



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

V. CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO IV

DINAMICA DE SUELOS

MATERIAL EXTRA

CLASE DEL DR. EFRAIN OVANDO

(28 de octubre de 1992)

DISEÑO BASADO EN TEORIAS DE EMPUJE DE TIERRAS DESPLAZAMIENTOS QUE SATISFAGAN LAS HIPOTESIS IMPLICITAS:

FORMULA DE MONONOBÉ - CRABE

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS}$$

$$K_{AS} = \frac{\cos^2(\phi - \theta \mp \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta \pm \rho \pm \theta)} \left[1 + \frac{\sin(\theta \pm \delta) \sin(\phi - \theta \pm \omega)}{\cos(\delta \pm \rho \pm \theta) \cos(\omega \mp \rho)} \right]^2$$

$$\tan \theta = \frac{k_h}{1 - k_v}$$

OBSERVACIONES:

$\phi \mp \theta - \beta \Rightarrow \bar{\theta}$ Y DIF. DE $\pi/2$ (IGUALDA CON CERO = ?)

si $\beta = 0$ (MURO VERTICAL)

$$k_h \leq (1 - k_v) \tan \phi$$

si $k_v = 0$

$$k_h \leq \tan \phi$$

cuando $\beta = 0$ $K_{AS} = K_{PS}$

CUANDO EL RELLENO ESTA SATURADO.

$$\tan \theta' = \frac{\gamma_s}{(\gamma_s - 1)} \cdot \frac{k_h}{(1 - k_v)} \quad \text{O SUPONER}$$

$\phi = 0$ Y DISEÑAR CON $c_u \rightarrow$ PERO EN ESTE CASO, LA FORMULA DE MONONOBÉ NO ES APLICABLE

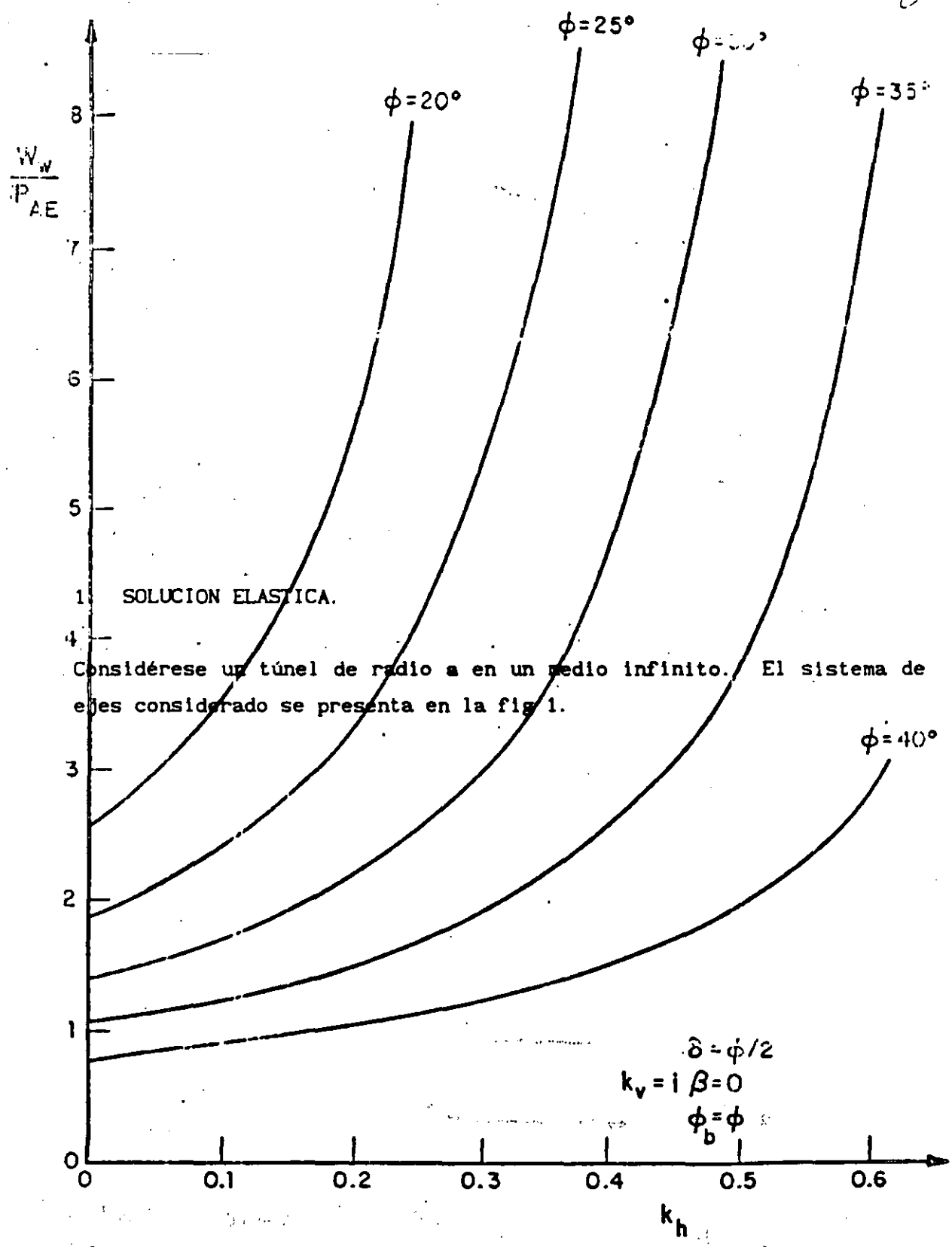


Fig 9. Efecto del ángulo de fricción del suelo en el factor de inercia del muro

Fig 1 Sistema de ejes

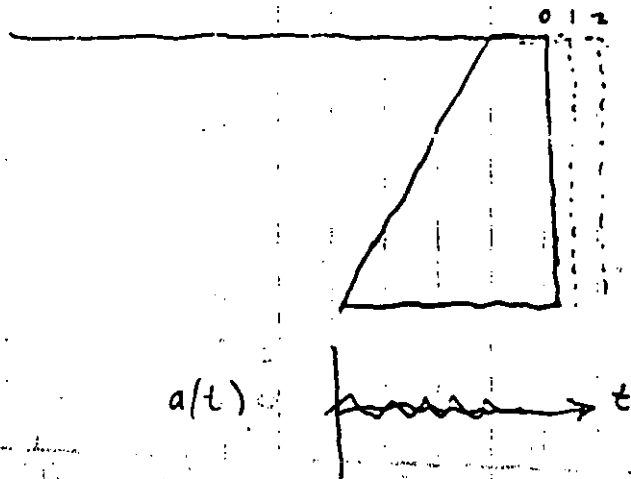
EFEECTO DEL PESO DEL MURO EN EL DESLIZAMIENTO

cuando $F_d = 1$:

$$W_{IN} = \frac{1/2 \gamma H^2 [\cos(\delta + \beta) - \sin(\delta + \beta) \tan \phi_b]}{\tan \phi_b - \tan \theta} \times K_{ac}$$

W_{IN} crece enormemente !)))
 Si $\tan \phi_b \approx \tan \theta$ $W_{IN} \rightarrow \infty$
 $h_{crit} = (1 - kv) \tan \phi_b$

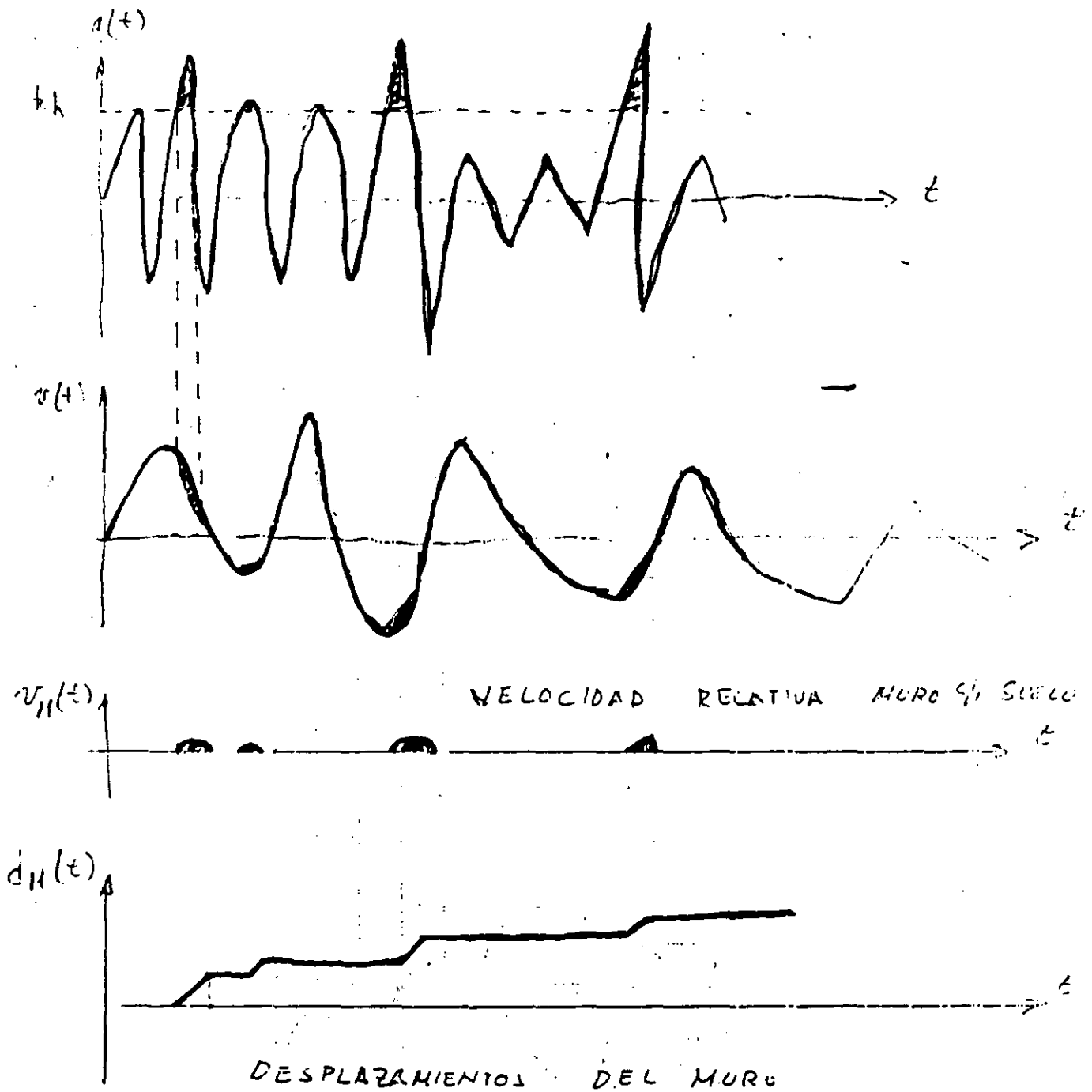
ANÁLISIS CON DESPLAZAMIENTOS LIMITADOS



SARMA, S.K. (1975) SEISMIC STABILITY OF EARTH DAMS AND EMBANKMENTS.

GEOTECHNIQUE, VOL 25.

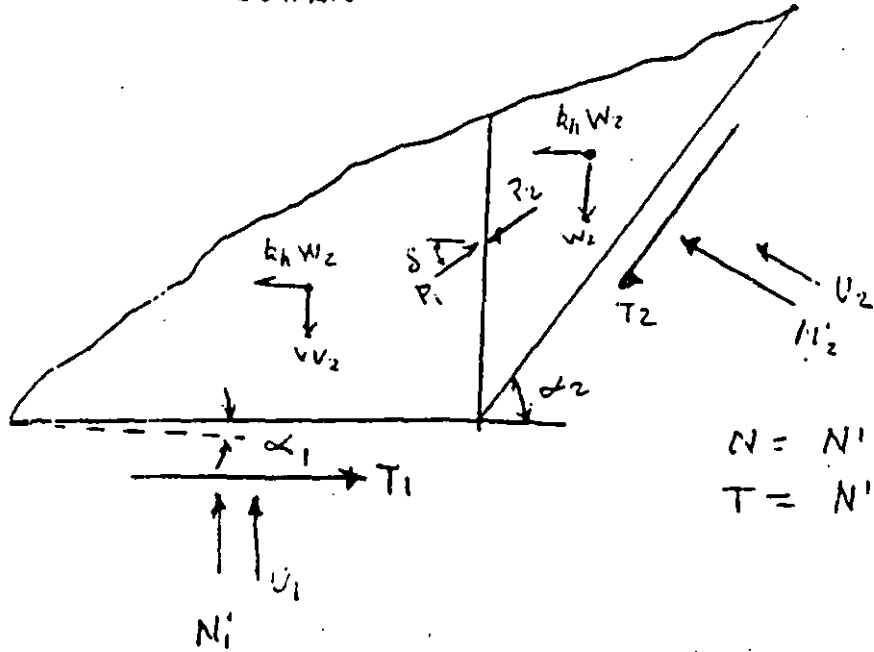
RICHARDS, R., Y HELMI, R. (1979). SEISMIC BEHAVIOR OF GRAVITY RETAINING WALLS. PROC ASCE, GEOTECH. ENG. DIV, V 105, 674.



SOLO SE CONSIDERAN DESPLAZAMIENTOS DEBIDO
 A LOS ESTADOS DE ESFUERZO ACTIVOS
 FRANKLIN Y CHANG DE GIJÓNEN DEL 1977

$$d \approx 0.087 \frac{V^2}{a_m g} \left(\frac{kh}{a_m} \right)^{-4} \text{ (en pulgadas); } d \leq 20''$$

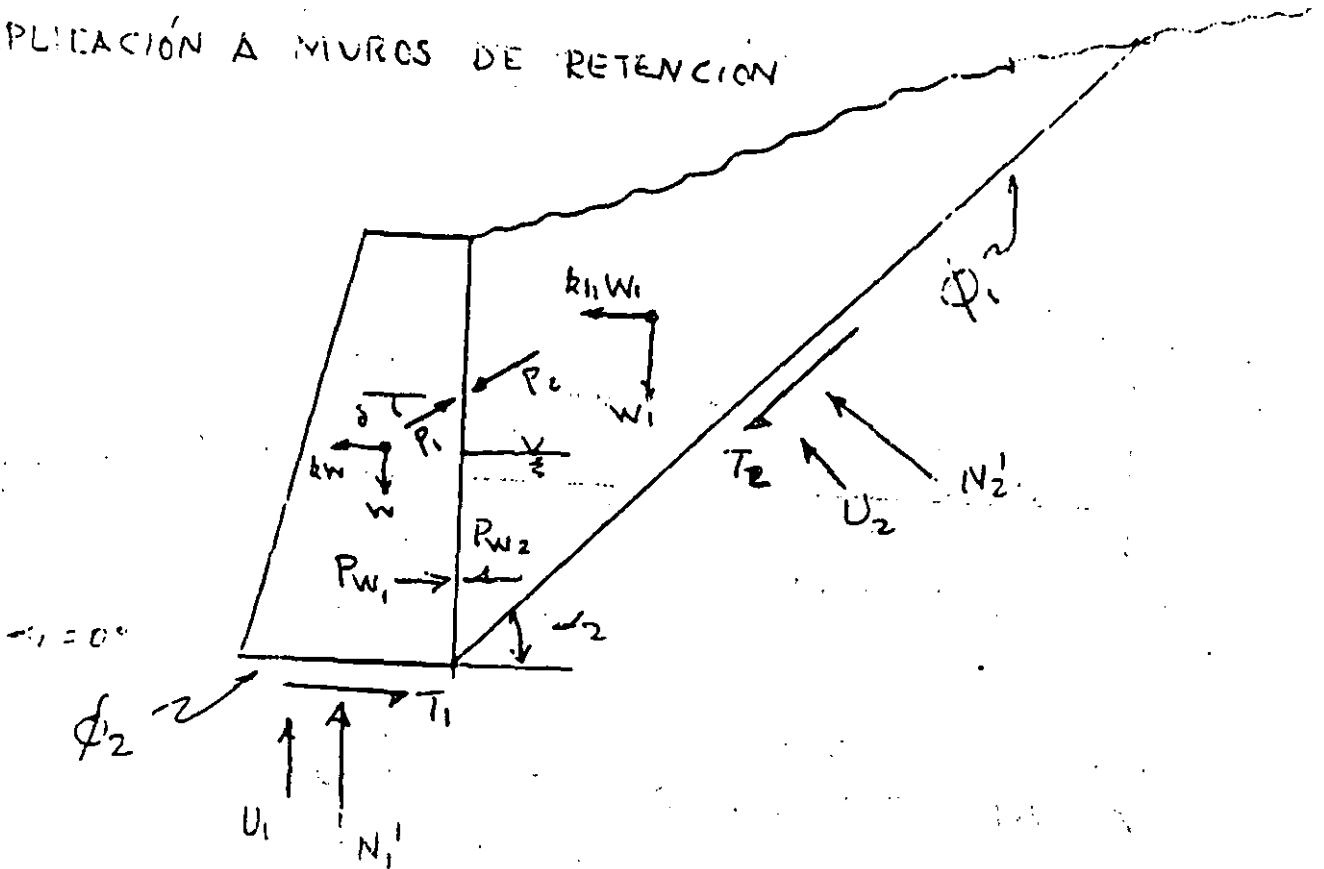
SOLUCIÓN PARA DOS
CUÑAS



$$N = N' + U$$

$$T = \frac{N' \tan \phi'}{F} + \frac{c \cdot l}{F}$$

APLICACIÓN A MUROS DE RETENCIÓN



SOLUCIÓN ANALÍTICA



$$P_i = \frac{a_i + b_i F}{c_i + d_i F} \quad i = 1, 2$$

$$|P_1| = |P_2|$$

$$a = \left[c' b + W(1 - R_u) \tan \phi' \right] \sec^2 \alpha - (W \tan \alpha + kW + P_w) \tan \alpha \tan \phi'$$

$$b = - (W \tan \alpha + kW + P_w)$$

$$c = \cos \delta \tan \phi (\tan \alpha - \tan \delta)$$

$$d = - (1 + \tan \alpha \tan \delta) \cos \delta$$

$$R_u = \frac{U}{W \sec \alpha}$$

SUPONER α_2 y δ

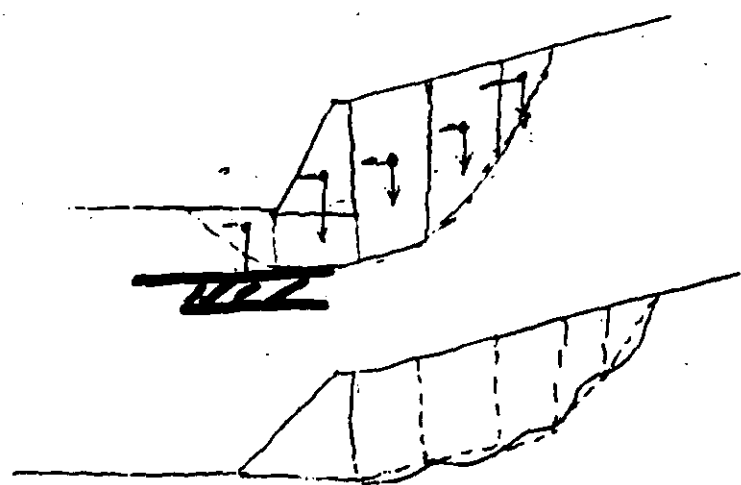
RESOLVER PARA P_1 dando valores a F

HASTA QUE $P_1 = -P_2$

REPETIR CON NUEVOS VALORES DE α_2 Y δ

COMÚNMENTE SE ACEPTA QUE $\delta =$ INCLINACIÓN DEL RELLENO

USO DE MÉTODOS CONVENCIONALES DE ESTABILIDAD DE TALUDES

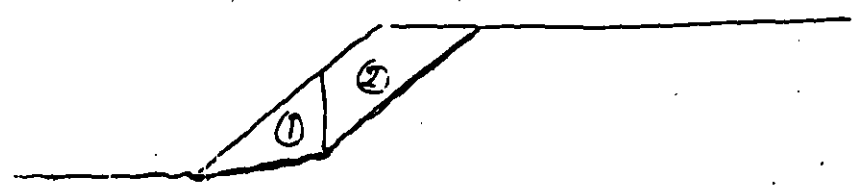


SUECO } SUP. DE
 BISHOP } FALLAS
 } CIRCUNARES
 (GENERALMENTE)

MÉTODO DE SARMA:
 SUP DE FALLA
 DE FORMA ARBITRARIA

TAMBIEN: SPENCER
 MORGENSTERN & PRICE

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SARMA (ECS)



PARA EL CASO DE DOS CUÑAS EXISTE UNA SOLUCIÓN CERRADA

1.1 Potencial de deformaciones ϕ_1

Se considera la función

$$\phi_1 = -2GD \ln(R - \psi) \quad (1)$$

con G : módulo de rigidez del suelo

D : constante

$$R : \left[x^2 + \psi^2 + (z - h)^2 \right]^{1/2}$$

La función ϕ_1 puede ser potencial de deformaciones por ser armónica, o sea que

$$\nabla^2 \phi_1 = 0$$

Este potencial de deformaciones proporciona las siguientes magnitudes de los desplazamientos u , v , y w , respectivamente, según los ejes x , y , z :

$$2Gu = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = -2GD \frac{x}{R(R - \psi)} \quad (2)$$

$$2Gv = \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = -2GD \frac{y - R}{R(R - \psi)} = \frac{2GD}{R} \quad (3)$$

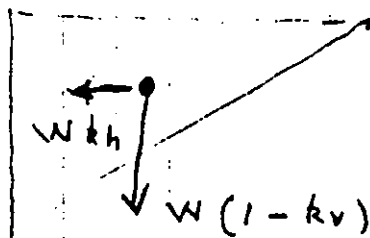
$$2Gw = \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = -2GD \frac{z - h}{R(R - \psi)} \quad (4)$$

1.1a Los desplazamientos en puntos lejanos al frente son, para ψ grande,

EN SUELOS CON COHESION Y FRICCION LA FÓRMULA DE MONODRE CHAMBE NO PUEDE APLICARSE USAR EN ESTE CASO EL METODO DE CUÑAS, EL ARTIFICIO DE GRAVEDAD APARENTE O METODOS DE DOVELAS.

METODO DE CUÑAS

IGUAL QUE EN EL CASO ESTÁTICO PERO



SE SIGUE EXACTAMENTE EL MISMO PROCEDIMIENTO QUE EN CASOS METODOS RECONOCIDOS: PONCELET, CULLMANN, ETC.

PARA ANÁLISIS SÍSMICOS EN SUELOS SATURADOS UNA HIPÓTESIS RAZONABLE Y CONSERVADORA ES

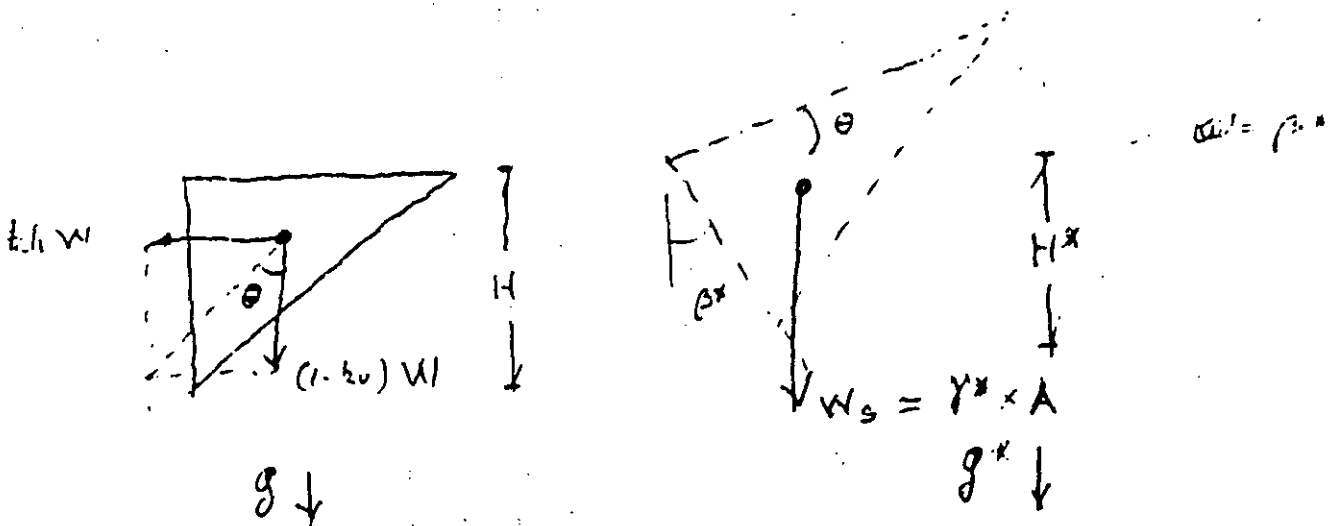
$$\phi = 0^\circ$$

SE DISEÑA ENTONCES CON $C_u \neq 0$ OBTENIDO DE PRUEBAS UU

MUROS ANCLADOS, TRUQUELADOS O CON OTROS
DISPOSITIVOS PARA LIMITAR DESPLAZAMIENTOS

• EXISTE POCAS INFORMACIÓN TEÓRICA Y
DE CAMPO

• SE RECOMIENDA USAR EL ARTIFICIO
DE GRAVEDAD APARENTE



$$\theta = \tan^{-1} \frac{bh}{1-bv}$$

$$w^* = w + \theta ; \quad \beta^* = \beta + \theta$$

$$H^* = H \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta}$$

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g}$$

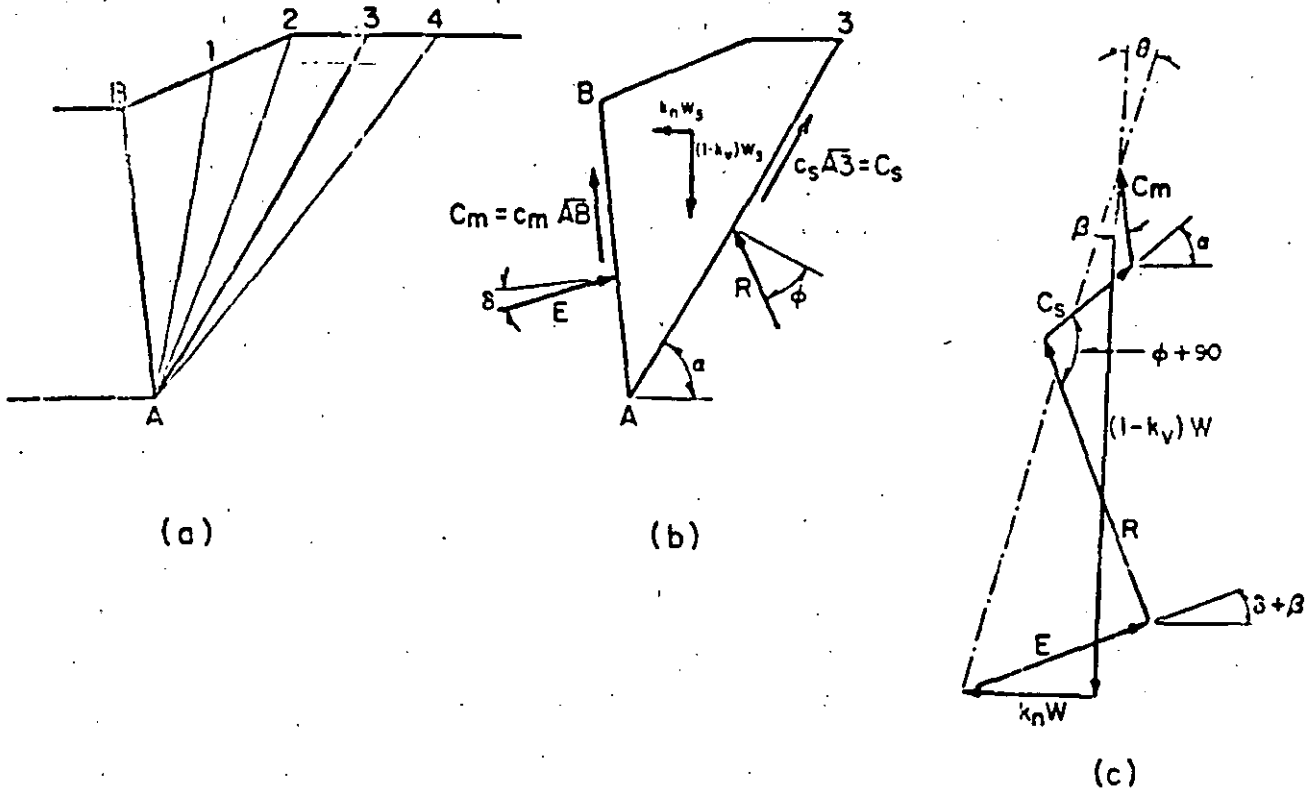


Fig 4 . Método de las cuñas de prueba

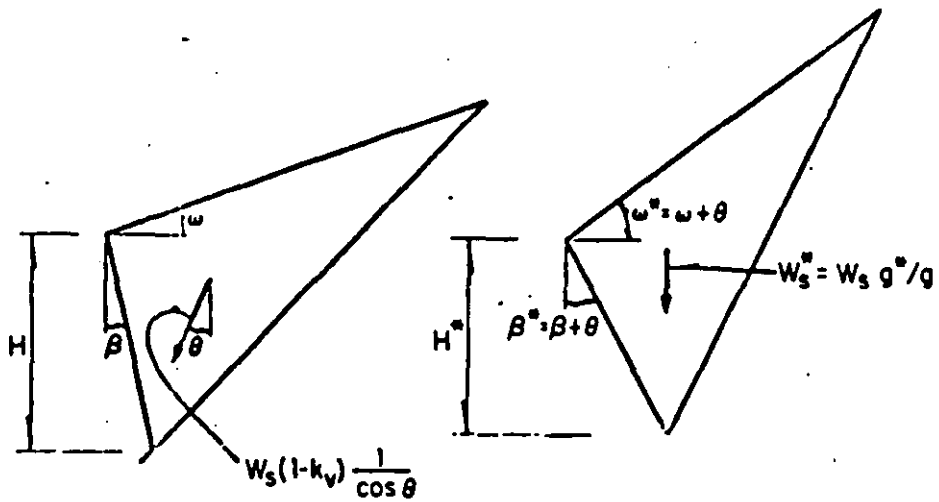


Fig 5 . Artificio de gravedad aparente

$$W_1 = 2.04 \text{ ton}$$

$$W_2 = 4.08 \text{ ton}$$

$$W_3 = 6.12 \text{ ton}$$

$$W_4 = 8.16 \text{ ton}$$

$$W_5 = 10.20 \text{ ton}$$

$$W_6 = 12.24 \text{ ton}$$

$$W_7 = 14.28 \text{ ton}$$

$$W_8 = 16.32 \text{ ton}$$

$$cW_1 = 0.408 \text{ ton}$$

$$cW_2 = 0.816 \text{ ton}$$

$$cW_3 = 1.224 \text{ ton}$$

$$cW_4 = 1.632 \text{ ton}$$

$$cW_5 = 2.04 \text{ ton}$$

$$cW_6 = 2.448 \text{ ton}$$

$$cW_7 = 2.856 \text{ ton}$$

$$cW_8 = 3.264 \text{ ton}$$

$$\delta_m = 1.7 \text{ T/m}^2$$

$$\delta = 21.5 \text{ } \downarrow = 21^\circ$$

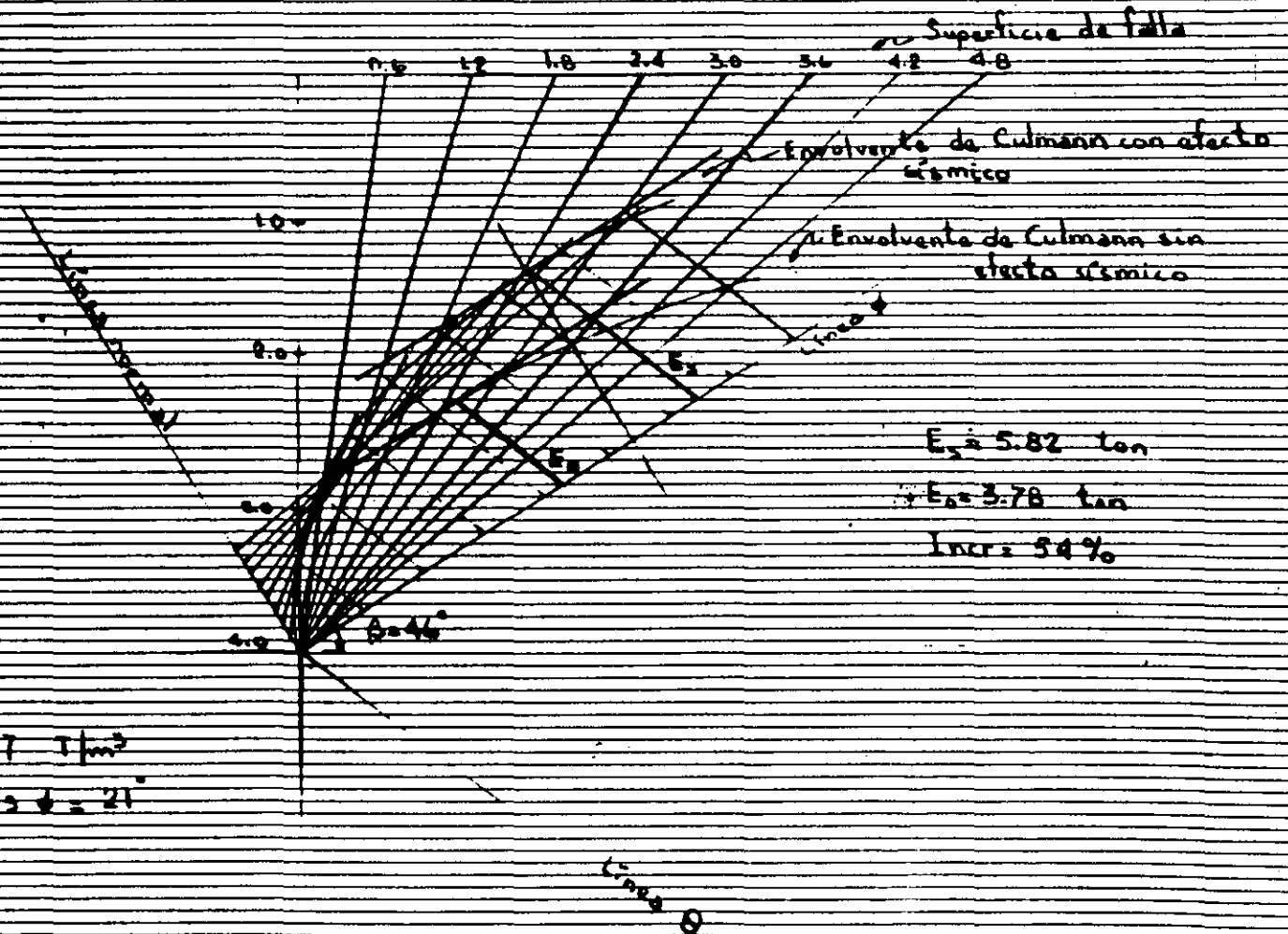


Figura no. 10

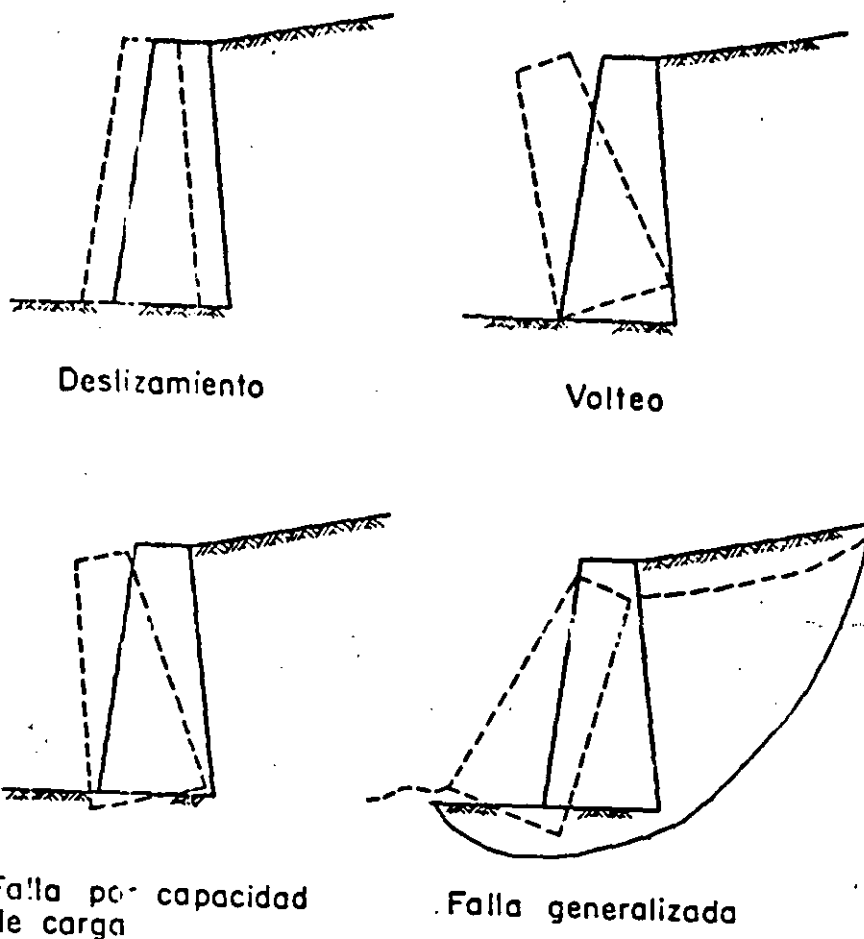


Fig 13 . Modos de falla

- TAMBIÉN ES IMPORTANTE CONSIDERAR EL MODO DE FALLA
- TENER PRESENTE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SUELO DE CIMENTACIÓN Y DEL RELLENO:
TIPO DE SUELO (PROP. MEC.)
CONDICIONES DE DRENAJE

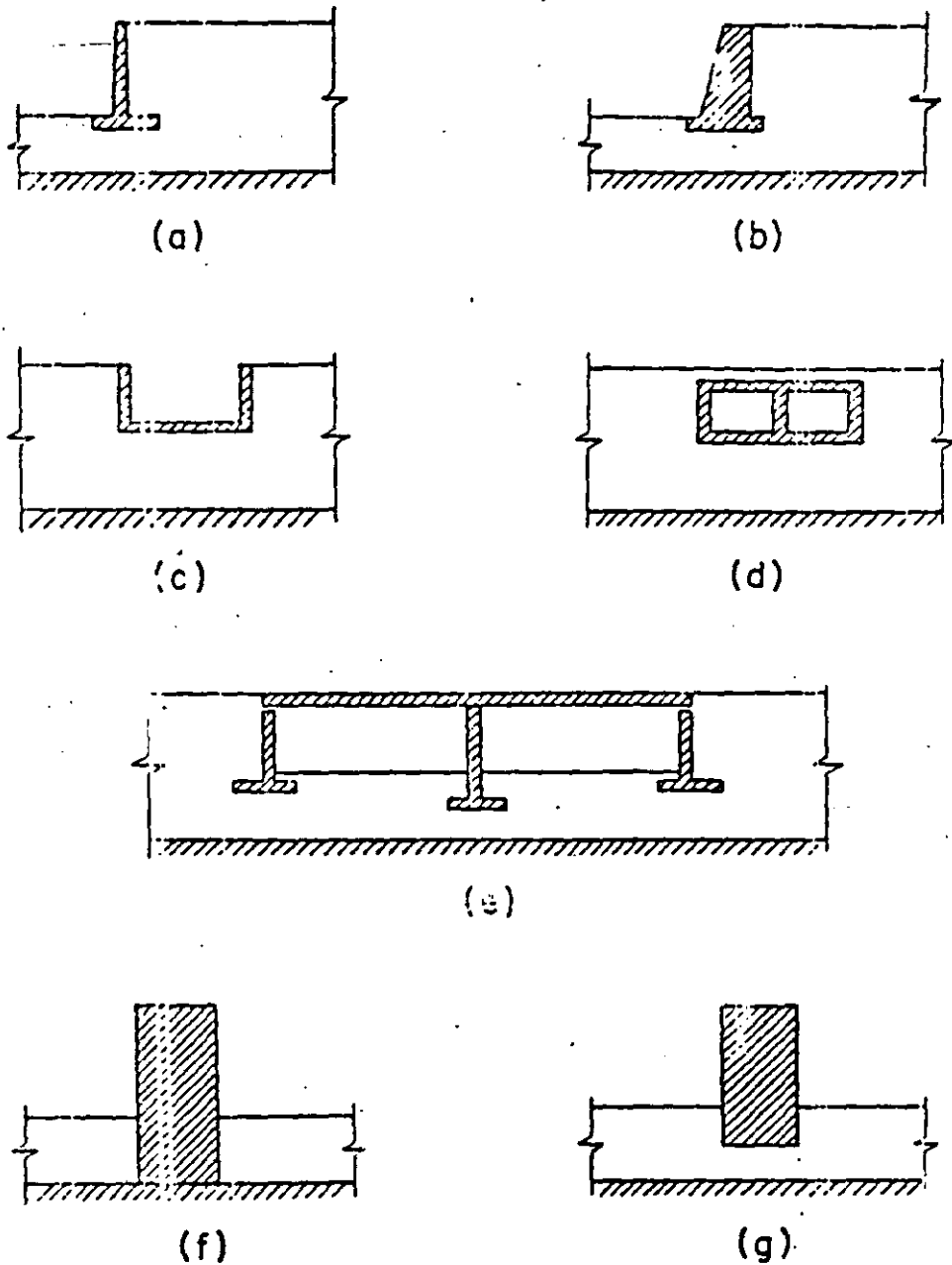


Fig 1. Tipos de muros de retención

ANTES DEL ANÁLISIS

- CLASIFICAR AL MURO DE ACUERDO CON ~~EL~~ EL NIVEL DE DESPLAZAMIENTOS ESPERADO O PERMITIDO
- LO ANTERIOR INFLUYE EN LA SELECCIÓN DEL MÉTODO DE ANÁLISIS

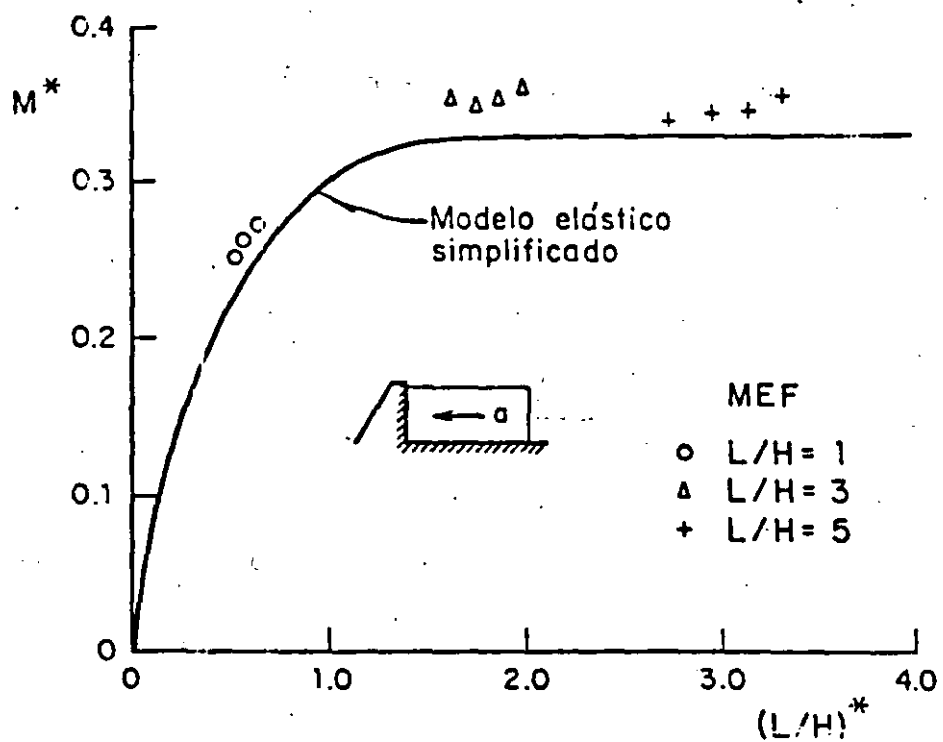


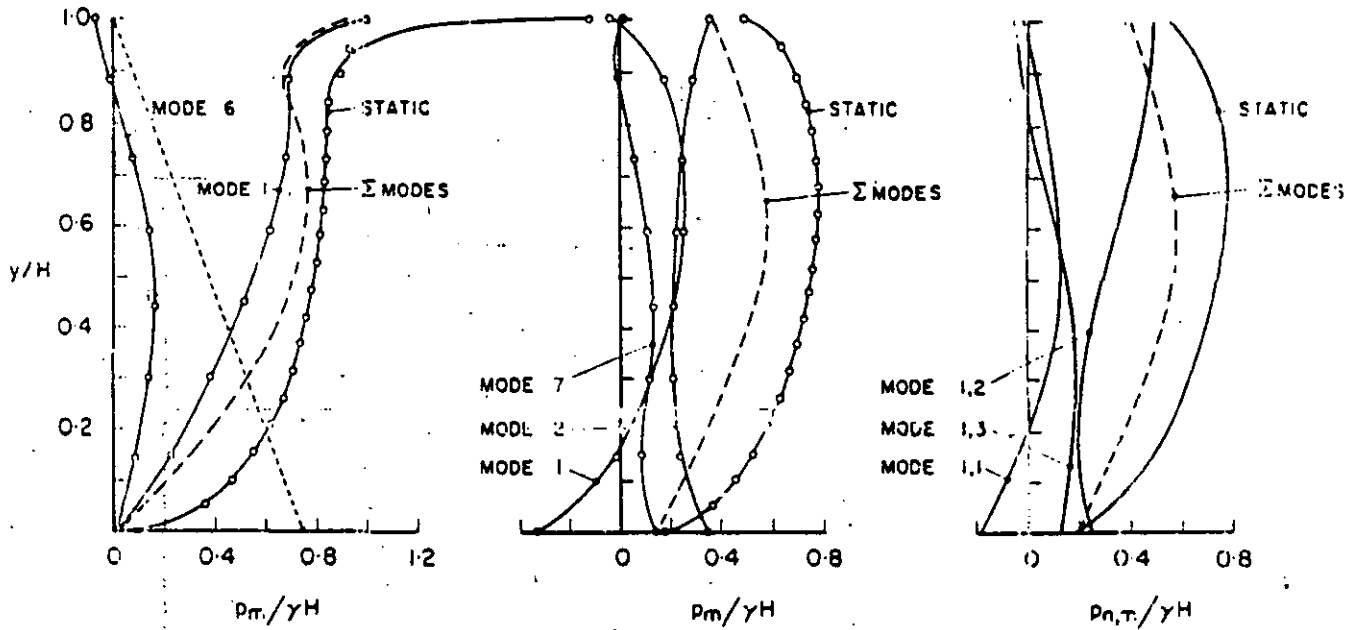
Fig 12. Momentos normalizados sobre un muro rígido para un relleno de longitud finita con un extremo libre y sometido a aceleración uniforme

MUROS RIGIDOS CON PEQUEÑOS DESP.

BONDED FE.

SMOOTH FE.

SMOOTH ANALYTICAL L/H=1.67



SOLUCIÓN ELÁSTICA CON EL MÉT

WOOD J. H. (1975) Earthquake induced pressures on a rigid wall structure. Bull. N. Z. Soc. for Earthq. Eng., v 8, No 3.

BONDED FE.

SMOOTH FE.

SMOOTH ANALYTICAL L/H=1.67

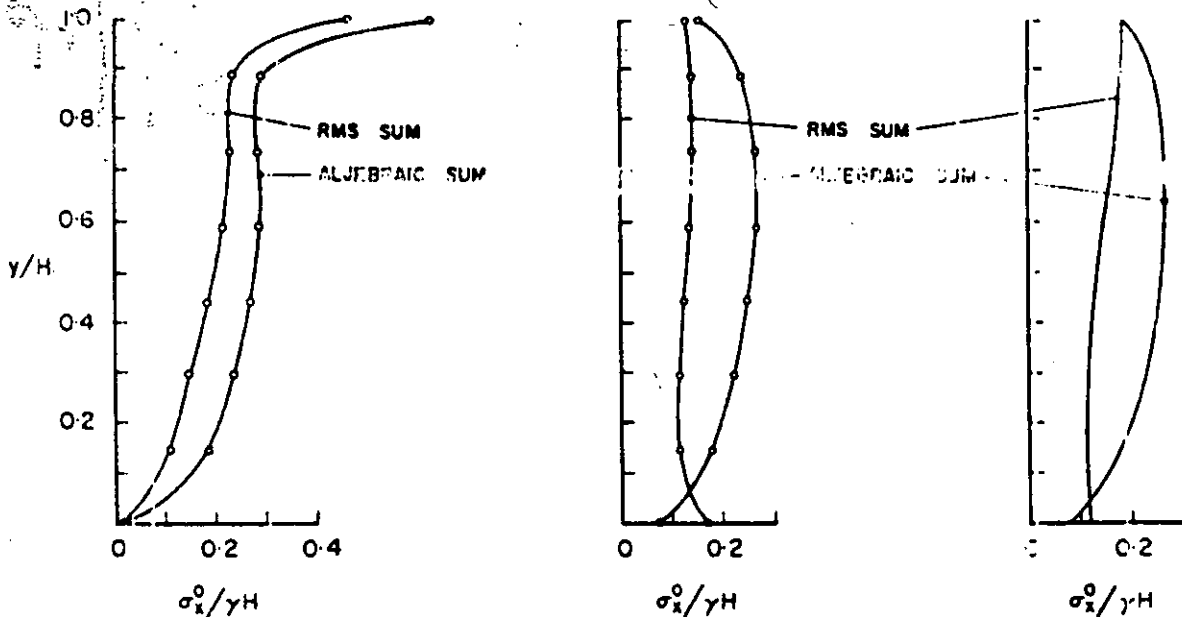


FIGURE 5 - MAXIMUM EARTHQUAKE-INDUCED PRESSURES ESTIMATED BY RESPONSE SPECTRUM METHOD

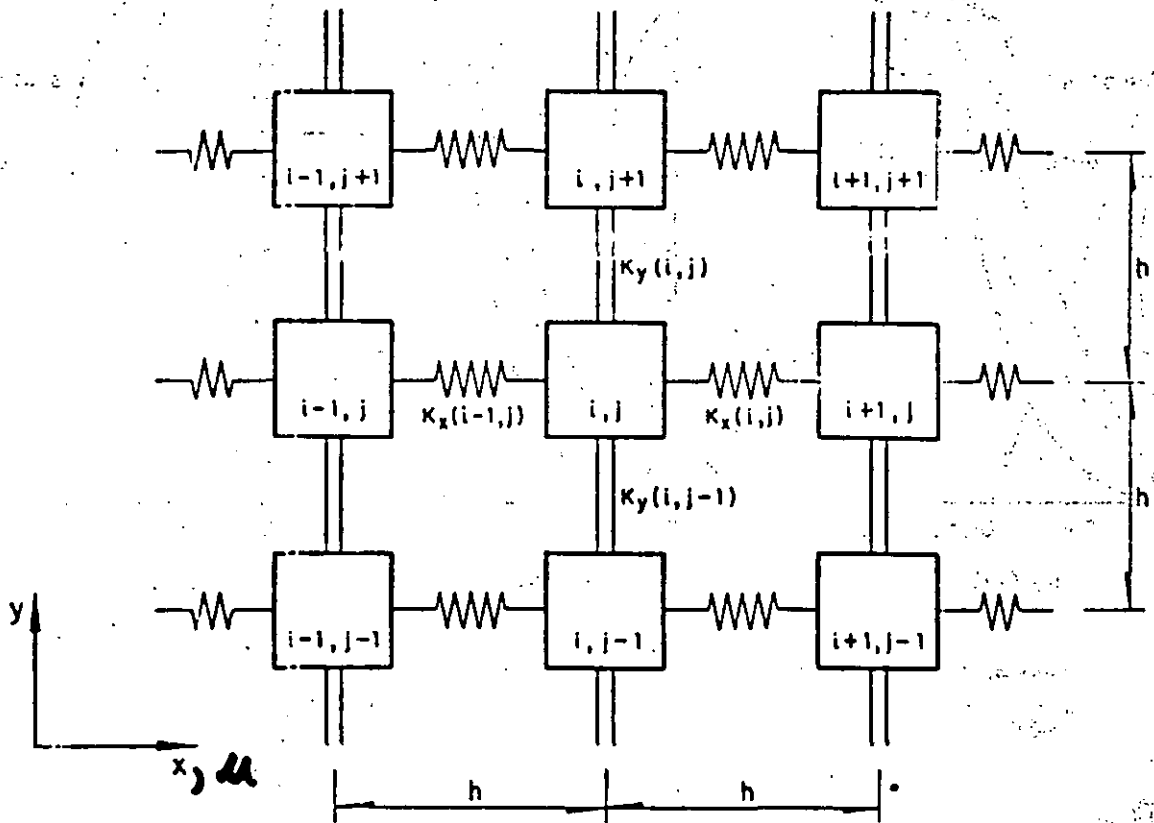


Fig 6. Modelo elástico simplificado

$$\rho \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_y(x, y) \frac{\partial \mu}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y(x, y) \frac{\partial \mu}{\partial y} \right] + \rho X(x, y)$$

Arias, Sánchez, Orando

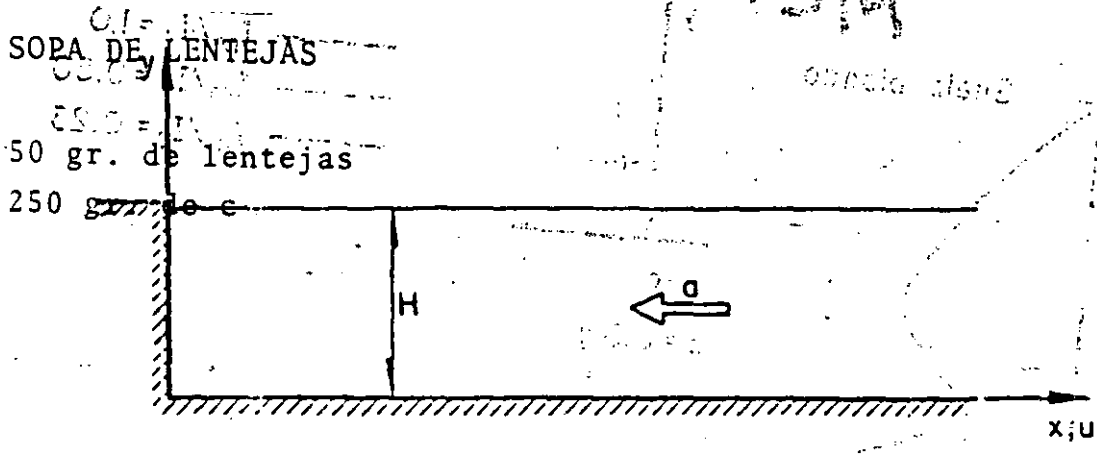


Fig 7. Muro rígido y relleno horizontal de longitud infinita con fuerza de cuerpo uniforme $X = -pa$

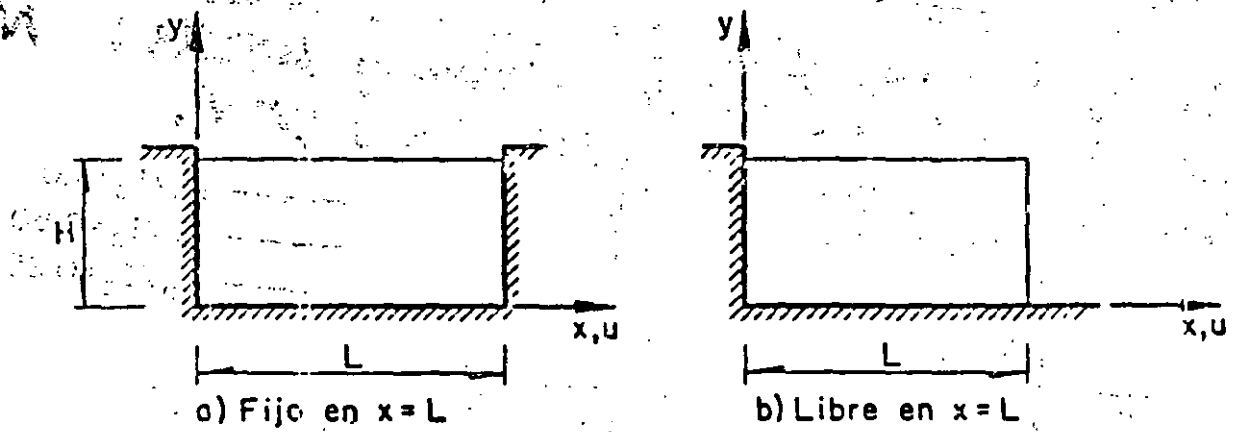


Fig 8. Muro rígido en $x=0$ y relleno de longitud finita

MUROS FLEXIBLES MEF

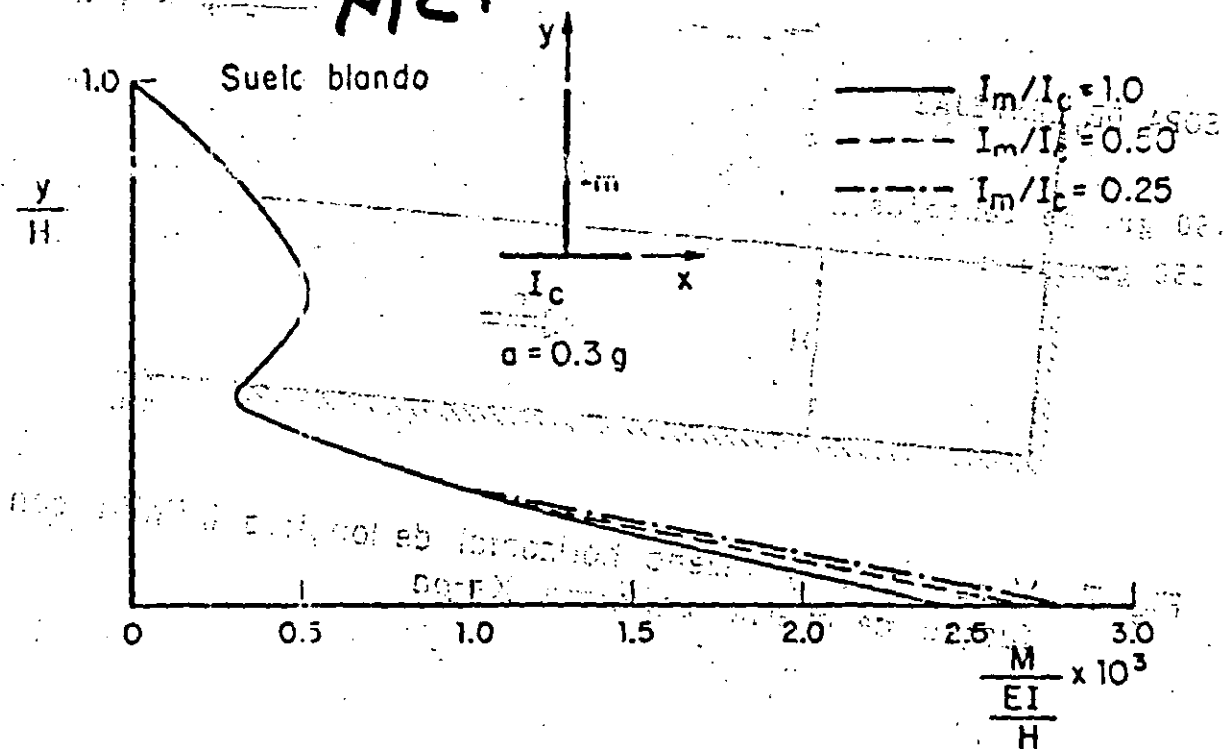


Fig 22 Efecto de la relación de rigidez de pared a rigidez de cimentación en la distribución de momentos en la pared.

AYALA, ROMO, GÓMEZ (1986) Earthquake analysis of flexible retaining walls. Num. Methods in Geomech, Nagoya, v 4.

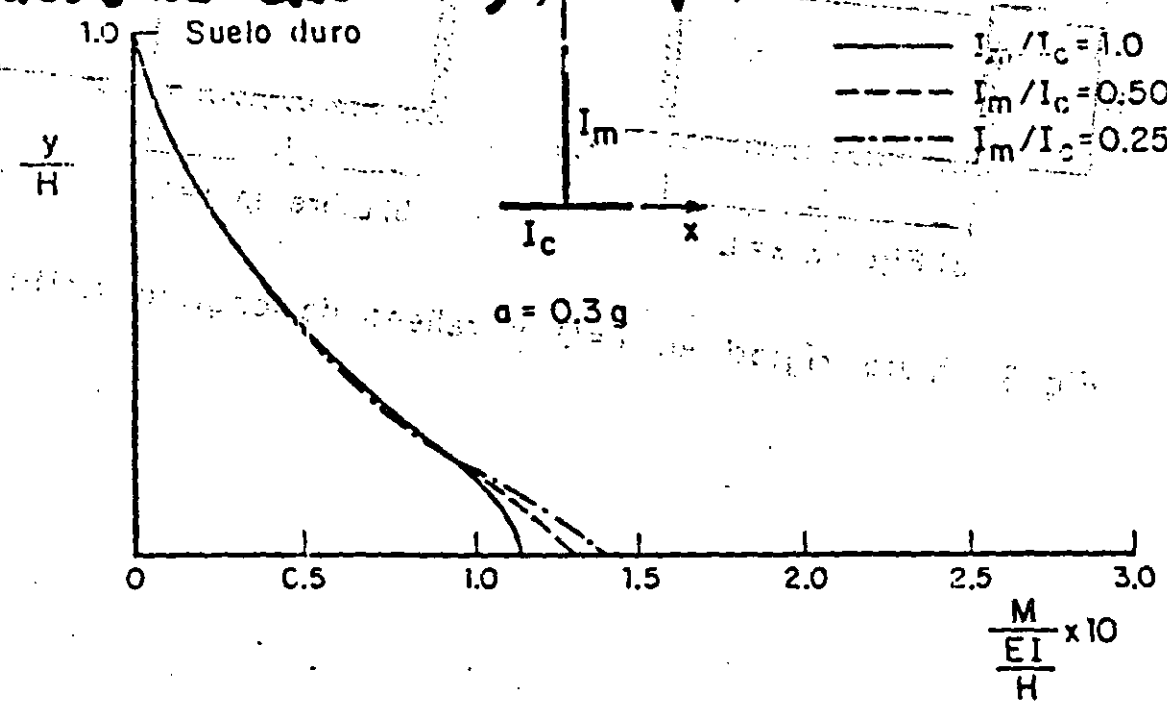


Fig 23. Efecto de la relación de rigidez de pared a rigidez de cimentación en la distribución de momentos en la pared

Área de cada tablero exterior y N es el número de refuerzos por tablero.

La sección crítica para fines de cálculo del esfuerzo máximo de tensión en las tiras de refuerzo se considera localizada en el paramento del muro. En este punto, la fuerza de tensión que se va a tomar se supone conservativamente igual a $0.85 T_{max}$, siendo T_{max} igual a $(\sigma_H \times A_{panel}) \times N$. El área de la sección transversal del acero en el paramento del muro se toma como el área total de la sección transversal del refuerzo menos el área del barrenado de anclaje, descontando un cierto margen para tomar en cuenta la corrosión. El barrenado en el extremo de cada tira se usa para fijarla al conector del tablero exterior. Esta condición, en la que hay una reducción de área por el barrenado, es más crítica que en aquellos lugares donde la fuerza de tensión en el refuerzo es máxima.

DISÑO SISMICO

Las estructuras de tierra armada se han empleado con éxito en zonas sísmicas, y no se han registrado fallas a consecuencia de la acción de temblores. Los resultados de pruebas en modelos y de algunos ensayos de campo han sido empleados por Richardson y Lee (1975) y por Richardson (1978) para proponer métodos de diseño sísmico de muros de tierra armada.

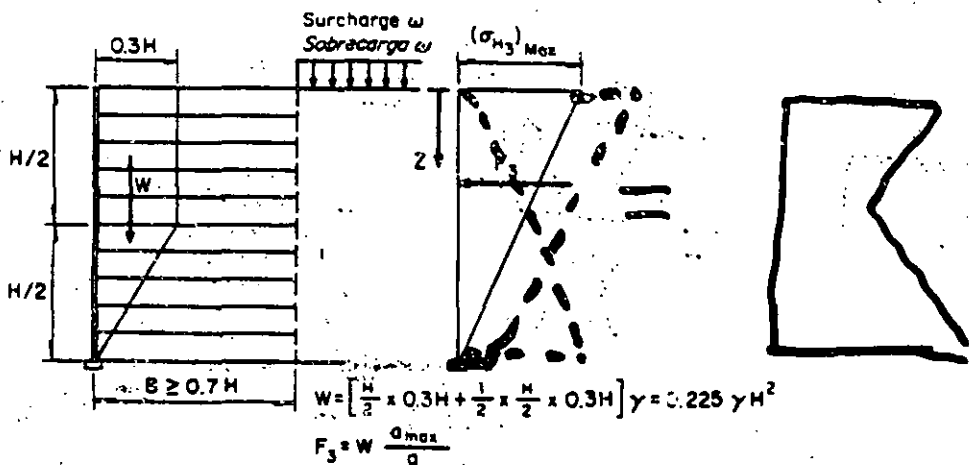
facing panel, and N is the number of reinforcements per panel.

The critical section for computation of the maximum tensile stress in reinforcing strips is taken at the wall facing. At this point the tensile force to be resisted is taken conservatively as $0.85 T_{max}$, where T_{max} is $(\sigma_H \times A_{panel}) \times N$. The cross sectional area of steel at the wall face is the gross reinforcement cross sectional area less the bolt hole area and an allowance for corrosion. The bolt hole at the end of the strip is used for attachment to the facing panel tabs. This condition, because of the bolt hole area reduction, is more critical than at the location where the tensile force in the reinforcement is a maximum.

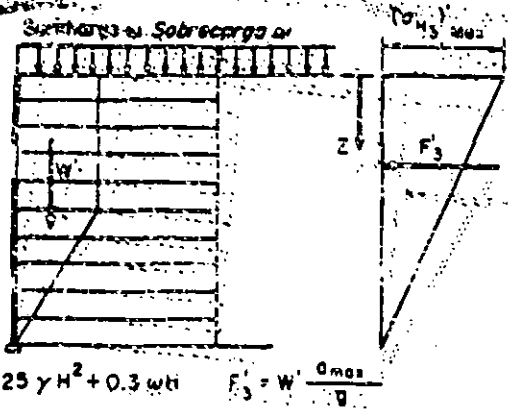
SEISMIC DESIGN

Reinforced earth structures have been used successfully in seismic areas, and there have been no recorded failures as a result of earthquake motions. The results of model tests and limited field tests have been used by Richardson and Lee (1975) and Richardson (1978) to propose methods for seismic design of reinforced earth walls.

Michel
 Strip sobre
 tierra
 armada
 SHMS
 1980



Bend and stability loading condition
 Condición de carga para análisis de adherencia y estabilidad



Reinforcing strip stress loading condition
 Condición de carga para análisis de esfuerzos en la tira de refuerzo

Fig. 7 Análisis simplificado para diseño sísmico

Fig. 7 Simplified analysis for seismic design



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE
SUELOS**

MODULO IV

DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES

**ANALYSIS OF MACHINE FOUNDATION
VIBRATIONS: STATE OF THE ART.**

AUTOR: GEORGE GAZETAS

EXPOSITORA: DRA: SONIA E. RUIZ

Analysis of machine foundation vibrations: state of the art

GEORGE GAZETAS

Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, USA

The paper reviews the state-of-the-art of analysing the dynamic response of foundations subjected to machine-type loadings. Following a brief outline of the historical developments in the field, the concepts associated with the definition, physical interpretation and use of the dynamic impedance functions of foundations are elucidated and the available analytical/numerical methods for their evaluation are discussed. Groups of crucial dimensionless problem parameters related to the soil profile and the foundation geometry are identified and their effects on the response are studied. Results are presented in the form of simple formulae and dimensionless graphs for both the static and dynamic parts of impedances, pertaining to surface and embedded foundations having circular, strip, rectangular or arbitrary plan shape and supported by three types of idealized soil profiles: the halfspace, the stratum-over-bedrock and the layer-over-halfspace. Consideration is given to the effects of inhomogeneity, anisotropy and non-linearity of soil. The various results are synthesized in a case study referring to the response of two rigid massive foundations, and practical recommendations are made on how to inexpensively predict the response of foundations supported by actual soil deposits.

INTRODUCTION

The basic goal in the design of a machine foundation is to limit its motion to amplitudes which will neither endanger the satisfactory operation of the machine nor will they disturb the people working in the immediate vicinity. Thus, a key ingredient to a successful machine foundation design is the careful engineering analysis of the foundation response to the dynamic loads from the anticipated operation of the machine. Furthermore, when excessive motions of an existing foundation obstruct the operation of the supported machinery, analysis is necessary in order to understand the causes of the problem and hence to guide appropriate remedial action.

The theory of analysing the forced vibrations of shallow and deep foundations has advanced remarkably in the last 15 years and has currently reached a mature state of development. A number of formulations and computer programs have been developed to determine in a rational way the dynamic response in each specific case. Numerous studies have been published exploring the nature of associated phenomena and shedding light on the role of several key parameters influencing the response. Solutions are also presently available in the form of dimensionless graphs and simple mathematical expressions from which one can readily estimate the response of surface, embedded and pile foundations of various shapes and rigidities, supported by deep or shallow layered soil deposits. Clearly, the current state-of-the-art of analysing machine foundation vibrations has progressed substantially beyond the state of the art of the late 1960s which had been reviewed by Whitman and Richart in 1967¹ and by McNeil in 1969.²

In addition to the selection and application of analysis procedures to predict the response, the design of a machine foundation involves (1) the establishment of performance criteria, (2) the determination of dynamic loads, and (3)

the establishment of the soil profile and evaluation of critical soil properties. Great progress has also been made in current years in developing *in situ* and laboratory testing procedures to obtain representative values of dynamic soil parameters: a comprehensive review of the available experimental methods has been presented by Woods,³ while Ozaydin *et al.*,⁴ Woods⁵ and Richart⁶ have summarized the present knowledge on the factors influencing the dynamic soil parameters. These developments in determining material properties complement the advances in analysing foundation vibrations, and provide considerable justification for the use of sophisticated numerical formulations in the design of machine foundations.

On the other hand, little if any progress has been made in reliably estimating dynamic machine loads and improving (through calibration with field data) the available performance criteria. The state-of-the-art in these two areas has remained essentially unchanged during the last decade; reference is made to McNeil² and Richart, Woods and Hall⁷ for comprehensive reviews of these subjects.

An additional and often overlooked step in machine foundation design is the post-construction observation of the foundation performance and its comparison with the predicted foundation behavior. Such comparisons are needed to calibrate new analysis procedures – an essential task in view of the simplifying assumptions on which even sophisticated formulations are based.

In the final analysis, confidence in the advantages provided by the use of advanced methods of analysis can only be gained if these are shown to have the capability to predict the field performance of actual machine foundations. Unfortunately, only a limited number of case histories has so far been published evaluating state-of-the-art methods of analysis through detailed field observations.

The objective of this paper is to review the present state-of-the-art of determining the dynamic response of foundations subjected to machine-type loadings. The outline of the paper follows the chronology of historical developments: from the dynamics of circular footings resting on the surface of an elastic halfspace to the behavior of cir-

* Presented at the International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, held at the University of Southampton, England, 13–15 July 1982.

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

cular and non-circular foundations embedded in a layered soil deposit and, finally, to the response of piles. Particular emphasis is accorded to the effects of dimensionless groups of geometric and material parameters on the dynamic stiffness functions and on the response of massive foundations. Normalized graphs and simple formulas are presented for a variety of idealized soil profiles and foundation geometries. The use of such data to estimate translational and rotational motions of actual foundations in practice is clearly demonstrated and the various results are synthesized by means of a case study. Practical recommendations are then made on how to approximately obtain dynamic stiffness and damping coefficients for actual foundations, accounting only for the most crucial parameters of the problem.

Since the limiting motion for satisfactory performance of a machine foundation usually involves displacement amplitudes of a few thousandths or even ten-thousandths of an inch, soil deformations are quasi-elastic, involving negligible nonlinearity and no permanent deformations. Thus, most of the solutions reported herein assume linear isotropic viscoelastic soil behavior, with a hysteretic soil damping to model energy losses at those small strain amplitudes. However, some consideration is also given to the effects of soil nonlinearity on the vibration of strip footings under strong horizontal and rocking excitation. Moreover, the importance of soil anisotropy and soil inhomogeneity are also considered.

OLDER METHODS OF ANALYSIS

In the past, machine foundations were frequently designed by rules-of-thumb without any analysis of the expected vibration amplitudes. For instance, one such design rule called for a massive concrete foundation of a total weight equal to at least three to five times the weight of the supported machine(s). Although such a proposition may at first glance seem logical, it is in fact an obsolete one since it ignores the effect on the motion of all the other variables of the problem (e.g. type of excitation, nature of supporting soil, and so on). For one thing, increasing the mass of a foundation decreases the resonant frequency of the system and, perhaps more importantly, reduces its effective damping.⁷ Obviously, this is not what those applying the rule had in mind.

Following the pioneering experimental studies carried out by the German Degebo in the early 1930s, a number of empirical analysis procedures were developed and used extensively at least until the 1950s. These methods focused on determining only the 'natural frequency' of a foundation. To this end, the concepts of 'in-phase mass' and 'reduced natural frequency' were developed. The former assumes that a certain mass of soil immediately below the footing moves as a rigid body, in-phase with the foundation. The latter postulates that the 'natural frequency' is solely a function of the contact area, the soil bearing pressure and the type of soil.

Physical reality contradicts the concept of an 'in-phase mass'. No soil mass moves as a rigid body with the foundation. Instead, shear and dilational waves emanate from the footing-soil interface into the soil, causing oscillating deformations at the surface and carrying away some of the input energy. The factors that have an influence on these phenomena cannot be possibly accommodated through such an artificial concept. Indeed, the early attempts to obtain specific values of the 'in-phase mass' were frustrated

by the sensitivity of this 'mass' to the foundation weight, mode of vibration, type of exciting force, contact area, and nature of the underlying soil. Apparently, there is absolutely no value in this concept and its use in practice may very well mislead the designer.

Tschebotarioff's 'reduced natural frequency' method, based on the results of a few case histories, went a step beyond the original 'in-phase mass' methods.⁸ The 'reduced natural frequency' was defined as the 'natural frequency' multiplied by the square-root of the average vertical contact pressure and was given graphically as a function of the type of soil and of the contact area. Although this method was not without merit, it was often interpreted to mean that 'the single most important factor in machine-foundation design was the soil bearing pressure'.² Thus, in more than one occasion, the design was based on soil bearing capacity values taken from local building codes!

In addition to the aforementioned drawbacks, these old rules were only concerned with the resonant frequency, providing no information about vibration amplitudes that are primarily needed for design purposes. As a consequence, such rules are now obsolete and will not be further addressed in this paper. Reference is made to Richart *et al.*⁷ for more details on the subject.

Dynamic Winkler model

This model was introduced as an extension of the well known 'Winkler' or 'elastic subgrade reaction' hypothesis, which is still rather successfully employed in some static soil-foundation interaction problems.⁹ In order to simulate the stiffness characteristics of the actual system, the model replaces the supporting soil by a bed of independent elastic springs resting on a rigid base. Plate bearing tests, conducted in the field, form the basis for evaluating the spring constants (often called 'coefficients of subgrade reaction'). On the basis of field measurements in the USSR, Barkan¹⁰ has presented tables and empirical formulae with which one can readily estimate design values of the coefficient for several types of soil, for each possible mode of vibration (translational or rotational). He has also shown that, in each case, the dynamic coefficient is approximately equal to the ratio of applied pressure increment to the resulting displacement during static repeated loading tests. In these tests static loads 'similar' to the combined dead and live load of the actual foundation are first imposed, followed by repeated slow loading, at frequencies of the order of 0.001 cps, i.e. much slower than those expected in reality.

It is evident that this model can at least give some reasonable information on the low-frequency (near-static) response of a foundation. But since no radiation damping is included, the amplitude of motion at frequencies near resonance cannot be realistically estimated. It has been argued that by neglecting damping one obtains conservative estimates of the response and very good estimates of natural frequencies. In fact, this is the procedure currently incorporated into the 1970 'Indian Standard Code of Practice for Design of Machine Foundations'.¹¹ There is little merit in this argument, however. For instance, the high-damping values present in the translational modes of vibration (of the order of 50% of critical) do affect the 'resonant' frequencies, in addition to drastically reducing amplitudes. Moreover, avoiding 'resonance' (by a safety factor of 2) in such cases is an unfortunate design recommendation which may lead to an overly conservative solution. In other cases, especially when the rotational modes are of main concern, an unsafe design is quite possible since

inhomogeneous or layered soil deposits, and the first attempts have already been made to obtain solutions for dynamic loaded pile groups. For comprehensive lists of related references, see Dobry *et al.*,⁵⁷ Kagawa *et al.*,⁵⁸ and Novak.⁵⁹

Impedance and compliance functions: definition and physical interpretation

An important step in current methods of dynamic analysis of rigid massive machine foundations is the determination (using analytical or numerical methods) of the dynamic impedance functions, $K(\omega)$,* of an 'associated' rigid but massless foundation, as a function of the excitation frequency, ω . As shown in Fig. 1 the 'associated' foundation-soil system is identical (in both material properties and geometry) with the actual system, except that the foundation mass is taken equal to zero. It will be explained in the following section how, once the harmonic response of such a massless foundation has been determined, the steady-state response of the massive foundation, or of any structure supported on it, may be evaluated using standard procedures. In addition, the transient response to non-harmonic machine forces can also be evaluated by recourse to Fourier analysis and synthesis techniques.

For each particular harmonic excitation with frequency ω , the dynamic impedance is defined as the ratio between the steady-state force (or moment) and the resulting displacement (or rotation) at the base of the massless foundation. For example, the vertical impedance of a foundation whose plan has a center of symmetry is defined by:*

$$K_v = \frac{R_v(t)}{v(t)} \tag{3}$$

in which $R_v(t) = R_v \exp(i\omega t)$ is the harmonic vertical force applied at the base of the disk, and $v(t) = v \exp(i\omega t)$ is the uniform harmonic settlement of the soil-foundation interface. It is evident that R_v is the total soil reaction against the foundation; it is made up of the normal stresses against the basemat plus, in case of embedded foundations, the shear stresses along the vertical side walls, as illustrated in Fig. 1.

Similarly one may define the torsional impedance, K_r , from the torsional moment and rotation; the horizontal impedances, K_h , from the horizontal forces and displacements along the principal axes of the base; and the rocking impedances, K_p , from the moments and rotations around the same horizontal principal axes. However, since horizontal forces along the principal axes produce rotations in addition to horizontal displacements, cross-horizontal-rotational impedances K_{rh} may also be defined; they are

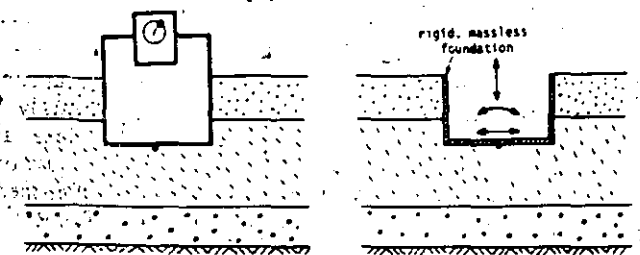


Figure 1. Machine foundation and the associated rigid massless foundation

* Bold letters are used in the text for impedances, compliances and some stiffness and damping coefficients (equation (17)); in the figures, calligraphic characters are used for these quantities.

usually negligibly small in case of surface and very shallow foundations, but their effect may become appreciable for greater depths of embedment.

Referring to equation (3), it is interesting to note that dynamic force and displacement are generally out of phase. In fact, any dynamic displacement can be resolved into two components: one in phase and one 90° out of phase with the imposed harmonic load. It is convenient then to introduce complex notation to represent forces and displacements. As a consequence, impedances may also be written in the form:*

$$K_a(\omega) = K_{a1}(\omega) + iK_{a2}(\omega) \tag{4}$$

$$a = v, h, r, hr, t; \quad i = \sqrt{-1}$$

The real and imaginary components are both functions of the vibrational frequency ω . The real component reflects the stiffness and inertia of the supporting soil; its dependence on frequency is attributed solely to the influence which frequency has on inertia, since soil properties are essentially frequency independent. The imaginary component reflects the radiation and material damping of the system. The former, being the result of energy dissipation by waves propagating away from the foundation, is frequency dependent; the latter, arising chiefly from the hysteretic cyclic behavior of soil, is practically frequency independent.

A very instructive analogy between the dynamic response of a simple 1-dof oscillator and of a three-dimensional massless foundation-soil system has been drawn by Roesset.⁶⁰ Assuming a harmonic excitation $P(t) = P_0 \exp(i\omega t)$, the steady-state response $x(t) = x_0 \exp(i\omega t)$ of the 1-dof oscillator may be obtained by substitution into equation (2);

$$(K - m\omega^2) + iC\omega = \frac{P(t)}{x(t)} \tag{5}$$

Contrasting equations (5) and (3) prompts the definition of a dynamic impedance function for the 1-dof mass-spring-dashpot system:

$$K = (K - m\omega^2) + iC\omega \tag{6}$$

and, by comparison with equation (4):

$$K_1 = K - m\omega^2 \tag{7}$$

$$K_2 = C\omega \tag{8}$$

In other words, the dynamic impedance of our familiar 1-dof oscillator is indeed a complex number with a frequency dependent real part representing the stiffness and inertia characteristics of the system, and a frequency dependent imaginary part expressing the energy loss in the system. Therefore, it is quite natural to express the dynamic impedance of soil-footing systems in a complex form, as done in equation (4).

Having, thus, established the analogy between 1-dof and massless footing-soil systems, let equation (6) for the 1-dof be rewritten as:

$$K = K \cdot \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) + i2\beta \frac{\omega}{\omega_n} \right) \tag{9a}$$

or,

$$K = K \cdot \{k + i\omega c_s\} \tag{9b}$$

in which the critical viscous damping ratio is:

$$\beta = \frac{C}{C_{cr}} = \frac{C}{2K/\omega_n} \tag{10}$$

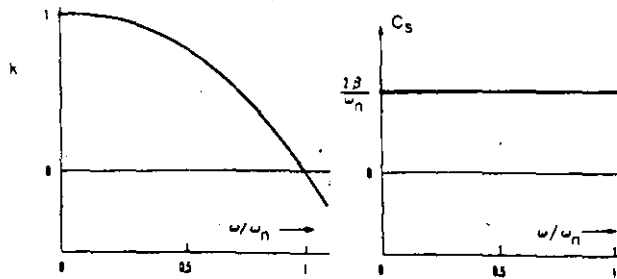


Figure 2. Dynamic stiffness and damping coefficients of a 1-dof simple oscillator

the natural frequency $\omega_n = (K/m)^{1/2}$, $k = (1 - \omega^2/\omega_n^2)$ and $c_s = C/K$. Equation (9b) implies that the dynamic impedance of a 1-dof simple oscillator may be expressed as a product of the spring constant K , which happens to be the static stiffness of the system, times a complex number $k + i\omega c_s$, which encompasses the dynamic characteristics of the system (inertia and viscous damping) and is hereafter called 'dynamic part' of the impedance. At zero frequency the dynamic part becomes a real number, equal to 1, and the impedance coincides with the static stiffness K of the simple system. k and c_s are named respectively stiffness and damping coefficients and their variation with frequency for the 1-dof's is plotted in Fig. 2. Notice that k decreases as a second degree parabola with increasing ω , whereas c_s remains constant.

It should not surprise the reader that the actual variation with ω of the stiffness and damping coefficients, k_v and c_{sv} , of a vertically vibrating circular disk on an elastic halfspace is indeed very similar to the variation of the k and c_s of the 1-dof system! (To see this similarity just compare Fig. 2 to Fig. 5(a).) However, in general, k and c_s of a foundation-soil system may vary in a rather complicated manner with ω , depending primarily on the mode of vibration, the geometry, rigidity and embedment of the foundation, and, finally, the profile and properties of the supporting soil deposit. Figures 5, 8, 9, 10 and 20 may be previewed to confirm this statement. Nonetheless, in all cases, the dynamic impedance functions can be expressed as products of a static and a dynamic part, as described by equation (9b). Alternatively, a dimensionless frequency factor is often introduced:

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_S} \quad (11)$$

in which: B = a critical foundation dimension like, e.g., the radius of a circular foundation or half the width of a strip or a rectangular foundation; and V_S = a characteristic shear wave velocity of the soil. Combining equations (9b) and (11) allows the impedance to be case in the form:

$$K = K(k + ia_0c) \quad (12)$$

with

$$c = c_s \frac{V_S}{B} \quad (13)$$

Since both a_0 and c are dimensionless quantities, equation (12) is strongly preferred to equation (9b) in presenting the results of dynamic analyses.

Let it now be assumed that a 'hysteretic damper' is added in-parallel with the spring and the 'viscous damper'

to support the mass of the simple oscillator. This damper is described through a hysteretic damping ratio, ξ . During each cycle of motion it dissipates an amount of energy proportional to the maximum strain energy, W , of the system:

$$\Delta W_h = 4\pi\xi W \quad (14)$$

in which $W = (\frac{1}{2}) Kx_0^2$. On the other hand, during a cycle of motion the viscous damper has consumed an amount of energy equal to:

$$\begin{aligned} \Delta W_v &= \pi C\omega x_0^2 \\ &= 4\pi\beta \frac{\omega}{\omega_n} W \end{aligned} \quad (15)$$

so that the total dissipated energy, $\Delta W = \Delta W_h + \Delta W_v$, as a function of W is:

$$\frac{\Delta W}{W} = 4\pi \left(\beta \frac{\omega}{\omega_n} + \xi \right) \quad (16)$$

This expression suggests that the simple addition rule, $\xi + \beta\omega/\omega_n$, may be used to obtain the 'effective' damping ratio of a system possessing both viscous, β , and hysteretic, ξ , damping. A vibrating foundation-on-soil is one such system, with its radiation damping being of a viscous nature while the material damping is of the hysteretic type.

The presence of material damping in the soil affects both the stiffness and damping coefficients, k and c . In an attempt to isolate the effects of hysteretic material damping, an alternative expression to equation (12) is often used for the dynamic impedance:

$$K = K(k + ia_0c) \cdot (1 + 2i\xi) \quad (17)$$

Recalling the so-called 'correspondence principle',⁶¹ one may anticipate that the new coefficients, k and c , are independent of material damping. If this were true, it would then be sufficient to obtain solutions for a purely elastic soil and then extrapolate the results to soils with any hysteretic damping ratio by multiplying the undamped impedances by $1 + 2i\xi$. Indeed, for very deep soil deposits which can be modeled as a halfspace the above 'principle' is reasonably accurate and has been repeatedly utilized to obtain solutions for damped soils.^{29, 62, 63} However, in the case of a shallow stratum on rigid rock both k and c are fairly sensitive to the assumed material damping ratio (see Fig. 9, for example); this discredits to a large extent the 'correspondence principle', as Kausel³³ had first noticed.

None the less, it is convenient to express the impedance functions in the form of equation (17), and this practice is frequently followed in the sequel. Alternatively, however, equation (12) is also used in some cases.

Dynamic compliance functions

Also given the names dynamic 'displacement' functions and dynamic 'flexibility' functions, they are essentially the ratios between dynamic displacements (or rotations) and the dynamic reactive forces (or moments) at the base of a foundation. They were first introduced by Reissner.¹⁴ Following the previous discussion, it is convenient to express each compliance using complex notation:

$$\begin{aligned} F_a &= F_{a1}(\omega) + iF_{a2}(\omega) \quad (18) \\ a &= v, h, r, hr, t \end{aligned}$$

The real and imaginary parts represent the displacement components which are in-phase and 90°-out-of-phase with

the reactive force, respectively, and they both are functions of frequency, as discussed in detail previously. For a foundation which in plan has a center of symmetry, the vertical and torsional compliances are simply the inverse of the vertical and torsional impedances:

$$F_b = \frac{1}{K_b}; \quad b = v, t \quad (19a)$$

However, due to the coupling between rocking and swaying motions, the corresponding compliances should be obtained by inverting the matrix of impedances:

$$\begin{bmatrix} K_h & K_{hr} \\ K_{hr} & K_r \end{bmatrix}^{-1}$$

The following alternative form to equation (18) is also frequently used in presenting compliance functions:

$$F_a = \frac{1}{K_a} [f_{a1}(\omega) + if_{a2}(\omega)] \quad (20)$$

where K_a is the corresponding static stiffness.

Computational procedures for determining impedance functions

Several alternative computational procedures are presently available to obtain dynamic impedance functions for each specific machine-foundation problem. The choice among these methods depends to a large extent on the required accuracy, which in turn is primarily dictated by the size and importance of the particular project. Furthermore, the method to be selected must reflect the key characteristics of the foundation and the supporting soil. Specifically, one may broadly classify soil-foundation systems according to the following material and geometry characteristics:

1. The shape of the foundation (circular, strip, rectangular, arbitrary).
2. The type of soil profile (deep uniform deposit, deep layered deposit, shallow layered stratum on rock).
3. The amount of embedment (surface foundation, embedded foundation, deep foundation).
4. The flexural rigidity of the foundation (rigid foundation, flexible foundation).

Two computationally different approaches have been followed over the years to obtain the dynamic impedances of foundations with various characteristics: a 'continuum' approach, which led to the development of analytical and semi-analytical formulations, and a 'discrete' approach, which resulted in the development of finite-difference and, primarily, finite-element models. In the past (mid-1970s), considerable controversy was held about the relative merits and deficiencies of each approach and some extreme and unjustified positions were advocated. Today, it is quite clear that both procedures, if correctly understood and implemented, are very useful tools in analysing the behavior of dynamically loaded foundations. Moreover, they yield very similar results if they are appropriately used to solve the same problem. Hadjian *et al.*⁶⁴ and Jakob *et al.*⁶⁵ have presented excellent discussions and comparative studies on this subject. The following paragraphs intend to rather briefly introduce the most important analytical, semi-analytical and numerical procedures which are currently available to the machine-foundation analyst. The list is by no means exhaustive, and the emphasis is on discussing the strong and weak points of each method.

'Continuum' methods. Starting point of all the developed formulations is the analytical solution of the pertinent wave equations governing the imposed deformations in each uniform soil layer or halfspace. However, the boundary conditions at the soil-footing interface are handled differently by the various methods. In that respect, one may very broadly classify the available continuum formulations into analytical and semi-analytical solutions.

The known *analytical* solutions simplify the mechanical behavior of the soil-footing contact surface by assuming a 'relaxed' boundary. That is, no frictional shear tractions can develop during vertical and rocking vibrations, while for horizontal vibrations the normal tractions at the interface are assumed to be zero. This assumption has been necessary to avoid the more complex mixed boundary conditions resulting from the consideration either of a perfect attachment between foundation and soil ('rough' foundation) or of a contact obeying Coulomb's friction law (an even more realistic idealization).

By recourse to integral transform techniques (involving Hankel or Fourier transforms for axisymmetric or plane-strain geometries, respectively) the relaxed boundary conditions yield sets of dual integral equations for each mode of vibration. Each set is then reduced to a Fredholm integral equation which is finally solved numerically.

Such analytical solutions have so far been published for surface circular and strip foundations of infinite flexural rigidity supported by an elastic or viscoelastic halfspace;²⁶⁻²⁹ for circular foundations on a layered elastic or viscoelastic soil deposit;^{35,66} for circular foundations of finite flexural rigidity supported on a halfspace;⁴⁹ for circular foundations on a cross-anisotropic halfspace;⁶⁷ and even for vertically loaded rigid rectangular foundations on a halfspace.⁴⁵

The *semi-analytical* type solutions are based on the determination of the displacements at any point within the footing-soil interface, caused by a unit normal or shear time-harmonic force applied at another point of the same interface. Then, by properly discretizing the contact surface, the matrix of dynamic influence or Green's functions is assembled and the problem is solved after imposing the rigid-body motion boundary conditions. Several different techniques (in essence different integration procedures) have been formulated to carry out these steps of the analysis. For example, Elorduy *et al.*²¹ and Whittaker *et al.*⁵⁰ utilized Lamb's solution for a point loaded halfspace; Luco *et al.*²⁷ obtained pairs of Cauchy type integral equations which they numerically solved after reducing to coupled Fredholm equations; Gazetas³⁶ and Gazetas *et al.*³⁸ utilized a fast Fourier transform algorithm; Wong⁶⁸ and Wong *et al.*⁴⁴ used the solution for a uniformly loaded rectangle; and so on.

For the purpose of this discussion, one may list as a semi-analytical solution the formulation of Dominguez and Roesset,⁴⁷ who applied the so-called 'boundary integral equation' or, more simply, 'boundary element' method to obtain dynamic impedance functions of rectangular foundations at the surface of, or embedded in a halfspace. To this end, they utilized the closed-form solution to the 'dynamic Kelvin' problem of a concentrated load in an infinite medium,⁶⁹ and discretized either only the contact surface, in the case of surface footings with 'relaxed' boundaries, or both the contact and the surrounding soil surfaces, in the cases of embedded footings and of surface footings 'adhesively' attached to the soil.

So far rigorous semi-analytical solutions have been published for rigid strip foundations on the surface of a layered

halfspace or stratum-on-rock;^{36, 38, 39, 70} for rigid rectangular foundations on a halfspace;^{21, 36, 44, 46-48, 56, 65, 68, 71} for rectangular foundations of finite flexural rigidity;^{50, 51} for rigid rectangular foundations embedded in a halfspace;⁴⁷ and, finally, for rigid foundations of arbitrary shape.⁴³

Note that *approximate semi-analytical* procedures have already been developed to obtain the impedances of cylindrical embedded foundations and circular piles.^{40-43, 57, 72} These procedures assume that only horizontally propagating waves generate at the vertical foundation-soil interface, and they neglect the coupling between forces and displacements at various points. Instead, they only compute the displacement at the point of application of the load. Thus, in effect, the soil is modeled as a Winkler medium, the spring and dashpot characteristics of which are estimated from realistic, albeit simplified, wave propagation analyses.

Finally, several similar *approximate analytical* formulations have been developed, again for deeply embedded cylindrical foundations and end-bearing piles in soil strata.⁷³⁻⁷⁸ These procedures attempt to analytically solve the governing wave equations for the stratum, by neglecting the secondary wave component of displacement (i.e. the vertical component for lateral vibrations or the radial one for vertical vibrations). The boundary conditions at the soil-pile interface are analytically enforced by expanding the contact pressure distribution to an infinite series in terms of the natural modes of vibration of the soil layer.

'Discrete' models. Dynamic finite difference and finite element models have been developed for problems of complicated geometry which are not easily amenable to analysis with continuum type, analytical or semi-analytical formulations. Today, finite difference formulations such as those proposed by Ang *et al.*,⁷⁹ Agabein *et al.*,⁸⁰ Krizek *et al.*,⁸¹ and Tseng *et al.*,⁸² find very little if any application in solving foundation vibration problems, and, therefore, will not be further addressed in this paper. On the other hand, several finite element formulations and computer programs are presently widely available and frequently used in analysing foundation oscillations.

The use of finite elements in dynamic foundation problems is different from other applications of finite elements in statics and dynamics in that soil strata of infinite extent in the horizontal and even in the vertical direction must be represented by a model of a finite size. Such a finite model creates a fictitious 'box' effect, trapping the energy of the system and distorting its dynamic characteristics. To avoid this problem, wave absorbing lateral boundaries are introduced to account for the radiation of energy into the outer region not included in the model. Two main types of such boundaries are available. The approximate 'viscous' boundary proposed by Lysmer *et al.*⁸³ and extended by Valliappan *et al.*⁸⁴ must be placed at some distance from the foundation. The alternative 'consistent' boundary developed by Waas³¹ and extended by Kausel³³ is very effective in accurately reproducing the physical behavior of the system, and it also results in considerable economy by being placed directly at the edge of the foundation. This 'consistent' boundary provides a dynamic stiffness matrix for the medium surrounding the plane or cylindrical vertical cavity which is assumed to occupy the central region under the strip or circular foundation. This matrix corresponds exactly to the boundary stiffness matrix that would be obtained from a continuum type formulation.

Unfortunately, 'consistent' boundaries have been developed only for plane-strain and axisymmetric (cylindrical) geometries. No such boundary is available for truly three-

dimensional (3D) geometries, in cartesian coordinates. Thus, to solve 3D problems a finite-element model must resort to 'viscous' or elementary boundaries placed far away from the loaded area. In this way the fictitiously reflected waves are dissipated through hysteresis and friction (material damping) in the soil before they return to the foundation region. However, the cost of such analyses is prohibitive and truly 3D solutions are very rarely used in practice. An attempt has been made to modify a 2D computer program by adding viscous dashpots to the lateral faces of its plane-strain elements, in order to simulate the radiation damping of 3D situations.⁸⁵ Notwithstanding the popularity enjoyed by this pseudo-3D model, its only difference from the 2D model is that it introduces an artificial increase in damping, which cannot possibly reproduce all aspects of the true 3D behavior. In fact, in some cases the actual 3D radiation damping in rocking is over-estimated rather than under-estimated by a 2D model,⁸⁶ thus by adding viscous dashpots the situation may worsen instead of improving.^{56, 65}

Consequently, today, two types of finite-element models are practically available: plane-strain 2D models appropriate for strip footings or elongated rectangular structures,^{34, 84, 87} and 3D axisymmetric-geometry models appropriate for cylindrical foundations and nearly square structures.^{31, 33, 88}

It is noted that embedded foundations and layered soil strata can be routinely handled with all the finite-element formulations. On the other hand, the presence of a fixed bottom boundary is required by most of the available codes. This is hardly a drawback if a stiff, rock-like stratum does exist at a relatively shallow depth. Otherwise, when the supporting soil deposit is very deep, the cost of a realistic finite-element analysis may become substantial.

Conclusion. With the available analytical, semi-analytical and finite-element computer programs the foundation vibration analyst may obtain solutions for foundations of various shapes, surface or embedded, supported by deep or shallow soil deposits. In selecting the most appropriate code for each specific situation, attention should first focus on the depth of embedment and the nature of the underlying soil. When dealing with very shallow footings on deep deposits which can be well reproduced by a small number of layers with different properties, continuum type analytical or semi-analytical formulations are clearly more advantageous; the choice of the most appropriate among them will be mainly dictated by the shape of the footing (strip, circular, rectangular, arbitrary) and the desired degree of accuracy. On the other hand, for embedded foundations in a shallow stratum or whenever a large number of layers with sharply different properties exists below the footing, finite element models are particularly appropriate.

Furthermore, attention should be accorded to the operational frequencies of the machine and the inertia characteristics of the foundation. At very high frequencies of vibration, f , discrete models may become very costly; because, in order to transmit high frequencies, a large number of sufficiently small-sized elements must be used. For instance, it is usually recommended that the maximum dimension of an element should not exceed $\lambda/8$, where $\lambda = V/f$ is the wavelength in a particular soil layer having shear wave velocity V . Therefore, with high frequencies, analytical models may become advantageous. Notice, though, that the computer costs of semi-analytical formulations may also be adversely affected by a large increase in the operational frequency, since they, too, discretize the contact area or the whole uppermost surface.

Regarding the inertia characteristics of the foundation,

the author and Roesset³⁹ have demonstrated that for heavy foundations (i.e. with high mass ratios) small errors in modeling the different soil layers are unimportant and one can safely base the design on available halfspace solutions or on the results of analytical type computer programs. On the other hand, relatively light foundations are quite sensitive to the existence of competent rock at a shallow depth and of different soil layers beneath the footing, thus requiring a good soil exploration followed by finite-element analyses. These conclusions are further illustrated and generalized in a later section of this paper.

In addition to the existing computer programs numerous solutions have been published in the literature in the form of dimensionless graphs, tables and simple formulae for impedance and compliance functions of foundations with several different geometries, depths of embedment and stiffness characteristics, supported by various idealized soil profiles (halfspace, stratum, etc.). These solutions can give very satisfactory results in many practical cases and are especially valuable in conducting preliminary analyses and parameter sensitivity studies. One of the goals of this state-of-the-art paper is to present and discuss the most significant of these available solutions. Before doing this, however, it is expedient to illustrate how the impedance functions may be utilized to obtain the dynamic response of rigid massive foundations.

Use of impedance functions: response of massive machine foundations

The first step in analysing the response of a massive machine foundation is to evaluate the pertinent dynamic impedances at the anticipated frequency, or range of frequencies, of the machine. This is done either by utilizing existing discrete or continuum type formulations, or by resorting to published solutions available in the soil dynamics literature. The use of dynamic impedance to obtain the response is illustrated herein.

Figure 3 portrays a massive, rigid foundation having equal depth of embedment along all the sides and possessing two orthogonal vertical planes of symmetry, the intersection of which defines a vertical axis of symmetry. The foundation plan, having two axes of symmetry, may be of any axis-symmetric or orthogonal shape, including the infinitely long strip (2D geometry). For such foundations, vertical and torsional oscillations are uncoupled, while horizontal forces and moments along and around the principal axes produce displacements and rotations only along and around the same axes. Thus, with the notation of Fig. 3, the equations of motion in vertical translation $v(t)$, torsional rotation $\theta(t)$, and coupled horizontal translation $h(t)$ and rocking $r(t)$, all referred to the center of gravity of the machine-foundation system, are respectively:

$$m \cdot \ddot{v}(t) + R_v(t) = Q_v(t) \tag{21}$$

$$I_z \cdot \ddot{\theta}(t) + T_z(t) = M_z(t) \tag{22}$$

$$m \cdot \ddot{h}(t) + R_h(t) = Q_h(t) \tag{23}$$

$$I_{Ox} \cdot \ddot{r}(t) + T_r(t) - R_h(t) \cdot z_c = M_r(t) \tag{24}$$

in which: m = total foundation mass; I_{Ox} = mass moment of inertia about a principal horizontal axis passing through the center of gravity; I_z = mass moment of inertia around the vertical axis of symmetry; R_v , T_z , R_h and T_r = vertical, torsional, horizontal and rocking reactions of the soil acting at the center of the foundation base (remember Fig. 1b); Q_v , M_z , Q_h and M_r = vertical, torsional, horizontal and

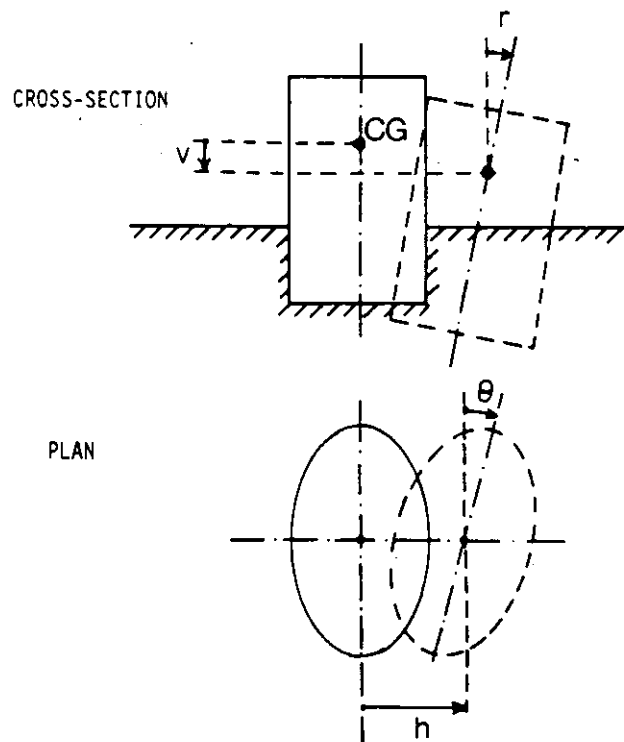


Figure 3. Definition of deformation variables

rocking exciting forces and moments, acting at the center of gravity and resulting from the operation of the machine.

As already mentioned, only the steady-state response due to a harmonic excitation is of interest here. Not only because most machines usually produce unbalanced forces which indeed vary harmonically with time (rotary or reciprocating engines), but also because non-harmonic forces (such as those, for example produced by punch presses and forging hammers) can be decomposed into a large number of sinusoids through Fourier analysis. Therefore, the excitations may be written as:

$$Q_a = Q_a \exp [i(\omega t + \phi_a)] \quad a = v, h \tag{25}$$

$$M_a = M_a \exp [i(\omega t + \phi_a)] \quad a = z, r \tag{26}$$

in which the amplitudes Q_a and M_a are either constants or (more frequently) proportional to the square of the operational frequency $\omega = 2\pi f$; ϕ_a are the phase angles of the four excitations, v, h, r and z .

With the excitation forces described by equations (25)-(26), the steady-state motions may be cast in the form:

$$v(t) = v \cdot \exp(i\omega t); \quad v = v_1 + i v_2 \tag{27}$$

$$\theta(t) = \theta \cdot \exp(i\omega t); \quad \theta = \theta_1 + i \theta_2 \tag{28}$$

$$h(t) = h \cdot \exp(i\omega t); \quad h = h_1 + i h_2 \tag{29}$$

$$r(t) = r \cdot \exp(i\omega t); \quad r = r_1 + i r_2 \tag{30}$$

in which: v, θ, h and r are complex, frequency-dependent displacement and rotation amplitudes at the center of gravity. Note that equations (27)-(30) do not by any means imply that the four components of motion are all in phase, nor that the phase-angles between the corresponding excitations and motions are equal to ϕ_a (equations (25)-(30)). Instead, the true phase angles ψ_a are 'hidden' in the complex form of each displacement component. For instance, the vertical motion will exhibit:

$$\psi_a = \arctan(v_2/v_1) \tag{31}$$

in which v_1 and v_2 are the real and imaginary parts of v (equation (27)), while its amplitude is of a magnitude:

$$|v| = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} \quad (32)$$

Also, since Q_a and M_a in equations (25)-(26) are real quantities, the phase lags between excitations and motions will be simply equal to $\phi_a - \psi_a$.

Using similar arguments with regard to the soil reactions, one may, without loss of generality, set:

$$R_a = R_a \cdot \exp(i\omega t) \quad a = v, h \quad (33)$$

$$T_a = T_a \cdot \exp(i\omega t) \quad a = z, r \quad (34)$$

whereby the complex amplitudes R_a and T_a are related to the complex displacement and rotation amplitudes through the corresponding dynamic impedances K_a , $a = v, h, r, hr$, t (see equations (3)-(4)). Recalling that the latter are referred to the center of the foundation base, one can promptly write:

$$R_v = K_v \cdot v \quad (35)$$

$$T_z = K_t \cdot \theta \quad (36)$$

$$R_h = K_h \cdot (h - z_c r) + K_{hr} \cdot r \quad (37)$$

$$T_r = K_r \cdot r + K_{hr} \cdot (h - z_c r) \quad (38)$$

Substituting equations (25)-(30) and (33)-(38) into the governing equations of motion (21)-(24) and solving the resulting system of four algebraic equations yields the following complex-valued displacement and rotation amplitudes at the center of gravity:

$$v = \frac{Q_v \cdot \exp(i\phi_v)}{K_v(\omega) - m\omega^2} \quad (39)$$

$$\theta = \frac{M_z \cdot \exp(i\phi_z)}{K_t(\omega) - I_z \omega^2} \quad (40)$$

$$h = \{K_h^* \cdot Q_h \exp(i\phi_h) - K_{hr}^* \cdot M_r \exp(i\phi_r)\} \cdot N \quad (41)$$

$$r = \{K_r^* \cdot M_r \exp(i\phi_r) - K_{hr}^* \cdot Q_h \exp(i\phi_h)\} \cdot N \quad (42)$$

in which the following substitutions have been performed:

$$K_h^* = K_h(\omega) - m\omega^2 \quad (43)$$

$$K_{hr}^* = K_{hr}(\omega) - K_h(\omega) z_c \quad (44)$$

$$K_r^* = K_r(\omega) - I_{oz} \omega^2 + K_h(\omega) z_c^2 - 2K_{hr}(\omega) z_c \quad (45)$$

and, finally,

$$N = (K_h^* K_r^* - K_{hr}^{*2})^{-1} \quad (46)$$

Notice that, for a particular frequency ω , determination of the motions from equations (39)-(42) is a straightforward operation once the dynamic impedances are known. Of course, the computations are somewhat tedious if performed by hand, since complex numbers are involved; but even with small microcomputers the calculations can be done routinely, at a minimal cost.

Therefore, the author proposes that this procedure (equations (39)-(42), in connection with an appropriate evaluation of impedances at the frequency(ies) of interest, should be used in machine foundation analysis in place of the currently popular 'equivalent lumped frequency-independent-parameter' approach.

PRESENTATION OF RESULTS FOR SURFACE AND EMBEDDED FOUNDATIONS

The subsequent four sections of the paper present a comprehensive compilation of characteristic numerical results

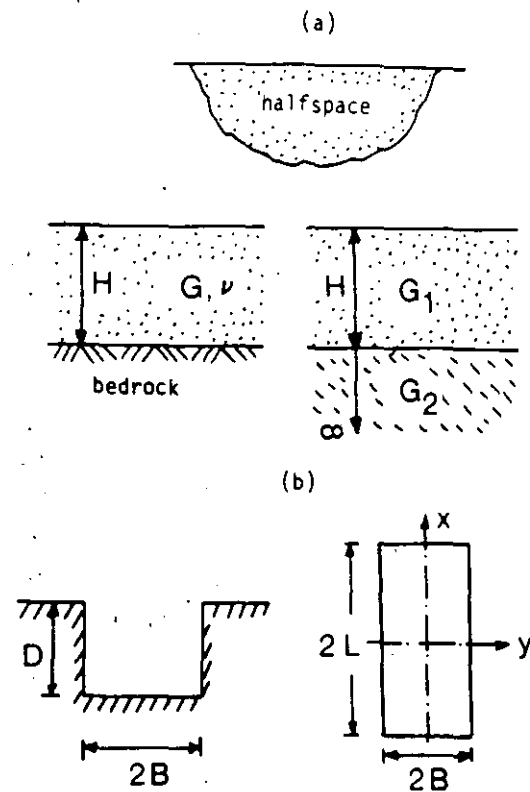


Figure 4. (a) The three soil profiles studied; (b) definition of geometric parameters

for the dynamic impedances (or compliances) of massless foundations, pertaining to all possible (translational and rotational) modes of vibration. These results can be directly used in equations (40)-(43) to make satisfactory and inexpensive predictions of the dynamic behavior of machine foundations in many practical cases, without the need to resort to costly computer programs for evaluating the impedances; this should be of especially great value in preliminary design calculations.

A second, equally important objective of the presentation is to assess the significance of various phenomena and to illustrate the role of key dimensionless geometric and material parameters on the response. It is thus hoped that the reader can gain a valuable insight into the mechanics of foundation vibrations.

Results are presented for three categories of idealized soil profiles (Fig. 4): the halfspace, the uniform stratum on rigid base and the layer on top of a halfspace. These models represent a wide spectrum of actually encountered soil profiles and are simple enough for their geometry to be described in terms of a single quantity, namely, the thickness H of the uppermost layer. (For the halfspace $H \rightarrow \infty$.) For most problems considered, the following groups of dimensionless parameters which appreciably influence the dynamic impedances have been identified:

- (a) the ratio H/B of the top layer thickness, H , over a critical foundation-plan dimension, B ; the latter may be interpreted as the radius, R , of a circular foundation or half the width of a rectangular or a strip foundation
- (b) the embedment ratio D/B , where D is the depth from the surface to the horizontal soil-footing interface

- (c) the shape of the foundation plan: circular, strip, rectangular, circular ring; in the last two cases the plan geometry may be defined in terms of the length-to-width or 'aspect' ratio, L/B , or the internal-to-external radii ratio, R_i/R , respectively
- (d) the frequency factor $a_0 = \omega B/V_s$, where V_s is a characteristic shear wave velocity of the soil deposit
- (e) the ratio G_1/G_2 of the shear moduli corresponding to the upper soil layer and the underlying halfspace, respectively; this ratio may attain values ranging from 0, in case of a uniform stratum on rigid base, to 1, in case of a uniform halfspace
- (f) the Poisson's ratio(s) ν of the soil layer(s)
- (g) the hysteretic critical damping ratio(s) ξ of the soil layer(s)
- (h) the factors n and \bar{m} which express the 'degree' of anisotropy and the 'rate' of inhomogeneity, respectively: $n = E_H/E_V$, where E_H and E_V are the horizontal and vertical Young's moduli of a cross-anisotropic soil; while \bar{m} , for a certain type of inhomogeneity, describes the change of shear modulus from the surface to a depth equal to B
- (i) the relative flexural rigidity factor $RF = (E_f/E_s) (1 - \nu_f^2) \cdot (t/B)^3$ where E_f , ν_f and t are, respectively, the Young's modulus, Poisson's ratio and thickness of the foundation raft; RF ranges from ∞ , for a perfectly rigid foundation, to 0, for an ideally flexible mat.

RIGID SURFACE FOUNDATIONS ON HOMOGENEOUS HALFSPACE

Rigid circular foundation

When dealing with a deep and relatively uniform soil deposit, it makes engineering sense to model it as a homogeneous halfspace. This idealization, primarily because of its simplicity, has been widely employed to determine stresses and deformations in soils, and its use in soil dynamics has led to results in qualitative agreement with observations. From a practical point of view, perhaps the greatest value of the model has been in explaining important features associated with foundation vibrations.

The dynamic impedance functions for a rigid circular foundation on the surface of a homogeneous halfspace have been tabulated by Veletsos *et al.*²⁸ and Luco *et al.*^{27, 28, 62} Fig. 5 presents their results in the form of equation (17), with zero hysteretic damping ratio. (Obviously, in this case, $k = k$ and $c = c$.) The values of k and c corresponding to non-zero values of internal damping are, for all practical purposes, very similar to those plotted in Fig. 5, in accord with the correspondence principle. Reference is made to Veletsos *et al.*,²⁹ Luco⁶⁶ and Lysmer⁶³ for a more detailed discussion on this subject. Notice that only the diagonal elements of the impedance matrix are shown in the figure, as the cross swaying-rocking impedance is essentially zero.

It is evident from Fig. 5 that the normalized impedances K_a/GR and K_b/GR^3 , where a refers to the translational modes v and h and b to the rotational modes r and t , depend only on the Poisson's ratio ν of the halfspace and the frequency factor a_0 . The following trends are worthy of note in Fig. 5.

1. The vertical and rocking stiffness, K , and dynamic stiffness coefficients, k , are the most sensitive to variations in Poisson's ratio. On the other hand, the horizontal impedance function has a small dependence on ν , while the

torsional response is totally independent of ν at all frequencies. It thus appears that the importance of Poisson's ratio increases when the relative contribution of generated dilatational (P) waves increases. Indeed, in the vertical and rocking modes P waves are significant; in the horizontal mode P waves are of secondary importance; and in the torsional mode only SH waves are generated and P waves play no role in the response.

2. The coefficients k_h , c_h and c_v are essentially independent of frequency and can be considered constant without any appreciable error. On the other hand, k_v , k_r , c_r and c_t exhibit a strong sensitivity to variations in the frequency parameter, while k_t shows an intermediate behavior. Of particular interest is the rapid decrease of the vertical and rocking stiffness coefficients k_v and k_r with increasing a_0 , for values of Poisson's ratio close to 0.5* (typical for saturated clays). In fact, k_v and k_r become negative for values of a_0 greater than 2.5 and 5, respectively. Some years ago it appeared that use of 'added masses' could adequately account for the decrease with a_0 of the stiffness coefficients, in the range of low frequencies. Such 'masses' would in effect produce dynamic stiffness coefficients of the form $k - m\omega^2$ - a reasonable approximation indeed for low frequencies, which formed the basis of the 'lumped-parameter' model, described in a preceding section of the paper. Unfortunately, as is evident from Fig. 5, this approximation may lead to substantial errors for larger frequencies. Moreover, the concept of 'added mass' has all too often been confused with the physically incorrect notion of an 'in-phase soil mass', which at much earlier times had found considerable use in the design practice.

3. While the damping coefficients of the translational modes, c_v and c_h , attain large and nearly constant values throughout the frequency range $0 < a_0 < 8$, the coefficients c_r and c_t of the two rotational modes are very sensitive to variations in frequency in the low range of a_0 , tending to zero as a_0 approaches zero. At larger frequencies (a_0 greater than about 3) c_r and c_t are essentially frequency-independent, but their values both equal to about 0.30, are significantly smaller than the corresponding values of $c_v \approx 0.95$ and $c_h \approx 0.60$. These differences imply that a smaller radiation of wave energy takes place during rocking and torsional than during vertical and horizontal oscillations. It seems that the dynamic stress and strain fields induced in the soil by the two types of rotational loadings are of limited extent, with the generated waves decaying very rapidly away from the loading area due to 'constructive interference'. These phenomena will become more evident in connection with the behavior of footings on layered or inhomogeneous soil deposits.

In any case, the practical implication of the existence of only a small amount of radiation damping in the rocking and torsional modes of oscillation is that a realistic estimate of the response may be obtained by incorporating the effects of material (hysteretic) damping in the soil. On the contrary, material damping is insignificant for horizontal and, especially, vertical oscillations and, with little loss in accuracy, it may be neglected in the presence of the much higher radiation damping.

* It is noted that although for saturated soft clays under static undrained loading one should use $\nu = 0.50$, with dynamic loading $\nu = 0.50$ leads to infinite dilatational wave velocity, which is not observed in the laboratory; instead the Biot-Ishihara theory for poroelastic media yields a maximum value of ν slightly less than 0.50.

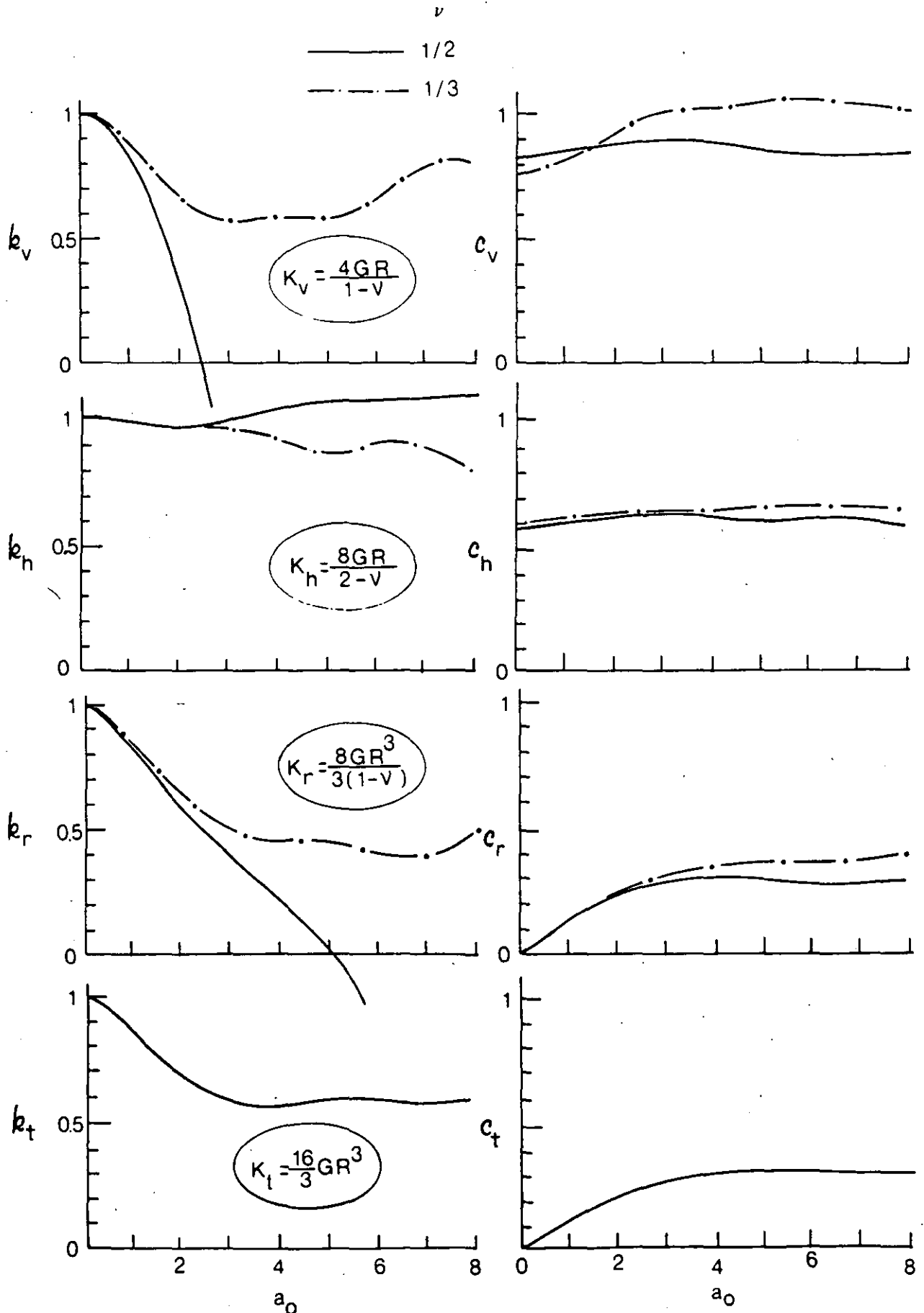


Figure 5. Impedance functions of rigid circular footings on homogeneous halfspace^{27, 28, 62}

Clearly, soil deposits having a constant G and extending to practically infinite depths, as the homogeneous halfspace model assumes, do not abound in nature. In addition, circular foundations are rather rarely constructed. Nonetheless, the results of Fig. 5 for a circular foundation on a halfspace are of great value in understanding the phenomena associated with foundation vibrations. From a practical point of view, however, the shape and trends of these impedance functions are more important than their exact values.

Rigid strip foundation

When dealing with long and narrow foundations, the length of which is larger than their width by a factor of 5 or greater, it is a common practice to idealize their shape as an infinitely long strip. If, moreover, the dynamic loading

is reasonably uniform along the longitudinal direction, plane-strain conditions prevail throughout and 2D analyses are sufficient to obtain the response.

Figure 6 displays the dynamic impedance of a rigid strip foundation on the surface of a homogeneous halfspace. These results were obtained by the semi-analytical procedure of Gazetas³⁶ and Gazetas and Roesler³⁸ and are in agreement with the results of Karasudhi *et al.*²⁶ It is noted that in this case the impedance functions are presented in the form described by equation (4), and not in one of the most usual forms of equations (12) or (17). The necessity for this change stemmed from the fact that the static vertical and horizontal stiffnesses of an infinite strip on a halfspace are zero, in agreement with the classical theory of elasticity. This is at variance with the behavior of circular foundations, whose (nonzero) static stiffnesses can be

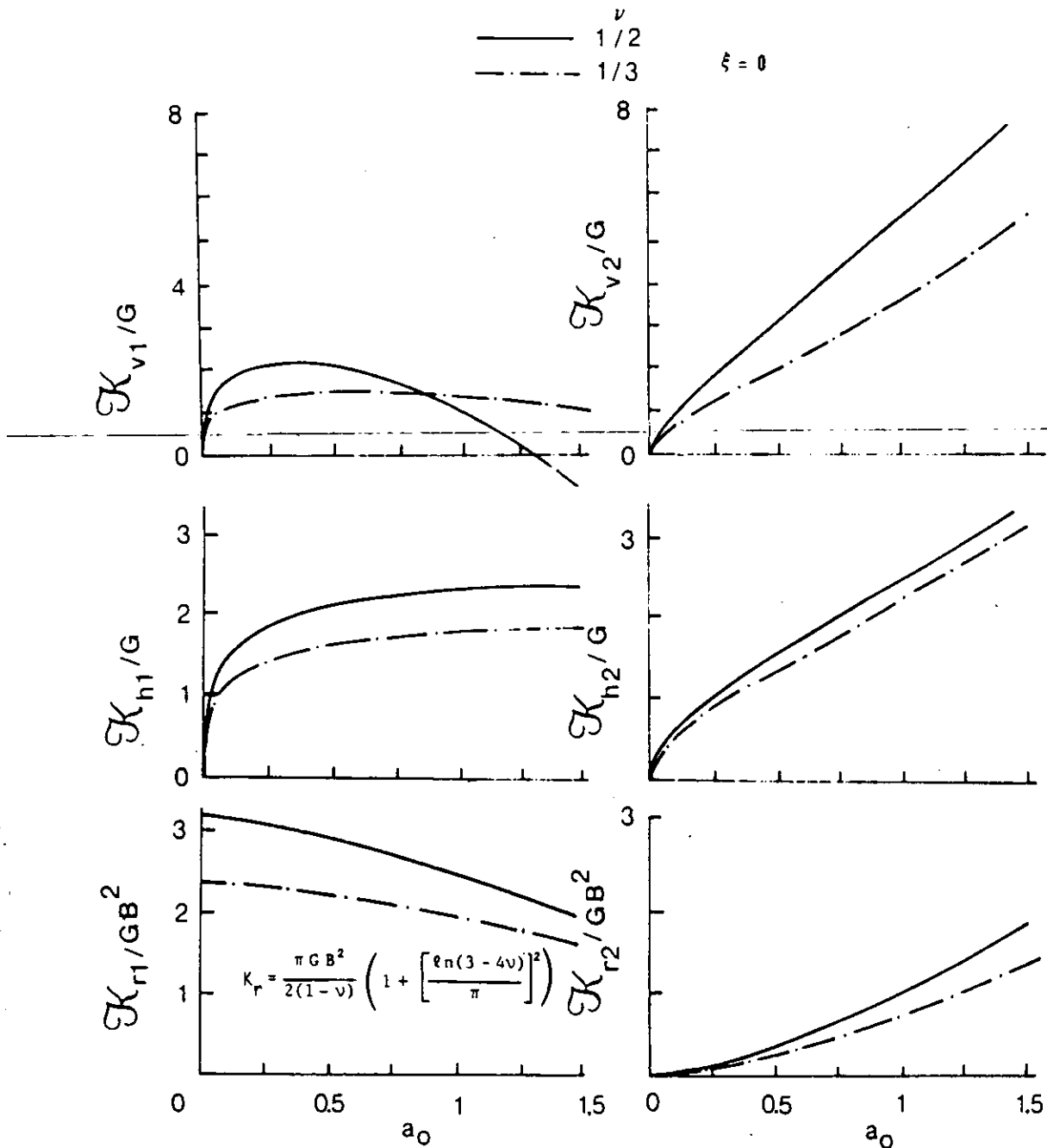


Figure 6. Impedance functions of rigid strip footings on homogeneous halfspace

found from the expressions included in Fig. 5. The infinite displacement of a strip-loaded halfspace arise from the large depths of the corresponding 'zones of influence'. In other words, the static stresses induced by the strip surface loads decay slowly with depth and, thus, cause appreciable straining of even remote soil elements: accumulation of these strains yields infinite displacements.

On the other hand, the stress and strain fields induced by moment loading are confined to the near surface soil only, thereby producing small surface displacements and non-zero static stiffnesses. For a rigid strip foundation, an expression for the static rocking stiffness is included in Fig. 6.

A few other trends are worthy of note in Fig. 6. First, one should notice that there are only three possible modes of vibration of a strip (vertical, horizontal and rocking) as compared to the four modes of a circular footing. Apparently, torsional oscillations involve out-of-plane motions and hence are impossible with strip footings.

In general, the dependence of the dynamic impedances on the Poisson's ratio of soil is very similar for strip and circular foundations. Thus, the discussion of the preceding section on the sensitivity of circular impedance functions to ν , is also applicable to the present case.

Regarding the variation of impedances with frequency, on the other hand, there are some differences between circular and strip footings, although clearly the general trends are similar. Thus, in the very low frequency range, the real parts K_{o1} and K_{h1} of the two translational modes increase with increasing a_0 and they attain peak values of a_0 ranging from about 0.25 to about 1.0, depending primarily on the Poisson's ratio and the type of oscillation. This implies that 'constructive interference' of various P and S waves originating at the soil-foundation interface reduces the depth of the 'zone of influence'; this results into finite displacements and non-zero dynamic stiffnesses.

Beyond their peak values, K_{o1} and K_{h1} behave much like their circular counterparts. Notice, however, that at Poisson's ratios close to 0.50 the vertical strip stiffness becomes negative at a_0 values greater than 1.3, as compared with the corresponding value of 2.5 which was observed for circular footings in Fig. 5.

The imaginary parts K_{o2} and K_{h2} of the vertical and horizontal modes increase almost linearly with a_0 , thus indicating qualitatively similar radiation damping characteristics of strip and circular foundations. (Notice that the damping coefficients c in the latter case are proportional to the slopes of the imaginary component of impedance-versus- a_0 curves; hence a constant c implies a linearly varying K_2 .)

Finally, the rocking stiffness and damping terms of both strip and circular foundations exhibit essentially identical trends. Evidently, rocking induced static or dynamic stresses influence only the near-surface soil under both plane-strain and axisymmetric loading conditions.

Rigid rectangular foundation

Results are now available for the complete dynamic impedance matrix of rigid rectangular foundations with varying aspect ratios L/B , over the low and medium frequency range.⁴⁷ For the vertical, horizontal and rocking modes, in particular, results are available even for moderately high values of a_0 .^{44, 46, 48}

Again, in presenting the variation with frequency and aspect ratio of impedances it is convenient to express them in the form of equation (17), with $a_0 = \omega B/V$, where $2B$

is the width of the smallest side of the foundation. Results for the static stiffnesses are presented first.

It has been known for some time that the static stiffness of a typical rectangular foundation can be approximated with reasonable accuracy by the corresponding stiffness of 'equivalent' circular foundations. For the translational modes in the three principal directions (x , y and z) the radius R_0 of the 'equivalent' circular foundation is obtained by equating the areas of the contact surfaces; hence:

$$R_0 = \left(\frac{2B \cdot 2L}{\pi} \right)^{1/2} \quad (47)$$

For the rotational modes around the three principal axes, the 'equivalent' circular foundations have the same area moments of inertia around x , y and z , respectively, with those of the actual foundation. Thus, the equivalent radii are:

$$R_{0x} = (16L \cdot B^3/3\pi)^{1/4} \quad (48)$$

for rocking around the x -axis;

$$R_{0y} = (16B \cdot L^3/3\pi)^{1/4} \quad (49)$$

for rocking around the y -axis; and

$$R_{0z} = \left[\frac{16B \cdot L \cdot (B^2 + L^2)}{6\pi} \right]^{1/4} \quad (50)$$

for torsion around the z -axis.

The results of recent parametric studies have confirmed the similar static behavior of rectangular and equivalent circular foundations. Table 2 is a synthesis of the results of several such investigations. It presents theoretically 'exact' formulae for all the translational and rotational static stiffnesses of rigid rectangular foundations having a wide range of aspect ratios. These formulae are cast in the form:

$$K = K_0(R_0) \cdot J(L/B) \quad (51)$$

in which: K = the actual static stiffness; $K_0(R_0)$ = the corresponding stiffness of the equivalent circular foundation, obtained from Fig. 5; R_0 = the radius of the 'equivalent' circle; and $J(L/B)$ = a 'correction' factor, function of the aspect ratio, L/B . If $J(L/B)$ were equal to 1 for all aspect ratios, the static equivalence between the two types of footings would have been perfect. Conversely, the larger the difference is between $J(L/B)$ and 1, the less accurate it would be the approximate a rectangular with a circular footing.

It may first be noted that only small discrepancies exist in the values of the 'correction' functions computed from the results of several authors. These discrepancies are due to either the assumed soil-footing interface behavior ('smooth' versus 'adhesive' contact), or the employed different numerical solution schemes. In practice, however, in view of the small magnitude of these differences, one may safely use for $J(L/B)$ the average of the values presented in Table 2, for each particular aspect ratio.

The following conclusions are evident from this Table.

1. Even for aspect ratios, L/B , as high as 8, the 'equivalent' circular foundations yield stiffnesses which are within 30% of the corresponding stiffness of the actual rectangular foundation. This is by no means a large error, in view, for example, of the uncertainty in estimating the soil modulus in practice.

2. For aspect ratios, L/B , less than 4 the 'equivalent' stiffnesses are in very good agreement with the actual

Table 2. Static stiffnesses for rectangular rigid foundation

1. Vertical stiffness

$$K_z = K_v = \frac{4GR_0}{1-\nu} \cdot J_v(L/B)$$

L/B	'Correction' factor J_v			
	Gorbunov-Posadov (1961)	Barkan (1962)	Savidis (1977)	Dominguez et al. (1978) 'Adhesive' 'Smooth'
1	1.023	0.953	0.944	1.052 1.081
2	1.025	0.975	0.973	1.063 1.130
4	1.108	1.077	1.072	1.107 1.196
6	1.197	1.152	-	- -
8	1.266	1.196	1.200	- -
10	1.313	1.250	-	- -
20	1.572	-	-	- -

2. Horizontal stiffnesses

$$K_x = \frac{8GR_0}{2-\nu} \cdot J_x(L/B) \quad K_y = \frac{8GR_0}{2-\nu} \cdot J_y(L/B)$$

L/B	'Correction' factor J_x		'Correction' factor J_y	
	Barkan (1962)	Dominguez et al. (1978)	Barkan (1962)	Dominguez et al. (1978)
1	0.993	1.035	0.993	1.035
2	0.983	1.044	1.008	1.105
4	1.000	1.085	-	1.221
6	1.055	-	-	-
8	1.132	-	-	-
10	1.191	-	-	-

3. Rocking stiffnesses

$$K_{r_x} = \frac{8GR_{ox}^3}{3(1-\nu)} \cdot J_{rx}(L/B) \quad K_{r_y} = \frac{8GR_{oy}^3}{3(1-\nu)} \cdot J_{ry}(L/B)$$

L/B	'Correction' factor J_{rx}		'Correction' factor J_{ry}	
	Gorbunov-Posadov et al. (1961)	Dominguez et al. (1978)	Gorbunov-Posadov et al. (1961)	Dominguez et al. (1978)
1	0.991	0.965	0.991	0.965
2	1.034	1.039	1.035	1.031
4	1.0488	1.117	1.072	1.140
8	1.178	-	1.226	-
10	1.281	-	1.319	-

4. Torsional stiffness

$$K_{r_z} = K_t = \frac{16}{3} GR_{oz}^3 \cdot J_t(L/B)$$

L/B	'Correction' factor J_t	
	Dominguez et al. (1978)	Roesset et al. (1977)
1	0.950	1.0332
2	1.000	-
3	1.016	-
4	1.166	-

ones. Typically, the error is within 10% and, hence, it is insignificant for all practical purposes.

3. The greatest differences are observed between actual and 'equivalent' stiffnesses for torsion (K_t) and for hori-

zontal displacement in the y direction (K_y). For $L/B = 4$, the error in K_t is about 17% and in K_y about 22%. It is worthy of note that whereas for a circular foundation $K_{x0} = K_{y0} = 8GR_0/(2-\nu)$, where R_0 is given by equation (47), a rectangular foundation with the larger side $2L$ normal to the y -axis (Fig. 4) is characterized by:

$$K_y = K_x + \frac{1}{2}GB \left(\frac{L}{B} - 1 \right) \quad (52)$$

for typical values of Poisson's ratio.

Variation with a_0 . Figure 7 portrays the dependence of the dynamic stiffness and damping coefficients, k and c , on the frequency factor a_0 and the aspect ratio L/B . These results were obtained with the Boundary Element Method by Dominguez and Roesset,⁴⁷ for a single value of Poisson's ratio, $\nu = \frac{1}{3}$. Only the coefficients of the six diagonal components of the impedance matrix are shown, they correspond to the translational modes of vibration (x , y and z) along each of the three principal axes, and to the rotational modes (r_x , r_y and r_z) around each of the same three principal axes. The two cross-swaying-rocking (coupling) impedances, corresponding to the xr_y and yr_x modes, are negligibly small for surface foundations, and are thus omitted from this presentation. Also shown in Fig. 7 as circles are the predictions of the 'equivalent' circular foundations, computed from Fig. 5 in conjunction with equations (47)-(50). One may notice the following trends in Fig. 7.

1. The terms k_x and c_x of the impedance against motion normal to the smaller side $2B$ are insensitive to variations in a_0 . Moreover, k_x is essentially independent of the aspect ratio, L/B , while c_x increases almost in proportion to the square-root of L/B . Recall that c_x must be multiplied by $a_0 = \omega B/V_s$ to obtain the imaginary component of the dynamic part of the impedance (equations (12) or (17)), in which $2B$ is the width of the smallest side of the footing. On the other hand, the frequency factor a_{00} of the 'equivalent' footing equals $\omega R_0/V_s$, with:

$$R_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} B \left(\frac{L}{B} \right)^{1/2} \quad (47a)$$

i.e. a_{00} is proportional to the square-root of L/B . Hence, plotted in Fig. 7, both stiffness and damping coefficients of the 'equivalent' footing are in excellent agreement with the corresponding coefficients of the actual rectangular footing, for all aspect ratios studied ($L/B = 1-4$), at least in the frequency range, $0 < a_0 \leq 1.5$.

2. The variation of the vertical stiffness and damping coefficients, k_v and c_v , has a similar shape with the variation of k_x and c_x . In this case, however, the two coefficients are more sensitive to variations in a_0 and L/B and the damping term c_v is always larger than c_x . Moreover, the agreement between actual and 'equivalent' coefficients is reasonably good, for all practical purposes.

3. The coefficients k_y and c_y , for a motion parallel to the smaller side $2B$, show a greater sensitivity to both a_0 and L/B . Furthermore, the discrepancies between 'equivalent' and actual values for these coefficients are appreciable, increasing with the aspect ratio. In fact, footings with a large L/B ratio (e.g. ≥ 4) tend to behave more like strip rather than circular footings, as a comparison between Figs. 5, 6 and 7 indicates.

4. The stiffness coefficient k_x for rocking around the longest axis, x , exhibits no sensitivity to the aspect ratio.

L/B : moreover, its variation as a function of a_0 is nearly identical with the variation of the corresponding stiffness coefficient of both the 'equivalent' circular footing and a strip footing with the same width B (Fig. 6). The damping coefficient c_{rx} attains negligible values in the low frequency range and increases approximately in proportion to the

fourth-root of L/B at high frequencies. Recalling that the frequency factor of the 'equivalent' circular footing is proportional to:

$$R_{0x} = \frac{2}{(3\pi)^{1/4}} B \left(\frac{L}{B}\right)^{1/4} \quad (48a)$$

(52)

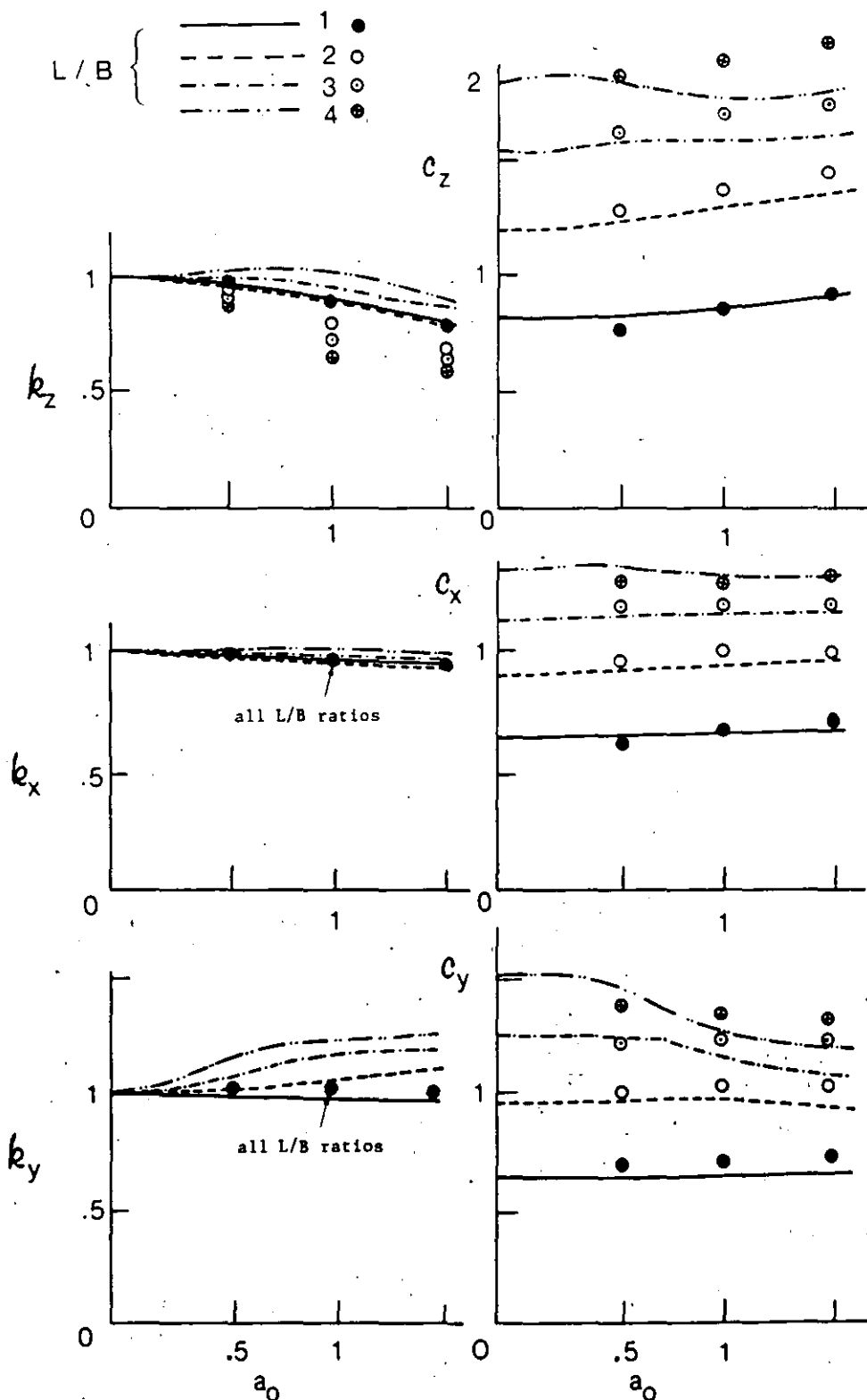
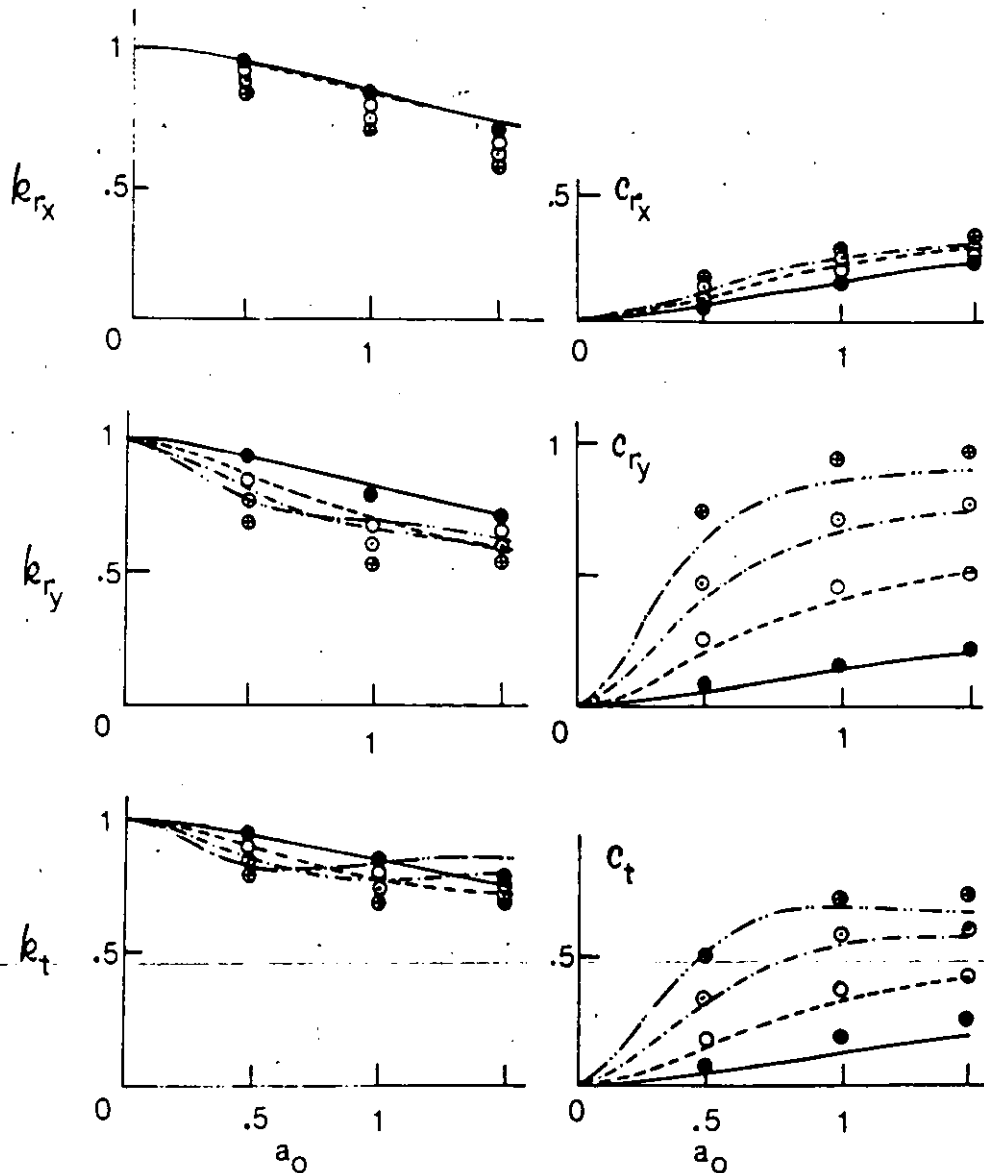


Figure 7. Dynamic coefficients of rigid rectangular footings on homogeneous halfspace;⁴⁷ (circles obtained by this author for 'equivalent' circular footings)

Figure 7 - continued



whereas the term c_{rx} is multiplied simply by $a_0 = \omega B/V_s$ in equations (12) or (17), one can directly unveil the very close proximity between the actual and 'equivalent' damping coefficients.

5. The stiffness coefficients k_{ry} and k_t for rocking around the shortest axis and torsion, respectively, show a somewhat similar dependence on L/B and exhibit some fluctuations with a_0 as L/B increases. The two coefficients are predicted only with small accuracy by the 'equivalent' circular footings. On the other hand, the two damping coefficients c_{ry} and c_t grow rapidly with both frequency and aspect ratio. In this regard, it is interesting to notice that, for instance, the frequency factor for the r_y mode is proportional to:

$$R_{oy} = \frac{2}{(3\pi)^{1/4}} B \left(\frac{L}{B}\right)^{3/4} \quad (49a)$$

which reveals a much stronger increase of c_{ry} with L/B , as compared with the corresponding increase of c_{rx} (a power of $\frac{3}{4}$ for c_{ry} versus $\frac{1}{4}$ for c_{rx}). Again, the values of the two coefficients may be reasonably well predicted by the 'equivalent' circular foundation.

In conclusion, with the help of the formulae of Table 2 and the graphs of Fig. 7, the dynamic behavior of rectangular foundations with essentially any aspect ratio can be obtained. Furthermore, the 'equivalent' circular footings described through equations (47)-(50), yield reasonably good estimates of the response for values of L/B less than about 4 and frequency factors at least up to 1.5. For larger values of L/B , the static stiffnesses of Table 2 can be utilized in conjunction with the dynamic coefficients of an equal-width strip foundation (Fig. 6). More parametric studies are, however, necessary to obtain results in the high frequency range ($1.5 < a_0 \leq 8$).

RIGID SURFACE FOUNDATIONS ON A HOMOGENEOUS SOIL STRATUM

Natural soil deposits very rarely have uniform properties within large depths from the loaded surface. More typical is the presence of a stiffer material or even bedrock at relatively shallow depth. The response of a foundation on a soil stratum underlain by such a stiffer medium can be substantially different from the response of an identical

foundation resting on a uniform halfspace. It is, thus, imperative to study the dynamics of massless foundations on such soil deposits. Specifically two types of idealized soil profiles are considered in this section:

- (a) a homogeneous soil stratum over a rigid base, and
- (b) a homogeneous soil stratum over a homogeneous halfspace.

Results for non-homogeneous soil strata, with moduli continuously increasing or decreasing with depth, will be presented in a subsequent section of the paper.

In addition to the four dimensionless parameters which control the behavior of rigid footings on a halfspace, namely, a_0 , ν , ξ and L/B , the ratio H/B (or H/R) is of crucial importance in the response of footings on a homogeneous stratum. Its effect is, thus, studied throughout this section. Furthermore, the moduli ratio G_1/G_2 is of interest whenever the soil stratum is underlain by a non-rigid base (halfspace).

Circular foundation on stratum over a rigid base

Results for the dynamic impedance functions of a rigid circular disk at the surface of a stratum-on-rigid-base are presented in Table 3 and in Figs. 8 and 9. Specifically, Table 3 offers simple and quite accurate formulae for the determination of the static stiffnesses; Fig. 8 studies the effect of the H/B ratio on the dynamic stiffness and damping coefficients, k and c , for a single value of hysteretic damping ratio, $\xi = 0.05$; and Fig. 9 shows the sensitivity of k and c to variations in ξ , for a single value of the ratio, $H/B = 2$. These results have been derived by Kausel³³ and Kausel *et al.*^{89,90} and have been discussed by Roesset.^{60,91} Several significant conclusions may be drawn from this data.

Static stiffnesses. It is evident from the formulae of Table 3 that the existence of rigid bedrock at a relatively shallow depth may drastically increase the static stiffnesses of a rigid surface foundation. The four expressions reduce to the corresponding halfspace stiffnesses when H/R tends to infinity, but their values increase with decreasing H/R .



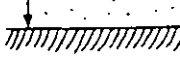

Vertical stiffnesses are particularly sensitive to variations in the depth to bedrock (notice the 1.28 factor). Horizontal stiffnesses are also appreciably affected by H/R (factor of 0.5) while the rotational stiffnesses (rocking and torsion) are the least affected. In fact, for $H/R > 1.5$ the response to torsional loads is practically independent of the layer thickness.

An indication of the causes of this different behavior of a circular footing to the four different types of loading can be obtained by observing the depths of the 'zone of influence' (known as 'pressure bulb' ever since Terzaghi) in each case. Thus, from Gerrand and Harrison,⁹² in a homogeneous halfspace, the vertical normal stress, σ_z , along the centerline of a vertically loaded rigid circular disk becomes less than 10% of the average applied pressure at depths greater than $z_v \cong 4R$; the horizontal shear stress, τ_{zr} , becomes less than 10% of the average applied shear traction at depth greater than $z_h \cong 2R$. From Gazetas,⁹³ the horizontal shear stresses $\tau_{z\theta}$ and $\tau_r\theta$ due to linearly distributed torsional surface stresses become less than 10% of the maximum applied shear traction at $z > z_t \cong 0.75R$. Finally, moment loading with a linear distribution of normal tractions varying from 0 to p yields $z_r \cong 1.25R$, below which σ_z is less than $0.10p$.

Variation with a_0 , H/R and ξ . The variation of the dynamic stiffness and damping coefficients with frequency reveals an equally strong dependence on H/B . On a stratum, both k and c are not as smooth functions as on a halfspace, but exhibit undulations (peaks and valleys) associated with the natural frequencies (in shear and dilation) of the soil layer. In other words, the observed fluctuations are the outcome of resonance phenomena: waves emanating from the oscillating foundation reflect at the soil-bedrock interface and return back to their source at the surface. As a result, the amplitude of foundation motion may significantly increase at specific frequencies of vibration, which, as shown subsequently, are close to the natural frequencies of the deposit. Thus, the stiffness coefficients exhibit valleys which are very steep when the hysteretic damping in the soil is small (in fact, in certain cases, k would be exactly zero if the soil were ideally elastic); on the other hand, with large amounts of hysteretic damping ($\xi = 0.10-0.20$) the valleys become less pronounced (Fig. 9). They also become less pronounced as the relative thickness of the layer, H/R , increases (Fig. 8).

Another important phenomenon is revealed through the variation with a_0 of the damping coefficients. At low frequencies, below the first resonant frequency, radiation damping is zero. This is due to the fact that no surface waves can be physically created in a soil stratum at such frequencies and, since the bedrock prevents waves from propagating downward, geometrical spreading of wave energy is negligible. The small values of the damping in this range (Fig. 9) just reflect the energy loss through hysteretic damping; for a purely elastic soil c would be zero.

Table 3. Static stiffnesses of rigid circular foundation on a stratum-over-rigid-base*

Type of loading	Static stiffness	Range of validity†	Soil profile
Vertical:	$K_v = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H} \right)$	$H/R > 2$	
Horizontal:	$K_h = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H} \right)$	$H/R > 1$	
Rocking:	$K_r = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H} \right)$	$4 > H/R > 1$	
Torsion:	$K_t = \frac{16}{3} GR^3$	$H/R > 1.25$	

* Adapted from Kausel³³ and Kausel *et al.*⁹⁰

† For $H/R < 2$ or 1 these expressions would still provide reasonable estimates of the actual static stiffnesses

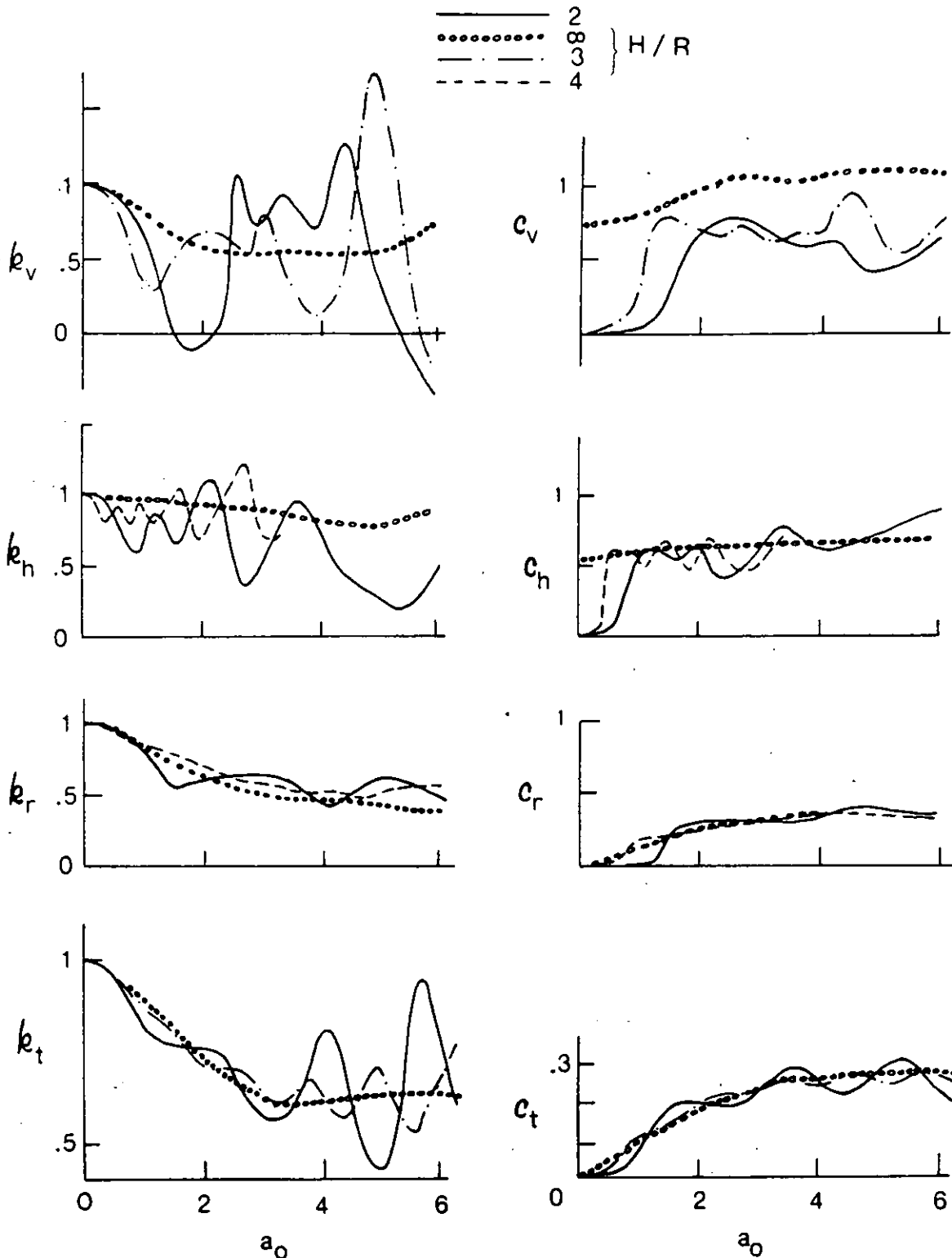


Figure 8. Dynamic coefficients of rigid circular footing on stratum-over-bedrock; effect of H/R ratio ($\nu = 1/3$, $\xi = 0.05$)^{33, 88, 90}

The phenomena described in the two preceding paragraphs are observed to a larger or lesser degree in all four modes of vibration. However, there exist marked differences among the dynamic coefficients of vertical, swaying, rocking and torsional oscillations. Specifically:

1. For rocking and torsion, k and c are relatively smooth functions of a_0 , rapidly approaching the corresponding half-

space curves as the layer thickness increases beyond $3R$. Thus, H/R exerts only a small influence on the variation of these two coefficients. On the other hand, for vertical and horizontal translation, k and c display some very pronounced fluctuations with a_0 . Both the location and shape of the resonant valleys are quite sensitive to variations in H/R , and only for H/R values larger than 8 do

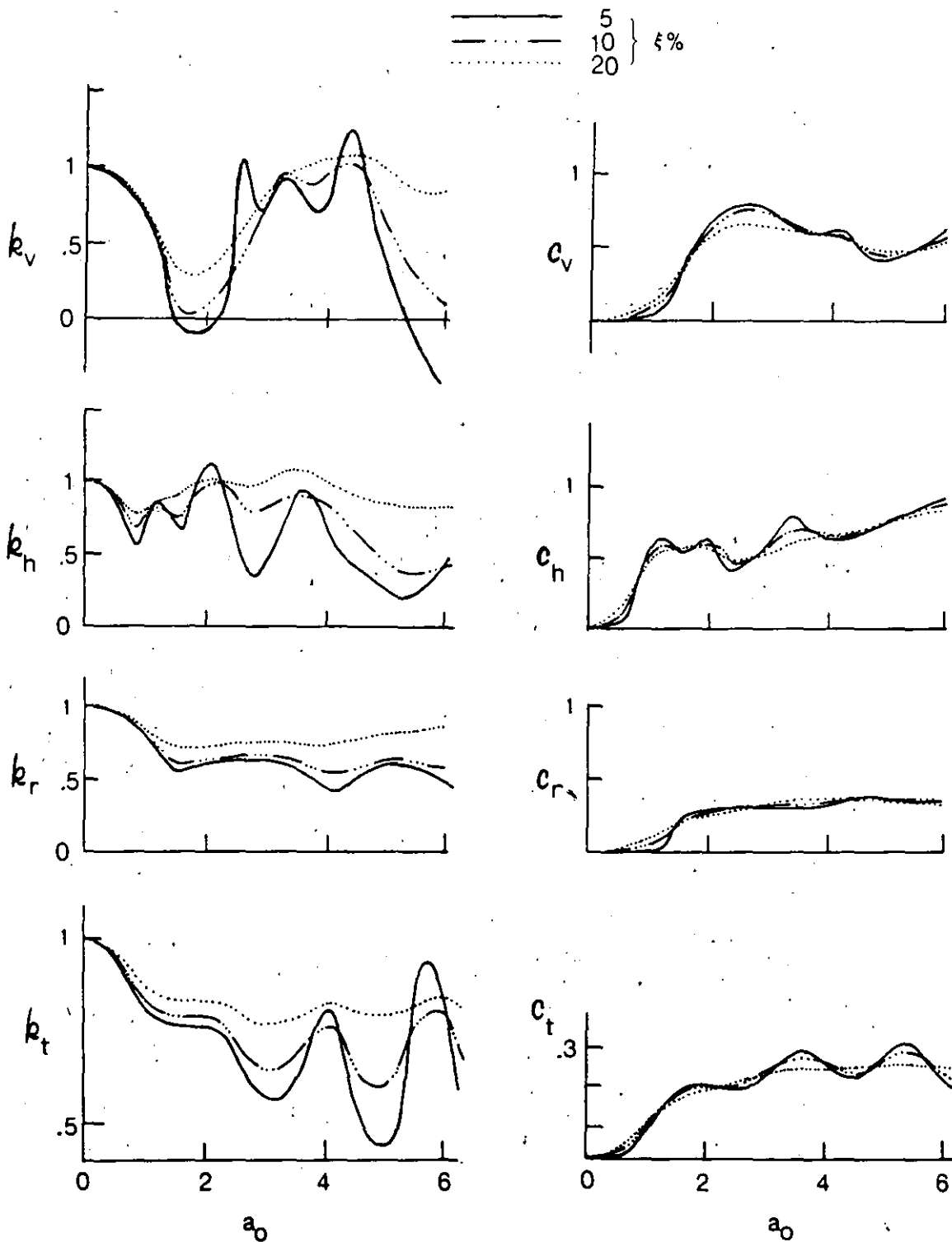


Figure 9. Dynamic coefficients of rigid circular footing on stratum-over-bedrock; effect of ξ ($\nu = 1/3, H/R = 2$)^{33,90}

$k(a_0)$ and $c(a_0)$ approach the corresponding halfspace curves, if $\xi = 0.05$. These results are consistent with the conclusions derived previously regarding the depth of the 'pressure bulb' or 'influence zone' of a statically loaded foundation. Under dynamic loads, 'constructive interference' of downward propagating waves leads to a shallow dynamic 'pressure bulb' in both rocking and torsion.

