CAPÍTULO 2.

MARCO TEÓRICO

"Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica. Esa fuerza es la voluntad."

Albert Einstein

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describirán las herramientas de Ingeniería Industrial que serán utilizadas para cumplir con el objetivo de esta tesis.

2.1 Pronósticos

Los pronósticos son una herramienta importante dentro de la planeación y control de la producción de cualquier empresa, ya que permite obtener una aproximación de los valores futuros para optimar recursos y no incurrir en gastos innecesarios.

Comenzaremos definiendo lo que es un pronóstico.

“Pronosticar consiste en utilizar datos pasados para determinar acontecimientos futuros. Estos a menudo son ocupados para predecir la demanda del consumidor de productos o servicios, aunque se pueden utilizar para muchos factores influyentes de manera potencial para el éxito de la ejecución del sistema.”

“Pronosticar es el arte y la ciencia de predecir los eventos futuros. Puede involucrar el manejo de datos históricos para proyectarlos a un tiempo determinado, mediante algún tipo de modelo matemático. Puede ser una predicción subjetiva o intuitiva. O bien una combinación de ambas, es decir, un modelo matemático ajustado por el buen juicio de un administrador.”

a. Comprensión del problema

Los pronósticos proporcionan información para tomar mejores decisiones, el primer paso es identificar la decisión, si no se afecta por el pronóstico este no es necesario.

La importancia de la decisión sugerirá el esfuerzo que debe dedicarse a producir un pronóstico, una decisión de una sola vez requiere un pronóstico, mientras que una recurrente necesita uno cada vez que es tomada.

En cualquier caso la decisión determina:

- Qué pronosticar
- El nivel de detalle necesario y
- Con qué frecuencia se hará el pronóstico

Los pronósticos de ventas, calidad de materiales, ingresos, gastos, uso de energía o los tiempos de llegada de los clientes son una necesidad común en las empresas.

La demanda de un producto es en sí misma un pronóstico, un punto importante para el entendimiento de este tipo de problemas es comprender el proceso; por ejemplo, sólo se puede esperar conocer cada vez mejor el proceso de la demanda de un artículo, ya que nunca se tiene la certeza de entenderlo completamente. Y así hacer las suposiciones necesarias para crear los pronósticos, para esto se examinan las características del problema, se analizan los datos y se establece una meta a pronosticar.

b. Características del problema.

Las principales características de un problema de pronósticos son el marco de tiempo, el nivel de detalle, la exactitud necesaria y el número de aspectos a pronosticar.

En los sistemas de producción, casi siempre es de interés el pronóstico de la demanda, producto o servicio con el fin de decidir cuánto producir.

Existen tres criterios principales para definir el tipo de periodo en la toma de decisiones al cual se desea aplicar un pronóstico:

Decisión a largo plazo. Se utilizan para abrir nuevas plantas o aumentar la capacidad de las existentes, con frecuencia dependen de pronósticos de demanda, un marco de tiempo usual para este tipo de decisiones seria de 3 a 5 años.

Las decisiones a largo plazo no requieren pronósticos exactos, es común que se usen métodos causales y cuantitativos para obtenerlos.

Decisión a mediano plazo. Puede ser la asignación de cierta capacidad de planta a grupos de productos, no necesariamente conociendo la demanda para cada uno individualmente, ya que con frecuencia se usan métodos cuantitativos, incluyendo los causales y las series de tiempo.

Decisión a corto plazo. Es cuántos productos se deben fabricar, se necesita el número real de unidades de producto. Esta decisión puede ser semanal, mensual, o trimestral, necesitan ser exactos, los métodos de series de tiempo son los que se usan con mayor frecuencia para este periodo, pero en algunos casos son usados los métodos causales y los cuantitativos, requieren el pronóstico de cientos de artículos.

c. Metodología para la determinación de un pronóstico.

1.-Especificar objetivos.

2.- Recolección de datos.

3.-Análisis de datos.

4.-Seleccionar la técnica de pronóstico.

5.-Aplicar el método de pronóstico.

6.- Validación del modelo o método de pronóstico.

7.-Seguimiento.

d. Descripción de los diferentes métodos de pronósticos.

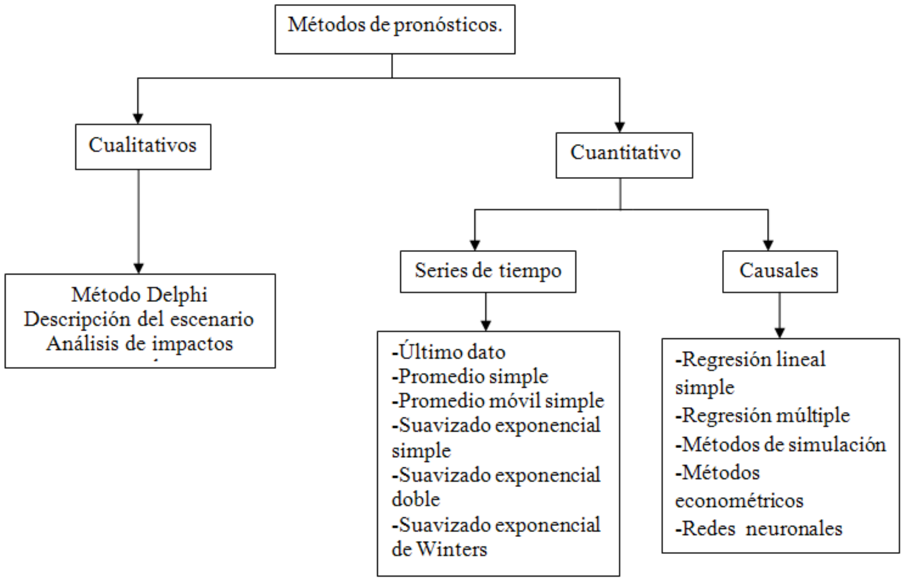

Fig. 28 Principales Métodos de Pronósticos.

Para los fines de nuestra tesis nos concentraremos en los métodos de series de tiempo, dado que estos métodos son ocupados cuando se tienen datos históricos o anteriores de la demanda que se desea pronosticar.

Una serie de tiempo es simplemente una lista cronológica de datos históricos, para la que la suposición esencial es que la historia predice el futuro de manera razonable.

Existen varios modelos y métodos de series de tiempo entre los cuales elegir, y que incluyen el modelo constante, de tendencia y estacional, dependiendo de los datos históricos y de la comprensión del proceso fundamental. Para cada modelo, se cuenta con varios métodos de pronóstico, que incluyen promedios, promedios móviles, suavizado exponencial, regresión y tal vez combinaciones de todos estos, conforme al comportamiento de la serie de tiempo a analizar.

1. Proceso constante

Matemáticamente, la demanda en el periodo t para un proceso constante se representa por la siguiente fórmula (Véase fórmula 1).

$$d_T = \alpha + \varepsilon_t \text{...Fórmula 1}$$

Donde α representa la constante fundamental del proceso y ε_t el ruido aleatorio, que se supone que sigue una distribución normal con media cero y variancia σ_ε^2.

Uno de los métodos más sencillos es usar el **último dato** como pronóstico para el siguiente periodo. Sea T el periodo actual, t un periodo arbitrario, d_t la demanda histórica en el periodo t y F_{T+k} el pronóstico hecho en el tiempo T para k periodos futuros.

Al usar el último dato, el pronóstico para el siguiente periodo será la demanda de este periodo. En notación matemática esto es:

$$F_{T+1} = d_T \text{ ………………………….……………Fórmula 2}$$

El problema con el último dato es la variación aleatoria inherente. Para vencer este problema, se puede usar un **promedio de los datos** pasados, esto haría que el pronóstico fuera menos sensible a las variaciones aleatorias. Dados T periodos de datos, el tiempo promedio en el tiempo T es:

$$\overline{D_T} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} d_t \text{……………………….….….………Fórmula 3}$$

El pronóstico hecho en el periodo T para el siguiente periodo es:

$$F_{T+1} = \overline{D_T} \text{……………........………………………..Fórmula 4}$$

Y entonces el pronóstico para k periodos futuros calculados en el tiempo T es:

$$F_{T+k} = \overline{D_T} \text{……………..…………………………Fórmula 5}$$

Los métodos de pronósticos del último dato y del promedio se pueden considerar métodos extremos. El último dato ignora todo menos el último punto, mientras que el promedio trata a los datos muy antiguos igual que a los más recientes.

Existe otro método sencillo para un proceso constante, el de **promedios móviles,** éste en lugar de tomar el promedio de todos los datos, considera sólo algunos de los más recientes a elección del usuario para reducir el efecto de las fluctuaciones aleatorias (véase Fórmula 6). Sea N el número de periodos que se quieren considerar en el promedio móvil y M_T el valor del promedio móvil. Si el proceso se encuentra en el periodo T, el promedio móvil está dado por la suma de los últimos N datos, o matemáticamente,

$$M_{T+1} = M_T + \frac{d_{T+1}+d_{T-N+1}}{N} \text{…………………………..Fórmula 6}$$

La elección de N es un trueque entre la respuesta rápida a un proceso de cambio y el ignorar la fluctuación aleatoria. Si el proceso es relativamente estable, se elige una N grande aunque una más pequeña es mejor para un proceso que puede estar cambiando. Para el pronóstico a corto plazo, los valores usuales de N están entre 5 y 7.

Suponga que se quiere calcular un promedio móvil de periodo N pero no se conoce d_{T-N+1} que se necesita en la fórmula de actualización. La ventaja de este enfoque es que no es necesario guardar los datos individuales; se calcula el pronóstico a partir de uno anterior y del nuevo dato. Este promedio estrictamente, ya no es un promedio móvil. Se puede ver como un promedio ponderado de los datos actuales y la estimación anterior de la media del proceso.

Para establecer el modelo general se usará α, $0 \leq \alpha \leq 1$ como los pesos o ponderaciones y el estimador se denotará por S_T. Este procedimiento se llama suavizamiento exponencial y la ecuación es la siguiente (véase Fórmula 7).

$$S_T = \alpha d_T + (1 - \alpha)S_{T-1} \text{ ....Fórmula 7}$$

Igual que en otros modelos constantes, el pronóstico para el periodo $T+k$ es

$$F_{T+k} = S_T \text{ ....Fórmula 8}$$

2. Proceso con tendencia

Para pronosticar un proceso que aumenta en forma estable con exactitud, se necesita un modelo que incorpore esta tendencia. El modelo para un proceso con tendencia lineal está dado por

$$d_T = \alpha + bt + \varepsilon_t \text{ ....Fórmula 9}$$

Donde b es la pendiente de la tendencia y el resto de la notación se definió antes. Si b es positivo, el proceso crece a través del tiempo, y una b negativa implica un proceso que decrece.

