masa aplicado a dos secciones de área transversal con relación a un sistema coordinado moviéndose a la velocidad de traslación V_t , para la fase líquida resulta:

$$(v_t - v_L) \cdot H_S = (v_t - v_f) \cdot H_f \quad (5.102)$$

Despejando V_f :

$$v_f = v_t - \frac{(v_t - v_L) \cdot H_S}{E_f} \quad (5.103)$$

El colgamiento promedio de la unidad Bache.

De las ecuaciones (5.87), (5.101), (5.102) se obtiene:

$$H_m = \frac{v_t \cdot H_S + v_b \cdot (1 - H_S) - v_{SG}}{v_t} \quad (5.104)$$

Para el factor de fricción se utiliza un valor constante, $f = 0.0142$, recomendado por Xiao (1990). Como se considera un nivel de líquido uniforme a lo largo de la película, para esta zona se establece la ecuación combinada de momento similar a la de flujo estratificado con incógnita implícita E_f .

$$\tau_f \cdot \frac{S_f}{A_f} - \tau_g \cdot \left[\frac{S_g}{A_g} + \left(\frac{\tau_i}{\tau_g} \right) \cdot \left(\frac{S_i}{A_f} + \frac{S_i}{A_g} \right) \right] + (\rho_L - \rho_g) \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.105)$$

Donde:

$$\tau_f = f_f \cdot \frac{\rho_L |v_f| v_f}{2} \quad (5.106)$$

$$\tau_g = f_g \cdot \frac{\rho_g |v_g| v_g}{2} \quad (5.107)$$

$$\tau_i = f_i \cdot \frac{\rho_g |v_g - v_f| \cdot (v_g - v_f)}{2} \quad (5.108)$$

$$\text{Re}_f = \frac{\rho_L \cdot v_f \cdot d_L}{\mu_L} \quad (5.109)$$

$$\text{Re}_G = \frac{\rho_G \cdot v_G \cdot d_G}{\mu_G} \quad (5.110)$$

Si $\text{Re} < 2000$, se utiliza la ecuación (5.75)

Si $\text{Re} > 2000$, se utiliza la ecuación (5.76)

El esfuerzo de corte en el cuerpo del bache, τ_s , es calculado como:

$$\tau_s = f_s \cdot \frac{\rho_s \cdot v_s^2}{2} \quad (5.111)$$

Donde f_s , se obtiene como para flujo estratificado, utilizando en el número de Reynolds, ρ_s y μ_s que son la densidad y viscosidad de la mezcla en el cuerpo del bache respectivamente y se definen como:

$$\rho_s = H_s \cdot \rho_L + (1 + H_s) \cdot \rho_g \quad (5.112)$$

$$\mu_s = H_s \cdot \mu_L + (1 + H_s) \cdot \mu_g \quad (5.113)$$

Longitud del bache.

Para este parámetro se utiliza la correlación desarrollada por Scott (1987).

$$\text{Ln}(L_s) = -26.6 + 28.5 \cdot [\text{Ln}(d) + 3.67]^{0.1} \quad (5.114)$$

Para tuberías de diámetro menor a 0.0381 mm. (1.5 pg.) Esta longitud puede calcularse de manera aproximada por:

$$L_S = (32)d \tag{5.115}$$

Longitud de la unidad bache.

$$L_u = L_S \cdot \frac{v_L - v_f \cdot H_f}{v_{SL} - v_f \cdot H_f} \tag{5.116}$$

$$L_u = L_S + L_f \tag{5.117}$$

Longitud de la película.

$$L_f = L_u - L_S \tag{5.118}$$

Del balance de fuerza para una unidad de bache se llega a la expresión para calcular el gradiente de presión promedio para flujo intermitente.

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right) = \rho_u \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) + \frac{1}{L_u} \cdot \left[\left(\frac{\tau_S \cdot \pi \cdot d}{A} \cdot L_S \right) + \left(\frac{\tau_i \cdot S_f + \tau_g \cdot S_g}{A} \cdot L_f \right) \right] \tag{5.119}$$

Donde ρ_u , es la densidad del fluido promedio de una unidad bache:

$$\rho_u = H_m \cdot \rho_L + (1 - H_m) \cdot \rho_g \tag{5.120}$$

5.4.3.3 Modelo para flujo anular

En flujo anular la fase líquida fluye como una película sobre la pared de la tubería y como gotas de líquido atrapadas en el núcleo gaseoso. El flujo anular se presenta a altos gastos de gas y de bajas a medios gastos de líquido, como se muestra en la Figura 5.7.

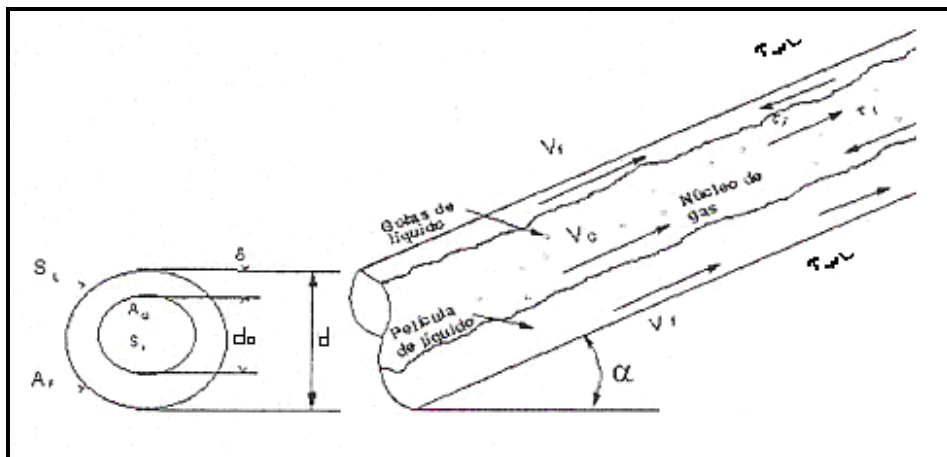


Figura 5.7. Modelo físico de flujo anular, Xiao (1990).

La interfase entre el núcleo de gas y la película de líquido es muy ondulada, y la atomización y depósito de las gotas de líquido ocurre a través de la interfase.

Bajo condiciones de flujo vertical, la distribución de la película de líquido es uniforme alrededor de la periferia de la tubería. A medida que la tubería es inclinada desde la vertical, la distribución del espesor de la película es no uniforme.

Debido a la gravedad, la fase líquida tiende a acumularse en el fondo de la tubería, lo cual presenta una película más gruesa en el fondo que en la parte superior de la tubería.

La no-uniformidad de la distribución del espesor de la película llega a ser más marcado a medida que el ángulo de inclinación de la tubería se aproxima a condiciones horizontales. Este fenómeno tiene un efecto importante en el colgamiento del líquido y caída de presión en el sistema.

Para el análisis del flujo anular, en el presente estudio se aplica el modelo bidimensional para flujo estacionario considerando, por sencillez, un espesor promedio en la película de líquido.

También se considera que las gotas de líquido atrapadas en el núcleo gaseoso viajan a la misma velocidad que el gas, por lo que el núcleo puede tratarse como un fluido homogéneo, así la diferencia de configuración geométrica, el análisis de flujo anular puede hacerse de manera similar al de flujo estratificado.

El tratamiento clásico para flujo anular ha sido el uso de la tasa de flujo de la película, el espesor y el gradiente de presión. Este tratamiento ignora los efectos secundarios del líquido, variaciones circunferenciales del espesor de la película, el depósito y la tasa de arrastre, estos fenómenos son importantes para flujo anular inclinado y horizontal.

Haciendo un balance de momentum lineal en la película del líquido y el núcleo de gas:

$$-A_f \cdot \left(\frac{dp}{dx} \right) + \tau_i \cdot S_i - \tau_{wl} \cdot S_L - A_f \cdot \rho_L \cdot g \cdot \sin(\alpha) = 0 \quad (5.121)$$

$$-A_c \cdot \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_i \cdot S_i - A_c \cdot \rho_c \cdot g \cdot \sin(\alpha) = 0 \quad (5.122)$$

Donde ρ_c es la densidad de la mezcla en el núcleo de gas:

$$\rho_c = H_c \cdot \rho_L + (1 - H_c) \cdot \rho_g \quad (5.123)$$

El colgamiento del líquido en el núcleo de gas está relacionado con la fracción de arrastre del líquido FE:

$$H_c = \frac{v_{sL} \cdot FE}{v_{sg} + v_{sL} \cdot FE} \quad (5.124)$$

Para el cálculo del factor de arrastre de líquido (FE), se encuentran las correlaciones de Wallis (1969). Whalley y Hewit (1978). Y Olierrians y Col. (1986). Xiao (1990), expone

que el factor de arrastre propuesto por Oliemaris y Col. (1986) da mejores resultados, donde la expresión para el factor de arrastre de líquido es:

$$\frac{FE}{1 - FE} = 10^{\beta_0} \cdot \rho^{\beta_1} \cdot \rho_g^{\beta_2} \cdot \mu^{\beta_3} \cdot \mu_g^{\beta_4} \cdot \sigma^{\beta_5} \cdot d^{\beta_6} \cdot v_{SL}^{\beta_7} \cdot v_{SG}^{\beta_8} \cdot g^{\beta_9} \quad (5.125)$$

Donde los parámetros “beta” (β) con los coeficientes de regresión obtenidos por Oliemans y Col. (1986), empleando la base de datos de Harwell. Con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= -2.52 & \beta_1 &= 1.08 & \beta_2 &= 0.18 & \beta_3 &= 0.27 & \beta_4 &= 0.28 \\ \beta_5 &= -1.80 & \beta_6 &= 1.72 & \beta_7 &= 0.70 & \beta_8 &= 1.44 & \beta_9 &= 0.46 \end{aligned}$$

Suponiendo condiciones de equilibrio entre la fase líquida y el núcleo de gas y combinando las dos ecuaciones anteriores se llega a:

$$\tau_{wL} \cdot \frac{S_L}{A_f} - \tau_i \cdot S_i \cdot \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_c} \right) + (\rho_L - \rho_c) \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.126)$$

Similares al caso de flujo estratificado todos los parámetros en la ecuación (5.126) son funciones de δ/d (el espesor promedio de la película), así, la ecuación de momentum combinada, puede solucionarse para esta incógnita, para la cual el colgamiento de líquido se calcula:

$$H_L = 1 - \left(1 - 2 \cdot \frac{\delta}{d} \right)^2 \cdot \frac{v_{sg}}{v_{sg} + v_{sL} \cdot FE} \quad (5.127)$$

Las relaciones geométricas requeridas para solucionar la ecuación (5.126) están dadas por:

$$A_C = \frac{\pi \cdot (d - 2 \cdot \delta)^2}{4} \quad (5.128)$$

$$A_F = \pi \cdot \delta \cdot (d - 2 \cdot \delta)^2 \quad (5.129)$$

$$S_L = \pi \cdot d \quad S_i = \pi \cdot (d - 2\delta) \quad (5.130)$$

Los diámetros hidráulicos para la película de líquido y el núcleo de gas son respectivamente:

$$d_{hF} = \frac{4 \cdot \delta \cdot (d - \delta)}{d} \quad d_{hC} = 2 \cdot (d - \delta) \quad (5.131)$$

Las velocidades de la película de líquido y el núcleo de gas son calculadas utilizando un balance volumétrico en la capa de líquido, obteniendo la expresión para la velocidad de esta capa:

$$v_F = v_{sL} \cdot \left[\frac{(1 - FE) \cdot d^2}{4 \cdot \delta \cdot (d - \delta)} \right] \quad (5.132)$$

De manera similar, para el núcleo gaseoso, la velocidad de la mezcla resulta:

$$v_C = \frac{(v_{sg} + v_{sL} \cdot FE) \cdot d^2}{(d - 2 \cdot \delta)^2} \quad (5.133)$$

El esfuerzo de corte entre la película de líquido y la pared de tubería es:

$$\tau_{wL} = f_f \cdot \frac{\rho_L \cdot v_f^2}{2} \quad (5.134)$$

Donde:

$$f_f = C_f \cdot \left(\frac{d_{hF} \cdot v_F}{\mu_L} \right)^{-n} \quad (5.135)$$

Esta ecuación es una forma de la ecuación de Blasius, los coeficientes usados son:

C_F	n	Flujo
16	1	Laminar
0.046	0.2	Turbulento

Para tuberías rugosas la ecuación de Colebrook puede ser aplicada. El esfuerzo de corte entre el núcleo de gas y la película de líquido es:

$$\tau_i = f_i \cdot \rho_C \cdot \left(\frac{v_C \cdot v_F}{2} \right)^2 \quad (5.136)$$

La determinación del factor de fricción interfacial, f_i , es un problema difícil de resolver se han propuesto varias correlaciones en la forma de $f_i = f_C(l)$ donde:

$$f_C = C_C \cdot \left(\frac{V_C \cdot d_{hC}}{\mu_C} \right)^{-m} \quad (5.137)$$

El factor l es usado para tomar en cuenta la rugosidad debido a la estructura de la película del líquido. Los valores de C_C y m son determinados igualmente como para f_f .

