

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 FACULTAD DE INGENIERÍA  
 DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA  
 CURSOS ABIERTOS

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERÍA SISMICA**  
 Módulo 1: Riesgo Sísmico y Selección de Temblores para Diseño  
 Del 22 al 25 de junio de 1992

F E C H A	H O R A R I O	T E M A	P R O F E S O R (ES)
Lunes 22	17:00 - 18:30	Conceptos fundamentales de Sismología.	Ing. Shri K. Singh
	18:30 - 19:00	Espectros de respuesta y diseño.	Dra. Sonia Rufz Gómez M. en I. Mario G. Ordaz Shroeder M. en I. Jaime García
	19:45 - 21:00	Conceptos básicos de probabilidad y de vibraciones aleatorias Panorama general. Ejemplo sobre sismicidad local.	
Martes 23	17:00 - 18:00	Leyes de Atenuación. Fuente puntual. Momento sísmico. Espectros de fuente. Espectros en roca.	M. en I. Mario G. Ordaz Shroeder
	18:00 - 19:15	Influencia de condiciones locales. Amplificación de ondas: Parte I.	Ing. Javier Aviles
	19:30 - 21:00	Ejemplos sobre leyes de atenuación y condiciones locales.	M. en I. Jaime García
Miércoles 24	17:00 - 18:30	Infl. condiciones locales. Métodos de difracción de ondas. Parte II.	Dr. Francisco Sánchez Sesma
	18:45 - 20:00	Espectros de respuesta a partir del de Fourier. Vibraciones aleatorias, amenaza sísmica y riesgo sísmico.	M. en I. Jaime García y M. en I. Mario G. Ordaz Shroeder
	20:00 - 21:00	Interacción Suelo-Estructura. Ci-mentaciones sup. y enterradas.	Dr. Roberto Gómez Martínez
Jueves 25	17:00 - 18:30	Simulación de movimientos sísmicos.	Dra. Sonia Rufz Gómez
	18:45 - 21:00	Selección de espectros de diseño. Criterios de optimación. Repaso general del ejemplo.	M. en I. Mario G. Ordaz Shroeder M. en I. Jaime García

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
5708 SOUTH CAMPUS DRIVE  
CHICAGO, ILLINOIS 60637  
TEL: 773-936-3700  
FAX: 773-936-3701  
WWW: WWW.CHEM.UCHICAGO.EDU

# EVALUACION DEL PERSONAL DOCENTE

CURSO: XVIII Curso Internacional de Ingeniería Sísmica  
 Módulo 1: Riesgo Sísmico y Selección de Temblores para Diseño.

FECHA: Del 22 al 25 de junio de 1992.

		DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIO VISUALES	MANTENIMIENTO DEL INTERES. (COMUNICACION CON LOS ASISTENTES, AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION).	PUNTUALIDAD
CONFERENCISTA					
1.	Ing. Shri K. Singh				
2.	Dra. Sonia Ruiz Gómez				
3.	M. en I. Mario G. Ordaz Shroeder				
4.	M. en I. Jaime García				
5.	Ing. Javier Aviles				
6.	Dr. Francisco Sánchez Sesma				
7.	Dr. Roberto Gómez Martínez				
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10					

## EVALUACION DE LA ENSEÑANZA

SU EVALUACION SINCERA NOS AYUDARA A MEJORAR LOS PROGRAMAS POSTERIORES QUE DISEÑAREMOS PARA USTED.

XVIII Curso Internacional de Ingeniería Sísmica:

Módulo 1: Riesgo Sísmico y Selección de Temblores para Diseño.

Del 22 al 25 de junio de 1992.

TEMA		ORGANIZACION Y DESARROLLO DEL TEMA	GRADO DE PROFUNDIDAD LOGRADO EN EL TEMA	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL TEMA	UTILIDAD PRACTICA DEL TEMA	
1	Conceptos fundamentales de Sismología.					
2.	Espectros de respuesta y diseño. Conceptos básicos de probabilidad y de vibraciones aleatorias.					
3.	Ejemplo relativo a sismicidad local					
4.	Leyes de Atenuación. Fuente puntual, doble par, momento sísmico, espectros de fuente, espectros en roca.					
5.	Influencia de condiciones locales. Amplificación de ondas: Parte I.					
6.	Ejemplos sobre leyes de atenuación y condiciones locales.					
7.	Infl. condiciones locales. Métodos de difracción de ondas. Parte II.					
8.	Espectros de respuesta a partir del Fourier. Vibraciones aleatorias, amenaza sísmica y riesgo sísmico.					
9.	Interacción Suelo-Estructura. Cimentaciones sup. y enterradas.					
10	Simulación de movimientos sísmicos. Selección de espectros de diseño. Criterios de optimización. Repaso general del ejemplo.					
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10						

### EVALUACION DEL CURSO

C O N C E P T O		
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO EN EL CURSO	
EVALUACION TOTAL		

ESCALA DE EVALUACION: 1 A 10

1.- ¿Qué le pareció el ambiente en la División de Educación Continua?

MUY AGRADABLE	AGRADABLE	DESAGRADABLE
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2.- Medio de comunicación por el que se enteró del curso:

PERIODICO EXCELSIOR ANUNCIO TITULADO DE VISION DE EDUCACION CONTINUA	PERIODICO NOVEDADES ANUNCIO TITULADO DE VISION DE EDUCACION CONTINUA	FOLLETO DEL CURSO
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
CARTEL MENSUAL	RADIO UNIVERSIDAD	COMUNICACION CARTA, TELEFONO, VERBAL, ETC.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
REVISTAS TECNICAS	FOLLETO ANUAL	CARTELERA UNAM "LOS UNIVERSITARIOS HOY"
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		GACETA UNAM
		<input type="checkbox"/>

3.- Medio de transporte utilizado para venir al Palacio de Minería:

AUTOMOVIL PARTICULAR	METRO	OTRO MEDIO
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.- ¿Qué cambios haría en el programa para tratar de perfeccionar el curso?

---



---



---

5.- ¿Recomendaría el curso a otras personas?  SI  NO

5.a. ¿Qué periódico lee con mayor frecuencia?

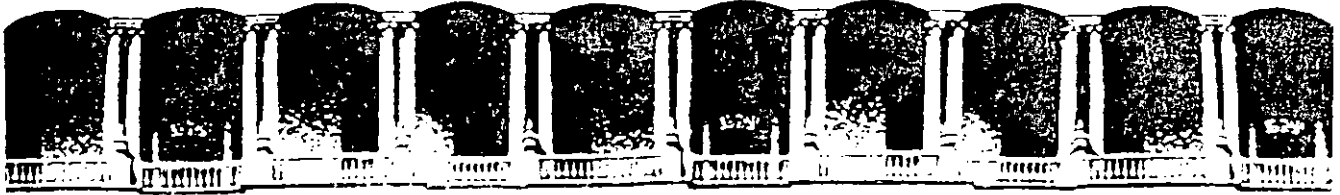
---



---

[Faint, illegible text covering the majority of the page, possibly bleed-through from the reverse side.]





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**ESPECTROS DE RESPUESTA Y DE DISEÑO**

**DRA. SONIA E. RUIZ GOMEZ**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**



## ESPECTROS DE RESPUESTA Y DE DISEÑO

Sonia E Ruiz

### I. INTRODUCCION

### II. ESPECTROS DE RESPUESTA

1. *Comportamiento elástico lineal*
2. *Comportamiento no lineal*
3. *Respuesta elástica y elastoplástica*

### III. ESPECTROS DE DISEÑO

1. *Reducción de espectros elásticos por comportamiento no lineal*

### IV. CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO A PARTIR DE FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

1. *Análisis probabilista en la frecuencia*

## ESPECTROS DE RESPUESTA Y DE DISEÑO

Sonia E Ruiz

### I. INTRODUCCION

La manera más usual de definir el movimiento del terreno en un sitio con fines de diseño sísmico es mediante un ESPECTRO DE DISEÑO. La forma de este se puede predecir estadísticamente si se cuenta con suficientes datos de instrumentos, sin embargo en general esto no sucede así por lo que no es posible realizar una predicción estadística solamente con ESPECTROS DE RESPUESTA calculados a partir de registros locales de temblores. Debido a esto dicha predicción debe de hacerse a partir del conocimiento de las características de los temblores que puedan afectar el lugar, y de la probabilidad de que ocurran. De lo anterior se deduce que un ESPECTRO DE DISEÑO implica una formulación probabilista ya que interviene un gran número de variables aleatorias, como magnitud y localización de los sismos, mecanismo de movimiento en la fuente, propagación de las ondas, naturaleza del terreno local, etc; mientras que un ESPECTRO DE RESPUESTA se obtiene en forma determinista a partir del movimiento registrado.

En las siguientes secciones se tratan ambos espectros.

---

\* Inv. Titular, Instituto de Ingeniería, UNAM,  
Apdo Postal 70-472, 04510 México, D. F.

## II ESPECTROS DE RESPUESTA

### 1. Comportamiento elástico lineal

El espectro de respuesta elástica es el valor absoluto máximo de la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad con cierto amortiguamiento, en función de la frecuencia natural  $\omega_n$  del sistema. La respuesta de un sistema elástico lineal normalmente se refiere a: desplazamiento relativo, velocidad relativa a la base y aceleración absoluta ( $S_d$ ,  $S_v$ ,  $S_a$ , respectivamente). La expresión para obtener  $S_v$  a partir de la historia de aceleración  $x(t)$ , para un amortiguamiento  $\xi$  dado, y una frecuencia  $\omega_n$ , es

$$S_v = \left| \int_0^t x(\tau) e^{-\xi \omega_n (t-\tau)} \left[ \cos \omega_d (t-\tau) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen} \omega_d (t-\tau) \right] d\tau \right|_{\max} \quad (1)$$

$$\text{en que } \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Cuando el amortiguamiento es suficientemente pequeño, tal que

$\sqrt{1 - \xi^2} \approx 1$ , los términos de igual orden que  $\xi$  y mayores pueden despreciarse, y el término del coseno puede reemplazarse por seno. En este caso se encuentran las siguientes relaciones entre  $S_d$ ,  $S_v$  y  $S_a$

$$S_d = \frac{S_v}{\omega_d} = \frac{\pi S_v}{2\pi} \quad (2)$$

$$S_a = \omega_d S_v = \frac{2\pi}{T} S_v \quad (3)$$

donde T representa el periodo natural del sistema.

En la práctica de la ingeniería sísmica estas expresiones son generalmente utilizadas para calcular espectros de pseudo-desplazamientos relativos (PS) y pseudoaceleraciones absolutas (PS<sub>a</sub>) de la siguiente manera

$$PS_d \approx \frac{S_v}{\omega_n} \quad (4)$$

$$PS_a \approx \omega_n S_v \quad (5)$$

De manera similar puede calcularse el pseudoespectro de velocidad a partir del de aceleración o del de desplazamiento. Sin embargo en general se parte del espectro de velocidad y de este se calculan los pseudoespectros PS y PS<sub>a</sub>.

En la ref 1 se presentan los valores de amortiguamiento  $\xi$  usados en la práctica.

El espectro correspondiente a amortiguamiento nulo presenta oscilaciones abruptas, lo que indica que la respuesta es muy sensible a cambios pequeños del periodo. A medida que aumenta el amortiguamiento en el sistema, se reducen las respuestas máximas y la sensibilidad al cambio de periodo es mucho menor.

Es común representar en gráficas tetralogarítmicas los espectros de velocidad, desplazamiento y aceleración para varias fracciones de amortiguamiento crítico en función de la frecuencia natural, de manera que se lean las tres respuestas directamente a partir de una sola gráfica.

## 2. Comportamiento no lineal

Cuando el comportamiento del sistema es no lineal también se pueden representar los espectros en un trazo tetralogarítmico; sin embargo en este caso los valores absolutos máximos que se grafican son tales que corresponden a un indicador de daño sísmico especificado; es decir, todos los puntos de un espectro asociado a un amortiguamiento viscoso dado, corresponden a un mismo nivel de deterioro o daño. Es usual, hasta la fecha, que tal indicador sea la demanda de ductilidad, de modo que se describen espectros inelásticos no lineales asociados a cierta demanda de ductilidad del sistema de un grado de libertad.

Las formas más comunes de comportamiento no lineal inelástico utilizadas en ingeniería estructural son: elastoplástico, bilineal y bilineal con deterioro de rigidez y resistencia. En todos estos casos la demanda de ductilidad  $\mu$  se define como la relación entre el desplazamiento relativo máximo  $\delta_{max}$  y el de fluencia  $\delta_y$ . Este último lo define, en un modelo bilineal, la intersección de la rigidez inicial y la fuerza de fluencia  $F_y$ .

$$\mu = \frac{\delta_{\max}}{\delta_y}$$

Los espectros no lineales inelásticos, correspondientes a un mismo sismo, tienen características distintas según el tipo de comportamiento estructural que se trate. Esto se debe a que la respuesta histerética en cada caso disipa la energía con forma y magnitud distintas dependiendo de las relaciones carga-deformación en cuestión. Dicha respuesta implica cierto nivel de daño que puede afectar la capacidad del sistema para resistir sismos intensos en el futuro.

El cálculo de espectros de respuesta no lineales generalmente se realiza numéricamente integrando las ecuaciones de movimiento paso a paso en el tiempo. En la fig 1 se presenta un diagrama de bloques relativo al cálculo de los espectros inelásticos. Estos también se pueden estimar en forma aproximada, reduciendo mediante reglas simples el respectivo espectro lineal elástico.

### 3. Respuestas elástica y elastoplásticas

Para acelerogramas con banda ancha registrados cerca del epifoco, la relación entre la respuesta máxima de un sistema elástico y la de un sistema con comportamiento elastoplástico es aproximadamente de la siguiente forma (ref 1).

a) Cuando el período del sistema se encuentra dentro del intervalo de velocidad constante, el desplazamiento máximo inelástico es aproximadamente constante e igual al desplazamiento máximo elástico  $\delta_e$  (fig 2a). Esto no ocurre para niveles de fluencia extremadamente bajos, en donde el desplazamiento se incrementa grandemente. A partir de lo anterior se llega a

$$\mu = \frac{\delta_{\max}}{\delta_y} = \frac{\delta_e}{\delta_y} = \frac{F_e}{F_y} = \frac{ma}{ma_y} \quad (7)$$

en donde  $F_e$  y  $a$  son la fuerza y aceleración del sistema cuando este se considera elástico;  $F_y$  y  $a_y$  representan la fuerza y aceleración de fluencia del sistema, y  $m$  es la masa del mismo.

b) Si el periodo del sistema es muy corto, de modo que la respuesta se encuentre dentro del intervalo de aceleración constante, el desplazamiento máximo inelástico es tal que la energía disipada por un sistema con nivel de fluencia  $F_y$  es igual a la energía del correspondiente sistema elástico. Esto es, en la fig 2b, el área  $\Delta OCE$  es igual a la comprendida entre los puntos  $OBDM$ . En esta figura la línea punteada  $CD'$  representa los puntos del verdadero desplazamiento máximo inelástico y la línea llena  $CD$  une los puntos de iguales energías de los sistemas elastoplástico y elástico. A partir de esto

$$\frac{F_e}{F_y} = (2\mu - 1)^{1/2} \quad (8)$$

Las ecs 7 y 8 constituyen las reglas de reducción de espectros elásticos para calcular espectros elastoplásticos. Estas reglas son válidas para movimientos de banda ancha de registros en terreno duro, cercanos al epifoco. Cuando el movimiento es de banda estrecha, como los que se presentan en la zona blanda de la ciudad de México, estas reglas no son aplicables, según se explica enseguida.

Rosas, et al (1989, ref 2), Ruiz y Díaz (1991, ref 3) analizaron las relaciones entre espectros elastoplásticos de aceleración y sus respectivos elásticos para varios conjuntos de movimientos con periodos dominantes especificados, registrados en la ciudad de México. La forma de las relaciones medias se muestra en la fig 3. Esta correspondiente a registros en terreno blando con periodo

dominante de 2s. El tipo de curva de regresión que se ajustó en dichos estudios es

$$\frac{F_y}{F_o} = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) e^{-AT} - D e^{-BT} T^{C\mu} + \frac{1}{\mu} \quad (9)$$

en donde T representa el período de sistema, A, B, C, y D son parámetros que dependen del sitio. En la fig 3 se muestra con línea discontinua la relación correspondiente a las ecs. 7 y 8. Como puede observarse en tal figura estas expresiones dan lugar a espectros inelásticos del lado de la seguridad para periodos cercanos al dominante del movimiento, pero resultan menos conservadoras para periodos relativamente cortos. Actualmente se están tratando de derivar en el Instituto de Ingenieria, UNAM reglas generales para construir espectros inelásticos a partir de elásticos en donde se tome en cuenta el ancho de banda de la densidad espectral del movimiento (ref 4).



### III. ESPECTROS DE DISEÑO

Un espectro de diseño implica una formulación probabilista. Este espectro debe cubrir las características de los posibles movimientos del terreno en un sitio especificado o una región con características geológicas similares entre sí. Tales movimientos pueden, por ejemplo deberse a fuentes cercanas y lejana al sitio, con características sismogénicas diversas, etc.

En la construcción de un espectro de diseño se deben tener en cuenta principalmente las características de las fuentes sísmicas, las relaciones entre estas y el movimiento del terreno, y la influencia de las condiciones locales del suelo.

Generalmente se asocian para un sitio dado, varios espectros elásticos de diseño, cada uno para diferentes periodos de recurrencia. La elección del periodo de recurrencia, con fines de diseño sísmico, debe basarse en criterios de optimación sobre el riesgo aceptado y los costos de las construcciones.

## 1. Reducción de espectros elásticos por comportamiento no lineal

Cuando actúa un sismo intenso sobre las estructuras estas pueden desarrollar un comportamiento no lineal o lineal, según se prevea en el diseño. En nuestro medio, como en muchos, es usual diseñar edificios de manera que presenten un comportamiento más allá del de fluencia. Los métodos de análisis comúnmente empleados se basan en sistemas lineales excitados por movimientos correspondientes a espectros elásticos reducidos para tomar en cuenta el comportamiento no lineal. Es común calcular los espectros reducidos asociados a un nivel de excitación de forma tal que el sistema tenga cierta demanda de ductilidad  $\mu$ .

Newmark y Hall (ref 5) propusieron reglas de reducción de espectros lineales basados en las ecs 7 y 8, aplicables a registros de banda ancha, como el de El Centro, Calif. de 1940. En varios reglamentos de diseño sísmico se utilizan dichas leyes de reducción de espectro, incluyendo el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-87, ref 6) y el UBC (Uniform Building Code, ref 7).

El RCDF-87 especifica tres espectros elásticos, para 5% de amortiguamiento crítico, que dependen del tipo de terreno (zonas I, II y III). Dichos espectros cubren los posibles tipos de sismos que pueden afectar al Valle de México. Estos son (ref 8 ): a) temblores locales; b) de profundidad intermedia; c) de subducción, y d) del resto de la Placa Continental. La envolvente de los espectros asociados a estos tipos de temblores con cierta probabilidad de ocurrencia, es tal que la banda de frecuencias resulta moderadamente ancha. Cuando además se introducen las incertidumbres asociadas a: condiciones locales del terreno (topografía, heterogeneidad, anisotropía, escases de datos sobre

temblores intensos, incertidumbre en la respuesta estructural, etc) dicho espectro de diseño resulta francamente de banda ancha. Por lo anterior es razonable aplicar las reglas de Newmark al espectro lineal que propone el RCDF-87.

Los espectros reducidos por demanda de ductilidad se emplean tanto en el análisis modal espectral de estructuras como en el de fuerzas laterales equivalentes. En el primero las fuerzas actuantes se determinan con base en los modos de vibración que intervienen en el análisis estructural, mientras que en el segundo dichas fuerzas se calculan a partir del modo natural de la estructura.

#### IV CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO A PARTIR DE FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

En esta sección se supone que se conoce la densidad espectral del movimiento esperado en un sitio asociado a cierto período de recurrencia, y a partir de esta información se desea definir el correspondiente espectro de diseño. Los criterios para lograr esto son los siguientes:

- A) Análisis Probabilista en la Frecuencia. Primeramente se obtiene con la función de densidad espectral de la respuesta de un sistema de un grado de libertad (1gdl). Se analizan las probabilidades de excedencia de valores espectrales y se determinan espectros de respuesta con probabilidades de excedencia prefijados. Este criterio utiliza los primeros momentos de la función de densidad espectral y la duración de fase intensa del movimiento. Con ellos se puede encontrar en forma aproximada la esperanza de la respuesta máxima y estimar espectros de diseño. Este criterio se explica más adelante.
  
- B) Simulación de Movimiento Sísmicos. A partir de un número suficiente de movimientos simulados se calculan sus correspondientes espectros de respuesta y se obtiene el espectro asociado a cierta probabilidad de excedencia.

En lo que sigue se explica con detalle el inciso A. El referente a Simulación de Movimientos Sismicos se trata ampliamente en el capítulo correspondiente.

1. *Análisis probabilista en la frecuencia*

En este caso la excitación sísmica se trata mediante funciones de densidad espectral (f d e) de potencia  $G(\omega)$ . El valor esperado  $E[x(t)]$  de los acelerogramas es nulo, por lo que el área bajo la función  $G(\omega)$  es igual a la varianza  $\sigma^2$ . La siguiente relación es básica en la teoría de vibraciones aleatorias estacionarias de sistemas lineales (Crandall y Mark, 1963; ref 9)

$$G_u(\omega) = G(\omega) |H(\omega)|^2 \quad (10)$$

en donde  $G_u(\omega)$  es la f d e resultante y  $|H(\omega)|$  es la función de amplificación o de transferencia que representa la amplitud de la respuesta del sistema ante una excitación armónica de amplitud unitaria y frecuencia  $\omega$ . Para un sistema de un grado de libertad en que la excitación y la respuesta son la aceleración y el desplazamiento respectivamente, la función de amplificación al cuadrado es

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2} \quad (11)$$

donde  $\omega_n$  representa la frecuencia natural del sistema y  $\xi$  el amortiguamiento. La varianza de la respuesta  $\sigma_u^2$  es igual al área bajo la curva  $G_u(\omega)$ . La desviación estándar de la pseudoaceleración de la respuesta es  $\sigma_a = \omega_u^2 \sigma_u$ .

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \omega_n^4 \sigma_u^2 = \omega_n^4 G(\omega_n) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \\ &= \omega_n G(\omega_n) \pi / (4\xi) + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega\end{aligned}\quad (12)$$

La importancia relativa del segundo término de la derecha crece para frecuencias naturales grandes (ver fig 4).

La desviación estándar de la pseudo-aceleración,  $\sigma_a$ , es igual a la de la aceleración del terreno,  $\sigma$ , cuando  $\omega_n \rightarrow \infty$ , y  $\sigma_u$  es igual a la desviación del desplazamiento del terreno cuando  $\omega_n = 0$ . Para sistemas ligeramente amortiguados, con frecuencias naturales intermedias, predomina el primer término.

La varianza  $\sigma_a^2$  crece desde cero a un valor  $\sigma_a^2(s)$  al final de la duración  $s$  del temblor. Dicha varianza está dada por

$$\sigma_a^2(s) = G(\omega_n) \frac{\pi \omega_n}{4\xi} (1 - e^{-2\xi\omega_n s}) + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \quad (13)$$

La esperanza del desplazamiento máximo  $\bar{U}_{\max}$  que define el punto del espectro de respuesta medio, es proporcional a la desviación estándar  $\sigma_u(s)$ , es decir

$$\bar{U}_{\max, s, p} = r_{s, p} \sigma_u(s) \quad (14)$$

donde  $r_{s, p}$  se conoce como el factor pico. Los subíndices  $s$  y  $p$  se asocian a la duración del movimiento y a la probabilidad de excedencia respectivamente. Cuando  $p = 0.5$  se obtiene la mediana del espectro de respuesta. El intervalo usual de variación de  $r_{s, p}$  es entre 1.25 y 3.50 (Vanmacke, 1975). El problema de evaluar  $r_{s, p}$  equivale al de evaluar la probabilidad de que la respuesta del sistema sea mayor a cierto límite  $a$  durante el intervalo de tiempo  $(0, s)$ . Una expresión aproximada, la cual supone que la respuesta estacionaria cruza la barrera  $a$  siguiendo

un proceso de Poisson, es

$$r_{s,p} = [2 \ln (2n [1 - \exp (-\delta_e \sqrt{\pi \ln 2n}) ] ) ]^{1/2} \quad (15)$$

donde

$$n = \frac{\Omega_u s / (2\pi)}{(-\ln p)}$$

$$\delta_e = (\delta_u)^{1.2}$$

$$\Omega_u = (\lambda_{2,u} / \lambda_{0,u})^{1/2}$$

$$\delta_u = (1 - \lambda_{1,u}^2 / \lambda_{0,u} \lambda_{2,u})^{1/2}$$

$$\lambda_{1,u} = \int_0^{\infty} \omega^1 G_u(\omega) d\omega$$

Una expresión simplificada de la anterior es la siguiente:

$$r_{s,p} = (2 \ln N)^{1/2} + \gamma / (2 \ln N)^{1/2} \quad (16)$$

en donde

$$N = \frac{s}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{2,u}}{\lambda_{0,u}}}$$

$$\gamma = 0.577... \text{ (constante de Euler)}$$

Esta expresión implica un valor  $p \approx 0.368$  de manera que  $(-\ln p)^{-1} = 1$ , y  $n = \Omega_u s / (2\pi)$  representa el número promedio de cruces de la respuesta por el eje del tiempo.

La expresión simplificada (ec 28) se ha calibrado con acelerogramas obtenidos en la ciudad de México (Ordaz y Reinoso, 1987 ref 10). Para los casos analizados la comparación de es criterio y uno "exacto" paso a paso da lugar a errores relativos medios del orden de 6 % y a desviaciones estándar de dichos errores de 18%.



## REFERENCIAS

1. Chopra, Anil K. y Newmark Nathan "Análisis", Cap 2. Diseño de estructuras resistentes a sismos, editor E. Rosenblueth, IMCYC, 1982.
2. Rosas H, Ruiz S.E. y Diaz O. "Espectros elastoplásticos de acelerogramas registrados en terrenos blandos y duro del Distrito Federal", Informe interno, proyecto 9726, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1991.
3. Ruiz, S. E. y Diaz, O, "Reduction of linear elastic response spectra due to elastoplastic behavior of systems", 5th International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Karlsruhe, Alemania, 1991.
4. Ruiz, S. E. y Diaz O, investigación en proceso, 1991.
5. Newmark, N. M. y Hall, W. J., "Procedures and criteria for earthquake resistant design, Building Practices for Disaster Mitigation", Building Science Serie 46, National Bureau of Standards, pp 209-236, Feb 1973.
6. Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, No. 9, Julio de 1987.
7. "Uniforme Building Code", UBC.
8. Rosenblueth E, Single, S. K., Ordaz M, y Sánchez-Sesma, F. J., "Espectros de diseño para el Distrito Federal", Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, A 1-A 17, 1987, Querétaro, Qro.
9. Crandall, S. H. y Mark, W. D. "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press, New York, 1963.
10. Ordaz M. y Reinoso E, "Uso de teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del Distrito Federal", VII Congreso de Ingeniería Sísmica, Querétaro, Qro., pp A 1545-160, nov. 1987.

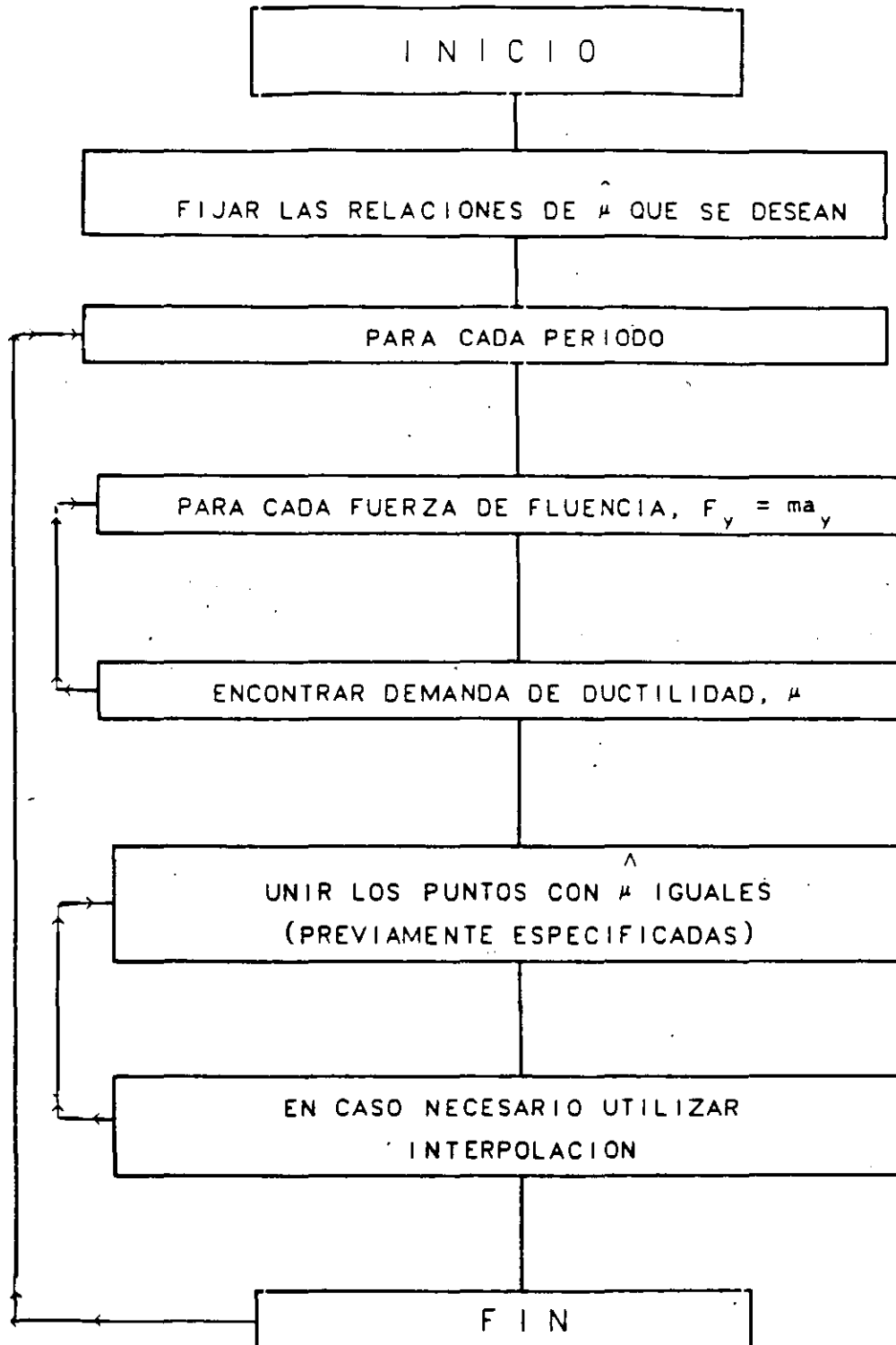
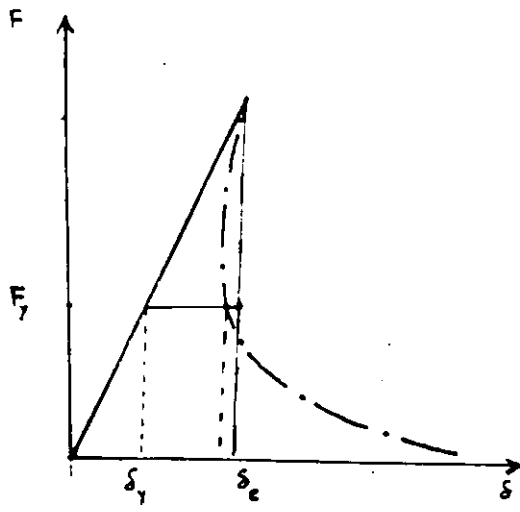
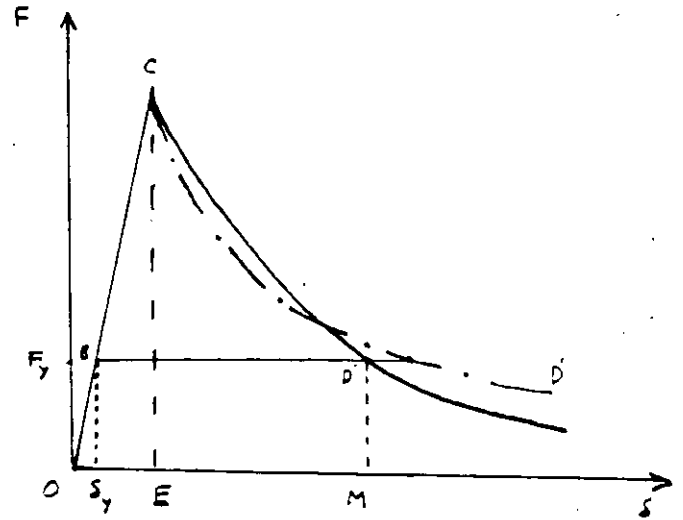


Fig 1 Diagrama de bloques para el cálculo de espectros inelásticos no lineales

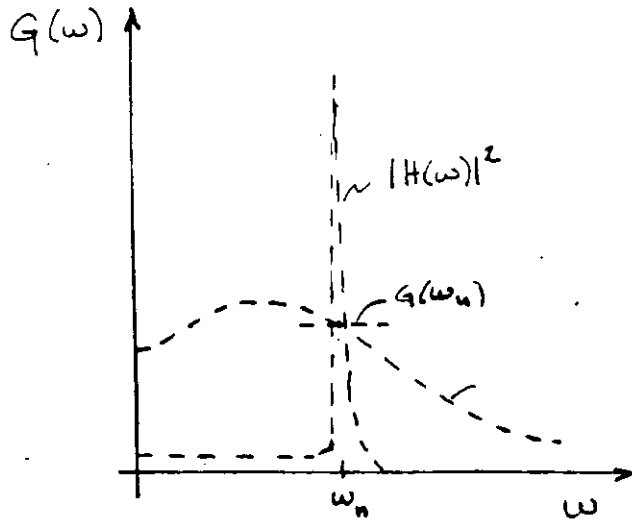


a) Sistema con período largo

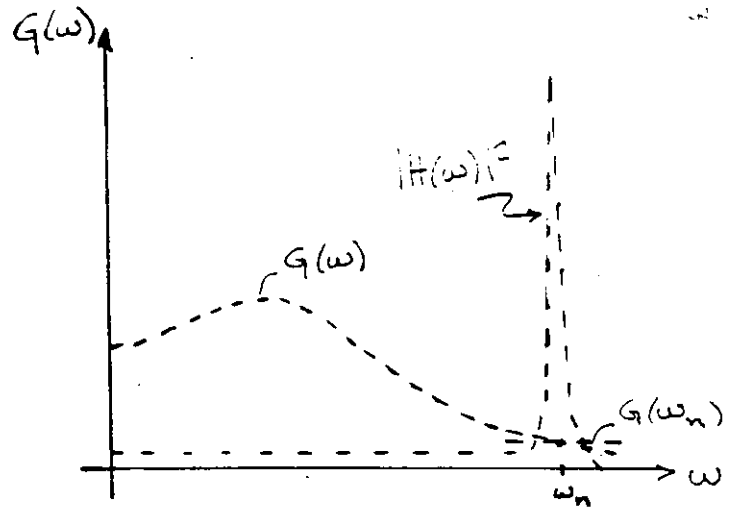


b) Sistema con período corto

Fig 2 Desplazamiento máximo elásticos e inelásticos (ref 1).



a) Primer término



b) Segundo término

Fig 3 Significado de los términos de la ec 12 (Vanmarcke, 1975)



SECRETARÍA DE MINERÍA Y ENERGÍA  
COMISIÓN NACIONAL DE ENERGÍA ATÓMICA

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

Del 22 de Junio al 18 de Julio

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES  
PARA ANALISIS DE RIESGO SISMICO**

**DRA. SONIA E. RUIZ GOMEZ**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

## CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES PARA ANALISIS DE RIESGO SISMICO

### INTRODUCCION

La teoría de Probabilidades es una herramienta muy útil para evaluar el riesgo sísmico.

Dado que la naturaleza de los temblores no es de tipo determinístico, el problema debe tratarse mediante modelos probabilístico. Por ejemplo, existen grandes incertidumbres respecto a las coordenadas del foco, magnitud del evento, tiempo de ocurrencia, relaciones magnitud-intensidad, etc.

No es posible decir con certeza cuando ocurrirá un temblor, pero sí podemos decir qué tan probable es que ocurra. El tiempo de ocurrencia de los sismos de diferentes características originados en una determinada fuente puede expresarse mediante un proceso estocástico, que es una descripción matemática de la forma en que varía con el tiempo la ocurrencia de ciertos eventos.

Para formular un modelo de sismicidad y estimar sus parámetros sería deseable contar con un número suficiente de registros de movimientos sísmicos fuertes, de las características de su fuente y de su ubicación, sin embargo esta información es muy escasa por lo que se tiene que hacer uso de técnicas estadísticas más refinadas (por ejemplo el teorema de Bayes).

Enseguida se presenta un repaso de los conceptos fundamentales de la teoría de Probabilidades para la mejor comprensión del análisis de riesgo sísmico.

## NOCIONES DE TEORIA DE PROBABILIDADES

### AXIOMAS FUNDAMENTALES

AXIOMA 1.- La probabilidad de un evento A se encuentra 0 y 1

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

AXIOMA 2.- La probabilidad de la unión de dos eventos mutuamente exclusivos es igual a la suma de sus probabilidades

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si estos no son mutuamente exclusivos, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

### PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad de que ocurra un evento A, dado que conocemos el resultado de un evento B es igual a:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (1)$$

De donde

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

Generalizando,

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A|B \cap C \dots) P(B|C \cap \dots) \dots P(N)$$

Si los eventos son independientes entre sí, entonces

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A)P(B)P(C) \dots P(N)$$

## TEOREMA DE PROBABILIDADES TOTALES

Dado un conjunto de eventos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos,  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , es posible siempre expresar la probabilidad  $P(A)$  de otro evento  $A$  como sigue

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)$$

Entonces

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) P(B_i) \quad (2)$$

## TEOREMA DE BAYES

La probabilidad condicional de  $A_j$  dado que ha ocurrido el evento  $B$  es

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} \quad (3)$$

Por lo visto en las definiciones anteriores es posible llegar a lo siguiente

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Generalmente a la probabilidad resultante se le llama "a posteriori" y a la probabilidad  $P(A_j)$  se le llama "a priori"

## DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LAS VARIABLES ALEATORIAS

El comportamiento de una variable aleatoria se describe a través de leyes probabilísticas representadas mediante funciones de distribución de probabilidad.

En el caso de variables aleatorias discretas estas leyes se repre

sentan mediante FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD, en el caso de variables continuas se utilizan las FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD. Cuando se tratan varias variables a la vez el comportamiento lo determinan leyes de probabilidad CONJUNTAS.

#### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD MARGINAL

El comportamiento de una (o varias) variable (s) aleatoria(s) se puede obtener a partir de una distribución conjunta, integrando sobre todos los valores de las variables cuyo comportamiento no interesa. La función que representa a este comportamiento es la distribución de probabilidad MARGINAL. Por ejemplo sean X y Y variables aleatorias continuas, con densidad de probabilidades  $f_{x,y}(x, y)$ ; entonces la función de probabilidad marginal de x es igual a

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y) dy \quad (r)$$

Generalizando

$$f_{x_1, x_2}(x_1, x_2) = \int \int \int \dots \int_0 f_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx_3 dx_4 \dots dx_n$$

#### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si en una función de distribución de probabilidad conjunta algunas variables adquieren valores fijos la función de distribución de probabilidad normalizada resultante representa a la distribución CONDICIONAL. Sean X y Y variables aleatorias continuas y  $f_{x,y}(x, y)$  su función de distribución; si Y adquiere el valor  $y_0$ , entonces la función de probabilidad condicional de X es igual a

$$f_{x|y}(x, y_0) = \frac{f_{x,y}(x, y_0)}{f_y(y_0)} \quad (6)$$

En donde

$$f_y(y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y_0) dx$$



## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA

Una forma alternativa de representar el comportamiento de una variable aleatoria es mediante la función de distribución acumulada. El valor de dicha función,  $F_X(x)$ , es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que el argumento, es decir

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du$$

La función de distribución  $f_X(x)$  se puede encontrar a partir de la función acumulada, a través de

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \int_{-\infty}^x f_X(u) du \right] = f_X(x)$$

Sus propiedades son las siguientes

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_X(x) \leq 1 \\ F_X(-\infty) &= 0 \\ F_X(\infty) &= 1. \end{aligned}$$

$$F_X(x_2) - F_X(x_1) = P[x_1 < X \leq x_2]$$

## MOMENTOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Media ó valor esperado de una variable continua X

$$m_x = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

Variación de una variable continua X

$$\sigma_x^2 = \text{var}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_X(x) dx = E[x^2] - E^2[x]$$

Desviación estándar de una variable continua X;

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

# FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD:

## BINOMINAL Y DE POISSON

Enseguida se tratan dos distribuciones de variables aleatorias discretas ; discontinua de orden finito la BINOMIAL y de orden infinito la de POISSON

### DISTRIBUCION BINOMINAL

Se aplica a experimentos de Bernoulli (acepta únicamente dos posibles resultados: éxito y fracaso).

Sea

$p$  = probabilidad de obtener éxito

$q = 1 - p$  = probabilidad de obtener fracaso

La probabilidad de obtener  $x$  éxito al realizar  $n$  veces el experimento de Bernoulli es

$$\underbrace{p \cdot p \cdot p \cdot \dots \cdot p}_x \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot q \cdot \dots \cdot q}_{n-x} = p^x q^{n-x}$$

Aquí se supuso que los  $x$  éxitos ocurren al principio. El número total de formas en que pueden presentarse los  $x$  éxitos es igual a las permutaciones de  $n$  objetos formados por dos grupos: uno de  $x$  objetos iguales y otro de  $n-x$  objetos iguales o sea igual a

$$\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

o sea que la probabilidad buscada es la siguiente

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad (10)$$

La variable aleatoria  $x$  es un número entero entre cero y  $n$

Su media es igual a

$$m_x = \sum_{x=0}^n x P(x) = np$$

Su variancia es

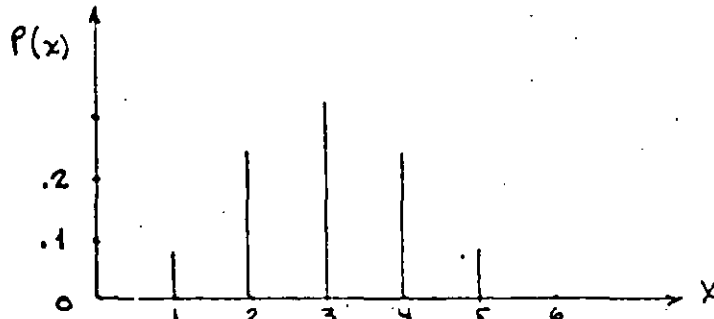
8

$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^n x^2 P(x) = npq$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{npq}$$

La representación gráfica de  $P(x)$  para  $n = 6$  y  $p = 0.5$  es como sigue



DISTRIBUCION DE POISSON

Si se considera que en la distribución binomial  $n$  tiende a infinito mientras que la probabilidad  $p$  de éxito tiende a cero, entonces la ec. (10) se convierte en

$$P(x) = \frac{\nu^x}{x!} e^{-\nu}, \quad x=0,1,2,3,\dots,\infty \quad (11)$$

Esta distribución de probabilidad se llama de POISSON de parámetro  $\nu$

Su media está dada por

$$m_x = \sum_{x=0}^{\infty} x P(x) = \nu$$

Su variancia es igual a

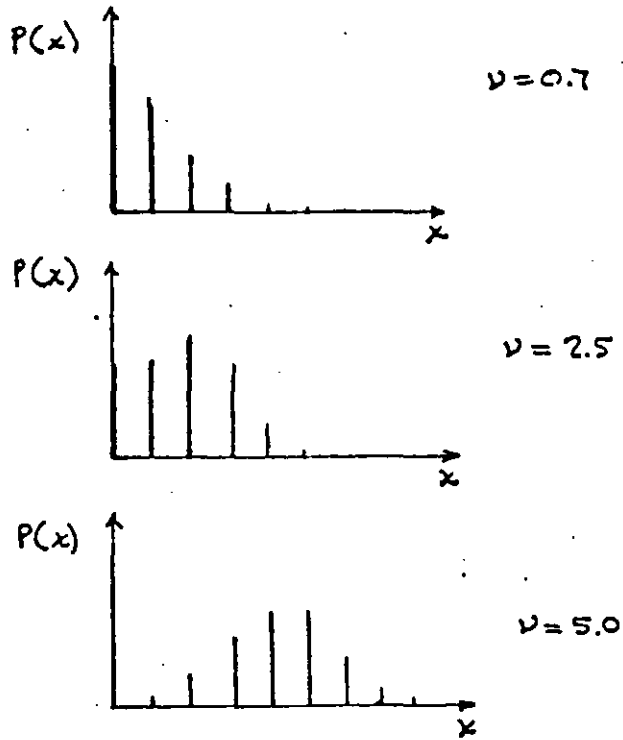
$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 P(x) = \nu$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{\nu}$$

(La distribución de Poisson de parámetros  $\nu = np$  se aproxima a la binomial siempre que  $n > 50$  y  $np < 5$ ).

En las siguientes figuras se ilustra la variación de la forma de las distribuciones con el parámetro  $\nu$ :

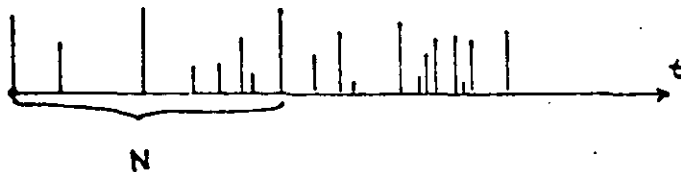


PROCESO DE POISSON

Este proceso representa el número de eventos que ocurre en un tiempo  $t$  cuando dichos eventos tienen distribución de Poisson; es decir,

$$P(n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

Ilustrando esto gráficamente:



En un proceso de Poisson, la media de su distribución (de Poisson) es  $m_n = \lambda t$ . Al parámetro  $\lambda$  se le llama tasa media de ocurrencia del proceso.

Un proceso de Poisson debe satisfacer las siguientes hipótesis:

## 1. ESTACIONARIEDAD

La probabilidad de un evento en un intervalo corto de tiempo  $(t, t + \Delta t)$  es aproximadamente  $\lambda(\Delta t)$  para cualquier  $t$ . Es decir que no importa qué tiempo  $t$  se elige para hacer la estimación.

## 2. NO MULTIPLICIDAD

La probabilidad de 2 o más eventos en un intervalo corto de tiempo es despreciable comparado con  $\lambda(\Delta t)$

## 3. INDEPENDENCIA

El número de eventos en cualquier intervalo de tiempo es independiente de el número en cualquier otro intervalo de tiempo. O sea que la ocurrencia de unos es independiente de los que ocurren en otro intervalo de tiempo.

Varios investigadores han propuesto modelos probabilísticos para describir la ocurrencia de temblores. Algunos de ellos se basan en la construcción de histogramas de tiempos de espera entre eventos sísmicos. Por simplicidad matemática frecuentemente se adopta la hipótesis que la distribución probabilística de tales tiempos de espera es de Poisson. Es decir, para una determinada región, la probabilidad de que ocurran  $n$  temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $(0, t)$  es

$$p(n) = (\lambda_M t)^n e^{-\lambda_M t} / n!$$

en que  $\lambda_M$  es el número medio de temblores con magnitud mayor que  $M$  que ocurran en dicha región por unidad de tiempo. Si se considera  $n$  nulo se obtiene

$$p(0) = e^{-\lambda_M t}$$

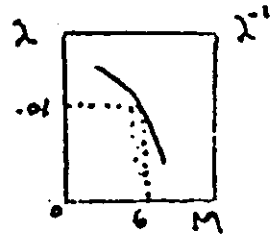
que representa la probabilidad de que no ocurran temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $t$  (aún cuando no empiece en cero) es decir la probabilidad de la intensidad máxima en el intervalo  $t$

## EJEMPLO

Mediante un estudio estadístico sobre la ocurrencia de sismos en cierta región se estimó que un temblor con una magnitud igual a 6 o mayor tiene un periodo de recurrencia de 100 años. Calcular las probabilidades de que en los próximos 10, 50 y 100 años no ocurra ningún sismo en dicha región cuya magnitud exceda a 6, suponiendo que la ocurrencia de los sismos se puede modelar mediante un proceso estocástico de Poisson.

$$\lambda_M = \frac{1}{100} = .01$$

$$P(n) = \frac{(.01t)^n e^{-.01t}}{n!}$$



Para  $t = 10$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 10)^0 e^{-.01 \times 10}}{0!} = .905$$

Para  $t = 50$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 50)^0 e^{-.01 \times 50}}{0!} = .607$$

Para  $t = 100$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 100)^0 e^{-.01 \times 100}}{0!} = .368$$

Las probabilidades de que ocurra por lo menos un sismo con magnitud mayor que 6 son

$$P_{\underline{b}}(n \geq 1) = 1 - .905 = .095$$

$$P_{\underline{b}_1}(n \geq 1) = 1 - .607 = .393$$

$$P_{\underline{b}_2}(n \geq 1) = 1 - .368 = .632$$

## FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD:

### EXPONENCIAL, NORMAL Y LOGNORMAL

#### DISTRIBUCION EXPONENCIAL

En la sección anterior se trató el proceso de Poisson. En lo que sigue se describirá la distribución de tiempo de espera entre eventos si ellos se describen mediante un proceso de Poisson.

Si denotamos la variable aleatoria  $T$  como el tiempo de la primer ocurrencia de un evento, entonces la probabilidad de que  $T$  exceda algún valor de  $t$  es igual a la que no ocurran eventos en el intervalo de tiempo  $t$ , o sea igual a  $1 - F_T(t) = p(0)$ , o sea

$$1 - F_T(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

Entonces

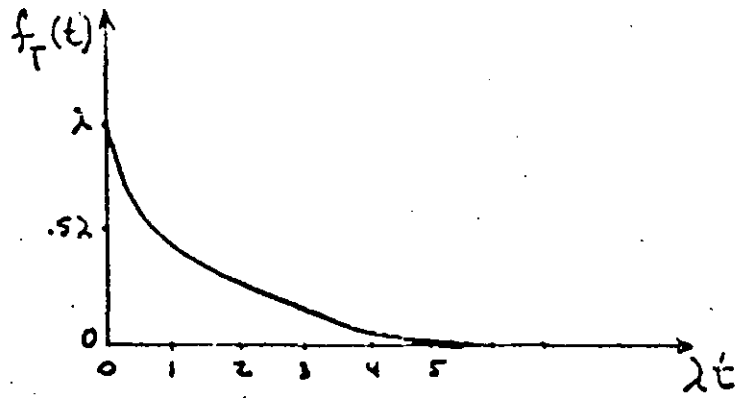
$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

Que es la distribución exponencial. Esta describe el tiempo de la primer ocurrencia de un evento de Poisson. Pero recordando las propiedades de independencia y estacionariedad del proceso de Poisson  $e^{-\lambda t}$  es la probabilidad de que no se presenten eventos en ningún intervalo de tiempo  $t$ , aunque este no empiece en  $t = 0$ . Si utilizamos el tiempo de arribo del  $n$ -ésimo evento como el principio del intervalo de tiempo, entonces  $e^{-\lambda t}$  es la probabilidad de que el tiempo de ocurrencia del  $(n+1)$ -ésimo evento sea mayor  $t$ . Es decir, los tiempos de arribo intermedios de un Proceso de Poisson son independientes y



están distribuidos exponencialmente. Su valor esperado, conocido como *período de recurrencia*, es igual a  $(\lambda_M)^{-1}$ , su varianza es igual a  $(\lambda_M^2)^{-1}$



Distribución exponencial

## DISTRIBUCION NORMAL

Una de las más importantes funciones dentro de la teoría de Probabilidades es la NORMAL O GAUSSIANA. Esta es aplicable a variables aleatorias continuas dentro del dominio de los números reales.

La función de densidad de probabilidad está dada por

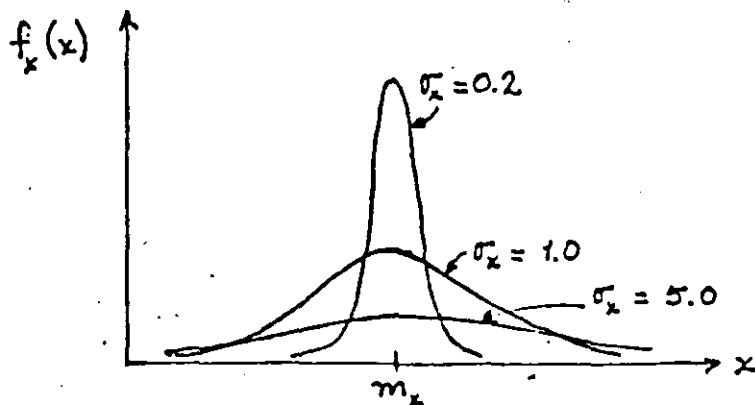
$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (13)$$

en donde

$m_x$  = media

$\sigma_x^2$  = variancia

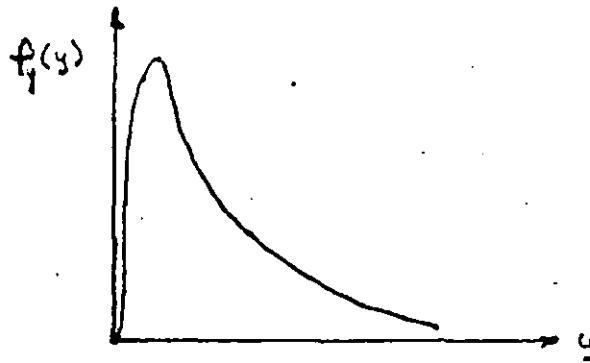
Al examinar esta expresión se deduce que es una función simétrica con respecto a un eje vertical que pasa por  $m_x$ , que es asintótica al eje de las abscisas para valores que tiendan a  $\pm \infty$ , y, que su valor máximo corresponde a  $m_x$ . En la siguiente figura se presenta su representación cuando su media permanece constante igual a  $m_x$  y su desviación estándar ( $\sigma_x$ ) varía



La distribución LOGARITMICO-NORMAL O LOGNORMAL se presenta en el caso de que el logaritmo natural de una variable aleatoria tenga distribución normal. Es decir, si la variable  $X$  tiene una función de densidad dada por la ec 13, y si  $X = \ln Y$ , entonces la función de densidad de  $Y$  resulta lognormal y está dada por

$$f_y(y) = \frac{1}{y \sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln y - m_x}{\sigma_x} \right)^2 \right], \quad y \geq 0 \quad (14)$$

La siguiente figura muestra la gráfica de una distribución logaritmico-normal con  $m_x = 0$  y  $\sigma_x = 1$ . Esta es de forma asimétrica positiva

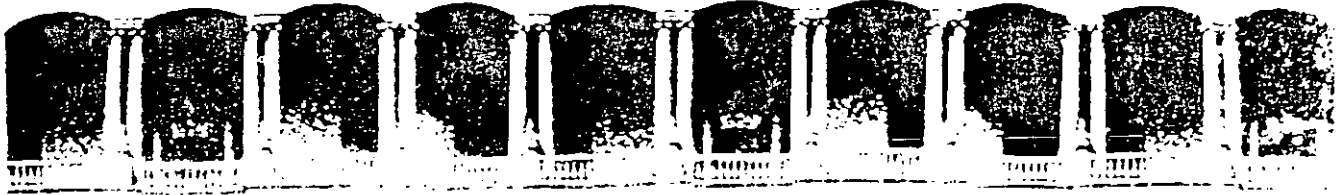


Su media está dada por

$$m_y = \int_0^{\infty} y f(y) dy = \exp(m_x + \sigma_x^2/2)$$

Su varianza es igual a

$$\sigma_y^2 = \exp(2m_x + \sigma_x^2) \cdot (\exp \sigma_x^2 - 1)$$



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

Del 22 de Junio al 18 de Julio

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**SISMICIDAD Y MOVIMIENTOS FUERTES EN MEXICO:  
UNA VISION ACTUAL**

**M. EN I. MARIO GUSTAVO ORDAZ SHROEDER**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

## SISMICIDAD Y MOVIMIENTOS FUERTES EN MEXICO: UNA VISION ACTUAL

Shri K Singh  
Instituto de Geofísica, UNAM  
Mario Ordaz  
Instituto de Ingeniería, UNAM

**RESUMEN:** Se hace una reseña de algunos estudios que se han realizado en los últimos cinco años sobre características de los temblores mexicanos y la estimación de los movimientos fuertes producidos por ellos. Se hace hincapié en aquellos resultados que han tenido, o probablemente tendrán, mayor impacto en los nuevos reglamentos de construcciones en nuestro país.

### 1. INTRODUCCION

Los temblores de Michoacán del 19 y 21 de septiembre de 1985 dieron un gran ímpetu a la sismología y a la ingeniería sísmica en México. La importancia de entender los fenómenos de generación de los grandes temblores, la propagación de las ondas sísmicas y el efecto de sitio en el movimiento del terreno quedó manifiesta a causa de los daños producidos por el terremoto del 19 de septiembre de 1985 (Ms 8.1) especialmente en el Distrito Federal (DF). Gracias a la disponibilidad de sismogramas de muy alta calidad, obtenidos a distancias tele-sísmicas, así como acelerogramas digitales registrados en la zona epicentral, a lo largo de la costa del Pacífico y en el DF, las características del terremoto del 19 de septiembre de 1985 han sido estudiadas en detalle por diversos grupos de investigadores. Aunque la metodología y los datos usados por los grupos difieren, los resultados obtenidos son muy consistentes.

Aparte de los estudios relacionados con el terremoto de Michoacán, se han hecho avances significativos para entender: (a) el proceso de ruptura de los grandes temblores mexicanos (Ms  $\geq 7$ ) que han ocurrido desde 1907; (b) los sismos históricos de México; (c) la extensión y potencial sísmico de la brecha de Guerrero; (d) las características especiales de los grandes temblores mexicanos; (e) el espectro sísmico en la fuente y su atenuación con la distancia; (f) la predicción de la aceleración máxima esperada en la zona epicentral; (g) la propagación de las ondas sísmicas hacia el DF; (h) la estimación del movimiento del terreno en el DF (aceleración máxima, espectro de Fourier, espectro de respuesta, duración) debido a sismos de la costa del Pacífico; e (i) la amplifica-

ción espectral de las ondas sísmicas en la zona dura del valle de México. En el presente artículo se hace un breve resumen de los trabajos que sobre estos temas se han realizado a partir de septiembre de 1985.

### 2. TECTONICA DE MEXICO Y LOS GRANDES TEMBLORES

Los grandes temblores (Ms  $\geq 7.0$ ) en México a lo largo de la costa del Pacífico, son causados por la subducción de las placas oceánicas de Cocos y de Rivera bajo la placa de Norteamérica (fig 2.1). La placa de Rivera, que es relativamente pequeña, se desliza bajo el estado de Jalisco con velocidad relativa de unos 2.5 cm/año. La frontera entre las placas de Rivera y de Norteamérica es algo incierta, pero se estima que intersecta la costa de México cerca de Manzanillo (19.1°N, 104.3°W). Por otra parte, la velocidad relativa de la placa de Cocos con respecto al continente varía desde unos 5 cm/año cerca de Manzanillo hasta 8 cm/año en Tehuantepec. El terremoto de Jalisco del 3 de Junio de 1932 (Ms 8.2), el cual ocurrió sobre la interfase de la placa de Rivera y la de Norteamérica (Singh et al. 1985a), muestra que una placa pequeña, joven y con una velocidad relativamente baja de subducción es capaz de generar grandes temblores. Este terremoto es el más grande que ha ocurrido en México en el presente siglo.

Los grandes temblores también ocurren en el continente con profundidades de unos 60 km. En este caso los temblores presentan un mecanismo de fallamiento normal que refleja el rompimiento de litósfera oceánica subducida (Singh et al. 1985b). Si bien este tipo de eventos es relativamente poco frecuente, se sabe que

donde  $\eta$  toma en cuenta deslizamientos asísmicos. Como  $D$  es aproximadamente proporcional a  $M_0^{1/3}$  ( $M_0$  = momento sísmico) es posible describir la ec 2.1 como

$$T_R = D M_0^{1/3} / \eta V \quad (2.2)$$

Astiz y Kanamori (1984) ajustaron la ec 2.2 a datos de temblores mexicanos de subducción (tabla 2.1, excepto por los dos últimos eventos) y encontraron que

$$\log T_R = 1/3 \log M_0 - 7.5 \quad (2.3)$$

( $M_0$  en dina-cm,  $T_R$  en años). Si se toma el temblor de 1911 como el último evento en Michoacán (tabla 2.1), la ec 2.3 predice  $M_0 = 1.3 \times 10^{28}$  dina-cm para un temblor en 1985. Este valor para el momento sísmico coincide razonablemente con los valores reportados por varios autores para el temblor del 19 de septiembre de 1985. Nótese que la ec 2.3 predice el momento sísmico acumulado, es decir el momento que podría liberarse en un gran evento o en varios, más pequeños, distribuidos en un lapso relativamente breve.

### 2.3 Tramos de quietud o brechas sísmicas

Los tiempos entre grandes eventos de subducción muestran claramente que el proceso que les da origen no puede ser modelado como uno de Poisson. El proceso se puede visualizar como constituido por periodos de acumulación de energía de deformación -por efecto de la subducción de la placa- y su repentina liberación durante un temblor. Después del temblor, es necesario un nuevo periodo de acumulación de energía hasta que se sobrepase la resistencia de las rocas dando lugar a un nuevo temblor. Surge entonces la noción de brecha sísmica para designar a un segmento del área de contacto entre las placas en el cual no se ha producido un temblor de importancia en un lapso relativamente grande (en el caso de México, más de 30 años). Se antoja intuitivamente aceptable asignar altas probabilidades de ocurrencia de un gran temblor en un lapso relativamente breve a las brechas sísmicas. Con base en estas consideraciones se identificaron diversas brechas sísmicas en México (e.g. Kelleher et al, 1973; Singh et al, 1981). Los grandes temblores recientes (Colima, 1973; Oaxaca, 1978; Petatlán, 1979; Playa Azul, 1981; doblete de Ometepec, 1982; Michoacán, 1985) han ocurrido en sitios considerados brechas sísmicas. Destaca la de Guerrero, en cuya zona noroeste (desde Petatlán hasta cerca de Acapul-

co) no se han producido grandes temblores en los últimos 80 años y cuya porción sureste (desde Acapulco hasta cerca de Ometepec) no ha dado lugar a eventos de importancia después de los terremotos de 1957 y 1962. Más adelante se discute con detalle el potencial sísmico de esta brecha.

Cabe mencionar que se han hecho esfuerzos para modelar procesos de ocurrencia como el descrito recurriendo tanto a modelos simplificados del proceso físico (Hong y Rosenblueth, 1988; Ordaz y Rosenblueth, 1989; E. Reinoso, comunicación personal, 1990) como a modelos basados en la estadística bayesiana que hacen uso óptimo de la información disponible (Jara y Rosenblueth, 1988). La noción de brecha sísmica y la naturaleza no poissoniana de la ocurrencia de temblores hace que, en general, el riesgo sísmico crezca con el tiempo que ha transcurrido sin temblor. El estudio de las implicaciones de este hecho en la reglamentación sísmica es actualmente tema de investigación (Cornell y Winterstein, 1988; Rosenblueth y Jara, 1990).

### 2.4 Los temblores de septiembre de 1985

#### 2.4.1. Acelerogramas en las zonas epicentrales

El gran temblor del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s$  8.1) rompió la brecha de Michoacán. A este temblor siguió otro el día siguiente (21 de septiembre, tiempo de Greenwich) con  $M_s$  7.6. Estos eventos fueron registrados por una red de acelerógrafos instalada en la zona epicentral por un equipo conjunto del Instituto de Ingeniería de la UNAM y de la Universidad de California en San Diego. Es la primera vez que temblores de gran magnitud en una zona de subducción se observan instrumentalmente con equipo digital y buena cobertura. Para el temblor del 19 de septiembre la información de esta red y de los acelerogramas en el valle de México presenta peculiaridades sorprendentes. En la zona epicentral se registraron aceleraciones del terreno que pueden considerarse pequeñas (0.15g) para un temblor de gran magnitud. Por otra parte, las aceleraciones observadas en y cerca del valle de México varían entre 0.03 y 0.20 g. Esto también es sorprendente si se considera que la Ciudad de México se encuentra a casi 350 km de la zona epicentral. Inmediatamente después del primer sismo se instaló una red de sismógrafos en la zona epicentral y con ello se obtuvieron las áreas de réplicas de los dos grandes eventos. Estas se muestran en la fig 2.2. Las profundidades se estimaron en 16 y 20 km, respectivamente, con base en modelado sintético de ondas P

de periodo largo (LP) (UNAM Seismology Group, 1986). Los mecanismos focales de ambos eventos son prácticamente iguales: buzamiento = 9°, azimut = 288° y dislocación = 72° (Astiz et al., 1987).

El análisis de ondas P telesísmicas, LP, claramente muestra que el temblor del 19 de septiembre estuvo compuesto de dos subeventos, separados 27 s y que el segundo ocurrió unos 95 km al SE del primero (UNAM

Seismology Group, 1986; Astiz et al 1987). Esto está confirmado por los datos de los acelerógrafos en la zona epicentral (Anderson et al., 1986; Singh et al., 1989a). Las ondas P telesísmicas del temblor del 21 de septiembre pueden modelarse con una sola fuente. Los parámetros de la fuente de los dos temblores se presentan en la tabla 2.2. En esta tabla los momentos sísmicos son el promedio de los valores reportados por varios autores.

Tabla 2.2: Parámetros de fuentes de los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985.

$M_0$  = momento sísmico,  $u$  = desplazamiento promedio sobre la falla,  $\Delta\sigma$  = caída de esfuerzo,  $L$  = longitud de la falla y  $W$  = ancho de la falla.

Evento Origen	Tiempo de Origen	Localización	Profundidad*	$M_0 \times 10^{27}$ dina-cm	$L \times W$ , km <sup>2</sup>	$u$ , cm	$\Delta\sigma$ , bares
19 Sept 1985 ( $M_s=8.1$ )	13:17:49.05	18.141°N, 102.700°O	16 km	12.0	170 x 50	284	25
21 Sept 1985 ( $M_s=7.6$ )	01:37:11.75	17.618°N, 101.815°O	20 km	3.8	66 x 33	384	45

\* Profundidad restringida a partir de modelado sintético de ondas P

\* Fórmula usada  $\Delta\sigma = \frac{8M_0}{3\pi LW^2}$

La fig 2.3 muestra las aceleraciones, velocidades y desplazamientos en la zona epicentral del terremoto del 19 de septiembre (Anderson et al., 1986). Es la primera vez que se ha obtenido el desplazamiento permanente para un gran temblor a partir de registros de movimientos fuertes. Los estudios de la mortalidad de organismos marinos sésiles, también muestran un desplazamiento vertical permanente de la costa cerca de la zona epicentral de casi 1 m.

Las réplicas del temblor del 21 de septiembre se superponen parcialmente con el área estimada de ruptura del temblor de Petatlán en 1979 (fig 2.2). Se ha mostrado que el evento del 21 de septiembre rompió una parte de la interfase entre las placas más cercana a la costa que el evento de 1979 (UNAM Seismology

Group, 1986). Esto implica que una brecha sísmica al ser ocupada por un gran temblor no puede considerarse necesariamente liberada de potencial sísmico en un futuro inmediato. Sin embargo, no se sabe qué tan frecuentemente ocurren tales casos.

#### 2.4.2 Evidencias de irradiación anómala durante el temblor del 19 de septiembre

Debido a los daños sin precedentes que ocasionó el temblor del 19 de septiembre en la Ciudad de México se sugirió que la irradiación de este sismo pudo haber sido anómalamente energética en esa dirección, por lo menos en periodos cercanos a los de resonancia de los sitios con suelos de origen lacustre (1.4

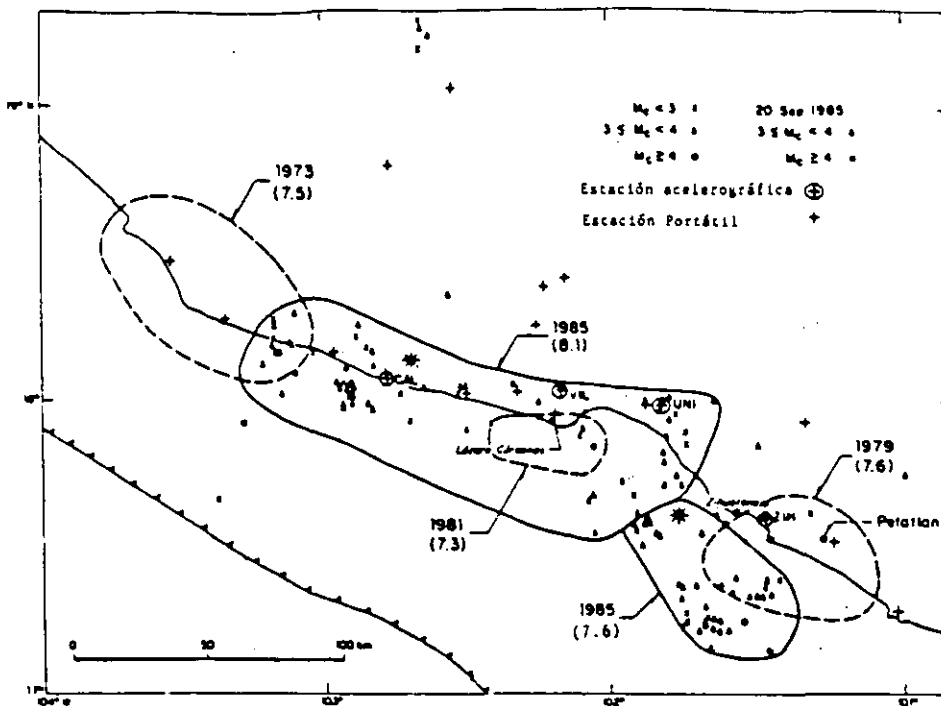


Fig 2.2. Localizaciones de las réplicas de los temblores de septiembre de 1985. Se indican las áreas de ruptura de los sismos del 19 y 21 de septiembre, basadas en las primeras.

a 4.8 s). Esto fue confirmado por Singh et al (1988b) quienes estudiaron los cocientes de los espectros de Fourier de las aceleraciones registradas el 19 y 21 de septiembre en varios sitios de terreno firme en y cerca de la Ciudad de México.

Un trabajo reciente (Singh et al, 1990b) muestra que el origen de esta anomalía proviene de la fuente del terremoto. Los sismogramas digitales de los grandes temblores mexicanos recientes, registrados en Gräfenberg (GRF,  $\Delta = 91^\circ$ ), se muestran en la fig 2.4. Nótese la oscilación con período de 2.5 seg, aproximadamente 7 seg. después del comienzo de la onda P para el terremoto del 19 de septiembre. No existe tal oscilación en el registro de los otros temblores. Del sismograma de GRF, así como de los de muchos otros observatorios, se puede concluir que el terremoto generó ondas de cuerpo anómalamente energéticas cerca de 2.5 seg. de período. En la fig 2.5 se hace una comparación del cociente de los espectros de Fourier de aceleraciones registradas el 19 y 21 de septiembre en y cerca del DF (terreno firme) con el cociente obtenido a partir de las ondas P registradas a distancias teleseísmicas en el cuadrante noreste. Los dos cocientes son similares en la banda de fre-

cuencias cercanas a las de resonancia en la zona del lago (0.7 a 0.25 Hz). Estos cocientes, sin embargo, son de 2 a 3 veces más grandes que el cociente esperado para un modelo teórico de  $\omega^{-2}$ .

Otras evidencias de la anomalía proviene del registro de aceleraciones en la zona epicentral (oscilaciones de 2.5 seg en las trazas de velocidades, fig 2.3) y la comparación del espectro de Fourier de aceleración registrado en C U durante el terremoto del 19 de septiembre con lo predicho a partir de registros de otros temblores (Castro et al, 1988).

#### 2.4.3 Algunas otras características de la fuente del terremoto del 19 de septiembre

Los desplazamientos obtenidos en la zona epicentral (fig 2.3) han sido modelados por Yomogida (1987) y Campillo et al (1989), entre otros. Los resultados sugieren que el modelo más adecuado para explicar las observaciones es el de una grieta propagándose suavemente. Según estos autores el modelo cinemático de dislocación no estaría de acuerdo con los datos.



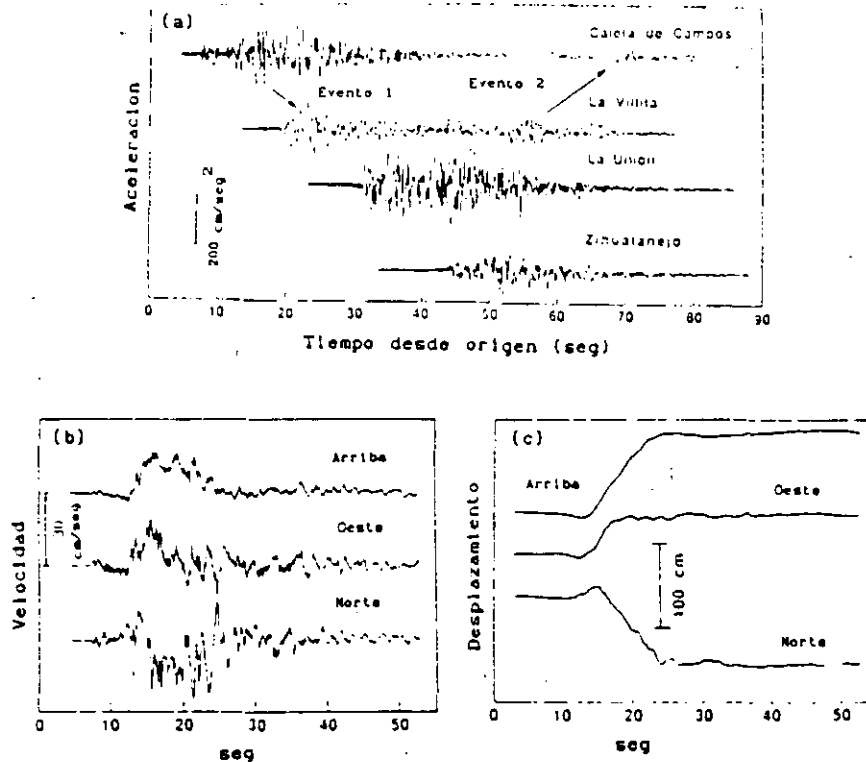


Fig 2.3. (a) Registros de las aceleraciones (componente NS) del temblor del 19 de septiembre, 1985 en la zona epicentral. Se pueden ver 2 eventos principales en las estaciones de Caleta de Campos (CALE) y La Villita. (b) Velocidad del terreno en CALE. Nótese las oscilaciones con un periodo de 0.4 seg. (c) Desplazamiento del terreno en CALE.

Por otro lado, algunos autores (por ejemplo Mendoza y Hartzell, 1988) han invertido las ondas P registradas a distancias telesísmicas para estimar la distribución del desplazamiento sobre el plano de falla. Los resultados obtenidos son similares a grandes rasgos pero difieren en detalles.

## 2.5 El proceso de ruptura de grandes temblores mexicanos

El proceso de ruptura de grandes temblores ( $M_s \approx 7$ ) que han ocurrido después de la instalación de la red mundial de sismógrafos estándar (WVSSN) en 1962 ha sido ampliamente estudiado por varios autores. Singh et al (1984b) analizaron los eventos entre 1907 y 1962. En un trabajo más reciente (Singh y Mortera, 1990), se ha hecho análisis de las ondas P de los temblores mexicanos (1928-1985) usando los registros de sismógrafo Galitzin (periodo de sismómetro = pe-

riodo de galvanómetro = 10 seg; ganancia máxima = 740) situado en DeBilt (DBN), Holanda. El método de análisis consiste en determinar la función de tiempo en la fuente ( $\dot{M}_0(t)$ ), donde  $\dot{M}_0(t)$  es el momento sísmico como función de tiempo y  $\dot{M}_0(t-\tau) = \dot{M}_0$  y la profundidad a partir de la comparación entre el sismograma observado y el calculado teóricamente. Los sismogramas complejos necesitan más de una fuente para su modelación. La fig 2.1 muestra la funciones de tiempo de los grandes temblores ( $M_s \approx 7$ , 1928-1985) de la zona de subducción de México. Las profundidades (no incluidas en la figura) varían entre 18 y 20 km. Los temblores de Oaxaca, en su mayoría, se pueden modelar con una sola fuente y, por lo tanto, son relativamente simples en periodos de  $\approx 8$  seg (fig 2.1). Se necesita más de una fuente para modelar los temblores de las otras regiones.