Si se tuviera que pronosticar un modelo con tendencia usando suavizamiento exponencial simple, el pronóstico tendría una reacción retrasada al crecimiento. Entonces, tendría a subestimar la demanda real. Para corregir esto se puede estimar la pendiente y multiplicar la estimación por el numero de periodos futuros que se quieren pronosticar. Una simple estimación de la pendiente daría la diferencia entre las demandas en dos periodos sucesivos; sin embargo, la variación aleatoria inherente hace que esta estimación sea mala. Para reducir el efecto de aleatoriedad se puede usar la diferencia entre los promedios calculados en dos periodos sucesivos. Usando suavizamiento exponencial, la estimación del promedio en T es S_T, de manera que la estimación de la pendiente en el tiempo T sería

$$B_T = (S_T - S_{T-1}) \text{……………….……..Fórmula 10}$$

Con esta idea una vez más, se puede usar suavizamiento exponencial para actualizar la estimación de la tendencia, lo que lleva al **suavizamiento exponencial doble**, representado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$S_T = \alpha d_T + (1-\alpha)(S_{T-1} + B_{T-1}) \text{…….……….Fórmula 11}$$

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1-\beta)B_{T-1} \text{…………...……Fórmula 12}$$

$$F_{T+k} = S_T + kB_T \text{……………………..…Fórmula 13}$$

Existen otros métodos para pronosticar un proceso con tendencia. En general, difieren en la forma de determinar las estimaciones de la constante y la pendiente. Por ejemplo el método de promedio móvil doble es similar al suavizamiento exponencial doble; estima la constante con un promedio móvil estándar y la pendiente con un promedio móvil de las estimaciones anteriores de la pendiente, corregidas por la constante.

También se puede usar una regresión con el tiempo como variable independiente. Sea d_t la demanda en el periodo t, t =1, 2, 3,….., T. Como la variable independiente es un índice de tiempo la ecuación de regresión se simplifica y se convierte en:

$$\hat{b} = \frac{\left(T\sum_{t=1}^{T} t d_t - \frac{1}{2}(T\,(T+1))\sum_{t=1}^{T} d_t\right)}{\frac{1}{6}\left(T^2(T+1)(2T+1)\right) - \frac{1}{4}\left(T^2(T+1)^2\right)} \text{…..…..………Fórmula 14}$$

$$\hat{a} = \left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} d_t\right] - \left[\frac{\hat{b}}{2}(T+1)\right] \text{………...………Fórmula 15}$$

Como $\hat{a}$ se calcula para el tiempo cero, debe sumarse $\hat{b}T$ para moverlo año tiempo T. Entonces el pronóstico hecho en el tiempo t para k periodos futuros sería:

$$F_{T+k} = \hat{a} + \hat{b}k \quad \text{Fórmula 16}$$

3. Proceso estacional

Un buen modelo debe considerar la porción constante de la demanda, la tendencia y la estacionalidad.

Varios métodos consideran los tres factores, se utilizará un modelo multiplicativo popular propuesto por Winters (1960) (véase Fórmula 17).

$$d_t = (a + bt)c_t + \varepsilon_t \quad \text{Fórmula 17}$$

Donde

a = porción constante
b = pendiente de la componente de tendencia
c_t = factor estacional para el periodo t
ε_t = aleatoriedad no controlable

Este método consiste en estimar los parámetros del modelo y usarlos para generar el pronóstico. La componente constante se estima en forma independiente de la tendencia y los factores estacionales, por lo que se llama constante no estacional. De la misma manera, el factor de tendencia debe ser independiente de los factores estacionales. Los factores estacionales se pueden ver como un porcentaje de las componentes constante y de tendencia para el periodo t; si la demanda en un periodo dado de una estación es menor que la componente de tendencia/constante, el factor estacional será menor que uno, y si la demanda es mayor, será mayor que uno. El número de factores estacionales debe ser igual al número de estaciones al año.

Para pronosticar, se obtienen las estimaciones iniciales de las componentes del modelo y se actualizan usando suavizamiento exponencial.

Sea d_t = demanda en el periodo t

L= número de estaciones en el año (o en otro marco de tiempo)

T= número de periodos de datos disponibles; $T=mL$ donde m es el número de años completos de datos disponibles.

S_t= estimación para el término constante a calculado en el periodo t

B_t= estimación del término de tendencia b calculada en el tiempo t

C_t= estimación de la componente estacional para el periodo t

Para comenzar el procedimiento, se necesitan un valor inicial de S_T. Una estimación natural es un promedio de los datos de una o más estaciones completas. Cuando hay tendencia, el promedio de uno o más años históricos completos no proporciona una estimación inicial de a. Este promedio incluye la demanda "más baja" del principio, lo mismo que la demanda "más alta" del final de los datos históricos. Para determinar la porción constante del proceso en el tiempo T debe corregirse por tendencia. Por lo tanto, para calcular S_T, la estimación de a, se necesita B_T, la estimación de b.

Se requieren al menos dos años completos de datos para calcular B_T, con menos datos no se verá la diferencia entre la tendencia y la componente estacional. Se calcula la demanda promedio para cada uno de los últimos años y se resta el promedio del año más antiguo del más reciente. El resultado es el crecimiento en los dos años, que debe convertirse en un crecimiento estacional, dividiendo entre L el número de estaciones por año. Si se usan el primero y el último, con m años de datos disponibles, se divide entre $(m-1)L$ en lugar de L para obtener el crecimiento por periodo.

Una vez que se tiene S_T y B_T, una estimación natural del factor estacional parecería ser la demanda en el periodo dividida entre el término constante. Sin embargo, debe corregirse por la parte de tendencia de la constante.

La estimación para la porción constante, S_T, se calculó de manera que reflejara el proceso en el tiempo T. Intuitivamente, la porción constante del proceso en $T\text{-}1$ debe ser más pequeño en B_T, y más pequeño en $2B_T$ en $T\text{-}2$. En general, una estimación de la porción constante del proceso para el periodo $(t < T)$ es la estimación de la constante en el tiempo T menos la estimación de la tendencia multiplicada por el número de periodos, esto es, $S_T\text{-}B_T \times (T\text{-}t)$. Una vez hecho el ajuste por tendencia, se puede dividir la demanda real entre este valor ajustado, para obtener una estimación del factor estacional. Se calculan los factores estacionales (véase fórmula 18).

$$C_t = \frac{d_t}{S_T - B_T(T-t)} \text{………………………Fórmula 18}$$

Donde C_t es la estimación de c_t. Se promedian los factores estacionales para la misma estación de cada año para eliminar el ruido.

Estos factores estacionales, sin embargo, no necesariamente suman L. Para normalizarlos primero se determina R, el cociente de la duración de la estación entre la suma de los factores estacionales:

$$R = \frac{L}{\sum_{t=T-L+1}^{T} c_t} \text{………………………………Fórmula 19}$$

Esta razón se multiplica por los factores estacionales existentes para obtener otros nuevos:

$$C_t^{'} = R \times C_t \text{…………..……………………Fórmula 20}$$

donde $t = T\text{-}L+1, T\text{-}L+2, \ldots\ldots, T$

El número de nuevos factores siempre es el mismo que los periodos en la estación.

Conforme se dispone de nuevos datos, se pueden actualizar las estimaciones con suavizado exponencial. Las constantes para el término constante, la tendencia y los factores estacionales se denotan por α, β y γ, respectivamente. Dados S_{T-1}, B_{T-1} y C_{T-L+1}, C_{T-L+2},…., C_{T-1}, cuando se conoce d_T se pueden determinar S_T, B_T y C_T.

La estimación del término constante S_T será:

$$S_T = \alpha\left[\frac{d_T}{C_{T-L}}\right] + (1-\alpha)(S_{T-1} + B_{T-1}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Fórmula 21}$$

Para actualizar la estimación del componente de tendencia, se usa la ecuación:

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1-\beta)B_{T-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Fórmula 22}$$

Por último, los factores estacionales actualizados se estimaran con:

$$C_T = \gamma\left(\frac{d_T}{S_T}\right) + (1-\gamma)C_{T-L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Fórmula 23}$$

El pronóstico para dentro de *k* periodos ($k \leq L$) está dado por:

$$F_{T+k} = (S_T + kB_T)C_{T+k-L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{Fórmula 24}$$

Si se quiere pronosticar más de una temporada futura, es decir, $k>L$, entonces $T+k-L$ es mayor que T y la estimación específica del factor estacional no se conoce. En su lugar, se usa el valor más reciente calculado para el periodo correspondiente. Sea g el entero más pequeño mayor o igual que k/L; se calculó esa estimación estacional g estaciones antes. Entonces el factor estacional adecuado para usar en la ecuación del pronóstico es el calculado en el tiempo

T+k-gL. Esta ecuación se convierte en

$$F_{T+k} = (S_T + kB_T)C_{T+k-gL} \text{……………………Fórmula 25}$$

e. Error en los pronósticos

El sistema de pronósticos necesita retroalimentación para asegurar los mejores resultados. El control del pronóstico es parte del proceso de retroalimentación. Intenta determinar si el pronóstico se desvía de los resultados reales debido a la aleatoriedad o a un cambio esencial en el proceso. Las variaciones aleatorias deben ignorarse, pero las no aleatorias exigen cambios en los parámetros del modelo o incluso en el modelo mismo. Los siguientes conceptos se pueden usar para controlar cualquier sistema que produzca un pronóstico numérico, aun aquellos basados en técnicas cualitativas de pronósticos.

El error del pronóstico es la base para el control.

Primero se determina el error del pronóstico y su variancia.

Después se usa la variancia para hacer afirmaciones probabilísticas.