Para el cálculo de f_i , Oliemans propone la correlación obtenida por Crowley - Rothe (1986).

$$f_i = f_c \cdot \left(1 + 2250 \cdot \frac{\frac{\delta}{d}}{\frac{\rho_c \cdot (v_c - v_f)^2 \cdot \delta}{\sigma}} \right) \quad (5.138)$$

Donde el factor de fricción interfacial del núcleo f_c , puede calcularse con las ecuaciones (5.75) (5.76) empleando la siguiente definición del número de Reynolds.

$$Rec = \frac{\rho_c \cdot v_c \cdot d_c}{\mu_c} \quad (5.139)$$

Donde

$$\mu_c = E_c \cdot \mu_L + (1 - E_c) \cdot \mu_G \quad (5.140)$$

$$d_c = d - 2\delta \quad (5.141)$$

Eliminado el esfuerzo interfacial de las ecuaciones (5.121) y (5.122) el gradiente de presión se calcula mediante la correlación:

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{\tau_{wL} S_L}{A} + \left(v_L \cdot \frac{A_f}{A} + \rho_c \cdot \frac{A_c}{A}\right) \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (5.142)$$

5.4.3.4 Modelo para flujo burbuja dispersa

De los patrones de flujo es el más simple. El patrón de flujo puede ser modelado de manera similar al de una sola fase, empleando propiedades promedio de la mezcla, y considerando que las burbujas viajan a la misma velocidad que la fase continua de líquido.

Velocidad de la mezcla.

La velocidad de la mezcla se define mediante la ecuación (5.18); utilizando el modelo de flujo deriva para la velocidad de las burbujas dispersas:

$$v_G = \frac{v_{sg}}{1 - H_L} \quad (5.143)$$

$$v_G - 1.2 \cdot v_s - 1.53 \cdot \left[\frac{\sigma \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot E_L^{0.1} \cdot \text{sen}(\alpha) = 0 \quad (5.144)$$

La ecuación anterior calcula el colgamiento del líquido E_L de forma implícita; obteniendo E_L se calculan las propiedades promedio de la mezcla ρ_m , y μ_m

$$\rho_m = H_L \cdot \rho_L + (1 - H_L) \cdot \rho_g \quad (5.145)$$

$$\mu_m = H_L \cdot \mu_L + (1 - H_L) \cdot \mu_g \quad (5.146)$$

El factor de fricción de la mezcla f_m , se obtiene como

Si $Re < 2000$, se utiliza la ecuación (5.75)

Si $Re > 2000$, se utiliza la ecuación (5.76)

Empleando el número de Reynolds definido como:

$$Re_m = \frac{\rho_m \cdot v_s \cdot d}{\mu_m} \quad (5.147)$$

Gradiente de presión. El gradiente de presión puede ser llevado a cabo como flujo de una sola fase con propiedades promedio de la mezcla:

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{2 \cdot f_m \cdot \rho_m \cdot v_s^2}{d} + \rho_m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \quad (5.148)$$

CAPÍTULO 6: FLUJO EN ESTRANGULADORES

6.1 Conceptos fundamentales

6.1.1 Estrangulador

La mayoría de los pozos productores o fluyentes cuenta con algún tipo de restricción en la superficie, como lo es un estrangulador superficial instalado cerca de la cabeza del pozo para controlar los gastos de producción (en las cantidades deseadas) y/o las presiones corriente abajo.

Un estrangulador es una herramienta cuya función es la de restringir el paso de un fluido bajo presión, con el objeto de controlar el gasto del pozo en las cantidades deseadas y con esto:

- Ejercer la contrapresión suficiente para evitar la entrada de arena en el pozo o la conificación de agua.
- Conservar la energía del yacimiento, asegurando una declinación más lenta de su presión.
- Proteger el equipo superficial y subsuperficial.

Escoger un estrangulador para un pozo fluyente es una práctica común en la industria petrolera de tal manera que pequeñas variaciones en la presión corriente abajo (esto es, en la presión de la línea de flujo, provocado, por ejemplo, por el uso de un separador de descarga) no afecten la presión en la cabeza de la TP y por ende el desempeño del pozo.

El propósito de un estrangulador es proveer un control preciso del gasto de aceite y gas en la cabeza del pozo. Un estrangulador es una restricción en una línea de flujo que provoca una caída de presión o reduce el gasto a través de un orificio. Los estranguladores son capaces de provocar caídas de presión grandes. Por ejemplo, el gas puede entrar en un estrangulador a 5,000 lb/pg² abs y salir a 2,000 lb/pg² abs.

6.1.2 Flujo crítico y subcrítico

El flujo multifásico a través de restricciones, puede ser evaluado bajo condiciones de flujo crítico y subcrítico. Como una práctica de campo estándar o común, el comportamiento de flujo en la cabeza del pozo es evaluado bajo condiciones de flujo crítico mientras que el comportamiento de flujo a través de estranguladores y válvulas de seguridad es registrado en flujo subcrítico.

El flujo crítico o sónico de un fluido es definido como el flujo del fluido a la velocidad equivalente a la velocidad (sin fricción) de propagación de una onda de presión (sonido) en el medio (fluido).

El flujo crítico o sónico ocurre cuando la velocidad relativa de un fluido en cualquier punto (v_f , pie/seg) es equivalente a la velocidad de onda elástica (v_p , pie/seg) en ese punto, o sea:

$$\frac{V_f}{V_p} = M = 1 \times 10^5 \quad (6.1)$$

Donde M = Número de Mach

En función de este número se definen tres diferentes regímenes de flujo:

- Para $M < 1$ el flujo es subsónico.
- Para $M > 1$ el flujo es supersónico.
- Para $M = 1$ el flujo es sónico o crítico.

Cuando $M = 1$, el área de flujo alcanza su valor mínimo y se dice que se ha logrado una condición de garganta a cuyas propiedades se les denomina “críticas” y a las anteriores a ella como relaciones críticas.

El flujo crítico para los gases ocurre aproximadamente cuando:

$$\frac{P_2}{P_1} = 0.528 \quad (6.2)$$

Mach 1 o flujo sónico para gases (1100 pie/seg para aire) es diferente que para los líquidos.

Para flujo multifásico algunos investigadores han observado que la velocidad sónica para una mezcla de gas-líquido es menor que para una sola fase. Olson (Essentials of Engineering Fluid Mechanics, Intl. Textbook, 1961) estableció que para mezclas gas-líquido la velocidad acústica es menor que para cualquiera de las fases por sí solas.

Durante la presencia de flujo crítico o supercrítico, el gasto a través del estrangulador alcanza un valor máximo con respecto a las condiciones prevalecientes corriente arriba. La velocidad del fluido bifásico fluyendo a través de la restricción alcanza la presión sónica o presión de velocidad de propagación de la onda para los fluidos en dos fases. Esto implica que el flujo es “estrangulado” porque los disturbios corriente abajo no pueden propagarse corriente arriba. Por lo tanto disminuciones no tan significantes en la presión corriente abajo no hacen incrementar el gasto, es decir, el flujo crítico o sónico es el flujo en el cual perturbaciones de presión y temperatura corriente abajo no son transmitidas corriente arriba tal que puedan afectar el gasto, no así en flujo subcrítico. Si la presión corriente abajo es gradualmente incrementada, esta presión no podría cambiar el gasto o la presión corriente arriba, esto hasta alcanzar el límite de flujo crítico-subcrítico. A partir de este momento si la presión corriente abajo se incrementa ligeramente cerca de las condiciones límite, el gasto y la presión corriente arriba serán afectados, entonces la velocidad de los fluidos pasando a través del estrangulador caen debajo de la velocidad sónica. Aquí, el gasto depende de la diferencial de presión, o bien, los cambios en la presión corriente abajo afectan la presión corriente arriba, este comportamiento es caracterizado como flujo subcrítico.

Los estranguladores superficiales se diseñan de manera que el flujo sea crítico, mientras que en las válvulas de seguridad subsuperficiales el flujo es subcrítico. El flujo a través de restricciones en el pozo también es subcrítico.

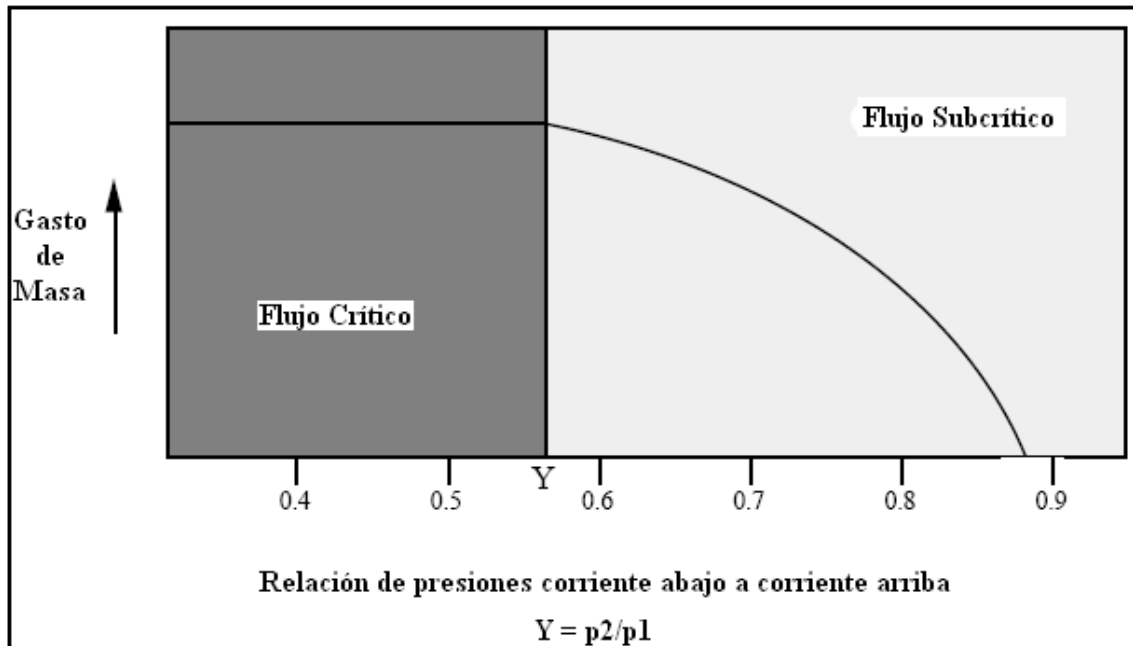


Figura 6.1. Gasto de masa vs relación de presiones

6.1.3 Coeficiente de descarga

El coeficiente de descarga (C_D) es la constante requerida para corregir el gasto teórico al gasto real que se presenta en los estranguladores.

Distintos autores han presentado gráficas, tablas y ecuaciones de C_D , con las cuales el gasto de gas líquido o multifásico calculado puede ser corregido para obtener el gasto real para ambos tipos de flujo: crítico y subcrítico. Esto muestra que C_D para flujo crítico no es el mismo que para flujo subcrítico.

El coeficiente de descarga está definido por:

$$C_D = \frac{\text{gasto medido}}{\text{gasto calculado}} \tag{6.3}$$

El coeficiente de descarga C_D se multiplica por el gasto teórico para obtener el gasto real:

$$q_{TP_{real}} = q_{TP_{teórico}} \cdot C_D \tag{6.4}$$

Prácticamente, el valor de C_D depende del tamaño del estrangulador, diseño, tipo de flujo y régimen de flujo. En la derivación de las ecuaciones analíticas de flujo a través de restricciones, es de uso común utilizar coeficientes de descarga (C_D) como un factor de modificación final en la ecuación de gasto. Normalmente se espera que el empleo de éste absorba errores debido a suposiciones realizadas mientras se está desarrollando un modelo. Así, los valores de C_D dependen de las suposiciones realizadas durante el desarrollo del modelo. Un modelo “perfecto” tendrá $C_D = 1.0$, esto es, el uso de C_D será redundante si

todos los procesos de flujo son tomados en cuenta de manera precisa. Las leyes de la termodinámica implican que pueden resultar valores de C_D menores que la unidad. Frecuentemente, C_D también es correlacionado con factores como el número de Reynolds, diferencial de presión, factor de expansión del gas, etc. Obviamente, si un modelo toma en cuenta variables como éstas, tal dependencia no debe de existir.

En el lenguaje común se ha adoptado decir flujo crítico a lo que estrictamente es flujo supercrítico, cabe aclarar que el flujo crítico es la condición de flujo que se alcanza cuando la velocidad del fluido es “igual” a la velocidad de propagación de una onda en la mezcla del fluido en cuestión. En la práctica difícilmente se puede mantener estable el valor de la velocidad y se llega a sobrepasar por lo que en realidad es un flujo supercrítico el cual no tiene mayor diferencia en términos significativos. En lo posterior se mencionará flujo crítico para hacer referencia al flujo supercrítico, dejando en claro que el flujo crítico es el límite entre flujo supercrítico y flujo subcrítico.