En la fig 2.6 se presenta el cociente  $M_{0s}/M_{0p}$  como función de la longitud, donde  $M_{0s}$  = momento sísmico a partir de las ondas superficiales (periodo  $\approx 40$  seg)

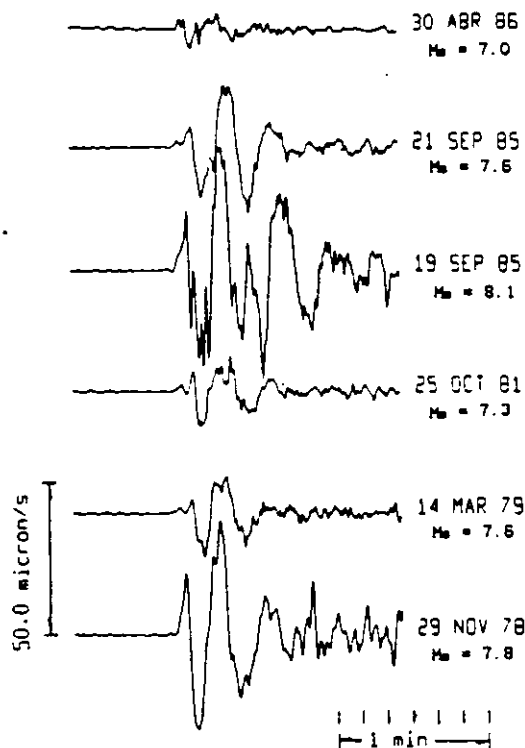


Fig. 2.4 Sismogramas de onda P de grandes temblores mexicanos recientes, registrados en un sismógrafo de banda ancha (componente vertical), localizado en Gräfenberg Alemania Occidental ( distancia = 10,000 km ). Nótese las oscilaciones con un periodo de 0.4 seg en la traza del temblor del 19 de septiembre de 1985 después de 7 seg del inicio.

y  $M_{or}$  = momento sísmico a partir de las ondas P registradas en De Bilt ( periodo = 8 seg). El cociente  $M_{os}/M_{or}$ , que es una medida de la excitación de las ondas de periodo largo en comparación con las de periodo de 8 seg, muestra un claro cambio alrededor de longitud  $99^{\circ}W$ ; los valores al este de  $99^{\circ}W$  son más bajos que los valores al oeste. Para el evento 10 (28 de julio de 1957,  $M_s$  7.5) el valor de  $M_{os}/M_{or} = 8$  es anómalamente grande. Discutiremos este temblor posteriormente. La fig 2.6 sugiere que el desplazamiento sobre el plano de la falla al oeste de  $99^{\circ}W$  ocurre más lentamente que al este. De las figs 2.1 y 2.6 se puede especular que la interfase entre las placas en la región de Oaxaca consiste en unas cuantas asperezas, cada una con una dimensión = 80 km. Durante el temblor rompe una aspereza pero sin causar desplazamiento lento sobre el área alrededor, tal vez porque las asperezas están separadas por barreras. La situación en otras regiones es la contraria: al romperse la aspereza ocurre un desplazamiento relativamente lento sobre el área de ruptura y el área alrededor.

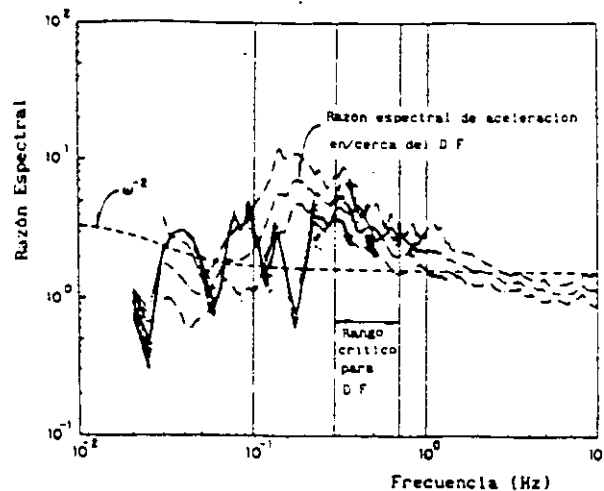


Fig. 2.5 Razón espectral entre los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985. Línea continua: ondas P telesísmicas (cuadrante nor-este). Línea discontinua: aceleraciones en y cerca del D.F. Nótese que las razones observadas son dos a tres veces mayores que la predicha por un modelo de la fuente de  $\omega^{-2}$ .

¿Por qué los  $99^{\circ}W$  delimitan las dos regiones de diferentes características de ruptura?. En la fig 2.7 se presentan contornos de profundidad de la zona de Benioff basados en la distribución de hipocentros. Al oeste de Tehuantepec ocurren pocos temblores con profundidad mayor a los 100 km. Mientras que en Oaxaca el contorno de 80 km se extiende casi 350 km dentro del continente, este contorno está más cercano a la costa en las otras regiones. Se puede postular una segmentación de la placa de Cocos cerca de los  $99^{\circ}W$  y otra cerca de los  $96^{\circ}W$  (fig 2.7). La razón del cambio de la morfología de la zona de Benioff alrededor de los  $99^{\circ}W$  aún no está clara. Nótese que los volcanes recientes están situados cerca del contorno de los 80 km (fig 2.7). En resumen, existen evidencias de una segmentación de la placa subducida cerca de los  $99^{\circ}W$ , la cual puede actuar como una barrera para la extensión de una ruptura.

## 2.6 La brecha sísmica de Guerrero

### 2.6.1 Potencial sísmico

Existe un consenso general en la comunidad científica de que actualmente la zona de más alto potencial

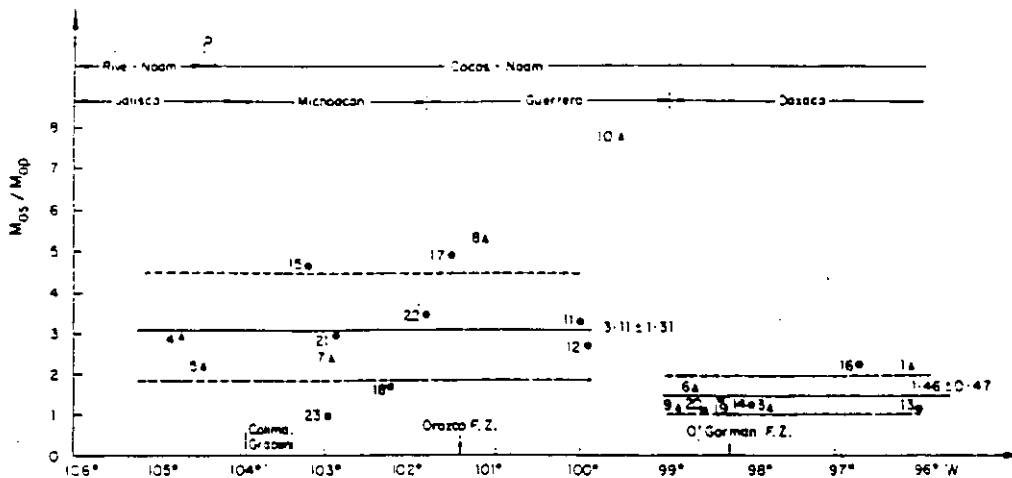


Fig 2.6.  $M_{05}/M_{0p}$  como función de la longitud geográfica de los epicentros.  $M_{05}$  = momento sísmico a partir de ondas superficiales,  $M_{0p}$  = momento sísmico a partir de las ondas P. Nótese el cambio a los 99°W. El número 10 corresponde al temblor del 1957.

sísmico en el país es la de la costa de Guerrero (Singh et al 1981; Singh et al. 1982; Nishenko y Singh, 1987a, 1987b). En esta región ocurrieron grandes temblores en 1899 (Ms 7.9), 1907 (Ms 7.7), 1908 (Ms 7.6; 7.0), 1909 (Ms 6.9) y 1911 (Ms 7.6). Después de esta intensa actividad, han ocurrido pocos sismos en la zona (1957, Ms 7.5; 1962, Ms 7.2, 6.9; 1989, Ms 6.9). El momento sísmico acumulativo,  $\Sigma M_0$ , liberado en sismos desde 1800 está graficado en la fig 2.8 (Anderson et al, 1989). Cabe reiterar que los datos correspondientes al siglo pasado no son confiables. Se puede interpretar la gráfica de la fig 2.8 de varias maneras. La envolvente dada por las líneas paralelas es una interpretación estadística de datos imperfectos. Si el momento acumulativo permanece dentro de la envolvente entonces se puede estimar el déficit actual de  $\Sigma M_0$  en 15 a 20  $\times 10^{27}$  dina-cm. También se puede usar la ec 2.3 para estimar  $\Sigma M_0$ . Despreciando los momentos sísmicos liberados durante los sismos de 1957, 1962 y 1989 y tomando  $T=80$  años, la ec 2.3 predice  $\Sigma M_0 = 16 \times 10^{27}$  dina-cm. Las dos estimaciones son bastante consistentes. Un momento sísmico acumulativo de 10 a 20  $\times 10^{27}$  dinas-cm puede generar 1 o 2 terremotos de  $M = 8$  ( $M = 2/3 \log M_0 - 10.7$ ), o bien de 2 a 4 de  $M = 7.8$ .

### 2.8.2 La extensión de la brecha sísmica de Guerrero

El límite noroeste de la brecha está dado por el área de ruptura del sismo de Petatlán de 1979, Ms 7.6 (fig 2.1). El límite sureste puede llegar hasta la barrera producida por la segmentación de la placa en la

región, es decir 99°W. Los reportes del terremoto de 1907 también sugieren este límite para la propagación de la ruptura durante este sismo. Con base en estos límites se puede concluir que la extensión máxima de la brecha es de 230 km. Tomando el ancho de la falla como 80 km (Singh et al, 1985b), el área máxima que puede romperse en un terremoto es de 18,000 km<sup>2</sup>. Usando la relación empírica entre la magnitud Ms y el área de ruptura A en km<sup>2</sup> (Singh et al, 1980)

$$M_s = 0.887 \log A + 4.532 \quad (2.4)$$

se obtiene un valor de 8.3 para la magnitud máxima esperada, la cual concuerda bien con las otras dos estimaciones.

Si bien el estado del conocimiento actual no permite predecir con precisión el instante de ocurrencia del futuro temblor en la brecha, el Instituto de Geofísica de la UNAM lleva a cabo un monitoreo detallado de la sismicidad en la región con base en una densa red de sismógrafos (Suárez et al, 1990) y análisis de otros posibles fenómenos precursoros (Ponce et al, 1990). Estos esfuerzos bien podrían deseabocar en la predicción oportuna del evento esperado. En cualquier caso, la información recabada y los métodos de análisis serán de gran utilidad para entender la tectónica y predecir otros temblores futuros.

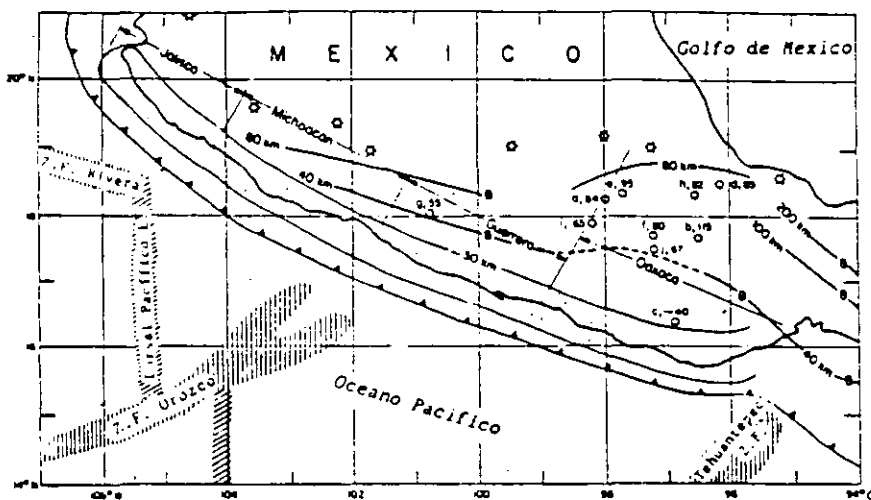


Fig 2.7. Contornos de las profundidades de la zona de Benioff abajo de México. Nótese un cambio en el contorno de 80 km a los 99° W.

### 2.8.3 El temblor del 28 de julio de 1957 (Ms 7.5)

Es de gran importancia el estudio del proceso de ruptura del temblor de 1957 para estimar los movimientos del terreno esperados en la zona epicentral y en el DF durante futuros sismos en la brecha de Guerrero. Aunque no existen sismogramas de alta calidad con buena cobertura mundial para el temblor de 1957, se ha llegado a ciertas conclusiones preliminares.

El momento sísmico del temblor fue de  $5 \times 10^{27}$  dina-cm (Singh et al. 1982; Anderson et al. 1989) el cual es aproximadamente 3 veces más grande de lo esperado para un sismo con Ms 7.5. Como se observa en la fig 2.6 el valor de  $M_{0s}/M_{0p}$  es anómalamente grande. Esto sugiere que el temblor fue muy energético en periodos largos ( $T \geq 60$  seg) y muy deficiente en periodos de 8 a 20 seg. El sismo seguramente fue energético cerca de 2 seg de periodo en vista de los daños causados en la zona de lago del valle de México. De hecho, los sismogramas de algunos temblores mexicanos registrados por un sismógrafo de banda ancha (Benioff, periodo natural = 1 seg, periodo de galvanómetro = 90 seg) en Pasadena claramente muestran que el temblor de 1957 fue muy energético a cortos periodos (fig 2.8). Estas características muy peculiares del sismo pueden repetirse durante futuros temblores en la brecha de Guerrero.

### 2.7 Algunas características de los grandes temblores en México

A continuación se hace un resumen de algunas características sobresalientes de los grandes temblores de México, reveladas por los eventos de septiembre de 1985 así como por otros sismos en la zona de subducción.

- Los temblores de septiembre de 1985, así como otros grandes eventos de falla inversa bien estudiados, ocurrieron cerca de la costa con profundidades de 16 a 20 km (Singh et al. 1984b; Singh y Mortera, 1990).
- El ancho de ruptura no excede 80 km (Singh et al. 1985b). Esto probablemente explica las longitudes de ruptura relativamente pequeñas ( $\leq 220$  km) de los temblores ocurridos en México.
- El área de ruptura ( $170 \times 50 \text{ km}^2$ ) del sismo del 19 de septiembre de 1985 es inferior sólo a la correspondiente al temblor de Jalisco de 1932 (ver fig 2.1) que se ha estimado como  $220 \times 80 \text{ km}^2$  (Singh et al. 1985a).
- Los temblores en México generan un número de réplicas anómalamente pequeño. Esto coincide con el patrón observado en el cinturón circumpacífico (Singh y Suárez, 1988).

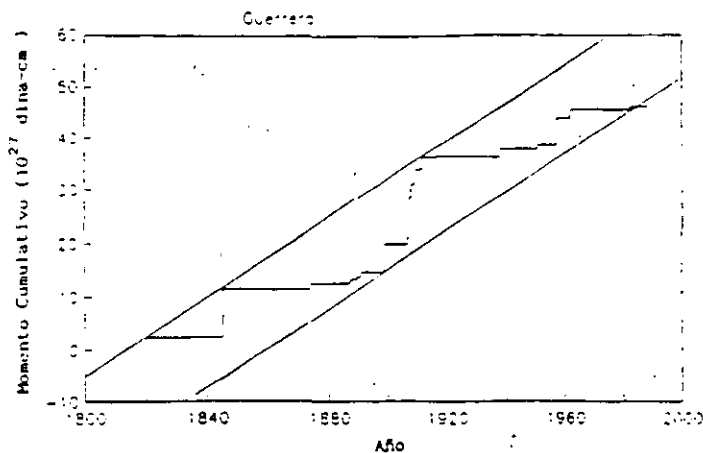


Fig. 2.8 Momento acumulativo como función del tiempo en la brecha sísmica de Guerrero.

e) La comparación de sismogramas registrados en De Bilt (Holanda) de todos los grandes temblores de subducción ocurridos en México desde 1928 muestra que los temblores de Oaxaca, con muy pocas excepciones, son simples. En otras partes de la zona de subducción, ocurren tanto temblores complejos como simples (UNAM Seismology Group, 1986, Singh et al. 1984b; Singh y Mortera, 1990).

f) La estadística de los sismos muestran que la relación de Gutenberg y Richter,  $\log N = a - b M_s$ , donde  $N$  = número de eventos con magnitud  $\geq M_s$  no es válida para la zona de subducción de México; hay una gran deficiencia de eventos en el rango de magnitudes  $6.4 \leq M_s \leq 7.4$ . Esta evidencia de "magnitudes características" es más impresionante para Oaxaca (Singh et al. 1983).

g) Los espectros de banda ancha de ondas P telesísmicas de algunos temblores ocurridos en México (incluidos los eventos de septiembre de 1985) son menos energéticos entre periodos de 1 y 10 s que los temblores de subducción en otras partes con magnitudes similares (Houston y Kanamori, 1986). Sin embargo, la caída de esfuerzos requerida para modelar el nivel espectral a altas frecuencias ( $1 \leq f \leq 10$  Hz), 100 bares, es igual que para otras regiones del mundo (Singh et al. 1990a, 1989).

Los incisos d) a g) sugieren que a lo largo de la zona de subducción de México la interfase entre las placas es relativamente homogénea y sin asperezas en la escala de longitudes de 3 a 30 km.

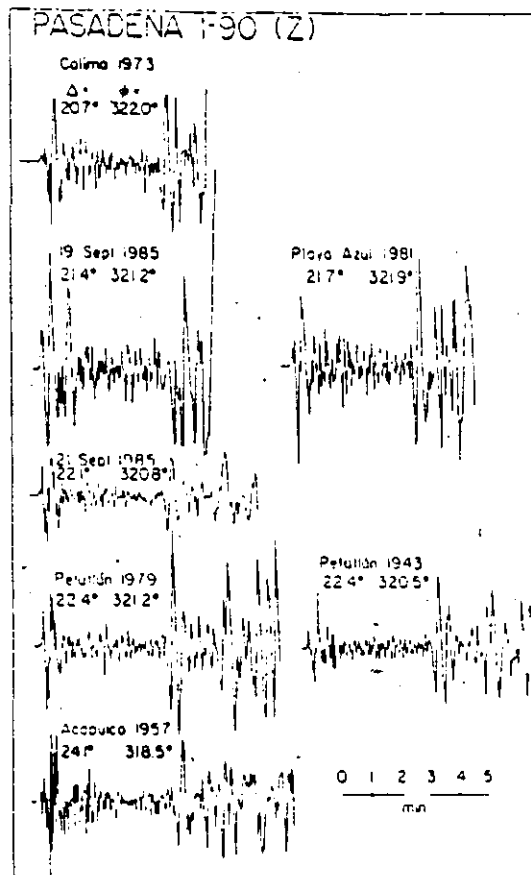


Fig. 2.9 Sismogramas de temblores mexicanos registrados por un sismógrafo de banda ancha en Pasadena, Cal. Nótese el contenido de altas frecuencias en la onda P del temblor de 1957.

### 3. ESTIMACION DE MOVIMIENTOS FUERTES

A raíz de los sismos de 1985 se hizo evidente que la importancia de predecir movimientos fuertes en la ciudad de México difícilmente podía ser sobrestimada. Las conclusiones que pueden obtenerse de estudios de riesgo sísmico, incluyendo las fuerzas de diseño que se prescriban en un reglamento de construcciones, descansan fuertemente en la capacidad que exista para estimar la naturaleza del movimiento del terreno producido por un temblor de magnitud y localización dadas. Se conoce como leyes de atenuación a estas relaciones, en las que las características relevantes del movimiento del suelo son descritas en función de la magnitud del temblor, su localización y otros parámetros generalmente asociados a la fuente sísmica.

Antes de 1985 se habían hecho esfuerzos en esta dirección. Esteva y Villaverde (1973) produjeron leyes de atenuación para aceleración y velocidad máximas del terreno ( $a_{max}$  y  $v_{max}$  respectivamente) a partir de una base de datos que incluía registros de temblores mexicanos. Bufaliza (1984) propuso leyes de atenuación para  $a_{max}$  y  $v_{max}$  basadas exclusivamente en datos de temblores registrados en México. Sin embargo, existen diversas razones que hicieron indispensables estudios más profundos al respecto: en primer lugar, el incremento en número de las estaciones de registro sísmico digital tanto en la ciudad de México como en la costa del Pacífico, permitió acrecentar sustancialmente la base de datos sobre movimientos fuertes, especialmente en lo referente a magnitudes moderadas; en segundo lugar, el análisis minucioso de registros analógicos de temblores ocurridos entre mediados de los años 60 y mediados de los 70, permitió contar con señales digitales de aceleración relativamente confiables; y finalmente, aunque no menos relevante, la enorme importancia de la amplificación de las ondas sísmicas por el subsuelo de la ciudad de México hizo reconocer la necesidad de contar con descripciones detalladas del contenido de frecuencias de los movimientos que podrían esperarse en el futuro.

En los incisos 3.1 y 3.2 se reseñan los principales resultados de los estudios orientados a la predicción de movimientos fuertes en la cuenca de México y la costa del Pacífico, que son las regiones más vulnerable a la acción de los grandes temblores.

### 3.1 La cuenca de México

#### 3.1.1 Estimación de movimientos fuertes

Como se ha señalado, Bufaliza (1984) propuso leyes de atenuación basadas exclusivamente en temblores mexicanos. Podría pensarse entonces que sus resultados serían aplicables también a la ciudad de México. Sin embargo, las regresiones de Bufaliza incluyeron temblores registrados en sitios diferentes a la ciudad de México, por lo que la aplicación de sus resultados podría conducir a estimaciones poco confiables del movimiento del terreno en la ciudad de México.

Por estas razones Singh et al (1987) analizaron datos de movimientos fuertes originados por temblores costeros registrados en un solo sitio: la estación CUIP, localizada en la Ciudad Universitaria, en terreno firme de la ciudad de México. Esta estación fue se-

leccionada porque para ella se cuenta con el mayor número de temblores registrados en esta ciudad. A partir de estos datos Singh et al (1987) propusieron las siguientes leyes de atenuación:

$$\log a_{max} = 0.429 M_s - 2.976 \log R + 5.396 \quad (3.1)$$

$$\log v_{max} = 0.348 M_s - 2.439 \log R + 4.052 \quad (3.2)$$

donde  $a_{max}$  está en  $cm/s^2$ ,  $v_{max}$  en  $cm/s$ ,  $R$  en  $km$  es la mínima distancia al área de ruptura y  $M_s$  denota magnitud de ondas superficiales. De la regresión se deduce también que las desviaciones estándar de los logaritmos comunes de  $a_{max}$  y  $v_{max}$  valen 0.15 y 0.16 respectivamente. Los rangos de magnitud y distancia para los cuales se consideran aplicables las ecs 3.1 y 3.2 ( $5.6 \leq M_s \leq 8.1$ ;  $282 \leq R \leq 466 km$ ) son suficientemente amplios como para poder tener estimaciones confiables de  $a_{max}$  y  $v_{max}$  debidas a temblores críticos que en el futuro se generen en la zona mexicana de subducción.

Sin embargo, el problema de predicción de movimientos fuertes no se restringe a estimar valores máximos de aceleración y velocidad del terreno. Se sabe que la correlación entre estos parámetros y el daño estructural es relativamente baja. Una mejor caracterización del movimiento debe incluir, al menos, la descripción de su contenido de frecuencias y su duración. Esto permitiría calcular mejores estimadores del daño estructural como las ordenadas del espectro de respuesta. Aún esto puede ser insuficiente cuando se pretende predecir el comportamiento de sistemas no lineales que experimentan deterioro en su resistencia. Para estos fines, la descripción del movimiento debe ser más cuidadosa (Grigoriu et al, 1988).

Como un primer paso en esta dirección, Castro et al (1988) analizaron espectros de amplitudes de Fourier de 14 temblores costeros registrados en la estación CUIP. Además de la razón ya mencionada para elegir esta estación como base, se tomó en cuenta el hecho de que se conocen los cocientes espectrales (o funciones de transferencia) de numerosos sitios de la ciudad de México con respecto a esta estación (Singh et al, 1988a) lo que permitiría estimar el espectro de amplitudes de Fourier en cualesquiera de estos sitios. Los espectros de los temblores mencionados fueron ajustados al siguiente modelo

$$\log FS(T) = A(T) M_s + C(T) \log R + B(T) \quad (3.3)$$

Tabla 3.1 Coeficientes A, C, B y desviación estándar de log FS(T) (ec 3.3)

T	A	C	B	$\sigma$
2.5	0.267	-2.421	5.249	0.220
2.3	0.230	-2.289	5.168	0.224
2.1	0.324	-2.087	3.999	0.214
2.0	0.334	-1.810	3.270	0.186
1.9	0.309	-2.273	4.667	0.189
1.8	0.310	-2.456	5.164	0.195
1.7	0.323	-2.765	5.840	0.209
1.6	0.385	-2.701	5.154	0.200
1.5	0.400	-2.936	5.556	0.189
1.4	0.388	-3.053	5.856	0.189
1.3	0.372	-3.421	6.859	0.172
1.2	0.375	-3.346	6.603	0.141
1.1	0.360	-2.740	5.169	0.130
1.0	0.364	-2.458	4.439	0.119
0.8	0.416	-3.326	6.155	0.137
0.6	0.304	-3.109	6.211	0.142
0.4	0.312	-3.220	6.221	0.123
0.2	0.203	-2.459	4.994	0.103

donde FS(T) denota al mayor valor de dos componentes ortogonales del espectro de amplitudes de Fourier y A(.), B(.) y C(.) son coeficientes que dependen del periodo. Esta forma funcional, también elegida por McGuire (1978) en su estudio de espectros californianos, está de acuerdo con modelos teóricos de fuente. Aplicando regresión lineal se obtuvieron los coeficientes A, B y C para 18 periodos entre 0.2 y 2.5 s. Sus valores se presentan en la tabla 3.1, junto con las correspondientes desviaciones estándar de log FS(T),  $\sigma$ . En la tabla 3.1, FS(T) está en cm/s y R en km. La fig 3.1 muestra espectros de amplitudes de Fourier predichos para diferentes magnitudes y una distancia fija de 280 km (una distancia probable para un futuro gran temblor en la brecha de Guerrero).

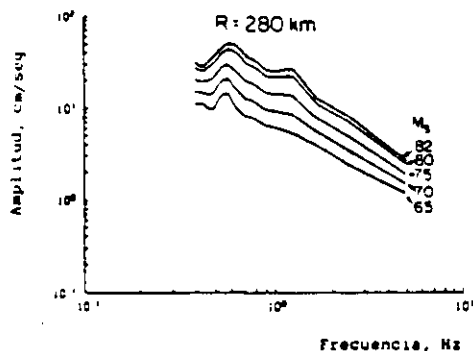


Fig. 3.1 Espectros de amplitudes de Fourier obtenidos por regresión, para diversas magnitudes y distancia a la falla de 280 km (según Castro et al., 1988).

Una vez predicho el espectro de amplitudes de Fourier en CU para un temblor postulado caracterizado por su magnitud y mínima distancia a la zona de ruptura, es posible obtener el espectro del mismo temblor en muchos sitios del valle de México (alrededor de 80) en virtud de que es posible, con base en registros de temblores pequeños, estimar la función de transferencia de dichos sitios con respecto a CU (ver, por ejemplo, Singh et al., 1988a). Esta estimación del espectro en el sitio, junto con una estimación de la duración de la fase intensa del movimiento, conduce, vía la teoría de vibraciones aleatorias, a estimaciones de espectros de respuesta y otros valores de intensidad como aceleración y velocidad máximas (ver, por ejemplo, Ordaz y Reinoso, 1987; Ordaz et al., 1988; Ordaz y Reinoso, 1989).

La técnica anterior, que se basa en funciones transferencia obtenidas a partir de temblores moderados, supone comportamiento lineal del suelo. Esta hipótesis podría no ser válida en algunos sitios durante excitaciones debidas a temblores mayores. Sin embargo, la evidencia muestra que aún durante el terremoto de 1985, hubo un efecto no lineal despreciable (Singh et al., 1988a). En estas condiciones, es de esperarse que el procedimiento descrito funcione adecuadamente para predecir movimientos ocasionados por todos los temblores costeros de interés.

Quizá el avance reciente más notable en la estimación de movimientos fuertes en México sea este uso de espectros de amplitud de Fourier para caracterizar los movimientos del terreno y para producir, a partir de ellos, leyes de atenuación para las ordenadas del espectro de respuesta. Esta técnica fue usada por primera vez en análisis de riesgo sísmico en nuestro país por Sánchez-Sesma (1985). El caracterizar movimientos del terreno por sus espectros de amplitud de Fourier ha venido a sustituir a la estimación de aceleración y velocidad máximas del terreno que, en conjunto con reglas simples, permitían definir forma y amplitud de los espectros de respuesta (Esteve, 1970).

### 3.1.2 Amplificación en la zona firme de la cuenca

Es bien sabido que en la zona de lago de la cuenca de México las ondas sísmicas sufren una drástica amplificación. Esta amplificación, medida en términos del espectro de amplitudes de Fourier, puede alcanzar valores de 10 a 50 -dependiendo del sitio y la frecuencia- con respecto a lo registrado en la zona firme, por ejemplo la estación acelerográfica de CU.

Existen evidencias claras de que aún en la zona dura las ondas están amplificadas con respecto a lo que podría esperarse a partir de estudios de atenuación empleando registros de sitios fuera del valle de México. Esta amplificación es del orden de 10 en el rango de frecuencias de interés para ingeniería sísmica (0.3 a 3 Hz). La fig 3.2 muestra la amplitud del espectro de Fourier para frecuencias de 0.3 y 0.5 Hz como funciones de la distancia, para el temblor del 25 de abril de 1989 ( $M_s$  6.9). Los círculos abiertos representan sitios de la zona dura del valle de México mientras que los círculos llenos señalan sitios fuera de la cuenca. La línea continua muestra el

ajuste por mínimos cuadrados para esta magnitud y las frecuencias mencionadas, incluyendo los datos de 6 temblores ampliamente registrados. Nótese que las amplitudes en la zona dura son iguales o mayores que las de la zona epicentral ( $R < 30$  km). La causa de esta amplificación está muy probablemente relacionada con particularidades del valle de México, ya que la anomalía no se observa muy claramente en sitios en las afueras del valle. Tal vez la explicación sea la existencia de una cuenca sedimentaria antigua, de materiales poco competentes, sobreyaciendo al basamento rocoso de mayor rigidez. Algunos cálculos preliminares (Campillo et al, 1988) dan cierta fuerza a esta conjetura.

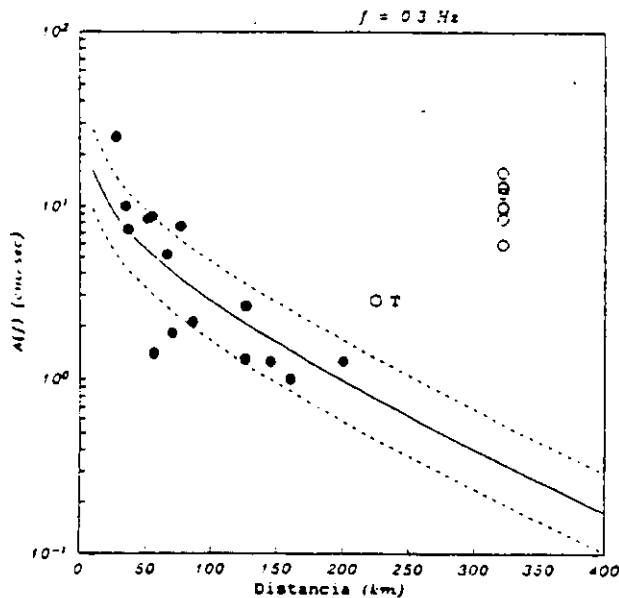


Fig. 3.2a Amplitudes del espectro de Fourier (promedio de los componentes horizontales) como función de la distancia, para el temblor del 25 de abril de 1989 ( $M_s$  6.9), para una frecuencia de 0.3 Hz. Los círculos llenos señalan estaciones fuera del Valle de México, a excepción de la marcada T, que se refiere a la estación Teacalco. Los círculos abiertos señalan estaciones de terreno firme del Valle de México. La línea continua muestra el ajuste de mínimos cuadrados sin incluir Teacalco ni las estaciones del valle. Las líneas discontinuas corresponden a más y menos el error estándar del ajuste.

### 3.2 La costa del Pacífico

En los últimos dos años se ha realizado un análisis de los movimientos fuertes registrados en sitios cercanos a la fuente sísmica de eventos de subducción en la costa mexicana del Pacífico (Singh et al, 1989). Se analizaron 64 registros en el rango de

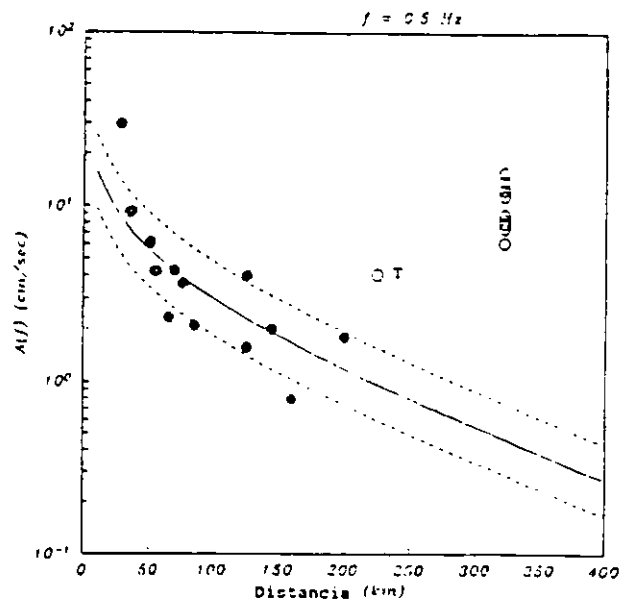


Fig. 3.2b Igual a la Fig. 3.2a pero para una frecuencia de 0.5 Hz.

magnitudes  $3 \leq M \leq 8.1$  y para distancias a la zona de ruptura menores a 54 km, para estudiar el escalamiento de la aceleración máxima del terreno y el espectro de amplitudes de Fourier,  $a(f)$ , como funciones de la magnitud. Todos los datos a partir de 1985 fueron registrados por la red de acelerógrafos digitales de Guerrero (Anderson et al, 1987a, 1987b; Quas et al, 1987).



Para estudiar la dependencia de la aceleración máxima con la magnitud, los datos se normalizaron a una distancia de 16 km (la mínima distancia focal que puede esperarse si se supone que la profundidad de la placa es aproximadamente 16 km) multiplicándolos por el factor  $(R/16) e^{\pi(R-16)/\beta Q}$  que toma en cuenta la atenuación geométrica y la atenuación anelástica. Se usó para  $\beta$ , velocidad media de propagación de las ondas de corte, un valor de 3.2 km/s y se tomó  $Q = 100$ , valor reportado por Singh et al. (1990a) como adecuado para la costa mexicana del Pacífico.

Se consideró  $a_{max} = ((a_E^2 + a_N^2)/2)^{1/2}$ , donde  $a_E$  y  $a_N$  son las aceleraciones pico de las componentes EW y NS respectivamente. En la fig 3.3 se presentan los valores de  $a_{max}$  normalizados a 16 km en función de la magnitud,  $M$ . Puede observarse que para  $3 \leq M \leq 6$   $a_{max}$  muestra una clara dependencia con  $M$ . Sin embargo, para  $M \geq 6$  los datos, aunque limitados en número, no muestran un incremento sistemático de  $a_{max}$  con respecto a la magnitud.

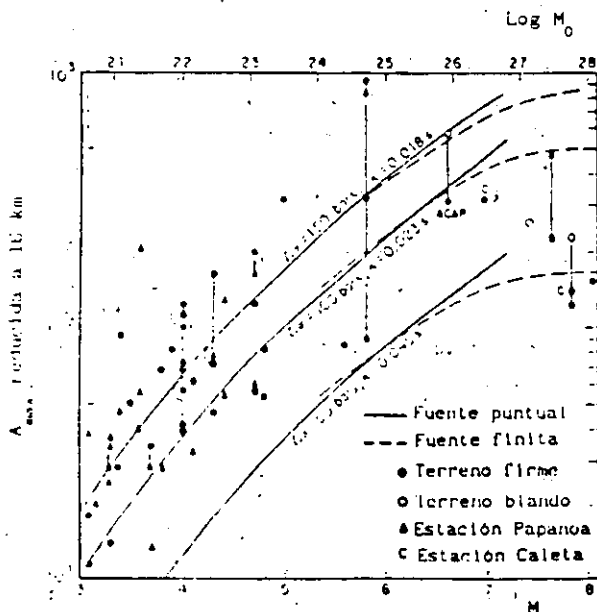


Fig 3.3 Relación entre magnitud,  $M$ , y aceleración máxima del terreno,  $a_{max}$ , reducida a 16 km para registros en la zona epicentral de temblores mexicanos de subducción. Se presentan también las relaciones teóricas obtenidas con los modelos de fuente finita y fuente puntual (según Singh et al. 1989).

Los autores del estudio analizaron las posibles causas de esta aparente saturación de la aceleración máxima. Concluyen que se debe al tamaño finito de la fuente sísmica y proponen un modelo paramétrico rela-

tivamente simple del espectro de amplitudes de Fourier, basado en las siguientes ideas: supóngase que una fuente sísmica circular de radio  $r_0$  rompe con intensidad uniforme en toda el área. El punto de observación  $P$  se localiza a una distancia  $R_0$  de la zona de ruptura justo arriba del foco sísmico. El área de ruptura se considera dividida en elementos de tamaño diferencial, y se supone que la ruptura de cada elemento ocurre aleatoriamente con probabilidad uniforme en el intervalo  $(0, T_0)$ . Con estas consideraciones, Singh et al. (1989) encuentran que

$$a^2(f) = 2C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi\kappa f}}{r_0^2} \times \left[ E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha \sqrt{R_0^2 + r_0^2}) \right] \quad (3.4)$$

donde  $A(f)$  es un factor que corrige por amplificación de las ondas  $S$  al propagarse a través de materiales con velocidades progresivamente menores (Boore, 1986).  $M_0$  es el momento sísmico,  $\alpha = 2\pi/\beta Q$ ,  $\kappa$  es un parámetro de atenuación que corrige por efectos de sitio (Singh et al. 1982) y que, en general, es función de la distancia y  $E_1(\cdot)$  es la integral exponencial (Abramowitz y Stegun, 1965). Además,

$$C = \frac{R_{00} (2\pi)^2 F P}{4\pi\beta^3}$$

donde  $R_{00}$  es el patrón medio de radiación,  $F = 2$  toma en cuenta la amplificación por efecto de la superficie libre,  $P = 1/\sqrt{2}$  toma en cuenta la partición de la energía en dos componentes horizontales iguales y  $\rho$  es la densidad promedio de los materiales a través de los cuales se propagan las ondas. En la ec 3.4  $f_c$  es la llamada frecuencia de esquina (Brune, 1970) dada por

$$f_c = 0.491 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3} = 2.34 \beta / 2\pi r_0$$

[ $\beta$  en km/s,  $\Delta\sigma$  en bares,  $M_0$  en ergs,  $r_0$  en km]

donde  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzo.

Los autores muestran que a medida que el punto de observación se aleja de la fuente sísmica, el modelo descrito por la ec 3.4 tiende a convertirse en el conocido espectro de fuente puntual  $\omega^{-2}$  (Aki, 1967; Brune, 1970). Esto obedece a que conforme  $R_0$  crece en relación al tamaño de la fuente,  $r_0$ , el tamaño de esta última es cada vez menos relevante, hasta que puede considerarse un punto. A partir de la ec 3.4 y empleando teoría de vibraciones aleatorias Singh et

ciudad de México. Como se mencionó, La máxima magnitud registrada desde 1800 es  $M_s = 8.2$  para el temblor de Jalisco de 1932. Sin embargo, los que se producen frente a las costas de Michoacán y Guerrero son los que producen los movimientos más violentos en el DF. Como se indicó, un análisis de las zonas que podrían deslizarse en un solo gran temblor muestra que el sismo más violento que sería razonable esperar en la brecha sísmica de Guerrero tendría  $M_s = 8.2$ . La distancia a la cuenca de México es incierta. Se asignaron probabilidades de 0.25, 0.5 y 0.25 a  $R=180, 248$  y  $280$  km respectivamente.

