

CAPÍTULO 3

ESTUDIO ANALÍTICO

3.1. Modelo analítico

Para definir el modelo analítico que describe el comportamiento del sistema de descarga de calor, se realizó un balance térmico aplicado al sistema de descarga de calor (figura 3.1), bajo las siguientes condiciones:

- En dos ecuaciones se incluye la temperatura del interior del cuarto a climatizar
- Se toma en cuenta el almacenamiento de calor de la placa interna y vidrio.
- Se considera que el flujo de calor en el sistema es unidireccional

El modelo analítico ordenado de acuerdo a los componentes que lo conforman (figura 3.1) se presenta a continuación y su balance de energía en la sección 3.6:

Cubierta de vidrio:

$$G A \alpha_v - U_1 A (T_v - T_a) + hr_1 A (T_p - T_v) + hc_1 A (T_a - T_v) = 0 \quad (1)$$

Canal:

$$hc_1 A (T_a - T_v) - hc_3 A (T_p - T_a) + m Cp (T_a - T_{espacio}) = 0 \quad (2)$$

Placa almacenadora.

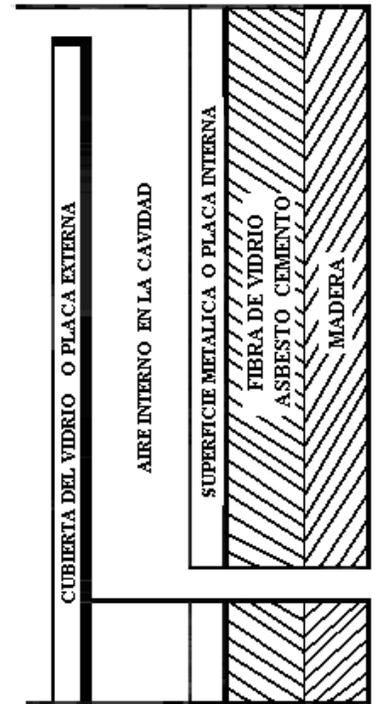
$$G A (\tau \alpha) - hc_3 A (T_p - T_a) - hr_1 A (T_p - T_v) - U_2 A (T_p - T_w) = (\rho c V_p T_p) / t \quad (3)$$

Placa almacenadora – Espacio a climatizar

$$U_2 A (T_p - T_w) - hr_2 A (T_w - T_a) - hc_2 A (T_w - T_a) = 0 \quad (4)$$

Flujo de ventilación natural:

$$m = \rho a Cd Ao [g H (T_a - T_{espacio}) / T_{espacio}]^{1/2} \quad (5)$$



Sistema de descarga de calor en muros

Para calcular hc_1 , hc_2 y hc_3 se requiere

$$Nu = 0.68 + (0.67 Ra^{1/4}) / [(1 + (0.492 / Pr)^{9/16})]^{4/9} \quad (6)$$

$$Ra = Gr Pr \quad (7)$$

$$Gr = \frac{g \Delta T \beta L^3}{\nu^2} \quad (8)$$

$$Pr = \frac{\mu Cp}{K} \quad (9)$$

$$Un = h L / K \quad (10)$$

Debido a que varios autores toman $hc_1 = hc_3$, con datos experimentales se calculó ambos coeficientes encontrando una mínima diferencia entre ellos de $0.078 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, por lo que en este análisis también se consideraron iguales.

Para hr_1 y hr_2

$$hr_1 = \frac{\sigma(Tp^2 + Tv^2)(Tp + Tv)}{\left[\left(\frac{1}{Ep} + \frac{1}{Ev}\right) - 1\right]} \quad (11)$$

$$hr_2 = \sigma(Tv^2 + T\alpha^2)(Tv + T\alpha) \quad (12)$$

Para U_1 y U_2

$$U_1 = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{h\alpha}\right)\right]} \quad (13)$$

$$U_2 = \frac{1}{\left[\left(\frac{eplaca}{k} + \frac{easb}{Kasb} + \frac{euni}{Kuni} + \frac{emad}{Kmad} + \frac{1}{h_{INT}}\right)\right]} \quad (14)$$

Para agilizar la resolución de las ecuaciones, se empleó el programa Matemática versión 4 (diferencias finitas) al cual le fue alimentado las ecuaciones y los datos requeridos. En el anexo D se presenta el diagrama de flujo del programa. Para determinar la radiación solar y temperatura ambiental horaria, que se requieren sustituir en las ecuaciones de balance de energía, es necesario apoyarse del siguiente análisis como sigue:

3.2. Radiación solar G

Para el proyecto se requiere que tanto la radiación G como la temperatura ambiente $T\alpha$ varíen con el tiempo, por lo que el modelo se diseñó para estado transitorio.