6.2 Modelos para gas

El objetivo de cualquier operación de producción de gas es mover el gas de algún punto en el yacimiento hacia la línea de venta. Para poder lograr esto, el gas debe de pasar por muchas áreas de caídas de presión, o si es que se utiliza un compresor, la presión se gana o se pierde.

Aunque todos estos componentes del sistema integral de producción se pueden analizar de manera independiente, para poder determinar el desempeño de un pozo, éstos deben de manejarse de manera combinada en un sistema total o en análisis nodal. Ésto se logra más fácilmente dividiendo el sistema total en dos subsistemas distintos y determinando los efectos de los cambios realizados en uno o ambos subsistemas en el desempeño o comportamiento del pozo.

Existen muchas localizaciones en el sistema de producción de gas donde el gas debe de pasar a través de restricciones relativamente pequeñas. Algunos ejemplos de estas restricciones son válvulas de seguridad subsuperficiales y estranguladores superficiales. El flujo puede ser crítico o subcrítico.

Una ecuación general para el flujo a través de restricciones se puede obtener combinando la ecuación de Bernoulli con una ecuación de estado y asumiendo que no hay pérdidas irreversibles o por fricción. Un coeficiente de descarga empírico se incluye para tomarse en cuenta por las simplificaciones utilizadas al derivar la ecuación. La siguiente ecuación puede ser utilizada para flujo crítico (sónico) y subcrítico (subsónico).

$$q_{c.s.} = \frac{C_n \cdot p_1 \cdot d^2}{\sqrt{\gamma_g \cdot T_1 \cdot Z_1}} \sqrt{\left(\frac{k}{k-1}\right) \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (6.5)$$

Donde:

$$C_n = \frac{C_s \cdot C_d \cdot T_{cs}}{p_{cs}} \quad (6.6)$$

- $q_{c.s}$ – Gasto de gas.
- C_n – Coeficiente basado en el sistema de unidades.
- d – Diámetro interno de agujero abierto para el flujo de gas.
- γ_g – Densidad específica del gas (aire = 1.0), adimensional.
- k – Relación de calores específicos (C_p/C_v), adimensional.
- p_1 – Presión corriente arriba, unidades absolutas.
- p_2 – Presión corriente abajo, unidades absolutas.
- T_1 – Temperatura corriente arriba, unidades absolutas.
- Z_1 – Factor de compresibilidad a p_1 y T_1 , adimensional.
- C_s – Coeficiente basado en el sistema de unidades.
- C_d – Coeficiente de descarga (empírico), adimensional.
- $T_{c.s.}$ – Temperatura a condiciones estándar, unidades absolutas.
- $p_{c.s.}$ – Presión a condiciones estándar, unidades absolutas.
- R_{pc} – Relación de la presión crítica, adimensional.

Las tablas siguientes muestran valores para las constantes en la ecuación para varios sistemas de unidades.

Tabla 6.1. Coeficientes y Unidades para la Ecuación 6.5.

Símbolo	Sistema Inglés	Sistema Métrico	Sistema Métrico Internacional
q_{sc}	Mpies@cs/d	m ² /d	m ² /d
d	pg	mm	mm
p_{abs}	lb/pg ² abs	kg/cm ²	kPa
T_{abs}	°R	°K	°K
C_s	27.611	1.6259	1.6259

Tabla 6.2. Coeficiente para la Ecuación 6.5

Sistema de Unidades	C_d	p @c.s.	T @c.s.	C_n
Inglés	0.865	14.696 lb/pg ²	491.68 °R	799.06
	0.865	14.696 lb/pg ²	519.68 °R	344.57
Métrico	0.865	1.0332 kg/cm ²	273.16 °K	371.83
	0.865	1.0332 kg/cm ²	288.72 °K	393.01
Métrico Internacional	0.865	101.325 kPa	273.16 °K	3.7915
	0.865	101.325 kPa	288.72 °K	4.0075

Los valores de k se pueden obtener de:

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{M \cdot C_p}{M \cdot C_p - 1.987} \quad (6.7)$$

Donde:

M = Peso molecular, lb_m/mol.

C_p = Calor específico, BTU/lb_m-°R

El valor de *k* también se puede obtener de la figura 6.1:

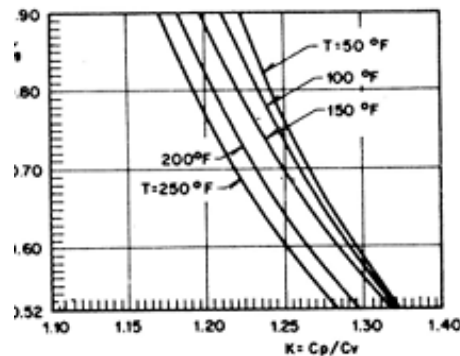


Figura 6.2. Relación de calores específicos en función de la temperatura y la densidad relativa

La relación de presión en donde el flujo se vuelve crítico depende del valor de *k* para el gas y está dada por:

$$R_{pc} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (6.8)$$

En el cálculo de valores para *C_n* dados en la tabla 6.2, se utilizó un coeficiente de descarga de 0.865. El coeficiente de descarga depende actualmente del Número de Reynolds, de la relación del diámetro de la tubería al diámetro de la restricción y de la geometría de la restricción.

6.3 Modelos multifásicos

Para predecir el comportamiento de flujo para flujo multifásico a través de estranguladores se requiere que primero se haga la predicción de la frontera entre el flujo crítico y subcrítico, lo cual es más difícil que para el flujo monofásico de gas. La elección adecuada depende de que se haga el cálculo de relación de presión crítica, por debajo de la cual, el gasto másico total es constante, o si se estima la velocidad sónica de una mezcla multifásica.

Como el gasto en flujo crítico no depende de la presión corriente abajo del estrangulador, además de presentar un comportamiento lineal con respecto a la presión

antes del estrangulador, así como el diámetro, esto hace que las soluciones para flujo crítico sean más sencillas hasta cierto punto y por lo tanto más abundantes en comparación a aquellas para flujo subcrítico.

Las soluciones para flujo subcrítico requieren para su aplicación gran cantidad de información referente a los fluidos en tránsito y por otra parte involucran procesos iterativos, que traen consigo problemas de convergencia.

6.3.1 Modelos para flujo crítico

6.3.1.1 Correlaciones de Gilbert, Ros y Achong

A partir de datos de producción, Gilbert desarrolló una expresión aplicable al flujo simultáneo gas-líquido a través de estranguladores. En su trabajo describe en forma detallada el papel del estrangulador en un pozo y analiza cuál es el efecto sobre la producción de cambios bruscos en el diámetro del orificio.

Tomando como base la relación entre las presiones antes y después de un orificio para flujo sónico de una fase, Gilbert recomendó para tener flujo sónico, una relación de 0.588 o menor, entre la presión promedio en el sistema de recolección (después del estrangulador) y la presión en la boca del pozo (antes del estrangulador).

Utilizando datos adicionales Baxendell actualizó la ecuación de Gilbert, modificando los coeficientes.

Ros orientó su trabajo al flujo de mezclas con alta relación gas-aceite, en las que el gas fue la fase continua. En su desarrollo llegó a una expresión similar a Gilbert; pero con coeficientes diferentes. Aparentemente su expresión la comprobó con datos de campo.

Achong también revisó la ecuación de Gilbert y estableció una expresión que validó con más de 100 pruebas de campo.

La forma general de las ecuaciones desarrolladas por los investigadores citados es:

$$p_1 = \frac{A \cdot q_L \cdot R^B}{d_\phi^C} \quad (6.9)$$

- p_1 = Presión corriente arriba (lb/pg²)
- q_L = Producción de líquido (bl/día)
- R = Relación gas-líquido (pies³/bl)
- d_ϕ = Diámetro del estrangulador (64avos de pg).
- A, B, C = Constantes que dependen de la correlación y se toman los valores de la tabla 6.3.

Analizando la ecuación 6.9, se ve claramente cómo el gasto es independiente de la presión corriente abajo del estrangulador.

La ecuación 6.9 es también muy sensible al tamaño del estrangulador. Gilbert mencionó que en un error de 1/128 pulgadas en el tamaño del estrangulador, puede causar errores de 5 a 20% en la estimación de la presión.

Tabla 6.3. Coeficientes empíricos para correlaciones de flujo crítico en dos fases.

Correlación	A	B	C
Gilbert	10	0.546	1.89
Ros	17.4	0.5	2.0
Baxendell	9.56	0.546	1.93
Achong	3.82	0.650	1.88

6.3.1.2 Fórmula de Ros (adaptación de Poettman y Beck)

Este modelo fue establecido a partir del trabajo presentado por Ros en 1960, quien se basó en el análisis de la ecuación de balance de energía, desarrolló una fórmula de medidor de flujo a partir de un análisis teórico del flujo simultáneo gas-líquido a velocidad crítica (sónica) a través de restricciones (orificios) y una correlación para el comportamiento PVT de los fluidos. No se consideró producción de agua. La precisión de los resultados obtenidos se comprobó comparándolos con 108 datos medidos.

Para que exista flujo crítico se supuso que la presión corriente abajo, debe ser al menos de 0.55 de la presión en la boca del pozo. Bajo estas condiciones el gasto en el estrangulador es sólo función de la presión corriente arriba y de la relación gas-aceite a condiciones de flujo.

Después en 1963 Poettman y Beck convirtieron la ecuación a unidades de campo y la redujeron a una forma gráfica, lo que resultó en la siguiente expresión:

$$q_L = \frac{86,400 \cdot C_D \cdot A_o}{5.6142 \rho_{LS} + 0.0764 \cdot \gamma_g \cdot R} \left(\frac{9273.6 \cdot p_1}{V_L (1 + 0.5m_L)} \right)^{0.5} \left(\frac{0.4513 \sqrt{r + 0.766}}{r + 0.5663} \right) \quad (6.10)$$

Donde:

$$r = \frac{0.00504 \cdot T_1 \cdot Z_1 (R - R_s)}{p_1 \cdot B_{o1}} \quad (6.11)$$

$$m_L = \frac{1}{1 + r \left(\frac{\rho_{g1}}{\rho_{L1}} \right)} \quad (6.12)$$

$$V_L = \frac{m_L}{\rho_{o1}} \quad (6.13)$$

Siendo:

q_L = Gasto en barriles @ c.s./día.

C_D = Coeficiente de descarga (1.03).

A_o = Área transversal de la garganta en pulgadas cuadradas (la garganta es el área transversal mínima de un estrangulador).