2. The resonant frequencies of horizontal (swaying) oscillations are in remarkable agreement with the natural

frequencies of the stratum. As an example, the fundamental frequency of the stratum in vertical shear waves, $f_{s,1}$, equals $V_s/4H$ and, thus:

$$a_{0s,1} = \frac{\pi R}{2H} \quad (53)$$

which is equal to $\pi/4$, for $H/R = 2$. As seen in Fig. 9, this value of a_0 essentially coincides with the first resonant frequency in swaying. It is not difficult to explain how the

simple one-dimensional wave propagation theory can so successfully predict the first resonant frequency of a three-dimensional problem: at values of a_0 below resonance essentially *only shear waves exist in the stratum*, propagating vertically between foundation and bedrock. Therefore, when this first resonance occurs we have a non-dimensional 'standing' wave and, in addition, little damping and thus high response. Of course, as it may be inferred from Figs. 8-9, the situation becomes a little more involved at higher resonant frequencies. Thus, the second 'resonance' occurs at about the fundamental natural frequency of the stratum in dilatational waves, and the third 'resonance' at about the second natural frequency in shear waves. In both cases, however, some non-vertical waves also participate in the motion, as evidenced by the existence of non-zero radiation damping. Due to multiple wave reflections, *P*, *S* and Rayleigh waves are also generated and, hence, the one-dimensional theory predicts with smaller accuracy the pertinent swaying resonant frequencies of the soil-foundation system.

On the other hand, vertical and rocking foundation oscillations induce mainly *P* but also *S* waves in the stratum. The relative importance of each type of wave depends to some extent on the Poisson's ratio of the soil. Recall that the ratio between the two wave velocities and between the corresponding natural frequencies of the stratum is given by:

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{f_{p,n}}{f_{s,n}} = \left[\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (54)$$

which, for $\nu = \frac{1}{2}$ yields a ratio of 2. Figures 8-9 clearly show that the first resonant frequencies for both vertical and rocking oscillations are reasonably close to the fundamental frequency of the stratum in vertical *P*-waves ($a_{0p,1} = \pi/2$ for $H/R = 2$). Higher resonances, however, can hardly be predicted by the simple one-dimensional wave propagation theory since, apparently, they involve a mixture of *P*-, *S*- and Rayleigh (*R*) waves.

Referring to Fig. 9, it is observed that k and c are quite sensitive to variations in material damping, especially at frequencies near resonance. This is contrary to the so-called 'correspondence principle' which assumes that the impedances derived for an undamped but otherwise identical medium by a simple multiplication with the factor $1+2i\xi$. Remember, however, that this 'principle' works reasonably well for a homogeneous halfspace.

The effect of Poisson's ratio is not studied in detail herein and reference is made to Kausel *et al.*⁸⁹ for a rigorous assessment of its importance in swaying and rocking. Note, nonetheless, that the variation of the dynamic coefficients with frequency may be sensitive to

this parameter, because of its influence on V_p and $f_{p,n}$ as previously explained (equation (54)). Thus, vertical and rocking coefficients are highly sensitive to ν , especially with shallow layers; but swaying and torsional coefficients are practically independent of ν .

Strip foundation on stratum over a rigid base

Table 4 and Figs. 10 and 11 present the results for vertical, horizontal and rocking oscillations of a massless rigid strip footing which rests on the surface of a homogeneous soil layer overlying bedrock. These results were obtained with the formulation of Gazetas and Roesset^{38,39} and are in excellent agreement with the results of Chang-Liang.⁸⁷ Additional numerical studies can be found in Jakub *et al.*^{56,65} and Gazetas.⁵⁴

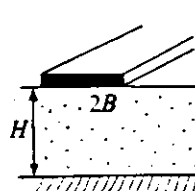
Static behavior. Simple expressions of sufficient accuracy for practical purposes have been derived for the three static stiffnesses and these are listed in Table 4. Evidently, the presence of (infinitely rigid) bedrock at shallow relative depths has a dramatic effect on the static behavior of strip foundations. Vertical and horizontal stiffnesses, being no longer zero as in the case of a halfspace, are strongly increasing functions of B/H . Rocking stiffness also increases with B/H . Two noteworthy conclusions may be drawn by contrasting the expressions of Table 4 to those of Table 3:

1. The effect of Poisson's ratio on the static stiffnesses is the same for both strip and circular rigid foundations. The effect is greatest for vertical and rocking loading [factor $(1-\nu)$] and smallest for horizontal loading [factor $(2-\nu)$].

2. Layer depth is substantially more important for strip than for circular foundations, especially with the two translational modes (factors of 3.5 and 2 in the vertical rocking expressions for a strip, as compared with 1.28 and 0.5 in the corresponding expressions for a circle). This is a natural consequence of the much deeper 'pressure bulb' in a continuum subjected to plane-strain rather than axisymmetric surface loading, as it has already been illustrated in preceding sections.

3. Vertical stiffness is far more sensitive to variations in B/H (factor of 3.5) than horizontal and rocking stiffnesses are (factors of 2 and 0.20, respectively). The explanation lies again in the much greater 'depth of influence' of the vertical loads. On the other hand, moment loading induces stresses which decay very rapidly with depth; because on any horizontal plane, *small* normal stresses at large distances from the centerline contribute much to equilibrating the applied moment. Thus, rocking stiffnesses exhibit about the same small sensitivity to layer depth for

Table 4. Static stiffnesses of rigid strip foundation on a stratum-over-rigid-base

Type of loading	Static stiffness (per unit length)	Range of validity*	Soil profile
Vertical:	$K_v = \frac{1.23G}{1-\nu} \left(1 + 3.5 \frac{B}{H} \right)$	$1 < H/B < 10$	
Horizontal:	$K_h = \frac{2.1G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H} \right)$	$1 < H/B < 8$	
Rocking:	$K_r = \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 - \frac{1}{5} \frac{B}{H} \right)$	$1 < H/B < 3$	

* Outside this range the proposed expressions would still provide reasonable estimates of the actual static stiffnesses

both strip and circular footings (factors of 1/5 and 1/6, respectively).

Dynamic behavior. Figures 10 and 11 portray the variation with frequency of the dimensionless compliance functions GF_a , where $a = v$ or h , and GB^2F_r . Specifically, Fig. 10 intends to show the effect of H/B , and Fig. 11 the effect of ν . The results of Fig. 10 were obtained for $\nu = 0.49$ and $\xi = 0.05$, with four different values of H/B , i.e. 1, 3, 8 and ∞ ; the last value corresponds to the homogeneous halfspace and is included for a comparison. Figure 11 shows the effect of ν on vertical and rocking compliances only, for a layer with $H/B = 2$ and a homogeneous halfspace; the effect of ν on swaying, being of secondary importance, is not studied herein.

The same general trends observed in the dynamic behavior of circular foundations can now be seen in the

response of strip footings, although some differences are also obvious.

One first notices in Figs. 10-11 that due to the presence of bedrock both the in-phase (real) and the 90°-out-of-phase (imaginary) components of displacement (compliance) are not smooth and monotonically decreasing functions of frequency, as on a halfspace. Instead, they exhibit peaks and valleys at frequencies related to the natural frequencies of the stratum. Note that, in general, the peaks of a compliance function correspond to valleys in the impedance function.

The major differences between strip and circular foundations stem from the much greater sensitivity of the vertical and swaying oscillation of a strip to variations in H/B . Even for $H/B = 8$, relatively high amplitude peaks are observed in the two compliance functions of the strip, for the case $\xi = 0.05$; their difference from the halfspace

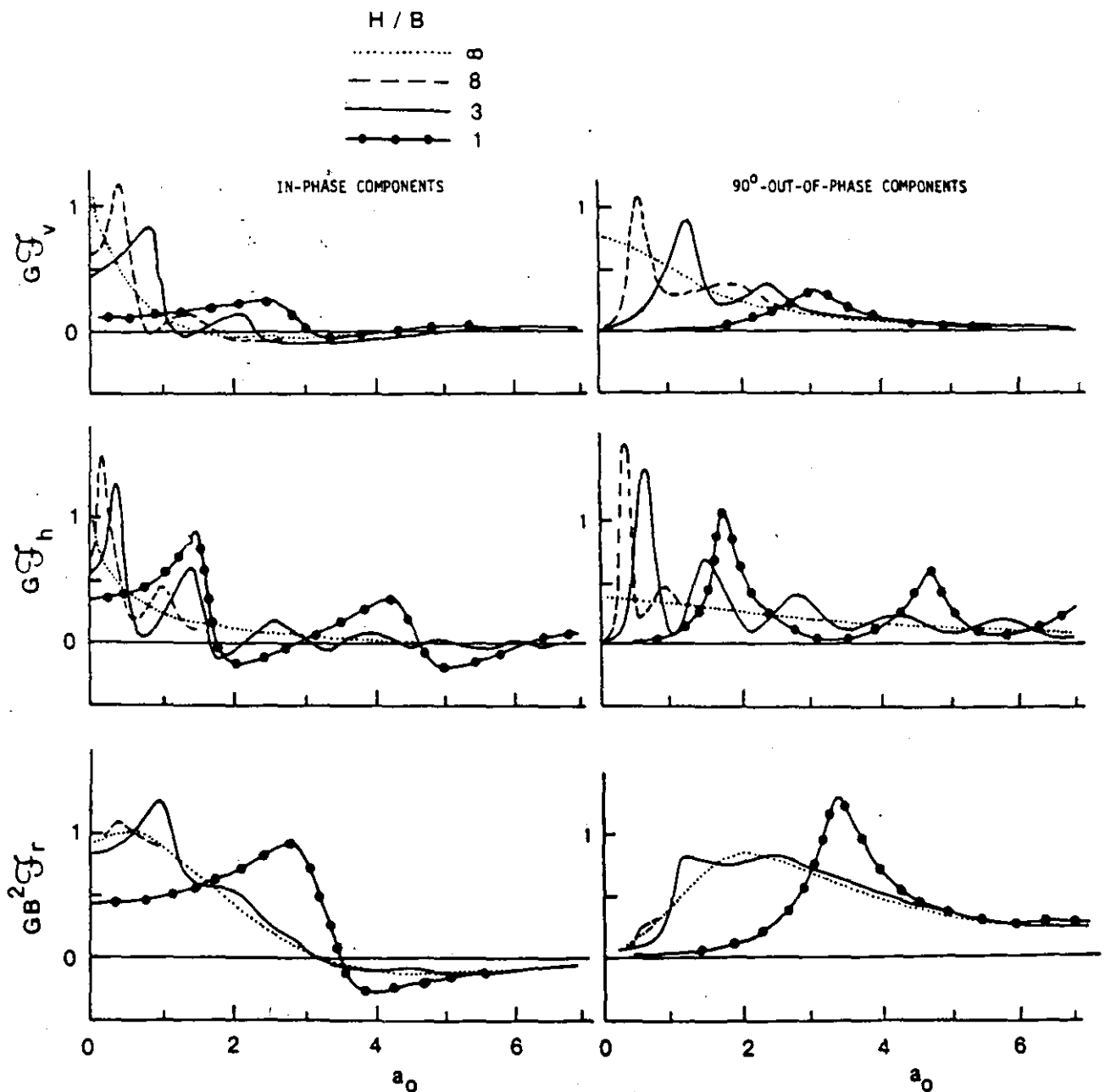


Figure 10. Compliance functions of rigid strip footing on stratum-over-bedrock; effect of H/B ratio ($\nu = 0.49$, $\xi = 0.05$)

compliances is substantial. On the other hand, rocking vibrations of a strip exhibit very similar trends with rocking of a circular plate: beyond $H/R = 3$ the presence of bedrock is hardly noticeable.

In the case of vertical loading, the resonant peaks are not as sharp as those of the horizontal displacements. In fact, on very shallow deposits ($H/B = 1$) only a single flat resonance takes place, which is characteristic of a highly damped system. A possible explanation of such a behavior has been suggested by Gazetas and Roesset³⁹: at frequencies below the first resonance some 'leakage' of energy occurs in the form of laterally propagating *P*-, *S*- and *R*-waves. Evidence in favor of this explanation comes from the fact that the first resonant frequency, a_{0r} , lies in between the fundamental natural frequencies of the stratum in vertical *S*-waves, $a_{0s,1}$, and in vertical *P*-waves, $a_{0p,1}$. For example, Fig. 11 shows that, for $H/B = 2$ and $\nu = 0.40$, $a_{0r} \approx 1.30$ compared to $a_{0s,1} = 0.785$ and $a_{0p,1} = 1.90$. Recall that for the circular foundation a_{0r} was much closer to $a_{0p,1}$.

No extensive numerical results for rigid rectangular foundations supported by a soil stratum have been found in the literature.

Foundation on stratum over a halfspace

The homogeneous halfspace and the stratum-over-rigid-base are two idealizations of extreme soil profiles. A more general soil model, the stratum-over-halfspace, is studied in this subsection. Besides the H/R or H/B ratio, the moduli ratio G_1/G_2 is needed to describe such a soil model. When G_1/G_2 tends to 0, the stratum-on-rigid base is recovered; when it becomes equal to 1, the model reduces to a homogeneous halfspace. Thus, the results presented in this section help in bridging the gap between 'halfspace' and 'stratum' solutions to which we have restricted our attention until now (Figs. 5-11).

Numerical solutions for a uniform layer over a halfspace have been published by Hadjian and Luco³⁷ who studied the dynamic of circular foundations, and by Gazetas and Roesset^{38,39} who studied the response of strip footings.

Based on the results provided by Hadjian and Luco³⁷ the author has derived simple but reasonably accurate formulae for the static stiffnesses of a rigid circular disk, in terms of H/R and G_1/G_2 . Table 5 displays these formulae, which are valid for the usual case in which $G_1 \ll G_2$, i.e. a halfspace stiffer than the layer. At the lower limit, $G_1/G_2 \rightarrow 0$, these expressions reduce to those of Table 3 for a layer-on-rigid-base; at the upper limit, $G_1/G_2 = 1$, the halfspace expressions of Fig. 5 are recovered. At intermediate values, as the rigidity of the supporting halfspace decreases, the static stiffnesses of the foundation decrease, apparently due to increasing magnitude of strains in the halfspace. The results are intuitively obvious and need no further explanation.

For circular footings, no results are presented here on dynamic stiffness and damping coefficients, but reference is made to the original publication by Hadjian and Luco.³⁷

The variation of the dynamic compliances of a strip footing with a_0 and G_1/G_2 is portrayed in Fig. 12 for a layer with $H = 2B$, $\nu = 0.40$ and $\xi = 0.05$. Shallower as well as deeper layers have been examined by Gazetas and Roesset.^{38,39}

An inspection of Fig. 12 indicates that the effects of layering increase with increasing contrast between G_1 and G_2 ; these effects are extreme for a layer on rigid bedrock ($G_1/G_2 = 0$) and, naturally, disappear in the case of a homogeneous halfspace ($G_1/G_2 = 1$). There are two main effects of increasing the softness of the halfspace. First, even for small positive values of G_1/G_2 , i.e. as long as we do not deal with an infinitely rigid bedrock, the static translational displacement tends to infinity, although

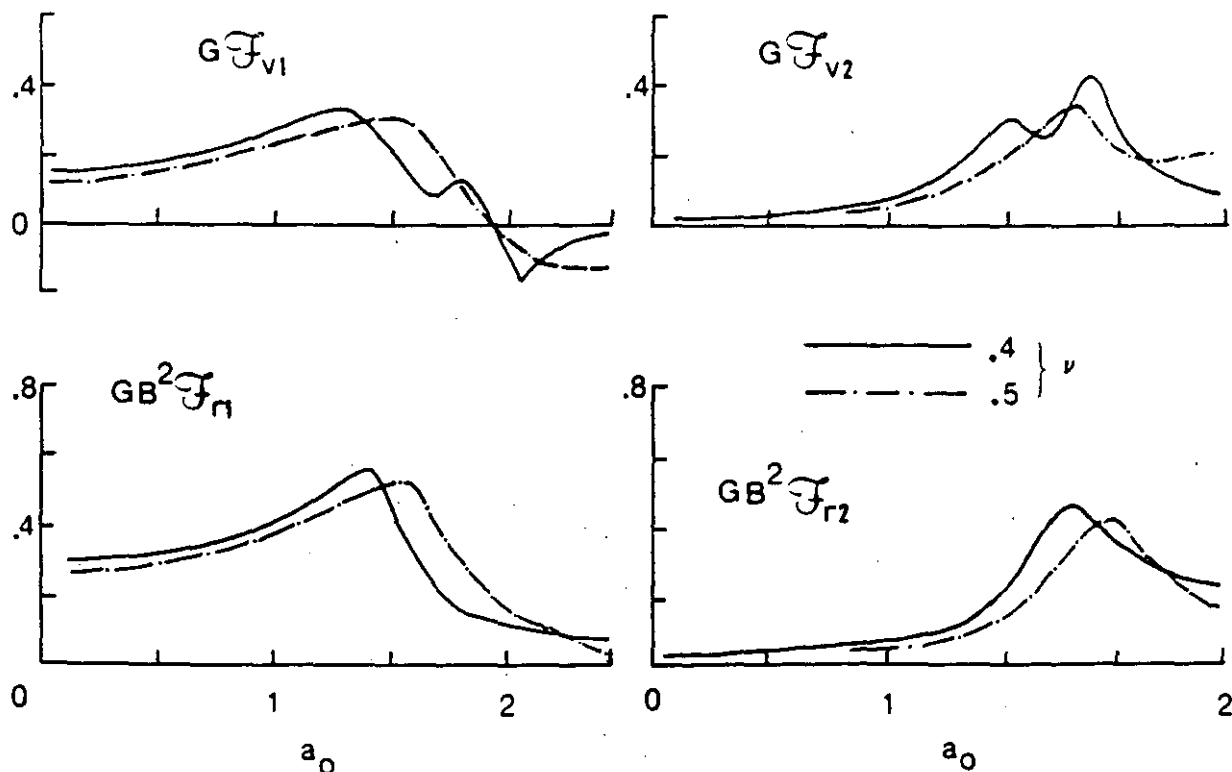


Figure 11. Compliance functions of rigid strip footing on stratum-over-bedrock: effect of ν ($H/B = 2$, $\xi = 0.05$)

Table 5. Static stiffnesses of circular foundations on a stratum-over-halfspace*

Type of loading	Static stiffness*	Range of validity	Profile
Vertical:	$\frac{4G_1 R}{1-\nu_1} \cdot \frac{1-1.28 \frac{R}{H}}{1+1.28 \frac{R G_1}{H G_2}}$	$1 < \frac{H}{R} < 5$	
Horizontal:	$\frac{8G_1 R}{2-\nu_1} \cdot \frac{1+\frac{1}{2} \frac{R}{H}}{1+\frac{1}{2} \frac{R G_1}{H G_2}}$	$1 < \frac{H}{R} < 4$	
Rocking:	$\frac{8G_1 R^3}{3(1-\nu_1)} \cdot \frac{1+\frac{1}{6} \frac{R}{H}}{1+\frac{1}{6} \frac{R G_1}{H G_2}}$	$0.75 < \frac{H}{R} < 2$	

* Derived by the author on the basis of results provided by Hadjian and Luco³⁷

much slower rate compared to the halfspace displacements. Thus, in the very low frequency range the in-phase (real) components of the displacements (compliances) are larger than in the case of rigid bedrock.

On the other hand, at any specific frequency, the radiation damping of the system increases due to partial transmission of body-waves in the halfspace and the existence of surface waves at all frequencies. Consequently, the resulting variation of displacements with a_0 is smoother than in the rigid rock case.

The effects of decreasing stiffness and increasing radiation damping are of major importance at frequencies equal to or lower than the first resonant frequencies of the system. With G_1/G_2 ascending from 0 (rigid bedrock) towards 1 (homogeneous halfspace), the aforementioned resonant peaks become shorter and flatter and the corresponding resonant frequencies shift to lower values.

Higher resonant peaks also decrease substantially and may in some cases be completely suppressed. An example: the third resonant peak in swaying (which, we recall, occurs at the second natural frequency of the stratum in S-waves) disappears as soon as G_1/G_2 exceeds 0.10.

Finally, it is hardly surprising that the vertical dynamic compliances are most sensitive to variations in G_1/G_2 , while rocking compliances are least sensitive. The concept of a 'dynamic pressure bulb' proves again very convenient in explaining these differences. The depth of the 'bulb' attains relatively large values in case of vertical vibrations, somewhat smaller values for swaying and very small values for rocking.

SOME RESULTS FOR RIGID SURFACE FOUNDATIONS OF 'ARBITRARY' SHAPE

Only a few numerical results are available for foundations having 'arbitrary' geometries, i.e. plan shapes other than strip, circular or rectangular. One reason for the lack of interest is that foundations of such 'arbitrary' shape are not constructed very frequently. Moreover, substantial computational effort must be expended to obtain dynamic solutions for such foundation geometries. The following presentation is divided into two parts: one dealing with vertically loaded footings of various 'solid' shapes and one with the complete response of annular footings.

Vertically loaded foundations of various 'solid' shapes

Analytical expressions for the static stiffnesses of rigid foundations supported to an elastic halfspace and having several different shapes (but without internal holes) can be derived from the results of Borodachev^{9a} (see also Selvadurai⁹). It is convenient to cast these expressions into our familiar form:

$$K_v = \frac{4GR_0}{1-\nu} J_v \quad (55)$$

in which: $R_0 = \sqrt{A/\pi}$ is the radius of the 'equivalent' circular foundation, A being the area of the soil-footing contact surface; J_v is a shape-dependent correction factor, numerical values of which have been tabulated in Table 6 for numerous plan shapes.

Table 6 in conjunction with Table 2 (part 1) can be used for determining the vertical static stiffnesses of a variety of foundations with very good accuracy. Moreover, the following trends are worthy of note:

1. The circular disk yields the smallest stiffness of all footings with a given contact area.
2. Of all rigid footings with an n -sided polygon-shaped plan of a given area, the regular n -sided polygon yields the smallest stiffness.
3. The correction factor depends primarily on the 'aspect' ratio of the foundation, being surprisingly insensitive to the details of each particular shape. By 'aspect' ratio we somewhat loosely mean the ratio between largest and smallest critical foundation dimensions. Thus, for example, a rhombus, a rectangle and an ellipse having the same aspect ratio, equal to 4, yield very similar correction factors of about 1.12.

In conclusion it seems that, by means of equation (55) and Tables 2 and 6, very good estimates can be routinely made of the vertical static stiffnesses of arbitrary-shaped rigid foundations on homogeneous halfspace.

No information is available regarding the variation with frequency of the dynamic stiffness coefficient k_v . However, inspection of Figs. 5 and 7 reveals that the 'equivalent' circular footing can successfully predict the actual k_v of rectangular footings with aspect ratios up to 4, at least in the low and medium frequency range ($a_0 \leq 1.5$). Hence, and in view of the observed insensitivity of the static stiff-

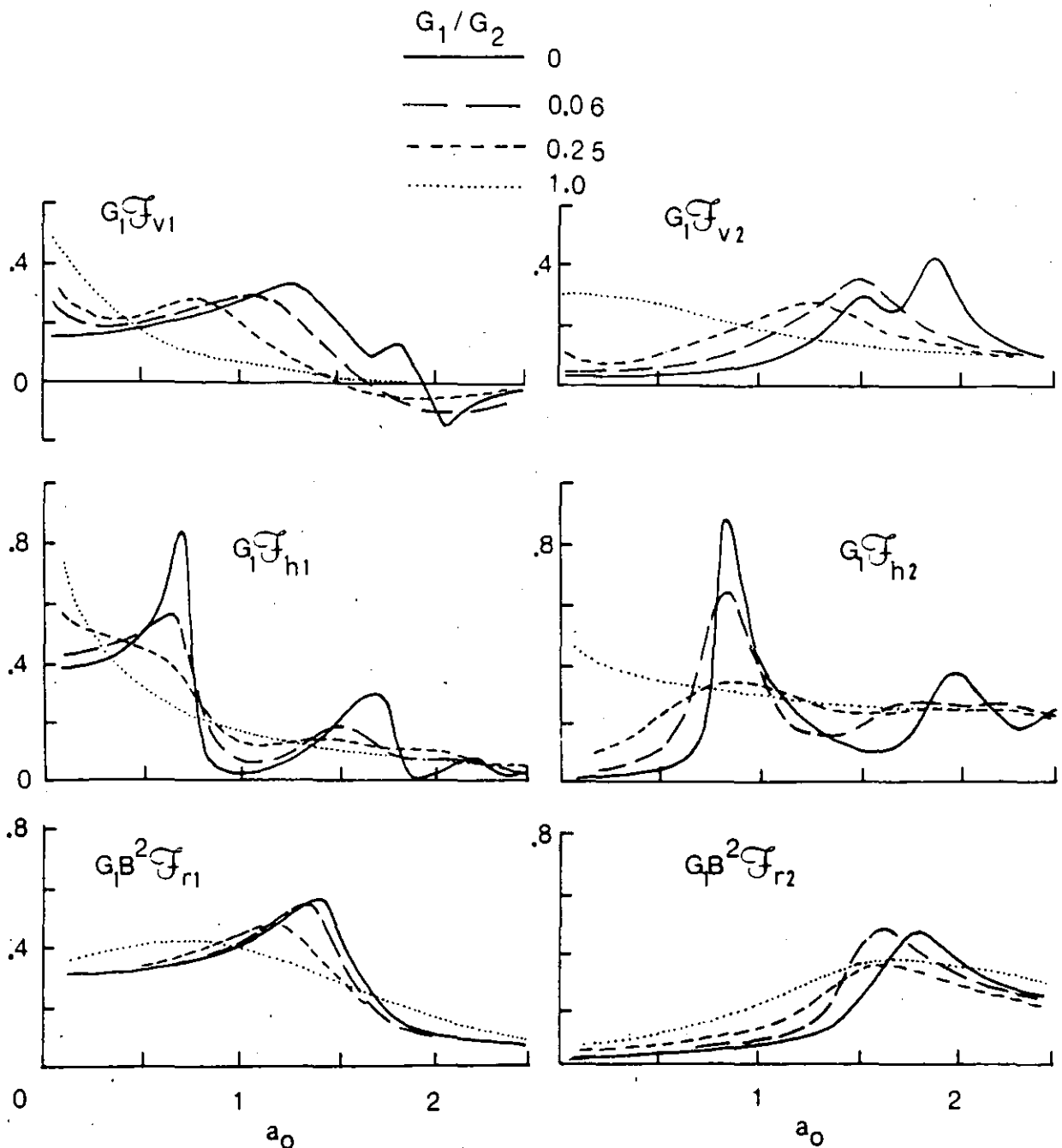


Figure 12. Effect of G_1/G_2 ratio on compliance functions of rigid strip footings on soil layer-over-halfspace ($H/R = 2$, $\nu = 0.40$, $\xi = 0.05$)

ness to the details of the foundation shape, it is proposed that the variation of k_v with a_0 for an 'arbitrary'-shaped foundation be estimated from Fig. 5 using the 'equivalent' radius, $R_0 = \sqrt{A/\pi}$.

On the other hand, the damping coefficient c_v is practically independent of frequency, as it is evident from Figs. 5 and 7. For an arbitrary-shaped foundation, moreover, Dobry *et al.*⁹⁵ have recently derived expressions for the (radiation) damping coefficients in vertical and swaying vibrations, based on simple but realistic physical approximations. For the vertical damping coefficient of a surface foundation their expression reduces to:

$$c_v = \frac{0.85}{J_v} \quad (56)$$

in which J_v = the shape correction factor to be read from Table 6 or Table 2. Consequently, the vertical dynamic impedance of an arbitrary-shaped rigid foundation on a homogeneous halfspace can be directly and reliably estimated using the provided information.

For the other translational and rotational modes of vibration of arbitrary-shaped rigid foundations, much less information is presently available. The 'equivalent-circle' approximation appears to be a simple and reasonable choice.

Rigid annular foundation on soil stratum

It appears that the conclusions of the preceding section cannot be extended to foundations containing internal holes, like annular and crossed-beam foundations.

Table 6. Values of shape-dependent correction factor for vertical static stiffnesses*

Shape of foundation plan	J_v
Circle	1.00
Regular hexagon	1.01
Semicircle	1.05
Equilateral triangle	1.07
Triangle with angles, 45°, 45°, 90°	1.10
Triangle with angles, 30°, 60°, 90°	1.12
Ellipse with $a/b = 2$ †	1.03
Ellipse with $a/b = 3$	1.07
Ellipse with $a/b = 4$	1.13
Ellipse with $a/b = 6$	1.21
Rhombus with an angle of 60°	1.07
Rhombus with an angle of 45°	1.14
Rhombus with an angle of 30°	1.27
Rectangle with $L/B = 2$	1.03
Rectangle with $L/B = 4$	1.13
Rectangle with $L/B = 8$	1.23

* Based on Borodachev^{97,98}

† a, b are the major, minor axes of the ellipse

For example, the vertical static stiffness of such foundations does not increase in proportion to the square-root of the contact area, A , as equation (55) implies. In other words, the 'equivalent-circle' approximation is no longer valid.

Results for the static displacements of a rigid circular ring on a halfspace have been published: by Egorov⁹⁶ and Dhawan⁹⁷ for vertical loading; by Dhawan⁹⁸ for moment loading; and by Dhawan⁹⁹ for torsional loading. Wong and Luco⁴⁴ studied the dynamic vertical response of a rigid square foundation with a square internal hole. Recently, Tassoulas⁸⁸ presented a comprehensive parametric investigation of the dynamic behavior of rigid circular-ring foundations on a homogeneous stratum-over-rigid-base. All modes of vibration were considered and the effect of the dimensionless parameters R_i/R , H/R and $a_0 = \omega R/V_s$ was graphically illustrated. The following discussion is based primarily on the results of Tassoulas,⁸⁸ although some results from Dhawan,⁹⁷⁻⁹⁹ are also included for comparison.

Figure 13 plots the variation of all static stiffnesses of a circular ring versus R_i/R , where R_i is the internal radius. As expected, all stiffnesses invariably decrease as the size of the hole increases, while the radius R remains constant. In the limit, when R_i becomes equal to R , the stiffnesses vanish (concentrated ring load). However, the sensitivity of stiffnesses to increases in the R_i/R ratio is surprisingly small. Particularly insensitive are the rocking and torsional stiffnesses. For values of R_i/R up to 0.50, they are practically equal to the corresponding stiffnesses of the circular foundation with radius R ; for $R_i/R = 0.95$, K_t and K_r are respectively equal to 86% and 83% of the circular stiffnesses in torsion and rocking (while the contact area has been reduced to only 10% of the original circle). The explanation is rather obvious: the large shear or normal stresses which develop near the outside edge of the footing, i.e. at large distances from the center, contribute substantially to equilibrating the applied torsion or rocking moments. In other words, the central foundation 'core' is 'underutilized' and, hence, its 'removal' is of little consequence. Notice also that the variation of K_t and K_r with R_i/R is independent of H/R — a result consistent with the shallow 'pressure bulb' of moment loading discussed in preceding sections (e.g. Table 3).

The horizontal stiffness is only slightly more sensitive to R_i/R . In contrast, the vertical stiffness is relatively

sensitive not only to R_i/R but to H/R as well. An example: increasing R_i from 0 to 0.95 R reduces K_v to 70% of its original value for $H/R = 2$: for a halfspace the corresponding value is 77%. But, again, for values of R_i/R up to 0.5, K_v remains practically equal to its original value, $4GR(1 + 1.28R/H)/(1 - \nu)$.

Figure 14 depicts the variation with a_0 of the dynamic stiffness and damping coefficients, k and c . Four values of R_i/R are considered, 0, 0.5, 0.8 and 0.90, with the first value corresponding to a solid circular foundation. It is clear that: (1) there is little change in k and c with R_i/R ; (2) the effect of R_i/R is largest for vertical vibrations; and (3) the differences in the four sets of curves occur in the high frequency range ($a_0 \geq 1.5$).

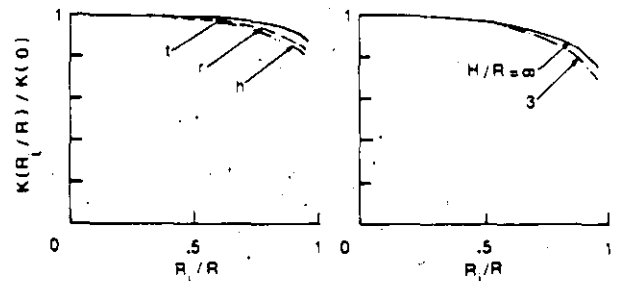


Figure 13. Static stiffnesses of a rigid annular foundation ($R_i =$ internal radius)^{88,97}

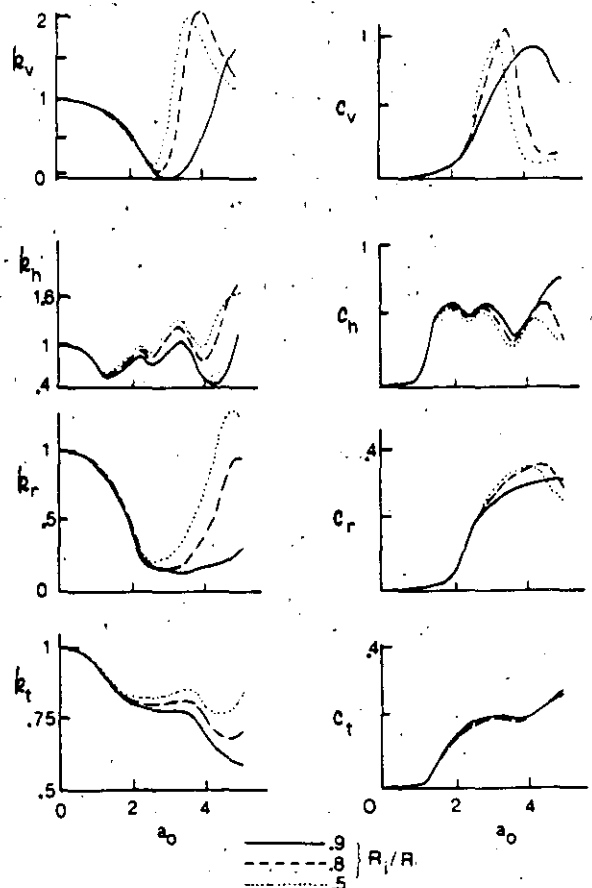


Figure 14. Dynamic coefficients of a rigid annular foundation⁸⁸

THE INFLUENCE OF INHOMOGENEITY, ANISOTROPY AND NONLINEARITY OF SOIL

The results presented so far have been based on the simplifying assumption that the soil can be modeled as a homogeneous, isotropic and linearly visco-elastic stratum or halfspace. However, real soil strata frequently increase in rigidity with depth as a reflection of the increase in overburden pressure, while in some other cases weathered crusts, in which rigidity decreases with depth, overlay deposits of softer clay. Furthermore, laboratory tests show that soils deform differently in the vertical and horizontal directions – a manifestation of anisotropic fabric acquired during natural formation and subsequent loading. Finally, when subjected to large enough stresses, soils respond as nonlinear and inelastic materials.

This section of the paper presents characteristic results and important conclusions from a number of recent studies aimed at assessing the influence of soil inhomogeneity, anisotropy and nonlinearity on the behavior of dynamically loaded surface foundations.

Effect of soil inhomogeneity

Existing dynamic finite-element formulations can easily, albeit approximately, simulate a continuous variation of soil properties, by dividing the deposit into a number of homogeneous layers of increasing or decreasing stiffness. Yet, such formulations have not been adequately exploited to parametrically study the dynamic behavior of foundations. Thus, most of the available solutions have been derived using analytical and semi-analytical methods.

Numerous studies have been published for the vertical static problem. Prominent among them is the work of Gibson and his co-workers,^{13, 100, 101} who studied the response to arbitrary surface loads of a halfspace or stratum whose moduli increase linearly with depth, i.e. in the form $G = G_0 + \bar{m}(z/R)$, where G_0 and \bar{m} are the moduli at the surface and at a one-radius (or one-semiwidth) depth. These studies revealed that for an incompressible medium, i.e. with Poisson's ratio of 0.50, the stress distribution is hardly influenced by the degree of inhomogeneity; in the particular case of zero surface modulus ($G_0 = 0$) this distribution is identical with the distribution in a homogeneous

halfspace, regardless of foundation geometry. The surface settlement, on the other hand, being quite sensitive to the assumed soil profile, becomes directly proportional to the applied normal pressure when $G_0 = 0$, independent of the size and shape of the loaded area and of the thickness of the soil layer on a rigid but frictionless (smooth) Thus, such a soil behaves like a Winkler medium rather than a homogeneous halfspace, its spring constant being simply equal to $2\bar{m}/R$. Expressions for the vertical static stiffnesses of surface foundations of several shapes supported by such a soil deposit (frequently referred to as 'Gibson soil') are shown in Table 7.

This behavior remains only qualitatively true when drained soil behavior is taking place (i.e. $\nu < 0.50$). Thus, with increasing degree of inhomogeneity (e.g. increasing \bar{m}) normal and shear stresses affect the soil at greater vertical and lesser horizontal distances, in agreement with intuition that expects stiffer material to attract larger stresses. On the other hand, surface displacements, being moderately sensitive to ν , do tend to become proportional to the applied local pressures as m increases. It is, thus, generally concluded that an inhomogeneous deposit leads to more uniform distribution of stresses under rigid foundations than the simple elastic theory (homogeneous halfspace) predicts.

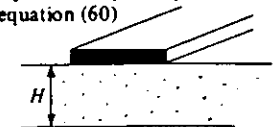
This general behavior of vertically loaded surface foundations on an inhomogeneous soil deposit has been recently shown to be applicable to torsionally loaded circular footings.⁹³

The static and dynamic vertical, horizontal and rocking behavior of a rigid strip foundation supported by a halfspace or a stratum whose wave velocities increase linearly with depth, has been studied by the author.⁵³ Some results of that study are presented here for a halfspace consisting of soil with a constant mass density, a constant Poisson ratio, $\nu = 0.25$, and a constant hysteretic damping, $\xi = 0.05$, and an S-wave velocity varying with depth according to:

$$V_s = V_0 \left(1 + \lambda \frac{z}{B} \right) \tag{57}$$

in which: V_0 = surface velocity; $2B$ = foundation width; and λ = the dimensionless rate of inhomogeneity.

Table 7. Static stiffnesses of rigid foundations on inhomogeneous and cross-anisotropic soils*

Type of loading	Static stiffness	Range of validity	Soil profile
Vertical, on foundation of any shape	$2 \frac{\bar{m}}{B} A$ A = contact area	Undrained loading conditions	Cross-anisotropic 'Gibson' halfspace obeying equation (60), with a modulus $G_{VH} = \bar{m}(z/B)$
	$\frac{\bar{m}}{B} A \left(1 + \frac{E_V/G_{VH}}{4-n} \right)$ A = contact area		General cross-anisotropic 'Gibson' halfspace (i.e. not obeying equation (60)) with a modulus $G_{VH} = \bar{m}(z/B)$
Vertical, on rigid strip	$\frac{45 E_V}{(1 - 3.5 \frac{H}{B}) (4-n)^{1/6} (H/B)}$	$1 < \frac{H}{B} < 4$ $0.5 < n < 2.5$	Shallow cross-anisotropic undrained layer; soil properties are uniform throughout the layer and they satisfy equation (60)
Horizontal, on rigid strip	$\frac{8}{5} E_V \frac{1 + \frac{5B}{3H}}{4.10 - n(H/B)^{0.10}}$	$1 < \frac{H}{B} < 6$ $0.5 < n < 2.5$	

* Based on results by Gibson¹³ and Gazetas⁵⁴

Figure 15 portrays the dependence of λ of the normalized vertical, horizontal and rocking stiffnesses. As one might expect, the vertical stiffness exhibits the largest sensitivity to λ and the rocking stiffness the smallest—another manifestation of the difference in the 'pressure bulbs' of the three types of loading.

The effect of soil inhomogeneity on the three dynamic compliance functions is shown in Fig. 16. Two values of the parameter λ are considered: 0 and 1.5. The former value corresponds to a homogeneous halfspace, the wave velocity of which, V_{eff} , was selected to be the same with the wave velocity of the inhomogeneous halfspace at a depth equal to the foundation halfwidth, B ; i.e.:

$$V_{eff} = V_0(1 + \lambda) \quad (58)$$

The choice of such a homogeneous halfspace for the comparison has been motivated by the frequent use in practice of solutions developed for homogeneous soils, with an effective modulus equal to the actual modulus at a depth equal to B or R , to approximate the actual response.

It is evident from the comparison of Fig. 16 that, in the low frequency range examined, the inhomogeneous medium yields vertical and horizontal displacements (both in-phase and 90°-out-of-phase components) which are, indeed, of about the same average level with those of the 'equivalent' homogeneous halfspace. However, the rocking motions on the inhomogeneous deposit are seriously underpredicted by the chosen homogeneous halfspace

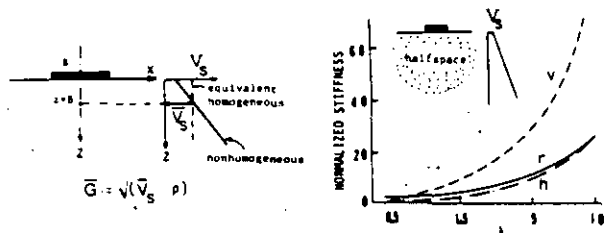


Figure 15. Static stiffnesses of a rigid strip foundation on an inhomogeneous halfspace ($\nu = 0.25$)⁵³

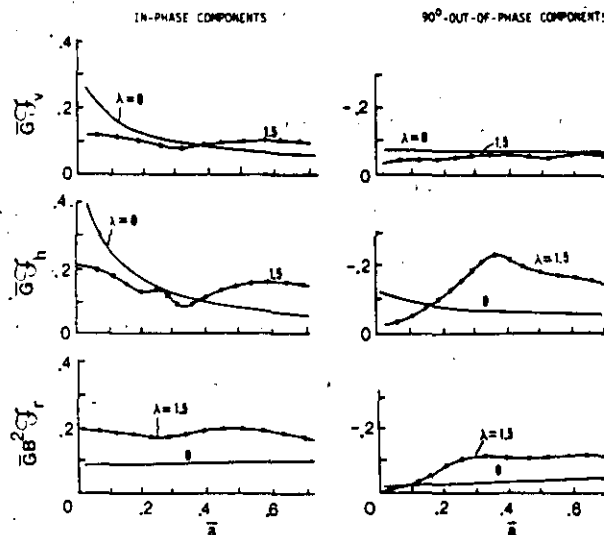


Figure 16. Compliance functions of a rigid strip foundation on an inhomogeneous halfspace ($\nu = 0.25$, $\xi = 0.05$)⁵³

model: to yield comparable rotation levels the two media must have the same moduli at a depth of about $B/2$, or somewhat less.

Furthermore, a substantial difference between the ' $\lambda = 1.5$ ' and ' $\lambda = 0$ ' compliance functions may be noted. Namely, the former are not smoothly varying functions of a_0 , as are the latter, but exhibit peaks and valleys which are apparently the result of resonance phenomena. In the very low frequency range the imaginary components of the ' $\lambda = 1.5$ ' compliances attain quite small values, increasing almost linearly with a_0 .

These phenomena are reminiscent of the dynamic behavior of foundations supported by a stratum-over-a-rigid-base (Figs. 10-11). In this case, total reflection of the downward propagating waves is possible due to the increasing soil velocity with depth. A discontinuity in velocity is not necessary for such a reflection, since the wave rays in inhomogeneous media with linear velocity profiles are not straight lines but circular arcs. As a result, however, the resonant peaks on inhomogeneous soils are very flat and the radiation damping is never zero. In contrast, the presence of stiff rock-like material at some depth beneath the surface leads to very sharp and pronounced displacement peaks, occurring at well separated frequencies (see Fig. 8-11).

Deposits with a weathered crust. The dynamics of a rigid strip foundation on an idealized soil deposit consisting of a homogeneous stratum or halfspace overlain by a top stiffer layer in which the shear modulus decreases as a second-degree parabola (Fig. 17) has been recently studied by the author.⁵⁵ Also recently, Rowe and Booker,¹⁰² presented comprehensive parametric results pertaining to vertical static uniform loading, both plane-strain and axisymmetric, on several realistic inhomogeneous deposits, including a homogeneous layer with a weathered crust.

Figure 17⁵⁵ illustrates the effect of the reduced crust thickness D_{cr}/B on the three normalized dynamic impedance functions of a rigid strip. The soil profiles are characterized by a shear modulus ratio, G_{cr}/G , equal to 4, and realistic values of the Poisson's ratios, ν_{cr} and ν , equal to 0.25 and 0.45, respectively. Note that the ratios G_{cr}/B and D_{cr}/B may be considered as indexes of the degree and depth of weathering.

It is evident that the presence of the crust has a pronounced effect on all impedances. Especially sensitive to changes in D_{cr}/B are the horizontal impedances, whereas the vertical and rocking ones are somewhat less affected. Variations in the assumed moduli ratio (not depicted in Fig. 17) have been shown to have a similar effect.

Furthermore, the weathering effects exhibit a strong dependence on frequency. For example, at low frequency factors vertical impedances are relatively indifferent to variations (within realistic limits) in either stiffness or depth of the crust. This is understandable in view of the fact that vertical surface strip loading affects the soil at great depths, of the order of $8B$, as discussed previously; thus, a stiff crust with $D_{cr} < B$ can only be of secondary importance. This picture, however, changes at higher frequency factors, i.e. lower wavelength-thickness ratios, as may be seen in Fig. 17. Greater participation of surface (Rayleigh) waves in the motion and stronger reflection of the body waves emanating from the foundation by the soft layer interface, may be part of the explanation.

It may also be noticed that rocking impedances show about the same sensitivity to weathering throughout the

et al.,⁷² Waas et al.,³¹ Kausel et al.,⁸⁹ Chang-Liang,⁸⁷ Johnson et al.,¹¹² Luco,⁶⁶ Dominguez et al.,⁴⁷ Harada et al.,⁷⁶ and Tassoulas,⁸⁸ among several others.

Results have been presented for circular, strip and rectangular foundations and a variety of idealized soil profiles, including the halfspace, stratum-over-bedrock and stratum-over-halfspace. In each case, the new key dimensionless problem parameter, in addition to the parameters controlling the response of surface foundations, is the relative embedment, D/B or D/R . Moreover, the assumed interface behavior at the contact between vertical sidewalls and backfill is of crucial importance. Most of the aforementioned studies assume that walls and soil remain in full contact during vibrations, as if they were welded at their interface. In reality, however, no tensile stresses can be sustained between the two media, while the magnitude of developing shear tractions cannot violate Coulomb's friction law. Hence, separation and sliding are likely to occur between sidewalls and backfill, depending primarily on the mode of vibration and the nature and method of placement of the soil. Field evidence, documented by Stokoe and Richart,¹¹³ seems to indicate that separation and sliding are more likely with clayey than with sandy soils, in accord with intuition. Furthermore, it is expected that separation will be more significant with the two antisymmetric modes of vibration (swaying and rocking), whereas sliding will be of greater importance in the two symmetric modes (vertical and torsional). Ideally 'welded' foundations are studied first.

'Welded' cylindrical foundations in a homogeneous stratum

The results to be presented are based on the work of Kausel³³ and are strictly applicable to foundations having infinitely rigid sidewalls and mat, which are all in perfect contact with the soil. Moreover, the backfill must be of very good quality and have the same properties with the soil beneath the mat. These are rather extreme conditions and, thus, yield an upper bound of the possible effect of embedment.

Table 8 displays five simple and sufficiently accurate formulae for the static stiffnesses of cylindrical foundations: perfectly embedded in a homogeneous soil layer overlying bedrock. It is evident that embedment increases the values of the static stiffnesses substantially. The increase in D/R is especially beneficial to the two rotational modes, rocking and torsion; the two translational modes, vertical and horizontal, are considerably less affected (factors of

1/2 and 2/3 for vertical and horizontal loading, as compared to 2 and 2.67 for rocking and torsion).

In contrast, the effect of D/H is more visible in the vertical and horizontal modes, appreciably less important in rocking, and negligible in torsion; this is consistent with the expected depths of the corresponding pressure bulb discussed in the preceding sections.

Note that with embedded foundations the cross-coupling stiffness, K_{hr} , can no longer be neglected, being approximately equal to $0.4K_h D$.

The effect of embedment on the frequency variation of the dynamic stiffness and damping coefficients is demonstrated in Fig. 19. We notice that k is not very sensitive to D/R . In fact, Elsabee et al.¹¹⁴ recommended that the actual frequency variation of k of an embedded foundation be approximated by the variation of the corresponding surface foundation. This seems to be very reasonable for all vibration modes at low frequencies. For rocking and torsion, in particular, the approximation will for all practical purposes be good throughout the frequency range examined; in other words, the beneficial effect of increasing D/R on the static rotational stiffnesses is preserved even at higher values of α_0 , at least for not very large D/R ratios. However, beyond the first resonant frequency, vertical and swaying vibrations exhibit undulations in k which cannot be well reproduced with the results of surface foundations.

All damping coefficients increase substantially with increasing embedment, although below the first resonance, α_{0r} , they remain small. It has been recommended^{90,114} that for $\alpha_0 > \alpha_{0r}$, c be taken equal to a constant value, corresponding to the average value of c of a foundation embedded in a halfspace. To estimate this latter value of c , use may be made of the simple expressions derived by Dobry et al.⁹⁵ on the basis of simple but realistic physical approximations. For the two translational modes, the frequency-independent damping coefficients for cylindrical foundations embedded in a halfspace are approximated by:

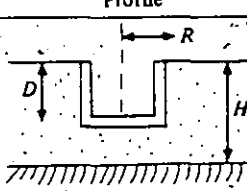
$$c_h \approx \frac{\pi(2-\nu)}{8} \frac{1+1.3(D/R)[1+(3.6/\pi(1-\nu))]}{1+\frac{2}{3}(D/R)} \quad (64)$$

and

$$c_v \approx 0.85 \frac{1+1.85(1-\nu)(D/R)}{1+\frac{1}{2}(D/R)} \quad (65)$$

The increase of the two damping coefficients with D/R is reflected in the much larger coefficients they are multi-

Table 8. Static stiffnesses of rigid embedded cylindrical foundations 'welded' into a homogeneous soil stratum-over-bedrock*

Type of loading	Static stiffness	Profile
Vertical	$\frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{D}{R}\right) \left(1 + 0.85 - 0.28 \frac{D}{R} \frac{D/H}{1-D/H}\right)$	 <p>Range of validity: $\frac{D}{R} < 2$ $\frac{D}{H} < 0.5†$</p>
Horizontal	$\frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{D}{R}\right) \left(1 + \frac{5}{4} \frac{D}{H}\right)$	
Rocking	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}\right) \left(1 + 2 \frac{D}{R}\right) \left(1 + 0.7 \frac{D}{H}\right)$	
Coupled horizontal-rocking	$0.40K_h D$	
Torsion	$\frac{16}{3} GR^3 \left(1 + 2.67 \frac{D}{R}\right)$	

* From Elsabee et al.¹¹⁴ and Kausel et al.³³

† For foundation with deeper embedment the formulae underpredict the 'actual' increase in the stiffnesses

compared
 ple in the
 impor
 stent
 re bulbs',

s-coupling
 g approxi-

ariation of
 is demon-
 sensitive to
 the actual
 adation be
 ng surface
 all vibra-
 torsion, in
 purposes
 d; in other
 the static
 values of
 er, beyond
 vibrations
 reproduced

ially with
 resonance,
 90, 114 that
 ue, correla-
 tion em-
 value of c ,
 leviv
 ic ph.
 s, the fre-
 cylindrical
 mated by:

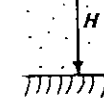
$$\frac{c}{k} = \nu \quad (64)$$

$$(65)$$

with D/R
 are multi-

bedrock*

$-R$



(validity:

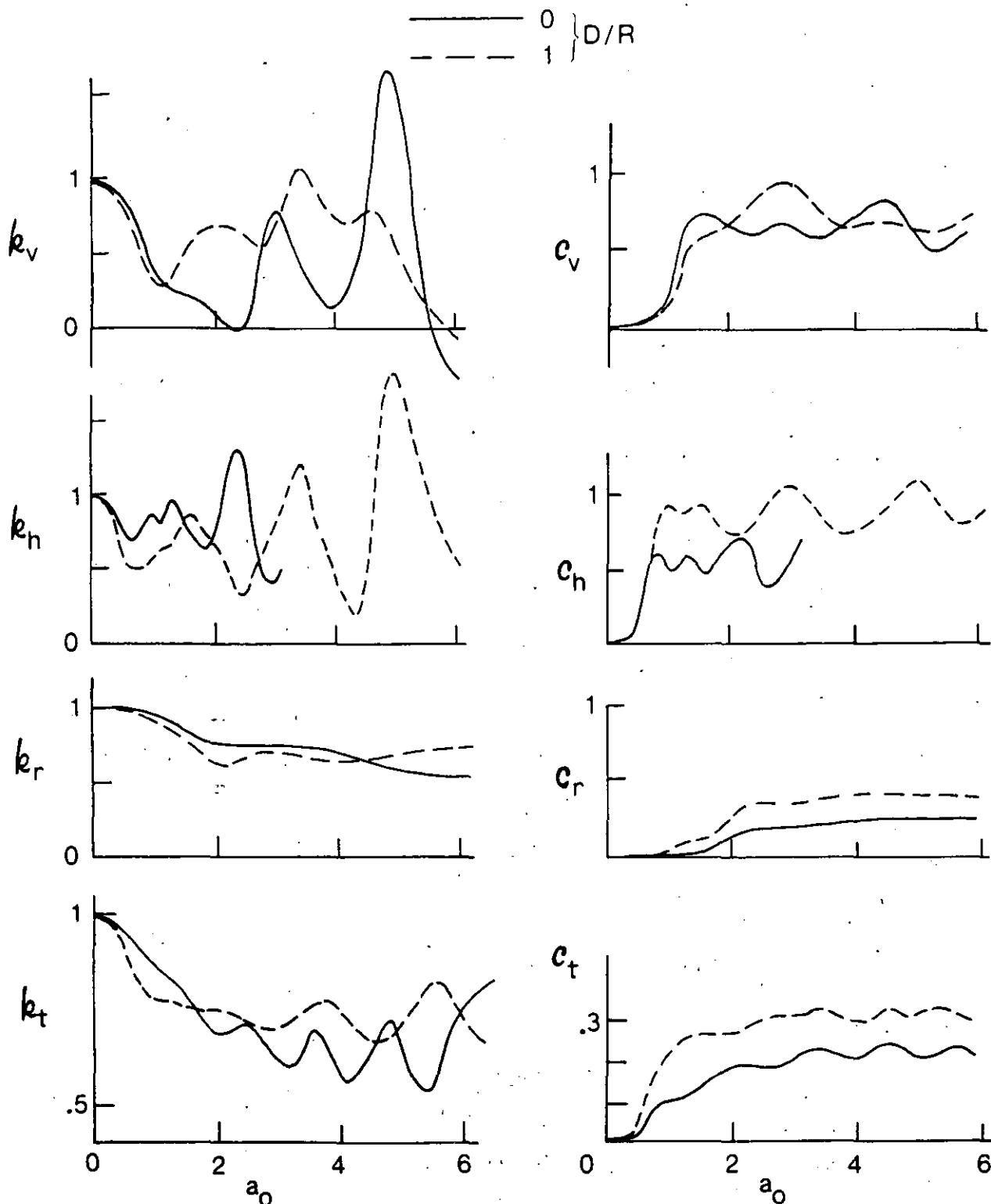


Figure 19. Effect of embedment on dynamic coefficients of a rigid cylindrical foundation on stratum-over-bedrock ($H/R = 3, \nu = 1/3, \xi = 0.05$)^{33, 88, 90}

plied with in the numerator than in the denominator; e.g. for $\nu = 0.40$, c_h is proportional to $(1 + 3.8D/R)/(1 + 0.67D/R)$ and c_v is proportional to $(1 + 1.1D/R)/(1 + 0.5D/R)$. Expressions similar to those of equations (64)-(65) have not been developed for rocking and torsion.

It is finally noted that, with very good accuracy, one may set for the cross-coupling impedance:

$$k_{hr} = 1; \quad c_{hr} = 0 \quad (66)$$

Imperfect contact between sidewall and backfill

Two recent studies have addressed the question of the dynamic response of embedded foundations, the sidewalls of which are not perfectly bonded to the backfill.^{88, 115} In both studies, the nonlinear contact phenomena associated with separation and sliding are modeled in an approximate way. Thus, Tassoulas assumes that no contact exists between sidewall and backfill near the ground surface but

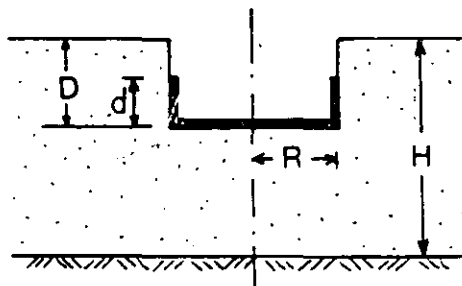
that a perfect contact is effective over a height equal to d above the basement. By allowing d to vary between 0 and D all cases between the extremes of 'no-contact' and 'welded-contact' could be studied. On the other hand, Novak *et al.* considers the sidewalls to be in contact not with the undisturbed soil but with a cylindrical zone consisting of softer material. By allowing the shear modulus of this zone to take values between the shear modulus of the backfill and zero, various qualities of contact could be considered. Note that a similar parametric study for statically loaded foundations, the sidewalls of which are surrounded by a soft cylindrical zone, has been presented by Johnson *et al.*¹¹⁶ Only results from Tassoulas⁸⁸ are shown herein.

The sensitivity of the static stiffnesses to variation in the contact-height over embedment ratio, d/D , is graphically displayed in Fig. 20. The effect is essentially independent of H/R and D/R : hence only one curve is plotted for each mode. Consistent with the observations made in the previous subsection, the effects of d/D are very significant for rocking and torsional loading, substantial for horizontal loading and secondary for vertical loading. For instance, the 'welded-contact' stiffnesses ($d/D = 1$) are 2.74, 2.33, 1.60 and 1.30 times larger than the 'no-contact' stiffnesses ($d/D = 0$) for rocking, torsional, horizontal and vertical loading, respectively.

Figure 21 portrays the effect of d/D on the variation of k and c versus a_0 . The stiffness coefficients are only slightly affected by d/D at low frequencies; at higher frequencies, however, the sharpness of the resonant valleys decreases as d/D increases. On the other hand, the damping coefficients show a substantial decline as the 'welded-contact' height, d , between sidewalls and backfill, decreases. Exception: c_v , which is less affected by d/D as well as by D/R (see equation (65) and Fig. 19). Notice also that the influence of d/D on c_r depends strongly on the particular frequency of oscillation.

Embedded strip foundations

Dynamic compliance functions of rigid strip foundations embedded in a homogeneous soil stratum overlying bedrock have been obtained by Chang-Liang.⁸⁷ Perfect contact is assumed between the two sidewalls and the backfill, and the results are cast in the form of equation (20) (i.e. dynamic compliances normalized with the static stiffnesses).



Jakub and Roesset,^{56,65} by utilizing the results of an extensive parametric study, developed simple expressions for the static horizontal and rocking stiffnesses, which are displayed in Table 9. It is evident that the influence of embedment is much smaller for strip than it is for circular foundations. In fact, the two coefficients multiplying D/H in Table 9 (1/3 and 1) are exactly one-half of those multiplying D/H in Table 8 (2/3 and 2, respectively). Intuitively, these results appear to be very reasonable since a strip foundation has sidewalls along two sides only. Thus, per unit length, the ratio of sidewall area to basement area is equal to $2D/2B = D/B$. Whereas, for a circular foundation the ratio of the two areas is $2\pi RD/\pi R^2 = 2(D/R)$. This seems to imply that the influence of D/R or D/B is proportional to the sidewall-over-basemat area ratio.

The two normalized compliance functions, $f_{h1} + if_{h2}$ and $f_{r1} + if_{r2}$, show practically *no* sensitivity to the D/B ratio and hence are not reproduced herein. Reference is made to the original publication⁸⁷ for more detailed information.

Rectangular foundations embedded in halfspace

Dominguez and Roesset⁴⁷ developed a boundary element formulation on the basis of which they derived unique results for embedded rectangular foundations perfectly bonded into a homogeneous halfspace. Figure 22 presents a few of their results for a foundation with an aspect ratio $L/B = 2$ and three embedment ratios, $D/B = 0, 2/3$ and $4/3$. Only the stiffness and damping coefficients are plotted in Fig. 22 versus a_0 .

Results for the static stiffnesses are not shown here. It appears, however, that the sensitivity of most stiffnesses on D/B is not as strong as in the case of circular foundations, but is quite stronger than that of a strip footing. Note that the sidewall-basemat area ratio in this case becomes $4(B+L)D/(2B \cdot 2L) = 1.5(D/B)$, which is in between 1 and 2 times the embedment ratio of the previous two cases!

The dependence on D/B of the k and c versus a_0 curves, shown in Fig. 2, reveals the following trends.

1. In the frequency range examined the sensitivity of the stiffness coefficients to large variations in D/B is quite small. For all modes, the decline of k with a_0 at low frequencies becomes sharper as the level of embedment increases.

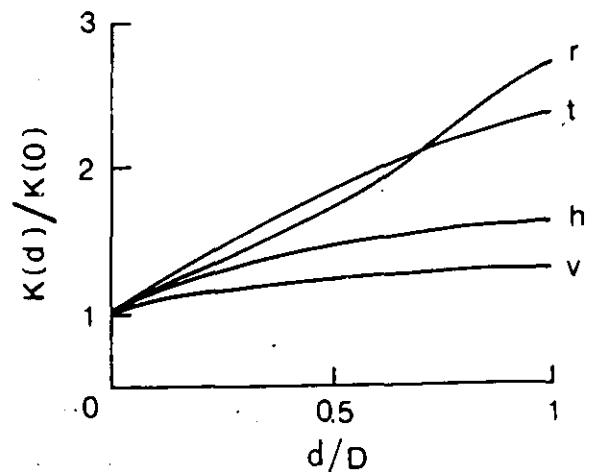


Figure 20. Static stiffnesses of cylindrical foundations with different d/D ratios ($H/R = 3, D/R = 1, \nu = 1/3$)⁸⁸

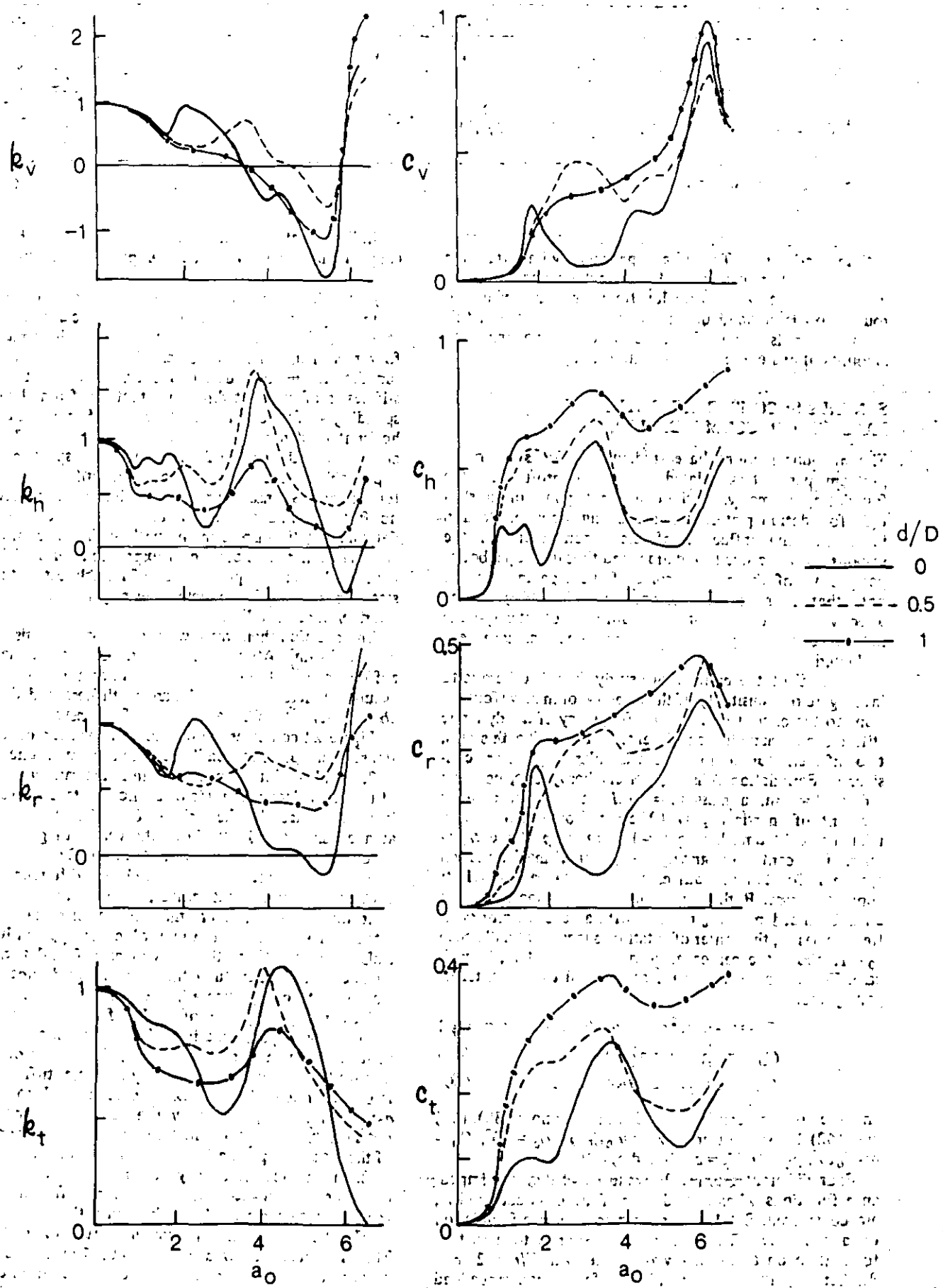


Figure 21. Dependence of dynamic coefficients of cylindrical foundations on height of sidewall-backfill contact ($H/R = 3$, $D/R = 1$, $\nu = 1/3$, $\xi = 0.05$)⁸⁸

112 Johnson, G. R., Christiano, P. and Epstein, H. I. Stiffness coefficients for embedded footings. *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, 1975, 101, GT8, 789

113 Stokoe, K. H. and Richart, F. E. Dynamic response of embedded machine foundations, *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, 1974, 100, GT4, 427

114 Elsabee, F. and Morray, J. P. Dynamic Behavior of Embedded Foundations, *Research Rep. R77-33*, MIT, 1977

115 Novak, M. and Sheta, M. Approximate approach to contact effects of piles, *Dyn. Resp. Pile Fdns.*, ASCE, 1980 (O'Neil and Dobry, eds.)

116 Johnson, G. R. and Epstein, H. I. Backfill effects on circular foundation stiffnesses, *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, 1977, 103, GT8, 899.

117 Kagawa, T. and Kraft, L. M. Lateral pile response during earthquakes, *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, 1981, 107, GT12, 1713

118 Liou, D. D. and Penzien, J. Seismic Analysis of an Offshore Structure Supported on Pile Foundations, *Report No. EERC77-25*, University of California, Berkeley, 1977

119 Blaney, G. W., Kausel, E. and Roesset, J. M. Dynamic Stiffness of Piles, *Proc. 2nd Int. Conf. Num. Meth. Geomech.*, Blacksburg, Virginia, 1976

120 Kuhlemeyer, R. Static and Dynamic Laterally Loaded Piles, *Research Rep. CE76-9*, University of Calgary, 1976

121 Angelides, D. C. and Roesset, J. M. Nonlinear lateral dynamic stiffness of piles, *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, 1981, 107, 1 GT11-1443

122 Velez, A., Gazetas, G. and Krishnan, R. Lateral Stiffness and Damping of Piles in Non-homogeneous Soil, *Research Rep. CE-82-04*, RPI, 1982

123 Wolf, J. P. and von Arx, G. A. Impedance function of a group of vertical piles, *Earthq. Engrg. & Soil Dyn.*, ASCE, 1978, 11, 1024

124 Gazetas, G. Variational estimations of raft settlement on cross-anisotropic soil, *Soils and Foundations*, 1981g, 21, No. 4, 109.

125 Warburton, G. B., Richardson, J. D. and Webster, J. J. Forced vibrations of two masses on an elastic half space, *J. Appl. Mech.*, ASME, 1971, 38, E

126 Roesset, J. M. and Gonzalez, J. J. Dynamic interaction between adjacent structures, *Dyn. Meth. Soil Rock Mech.*, 1977, 1, 127

127 Haupt, W. A. Surface waves in non-homogeneous halfspace, *Dyn. Meth. Soil Rock Mech.*, 1977, 1, 325

128 Richart, F. E., Jr., personal communication, 1982

H = thickness of soil stratum
 L = one-half of the longest side of a rectangular foundation
 R = radius of a cylindrical foundation
 R_0 = radius of equivalent circular foundation (equations (47)-(50))
 z_c = distance of center of gravity of a machine-foundation system above the base.

Related to material properties

G_s = shear modulus of soil
 m = increase of shear modulus from the surface to a depth equal to R or B (applicable to inhomogeneous soil deposits)
 n = E_H/E_V , where E_H and E_V are the horizontal and vertical Young's moduli of a cross-anisotropic soil
 ν = Poisson's ratio of soil
 ξ = hysteretic critical damping ratio of soil

Related to foundation impedances

K = static stiffness referred to the base of the foundation (Fig. 1)
 K = dynamic impedance function of frequency; it may be expressed in one of the following alternative forms:
 $= K_1(\omega) + iK_2(\omega)$
 $= K(k + ia_0c)(1 + 2i\xi)$
 $= K(k + ia_0c)$

Calligraphic characters are used on the figures in place of the bold K , k and c .

k and k = (dynamic) stiffness coefficients, functions of ω
 c and c = (dynamic) damping coefficients, functions of ω
 a_0 = $\omega B/V_s$ or $\omega R/V_s$ (dimensionless frequency factor)

F = dynamic compliance function of ω ; it may be expressed in one of the following alternative forms:

$= F_1(\omega) + iF_2(\omega)$
 $= \frac{1}{K} [f_1(\omega) + if_2(\omega)]$

Subscripts

v = vertical (also designated by z)
 h = horizontal (also x, y)
 r = rocking (also r_x, r_y)
 t = torsion (also r_z)
 hr = coupled horizontal-rocking (also xr_y, yr_x)

NOTATION

The following symbols are frequently used in the paper:

Related to geometry

B = half-width of a strip footing or the shortest half-width of a rectangular footing
 D = depth of embedment
 d = height of perfect sidewall-backfill contact above the foundation base

DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO:
IV CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

CUARTO MODULO:

DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES

del 26 al 30 de octubre de 1992.

DR. ALBERTO JAIME PAREDES (COORDINADOR)
INVESTIGADOR TITULAR
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 97 93.

DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY
INVESTIGADOR
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 54 18

M. EN I. MARIO GUSTAVO ORDAZ SCHROEDER
INVESTIGADOR
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 54 18

M. EN I. ROBERTO MAGANA DEL TORO
INVESTIGADOR ASOCIADO "B"
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 54 18

DRA. SONIA RUIZ GOMEZ
INVESTIGADOR TITULAR
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 54 18

DR. FRANCISCO SANCHEZ SESIA
INVESTIGADOR TITULAR
INSTITUTO DE INGENIERIA
U. N. A. M.
Tel. 548 54 18

Tel

DIRECTORIO DE ALUMNOS DEL CURSO DE

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

1. BRIONES RIVAS ISMAEL
JEFE DE INSTRUCTOR
FERROCARRILES NACIONALES DE MEXICO
AV. JESUS GARCIA No. 140
COL. BUENAVISTA
2. CANCINO LOPEZ FELIPE
EMPLEADO DE LA OFNA. DE MECANICA DE SUELOS
GERENCIA DE INGENIERIA EXPERIMENTAL Y CONTROL DE LA C.F.E.
AGUSTO RODIN No. 265
COL. NOCHE BUENA
DELEG. BENITO JUAREZ
C.P. 03720
TELEFONO: 563-3700 EXT-228
3. CORNEJO CORIA JORGE
JEFE DE OFICINA
DIRECCION GENERAL DE A.C. (S.C.T.)
AV. FUERZA AEREA MEXICANA No. 235
COL. FROICAL
DELEG. VENUSTIANO CARRANZA
C.P. 15620
TELEFONO: 762-9538
4. ESCALANTE DOMINGUEZ EDUARDO JOSE MANUEL
JEFE DE UNIDAD DE LABORATORIOS
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES
INSURGENTES ESQUINA OAXACA
COL. CENTRO
TEPIC, NAYARIT
TELEFONO: 330-07
5. HERNANDEZ ROMERO REGINALDO
INGENIERO
COMISION FEDERAL DE ELEXTRICIDAD
AUGUSTO RODIA No. 265
COL. NOCHE BUENA
DELEG. BENITO JUAREZ
TELEFONO: 563-3700 EXT.-228
6. LOPEZ VAZQUEZ JULIO E.
7. NAVARRO GARZA M. CATALINA
SUB-GERENTE
INMOBILIARIA NAVARRO, S.A.
NAPOLES No. 56
COL. JUAREZ
DELEG. CUAUHTEMOC 06600
TELEFONO: 514-9020
8. PARRA PALMAR SALVADOR
INGENIERO DE PROYECTOS
MARAVEN
MARAVEN LAGUNILLAS VENEZUELA
TELEFONO: (061) 205311
9. REYES SANTIAGO ARMANDO
ESPECIALISTA EN HIDRAULICA
S.A.R.H., COMISION NACIONAL DEL AGUA
SIERRA GORDA No. 23
COL. LOMAS DE CHAPULTEPEC
DELEG. MIGUEL HIDALGO 1100
TELEFONO: 540-0628
10. RODRIGUEZ MATA BELKIS
ING. DE PROYECTOS
MARAVEN, S.A.
EDIF. DELICIAS DIQUES Y DRENAJE
LAGUNILLAS
EDO. DE ZULIA
VENEZUELA
TELEFONO: (061) 204055

...the

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
 FACULTAD DE INGENIERIA
 DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
 CURSOS ABIERTOS

DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES
26 AL 30 DE OCTUBRE

FECHA		HORARIO		TEMA	PROFESOR
LUNES	26	17	a 19 h	INTRODUCCION AL CURSO Y PROPIEDADES DINAMICAS DE LOS SUELOS	DR: ALBERTO JAIME
LUNES	26	19	a 21 h	LICUACION DE ARENAS	DR: ALBERTO JAIME
MARTES	27	17	a 19 h	MODELOS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE SUELOS	DR: EFRAIN OVANDO
MARTES	27	19	a 21 h	ELEMENTOS MATEMATICOS DE LA DINAMICA APLICADA	M.en I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO
MIERCOLES	28	17	a 19 h	COMPORTAMIENTO DE CIMENTACIONES BAJO CARGAS SISMICAS	DR: ALBERTO JAIME
MIERCOLES	28	19	a 21 h	INFLUENCIA DEL SUELO EN LA RESPUESTA SISMICA DE EDIFICIOS	DRA: SONIA E. RUIZ
JUEVES	29	17	a 19 h	GENERACION Y PROPAGACION DE SISMOS	DR: MARIO ORDAZ
JUEVES	29	19	a 21 h	DISEÑO DE SISMO	DR: MARIO ORDAZ
VIERNES	30	17	a 19 h	EFFECTOS DE LAS CONDICIONES LOCALES DEL SUELO	M.en I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO
VIERNES	30	19	a 21 h	COMPORTAMIENTO SISMICO DE PRESAS	M.en I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO

THE UNITED STATES OF AMERICA
 DISTRICT COURT OF THE DISTRICT OF COLUMBIA
 IN RE: [Illegible Name]
 [Illegible text]

[Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]

[Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]

[Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]
 [Illegible text]

6.- ¿Qué cursos le gustaría que ofreciera la División de Educación Continua?

7.- La coordinación académica fué:

EXCELENTE

BUENA

REGULAR

MALA

8.- Si está interesado en tomar algún curso INTENSIVO ¿Cuál es el horario más conveniente para usted?

LUNES A VIERNES
DE 9 a 13 H. Y
DE 14 A 18 H.
(CON COMIDAD)

LUNES A
VIERNES DE
17 a 21 H.

LUNES A MIERCOLES
Y VIERNES DE
18 A 21 H.

MARTES Y JUEVES
DE 18 A 21 H.

VIERNES DE 17 A 21 H.
SABADOS DE 9 A 14 H.

VIERNES DE 17 A 21 H.
SABADOS DE 9 A 13 H.
DE 14 A 18 H.

OTRO

9.- ¿Qué servicios adicionales desearía que tuviese la División de Educación Continua, para los asistentes?

10.- Otras sugerencias:



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

DR. ALBERTO JAIME PEREDES

OCTUBRE 1992

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

2. PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO ELASTICO

2.1 Generalidades

En general, en el suelo se propagan dos tipos de ondas: a) ondas de cuerpo, y b) ondas de superficie. Las ondas de cuerpo pueden ser de compresión y dilatación (ondas P) y de corte (ondas S). Las ondas de superficie de más interés desde el punto de vista ingenieril son la de Rayleigh (onda R) y la de Love (onda L).

Las ondas de compresión excitan a las partículas de suelo en la dirección en que se propagan; producen en el suelo, alternativamente, dilataciones y compresiones, esto es, se transmiten produciendo cambios volumétricos (fig 2.1). Cuando el suelo está saturado, Biot, 1956 (citado por Richart et al, 1970), encontró que se desarrollan dos tipos de ondas de compresión. Una onda se transmite a través del fluido y la otra se propaga en la estructura del material. Estas dos ondas se relacionan entre si de acuerdo con las rigideces del sólido (estructura) y del líquido, así como con el movimiento de ambos (cambio de volumen). La velocidad de la onda de compresión en el fluido es mayor que la de

la onda que se propaga a través de la estructura del suelo. Por esta razón, los métodos de campo que miden el tránsito de ondas P en el suelo cuando el material se encuentra saturado, en realidad identifican la velocidad de compresión en el agua en lugar de aquella correspondiente a la estructura del suelo. Una más cuidadosa interpretación de los registros permitiría determinar la segunda velocidad, pero esto carece de interés práctico.

Las ondas de corte excitan las partículas de suelo en sentido perpendicular a su dirección de propagación; producen en la partícula deformaciones angulares sin cambio volumétrico (fig 2.1). A diferencia de las ondas P, las ondas S sólo se transmiten a través de la estructura del suelo, debido a que el agua tiene una rigidez despreciable al corte.

Las ondas superficiales se transmiten en una banda angosta, limitada en su parte superior por la superficie del terreno. Las ondas R producen en la partículas de suelo un movimiento elíptico retrógrado (en el plano vertical) con respecto a la dirección de propagación de la onda (fig 2.1). Las ondas L causan en el suelo un movimiento perpendicular a la dirección de propagación (fig 2.1).

Cuando las ondas se transmiten en un medio estratificado, se producen nuevos tipos de ondas generados por efectos de refracción y reflexión de aquellas.

En la fig 2.2 se muestran las velocidades de las ondas P, S, y R, normalizadas con respecto a la velocidad de onda de cortante, como funciones de la relación de Poisson. Se aprecia que las velocidades c_s y c_R son muy similares y que la velocidad c_p es del orden de dos veces mayor que c_s para $\mu = 0.35$ (valor típico en suelos granulares o no saturados).

2.2 Transmisión de ondas longitudinales y torsionantes en barras.

Una barra es un cuerpo de composición uniforme de forma prismática alargada. Sus extremos son planos, perpendiculares a sus líneas generatrices. El centro de inercia de cualquier sección transversal se encuentra en una línea recta que es llamada eje.

Las vibraciones de una barra producidas por una excitación dinámica (impacto, fuerza cíclica variable, disminución súbita de esfuerzo, etc) son de tres tipos; longitudinales, torsionantes y laterales. En este capítulo solo se estudian las dos primeras.

Las vibraciones longitudinales son aquellas en las que el eje permanece sin moverse, mientras que las secciones transversales vibran hacia adelante y hacia atrás en la dirección perpendicular a sus planos. Este movimiento es posible debido a la resistencia que la barra ofrece a extenderse o

comprimirse.

Una peculiaridad de esta clase de vibraciones es más o menos evidente. La fuerza necesaria para producir una deformación axial en la barra es proporcional al área de la sección. Así mismo, la masa a ser movida está también en la misma proporción; por tanto, para una barra de material y longitud dados los periodos y modos de vibración son independientes del área y forma de la sección recta. Esto es igualmente cierto para vibraciones de torsión como se verá adelante.

En el caso de vibraciones longitudinales, las constantes mecánicas que intervienen en el análisis son la densidad del material ($\rho = \gamma/g$; peso volumétrico entre aceleración de la gravedad) y el módulo de Young dinámico, E. Si se considera que son pequeñas las deformaciones inducidas a la barra por la perturbación dinámica, entonces la ley de Hooke es aplicable (teoría elástica). Por tanto, se puede escribir que:

$$\sigma = E \epsilon \quad (2.1)$$

σ - esfuerzo normal

ϵ - deformación axial

Por su parte, las vibraciones torsionantes dependen también de una segunda constante, el módulo de cortante dinámico G, cuya interpretación será considerada adelante.

En teoría las tres clases de vibraciones (longitudinales, torsionantes y laterales) dependen de la resistencia a la tensión (o compresión), a la torsión y a la flexión, respectivamente; por tanto, son independientes y distintas entre ellas. Sin embargo, en experimentos con barras que no son ni de material muy uniforme ni prismáticas regulares, se obtiene con frecuencia que al excitarlas en vibración longitudinal o torsionante aparecen movimientos laterales. Bajo estas circunstancias los modos regulares de vibración (longitudinal o torsional) son inestables y cualquier pequeña irregularidad puede producir un gran efecto. La dificultad de producir ondas longitudinales puras en una barra es similar a tratar de hacer vibrar una cuerda en un plano.

Con la explicación previa podemos iniciar el estudio de vibraciones longitudinales.

Cuando una barra se estira con una fuerza paralela a su longitud, el alargamiento está acompañado por una contracción lateral (efecto de Poisson) de tal forma que el incremento de volumen es menor que si el desplazamiento de cada partícula hubiera sido exclusivamente paralelo al eje. En el caso de una barra corta y de un partícula localizada cerca de la periferia de la sección recta de ella, el movimiento lateral (por contracción o dilatación) podría ser comparable en magnitud con el movimiento longitudinal, y debería ser

considerado en el análisis de propagación de ondas longitudinales. En el caso de barras cuya longitud sea mayor en proporción a la dimensión lineal de su sección transversal (radio, lado, etc), la inercia del movimiento lateral puede ser despreciada.

Sea x la distancia de una sección recta a un extremo de la barra en la posición de equilibrio, cuando la barra está en reposo. Sea u el desplazamiento de la barra producido por la perturbación dinámica; por tanto, la posición actual de la sección está dada por $x + u$, fig 2.3. Las posiciones de equilibrio y la actual de una sección vecina separada una distancia dx de la anterior son: $x + dx$; $x + dx + u + \frac{du}{dx} dx$, respectivamente.

La deformación axial entre las dos secciones es $\frac{du}{dx}$. Ahora, utilizando la ec 2.1 se puede escribir:

$$\sigma = E \frac{du}{dx} \quad (2.2)$$

Las fuerzas que actúan en el elemento de barra definido por las secciones en x y $x + dx$ son:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= EA \frac{du}{dx} \\ F_{x+dx} &= EA \left(\frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dx^2} dx \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

La fuerza F_x actúa en la dirección negativa y F_{x+dx} en la positiva.

Por tanto, la fuerza desbalanceada actuando en el elemento de barra es:

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} dx \quad (2.4)$$

La masa del elemento es $\rho A dx$. La fuerza de inercia se calcula empleando la segunda ley de Newton como:

$$F_i = \rho A dx \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (2.5)$$

en la que $\frac{d^2 u}{dt^2}$ es la aceleración producida por la perturbación en el elemento de barra.

Igualando 2.4 y 2.5 se tiene

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{E}{\rho} \frac{d^2 u}{dx^2} \quad (2.6)$$

en la que:

$$c_b^2 = \frac{E}{\rho} \quad (2.7)$$

es la velocidad de propagación de ondas de barra. Estas ondas se transmiten produciendo acortamientos y elongaciones a lo largo de la barra.

La ecuación 2.6 se conoce como ecuación de onda unidimensional.

Las vibraciones torsionantes dependen de la resistencia ofrecida por la barra al giro. Una barra prismática sólida o hueca de sección circular puede ser sometida a torsión aplicando, por ejemplo, un momento alrededor de su eje en sus extremos, de tal manera que sus secciones transversales permanezcan en su propio plano. Si la sección no es circular, el efecto de una torsión es de carácter más complicado, el giro se ve acompañado por alabeo de las secciones rectas. Por tanto, en lo que sigue se hará la discusión de vibraciones torsionantes en barras de sección circular.

Si las deformaciones angulares inducidas en la barra son pequeñas es válida la teoría de la elasticidad. Por tanto, se puede aceptar la siguiente relación:

$$\tau = G\gamma \quad (2.8)$$

en la que:

- τ - esfuerzo cortante
- G - módulo de cortante
- γ - deformación angular

Se puede demostrar que G , E y la relación de Poisson, ν , se relacionan de acuerdo con la ecuación siguiente:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.9)$$

Ahora supóngase que la barra analizada es de sección

circular hueca de radio r y espesor dr , fig 2.4. Sea θ el desplazamiento angular de cualquier sección ubicada a una distancia x del origen. La variación del giro en x queda representada por $\frac{d\theta}{dx}$ y la deformación angular del material del tubo por $r \frac{d\theta}{dx}$. El esfuerzo queda $Gr \frac{d\theta}{dx}$. Los momentos T alrededor del eje de la barra en las secciones x y $x + dx$ son:

$$\left. \begin{aligned} T_x &= 2\pi Gr^3 dr \frac{d\theta}{dx} \\ T_{x+dx} &= 2\pi Gr^3 dr \left(\frac{d\theta}{dx} + \frac{d^2\theta}{dx^2} dx \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

actuando en sentidos opuestos. En estas ecuaciones $2\pi r dr$ es el área de la sección recta del tubo analizado (anillo circular). De aquí se obtiene la fuerza restauradora que actúa en el elemento de tubo de longitud dx .

$$2\pi Gr^3 dr \frac{d^2\theta}{dx^2} dx \quad (2.11)$$

Ahora la fuerza de inercia es:

$$F_i = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.12)$$

en la que $I = 2\pi r dr \cdot dx \cdot \rho r^2$; igualando las dos últimas ecuaciones se tiene

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{G}{\rho} \frac{d^2\theta}{dx^2} \quad (2.13)$$

en la que

$$c_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (2.14)$$

Se observa que la ecuación 2.13 es independiente de r por tanto la misma ecuación se aplica a barras circulares huecas o llenas.

2.3 Propagación de ondas en un medio elástico.

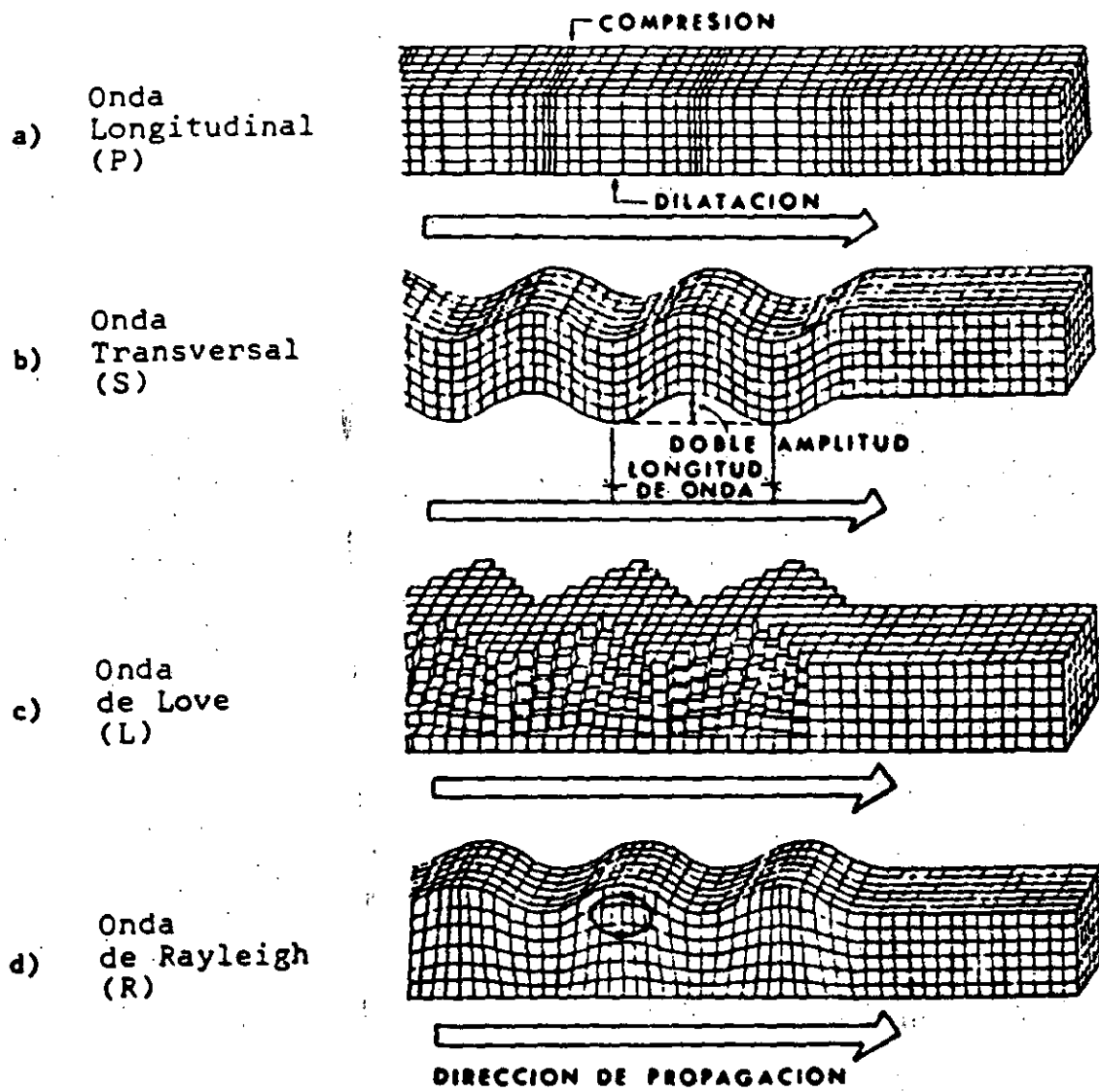


Fig 2.1 Propagación de ondas en medios elásticos

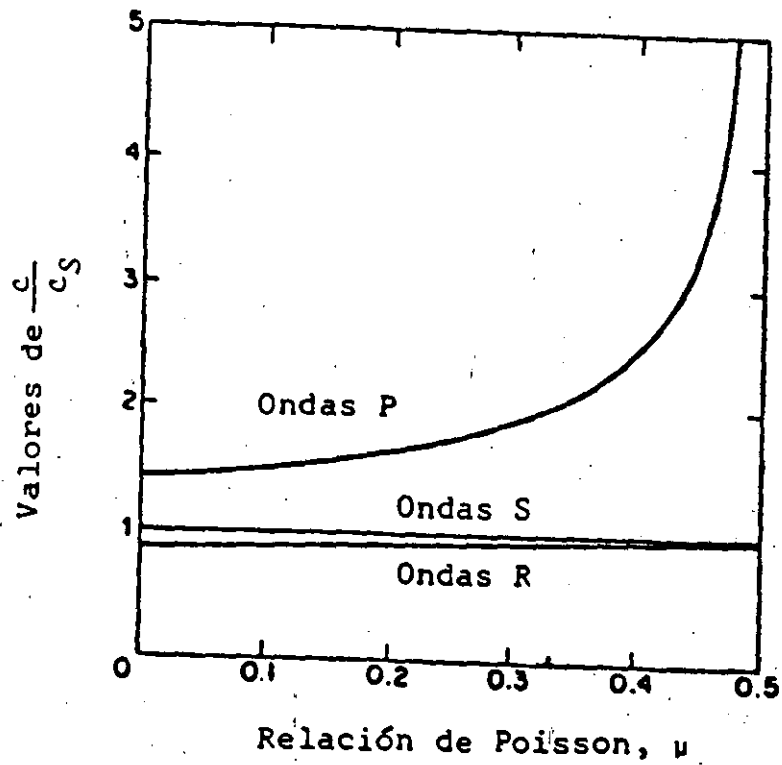


Fig 2.2. Velocidades de propagación de ondas P, S y R, normalizadas con respecto a la velocidad de onda S versus la relación de Poisson.

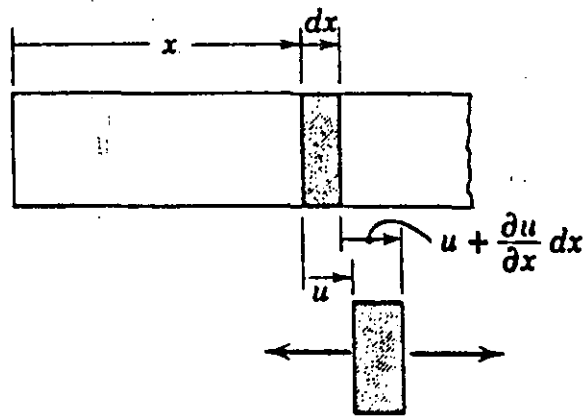


Fig 2.3 Propagación de onda longitudinal en una barra.

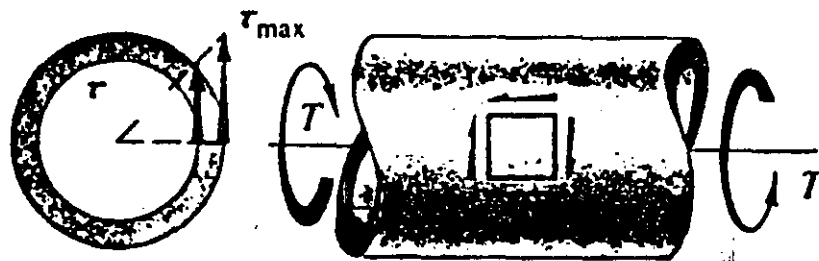
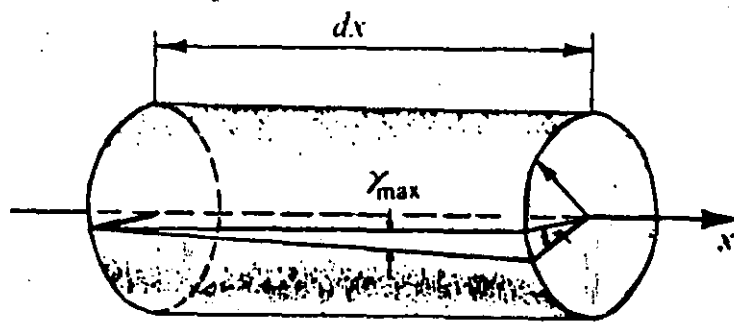


Fig 2.4 Propagación de onda de corte en una barra circular.

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

3. PROPIEDADES DINAMICAS DE LOS SUELOS

3.1 Definiciones

Los modelos teóricos y numéricos desarrollados para el análisis del comportamiento dinámico de materiales deben alimentarse con las propiedades dinámicas de estos, las cuales pueden determinarse en el laboratorio o en el campo.

La respuesta dinámica del suelo está gobernada principalmente por el módulo de cortante dinámico, G , el porcentaje de amortiguamiento crítico del suelo, D , y la relación de Poisson, μ . Un parámetro que puede ser derivado de los anteriores es el módulo de compresibilidad volumétrica, B . Las deformaciones residuales o permanentes del suelo tienen que determinarse independientemente.

Es recomendable conocer la resistencia no-drenada de suelos cohesivos y la compacidad de suelos granulares, ya que

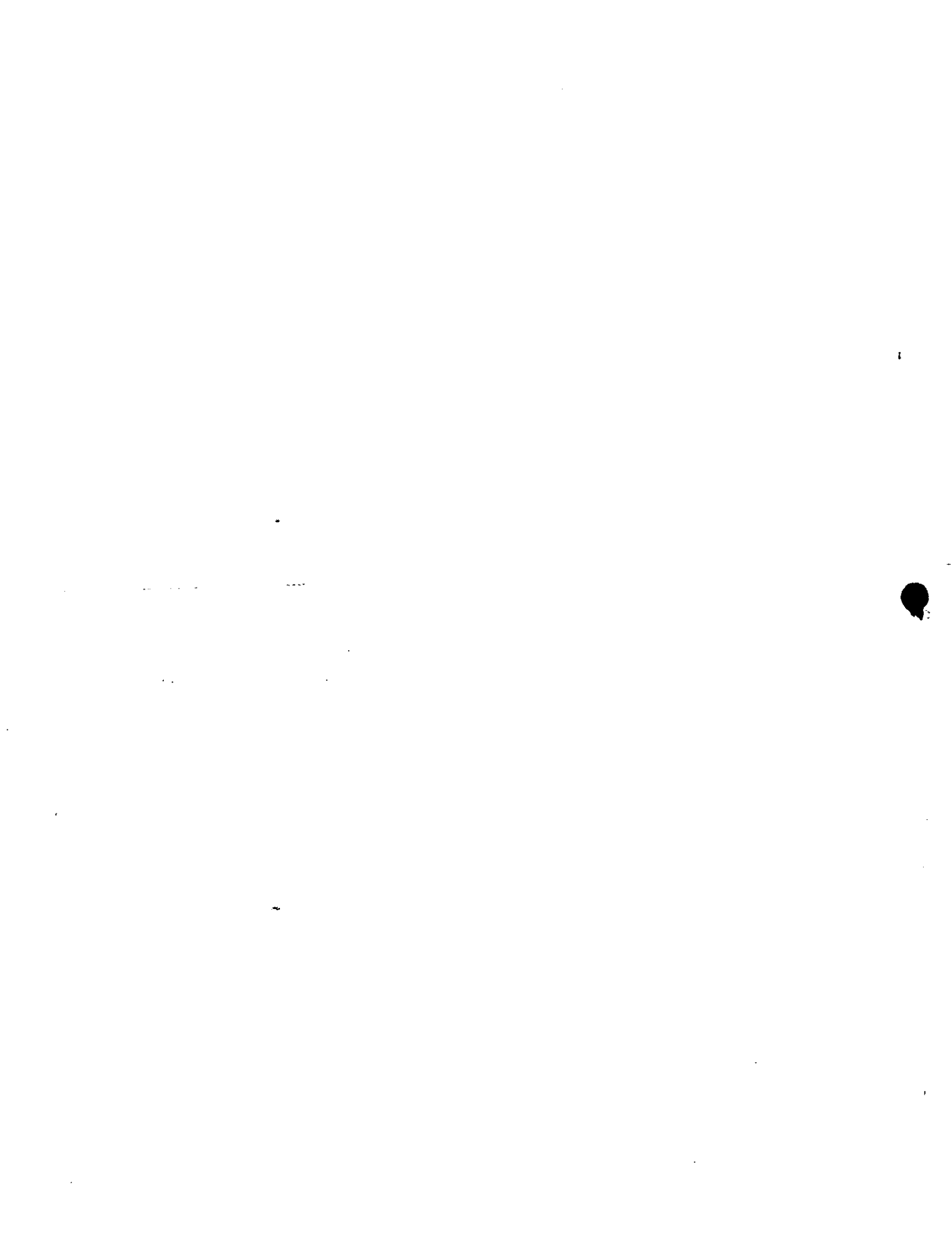
existen correlaciones que permiten estimar las propiedades dinámicas en función de estos parámetros.

En la tabla 3.1 se presentan los métodos más convenientes para determinar algunas de las propiedades mencionadas.

Tabla 3.1 Propiedades del suelo de interés en un análisis dinámico

Propiedad	Ensayo de	Suelo	Método de prueba recomendable
Módulo de cortante, G	Campo Laboratorio	Cualquiera Cualquiera	Geofísico Triaxial, corte simple, columna resonante
Amortiguamiento D	Laboratorio	Cualquiera	Triaxial, columna resonante
Relación de Poisson, μ	Campo Laboratorio	Cualquiera Cualquiera	Geofísico Triaxial, por lo general se estima
Resistencia no-drenada S_u	Laboratorio	Cohesivo	Compresión simple, triaxial UU
Compacidad relativa C_r	Campo Laboratorio	Granular Granular	Penetración estándar "Muestra inalterada" si es posible, triaxial, corte simple

Módulo de cortante dinámico, G . La mayoría de los suelos exhiben relaciones esfuerzo cortante vs deformación angular curvilíneas (fig 3.1). Por esta razón, el módulo G se determina en el laboratorio como el módulo secante. Es



decir, es la pendiente de la recta que une los puntos extremos de la curva esfuerzo-deformación. En la fig 3.1 se aprecia que G es función de la magnitud de la deformación. De la misma manera se puede determinar el módulo de Young dinámico, E . En este caso la curva es de esfuerzo normal vs deformación axial. Por lo general se determina sólo uno de los módulos, ya que conocido uno se puede estimar el otro, a través de la teoría de la elasticidad, por medio de la expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (3.1)$$

Relación de amortiguamiento, D . Esta propiedad también depende de la magnitud de la deformación (fig 3.1). La relación es proporcional al área limitada por la curva histerética y por tanto es una medida de la capacidad de disipación de energía del material; se expresa como:

$$D = \frac{\text{área de la curva de histéresis}}{4 \pi \times \text{área OCD}} \quad (3.2)$$

Relación de Poisson, μ . Esta relación se puede determinar con técnicas de laboratorio y de campo. Generalmente, las primeras son más elaboradas y las segundas son difíciles de aplicar cuando el suelo está saturado. Si los módulos G y E se obtienen de pruebas de laboratorio de manera independiente, la relación de Poisson se puede estimar

empleando la ec 3.1. En el caso de arcillas saturadas $\mu = 0.5$; para suelos granulares $\mu = 0.35$.

Módulo de compresibilidad volumétrica, B. Por lo general se estima a partir de G y μ , por medio de la teoría de la elasticidad, con la expresión:

$$B = \frac{2(1+\mu)}{3(1-2\mu)} G \quad \text{--- (3.3)}$$

3.2 Módulo de rigidez dinámico, G

Con base en experimentos de laboratorio en diversos suelos, Hardin y Black (1968) y Hardin y Drnevich (1972 a y b) y otros han observado que a deformaciones angulares menores de 10^{-4} %, el valor de G no cambia, sin embargo, para deformaciones mayores disminuye. Con base en pruebas de laboratorio efectuadas con diversos suelos, tanto cohesivos como friccionantes, Hardin y Drnevich (1972 a y b) propusieron para calcular el valor máximo de G ($\gamma = 10^{-4}$ %) la expresión general siguiente, válida para arcillas y arenas:

$$G_{\max} = 1230 \frac{(2.973-e)^2}{1+e} (\text{OCR})^2 (\sigma_m)^{1/2} \quad \text{--- (3.4)}$$



en la cual:

- G_{max} módulo de cortante dinámico para una deformación angular en por ciento $\gamma = 10^{-4} \%$ (en lb/pul²)
- σ_m $(1 + 2K_0) \sigma_v / 3$, en lb/pul²
- K_0 coeficiente de empuje de tierras en reposo
- a función del índice de plasticidad del suelo, IP;
 $a=0$ para suelos granulares; varía entre 0 y 0.5 para arcillas con IP hasta de 100
- σ_v esfuerzo vertical efectivo (en lb/pul²)

La ec 3.4 es aplicable a arenas en general (excepto calcáreas) y a arcillas de baja plasticidad, de consistencia media y relaciones de vacíos en el intervalo $0.6 < e < 1.5$.

Hardin y Black (1968) y Hardin y Drnevich (1972 a y b) demostraron que los factores que afectan los valores de G y D de un suelo son: a) magnitud de la deformación angular, γ ; b) esfuerzo principal efectivo medio, σ_m ; c) relación de vacíos, e ; d) número de ciclos de carga, N_{cy} ; y e) grado de saturación. También encontraron que el esfuerzo cortante octaédrico, el grado de preconsolidación, OCR, los parámetros de resistencia c y ϕ , y el tiempo, influyen en G y D , aunque en menor medida que los factores señalados primero.

Es un hecho experimental que a mayor deformación angular corresponde un módulo G menor y viceversa, esto se verá con mayor detalle adelante y en el cap 6. En la expresión 3.4 se puede ver que a mayor esfuerzo octaédrico medio (γ , por

tanto, mayor presión vertical efectiva) corresponde un G_{max} mayor, esto es igualmente importante en el comportamiento de arcillas y de suelos granulares. También se aprecia que si la relación de vacíos disminuye (la compacidad relativa aumenta, en suelos friccionantes) G_{max} crece, este efecto es más apreciable en arenas y gravas. Finalmente, un suelo

cohesivo sobreconsolidado tiene un módulo de cortante máximo mayor que otro suelo similar normalmente consolidado.

En la tabla 3.2 se presentan algunos valores típicos de G_{max} para distintos suelos.

Tabla 3.2 Valores típicos del módulo de cortante G_{max} de diversos suelos

Tipo de suelo	G_{max} ton/m ²
Arcilla limosa blanda a media	900-1400
Arcilla limosa media, seca	1700-2100
Arcilla media a firme	1400-2800
Arcilla muy blanda	200-300
Arena densa limpia	1200-2000
Mezcla grava-arena densa	5000-7000

3.3 Comportamiento dinámico de arcillas

3.3.1 Módulo de cortante dinámico máximo

Para determinar el módulo de cortante dinámico máximo de arcillas se han propuesto varias expresiones empíricas,

además de la ec 3.4. Así, Marcuson y Wahls (1972) sugieren la siguiente:

$$G_{max} = \frac{445 (4.4 - e)^2}{1 + e} \bar{\sigma}_m^{0.5} \quad (3.5)$$

(en kN/m²)

la cual es aplicable a arcillas blandas con relaciones de vacíos $1.5 < e < 2.5$.

En caso que se tengan niveles muy bajos de deformación angular (10^{-6} a 10^{-4} %), Kuribayashi, Iwasaki y Tatsuoka (1975) proponen la siguiente ecuación empírica para determinar el módulo de cortante dinámico de un suelo:

$$G_{max} = \frac{900 (2.17 - e)^2}{1 + e} (\bar{\sigma}_m)^{0.3e} \quad (3.6)$$

(en kg/cm²)

Por su parte Kokusho et al (1982) propusieron la fórmula siguiente:

$$G_{max} = \frac{90 (7.32 - e)^2}{1 + e} \bar{\sigma}_m^{0.6} \quad (3.7)$$

(en kN/m²)

Esta ecuación fue obtenida de resultados de ensayos hechos con muestras inalteradas de arcilla blanda cuyo índice de

plasticidad variaba entre 40 y 100, y su relación de vacíos en el intervalo $1.5 < e < 4$.

Para las arcillas del valle de México (cuyo IP es mayor que 100 y la relación de vacíos es en general mayor que cuatro) Jaime (1987) obtuvo las ecuaciones:

a) Lago de Texcoco Preconsolidado

$$G_{max} = [102 - 5.58(e-3)]\sigma_o \quad (3.8)$$

válida para $3 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_o < 2.2$ kg/cm²

b) Lago de Texcoco virgen

$$G_{max} = [95 - 9.4(e-3)]\sigma_o \quad (3.9)$$

válida para $3 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_o < 2.2$ kg/cm²

c) Lago Xochimilco-Chalco

$$G_{max} = [94 - 3.4(e-2)]\sigma_o \quad (3.10)$$

válida para $2 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_o < 3.6$ kg/cm²

Todas estas correlaciones deben tomarse como indicativas de los valores de G_{max} .

Las ecs 3.4 a 3.10 se pueden expresar en la forma general siguiente:

$$G_{max} = K f(e) (OCR)^q \bar{\sigma}_m^n \quad (3.11)$$

en la cual:

- K constante de ajuste de los datos de laboratorio
- f(e) función de la relación de vacíos
- (OCR) relación de preconsolidación
- q parámetro cuyo valor es función del índice de plasticidad
- $\bar{\sigma}_m$ esfuerzo efectivo octaédrico

n exponente que varía entre 0.38 y 1, según los autores citados

La ec 3.11 es útil para interpretar los valores de G_{max} obtenidos en ensayos de laboratorio en arcillas de las cuales no se tienen datos previos. Si no se dispone del equipo de laboratorio para llevar a cabo los ensayos dinámicos se pueden emplear cualquiera de las ecs 3.4 a 3.10, dependiendo de las propiedades índice de la arcilla considerada.

De las investigaciones citadas se desprende que en el caso de arcillas G_{max} decrece cuando se incrementa la relación de vacíos. El exponente n que afecta al esfuerzo octaédrico medio es una función del índice de plasticidad de la arcilla, cuando el IP es igual a 20 o menor adquiere un valor medio de 0.5, en cambio para $IP > 200$ el exponente es igual a uno. La variación precisa de n con IP no se conoce, pero a falta de mayor información se puede considerar lineal. El exponente q que va ligado a la relación de

preconsolidación varía de 0 a 0.5 de manera casi lineal en función del IP (entre 0 y 100).

Del párrafo anterior se concluye que el índice de plasticidad tiene un efecto importante en el valor de G_{max} .

Jaime (1987) obtuvo la relación empírica entre el módulo de cortante dinámico G_{max} y el módulo de cortante tangente al origen, G_{est} , siguiente:

$$G_{max} = 2.1 G_{est} \quad (3.12)$$

G_{est} fue determinado en prueba triaxial consolidada-no drenada (CU), transformando el valor de E a G con ayuda de la ec 3.1 y considerando $\mu = 0.5$, arcilla saturada. Aunque esta ecuación se obtuvo para arcillas del valle de México, parece ser válida para otras.

3.3.2 Módulo de rigidez vs deformación angular

Las arcillas exhiben un comportamiento no lineal bajo carga dinámica; es decir, el módulo de cortante no es constante sino que varía en función de la deformación angular, fig 3.1. Esta variación se acostumbra representarla normalizando el módulo G, determinado a diferentes deformaciones angulares, con el módulo G_{max} . De esta manera se pueden dibujar curvas G/G_{max} vs deformación angular, γ , como la mostrada en la fig 3.2. Estas curvas se obtienen a partir de

ensayos de laboratorio, cuyos resultados se ajustan a través de modelos de comportamiento dinámico (cap 6).

Resultados de estudios experimentales (entre otros: Anderson y Richart, 1976; Zen y Higuchi, 1984 y Romo, Jaime y Taboada, 1989) muestran que las curvas normalizadas G/G_{max} vs γ , varían significativamente en función de las características de cada arcilla, como se muestra en la fig 3.3.

De la fig 3.3 se desprende que lo más conveniente es determinar las curvas G/G_{max} vs γ para cada arcilla en particular. Sin embargo, es interesante estudiar como varían estas curvas en función de las propiedades del material y algunos otros factores. Entre estos: presión confinante, frecuencia de aplicación de la carga y tiempo de consolidación.

Resultados de Lodde (1982), Jaime (1987) y Romo et al (1989) indican que la relación de vacíos tiene un fuerte efecto en la posición de las curvas G/G_{max} vs γ . En general, se desplazan hacia la derecha al aumentar la relación de vacíos. Esto implica que el intervalo de comportamiento elástico de las arcillas naturales crece con la relación de vacíos.

Zen y Higuchi (1984) y Romo, Jaime y Taboada (1989) han demostrado la influencia del IP de una arcilla en la forma y posición relativa de las curvas G/G_{max} vs γ . En las figs 3.4

y 3.5 se aprecia claramente que a mayor IP la atenuación de las curvas es menor y que estas se corren hacia la derecha. De estas figuras se puede ver que para $\gamma = 0.1 \%$, una arcilla de baja plasticidad (IP= 15 %) tiene un $G/G_{max} = 0.32$; en cambio, una arcilla de alta plasticidad (IP = 300 %) exhibe un valor G/G_{max} de 0.88. También se concluye que los suelos con comportamiento no-lineal más acentuado son aquellos de baja plasticidad (IP = 20 %) y los no plásticos como las arenas; a mayor IP corresponde un intervalo de comportamiento elástico más amplio.

De acuerdo con Kokusho et al (1982) el efecto de la preconsolidación (OCR) en las curvas G/G_{max} vs γ es despreciable. Esto es debido a que la preconsolidación aumenta los módulos G a pequeñas y grandes deformaciones en casi igual proporción, lo cual provoca que la relación G/G_{max} vs γ permanezca aproximadamente constante.

La presión confinante afecta poco a las curvas G/G_{max} vs γ especialmente en arcillas con IP > 30 %.

Kokusho et al (1982) demuestran, a través de ensayos de laboratorio, que a mayor tiempo de consolidación corresponde un aumento en el módulo de cortante en todo el intervalo de deformación angular; este aumento es tal que la relación G/G_{max} vs γ permanece constante.

Por su parte, Aggour et al (1987) estudiaron el efecto de la frecuencia de aplicación de las cargas en las curvas G vs γ .

En la fig 3.6 se observa que entre 0 y 50 Hz (intervalo en el que se encuentra la variación de frecuencias de interés práctico en ingeniería civil - 0 a 15 Hz -) el módulo G permanece constante.

Finalmente, Seed e Idriss (1970) obtuvieron una correlación semiempírica entre el módulo de cortante dinámico G, la resistencia no drenada de la arcilla y la deformación angular. Así, proponen utilizar la fig 3.7 para estimar el módulo G cuando se conoce la resistencia no-drenada del material ($s_u = q_u/2$).

3.3.3 Amortiguamiento histerético, D

Hardin y Drnevich (1972 b) propusieron también una expresión para la relación de amortiguamiento máxima de arcillas saturadas:

$$D_{max} = 31 - (3 + 0.03f) \sigma_m^{0.5} + 1.5f^{0.5} - \log_{10} N_{cy} \quad (3.13)$$

donde f es la frecuencia en ciclos por segundo y N_{cy} el número de ciclos.

La relación de amortiguamiento varía con el nivel de deformación angular: a menor γ corresponde una D menor.

Los autores citados encontraron que existe una clara tendencia a disminuir la relación de amortiguamiento cuando crece la relación de vacíos, lo cual fue corroborado por Kokusho et al (1982). De estas investigaciones también se

desprende que las arcillas preconsolidadas tienen una mayor D que las normalmente consolidadas.

En la fig 3.8 se muestra que la relación de amortiguamiento decrece al aumentar el índice plástico de la arcilla; además, permanece casi constante en el intervalo de deformaciones angulares muy pequeñas.

3.4 Comportamiento dinámico de Arenas

3.4.1 Módulo de cortante dinámico

Las investigaciones que se han hecho con arenas muestran que el módulo dinámico de cortante se ve afectado por la presión confinante, la deformación angular y la relación de vacíos (o compacidad relativa). La granulometría del material influye muy poco. Además de la expresión 3.4, el módulo dinámico de cortante se puede calcular con la ecuación propuesta por Seed e Idriss (1970):

$$G = 1000 K_2 (\sigma_m)^{0.5} \quad (3.14)$$

en la cual σ_m está en libras/pie cuadrado y K_2 se obtiene de la fig 3.9. El valor de K_2 toma en cuenta la influencia de la compacidad relativa del suelo y del nivel de deformación angular. El efecto de la presión confinante efectiva se considera directamente en la expresión. Esta relación permite determinar G cuando las características del depósito arenoso se conocen en función de la prueba de penetración estándar.

Para amplitudes de la deformación angular menores de 10^{-4} %, el valor de G depende sólo de σ_m y e . Hardin y Richart (1963) demostraron que el tamaño del grano y la granulometría no tenían efecto en G . En cambio la forma del grano y el grado de saturación tienen una pequeña influencia en este parámetro, la cual generalmente se desprecia. Las investigaciones de Hardin y Black (1966) indican que la historia previa de esfuerzos estáticos (trayectoria y precarga) tiene poca influencia en el valor de G .

En la fig 3.10 se muestra la influencia que tienen en K_2 la relación de vacíos, el ángulo de fricción interna, el esfuerzo efectivo vertical y el coeficiente de empuje de tierras en reposo, K_0 . De dicha figura se concluye que:

- 1) Cuando se tienen niveles de deformación angular pequeños ($\gamma = 10^{-4}$ %), el valor de K_2 depende solamente de la relación de vacíos, e ;
- 2) A deformaciones angulares intermedias ($10^{-3} < \gamma < 10^{-1}$ %) la variación de K_2 depende fuertemente de la relación de vacíos; el esfuerzo confinante, el ángulo de fricción interna, ϕ , y K_0 tienen influencia menos significativa que e .

Hardin y Richart (1963) llevaron a cabo una serie de ensayos en arenas de grano redondo y de grano angular en estado seco. Como resultado de estos ensayos, los autores proponen expresiones empíricas para determinar los valores de G_{max} correspondientes. Para arenas de grano redondo y $e < 0.8$ se tiene la siguiente expresión:

$$G_{max} = \frac{2630 (2.17 - e)^2}{1 + e} (\sigma_m)^{0.5} \quad (3.15)$$

Para materiales de grano angular se tiene:

$$G_{max} = \frac{1230 (2.97 - e)^2}{1 + e} (\sigma_m)^{0.5} \quad (3.16)$$

ambas en (lb/in²)

En la fig 3.11 se muestran los efectos del número de ciclos de carga en el módulo dinámico de cortante de arenas secas. Se puede apreciar que al incrementarse el número de ciclos de carga, el módulo dinámico G sufre un incremento, el cual es más grande durante los primeros diez ciclos, después de este número, los cambios en el módulo G son relativamente pequeños.

3.4.2 Amortiguamiento histerético, D

De los estudios realizados por Hardin y Drnevich (1972 a y b), se concluye que la relación de amortiguamiento depende del esfuerzo confinante, la relación de vacíos y el número de ciclos de carga. Otros factores como el grado de saturación y el ángulo de fricción interna tienen un efecto poco importante. Estos autores proponen estimar el amortiguamiento máximo (a deformaciones angulares mayores de 1%) la relación siguiente (arena limpia):

$$D_{max} = A - 1.5 \log_{10} N \quad (3.17)$$

en la cual

A = 33% en el caso de arena limpia seca

A = 28% en el caso de arena limpia saturada

N = número de ciclos de carga

Seed e Idriss (1970) proponen utilizar la fig 3.12 para estimar la relación de amortiguamiento, D , de un suelo granular. Como se aprecia en esta figura, D se incrementa al aumentar la deformación.

Se puede afirmar que en el caso de arenas secas el amortiguamiento decrece con el número de ciclos de carga, con un incremento en el esfuerzo confinante y una disminución de la relación de vacíos. En arenas saturadas aumenta ligeramente el amortiguamiento para los parámetros mencionados anteriormente.

3.5 Comportamiento dinámico de gravas

3.5.1 Módulo de cortante dinámico

Existe poca información acerca del comportamiento de gravas. De acuerdo con Seed e Idriss (1970), a niveles de deformación angular bajos, los valores de G de mezclas de gravas y arenas son entre 1.25 y 2.5 veces mayores que aquellos correspondientes a arenas muy compactas. Estos autores propusieron la fig 3.13 y la ec 3.14 para estimar los valores de G de estos materiales a diferentes deformaciones angulares.

3.5.2 Relación de amortiguamiento histerético, D

Como en el caso del módulo dinámico se conoce poco del parámetro D de gravas. Sin embargo, Seed e Idriss (1970)

sugieren estimar el amortiguamiento empleando la misma figura correspondiente a las arenas (fig 3.12).

3.6 Deformaciones permanentes bajo carga cíclica

En función de las condiciones de esfuerzos y de la magnitud de las cargas cíclicas aplicadas a un suelo, estos exhiben deformaciones permanentes, que se acumulan ciclo a ciclo.

Este hecho se ha podido observar tanto en el campo como en ensayos de laboratorio.

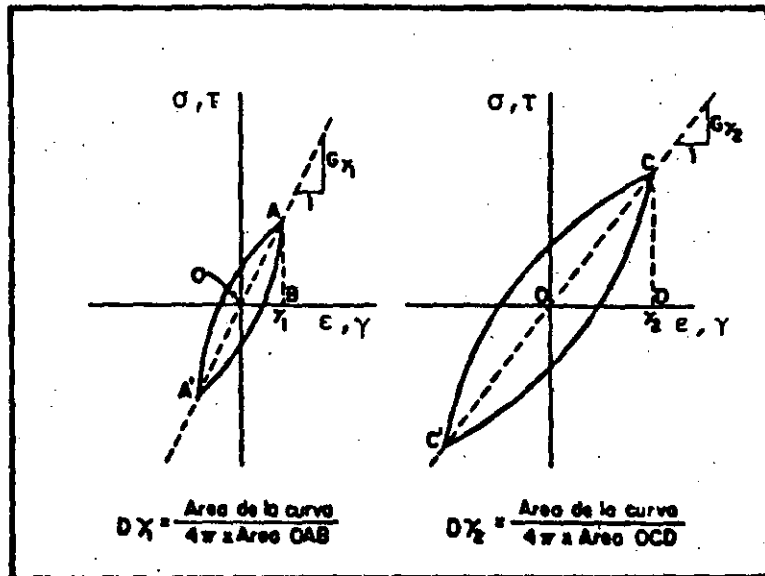


Fig 3.1 Curvas experimentales ideales esfuerzo-deformación.

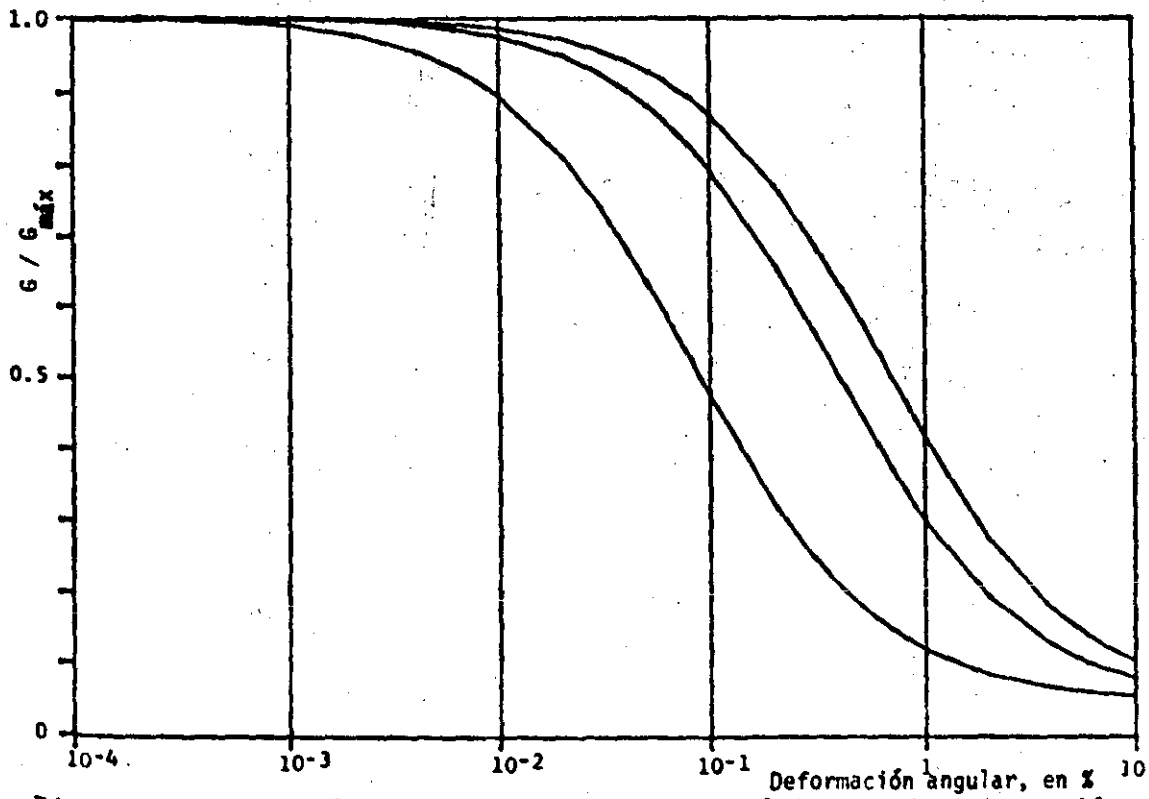


Fig 3.2 Degradación del módulo de cortante dinámico con la deformación angular.

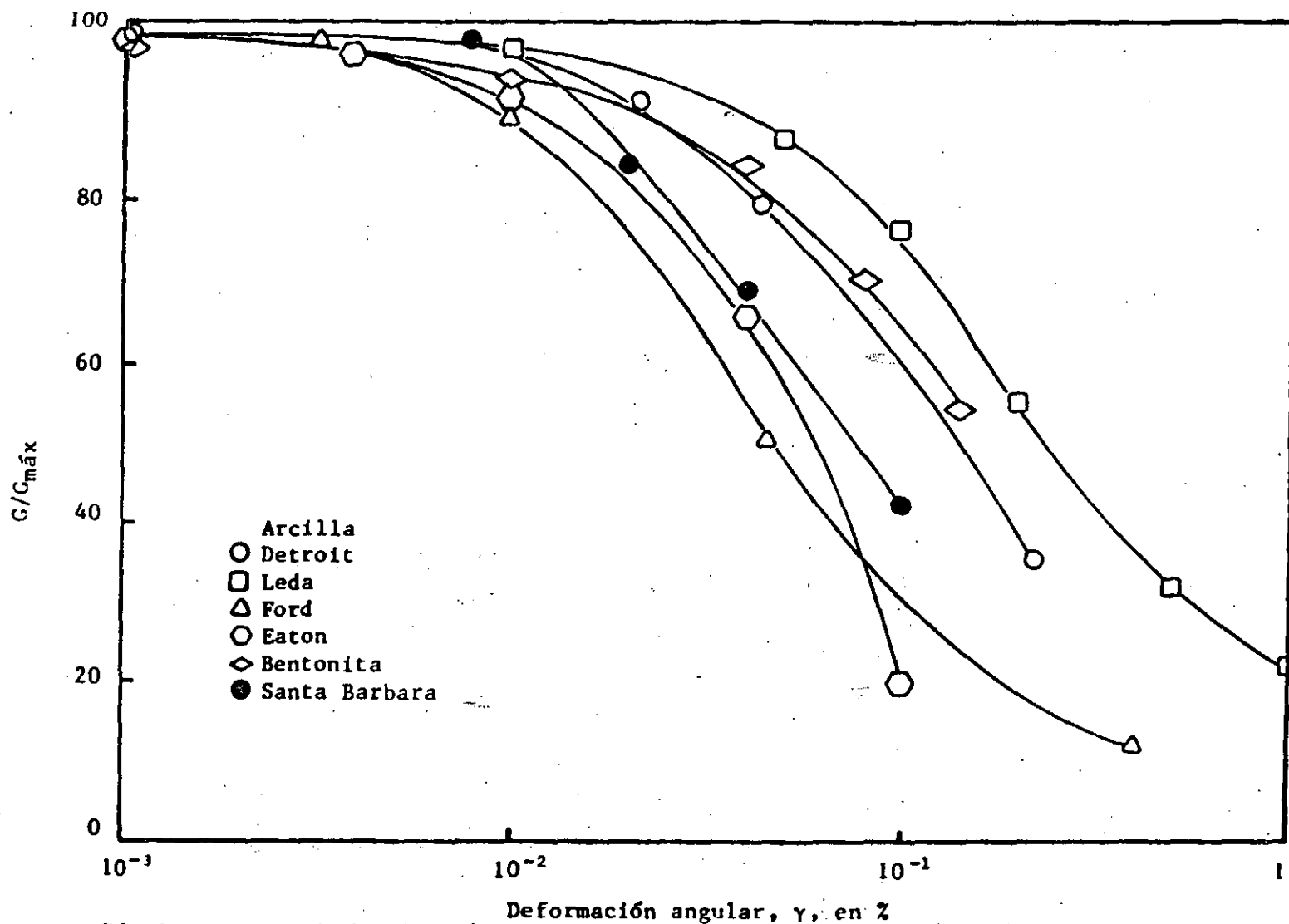


Fig 3.3 Curvas de disminución de $G/G_{m\acute{a}x}$ para diferentes arcillas (Anderson y Richart, 1976).

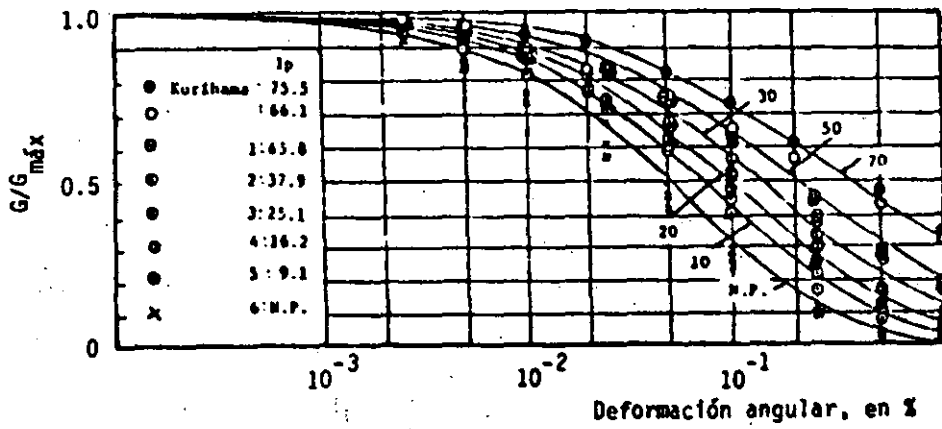


Fig 3.4 Influencia del índice de plasticidad en la curva $G/G_{m\acute{a}x}$ vs γ (Zen y Higuchi, 1984).

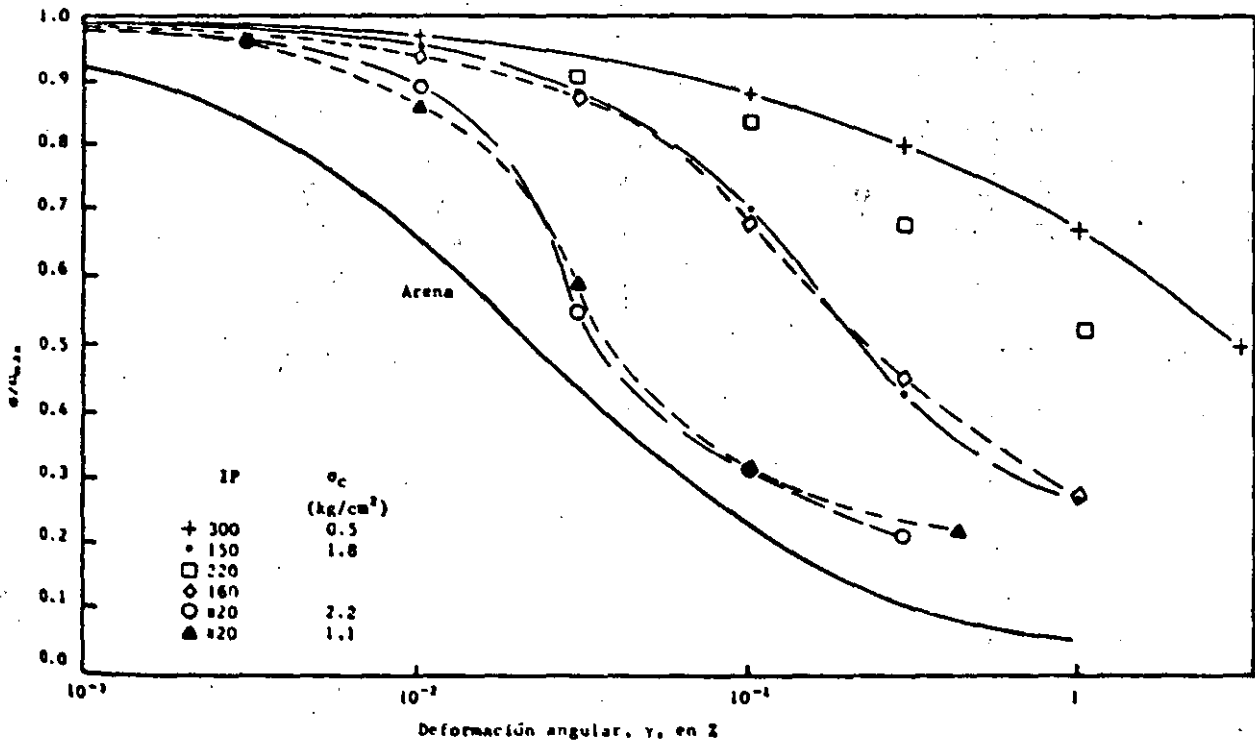


Fig 3.5 Influencia del índice de plasticidad en la curva G/G_{max} vs γ (Romo et al, 1989).

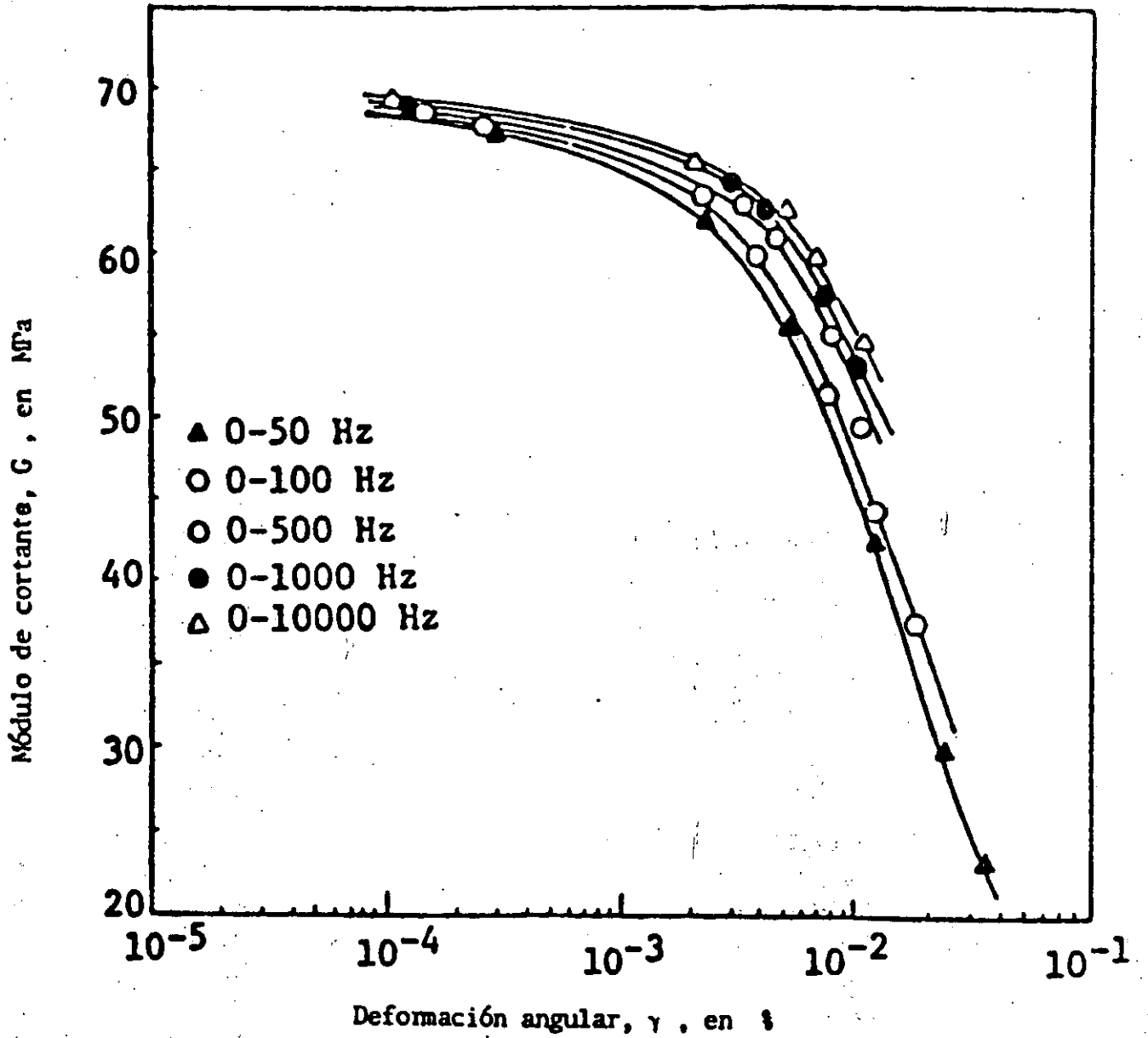


Fig 3.6 Efecto de la frecuencia de carga en la variación de G vs γ para arcillas (Aggour et al , 1987)

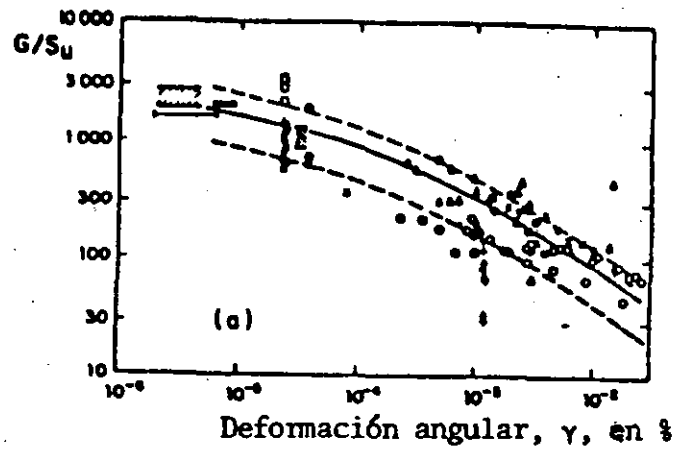


Fig 3.7 Módulo de cortante dinámico en función de la resistencia no drenada de arcillas saturadas (Seed e Idriss, 1970)

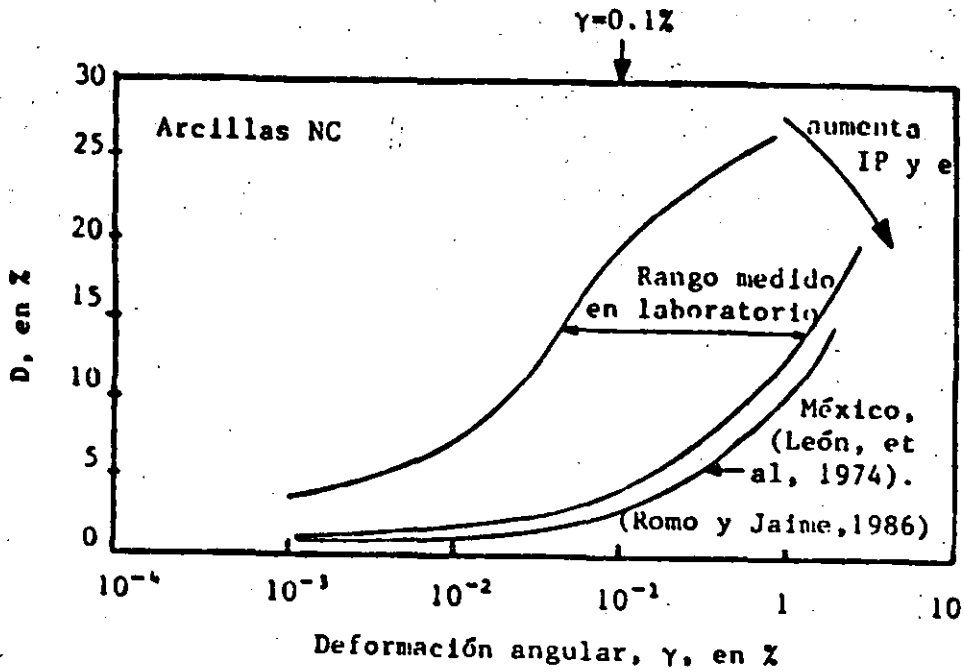


Fig 3.8 Varación de la relación de amortiguamiento en función del índice de plasticidad y la relación de vacíos (Dobry y Vucetic, 1989)

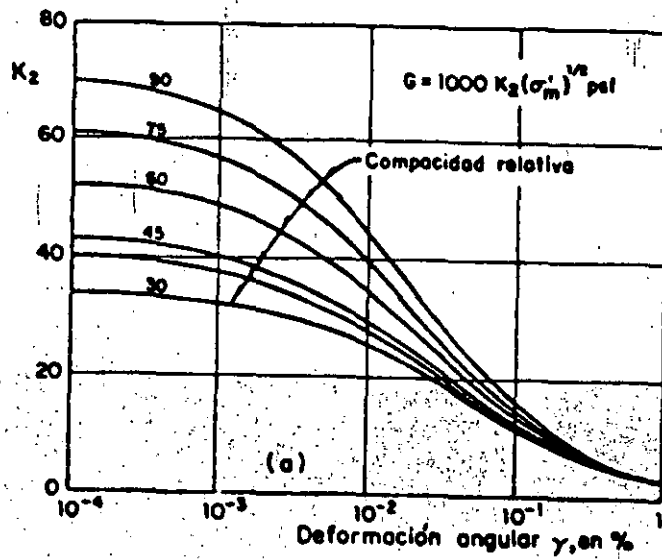


Fig 3.9 Módulo de cortante dinámico para arenas en función de la compacidad del depósito (Seed e Idriss, 1970)

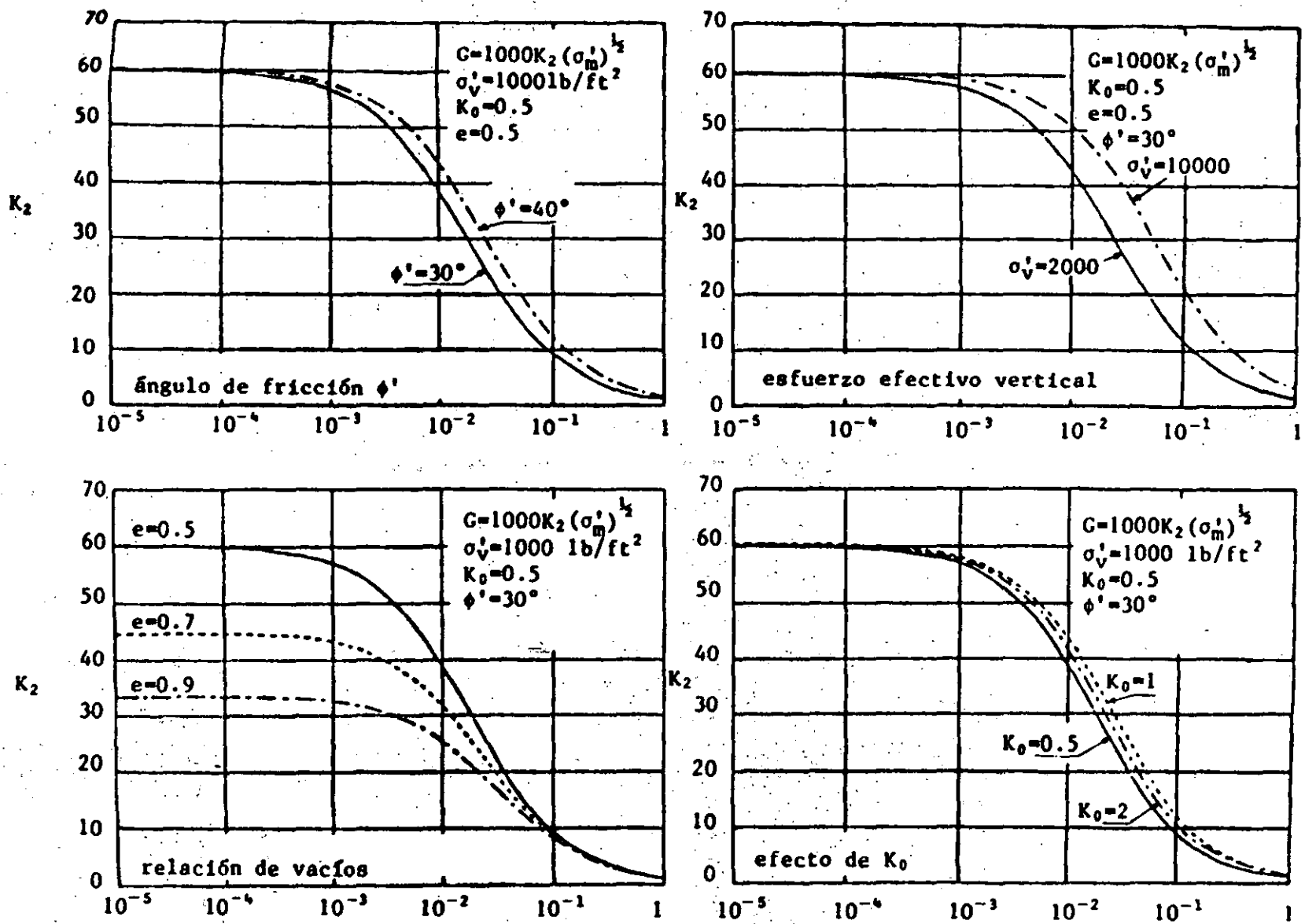


Fig 3.10 Influencia de varios factores sobre el módulo de rigidez al cortante de arenas (Seed e Idriss, 1970).

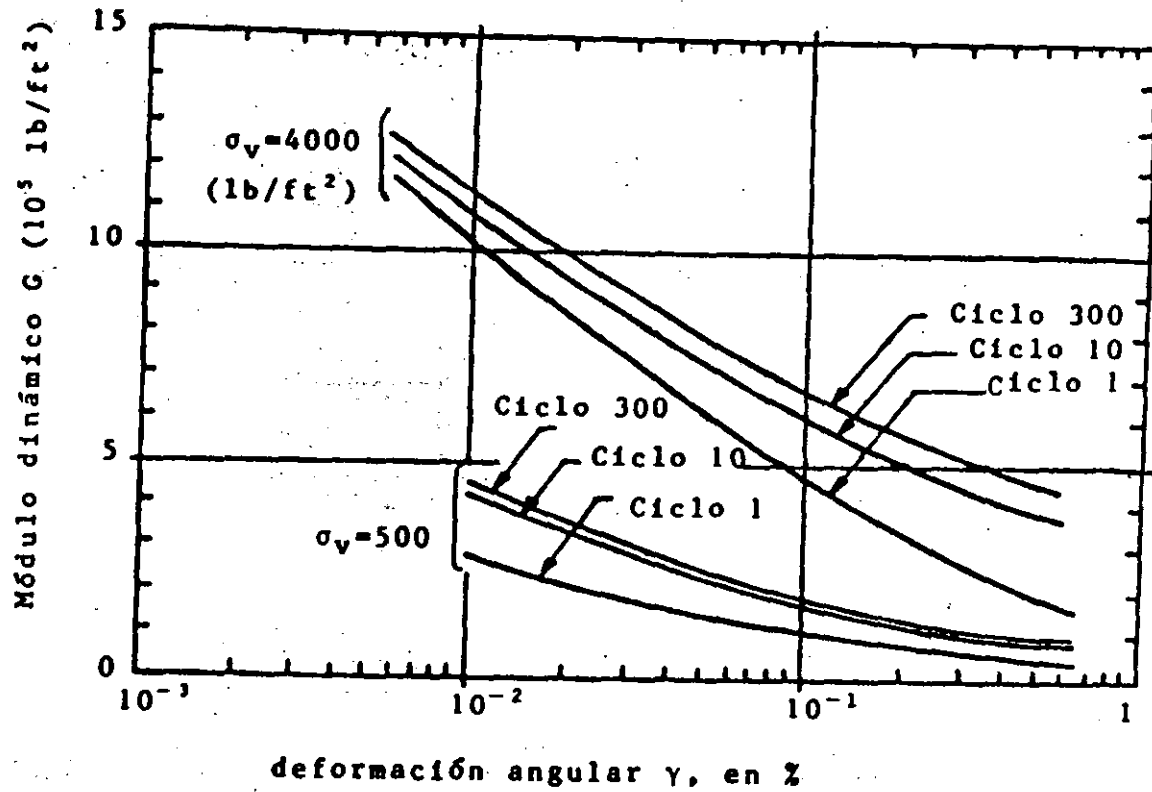


Fig 3.11 Efecto del número de ciclos de carga en la relación módulo dinámico de cortante-deformación angular para una arena con densidad media ($D_R=60\%$) (Silver y Seed, 1971).

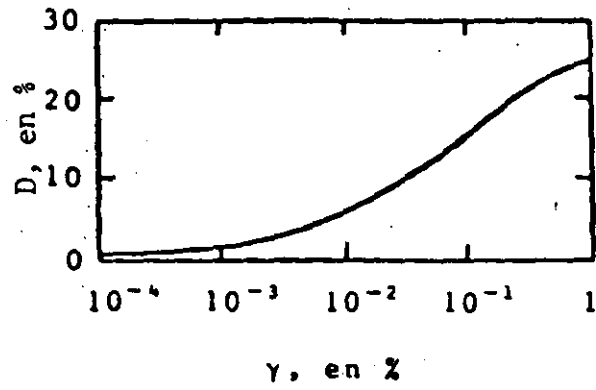


Fig 3.12 Relación de amortiguamiento de arenas (Seed e Idriss, 1970).

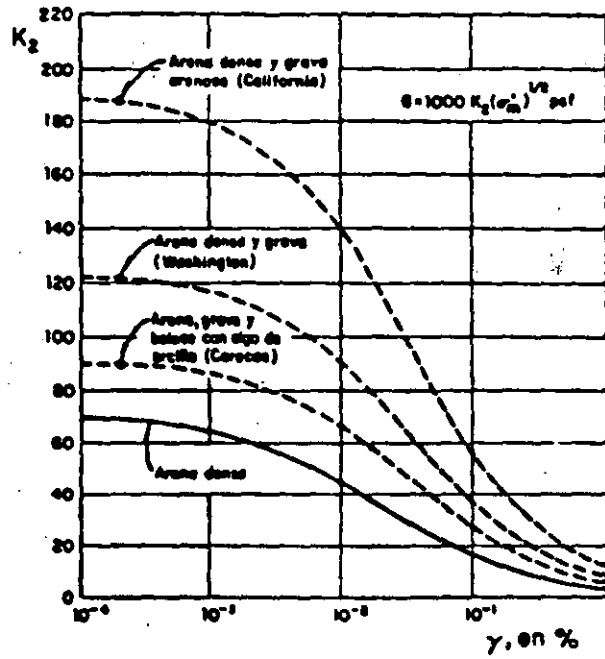


Fig 3.13 Modulo de cortante dinámico de gravas y arenas (Seed e Idriss, 1970)

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

4. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DINAMICOS EN EL LABORATORIO

4.1 Generalidades

Las excitaciones dinámicas (sismos, maquinaria) inducen al suelo deformaciones angulares de diversas magnitudes; asimismo los diferentes tipos de pruebas, tanto de laboratorio como de campo, someten al suelo ensayado a deformaciones angulares dentro de distintos intervalos (fig 4.1). Por esto es necesario complementar unos ensayos con otros a fin de conocer las leyes de variación del módulo dinámico y de la relación de amortiguamiento en el intervalo de deformaciones angulares de interés.

Para determinar las propiedades dinámicas de los suelos en el laboratorio, se han desarrollado varias técnicas que inducen deformaciones de diversas magnitudes (fig 4.1).

Los ensayos más utilizados son: a) columna resonante con vibración forzada o libre; b) triaxial cíclica; y c) corte simple cíclico. La primera técnica induce en la muestra de suelo deformaciones angulares muy pequeñas (menores de 10^{-2}

8), mientras que las restantes cubren el intervalo de 10^{-2} a 15% .

Aun cuando se pueden hacer ensayos en mesas vibratoras para obtener los valores de G y D de un suelo, estos son mucho más costosos que cualquiera de los anteriores. También se han ideado ensayos de torsión cíclica y de pulsos, pero no han sido incorporados a la práctica.

La selección del tipo de ensaye de laboratorio a utilizar para obtener las propiedades dinámicas de un suelo, depende del problema específico y del nivel de deformaciones angulares esperado en la realidad.

En lo que sigue se describen, en general, las pruebas más empleadas y los resultados que de ellas se obtienen.

4.2 Ensaye triaxial cíclico

El ensaye triaxial cíclico consiste en colocar una muestra de suelo en una cámara triaxial y consolidarla a la relación de esfuerzos principales deseada. Posteriormente se aplica un esfuerzo desviador cíclico (esfuerzo controlado), σ_a, σ_v , o una deformación axial cíclica (deformación controlada) con una forma de onda conocida (normalmente cuadrada o senoidal) a la frecuencia deseada. En la fig 4.2 se muestra una cámara triaxial cíclica.

En el caso de la prueba cíclica de esfuerzo controlado, la fuerza inducida en el espécimen y su deformación axial se

miden utilizando transductores de fuerza y de desplazamiento (DCDT), fig 4.2. Las señales de estos dispositivos se registran con un graficador o se graban en computadora. También es posible medir la variación de la presión de poro con un transductor de presión. Con los datos de fuerza y desplazamiento se pueden hacer gráficas del tipo mostrado en la fig 3.1 para cada ciclo de carga. En este caso se dibuja esfuerzo normal vs deformación axial. De esta curva se determina el módulo secante dinámico de Young, E , y con la ec 3.1 el valor de G .

Asimismo, se puede conocer el porcentaje de amortiguamiento crítico, como se explicó en el subcap 3.1.

De acuerdo con la forma en que se aplique el esfuerzo desviador cíclico, σ_a, σ_y , el ensaye triaxial se puede llevar a cabo de distintas maneras: a) en compresión solamente, con el espécimen sujeto a confinamiento hidrostático o anisotrópico, y b) en compresión y extensión, bajo confinamiento hidrostático o anisotrópico.

En la fig 4.3 se presentan de manera esquemática las variantes más utilizadas y su representación en el plano de Mohr τ vs σ_n . Se dice que la prueba cíclica es de compresión solamente cuando el esfuerzo axial mínimo es siempre mayor o igual que el esfuerzo confinante, σ_c . La prueba es de compresión y extensión cuando el esfuerzo axial máximo es

mayor que el σ_c y el mínimo menor que este valor, pero mayor que cero.