Para determinar los valores empleados en el modelo se tiene:

La radiación solar que incide sobre el sistema de descarga de calor se puede escribir: (ASHRAE XVII)

$$G = G_{\max} \cos \theta \quad (15)$$

donde G_{\max} es el valor máximo de radiación solar que incide sobre el sistema de descarga de calor y se calcula con:

$$G_{\max} = 950 \left(1 - e^{-0.075h}\right) \quad (16)$$

donde

$$h = \text{arc sen} [(\cos\Phi \cos\delta \cos\omega) + (\text{sen}\Phi \text{sen}\delta)]$$

la declinación puede ser calculada mediante la ecuación de Cooper [XVIII]:

$$\delta = 23.45 \text{ Sen} [(360/365) (284 + n)] \quad (17)$$

y $\cos \theta$ es una función del tiempo que depende de la orientación del sistema de descarga de calor y se calcula con Benford y Bock [XIX]:

Para un muro vertical orientado al norte o sur:

$$\cos\theta = - \text{sen}\delta \cos\varphi \cos\gamma + \cos\delta \text{sen}\varphi \cos\gamma \cos\omega + \cos\delta \text{sen}\gamma \text{sen}\omega$$

$$\text{Norte} \rightarrow \gamma = 0 \quad B = 90 \quad (18)$$

$$\text{Sur} \rightarrow \gamma = 180 \quad B = 90 \quad (19)$$

Para un muro vertical orientado al oeste o este:

$$\cos\theta = \text{sen}\delta \text{sen}\varphi \cos B - \text{sen}\delta \cos\varphi \text{sen} B \cos\gamma + \cos\delta \cos\varphi \cos B \cos\omega + \cos\delta \text{sen}\varphi \text{sen} B \cos\gamma \cos\omega + \cos\delta \text{sen} B \text{sen}\gamma \text{sen}\omega$$

$$\text{Este} \rightarrow \gamma = 0 \quad B = 90 \quad (20)$$

$$\text{Oeste} \rightarrow \gamma = -90 \quad B = 90 \quad (21)$$

Para una superficie horizontal o techo:

$$\cos\theta = \cos\delta \cos\varphi \cos\omega + \text{sen}\delta \text{sen}\varphi \quad (22)$$

3.3. Temperatura ambiente T_a

La variación de la temperatura ambiente se calcula empleando la ecuación dada por Tejeda [XX]:

$$T_h = T_{\min} + Y(T_{\max} - T_{\min}) \quad (23)$$

$$Y = at^b \exp(ct) \quad (24)$$

Tejeda [XX] fabricó un software que permite establecer los valores horarios promedio mensual de una región en base a su situación geográfica. El software llamado “Mardia” emplea las ecuaciones

23 y 24 y también simula los valores de temperatura de bulbo húmedo y el índice de confort climático con una proximidad del 98%.

Los valores de temperatura máximo y mínimo promedio mensual se toman de las Normales climatológicas proporcionadas por el Sistema Meteorológico Nacional y corresponden al promedio de 30 años (1951 – 1980).