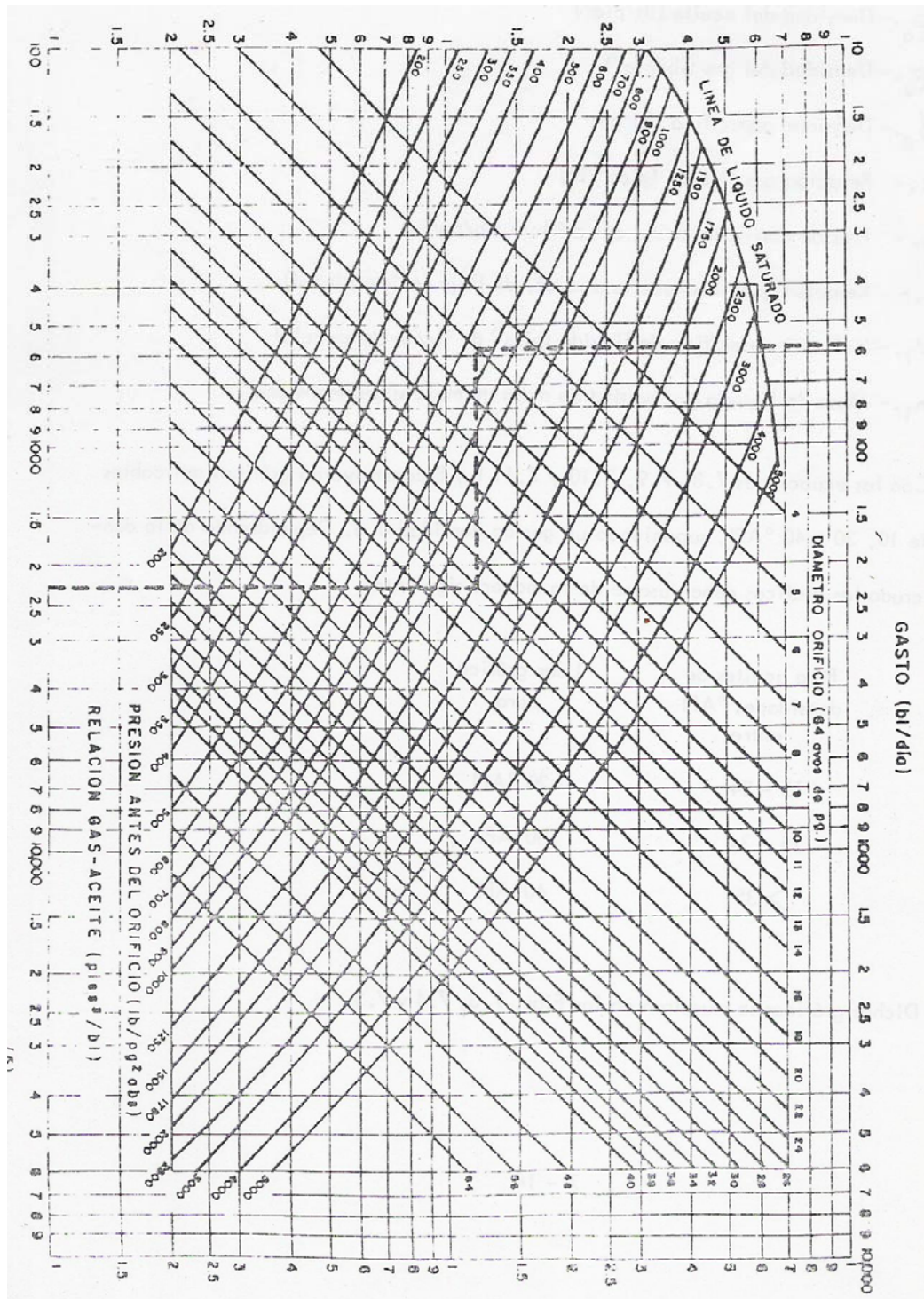


Figura 6.3. Nomograma de flujo en estranguladores (20° API) de Poettmann y Beck

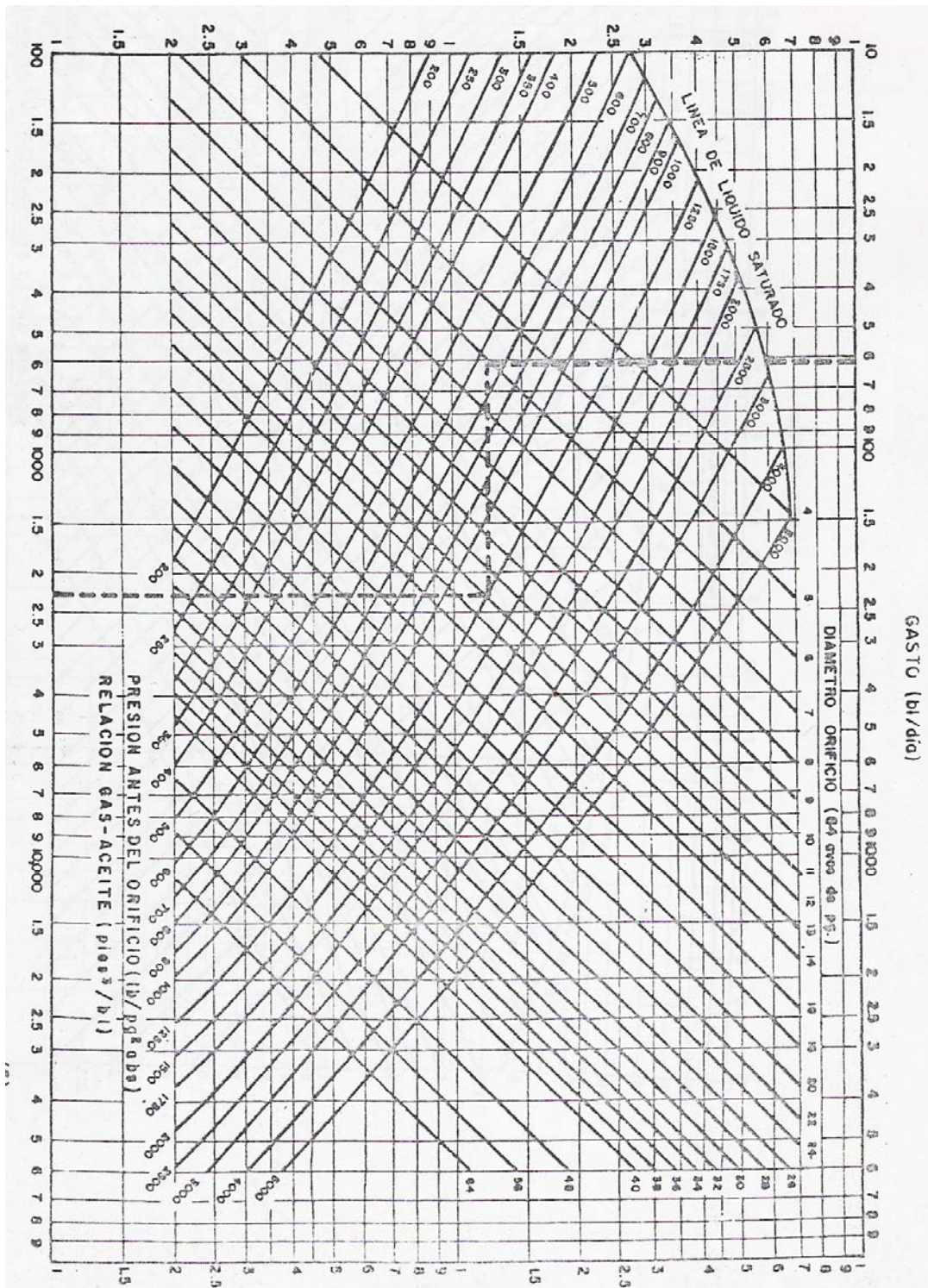


Figura 6.4. Nomograma de flujo en estranguladores (30° API) de Poettmann y Beck

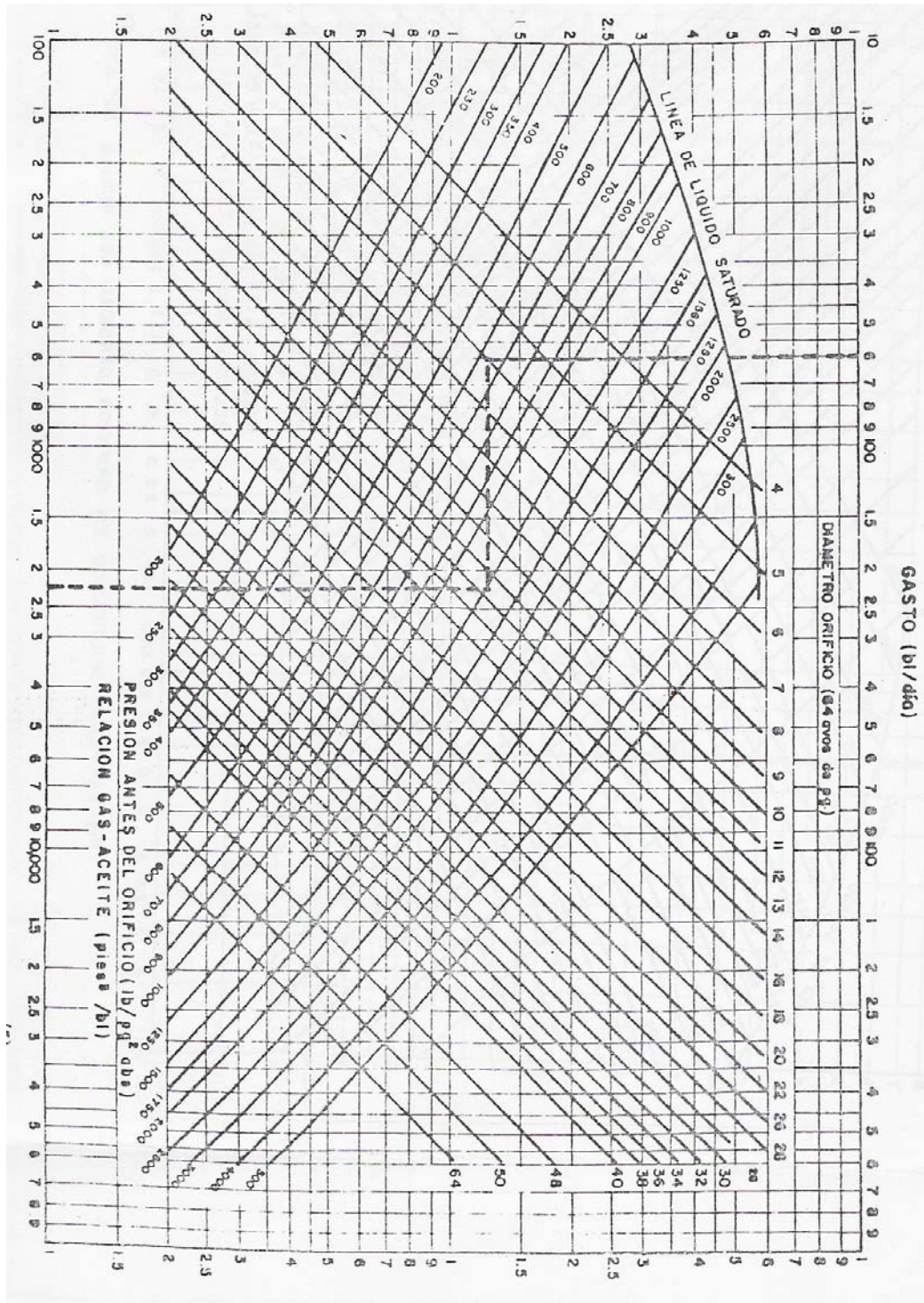


Figura 6.5. Nomograma de flujo en estranguladores (40° API) de Poettmann y Beck

ρ_{LS} = densidad del líquido en lb/pie^3 @ 60°F y $14.7 \text{ lb}/\text{pg}^2$.

γ_g = Densidad específica del gas referida al aire @ 60°F y $14.7 \text{ lb}/\text{pg}^2$.

R = Relación gas-aceite en pie^3 de gas @ $\text{cs}/\text{barril de aceite @ cs}$.

p_{wh} = Presión en la cabeza de la TP en lb/pg^2 .

p_1 = Presión corriente arriba, lb_f/pie^2 .

r = Relación gas libre-aceite a condiciones de flujo, pies^3 de gas/ pies^3 de líquido.

V_L = Volumen específico del líquido (pies^3 de líq./ lb_m de mezcla).

m_L = Masa de líquido por unidad de masa de mezcla (adimensional).

T = Temperatura absoluta de la TP, se asume que es 85°F (545°R).

Z = factor de compresibilidad del gas a la presión de la TP y 85°F .

R_s = Relación de solubilidad a la presión de la TP y 85°F .

B_o = Factor de volumen de formación del crudo a la presión de la TP y 85°F .

ρ_L = densidad del crudo a la presión p y 85°F en lb_m/pie^3 .

ρ_g = densidad del gas a la presión p y 85°F en lb_m/pie^3 .

Utilizando las ecuaciones 6.10 a la 6.13 y correlaciones empíricas para determinar R_{s1} y B_{o1} , Poettman y Beck construyeron gráficas para densidades del crudo de 20° , 30° y 40°API (Figuras.6.3, 6.4 y 6.5), asumiendo una densidad del gas de 0.6, la temperatura de la TP de 85°F y una presión corriente abajo menor a 0.55 veces la presión corriente arriba. Las tablas son para 20° , 30° y 40°API respectivamente. Mediante las gráficas de las figuras 6.3, 6.4 y 6.5 se pueden resolver los siguientes problemas:

1. Diseño de estranguladores para pozos nuevos.
2. Estimados de las relaciones gas-aceite y gastos de producción de gas a partir de pozos existentes, conociendo las presiones en la TP y los gastos de aceite.
3. Predicción del desempeño de un estrangulador dado conociendo la relación gas-aceite producida.
4. Revisar por obstrucción por parafinas o corte del estrangulador por gas o arena.

Se obtienen buenos resultados a partir de las tablas si es que no se presenta producción de agua y si el flujo es bifásico a condiciones de flujo críticas.

6.3.1.3 Correlación de Omaña R.

En 1968 Omaña desarrolló una correlación (para flujo crítico) entre el gasto, la presión corriente arriba del estrangulador, la relación gas-líquido, la densidad de los líquidos y el tamaño del orificio. Dicha correlación se obtuvo a partir de datos experimentales de campo tomados en las instalaciones de la Union Oil Company del campo "Tigre Lagon de California" en Louisiana para revisar las correlaciones existentes y desarrollar la suya. Los experimentos de campo se realizaron con agua y gas natural. En vista de que estos datos estuvieron dentro de rangos muy limitados, esta correlación no es aceptada ampliamente debido a:

1. Limitaciones en el tamaño del estrangulador (4, 6, 8, 10 12 y 14/64 de pg).
2. Limitaciones en el gasto (0 a 800 bl/día de agua).