El **error del pronóstico** es la diferencia entre la demanda real y el pronóstico. Matemáticamente, se tiene:

$$e_t = d_T - F_t \text{…………………………Fórmula 26}$$

La suma de los errores del pronóstico se define como:

$$E_T = \sum_{t=1}^{T} e_t \text{…………………………..Fórmula 27}$$

Como suponemos que el proceso tiene una componente aleatoria ε_t que sigue una distribución normal con media cero y variancia σ_ε^2, entonces E_T debe ser cercano a cero si el pronóstico se comporta apropiadamente.

Para contrarrestar esto, se puede usar la **desviación media absoluta** (DAM).

$$DAM = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}|e_t| \text{……………………Fórmula 28}$$

Donde $|e_t|$ es el valor absoluto de e_t . DAM mide la dispersión de los errores y si DAM es pequeña, el pronóstico debe ser cercano a la demanda real.

En ocasiones se usa una media similar, el **error cuadrado medio, ECM,** definido como:

$$ECM = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} e_t^2 \text{………………………Fórmula 29}$$

Al aumentar al cuadrado los términos de error aumenta la "penalización" para los errores grandes.

Puede ser más significativo observar el error relativo a la magnitud de los números que se están pronosticando. Si los números son grandes, el error tiende a ser grande; esto se hace usando un **porcentaje absoluto medio del error, PAME,** donde

$$PAME = \frac{1}{t}\left(\sum_{t=1}^{T}\frac{|e_t|}{d_t} \times 100\right) \text{…………...………Fórmula 30}$$

Una vez que hemos hablado de los pronósticos continuaremos con hacer una breve descripción sobre la teoría de inventarios, la cual utilizaremos a partir de los pronósticos obtenidos para determinar la cantidad requerida de material en nuestro almacén de materia prima.

2.2 Teoría de Inventarios

a. Introducción.

Ahora describiremos lo que es un inventario así como la clasificación de los mismos, una definición es la que se muestra a continuación:

“Una cantidad de bienes bajo el control de una empresa, guardados durante algún tiempo para satisfacer una demanda futura”.

El inventario es necesario debido a las diferencias en las tasas y los tiempos entre el abastecimiento y la demanda

Los tipos de inventario en los sistemas de producción se clasifican según el valor agregado durante el proceso de manufactura. Las clasificaciones son materia prima, producto en proceso y productos terminados. A continuación se definirá cada tipo.

El ambiente de demanda se puede clasificar en dos grandes categorías: determinístico o estocástico e independiente o dependiente.

Determinístico o estocástico.

Determinístico significa que se conoce con certidumbre la demanda futura de un artículo en inventario; esta demanda aleatoria se llama estocástica. Cada caso requiere un análisis diferente. El caso estocástico es más realista, pero su manejo es más complicado.

Demanda independiente o dependiente.

La demanda de un artículo no relacionada con otro y afectada principalmente por las condiciones del mercado se llama independiente.

Los tipos de inventario en los sistemas de producción se clasifican según el valor agregado durante el proceso de manufactura. Las clasificaciones son materia prima, producto en proceso y productos terminados. A continuación se definirá cada tipo.

-Materia prima. Material que necesita más procesamiento

-Producto en proceso. Componentes que forman parte de un producto tal como están

-Artículos terminados. Artículos de consumo

El producto en proceso (PEP) es un inventario en el sistema de producción que espera para ser procesado o ensamblado y puede incluir productos semiterminados (una tuerca roscada pero sin recubrimiento) o subensambles.

Los productos terminados son las salidas de los procesos de producción, en ocasiones llamados artículos finales. La demanda de productos terminados por lo general es independiente. Los productos terminados de una organización de manufactura pueden ser materia prima para otra; por ejemplo, las llantas para automóviles.

b. Costos de inventario

Se define un inventario como una "cantidad de un bien"; como tal, incurre en costos. El costo de compra es obvio. Otros tipos de costo son el costo de ordenar (de preparación), el costo de almacenaje, el costo por faltantes y el costo de operación del sistema.

1. Costo de compra

Es el costo por artículo que se paga a un proveedor (llamado también costo de materiales). Sea c el costo unitario y Q el número de unidades compradas (tamaño del lote). Entonces el costo total de compra es cQ, en función del lineal de Q. En algunos casos el proveedor tiene una tabla de costos basada en la cantidad comprada. Este costo unitario es una función de Q y el costo de compra es una función más compleja. Es importante recordar que el costo unitario c incluye tanto el costo de material así como el costo variable. El costo de manufactura para un lote de producción es cQ.

2. Costo de ordenar

También conocido como el costo de preparar y controlar la orden es aquel en el que se incurre cada vez que se coloca una orden con el proveedor. Es independiente del tamaño de lote que se compra y, por lo tanto, es un costo fijo denotado por A. Sin embargo, el costo anual de ordenar, que se estudiará más adelante, depende del tamaño de lote. Para un lote fabricado, el costo fijo está dominado por el costo de preparación, que incluye el costo de preparar la máquina para la corrida de producción (tiempo ocioso de la máquina y mano de obra) y quizás algunos costos de materiales para el arranque debido a rechazos iniciales. Se usa la misma notación, A, para el costo de preparación.

El costo total de producir un lote es

$A + cQ$ ……………………………..Fórmula 31

Consiste en una componente fija A y una componente variable cQ. El inventario compromete el capital, usa espacio y requiere mantenimiento, y todo cuesta dinero. Esto se llama **costo de almacenaje o de mantener** el inventario.

3. Costo de mantener

El costo de mantener incluye lo siguiente:
Costo de oportunidad
Costo de almacenaje y manejo
Impuestos y seguros
Robos, daños, caducidad, obsolescencia, etcétera.

El costo de almacenar comienza con la inversión en el inventario. El dinero comprometido no puede obtener rendimientos en otra parte. Este costo es llamado de oportunidad, que por lo general se expresa como un porcentaje de la inversión. El valor más bajo de este costo es el interés que ganaría el dinero en una cuenta de ahorros.

Los costos se calculan como un porcentaje de la inversión en inventario y se suman al costo de oportunidad, esto genera el **costo total de mantener en inventario**.

Se define

i= Costo total de mantener inventario (expresado como porcentaje)

$$h = ic \qquad \text{Fórmula 32}$$

donde h es el costo de mantener una unidad en inventario durante una unidad de tiempo. Los valores típicos anuales de i van de 25 a 40 %, pero i puede llegar hasta 60%.

4. Costo por faltante

Éste es aquel que ocurre cuando existe una demanda de un producto que no se tiene, un faltante puede surtirse atrasado o perderse. Si la demanda se pierde, la pena más importante es la ganancia perdida y la pérdida de la buena voluntad. Si la demanda se surte atrasada existe un costo adicional al expedirla, costo de registro en libros y la reputación de un mal servicio al cliente. Lo común es que un faltante de material para producción se surta atrasado, por tanto, la sanción es que la producción se detiene, volver a arrancarla y tal vez la entrega tardía del producto final al cliente.

Existen dos tipos de costos por faltantes. Uno es el resultado de que falte una unidad; el otro considera el tiempo que la unidad falta.

Se define:

π = costo de faltante por unidad
π' = costo de faltante por unidad que falta por unidad de tiempo

Casi siempre se usa π para las ventas perdidas; los faltantes usan ambas. Se debe observar que π' es para los faltantes lo que h es para el inventario. Es difícil estimar el costo por faltantes y puede ser una estimación subjetiva.

Por último, existen costos relacionados con la operación y el control de los sistemas de inventario, que reciben el nombre de costo de operación del sistema. Este costo puede ser grande; incluye, por ejemplo, el costo de computadoras y programas para el control de inventarios.

c. Decisiones de cantidad

En esta parte se trata de analizar una de las decisiones más importantes relacionadas con los sistemas de inventarios: la decisión de cantidad.

Esta decisión tiene un impacto considerable a nivel del inventario que se mantiene y, por eso, influye directamente en los costos de inventario.

Se presentan los modelos más comunes desarrollados a lo largo de muchos años y se analizan juntos para proporcionar un panorama claro de lo que se ha hecho. El factor común de estos modelos es que manejan una demanda conocida y un solo artículo y todos se pueden extender a un ambiente de artículos múltiples, si no hay dependencia entre ellos. Más aún, se pueden aplicar en un ambiente de producción al igual que en otros ambientes, tales como ventas al menudeo. Con algunos ajustes, se aplican a inventarios de materia prima, productos terminados y en algunos casos a inventarios de PEP.

Por lo general, los modelos para decisiones de cantidad se llaman modelos de tamaño de lote. Existen muchos de ellos, aquí se agrupan bajo dos grandes rubros:

1. Modelos estáticos de tamaño de lote

Se usan para demanda uniforme (constante) durante el horizonte de planeación.

Modelos dinámicos de tamaño de lote que son modelos empleados para cambiar la demanda durante el horizonte de planeación. Se supone que la demanda es conocida con certidumbre, lo que en ocasiones se llama demanda irregular.

a. Cantidad económica a ordenar (EOQ)

Éste es el modelo fundamental de inventarios, También se conoce como fórmula de Wilson, ya que fue él quien promovió su uso. La importancia de este modelo es que todavía es uno de los modelos de inventarios que más se usan en la industria, y sirve como base para los modelos más elaborados.

Se supone el siguiente ambiente para la toma de decisiones:

Existe un solo artículo en el sistema de inventario.

La demanda es uniforme y determinístico y el monto es de D unidades por unidad de tiempo (día, semana, mes o año). Se usará la demanda anual, pero puede ser cualquier otro periodo, siempre y cuando el resto de los parámetros se calculen en la misma unidad de tiempo.

No se permiten faltantes

No hay tiempo de entrega (tiempo desde que se coloca la orden hasta que se recibe).

Toda la cantidad ordenada llega al mismo tiempo; esto se llama tasa de reabastecimiento infinita. Este modelo es adecuado para la compra de materia prima en producción o para el ambiente de ventas al menudeo. La variable de decisión para este modelo es Q, el número de unidades a ordenar, un número entero positivo. Los parámetros de costo se conocen con incertidumbre y son los siguientes:

c = costo unitario ($/unidad)
i = costo total anual de mantener el inventario (% por año)
$h = ic$ costo total anual de mantener el inventario ($ por unidad por año)
A = costo de ordenar ($/orden)

Además, se define

D = demanda por unidad de tiempo
T = longitud de ciclo, el tiempo que transcurre entre la colocación (o recepción) de órdenes sucesivas de abastecimiento
$K(Q)$ = costo total anual promedio como una función del tamaño de lote Q
I_t= inventario disponible en el tiempo t (cantidad real de material que hay en almacén)

El concepto básico de este modelo es crear un balance entre dos costos opuestos, los costos de ordenar y los costos de almacenar. El costo de ordenar es un costo fijo; si se ordena más, el costo por unidad será menor. El costo de almacenar es un costo variable que disminuye a la razón del inventario. Este balance se logra minimizando $K\ (Q)$, el costo total anual promedio.