3.4. Producto de la transmitancia del vidrio y la absorción de la placa interna ($\tau\alpha$)

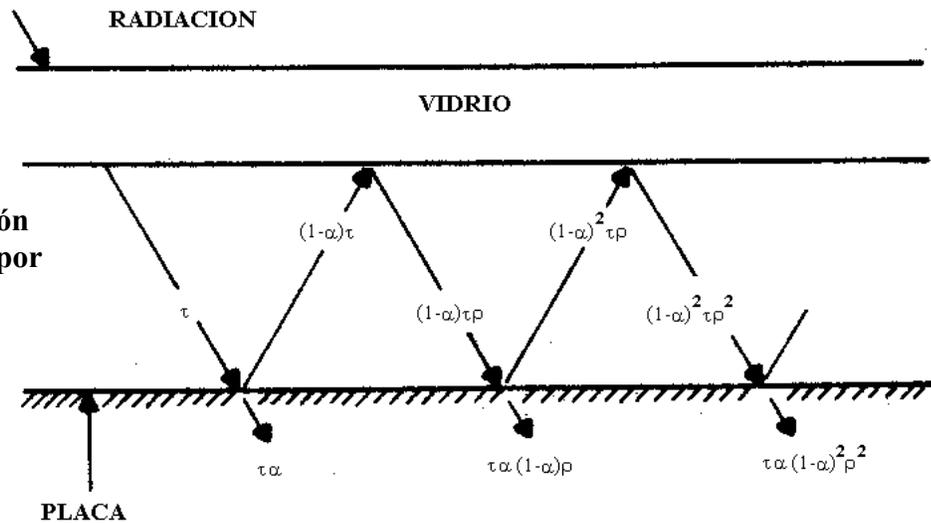
Para cuantificar la radiación solar que absorbe la placa interna fue necesario conocer el comportamiento del producto de la transmitancia del vidrio por la absorción de la placa interna, valor que se modifica dependiendo del ángulo de incidencia de la radiación solar sobre el vidrio.

De la radiación que atraviesa al vidrio (figura 3.1) una parte es absorbida por la placa interna ($\alpha\tau$) mientras que una parte es rebotada al vidrio ($(1-\alpha)\tau$), dicha radiación al cambiar de longitud de onda es rebotada por el vidrio nuevamente a la placa interna, $((1-\alpha)\tau\rho)$, repitiéndose así sucesivamente.

La ecuación que cuantifica el valor del producto ($\tau\alpha$) esta dada por Duffie [XXI] y es

$$(\tau\alpha) = \frac{\tau\alpha}{1 - (1-\alpha)\rho_v} \quad (25)$$

Figura 3.1.- Adsorción de la radiación solar por la placa



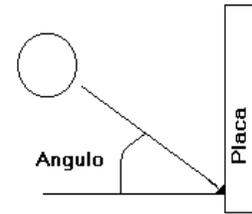
Duffie [XXI] presenta una ecuación para calcular valores que no requieren de exactitud:

$$(\tau\alpha) = 1.01\tau\alpha \quad (26)$$

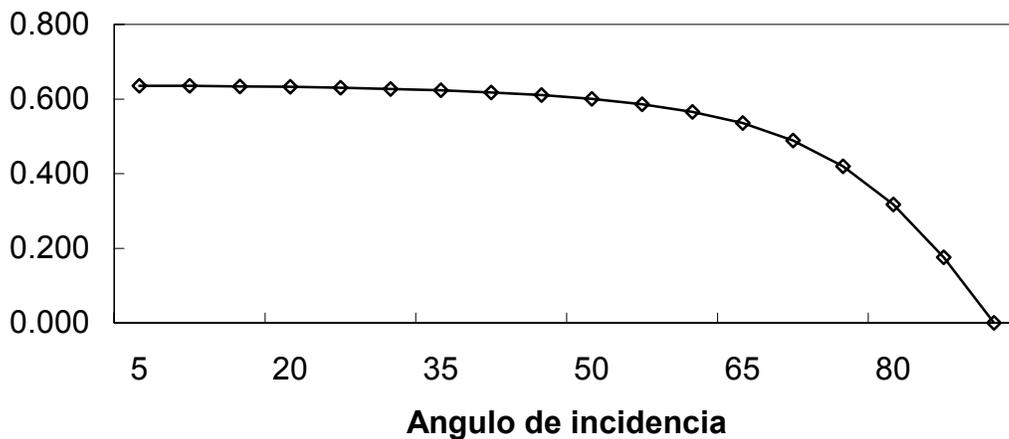
Para el proyecto se calculó como varía la transmitancia del vidrio así como la reflectancia del vidrio y placa interna, con respecto del ángulo de incidencia del sol, se consideró una fachada orientada al sur y latitud de 19.4 correspondiente a Cuautitlán de Romero Rubio, Edo. de México donde se encuentra el prototipo experimental, dando como resultado lo siguiente:

ANGULO	ABSORTANCIA	TRANSMITANCIA	REFLECTANCIA	($\tau\alpha$)
5	0,175	0,757	0,068	0,636
10	0,176	0,756	0,068	0,635
15	0,177	0,755	0,068	0,634
20	0,179	0,753	0,068	0,633
25	0,181	0,751	0,068	0,630
30	0,184	0,747	0,069	0,627
35	0,187	0,742	0,071	0,623
40	0,191	0,735	0,074	0,618
45	0,195	0,726	0,080	0,611
50	0,199	0,713	0,088	0,601
55	0,204	0,694	0,102	0,586
60	0,208	0,667	0,125	0,566
65	0,212	0,627	0,160	0,535
70	0,216	0,567	0,216	0,489
75	0,220	0,479	0,301	0,419
80	0,222	0,354	0,423	0,317
85	0,224	0,190	0,586	0,176
90	0,225	0,000	0,775	0,000

**Figura 3.2.-
Incidencia solar (h)**



Gráfica 3.1.- Comportamiento del producto de la Transmitancia del vidrio por la Absortancia de la placa. Condiciones para Cuautitlán de Romero Rubio, Estado de México.



Como se observa en la gráfica 3.1 y figura 3.2, a medida que el ángulo de incidencia va aumentando, el valor del producto de la transmitancia del vidrio y absorptancia de la placa interna va disminuyendo, dentro de los primeros 30 grados se tiene una variación pequeña pero al aumentar alrededor de los 50 grados cae con mayor pendiente. Para el proyecto se empleó el valor de 0.636, debido a que el arreglo de resistencias que suministró el flujo de calor en la experimentación fue perpendicular al prototipo experimental.

3.5. Espesor de capa límite δ

Con el fin de establecer el espacio mínimo entre placas interna y externa (ancho del canal) para evitar flujo turbulento, se calculó el espesor de la capa límite térmica que se forma a lo largo del vidrio y de la placa interna, considerando los valores de temperatura en su superficie.

Para determinarlo se emplea la ecuación dada por Mills [XXII]:

$$\delta = Dx^{1/4} \quad (26)$$

y

$$D = 3.94 \left[\frac{(20/21)\alpha^2 + \nu\alpha}{g\beta(T_s - T_a)} \right]^{1/4} \quad (27)$$

Para conocer como se comporta la capa límite se considera los valores obtenidos de temperatura máximos y mínimos de la superficie del vidrio y de la placa interna.

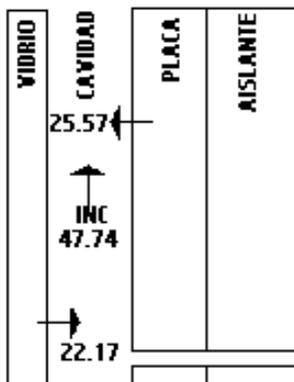
3.6. Balance de energía

A fin de comprobar la igualdad de las ecuaciones, se realizó el balance de energía de cada ecuación, aplicando valores correspondientes a las condiciones de temperatura ambiente y radiación solar del Municipio de Cuautitlán, Edo. de México, para el mes de Julio. (Distancia entre placas: 5 cm., hora: 15 hrs., $T_a = 21.8^\circ\text{C}$ y $G = 138 \text{ W/m}^2$)

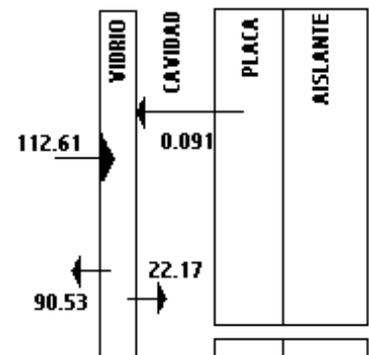
$$GA\alpha_v - U_1A(T_v - T_a) + hr_1A(T_p - T_v) + hc_1A(T_a - T_v) = 0$$

$$112.61 - 90.53 + 0.091 + (-22.17) = 0$$

BALANCE EN CAVIDAD (■)



BALANCE EN EL VIDRIO (■)