3. Limitaciones en la presión corriente arriba p_1 (de 400 a 1,000 lb/pg² manométricas).
4. Uso de agua en vez de aceite o mezcla agua-aceite en los experimentos de campo.
5. Gastos de gas de 0 a 7 MMpies³/día ($\gamma_g = 0.611$)

Sin embargo, para estranguladores con tamaño de hasta 14/64 pg, se considera que esta correlación es muy precisa.

Las condiciones de flujo crítico se fijaron para una relación de presiones igual o menor de 0.546 y una relación gas-líquido mayor de 1.0.

La ecuación que se estableció, mediante un análisis de regresión múltiple, es:

$$q_L = \frac{N_{qL}}{1.84 \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{1.25}} \quad (6.14)$$

Donde:

$$N_q = 0.263 N^{-3.49} (N_p)^{3.19} (Q)^{0.657} (N_d)^{1.8} \quad (6.15)$$

$$N = \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad (6.16)$$

$$N_p = p_1 \left(\frac{1}{\rho_L \cdot g \cdot \sigma} \right)^{0.5} = \frac{0.0174 \cdot p_1}{(\rho_L \cdot \sigma_L)^{0.5}} \quad (6.17)$$

$$Q = \frac{1}{1 + \frac{(R - R_s) B_g}{5.615 B_o}} \quad (6.18)$$

$$N_d = d \left(\frac{\rho_L \cdot g}{\sigma} \right)^{0.5} = 120.872 \cdot d_\phi \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{0.5} \quad (6.19)$$

La secuencia de cálculo para aplicar la correlación de Omaña puede sintetizarse en los pasos siguientes:

1. Calcular ρ_g , ρ_L , y σ a la presión y temperatura existentes antes del estrangulador.
2. Evaluar N , N_p , Q y N_d a las condiciones prevalecientes corriente arriba del estrangulador.
3. Obtener N_q con la ecuación (6.15) y q_L con la ecuación (6.14).

Antes de usar la ecuación (6.14) es conveniente comprobar su validez y ajustarla para las condiciones de flujo observadas en un campo, introduciendo el coeficiente de descarga.

6.3.1.4 Ecuación de Ashford

A partir de un balance de energía y considerando que el fluido se expande politrópicamente al pasar por el estrangulador, Ashford derivó una ecuación que describe el flujo multifásico, bajo condiciones sónicas, a través de un orificio.

Para compensar la ecuación por las suposiciones incluidas en su desarrollo, se introdujo en ella un coeficiente de descarga. Sin embargo, al evaluarla, comparando sus resultados con datos medidos en 14 pozos, se encontró que el coeficiente de descarga resultaba muy cercano a la unidad.

En su derivación Ashford supuso una relación de calores específicos $k = 1.04$ y una relación de presiones, para obtener flujo sónico en el orificio de 0.544.

La ecuación propuesta por Ashford en unidades de campo es:

$$q_o = \frac{1.53 \cdot d_\phi^2 \cdot C_D \cdot p_1 [(T_1 + 460) Z_1 (R - R_s) + 151 \cdot p_1] (\gamma_o + 0.000217 \gamma_g R_s + WOR \cdot \gamma_w)^{0.5}}{(B_o + WOR)^{0.5} [(T_1 + 460) Z_1 (R - R_s) + 111 p_1] (\gamma_o + 0.000217 \gamma_g R + WOR \cdot \gamma_w)} \tag{6.20}$$

donde:

d_ϕ = Diámetro del estrangulador (64avos de pg).

P_1 = presión corriente arriba, psia

6.3.1.5 Velocidades Sónicas de Nguyen

Nguyen estudió la velocidad sónica en sistemas de dos fases como función del patrón de flujo.

Para flujo estratificado, una velocidad sónica combinada no existe porque cada fase es continua en la dirección axial. Una velocidad sónica efectiva existe en cada fase que está influenciada por la otra fase. Si se somete el líquido y el gas a un cambio de presión de manera simultánea, la perturbación se propaga con velocidades diferentes en ambas fases en la dirección axial.

La ecuación 6.21 es la velocidad sónica efectiva para la fase gaseosa y muestra que la velocidad sónica efectiva está gobernada primariamente por la velocidad sónica del gas porque el segundo término en el denominador es pequeño.

$$v_{E,g}^{*2} = \frac{1}{\frac{1}{v_g^{*2}} + \left(\frac{H_L}{1 - H_L} \right) \frac{\rho_g}{\rho_L} \frac{1}{v_L^{*2}}} \tag{6.21}$$

La expresión paralela para la velocidad sónica efectiva en la fase líquida es:

$$v_{E,L}^{*2} = \frac{1}{\frac{1}{v_L^{*2}} + \left(\frac{1-H_L}{H_L}\right) \frac{\rho_L}{\rho_g} \frac{1}{v_g^{*2}}} \quad (6.22)$$

ρ_g y v_g^{*2} en el segundo término del denominador de la ecuación 6.22 son relativamente pequeños, dando una mayor influencia en la velocidad sónica efectiva en la fase líquida.

En contraste con el flujo estratificado, una expresión combinada de la velocidad sónica se desarrolló para una unidad slug idealizada. La ecuación 6.23 da el resultado.

$$v^* = \frac{v_L^* v_g^*}{H_L v_g^* + (1-H_L) v_L^*} \quad (6.23)$$

Para flujo homogéneo, Nguyen combinó expresiones para las velocidades sónicas de cada fase fluyendo dentro de una frontera elástica con el concepto de que el frente de la onda pasa de manera secuencial a través de zonas de líquido y gas dentro de la mezcla homogénea. La ecuación 6.24 da la expresión resultante.

$$v^* = \frac{1}{(1-\alpha) \sqrt{\left(\frac{1-\alpha}{v_L^{*2}} + \frac{\alpha \rho_L}{\rho_g v_g^{*2}}\right)} + \alpha \sqrt{\frac{\alpha}{v_g^{*2}} + \frac{(1-\alpha) \rho_g}{\rho_L v_L^{*2}}}} \quad (6.24)$$

6.3.1.6 Velocidad Sónica de Wallis

En la ecuación 6.25 Wallis presentó una expresión para calcular la velocidad sónica o de onda de compresibilidad de una mezcla homogénea.

$$v_m^* = \left[(\rho_g \lambda_g + \rho_L \lambda_L) \left(\frac{\lambda_g}{\rho_g v_g^{*2}} + \frac{\lambda_L}{\rho_L v_L^{*2}} \right) \right]^{-0.5} \quad (6.25)$$

La velocidad sónica de la mezcla homogénea no cae necesariamente entre las velocidades sónicas de cada fase y en algunas circunstancias puede ser mucho menor que ambas. Por ejemplo, una mezcla agua/aire a presión atmosférica va a tener una velocidad sónica de 1,100 pie/seg, una relación de densidad de 0.0012 y una velocidad sónica mínima de la mezcla de sólo 75 pie/seg. Wallis dijo que la velocidad sónica de una mezcla homogénea pasa a través de un mínimo a una fracción inválida sin resbalamiento de 0.5.

6.3.1.7 Ashford y Pierce

Ashford y Pierce desarrollaron una expresión para el gasto másico total de una mezcla multifásica. Ellos asumieron flujo isoentrópico a través de la restricción, líquido

incompresible, el líquido no se “flashea” (separación flash) en la restricción y una mezcla homogénea. La ecuación 6.26 asume que la derivada del gasto con respecto a la relación de presión es cero en la frontera crítica.

$$y_c = \frac{\frac{2R_1}{k\left(1 + R_1 \cdot y_c^{-\frac{1}{k}}\right)} \left[\left(\frac{R_1}{b}\right)(1 - y_c^b) - y_c + 1 \right] y_c^{-e} - 1}{R_1} \quad (6.26)$$

Donde:

$$b = \frac{k - 1}{k} \quad (6.27)$$

$$e = \frac{k + 1}{k} \quad (6.28)$$

y_c es definido como la relación de la presión en la garganta del estrangulador a la presión corriente arriba, p_2/p_1 .

La ecuación anterior requiere de un proceso iterativo para determinar los valores de y_c como función de la relación gas/líquido in situ para diferentes valores de k . La relación gas/líquido in situ a condiciones corriente arriba, R_1 , se puede calcular fácilmente como la relación de las velocidades superficiales del gas y del líquido que se determinan a condiciones inmediatamente corriente arriba del estrangulador.

6.3.1.8 Sachdeva

Sachdeva llevó a cabo un estudio combinado experimental y teórico que resultó en las siguientes ecuaciones para determinar y_c , el cual es definido como la relación de la presión en la garganta del estrangulador a la presión corriente arriba, p_2/p_1 .

$$y_c = \left(\frac{N}{D}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (6.29)$$

Donde:

$$N = \frac{k}{k-1} + \frac{(1 - x_{g1})\rho_{g1}(1 - y_c)}{x_{g1}\rho_L} \quad (6.30)$$

Y:

$$D = \frac{k}{k-1} + \frac{n}{2} + \frac{n(1-x_{g1})\rho_{g2}}{x_{g1} \cdot \rho_L} + \frac{n}{2} \left[\frac{(1-x_{g1})\rho_{g2}}{x_{g1} \cdot \rho_L} \right] \quad (6.31)$$

En las ecuaciones 6.30 y 6.31 el parámetro n y la fracción o calidad de masa de gas in situ corriente arriba, x_{g1} , se determinan a partir de las ecuaciones 6.32 y 6.33 respectivamente:

$$n = 1 + \frac{x_{g1}(C_{pg} - C_{vg})}{x_{g1} \cdot C_{vg} + (1-x_{g1})C_L} \quad (6.32)$$

Y:

$$x_{g1} = \frac{w_{g1}}{w_{g1} + w_{L1}} \quad (6.33)$$

Donde:

$$w_{g1} = 0.0764\lambda_g \cdot q_{Lsc} (R_p - f_o \cdot R_{s1}) \quad (6.34)$$

$$w_{L1} = 5.6142 \cdot q_{Lsc} (f_o \cdot B_{o1} \cdot \rho_{o1} + f_w \cdot B_{w1} \cdot \rho_{w1}) \quad (6.35)$$

La ecuación 6.26 es adimensional, así que se puede utilizar cualquier tipo de unidades consistentes. La determinación de y_c a partir de la ecuación 6.26 requiere de un procedimiento iterativo. Se asume primero un valor de y_c en la ecuación 6.29. Esto permite un cálculo de y_c . Un método directo de sustitución es adecuado cuando se utiliza el valor calculado de y_c para la siguiente suposición hasta que los valores calculados y supuestos de y_c que converjan de acuerdo a una tolerancia predeterminada. Se recomienda un valor de 0.5 para la primera suposición.

6.3.2 Modelos para flujo crítico-subcrítico

6.3.2.1 Fortunati

Fortunati presentó un método empírico que puede ser utilizado para calcular el flujo multifásico crítico y subcrítico a través de estranguladores. El asumió una mezcla homogénea y aclaró que esa suposición era válida siempre y cuando v_m sea mayor que 32.8 pie/seg y que el número Froude de la mezcla sea mayor a 600, además asumió que no había resbalamiento entre las fases, aunque reconoció que el resbalamiento existe incluso para líquidos inmiscibles.

Utilizando datos experimentales, Fortunati desarrolló la figura 6.6, la cual puede ser utilizada para definir la frontera entre el flujo crítico y el subcrítico. Las curvas de la figura

6.6 se basaron en una presión de 0.137 MN/m² (19.8 psia) corriente abajo. Se utiliza la ecuación 6.36 para calcular la velocidad Fortunati de la mezcla a partir de la velocidad actual de la mezcla y de la presión corriente abajo, en la cual sus variables deben estar en unidades congruentes.