Con la prueba triaxial cíclica en sus distintas variantes se puede determinar, además de G y D , la deformación irrecuperable bajo carga dinámica, el número de ciclos de esfuerzo desviador cíclico, σ_d , de cierta magnitud, necesario para inducir la falla y la combinación de esfuerzos estáticos y cíclicos más desfavorable.

Cabe recordar que las deformaciones angulares producidas al suelo en la prueba triaxial cíclica son mayores de 10^{-2} , en el plano a 45° .

4.3. Ensaye de corte simple cíclico

El ensaye de corte simple cíclico consiste en aplicar una fuerza cortante cíclica a una muestra de suelo, cilíndrica o de sección rectangular, envuelta con una membrana que a su vez es confinada por un resorte plano (slinky) o un recipiente de paredes móviles. En algunos casos la membrana se refuerza con un helicoide de alambre de acero, con el paso de la hélice prácticamente cerrado. Este tipo de membrana es el desarrollado por el Instituto Geotécnico Noruego.

En la fig 4.4 se muestra el espécimen de suelo confinado por un resorte plano. Este procedimiento para confinar el espécimen fue desarrollado por Rendón y Casagrande (1973).

El principio de trabajo de los distintos aparatos de corte simple cíclico es similar. En la fig 4.5 se muestra uno de estos aparatos (Jaime et al, 1987). A la muestra de suelo se le aplica un esfuerzo vertical, σ_v , para consolidarla; posteriormente, a través de la tapa del espécimen, la probeta se somete a una fuerza cortante cíclica horizontal usando un gato neumático. Durante la prueba se miden la fuerza cortante y el desplazamiento horizontal. Con estos datos se pueden dibujar curvas τ vs γ para cada ciclo, como las mostradas en la fig 3.1. De esta manera se pueden determinar el módulo G y la relación de amortiguamiento crítico.

La prueba de corte simple cíclico induce deformaciones angulares al espécimen de suelo mayores de $10^{-2}\%$. Un inconveniente del ensaye es que no se desarrollan totalmente los esfuerzos cortantes complementarios en las paredes del espécimen. Esto provoca, por condición de equilibrio, una redistribución de esfuerzos normales en los extremos de la probeta por lo que el estado de esfuerzos desarrollado en su interior no es totalmente de corte simple, fig 4.6.

4.4 Ensaye de columna resonante

El ensaye de columna resonante consiste en aplicar a una muestra de suelo vibraciones forzadas longitudinales o

torsionales (Richart et al, 1970; Woods, 1978). El aparato y el equipo periférico para manejarlo son más complejos y costosos que los anteriores.

En la fig 4.7 se presenta un esquema del aparato de columna resonante a torsión y del equipo eléctrico periférico empleado. Para el caso de vibración longitudinal el equipo es similar sólo que el mecanismo excitador es vertical.

El ensaye de columna resonante para determinar G y D se basa en la teoría de la propagación de ondas en barras prismáticas (Rayleigh, 1877). De acuerdo con esta teoría la frecuencia de resonancia de una barra depende de sus condiciones de frontera; hay tres casos:

CASO I: ambos extremos libres o empotrados

$$w_n = \frac{n \pi}{L} c \quad (4.1)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

CASO II: un extremo empotrado y el otro libre

$$w_n = \frac{n \pi}{2 L} c \quad (4.2)$$

$n = 1, 3, 5, \dots$

CASO III: un extremo empotrado y en el otro un peso W_m

$$\frac{w_n L}{c} \tan \frac{w_n L}{c} = \frac{W_b}{W_m} \delta \frac{I_b}{I_m} \quad (4.3)$$

en donde:

w_n frecuencia circular del modo de vibración correspondiente (rad/seg)

n modo de vibración

L longitud de la barra (m ó cm)

c velocidad del tipo de onda generada en el medio que forma la barra (m/seg ó cm/seg)

W_b, W_m pesos de la barra y de la masa sujeta en el extremo

I_b, I_m momentos polares de inercia de las masas de la barra y del peso sujeta en el extremo

Las ecs 4.1 a 4.3 son válidas para ondas de barra longitudinales y de cortante. Para ondas de cortante la velocidad c es igual a la velocidad de onda de corte, c_s , del suelo en el campo (si el medio es homogéneo). La velocidad de onda longitudinal de barra, c_b , es diferente de la velocidad de onda compresional en el campo, c_p . Cuando la muestra se excita con ondas longitudinales es necesario que la relación longitud-diámetro del espécimen sea mayor de 2.

La frecuencia natural f_n en cps está dada por la relación:

$$f_n = \frac{w_n}{2 \pi} \quad (4.4)$$

En el ensaye de columna resonante, ya sea de torsión o longitudinal, se hace variar la frecuencia de la vibración

forzada inducida en el espécimen hasta obtener la condición de resonancia para el primer modo de vibración. La resonancia es la condición en que la amplitud de vibración de respuesta del espécimen es máxima. Como se observa en las ecs 4.1 y 4.2 las frecuencias de resonancia de los modos más altos son para el primer caso 2, 3, ... veces la frecuencia del primer modo; mientras que para el segundo las frecuencias de resonancia de los modos altos son 3, 5, ... veces la frecuencia del primer modo. Lo anterior es válido para cualquier tipo de onda generado, longitudinal o de torsión.

En resumen, conocida la frecuencia de resonancia y tomando en cuenta las condiciones de frontera del espécimen de suelo y el tipo de onda generado, se pueden obtener las velocidades de onda c_b ó c_s usando alguna de las ecs 4.1 a 4.3. Los módulos dinámicos G y E se determinan con las expresiones de la elasticidad:

$$E = \rho c_b^2 \quad (4.5)$$

$$G = \rho c_s^2 \quad (4.6)$$

en donde: $\rho = \gamma_m / g$

γ_m peso volumétrico del suelo

g aceleración de la gravedad

Hay una diferencia fundamental entre este ensaye y los de triaxial y de corte cíclico. En columna resonante G (o E) no se determina directamente sino a través de la teoría de la

elasticidad, mientras que en los dos últimos ensayos la obtención de G es directa.

A manera de ejemplo se describe el aparato tipo Drnevich del Instituto de Ingeniería, UNAM. Este consiste en una cámara de confinamiento en la cual se coloca una muestra cilíndrica sujeta en su base. En la parte superior de la muestra se fija una placa en cuyos extremos opuestos se encuentran dos imanes que se introducen en sendas bobinas (fig 4.7). A través de las bobinas se hace pasar un voltaje variable con una forma de onda conocida (triangular, senoidal, etc) y cuya frecuencia se varía a voluntad. Al ser excitadas las bobinas se genera un campo magnético variable de igual forma de onda que el voltaje, el campo provoca que los imanes se desplacen induciendo un momento torsionante cíclico en el espécimen. Este arreglo corresponde al caso de una barra empotrada en un extremo y libre en el otro. Las señales eléctricas de entrada y salida se registran en un osciloscopio.

Un acelerómetro, colocado en la placa superior de la muestra, permite conocer la aceleración de respuesta del

espécimen con respecto al tiempo. La deformación angular media inducida al espécimen se obtiene con la relación:

$$\gamma = \frac{R \cdot a_{max}}{f^2} \quad (4.7)$$

en la que:

R constante que depende del diámetro y altura del espécimen de suelo

a_{max} aceleración máxima o respuesta eléctrica máxima

f frecuencia de oscilación en cps

Es posible también determinar el amortiguamiento en vibración forzada; el método para ello es función del tipo de aparato empleado y se expresa como:

$$D = g (v_1 , a_1 , f_n) \quad (4.8)$$

donde:

v_1 voltaje inducido

a_1 aceleración de respuesta del suelo a la frecuencia f_n

f_n frecuencia de resonancia del modo correspondiente.

Zeevaert(1967) propuso un ensaye de vibración torsionante libre para determinar el módulo G de suelos. El aparato consiste en una cámara triaxial a cuyo vástago de carga se le aplica un giro, el cual se transmite a la muestra de suelo previamente colocada en la cámara y consolidada a la presión confinante deseada. Una vez girado el vástago se libera para observar la forma en que regresa a su posición original. Si el suelo tuviera un amortiguamiento mayor que

el crítico, el vástago recobraría su posición original sin oscilar. Sin embargo, el caso general es que se presenten oscilaciones que disminuyen de amplitud con el tiempo hasta llegar a cero. La vibración se registra con un dispositivo eléctrico o mecánico. En la fig 4.8 se muestra un registro típico del ensaye. Del registro se obtiene el periodo de la vibración libre amortiguada del sistema aparato suelo T_d , y el decremento logarítmico de la amplitud de vibración definido como:

$$\delta = \log (\delta_n / \delta_{n+1}) \quad (4.9)$$

del cual se obtiene el porcentaje de amortiguamiento crítico con la ecuación:

$$D = \delta / (2 \pi) \quad (4.10)$$

Finalmente, el módulo G se determina con la fórmula:

$$G = \omega_d^2 Z \quad (4.11)$$

en la que $\omega_d = 2\pi/T_d$ y Z es una constante del aparato, cuyo valor depende de las características geométricas del espécimen y del aparato (momento polar de inercia, masas del equipo, fricción, etc).

Con el péndulo de torsión libre de Zeevaert se obtienen valores de G a una deformación angular mayor de 0.01 %. Sin embargo, por condición de la prueba no se puede determinar con precisión el valor de ν , lo cual es una limitación seria.

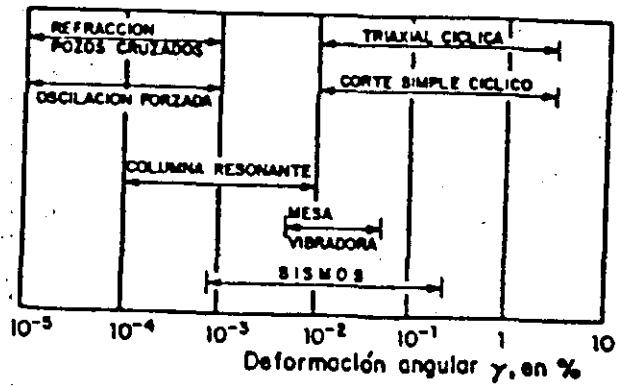


Fig 4.1 Deformaciones inducidas al suelo con diferentes técnicas de laboratorio y campo

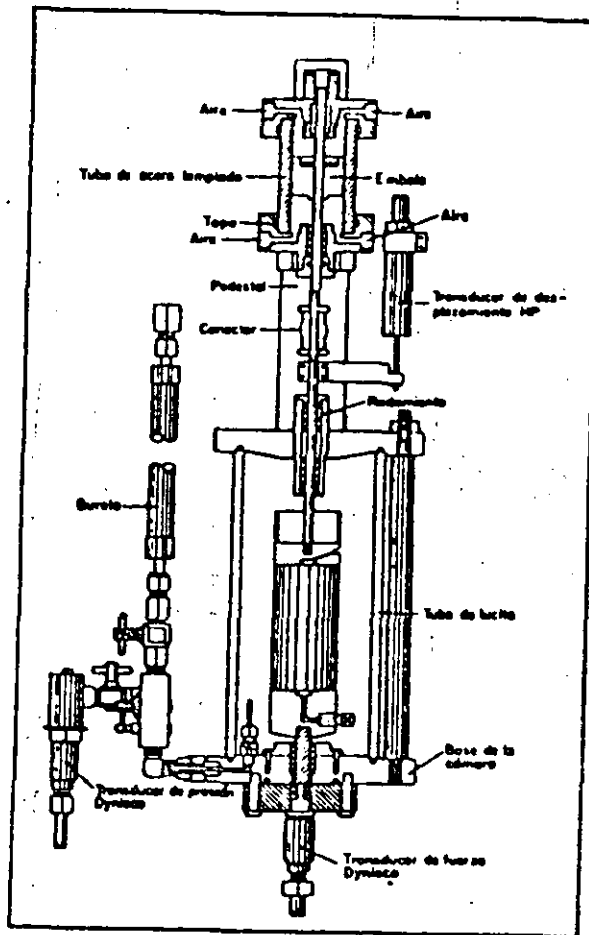
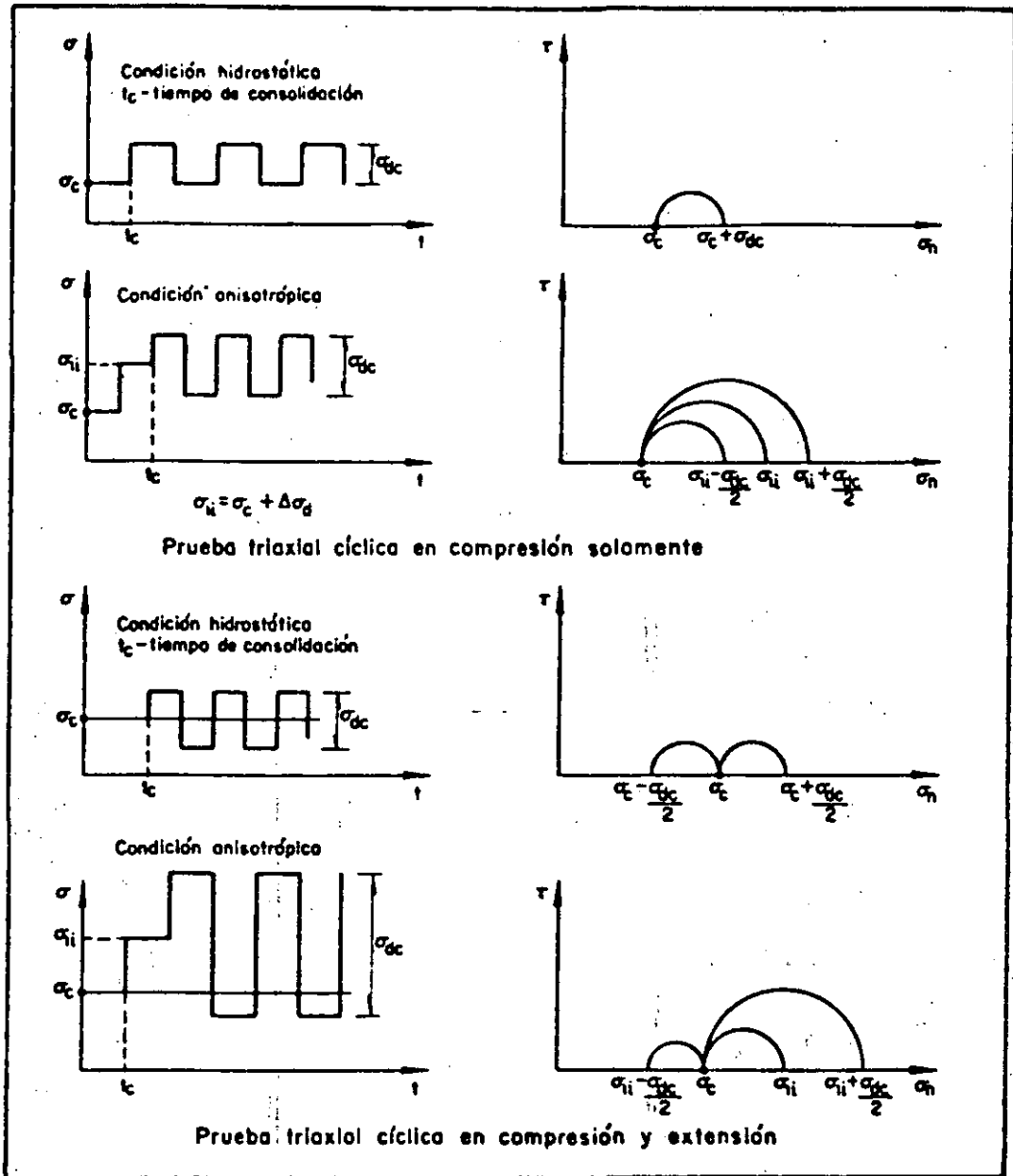


Fig 4.2 Cámara triaxial cíclica (Jaime, 1978)



Prueba triaxial cíclica en compresión solamente

Prueba triaxial cíclica en compresión y extensión

Fig 4.3 Algunas variantes de la prueba triaxial cíclica

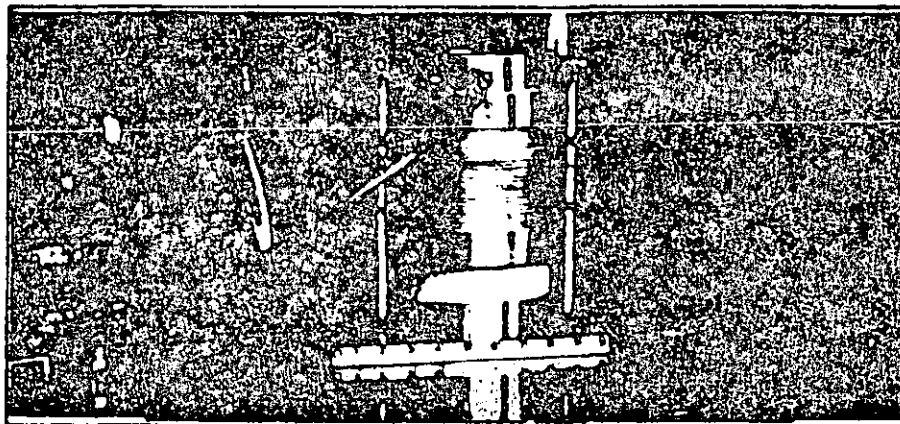


Fig 4.4 Espécimen de corte simple

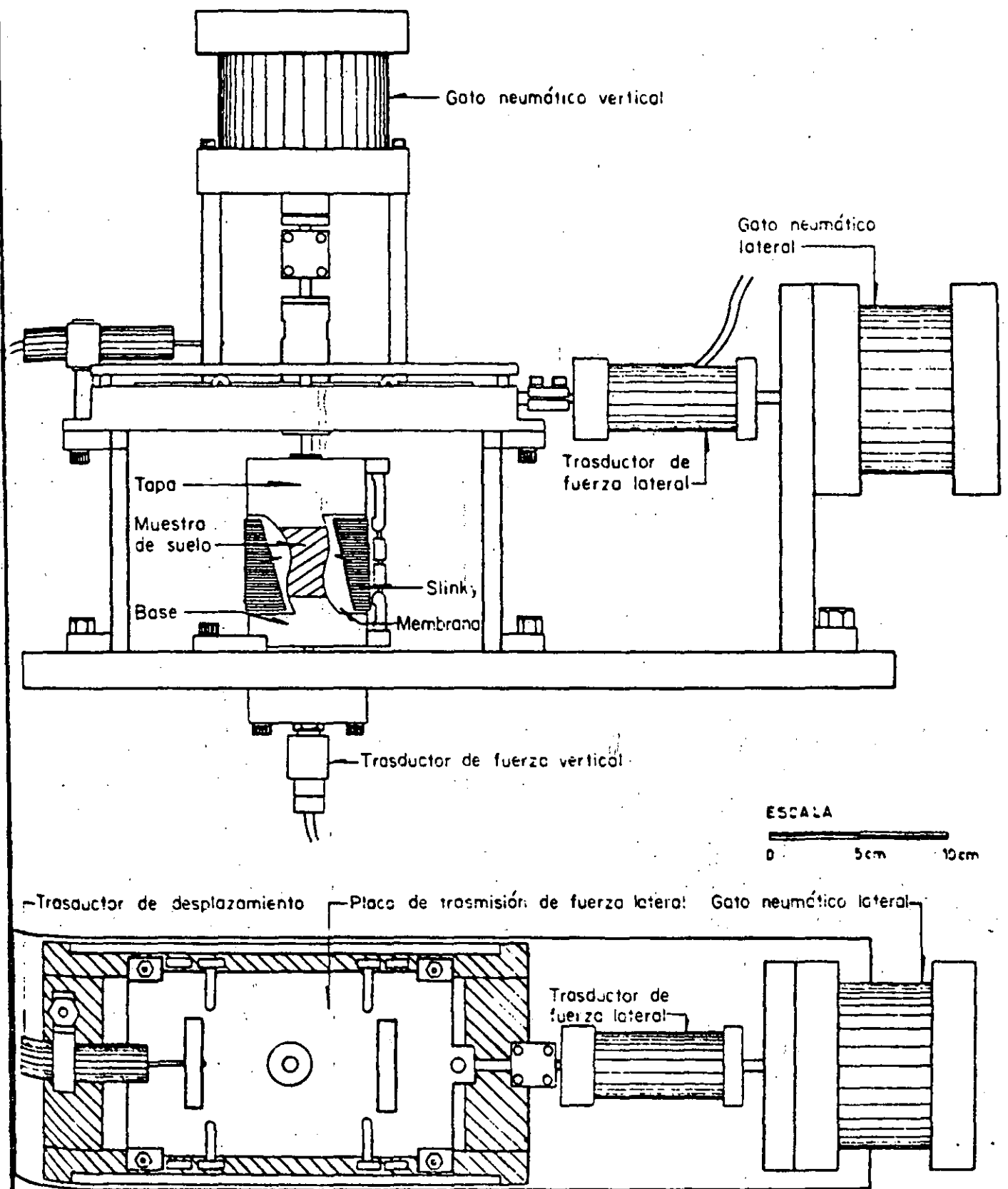


Fig 4.5 Aparato de corte simple cíclico (Jaime et al, 1987).

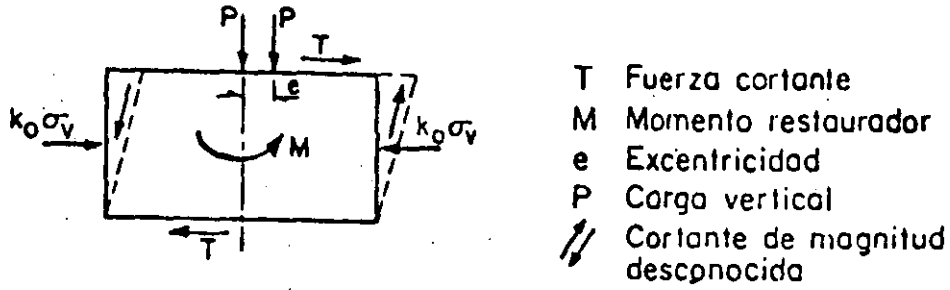


Fig 4.6 Redistribución de esfuerzos en el espécimen de corte simple

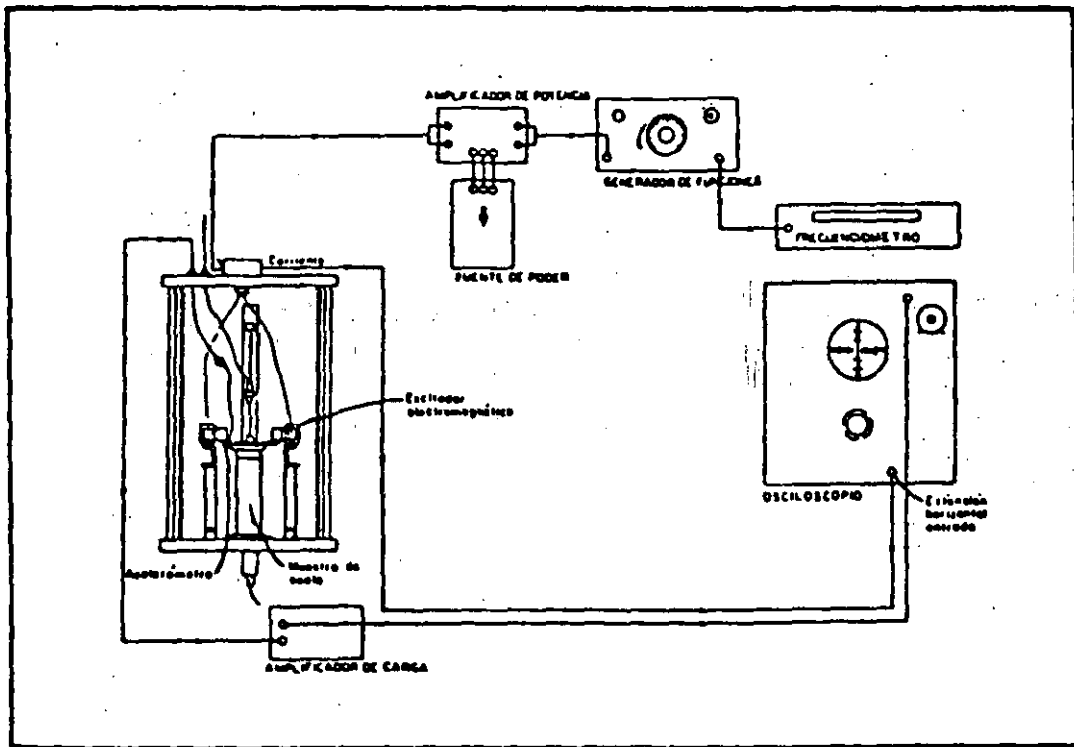


Fig 4.7 Esquema de la columna resonante



Fig 4.8 Registro típico de una prueba de torsión libre

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

5. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DINAMICOS EN EL CAMPO

5.1 Generalidades

Los métodos de campo para determinar las propiedades dinámicas de un depósito de suelo constan de dos partes: a) generación de una onda o tren de ondas (de un cierto tipo) en el suelo, y b) registro e interpretación de los efectos de dicha excitación en el terreno. La onda puede generarse de diversas maneras, por ejemplo: una explosión, un golpe con un martillo pesado o un excitador mecánico.

El registro involucra un problema de interpretación para identificar que el tipo de onda generado sea realmente el deseado, y otro de elección del equipo de registro.

Los métodos de campo proporcionan información relativa a la forma en que se propaga la excitación en el suelo del sitio, lo cual aunado al tipo de onda generado y al tiempo t en que esta llega de un punto a otro determinado, permite estimar las velocidades de propagación de onda en el material.

Finalmente, usando la teoría de la elasticidad se infieren las propiedades dinámicas del suelo.

Para obtener las propiedades dinámicas de los suelos en el campo existen dos métodos: el geofísico y el de oscilación forzada.

Entre las técnicas geofísicas más utilizadas en la práctica están la de refracción y la de pruebas en sondeos (pozos cruzados, downhole, up hole y sonda suspendida). El método de oscilación forzada más popular es el oscilador de masas

excéntricas. En la tabla 5.1 se muestran estas técnicas, la información que proporcionan, sus ventajas y desventajas.

Tabla 5.1 Ensayes de campo

Técnica	Onda P	Onda S	Ventajas	Desventajas
1. Refracción	x	x	Cubre grandes áreas	No detecta estratos profundos de baja velocidad
2. Pozos cruzados	x	x	Se puede realizar en áreas limitadas y en suelos estratificados.	Requiere un mínimo de 2 sondeos
3. Down hole	x	x	Idem 2. Un pozo.	Requiere ademe. Se determinan valores medios de velocidad.
4. Up hole	x	x	Idem 3.	Difícil de interpretar
5. Sonda suspendida	x	x	Idem 3. No requiere ademe.	Se recomienda calibrarlo para el suelo del sitio.
6. Oscilación forzada	x	x	Se trabaja en la superficie. Permite conocer la atenuación de la vibración con la distancia.	Incertidumbre en cuanto a la profundidad alcanzada. Se requieren equipos pesados.

5.2 Método de refracción

De la teoría de propagación de ondas en medios elásticos (cap 2) se sabe que una onda al viajar por un medio y chocar

y pasar a otro de densidad distinta sufre reflexión o refracción. En un tren de ondas con diferentes direcciones de propagación se presentan ambos.

La reflexión consiste en el rebote de la onda en la frontera y su regreso al primer medio en una dirección con un ángulo igual al definido por las leyes de reflexión de la óptica (ángulo de incidencia, con respecto a la perpendicular a la frontera, igual al ángulo de reflexión).

La refracción se produce cuando una onda al pasar de un medio a otro cambia su trayectoria. Este fenómeno se observa, por ejemplo, al introducir un lápiz en un vaso lleno de agua: parece como si este se doblara. La Ley de Snell relaciona la velocidad de propagación de las ondas en dos medios y los ángulos de incidencia y de refracción, y se expresa:

$$\frac{c_1}{\text{sen } i_1} = \frac{c_2}{\text{sen } i_2} \quad (5.1)$$

c_1, c_2 velocidad de propagación en los medios 1 y 2, respectivamente

i_1 ángulo de incidencia

i_2 ángulo de refracción

Para que el rayo refractado siga la trayectoria definida por la frontera entre los dos medios (fig 5.1), se requiere que $i_2=90^\circ$. Esto se conoce con el nombre de refracción total. La

onda así refractada y a lo largo de toda su trayectoria produce ondas que regresan por el primer medio con un ángulo igual al ángulo de incidencia llamado ángulo de incidencia crítico.

El método de refracción empleado en ingeniería civil se basa en la refracción total. De acuerdo con ello la relación de Snell (ec 5.1) para el caso de refracción total se escribe:

$$\text{sen } i_1 = \frac{c_1}{c_2} \quad (5.2)$$

Por condición del ensaye el ángulo de incidencia crítico, i_1 , debe ser menor de 90° , fig 5.1. Por tanto, $\text{sen } i_1$ es menor que la unidad, y consecuentemente c_1 debe ser menor que c_2 , ec 5.2. Esto implica -estrictamente hablando- que el método de refracción sólo puede utilizarse cuando los estratos más superficiales tienen velocidades de propagación de ondas menores que los más profundos. Cuando hay una o varias capas de suelo de velocidad menor que las superiores y se aplica el método, estas capas no son detectadas.

En la práctica, las ondas se generan en la superficie por medio de un martillo pesado o una masa que golpea contra una placa colocada en la superficie del terreno, o bien por medio de una explosión con una carga pequeña de dinamita colocada en un barreno poco profundo (menor de 5 m). En ambos casos se generan trenes de ondas P, S, R y otras que viajan en trayectorias definidas por semiesferas

concéntricas en todas direcciones. Por esta razón se genera no sólo refracción sino también reflexión, fig 5.1. Sin embargo, se puede demostrar que las ondas reflejadas toman un tiempo mayor que el requerido por la totalmente refractada para regresar a la superficie, y por tanto la primera señal de llegada corresponde a la de la onda refractada totalmente. Los sensores para captación de la onda se llaman geófonos.

Los geófonos colocados en la cercanía de la fuente generadora de ondas captan primero las ondas que viajan directamente en el primer medio. Existe, sin embargo, una distancia crítica (d_c), con respecto a la fuente, para la cual la onda refractada y la onda directa arriban al mismo tiempo; más allá de d_c la onda refractada llega primero, fig 5.2.

El ensaye se lleva a cabo en el campo tendiendo una línea de geófonos distantes entre sí 2, 5 o más metros. Se genera un tren de ondas (golpe, explosión) en un extremo de la línea y se registra (con un graficador u osciloscopio) el tiempo de llegada de la onda a cada geófono del tendido. Después se genera otro tren de ondas en el extremo opuesto de la línea y se vuelve a registrar el tiempo de llegada de las ondas. Conociendo la distancia de cada geófono a la fuente y los tiempos t_i , se elaboran las gráficas domocrónicas, fig 5.2. Con la técnica descrita se obtienen velocidades de ondas P,

las cuales se determinan como el recíproco de las pendientes de las rectas de la fig 5.2.

Las ondas se generan en uno y otro extremo del tendido de geófonos para determinar si los estratos son horizontales. Si son horizontales, las domocrónicas son simétricas, como es el caso de la fig 5.2. El espesor del primer estrato, h , en dos estratos horizontales se determina con la relación:

$$h = \frac{d_0}{2} \left(\frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

en donde d_0 , c_2 y c_1 se obtienen de las gráficas domocrónicas (fig 5.2).

Si las gráficas tiempo-distancia son asimétricas el contacto entre ambos estratos es inclinado. Existen expresiones para determinar tanto el echado del contacto como las velocidades de propagación en los materiales de ambos estratos (PEMEX, 1975; Mooney, 1977).

Si en la gráfica domocrónica aparecen dos rectas simétricas con respecto al centro del tendido, se trata de un medio homogéneo cuya velocidad de propagación de onda es igual al recíproco de la pendiente de cualquiera de las dos rectas.

Cuando el mecanismo de generación de ondas es un martillo o una masa pesada, la profundidad de suelo que se alcanza a explorar es de aproximadamente 30 m y depende de la

sensibilidad de los geófonos y el ruido que haya en el sitio.

Toda la discusión anterior se puede extender para casos en que se tengan tres o más capas de suelo, sean horizontales o inclinadas. También se pueden determinar las velocidades de onda en cada capa y el espesor de las mismas, a través de las curvas domocrónicas y ciertas relaciones matemáticas (PEMEX, 1975; Mooney, 1977). Las gráficas tiempo-distancia en el caso de tres o más capas exhiben dos o más quiebres. Cuando se trata de un medio muy estratificado, la interpretación de las domocrónicas se vuelve compleja y se requiere de gran experiencia para aprovechar al máximo la información que proporciona esta prueba.

En resumen, para obtener la velocidad de propagación de onda compresional P en un depósito de suelo, el método de refracción puede ser de gran utilidad. Debe notarse que el método se basa en la refracción total y por tanto su uso exige que la velocidad de los estratos profundos sea mayor que la de los superficiales. Por otra parte, en medios saturados la velocidad de onda P del suelo o roca es difícil de medir, generalmente se mide la velocidad P en el agua, por lo que se requiere experiencia para interpretar los

registros. Algunas velocidades de ondas P típicas de varios suelos y rocas se presentan en la tabla 5.2.

Tabla 5.2 Velocidades de ondas P y S típicas de algunos suelos y rocas

Material	C_P m/s	C_S m/s
Agua	1525	0
Aluvión	480-1980	360-700
Arena	300-1000	100-500
Arcilla	1000-2800	50-500
Grava	450-1220	
Limo	400-610	
Caliza	1700-6400	900-3800
Lutita	1800-4000	

Utilizando geófonos direccionales (sensores que detectan en una sola dirección) se puede medir la velocidad de propagación de onda de corte. Un método empleado consiste en excavar una pequeña zanja en un extremo de la línea de prospección, y a lo largo de ella colocar geófonos orientados perpendicularmente a la línea. Por medio de un martillo o un péndulo se golpea contra una placa la cara de la zanja que se encuentra en dirección perpendicular a la línea del tendido. De esta manera se generan ondas polarizadas (es decir, que tienen una dirección preferente de oscilación, a la que corresponde una dirección preferente de propagación) de cortante horizontales SH. Después de registrar la respuesta del suelo, se repite el ensaye golpeando la cara opuesta de la zanja, con objeto de que el

registro se invierta. Comparando ambos registros se debe obtener una figura prácticamente simétrica si realmente se generaron y detectaron ondas de cortante. Con los resultados obtenidos se dibuja la gráfica tiempo-distancia, y de ella se obtienen las velocidades de ondas de corte como el recíproco de las pendientes de las rectas de dicha gráfica. Con este método se pueden alcanzar profundidades entre 15 y 30 m.

Con los valores de c_p y c_s obtenidos y usando la fórmula:

$$E = \frac{1 - \mu}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)} c_p^2 \quad (5.4)$$

y las ecuaciones 4.2 y 4.3 se pueden determinar los módulos E , G y la relación de Poisson μ . Con los resultados de las tomográficas se puede estimar, grosso modo, la estratigrafía del sitio. Siempre es prudente confirmar las conclusiones de un estudio de prospección por medio de sondeos.

5.3 Ensayes en pozos

Hay varios ensayos de campo para medir la velocidad de propagación de ondas de cuerpo en el suelo, haciendo pozos perforados con este propósito. En la fig 5.3 se muestran esquemáticamente las siguientes técnicas: a) pozos cruzados (cross hole), b) excitación en el pozo y medición en la

superficie (up hole), y c) excitación en la superficie y medición en el pozo (down hole).

Básicamente la técnica de pozos cruzados consiste en generar en las paredes o en el fondo de un pozo una excitación dinámica, fig 5.4. En otro sondeo, excavado a poca distancia del primero, se mide el tiempo que la perturbación requiere para llegar a él. Conocidos el tiempo y el espaciamiento entre los sondeos e identificado el tipo de onda generado se determina la velocidad de propagación de onda correspondiente, y esta se utiliza para determinar los módulos dinámicos E o G , con las fórmulas 5.1 4.2 y 4.22. Con este método se pueden determinar las velocidades de las ondas P y S simultáneamente. Es muy útil en suelos estratificados.

Los principales componentes que intervienen en el método de pozos cruzados son: los pozos, la fuente generadora, los detectores y el equipo de registro.

Este método requiere de un mínimo de dos pozos, sin embargo, es común hacer las mediciones en varios pozos. En caso de que el sondeo requiera ademe, se pueden emplear tubos de acero, aluminio o PVC; este último y el de aluminio son preferibles. Debe buscarse que los pozos tengan poca desviación con respecto a la vertical, y en sondeos profundos puede ser necesario verificar su inclinación con un inclinómetro, ya que la distancia entre los pozos

interviene directamente en la estimación de la velocidad de onda.

Las fuentes generadoras de tipo mecánico son las más simples. De muchos ensayos se ha visto que golpear una barra hueca o tubo dentro de un pozo produce una excitación que consiste en ondas P y ondas de corte polarizadas en la dirección vertical SV; estas últimas excitan las partículas de suelo en dirección vertical mientras viajan en dirección horizontal. También se puede utilizar dinamita para generar la excitación. Es posible insertar una barra con un extremo que puede asegurarse contra las paredes del pozo mediante un mecanismo de expansión; este arreglo permite golpear la barra hacia abajo o hacia arriba, lo cual ayuda a identificar la llegada de las ondas SV con precisión. En la fig 5.5 se ve el efecto de la inversión del sentido del golpe en el registro.

Para detectar la llegada de las ondas en los pozos receptores se utilizan geófonos direccionales. El problema básico consiste en fijarlos y orientarlos correctamente en

el fondo del pozo o a la profundidad a la que se genera la excitación.

El sistema de registro puede ser un osciloscopio o un registrador de varios canales, que pueda detectar los tiempos con precisión de 0.2 milisegundos.

El método de pozos cruzados permite obtener las propiedades dinámicas de suelos estratificados de manera confiable. La interpretación de la prueba es sencilla y el método no ofrece dificultades (Stokoe y Woods, 1972; Woods, 1978).

La técnica de up hole, fig 5.3 b, consiste en producir una excitación dinámica en el pozo a distintas profundidades (generalmente con dinamita). En la superficie se coloca un arreglo de geófonos (uni o multidireccionales) con los cuales se detecta el tiempo de llegada de las ondas. Conocida la profundidad a la que se provocó la excitación y el tiempo de llegada a los geófonos se calcula la velocidad de propagación de onda c_p o c_s , según el caso. La interpretación de los resultados es más difícil que con el método anterior; además, solo proporciona valores medios de la propagación de las ondas en el depósito.

El método down hole (fig 5.3 c) consiste en generar ondas en la superficie del suelo, junto al brocal del pozo. En este, previamente, se coloca una sarta de geófonos (multidireccionales), los cuales se fijan firmemente a las paredes del sondeo a profundidades determinadas. También se

puede realizar con un solo geófono, el cual se fija firmemente al pozo a una profundidad determinada, por ejemplo en el fondo; se produce entonces una excitación en la superficie y se registra su llegada con el geófono; se sube un metro (o la distancia deseada), se produce otra excitación y se registra, y así sucesivamente hasta llegar a la superficie. Para poder fijar los geófonos en el pozo en suelos blandos o sueltos se requiere utilizar ademe de aluminio o de PVC.

Los geófonos registran el tiempo de llegada de la onda generada en la superficie. Los tiempos de llegada se grafican contra la profundidad de cada geófono (o de cada medición), se unen los puntos y el inverso de la pendiente (o pendientes) de la curva es la velocidad c del tipo de onda inducida. Para generar ondas S es común colocar una tablón de madera, con un peso encima, apuntando su eje longitudinal hacia el brocal (o bien, tangente a la boca del pozo), y golpear el extremo opuesto con un marro. Cambiando la dirección del golpe se puede verificar que la onda generada sea S (como en el caso del cross hole). También se pueden registrar ondas P, para lo cual basta golpear contra una placa apoyada en el suelo.

Con el método down hole sólo se requiere un pozo y se puede invertir la onda generada. Por estas razones es más económico que el de pozos cruzados e igualmente confiable,

aun cuando en suelos muy estratificados proporciona solo valores promedio.

Otra técnica, desarrollada recientemente, es la de la sonda suspendida (Suspensión PS Logging Method; Kitsunozaki, 1980; Ohya, 1984). Consiste en el uso de una sonda que se introduce en un pozo lleno de agua o fluido de perforación, suspendida de un cable a través de una polea. El cable lleva en el centro los alambres eléctricos que se conectan a la unidad de control y medición colocada en la superficie, fig 5.6. La sonda consiste en una fuente de excitación, un filtro y dos unidades de medición con dos geófonos direccionales cada una (uno horizontal y otro vertical) separadas un metro.

La fuente de excitación es un martillo solenoide electromagnético, que al ser activado produce en el agua una fuerza perpendicular al eje largo del sondeo, la que a su vez la transmite a la pared del pozo, fig 5.6. Así el pozo es excitado indirectamente a través del agua.

Las estaciones de medición están diseñadas de tal forma que su condición de flotación es neutral (o indiferente); es decir, su peso es igual al del volumen del agua o fluido de perforación que desaloja. Cuando la pared del pozo se desplaza horizontalmente por efecto del impulso dinámico generado por la fuente, tanto el fluido de perforación como las estaciones de medición de la sonda se mueven

simultáneamente. Esto es debido a que la sonda está suspendida libremente en el interior del pozo.

Para efectuar las mediciones se produce, con el excitador, una excitación dinámica normal al pozo; los geófonos horizontales de cada estación, alineados con la fuente, registran el tiempo de llegada. Se produce otra onda en dirección opuesta a la primera con objeto de verificar que la onda generada sea S, además del alineamiento de los geófonos horizontales con la fuente. Como tercer paso, se produce otra onda que se detecta con los geófonos verticales. La velocidad de la onda entre las dos estaciones de medición se calcula por la diferencia entre los tiempos de llegada a cada una y su separación (ordinariamente un metro).

Este método permite hacer mediciones en pozos muy profundos (hasta 500 m), requiere sólo un pozo, es más rápido que los anteriores y puede ser empleado en suelos estratificados. Proporciona, además, mediciones confiables (Kitsunezaki, 1980; Ohya, 1984; Jaime, 1987).

5.4 Método de oscilación forzada

Utilizando un vibrador de masas excéntricas (o electromagnético) se pueden generar ondas de Rayleigh en la superficie de un depósito de suelo.

El método consiste en excitar al suelo verticalmente con el oscilador y por medio de un geófono detectar la vibración

producida. El geófono se coloca a diferentes distancias del oscilador con objeto de determinar aquellas en las cuales la respuesta del suelo esté en fase con la excitación, fig 5.7. Los puntos del suelo que vibran en fase con la excitación se encuentran separados entre sí una distancia igual a la longitud de onda generada, L_R . La frecuencia de vibración de la excitación se conoce y por tanto la velocidad de onda de Rayleigh se puede determinar con la expresión:

$$c_R = L_R f \quad (5. ?)$$

en la que:

f frecuencia de oscilación en cps

L_R longitud de la onda de Rayleigh

La profundidad investigada con este método es aproximadamente igual a la mitad de la longitud de onda generada. El valor de c_R es el promedio de la velocidad de propagación de onda en el suelo hasta dicha profundidad.

Por otro lado, para generar ondas que lleguen a profundidades grandes (mayores de 10 m), es necesario emplear equipos muy pesados que generen fuerzas dinámicas grandes a bajas frecuencias de oscilación.

Como se vió en el cap 2 las velocidades c_R y c_B se relacionan de acuerdo con la fig 2.?. Por tanto, obtenida c_R se puede determinar c_B y G . Además, se puede conocer la atenuación de la vibración en función de la distancia a la fuente generadora.

Este método es sencillo de aplicar e interpretar pero el oscilador es un equipo costoso y difícil de transportar; por lo que no se ha generalizado su empleo a gran escala.

5.5 Correlaciones empíricas

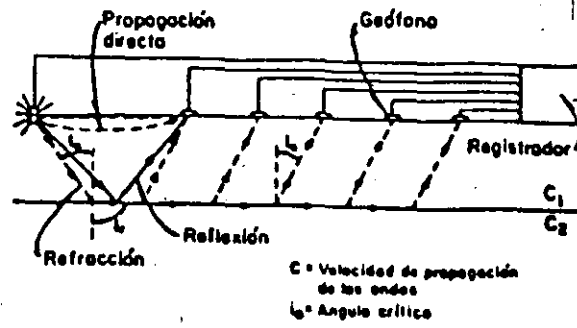


Fig 5.1 Método de refracción

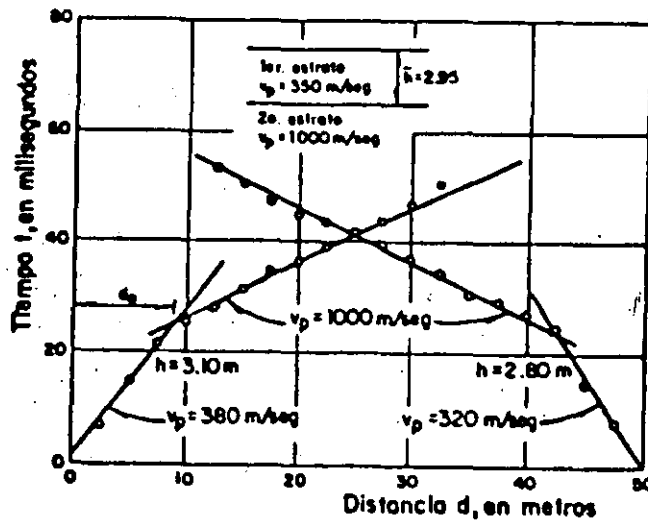


Fig 5.2 Curvas domocónicas (Rascón, 1972)

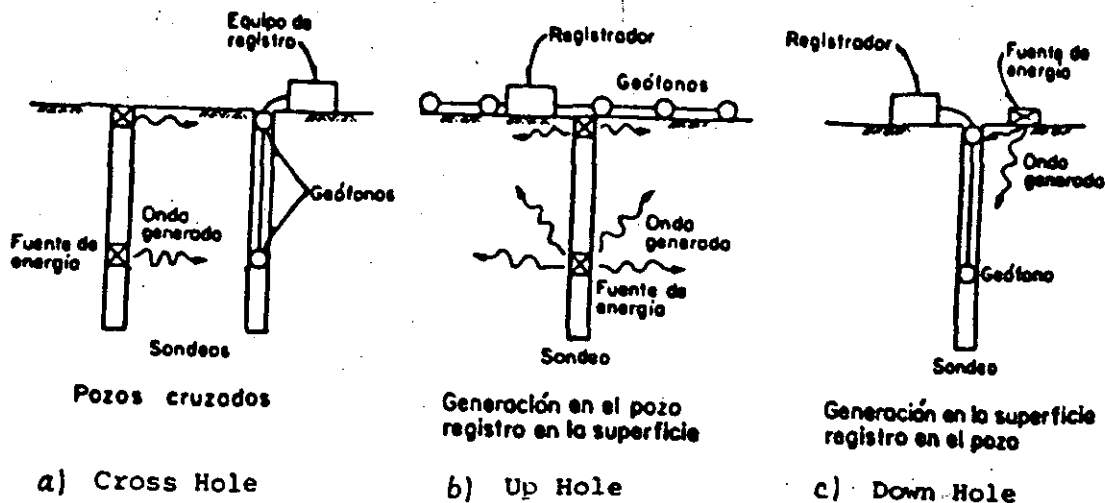


Fig 5.3 Ensayes de campo en sondeos.

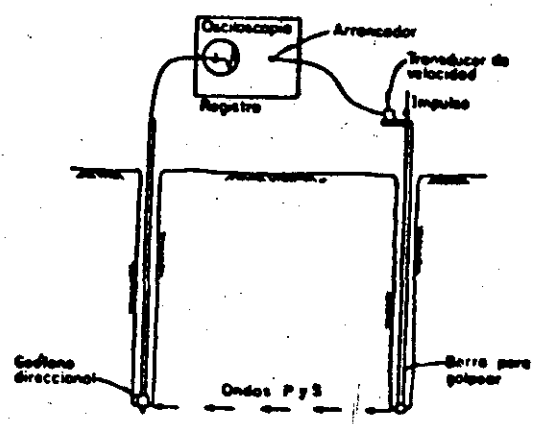


Fig 5.4 Ensaye de Pozos cruzados.

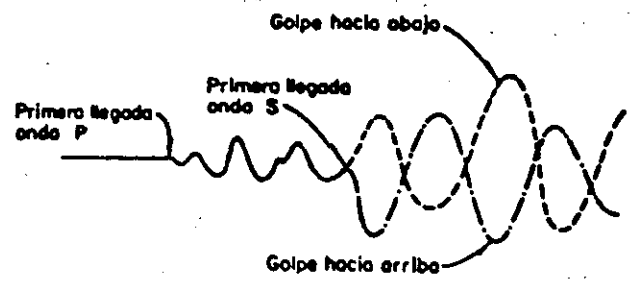


Fig 5.5 Efecto de la dirección del impulso.

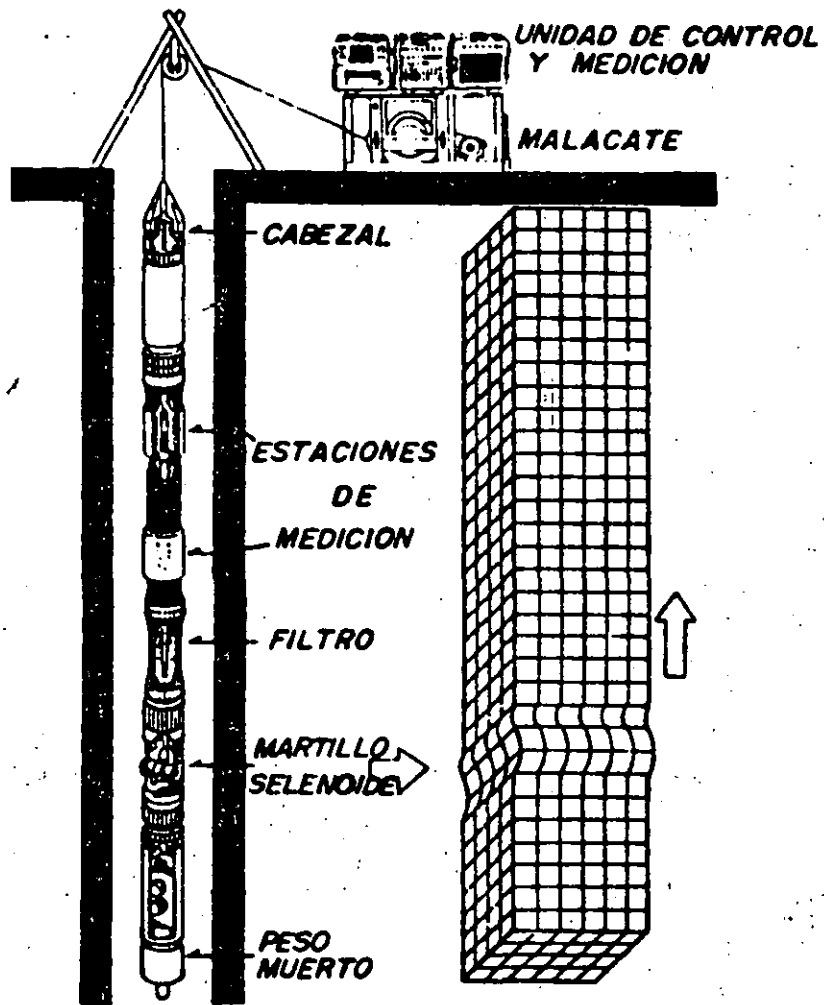


Fig 5.6 Método de la sonda suspendida

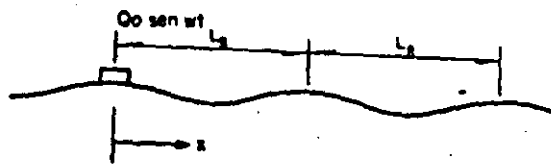


Fig 5.7 Método de oscilación forzada

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

6. MODELOS DE COMPORTAMIENTO DINAMICO DE SUELOS

El objetivo principal de este capítulo es buscar entre los modelos de comportamiento propuestos en la literatura, aquellos que por su sencillez han sido más empleados (Desai y Christian. 1977; Pande y Zienkiewicz, 1982).

6.1 Revisión de Modelos

El estudio de leyes constitutivas o modelos del comportamiento dinámico de suelos se ha visto necesario debido, fundamentalmente, a que los suelos sometidos a ensayos cíclicos de laboratorio exhiben un comportamiento no lineal e histerético (Hardin y Drnevich 1972a; cap 3).

Se han propuesto varios modelos no lineales del suelo. Entre los más empleados están las correlaciones empíricas de Seed e Idriss (1970), el modelo hiperbólico de Hardin y Drnevich (1972b) y el modelo de Ramberg-Osgood (1943, citado por Christian y Desai, 1977). Este último fue empleado por primera vez en un análisis no lineal de respuesta sísmica del suelo por Streeter et al (1973).

Los tres modelos tienen en común que aceptan como válida la regla de Masing (1926, citado por Pande y Zienkiewicz), para idealizar la curva esfuerzo-deformación del suelo bajo carga dinámica (rama virgen y ramas de recarga y de descarga), fig 6.1.

La regla de Masing establece que si la curva esfuerzo deformación inicial (o virgen) del suelo se puede expresar como:

$$\tau = f(\gamma) \tag{6.1}$$

entonces las ramas de descarga y de recarga están dadas por:

$$\frac{\tau -/+ \tau_a}{2} = f\left(\frac{\gamma -/+ \gamma_a}{2}\right) \tag{6.2}$$

Las curvas definidas por la ec 6.2 tienen la misma forma de la curva de la ec 6.1 pero están agrandadas por un factor de dos; sus puntos iniciales son los puntos en que ocurre la inversión en el sentido de aplicación del esfuerzo (puntos A y B, fig 6.1.). La rama de descarga se inicia en el punto A y encuentra a la rama virgen en el B (simétrico de A con respecto al origen). El encuentro entre las curvas es suave con una pendiente en el punto A igual en ambas. En el caso que la descarga continúe más allá de B, la rama de descarga sigue a la rama virgen. A su vez, la rama de recarga se inicia en B y termina en A.

Por otra parte, si se considera que las propiedades del suelo no se modifican en función del número de ciclos de

carga y descarga (de amplitud constante), entonces el módulo de cortante del suelo se acepta que sea el módulo secante definido por:

$$G = \frac{\tau_a}{\gamma_a} = \frac{f(\gamma_a)}{\gamma_a} \quad (6.3)$$

y en general,

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{f(\gamma)}{\gamma} \quad (6.3')$$

Las características de amortiguamiento del suelo se representan por medio de la relación de amortiguamiento, D, la cual es por definición:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{dW}{W} \quad (6.4)$$

o bien (fig 6.2),

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\text{Area ACDEA}}{\text{Area ABOA}} \quad (6.5)$$

Es decir, dW es el área del ciclo histerético (energía de amortiguamiento) y W es la energía de deformación equivalente.

Las ecs 6.3 y 6.5 son funciones de la amplitud de la deformación angular γ (o del esfuerzo cortante τ). Estas ecuaciones quedan determinadas una vez que $f(\gamma)$ de la ec 6.1 se especifica (o bien, $g(\tau)$ si γ se hace variable dependiente) y se aplica el criterio de Masing.

6.2 Modelos empíricos de Seed e Idriss

Seed e Idriss (1970), con base en resultados de laboratorio obtenidos por ellos y otros publicados en la literatura, propusieron la correlación empírica de la fig 6.3 para determinar la variación de G/G_{max} y de la relación de amortiguamiento vs la deformación angular γ , para arcillas saturadas.

Estos autores indican que la relación de la fig 6.3 a) es aproximada y que los resultados analizados presentan dispersión. La relación de la fig 6.3 b) también es aproximada y los datos revisados exhiben mayor dispersión que para el caso anterior. Estas relaciones se obtuvieron con base en datos de materiales arcillosos de diversos sitios, esencialmente arcillas con $w < 100 \%$ e $IP < 50 \%$.

Para emplear la relación G/G_{max} vs γ basta determinar G_{max} con alguna técnica de laboratorio o de campo. El valor de G a una deformación angular cualquiera se puede entonces estimar usando directamente la curva de la fig 6.3 a).

La relación de amortiguamiento para un valor de γ se obtiene directamente de la fig 6.3 b). Para usarla no se requiere ningún dato experimental, lo cual es un gran defecto.

De manera similar, Seed e Idriss (1970) proponen las curvas de la fig 6.4 para estimar la variación de G/G_{max} y la relación de amortiguamiento contra la deformación angular, para el caso de arenas. Se determina el valor de G_{max} en el

laboratorio o con un método de campo y por medio de la fig 6.4 a) se obtiene el valor de G a cualquier otra deformación angular. El amortiguamiento se determina directamente de la fig 6.4 b).

Las relaciones empíricas de Seed e Idriss aceptan, de manera implícita, que el comportamiento dinámico del suelo es el idealizado de la fig 6.1.

6.3 Modelo hiperbólico de Hardin-Drnevich

Hardin y Drnevich (1972 b) proponen que la rama virgen de la curva esfuerzo-deformación del suelo (ec 6.1) sea representada por una ecuación hiperbólica, fig 6.5. Esta hipótesis se basa en el estudio de Kondner (1963), el cual muestra que la curva esfuerzo-deformación de muchos suelos se puede ajustar a una hipérbola con buena aproximación. Los primeros autores sugieren la ecuación:

$$\tau = \frac{G_{max} \gamma}{1 + \frac{G_{max}}{\tau_r} \gamma} \quad (6.6)$$

En ella:

G_{max} módulo tangente inicial

τ_r resistencia del suelo al corte

Definen también una deformación angular de referencia (fig 6.5), como:

$$\gamma_r = \frac{\tau_r}{G_{max}} \quad (6.7)$$

Substituyendo esta ecuación en la 6.6 y ésta, a su vez, en la 6.3', se obtiene la expresión del módulo de cortante secante para cualquier deformación angular:

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad (6.8)$$

Definida 6.6 se puede obtener la expresión de la relación de amortiguamiento:

$$D = \frac{4}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\frac{\gamma}{\gamma_r}} \right) \left[1 - \frac{1}{\frac{\gamma}{\gamma_r}} \ln \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma_r} \right) \right] - \frac{2}{\pi} \quad (6.9)$$

o en términos de G/G_{\max}

$$D = \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 - \frac{G}{G_{\max}}} \left[1 - \frac{\frac{G}{G_{\max}}}{1 - \frac{G}{G_{\max}}} \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{G}{G_{\max}}} \right) \right] - \frac{2}{\pi} \quad (6.9')$$

Puede notarse en esta última expresión que la relación de amortiguamiento converge al valor $2/\pi$ (0.673) cuando G/G_{\max} tiende a cero (o sea cuando la deformación angular tiende a un valor infinito). Este valor límite es demasiado alto de acuerdo con la experiencia (Seed e Idriss, 1970; Ishihara, 1982).

Los parámetros que definen al modelo hiperbólico de Hardin-Drnevich son el módulo de cortante máximo y la resistencia al esfuerzo cortante. Como consecuencia de aplicar el criterio de Masing, una vez definidos experimentalmente estos parámetros, la relación de amortiguamiento se obtiene directamente sin que intervenga ningún valor experimental u observado. Esta característica del modelo impide ajustar los valores de amortiguamiento obtenidos en el laboratorio. Por esta razón Hardin y Drnevich (1972 b) propusieron usar en lugar de la ec 6.9' la relación empírica siguiente:

$$D = D_{max} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \quad (6.10)$$

en la que D_{max} es la relación de amortiguamiento obtenida a gran deformación angular; o sea cuando G/G_{max} tiende a cero. La expresión 6.10 no es compatible con el criterio de Masing; sin embargo, introduce un nuevo parámetro (D_{max}) que permite lograr un mejor ajuste con los datos experimentales. Por esta razón, esta ecuación y las correlaciones empíricas de Seed e Idriss son las más empleadas para estimar la relación de amortiguamiento a diferentes niveles de deformación angular.

Para emplear el modelo de Hardin-Drnevich basta conocer G_{max} y τ_r y sustituir estos valores en las ecs 6.7 y 6.8. Adicionalmente, para emplear la relación 6.10 se debe determinar D_{max} .

Puesto que se trata de un modelo dinámico, la determinación de G_{max} y τ_r debe hacerse de un ensaye dinámico. En la práctica el valor de G_{max} se puede obtener de un ensaye de columna resonante o de uno de medición de propagación de onda en el campo (Hardin y Drnevich, 1972b; Ishihara, 1982). Es costumbre estimar τ_r de un ensaye triaxial estático que puede hacerse en condiciones drenadas o no drenadas o, si se conoce, de la ley de resistencia de Mohr-Coulomb del suelo (Hardin y Drnevich, 1972 b; Ishihara, 1982), o bien de un ensaye dinámico triaxial o de corte simple en que se lleve el espécimen a la falla (Ishihara, 1982).

Estrictamente hablando, para determinar τ_r tanto el módulo G_{max} como τ_r deben obtenerse de la misma curva esfuerzo-deformación de un ensaye dinámico (triaxial o de corte simple) en que se lleve la muestra de suelo a la falla, en un tiempo equivalente al de la aplicación del esfuerzo cortante cíclico. Independientemente de que es posible hacer estos ensayos de laboratorio, habría que hacer varias pruebas llevando al suelo a la falla a distintos tiempos para observar su influencia en los parámetros G_{max} y τ_r , con objeto de hacer la elección más apropiada de estos parámetros al caso particular.

Casagrande y Shanon (1948) encontraron que la resistencia de arcillas sometidas a una carga súbita es del orden de 1.5 a 2 veces su resistencia en ensaye convencional y su módulo secante (a 0.5 de τ_r) dos veces mayor que el del ensaye

estático. Esto parece indicar que la relación entre σ/E_{\dots} (o τ/G_{\dots}) permanece constante para arcillas, independientemente del tiempo para llevar a la falla al suelo. Alberro e Hiriart (1973) concluyen algo similar para el caso de la arcilla del valle de México, ensayada en pruebas con diferente velocidad de deformación (aunque esencialmente estáticas). De ello se puede suponer que lo mismo ocurrirá para τ/G_{max} , lo cual requiere ser investigado experimentalmente. En el caso de arenas se tiene menos información.

Una forma de superar las dificultades planteadas es la siguiente: si la determinación de G_{max} se realiza en la columna resonante, entonces se tendrá la variación de G vs γ hasta la deformación angular límite del aparato (10^{-2} a 10^{-1} %); de la ec 6.8 se desprende que G/G_{max} es igual a 0.5

para $\gamma = \gamma_r$; por lo tanto, el valor de γ_r se puede obtener directamente de la curva experimental.

En la tabla 6.1 se dan valores de la deformación angular de referencia, γ_r , para distintos suelos (Ishihara, 1982 y Jaime, 1987):

Tabla 6.1 Valores típicos de γ_r

Tipo de suelo	γ_r (%)
arcilla	0.03 a 0.60
arcilla plástica (IP>150%)	0.10 a 1.00
arena	0.03 a 0.09
grava redonda	0.03 a 0.09
roca (fragmentos)	0.02 a 0.08

6.4 Modelo de Ramberg-Osgood

En el modelo de Ramberg-Osgood la rama virgen de la curva esfuerzo-deformación del suelo (ec 6.1, fig 6.1) está representada por:

$$\tau = \frac{G_y \gamma}{1 + \alpha \left(\frac{G_y \gamma}{G_y \gamma_y} \right)^{r-1}} \quad (6.11)$$

en la cual:

$$G_y = \frac{\tau_y}{\gamma_y}$$

Siendo τ_y y γ_y el esfuerzo cortante y la deformación angular de un punto característico de la curva virgen. α y r son unas constantes que permiten ajustar la forma y la posición de la curva.

Existen varias posibilidades para elegir el punto característico (γ_y , τ_y). Sin embargo, es recomendable hacerlo de manera que no sea ambiguo y tenga un significado físico (Ishihara, 1982). Así, por ejemplo, Richart (1975) propone definir τ_y y γ_y como :

$$\tau_y = c_1 \tau_r ; \quad \gamma_y = c_1 \frac{\tau_r}{G_{max}} = c_1 \gamma_r \quad (6.12)$$

en la que c_1 es una constante menor que uno. Es decir, τ_y y γ_y son una fracción de la resistencia del suelo y de la deformación angular de referencia, respectivamente.

Hara (1980, citado por Ishihara, 1982) sugiere que τ_y y γ_y sean la resistencia al corte del suelo, τ_r , y la deformación angular de referencia, γ_r , respectivamente, tal como se planteó originalmente el modelo. Esta sugerencia es la más razonable, ya que agregar una tercera constante (c_1) arbitraria no tiene sentido. En lo que sigue se considera que $\tau_y = \tau_r$ y $\gamma_y = \gamma_r$. Sustituyendo estos valores en la ec 6.11, la expresión para la relación G/G_{max} queda:

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{G}{G_{max}} \right)^{r-1}} \quad (6.13)$$

Una vez definida 6.11 y aplicando el criterio de Masing se obtiene que la relación de amortiguamiento es:

$$D = \frac{2}{\pi} \frac{r-1}{r+1} \alpha \frac{\left(\frac{G}{G_{\max}} \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{r-1}}{1 + \alpha \left(\frac{G}{G_{\max}} \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{r-1}} \quad (6.14)$$

Combinando las ecs 6.13 y 6.14 se obtiene la expresión:

$$D = \frac{2}{\pi} \frac{r-1}{r+1} \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \quad (6.15)$$

Esta última ecuación es de forma similar a la relación empírica de Hardin-Drnevich (ec 6.10). Se prefiere utilizar la relación empírica en lugar de la ec 6.15, ya que el ajuste de esta ecuación con los datos experimentales muchas veces no es apropiado.

En resumen, en el modelo de Ramberg-Osgood se emplean cuatro parámetros para representar las propiedades dinámicas del suelo. Estos son γ_r , G_{\max} (σ_{γ_r}), α y r .

γ_r y G_{\max} se pueden determinar de la misma manera que la indicada para el modelo de Hardin-Drnevich. Incluso se sugiere que si se conoce la curva de G/G_{\max} vs γ de un ensayo de columna resonante, directamente se tome como γ_r el valor para el cual $G/G_{\max} = 0.50$.

El parámetro α se puede determinar sustituyendo en la ec 6.13 los valores $\tau = \tau_r$ y $\gamma = \gamma_r$ ($G = \tau_r/\gamma_r$). Queda así:

$$\alpha = \frac{\gamma_r}{\gamma_r} - 1 \quad (6.16)$$

La mayoría de los suelos tienen una deformación angular a la falla en el intervalo $1 < \gamma_r < 6 \%$. Sin embargo, no hay una regla definida en función de alguna propiedad índice o del tipo de suelo que permita predecir cuál es la magnitud de esta deformación angular.

El parámetro r puede determinarse a partir de un valor de D para cierta G/G_{max} y sustituyendo estos valores en la ec 6.15. O bien, si se conocen D y G en el momento de la falla, y por supuesto G_{max} .

El modelo de Ramberg-Osgood tiene esencialmente la misma forma que el hiperbólico de Hardin-Drnevich; sin embargo, permite hacer un mejor ajuste de los datos experimentales con las constantes α y r .

En la tabla 6.2 se dan algunos valores típicos de los parámetros α y r y de la relación de amortiguamiento máxima D_{max} (a grandes deformaciones angulares, $\approx 5 \%$) para diferentes suelos (Ishihara, 1982 y Jaime, 1987).

Tabla 6.2 Valores típicos de α , r y D_{max} .

Tipo de suelo	α	r	D_{max} (%)
arcilla	2 a 50	1.65 a 2.8	15 a 30
arcilla plástica (IP>150%)	1 a 10	1.65 a 3.0	10 a 15
arena	20 a 100	2.30 a 4.4	25 a 40
grava	40 a 120	1.90 a 3.4	20 a 35

6.5 Modelo hiperbólico general

Además de los modelos anteriores que siguen la regla de Masing, existen otros que no la siguen estrictamente, a los que se les puede llamar tipo Masing, tal como el de Davidenkov (Martin, 1975).

En este modelo se proponen dos ecuaciones básicas para carga y descarga:

$$\text{(carga)} \quad \frac{d\tau}{d\gamma} = G_{max} [1 - F(\gamma - \gamma_{min})] \quad (6.17)$$

$$\text{(descarga)} \quad \frac{d\tau}{d\gamma} = G_{max} [1 - F(\gamma_{max} - \gamma)] \quad (6.17')$$

Partiendo de este modelo, Martin (1975) demostró que la variación de G/G_{max} vs γ se puede escribir como:

$$\frac{G}{G_{\max}} = 1 - H(\gamma) \quad (6.18)$$

en la cual,
$$H(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \int_0^{\gamma} F(2n) \, dn \quad (6.19)$$

De hecho, $H(\gamma)$ es una función que se puede proponer con base en resultados de laboratorio. Conocida $H(\gamma)$ se determina $F(2n)$, diferenciando la ec 6.19. Substituyendo esta función en la ec 6.17 e integrando se obtienen las ecuaciones que representan la relación esfuerzo-deformación para carga y descarga. De esta manera también se puede obtener la relación de amortiguamiento de acuerdo con la expresión 6.5.

Como se vio en la discusión del modelo de Hardin-Drnevich, el ajuste de la curva esfuerzo-deformación (o de los resultados G vs γ) con una hipérbola es suficientemente aproximado. Por tanto, Jaime (1987) propuso como $H(\gamma)$ la función:

$$H(\gamma) = \frac{\frac{\gamma}{\gamma_r}}{a + b \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad (6.20)$$

Aceptando como válido el modelo de Martín-Davidenkov, se tiene que:

$$\frac{G}{G_{\max}} = 1 - \frac{\frac{y}{y_r}}{a + b \frac{y}{y_r}} \quad (6.21)$$

Esta ecuación es un modelo hiperbólico general (Jaime, 1987), en la cual los parámetros de ajuste con los datos experimentales son a , b y y_r . Obsérvese que si $a = b = 1$, la expresión se reduce a la de Hardin-Drnevich (ec 6.8).

Los resultados de laboratorio G vs y se pueden ajustar de manera muy sencilla al modelo hiperbólico general. Para obtener los parámetros a y b se lleva a cabo una transformación de ejes de la hipérbola de la ec 6.21. Previamente se elige el valor más adecuado de y_r . Entonces, se hace eje de las abscisas a y/y_r y de las ordenadas a $(y/y_r)/(1-G/G_{\max})$; de esta manera, si los datos experimentales se ajustan a una hipérbola, en el sistema de ejes transformados deben alinearse en una recta. La ecuación de la recta se puede obtener por medio de la técnica de mínimos cuadrados. La ordenada al origen de ésta es el parámetro a y su pendiente el b . Obtenidos estos parámetros se dibuja la curva con el conjunto de datos y por inspección visual se acepta como una primera aproximación, o bien, definitiva; si se está en el primer caso se procede por tanteos a encontrar la curva que mejor se ajuste al conjunto de datos de laboratorio.

Si se usa este modelo se recomienda emplear la variación de D vs γ que se obtiene de la relación empírica 6.10 o las figuras 6.3 y 6.4 propuestas por Seed e Idriss (1970); o bien, la curva que mejor se ajuste a los datos experimentales.

6.6 Efecto del número de ciclos de carga en el valor de G

Como se mencionó al inicio del capítulo, todos los modelos discutidos aquí consideran que el suelo no se degrada con el número de ciclos de aplicación del esfuerzo dinámico. Sin embargo, los datos experimentales, especialmente de ensayos triaxial cíclico con consolidación anisotrópica y de corte simple, muestran claramente que existe una degradación del material. Este efecto ha sido observado por varios autores (Thiers y Seed, 1968; Idriss et al, 1978; Jaime, 1987).

Para tomar en cuenta este efecto, Idriss et al (1978) proponen como medida de la degradación a la ecuación siguiente:

$$\delta = \frac{G_N}{G_1} = N^{-t} \quad (6.22)$$

en la cual:

- δ índice de degradación
- t parámetro de degradación
- N número de ciclo de carga de igual amplitud
- G_N módulo de cortante en el ciclo N
- G_1 módulo de cortante en el ciclo número 1

El módulo de cortante G_n se estima multiplicando al G_1 por el parámetro δ . El G_1 se obtiene de alguno de los modelos de los incisos anteriores a la deformación angular bajo consideración, y el parámetro δ del n -ésimo ciclo se estima de la expresión 6.22. En el caso de un análisis numérico por computadora se tiene que llevar la cuenta del número del ciclo de aplicación de la carga.

6.7 Ajuste de datos experimentales

Para determinar la curva G_{max}/G en todo el intervalo de deformación angular se requieren hacer ensayos de columna resonante y triaxial cíclico (cap 4) y combinar los resultados. Lo más común es que estas pruebas se hagan consolidando isotrópicamente a las muestras de suelo. Debe tenerse en cuenta que solo se deben mezclar los datos de muestras de suelo consolidadas bajo las mismas condiciones de esfuerzo, ya que la respuesta del suelo es diferente en función de estas condiciones (cap 3).

El conjunto de datos de la pruebas de columna resonante y triaxial cíclica se normalizan dividiendo el módulo G entre el G_{max} determinado en columna resonante. Así se tiene una colección de puntos que se dibujan en el espacio de ejes G/G_{max} vs γ . A este conjunto de puntos se le ajusta el modelo elegido.

En el cap 5 se hace una discusión y comparación de los resultados que se obtienen en campo y en el laboratorio. Ahí

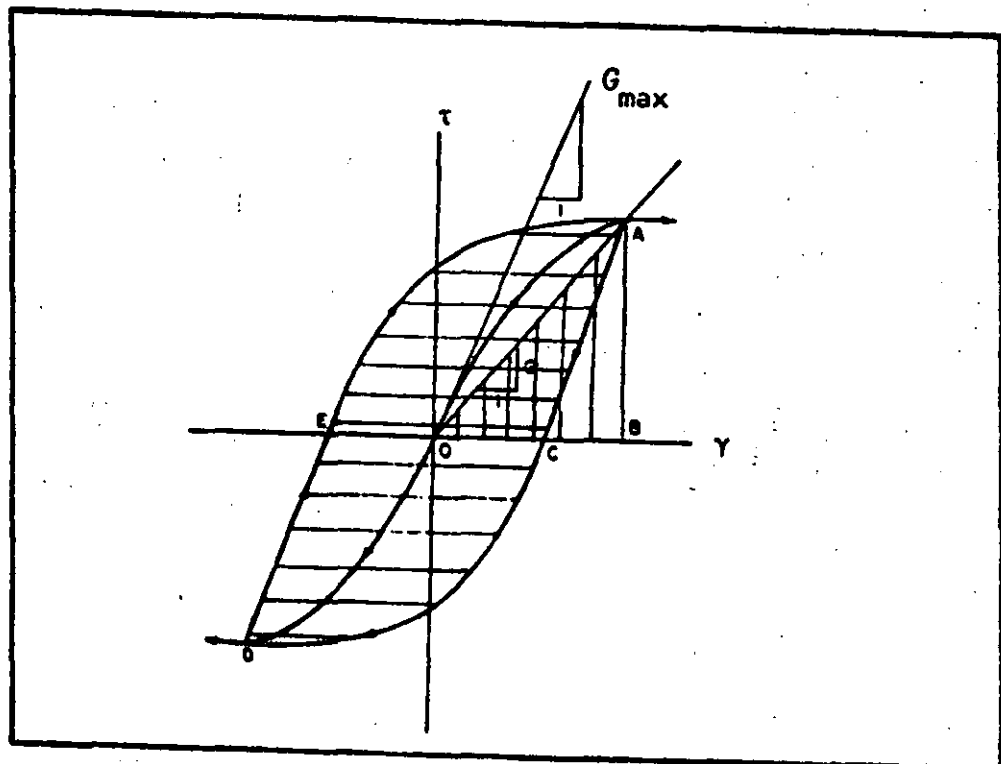
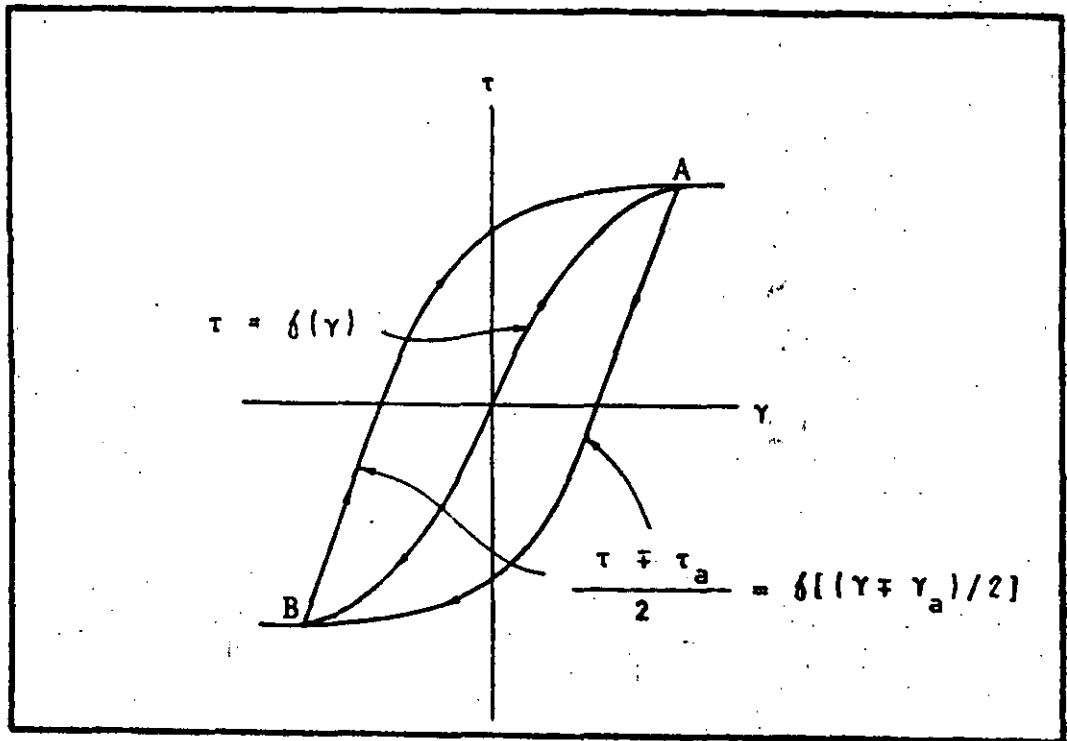
se menciona que la relación $G_{\max(\text{campo})}/G_{\max(\text{lab})}$ varía entre 1 y 4 para el caso de arcillas cuyas velocidades de propagación de ondas de corte sean entre 80 y 400 m/s, respectivamente. Por ello, si se tienen resultados tanto de laboratorio como de campo, al utilizar las curvas de variación de G con la deformación angular se recomienda hacer un ajuste multiplicando por el valor de esta relación al valor de G obtenido a la deformación angular correspondiente (Anderson, 1980). De esta manera, se toma en cuenta el efecto de la relación de esfuerzos principales de consolidación que existe en el campo y la alteración del suelo al muestrearlo.

De resultados de pruebas triaxiales cíclicas con consolidación anisotrópica, en el caso de arcillas blandas cuya relación $G_{\max(\text{campo})}/G_{\max(\text{lab})}$ es cercana a uno, se ha observado que la variación de G/G_{\max} vs γ se mueve hacia la derecha (es decir, se aumenta el intervalo de comportamiento casi elástico del material). Por comparación entre datos de laboratorio y campo parece que la magnitud de G_{\max} no se altera. Este aspecto merece ser investigado más, por medio de ensayos de columna resonante con consolidación anisotrópica.

Si se obtiene la variación de G vs γ en ensaye de columna resonante y triaxial cíclico debe hacerse a la presión confinante equivalente al esfuerzo normal octaédrico en el campo (en su caso, incluyendo la acción de las cargas

externas); o mejor aún, si el equipo lo permite, consolidando el espécimen de suelo a una relación de esfuerzos principales equivalente a la esperada en el problema particular.

Si solo se determina G_{max} con un ensaye de campo, el resultado de éste (con ayuda de algún modelo) puede ser directamente aplicado para análisis de campo libre; sin embargo, puede no ser aplicable para análisis de interacción suelo-estructura, ya que el estado de esfuerzos inicial del suelo se modifica por las acciones externas, y por tanto su G_{max} . Es decir, no debe olvidarse que el efecto del nivel de esfuerzos de consolidación (presión confinante) va incluido directamente en los valores de G . Por tanto, es crucial determinar la variación de G vs γ bajo las condiciones de esfuerzo esperadas en campo.



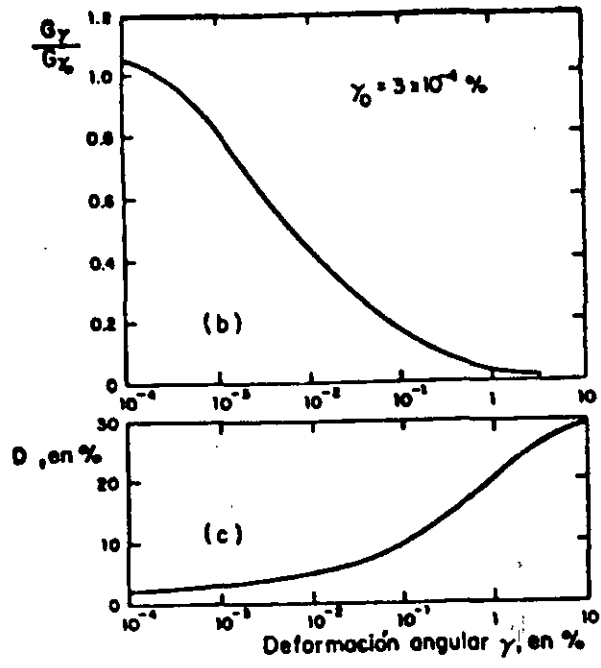


Fig 6.3 Módulo de cortante dinámico y relación de amortiguamiento de arcillas saturadas (Seed e Idriss, 1970)

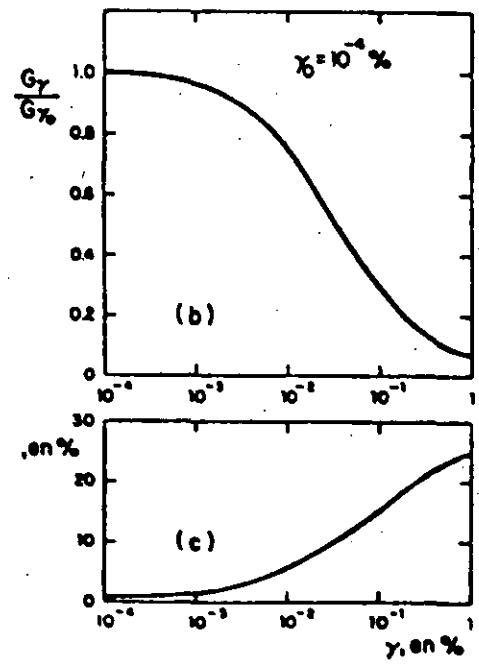


Fig 6.4 Módulo de cortante dinámico y relación de amortiguamiento de arenas (Seed e Idriss, 1970).

CURVA ESFUERZO DEFORMACION IDEALIZADA MODELO HIPERBOLICO

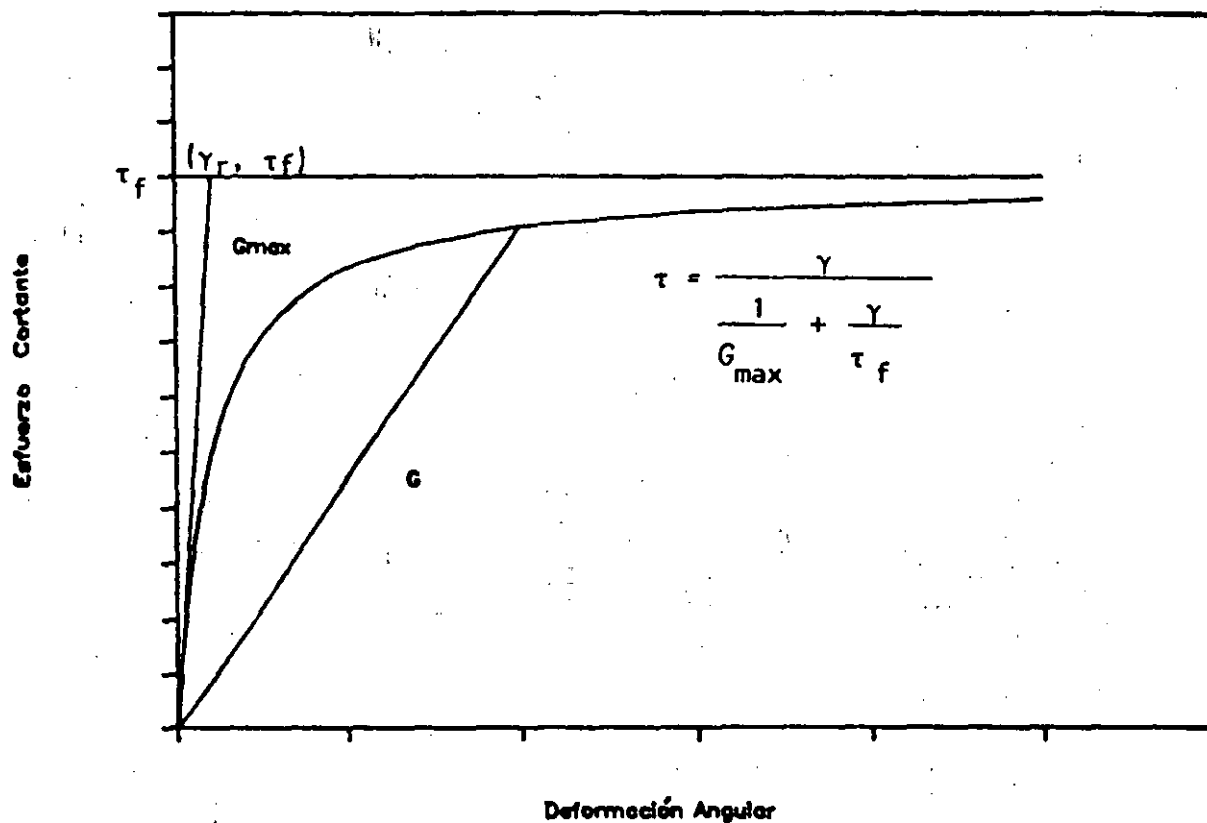


Fig 6.5. Curva esfuerzo-deformación, Modelo hiperbólico

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

7. LICUACION DE ARENAS

7.1 Generalidades

En los capítulos anteriores se ha discutido el comportamiento dinámico de suelos sometidos a niveles de deformación pequeños. Las arenas saturadas sometidas a esfuerzos que inducen deformaciones grandes exhiben un comportamiento peculiar, llamado genéricamente licuación.

Tal vez, Terzaghi en 1925 fue el primer autor que dió una explicación al fenómeno de licuación (citado por Castro, 1969). El empleó indistintamente los términos "licuación espontánea", "flujo" y "movilidad". Explicó el fenómeno indicando que si un depósito de arena tiene estructura colapsable (estática o cíclica), la estructura del material puede fallar provocando un incremento de presión en el agua tal que el esfuerzo efectivo se hace cero. Posteriormente, diversos autores han empleado los términos "licuación total", "licuación parcial", "movilidad cíclica", etc. (Seed y Lee, 1966; Castro, 1969; Youd, 1973). Alrededor del tema, además, han surgido conceptos tales

como: relación de vacíos crítica, aceleración crítica, susceptibilidad a licuación y otros.

El exceso de terminología ha provocado que el estudio de este tema sea en un principio muy confuso. Por esta razón, en lo que sigue se describirá cómo se ha manifestado el fenómeno de licuación en el campo, y las características de los suelos susceptibles. Además, se hace una presentación cronológica de las investigaciones realizadas sobre el fenómeno de licuación. De esta manera, se podrá apreciar la evolución experimentada en este campo.

Básicamente, para el estudio de licuación se han desarrollado cuatro criterios: a) relación de vacíos crítica (Casagrande, 1936); b) aceleración crítica, (Maslov, 1958); c) ensayos cíclicos (Seed y Lee, 1966); y d) relaciones empíricas (Christian y Swiger, 1975; Seed, 1979).

7.2 Manifestaciones de licuación y características de los suelos susceptibles

Algunas estructuras que han sido afectadas por la licuación son: presas, terraplenes, bordos y taludes naturales, así como muros de contención, estructuras apoyadas en pilotes, tablestacas, cimentaciones superficiales y depósitos de agua enterrados.

Se han identificado varias causas que han originado licuación: a) incremento monótonico de esfuerzos, b) incremento monótonico de deformaciones, c) cargas cíclicas

inducidas por sismo, y d) cargas cíclicas inducidas por maquinaria, tránsito pesado, explosiones y otras.

Las características de algunos sismos que han provocado licuación se encuentran en la tabla 7.1. Las aceleraciones máximas registradas en diferentes sitios afectados son menores de 500 gals y el epicentro se ha localizado a corta distancia del lugar (100 km). La intensidad en la escala de Mercalli modificada ha sido mayor de VI.

Han aparecido grietas y volcanes de arena en el terreno natural. La aparición de los volcanes de arena que expelen agua y arena, indica, sin lugar a dudas, que se incrementa la presión de poro, por lo que el fenómeno se desarrolla a volumen constante o casi constante; o sea que la permeabilidad del medio debe ser baja (menor de 10^{-3} cm/seg) y el volumen de material muy grande, para que la velocidad de disipación de la presión de poro sea baja.

No se encuentran planos de deslizamiento definidos, ni abultamientos del terreno alrededor de las estructuras que se hundan o desploman; algunas estructuras enterradas "flotan", y en el caso de taludes, grandes volúmenes de material fluyen cubriendo distancias considerables en poco tiempo.

A partir de algunas descripciones de fallas debidas a licuación (Casagrande, 1965; Castro, 1969; Marsal, 1961; Ohsaki, 1966; Seed et al, 1975; Jaime et al, 1979a), se sabe

como: relación de vacíos crítica, aceleración crítica, susceptibilidad a licuación y otros.

El exceso de terminología ha provocado que el estudio de este tema sea en un principio muy confuso. Por esta razón, en lo que sigue se describirá cómo se ha manifestado el fenómeno de licuación en el campo, y las características de los suelos susceptibles. Además, se hace una presentación cronológica de las investigaciones realizadas sobre el fenómeno de licuación. De esta manera, se podrá apreciar la evolución experimentada en este campo.

Básicamente, para el estudio de licuación se han desarrollado cuatro criterios: a) relación de vacíos crítica (Casagrande, 1936); b) aceleración crítica, (Maslov, 1958); c) ensayos cíclicos (Seed y Lee, 1966); y d) relaciones empíricas (Christian y Swiger, 1975; Seed, 1979).

7.2. Manifestaciones de licuación y características de los suelos susceptibles

Algunas estructuras que han sido afectadas por la licuación son: presas, terraplenes, bordos y taludes naturales, así como muros de contención, estructuras apoyadas en pilotes, tablestacas, cimentaciones superficiales y depósitos de agua enterrados.

Se han identificado varias causas que han originado licuación: a) incremento monotónico de esfuerzos, b) incremento monotónico de deformaciones, c) cargas cíclicas

inducidas por sismo, y d) cargas cíclicas inducidas por maquinaria, tránsito pesado, explosiones y otras.

Las características de algunos sismos que han provocado licuación se encuentran en la tabla 7.1. Las aceleraciones máximas registradas en diferentes sitios afectados son menores de 500 gals y el epicentro se ha localizado a corta distancia del lugar (100 km). La intensidad en la escala de Mercalli modificada ha sido mayor de VI.

Han aparecido grietas y volcanes de arena en el terreno natural. La aparición de los volcanes de arena que expelen agua y arena, indica, sin lugar a dudas, que se incrementa la presión de poro, por lo que el fenómeno se desarrolla a volumen constante o casi constante; o sea que la permeabilidad del medio debe ser baja (menor de 10^{-3} cm/seg), y el volumen de material muy grande, para que la velocidad de disipación de la presión de poro sea baja.

No se encuentran planos de deslizamiento definidos, ni abultamientos del terreno alrededor de las estructuras que se hunden o desploman; algunas estructuras enterradas "flotan", y en el caso de taludes, grandes volúmenes de material fluyen cubriendo distancias considerables en poco tiempo.

A partir de algunas descripciones de fallas debidas a licuación (Casagrande, 1965; Castro, 1969; Marsal, 1961; Ohsaki, 1966; Seed et al, 1975; Jaime et al, 1979a), se sabe

que han ocurrido en depósitos de arenas finas, limos arenosos, o arenas limosas de compacidad suelta a media. En la fig 7.1 se muestran las envolventes de las curvas granulométricas de varios suelos que se han licuado.

Los suelos naturales susceptibles son, geológicamente hablando, arenas o limos aluviales de deposición reciente, en estado de muy suelto a medio; abanicos aluviales, planicies de inundación o terrazas y diques de aluvión fino. Formaciones arcillosas de alta sensibilidad con intercalaciones de materiales granulares finos, parecen ser licuables también.

Algunos rellenos artificiales de materiales granulares finos no compactados, varias presas construidas con el método de relleno hidráulico, así como, depósitos de desperdicios de minas, jales (Dobry y Alvarez, 1967), han sido severamente dañados bajo la acción de un sismo.

En la mayoría de los casos, los suelos han estado totalmente saturados. Sin embargo, hay evidencias de licuación de suelos secos, bajo la acción de un sismo, como los depósitos de Loess de la provincia de Kansú en China, en el año de 1920, Close y Mc Cormik, 1922.

Como se aprecia en la fig 7.1, los suelos susceptibles a licuarse son de granulometría uniforme y particularmente arenas limosas poco plásticas. Si los limos son plásticos o tienen un alto contenido de arcillas, es poco probable que

sean licuables; así mismo, aluviones finos cementados ligeramente por acumulaciones de carbonatos y otros agentes son poco susceptibles, mientras no se rompa la liga entre los granos.

La mayoría de los suelos que han experimentado este fenómeno, se encontraban en estado medio a muy suelto; es decir, una compacidad relativa, C_r , menor de 60%. ($C_r = (e_{max} - e_{nat}) / (e_{max} - e_{min})$). Por otro lado, el nivel de aguas freáticas se encontró a menos de 3 m de profundidad.

7.3 Relación de vacíos crítica

La evidencia experimental ha demostrado que los especímenes de arena suelta bajo la acción de un esfuerzo desviador disminuyen su volumen, y las probetas de arena compacta lo aumentan, fig 7.2. Esto llevó a Casagrande (1936) a la conclusión de que el decremento de volumen de una arena en estado suelto y el incremento de volumen en estado denso tendería a producir la misma "compacidad crítica" o "relación de vacíos crítica", en la cual un suelo no-cohesivo puede deformarse o fluir continuamente sin cambio de volumen.

Para determinar la relación de vacíos crítica de una arena, Casagrande hizo varios intentos; primero en prueba de corte directo y después en pruebas triaxiales consolidadas drenadas (Prueba CD); lográndolo con este último ensaye. Estas pruebas mostraron que a una presión confinante dada,

los especímenes de arena suelta reducen su volumen durante la aplicación del esfuerzo desviador y lo incrementan ligeramente poco antes de alcanzar la falla (fig 7.2). Las probetas de arena densa reducen ligeramente su volumen al inicio del ensaye y posteriormente lo incrementan (fig 7.2). Las curvas esfuerzo-deformación de arenas compactas tienen un máximo bien definido, y las probetas presentan uno o varios planos de falla poco después de alcanzar el máximo.

Una vez que aparecen los planos de falla en las muestras de arena densa, los cambios de volumen suceden principalmente en la zona de planos. Por esta razón, el cambio de volumen referido al volumen total de la probeta no puede ser correlacionado con el cambio en la relación de vacíos dentro de las zonas de falla.

Por otro lado, las muestras de arena suelta requieren ser llevadas a deformaciones axiales muy grandes para alcanzar la condición de deformación continua a volumen constante y en las pruebas triaxiales solo se obtiene de manera aproximada.

Las limitaciones mencionadas llevaron a Casagrande a definir la relación de vacíos crítica menor. Esta se obtiene en triaxial CD, de varios ensayes a igual presión confinante (σ_c) en probetas de arena con distintas relaciones de vacíos. Se determina el cambio de volumen correspondiente al máximo esfuerzo desviador ($\sigma_1 - \sigma_3$). Se hace la gráfica cambio de volumen vs relación de vacíos inicial; se unen los

puntos con una curva y la relación de vacíos correspondiente al cambio de volumen nulo es la relación de vacíos crítica a la presión confinante correspondiente a la serie de pruebas. La curva de relación de vacíos crítica vs presión confinante se obtiene de varias series de pruebas con distintas presiones confinantes, línea e_c de la fig 7.3.

Puesto que la relación de vacíos crítica divide el comportamiento dilatante (bajo la curva) y contractivo de una arena (arriba de ella), Casagrande la propuso como una medida para investigar la susceptibilidad a licuación de una arena. Dicho de otra manera, cuando se impide el cambio de volumen de un espécimen contractivo sujeto a esfuerzo desviador, se incrementa la presión de poro y disminuye su resistencia al esfuerzo cortante; a diferencia de un espécimen dilatante en el que disminuye la presión de poro y se incrementa su resistencia al corte.

El mismo Casagrande (1965) encontró que las arenas de Fort Peck (que se habían licuado) tenían relaciones de vacíos menores que la crítica obtenida en el laboratorio, y por tanto su comportamiento debía haber sido dilatante; sin embargo, sufrieron licuación. Esto indicó que la relación de vacíos crítica e_c no divide al comportamiento dilatante del contractivo de las arenas. D.W. Taylor (1948) demostró que la relación de vacíos crítica e_c depende de la forma en la que se consolida el espécimen, hidrostáticamente o con una relación de esfuerzos principales diferente de uno.

El criterio de "relación de vacíos crítica menor" fue abandonado por las limitaciones comentadas anteriormente. Castro (1969) obtuvo la línea de relación de vacíos crítica a partir de pruebas triaxiales consolidadas no drenadas con medición de presión de poro (pruebas CU). Por brevedad se distinguirán ambas líneas de relaciones de vacíos críticas como e_c y e_{cr} .

La línea e_{cr} se determina a partir de los resultados obtenidos con muestras de arena que exhiben comportamiento contractivo en pruebas triaxiales CU. Para realizar este ensaye se consolida hidrostáticamente la muestra de arena. Una vez concluida esta fase, se impide el drenado de la probeta, con objeto de mantener la condición de prueba a volumen constante durante la etapa de carga axial. El esfuerzo desviador se aplica mediante incrementos monotónicamente crecientes midiendo la variación de la presión de poro y la deformación axial del espécimen.

Los especímenes de arena de comportamiento dilatante tienen curvas esfuerzo-deformación y presión de poro-deformación como las mostradas en la fig 7.4. En la primera parte de la curva esfuerzo-deformación la muestra tiene una cierta rigidez hasta un punto en el que se presenta una disminución bien marcada de ella y una deformación apreciable; al final de esta última se inicia el decremento en la presión de poro y la muestra de arena recupera rigidez (menor que la inicial). El espécimen no falla y la prueba se suspende.

bien sea porque la presión en el agua intersticial disminuya tanto que sea menor que la atmosférica y se produzca cavitación, o si esta se previene (mediante contrapresión) por deformación considerable de la probeta.

Los especímenes de arena contractivos exhiben un comportamiento esfuerzo-deformación, en el cual la muestra al inicio presenta una cierta rigidez más o menos constante con el nivel de carga, hasta un punto en el cual pierde súbitamente gran parte de su resistencia; este punto coincide con el inicio de un incremento muy rápido de la presión de poro, que se eleva hasta un valor cercano al de la presión confinante. La diferencia entre esta presión y la máxima presión de poro (u) desarrollada es la presión confinante efectiva de falla σ_{3F} . Esta es la presión confinante efectiva a la cual una muestra de arena, con una relación de vacíos dada (prueba a volumen constante), fluye continuamente con una resistencia al cortante muy pequeña. Con estos datos se obtiene la línea de relación de vacíos crítica e_F , fig 7.3. Como se aprecia en esta figura la línea e_F se encuentra debajo de la e_c .

La línea e_F está definida en condiciones de falla y a partir del comportamiento contractivo de la arena. Por otra parte, los especímenes de arena de comportamiento dilatante cruzan la línea e_F hacia la zona contractiva, sin que se presente la condición de flujo o deformación continua. Castro (1969) supone que llegan hasta la línea e_c , pero se requiere que la

muestra de arena sea deformada más allá de los límites tolerables en la cámara triaxial. Lo anterior contradice lo que se mencionó en el primer párrafo de este subcapítulo.

Casagrande (1976) supone que la existencia de las dos líneas de relaciones de vacíos críticas e_s y e_f indican que es posible que la arena tenga diferentes estructuras. Considera que la arena durante la licuación desarrolla una estructura de mínima resistencia o fluidal (Flow Structure), la cual queda representada por la línea e_f . La línea e_s representa la condición de relación de vacíos crítica de la arena cuando tiene una estructura normal. El concepto de estructura fluidal fue desarrollado pensando que durante el flujo cada grano del material está girando constantemente en relación con los que lo rodean, de tal manera que ofrecen un mínimo de resistencia por fricción. Postuló que tal estructura se desarrolla por una reacción en cadena, existe solo durante el flujo y cuando el flujo cesa los granos se rearreglan para terminar en una estructura normal, ligeramente más densa que la inicial.

El concepto de la relación de vacíos crítica involucra el estado de compacidad del material y el esfuerzo de confinamiento actuante. No intervienen como variables el tipo de excitación, dinámica o estática, ni su magnitud. Casagrande y Castro admiten que la relación de vacíos crítica explica el fenómeno durante la falla y no en condiciones de vibración o impactos. Por tanto, este

critério no se ve como el más apropiado para determinar la susceptibilidad a licuación de arenas bajo sismo.

Sin embargo, el concepto de relación de vacíos crítica e, permite conocer la susceptibilidad a licuación de depósitos arenosos sometidos a cargas o deformaciones monotónicamente crecientes.

7.4 Aceleración crítica

Florin e Ivanov (1961) afirman que las condiciones necesarias para que se produzca licuación son: el colapso de la estructura granular, con la posibilidad de que la arena se consolide y saturación total o parcial de la masa de suelo.

Debido a la gran variedad de factores que pueden provocar el colapso de la arena, Florin e Ivanov (1961) proponen que el criterio para definir la posibilidad de dicho colapso no debe ser la relación de vacíos crítica, sino valores "críticos" de la intensidad de la perturbación dinámica (por ejemplo: aceleración), condiciones de esfuerzo en el suelo o peso de la sobrecarga y el gradiente hidráulico del agua que fluye a través de la arena.

Maslov (1958, 1961) propuso una teoría de filtración para explicar el fenómeno de licuación. De observaciones se sabe que una arena sujeta a una vibración de cierta intensidad puede compactarse, y que este efecto es mayor si el medio es suelto y la intensidad de vibración alta. Si la arena está

saturada solo es posible el cambio de compacidad de la masa si el agua fluye (por incremento de presión de poro). Si se supone un manto de arena descansando en un estrato impermeable, el flujo del agua tendría que ocurrir hacia la superficie. En este caso se generaría en la masa de arena un flujo de agua ascendente con un gradiente variable con la profundidad de la masa. Con estas hipótesis Maslov propone unas ecuaciones que se omiten porque no se ven de utilidad para lo que sigue.

Lo más importante de los trabajos de Maslov es el concepto de aceleración crítica, el cual se plantea como la amplitud de aceleración (intensidad de vibración) arriba de la cual se provoca incremento de presión en el agua intersticial de la arena; es decir, sólo es posible el incremento en la presión de poro si la aceleración es mayor que la crítica. La magnitud de esta debe determinarse experimentalmente para cada material; depende de las propiedades del suelo, su compacidad (la más importante), la amplitud y la frecuencia de oscilación.

El término aceleración crítica puede asociarse a una deformación o esfuerzo crítico, debajo de los cuales no se genera presión de poro en la arena. En efecto, Drnevich (1972) demostró que se requieren deformaciones angulares superiores a 0.15% para que especímenes de arena saturada desarrollen una presión de poro significativa. Desde luego,

este límite varía algo en función de la compacidad de la arena y del esfuerzo confinante a que esté sometida.

Por otra parte, de mediciones de campo hechas por Ishihara (1981) se concluye algo similar a lo observado por Maslov y Drnevich en el laboratorio. Las mediciones de Ishihara fueron llevadas a cabo en una isla localizada en la Bahía de Tokio. Este sitio fue instrumentado colocando un acelerógrafo en la superficie y trasductores de presión de poro a varias profundidades, los instrumentos de medición de presión se arrancaban automáticamente cuando el acelerógrafo entraba en operación. Los trasductores de presión de poro quedaron embebidos en estratos de arena fina limosa de muy sueltos a sueltos.

En la fig 7.5 se observa que la presión de poro oscila sin acumularse (debido al efecto de las ondas P) hasta que de pronto se alcanza una aceleración máxima horizontal en la superficie (compuesta) de 115 gals (0.11 g) y se genera un incremento inmediato de u . La aceleración de los siguientes ciclos fue menor que la magnitud del pulso que indujo el incremento de presión de poro, en los registros se observa que u no se incrementa más; al contrario se disipa.

Esta evidencia fortalece el concepto de la aceleración crítica de Maslov. De aquí también se concluye que en el campo, la arena bajo la acción de un sismo no incrementa monotónicamente su presión de poro sino que lo hace a

saltos, conforme los ciclos de aceleración inducidos por sismo rebasan una cierta magnitud.

El concepto de aceleración crítica toma en cuenta las variables que intervienen en el caso de licuación inducida por sismo. Sin embargo, la determinación de la aceleración crítica debe hacerse en muestras de grandes dimensiones (una tonelada de material) montadas en mesa vibradora. Esto lo hace impráctico y costoso.

Por otra parte, no ha sido posible observar en el campo si un estrato que se ha licuado aumenta su compacidad. La información que se tiene parece indicar lo contrario (Jaime et al., 1979 a y b). Por esta razón, la teoría de filtración se cree que no representa lo que sucede en el campo; es decir, no ha sido verificada.

7.5 Ensayes Cíclicos

El criterio de ensayes cíclicos hace uso de pruebas con aplicación de cargas repetidas, ya sea triaxial cíclica o de corte simple cíclico (cap 4). Se han realizado ensayes de torsión cíclica y de mesa vibradora en grandes muestras, pero han sido más bien con propósitos de investigación y no ha sido posible incorporarlos a la práctica de la ingeniería.

Los ensayes triaxial cíclico y de corte simple cíclico simulan, con las limitaciones de laboratorio, las

condiciones de esfuerzo a las que se ve sometido el suelo bajo la acción de un temblor.

Seed y Lee (1966) propusieron la prueba triaxial cíclica para estudiar la susceptibilidad a licuarse de arenas finas saturadas bajo la acción de un sismo. En ellas se intenta reproducir el esfuerzo cortante cíclico inducido en un estrato de arena horizontal (fig 7.5), ocasionado por las ondas de cortante sísmicas que se propagan de las capas más profundas hacia la superficie del terreno (teoría de amplificación unidimensional).

Para lograr las condiciones de esfuerzo cortante cíclico alternante de la fig 7.6, en el plano a 45° de un espécimen de arena, en prueba triaxial, es necesario: 1) consolidar hidrostáticamente la muestra de suelo, 2) variar cíclicamente el esfuerzo confinante en $\pm \sigma_{dc}/2$ (σ_{dc} , esfuerzo desviador cíclico), y 3) variar cíclicamente el esfuerzo confinante en $\mp \sigma_{dc}/2$. De este modo el esfuerzo normal en el plano a 45° permanece constante y se induce esfuerzo cortante que alterna de sentido. Sin embargo, este procedimiento es complicado de llevar a cabo en el laboratorio. Por tal motivo, Seed y Lee modifican las condiciones de ensaye, mantienen constante la presión confinante y tan solo varían cíclicamente el esfuerzo desviador. La aplicación del desviador se hace en condiciones de volumen constante. La frecuencia de aplicación del σ_{dc} más usual es entre 1 y 2 Hz, porque es la

frecuencia dominante de los sismos de interés en este problema.

El comportamiento de las muestras de arena en estado suelto, sometidas al ensaye propuesto por Seed y Lee, se caracteriza por un aumento gradual de la presión de poro, u , sin que haya deformación axial apreciable, hasta que se produce un incremento de u (mayor que los anteriores), que eleva la presión intersticial al mismo valor de la confinante y el espécimen se deforma súbitamente, más del 20 % en este o, a lo sumo, al siguiente ciclo de aplicación del desviador (fig 7.7). Debe notarse que después de alcanzar la condición $u = \sigma_3'$, la presión de poro sigue oscilando de acuerdo con la variación del esfuerzo desviador cíclico aplicado, es máxima cuando $\sigma_{dc} = 0$ y menor cuando pasa por su valor más alto.

Las arenas en estado compacto exhiben un comportamiento similar al de las sueltas, pero al igualarse la presión de poro con la confinante la deformación axial es pequeña, menor del 5 % (fig 7.8). Se requiere la aplicación de un número considerable de ciclos de carga para que la probeta se deforme un 20 %. Es decir, no se presenta una deformación grande de manera súbita, sino que las deformaciones se incrementan gradualmente después de alcanzada la condición $u = \sigma_3'$.

Seed y Lee definen licuación como el estado de la muestra de arena en el cual la presión de poro alcanza el valor de la confinante, es decir los esfuerzos efectivos son nulos. Cabe

hacer notar que según este concepto la arena en cualquier estado de compacidad es susceptible de licuarse.

Los parámetros más importantes para Seed y Lee son: el número de ciclos de esfuerzo (N_{d0}) para alcanzar la condición $u=\sigma_3'$, la relación entre el esfuerzo cortante máximo en el plano a 45° y el esfuerzo confinante $\sigma_{d0}/2\sigma_3'$, y la relación de vacíos. Con estos datos, obtenidos de una serie de pruebas se hacen gráficas como la mostrada en la fig 7.9.

En el trabajo de Castro (1969), también se presentan resultados de pruebas triaxiales cíclicas en los que la frecuencia de aplicación de la carga es entre 0.1 y 0.075 Hz (frecuencia menor que la comúnmente empleada). Observa que durante el ensaye se desarrollan heterogeneidades en la muestra de arena, de manera especial en la parte superior de la probeta en la cual se concentran las deformaciones axiales del espécimen. Además, para medir la distribución de la relación de vacíos, congeló algunas de las muestras de arena que fueron ensayadas; encontró que los especímenes eran más densos, que la compacidad de consolidación, en la parte inferior y más sueltos en la superior. Atribuye a estas variaciones, inducidas por el ensaye, el que especímenes densos alcancen la condición $u=\sigma_3'$.

En el ensaye triaxial cíclico de Seed y Lee, el hecho de mantener constante la presión confinante durante el ensaye, implica hacer variable el esfuerzo normal actuante en el

plano a 45° . Además, se desconoce el efecto del esfuerzo principal intermedio, el cual cambia cíclicamente, entre el máximo y el mínimo esfuerzo principal (junto con el esfuerzo principal menor, ya que $\sigma_2' = \sigma_3'$ por condiciones de la prueba). Por otra parte, es común que el ensaye se haga con consolidación hidrostática; o sea, suponiendo una condición de estado de esfuerzos uniforme, de difícil ocurrencia en el campo.

Con objeto de superar las limitaciones del ensaye triaxial cíclico, Peacock y Seed (1968) propusieron el ensaye de corte simple cíclico. Se considera que esta prueba reproduce de manera más fiel las condiciones de esfuerzo impuestas por un sismo en el campo.

El ensaye se realiza aplicando un esfuerzo vertical, σ_v' , a un espécimen de arena saturado para consolidarlo. Posteriormente, se somete la muestra a un esfuerzo cortante cíclico horizontal, τ , sin permitir cambio de volumen; se miden la deformación horizontal y la presión de poro desarrollada en la arena.

Los resultados obtenidos revelan que el comportamiento de las arenas en condiciones de corte simple es esencialmente similar al que exhiben en la prueba triaxial cíclica. Sin embargo, hay una diferencia. En ensaye de corte simple cíclico se requiere un esfuerzo cortante aproximado del 70 % del requerido en prueba triaxial cíclica (en el plano a 45°) para que la muestra de arena alcance la condición $u = \sigma_v'$.

Con los datos de τ y número de ciclos, N_{as} , para alcanzar la condición $u=\sigma_v'$, se dibujan gráficas similares a las de la fig 7.9.

Dado el pequeño tamaño de las muestras de arena que se ensayan en el aparato de corte simple (6 cm de diámetro x 2 cm de altura) y las condiciones de frontera impuestas, no se desarrolla una condición plena de corte simple en el espécimen (cap 4). Por esta razón, De Alba, Seed y Chan (1976) investigaron el comportamiento de muestras grandes de arena saturada (230 x 110 x 10 cm) sometidas a esfuerzo cortante cíclico en mesa vibradora.

Estos autores seleccionaron las dimensiones de la muestra de arena, para ensayar en mesa vibradora, de tal manera que se reprodujeran las condiciones de corte simple en una buena parte de la sección central de la misma. El espécimen se instrumentó con transductores de presión para medir la evolución de la presión de poro; también se colocaron modelos de zapatas (embebidos en la muestra) para observar las deformaciones de la arena durante la excitación. Las pruebas fueron realizadas con especímenes saturados en condiciones no drenadas.

Los resultados de los ensayos mostraron que la presión de poro se desarrolla en todas las secciones de la muestra y llega a igualar el esfuerzo normal efectivo de manera simultánea en todos los puntos de medición, tanto en la base como en el interior de ella. Después de alcanzar la

condición $u = \sigma_v'$, las deformaciones de cortante se desarrollan rápidamente y las zapatas cargadas sufren asentamientos. Las muestras con compacidad relativa mayor de 45 % exhiben deformaciones limitadas.

Los resultados obtenidos en prueba de corte simple cíclico y aquellos en muestras grandes en mesa vibradora son comparables en términos de la relación τ/σ_v' y el número de ciclos para alcanzar la condición $u = \sigma_v'$.

De las investigaciones realizadas Seed (1979) concluye que el ensaye más deseable para obtener la curva τ/σ_v' vs N_{dc} es el de corte simple cíclico. Sin embargo, debido a que el aparato triaxial cíclico es menos complicado y costoso se utiliza con más frecuencia. Por esta razón, sugiere corregir los resultados del ensaye triaxial cíclico, tomando en cuenta el estado de esfuerzos que prevalece en el campo y los resultados de sus investigaciones en corte simple cíclico y en mesa vibradora.

Una vez conocidas las condiciones de un depósito de arena en el campo (fronteras, C_r y geometría) el procedimiento para analizar la susceptibilidad a licuación del depósito con base en el ensaye triaxial cíclico consiste en: a) determinar el sismo de diseño, aceleración máxima, magnitud, duración y número de ciclos equivalente; b) estimar las condiciones de esfuerzo a las que se verá sometido el depósito bajo la acción del sismo de diseño; c) obtener el comportamiento en pruebas triaxiales cíclicas, de muestras

de arena reconstituidas o "inalteradas"; y d) corregir los resultados debido a el tipo de prueba, condiciones de esfuerzo en el campo, historia de formación del depósito y edad, y antecedentes sísmicos del sitio.

Estimadas la presión confinante y la compacidad relativa de la arena en el campo, se preparan especímenes de esa arena con C_r igual a la del depósito y se consolidan; posteriormente se ensayan a diferentes esfuerzos desviadores cíclicos. Esto mismo se puede hacer con especímenes inalterados. Con los resultados de los ensayos se forma la curva $\sigma_{dc}/2\sigma_c$ vs N_{dc} , fig 7.9.

Para comparar las condiciones de esfuerzo a las que se ve sometido el suelo en el campo con aquellas que prevalecen en una prueba triaxial, se tienen varios criterios que se pueden expresar de manera general como:

$$\frac{\tau}{\sigma_v'} \Big|_{\text{campo}} = \frac{\sigma_{dc}}{2 \sigma_c'} \Big|_{\text{triaxial}} c_r \quad (7.1)$$

en la cual c_r es un coeficiente que depende del criterio empleado, aunque fundamentalmente del coeficiente de empuje de tierras K_0 . En general, c_r varía entre 0.55 y 1.0 (Seed, 1979). Castro (1975) propone que c_r se calcule como la relación del esfuerzo cortante octaédrico (durante la carga cíclica) al esfuerzo normal octaédrico efectivo (durante la consolidación) de las condiciones de campo y de laboratorio,

la cual es:

$$c_r = \frac{2 (1 + 2 K_0)}{3 \sqrt{3}} \quad (7.2)$$

Para el caso del ensaye de corte simple de laboratorio, Seed (1979) indica que las condiciones de campo y las del ensaye se relacionan con la expresión siguiente:

$$\frac{\tau}{\sigma_v'} \Big|_{\text{campo}} = 0.9 \frac{\tau}{\sigma_v'} \Big|_{\text{corte simple}} \quad (7.3)$$

Las correcciones mencionadas en el inciso d) excepto la corrección por el tipo de ensaye ya explicada, se basan en varios factores. En pruebas de laboratorio se ha comprobado que la edad del depósito influye en su susceptibilidad a licuación. En efecto, una muestra de arena formada y probada el mismo día exhibe una resistencia a carga cíclica menor que otro espécimen dejado bajo presión confinante constante y ensayado un mes después (Seed, 1979). También se ha comprobado que si una muestra de arena es sometida a cargas cíclicas de magnitud pequeña, que provoquen apenas un cambio perceptible en la relación de vacíos e , es más resistente a cargas cíclicas de mayor intensidad que otra muestra no excitada previamente.

Para corregir los ensayos por los factores anteriores, Seed (1979) propone la fig 7.10. En ella se observa que la edad del depósito y el efecto de sismos previos puede hacer que la respuesta de la arena tenga diferencias del 100 % o más. De esta figura se pueden determinar los factores de

corrección en función de la compacidad relativa del depósito de arena para un número de ciclos significativo de 10.

La historia de formación del depósito influye en la estructura de la arena, como también ha sido comprobado en el laboratorio (Seed, 1979; Jaime, 1978). Así, dos muestras de arena de igual e, formadas en el laboratorio con dos métodos distintos (por ejemplo: en estado húmedo y en seco) probadas en condiciones similares, exhiben comportamiento cíclico y estático diferentes, con variaciones tan grandes como un 100% en su resistencia a carga cíclica. En prueba estática una puede comportarse de manera contractiva y la otra dilatante. Por este motivo es importante elegir el método de formación de las muestras de arena que mejor represente la formación natural del depósito en estudio.

Seed (1971) propuso a través de consideraciones matemáticas, que un sismo podría ser representado por una serie de ciclos equivalentes de aceleraciones con una magnitud igual a 0.65 de la aceleración máxima de un registro sísmico dado. Del estudio de muchos registro de sismos de diferentes magnitudes detrmínó que un sismo de magnitud 7 puede ser representado por 10 ciclos equivalentes, uno de 7.5 por 20 y uno de magnitud 8 por 30 ciclos. En el caso de contar con registros de sismos que hayan ocurrido en el lugar, se puede usar el método de Seed (1979); para obtener el número de ciclos equivalente.

Para evaluar los esfuerzos cortantes inducidos en un depósito de suelo por sismo existen varios métodos (Seed, 1979). El más sencillo de ellos es el procedimiento simplificado, basado en la aceleración máxima al nivel de la superficie del suelo, cuya ecuación es:

$$\frac{\tau}{\sigma_o'} = 0.65 \frac{a_{max}}{g} \frac{\sigma_o}{\sigma_o'} r_d \quad (7.4)$$

en la cual,

- τ esfuerzo cortante inducido por sismo
- σ_o y σ_o' esfuerzos vertical total y efectivo, a la profundidad media del estrato, respectivamente
- a_{max} aceleración máxima del sismo de diseño
- g aceleración de la gravedad
- r_d factor que toma en cuenta la rigidez del depósito varía entre 1, en la superficie, a 0.85 a 15 m de profundidad (fig 7.11)

Una vez corregida la curva $\sigma_{dc}/2\sigma_o$ vs N_{dc} del ensaye triaxial cíclico y conocida la relación τ/σ_o' , se entra a la figura con este último valor, y se obtiene el número de ciclos para que el suelo se licúe, N_r . este valor se compara con el número equivalente de ciclos del sismo de diseño y, de esta manera, se estima la susceptibilidad a licuación del depósito.

Sin duda alguna, la aplicación de este método requiere de usar el "juicio ingenieril". Sin embargo, se ha podido comprobar que permite hacer estimaciones razonablemente

confiables (Jaime et al, 1979 b). Este método y el criterio empírico de Seed se complementan.

7.6 Criterios empíricos

Christian y Swiger (1975), Castro (1975) y Seed (1979) han propuesto correlaciones empíricas para determinar la susceptibilidad a licuación de estratos de arena. Estas correlaciones se basan en la información de aquellos sitios en los cuales ha ocurrido licuación y en otros en donde no se ha presentado. En lo que sigue se expone el criterio semiempírico de Seed.

La correlación de Seed se basa en la relación de esfuerzos τ/σ_0' (τ - esfuerzo cortante inducido por el sismo a la profundidad media del estrato, σ_0' - esfuerzo vertical efectivo a la profundidad media del estrato) asociada con la resistencia a la penetración estándar del depósito de suelo en estudio (fig 7.12). La relación τ/σ_0' se puede determinar con ayuda de la ecuación 7.4.

Con el valor de τ/σ_0' y el número de golpes de penetración estándar normalizado, N' , se entra a la fig 7.12 y se determina si el estrato de arena cae en el área licuable o no.

Este criterio empírico es de fácil aplicación; sin embargo, se deben tomar muy en cuenta otros factores, tales como: a) características del suelo, geometría y fronteras del depósito; b) sismicidad local; c) geología; y d)



características e importancia de la obra. Todos están íntimamente relacionados aunque el factor d) gobierna el grado de detalle con el que se determinan los otros.

Una de las limitaciones del procedimiento empírico es la erraticidad propia de la prueba de penetración estándar, así como las diferencias de la práctica usual en los diferentes lugares de donde se han tomado los casos históricos donde ha ocurrido o no licuación.

Además de lo anterior, existe el problema de interpretación de los resultados de los sondeos de penetración estándar que deben realizarse en un sitio en el que se sospecha que puede ocurrir licuación. Es decir, se tiene un conjunto de datos de N vs profundidad de varios sondeos; la pregunta es ¿cuál es el valor de N representativo del estrato de arena potencialmente licuable?. Es recomendable hacer una estadística de los valores de N_{min} mínimos, de los valores de N_{max} máximos y del promedio de todos los valores de N obtenidos en el manto de suelo licuable, en los diferentes sondeos. Los valores medios de N_{min} , N_{max} y N se normalizan con la expresión anexa a la fig 7.12, y de esta manera se sigue el procedimiento descrito para cada uno de los valores medios de N (Jaime et al, 1979 a) para determinar la susceptibilidad a licuación del estrato.

Con lo anterior en mente, al aplicar esta correlación se deben ponderar todos aquellos factores que intervienen en el

análisis. Implica, ciertamente, ejercer el "juicio ingenieril".

7.7 Disminución del riesgo de licuación

Para disminuir el riesgo de licuación en un sitio existen varias alternativas, tales como: remoción y sustitución del suelo licuable, compactación del estrato problema, inyección de consolidación del manto, instalación de pozos de disipación de presión de poro y modificación de las condiciones de frontera. También se puede recurrir a soluciones de cimentación de tal manera que las estructuras no resientan el efecto de licuación. En lo que sigue se describen algunas de estas soluciones.

En la fig 7.13 se muestran resumidos los procedimientos de mejoramiento de suelos y su aplicabilidad en función de la granulometría de los materiales.

Cabe advertir que no existe una metodología única que permita seleccionar la mejor alternativa para disminuir el riesgo de licuación. Es decir, este problema debe tratarse caso por caso, ya que depende de muchas variables, entre las más importantes: granulometría de los materiales, estratigrafía, geometría del depósito, volumen de material licuable, disponibilidad de equipo y mano de obra calificada, recursos económicos y profundidad a la que se encuentre el estrato problema.

Remoción y sustitución del suelo licuable.

Este método implica una excavación en el sitio. Dependiendo del área del terreno y de la profundidad y espesor del estrato licuable este procedimiento puede ser competitivo frente a otros.

Esta operación se puede llevar a cabo de tres maneras: excavando y compactando adecuadamente el mismo material; excavando, mejorando el suelo con aditivos y compactándolo; y excavando y sustituyendo el suelo con otro de características más adecuadas.

Sin embargo, hay que tomar en cuenta que con frecuencia se tiene que emplear bombeo durante la excavación y la compactación del relleno. Otra limitante es la existencia y cercanía al sitio de bancos de préstamo de suelos adecuados para la sustitución.

Compactación del estrato problema.

Hay varios procedimientos para compactar suelos arenosos, tales como: explosivos, vibroflotación, la técnica terra-probe y la compactación dinámica.

El uso de explosivos para densificar mantos de arena es el más dudoso de los procedimientos, ya que produce en el depósito de suelo una compactación heterogénea (Mitchell, 1970).

Las técnicas de vibroflotación y terra-probe son similares en cuanto a su eficacia e igualmente costosas (Brown y

Glenn, 1976), aun cuando la vibroflotación compacta ligeramente mejor que el otro método.

La compactación dinámica es un procedimiento que consiste en dejar caer sobre la superficie del suelo masas de decenas de toneladas desde alturas variables entre 15 y 40 m, lo que provoca la compactación del depósito. Este método ha sido empleado con ventaja en varios países (Ménard y Broise, 1975).

Inyección de consolidación del manto licuable.

Este procedimiento consiste en inyectar al suelo mezclas que pueden ser de diversos productos, tanto naturales como sintéticos. La elección del tipo de mezcla depende de la granulometría de los suelos licuables. En general, en estos materiales los productos químicos son los más adecuados pero también son los más costosos. Por lo anterior, este tipo de tratamiento se emplea cuando es bajo el volumen de suelo a tratar.

Pozos de disipación de presión de poro.

Este método consiste en instalar un sistema de pozos o drenes de grava o fragmentos de roca, que atraviese el estrato licuable. Con este sistema se busca que la presión de poro generada en la arena durante un sismo se disipe conforme se va acumulando. Este procedimiento está basado en un análisis teórico que emplea hipótesis de trabajo fundamentadas en la observación del comportamiento de arenas

en pruebas de laboratorio. Su efectividad en el campo no ha sido verificada.

Modificación de las condiciones de frontera.

Dentro de este título caben soluciones tales como: 1) remoción de capas impermeables que confinan estratos de arena licuables, 2) sobrecarga para incrementar la presión confinante efectiva del suelo problema, 3) el uso de bermas al lado de bordos o taludes cuyo suelo de cimentación pueda licuarse, etc.

Soluciones de cimentación.

Cuando el estrato licuable está cercano a la superficie del terreno se puede recurrir a cimentar las estructuras sobre pilotes que atraviesen el estrato de arena licuable y que queden empotrados en capas de suelo más profundas. Debe aceptarse, sin embargo, que en caso de licuación, se produzcan daños en estructuras menores cimentadas superficialmente, pisos y pavimentos (Jaime et al, 1979). Esta solución fue empleada con éxito en una planta industrial localizada en la costa de Michoacán, México, la cual fue sacudida por los sismos de México de septiembre de 1985, y solo sufrió daños en pavimentos y estructuras menores cimentadas por superficie.

También puede recurrirse a columnas de cal, cemento o grava fabricadas en el sitio y que atraviesan el manto de suelo problema.

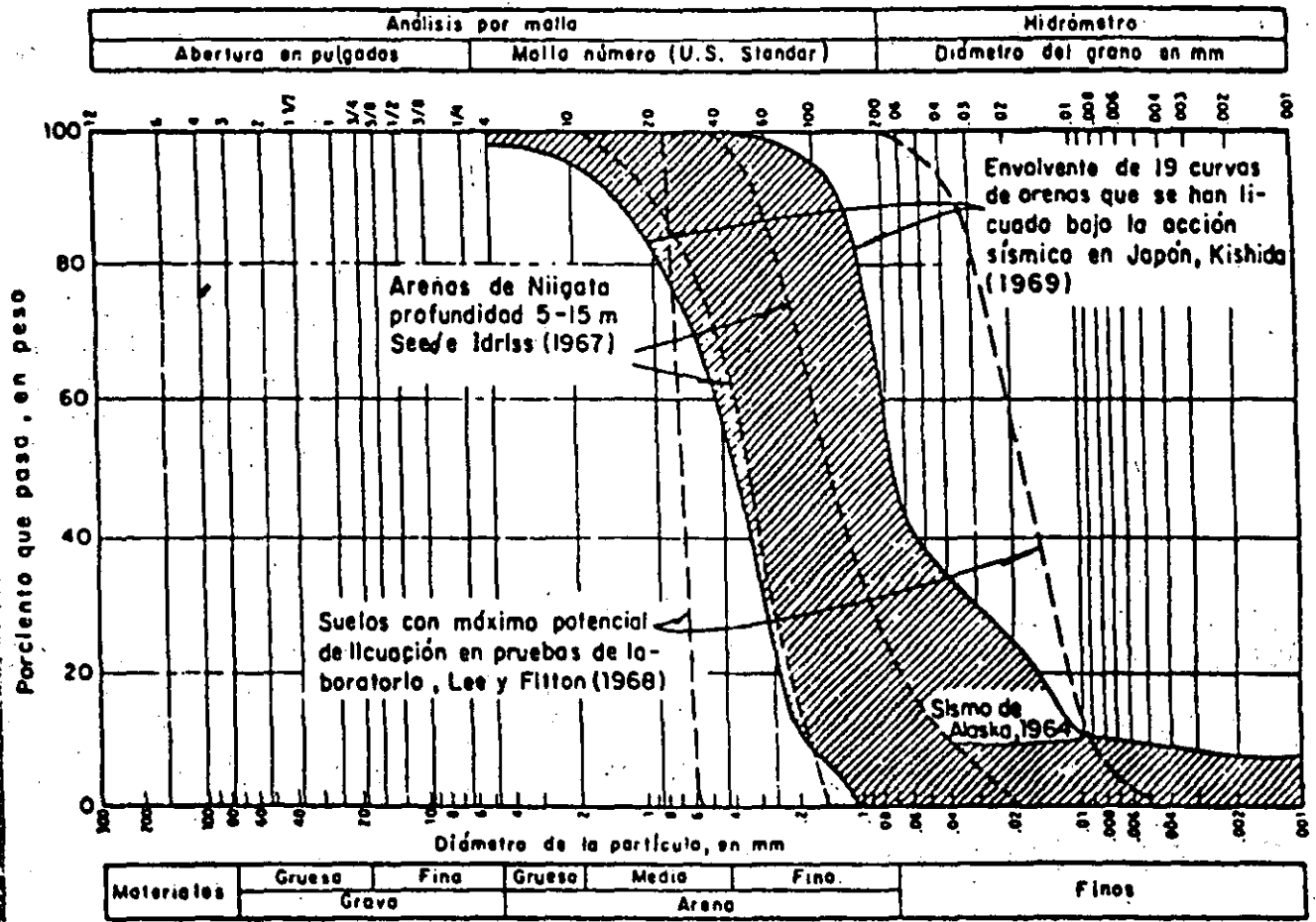


Fig 7.1 Granulometria de suelos susceptibles de licuación

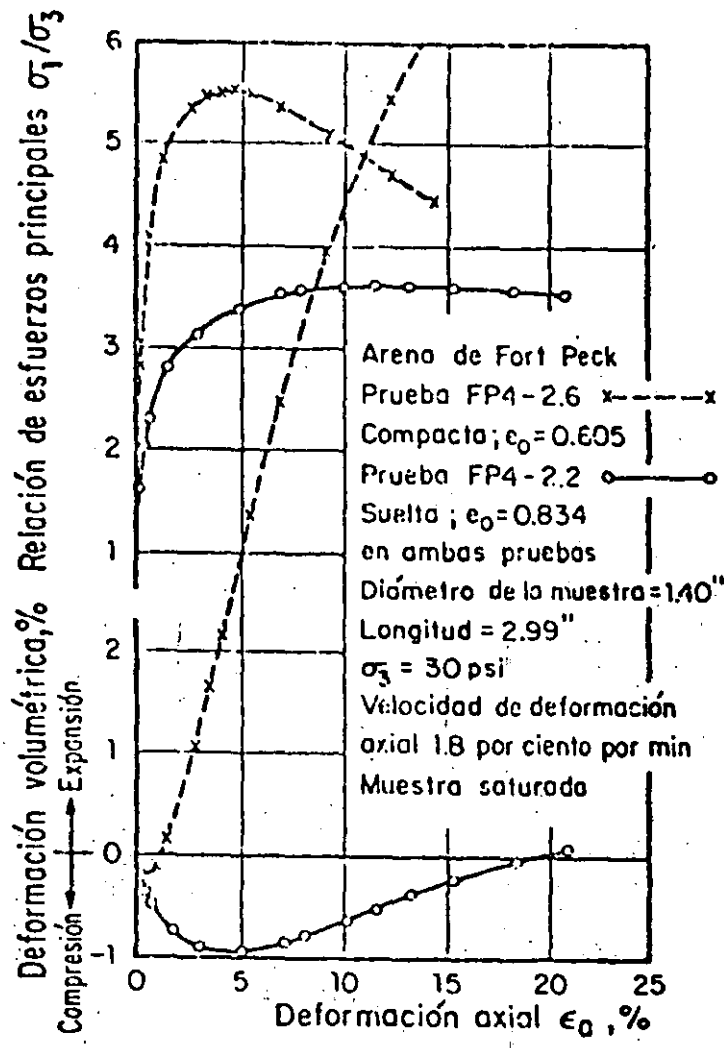


Fig 7.2 Comportamiento triaxial estático típico de arenas compacta y suelta, en prueba CD (Taylor, 1948).

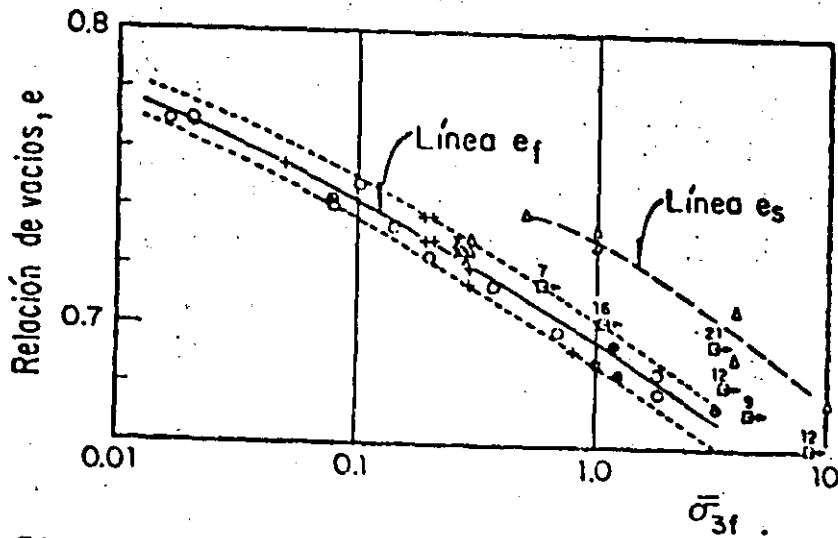


Fig 7.3 Líneas de relación de vacíos crítica, e_s y e_f (Castro, 1969).

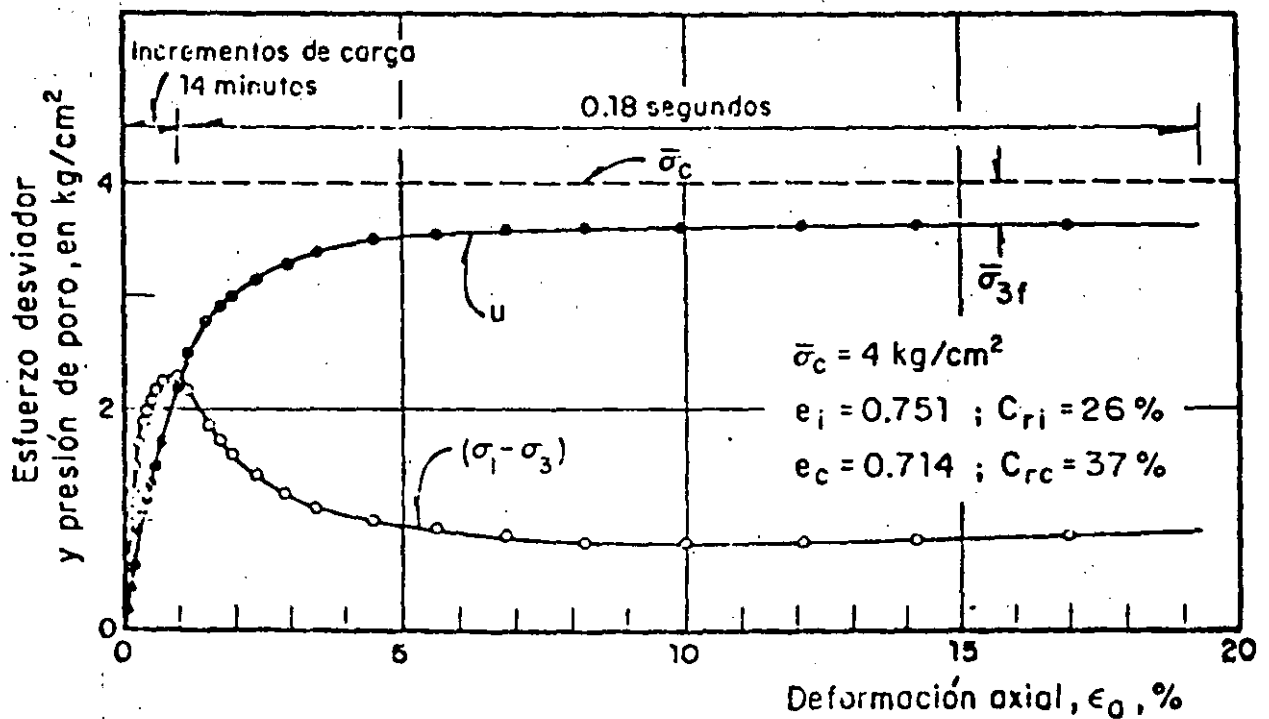
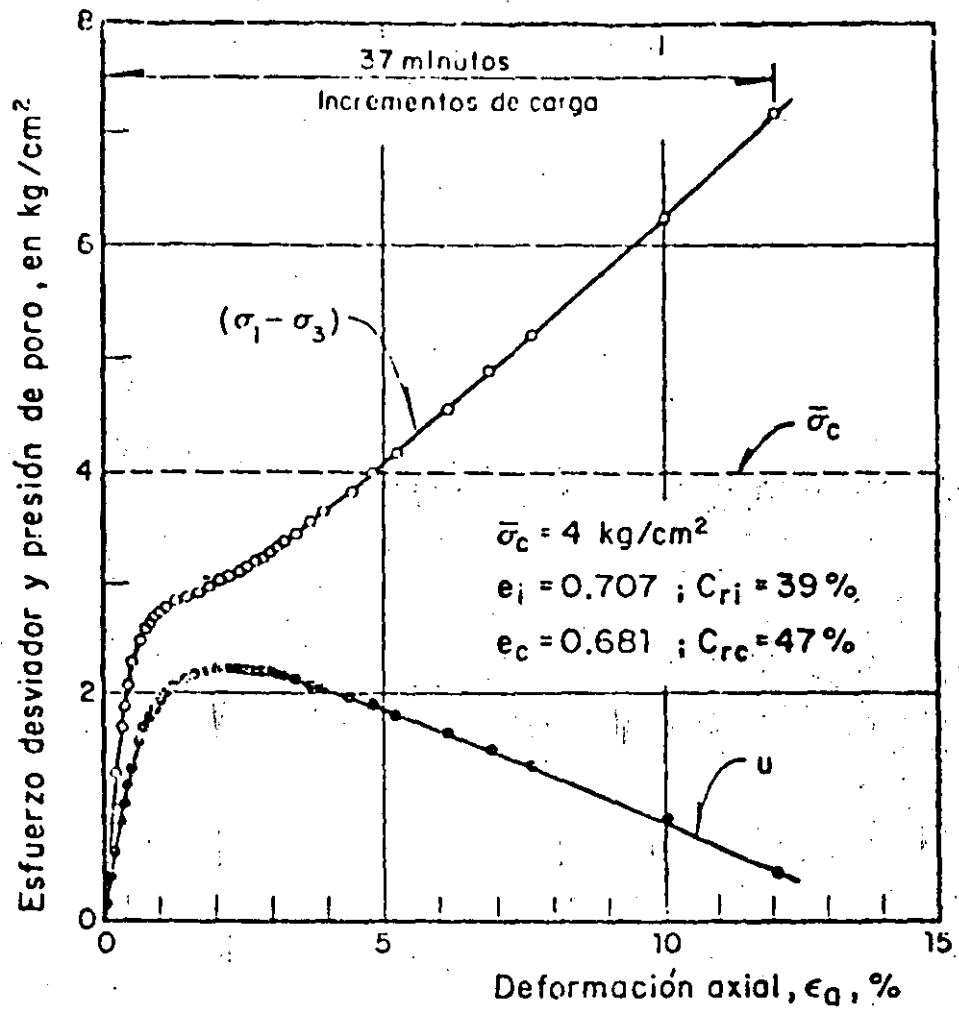


Fig 7.4 Comportamiento triaxial elástico típico de arenas compacta y suelta (Castro, 1969)

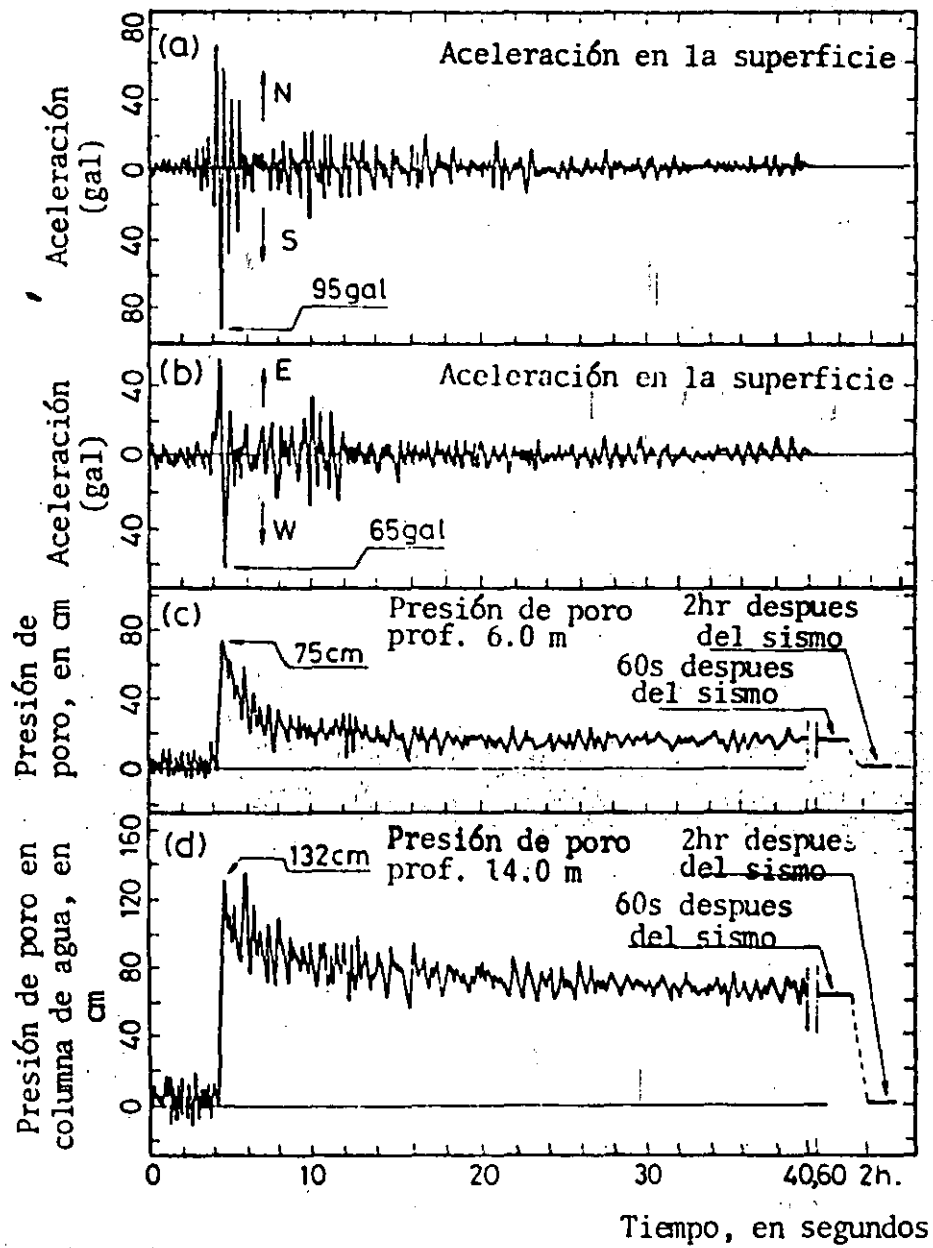


Fig 7.5 Mediciones de campo de la presión de poro de arenas saturadas (Ishihara, 1981)

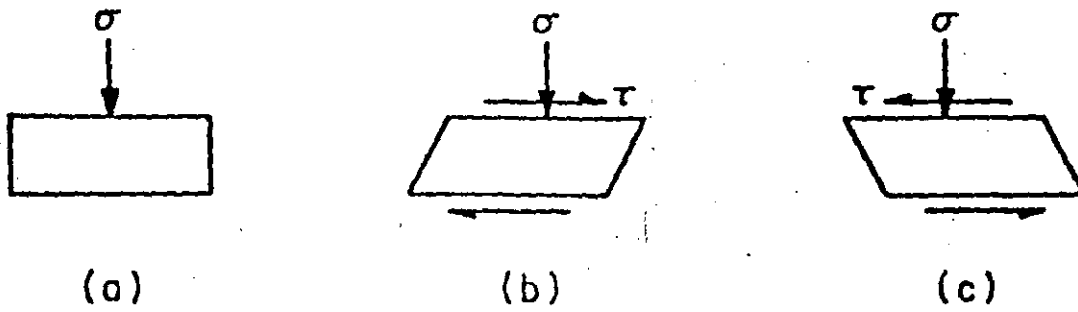


Fig 7.6 Esfuerzo cortante inducido por sismo en un elemento de suelo de un depósito horizontal.

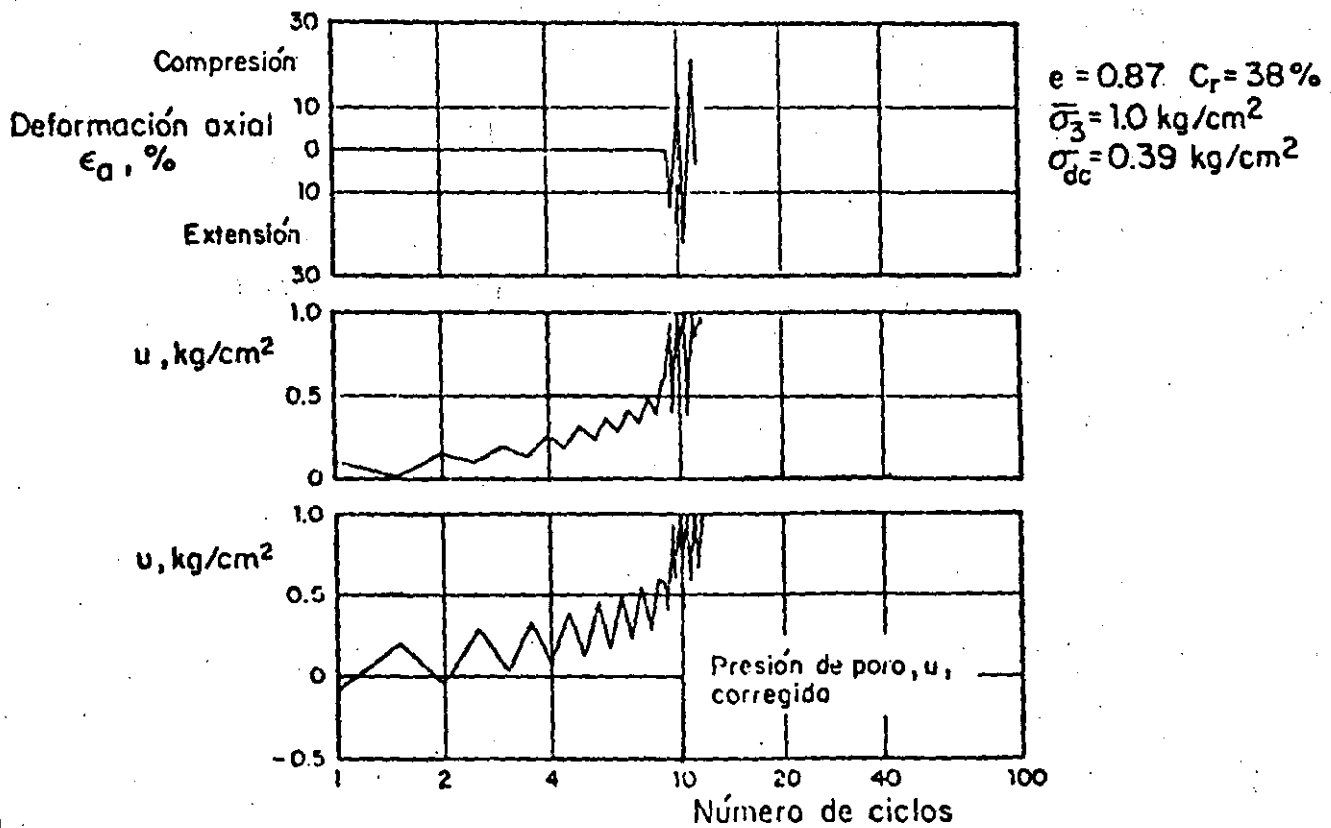


Fig 7.7 Prueba triaxial cíclica típica, arena suelta (Seed y Lee, 1966)

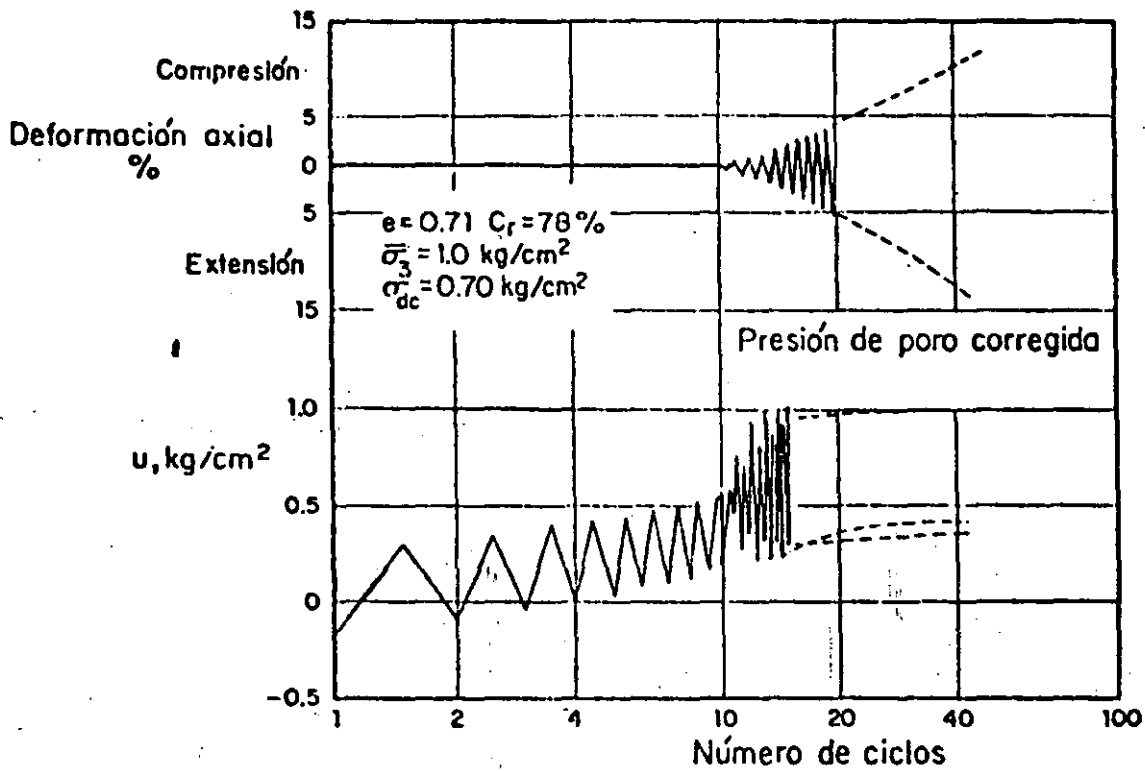


Fig 7.8 Prueba triaxial cíclica típica, arena compacta (Seed y Lee, 1966)

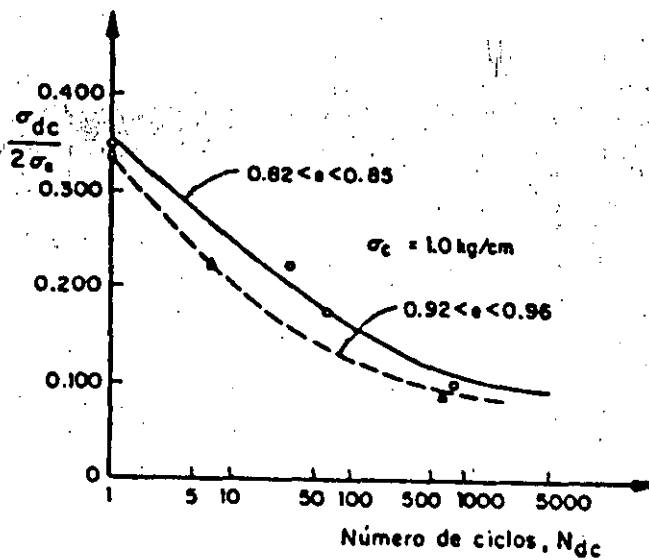


Fig 7.9 Relación esfuerzo desviador cíclico a esfuerzo confinante contra número de ciclos para alcanzar la condición $u = \sigma_3'$ (Jaime, 1978).

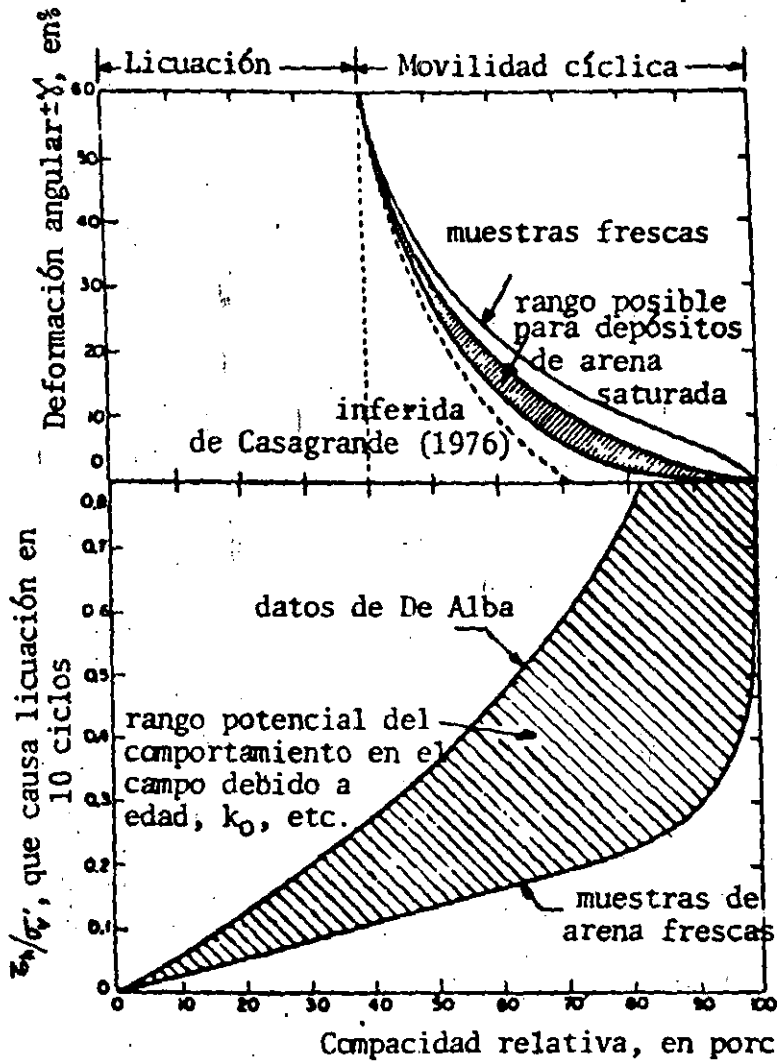


Fig 7.10 Corrección por edad del depósito y excitación sísmica previa (Seed, 1979).