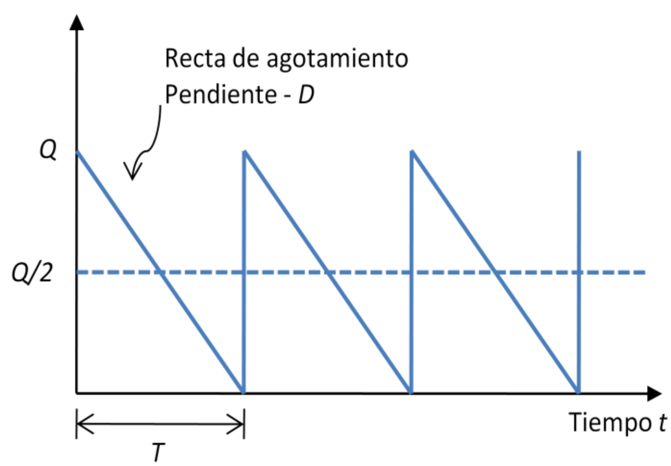

Fig. 29 Geometría del Inventario *EOQ*.[1]

Se supone que el nivel de inventario es Q en el tiempo cero. Conforme pasa el tiempo, el inventario se agota a una tasa de D unidades por año. Cuando el nivel de inventario llega a cero, se ordenan Q unidades. Como se supone que el tiempo de entrega es cero y la tasa de reabastecimiento es infinita, el nivel de inventario se elevará a Q de inmediato y el proceso se repetirá.

[1] Sipper, D. Planeación y control de la producción. México 2005 (pág. 230)

Este patrón se llama un ciclo y puede haber varios en un año.

Sea T la longitud del ciclo del inventario. De la geometría del inventario se observa que:

$$T = \frac{Q}{D} \qquad \text{Fórmula 33}$$

Sea $\bar{I}$ el inventario promedio. De la figura:

$$\bar{I} = \frac{\text{Area del triangulo del inventario}}{T} = \frac{1}{T}\frac{QT}{2} = \frac{Q}{2} \qquad \text{Fórmula 34}$$

Este resultado se puede obtener de manera intuitiva, ya que el nivel de inventario fluctúa entre 0 y Q, por lo que el promedio es $Q/2$. El nivel máximo de inventario es:

$$I_{max} = Q \qquad \text{Fórmula 35}$$

Existen tres tipos de costos: costo de compra, costo de ordenar y costo de mantener el inventario. Para cada ciclo los costos son:

cQ = costo de compra
A = costo de ordenar (o de preparar)
$icT\frac{Q}{2} = hT\frac{Q}{2} =$ es el costo promedio de mantener el inventario

El costo total anual promedio es el siguiente:

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + h\frac{Q}{2} \qquad \text{Fórmula 36}$$

Para encontrar el valor mínimo de Q se resuelve la derivada obteniendo el siguiente resultado:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \qquad \text{Fórmula 37}$$

Q^* se conoce como la cantidad económica a ordenar o lote económico o EOQ

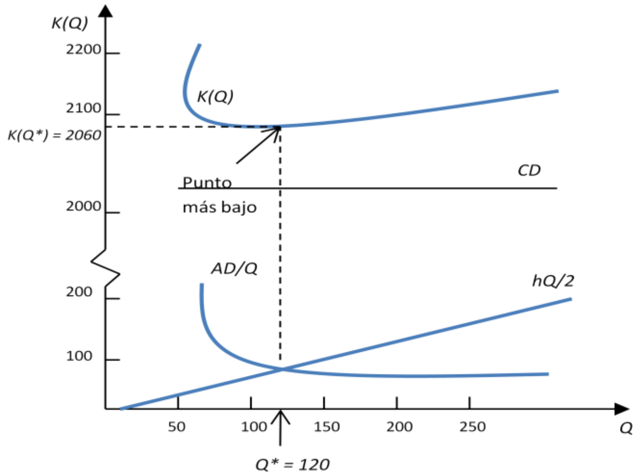

Fig. 30 Bosquejo de *K(Q)*.[2]

La Fig. 34 es una descripción gráfica de $K(Q)$. La curva de $K(Q)$ es la suma de tres curvas individuales, que representan las componentes de la función $K(Q)$. Q^* ocurre en el punto de intersección de las curvas para $hQ/2$ y AD/Q; ahí es donde se balancean los dos costos opuestos, el costo de ordenar y el costo de mantener el inventario. (En general, el mínimo de la suma de las dos funciones no tiene que ocurrir en la intersección.) El costo de compra anual no afecta el valor de Q^*.

Al sustituir el valor de Q^* en K(Q), y después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene el costo total anual promedio mínimo:

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{2ADh}$$ …………………………..Fórmula 38

El costo de ordenar (de preparación) es AD/Q^* y el costo anual de almacenar es $h(Q^*/2)$

[2] Sipper, D. Planeación y control de la producción. México 2005 (pág. 231)

b. Cantidad económica a producir (EPQ) con extensiones

Esta extensión del modelo EOQ relaja la suposición de una tasa de reabastecimiento infinita. En su lugar se tiene una tasa finita, que es lo normal para artículos fabricados, en donde el lote se entrega a través del tiempo de acuerdo con la tasa de producción.

También se permite que ocurran faltantes y se cumplan las ordenes atrasadas, suponemos que existe un nivel mínimo de atraso que la administración esta dispuesta a tolerar. Los faltantes ocurren en el sistema de producción debido a falta de material o falta de capacidad.

Los faltantes tienen dos costos asociados π y $\hat{\pi}$, se necesita conocer el faltante máximo para evaluarlo. Sea

ψ= tasa de producción, medida en las mismas unidades que la demanda
Q = tamaño de lote de producción
A = costo de preparación
c = costo unitario de producción
B_t= nivel de faltante (orden atrasada) en el tiempo t
$\bar{B}$= Nivel promedio de faltantes
b = máx B

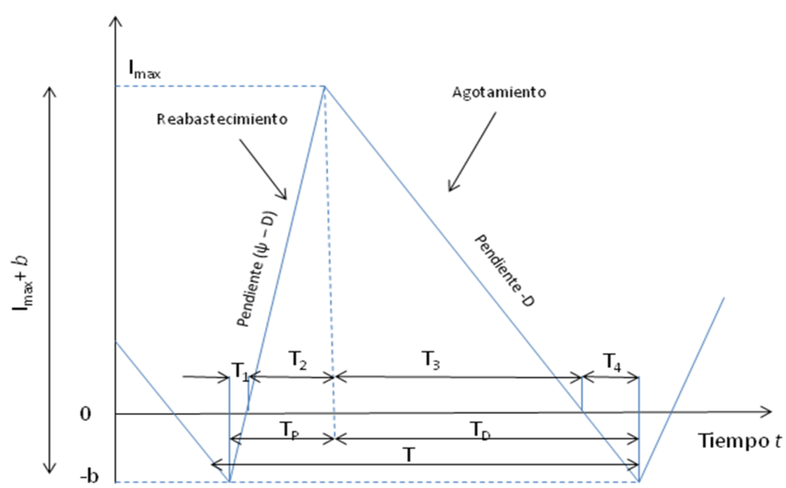

Fig. 31 Geometría del inventario EPQ con faltantes.[3]

[3] Sipper,D. Planeación y control de la producción. México 2005 (pág. 235)

De la geometría del inventario:

$$I_{max} = Q\left(1 - \frac{D}{\psi}\right) - b \text{……………………Fórmula 39}$$

El inventario disponible es positivo durante $T_2 + T_3$, mientras que los faltantes se surten durante $T_1 + T_4$. La producción se lleva a cabo durante $T_p = T_1 + T_2$, mientras que el agotamiento del inventario ocurre durante $T_D = T_3 + T_4$, de aquí se obtiene que:

$$T = \frac{Q}{D} \quad \text{……………………………Fórmula 40}$$

$$T_p = \frac{Q}{\psi} \quad \text{…………………..………Fórmula 41}$$

$$T_D = \frac{I_{max}}{D} \quad \text{…………..……………Fórmula 42}$$

Con $\hat{\pi} \neq 0$ se tiene:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{\psi})} - \frac{(\pi D)^2}{h(h+\hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h+\hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \text{…………..……Fórmula 43}$$

$$b^* = \frac{(hQ^* - \pi D)(1-\frac{D}{\psi})}{(h+\hat{\pi})} \text{…………………………..Fórmula 44}$$

Para obtener $K(Q^*, b^*)$, se sustituyen Q^* y b^* en $K(Q,b)$.

Si π=0, Q^* y b^* tendrán valores positivos finitos. Si $\hat{\pi} > 0$ y π es suficientemente grande, se puede obtener un valor negativo en el denominador del radical en Q^*. En este caso no deben permitirse faltantes, es decir $b^* = 0$, si $\hat{\pi} = 0 \; y \; \pi > 0$, se puede demostrar que la política óptima es no permitir faltantes o no almacenar el articulo. En el último caso, toda la demanda se va a órdenes atrasadas antes de satisfacerla. En el ambiente de manufactura esto se llama producir por pedido.

c. Lote económico de producción (EPQ)

En este caso, se prohíben los faltantes estableciendo ese costo como infinito. Es obvio que no se planean faltantes para este caso, por lo que b=0. Las ecuaciones de costo se convierten en

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}\left(1 - \frac{D}{\psi}\right) \text{……….………….Fórmula 45}$$

Haciendo b=0 en la ecuación de costo anterior. De la misma manera se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1-\frac{D}{\psi}\right)}} \text{……………………………Fórmula 46}$$

En este caso el valor de Q^* es mayor que en el caso EOQ, porque $(1\text{-}D/\psi) < 1$. Sin embargo, el valor de $\bar{I}$ es menor que antes, debido a que en un periodo se combina el abastecimiento con el agotamiento. El término (1-D/ψ) es la tasa de abasto efectiva. Observe que cuando $\psi \longrightarrow \infty$, se obtiene el EOQ.