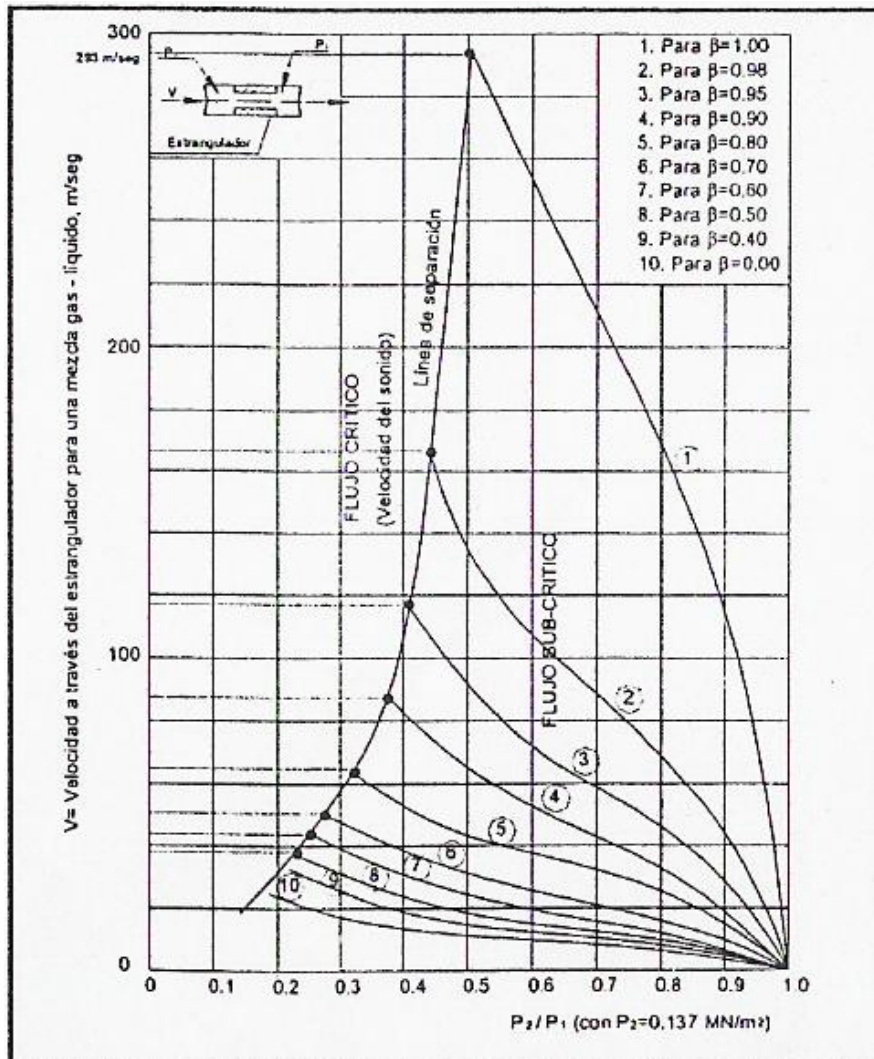


Figura 6.6. Velocidad de mezclas de gas-aceite a través de estranguladores.

$$v_{m2} = v \left(\sqrt{\frac{P_2}{P_{2F}}} \right)^\eta \quad (6.36)$$

Donde:

$$\eta = (1 - \beta^3)^{0.38} \quad (6.37)$$

Y:

- v_{m2} = velocidad de la mezcla o fase correspondiente a la presión actual p_2 , m/seg.
- v = velocidad de la mezcla o fase correspondiente a la $p_2 = 0.137 \text{ MN/m}^2$, la cual se lee de la figura 6.6 m/seg.
- $p_{2F} = 0.137 \text{ MN/m}^2$, presión corriente abajo del estrangulador usada para graficar las curvas experimentales de la figura 6.6.
- p_2 = presión corriente abajo del estrangulador actual, MN/m^2

6.3.2.2 Perkins

El método de análisis fue probado comparando gastos medidos y calculados de 1432 datos de la literatura comprendiendo flujo crítico y subcrítico de aire-agua, aire-keroseno, gas natural, gas natural-aceite, gas natural-agua y únicamente agua.

Perkins no consideró sistemas en los cuales se involucra condensación de la fase gaseosa, tales como vapor de agua, así como condiciones en las cuales se pueden alcanzar presiones de garganta igual y menor a la presión de vapor del agua.

Iniciando con la ecuación general de energía, la relación entre las variables en cualquier punto del sistema fluyendo, puede ser determinada considerando las siguientes suposiciones:

- La temperatura varía con la posición, pero en cualquier punto todas las fases están a la misma temperatura.
- La velocidad varía con la posición, pero en cualquier punto todos los componentes están moviéndose con la misma velocidad.
- El factor de compresibilidad del gas es constante.
- Los líquidos tienen una compresibilidad despreciable comparada a la del gas
- Los cambios de elevación son despreciables
- El proceso de flujo es adiabático y sin fricción.

De acuerdo con la ecuación general de energía, la velocidad de descarga isoentrópica de un estrangulador puede ser calculada con la ecuación 6.38 y el gasto másico isoentrópico puede ser calculado con la ecuación 6.39. El término y_c es definido como la relación de la presión en la garganta del estrangulador a la presión corriente arriba, p_2/p_1 . El valor de “ y_c ” el cual conduce al flujo crítico, y el gasto máximo posible, es obtenido de resolver la ecuación 6.40.

$$v_2 = \left[\frac{288 \cdot g_c \left[\tau \cdot p_1 \cdot \mu_1 \left(1 - y_c^{\frac{n-1}{n}} \right) + \left(\frac{x_{o1}}{\rho_o} + \frac{x_{w1}}{\rho_w} \right) p_1 (1 - y_c) \right]}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left[\frac{(x_g + \beta_{L1})}{\left(x_g \cdot y_c^{\frac{1}{n}} + \beta_{L1} \right)} \right]^2} \right]^{0.5} \quad (6.38)$$

$$W_i = A_2 \left[\frac{288 \cdot g_c \cdot p_1}{v_1} \frac{\left[\tau \left(1 - y_c \frac{n-1}{n} \right) + \beta_{L1} (1 - y_c) \right]}{\left\{ 1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left[\frac{(x_g + \beta_{L1})}{\left(x_g \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1} \right)} \right]^2 \right\} \left[x_g \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1} \right]^2} \right] \quad (6.39)$$

$$\left\{ 2 \cdot \tau \left[1 - y_c \frac{n-1}{n} \right] + 2 \cdot \beta_{L1} (1 - y_c) \right\}$$

$$\left\{ \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left(\frac{x_{g1} + \beta_{L1}}{x_{g1} \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1}} \right)^2 \right] \left[\frac{x_{g1}}{n} y_c \frac{-(1+n)}{n} \right] + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left(\frac{x_{g1}}{n} \right) \frac{(x_{g1} + \beta_{L1}) y_c \frac{-(1+n)}{n}}{\left(x_{g1} \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1} \right)^2} \right\} \quad (6.40)$$

$$= \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \left(\frac{x_{g1} + \beta_{L1}}{x_{g1} \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1}} \right)^2 \right] \left(x_{g1} \cdot y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1} \right) \left[\tau \left(\frac{n-1}{n} \right) y_c \frac{1}{n} + \beta_{L1} \right]$$

Donde:

$$\beta_{L1} = \rho_{n1} \left(\frac{x_{o1}}{\rho_{o1}} + \frac{x_{w1}}{\rho_{w1}} \right) \quad (6.41)$$

$$\tau = x_g + \left[(x_g C_{vg} + x_o C_{vo} + x_w C_{vw}) \frac{M}{Z \cdot R} \right] \quad (6.42)$$

En la expresión de Perkins, x es la fracción en peso de una fase dada en la corriente de flujo y C_v es la capacidad calorífica a volumen constante, (pie-lbf)/(lbm-°F). τ se puede evaluar presumiblemente ya sea a condiciones corriente arriba o corriente abajo. El exponente politrópico de expansión para mezclas utilizado en la ecuación 6.40 se definió como sigue:

$$n = \frac{x_g \cdot k \cdot C_{vg} + x_o \cdot C_{vo} + x_w \cdot C_{vw}}{x_g \cdot C_{vg} + x_o \cdot C_{vo} + x_w \cdot C_{vw}} \quad (6.43)$$

Para el caso de Ashford y Pierce así como de Sachdeva, se requiere de un proceso iterativo para determinar y_c .

La condición de flujo crítico puede ser determinada por diferenciación de la ecuación general de energía y para distinguir entre gasto crítico y subcrítico, es necesario para conocer la magnitud de la presión de descarga en la garganta del estrangulador.

Para flujo subcrítico la relación de Perry puede ser aproximada por:

$$p_3 = p_1 - \frac{(p_1 - p_4)}{\left[1 - \left(\frac{d_c}{d_d}\right)^{1.85}\right]} \quad (6.44)$$

El método para distinguir entre flujo crítico y subcrítico y como manejar flujo crítico y subcrítico es como sigue:

1. Calule p_2 (la presión en la garganta del estrangulador cuando el flujo es crítico), resolviendo la ecuación 6.40.
2. Calcule p_3 (la presión de descarga justo corriente abajo del estrangulador), resolviendo la ecuación 6.44.
3. Si $p_2 > p_3$, entonces el flujo es crítico y $y_c = p_2/p_1$, se deberá usar las ecuaciones 6.38 y 6.39 para calcular la velocidad isoentrópica y gasto másico.
4. Si $p_2 = p_3$, entonces el flujo está en el límite entre flujo crítico y subcrítico. (Use $y_c = p_2/p_1 = p_3/p_1$ para calcular la velocidad isoentrópica y gasto másico).
5. Si $p_2 < p_3$, entonces el flujo es subcrítico. (Use $y_c = p_3/p_1$ en las ecuaciones 6.38 y 6.39 para calcular velocidad isoentrópica y gasto másico).

En todos los casos, el gasto real es determinado por multiplicar el gasto isoentrópico por el coeficiente de descarga C_D .

6.3.2.3 Modelo de Ashford y Pierce

Ashford y Pierce establecieron una ecuación que describe la dinámica de las caídas de presión y capacidades de flujo en condiciones de flujo multifásico. Este modelo relaciona el comportamiento del estrangulador en ambos regímenes de flujo, crítico y no crítico.

La capacidad y caídas de presión que se presentan en la restricción se han relacionado con sus dimensiones y las propiedades de los fluidos manejados.

Los datos usados, reflejan el comportamiento de una válvula de seguridad OTIS tipo J-22J037. Sin embargo, el modelo puede usarse para estimar las caídas de presión a través de cualquier dispositivo que restrinja el flujo.

Para la validación del modelo, se diseñó una prueba de campo en un pozo fluyente. Tanto las caídas de presión como el gasto se midieron directamente y luego se compararon con datos análogos obtenidos del modelo. Esta información se usó para determinar “el

coeficiente de descarga del orificio”, definido por la relación de gasto medido entre el gasto calculado.

La ecuación obtenida por los autores es:

$$q_o = 1.9706 \cdot C \cdot d_\phi^2 \cdot \alpha \cdot \beta \tag{6.45}$$

donde:

$$\alpha = (B_o + WOR)^{-\frac{1}{2}} \tag{6.46}$$

$$\beta = \frac{\left(\frac{k}{m}\right) T_1 Z_1 (R - R_s) \left(1 - E^{\left(\frac{m}{k}\right)}\right) + 198.6(1 - E)^{0.5} [\gamma_o + 0.000217 \gamma_g R_s + WOR \gamma_w]}{\left[198.6 + \frac{T_1 Z_1}{P_1} (R - R_s) E^{-\frac{1}{k}}\right] [\gamma_o + 0.000217 \gamma_g R_s + WOR \gamma_w]} \tag{6.47}$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} \tag{6.48}$$

$$E = \frac{P_1}{P_2} \tag{6.49}$$

$$m = k - 1 \tag{6.50}$$

Para un diámetro dado de estrangulador, su coeficiente de descarga se muestra en la tabla 6.4 y obtuvo de la siguiente forma:

Tabla 6.4. Coeficientes de descarga para un diámetro dado.

Diámetro del estrangulador (1/64 pg)	Gasto medido (lb/día @cs)	Gasto calculado (lb/día @cs)	Coficiente de descarga
16	559	615	0.9089
16	484	402	1.2039
16	334	-	-

$$C = \frac{0.9089 + 1.2039}{2} = 1.0564$$

Los resultados obtenidos en las pruebas, para diámetros de estrangulador de 4, 16 y 20/64 de pulgada, se muestran en la tabla 6.5:

Tabla 6.5. Valores de los coeficientes de descarga para estranguladores de 4, 16 y 20/64 de pg.

Diámetro del estrangulador (1/64 pg)	Coefficiente de descarga
14	1.1511
16	1.0564
20	0.9760

Para diámetros menores de 20.81/64 de pulgada puede aproximarse el coeficiente de descarga con la siguiente ecuación, que es el resultado del ajuste de la relación entre el diámetro del estrangulador y el coeficiente de descarga:

$$C = 2.398 - 0.477 \ln(d_\phi) \quad (6.51)$$

Para valores mayores, el valor de C es constante e igual a 0.95.

