



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS**

**OBTENCIÓN DE LAS DIRECCIONES PRINCIPALES DE ANÁLISIS EN EDIFICIOS**  
**IRREGULARES EN PLANTA**

**T E S I S**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**

**JESÚS EDUARDO RAMÍREZ CASTAÑEDA**

**TUTOR**

**M. EN I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ,**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉXICO, D. F., OCTUBRE 2015**

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Gustavo Amado Ayala Milian  
Secretario: M. en I. Germán López Rincón  
Vocal: M. en I. Octavio García Domínguez  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano  
2<sup>d o.</sup> Suplente: Dr. Dario Rivera Vargas

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería, UNAM, circuito escolar exterior, Cd universitaria, Coyoacán, Distrito Federal.

**TUTOR DE TESIS:**

**M. en I. Octavio García Domínguez**

-----  
**FIRMA**

*Agradezco a todas las personas que me brindaron la ayuda necesaria para que pudiera culminar mis estudios de maestría, en especial a mi novia Yocelín por su apoyo incondicional, a mi mamá y mi hermana, ya que sin ellas la culminación de esta tesis no hubiera sido posible.*

*También agradezco a mi tutor el M. en I. Octavio García Domínguez que me brindó sus conocimientos, su tiempo y su apoyo para que pudiera realizar este trabajo y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico durante mis estudios.*

## ÍNDICE

1	RESUMEN .....	6
2	INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES.....	8
2.1	Comportamiento sísmico de estructuras irregulares.....	8
2.1.1	Efectos de torsión.....	8
2.1.2	Estudios considerando torsión inelástica.....	9
2.1.3	Estudios considerando torsión elástica.....	11
2.2	Análisis de estructuras asimétricas .....	12
2.3	Planteamiento del problema .....	14
3	NORMAS DE DISEÑO POR SISMO .....	16
3.1	Tipos de análisis .....	16
3.1.1	Método simplificado de análisis.....	16
3.1.2	Método estático .....	18
3.1.2.1	Efectos de torsión.....	18
3.1.3	Análisis dinámico.....	19
3.1.3.1	Análisis modal.....	19
3.1.3.2	Análisis paso a paso.....	20
3.2	Efectos bidireccionales.....	20
4	IDENTIFICACIÓN DE EJES PRINCIPALES DE RIGIDEZ .....	21
4.1	Importancia de los ejes principales en una estructura .....	21
4.2	Formulación matricial para modelos de un nivel.....	21
4.2.1	Obtención del centro de torsión referido a ejes principales .....	26
4.2.2	Ejemplos de modelos de un nivel.....	29
4.3	Formulación matricial para modelos de varios niveles.....	33
4.3.1	Ejemplos de modelos de varios niveles.....	33
5	MODELOS REPRESENTATIVOS DE ESTRUCTURAS REALES .....	37
5.1	Caso 1: Torre Picacho .....	37
5.1.1	Descripción de la estructura.....	37
5.1.2	Criterios para el análisis y diseño estructural .....	43
5.1.3	Estudio de vibración ambiental.....	46
5.1.4	Análisis con la formulación matricial.....	56
5.1.5	Presentación de resultados.....	61
5.2	Caso 2: Torre Anáhuac .....	61

5.2.1	Descripción de la estructura.....	61
5.2.2	Criterios para el análisis estructural.....	64
5.2.3	Estudio de vibración ambiental.....	65
5.2.4	Análisis con la formulación matricial.....	69
5.2.5	Presentación de resultados.....	73
6	RIGIDECES PRINCIPALES CONTRA NO PRINCIPALES.....	74
6.1	Obtención de fuerzas para el método estático.....	75
6.2	Resultados de los análisis.....	76
7	CONCLUSIONES .....	80
8	REFERENCIAS.....	81

## **1 RESUMEN**

Uno de los problemas complejos en el análisis y diseño de edificios es, sin duda, el análisis de edificios irregulares sometidos a acciones sísmicas, ya que esta clase de estructuras presenta diferentes tipos de asimetrías, a saber, asimetría geométrica en planta o elevación y asimetría en la distribución de las rigideces de los elementos estructurales, entre otras. Todo esto provoca la no coincidencia entre la fuerza cortante sísmica y la fuerza resistente de los entrepisos de la estructura, lo que ocasiona efectos de torsión en edificios.

Ante la complejidad de este problema, en los últimos años, se han realizado en México, estudios detallados para comprender y evaluar el comportamiento de las estructuras asimétricas ante la carga sísmica; entre los más relevantes, para los fines de este trabajo, tenemos el de Chipol (2001), en el cual se estudiaron modelos tridimensionales de edificios representativos con asimetría en planta y en elevación, para evaluar su respuesta sísmica bajo efectos de torsión; para lograr la asimetría, se colocaron columnas de diferentes dimensiones en algunos marcos, en otros se colocaron muros de mampostería o de concreto. De este trabajo se pueden rescatar conclusiones muy importantes, entre ellas el hecho de que, para edificios con asimetría en rigidez, el centro de torsión experimenta variación espacial con la altura, ya que no sólo depende de las características geométricas y/o estructurales de los edificios, sino también de la distribución de cargas laterales (Damy y Alcocer 1987). En ese trabajo, un aspecto importante fue el de observar que el centro de torsión cambia drásticamente en los últimos niveles del edificio, incluso se encontró que en estos niveles la posición de este centro podía llegar a invertir su sentido, lo cual puede ser la causa de los numerosos daños provocados a las estructuras en sismos intensos como el ocurrido en la Cd de México en 1985.

Aunado al comportamiento antes señalado, en los edificios asimétricos se identifica otra problemática, asociada a la identificación de las direcciones en las que se debe aplicar la demanda sísmica para el análisis de los efectos que ésta induce. De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS) vigentes, en el análisis de toda edificación se debe considerar la acción simultánea de 2 componentes sísmicas, correspondientes al 100% de la fuerza sísmica en una dirección y el 30% en dirección perpendicular, tomando en cuenta todas las combinaciones posibles de signos. Para ello, se asume que éstas se aplican en las direcciones para las cuales se ocasionan los efectos más desfavorables en la estructura, sin embargo, en el caso de edificaciones irregulares en planta o elevación, las direcciones de análisis más desfavorables no son evidentes. Es claro que este problema no lo tienen los edificios regulares, en los cuales los ejes de simetría de su planta definen, automáticamente, tales direcciones.

Una posible solución a este problema, sería hacer un barrido de las direcciones de análisis para el edificio y encontrar mediante un parámetro simple, como es el desplazamiento lateral, la dirección más fuerte y más débil de la estructura, proceso que sería muy tardado y poco rentable.

Por todo esto, en el presente trabajo se desarrolla y propone un procedimiento basado en métodos matriciales para el análisis sísmico de estructuras, que toman en cuenta las características geométricas y de rigidez de sus elementos o planos resistentes para determinar las direcciones principales de edificios asimétricos. Inicialmente se plantea el estudio y aplicación de la metodología de modelos asimétricos de un nivel, para después extrapolar el método desarrollado a modelos de varios niveles. Con la formulación desarrollada, se analizarán edificios reales, ubicados en la ciudad de México, que poseen características geométricas particulares las cuales permiten verificar el método propuesto. Estos edificios han sido estudiados en trabajos previos y se cuenta con resultados analíticos y de estudios de vibración ambiental que permitieron determinar sus propiedades dinámicas y derivado de ellas, sus direcciones principales en función de los periodos de vibrar obtenidos en diferentes direcciones.

Finalmente, se presentan y discuten los resultados del análisis sísmico para uno de los casos de estudio, realizando el análisis en direcciones principales y no principales.

## **2 INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES**

El análisis sísmico de edificios presenta algunas complejidades e incertidumbres cuando se trata de estructuras irregulares, ya que éstas tienen características muy peculiares que afectan el comportamiento de la estructura, como lo son, la asimetría geométrica en planta y en elevación, además de las asimetrías en masas y en las rigideces de los entrepisos. Este tipo de estructuras requieren de un mayor cuidado en su modelación y/o consideración de aspectos normativos relacionados con los efectos de torsión, ya que son especialmente susceptibles de sufrir daños en sismos de mediana a gran intensidad, como se ha observado en tiempos recientes.

Además de la modelación, otra cuestión importante a considerar en el análisis de una estructura, es la determinación y aplicación de las acciones sísmicas. Para las estructuras asimétricas es de especial importancia la determinación de las direcciones principales de análisis, las cuales deben estar asociadas a los ejes principales del edificio, es decir, la dirección más fuerte y más débil de éste, en las cuales se presenten, respectivamente, los menores y mayores efectos sobre las edificaciones. Es claro ver que para edificios que son regulares, tanto en geometría y rigideces, este problema no existe, ya que estas direcciones son fáciles de determinar sólo con la forma de la planta del edificio. Pero cuando se trata de estructuras con asimetría importante, la ubicación de estas direcciones principales (direcciones críticas) no es clara y al no tenerla identificada se podrían obtener resultados de lado de la inseguridad en el análisis.

Por lo anteriormente expuesto, el presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una formulación matemática basada en el análisis matricial de edificios que permita localizar estas direcciones principales. La formulación propuesta se aplicará y validará con modelos de uno y varios niveles, representativos de edificios existentes en la ciudad de México, de los cuales se tienen resultados previos de vibración ambiental, mediante estos resultados fue posible identificar las direcciones flexible y rígida de éstos.

### **2.1 Comportamiento sísmico de estructuras irregulares**

#### **2.1.1 Efectos de torsión**

Las estructuras que poseen una irregularidad, ya sea debido a la asimetría de la geometría en planta, a la asimetría en sus masas o en su rigidez, presentan un comportamiento estructural muy peculiar. Ya que la no coincidencia del centro de masas con el centro de torsión, combinado con la acción de una fuerza sísmica, provoca el efecto de torsión sísmica en edificios, el cuál es un fenómeno que ha traído grandes daños en las estructuras e incluso en ocasiones el colapso de éstas.



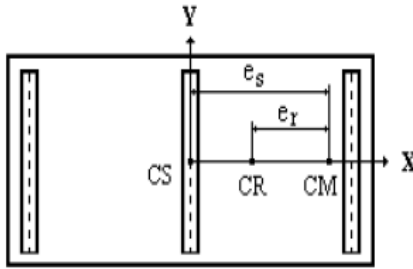
Aunado a esto, en estudios pasados se ha podido comprobar que también la variación de la rigidez con la altura en los edificios, es un caso particular del problema ya mencionado, ya que el centro de torsión no permanece constante, esto debido a que la ubicación de este centro no sólo depende de la rigidez lateral de los entrepisos, sino también de la distribución de cargas laterales que se le aplique al sistema. Esto provoca que en los últimos pisos de los edificios la excentricidad estática sea más grande, generando así un efecto mucho mayor de torsión que en los primeros niveles.

Debido a esto, los investigadores se han dado a la tarea de tratar de conocer lo más posible el comportamiento de las estructuras irregulares, realizando varios estudios, algunos con modelos simplificados de un grado de libertad y otros con modelos más completos de varios grados de libertad. También algunos estudios se han enfocado en estudiar el fenómeno en el rango elástico de las estructuras y otros en el rango inelástico, de estos estudios podemos resaltar los siguientes:

### **2.1.2 Estudios considerando torsión inelástica**

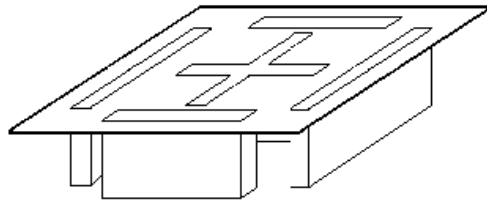
Anteriormente se han realizado diversos estudios para tratar con el problema de la torsión sísmica de edificios, con ello se trata de ver el comportamiento de las estructuras irregulares sometidas a una fuerza sísmica importante, de estos estudios se han obtenido resultados muy interesantes que nos dejan ver lo complejo que es el problema de la torsión sísmica.

Una de las primeras investigaciones acerca de la torsión inelástica fue la de Gómez, Ayala y Jaramillo (1987), en la cual se utilizaron modelos de edificios de cortante de un nivel con 3 elementos resistentes, fig. 2.1. En estos modelos se consideró la asimetría estructural en una dirección, también se introdujo el concepto de excentricidad en resistencias, definida como la distancia entre el centro de resistencia (CR) y el centro de masas (CM). Con base a lo anterior se realizó un estudio paramétrico considerando 3 diferentes periodos fundamentales de vibrar (0.5, 1.0 y 1.5 s.) y el efecto producido por la excentricidad estática en el comportamiento sísmico de las estructuras. De los resultados podemos destacar que a medida de que la excentricidad estática aumenta, también aumenta la ductilidad demandada por el modelo donde se supone que no existe excentricidad en resistencias y por el contrario, cuando la excentricidad en resistencias es la que se incrementa la demanda de ductilidad tiende a disminuir y permanecer constante.



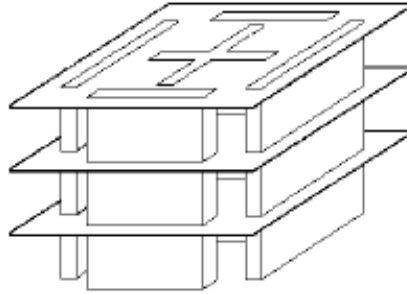
**Figura 2.1 Modelo de cortante con elementos en una dirección Gómez, Ayala y Jaramillo (1987)**

Ayala y García (1991) estudiaron modelos de cortante de 1 nivel con elementos resistentes ortogonales, fig. 2.2, se consideraron para los modelos diferentes relaciones de planta y periodos fundamentales de vibrar y se varió el número de elementos resistentes. El comportamiento sísmico se evaluó mediante la relación de la demanda de ductilidad del sistema asimétrico y la demanda de ductilidad de un sistema simétrico de referencia, de los resultados se puede destacar que a medida que se incrementa la resistencia de los entrepisos, la demanda de ductilidad se reduce pero hasta cierto límite, y también se pudo observar que se puede tener un mejor comportamiento de la estructura cuando la resultante de las resistencias se localiza cercana al centro de torsión o bien cuando la distribución de resistencias es similar a la de rigideces.



**Figura 2.2 Modelo estudiado por Ayala y García (1991)**

Zapata y Ayala (1993) estudiaron edificios con modelos de cortante de 3 niveles con distintos periodos fundamentales de vibración (0.5, 1.0 y 1.5 s), fig. 2.3, los cuales fueron diseñados mediante los criterios de las NTCDS (1987). En este estudio se revisaron distintos parámetros como el periodo fundamental de vibrar, la distribución de rigidez con la altura, el cociente de resistencia real a resistencia nominal de la estructura, entre otros. El modelo se consideró con excentricidad en rigidez y reducción de la rigidez lateral con la altura y de los resultados se pudo encontrar que el mejor comportamiento se presentó en los modelos con periodo de  $T=1.5$  s.



**Figura 2.3 Modelo estudiado por Zapata y Ayala**

Los resultados de los estudios anteriores, han proporcionado valiosa información para poder identificar algunas tendencias que pueden ayudar a reducir la respuesta sísmica torsional de estructuras asimétricas, sin embargo, debido a la simpleza de los modelos y sus hipótesis, éstos poseen ciertas limitantes, las cuales hacen difícil extrapolar estos estudios a estructuras de varios niveles. Con base en esto, recientemente se han realizado estudios más completos que consideran modelos de varios niveles.

### **2.1.3 Estudios considerando torsión elástica**

Para caracterizar el nivel de asimetría en edificios de varios niveles Chipol y García (2000), evaluaron la variación del centro de torsión (CT) con la altura, utilizando 3 formulaciones distintas, dos de ellas basadas en modelos de cortante y la otra en modelos de flexión (método exacto). Para este estudio se analizaron edificios de 4 y 15 niveles con diferentes configuraciones y grado de asimetría estructural en rigideces, tanto en planta como en elevación, fig. 2.4. Esta asimetría fue producida con muros de concreto y de mampostería, además del incremento en las dimensiones de algunas columnas de la periferia de la planta.

Los resultados de este estudio, fig. 2.5, muestran alcances y limitaciones para el uso de modelos de cortante con relación a los de flexión, ya que se encontró que la posición del centro de torsión y por lo tanto de la excentricidad estructural, no sufren variaciones importantes cuando se utiliza el modelo de cortante para edificios de baja altura o en los que se agregaron muros de mampostería, pero dicha excentricidad puede ser subestimada en edificios de mediana y gran altura con niveles importantes de asimetría, producida por muros de concreto. Esto se debe a que en los últimos niveles de los edificios se experimentan grandes excentricidades, que según este estudio pueden incluso cambiar el sentido de la torsión. Se pudo demostrar que una buena solución para esta patología es mantener la simetría en los últimos niveles del edificio.

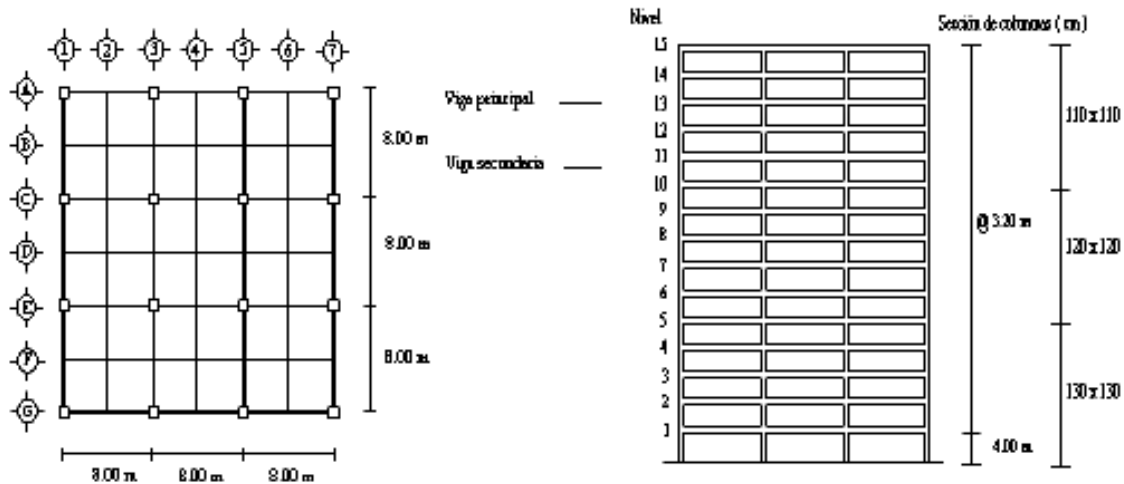


Figura 2.4 Geometría en planta y elevación de los edificios de 15 niveles (Chipol y García, 2000)

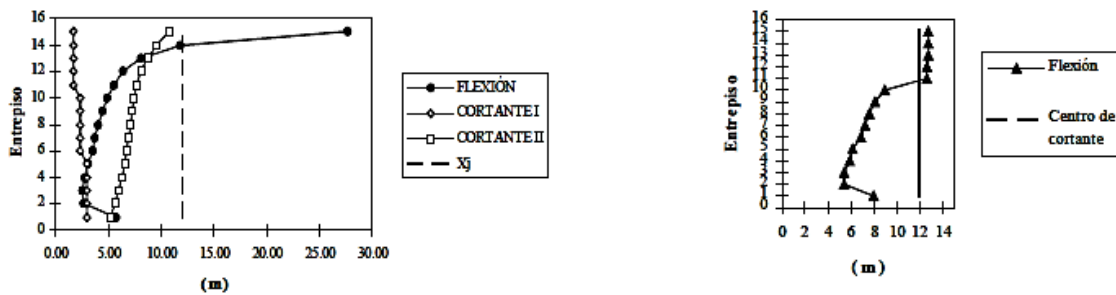


Figura 2.5 Variación espacial del Centro de Torsión en el edificio de 15 niveles

## 2.2 Análisis de estructuras asimétricas

En la práctica profesional no se tiene el cuidado adecuado para analizar las estructuras irregulares, ya que comúnmente se dejan en manos de los programas de cómputo algunos aspectos que son importantes para el correcto análisis de éstas.

Existen aún muchas zonas del país en las que ni siquiera se consideran los efectos sísmicos en el momento de hacer el análisis de la estructura, por considerar que la región en la que se ubica el edificio es de baja sismicidad, y creyendo que debido a esto se pudieran despreciar los efectos sísmicos. Cuando el análisis sísmico sí es incluido en el proyecto estructural, normalmente sólo se siguen los lineamientos de la norma vigente válida para esa región. En el caso del Distrito Federal, primeramente se elige el tipo de análisis, que podría ser el método simplificado, el método estático o el método dinámico, según el tipo de estructura. También se tiene la opción de hacer un análisis paso a paso, si así se desea. Después de haber escogido el método de análisis se obtienen, en el caso del método estático y el simplificado, las fuerzas cortantes debidas al sismo que dependen de las masas

de cada entrepiso de la estructura, de la altura del entrepiso y del tipo de suelo en el que se ubica la estructura. Al aplicar el método dinámico, se realiza un análisis modal espectral para encontrar los periodos fundamentales de vibrar de la estructura, también se obtiene el espectro de diseño según el tipo de suelo en que se encuentra el edificio, esto siguiendo el procedimiento de la norma, y, con la ordenada espectral según el periodo de la estructura, se obtiene la aceleración a la que estará sometida y por consiguiente la fuerza sísmica.

En la mayoría de los reglamentos de otros países, incluyendo el RCDF 2004, se permite hacer una reducción de las fuerzas sísmicas mediante un factor que considera la capacidad dúctil del sistema el cual puede ser afectado por condiciones particulares como la regularidad, la estructuración y el tipo de material, entre otras.

El reglamento norteamericano, UBC-97, también permite escoger entre 3 tipos de análisis sísmico, el estático simplificado, el cual es aplicable para estructuras de casa-habitación con no más de 3 niveles de altura y que tengan una estructura de marcos “ligeros”, o cualquier otro tipo de estructura con no más de 2 niveles de altura. El método estático que se puede aplicar para todas las estructuras, regulares e irregulares de la zona sísmica I, para las de uso habitacional en la zona sísmica 2, para estructuras regulares de no más de 240 ft (73.15 m) de altura e irregulares con no más de 5 pisos o 65 ft (19.81 m) de altura. En estos dos métodos de análisis se obtendrán fuerzas cortantes laterales a la estructura que dependen del peso de ésta y de un coeficiente sísmico según el tipo de suelo.

En la práctica, la poca claridad de las recomendaciones de diseño por torsión y la falta de material técnico relativo al tema, limitan su aplicación, no sólo en las estructuras irregulares sino hasta en las estructuras convencionales o regulares. En el mejor de los casos los despachos de cálculo trasladan esta responsabilidad a las capacidades de los programas comerciales, confiando en que éstos consideren adecuadamente estas normas, lo cual no necesariamente sucede. Sin embargo, los usuarios de estas herramientas de cómputo sobrestiman las capacidades y ambientes gráficos amigables, dejando a un lado los fundamentos de la ingeniería estructural, con el riesgo de obtener resultados erróneos.

Aunado a lo anterior, también nos encontramos con el hecho de que al hacer un análisis sísmico de un edificio, comúnmente, no se reflexiona sobre las direcciones principales de análisis, es decir, aquellas direcciones en las cuales se presentaran los efectos más desfavorables para la estructura; lo más común es dar por hecho que estas direcciones de análisis estarán dadas por la orientación de la estructura y definidas por el programa de cómputo, lo cual no siempre es acertado en el caso de estructuras irregulares.

La problemática anterior se acentúa hoy en día con las propuestas diseños arquitectónicos osados, fig. 2.6, que consideran estructuras con formas geométricas altamente irregulares,

tanto en planta como en elevación, lo cual limita aún más la aplicación de las normas de torsión ya que éstas fueron diseñadas fundamentalmente para estructuras sensiblemente regulares, en cambio para las estructuras irregulares el proceso de análisis, detallado en las normas, no está muy claro.