El espectro de amplitudes de Fourier para los tres primeros grupos de temblores se supuso correctamente descrito por el modelo  $\omega^{-2}$  (Brune, 1970; Boore, 1983). En la tabla 3.2 se presentan los parámetros usados para cada uno de los tres eventos. En la fig 3.5 se presentan los espectros de amplitudes de Fourier resultantes de la aplicación de ese modelo.

Tabla 3.2 Parámetros de los espectros de amplitudes de Fourier de los temblores seleccionados (según Rosenblueth et al, 1988).

	Acaabay	Local	Normal
$M_s$	7.0	4.7	6.5
R (km)	80.0	11.0	80.0
$M_0$ (ergs)	$3.5 \times 10^{25}$	$1.4 \times 10^{23}$	$7.0 \times 10^{25}$
$f_c$ (hz)	0.103	0.800	0.222
$\Delta\sigma$ (bar)	100.0	50.0	200.0
$\rho$ (gr/cm <sup>3</sup> )	3.1	2.5	3.1
$V_s$ (km/s)	3.2	2.3	3.2
$T_s$ (s)	30.0	7.0	30.0

En todos los casos,  $Q = 200 f^{0.8}$ , y factor de sitio  $F_s = 4.2$ .

Para el evento local y el evento de profundidad intermedia o de fallamiento normal, los parámetros se eligieron de modo que se describieran adecuadamente las observaciones de espectros de temblores reales del grupo correspondiente. No se disponía de registros de temblores del grupo de Acaabay por lo que se usaron parámetros que el equipo de geofísicos consideró razonables. Para el evento de subducción se emplearon envolventes de los espectros predichos con las leyes semiempiricas que se describieron en el inciso 3.1 (ver, figs 3.1 y 3.5).

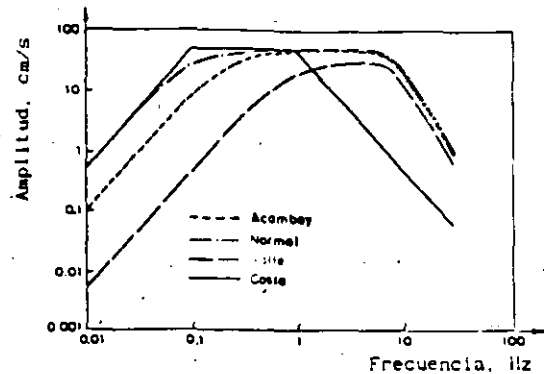


Fig 3.5 Espectros de amplitudes de Fourier para los cuatro temblores seleccionados (según Rosenblueth et al, 1988).

Para fines del reglamento de construcciones del DF se requieren espectros de respuesta de aceleraciones para 5% del amortiguamiento crítico. Estos fueron calculados usando teoría de vibraciones aleatorias (Boore, 1983; Boore y Joyner, 1984). Como se indicó anteriormente, esto requiere el espectro de amplitudes de Fourier y la duración del movimiento del terreno. Esta última cantidad fue estimada con base en valores observados para temblores registrados. Los espectros de amplitudes de Fourier en los sitios escogidos como representativos de cada una de las zonas en que se encuentra dividido el valle de México fueron calculados multiplicando los espectros estimados en terreno firme por la función de transferencia del sitio. Esta última fue evaluada a partir de análisis unidimensionales de propagación de ondas SH, con base en la información geotécnica disponible. Cabe mencionar que cuando se realizaron estos estudios no se contaba con registros de temblores que permitieran determinar la función de transferencia empírica.

Estos resultados, aunados a los espectros de respuesta calculados para el gran temblor de 1985 en los sitios en que se disponía de registros, permitieron la construcción de los espectros de diseño que se propusieron para el reglamento de construcciones. Estos espectros de diseño son envolventes simples de los espectros de respuesta modificados para tomar en cuenta la duración esperada del movimiento del terreno y el comportamiento inelástico de las estructuras.

Para calcular las tasas de ocurrencia de interacciones en el DF, así como las pérdidas esperadas por sismo, los procesos de ocurrencia de todos los grupos de temblores que se mencionan, a excepción de los de subducción, se supusieron poissonianos en virtud de que pueden originarse eventos en un gran número de fallas sensiblemente independientes. La forma adoptada para la relación magnitud-frecuencia, así como los métodos bayesianos para la estimación de sus parámetros, pueden consultarse en Rosenblueth et al (1989) y las referencias que ahí se indican.

Los grandes temblores de subducción son generados en unos cuantos sitios bien delimitados, por lo que no se justifica la hipótesis de ocurrencia según un proceso de Poisson. Se asignó a los tiempos entre este tipo de eventos, para  $M \geq 7$ , una distribución gamma (análisis posteriores a la elaboración de este estudio han mostrado que resulta más conveniente asignar a los tiempos entre grandes temblores una distribución lognormal; ver Jara y Rosenblueth, 1988); para  $M < 7$ , se conservó la hipótesis de Poisson. En el caso de  $M > 7$  se adoptó una densidad de probabilidad parabólica para las magnitudes. La zona de subducción fue dividida en 13 regiones, de acuerdo con lo señalado por Nishenko y Singh (1987b). Se supuso que cada región poseía un proceso de ocurrencia independiente de los procesos de las demás regiones.

Como puede apreciarse, el método adoptado para efectuar los cálculos que guiaron la elección de los espectros de diseño para el DF descansó fuertemente en algunos de los resultados recientes que se han descrito sobre sismicidad, modelos de la fuente sísmica, movimientos fuertes y su estimación usando teoría de vibraciones aleatorias.

#### 3.4.2 El estado de Guerrero

De acuerdo con lo expresado en el inciso 2, el riesgo sísmico en la costa del estado de Guerrero está dominado por la ocurrencia, a corto plazo, de un gran temblor en la brecha de Guerrero. Resulta entonces de suma importancia la estimación de la magnitud máxima que tal temblor podría generar, así como el cálculo de los movimientos esperados del terreno en la zona epicentral y el establecimiento de leyes de atenuación de las aceleraciones espectrales. En virtud del formato probabilista adoptado en el estudio que condujo a los espectros de diseño para el estado de Guerrero (Ordaz et al, 1989), la distribución de

probabilidad de los tiempos entre grandes eventos en la brecha también resultó ser decisiva.

Estos problemas fundamentales -magnitud máxima esperada, movimientos en la zona epicentral, su atenuación con la distancia y distribución de los tiempos entre grandes eventos- fueron atacados con las ideas derivadas de algunos de los estudios que aquí se han mencionado.

#### 4. CONCLUSIONES

Se han expuesto algunos de los resultados más importantes que se han producido a partir de los sismos de 1985 en materia de sismicidad, características de los grandes temblores y estimación de movimientos fuertes. Se ha hecho especial énfasis en aquellos que mayor impacto han tenido desde el punto de vista de la ingeniería sísmica en nuestro país.

Se han esbozado las ideas y métodos con los cuales es posible estimar algunas de las características de los movimientos fuertes que pueden esperarse de temblores que ocurran en el futuro. El énfasis de estas técnicas de estimación se ha puesto en la evaluación de riesgo sísmico en el valle de México y en la costa del Pacífico, regiones que históricamente han sido las más afectadas por grandes temblores. Como el presente trabajo muestra, ha habido un gran avance en la comprensión de los fenómenos sísmicos después de los temblores de septiembre de 1985. Si tomamos en cuenta el reciente aumento en la instrumentación sísmica en México, es de esperarse que la investigación en la materia aumente muy rápidamente en el futuro próximo y llene las lagunas en el conocimiento actual. Esto último requerirá del concurso de un mayor número de investigadores de alto nivel así como de la continuidad en el apoyo financiero para estos fines.

#### AGRADECIMIENTOS

Gran parte de los estudios que aquí se han descrito han sido posibles gracias a la instalación y eficiente operación de las redes de sismógrafos y acelerógrafos a cargo de las siguientes instituciones: Fundación ICA, Fundación Javier Barros Sierra, Instituto de Geofísica, UNAM e Instituto de Ingeniería, UNAM. Los avances que se han referido se deben al esfuerzo de un gran número de personas de diversas instituciones. La lista de referencias de ninguna manera da cuenta exhaustiva de todos los trabajos realizados sobre esta materia.

- Reinoso, E., Ordaz, M. y Sánchez-Sesma, F.J. (1989), "A note on the fast computation of seismic response spectra estimates", aceptado para su publicación en *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
- Rice, S.O. (1954), "Mathematical analysis of random noise", en *Selected Papers on Noise, and Stochastic Processes*, N. Wax, editor, Dover Publications Inc., Nueva York.
- Rojas, T., García, V. y Pérez, J.M. (1988), Cronología de los sismos en la cuenca de México: 1821-1911, CIESAS/FUNDACION JAVIER BARROS SIERRA/DDF/ONU.
- Rosenblueth, E., Ordaz, M., Sánchez-Sesma, F.J. y Singh, S.K. (1989), "Design spectra for Mexico's Federal District", *Earthquake Spectra*, 5, 273-291.
- Sánchez-Sesma, F.J. (1985), "Análisis de riesgo sísmico en Laguna Verde, Ver. Parte I. Determinación de espectros de respuesta específicos", reporte a la Comisión Federal de Electricidad, Instituto de Ingeniería: UNAM.
- Singh, S.K., Bazán, E. y Esteva, L. (1980), "Expected earthquake magnitude at a fault", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 903-914.
- Singh, S.K., Astiz, L., and Havskov, J. (1981), "Seismic gaps and recurrence period of large earthquake along the Mexican subduction zone: a reexamination", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 827-843.
- Singh, S.K., Espindola, J.M., Yamamoto, J., and Havskov, J. (1982a), "Seismic potential of Acapulco-San Marcos region along the Mexican subduction zone", *Geophys. Res. Lett.*, 9, 633-636.
- Singh, S.K., Apsel, R., Fried, J. y Brune, J.N. (1982b), "Spectral attenuation of SH waves along the Imperial fault", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 2003-2016.
- Singh, S.K., Rodríguez, M., and Esteva, L. (1983), "Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 1779-1796.
- Singh, S.K., Rodríguez, M. and Espindola, J.M. (1984a), "A catalog of shallow earthquakes of Mexico from 1900 to 1981", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 267-279.
- Singh, S.K., Domínguez, T., Castro, R., and Rodríguez, M. (1984b), "P waveforms of large shallow earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 2135-2156.
- Singh, S.K., Ponce, L., and Mishenko, S.P. (1985a), "The great Jalisco, Mexico Earthquake of 1932: Subduction of the Rivera Plate", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75, 1301-1313.
- Singh, S.K., Suárez, G., and Domínguez, T. (1985b), "The Oaxaca, Mexico earthquake of 1931: Lithospheric normal faulting in the subducted Cocos plate", *Nature*, 317, 56-58.
- Singh, S.K., Mena, E., Castro, R. y Carmona, C. (1987), "Empirical prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 77, 1862-1867.
- Singh, S.K., and Suárez, G. (1988), "Regional variations in the number of aftershocks ( $m_b \geq 5.0$ ) of large subduction zone earthquakes ( $M_w \geq 7.0$ )", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 230-242.
- Singh, S.K., Lermo, J., Domínguez, T., Ordaz, M., Espinoza, J.M., Mena, E., and Quaaas, R. (1988a), "A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (C U)", *Earthquake Spectra*, 4, 653-673.
- Singh, S.K., Mena, E., and Castro, R. (1988b), "Some aspects of the source characteristics and the ground motion amplifications in and near Mexico City from the acceleration data of the September, 1985, Michoacan, Mexico earthquakes", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.
- Singh, S.K., Ordaz, M., Anderson, J.G., Rodríguez, M., Quaaas, R., Mena, E., Ottaviani, M., and Almora, D. (1989), "Analysis of near-source strong motion recordings along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1697-1717.
- Singh, S.K., Mena, E., Anderson, J.G., Quaaas, R., and Lermo, J. (1990a), "Source spectra and RMS acceleration of Mexican Subduction zone earthquakes", *Pure & Applied Geophys.*, en prensa.

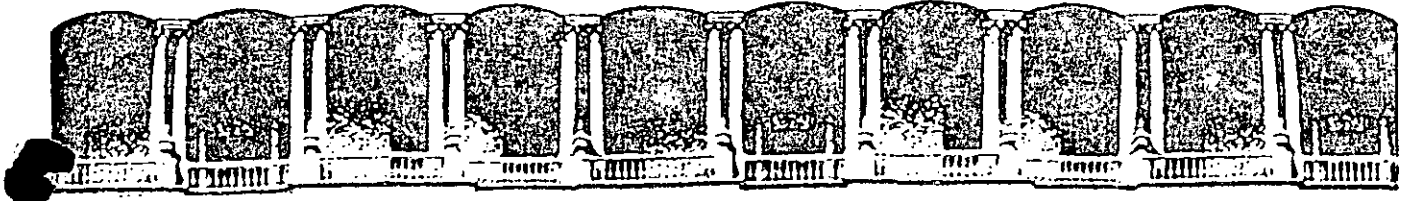
Singh, S.K., Mori, A., Mena, E., Krüger, F. y Kind, R. (1990b). "Evidence for anomalous body-wave radiation between 0.3 and 0.7 Hz from the 1985 september 19 Michoacan, Mexico earthquake", *Geophys. J. Int.*, 101, 37-48.

Singh, S. K. y Mortera, F. (1990). "Source-time functions of large Mexican subduction earthquakes, morphology of the Benioff zone, and the extent of the Guerrero gap", *J. Geophys. Res.*, sometido.

Suárez, G., Monfret, T., Wittlinger, G. y David, C. (1990). "Geometry of subduction and depth of the seismogenic zone in the Guerrero gap",

UNAM Seismology Group (1986). "The September 1985 earthquakes: Aftershocks distribution and history of rupture", *Geophys. Res. Lett.*, 13, 573-576.

Yomogida, K. (1987). "Dynamic rupture processes inferred from near-field observations", *EOS, Trans. Am. Geophys. Union*, 68, 1354.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**COMPORTAMIENTO DINAMICO DE SUELOS**

**DR. ALBERTO JAIME PAREDES**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

# COMPORTAMIENTO DINAMICO DE SUELOS

Alberto Jaime P  
Gerente General  
Geotecnología, S. A

Publicado en: Memorias de la X Reunión Nacional de Mecánica de Suelos Tomo 1, 1980.

X Reunión Nacional de  
Mecánica de Suelos y Hídricas  
Morelia, Mich., 1980.

Resumen. En este trabajo se discuten las propiedades dinámicas de los suelos, así como los ensayos de laboratorio y de campo para determinarlas. Además, se trata el fenómeno de licuación de arenas saturadas y algunas de las técnicas propuestas para evaluar la susceptibilidad a licuación de depósitos granulares.

## 1. Introducción

¿Cómo se comporta un depósito de suelo sometido a la acción de un sismo?, ¿qué efecto tiene el tipo de suelo en el comportamiento dinámico de una estructura?, ¿cómo diseñar la cimentación de una maquinaria?, ¿cuáles son los efectos que produce en el suelo de cimentación una excitación cíclica inducida por viento u oleaje?, ¿es o no susceptible a licuarse un determinado estrato arenoso?, ¿es posible aislar cimentaciones de las vibraciones que produce una máquina?, estas son algunas de las preguntas a las que la dinámica de suelos trata de responder.

Si se consideran, entre otros aspectos, la alta sismicidad de nuestro país, el acelerado desarrollo industrial (maquinaria, plantas nucleoelectricas), la construcción de obras en la costa y fuera de ella, se entiende la necesidad del estudio de esta disciplina en México. Llama la atención, sin embargo, que salvo contadas excepciones la dinámica de suelos no haya trascendido el ámbito académico. Por ejemplo, el nuevo reglamento de construcciones del DDF en su parte de cimentaciones no trata el problema de la interacción dinámica suelo-estructura, ni da recomendaciones para el diseño de pilotes sometidos a cargas sísmicas. Tradicionalmente, además, se ha dejado el análisis del comportamiento dinámico de edificios en manos del estructurista sin la participación del especialista en mecánica de suelos, lo que también se refleja en el citado reglamento.

Parece ser el consenso general que la dinámica de suelos no tiene aportaciones que hacer desde el punto de vista de la seguridad y del diseño de las estructuras. Un caso reciente demuestra el potencial de esta disciplina para diseñar y construir con mayor seguridad.

En el terreno de una planta industrial, en la desembocadura del Balsas se localizó y determinó el espesor de un estrato poco profundo de arena licuable (Jaime

et al., 1979b), lo cual modificó el diseño de la cimentación. Se tuvo que recurrir a pilotes de mayor longitud a los previstos, diseñados para soportar la pérdida de confinamiento lateral durante un sismo en la zona del estrato problema.

Los modelos teóricos y numéricos desarrollados para el análisis del comportamiento dinámico de suelos y estructuras-suelo, deben alimentarse con las propiedades dinámicas del material. Estas últimas se determinan en el laboratorio o en el campo, tratando de simular la acción dinámica a la que será sometido el suelo.

En este trabajo se discute: a) el comportamiento dinámico de los suelos, incluyendo el fenómeno de licuación y b) los ensayos de laboratorio y de campo para determinar las propiedades dinámicas de los suelos.

La presentación de los diferentes temas se hace tomando en cuenta el estado actual de la práctica, sin pretender llegar al nivel de detalle de la investigación.

## 2. Propiedades dinámicas

En los casos en que la excitación dinámica (sismo, maquinaria, etc) no induzca al suelo deformaciones residuales de consideración, la respuesta de éste está gobernada principalmente por el módulo de cortante dinámico,  $G$ , y el porcentaje de amortiguamiento crítico del suelo,  $\lambda$ . Otros parámetros menos importantes son el módulo de compresibilidad volumétrica,  $B$ , la relación de Poisson,  $\nu$ , la resistencia al corte estática de arcillas y la compactación de suelos granulares.

En la tabla 1 se presentan los métodos recomendables para determinar las propiedades del suelo mencionadas

Tabla 1 Determinación de las propiedades del suelo de interés en un análisis dinámico

Propiedad	Tipo de ensaye	Tipo de suelo	Método de prueba recomendable
Módulo de cortante G	Campo	Cualquiera	Geofísico
	Lab.	Cualquiera	Triaxial, corte simple, columna resonante
Amortiguamiento	Lab.	Cualquiera	Triaxial, columna resonante
Relación de Poisson, v	Campo	Cualquiera	Geofísico
	Lab.	Cualquiera	Triaxial, normalmente se estima
Resistencia estática	Lab.	Cohesivo	Compresión no-confinada
Compacidad relativa	Campo	Granular	Penetración estándar
	Lab.	Granular	"Muestra inalterada" si es posible

Módulo de cortante, G. La mayoría de los suelos exhiben relaciones esfuerzo-deformación curvilíneas, fig 1. Por esta razón el módulo G se determina en el laboratorio como el módulo secante. En la figura se aprecia que G es función de la magnitud de la deformación.

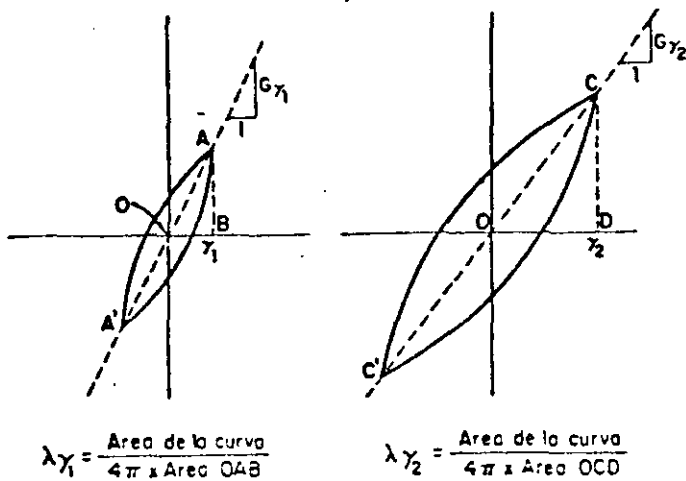


Fig 1 Determinación del módulo de cortante y de la relación de amortiguamiento

Relación de amortiguamiento,  $\lambda$ . Como el módulo G, esta propiedad también depende de la magnitud de la deformación, fig 1. La relación  $\lambda$  es proporcional al área limitada por la curva histerética, y por tanto es una medida de la capacidad de disipación de energía del material; se expresa como:

$$\lambda = \frac{\text{área de la curva}}{4\pi \times \text{área OCD}} \quad (1)$$

Relación de Poisson, v. Aún cuando existen técnicas de laboratorio y de campo para determinar la relación de Poisson, normalmente se estima su valor. Este varía de 0.5 para arcillas saturadas a 0.3-0.35 para suelos granulares.

Módulo de compresibilidad volumétrico, B. Normalmente se estima a partir del módulo G y de v por medio de la expresión

$$B = \frac{1}{3} \frac{2(1+v)}{1-2v} G \quad (2)$$

Resistencia estática. La resistencia no-drenada de arcillas es de interés porque permite normalizar la variación del módulo G en función de la deformación, como se verá más adelante.

Compacidad relativa. Se ha observado que para suelos granulares, su grado de compacidad in-situ tiene una influencia muy significativa en su comportamiento sísmico.

Los estudios de Hardin y Drnevich (1972 a y b) y Hardin y Black (1968), demostraron que los factores que afectan los valores de G y  $\lambda$  de un suelo son: a) magnitud de la deformación angular  $\gamma$ , b) el esfuerzo principal efectivo promedio  $\bar{\sigma}_m$ , c) la relación de vacíos e, d) el número de ciclos de carga N, y e) el grado de saturación. Ellos mismos encontraron que el esfuerzo cortante octaédrico, el grado de consolidación OCR, los parámetros efectivos de resistencia  $c'$  y  $\phi'$  y el tiempo, influyen en G y  $\lambda$ , aunque en menor grado que los factores anteriores.

Basándose en sus experimentos los autores mencionados proponen la siguiente expresión para calcular el módulo de cortante dinámico máximo de un suelo (correspondiente a una deformación angular  $\gamma = 10^{-3}$ )

$$G_{\text{máx}} = 1230 \frac{(2.973-e)^2}{1+e} (\text{OCR})^a (\bar{\sigma}_m)^{1/2} \quad (3)$$

$G_{\text{máx}}$  libras por pulgada cuadrada

$\bar{\sigma}_m$   $(1+2K_0) \bar{\sigma}_v / 3$ , en libras por pulgada cuadrada

$K_0$  coeficiente de empuje de tierras en reposo

a depende del índice plástico del suelo, IP, varía entre 0 para suelos granulares a 0.5 para arcillas con IP  $\approx 100$

$\bar{\sigma}_v$  esfuerzo vertical efectivo

La expresión tres es válida para arenas o arcillas. En el caso de arcillas con relación de vacíos mayor de



2, la ecuación 3 proporciona valores poco confiables.  $G_{máx}$  es el valor a una deformación tan pequeña que prácticamente ya no cambia a deformaciones menores que esta.

Como ya se ha discutido los valores de  $G$  y  $\lambda$  dependen de la magnitud de la deformación, por tanto al hacer un análisis dinámico dichos valores deben ajustarse de acuerdo con el nivel de deformaciones al cual el suelo se ve sometido. En la fig 2 se muestran los niveles de deformación inducidos en el suelo por diferentes causas.

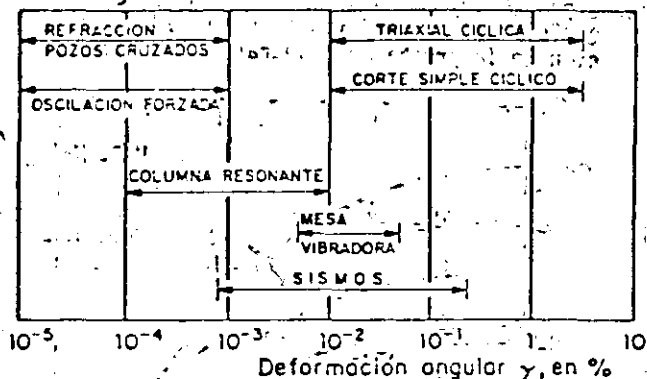


Fig 2 Deformaciones inducidas en el suelo por diversas causas

Utilizando la ecuación 3 y las relaciones siguientes, se pueden estimar los valores de  $G$  al nivel de deformación bajo consideración.

$$G_Y = \frac{G_{máx}}{1 + \frac{Y}{Y_r}} \quad (4)$$

en la cual

$$\frac{Y}{Y_r} = \frac{\tau_{máx}}{G_{máx}} \quad (5)$$

y  $\tau_{máx}$  se calcula con la siguiente expresión

$$\tau_{máx} = \left[ \frac{1+K_0}{2} \bar{\sigma}_v \sin \phi' + C' \cos \phi' \right]^2 - \left[ \frac{1-K_0}{2} \bar{\sigma}_v \right]^2 \quad (6)$$

los símbolos tienen el significado definido antes.

Hardin y Drnevich (1972b) proponen también algunas expresiones para obtener las relaciones de amortiguamiento

to máximas de varios suelos, correspondientes a grandes deformaciones.

a) arena limpia

$$\lambda_{máx} = D - 1.5 \log_{10} N \quad (7)$$

en donde:  $D = 33\%$  arena seca

y  $D = 28\%$  arena saturada

$N$  número de ciclos de carga

b) arcillas saturadas

$$\lambda_{máx} = 31 - (3 + 0.03f) (\bar{\sigma}_m)^{1/2} + 1.5f^{1/2} - 1.5 \log_{10} N \quad (8)$$

$f$  frecuencia en ciclos por segundo

Para calcular la relación de amortiguamiento a deformaciones angulares menores se recurre a la relación

$$\lambda_Y = \frac{\lambda_{máx} \frac{Y}{Y_r}}{1 + \frac{Y}{Y_r}} \quad (9)$$

$Y_r$  se definió en la ecuación 5.

Hasta aquí se han presentado expresiones generales que permiten estimar los valores de  $G$  y  $\lambda$ , para cualquier tipo de suelo. En lo que sigue se presentan para distintas clases de suelo, una serie de correlaciones para obtener  $G$  y  $\lambda$  basadas en los resultados de muchos ensayos con diversos suelos, Seed e Idriss (1970).

### 2.1 Arcillas

El módulo de cortante de las arcillas depende de su consistencia relativa y su resistencia, además de la amplitud de la deformación. La ecuación 3 no siempre da valores adecuados para suelos cohesivos. Por esta razón Seed e Idriss (1970) proponen utilizar la fig 3a, cuando se conoce la resistencia no-drenada del material ( $q_u/2$ ). En el caso más deseable de medir el módulo  $G$  en el campo o en el laboratorio a un nivel de deformaciones bajo ( $3 \times 10^{-3}$  en %), se propone la correlación de la fig 3b, para determinar la variación de  $G$  con la deformación.

Los mismos autores propusieron una correlación empírica para obtener la relación de amortiguamiento  $\lambda$ , en función de la magnitud de la deformación, fig 3c.

Se hace notar que los valores obtenidos de las correlaciones y de las ecuaciones presentadas son aproximados. Es decir, lo ideal sería para un suelo en particular obtener  $G$  y  $\lambda$  a distintos niveles de deformaciones, y de esta manera su ley de variación.

En la tabla 2 se presentan algunos valores típicos de  $G$ , a deformaciones del orden de  $10^{-3}$  en %, para distintos suelos:

producen ondas de cortante o compresionales. La prueba se lleva a efecto excitando con un pulso eléctrico de muy alta frecuencia los cristales de la tapa del espécimen, lo cual provoca una onda que viaja en el interior de la muestra de suelo, al llegar a la base del espécimen los cristales piezoeléctricos de esta se excitan mecánicamente y responden generando a su vez un pulso eléctrico. Ambas señales eléctricas, de entrada y de salida, se registran en un osciloscopio, de esta manera se conoce el tiempo transcurrido entre el pulso de entrada y el de salida,  $\Delta t$ . Con este dato y la longitud de la muestra de suelo,  $L$ , se obtiene la velocidad de propagación en el suelo del tipo de onda generada,  $c_s$  ó  $c_p$ .

$$c_s \text{ ó } c_p = \frac{L}{\Delta t} \quad (22)$$

Si la onda es de cortante, por medio de la ecuación 19 se obtiene el módulo dinámico  $G$ . En el caso de medir la velocidad de onda compresional se utiliza la relación.

$$E = \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \rho c_p^2 \quad (23)$$

El ensaye de pulsos tiene problemas tales como la dispersión de la onda en el espécimen de suelo, lo cual provoca que el frente de onda se atenúe y por tanto el tiempo del pulso de salida no se puede identificar con precisión y se vuelve un problema de interpretación personal. Además, Lawrence (citado por Mc Neill, 1969) demostró que la propagación de pulsos es un fenómeno complejo que no se ha entendido lo suficiente como para ser utilizado confiablemente en la práctica.

### 3.3 Triaxial cíclico

El ensaye triaxial cíclico consiste en colocar una muestra de suelo en una cámara triaxial y consolidarla a la presión confinante deseada. Posteriormente se aplica un esfuerzo desviador cíclico (esfuerzo controlado),  $\sigma_{dc}$ , o una deformación axial cíclica (deformación controlada) con una forma de onda conocida (normalmente cuadrada o senoidal) a la frecuencia deseada (generalmente uno o dos cps). En la fig 8 se muestra la cámara triaxial cíclica del Instituto de Ingeniería.

En el caso de la prueba cíclica con esfuerzo controlado, la fuerza inducida en el espécimen y su deformación axial se detectan utilizando transductores de fuerza y de desplazamiento (LVDT), fig 8; las señales de estos dispositivos se registran con un graficador. También es posible medir la variación de la presión de poro con un transductor de presión. Con los datos de fuerza y desplazamiento se pueden hacer gráficas del tipo mostrado en la fig 1, para cada ciclo de carga. En este caso se grafica el esfuerzo normal vs deformación axial en lugar de  $\tau$  vs  $\gamma$ . De esta curva se determina el módulo secante dinámico de Young  $E$ , y con la expresión 20 el valor de  $G$ . Asimismo, se puede conocer el porcentaje de amortiguamiento crítico  $\lambda$  como se explicó en el capítulo 2.

Cuando la prueba se realiza en condiciones de deformación controlada se obtienen esencialmente los mismos datos mencionados antes. Por lo general la prueba triaxial cíclica se realiza con esfuerzo controlado.

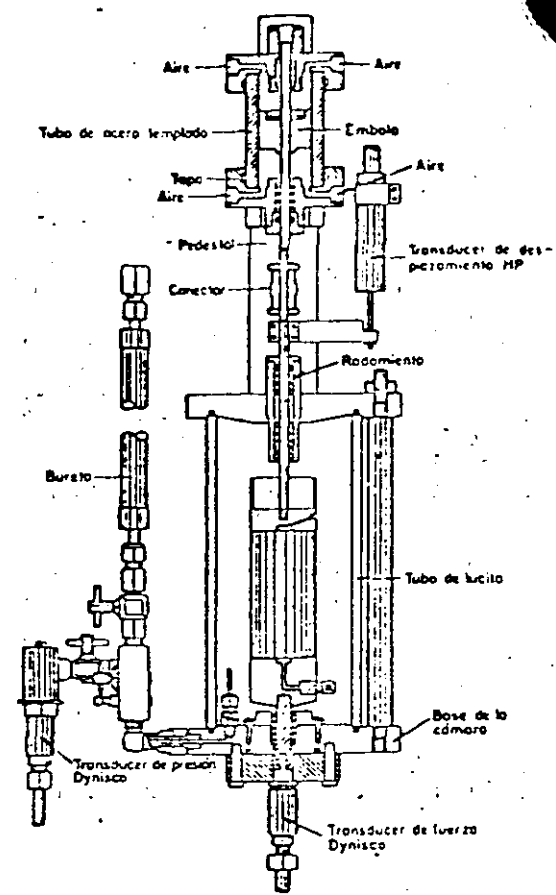


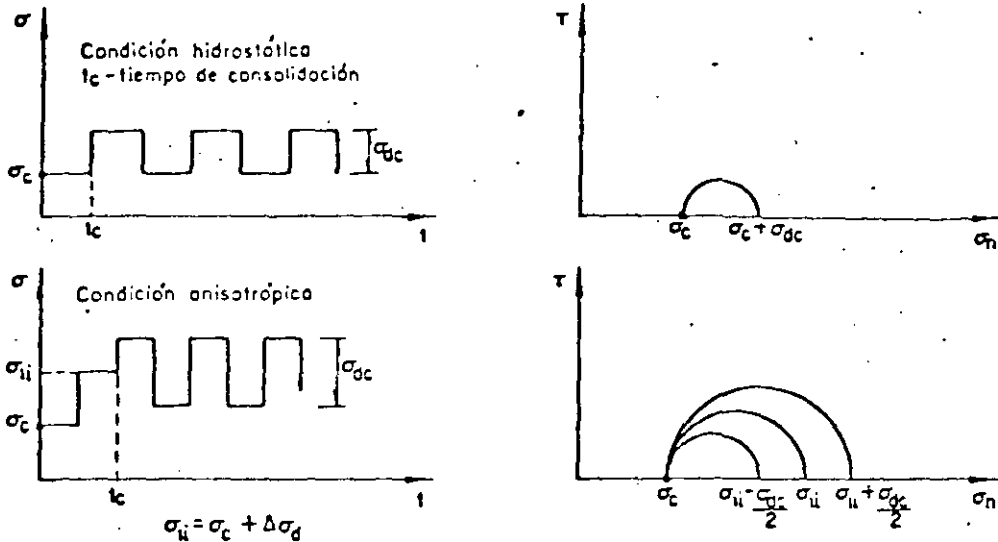
Fig 8 Cámara triaxial cíclica (Jaime, 1978)

De acuerdo con la forma en que se aplique el esfuerzo desviador cíclico,  $\sigma_{dc}$ , el ensaye triaxial se puede llevar a cabo de distintas maneras: a) en compresión solamente, con el espécimen sujeto a confinamiento hidrostático o anisotrópico; y b) en compresión y extensión, bajo confinamiento hidrostático o anisotrópico.

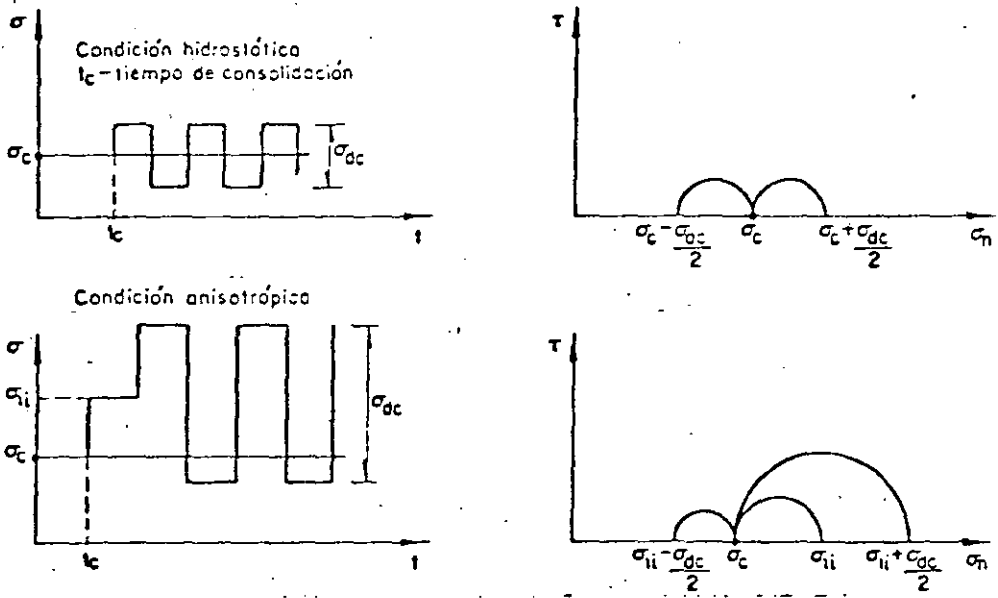
En la fig 3, se presentan de manera esquemática las variantes más utilizadas y su representación en el plano de Mohr  $\tau$  vs  $\sigma_n$ . Se dice que la prueba cíclica es de compresión solamente, cuando el esfuerzo axial mínimo es siempre mayor o igual que el esfuerzo confinante,  $\sigma_c$ . La prueba es de compresión y extensión cuando el esfuerzo axial máximo es mayor que el  $\sigma_c$  y el mínimo menor que este valor, pero mayor que cero.

Con la prueba triaxial cíclica en sus distintas variantes, además de  $G$  y  $\lambda$ , se puede determinar el número de ciclos de esfuerzo desviador cíclico,  $\sigma_{dc}$ , de magnitud conocida para inducir la falla en un espécimen de suelo o la combinación de esfuerzos estáticos y cíclicos más desfavorables. Con estos datos se pueden dibujar curvas como las mostradas en la fig 10.

Cabe recordar que las deformaciones angulares inducidas al suelo en la prueba triaxial cíclica son mayores de 10%, en el plano a 45°.



Prueba triaxial cíclica en compresión solamente



Prueba triaxial cíclica en compresión y extensión

Fig 9 Variantes de la prueba triaxial cíclica

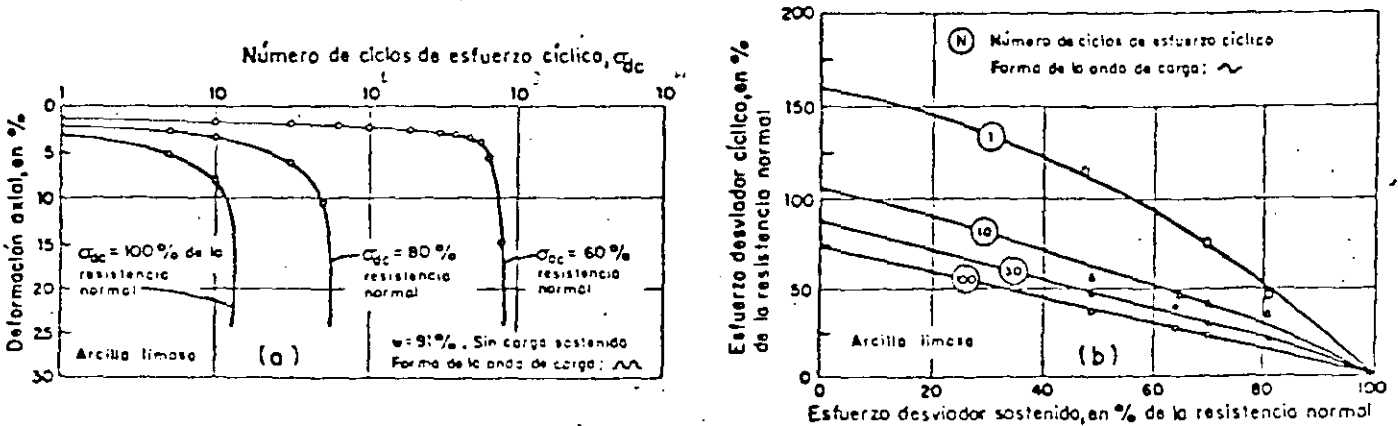


Fig 10 Resultados de pruebas triaxiales cíclicas (Seed y Chan, 1966)

### 3.4 Corte simple cíclico

El ensaye de corte simple cíclico consiste en aplicar una fuerza cortante cíclica a una muestra de suelo, cilíndrica o de sección rectangular, envuelta con una membrana, que a su vez es confinada por un resorte plano (slinky) o un recipiente de paredes móviles. En algunos casos la membrana se refuerza con un helicoid de alambre de acero, con el paso de la hélice prácticamente cerrado, este tipo de membrana es el mismo desarrollado para el aparato de corte del Instituto Geotécnico Noruego.