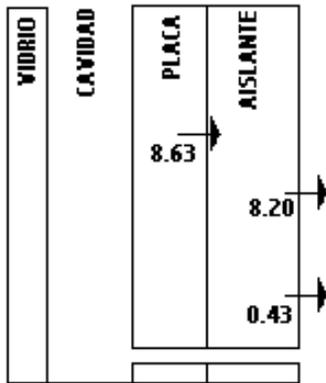
$$hc_1A(T_a - T_v) - hc_1A(T_p - T_a) + mC_p(T_a - T_{\text{cuarto}}) = 0$$

$$(-22.17) - 25.57 + 47.74 = 0$$

$$GA(\tau\alpha) - hc_1A(T_p - T_a) - hr_1A(T_p - T_v) - U_2A(T_p - T_w) = (\rho c V_p T_p)/t$$

$$89.52 - 25.57 - 0.091 - 8.63 = 55.23$$

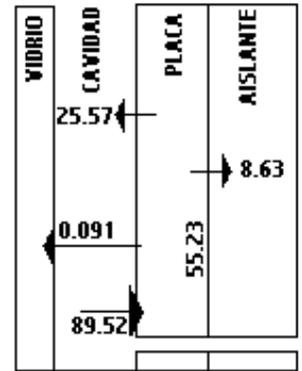
BALANCE EN AISLANTE (■)



$$U_2A(T_p - T_w) - hr_2A(T_w - T_a) - hc_2A(T_w - T_a) = 0$$

$$8.63 - 8.20 - 0.43 = 0$$

BALANCE EN LA PLACA (■)



3.7. Prueba en el modelo analítico

Se consideró lámina de aluminio como el elemento almacenador de calor o placa interna con las propiedades térmicas ASHRAE [XVII]:

$$C = 0.910 \text{ KJ/Kg } ^\circ\text{C}$$

$$\rho = 2700 \text{ Kg/m}^3$$

$$K = 200 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

y las propiedades físicas del aire, se tomaron en base a la temperatura ambiente y presión atmosférica del lugar a evaluar, por ejemplo para el caso del DF a 20 °C y presión atmosférica adquieren los valores de:

$$\rho_a = 1.2949 \text{ Kg/m}^3$$

$$\beta = 0.003501 \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$K_F = 0.02545 \text{ W/m } ^\circ\text{K}$$

$$\mu = 1.9142 \times 10^{-5} \text{ Kg/m s}$$

$$\nu = 1.478 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

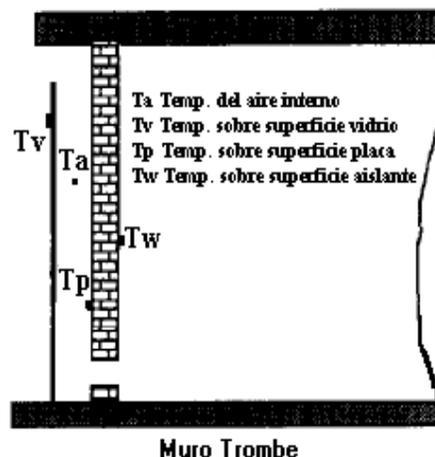
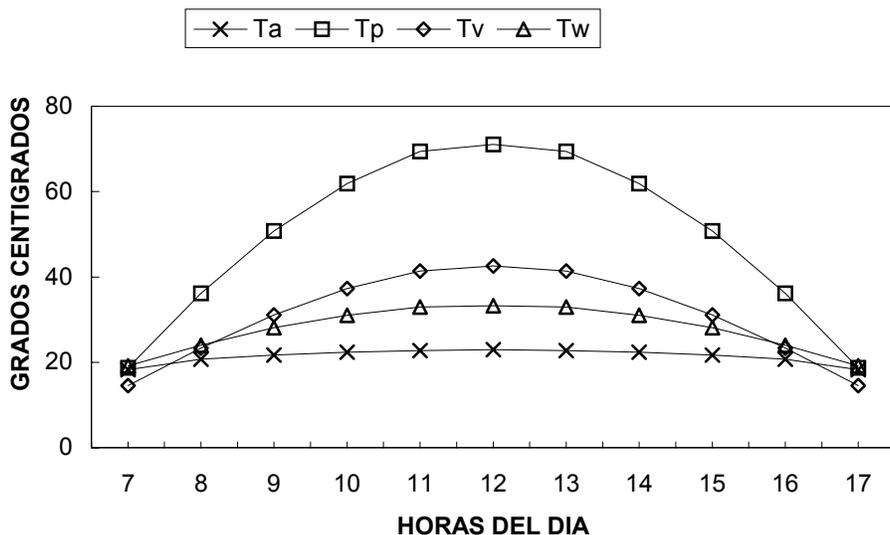
$$C_{pa} = 1.0065 \text{ KJ/Kg } ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.69$$