EOQ con faltantes. Este caso tiene una tasa infinita de reabastecimiento en la que se permiten faltantes. Cuando $\psi \longrightarrow \infty$ se obtiene

$$K(Q,b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-b)^2}{2Q} + \frac{2\pi bD + \hat{\pi} b^2}{2Q} \text{…………Fórmula 47}$$

Que, para $\hat{\pi} \neq 0$, lleva a

$$Q^* = \sqrt{\left(\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h+\hat{\pi})}\right)}\sqrt{\frac{h+\hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \text{…………………...Fórmula 48}$$

$$b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{(h+\hat{\pi})}$$ ……………..………………….Fórmula 49

d. Descuentos por cantidad

En el modelo EOQ suponemos que el costo unitario es constante, independientemente de que cantidad se compre. En realidad, los proveedores pueden inducir a sus clientes a colocar órdenes más grandes ofreciéndoles descuentos por cantidad. Si la cantidad comprada es mayor que la especifica de “precio de descuento”, el costo por unidad se reduce. Es una práctica común incluir esta política de descuento en las cotizaciones publicadas.

La tendencia del comprador es aprovechar esta situación, en especial si el artículo es de uso regular. Sin embargo, la compra de grandes cantidades significa un inventario mayor, con un costo más alto de almacenaje. Entonces, los ahorros obtenidos por la compra a un costo unitario más bajo pueden perderse con la acumulación de un costo de inventario mayor.

Es común encontrar dos tipos de planes de descuento.

El descuento en todas las unidades. Aplica en el precio a todos los artículos, desde el primero, si la cantidad excede el corte del descuento.

Descuento incremental. Se aplica el descuento sólo al precio de las unidades que exceden la cantidad del corte.

Se introduce la notación para los descuentos por cantidad. A menos que se establezca otra cosa, la notación es la misma que para EOQ. Sea

m= número de cortes de precios
q_j =Límite superior del j-ésimo intervalo de corte de precio
c_j =Límite superior en el j-ésimo intervalo de corte de precio
Q_j =Cantidad EOQ calculando usando c_j
Q_j^* =La mejor cantidad a ordenar en el intervalo j
Q^* =Cantidad óptima a ordenar para todos los precios

$K_j(Q) =$ Costo de Q unidades en el intervalo j
$K_j(Q_j) =$Costo de EOQ unidades en el intervalo j
$K_j(Q_j^*) =$Costo mínimo en el intervalo j
$K^*(Q^*) =$Costo mínimo para todos los precios
$C_j(Q) =$Costo de compra de Q unidades en el intervalo j
Por definición $q_0 = 0$ y $q_{m+1} = \infty$ y lógicamente $c_j > c_{j+1}$. Para el plan de descuento en todas las unidades, el precio de compra de Q unidades es:

$$c_j(Q) = c_j Q \quad \text{para } q_{j-1} < Q < q_j \text{……………………Fórmula 50}$$

Pero el plan de descuento incremental tiene:

$$c_j(Q) = \sum_{k=1}^{j-1} c_k q_k + c_j(Q - q_{j-1}) \quad \text{para } q_{j-1} < Q < q_j \text{…………Fórmula 51}$$

La base de la formulación del procedimiento para encontrar la solución óptima para la política de descuento en todas las unidades es:

Paso 0: Se hace $Q^* = 0,\ K^*(Q^*) = \infty$ y j=m $Q^* = 0,\ K^*(Q^*) = \infty$ y j=m

Paso 1: Se calcula Q_j: si $q_{j-1} \leq Q_j \leq q_j$, se va al paso 3. De otra manera, se hace

$Q_j^* = q_j$ y $K_j(Q_j^*) = K_j(q_j)$

Paso 2: $K_j(Q_j^*) < K^*(Q^*)$, se hace $Q^* = Q_j$ y $K^*(Q^*) = K_j(Q_j^*)$. S establece j=1-1 y se va al paso 1.

Paso 3: Se hace $K^*(Q_j^*) = c_j D + \sqrt{2ADic_j}$, si $K_j(Q_j^*) < K^*(Q^*)$,

Entonces $Q^* = Q_j^*$ y $K_j^*(Q^*) = K_j(Q_j^*)$. El proceso se detiene; la cantidad óptima a ordenar es Q^* con costo total $K^*(Q^*)$.

e. Modelo de artículos múltiples con restricción de recursos

El modelo clásico del lote económico (EOQ) es para un solo artículo. ¿Qué pasa cuando se tiene más de uno? Se formula el problema como un modelo de optimación restringido y se resuelve con multiplicadores de Lagrange. En muchas aplicaciones existen sólo una o dos restricciones, a continuación se presentará la formulación para el sistema con las dos restricciones:

Minimizar

$$K(Q) = \sum_{i=1}^{n} K_i(Q_j) = \sum_{i=1}^{n}(c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + h_i \frac{Q_i}{2})\text{……….Fórmula 52}$$

Sujeta a $\sum_{i=1}^{n} c_i Q_i \leq C$ (restricción de presupuesto)

$\sum_{i=1}^{n} f_i Q_i \leq F$ (restricción de espacio) $Q_i \geq 0$ i = 1, 2, …, n

f_i es el espacio requerido para una unidad del articulo tipo i y F es el espacio total disponible. Este problema es más complicado, una o ambas restricciones pueden ser inactivas, el método de resolución es el siguiente:

Se resuelve el problema no restringido. Si ambas restricciones se satisfacen, esta solución es la óptima.

De otra manera se incluye una de las restricciones, digamos la de presupuesto, y se resuelve el problema de una restricción para encontrar Q_i. Si la restricción de espacio se satisface, esta solución es la óptima.

De otra manera se repite el proceso sólo con la restricción de espacio.

Si las dos soluciones con una restricción no llevan a la solución óptima, entonces ambas restricciones son activas, y debe resolverse la ecuación de Lagrange con ambas:

$$K(Q_i, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^{n}\left(c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + h\frac{Q_i}{2}\right) + \lambda_i \sum_{i=1}^{n}(c_i Q_i - C) + \lambda_2(\sum_{i=1}^{n} f_i Q_i - F)\text{…………Fórmula 53}$$

Para encontrar $\{Q_i\}$ óptimo, se resuelven las siguientes (n+2) ecuaciones simultáneas:

$$\frac{\partial K}{\partial Q_i} = 0 \qquad i=1, 2,\ldots,n$$

$$\frac{\partial K}{\partial \lambda_1} = 0 \qquad \frac{\partial K}{\partial \lambda_2} = 0$$

2. Modelo de tamaño de lote dinámico

Los modelos de tamaño de lote dinámico surgen cuando la demanda es irregular, es decir, cuando no es uniforme durante el horizonte de planeación. El análisis de los modelos de demanda irregular se organiza en cuatro grupos de técnicas de solución como sigue:

Reglas simples

Son reglas de decisión para la cantidad económica a ordenar que no están basadas directamente en la "optimización" de la función de costo, sino que tienen otras características. Se trata de métodos muy sencillos que son significativos por su amplio uso, en especial en los sistemas de MRP.

Reglas heurísticas

Son aquellas que están dirigidas al logro de una solución de bajo costo que no necesariamente es óptima.

Wagner-Whitin

Es un enfoque de optimización de la demanda irregular.

Regla de Peterson- Silver

Es una prueba para determinar cuándo la demanda es irregular.

a. Reglas simples

Existen tres reglas simples que son comunes: demanda de periodo fijo, cantidad a ordenar en el periodo y lote por lote.

Demanda de periodo fijo

Este enfoque es equivalente a la regla simple de ordenar “m meses de demanda futura”. Por ejemplo, si se quiere ordenar para la “demanda de dos meses”, se suman las demandas pronosticadas para los próximos dos meses, y esta es la cantidad ordenada. Se pueden usar semanas o días en lugar de meses. Esta regla es diferente de la medida de efectividad de “abasto para el mes”. Esta es una medida agregada basada en el valor en dólares de todos los artículos en inventario. La demanda de periodo fijo se refiere a un solo artículo y se basa en la cantidad.

Cantidad a ordenar para el periodo (COP)

Esta es una modificación de la regla anterior en la que se usa la estructura para seleccionar el periodo fijo. El tamaño de lote promedio que se busca se divide entre la demanda promedio; se obtiene el periodo fijo que debe usarse.

Lote por lote (LxL)

Este es un caso especial de la regla de periodo fijo; la cantidad a ordenar es siempre la demanda para un periodo. Esta regla reduce el nivel de inventario y, por ende, el costo de mantenerlo; pero el resultado es un mayor costo de ordenar por colocar más órdenes. Casi siempre se usa para artículos muy caros y para artículos que tienen demanda irregular.

b. Métodos heurísticos

Un método heurístico es un enfoque que aprovecha la estructura del problema. Mediante el uso de un conjunto de reglas racionales, obtiene una solución buena, es decir, cercana a la óptima o, en ocasiones la óptima. Los métodos heurísticos se usan cuando no es posible o no es computacionalmente factible obtener el óptimo. Se presentan tres enfoques heurísticos comunes: Silver –Meal, costo unitario mínimo y balanceo de parte del periodo, también conocido como costo total mínimo. El denominador común es que todos comparten el objetivo del EOQ de minimizar la suma de los costos de preparación e inventario, pero cada uno emplea un método distinto. Además, se supone que A y h son constantes para todo horizonte de planeación.