En la fig 11 se muestra el espécimen de suelo confinado por un resorte plano. Este procedimiento para confinar el espécimen fue inicialmente desarrollado por Rendón y Casagrande, 1973.

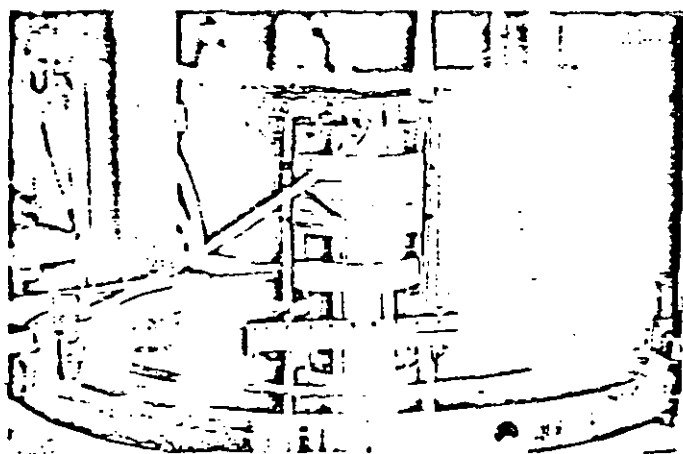


Fig 11 Especimen de suelo del ensaye de corte simple cíclico, confinado por medio de un resorte plano (Jaime, 1975)

El principio de trabajo de los distintos aparatos de corte simple cíclico es similar. El aparato de corte simple cíclico del Instituto de Ingeniería (Jaime, 1975) se muestra esquemáticamente en la fig 12. A la muestra de suelo se le aplica un esfuerzo vertical,  $\sigma_v$ , para consolidarla; posteriormente, a través de la tapa del espécimen, la probeta se somete a una fuerza cortante cíclica, usando el gato neumático. Durante la prueba se mide la fuerza cortante, el desplazamiento horizontal y la presión de poro. Con estos datos se pueden dibujar curvas  $\tau$  vs  $Y$  para cada ciclo, como las mostradas en la fig 1. De esta manera se puede determinar el módulo  $G$  y el porcentaje de amortiguamiento crítico  $\lambda$ .

La prueba de corte simple cíclico induce deformaciones angulares al espécimen de suelo mayores de  $10^{-2}\%$ . Una limitación del ensaye es que el estado de esfuerzos desarrollado en el espécimen no es totalmente de corte simple.

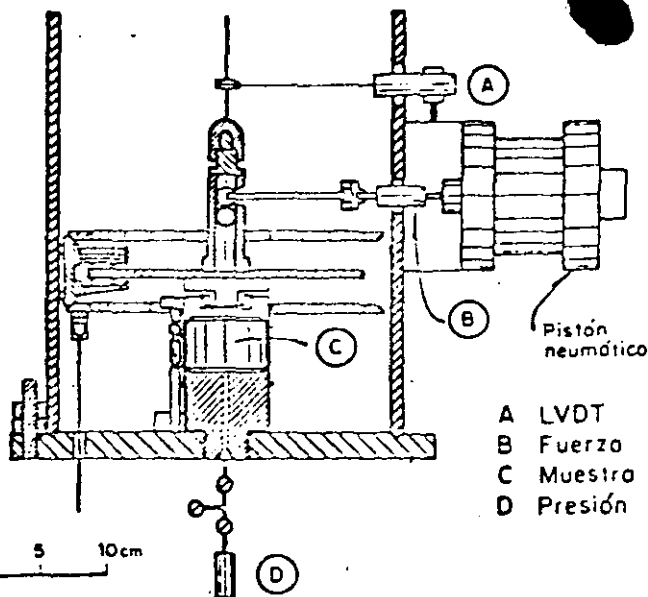


Fig 12 Aparato de corte simple cíclico (Jaime, 1975)

### 3.5 Observaciones

La selección del tipo de ensaye de laboratorio a utilizar para obtener las propiedades dinámicas de un suelo, depende del problema específico en cuestión y del nivel de deformaciones angulares esperado. La fig 2 permite seleccionar el tipo o tipos de prueba a emplear en función del nivel de deformaciones. Adicionalmente en la tabla 3 se presentan las técnicas de laboratorio para obtener las propiedades dinámicas de los suelos y la información que proporcionan.

Tabla 3 Técnicas de laboratorio para obtener propiedades dinámicas de suelos

Ensaye	Módulo G	Módulo E	% de amortiguamiento crítico $\lambda$	Comportamiento bajo carga cíclica
Columna resonante	X	X	X	
Pulsos	X	X		
Triaxial cíclica		X	X	X
Corte simple cíclico	X		X	X

### 4. Ensayes de campo

Los métodos de campo para obtener las propiedades dinámicas de un depósito de suelo, se basan en dos factores a primera vista sencillos, que son: a) generar una onda o tren de ondas en el suelo, y b) registrar

interpretar dicha excitación. El primer factor involucra diversas opciones tales como: el tipo de fuente para generar la onda (una explosión, un golpe con un martillo pesado, un excitador mecánico, etc), y el tipo de onda que se desea generar.

El factor del inciso (b) involucra un problema de interpretación para identificar que el tipo de onda generada sea realmente el deseado, y uno de elección del equipo de registro.

Los métodos de campo proporcionan información relativa a la forma en que se propaga la excitación en el sitio, lo cual aunado al tipo de onda generado y al tiempo t que toma para llegar a un punto determinado, permiten estimar las velocidades de propagación de onda en el material. Finalmente usando la teoría de la elasticidad se infieren los módulos dinámicos.

En general, en el suelo se propagan dos tipos de ondas: a) ondas de cuerpo, y b) ondas de superficie. Las ondas de cuerpo pueden ser de compresión, ondas P, y de corte (ondas S). La onda de superficie más importante desde el punto de vista ingenieril es la onda de Rayleigh (onda R).

Las ondas de compresión excitan a las partículas de suelo en la misma dirección en la que se propagan; producen en el suelo, alternativamente, dilataciones y compresiones, por tanto se transmiten produciendo cambio volumétrico en la partícula de suelo. Cuando el suelo está saturado, Biot, 1956 (citado por Richart et al, 1970), encontró que se desarrollan dos tipos de ondas de compresión. Una onda se transmite a través del fluido y la otra se propaga en la estructura del material. Estas dos ondas se relacionan entre sí de acuerdo con las rigideces del sólido (estructura) y del líquido, así como con el movimiento de ambos (cambio de volumen). La velocidad de la onda de compresión en el fluido es mayor que la de la onda que se propaga a través de la estructura. Por esta razón, los métodos de campo que miden el tránsito de ondas P en el suelo cuando el material se encuentra saturado, en realidad identifican la velocidad de compresión en el agua en lugar de aquella correspondiente a la estructura del suelo.

Las ondas de corte excitan a las partículas de suelo en sentido perpendicular a su dirección de propagación; producen en la partícula deformaciones angulares sin cambio volumétrico. A diferencia de las ondas P, las ondas S sólo se transmiten a través de la estructura del suelo, cuando este se encuentra saturado; esto es debido a que el agua no tiene rigidez al corte.

Las ondas de Rayleigh se transmiten en una banda angosta, limitada en su parte superior por la superficie del terreno. Estas ondas producen en la partícula de suelo un movimiento elíptico retrógrado con respecto a la dirección de propagación.

Cuando las ondas se transmiten en un medio estratificado, se producen nuevos tipos de ondas generados por efectos de refracción y reflexión de aquellas. Esto complica en el campo, la medición e interpretación de los registros.

En la fig 13 se muestran las velocidades de las ondas P, S y R, normalizadas con respecto a la velocidad de onda de corte vs relación de Poisson. Ahí se aprecia que las velocidades  $c_s$  y  $c_r$  son muy similares y que la velocidad  $c_p$  es del orden de dos veces mayor que  $c_s$  para  $\nu = 0.35$  (valor usual en suelos).

Para obtener las propiedades dinámicas de los suelos en el campo, existen dos clases de métodos: a) geofísico y b) oscilación forzada.

Entre las técnicas geofísicas más utilizadas en la práctica están: a) refracción y b) pruebas en sondeos. El método de oscilación forzada más popular es el oscilador de masas excéntricas.

### 4.1 Ensaye de refracción

De acuerdo con la teoría de propagación de ondas en medios elásticos, se sabe que una onda al viajar por un medio, y chocar o pasar a otro de densidad distinta al primero (o velocidad de propagación de onda diferente) sufre reflexión o refracción. En el caso de un tren de ondas con diferentes direcciones de propagación se presentan ambos.

La reflexión consiste en que una onda viajando en un medio al chocar contra otro cambia su trayectoria, regresándose por el primer medio, siguiendo una dirección con un ángulo igual al definido por la trayectoria de entrada con la perpendicular al plano de incidencia (la cara del otro medio). Un símil es el de una bola de billar (sin efecto) que al golpear contra una banda cambia su trayectoria con un ángulo de salida igual al ángulo de entrada.

La refracción se produce cuando una onda viajando en un medio al pasar a otro cambia su trayectoria. Este fenómeno se observa, por ejemplo, al introducir un lápiz en un vaso lleno de agua, parece como si este se doblara. La Ley de Snell relaciona la velocidad de propagación de las ondas en dos medios y los ángulos de incidencia y de refracción, y se expresa:

$$\frac{c_1}{\text{sen } i} = \frac{c_2}{\text{sen } i_r} \tag{24}$$

$c_1, c_2$  velocidad de propagación en los medios 1 y 2, respectivamente

$i$  ángulo de incidencia

$i_r$  ángulo de refracción

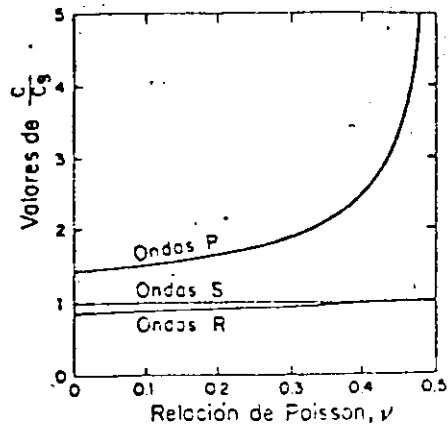


Fig 13 Relación entre las velocidades  $c_p, c_s$  y  $c_r$ , normalizadas con respecto a  $c_s$  vs relación de Poisson  $\nu$  (Richart, 1962).

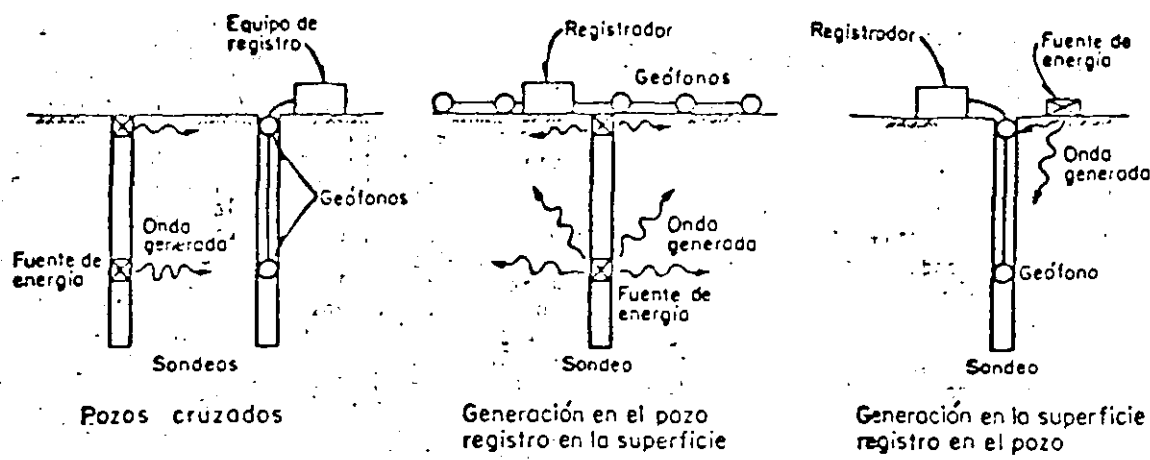


Fig 16 Ensayes de campo realizados en sondeos

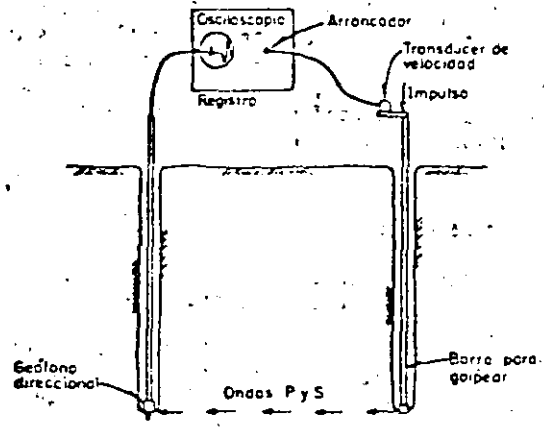


Fig 17 Ensaye de pozos cruzados (Stokoe and Woods, 1972)

Este método requiere de un mínimo de dos pozos, sin embargo, se pueden hacer las mediciones en varios pozos. En caso de que el sondeo requiera ademe, se pueden emplear tubos de acero, aluminio o PVC; este último y el de aluminio son mejores. Debe buscarse que la verticalidad de los pozos tenga poca desviación, y en sondeos profundos puede ser necesario verificarla con un inclinómetro, ya que la distancia entre los pozos interviene directamente en la estimación de la velocidad de onda.

Las fuentes generadoras de tipo mecánico son las más simples. De muchos ensayos se ha visto que golpear una barra hueca o tubo dentro de un pozo, produce una excitación que consiste en ondas P y ondas de corte polarizadas en la dirección vertical SV; estas últimas excitan la partícula de suelo en el sentido vertical mientras viajan en dirección horizontal. También, se puede utilizar dinamita para generar la excitación. Es posible insertar una barra con un extremo que puede asegurarse contra las paredes del pozo con un mecanismo de expansión; este arreglo permite golpear la barra hacia abajo o hacia arriba, lo cual permite identificar la llegada de las ondas SV con precisión. En la fig 18 se ve el efecto de la inversión del sentido del golpe en el registro.

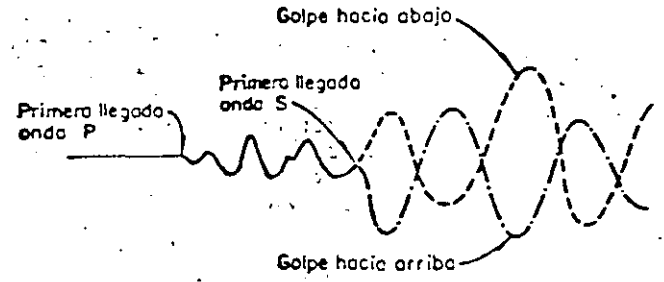


Fig 18 Efecto de la dirección del impulso en el registro (Woods, 1978)

Para detectar la llegada de las ondas en los pozos receptores se utilizan geófonos direccionales. El problema básico consiste en fijarlos y orientarlos correctamente en el fondo del pozo o a la misma profundidad a la que se genera la excitación.

El sistema de registro puede ser un osciloscopio o un registrador de varios canales, que pueda detectar los tiempos con precisión de 0.2 milisegundos.

El método de los pozos cruzados permite obtener las propiedades dinámicas de suelos estratificados de manera con fiable. La interpretación de la prueba es sencilla y el método no ofrece dificultades. Aún cuando el costo puede ser alto.

### 4.3 Método de oscilación forzada

Utilizando un vibrador de masas excéntricas (ó electro magnético) se pueden generar ondas de Rayleigh en la superficie de un depósito de suelo.

El método consiste en excitar al suelo verticalmente (el oscilador y por medio de un geófono detectar la vibración producida). El geófono se coloca a diferentes distancias del oscilador con objeto de determinar aquellas en las cuales la respuesta del suelo esté en fase con la excitación, fig 19. Los puntos del suelo que vibran en fase con la excitación se encuentran separados entre sí, a una distancia igual a la longitud de

onda generada,  $L_R$ . La frecuencia de vibración del oscilador se conoce y por tanto la velocidad de onda de Rayleigh se puede determinar con la expresión:

$$c_R = L_R f \quad (27)$$

donde:

$f$  frecuencia de oscilación en cps

$L_R$  longitud de la onda

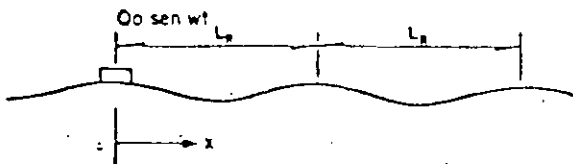


Fig 19 Ensayo de oscilación forzada

La profundidad investigada con este método es aproximadamente igual a la mitad de la longitud de onda. Además, el valor de  $c_R$  es el promedio de la velocidad de propagación de onda en el suelo hasta dicha profundidad.

Por otro lado, para generar ondas que lleguen a profundidades grandes (mayor de 10 m), es necesario utilizar equipos muy pesados que generen fuerzas dinámicas grandes a bajas frecuencias de oscilación.

Como se vió antes las velocidades  $c_s$  y  $c_r$  se relacionan de acuerdo con la fig 13. Por tanto, obtenida  $c_r$  se determina  $c_s$  por medio de esta figura y con la ecuación 19 se calcula  $G$ . Además, se puede conocer la atenuación de la vibración en función de la distancia a la fuente generadora.

Este método es sencillo de aplicar e interpretar pero el oscilador es un equipo costoso y difícil de transportar; por lo que no se ha generalizado su empleo a gran escala.

#### 4.4 Observaciones

La selección del tipo de ensayo de campo más adecuado para un problema particular, depende de factores geotécnicos y económicos. El método de pozos cruzados permite obtener las propiedades dinámicas de manera más confiable que cualquiera de las técnicas mencionadas, aunque es costoso. En la tabla 5 se muestran las técnicas descritas, la información que proporcionan sus ventajas y desventajas.

### 5. Licuación de arenas

Los capítulos anteriores se ha discutido el comportamiento dinámico de suelos sometidos a niveles de deformación pequeños. Las arenas saturadas sometidas a esfuerzos que inducen deformaciones grandes exhiben un comportamiento peculiar, llamado genéricamente licuación.

Tabla 5 Ensayos de campo

Técnica	Onda P	Onda S	Ventajas	Desventajas
Refracción	X	X	cubre grandes áreas	No detecta estratos de baja velocidad
Pozos cruzados	X	X	Se puede realizar en áreas limitadas	Requiere 2 o más sondeos
Oscilación forzada		X	Se trabaja en la superficie. Permite conocer la atenuación de la vibración con la distancia	Incertidumbre en cuanto a la profundidad alcanzada. Se requieren equipos pesados

Tal vez, Terzaghi en 1925 fué el primer autor que dió una explicación al fenómeno de licuación (citado por Castro, 1969). El empleó indistintamente los términos "licuación espontánea", "flujo" y "movilidad". Explicó el fenómeno indicando que si un depósito de arena tiene estructura colapsable (abierto) y se somete a una perturbación (estática o cíclica), la estructura del material puede fallar provocando un incremento de presión en el agua tal que el esfuerzo efectivo se hace cero. Posteriormente, diversos autores han empleado los términos "licuación total", "licuación parcial", "movilidad cíclica", etc. (Seed y Lee, 1966; Castro, 1969; Youd, 1973). Alrededor del tema, además, han surgido conceptos tales como: relación crítica de vacíos, aceleración crítica, susceptibilidad a licuación y otros.

El exceso de terminología ha provocado que el estudio de este tema sea en un principio muy confuso. Por esta razón en lo que sigue, se presentarán las formas en que se ha manifestado el fenómeno de licuación en el campo, y las características de los suelos susceptibles. Además se hace una presentación cronológica de las investigaciones realizadas sobre el fenómeno de licuación. De esta manera, se podrá apreciar la evolución experimentada en este campo.

Básicamente, para el estudio de licuación se han desarrollado cuatro criterios: a) relación de vacíos crítica (Casagrande, 1936); b) aceleración crítica (Maslov, 1958); c) relaciones empíricas (Christian y Swiger, 1975; Seed, 1979); y d) ensayos cíclicos (Seed y Lee, 1966).

#### 5.1 Manifestaciones de licuación y características de los suelos susceptibles

Algunas estructuras que han sido afectadas por licuación son: presas, terraplenes, bordos y taludes naturales, así como muros de contención, estructuras apoyadas en pilotes, tablestacas, cimentaciones superficiales y depósitos de agua enterrados.

Se han identificado varias causas que han originado licuación: a) incremento monotónico de esfuerzos, b) incremento monotónico de deformaciones, c) cargas cíclicas inducidas por sismo, y d) cargas cíclicas inducidas por maquinaria, tránsito pesado, explosiones y otras.

Las características de algunos sismos que han provocado licuación se encuentran en la tabla 6. Las aceleraciones máximas registradas en diferentes sitios afectados son menores de 500 gals y el epicentro se ha localizado a corta distancia del lugar (100 km). La intensidad en la escala de Mercalli modificada ha sido mayor de VI.

Tabla 6 Características de algunos sismos que han provocado licuación

Sismo	Magnitud (Richter)	Distancia al epicentro (km)	Aceleración (g)	Duración (seg)	Profundidad focal (km)
Jáltipán, Ver. México (1959)	6.5	25	0.07 a 0.200	-	20
Chiapa de Corzo, Chi. (1975)	4.8 a 5.6	<10	0.3	5	2.5-3
Wiligata, Japón (1964)	7.5	55	0.15 a 0.19	-	40
Alaska, EUA (1964)	8.5	128	?	270 a 420	-
Lázaro Cárdenas, Mich. (1979)	6.5	50	0.3	35	30
Mexicali, BCh (1980)	6.7	<10	0.5	~ 30	16

Han aparecido grietas y volcanes de arena en el terreno natural. La aparición de los volcanes de arena que expelen agua y arena, indica, sin lugar a dudas, que se incrementa la presión de poro, por lo que el fenómeno se desarrolla a volumen constante o casi constante; o sea que, la permeabilidad del medio debe ser baja (menor de  $10^{-3}$  cm/seg) y el volumen de material muy grande, para que la disipación de la presión de poro sea menor que el incremento producido por la acción sísmica.

No se encuentran planos de deslizamiento definidos, ni abultamientos del terreno alrededor de las estructuras que se hunden o desploman; algunas estructuras enterradas "flotan", y en el caso de taludes, grandes volúmenes de material fluyen cubriendo distancias considerables en poco tiempo.

A partir de algunas descripciones de fallas debidas a licuación (Casagrande, 1965; Castro, 1969; Marsál, 1961; Ohsaki, 1956; Seed et al, 1975; Jaime et al, 1979a), se sabe que han ocurrido en depósitos de arenas finas, limos arenosos, o arena limosas de compacidad suelta a media. En la fig 20 se muestran las envolventes de las curvas granulométricas de varios suelos que se han licuado.

Los suelos naturales susceptibles son, geológicamente hablando, arenas o limos aluviales de deposición reciente, en estado de muy suelto a medio; abanicos aluviales, planicies de inundación o terrazas y diques naturales de aluvión fino. Formaciones arcillosas de alta sensibilidad con intercalaciones de materiales granulares finos, parecen ser licuables también.

Algunos rellenos artificiales de materiales granulares finos no compactados, varias presas construidas con el método de relleno hidráulico, así como, depósitos desperdicio de minas, Jales (Dobry y Alvarez, 1967), han sido severamente dañados bajo la acción de un sismo.

En la mayoría de los casos, los suelos han estado totalmente saturados. Sin embargo, hay evidencias de licuación de suelos secos, bajo la acción de un sismo, como los depósitos de Loess de la provincia de Kansú en China, en el año de 1920, Close y Mc Cormick, 1922.

Como se aprecia en la fig 20, los suelos más susceptibles a licuarse son de granulometría uniforme y particularmente arenas limosas poco plásticas. Si los limos son plásticos o tienen un alto contenido de arcillas, es poco probable que sean licuables; asimismo, aluviones finos cementados ligeramente por acumulaciones de carbonatos y otros agentes son poco susceptibles, mientras no se rompa la liga entre los granos.

La mayoría de los suelos que han experimentado este fenómeno, se encontraban en estado medio a muy suelto; es decir, una compacidad relativa,  $C_r$ , menor de 60% ( $C_r = (e_{máx} - e_{nat}) / (e_{máx} - e_{mín})$ ). Por otro lado, el nivel de aguas freáticas se encontró a menos de 3 m de profundidad.

### 5.2 Relación de vacíos crítica

La evidencia experimental ha demostrado que los especímenes de arena suelta bajo la acción de un esfuerzo desviador disminuyen su volumen, y las probetas de arena compacta lo aumentan. Esto llevó a Casagrande (1936) a la conclusión de que el decremento de volumen de una arena en estado suelto y el incremento de volumen en estado denso tendería a producir la misma "compacidad crítica" o "relación de vacíos crítica", en la cual un suelo no-cohesivo puede deformarse o fluir continuamente sin cambio de volumen.

Para determinar la relación de vacíos crítica de una arena, Casagrande hizo varios intentos, primero en prueba de corte directo y después en pruebas triaxiales consolidadas drenadas (Prueba CD), lográndolo con este último ensaye.

La relación de vacíos crítica en prueba CD se obtiene de varios ensayos a igual presión confinante ( $\sigma_c$ ) en probetas de arena con distintas relaciones de vacíos. Se determina el cambio de volumen correspondiente al máximo esfuerzo desviador ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ). Se hace la gráfica cambio de volumen vs relación de vacíos inicial; se unen los puntos con una curva y la relación de vacíos correspondiente al cambio de volumen nulo es la relación de vacíos crítica para la presión confinante correspondiente a la serie de pruebas. La curva relación de vacíos crítica vs presión confinante se obtiene de varias series de pruebas con distintas presiones confinantes, línea  $e_c$  de la fig 21.

Puesto que la relación de vacíos crítica divide el comportamiento dilatante (bajo la curva) y contractivo (arriba de la curva), Casagrande la propuso como una medida para investigar la susceptibilidad a licuación de una arena. Dicho de otra manera, cuando se impide el cambio de volumen de un espécimen contractivo sujeto a esfuerzo desviador, se incrementa la presión de poro y disminuye su resistencia al esfuerzo cortante; a diferencia de un espécimen dilatante en el que disminuye la presión de poro y se incrementa su re-



sistencia al corte. El mismo Casagrande (1965) encontró que las arenas de Fort Peck tenían relaciones de vacíos menores que la crítica obtenida en el laboratorio, y por tanto su comportamiento debía ser dilatante; sin embargo, sufrieron licuación. Esto indicó que la relación de vacíos crítica  $e_s$  no divide al comportamiento dilatante del contractivo de las arenas.

D.W. Taylor (1948) demostró que la relación de vacíos crítica  $e_s$  depende de la forma en la que se consolida el espécimen, hidrostáticamente o con una relación de esfuerzos principales diferente de uno.

El criterio de "relación de vacíos crítica" fue abandonado por las limitaciones comentadas anteriormente.

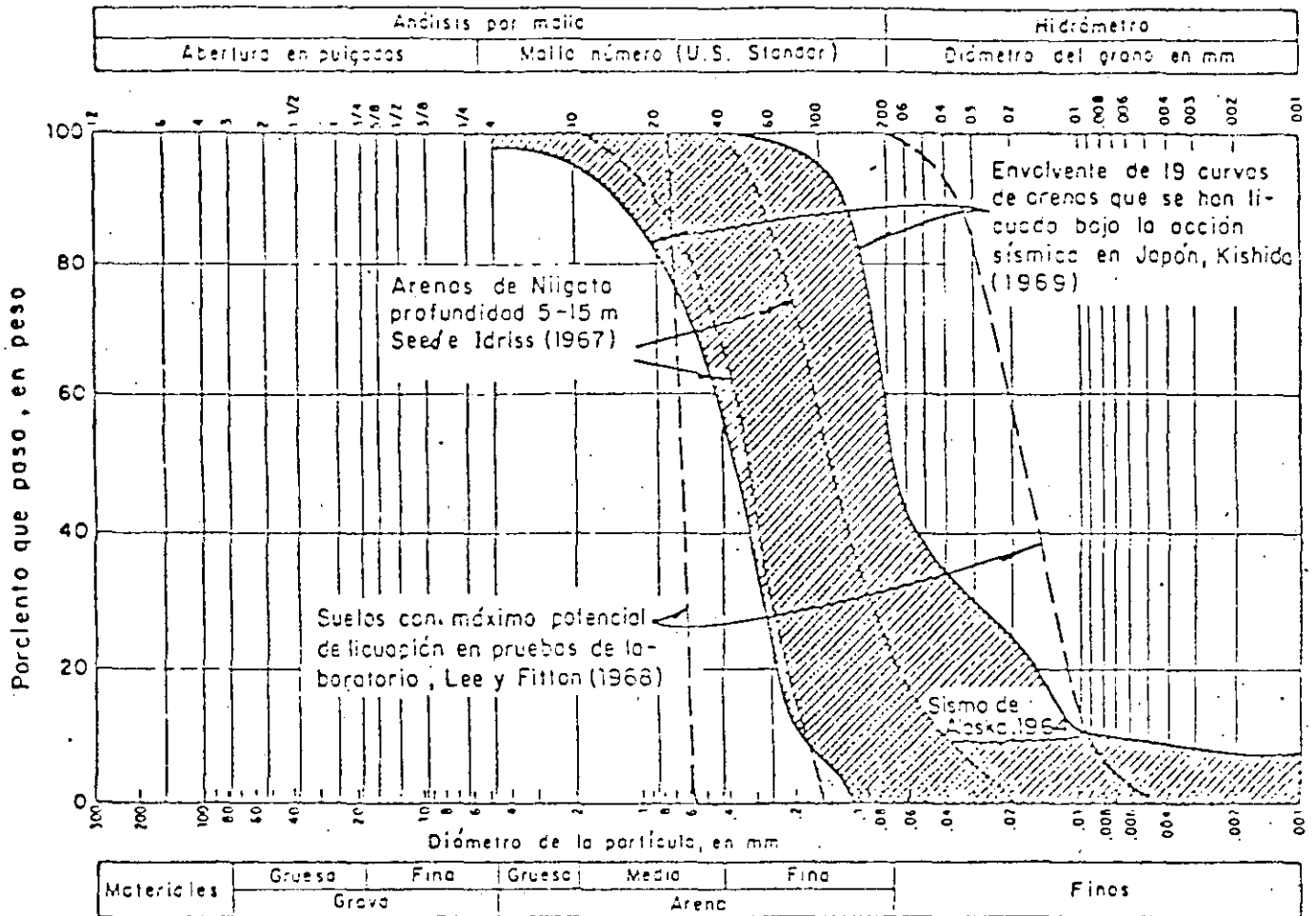


Fig 20 Granulometrías de algunos suelos que se han licuado

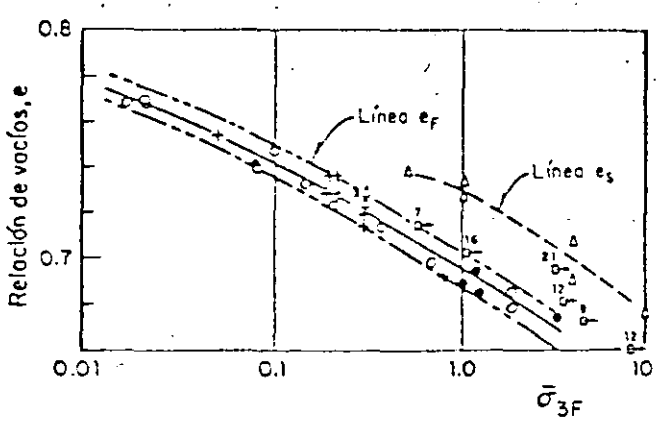


Fig 21 Líneas de relaciones de vacíos críticas,  $e_s$  y  $e_f$  (Castro, 1969)

Castro (1969) obtuvo la línea de relación de vacíos crítica a partir de pruebas triaxiales consolidadas no drenadas con medición de presión de poro (pruebas CU). Por brevedad se distinguirán ambas líneas de relaciones de vacíos críticas como  $e_s$  y  $e_f$ .

La línea  $e_f$  se determina a partir de los resultados obtenidos con muestras de arena que exhiben comportamiento contractivo en pruebas CU. Para realizar este ensayo se consolida hidrostáticamente la muestra de arena; una vez concluida esta fase, se impide el drenado de la probeta, para mantener la condición de prueba a volumen constante durante la etapa de carga axial; el esfuerzo desviador se aplica mediante incrementos monótonicamente creciente midiendo la variación de la presión de poro y la deformación axial del espécimen.

Los especímenes de arena de comportamiento contractivo exhiben un comportamiento esfuerzo-deformación, en el cual la muestra al inicio presenta una cierta rigidez más o menos constante con el nivel de carga, hasta un

punto en el cual pierde súbitamente gran parte de su resistencia; este punto coincide con el inicio de un incremento muy rápido de la presión de poro, que se eleva hasta un valor cercano al de la presión confinante. La diferencia entre esta presión y la máxima presión de poro ( $u$ ) desarrollada es la presión confinante efectiva de falla  $\sigma_{3f}$ . Esta es la presión efectiva a la cual una muestra de arena, con una relación de vacíos dada (prueba a volumen constante), fluye continuamente con una resistencia al cortante muy pequeña. Con estos datos se obtiene la línea de relación de vacíos crítica  $e_f$ , fig 21. Esta línea se encuentra debajo de la línea  $e_s$ .

La línea  $e_f$  está definida en condiciones de falla y a partir del comportamiento contractivo de la arena. Por otra parte, los especímenes de arena de comportamiento dilatante cruzan la línea de relación de vacíos crítica hacia la zona contractiva, sin que se presente la condición de flujo o deformación continua; Castro, 1969, supone que llegan hasta la línea  $e_s$ , pero se requiere que la muestra de arena sea deformada más allá de los límites tolerables en la cámara triaxial. Esto contradice lo que se mencionó en el primer párrafo de este inciso.

Casagrande (1976), supone que la existencia de las dos líneas de relaciones de vacíos críticas  $e_s$  y  $e_f$  indican que es posible tener diferentes estructuras de la arena. Considera que durante la licuación, la arena desarrolla una estructura de mínima resistencia o fluidal (Flow Structure), la cual queda representada por la línea  $e_f$ , mientras que la línea  $e_s$  representa la condición de relación de vacíos crítica de la arena cuando tiene una estructura normal. El concepto de estructura fluidal fue desarrollada pensando que durante el flujo cada grano del material está girando constantemente en relación a todos los demás granos que lo rodean, de tal manera que ofrecen un mínimo de resistencia por fricción. Postuló que tal estructura (1) se desarrolla por una reacción en cadena, (2) existe sólo durante el flujo y (3) cuando el flujo cesa, los granos se reorganizan para terminar en una estructura normal, ligeramente más densa que la inicial.

En la descripción de la relación de vacíos crítica se discute el estado de compacidad del material y el esfuerzo de confinamiento actuante; no se menciona como variable de interés a la excitación, dinámica o estática, que genera el fenómeno de licuación. Casagrande y Castro admiten que la relación de vacíos crítica explica el fenómeno durante la falla y no en condiciones de vibración o impactos.

Parece ser, sin embargo, que el concepto de relación de vacíos crítica  $e_f$ , permite conocer la susceptibilidad a licuación de depósitos arenosos sometidos a cargas o deformaciones monótonicamente crecientes. Siendo dudoso aplicarlo al caso de cargas cíclicas inducidas por sismo.

### 5.3 Aceleración crítica

Maslov (1958), experimentó con materiales granulares finos en pruebas de corte directo bajo agua, y también en modelos de terraplenes sumergidos. En sus experiencias observó comportamientos distintos a los indicados por la teoría de relación de vacíos crítica. Al someter los especímenes a corte en todos los casos, incluso en muestras muy sueltas, se observó una caída de la presión de poro (dilatancia); al suspenderse el despla-

zamiento de corte, la presión en el agua intersticial se elevó bruscamente (contracción).

Lo anterior llevó a Maslov a concluir que, la arena sujeta a deformaciones de corte primero se dilata, independientemente de su compacidad inicial y después se contrae, al cesar el efecto.

Florin e Ivanov (1961), afirman que las condiciones necesarias para producirse licuación son: el colapso de la estructura granular, con la posibilidad de que la arena se consolide y saturación total o parcial de la masa de suelo.

Debido a la gran variedad de factores que provocan el colapso de la estructura de arena, Florin e Ivanov proponen que el criterio para definir la posibilidad de dicho colapso no debe ser la relación de vacíos crítica, sino valores "críticos" de la intensidad de la perturbación dinámica (por ej. aceleración), condiciones de esfuerzo del suelo o peso de la sobrecarga y el gradiente hidráulico del agua que fluye a través de la arena.

La teoría de filtración de Maslov (1958, 1961) dice que la arena sometida a una vibración de cierta intensidad puede compactarse; esta compactación es mayor si el medio es suelto y la intensidad de vibración es alta. La consolidación de la arena saturada sólo es posible si el agua fluye (por incremento en la presión de poro), y permite el cambio de compacidad de la masa de suelo. Si se supone un manto de arena descansando en un estrato impermeable, el flujo del agua es hacia la superficie del manto. Por lo que, en la masa arena se genera un flujo de agua ascendente con un gradiente variable con la profundidad de la masa.

Con las hipótesis arriba mencionadas Maslov (1961) propone varias expresiones, cuyo desarrollo sale del alcance de este trabajo. Falta agregar el concepto de aceleración crítica; Maslov lo plantea como la amplitud de aceleración (intensidad de vibración), arriba de la cual se provoca presión en el agua intersticial, es decir, sólo es posible el incremento en la presión de poro si la aceleración es mayor que la crítica. El valor de la aceleración crítica debe obtenerse experimentalmente para una arena determinada; depende de las propiedades del suelo, su compacidad (la más importante), la amplitud y la frecuencia de oscilación.

El concepto de aceleración crítica toma en cuenta las variables de interés, en el caso de licuación inducida por sismo. Sin embargo, la determinación de la aceleración crítica debe hacerse en muestras de grandes dimensiones (1 ton de material) montadas en mesa vibradora. Esto lo hace impráctico y costoso. Por otra parte, no ha sido posible determinar en el campo si un estrato que se ha licuado aumenta su compacidad; la información que se tiene parece indicar lo contrario (Jaime et al, 1979 a y b). Por esta razón la teoría de filtración puede que no represente lo que sucede en el campo; es decir, no ha sido verificada.

### 5.4 Criterios empíricos

Christian y Swiger (1975), Castro (1975) y Seed (1975) han propuesto correlaciones empíricas para determinar la susceptibilidad a licuación de estratos de arena. Estas correlaciones se basan en la información de aquellos sitios en los cuales ha ocurrido licuación y en otros en donde no se ha presentado. En lo que sigue se presenta el criterio semiempírico de Seed.