6.4 Modelo Mecánico de la Universidad de Tulsa por Beggs y Brill.

El modelo mecánico del estrangulador por Beggs y Brill es válido para flujo crítico y subcrítico. Es puramente teórico y está basado en la combinación de la ecuación de Bernoulli con una ecuación de continuidad.

$$\Delta p_{TP} = \Delta p_L \cdot \lambda_L + \Delta p_g \cdot \lambda_g \quad (6.52)$$

$$\Delta p_L = \frac{\rho_L}{2 \cdot g_c \cdot 144} \left(\frac{q_L}{C_L \cdot A_c} \right)^2 \quad (6.53)$$

$$\Delta p_g = \frac{\rho_g}{2 \cdot g_c \cdot 144} \left(\frac{q}{Z \cdot C_g \cdot A_c} \right)^2 \quad (6.54)$$

$$Z = 1.0 - \left[0.41 + 0.35 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right] \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1} \right) \quad (6.55)$$

$$C = \frac{C_D}{\left(1 - \frac{d_1}{d_2} \right)^2} \quad (6.56)$$

La caída de presión total de un sistema de dos fases está dado por:

$$\Delta p_{TP} = \Delta p_L \left[1 + \lambda_g \left[\left(\frac{C_{DL}}{Z \cdot D_{Dg}} \right)^2 - 1 \right] \right] \quad (6.57)$$

Donde:

$$\Delta p_L = \rho_L \left[1 + \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right] \left[\frac{q_m}{8083 \cdot d_1^2 \cdot C_{DL}} \right] \quad (6.58)$$

Y:

- A_C = área de la sección transversal del estrangulador, pie²
- C = coeficiente de flujo
- Z = factor de compresibilidad
- d_1 = diámetro de la tubería corriente arriba, pg
- d_2 = diámetro del orificio
- El subíndice TP se refiere a “dos fases”

6.5 Ejemplos

Ejemplo 1

Dados los siguientes datos mostrados abajo, calcula el tamaño de estrangulador en 64avos de pulgada, usando las correlaciones de Gilbert, Ros, Baxandell, Achong, Poettman y Beck, Omana y Ashford para flujo critico.

q_o'	=	1800	blp/d
q_g'	=	1.116	Mmpc/d
RGL	=	620	
dt	=	2.994	Pg
A_p	=	0.0487	Pie ²
C_D	=	1	
API°	=	30	
γ_g	=	0.7	
T	=	128	°F
P_1	=	1663	Psia
σ_{L1}	=	9	Dinas/cm
R_{s1}	=	335	
B_{o1}	=	1.10	
Z_1	=	0.78	
ρ_{g1}	=	6.856	Lb _m /pie ³
ρ_{l1}	=	52.59	Lb _m /pie ³

- **Gilbert, Ros, Baxendell, Achong**

Utilizando A, B, C de la tabla 6.3 tenemos que:

$$d = \left(\frac{A \cdot q'_L \cdot R_p^B}{P_1} \right)^{\frac{1}{C}}$$

Correlación	d
Gilbert	$= \left(\frac{(10)(1800)(620)^{0.546}}{1663} \right)^{\frac{1}{1.89}} = 22.5934$
Ros	$= \left(\frac{(17.4)(1800)(620)^{0.5}}{1663} \right)^{\frac{1}{2}} = 21.6552$
Baxendell	$= \left(\frac{(9.56)(1800)(620)^{0.546}}{1663} \right)^{\frac{1}{1.93}} = 20.6916$
Achong	$= \left(\frac{(3.82)(1800)(620)^{0.65}}{1663} \right)^{\frac{1}{1.88}} = 19.6494$

- **Poettman and Beck**

$$\rho_m = 5.614 \cdot \rho_{L \text{ s.c}} + 0.0765 \cdot \gamma_g \cdot R_p$$

$$\rho_m = 5.614 \cdot 0.8793 \cdot 62.4 + 0.0765 \cdot 0.7 \cdot 620 = 341 \frac{\text{lb}_m}{\text{bl}}$$

$$B_{gl} = 0.028 \cdot 0.78 \cdot \frac{128}{1663} = 0.0077$$

$$v_{sgl} = \frac{q'_o \cdot (R_p - R_{s1}) \cdot B_{gl}}{A_p \cdot 86400} = \frac{1800 \cdot (620 - 335) \cdot 0.0077}{0.0487 \cdot 86400} = 0.9415 \frac{\text{ft}}{\text{seg}}$$

$$v_{sL1} = \frac{q_o \cdot B_{ol} \cdot 5.614}{86,400} = \frac{1800 \cdot 1.10 \cdot 5.614}{86,400} = 2.6418$$

$$R = \frac{v_{sgl}}{v_{sL1}} = \frac{0.9415}{2.6418} = 0.3564$$

$$\rho_{gl} = \frac{\rho_{g \text{ s.c.}}}{B_{gl}} = \frac{0.7 \cdot 0.765}{0.0077} = 6.9346 \frac{\text{lb}_m}{\text{pie}^3}$$

$$m_L = \frac{1}{1 + R \cdot \frac{\rho_{gl}}{\rho_{L1}}} = \frac{1}{1 + 0.3564 \cdot \frac{6.856}{52.59}} = 0.9556$$

$$v_L = \frac{m_L}{\rho_{L1}} = \frac{0.7865}{52.59} = 0.0182$$

$$\begin{aligned} A_o &= \frac{q'_L \cdot \rho_m}{86400 \cdot C_D} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{9273.6 \cdot p_1}{v_L \cdot (1 + 0.5 \cdot m_L)}} \cdot \left(\frac{0.4513 \cdot \sqrt{R + 0.766}}{R + 0.5663} \right)} = \\ &= \frac{(1800)(341.23)}{(86400)(1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{(9273.6)(1663)}{(0.0182)(1 + (0.5)(0.9556))}} \cdot \left(\frac{(0.4513)\sqrt{0.3564 + 0.766}}{0.3564 + 0.5663} \right)} = \\ &= 5.7247 \times 10^{-4} \text{ ft}^2 \\ 5.7247 \times 10^{-4} &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \end{aligned}$$

$$d = 0.0270 \text{ ft} = 0.0270 \cdot 12 = 0.3240 \text{ pg}$$

$$d = \frac{20.7344}{64} \text{ pg}$$

• **Omaña**

$$R = \frac{N_{gv}}{N_{Lv}} = \frac{v_{sgl}}{v_{sL1}} = \frac{0.9415}{2.6418} = 0.3564$$

$$Q_D = \frac{1}{1 + R} = \frac{1}{1 + 0.3564} = 0.7373$$

$$N_p = 1.74 \times 10^{-2} \cdot p_1 \cdot \left(\frac{1}{\rho_{L1} \cdot \sigma_{L1}} \right)^{0.5}$$

$$= 1.74 \times 10^{-2} \cdot 1663 \cdot \left(\frac{1}{52.59 \cdot 9} \right)^{0.5} = 1.3301$$

$$N_{qL} = 1.84 \cdot q_L \cdot \left(\frac{\rho_{L1}}{\sigma_{L1}} \right)^{1.25} = 30089.5820$$

$$N_d = 120.872 \cdot d_o \cdot \sqrt{\frac{\rho_{L1}}{\sigma_{L1}}} = 290.0759$$

$$N_{qL} = (0.263) \cdot (N_p^{-3.49}) \cdot (N_p^{3.19}) \cdot (Q_D^{0.657}) \cdot (N_d^{1.80})$$

$$N_{qL} = (0.263) \cdot (0.1304^{-3.49}) \cdot (1.3301^{3.19}) \cdot (0.7373^{0.657}) \cdot ((290.0759 \cdot d_o)^{1.80})$$

$$30089.5820 = 1.77 \times 10^7 \cdot d_o^{1.80}$$

$$d_o^{1.80} = \frac{30089.5820}{1.773 \times 10^7} = 0.0017$$

$$d_o = 0.0289 \text{ ft}$$

$$d_o = 0.0289 \cdot 12 = 0.3468 \text{ pg}$$

$$d_o = \frac{22.20}{64} \text{ pg}$$

- **Ashford**

$$A = 5.04 \times 10^{-3} \cdot T_1 \cdot z_1 \cdot (R_p - R_{s1}) = 658.7905$$

$$B = 62.4 \cdot \frac{145.7}{135.7 + 30} = 62.4 \cdot 0.8793 = 54.8683$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{B_{01}}} = \frac{1}{\sqrt{1.1}} = 0.9535$$

$$d_c = \left[\frac{q'_o \cdot \left(\frac{A}{P_1} + 0.56 \right)}{\sqrt{\frac{A + 0.76 \cdot p_1}{(B + 0.01353 \cdot \gamma_g \cdot R_p)^2 + (B + 0.01353 \cdot \gamma_g \cdot R_{sl})^{-1}}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{1800 \cdot \left(\frac{658.7905}{1663} + 0.56 \right)}{\sqrt{\frac{658.7905 + 0.76 \cdot 1663}{(54.8683 + 0.01353 \cdot 0.7 \cdot 620)^2 + (54.8683 + 0.01353 \cdot 0.7 \cdot 335)^{-1}}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 18.5899$$

$$= \frac{18.59}{64} \text{ pg}$$

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A pesar de que ha aumentado el uso de nuevas técnicas para la predicción y comportamiento de los fluidos dentro de las tuberías, no deben dejar de utilizarse los métodos analíticos existentes, como las correlaciones. Esto se debe a que son más prácticos para ciertas aplicaciones específicas.

Se debe tomar mucho en cuenta el flujo multifásico en tuberías pues directamente su aplicación es para el diseño de las instalaciones y tuberías que se utilizan en la industria petrolera, ya que en el flujo multifásico siempre se tiene presente en la explotación de hidrocarburos, por lo que es importante determinar adecuadamente, mediante las propiedades de los fluidos, las caídas de presión en las tuberías.

Se debe tener un continuo seguimiento a los textos utilizados para la materia así como su actualización continua y búsqueda de nuevos métodos para el estudio de flujo multifásico en tuberías.

NOMENCLATURA

NOTA: Ésta nomenclatura es válida para toda la tesis a excepción de las ecuaciones en que se indique su propia nomenclatura.

Símbolo	Descripción	Unidades
A_g	Área que ocupa el gas en la tubería	(pg^2)
A_L	Área que ocupa el líquido en la tubería	(pg^2)
A_p	Área de la sección transversal de la tubería	(pg^2)
B_g	Factor de volumen del gas	($pies^3_{g \text{ a c.esc.}}/pies^3_{g \text{ a c.s.}}$)
B_o	Factor de volumen del aceite	($bl_o \text{ a c.esc.}/bl_o \text{ a c.s.}$)
B_{ob}	Factor de volumen del aceite a la p_b	($bl_o \text{ a c.esc.}/bl_o \text{ a c.s.}$)
B_w	Factor de volumen del agua	($bl_w \text{ a c.esc.}/bl_w \text{ a c.s.}$)
B_{wb}	Factor de volumen del agua a p_b	($bl_w \text{ a c.esc.}/bl_w \text{ a c.s.}$)
C_D	Coefficiente de descarga del estrangulador	Adimensional
C_o	Compresibilidad del aceite	(pg^2/lb)
C_w	Compresibilidad del agua	(pg^2/lb)
C_{N_2}	Corrección por presencia de N_2	
C_{CO_2}	Corrección por presencia de CO_2	
C_{H_2S}	Corrección por presencia de H_2S	
d	Diámetro	(pulgadas)
d_{ci}	Diámetro interior de la T.R.	(pulgadas)
d_{ce}	Diámetro exterior de la T.P.	(pulgadas)
d_B	Diámetro base de la tubería = $1 \text{ pg} = 0.0833 \text{ pies}$	
d_h	Diámetro hidráulico	(pulgadas)
d_ϕ	Diámetro del estrangulador	(64_{avos} de pg)
$(dp/dh)_{st}$	Gradiente de presión estático	(psi/pie)
$(dp/dh)_{fr}$	Gradiente de presión por fricción	(psi/pie)
$(dp/dh)_T$	Gradiente de presión total	(psi/pie)
E	Eficiencia de flujo en tubería	Fracción