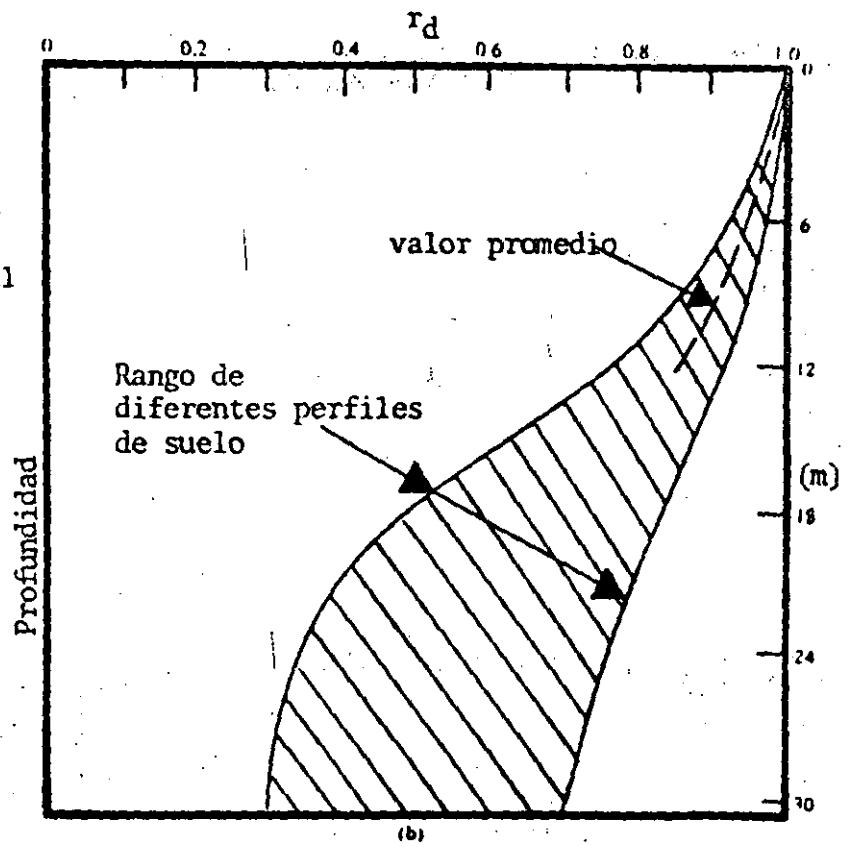
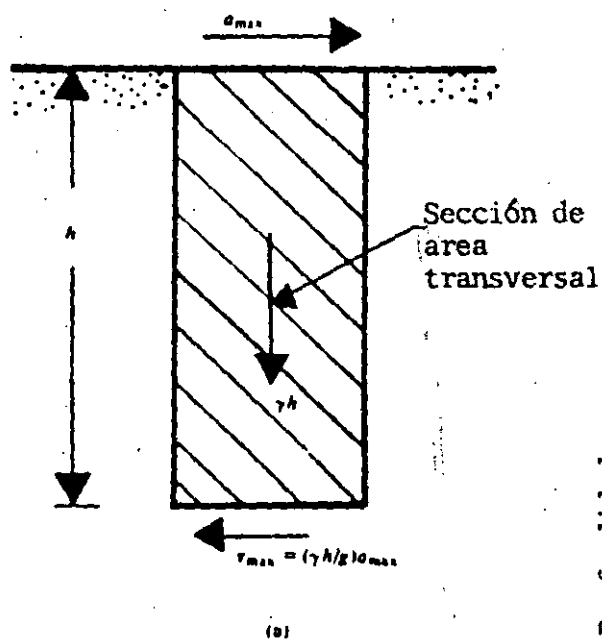
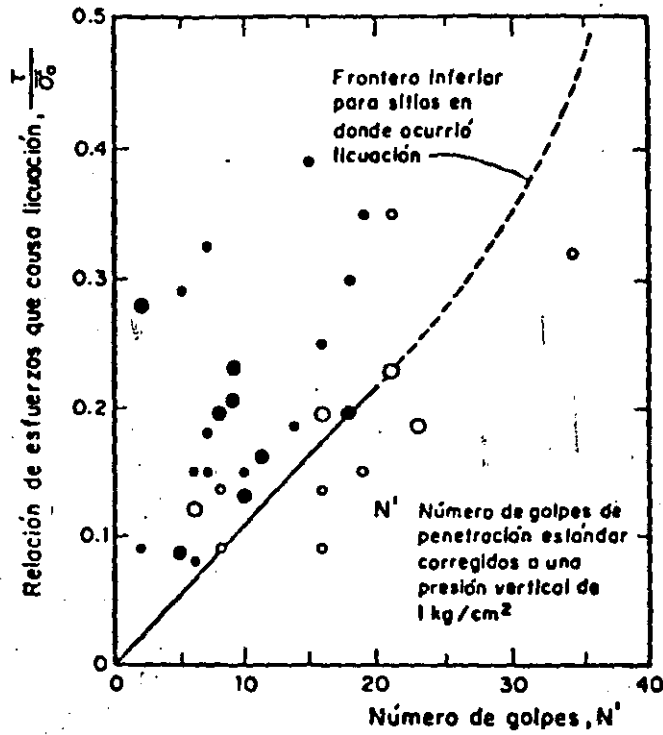


Fig 7.11 Factor de corrección r_d (Seed e Idriss, 1971)





- Licuación
 - Licuación
 - No licuación
 - No licuación
- $N' = (1 - 1.25 \log \frac{\sigma_v}{\sigma_1}) N$
 σ_v = esfuerzo vertical efectivo
 $\sigma_1 = 1 \text{ kg/cm}^2$
 N = resistencia SPT

Los círculos más grandes corresponden a sitios en donde se obtuvo la información de aceleración confiable, en los otros la aceleración fue estimada

Fig 7.12 Correlación semiempírica (Seed, 1979)

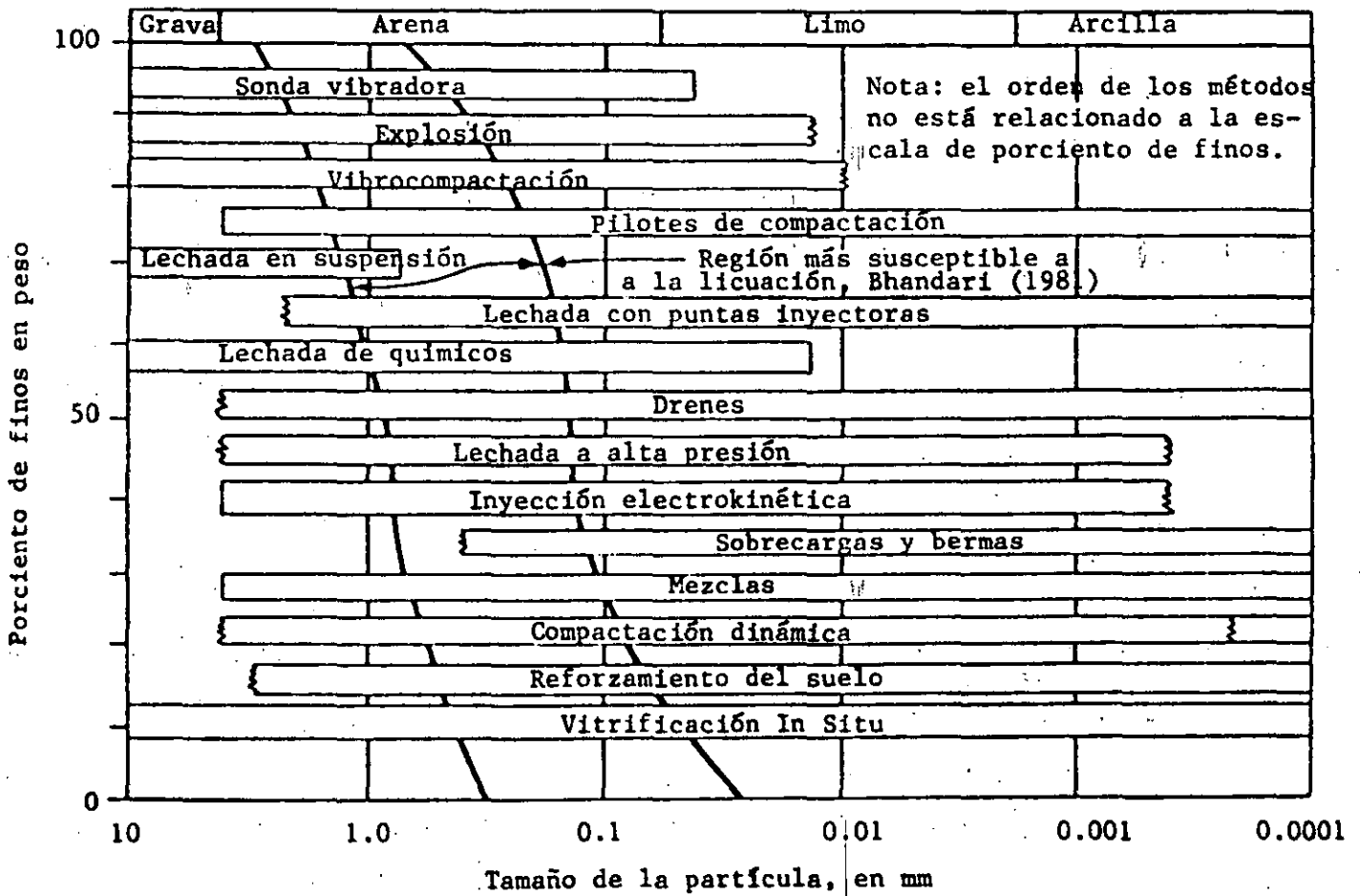


Fig 7.13 Técnicas para disminuir la susceptibilidad a la licuación de arenas.

INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS

ALBERTO JAIME P.

8. RESPUESTA SISMICA DE DEPOSITOS DE SUELO

8.1 Conceptos de Ingeniería Sísmica

El foco o hipocentro de un sismo es el punto dentro de la corteza terrestre en el que indican los cálculos que se originan las ondas sísmicas. El epicentro es la proyección vertical del foco en la superficie terrestre. Los términos distancia focal o epicentral son distancias del foco o el epicentro a un punto de interés dado, llamado estación.

La magnitud de un sismo es una medida de la energía que libera. Intensidad es una medida de la capacidad de destrucción sísmica local. A un sismo se asocia una sola magnitud en cada escala de magnitudes, mientras que su intensidad varía de estación a estación. Así, por ejemplo, el sismo de México del 19 de septiembre, 1985, tuvo una magnitud Richter de 8.1 e intensidades en el valle de México entre V y IX (escala de Mercalli modificada).

La escala de magnitud de Richter es la más ampliamente

utilizada y se define :

$$M = \log \frac{A}{A_0} \quad (8.1)$$

donde

log logaritmo base 10

A máxima amplitud de la traza, en micras, registrada con un sismógrafo estándar Wood-Anderson, localizado en terreno firme a 100 km del epicentro, con un periodo natural de 0.8 s, una relación de amortiguamiento de 80 % y amplificación estática de 2800.

A₀ amplitud de referencia de la traza (una micra)

En la práctica se emplean diagramas y tablas empíricas que permiten corregir para distancias epicentrales que difieren de 100 km, y para tomar en consideración distintas condiciones del suelo en la estación de medición.

A la magnitud Richter se la llama también magnitud local, M_L. Cuando los sismos ocurren a distancias mayores de 400 o 500 km es difícil determinar su magnitud con el método descrito. Por esto Gutenberg y Richter (1956, citados por Idriss, 1985) propusieron la magnitud de onda superficial, M_s, y las magnitudes de ondas de cuerpo, m_b (de periodo corto) y m_B (de periodo largo). La magnitud local se determina a un periodo de 0.8 s, las magnitudes de ondas de cuerpo se calculan a periodos entre 1 y 5 s y la magnitud de ondas superficiales a un periodo de 20 s.

Las relaciones entre estas magnitudes se pueden establecer a través de los conceptos momento sísmico y magnitud del

momento. El momento sísmico es una medida física del tamaño de un temblor, se expresa como:

$$M_0 = G A_r d \quad (8.2)$$

en la cual,

G módulo de cortante del material a lo largo del plano de falla (para rocas de la corteza un valor típico es 3×10^{11} dinas/cm²)

A_r área del plano de falla que se deslizó (en cm²)

d desplazamiento medio del plano de falla (en cm)

El momento sísmico es la liga entre las dimensiones de la falla y las ondas sísmicas irradiadas debido a la ruptura de aquella. Por tanto es una medida más útil del tamaño de un temblor (tiene un significado físico).

Utilizando el concepto de momento sísmico Kanamori (1977) y Hanks y Kanamori (1979) (citados por Idriss, 1985) proponen la escala de magnitud del momento, la que se calcula como:

$$M_w = 2/3 \log M_0 - 10.7 \quad (8.3)$$

A diferencia de otras escalas de magnitud que reflejan la amplitud de un tipo particular de onda sísmica, la magnitud del momento está relacionada directamente con el área del plano de falla que se deslizó y la magnitud del deslizamiento. En la fig 8.1 se comparan la magnitud del momento y otras escalas de magnitud (Heaton, 1982; citado por Idriss, 1985), las líneas mostradas corresponden a los valores medios de las diferentes magnitudes de diversos sismos. En ciertas fallas (o fuentes) hay diferencias

sistemáticas respecto a lo que muestra la figura. Singh (1987) ha encontrado que en promedio M_s es ligeramente mayor o igual a M_w en el intervalo de valores de esta última de 7 a 8.2, en el caso de temblores mexicanos originados en la zona de subducción. Pero aun para una fuente dada hay fluctuaciones de un temblor a otro, porque en la práctica M_w se obtiene del registro de ondas de periodos larguísimos, y no es constante la relación de amplitudes de ondas de distinto periodo.

En la fig 8.1 se observa que todas las escalas de magnitud salvo M_w exhiben un valor límite o nivel de saturación conforme los valores de la magnitud del momento se incrementan. La magnitud local y la magnitud de onda de cuerpo de periodo corto, m_b , son casi iguales a la magnitud del momento hasta un valor de $M_w = 6$. La magnitud m_B (de onda de cuerpo de periodo largo) es igual a M_w hasta un valor de 7.5; mientras que la magnitud de ondas superficiales es casi igual a M_w en el intervalo de 6 a 8. Por lo general el tamaño de un sismo se reporta en términos de su magnitud M_L (Richter), M_s , m_b , m_B o M_w ; de ahí la utilidad de la fig 8.1.

La energía liberada por un sismo se relaciona con su magnitud Richter mediante la expresión:

$$\log E = 11.4 + 1.5 M_L \quad (8.4)$$

E energía, en ergios

A diferencia de las escalas de magnitud, que son medidas instrumentales, las escalas de intensidad usuales son subjetivas. La más utilizada en América es la de Mercalli modificada. Las escalas de magnitudes no tienen límites superior ni inferior (aunque pueden llegar a un nivel superior de saturación). Se han reportado sismos con una magnitud de Richter máxima de 8.6 (sismo de Alaska, marzo 28, 1964). Por su parte la escala de Mercalli está dividida en 12 grados de intensidad, desde grado I (sismo detectado sólo por instrumentos sensibles) hasta grado XII (destrucción total).

Originalmente la escala de Mercalli se elaboró en Italia, tomando en cuenta los daños producidos por los temblores a casas y edificios de ese país, construidos a fines del siglo pasado y principios de este, en terrenos distintos de los del valle de México. En los años 30 la escala de Mercalli fue modificada en Estados Unidos tomando en cuenta las construcciones de entonces en esta nación. Por estas razones tal escala no es rigurosamente aplicable a la ciudad de México ni a otras ciudades.

La escala de intensidad de Mercalli modificada permite hacer estimaciones burdas de la magnitud de los sismos que ocurrieron antes de la aparición de los sismógrafos y acelerógrafos. Además, se pueden preparar mapas regionales que permiten estudiar la atenuación del daño con la distancia del epicentro y la extensión del área afectada por

el sismo. Finalmente, a falta de registro instrumental, la escala de Mercalli se puede emplear para hacer estimaciones de la severidad del movimiento sísmico en términos de la aceleración o la velocidad máxima del terreno.

El medio más usual para describir los movimientos sísmicos del suelo es el acelerograma (fig. 8.2) o registro de la variación de la aceleración del terreno en función del tiempo en el sitio de medición (los acelerogramas se obtienen por medio de acelerógrafos). En cada estación de medición se registran las aceleraciones en las tres direcciones (dos horizontales y una vertical). Sin embargo, para comparar cuantitativamente acelerogramas de diferentes estaciones y relacionarlos con el daño potencial a estructuras, se utilizan diferentes parámetros que caracterizan un registro dado. Los principales parámetros son: 1) aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno, 2) duración de la parte intensa del sismo y 3) espectro de respuesta e intensidad espectral.

La aceleración máxima del terreno es actualmente el parámetro más empleado para caracterizar un sismo. A pesar de ser un parámetro muy importante, no permite por sí solo determinar correlaciones entre sismos destructivos y los que no lo son; además, no indica nada acerca de la duración ni del contenido de frecuencias dominantes del evento.

Integrando el acelerograma una vez se obtiene la historia de velocidades. Integrándolo dos veces, la de desplazamientos.

Conocida la evolución de la velocidad o del desplazamiento con el tiempo se pueden determinar sus máximos. La máxima velocidad tiene una mejor correlación con la energía que transmite el sismo y por tanto con su potencial de destrucción.

El estudio de muchos acelerogramas indica que en general en ellos se pueden distinguir: 1) un segmento inicial en el cual los niveles de vibración y energía se incrementan rápidamente; 2) una parte de vibración fuerte con los valores más altos; y 3) un segmento final en el cual la vibración se atenúa gradualmente. La duración del movimiento fuerte tiene particular importancia para el potencial de daño a estructuras y está íntimamente relacionada con la energía liberada por el terremoto.

Un ejemplo de la importancia de la duración de la parte intensa del sismo lo dan los registros de los sismos de Parkfield (1966) y de El Centro (1940), fig 8.3. A pesar de que la aceleración máxima del acelerograma de Parkfield es muy superior a la de El Centro, este último sismo causó un daño considerablemente mayor a las estructuras afectadas. Ello se explica observando en la fig 8.3 que la parte intensa del sismo de Parkfield tiene una duración de un segundo, mientras que la de El Centro es de 15 s.

Newmark y Rosenblueth (1976) dividen a los sismos en cuatro grupos: 1) de una sola sacudida (fig 8.3, Parkfield), 2) moderadamente largos (fig 8.3, El Centro), 3) de larga

duración con períodos dominantes de vibración (fig 8.2, México), y 4) los que producen deformaciones en el terreno a gran escala (Alaska y Niigata, 1964). Estos autores indican que ha habido sismos destructivos de una sola sacudida (corta duración) como los de Agadir, 1960 y San Salvador, 1965, por lo que la duración por sí misma tampoco indica el potencial de destrucción de un terremoto. Sin embargo, en general, dada una aceleración máxima del terreno, los sismos de los grupos 2 a 4 tienen un mayor potencial destructor (los del grupo 4 lo tienen por definición).

El espectro de respuesta de un sismo es la envolvente de las respuestas máximas absolutas inducidas por el movimiento sísmico en estructuras de comportamiento lineal y de un grado de libertad, con diferentes periodos naturales de vibración pero igual amortiguamiento. La respuesta se puede dar en términos de aceleración, velocidad o desplazamiento.

Los espectros de respuesta de un sismo se suelen utilizar para el diseño de estructuras y en el estudio de la amplificación local debida al suelo. Además, dan idea del contenido de frecuencias del movimiento sísmico.

Supongamos una estructura de comportamiento lineal de un grado de libertad, fig 8.4. Si se aplica una excitación sísmica $z(t)$ en su base, la ecuación del movimiento de la misma es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{z} \quad (8.5)$$

en la cual x es el desplazamiento relativo entre la estructura y su base; $m\ddot{x}$ representa la fuerza de inercia aplicada a la masa m , la cual está soportada por columnas con una rigidez equivalente, k . La disipación de la energía se supone de naturaleza viscosa (es decir, la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad relativa entre la masa y su base) y c es la constante de amortiguamiento.

La frecuencia circular natural, ω_n , y el porcentaje de amortiguamiento crítico, D , se expresan como :

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (8.6)$$

$$D = \frac{c}{2(km)^{1/2}} \quad (8.7)$$

Dividiendo la ec 8.5 entre m y sustituyendo en las ecs 8.6 y 8.7 se obtiene:

$$\ddot{x} + 2\omega_n D \dot{x} + \omega_n^2 x = -\ddot{z} \quad (8.8)$$

Para cualquier excitación de la base, el desplazamiento relativo $x(t)$ puede ser calculado por medio de la integral de Duhamel:

$$x(t) = \frac{1}{\omega'_n} \int_0^t z(\tau) e^{-D\omega_n(t-\tau)} \text{sen } \omega'_n(t-\tau) d\tau \quad (8.9)$$

en la que

$$w'_n = w_n (1-D^2)^{1/2} \quad (8.10)$$

De la ec 8.9 se colige que la respuesta relativa de la estructura se caracteriza por su frecuencia natural (o por su periodo natural), amortiguamiento y el movimiento de la base ($z(t)$).

El desplazamiento relativo $x(t)$ permite determinar la fuerza cortante total V_B inducida por las columnas a la base:

$$V_B(t) = k x(t) \quad (8.11)$$

Derivando la ec 8.9 con respecto al tiempo se obtiene la velocidad relativa $\dot{x}(t)$.

La aceleración absoluta $\ddot{y}(t)$ de la masa m se obtiene derivando nuevamente con respecto al tiempo la ecuación obtenida para $x(t)$ y tomando en cuenta que

$$\ddot{y}(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{z}(t) \quad (8.12)$$

La aceleración absoluta es la variable más sencilla de medir durante los movimientos sísmicos; los acelerógrafos miden sensiblemente aceleraciones absolutas, las cuales permiten determinar la fuerza sísmica actuante en la masa.

En ingeniería son importantes los valores máximos absolutos

de $x(t)$, $\dot{x}(t)$ y $\ddot{y}(t)$. Estas cantidades se definen como:

$$SD = |x(t)|_{\max}$$

$$SV = |\dot{x}(t)|_{\max}$$

$$SA = |\ddot{y}(t)|_{\max} \quad (8.13)$$

Aplicando un mismo movimiento sísmico $z(t)$ a estructuras de comportamiento lineal con diferentes períodos naturales (o frecuencias naturales) e iguales amortiguamientos y siguiendo el procedimiento descrito, se obtienen las envolventes de respuestas máximas de ellas. De esta manera se determinan los espectros de respuesta de un sismo dado.

Estos espectros pueden ser de desplazamiento, SD, de velocidad, SV, o de aceleración, SA.

Los amortiguamientos, tanto de estructuras como del suelo, son en general bajos, menores del 10%. En la ec 8.10 se observa que para estos niveles de amortiguamiento w'_n es prácticamente igual a w_n . Así se pueden establecer las relaciones aproximadas siguientes:

$$PSV = w_n SD \quad (8.14)$$

$$PSA = w_n^2 SD \quad (8.15)$$

Es decir, conocido el espectro de desplazamiento de un sismo se pueden conocer sus espectros de pseudovelocidad y de pseudoaceleración absoluta, PSV y PSA.

En la práctica los acelerogramas ($z(t)$) son tan irregulares que la evaluación analítica de los espectros de respuesta se debe desechar. Se recurre más bien al uso de métodos numéricos como los descritos por Newmark y Rosenblueth (1976, cap 1).

El espectro de Fourier se define como:

$$F(\omega) = \int_0^T z(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (8.16)$$

El espectro de amplitudes de Fourier se obtiene del valor absoluto de la raíz de la suma de los cuadrados de las partes real e imaginaria de $F(\omega)$:

$$FS = |F(\omega)| = \left\{ \left[\int_0^T z(\tau) \cos \omega\tau d\tau \right]^2 + \left[\int_0^T z(\tau) \sin \omega\tau d\tau \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (8.17)$$

Este espectro es utilizado por los sismólogos porque muestra las frecuencias significativas del sismo y está relacionado con la amplitud de las ondas registradas.

El espectro de amplitudes de Fourier es una medida de la energía final inducida a estructuras de comportamiento lineal sin amortiguamiento y de diferente periodo. De esto se ve que hay una relación entre el espectro de amplitud de Fourier y el espectro de velocidad relativa para $D=0$.

En términos físicos, FS es la velocidad máxima de una estructura de comportamiento lineal de un grado de libertad sin amortiguamiento en la etapa de vibración libre que sigue

al sismo. por su parte SV es la máxima velocidad durante y después del sismo. En otras palabras, se puede decir que el espectro de Fourier es el límite inferior del espectro de velocidad exacto para cero amortiguamiento.

Se hace notar que para un sismo dado existen espectros de respuesta y de amplitudes de Fourier determinados; sin embargo, para un espectro de respuesta, o de amplitudes de Fourier, dado corresponden un sinnúmero de sismos.

Para comparar mediante espectros de respuesta el potencial destructivo de diferentes sismos, Housner (1952, citado por Newmark y Rosenblueth, 1976) definió el parámetro intensidad espectral como el área bajo la curva del espectro de pseudovelocidad en el intervalo de periodos $0.1 \leq T \leq 2.5$ s. Este parámetro para el caso de la ciudad de México no es estrictamente aplicable, ya que en algunas zonas de ella se tienen periodos dominantes mayores de 2.5; es decir queda limitado al intervalo de periodos señalado.

Por su parte Arias, 1970 propone como una medida de la intensidad de un sismo al factor de intensidad definido como:

$$I = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_d} z^2(t) dt \quad (8.18)$$

g aceleración de la gravedad

t_d duración del sismo

El mismo Arias, 1970 demuestra que este factor corresponde a la energía total almacenada al final de un sismo, en una familia de osciladores lineales no amortiguados de frecuencia variable.

Otra medida de la intensidad de un sismo es la raíz media cuadrada, rms, que se determina de

$$\text{rms} = \left[\frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} z^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (8.19)$$

y es proporcional a la raíz de la intensidad de Arias.

Las medidas de intensidad de Housner, Arias y la rms son estrictamente hablando significativas para el caso de estructuras elásticas, pues dan una idea del potencial destructivo para estructuras de falla frágil; sin embargo, debe recordarse que el grado de daño que un sismo produce a estructuras dúctiles depende de la duración del movimiento, del número de ciclos de esfuerzo y la inversión de estos, y de la amplitud de vibración; por tanto, estas medidas de la intensidad de un temblor deben utilizarse para comparar el potencial de daño de sismos de aproximadamente la misma duración.

8.2 Influencia de las condiciones locales del suelo

9. REFERENCIAS

Abreviaturas empleadas en las referencias

ASCE	American Society of Civil Engineers
COPAMIF	Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones
DDF	Departamento del Distrito Federal
DEPFI	División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería
ICOSOMEF	International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering
I de I	Instituto de Ingeniería
PEMEX	Petróleos Mexicanos
SHCP	Secretaría de Hacienda y Crédito Público
SMMS	Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
UAM	Universidad Autónoma Metropolitana

Arias, A. (1970) "A measure of earthquake intensity". Del libro "Seismic design for nuclear power plants". Ed R. J. Hansen, MIT press, Cambridge, Mass., EUA.

Alberro, J. y G. Hiriart (1973), "Resistencia a largo plazo de la arcilla de la ciudad de México". Publicación azul del I de I, UNAM, No 317, agosto.

Casagrande, A. y L. W. Shannon (1948), "Stress-deformation and strength characteristics of soils under dynamic loads". Memorias 2da ICOSOMEF, Rotterdam, Holanda, V, pp 29-34.

Desai, Ch. y J. T. Christian (1977), "Numerical methods in geotechnical engineering". Ed. McGraw-Hill Book Company, Nueva York.

Hardin, O. B. y W. L. Black (1968), "Vibration modulus of normally consolidated clays". Journal of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol 94, No SM2, mar.

Hardin, O. B. y V. P. Drnevich (1972 a), "Shear modulus and damping in soils: Measurement and parameter effects". Journal of the soil Mech. and found. Div., ASCE, Vol 98, No. SM6, jun.

Hardin, O. B. y V. P. Drnevich (1972 b), "Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves". Journal of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol 98, No SM7, jul.

Idriss, I. M. y H. B. Seed (1968), "Seismic response of horizontal soil layers". Proceedings ASCE, No 94, SM 4.

Idriss, I., R. Dobry y R. Singh (1978), "Nonlinear behavior of soft clays during cyclic loading". Proceedings ASCE, vol 104, No GT 12, dic.

Idriss, I. (1985), "Evaluating seismic risk in engineering practice". Memorias de la Ila. ICOSOMEF, vol 1, pp 255-320. San Francisco, Cal., EUA.

Ishihara, K. (1982), "Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis". Memorias del International Symposium on Numerical models in geomechanics, Zürich, Suiza, sep.

Jaime, A. (1978), "Comportamiento de arenas bajo carga estática y cíclica". Tesis de maestría, DEPEI, UNAM, México, abr.

Jaime, A. (1987), "Características dinámicas de la arcilla del valle de México". Tesis doctoral, DEPEI, UNAM, México, nov.

Jaime, A., H. Legorreta y G. Martín (1987), "Aparato de corte simple cíclico". Informe interno I de I, UNAM a CFE, may.

Kitsunezaki, C. (1980), "A new method for shear-wave logging". Geophysics. Vol. 45, No. 10; pp 1489-1506.

Kondner R. L. (1963), "Hiperbolic stress-strain response: Cohesive soils". Journal of Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol 89, No SMI, ene.

León J. L., A. Jaime y A. Rábago (1974), "Propiedades dinámicas de los suelos. Estudio preliminar". Informe interno del I de I UNAM.

Martín, P. (1975), "Non-linear methods for dynamic analysis of ground response". Tesis doctoral, Depto. de Ingeniería Civil, Univ. of California, Berkeley.

Martínez, B., J. L. León, O. Rascón y A. Villareal (1974), "Determinación de las propiedades dinámicas de la arcilla en el vaso de Texcoco". Publicación azul I de I, UNAM, No 338, abr.

Memorias del "International Symposium on Soils Under Cyclic and Transient Loading" (1980). Swansea, Australia, ene 7-11.

"Memorias del Proyecto Texcoco" (1969), publicado por el comité técnico del proyecto Texcoco, may, México.

Mena, E., C. Carmona, R. Delgado, L. Alcántara y D. Domínguez (1986), "Catálogo de acelerogramas procesados del sismo del 19 de septiembre de 1985. Parte I: ciudad de México". Serie azul del Instituto de Ingeniería, UNAM, No 497, jul.

Newmark, N. M. y E. Rosenblueth (1976), "Fundamentos de Ingeniería Sísmica". Ed. Diana, México.

Ohya, S. (1984), "In situ P and S wave velocity measurement". Informe interno de Oyo Corporation, Houston, Tex.

Pande, N. G. y O. Zienkiewicz (1982), "Soil Mechanics-transient and cyclic Loads". Ed John Wiley and Sons Ltd, Nueva York.

PEMEX (1975), " Exploración y muestreo de suelos para proyectos de cimentaciones. Primera parte". Norma 2.214.05 primera edición, México.

Rendón, F. y A. Casagrande (1973), "Summary on liquefaction and cyclic mobility research performed on gyratory shear apparatus". Comunicación interna, Harvard University, (no publicado).

Reséndiz, D. y J.M. Roesset (1987), "Soil-Structure interaction in Mexico City during the 1985 earthquake". Memorias de la conferencia internacional: "The Mexico earthquakes-1985. Factors involved and lessons learned". ASCE

Richart Jr., F. E., J. R. Hall Jr y R. D. Woods (1970), "Vibrations of soils and foundations". Ed. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, Nueva Jersey.

Richart Jr., F. E. (1975), "Some effects of dynamic soil properties on soil structure interaction". Journal of the Geotech. Eng. Div., ASCE, vol 101, GT 12, pp 1193-1240.

Romo, M.P. (1976), "Soil-structure interaction in a random seismic environment". Tesis doctoral presentada a la Universidad de California, Berkeley, EUA.

Romo, M. P., J. Chen, J. Lysmer y H. B. Seed (1980), "PLUSH, a computer program for probabilistic finite element analysis of seismic soil-structure interaction". Report No. EERC-77101. College of Engineering, University of California, Berkeley.

Romo, M. P. y A. Jaime (1986), "Características dinámicas de las arcillas del valle de México y análisis de respuesta sísmica del suelo". Informe del I de I, UNAM al comité de Emergencia del DDF, abr (Proy 6504).

Romo M.P. y H.B. Seed (1987), "Analytical modelling of dynamic soil response in the Mexico earthquake of september 19, 1985". Memorias de la conferencia internacional: "The Mexico earthquakes-1985. Factors involved and lessons learned". ASCE.

Rosenblueth, E., M. Ordaz, F. Sánchez-Sesma, Shri K. Singh y E Reynoso (1987), "Deterministic construction of design earthquake spectra for Mexico's Federal District". Memorias del 2o. U.S.-México Workshop sobre las investigaciones de los sismos de México, 1985, México D. F. nov 5-7.

Seed, H. B. y C. J. Chan (1966), "Clay strength under earthquake loading conditions". Proc. ASCE, No 92, SM 2.

Seed, H. B. e I. M. Idriss (1969), "The influence of soil conditions on ground motions during earthquakes". Journal of Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 94, No. SM1, pp-137, January.

Seed, H. B. e I. M. Idriss (1970), "Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis". Report No. EERC 70-10, College of Engineering, University of California Berkeley.

Sowers, G. y G. Sowers (1970), "Introductory soil mechanics and foundation engineering". Ed Collier-Mac Millan, 3a ed.

Stokoe, K. H. y R. D. Woods (1972), "In situ shear wave velocity by cross-hole method". Journal of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol 98, No. SM5, may.

Streeter, V. L., E. B. Wylie y F. E. Richart (1973), "Soil motion computations by characteristics method". ASCE, National Structural Eng. Meeting, San Francisco, CA. EUA, Preprint No. 1952, abr.

Thiers, G. R. y H. B. Seed (1968), "Cyclic stress strain characteristics of clay". Proceedings de la ASCE, No 94, SM 2.

United States Nuclear Regulatory Commission (1975), "Procedures for evaluation of vibratory ground motions of soil deposits at nuclear power plant sites". NUREG-751072. Nat. Tech. Information Service, US Dept. of Commerce.

Wiegel R, editor (1970), "Earthquake Engineering". Ed. Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey.

Woods, R. D. (1978), "Measurement of dynamic soil properties". Earthquake Eng. and Soil Dynamics, Proc. of the ASCE Geotechnical Eng. Div., Specialty Conference, Pasadena Cal., vol I, jun.

Zeevaert, L. (1967), "Free vibration test to determine the shear modulus of elasticity of soils". Proceedings III Panamerican Conference on Soil Mech. and Found. Eng., vol I, P III, Caracas, Venezuela.

Zeevaert, L. (1973), "Foundation engineering for difficult subsoil conditions". Ed. Van Nostrand Reinhold, Nueva York. Caps 5 y 12.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS**

**MODULO 4
"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"**

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE 1992

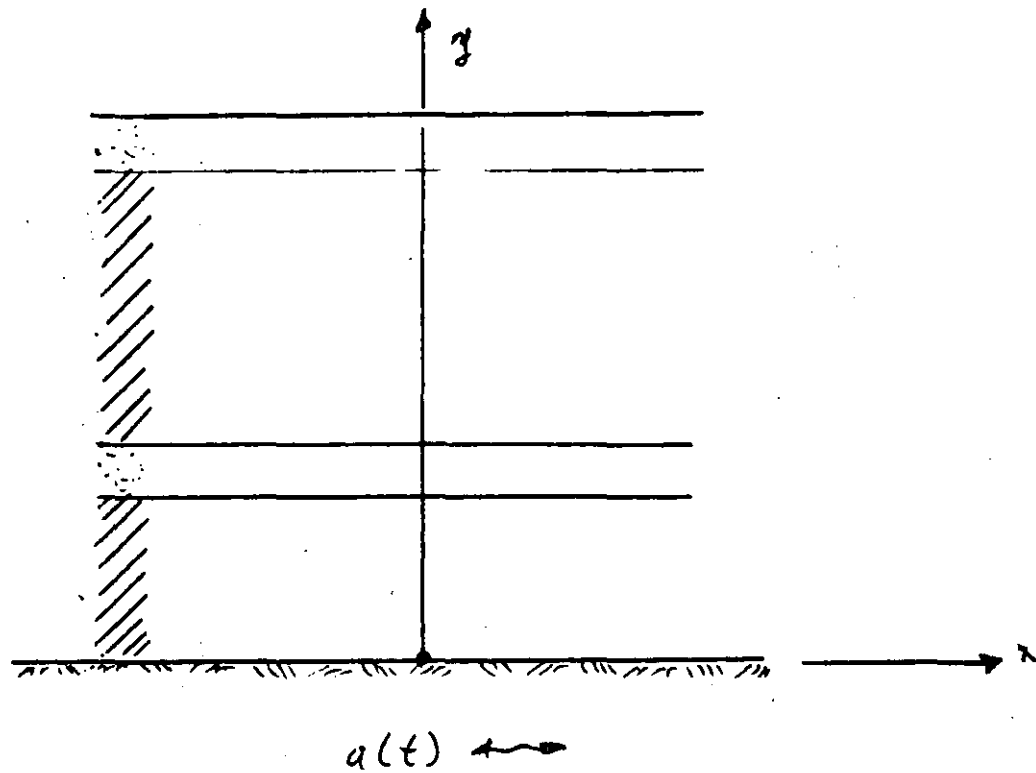
**MODELOS DE COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LOS
SUELOS**

DR. EFRAIN OVANDO SHELLEY

OCTUBRE 1992

MODELOS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS SUELOS

- NECESESARIOS PARA EVALUAR LA RESPUESTA DINÁMICA DE DEPÓSITOS DE SUELO



- ¿RESPUESTA?

- $\sigma_{ij}(x, y, t)$
 - $\epsilon_{ij}(x, y, t)$
 - $d(x, y, t)$
 - $v(x, y, t)$
 - $a(x, y, t)$
- } NECESARIO
MODELAR
AL SUELO

HIPÓTESIS
USUALES
PARA EVALUAR
LA RESP.
DINÁMICA

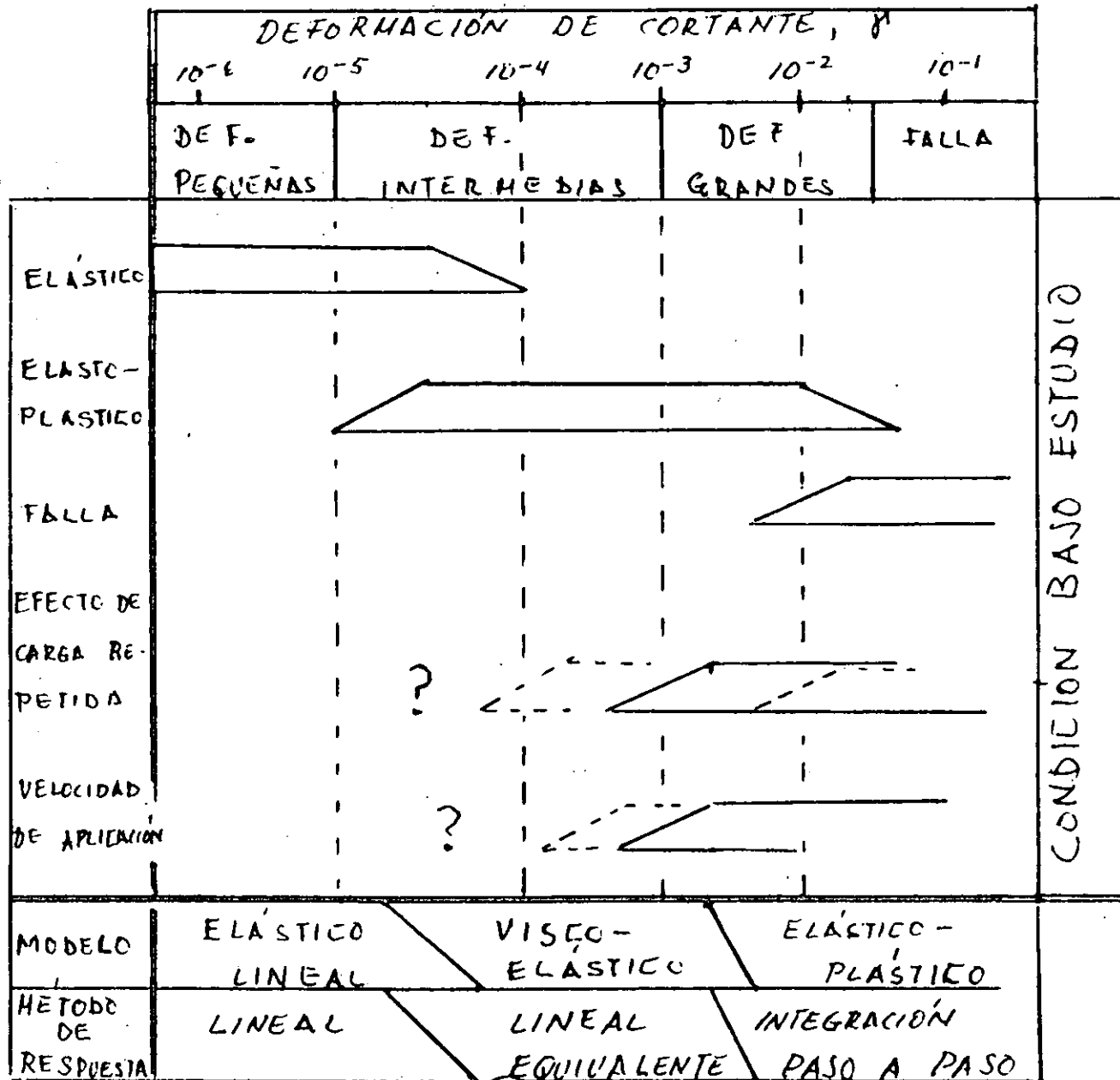
- LOS MOVIMIENTOS DEL TERRENO SE DEBEN PRINCIPALMENTE A LA PROPAGACIÓN VERTICAL DE ONDAS DE CORTE
- LA SUP. DEL TERRENO
LAS INTERFASES ENTRE CAPAS
LA FRONTERA CON LA ROCA BASAL } SON HORIZONTALES
- MATERIAL HOMOGENEO EN CADA CAPA O ESTRATO
- EL SUELO OBEDECE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO

MODELOS
MÁS USADOS

- ELÁSTICO LINEAL
- ELÁSTICO - NO LINEAL
- VISCO-ELÁSTICO
- ELÁSTICO PLÁSTICO

TÉCNICAS
PARA CALCULAR
LA RESPUESTA

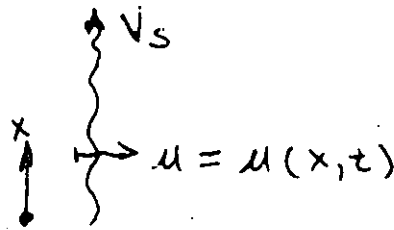
- MÉTODO LINEAL
- MÉTODO NO LINEAL
- INTEGRACIÓN PASO A PASO



RESPUESTA DE DEPÓSITOS DE SUELO

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}$$

ECUACIÓN DE ONDA



ρ DENSIDAD
 G MÓDULO DE CORTANTE
 η VISCOSIDAD

EL TÉRMINO

$$\eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}$$

REPRESENTA LAS CARACTERÍSTICAS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA

$G = G(\epsilon)$ $\eta = \eta(\epsilon)$
--

LLAMANDO $k^2 = \frac{\rho \omega^2}{G + i\eta \omega}$

LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA ES :

$$u = A e^{i(kx + \omega t)} + B e^{-i(kx - \omega t)}$$

ω — f.m.c. CIRCULAR DE LA EXCITACIÓN

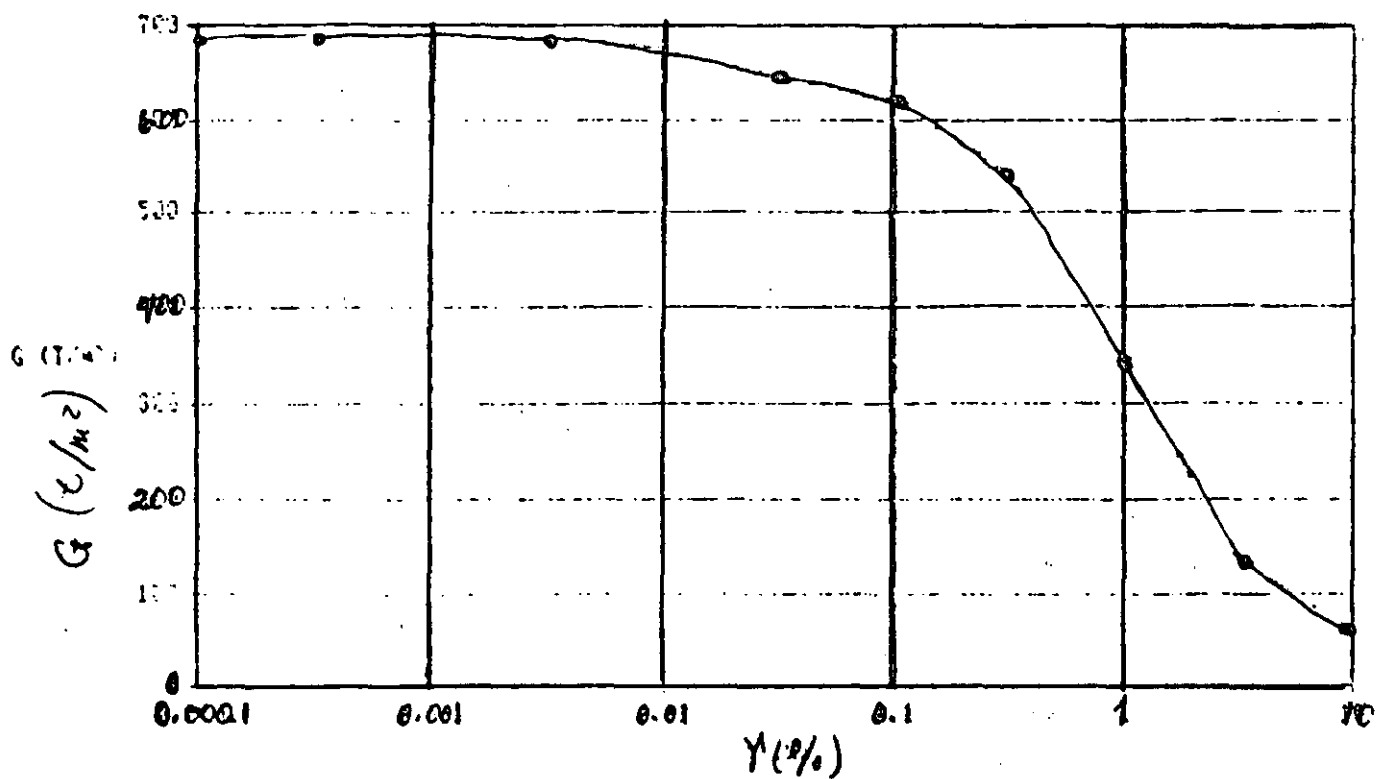


Figura 31. Variación del módulo cortante G con respecto a la deformación cortante γ .

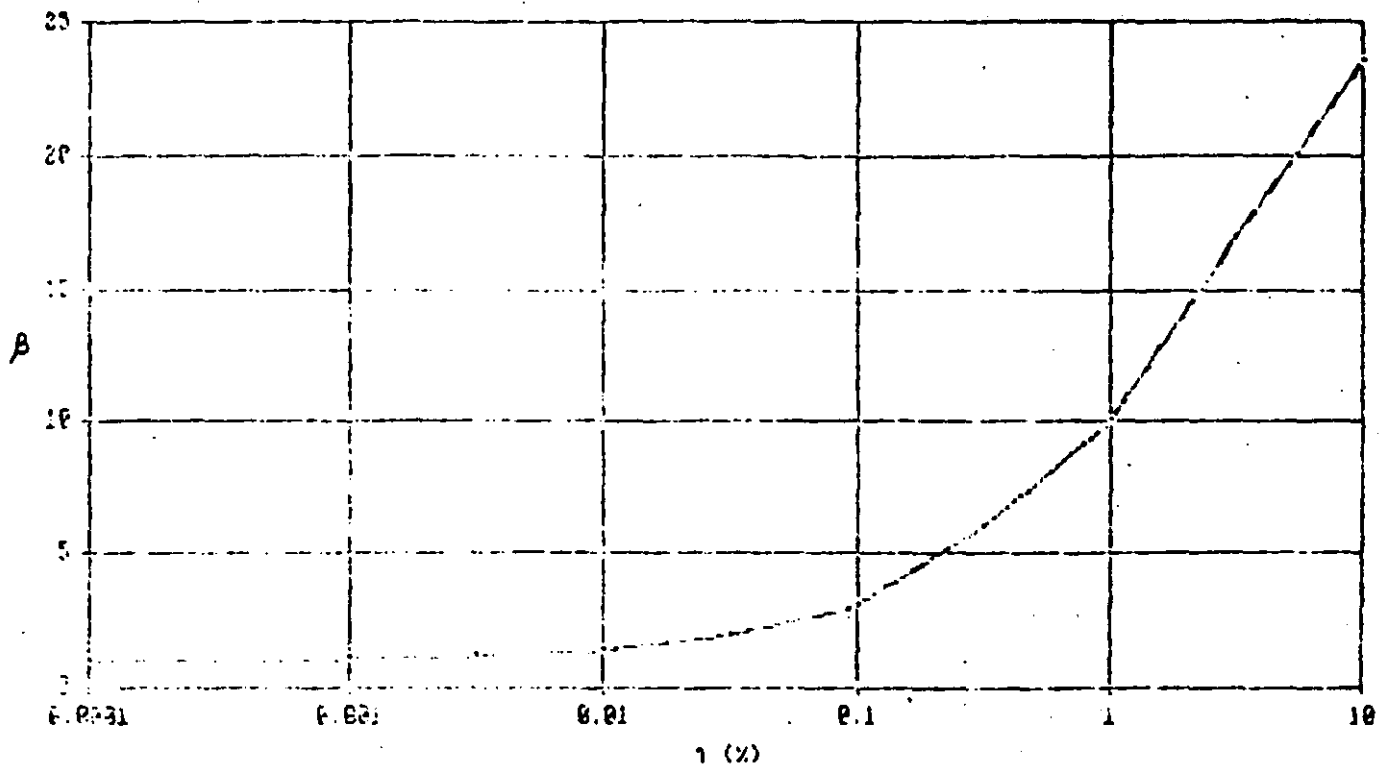


Figura 32. Variación de la relación de amortiguamiento β con respecto a la deformación cortante γ .

CUANDO LA VISCOSIDAD ES CONSTANTE

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\lambda_n = \frac{c}{2\omega_n}$$

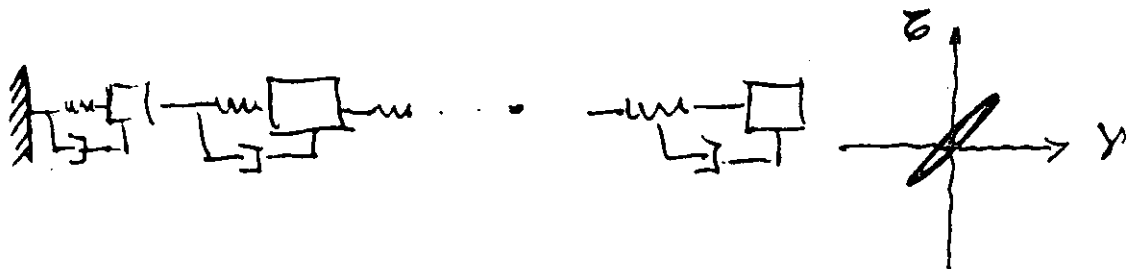
ω_n - freq. circ. naturales

λ_n - freq. del amort. crítico

MÉTODOS PARA CALCULAR LA RESPUESTA DINÁMICA

1. LINEAL

G, λ (ó μ) CONSTANTES



PERO

$$G = f_1(\varepsilon)$$

$$\lambda = f_2(\varepsilon)$$

• MÉTODO LINEAL EQUIVALENTE

• MUY USADO

• EJEMPLO: PROGRAMA SHAKE
(SCHNABEL)

PASOS

1. ESTIMAR PROPIEDADES (G , λ) DE CADA ESTRATO
2. OBTENER $\gamma(t)$ PARA CADA ESTRATO USANDO EL MÉTODO LINEAL
3. OBTENER DEFORMACIONES EFECTIVAS

$$\gamma_{ef} = 0.65 \gamma_{max}$$

$$\gamma_{ef} = RMS(\gamma(t))$$

RMS = VALOR MEDIO CUADRÁTICO

4. OBTENER NUEVOS VALORES DE G y λ A PARTIR DE LAS CURVAS CORRESPONDIENTES
5. VERIFICAR COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES USANDO O USAR OTROS VALORES DE G y λ REPITIENDO LOS PASOS 2 A 4.

MÉTODO DE INTEGRACIÓN PASO A PASO

EN REALIDAD TAMBIÉN ES UN ESQUEMA DE INTEGRACIÓN LINEAL EQUIVALENTE.

1. EVALUAR LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DEL DEPÓSITO DE ACUERDO CON EL ESTADO INICIAL DE ESFUERZOS Y CON EL MODELO PROPUESTO

2. OBTENER LA RESPUESTA LINEAL SUPONIENDO UNA REGLA PARA LA VARIACIÓN DE LA ACELERACIÓN

$$\ddot{u}_{i+1} = f(\ddot{u}_i) \quad i = \text{int. de tiempo}$$

3. CON LOS DESPLAZAMIENTOS DEL PASO ANTERIOR SE OBTIENEN INCREMENTOS DE DEFORMACIÓN

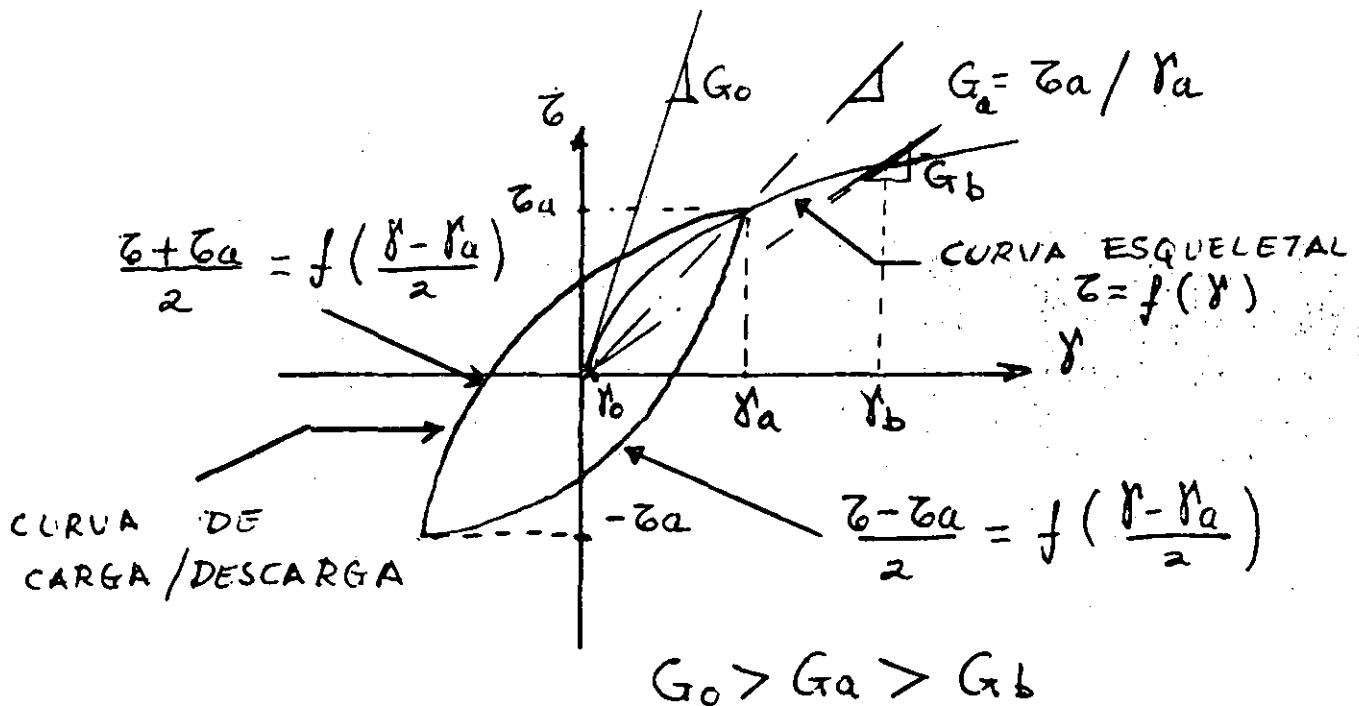
4. DADOS LOS DESPLAZAMIENTOS FINALES SE CALCULAN LAS FUERZAS QUE SE INDUCEN EN EL SISTEMA TOMANDO EN CUENTA LAS PROPIEDADES NO LINEALES DEL MATERIAL

MODELADO DEL SUELO

ETAPAS PARA MODELAR AL SUELO

1. CURVAS ESQUELETO
2. MODELOS DE CARGA / DESCARGA
3. DEGRADACIÓN DE PROPIEDADES

DEFINICIONES



$$\xi_a = \frac{\text{ÁREA BAJO LA CURVA HASTA } \gamma_a}{\text{ÁREA DE TODO EL RIZO DE HISTÉRESIS}}$$

$$\xi_0 < \xi_a < \xi_b$$

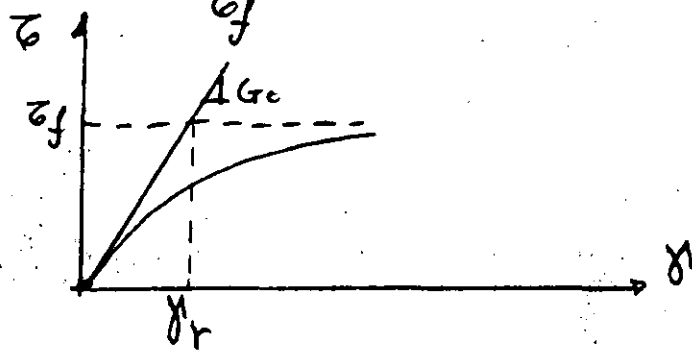
MODELADO DE LAS CURVAS ESQUELETO

CON ESTOS SE ESTABLECEN FUNCIONES QUE PERMITEN RELACIONAR ESFUERZOS CORTANTES, τ , Y DEFORMACIONES ANGULARES, γ .

$$\tau = f(\gamma)$$

1. MODELO DE HARDIN - DRNEVICH

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \frac{G_0}{\tau_f} \gamma}$$



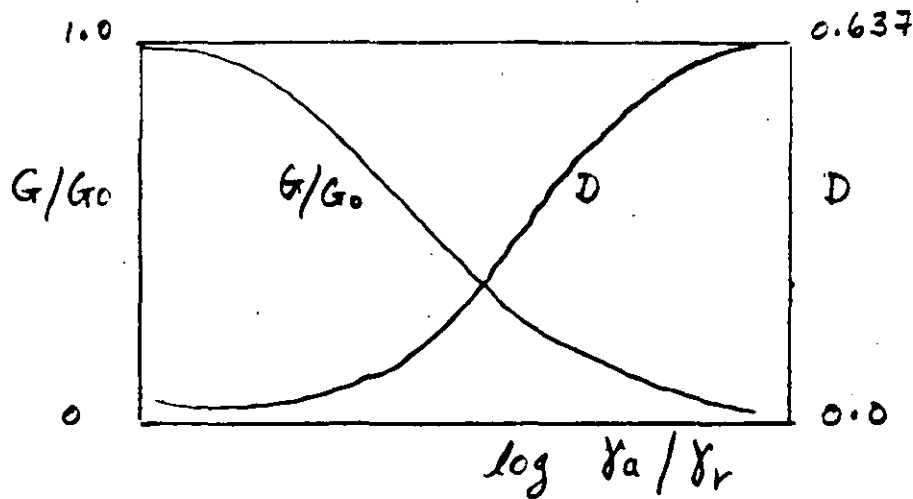
τ_f - esfuerzo cortante en la falla

γ_r - deformación de referencia

$$\gamma_r = \frac{\tau_f}{G_0}$$

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \gamma / \gamma_r}$$

$$D = \frac{4}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\gamma_a/\gamma_r} \right) \left[1 - \frac{1}{\gamma_a/\gamma_r} \ln \left(1 + \gamma_a/\gamma_r \right) \right] - 2\pi$$



2. MODELO DE RAMBERG - OSGOOD

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \alpha \left| \frac{\tau}{G_0} \right|^{r-1}}$$

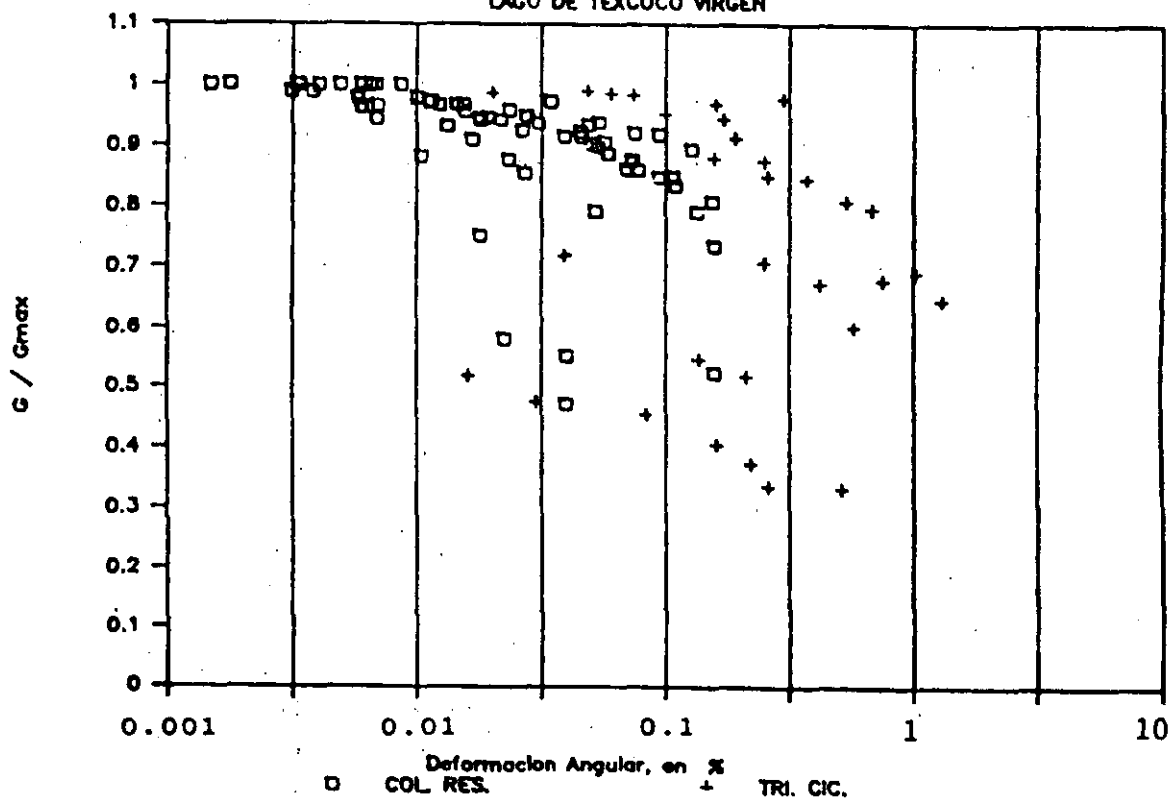
α y r SON CONSTANTES QUE SE DETERMINAN EXPERIMENTALMENTE

3. MODELO DE MARTIN-DAVIDENKOV

$$\tau = G_0 \gamma \left\{ 1 - \left(\frac{[\gamma/\gamma_r]^{2B}}{1 + (\gamma/\gamma_r)^{2B}} \right)^A \right\}$$

$2B$ y A CONSTANTES EXPERIMENTALES

SONDEOS : CAO, CAF
LAGO DE TEXCOCO VIRGEN



23
Figura 23. Variación de $G/G_{\text{máx}}$ vs γ . Lago de Texcoco Virgen

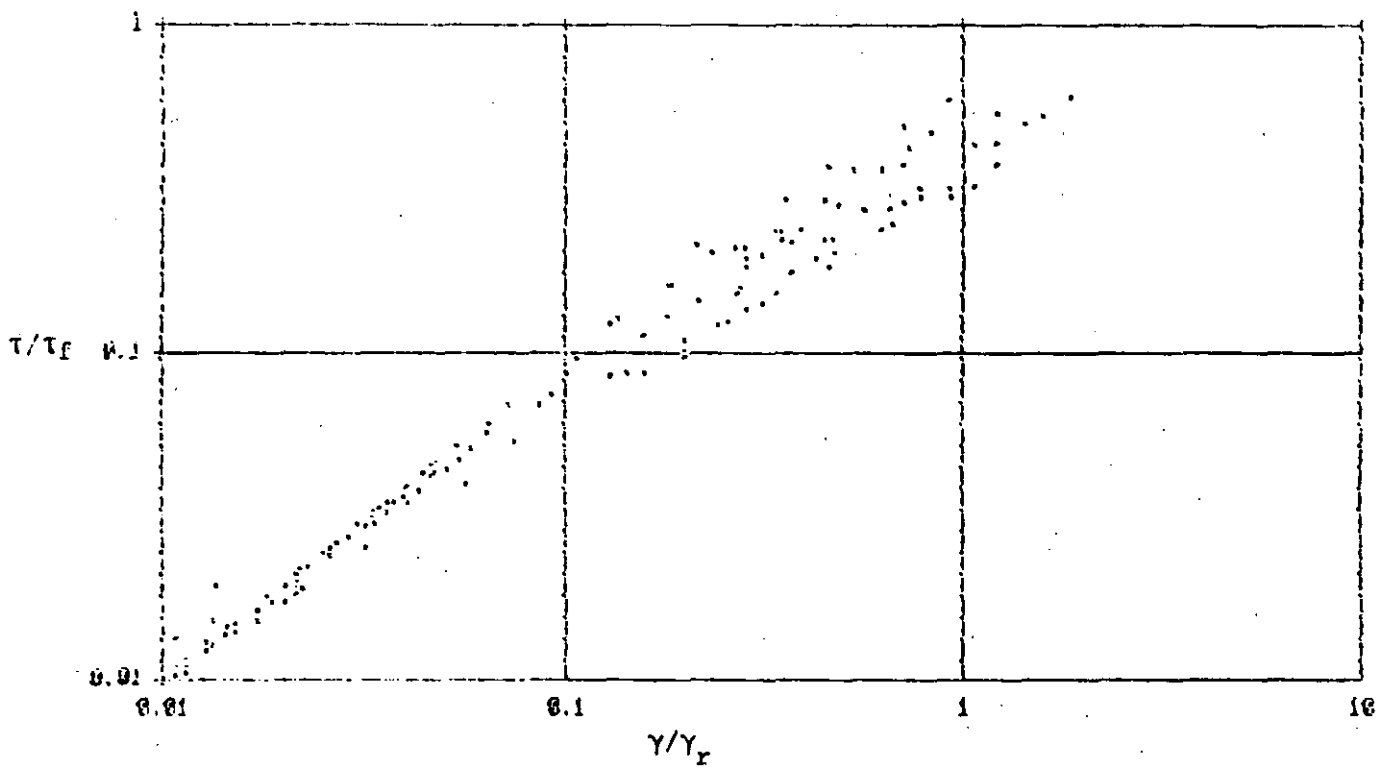


Figura 3: Curvas esqueleto normalizadas de las ancillas del Valle de México.

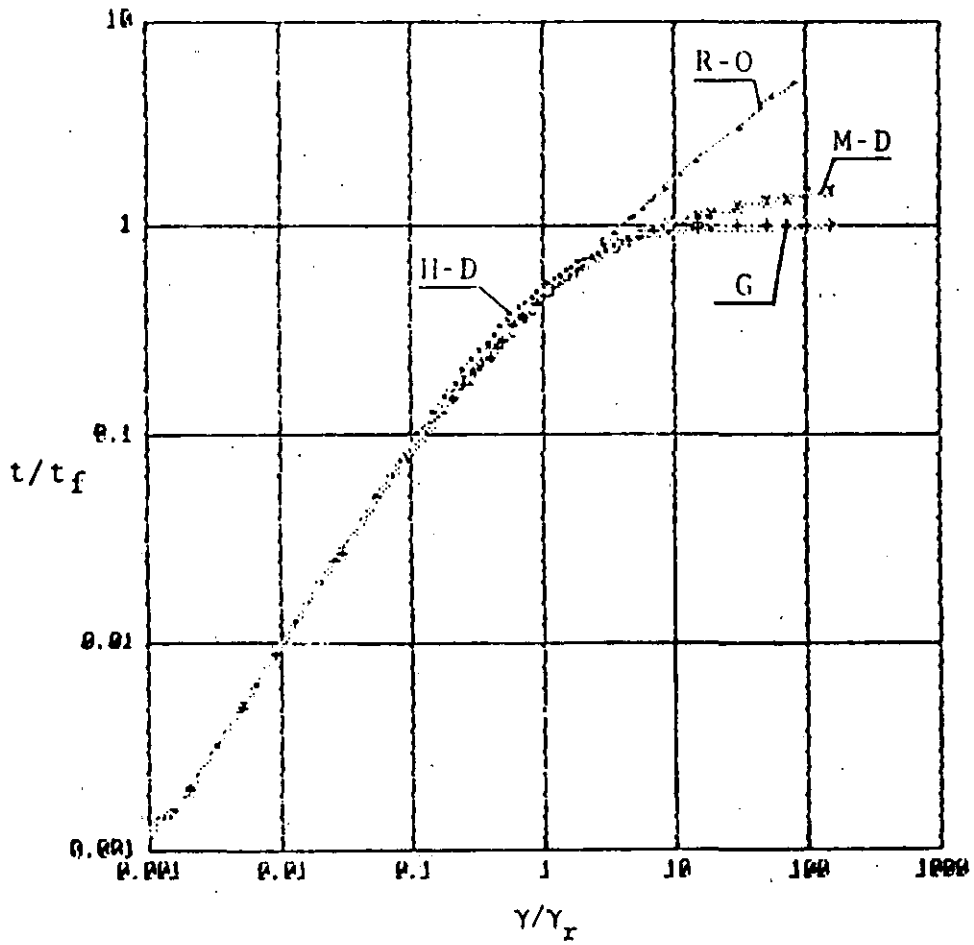


Figura 3: Modelos de curvas esqueleto normalizadas para el caso de las arcillas del Valle de México.

MODELOS CARGA / DESCARGA

LOS MÁS FRECUENTEMENTE USADOS SON LOS DE

HASING

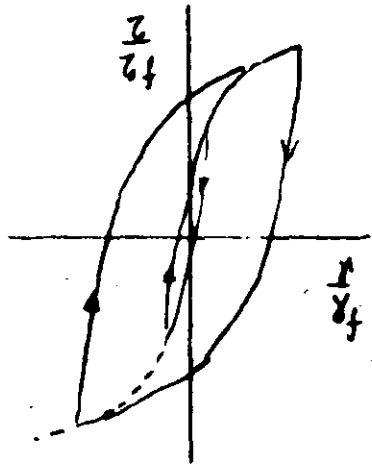
IWAN

PyKE

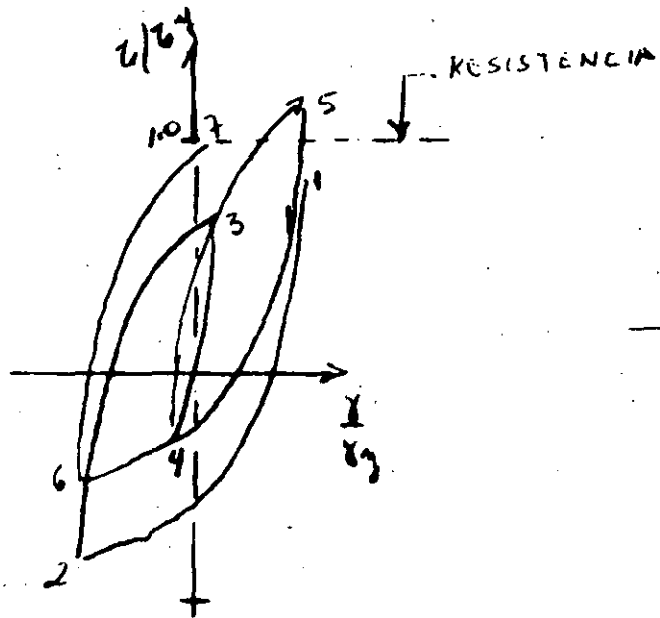
REGLAS DE HASING :

1. EL MÓDULO DE CORTE EN CADA INVERSIÓN DE CARGA, ASUMIRÁ EL VALOR DEL MÓDULO TANGENTE INICIAL
2. LA FORMA DE LAS CURVAS DE DESCARGA Y RECARGA ES IGUAL A LA DE LA CURVA ESQUELETO EXCEPTO POR UN FACTOR DE ESCALA IGUAL A DOS.

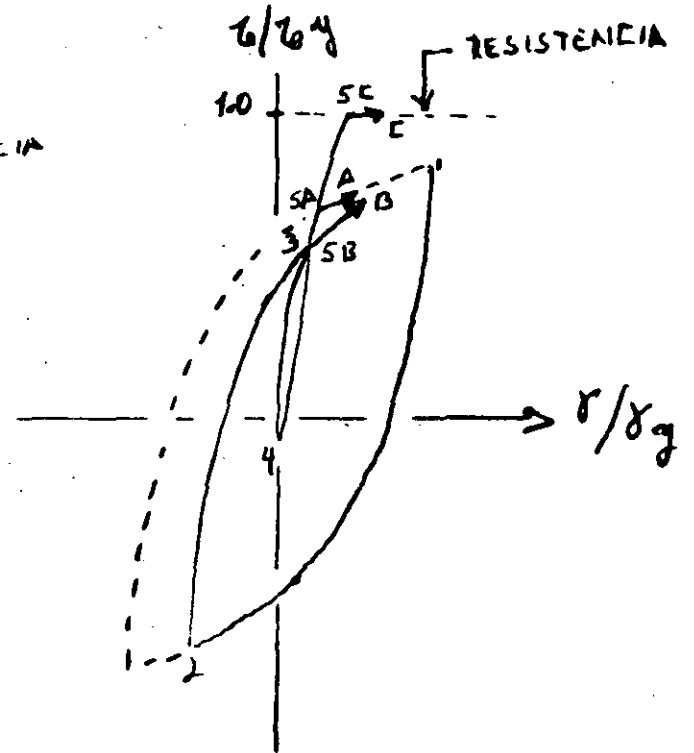
APLICACION DE LA REGLA DE MASING



CICLOS REGU-
LARES



PROBLEMA
DE CONDALL

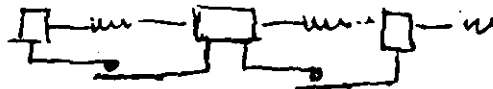


MODIFICACIONES
A LA REGLA DE
MASING

USANDO LOS MODELOS DE IWAN O PYKE
SE PUEDEN EVITAR LOS INCÓVENIENTES
DEL DE MASING

MODELO DE IWAN

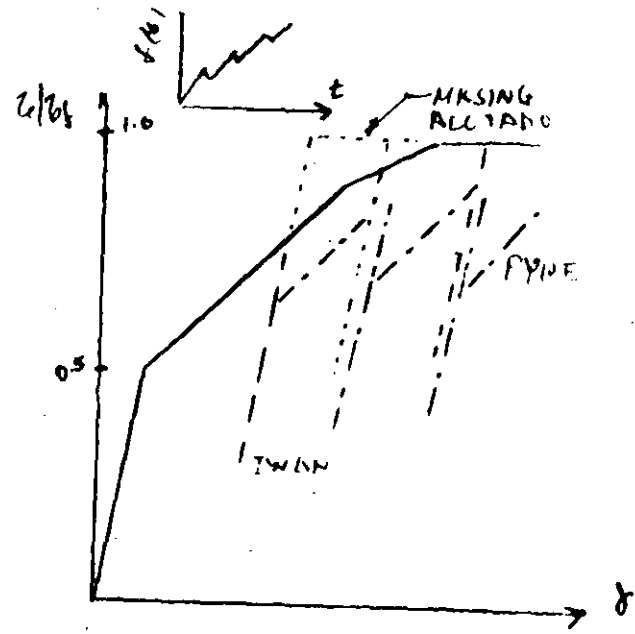
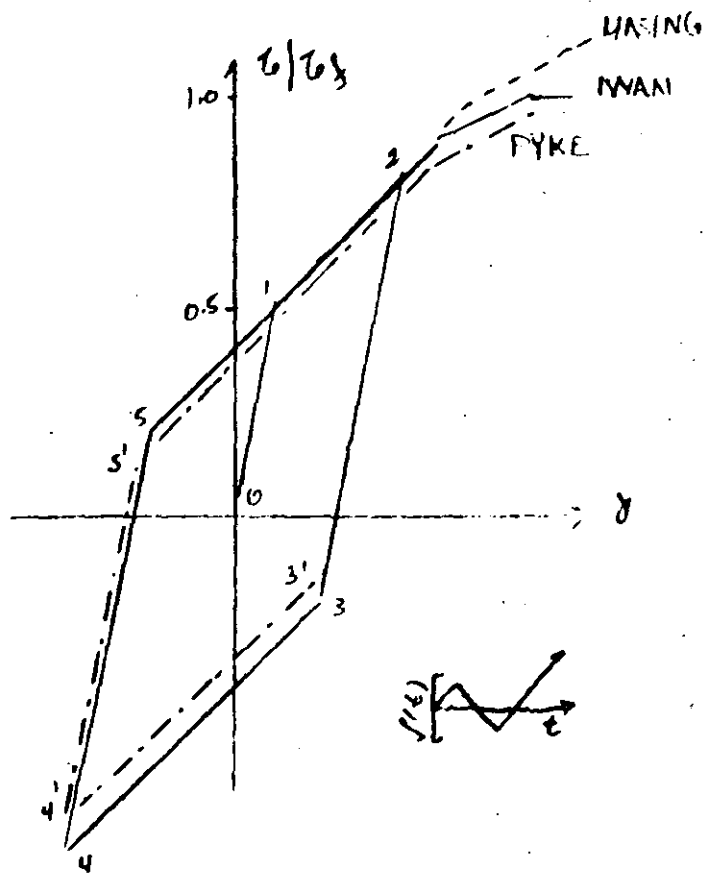
SIMULA EL COMPORTAMIENTO ESFUERZO-DEFORMACIÓN
CON UNIDADES REOLÓGICAS DE RESORTES
LINEALES Y DESLIZADORES TIPO COULOMB:



MODELO DE PYKE

MODIFICA LA SEGUNDA LEY DE MASING:
ALARGA LA CURVA ESQUELETO CON UN
FACTOR, C , DEFINIDO COMO

$$C = \left| \pm 1 - \sigma / \sigma_f \right|$$



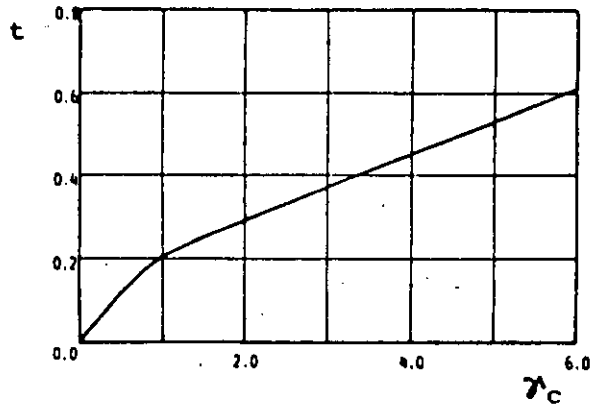
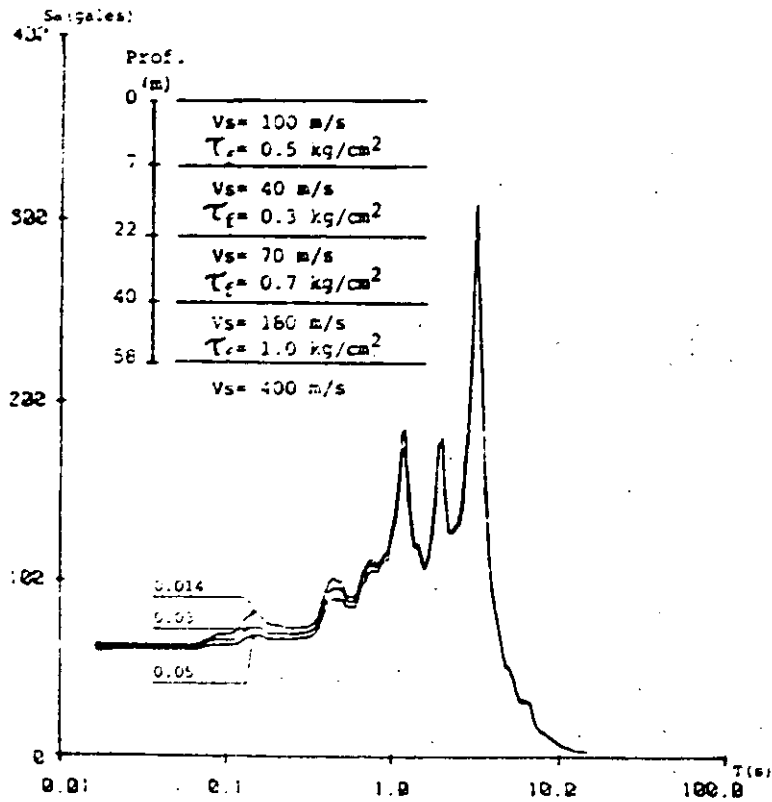
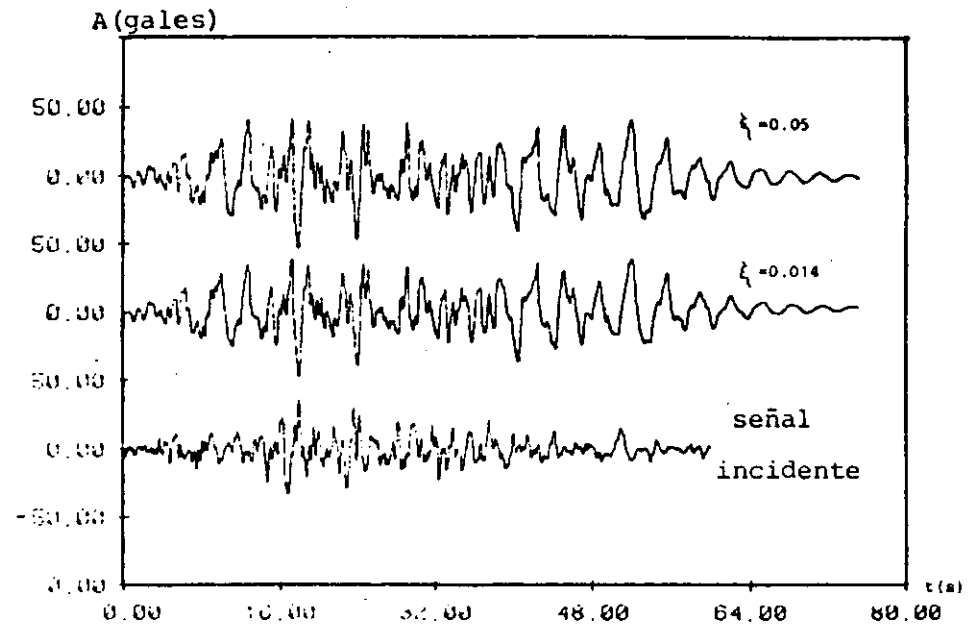


Figura 40. Curva típica del parámetro de degradación t contra la deformación cortante γ_c (Martin, et.al., 1978)



(A)



(B)

Figura 4. (a) Espectros de respuestas calculados al variar el amortiguamiento de los depósitos arcillosos de 0.014 a 0.05.

(b) Acelerogramas calculados al variar el amortiguamiento de los depósitos arcillosos de 0.014 a 0.05.

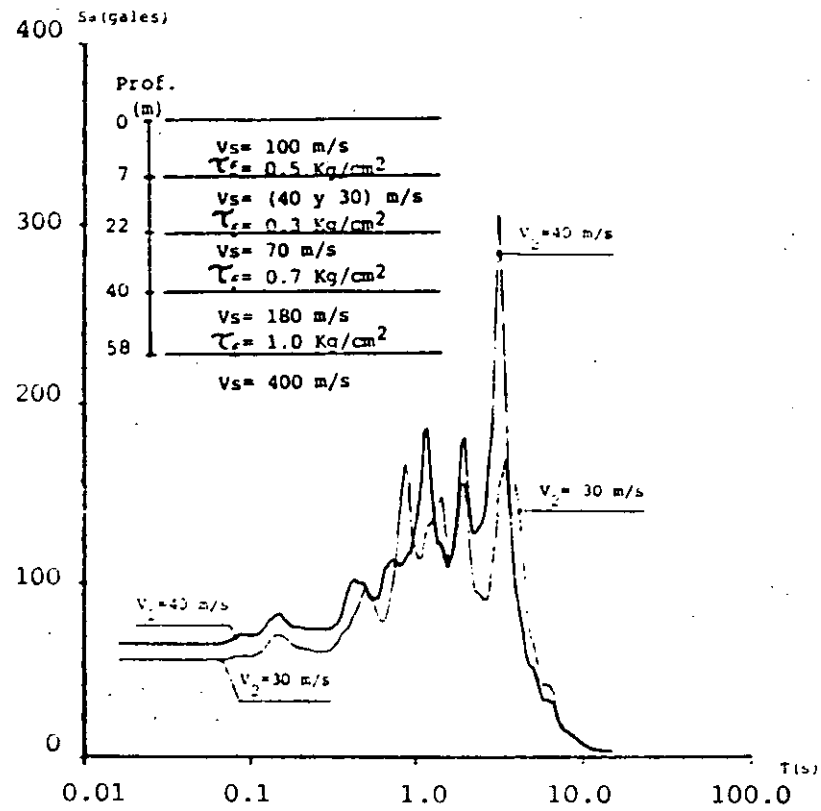
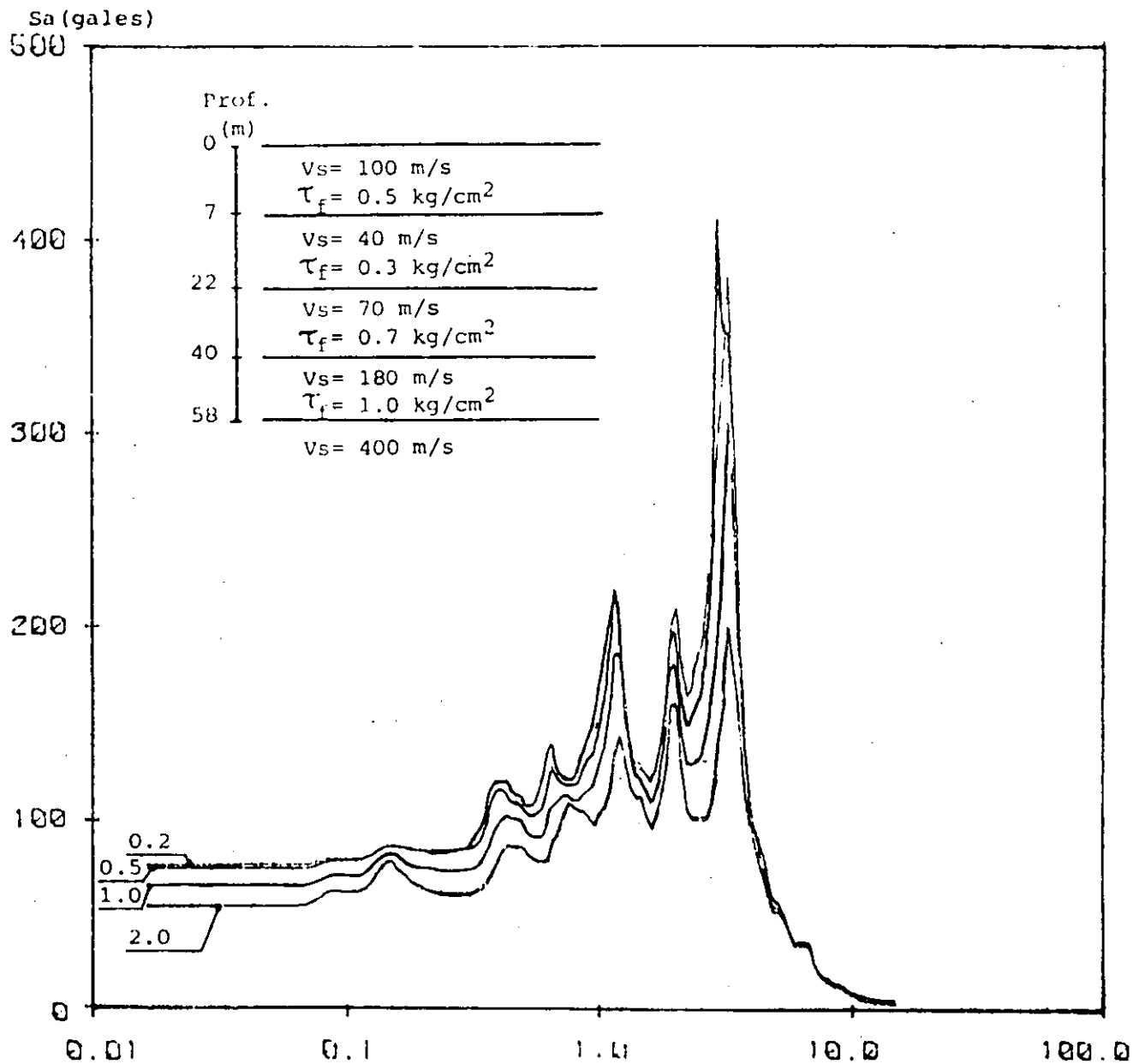


Figura 10. Variación del espectro de respuesta al modificar la velocidad de la segunda capa (de 40 m/s a 30 m/s).



Espectros de respuesta calculados al variar el nivel de magnitud de la señal de entrada (0.2, 0.5, 1.0 y 2.0).

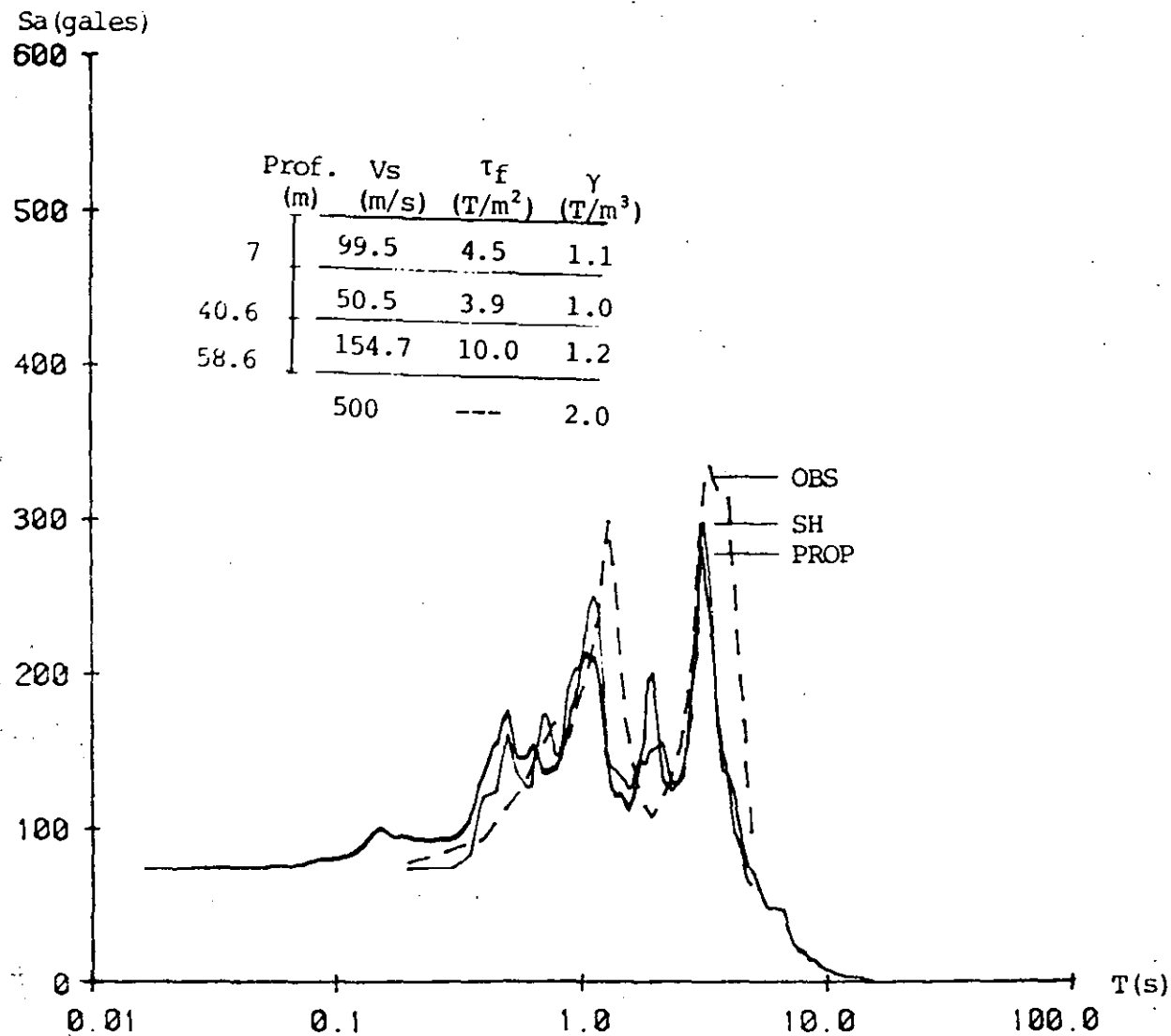


Figura 49. Comparación entre el espectro observado en el sitio CAO y los calculados mediante Técnicas analíticas (SHAKE-SH, PROPUUESTO-PROP).

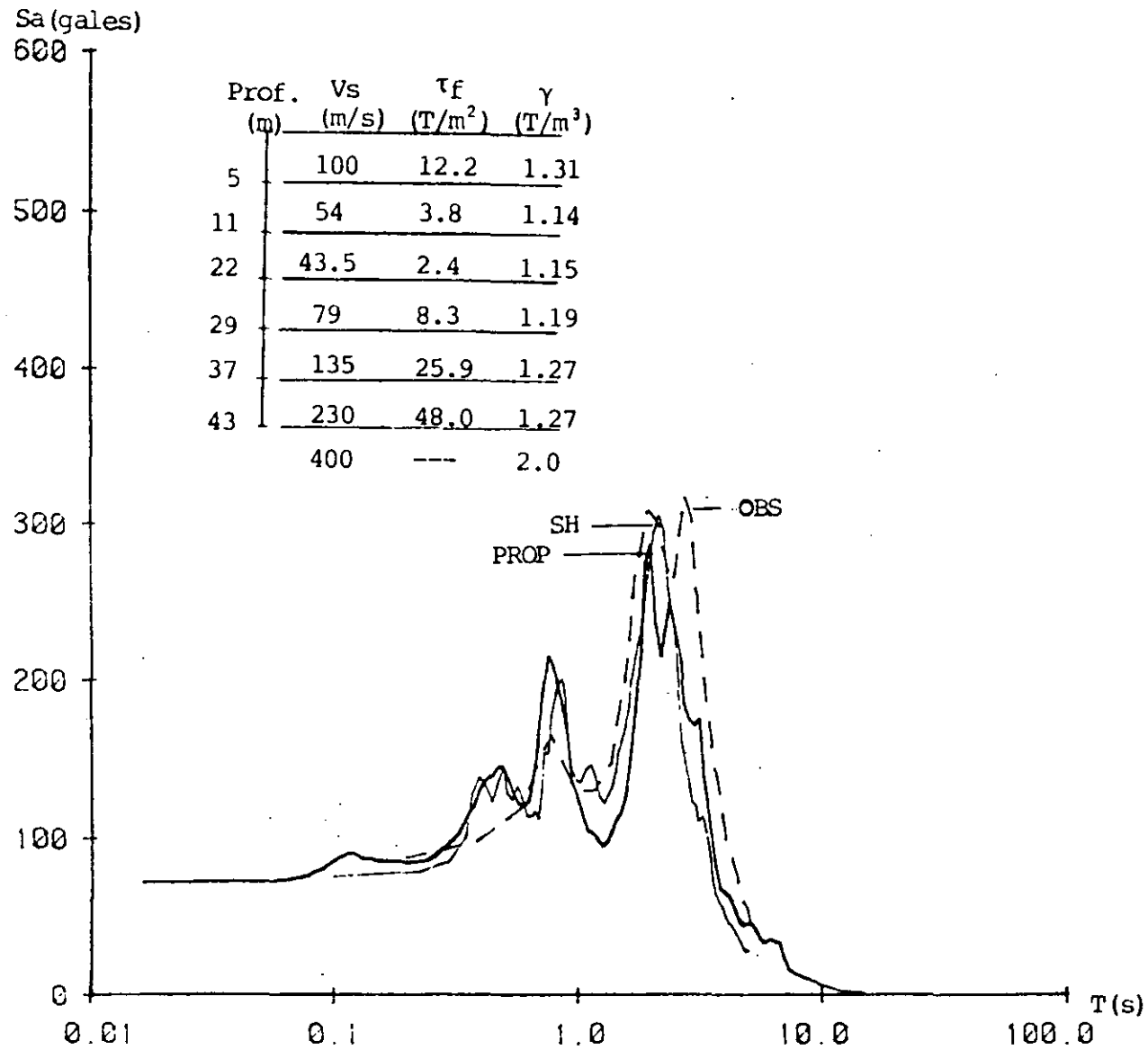


Figura 48. Comparación entre el espectro observado en CAF y los calculados mediante técnicas analíticas (SHAKE-SH, PROPUESTO-PROP).



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS
V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS**

MODULO 4

" DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

**EVALUATION EL SOIL PROPERTIES POR USE IN
EARTHQUAKE**

OCTUBRE 1992

Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis

K. ISHIHARA

University of Tokyo, Japan

SUMMARY

A brief review is presented over the recently reported information on the shear modulus at very small levels of strain, and on the strain-dependent modulus and damping characteristics of soil materials with emphasis on the results of tests on undisturbed samples of soils from in-situ deposits. The material models to represent soil properties at large levels of strain near failure are examined in relation to the methods of analyses for the seismic response studies of soil deposits. It was found that the use of the hyperbolic model combined with the Hasing rule can be used only for the response analysis inducing medium levels of shear strains in the soil up to about 1 percent. For the analyses involving larger levels of strains near failure, the use of the Ramberg-Osgood model was shown to be more appropriate to represent the soil properties.

INTRODUCTION

Dynamic analyses to evaluate the response of soil deposits and earth structures to seismic load applications have been finding increased application in geotechnical engineering practice. Various idealized models and analytical techniques are being used to represent a soil deposit and to evaluate its response, but whatever procedure is followed, it is necessary to determine the appropriate stress-strain and energy absorbing properties in the deposit. In recognition of such needs, many attempts have been made in recent years to evaluate the dynamic properties of soil materials both in the laboratory and in the field. As a result, a comprehensive amount of information has been produced and publicized on this topic and the progress has been advanced to a point where more reliable laboratory test data on undisturbed soil

sample and more direct in-situ test data can be obtained in the design practice almost on the routine basis. Further investigations are being undertaken to identify dynamic properties of coarse-grained materials such as gravels and crushed rocks and also of soft rocks.

With an effective use of such information it becomes possible to increase the accuracy of the dynamic response analysis. The seismic response analysis taking into account the effects of nonlinear nature of soil deformation can be made either by the equivalent linear method or the step-by-step integration method. The equivalent linear method developed by Seed and Idriss (1969) assumes that a solution for the problem of soil deposits involving the nonlinear deformation can be obtained approximately by a linear analysis provided the stiffness and damping used in the analysis are selected to be compatible with the effective shear strain amplitudes at all points of the system being analyzed. For this type of analysis, the soil properties such as the shear modulus and damping ratio determined from the tests need to be expressed as functions of the shear strain amplitude either in a graphical form or in a form of some analytical function. Since the use of the analytical function is not mandatory, it is not necessarily required, when using the equivalent linear method, to have an established material model to fit in the soil properties determined from the tests.

It should be mentioned here that the equivalent linear method is capable of giving a reasonably accurate solution only when the shear strain involved in the analysis is less than about 1 percent. For the problem inducing larger shear strains in the soil deposits, the equivalent linear method fails to yield an acceptably good solution, and the step-by-step integration procedures are preferred instead in such circumstances.

At present, with the increasing need for designing and constructing important structures such as nuclear power plants and off-shore platforms, there is a growing demand to consider fairly large-scale earthquakes to determine input motions for making the seismic response analysis. The response analyses to such high-intensity seismic loading often produces shear strains in the soil deposits which are greater than a few percent almost on the verge of failure. For the analyses of such a problem, the step-by-step integration procedure is badly in need.

Another aspect becoming increasingly important in recent times is the development of the effective stress approach for making the response analyses for saturated sand deposits in which progressive build-up of pore water pressures are considered leading to a significant deterioration of the soil stiffness in the course of seismic loading. In such problems, the soils tend to induce a large amount of shear strain when the effective confining stress becomes very small approaching onset of liquefaction. Therefore, the use of the step-by-step integration procedure is almost mandatory for successfully conducting the seismic response analyses.

When using the step-by-step method, it is necessary to feed the soil properties into the computer code at each time step of integration. This complicated procedure can be practically handled only when the stress-strain relation is expressed in an analytical form and the information on instantaneous soil properties can be continuously derived from the analytical relation. For this purpose, it is necessary to have an established material model for describing the soil properties under dynamic loading conditions.

In the following pages of this paper, the recently reported information on the dynamic properties of soil materials will be briefly reviewed with emphasis on the shear modulus and damping values obtained from the tests on undisturbed samples. In view of the importance of establishing a soil model to be incorporated into the step-by-step response analysis procedure, an attempt will be made to fit in the available test data to the models known as the Ramberg-Osgood model and Hardin-Drnevich model. The procedure for determining the

parameters appearing in these models will be suggested with a particular emphasis on the representation of the material behavior at large strain levels near failure.

GENERAL CHARACTERISTICS OF SOIL BEHAVIOR

It has been known that the stress-deformation characteristics of soils vary to a large extent depending upon the magnitude of shear strains to which soils are subjected. Overall changes in soil behavior with changes in shear strain involved are illustrated in Fig.1, in which approximate ranges of the shear strain producing elastic, elasto-plastic and failure states of stress are indicated. In the infinitesimal strain range below the order of 10^{-3} , the deformations exhibited by most soils are purely elastic and recoverable. The phenomena associated with such small strains would be vibration or wave propagation through soil grounds. Over the intermediate range of strain between 10^{-4} and 10^{-2} , the behavior of soils is elasto-plastic and produces irrecoverable permanent deformation. Development of cracks or differential settlements in soil structures appears to be associated with the elasto-plastic nature of soils which is exhibited within such range of strain. When large strains exceeding a few percent are imposed on soils, the strains tend to become considerably large without further increase in shear stress and failure takes place in the soils.

Shear strain	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
	Small strain	Medium strain	Large strain	Failure strain		
Elastic						
Elasto-plastic						
Failure						
Effect of load-repetition						
Effect of loading rate						
Model	Linear elastic model		Visco-elastic model		Load history tracing type model	
Method of response analysis	Linear method		Equivalent linear method		Step-by-step integration method	

Fig.1 Changes in soil properties with shear strain and corresponding modelling principle and method of response analysis

Slides in slopes or compaction and liquefaction of cohesionless soils are associated with the failure-inducing large strains.

Another feature to be noted in soil behavior is the dilatancy, i.e., the tendency of soils to dilate or to contract during drained shear or pore water pressure changes during undrained shear. The dilatancy in the repetition of load does not come out in the infinitesimal and intermediate strain ranges. Its effect begins to appear when the magnitude of shear strain increases above the level of about 10^{-4} to 10^{-3} (Dobry et al, 1980) as indicated in Fig.1. It should be born in mind that the progressive changes in soil properties during load repetition such as degradation in stiffness of saturated soils or hardening of dry or partially saturated soils can occur as a consequence of the dilatancy effect being manifested during shear.

Still other important aspect of soil deformation characteristics observed under dynamic loading conditions is the influence of speed with which loads are applied to soils. Experiences in laboratory tests have shown that the resistance to deformation of soils under monotonic loading conditions generally increases as the speed of loading is increased, and also that the strength of soils increases with an increase in time to failure. It is to be noted that the effect of the loading speed does not appear, when the shear strain is very small. It has been shown that the threshold shear strain between where the rate effect does or does not come out is on the order of about 10^{-3} . Detailed account on the effect of loading speed on the behavior of soils is given elsewhere (Ishihara, 1981).

Modelling of soil behavior under cyclic or random loading conditions must be made so that the model can duplicate the different deformation characteristics varying over the wide range of shear strain as described above. When a soil behavior is expected to stay within the range of the small strain, the use of elastic model is justified and the wave propagation method based on the linear elastic theory can be employed to obtain an exact solution for any problem concerned. In this simplest case, the shear modulus is a key parameter to properly model the soil behavior. When a given problem is associated with the medium range of strain approximately below the level of 10^{-3} , the soil behavior becomes elasto-plastic and the shear modulus tends to decrease as the shear strain increases. At the same time, the energy dissipation occurs during cycles of load application. The energy dissipation in soils is mostly rate-independent and of hysteretic nature,

and damping ratio can be used to represent the energy absorbing properties of soils. Since the strain level concerned is still small not to cause any progressive changes in soil properties, the shear modulus and damping ratio do not change with progression of cycles in load application. Such steady-state soil characteristics can be represented, to a reasonable degree of accuracy, by the use of the linear viscoelastic theory. The shear modulus and damping ratio determined as functions of shear strain are the key parameters to represent soil properties in this medium strain range. The most useful analytical tool accommodating these strain-dependent but cycle-independent soil properties would be the equivalent linear method based on the viscoelastic concept. Generally, the linear analysis is repeated by stepwise changing soil parameters until a strain-compatible solution is obtained. The seismic response analysis performed for the horizontally layered soil ground by the use of the computer program SHAKE (Shnabel et al, 1972) is a typical example of the analytical tool that can be successfully used to clarify the soil response in the medium range of strain.

When a soil problem concerned is with shear strain level larger than about 10^{-2} , soil properties tend to change appreciably not only with shear strain but also with the progression of cycles. The manner in which the shear modulus and damping ratio change with cycles is considered to depend upon the manner of change in the effective confining stress during irregular time histories of shear stress application. When the law of changing effective stress is established, it is then necessary to have hysteresis law in which stress-strain relations can be specified at each step of loading, unloading and reloading phases. The concept most commonly used at present for this purpose is what is referred to as Masing law. For the analysis of soil response accommodating such a stress-strain law covering large strain levels near failure, it is necessary to employ a numerical procedure involving step-by-step integration technique as indicated in Fig.1.

Since the primary objective of this paper is to present some ideas for a proper representation of the soil properties at large shear strains conforming to the step-by-step method of seismic response analyses, it will be assumed throughout this paper that the usage of the Masing rule to the proposed material model is a mandatory premise for the successful application of the models. Furthermore, the soil properties discussed in the following are assumed to be those associated with the cyclic loading involv-

ing no change in the effective confining stress, and therefore to be independent of the cycles of load application.

STRUCTURE OF MODEL FOR CYCLIC LOADING

Modelling of soil behavior in cyclic loading is usually made by first specifying the stress-strain relation in the virgin loading or initial loading. Let this relation be given by

$$\tau = f(\gamma) \quad \dots\dots\dots (1)$$

where τ and γ are appropriate shear stress and shear strain, respectively. The curve described by Eq. (1) is called the skeleton curve or backbone curve as illustrated in Fig. 2.

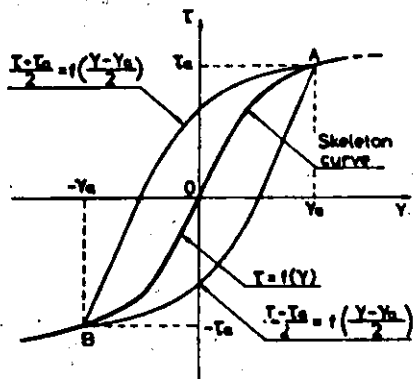


Fig. 2 Construction of unloading and reloading curves based on the Masing rule

If loading reversal occurs at point A where $\gamma = \gamma_a$ and $\tau = \tau_a$, then the equation of the stress-strain curve during subsequent unloading from the reversal point is assumed to be given by

$$\frac{\tau - \tau_a}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_a}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

If the curve defined by Eq. (2) reaches a point, B, on the skeleton curve on the opposite side the stress-strain curve is assumed to follow the skeleton curve farther on the negative side. If reloading is executed at point B, the stress-strain curve for the reloading is given by an equation similar to Eq. (2) in which the sign of τ_a and γ_a

is changed. If the skeleton curve is intersected again at point A during the reloading, further loading is assumed to follow the skeleton curve on the positive side. The rule for constructing the unloading and reloading branches of the stress-strain curves as above is referred to as Masing rule. The rule can be applied to form stress-strain curves for any phase of loading during complicated load histories. It is to be noted that the stress-strain curves for unloading and reloading branches given by Eq. (2) have the same shape as that of the skeleton curve, except that the scale is enlarged by a factor of two and the starting point of each curve is translated at a point of stress reversal. It is also noted that the unloading curve starting from point A in Fig. 2 intersect the skeleton curve at the symmetric point, B, with respect to the origin, O.

If soil properties are assumed not to change with the progression of cycles, then the stress-strain curve stays unchanged for constant-amplitude unload-reload cycles. For such a steady-state cyclic loading conditions, the shear characteristics of soils can be represented by the secant modulus, G, which is defined by

$$G = \frac{\tau_a}{\gamma_a} = \frac{f(\gamma_a)}{\gamma_a} \quad \dots\dots\dots (3)$$

where τ_a and γ_a denote the amplitude of shear stress and shear strain, respectively. The damping characteristics of soils is represented by the damping ratio, D, which is defined by

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad \dots\dots\dots (4)$$

where ΔW is the damping energy, i.e., the area within the hysteresis loop shown in Fig. 3, and W is the equivalent strain energy defined as

$$W = \frac{1}{2} f(\gamma_a)\gamma_a \quad \dots\dots\dots (5)$$

Since the hysteresis loop is obtained by enlarging the skeleton curve by a factor of two in γ and τ directions, the half-moon section ABE has the same shape as the half-moon portion AOC in Fig. 3 and, therefore, the area ABE is four times the area AOC. Hence, the damping energy, ΔW at the strain amplitude, γ_a , can be computed by

$$\Delta W = 8 \int_0^{\gamma_a} f(\gamma) d\gamma - W \quad \dots\dots\dots (6)$$

Putting Eqs. (5) and (6) in Eq. (4), one obtains

MODELS FOR DESCRIBING STRESS-STRAIN RELATIONS OF SOILS

$$D = \frac{2}{\pi} \left[\frac{2 \int_0^{\gamma_a} f(\gamma) d\gamma}{f(\gamma_a) \gamma_a} - 1 \right] \dots (7)$$

In some cases, the constitutive model is constructed so as to express the shear strain in terms of the shear stress. Let the skeleton curve of such a model be expressed by

$$\gamma = g(\tau) \dots (8)$$

Then, the secant shear modulus and damping ratio are given, respectively, by the following formulae.

$$G = \frac{\tau_a}{\gamma_a} = \frac{\tau_a}{g(\tau_a)} \dots (9)$$

$$D = \frac{2}{\pi} \left[1 - \frac{2 \int_0^{\tau_a} g(\tau) d\tau}{g(\tau_a) \cdot \tau_a} \right] \dots (10)$$

It is to be noted that both the shear modulus, G, and damping ratio, D, are expressed as functions of the shear strain amplitude, γ_a , or the shear stress amplitude, τ_a , and that these functional forms are determined if the relation of Eq. (1) or Eq. (9) for the skeleton curve is specified.

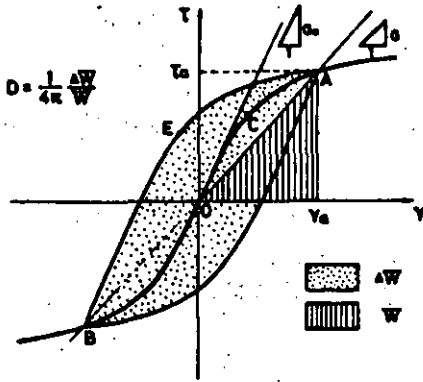


Fig. 3 Definition of the secant shear modulus, G, and damping ratio, D

$$\frac{\tau_a}{\tau_f} = \frac{\left(\frac{G_0}{G_f}\right) \gamma}{1 + \left(\frac{G_0}{G_f}\right) \gamma}$$

$$\frac{\tau}{\tau_f} \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma_{ref}}\right) = \frac{\gamma}{\gamma_{ref}}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_{ref}} \left(\frac{\tau}{\tau_f} - 1\right) = -\frac{\tau}{\tau_f} \quad \left[\frac{\gamma}{\gamma_{ref}} = \frac{\tau/\tau_f}{1 - \tau/\tau_f} \right] \quad 241$$

Most commonly used models for describing nonlinear stress-strain relations of soils are what is called Ramberg-Osgood model (R-O model) and the hyperbolic model (H-D model) proposed by Hardin and Drnevich (1972b). Modified versions of these models and other models are also proposed, but in what follows the basic nature of the above two models will be discussed in some detail.

1. Hardin-Drnevich Model

The stress-strain relation for the skeleton curve is assumed to be represented by the hyperbolic equation formulated by Kondner and Zelasko (1963).

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \frac{G_0}{\tau_f} \gamma} \dots (11)$$

where G_0 is the initial tangent shear modulus at $\gamma = 0$ and τ_f is the shear strength of soils. The initial shear modulus, G_0 , can be taken as being equal to the elastic shear modulus at very small strain range. Hardin and Drnevich (1972b) defined the reference strain, γ_r , as

$$\gamma_r = \frac{\tau_f}{G_0} \dots (12)$$

The meanings of the reference strain is illustrated in Fig. 4.

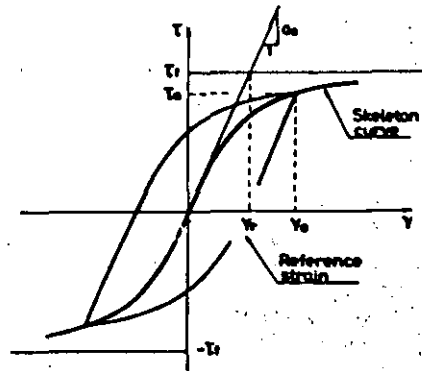


Fig. 4 Definition of the reference strain

Introducing Eq. (12) into Eq. (11), the expression of the shear modulus (secant modulus) for the H-D model is obtained from Eq. (3) as follows,

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + Y_a/Y_r} \quad \dots\dots (13)$$

The value of the shear modulus ratio, G/G_0 , computed from Eq. (13) is plotted versus the shear strain ratio, Y_a/Y_r in Fig. 5. It is noted that the shear modulus is reduced to half of the initial shear modulus when the shear strain becomes equal to the reference strain. The expression for damping ratio can be derived by applying the Masing rule to the skeleton curve given by Eq. (11). By introducing Eq. (11) into Eq. (7), the damping ratio for the H-D model is calculated as,

$$D = \frac{4}{\pi} \left(1 + \frac{1}{Y_r}\right) \left[1 - \frac{1}{Y_r} \ln\left(1 + \frac{Y_a}{Y_r}\right)\right] - \frac{2}{\pi} \quad \dots\dots (14)$$

The value of the damping ratio computed from Eq. (14) is plotted versus the shear strain ratio in Fig. 5. It is noted that the damping ratio in the hyperbolic model converges to $2/\pi = 0.673$ when the shear strain becomes infinitely large. Since both shear modulus, G , and damping ratio, D , are expressed as functions of the strain amplitude, Y_a , it is possible to eliminate it between Eqs. (13) and (14). Then, one obtain a relationship between the shear modulus and damping ratio, as follows,

$$D = \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 - G/G_0} \left[1 - \frac{G/G_0}{1 - G/G_0} \ln\left(\frac{1}{G/G_0}\right)\right] - \frac{2}{\pi} \quad \dots\dots (15)$$

The relationship of Eq. (15) is numerically calculated and plotted in Fig. 6.

In the H-D model as formulated above, the parameters specifying the structure of the model are the initial shear modulus, G_0 , and shear strength, T_f . In some cases, it is difficult to specify both the strain-dependent shear modulus and damping ratio by the use of only two parameters. Particularly inconvenient is the fact that, once the reference strain, Y_r , is determined from the strain-dependent characteristics of the shear modulus, the value of the strain-dependent damping ratio is automatically given and there is no choice to adjust any parameter to achieve a good fit to the experimentally obtained damping data of soils.

In an attempt to overcome this drawback, Hardin and Drnevich (1972b) proposed the use

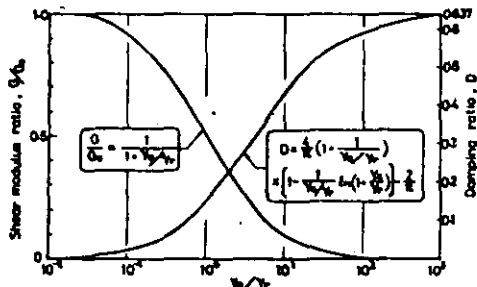


Fig. 5 Shear modulus and damping ratio versus shear strain based on the hyperbolic model

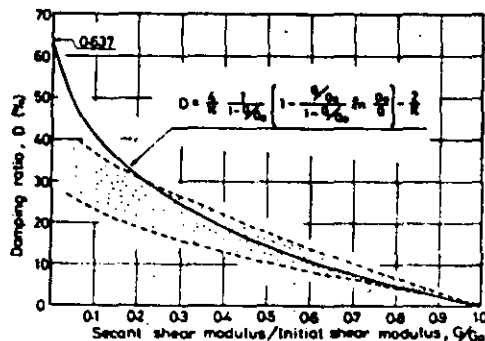


Fig. 6 Relationship between the damping ratio and shear modulus based on the H-D model and Masing rule

of an empirical relationship, as follows, instead of using Eq. (15),

$$D = D_0(1 - G/G_0) \quad \dots\dots (16)$$

in which D_0 is the damping ratio at a large strain where the shear modulus, G , becomes very small as compared to the initial value, G_0 , i.e., $G/G_0 = 0$. The use of Eq. (16) has an advantage in that it introduces an additional parameter, D_0 , to achieve a good fit of the model to experimental data. It is to be noted, however, that the relation of Eq. (16) is not compatible with the Masing rule. Therefore, when the application of the Masing rule is necessitated in conducting the dynamic response analysis based on the H-D model, it becomes impossible to establish the hysteresis loop satisfying the relationship of Eq. (16), and there is no choice but coming back to the use of Eq. (14).

2. Ramberg-Osgood Model

The stress-strain relation for the skeleton curve is assumed to be represented by

$$\frac{\gamma}{\gamma_y} = \frac{\tau}{\tau_y} \left[1 + \alpha \left| \frac{\tau}{\tau_y} \right|^{r-1} \right] \quad \dots\dots (17)$$

where γ_y and τ_y are appropriate shear strain and shear stress, respectively, and α and r are constants which permit adjustment of the shape and position of the curve. When using Eq. (17), it is desirable to choose as γ_y and τ_y a shear strain and shear stress that can be defined clearly with some physical meanings. Several possibilities have been suggested as to what quantity should be assigned to γ_y and τ_y .

(a) Modified R-O model by Richart

Richart (1975) proposed defining τ_y and γ_y as

$$\tau_y = C_1 \tau_f, \quad \gamma_y = \frac{C_1 \gamma_f}{C_0} = C_1 \gamma_r \quad \dots\dots (18)$$

where C_1 is a constant less than unity. In the above definition, the shear stress, τ_y , is taken to be a fraction of soil strength and the shear strain, γ_y , is chosen to be proportional to the reference strain by the same fraction. Introducing the definition of Eq. (18) into Eq. (17), one obtains the stress-strain relation for the modified R-O model,

$$\tau = \frac{C_0 \gamma}{1 + \alpha \left| \frac{\tau}{C_1 \tau_f} \right|^{r-1}} \quad \dots\dots (19)$$

(b) Modified R-O model by Hara

Hara (1980) proposed the use of the shear strength for τ_y and the reference strain for γ_y in the original form of the R-O model. This assumption is equivalent to putting $C_1 = 1.0$ in the definition of Eq. (18). Then the equation of the skeleton curve is written as,

$$\tau = \frac{C_0 \gamma}{1 + \alpha \left| \frac{\tau}{\tau_f} \right|^{r-1}} \quad \dots\dots (20)$$

It is to be noted that the stress-strain relation of the form of Eq. (20) is essentially the same as that of Eq. (19), because

the inclusion of the parameter, C_1 , does not produce any structural change in the stress-strain relation represented by the R-O model. If the parameter, α , in Eq. (20) is chosen as being equal to α/C_1^{r-1} in Eq. (19), both equations become identical. Therefore, the stress-strain relation of the form of Eq. (20) will be taken up for more detailed discussions in the following pages.

The expression for the strain-dependent modulus can be obtained immediately from Eq. (20), as follows,

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \alpha \left| \frac{G}{G_0} \frac{\gamma_a}{\gamma_r} \right|^{r-1}} \quad \dots\dots (21)$$

The application of the Masing rule to the skeleton curve as represented by Eq. (2) gives the functional expressions for the hysteresis loop during the unload-reload cycles. By introducing these expressions of the hysteresis loop in Eq. (7), it is possible to derive a formula for the damping ratio as follows,

$$D = \frac{2}{\pi} \frac{r-1}{r+1} \alpha \frac{\left| \frac{G}{G_0} \frac{\gamma_a}{\gamma_r} \right|^{r-1}}{1 + \alpha \left| \frac{G}{G_0} \frac{\gamma_a}{\gamma_r} \right|^{r-1}} \quad \dots\dots (22)$$

By eliminating the shear strain amplitude, γ_a , between Eqs. (21) and (22), it is possible to derive a relationship between the shear modulus, and damping ratio, as follows,

$$D = \frac{2}{\pi} \frac{r-1}{r+1} (1 - G/G_0) \quad \dots\dots (23)$$

It should be noticed that Eq. (23) for the R-O model has the same form as Eq. (16). It is to be remembered that, while Eq. (16) was empirically assumed by Hardin and Drnevich (1972b), the relation of Eq. (23) is derived analytically by constructing the hysteresis loop in accordance with the Masing rule. Therefore, when the R-O model is used to represent soil properties in the dynamic response analysis, the application of the Masing rule to form the branches of unload-reload cycles automatically lead to the use of the damping ratio defined by Eq. (22).

Unlike the two-parameter H-D model, the R-O model has four parameters to represent the strain-dependent soil properties and, therefore, has more freedom to achieve a better fit of the model to experimental data.

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \frac{\gamma}{\gamma_f} \frac{1}{1 + \alpha \left| \frac{\tau}{C_1 \tau_f} \right|^{r-1}}$$

$$243 \quad \left| \frac{\tau}{\tau_f} \right| = \frac{\gamma}{\gamma_f} \left(1 + \alpha \left| \frac{\tau}{C_1 \tau_f} \right|^{r-1} \right)$$

The soil models as described in the preceding section have advantages and disadvantages in properly representing soil properties varying over the broad spectrum of strain amplitude. The important features and conditions required of these models are summarized as follows.

(i) A model should be able to express the secant shear modulus as a function of shear strain or shear stress. The function should be constructed such that it gives the tangent modulus at small strains, G_0 , when the shear strain or shear stress becomes equal to infinitesimally small. The R-O model and H-D model as introduced above both satisfy these requirements.

(ii) When the shear strain becomes large, the shear stress expressed by the model should reach a certain limiting value which is equal to the shear strength of soils. This condition is satisfied by the H-D model, but not by the R-O model. As easily verified from Eq.(17) or (20), the shear stress can increase infinitely as the shear strain is increased.

(iii) When utilizing a model in the analysis of soil response in combination with the Masing rule, the structure of the model must be such that it can yield a reasonable value of the damping ratio especially for the large strain range. This requirement can be met in the R-O model, if the parameters in the model is properly chosen. However, the H-D model is not designed to satisfy this condition. As can be easily seen in Fig.5, the H-D model tends to give intolerably large damping ratio when the shear strains are large. The damping ratio in the H-D model becomes equal to as much as $2/\pi = 63.7\%$ in the limit.

PROCEDURES FOR DETERMINING PARAMETERS IN THE MODELS

It is most preferable to be able to determine the parameters in the material model on the basis of some physically meaningful soil constants that can be determined easily by simple tests. In this context, the initial shear modulus, G_0 , at very low levels of strain, and the shear strength, T_f , appearing in the H-D and R-O models are most appropriate soil constants to be incorporated in the parameters in these models. The shear strain of soils at failure would also be a useful index property conforming to the determination of the parameter in the model.

As explained in the foregoing section, only two parameters need to be determined in the H-D model. The value of the shear strength at failure of soils is generally determined by the laboratory tests using the triaxial or simple shear test apparatus. It is preferable to determine the strength parameters under cyclic loading conditions. In some cases, the Mohr-Coulomb type failure criterion with appropriate strength parameters may be used to estimate the shear strength of soils, as suggested by Hardin and Drnevich (1972b).

The value of the initial shear modulus at very low levels of strain is determined either by the resonant column tests in the laboratory or by means of some in-situ wave propagation tests. Several empirical formulae may as well be used to evaluate the value of the initial shear modulus.

In the current practice of soil testing, the dynamic properties of soils are determined in most cases by means of the resonant column tests. When performing this type of tests, the amplitude of vibratory shear strain is increased stepwise, putting the sample into resonance in each step. The shear modulus is determined by monitoring the velocity of shear wave propagation at each resonance state and the damping value is obtained by observing attenuation characteristics of the sample in the free vibration test conducted after each resonant test. Therefore, the values of the shear modulus and damping ratio can be routinely obtained as functions of the strain.

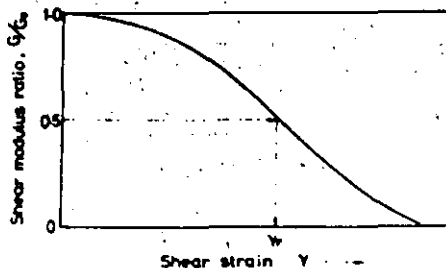


Fig.7 Determination of the reference strain from the shear modulus versus strain plot

By fitting the strain-dependent modulus formula of Eq.(13) to the experimentally obtained curve, the reference strain can be determined. The reference strain, γ_r , can be easily obtained by locating, on the shear

modulus versus strain plot, the strain point at which the shear modulus is reduced to one half of the initial modulus, as explained in Fig. 7. It should be born in mind that the above procedure for determining the reference strain is justified only when the soil properties are to be represented by the hyperbolic function of Eq. (13).

2. Ramberg-Osgood Model

In the R-O model expressed by Eq. (20), the initial shear modulus, G_0 , and the shear strength, τ_f , can be determined in the same procedure as in the case of the H-D model. With known values of these two soil constants, the reference strain, γ_r , is immediately determined from its definition of Eq. (12). The remaining two parameters, α , and γ , may be determined in the following manner.

(1) Parameter, α

One of the methods for determining the parameter, α , in the R-O model would be to utilize the shear strain at failure, γ_f , as suggested by Hara (1980). By putting $\tau = \tau_f$ when $\gamma = \gamma_f$ in Eq. (20), the following relation is obtained,

$$\alpha = \frac{\gamma_f}{\gamma_r} - 1 \quad \dots\dots (24)$$

The parameter, α , can be alternatively expressed in terms of the shear modulus at failure, G_f , and the initial shear modulus, G_0 , by putting $G = G_f$ and $\gamma_a = \gamma_f$ in Eq. (21).

$$\alpha = \frac{G_x}{G_f} - 1 \quad \dots\dots (25)$$

where

$$G_f = \tau_f / \gamma_f \quad \dots\dots (26)$$

An advantage of determining the parameter, α , in the above fashion is that the soil properties can be represented with a good accuracy particularly in the large strain range, and that the potential drawback of the R-O model leading to an unrealistically large stress at large strains can be avoided.

(ii) Parameter, r

It would be preferable to determine the parameter, r , from a knowledge of the damping characteristics of soils. Since the damping ratio, D , in the R-O model is related with the shear modulus ratio, G/G_0 , through Eq. (23), the value of r may be determined if the values of D and G/G_0 at a certain strain level is known. When the damping ratio at the failure state, D_0 is known, the value of r is determined by,

$$r = \frac{1 + \frac{\pi D_0}{2} \frac{1}{1 - G_f/G_0}}{1 - \frac{\pi D_0}{2} \frac{1}{1 - G_f/G_0}} \quad \dots\dots (27)$$

INITIAL SHEAR MODULI AT SMALL STRAINS

An wealth of experimental data has been accumulated to evaluate the shear moduli of soils at very small levels of strains both in the laboratory and in-situ. In the laboratory tests, the most widely used procedure is the resonant column test, although some static triaxial tests are used with precise strain measurement technique. In the field, the wave propagation methods such as the down-hole and cross-hole methods are widely used. In what follows, main features of findings obtained from the recent test results will be reviewed with emphasis on the investigations on in-situ soils.

1 Sandy Soils

According to the results of a comprehensive study by Iwasaki and Tatsuoka (1977), the shear moduli at low strains for specimens of clean sands reconstituted in the laboratory, are described most generally by an empirical formula as follows,

$$G_0 = A(\gamma_a) \cdot B \cdot \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} (\sigma'_0)^m (\gamma_a) \quad \dots (28)$$

where e is the void ratio and B is a parameter showing the influence of grain characteristics of sand. The initial shear modulus, G_0 , and effective confining stress, σ'_0 , in Eq. (28) is expressed in kN/m^2 .

For clean sands containing no fines, it was shown that as the shear strain amplitude increases from 10^{-6} to 10^{-4} , the value of A decreases correspondingly from 16600 to 14300. Therefore, a value of $A = 16600$ may be taken as representative of that for clean sands, considering the shear strain amplitude of 10^{-6} as being small enough to

produce the maximum modulus. It was also shown that the value of the exponent, m , may be taken approximately to be 0.4 for the small shear strain of 10^{-6} . For clean sands the value of the factor, B , is chosen to be unity, but for sands containing fines passing No.200 mesh, the factor, B , decreases below unity, as shown by the test data in Fig.8.

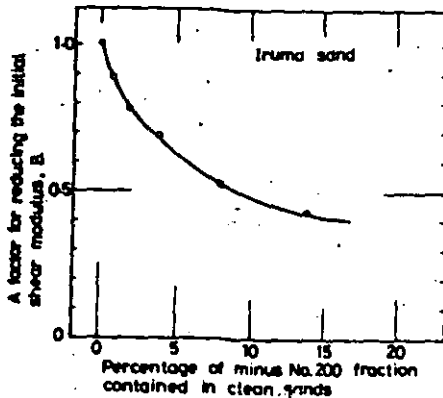


Fig.8 A factor for reducing the initial shear modulus due to the effects of fines contained in clean sands (Iwasaki and Tatsuoka, 1977)

It may be mentioned, therefore, that the shear modulus of well-graded sands are generally smaller than that of poorly-graded sands.

In order to evaluate the shear modulus of in-situ sands, it would be necessary to conduct the laboratory tests on undisturbed samples obtained from in-situ deposits. Such an attempt was made by Higuchi et al (1981) who performed a series of the resonant column tests on undisturbed samples of sandy soils obtained from the seabed. The results of the tests are presented in Fig.9 in which the shear modulus, G_0 , divided by a function of the void ratio is plotted versus the effective confining pressure, σ'_c . The test data shown in the figure are those which were obtained with the small shear strain amplitude of $\gamma_s = 10^{-6}$ by means of the resonant column test. Also plotted in Fig.9 for reference sake is the empirical formula,

$$G = 16600 \frac{(2.17-e)^2}{1+e} (\sigma'_c)^{0.4} \dots \dots (29)$$

which was obtained for reconstituted specimens of clean sands by Iwasaki and Tatsuoka (1977). Another series of tests on undisturbed sands was also conducted by Kokusho and Esashi (1981), who used the cyclic triaxial shear test apparatus in which a pair of highly sensitive displacement sensor capable of detecting the axial strain as small as 10^{-6} was installed above the loading cap inside the triaxial cell. The results of the tests on undisturbed diluvial sands are also presented in Fig.9. Fig.9 shows that the test data on the undisturbed specimens tend to give about 20 percent smaller shear moduli on the average than the test results on the reconstituted specimens of clean sands having similar grain size characteristics. As indicated in Fig.9, the value of A corresponding to these reduced moduli lies between 7900 and 14300. The reason for such reduction in shear modulus for undisturbed specimens is not precisely known, but the cementation or aging effects may be conceived to account for such reductions.

Higuchi et al (1981) also conducted the resonant column tests on undisturbed sands containing fines more than 50% in weight. The results of these tests are also shown in Fig.9, where it may be seen that the initial shear modulus is generally smaller than that of the clean sands, giving a value of A between 2360 and 3090. It is to be noted that for undisturbed silty sands,

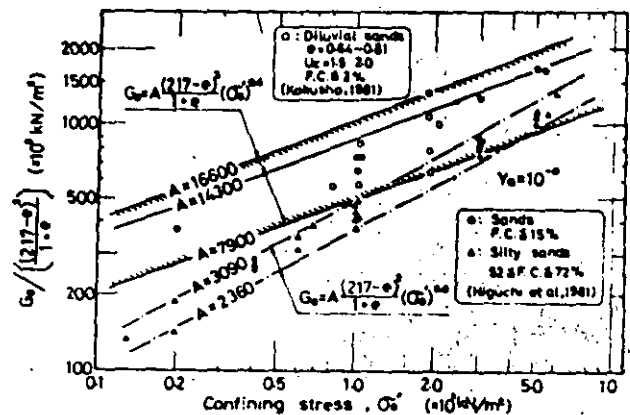


Fig.9 Shear modulus at small strains for undisturbed samples of in-situ sandy soils

the shear modulus at the strain level of $\gamma_a = 10^{-6}$ is proportional to the 0.6 power of the confining stress rather than to 0.4 power for the clean sands.

2 Cohesive Soils

The factors influencing the initial shear moduli of cohesive soils such as the void ratio, effective confining stress and overconsolidation have been investigated by Hardin and Black (1968, 1969), Humphries and Wahls (1968), and Marcuson and Wahls (1972), Zen et al (1978), and Kokusho et al (1982).

An empirical formula for the initial shear modulus suggested by Hardin and Black (1968) is

$$G_0 = 3270 \frac{(2.97-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.5} \quad \dots\dots (30)$$

This formula appears to be applicable, however, only for clays of low plasticity or relatively stiff clays having void ratios of approximately $e = 0.6 \sim 1.5$. For clays with high plasticity index hence with high compressibility, the empirical formula by Marcuson and Wahls (1972), as follows, may be used

$$G_0 = 445 \frac{(4.4-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.5} \quad \dots\dots (31)$$

This formula was originally derived for more general cases in which the effects of overconsolidation and duration of consolidation time are included. Because Eq. (31) was obtained on the basis of the test results on bentonite clays, it is applicable for soft clays with a void ratio range of about $e = 1.5 \sim 2.5$.

Clay soils from natural deposits such as alluvial and reclaimed deposits are sometimes more compressible than those for which Eq. (31) is applicable. For such soils, Kokusho et al (1982) proposed the use of the following formula,

$$G_0 = 90 \frac{(7.32-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.5} \quad \dots\dots (32)$$

Eq. (32) was derived on the basis of the test results on undisturbed samples of soft alluvial clay from Teganuma, Japan. The plasticity index of this clay was in the range of $I_p = 40$ to 100, and the void ratio values ranged between $e = 1.5$ and 4.0. The values of the initial shear modulus computed by Eqs. (30), (31) and (32) are plotted in Fig. 10, where it may be seen that the above three formulae give approximately the same

shear modulus in the void ratio range around $e = 1.5$, but the formula by Hardin and Black gives unacceptably small shear modulus for the soils with void ratio values exceeding $e = 1.8$.

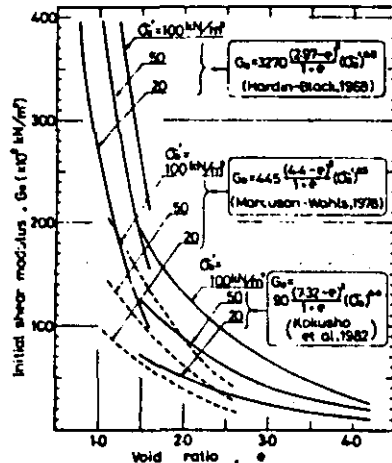


Fig. 10 Shear modulus at small strains versus void ratio for cohesive soils

Another important variable influencing the initial shear modulus would be the length of time in which the confining stress is applied to clays continuously for a long time. The effects of the time of sustained stress application have been studied by Afifi and Woods (1971), Marcuson and Wahls (1972), Afifi and Richart (1973) in the laboratory prepared cohesive soils such as kaolinite and bentonite. In general, these authors showed that the shear modulus increases in proportion to logarithmic cycle of time when the confining stress is continuously applied subsequent to completion of consolidation. The rate of modulus change was found to be small for cohesionless soils but as great as 17% per log cycle of time for some fine-grained soils. Similar time effects were also noted by Anderson and Woods (1976) in undisturbed samples of cohesive soils secured from some naturally occurring deposits.

3 Coarse-Grained Materials

Dynamic properties of coarse granular soils have not been thoroughly investigated because of the difficulty in constructing large-scale dynamic test equipments accommodating the large grain size of the

test materials. However, in view of recent needs, some attempts have been made to measure the shear moduli and damping properties of coarse granular soils.

Frange (1981) reported the results of tests on a ballast material using a large resonant column test apparatus. Cylindrical samples 1 m in diameter and 2 m in height, consisting of the railroad ballast material with a maximum particle size of 70 mm, were subjected to torsional mode of vibration under isotropic confining stresses varying from 60 to 100 kN/m². The grain size distribution curve of the ballast material used is shown in Fig.11.

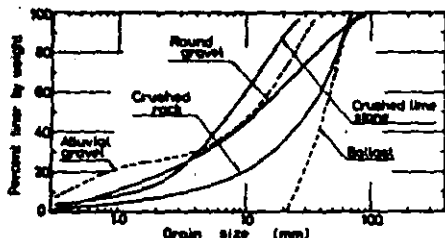


Fig.11 Grain size distribution curves of the coarse-grained soils used in the tests

$$G_0 = 13000 \frac{(2.17-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.55} \dots (34)$$

and for the round gravel, the shear modulus is approximated by

$$G_0 = 8400 \frac{(2.17-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.60} \dots (35)$$

The values of the shear modulus as computed from the above two formulae are plotted versus the void ratio in Fig.12 for the case of a confining pressure of 100 kN/m².

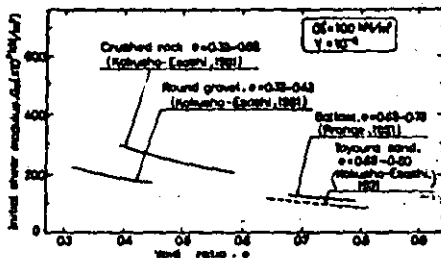


Fig.12 Initial shear modulus versus void ratio for coarse-grained materials

The results of the tests showed that the shear modulus at very small strains on the order of 10⁻⁶ is approximately given by

$$G_0 = 7230 \frac{(2.97-e)^2}{1+e} (\sigma'_0)^{0.55} \dots (33)$$

where G_0 and σ'_0 are expressed in terms of kN/m². The shear modulus calculated from Eq.(33) for a confining stress of $\sigma'_0 = 100$ kN/m² is plotted versus the void ratio in Fig.12 for comparison purposes with other test data on similar materials.

A comprehensive laboratory study was conducted by Kokusho (1981) to investigate the dynamic properties of coarse-grained materials. A large cyclic triaxial test apparatus accommodating the sample size 30 cm in diameter and 60 cm in height was utilized with special provision of a high precision displacement sensor for monitoring axial strains. Crushed rock and round gravel were used for the tests. The grain size distribution curves of these materials are shown in Fig.11. The test results showed that at strains on the order of 10⁻⁶ the shear modulus for the crushed rock is approximately given by

It may be seen in Fig.12 that the curve for round gravel lies approximately on the extended portion of the curve for the Japanese standard sand (Toyoura sand). It is also noted that the shear modulus, G_0 , for the crushed rock is about 40% larger than that of the round gravel. The comparison as demonstrated in Fig.12 appears to indicate that the initial shear modulus of coarse-grained materials is governed largely by the angularity of individual grains. In fact, the most angular crushed rock gives the largest shear modulus and the round gravel yields the smallest shear modulus. The shear modulus of the ballast would have been somewhere in between if the test had been carried out for denser state of packing.

STRAIN-DEPENDENT SHEAR MODULUS AND DAMPING

Comprehensive efforts have been made recently to identify and study the strain-dependent nature of dynamic soil behavior. The main results of these studies will be summarized in the following and some efforts

will be made to fit some of the test results to the material models described in the foregoing section.

1 Sandy Soils

Detailed studies have been made by Iwasaki et al (1978) to identify the strain-dependent dynamic properties of the Japanese standard sand (Toyoura sand : $D_{50} = 0.16\text{mm}$ $U_c = 1.5$). For small strains ranging between 10^{-6} and 3×10^{-4} , the sand behavior was investigated by using the resonant column test device, but for larger strains up to about 10^{-2} , statically operated torsional shear test device was employed with hollow cylindrical specimens of the same size in both tests. Sand specimens were prepared by placing air-dried sand into the forming mold or by pouring saturated sand in the mold and then tapping it to obtain a desired density. The results of these tests conducted under drained conditions under a confining stress of 100kN/m^2 are presented in Figs.13 and 14. The shear modulus normalized to the initial modulus at the strain of 10^{-6} is plotted in Fig.13 versus the shear strain amplitude. The shear modulus obtained from the torsional shear test changed to some extent with the progression of cycles, because the strain employed in this test was relatively large. In Fig.13 the modulus values obtained after the application of ten cycles were plotted in continuation from the data group obtained from the resonant column test. It is seen that the value of the shear modulus decreases with increasing strain down to about one-twentieth of the initial modulus when the strain increases to a value of 3 percent approaching failure. It may also be observed that the manner of decreasing shear modulus with strain is almost uniquely determined irrespective of the void ratio and the method used to prepare the specimen. The value of the damping ratio obtained in the same series of the tests is shown in Fig.14 in

the form of plots against the shear strain (Tatsuoka and Iwasaki, 1978). Fig.14 shows that the damping ratio increases with increasing shear strain to a value of about $D_0 = 0.38$ when the shear strain approaches a value near failure. Unlike the shear modulus, there is a break in the damping versus strain plot between the two classes of data obtained by the resonant column test and the torsional shear test. However, apparent reasons for causing such discontinuity are not known. It may be seen in Fig.14 that the relationship between the damping and shear strain is established irrespective of the density of the sample and the method used for preparing the laboratory specimen.

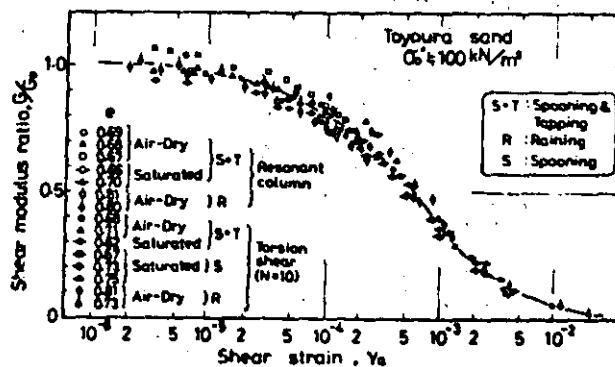


Fig.13 Shear modulus versus strain plot for the Japanese Standard sand (Iwasaki et al, 1978)

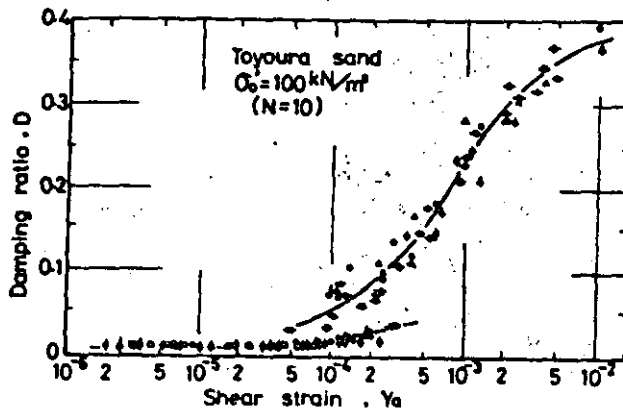


Fig.14 Damping ratio versus strain plot for the Japanese standard sand (Tatsuoka and Iwasaki, 1978)

Effects of the number of cycles on the dynamic behavior of the Toyoura sand were also investigated in the above cited test scheme. The test results showed that the shear modulus values obtained at the 2nd and 10th cycles differ at most by 10 percent when the shear strain is larger than about 10^{-3} , and approximately the same percentage of difference was noted also in the damping characteristics. It was also noted that the effect of the number of cycles practically disappears when the stress is repeated more than 10 cycles. Consequently, for all practical purpose, the changes in shear modulus and damping due to the progression of cycles may be disregarded, except for the case of undrained shear where pore water pressure build-up in the saturated sand is significant.

Iwasaki et al (1978) and Tatsuoka and Iwasaki (1978) also investigated the influence of the confining stress on the strain-dependent dynamic properties of the Toyoura sand. Fig.15 shows a summary of the test results indicating the influence of the confining pressure on the shear modulus.

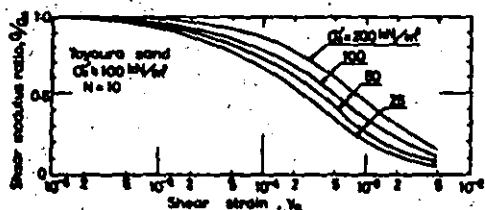


Fig.15 Effects of the confining stress on the strain-dependent modulus of the Japanese standard sand (Iwasaki et al, 1978)

It may be seen that, with decreasing confining stress, the modulus reduction curve is shifted towards the left of the figure. This fact implies that the reference strain decreases as a result of decreases in the confining stress. Let the strength of the sand be expressed by the Mohr-Coulomb failure criterion,

$$\tau_f = \sigma'_3 \tan \phi' \quad \dots \dots (36)$$

where ϕ' is the angle of internal friction. Introducing this criterion into Eq.(12), together with the formula for initial shear modulus given by Eq.(29) for clean sands, one obtains,

$$\gamma_r = \frac{\tan \phi'}{16600} \frac{1 + e}{(2.17 - e)} (\sigma'_3)^{0.4} \dots \dots (37)$$

This expression clearly shows that the reference strain decreases with decreasing confining stress in proportion to $(\sigma'_3)^{0.4}$. The influence of the effective confining stress on the strain-dependent shear modulus is particularly important when dealing with problems in which pore water pressure build-up occurs in the sand in the course of cyclic loading.

The damping of sand is also influenced to some extent by the confining pressure. Fig.16 shows a summary of the test results on the Toyoura sand.

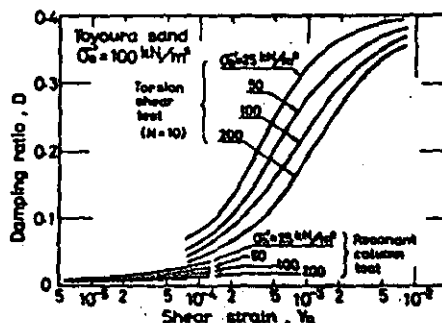


Fig.16 Effects of the confining stress on the strain-dependent damping ratio of the Japanese standard sand (Tatsuoka and Iwasaki, 1978)

It is observed in Fig.16 that the damping ratio becomes larger at all strain levels as the effective confining stress decreases.

The test results shown in Figs.13 and 14 seem to indicate that there exists a unique relationship between the shear modulus ratio, G/G_0 , and the damping ratio, D , with the value of shear strain taken as a parameter. Reading off the values of these two quantities for each value of shear strain amplitude used in the test, Tatsuoka and Iwasaki (1978) constructed a curve shown in Fig.17 in which the damping ratio is plotted versus the modulus ratio with the strain value inscribed at each data point as a parameter. Similar plots were also made of test data by other investigators and are shown in Fig.18. It may be seen that, although there is some scatters among the individual set of data, the damping ratio is roughly inversely proportional to the shear modulus ratio. The range of the data plotted in Fig.18 is also shown in Fig.6 to provide a comparison with the similar relationship obtained from the Hardin-Drnevich model. Fig.6 appears to indicate that the behavior of clean sands can be represented with a reasonable degree

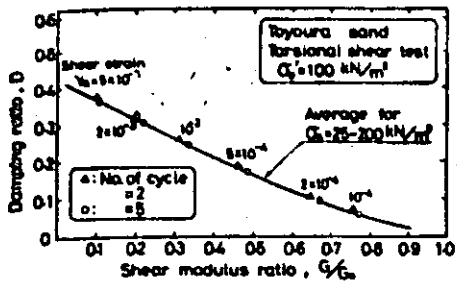


Fig. 17 Relationship between the shear modulus ratio and damping ratio (Tatsuoka and Iwasaki, 1978)

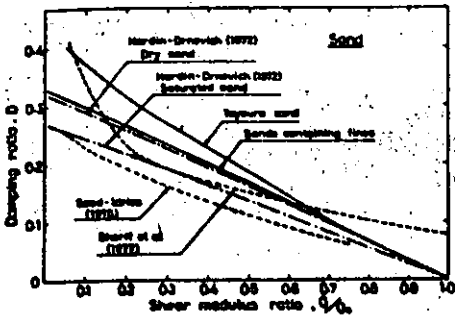


Fig. 18 Relationships between the shear modulus ratio and damping ratio (Tatsuoka and Iwasaki, 1978)

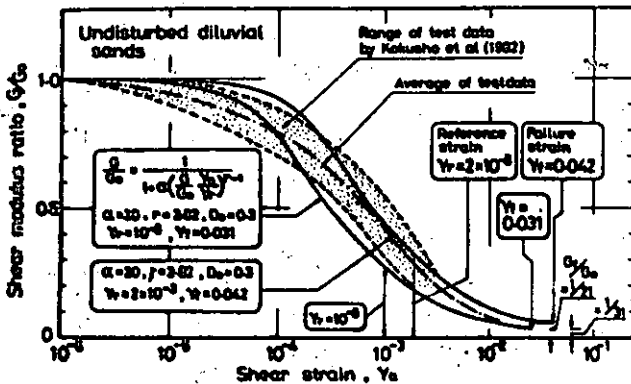


Fig. 19 Strain-dependent shear modulus of diluvial sands

of accuracy by the use of the H-D model in the range of small to medium shear strains until the shear modulus drops to about one fourth of the initial modulus. For the larger strain range near failure, the H-D model is incapable of modelling the sand behavior, giving an intolerably large damping. It is to be noted that the relationship between G/G_0 and D established by the R-O model is linear as can easily be noted from Eq. (23). Most of the test data assembled in Fig. 18 also shows a linear relationship in conformity to that deduced from the R-O model. Consequently, it may well be mentioned that the R-O model is suitable for modelling the sand behavior over practically all ranges of shear strain levels, if the parameter, r , in Eq. (23) is properly selected.

In order to check the applicability of the proposed models, it would be preferable to refer to the modelling of in-situ behavior of sands. The test data on undisturbed samples of in-situ sands is limited, but some test results are reported by Kokusho et al (1982). Using the same sand specimens for which the initial shear moduli were obtained as shown in Fig. 9, the strain-dependent dynamic behavior was investigated. The results of the investigation on the shear moduli are shown in Fig. 19 where the range of obtained test data is indicated along with the average curve. The average curve is roughly consistent with the curve obtained with the confining stress of 100 kN/m^2 . The approximate range of the damping data obtained in the same test series is shown in Fig. 20.

An attempt is made to model the behavior of the undisturbed sand based on the test results demonstrated in Figs. 19 and 20. Suppose the behavior can be represented by the H-D model. Having known the strain-dependent shear modulus curve shown in Fig. 19, it is possible to derive the corresponding damping ratio through the use of the curve shown in Fig. 5. The damping ratio versus strain relationship thus established is indicated in Fig. 20. It may be seen that the coincidence with the test data is satisfactory only up to the strain of about 2×10^{-3} . For the range of larger strains, the H-D model tends to give increasingly larger damping ratio than actually observed in the test. The fitting of the above test data to the R-O model can

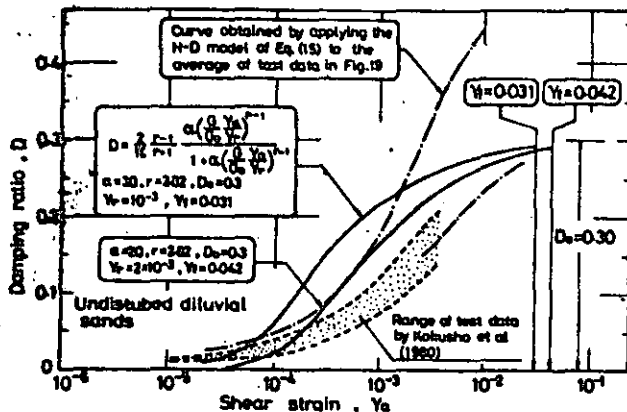


Fig.20 Strain-dependent damping ratio of diluvial sands

be made in the following procedures. First of all, it is necessary to determine the parameter, r , in the R-0 model. As mentioned in the foregoing section, a proper choice of r can be made from the knowledge of damping at the failure state. Although the test data lack at the large strain level near failure, it may well be assumed that the value of D_0 would be approximately equal to 0.3. Hence, the value of r is calculated as $r = 2.82$ from Eq. (27), assuming the value of G_f/G_0 is approximately equal to zero. The value of the reference strain is estimated to lie between 10^{-3} and 2×10^{-3} on the basis of appropriately assumed value of shear strength and the initial shear modulus value evaluated from the test data shown in Fig. 9. Hence, two cases will be considered; one with $\gamma_r = 10^{-3}$ and the other with $\gamma_r = 2 \times 10^{-3}$. For the undisturbed medium to dense sands such as those used in the tests, the value of failure strain ranges approximately between 2 and 5 percent. So, to obtain rounded numbers for the parameter, α , the failure strains were assumed to be $\gamma_f = 0.031$ for the case of $\gamma_r = 10^{-3}$, and to be $\gamma_f = 0.042$ for the case of $\gamma_r = 2 \times 10^{-3}$. Then, the values of α are obtained as $\alpha = 30$ and 20, respectively, from Eq. (24).

With all the parameters thus determined, the strain-dependent modulus and damping ratio were computed by using Eqs. (21) and (22). The shear modulus versus strain relationships predicted by the R-0 model are indicated in Fig. 19 for the two cases as described above and the corresponding damping relationships are shown in Fig. 20. It may be observed in these figures that the modelling of the shear modulus is satisfactory, but the damping ratio is not

necessarily so. However, for large strain levels where the modelling by means of the H-D model is not adequate, the R-0 model seems to give a reasonable value of the damping ratio.

2 Cohesive Soils

The relationship between the shear modulus and strain has been investigated, in its earlier stage of development, by various individuals such as Seed and Idriss (1970), Kovacs et al (1971), Hardin and Drnevich (1972a,b), and Taylor and Parton, J.M. (1973). These authors showed consistently that the modulus of clays decreases with strain once a threshold strain is exceeded. More recently, extensive studies were made by Anderson and Richart (1976) on this subject for undisturbed samples of five clays secured from naturally occurring deposits in the United States. The clays tested were of low plasticity index ranging from 20 to 45 having consolidated undrained shear strengths of about 70 to 85 kN/m^2 except one clay with a shear strength of 15 kN/m^2 . The results of the tests using the resonant column device are summarized in Fig. 21. One of the interesting features to be noted in the figure is the fact that the shear moduli do not start to drop until the shear strain amplitude is increased to a value of 5×10^{-3} . This is in contrast to the corresponding behavior in cohesionless soils in which the modulus reduction occurs starting from a smaller strain level of about 5×10^{-5} , as observed in Figs. 15 and 19.

Andreasson (1979, 1981) also investigated the strain-dependency of the shear modulus of plastic clays from three sites in the Gothenburg region, Sweden. The plasticity index of the clays was about 20 to 60. Undisturbed samples were tested in the laboratory using the resonant column device and at the same time the in-situ screw plate tests were carried out to determine the modulus values at large levels of strain. The results of the tests are shown in Fig. 20, where it may be seen the modulus reduction curve for the Gothenburg clay is similar in shape to that for the U.S. clays reported by Anderson and Richart (1976).

A series of the cyclic triaxial tests equipped with the highly sensitive displacement sensor was conducted by Kokusho et al (1982) on undisturbed samples of soft

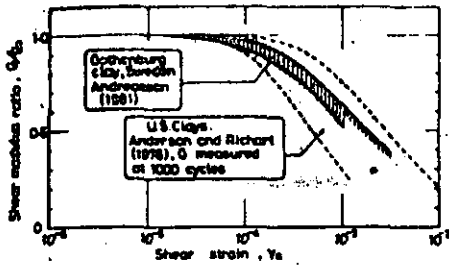


Fig. 21 Modulus reduction curves for clays

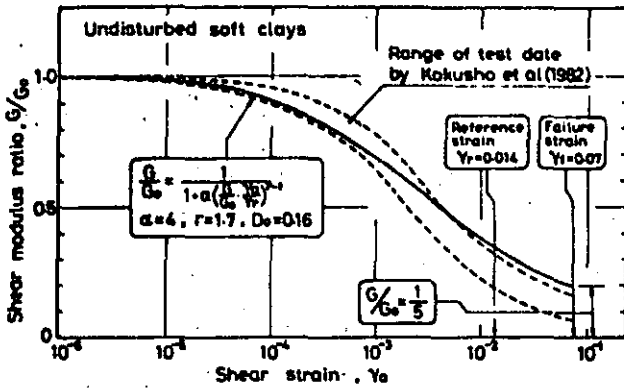


Fig. 22 Strain-dependent shear modulus of soft clays from Teganuma

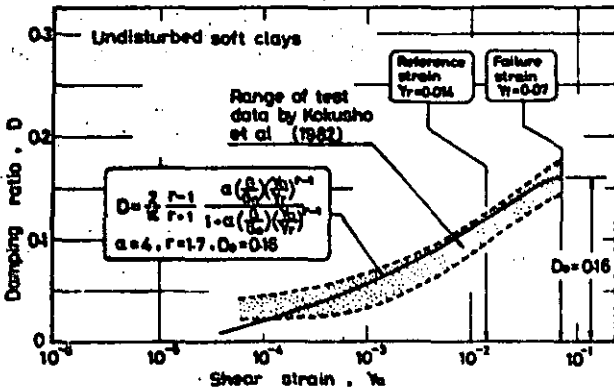


Fig. 23 Strain-dependent damping ratio of soft clays from Teganuma

clays secured from an alluvial deposit in Teganuma, Japan. The plasticity index of the clay ranged from 40 to 100 and the natural water content was in the range between 100% and 170%. The initial shear moduli at very small levels of strains were in the range of as small as 2500 to 7500kN/m². The shear modulus value obtained in the tests as functions of shear strain are shown in Fig. 22. The damping values measured in the same series of the test are summarized in Fig. 23. It may be seen that the damping ratio at the failure strain level is approximately 16% and appears to be much less than the corresponding damping of sandy soils.