La correlación de Seed se basa en la relación de esfuerzo  $\tau/\bar{\sigma}_o$  ( $\tau$  - esfuerzo cortante inducido por el sismo,  $\bar{\sigma}_o$  - esfuerzo vertical efectivo en el estrato) asociada con la resistencia a la penetración estándar ofrecida por el depósito de suelo en estudio, fig 22. La relación  $\tau/\bar{\sigma}_o$  se determina con la expresión:

$$\frac{\tau}{\bar{\sigma}_o} = 0.65 \frac{a_{\max}}{g} \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_o} r_d \quad (28)$$

- $a_{\max}$  aceleración máxima del sismo de diseño
- $g$  aceleración de la gravedad
- $\sigma_o$  esfuerzo vertical total a la profundidad media del estrato
- $r_d$  factor de reducción de esfuerzos (varía entre 1 y 0.9)

El coeficiente  $r_d$  toma en cuenta la flexibilidad del depósito de suelo; se calculó considerando una gran variedad de sismos y de condiciones del suelo (Seed e Idriss, 1971).

Con el valor de  $\tau/\bar{\sigma}_o$  y el número de golpes,  $N'$ , normalizado, se entra a la fig 22 y se determina si el estrato cae en el área licuable o no.

Este criterio empírico es aparentemente de fácil aplicación, sin embargo, se deben tomar en cuenta otros factores tales como: a) características del material, geometría y fronteras del depósito (fig 20); b) sismicidad local; c) geología, y d) características e importancia de la obra. Todos están íntimamente relacionados entre sí; aún cuando el factor (d) gobierna el grado de detalle con el que se determinan los otros.

Una de las limitaciones del procedimiento empírico es la erraticidad propia de la prueba de penetración estándar, así como las diferencias de la práctica usual en los diferentes lugares de donde se han tomado los casos históricos donde ha ocurrido o no licuación.

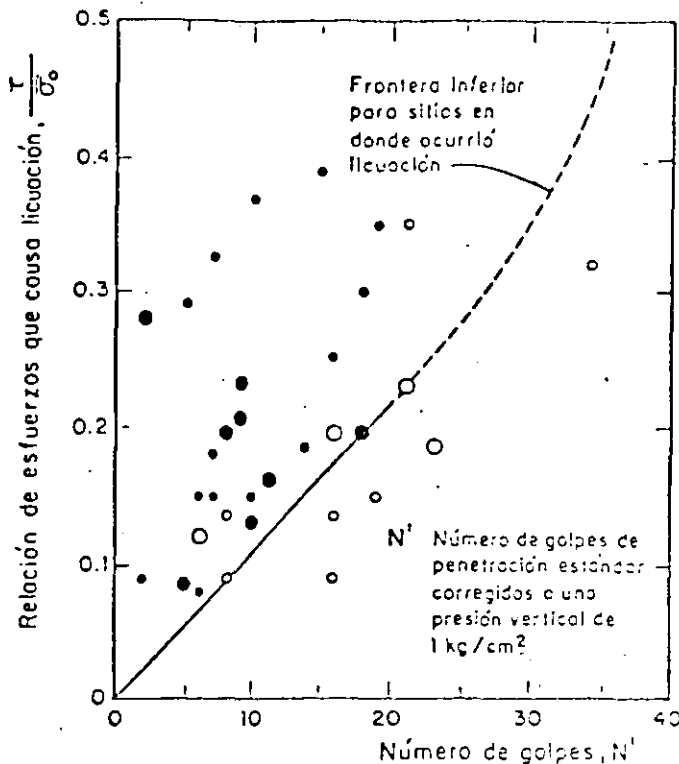
Con lo anterior en mente, al aplicar esta correlación se deben ponderar todos aquellos factores que intervienen en el análisis. Implica, ciertamente, ejercer el "juicio ingenieril".

### 5.5 Ensayes cíclicos

El criterio de ensayos cíclicos hace uso de pruebas con aplicación de cargas repetidas, ya sea triaxial cíclica (inciso 3.3) o de corte simple cíclico (inciso 3.4).

Estos ensayos simulan, con las limitaciones de laboratorio, las condiciones de esfuerzo a las que se somete el suelo bajo la acción de un temblor.

Seed y Lee (1955) propusieron la prueba triaxial cíclica para estudiar la susceptibilidad a licuarse de las arenas finas saturadas bajo la acción de un sismo. En ella se intenta reproducir el esfuerzo cortante cíclico inducido en un estrato de arena horizontal, ocasionado por las ondas de cortante sísmicas que se propagan de las capas más profundas hacia la superficie del terreno (teoría de amplificación unidimensional).



- Licuación
  - Licuación
  - No licuación
  - No licuación
- $N' = (1 - 1.25 \log \frac{\sigma_o}{\sigma_1}) N$   
 $\bar{\sigma}_o$  = esfuerzo vertical efectivo  
 $\sigma_1$  = 1 kg/cm<sup>2</sup>  
 $N$  = resistencia SPT

Los círculos más grandes corresponden a sitios en donde se obtuvo la información de aceleración confiable, en los otros la aceleración fue estimada

Fig 22 Correlación entre el esfuerzo cortante inducido por un sismo y la resistencia a la penetración estándar (Seed, 1979)

Para lograr la condición de esfuerzo cortante cíclico alternante en el plano a 45° de un espécimen de arena, en prueba triaxial, es necesario: 1) consolidar hidrostáticamente la muestra, 2) variar cíclicamente el esfuerzo vertical en  $\pm \sigma_{dc}/2$ , 3) variar cíclicamente el esfuerzo confinante en  $\pm \sigma_{dc}/2$ , de este modo el esfuerzo normal en el plano a 45° no varía, y se induce esfuerzo cortante que alterna de sentido; pero este procedimiento es complicado de llevar a cabo en el laboratorio. Por esto, Seed y Lee modificaron la prueba, manteniendo constante la presión confinante y variando cíclicamente el esfuerzo desviador. La aplicación del desviador es en condiciones de volumen constante. La frecuencia más usual es entre 1 y 2 cps, porque es la frecuencia dominante de los sismos de interés en este problema.

El comportamiento de las muestras de arena en estado suelto, sometidas al ensaye propuesto por Seed y Lee, se caracteriza por un aumento gradual de la presión de poro sin que haya deformación axial apreciable, hasta que se produce un incremento (mayor que los anteriores), que eleva la presión intersticial al mismo valor de la confinante y el espécimen se deforma súbitamente, más del 20% en este  $\sigma_3$ , a lo sumo, al siguiente ciclo de aplicación del esfuerzo desviador. Después de alcanzar la condición  $u = \bar{\sigma}_3$ , la presión de poro sigue  $\sigma_3$  ciliando de acuerdo al esfuerzo desviador aplicado, es máxima cuando  $\sigma_{dc} = 0$  y menor cuando pasa por su valor más alto.

Las arenas en estado compacto exhiben un comportamiento similar al de las sueltas, pero al igualarse la presión de poro con la confinante, la deformación axial es pequeña, menor del 5%; se requiere la aplicación de un número considerable de ciclos de carga para que la probeta se deforme un 20%. Es decir, no se presenta una deformación grande de manera súbita, sino que las deformaciones se incrementan gradualmente después de alcanzada la condición  $u = \bar{\sigma}_3$ .

Los parámetros más importantes para Seed y Lee son: el número de ciclos de esfuerzo ( $N_{dc}$ ) para alcanzar la condición  $u = \bar{\sigma}_3$ , la relación entre el esfuerzo cortante máximo en el plano a  $45^\circ$  y el esfuerzo confinante ( $\sigma_{dc}/2\sigma_3$ ) y la relación de vacíos. Con estos datos, obtenidos de una serie de pruebas se hace la gráfica de la fig 23.

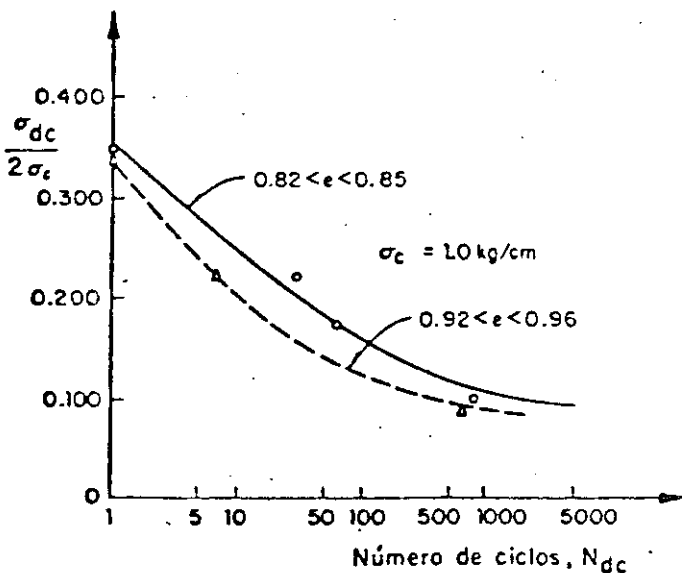


Fig 23 Relación esfuerzo desviador cíclico a esfuerzo confinante contra número de ciclos para alcanzar la condición  $u = \bar{\sigma}_3$  (Jaime, 1978)

En el trabajo de Castro (1969), también se presentan resultados de pruebas triaxiales cíclicas en los que la frecuencia de aplicación de carga es de 0.1 y 0.075 cps (entre 10 y 20 veces menor que la comúnmente utilizada). Observa que durante las pruebas se desarrollaron heterogeneidades en la muestra de arena, de manera especial en la zona superior en donde se concentran las deformaciones axiales del espécimen; además, para

medir la distribución de la relación de vacíos, congeló algunas de las muestras de arena que fueron ensayadas; encontró que el espécimen era más denso, que la relación de vacíos de consolidación, en la parte inferior y más suelto en la superior. Atribuye a estas variaciones, inducidas por el ensaye, el que especímenes densos alcancen la condición  $u = \bar{\sigma}_3$ .

En el ensaye triaxial cíclico de Seed y Lee, el hecho de mantener constante la presión confinante durante el ensaye, implica hacer variable el esfuerzo normal actuante en el plano a  $45^\circ$ . Además, se desconoce el efecto del esfuerzo principal intermedio, el cual cambia cíclicamente, entre el máximo y el mínimo esfuerzo principal (junto con el esfuerzo principal menor, ya que  $\sigma_2 = \bar{\sigma}_3$  en este ensaye). Por otra parte, la prueba se realiza en consolidación hidrostática; o sea, suponiendo una condición de estado de esfuerzos uniforme, de difícil ocurrencia en el campo.

Con objeto de superar las limitaciones del ensaye triaxial cíclico, Peacock y Seed (1958) propusieron el ensaye de corte simple cíclico para aplicar esfuerzos cortantes cíclicos alternantes a un espécimen de arena. Se considera que este ensaye reproduce de manera más fiel las condiciones impuestas por un sismo en el campo.

El ensaye se realiza aplicando un esfuerzo vertical,  $\sigma_v$ , a un espécimen de arena saturado, para consolidarlo. Posteriormente se aplican cargas horizontales cíclicas,  $\tau$ ; no se permite cambio de volumen durante el ensaye y se miden la deformación horizontal y la presión de poro desarrollada en la muestra de suelo.

Los resultados obtenidos revelan que el comportamiento de las arenas sueltas en condiciones de corte simple cíclico, es esencialmente similar al que exhiben en la prueba triaxial cíclica; es decir, deformación despreciable durante los primeros ciclos mientras la presión de poro se incrementa gradualmente hasta que alcanza la condición  $u = \bar{\sigma}_v$ , momento en el que súbitamente la deformación angular alcanza valores superiores al 15% en doble amplitud.

Las arenas densas también exhiben un comportamiento similar al que presentan en la prueba triaxial cíclica, o sea una vez alcanzada la condición  $u = \bar{\sigma}_v$  la deformación angular se incrementa paulatinamente sin presentar falla súbita.

Sin embargo, hay una diferencia, en ensaye de corte simple cíclico se requiere un esfuerzo cortante aproximado del 70% del requerido en prueba triaxial cíclica para que la muestra de arena alcance la condición  $u = \bar{\sigma}_v$ .

Con los datos de  $\tau$  y número de ciclos,  $N_{dc}$ , para alcanzar la condición  $u = \bar{\sigma}_v$ , se dibujan gráficas similares a la de la fig 23.

Dado el pequeño tamaño de las muestras de arena para ensayar en corte simple cíclico (6cm de diámetro x 2 de altura) y las condiciones de frontera impuestas por el aparato, no se desarrolla una condición total de corte simple en el espécimen. Por esta razón, De A' Seed y Chan (1976) investigaron el comportamiento de muestras grandes de arena saturada (230 x 110 x 10 cm de espesor) sometidas a esfuerzo cortante cíclico en mesa vibradora.

Las dimensiones del espécimen de arena para ensaye en mesa vibradora, fueron seleccionadas de tal manera que

reprodujeran las condiciones de corte simple, en una parte de la sección central de la muestra, la cual fue instrumentada con transductores de presión para medir la presión de poro; también se colocaron modelos de zapatas (embebidas en la muestra) para observar las deformaciones de la arena durante la excitación. Las pruebas fueron realizadas con especímenes saturados en condiciones no drenadas.

Los resultados de los ensayos mostraron que la presión de poro se desarrolla en todas las secciones del espécimen y llega a igualar al esfuerzo normal efectivo de manera simultánea en todos los puntos de medición, tanto en la base como en el interior del espécimen. Después de alcanzar la condición  $u = \sigma_v$ , las deformaciones de cortante se desarrollan rápidamente y las zapatas cargadas sufren asentamientos; para compacidades relativas mayores del 45%, dichas deformaciones son limitadas.

Los resultados obtenidos en prueba de corte simple cíclico y aquellos en muestras grandes en mesa vibratoria son comparables en términos de la relación entre  $\tau/\sigma_v$  y el número de ciclos para alcanzar la condición  $u = \sigma_v$ .

De las investigaciones realizadas Seed (1979) concluye que el ensayo más deseable para obtener la curva  $\tau$  vs.  $N_{dc}$  es el de corte simple cíclico. Sin embargo, debido a que el aparato triaxial cíclico es menos complicado y costoso se utiliza con más frecuencia. Por esta razón, el mismo Seed (1979), sugiere corregir los resultados del ensayo triaxial cíclico, tomando en cuenta los resultados de sus investigaciones en corte simple cíclico y en mesa vibratoria.

Una vez conocidas las condiciones de un depósito de arena en el campo (fronteras,  $C_r$ , y geometría) el procedimiento para analizar la susceptibilidad a licuación del depósito con base en los resultados del ensayo triaxial cíclico consiste en: a) obtener el comportamiento en pruebas triaxiales cíclicas, de muestras de arena reconstituídas o "inalteradas"; b) corregir los resultados obtenidos debido a el tipo de prueba, condiciones de esfuerzo en el campo, historia de formación del depósito y edad; y antecedentes sísmicos del sitio c) determinar el sismo de diseño, aceleración máxima, magnitud, duración y número de ciclos equivalente; y d) estimar las condiciones de esfuerzo a las que se verá sometido el depósito bajo la acción del sismo de diseño.

Estimadas la presión confinante y la compacidad relativa de la arena en el campo, se preparan especímenes de arena con  $C_r$  igual a la del depósito y se consolidan; posteriormente se ensayan a diferentes esfuerzos desviados cíclicos. Con los resultados se forma la curva  $qdc/2\sigma_c$  vs  $N_{dc}$ , fig 23.

Las correcciones mencionadas en el inciso b) excepto la corrección por el tipo de ensayo ya explicada, se basan en varios factores. En pruebas de laboratorio se ha comprobado que la edad del depósito influye en su susceptibilidad a licuarse. En efecto, una muestra de arena formada y probada el mismo día exhibe una resistencia a carga cíclica menor que otro espécimen dejado por un tiempo. También se ha comprobado que si una muestra de arena es sometida a cargas cíclicas de magnitud pequeña, que provoquen apenas un cambio perceptible en la relación de vacíos  $e$ , es más resistente a cargas cíclicas de mayor intensidad que otra muestra no excitada previamente.

La historia de formación del depósito influye en la estructura de la arena, como también ha sido comprobado en el laboratorio (Seed, 1979, Jaime, 1978). Es decir, dos muestras de arena de igual  $e$ , formadas en el laboratorio con dos métodos distintos (por ej. en estado húmedo y en seco) probadas en condiciones similares, exhiben comportamientos cíclico y estático diferentes, con variaciones que pueden ser tan grandes como un 100% en su resistencia a carga cíclica; en prueba estática una puede comportarse de manera contractiva y la otra dilatante.

Seed (1971) propuso a través de consideraciones matemáticas, que un sismo podría ser representado por una serie de ciclos equivalentes de esfuerzo con una magnitud igual a 0.65 de la aceleración máxima del registro sísmico. Del estudio de muchos registros de sismos de diferentes magnitudes propuso considerar para sismos de magnitud 7, 10 ciclos y 20 ciclos para una magnitud de 8. En el caso de contar con registros de sismos que hayan ocurrido en el lugar, se puede usar el método de Seed (1979) para obtener el número de ciclos equivalente.

Para evaluar los esfuerzos cortantes inducidos en un depósito bajo la acción sísmica existen varios métodos (Seed, 1979). El más sencillo y burdo de ellos es el procedimiento simplificado basado en la aceleración máxima al nivel de la superficie del suelo, ecuación 26 (sección 5.4).

Una vez corregida la curva  $qdc/2\sigma_c$  vs  $N_{dc}$  del ensayo triaxial cíclico, y conocida la relación  $\tau/\sigma_v$  se entra a la figura con este último valor, y se obtiene el número de ciclos necesario para que el suelo se licúe,  $N_f$ . El valor de  $N_f$  se compara con el número equivalente de ciclos del sismo de diseño y, de esta manera, se estima la susceptibilidad a licuación del depósito.

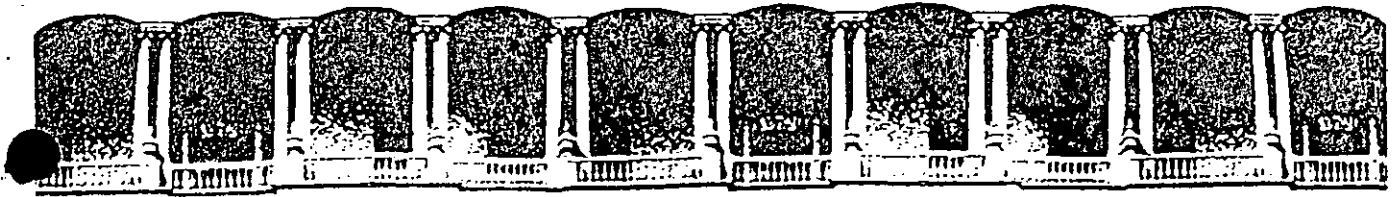
Sin duda alguna, la aplicación de este método requiere de usar el "juicio ingenieril". Sin embargo, se ha podido comprobar que permite hacer estimaciones razonablemente confiables (Jaime et al, 1979b). Este método y el criterio empírico se complementan.

### 6. Comentarios finales

En este trabajo se han discutido los principales parámetros dinámicos de los suelos; así como la manera de obtenerlos tanto en el laboratorio como en el campo. Cada tema cubierto es tan amplio que necesariamente no fueron tratados exhaustivamente. Sin embargo, se presentaron los temas al nivel de la práctica actual más avanzada.

Como en otros temas de la mecánica de suelos, en particular, y de la ingeniería civil, en general, al estimar las propiedades dinámicas de los suelos que representen el comportamiento del material en el campo, se tienen que tomar en cuenta las heterogeneidades propias de los depósitos de suelo. No se puede suponer que una probeta de material de unos cuantos centímetros cúbicos de volumen pueda representar fielmente un estrato de varios cientos o miles de metros cúbicos. Por esta razón en dinámica de suelos es siempre recomendable complementar los estudios de laboratorio con estudios de campo y viceversa.

En el laboratorio debe tratarse de representar lo más cerca posible el estado de esfuerzos al que se verá sometido el suelo en la realidad.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**PROGRAMACION DE ONDAS ELASTICAS EN UN MEDIO SEMIFINITO**

**ING. FRANCISCO J. SANCHEZ-SESMA**

**PALACIO DE MIENRIA**

**JUNIO, 1992**

# PROPAGACION DE ONDAS ELASTICAS EN UN MEDIO SEMINFINITO

por

Francisco J Sánchez-Sesma

*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*

## 1. INTRODUCCION

Las ondas sísmicas se propagan desde la fuente de acuerdo con las propiedades mecánicas del medio en que viajan y, por supuesto, dependen también de las características de la fuente. La descripción del fenómeno ha podido hacerse de forma satisfactoria al recurrir a simplificaciones e hipótesis que llevan a la formulación de modelos que representan los aspectos más importantes de la propagación de ondas en la tierra. Es usual aceptar que la tierra es un medio elástico lineal, homogéneo e isotrópico. En un medio de esta naturaleza con extensión ilimitada se pueden propagar dos tipos de ondas elásticas; las ondas P o de compresión y las ondas S o de cortante. Las primeras se propagan con mayor velocidad y por eso se les suele llamar primarias mientras que las segundas reciben el nombre de secundarias. Existen diversas soluciones para las ecua-

ciones que gobiernan el fenómeno de propagación. Así, para una fuente puntual se podría hablar de ondas esféricas, que a grandes distancias de la fuente se pueden representar como ondas planas. En algunos casos se modela el problema de propagación como bidimensional y las soluciones para una fuente se dan en términos de ondas cilíndricas, que también a grandes distancias son aproximadamente planas. Un buen número de soluciones de las ecuaciones fundamentales puede encontrarse en el excelente texto de Ewing, Jardetzky y Press (1957).

La existencia de una superficie libre introduce reflexiones de las ondas al llegar a esta. Para estudiar la naturaleza de las reflexiones dicha superficie debe considerarse libre de esfuerzos. Dado que a grandes distancias de la fuente las ondas pueden suponerse planas y que para las longitudes de onda de interés la curvatura de la tierra es, comparativamente, pequeña se estudiará el problema de reflexión de ondas planas por la superficie de un medio elástico seminfinito. Dicha superficie se supondrá plana.

A continuación se presentan algunos aspectos de la propagación de ondas en un medio elástico de extensión ilimitada y se expresan las ecuaciones que gobiernan el fenómeno en términos de potenciales de desplazamiento. Posteriormente se discute la reflexión de ondas planas por la



frontera libre de un semiespacio elástico, homogéneo e isotrópico. La incidencia de ondas P y SV armónicas se estudia con detalle. Finalmente se presentan las ondas superficiales de Rayleigh y de Love, las primeras como caso límite en que la velocidad aparente es menor que las velocidades de propagación de las ondas de cuerpo y las segundas como ejemplo de propagación en el caso más simple de un medio estratificado.

## 2. PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO ELASTICO

Puede demostrarse que en un sólido elástico, homogéneo e isotrópico las ecuaciones de movimiento están dadas por

$$\begin{aligned}
 (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right) &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
 (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}\right) &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\
 (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z}\right) &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde  $u, v, w$  = desplazamientos en las direcciones  $x, y, z$ , respectivamente;  $\lambda, \mu$  = constantes de Lamé,  $\rho$  = densidad del medio y  $t$  = tiempo. Estas ecuaciones pueden escribirse de una manera compacta en notación vectorial, esto es

$$\mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \bar{u} = \rho \ddot{\bar{u}} \tag{2}$$

donde  $\bar{u} = (u, v, w)$  = vector desplazamiento,  $\nabla^2$  = operador Laplaciano y  $\bar{\nabla}$  = operador gradiente.

Antes de considerar soluciones generales de las ecuaciones de movimiento dos ejemplos simples permitirán ilustrar las principales características de las ondas planas en un sólido elástico de extensión ilimitada.

Supongase que  $u \neq 0$ ,  $v = w = 0$  y que  $u$  es solo función de  $x$  y del tiempo. Las ecs 1 se reducen a la expresión

$$(\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

una solución de esta ecuación es

$$u = f(t - x/\alpha) + g(t + x/\alpha) \quad (4)$$

donde  $\alpha^2 = (\lambda+2\mu)/\rho$  y  $f, g$  son funciones de *una sola variable* que pueden describir una forma de onda arbitraria. Un simple análisis de los argumentos de  $f$  y  $g$  permite establecer que  $f(t-x/\alpha)$  representa una onda que viaja en la dirección positiva de  $x$  con velocidad  $\alpha$  y  $g(t+x/\alpha)$  describe una onda que viaja en la dirección negativa. Debe notarse que  $f(t-x/\alpha)$  puede representar una onda armónica estacionaria,  $\exp[i\omega(t-x/\alpha)]$  donde  $i = \sqrt{-1}$  y  $\omega$  = frecuencia circular del movimiento. Puede demostrarse que la ec 4 representa ondas de compresión o P.

Un segundo ejemplo simple se obtiene si se supone que  $u = w = 0$  y que  $v = v(x, t)$ . De las ecs 1 se obtiene que

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5)$$

y la solución tiene la misma forma que la ec 4 pero representa ondas que viajan con una velocidad  $\beta$ , donde  $\beta^2 = \mu/\rho$ . Debe notarse que el movimiento es perpendicular a la dirección de avance. Puede demostrarse que las soluciones de la ec 5 representan ondas de cortante, sin cambio de volumen.

Las ecuaciones de movimiento pueden resolverse de una manera más general por medio de *potenciales de desplazamiento*.

Si el vector desplazamiento se expresa como

$$\bar{u} = \nabla\phi + \nabla_x\bar{\psi}, \text{ con } \nabla \cdot \bar{\psi} = 0 \quad (6)$$

donde  $\phi$  es un potencial escalar y  $\bar{\psi}$  es un potencial vectorial, puede demostrarse que la ec 6 representa una solución de la ec 2 (o de la ec 1 en coordenadas rectangulares) si  $\phi$  y  $\bar{\psi}$  satisfacen, respectivamente, las ecuaciones de onda:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \bar{\psi} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial t^2} \quad (8)$$

Así, por ejemplo, una solución de la ec 7 que representa una onda plana de compresión que viaja en una dirección arbitraria está dada por

$$\phi = f \left( t - \frac{x\ell + ym + zn}{\alpha} \right) \quad (9)$$

donde  $\ell, m, n$  = cosenos de los ángulos formados por la dirección de viaje y los tres ejes coordenados, respectivamente. Si  $\bar{r} = (x, y, z)$  y  $\bar{n} = (\ell, m, n)$  donde  $\bar{r}$  = vector de posición y  $\bar{n}$  = vector unitario que da la dirección de propagación, la ec 9 puede escribirse como

$$\phi = f(t - \bar{r} \cdot \bar{n} / \alpha) \quad (10)$$

Es evidente que soluciones similares pueden encontrarse para los tres componentes del potencial vectorial y representarían ondas de cortante viajando con una velocidad  $\beta$ .

En coordenadas rectangulares la ec 6 se desarrolla como

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \\ w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $\bar{\psi} = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)$ .

Los potenciales de desplazamiento  $\phi$  y  $\bar{\psi}$  permiten especificar ondas planas de compresión y cortante, respectivamente, que viajen en cualquier dirección y con cualquier forma. Además, dado el carácter lineal de las ecuaciones involucradas, cualquier combinación de soluciones sigue satisfaciendo las ecuaciones de movimiento de un sólido elástico, homogéneo e isotrópico de extensión ilimitada. La utilidad de este hecho se hace evidente cuando se hace necesario seleccionar una combinación particular de ondas planas que satisfaga una cierta condición de frontera o que describa una fuente. Tal es el caso en el problema que se aborda a continuación:

### 3. REFLEXION DE ONDAS PLANAS POR LA FRONTERA LIBRE DE UN SEMIESPACIO ELASTICO

Considérese que la frontera libre es el plano  $yz$  como se muestra en la fig 1. Además, sin perder generalidad, supóngase que las direcciones de avance de las ondas están alojadas en el plano  $xz$ .

Para describir el movimiento debido a ondas de cortante se introduce el concepto de planos de polarización. Así, se descompone el movimiento en la dirección de la coordenada  $y$  (ondas polarizadas horizontalmente o SH) y en la

dirección perpendicular a la dirección de avance en el plano vertical  $xz$  (ondas polarizadas verticalmente o SV). En la propagación de ondas P el movimiento es en la dirección de avance de la onda. Esto se ilustra en la fig 2.

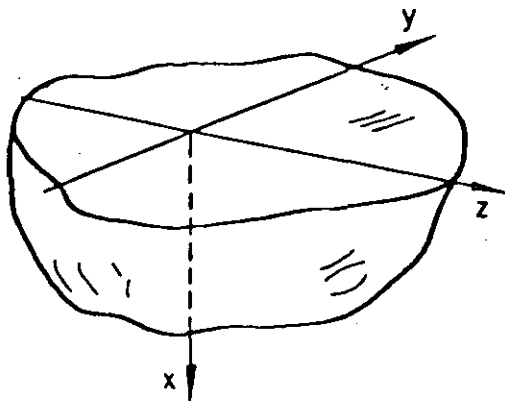


Fig 1. Sistema de coordenadas en el semiespacio elástico

La propagación de ondas SH está gobernada por la ecuación

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (12)$$

Que es precisamente la ecuación de onda en dos dimensiones, en este caso no es necesario recurrir a la formulación del problema en términos de los potenciales de desplazamiento. Puede demostrarse que, en la reflexión de una onda SH plana por una frontera libre, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión y la onda reflejada mantiene la forma de la onda incidente. Si la onda incidente está dada

por

$$v^{(1)} = f\left(t + \frac{x \cos \gamma - z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right) \quad (13)$$

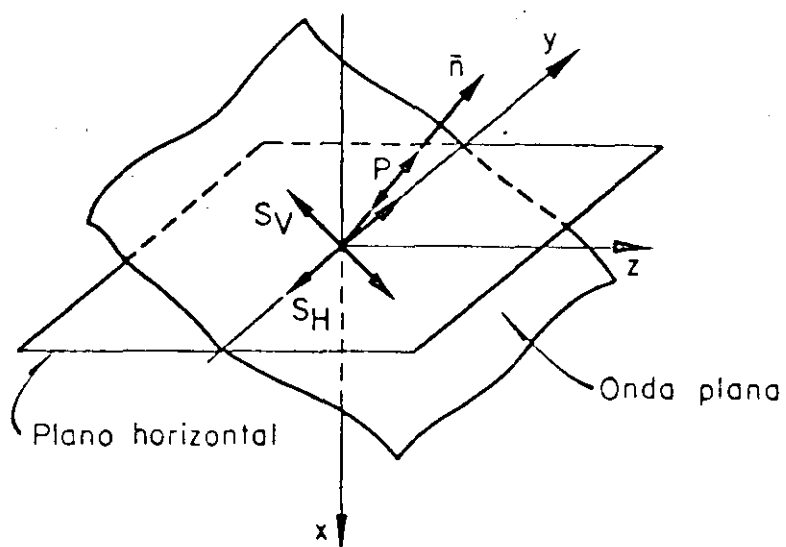


Fig 2. Nomenclatura para ondas planas

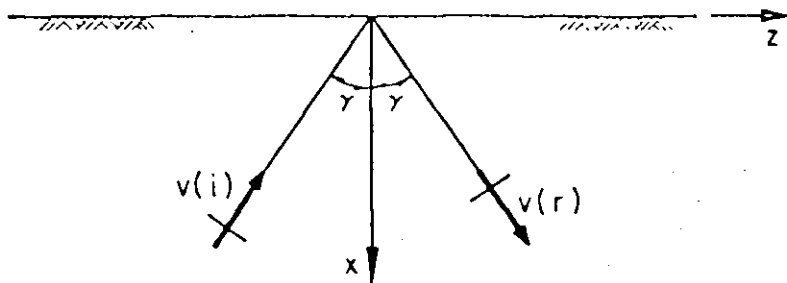


Fig 3. Ondas SH incidente y reflejada

la onda reflejada está dada simplemente por

$$v^{(r)} = f\left(t - \frac{x \cos \gamma + z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right) \quad (14)$$

aquí  $\gamma$  = ángulo de incidencia. Puede verificarse que  $v = v^{(i)} + v^{(r)}$  satisface la ec 12 y la condición de que el plano  $x = 0$  esté libre de esfuerzo pues los únicos esfuerzos relevantes están dados por

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (15)$$

y combinando las ecs 13, 14 y 15 resulta que  $\tau_{xy} = 0$  en  $x = 0$ . Debe observarse que en estas condiciones el movimiento en  $x = 0$ , la superficie libre, se puede escribir como

$$v_{x=0} = 2 f\left(t - \frac{z \operatorname{sen} \gamma}{\beta}\right), \quad (16)$$

por lo que el factor de amplificación es dos.

En la propagación de ondas P y SV el movimiento está en el plano  $xz$ , es decir  $u = u(x, z, t)$ ,  $w = w(x, z, t)$  y  $v = 0$ . En este caso las ecuaciones de onda que deben satisfacer los potenciales, si  $\psi = \psi_y$ , son

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (17)$$



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{-1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (18)$$

Los desplazamientos quedan como

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (19)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (20)$$

Los esfuerzos que al valorarse en la superficie deben anularse son

$$\sigma_x = \lambda \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \quad (21)$$

$$\tau_{xz} = \mu \left( 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (22)$$

ya que  $\tau_{xy} = 0$ .

Considérense los casos mostrados en las figs 4 y 5, la incidencia de ondas P y de ondas SV, respectivamente.

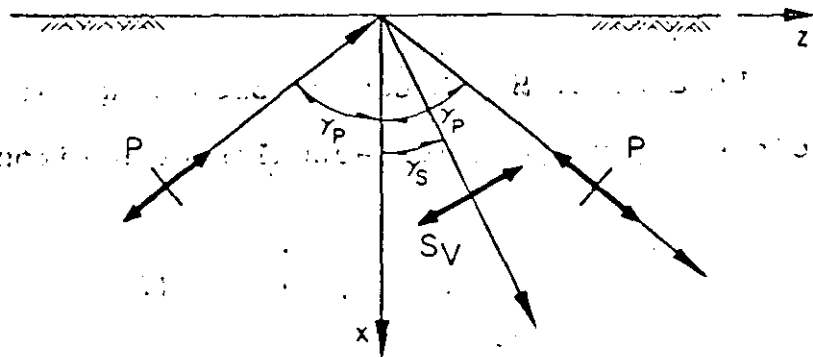


Fig 4. Incidencia de ondas P

Las condiciones de frontera son que  $v_1 = v_2$  y  $(\tau_{xy})_1 = (\tau_{xy})_2$  en  $x=0$  y que  $\tau_{xy} = 0$  en  $x = -H$ . Estas condiciones conducen a un sistema de ecuaciones homogéneo en A, B y C. Para que se tenga solución diferente de cero el determinante del sistema debe anularse. Así, se tiene que

$$\tan k \gamma_1 H = i \frac{\mu_2 \gamma_2}{\mu_1 \gamma_1} = \frac{\mu_2 (1 - c^2/\beta_2^2)^{1/2}}{\mu_1 (c^2/\beta_1^2 - 1)^{1/2}} \quad (51)$$

es la ecuación para obtener la velocidad de las ondas de Love.

Si  $\beta_1 < \beta_2$  la ec 51 da valores reales de  $c$ , en el intervalo  $\beta_1 < c < \beta_2$ , que dependen de  $k$  y  $H$ . Pueden obtenerse ondas de Love de forma general superponiendo ondas de Love del tipo de la ec 49 con diferentes  $k$ .

La dependencia de la velocidad de propagación de la frecuencia ocasiona el fenómeno de *dispersión* y, en general, este es el caso en medios estratificados.

## 6. BIBLIOGRAFIA

Ewing, W M, Jardetzky, W S y Press, F, *Elastic waves in layered media*, Mc Graw-Hill Book Co, Nueva York, 1957

White, J E; *Seismic waves: radiation-transmission and attenuation*, Mc Graw-Hill Book Co., Nueva York, 1965

Fung, Y C, *Foundations of solid mechanics*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1965



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**SITE EFFECTS ON STRONG GROUND MOTION**

**ING. FRANCISCO J. SANCHEZ-SESMA**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

# Site effects on strong ground motion

FRANCISCO J. SANCHEZ-SESMA

*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, Apdo. 70-472, Coyoacán 04510, México, D.F. México*

A review of some of the available methods to study the effects of site conditions on strong ground motion is presented. The need of unified treatment of source, path and site effects in the assessment of seismic risk is pointed out.

Key Words: strong ground motion, site effects

## INTRODUCTION

It has long been recognized that site effects can significantly affect the nature of strong ground motion. In some situations, ground motion amplification can adequately be inferred using simple one-dimensional models. However, due to lateral variations, the problem must be dealt with as a spatial phenomenon.

Local conditions can generate large amplifications and important spatial variations of seismic ground motion. These effects are of particular significance in the assessment of seismic risk, in studies of microzonation, in planning and in the seismic design of important facilities (Esteva, 1977; Ruiz, 1977). In particular, local irregularities can be relevant in calculating the seismic response of long structures (see Fig. 1) like dams, bridges or life-line systems (e.g., Esquivel and Sanchez-Sesma, 1980; Ruiz and Esteva, 1981).

The effect of soil conditions in ground motion has been observed in well-documented earthquakes (Sozen *et al.*, 1968; Jennings, 1971) and in regression analyses of strong motion data. For instance, there is significant evidence that subsurface topography, i.e., lateral heterogeneities, are related to localized damage distribution in the Skopje, Yugoslavia earthquake of July 26, 1963 (Pocesi, 1969). It has been suggested that focusing of the wave energy, by irregular interfaces, generated large motion amplification in limited zones of the city (Jackson, 1971). The same can be said of the recent destructive Michoacán earthquake of September 19, 1985. In this case the combination of site effects with a continuous flux of energy from a distant source was of disastrous consequences in Mexico City. The phenomenon of local amplification in sedimentary basins has been related to the formation of caustics Rial, 1984). Damage statistics of buried utility pipes in the Miyagiken-Oki, Japan earthquake of June 12, 1978 have shown spectacular increase in the number of occurred failures near the cut-and-fill boundary of a newly developed area (Kubo and Ioyama, 1980). Such damage has been associated with failures of the ground (Irikura, personal communication).

Topographical effects have been invoked to explain the high acceleration recorded at the Pacoima Dam (1.25 g)

during the San Fernando, California earthquake of February 9, 1971 (Trifunac and Hudson, 1971; Boore, 1973). For the aftershocks of the same earthquake, Davis and West (1973) in a series of observations have found significant local amplifications due to topographical relief. In a field study in the Appalachian Mountains using distant mine blasts as sources, average amplitude ratios between mountain top and valley sites were determined (Griffiths and Bollinger, 1979). These average ratios showed that the seismic wave amplitudes at the crests were amplified by factors from 1.7 to 3.4. In Fig. 2 three seismograms for the same event in the Powell Mountain area are shown. The positions of recording sites are also displayed in the figure. Dealing with destructive earthquakes, evidence shows that damaging effects tend to increase where steep relief or complicated topography

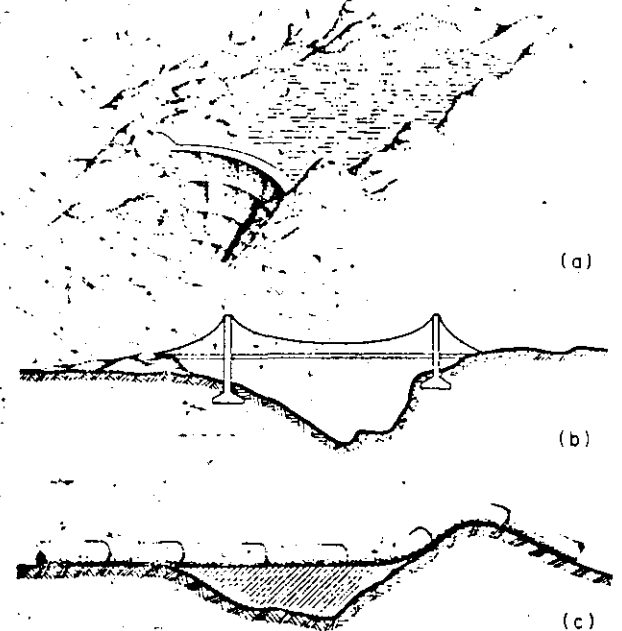


Fig. 1. Long structures at irregular sites: (a) dam; (b) bridge; and (c) a lift-line system

Accepted February 1986. Discussion closes June 1987.