*Figura 2.6 Torre Virreyes, ciudad de México*

### **2.3 Planteamiento del problema**

Tomando en consideración los parámetros que gobiernan el comportamiento sísmico torsional elástico de edificios, en este trabajo se plantea la necesidad de desarrollar una formulación matemática para identificar las direcciones principales de análisis de un edificio irregular, con objeto de obtener la respuesta más desfavorable, de acuerdo con los requerimientos normativos de las NTCDS para considerar los efectos bidireccionales de la acción sísmica.

El diseño de toda estructura, requiere saber en dónde se presentarán los efectos más desfavorables, que para edificaciones sensiblemente regulares, son evidentes, más no para edificaciones con plantas poco comunes.

Con base en lo anterior, los objetivos de esta investigación son:

- Desarrollar la propuesta matemática basada en el análisis matricial de edificios que permita definir una metodología para evaluar las direcciones principales de análisis de un edificio irregular.
- Aplicar la metodología desarrollada en modelos de edificios de uno y varios niveles para conocer el campo de aplicación, comparando las respuestas obtenidas para direcciones principales y no principales.
- Aplicar la metodología al análisis de una estructura real y compararla con resultados obtenidos de estudios analíticos y experimentales en sitio, encaminados a determinar las propiedades dinámicas y las direcciones principales, que permitan evaluar la exactitud del método.
- Emitir las recomendaciones para el análisis de este tipo de estructuras.

### **3 NORMAS DE DISEÑO POR SISMO**

Según las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo vigentes (NTCDS-04), las estructuras se analizarán bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneas del movimiento del terreno y se combinarán con los efectos de las fuerzas gravitacionales y de las otras acciones que correspondan según las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones.

Según sean las características de la estructura de que se trate, ésta podrá analizarse por sismo mediante el método simplificado, el método estático o uno de los dinámicos. En el análisis se tendrá en cuenta la contribución a la rigidez de todo elemento, estructural o no, que sea significativa.

#### **3.1 Tipos de análisis**

##### **3.1.1 Método simplificado de análisis**

El método simplificado será aplicable al análisis de edificios que cumplan simultáneamente los siguientes requisitos:

- a) En cada planta, al menos el 75% de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas correspondientes. Para que la distribución de muros pueda considerarse sensiblemente simétrica, se deberá cumplir en dos direcciones ortogonales, que la excentricidad torsional calculada estáticamente,  $e_s$ , no exceda del diez por ciento de la dimensión en planta del edificio medida paralelamente a dicha excentricidad, b. La excentricidad torsional  $e_s$  podrá estimarse como el cociente del valor absoluto de la suma algebraica del momento de las áreas efectivas de los muros, con respecto al centro de cortante del entrepiso, entre el área total de los muros orientados en la dirección del análisis. El área efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro y del factor  $F_{AE}$  que está dado por

$$F_{AE} = 1; \quad Si \frac{H}{L} \leq 1.33$$

$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2; \quad Si \frac{H}{L} > 1.33$$



donde H es la altura del entrepiso y L la longitud del muro.

Los muros a que se refiere este párrafo podrán ser de mampostería, concreto reforzado, placa de acero, compuestos de estos dos últimos materiales, o de madera; en este último caso estarán arriostrados con diagonales. Los muros deberán satisfacer las condiciones de las Normas correspondientes.

- b) La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que para fines de análisis sísmico se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y ancho satisfaga esta restricción y las que se fijan en el inciso anterior.
- c) La relación de la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá 1.5 y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

En este método de análisis, se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsionales y momentos de volteo. Se verificará únicamente que en cada entrepiso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectados en la dirección que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho entrepiso, para construcciones del tipo B, esta fuerza será calculada empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se establecen en la siguiente tabla 3.1, para construcciones del tipo A estos coeficientes se multiplicarán por 1.5.

**Tabla 3.1 Coeficientes sísmicos para el método simplificado**

Zona	Muros de concreto o de mampostería de piezas macizas			Muros de mampostería de piezas huecas		
	Altura de construcción, m			Altura de construcción, m		
	Menor de 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13	Menor de 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
II y III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

### 3.1.2 Método estático

Según el capítulo 8 de las NTCDS, este método puede utilizarse para analizar estructuras regulares de altura no mayor a 30 m y estructuras irregulares de no más de 20 m. Para edificios ubicados en la zona I, los límites anteriores se amplían a 40 m y 30 m, respectivamente.

En el método estático para calcular las fuerzas cortantes a diferentes niveles de una estructura, se supondrá un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. Cada una de estas fuerzas se tomará igual al peso de la masa que corresponde, multiplicado por el coeficiente proporcional a  $h$ , siendo  $h$  la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciables). El coeficiente se tomará de tal manera que  $V_0/W_0$  sea igual a  $c/Q'$  pero no menor que  $a_0$ , donde  $a_0$  es la ordenada espectral que corresponde a  $T = 0$  y  $c$  el coeficiente sísmico.

De acuerdo con este requisito la fuerza que actúa en el  $i$ -ésimo nivel,  $F_i$ , resulta ser:

$$F_i = \frac{c}{Q'} W_i h_i \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} ; \frac{c}{Q'} \geq a_0$$

donde:

$W_i$  peso de la  $i$ -ésima masa

$h_i$  altura de la  $i$ -ésima masa sobre el desplante

#### 3.1.2.1 Efectos de torsión

La excentricidad torsional de rigideces calculada en cada entrepiso,  $e_s$ , se tomará como la distancia entre el centro de torsión del entrepiso correspondiente y el punto de aplicación de la fuerza cortante en dicho nivel. Para fines de diseño, el momento torsionante se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes:

$$1.5e_s + 0.1b; \text{ o } e_s - 0.1b$$

donde  $b$  es la dimensión de la planta que se considera, medida perpendicularmente a la acción sísmica.

Además la excentricidad de diseño en cada sentido no se tomará menor que la mitad del máximo valor de  $e_s$  calculado para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera,

ni se tomará el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

### **3.1.3 Análisis dinámico**

De acuerdo con el capítulo 9 de las NTCDS, se aceptarán como métodos de análisis dinámico el análisis modal y el cálculo paso a paso de respuestas a sismos específicos. Estos métodos de análisis serán aplicables para cualquier tipo de estructura.

#### **3.1.3.1 Análisis modal**

Cuando en el análisis modal se desprecie el acoplamiento entre los grados de libertad de traslación horizontal y de rotación con respecto a un eje vertical, deberá incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con un periodo mayor o igual a 0.4 s, pero en ningún caso podrán considerarse menos de los tres primeros modos de vibrar en cada dirección de análisis, excepto para estructuras de uno o dos niveles.

Si en el análisis modal se reconoce explícitamente el acoplamiento mencionado, deberá incluirse el efecto de los modos naturales que, ordenados según valores decrecientes de sus periodos de vibración, sean necesarios para que la suma de los pesos efectivos en cada dirección de análisis sea mayor o igual a 90 por ciento del peso total de la estructura. Los pesos modales efectivos,  $W_{ei}$ , se determinarán como:

$$W_{ei} = \frac{(\{\Phi_i\}^T [W] \{J\})^2}{\{\Phi_i\}^T [W] \{\Phi_i\}}$$

donde  $\{\Phi_i\}$  es el vector de amplitudes del i-ésimo modo natural de vibrar de la estructura,  $[W]$  la matriz de pesos de las masas de la estructura y  $\{J\}$  un vector formado con “unos” en las posiciones correspondientes a los grados de libertad de traslación en la dirección de análisis y “ceros” en las otras posiciones.

El efecto de torsión accidental se tendrá en cuenta trasladando transversalmente  $\pm 0.1b$  las fuerzas sísmicas resultantes en cada dirección de análisis, considerando el mismo signo en todos los niveles.

### **3.1.3.2 Análisis paso a paso**

Si se emplea el método de cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos, podrá acudirse a acelerogramas de temblores reales o de movimientos simulados, o a combinaciones de éstos, siempre que se usen no menos de cuatro movimientos representativos, independientes entre sí, cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que tengan las NTCDS, y que se tenga en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que haya en cuanto a sus parámetros.

### **3.2 Efectos bidireccionales**

Ya sea que se utilice para el análisis el método estático o cualquiera de los métodos dinámicos ya mencionados, los efectos de ambos componentes horizontales del terreno se combinarán tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100 por ciento de los efectos de la componente que obra en esa dirección y el 30 por ciento de los efectos de la que obra perpendicularmente a ella, con los signos que resulten más desfavorables para cada concepto.

Es de interés mencionar que la norma antes mencionada no establece cuales son las direcciones de análisis o cómo se determinan, motivo por el cual se plantea esta tesis.

## 4 IDENTIFICACIÓN DE EJES PRINCIPALES DE RIGIDEZ

### 4.1 Importancia de los ejes principales en una estructura

Con base en las NTCDS-04, al realizar el análisis sísmico de una estructura, se deberán aplicar efectos bidireccionales en 2 direcciones ortogonales, dichas direcciones tendrán que ser aquellas que provoquen los efectos más desfavorables a la estructura, es decir, sus direcciones principales. Dicho en otras palabras, el análisis se debe realizar en las 2 direcciones en que se ocasionen los desplazamientos máximos debidos a cargas sísmicas ya que, de no ser así, se estaría subestimando la respuesta estructural.

Para identificar las direcciones principales en estructuras se requiere conocer los aspectos básicos del análisis matricial de edificios, lo cual se presenta en el siguiente apartado. Por facilidad se propone desarrollar una formulación para modelos simplificados de edificios de un nivel, con asimetría.

### 4.2 Formulación matricial para modelos de un nivel

Para esta formulación se asumen algunas consideraciones e hipótesis. La primera de ellas es que el sistema de piso de los edificios se considera infinitamente rígido, lo cual permite caracterizar el comportamiento de la estructura en función de 3 grados de libertad (dos traslaciones horizontales y un giro) asociados a un nudo maestro en el cual se considera aplicada la masa del nivel y por tanto la fuerza sísmica.

La formulación matricial empleada está basada en los 3 principios fundamentales del análisis estructural: *Continuidad*, *Ley de Hooke* y *Equilibrio*, los cuales conducen al planteamiento de la ecuación general del método de rigideces, la cual establece la relación entre las fuerzas laterales  $\{F\}$  y los desplazamientos de los niveles del edificio  $\{d\}$ , ec. 1:

$$\{F\} = [K_G]\{d\} \quad (1)$$

En la ecuación anterior,  $[K_G]$  es la matriz de rigidez global del edificio, obtenida de manera similar a como se hace en estructuras simples. Esta matriz es de orden  $3N \times 3N$ , siendo  $N$  el número de niveles del edificio. Para su obtención se plantea la relación entre desplazamientos, deformaciones y fuerzas laterales, que da como resultado un conjunto de submatrices como se muestran en la ec. 2; en ésta los desplazamientos de la losa, se denotan por  $u$ ,  $v$  y  $\theta$ .

$$\begin{bmatrix} \{F_x\} \\ \{F_y\} \\ \{M_z\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{\theta\} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Aplicando desplazamientos unitarios en cada una de las direcciones de los grados de libertad de las losas, es posible deducir las siguientes expresiones para calcular las submatrices de rigidez que se presentan en las ecs. 3 a 11.

$$[K_{xx}] = \sum [K_D]_j \cos^2 \beta_j \quad (3)$$

$$[K_{xy}] = \sum [K_D]_j \cos \beta_j \sin \beta_j \quad (4)$$

$$[K_{x\theta}] = \sum [K_D]_j \cos \beta_j r_j \quad (5)$$

$$[K_{yy}] = \sum [K_D]_j \sin^2 \beta_j \quad (6)$$

$$[K_{y\theta}] = \sum [K_D]_j \sin \beta_j r_j \quad (7)$$

$$[K_{\theta\theta}] = \sum [K_D]_j r_j^2 \quad (8)$$

$$[K_{yx}] = [K_{xy}]^T \quad (9)$$

$$[K_{\theta x}] = [K_{x\theta}]^T \quad (10)$$

$$[K_{\theta y}] = [K_{y\theta}]^T \quad (11)$$

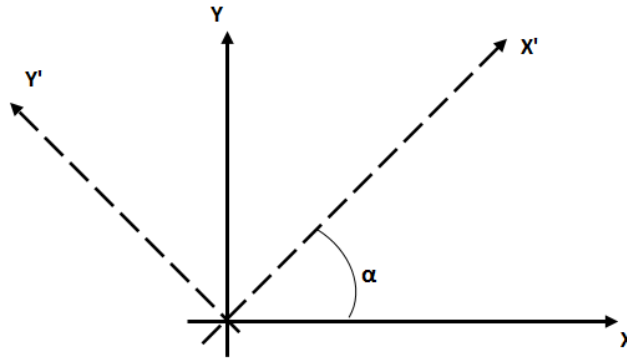
donde:

$[K_D]_j$  es la matriz de rigidez lateral del marco j

$\beta_j$  es el ángulo del marco j con respecto a los ejes de referencia X-Y.

La hipótesis fundamental de la formulación matricial se basa en que para direcciones principales de análisis  $[K_{yx}] = 0$ , lo cual no se cumple para una estructura asimétrica cuya matriz de rigidez está asociada a un sistema cualquiera X-Y. Por lo anterior, es necesario plantear el problema de diagonalizar la matriz de rigidez  $[K_G]$ , con lo cual se logra la hipótesis antes mencionada. Esto implica la rotación de los ejes de referencia a los cuales estarán asociadas las rigideces, fig. 4.1. Este planteamiento conduce a un problema típico

de valores y vectores característicos, cuya solución arrojaría la dirección de los ejes principales de la estructura para los cuales se obtengan las rigideces laterales mayores y menores del sistema.



**Figura 4.1 Rotación de ejes globales a ejes locales**

Haciendo la rotación de los ejes globales (X-Y) a los ejes locales (X'-Y'), fig. 4.1, la ec. 1 nos queda

$$\{F'\} = [K']\{d'\} \quad (12)$$

donde:

$[K']$  es la matriz de rigidez de la estructura asociada a direcciones principales.

$\{F'\}$  y  $\{d'\}$  son, respectivamente, las fuerzas y desplazamientos asociados a las direcciones principales.

Empleando un proceso de transformación de coordenadas es posible obtener estos parámetros como se indican en las ecs. 13 a 16.

$$\{F'\} = [T]\{F\} \quad (13)$$

$$\{d'\} = [T]\{d\} \quad (14)$$

$$[K'] = [T][K][T]^T \quad (15)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

Desarrollando el producto matricial, se obtendrían las submatrices de rigidez lateral en direcciones principales como se indica en la ec. 17.

$$[K'] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & K_{x'y'} \\ K_{y'x'} & K_{y'y'} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Para encontrar el valor de  $\theta$  que genere la condición  $K_{x'y'} = 0$ , es posible plantear la ec. 18.

$$\begin{Bmatrix} F_{x'} \\ F_{y'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & 0 \\ 0 & K_{y'y'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx' \\ dy' \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Realizando operaciones, se obtienen las ecs. 19 y 20.

$$F_{x'} = K_{x'x'} dx' ; dx' = \frac{F_{x'}}{K_{x'x'}} \quad (19)$$

$$F_{y'} = K_{y'y'} dy' ; dy' = \frac{F_{y'}}{K_{y'y'}} \quad (20)$$

Considerando la aplicación de una fuerza en la dirección X, el desplazamiento que se genera sería sólo en esa dirección si la matriz de rigidez está asociada a ejes principales, ec. 21.

$$\{F'\} \parallel x' ; \{d'\} \parallel x' \quad (21)$$

Análogamente, para la dirección Y se cumple que

$$\{F'\} \parallel y' ; \{d'\} \parallel y' \quad (22)$$

Si  $\{F\}$  es paralelo a  $\{d'\}$ , existe una proporcionalidad entre ambos parámetros dada por la ec. 23.

$$\{F\} = \lambda\{d\} \quad (23)$$

Por otro lado, si tenemos en cuenta la ecuación general del método de rigideces, la ecuación anterior se modifica y se genera la ec. 24.

$$\{F\} = [K]\{d\} = \lambda\{d\} \quad (24)$$

Acomodando términos, resulta la ec. 25.

$$[[K] - \lambda[I]]\{d\} = 0 \quad (25)$$



Las raíces de la ec. 25 serán entonces las direcciones principales buscadas las cuales se obtienen evaluando el determinante del primer término de la ecuación y resolviendo la ecuación cuadrática, es decir:

$$Det[[K] - \lambda[I]] = 0$$

$$Det \begin{bmatrix} K_{xx} - \lambda & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (26)$$

Resolviendo la ec. 26 tenemos las rigideces mayor,  $\lambda_1$ , y menor,  $\lambda_2$ , del sistema estructural dadas por las ecs. 27 y 28.

$$\lambda_1 = K_{x'x'} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2}\right)^2 + K_{xy}^2} \quad (27)$$

$$\lambda_2 = K_{y'y'} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2}\right)^2 + K_{xy}^2} \quad (28)$$

Conocidas las rigideces principales de la estructura es posible obtener el ángulo asociado a las direcciones de análisis principales. Para ello es necesario obtener los cofactores de la matriz singular sustituyendo los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  como se hace a continuación:

$$Cofactor_{1,1} = K_{yy} - \lambda = K_{yy} - K_{x'x'} = Ux$$

$$Cofactor_{1,2} = -K_{xy} = Uy$$

Por lo tanto, el ángulo que define las direcciones principales se obtiene con la ec. 29.

$$\tan\theta = \frac{Uy}{Ux} = -\frac{K_{xy}}{K_{yy} - K_{x'x'}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{K_{xy}}{K_{yy} - K_{x'x'}}\right) \quad (29)$$

Con base en lo anterior la matriz global del edificio nos queda de la siguiente forma:

$$[K'] = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & 0 & K_{x'\theta} \\ 0 & K_{y'y'} & K_{y'\theta} \\ K_{\theta x'} & K_{\theta y'} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (30)$$

#### 4.2.1 Obtención del centro de torsión referido a ejes principales

Una vez encontradas las rigideces principales de la estructura, es posible determinar la localización del centro de torsión, atendiendo a su definición, es decir, el lugar geométrico en un nivel o en un entrepiso de un edificio en el cual se puede aplicar una fuerza lateral, para que no existan desplazamientos rotacionales. Si además de satisfacer esta condición, se mueve el sistema de referencia al centro de torsión, los desplazamientos se desacoplan de los giros con lo cual se cumple la siguiente condición:  $K_{x'\theta} = 0$  y  $K_{y'\theta} = 0$ .

De esta forma la matriz de rigideces de la estructura, asociada a direcciones principales, se puede representar de la siguiente manera:

$$[K'] = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & 0 & 0 \\ 0 & K_{y'y'} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (31)$$

El vector de fuerzas asociado a la matriz anterior no considera el momento actuante ya que, además de que las fuerzas están aplicadas en direcciones principales, el punto de aplicación de las cargas coincide con el centro de torsión como se muestra en la fig. 4.2.

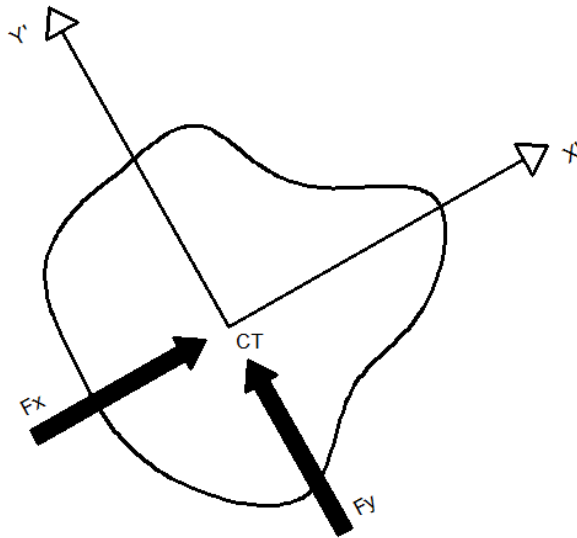


Figura 4.2 Fuerzas aplicadas en el CT y en dirección de los ejes principales

$$\{F'\} = \begin{Bmatrix} F_{x'} \\ F_{y'} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo este vector de fuerzas y la matriz de rigidez general de la ec. 31, en la ec. 12 tenemos:

$$\begin{Bmatrix} Fx' \\ Fy' \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & 0 & 0 \\ 0 & K_{y'y'} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (32)$$

Desarrollando los productos matriciales se pueden obtener los desplazamientos del nivel en las dos direcciones principales ortogonales, como se muestra a continuación:

$$Fx' = K_{x'x'}u \quad \therefore \quad u = \frac{Fx'}{K_{x'x'}}$$

$$Fy' = K_{y'y'}v \quad \therefore \quad v = \frac{Fy'}{K_{y'y'}}$$

$$\theta = 0$$

De acuerdo a la metodología para la obtención del centro de torsión y considerando que este punto no se conoce y que el origen del sistema de referencia se encuentra en un punto cualquiera, es posible aplicar, de forma independiente las fuerzas laterales sobre la estructura. Considerando la acción de la fuerza en dirección "X", se puede determinar la coordenada del centro de torsión en la dirección "Y", de acuerdo al siguiente planteamiento:

$$\begin{Bmatrix} Fx' \\ 0 \\ -Fx'Yct \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x'x'} & 0 & K_{x'\theta} \\ 0 & K_{y'y'} & K_{y'\theta} \\ K_{\theta x'} & K_{\theta y'} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$Fx' = K_{x'x'}u \quad \therefore \quad u = \frac{Fx'}{K_{x'x'}}$$

$$0 = K_{y'y'}v \quad \therefore \quad v = 0$$

$$-Fx'Yct = K_{\theta x'}u + K_{\theta y'}v$$

Sustituyendo los valores de  $u$  y  $v$  en la ecuación anterior se tiene la coordenada en dirección "Y" del centro de torsión, ec. 33.

$$Yct = -\frac{K_{\theta x'}}{K_{x'x'}} \quad (33)$$

donde:

$$K_{\theta x'} = \sum [K_D]_j r_j \cos \beta'_j$$

$\beta'_j$  es el ángulo referido desde el eje principal al marco j.

Siguiendo el mismo procedimiento, al aplicar ahora la fuerza lateral en la dirección "Y" es posible obtener la coordenada del centro de torsión en dirección "X"

$$X_{ct} = \frac{K_{\theta y'}}{K_{y'y'}} \quad (34)$$

donde:

$$K_{\theta y'} = \sum [K_D]_j r_j \sin \beta'_j$$

Las ecs. 33 y 34 son las coordenadas del CT referidas a los ejes principales del edificio.

Si no se tienen identificadas las direcciones principales, las coordenadas del centro de torsión pueden determinarse con el mismo procedimiento antes descrito, sin embargo, la matriz de rigidez posee todos sus elementos. De esta manera, las coordenadas del centro de torsión se obtienen desarrollando el siguiente sistema de ecuaciones.

Para  $F_x \neq 0$  y  $F_y = 0$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ 0 \\ -F_x Y_{ct} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$F_x = K_{xx}u + K_{xy}v \rightarrow u = \frac{F_x K_{yy}}{K_{xx}K_{yy} - K_{xy}^2}$$

$$0 = K_{yx}u + K_{yy}v \rightarrow v = -\frac{F_x K_{yx}}{K_{xx}K_{yy} - K_{xy}^2}$$

$$-F_x Y_{ct} = K_{\theta x}u + K_{\theta y}v$$

Sustituyendo los valores de  $u$  y  $v$  nos queda:

$$Y_{ct} = \frac{-K_{\theta x}K_{yy} + K_{\theta y}K_{yx}}{K_{xx}K_{yy} - K_{xy}^2} \quad (35)$$

De manera análoga:

Para  $F_x = 0$  y  $F_y \neq 0$

$$X_{ct} = \frac{-K_{\theta x}K_{xy} + K_{\theta y}K_{xx}}{K_{xx}K_{yy} - K_{xy}^2} \quad (36)$$

#### 4.2.2 Ejemplos de modelos de un nivel

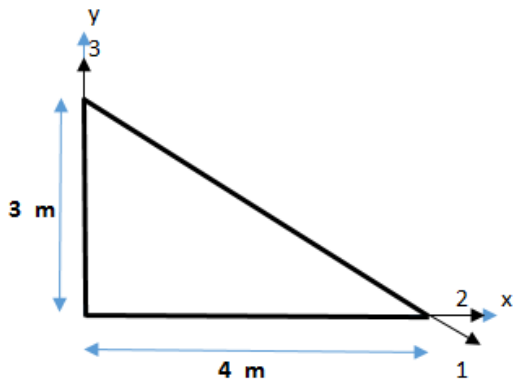
Para evaluar la validez de esta metodología se propuso inicialmente aplicarla a modelos simples de un nivel con irregularidad en planta, como se muestra en los siguientes casos de estudio.