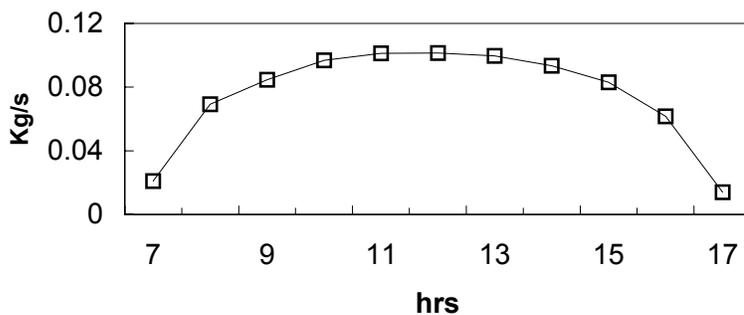
Al realizar una prueba con las condiciones ambientales para Cuautitlán de Romero Rubio mes de enero se encontró (Grafica 3.2) que tanto la temperatura de la placa interna como la del aire a la salida del canal que forman las placas interna y externa, aumenta conforme se incrementa la radiación del sol (aumenta conforme se acerca al medio día) mientras que la temperatura en la superficie del aislante protector de la placa interna aumenta en forma similar a la del vidrio. Cuando pasa del medio día, (las dos horas siguientes) la temperatura en la placa interna y del aire a la salida del canal se mantienen casi constantes debido al almacenamiento de calor en la placa interna, pero después disminuyen.

El flujo de aire, (Grafica 3.3), aumento conforme se acerca al medio día pero similar a las temperaturas en la placa interna y del aire a la salida del canal, al pasar del medio día se mantuvo casi constante (durante 2 horas), después de ese tiempo disminuyó.

Grafica 3.2.- COMPORTAMIENTO DEL MURO VERTICAL



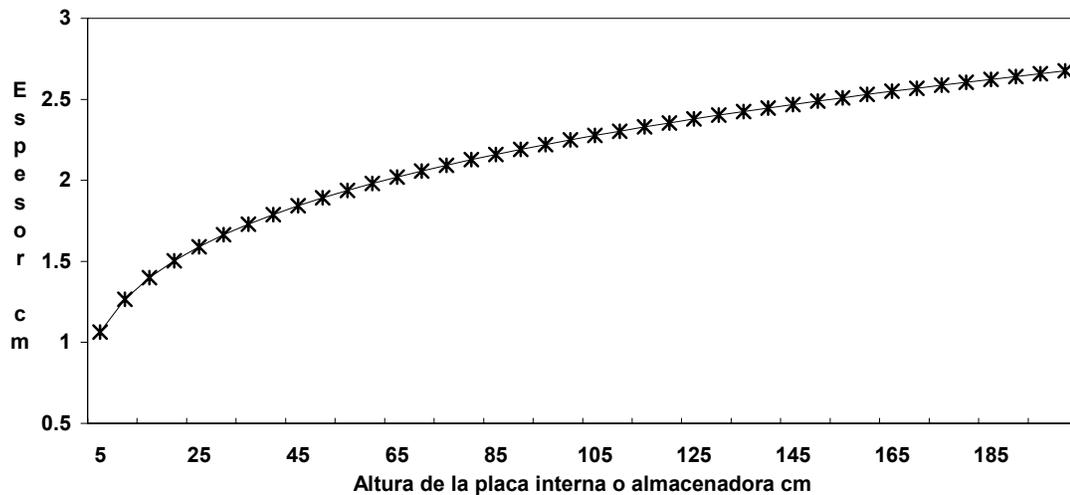
Grafica 3.3.- Variación del flujo de aire en la cavidad



Los resultados obtenidos en la gráfica 3.2 son similares al comportamiento descrito por Hirunlabh [XIV], la temperatura de la placa interna oscila alrededor de los 70 °C y aumenta conforme se acerca el medio día y disminuye al alejarse.