Método Silver- Meal

Método Silver-Meal (SM) El principio de esta heurística es que considera ordenar para varios periodos futuros, digamos m. Intenta lograr el costo promedio mínimo por periodo para el lapso de m periodos. El costo considerado es el costo variable, esto es, el costo de ordenar (prepara) más el costo de mantener el inventario. La demanda futura para los siguientes n periodos está dada y es

$$(D_1, D_2, \ldots, D_n) \text{……………………………Fórmula 54}$$

Sea $K(m)$ el costo variable promedio por periodo si la orden cubre m periodos. Se supone que el costo de mantener inventario ocurre al final del periodo y que la cantidad necesaria para el periodo se usa al principio del mismo. Si se ordena D_1 para cumplir con la demanda en el periodo 1, se obtiene

$$K(1)=A \text{…………..…………..…………………..Fórmula 55}$$

Si se ordena D_1+D_2 en el periodo 1 para cumplir con la demanda de los periodos 1 y 2, se obtiene

$$K(2)=\frac{1}{2}(A+hD_2) \text{…………………………..…Fórmula 56}$$

Donde h es el costo de almacenar una unidad en inventario durante un periodo. Como se almacenan D_2 unidades un periodo más, esa cantidad se multiplica por h y para obtener el costo promedio para los dos periodos, se divide entre 2. De manera similar

$$K(3)=\frac{1}{3}(A + hD_2 + 2hD_3) \text{..............................Fórmula 57}$$

Y, en general,

$$K(m)=\frac{1}{m}(A + hD_2 + 2hD_3 + \ ... + (m-1)hD_m) \text{..................Fórmula 58}$$

Es decir, el periodo en el que el costo promedio por periodo comienza a crecer. En el periodo 1 se ordena una cantidad que cumpla con la demanda de los siguientes m periodos, esto es:

$$Q_1=D_1+D_2+...+D_m \text{..Fórmula 59}$$

En general, Q_i es la cantidad ordenada en el periodo i y cubre m periodos futuros. Si no se emite la orden en el periodo i, entonces Q_i es cero. El proceso se repite en el periodo $(m+1)$ y continúa durante todo el horizonte de planeación.

Costo unitario mínimo (CUM)

Este procedimiento es similar al heurístico de Silver-Meal. La diferencia radica en que la decisión se basa en el costo variable promedio por unidad en lugar de por periodo. Sea

$K'(m)$= costo variable promedio por unidad si la orden cubre m periodos

Siguiendo el mismo razonamiento que en el caso de Silver-Meal,

$$K'(1)= \frac{A}{D_1} \text{..................................Fórmula 60}$$

$$K'(2)=\frac{A+hD_2}{D_1+D_2} \text{.................................Fórmula 61}$$

$$K'(3)=\frac{A+hD_2+2hD_2}{D_1+D_2+D_3} \text{..............................Fórmula 62}$$

Y en general

$$K'(m)=\frac{A+hD_2+2hD_3+..+(m-1)hD_m}{D_1+D_2+\cdots+D_m}\text{……………Fórmula 63}$$

Igual que antes, la regla de detención es

$$K'(m+1)>K(m)\text{………………………….………Fórmula 64}$$

$$\text{y}\quad Q_1=D_1+D_2+\ldots.+D_m\text{…………………….…..…..Fórmula 65}$$

De nuevo, el proceso se repite a partir del periodo $(m+1)$. La limitación tanto del enfoque del Silver-Meal como de CUM es que consideran un lote a la vez, y el costo por periodo (o unitario) puede variar mucho de un periodo a otro.

Balanceo de periodo Fragmentado (BPF)

Este método intenta minimizar la suma del costo variable para todos los lotes. Recuerde del análisis del EOQ que si la demanda es uniforme, el costo de ordenar (prepara) es igual al costo de almacenar. Aunque este argumento es correcto para demanda uniforme, no es cierto apara demanda irregular, en la que el inventario promedio no es la mitad del tamaño de lote. Sin embargo, puede proporcionar soluciones razonables para la demanda irregular.

Para obtener el costo de mantener el inventario se introduce el periodo fragmentado, definido como una unidad del artículo almacenada durante un periodo. Entonces, 10 unidades en inventario durante un periodo son iguales a 10 periodos fragmentados, lo que es igual a 5 unidades en inventario durante 2 periodos. Sea

PF_m= periodo fragmentado para m periodos

Así, $PF_1=0 \quad PF_2 = D_2$

$$PF_3 = D_2 + 2D_3$$

$$\mathrm{P}F_m = D_2 + 2D_3 + \cdots + (m+1)D_m \text{.......................................Fórmula 66}$$

El costo de mantener el inventario es $h\ (PF_m)$, y se requiere seleccionar el horizonte de pedidos m que cubra, en términos generales, el costo de ordenar A, esto es, elegir m tal que

$$\mathrm{A} \cong (PF_m) \text{...Fórmula 67}$$

O sea

$$PF_m \cong \frac{A}{h} \quad \text{...Fórmula 68}$$

Que también es la regla de detención. La razón A/h se llama "factor económico de periodo fragmentado". El tamaño de la orden es (véase fórmula 68)

$$Q_1 = D_1 + D_2 + \ldots + D_m \text{...........................Fórmula 69}$$

Y el proceso se repite comenzando con el periodo $m+1$. El método heurístico BPF también se conoce como de costo total mínimo (CTM) y es uno de los que más se aplican en la industria.

c. Algoritmo de Wagner-Whitin (WW)

Este algoritmo tiene el mismo objetivo que algunos enfoques heurísticos, minimizar el costo variable de inventario, el costo de ordenar (preparar) y el de mantener inventario durante el horizonte de planeación. La diferencia es que el algoritmo de Wagner-Whitin genera una solución de costo mínimo que conduce a una cantidad óptima a ordenar Q_i. El procedimiento de optimización está basado en programación dinámica; evalúa todas las maneras posibles de ordenar para cubrir la demanda en cada periodo del horizonte de planeación. Su "elegancia" estriba en que no considera todas las políticas posibles; para un horizonte de n periodos, el número de políticas posibles es 2^{n-1}. Se observa el hecho de que una orden debe satisfacer toda la demanda para cierto número de periodos. Esto es, una cantidad óptima a ordenar, digamos Q_i, satisface

$$Q_i = \sum_{k=1}^{j} D_k \qquad \text{para alguna } j \geq i \text{………………………Fórmula 70}$$

$$\text{y} \qquad I_i Q_{i+1} = 0 \qquad \text{para toda } i = 0, 1, \ldots, n-1$$

Q_i es el número de unidades ordenadas en el periodo i para cubrir la demanda hasta el periodo j, con la siguiente orden colocada en el periodo $j+1$. Este concepto, usado en los modelos heurísticos, reduce el número de políticas que se examinan a una cantidad del orden de n^2, lo cual significa que el algoritmo ignora muchas de las políticas.

Wagner- Whitin sustituye al EOQ para el caso de demanda irregular. Sin embargo, como es un poco difícil de entender, normalmente no se aplica en la industria. Su mayor ventaja es que sirve como estándar para medir la efectividad de otros algoritmos para tamaño del lote dinámico.

Se establecerá formalmente el algoritmo usando la notación definida. Sea $K_{t,l}$ el costo de colocar una orden para cubrir la demanda de los periodos t, $t+1, \ldots l$, suponiendo que el inventario al principio del periodo t y al final del periodo l es cero. Matemáticamente, este costo es

$$K_{t,l} = A + h\left(\sum_{j=t+1}^{l} (j-t) D_j\right) \text{……………………………Fórmula 71}$$

$$t = 1, 2, \ldots, n \;\; ; \;\; l = t+1, t+2, \ldots, n$$

Ahora se determina el costo mínimo del periodo 1 al l suponiendo que no debe haber inventario restante al final del periodo l. La ecuación para este mínimo se puede encontrar de manera recursiva, Si K_l^* es este mínimo, estará dado por

$$K_l^* = mín_{t=1,2,\ldots,l}\{K_{t-1}^* + K_{t,l}\}\text{……………………….Fórmula 72}$$

$$l=1,2,\ldots, N$$

K_0^* se define como cero, y el valor de la solución de costo mínimo está dado por K_N^*

d. Regla de Peterson-Silver

Los métodos para tamaño del lote dinámico se usan para demanda irregular ¿Cómo se puede saber que la demanda es irregular? ¿Con solo mirar? Debe haber una mejor manera. Peterson y Silver propusieron una medida útil de la variabilidad de la demanda, llamada coeficiente de variabilidad. Este es

$$V=\frac{\text{Variancia de la demanda por periodo}}{\text{Cuadrado de la demanda promedio por periodo}}\text{ ………..Fórmula 73}$$

Ellos demostraron que V se puede evaluar mediante

$$V=\frac{n\sum_{t=1}^{n}D_t^2}{\left(\sum_{t=1}^{n}\right)^2}-1\text{…………………………Fórmula 74}$$

Donde D_t es la demanda pronosticada discreta para el periodo y n es el horizonte de planeación.

Peterson y Silver sugieren la siguiente “prueba de irregularidad”:

Si $V<0.25$, se usa el modelo EOQ con $\overline{D}$ como la demanda estimada.

Si $V\geq 0.25$, se usa un modelo de tamaño del lote dinámico.

d. Decisiones de tiempo

Esta decisión tiene efecto no solo en el nivel de inventario y, por ende, en el costo del inventario, sino también en el nivel de servicio que se proporciona al cliente. Al igual que en las decisiones de cantidad, se incluyen modelos “clásicos” para ayudar a entender el comportamiento de los sistemas de inventario respecto a las decisiones de tiempo.

Se estudiarán los modelos bajo tres categorías importantes:

Decisiones de una sola vez

Sistemas de revisión continua, que son sinónimo de decisiones de tiempo continuo.

Sistemas de revisión periódica, que son sinónimo de decisiones intermitentes.

Todos los modelos manejan un solo artículo, pero se pueden extender a artículos múltiples y muchos de ellos manejan demanda estocástica.

1. Decisiones de una sola vez

Las situaciones de decisiones de una sola vez son muy comunes en los ambientes tanto de manufactura como de venta al menudeo. Con frecuencia el problema se relaciona con bienes estacionales, que tienen demanda sólo durante periodos cortos. Existe una sola oportunidad de ordenar.

Debe decidirse el número de artículos a ordenar antes del periodo de ventas, que puede ser un día, una semana o cualquier otro periodo. Si la demanda se conoce (el caso determinístico), el problema trivial; se ordena el número exacto de unidades que se demanda. La situación práctica, y por lo tanto la de interés, es cuando la demanda exacta es desconocida, pero puede describirse como una variable aleatoria. Sea

D= demanda durante el periodo; una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f(D)$

$F(D)$= función de probabilidad acumulada de D, es decir, la probabilidad de que la demanda sea menor o igual que D

π=costo de faltantes por unidad que falta al final del periodo.