The reported test data on Teganuma clay contain the information on both shear modulus and damping values up to the strain at failure. Therefore, it seems of interest to see how the observed test data fit the material model. From the knowledge of the damping at failure strain, $D_0 = 0.16$, the parameter, r , in the R-O model is computed to be 1.7. Also, the value of reference strain was estimated to be $\gamma_r = 0.014$ based on the strength and initial shear modulus values obtained in the same series of the test. Using the failure strain of $\gamma_f = 0.07$ for the Teganuma clay, the parameter, α , was assessed to be 4. With the use of the parameters thus determined, the modulus reduction curve and damping versus strain curve were established from Eqs. (21) and (22), as indicated in Figs. 22 and 23. It may be seen that the R-O model with a properly chosen set of parameters is capable of representing the modulus compatible with the damping characteristics of soft clays.

3 Coarse-Grained Materials

In connection with the site investigation for the construction of a rockfill dam and a nuclear power plant, Studer et al (1980) conducted a series of the cyclic triaxial shear tests on two gravel materials. The grain size distribution curves of crushed lime stone and alluvial gravel used in the test are shown in Fig. 11. The tests were performed



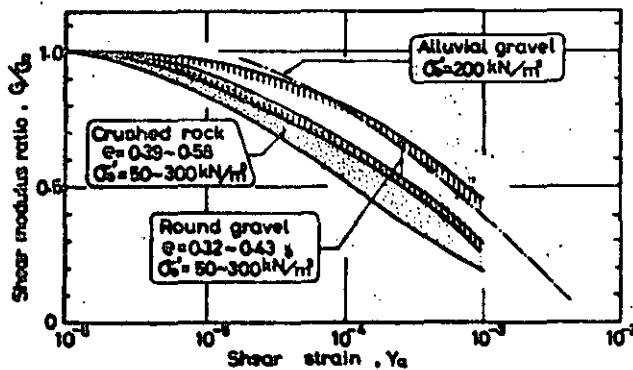


Fig. 24 Strain-dependent shear modulus of coarse-grained materials

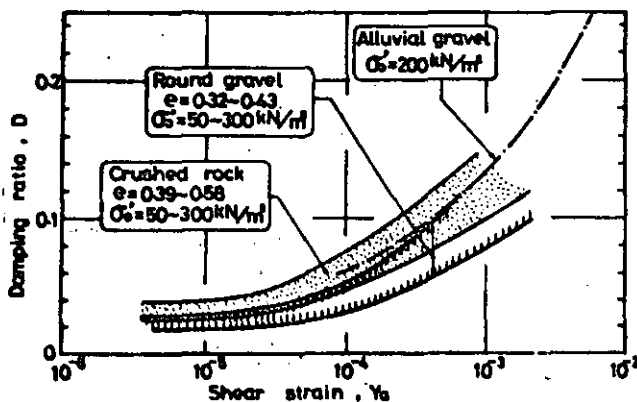


Fig. 25 Strain-dependent damping ratio of coarse-grained materials

using a cyclic triaxial shear test apparatus accommodating samples 15cm in diameter and 30cm in height. The results of the tests on the alluvial gravel are presented in Figs. 24 and 25.

Along with the tests for determining the initial shear modulus, as cited above Kokusho (1981) also investigated the strain-dependency of the modulus and damping of the coarse-grained materials of which the grain size distribution curves are shown in Fig. 11. The results of the tests are presented in Figs. 24 and 25. It can be seen in Fig. 24 that the modulus reduction curves for the crushed stone and round gravel tend to shift towards the left as compared to the similar curves for sands, indicating that the nonlinearity of coarse-grained materials start to appear at a smaller level of strain than fine-grained sands. It can also be noted in Fig. 24

that results for the crushed rock and round gravel obtained by Kokusho show almost similar modulus reduction characteristics as the test data reported by Studer et al.

With respect to the damping, the test results from two data sources presented in Fig. 25 show nearly the same trend.

EVALUATION OF PARAMETERS IN THE RAMBERG-OSGOOD MODEL

(1) Parameter, α ,

As mentioned in the foregoing section, the parameter, α , in the R-O model can be determined through Eq. (24) on the basis of the values of the reference strain and the failure strain of given soils.

The magnitude of strain at failure, γ_f , depends upon several variables such as soil type, degree of cementation, density, confining pressure, drainage conditions and so forth. However, experiences in the past on the statical monotonic loading tests on a variety of soil materials have shown that there is no consistent trend in the failure strain indicating the difference due to the soil type. Most of soils show failure strains ranging between 3 to 7 percent. Therefore, it may be assumed that the value of γ_f is from

3 to 7 percent for all kinds of soils and indicated accordingly in Fig. 26.

Before the idea of the reference strain was proposed by Hardin and Drnevich (1972a), several investigations had been performed to know the relationship between the shear strength and the shear modulus at very small levels of strain. The major incentive to such studies appears to have been to develop an empirical procedure to assess in-situ strength of soils based on the field measurement of the velocity of shear wave propagation. Various investigators such as Wilsor and Dietrich (1960), D'Appolonia et al (1971); Takenaka and Nishigaki (1970) and Hara et al (1974) were involved in this type of problems and reported results of tests mainly on cohesive soils. The test data by these researchers were mostly presented in terms of the ratio of the shear modulus to the shear strength,

Soil type	Shear strain			
	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
Clay		Y_r		Y_f
Sand		Y_r		Y_f
Gravel		Y_r		Y_f

Soil type	Parameter, α				
	20	40	60	80	100 120
Clay	[Range from 20 to 60]				
Sand	[Range from 40 to 100]				
Gravel	[Range from 60 to 120]				

Y_r : Reference strain, Y_f : Failure strain

Fig.26 Approximate ranges of reference strain, failure strain and the parameter, α in the Ramberg-Osgood model

G_0/T_f . As pointed out by Richart (1981), this ratio is nothing but the reciprocal of the reference strain. The values of the reference strain thus obtained are demonstrated in Fig.27.

Reference strain, Y_r	Soil type	References
[Range]	Clay	Wilson-Dietrich(1960)
[Range]	Diluvial clay	Takenaka-Nishigaki(1970)
[Range]	Clay	D'Appolonia et al (1971)
[Range]	Clay	Hardin-Hardin(1972)
[Range]	Clay	Hara et al(1974)
[Range]	Clay	Anderson (1974)
1 (Average)	Clay	Seed-Idriss(1970)
[Range]	Clay	Zen et al (1978)
[Range]	Sand	Eq.(37)
[Range]	Round gravel	Eq.(38)
[Range]	Crushed rock	Eq.(39)

Fig.27 Ranges of reference strain based on reports by various investigators

The other test results presented in this figure were obtained apparently from the intent of evaluating the reference strain. For the cohesionless materials, the attempt in the above context has seldom been

made. Therefore, the approximate ranges of the reference strain were estimated on the basis of values of the initial shear modulus and the strength evaluated from the empirical formulae and the Mohr-Coulomb failure criterion. Fig.27 shows that the reference strain of cohesionless soils ranges between 2×10^{-4} and 9×10^{-4} with the crushed rock taking smallest values. The fact that the crushed rock takes the smallest reference strain is accounted for by its largest initial shear modulus, among other cohesionless materials, as shown in Fig.12. Fig.27 also shows that the reference strain of cohesive soils is generally greater than that of the cohesionless materials. The broad range of the reference strain of cohesive soils as observed in Fig.27 may be interpreted as a manifestation of the difference in the plasticity of individual soil. To provide an evidence for this assumption, Zen et al (1978) conducted a series of the resonant column test on artificially prepared specimens with different plasticity indices. The reference strain was computed using the initial shear moduli thus obtained, together with the strength values defined as the stress causing 1 percent singles amplitude strain in the cyclic triaxial tests performed separately on other specimens of the same soils. The results of these tests are shown in Fig.28, where it can be seen that the reference strain decreases from a value of 2×10^{-3} down to a value of about 1.5×10^{-4} , as the plasticity index of the soil decreases.

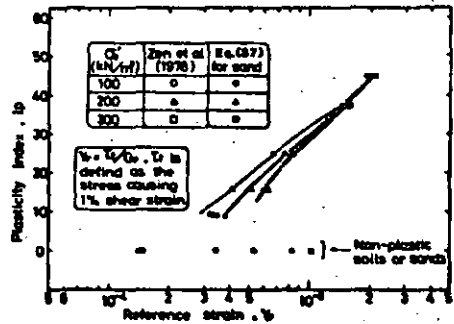


Fig.28 Relationship between reference strain and plasticity index of soils (From test data by Zen et al, 1978)

The reference strains of non-plastic soils are shown to be on the same order of magnitude as the reference strain of clean sands under low confining stresses. The data arrangements in the similar vein were also made by Kokusho (1982), who plotted the

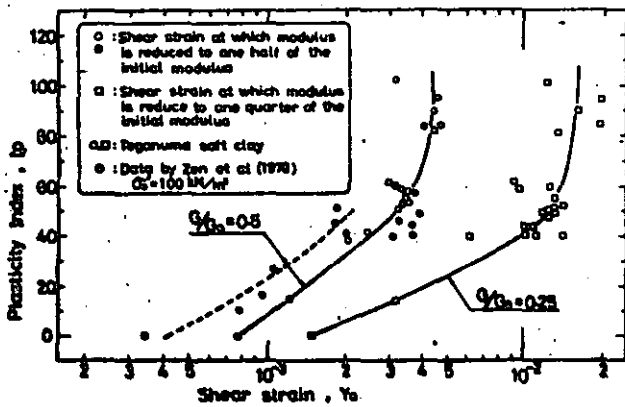


Fig.29 Relationship between the plasticity index and strain amplitude at which the modulus is reduced to one half and one quarter of the initial modulus (Kokusho, 1982)

shear strains corresponding to one half and one quarter reductions of the modulus against the plasticity index for the soft undisturbed Teganuma clays, as shown in Fig.29. It is to be remembered here that the reference strain can be determined from the modulus reduction curves such as those shown in Figs.21 and 22 if the type of model to be used is given. For example, if a modulus reduction curve is to be represented by the R-D model, the reference strain can be read off on the curve as the strain at which the modulus is reduced to one half. When using the R-O model, the strain at which the modulus is reduced to somewhere between one third and one quarter may be taken as the reference strain, depending upon the choice of other parameters appearing in the R-O model. With this fact in mind, the plot of the type shown in Fig. 29 may be deemed as representing a general trend of the reference strain increasing with an increase in the plasticity index of the cohesive soils. Also superimposed in Fig.29 for comparison are the test data by Zen et al (1978). Interpreted more quantitatively, the test data in Fig.29 show that the reference strain for clays ranges roughly between 5×10^{-6} and 10^{-2} . Such a wide range of variation seems to provide an inferential evidence to the validity of the broad range of reference strain summarized in Fig.27.

On the basis of the above considerations, approximate ranges of the reference strain representative of most frequently encountered soils are established and indicated in Fig.26 for three kinds of soil materials. Once the reference strain is known, the parameter, α , in the R-O model

is determined from Eq.(24). The ranges of variation of the parameter, α , thus estimated are indicated in Fig.26 for three kinds of soil materials.

(2) Parameter, r ,

As mentioned in the foregoing section, the parameter, r , is preferably determined from the hysteresis characteristics of soils, as represented by the damping ratio at a large strain near failure. Unfortunately, the test data on the damping at strains as large as a few percent are very scarce and somewhat inferential estimate must be made at present. From the extrapolation of a number of damping versus strain curves such as those shown in Figs.20 and 23, the damping ratio may be approximately estimated as listed in Table 1.

Table 1 Approximate values of damping ratio at large strains near failure

Soil type	Damping ratio at large strain, D_s	Parameter r
Clay	0.15~0.30	1.85~2.80
Sand	0.25~0.40	2.30~4.40
Gravel	0.20~0.35	1.90~3.40

The range of variation of the damping ratio for sands was estimated from the data summarized in Fig.18. It may be mentioned that the damping ratio for cohesive soils is generally smaller than that of cohesionless materials. The value of the parameter, r , computed by Eq.(27) with $G_f/G_0 = 0$ is also listed in Table 1 for three kinds of soil materials.

(3) Examples of the Parameters in the Model

The modulus reduction curves shown in Fig. 21 were fitted to the R-O model. Anderson and Richart (1976) showed that the best-fit parameters for the clays they tested are $r = 3$, $\alpha = 1.0$ and $C_1 = 0.4$ for the model as expressed by Eq.(19). The test

data by Andreasson (1981) were also shown to give a good fit if the parameters are chosen as $r = 2.5$, $\alpha = 1.8$ and $C_1 = 0.5$ in the model of Eq. (19). If the test data are to be represented by the model of the form of Eq. (20), the parameter, α , in Eq. (20) must be replaced by $\alpha/C_1 r^{-1}$ appearing in Eq. (19). The parameters thus modified to fit the model of Eq. (20) are shown in Table 2. It can be seen that the parameters for cohesive soils are in the range indicated in Fig. 26.

Table 2 Examples of the parameters for the R-0 model (Clays)

Soil type	α	r	References
Plastic clays	6.25	3.0	Anderson-Richart(1976)
Low-plasticity clays	5.1	2.5	Andreasson (1981)
Soft plastic clays	4.0	1.7	Kokusho et al.(1982)

CONCLUDING REMARKS

A survey over the reported literatures showed that the factors influencing the shear moduli at small levels of strain have been almost thoroughly investigated for laboratory prepared specimens of sands and clays. The same can be mentioned also for the strain dependent characteristics of the shear modulus and damping ratio. Several important investigations in this regard have been and are being made on soils in naturally occurring deposits by testing undisturbed specimens recovered from these deposits, as well as on coarse-grained materials such as railway ballast and the materials used for earth dams. It appears still necessary, however, that test data on the dynamic properties are accumulated for a variety of soils encountered in practice.

Most of the tests performed to data have been limited to the nonlinearity of soil properties within the range of small to medium levels of strain, and the attempts to represent the soil properties by the models have not been complete, accordingly. In spite of the difficulty in conducting tests and also in summarizing the test results at large strains on the order of a few percent, the information in this respect is very much in need. In view of these

circumstances, procedures were suggested in this paper to determine the parameters entering in the Hardin-Drnevich model and Ramberg-Osgood model so that the model representation can cover a broad range of strains up to a few percent. When these models are used in combination with the Masing rule, it was shown that the H-D model embracing two parameters tends to yield too much damping at large levels of strains and, therefore, it can not be used to properly represent soil behavior at large strains. To overcome this drawback, the use of the R-0 model was shown to be appropriate, if the four parameters in the model are properly chosen in conformity to the soil behavior at large strains. On the basis of the survey over available test data, approximate ranges of the four parameters are suggested to be incorporated into the R-0 model for each of clays, sands and coarse-grained materials.

ACKNOWLEDGEMENTS

In providing the draft of this paper, Mr. T. Kokusho of the Central Research Institute of Electric Power Industry offered some original drawings of the test data and Dr. I. Towhata conducted some of the numerical calculation pertaining to the models. The writer wishes to acknowledge the kindness of these persons.

REFERENCES

- Afifi, S.S. and R.D. Woods (1971), "Long-Term Pressure Effects on Shear Modulus of Soils," Proc. ASCE, Vol. 97, SM10, pp. 1445-1460.
- Afifi, S.S. and Richart, F.E., Jr. (1973), "Stress-History Effects on Shear Modulus of Soils," Soils and Foundations, Vol. 13, No. 1, pp. 77-95.
- Anderson, D.G. and Richart, F.E. (1976), "Effects of Straining on Shear Modulus of Clays," Proc. ASCE Vol. 102, GT. 9, pp. 975-987.
- Anderson, D.G. and Woods, R.D. (1976), "Time-Dependent Increase in Shear Modulus of Clay," Proc. ASCE, Vol. 102, GT. 5, pp. 525-537.
- Andreasson, G. (1979), "Deformation Characteristics of Soft, High-Plastic Clays under Dynamic Loading Conditions," Department of Geotechnical Engineering, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.
- Andreasson, B (1981), "Dynamic Deformation

- Characteristics of a Soft Clay," Proc. International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Missouri, Vol.1, pp.65-70.
- D'Appolonia, D.J. and Pouloua, H.G. (1971), "Initial Settlement of Structure on Clay," Proc. ASCE, Vol.97, SM10, pp.1359-1376.
- Dobry, R. and Swiger, W.F. (1979), "The Threshold Strain and Cyclic Behavior of Cohesionless Soils," Proc. 3rd ASCE/EMDE Speciality Conference, Austin, Texas, pp.521-525.
- Hara, A., Ohta, T., Niwa, M., Tanaka, S. and Banno, T. (1974), "Shear Modulus and Shear Strength of Cohesive Soils," Soils and Foundations, Vol.14, No.3, pp.1-12.
- Hara, A. (1980), "Dynamic Deformation Characteristics of Soils and Seismic Response Analyses of the Ground," Dissertation submitted to the University of Tokyo.
- Hardin, B.O. and Black, W.L. (1968), "Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay," Proc. ASCE, Vol.94, SM2, pp.353-369.
- Hardin, B.O. and Black, W.L. (1969), "Closure to Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay," Proc. ASCE, Vol.95, SM6, pp.1531-1537.
- Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. (1972a), "Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects," Proc. ASCE, Vol.98, SM6, pp.603-624.
- Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. (1972b), "Shear Modulus and Damping of Soils: Design Equation and Curves," Proc. ASCE, Vol.98, SM7, pp.667-692.
- Higuchi, Y., Umehara, Y. and Ohneda, H. (1981), "Evaluation of Dynamic Properties of the Sand Deposits under Deep Seabed," Proc. 36th Annual Convention of the Japanese Society of Civil Engineering, Vol.3, pp.50-51.
- Humphries and Wahl (1968), "Stress History Effects on Dynamic Modulus of Clay," Proc. ASCE, Vol.94, SM2, pp.371-389.
- Ishihara, K. (1981), "Strength of Cohesive Soils under Transient and Cyclic Loading Conditions," State-of-the-Art in Earthquake Engineering, edited by O. Ergünay and M. Erdik. Turkish National Committee on Earthquake Engineering, pp.154-169.
- Iwasaki, T. and Tatsuoka, F. (1977), "Effects of Grain Size and Grading on Dynamic Shear Moduli of Sands," Soils and Foundations, Vol.17, No.3, pp.19-35.
- Iwasaki, T., Tatsuoka, F. and Takagi, Y. (1978), "Shear Moduli of Sands under Cyclic Torsional Shear Loading," Soils and Foundations, Vol.18, No.1, pp.39-56.
- Kokusho, T. (1980), "Cyclic Triaxial Test on Dynamic Soil Properties for Wide Strain Range," Proc. 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, Vol.3, pp.305-312.
- Kokusho, T. and Esashi, Y. (1981), "Cyclic Triaxial Test on Sands and Coarse Materials," Proc. 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Vol.1, pp.673-676.
- Kokusho, T., Yoshida, Y. and Esashi, Y. (1982), "Dynamic Properties of Soft Clays for Wide Strain Range," in press for Soils and Foundations.
- Kondner, R.L. and Zelasko, J.S. (1963), "A Hyperbolic Stress-Strain Formulation of Sands," Proc. 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, pp.289-324.
- Kovacs, W.D., Seed, H.B. and Chan, C.K. (1971), "Dynamic Modulus and Damping Ratio for a Soft Clay," Proc. ASCE, Vol.97, SM1, pp.59-75.
- Marcuson, W.F. and Wahls, H.E. (1972), "Time Effects on Dynamic Shear Modulus of Clays," Proc. ASCE, Vol.98, SM12, pp.1359-1373.
- Prange, B. (1981), "Resonant Column Testing of Railroad Ballast," Proc. 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Vol.3 pp.273-278.
- Richart, F.E., Fr. (1975), "Some Effects of Dynamic Soil Properties on Soil Structure Interaction," Proc. of ASCE, Vol.101, GT12, pp.1193-1240.
- Richart, F.E. Jr. (1981), "Influence of Soil Properties on Wave Propagation during Earthquakes," State-of-the-Art in Earthquake Engineering, 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul.
- Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1969), "Influence of Soil Conditions on Ground Motions during Earthquakes," Proc. ASCE, Vol.94, SM1, pp.99-137.
- Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Analysis," Report No. EERC 70-10, University of California, Berkeley.
- Sherif, M.A., Ishibashi, I. and Gaddah, A.H. (1977), "Damping Ratio for Dry Sands," Proc. ASCE, Vol.103, G.T.7, pp.743-756.
- Studer J., Zingg, N. and Prater, E.G. (1980), "Investigation on Cyclic Stress-Strain Characteristics of Gravel Material," Proc. 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, Vol.3, pp.355-362.
- Takenaka, J. and Nishigaki, Y. (1970), "Dynamic Behavior of Diluvial Soil Deposits in Ohsaka," Proc. 5th Japan National Convention of Geotechnical Engineering, pp.89-91. (In Japanese)
- Tatsuoka, F. and Iwasaki, T. (1978), "Hysteretic Damping of Sands under Cyclic

- Loading and its Relation to Shear Modulus," Soils and Foundations, Vol.18 No. 2, pp.25-40.
- Taylor, P.W. and Parton, J.M. (1973), "Dynamic Torsion Testing of Soils," Proc. 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.1, Part2, Moscow, pp.425-432.
- Wilson, S.D. and Dietrich, R.J. (1960), "Effect of Consolidation Pressure on Elastic and Strength Properties of Clay," ASCE Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, Colorado, pp.419-435.
- Yoshimi, Y., Richart, F.E., Prakash, S., Balkan, D.D., and Ilyichev (1977), "Soil Dynamics and its Application to Foundation Engineering," States-of-the-Art Report, Proc. 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, Vol.2, pp.605-650.
- Zen, K., Umehara, Y. and Hamada, K. (1978), "Laboratory Tests and In-Situ Seismic Survey on Vibratory Shear Modulus of Clayey Soils with Various Plasticities," Proc. 5th Japanese Earthquake Engineering Symposium, pp.721-728.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

**ESPECTROS DE DISEÑO CONSIDERANDO LA INTEGRACION
SUELO - ESTRUCTURA**

AUTOR: DR. MIGUEL P. ROMO

EXPOSITOR: M. EN I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO

OCTUBRE 1992

ESPECTROS DE DISEÑO CONSIDERANDO LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

Miguel P. Romo, Instituto de Ingenieria, UNAM

RESUMEN

En este artículo se presenta un procedimiento analítico para generar espectros de diseño que toman en cuenta los efectos locales del suelo de cimentación, las propiedades no lineales del suelo, la interacción suelo-estructura y las características de los movimientos sísmicos en campo libre.

El procedimiento de análisis se utiliza para estudiar la variación espacial de los movimientos de campo libre, el efecto de la profundidad de desplante y rigidez de la cimentación en la respuesta estructural, y el efecto de la flexibilidad del suelo de cimentación en el periodo efectivo (sistema suelo-estructura) de la estructura.

INTRODUCCION

En su versión de 1987, el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal contempla dos posibilidades en la definición de la excitación dinámica para el análisis sísmico de estructuras. La más sencilla especifica espectros de diseño de campo libre acordes con el tipo de suelo, los cuales se utilizan para evaluar la respuesta de la estructura considerándola desplantada sobre base rígida. La otra utiliza los mismos espectros de diseño de campo libre pero el periodo natural de la estructura se modifica (de acuerdo con expresiones semiempíricas dadas en el Apéndice de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo), con lo cual se pretende incluir el efecto de la interacción dinámica suelo-cimentación en la respuesta estructural.

Estas dos alternativas en la definición de la excitación sísmica consideran el problema sólo parcialmente ya que no toman en cuenta aspectos importantes como el efecto que tiene la interacción dinámica suelo-cimentación en los movimientos de campo libre (modificándose, por tanto, el espectro de diseño) y la acción acoplada de las componentes horizontal y vertical de los movimientos sísmicos del suelo de cimentación. Tampoco se tienen en cuenta la estratificación del suelo, las características no lineales del suelo y la variación espacial de los movimientos sísmicos del terreno.

En este artículo se presenta un procedimiento de análisis que además de incluir todos estos aspectos, permite calcular el estado de esfuerzos y deformaciones tanto en la estructura como en la cimentación. El método se basa en la teoría de vibraciones aleatorias y utiliza elementos finitos para modelar el sistema suelo-estructura. Para ilustrar la potencialidad del procedimiento se estudian varios casos.

EL PROBLEMA DE INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA

La respuesta sísmica de una estructura depende de las características generales de la excitación, del suelo adyacente a ella y de la estructura en sí. Para edificios desplantados en roca o en suelos muy rígidos, el movimiento en la cimentación es esencialmente el mismo que ocurriría en el suelo, al mismo nivel de la cimentación, en ausencia de la estructura; este movimiento se denomina de campo libre. Para edificios desplantados en suelos blandos, en general, los movimientos de la cimentación difieren de los del terreno libre (al mismo nivel de la cimentación), debido al acoplamiento del suelo y la estructura; los movimientos sísmicos del terreno sin edificios o excavaciones se denominan también de campo libre. El acoplamiento entre el suelo y la cimentación produce el fenómeno de interacción. En la Fig 1 se muestra esquemáticamente el concepto de interacción dinámica suelo-estructura. Al arribar las ondas sísmicas a la superficie del suelo generan movimientos en las estructuras desplantadas sobre él. Si los movimientos de campo libre, U_0 , son diferentes a los que se desarrollan en la cimentación de un edificio, U_1 , se dice que la estructura y el terreno responden de manera acoplada; es decir, se presenta el fenómeno de interacción dinámica suelo-estructura.

El fenómeno de interacción resulta de la dispersión de las ondas sísmicas por la cimentación y la radiación de energía hacia el semiespacio debido a las vibraciones de la estructura. Debido a estos efectos, el estado de esfuerzos y deformaciones en el suelo de cimentación es diferente al de campo libre. A su vez, la respuesta dinámica de una estructura sobre suelo blando puede diferir sustancialmente en amplitud y frecuencia de la respuesta de una estructura idéntica desplantada en suelo muy firme o roca. En general, la respuesta máxima estructural del sistema suelo-estructura ocurre a periodos mayores que la de una estructura igual desplantada sobre roca o terreno muy firme. Por otra parte, la amplitud de la respuesta estructural del sistema suelo-estructura es afectada por la disipación de energía por radiación (amortiguamiento geométrico) y por el amortiguamiento histerético del suelo y de la estructura.

El problema básico de interacción suelo-estructura (Fig. 2) involucra la evaluación de la respuesta de una o más estructuras en un sitio particular para un sismo determinado (sismo de diseño) especificado en el campo libre a una elevación dada (punto de control). El análisis completo de interacción suelo-estructura involucra necesariamente dos partes: un análisis de respuesta del terreno y un análisis de interacción. El primero consiste en determinar las variaciones espaciales y temporales de los movimientos de campo libre y el segundo permite evaluar la respuesta de la estructura colocada en el medio ambiente sísmico definido en la primera parte.

Con el objeto de aclarar la naturaleza y conexión entre estos dos tipos de problema (campo libre e interacción) conviene considerar las ecuaciones de movimiento para los modelos lineales mostrados en la Fig 3. Los tres son modelos idénticos de elementos finitos y sus masas y rigideces son iguales, excepto que la parte estructural del modelo de la Fig 3b no tiene rigidez ni masa y los grados de libertad de la estructura arriba de la superficie del suelo se consideran fijos.

Dado que los grados de libertad fijos no influyen los movimientos del terreno, la Fig 3b representa el problema de respuesta de campo libre y tiene la siguiente ecuación de movimiento (Ref 10).

$$[M_f]\{u_f\} + [C_f]\{\dot{u}_f\} + [K_f]\{u_f\} = \{Q_f\} \quad (1)$$

donde $[M_f]$, $[C_f]$ y $[K_f]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez para el campo libre, y $\{u_f\}$ es un vector que contiene los desplazamientos nodales. Puesto que la fuente de la excitación está fuera del modelo, el vector de carga $\{Q_f\}$ tiene elementos diferentes de cero sólo en la frontera externa. La solución de la Ec 1 permite determinar los movimientos de campo libre $\{u_f\}$.

El problema de interacción esquematizado en la Fig 3a se puede plantear suponiendo que la frontera externa está muy alejada de la estructura. La ecuación de movimiento correspondiente es

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{Q_f\} \quad (2)$$

donde $\{u\} = \{u_f\} + \{u_i\}$, siendo $\{u_i\}$ los desplazamientos que resultan de la interacción; $\{Q_f\}$ es el mismo vector de carga que en la Ec 1; y $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices totales de masa, amortiguamiento y rigidez. Sustituyendo la Ec 2 en la Ec 1, se obtiene

$$[M]\{\ddot{u}_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} + [K]\{u_i\} = \{Q_i\} \quad (3)$$

donde

$$\{Q_i\} = ([M_f] - [M])\{\ddot{u}_f\} + ([C_f] - [C])\{\dot{u}_f\} + ([K_f] - [K])\{u_f\} \quad (4)$$

El vector $\{Q_i\}$ se puede calcular de los movimientos de campo libre $\{u_f\}$ y sólo depende de las diferencias entre las propiedades del suelo excavado y la estructura que lo sustituye. El vector $\{Q_i\}$ tiene elementos no nulos sólo en la estructura y, por tanto, la Ec 3 representa el problema fuente de la Fig 3c.

La formulación presentada revela tres importantes aspectos del problema de interacción suelo-estructura:

- 1) Los únicos movimientos de campo libre que son de importancia para el fenómeno de interacción son aquellos que están dentro del volumen que es excavado para la parte embebida de la estructura.
- 2) Para estructuras desplantadas a profundidad, la importancia de la interacción depende de la diferencia en masa y rigidez entre la estructura y el volumen de suelo excavado (ver Ecs 3 y 4).
- 3) El análisis de interacción invoca en muchas ocasiones el principio de superposición. Por consiguiente, análisis verdaderamente no lineales, para muchos tipos de excitación, pueden ser difíciles de realizar.

La primera observación tiene mucha relevancia especialmente para estructuras embebidas en suelos blandos debido a que, en estos casos, los movimientos de campo libre varían apreciablemente con la profundidad. Esto implica que el análisis de respuesta del terreno es una parte importante (quizá la más importante) del análisis de interacción suelo-estructura.

La segunda observación tiene implicaciones prácticas importantes. Por ejemplo, resalta la importancia de la profundidad de desplante, la cual para cimentaciones compensadas (o casi compensadas) tiende a reducir los efectos de interacción. Cuando se tiene compensación total, los efectos de interacción suelo-estructura son seguramente insignificantes.

La tercera observación se puede resolver por métodos aproximados cuando las deformaciones en el suelo no son muy grandes. Por otra parte, debido a que el problema de respuesta del terreno (campo libre) no se puede resolver, en general, por métodos no lineales, resulta, en muchos casos, esotérico considerar análisis de interacción verdaderamente no lineales.

Método de Análisis. Existen diferentes procedimientos analíticos para resolver el problema de interacción suelo-estructura (Ref 8). En este artículo se adoptó el método directo que considera a la excitación de diseño como un proceso estocástica estacionario, gaussiano con media cero. Un proceso aleatorio de este tipo se puede caracterizar completamente con un espectro de potencia. El procedimiento de análisis con el método directo se presenta esquemáticamente en la fig 4 y consta de los siguientes pasos (Refs 7 y 9):

- 1) A partir del espectro de diseño, definido como una curva media y niveles de incertidumbre, y especificado en alguna elevación del campo libre, se calcula el espectro de potencia medio (excitación de diseño).
- 2) Por medio del proceso inverso de amplificación (deconvolución), el espectro de potencia medio se transfiere a la base del modelo y se resuelve el problema de campo libre.
- 3) Conocido el espectro de potencia medio en la base del modelo y calculadas las condiciones de frontera laterales, se evalúa la respuesta dinámica del sistema suelo-estructura en términos de espectros de potencia medios.
- 4) De los espectros de potencia medios de la respuesta se estiman valores medios y niveles de confianza específicos de aceleraciones, esfuerzos, momentos flexionantes, espectros de respuesta, etc.

El método de análisis de la Fig 4 puede, en principio, utilizarse para calcular la respuesta de sistemas suelo-estructura tridimensionales considerando un campo de ondas propagándose verticalmente. Sin embargo, debido al costo, se propuso el modelo tridimensional aproximado mostrado en la Fig 5 (Ref 2). La tridimensionalidad del problema se simula por medio de amortiguadores en los puntos nodales frontales y anteriores de la rebanada del modelo del sistema suelo-estructura. Estos amortiguadores simulan la disipación de energía debido a la radiación de ondas de cortante a partir de la estructura. Para reducir la extensión de la malla de elementos finitos (y consecuentemente el costo del análisis) el modelo tiene fronteras laterales transmisoras de energía que permiten representar, de manera exacta, el efecto dinámico del semiespacio viscoelástico lateral, a ambos lados del modelo. Con estas dos condiciones de frontera se puede modelar la radiación de energía (amortiguamiento geométrico) a partir de la estructura (Refs 11 y 3).

La respuesta de un sistema lineal como el de la Fig 5 ante una excitación estocástica estacionaria se puede obtener utilizando teoría de vibraciones casuales. Se puede demostrar (Ref 1) que la relación entre excitación y respuesta está dada por:

$$P_o(\omega_r) = |H(\omega_r)|^2 P_i(\omega_r)$$

donde $P_i(\omega_r)$ y $P_o(\omega_r)$ son los espectros de potencia de la excitación y respuesta, respectivamente, y $H(\omega_r)$ es la función de transferencia compleja que caracteriza al sistema. Para calcular $H(\omega_r)$ y resolver la Ec 5 se utiliza el método de los elementos finitos (Refs 4 y 5),

DEFINICION DE ESPECTROS DE DISEÑO INCLUYENDO LA INTERACCION

La práctica actual en el diseño sísmico de edificios se basa en el análisis modal, en el cual la excitación dinámica se define en términos de un espectro de respuesta que se especifica al nivel de la base de la estructura. La definición de este espectro basal (espectro de diseño) no es trivial ya que involucra consideraciones de aspectos como las características geotectónicas de la región, las condiciones locales del sitio y los efectos de interacción suelo-estructura. Para el caso de la ciudad de México, los dos primeros aspectos han sido ampliamente estudiados y los resultados han sido incorporados en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Sin embargo, el tercero, aunque incluido en el Reglamento, merece mayor atención que la que se le ha dado debido a que es una fuente de cambios potencialmente significativos en las características de los movimientos de campo libre.

En la Ec 3 se destaca claramente la importancia de los factores que intervienen directamente en el fenómeno de interacción como son las características inerciales y de rigidez de la estructura, de la cimentación y del suelo, y las características de los movimientos de campo libre y su variación espacial. Otros aspectos como la secuencia estratigráfica del terreno, el comportamiento no lineal del suelo de cimentación, la cercanía de estructuras, etc., puede afectar la forma (e intensidad) del espectro basal. Consecuentemente, debe cuantificarse su efecto y considerarse acordemente en la definición del espectro de diseño.

Para incluir todos estos aspectos en el cálculo de espectros de diseño es necesario recurrir al procedimiento de análisis presentado en la sección anterior, o a uno equivalente. Con el método mencionado sería posible cuantificar los efectos de cada uno de los factores para casos específicos en la ciudad de México y, por tanto, podría utilizarse como una ayuda importante en el diseño de la cimentación. Con el propósito de mostrar la potencialidad de este procedimiento de análisis, en lo que sigue se estudian algunos de éstos aspectos

Variación de los Movimientos Campo Libre. En la Ref 6 se presenta un procedimiento para calcular los movimientos de campo libre en la zona arcillosa de la ciudad de México. En las Figs 6 y 7 se presentan los resultados de los análisis de respuesta de un depósito de suelo con velocidad de onda de cortante igual a 85 m/s y espesor de 30 m. En la Fig 6 se muestra la variación de los movimientos del terreno con la profundidad, en términos de espectros de respuesta de aceleraciones con 5% de amortiguamiento. Se consideró que el sismo de diseño correspondía al espectro de diseño dado en las Normas de Emergencia (1986) para la zona del Lago y especificado (punto de control) en la superficie del depósito de

suelo. Se observa cómo varía el contenido de frecuencias al aumentar la profundidad y es notorio el cambio en la forma espectral para profundidades superiores a 15 m. El espectro de respuesta correspondiente a los depósitos profundos muestra dos valles marcados, uno a la frecuencia 0.7 Hz y otro a 2.1 Hz, que corresponden a las dos primeras frecuencias naturales del depósito de suelo.

En la Fig 7 se presenta el mismo tipo de información, sólo que en este caso se consideró como excitación dinámica el espectro de respuesta (5% de amortiguamiento) promedio de las componentes horizontales de los registros obtenidos en el campus de la UNAM, durante el sismo de septiembre 19, 1985. El punto de control se consideró al nivel de los depósitos profundos. Se puede observar, de nuevo, la dependencia de la intensidad de los movimientos sísmicos de la profundidad, aunque para este caso la forma espectral en sí no se modifica apreciablemente.

Estos resultados revelan un aspecto importante del problema sísmico. Resulta evidente la conveniencia de profundizar el nivel de desplante de la cimentación ya que la severidad de los movimientos sísmicos a los que sería sometida la base de la estructura disminuye con la profundidad. Esto quiere decir que para igualdad de condiciones, la estructura con cimentación más profunda será menos vulnerable a la acción dinámica de los sismos. También es notoria la importancia que tienen las características de la excitación de control en la respuesta sísmica de los depósitos blandos en la ciudad de México.

Efecto de la Rigidez de la Cimentación. En el inciso anterior se mostró la importancia de la profundidad en la magnitud de los movimientos sísmicos del terreno y el beneficio que se tiene al desplantar las cimentaciones a mayor profundidad. La cuestión ahora es diseñar una cimentación de características tales que no amplifique los movimientos del nivel de desplante a la superficie del terreno. Además, sería deseable que la cimentación interactuara con el suelo de una forma tal que atenuara los movimientos sísmicos que inciden en la base de la estructura (nivel de la superficie del terreno).

Para diseñar una cimentación con estos atributos se puede recurrir a la Ec 4 con el fin de visualizar la influencia de los diferentes parámetros que afectan la respuesta estructural. Es evidente que una cimentación masiva y rígida sería la respuesta más apropiada para satisfacer los requerimientos mencionados. Sin embargo, debido a la baja capacidad portante de las arcillas de la ciudad de México es, en general, inaceptable diseñar cimentaciones masivas (pesadas). Por otra parte, dada la baja rigidez al corte de las arcillas es relativamente fácil satisfacer la condición (relativa) de cimentación *infinitamente* rígida.

Con el propósito de ilustrar el efecto de la rigidez global de la cimentación en el espectro de respuesta basal (en la cimentación, al nivel de la superficie del terreno), se estudió la respuesta de un edificio con período natural de un segundo. Se consideraron dos tipos de cimentación: una a base de cajón de 2.5 m de profundidad y pilotes de fricción de 23 m de longitud, y otra a base de un cajón rígido a 14 m de profundidad. Las dos cimentaciones son equivalentes en el sentido de que tienen factores de seguridad semejantes contra la falla por carga estática. El depósito de suelo tiene 30 m de profundidad y una velocidad de onda de corte media de 52 m/s. Como sismo de control se consideró el obtenido en el campus de la UNAM (DPb, Fig 7) el punto de control se fijó en los depósitos profundos. En la Fig 8 se presentan los espectros de aceleraciones de las respuestas

(de ambos sistemas suelo-estructura) al nivel de la superficie del terreno (punto A). Por comparación, también se incluye el espectro de respuesta del campo libre en la superficie del terreno (punto CL). Los resultados muestran claramente que la frecuencia predominante del depósito de suelo (0.43 Hz) no se modifica por la presencia de la estructura sin importar el tipo de cimentación, y la amplitud espectral correspondiente sólo se atenúa un 5% para la cimentación a base de pilotes de fricción y un 12% para el caso del cajón rígido a 14 m de profundidad. Esto indica que la interacción suelo-estructura no es significativa para frecuencias bajas incluyendo la frecuencia natural del depósito de suelo. Por otra parte, para frecuencias más altas el efecto de la cimentación rígida es notorio y para la frecuencia natural de la estructura (1Hz) el pico de la respuesta de campo libre se atenúa completamente. Sin embargo, para la cimentación flexible (cajón somero y pilotes de fricción) el efecto es despreciable. Estos resultados muestran claramente que cuando la cimentación es flexible, el fenómeno de interacción es despreciable. Por el contrario, si se diseña una cimentación rígida los efectos de la interacción dinámica son importantes, especialmente en el intervalo de frecuencias altas. Es interesante notar que si estos resultados se utilizaran para diseñar la estructura se tendría que el coeficiente sísmico para el caso de cimentación flexible sería del orden de 0.4 g y para el caso de cimentación rígida correspondería un coeficiente menor que 0.2 g. Por otra parte, de acuerdo con el criterio del Reglamento se tendría que sustituir el período natural de la estructura (estructura sobre base rígida = 1s) por el período natural del sistema suelo-estructura (estructura sobre suelos compresible = 2.3 s). Con este período (2.3 s = 0.43 Hz) se evaluaría el coeficiente sísmico utilizando el espectro de campo libre, lo cual daría del orden de 0.8 g (ver Fig-8). Evidentemente, el criterio del Reglamento resultaría extremadamente conservador si se tuviera una cimentación rígida y sería razonablemente adecuado para la cimentación flexible.

Efecto de la Flexibilidad del Suelo. Al transmitirse las ondas sísmicas a la base del edificio, existe una resistencia inercial al desarrollo de los movimientos en el resto de la estructura. Como resultado de esta resistencia, que persiste durante todo el tiempo de la excitación, se generan deformaciones en el suelo que a su vez causan deformaciones adicionales en el edificio como se ilustra en la Fig 9. El efecto de la flexibilidad del suelo en la respuesta estructural se puede evaluar comparando el período natural de la estructura sobre base rígida con el período natural del sistema suelo-estructura (estructura sobre suelo compresible). Para este fin se utilizó el programa de elementos finitos PLUSH (Ref 5).

Se consideraron dos estructuras cuyos períodos naturales (sobre base rígida) son de 1.4s y 1.1s. Se analizaron sus respuestas para condiciones de un estrato de suelo de 30 m de espesor y velocidades de onda de cortante medias de 3000, 1000, 750, 300, 120 y 60 m/s. Los resultados se presentan en la Fig 10. Se puede observar que para suelos muy firmes (velocidad mayor que 500 m/s) el período natural del sistema suelo-estructura es prácticamente igual al de la estructura. Sin embargo, para velocidades menores que 100 m/s el efecto de las características de vibración del depósito de suelo es significativo.

Los resultados parecen indicar que el factor de la flexibilidad del suelo es dominante en la definición del período natural del sistema suelo-estructura (período efectivo de la estructura), cuando se tienen

velocidades de onda de corte (V_g) menores que 80 m/s. De hecho, para $V_g = 60$ m/s el periodo del sistema suelo-estructura es de 1.98s y el del depósito de suelo 2.0 s.

La Fig 10 muestra que la transición del periodo de la estructura sobre base rígida al periodo del sistema suelos-estructura para suelos muy flexibles es de tipo exponencial. Esto parece no estar de acuerdo con el Reglamento, donde se recomienda una superposición de tipo cuadrático de los periodos naturales de la estructura con diferentes condiciones de apoyo.

Es importante señalar que además de la flexibilidad del suelo de cimentación hay otros factores que afectan la variación de periodo efectivo de la estructura, como la rigidez de la estructura (ejemplificado en la Fig 10), el peso de la estructura y la geometría de la estructura (área de la base y altura).

La clara tendencia de la variación del periodo efectivo hace pensar que un estudio de sensibilidad de parámetros utilizando el método de análisis empleado en este trabajo, permitiría desarrollar un procedimiento simplificado para calcular el periodo efectivo de la estructura en función de las características del suelo de cimentación y de la estructura.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentan y discuten los aspectos relevantes del problema de interacción dinámica suelo-estructura. Utilizando un planteamiento de subestructuración se muestra claramente cuáles son los factores que controlan el fenómeno de interacción. Las ecuaciones de movimiento indican que la definición de los movimientos sísmicos de campo libre es un paso crítico en la solución del problema de interacción. También muestra que la importancia del fenómeno de interacción depende de las diferencias entre las masas, rigideces y amortiguamientos del suelo excavado y estructura que lo sustituye.

Con el fin de ilustrar el efecto de varios parámetros se estudió la respuesta dinámica de varios casos. Los resultados muestran claramente que los movimientos de campo libre varían significativamente con la profundidad y en especial en los estratos superficiales. Los casos estudiados muestran la conveniencia de diseñar cimentaciones desplantadas a profundidades del orden de 12 a 15 m. Si aunada a esta profundidad de desplante se diseña una cimentación rígida, los movimientos sísmicos en la base de la estructura se atenúan significativamente. Por consiguiente, la vulnerabilidad de la estructura se disminuye.

El efecto de la flexibilidad de la cimentación en la respuesta estructural es significativa para suelos con velocidades de onda de cortante menores que 80 a 100 m/s. Los resultados de los casos considerados indican que el periodo efectivo de la estructura (sistema suelo-cimentación) depende de la flexibilidad del suelo y la rigidez de la estructura. Además de estos factores el periodo efectivo también depende de la inercia de la estructura (el peso total).

Los resultados de los análisis de interacción parecen indicar que existen incongruencias en lo que se recomienda en el Reglamento, relativo al problema de interacción dinámica suelo-estructura. En particular, parece que el uso de espectros de campo libre para el diseño de estructuras con cimentación profunda y rígida resultaría sumamente conservador. Sin embargo, para otras condiciones de cimentación y excitación dinámica se podría tener el resultado contrario. Estos aspectos deben ser investigados

detalladamente para poder recomendar procedimientos sencillos ya que debido a que en el problema de interacción dinámica suelo-estructura intervienen muchos factores con efectos opuestos, es fácil sobresimplificar el problema. Cuando se cae en esto, es sumamente peligroso ya que se pueden llegar a conclusiones erróneas con relativa facilidad.

En este artículo sólo se estudiaron brevemente algunos de los factores que intervienen en el fenómeno de interacción. No se analizó, por ejemplo, el efecto de los movimientos del suelo vertical y horizontal acoplados. Debido a la flexibilidad del suelo de cimentación es probable que la respuesta de la estructura se incremente apreciablemente por el efecto de la componente vertical en el modo de cabeceo. Otros aspectos, como el comportamiento no lineal del suelo, la estratificación, las características de los sismos, etc. merecen investigarse.

En este artículo sólo se presentó el efecto de interacción relacionado con estructuras, el mismo tipo de estudio se puede hacer para túneles, estaciones del Metro, etc.

REFERENCIAS

1. Crandall, S H y Mark, W D (1963), "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press.
2. Hwang, R N, Lysmer J y Berger E (1975), "A Simplified Three Dimension Soil-Structure Interaction Study", 2nd ASCE Specialty Conference on Structural Design of Nuclear Plant Facilities, New Orleans, pp. 786-808.
3. Lysmer J y Drake L A (1972), "A Finite Element Method for Seismology", Methods in Computational Physics, Vol II, Ch. 4 pp. 181-216, Academic Press.
4. Romo, M P (1976), "Soil-Structure Interaction in a Random Seismic Environment, Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley.
5. Romo, M P, Chen H C, Lysmer J y Seed H B (1980), "PLUSH: A Computer Program for Probabilistic Finite Element Analysis of Seismic Soil-Structure Interaction", Report No. EERC 77-01, University of California, Berkeley.
6. Romo, M P y Jaime, A (1987), "Metodología para Generar Espectros de Campo Libre Deterministas", Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Querétaro, Qro.
7. Romo, M P, Lysmer, J y Seed, H B (1977), "Finite Element Random Vibration Method for Soil-Structure Interaction Analysis", IV International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol. K(a), Paper K 2/5, San Francisco, Cal.
8. Romo, M P y Villarraga, R. (1986), "Análisis de los Efectos de Interacción Dinámica Suelo Estructura", Simposion Nacional de Ingeniería Sísmica, Zihuatanejo, Gro., noviembre 6.
9. Seed, H B e Idriss, I M (1973), "Soil-Structure Interaction of Massive Embedded Structures During Earthquakes", V World Conference on Earthquake Engineering, paper No. 233, Roma, Italia.

10. Seed, H B y Lysmer, J (1980) "The Seismic Soil-Structure Interaction Problem for Nuclear Facilities", University of California, Lawrence Laboratory, Livermore
11. Waas, G (1972), "Analysis Method for Footing Vibrations Through Layered Media", Ph D. Dissertation, University of California, Berkeley.

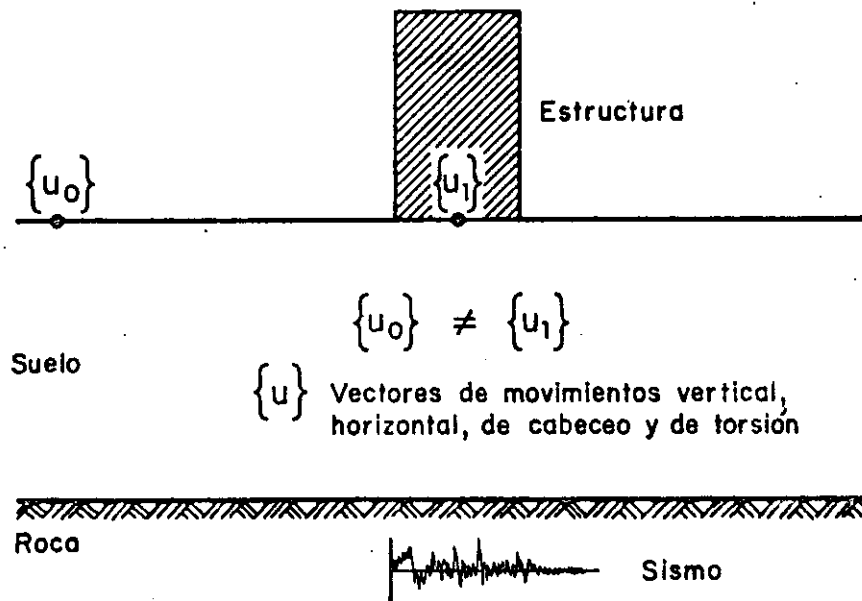


FIG. 1 DEFINICION DE LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

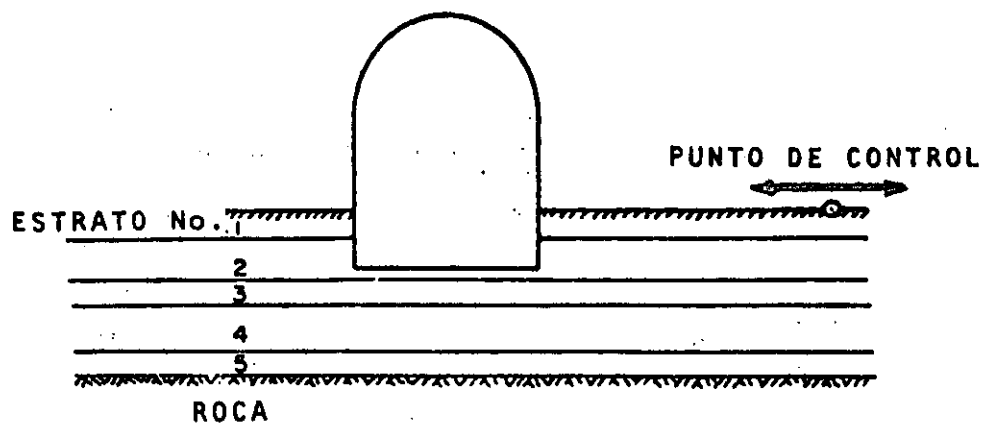


FIG. 2 PROBLEMA DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

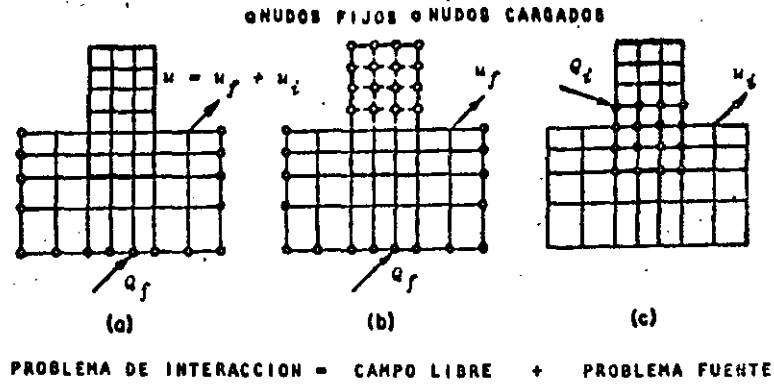


FIG. 3 MODELO DE SUBESTRUCTURACION

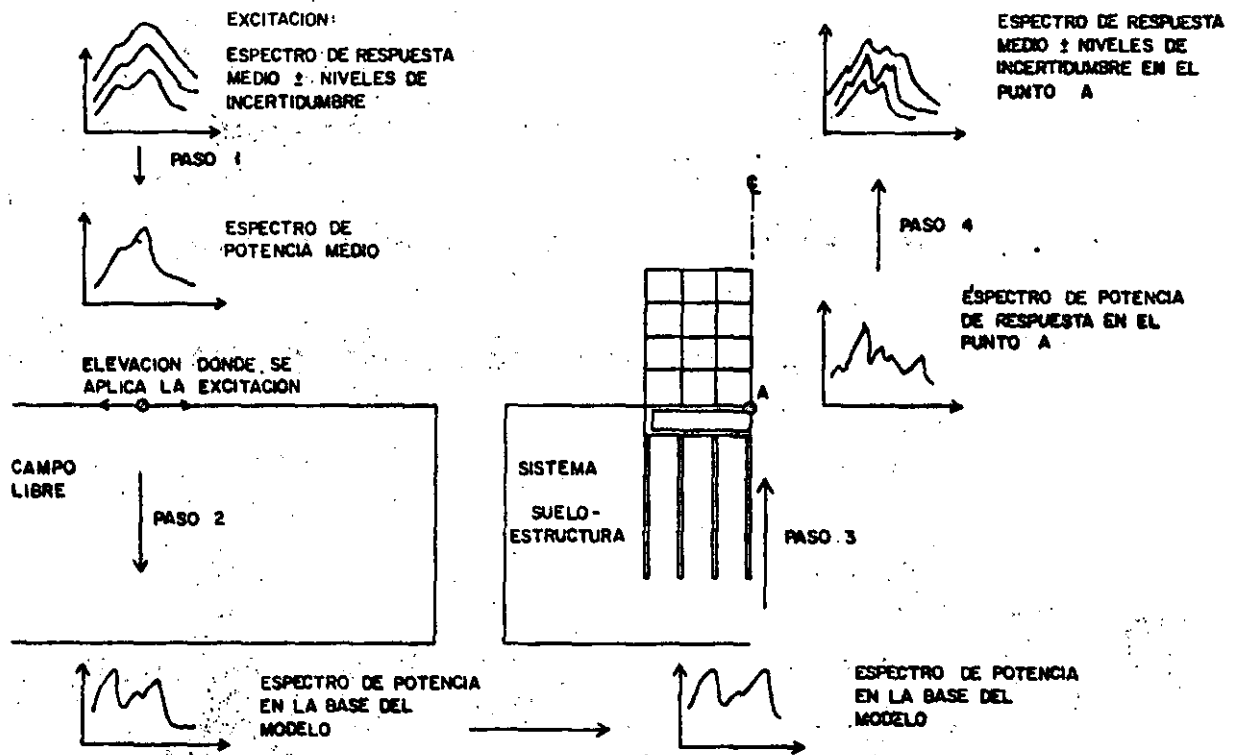


FIG. 4 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL ANALISIS SISMICO DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA

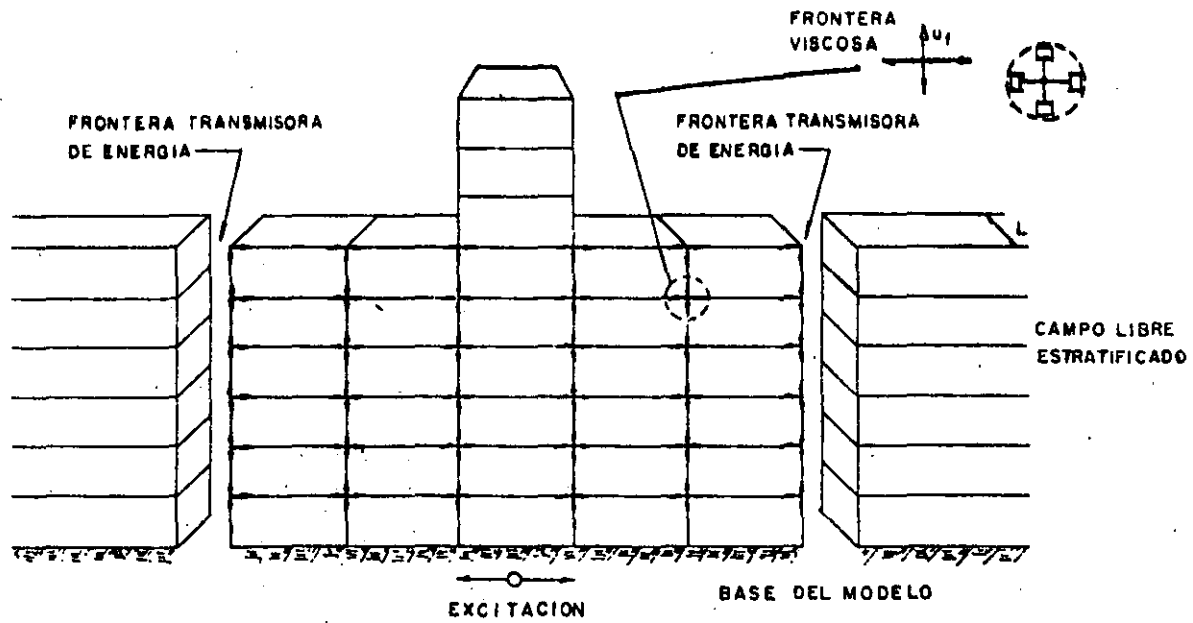


FIG. 5 MODELO PARA CAMPO LIBRE Y SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA

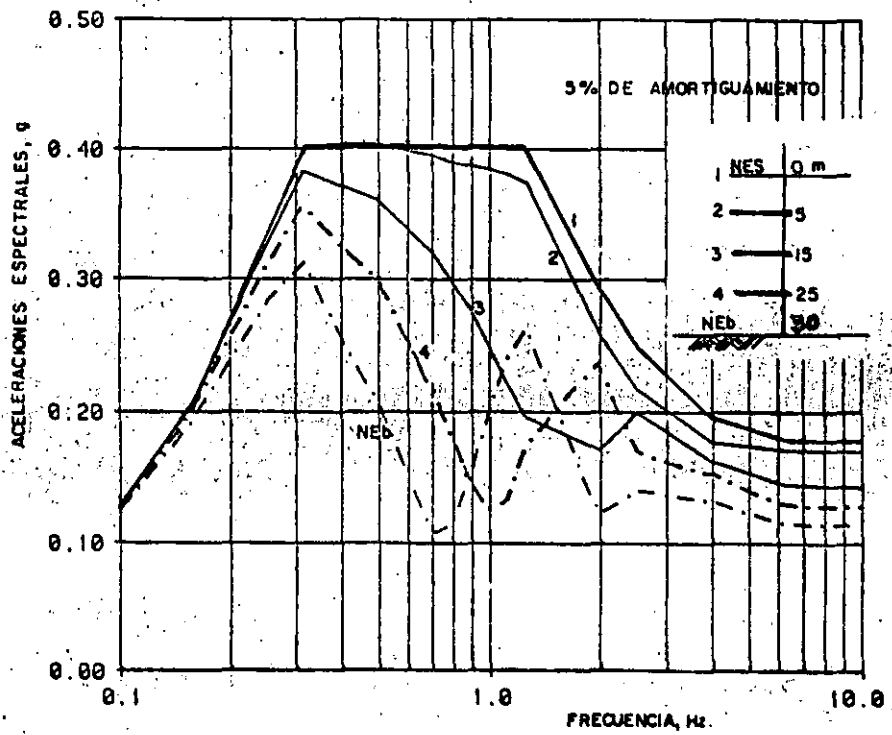


FIG. 6 VARIACION DE LOS MOVIMIENTOS DEL SUELO, SISMO DE NORMAS DE EMERGENCIA

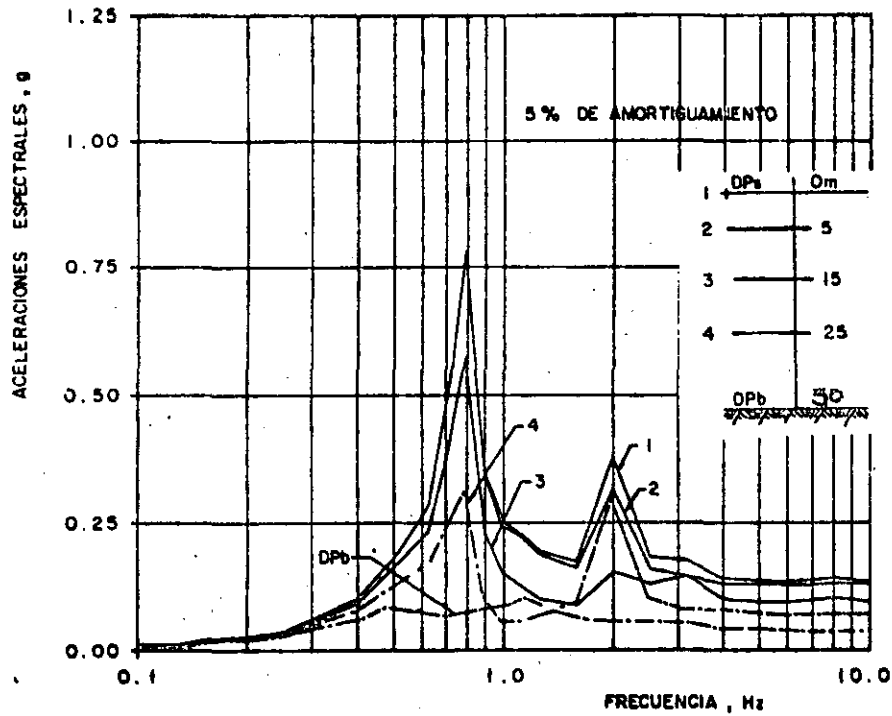


FIG. 7 VARIACION DE LOS MOVIMIENTOS DEL SUELO. SISMO CAMPUS UNAM

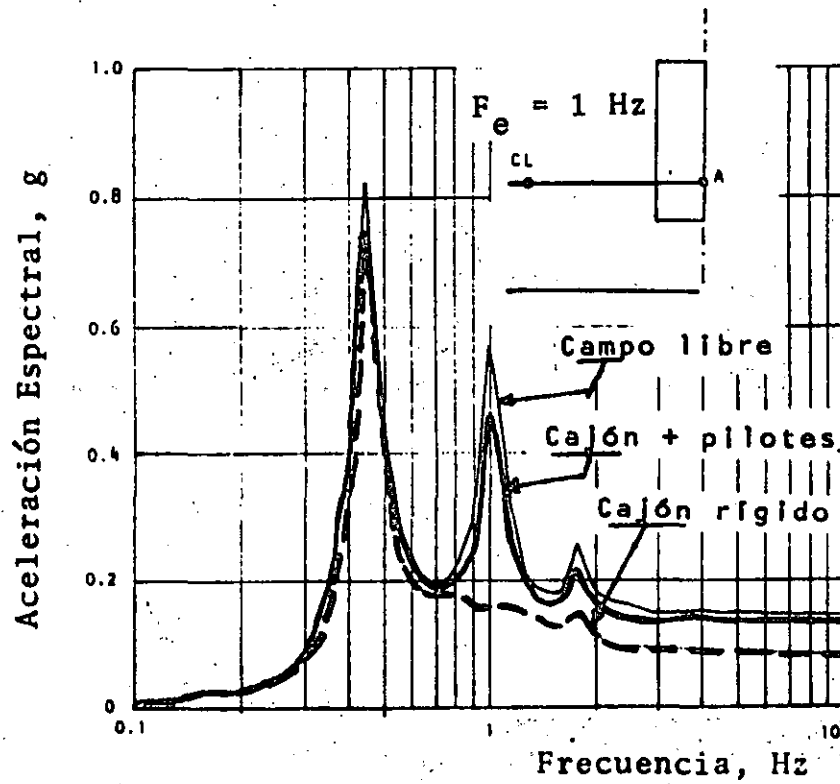


FIG. 8 EFECTO DE LA RIGIDEZ DE LA CIMENTACION EN LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

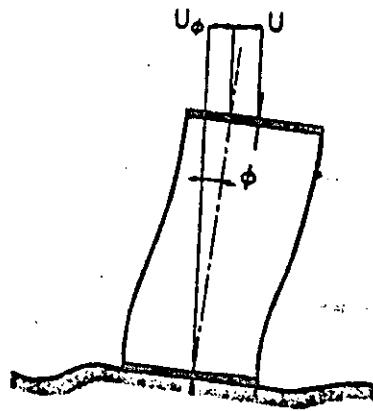


FIG 9 INTERACCION INERCIAL SUELO-ESTRUCTURA

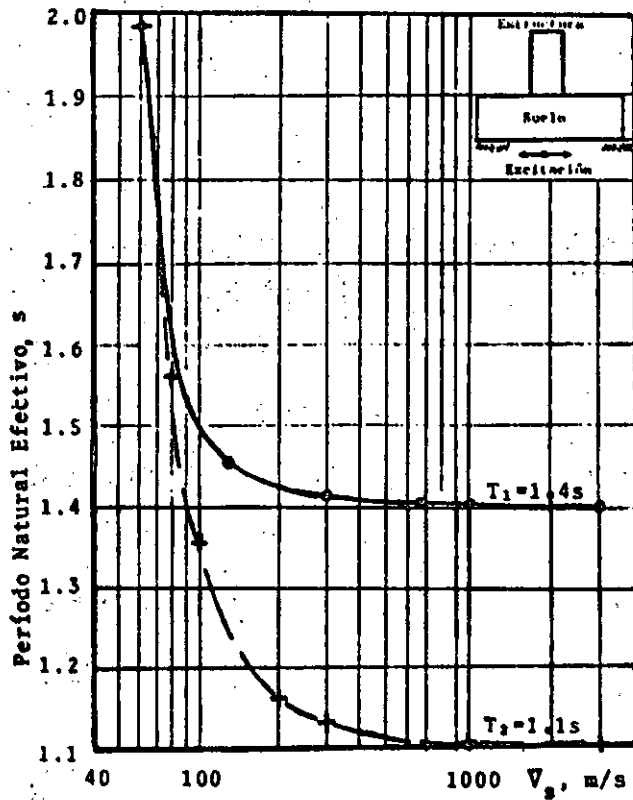


FIG 10 EFECTO DE LA FLEXIBILIDAD DEL SUELO EN EL PERIODO EFECTIVO DE LA ESTRUCTURA



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

**ELEMENTOS MATEMATICOS DE DINAMICA PARA
GEOTECNISTAS**

M. EN I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO

OCTUBRE 1992

ELEMENTOS MATEMATICOS DE DINAMICA PARA GEOTECNISTAS

Roberto Magaña Del Toro

1.- INTRODUCCION

2.- ASPECTOS FISICOS

2.1 Oscilaciones

2.2 Propagación de ondas

2.3 Modos de vibración

2.4 Respuesta dinámica

3.- FORMULACION DE MODELOS

3.1 Identificación de variables

3.2 Establecimiento de hipótesis

3.3 Aplicación de principios físicos

3.4 Selección del modelo

3.5 Elección del proceso de deducción del modelo

3.6 Comparación con resultados experimentales

3.7 Modelos para los fenómenos físicos aquí tratados

4.- PROCEDIMIENTOS DE CALCULO

4.1 Cálculo de sistemas matriciales

4.2 Cálculo de ecuaciones diferenciales ordinarias

4.3 Cálculo de ecuaciones diferenciales parciales

4.4 Teoría de variable compleja

4.5 Teoría de probabilidad y estadística

- su utilidad es para comprender el comportamiento de obras civiles (en su aspecto geotécnico) ante acciones dinámicas y hacer diseños más confiables
- Existe el problema de que muchas veces en el desarrollo de algunas obras geotécnicas, este no implica un tratamiento científico serio para su realización, prescindiéndose del lenguaje matemático para predecir su comportamiento.
- Aversión común hacia las matemáticas por enseñanza defectuosa, poco motivante
- Se ignora su utilidad para complementar a bajo costo y tiempo corto el trabajo empírico (de campo y laboratorio.)
- Aún aceptando que la ingeniería no pueda llegar a ser nunca una disciplina 100% exacta, se puede mejorar bastante lo que implica la práctica actual
- Incluso aceptando las hipótesis que involucra, proporciona información que es imposible obtener empíricamente p.ej. estados de esfuerzos en grandes extensiones de estratos naturales, etc

- Recordar que lo óptimo es la combinación del Trabajo empírico y el computacional

2.- ASPECTOS FISICOS

- Aquí se tratan los fenómenos físicos que inducen los sismos en obras geotécnicas, ya mencionados antes: oscilaciones, propagación de ondas, etc.
- Las características de estos fenómenos son muy variadas por los factores que influyen: geometría, propiedades de materiales, zonificación, variación espacial y temporal de la excitación, así como interacciones entre elementos del sistema (p.e) la de una presa con el agua almacenada, etc)
- Se analizará por separado cada tipo de fenómeno

2.1 Oscilaciones

- Movimiento alternativo de una partícula entorno a su posición de equilibrio
- Depende de: recuperación elástica del material, masa específica y capacidad de disipar energía
- Este tiene ciclos (constantes o no) de oscilación

2.2 Propagación de ondas

- Propagación de energía mediante las interacciones entre elementos constitutivos de un sistema (p.ej. todas las partículas de un medio continuo)
- Esto produce una perturbación en una gran parte (sino en todo) del medio considerado (sistema)
- La propagación en diferentes direcciones depende de: propiedades mecánicas, fronteras rígidas, cambios bruscos de propiedades (estratos diferentes). Generándose fenómenos de reflexión, retracción y difracción.

2.3 Modos de Vibración

- Son las formas típicas de oscilación de un sistema de partículas, con su propia frecuencia cada una de ellas.
- Así un sistema de n componentes tiene n modos de vibración

- Los modos de vibración son ondas estacionarias formadas por la superposición de ondas incidentes y reflejadas (en fronteras rígidas o superficies libres)
- Debe aclararse que son independientes de la excitación, sólo dependen de la geometría y zonificación de materiales (incluyendo la de sus fronteras rígidas y o libres)

2.4 Respuesta Dinámica

- Esta depende de los modos de vibración del sistema y en este caso también de las características de la excitación
- Entre las características principales de la respuesta están los picos de resonancia.
- La resonancia físicamente se debe a la sincronización de los modos de vibrar con frecuencias dominantes de la excitación, que origina acumulación de energía.
- Para el estudio de los diferentes fenómenos aquí tratados se recurre a procedimientos tanto teóricos como empíricos (de campo y laboratorio). En este trabajo, solo se hablará de los teóricos en los siguientes capítulos, que es en sí el objetivo principal de él.

3. FORMULACION DE MODELOS MATEMATICOS

- Es la actividad mediante la cual se generan representaciones simbólicas de procesos naturales
- Estas representaciones tienen leyes operacionales que a partir de datos de entrada producen resultados (salidas).
- Se podrán tener diferentes representaciones para cada proceso natural.
- Para la formulación se hacen los siguientes pasos
 - a) Identificación de variables
 - b) Establecimiento de hipótesis
 - c) Aplicación de principios físicos
 - d) Selección de modelos
 - e) Proceso de deducción (Formal o Conceptual)
 - f) Comparación con resultados experimentales

3.1. Identificación de variables

- Esto se logra mediante la observación y experimentación, detectando tanto los factores de entrada y de salida

- Las variables de salida se elijen de acuerdo a la información necesaria para el diseño.

3.2. Establecimiento de hipótesis

- Aquí ayuda también la observación y experimentación, al detectar variables poco significativas o tendencias bien determinadas.
- También se hacen hipótesis cuando es difícil obtener información sobre algún aspecto del fenómeno fuera de control ó difícil de medir experimentalmente.

3.3 Aplicación de principios físicos

- Se debe determinar cual de los principios es aplicable al problema.

Los principios son:

a) Conservación de masa. - En el cual se ve que el movimiento irregular produce cambios de densidad

b) Conservación de cantidad de movimiento. - En el cual se ve la influencia de fuerzas en aceleraciones de partículas ó deformaciones

c) Conservación de energía. - Donde se analizan los intercambios de energía. (cinética, potencial, calorífica, etc).

d) Aumento de entropía. - En el que se manifiesta la tendencia uniformadora de temperatura y al deterioro estructural

• En este trabajo se ignora el principio relativista de intercambio materia-energía

3.4 Selección del modelo

• Para ello ayudan las características de la relación entrada-salida. Si las salidas son puntuales el modelo puede ser un sistema lineal de ecuaciones, en tanto que si son continuas puede ser necesario una ecuación diferencial

3.5 Proceso de deducción de modelos

- Este puede ser formal o conceptual
- En el formal se parte de un modelo muy general, el cual se particulariza.
- En el conceptual se aplican directamente los principios al problema particular

3.6 Comparación con resultados experimentales

- Aquí se evalúa el grado de precisión del modelo empleado. En caso de no ser satisfactorio se deberá iterar de nuevo con otras hipótesis o modelo
- Los resultados deben tener aproximación suficiente y obtenerse en tiempos y costos no excesivos

3.7 Modelos de los fenómenos físicos aquí tratados

- En esta parte se aplican los pasos anteriores a los fenómenos en estudio en este trabajo

a) Modelo para oscilaciones

a.1 Identificación de variables:

entrada	{	m : masa c : amortiguamiento k : constante elástica	salida	{	x : desplazamiento \dot{x} : velocidad \ddot{x} : aceleración
---------	---	---	--------	---	---

a.2 Hipótesis:

- distribución discreta de variables
- aplicación instantánea de cargas
- podrían tenerse otras p.ej. (amortiguamiento nulo)

a.3 Aplicación de principios físicos:

- El de conservación de cantidad de movimiento. Puesto que se involucran las fuerzas: de inercia $m\ddot{x}$, la viscosa $c\dot{x}$ y la elástica kx en una ecuación de equilibrio dinámico
- El de conservación de energía. Porque implícitamente se manejan las transformaciones de energía cinética en potencial (viceversa) y en calorífica.

1.4 Selección del modelo

- Para ello se ven dos aspectos el espacial y el temporal
- Según el espacial se requiere la información en un punto, por tanto esto implica un modelo discreto
- Según el temporal se requiere la historia de movimientos en un punto, por tanto se requiere una función, esto implica una ecuación diferencial
- Ambos aspectos implican como modelo una ecuación diferencial ordinaria

1.5 Proceso de deducción

- Tomando en cuenta la sencillez del fenómeno se recurrirá al conceptual.
- Así la aplicación directa de los principios se hace empleando el de conservación de cantidad de movimiento que implica una suma de fuerzas, en este caso las actuantes, de donde

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

que es el modelo buscado y como se ve es una ecuación diferencial ordinaria que relaciona todas las variables de entrada y salida

1.6 Este paso solo implicaría la comparación de los cálculos con resultados experimentales

b.- Modelo de propagación de ondas

b.1 Identificación de variables:

entrada	{	<ul style="list-style-type: none"> E: módulo de elasticidad ν: Relación de Poisson ρ: densidad β: amortiguamiento • geometría de la región 	salida	}	$\vec{z}(x, y, z, t)$: Variación espacial y temporal de las oscilaciones
---------	---	--	--------	---	---

b.2 Hipótesis:

- Medio perfectamente elástico
- Amortiguamiento casi nulo
- No existe transformación de energía mecánica en calor
- No existe deterioro estructural

b.3 Aplicación de principios físicos

- Se aplican el de conservación de masa y cantidad de movimiento. Por tanto, rigen las ecuaciones de equilibrio dinámico

$$\rho a_x = \rho f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho a_y = \rho f_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

$$\rho a_z = \rho f_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}$$

b.4 Selección del modelo

• Tomando en cuenta que la salida requerida tiene una variación continua, tanto espacial como temporal, el modelo deberá ser una ecuación diferencial parcial

b.5 Proceso de deducción

• En este caso será formal (a fin de mostrar la otra técnica alternativa a la conceptual)

• Se deduce al acoplar tanto las ecuaciones de equilibrio dinámico (vistas antes) junto con las ecuaciones cinemáticas

$$\epsilon_x = \frac{\partial s_x}{\partial x} ; \epsilon_y = \frac{\partial s_y}{\partial y} ; \epsilon_z = \frac{\partial s_z}{\partial z}$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_x}{\partial y} + \frac{\partial s_y}{\partial x} \right) ; \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_x}{\partial z} + \frac{\partial s_z}{\partial x} \right) ; \epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_y}{\partial z} + \frac{\partial s_z}{\partial y} \right)$$

y las leyes de Hooke

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z))$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z))$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y))$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} ; \epsilon_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{2G} ; \epsilon_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{2G} ; G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

con lo que se obtiene la ecuación fundamental de la elasticidad

$$\rho a = \rho f + G \nabla^2 s + (\sigma + \lambda) \text{grad}(\text{div} s)$$

la cual junto con las condiciones de frontera definen

la solución general del problema

• Este modelo puede particularizarse a nuestro problema de la manera siguiente:

• se descompone en sus componentes volumétricas y distorsionantes

• Para el caso de onda de distorsión se tiene:

a) la dilatación es nula por tanto

$$\text{div } s = 0$$

b) se desprecian las fuerzas de cuerpo, por tanto

$$\rho f_x = 0$$

c) Entonces la ecuación de la elasticidad se trans-

forma en $\rho \frac{d^2 s}{dt^2} = G \nabla^2 s$ que es la ec de onda distorsional

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

• Ahora para el caso de onda dilatacional se tiene:

a) ausencia de rotaciones; por tanto

$$\text{rot}(s) = 0$$

b) considerando la propiedad vectorial

$$\nabla^2 s = \text{grad}(\text{div}(s)) - \text{rot}(\text{rot}(s))$$

c) entonces queda

$$\nabla^2 s = \text{grad}(\text{div}(s))$$

d) de donde la ec. fund. de la elasticidad queda

$$\rho a = G \nabla^2 s + (G + \lambda) \nabla^2 s$$

$(\lambda = \frac{3K - 2G}{3})$

$$\therefore \rho \frac{d^2 s}{dt^2} = (2G + \lambda) \nabla^2 s$$

que es la ec. de onda dilatacional

se ve por tanto que ambas ecuaciones de onda tienen tanto las variables de entrada como de salida.

C.- Modelo para modos de vibración

C.1 Identificación de variables

Entrada {

- geometría del sistema
- zonificación
- propiedades mecánicas {
 - en medios continuos: E y ρ
 - en medios discretos: k y M

salida {

- frecuencias de vibración
- Configuraciones modales

C.2 Hipótesis:

- discretización {
 - masas
 - constantes de resorte

- no se considera amortiguamiento

C.3 Principios físicos:

- Se aplica el de conservación de masa
- " " " " de cantidad de movimiento
- " " " " de energía
(intercambio de energía cinética en potencial y viceversa)

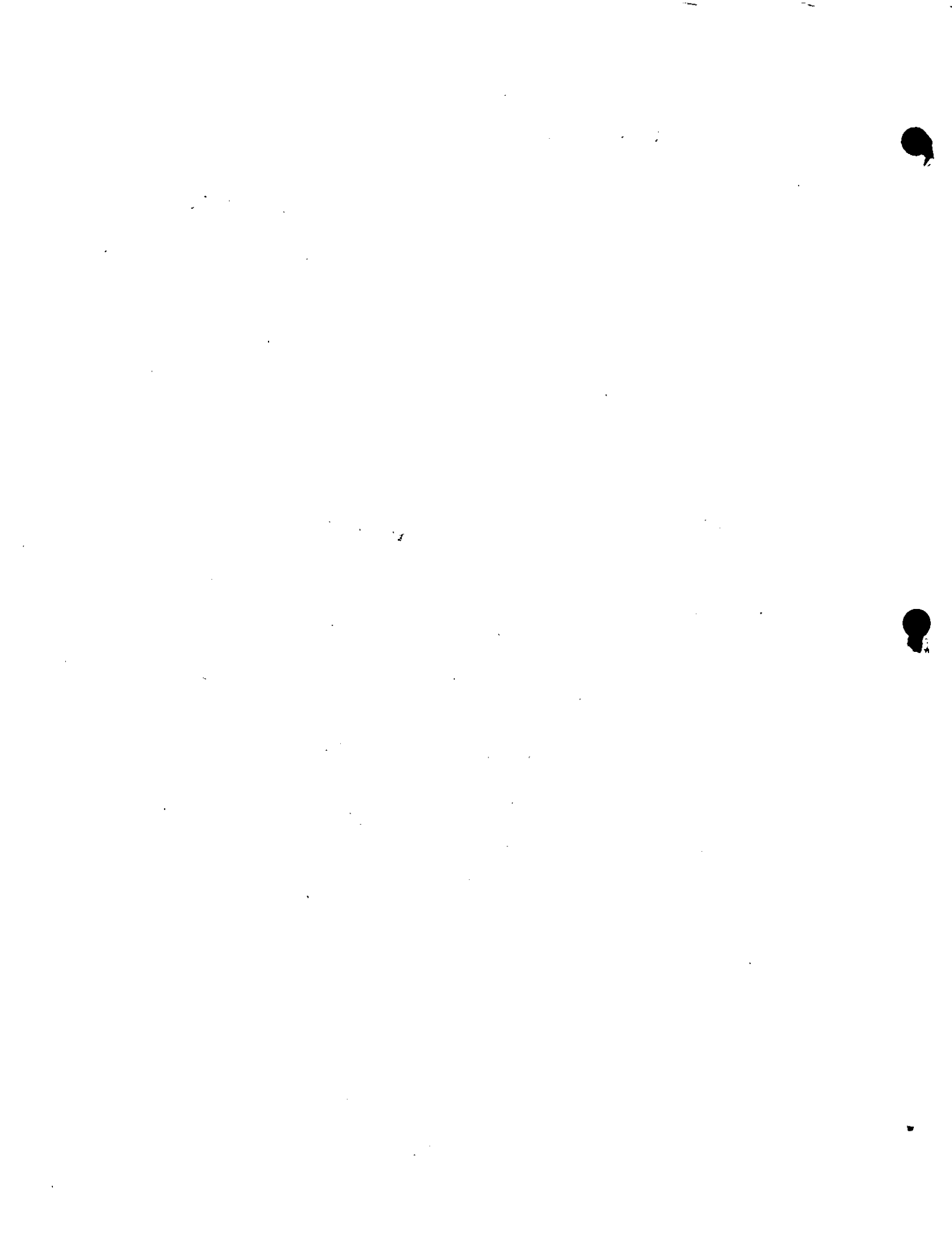
C.4 Selección del modelo

- En este caso se deben encontrar configuraciones de forma característica cuya amplitud varía de manera continua en el tiempo periódicamente
- Lo anterior implica que el modelo requerido puede ser mediante el planteamiento de un problema de vectores y valores característicos de álgebra lineal (matricial)

C.5 Proceso de deducción

- En este caso se hará una generalización del modelo planteado para oscilaciones libres de un sistema de un grado de libertad

$$[M]\ddot{\vec{x}} + [K]\vec{x} = 0 \quad C.5.1$$



solo que en este caso en vez de que M, K, \ddot{x} y x sean escalares, se tiene que $[M]$ y $[K]$ son matrices y $\vec{\ddot{x}}$ y \vec{x} son vectores

- M es una matriz diagonal
- Para plantear el problema de vectores y valores característicos se considera que la solución es del tipo

$$\vec{x}(t) = \vec{A} e^{i\omega t}; e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

ω : frecuencia de vibración

entonces $\dot{\vec{x}}(t) = i\omega \vec{A} e^{i\omega t}$
 $\ddot{\vec{x}}(t) = -\omega^2 \vec{A} e^{i\omega t} = -\omega^2 \vec{x}(t)$ c.5.2

reemplazando c.5.2 en c.5.1 se obtiene

$$-\omega^2 M \vec{x} + K \vec{x} = 0$$

$[K - \omega^2 M] \vec{x} = 0$

Problema de vectores y valores característicos

que es el modelo matemático buscado

- En este modelo las matrices son de orden $n \times n$ y los vectores de $n \times 1$, donde

$n = G \times N$
 N : Número de nudos del sistema
 G : Grados de libertad de cada nudo

d) Modelo para respuesta dinámica

d.1 Identificación de variables

- Entrada
- Geometría del sistema
 - Zonificación
 - Propiedades mecánicas: K, M y C .
(c : matriz de amortiguamientos)
 - Características de las fuerzas excitadoras
(p.ej. variaciones espacial y temporal)

- salida
- Historias de movimiento (aceleraciones, velocidades y desplazamiento) en cada punto
 - Funciones de amplificación en cada punto
 - Espectros de respuesta en cada punto

d.2 Hipótesis :

- discretización del medio

La matriz de amortiguamientos $[c]$ es una combinación lineal de las matrices $[M]$ y $[K]$ es decir

$$[c] = \alpha [M] + \beta [K]$$

d.3 Principios físicos

- AL igual que en el caso anterior se aplican los principios de conservación de masa, cantidad de movimiento y de energía
- Se agrega el principio de aumento de entropía a través de la inclusión del amortiguamiento del material

d.4 Selección del modelo

- Como en este caso se requiere conocer la variación temporal continua de los movimientos de los diferentes puntos nodales, esto implica que el modelo necesario sea un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

d.5 Proceso de deducción

- En este caso también se generaliza el modelo anterior incluyendo la matriz de amortiguamientos, así como un vector de fuerzas excitadoras quedando

$$[M]\ddot{\vec{x}} + [C]\dot{\vec{x}} + [K]\vec{x} = \vec{F}(t)$$

el cual como se ve equivale a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

Comentarios :

- Se ve que no es difícil deducir los modelos matemáticos requeridos
- Estos proporcionan la información necesaria, la cual sólo puede obtenerse mediante ellos a bajo costo y rapidez en relación a procedimientos empíricos. Esto aunque sea aproximadamente
- Debe observarse que la formulación solo produce modelos y no su solución, la cual se obtiene mediante procedimientos de cálculo, que se verán en el siguiente capítulo, para cada modelo aquí deducido.

4.7 PROCEDIMIENTOS DE CALCULO

- En esta etapa se presentan los algoritmos mediante los cuales se obtiene la solución de los modelos planteados
- Debe quedar claro que es la solución y no el modelo la que proporciona la información requerida. Así por ejemplo, la función solución de una ecuación diferencial ordinaria es la que da la historia de movimientos.
- Por lo general existen diferentes algoritmos para la solución de un modelo dado
- Muchos de ellos se presentan dentro de los planes curriculares de licenciatura, maestría y doctorado en Ingeniería y Ciencias
- Aquí sólo se verán algunos de los más comunes para cada uno de los modelos vistos
- Entre los procedimientos se tienen: cerrados (analíticos) y numéricos.

(2)

4.1. Cálculo de sistemas matriciales

- Los métodos pueden ser: directos o iterativos. p.ej el de Gauss - Jordan o el Gauss - Seidell respectivamente
- En general existen muchas variantes
- También hay diferentes procedimientos para resolver el problema de vectores y valores característicos
- Entre ellos el de encontrar las raíces del polinomio característico, y para cada raíz, resolver un sistema lineal de ecuaciones para obtener el vector

4.2 Cálculo de ecuaciones diferenciales ordinarias

• Entre los procedimientos se tienen:

a) Integración mediante series

b) " " numérica

c) Mediante funciones exponenciales

• En este trabajo se hablará en particular de este último, el cual es útil para ecuaciones con coeficientes constantes p. ej. la siguiente ecuación

$$a \frac{d^3 y}{dt^3} + b \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + dy = 0$$

se supone

$$y = ce^{\lambda t}$$

que al reemplazar en la ecuación queda

$$a\lambda^3 ce^{\lambda t} + b\lambda^2 ce^{\lambda t} + c\lambda e^{\lambda t} + dce^{\lambda t} = 0$$

de donde queda el polinomio en λ

$$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$$

Obteniendo las tres raíces la solución es

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

las constantes se obtienen de las condiciones iniciales y_0 , \dot{y}_0 y \ddot{y}_0

- En ocasiones las raíces son complejas, de donde las soluciones corresponden a la teoría de variable compleja, la cual se mencionará brevemente después

4.3. Cálculo de ecuaciones diferenciales parciales

- También en este caso hay diferentes procedimientos, según sea el tipo de ecuación, p.ej. para las de la forma

$$a \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y})$$

las cuales se clasifican en:

- Hiperbólicas; si $b^2 - 4ac > 0$
(p. ej. la ecuación de onda)
- Parabólicas; si $b^2 - 4ac = 0$
(p. ej. la ecuación de difusión)
- Elípticas, si $b^2 - 4ac < 0$
(p. ej. la ecuación de Poisson ó Laplace)
- Los métodos aplicables a ellas son:
 - a) Superposición de autofunciones (ec. de onda)
 - b) Transformada de Laplace (ec. de difusión)
 - c) Funciones de Green (ec. de Poisson)
 - d) Separación de variables (ec. de Laplace, ec. de onda)
- Los tres tipos de ecuaciones se pueden presentar como casos particulares del modelo general dinámico de vibraciones

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t)$$

cuando se generaliza al continuo y que se transforma en

$$\rho(x,y,z) \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + H(x,y,z) \frac{\partial s}{\partial t} + G \nabla^2 s = f(x,y,z,t)$$

(s: desplazamiento)

que es un modelo más general que la ecuación de la elasticidad, ya que incluye el término de disipación de energía (2º término)

- si $H(x,y,z)$ y $f(x,y,z,t)$ son nulos se tiene la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 s$$

- Aplicando el método de separación de variables en el caso unidimensional

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad 4.3.1$$

se supone $s = X(x)T(t)$

entonces

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = T \ddot{X} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = X \ddot{T} \quad 4.3.2$$

reemplazando las ecuaciones 4.3.2. en 4.3.1

$$X\ddot{T} = C^2 T\ddot{X}$$

de donde
$$\frac{\ddot{T}}{T} - C^2 \frac{\ddot{X}}{X} = 0$$

la cual se satisface si

$$\ddot{T} = kT \quad \text{y} \quad \ddot{X} = \frac{k}{C^2} X \quad 4.3.3$$

que son un par de ecuaciones diferenciales que se resuelven como se vió en el inciso 4.2.

$$a.s.i \quad T(t) = a_1 e^{ikt} + a_2 e^{-ikt}$$

de la teoría de variable compleja se sabe que

$$e^{ikt} = \cos k't + i \sin k't$$

$$e^{-ikt} = \cos k't - i \sin k't$$

de donde
$$T(t) = (a_1 + a_2) \cos k't + (a_1 - a_2) i \sin k't$$

si para el eje real
$$T(t) = C_1 \cos k't$$

análogamente
$$X(x) = C_2 \cos k'_2 x$$

entonces:

$$s(x,t) = C_3 \cos k_2' x \cos k_1' t$$

que también equivale a

$$s(x,t) = c \operatorname{sen}(ct + x)$$

$$\text{ó } s(x,t) = c \operatorname{sen}(ct - x)$$

en general $s(x,t) = \phi_1(ct + x) + \phi_2(ct - x)$

4.4 Teoría de Variable Compleja

- Es el manejo operacional de un conjunto de elementos (números complejos), de los cuales los números reales es un caso particular.
- Su utilidad en dinámica queda manifiesta, puesto que como se vió antes en ecuaciones diferenciales, muchas de sus soluciones son funciones complejas.
- Por ejemplo en el método de series de funciones, el cual sirve para muchos tipos de ecuaciones diferenciales.
- Las operaciones requeridas implican en realidad las reglas de suma y producto de binomias algebraicas (por tener parte real e imaginaria), con la característica que $i \times i = -1$ (i : número imaginario).

- El número i al actuar como factor implica un giro de 90° en el plano complejo en sentido contrario a las manecillas del reloj; en tanto que $-i$ lo hace según el de ellas.

4.4.1 las operaciones elementales son:

$$(a+bi) + (c+di) = \underline{(a+c) + (b+d)i}$$

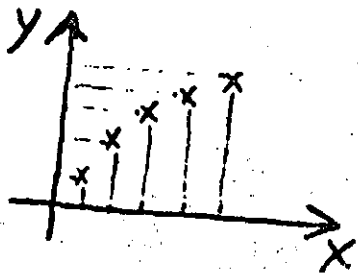
$$(a+bi) - (c+di) = \underline{(a-c) + (b-d)i}$$

$$\begin{aligned} (a+bi) \cdot (c+di) &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= ac + (ad+bc)i - bd \\ &= \underline{(ac-bd) + (ad+bc)i} \end{aligned}$$

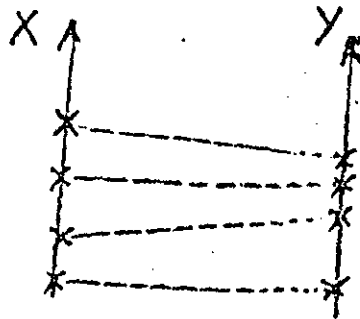
$$\begin{aligned} (a+bi) \div (c+di) &= \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} && \text{(multiplicando y} \\ &= \frac{(ac+bd) + (bc-ad)i}{c^2+d^2} && \text{dividiendo por} \\ & && \text{el complejo con-} \\ & && \text{jugado del deno-} \\ & && \text{minador)} \end{aligned}$$

4.2. Implicaciones gráficas de funciones complejas

- Para esto se debe observar lo que se hace al representar gráficamente una función de una variable real en una proyección ortogonal

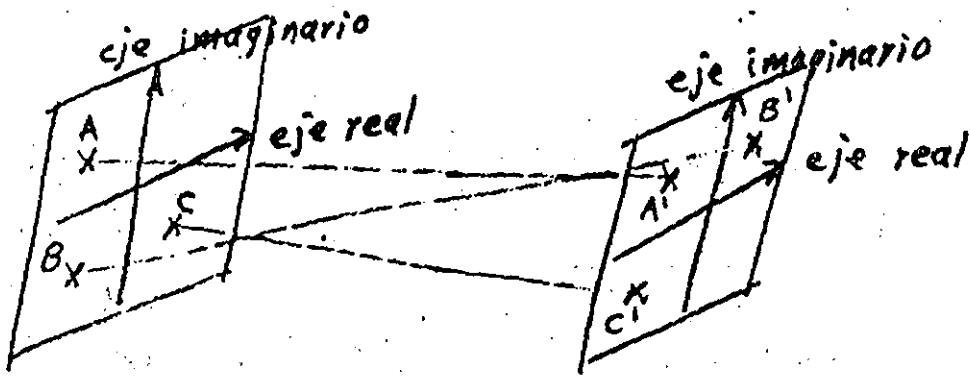


que es lo mismo que



en una proyección paralela

• Ahora en el caso de funciones complejas sólo se puede emplear la proyección paralela de un plano complejo a otro



• De la cual no es posible dar una representación ortogonal ya que es tetradimensional (observese además que es una función compleja de una sola variable, más difícil aún sería si fuera de más variables)

• la proyección paralela es en sí un mapeo (transformación matemática)

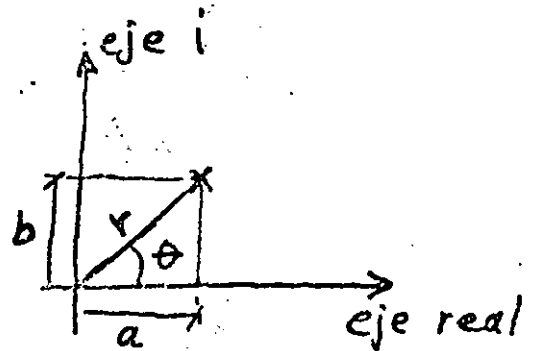
4.4.3. Función exponencial compleja

- Esta es muy importante, ya que se emplea para las expansiones en serie, útiles para encontrar soluciones a ecuaciones diferenciales
- Para comprender su empleo, conviene observar la representación polar de un número complejo

$$z = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) \quad ; \quad (z = a + bi)$$

donde $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

y $\theta = \operatorname{atan}\left(\frac{b}{a}\right)$



esta notación polar también se puede representar como $z = r e^{i\theta}$; $e^{i\theta}$ equivale a $\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$ (por convención) que es la función exponencial compleja

de donde

$$\begin{aligned} z_1, z_2 &= r_1, r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)} \\ \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)} \\ z^n &= r^n e^{in\theta} \\ z^{1/n} &= r^{1/n} e^{i(\theta + 2\pi)/n} \end{aligned}$$

4.5 Teoría de probabilidad y estadística

- Es el estudio de fenómenos donde no existe control o conocimiento de algunas de las variables que influyen en el
- Su importancia en dinámica de suelos se ve en:
 - a) Por no conocerse las propiedades del suelo en todos los puntos
 - b) Por no conocerse determinísticamente las características y efectos de los sismos, los cuales son procesos estocásticos
- En este trabajo nos enfocaremos más a los procesos estocásticos que a los comunes de probabilidad y estadística (p.ej media, coeficiente de variación, etc.)
- Un proceso estocástico puede verse como un experimento estadístico en el que los resultados son funciones, o como una distribución de probabilidades variable en el tiempo.

- Otros tipos especiales de procesos estadísticos son: los estacionarios, los ergódicos y los gaussianos
- Otro problema de interés es la inferencia de las características estadísticas de salida de sistemas lineales o no lineales, si se conocen las de entrada.

4.5.1. Definiciones

- Un proceso es estacionario cuando sus parámetros estadísticos no cambian con el tiempo (los estocásticos no son estacionarios)
- Un proceso estacionario es ergódico cuando sus parámetros pueden obtenerse a partir de una sola de las funciones de la familia
- Un proceso con distribución normal de probabilidades es gausiano

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

μ : media

σ : desviación estándar

- La función de correlación está dada por

$$\rho(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})(y - \bar{y}) p(x, y) dx dy$$

de donde la función de autocorrelación de una función para dos de sus tiempos es

$$R_f(\tau) = \rho(y_{t_1}, y_{t_2}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (y_{t_1} - \bar{y})(y_{t_2} - \bar{y}) p(y_{t_1}, y_{t_2}) dy dy$$

$$t_1 = t ; t_2 = t + \tau$$

- Espectro de potencia es la transformada de Fourier de la función de autocorrelación $R(\tau)$

$$S_f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

y a su vez antitransformando

$$R_f(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

* (Nótese que las integrales anteriores pertenecen a la teoría de variable compleja, por lo que aquí también se aplica)

2. Parámetros estadísticos de la respuesta de sistema ante excitación aleatoria

- Esto es importante en el diseño sísmico de obras civiles (edificios, presas, etc)

• Se sabe que la respuesta ante una excitación impulso compleja es

$$h(s) = \mathcal{L}(\delta(t)) = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{st} ds$$

\mathcal{L} : operador que representa la transformación de Laplace

$$\int_0^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (\text{propiedad de la delta de Dirac})$$

ahora antitransformando

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[h(s)]$$

• Si se aplican estos conceptos a la ecuación para vibraciones de un grado de libertad, para una excitación $f(t) = A e^{i\omega t}$

entonces $x(t) = \int_0^t f(t-\tau) h(\tau) d\tau$; (integral de convolución)

aplicando la transformación de Fourier a la anterior integral queda

$$X(\omega) = F(\omega) H(\omega)$$

donde

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + i 2 \zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$

en la que

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} ; \omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

ζ : relación de amortiguamiento

$H(\omega)$: función de amplificación o de transferencia

• Entonces la función de autocorrelación de la respuesta aleatoria es

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

y su espectro de potencia queda como

$$G_x(\omega) = |H(\omega)|^2 G_f(\omega)$$

• En procesos ergódicos

$$E(x(t)) = E[f(t)] H(0)$$

; $H(0) = H(\omega)$ para $\omega = 0$
(o sea carga estática)

$$E(x^2(t)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 G_f(\omega) d\omega$$

- Se observa que en sistemas lineales de un grado de libertad, pueden estimarse los parámetros estadísticos de la respuesta a partir de los de la excitación
- Lo anterior puede generalizarse para sistemas de varios grados de libertad
- Por otra parte en sistemas no lineales, la mayoría de las veces no pueden estimarse los parámetros de respuesta a partir de los de la excitación. En este caso solo es posible recurrir a técnicas de Monte Carlo.

5.- APLICACIONES A DINAMICA DE SUELOS

- Aquí solo se mencionarán la aplicación de los resultados finales (Tanto de formulación como de cálculo) a algunos problemas prácticos de geotecnia

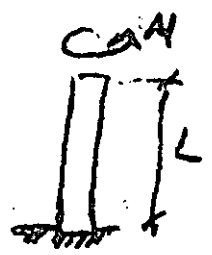
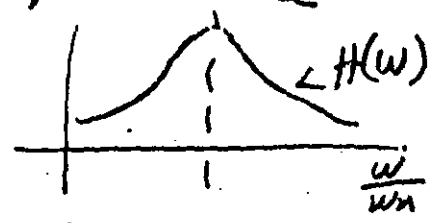
5.1 Pruebas dinámicas de laboratorio

- Entre estas se tiene la de resonancia, en ella está implícita la fórmula de amplificación $H(\omega)$ vista antes así como la de la frecuencia natural

$$\sqrt{k}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

la cual equivale a $\omega_n = \frac{\pi}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$



G: módulo de elasticidad al corte
ρ: densidad
L: longitud de la probeta

Asimismo de la solución de la ecuación diferencial ordinaria se sabe que es del tipo

$y(t) = e^{-\lambda t} (\text{sen } \omega_n t)$

donde λ nos da la relación de disminución de amplitud entre ciclos sucesivos, de ella se puede estimar el amortiguamiento del material β ya que

$\lambda = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta = \frac{c}{c_c}$; $c_c = \sqrt{2Km}$

5.2 Propagación de temblores

Aquí se emplea la ecuación de onda y sus soluciones correspondientes, para ondas dilatacionales y distorsionales, cuya velocidad de propagación está dada respectivamente por

$c_D = \sqrt{\frac{2G + \lambda}{\rho}}$; $c_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

$(\lambda = \frac{3K - 2G}{3})$ λ: constante de Lamé
K: módulo de compresibilidad volumétrica

- La solución a la propagación se obtiene por tanto incluyendo la geometría, zonificación y propiedades dinámicas de los estratos, empleando el método de separación de variables (visto antes), donde las constantes C_{ij} que aparecen en la solución

$$S(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} C_{ij} \cos k_i x \cos k_j t$$

se determinan de las condiciones de frontera

5.3 Respuesta dinámica de medios discretos ante excitaciones de cualquier tipo

- Para determinarla previamente se discretiza el problema a estudiar, p.ej la cimentación de una maquinaria

- Se obtienen entonces una masa equivalente (que incluye máquina, cimentación y una región de suelo), una constante de resorte equivalente y un amortiguamiento equivalente. Todos estos parámetros están en función de la geometría del problema, así como de las propiedades mecánicas de los estratos involucrados.

- Por otra parte para el estudio de interacción dinámica suelo-estructura, se aplica el modelo discreto de varios grados de libertad

$$[M]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{f}(t)$$

Las matrices $[M]$, $[c]$ y $[k]$ incluyen elementos tanto de la estructura como del suelo

- También en los análisis de presas estas se discretizan bidimensional o tridimensionalmente, p.ej. mediante el método del elemento finito (los detalles de este se salen de los alcances de este trabajo), con el cual se obtiene un sistema matricial como el discutido en el caso anterior.

- Estudios de respuesta local. - Para ellos también se discretiza la región, p.ej. con el método del elemento finito. Al obtener la solución se obtienen los espectros los cuales quedan en función de la estratigrafía y propiedades del sitio

6.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

● Considerando que este trabajo solo pretende establecer un vínculo entre los ingenieros (constructores e investigadores) a través del lenguaje de las matemáticas, se tienen las siguientes conclusiones:

a) Para entender los fenómenos físicos aquí tratados (oscilaciones, propagación de ondas, etc) es indispensable el conocimiento de las herramientas matemáticas presentadas.

b) Los conceptos matemáticos vistos no son en sí difíciles de asimilar por un ingeniero constructor, lo que ocurre es que en licenciatura se les pone poco énfasis pensando que nunca serán de interés práctico, lo que definitivamente no es cierto y menos aún en regiones sísmicas.

c) Es importante diferenciar la fase de formulación de la de cálculo. Lo cual es útil para entender la lógica de solución de problemas de análisis.

d) En los problemas geotécnicos existen muchas interacciones (suelo-estructura, etc.) que solo los tratamientos matemáticos pueden ayudar para comprender los resultados de mediciones experimentales de campo; ya que de lo contrario, sin ellos, existirá la tendencia en la interpretación de resultados a sobresimplificar las causas que los originan, alejándonos de la realidad

● En lo que se refiere a recomendaciones se mencionan las siguientes:

- a.) Familiarizarse con los modelos matemáticos comunes así como con sus procedimientos de solución, tanto analíticos como numéricos
- b.) Manejar programas de computadora de dichos procedimientos de cálculo
- c.) Profundizar en las diferentes técnicas matemáticas modernas aplicables a problemas complejos de dinámica en obras geotécnicas, p.ej. el método del elemento finito, etc.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

ANALISIS Y DISEÑO SISMICO DE MUROS DE

RETENCION

**AUTOR: DR. EFRAIN OVANDO SHELLY
EXPOSITOR: DRA. SONIA E. RUIZ**

OCTUBRE 1992

ANALISIS Y DISEÑO SISMICO
DE MUROS DE RETENCION

Efraín Ovando-Shelley*
Francisco J Sánchez-Sesma*
Arturo Arias*

Elaborado para
La Secretaría de Asentamientos
Humanos y Obras Públicas

Proy 9010

DICIEMBRE 1979

RESUMEN

1. INTRODUCCION
2. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL FENOMENO
 - 2.1 Características del sistema muro-suelo
 - 2.2 Excitación sísmica
3. RESEÑA CRITICA DE LOS METODOS DE ANALISIS
 - 3.1 Elásticos
 - 3.2 Pseudoestáticos
 - 3.3 Basado en limitar desplazamientos
 - 3.4 No lineales
 - 3.5 Comentarios sobre los métodos de análisis
4. RECOMENDACIONES PARA ANALISIS Y DISEÑO
 - 4.1 Alcance y criterios generales
 - 4.2 Clasificación de los muros
 - 4.3 Coeficiente sísmico
 - 4.4 Empujes activos
 - 4.5 Análisis de estabilidad
 - 4.6 Gravedad aparente
 - 4.7 Método de análisis y diseño
5. EJEMPLOS DE APLICACION
6. RECONOCIMIENTOS
7. REFERENCIAS

TABLAS

FIGURAS

APENDICE A

APENDICE B

RESUMEN

En este trabajo se discuten los factores que intervienen en el comportamiento sísmico de muros de retención. Se hace una reseña crítica de los métodos de análisis más significativos, se señalan sus alcances y limitaciones. También se indican los aspectos del problema que requieren investigación. Se dan recomendaciones para análisis y diseño sísmico. La metodología se ilustra con dos ejemplos.

1. INTRODUCCION

Generalmente se acepta que durante los temblores aumenta la resultante de las presiones del suelo sobre las estructuras que lo soportan debido a cambios en la distribución de las presiones. El fenómeno es indudablemente más complejo que la sola variación de las presiones; se combinan con ella la pérdida de resistencia en el suelo de apoyo y en el relleno mismo y el hecho de que se trata de un fenómeno dinámico.

Las referencias en la literatura a fallas de muros de retención son escasas debido, probablemente, a que no son tan espectaculares como las de otras estructuras y en ocasiones acompañan la falla de estructuras adyacentes sin que el mecanismo de colapso sea muy claro (33). Las fallas de muros bajo el nivel freático han sido las más frecuentes (2, 7). Los grandes desplazamientos observados, en ocasiones varios

metros, se asocian a la posible licuación del relleno, a efectos hidrodinámicos o a la presencia de estratos de arcilla blanda sobre los cuales se produce una falla general.

Se han llevado a cabo estudios experimentales en modelos con rellenos de suelo granular (14, 18, 19). En ellos no se satisfacen los requisitos de similitud dinámica por lo que los resultados deben considerarse con cautela. También distorsionan los resultados, otros efectos como la fricción en las paredes del modelo y la reflexión de ondas espurias por fronteras cercanas a los puntos de medición.

A pesar de que la información cuantitativa obtenida de ensayos con modelos es limitada se pueden extraer consideraciones cualitativas para discernir cuáles son los factores que intervienen en el fenómeno. Esta información junto con la obtenida de la observación del comportamiento de prototipos permite tener un panorama bastante claro del problema. En el capítulo 2 de este informe se discuten los factores que más importancia tienen en el comportamiento sísmico de muros de retención.

Durante la revisión de la literatura se encontró que se han propuesto varios métodos de análisis para valuar los empujes dinámicos en muros de retención. Algunos trabajos (21, 33) son estados del arte que sintetizan la información sobre este aspecto. En este informe, en el capítulo 3, se presenta una

reseña crítica de los métodos de análisis más significativos. Se señalan en cada caso sus alcances, limitaciones y aplicabilidad en la práctica. También se plantean las necesidades de investigación en aquellos aspectos del problema que lo justifican.

El capítulo 4 de este trabajo está redactado en forma de manual de diseño y, junto con los apéndices, puede usarse independientemente de los capítulos anteriores. Las recomendaciones cubren buena parte de las situaciones que se presentan en la práctica. Los casos que no se cubren de manera explícita son los que requieren estudios especiales. Las referencias a los métodos para analizar estos últimos así como sus aspectos sobresalientes se mencionan en otras partes del texto.

Finalmente se presentan dos ejemplos de aplicación para ilustrar la metodología de diseño.

2. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL FENOMENO

2.1 Características del sistema muro-suelo

Al analizar el comportamiento dinámico de muros de retención se debe estimar la manera en que las propiedades de los suelos se ven afectadas por vibraciones. Este problema sigue siendo objeto de estudio y aunque hasta la fecha no se tienen conclusiones de validez general es posible mencionar algunos aspectos del comportamiento sísmico de depósitos de suelo, útiles como orientación de carácter general en el diseño de muros de retención.

En suelos cohesivos se ha observado que la rigidez y la resistencia aumentan con la velocidad de deformación y que la aplicación de cargas alternantes las disminuye. Los aumentos pueden exceder a las disminuciones o viceversa dependiendo del nivel de esfuerzos y de la sensibilidad del suelo. En el

caso de excitaciones sísmicas la combinación de estos efectos es despreciable para la mayoría de los suelos cohesivos exceptuando a las arcillas sensitivas. En estas últimas, en general, se tendrá un decremento neto de resistencia bajo un número relativamente bajo de ciclos de carga (23, 28). Haciendo uso de factores de seguridad adecuados este efecto puede tomarse en cuenta en el análisis (10).

Suele ocurrir que los muros de retención se desplanten sobre medios estratificados. Si bajo el muro subyace un estrato blando es conveniente examinar la estabilidad global del sistema muro-relleno-estrato subyacente y prever las distorsiones inducidas por asentamientos del estrato compresible.

La existencia de estratos superficiales blandos puede dar lugar al fenómeno de amplificación dinámica. En suelos blandos suelen tenerse mayores intensidades que en los lugares cercanos de suelo firme (29, 36). En topografías muy irregulares o en las que la profundidad de los estratos blandos sea muy variable, los efectos de amplificación también son importantes. En prominencias del terreno o en la vecindad de depresiones los factores de amplificación son del orden de dos (29, 30). En depósitos de espesor variable el suponer una estratigrafía horizontal conduce a estimaciones erróneas de la amplificación.

Los problemas de amplificación modifican la respuesta sísmica esperada de un sistema de retención. Sin embargo, para fines

de diseño el uso de procedimientos empíricos es aceptable en la mayoría de los casos a menos que existan grandes incertidumbres sobre la naturaleza y magnitud de las amplificaciones. En tal caso, si la importancia de la obra lo permite, es razonable realizar un estudio con algún procedimiento más refinado (10, 28, 39).

Las rigideces relativas del suelo y del muro influyen sobre la distribución de presiones dinámicas. Aunque el comportamiento del suelo es no lineal se ha obtenido información cualitativa de este aspecto del problema a partir de soluciones elásticas empleando el método de los elementos finitos (MEF) (1, 37). Tal información es más significativa en muros con desplazamientos limitados.

Algunos rellenos granulares saturados son susceptibles de licuarse durante la ocurrencia de un temblor. El potencial de licuación de un relleno granular saturado es una medida de su susceptibilidad de licuarse. Depende de los siguientes factores: grado de saturación, densidad relativa, relación de esfuerzos normales a cortantes, duración de la vibración, granulometría del relleno, condiciones de drenaje, etc. La licuación sólo ocurre, según parece, cuando se tienen todos estos factores en condiciones críticas (10). Los procedimientos simplificados que existen para valuar el potencial de licuación suelen emplearse como elementos de juicio para decidir si un relleno es susceptible de licuarse ante excitaciones

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability, particularly in financial reporting and compliance with regulatory requirements. The text notes that without reliable records, organizations may face significant challenges in identifying discrepancies, resolving disputes, and demonstrating adherence to applicable laws and standards.

2. The second section focuses on the role of internal controls in preventing errors and fraud. It highlights that a robust system of internal controls is not only a defensive mechanism but also a tool for improving operational efficiency and risk management. Key elements of an effective internal control system include segregation of duties, authorization procedures, and regular monitoring and review. The document stresses that these controls should be tailored to the specific risks and objectives of the organization.

3. The third part of the document addresses the challenges of data management in the digital age. It discusses the increasing volume and complexity of data generated by modern organizations and the need for secure, scalable storage and retrieval solutions. The text explores various data management strategies, such as data governance, data quality management, and the use of cloud-based services. It also touches upon the importance of data privacy and security, particularly in light of evolving regulations like the GDPR.

4. The final section discusses the impact of technology on business operations and decision-making. It highlights how digital tools and platforms have transformed traditional workflows, enabling faster communication, collaboration, and data analysis. The document notes that while technology offers numerous benefits, it also introduces new risks, such as cyber threats and data breaches. Therefore, organizations must invest in robust cybersecurity measures and ensure that their technology stack is up-to-date and secure.

sísmicas caracterizadas por su aceleración máxima (10, 25, 28). Debido a que estos procedimientos son poco confiables y a que en la mayoría de los muros de retención no se justifican estudios más precisos lo más recomendable es evitar mediante filtros, drenes y procedimientos de densificación los aumentos de presión de poro asociados al fenómeno de licuación. La práctica usual en Mecánica de Suelos para el diseño de los dispositivos de drenaje es aplicable al caso de muros de retención construidos en zonas sísmicas.

2.2 Excitación sísmica

Al ocurrir un sismo parte de la energía liberada se propaga en forma de ondas de cuerpo y superficiales. Los mecanismos de radiación de las fuentes sísmicas en el espacio y en el tiempo son actualmente objeto de estudio. No obstante, se ha reconocido que las ondas de corte son las que transmiten la mayor parte de la energía. Por esto en el análisis de estructuras térreas es usual suponer que la excitación consiste en un movimiento de cuerpo rígido de la base de la estructura resultante de la propagación vertical de ondas de corte. Los efectos de otras ondas como las de Rayleigh no suelen considerarse, aunque para temblores de foco lejano son las que sufren menos atenuación.

Las características de la excitación sísmica dependen de las reflexiones y refracciones múltiples que pueden tener las ondas sísmicas en sus trayectorias, así como de las

condiciones locales (estratigrafía, topografía). En un sitio determinado la excitación sísmica se puede caracterizar por la aceleración y velocidad máximas, la duración y la intensidad.

La excitación sísmica que se emplee dependerá del método de análisis. Así, en métodos generales se requerirá especificar con detalle la excitación de manera que sea congruente con la formulación empleada en el problema, mientras que en otras bastará asignar un nivel de aceleración de diseño mediante coeficientes sísmicos. Estos coeficientes son función de las características probables de los temblores que pueden ocurrir en un lugar, así como del grado de seguridad aconsejable para la estructura.

A partir de estudios estadísticos se ha dividido el país en regiones en las que se considera que la sismicidad es uniforme, (11). Esta regionalización del país es sólo de carácter general, pues dentro de cada región las características de los temblores varían de acuerdo con las condiciones locales. La microregionalización de una zona se hace con base en informes geológicos y sondeos. Por ejemplo, la presencia de estratos blandos haría prever amplificaciones de importancia. Por ello se han sugerido factores empíricos para modificar los coeficientes sísmicos (10) así como procedimientos analíticos simplificados para estimar las amplificaciones (25, 36).

3. RESEÑA CRITICA DE LOS METODOS DE ANALISIS

3.1 Elásticos

En estos métodos se supone que el suelo de relleno es un medio elástico lineal homogéneo. Los primeros trabajos para estudiar el comportamiento dinámico de muros de retención con este enfoque no consideraron la interacción entre el suelo de relleno y el muro. Se suponía que el muro era completamente rígido, sujeto a traslaciones y giros en su base. Matsuo y Ohara (18) e Ishii y otros (14) hicieron formulaciones similares a partir de las ecuaciones de Navier. Tajimi (34) empleó la teoría bidimensional de propagación de ondas. En todos estos casos las soluciones se presentan para excitaciones armónicas. Estos investigadores reportan semejanzas cualitativas con resultados experimentales. La aplicabilidad de estas técnicas en la práctica queda descartada por el hecho de que difícilmente se podrían presentar ocasiones en las que las

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

... ..
... ..
... ..
... ..
... ..

magnitud de los desplazamientos del muro, el comportamiento del suelo fuera esencialmente elástico bajo la acción de cargas gravitacionales y sísmicas. Tal sería el caso de muros rígidos apoyados sobre roca o sobre pilotes, muros en sótanos, etc. Desde luego que si la magnitud de la obra lo justifica, un estudio con el MEF sería más apropiado.

3.2 Pseudoestáticos

Estos métodos toman en cuenta las fuerzas de inercia debidas a los movimientos sísmicos como fuerzas estáticas equivalentes.

El método de Mononobe-Okabe, desarrollado inicialmente para rellenos granulares secos, es una extensión del método de Coulomb para calcular empujes de tierra en la que se incluyen fuerzas de inercia adicionales debidas a las componentes horizontal y vertical de la aceleración. Este método supone que si el muro se desplaza suficientemente existirá un estado de falla incipiente en el relleno y una cuña de suelo en equilibrio límite. Dependiendo de la dirección del desplazamiento del muro se tendrán estados activos o pasivos aunque en el caso sísmico los estados de esfuerzos en el relleno son, de acuerdo con este punto de vista, preponderantemente activos. La orientación de la línea de deslizamiento crítico se puede encontrar por cálculo diferencial de manera que el empuje activo sea máximo. Este está dado por

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS} \quad (1)$$

en donde γ = peso volumétrico del relleno y H = altura del muro. El coeficiente K_{AS} depende de las características geométricas del muro, de las propiedades mecánicas del relleno y del nivel de aceleración expresado en términos de los coeficientes sísmicos k_h y k_v , horizontal y vertical, respectivamente.

Seed y Whitman (33) discuten la influencia relativa de los factores involucrados en la fórmula de Mononobe-Okabe. La fig 2 ilustra lo anterior con datos tomados del Apéndice A. En esa figura ϕ es el ángulo de fricción interna del suelo.

Las objeciones que se pueden argumentar contra el uso de la fórmula de Mononobe-Okabe son serias. Primeramente, al igual que en la teoría de empuje de tierras de Coulomb, en el método de Mononobe-Okabe no se satisface el equilibrio de momentos de la cuña de suelo. Segundo, no en todos los muros de retención sujetos a cargas sísmicas se puede garantizar que existe un estado activo en el relleno. Tercero, la hipótesis de que los movimientos sísmicos generan una superficie de falla durante un temblor es cuestionable. Cuarto, es un hecho demostrado experimentalmente que la distribución de presiones dinámicas no es hidrostática.

A pesar de lo anterior en los reglamentos que incluyen explícitamente el diseño sísmico de muros de retención es el método recomendado (9, 21, 33). Las razones de ello son la sencillez del método y el hecho de que hasta el momento no se haya

desarrollado ningún otro que supere sus deficiencias esenciales y que sea de fácil aplicación. Cabe agregar que la magnitud del empuje se aproxima al valor correcto en muros cuyos desplazamientos dan lugar a estados activos (18, 24, 27).

En la India se han desarrollado métodos pseudoestáticos para el diseño sísmico de muros de retención. Nandakumaran (21) ofrece una detallada reseña de los trabajos desarrollados por los investigadores hindúes. Estos métodos son adaptaciones al caso dinámico de la teoría de Coulomb (3, 16) o modificaciones de la misma en las que se incluyen fuerzas inerciales equivalentes (20, 26). Reconocen el hecho de que la distribución de presiones no es hidrostática y que la resultante se localiza por encima de la altura media del muro. Ninguno de estos métodos supera las deficiencias fundamentales del método de Mononobe-Okabe y su uso en la práctica ha sido limitado.

3.3 Basados en limitar desplazamientos

Ha sido común observar que después de la ocurrencia de un temblor los muros de retención presentan desplazamientos permanentes. La magnitud de los desplazamientos tolerables en un muro de retención depende de su tipo y de su función. A partir de la especificación de un límite para los desplazamientos permisibles en un muro se han desarrollado criterios de diseño sísmico.

Basados en una idea sugerida inicialmente por Newmark y

Rosenblueth (23), Richards y Elms (27) propusieron un criterio de diseño a partir de la especificación de un desplazamiento límite. En el procedimiento se calcula el peso del muro necesario para evitar un desplazamiento mayor que el especificado. Implica el uso de un modelo rígido plástico no simétrico para representar el sistema muro-suelo (similar al modelo de falla progresiva de Newmark (22) para describir el comportamiento de terraplenes) combinado con el análisis de Nononobe-Okabe. Newmark (22) y posteriormente Franklin y Chang (12) calcularon los desplazamientos de sistemas rígido-plásticos no simétricos excitados por los acelerogramas de diferentes temblores. Para comparar los resultados escalaron los registros a una aceleración máxima de 0.5 g y a una velocidad máxima de 76.2 cm/seg y obtuvieron gráficas de desplazamientos normalizados. De las envolventes de las curvas de desplazamientos normalizados vs. resistencias normalizadas Richards y Elms (27) obtuvieron una expresión aproximada para calcular el desplazamiento normalizado en función del coeficiente sísmico y los niveles de aceleración y velocidad máximos. Sugieren invertir dicha expresión una vez determinado el nivel de desplazamientos permisibles para obtener el coeficiente de aceleración máxima. Obtenido este, calculan el peso del muro.

Todas las objeciones hechas al método de Mononobe-Okabe valen en este caso ya que se aplica para valuar las fuerzas que

producen los desplazamientos del muro. En rigor sólo puede emplearse en muros de gravedad que fallen por deslizamiento sin considerar la contribución de los giros al desplazamiento del muro. La normalización de los acelerogramas para el cálculo de desplazamientos conduce a resultados aproximados ya que al escalar los acelerogramas se introducen distorsiones en su contenido de frecuencias.

Este enfoque ofrece posibilidades de investigación. Por ejemplo, sería deseable examinar la respuesta de sistemas rígido plásticos sin escalar los acelerogramas; establecer un criterio que tome en cuenta los efectos de volteo, o combinar la idea de limitar los desplazamientos con algún método más aproximado que el de Mononobe-Okabe. Dado el estado actual del conocimiento la aplicación práctica del método deberá hacerse cautelosamente.

3.4 No lineales

Estos métodos consideran las características no lineales del suelo de relleno en la obtención de la respuesta sísmica de muros de retención. Para hacerlo, se ha utilizado el método del elemento finito. Ayala, Aranda y Romo (4) en un reciente estudio, emplearon esta técnica introduciendo condiciones de frontera que minimizan las reflexiones espurias. El programa que utilizaron permite excitar el sistema de retención a una cierta profundidad con registros reales o simulados a partir de un espectro de respuesta dado. Como el sistema es no

lineal esta forma de normalizar los registros es sólo aproximada. Sus resultados se refieren a muros en voladizo: en muros flexibles, concluyen, los momentos flexionantes son menores que los obtenidos con la fórmula de Mononobe-Okabe; en muros muy rígidos son, en contraste, mayores.

En la actualidad la mejor manera de estimar las presiones dinámicas sobre un muro de retención incluyendo efectos no lineales y de interacción con el relleno es utilizando el MEF. Sin embargo el MEF no es directamente aplicable al diseño en la gran mayoría de las situaciones de la práctica por el alto costo por concepto de tiempo de computadora que implica. Siempre que la magnitud e importancia de la obra lo justifiquen deberá preferirse sobre otros métodos de análisis. Debe enfatizarse que los parámetros involucrados en el modelo así como las condiciones de frontera deberán escogerse de manera que reflejen realísticamente las propiedades y condiciones del relleno, del muro y del suelo de cimentación.

3.5 Comentarios sobre los métodos de análisis

Los métodos reseñados evidencian la necesidad de disponer de elementos para enfrentar el diseño de muros de retención que al tiempo que incorporen los adelantos recientes sobre el tema sean de aplicación fácil y económica. Para ello es deseable adaptar o desarrollar formulaciones elásticas para modelar muros con desplazamientos restringidos así como formulaciones no lineales eficientes (que compitan ventajosamente

con los métodos numéricos disponibles) para muros en los que las características no lineales del relleno determinen su comportamiento. La realización de más estudios paramétricos con el MEF podría aportar criterios de diseño en tanto las investigaciones sugeridas anteriormente se desarrollan.

Dado el estado actual del conocimiento y a pesar de que los métodos pseudoestáticos son deficientes en tanto que no representan adecuadamente la naturaleza dinámica del problema, se pueden generar recomendaciones de diseño con base en ellos. De acuerdo con las suposiciones que implican, sólo son aplicables cuando se presentan estados de falla en el relleno. Sin embargo, modificando los coeficientes de empuje es posible dar criterios conservadores de diseño para muros con desplazamientos limitados. Desde luego que el empleo de procedimientos más refinados como los mencionados en 3.1 y 3.4 son para este último caso alternativas más adecuadas que los métodos pseudoestáticos desde el punto de vista del análisis aunque, por razones económicas, generalmente no son aplicables.

En el capítulo 4 se dan recomendaciones para el diseño de muros con rellenos granulares basados en la formulación de Mononobe-Okabe. Las recomendaciones para muros con rellenos cohesivos se basan en procedimientos gráficos convencionales a los que se agregan fuerzas estáticas equivalentes a las fuerzas inercialales. Se presenta también un criterio, fácilmente adaptable a rellenos cohesivos, para diseñar muros

con rellenos granulares empleando las fórmulas estáticas de empuje de tierras mediante el artificio de la gravedad aparente.

4. RECOMENDACIONES PARA ANALISIS Y DISEÑO

4.1 Alcance y criterios generales

Las características del suelo de relleno y de cimentación así como la flexibilidad del muro determinan el comportamiento del sistema de retención y ese, a su vez, puede servir de base para definir el método de análisis y diseño idóneo en cada caso.

Para estos fines los muros de retención se pueden clasificar en dos tipos: los que dan lugar a estados activos y los que por sus características estructurales, condiciones de apoyo o necesidades de funcionamiento no generan en el relleno, al ocurrir un sismo, estados de falla. Para diseñar muros del primer tipo se recomienda emplear las fórmulas del inciso 4.4 verificando, mediante el cálculo de deflexiones en la punta del muro, siempre que sea posible, la generación de estados

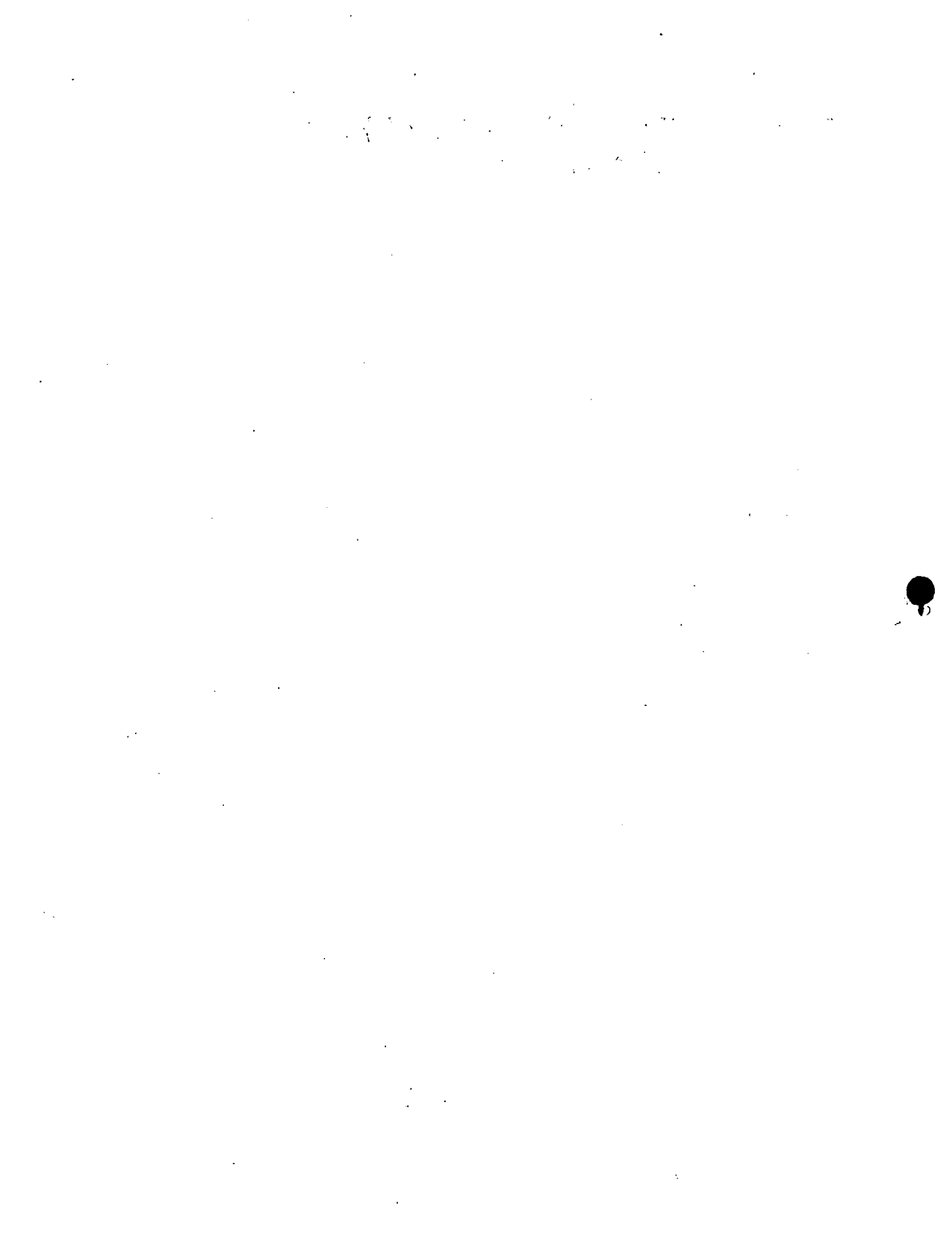
activos en el relleno. Los muros del segundo tipo deberán analizar empleando alguno de los métodos elásticos simplificados o con el MEF. Cuando esto último no sea posible se sugieren modificaciones a los coeficientes de empuje de Mononobe-Okabe o a los de su extensión para suelos cohesivos.

Se presenta, también, otra clasificación atendiendo a la importancia de la estructura. Según sea esta se modifica el coeficiente sísmico involucrado en las fórmulas del inciso 4.4.

Los coeficientes sísmicos recomendados se obtuvieron a partir de los datos en la ref (11); se afectaron con factores que toman en cuenta la importancia de la estructura y una ductilidad implícita de 2 a 3. Se acepta con esto la posibilidad de que los muros disipen energía. Es la opinión de los autores que los coeficientes propuestos son adecuados para el diseño con la metodología que aquí se presenta. La verificación o corrección de los mismos deberá considerarse en estudios posteriores.

En cada una de las zonas en las que se divide al país se considera que la sismicidad es uniforme. Esta regionalización es de carácter general pues dentro de cada zona las características de los temblores varían de acuerdo con las condiciones locales.

Los empujes activos en muros con relleno granular se calculan con la fórmula de Mononobe-Okabe. En suelos cohesivo-friccionantes se sugiere emplear el método de la cuña de prueba en



el que, por tanteos, se determina la cuña de suelo que da lugar al empuje activo máximo. En los apéndices A y B se presentan tablas de coeficientes de empuje en suelos friccionantes y cohesivo-friccionantes, respectivamente, para algunas combinaciones de los parámetros. En suelos saturados se recomiendan modificaciones a los coeficientes de empuje.

Para revisar la estabilidad del sistema muro-suelo-relleno deberán emplearse factores de seguridad considerando diferentes modos de falla. Se entenderá por factor de seguridad al mínimo valor de la relación entre las fuerzas (o momentos) resistentes nominales y las fuerzas (o momentos) actuantes nominales. Los modos de falla considerados son: deslizamiento, volteo, falla por capacidad de carga y falla generalizada.

Se ilustran los factores de seguridad contra deslizamiento y volteo. Las expresiones presentadas son sólo indicativas ya que no en todos los casos se tendrán las mismas fuerzas. Sin embargo, la dependencia de estos factores de seguridad de algunos parámetros será similar para la mayoría de los casos. Por ejemplo, al aumentar el coeficiente sísmico horizontal, k_h , los factores de seguridad tienden a disminuir; al aumentar el peso del muro no aumenta proporcionalmente el factor de seguridad contra deslizamiento.

Los otros modos de falla pueden considerarse con las técnicas usuales de mecánica de suelos incluyendo las cargas sísmicas que resulten del método de análisis empleado.

Los métodos estáticos de análisis pueden aplicarse directamente al caso dinámico si se utiliza el concepto de gravedad aparente. Consiste en aplicar un campo gravitatorio inclinado un cierto ángulo y redefinir la geometría del muro. La idea fue sugerida por Arango (33) aunque no introdujo el concepto de gravedad aparente como aquí se emplea.

4.2 Clasificación de los muros

De acuerdo a su importancia las estructuras de retención se clasifican como sigue:

Grupo A. Muros de retención que soporten estructuras o servicios de importancia vital cuya falla causaría pérdidas directas o indirectas excepcionalmente altas en comparación con el costo necesario para aumentar su seguridad. Tal es el caso de plantas termoeléctricas, casas de máquinas, torres de transmisión, subestaciones, centrales telefónicas, estaciones de bomberos, hospitales, escuelas, estadios, salas de espectáculos, templos, estaciones terminales de transporte, muros de puentes, museos, locales que alojen equipo especialmente costoso en relación con la estructura.

Grupo B. Muros de menor importancia que los del grupo A pero cuya falla sería costosa o pudiera poner en peligro otras estructuras o servicios de importancia. Tal es el caso de plantas industriales, bodegas ordinarias, gasolineras, comercios, restaurantes, casas habitación privada, hoteles y edificios de apartamentos u oficinas.

Grupo C. Muros de poca importancia cuya falla sería poco costosa. Solamente en las zonas de alta sismicidad se recomiendan precauciones para su diseño sísmico.

Atendiendo al tipo de comportamiento que tengan los muros, estos se clasifican en dos tipos:

Tipo 1. Muros flexibles: aquellos cuyos desplazamientos son suficientemente grandes para minimizar los empujes de tierra. Tal es el caso de muros esbeltos en voladizo, muros cimentados en materiales no rocosos, etc.

Tipo 2. Muros rígidos: aquellos en donde las presiones estáticas de tierra se deban a estados neutros (en reposo). Por ejemplo, muros de sótanos o de cajas de cimentación, muros con contrafuertes, muros cimentados sobre roca o apoyados sobre pilotes.

4.3 Coeficientes sísmicos

Para el análisis pseudo estático de muros de retención clasificados según su importancia se emplearán los coeficientes sísmicos horizontales, k_h , que se indican en la tabla 2. El coeficiente sísmico vertical k_v se tomará como $k_h/3$.

Las zonas A, B, C y D se refieren a las regiones sísmicas del país indicadas en la carta de regionalización sísmica de la fig 3. En cada una de ellas la sismicidad se considerará uniforme.

Dentro de cada región las características sísmicas varían según la naturaleza del suelo. Atendiendo a la posibilidad de amplificación por la presencia de estratos superficiales los coeficientes sísmicos de la tabla 2 deberán multiplicarse por los siguientes factores (11): 1.5 para suelo blando; 1.0 para suelo firme o roca blanda, y 0.7 para roca dura.

4.4 Empujes activos

Cuando se tengan rellenos granulares detrás de los muros de retención los empujes activos debidos a las cargas gravitacionales y sísmicas se calcularán con la fórmula Mononobe-Okabe:

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS} \quad (2)$$

donde

$$K_{AS} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos^2 \beta \cos(\delta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - \omega)}{\cos(\delta + \varepsilon + \theta) \cos(\omega + \beta)}} \right]^2} \quad (3)$$

γ = peso volumétrico del relleno (ton/m^3); H = altura del muro (m), ϕ = ángulo de fricción interna del relleno, δ = ángulo de fricción entre la pared y el relleno, ε = ángulo del muro con la vertical, ω = inclinación del relleno y $\tan \theta = k_h / (1 - k_v)$.

La geometría del problema considerado se ilustra en la fig 4.

La ec 2 da el empuje activo máximo generado por una cuña de suelo en estado de equilibrio límite y de inclinación α con la horizontal. En las tablas del Apéndice A se presentan

valores de K_{AS} para un rango amplio de los parámetros.

En suelos con cohesión y fricción o con una superficie de relleno irregular se empleará el método de la cuña de prueba para obtener empujes activos sísmicos. La fig 5 ilustra la aplicación gráfica del método. En las figs 5.b y 5.c se ilustran respectivamente las fuerzas en una cuña de suelo típica y su polígono correspondiente. Se conocen la dirección y el sentido de la reacción del suelo, R y del empuje activo, E_{AS} ; una construcción gráfica simple permite encontrar sus magnitudes. Aplicando el mismo procedimiento para distintas cuñas se obtiene el empuje máximo.

El método de las cuñas de prueba se programó para obtener coeficientes de empuje activo en el caso de muros con relleno de pendiente uniforme. En las tablas del Apéndice B se presentan algunos valores de este coeficiente. El empuje está dado por

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_{AS}^C \quad (4)$$

donde K_{AS}^C = coeficiente de empuje activo por gravedad y sismo para rellenos cohesivo-friccionantes. Las tablas dependen de dos parámetros adicionales a los ya introducidos: η y ξ (E_T y CSI en las tablas) definidos por

$$\eta = \frac{2c_s}{\gamma H} \quad (5)$$

$$\xi = \frac{c_m}{c_s} \quad (6)$$

en donde c_s = cohesión del suelo y c_m = cohesión en la interfase muro-suelo (adhesión del muro).

En suelos saturados se tendrán mayores fuerzas de inercia por la presencia de agua dentro del relleno. Para tomar en cuenta esto se deberá modificar el ángulo θ de la fórmula de Mononobe-Okabe por θ' definido como

$$\tan \theta' = \frac{\gamma_s}{(\gamma_s - 1)} \cdot \frac{k_h}{(1 - k_v)} \quad (7)$$

en donde γ_s = peso volumétrico saturado del relleno. Al aplicar esta fórmula la presión hidrodinámica del agua contenida en los poros del relleno no debe considerarse por separado pues implica tomar en cuenta, de manera indirecta, los efectos hidrodinámicos (21).

Cuando se tengan rellenos granulares sueltos en estado saturado es necesario disponer de elementos de drenaje o llevar a cabo tratamientos de compactación, de acuerdo con la práctica usual en mecánica de suelos, para disminuir el potencial de licuación.

4.5 Análisis de Estabilidad

Una vez determinado el empuje dinámico que actúa sobre un

muro deberá analizarse la estabilidad del sistema muro-suelo-relleno para definir los factores de seguridad en términos de los momentos o fuerzas actuantes y resistentes. En la tabla 3 se consignan los modos de falla considerados y sus respectivos factores de seguridad. Dichos modos de falla se ilustran en la fig 6.

Para ilustrar el cálculo del factor de seguridad por deslizamiento considérese el muro de la fig 7. La relación entre las fuerzas actuantes y las resistentes está dada por

$$FS_d = \frac{(1 - k_v)Q + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) \tan \phi_b}{k_h Q + E_{AS} \operatorname{cos}(\delta + \beta)} \quad (8)$$

donde Q = peso del muro, E_{AS} = empuje activo por gravedad y sismo y ϕ_b = ángulo de fricción en la base del muro.

Para el mismo muro el factor de seguridad contra volteo resulta

$$FS_v = \frac{(1 - k_v)Q C_3 + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) C_2}{k_h Q C_4 + E_{AS} \operatorname{cos}(\delta + \beta) C_1} \quad (9)$$

donde C_1 , C_2 , C_3 , C_4 son fracciones de H que definen la geometría del muro. La fig 8 ilustra su significado considerando el volteo con respecto al punto 0.

Los valores de FS_d y FS_v obtenidos con las ecs 8 y 9 deberán

ser mayores o iguales a los factores de seguridad de la tabla 3 para deslizamiento y volteo. Los otros modos de falla se considerarán con las técnicas usuales en mecánica de suelo incluyendo las cargas debidas a sismo como fuerzas estáticas equivalentes.

4.6 Gravedad Aparente

Los métodos para el diseño estático de muros de retención pueden emplearse en el caso dinámico si se introduce un campo gravitacional aparente, fig 9. La aceleración de este campo gravitatorio aparente está dado por

$$g^* = \frac{1 - k_v}{\cos \theta}$$

Bajo la acción de g^* la geometría del problema debe redefinirse inclinándola un ángulo $\theta = \tan^{-1} k_h / (1 - k_v)$ de manera que

$$\omega^* = \omega + \theta \quad \text{y} \quad \beta^* = \beta + \theta \quad (10)$$

como se ilustra en la fig 9. Además

$$H^* = H \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \quad (11)$$

Y

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g} \quad (12)$$

En el caso de rellenos granulares el empuje activo por gravedad y sismo (ec 2) es

$$E_{AS} = E_A^* = \frac{1}{2} \gamma^* H^{*2} K_A^* \quad (13)$$

en donde E_A^* es el empuje estático equivalente de Coulumb y

$$K_A^* = \frac{\cos^2(\phi - \beta^*)}{\cos^2 \beta^* \cos(\delta + \beta^*) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \omega^*)}{\cos(\delta + \beta^*) \cos(\delta^* - \beta^*)}} \right]^2} \quad (14)$$

que es, formalmente, el coeficiente de Coulomb para empuje activo en suelos granulares con la nueva geometría dada por ω^* y β^* .

En suelos con cohesión también pueden aplicarse el método estático de la cuña de prueba teniendo presente que las fuerzas cohesivas en el relleno y en la interfase muro-relleno no se modifican.

4.7 Metodología para análisis y diseño.

Al emprender el análisis y el diseño de un muro de retención ante cargas sísmicas se recomienda seguir los siguientes pasos:

1. Obténganse a partir de las pruebas convencionalmente usadas en mecánica de suelos los parámetros de resistencia del suelo (ϕ , c_m , δ , ϕ_b). A falta de mayor información los valores de δ y ϕ_b estarán comprendidos entre $\phi/2$ y $2\phi/3$; c_m podrá estimarse como $c_s/2$
2. Determínese el coeficiente sísmico de diseño. Para ello

clasifíquese el muro según su importancia (grupos A, B, C) y de acuerdo con la región sísmica en la cual esté ubicado determínese, con los valores de la tabla 2, el coeficiente.

El coeficiente sísmico horizontal de diseño, k_{hd} , será:

$$k_{hd} = c k_h \quad (15)$$

en donde k_h es el coeficiente de la tabla 2 y c es un factor que vale

1.5 si el muro está desplantado o sobre suelo blando

1.0 si está desplantado sobre suelo firme o roca blanda

0.7 si está desplantado sobre roca dura

El coeficiente sísmico vertical de diseño, k_{vd} , se valorará como $k_{vd} = k_{hd}/3$.

3. Determínese el tipo del muro. Si es un muro del tipo 1 el empuje activo por gravedad y sismo estará dado por las expresiones del inciso 4.4 y aplicado a una altura $H/2$. Si el muro es del tipo 2 es necesario emplear un método más aproximado para el análisis (ver capítulo 3). Cuando esto último no sea posible un criterio conservador para valorar el empuje es

$$E = \frac{2}{3} (E_O + E_A) + \Delta E_{AS} \quad (16)$$

$$E = E_0 + \Delta E_{AS} \quad (17)$$

aplicado a una altura $2H/3$. En las ecs 16 y 17 E_0 y E_A son respectivamente los empujes estáticos para estados neutro (en reposo) y activo. Además

$$\Delta E_{AS} = E_{AS} - E_A$$

siendo E_{AS} el empuje activo total por gravedad y sismo.

4. En muros del tipo 1 se verificará la generación de un estado activo calculando el desplazamiento Δ en la punta del muro. Para ello considérese que el empuje calculado se distribuye de manera uniforme en el respaldo del muro. En el caso de muros de concreto dichos desplazamientos se calculan sumando la rotación de cuerpo rígido a las deformaciones en el fuste provocados por fuerzas internas. Las primeras se obtendrán calculando los giros de la base; las segundas utilizando algún método reconocido de análisis estructural. En el caso de muros de mampostería sólo se considerarán desplazamientos debidos a rotaciones de cuerpo rígido.

Las relaciones Δ/H (desplazamiento en la punta entre altura del muro) que dan lugar a estados activos para diferentes suelos se dan en la tabla 1, (5, 6).

5. Valúense los factores de seguridad para los modos de falla considerados en el inciso 4.5 de acuerdo con los criterios ahí señalados. Los factores de seguridad deberán ser mayores o iguales a los indicados en la tabla 3. Sólo se considerará la falla por deslizamiento de un círculo que incluya al muro y su zona circundante si bajo este se localiza un estrato compresible a una profundidad menor o igual a $1.5H$ medida a partir de la base del muro.
6. La revisión de las zonas críticas en el muro se llevará a cabo de acuerdo con los reglamentos y normas vigentes en la localidad.

5. EJEMPLOS DE APLICACION

5.1 Muro de concreto reforzado

Considérese el muro de retención de concreto reforzado mostrado en la fig 10. Se trata de definir las acciones mecánicas para el diseño sísmico. El muro se ha clasificado como del grupo B y está ubicado dentro de la zona C. La presencia de depósitos aluviales de profundidad variable bajo el muro hace suponer que los efectos de amplificación son de importancia. Los datos que se tienen para el relleno son:

$$\gamma = 2 \text{ ton/m}^3, \phi = 30^\circ, c_s = 0, \delta = 15^\circ, \beta = 0^\circ, \omega = 5^\circ$$

y para el suelo de cimentación

$$G_b = 750 \text{ kg/cm}^2, \phi_b = 25^\circ, \nu = 0.2$$

Los coeficientes sísmicos (tabla 2) serán:

$$k_h = 0.06$$

$$k_{hd} = 0.06 \times 1.5 = 0.09 ; k_{vd} = k_{hd}/3 = 0.03$$

y

$$\tan\theta = \frac{k_{hd}}{1-k_{vd}} = 0.093$$

De las tablas del apéndice A se obtiene el coeficiente de empuje activo de diseño suponiendo $\tan\theta = 0.10$

$$K_{AS} = 0.3223$$

Con lo cual se puede valuar el empuje activo

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS}$$

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \times 2 \times (5.86)^2 (1 - 0.3) \times 0.3223$$

$$E_{AS} = 10.4 \text{ ton/m}$$

En seguida se calcularán los giros y desplazamientos que actúan en el muro para determinar a qué tipo pertenece.

Las fuerzas de gravedad que actúan sobre el muro despreciando las cargas en el pie del muro son las que se indican en la fig 11.

La fuerza de gravedad resultante y su punto de aplicación son

	FUERZAS VERTICALES	BRAZO	MOMENTO
1	$0.5 \times 5 \times 2.4 = 6.00$	1.25	7.5
2	$0.6 \times 4.5 \times 2.4 = 6.48$	2.25	14.58
3	$3 \times 5 \times 2 = 30.00$	3.00	90.00
4	$\frac{3^2}{2} \tan 5^\circ \times 2 = 0.787$	3.50	2.75

$$Q = 43.26 \text{ ton/m} \quad M_o = 114.835 \frac{\text{ton m}}{\text{m}}$$

Introduciendo las fuerzas horizontales de inercia y el empuje dinámico se calcula el momento que actúa en el centroide de la superficie de contacto, fig 12. (Se ha despreciado para este cálculo el empuje pasivo):

	FUERZA	BRAZO	MOMENTO
1	43.26×0.18	3.04	+ 23.67
2	43.26×0.94	2.65 - 2.25	- 16.26
3	$10.4 \cos \delta$	2.93	+ 29.43
4	$10.4 \sin \delta$	4.5 - 2.25	- 6.05

$$M = 30.79 \text{ ton/m}$$

Las deflexiones y los giros se pueden estimar respectivamente con las siguientes expresiones

$$\Delta = \frac{q(H)^4}{8E_c I_c}$$

$$\psi = \frac{5M}{E_b B^2} \quad *$$

*Aproximación obtenida de la solución elástica $\psi = \frac{M}{E_b B^2} \frac{16}{\pi} (1-\nu^2)$, ref (22).

$$\Delta_{TOT} = \Delta + \psi H$$

$$E_b = 2G(1 + \nu) = 18\,000 \text{ ton/m}^2$$

$$I_c = 0.01042 \frac{\text{m}^4}{\text{m}}$$

$$q = \frac{E_{AS} \cos \delta}{5} = 2.00 \frac{\text{ton/m}}{\text{m}}; E_c = 10,00 \sqrt{200} \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{de donde } \Delta = 0.0106 \text{ y}$$

$$\psi = \frac{5 \times 30.79}{18\,000 \times (4.5)^2} = 0.00042$$

$$H\psi = 0.00042 \times 5.6 = 0.0024$$

$$\Delta + \psi H = 0.012 \text{ m}$$

$$\Delta_{TOT}/H = 0.0023$$

De acuerdo con la tabla el muro será del tipo 1. El factor de seguridad contra deslizamiento se calcula con la fórmula

$$FS_d = \frac{(1 - k_v) Q + E_{AS} \sin(\delta + \beta) \tan \phi_b}{k_{hd} Q + E_{AS} \cos(\delta + \beta)}$$

$$FS_d = \frac{(0.97 \times 43.26 + 10.4 \sin 15^\circ) \tan 25^\circ}{0.09 \times 43.26 + 10.4 \cos 15^\circ} = \frac{20.82}{13.93} = 1.5$$

que es mayor que 1.2

El factor de seguridad contra volteo se valúa como

$$FS_v = \frac{(1 - k_v) Q C_3 + E_{AS} \sin(\delta + \beta) C_2}{k_h Q C_4 + E_{AS} \sin(\delta + \beta) C_1}$$

en donde C_1, \dots, C_4 se obtuvieron de la fig 12.

$$FS_v = \frac{0.97 \times 43.26 \times 2.65 + 10.4 \operatorname{sen} 15^\circ \times 4.5}{0.09 \times 43.26 \times 3.04 + 10.4 \operatorname{cos} 15^\circ \times 2.93} = \frac{123.31}{41.27} > 1.5$$

En vista que las dimensiones propuestas dan factores de seguridad aceptables se adoptarán las dimensiones propuestas inicialmente. El cálculo del acero necesario se haría con las sollicitaciones mostradas en la fig 13.

5.2 Muro de mampostería

El muro de mampostería de la fig 14 se ha clasificado como del grupo A y se ubica dentro de la zona C. Se ha desplantado sobre terreno firme por lo que el factor por amplificación es

1. Los datos para el relleno son:

$$\gamma = 1.834 \text{ ton/m}^3, \phi = 30^\circ, C_s = \delta = 0, \beta = 15^\circ$$

y para el suelo de cimentación

$$E = 850 \text{ kg/cm}^2, \phi_b = 30^\circ$$

Los coeficientes sísmicos, tomados de la tabla 2 son:

$$k_h = 0.08$$

$$k_{hd} = 0.08 \times 1 = 0.08$$

$$k_{vd} = k_{hd}/3 = 0.026$$

y

$$\tan\theta = \frac{0.08}{1-0.026} = 0.082$$

$$\theta = 5^\circ$$

El muro se analizará empleando el artificio de gravedad aparente. La geometría modificada del muro se muestra en la fig 15 en donde

$$\omega^* = \omega + \theta = 5^\circ$$

$$\beta^* = \beta + \theta = 19^\circ$$

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g} = 1.834 \frac{(1 - k_v)}{\cos\theta} = 1.793 \text{ ton/m}^3$$

$$H^* = H \frac{\cos\beta^*}{\cos\beta} = 7.18 \frac{\cos 19^\circ}{\cos 15^\circ} = 7.0 \text{ m}$$

El empuje activo por gravedad y sismo se valúa con la ec 17:

$$E_{AS} = E_A^* = \frac{1}{2} \gamma^* H^{*2} K_A^*$$

en donde K_A^* está dado por la ec 14. En este caso

$$K_A^* = 0.423$$

y

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \times 1.793 \times (7.07)^2 \times 0.423$$

$$E_{AS} = 19.0 \text{ ton/m}$$

Para verificar si se presenta un estado activo no se consideran las deformaciones por flexión en el fuste. El peso total

del muro se obtuvo a partir de la figura 16 y resultó ser

$$Q = 40.76 \text{ ton/m}$$

El momento neto que actúa sobre el centroide de la superficie de contacto es, tomando en cuenta las fuerzas horizontales de inercia y el empuje activo dinámico

$$M_C = 74.31 \frac{\text{ton m}}{\text{m}}$$

y el giro

$$\psi = \frac{5M}{E_b B^2} = 0.0048$$

En este caso

$$\frac{\Delta}{H} = \psi > 0.001$$

por lo que el muro pertenece al tipo 1. La revisión de la estabilidad contra deslizamiento y volteo es análoga a la forma en que se revisó el ejemplo anterior:

$$FS_d = 1.18 \approx 1.2$$

y

$$FS_v = 0.98 < 1.3$$

Lo cual hace necesario modificar la geometría del muro. Una alternativa para hacerlo es incrementando la base de apoyo del muro como se muestra con líneas punteadas en la fig. 14.

del muro se obtuvo a partir de la figura 16 y resultó ser

$$Q = 40.76 \text{ ton/m}$$

El momento neto que actúa sobre el centroide de la superficie de contacto es, tomando en cuenta las fuerzas horizontales de inercia y el empuje activo dinámico

$$M_c = 74.31 \frac{\text{ton m}}{\text{m}}$$

y el giro

$$\psi = \frac{5M}{E_b B^2} = 0.0048$$

En este caso

$$\frac{\Delta}{H} = \psi > 0.001$$

por lo que el muro pertenece al tipo 1. La revisión de la estabilidad contra deslizamiento y volteo es análoga a la forma en que se revisó el ejemplo anterior:

$$FS_d = 1.18 \approx 1.2$$

y

$$FS_v = 0.98 < 1.3$$

Lo cual hace necesario modificar la geometría del muro. Una alternativa para hacerlo es incrementando la base de apoyo del muro como se muestra con líneas punteadas en la fig 14.

Esta modificación es suficiente para obtener un factor de seguridad contra el volteo mayor que 1.3.

6. RECONOCIMIENTOS

Se agradecen a Luis Esteva y Roberto Meli la lectura crítica del manuscrito, sus comentarios y sugerencias; a Daniel Reséndiz sus observaciones sobre algunos aspectos del problema.

7. REFERENCIAS

1. Aggour, M S y Brown, C B, "Resonance of retaining walls", Engng Struct, 1, 1 (1978), 3-7.
2. Amano y otros, "Aseismic design of quay walls in Japan", Proc, 1st World Conf on Earthq Engng, Berkeley California, (1956).
3. Arya A S y Gupta Y P, "Dynamic Earth a pressure on retaining walls due to ground excitations," Bull Indian Society of Earthquake Technology, 3, 2 (1966).
4. Ayala, G, Aranda, R y Romo, M P, Diseño sísmico de muros de retención, Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM a SAHOP, P # 7117, (abr 1978).
5. Bowles, J E, Foundation analysis and design, McGraw-Hill, Kogakusha, Japón, (1968).

Esta modificación es suficiente para obtener un factor de seguridad contra el volteo mayor que 1.3.

6. RECONOCIMIENTOS

Se agradecen a Luis Esteva y Roberto Meli la lectura crítica del manuscrito, sus comentarios y sugerencias; a Daniel Reséndiz sus observaciones sobre algunos aspectos del problema.

7. REFERENCIAS

1. Aggour, M S y Brown, C B, "Resonance of retaining walls", Engng Struct, 1, 1 (1978), 3-7.
2. Amano y otros, "Aseismic design of quay walls in Japan", Proc, 1st World Conf on Earthq Engng, Berkeley California, (1956).
3. Arya A S y Gupta Y P, "Dynamic Earth a pressure on retaining walls due to ground excitations," Bull Indian Society of Earthquake Technology, 3, 2 (1966).
4. Ayala, G, Aranda, R y Romo, M P, Diseño sísmico de muros de retención, Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM a SAHOP, P # 7117, (abr 1978).
5. Bowles, J E, Foundation analysis and design, McGraw-Hill, Kogakusha, Japón, (1968).