F	Factor de fricción del diagrama de Moody	Adimensional
f_o	Flujo fraccional del aceite	Adimensional
f_T, f_{TP}	Factor de fricción de las dos fases	Adimensional
f_w	Flujo fraccional del agua	Adimensional
G_g	Flujo másico de gas	($lb_m/seg-pie^2$)
G_L	Flujo másico de líquido	($lb_m/seg-pie^2$)
G_T, G_m	Flujo másico total	($lb_m/seg-pie^2$)
g	Aceleración de la gravedad = 32.174	(pie/seg^2)
g_c	Factor de conversión en la segunda Ley de Newton	(lb_m-pie/lb_f-seg^2)
h	Profundidad	(pies)
Δh	Diferencia de altura	(pies)
H	Suma de elevaciones	(pies)
H_L	Colgamiento de líquido	Adimensional
H_F	Factor de elevación de Flanigan	Adimensional
L	Longitud	(pies)
M	Masa de la mezcla de fluidos por barril de aceite prod.	($lb_m \text{ a c.s. } / lb_o \text{ a c.s.}$)
M_a	Peso molecular del aire = 28.96	
M_g	Masa de gas por barril de aceite producido	($lb_{mg} \text{ a c.s. } / lb_o \text{ a c.s.}$)
M_o	Masa de aceite por barril de aceite producido	($lb_{mo} \text{ a c.s. } / lb_o \text{ a c.s.}$)
M_w	Masa de agua por barril de aceite producido	($lb_{mw} \text{ a c.s. } / lb_o \text{ a c.s.}$)
m	Masa	(lb_m)
N_d	Número de diámetro	Adimensional
N_{FR}	Número de Fraude	Adimensional
N_{gv}	Número de velocidad del gas	Adimensional
$N_{L\mu}$	Número de viscosidad del líquido	Adimensional
N_{Lv}	Número de velocidad del líquido	Adimensional
N_{Re}	Número de Reynolds	Adimensional
N_{Reb}	Número de Reynolds del bache	Adimensional
N_{Reg}	Número de Reynolds del gas	Adimensional
N_{ReL}	Número de Reynolds del líquido	Adimensional
N_{Rens}	Número de Reynolds sin resbalamiento	Adimensional

n	Número de moles del gas	(lb-mole)
p	Presión	(lb _f /pg ² o psia)
\bar{p}	Presión media	(lb _f /pg ² o psia)
p_{atm}	Presión atmosférica	(lb _f /pg ² o psia)
p_b	Presión de saturación o burbujeo	(lb _f /pg ² o psia)
p_{pc}	Presión Pseudocrítica	(lb _f /pg ² o psia)
p'_{pc}	Presión pseudocrítica corregida	(lb _f /pg ² o psia)
p_{pr}	Presión Pseudoreducida	Adimensional
p_s	Presión de la primera etapa de separación	(lb _f /pg ² o psia)
p_{th}	Presión en la cabeza del pozo	(lb _f /pg ² o psia)
p_{wf}	Presión de fondo fluyendo	(lb _f /pg ² o psia)
p_{ws}	Presión estática	(lb _f /pg ² o psia)
p_1	Presión corriente arriba	(lb _f /pg ² o psia)
p_2	Presión corriente abajo	(lb _f /pg ² o psia)
Δp	Caída de Presión	(lb _f /pg ² o psia)
Δp_a	Caída de presión por aceleración	(lb _f /pg ² o psia)
Δp_e	Caída de presión por elevación	(lb _f /pg ² o psia)
Δp_f	Caída de presión por fricción	(lb _f /pg ² o psia)
Δp_L	Caída de presión total del líquido	(lb _f /pg ² o psia)
Δp_T	Caída de presión total	(lb _f /pg ² o psia)
$(\Delta p/\Delta L)_{ac}$	Gradiente de presión debido a la aceleración	(psi/pie)
$(\Delta p/\Delta L)_e$	Gradiente de presión debido a la elevación	(psi/pie)
$(\Delta p/\Delta L)_f$	Gradiente de presión debido a la fricción	(psi/pie)
$(\Delta p/\Delta L)_T$	Gradiente de presión total	(psi/pie)
q_g	Gasto total de gas producido	(pies ³ _{g a c.s.} /día)
q'_g	Gasto de gas a condiciones de escurrimiento	(pies ³ _{g a c. esc} /día)
q'_L	Gasto de líquido a condiciones de escurrimiento	(bl _{L a c. esc} /día)
q_L	Gasto total de líquido producido	(bl _{L a c.s.} /día)
q_o	Gasto total de aceite producido	(bl _{o a c.s.} /día)
q_T	Gasto total en el sistema	(bl _{a c.s.} /día)

q_w	Gasto total de agua producida	(bl _{w a c.s.} /día)
R'	Constante universal de los gases = 10.7314	(psia pie ³ /lb _m -mol °R)
R ó R_p	Relación gas-aceite producida	(pies ³ _{g a c.s.} /bl _{o a c.s.})
RGL	Relación gas-líquido	(pies ³ _{g a c.s.} /bl _{L a c.s.})
R_s	Relación de solubilidad	(pies ³ _{gd a c.s.} /bl _{o a c.s.})
R_{sw}	Relación de solubilidad del gas en el agua	(pies ³ _{gd a c.s.} /bl _{w a c.s.})
r_h	Radio hidráulico	(pulgadas)
T	Temperatura	(°F)
\bar{T}	Temperatura media	(°F)
T.P.	Tubería de Producción	
T.R.	Tubería de Revestimiento	
T_{atm}	Temperatura atmosférica	(°F)
T_{pc}	Temperatura pseudocrítica	(°R)
T'_{pc}	Temperatura pseudocrítica corregida	(°R)
T_{pr}	Temperatura pseudoreducida	Adimensional
T_s	Temperatura en la primera etapa de separación	(°F)
V	Volumen	(pies ³)
V_{mg}	Volumen de gas a condiciones de escurrimiento por barril de aceite producido a condiciones estándar	(pies ³ _{g a c.esc.} /bl _{o a c.s.})
V_{mo}	Volumen de aceite a condiciones de escurrimiento por barril de aceite producido a condiciones estándar	(pies ³ _{o a c.esc.} /bl _{o a c.s.})
V_{mw}	Volumen de agua a condiciones de escurrimiento por barril de aceite producido a condiciones estándar	(pies ³ _{w a c.esc.} /bl _{o a c.s.})
V_T, V_m	Volumen de de la mezcla a condiciones de escurrimiento por barril de aceite producido a condiciones estándar	(pies ³ _{w a c.esc.} /bl _{o a c.s.})
v, v	Velocidad de flujo	(pies/seg)
\bar{v}, \bar{v}	Velocidad media de flujo	(pies/seg)
v_b	Velocidad de la burbuja o del bache	(pies/seg)
v_f	Velocidad del fluido	(pies/seg)
v_g	Velocidad real del gas	(pies/seg)

v_L	Velocidad real del líquido	(pies/seg)
v_m	Velocidad de la mezcla	(pies/seg)
v_p	Velocidad de propagación de la onda acústica en el fluido	(pies/seg)
v_{sg}	Velocidad superficial del gas	(pies/seg)
v_{sL}	Velocidad superficial del líquido	(pies/seg)
WOR	Relación agua-aceite	(bl_w a c.s. / bl_o a c.s.)
w_g	Gasto másico de gas	(lb_{mg} /seg)
w_{gd}	Gasto másico de gas disuelto	(lb_{mgd} /seg)
w_{gf}	Gasto másico de gas libre	(lb_{mgt} /seg)
w_m, w_T	Gasto másico de la mezcla	(lb_m /seg)
w_o	Gasto másico de aceite	(lb_{mo} /seg)
w_w	Gasto másico de agua	(lb_{mw} /seg)
y_g	Fracción molar del gas	
y_{CO_2}	Fracción molar del CO_2	
y_{H_2S}	Fracción molar del H_2S	
y_{N_2}	Fracción molar del N_2	
Z	Factor de compresibilidad del gas	Adimensional
α_g	Fracción de vacío	Adimensional
γ_g	Densidad relativa del gas producido	Adimensional
γ_{gd}	Densidad relativa del gas disuelto	Adimensional
γ_{gf}	Densidad relativa del gas libre	Adimensional
γ_{gp}	Densidad relativa del gas a condiciones de p_s y T_s	Adimensional
γ_{gs}	Densidad relativa del gas normalizada a $p_s = 100$ psi	Adimensional
γ_L	Densidad relativa del líquido	Adimensional
γ_o	Densidad relativa del aceite	Adimensional
γ_w	Densidad relativa del agua	Adimensional
γ_{wg}	Densidad relativa de la mezcla de agua-gas	Adimensional
γ_w	Densidad relativa del agua	Adimensional
ϵ	Rugosidad de la pared en tuberías	(pg)
ϵ_3	Factor de ajuste de la temperatura pseudocrítica	(°R)

θ	Ángulo de inclinación respecto a la horizontal	
λ	Colgamiento de líquido sin resbalamiento	Adimensional
μ_g	Viscosidad del gas	(cp)
μ_L	Viscosidad del líquido	(cp)
μ_m	Viscosidad de la mezcla considerando resbalamiento	(cp)
μ_{ns}	Viscosidad de la mezcla sin resbalamiento	(cp)
μ_o	Viscosidad del aceite	(cp)
μ_{oD}	Viscosidad del aceite muerto	(cp)
μ_{ob}	Viscosidad del aceite a la p_b	(cp)
μ_{om}	Viscosidad del aceite muerto	(cp)
μ_w	Viscosidad del agua	(cp)
$\bar{\rho}$	Densidad media del fluido	(lb _m /pie ³)
ρ_g	Densidad del gas	(lb _m /pie ³)
ρ_L	Densidad del líquido	(lb _m /pie ³)
ρ_m	Densidad real de la mezcla	(lb _m /pie ³)
ρ_{ns}	Densidad de la mezcla sin resbalamiento	(lb _m /pie ³)
ρ_o	Densidad del aceite	(lb _m /pie ³)
ρ_r	Densidad pseudoreducida	(lb _m /pie ³)
ρ_w	Densidad del agua saturada	(lb _m /pie ³)
σ	Tensión superficial	(dinas/cm)
σ_L	Tensión superficial del líquido	(dinas/cm)
σ_o	Tensión superficial del aceite	(dinas/cm)
σ_w	Tensión superficial del agua	(dinas/cm)
π	Número de Ludolf = 3.141592....	
τ_{fr}	Gradiente de presión por fricción de Duns y Ros	Adimensional
τ_{st}	Gradiente de presión estático de Duns y Ros	Adimensional
τ_T	Gradiente de presión total de Duns y Ros	Adimensional

BIBLIOGRAFÍA

1. Brown Kermit, E., et.al., *The Technology of Artificial Lift Methods*, Vol. 4. Tulsa Oklahoma. Pennwell Books.
2. Brown Kermit, E., et.al., *The Technology of Artificial Lift Methods*, Vol. 1. Tulsa Oklahoma. Pennwell Books, 1977.
3. McCain Jr. William D, *The Properties of Petroleum Fluids*, Second Edition PennWell Publishing Company Tulsa, Oklahoma.
4. Garaicochea Petrirena, Francisco; Bernal Huicochea; César, *Transporte de Hidrocarburos por Ductos*, México: CIPM.
5. Standing, M. B. “A Pressure-Volume-Temperature Correlation for Mixtures of California Oil and Gases” en *Drill. and Prod. Prac.*, API (1947) pp. 275-286.
6. www.sener.gob.mx/
7. Gómez Cabrera, José Ángel, *Conducción y Manejo de la Producción*. México: UNAM.
8. Vázquez, M. y Beggs, M.D. “Correlations for Fluid Physical Property Prediction” en *J.P.T.* June, 1980.
9. Oistein, Glaso. “Generalized Pressure-Volume-Temperature Correlations” en *J.P.T.* May, 1980.
10. Lasater, J.A, “Bubble Point Pressure Correlation” en *Transactions AIME*, Vol. 13, 1958
11. J. Ternyik, IV, SPE, H.I. Bilgesu, SPE, S. Mohaghegh, SPE, West Virginia U. Virtual Measurement in Pipes, Part 2: “Liquid Holdup and Flow Pattern Correlations” SPE 30976
12. Hemanta Mukherjee, SPE, Johnston-Macco Schlumberger, “Liquid Holdup Correlations for Inclined Two-Phase Flow” James P. Brill, SPE, U. of Tulsa. May, 1980.
13. J. Orkiszewski, “Predicting Two-Phase Pressure Drops in Vertical Pipe”, *J.P.T.* April, 1967
14. Yemada Taitel and A.E. Dukler, “A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow” en *Aiche Journal* (Vol. 22, No. 1) January, 1976.

-
15. Tesis de Maestría de Luis Carlos Leal Lemus, *Modelo Mecánico del Perfil de Presiones para Flujo Multifásico en Tuberías Horizontales e Inclinadas*. México: UNAM, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería.
 16. James P. Brill, Hemanta Mukherjee, “Multiphase in Flow Wells”, Monograph Volume 17 SPE, Richardson, Texas 1999.
 17. Rey Meneses Hegel *Análisis de modelos de flujo multifásico a través de estranguladores*. México: UNAM. 2004
 18. T. E. W. Nind, *Principles of Oil Well Production*. McGraw Hill, USA, 1981.
 19. H. Dale Beggs, *Gas Production Operations. Oil & Gas*, Consultants International Publications, Inc. Tulsa, Oklahoma, 1991.
 20. Ken Arnold, Maurice Stewart, *Surface Production Operations. Vol 2. Design of Gas-Handling Systems and Facilities*. Gulf Publishing Company, Houston, Texas, 1989.
 21. George V. Chilingarian, John O. Robertson, Sanjay Kumar, *Surface Operations in Petroleum Production I*. Elsevier Science Publishers B. V., Netherlands, 1987.
 22. George V. Chilingarian, John O. Robertson, Sanjay Kumar, *Surface Operations in Petroleum Production II*. Elsevier Science Publishers B. V., Netherlands, 1989.
 23. R. Sachdeva, Z. Schmidt, J. P. Brill, R. M. Blais, “Two-Phase Flow Through Chokes” Paper SPE 15657.
 24. H. Elshahawi, M. Hashem, P. Hegeman, O. C. Mullins, G. Fujisawa, S. Betancourt “Insitu Characterization of Formation Fluid Samples – Case Studies”. Paper SPE 90932.
 25. Katz D. L., *Handbook of Natural Gas Engineering*. McGraw – Hill Book Co., 1959