##### Modelo 1

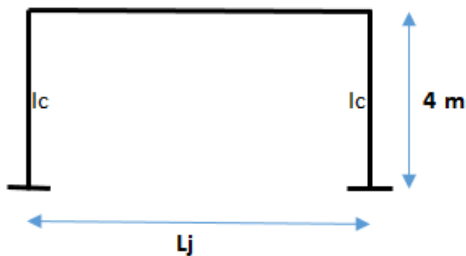
Estructura de un nivel con planta triangular, analizada como modelo de cortante, es decir, la rigidez a flexión de las vigas se considera infinita.

Datos:

- Columnas circulares.
- Módulo de elasticidad constante.
- Diafragma de piso rígido.



	Marco 1	Marco 2	Marco 3
cos	0.8	1.0	0.0
sen	-0.6	0.0	1.0
rj	-2.4	0.0	0.0



Para este tipo de modelos, la rigidez lateral es función sólo de la rigidez lineal de las columnas, ésta se obtiene aplicando un desplazamiento unitario en el nivel y obteniendo las fuerzas que surgen debido a éste, estas fuerzas son iguales a  $\frac{12EI}{H^3}$  en cada columna, por lo tanto la rigidez lateral del marco es igual a:

$$K_D = 2 \left( \frac{12EI}{H^3} \right) = 0.375EI$$

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

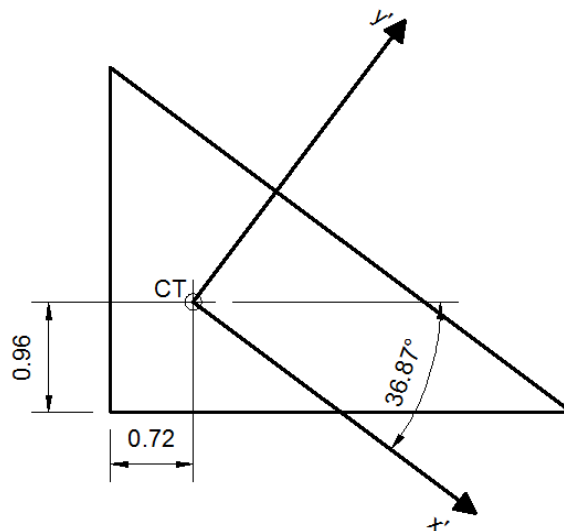
$$\begin{aligned} K_{xx} &= 0.615EI & K_{\theta x} &= -0.720EI \\ K_{yy} &= 0.510EI & K_{\theta y} &= 0.540EI \\ K_{xy} &= -0.180EI \end{aligned}$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = 0.720 \text{ m} \quad Y_{CT} = 0.960 \text{ m}$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

$$K_{x'x'} = 0.750EI \quad K_{y'y'} = 0.375EI \quad \theta = -36.87^\circ$$



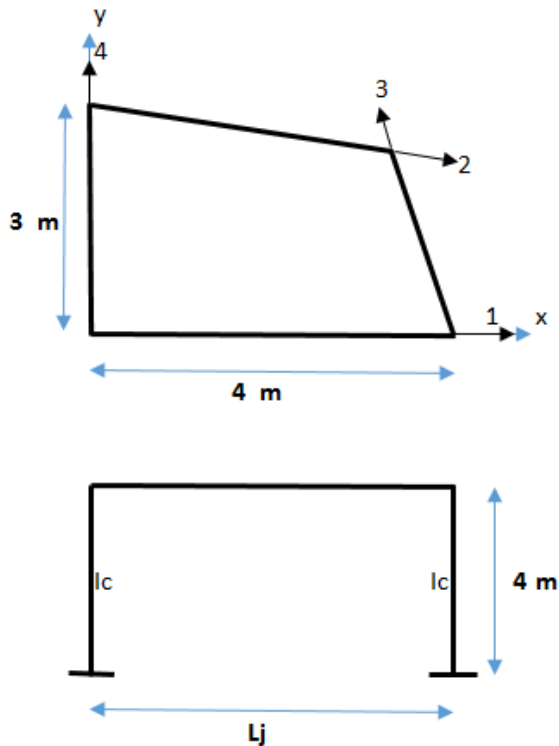
Se puede observar que para este modelo los ejes principales no se encuentran alineados con los ejes coordenados X-Y, si no que tienen una inclinación de 36.87° en sentido horario con respecto de éstos.

## Modelo 2

Estructura de 1 nivel con planta trapezoidal, analizada como modelo de cortante, es decir, la rigidez a flexión de las vigas se considera infinita.

Datos:

- Columnas circulares.
- Módulo de elasticidad constante.
- Diafragma de piso rígido.



	Marco 1	Marco 2	Marco 3	Marco 4
cos	1.0	0.985	-0.5	0.0
sen	0.0	-0.174	0.866	1.0
rj	0.0	3.94	3.46	0.0

Para este tipo de modelos, la rigidez lateral es función sólo de la rigidez lineal de las columnas, ésta se obtiene aplicando un desplazamiento unitario en el nivel y obteniendo las fuerzas que surgen debido a éste, estas fuerzas son iguales a  $\frac{12EI}{H^3}$  en cada columna, por lo tanto la rigidez lateral del marco es igual a:

$$K_D = 2 \left( \frac{12EI}{H^3} \right) = 0.375EI$$

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

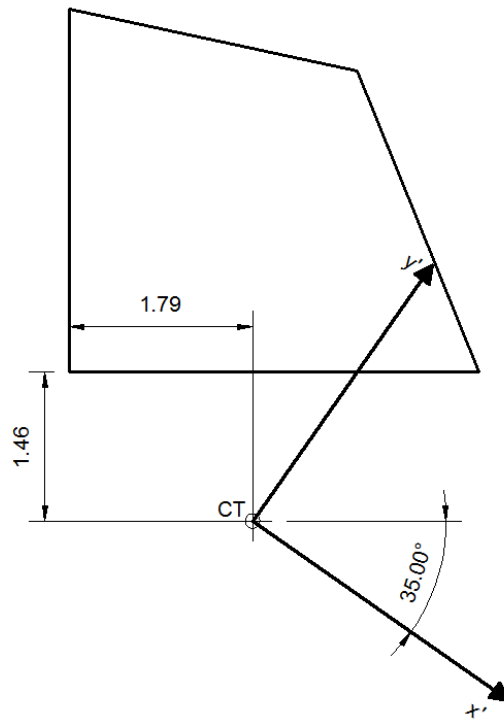
$$\begin{aligned} K_{xx} &= 0.8326EI & K_{\theta x} &= 0.807EI \\ K_{yy} &= 0.6676EI & K_{\theta y} &= 0.867EI \\ K_{xy} &= -0.227EI \end{aligned}$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = 1.793 \text{ m} \quad Y_{CT} = -1.46 \text{ m}$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

$$K_{x'x'} = 0.991EI \quad K_{y'y'} = 0.509EI \quad \theta = -35.00^\circ$$



De igual forma para este modelo, como en el anterior, los ejes principales no se encuentran alineados con los ejes coordenados X-Y, si no que tienen una inclinación de 35.00° en sentido horario con respecto de éstos.



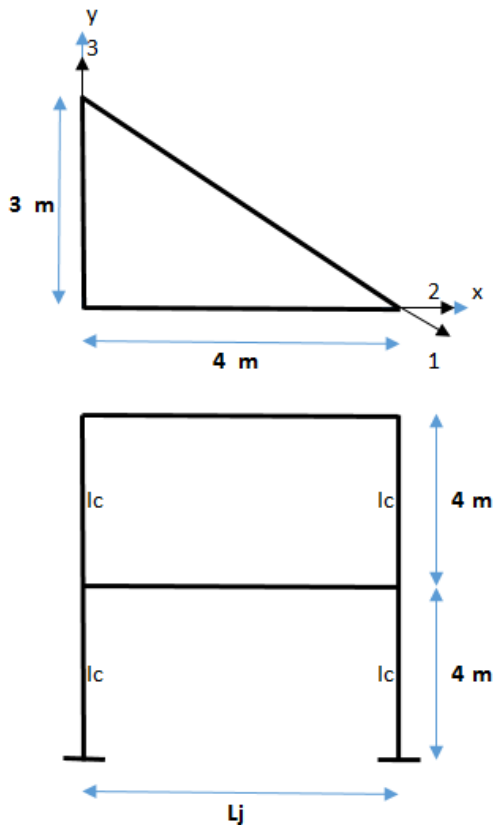
### 4.3 Formulación matricial para modelos de varios niveles

Para extrapolar la metodología descrita en el apartado 4.2 al caso de modelos de edificios de varios niveles, se deberá considerar que los términos de la matriz de rigidez general,  $K_G$ , ahora son matrices de orden  $N \times N$ , siendo  $N$  el número de niveles del edificio. Por lo tanto, las ecuaciones para encontrar las rigideces principales y el ángulo donde se encuentran, se vuelven también de carácter matricial incrementando el proceso de cálculo, como se puede apreciar en los siguientes ejemplos desarrollados.

#### 4.3.1 Ejemplos de modelos de varios niveles

##### Modelo 3

Estructura de 2 niveles con planta triangular, analizada como modelo de cortante, es decir, la rigidez a flexión de las vigas se considera infinita. Este caso de estudio es una extrapolación del modelo 1.



	Marco 1	Marco 2	Marco 3
cos	0.8	1.0	0.0
sen	-0.6	0.0	1.0
rj	-2.4	0.0	0.0

Para este tipo de modelos, la rigidez lateral es función sólo de la rigidez lineal de las columnas, ésta se obtiene aplicando un desplazamiento unitario en el primer nivel y obteniendo las fuerzas que surgen debido a éste, después se repite el proceso en el segundo nivel y la matriz de rigidez lateral queda de la siguiente manera:

$$K_D = \begin{bmatrix} \frac{48EI}{H^3} & -\frac{24EI}{H^3} \\ \frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} \\ -\frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.750 & -0.375 \\ -0.375 & 0.375 \end{bmatrix} EI$$

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 1.230 & -0.615 \\ -0.615 & 0.615 \end{bmatrix} EI \quad K_{\theta x} = \begin{bmatrix} -1.440 & 0.720 \\ 0.720 & -0.720 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 1.020 & -0.510 \\ -0.510 & 0.510 \end{bmatrix} EI \quad K_{\theta y} = \begin{bmatrix} 1.080 & -0.540 \\ -0.540 & 0.540 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} -0.360 & 0.180 \\ 0.180 & -0.180 \end{bmatrix} EI$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = \begin{bmatrix} 0.720 & 0.0 \\ 0.0 & 0.720 \end{bmatrix} m \quad Y_{CT} = \begin{bmatrix} 0.960 & 0.0 \\ 0.0 & 0.960 \end{bmatrix} m$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

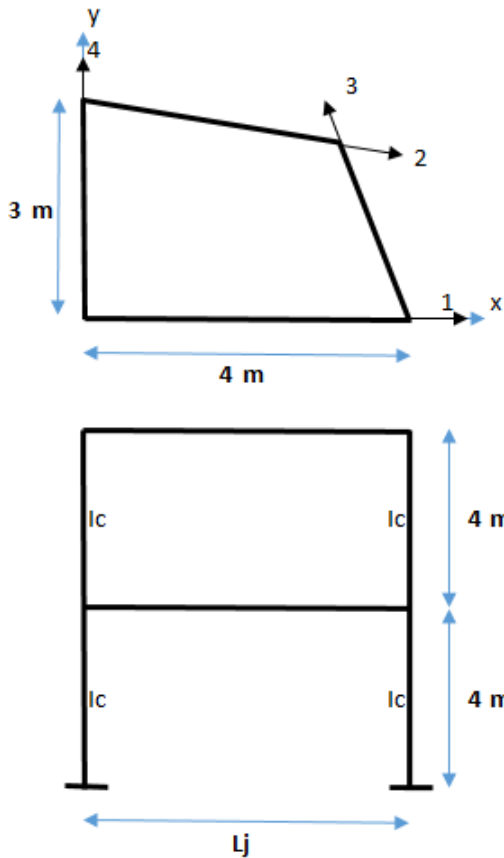
$$K_{x'x'} = \begin{bmatrix} 1.50 & -0.750 \\ -0.750 & 0.750 \end{bmatrix} EI \quad K_{y'y'} = \begin{bmatrix} 0.750 & -0.375 \\ -0.375 & 0.375 \end{bmatrix} EI$$

$$\theta = \begin{bmatrix} -36.87^\circ & 0.0 \\ 0.0 & -36.87^\circ \end{bmatrix}$$

Para este modelo, se observa que la ubicación de los ejes principales y el ángulo de inclinación de éstos, son exactamente los mismos que los del modelo 1, el cual corresponde a la misma configuración pero de un solo nivel.

#### Modelo 4

Estructura de 2 niveles con planta trapezoidal, analizada como modelo de cortante, es decir, la rigidez a flexión de las vigas se considera infinita. Este caso de estudio es una extrapolación del modelo 2.



	Marco 1	Marco 2	Marco 3	Marco 4
cos	1.0	0.985	-0.5	0.0
sen	0.0	-0.174	0.866	1.0
rj	0.0	3.94	3.46	0.0

Para este tipo de modelos, la rigidez lateral es función sólo de la rigidez lineal de las columnas, ésta se obtiene aplicando un desplazamiento unitario en el primer nivel y obteniendo las fuerzas que surgen debido a éste, después se repite el proceso en el segundo nivel y la matriz de rigidez lateral queda de la siguiente manera:

$$K_D = \begin{bmatrix} \frac{48EI}{H^3} & -\frac{24EI}{H^3} \\ \frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} \\ -\frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.750 & -0.375 \\ -0.375 & 0.375 \end{bmatrix} EI$$

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 1.665 & -0.833 \\ -0.833 & 0.833 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{\theta x} = \begin{bmatrix} 1.613 & -0.807 \\ -0.807 & 0.807 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 1.335 & -0.668 \\ -0.668 & 0.668 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{\theta y} = \begin{bmatrix} 1.733 & -0.867 \\ -0.867 & 0.867 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} -0.453 & 0.227 \\ 0.227 & -0.227 \end{bmatrix} EI$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = \begin{bmatrix} 1.793 & 0.0 \\ 0.0 & 1.793 \end{bmatrix} m$$

$$Y_{CT} = \begin{bmatrix} -1.457 & 0.0 \\ 0.0 & -1.457 \end{bmatrix} m$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

$$K_{x'x'} = \begin{bmatrix} 1.982 & -0.992 \\ -0.992 & 0.992 \end{bmatrix} EI$$

$$K_{y'y'} = \begin{bmatrix} 1.018 & -0.509 \\ -0.509 & 0.509 \end{bmatrix} EI$$

$$\theta = \begin{bmatrix} -35.06^\circ & 0.0 \\ 0.0 & -34.98^\circ \end{bmatrix}$$

Para este modelo, se observa que la ubicación de los ejes principales y el ángulo de inclinación de éstos, son prácticamente los mismos que los del modelo 2, el cual corresponde a la misma configuración pero de un solo nivel.

## **5 MODELOS REPRESENTATIVOS DE ESTRUCTURAS REALES**

En este capítulo se presentan dos casos de edificios reales en los cuales se puede aplicar la metodología desarrollada y comparar los resultados obtenidos de un análisis tradicional con direcciones de análisis arbitrarias.

### **5.1 Caso 1: Torre Picacho**

En un trabajo previo desarrollado por la Facultad de Ingeniería de la UNAM, se realizó un estudio para determinar la seguridad estructural del edificio denominado la “Torre Picacho”, el cual consideró el desarrollo de modelos analíticos y trabajos de campo para conocer las propiedades de los materiales y las propiedades dinámicas reales de la estructura para, a partir de los resultados del análisis, verificar el cumplimiento de los estados límites de servicio y de prevención de colapso especificados en el RCDF y sus Normas Técnicas Complementarias vigentes.

Este caso de estudio fue de interés para los fines de esta tesis debido a que el edificio posee una configuración en planta sensiblemente simétrica en la que, además, se podrían considerar más de dos ejes de simetría y, por tanto, se tiene duda sobre cuál sería la dirección de los ejes principales para realizar el análisis estructural que proporcione los efectos más desfavorables.

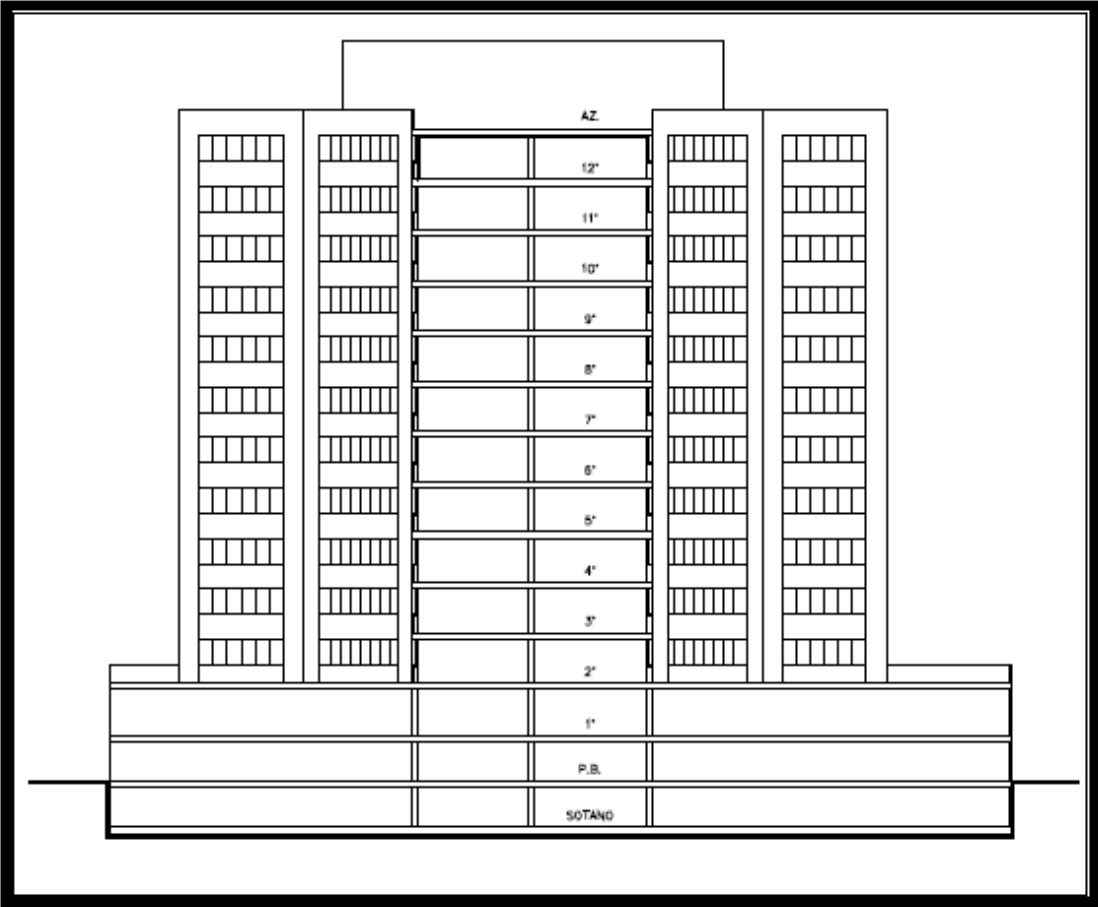
#### **5.1.1 Descripción de la estructura**

El edificio de la “Torre Picacho” es un edificio de concreto reforzado de 13 niveles y 1 sótano. Su sistema estructural está formado por columnas y losa plana reticular, con un núcleo de concreto al centro de la planta que aloja a los elevadores y escaleras internas. El sótano es un cajón de cimentación con muros de concreto perimetrales al edificio que permiten distribuir las cargas al suelo. El muro de concreto se continúa hasta la planta baja sólo en los muros de colindancia que se encuentran perpendiculares a la calle donde se ubica el edificio, figs. 5.1 a 5.5.

El inmueble se encuentra ubicado en la Zona I (terreno duro), de acuerdo a la zonificación sísmica que establece las NTCDS del RCDF, con periodo dominante del suelo de aproximadamente 0.5 s.

El sótano, la planta baja y el primer nivel están destinados principalmente para uso de estacionamiento, aunque en la planta baja se tiene una zona de pasillos y atención al

público y en el primer nivel existe adicionalmente una zona de archivo muerto. Los restantes niveles del edificio tienen uso de oficina, excepto en la azotea donde sobresale un apéndice que contiene al cuarto de máquinas y una bodega.