C_o= costo de excedentes por unidad que sobra al final del periodo.

El costo por faltantes puede ser la ganancia perdida y la pérdida de la buena voluntad. El costo del excedente es el costo unitario más cualquier costo adicional para deshacerse del excedente, menos cualquier ingreso (valor de recuperación) que se pueda obtener. El costo de compra puede ignorarse porque no afecta la solución óptima, o bien, considerarse de manera implícita en los costos de excedentes o de faltantes. Se supone que no hay costo por colocar una orden.

Como Q es la variable de decisión, el costo esperado de excedente es $F\ (Q)c_o$.

Y el costo esperado por faltantes es

$$[1 - F(Q)]\pi \text{...Fórmula 75}$$

El valor óptimo de Q en este caso el punto en donde estos dos costos son iguales

$$F\ (Q^*)C_o = [1 - F(Q^*)]\pi \text{...........................Fórmula 76}$$

Lo que conduce a

$$F\ (Q^*) = \frac{\pi}{\pi + c_0} \text{...........................Fórmula 77}$$

La razón de costo en la ecuación anterior se llama razón crítica y es un número entre 0 y 1. La razón crítica es la probabilidad de satisfacer la demanda durante el periodo si Q^* se compra para ese periodo, que no es lo mismo que la proporción de la demanda satisfecha.

Para calcular Q^* se debe usar la distribución de probabilidad acumulada, que es característica de los modelos estocásticos de inventarios.

2. Sistemas de revisión continúa.

Para examinar estos sistemas, se definen dos nuevas variables de estado para el inventario:

X_t = posición del inventario en el tiempo t

O_t = posición de ordenes colocadas en el tiempo t, algunas veces llamada la "tubería del inventario"

Recuerde que I_t es el inventario disponible en el tiempo t y B_t es el nivel de faltantes (órdenes atrasadas) en el tiempo t (ver fórmula 74).

$$X_t=I_t+O_t-B_t \quad \text{.....................................Fórmula 78}$$

Ya sea I_t o B_t o ambos serán cero en cualquier tiempo. Básicamente, la diferencia entre X_t e I_t es que X_t considera el inventario como una tubería. Sea R= punto de reorden, el nivel de X_t cuando se coloca una orden La decisión de tiempo, cuándo ordenar, es Si $X_t \leq R_t$ entonces se coloca una orden de Q unidades R determina el momento de la decisión de cantidad. Estos sistemas se llaman sistemas (Q, R); la política está definida por dos decisiones. La decisión de cantidad se analizó en la sección anterior y el punto de reorden. Deben ordenarse dos cosas: La decisión de tiempo considera la posición del inventario total y no sólo del inventario disponible (un error muy común en la práctica). La cantidad ordenada, Q, se puede determinar por cualquier método para el tamaño del lote. En primer lugar, se analizarán los sistemas de revisión continua en un ambiente determinístico y después se estudiara el caso estocástico. En los sistemas de inventarios EOQ y EPQ se obtuvieron la cantidad económica a ordenar y la cantidad económica a producir con tiempo de entrega cero. En este método se permitirá que el tiempo de entrega sea distinto de cero, pero se supondrá que es una constante conocida, digamos τ. El lapso de una orden -expresado en las mismas unidades que los otros datos- es el tiempo que transcurre entre colocar la orden y su recepción. Todavía se supone que las unidades ordenadas llegan al mismo tiempo τ unidades después de colocar la orden. La demanda durante el tiempo de entrega se conoce con certidumbre. Como antes de la demanda anual es uniforme y se denota por D. Primero se examina el caso del EOQ. Si se quiere que la cantidad Q llegue cuando se ha agotado todo el inventario, se establece

$$R=D\tau \text{……………………………………..Fórmula 79}$$

Si no se permiten faltantes y no hay otras ordenes en camino (en la tubería), al colocar una orden, entonces

$$X_t=I_t \text{..Fórmula 80}$$

Y la decisión de tiempo es colocar la orden siempre que

$$I_t \leq D\tau \text{...Fórmula 81}$$

Para el EPQ el argumento es similar. Se hace

$$R=D\tau \text{………………………………………..Fórmula 82}$$

Donde τ es el tiempo de entrega requerido para preparar la nueva corrida de producción. Cuando la posición del inventario es menor o igual que R, se inicia una nueva orden de producción. No obstante, debido a la tasa de reabastecimiento finita, X_t se comporta diferente. Tanto para el EOQ como para el EPQ con un tamaño de faltantes máximo de b, la decisión de tiempo es la misma. El punto de reorden se convierte en

$$R=D_\tau\text{-}b \text{……………………………………….Fórmula 83}$$

Ambos casos suponen que todo se conoce con certidumbre. En realidad, ambas demandas y tiempos de entrega pueden variar. Si llega una orden después de lo esperado o la demanda durante el tiempo de entrega es mayor que la esperada, pueden tenerse faltantes. Para evitar eso se puede mantener un inventario de seguridad.

Inventario de seguridad y nivel de servicio

El inventario de seguridad es inventario adicional para asegurar que se cumple el objetivo de servicio. Sin embargo, más inventario significa más costo de mantenerlo y menos oportunidad de que un cliente se enfrente a un faltante. Para tener más inventario disponible, se establece el punto de reorden en

$$R=\overline{D_t}+s \text{……………………………..Fórmula 84}$$

Donde s es el inventario de seguridad. La diferencia entre el modelo determinístico sobre R, la decisión de tiempo, es una decisión sobre el nivel del inventario de seguridad s. El valor de s determina el trueque entre el servicio y la inversión. Existen dos valores para encontrar s: uno de optimización que usa un costo por faltantes π y otro administrativo, en el que se establece la política del nivel de servicio.

a. Demanda en el periodo de entrega

Recuerde que tanto la demanda durante el tiempo de entrega como el tiempo de entrega mismo son so determinístico. Para simplificar los desarrollos, inicialmente se supone que el tiempo de entrega es determinístico. Esto da una buena aproximación al valor esperado en el caso estocástico. La demanda es una variable aleatoria por lo general, dada para cierto periodo. Es común que el valor de la demanda se obtenga mediante un método de pronósticos. Se supone que la demanda es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad $f(D)$ y función de distribución acumulada $f(D)$. Sea

$\overline{D} =$ Valor esperado (o media) da la distribución de la demanda en un periodo

σ= Desviación estándar de la distribución de la demanda
τ= Tiempo de entrega, igual que en caso determinístico

El periodo para el que se da la demanda puede ser distinto del tiempo de entrega. Por ejemplo, la demanda puede estar dada para una semana, mientras que el tiempo de entrega es cuatro semanas. Entonces se ajusta la demanda pronosticada a la longitud del tiempo de entrega. Se supone que las demandas para cada periodo son variables aleatorias independientes. Por lo tanto, la distribución de la demanda en el tiempo de entrega tiene los siguientes parámetros.

Valor esperado (media)= $\overline{D_t}$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2\tau \text{..Fórmula 85}$$

Donde σ_t^2 es la variancia de la demanda en el tiempo de entrega, σ^2 es la variancia de D y τ está dado en las mismas unidades de tiempo que D. Se obtiene $\sigma_t = \sigma\sqrt{\tau}$ desviación estándar de la demanda en el tiempo de entrega:

$$\overline{D_\tau} = \overline{D}\tau \text{..Fórmula 86}$$

b. Modelo (Q, R)

Ahora se considerará el modelo estocástico esencial para el sistema de revisión continua. Se presenta un enfoque administrativo, en el cual se establece una política de servicio, y un enfoque de optimización, que es la revisión estocástica del EOQ determinístico. Recuerde que en el caso de revisión continua R es una variable de decisión, al contrario del caso determinístico, en el que R se obtuvo a partir de la demanda en el tiempo de entrega. Las dos variables de decisión Q y R, definen la política para este modelo.

Enfoque administrativo: decisión de cantidad. Se evalúa la cantidad a ordenar usando el modelo EOQ, sustituyendo el valor esperado de la demanda aleatoria por la de la demanda conocida:

$$Q=\sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h}} \text{..Fórmula 87}$$

Este valor no es el valor de Q que se usa en el enfoque de optimización.

Enfoque administrativo: decisión de punto de reorden

$$R= \bar{D}\tau+s \text{..................................Fórmula 88}$$

De forma que el inventario de seguridad determina a R. El inventario de seguridad maneja la variabilidad de la demanda durante el tiempo de entrega, que se mide por σ_τ. Por lo tanto, el inventario de seguridad se mide en “unidades de desviación estándar” y es

$$k\sigma_\tau \text{...Fórmula 89}$$

Donde k es el factor de seguridad elegido para proporcionar el nivel de servicio deseado. Si la demanda en el tiempo de entrega tiene distribución normal, se puede conocer mejor el valor de k. Por la naturaleza de la distribución normal,

$$s= z\sigma_\tau \text{ ....Fórmula 90}$$

dónde z es una variable normal estándar, y mide el número de desviación estándar a partir de la media. Observe que en este caso $k=z$. Para el resto de este análisis, se supondrá una distribución normal para la demanda en el tiempo de entrega; así,

$$R=\overline{D_\tau}+z\sigma_\tau = \overline{D_\tau} + z\sigma_\tau \text{...........................Fórmula 91}$$

Esta estructura generar para evaluar R es la misma para ambas políticas 1 y 2 de nivel de servicio. La diferencia está en el valor asignado a z

Punto de reorden: política 1. El nivel de servicio requerido es α. El procedimiento es

1. En la tabla A-1 se encuentra el valor de z que corresponde a $F(z)=\alpha$
2. Se evalúa R usando el valor obtenido de z

Punto de reorden: política 2 El nivel de servicio requerido es β (tasa de surtido). El procedimiento es

1. Se evalúa $L(z)=\frac{(1-\beta)Q}{\sigma_\tau}$ …………………………………..Fórmula 92
2. En la tabla A-2 se usa $L\ (z)$ para obtener z
3. Se evalúa R usando el valor de z

*La tabla A1 y A2 se encuentran en el apéndice

c. Costo por faltantes implícito

Un faltante puede ocurrir sin importar que nivel de servicio se elija. Si es así, se paga una sensación por faltantes implícita en el nivel de servicio elegido. Para evaluar el costo por faltantes implícito se analiza el modelo $(Q,\ R)$ usando el enfoque de análisis marginal utilizado para el problema del voceador. En un ciclo de inventario, es económico mantener una unidad adicional en el inventario de seguridad, siempre y cuando su costo de mantenerla no sea mayor que el costo esperado por faltantes para uno de una unidad. La probabilidad general de un faltante es $F\ (z)$, donde $[1\text{-}f(z)]=\alpha$ es un valor seleccionado específico. Utilizando una notación familiar, sea h el costo anual de mantener una unidad, π el costo por unidad que falta y $\overline{D}/Q$

el número de ciclos de inventario por año. Entonces, por ciclo, el balanceo de los costos de mantener y por faltantes da

$$\pi = \frac{hQ}{[1-F(z)]\bar{D}} \text{..............................Fórmula 93}$$

El costo implícito por faltante es una manera útil de que la administración juzgue si una elección de un nivel de servicio en particular es apropiada. La ecuación para se cumple para ambas políticas de nivel de servicio. De nuevo, la diferencia está en la evaluación del valor adecuado de z.