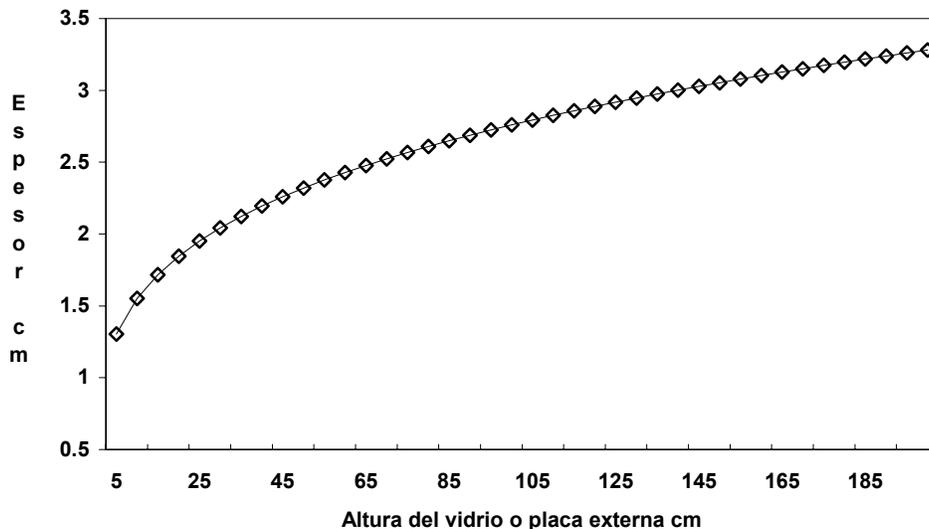
Con los datos obtenidos, se encontró espesores de capa límite considerando la temperatura del aire a la salida del canal y de la superficie de la placa interna, cuando los valores de temperatura son máximos. (medio día respectivamente)

Gráfica 3.4- Espesor de capa límite sobre la placa interna



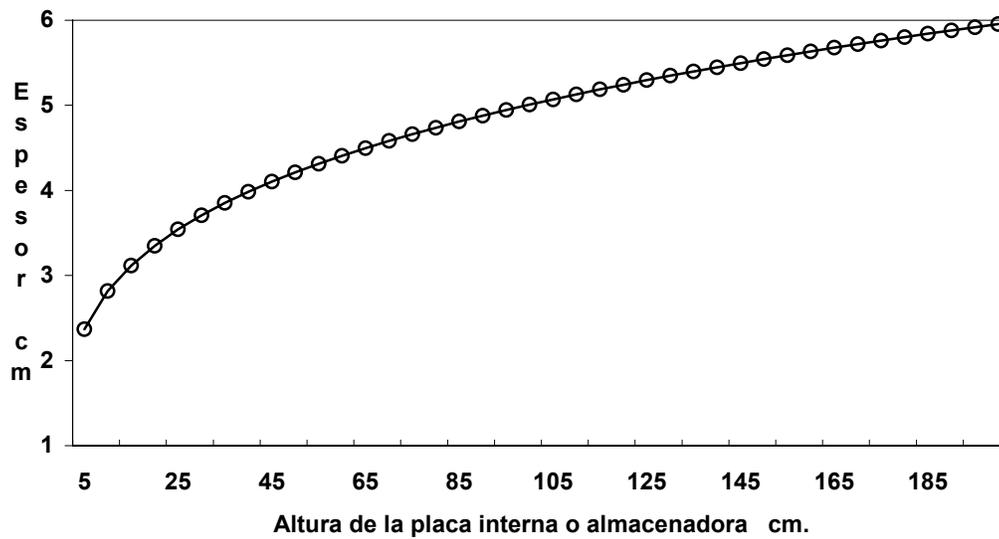
En la grafica 3.4, se observa que el espesor de capa límite sobre la superficie de la placa interna de un metro cuadrado de área, no sobrepasa los tres cm de espesor. También se determino el espesor de capa límite sobre la superficie del vidrio y se observó (gráfica 3.5) que el espesor máximo de casi 3.5 cm corresponde a los 2 metros de su longitud.

Gráfica 3.5.- Espesor de capa límite sobre el vidrio



Con estos valores se pudo determinar cuando se unen las capas límites del vidrio y de la placa y se forma flujo turbulento. Al sumar los espesores se encontró (grafica 3.6) que cerca de los 2 metros de longitud de la placa se cuenta con un espesor de casi 6 cm, mientras que para uno de la mitad de longitud se tiene de 5 cm.

Grafica 3.6.- Espesor total de capa límite



Para las pruebas en el prototipo experimental, como la placa interna cuenta con 1 metro de altura, se tomó el valor de espacio mínimo entre placas interna y externa de 5 cm. para evitar turbulencia.