*Figura 5.1 Vista lateral de la Torre Picacho*

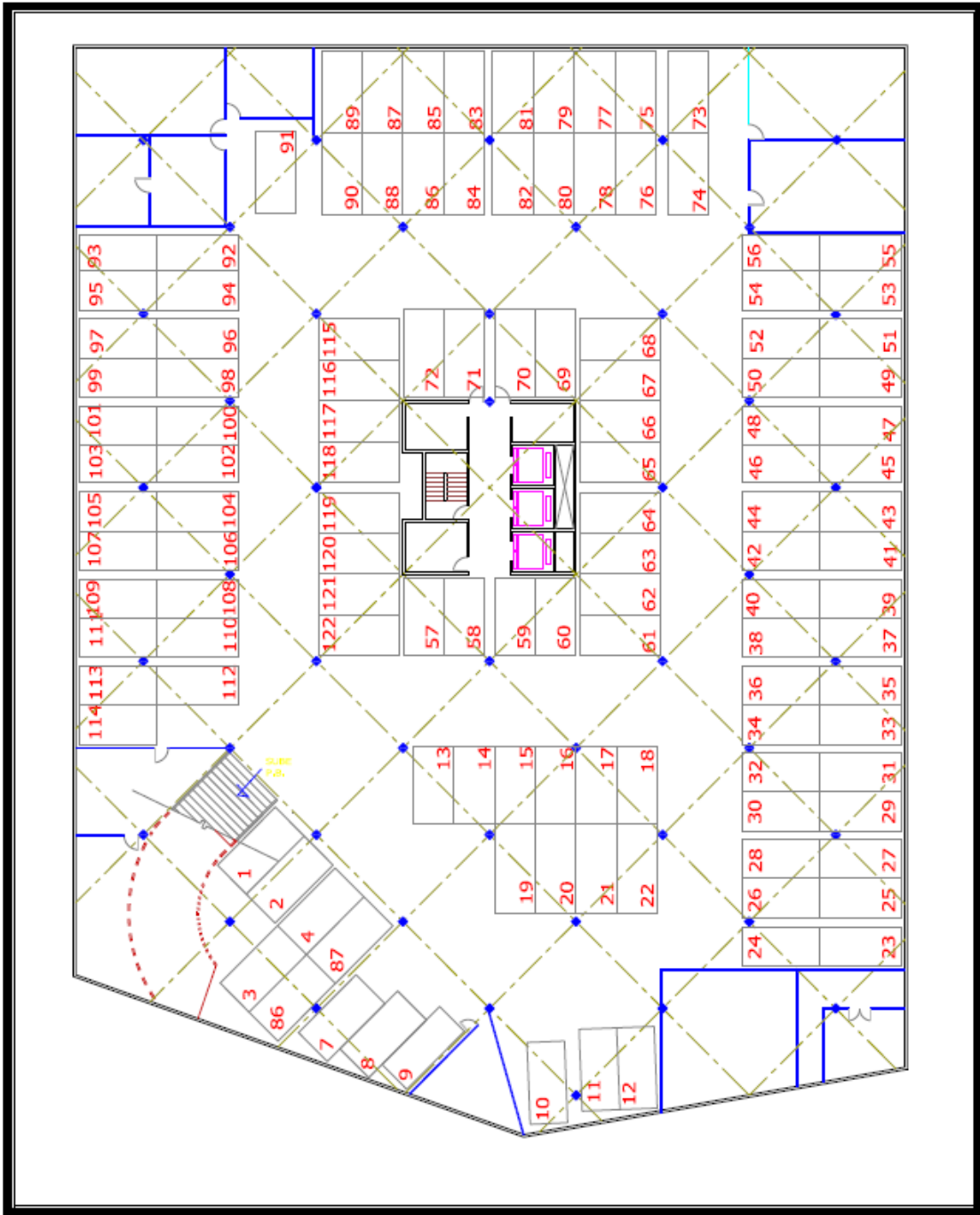
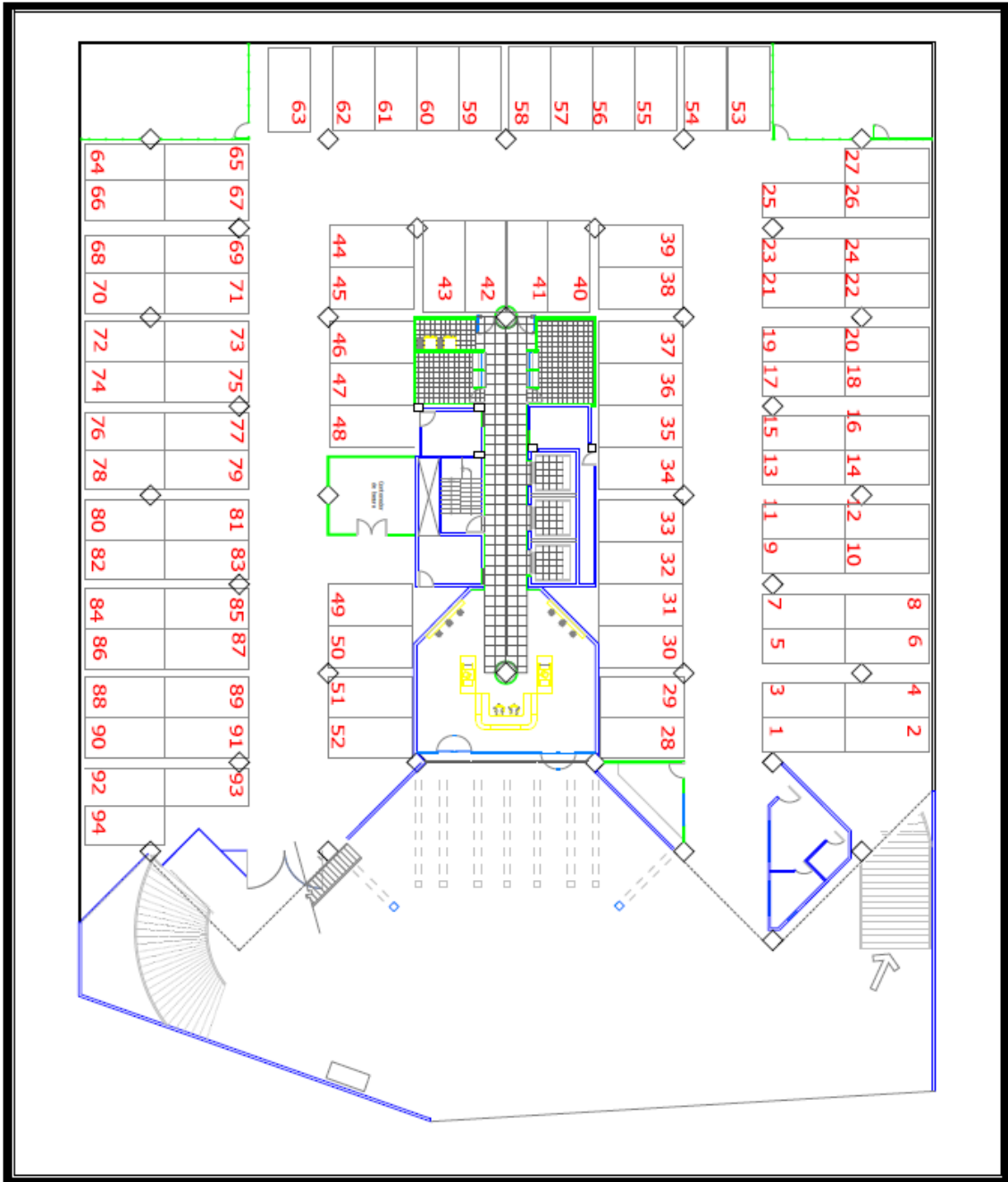
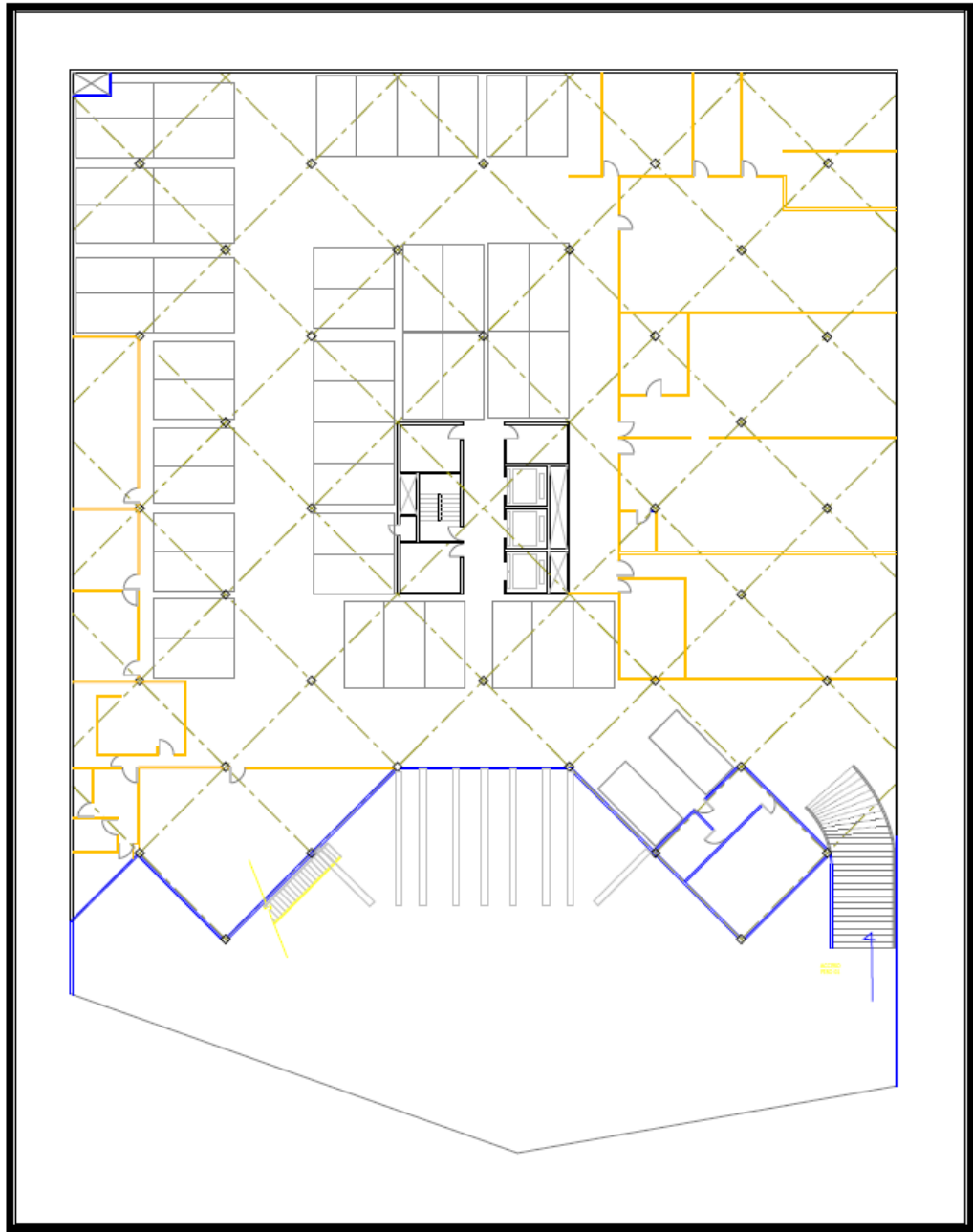


Figura 5.2 Sótano Torre Picacho

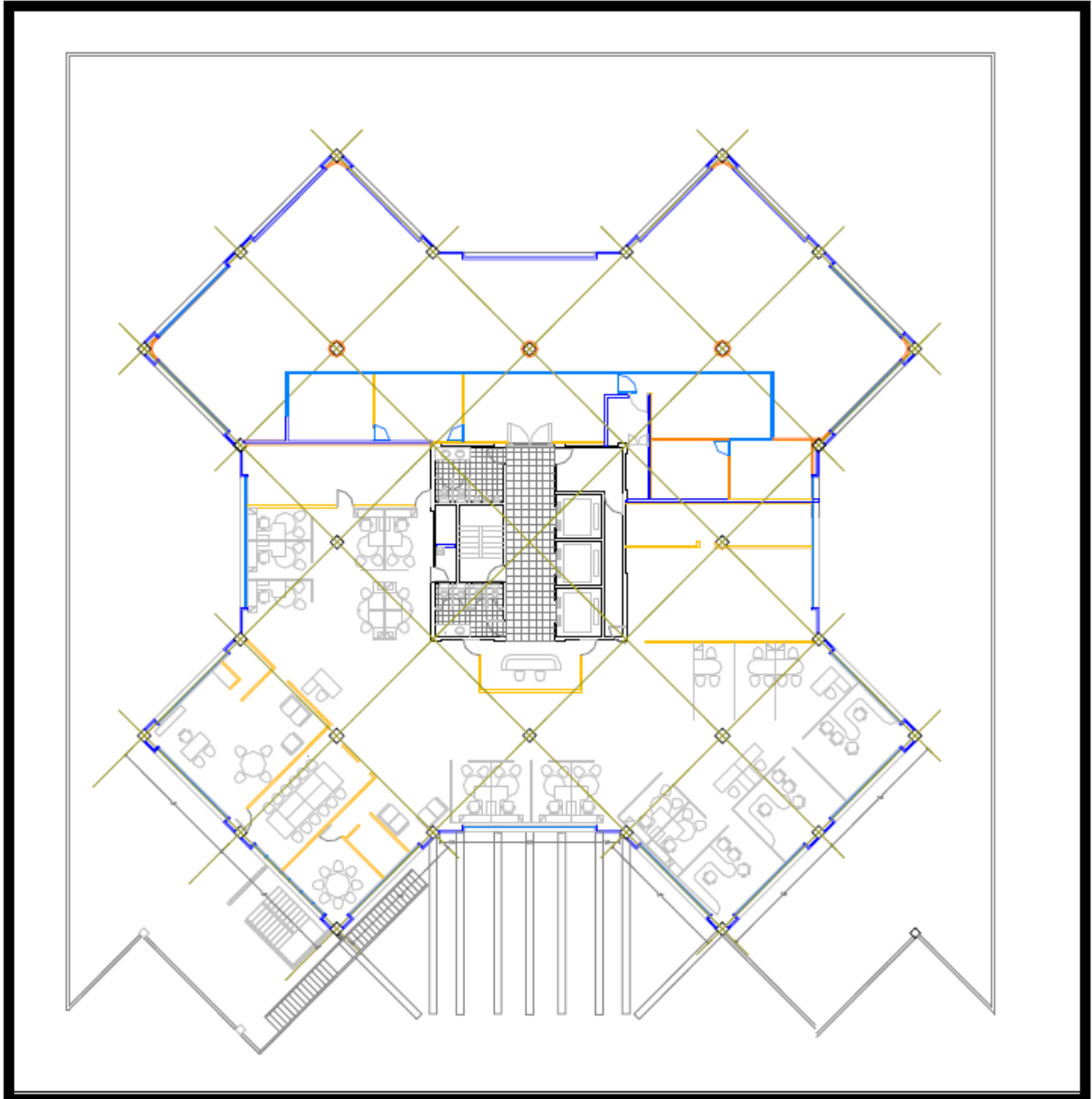


**Figura 5.3 Planta baja Torre Picacho**





**Figura 5.4 Primer nivel Torre Picacho**



*Figura 5.5 Planta tipo de la Torre Picacho*

### 5.1.2 Criterios para el análisis y diseño estructural

De la inspección realizada en el edificio se identificaron las cargas muertas y se estimaron sus magnitudes. De acuerdo con el RCDF, se seleccionaron los valores de cargas vivas máximas y accidentales para los diferentes usos reportados (oficinas, áreas de atención al público, estacionamiento y azotea) como se muestra a continuación.

#### Análisis de Cargas

<i>Planta baja (área de acceso al público y estacionamiento)</i>	<i>Peso (kg/m<sup>2</sup>)</i>
<i>Losa Reticular</i>	525
<i>Mortero Cemento-Arena</i>	50
<i>Piso</i>	30
<i>Muros intermedios</i>	123
<i>Carga Adicional</i>	40
<i>Total Carga Muerta</i>	<b>768</b>
<i>Carga Viva instantánea (público)</i>	150
<i>Carga Viva máxima (público)</i>	350
<i>Carga Viva instantánea (estacionamiento)</i>	100
<i>Carga Viva máxima (estacionamiento)</i>	250

<i>Nivel 1 (área de oficinas y estacionamiento)</i>	<i>Peso (kg/m<sup>2</sup>)</i>
<i>Losa Reticular</i>	525
<i>Mortero Cemento-Arena</i>	50
<i>Piso</i>	30
<i>Falso plafón</i>	30
<i>Muros intermedios y exteriores</i>	150
<i>Carga Adicional</i>	40
<i>Total Carga Muerta</i>	<b>825</b>
<i>Carga Viva instantánea</i>	180
<i>Carga Viva máxima</i>	250

<b>Nivel 2-12 (área de oficinas)</b>	<b>Peso (kg/m<sup>2</sup>)</b>
<i>Losa Reticular</i>	525
<i>Mortero Cemento-Arena</i>	50
<i>Piso</i>	30
<i>Falso plafón</i>	30
<i>Muros de tablaroca</i>	30
<i>Precolados exteriores</i>	70
<i>Carga Adicional</i>	40
<b>Total Carga Muerta</b>	<b>775</b>
<i>Carga Viva instantánea</i>	180
<i>Carga Viva máxima</i>	250

<b>Nivel 13 (azotea)</b>	<b>Peso (kg/m<sup>2</sup>)</b>
<i>Losa Reticular</i>	525
<i>Relleno para pendiente</i>	100
<i>Precolados</i>	35
<i>Falso plafón</i>	30
<i>Impermeabilizante</i>	30
<i>Carga Adicional</i>	40
<b>Total Carga Muerta</b>	<b>760</b>
<i>Carga Viva instantánea</i>	70
<i>Carga Viva máxima</i>	100

De la extracción de corazones de concreto y posterior ensaye en el laboratorio, se obtuvieron las siguientes propiedades de los materiales. Cabe mencionar que el módulo de elasticidad del concreto se obtuvo con la tangente de la curva esfuerzo-deformación, obtenida de las pruebas de laboratorio, al 40% de deformación unitaria.

#### **Propiedades del concreto**

<b>Resistencia a compresión <math>f'c</math>=</b>	<b>273.7</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>
<b>Módulo de elasticidad <math>E_c</math>=</b>	<b>165140.06</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>
<b>Peso volumétrico <math>\gamma</math>=</b>	<b>2400</b>	<b>kg/m<sup>3</sup></b>

#### **Propiedades del acero de refuerzo**

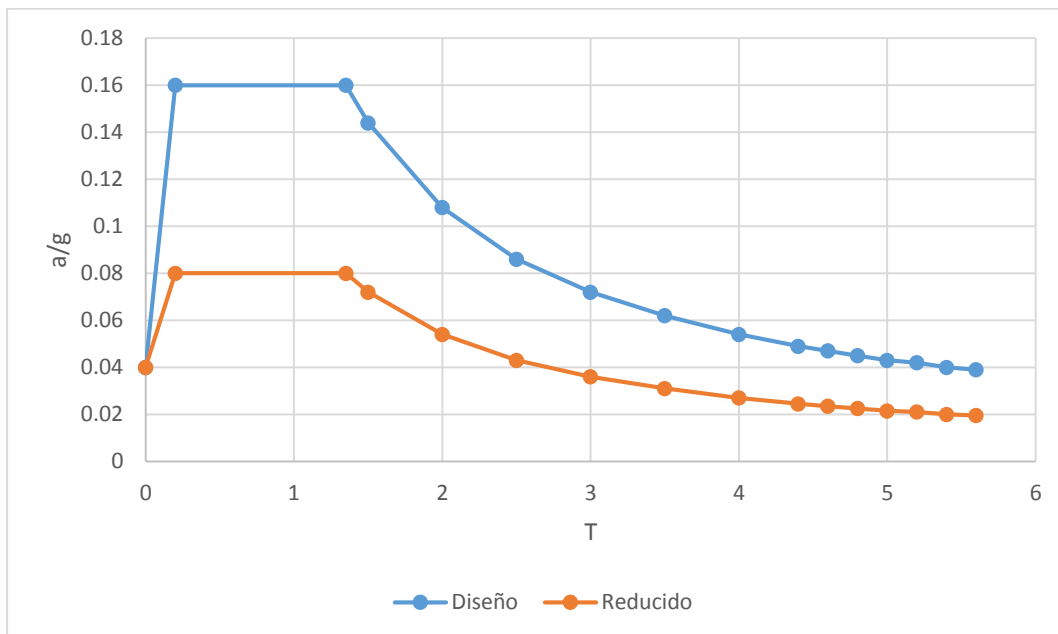
<b>Esfuerzo de fluencia <math>f_y</math>=</b>	<b>4200</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>
<b>Módulo de elasticidad <math>E_s</math>=</b>	<b>2000000</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>

Para fines de análisis sísmico y, con base en la ubicación del edificio, se utilizó el siguiente espectro de diseño, reducido por un factor de comportamiento sísmico  $Q=2$ . La reducción se realizó según las recomendaciones de las NTCDS.

c	$a_0$	Ta	Tb	r	T	Q	Q corregido
0.16	0.04	0.20	1.35	1.00	1.00	2.00	2.00

#### ESPECTRO

T	Diseño	Reducido
	$a_0$	$a_0$
0.00	0.040	0.040
0.20	0.160	0.080
1.35	0.160	0.080
1.50	0.144	0.072
2.00	0.108	0.054
2.50	0.086	0.043
3.00	0.072	0.036
3.50	0.062	0.031
4.00	0.054	0.027
4.40	0.049	0.025
4.60	0.047	0.024
4.80	0.045	0.023
5.00	0.043	0.022
5.20	0.042	0.021
5.40	0.040	0.020
5.60	0.039	0.019



### **5.1.3 Estudio de vibración ambiental**

Con la finalidad de obtener las propiedades dinámicas de la estructura y verificar, de forma indirecta, la orientación de las direcciones principales de análisis se realizó un estudio de vibración ambiental para determinar los periodos de vibración del edificio asociados a los primeros modos en traslación, en varias direcciones y, a partir de ellos, deducir su dirección más flexible.

Para ello se colocaron acelerómetros en diferentes partes de la estructura y con distintas orientaciones, figs. 5.6 a 5.9 Debido al número de niveles y a la forma geométrica del cuerpo principal, se decidió colocar los aparatos en el nivel de sótano y en la azotea, considerando dos orientaciones de ejes diferentes como se presenta en la fig. 5.10

Los puntos de medición se ubicaron al centro de la planta del edificio para identificar las frecuencias en traslación y en un punto lateral o esquina para el modo en torsión.



**Figura 5.6 Medición de señales, configuración 1**



**Figura 5.7** Medición de señales, configuración 2

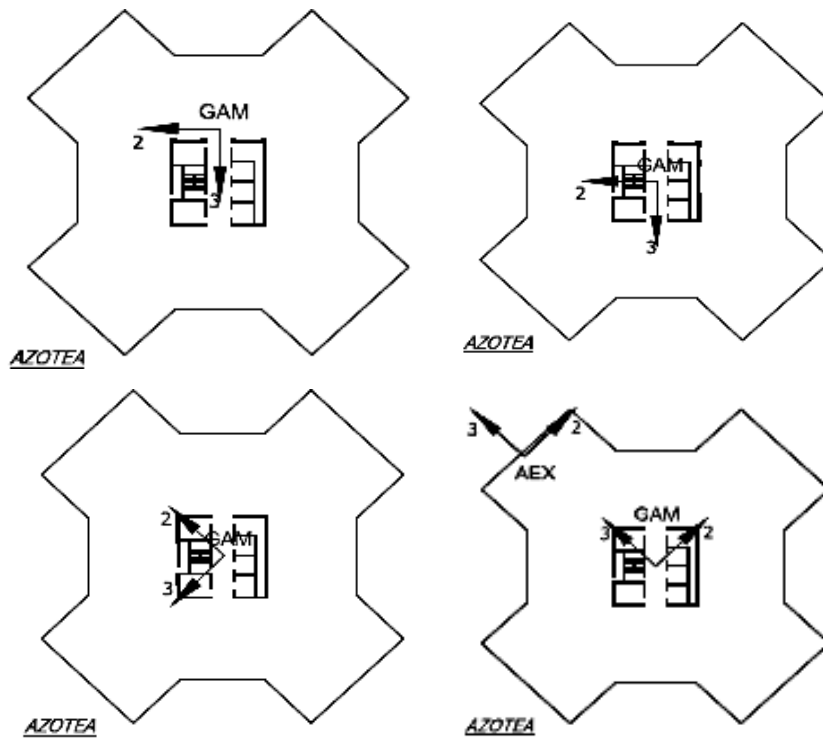


**Figura 5.8** Medición de señales, configuración 3





**Figura 5.9** Medición de señales, configuración 4



**Figura 5.10** Configuraciones 1, 2, 3 y 4 del lugar y direcciones de instrumentación



Con estas configuraciones se procedió a obtener muestras de señales con una duración aproximada de 5 y 10 minutos, de las cuales se obtuvieron los siguientes registros de señales para cada configuración, tablas 5.1 a 5.4.