6. Dowrick, J J, "Earth retaining structures," cap 5 de Earthquake resistant design, John Wiley & Sons, (1977)
7. Drenick, R, "Model-free design of asismic structures," Proc ASCE, J Eng Mech Div, 96, EM4 (1970).
8. Duke C M y Leeds D J, "Response of soils, foundations and earth structures," Bull Seism Soc Am, 53, 2 (1973), 309-357.
9. "Earthquake resistant regulations. A world list," International Association for Earthquake Engineering, Gakujutsu Burken Fukyu, Tokio (1973).
10. Emery, J J y Thompson, D D, Seismic design considerations for gravity retaining structures," Canadian Journal of Civil Engineering, 3, 2, (1976), 248-264.
11. Esteva, L y otros. Manual de diseño de obras civiles, sección B. Solicitaciones, Comisión Federal de Electricidad, México, (1969).
12. Franklin A G y Chang F K, "Earthquake resistance of Earth and rockfill dams," Miscellaneous Paper S-71-17, Soils and Pavements Lab., U.S. Army Eng Waterways Experiment Station, (nov 1977).
13. Gioda, G y Jurina, L, "Numerical identification of soil structure interaction pressures", resumen, 21st Polsih Solid Mechanics Conference, Polska Akademia Naunk, Porabka-Kuzubnik Polonia, (3-8 sep, 1979).

14. Ishii, Y, Arai, H y Tsuchida, H, "Lateral earth pressure in an earthquake," Proc 2nd World Conf on Earthq Eng, Japón, (1960) vol 1 .
15. Juárez Badillo, E y Rico, A, Mecánica de suelos, Tomo II, Revista de Ingeniería, edits, México, D F, (1967).
16. Kapila, I P, "Earthquake resistant design of retaining walls," Proc Second Symposium on Earthquake Engineering Univ of Roorkee, Roorkee, India, (1962).
17. Kezdi, A, "Lateral earth pressure," cap 5 de Foundation Engineering Handbook, Winterkon, H F y Hasai-Yang, F, edit, Van Nostrand Reinhold Co., N. Y., (1975).
18. Matsuo, H y Ohara, S, "Lateral earth pressure and stability of quay walls during earthquakes," Proc, 2nd World Conf on Earthq Engng, Japón, 1, (1960).
19. Murphy, V A, "The effect of ground characteristics on the aseismic design of Structures," Proc, 2nd World Conf, on Earthq Eng, Japón, (1960) vol 1.
20. Nandakumaran, P y Joshi, V H, "Static and dynamic earth pressure behind retaining walls," Bull Indian Society of Earth Tech, 10, 3 (1973).
21. Nandakumaran, P, "Behaviour of retaining walls during earthquakes," en Earthquake Engineering, Jai Krishna 60th Anniversary Volume, A Arya, Edit, Indian Soc of Earthq Techn, Sarita Prakashan, India, (1975).

22. Newmark, N M, "Effects of earthquakes on dams and embankments," Geotechnique, 15, 2 (1965).
23. Newmark, N M y Rosenblueth, E, Fundamentals of earthquake engineering, Prentice Hall, N. J. (1971).
24. Niwa, S, "An Experimental study of oscillating earth pressure acting on quay wall," Proc 2nd World Conf on Earth Engng, Japón, (1960), vol 1.
25. Okamoto, S, Introduction to earthquake engineering, John Wiley & Sons, N Y (1973).
26. Prakash, S y Basavanna, B M, "Earth pressure distribution behind retaining wall during earthquake," Proc 4th World Conf Earth Engng Santiago de Chile, jun 13-18 (1969), vol 3.
27. Richards R y Elms D, "Seismic behavior of gravity retaining walls," Proc. ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, GT4, (abril 1979).
28. Rosenblueth, E, "Soil and rock mechanics in earthquake engineering," Proc DMSR 77, Karlsruhe, 6-16 sep (1977). vol 3.
29. Sánchez-Sesma, F J y Esquivel, J A, "Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves", Bull Seism Soc Am, 69, 4 (1979), 1107-1120 .
30. Sánchez-Sesma F J y Rosenblueth, E, "Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves",

Earthq Engng Structl Dyn, 7, 5 (1979), 441-450

31. Saran S, "New method of stability analysis of retaining walls in seismic areas," 5th Symposium on Earthquake Engineering, nov 9-11, India (1974), vol 1
32. Scott, R R, "Earthquake -induced earth pressure of retaining walls," Proc 5th World Conf on Earth Engng, Roma, (1974) vol 2
33. Seed, H B y Whitman, R V, "Design of earth retaining structures for dynamic loads," en 1970 Specialty Conference on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, (1970)
34. Tajimi, H, "Dynamic earth pressure on basement wall," Proc 5th World Conf on Earthq Engng, Roma, (1974) vol 2
35. Thompson, C D y Emery, J J, "Geotechnical design aspects for large gravity retaining structures under seismic loading," Canadian Geotechnical Journal, 13, 231 (1976), 231-242
36. Tsai, N C, Influence of local geology on earthquake ground motion Earthq Engng Res Lab CIT, Pasadena, (1969)
37. Wood J H, "Earthquake-Induced Pressure on a Rigid Wall Structure," Bull New Zealand Soc Earth Engng, 8, 3 (sep 1975)
38. Wu, T H, "Retaining Wlls", cap 12 de Foundation

engineering handbook, Winterkorn, H F y Hsai-Yang, F, eds,
Van Nostrand Reinhold Co, Nueva York (1975).

39. Zienkiewicz, O C, The finite element method, MecGraw-Hill,
Londres, (1977).

TABLA 1 RELACIONES DE Δ/H QUE DAN LUGAR A ESTADOS ACTIVOS

Tipo de suelo y condición	Δ/H
Granular denso	0.001
Granular suelto	0.001 a 0.002
Arcilla firme	0.01 a 0.02
Arcilla suave	0.02 a 0.05

TABLA 2 COEFICIENTES SISMICOS HORIZONTALES

Grupo	Zona			
	A	B	C	D
A	0.013	0.04	0.08	0.12
B	0.010	0.025	0.06	0.10
C	—	—	—	0.05

TABLA 3 MODOS DE FALLA Y FACTORES DE SEGURIDAD (FS)

MODOS DE FALLA	FS
DESLIZAMIENTO	1.2
VOLTEO	1.5
POR CAPACIDAD DE CARGA DE LA CIMENTACION	2.0
FALLA GENERALIZADA	1.3

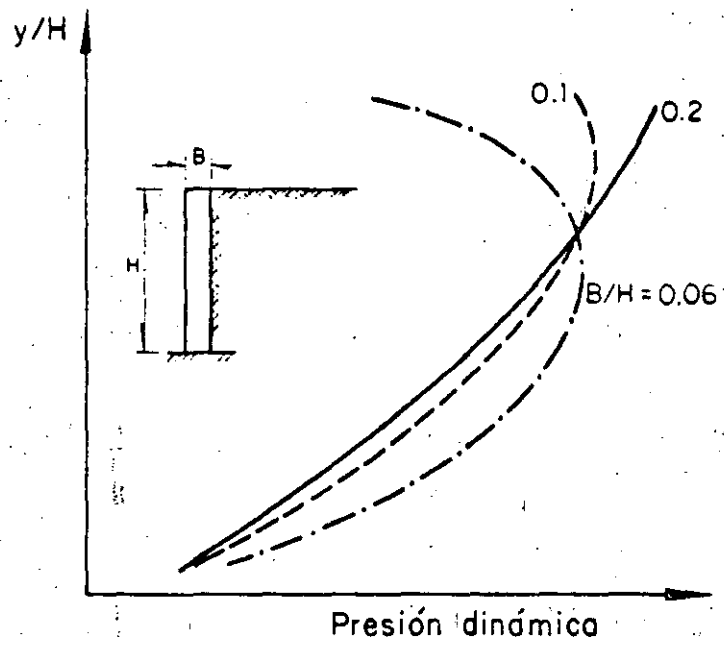


Fig 1. Distribuciones de presión dinámica. Efecto cualitativo de la rigidez del muro, (1)

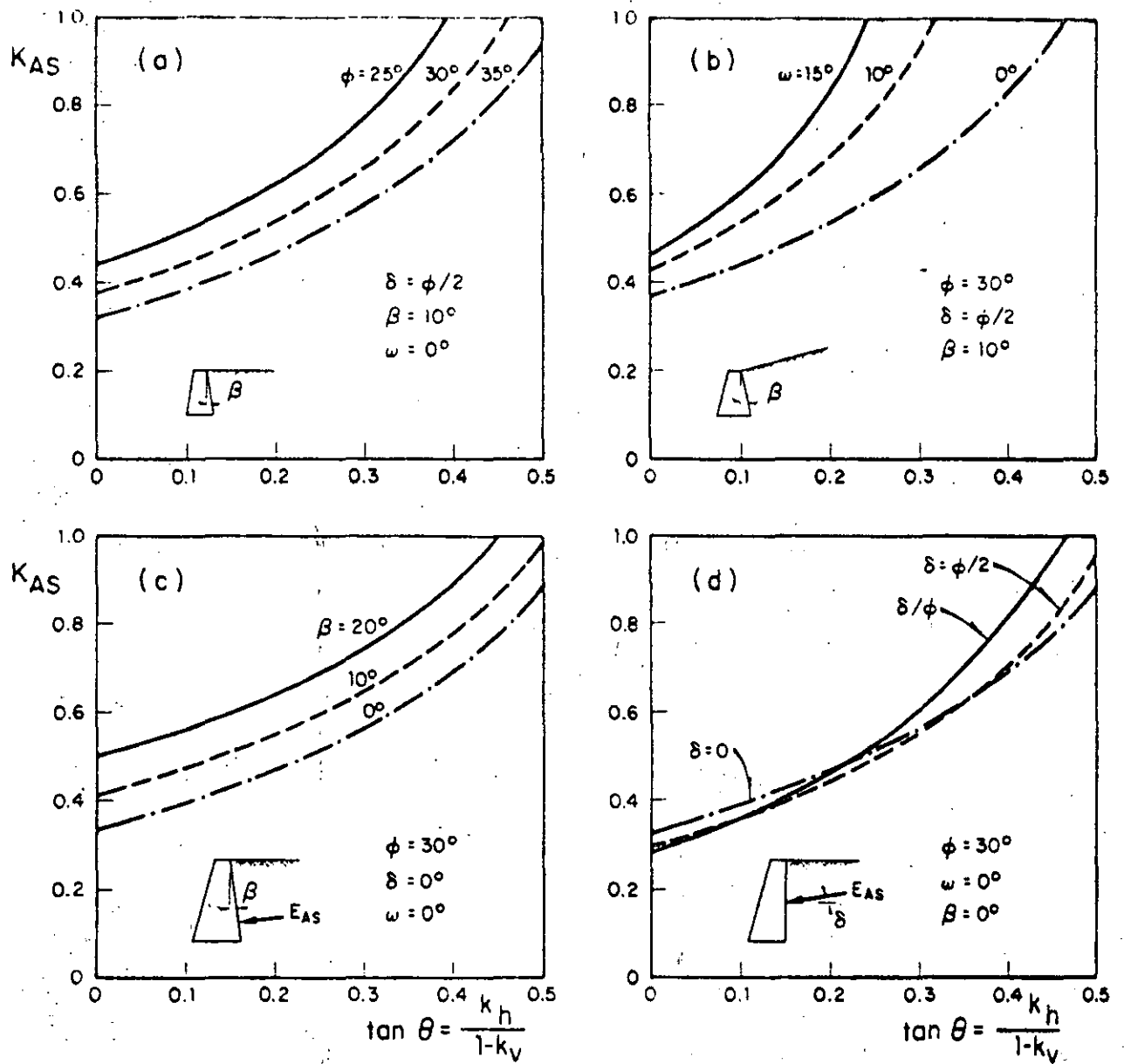


Fig 2. Influencia de los distintos parámetros en el coeficiente de empuje activo. Suelos granulares

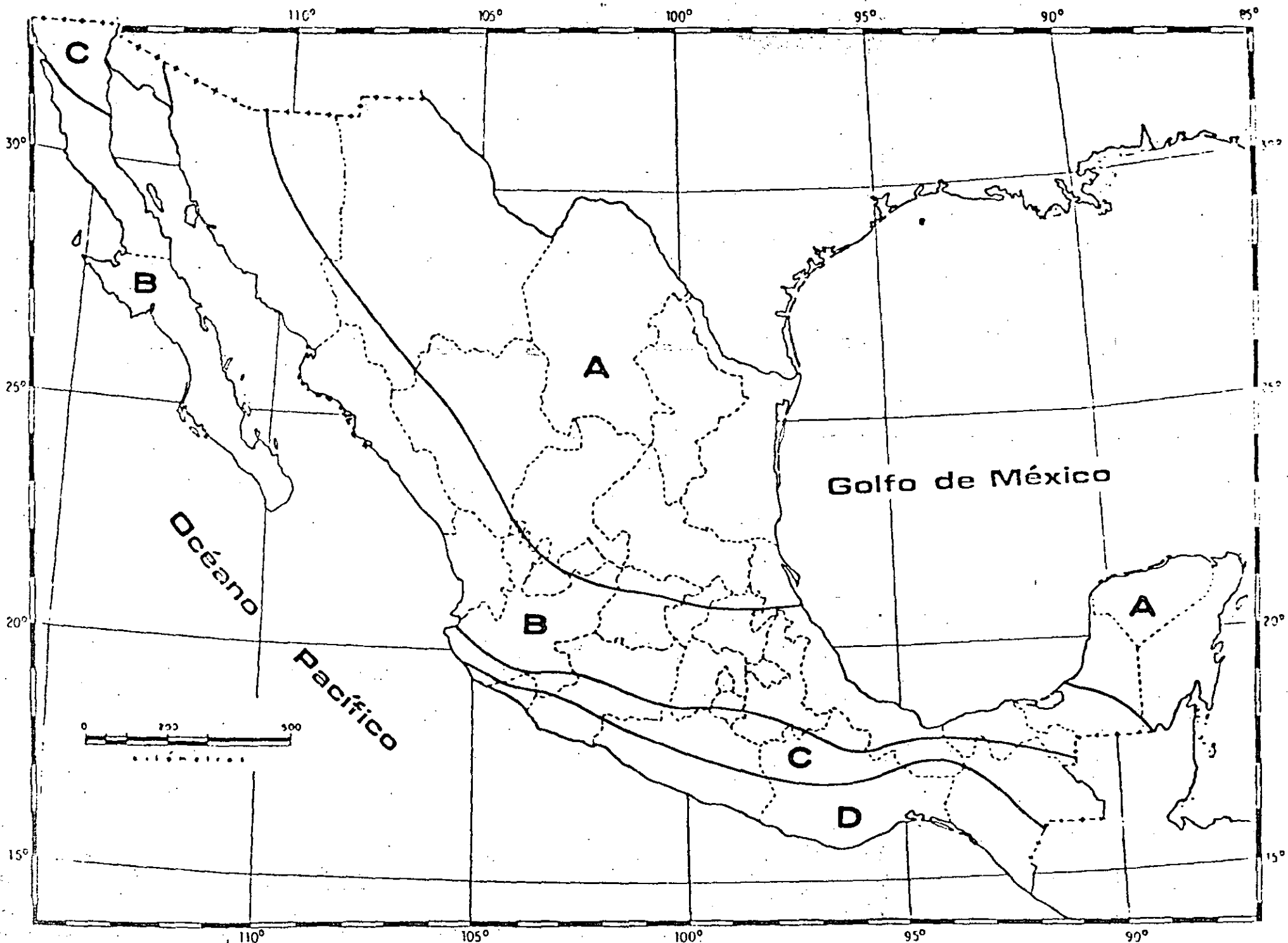


Fig 3 Regionalización sísmica de la República

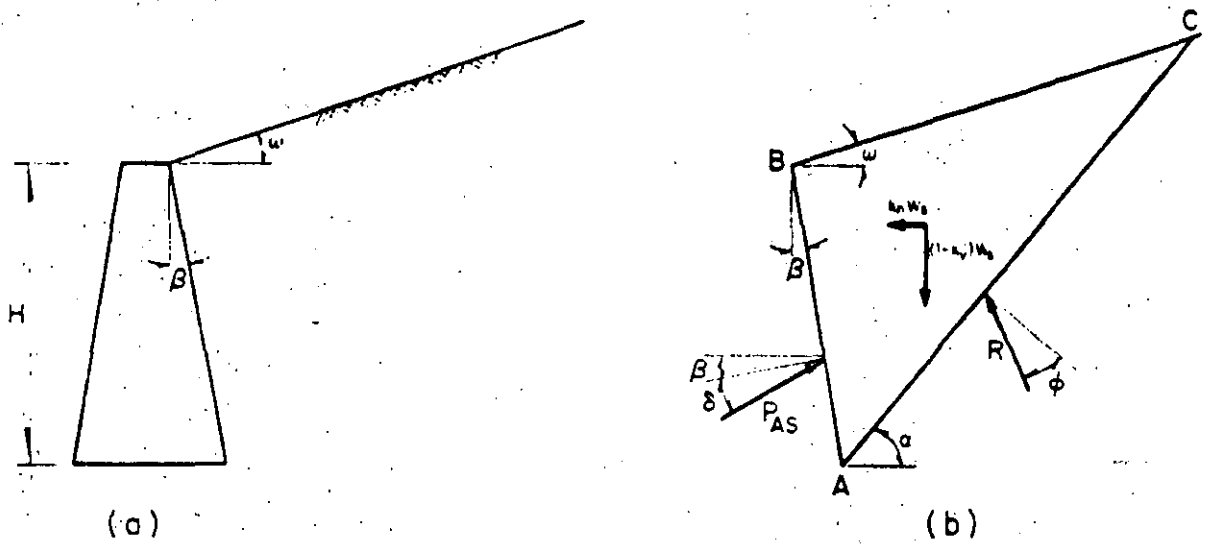


Fig 4. a) Geometría de un muro de gravedad con relleno inclinado. b) Cuña de falla activa para relleno granular

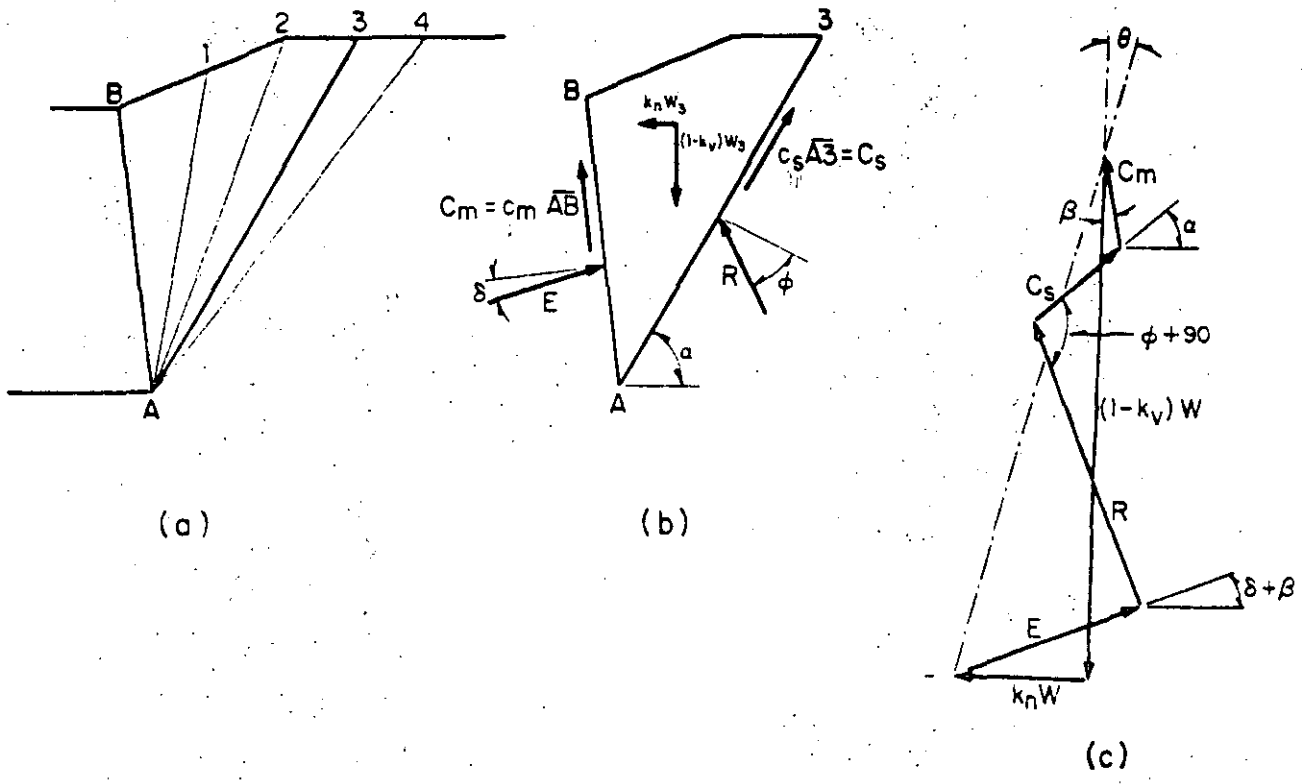
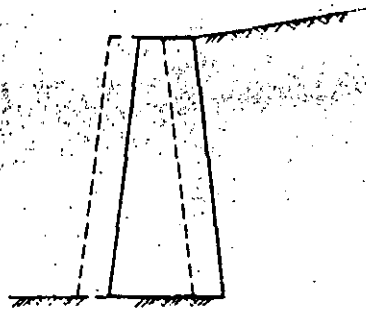
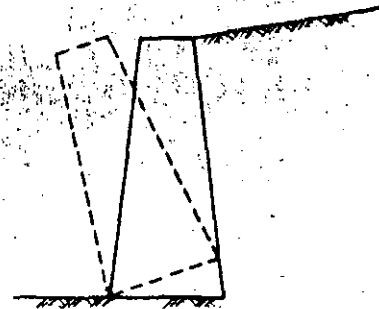


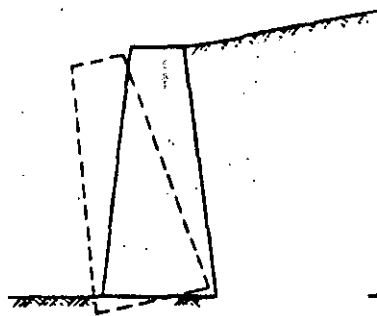
Fig 5. Método de las cuñas de prueba



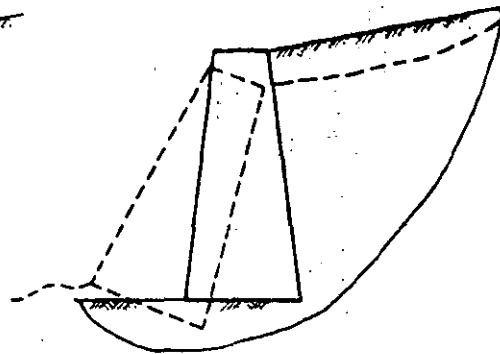
Deslizamiento



Volteo



Falla por capacidad de carga



Falla generalizada

Fig 6. Modos de falla

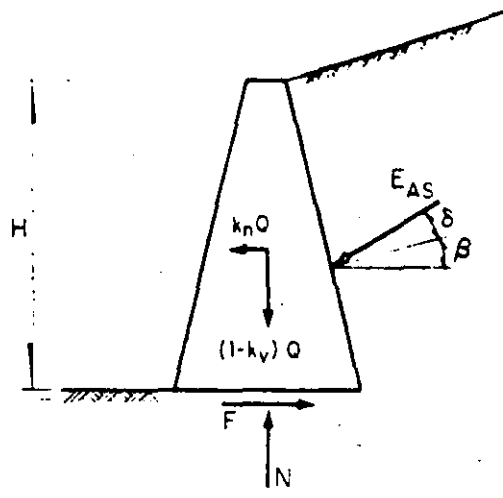


Fig 7. Fuerzas consideradas en el deslizamiento

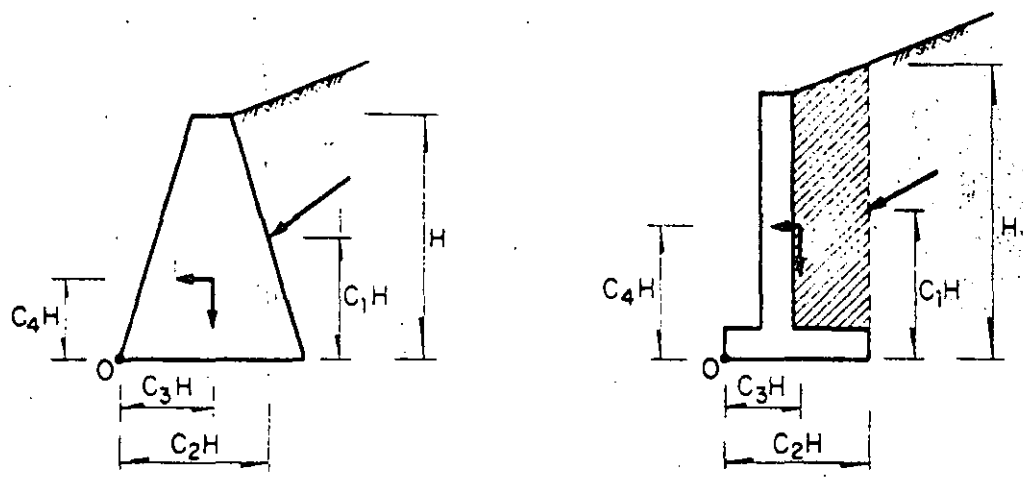


Fig 8. Parámetros que definen la geometría del muro

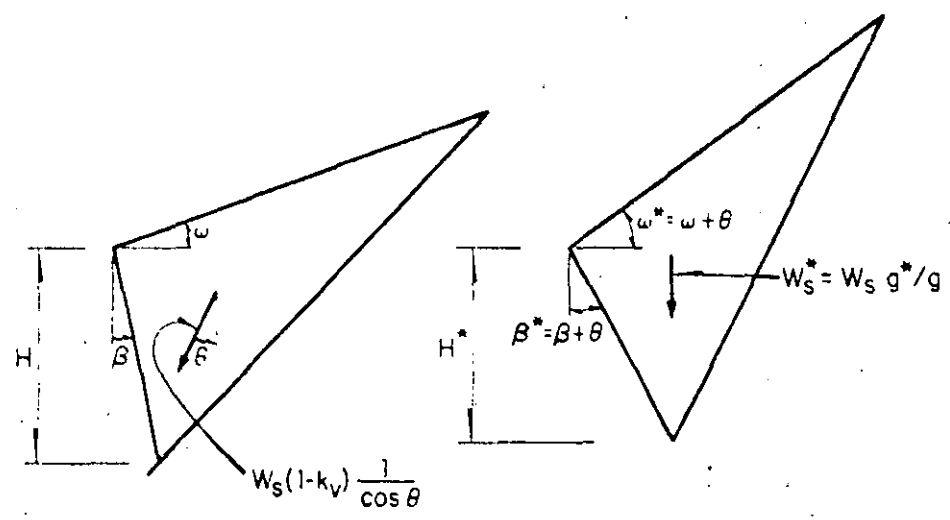


Fig 9. Artificio de gravedad aparente

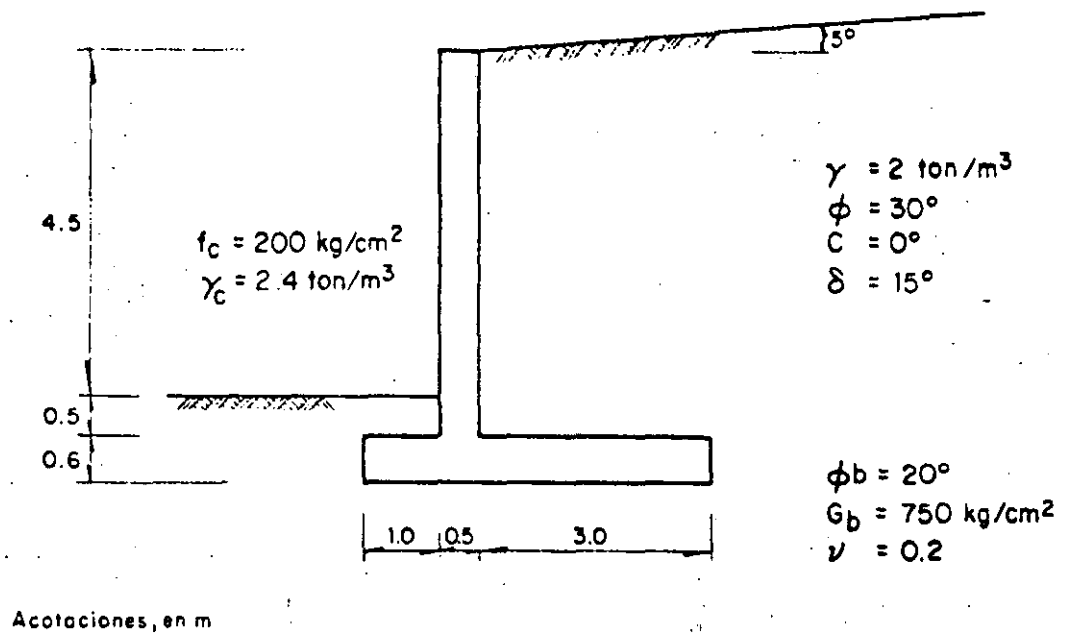


Fig 10. Datos del ejemplo 1

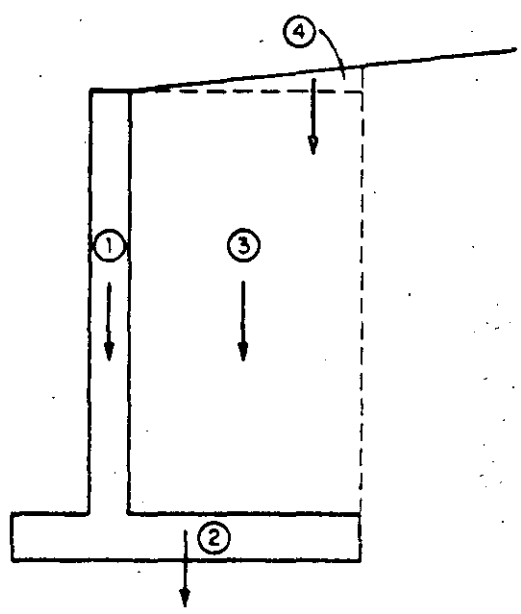


Fig 11. Fuerzas gravitacionales

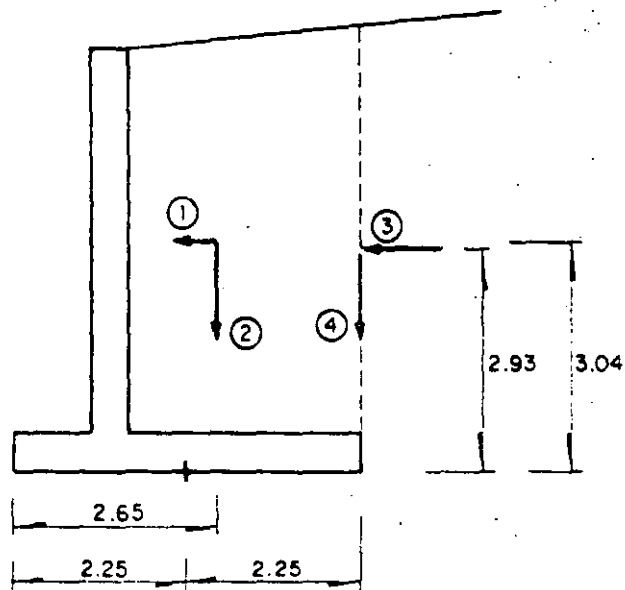


Fig 12. Fuerzas en el muro y el relleno asociado y empuje activo sísmico

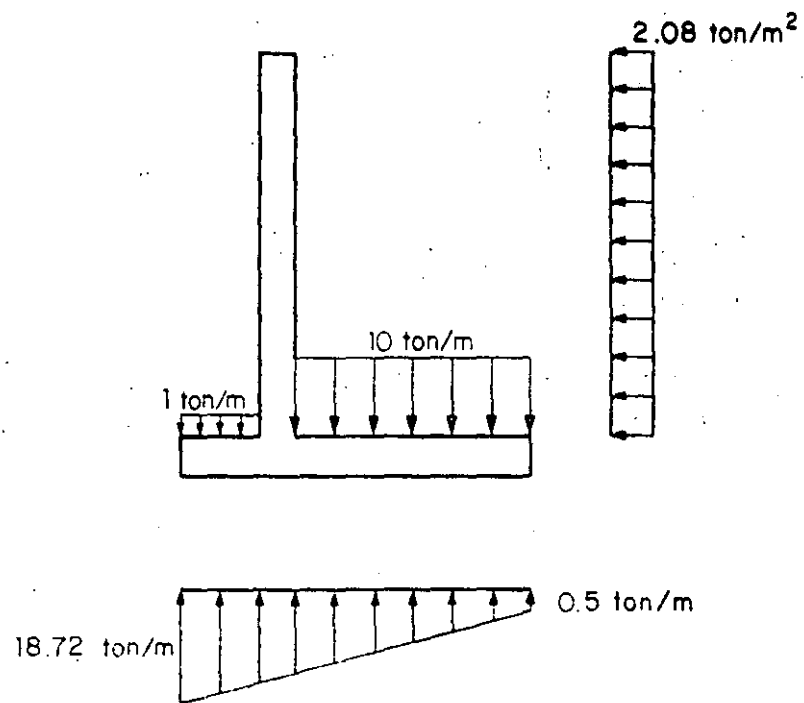


Fig 13 Solicitaciones para diseño estructural

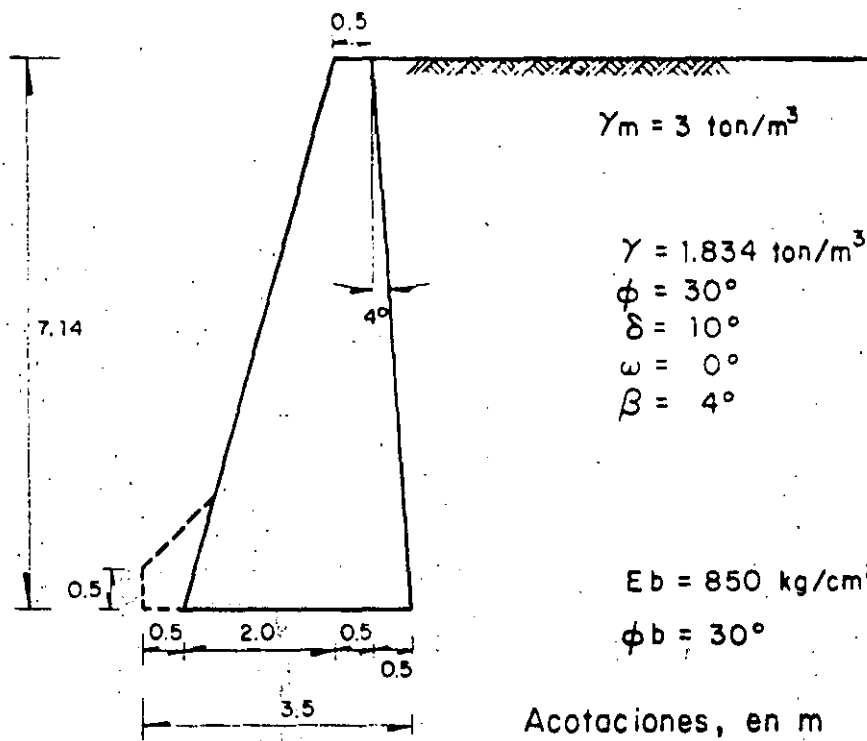


Fig 14 Datos para el ejemplo 2

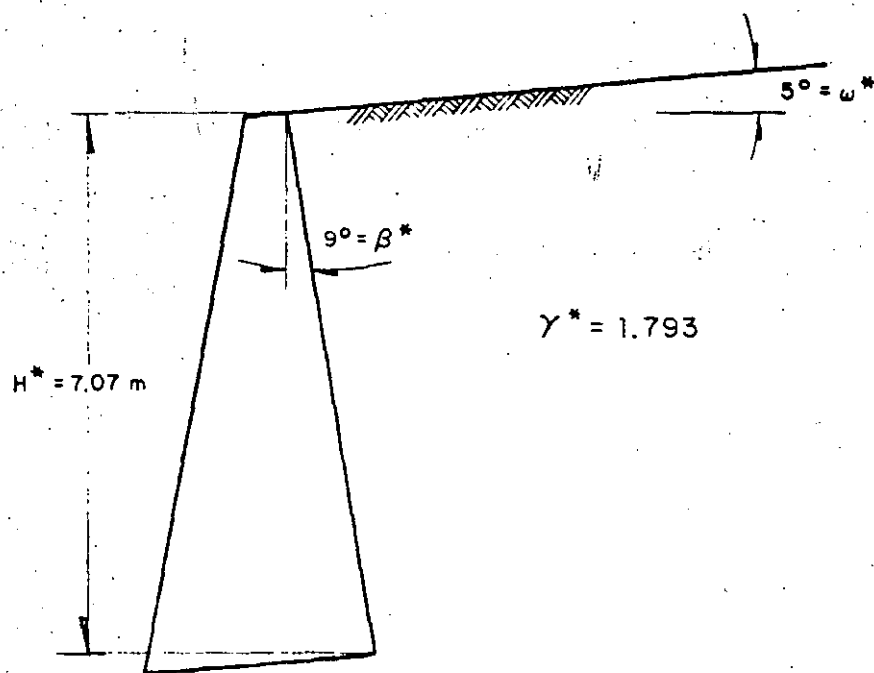


Fig 15 Geometria del muro del problema 2 modificada con el artificio de gravedad aparente

APENDICE A

En las tablas se dan algunos valores del coeficiente sísmico de empuje activo obtenidos con la fórmula de Mononobe-Okabe.

En ellas:

$$FI = \phi = 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$$

$$DELT = \delta = 0^\circ, \phi/2, \phi$$

$$BET = \beta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$$

$$OMEG = \omega = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$$

$$TAN = \tan\theta = \frac{k_h}{1-k_v}$$

en donde ϕ , δ , β , ω , k_h , k_v se definen como en el capítulo 4.

El término $\sin(\phi - \theta - \omega)$ que aparece en la radical de la expresión para el coeficiente de empuje, ec 3, debe ser positivo ya que cuando adquiere valores negativos no existe solución real. Físicamente esto corresponde a una situación de inestabilidad indicada en las tablas por asteriscos. Por lo anterior la inclinación del relleno deberá ser tal que

$$\omega \leq \phi - \theta$$

FI = 20.0 DLI = 0.0 IIT = 0.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	
0.00	0.40	11	0.41	19	0.44	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.88
0.05	0.47	42	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.10	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.15	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.20	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.25	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.30	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.35	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.40	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.45	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88
0.50	0.47	48	0.44	50	0.46	0.49	0.52	0.56	0.63	0.73	0.88

FI = 20.0 DLI = 10.0 IIT = 0.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	
0.00	0.35	57	0.37	37	0.39	0.41	0.44	0.48	0.53	0.60	0.89
0.05	0.37	85	0.39	99	0.42	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.10	0.40	31	0.42	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.15	0.43	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.20	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.25	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.30	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.35	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.40	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.45	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89
0.50	0.44	31	0.44	38	0.44	0.45	0.48	0.53	0.59	0.72	0.89

FI = 20.0 DLI = 20.0 IIT = 0.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	
0.00	0.33	13	0.37	05	0.37	0.39	0.42	0.46	0.51	0.60	0.93
0.05	0.33	29	0.40	08	0.40	0.43	0.45	0.51	0.58	0.73	0.93
0.10	0.33	29	0.40	08	0.40	0.43	0.45	0.51	0.58	0.73	0.93
0.15	0.41	22	0.44	22	0.47	0.52	0.57	0.64	0.73	0.88	0.93
0.20	0.44	22	0.47	22	0.50	0.55	0.60	0.68	0.78	0.93	0.93
0.25	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93
0.30	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93
0.35	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93
0.40	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93
0.45	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93
0.50	0.47	22	0.50	22	0.53	0.58	0.63	0.72	0.83	0.93	0.93

FI = 20.0 DLI = 0.0 IIT = 10.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	
0.00	0.44	67	0.47	07	0.49	0.52	0.55	0.65	0.73	1.01	
0.05	0.46	68	0.49	33	0.52	0.55	0.59	0.64	0.71	0.83	0.93
0.10	0.48	82	0.51	77	0.55	0.58	0.63	0.69	0.79	0.93	0.93
0.15	0.51	11	0.54	44	0.58	0.62	0.67	0.76	0.91	0.93	0.93
0.20	0.53	11	0.57	29	0.62	0.66	0.71	0.81	0.93	0.93	0.93
0.25	0.56	22	0.60	41	0.65	0.70	0.76	0.87	0.93	0.93	0.93
0.30	0.59	10	0.63	87	0.69	0.74	0.80	0.92	0.93	0.93	0.93
0.35	0.62	23	0.67	71	0.74	0.79	0.85	0.97	0.93	0.93	0.93
0.40	0.65	65	0.72	03	0.80	0.85	0.91	1.03	0.93	0.93	0.93
0.45	0.68	44	0.76	07	0.84	0.89	0.95	1.07	0.93	0.93	0.93
0.50	0.73	66	0.82	73	0.91	0.97	1.03	1.15	0.93	0.93	0.93

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.05	0.44	0.42	0.40	0.38	0.36	0.34	0.32	0.30	0.28
0.10	0.10	0.88	0.84	0.80	0.76	0.72	0.68	0.64	0.60	0.56
0.15	0.15	1.32	1.26	1.20	1.14	1.08	1.02	0.96	0.90	0.84
0.20	0.20	1.76	1.68	1.60	1.52	1.44	1.36	1.28	1.20	1.12
0.25	0.25	2.20	2.10	2.00	1.90	1.80	1.70	1.60	1.50	1.40
0.30	0.30	2.64	2.52	2.40	2.28	2.16	2.04	1.92	1.80	1.68
0.35	0.35	3.08	2.94	2.80	2.64	2.48	2.32	2.16	2.00	1.84
0.40	0.40	3.52	3.36	3.20	3.00	2.80	2.60	2.40	2.20	2.00
0.45	0.45	3.96	3.78	3.60	3.36	3.12	2.88	2.64	2.40	2.16
0.50	0.50	4.40	4.20	4.00	3.72	3.44	3.16	2.88	2.60	2.32

FI = 20.0 DML = 2.0 LIT = 10.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.05	0.33	0.32	0.31	0.30	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25
0.10	0.10	0.66	0.64	0.62	0.60	0.58	0.56	0.54	0.52	0.50
0.15	0.15	0.99	0.96	0.93	0.90	0.87	0.84	0.81	0.78	0.75
0.20	0.20	1.32	1.28	1.24	1.20	1.16	1.12	1.08	1.04	1.00
0.25	0.25	1.65	1.60	1.54	1.48	1.42	1.36	1.30	1.24	1.18
0.30	0.30	1.98	1.92	1.84	1.76	1.68	1.60	1.52	1.44	1.36
0.35	0.35	2.31	2.24	2.14	2.04	1.94	1.84	1.74	1.64	1.54
0.40	0.40	2.64	2.56	2.44	2.32	2.20	2.08	1.96	1.84	1.72
0.45	0.45	2.97	2.88	2.74	2.60	2.46	2.32	2.18	2.04	1.90
0.50	0.50	3.30	3.20	3.04	2.88	2.72	2.56	2.40	2.24	2.08

FI = 20.0 DML = 0.0 LIT = 20.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.05	0.44	0.43	0.42	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37	0.36
0.10	0.10	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72
0.15	0.15	1.32	1.29	1.26	1.23	1.20	1.17	1.14	1.11	1.08
0.20	0.20	1.76	1.72	1.68	1.64	1.60	1.56	1.52	1.48	1.44
0.25	0.25	2.20	2.15	2.10	2.04	1.98	1.92	1.86	1.80	1.74
0.30	0.30	2.64	2.58	2.51	2.44	2.36	2.28	2.20	2.12	2.04
0.35	0.35	3.08	3.01	2.93	2.84	2.74	2.64	2.54	2.44	2.34
0.40	0.40	3.52	3.44	3.34	3.22	3.10	2.98	2.86	2.74	2.62
0.45	0.45	3.96	3.87	3.76	3.62	3.48	3.34	3.20	3.06	2.92
0.50	0.50	4.40	4.30	4.18	4.02	3.86	3.70	3.54	3.38	3.22

FI = 20.0 DEL = 10.0 LIT = 20.0

TAN	DMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.05	0.45	0.44	0.43	0.42	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37
0.10	0.10	0.90	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74
0.15	0.15	1.35	1.32	1.29	1.26	1.23	1.20	1.17	1.14	1.11
0.20	0.20	1.80	1.76	1.71	1.66	1.61	1.56	1.51	1.46	1.41
0.25	0.25	2.25	2.20	2.14	2.07	2.00	1.93	1.86	1.79	1.72
0.30	0.30	2.70	2.64	2.56	2.47	2.38	2.29	2.20	2.11	2.02
0.35	0.35	3.15	3.08	2.98	2.87	2.76	2.64	2.52	2.40	2.28
0.40	0.40	3.60	3.52	3.40	3.27	3.14	3.00	2.86	2.72	2.58
0.45	0.45	4.05	3.96	3.82	3.67	3.52	3.36	3.20	3.04	2.88
0.50	0.50	4.50	4.40	4.24	4.07	3.90	3.72	3.54	3.36	3.18

FI = 25.0 LLL = 0.0 LLT = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.43855	0.44025	0.44195	0.44365	0.44535	0.44705	0.44875	0.45045	0.45215	0.45385
0.05	0.44272	0.44442	0.44612	0.44782	0.44952	0.45122	0.45292	0.45462	0.45632	0.45802
0.10	0.44689	0.44859	0.45029	0.45199	0.45369	0.45539	0.45709	0.45879	0.46049	0.46219
0.15	0.45106	0.45276	0.45446	0.45616	0.45786	0.45956	0.46126	0.46296	0.46466	0.46636
0.20	0.45523	0.45693	0.45863	0.46033	0.46203	0.46373	0.46543	0.46713	0.46883	0.47053
0.25	0.45940	0.46110	0.46280	0.46450	0.46620	0.46790	0.46960	0.47130	0.47300	0.47470
0.30	0.46357	0.46527	0.46697	0.46867	0.47037	0.47207	0.47377	0.47547	0.47717	0.47887
0.35	0.46774	0.46944	0.47114	0.47284	0.47454	0.47624	0.47794	0.47964	0.48134	0.48304
0.40	0.47191	0.47361	0.47531	0.47701	0.47871	0.48041	0.48211	0.48381	0.48551	0.48721
0.45	0.47608	0.47778	0.47948	0.48118	0.48288	0.48458	0.48628	0.48798	0.48968	0.49138
0.50	0.48025	0.48195	0.48365	0.48535	0.48705	0.48875	0.49045	0.49215	0.49385	0.49555

FI = 25.0 LLL = 12.5 LLT = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3465	0.3674	0.3889	0.4150	0.4433	0.4762	0.5216	0.5809	0.6633	0.7707
0.05	0.3681	0.3916	0.4173	0.4464	0.4804	0.5220	0.5784	0.6509	0.7463	0.8663
0.10	0.3913	0.4180	0.4475	0.4814	0.5219	0.5730	0.6436	0.7390	0.8590	1.0000
0.15	0.4165	0.4461	0.4809	0.5206	0.5696	0.6340	0.7299	0.8507	1.0000	1.1667
0.20	0.4433	0.4781	0.5181	0.5654	0.6254	0.7089	0.8207	1.0000	1.1667	1.3500
0.25	0.4737	0.5134	0.5597	0.6166	0.6919	0.8057	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500
0.30	0.5062	0.5553	0.6007	0.6743	0.7793	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.35	0.5415	0.6033	0.6723	0.7634	0.8887	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.40	0.5785	0.6592	0.7597	0.8850	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667
0.45	0.6174	0.7227	0.8537	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667	1.7667
0.50	0.6584	0.7827	0.9357	1.1000	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667	1.7667	1.7667

FI = 25.0 DEL = 25.0 LLT = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3345	0.3567	0.3811	0.4084	0.4380	0.4708	0.5276	0.5960	0.6760	0.7680
0.05	0.3560	0.3814	0.4123	0.4455	0.4818	0.5214	0.5755	0.6449	0.7269	0.8210
0.10	0.3850	0.4143	0.4497	0.4884	0.5308	0.5778	0.6325	0.7030	0.7890	0.8910
0.15	0.4144	0.4488	0.4897	0.5382	0.5958	0.6538	0.7230	0.8040	0.8970	1.0000
0.20	0.4464	0.4850	0.5333	0.5919	0.6613	0.7418	0.8340	0.9380	1.0000	1.0000
0.25	0.4824	0.5324	0.5931	0.6653	0.7503	0.8480	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500
0.30	0.5224	0.5824	0.6546	0.7403	0.8403	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.35	0.5676	0.6323	0.7136	0.8144	0.9301	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.40	0.6188	0.6966	0.7990	0.9253	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667
0.45	0.6772	0.7711	0.8812	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667	1.7667
0.50	0.7447	0.8616	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667	1.7667	1.7667

FI = 25.0 DEL = 0.0 LLT = 20.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4423	0.4707	0.5000	0.5322	0.5690	0.6110	0.6623	0.7300	0.8160	0.9210
0.05	0.4604	0.4914	0.5244	0.5607	0.6019	0.6499	0.7069	0.7860	0.8860	1.0000
0.10	0.4799	0.5137	0.5500	0.5914	0.6388	0.6939	0.7579	0.8420	0.9510	1.0000
0.15	0.5004	0.5375	0.5780	0.6240	0.6769	0.7379	0.8140	0.9190	1.0000	1.0000
0.20	0.5224	0.5644	0.6140	0.6720	0.7399	0.8180	0.9240	1.0000	1.0000	1.0000
0.25	0.5467	0.5930	0.6484	0.7160	0.7969	0.8900	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500
0.30	0.5728	0.6247	0.6864	0.7580	0.8429	0.9500	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500
0.35	0.6012	0.6597	0.7280	0.8080	0.9019	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.40	0.6323	0.6987	0.7760	0.8680	0.9769	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667
0.45	0.6666	0.7427	0.8320	0.9380	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667
0.50	0.7044	0.7927	0.8960	1.0000	1.1667	1.3500	1.5500	1.7667	1.7667	1.7667

FI = 30.0 FLL = 3.0 FLT = 0.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20
0.00	0.2392	0.2111	0.2250	0.2800	0.2972	0.3176	0.3429	0.3760	0.4	
0.05	0.2624	0.2769	0.2950	0.3111	0.3322	0.3577	0.3902	0.4346	0.5	
0.10	0.2915	0.3050	0.3241	0.3451	0.3721	0.4042	0.4464	0.5054	0.6	
0.15	0.3266	0.3390	0.3581	0.3851	0.4181	0.4592	0.5124	0.5854	0.7	
0.20	0.3687	0.3800	0.4001	0.4307	0.4713	0.5250	0.6037	0.7469	0.8	
0.25	0.4178	0.4290	0.4491	0.4842	0.5339	0.6054	0.7203	0.9112	0.9	
0.30	0.4749	0.4860	0.5061	0.5452	0.6001	0.6842	0.8153	1.0112	1.0	
0.35	0.5390	0.5500	0.5701	0.6142	0.6701	0.7642	0.8953	1.0112	1.0	
0.40	0.6101	0.6210	0.6411	0.6892	0.7501	0.8542	1.0112	1.0112	1.0	
0.45	0.6872	0.6980	0.7181	0.7702	0.8301	0.9442	1.0112	1.0112	1.0	
0.50	0.7703	0.7810	0.8011	0.8592	0.9201	1.0442	1.0112	1.0112	1.0	

FI = 30.0 FLL = 0.0 FLT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20
0.00	0.3314	0.3762	0.3960	0.4123	0.4317	0.4533	0.4860	0.5475	0.5	
0.05	0.3725	0.4172	0.4370	0.4533	0.4727	0.4943	0.5270	0.6085	0.6	
0.10	0.4136	0.4583	0.4781	0.4943	0.5137	0.5353	0.5680	0.6695	0.7	
0.15	0.4547	0.4994	0.5192	0.5353	0.5547	0.5763	0.6090	0.7205	0.8	
0.20	0.4958	0.5405	0.5603	0.5763	0.5957	0.6173	0.6500	0.7715	0.9	
0.25	0.5369	0.5816	0.6014	0.6173	0.6367	0.6583	0.6910	0.8225	1.0	
0.30	0.5780	0.6227	0.6425	0.6583	0.6777	0.6993	0.7320	0.8735	1.0	
0.35	0.6191	0.6638	0.6836	0.6993	0.7187	0.7403	0.7730	0.9245	1.0	
0.40	0.6602	0.7049	0.7247	0.7403	0.7597	0.7813	0.8140	0.9755	1.0	
0.45	0.7013	0.7460	0.7658	0.7813	0.8007	0.8223	0.8550	1.0265	1.0	
0.50	0.7424	0.7871	0.8069	0.8223	0.8417	0.8633	0.8960	1.0775	1.0	

FI = 30.0 FLL = 15.0 FLT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20
0.00	0.2997	0.3170	0.3355	0.3557	0.3784	0.4048	0.4368	0.4777	0.5	
0.05	0.3299	0.3472	0.3657	0.3859	0.4111	0.4431	0.4840	0.5357	0.6	
0.10	0.3601	0.3774	0.3959	0.4161	0.4413	0.4733	0.5142	0.5759	0.7	
0.15	0.3903	0.4076	0.4261	0.4463	0.4715	0.5035	0.5444	0.6061	0.8	
0.20	0.4205	0.4378	0.4563	0.4765	0.5017	0.5337	0.5746	0.6363	0.9	
0.25	0.4507	0.4680	0.4865	0.5067	0.5319	0.5639	0.6048	0.6665	1.0	
0.30	0.4809	0.4982	0.5167	0.5369	0.5621	0.5941	0.6350	0.6967	1.0	
0.35	0.5111	0.5284	0.5469	0.5671	0.5923	0.6243	0.6652	0.7269	1.0	
0.40	0.5413	0.5586	0.5771	0.5973	0.6225	0.6545	0.6954	0.7571	1.0	
0.45	0.5715	0.5888	0.6073	0.6275	0.6527	0.6847	0.7256	0.7873	1.0	
0.50	0.6017	0.6190	0.6375	0.6577	0.6829	0.7149	0.7558	0.8175	1.0	

FI = 30.0 FLL = 30.0 FLT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20
0.00	0.2971	0.3161	0.3365	0.3591	0.3847	0.4149	0.4519	0.4999	0.5	
0.05	0.3215	0.3405	0.3609	0.3835	0.4091	0.4401	0.4781	0.5281	0.6	
0.10	0.3459	0.3649	0.3853	0.4079	0.4335	0.4645	0.5025	0.5525	0.7	
0.15	0.3703	0.3893	0.4107	0.4333	0.4589	0.4909	0.5289	0.5809	0.8	
0.20	0.3947	0.4137	0.4351	0.4577	0.4833	0.5153	0.5533	0.6053	0.9	
0.25	0.4191	0.4381	0.4595	0.4821	0.5077	0.5407	0.5787	0.6307	1.0	
0.30	0.4435	0.4625	0.4839	0.5065	0.5321	0.5651	0.6031	0.6551	1.0	
0.35	0.4679	0.4869	0.5083	0.5309	0.5565	0.5895	0.6275	0.6805	1.0	
0.40	0.4923	0.5113	0.5327	0.5553	0.5809	0.6139	0.6519	0.7059	1.0	
0.45	0.5167	0.5357	0.5571	0.5807	0.6063	0.6393	0.6773	0.7313	1.0	
0.50	0.5411	0.5601	0.5815	0.6041	0.6297	0.6627	0.7007	0.7547	1.0	

APENDICE B

En las tablas se dan los coeficientes de empuje activo por gravedad y sismo para rellenos cohesivo-friccionantes, K_{AS}^C (ec 4). El algoritmo utilizado para calcularlos es equivalente al método de la cuña de prueba cuando el relleno tiene pendiente uniforme. El programa calcula los empujes dados por

$$E = \frac{W_v \tan(\alpha - \phi) + C_m \operatorname{sen}\beta - \operatorname{coss} \tan(\alpha - \phi) + W_h}{\operatorname{cos}(\beta + \delta) + \operatorname{sen}(\beta + \delta) \tan(\alpha - \phi)}$$

En donde $W_v = (1 - k_v) W$; $W_h = k_h W$; $C_s =$ cohesión del suelo; $C_m =$ cohesión del muro. El programa calcula el empuje para diferentes valores de α , inclinación de una cuña de suelo, hasta encontrar el máximo. Cuando el empuje crece monótonicamente se presenta una situación de inestabilidad señalada por asteriscos en las tablas. Los valores de los coeficientes están dados en términos de los parámetros adicionales

$$ET = \eta$$

$$CSI = \xi$$

en donde η y ξ están definidos por las ecs 5 y 6. Los programas de este apéndice y el anterior están a disposición de los interesados.

***** AKV=APH/3 *****

FI= 25.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DML	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1693	0.1834	0.2000	0.2206	0.2476
0.05	0.1682	0.2152	0.2335	0.2618	0.2973
0.10	0.2263	0.2588	0.2741	0.3072	0.3548
0.15	0.2598	0.2844	0.3156	0.3582	0.4249
0.20	0.2927	0.3224	0.3613	0.4173	0.5190
0.25	0.3275	0.3634	0.4123	0.4892	*****
0.30	0.3644	0.4081	0.4710	0.5854	*****
0.35	0.4038	0.4576	0.5414	*****	*****

FI= 25.00 DEL= 16.67 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DML	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1514	0.1744	0.1802	0.1998	0.2257
0.05	0.1793	0.2105	0.2215	0.2406	0.2757
0.10	0.2000	0.2390	0.2533	0.2870	0.3356
0.15	0.2240	0.2753	0.2968	0.3406	0.4110
0.20	0.2744	0.3311	0.3533	0.4047	0.5100
0.25	0.3116	0.3890	0.4011	0.4854	*****
0.30	0.3516	0.4483	0.4672	0.5982	*****
0.35	0.3953	0.4844	0.5493	*****	*****

FI= 25.00 DEL= 0.00 BET= 10.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DML	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2688	0.2899	0.3153	0.3462	0.3864
0.05	0.2955	0.3200	0.3506	0.3882	0.4390
0.10	0.3242	0.3534	0.3891	0.4352	0.5015
0.15	0.3544	0.3885	0.4314	0.4889	0.5800
0.20	0.3864	0.4264	0.4781	0.5526	0.6917
0.25	0.4206	0.4678	0.5316	0.6322	*****
0.30	0.4572	0.5130	0.5942	0.7442	*****
0.35	0.4968	0.5550	0.6711	*****	*****

FI= 25.00 DEL= 16.67 BET= 10.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DML	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2480	0.2794	0.2948	0.3262	0.3677
0.05	0.2767	0.3070	0.3326	0.3718	0.4258
0.10	0.3074	0.3375	0.3749	0.4215	0.4971
0.15	0.3407	0.3766	0.4225	0.4862	0.5901
0.20	0.3767	0.4199	0.4774	0.5619	0.7204
0.25	0.4161	0.4655	0.5411	0.6603	*****
0.30	0.4594	0.5237	0.6185	0.8050	*****
0.35	0.5075	0.5775	0.7173	*****	*****

FI= 30.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DML	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1189	0.1283	0.1392	0.1522	0.1665
0.05	0.1256	0.1372	0.1470	0.1875	0.2069
0.10	0.1336	0.1474	0.1544	0.2256	0.2537
0.15	0.2019	0.2191	0.2340	0.2670	0.3044
0.20	0.2317	0.2525	0.2705	0.3128	0.3635
0.25	0.2628	0.2879	0.3200	0.3644	0.4359
0.30	0.2954	0.3257	0.3656	0.4242	0.5346
0.35	0.3297	0.3662	0.4164	0.4966	*****

FI= 30.00 DEL= 20.00 BET= 0.60 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMEU	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.10668	0.11551	0.12556	0.13799	0.15334
0.05	0.11552	0.12551	0.13799	0.15334	0.17193
0.10	0.12551	0.13799	0.15334	0.17193	0.19334
0.15	0.13799	0.15334	0.17193	0.19334	0.21799
0.20	0.15334	0.17193	0.19334	0.21799	0.24668
0.25	0.17193	0.19334	0.21799	0.24668	0.27999
0.30	0.19334	0.21799	0.24668	0.27999	0.31799
0.35	0.21799	0.24668	0.27999	0.31799	0.36168

FI= 30.00 DEL= 0.00 BET= 10.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMEU	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.21512	0.22312	0.24996	0.27113	0.29903
0.05	0.22411	0.23212	0.25812	0.27979	0.30714
0.10	0.23310	0.24111	0.26711	0.28916	0.31714
0.15	0.24209	0.25010	0.27610	0.29616	0.32714
0.20	0.25108	0.25909	0.28509	0.30508	0.33612
0.25	0.26007	0.26807	0.29400	0.31400	0.34504
0.30	0.26905	0.27707	0.30300	0.32300	0.35402
0.35	0.27803	0.28600	0.31200	0.33200	0.36300

FI= 30.00 DEL= 20.00 BET= 10.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMEU	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.20008	0.2167	0.2351	0.2571	0.2846
0.05	0.20808	0.22470	0.2433	0.2667	0.2943
0.10	0.21608	0.23270	0.2517	0.2761	0.3040
0.15	0.22408	0.24111	0.2607	0.2850	0.3137
0.20	0.23208	0.24954	0.2695	0.2940	0.3234
0.25	0.24008	0.25751	0.2784	0.3030	0.3331
0.30	0.24808	0.26548	0.2873	0.3120	0.3428
0.35	0.25608	0.27346	0.2962	0.3210	0.3525

FI= 35.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMEU	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.0777	0.0837	0.0905	0.0985	0.1062
0.05	0.1023	0.1099	0.1180	0.1263	0.1342
0.10	0.1270	0.1357	0.1448	0.1542	0.1637
0.15	0.1517	0.1615	0.1717	0.1822	0.1929
0.20	0.1764	0.1875	0.1990	0.2108	0.2228
0.25	0.2011	0.2136	0.2265	0.2397	0.2531
0.30	0.2258	0.2397	0.2540	0.2687	0.2836
0.35	0.2505	0.2658	0.2815	0.2976	0.3139

FI= 35.00 DEL= 23.33 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMEU	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.0706	0.0762	0.0825	0.0900	0.0992
0.05	0.0942	0.1015	0.1099	0.1201	0.1327
0.10	0.1178	0.1265	0.1366	0.1483	0.1617
0.15	0.1414	0.1517	0.1634	0.1766	0.1915
0.20	0.1650	0.1768	0.1900	0.2047	0.2210
0.25	0.1886	0.2018	0.2165	0.2327	0.2504
0.30	0.2122	0.2268	0.2429	0.2604	0.2804
0.35	0.2358	0.2518	0.2693	0.2882	0.3087

FI= 35.00 DEL= 0.00 BF_T= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DMEL	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.0000	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0005	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0010	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0015	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0020	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0025	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0030	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863
0.0035	0.1699	0.1416	0.1194	0.1021	0.0863

FI= 35.00 DEL= 23.33 BF_T= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN / DMEL	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1612	0.1730	0.1863	0.2018	0.2200
0.05	0.1872	0.2014	0.2178	0.2372	0.2613
0.10	0.2149	0.2232	0.2321	0.2465	0.2675
0.15	0.2445	0.2452	0.2498	0.2504	0.2566
0.20	0.2762	0.2704	0.2614	0.2599	0.2577
0.25	0.3103	0.2934	0.2770	0.2666	0.2595
0.30	0.3472	0.3134	0.2894	0.2725	0.2599
0.35	0.3871	0.3309	0.2982	0.2709	0.2555



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

**PROBLEMATICA DE LA INGENIERIA DE CIMENTACIONES
EN EL VALLE DE MEXICO. ASPECTOS SISMICOS**

DR. MIGUEL P. ROMO

DR. ALBERTO JAIME

OCTUBRE 1992

PROBLEMATICA DE LA INGENIERIA DE CIMENTACIONES EN EL VALLE DE MEXICO. ASPECTOS SISMICOS

Miguel P. Romo, Instituto de Ingeniería
Investigador Nacional

1. INTRODUCCION

El efecto de las condiciones locales en las características de los movimientos sísmicos del terreno ha sido reconocido desde los inicios de la sismología. Quizá la primera cuantificación de la amplificación de las vibraciones causadas por un temblor fue obtenida por *Reid* (1910) en un estudio del sismo de San Francisco en el año 1906. Con base en estimaciones de las aceleraciones máximas del terreno, *Reid* propuso factores de amplificación para diferentes tipos de suelo, los cuales varían de uno para arenisca, ocho para rellenos artificiales y doce para suelo muy blando. Por otro lado, de estudios de registros obtenidos en 25 estaciones localizadas en un radio de 50 km de la estación de referencia en la roca, *Gutenberg* (1957) concluyó que los depósitos aluviales amplificaban los movimientos sísmicos unas cinco veces y que en suelos blandos saturados las amplificaciones eran del orden de diez. *Gutenberg* también notó que el efecto de la amplificación era dependiente de la frecuencia. Estudios más recientes (*Campbell y Duke*, 1974; *Seed et al.*, 1976) han llegado a conclusiones similares, indicando claramente que las condiciones locales afectan la intensidad y las características de los movimientos sísmicos del terreno.

En México también se ha reconocido el efecto de las condiciones locales. Rosenblueth (1952) mostró que los depósitos de suelo blando amplificaban significativamente los movimientos sísmicos en terreno firme. Estudios posteriores (Herrera y Rosenblueth, 1965; Rosenblueth y Elorduy, 1969; Seed e Idriss, 1969; Romo y Jaime, 1986; Romo y Seed, 1986; Romo y Jaime, 1987) han demostrado plenamente que en el valle de México los depósitos arcillosos afectan notablemente la intensidad y las características de los sismos que ocurren en la ciudad capital. De hecho, uno de los aspectos más impactantes de los efectos de los sismos de septiembre de 1985 en la ciudad de México fue la gran diferencia entre las intensidades de los movimientos sísmicos y daños asociados en diferentes partes de la ciudad. Al suroeste los movimientos del terreno fueron moderados y el daño menor. Por otra parte, al norte de la ciudad hubo daños catastróficos y el registro obtenido en el extremo sur de esta zona de gran daño mostró la gran intensidad de los movimientos sísmicos ocurridos.

En sismos anteriores se habían observado patrones similares de daños y estas diferencias se atribuyeron a las condiciones locales variables encontradas en la ciudad de México.

El propósito de este artículo es presentar los resultados de estudios realizados a raíz de los sismos de septiembre de 1985 para explorar la relación entre las condiciones del suelo y los movimientos del terreno registrados durante estos eventos sísmicos, en diversas partes del valle de México. También se muestra cómo con un modelo unidimensional de propagación de ondas sísmicas se pueden reproducir los movimientos registrados en varias estaciones localizadas en los depósitos de suelo blando en el valle de México. Finalmente, se hacen algunas

reflexiones sobre la posibilidad de reducir la severidad de la excitación dinámica, a la que son sometidas las estructuras, con diseños adecuados de las cimentaciones.

2. CONDICIONES GENERALES DEL SUELO

Derrames volcánicos a través de diferentes épocas geológicas han depositado grandes cantidades de toba, lava y brecha que afloran generalmente hacia las lomas de la zona Metropolitana. El medio ambiente lacustre que prevaleció durante periodos prolongados favoreció la deposición de volúmenes significativos de partículas finas de ceniza volcánica que hoy constituyen los depósitos potentes de suelo blando encontrados en la ciudad de México.

Con base en las características geotécnicas Marsal y Mazari (1959) definieron tres zonas en la ciudad de México: la del Lago, de Transición y de Lomas. En la definición de la zona del Lago ellos sólo incluyeron el lago de Texcoco debido a que la información existente se concentraba en esta área por razones del desarrollo urbano. A medida que se ha acumulado e interpretado información reciente, resultó evidente la conexión entre los lagos de Texcoco y Xochimilco-Chalco y, por tanto, se consideró apropiado extender la zona del Lago para incluir ambas cuencas (Jaime, 1987). En la Fig 1 se muestra de manera esquemática la nueva zonificación y la localización de los observatorios en donde se registraron los movimientos sísmicos que se discutirán en este artículo.

Como es de todos conocido, la ciudad de México se asentó en la rivera oeste del lago de Texcoco, por consiguiente, mientras que gran parte de la ciudad en el oeste está sobre roca y depósitos de suelo firme, la parte

este de la ciudad está subyacida por depósitos potentes de suelo blando, como se indica en los perfiles norte-sur y este-oeste presentados en las Figs 2 y 3.

En la zona del Lago, los depósitos arcillosos, que tienen velocidades de onda de corte que varían entre 40 y 90 m/s, son subyacidos por una formación muy resistente (depósitos profundos) con velocidades del orden de 600 m/s o mayores. Este contraste tan importante en velocidades de onda y la gran extensión horizontal de los estratos de arcilla comparada con sus espesores, facilitan considerablemente el análisis de los efectos de propagación de ondas sísmicas en la ciudad de México. Los contornos que indican la profundidad aproximada a los depósitos profundos se muestran en la Fig 4 (Jaime, 1987; Romo et al, 1988).

Es importante señalar que los levantamientos de daños muestran que las estructuras que se derrumbaron o sufrieron daños graves en los sismos de septiembre 19 y 20 de 1985 están incluidas en las zonas limitadas por las líneas discontinuas en la Fig 4. Los espesores de los depósitos de arcilla, en las zonas de mayor daño, varían entre 25 y 46 m. En las partes de la ciudad con espesores de arcilla menores ó mayores, el daño fue relativamente menor. De acuerdo con las estadísticas, en la zona de gran daño los edificios más afectados fueron aquellos con alturas entre los 6 y 18 pisos.

3. MOVIMIENTOS SISMICOS DEL SUELO

Durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 se obtuvieron registros de los movimientos del terreno en diferentes sitios en el valle de México. En la Fig 1 se muestra la localización de las estaciones de observación cuyos registros se comentan en este artículo.

Ciudad Universitaria (CU)

En este sitio (localizado en la zona de Lomas) existe una capa de lava fracturada de unos doce metros de espesor que sobreyace la formación de los depósitos profundos (ver Fig. 2). Las velocidades de propagación de onda de corte, V_s , varían de 450 a 600 m/s para profundidades entre 12 y 21 m. Sin embargo, el espesor de la lava superficial (velocidades del orden de 215 m/s) es variable y se pueden observar afloramientos de la roca blanda que forma los depósitos profundos, lo cual hace pensar que las condiciones en esta área son representativas de la capa firme que subyace los depósitos de arcilla en la ciudad de México.

En la Fig 5 se muestran los espectros de respuesta de aceleraciones de las cuatro componentes horizontales de los movimientos registrados en las dos estaciones de campo libre (fuera de la influencia de estructuras cercanas). Aunque los espectros muestran variación, tienen características generales comunes: se tienen picos en las frecuencias de 0.5 y 1.2 Hz. La aceleración máxima del terreno fue del orden de 0.038 g, y la amplitud espectral máxima fue aproximadamente 0.13 g.

Viveros Coyoacán (VC)

Este sitio se encuentra en la zona de Transición donde el subsuelo se caracteriza por la variabilidad de sus perfiles estratigráficos. Se tienen secuencias de estratos compactos de materiales limosos y arenosos y capas de arcilla de consistencia media. Las velocidades de onda V_s varían entre unos 80 y 120 m/s en las capas de arcilla, y entre 247 y 330 m/s, en los estratos de suelos limosos y arenosos.

En la Fig 6 se muestran los espectros de respuesta de aceleraciones de las dos componentes horizontales de los movimientos registrados en la estación. Se puede observar que se define más claramente una frecuencia predominante del orden de 1.5 Hz, aunque también se tienen picos alrededor de 0.45 y 0.75 Hz. Comparando los movimientos del suelo con los de CU, se observa que fueron ligeramente más intensos en esta estación. La aceleración máxima en la superficie del terreno fue del orden de 0.043 g y la aceleración espectral máxima fue aproximadamente 0.16 g.

Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT)

Las condiciones del subsuelo en este sitio consisten de una capa de mezclas de arena, limo y arcilla de 4 m de espesor y valores de $V_s \approx 100$ m/s, seguida de un estrato de arcilla, de 27 m de espesor, con intercalaciones de lentes de arena limosa, vidrio volcánico, ceniza volcánica, arena y limos; las velocidades de onda V_s varían de unos 40 a 90 m/s, el contenido de agua varía de aproximadamente 120% a 450% y la resistencia no drenada varía entre 0.25 y 0.8 kg/cm². Debajo de esta capa existe un estrato de 3 m de espesor muy compacto de arena limosa ligeramente cementada, con velocidades de onda $V_s \approx 300$ m/s. Le sigue otro estrato de arcilla más compacta y resistente, y velocidades de onda $V_s \approx 120$ m/s. En la base de estos estratos de suelo blando se encuentran los denominados depósitos profundos compuestos de capas muy compactas y rígidas de arenas limosas cementadas; las velocidades de onda V_s son superiores a los 600 m/s. Para la mayoría de los problemas en ingeniería, los depósitos profundos se consideran como la base del perfil de suelo.

En la Fig 7 se muestran los espectros de respuesta de aceleraciones de las dos componentes horizontales registradas en este sitio. Es notoria la presencia de dos picos a 0.5 y 1.5 Hz, aproximadamente. Comparando los movimientos en este sitio con los de CU, se concluye que las amplificaciones fueron muy importantes, ya que la máxima aceleración en la superficie del terreno alcanzó 0.18 g (unas cinco veces mayor que en CU) y la amplitud espectral máxima fue aproximadamente 1.0 g (unas 8 veces superior a la de CU).

Central de Abasto-Oficinas (CAO)

Las características estratigráficas en este sitio son similares a las del sitio en SCT excepto que los contenidos de agua en la arcilla blanda alcanzan valores hasta de 500% y las resistencias son ligeramente menores. Las velocidades de onda V_s en la arcilla blanda varían entre 35 y 80 m/s.

En la Fig 8 se presentan los espectros de respuesta de aceleraciones de las dos componentes horizontales registradas en este sitio. Se distinguen claramente dos picos a las frecuencias 0.7 y 0.29 Hz. La amplitud espectral máxima fue aproximadamente 0.43 g y la aceleración máxima en la superficie del terreno fue alrededor de 0.08 g. La amplificación de los movimientos fue significativamente menor que en el sitio de SCT.

Central de Abasto Frigorífico (CAF)

Los 15 m superiores en este sitio son similares a los del sitio CAO, pero la arcilla en CAF es ligeramente más rígida. La velocidad de onda V_s en la arcilla varía entre 35 y 90 m/s.

Los espectros de aceleraciones para las dos componentes horizontales de los movimientos sísmicos en este sitio, se muestran en la Fig 9. La amplitud espectral y la aceleración del terreno máximas son similares a las del sitio CAO, pero las formas espectrales difieren considerablemente.

Tláhuac Deportivo (TLD)

Las condiciones del subsuelo en este sitio consisten básicamente de una capa de arena limosa de unos 5 m de espesor seguida por un estrato de arcilla, con lentes de arena y limo, que se extiende hasta una profundidad de 72 m; las velocidades de onda en esta capa de arcilla varían entre 40 y 320 m/s.

En la Fig 10 se presentan los espectros de aceleraciones para las dos componentes horizontales de los movimientos sísmicos. Los espectros muestran una frecuencia predominante de 0.5 Hz. Con respecto a los movimientos del terreno en CU, se observa una amplificación de aproximadamente tres, tanto en la aceleración máxima del suelo como en la amplitud espectral mayor.

Tláhuac Bombas (TLB)

Las características del suelo en este sitio son en términos generales similares a las del sitio TLD pero el espesor de la capa de arcilla es sustancialmente mayor. La capa de basalto que forma la base del depósito de suelo está a 125 m de profundidad. La velocidad de la onda V_s varía entre 40 y 180 m/s en los 80 m más superficiales donde se midieron las velocidades.

La representación espectral de las dos componentes de los movimientos horizontales en la superficie del depósito de suelo, se presenta en la Fig 10. Comparados con los de TLD, los movimientos en este sitio son más intensos.

Observando con detenimiento los espectros de respuesta para los diferentes sitios, se concluye que los depósitos arcillosos amplifican notablemente los movimientos sísmicos en terreno firme. Además, modifican significativamente los contenidos de frecuencia de los sismos que llegan al valle de México. También es palpable que aún en la misma zona del Lago, los movimientos sísmicos pueden ser dramáticamente diferentes, como se muestra claramente en la Fig 12, donde se comparan los espectros promedio para cuatro sitios. De esta comparación resulta evidente porque el daño fue despreciable en las zonas de suelo firme (CU) y muy severo en las partes de la ciudad donde se tienen espesores de arcilla entre 30 y 45 m (SCT).

Es interesante notar que al día siguiente del evento principal, la ciudad sufrió una réplica importante de magnitud 7.5 en la escala de Richter. Los movimientos sísmicos que se registraron en algunas de las estaciones, fueron de menor intensidad como lo evidencia la comparación entre los espectros de respuesta mostrada en la Fig 13. Es digno señalar que las formas espectrales son semejantes, aunque los picos ocurrieron a periodos ligeramente inferiores en la réplica, sugiriendo que las deformaciones inducidas, durante el evento principal, fueron lo suficientemente altas para causar algunos pequeños efectos no lineales en la respuesta del suelo (Romo y Jaime, 1986; Romo y Seed, 1986; Romo y Jaime, 1987).

4. ESTUDIOS ANALITICOS DE LOS MOVIMIENTOS SISMICOS EN LA CIUDAD DE MEXICO

Debido a que en la zona de mayor daño en la ciudad de México sólo se registraron los movimientos sísmicos en un sitio (SCT), conviene desarrollar procedimientos analíticos para evaluar las características de los movimientos sísmicos del suelo, en aquellas partes de la ciudad donde no se obtuvieron registros pero que son de gran interés para la evaluación de los daños o para el diseño sísmico de estructuras. Con este propósito, se requiere primero demostrar que cualquier método de análisis que se utilice, es capaz de reproducir las características principales de los movimientos sísmicos en los sitios donde se hicieron mediciones.

El método utilizado en los análisis reportados en este artículo se basa en la teoría de vibraciones casuales y supone que el tren de ondas sísmicas está compuesto por ondas de corte horizontal (SH) que inciden verticalmente al nivel de los depósitos profundos, los cuales se consideran el inicio del semi-espacio sobre el que se apoyan los depósitos de suelo blando (Romo, et al, 1977; Romo y Jaime, 1986). El procedimiento de cálculo, que hace uso del método de los elementos finitos, se muestra esquemáticamente en la Fig 14. Conocidos los movimientos sísmicos en la superficie del terreno en la zona de Lomas (p.e. en Ciudad Universitaria), se trasladan a la base del estrato que constituye el semi-espacio (depósitos profundos) y los movimientos resultantes se utilizan como excitación de los diferentes perfiles de suelo.

4. ESTUDIOS ANALITICOS DE LOS MOVIMIENTOS SISMICOS EN LA CIUDAD DE MEXICO

Debido a que en la zona de mayor daño en la ciudad de México sólo se registraron los movimientos sísmicos en un sitio (SCT), conviene desarrollar procedimientos analíticos para evaluar las características de los movimientos sísmicos del suelo, en aquellas partes de la ciudad donde no se obtuvieron registros pero que son de gran interés para la evaluación de los daños o para el diseño sísmico de estructuras. Con este propósito, se requiere primero demostrar que cualquier método de análisis que se utilice, es capaz de reproducir las características principales de los movimientos sísmicos en los sitios donde se hicieron mediciones.

El método utilizado en los análisis reportados en este artículo se basa en la teoría de vibraciones casuales y supone que el tren de ondas sísmicas está compuesto por ondas de corte horizontal (SH) que inciden verticalmente al nivel de los depósitos profundos, los cuales se consideran el inicio del semi-espacio sobre el que se apoyan los depósitos de suelo blando (Romo, et al, 1977; Romo y Jaime, 1986). El procedimiento de cálculo, que hace uso del método de los elementos finitos, se muestra esquemáticamente en la Fig 14. Conocidos los movimientos sísmicos en la superficie del terreno en la zona de Lomas (p.e. en Ciudad Universitaria), se trasladan a la base del estrato que constituye el semi-espacio (depósitos profundos) y los movimientos resultantes se utilizan como excitación de los diferentes perfiles de suelo.

En los análisis que se incluyen en esta sección se utilizó como excitación dinámica el promedio de los componentes horizontales registradas en CU. El espectro de respuesta promedio correspondiente se muestra en la Fig 15. Las comparaciones entre las respuestas promedio medidas y calculadas en SCT, CAO, CAF, TLD y VC se muestran en las Figs 16-20. Se puede observar que existe una buena concordancia entre los espectros de los movimientos calculados y medidos, lo cual indica que el procedimiento de análisis utilizado permite predecir con un alto grado de confianza los movimientos sísmicos en la ciudad de México.

Utilizando la misma técnica, se analizó la respuesta sísmica en CAO para la réplica principal del 20 de septiembre de 1985. En la Fig 21 se muestran los espectros de respuesta de los movimientos registrados en CU. El espectro promedio se utilizó como excitación en el análisis de la respuesta del depósito de suelo. En la Fig 22 se compara el espectro calculado con el medido, donde se puede observar que la respuesta teórica concuerda bastante bien con la medida.

Para explorar las probables características de los movimientos sísmicos en el área que sufrió el mayor daño en el sismo del 19 de septiembre de 1985, se hicieron varios análisis de respuesta del suelo utilizando las condiciones estratigráficas de SCT, pero variando el espesor del depósito de suelo entre 25 y 45 m. La excitación dinámica utilizada fue el espectro de respuesta medio mostrado en la Fig 15. Los resultados de estos análisis se muestran en la Fig 16. Se puede observar que debido a las diferentes profundidades en esta área, es probable que los movimientos del terreno hayan variado significativamente en diferentes localidades, aunque las intensidades son generalmente altas en toda la zona. Con base en estos resultados, se obtuvo un

espectro promedio representativo para esta área, como se indica en la Fig 23. Este espectro medio puede ser apropiado para relacionar el daño general en esta zona con la naturaleza de los movimientos que lo produjeron y podría ser útil en tales estudios generales. Sin embargo, para edificios en sitios particulares, es más apropiado calcular los movimientos sísmicos específicos para la evaluación de daños o para el diseño sísmico de tales estructuras.

5. CONSIDERACIONES EN EL DISEÑO DE CIMENTACIONES

Los movimientos sísmicos registrados y calculados que se discutieron anteriormente, corresponden a movimientos del terreno en campo libre. Es decir, son aquellos movimientos que ocurren en el suelo donde no existe alguna estructura o excavación que los altere.

En la práctica actual, los movimientos de campo libre se utilizan generalmente de manera directa en el diseño sísmico de las estructuras. Estrictamente, esta forma de proceder no es correcta debido a que la presencia de la estructura puede modificar los movimientos del terreno. La importancia de esta modificación depende de la diferencia de las masas, rigideces y amortiguamientos del suelo excavado y la cimentación que lo sustituye. En su versión de 1987, el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal incluye un apartado que considera el problema de interacción dinámica suelo-estructura. Sin embargo, la forma en que se plantea tiene limitaciones que pueden conducir a resultados erróneos (Romo, 1987).

Debido a las condiciones de baja resistencia al corte y alta compresibilidad de la arcilla del valle de México, es prácticamente imposible diseñar una cimentación masiva debido a los altos esfuerzos que induciría al suelo, causando asentamientos intolerables o incluso poniendo en

peligro la estabilidad de la estructura. Por otra parte, debido a la baja rigidez de las arcillas es posible concebir cimentaciones de alta rigidez, con el fin de propiciar el desarrollo del fenómeno de interacción dinámica suelo-estructura. Las consecuencias de tal interacción son la modificación y, en general, la disminución de la intensidad de los movimientos sísmicos del terreno en un área limitada donde se localiza la estructura. Resulta pues atractivo explorar la posibilidad de atenuar la excitación dinámica a la que son sometidas las estructuras al propiarse las ondas sísmicas por el suelo y la cimentación.

Las discusiones en capítulos anteriores se centraron en los movimientos sísmicos en la superficie del terreno. Conviene analizar cómo varían los movimientos del suelo con la profundidad. Para tal fin, considérese que el espectro de respuesta de los movimientos en la superficie del terreno corresponde al propuesto en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, identificado en la Fig 24 por CL (Campo Libre). Utilizando el método de análisis discutido en el Capítulo 4, se calcularon los movimientos sísmicos a diferentes profundidades obteniendo los espectros incluidos en la Fig 24. Se puede observar que la atenuación de los movimientos es apreciable para profundidades del orden de 10 a 15 m, sobre todo para frecuencias mayores que 0.8 Hz. Este resultado tiene una implicación práctica importante ya que en principio bastaría con desplantar la cimentación a cierta profundidad para disminuir la intensidad de la excitación dinámica a la que es sometida la estructura. Desde luego que si la cimentación tiene una flexibilidad equivalente a la del suelo excavado, los movimientos se amplificarían y gran parte del efecto benéfico de la

profundidad de desplante se perdería. Por consiguiente, debe pensarse en una cimentación rígida para que no amplifique los movimientos del nivel de desplante a la superficie del terreno.

Con el fin de mostrar el efecto de la rigidez de la cimentación en los movimientos sísmicos en la base de la estructura (al nivel de la superficie del terreno), se analizó, con el método de los elementos finitos, la respuesta de un edificio con frecuencia natural de 1.0 Hz. Se consideraron dos tipos de cimentación: una a base de un cajón de 2.5 m de profundidad y pilotes de fricción de 23 m de longitud, y otra a base de un cajón rígido de 14 m de profundidad. Las dos cimentaciones son equivalentes en el sentido de que tienen factores de seguridad iguales contra la falla por carga estática. El depósito de suelo tiene 30 m de profundidad y una velocidad de onda de corte media de 52 m/s. Como sismo de control (movimientos en la base del depósito de suelo en campo libre) se consideró el espectro medio de las componentes horizontales de los movimientos sísmicos registrados en Ciudad Universitaria (Fig 15). En la Fig 25 se compara el espectro de aceleraciones de campo libre con los espectros de las respuestas calculadas en ambos sistemas suelo-estructura al nivel de la superficie, debajo de la estructura (Punto A). Estos espectros comúnmente se denominan como espectros de piso y tienen incluido el efecto de las características del suelo de las propiedades dinámicas del suelo, de la interacción suelo-cimentación y de la estructura en sí. Por lo tanto, son una representación fiel de la excitación a la que es sometida la estructura.

Los resultados incluidos en la Fig 25 muestran que la frecuencia predominante del depósito de suelo (0.43 Hz) no se modifica por la presencia de la estructura sin importar el tipo de cimentación, y la amplitud espectral correspondiente solo se atenúa un 5% para la cimentación a

base de pilotes de fricción y un 12% para el caso del cajón rígido. Esto indica que la interacción suelo-estructura es despreciable para frecuencias bajas y que para depósitos de suelo blando la frecuencia predominante de éstos no se altera por la presencia de alguna estructura. Sin embargo, para frecuencias mayores, el efecto de la cimentación rígida es significativo y, en particular para la frecuencia natural de la estructura (1.0 Hz), el pico del espectro de campo libre se atenúa completamente. Por otra parte, el efecto de la cimentación flexible (cajón somero y pilotes de fricción) es despreciable.

Estos resultados muestran que si se hace interactuar al suelo y la cimentación, es posible atenuar significativamente la intensidad de la acción sísmica en las estructuras. Por consiguiente, si se diseñan las cimentaciones acordes con los requerimientos del suelo y el medio ambiente sísmico particulares es factible disminuir los costos de las estructuras, sin aumentar el riesgo.

6. COMENTARIOS FINALES

En este artículo se presentan algunos de los resultados de las investigaciones sobre los efectos de los sismos en el valle de México que hemos realizado, a raíz de los eventos sísmicos de septiembre de 1985, en la Coordinación de Geotecnia del Instituto de Ingeniería.

Con base en la información y análisis presentados en este artículo, se puede decir que las características de los movimientos sísmicos variaron significativamente en el valle de México durante el sismo del 19 de septiembre, 1985. Se tuvieron diferencias marcadas en los movimientos que ocurrieron en la zona de Lomas, de Transición y del Lago. En

la misma zona del Lago, los movimientos del terreno registrados en varios sitios, subyacidos por estratos de arcilla con diferentes espesores, fueron significativamente distintos.

Los registros obtenidos en la zona del Lago durante los eventos del 19 y 20 de septiembre, 1985 muestran que las características de los movimientos fueron esencialmente iguales, indicando que estas características son principalmente controladas por las condiciones locales del suelo más que por las características de la fuente del sismo. Esto se ha comprobado para otros sismos recientes.

La similitud entre las formas espectrales de los movimientos sísmicos del 19 y 20 de septiembre registrados en varios sitios, también indican que los efectos no lineales causados por el temblor del 19 fueron despreciables.

Con base en los resultados de los análisis de los movimientos del suelo, se puede concluir que el procedimiento descrito permite predecir con un alto grado de confianza los movimientos sísmicos en el valle de México. Por lo tanto, se puede utilizar para evaluar la influencia de las condiciones locales del suelo en las características de los movimientos sísmicos que puedan ocurrir en el valle de México. También es de esperarse que este procedimiento analítico sea igualmente útil para predecir los movimientos del suelo en el valle de México causados por otros sismos con origen en otras fuentes y mecanismos.

La problemática de las cimentaciones, de por sí compleja en la ciudad de México, se torna más difícil por la acción de los sismos. Las tremendas amplificaciones en los depósitos de suelo blando incrementan notablemente las fuerzas de inercia en las estructuras, aumentando

irremediablemente su costo. Con base en los resultados analíticos, parece posible disminuir la intensidad de las excitaciones dinámicas a las que son sometidas las estructuras, si se hacen diseños apropiados de las cimentaciones. En particular, una cimentación muy rígida puede atenuar significativamente los movimientos sísmicos en la base de la estructura. Por otra parte, las cimentaciones flexibles a base de pilotes de fricción no ayudan a disminuir las excitaciones que las estructuras soportan durante la acción de los sismos. Lo que indicaría que, desde el punto de vista sísmico, este tipo de cimentación no es el más adecuado para la ciudad de México.

7. REFERENCIAS

- Campbell, K. W. y Duke. C. M. (1974), "Bedrock Intensity Attenuation and Site Factors from San Fernando Earthquake Records", Bull. Seism. Soc. of America, Vol. 64, pp 173-185
- Gutenberg, B. (1957), "Effects of Ground on Earthquake Motion", Bull. Seism. Soc. Am. 47, 221-250 (citado por Shearer y Orcutt)
- Herrera, I. y Rosenblueth, E. (1965), "Earthquake Spectrum Prediction for the Valley of Mexico", 3er Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Nueva Zelanda.
- Jaime, A. (1987), "Características Dinámicas de las Arcillas del Valle de México", Tesis Doctoral, DEPFI, Facultad de Ingeniería, UNAM
- Marsal, R. J. y Mazari, M. (1957), "El Subsuelo de la Ciudad de México", Publicado por la UNAM en segunda edición en 1969

- Reid H. F. (1910), "The California Earthquake of April 18, 1906". The Mechanics of the Earthquake, Vol. 2, Report of the State Earthquake Investigation Commission, Carnegie Institute of Washington, Publication 87, Washington, D. C. (citado por Shearer y Orcutt)
- Romo, M. P. et al (1977), "PLUSH: A Computer Program for Probabilistic Finite Element Analysis of Seismic Soil-Structure Interaction", Report No. UBC/EERC 77-01, University of California, Berkeley
- Romo, M. P. y Jaime, A. (1986), "Características Dinámicas de las Arcillas del Valle de México y Análisis de Respuesta Sísmica del Suelo". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al Comité de Emergencia del DDF
- Romo, M. P. y Seed, H. B. (1986), "Analytical Modelling of Dynamic Soil Response in the Mexico Earthquake of September 19, 1985". Mem. Conf. Internacional, The Mexico Earthquakes-1985: Factors Involved and Lessons Learned, pp. 148-162, México
- Romo, M. P. y Jaime, A. (1987), "Metodología para Generar Espectros de Diseño Deterministas en Campo Libre", Mem. VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, pp. A-3, A-49, Querétaro
- Romo, M. P. (1987), "Espectros de Diseño Considerando la Interacción Suelo-Estructura", Mem. VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, pp. A-33, A-49, Querétaro
- Romo, M. P., Jaime, A. y Reséndiz, D. (1988), "General Soil Conditions and Clay Properties in the Valley of Mexico", Spectra, aceptado para su publicación

Rosenblueth, E. (1952), "Teoría del Diseño Sísmico sobre Mantos Blandos", Ediciones ICA, Serie B, 14, pp 3-12

Rosenblueth, E. y Elorduy (1969), "Características de Temblores en la Arcilla de la Ciudad de México", Vol. Nabor Carrillo, Secretaría de Hacienda y Crédito Público, México

Seed, H. B. e Idriss, I. (1969), "The Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes", Journal of Soil Mech. and Found. Division, ASCE, Vol 94, No. SM1, pp 120-137

Seed, H. B., Ugas, C. y Lysmer, J. (1976), "Site-Dependent Spectra for Earthquake-Resistant Design", Bull. Seism. Soc. of America, Vol 6, pp 221-243

Shearer, P. M. y Orcutt, J. A. (1987), "Surface and Near-Surface Effects on Seismic Waves Theory and Borehole Seismometer Results", Bull. Seismological Society of America, Vol. 77, No. 4, pp 1168-1196, August

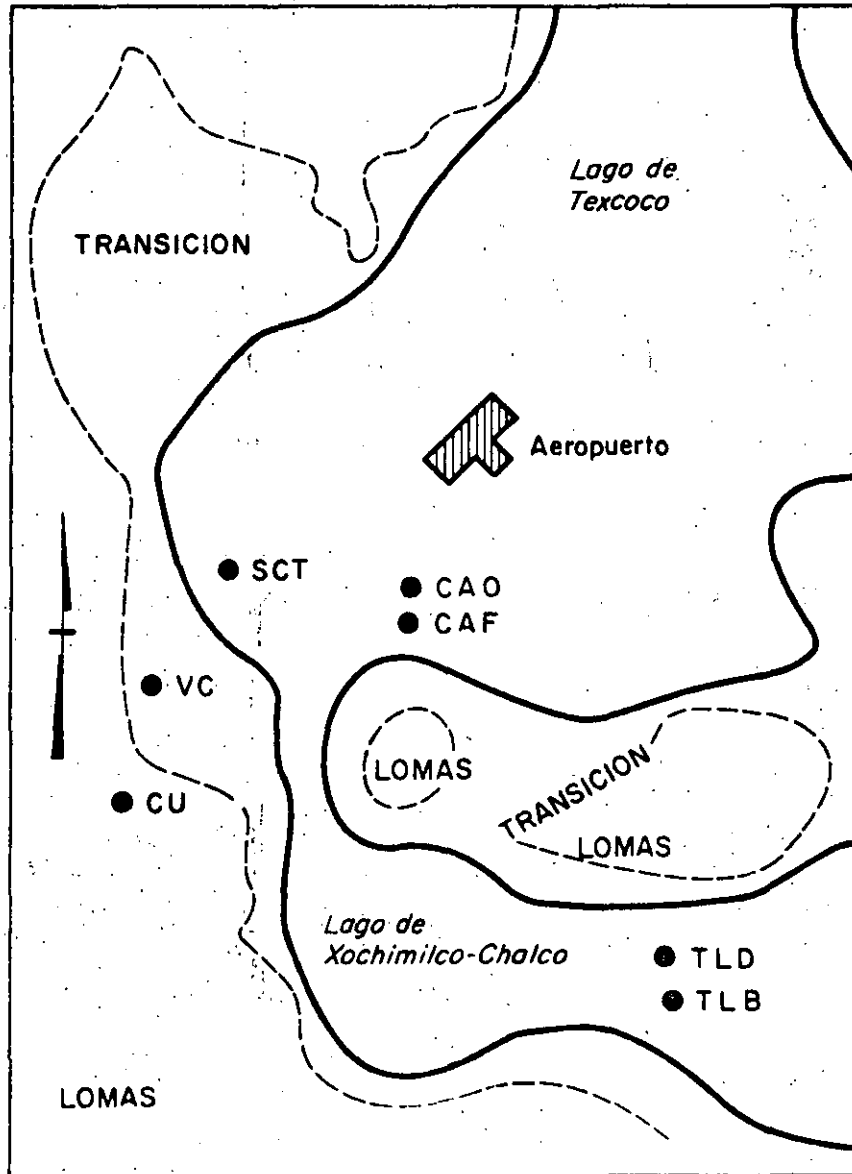


Fig 1 Zonificación geotécnica y localización de observatorios

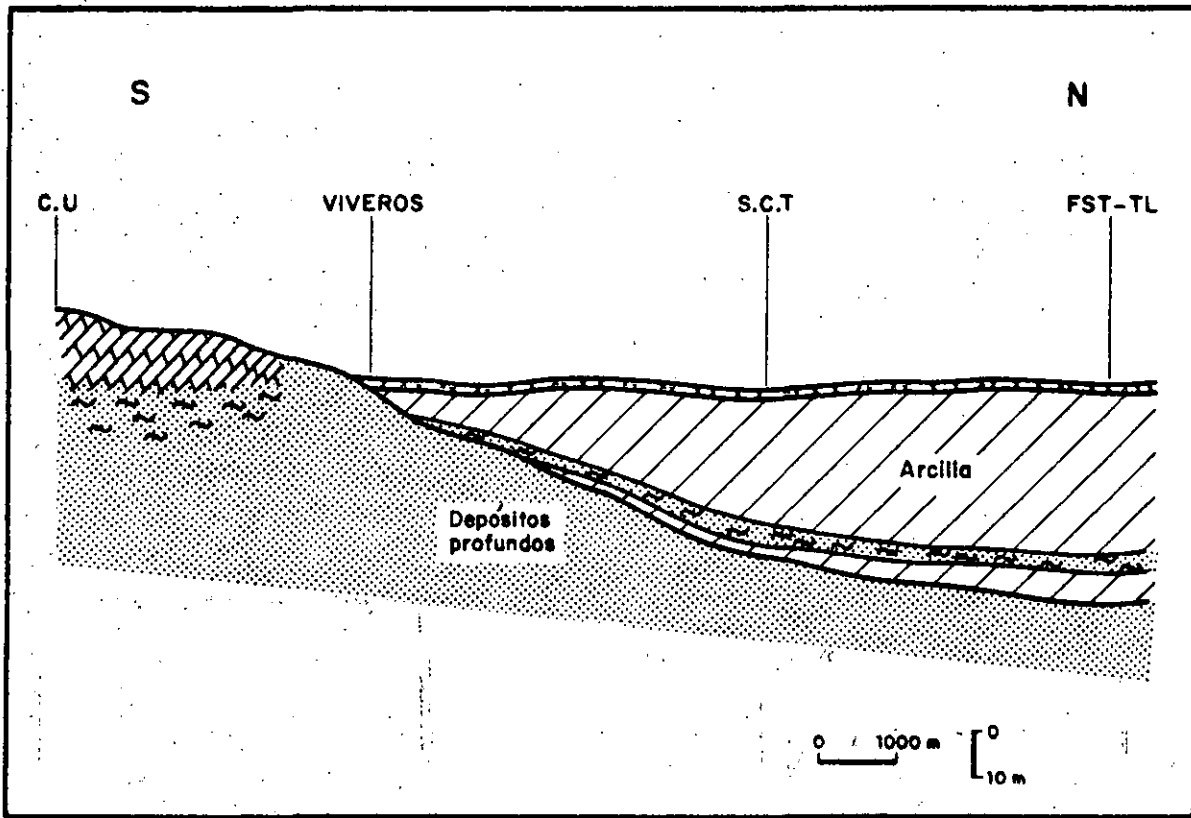


Fig 2 Corte estratigráfico N-S

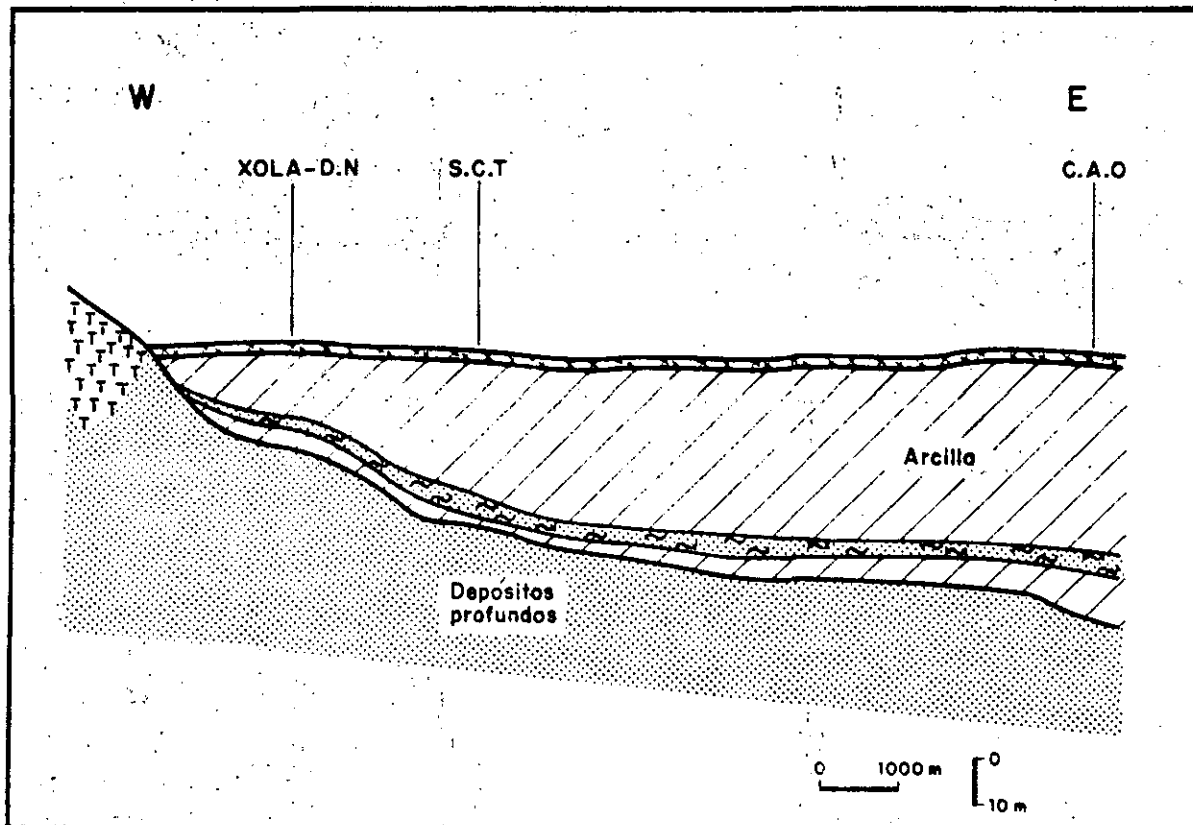


Fig 3 Corte estratigráfico E-W, al sur de la Ciudad de México.

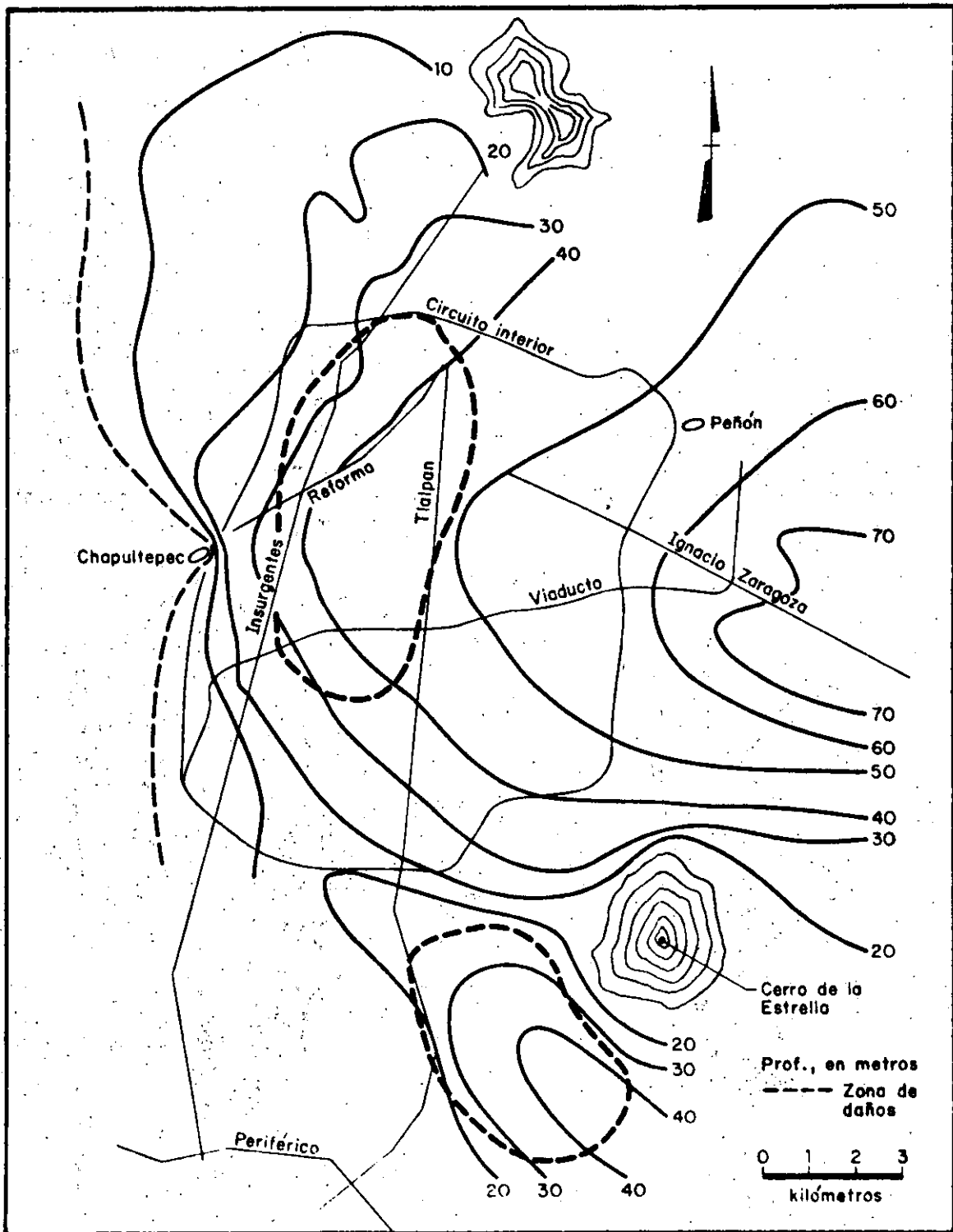


Fig 4 Espesores aproximados de los depósitos de suelo blando.

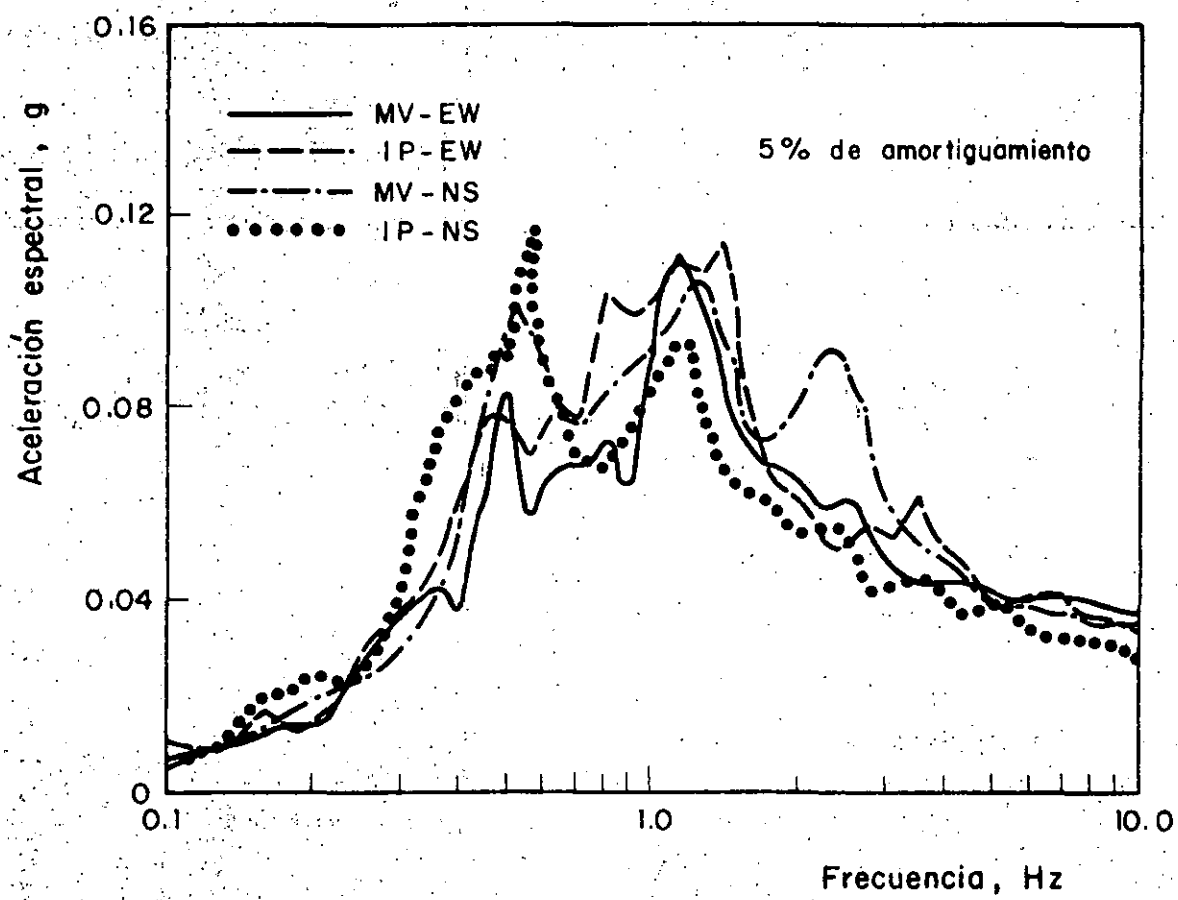


Fig 5 Espectros de respuesta en el sitio Ciudad Universitaria.
Sismo 19/9/85

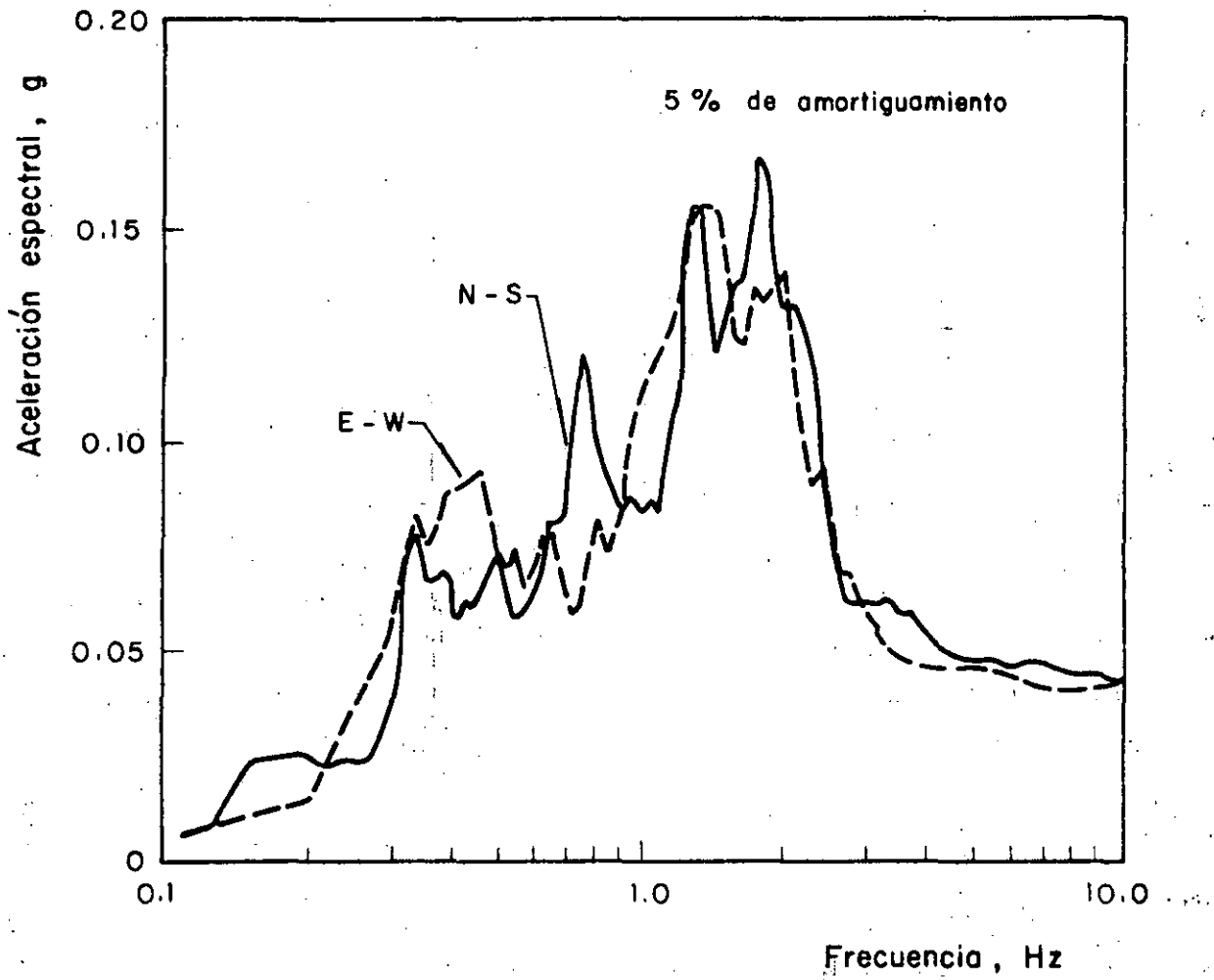


Fig 6 Espectros de respuesta en el sitio Viveros Coyoacán.
Sismo 19/9/85

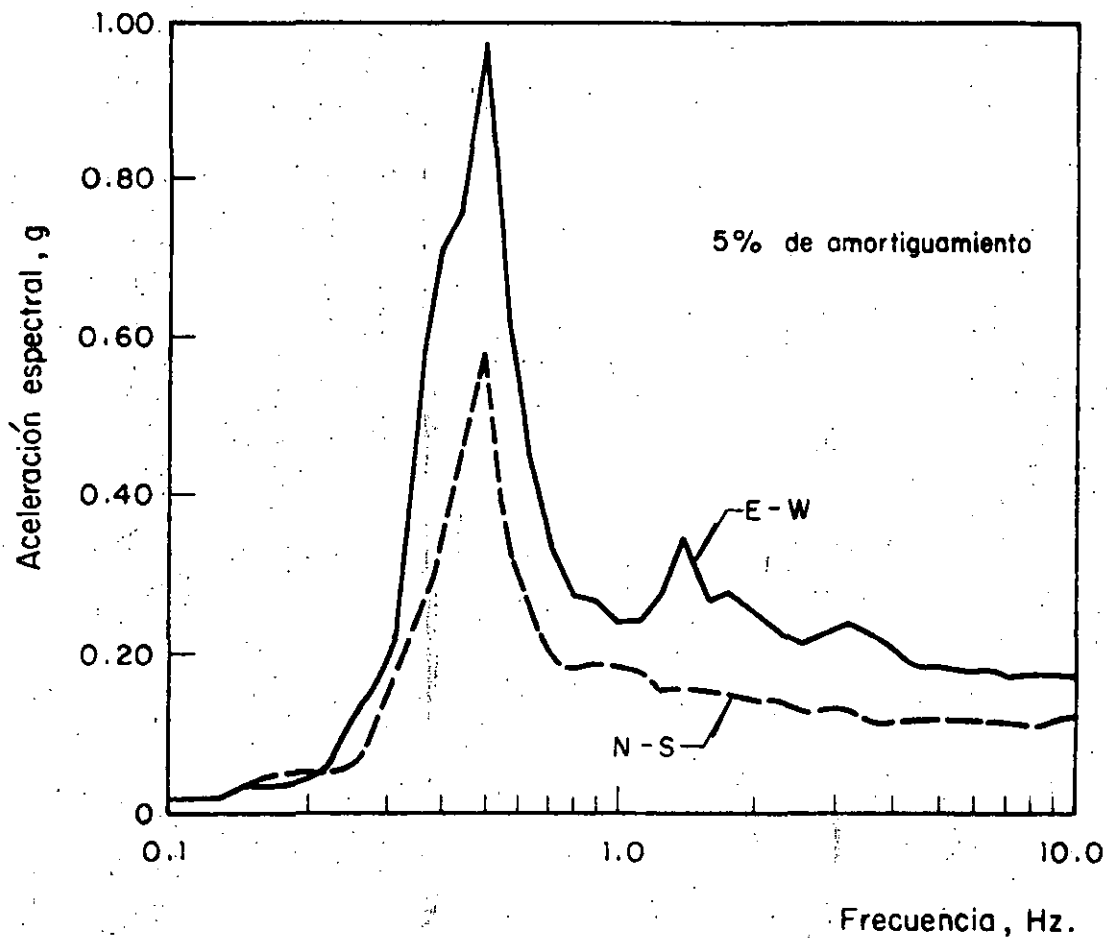


Fig 7 Espectros de respuesta en el sitio SCT. Sismo 19/9/85

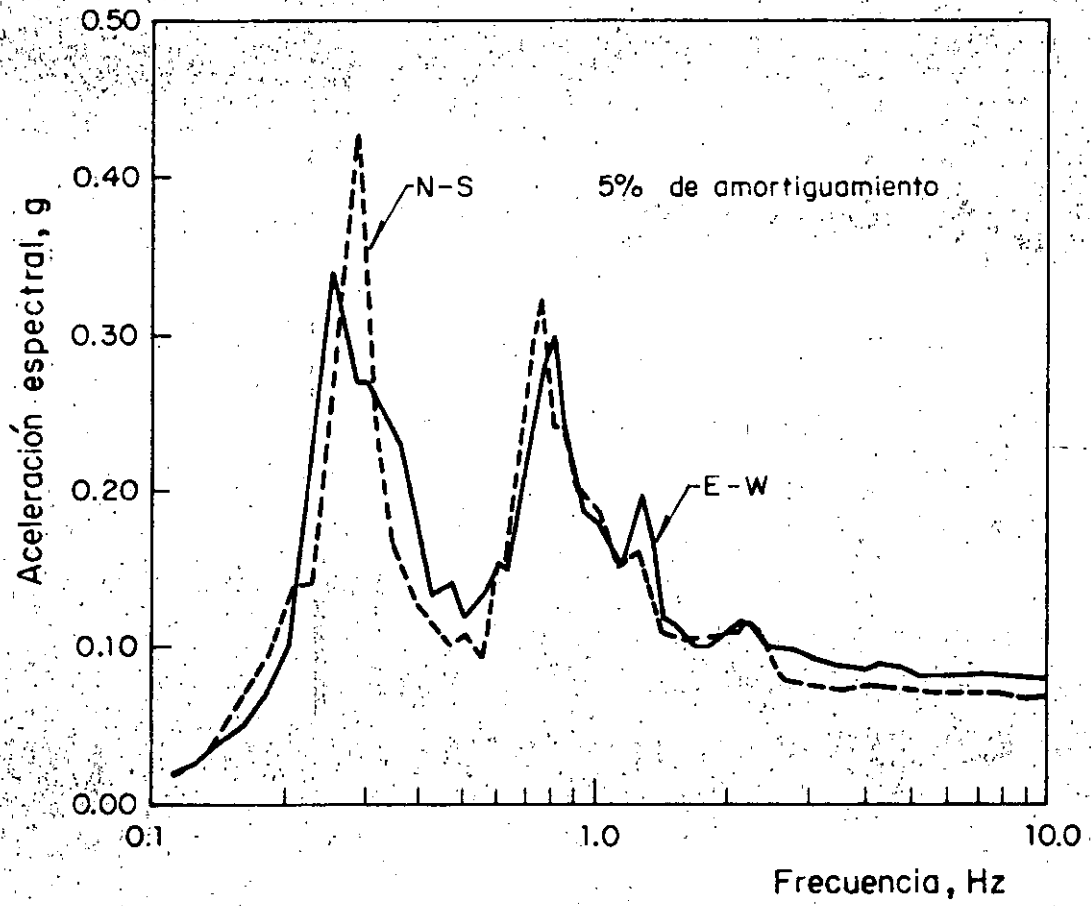


Fig 8 Espectros de respuesta en el sitio CAO. Sismo 19/9/85

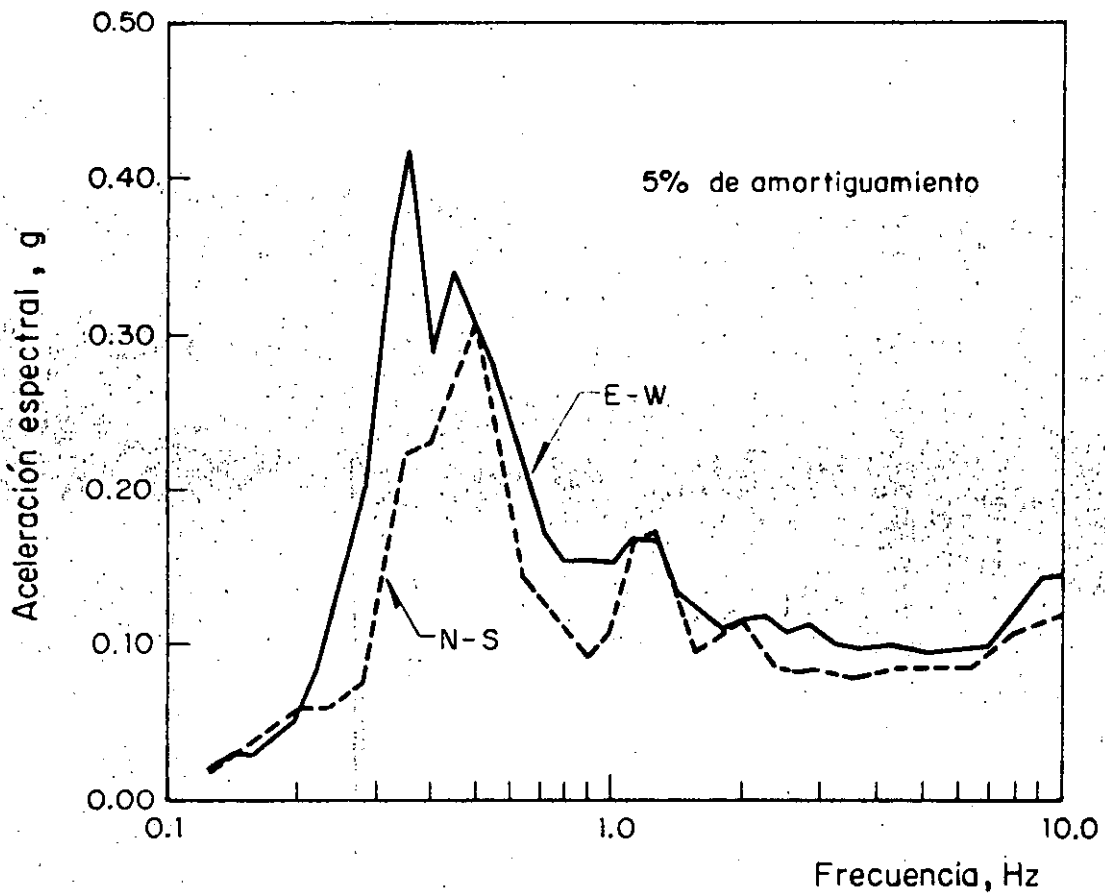


Fig 9 Espectros de respuesta en el sitio CAF. Sismo 19/9/1985

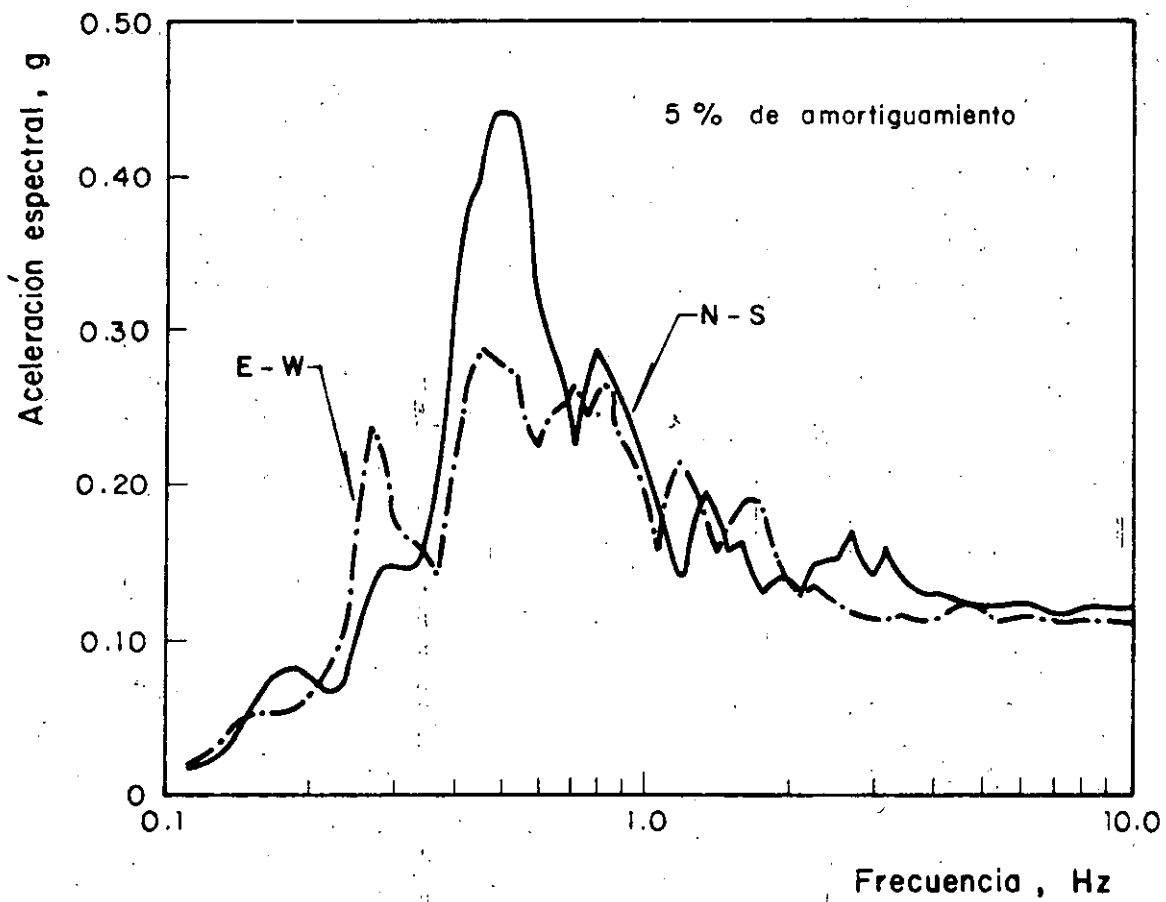


Fig 10 Espectro de respuesta en el sitio TLD.
Sismo 19/9/85

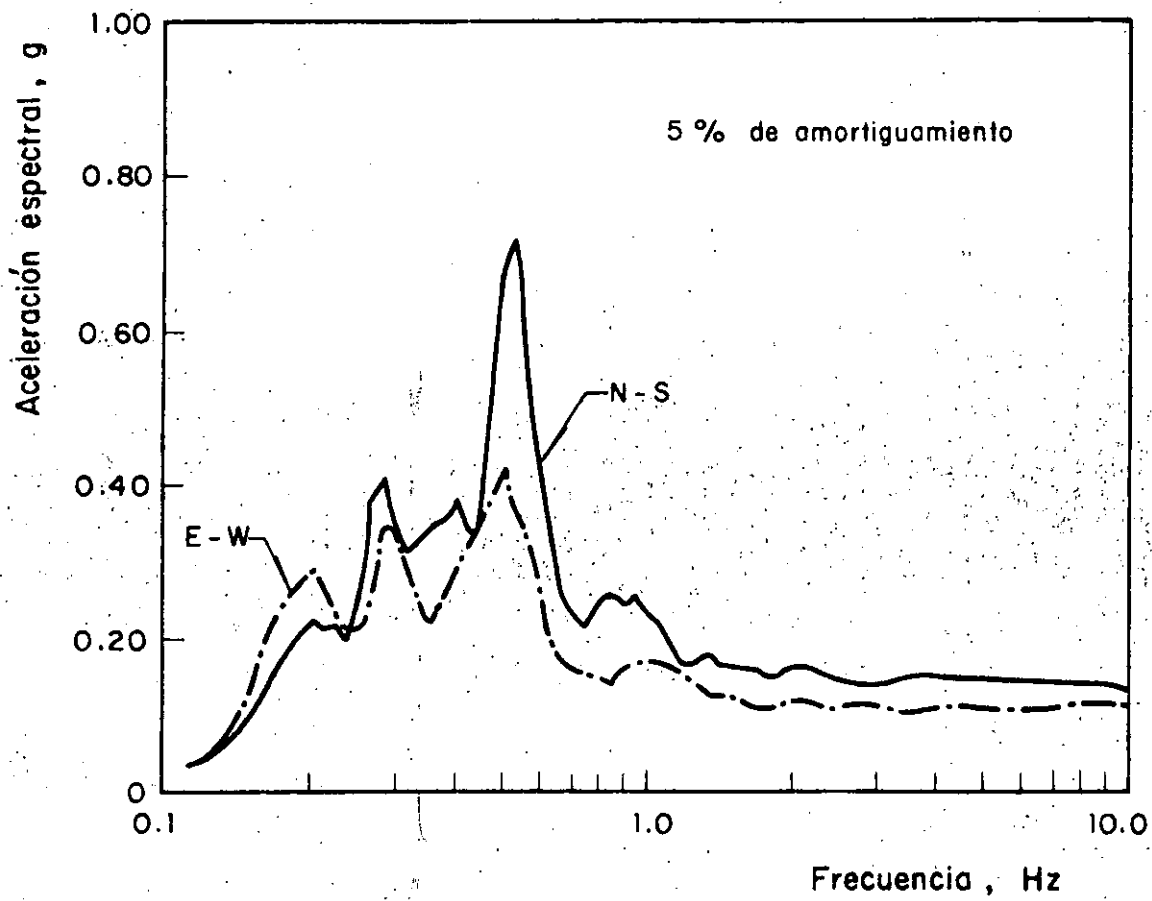


Fig II Espectros de respuesta en el sitio TLB.
Sismo 19/9/85

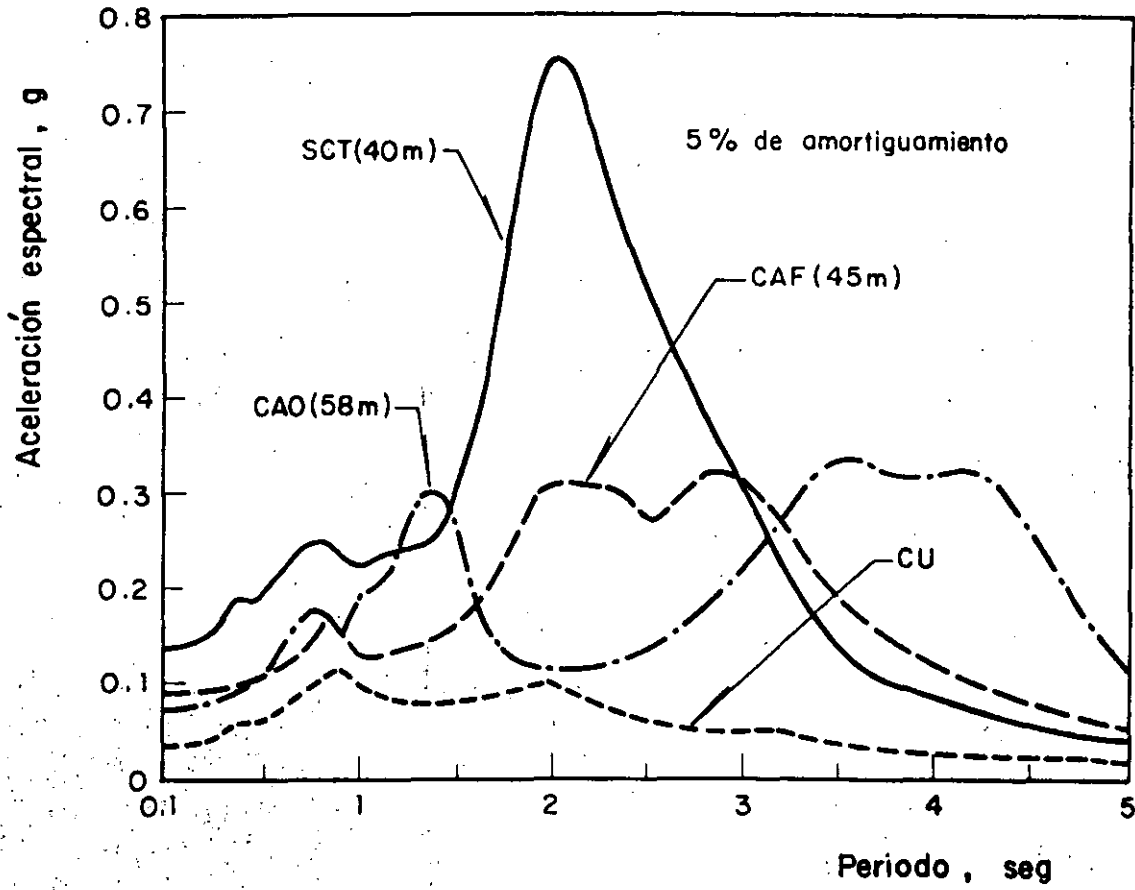


Fig 12 Espectros de respuesta de aceleración para diferentes sitios en la Ciudad de México

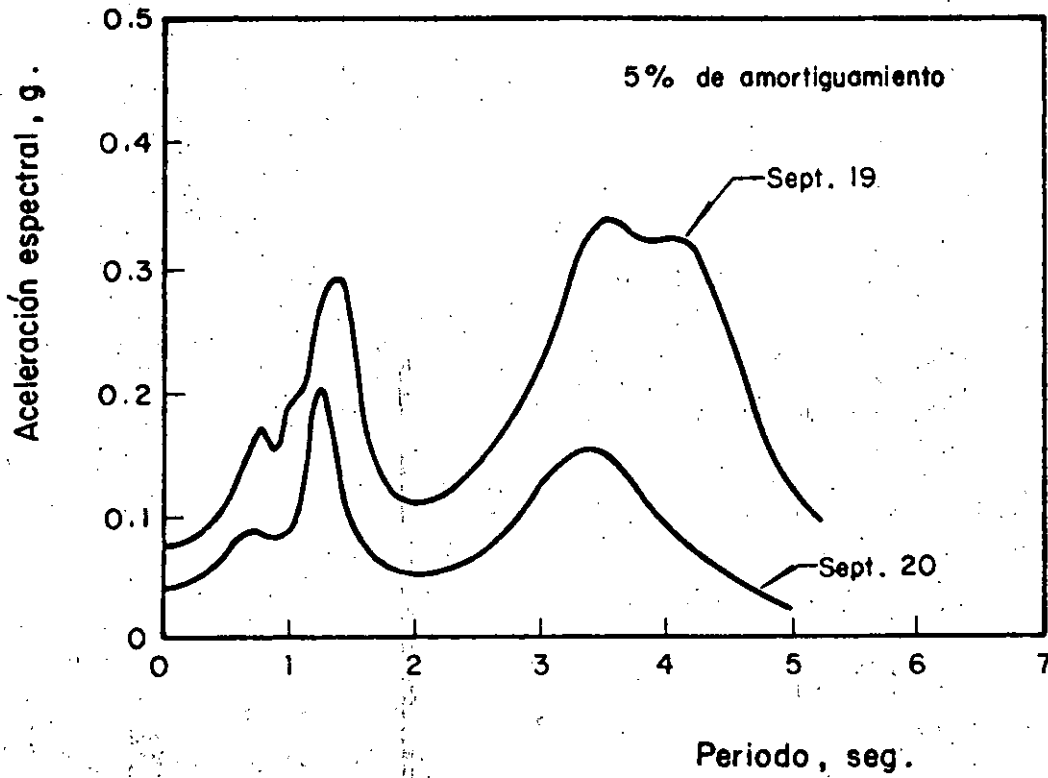


Fig 13 Espectros de respuesta promedio en el sitio CAO.
Sismos de 19/9/85 y 20/9/85

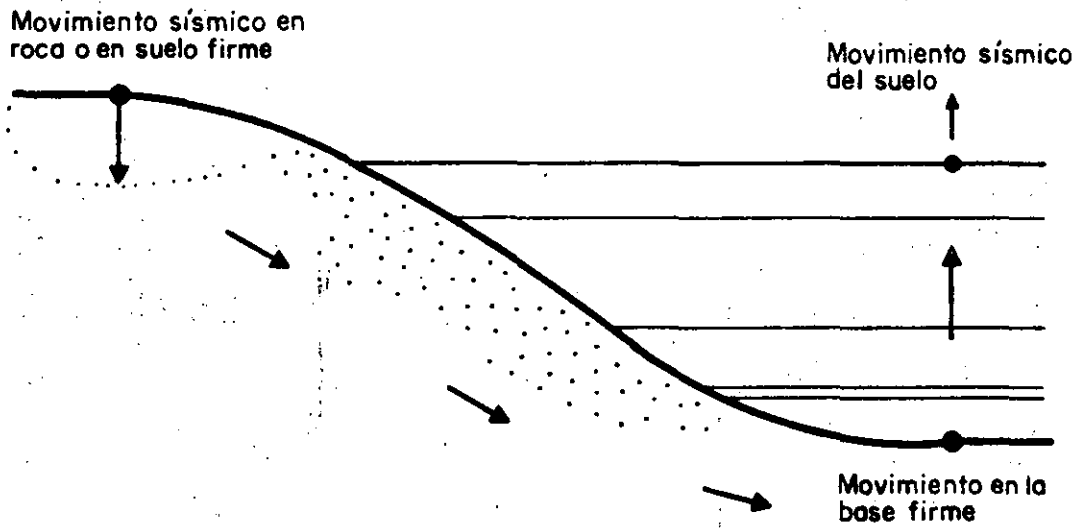


Fig 14 Modelo conceptual para el análisis de la respuesta del suelo en el valle de México

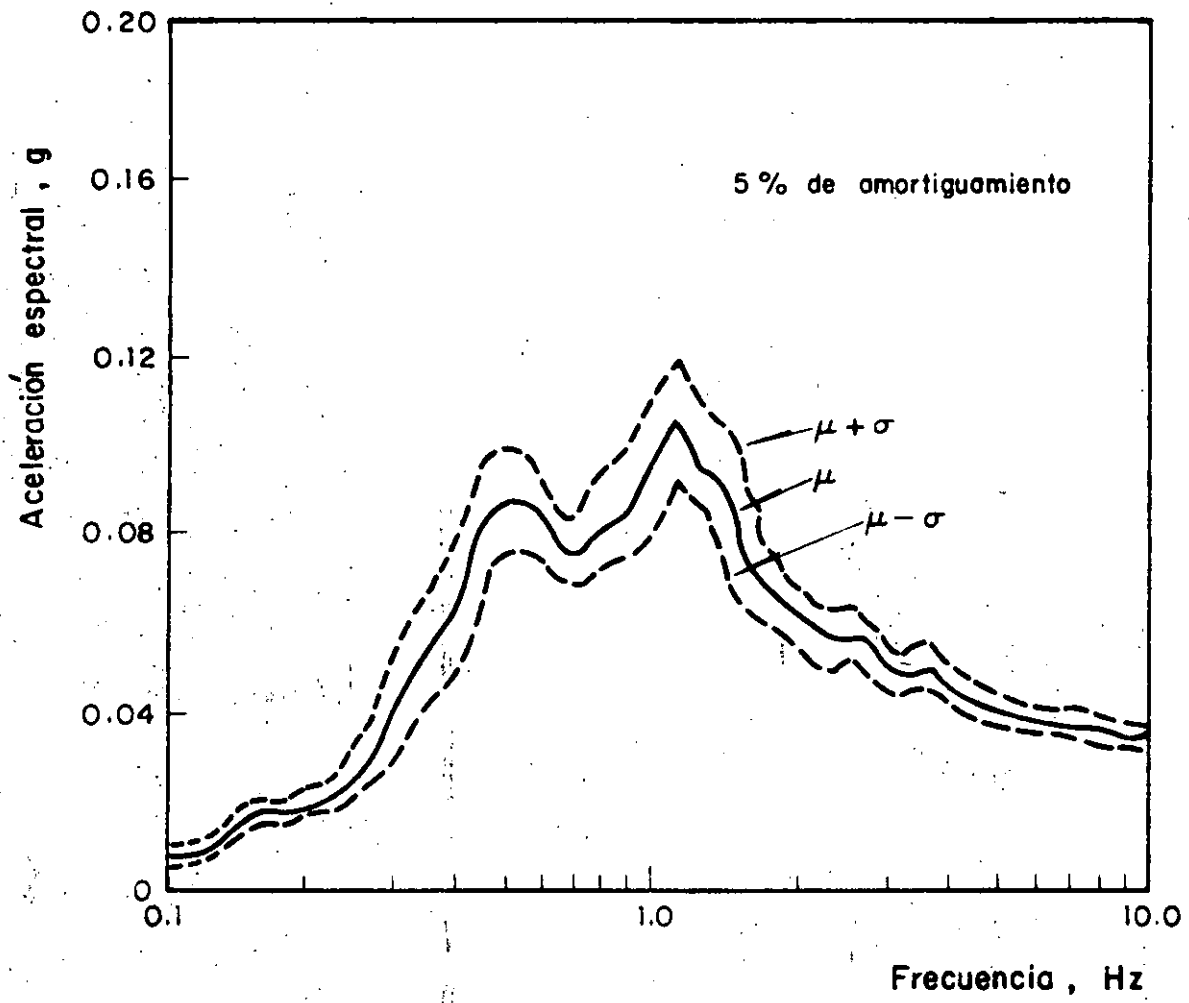


Fig 15 Espectros promedio y (\pm) una desviación estándar

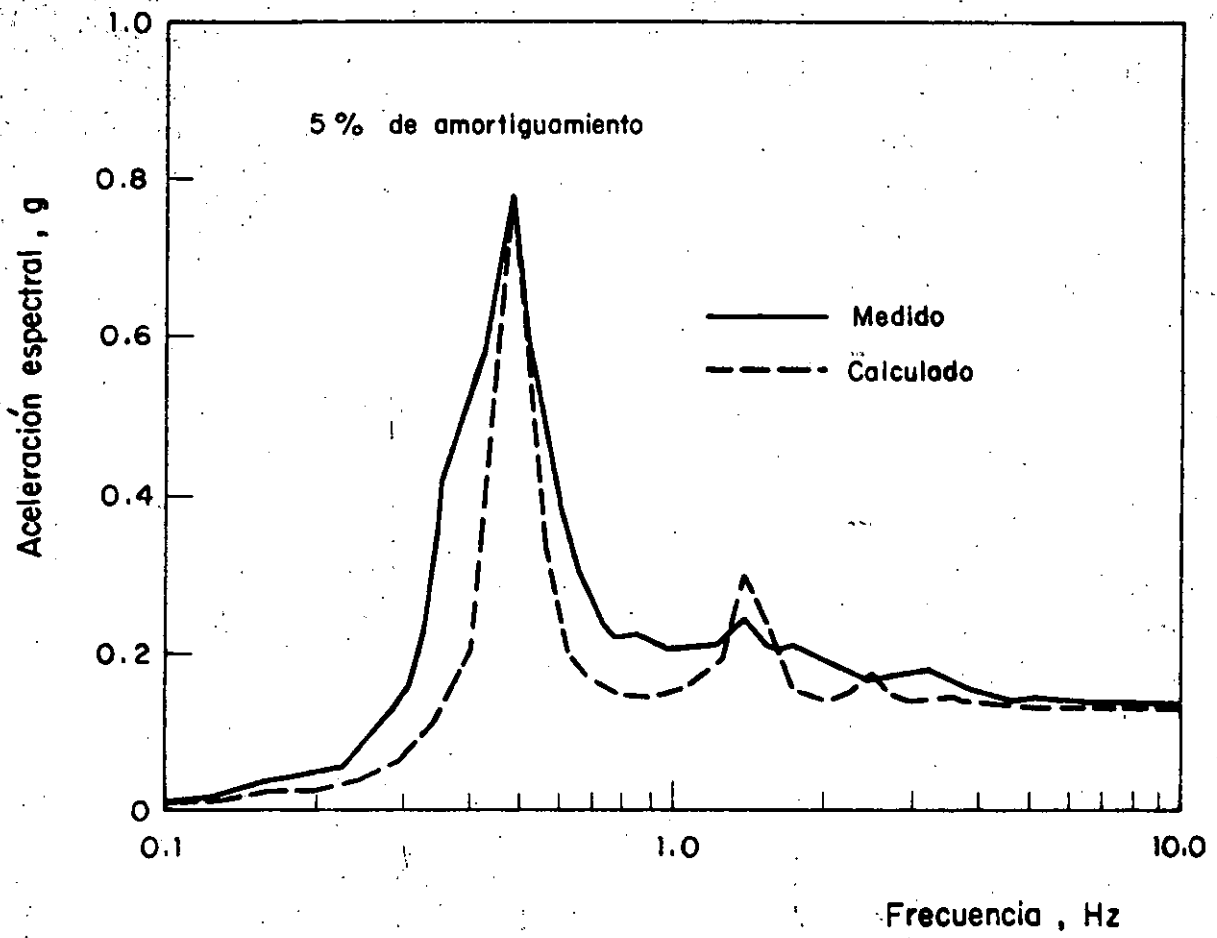


Fig 16 Espectros de respuesta promedio en el sitio SCT.
Sismo 19/9/85

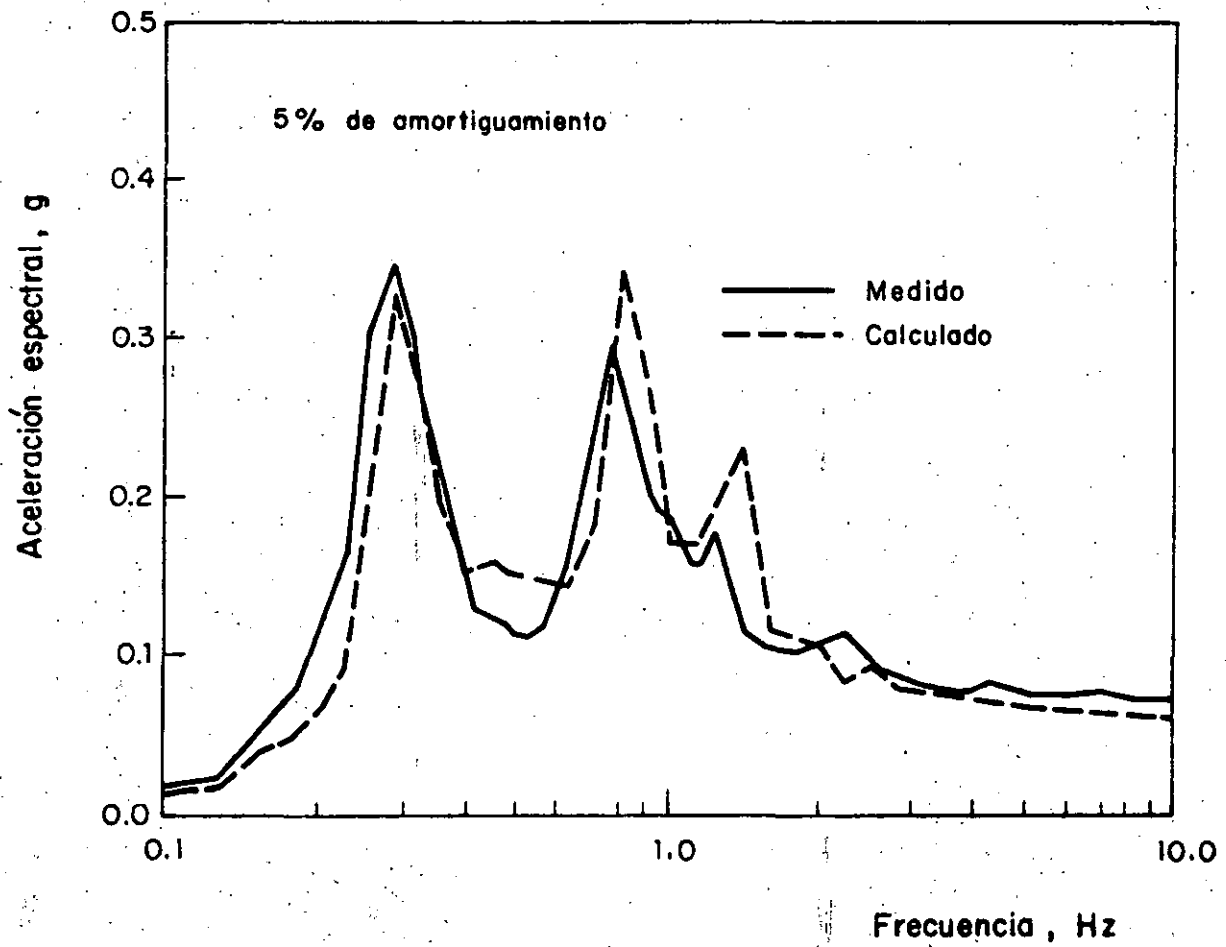


Fig 17 Espectros de respuesta promedio en el sitio CAO .
Sismo 19/9/85

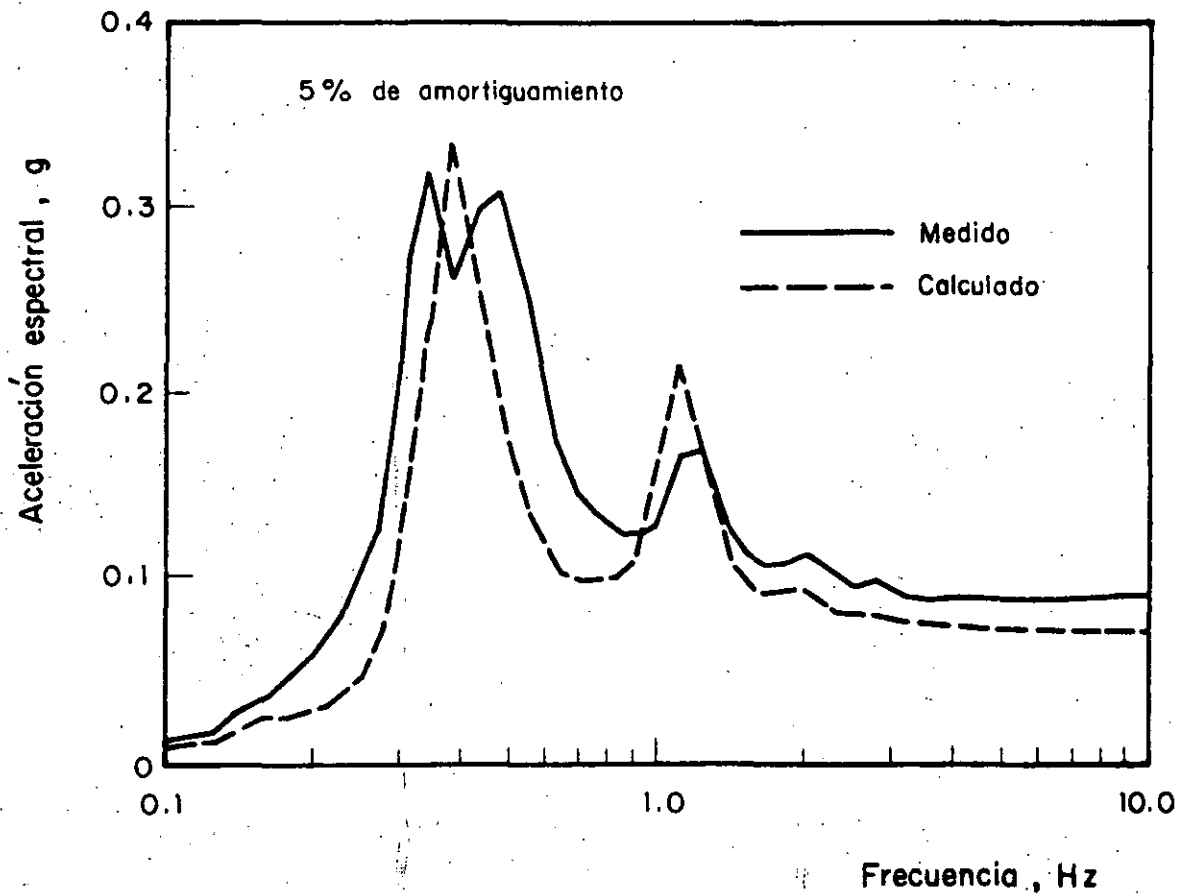


Fig 18 Espectros de respuesta promedio en el sitio CAF.
Sismo 19/9/85

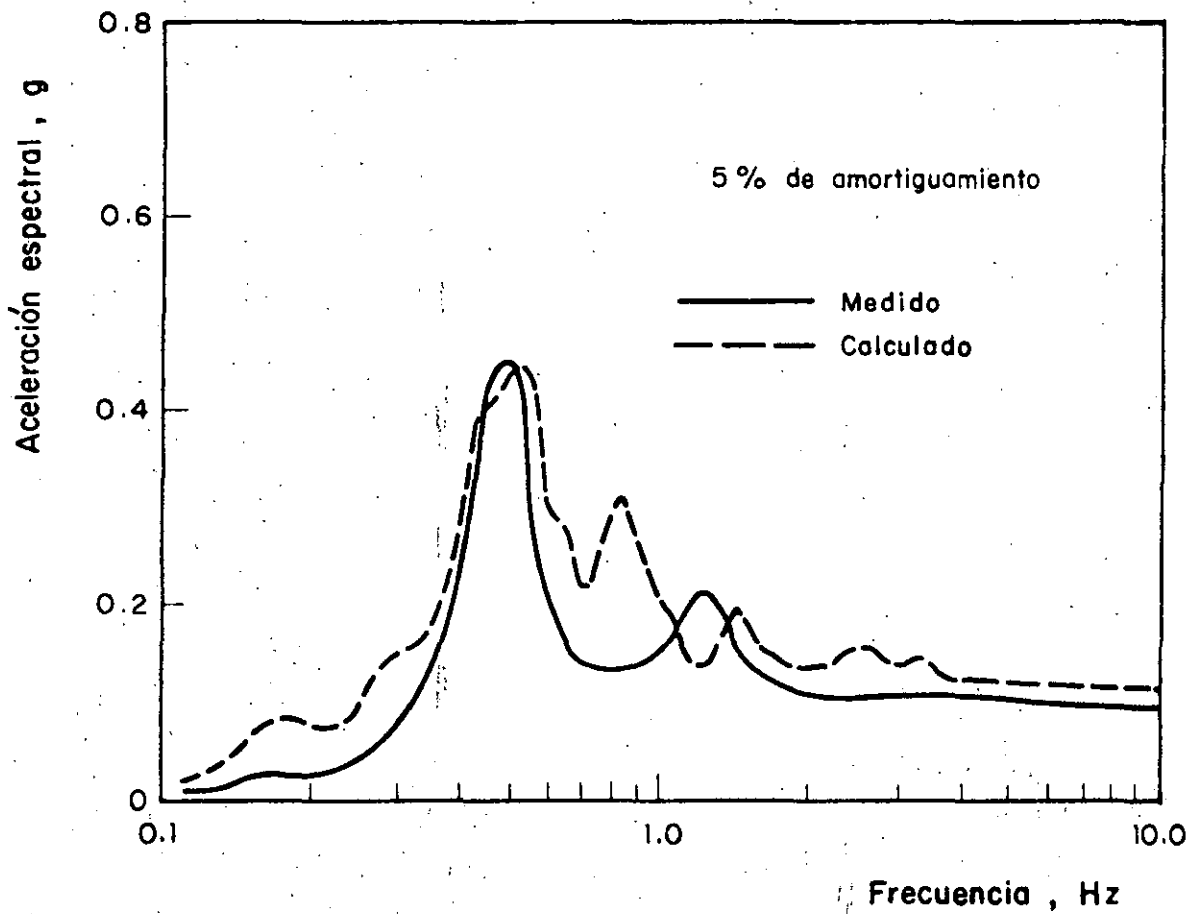


Fig 19 Espectros de respuesta en el sitio TLD.
Sismo 19/9/85

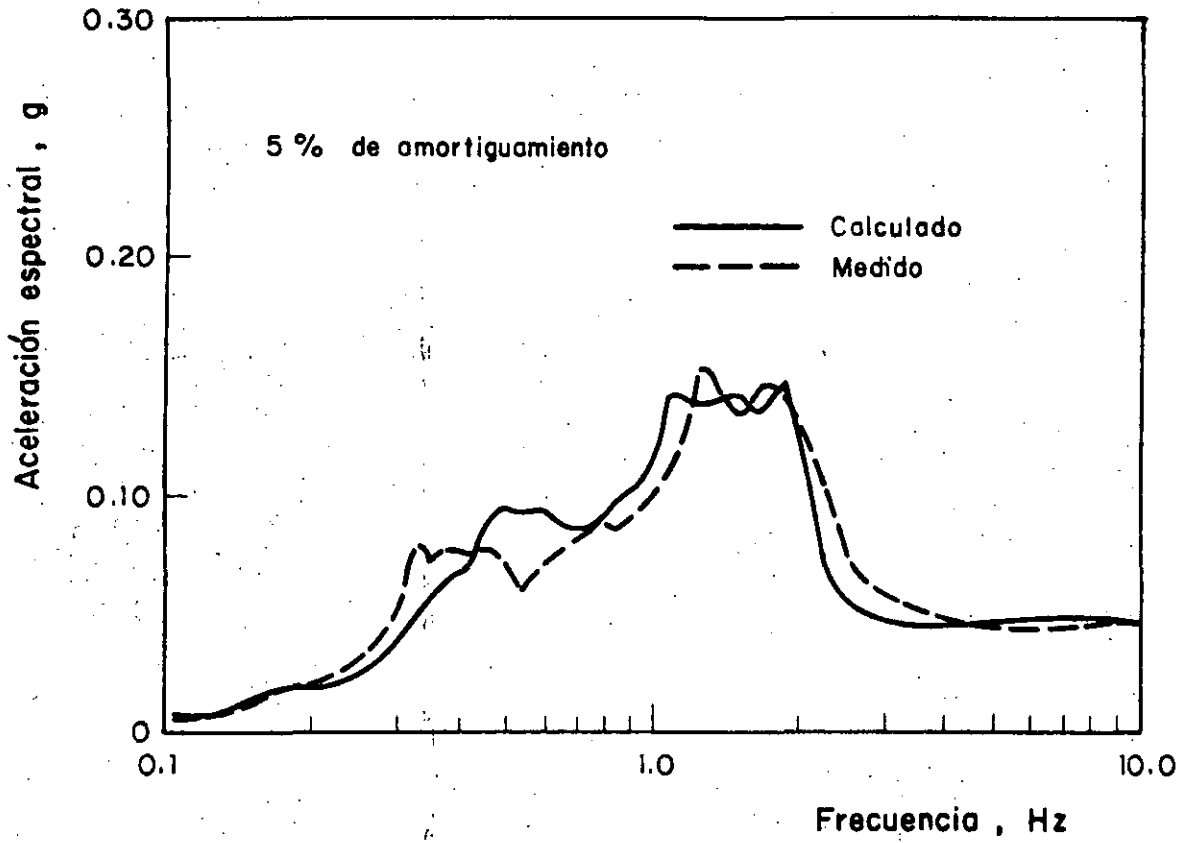


Fig 20 Espectro de respuesta promedio en el sitio Viveros. Sismo 19/9/85

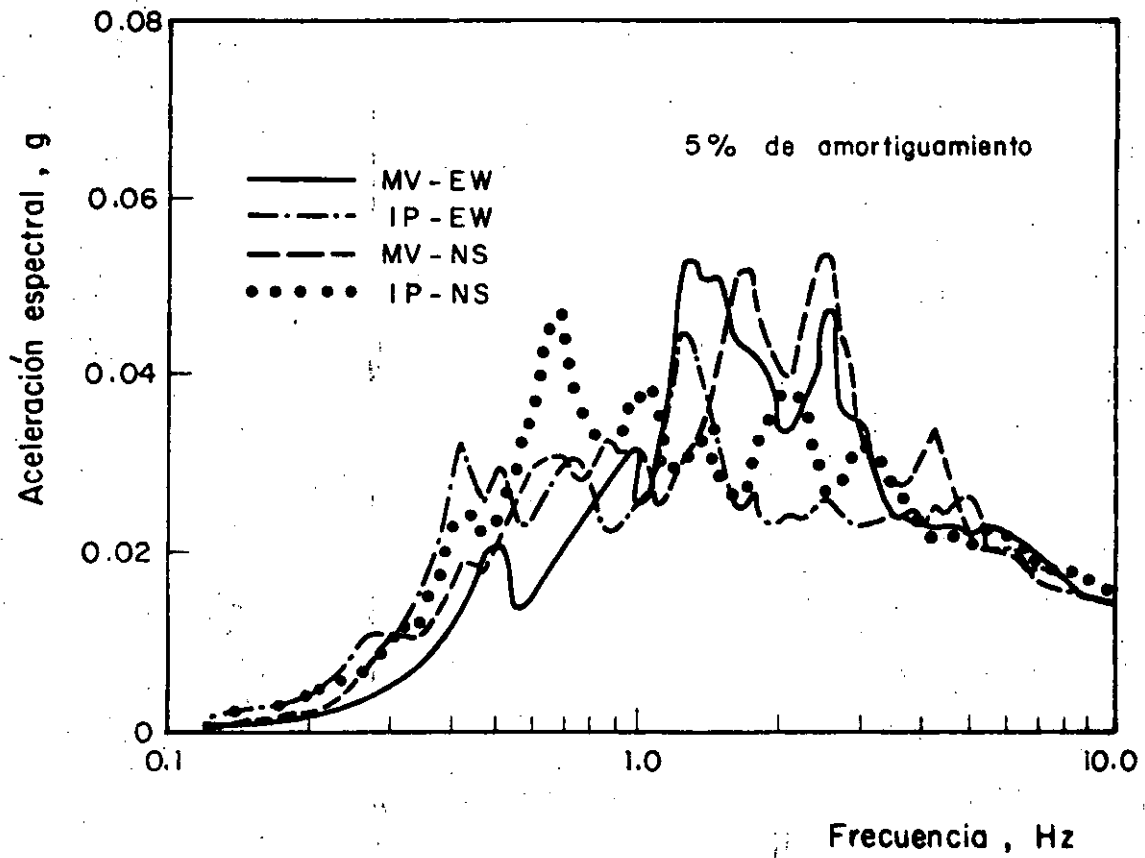


Fig 21 Componentes horizontales de los movimientos registrados en Ciudad Universitaria. Sismo 20/9/85

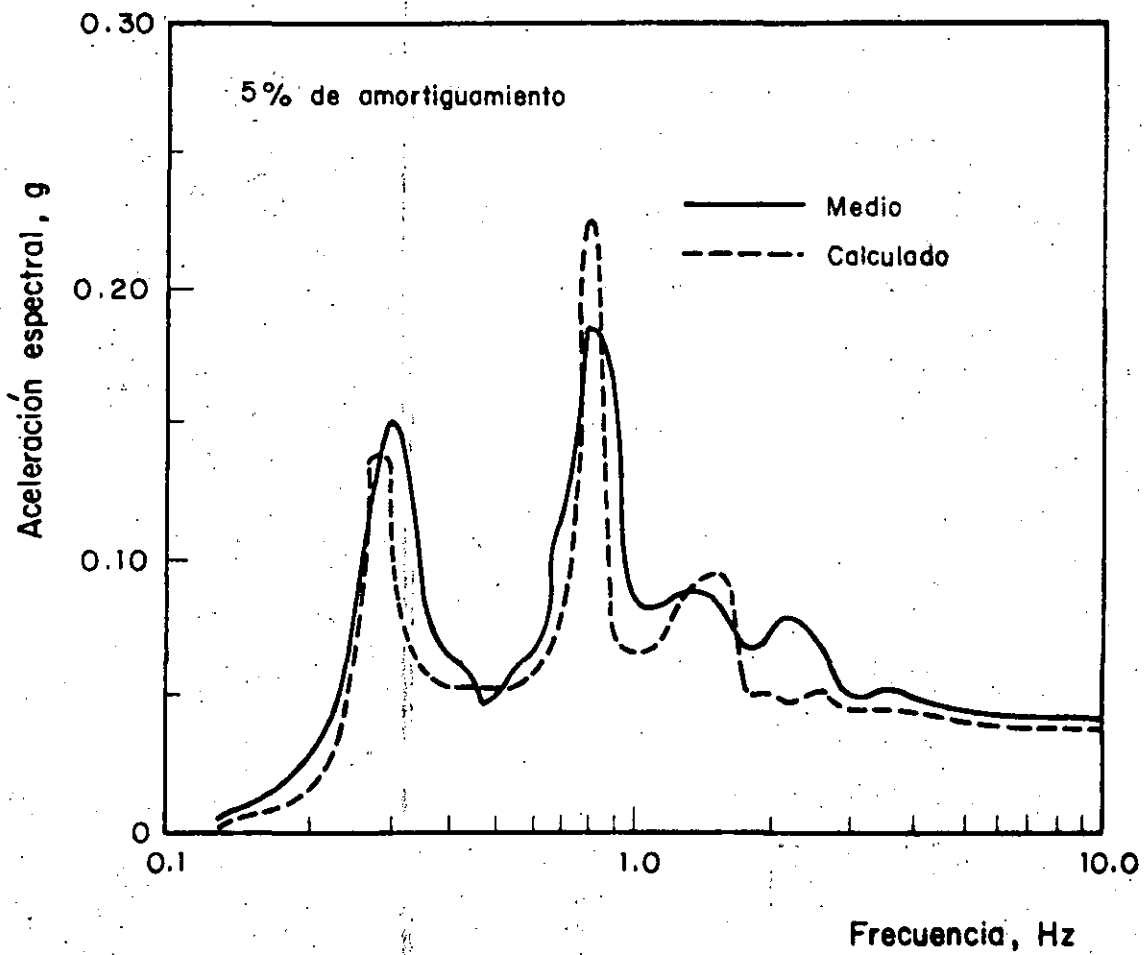


Fig 22 Espectros de respuesta promedio en el sitio CAO.
Sismo 20/9/85

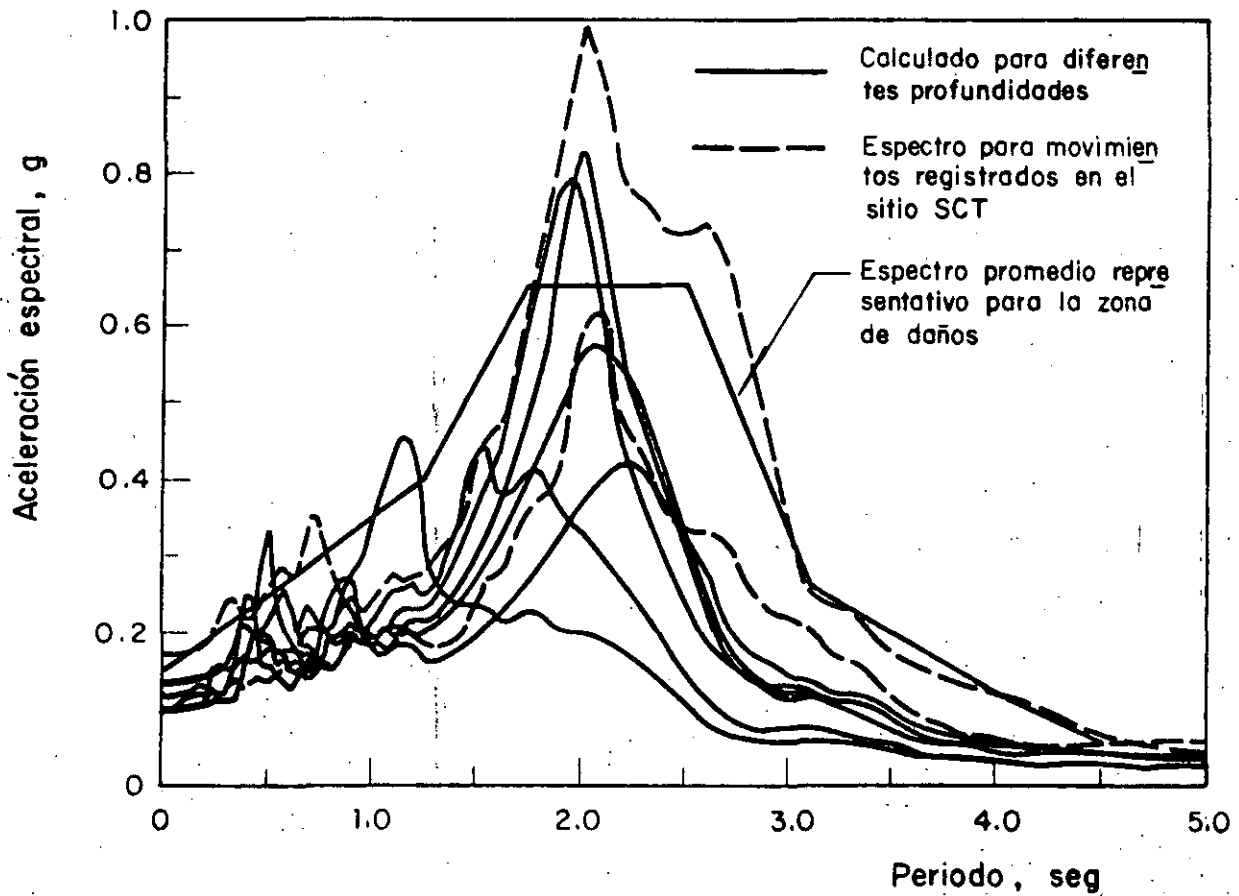


Fig 23 Espectro de respuesta para la zona de daños para profundidades de 25m a 45m y evaluación del espectro promedio representativo para la zona de daños

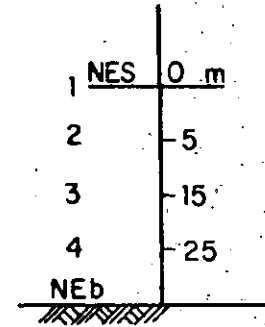
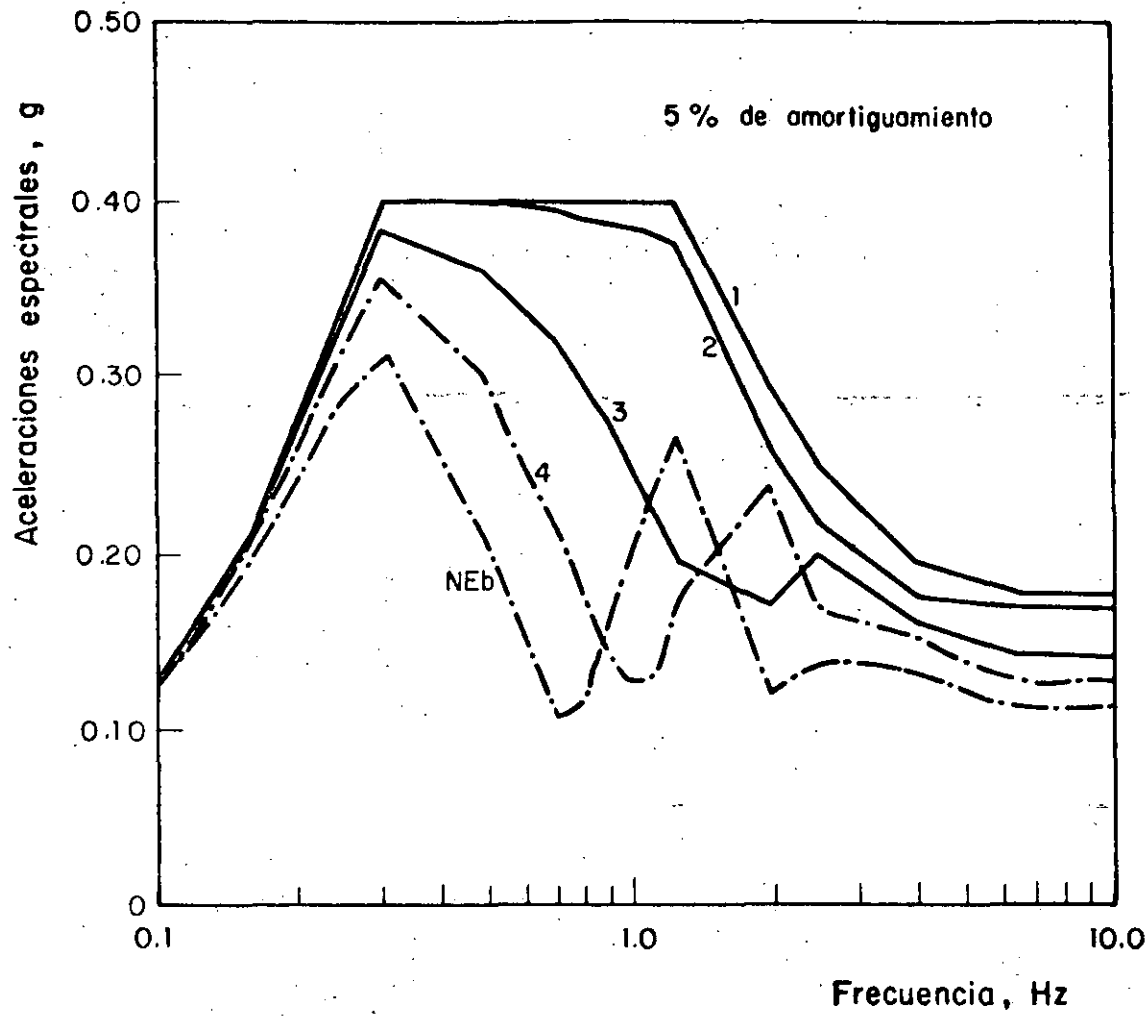


Fig 24 Variación de los movimientos sísmicos con la profundidad

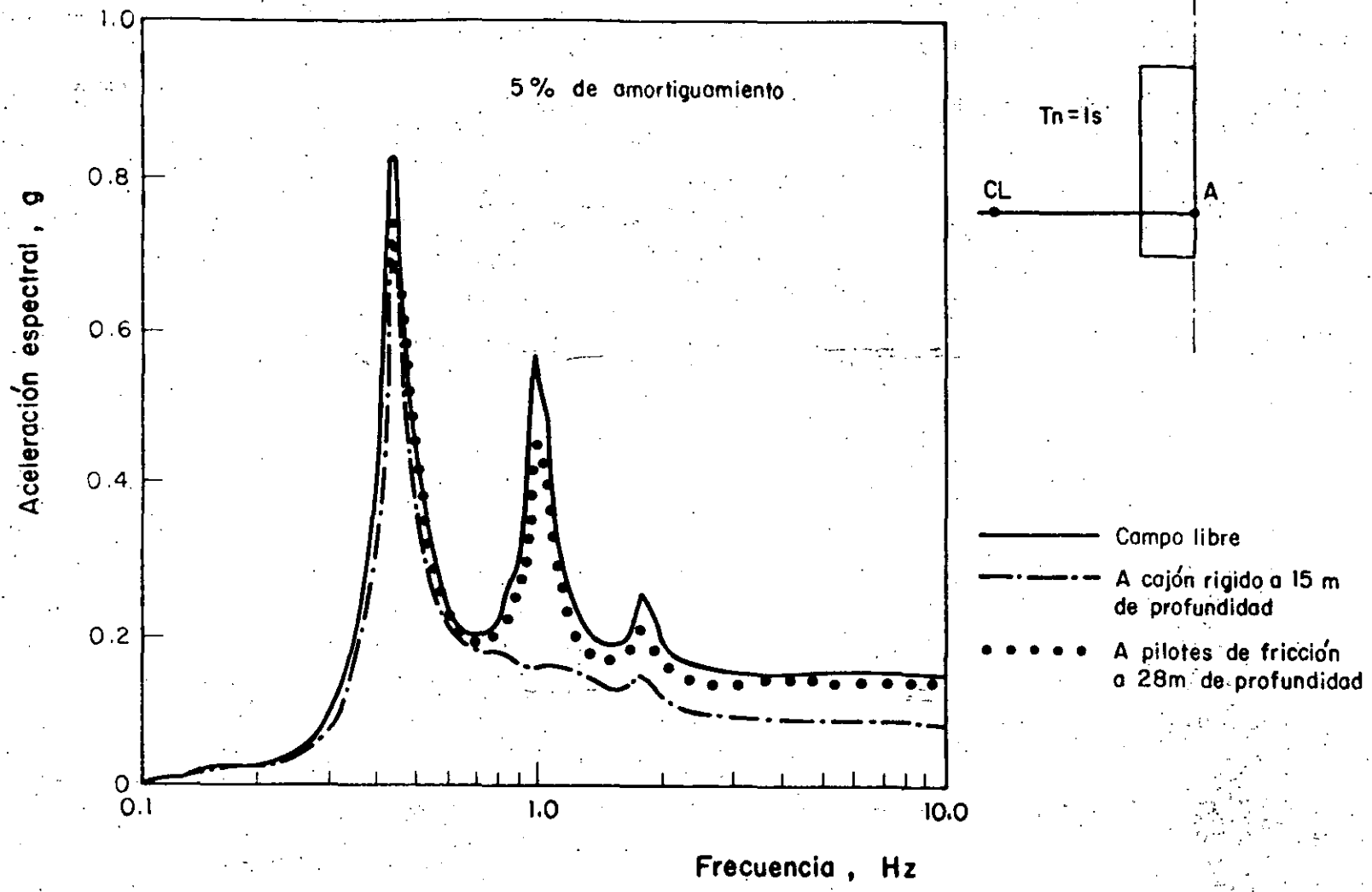


Fig 25 Efecto de la rigidez de la cimentación en los espectros de piso



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

PROPAGACION DE ONDAS ELASTICAS EN UN MEDIO SEMIFINITO

AUTOR: ING. FRANCISCO J. SANCHEZ

EXPOSITOR: DRA. SONIA E. RUIZ

OCTUBRE 1992



PROPAGACION DE ONDAS ELASTICAS EN UN MEDIO SEMINFINITO

por

Francisco J Sánchez-Sesma

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

1. INTRODUCCION

Las ondas sísmicas se propagan desde la fuente de acuerdo con las propiedades mecánicas del medio en que viajan y, por supuesto, dependen también de las características de la fuente. La descripción del fenómeno ha podido hacerse de forma satisfactoria al recurrir a simplificaciones e hipótesis que llevan a la formulación de modelos que representan los aspectos más importantes de la propagación de ondas en la tierra. Es usual aceptar que la tierra es un medio elástico lineal, homogéneo e isotrópico. En un medio de esta naturaleza con extensión ilimitada se pueden propagar dos tipos de ondas elásticas; las ondas P o de compresión y las ondas S o de cortante. Las primeras se propagan con mayor velocidad y por eso se les suele llamar primarias mientras que las segundas reciben el nombre de secundarias. Existen diversas soluciones para las ecua-

ciones que gobiernan el fenómeno de propagación. Así, para una fuente puntual se podría hablar de ondas esféricas, que a grandes distancias de la fuente se pueden representar como ondas planas. En algunos casos se modela el problema de propagación como bidimensional y las soluciones para una fuente se dan en términos de ondas cilíndricas, que también a grandes distancias son aproximadamente planas. Un buen número de soluciones de las ecuaciones fundamentales puede encontrarse en el excelente texto de Ewing, Jardetzky y Press (1957).