0267-7261/87/010124-09\$2.00

© 1987 Computational Mechanics Publications



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**ON THE SEISMIC RESPONSE OR ALLUVIAL VALLEYS**

**ING. FRANCISCO SANCHEZ-SESMA**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

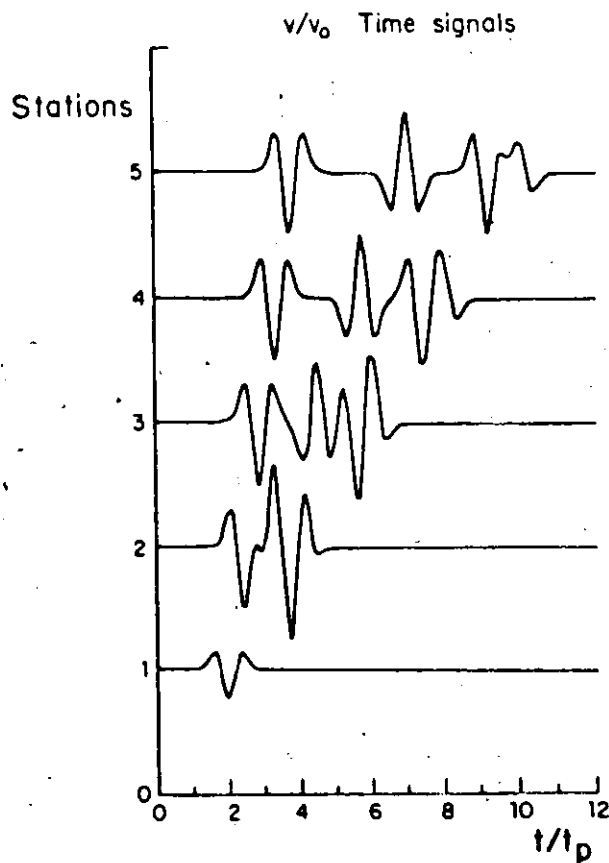
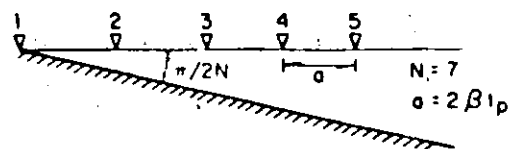


Figure 4. Time signals at five stations on the surface of a dipping layer overlaying a moving rigid base. Equal distance between stations is given by  $a = 2\beta t_p$ , where  $\beta$  = shear-wave velocity and  $t_p$  = reference time. Note that the base antiplane motion is that of station 1. (After Sánchez-Sesma and Velázquez, 1987).

position of plane waves of unknown complex amplitudes propagating in many directions. Inhomogeneous plane waves are allowed. The method is restricted to small-slope irregularities for numerical reasons because it does not include explicitly upgoing waves. Although the representation in terms of plane waves is complete, convergence to the true solution can be very slow. The total motion is obtained from integration over horizontal wave numbers. Under the assumption of horizontal periodicity of the irregularity, the integral is replaced with an infinite sum. Truncation of this sum and application of the interface conditions

of continuity of stress and displacement in the wavenumber domain lead to a system of linear equations for the complex scattering coefficients. This discrete-wave-number method has been applied by Bouchon and Aki (1977a,b) to study near seismic source fields in a layered medium with irregular interfaces. Figure 5 shows some results. The method has been extended to time domain computations to study the seismic response of alluvial valleys (Bard and Bouchon, 1980a,b) under incidence of SH, P, and SV waves. Bard and Bouchon showed the generation of local surface waves at the alluvial valley edges. Results are shown in Figure 6. The Aki-Larner method has allowed performing extensive parametric studies (e.g. Bard and Bouchon, 1980a,b; Bard and Gariel, 1986) and comparison with observations (Bard and Tucker, 1985). An extension of this powerful technique is due to Bouchon (1985) in which upgoing waves are explicitly included in the analysis, thus eliminating the restriction of small-slopes. Calculations for irregular layered media show a very good performance of the extended method (Campillo and Bouchon, 1985). The method has been used to model the fields generated by real faults

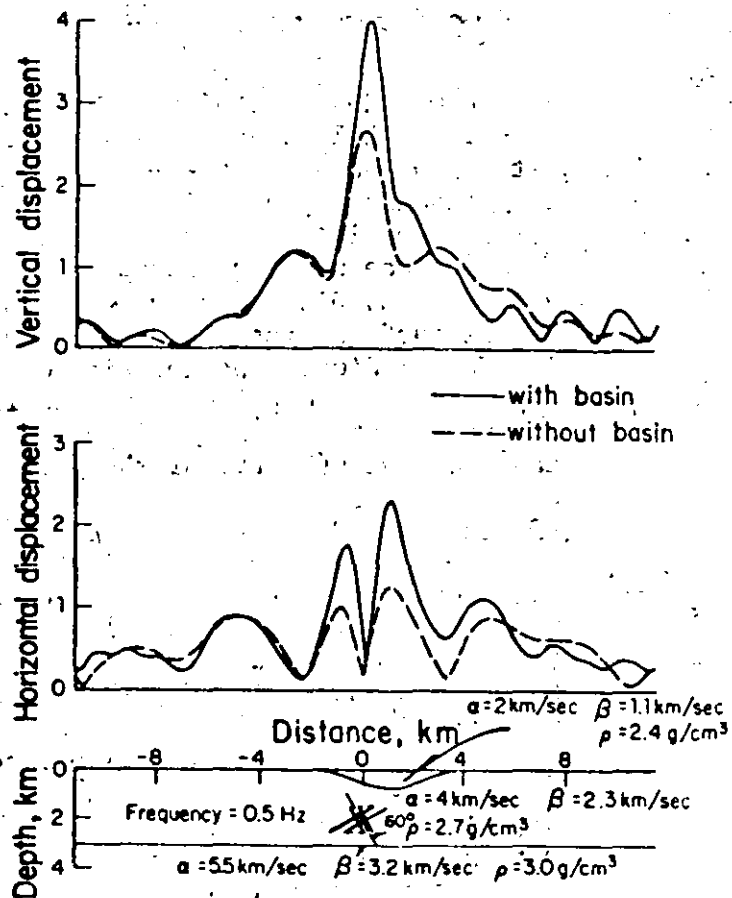


Figure 5. Normalized surface displacements for a 2D dislocation source radiating at 0.5 Hz beneath a sedimentary basin. Problem configuration. (After Bouchon and Aki, 1977b).

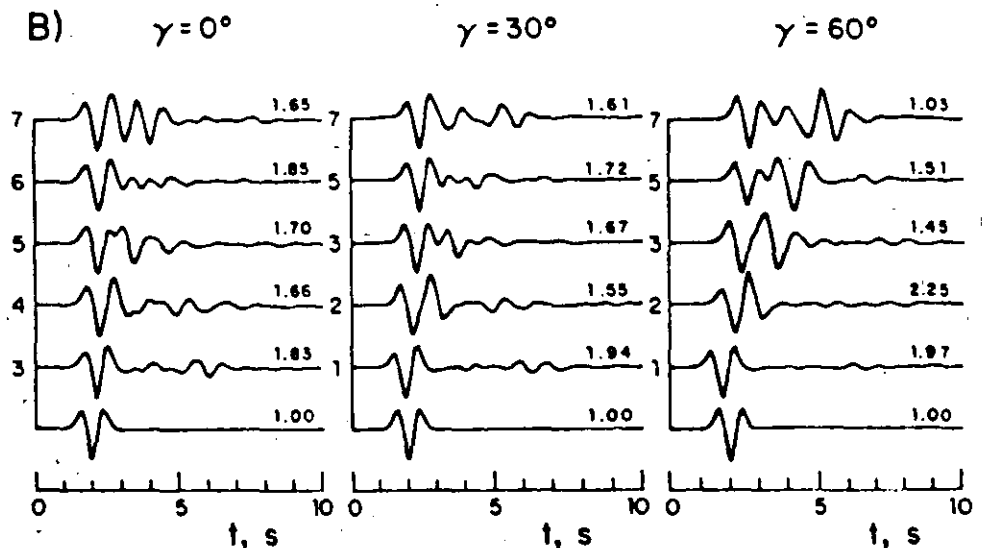
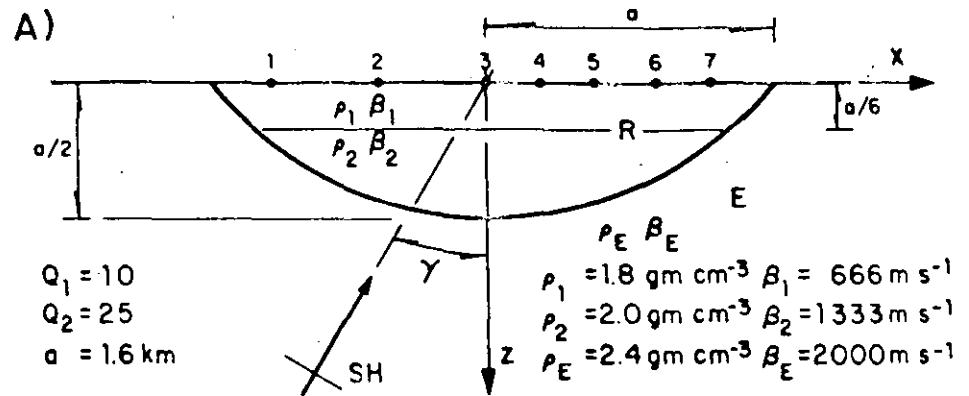


Figure 9. Incidence of SH waves upon a parabolic stratified basin with half-width  $a = 1.6 \text{ km}$ , to incidence of SH Ricker wavelet of characteristic period  $t_p = 1.0 \text{ s}$ . (A) Problem configuration and material properties. (B) Traces represent the normalized displacement of surface receivers marked with dots in figure 9A. They were normalized so that maximum amplitudes in the plot are equal. Amplification factors are given for each trace. Results are given for three incidences. Bottom traces give the incident signal. (After Bravo *et al.*, 1987).

constructed using a discrete wave-number representation whereas the field in the half-space is represented by a finite number of sources. In Figure 9 some results are presented for a simple alluvial valley composed of two strata. The method has been applied to three-dimensional problems (Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1984; Sánchez-Sesma *et al.*, 1987b; Pérez-Rocha and Sánchez-Sesma, 1987a,b). The cases of



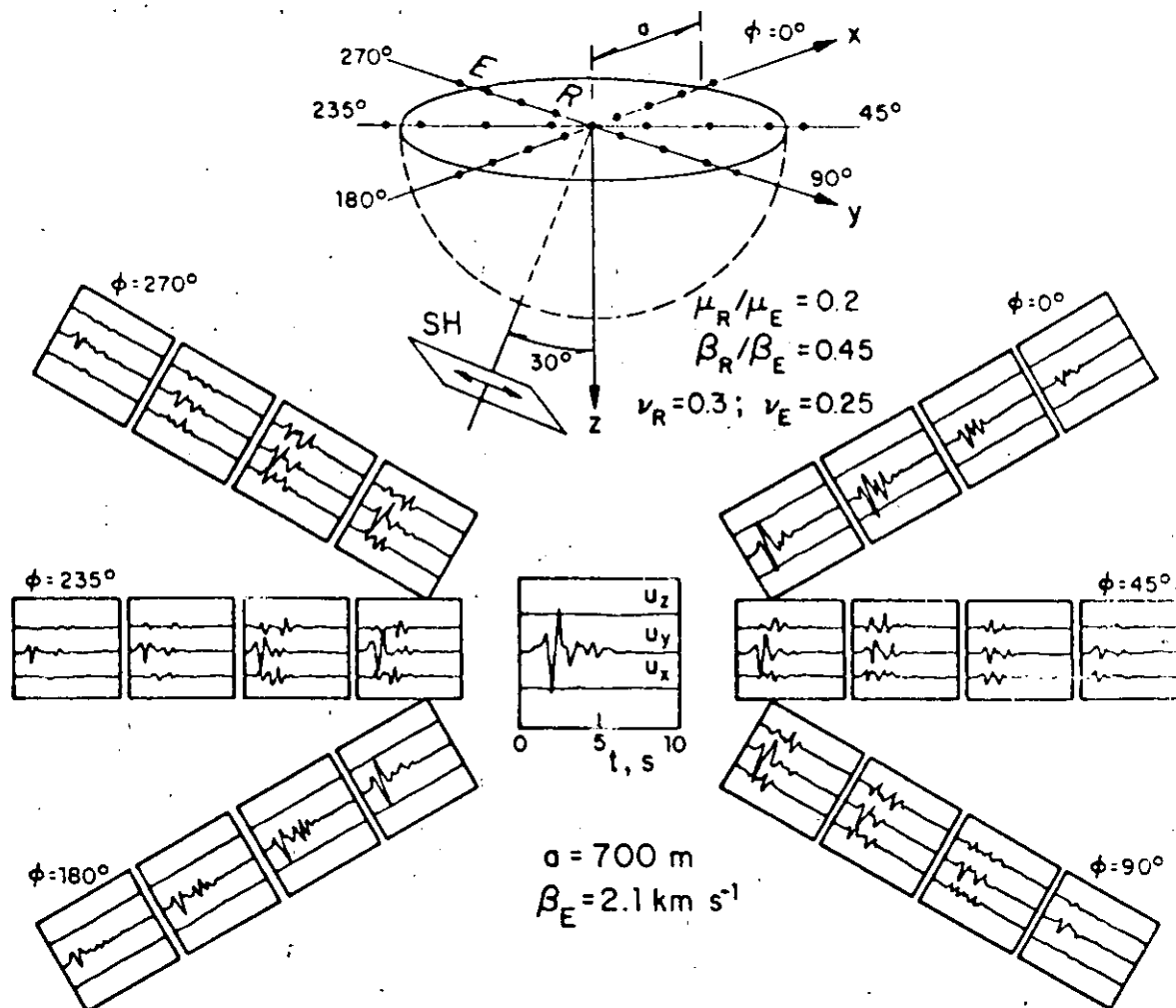


Figure 10. Response of a semi-spherical alluvial valley with radius  $a = 700$  m, to an oblique ( $30^\circ$ ) incident SH Ricker wavelet of characteristic period  $t_p = 0.7$  s. Traces represent the 3D displacements of surface receivers marked with dots in the upper part. (After Sánchez-Sesma *et al.*, 1987b).

incidence of P, SV, SH, and Rayleigh waves upon axisymmetric irregularities on the surface of an elastic half-space have been formulated by means of an azimuthal decomposition. In it the diffracted and refracted fields have been constructed using multipolar solutions of the reduced Navier equations in spherical coordinates in terms of spherical Bessel and Legendre functions (Takeuchi and Saito, 1972; Aki and Richards, 1980). In Figure 10 some results are displayed of the full three-dimensional response of a semispherical alluvial deposit under incidence of SH waves. Some interesting features can be observed in the synthetics

regarding the generation of surface waves and focusing effects. Studies of this type are very costly because of the considerable amount of computer resources required. However, they throw light on the problem of site effects, give physical insight, and provide results that can be useful to calibrate more efficient procedures.

## 5. CONCLUDING REMARKS

The seismic response of alluvial valleys and other geological irregularities has been briefly discussed and some of the available methods to deal with the problem reviewed. The different methods have been useful to give physical understanding of site effects. With the advent of supercomputers their capabilities are being extended both in the complexity of the problems and in the possibility of dealing with high frequency signals. Ray methods together with Gaussian beams seem to be powerful tools to deal with high frequencies. On the other hand, experimental techniques can be most useful in the study of site effects. For instance, King and Brune (1981) have used foam rubber models to study the response of sedimentary basins. They have found excellent agreement with analytical solutions and have predicted interesting results for more complicated problems. Advances in measuring techniques, such as laser interferometry, may be useful to deal with controlled experiments and improve their predictive capabilities. Regarding full scale experiments, the spread of modern digital recording of strong motion is already producing good quality data from real earthquakes. Well planned experimental settings as that of the Parkfield experiment (Tucker, 1986 personal communication) will serve to test our capacity of predict site effects in strong motion. This will require consideration of source mechanism and wave propagation in the Earth. The research on the quantitative prediction of strong ground motion will prove useful in understanding physical phenomena and improving the practical assessment of seismic hazards.

## 6. ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to E. Rosenblueth for the critical reading of the manuscript and for helpful discussions. The help of M. A. Bravo, L. E. Pérez-Rocha, and M. Suárez in various stages of the work is greatly appreciated. This work was partially supported by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Mexico, under Grants PCCBBNA-021963, PCECCNA-040803 and PCECCNA-040141.

## 7. REFERENCES

- Achenbach, J. D. (1973). Wave propagation in elastic solids, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Aki, K. (1982). Strong motion prediction using mathematical modeling techniques, Bull. Seism. Soc. Am. 72, S29-S41.

- 12
- Aki, K. and K. L. Larner (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J. Geophys. Res. 70, 933-954.
- Aki, K. and P. G. Richards (1980). Quantitative seismology, theory and methods, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Alarcón, E., A. Martín and F. Paris (1979). Boundary elements in potential and elasticity theory, J. Computers and Structures 10, 351-362.
- Alterman, Z. S. and F. C. Karal, Jr. (1968). Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods, Bull. Seism. Soc. Am. 58, 367-398.
- Aranda, G. R. and G. A. Ayala (1978). Modelo numérico eficiente de aplicación en estudios de amplificación dinámica, Proc. Conferencia Centroamericana de Ingeniería Sísmica, II, San Salvador, 127-137.
- Ayala, G. A. and G. R. Aranda (1977). Boundary conditions in soil amplification studies, Proc. World Conf. Earthquake Eng., 6th, New Delhi.
- Ayala, G. A. and R. Gómez (1979). A general procedure for solving three-dimensional elasticity problems in geomechanics, in Numerical methods in geomechanics, Aachen, 1979. W. Wittke (editor), A. A. Balkema, Rotterdam.
- Bard, P. Y. and M. Bouchon (1980a). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 70, 1263-1286.
- Bard, P. Y. and M. Bouchon (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves, Bull. Seism. Soc. Am. 70, 1921-1941.
- Bard, P. Y. and J. C. Gariel (1986). The seismic response of two-dimensional sedimentary deposits with large vertical velocity gradients. Bull. Seism. Soc. Am. 76, 346-366.
- Bard, P. Y. and B. E. Tucker (1985). Underground and ridge site effects: a comparison of observation and theory, Bull. Seism. Soc. Am. 75, 905-922.
- Boore, D. M. (1972a). Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, in Methods in Computational Physics 11, B. A. Bolt (editor), Academic Press, New York.
- Boore, D. M. (1972b). A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 62, 275-284.
- Boore, D. M., K. L. Larner, and K. Aki (1971). Comparison of two independent methods for the solution of wave scattering problems: response of a sedimentary basin to incident SH waves, J. Geophys. Res. 76, 558-569.
- Boore, D. M., S. C. Harmsen, and S. T. Harding (1981). Wave scattering from a steep change in surface topography, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 117-125.
- Bouchon, M. (1979). Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault. An example: the Parkfield earthquake of 1966, J. Geophys. Res. 84, 6149-6156.
- Bouchon, M. (1985). A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, J. Acoust. Soc. Am. 77, 1-5.

- 50
- Streeter, V. L., E. B. Wylie, and F. E. Richard, Jr. (1974). Soil motion computations by characteristics method, Proc. Am. Soc. Civil Engrg., J. Geotech. Engrg. Div. 100, 247-263
- Takeuchi, H. and M. Saito (1972). Seismic surface waves, in Methods in Computational Physics, 11, B. A. Bolt, ed., Academic Press, New York.
- Trifunac, M. D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, Bull. Seism. Soc. Am. 61, 1755-1770.
- Trifunac, M. D. (1973). Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 1, 267-281.
- Virieux, J. (1984). SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity stress finite difference method, Geophysics 49, 1933-1957.
- Wong, H. L. (1979). Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by surface topographies, Report CE 79-05, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California.
- Wong, H. L. (1982). Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and Rayleigh waves, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 1167-1183.
- Wong, H. L. and M. D. Trifunac (1974a). Scattering of plane SH wave by a semi-elliptical canyon, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 3, 157-169.
- Wong, H. L. and M. D. Trifunac (1974b). Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH wave, Bull. Seism. Soc. Am. 64, 1389-1408.
- Wong, H. L. and P. C. Jennings (1975). Effect of canyon topography on strong ground motion. Bull. Seism. Soc. Am. 65, 1239-1257.
- Wong, H. L., Trifunac, M. D., and B. Westermo (1977). Effects of surface and subsurface irregularities on the amplitude of monochromatic waves, Bull. Seism. Soc. Am. 67, 353-368.
- Ziegler, F. and Y. H. Pao (1984). Transient elastic waves in a wedge-shaped layer, Acta Mechanica 52, 133-163.
- Zienkiewicz, O. C., D. W. Kelly, and P. Bettess (1977). The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, Intern. J. Num. Meth. Engrg. 11, 355-377.
- x0



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**MODELADO DE LA RESPUESTA SISMICA DEL VALLE DE MEXICO:  
RESULTADOS PRELIMINARES**

**ING. FRANCISCO SANCHEZ-SESMA**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

MODELADO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DEL VALLE DE MÉXICO:  
RESULTADOS PRELIMINARES

F. J. Sánchez-Sesma<sup>1,2</sup>, M. A. Bravo<sup>1</sup>, S. Chávez-Pérez<sup>2,3</sup>,  
L. E. Pérez-Rocha<sup>2,3</sup> y M. Suárez<sup>1</sup>

RESUMEN

Se discuten aspectos de la respuesta sísmica de los depósitos de suelos blandos del Valle de México y se describen resultados de investigaciones recientes enfocadas a comprender y a modelar dicha respuesta. Se establece que la predicción cuantitativa de los posibles movimientos intensos que experimentará la Cd. de México requerirá de mejores modelos para tratar las condiciones locales, así como de la consideración explícita de las características de la fuente y el trayecto de las ondas sísmicas.

ABSTRACT

Several aspects regarding the seismic response of the soft soil deposits of the Valley of Mexico are discussed. Various results of the research effort aimed to understand and model such response are described. It is established that, in order to produce reliable quantitative predictions for strong ground motions in Mexico City, better models are required to deal with local site conditions as well as explicit consideration of source and path of seismic waves.

INTRODUCCIÓN

Nuestro país ha experimentado grandes sismos con consecuencias desastrosas para la Ciudad de México. A lo largo de la costa del Pacífico se tiene una zona notable por su actividad, la cual es debida a la subducción de la placa de Cocos bajo la placa de Norteamérica. El gran temblor de Michoacán de 1985 se generó en una parte de esa región (Sánchez-Sesma et al., 1989b).

En diversos estudios se ha establecido que existe una porción de esta región para la que se tiene un alto potencial sísmico en el corto plazo. Se trata de la brecha sísmica de Guerrero. No se sabe si la energía que

---

1 Instituto de Ingeniería, UNAM

2 Centro de Investigación Sísmica, AC, Fundación Javier Barros Sierra

3 Facultad de Ingeniería, UNAM

Ingeniería, UNAM, México, D.F., en preparación.

Rodríguez-Zúñiga, J.L., F.J. Sánchez-Sesma, M.A. Santoyo, y M.A. Bravo (1989). Use of gaussian beams to model refraction of elastic waves by two-dimensional inclusions of arbitrary shape, *Proc. 4th Int. Conf. Soil Dyn. Earthquake Eng.*, México, D.F., Octubre 23-26, en prensa.

Sánchez-Sesma, F.J. (1987). Site effects on strong ground motion, *Soil Dyn. Earthquake Eng.* 6, 124-132.

Sánchez-Sesma, F.J., y S.K. Singh (1987). Grandes temblores y sus efectos en el Valle de México: Observaciones y teoría, *Memorias del Simposio Los Sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos*, México, D.F., Septiembre 5-6, 1-12.

Sánchez-Sesma, F.J., S. Chávez-Pérez, M. Suárez, M.A. Bravo, y L.E. Pérez-Rocha (1988a). On the seismic response of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra* 4, 569-589.

Sánchez-Sesma, F.J., F.J. Chávez-García, y M.A. Bravo, (1988b). Seismic response of a class of alluvial valleys for incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 83-95.

Sánchez-Sesma, F.J., L.E. Pérez-Rocha, M. A. Bravo, y S. Chávez-Pérez (1988c). Synthetic modeling of strong ground motion on a class of alluvial valleys, *Proc. Ninth World Conf. Earthquake Eng.* 2, Tokio-Kioto, Japón, Agosto.

Sánchez-Sesma, F.J., L.E. Pérez-Rocha, y S. Chávez-Pérez (1989a). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities. Part II, *Bull. Seism. Soc. Am.* 79, 101-112.

Sánchez-Sesma, F.J., M. Campillo, P.-Y. Bard, J.-C. Gariel, y K. Aki, (1989b). The great 1985 Michoacan earthquake: A unified approach considering source, path and site effects, *Proc. 4th Int. Conf. Soil Dyn. Earthquake Eng.*, México, D.F., Octubre 23-26, en prensa.

Santoyo, M.A., C. Calderón, M. Suárez, F.J. Sánchez-Sesma, M.A. Bravo, y S. Chávez-Pérez (1989). A time domain study of strong ground motions in Mexico City, *Proc. 4th Int. Conf. Soil Dyn. Earthquake Eng.*, México, D.F., Octubre 23-26, en prensa.

Singh, S.K., E. Mena, y R. Castro (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 451-477.

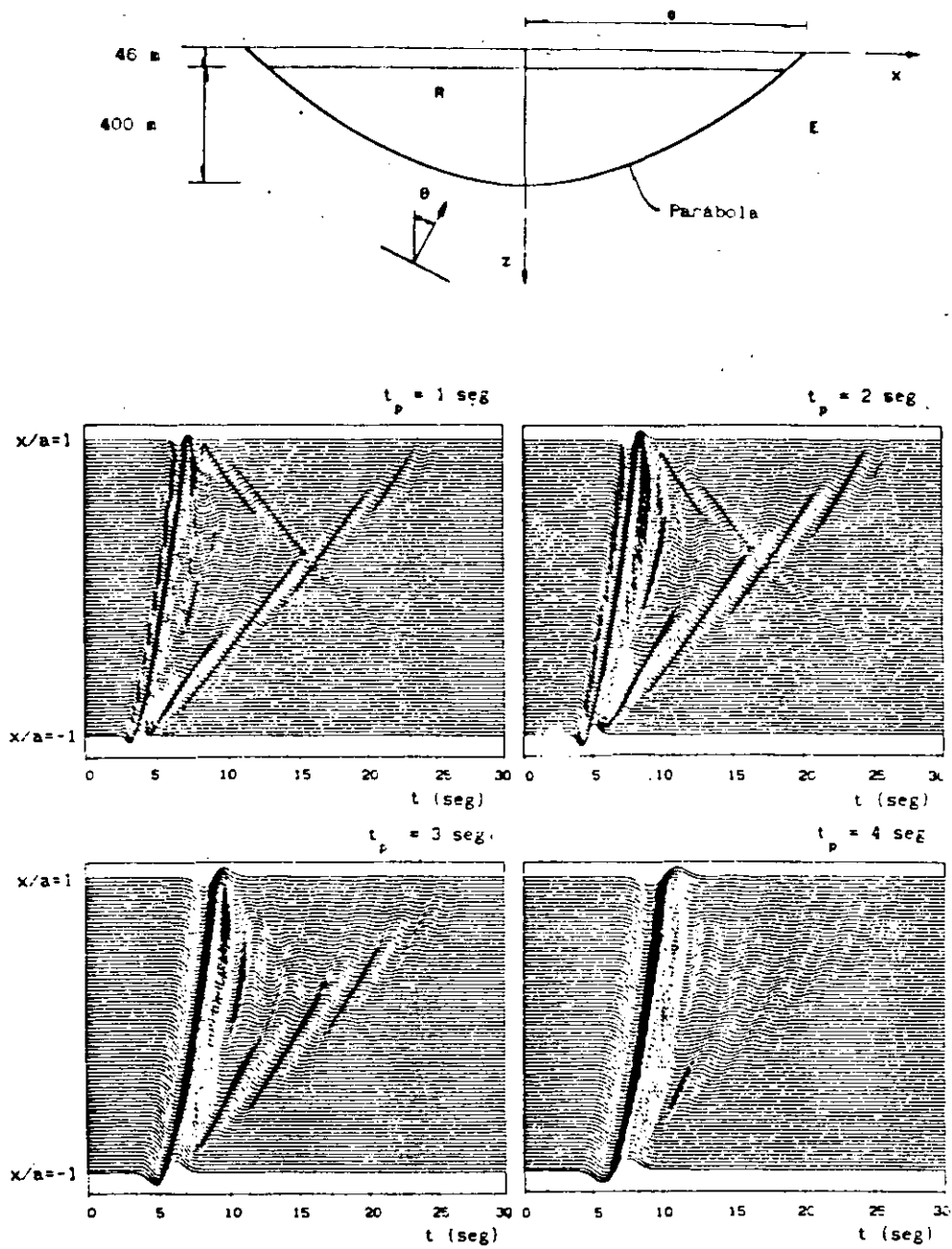


Fig. 1.- Respuesta en el tiempo de un depósito parabólico estratificado. La señal incidente es una ondulada de Ricker con periodos característicos de 1, 2, 3, y 4 seg. Ondas SH con  $30^\circ$  de ángulo de incidencia. Se muestran sismogramas sintéticos en 81 estaciones equiespaciadas con una distancia de 131.25 m.



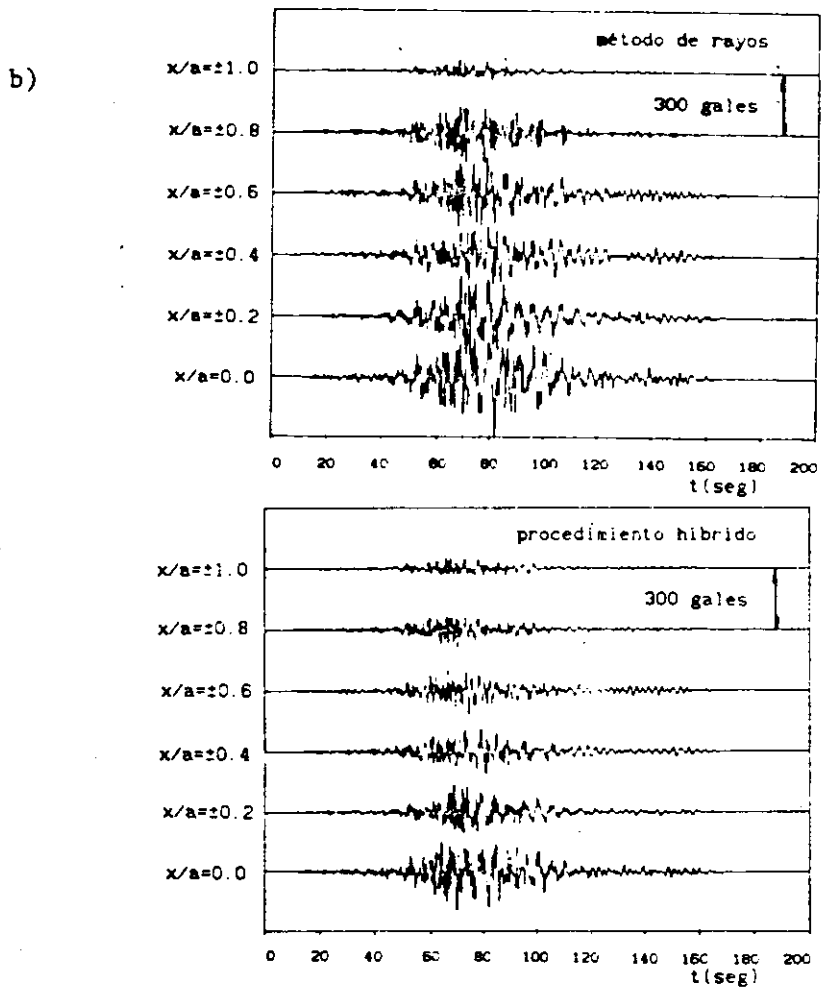
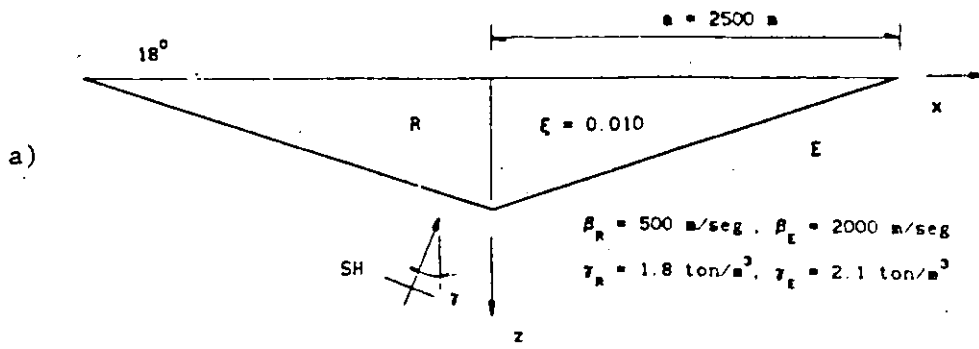


Fig. 2.- a) Depósito triangular con ángulos de cuña de  $18^\circ$ .  
 b) Acelerogramas sintéticos evaluados en 6 estaciones de la superficie libre del depósito. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma registrado en la estación Tacubaya de la Cd. de México durante el temblor de Michoacán de 1985 con  $0^\circ$  de ángulo de incidencia. Se presentan resultados obtenidos con el método de rayos y el procedimiento híbrido.

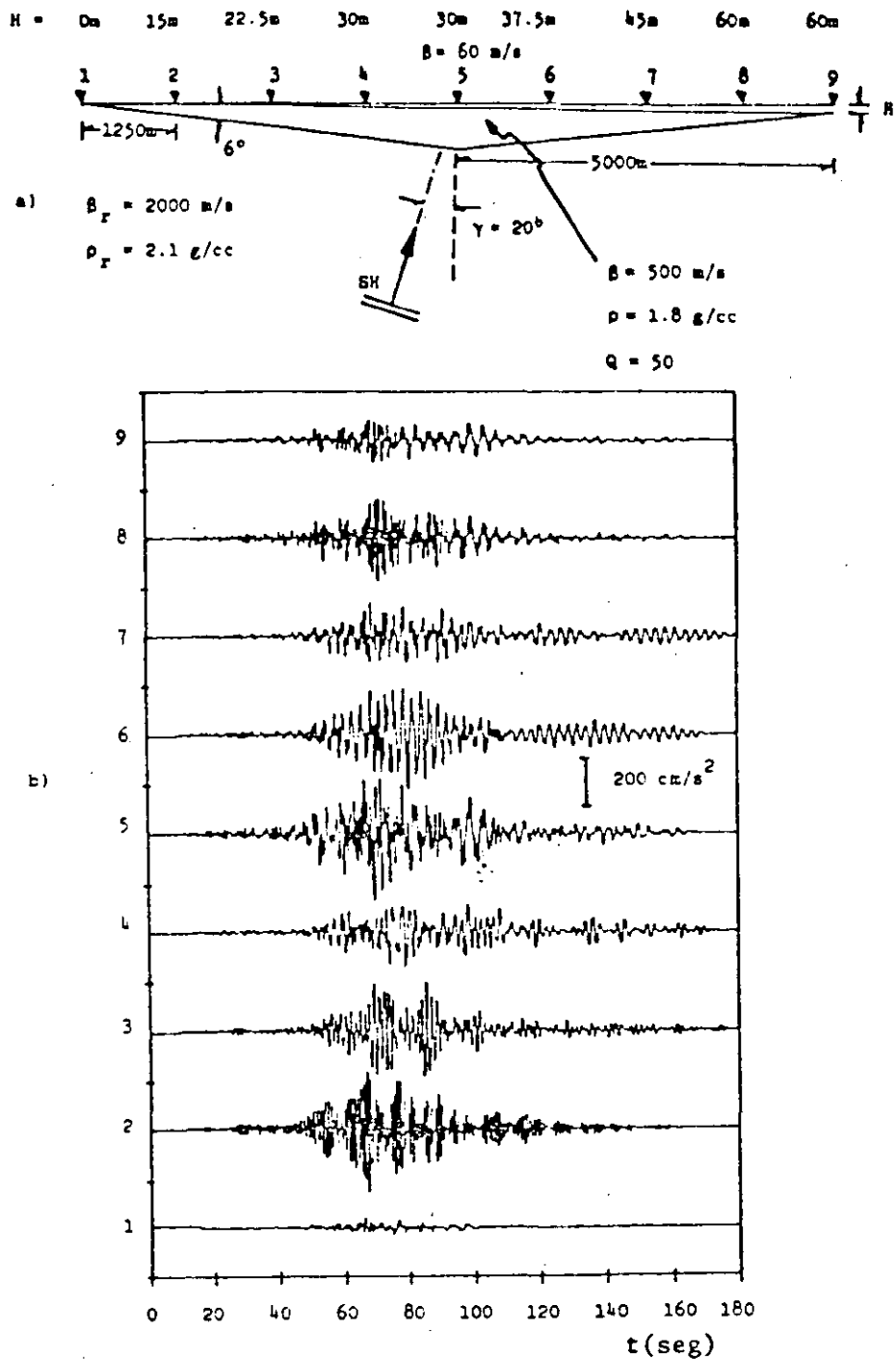


Fig. 3.- a) Depósito triangular con ángulos de cuña de  $6^\circ$  subyaciendo a un estrato superficial de espesor variable y velocidad uniforme. Incidencia oblicua de ondas SH. La señal de entrada es la misma de la Fig. 2. b) Acelerogramas sintéticos considerando los efectos del depósito y del estrato.