**Tabla 5.1 Registro de señales para la configuración 1**

LECTURAS	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
GAM 2860 0	09:49:43	205.85	D2=0.704 - D3= 0.777
GAM 2860 1	10:00:16	426.17	D2= 0.704 - D3= 0.76
GAM 2860 2	10:10:01	302.45	D2= 0.711 - D3= 0.76

**Tabla 5.2 Registro de señales para la configuración 2**

LECTURAS	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
GAM 2860 3	10:42:57	319.71	D2= 0.719 - D3= 0.766
GAM 2860 4	10:52:11	331.08	D2= 0.707 - D3= 0.761

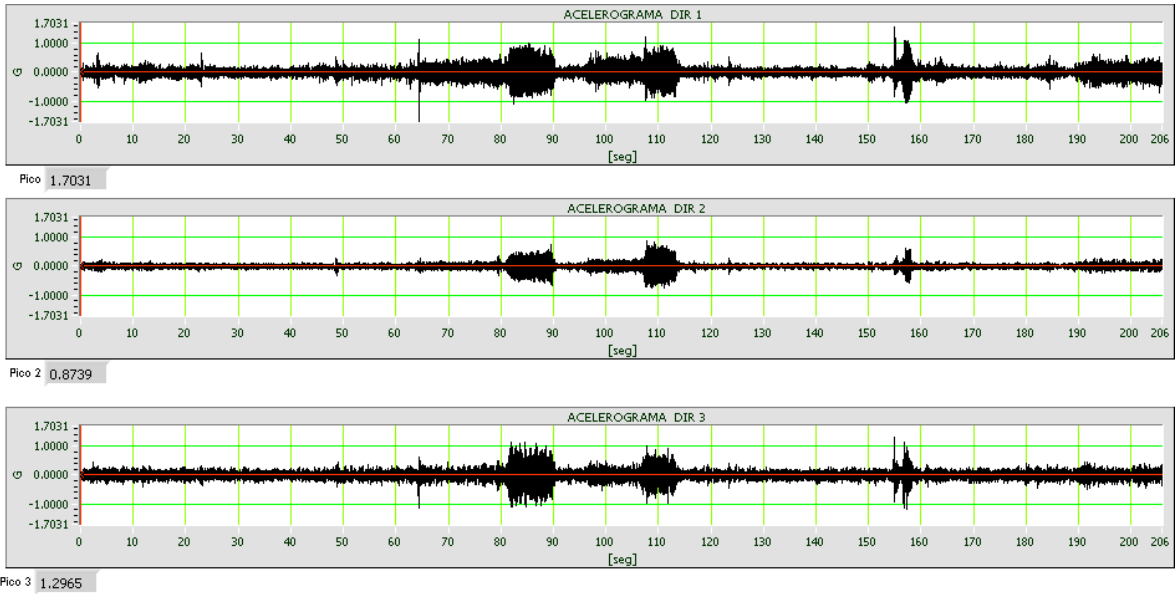
**Tabla 5.3 Registro de señales para la configuración 3**

LECTURAS	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
GAM 2860 5	10:57:48	293.72	D2= 0.756 - D3= 0.715
GAM 2860 8	11:09:07	312.58	D2= 0.768 - D3= 0.717
GAM 2860 9	11:14:25	316.09	D2= 0.772 - D3= 0.709
GAM 2860 A	11:20:01	310.82	D2= 0.772 - D3= 0.708
GAM 2860 B	11:25:31	310.58	D2= 0.772 - D3= 0.715
GAM 2860 C	11:31:01	310.28	D2= 0.773 - D3= 0.748

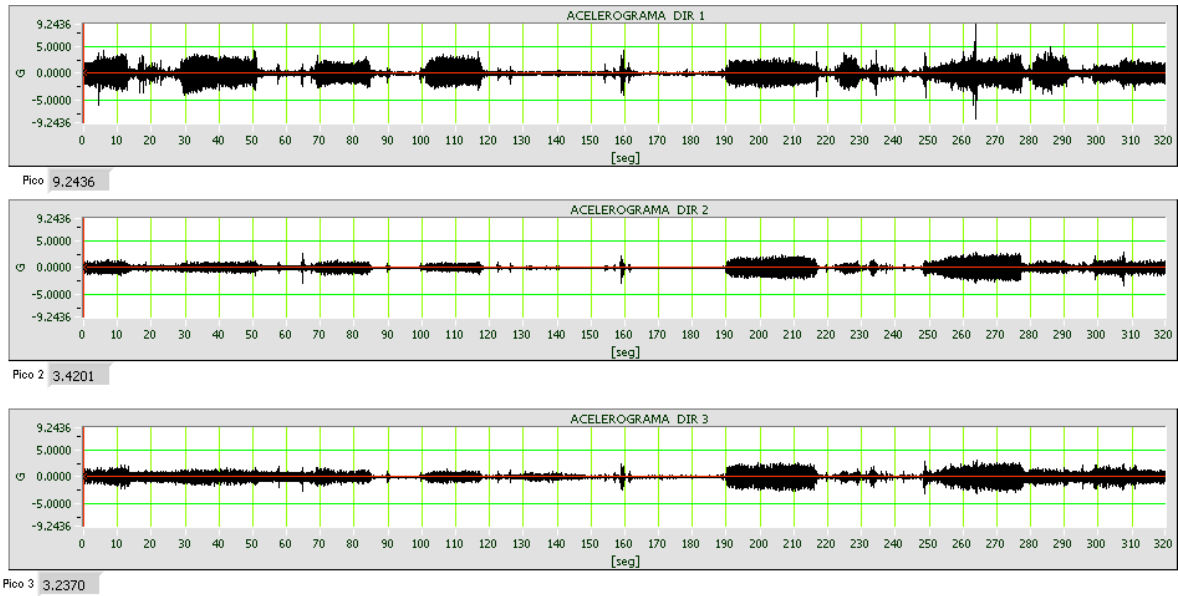
**Tabla 5.4 Registro de señales para la configuración 4**

LECTURA #1	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 0	12:09:38	304.06	D2= 0.74 - D3= 0.77
GAM 2860 H		304.09	
LECTURA #2	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 1	12.15:02	311.34	D2= 0.704 - D3= 0.763
GAM 2860 I		311.36	
LECTURA #3	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 2	12:20:32	309.81	D2= 0.717 - D3= 0.795
GAM 2860 J		309.57	
LECTURA #4	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 3	12:26:03	311.4	D2= 0.722 - D3= 0.773
GAM 2860 K		310.35	
LECTURA #5	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 4	12:31:33	307.42	D2= 0.716 - D3= 0.768
GAM 2860 L		307.35	
LECTURA #6	HORA	DURACION	FRECUENCIAS
AEX 2860 5	12:37:01	311.47	D2= 0.722 - D3= 0.786
GAM 2860 M		311.58	

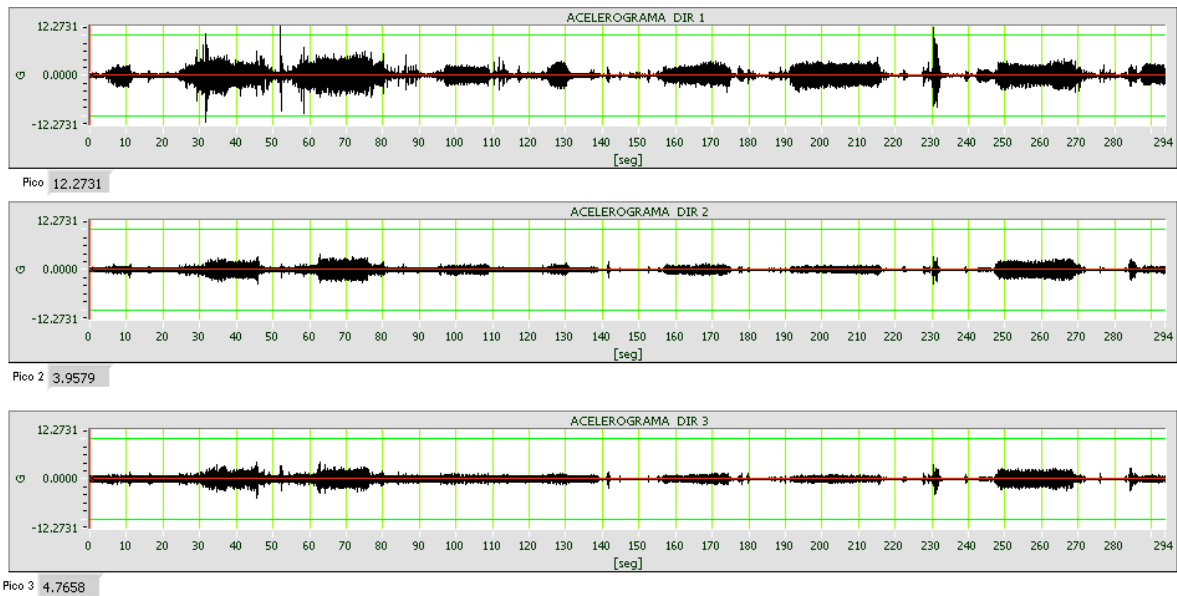
Mediante el sistema operativo incluido en los equipos de medición, se obtuvieron los registros de aceleración para las distintas configuraciones que se analizaron, aquí se presentan algunas de las gráficas de estos registros, figs. 5.11 a 5.14.



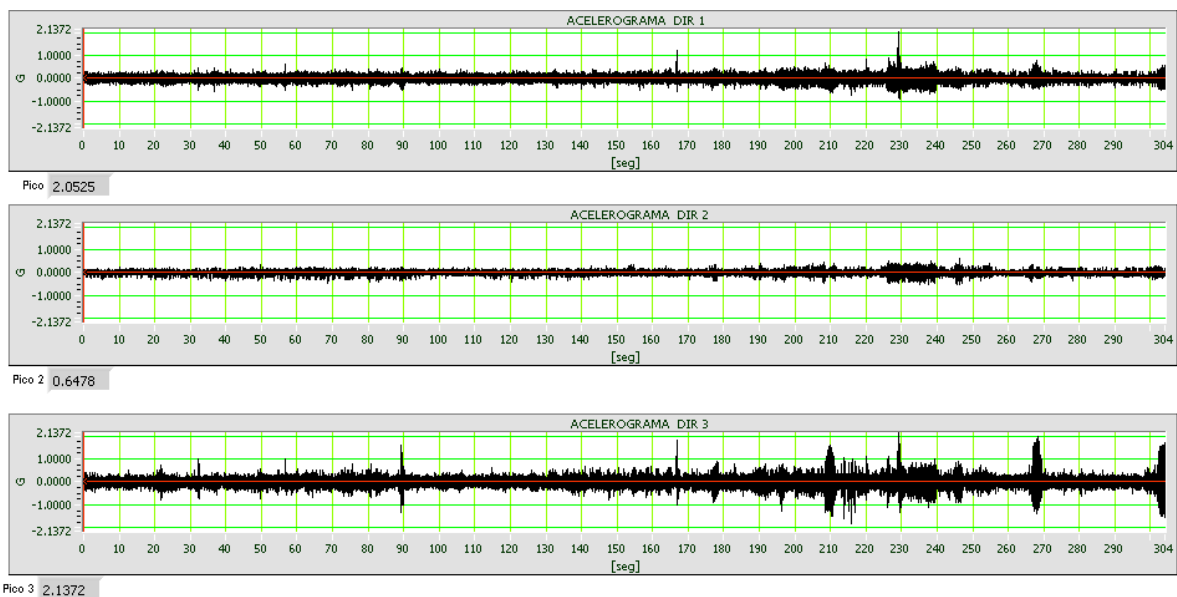
**Figura 5.11 Registros de aceleraciones para la configuración 1**



**Figura 5.12 Registros de aceleraciones para la configuración 2**

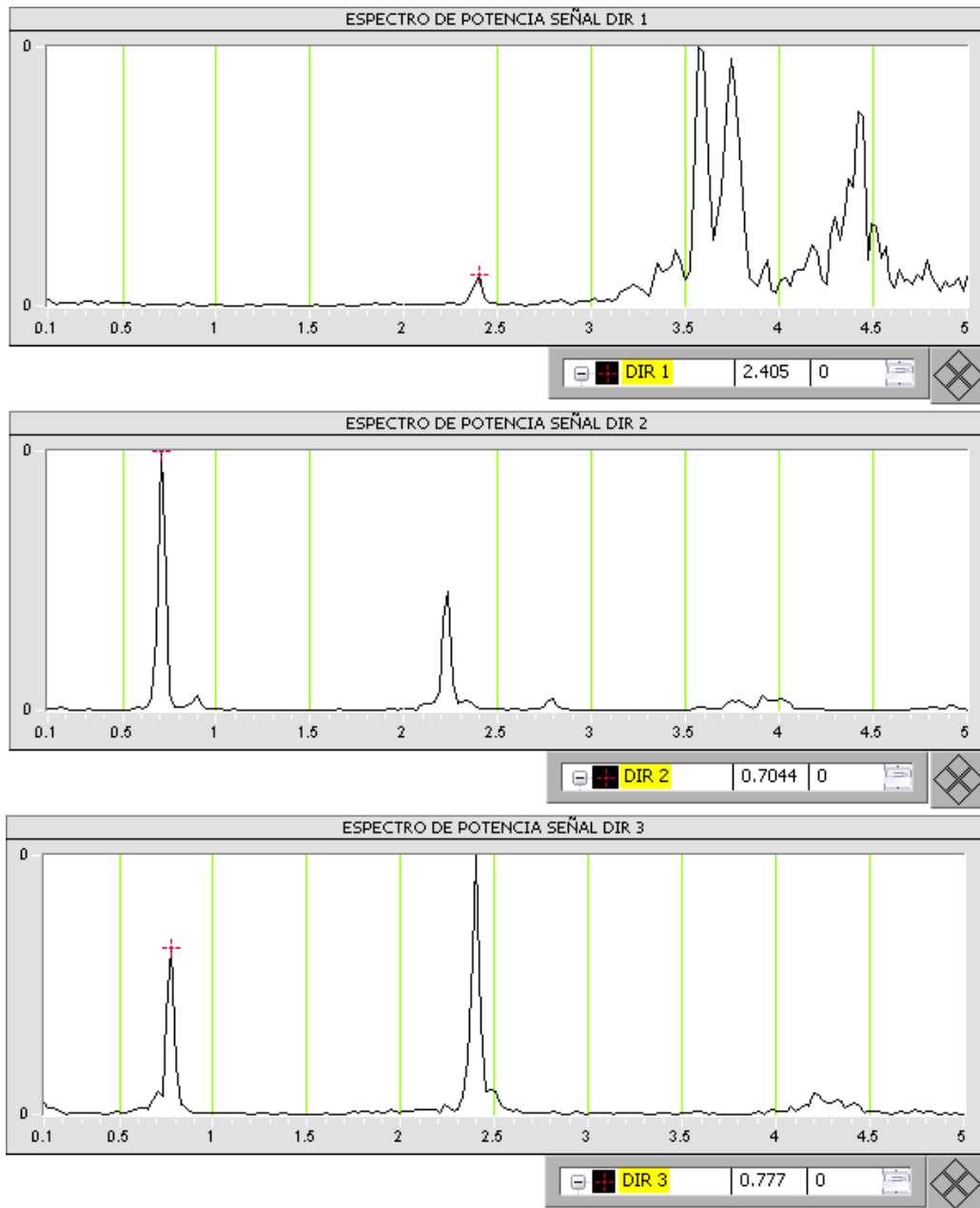


**Figura 5.13 Registros de aceleraciones para la configuración 3**

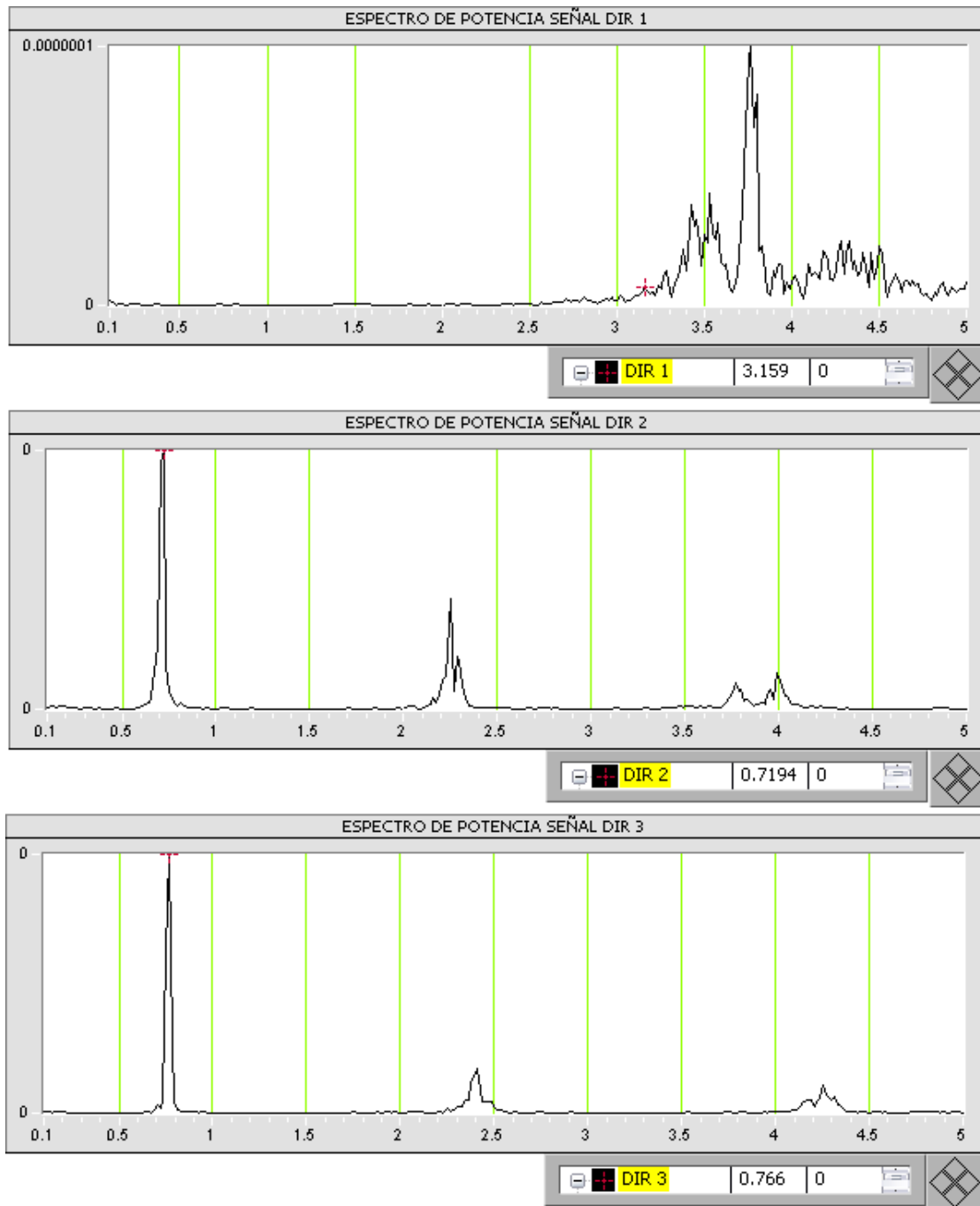


**Figura 5.14 Registros de aceleraciones para la configuración 4**

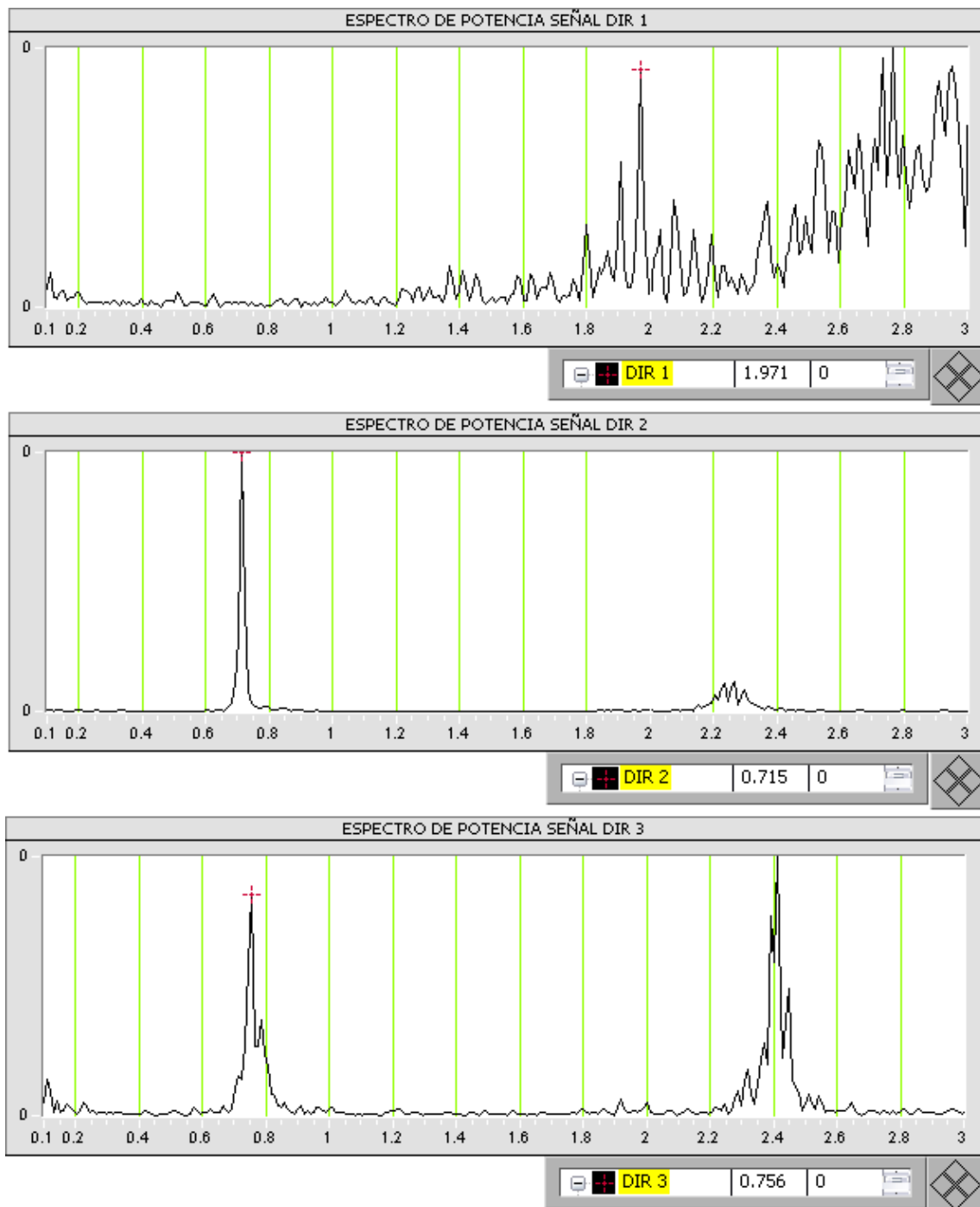
Una vez obtenidos los registros de aceleración contra tiempo, se procedió a hacer un análisis de señales mediante la Teoría de Fourier, con la cual se llevaron las señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, esto con la ayuda de la transformada de Fourier. Gracias a este análisis de señales fue posible obtener los espectros de Fourier y de potencia de los registros obtenidos, figs. 5.15 a 5.18.



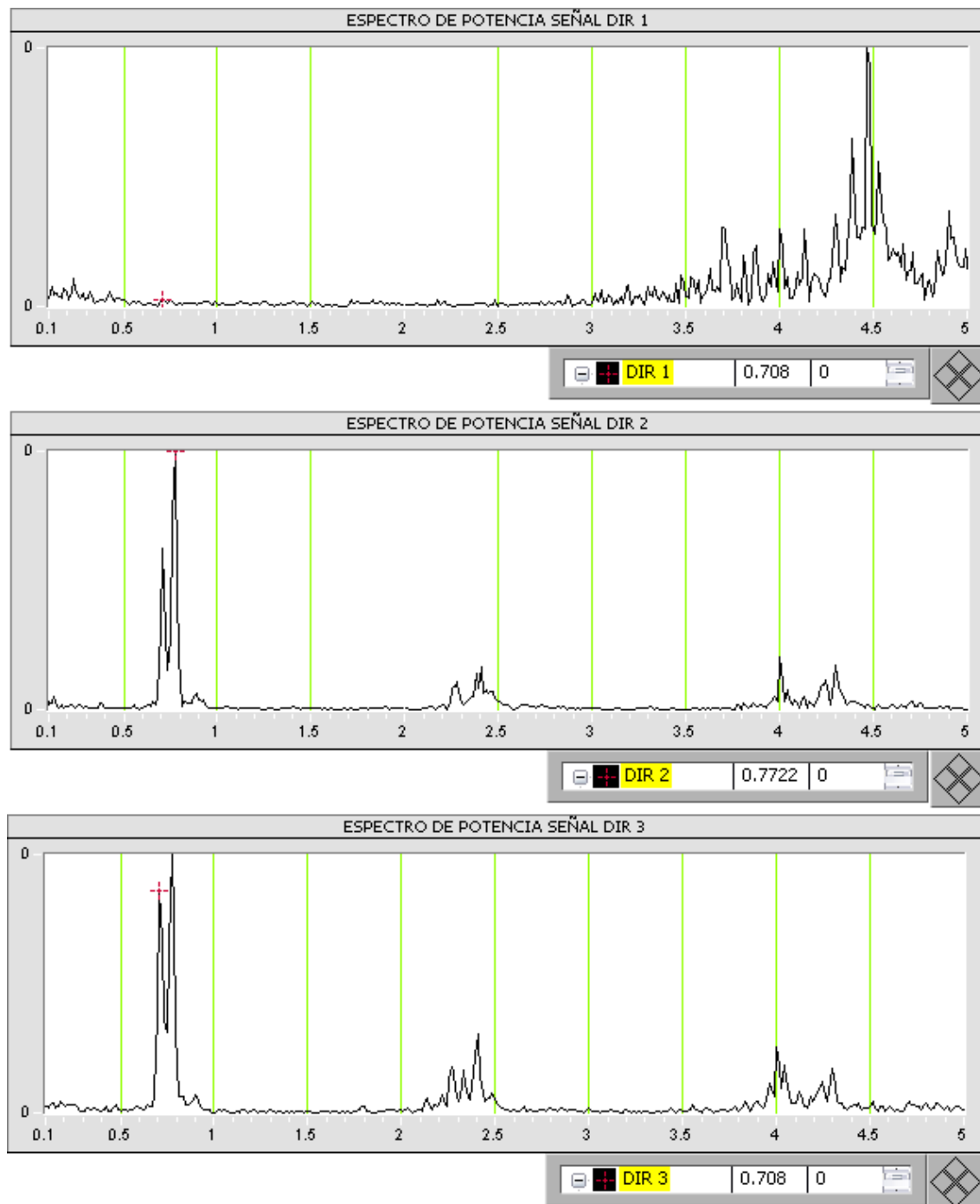
**Figura 5.15 Espectros de potencia para la configuración 1**



**Figura 5.16 Espectros de potencia para la configuración 2**



**Figura 5.17** Espectros de potencia para la configuración 3



**Figura 5.18 Espectros de potencia para la configuración 4**

Posteriormente de los espectros de Fourier o de potencia, se determinaron las frecuencias para las cuales se generan los picos más grandes. Fue necesario también obtener las funciones de correlación, para detectar cuáles de estos picos correspondían a las frecuencias naturales de vibración, una vez identificadas estas frecuencias se obtuvo la

magnitud del ángulo de fase y con ello se definió el modo dominante de vibración asociado a la frecuencia pico.