3. Sistemas de revisión periódica.

Se hablará a continuación sobre la decisión de tiempo de esta política. El inventario se revisa cada T periodos. En cada revisión, si $X_t > R$, no se ordena, pero si $X_t \leq R$, se ordena hasta el nivel meta, S, donde X_t es la posición del inventario.

En el primer punto de revisión no pasa nada. Después del periodo de revisión, T, el inventario (suponiendo que no hay artículos ordenados) se encuentra abajo del punto de reorden (punto 2), y se coloca una orden por $Q = \{S - I_t\}$. Esta orden llega τ unidades más tarde (punto 3) debido al tiempo de entrega.

Un caso especial de la política de revisión periódica es cuando $R=S$ y se coloca una orden en cada punto de revisión. La variable de decisión es el periodo de revisión T. Como en el enfoque tomado para los sistemas de revisión continúa, primero se estudia un modelo determinado y después el modelo estocástico.

a. EOQ de nuevo

El modelo EOQ también puede examinarse desde una perspectiva de revisión periódica. Recuerde que la suposición es que el tiempo de entrega es cero. El EOQ se podría ver como un sistema de revisión periódica, en el que el valor óptimo del periodo de revisión es

El nivel de inventario meta es Q^* de manera que el tamaño del lote ordenado es Q^*. Cuando el tiempo de entrega es τ, T^* permanece igual, pero el inventario meta es $R+Q^*$ con tamaño de lote Q^*.

b. Modelos (S, T)

Consiste en un sistema de revisión periódica en el que el inventario meta es igual a S; en cada revisión si $X_t \leq S$, se ordena hasta el nivel del inventario meta S. Este es un caso especial en el que $R=S$. Se tienen dos variables de decisión, el intervalo de revisión T y el inventario meta S. Al igual que en los sistemas de revisión continúa, todavía se tiene un trueque entre el nivel de servicio y la inversión. De nuevo hay dos enfoques, uno de optimización, basado en un costo por faltantes π y un enfoque administrativo, en el cual se fija el nivel de servicio. Se analizará el enfoque administrativo.

Se tienen las mismas suposiciones para los sistemas (Q,R); existe un reabastecimiento infinito, la demanda es una variable aleatoria D y el tiempo de entrega es constante e igual a τ.

Decisión del periodo de revisión

El periodo de revisión T se puede basar en la conveniencia (véase fórmula 83), es decir, una vez al mes, o según la fórmula EOQ, esto es,

$$T=\sqrt{\frac{2A}{h\overline{D}}}\text{...Fórmula 94}$$

c. Decisión del inventario meta

El mismo argumento dado para el sistema *(Q, R)* se cumple aquí, elegir S es equivalente a decidir el nivel del inventario de seguridad. La diferencia está en la longitud del periodo para el que se necesita el inventario de seguridad. En el sistema *(Q, R)* se requería el inventario de seguridad para cubrir sólo el tiempo de entrega τ, ya que las órdenes se pueden colocar en cualquier momento. Para los sistemas *(S, T)* una orden debe ser lo suficientemente grande para que dure hasta la siguiente revisión, T periodos después. Por lo tanto, S debe ser por lo menos igual a la demanda esperada durante *(T+τ)* que no incluye inventario de seguridad. Al considerar el inventario de seguridad y usar la misma notación que para el modelo *(Q, R)*

$$S=\overline{D}(T+\tau)+s\text{...................................Fórmula 96}$$

Para una demanda en el tiempo de entrega con distribución normal,

$$S=\overline{D}(T+\tau)+z\sigma_{T+\tau}\text{................................Fórmula 97}$$

Donde $\sigma_{T+\tau}$ es la desviación estándar de la demanda durante *(T+τ)*. Un sistema *(S,T)* requiere más inventario de seguridad que n sistema *(Q,R)* ya que el periodo que necesita protección contra faltantes es más largo.

d. Sistema de reabastecimiento opcional

Primero se analizó el sistema de revisión periódica y después el caso especial con R=S. Ahora se examinará una modificación del caso general, el sistema de reabastecimiento opcional, en ocasiones llamado de revisión opcional (s, S). La modificación es que la prueba de reorden se hace usando el inventario disponible en lugar de la posición del inventario.

El sistema opera como sigue. Se definen dos niveles de inventario *(s, S).* El intervalo de revisión es T y en cualquier punto de revisión, la decisión es que si $I_d \leq s$, se ordena S-I_t, pero si $I_t > s$, no se ordena. I_t es el inventario disponible en cualquier punto de revisión. La ventaja sobre los sistemas *(S, T)* es que la cantidad a ordenar pedida es razonable. Es particularmente útil cuando los costos tanto de revisión como de ordenar son significativos.

Este sistema tiene tres variables de decisión de, -*T, s* y *S*-. Se determina *T* usando el método descrito antes. Encontrar los valores óptimos para s y S es bastante difícil. Se puede obtener una buena aproximación calculando una política *(Q,R)* y haciendo:

$S=R$ y $S=R+Q$……………………………..Fórmula 98

e. Decisiones de control

Se ha introducido una gran variedad de modelos, políticas y enfoques para los diferentes aspectos de los sistemas de inventarios. Ahora se estudiará la administración y el control de sistemas de inventarios de artículos múltiples. A continuación se analiza un enfoque administrativo para el control del inventario bajo condiciones reales. Para comenzar, se presenta el análisis de Pareto, una herramienta importante en el manejo de sistemas de artículos múltiples.

1. Análisis de Pareto

El análisis de Pareto, es una herramienta para separar lo "importante" de lo que "no es importante", es una técnica útil para asignar esfuerzo administrativo. Su nombre se debe al economista italiano Villefredo Pareto, quién estudio la distribución de la riqueza en Milán en el siglo XVIII. Observó que una porción grande de la riqueza era propiedad de un pequeño segmento de la población. El mismo principio de Pareto se aplica a muchas otras situaciones, unos cuantos tienen mucha importancia y muchos tienen poca importancia. Es común que los sistemas de inventarios tengan unos cuantos artículos que dan cuenta del uso de una gran cantidad de dinero. Esta característica permite un trueque entre la inversión y el control, elemento importante para mantener un costo bajo y un alto nivel de servicio.

a. La curva ABC

La curva ABC jerarquiza los artículos en inventario en orden descendente por su uso anual de dinero. Esta jerarquía en forma tabular se llama distribución por valor. Se puede graficar el porcentaje de artículos jerarquizados del total de artículos contra el porcentaje acumulado correspondiente del valor total en dinero, representado por ese porcentaje de artículos jerarquizados.

En principio, los artículos jerarquizados se clasifican en tres grupos:

A= artículos con “alto uso de dinero”

B=artículos con “uso medio de dinero”

C=artículos con “bajo uso de dinero”

Por lo general, las curvas ABC muestran que el grupo ABC muestran que el grupo A significa alrededor del 20% de los artículos jerarquizados y el 80% del uso total de dinero. En ocasiones esto se llama regla “80-20”. El que estos dos números sumen 100 es simple coincidencia.

En forma más detallada, el procedimiento para preparar las curvas ABC es

Paso 1: Se tabulan los artículos en inventario en orden descendente del uso anual de dinero por artículo. El uso anual de dinero es la multiplicación del costo unitario y el número anual de unidades usadas.

Paso 2: Se evalúa la actividad acumulada comenzando al principio de la lista y acumulando las actividades por articulo hacia abajo.

Paso 3: Se trabaja hacia abajo y se calcula:

Porcentaje acumulado de artículos basado en el número total de artículos.

Porcentaje acumulado de uso del dinero basado en el uso total anual.

Paso 4: Se grafica la curva ABC del porcentaje acumulado del uso del dinero como una función del porcentaje acumulado de artículos.

b. Algunas observaciones sobre la curva ABC

No se ha fijado una convención en cuanto a que artículos están en los grupos A, B, y C. Esto se hace casi siempre "a ojo" viendo la curva. En general, el grupo A llega hasta donde comienza a doblar la curva, el B hasta el final de este doblez y C incluye el resto de los artículos.

Por lo común, mientras más inclinada es la curva ABC, mayor poder de separación tiene. El poder de separación es la habilidad para distinguir entre los grupos. Esto es, menos artículos representarán un valor más alto, por ejemplo, 15% de los artículos significan el 90% del valor. Para este ejemplo. Alrededor de 1.5% de los artículos representan el 50% del valor.

En la práctica, es sencillo generar la tabla de distribución por valor y su curva ABC asociada. Tanto el precio unitario del artículo como su uso anual son parte de la base de datos del inventario.

El costo unitario no es razón para colocar un artículo en el grupo A y viceversa.

Este análisis muestra la manera en que el principio de Pareto ayuda a asignar el esfuerzo administrativo. El grupo A, que representa la mayor parte de la inversión en inventario, tiene un control estrecho. Los artículos del grupo C obtienen poca atención administrativa, no valen el esfuerzo.

En este capítulo se redactó toda la teoría que será ocupada para cumplir con el objetivo de este estudio.

En el capítulo 3 se desarrollará el análisis de la información recopilada en la empresa Grupo Gysapol de acuerdo a las herramientas de la Ingeniería Industrial.