La existencia de una superficie libre introduce reflexiones de las ondas al llegar a esta. Para estudiar la naturaleza de las reflexiones dicha superficie debe considerarse libre de esfuerzos. Dado que a grandes distancias de la fuente las ondas pueden suponerse planas y que para las longitudes de onda de interés la curvatura de la tierra es, comparativamente, pequeña se estudiará el problema de reflexión de ondas planas por la superficie de un medio elástico seminfinito. Dicha superficie se supondrá plana.

A continuación se presentan algunos aspectos de la propagación de ondas en un medio elástico de extensión ilimitada y se expresan las ecuaciones que gobiernan el fenómeno en términos de potenciales de desplazamiento. Posteriormente se discute la reflexión de ondas planas por la

frontera libre de un semiespacio elástico, homogéneo e isotrópico. La incidencia de ondas P y SV armónicas se estudia con detalle. Finalmente se presentan las ondas superficiales de Rayleigh y de Love, las primeras como caso límite en que la velocidad aparente es menor que las velocidades de propagación de las ondas de cuerpo y las segundas como ejemplo de propagación en el caso más simple de un medio estratificado.

2. PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO ELASTICO

Puede demostrarse que en un sólido elástico, homogéneo e isotrópico las ecuaciones de movimiento están dadas por

$$\begin{aligned} (\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda+\mu) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\lambda+\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda+\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

donde u, v, w = desplazamientos en las direcciones x, y, z , respectivamente; λ, μ = constantes de Lamé, ρ = densidad del medio y t = tiempo. Estas ecuaciones pueden escribirse de una manera compacta en notación vectorial, esto es

$$\mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \bar{u} = \rho \ddot{\bar{u}} \quad (2)$$

donde $\bar{u} = (u, v, w)$ = vector desplazamiento, ∇^2 = operador Laplaciano y ∇ = operador gradiente.

Antes de considerar soluciones generales de las ecuaciones de movimiento dos ejemplos simples permitirán ilustrar las principales características de las ondas planas en un sólido elástico de extensión ilimitada.

Supongase que $u \neq 0$, $v = w = 0$ y que u es solo función de x y del tiempo. Las ecs 1 se reducen a la expresión

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

una solución de esta ecuación es

$$u = f(t - x/\alpha) + g(t + x/\alpha) \quad (4)$$

donde $\alpha^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ y f, g son funciones de una sola variable que pueden describir una forma de onda arbitraria. Un simple análisis de los argumentos de f y g permite establecer que $f(t - x/\alpha)$ representa una onda que viaja en la dirección positiva de x con velocidad α y $g(t + x/\alpha)$ describe una onda que viaja en la dirección negativa. Debe notarse que $f(t - x/\alpha)$ puede representar una onda armónica estacionaria, $\exp[i\omega(t - x/\alpha)]$ donde $i = \sqrt{-1}$ y ω = frecuencia circular del movimiento. Puede demostrarse que la ec 4 representa ondas de compresión o P.

Un segundo ejemplo simple se obtiene si se supone que $u = w = 0$ y que $v = v(x, t)$. De las ecs 1 se obtiene que

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5)$$

y la solución tiene la misma forma que la ec 4 pero representa ondas que viajan con una velocidad β , donde $\beta^2 = \mu/\rho$. Debe notarse que el movimiento es perpendicular a la dirección de avance. Puede demostrarse que las soluciones de la ec 5 representan ondas de cortante, sin cambio de volumen.

Las ecuaciones de movimiento pueden resolverse de una manera más general por medio de *potenciales de desplazamiento*.

Si el vector desplazamiento se expresa como

$$\bar{u} = \nabla\phi + \nabla_x\bar{\psi}, \text{ con } \nabla \cdot \bar{\psi} = 0 \quad (6)$$

donde ϕ es un potencial escalar y $\bar{\psi}$ es un potencial vectorial, puede demostrarse que la ec 6 representa una solución de la ec 2 (o de la ec 1 en coordenadas rectangulares) si ϕ y $\bar{\psi}$ satisfacen, respectivamente, las ecuaciones de onda:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \bar{\psi} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial t^2} \quad (8)$$

Así, por ejemplo, una solución de la ec 7 que representa una onda plana de compresión que viaja en una dirección arbitraria está dada por

$$\phi = f \left(t - \frac{x\ell + ym + zn}{\alpha} \right) \quad (9)$$

donde ℓ, m, n = cosenos de los ángulos formados por la dirección de viaje y los tres ejes coordenados, respectivamente. Si $\bar{r} = (x, y, z)$ y $\bar{n} = (\ell, m, n)$ donde \bar{r} = vector de posición y \bar{n} = vector unitario que da la dirección de propagación, la ec 9 puede escribirse como

$$\phi = f(t - \bar{r} \cdot \bar{n} / \alpha) \quad (10)$$

Es evidente que soluciones similares pueden encontrarse para los tres componentes del potencial vectorial y representarían ondas de cortante viajando con una velocidad β .

En coordenadas rectangulares la ec 6 se desarrolla como

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \\ w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

donde $\bar{\psi} = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)$.

Los potenciales de desplazamiento ϕ y $\bar{\psi}$ permiten especificar ondas planas de compresión y cortante, respectivamente, que viajen en cualquier dirección y con cualquier forma.

Además, dado el carácter lineal de las ecuaciones involucradas, cualquier combinación de soluciones sigue satisfaciendo las ecuaciones de movimiento de un sólido elástico, homogéneo e isotrópico de extensión ilimitada. La utilidad de este hecho se hace evidente cuando se hace necesario seleccionar una combinación particular de ondas planas que satisfaga una cierta condición de frontera o que describa una fuente. Tal es el caso en el problema que se aborda a continuación.

3. REFLEXION DE ONDAS PLANAS POR LA FRONTERA LIBRE DE UN SEMIESPACIO ELASTICO

Considérese que la frontera libre es el plano yz como se muestra en la fig 1. Además, sin perder generalidad, supóngase que las direcciones de avance de las ondas están alojadas en el plano xz .

Para describir el movimiento debido a ondas de cortante se introduce el concepto de planos de polarización. Así, se descompone el movimiento en la dirección de la coordenada y (ondas polarizadas horizontalmente o SH) y en la

dirección perpendicular a la dirección de avance en el plano vertical xz (ondas polarizadas verticalmente o SV). En la propagación de ondas P el movimiento es en la dirección de avance de la onda. Esto se ilustra en la fig 2.

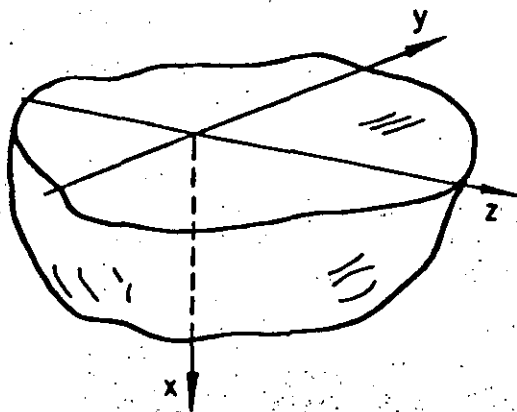


Fig 1. Sistema de coordenadas en el semiespacio elástico

La propagación de ondas SH está gobernada por la ecuación

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (12)$$

Que es precisamente la ecuación de onda en dos dimensiones, en este caso no es necesario recurrir a la formulación del problema en términos de los potenciales de desplazamiento. Puede demostrarse que, en la reflexión de una onda SH plana por una frontera libre, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión y la onda reflejada mantiene la forma de la onda incidente. Si la onda incidente está dada

por

$$v(i) = f\left(t + \frac{x \cos \gamma - z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right) \quad (13)$$

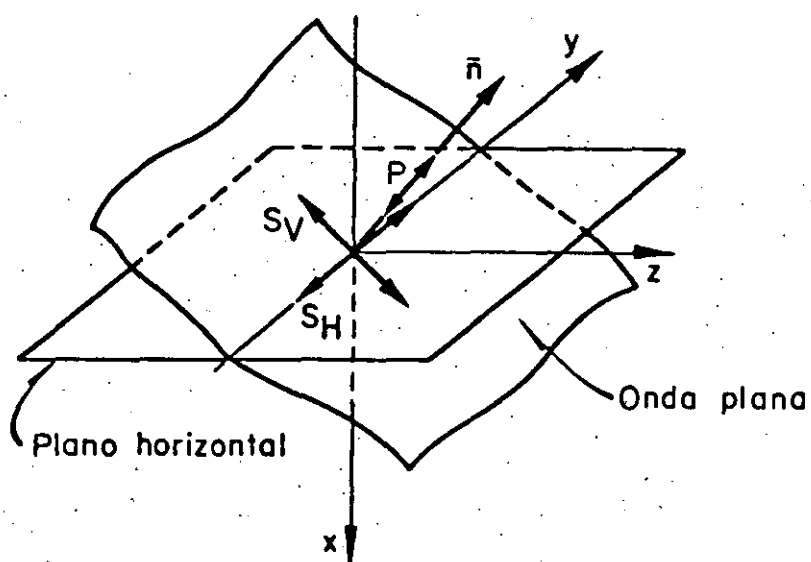


Fig 2. Nomenclatura para ondas planas

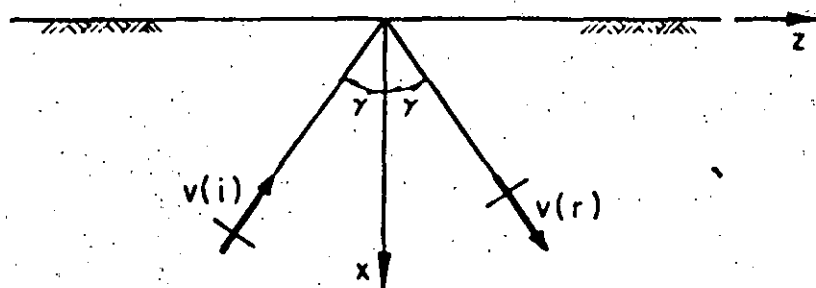


Fig 3. Ondas SH incidente y reflejada

la onda reflejada está dada simplemente por

$$v^{(r)} = f\left(t - \frac{x \cos \gamma + z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right) \quad (14)$$

aquí γ = ángulo de incidencia. Puede verificarse que $v = v^{(i)} + v^{(r)}$ satisface la ec 12 y la condición de que el plano $x = 0$ esté libre de esfuerzo pues los únicos esfuerzos relevantes están dados por

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (15)$$

y combinando las ecs 13, 14 y 15 resulta que $\tau_{xy} = 0$ en $x = 0$. Debe observarse que en estas condiciones el movimiento en $x = 0$, la superficie libre, se puede escribir como

$$v_{x=0} = 2 f\left(t - \frac{z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right), \quad (16)$$

por lo que el factor de amplificación es dos.

En la propagación de ondas P y SV el movimiento está en el plano xz , es decir $u = u(x, z, t)$, $w = w(x, z, t)$ y $v = 0$. En este caso las ecuaciones de onda que deben satisfacer los potenciales, si $\psi = \psi_y$, son

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (18)$$

Los desplazamientos quedan como

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (19)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (20)$$

Los esfuerzos que al valuarse en la superficie deben anularse son

$$\sigma_x = \lambda \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + 2 \mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \quad (21)$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (22)$$

ya que $\tau_{xy} = 0$.

Considérense los casos mostrados en las figs 4 y 5, la incidencia de ondas P y de ondas SV, respectivamente.

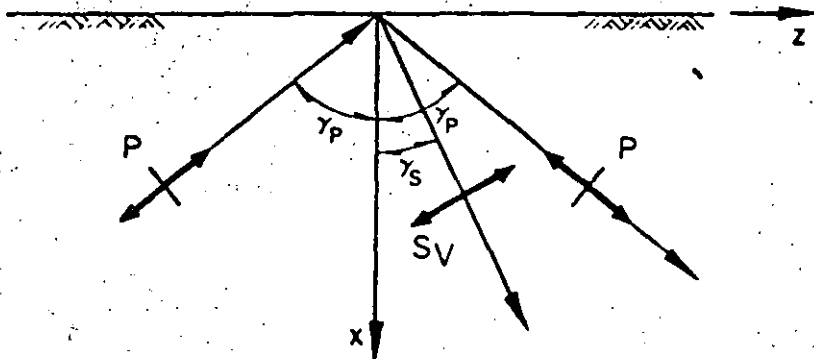


Fig 4. Incidencia de ondas P

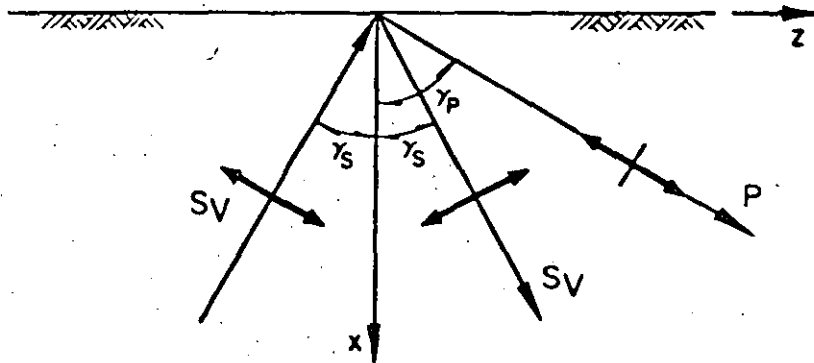


Fig 5. Incidencia de ondas SV

Mediante la técnica de separación de variables se puede demostrar que las soluciones de las ecs 17 y 18 son de la forma

$$\phi = A_0 e^{Mx} e^{Lz} e^{\Omega t} \quad (23)$$

$$\psi = B_0 e^{Kx} e^{Lz} e^{\Omega t} \quad (24)$$

donde

$$M^2 + L^2 = \frac{\Omega^2}{\alpha^2} \quad \text{y} \quad K^2 + L^2 = \frac{\Omega^2}{\beta^2} \quad (25)$$

Hasta ahora K , L , M y Ω con valores complejos son posibles soluciones, pero para los actuales propósitos basta hacer

$$\Omega = i \omega \quad \text{y} \quad L = -i l \quad (26)$$

pues al tener a Ω como número imaginario puro se garantiza

que los potenciales sean finitos. Al definir L como imaginario negativo con $\ell = \omega/c$ se observa que el producto

$$e^{-i\ell z} e^{i\omega t} = e^{i\omega(t-z/c)} \quad (27)$$

representa una onda armónica que viaja en la dirección positiva de z con una velocidad de fase c , si c es negativa la dirección de viaje es en la dirección negativa de z .

En términos de los ángulos de las figs 4 y 5 se tiene que

$$c = \frac{\alpha}{\text{sen } \gamma_p} = \frac{\beta}{\text{sen } \gamma_s} \quad (28)$$

Con estas definiciones M y K deben ser o reales o imaginarios pues, de las ecs 25 y 26, se tiene que

$$M^2 = \ell^2 - \omega^2/\alpha^2 = \omega^2(1/c^2 - 1/\alpha^2) \quad (29)$$

y

$$K^2 = \ell^2 - \omega^2/\beta^2 = \omega^2(1/c^2 - 1/\beta^2) \quad (30)$$

Así, para $\beta < \alpha < |c|$, M y K son imaginarios; para $\beta < |c| < \alpha$, M es real y K imaginario; para $|c| < \beta < \alpha$, M y K son reales.

Para el primer caso, $\beta < \alpha < |c|$, se tienen los potenciales

$$\phi = (A_1 e^{imx} + A_2 e^{-imx}) e^{-i\ell z} e^{i\omega t} \quad (31)$$

$$\psi = (B_1 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}) e^{-i\ell z} e^{i\omega t} \quad (32)$$

donde $\ell = \omega/c$, $m = \omega(1/\alpha^2 - 1/c^2)^{1/2}$ y $k = \omega(1/\beta^2 - 1/c^2)^{1/2}$.

Si $B_1 = 0$ se tiene el caso mostrado en la fig 4 de incidencia de ondas P. En cambio si $A_1 = 0$ se tendrá incidencia de ondas SV. Sustituyendo las ecs 31 y 32 en las ecs 21 y 22, haciendo que $\sigma_x = \tau_{xz} = 0$ en $x=0$ y resolviendo el sistema de ecuaciones resultante se obtiene que

a) Para $B_1 = 0$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S - (\cot^2 \gamma_S - 1)^2}{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S + (\cot^2 \gamma_S - 1)^2} \quad (33)$$

$$\frac{B_2}{A_1} = \frac{4 \cot \gamma_P (\cot^2 \gamma_S - 1)}{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S + (\cot^2 \gamma_S - 1)^2} \quad (34)$$

donde $\gamma_P =$ ángulo de incidencia y de reflexión de la onda P y $\gamma_S =$ ángulo de reflexión de la onda SV. Debe recordarse que la velocidad aparente está dada por

$$c = \frac{\alpha}{\text{sen } \gamma_P} = \frac{\beta}{\text{sen } \gamma_S} \quad (35)$$

b) Para $A_1 = 0$

$$\frac{A_2}{B_1} = - \frac{4 \cot \gamma_S (\cot^2 \gamma_S - 1)}{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S + (\cot^2 \gamma_S - 1)^2} \quad (36)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S - (\cot^2 \gamma_S - 1)^2}{4 \cot \gamma_P \cot \gamma_S + (\cot^2 \gamma_S - 1)^2} \quad (37)$$

La incidencia de una onda P puede variar de vertical (c infinita) a horizontal ($c = \alpha$) y las ecs 33 y 34 permiten calcular las amplitudes de los potenciales de las ondas reflejadas. Para la incidencia de una onda SV se tiene que $0 \leq \gamma_S \leq \text{sen}^{-1}(\beta/\alpha)$.

Si se toma la energía cinética por unidad de volumen como $\frac{1}{2} \rho (\dot{u}^2 + \dot{\omega}^2)$, puede calcularse el flujo de energía mediante el producto de la energía cinética por la velocidad de propagación y el área del frente de onda considerado. Para incidencia de una onda P puede demostrarse que las fracciones de energía reflejada como ondas P y SV están dadas, respectivamente, por

$$\frac{A_2^2}{A_1^2} \quad \text{y} \quad \frac{B_2^2 \tan \gamma_P}{A_1^2 \tan \gamma_S}$$

y, similarmente, para incidencia de una onda SV se tiene que

$$\frac{A_2^2 \tan \gamma_S}{B_1^2 \tan \gamma_P} \quad \text{y} \quad \frac{B_2^2}{B_1^2}$$

En las figs 6 y 7 se presentan valores de $\sqrt{E/E_{inc}}$ para incidencia de ondas P y SV, respectivamente, en función del ángulo de incidencia y con diferentes relaciones α/β .

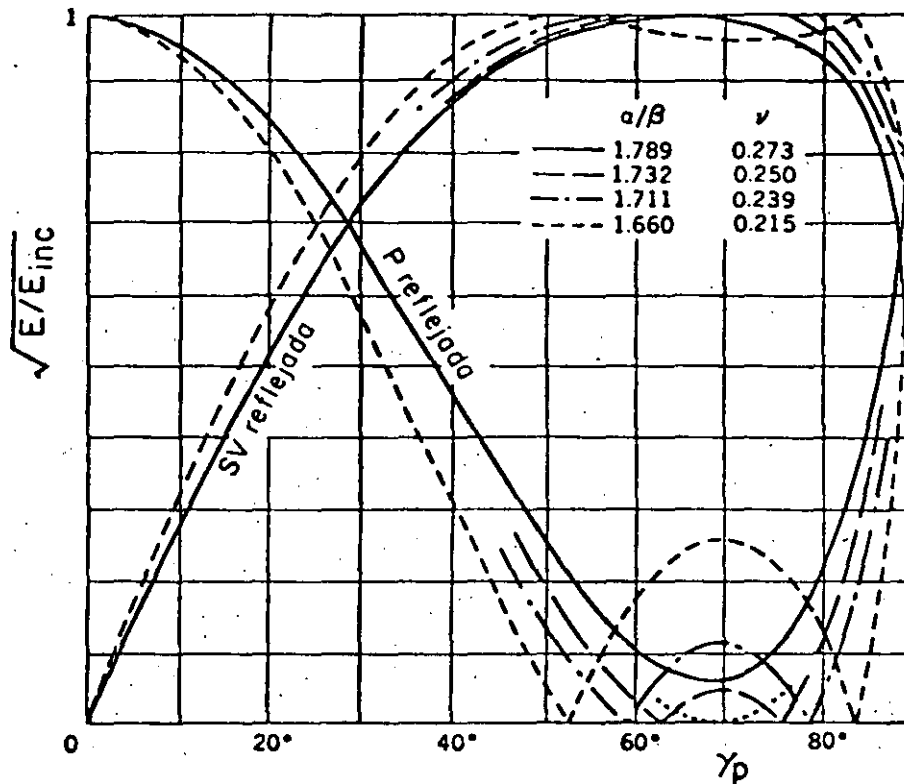


Fig 6. Raiz cuadrada de la relación de energía reflejada a energía incidente para una onda P incidente en una superficie libre

Para el segundo caso, $\beta < |c| < \alpha$, se tienen los potenciales

$$\phi = (A_1 e^{mx} + A_2 e^{-mx}) e^{-ilz} e^{i\omega t} \quad (38)$$

$$\psi = (B_1 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}) e^{ilz} e^{i\omega t} \quad (39)$$

donde $l = \omega/c$, $m = |\omega| (1/c^2 - 1/\alpha^2)^{1/2}$ y $k = \omega (1/\beta^2 - 1/c^2)^{1/2}$.

Para evitar que ϕ crezca indefinidamente al aumentar x se hace que $A_1 = 0$ por lo que no hay onda P incidente en este caso. Mediante un proceso análogo al del caso anterior se obtiene que

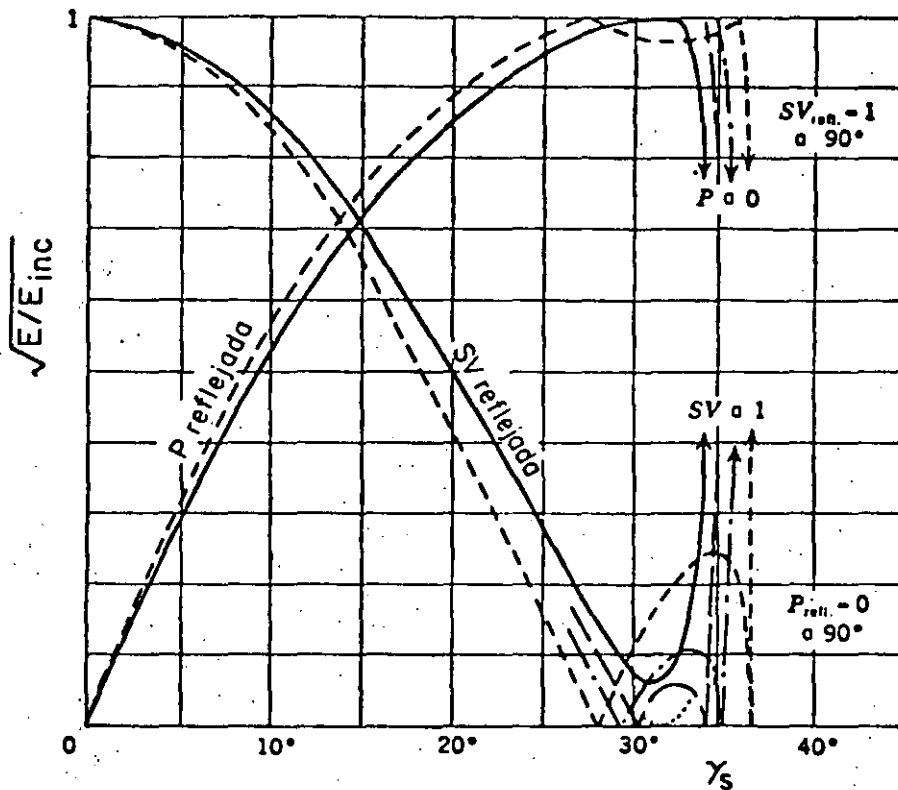


Fig 7. Raiz cuadrada de la relación de energía reflejada a energía incidente para una onda SV incidente en una superficie libre

$$\frac{A_2}{B_1} = - \frac{4 \cot \gamma_S (\cot^2 \gamma_S - 1)}{(\cot^2 \gamma_S - 1)^2 - 4i(1 - c^2/\alpha^2)^{1/2} \cot \gamma_S \operatorname{sgn} \omega} \quad (40)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = - \frac{(\cot^2 \gamma_S - 1)^2 + 4i(1 - c^2/\alpha^2)^{1/2} \cot \gamma_S \operatorname{sgn} \omega}{(\cot^2 \gamma_S - 1)^2 - 4i(1 - c^2/\alpha^2)^{1/2} \cot \gamma_S \operatorname{sgn} \omega} \quad (41)$$

donde $\operatorname{sgn} \omega = (-1$ si $\omega < 0$ o 1 si $\omega > 1$). En este caso, la incidencia de ondas SV con ángulos de incidencia γ_S mayores que $\sin^{-1}(\beta/\alpha)$ genera ondas P no homogéneas que se atenúan con la profundidad.

4. ONDAS DE RAYLEIGH

Para el tercer caso, $|c| < \beta < \alpha$, se tiene que

$$\phi = A_2 e^{-mx} e^{-ilz} e^{i\omega t} \quad (42)$$

$$\psi = B_2 e^{-kx} e^{-ilz} e^{i\omega t} \quad (43)$$

donde $m = |\omega| (1/c^2 - 1/\alpha^2)^{1/2}$ y $k = |\omega| (1/c^2 - 1/\beta^2)^{1/2}$. Se han eliminado A_1 y B_1 pues no representan ondas incidentes con potenciales finitos. Las ecuaciones de esfuerzos nulos en $x = 0$ conducen a

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{2i(1-c^2/\beta^2)^{1/2} \operatorname{sgn} \omega}{2 - c^2/\beta^2} \quad (44)$$

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{2 - c^2/\beta^2}{2i(1-c^2/\alpha^2)^{1/2} \operatorname{sgn} \omega} \quad (45)$$

como las ecs 44 y 45 deben ser iguales se obtiene que la velocidad de fase, c , debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)^2 - 4\left(1 - \frac{c^2}{\alpha^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)^{1/2} = 0 \quad (46)$$

La raíz real de esta ecuación, c_R , encontrada por vez primera por Rayleigh, da la velocidad de las llamadas ondas de Rayleigh. En la fig 8 se presentan valores de c_R para

distintos valores del módulo de Poisson ν . Las ondas de Rayleigh son ondas *superficiales* y debido a ello sufren

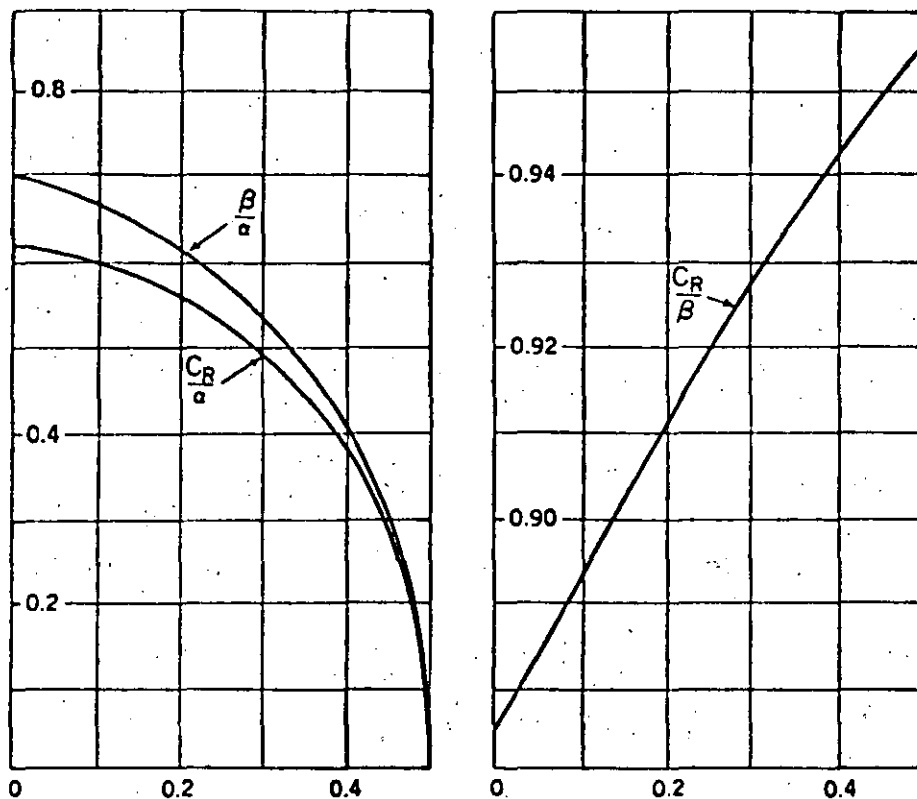


Fig 8. Relaciones β/α , c_R/α y c_R/β como funciones del módulo de Poisson ν

menor atenuación geométrica. Puede demostrarse que el movimiento generado por ondas de Rayleigh hace que las partículas describan trayectorias elípticas con ciclos retrógrados, a diferencia de los ciclos progresivos que se presentan en las ondas superficiales en líquidos. La fig 9 muestra un dibujo esquemático de las ondas superficiales de Rayleigh.

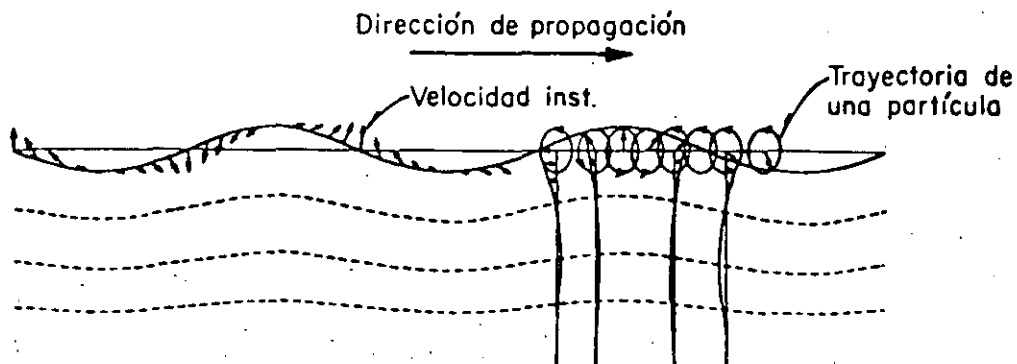


Fig 9. Ondas de Rayleigh

5. ONDAS DE LOVE

Puede demostrarse que la propagación de ondas superficiales (que se atenúen con la profundidad) del tipo SH es imposible en un semiespacio homogéneo. No obstante, las ondas SH superficiales se observan en la superficie de la tierra. Love demostró que una teoría suficiente para explicar las ondas SH superficiales puede desarrollarse si se tiene un estrato homogéneo de espesor uniforme H con propiedades μ_1 y β_1 sobre un semiespacio de propiedades μ_2 y β_2 como se muestra en la fig 10. Supóngase que los desplazamientos son independientes de la coordenada y , y además que la variación con el tiempo está dada por $e^{i\omega t}$. El plano $x = -H$ representa la superficie libre. Las ecuaciones de movimiento (ecs 1) se reducen a

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} + k_{\beta_1}^2 v_1 = 0 \quad (47)$$

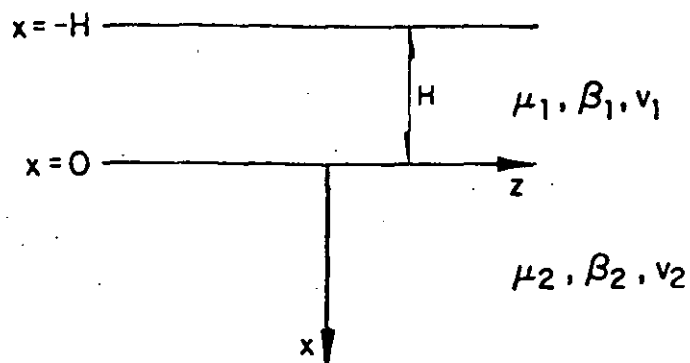


Fig 10. Notación para un estrato sobre un semiespacio elástico

para el estrato y

$$\frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} + k_{\beta_2}^2 v_2 = 0 \quad (48)$$

donde $k_{\beta_i} = \omega/\beta_i$, $i = 1, 2$ para el semiespacio.

Haciendo uso de soluciones del tipo de las ecs 23 y 24 se puede escribir que

$$v_1 = (A e^{-k\gamma_1 x} + B e^{k\gamma_1 x}) e^{ik(z-ct)} \quad (49)$$

$$v_2 = C e^{-k\gamma_2 x} e^{ik(z-ct)} \quad (50)$$

donde $\gamma_1 = (1 - c^2/\beta_1^2)^{1/2}$ y $\gamma_2 = (1 - c^2/\beta_2^2)^{1/2}$. Se observa que si $c < \beta_2$, $v_2 \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow \infty$.

Las condiciones de frontera son que $v_1 = v_2$ y $(\tau_{xy})_1 = (\tau_{xy})_2$ en $x=0$ y que $\tau_{xy} = 0$ en $x = -H$. Estas condiciones conducen a un sistema de ecuaciones homogéneo en A, B y C. Para que se tenga solución diferente de cero el determinante del sistema debe anularse. Así, se tiene que

$$\tan k \gamma_1 H = i \frac{\mu_2 \gamma_2}{\mu_1 \gamma_1} = \frac{\mu_2 (1 - c^2/\beta_2^2)^{1/2}}{\mu_1 (c^2/\beta_1^2 - 1)^{1/2}} \quad (51)$$

es la ecuación para obtener la velocidad de las ondas de Love.

Si $\beta_1 < \beta_2$ la ec 51 da valores reales de c , en el intervalo $\beta_1 < c < \beta_2$, que dependen de k y H . Pueden obtenerse ondas de Love de forma general superponiendo ondas de Love del tipo de la ec 49 con diferentes k .

La dependencia de la velocidad de propagación de la frecuencia ocasiona el fenómeno de *dispersión* y, en general, este es el caso en medios estratificados.

6. BIBLIOGRAFIA

Ewing, W M, Jardetzky, W S y Press, F, *Elastic waves in layered media*, Mc Graw-Hill Book Co, Nueva York, 1957

White, J E, *Seismic waves: radiation transmission and attenuation*, Mc Graw-Hill Book Co., Nueva York, 1965

Fung, Y C, *Foundations of solid mechanics*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1965

Site effects on strong ground motion

FRANCISO J. SÁNCHEZ-SESMA

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, Apdo. 70-472, Coyoacán 04510, Mexico, D.F. Mexico

A review of some of the available methods to study the effects of site conditions on strong ground motion is presented. The need of unified treatment of source, path and site effects in the assessment of seismic risk is pointed out.

Key Words: strong ground motion, site effects

INTRODUCTION

It has long been recognized that site effects can significantly affect the nature of strong ground motion. In some situations, ground motion amplification can adequately be inferred using simple one-dimensional models. However, due to lateral variations, the problem must be dealt with as a spatial phenomenon.

Local conditions can generate large amplifications and important spatial variations of seismic ground motion. These effects are of particular significance in the assessment of seismic risk, in studies of microzonation, in planning and in the seismic design of important facilities (Esteve, 1977; Ruiz, 1977). In particular, local irregularities can be relevant in calculating the seismic response of long structures (see Fig. 1) like dams, bridges or life-line systems (e.g., Esquivel and Sánchez-Sesma, 1980; Ruiz and Esteve, 1981).

The effect of soil conditions in ground motion has been observed in well-documented earthquakes (Sozen *et al.*, 1968; Jennings, 1971) and in regression analyses of strong motion data. For instance, there is significant evidence that subsurface topography, i.e., lateral heterogeneities, are related to localized damage distribution in the Skopje, Yugoslavia earthquake of July 26, 1963 (Poceski, 1969). It has been suggested that focusing of the wave energy, by irregular interfaces, generated large motion amplification in limited zones of the city (Jackson, 1971). The same can be said of the recent destructive Michoacán earthquake of September 19, 1985. In this case the combination of site effects with a continuous flux of energy from a distant source was of disastrous consequences in Mexico City. The phenomenon of local amplification in sedimentary basins has been related to the formation of caustics Rial, 1984). Damage statistics of buried utility pipes in the Miyagiken-Okii, Japan earthquake of June 12, 1978 have shown spectacular increase in the number of occurred failures near the cut-and-fill boundary of a newly developed area (Kubo and Isoyama, 1980). Such damage has been associated with failures of the ground (Irikura, personal communication).

Topographical effects have been invoked to explain the high acceleration recorded at the Pacoima Dam (1.25 g)

during the San Fernando, California earthquake of February 9, 1971 (Trifunac and Hudson, 1971; Boore, 1973). For the aftershocks of the same earthquake, Davis and West (1973) in a series of observations have found significant local amplifications due to topographical relief. In a field study in the Appalachian Mountains using distant mine blasts as sources, average amplitude ratios between mountain top and valley sites were determined (Griffiths and Bollinger, 1979). These average ratios showed that the seismic wave amplitudes at the crests were amplified by factors from 1.7 to 3.4. In Fig. 2 three seismograms for the same event in the Powell Mountain area are shown. The positions of recording sites are also displayed in the figure. Dealing with destructive earthquakes, evidence shows that damaging effects tend to increase where steep relief or complicated topography

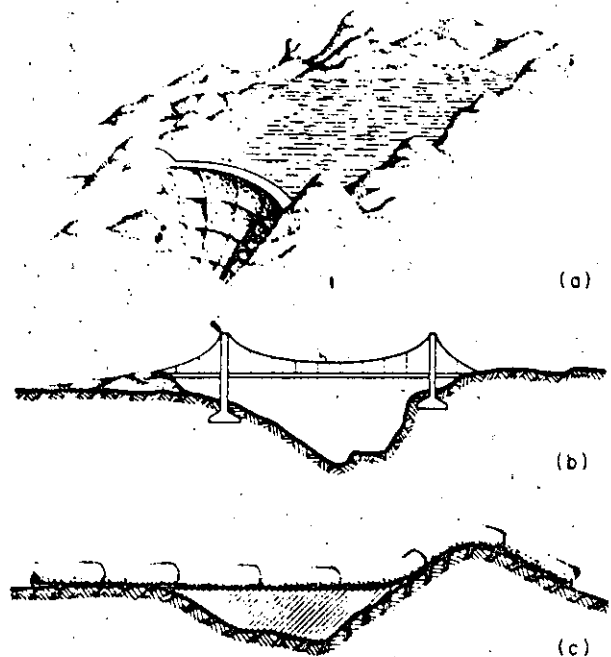


Fig. 1. Long structures at irregular sites: (a) dam; (b) bridge; and (c) a lift-line system

Accepted February 1986. Discussion closes June 1987.

0267-7261/87/010124-09\$2.00

© 1987 Computational Mechanics Publications

124 *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1987, Vol. 6, No. 2

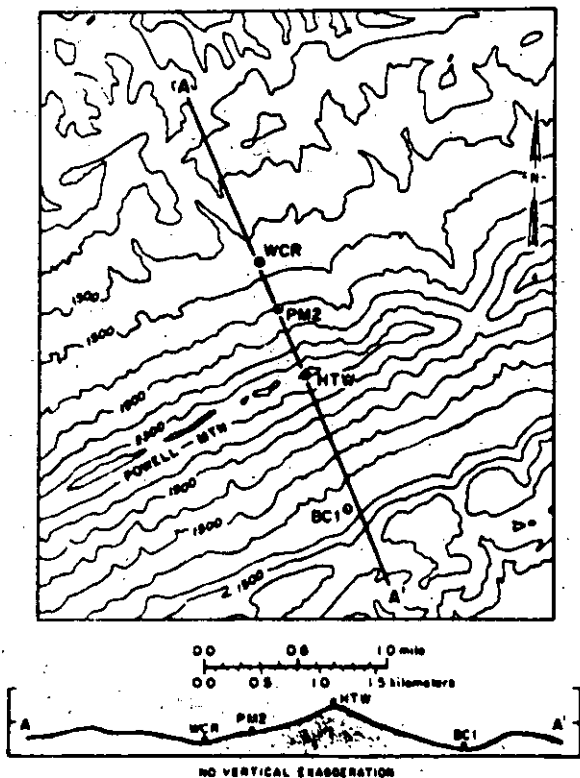
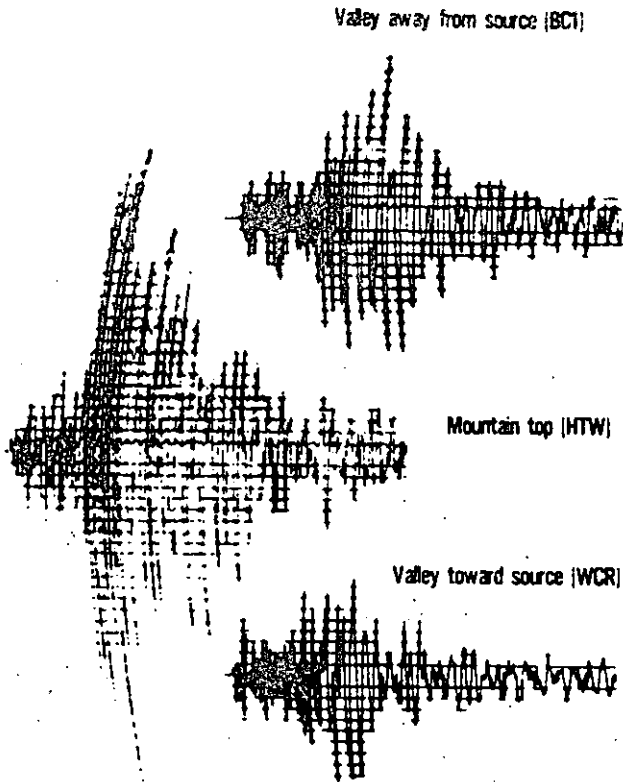


Fig. 2. Seismograms at three stations at the Powell Mountain area and location of the recording sites. Epicentral distance was about 30 km. Topographic contour interval is 200 ft (61 m) (After Griffiths and Bollinger, 1979)

is present. Recent case histories were offered by the November 23, 1980 Southern Italy earthquake, where topography related increments of up to 2 degrees in the MSK intensity scale have been observed (Siro, 1982).

As pointed out by Trifunac (1980), the strong earthquake shaking of interest in earthquake engineering falls in the frequency range from about 0.1 Hz to about 20 Hz and since the seismic wave velocities near the earth's surface lie in the range from about 0.1 km/s to about 3 km/s, it can be seen that the corresponding wave lengths are from tens of meters to tens of kilometers. Thus, the topographical and geological irregularities of dimensions near to this range will have considerable influence on the corresponding waves. It follows that the extent and detail of local conditions required to study their effects should be considered in terms of the wave lengths associated with the periods of motion which are more important for a particular analysis. For a tall building, a dam or a bridge, for example, these local site dimensions might be of several kilometers. On the other hand, for stiff structures or small buildings, these dimensions can be from tens to hundreds of meters.

Although recent work has emphasized the physical understanding of site effects so that quantitative predictions can be made (Boore, 1983a), there is still lack of criteria for dealing with the problem taking into account source, path and local conditions. Active research is needed to predict more accurately the local effects, given the source parameters. Indeed, it is encouraging the recent progress on strong motion prediction using mathematical modelling techniques (Aki, 1982). Much of the research is concentrated on the understanding of fault mechanics and wave propagation in the Earth. It is generally accepted that high frequency radiation, which controls accelerations, comes from very localized parts of the fault. A powerful asymptotic theory of high frequency radiation has been recently developed (Madariaga, 1983). Applications of the theory are coming (e.g., Bernard and Madariaga, 1984). However, it should be noted that the foci of future earthquakes are not known; their location, mechanism and amount of released energy can only be speculated in terms of regional seismicity models (Esteva, 1976). On the other hand, the knowledge of geological details is generally small to justify the use of very refined models of wave propagation, particularly for the high frequencies. It is then clear, in view of the mentioned uncertainties, that the problem of seismic risk assessment must be dealt within a probabilistic framework. A promising approach seems to be the use of integral measures of intensity such as Arias' (1970) combined with stochastic descriptions of the input (Boore, 1983b) and simplified models of the local irregularities (Sánchez-Sesma *et al.*, 1986).

The aim of this work is to review the problem of calculating the effects of topographical and geological irregularities on ground motion given some kind of seismic waves as input. For this purpose the current formulation of the problem, the known analytical solutions and some of the available numerical methods are briefly discussed. It is hoped that this work could serve to stimulate discussion and interest on the problem.

FORMULATION OF THE PROBLEM

There is no doubt that the source mechanism governs the



Fig. 3. Half-space with irregular surface and incident elastic waves

way in which the released seismic energy is radiated in space and time. However, seismic waves, once emitted by the source, are dependent on the mechanical properties of earth materials and the heterogeneities encountered in their path. This is also true dealing with irregular local conditions. Moderate changes in mechanical impedances or irregularities with size comparable to incident wave lengths can generate significant amplifications and spatial variations of ground motion (Boore, 1972b).

Plane waves are reflected back and refracted forward as they arrive at a plane interface. The amounts of reflected and transmitted energy depend on the mechanical properties of the media involved. Reflection and refraction in elastic wave propagation can well be described by geometrical means. Let us call diffraction to every change in the waves' path that can not be described as reflection or refraction. To study diffraction of elastic waves it is necessary to solve a boundary value problem for the governing equations of linear elasticity (e.g. Achenbach, 1973; Aki and Richards, 1980).

To fix ideas, consider an elastic, homogeneous and isotropic half-space with an irregular surface as shown in Fig. 3. Under incidence of elastic waves the irregularity will diffract the incident waves (diffraction is frequently called scattering). Diffracted waves must satisfy, together with incident waves, the governing equations (Navier equations) and the boundary conditions. Moreover, the diffracted fields must satisfy the Sommerfeld (1949) radiation condition at infinity, which means that the diffracted fields must scatter to infinity; i.e., no energy may be radiated from infinity into the irregular region. The Sommerfeld radiation condition has been extended to elastic wave fields by Kupradze (1965).

ANALYTICAL SOLUTIONS

The simplest problems in elastic wave diffraction are the two-dimensional *SH*-wave problems because they can be analyzed separately from other body waves. The governing equation for this case is the scalar wave equation. Then, analytical solutions can be obtained for geometries of the scatterer which allow separation of variables (Mow and Pao, 1971). Using this method, exact solutions have been obtained for the diffraction of *SH*-waves by canyons and alluvial valleys with semi-circular (Trifunac, 1971, 1973) or semi-elliptical shapes (Wong and Trifunac, 1947a,b). Even with these simple models of local irregularities, complicated interference patterns were found and the calculated surface displacement fields varied strongly in space (see Fig. 4). Results are very sensitive to incidence angle and frequency. Results for alluvial valleys show the importance of the two-dimensional behaviour gives much larger amplifications

than those obtained from unidimensional calculations. These analytical solutions have shown the importance of the problem and they provide a check for numerical procedures.

A very simple result can also be obtained for two-dimensional wedges of any angle under incidence of plane or cylindrical of *SH*-waves. Using a representation of the solution given by Macdonald (1902) it is possible to show that the amplification (or reduction) coefficient at the vertex is given by $2/\nu$, where $\nu\pi$ = internal angle of the wedge (Sánchez-Sesma, 1985). Surprisingly, amplifications larger than $2/\nu$ were found in other regions of the surface.

For the more difficult cases of *P*- or *SV*-incident waves the orthogonal wave functions developed in classical physics are not separable for the half-space surface due to the coupling of boundary conditions. Lee (1982) overcame this difficulty for a semi-spherical canyon by expanding the spherical wave functions into a power series which matched all the boundary conditions successfully. However, this approach limited to small frequencies.

Under additional simplifying assumptions other analytical solutions have been obtained using orthogonal wave functions. For an acoustic medium exact expressions for the scattered fields generated by incidence of *P*-waves on canyons of semi-circular and semi-spherical shapes have been obtained (Singh and Sabina, 1977). The results however, are of small utility because the acoustic assumption can hardly be met in real cases. The problem of vertically incident *P*-waves upon a semi-ellipsoidal three-dimensional scatterer has been solved exactly for an elastic medium in which horizontal displacements are restricted. Results for vertical displacement are in reasonable agreement with those from more reliable computations for a truly elastic medium (see e.g. Sánchez-Sesma, 1983). This is illustrated in Fig. 5.

Under the assumption of small-slope irregularities a perturbation solution has been obtained for the elastic scattered field by two-dimensional geometries (Gilbert and Knopoff, 1960). The approximation is based on replacing the irregularity by an equivalent stress distribution. An application of this method by Hudson

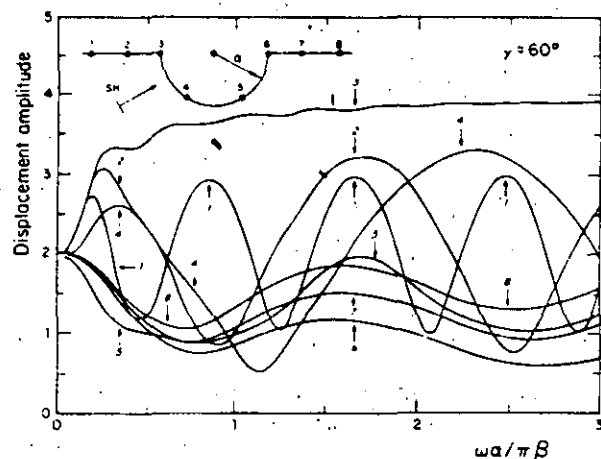


Fig. 4. Displacement amplitudes at points in the surface of a semi-circular canyon. Incidence of harmonic plane *SH* waves (After Trifunac, 1973)

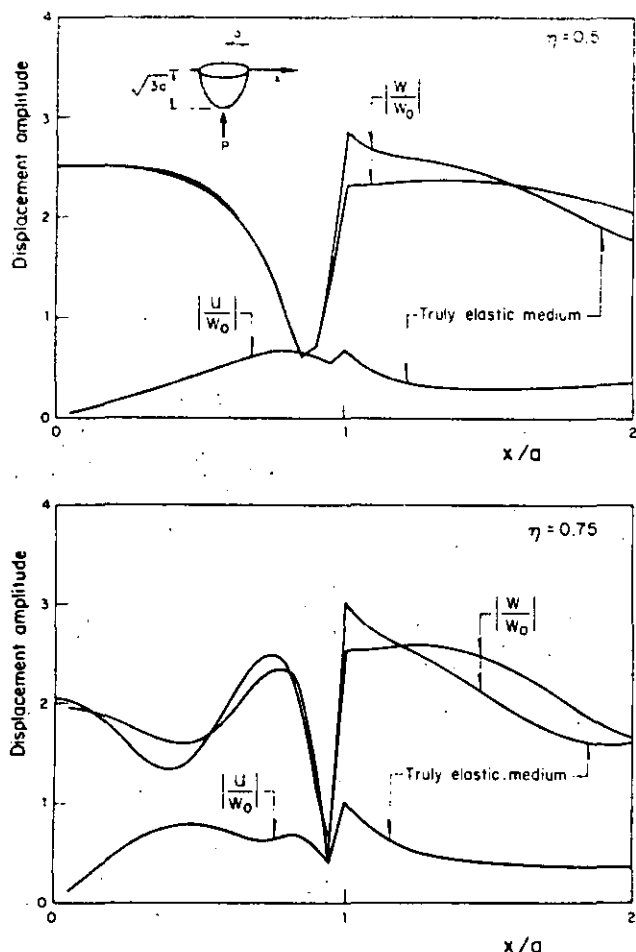


Fig. 5. Displacement amplitudes in a semi-ellipsoidal surface cavity under vertical incidence of P waves. Vertical displacements are computed for a simplified elastic medium in which horizontal motion is restricted. Comparison is provided with computations for a truly elastic medium

(1967) deals with small-slope three-dimensional scatters. With this approach reasonable estimates have been obtained of the scattered Rayleigh waves as compared with observations even in cases in which slope angles are as large as 25° or 30° (Hudson and Boore, 1980).

The method of matched asymptotic expansions has no restrictions on the slope of the irregularity. It is based in matching the first terms of an outer expansion of the near field with those of an inner expansion of the far field (Sabina and Willis, 1975, 1977). Although the method is limited to very small frequencies, results are in qualitative agreement with observations.

NUMERICAL METHODS

A powerful technique has been developed by Aki and Larner (1970) to treat scattering of SH-waves by irregular interfaces. In the Aki-Larner method, it is assumed incidence of a plane single-frequency. The diffracted field is represented by superposition of plane waves of unknown complex amplitudes propagating in many directions. Inhomogeneous plane waves are allowed. The method is restricted to small-slope irregularities for numerical reason only because it does not include

explicitly upgoing waves. Then, even if the representation in terms of plane waves is complete, convergence to the true solution can be very slow. The total motion is obtained from integration over horizontal wave number. Under the assumption of horizontal periodicity of the irregularity, the integral is replaced by an infinite sum. Truncation of this sum and application of the interface conditions of continuity of stress and displacement in the wavenumber domain lead to a system of linear equations for the complex scattering coefficients. This method has been applied by Bouchon (1973) to study the effects of two-dimensional irregular topographies on ground motion for incidence of SH, SV and P waves. Figure 6 shows some results. An extension of the method has been advanced by Bouchon and Aki (1977a,b) to represent with this discrete-wave-number technique near source seismic fields in a layered medium with irregular interfaces. Another extension, now to time domain calculations, has been developed to study the seismic response of alluvial valleys (Bard and Bouchon, 1980a,b) under incidence of SH, P and SV waves. The Aki-Larner technique has been used by Bard (1982) to analyze the effects of two-dimensional elevated topography on ground motion. An additional extension of the method is due to Bouchon (1985) in which upgoing waves are explicitly included in the analysis, thus eliminating the restriction of small-slopes. Calculations for irregular layered media show a very good performance of the extended method (Campillo and Bouchon, 1985). The method has been used to model the fields generated by real faults (Bouchon, 1979; Campillo, 1983). It can be

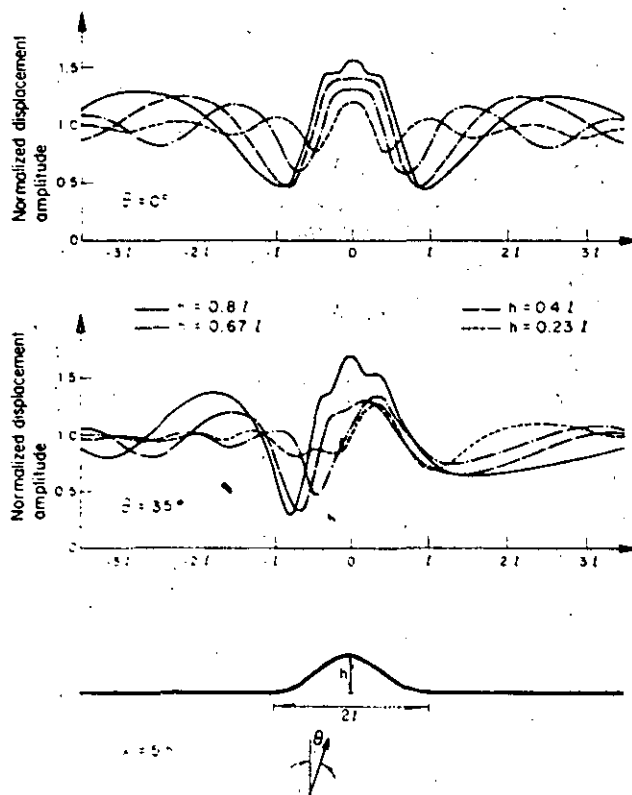


Fig. 6. Normalized displacement amplitudes in the surface of a ridge under incident SH waves. (After Bouchon, 1973)

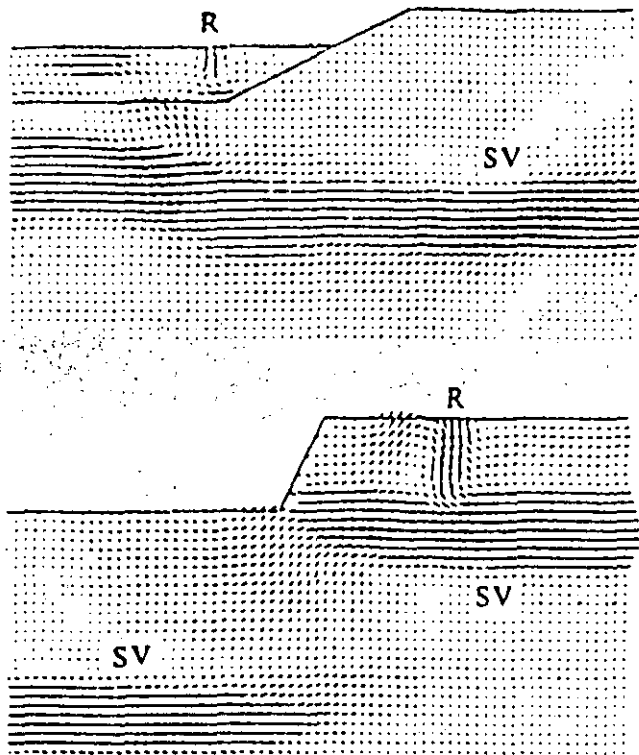


Fig. 7. Generation of surface Rayleigh waves by surface irregularities. In both cases the incident field consists of SV waves. (After Ohtsuki, et al., 1984)

used to model ground motion considering together the effects of source, path and local conditions. However, the numerical computations involved may become very expensive for many real cases.

The finite difference method is also a powerful tool in elastic wave propagation studies (Alterman and Karal, 1968; Boore, 1972a). It has been applied to model two-dimensional irregular interfaces (Boore et al., 1971) and ridges (Boore, 1972b) in the *SH* case and also for incident *P* and *SV*-waves upon a sedimentary basin (Harmsen and Harding, 1981) and a step-like topography (Boore et al., 1981). Interesting results have been found concerning the significant generation of Rayleigh surface waves by lateral irregularities. Recent work by Ohtsuki and coworkers (Ohtsuki and Harumi, 1983; Ohtsuki et al., 1984a; 1984b) confirm this fact. They have used a combination of finite differences and finite elements. Figure 7 displays some results which show this important effect. For incidence of *P* waves upon a surface slot the computations by Ilan and Bond (1981) give good agreement with experiments. It is found that the amplitude of the scattered Rayleigh wave is, as expected, dependent on incidence angle. A finite difference analysis of axisymmetric topographical irregularities has been presented to study the effects of vertically incident shear waves (Liao et al., 1980). Spectral ratios were obtained and comparison with observations gives reasonable agreement. The finite difference method is theoretically unlimited to model details and nonlinear behaviour of materials, but the size of the problem can easily exceed the capacity of major computing facilities.

The finite element method also allows a detailed description of site topography and layering. With this method it is possible to calculate the response of two-

dimensional soil configurations with truly nonlinear stress-strain relations (Streeter et al., 1974; Joyner and Chen, 1975; Joyner, 1975). The major disadvantage of the method is its low-frequency limit and high cost. Usually, real time analysis must be shortened to avoid the reflections from the artificial boundaries. The use of different transmitting techniques can reduce the spurious waves to some extent (e.g., Smith, 1974, 1975; Ayala and Aranda, 1977; Clayton and Engquist, 1977; Castellani et al., 1981; Liao and Wong, 1981). Successful criteria have been developed for damping out the unwanted reflections by means of nonuniform element size (Day, 1977) or, by combining finite elements with a boundary integral representation of the conditions at the edges of the studied domain (Franssens and Langasse, 1984). Finite elements have been used to treat problems of irregular layering (Lysmer and Drake, 1972; Drake, 1972; Ayala and Aranda, 1977) and two-dimensional topographical irregularities (Castellani et al., 1982) under idealized conditions. Nevertheless, a realistic wave analysis can be very costly.

Ray methods have also been used to study the ground motion in sediment filled basins with irregular interfaces (e.g., Jackson, 1971; Hong and Helmberger, 1977; Lee and Langston, 1983; Rial, 1984) or dipping layers (Ziegler and Pao, 1984).

An extension of ray theory based on a paraxial approximation of the elastic solution has been recently used to study many problems of wave propagation in inhomogeneous media (e.g., Nowack and Aki, 1984; Madriaga, 1984). These solutions are called Gaussian beams because of the Gaussian shape of the wave amplitude around a central ray. The high frequency character of Gaussian beams place them as a very promising tool to study site effects on strong ground motion.

Experimental techniques can be very useful in describing topographical or layering site effects. Using polyurethane foam models King and Brune (1981) were able to obtain results for sedimentary basins. Excellent agreement was found with analytical solutions.

In recent years boundary methods have gained increasing popularity. This fact is mainly due to the availability of high speed computers. Boundary methods are well suited to deal with wave propagation problems because they avoid the introduction of fictitious boundaries and reduce by one the dimensionality of the problem. These facts yield numerical advantages. Moreover, boundary methods can be used together with the finite element method (Zienkiewicz et al., 1977). Then, the region modelled with finite elements can be smaller (e.g., Ayala and Gomez, 1979; Shah et al., 1982).

There are two main approaches to the formulation of boundary methods; one is based on the use of boundary integral equations (Cruse and Rizzo, 1968a,b; Brebbia, 1978; Cole et al., 1978; Alarcón et al., 1979), and the other, on the use of complete systems of solutions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1980a). The scattering of incident *SH*-waves from two-dimensional irregular topographies has been formulated with integral equations by Wong and Jennings (1975) for arbitrarily shaped canyon-like profiles and by Sills (1978) for ridges and mixed shapes. This method has been applied with success to calculate the effects of a dipping layer of alluvium on the displacement field due to a *SH*-wave source on the surface

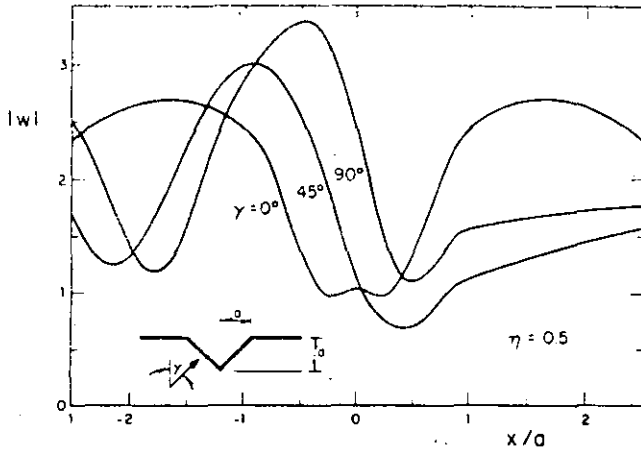


Fig. 8. Displacement amplitudes on the surface of a triangular canyon with 45° slopes for different incidence angles and normalized frequency $\eta = 0.5$, incidence of SH waves

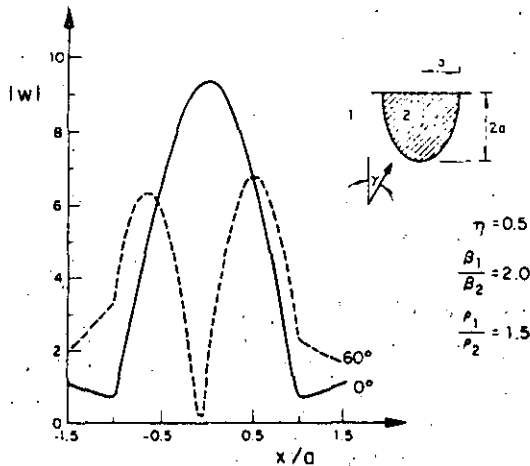


Fig. 9. Displacement amplitudes at the free-surface. Semi-elliptical alluvial valley. Incidence of SH waves with angles 0° and 60 degrees. Normalized frequency $\eta = 0.5$

(Wong *et al.*, 1977). Results compare favourably with observations during a full-scale low-amplitude propagation test. A powerful approach which combines the boundary integral equation method with finite differences in time has been presented (Cole *et al.*, 1978) for elastodynamic problems. The performance of the method was found to be good in a simple numerical problem. A boundary method has been developed and applied to solve two-dimensional scattering of harmonic elastic waves by canyons (Sánchez-Sesma, 1978, 1981; Sabina *et al.*, 1979; Sánchez-Sesma and Rosenblueth, 1979; Wong, 1979, 1982; England *et al.*, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982a; 1985), alluvial deposits (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Ize *et al.*, 1981; Dravinski, 1982a,b, 1983) and ridges (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982b) for different types of waves and shapes of the scatterers. The method consists of constructing the scattered fields with linear combinations of members of a complete family of wave functions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1984). These families of functions, which are solutions of the governing equations of the problem, can be constructed in a very

general way, with single or multipolar sources having their singularities outside the region of interest. Coefficients of the linear forms thus constructed are obtained from a least-squares matching of boundary conditions. As pointed out by Wong (1982), the method can be considered as a generalized inverse one. He suggested a procedure which improves the solution numerically. A general framework for the method is given by a recent algebraic theory of boundary value problems (Herrera, 1979, 1980a,b; 1984). Figures 8, 9 and 10 illustrate typical results for incidence of SH-waves. Figure 11 shows the amplitudes of vertical and horizontal displacements in the surface of a semicircular canyon for incidence of Rayleigh waves. Results are displayed for three different frequencies $\eta = 2a/\lambda$, where $\lambda =$ wavelength of the incoming waves.

The approach has been extended to three-dimensional problems (Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1984). The case of incident elastic P, SV and Rayleigh waves upon axisymmetric irregularities on the surface of an elastic half-space was formulated using an azimuthal decomposition. The diffracted fields were constructed with multipolar solutions of the reduced Navier equations in spherical coordinates (Takeuchi and Saito, 1972; Aki and Richards, 1980). For a semi-spherical alluvial deposit and vertical incidence of P-waves a very large amplification was found as compared with the flat layer problem. In Figs 12 and 13 the amplitudes of displacements are shown for two three-dimensional problems. In both cases incidence of P waves is assumed with normalized frequency $\eta_k = \omega a / \pi \beta = 1$. Figure 12 present the case of a semi-spherical canyon. Finally, an example for a ridge appears in Fig. 13. The shape of the ridge is given by $z = -h(1 + 2\xi^3 - 3\xi^2)$, where $\xi^2 = (x^2 + y^2)/a^2 < 1$.

CONCLUDING REMARKS

The influence of topographic and geological irregularities on seismic ground motion has been briefly discussed and some of the available methods to deal with the problem

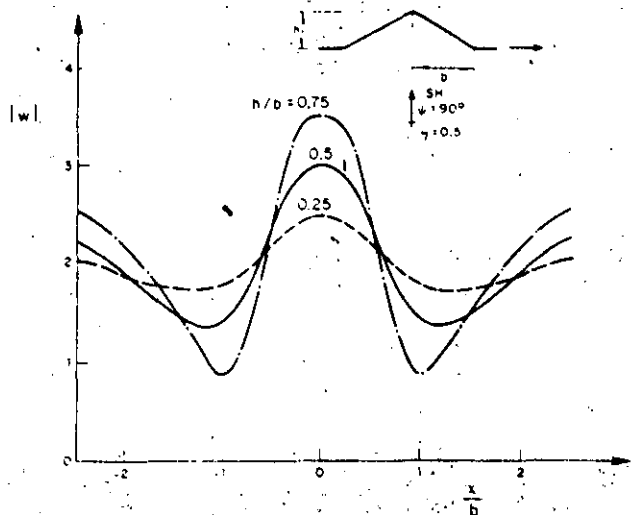


Fig. 10. Displacement amplitudes at the free-surface. Ridges with different aspect ratio h/b . Vertical incidence of SH waves with normalized frequency $\eta = 0.5$

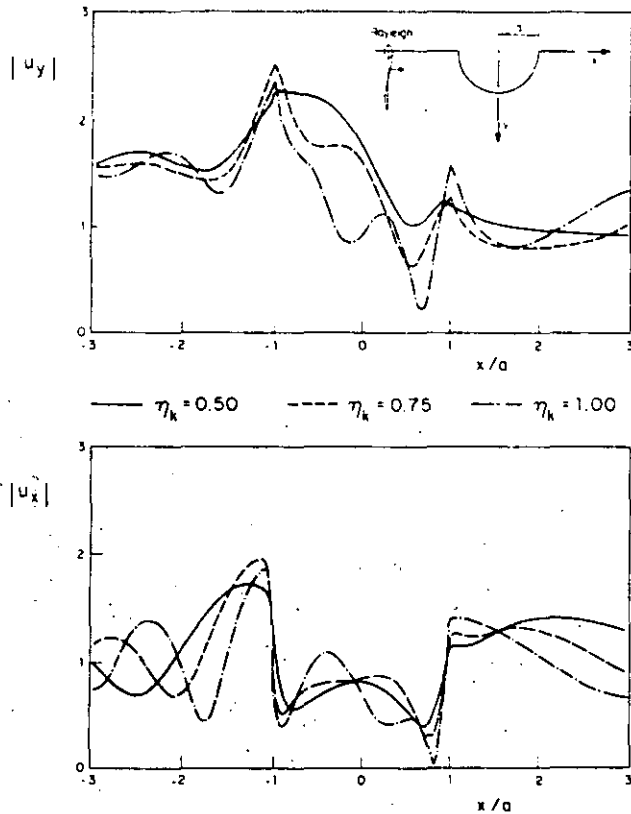


Fig. 11. Amplitudes of vertical and horizontal displacements at the free-surface. Semicircular canyon. Incidence of Rayleigh waves with normalized frequencies $\eta_k = 0.5, 0.75, 1.0$ (Poisson ratio 0.33).

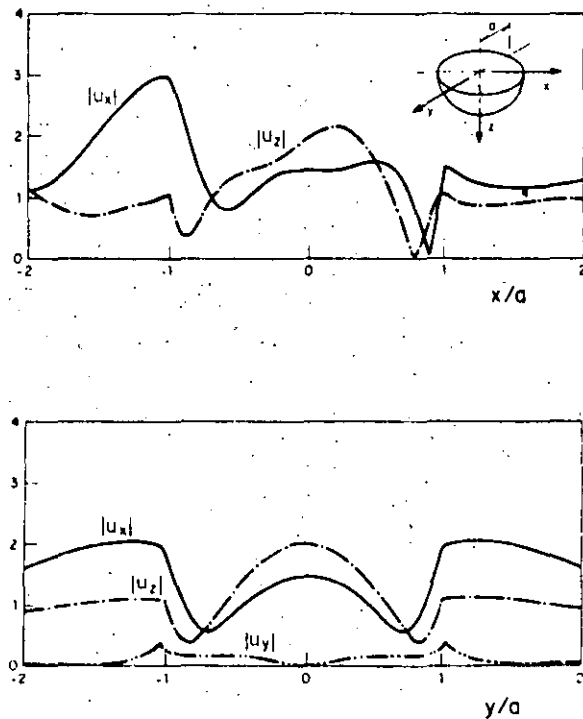


Fig. 12. Surface displacement amplitudes. Semi-spherical canyon under incidence of P waves with incidence angle of 60° and normalized frequency $\eta_k = 1.0$ (Poisson ratio 0.25).

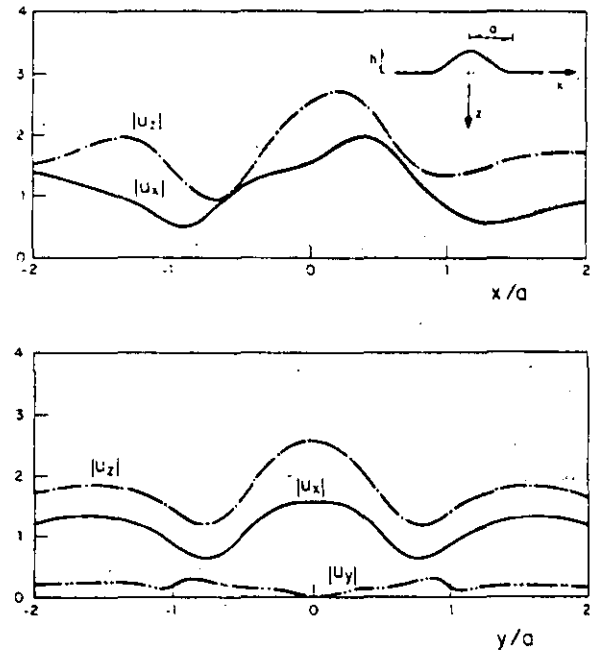


Fig. 13. Surface displacement amplitudes. Axisymmetric ridge with $h/a = 0.5$. Incidence of P waves with incidence angle of 30° and normalized frequency $\eta_k = 1.0$ (Poisson ratio 0.25).

were reviewed. They have been used to study various aspects of local effects. Discrete wave number and finite differences allow the modelling of various types of irregularities and provide physical understanding of site effects as they are aimed to produce time signals of the response. With the advent of supercomputers their capabilities are being extended both in the complexity of the problems and in the possibility of dealing with high frequency signals. Ray methods including the use of Gaussian beams seem to be powerful tools to deal with high frequencies. On the other hand, boundary methods, which allow the study of three-dimensional local features, are still in the development stage. It is hoped that a comparative study among the various methods will define in a clear way the advantages and limitations of each one.

There is no doubt that local conditions play an important role in the spatial variation of ground shaking and should be explicitly considered in the design of some important facilities, as well as in microzoning. However, seismic hazard involves also the effects of source mechanism and path of seismic waves. Thus, a complete description of the problem is needed.

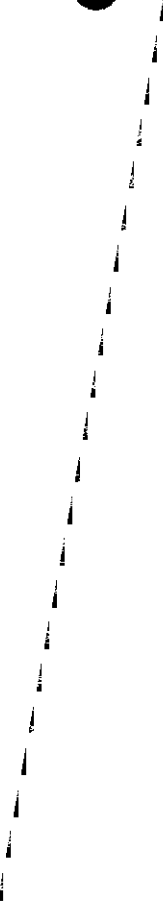
ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to K. Aki, K. Irikura, M. A. Bravo and F. J. Chávez-García for the critical reading of the manuscript and for helpful discussions. This review was done while the author was on leave from the National University of Mexico as a visiting professor at the Department of Geological Sciences, University of Southern California, Los Angeles, California, USA. This work was partially supported by the National Science Foundation under Grant CEE-8408227.

REFERENCES

- Achenbach, J. D. *Wave propagation in elastic solids*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973
- Aki, K. Strong motion prediction using mathematical modeling techniques, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982, **72**, S29-S41
- Aki, K. and Larner, K. L. Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.* 1970, **70**, 933-954
- Aki, K. and Richards, P. G. *Quantitative seismology, theory and methods*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1980
- Alarcón, E., Martín, A. and Paris, F. Boundary elements in potential and elasticity theory, *J. Computers and Structures* 1979, **10**, 351-362
- Alterman, Z. S. and Karal, F. C., Jr. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1968, **58**, 367-398
- Arias, A. A measure of earthquake intensity in *Seismic design for nuclear power plants*, (Ed. R. J. Hansen), MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1970
- Ayala, G. A. and Aranda, G. R. Boundary conditions in soil amplification studies, *Proc. World. Conf. Earthquake Eng., 6th*, New Delhi, 1977
- Ayala, G. A. and Gómez, R. A. A general procedure for solving three dimensional elasticity problems in geomechanics in *Numerical methods in geomechanics*, (Ed. W. Wittke), Aachen, A. A. Balkema, Rotterdam, 1979
- Bard, P. Y. Diffracted waves and displacement field over two-dimensional elevated topographies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1982, **71**, 731-760
- Bard, P. Y. and Bouchon, M. The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1980a, **70**, 1263-1286
- Bard, P. Y. and Bouchon, M. The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1980b, **70**, 1921-1941
- Bernard, P. and Madariaga, R. High-frequency seismic radiation from a buried circular fault, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **78**, 1-17
- Boore, D. M. Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials in *Methods in computational physics 11*, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972a
- Boore, D. M. A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1972b, **62**, 275-284
- Boore, D. M. The effect of simple topography on seismic waves: implications for accelerations recorded at Pacoima Dam, San Fernando Valley, California, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 1603-1609
- Boore, D. M. Strong-Motion Seismology - 1979 through 1982, *Reviews of Geophysics and Space Physics* 1983a, **21**, 1308-1318
- Boore, D. M. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based in seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983b, **73**, 1865-1894
- Boore, D. M., Larner, K. L. and Aki, K. Comparison of two independent methods for the solution of wave scattering problems: response of a sedimentary basin to incident SH waves, *J. Geophys. Res.* 1971, **76**, 558-569
- Boore, D. M., Harmsen, S. C. and Harding, S. T. Wave scattering from a steep change in surface topography, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **71**, 117-125
- Bouchon, M. Effect of topography on surface motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 615-632
- Bouchon, M. Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault. An example: the Parkfield earthquake of 1966, *J. Geophys. Res.* 1979, **84**, 6149-6156
- Bouchon, M. A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.* 1985, **77**, 1-5
- Bouchon, M. and Aki, K. Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977a, **67**, 259-277
- Bouchon, M. and Aki, K. Near-field of seismic source in a layered medium with irregular interfaces, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1977b, **50**, 669-684
- Brebbia, C. A. *The boundary element method for engineers*, Pentech Press, London, 1978
- Campillo, M. Numerical evaluation of the near field high-frequency radiation from quasi-dynamic circular faults, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 723-734
- Campillo, M. and Bouchon, M. Synthetic SH-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* in press
- Castellani, A., Chesi, C. and Mitsopoulou, E. An earthquake engineering wave propagation model, *Meccanica*, Journal of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, March 1981, 33-41
- Castellani, A., Peano, A. and Sardella, L. On analytical and numerical techniques for seismic analysis of topographic irregularities, *Proc. European Conf. Earthquake Eng. 7th*, Athens, Greece, 1982, **2**, 415-423
- Clayton, R. and Engquist, B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 1529-1540
- Cole, D. M., Kosloff, D. D. and Minster, Bernard J. A numerical boundary integral equation for elastodynamics. I, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1978, **68**, 1331-1357
- Cruse, T. A. and Rizzo, F. J. A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. I, *J. Math. Anal. Appl.* 1968a, **22**, 244-259
- Cruse, T. A. and Rizzo, F. J. A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. II, *J. Math. Anal. Appl.* 1968b, **22**, 341-355
- Davis, L. L. and West, L. R. Observed effects of topography on ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 283-298
- Day, S. M. Finite element analysis of seismic scattering problems, PhD Thesis, University of California, San Diego, California, 1977, 149 pp.
- Dravinski, L. A. Love and Rayleigh waves in non-horizontal layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1972, **62**, 1241-1258
- Dravinski, M. Scattering of SH waves by subsurface topography, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE* 1982a, **108**, 1-17
- Dravinski, M. Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982b, **72**, 597-614
- Dravinski, M. Amplification of P, SV and Rayleigh waves by two alluvial valleys, *Soli Dynamics and Earthquake Eng.* 1983, **2**, 66-77
- England, R., Sabina, F. J. and Herrera, I. Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Ints.* 1980, **21**, 148-157
- Esquivel, J. A. and Sánchez-Sesma, F. J. Effects of canyon topography on dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH waves, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 153-160
- Esteva, L. Seismicity in *Seismic risk and engineering decisions*, (Eds C. Lomnitz and E. Rosenblueth), Elsevier Scientific Pub. Co., Amsterdam, 1976
- Esteva, L. Microzoning: models and reality, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 6th*, New Delhi, 1977
- Franssens, G. R. and Lagasse, P. E. Scattering of elastic waves by a cylindrical obstacle embedded in a multilayered medium, *J. Acoust. Soc. Am.* 1984, **76**, 1535-1542
- Gilbert, F. and Knopoff, L. Seismic scattering from topographic irregularities, *J. Geophys. Res.* 1960, **65**, 3437-3444
- Griffiths, D. W. and Bollinger, G. A. The effect of the Appalachian Mountain topography on seismic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1979, **69**, 1081-1105
- Harmsen, S. C. and Harding, S. T. Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **72**, 655-670
- Herrera, I. Theory of connectivity: a systematic formulation of boundary element methods, *Applied Math. Modelling* 1979, **3**, 151-156
- Herrera, I. Variational principles for problems with linear constraints, prescribed jumps and continuation type restrictions, *J. Inst. Maths. and Applics.* 1980a, **25**, 67-96
- Herrera, I. Boundary methods. A criterion for completeness, *Proc. Nat'l. Acad. Sci., USA* 1980b, **77**, 4395-4398
- Herrera, I. *Boundary methods: an algebraic theory*, Pitman Adv Publishing Program, Boston, 1984
- Herrera, I. and Sabina, F. J. Connectivity as an alternative to boundary integral equations. Construction of bases, *Proc. Nat'l. Acad. Sci. USA* 1978, **75**, 2059-2063
- Hong, T. L. and Helmberger, D. V. Glorified optics and wave propagation in non planar structures, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **68**, 1313-1330
- Hudson, J. A. Scattered surface waves from a surface obstacle, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1967, **13**, 441-458
- Hudson, J. A. and Boore, D. M. Comments on 'Scattered surface waves from a surface obstacle', *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1980, **60**, 123-127
- Ilan, A. and Bond, L. J. Interaction of a compressional impulse with a slot normal to the surface of an elastic half space - II, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1981, **65**, 75-90
- Ize, J. R., England, R. and Sabina, F. J. Theoretical and numerical study of diffraction of waves by inhomogeneous obstacles, *Comunicaciones internas*, 291, IIMAS-UNAM, Mexico, 1981
- Jackson, P. S. The focusing of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 685-695
- Jennings, P. C. (editor) San Fernando earthquake of February 9, 1971,

- Earthquake Eng. Res. Lab., EERL 71-02, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, California, 1971
- Joyner, W. B. A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1337-1357
- Joyner, W. B. and Chen, A. T. F. Calculation of nonlinear ground response in earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1315-1336
- King, J. L. and Brune, J. N. Modeling the seismic response of sedimentary basins, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **72**, 1469-1487
- Kubo, K. and Isoyama, R. Damage to buried utility pipes in the 1978 Miyagiken-Oki earthquake, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **8**, 225-232
- Kupradze, V. D. Potential methods in the theory of elasticity, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965
- Lee, J. J. and Langston, C. A. Wave propagation in a three-dimensional circular basin, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 1637-1655
- Lee, V. W. A note on the scattering of elastic plane waves by a hemispherical canyon, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 1982, **1**, 122-129
- Liao, Z. P., Baipo, Y. and Yifan, Y. Effect of three-dimensional topography on earthquake ground motion, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 161-168
- Liao, Z. P. and Wong, H. L. A transmitting boundary for discrete methods, *Proc. 4th, ASCE-EMD Speciality Conf.*, Purdue University, 1981
- Lysmer, J. and Drake, L. A. A finite element method for seismology in *Methods of Computational Physics, 11*, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972
- Macdonald, H. M. *Electric Waves*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1902
- Madariaga, R. High frequency radiation from dynamic earthquake fault models, *Ann. Geophysical* 1983, **1**, 17-23
- Madariaga, R. Gaussian beam synthetic seismograms in a vertically varying medium, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **79**
- Mow, C. C. and Pao, Y. H. The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations, Report R-482-PR, The Rand Corporation, Santa Monica, California, 1971
- Nowack, R. and Aki, K. The two-dimensional Gaussian beam synthetic method: testing and applications, *J. Geophys. Res.* 1984, **89**, 7797-7819
- Ohtsuki, A. and Harumi, K. Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1983, **11**, 441-462
- Ohtsuki, A., Yamahara, H. and Harumi, K. Effect of topography and subsurface inhomogeneity on seismic Rayleigh waves, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1984a, **12**, 37-58
- Ohtsuki, A., Yamahara, H. and Tazoh, T. Effect of lateral inhomogeneity on seismic waves, II. Observations and analyses, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1984b, **12**, 795-816
- Poceski, A. The ground effect of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1969, **59**, 1-29
- Rial, J. A. Caustics and focusing produced by sedimentary basins. Application of catastrophe theory to earthquake seismology, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **79**, 923-938
- Ruiz, S. E. Influencia de las condiciones locales en las características de los sismos, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1977, **387**, pp. 65
- Ruiz, S. E. and Esteva, L. Probabilistic response of multi-support structures on non uniform soil conditions, *Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis, Missouri, 1981, **1**, 351-354
- Sabina, F. J. and Willis, J. R. Scattering of SH waves by a rough half-space of arbitrary slope, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1975, **42**, 685-703
- Sabina, F. J. and Willis, J. R. Scattering of Rayleigh waves by a ridge, *J. Geophys.* 1977, **43**, 401-419
- Sabina, F. J., England, R. and Herrera, I. Theory of connectivity: Applications to scattering of seismic waves. I. SH wave motion, *Proc. 2nd International Conf. on Microzonation*, San Francisco, California, 1979, **2**, 813-824
- Sánchez-Sesma, F. J. Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape, *Proc. Int. Conf. on Microzonation, 2nd*, San Francisco, California, 1978, **2**, 729-738
- Sánchez-Sesma, F. J. A boundary method applied to elastic scattering problems, *Arch. Mech.* 1981, **33**, 167-179
- Sánchez-Sesma, F. J. Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 1621-1636
- Sánchez-Sesma, F. J. Diffraction of elastic SH waves by wedges, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1985, **75**, 1435-1446
- Sánchez-Sesma, F. J. and Rosenbluth, E. Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1979, **7**, 441-450
- Sánchez-Sesma, F. J. and Esquivel, J. A. Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1979, **69**, 1107-1120
- Sánchez-Sesma, F. J. and Esquivel, J. A. Ground motion on ridges under incident SH waves, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **1**, 33-40
- Sánchez-Sesma, F. J., Herrera, I. and Bravo, M. A. *Diffracción de ondas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico*, Instituto de Ingeniería, UNAM, Mexico, 1982a
- Sánchez-Sesma, F. J., Herrera, I. and Avilés, J. A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982b, **72**, 473-490
- Sánchez-Sesma, F. J., Chávez-Pérez, S. and Avilés, J. Scattering of elastic waves by three-dimensional topographies, *Proc. World Conf. Earthquake Engng., 7th*, San Francisco, California, 1984, **2**, 639-646
- Sánchez-Sesma, F. J., Bravo, M. A. and Herrera, I. Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1985, **75**, 263-269
- Sánchez-Sesma, F. J., Faccioli, E. and Fregonese, R. An index for measuring the effects of topography on seismic ground motions intensity, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1986, in press
- Shah, A. H., Wong, K. C. and Datta, S. K. Diffraction of plane SH waves in a half-space, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1982, **10**, 519-528
- Sills, L. B. Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1978, **54**, 319-348
- Siro, L. Emergency microzonations by Italian Geodynamics Project after November 23, 1980 earthquake: a short technical report, *Proc. Int. Conf. Microzonation, 3rd*, Seattle, Washington, 1982, **3**, 1417-1427
- Singh, S. K. and Sabina, F. J. Ground motion amplification by topographic depressions for incident P waves under acoustic approximation, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 345-352
- Smith, W. D. A nonreflecting boundary for wave propagation problems, *J. Computational Phys.* 1974, **15**, 492-503
- Smith, W. D. The application of finite element analysis to body wave propagation problems, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1975, **42**, 747-768
- Sommerfeld, A. *Partial differential equations in physics*, Academic Press, Inc., New York, 1949
- Sozen, M. A., Jennings, P. C., Mattiesen, R. B., Housner, G. W. and Newmark, N. M. Engineering Report of the Caracas Earthquake of July 29, 1967, National Academy of Sciences, Washington DC, 1968
- Streeter, V. L., Wylie, E. B. and Richard, F. E., Jr Soil motion computations by characteristics method, *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Geotech. Eng. Div.* 1974, **100**, 247-263
- Takeuchi, H. and Saito, M. Seismic surface waves in *Methods in Computational Physics*, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972, **11**
- Trifunac, M. D. Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 1755-1770
- Trifunac, M. D. Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1973, **1**, 267-281
- Trifunac, M. D. Effects of site geology on amplitudes of strong motion, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 145-152
- Trifunac, M. D. and Hudson, D. E. Analysis of the Pacoima Dam 'accelerogram' - San Fernando, California, earthquake of 1971, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 1393-1411
- Wong, H. L. Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by surface topographies, Report CE 79-05, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California, 1979
- Wong, H. L. Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982, **72**, 1167-1183
- Wong, H. L. and Trifunac, M. D. Scattering of plane SH wave by a semi-elliptical canyon, *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1974a, **3**, 157-169
- Wong, W. L. and Trifunac, M. D. Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH wave, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1974b, **64**, 1389-1408
- Wong, H. L. and Jennings, P. C. Effect of canyon topography on strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1239-1257
- Wong, H. L., Trifunac, M. D. and Westermo, B. Effects of surface and subsurface irregularities on the amplitude of monochromatic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 353-368
- Ziegler, F. and Pao, Y.-H. Transient elastic waves in a wedge-shaped layer, *Acta Mechanica* 1984, **52**, 133-163
- Zienkiewicz, O. C., Kelly, D. W. and Bettess, P. The coupling of the finite element and boundary solution procedures, *Int. J. Num. Meth. Eng.* 1977, **11**, 355-377



ON THE SEISMIC RESPONSE OF ALLUVIAL VALLEYS

F.J. Sánchez-Sesma
Instituto de Ingeniería, UNAM
Cd. Universitaria 04510 DF
Mexico, and
Fundación J. Barros Sierra A.C.
Carretera al Ajusco 203, Tlalpan 14200 DF
Mexico

ABSTRACT. Paper reviews some of the methods available for studying the seismic response of alluvial valleys. The current formulation of the problem is discussed in brief. Some examples are given of results obtained using analytical and numerical approaches. The need for a unified treatment of source, path, and site effects on seismic risk assessment is pointed out.

1. INTRODUCTION

Local soil conditions can significantly affect the characteristics of ground motion during earthquakes giving rise to large amplifications and spatial variations of shaking. These effects can not be ignored in the assessment of seismic risk, in studies of microzonation, and in the seismic design of important facilities (Esteve, 1977; Ruiz, 1977). The seismic behavior of local irregularities is relevant in the response of life-line systems.

Effects of soil conditions on ground motion have been observed in well documented earthquakes (*e.g.* Sozen *et al.*, 1968; Jennings, 1971; Singh *et al.* 1987) and in regression analyses of strong motion data (see *e.g.* Campbell, 1985). In addition there is evidence that localized damage distribution is related to lateral irregularities in subsurface topography.

These effects were observed and documented for the July 26, 1963 Skopje, Yugoslavia earthquake (Poceski, 1969). It has been suggested that focusing of the wave energy by irregular interfaces greatly amplified ground motions in parts of the city (Jackson, 1971). A recent case history was offered by the September 19, 1985 Michoacán, Mexico earthquake which caused unprecedented destruction in Mexico City. In addition to important source and path effects, the lacustrine formations of the valley originated observed spectral amplifications of ten to 50 times compared with what was observed on nearby firm ground in the frequency band of 0.2 to 1.0 Hz (Singh *et al.*, 1987).

When the soil layers are horizontal, with few or no lateral irregularities, use of one dimensional models (*e.g.* Haskell, 1962) may suffice to account for site effects. However, lateral irregularities can generate focusing and local surface waves. This can produce significant discrepancies between observed ground motion and the values predicted when assuming horizontal stratification. This is precisely the case in some Mexico City's locations during the 1985 earthquake. There is conclusive evidence of important generation of local surface waves (*e.g.* Sánchez-Sesma and Singh, 1986).

Theoretical studies (*e.g.* Trifunac, 1971; Wong and Trifunac, 1974; Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Bard and Bouchon, 1980; Dravinski, 1982; Sánchez-Sesma, 1983; Bard and Gariel, 1986) have shown the importance of lateral irregularities. Results for a wide variety of shapes of alluvial deposits have been obtained and in some cases compared with observations (*e.g.* Bard and Tucker, 1985). The different approaches to the problem have emphasized the physical understanding of site effects so that quantitative predictions can be made. However, there is still lack of practical criteria for dealing with irregular local soil conditions. It is desirable that such criteria take into account the characteristics of the source and path of seismic waves. The recent progress on strong motion prediction using mathematical modeling techniques (Aki, 1982) is encouraging. Much of the research is concentrated on the physical description of the fault rupture process and wave propagation in the Earth.

The aim of this work is to review the problem of evaluating the seismic response of alluvial valleys. For this purpose the current formulation of the problem, the known analytical solutions, and some of the available numerical methods are briefly described. Paper points out the need for a unified treatment of the source, path, and site conditions in the assessment of seismic risk.

2. FORMULATION OF THE PROBLEM

There is no doubt that the seismic source mechanism governs the way in which the released energy is radiated in space and time. Seismic waves, once emitted by the source, are dependent on the mechanical properties of earth materials and the heterogeneities encountered in their path. Moderate changes in mechanical impedances or irregularities with size comparable to incident wave lengths can generate significant spatial variations of seismic wave fields. Surficial soil formations with mechanical impedances lower than that of overlaying materials are efficient in trapping the energy carried by seismic waves.

It is generally accepted in seismic wave modeling that Earth materials are elastic, linear, homogeneous, and isotropic. This is not accurate. However, the success of the classical elastic model in the quantitative description of most seismic phenomena is impressive (see *e.g.* Aki and Richards, 1980). The assumption of linearity has been very useful as it allows use of well established mathematical tools and the development of new ones. However, in some situations nonlinear behavior has to be invoked to satisfactorily explain observations. This is the

case for most soils when subjected to large strains. As the mathematical difficulties to deal with nonlinear problems are formidable the bulk of the work in this area is based on the elastic model.

In most studies of seismic response of alluvial valleys and other surface irregularities incidence of some kind of elastic waves is assumed, usually plane waves, which propagate from a distant source in a hypothetical half-space. Elastic plane waves are reflected back and refracted forward as they arrive at a plane interface. The amounts of reflected and transmitted energy depend on the mechanical properties of the media involved. Reflection and refraction in elastic wave propagation can be well described by geometrical means. We will call diffraction every change in the wave path that can not be described as reflection. Irregular interfaces produce diffraction; to describe the elastic wave fields it is necessary to solve a boundary value problem for the governing equations of linear elasticity (*e.g.* Achenbach, 1973; Aki and Richards, 1980).

For the sake of illustration, consider an elastic homogeneous, isotropic half-space containing an irregular alluvial valley, as shown in Figure 1. This model is, of course, an oversimplification, as real geological configurations present very complicated features, which are rarely known in detail. Mathematical treatment of local irregularities requires care in the selection of the model in order to properly represent the salient characteristics of their seismic response. Under incident elastic waves, our ideal irregular alluvial deposit will be excited by refracted waves. Diffracted waves will also be generated (diffraction is frequently called scattering). Diffracted and refracted waves must satisfy the governing equations (Navier equations) and, together with incident waves, the boundary conditions (zero tractions at free surfaces and continuity of displacements and tractions at interfaces). Additionally, the diffracted wave fields in the half-space must fulfill the Sommerfeld (1949) radiation condition at infinity, which means that they must scatter to infinity; *i.e.* no energy may be radiated from infinity into the irregular region. The Sommerfeld radiation condition has been extended to elastic wave fields by Kupradze (1965).

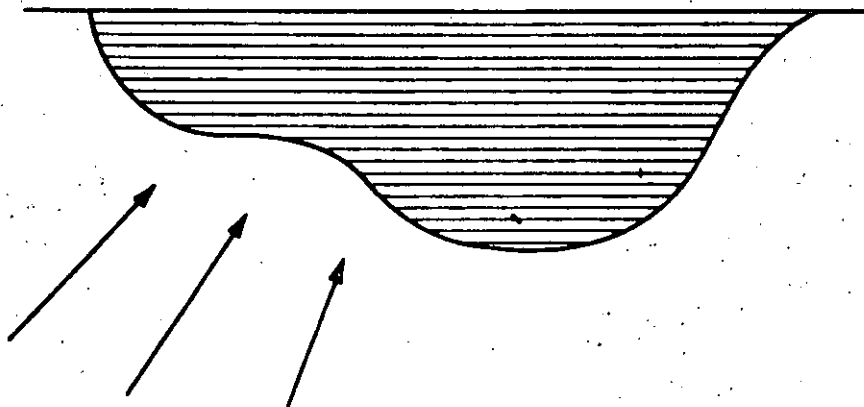


Figure 1. Model of a stratified alluvial valley in an elastic half-space under incidence of elastic waves.

In this formulation of the problem one can recognize an approach similar to that of most frequency domain studies. It is sufficiently general and useful for reference.

3. ANALYTICAL SOLUTIONS

The simplest problems in elastic wave diffraction are the two-dimensional SH-wave problems because they can be analyzed separately from other body waves. The governing equation for this case is the scalar wave equation. Analytical solutions can be obtained for geometries of the scatterer which allow separation of variables (Mow and Pao, 1971). Using this method, exact solutions have been obtained for the diffraction of SH-waves by canyons and alluvial valleys with semi-circular (Trifunac, 1971, 1973) or semielliptical (Wong and Trifunac, 1974a,b) shapes. Even with these simple models of local irregularities, complicated interference patterns were found and the obtained surface displacements vary pronouncedly in space and frequency (Figure 2). They are very sensitive to the incidence angle. Results for alluvial valleys show the importance of the two-dimensional behavior which gives much larger amplifications than those obtained from unidimensional calculations. These analytical solutions have shown the importance of the phenomenon and they provide a check for numerical procedures.

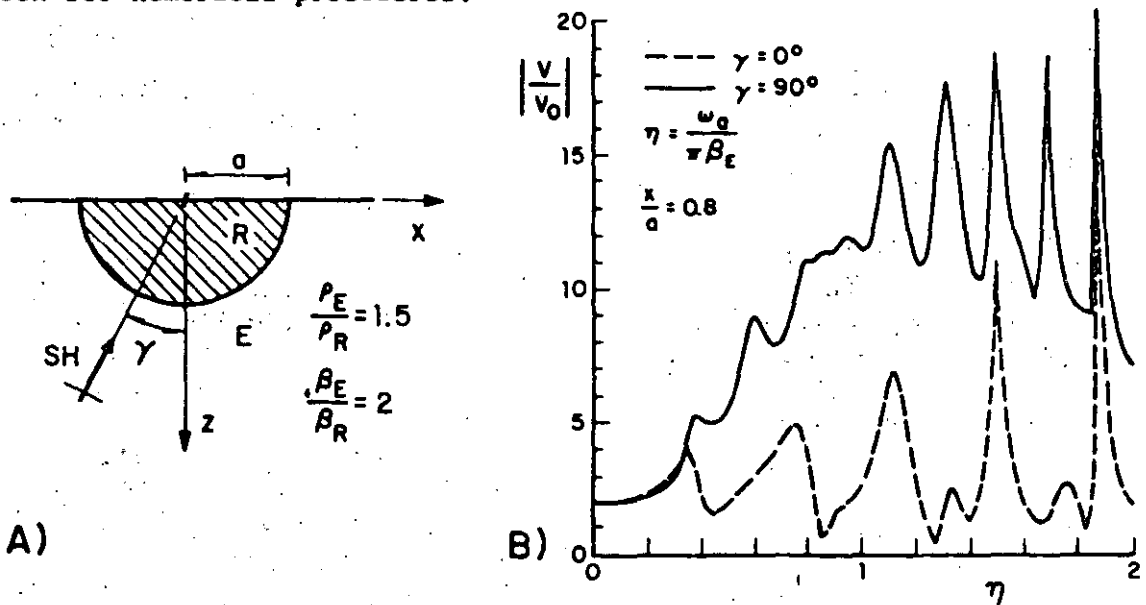


Figure 2. Incidence of SH waves upon a semicircular alluvial valley. (A) Problem configuration and (B) normalized displacement amplitudes on the surface at $x/a = 0.8$ for two incidence angles plotted versus dimensionless frequency η . Here ω = frequency, ρ = mass density, and β = shear-wave velocity. (After Trifunac, 1971).

Several analytical solutions can be easily obtained if a moving rigid basement is assumed. This would be a useful approximation for very soft soils overlaying rock formations. For example, very simple

results have been recently obtained for the antiplane response of a dipping layer with moving rigid base. When the dip angle of the wedge is of the form $\pi/2N$, $N = 3, 5, 7 \dots$, the exact solution is obtained by no more than geometrical means (Sánchez-Sesma and Velázquez, 1987). Figures 3 and 4 illustrate some numerical results. This model, although much simplified, gives physical insight on the basic mechanisms of local surface wave generation.

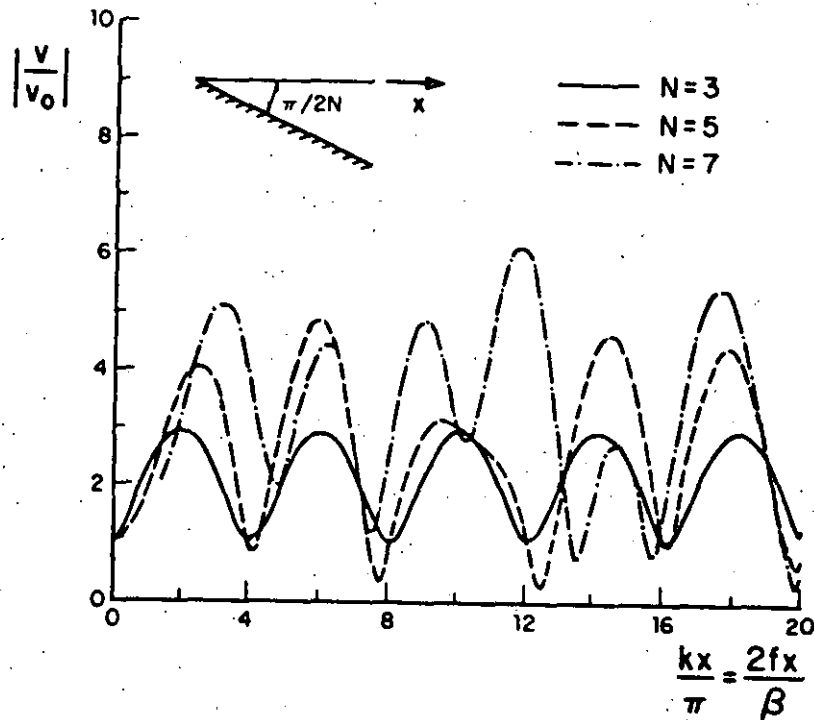


Figure 3. Normalized surface amplitudes versus $2fx/\beta$ for a dipping layer overlaying a rigid moving base with antiplane motion $v_0 \exp(i\omega t)$. Different angles $\pi/2N$, $N = 3, 5, 7$. (After Sánchez-Sesma and Velázquez, 1987).

For the more difficult cases of P- or SV-incident waves the orthogonal wave functions developed in classical physics are not separable for the half-space surface due to the coupling of boundary conditions. Lee (1984) overcame this difficulty for a semi-spherical valley by expanding the spherical wave functions further into a power series that matched all the boundary conditions successfully. This approach is, however, limited to small frequencies because the resulting matrix equations, which are infinite, can only be solved approximately.

4. NUMERICAL METHODS

A powerful technique has been developed by Aki and Larner (1970) to treat scattering of SH-waves by irregular interfaces. In the Aki-Larner method, incidence is assumed of a plane single-frequency wave that produces diffracted displacements fields. These fields are represented by super-

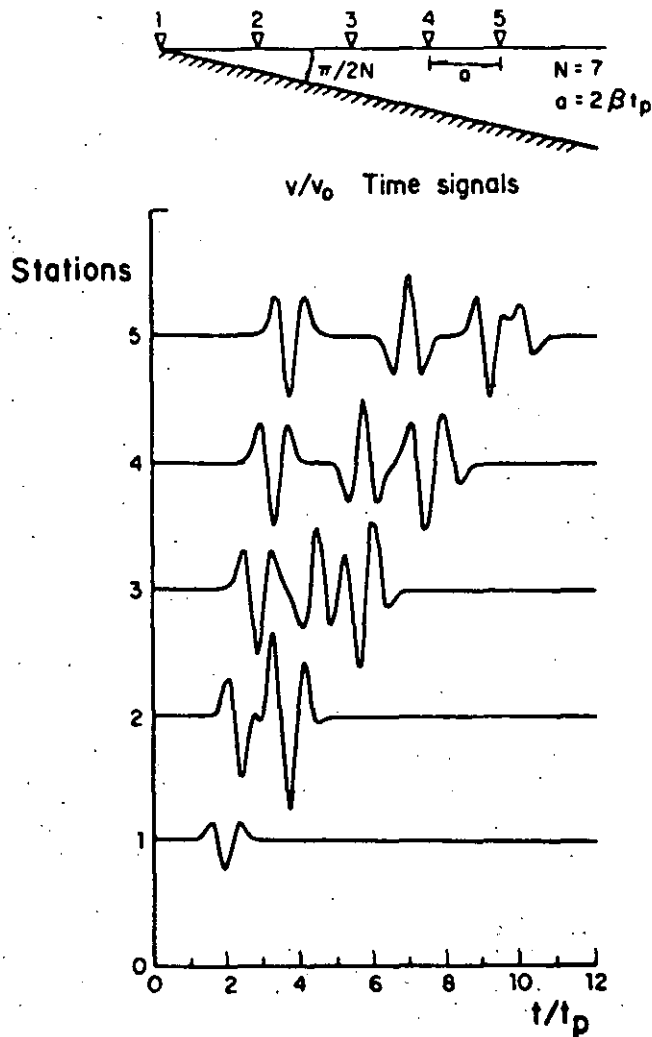


Figure 4. Time signals at five stations on the surface of a dipping layer overlaying a moving rigid base. Equal distance between stations is given by $a = 2\beta t_p$, where β = shear-wave velocity and t_p = reference time. Note that the base antiplane motion is that of station 1. (After Sánchez-Sesma and Velázquez, 1987).

position of plane waves of unknown complex amplitudes propagating in many directions. Inhomogeneous plane waves are allowed. The method is restricted to small-slope irregularities for numerical reasons because it does not include explicitly upgoing waves. Although the representation in terms of plane waves is complete, convergence to the true solution can be very slow. The total motion is obtained from integration over horizontal wave numbers. Under the assumption of horizontal periodicity of the irregularity, the integral is replaced with an infinite sum. Truncation of this sum and application of the interface conditions

of continuity of stress and displacement in the wavenumber domain lead to a system of linear equations for the complex scattering coefficients. This discrete-wave-number method has been applied by Bouchon and Aki (1977a,b) to study near seismic source fields in a layered medium with irregular interfaces. Figure 5 shows some results. The method has been extended to time domain computations to study the seismic response of alluvial valleys (Bard and Bouchon, 1980a,b) under incidence of SH, P, and SV waves. Bard and Bouchon showed the generation of local surface waves at the alluvial valley edges. Results are shown in Figure 6. The Aki-Larner method has allowed performing extensive parametric studies (e.g. Bard and Bouchon, 1980a,b; Bard and Gariel, 1986) and comparison with observations (Bard and Tucker, 1985). An extension of this powerful technique is due to Bouchon (1985) in which upgoing waves are explicitly included in the analysis, thus eliminating the restriction of small-slopes. Calculations for irregular layered media show a very good performance of the extended method (Campillo and Bouchon, 1985). The method has been used to model the fields generated by real faults

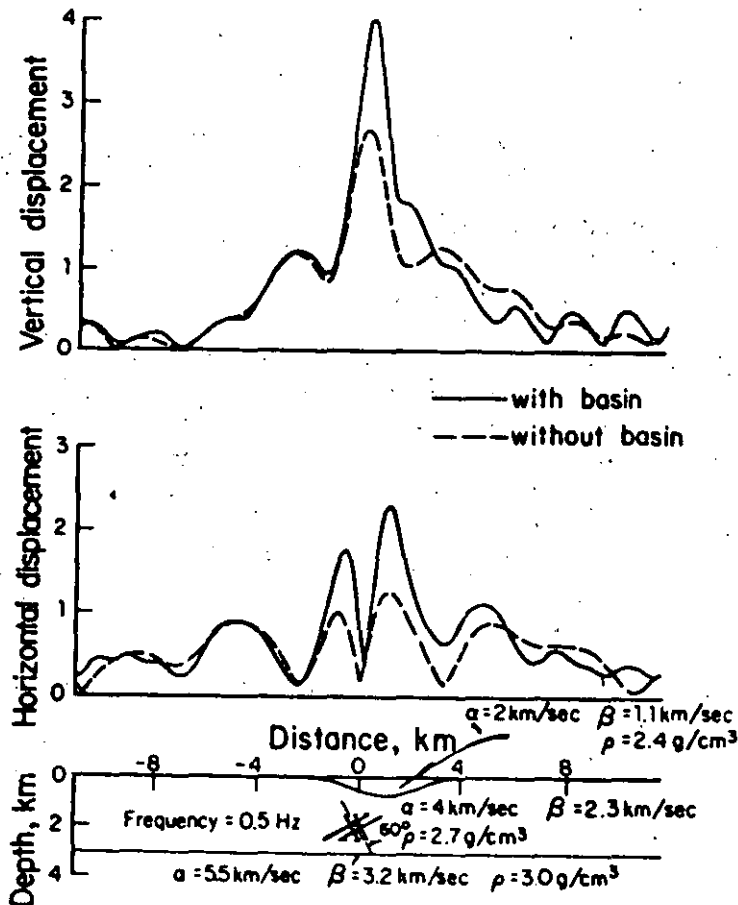


Figure 5. Normalized surface displacements for a 2D dislocation source radiating at 0.5 Hz beneath a sedimentary basin. Problem configuration. (After Bouchon and Aki, 1977b).

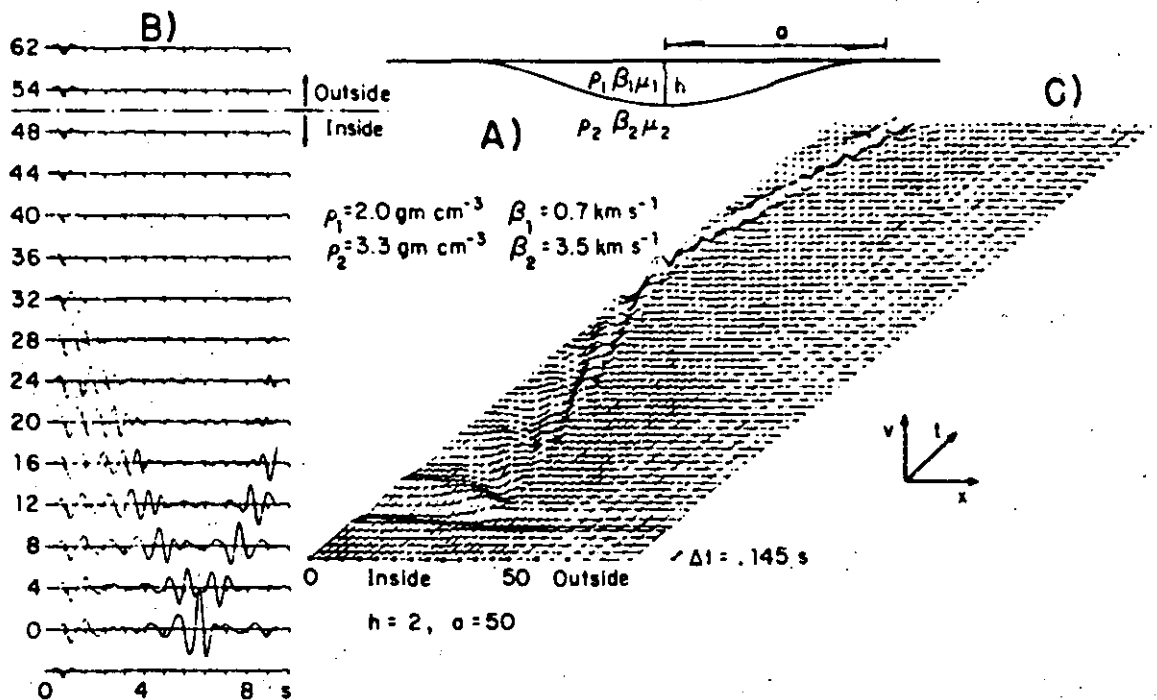


Figure 6. Response of a sine-shaped alluvial valley with maximum depth $h = 200 \text{ m}$, half-width $a = 5 \text{ km}$, to a vertically incident SH Ricker wavelet of characteristic period $t_p = 0.732 \text{ s}$. (A) Problem configuration and mechanical properties. (B) Traces represent the displacement at surface receivers, spaced from 0 to 6.2 km from the valley center. The bottom trace would be the surface displacement signal without the valley. (C) Diagram showing the spatial (x) and temporal (t) evolution of the surface displacement in the valley and in its immediate proximity. The dots indicate the location of the sites where the seismograms of Figure 6B are computed. In both figures, the length units is 100 m and the time unit is 1 s. Only one side of the valley is represented because of the symmetry of the problem. (After Bard and Bouchon, 1980a).

(Bouchon, 1979; Campillo, 1983). It can be used to model ground motion considering together the effects of source, path, and local conditions.

The finite difference method is also a powerful tool in elastic wave propagation studies (Alterman and Karal, 1968; Boore, 1972a; Virieux, 1984). It has been applied to model two-dimensional irregular interfaces (Boore *et al.*, 1971; Boore, 1972b) in the SH case and also for incident P and SV waves upon a sedimentary basin (Harmsen and Harding, 1981) and a step-like topography (Boore *et al.*, 1981). Interesting results have been found concerning the significant generation of Rayleigh surface waves by lateral irregularities. Recent work by Ohtsuki and coworkers (Ohtsuki and Harumi, 1983; Ohtsuki *et al.*, 1984a; 1984b) confirms this phenomenon. They have used a combination of finite differences and finite elements. Figure 7 shows some results that highlight this important effect. A finite difference analysis of axisym-

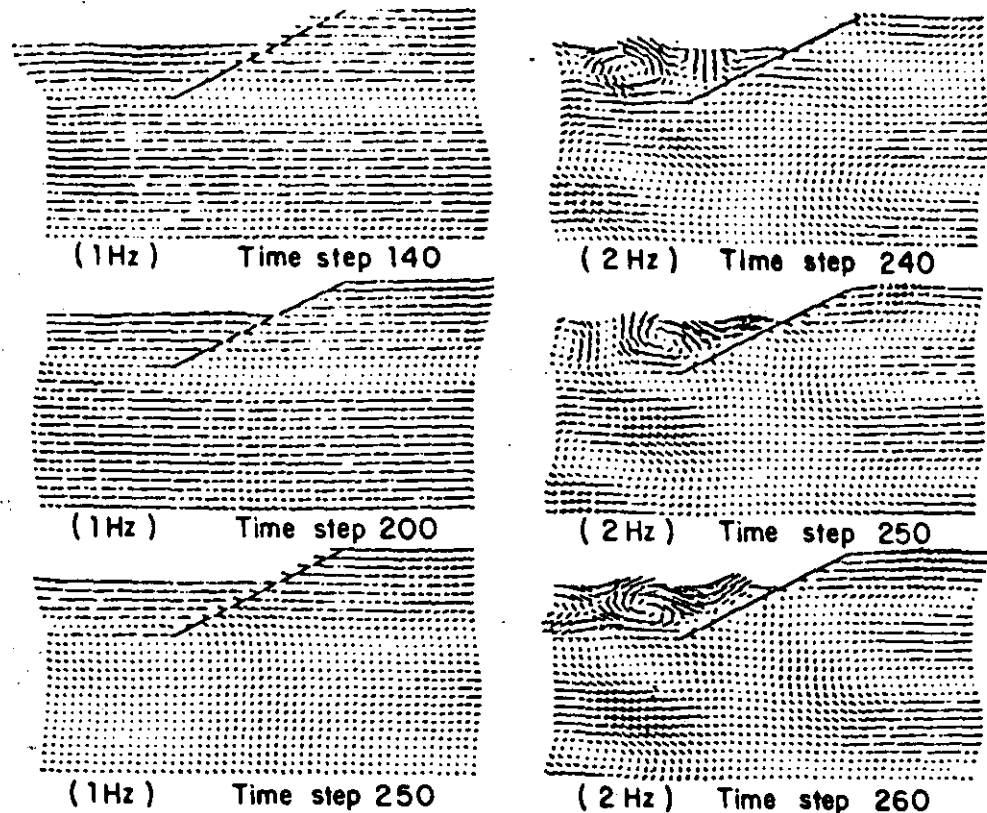


Figure 7. Snapshots of particle displacements in a cliff with a soft layer for vertically incident SV waves of 1Hz ($\lambda/h=4$) on the left and for 2Hz ($\lambda/h=2$) on the right side. (After Ohtsuki and Harumi, 1983).

metric topographical irregularities has been presented to study the effects of vertically incident shear waves (Liao *et al.*, 1980). Spectral ratios were obtained; comparison with observations gives reasonable agreement. The finite difference method is theoretically unlimited to model details and even nonlinear behavior of materials, but the problem size can easily exceed the capacity of major computing facilities.

The finite element method also allows a detailed description of site topography and layering. It allows calculating the response of two-dimensional soil configurations with truly nonlinear stress-strain relations (Streeter *et al.*, 19874; Joyner and Chen, 1975; Joyner, 1975). The major disadvantages of the method are its low-frequency limit and its high cost. Usually, real time analysis must be shortened to avoid the reflections from the artificial boundaries. Use of different transmitting techniques can reduce the spurious waves to some extent (*e.g.* Smith, 1974, 1975; Ayala and Aranda, 1977; Clayton and Engquist, 1977; Castellani *et al.*, 1981; Liao and Wong, 1981). Successful criteria have

been developed for damping out the unwanted reflections by means of non-uniform element size (Day, 1977) or by combining finite elements with a boundary integral representation of the edge conditions in the domain studied (Franssens and Lagasse, 1984). Finite elements have been used to treat problems of irregular layering (Lysmer and Drake, 1972; Drake, 1972; Aranda and Ayala, 1978) and two-dimensional topographical irregularities (Castellani *et al.*, 1982) under idealized conditions. Nevertheless, a realistic wave analysis can be very costly.

Ray methods have also been used to study the ground motion in sedimentfilled basins with irregular interfaces (*e.g.* Jackson, 1971; Hong and HelMBERGER, 1977; Lee and Langston, 1983; Rial, 1984) or dipping layers (Ziegler and Pao, 1984; Sánchez-Sesma and Velázquez, 1987). An extension of ray theory based on a paraxial approximation of wave equation has been recently applied to study several problems of wave propagation in inhomogeneous media and irregular boundaries (*e.g.* Nowack and Aki, 1984; Madariaga, 1984). These solutions are called Gaussian beams because of the Gaussian shape of the wave amplitude around a central ray. The high frequency character of Gaussian beams place them as a very promising tool to study site effects on strong ground motion. A simple approximate solution has been recently developed to describe the ground motion on a class of alluvial valleys under incident SH waves (Sánchez-Sesma *et al.* 1987). This solution is based on the existence of a complete family of rays supported by the basin boundaries which are restricted to be formed by two opposite dipping layers of certain angles. Due to its low cost and virtually no upper frequency limit, the method is suited for calculating the time domain seismic response of alluvial deposits if their shape resembles the class of shapes studied. Figure 8 shows the synthetic response of an extended triangular alluvial valley for an incident SH Ricker-type wavelet.

In recent years boundary methods have gained increasing popularity. This is mainly due to the availability of high speed computers. Boundary methods are well suited to deal with wave propagation problems because they avoid the introduction of fictitious boundaries and reduce by one the dimensionality of the problem. These facts yield numerical advantages. Moreover, boundary methods can be used together with the finite element method (Zienkiewics *et al.*, 1977). This allows reducing the size of the region represented with finite elements (*e.g.* Ayala and Gómez, 1979; Shah *et al.*, 1982).

There are two main approaches to the formulation of boundary methods; one is based on the use of boundary integral equations (Cruse and Rizzo, 1968a,b; Brebbia, 1978; Cole *et al.*, 1978; Alarcón *et al.*, 1979); the other, on the use of complete systems of solutions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1980). The scattering of incident SH waves from two-dimensional irregular topographies has been formulated with integral equations by Wong and Jennings (1975) for arbitrarily shaped canyon-like profiles and by Sills (1978) for ridges and mixed shapes. This method has been applied with success for calculating the effects of a dipping layer of alluvium of an SH-wave source at the surface (Wong *et al.*, 1977). Results compare favorably with observations during a full-scale low-amplitude propagation test. A powerful approach that combines the boundary integral equation method with finite differences in time has

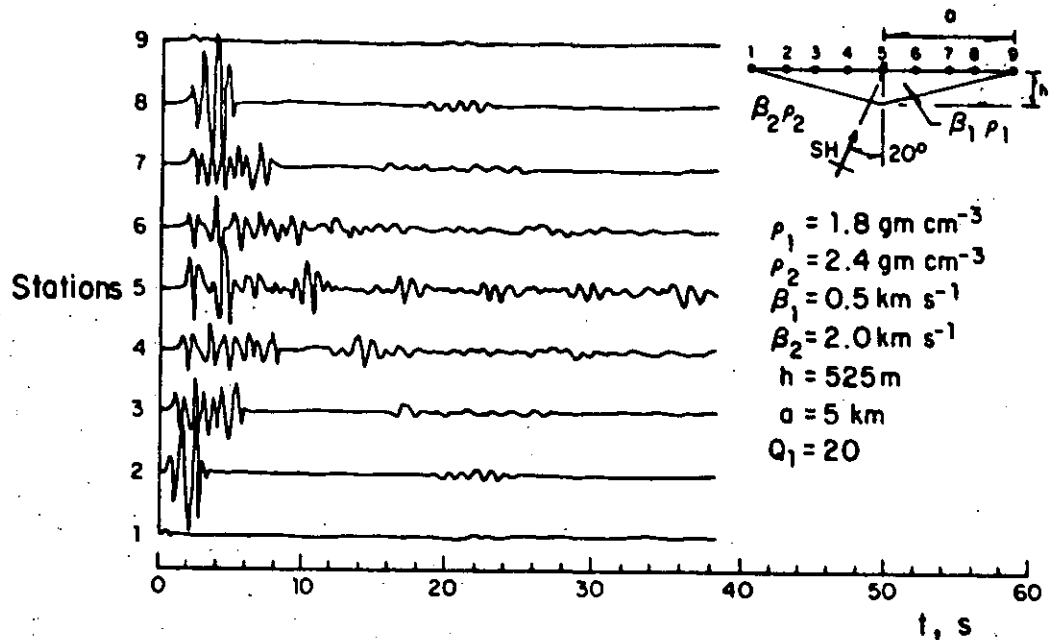


Figure 8. Response of a triangular alluvial valley with depth $h = 525 \text{ m}$, half-width $a = 5 \text{ km}$, to an oblique (20°) incident SH Ricker wavelet of characteristic period $t_p = 0.75 \text{ s}$. Traces represent the displacement of surface receivers marked with dots on the right side. For the alluvial material a quality factor $Q = 20$ was used.

been presented (Cole *et al.*, 1978) for solving elastodynamic problems. The method's performance was found to be good in a simple numerical problem. A boundary method has been recently developed and applied to solve two-dimensional scattering of harmonic elastic waves by canyons (Sánchez-Sesma, 1978, 1981; Sabina *et al.*, 1979; Sánchez-Sesma and Rosenbluth, 1979; Wong, 1979, 1982; England *et al.*, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982a; 1985a), alluvial deposits (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Ize *et al.*, 1981; Dravinski, 1982a,b, 1983; Bravo *et al.*, 1987) and ridges (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982b) for different types of waves and shapes of the scatterers. The method consists in constructing the scattered fields with linear combinations of members of a complete family of wave functions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1984). These families of functions, which are solutions of the governing equations of the problem, can be constructed in a very general way, with single or multipolar sources having their singularities outside the region of interest. Coefficients of the linear forms thus constructed are obtained from a least-squares matching of boundary conditions. As pointed out by Wong (1982), the method can be considered as a generalized inverse one. In doing this, Wong suggested a procedure that improves the solution numerically. A general framework for the method is given by a recently developed algebraic theory of boundary value problems (Herrera, 1979; 1980a,b; 1984). This approach has been extended by Bravo *et al.* (1987) to deal with stratified alluvial deposits under incidence of SH waves. The field in the layered region is

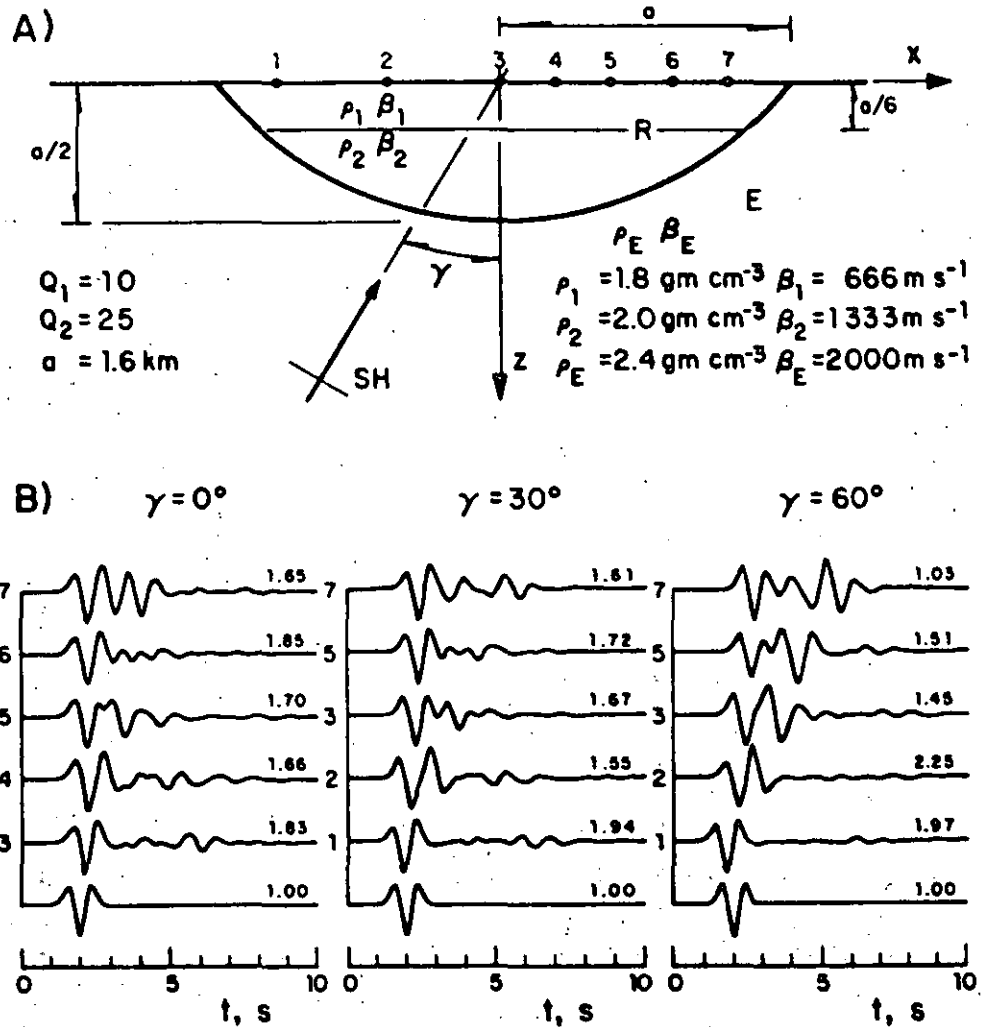


Figure 9. Incidence of SH waves upon a parabolic stratified basin with half-width $a = 1.6 \text{ km}$, to incidence of SH Ricker wavelet of characteristic period $t_p = 1.0 \text{ s}$. (A) Problem configuration and material properties. (B) Traces represent the normalized displacement of surface receivers marked with dots in figure 9A. They were normalized so that maximum amplitudes in the plot are equal. Amplification factors are given for each trace. Results are given for three incidences. Bottom traces give the incident signal. (After Bravo *et al.*, 1987).

constructed using a discrete wave-number representation whereas the field in the half-space is represented by a finite number of sources. In Figure 9 some results are presented for a simple alluvial valley composed of two strata. The method has been applied to three-dimensional problems (Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1984; Sánchez-Sesma *et al.*, 1987b; Pérez-Rocha and Sánchez-Sesma, 1987a,b). The cases of

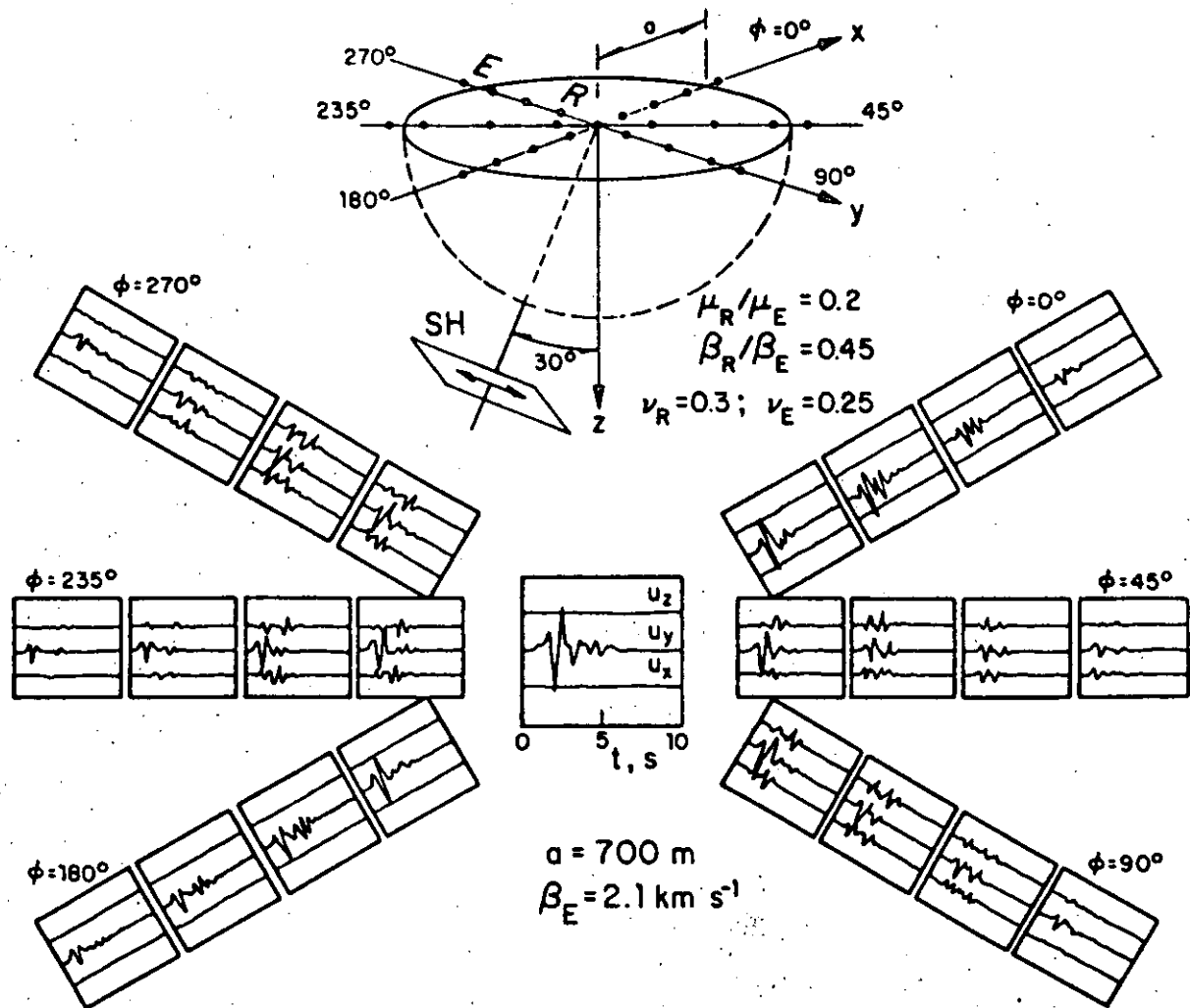


Figure 10. Response of a semi-spherical alluvial valley with radius $a = 700$ m, to an oblique (30°) incident SH Ricker wavelet of characteristic period $t_p = 0.7$ s. Traces represent the 3D displacements of surface receivers marked with dots in the upper part. (After Sánchez-Sesma *et al.*, 1987b).

incidence of P, SV, SH, and Rayleigh waves upon axisymmetric irregularities on the surface of an elastic half-space have been formulated by means of an azimuthal decomposition. In it the diffracted and refracted fields have been constructed using multipolar solutions of the reduced Navier equations in spherical coordinates in terms of spherical Bessel and Legendre functions (Takeuchi and Saito, 1972; Aki and Richards, 1980). In Figure 10 some results are displayed of the full three-dimensional response of a semispherical alluvial deposit under incidence of SH waves. Some interesting features can be observed in the synthetics

regarding the generation of surface waves and focusing effects. Studies of this type are very costly because of the considerable amount of computer resources required. However, they throw light on the problem of site effects, give physical insight, and provide results that can be useful to calibrate more efficient procedures.

5. CONCLUDING REMARKS

The seismic response of alluvial valleys and other geological irregularities has been briefly discussed and some of the available methods to deal with the problem reviewed. The different methods have been useful to give physical understanding of site effects. With the advent of supercomputers their capabilities are being extended both in the complexity of the problems and in the possibility of dealing with high frequency signals. Ray methods together with Gaussian beams seem to be powerful tools to deal with high frequencies. On the other hand, experimental techniques can be most useful in the study of site effects. For instance, King and Brune (1981) have used foam rubber models to study the response of sedimentary basins. They have found excellent agreement with analytical solutions and have predicted interesting results for more complicated problems. Advances in measuring techniques, such as laser interferometry, may be useful to deal with controlled experiments and improve their predictive capabilities. Regarding full scale experiments, the spread of modern digital recording of strong motion is already producing good quality data from real earthquakes. Well planned experimental settings as that of the Parkfield experiment (Tucker, 1986 personal communication) will serve to test our capacity of predict site effects in strong motion. This will require consideration of source mechanism and wave propagation in the Earth. The research on the quantitative prediction of strong ground motion will prove useful in understanding physical phenomena and improving the practical assessment of seismic hazards.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to E. Rosenblueth for the critical reading of the manuscript and for helpful discussions. The help of M. A. Bravo, L. E. Pérez-Rocha, and M. Suárez in various stages of the work is greatly appreciated. This work was partially supported by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Mexico, under Grants PCCBBNA-021963, PCECCNA-040803 and PCECCNA-040141.

7. REFERENCES

- Achenbach, J. D. (1973). Wave propagation in elastic solids, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Aki, K. (1982). Strong motion prediction using mathematical modeling techniques, Bull. Seism. Soc. Am. 72, S29-S41.

- Aki, K. and K. L. Larner (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J. Geophys. Res. 70, 933-954.
- Aki, K. and P. G. Richards (1980). Quantitative seismology, theory and methods, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Alarcón, E., A. Martín and F. Paris (1979). Boundary elements in potential and elasticity theory, J. Computers and Structures 10, 351-362.
- Alterman, Z. S. and F. C. Karal, Jr. (1968). Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods, Bull. Seism. Soc. Am. 58, 367-398.
- Aranda, G. R. and G. A. Ayala (1978). Modelo numérico eficiente de aplicación en estudios de amplificación dinámica, Proc. Conferencia Centroamericana de Ingeniería Sísmica, II, San Salvador, 127-137.
- Ayala, G. A. and G. R. Aranda (1977). Boundary conditions in soil amplification studies, Proc. World Conf. Earthquake Eng., 6th, New Delhi.
- Ayala, G. A. and R. Gómez (1979). A general procedure for solving three-dimensional elasticity problems in geomechanics, in Numerical methods in geomechanics, Aachen, 1979. W. Wittke (editor), A. A. Balkema, Rotterdam.
- Bard, P. Y. and M. Bouchon (1980a). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 70, 1263-1286.
- Bard, P. Y. and M. Bouchon (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves, Bull. Seism. Soc. Am. 70, 1921-1941.
- Bard, P. Y. and J. C. Gariel (1986). The seismic response of two-dimensional sedimentary deposits with large vertical velocity gradients. Bull. Seism. Soc. Am. 76, 346-366.
- Bard, P. Y. and B. E. Tucker (1985). Underground and ridge site effects: a comparison of observation and theory, Bull. Seism. Soc. Am. 75, 905-922.
- Boore, D. M. (1972a). Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, in Methods in Computational Physics 11, B. A. Bolt (editor), Academic Press, New York.
- Boore, D. M. (1972b). A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 62, 275-284.
- Boore, D. M., K. L. Larner, and K. Aki (1971). Comparison of two independent methods for the solution of wave scattering problems: response of a sedimentary basin to incident SH waves, J. Geophys. Res. 76, 558-569.
- Boore, D. M., S. C. Harmsen, and S. T. Harding (1981). Wave scattering from a steep change in surface topography, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 117-125.
- Bouchon, M. (1979). Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault. An example: the Parkfield earthquake of 1966, J. Geophys. Res. 84, 6149-6156.
- Bouchon, M. (1985). A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, J. Acoust. Soc. Am. 77, 1-5.