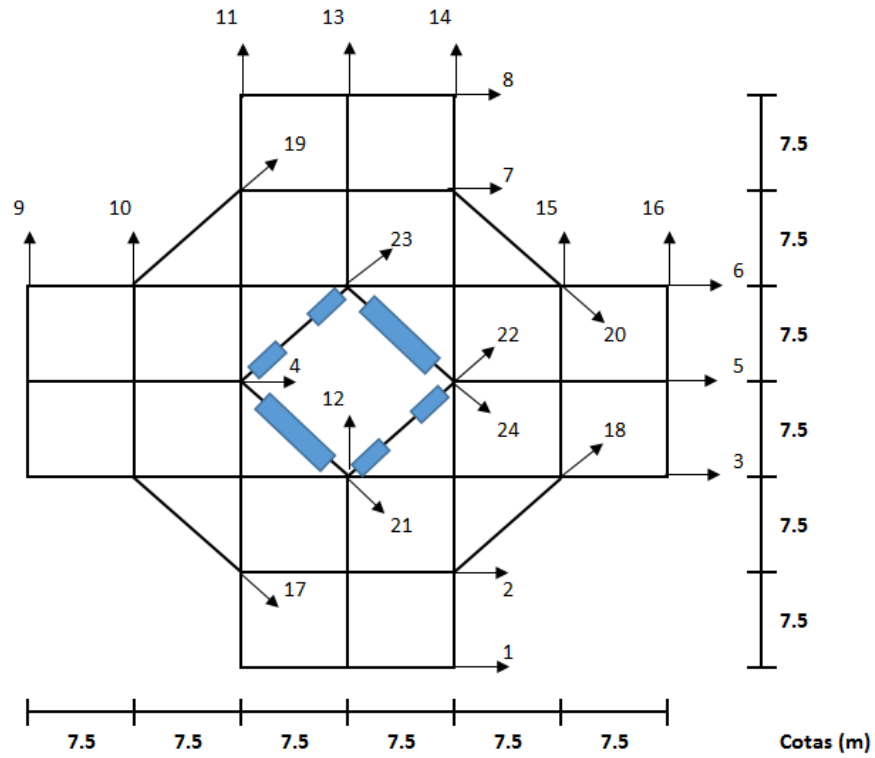
Ya que se obtuvieron las frecuencias de interés, se calculó la forma relativa de los modos. Por las características del edificio en cuestión, se consideró suficiente, determinar los 3 primeros periodos de vibrar, dos de ellos correspondientes a las traslaciones laterales del edificio en dos direcciones ortogonales y el otro a la torsión sobre el eje vertical.

Del proceso de las señales registradas se identificaron las frecuencias propias del edificio que corresponden a los periodos de vibración representativos del edificio y su estructuración. Con base a esta información, se concluyó que el periodo fundamental del edificio, asociado al menor valor de frecuencia fue de 1.42 s. (0.704 Hz), obtenido en la dirección paralela al frente del edificio. En la dirección perpendicular a éste se obtuvo un periodo de 1.287 s. (0.777 Hz) con dominancia en traslación y, finalmente, se identificó un periodo con dominancia torsional de 1.10 s. (0.91 Hz).

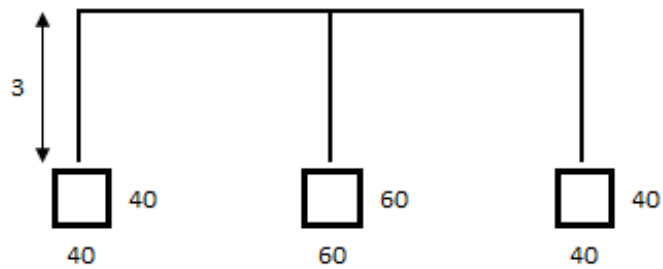
#### **5.1.4 *Análisis con la formulación matricial***

Para este modelo se utilizaron las dimensiones y materiales obtenidos de la inspección y del levantamiento geométrico del edificio, realizada por la FI de la UNAM. La rigidez lateral de los marcos se obtuvo mediante un modelo de cortante, es decir, que sólo depende de la rigidez lateral de las columnas. Para tomar en cuenta la rigidez lateral aportada por los muros de concreto ubicados en el cubo de elevadores, se propusieron columnas con la misma sección transversal que dichos muros. En cuanto a los materiales se usó un concreto con un  $f'_c=273.7 \text{ kg/cm}^2$ . En la figs. 5.19 a 5.26 se pueden observar la configuración en planta del modelo y la identificación de los marcos que lo forman y que fueron considerados para el análisis.

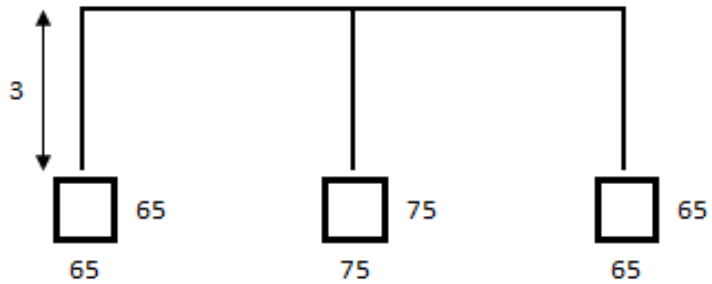




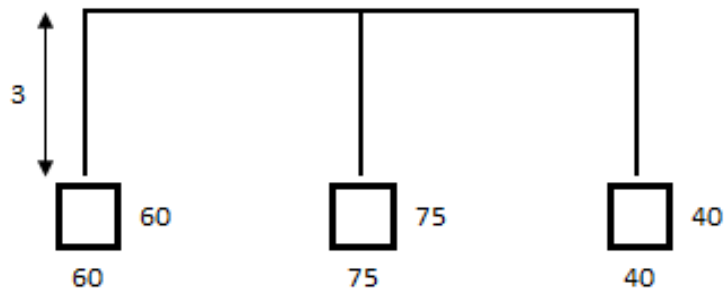
**Figura 5.19 Configuración en planta del modelo de la Torre Picacho**



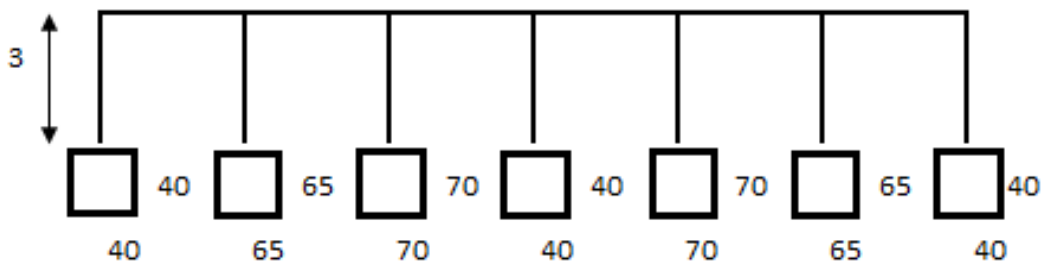
**Figura 5.20 Configuración de los marcos 1, 8, 9 y 16**



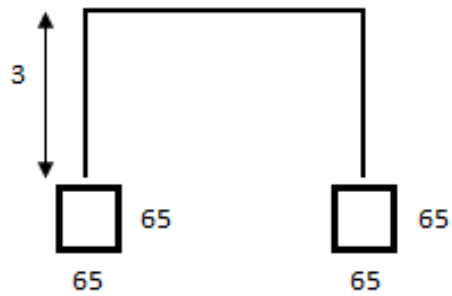
**Figura 5.21 Configuración de los marcos 2, 7, 10 y 15**



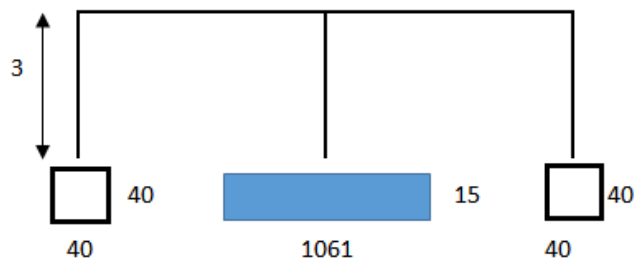
**Figura 5.22 Configuración de los marcos 4, 5, 12 y 13**



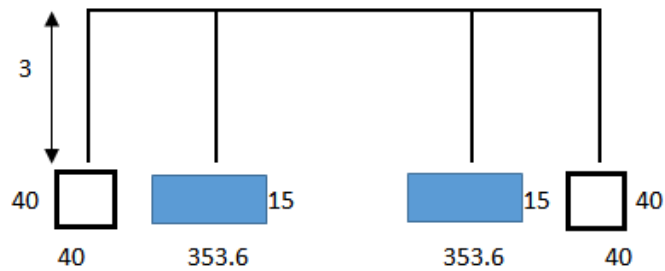
**Figura 5.23 Configuración de los marcos 3, 6, 11 y 14**



**Figura 5.24 Configuración de los marcos 17, 18, 19 y 20**



**Figura 5.25 Configuración de los marcos 21 y 24**



**Figura 5.26 Configuración de los marcos 22 y 23**

En la tabla 5.5 se presentan las dimensiones de la sección transversal de las columnas y muros, así como sus momentos de inercia.

**Tabla 5.5 Dimensiones y momentos de inercia de las columnas**

Sección	B (cm)	H (cm)	I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )
<b>40x40</b>	40	40	0.00213	0.00213
<b>60x60</b>	60	60	0.01080	0.01080
<b>65x65</b>	65	65	0.01488	0.01488
<b>70x70</b>	70	70	0.02001	0.02001
<b>75x75</b>	75	75	0.02637	0.02637
<b>Muro 1</b>	15	1061	1.49 E+09	2.98 E+05
<b>Muro 2</b>	15	353.6	5.52 E+07	9.94 E+04

A partir de las propiedades indicadas en la tabla 5.5 y de la orientación de los marcos en planta se obtuvieron los parámetros para construir las submatrices de rigidez requeridas por la metodología. Tabla 5.6.

Dónde:

X y Y son las coordenadas de un punto sobre el eje longitudinal del marco.

sen y cos son los cosenos directores que definen la orientación del marco referida al sistema de referencia seleccionado.

R<sub>j</sub> es la distancia perpendicular del origen del sistema de referencia al eje longitudinal del marco en planta.

K<sub>d</sub> es la rigidez lateral del marco.

**Tabla 5.6 Propiedades geométricas y rigidez lateral de cada marco**

MARCO	INICIO		FIN		cos	sen	rj	Kd
	Xi	Yi	Xf	Yf				
1	15	0	30	0	1	0	0	17030.20
2	15	7.5	30	7.5	1	0	-7.5	63431.71
3	0	15	45	15	1	0	-15	86094.1
4	0	22.5	15	22.5	1	0	-22.5	56629.76
5	30	22.5	45	22.5	1	0	-22.5	44422.27
6	0	30	45	30	1	0	-30	86094.1
7	15	37.5	30	37.5	1	0	-37.5	63431.71
8	15	45	30	45	1	0	-45	17030.20
9	0	15	0	30	0	1	0	17030.20
10	7.5	15	7.5	30	0	1	7.5	63431.71
11	15	0	15	45	0	1	15	86094.1
12	22.5	0	22.5	15	0	1	22.5	44422.27
13	22.5	30	22.5	45	0	1	22.5	44422.27
17	7.5	15	15	7.5	0.71	-0.71	-15.91	33628.28
18	30	7.5	37.5	15	0.71	0.71	15.91	33628.28
19	7.5	30	15	37.5	0.71	0.71	-15.91	33628.28
20	30	37.5	37.5	30	0.71	-0.71	-47.73	33628.28
21	15	22.5	22.5	15	0.71	-0.71	-26.52	843136982505387
22	22.5	15	30	22.5	0.71	0.71	5.30	62554498665762
23	15	22.5	22.5	30	0.71	0.71	-5.30	62554498665762
24	22.5	30	30	22.5	0.71	-0.71	-37.12	843136982505387

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

$$K_{xx} = 905691481672569 \text{ t/m} \quad K_{\theta x} = -37941164224024400 \text{ t/m}$$

$$K_{yy} = 905691481660362 \text{ t/m} \quad K_{\theta y} = 37941164223749700 \text{ t/m}$$

$$K_{xy} = -780582483839624 \text{ t/m}$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = 22.50 \text{ m} \quad Y_{CT} = 22.50 \text{ m}$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

$$K_{x'x'} = 1686273965506090 \text{ t/m} \quad K_{y'y'} = 125108997826841 \text{ t/m} \quad \theta = -45.0^\circ$$

### **5.1.5 Presentación de resultados**

Los resultados obtenidos analíticamente son consistentes con los que se determinaron del estudio de vibración ambiental realizado al edificio, es decir, se corrobora que las direcciones principales de análisis se encuentran a  $45^\circ$  respecto al eje horizontal del sistema de referencia indicado en la fig. 5.19. Es de interés mencionar que para llegar a estos resultados, el modelo analítico requirió discretizar el cubo de elevadores tomando en cuenta las aberturas que existen en el acceso, ya que de otra manera el sistema estructural es doblemente simétrico y la metodología desarrollada arroja un valor de  $0^\circ$  para la orientación de los ejes principales.

Se pudo observar de un modelo preliminar de este edificio que cuando la submatriz  $K_{xy}$  es nula, los ejes principales son paralelos a los ejes del sistema de referencia global, con  $0^\circ$ .

## **5.2 Caso 2: Torre Anáhuac**

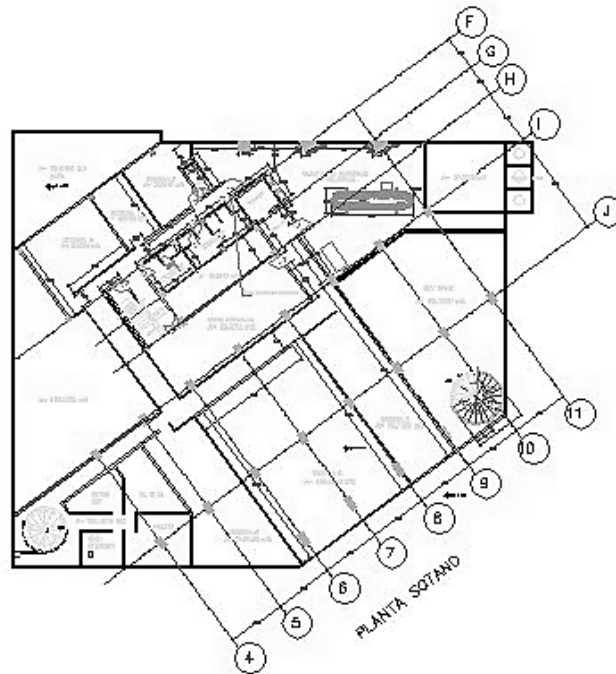
En este caso de estudio se presenta otro edificio estudiado y evaluado por la Facultad de Ingeniería de la UNAM propiedad de la Secretaría de Desarrollo Social (SEDESOL). A esta estructura se le denomina edificio Torre Anáhuac y se ubica en la Av. Paseo de la Reforma no. 51.

Este estudio tuvo como objetivo el cumplimiento de los requisitos de servicio y de falla especificados en el RCDF 2004. En este caso también se realizó un estudio de vibración ambiental para conocer las propiedades dinámicas del inmueble que permitieran caracterizar su comportamiento dinámico, de utilidad en la evaluación del nivel de seguridad de este edificio.

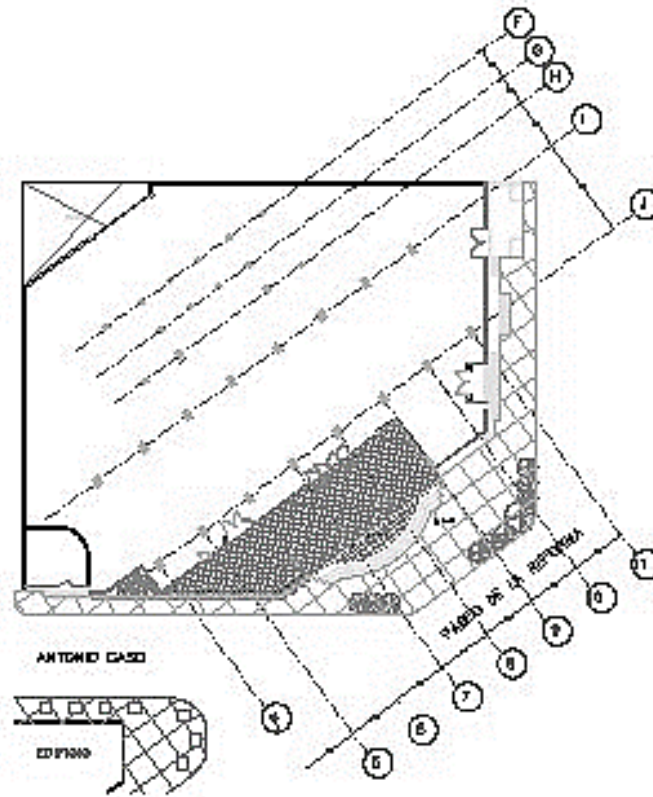
### **5.2.1 Descripción de la estructura**

El edificio, es una estructura de acero de planta sensiblemente rectangular, formado por marcos planos de 22 niveles soportados aparentemente por un cajón de cimentación y por

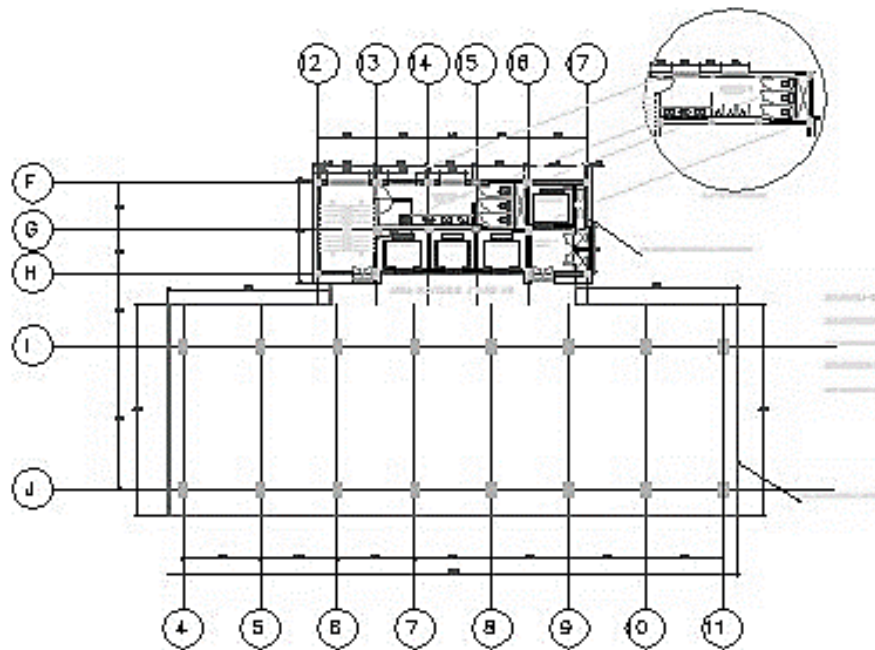
pilotes de punta. El inmueble esta desplantado sobre terreno blando en la Cd. de México (zona III de acuerdo con la clasificación del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal), con un periodo dominante del suelo de aproximadamente 2 segundos. Su sistema estructural consiste de marcos flexibles de acero formados a base de columnas y vigas que soportan losas macizas de concreto, mismas que proporcionan una gran rigidez en su plano, característica deseable en estructuras de gran flexibilidad. En las figs. 5.27 a 5.29, se presentan respectivamente las configuraciones en planta del sótano, planta baja y un nivel tipo de este edificio.



**Figura 5.27 Sótano del edificio Torre Anáhuac**



**Figura 5.28 Planta baja del edificio Torre Anáhuac**



**Figura 5.29 Planta tipo del edificio Torre Anáhuac**

### 5.2.2 Criterios para el análisis estructural

Debido al tipo de estructuración del edificio, para el análisis de cargas, se tomó una carga muerta promedio, en todos los entresijos, de  $701 \text{ kg/m}^2$ , también se tomaron una carga viva máxima de  $250 \text{ kg/m}^2$  y una carga viva accidental de  $180 \text{ kg/m}^2$ , correspondientes al uso de oficinas.

De la extracción de corazones de concreto y posterior ensaye en el laboratorio, se obtuvieron las siguientes propiedades de los materiales.

#### Propiedades del concreto

Resistencia a compresión $f'c=$	250	$\text{kg/cm}^2$
Módulo de elasticidad $E_c=$	165140.06	$\text{kg/cm}^2$
Peso volumétrico $\gamma=$	2400	$\text{kg/m}^3$

#### Propiedades del acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia $f_y=$	4200	$\text{kg/cm}^2$
Módulo de elasticidad $E_s=$	2000000	$\text{kg/cm}^2$

#### Propiedades del acero estructural

Esfuerzo de fluencia $f_y=$	2530	$\text{kg/cm}^2$
Módulo de elasticidad $E_s=$	2000000	$\text{kg/cm}^2$

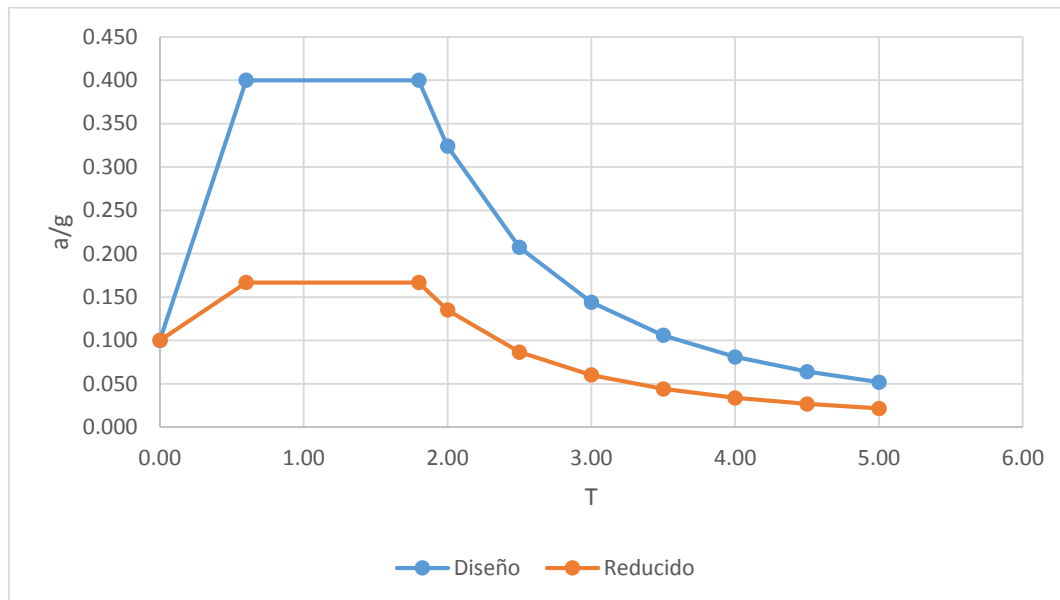
Para fines de análisis sísmico y, con base en la ubicación del edificio, se utilizó el siguiente espectro de diseño, reducido por un factor de comportamiento sísmico  $Q=3$ . La reducción se realizó según las recomendaciones de las NTCDS.

c	$\alpha_0$	Ta	Tb	r	Q	Q corregido
0.40	0.10	0.53	1.80	2.0	3.00	2.40



### ESPECTRO

	Diseño	Reducido
<b>T</b>	<b><math>a_0</math></b>	<b><math>a_0</math></b>
<b>0.00</b>	0.100	0.100
<b>0.60</b>	0.400	0.167
<b>1.80</b>	0.400	0.167
<b>2.00</b>	0.324	0.135
<b>2.50</b>	0.207	0.086
<b>3.00</b>	0.144	0.060
<b>3.50</b>	0.106	0.044
<b>4.00</b>	0.081	0.034
<b>4.50</b>	0.064	0.027
<b>5.00</b>	0.052	0.022



### 5.2.3 Estudio de vibración ambiental

Para lograr un modelo matemático congruente con su respuesta real, se realizó como parte del estudio realizado por la FI de la UNAM, un estudio de vibración ambiental para determinar las propiedades dinámicas del edificio, las cuales sirvieron de base para calibrar los modelos matemáticos que se utilizaron en el análisis estructural del mismo.

El estudio de mediciones de vibración ambiental sobre la estructura, incluyó mediciones de campo libre para obtener los espectros de sitio correspondientes e identificar la posible interacción suelo-estructura.

Para determinar las propiedades dinámicas de la estructura que forma el edificio se utilizaron acelerómetros fabricados por la empresa Terra Technology, fig.5.30. El nivel de aceleración máxima que pueden registrar estos equipos es de 0.25 veces la gravedad y no solo permiten el registro de movimientos fuertes como el caso de sismos, sino también el registro de pequeñas vibraciones producto de excitaciones ambientales tales como el tránsito de vehículos, funcionamiento de equipos internos, etc.



**Figura 5.30 Acelerómetro tipo usado para el registro de señales**

Con base en las características y distribución de elementos estructurales del edificio, se seleccionaron diversos puntos de medición distribuidos en la planta y elevación para realizar el estudio de vibración ambiental, encaminado a la determinación de las propiedades dinámicas del inmueble. La figura de la planta tipo del edificio, fig. 5.29, sirvió de base para ubicar los puntos de medición. Sobre la azotea se seleccionaron dos puntos (coordenadas 7-I y 4-J) para medir los movimientos torsionales de la estructura. Para el cálculo de formas modales y movimientos traslacionales del edificio, se seleccionó un punto en la azotea y en los pisos: 18, 14, 10, 6, 2 y sótano (coordenadas 7-I). Con el propósito de eliminar las incertidumbres en las mediciones ocasionadas por el “ruido” en las señales se llevaron a cabo dos campañas de mediciones en días y horas diferentes.

Mediante el análisis en el dominio de la frecuencia de la información registrada se determinaron las frecuencias propias de la estructura, los amortiguamientos y modos de vibrar correspondientes. Con el análisis de señales ya mencionado se obtuvieron los siguientes espectros de Fourier y de potencia, figs. 5.31 a 5.34.

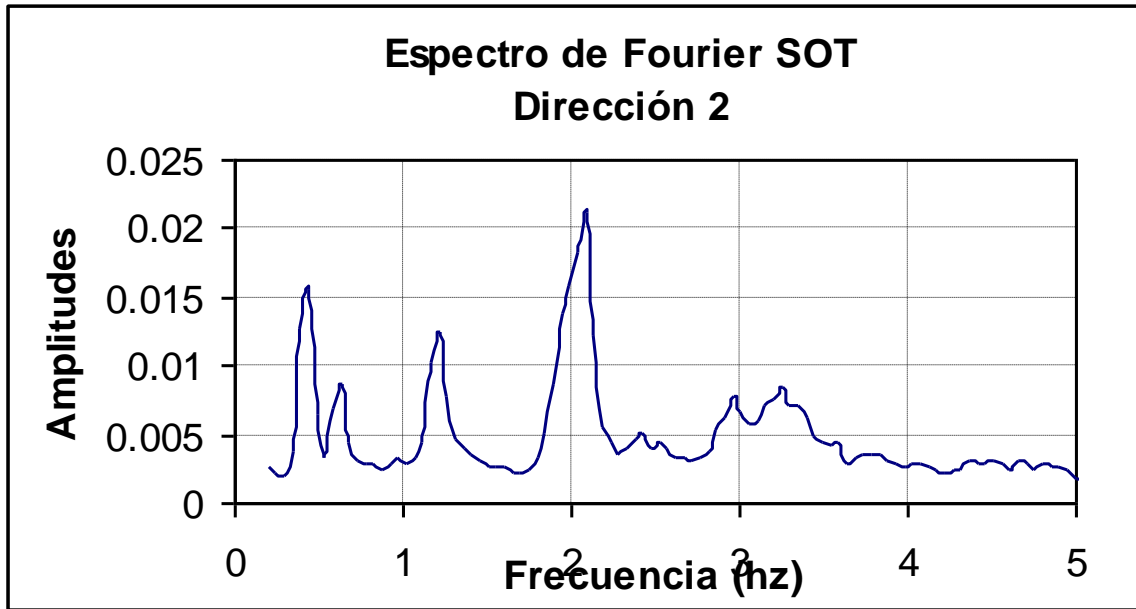


Figura 5.31 Espectro promedio de Fourier en la dirección longitudinal (2) del edificio Torre Anáhuac

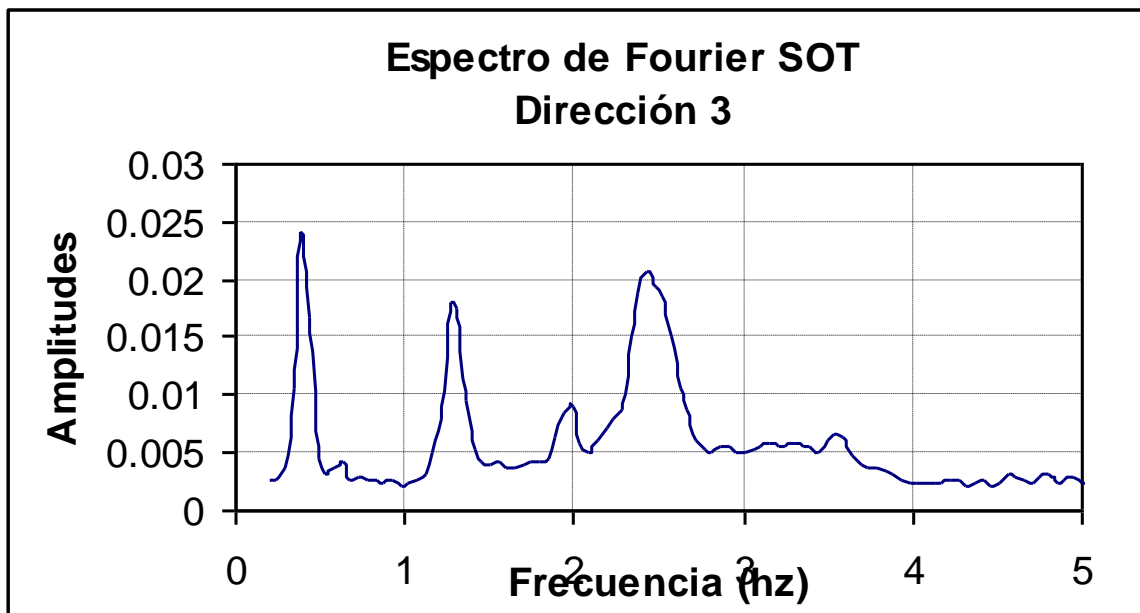


Figura 5.32 Espectro promedio de Fourier en la dirección transversal (3) del edificio Torre Anáhuac

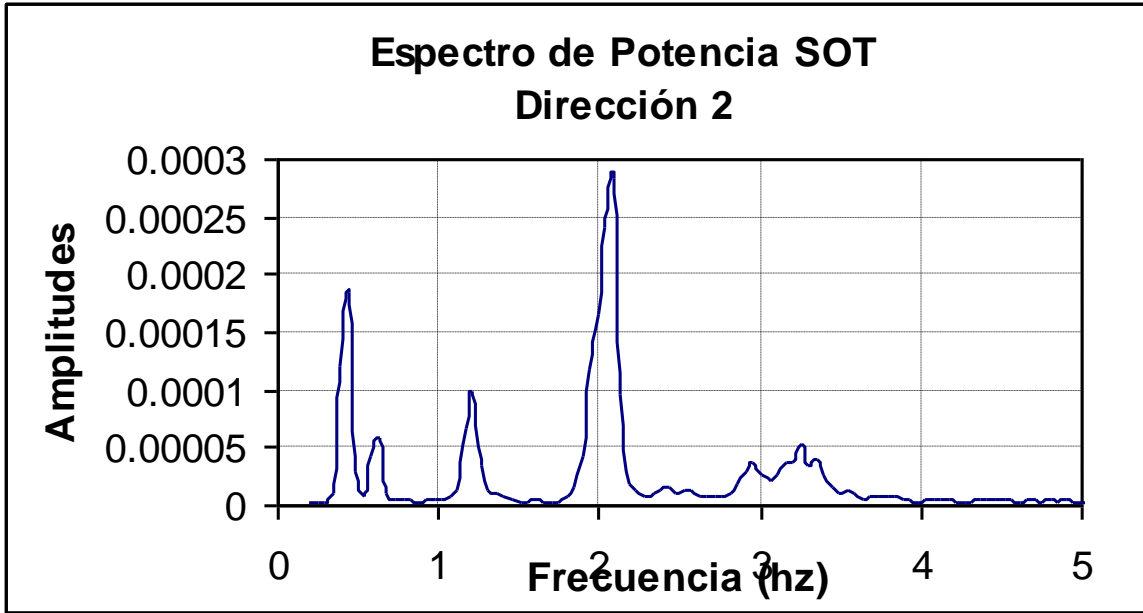


Figura 5.33 Espectro promedio de potencia en la dirección longitudinal (2) del edificio Torre Anáhuac

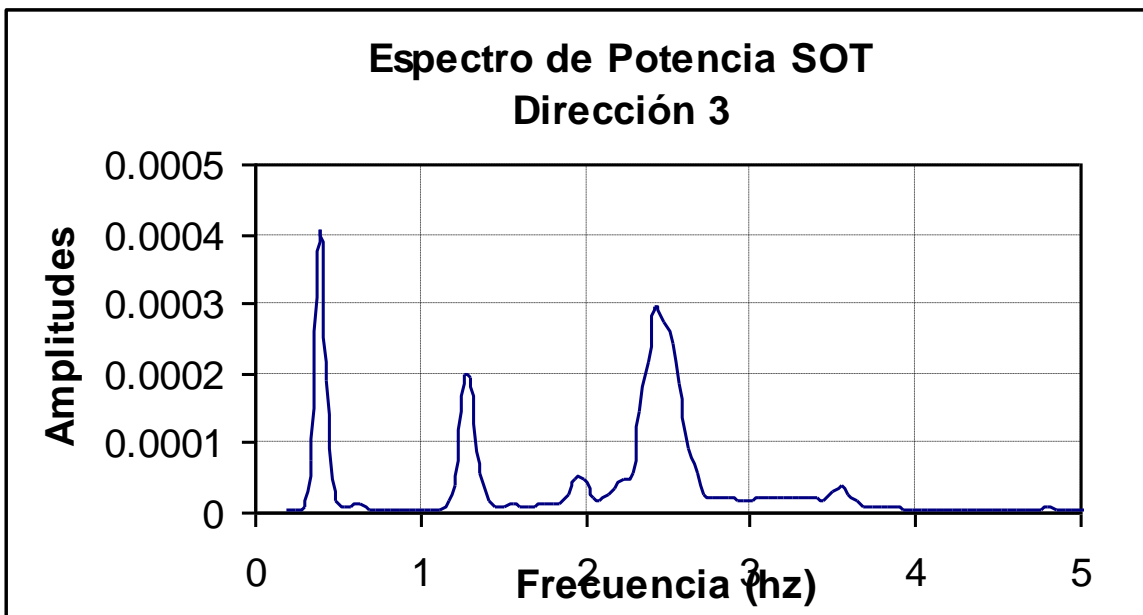


Figura 5.34 Espectro promedio de potencia en la dirección transversal (3) del edificio Torre Anáhuac

En estos espectros se observa que los valores estimados de periodo fundamental son de 2.6 s. (0.388 Hz) y 2.96 s. (0.338 Hz) en las direcciones longitudinal y transversal del edificio respectivamente.

### 5.2.4 Análisis con la formulación matricial

De manera similar al caso de estudio anterior, la rigidez lateral de los marcos se obtuvo mediante un modelo de cortante. En cuanto a los materiales, para las columnas de concreto reforzado se usó una resistencia de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  y para las columnas de acero se utilizó un  $f_y=2530 \text{ kg/cm}^2$ , datos obtenidos de las muestras extraídas de la estructura. En las figs. 5.35 a 5.43 se puede observar la configuración en planta del modelo y la identificación de los marcos que lo forman y que fueron considerados para el análisis.

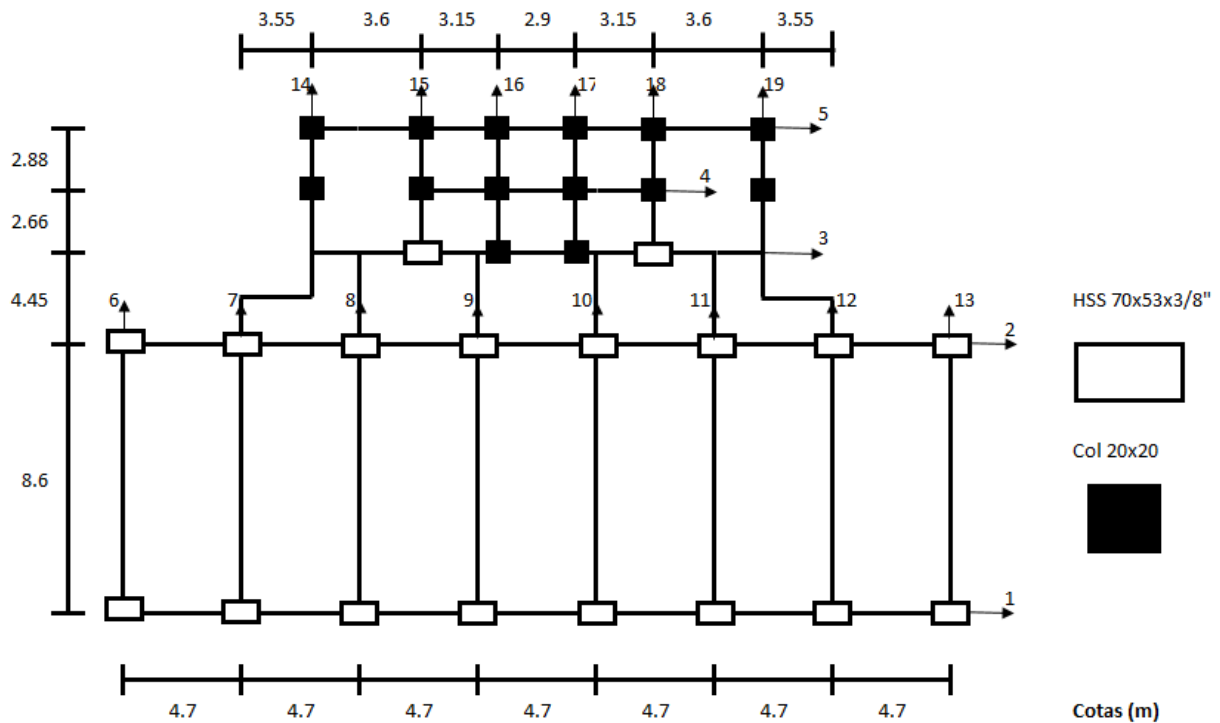


Figura 5.35 Configuración en planta del edificio Torre Anáhuac

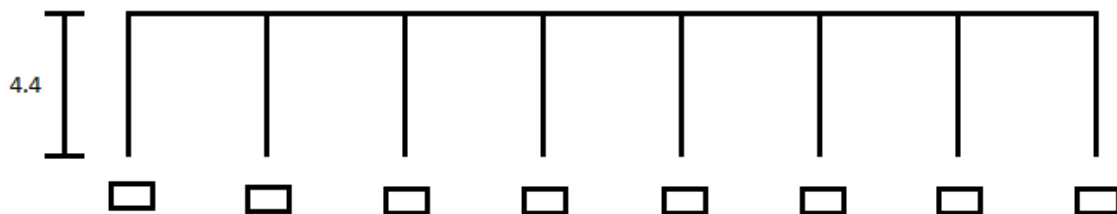
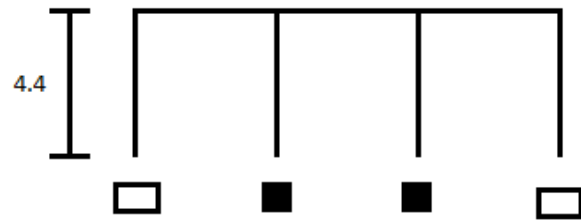
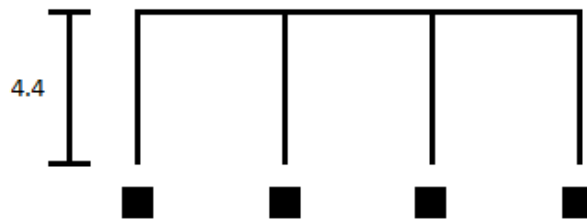


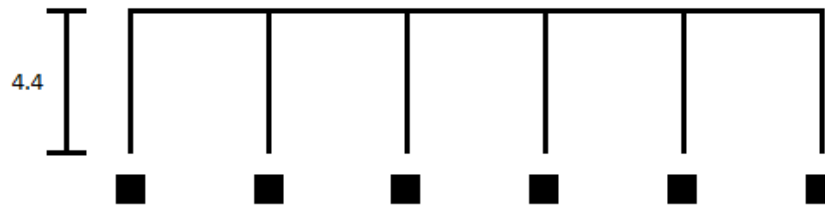
Figura 5.36 Configuración de los marcos 1 y 2



*Figura 5.37 Configuración del marco 3*



*Figura 5.38 Configuración del marco 4*



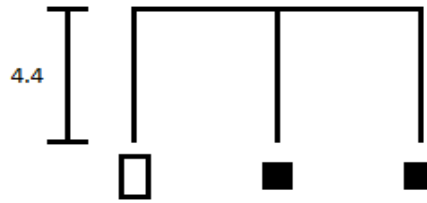
*Figura 5.39 Configuración del marco 5*



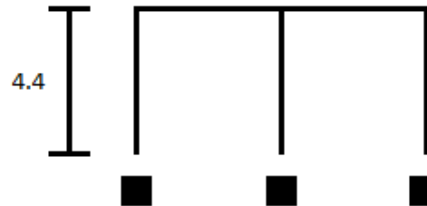
*Figura 5.40 Configuración de los marcos 6 al 13*



*Figura 5.41 Configuración de los marcos 14 y 19*



**Figura 5.42 Configuración de los marcos 15 y 18**



**Figura 5.43 Configuración de los marcos 16 y 17**

En la tabla 5.5 se presentan las dimensiones de la sección transversal de las columnas y sus momentos de inercia.

**Tabla 5.7 Dimensiones y momentos de inercia de las columnas**

Sección	B (cm)	H (cm)	I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )
HSS 70X53X5/8	70	53	0.00112	0.00176
20X20	20	20	0.00013	0.00013

A partir de las propiedades indicadas en la tabla 5.7 y de la orientación de los marcos en planta se obtuvieron los parámetros para construir las submatrices de rigidez requeridas por la metodología, Tabla 5.8; dichos parámetros ya fueron definidos en el caso de estudio anterior.