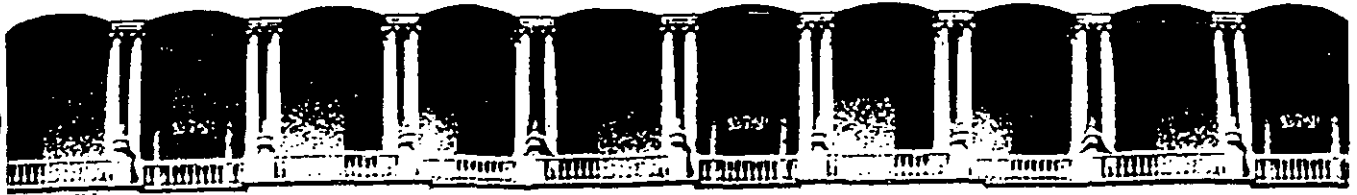
- Bouchon, M. and K. Aki (1977a). Discrete wave number representation of seismic source wave fields, Bull. Seism. Soc. Am. 67, 259-277.
- Bouchon, M. and K. Aki (1977b). Near-field of seismic source in a layered medium with irregular interfaces, Geophys. J. R. Astr. Soc. 50, 669-684.
- Bravo, M. A., F. J. Sánchez-Sesma, and F. J. Chávez-García (1987). Ground motion on stratified alluvial deposits for incident SH waves, Submitted to Bull. Seism. Soc. Am.
- Brebbia, C. A. (1978). The boundary element method for engineers, Pentech Press., London.
- Campillo, M. (1983). Numerical evaluation of the near field high-frequency radiation from quasi-dynamic circular faults, Bull. Seism. Soc. Am. 73, 723-734.
- Campillo, M. and M. Bouchon (1985). Synthetic SH-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method, Geophys. J. R. Astr. Soc. 82.
- Campbell, K. W. (1985). Strong motion attenuation relations: a ten year perspective, Earthquake Spectra 1, 759-804.
- Castellani, A., C. Chesi, and E. Mitsopoulou (1981). An earthquake engineering wave propagation model, Meccanica, Journal of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, March, 33-41.
- Castellani, A., A. Peano, and L. Sardella (1982). On analytical and numerical techniques for seismic analysis of topographic irregularities, Proc. European Conf. Earthquake Eng. 7th, Athens, Greece, 2, 415-423.
- Clayton, R. and B. Engquist (1977). Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, Bull. Seism. Soc. Am. 67, 1529-1540.
- Cole, D. M., D. D. Kosloff, and J. Bernard Minster (1978). A numerical boundary integral equation method for elastodynamics. I, Bull. Seism. Soc. Am. 68, 1331-1357.
- Cruse, T. A. and F. J. Rizzo (1968a). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. I, J. Math. Anal. Appl. 22, 244-259.
- Cruse, T. A. and F. J. Rizzo (1968b). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem, II, J. Math. Anal. Appl. 22, 341-355.
- Day, S.M. (1977). Finite element analysis of seismic scattering problems, PhD. Thesis, University of California, San Diego, California, 149 pp.
- Drake, L. A. (1972). Love and Rayleigh waves in non-horizontal layered media, Bull. Seism. Soc. Am. 62, 1241-1258.
- Dravinski, M. (1982a). Scattering of SH waves by subsurface topography, J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE 108, 1-17.
- Dravinski, M. (1982b). Influence of interface depth upon strong ground motion, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 597-614.
- Dravinski, M. (1983). Amplification of P, SV and Rayleigh waves by two alluvial valleys, Soil Dynamics and Earthquake Engrg. 2, 66-77.
- England, R., F. J. Sabina and I. Herrera (1980). Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, Phys. Earth Planet. Ints. 21, 148-157.

- Esteve, L. (1977). Microzoning: models and reality, Proc. World Conf. Earthquake Eng., 6th, New Delhi.
- Franssens, G. R. and P. E. Lagasse (1984). Scattering of elastic waves by a cylindrical obstacle embedded in a multilayered medium, J. Acoust. Soc. Am. 76, 1535-1542.
- Harmsen, S. C. and S. T. Harding (1981). Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 655-670.
- Haskell, N. A. (1962). Crustal reflection of plane P and SV waves, J. Geophys. Res. 67, 4751-4767.
- Herrera, I. (1979). Theory of connectivity: a systematic formulation of boundary element methods, Applied Math. Modelling 3, 151-156.
- Herrera, I. (1980a). Variational principles for problems with linear constraints, prescribed jumps and continuation type restrictions, J. Inst. Maths. and Applics. 25, 67-96.
- Herrera, I. (1980b). Boundary methods. A criterion for completeness, Proc. Nat'l. Acad. Sci., U.S.A. 77, 4395-4398.
- Herrera, I. (1984). Boundary methods: an algebraic theory, Pitman Adv. Publishing Program, Boston.
- Herrera, I. and F. J. Sabina (1978). Connectivity as an alternative to boundary integral equations. Construction of bases, Proc. Nat'l. Acad. Sci., U.S.A., 75, 2059-2063.
- Hong, T. L. and D. V. Helmberger (1977). Glorified optics and wave propagation in non planar structures, Bull. Seism. Soc. Am. 68, 1313-1330.
- Ize, J. R. England, and F. J. Sabina (1981). Theoretical and numerical study of diffraction of waves by inhomogeneous obstacle, Comunicaciones internas, 291, IIMAS-UNAM, Mexico.
- Jackson, P. S. (1971). The focusing of earthquakes, Bull. Seism. Soc. Am. 61, 685-695.
- Jennings, P. C. (editor) (1971). San Fernando Earthquake of February 9, 1971, Earthquake Eng. Res. Lab., EERL71-02, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, California.
- Joyner, W. B. (1975). A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions, Bull. Seism. Soc. Am. 65, 1337-1357.
- Joyner, W. B. and A. T. F. Chen (1975). Calculation of nonlinear ground response in earthquakes, Bull. Seism. Soc. Am. 65, 1315-1336.
- King, J. L. and J. N. Brune (1981). Modeling the seismic response of sedimentary basins, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 1469-1487.
- Kupradze, V. D. (1965). Potential methods in the theory of elasticity, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Lee, J. J. and C. A. Langston (1983). Wave propagation in a three-dimensional circular basin, Bull. Seism. Soc. Am. 73, 1637-1655.
- Lee, V. W. (1984). Three-dimensional diffraction of plane P, SV & SH waves by a hemispherical alluvial valley, Soil Dyn. and Earthq. Engrg. 3, 133-144.
- Liao, Z. P., Y. Baipo, and Y. Yifan (1980). Effect of three-dimensional topography on earthquake ground motion, Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th, Istanbul, 2, 161-168.
- Liao, Z. P. and H. L. Wong (1981). A transmitting boundary for discrete methods, Proc. 4th ASCE-EMD Speciality Conf., Purdue University.

- 18
- Lysmer, J. and L. A. Drake (1972). A finite element method for seismology, in Methods of Computational Physics, 11, B. A. Bolt (editor), Academic Press, New York.
- Mudariaga, R. (1984). Gaussian beam synthetic seismograms in a vertically varying medium. Geophys. J. R. Astr. Soc. 79, 589-612.
- Mow, C. C. and Y. H. Pao (1971). The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations, Report R-482-PR, The Rand Corporation, Santa Monica, California.
- Nowack, R. and K. Aki (1984). The two-dimensional Gaussian beam synthetic method: testing and applications, J. Geophys. Res. 89, 7797-7819.
- Ohtsuki, A. and K. Harumi (1983). Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 11, 441-462.
- Ohtsuki, A., H. Yamahara, and K. Harumi (1984a). Effect of topography and subsurface inhomogeneity on seismic Rayleigh waves, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 12, 37-58.
- Ohtsuki, A., H. Yamahara, and T. Tazoh (1984b). Effect of lateral inhomogeneity on seismic waves, II. Observations and analysis, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 12, 795-816.
- Pérez-Rocha, L. E. and F. J. Sánchez-Sesma (1987a). Difracción de ondas sísmicas por depósitos tridimensionales de suelos blandos. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Pérez-Rocha, L. E. and F. J. Sánchez-Sesma (1987b). On the seismic response of three-dimensional alluvial valleys and surface irregularities, Submitted to Journal of Geophysical Research.
- Poceski, A. (1969). The ground effects of the Skopje July 26, 1963 earthquake, Bull. Seism. Soc. Am. 59, 1-29.
- Rial, J. A. (1984). Caustics and focusing produced by sedimentary basins. Application of catastrophe theory to earthquake seismology; Geophys. J. R. Astr. Soc. 79, 923-938.
- Ruiz, S. E. (1977). Influencia de las condiciones locales en las características de los sismos. Instituto de Ingeniería, UNAM, 387, pp. 65.
- Sabina, F. J. and J. R. Willis (1977). Scattering of Rayleigh waves by a ridge, J. Geophys. 43, 401-419.
- Sabina, F. J., R. England, and I. Herrera (1979). Theory of connectivity: Applications to scattering of seismic waves. I. SH wave motion, Proc. 2nd International Conf. on Microzonation, San Francisco, California, 2, 813-824.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1978). Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape. Proc. Int. Conf. on Microzonation, 2nd., San Francisco, California, 2, 729-738.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1981). A boundary method applied to elastic scattering problems, Arch. Mech. 3, 167-179.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1983). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, Bull. Seism. Soc. Am. 73, 1621-1636.
- Sánchez-Sesma, F. J. and E. Rosenblueth (1979). Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves, Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn. 7, 441-450.

- Sánchez-Sesma, F. J. and J. A. Esquivel (1979). Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 69, 1107-1120.
- Sánchez-Sesma, F. J. and J. A. Esquivel (1980). Ground motion on ridges under incident SH waves, Proc. World Conf. Earthquake Engrg. 7th, Istanbul, 1, 33-40.
- Sánchez-Sesma, F. J., I. Herrera, and M. A. Bravo (1982a). Difracción de ondas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico. Instituto de Ingeniería, UNAM, Mexico.
- Sánchez-Sesma, F. J., I. Herrera, and J. Avilés (1982b). A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 473-490.
- Sánchez-Sesma, F. J., S. Chávez-Pérez, and J. Avilés (1984). Scattering of elastic waves by three-dimensional topographies. Proc. World Conf. Earthquake Engrg. 8th, San Francisco, California, 2, 639-646.
- Sánchez-Sesma, F. J., M. A. Bravo, and I. Herrera (1985a). Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV and Rayleigh waves, Bull. Seism. Soc. Am. 75, 297-303.
- Sánchez-Sesma, F. J. and S. K. Singh (1986). Grandes temblores y sus efectos en el valle de México: observaciones y teoría. Proc. of the Symposium Los Sismos de 1985: Casos de mecánica de suelos. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Mexico, September.
- Sánchez-Sesma, F. J. and S. A. Velázquez (1987). On the seismic response of a dipping layer. ~~Submitted to~~ Wave Motion, 9, 387-391
- Sánchez-Sesma, F. J., F. J. Chávez-García, and M. A. Bravo (1987a). ⁽¹⁹⁸⁸⁾ Seismic response of a class of alluvial valleys for incident SH waves. ~~Submitted to~~ Bull. Seism. Soc. Am. 76, 83-95
- Sánchez-Sesma, F. J., L. E. Pérez-Rocha, and S. Chávez-Pérez (1987b). ⁽¹⁹⁸⁹⁾ Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities. Part II. ~~Submitted to~~ Bull. Seism. Soc. Am. 77, 101-112.
- Shah, A. H., K. C. Wong, and S. K. Datta (1982). Diffraction of plane SH waves in a half-space. Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 10, 519-528.
- Sills, L. B. (1978). Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities, Geophys. J. R. Astr. Soc. 54, 319-348.
- Sing, S. K., E. Mena, and R. Castro (1987). Some aspects of source characteristics of the 19 September, 1985, Michoacán earthquake and ground motion amplification in and near Mexico city from strong motion data. Submitted to Bull. Seism. Soc. Am.
- Smith, W. D. (1974). A nonreflecting boundary for wave propagation problems, J. Computational Phys. 15, 492-503.
- Smith, W. D. (1975). The application of finite element analysis to body wave propagation problems, Geophys. J. R. Astr. Soc. 42, 747-768.
- Sommerfeld, A. (1949). Partial differential equations in physics, Academic Press, Inc., New York.
- Sozen, M. A., P. C. Jennings, R. B. Matthiesen, G. W. Housner, and N. M. Newmark (1968). Engineering Report on the Caracas Earthquake of July 29, 1967. National Academy of Sciences, Washington, D.C.

- Streeter, V. L., E. B. Wylie, and F. E. Richard, Jr. (1974). Soil motion computations by characteristics method, Proc. Am. Soc. Civil Engrg., J. Geotech. Engrg. Div. 100, 247-263
- Takeuchi, H. and M. Saito (1972). Seismic surface waves, in Methods in Computational Physics, 11, B. A. Bolt, ed., Academic Press, New York.
- Trifunac, M. D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 61, 1755-1770.
- Trifunac, M. D. (1973). Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 1, 267-281.
- Virieux, J. (1984). SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite difference method, Geophysics 49, 1933-1957.
- Wong, H. L. (1979). Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by surface topographies, Report CE 79-05, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California.
- Wong, H. L. (1982). Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and Rayleigh waves, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 1167-1183.
- Wong, H. L. and M. D. Trifunac (1974a). Scattering of plane SH wave by a semi-elliptical canyon, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 3, 157-169.
- Wong, H. L. and M. D. Trifunac (1974b). Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH wave, Bull. Seism. Soc. Am. 64, 1389-1408.
- Wong, H. L. and P. C. Jennings (1975). Effect of canyon topography on strong ground motion. Bull. Seism. Soc. Am. 65, 1239-1257.
- Wong, H. L., Trifunac, M. D., and B. Westermo (1977). Effects of surface and subsurface irregularities on the amplitude of monochromatic waves, Bull. Seism. Soc. Am. 67, 353-368.
- Ziegler, F. and Y. H. Pao (1984). Transient elastic waves in a wedge-shaped layer, Acta Mechanica 52, 133-163.
- Zienkiewicz, O. C., D. W. Kelly, and P. Bettess (1977). The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, Intern. J. Num. Meth. Engrg. 11, 355-377.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

V CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO 4

"DINAMICA DE SUELOS Y SUS APLICACIONES"

DEL 26 AL 31 DE OCTUBRE DE 1992

**ANALISIS DINAMICO DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA
Y PRESAS DE TIERRA**

AUTOR: DR. MIGUEL P. ROMO

**EXPOSITOR: M. EN I. ROBERTO MAGAÑA DEL
TORO**

OCTUBRE 1992

ANALISIS DINAMICO DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA Y PRESAS DE TIERRA

Miguel P. Romo
Instituto de Ingeniería, UNAM

RESUMEN. En este artículo se presentan algunas técnicas analíticas para el estudio de la respuesta sísmica de sistemas suelo-estructura y presas de tierra. Se hace énfasis en los métodos generales que consideran el efecto de interacción entre el subsuelo y la estructura (por tanto se pueden utilizar para edificios o para plantas nucleoelectricas). Para el caso de presas se presenta un método general que permite evaluar deformaciones permanentes y calcular las presiones de poro, y dos procedimientos simplificados. Se hace hincapié en la necesidad de ejercer buen juicio ingenieril y la colaboración de especialistas en el diseño sísmico de presas de tierra.

1. Introducción

En los últimos años se ha logrado un avance significativo en la comprensión del comportamiento dinámico de sistemas suelo-estructura y presas de tierra. Se han desarrollado procedimientos analíticos para calcular la respuesta sísmica de estructuras y pruebas dinámicas (de laboratorio y de campo) para evaluar las pro-

iedades de los suelos sujetos a cargas de tipo sísmico. Similarmente, se han propuesto métodos de diseño para evaluar la estabilidad sísmica y las deformaciones potenciales de presas de tierra bajo cargas dinámicas.

Los problemas dinámicos en geotecnia se pueden clasificar en tres categorías (ver fig 1.1):

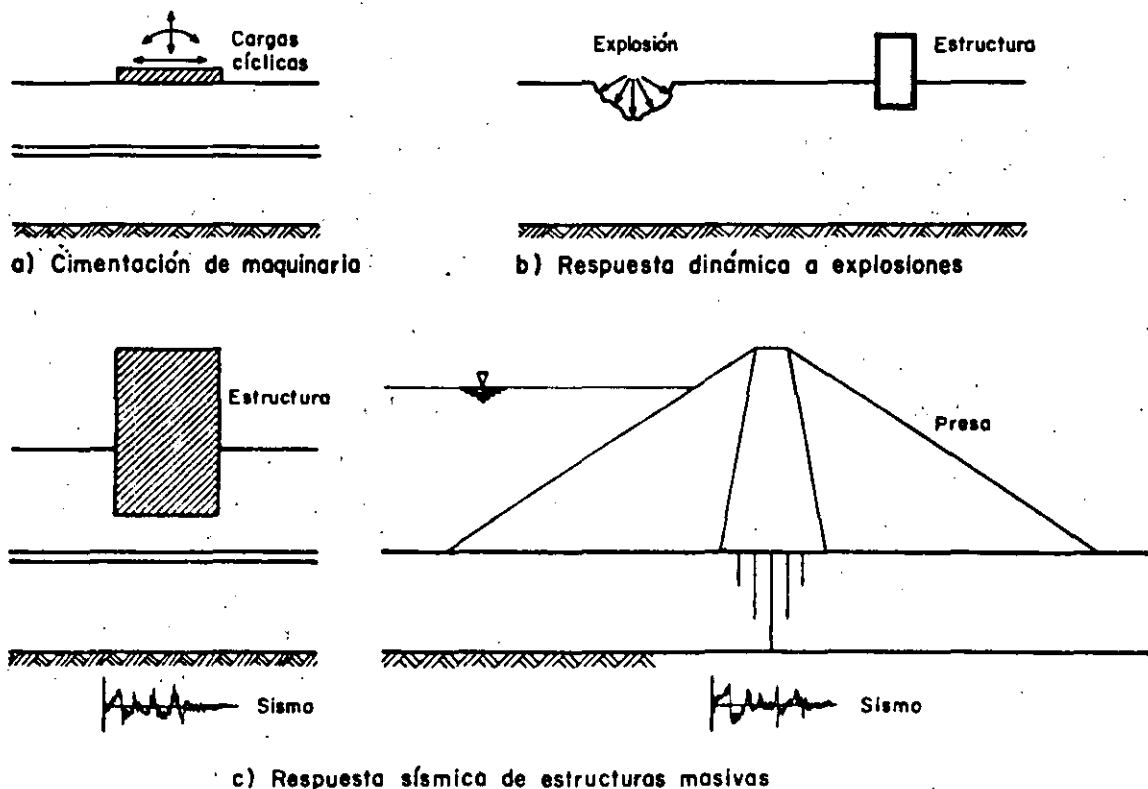


Fig 1.1 Problemas dinámicos en Geotecnia

- Problema de vibración de maquinaria (fig 1.1a), en el que la excitación dinámica se especifica al nivel de la cimentación y generalmente consiste de una oscilación de frecuencias conocidas.
- Problema de respuesta dinámica a ondas superficiales causadas por explosiones (fig 1.1b), en el que la excitación consiste normalmente de ondas de relativamente corta duración.
- Problema de respuesta sísmica (fig 1.1c), en el que la excitación dinámica se especifica normalmente a cierta profundidad en un estrato rocoso o, en la superficie del depósito de suelo de cimentación, cuando no se tiene un registro del sismo en roca. La excitación dinámica consiste en general en un histograma de aceleraciones con un amplio contenido de frecuencias.

El principal objetivo de este artículo es cubrir algunos aspectos analíticos de la tercera categoría de problemas, enfatizando los métodos para evaluar la respuesta sísmica de sistemas suelo-estructura y los procedimientos desarrollados para determinar tanto la estabilidad como las deformaciones potenciales de presas de tierra sujetas a cargas sísmicas.

2. Respuesta Dinámica de Sistemas Suelo-Estructura

Una consideración importante en el análisis dinámico de estructuras desplantadas sobre materiales flexibles es la evaluación de la relación que existe entre las características de la excitación sísmica, en términos de su máxima aceleración y de su contenido de frecuencias. Por consiguiente es necesario evaluar la magnitud de estos efectos con el fin de establecer criterios de diseño apropiados. En la fig 2.1 se muestran espectros de respuesta promedio de sismos registrados en la superficie de varios depósitos de suelo con diferentes rigideces (Seed *et al.*, 1974). Es notorio el efecto del tipo de suelo en las formas de los espectros, especialmente para períodos mayores que 0.5 seg; para valores superiores las amplificaciones espectrales son mayores para depósitos profundos de suelos no cohesivos y depósitos de arcilla blanda a media que para condiciones de roca y depósitos de suelos rígidos.

- Las condiciones locales del suelo y las condiciones geológicas del sitio afectan en general las características de la excitación sísmica, en términos de su máxima aceleración y de su contenido de frecuencias. Por consiguiente es necesario evaluar la magnitud de estos efectos con el fin de establecer criterios de diseño apropiados. En la fig 2.1 se muestran espectros de respuesta promedio de sismos registrados en la superficie de varios depósitos de suelo con diferentes rigideces (Seed *et al.*, 1974). Es notorio el efecto del tipo de suelo en las formas de los espectros, especialmente para períodos mayores que 0.5 seg; para valores superiores las amplificaciones espectrales son mayores para depósitos profundos de suelos no cohesivos y depósitos de arcilla blanda a media que para condiciones de roca y depósitos de suelos rígidos.
- Durante la excitación dinámica las estructuras interactúan con el suelo de cimentación. Por lo tanto, es necesario evaluar los efectos de esta interacción sobre la respuesta dinámica de las estructuras. El fenómeno de interacción suelo-estructura se manifiesta por una diferencia entre el movimiento u_1 en la base de la estructura y el movimiento u_0 en la superficie del terreno lejos del sitio de cimentación, como se indica en la fig 2.2. Este movimiento puede ser, en general, vertical, horizontal, de cabeceo y de torsión.

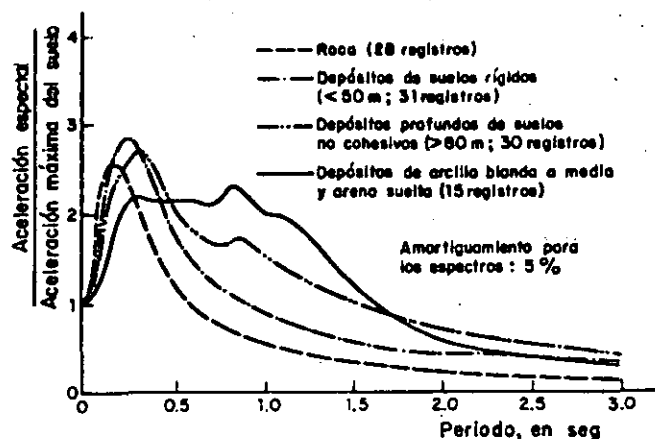


Fig 2.1 Espectros de aceleración promedio para diferentes condiciones locales

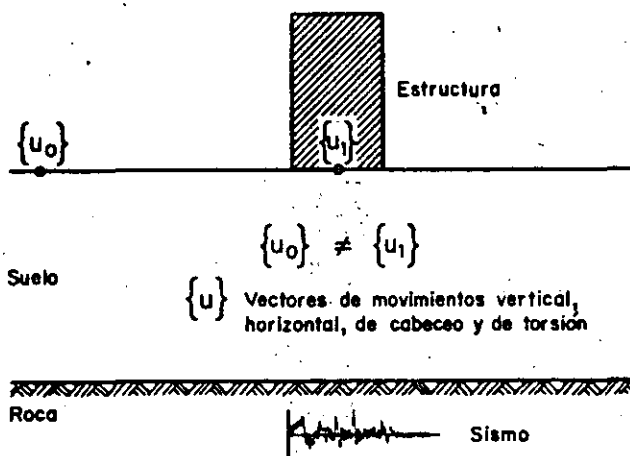


Fig 2.2 Definición de la interacción suelo-estructura

Debido a que, en general, el campo sísmico en el cual se va a colocar una estructura no se conoce y atendiendo a los dos aspectos antes mencionados, el problema básico de interacción suelo-estructura involucra el cálculo de la respuesta de una o más estructuras, en un sitio en particular, a partir de una excitación de diseño dada (excitación de control) actuando en un punto específico (punto de control) del sitio antes de la construcción de la estructura (análisis de campo libre). Una vez que se conocen las características sísmicas del campo libre se lleva a cabo un análisis de interacción que considera las características del suelo de cimentación y de la estructura. Los métodos para estudiar la respuesta del campo libre no se presentarán aquí, pero el lector puede consultar el estado del arte preparado por Lysmer (1978).

Los problemas de respuesta de campo libre y de interacción son de índole diferente; sin embargo, en principio se pueden formular en términos de modelos continuos o discretos. Debido al gran número de modelos matemáticos propuestos en la literatura, en este artículo sólo se discutirán modelos discretos enfatizando aquellos que utilizan la técnica del elemento finito.

Algunas de las ventajas de los modelos que emplean el método del elemento finito son: a) permiten tomar en cuenta la no linealidad y la heterogeneidad del suelo, y b) se pueden simular condiciones de frontera más representativas que con modelos continuos. Por otra parte, los modelos continuos tienen ventajas con geometrías simples y materiales lineales. Sin embargo, su utilidad se restringe básicamente al análisis de vibración de maquinaria, de problemas de interacción para estructuras con cimentación superficial y algunos tipos de problemas de respuesta del campo libre. Para depósitos estratificados y en particular para problemas que involucran estructuras desplantadas a profundidad las soluciones del continuo se tornan muy complicadas y sólo se pueden evaluar con procedimientos aproximados; por lo tanto, se pierde la ventaja principal de obtener una solución exacta.

2.1 Métodos de análisis

Los procedimientos analíticos para estudiar el problema de interacción dinámica suelo-estructura se pueden clasificar en dos categorías atendiendo al procedimiento seguido para resolver el problema; estas son: a) Métodos de Subestructura y b) Métodos Completos (Lysmer, 1978).

El planteamiento matemático es semejante para los dos grupos de métodos. Debido a la complejidad del problema el sistema de ecuaciones resultante se soluciona con el método del elemento finito.

Ecuaciones de Movimiento

La teoría que se presenta en este inciso se refiere a modelos de deformación plana, con propiedades viscoelásticas lineales, del tipo general mostrado en la fig 2.3. El modelo consiste en tres regiones: dos zonas estratificadas semi-infinitas (campo libre) y una zona central dentro de la cual pueden existir estratos de geometría irregular (problema de interacción). La frontera inferior del campo libre se supone rígida pero no necesariamente fija.

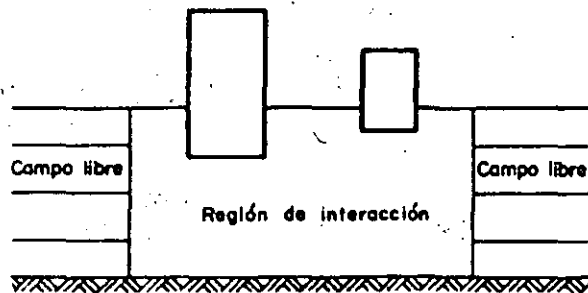


Fig 2.3 Modelo para el problema de interacción suelo-estructura

La frontera inferior del problema de interacción puede ser rígida o flexible, con una condición de frontera viscosa para simular la existencia de un semi-espacio elástico debajo de esta región.

La representación esquemática del procedimiento de solución se presenta en la fig 2.4. El sistema que se va a analizar corresponde a la estructura y el

suelo que la rodea (fig 2.4a, problema de interacción). Este sistema se descompone en dos modelos, el de campo libre (fig 2.4b) y el incremental que es equivalente a un problema de vibración de maquinaria (fig 2.4c). Superponiendo las soluciones de estos dos modelos (el teorema de superposición es aplicable puesto que los materiales se suponen viscoelásticos lineales) se obtiene la respuesta dinámica del sistema suelo-estructura. Entonces los desplazamientos del sistema suelo-estructura, $\{u_i\}$, se obtienen de la siguiente ecuación:

$$\{u_i\} = \{u_o\} + \{u_v\} \quad (2.1)$$

Donde $\{u_o\}$ y $\{u_v\}$ son los vectores de desplazamientos en el campo libre y en el modelo incremental, respectivamente.

Los modelos mostrados en la fig 2.4 son idénticos en el sentido que están discretizados igualmente con elementos finitos. Además, todas las masas y rigideces son las mismas, excepto que la parte estructural del modelo presentado en la fig 2.4b no tiene masa ni rigidez y para este modelo los nudos en la estructura arriba de la superficie del terreno se suponen fijos.

Suponiendo que las fronteras están lejos de la estructura (fig 2.4a) la ecuación de movimiento para el problema de interacción es:

$$[M]\{\ddot{u}_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} + [K]\{u_i\} = \{F_i\} \quad (2.2)$$

Donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices totales de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente; y $\{F_i\}$ es la excitación dinámica actuando en las fronteras del modelo.

Debido a que los nudos fijos en la estructura no afectan la respuesta del depósito de suelo (fig 2.4b) la ecuación de movimiento para el problema de campo libre es:

$$[M_o]\{\ddot{u}_o\} + [C_o]\{\dot{u}_o\} + [K_o]\{u_o\} = \{F_o\} \quad (2.3)$$

Donde $[M_o]$, $[C_o]$ y $[K_o]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, del campo libre.

Sustituyendo las ecs (2.1) y (2.2) en la ec (2.3) se obtiene la ecuación de movimiento para el modelo incremental (problema de vibración de maquinaria):

$$[M]\{\ddot{u}_v\} + [C]\{\dot{u}_v\} + [K]\{u_v\} = \{F\} \quad (2.4)$$

Donde

$$\{F\} = ([M_o] - [M])\{\ddot{u}_o\} + ([C_o] - [C])\{\dot{u}_o\} + ([K_o] - [K])\{u_o\} \quad (2.5)$$

es el vector de carga y puede determinarse de los desplazamientos del campo libre calculados con la ec (2.3). Es importante notar que el vector de carga $\{F\}$ depende sólo de la diferencia entre las propiedades de la estructura y del suelo excavado.

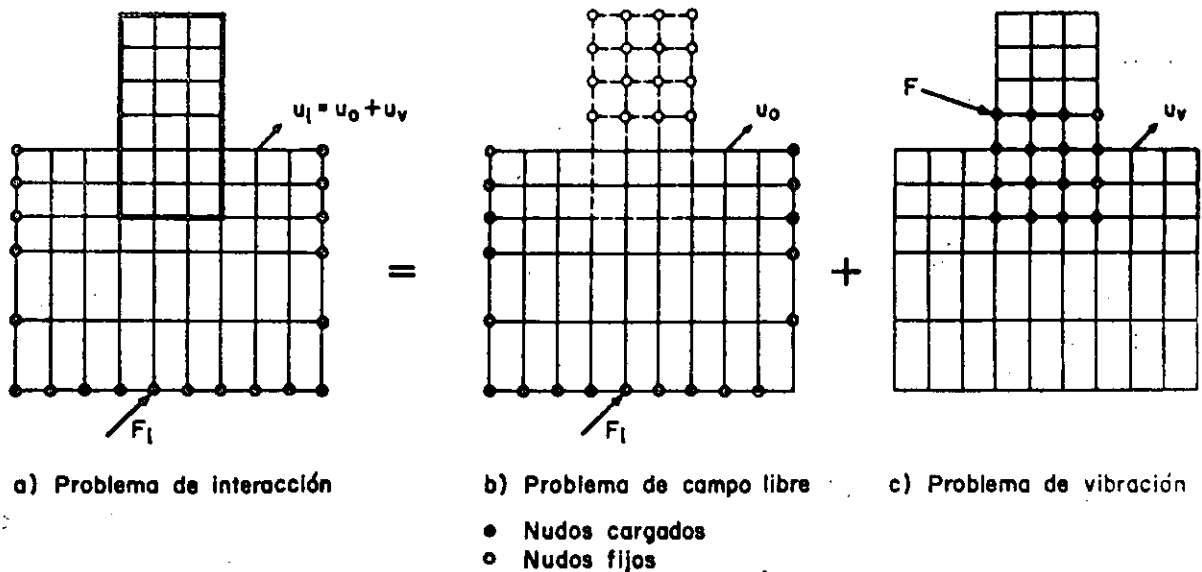


Fig 2.4 Etapas de superposición para el problema de interacción

Los desplazamientos totales $\{u_1\}$ del problema de interacción suelo-estructura se calculan por superposición como se indica en la ec (2.1).

De esta formulación matemática se pueden obtener las siguientes características importantes del fenómeno de interacción:

- Para el problema de interacción se necesitan únicamente los movimientos del campo libre que ocurren dentro del volumen de suelo que se excava para el desplante de la estructura. Esto implica que para estructuras desplantadas en suelo blando, el análisis de campo libre es quizá la parte más importante del problema de interacción, debido a que para estos sitios los movimientos de campo libre varían significativamente con la profundidad. Por lo tanto, el uso de métodos que emplean impedancias constantes con la profundidad para simular el fenómeno de interacción puede conducir a resultados erróneos. Esto tiene gran implicación en el procedimiento de análisis dinámico usado para edificios en la Ciudad de México.
- Para estructuras desplantadas a cierta profundidad la importancia del fenómeno de interacción depende de la diferencia entre las masas y rigideces de la estructura y del volumen de suelo excavado. Esto significa que para estructuras compensadas (tanto en rigidez como en masa) los efectos de interacción son nulos.
- El análisis es válido para sistemas lineales. Sin embargo, el efecto no lineal se puede tomar en cuenta con un procedimiento equivalente lineal (Seed e Inbriss, 1969) que consiste en resolver el problema linealmente pero iterando en una relación esfuerzo-deformación para incluir el cambio de rigidez del suelo con el nivel de deformaciones desarrollado por la excitación dinámica. Para estructuras diseñadas para aceptar pequeñas deformaciones como plantas nucleoelectricas esta restricción no es

importante. Además, el problema de campo libre no se puede resolver, en general, con métodos no lineales verdaderos (Lysmer, 1978).

Métodos de Subestructura

Debido a la complejidad para modelar el problema de interacción han surgido los llamados métodos de subestructura (Lysmer, 1978). Estos procedimientos dividen el problema de interacción en dos partes. En la primera se analiza el depósito del suelo de cimentación como si fuera un semi-espacio continuo, y las funciones de impedancia y las características de refracción de las ondas se determinan en la interfase suelo-estructura. En la segunda parte estas propiedades se usan como condiciones de frontera y se lleva a cabo el análisis dinámico de la estructura con un sistema de cargas que se obtiene directamente de los movimientos del campo libre.

Estructuras con cimentación superficial. Con base en la teoría presentada anteriormente los movimientos de interacción se pueden calcular usando la ec (2.5). Sin embargo, para el caso de una estructura con cimentación superficial las fuerzas (F) actúan solamente en la base y en el primer nivel de la estructura como se indica en la fig 2.5a. Para este caso la ec (2.5) se reduce a la siguiente ecuación:

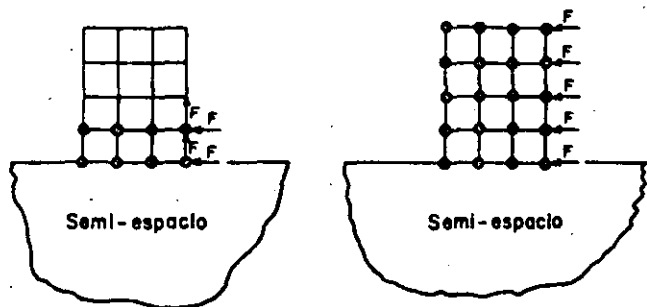
$$\{F\} = -[M_e]\{\ddot{u}_0\} - [C_e]\{\dot{u}_0\} - [K_e]\{u_0\} \quad (2.6)$$

Donde las matrices $[M_e]$, $[C_e]$ y $[K_e]$ sólo dependen de las características de la estructura y $\{u_0\}$ son los valores de los movimientos en la superficie del campo libre. Este modelo es válido para cualquier tipo de onda propagándose en el campo libre. Si el ambiente sísmico consiste íntegramente de ondas de corte propagándose verticalmente en campo libre, entonces fijando los puntos nodales de la estructura (fig 2.4b) en la dirección vertical y asignando les los movimientos horizontales de la superficie del campo libre la estructura no se deforma cuando se le sujeta a la excitación del campo libre y la

ec (2.5) se reduce a:

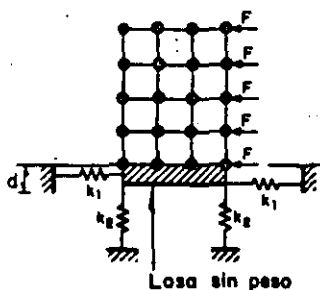
$$\{F\} = - [M_e] \{U_0\} \quad (2.7)$$

Por lo tanto, los movimientos relativos se pueden calcular usando el modelo inercial de interacción (fig 2.5b) donde todas las fuerzas $\{F\}$ resultan de multiplicar la masa de la estructura a la elevación deseada por la aceleración de la superficie del campo libre.



a) Sistema general de ondas, base flexible

b) Ondas de corte, base flexible



c) Ondas de corte, base rígida

Fig 2.5 Análisis de estructuras con cimentación superficial

Si el semi-espacio se representa con elementos finitos, entonces la flexibilidad de la losa de cimentación se puede incluir fácilmente en los análisis de interacción. Por otra parte, si la losa de cimentación se considera rígida, entonces el modelo se reduce al mostrado en la fig 2.5c. Las impedancias k_1 y k_2 son función de la frecuencia y se pueden determinar a partir de los coeficientes de impedancia obtenidos en problemas de vibración de cimentaciones correspondientes. En problemas prácticos es común despreciar la dependencia de k_1 y k_2 de la frecuencia y utilizar valores constantes como los presentados en las tablas 2.1 y 2.2. El espesor de la losa rígida sin peso, d , representa la interacción acoplada entre los modos de vibración horizontal y de cabeceo, y es, en general, una función compleja de la frecuencia. En la práctica esta interacción se desprecia ($d=0$) debido a que se ha demostrado analíticamente que esta interacción acoplada es débil para cimentaciones superficiales (Veletsos y Wei, 1970).

Tabla 2.1 Constantes para la representación del problema de interacción suelo-estructura. Cimentación circular

Tipo de excitación	Constante de rigidez	Coefficiente de amortiguamiento
Horizontal	$k_x = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$	$c_x = 0.576 k_x R\sqrt{\rho/G}$
Cabeceo	$k_\psi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$c_\psi = \frac{0.30}{1+B_\psi} k_\psi R\sqrt{\rho/G}$
Vertical	$k_z = \frac{4GR}{1-\nu}$	$c_z = 0.85 k_z R\sqrt{\rho/G}$
Torsión	$k_t = 16GR^3/3$	$c_t = \frac{\sqrt{k_t I_t}}{1 + 2 I_t / \rho R^5}$

donde

ν = relación de Poisson del medio de cimentación

G = módulo de corte del medio de cimentación

R = radio de la cimentación

ρ = densidad del medio de cimentación

$$B_\psi = \frac{3(1-\nu)I_0}{8\rho R^5}$$

I_0 = momento de inercia de la estructura y de la cimentación alrededor del eje de cabeceo en la base

I_t = momento de inercia polar de la estructura y la cimentación.

Tabla 2.2 Constantes para la representación del problema de interacción suelo-estructura. Cimentación rectangular

Tipo de excitación	Constante de rigidez	Coefficiente de amortiguamiento
Horizontal	$k_x = 2(1+\nu)G\beta_x\sqrt{BL}$	Use los resultados de la tabla 2.1 con los radios:
Cabeceo	$k_\psi = \frac{G}{1-\nu} \beta_\psi BL^2$	$R = \sqrt{BL/\pi}$ (traslación)
Vertical	$k_z = \frac{G}{1-\nu} \beta_z\sqrt{BL}$	$R = \sqrt{16BL(B^2+L^2)}/6\pi$ (cabeceo)
Torsión	Use tabla 2.1 con	

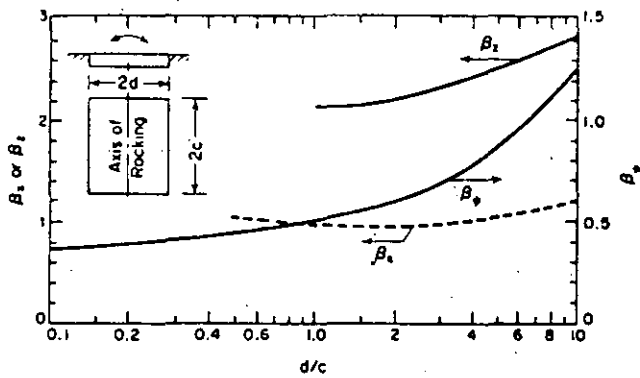
donde

ν y G se definen en la tabla 2.1

B = ancho de la cimentación perpendicular a la dirección de la excitación horizontal

L = longitud de la cimentación en la dirección de la excitación horizontal

$\beta_x, \beta_\psi, \beta_z$ = constantes que son función de la relación L/B como se indica en la figura:



Estructuras con cimentación profunda. La profundidad de desplante afecta significativamente la respuesta dinámica de la estructura. La principal dificultad para resolver el problema de interacción con métodos de subestructura es que, debido a que los movimientos en el campo libre varían con la profundidad (especialmente en suelos blandos), es difícil especificar la distribución de las fuerzas inducidas por el campo libre sobre la parte enterrada de la estructura. Esto ha conducido a algunos investigadores (p.e. Hall y Kissenpfening, 1975) a utilizar un modelo como el mostrado en la fig 2.6. En este modelo las masas m_1 y m_2 representan las masas del campo libre, y se les da un valor numérico lo suficientemente grande para que no sean afectadas por la respuesta de la estructura y así tengan los movimientos correctos del campo libre. Las impedancias, k_i , se suponen constantes y sus valores se obtienen de teorías aproximadas (Johnson *et al.*, 1975). Relaciones entre las impedancias, k_i , y la profundidad de desplante se presentan en la fig 2.7 para cimentaciones circulares y en la fig 2.8 para cimentaciones de longitud semi-infinita. Aunque este método no se puede justificar rigurosamente, a través de comparaciones con análisis más completos, como el método del elemento finito, se ha demostrado que funciona razonablemente bien para algunos casos de edificios con cimentaciones enterradas.

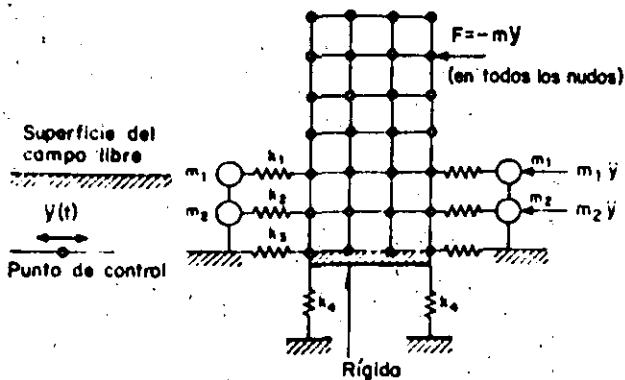


Fig 2.6 Modelo de parámetros concentrados para el problema de interacción

Un procedimiento alternativo es el *método de frontera rígida* propuesto por Kausel y Roesset (1974). Este método se basa en el principio de superposición y consiste en resolver el problema de interacción en tres etapas como se indica en la fig 2.9. En el primer paso se resuelve el problema del campo libre pero incluyendo una cimentación rígida, sin peso y de forma idéntica a la de la cimentación real (fig 2.9b). La excitación dinámica que se utiliza es la misma que la que se emplea en la solución total (problema de interacción). La solución de este problema produce un conjunto de aceleraciones de cuerpo rígido del campo libre (denominado interacción cinemática) para diferentes puntos en la cimentación de la estructura (fig 2.9b). En el segundo paso, que es un problema de vibración de cimentación, se determinan las impedancias (que son funciones de la frecuencia) del suelo de cimentación para los modos de vibración relevantes (fig 2.9c). En el tercer paso se calcula la respuesta dinámica de la estructura sujeta a las excitaciones dinámicas obtenidas en el paso uno, y considerando las fuerzas de inercia en la estructura, calculadas con la ec (2.7) usando los movimientos de campo libre (fig 2.9d). La solución total (problema de interacción) se obtiene superponiendo los resultados parciales como lo indica la ec (2.1). La única aproximación involucrada en este procedimiento se refiere a la rigidez de la cimentación de la estructura incluida en la respuesta del sitio (fig 2.9b). Esto tiene como consecuencia que, a menos que se pruebe que esta hipótesis es válida para cada caso, este método no permite evaluar las deformaciones y esfuerzos reales en la parte enterrada de la estructura. Por otra parte, es difícil obtener soluciones rigurosas para el primer paso de la solución excepto con el método del elemento finito y puesto que el segundo paso también requiere de un análisis con elemento finito, el método de frontera rígida difícilmente es más competitivo que otros métodos que utilizan el método del elemento finito (métodos completos) para obtener soluciones rigurosas.

Para salvar la dificultad de la frontera rígida, se propuso el *método de frontera flexible* (Gutiérrez, 1976). En este método el sistema estructura-suelo se considera compuesto de dos subestructuras: la estructura misma y el suelo subyacente. La excitación dinámica se define a partir de la respuesta del campo libre a la elevación de la interface entre el suelo y la estructura. Por lo tanto, la solución completa al problema de interacción con este método requiere primero obtener la respuesta del sitio para determinar el movimiento de la frontera flexible (equivalente al paso uno del método de frontera rígida), luego se obtienen las funciones de impedancia, similar al problema mostrado en la fig 2.9c, que involucran más grados de libertad (modos de vibración del problema de cimentación) y consecuentemente las matrices de impedancia son mayores. El tercer paso involucra el análisis de la estructura y es un poco más complicado que el problema mostrado en la fig 2.9d, por el mayor número de grados de libertad incluidos en la cimentación. Como para el método de frontera rígida, el punto débil de este procedimiento radica en que no existen soluciones analíticas para el problema del campo libre incluyendo la cimentación. Por consiguiente, para resolver el problema de manera rigurosa se tiene que recurrir al método del elemento finito, desapareciendo así el atractivo principal del método de frontera flexible.

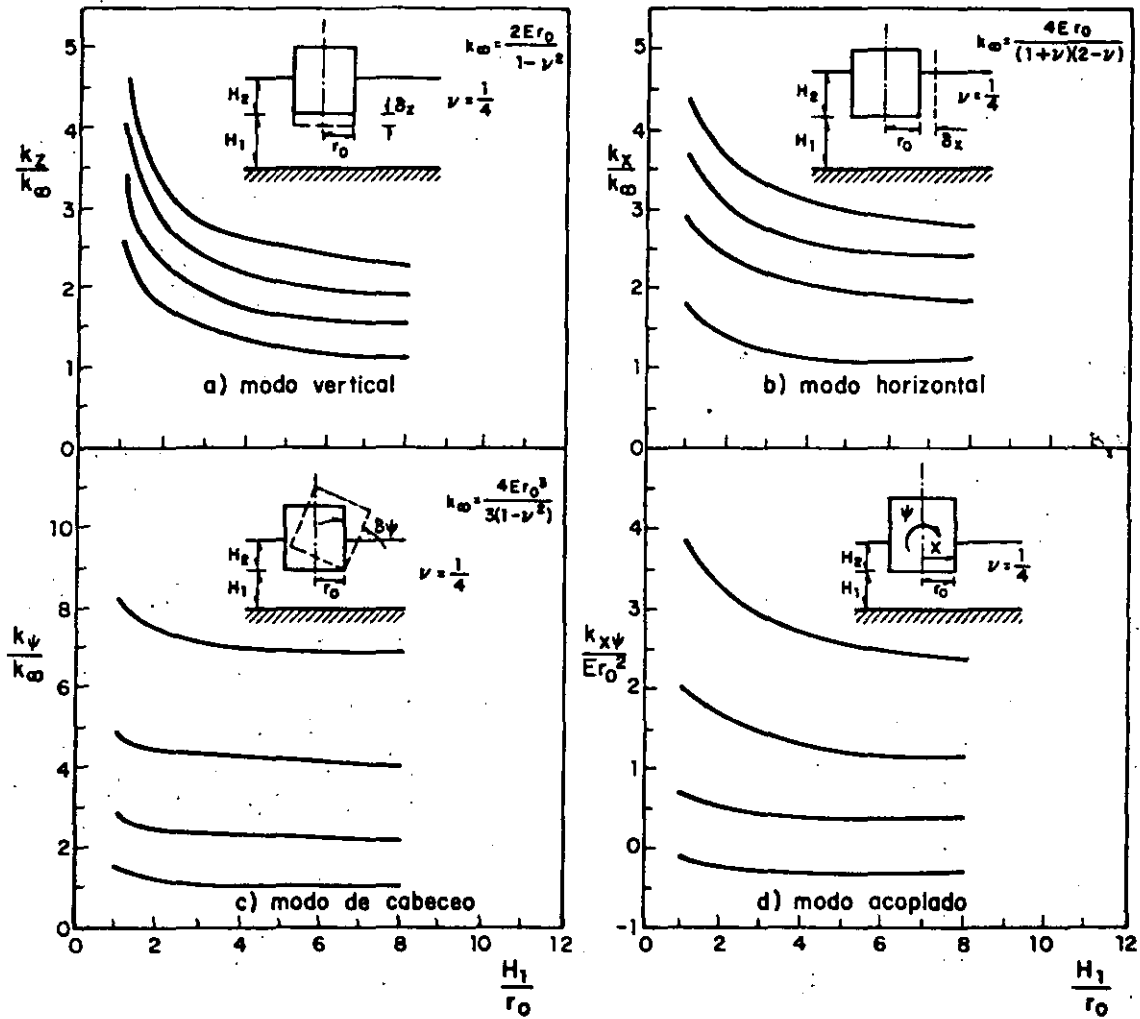


Fig 2.7 Funciones de impedancia para cimentaciones circulares rígidas

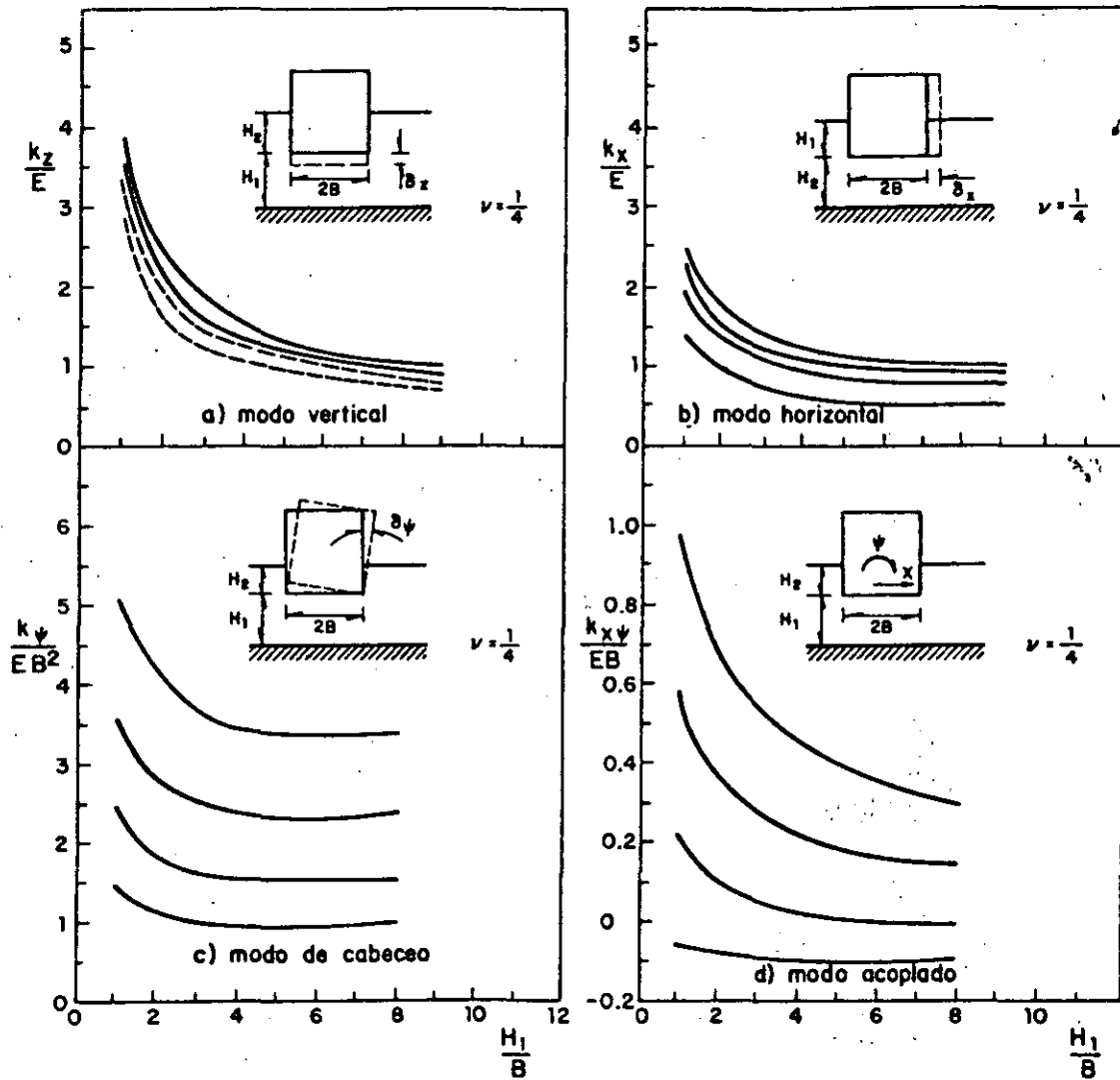


Fig 2.8 Funciones de impedancia para zapatas contínuas rígidas

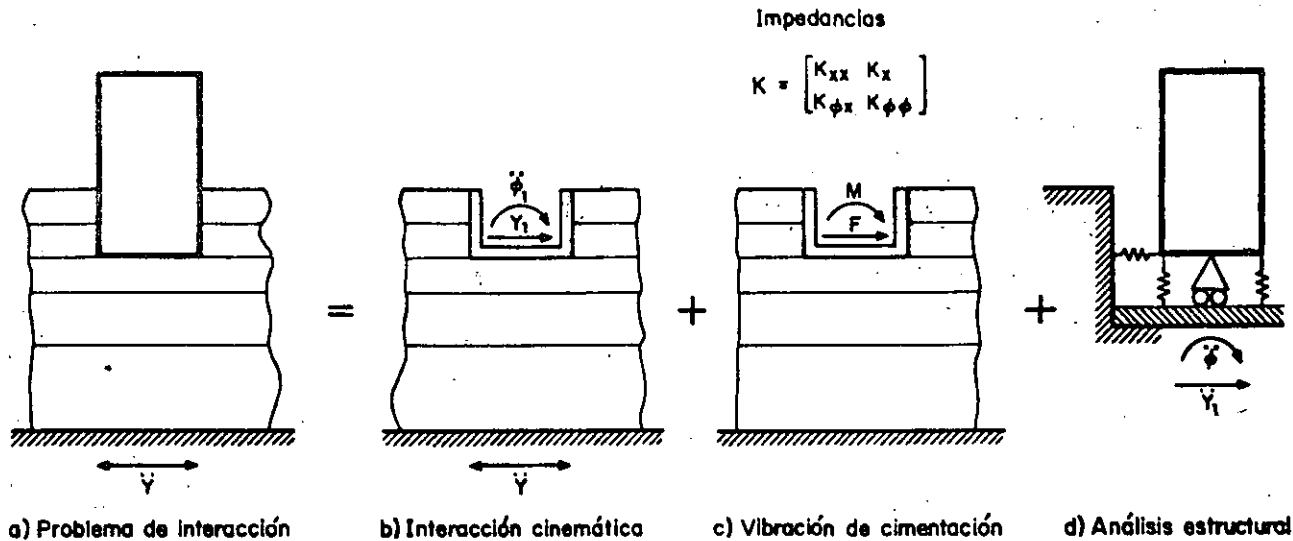


Fig 2.9 Método de frontera rígida

Los problemas de respuesta del sitio y de obtención de las funciones de impedancia concurrentes en los dos métodos presentados anteriormente, se pueden simplificar si en el problema de interacción se incluyen más grados de libertad entre el semi-espacio y la estructura. Este procedimiento denominado *método de volumen flexible* propuesto recientemente por Lysmer (1980) consiste en seccionar el suelo y la estructura no en su interface sino como se muestra en la fig 2.10. En esta división la estructura (fig 2.10c) consiste en la superestructura más la cimentación menos el suelo excavado, y la cimentación consiste del sitio original (fig 2.10b; note que el suelo por excavar se incluye en la cimentación); por lo tanto, la interacción entre suelo y cimentación ocurre en todos los nudos de la estructura en contacto con el subsuelo. La ecuación de movimiento en el dominio de la frecuencia (la excitación dinámica es armónica) para el sistema total mostrado en la fig 2.10a es:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{u\} = \{F\}_b \quad (2.8)$$

donde $[K]$ es la matriz de rigidez compleja (las componentes de esta matriz son complejas para tomar en cuenta el amortiguamiento histerético y viscoso β , p.e. $K = (1 + i\beta) k_i$) del sistema total, ω es la frecuencia de la excitación armónica, $[M]$ es la matriz de masas del sistema total, $\{u\}$ es el vector de desplazamientos en el dominio de la frecuencia y $\{F\}_b$ son las fuerzas externas en el dominio de la frecuencia.

La subestructura de la cimentación (fig 2.10b) está compuesta por suelo excavado (representado por los puntos nodales δ), por suelo del campo libre (representado por los puntos nodales g) y por la condición de frontera (representada por los puntos nodales b). La ecuación de movimiento para esta subestructura está compuesta por tres sistemas de ecuaciones acopladas. Estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia son:

$$([K] - \omega^2 [M])_{\delta\delta} \{u\}_\delta + ([K] - \omega^2 [M])_{\delta b} \{u\}_b + ([K] - \omega^2 [M])_{\delta g} \{u\}_g = \{F\}_\delta \quad (2.9)$$

$$([K] - \omega^2 [M])_{b\delta} \{u\}_\delta + ([K] - \omega^2 [M])_{bb} \{u\}_b + ([K] - \omega^2 [M])_{bg} \{u\}_g = \{F\}_b \quad (2.10)$$

$$([K] - \omega^2 [M])_{g\delta} \{u\}_\delta + ([K] - \omega^2 [M])_{gb} \{u\}_b + ([K] - \omega^2 [M])_{gg} \{u\}_g = \{0\} \quad (2.11)$$

Haciendo $[A] = [K] - \omega^2 [M]$ y escribiendo las ecs (2.9), (2.10) y (2.11) en forma matricial, se obtiene la siguiente ecuación para el problema mostrado en la fig 2.10b:

$$\begin{bmatrix} A_{\delta\delta} & A_{\delta g} & A_{\delta b} \\ A_{g\delta} & A_{gg} & A_{gb} \\ A_{b\delta} & A_{bg} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\delta \\ u_g \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_\delta \\ 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Note que las fuerzas $\{F_i\}$ son las fuerzas de interacción con la estructura del problema mostrado en la fig 2.10c.

La subestructuración (fig 2.10c) del problema de interacción está compuesta por la superestructura (representada por los nudos δ) y la parte de la estructura en contacto con el suelo (representada por los nudos i). La ecuación de movimiento para el problema de la fig 2.10c es,

$$\begin{bmatrix} A_{\delta\delta} & A_{\delta i} \\ A_{i\delta} & (A_{ii} - A_{\delta\delta}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\delta \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -F_\delta \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

donde se cumple con la compatibilidad de los desplazamientos ($u_i = u_\delta$) y las condiciones de equilibrio ($F_i + F_\delta = 0$). El término $(A_{ii} - A_{\delta\delta})$ indica que la rigidez y la masa del suelo excavado se resta de la rigidez y la masa de la estructura.

Haciendo la hipótesis de que la frontera externa (nudos b) está infinitamente lejos de la estructura (pa

ra eliminar el problema de reflexión y refracción de las ondas sísmicas en una frontera ficticia), la ecuación de movimiento para el problema de campo libre (similar al mostrado en la fig 2.10b) se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} A_{\delta\delta} & A_{\delta g} & A_{\delta b} \\ A_{g\delta} & A_{gg} & A_{gb} \\ A_{b\delta} & A_{bg} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_\delta \\ u'_g \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

donde $\{u'\}$ son los desplazamientos de campo libre. Restando la ec (2.14) de la ec (2.12), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} A_{\delta\delta} & A_{\delta g} & A_{\delta b} \\ A_{g\delta} & A_{gg} & A_{gb} \\ A_{b\delta} & A_{bg} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_\delta \\ v_g \\ v_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

donde $\{v\} = \{u\} - \{u'\}$ son los desplazamientos de interacción. Subdividiendo la ec (2.15) como se indica, $\{v_g\}$ and $\{v_b\}$ se pueden eliminar y $\{F_\delta\}$ se puede expresar de la siguiente forma:

$$\{F_\delta\} = [V_\delta] \{v_\delta\} = [V_\delta] (\{u_\delta\} - \{u'_\delta\}) \quad (2.16)$$

donde la matriz $[V_\delta]$ es la matriz de impedancias (dependientes de la frecuencia) correspondiente a los puntos nodales δ en el modelo de cimentación (fig 2.10b) y puede obtenerse de la solución de campo libre con cargas puntuales en los nudos correspondientes δ .

Si se sustituye la ec (2.16) en la ec (2.13) se obtiene la ecuación que permite calcular los movimientos finales de la estructura:

$$\begin{bmatrix} A_{\delta\delta} & A_{\delta i} \\ A_{i\delta} & (A_{ii} - A_{\delta\delta} + V_\delta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\delta \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [V_\delta] \{u'_\delta\} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

La solución al problema de interacción suelo-estructura con el método de volumen flexible se obtiene de la siguiente manera:

- Se resuelve el problema del campo libre para determinar los movimientos $\{u'\}$ que están dentro del volumen de la parte de la estructura desplazada a profundidad.
- Se resuelve el problema de impedancia para determinar la matriz $[V_\delta]$.
- Se resuelve el problema estructural lo cual involucra formar las matrices complejas de rigidez y el vector de carga de la ec (2.17). De la solución de esta ecuación se obtienen los desplazamientos finales.

Es importante notar que con este método se elimina el problema de encontrar los movimientos de campo libre con la cimentación de la estructura, ya que con la subestructuración seleccionada el problema se reduce a uno de respuesta del sitio (campo libre). Por otra parte, el problema de impedancia es similar al de los dos métodos antes mencionados pero con una frontera superficial más regular (compare la fig 2.10b con la fig 2.9b) y se puede resolver como el inverso del problema de flexibilidad con métodos propuestos por Waas (1972) para el problema plano, por Kausel y Roesset (1974) para sistemas axisimétricos y aproximadamente para configuraciones generales tridimensionales usando soluciones axisimétricas (Wolf y von Arx, 1978). El análisis de la estructura es ligeramente más complicado que en el caso del método de frontera flexible debido al mayor número de nudos que intervienen en la interacción; sin embargo, se sigue el mismo procedimiento.

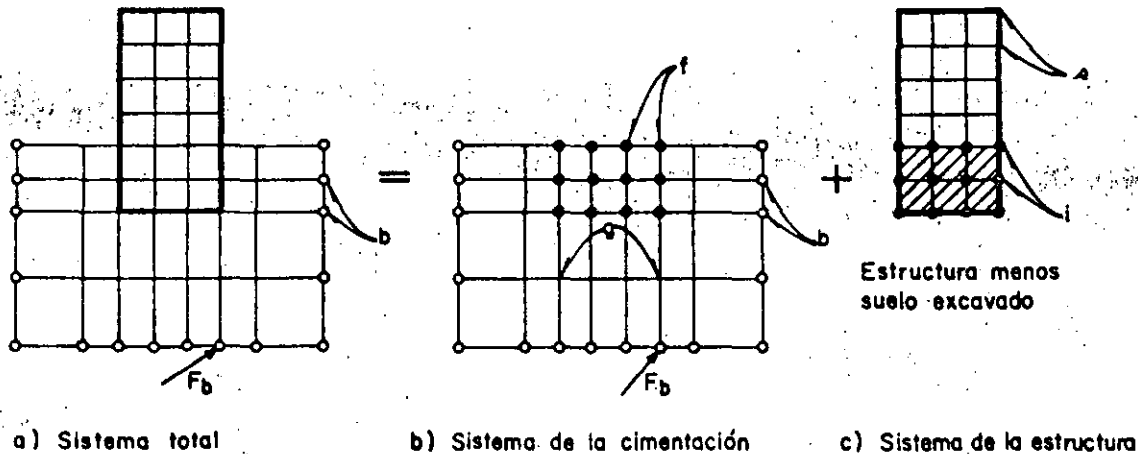


Fig 2.10 Método de volumen flexible

Métodos Completos

En los métodos completos, a diferencia de los de subestructura, se determinan las respuestas de la masa de suelo y de la estructura simultáneamente. Los métodos completos que se presentan en esta sección son del tipo del elemento finito.

En la fig 2.11 se presenta esquemáticamente el método de análisis de un sistema suelo-estructura, para ondas sísmicas propagándose verticalmente. Los pasos básicos de este procedimiento (Seed et al., 1975) se pueden resumir como sigue:

- Se resuelve el problema de respuesta del sitio por desconvolución de la excitación de control, especificada en la superficie, a una elevación debajo de la superficie del terreno donde se pueda suponer que la presencia de la estructura no afectará la excitación de campo libre (fig 2.11a).
- Calculada la excitación dinámica a cierta profundidad, se utiliza como condición de frontera en el análisis del sistema suelo-estructura con el método del elemento finito (fig 2.11b).

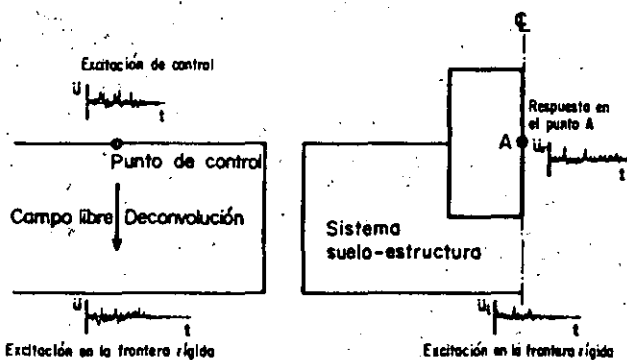


Fig 2.11 Análisis de sistemas suelo-estructura: método completo

El método de análisis mostrado en la fig 2.11 se puede utilizar en principio para evaluar la respuesta de sistemas suelo-estructura tridimensionales bajo ondas propagándose verticalmente (Gómez-Massó, 1978). Sin embargo, debido al costo y límite en la capacidad de las computadoras, Hwang et al (1975) propusieron un método tridimensional aproximado como el mostrado en la fig 2.12. El efecto tridimensional se logra usando amortiguadores en todos los puntos nodales que caen en la interface suelo-estructura. Estos amortiguadores simulan la disipación de energía por medio de la propagación de ondas de corte en la dirección perpendicular al plano de análisis. Para reducir la extensión de la malla de elementos finitos (y por tanto el costo del análisis) el modelo tiene fronteras transmisoras de energía (Waas, 1972).

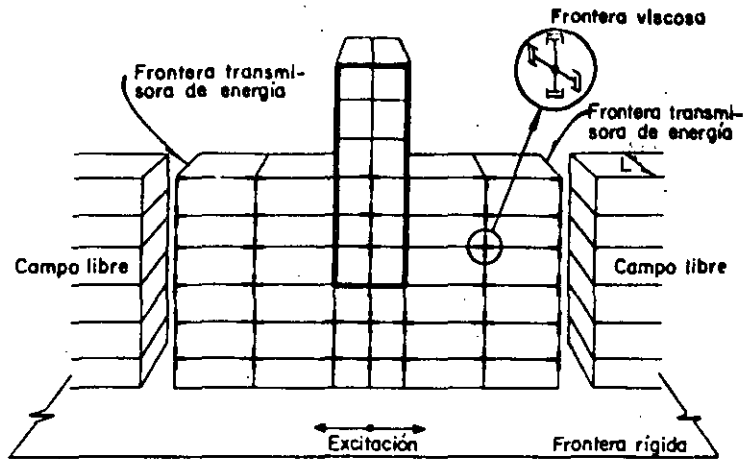


Fig 2.12 Modelo tridimensional simplificado

La ecuación de movimiento (en el dominio de la frecuencia) para el modelo presentado en la fig 2.12 se expresa como (Lysmer et al., 1975):

$$([K] + [R] + [S] + \frac{i\omega}{L} [C] - \omega^2 [M]) \{u\} = - \{n\} \ddot{Y} + ([G] + [R] + [S] + \frac{i\omega}{L} [C]) \{u_f\} \quad (2.18)$$

donde

$[K]$ = matriz de rigidez para deformación plana

$[M]$ = matriz de masa para deformación plana

$[R]$ y $[S]$ = matrices de rigidez para las fronteras transmisoras de energía

ω = frecuencia de excitación

$i = \sqrt{-1}$

L = espesor del modelo

$[C]$ = matriz que contiene las características viscosas de los amortiguadores acoplados al modelo

$\{u\}$ = desplazamientos relativos de los puntos nodales con respecto a la frontera rígida

$\{n\}$ = vector relacionado con $[M]$ y la dirección de la aceleración en la frontera

\ddot{Y} = aceleración en la frontera rígida

$[G]$ = matriz de rigidez para el campo libre

$\{u_f\}$ = desplazamientos del campo libre

Un método alternativo (con formulación matemática similar a la dada por la ec 2.18) que permite calcular la respuesta dinámica de sistemas suelo-estructura sujetos a ondas de Rayleigh y ondas propagándose verticalmente fue propuesto por Gómez-Massó (1978). En este caso el problema de campo libre se soluciona suponiendo que ondas de corte y de compresión se propagan verticalmente, y ondas de Rayleigh se propagan horizontalmente en el depósito estratificado. La respuesta total del campo libre se obtiene superponiendo las respuestas para cada tipo de onda. El modelo para la parte de interacción incluye también una frontera viscosa en la base en lugar de la frontera rígida. Los resultados obtenidos indican que la respuesta de la estructura es independiente de incluir o no la frontera viscosa en la base. Esto indica que los desplazamientos de interacción consisten principalmente de ondas superficiales que se disipan a través de las fronteras laterales.

En los dos métodos antes mencionados la excitación dinámica se considera determinista; es decir, como excitación de control se especifica únicamente un histograma de aceleraciones. Sin embargo, los eventos sísmicos, debido a las diferentes trayectorias que siguen de la fuente de energía (falla geológica activa) al sitio, son aleatorios y por lo tanto, la excitación dinámica sería representada más apropiadamente con un proceso aleatorio. Romo (1976) y Romo *et al.* (1977) propusieron un método para estudiar la respuesta dinámica de sistemas suelo-estructura sometidos a un evento sísmico representado como un proceso aleatorio. El modelo matemático es similar al mostrado en la fig 2.12 y representado por la ec 2.18. Este modelo probabilista opera directamente del espectro de diseño (en lugar de un histograma de aceleraciones), e implícitamente considera todas las excitaciones posibles que tienen espectros de respuesta similar al de diseño. El método probabilista proporciona límites de confianza y por lo tanto los resultados del análisis son potencialmente más útiles para el diseño de componentes críticas.

Una de las ventajas de los métodos completos sobre los métodos de subestructura es que el análisis se lleva a cabo al nivel real de los esfuerzos en todos los elementos finitos, y por lo tanto, es posible considerar los efectos espaciales de la no linealidad del suelo utilizando el método lineal equivalente propuesto por Seed e Idriss (1969).

Es importante hacer notar que cuando se diseña sísmicamente una estructura es necesario tener presente que las características de los suelos son muy variables debido a su proceso de formación; además, sus propiedades determinadas en el laboratorio pueden ser afectadas por las operaciones de perforación y muestreo, y las determinaciones de sus propiedades *in situ* pueden ser poco confiables. Por consiguiente, para determinar las características dinámicas se requiere juicio ingenieril y en los análisis deben, en general, para estructuras importantes como plantas nucleoelectricas, considerarse intervalos de propiedades (para tomar en cuenta las incertidumbres en su determinación) independientemente del método de análisis utilizado.

Un procedimiento alternativo (Romo, 1980) para tomar en consideración las incertidumbres en las propiedades dinámicas de los suelos, consiste en utilizar la teoría de las perturbaciones. Considere la siguiente

ecuación de movimiento en el dominio de la frecuencia.

$$([K] - \omega^2[M])\{u\} = -\{n\}\ddot{Y} \quad (2.19)$$

donde todas las variables ya han sido definidas. Supongamos que las características de rigidez $[K]$ son aleatorias e introducimos una perturbación $[Q]$, para incluir la incertidumbre en su determinación; es decir:

$$[K] = [K]_0 + [Q] \quad (2.20)$$

donde $[K]_0$ es el valor determinista de $[K]$. Suponiendo un sistema lineal, la respuesta será:

$$\{u\} = \{u\}_0 + \{u\}_1 \quad (2.21)$$

donde $\{u\}_0$ es la respuesta determinista y $\{u\}_1$ la aleatoria. Sustituyendo las ecs (2.20) y (2.21) en la ec (2.19) y ordenando los términos de acuerdo con el grado de perturbación, se obtienen los dos sistemas de ecuaciones siguientes:

$$([K]_0 - \omega^2[M])\{u\}_0 = -\{n\}\ddot{Y} \quad (2.22)$$

$$([K]_0 - \omega^2[M])\{u\}_1 = -[Q]\{u\}_0 \quad (2.23)$$

De las ecs (2.22) y (2.23) se observa que la solución del problema perturbado (ec 2.23) es directa debido a que el vector de carga es la única diferencia que existe entre ambas ecuaciones (2.22 y 2.23). Por consiguiente, el problema se puede resolver para carga unitaria y luego, multiplicando esta solución por el vector de carga correspondiente se obtienen los desplazamientos $\{u\}_0$ y $\{u\}_1$. La solución completa se obtiene usando la ec (2.21).

La simulación de la matriz aleatoria $[Q]$ se obtiene usando series de Fourier de forma similar a aquellas para vibraciones aleatorias; supongamos que $f(x)$ es la propiedad (p.e. módulo de rigidez al cortante) que se desea simular, entonces con series de Fourier se tiene que

$$f(x) = \sum_{j=1}^N [2S_0(\xi_j) \Delta\xi]^{1/2} \cos(\xi_j x + \psi_j) \quad (2.24)$$

donde

ψ_j = ángulo de fase aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 2π

$$\xi_j = \xi_1 + (j - \frac{1}{2})\Delta\xi \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\xi_j^1 = \xi + \delta\xi_j \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\Delta\xi = (\xi_N - \xi_1)/N$$

x = distancia

$\delta\xi$ = variable aleatoria con distribución uniforme entre

$$-\Delta\delta/2 \text{ y } \Delta\delta/2. \quad \Delta\delta \ll \Delta\xi$$

$$S_0(\xi) = C \cdot \frac{\xi_0^4 + 4h^2 \xi_0^2 \xi^2}{(\xi_0^2 - \xi^2)^2 + 4h^2 \xi_0^2 \xi^2}$$

donde

E_0 , μ y C son características del suelo

El valor de cada componente de $[Q]$ se obtiene con la siguiente relación:

$$[Q] = [Q]_m (1 + f(x)) \quad (2.25)$$

donde $[Q]_m$ es el valor promedio.

Actualmente se está implementando un programa de computadora que utiliza el método del elemento finito para resolver este planteamiento analítico.

3. Presas de Tierra

Los procedimientos analíticos para el estudio dinámico de presas y terraplenes han avanzado significativamente en la última década. Del método pseudoestático utilizado para evaluar la estabilidad sísmica de terraplenes, se ha pasado a métodos del elemento finito que permiten evaluar tanto la estabilidad (incluyendo las características esfuerzo-deformación del suelo constitutivo de la presa) como las deformaciones potenciales (incluyendo el desarrollo de presiones de poro en materiales susceptibles a licuación) de presas de tierra y enrocamiento sujetas a eventos sísmicos.

A pesar del avance significativo debemos admitir la existencia de problemas relativos a la evaluación de las propiedades dinámicas, a la selección del sismo de diseño, a la evaluación de las presiones de poro de las deformaciones que resultan de los datos combinados del análisis de respuesta y pruebas de laboratorio, a la evaluación del efecto tridimensional y a la integración de las experiencias pasadas en el análisis. Por consiguiente, con el estado actual del conocimiento se requiere ejercer un buen juicio en todas las etapas del diseño sísmico de presas de tierra, y seguramente se seguirán utilizando en el futuro, independientemente de los avances logrados. El buen juicio ingenieril es una componente que nunca podrá ni deberá sustituirse cuando se diseñan obras geotécnicas.

Aunque el buen juicio es una de las premisas indispensables para lograr un diseño sísmico racional y así minimizar el peligro de falla de una presa, gafa en el ejercicio de este juicio se puede obtener por medio de estudios analíticos cuya complejidad dependerá de la magnitud y tipo de problema bajo consideración.

En este capítulo se presentan y se discuten algunos de los métodos existentes para los análisis de estabilidad y de deformaciones de presas y terraplenes sujetos a cargas sísmicas.

3.1 Consideraciones Generales en el Diseño de Presas

Antes de presentar los métodos de análisis, es conveniente notar que la mayoría de los daños potenciales que pueden resultar de la acción sísmica sobre presas (ver tabla 3.1) no requieren de un tratamiento analítico sino simplemente de la aplicación racional de medidas preventivas. Así, para prevenir

la pérdida de bordo libre (cuyas consecuencias podrían ser desastrosas) por compactación del suelo o asentamientos regionales causados por movimientos tectónicos, bastaría con dotar a la presa con una altura adicional. Similarmente, para evitar agrietamiento o destrucción de la presa por el movimiento de una falla geológica cerca de la cimentación, se requiere simplemente la identificación de fallas geológicas activas y la selección de un sitio donde este tipo de fallas no existan.

Tabla 3.1 Tipos de falla inducidos en presas de tierra y enrocamiento por sismo

1. Deslizamiento o distorsión por cortante del terraplén y/o de la cimentación.
2. Tubificación a través de grietas inducidas por movimientos diferenciales
3. Pérdida de bordo libre debido a la compactación del terraplén o de la cimentación
4. Rotura de conductos subterráneos
5. Rotura de la presa por movimientos de una falla geológica en la cimentación
6. Deslizamientos en el vaso
7. Desbordamiento por oscilaciones del embalse de período largo
8. Pérdida de bordo libre por movimiento relativo del vaso y de la presa debido a desplazamiento de fallas.
9. Falla del vertedor

Por consiguiente, el daño potencial que los sismos pueden inducir a las presas de tierra y enrocamiento se pueden eliminar adoptando medidas de defensa del tipo de las mostradas en la tabla 3.2. Aunque esta lista proporciona medidas de seguridad aceptables bajo cualquier estándar, existen situaciones especiales que requieren medidas de defensa como un sistema de doble presa con el fin de que en caso de que la primera cortina falle, el agua sea retenida por la segunda. Esta medida se justifica cuando aguas abajo existen asentamientos humanos importantes (p.e. ciudades) que peligran en caso de una descarga súbita del embalse por colapso de la presa.

El uso potencial de medidas de defensa debe ser la primera consideración que debe hacerse en el diseño sísmico de presas de tierra, antes de llegar a la solución de los problemas planteados por la posible ocurrencia de eventos sísmicos importantes. Además, en el diseño se deben adoptar criterios razonables para asegurar que de ocurrir un deslizamiento en la cortina, no se pierdan los efectos benéficos de las medidas preventivas.

Tabla 3.2 Medidas defensivas contra fallas por sismo

1. Evitar fallas geológicas activas en la cimentación
2. Dejar suficiente bordo libre
3. Usar transiciones amplias de material no susceptible al agrietamiento
4. Usar zonas de drenaje adecuadas que permitan el flujo de agua a través de grietas
5. Usar filtros bien graduados aguas arriba del corazón para que sellen las grietas
6. Ensanchar el corazón impermeable en los contactos con los empotramientos
7. Para el corazón impermeable usar materiales plásticos no susceptibles al agrietamiento
8. Localizar el corazón impermeable para minimizar el grado de saturación de los materiales
9. Estabilizar las laderas del embalse para prevenir deslizamientos

3.2 Método General de Análisis

El procedimiento general de análisis de una presa de tierra y enrocamiento sometida a un evento sísmico incluye los siguientes pasos (Seed *et al.*, 1975):

- a) Determine la sección de la presa y la excitación de control que se van a utilizar en el análisis
- b) Calcule la distribución inicial de esfuerzos en el terraplén antes de que ocurra el temblor
- c) Seleccione las propiedades dinámicas de los materiales constitutivos de la presa, tales como módulo de corte, características de amortiguamiento y relación de Poisson. Debido a que las propiedades son no lineales, es necesario determinar su variación con la deformación
- d) Calcule, usando un procedimiento de análisis apropiado (p.e. elemento finito), los esfuerzos dinámicos inducidos en el terraplén por la excitación de control
- e) Determine los efectos que puedan tener los esfuerzos dinámicos sobre los elementos de suelo de la presa, por medio de pruebas de carga cíclica realizadas en el laboratorio con muestras representativas de suelo sometidas a las condiciones de esfuerzo previas al temblor. Realice suficientes pruebas de este tipo para que, por medio de interpolación, se puedan estimar las características dinámicas de todos los elementos de la presa
- f) A partir de las características esfuerzo-deformación y presiones de poro generadas, evalúe el factor de seguridad del terraplén durante o después de la acción del sismo

lúe el factor de seguridad del terraplén durante o después de la acción del sismo

- g) Si el terraplén es estable, calcule las deformaciones permanentes del terraplén usando las deformaciones unitarias (obtenidas en las pruebas de laboratorio) inducidas por los efectos combinados de carga estática y dinámica.

Este procedimiento es una gran contribución debido a que incorpora aspectos esenciales en la evaluación de un problema tan complejo como es el cálculo de la respuesta sísmica de presas de tierra. Sin embargo, en su aplicación el buen juicio se debe ejercitar en cada paso; además, se debe tener conocimiento de las características típicas de los suelos, se deben conocer los detalles del método del elemento finito y se debe tener conocimiento detallado del comportamiento de terraplenes ante otros sismos. Es importante resaltar el hecho de que cada paso es un elemento esencial del procedimiento, y si alguno de ellos no se realiza correctamente los resultados arrojados por el análisis pueden ser incorrectos y por lo tanto, conducir a apreciaciones erróneas del comportamiento del terraplén. Consecuentemente, es necesario que este tipo de análisis se realice con la estrecha colaboración y supervisión de un grupo de ingenieros especialistas que tengan experiencia sólida en este tipo de problemas.

Selección de la Excitación de Control

La determinación de la excitación sísmica se hace en colaboración con geólogos y sismólogos.

Quando se cuenta con un sismo registrado por un acelerógrafo empotrado en roca cerca del terraplén se puede usar como excitación dinámica para los análisis dinámicos. Si el instrumento está lejos del sitio del terraplén, se deberán hacer correcciones al sismo registrado para tomar en cuenta los efectos de atenuación; esto se puede llevar a cabo aplicando la teoría de propagación de ondas sísmicas (ver p.e. Schnabel *et al.*, 1972).

Si no se tiene un registro sísmico en roca pero se cuenta con uno obtenido en la superficie del campo libre, el sismo correspondiente a la roca basal se determina por deconvolución utilizando de nuevo la teoría de propagación.

Quando no se conocen ninguno de estos histogramas, se puede entonces definir un espectro de diseño con base en la sismicidad local, y a partir de este espectro generar una historia de aceleraciones sintética (Rizzo *et al.*, 1975; Romo, 1976).

La fuente más común para obtener la excitación de control es modificar algún sismo fuerte registrado en otro sitio. Esto se hace con base en la sismicidad del sitio (donde se construirá la presa), y las características y distancia de la falla geológica que pueda ocasionar un sismo. Las características del registro original que se adecúan al sitio son a) la aceleración máxima, b) la duración y c) el periodo predominante. La determinación de los valores apropiados de estas tres características se obtiene por medio de relaciones semiempíricas propuestas por Schabel y Seed (1972) para la máxima aceleración, Housner (1965) para la duración y Seed *et al.* (1969) para el periodo predominante. Una

vez que se tienen los valores correspondientes al sitio, el registro original se escala a estos valores y el histograma resultante se usa como excitación de control.

Cuando las condiciones geológicas como tipo de ruptura de la falla geológica, longitud de ruptura, y localización de la presa con respecto a la falla, se pueden definir adecuadamente entonces, el sismo de control se puede construir usando el procedimiento propuesto por Seed e Idriss (1969).

Cálculo de Esfuerzos Iniciales

Los esfuerzos iniciales se refieren al estado de esfuerzos estáticos existente antes de la ocurrencia del sismo. Para obtener el estado inicial de esfuerzos se requiere conocer la historia de cargas, previa al temblor, a que ha sido sometida la presa. Debido a que es prácticamente imposible conocer la historia completa de cargas, en la evaluación del estado inicial de esfuerzos se consideran las siguientes condiciones de carga:

- Construcción de la presa. Los esfuerzos inducidos durante la construcción de la presa se calculan con el método del elemento finito usando modelos constitutivos que representen el comportamiento no lineal de los materiales constitutivos de la presa. El análisis se puede llevar a cabo simulando la secuencia de la construcción de la presa (Alberro y Romo, 1969) o en una sola etapa (Lee e Idriss, 1975), debido a que los resultados en términos de los esfuerzos (que es lo que interesa desde el punto de vista del análisis dinámico) son similares en ambos casos. Si no se tiene interés en la determinación de las deformaciones entonces, conviene realizar el segundo tipo de análisis debido a que es más económico. Sin embargo, esta simplificación no se recomienda para presas altas, para presas sobre cimentación compresible o presas construidas con materiales muy deformables.
- Primer llenado del embalse. Los esfuerzos inducidos en la presa por el llenado del vaso se calculan con el método del elemento finito. En el análisis se deben considerar los cambios en las propiedades esfuerzo-deformación por saturación de los materiales y los efectos de descarga por el efecto de flotación (Nobari y Duncan, 1972).
- Fuerzas de filtración. Al fluir el agua a través del suelo se generan fuerzas de filtración que modifican el estado de esfuerzos. Las fuerzas de filtración se pueden determinar de una red de flujo y usando la relación

$$F = \frac{\Delta h}{\ell} \gamma_w A \quad (3.1)$$

donde Δh es la caída de potencial entre dos equipotenciales contiguas, ℓ es la distancia entre estas equipotenciales, γ_w es el peso unitario del agua y A es el área comprendida entre las dos equipotenciales y las dos líneas de flujo correspondientes. La determinación de los esfuerzos inducidos por las fuerzas de filtración se hace con el método del elemento finito.

Selección de las propiedades dinámicas

Las propiedades que más afectan la respuesta dinámica de presas y que deben modelarse en el análisis con el método del elemento finito son:

- Peso unitario total, γ_t
- Módulo de deformación al cortante máximo, G_m
- Variación de G_m con el esfuerzo efectivo medio, σ_m
- Variación del módulo de deformación al cortante, G , con la deformación al corte, γ
- Variación de la relación de amortiguamiento, λ , con la deformación al corte, γ
- La relación de Poisson, ν
- Coefficiente de reposo, K_0 .

El peso total del material, saturado o seco, se determina de pruebas *in situ* o pruebas de compactación en el laboratorio. El módulo G_m se determina usualmente de los resultados de pruebas geofísicas usando el perfil de velocidades de ondas de corte y la relación:

$$G_m = \rho V_s^2 \quad (3.2)$$

donde ρ es la densidad de masa y V_s es la velocidad de la onda de corte. Los valores de V_s para diferentes profundidades se convierten en gráficas que relacionan G_m con la raíz cuadrada de σ_m . Los valores de G_m para arena y arcilla se pueden determinar en el laboratorio.

Para suelos granulares se ha encontrado que el módulo G es función del esfuerzo medio efectivo, de la deformación γ y de la densidad del suelo. Una relación propuesta (Seed e Idriss, 1970) es la siguiente:

$$G = 1000 K_2 (\bar{\sigma}_m)^{1/2} \quad (\text{unidades en lb/ft}^2) \quad (3.3)$$

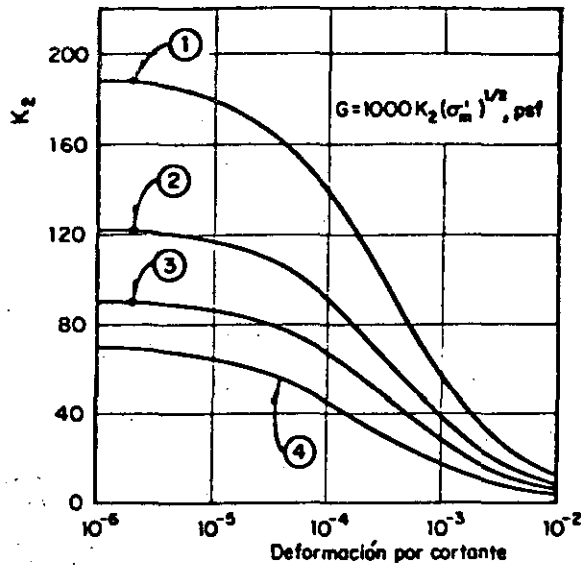
donde K_2 es un parámetro que es función de la densidad relativa del suelo y γ , como se muestra en la fig 3.1. Los valores de G_m obtenidos en el laboratorio y en el campo (para valores de $\gamma = 10^{-6}$) se usan para calcular los máximos valores de K_2 .

Para muchos suelos cohesivos saturados la relación entre G y la resistencia no drenada, s_u , es aproximadamente constante. Entonces, s_u se puede utilizar para estimar G_m . La variación de la relación s_u/G con el valor de γ se puede obtener aproximadamente con la relación mostrada en la fig 3.2. Además, se puede determinar de pruebas de laboratorio como la columna resonante, pruebas de corte y triaxiales cíclicas.

Las correlaciones entre el amortiguamiento, λ , con la deformación unitaria por cortante resulta, para fines prácticos, independiente del estado de esfuerzos y las características del suelo tales como relación de vacíos, carga de preconsolidación, etc. En las figs 3.3 y 3.4 se presenta una correlación aproximadamente entre λ y γ para arenas y arcillas saturadas, respectivamente.

Una discusión más completa sobre la determinación de las propiedades dinámicas en el campo y en el labo-

ratorio se presenta en una de las sesiones de esta conferencia (Jaime, 1980).



- ① Arena densa y grava arenosa (California del Sur)(Prof. 53m)
- ② Arena densa y grava (Washington) (Prof. 46m)
- ③ Arena, grava y boleos con algo de arcilla (Caracas)(Prof. 213m)
- ④ Arena densa $D_r=90\%$

Fig 3.1 Módulo cortante (G) para suelos con grava

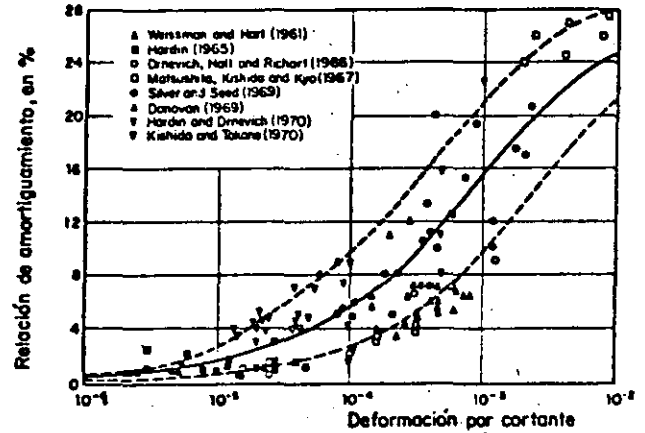


Fig 3.3 Relaciones de amortiguamiento para arenas

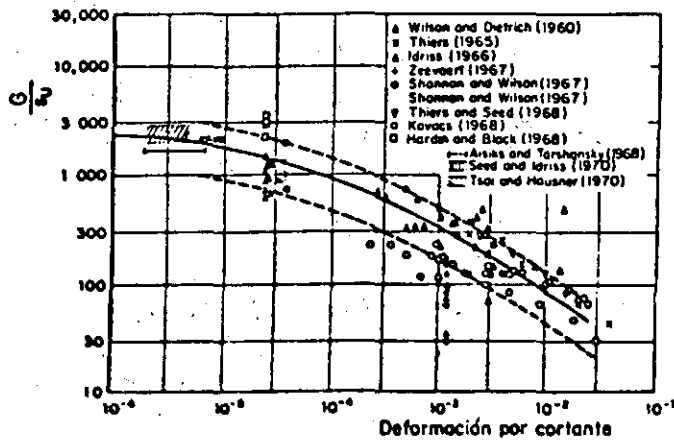


Fig 3.2 Módulos cortantes in-situ para arcillas saturadas

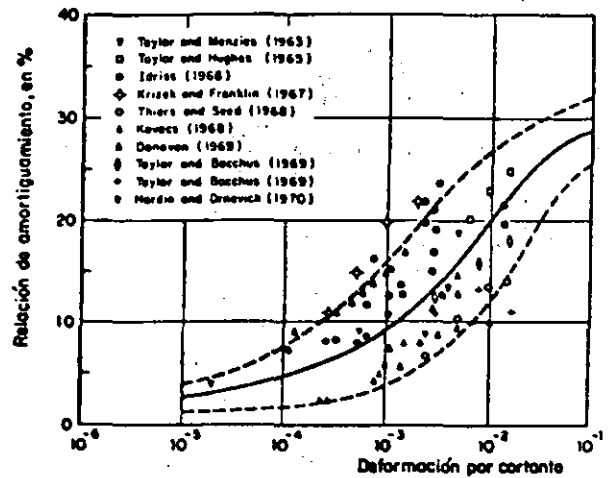


Fig 3.4 Relaciones de amortiguamiento para arcillas saturadas

Cálculo de la respuesta sísmica

El cálculo de los esfuerzos dinámicos inducidos en la presa por un evento sísmico se calculan con el método del elemento finito. En la fig 3.5 se presenta la malla de elementos finitos utilizada para el análisis de la presa El Infiernillo.

Cálculo de deformaciones permanentes inducidas por sismo

Para evaluar las deformaciones permanentes inducidas por un sismo se sigue un procedimiento que consta de los dos pasos siguientes:

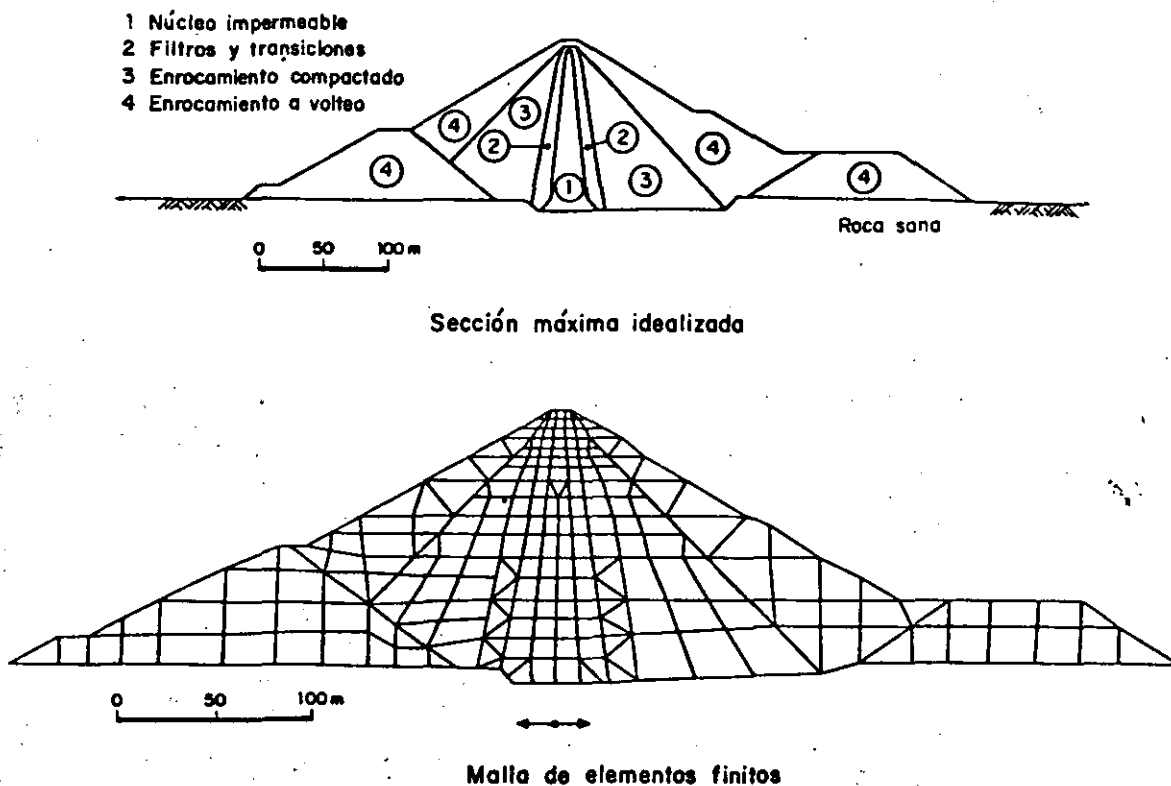


Fig 3.5 Sección máxima y malla de elementos finitos usados en el análisis de El Infiernillo

La solución de la ecuación de movimiento (ec. 2.2) se puede hacer por integración paso a paso en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. De la experiencia acumulada obtenida con ambos métodos, se deduce que las soluciones del dominio de la frecuencia son más económicas; además, permiten incluir amortiguamiento, λ , de manera directa. Por otra parte, las soluciones en el dominio de la frecuencia permiten emplear directamente la teoría de vibraciones aleatoria y la teoría de perturbaciones (ver capítulo 2), para tomar en cuenta las incertidumbres en la excitación de control y las propiedades de los materiales.

Cuando se analiza la respuesta sísmica de una presa, generalmente se ignoran los efectos debidos a movimientos verticales. Esto se debe principalmente a que la respuesta general a movimientos verticales en una presa es normalmente menor que la debida a movimientos horizontales. Sin embargo, en casos en que se tengan registros de temblores en el sitio que muestren que esta hipótesis no es válida entonces, se deben llevar a cabo análisis con ambas excitaciones y superponer los resultados.

- Se determinan los efectos que pueden tener los esfuerzos cortantes inducidos por el sismo sobre los elementos de suelo del terraplén, por medio de pruebas de carga cíclica realizadas en el laboratorio con muestras representativas de suelo sometidas a las condiciones de esfuerzo previas al temblor.
- Se evalúan los movimientos promedio y la estabilidad del terraplén con base en la deformación potencial (deformación obtenida en pruebas cíclicas triaxiales en especímenes de suelo sometidos a las cargas estáticas y dinámicas representativas de las del terraplén) de los elementos individuales determinada en el paso a. Para efectuar esta etapa se han presentado varios procedimientos, de los cuales sólo se describirá el propuesto por Serff et al. (1976).

Las deformaciones permanentes causadas por un evento sísmico se calculan por medio de un análisis adicional del elemento finito. Las relaciones esfuerzo-deformación usadas en el análisis se obtienen a partir

de pruebas consolidadas no drenadas, y el vector de carga se determina transformando las deformaciones potenciales en fuerzas nodales equivalentes. Por tanto, los efectos del sismo son simulados por una serie de fuerzas estáticas equivalentes aplicadas a un análisis pseudoestático del elemento finito.

Las fuerzas nodales equivalentes se calculan a partir de la relación esfuerzo-deformación y de la deformación potencial como se indica en la fig 3.6. En este procedimiento se hace la hipótesis de que la respuesta esfuerzo-deformación del suelo durante el temblor depende únicamente del estado de esfuerzos efectivos previos al sismo. Para calcular las fuerzas nodales equivalentes se supone además que el esfuerzo cortante dinámico máximo inducido actúa sobre planos horizontales. Consecuentemente, las fuerzas nodales para un elemento se pueden calcular como se indica en la fig 3.7. Estas fuerzas nodales se suman al esfuerzo cortante horizontal inicial actuando en el elemento y se lleva a cabo un análisis no lineal del elemento finito aplicando relaciones esfuerzo-deformación en condiciones no drenadas y aplicando las fuerzas equivalentes. Las deformaciones resultantes representan las deformaciones permanentes inducidas por el sismo.

Cálculo de las presiones de poro inducidas por sismo

Si se supone que durante la carga sísmica no ocurre drenaje en el material saturado de la presa, las presiones de poro generadas por el evento sísmico se estiman directamente de pruebas de laboratorio no drenadas en especímenes representativos sujetos a cargas cíclicas y a un estado de esfuerzos estáticos semejantes a los existentes en la presa. Las presiones de poro resultantes de tal programa de pruebas se supone equivalente a las que se desarrollan en los materiales saturados de la presa.

Esta hipótesis (comportamiento no drenado) es aceptable para muchas presas construidas con suelos saturados de baja permeabilidad, de tal manera que esencialmente no ocurre drenaje o disipación significativa de la presión de poro durante el sismo. Sin embargo, para materiales permeables como gravas y enrocamientos pueden ocurrir una significativa disipación de la presión de poro dinámica. Cualquier disipación de esta presión de poro resultará necesariamente en una mayor resistencia al desarrollo de deformaciones y en una menor susceptibilidad a licuación. Esto es congruente con el mejor comportamiento de gravas limpias que de arenas finas, aun para

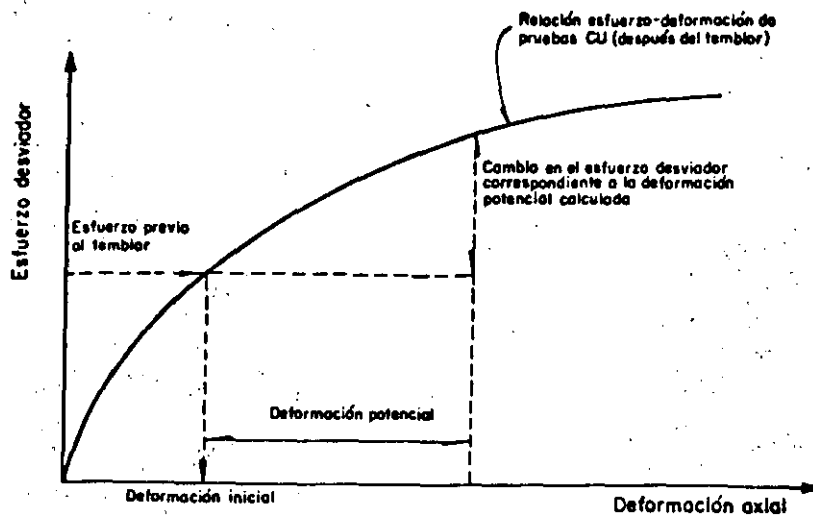


Fig 3.6 Cálculo del esfuerzo desviador equivalente

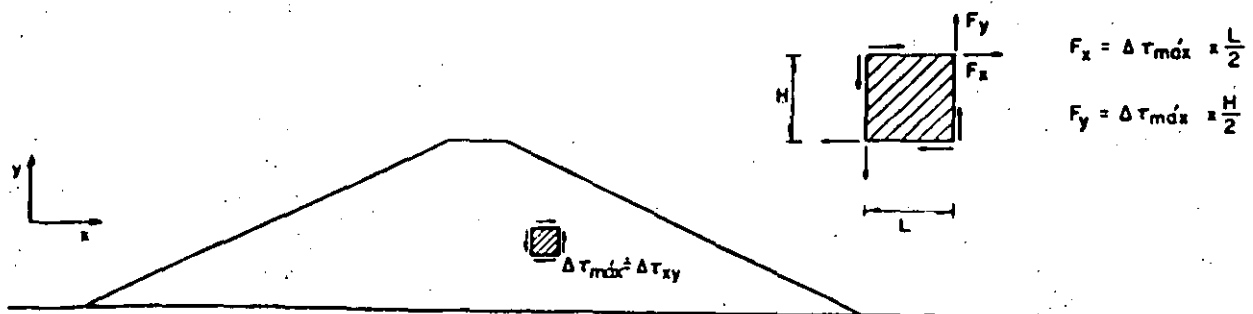


Fig 3.7 Cálculo de las fuerzas nodales equivalentes

el caso en que las condiciones de esfuerzo para causar licuación bajo condiciones no drenadas sea similar para ambos.

Con base en estas consideraciones, se puede concluir que el uso de condiciones de campo no drenadas representa una hipótesis conservadora en la evaluación de la estabilidad sísmica de presas de enrocamiento. Por tal motivo, el análisis debe incluir a) la determinación del grado de disipación de presión de poro durante el sismo y b) la evaluación de la resistencia cíclica compatible con el grado de disipación de presión de poro.

Disipación de presión de poro. Para evaluar la distribución de la presión de poro en una presa de manera rigurosa se requerirían análisis no lineales tridimensionales. Sin embargo, para fines prácticos y de acuerdo con el estado actual del conocimiento del fenómeno de generación y de disipación de la presión de poro dinámica es suficiente con utilizar propiedades elásticas lineales y análisis bidimensionales.

La ecuación que gobierna la generación y disipación de presión de poro durante un sismo, es (Booker et al., 1976):

$$[k] \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = m_v \gamma_w \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u_g}{\partial t} \right) \quad (3.4)$$

donde [k] es la matriz de coeficientes de permeabilidad, u es la presión de poro en exceso, m_v es el módulo de compresibilidad volumétrico, γ_w es el peso unitario del agua y el término $\partial u_g / \partial t$ es la velocidad de generación de presión de poro por el sismo.

La solución de la ec (3.4), con el método del elemento finito, proporciona la distribución de presiones de poro dinámicas, u, a cualquier tiempo durante la acción del temblor. En la fig (3.8) se muestra dicha distribución para un caso hipotético.

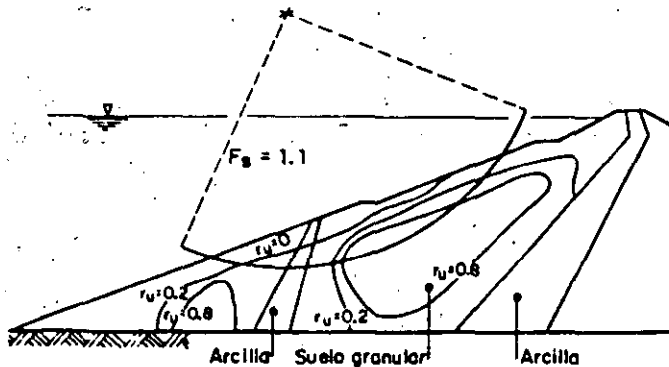


Fig 3.8 Presiones de poro desarrolladas por sismo

Resistencia cíclica parcialmente saturada. El comportamiento real de suelos permeables es más cercano al de condiciones parcialmente drenadas. Sin embargo, procedimientos de laboratorio para estas condiciones están en desarrollo y, por lo tanto, no existen datos de resistencia cíclica para condiciones parcialmente drenadas. En vista de esto y de que existe

una gran cantidad de datos para condiciones no drenadas y drenadas, la resistencia de suelos para condiciones intermedias se puede estimar por medio de una interpolación lineal como sigue:

$$(\tau_f)_{pd} = (\tau_f)_{nd} \cdot r + (\tau_f)_d(1-r) \quad (3.5)$$

donde $(\tau_f)_{pd}$ es la resistencia cíclica parcialmente drenada, $(\tau_f)_{nd}$ es la resistencia cíclica no drenada, r es el exceso de presión de poro como fracción del valor máximo de la presión de poro no drenada y $(\tau_f)_d$ es la resistencia cíclica drenada.

Estabilidad sísmica de la presa

La estabilidad de una presa se puede definir en términos de deformaciones o en términos de un factor de seguridad.

Una vez definida la máxima deformación aceptable, se calculan las deformaciones inducidas por el sismo como se indicó anteriormente haciendo uso de los datos obtenidos del análisis y de las pruebas de laboratorio.

El factor de seguridad se puede calcular globalmente utilizando métodos convencionales de estabilidad (p.e. método de Bishop), pero utilizando las resistencias del material para las condiciones existentes durante o después del sismo (fig 3.8). Otra alternativa es calcular el factor de seguridad (definido como τ_f / τ_d , donde τ_f es la resistencia a la falla para las condiciones de drenaje existentes y τ_d es el esfuerzo de corte dinámico inducido por el sismo) paso a paso en el dominio del tiempo para cada elemento finito. Usando este procedimiento se obtiene un factor de seguridad más realista que el factor de seguridad global.

3.3 Métodos simplificados para calcular deformaciones

El uso del procedimiento general de análisis no siempre se justifica. En estos casos se pueden utilizar procedimientos simplificados que permiten evaluar las deformaciones permanentes inducidas por un sismo.

La mayoría de los procedimientos simplificados que se usan actualmente se basan en el modelo propuesto por Newmark (1965), donde la masa de suelo deslizante se supone que se comporta como un cuerpo rígido deslizando a lo largo de una superficie de falla definida. Las deformaciones permanentes inducidas a un terraplén por un sismo se calculan a partir de la historia de aceleraciones en la base. Cuando la aceleración de la base excede la aceleración de fluencia (una aceleración para la cual una superficie potencial de falla tiene un factor de seguridad igual a la unidad) el deslizamiento ocurre a lo largo del plano de falla y la magnitud de los desplazamientos (del bloque rígido) se calculan por doble integración de la historia de aceleraciones. Newmark (1965) propuso la siguiente ecuación para calcular los movimientos horizontales promedio del bloque rígido:

$$D = \frac{2V^2}{N} \left(1 - \frac{N}{A} \right)^2 \quad (3.6)$$

donde V es la máxima velocidad del suelo; A es la máxima aceleración del suelo y N es la aceleración

de fluencia. Además, la pérdida de bordo libre, L , se puede calcular usando la siguiente relación:

$$L = D \tan \alpha \quad (3.7)$$

donde α es el ángulo del plano de deslizamiento con la horizontal.

El método de Newmark y otros basados en la hipótesis de comportamiento de bloque rígido (Makdisi y Seed, 1978; Ambraseys y Sarma, 1967; Sarma, 1975) adolecen de la simplificación de que los deslizamientos ocurren a lo largo de una superficie de falla bien definida. Sin embargo, en la mayoría de los casos la deformación es el resultado de incrementos de deformaciones pequeñas que ocurren en todo el terraplén. En estos casos, debe utilizarse un método como el descrito en el inciso 3.2. Sin embargo, considerando las incertidumbres involucradas en cada uno de los pasos del método general de análisis, es conveniente utilizar algún método simplificado que permita integrar las deformaciones locales para obtener la deformación global del terraplén.

Romo y Reséndiz (1980) propusieron un procedimiento simplificado que permite tomar en cuenta dichas deformaciones locales en el cálculo de la pérdida de bordo libre por acciones sísmicas. La siguiente ecuación derivada suponiendo que tanto el volumen del terraplén como su cresta permanecen constantes durante el proceso de deformación (fig 3.9), permite calcular la pérdida de bordo libre.

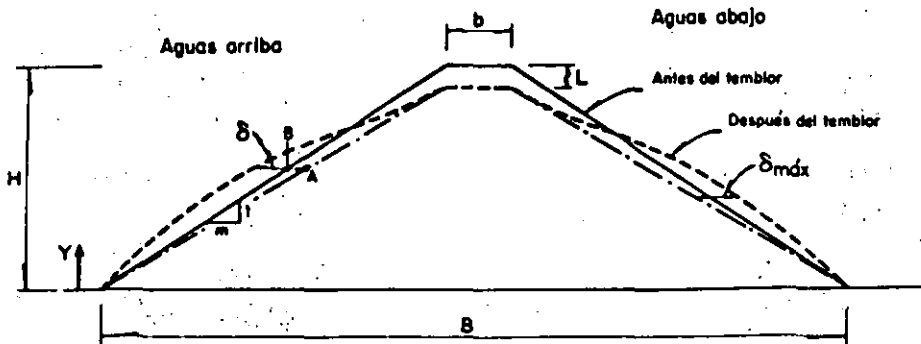


Fig 3.9 Pérdida de bordo libre debido a las deformaciones generales del terraplén

$$\frac{L}{H^2} = \frac{1}{(B+b)} \left[\left\{ \frac{\delta_{\text{máx}}}{H} \right\}_u + \left\{ \frac{\delta_{\text{máx}}}{H} \right\}_d \right] \quad (3.8)$$

donde H es la altura del terraplén, B es el ancho de la base del terraplén, b es el ancho de la corona del terraplén, los subíndices u y d denotan aguas arriba y aguas abajo, respectivamente y los valores correspondientes de $(\delta_{\text{máx}}/H)$ se calculan con la siguiente ecuación

$$\frac{\delta_{\text{máx}}}{H} = \frac{1}{93(F-1)} - \frac{1}{535(F-1)^2} + \frac{1}{9310(F-1)^3} \quad (3.9)$$

donde F es el factor de seguridad real (obtenido con el método del elemento finito) el cual está relacionado con factores de seguridad obtenidos con métodos convencionales de estabilidad (p.e. método de Bishop modificado) a través de relación mostrada en la fig 3.10 (Reséndiz y Romo, 1972).

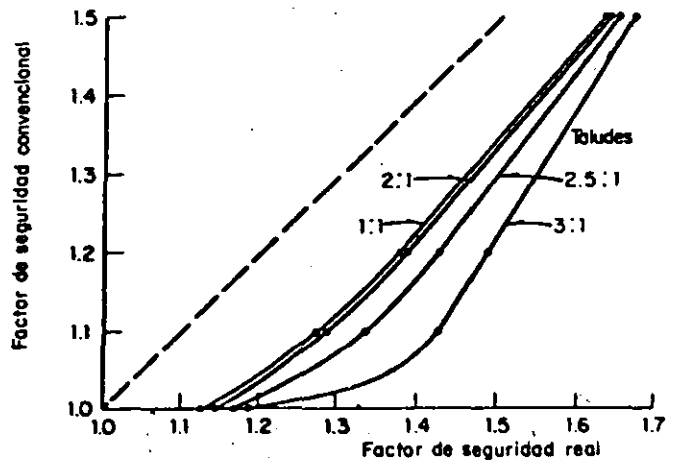


Fig 3.10 Relación entre el factor de seguridad convencional y el factor de seguridad real

La ec (3.8) ha dado buenos resultados en el cálculo de la pérdida de bordo libre para dos casos recientes (Romo y Reséndiz, 1980). Sin embargo, para pre-

sar donde la relación resistencia al corte $(1/b)$ módulo de rigidez tangente al origen $(1/a)$ de la curva esfuerzo-deformación es muy variable, la siguiente ecuación parece ser más adecuada que la ec (3.9):

$$\frac{\delta_{\text{máx}}}{H} = \frac{1}{4.65[(F-1)b/a]} - \frac{1}{1.34[(F-1)b/a]^2} + \frac{1}{1.16[(F-1)b/a]^3} \quad (3.10)$$

Usando la ec (3.10) y la ec (3.8) se reanalizó el caso de la presa El Infiernillo obteniéndose una aproximación excelente. Antes de utilizar este método en la práctica profesional conviene calibrarlo contra más casos reales.

4. Conclusiones

Este artículo presenta un panorama general de los métodos de análisis dinámicos de sistemas suelo-estructura y de presas de tierra y enrocamiento.

La producción de este documento fue una experiencia que deja muchas enseñanzas al autor, y algunas de las ideas presentadas aquí brotaron durante el ejercicio de escribir el trabajo. El autor simplemente desea que este trabajo transmita algo de esa experiencia a los lectores.

5. Referencias

- Alberro, J y Romo, M. P., Programas de Computadora del Método del Elemento Finito, Aplicables a Materiales Elásticos Lineales, Elásticos No Lineales y sin Tensión. Informe Interno, Instituto de Ingeniería, 1969
- Ambraseys, N. N. y Sarma, S. K., The Response of Earth Dams to Strong Earthquakes. *Geotechnique*, Vol. 18, No. 3, pp 181-213, sep 1967
- Booker, J. R., Rahman, M. S. y Seed, H. B. GADFLER: A Computer Program for the Analysis of Pore Pressure Generation and Dissipation During Cyclic or Earthquake Loading. Report No. EERC 76-24, University of California, Berkeley, oct 1976
- Eisenstein, Z., Application of Finite Element Method to Analysis of Earth Dams. State-of-the-Art Report. First Brazilian Seminar on Application of Finite Element Method in Soil Mechanics, Rfo de Janeiro, sep 1974
- ez-Massó, A. J., Soil-Structure Interaction in Arbitrary Environment. Ph.D. Dissertation, University of Texas at Austin, may 1978
- Hall, J. R., Jr, y Kissenpfenning, J. R., Special Topics on Soil-Structure Interaction. Int. Seminar on Extreme Load Conditions and Limit Analysis Procedures for Structural Safeguards and Containment Structures, Paper U2/2, Berlin, sep 1975
- Housner, G. W., Intensity of Earthquake Ground Shaking Near the Causative Fault. Proc. 3rd World Conf. on Earthquake Engng., New Zealand, Vol I, 1965
- Jaime, A., Comportamiento Dinámico de Suelos. X Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Morelia, Mich., nov 1980
- Johnson, G. R., Christiano, P. P. y Epstein, H.I., Stiffness Coefficients for Embedded Foundations. *J. Geotech. Engrg. Division, ASCE*, Vol. 101, No GT8, ago 1975
- Kausel, E. y Roesset, J. M., Soil-Structure-Interaction Problems for Nuclear Containment Structures. ASCE, Power Division Specialty Conference, Denver, Colorado, ago 1974
- Lee, I. K. e Idriss, I. M., Static Stresses by Non-Linear Methods. *Journal of the Geotech. Engrg Division, ASCE*, Vol 101, No GT9, pp 871-887, sep 1975
- Lysmer, J., Analytical Procedures in Soil Dynamics, State-of-the-Art, Proc. ASCE Geotechnical Engineering and Soil Dynamics, Vol. III, pp 1267-1316, Pasadena, Cal., jun 1978
- Lysmer, J., Comunicación personal. Investigación en progreso, University of California, Berkeley, 1980
- Makdisi, F. I. y Seed, H. B., Simplified Procedure for Estimating Dam and Embankment Earthquake-Induced Deformations. *Journal of the Geotech. Division, ASCE*, Vol. 104, GT7, pp 849-867, jul 1978
- Newmark, N. M., Effects of Earthquakes on Dams and Embankments. *Geotechnique*, Vol. 15, No. 2, pp 139-173, jun 1965
- Nobari, E. S. y Duncan, J. M., Movements in Dams due to Reservoir Filling. Proc. of the ASCE Specialty Conf. on Perf. of Earth and Earth-Supported Structures, pp 797-816, Lafayette, Ind., jun 1972
- Reséndiz, D. y Romo, M. P., Analysis of Embankment Deformations. Proc. of the Specialty Conference on Performance of Earth and Earth-Supported Structures, Purdue, Ind., pp 817-836, jun 1972
- Rizzo, P. C., Shaw, D.E. y Jareck, S.J., Development of Real/Synthetic Time Histories to Match Smooth Design Spectra. *Nuclear Engineering and Design*, Vol 32, pp 148-155, apr 1975
- Romo, M. P., Soil-Structure Interaction in a Random Seismic Environment. Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley, nov 1976
- Romo, M. P. y Lysmer, J. y Seed, H. B., Finite Element Random Vibration Method for Soil-Structure Interaction. 4th Intl. Conf. on Structural Mech in Reactor Technology, Vol. K(a), paper K 2/3, San Francisco, Cal., ago 1977
- Romo, M. P., Probabilistic Seismic Response of Soil-Structure Systems. (draft), Instituto de Ingeniería, UNAM, 1980
- Romo, M. P. y Reséndiz, D., Computed and Observed Deformation of Two Embankment Dams Under Seismic Loading. Proc. of the Conf. on Design on Dams to Resist Earthquake, ICE, London, pp 219-226, oct 1980
- Sarma, S. K., Seismic Stability of Earth Dams and Embankments. *Geotechnique*, Vol. 25, No 4, pp 743-761, dic 1975
- Schabel, P.B. y Seed, H.B., Accelerations in Rock for Earthquakes in the Western United States. Report No EERC 72-2, University of California, Berkeley, jul 1972
- Schnabel, P. B., Lysmer, J. y Seed, H.B., Shake: A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites. Report No EERC72-12, University of California, Berkeley, dic 1972
- Seed, H. B. e Idriss, I. M., The Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes. *Journal of Soil Mech. Found. Division, ASCE*, Vol 94, No SMI, pp 99-137, ene 1969

Seed, H. B. e Idriss, I. M., Rock Motion Accelerograms for High Magnitude Earthquakes. Report No EERC 69-7, University of California, Berkeley, apr 1969

Seed, H. B., Idriss, I. M. y Kiefer, F.W., Characteristics of Rock Motions During Earthquakes. Journal of Soil Mech and Found. Division, ASCE, Vol. 95, No SM5, sep 1969

Seed, H. B. e Idriss, I. M., Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses. Report No EERC 70-10, University of California, Berkeley, dic 1970

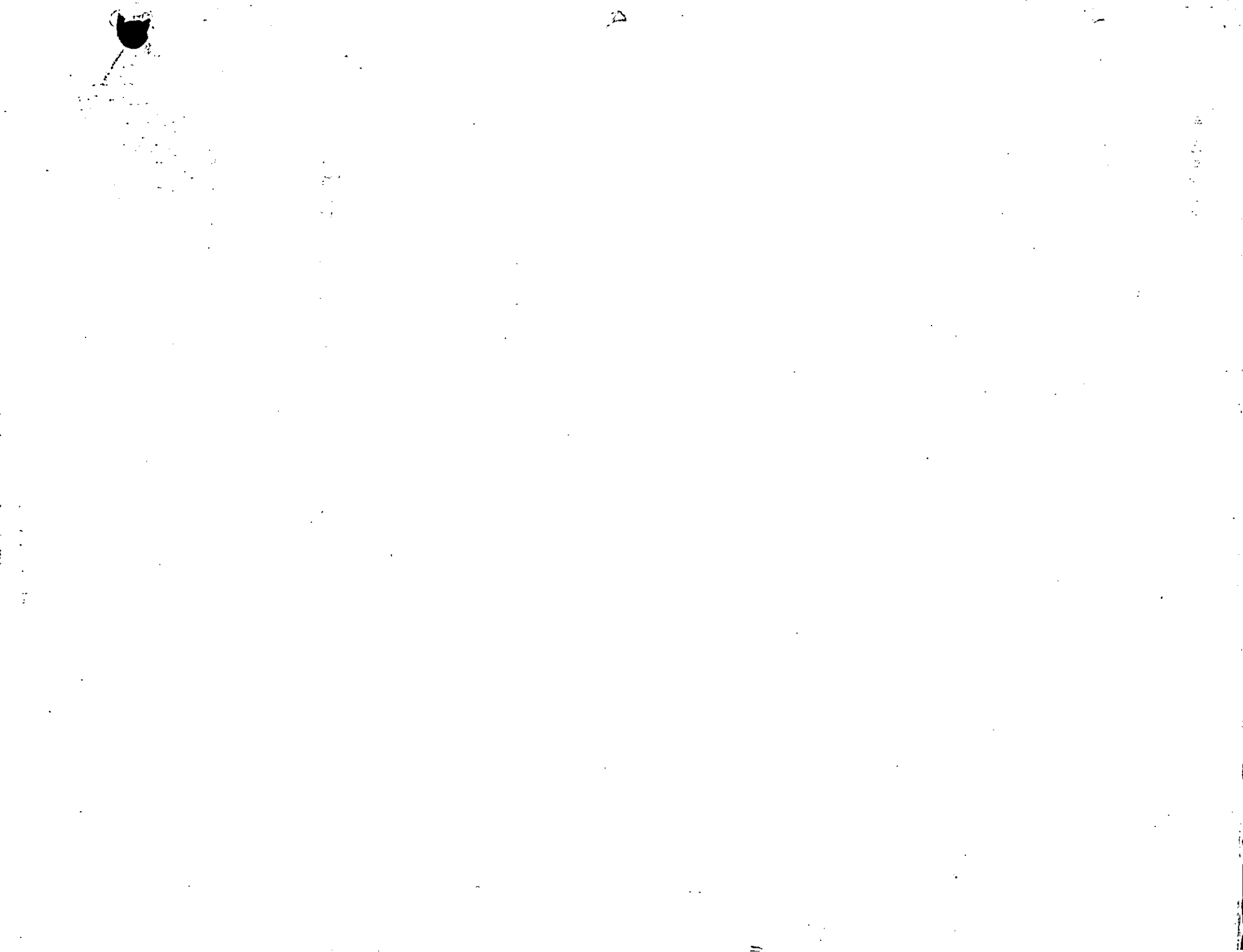
Seed, H. B., Duncan, J. M. e Idriss, I. M., Criteria and Methods for Static and Dynamic Analysis of Earth Dams. In Criteria and Assumptions for Numerical Analysis of Dams, Swansea, University College, pp 564-588. 1975

Serff, N., Seed, H. B. Makdisi, F. I. y Chang, C-Y. Earthquake-Induced Deformations of Earth Dams. Report No. EERC 76-4, University of California, Berkeley, sep 1976

Veletsos, A. S. y Wei. T. Y., Lateral and Rocking Vibration of Footings. J. Soil Mech. and Found. Division, ASCE, Vol. 97, No SM9, pp 1227-1248, sep 1971

Waas, G., Analysis Method for Footing Vibrations through Layered Media. PhD Dissertation, University of California, Berkeley, dic 1972

Wolf, J. P. y von Arx, G. A., Impedance Function of a Group of Vertical Piles. Proc., ASCE, Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol II, pp 1024-1041, Pasadena, Cal., jun 1978





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

V. CURSO INTERNACIONAL DE MECANICA DE SUELOS

MODULO IV

DINAMICA DE SUELOS

MATERIAL EXTRA

CLASE DEL DR. EFRAIN OVANDO

(28 de octubre de 1992)

DISEÑO BASADO EN TEORIAS DE EMPUJE DE TIERRAS DESPLAZAMIENTOS QUE SATISFAGAN LAS HIPOTESIS IMPLICITAS

FORMULA DE MONONOBÉ - CRABE

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma_s H^2 (1 - k_v) K_{AS}$$

$$K_{AS} = \frac{\cos^2(\phi - \theta \mp \beta)}{\cos \theta \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos(\delta \pm \beta \pm \theta) \left[1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \theta \mp \omega)}{\cos(\delta \pm \beta \pm \theta) \cos(\omega \mp \beta)}} \right]^2}$$

$$\tan \theta = \frac{k_h}{1 - k_v}$$

OBSERVACIONES:

$\phi \mp \theta - \beta \Rightarrow \theta \approx 0$ Y DIF. DE $\pi/2$ (IGUALDA CON CERO = ?)

$$k_h \leq (1 - k_v) \tan \phi$$

si $\beta = 0$ (MURO VERTICAL)

si $k_v = 0$

$$k_h \leq \tan \phi$$

cuando $\beta = 0$ $K_{AS} = K_{PS}$

CUANDO EL RELLENO ESTA SATURADO

$$\tan \theta' = \frac{\gamma_s}{(\gamma_s - 1)} \cdot \frac{k_h}{(1 - k_v)} \quad \text{O SUPONER}$$

$\phi = 0$ Y DISEÑAR CON $c_u \rightarrow$ PERO EN ESTE CASO, LA FORMULA DE MONONOBÉ NO ES APLICABLE

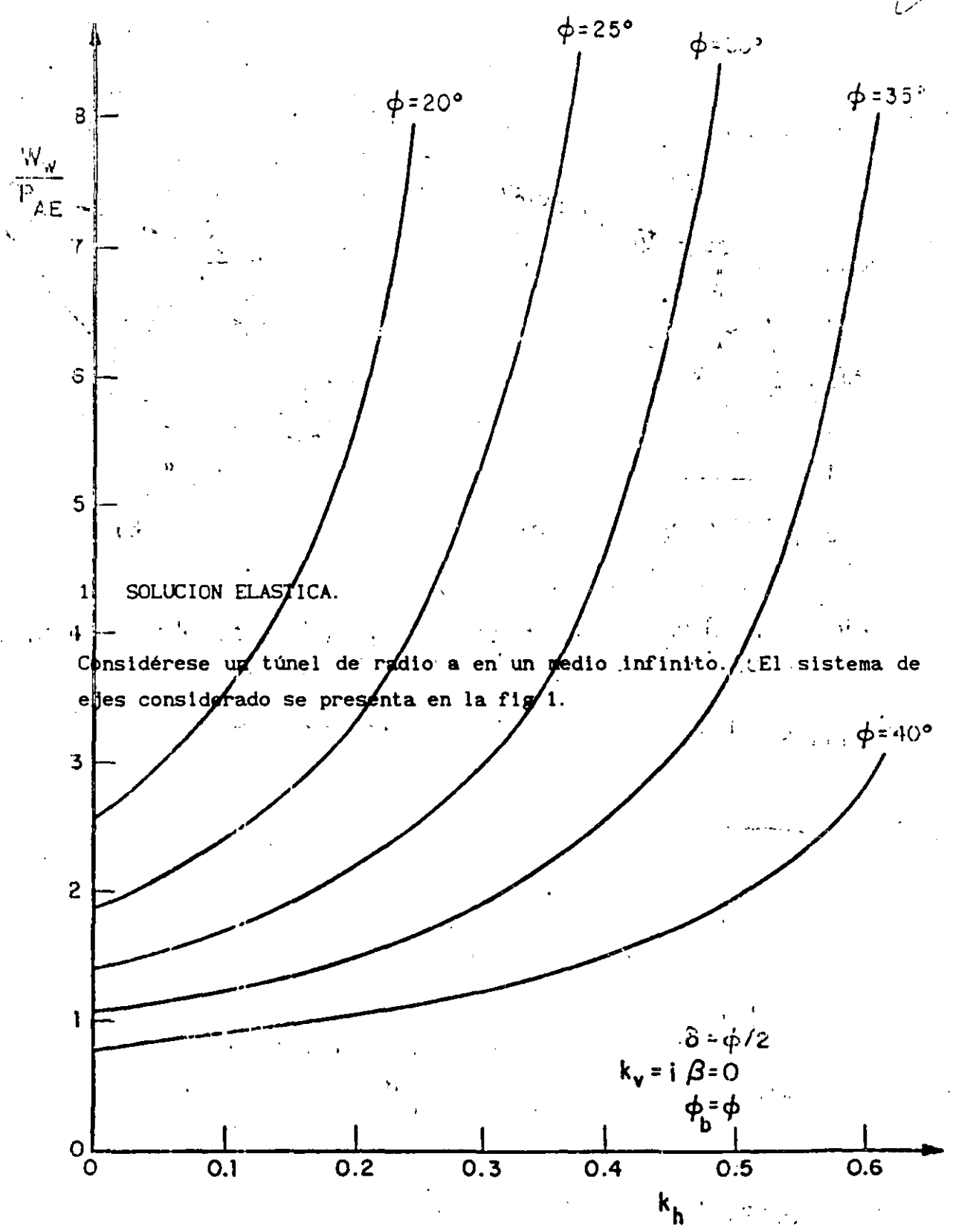


Fig 9. Efecto del ángulo de fricción del suelo en el factor de inercia del muro

Fig 1 Sistema de ejes

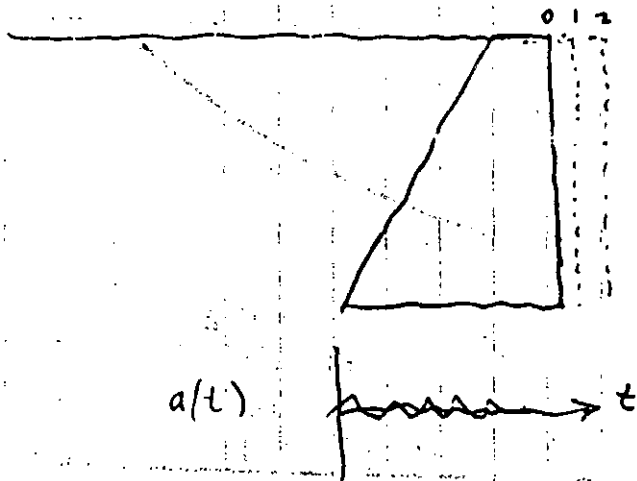
EFFECTO DEL PESO DEL MURO EN EL DESLIZAMIENTO

cuando $F_0 = 1$:

$$W/W = \frac{1/2 \gamma H^2 [\cos(\delta + \beta) - \sin(\delta + \beta) \tan \phi_b]}{\tan \phi_b - \tan \theta} \quad \text{K.R.C}$$

W/W crece enormemente
 si $\tan \phi_b \approx \tan \theta \quad W/W \rightarrow \infty$
 $k_h \text{ corr.} = (1 - kv) \tan \phi_b$

ANÁLISIS CON DESPLAZAMIENTOS LIMITADOS

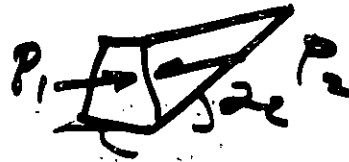


SARMA, S.K. (1975) SEISMIC STABILITY OF EARTH DAMS AND EMBANKMENTS.

GEOTECHNIQUE, VOL. 25.

RICHARDS, R., y HELMI R (1979). SEISMIC BEHAVIOR OF GRAVITY RETAINING WALLS. PROC ASCE, GEOTECH. ENG. DIV, V 105, G14.

SOLUCIÓN ANALÍTICA



$$P_i = \frac{a_i + b_i F}{c_i + d_i F} \quad i = 1, 2$$

$$|P_1| = |P_2|$$

$$a = [c b + W(1 - Ru) \tan \phi] \sec^2 \alpha - (W \tan \alpha + kW + P_w) \tan \alpha \tan \phi$$

$$b = - (W \tan \alpha + kW + P_w)$$

$$c = \cos \delta \tan \phi (\tan \alpha - \tan \delta)$$

$$d = - (1 + \tan \alpha \tan \delta) \cos \delta$$

$$Ru = \frac{U}{W \sec \alpha}$$

SUPONER α_2 y δ

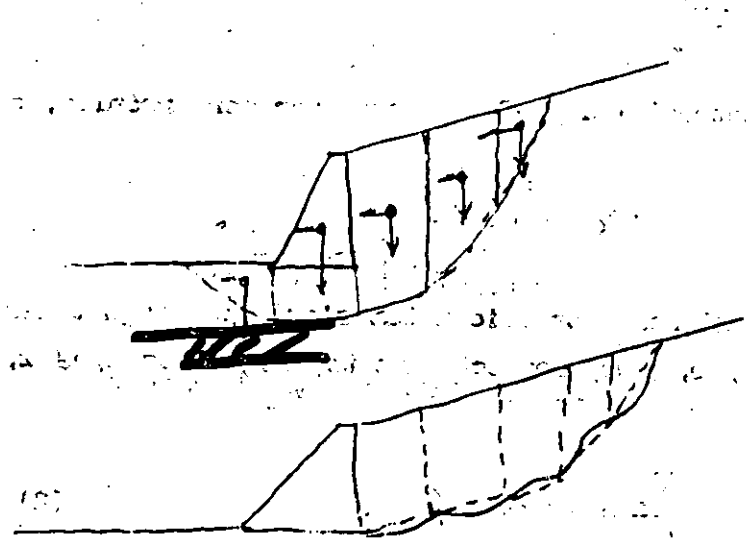
RESOLVER PARA P_1 dando valores a F

HASTA QUE $P_1 = -P_2$

REPETIR CON NUEVOS VALORES DE α_2 y δ

COMÚNMENTE SE ACEPTA QUE $\delta =$ INCLINACIÓN DEL RELLENO

USO DE METODOS CONVENCIONALES
DE ESTABILIDAD DE TALUDES

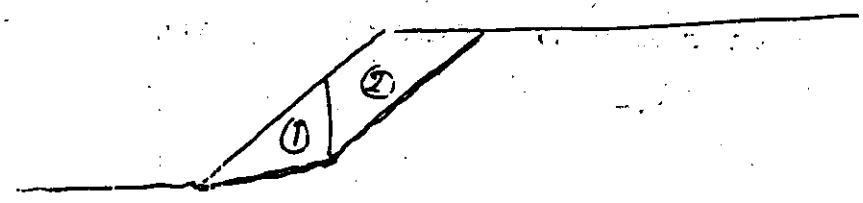


SUECO }
BISHOP } SUP. DE
 } FALLAS
 } CIRCULARES
 } (GENERALMENTE)

METODO DE SARMA
SUP DE FALLA
DE FORMA ARBITRARIA

TAMBIEN : SPENCER
MORGENSTERN & PRICE

APLICACION DEL METODO DE SARMA (EOS)

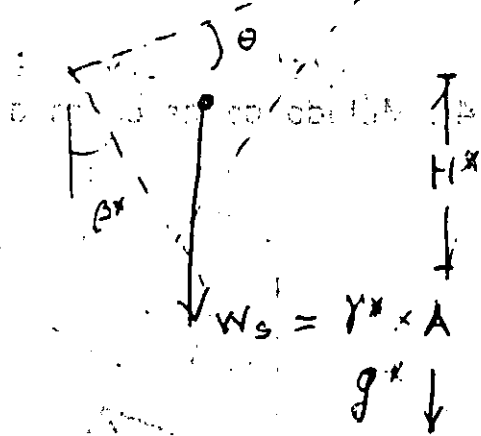
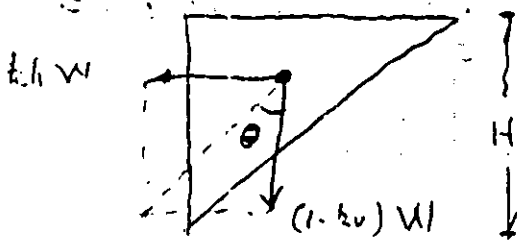


POR EL CASO DE DOS CONAS EXISTE
UNA SOLUCION CERRADA

MUROS ANCLADOS, TROQUELADOS O CON OTROS DISPOSITIVOS PARA LIMITAR DESPLAZAMIENTOS

• EXISTE POCOA INFORMACION TEORICA Y DE CAMPO.

• SE RECOMIENDA USAR EL ARTIFICIO DE GRAVEDAD APARENTE



$g \downarrow$

$g^* \downarrow$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{kh}{1-bv}$$

$$w^* = w + \theta$$

$$\beta^* = \beta + \theta$$

$$H^* = H \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta}$$

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g}$$

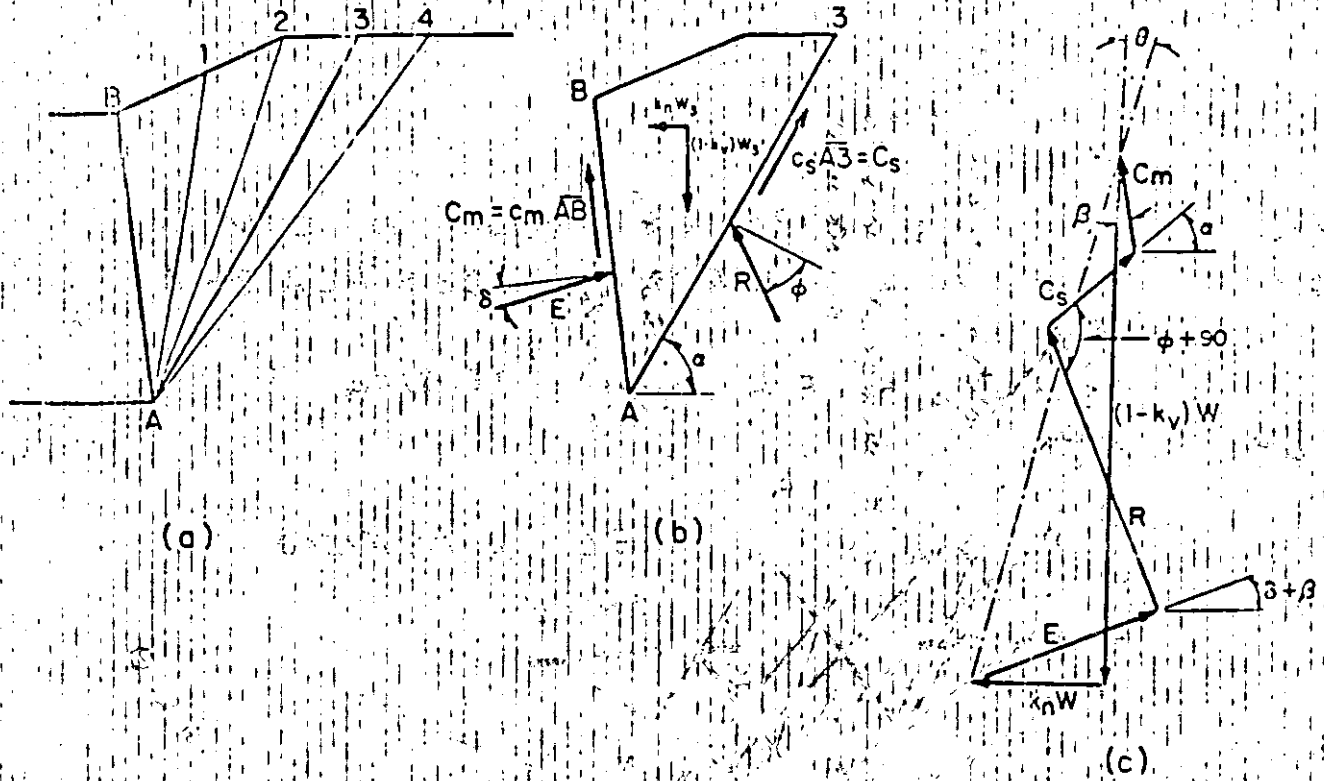


Fig 4. Método de las cuñas de prueba

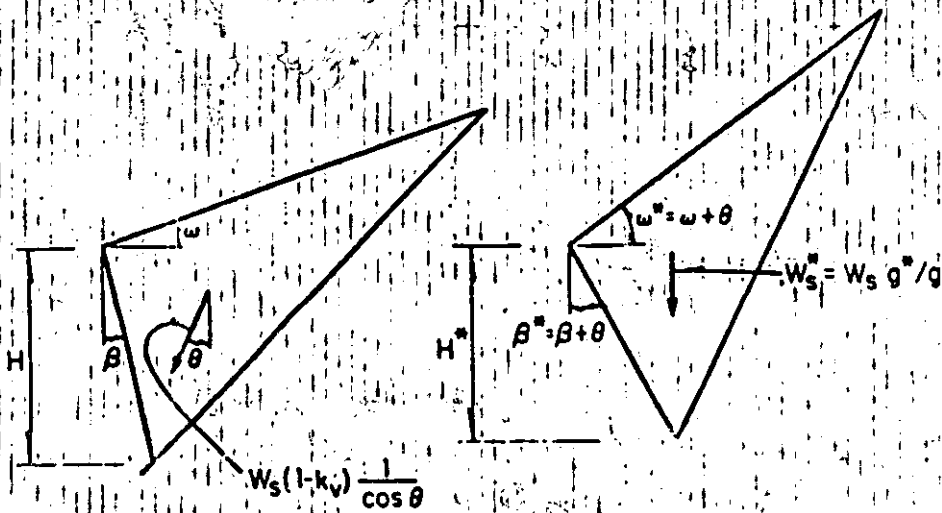


Fig 5. Artificio de gravedad aparente

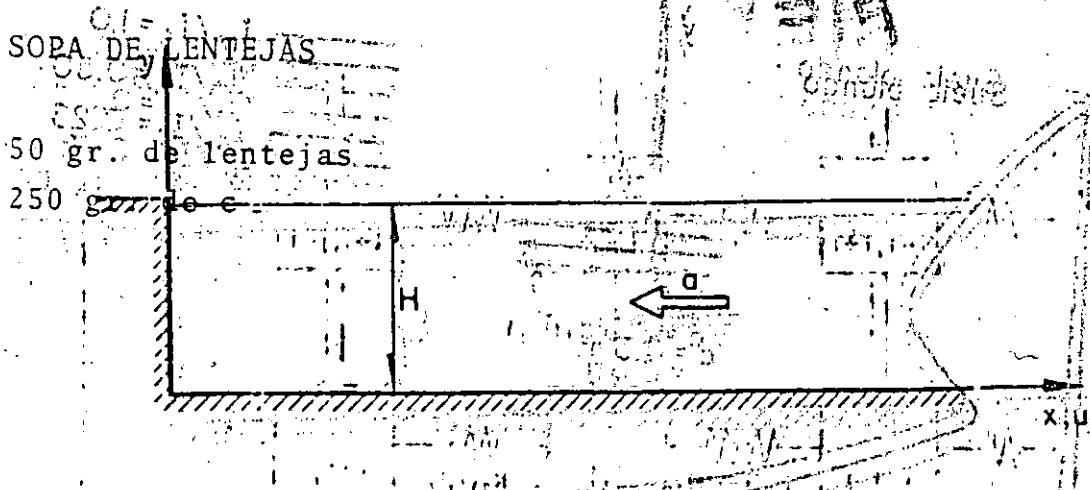


Fig 7. Muro rígido y relleno horizontal de longitud infinita con fuerza de cuerpo uniforme $X = -\rho g$

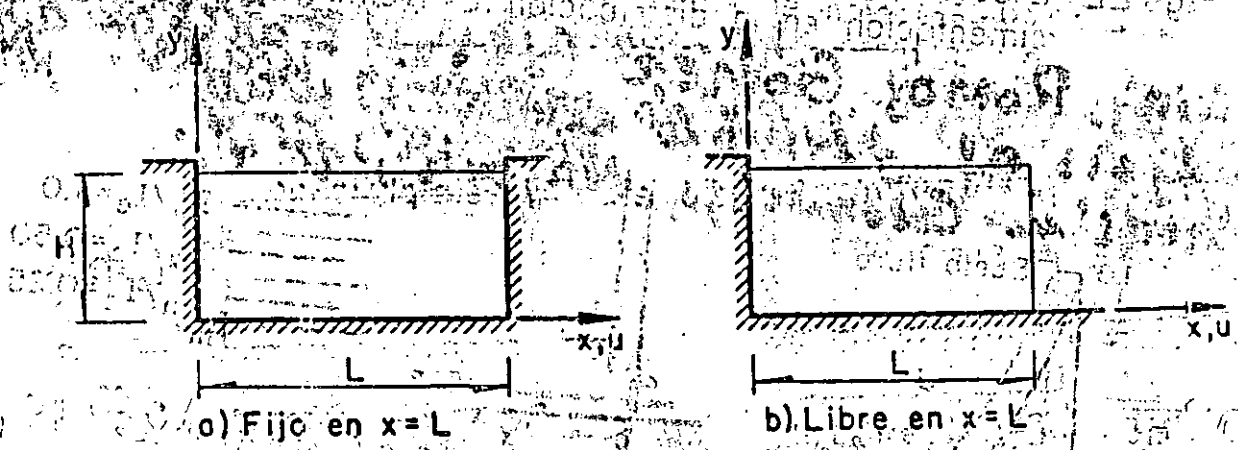


Fig 8. Muro rígido en $x=0$ y relleno de longitud finita

Fig 8. Muro rígido en $x=0$ y relleno de longitud finita

MUROS FLEXIBLES MEF

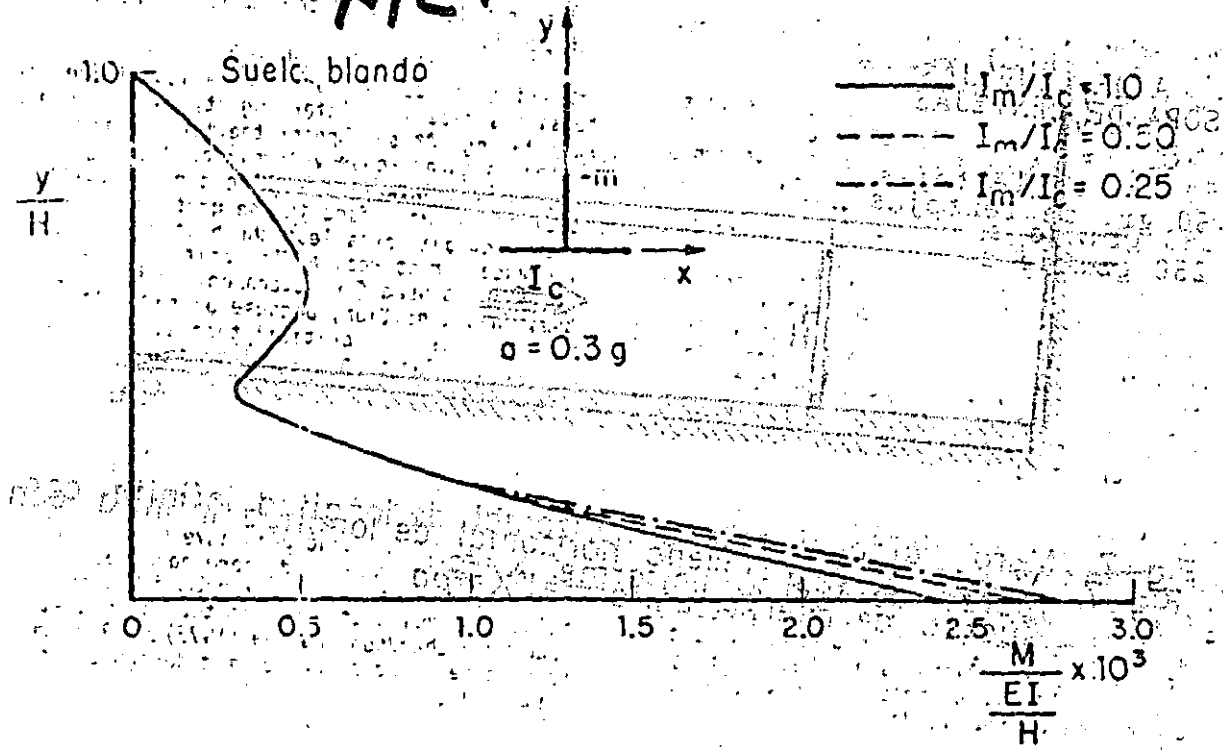


Fig 22 Efecto de la relación de rigidez de pared a rigidez de cimentación en la distribución de momentos en la pared.

AYALA, ROMO, GÓMEZ (1986) Earthquake analysis of flexible retaining walls. Num. Methods in Geomech, Nagoya, v 4.

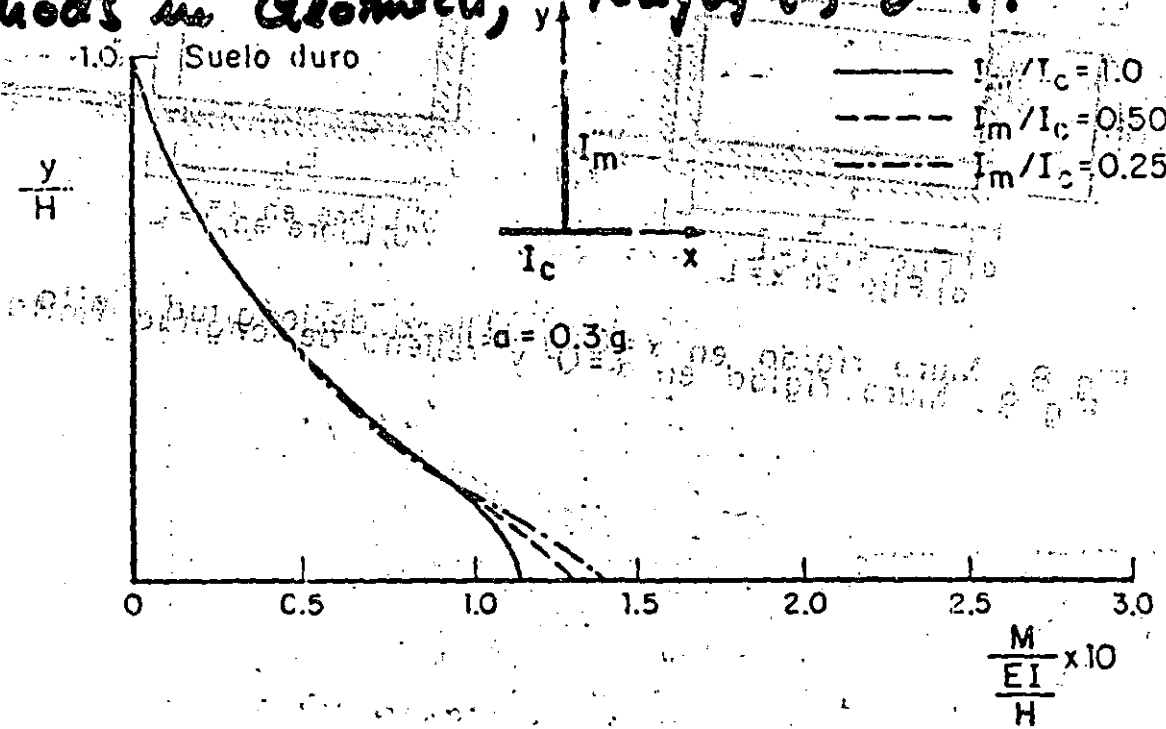


Fig 23. Efecto de la relación de rigidez de pared a rigidez de cimentación en la distribución de momentos en la pared

Área de cada tablero exterior y N es el número de refuerzos por tablero.

La sección crítica para fines de cálculo del esfuerzo máximo de tensión en las tiras de refuerzo se considera localizada en el paramento del muro. En este punto, la fuerza de tensión que se va a tomar se supone conservativamente igual a $0.85 T_{max}$, siendo T_{max} igual a $(\sigma_h \times A_{panel}) \times N$. El área de la sección transversal del acero en el paramento del muro se toma como el área total de la sección transversal del refuerzo menos el área del barrenado de anclaje, descontando un cierto margen para tomar en cuenta la corrosión. El barrenado en el extremo de cada tira se usa para fijarla al conector del tablero exterior. Esta condición, en la que hay una reducción de área por el barrenado, es más crítica que en aquellos lugares donde la fuerza de tensión en el refuerzo es máxima.

facing panel, and N is the number of reinforcements per panel.

The critical section for computation of the maximum tensile stress in reinforcing strips is taken at the wall facing. At this point the tensile force to be resisted is taken conservatively as $0.85 T_{max}$, where T_{max} is $(\sigma_h \times A_{panel}) \times N$. The cross sectional area of steel at the wall face is the gross reinforcement cross sectional area less the bolt hole area and an allowance for corrosion. The bolt hole at the end of the strip is used for attachment to the facing panel tabs. This condition, because of the bolt hole area reduction, is more critical than at the location where the tensile force in the reinforcement is a maximum.

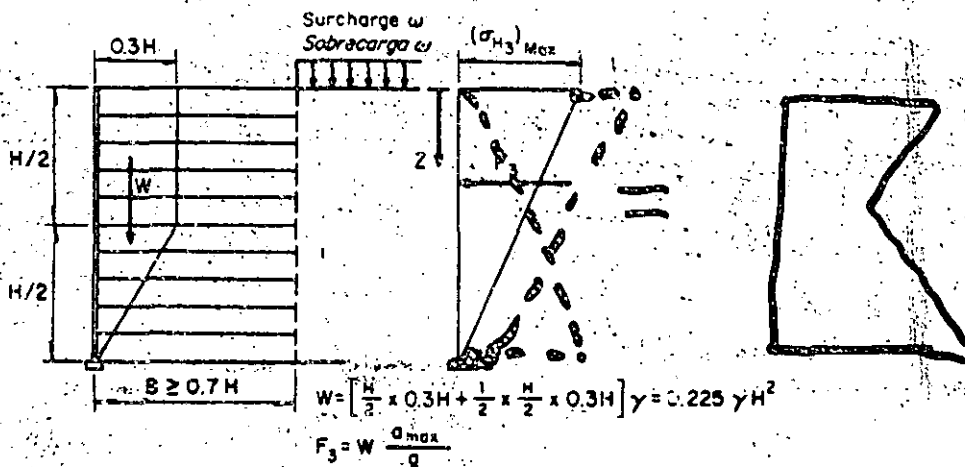
DISEÑO SISMICO

Las estructuras de tierra armada se han empleado con éxito en zonas sísmicas, y no se han registrado fallas a consecuencia de la acción de temblores. Los resultados de pruebas en modelos y de algunos ensayos de campo han sido empleados por Richardson y Lee (1975) y por Richardson (1978) para proponer métodos de diseño sísmico de muros de tierra armada.

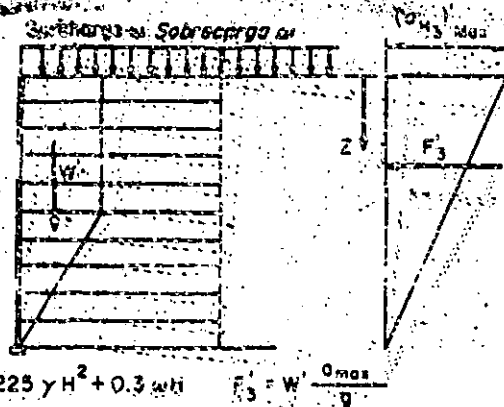
SEISMIC DESIGN

Reinforced earth structures have been used successfully in seismic areas, and there have been no recorded failures as a result of earthquake motions. The results of model tests and limited field tests have been used by Richardson and Lee (1975) and Richardson (1978) to propose methods for seismic design of reinforced earth walls.

Michel
 2007 sobre
 tierra
 armada
 SHMS
 1980



Bend and stability loading condition
 Condición de carga para análisis de adherencia y estabilidad



Reinforcing strip stress loading condition
 Condición de carga para análisis de esfuerzos en la tira de refuerzo

Fig. 7 Análisis simplificado para diseño sísmico

Fig. 7 Simplified analysis for seismic design