**Tabla 5.8 Propiedades geométricas y rigidez lateral de cada marco**

<b>Marco</b>	<b>Inicio</b>		<b>Fin</b>		<b>cos</b>	<b>sen</b>	<b>rj</b>	<b>Kd</b>
	<b>Xi</b>	<b>Yi</b>	<b>Xf</b>	<b>Yf</b>				
<b>1</b>	0	0	32.9	0	1	0	0	40463
<b>2</b>	0	8.6	32.9	8.6	1	0	-8.6	40463
<b>3</b>	11.85	13.05	21.09	13.05	1	0	-13.05	10208
<b>4</b>	11.85	15.71	21.09	15.71	1	0	-15.71	185.41
<b>5</b>	8.25	18.59	24.65	18.59	1	0	-18.59	278.11
<b>6</b>	0	0	0	8.6	0	1	0	6437.26
<b>7</b>	4.7	0	4.7	8.6	0	1	4.7	6437.26
<b>8</b>	9.4	0	9.4	8.6	0	1	9.4	6437.26
<b>9</b>	14.1	0	14.1	8.6	0	1	14.1	6437.26
<b>10</b>	18.8	0	18.8	8.6	0	1	18.8	6437.26
<b>11</b>	23.5	0	23.5	8.6	0	1	23.5	6437.26
<b>12</b>	28.2	0	28.2	8.6	0	1	28.2	6437.26
<b>13</b>	32.9	0	32.9	8.6	0	1	32.9	6437.26
<b>14</b>	8.25	15.41	8.25	18.59	0	1	8.25	92.7
<b>15</b>	11.85	13.05	11.85	18.59	0	1	11.85	3311.34
<b>16</b>	15	13.05	15	18.59	0	1	15	139.06
<b>17</b>	17.9	13.05	17.9	18.59	0	1	17.9	139.06
<b>18</b>	21.05	13.05	21.05	18.59	0	1	21.05	3311.34
<b>19</b>	24.65	15.41	24.65	18.59	0	1	24.65	92.7

Aplicando las ecs. 3 a 7 se obtienen las siguientes rigideces:

$$\begin{aligned}
 K_{xx} &= 91597.52 \text{ t/m} & K_{\theta x} &= -489279.06 \text{ t/m} \\
 K_{yy} &= 58445.22 \text{ t/m} & K_{\theta y} &= 961625.51 \text{ t/m} \\
 K_{xy} &= 0.0
 \end{aligned}$$

Empleando las ecs. 35 y 36 se tienen las coordenadas del CT referidas a las direcciones no principales del edificio.

$$X_{CT} = 16.45 \text{ m} \qquad Y_{CT} = 5.34 \text{ m}$$

Es posible calcular estas mismas coordenadas partiendo del conocimiento de las rigideces referidas a ejes principales. De la aplicación de las ecs. 27, 28 y 29 se obtienen las rigideces en las direcciones principales.

$$K_{x'x'} = 91597.52 \text{ t/m} \qquad K_{y'y'} = 58445.22 \text{ t/m} \qquad \theta = 0.0^\circ$$



### **5.2.5 Presentación de resultados**

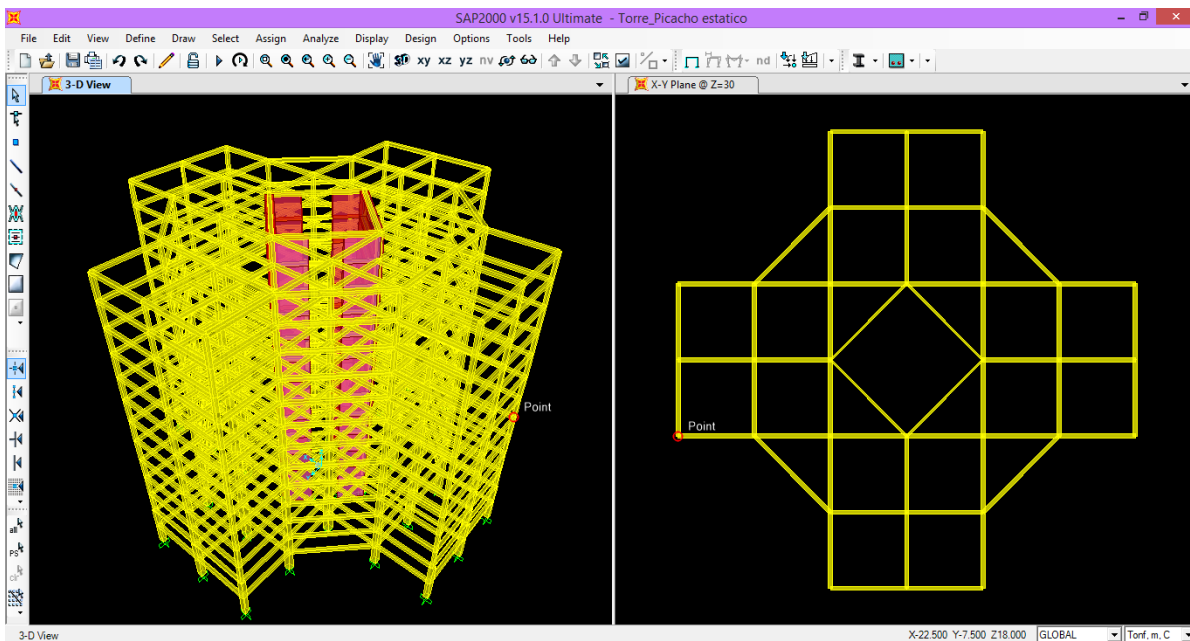
Comparando los resultados del estudio de vibración ambiental, del cual se obtuvo la dirección del edificio con el periodo más grande que es por lo tanto la dirección más débil, con los resultados del análisis con la formulación propuesta, se puede observar que en ambos casos la dirección más fuerte y más débil del edificio se encuentran, sobre el lado longitudinal de la estructura y perpendicular a éste, respectivamente, como era de esperarse debido a la forma geométrica del edificio (simétrica respecto al eje vertical).

## 6 RIGIDECES PRINCIPALES CONTRA NO PRINCIPALES

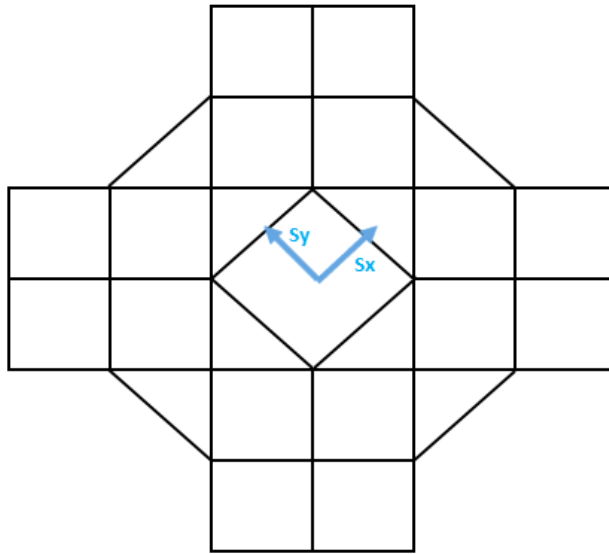
Para tener más clara la importancia de la obtención de las direcciones principales de una estructura, se realizaron dos análisis sísmicos al caso 1 de estudio, denominado Torre Picacho, para los cuales se obtuvo su respuesta en función de los desplazamientos laterales y las distorsiones de entrepiso.

Aunque las NTCDS limitan el uso del método sísmico estático para edificios sensiblemente regulares con una altura mayor de 30 m, para este caso de estudio, con 13 niveles, fig. 6.1, y sólo para fines de obtener un vector de cargas laterales se decidió aplicar este método. El primer análisis se realizó aplicando las fuerzas sísmicas estáticas en las direcciones principales del edificio identificadas previamente fig. 6.2. El segundo análisis consistió en aplicar las fuerzas sísmicas en una dirección no principal del edificio, girada  $45^\circ$  con respecto de la principal, la cual coincide con otro de los ejes de simetría de la estructura, fig. 6.3.

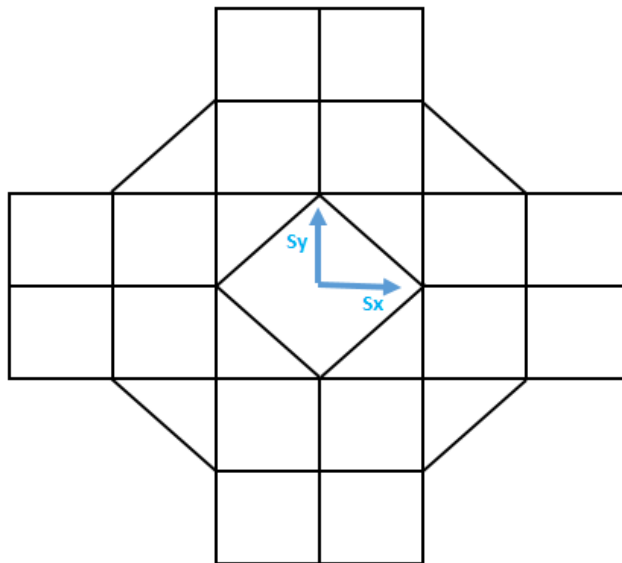
Cabe mencionar que el análisis de la estructura se realizó en el programa de cálculo SAP2000, del cual se obtuvieron para cada caso los desplazamientos laterales de la estructura en cada nivel, para con éstos poder comparar las distorsiones de entrepiso entre ambos modelos.



**Figura 6.1 Modelo de la Torre Picacho en SAP2000**



**Figura 6.2** Aplicación de las fuerzas sísmicas en las direcciones principales del edificio



**Figura 6.3** Aplicación de las fuerzas sísmicas en las direcciones no principales del edificio

### **6.1 Obtención de fuerzas para el método estático**

Tomando los valores de las cargas que fueron obtenidos en el estudio previo y los parámetros para el espectro de diseño, se obtuvieron las siguientes fuerzas sísmicas estáticas que serán aplicadas a los modelos:

NIV	AREA (M <sup>2</sup> )	CM (KG/M <sup>2</sup> )	CVA (KG/M <sup>2</sup> )	WI (T)	HI (M)	WIHI	PI (T)
12	1125	775	180	1074.375	39	41900.63	159.67
11	1125	775	180	1074.375	36	38677.50	147.39
10	1125	775	180	1074.375	33	35454.38	135.11
9	1125	775	180	1074.375	30	32231.25	122.83
8	1125	775	180	1074.375	27	29008.13	110.54
7	1125	775	180	1074.375	24	25785.00	98.26
6	1125	775	180	1074.375	21	22561.88	85.98
5	1125	775	180	1074.375	18	19338.75	73.70
4	1125	775	180	1074.375	15	16115.63	61.41
3	1125	775	180	1074.375	12	12892.50	49.13
2	1125	775	180	1074.375	9	9669.38	36.85
1	1125	825	180	1130.625	6	6783.75	25.85
PB	1125	768	150	1032.75	3	3098.25	11.81
				<b>Σ</b>		<b>13981.5</b>	<b>293517</b>

## 6.2 Resultados de los análisis

Del análisis de los dos modelos, realizado con SAP2000, se obtuvieron los siguientes desplazamientos y distorsiones de entrepiso.

**Tabla 6.1 Desplazamientos laterales y distorsiones de entrepiso obtenidos del análisis en direcciones principales**

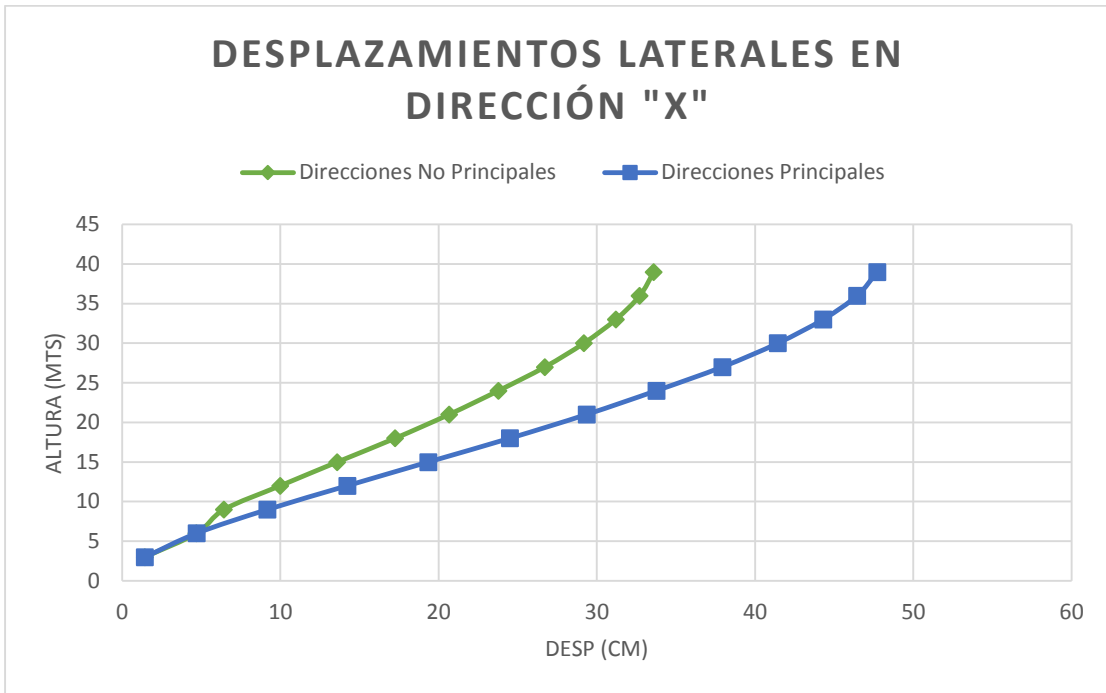
NIVEL (M)	DX (CM)	DY (CM)	DIST X	DIST Y
3	1.44	1.42	0.0096	0.0095
6	4.71	4.7	0.0218	0.0219
9	9.19	9.12	0.0299	0.0295
12	14.23	14.15	0.0336	0.0335
15	19.36	19.28	0.0342	0.0342
18	24.52	24.45	0.0344	0.0345
21	29.36	29.27	0.0323	0.0321
24	33.77	33.7	0.0294	0.0295
27	37.94	37.87	0.0278	0.0278
30	41.45	41.37	0.0234	0.0233
33	44.31	44.23	0.0191	0.0191
36	46.46	46.39	0.0143	0.0144
39	47.73	47.65	0.0085	0.0084

**Tabla 6.2 Desplazamientos laterales y distorsiones de entrepiso obtenidos del análisis en direcciones no principales**

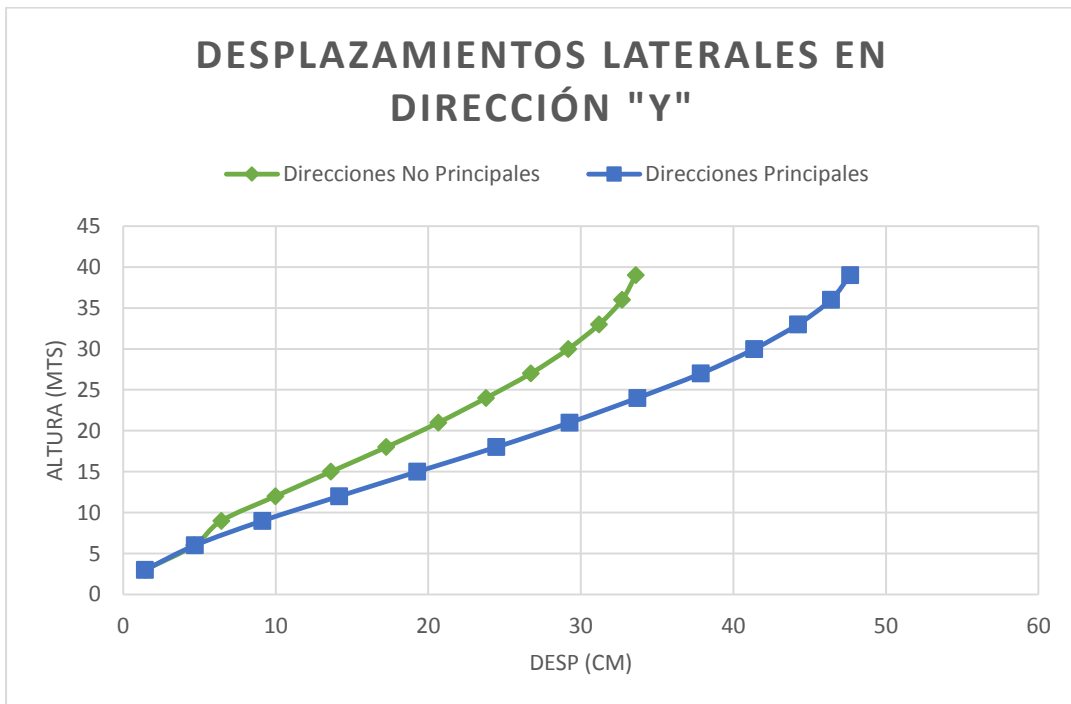
<b>NIVEL (M)</b>	<b>DX (CM)</b>	<b>DY (CM)</b>	<b>DIST X</b>	<b>DIST Y</b>
<b>3</b>	1.44	1.42	0.0096	0.0095
<b>6</b>	4.7	4.65	0.0217	0.0215
<b>9</b>	6.44	6.43	0.0116	0.0119
<b>12</b>	9.99	9.98	0.0237	0.0237
<b>15</b>	13.6	13.61	0.0241	0.0242
<b>18</b>	17.26	17.25	0.0244	0.0243
<b>21</b>	20.66	20.66	0.0227	0.0227
<b>24</b>	23.78	23.78	0.0208	0.0208
<b>27</b>	26.72	26.72	0.0196	0.0196
<b>30</b>	29.18	29.18	0.0164	0.0164
<b>33</b>	31.2	31.2	0.0135	0.0135
<b>36</b>	32.71	32.71	0.0101	0.0101
<b>39</b>	33.6	33.6	0.0059	0.0059

En las figs. 6.4 a 6.7 se muestra la variación de los desplazamientos laterales y las distorsiones de entrepiso de un modelo a otro, se puede observar claramente que los desplazamientos y distorsiones del modelo analizado en las direcciones principales son mucho mayores que los del modelo analizado en direcciones no principales.

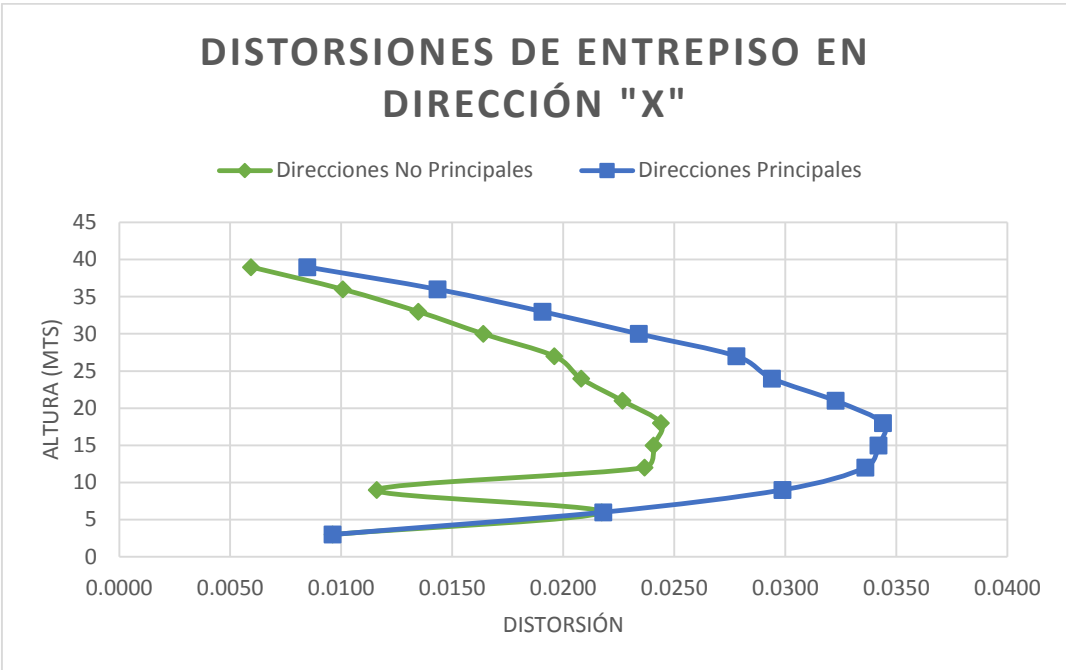
Los resultados de desplazamiento obtenidos del análisis en direcciones principales son 50% mayores que los correspondientes a direcciones no principales, lo que implica que, si se selecciona una dirección que no es la principal se estaría subestimando la respuesta de la estructura y no se tendrían los efectos más desfavorables para fines de diseño y/o evaluación.



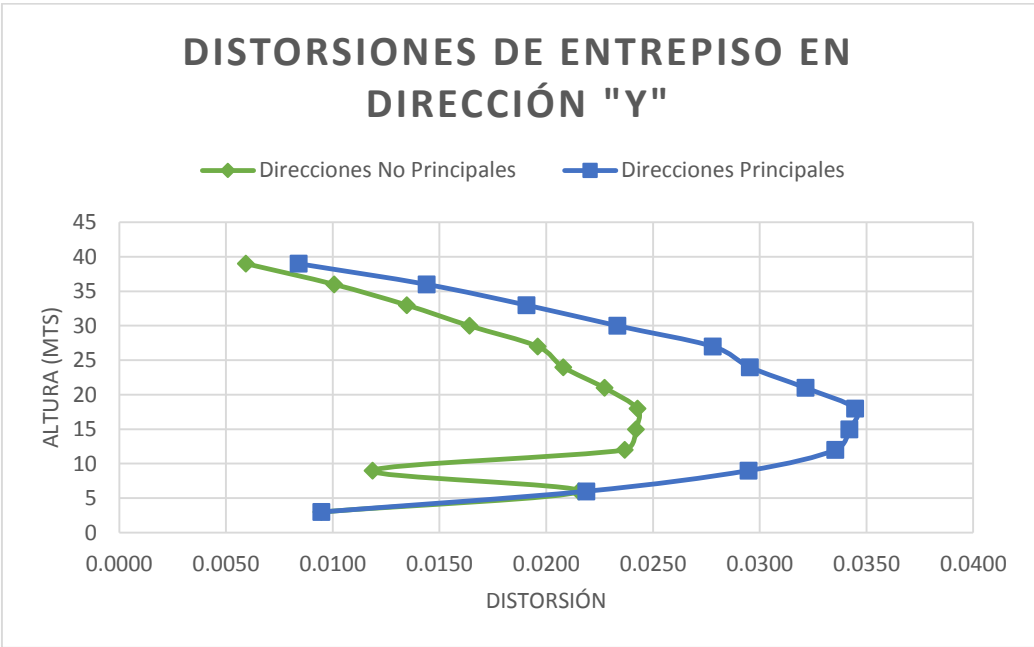
**Figura 6.4** Desplazamientos laterales en dirección "X" para cada modelo



**Figura 6.5** Desplazamientos laterales en dirección "Y" para cada modelo



**Figura 6.6 Distorsiones de entrepiso en dirección "X" para cada modelo**



**Figura 6.7 Distorsiones de entrepiso en dirección "Y" para cada modelo**

## **7 CONCLUSIONES**

Con base en los resultados obtenidos de la metodología matricial desarrollada para obtener las direcciones principales de análisis de una estructura aplicada a 2 casos de edificios reales instrumentados, se presentan las siguientes conclusiones:

1. En la metodología desarrollada, la rigidez lateral de los sistemas estructurales se obtuvo empleando modelos de cortante de marcos planos, cuyos resultados fueron satisfactorios.
2. La metodología desarrollada para edificios de un nivel demostró ser válida para aplicarla a estructuras irregulares de varios niveles. Al respecto se encontró que la orientación de las direcciones principales de las estructuras estudiadas no está influenciada por el número de niveles, siempre y cuando se tengan distribuciones de rigideces sensiblemente similares en todos los niveles.
3. Los resultados obtenidos analíticamente al estudiar el comportamiento de los edificios Torre Picacho y Torre Anáhuac, fueron consistentes y validados con los obtenidos mediante los estudios de vibración ambiental previamente realizados a los inmuebles.
4. La metodología propuesta es de gran ayuda no sólo para ubicar las direcciones principales de un edificio, sino también para definir la posición correcta del Centro de Torsión referido a ejes principales en edificios irregulares en planta, si se desea aplicar rigurosamente las recomendaciones de diseño por torsión establecidas en el RCDF vigente.
5. Se concluye que es de gran importancia, en el análisis de cualquier estructura, la previa identificación de las direcciones principales de ésta ya que, como se pudo observar, la selección poco cuidadosa de éstas puede conducir a resultados del lado de la inseguridad en el cumplimiento de los estados límite de falla y/o de servicio del RCDF.
6. Para identificar la orientación de las direcciones principales con la mayoría de los programas de cómputo comerciales, se tendrían que hacer varios análisis variando la aplicación de las cargas laterales hasta encontrar la respuesta más desfavorable, lo cual se traduce en un esfuerzo computacional que puede ser laborioso, por lo cual se recomienda, para el caso de estructuras irregulares, la aplicación previa de esta metodología con modelos de 1 nivel de la estructura en estudio.



## 8 REFERENCIAS

1. **García O. (1991)**, “Apuntes de la materia de Tópicos Estructurales”, impartida en la ex división de estudios de Posgrado de la FI de la UNAM.
2. **García O. y Ayala G. (2005)**, “Torsión sísmica de edificios: visión del estado actual de conocimiento en México y su impacto en la práctica profesional”, XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica.
3. **Chipol A. y García O. (2001)**, “Variación del centro de torsión en edificios de varios niveles con asimetría en planta y elevación”, Memorias del XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, celebrado en la ciudad de León, Gto.
4. **Damy J. y Alcocer S. (1987)**, “Centro de torsión de edificios obtenido matricialmente”, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
5. **Ayala G. y García O. (1991)**, “Comportamiento sísmico de edificios asimétricos diseñados de acuerdo con una norma de diseño por torsión”, Memorias del IX Congreso Nacional en Ingeniería Sísmica y VIII Congreso Nacional en Ingeniería Estructural, Manzanillo, Col.
6. **Departamento de Estructuras DICyG, (2007)**, “Evaluación de la seguridad estructural del edificio “Torre Picacho” propiedad de la secretaría de economía.
7. **Facultad de Ingeniería de la UNAM, (2003)**, “Evaluación de la seguridad estructural del edificio Torre Anáhuac, localizado en Reforma 51.
8. **NTCDS – 2004, (2004)**, “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
9. **UBC-97. (1997)**, “Uniform Building Code”, Estados Unidos de América.