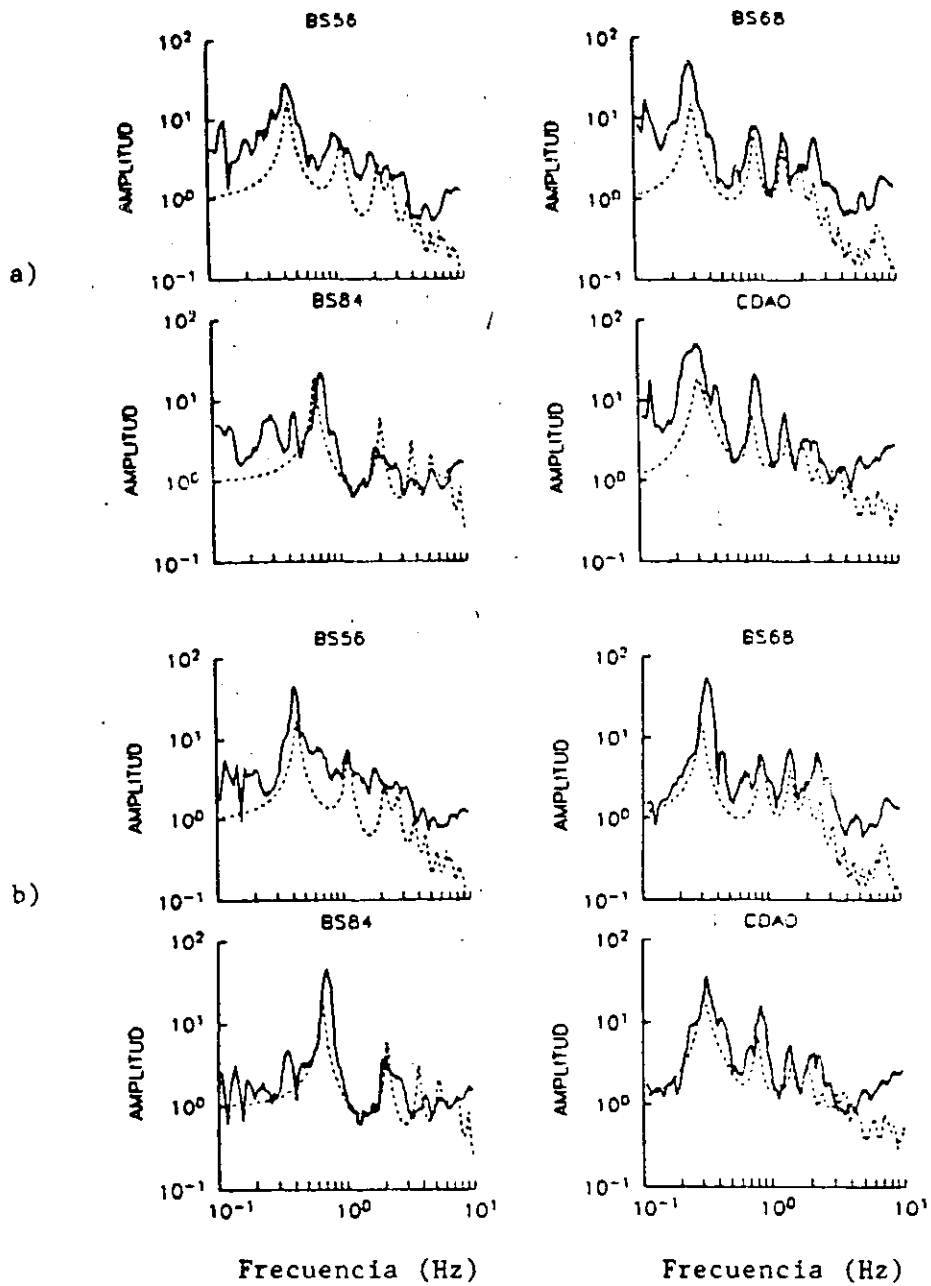
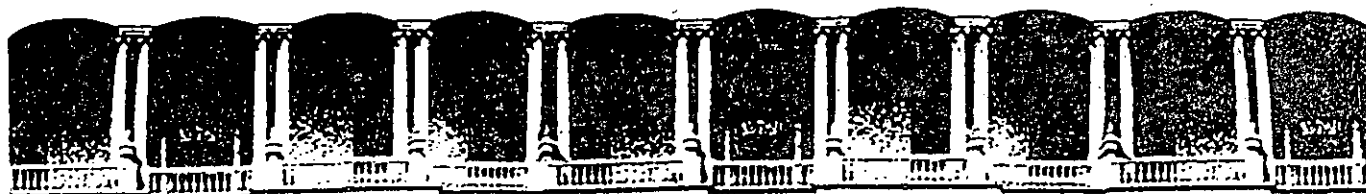


Fig. 4.- Cocientes espectrales de Fourier relativos al sitio CU (línea continua) y funciones de transferencia calculadas (línea discontinua) utilizando modelos unidimensionales para las estaciones estudiadas. Componentes horizontales a) E-W y b) N-S.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Julio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**SIMULACION DE LA RESPUESTA SISMICA DE CONFIGURACIONES  
GEOLOGICAS COMPLEJAS MEDIANTE LA SUMA DE HACES GAUSSIANOS**

**ING. FRANCISCO SANCHEZ-SESMA**

**PALACIO DE MINERIA**

**JUNIO, 1992**

Empleando una variante del método del número de onda discreto (Sánchez-Sesna et al., 1989) se calculó la respuesta en el tiempo para el depósito que se muestra en la figura 4. El modelo pretende representar la existencia de la falla Mixuca. Aunque, debe aclararse que existen fuertes limitaciones impuestas por el insuficiente conocimiento de la geología y de las propiedades del valle de México. El depósito tiene 10 km de longitud con taludes a  $45^\circ$ ; los sedimentos en la parte más superficial tienen un espesor de 1 km y en la parte más profunda de 2 km. Los detectores están ubicados a cada kilómetro. Nótese que la irregularidad lateral combinada con los cambios de profundidad son en gran parte responsables del incremento en la amplitud de la respuesta. Las discrepancias entre los métodos se deben principalmente al bajo rango de frecuencias en estudio, donde el efecto de la difracción generada en los vértices es importante.

Otra aplicación de interés en la ingeniería sísmológica, consiste en el modelado de los campos de onda, refractado y reflejado, producidos en el interior de inclusiones cilíndricas blandas de sección irregular contenidas en un espacio elástico y suponiendo incidencia de un frente de ondas plano del tipo SH.

Este problema fue resuelto de manera exacta (Rodríguez et al., 1989), para el caso especial de una sección circular, con combinaciones lineales de funciones cilíndricas; los resultados obtenidos se usaron para la calibración del método. Ello condujo a la generación de resultados con buena aproximación y mostró que es posible aplicar con confianza la suma de haces gaussianos en configuraciones más complejas. En la figura 5 se presentan los diagramas de rayos para una geometría elíptica con semiejes mayor y menor de 500 y 200 m respectivamente, suponiendo la incidencia de una onda plana por la parte inferior de la figura a  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$  con respecto a la horizontal, se muestran también los sismogramas sintéticos para 3 receptores localizados en el interior: al centro (1), 200 m a la izquierda (0) y 200 m a la derecha (2) sobre el semieje mayor. Es posible identificar en los diagramas de rayos la variación con el ángulo de incidencia de la distribución de zonas con enfocamiento de energía (zonas con caústicas), lo que es perfectamente correlacionable con la amplitud que presentan los pulsos refractados y reflejados en los sismogramas sintéticos correspondientes.

## CONCLUSIONES

Se presentó un método de superposición de haces gaussianos para estudiar la propagación de ondas sísmicas en configuraciones irregulares. Esta técnica permite salvar muchas limitaciones de los métodos tradicionales de rayos. Las regiones de singularidad no son muy significativas y no se requiere un trazado de rayos emisor-receptor. Además, no se requiere resolver sistemas de ecuaciones y es confiable en alta frecuencia para geometrías suaves. Las comparaciones con diversos métodos muestran que los cálculos utilizando la suma de haces gaussianos son aceptables, con tiempos de proceso muy reducidos.

## RECONOCIMIENTOS

Se agradecen los comentarios y sugerencias de M. A. Bravo, L. E. Pérez-Rocha y S. Chávez-Pérez. Este trabajo ha sido posible gracias al patrocinio de la Dirección General de Obras del Departamento del Distrito Federal y del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

## REFERENCIAS

- Babich, V. M. y Popov, M. M. (1981). Propagation of concentrated sound beams in a three-dimensional inhomogeneous medium, *Sov. Phys. Acoust.*, 27, 459-462.
- Bard, P.-Y. (1988). Understanding effects of local conditions on ground motion and accounting for them in earthquake hazard studies, *Seminar on the prediction of Earthquakes (Lisbon, Portugal)*, ONU.
- Benites, R. y Aki, K. (1989). Boundary integral-Gaussian beam method for seismic wave scattering: SH waves in two-dimensional media, *J. Acoust. Soc. Am.*, 86, No. 1, 375-386.
- Červený, V., Molotkov, I. A. y Pšenčík, I (1977). *Ray Method in Seismology*, Karlova Univerzita, Praga.
- Červený, V (1985). Gaussian beam synthetic seismograms, *J. Geophys. Res.* 58, 44-72.
- Jaime, A. (1988). Geotécnia y Sismicidad del Valle de México, *Series del Instituto de Ingeniería, UNAM*, D-29.
- Kawase, H. y Aki, K. (1989). A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves in conjunction with the long duration observed in Mexico, City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1361-1382.
- Moczo, P., Bard P.-Y. y Pšenčík, I (1987). Seismic response of two-dimensional absorbing structures by the ray method, *J. Geophys. Res.*, 62, 38-49.
- Nowack, R. y Aki, K. (1984). The Two-dimensional Gaussian Beam Synthetic Method: Testing and Application, *J. Geophys. Res.* 89, 7797-7819.
- Poceski, A. (1969). The ground effect of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 59, 1-29.
- Rodríguez-Zuñiga, J.L., Sánchez-Sesma, F.J., Santoyo, M.A. y Bravo, M.A. (1989). Use of Gaussian Beams to Model Refraction of Elastic Waves by Two-Dimensional Inclusions of Arbitrary Shape, *Engng. Seism. and Site Resp.*, (A.S. Cakmac e I. Herrera, eds.), 4<sup>th</sup> Int. Conf. Soil Dyn. Earthq. Engng., Oct 23-26, México 101-111
- Sánchez-Sesma, F. J. (1987). Site effects on strong ground motion, *Soil Dyn. and Earthquake Engng.*, 6, 124-132.
- Sánchez-Sesma, F. J., Chávez-Pérez, S., Suarez, M., Bravo, M. A. y Pérez-Rocha, L. E. (1988). The Mexico Earthquake of September 19, 1985—On the Seismic Response of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra*, 4, Num 3, 569-589.
- Sánchez-Sesma, F. J., Heltz, J. F. y Bravo, M. A. (1989). Ground motion on stratified alluvial basins, *Engineering Seismology and Site Response*, (A S Cakmac e I. Herrera, eds.), memorias 4<sup>th</sup> International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Oct. 23-26, México, 209-219.
- Singh, S. K., Mena, E. y Castro, R. (1988). Some effects of source characteristics on the 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico, City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.
- Tappert, F. D. (1976). The parabolic approximation method, wave propagation and underwater acoustics, *Lect. Notes Phys.*, 70, 224-287.

Número de onda discreto

Haces gaussianas

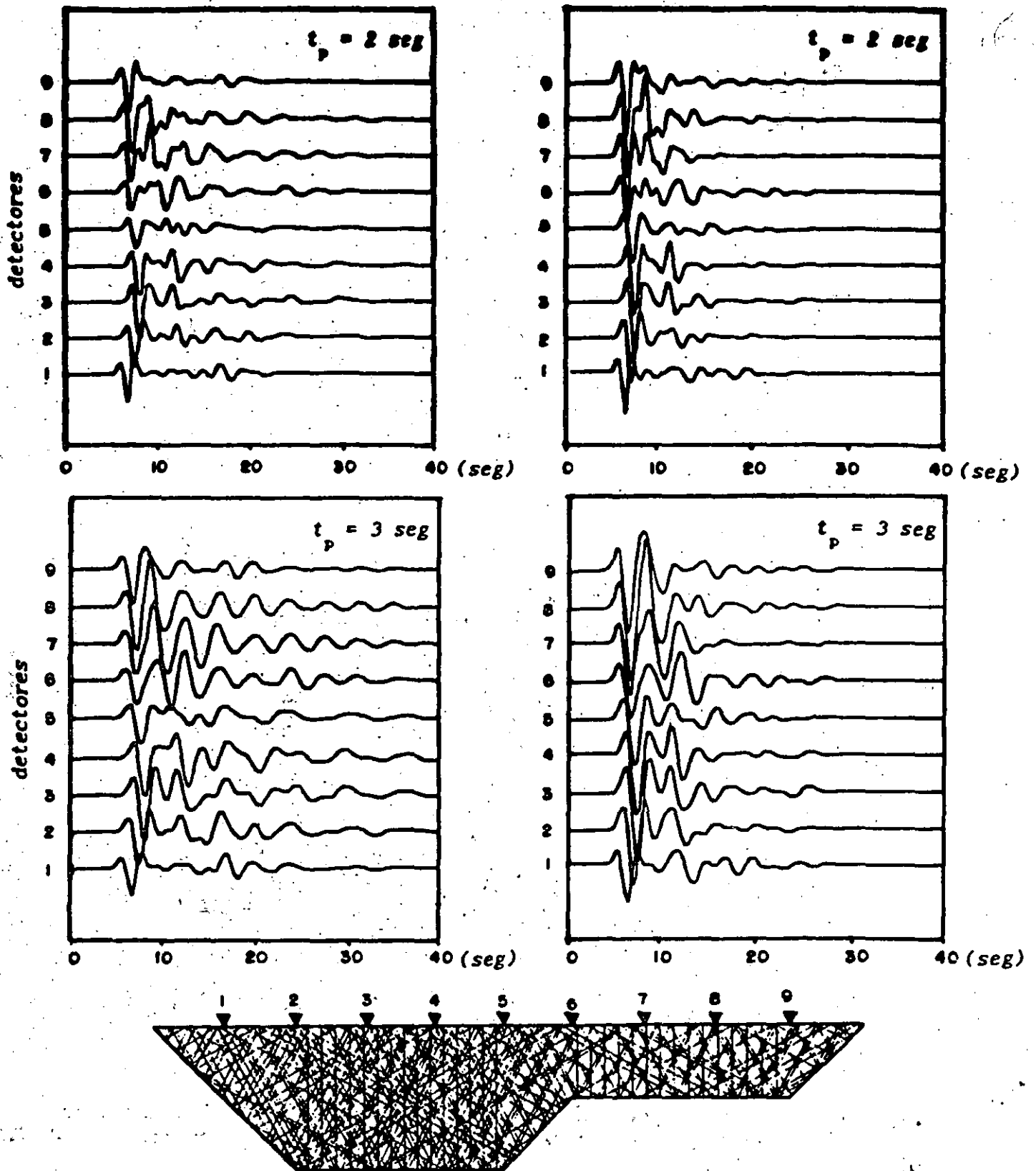


Fig. 4. Comparación de la respuesta sísmica del depósito que se ilustra entre un método del número de onda discreto (DWN) y el superposición de haces gaussianos. ( $\beta=1000 \text{ m/s}$ ,  $\rho=1800 \text{ kg/m}^3$ ;  $\beta_r=2500 \text{ m/s}$ ,  $\rho_r=200 \text{ kg/m}^3$ ).

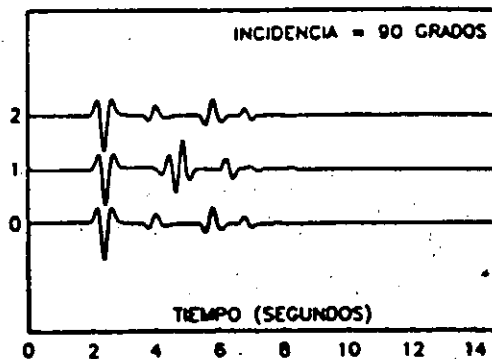
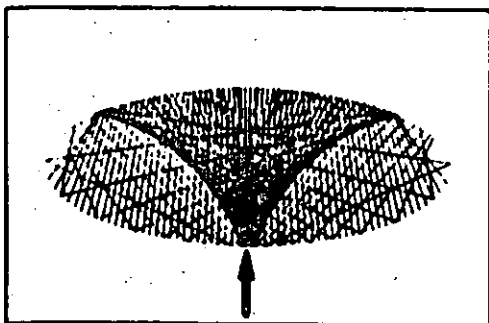
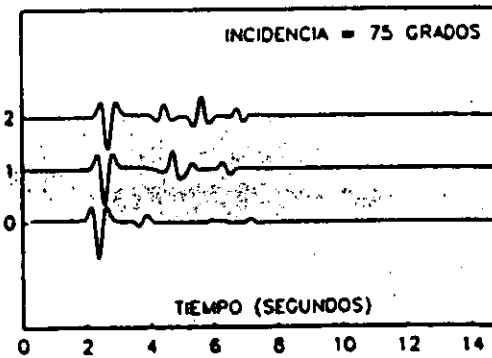
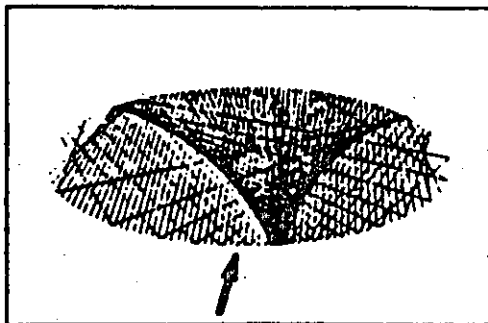
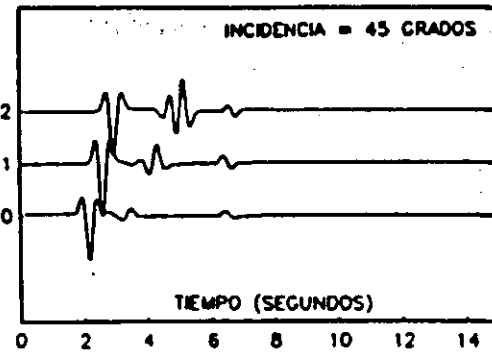
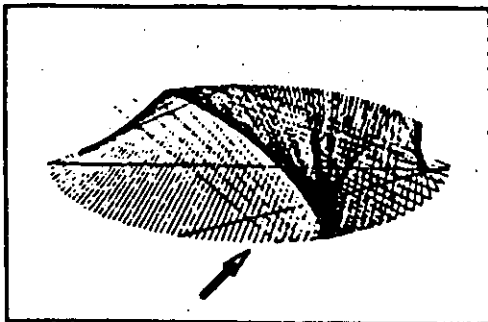
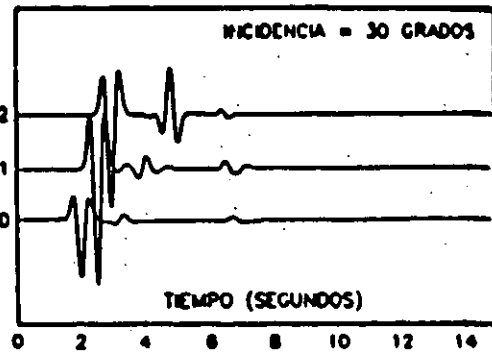
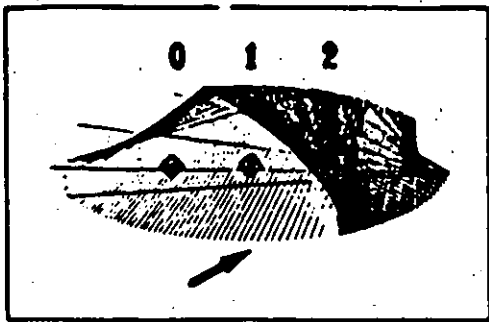


Fig. 5. Trazado cinemático de rayos y sismogramas sintéticos calculados en tres estaciones para una inclusión elíptica, ante incidencia  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$  con respecto a la horizontal.



comparaciones con los movimientos registrados en varios sitios durante el evento sísmico del 19 de septiembre de 1985.

#### CARACTERISTICAS GENERALES DEL SUELO

El valle de México está localizado en el centro de una zona volcánica donde han ocurrido erupciones durante diferentes épocas geológicas que han depositado grandes cantidades de toba, lava y brecha. Gran parte del área del valle, que abarca unos 9,200 km<sup>2</sup>, estuvo cubierta por lagos someros desde la época diluvial hasta fines del siglo XIX como se indica en la Fig. 2. Este medio ambiente lacustre favoreció el desarrollo de colonias importantes de microorganismos de diferentes especies y la sedimentación de grandes cantidades de partículas finas de ceniza volcánica que pasaron a formar los depósitos potentes de arcilla que existen en amplias áreas de la ciudad de México.

Con base en las características geotécnicas, la ciudad de México fue dividida en tres zonas: la zona del Lago, la zona de Transición y la zona de Lomas (Marsal y Mazari, 1959). En esta zonificación, la zona del Lago sólo incluye el lago de Texcoco. Resultados de investigaciones recientes (Jaime, 1987) indican que la zona del Lago debe extenderse hasta el lago de Xochimilco-Chalco en la parte sur del valle de México.

##### Zona del Lago de Texcoco

El perfil estratigráfico en esta área se compone de una capa dura superficial de rellenos aluviales y eólicos que tienen una velocidad de onda de cortante del orden de 120 m/s, seguida por un estrato potente de arcilla blanda con intercalaciones de capas delgadas de arena, limo arenoso, vidrio volcánico y fósiles. La velocidad de onda de corte en esta formación arcillosa superior varía de aproximadamente 40 m/s a 90 m/s. Debajo de este estrato de arcilla está la primera capa dura que es un estrato de arena limosa débilmente cementado con velocidades del orden de 300 m/s. Subyaciendo a la primera capa dura está la formación arcillosa inferior compuesta por arcilla de mayor consistencia que la superior con velocidades de onda de corte de unos 120 m/s. Finalmente, se encuentran los depósitos profundos que están constituidos por secuencias de capas de arenas limosas y tobas con alto grado de cementación. Esta formación es la base de los suelos compresibles y tiene velocidades de onda que varían de 500 m/s a 700 m/s aproximadamente.

##### Zona del Lago de Xochimilco-Chalco

Las características estratigráficas en esta área son diferentes de las del lago de Texcoco. El perfil está formado básicamente por un depósito de arcillas (más consistentes y resistentes que las del lago de Texcoco) con intercalaciones de estratos finos de arena limosa y de limos. La velocidad de onda de cortante en el depósito varía entre 50 m/s y 200 m/s. Subyaciendo el depósito arcilloso se encuentra una capa de lava de características basálticas.

### Zona de Lomas

En la parte oeste de la ciudad de México esta zona se caracteriza por los suelos duros compactos compuestos principalmente por arenas limosas con altos contenidos de gravas y por tobas muy cementadas. En la parte sur de la ciudad se tienen principalmente coladas de lava con espesores del orden de unos 20 m sobreyaciendo formaciones similares a las de la parte oeste. Las velocidades de onda de corte en las tobas son similares a las de los depósitos profundos y en los basaltos, debido a su fracturación, son inferiores.

### Zona de Transición

Esta zona se localiza entre la del Lago y la de Lomas y se caracteriza por la variabilidad de sus perfiles estratigráficos. Se tienen secuencias de estratos compactos de materiales limosos y arenosos y capas de arcilla blanda. Las velocidades de onda de corte en los estratos de arcilla varía entre 50 m/s y 80 m/s dependiendo de su consistencia. En los estratos limosos y arenosos las velocidades son del orden de 200 m/s a 260 m/s.

Esta nueva zonificación se muestra en el mapa de la Fig 3 y los contornos que indican las profundidades aproximadas a los depósitos profundos se presentan en la Fig 4. En los perfiles de las Figs 5 y 6 se muestra la variación de las condiciones del suelo en la ciudad de México en secciones este-oeste y norte-sur, respectivamente.

### PROCEDIMIENTO DE ANALISIS DE RESPUESTA DEL SUELO

Las características estratigráficas discutidas en la sección anterior muestran que la formación que constituyen los depósitos profundos se extiende prácticamente a través de la zona del Lago en el área del lago de Texcoco y afloran en la zona de Lomas. Este hecho y el marcado contraste en las velocidades de onda de corte en la frontera entre el suelo compresible y los depósitos profundos simplifican notablemente los análisis de respuesta sísmica del suelo en la ciudad de México. Además, si se dibujaran los perfiles de las Figs 5 y 6 a igual escala horizontal y vertical se observaría que la dimensión horizontal es más de dos órdenes de magnitud mayor que la dimensión vertical. Esto indica que para todos fines prácticos los análisis de respuesta se pueden hacer utilizando un modelo unidimensional de propagación de ondas de corte como el mostrado esquemáticamente en la Fig 7. Los resultados presentados en este artículo se obtuvieron utilizando la parte de análisis de respuesta de campo libre del programa de elementos finitos desarrollado para estudiar el problema de interacción dinámica suelo-estructura PLUSH (Romo et al, 1980). Este método se basa en teoría de vibraciones aleatorias y utiliza resultados de la teoría del valor extremo para evaluar las respuestas máximas (Romo, 1976). Con este método se puede calcular la respuesta de depósitos de suelo compuesto por estratos (no necesariamente horizontales) sometidos a un tren de ondas de corte horizontales (SH) y ondas de compresión (P) con incidencia vertical.

### ESTUDIOS ANALITICOS DE LOS MOVIMIENTOS SISMICOS DEL SUELO

Durante el temblor de septiembre 19 de 1985 se registraron los movimientos del terreno en varias estaciones en el área Metropolitana. En la Fig 3 se

muestran las estaciones localizadas en la zona de los lagos y en el campus de la UNAM. Los análisis a que se hará referencia en este artículo corresponden a los sitios de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), Central de Abasto Oficinas (CAO), Central de Abasto Frigorífico (CAF) y Tláhuac Deportivo (TLD).

### Condiciones del Suelo en las Estaciones de Registro

Las características de los suelos en las estaciones donde se registraron los movimientos sísmicos (y en otros sitios) se determinaron utilizando una variedad de técnicas que incluyen: a) procedimientos de perforación y muestreo, b) procedimientos de cono estático para medir la resistencia a la penetración, c) ensayos de laboratorio (columna resonante y triaxial cíclica) en muestras inalteradas de suelo, y d) medición directa de perfiles de velocidad de onda de corte utilizando técnicas de down-hole y sonda suspendida.

Estos estudios condujeron a la determinación de las condiciones del suelo en varios sitios. A continuación se presentan únicamente las características geotécnicas de los sitios donde se registraron los movimientos sísmicos durante el temblor de septiembre 19, 1985.

1. Sitio UNAM. Las condiciones del subsuelo consisten básicamente de una colada de lava de unos 12 m de espesor que sobreyace un depósito muy compacto de arena limosa hasta la máxima profundidad explorada (32 m). En la Fig 8 se muestra el perfil de velocidades de onda de corte.
2. Sitio SCT. Las características estratigráficas y geotécnicas se muestran en la Fig 9 y el perfil de velocidades de onda de corte se presenta en la Fig 10.
3. Sitio CAO. En la Fig 11 se incluyen las condiciones del suelo y en la Fig 12 se presenta el perfil de velocidades de onda de corte.
4. Sitio CAF. Las características del subsuelo y las velocidades de onda de corte se muestran en las Figs 13 y 14, respectivamente.
5. Sitio TLD. Las Figs 15 y 16 incluyen la estratigrafía y perfil de velocidades, respectivamente.

### Propiedades Dinámicas de las Arcillas de la Ciudad de México

Las propiedades dinámicas de las arcillas encontradas en los diferentes sitios fueron determinadas recientemente (Romo y Jaime, 1986; Jaime, 1987) como parte de una investigación que se inició a partir del sismo de septiembre 19, 1985.

Los resultados de este estudio muestran que en términos generales tienen las características indicadas en la Fig 17. Comparada con otras arcillas, las arcillas de la ciudad de México muestran una pequeña reducción en el módulo de rigidez al corte en un intervalo amplio de deformaciones angulares. La reducción del módulo es sólo 25% aun para deformaciones tan grandes como 0.2%. Para deformaciones mayores se tiene una reducción marcada en el módulo de corte. De igual manera, el amortiguamiento de la arcilla es relativamente bajo (del orden de 5% a 7%) para deformaciones tan altas como 0.2% y se tiene un incremento marcado para deformaciones mayores que este valor.

### Resultados de los Estudios Analíticos

Debido a que la zona de mayor daño en la ciudad de México se localizó principalmente al norte del edificio de la Secretaría de Comunicaciones y

Transportes, en el área de los depósitos arcillosos, es deseable desarrollar procedimientos para evaluar las características de los movimientos sísmicos en aquellas partes de la ciudad donde no se obtuvieron registros pero que son, no obstante, de gran interés en la evaluación de daños, o para definir los movimientos sísmicos de campo libre que se requieren para el diseño sísmico de estructuras. Para este fin, es necesario demostrar que el procedimiento de análisis que se utilice para este propósito es capaz de predecir las principales características de los movimientos en los sitios donde se obtuvieron los registros.

En un estudio anterior (Romo y Jaime, 1986) se analizaron los movimientos del terreno en la ciudad de México utilizando valores de la velocidad de onda de cortante, para los depósitos arcillosos, estimados a partir de las características frecuenciales de los registros obtenidos. La buena concordancia entre las respuestas observadas y calculadas demuestran que el procedimiento de análisis PLUSH (Romo et al, 1980) utilizado es razonablemente apropiado para evaluar los movimientos sísmicos en la zona de los lagos.

Cuando no se dispone de registros de los movimientos del terreno para evaluar las propiedades, es necesario determinar las velocidades de ondas de corte de los diferentes estratos ya sea por medición directa o por medio de ensayos de laboratorio en muestras de suelo de buena calidad. En general, se reconoce que los ensayos de campo dan los resultados más confiables debido a que la alteración en el suelo es despreciable. En los cuatro sitios que se consideran en este trabajo se hicieron determinaciones de las velocidades de onda de corte en el campo y en muestras de buena calidad en ensayos cíclicos en el laboratorio. Cabe señalar que existen algunas diferencias entre los valores medidos en el sitio con las dos técnicas empleadas (down-hole y sonda suspendida) y que los valores determinados directamente son algo menores que las velocidades de onda de corte promedio evaluadas tanto a partir de los registros sísmicos como de los valores obtenidos en el laboratorio.

Debido a que existen varias razones técnicas por las que se pueden cometer errores pequeños en la medición de los ondas de corte y a que es difícil de entender que las velocidades determinadas en el laboratorio sean ligeramente mayores, en promedio, que las de campo, se consideró apropiado tomar en cuenta estas incertidumbres en los estudios analíticos de respuesta sísmica del terreno. En cuanto a la aleatoriedad de los movimientos sísmicos representativos en los depósitos profundos, se considera directamente en el procedimiento de análisis.

Por consiguiente, en los análisis de respuesta los perfiles de velocidad de ondas de corte mostrados en las Figs 8, 10, 12 y 14 se consideraron como valores medios y se supuso que las velocidades reales podrían tener desviaciones de  $\pm 10\%$ . Esta es una desviación relativamente pequeña y pudo considerarse mayor; sin embargo, se adoptó este valor. La excitación dinámica utilizada en los análisis se muestra en la Fig 18, la cual se determinó de las componentes horizontales de los registros obtenidos en el campus de la UNAM durante el sismo del 19 de septiembre de 1985.

Los resultados de los análisis se presentan en las Figs 19-22. En cada figura se comparan los espectros de respuesta promedio medidos con el espectro de respuesta medio ( $\pm$  una desviación estándar) calculado. Se puede observar que las características espectrales determinadas con los estudios analíticos concuerdan razonablemente bien con los espectros promedio de los movimientos registrados en las cuatro estaciones. Es notorio que a pesar de que la variación en la velocidad de onda de corte considerada es pequeña ( $\pm 10\%$ ), el espectro de respuesta promedio calculado

está contenido entre los límites de  $\pm$  una desviación estándar. De estos resultados se podría afirmar que si se consideran posibles desviaciones de las mejores estimaciones de las propiedades y los análisis de respuesta se consideran sobre bases probabilistas, éstos pueden proporcionar información muy valiosa para evaluar la influencia de las condiciones locales en las características generales de los movimientos sísmicos que pueden generarse en sitios subyacentes por arcillas, con condiciones similares a las que existen en el valle de México.

La amplitud de las bandas de los espectros calculados patentiza la sensibilidad de los resultados a cambios relativamente pequeños en las velocidades de ondas de corte, lo cual conduce a pensar en la necesidad de considerar las propiedades dinámicas como parámetros aleatorios (Romo y Villegas, 1986).

Otro parámetro que influye en las características de los movimientos del terreno es la profundidad a los depósitos profundos. Resultados obtenidos por los autores muestran que variaciones del orden del 20% en la profundidad pueden inducir cambios significativos en la respuesta calculada, Fig 23. Estos resultados tienen una gran significación en la determinación de movimientos de campo libre en la ciudad de México por la presencia de la primera capa dura. Si no se tiene especial cuidado, esta se puede confundir con los depósitos profundos y entonces la profundidad se puede subestimar hasta en más de un 20% en muchos sitios de la ciudad. Por ejemplo, en el sitio SCT (Fig 9) la primera capa dura aparece a los 32 m y los depósitos profundos a 40 m. Si aquella se confundiera con éstos, el espesor del estrato se subestimaría 25%.

## CONCLUSIONES

Con base en los resultados presentados en este artículo se puede concluir que la metodología propuesta para generar espectros de diseño de campo libre es confiable. Tal metodología se puede resumir como sigue:

1. Defina los movimientos de campo libre en los suelos compactos de la zona de Lomas (p. e. en el campus de la UNAM utilizando registros de eventos sísmicos pasados o con base en estudios de riesgo sísmico).
2. Considere como excitación, al nivel de los depósitos profundos, el espectro de respuesta medio más bandas de incertidumbre de un ancho de  $\pm$  una desviación estándar.
3. Defina el perfil estratigráfico considerando las mejores estimaciones de las velocidades de onda de corte como valores promedio y permita una variación de  $\pm$  10%. Conviene que las velocidades se midan en el sitio. Si las velocidades se estiman de correlaciones semiempíricas entonces considere una variación de  $\pm$  20%.
4. Calcule la respuesta del depósito de suelo utilizando un procedimiento de análisis adecuado para las condiciones indicadas en 2 y 3. Si utiliza un procedimiento analítico como el del programa PLUSH sólo tiene que considerar la variación en las velocidades de onda de corte.
5. Realice un estudio estadístico de las respuestas y obtenga los espectros medios y bandas de incertidumbre de un ancho de  $\pm$  una desviación estándar. Estos espectros corresponden a los de campo libre para el sitio específico estudiado.

## REFERENCIAS

Jaime, A. (1987), "Características Dinámicas de la Arcilla del Valle de México". Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Marsal, R J y Mazari, M. (1959). "El Subsuelo de la Ciudad de México", Facultad de Ingeniería, UNAM.

Romo, M P, (1976), "Soil-Structure Interaction in a Random Seismic Environment". PhD Dissertation, University of California, Berkeley.

Romo, M P et al (1980), PLUSH: A Computer Program for Probabilistic Finite Element Analysis of Seismic Soil-Structure Interaction. Report No. UCB/EERC-77/01, University of California, Berkeley.

Romo, M P y Villegas, S. (1986), "Aproximación de Perturbaciones para el análisis Sísmico Probabilista de Estructuras Téreas", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al DDF.

Romo, M P y Jaime, A. (1986), "Características Dinámicas de las Arcillas del Valle de México y su Efecto en la Respuesta del Suelo", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al DDF.

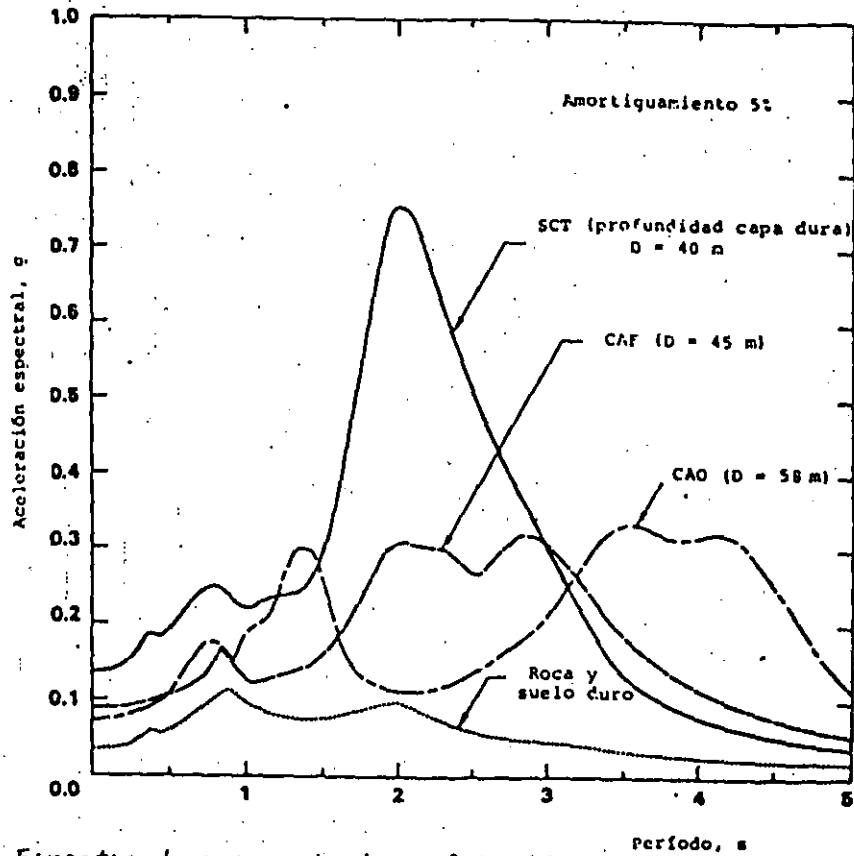


Fig. 1 Espectro de respuesta de aceleración para diferentes sitios de la ciudad de México

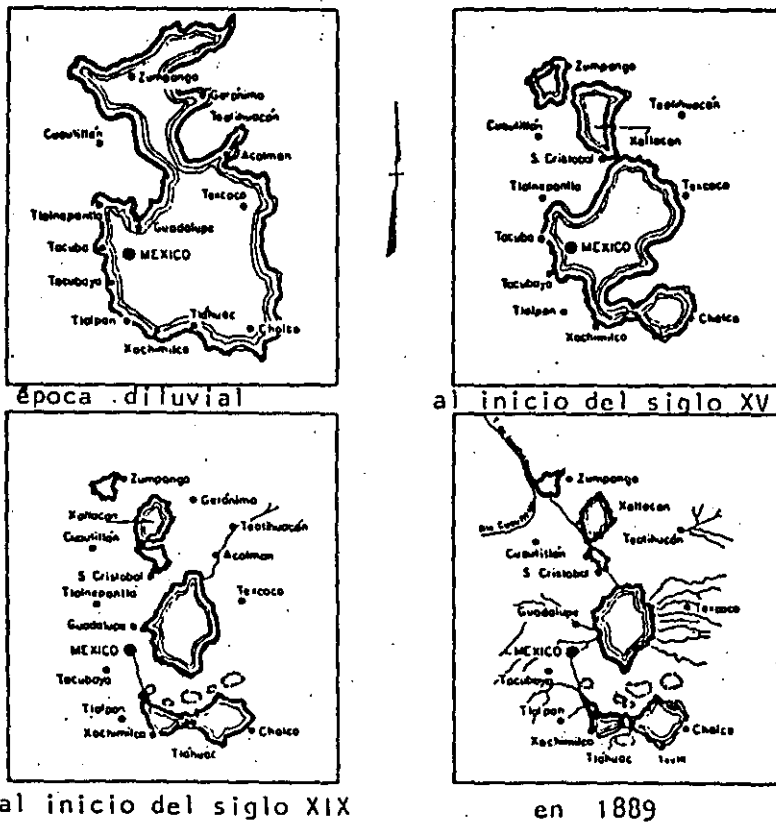


Fig. 2 Evolución de los lagos del valle de México

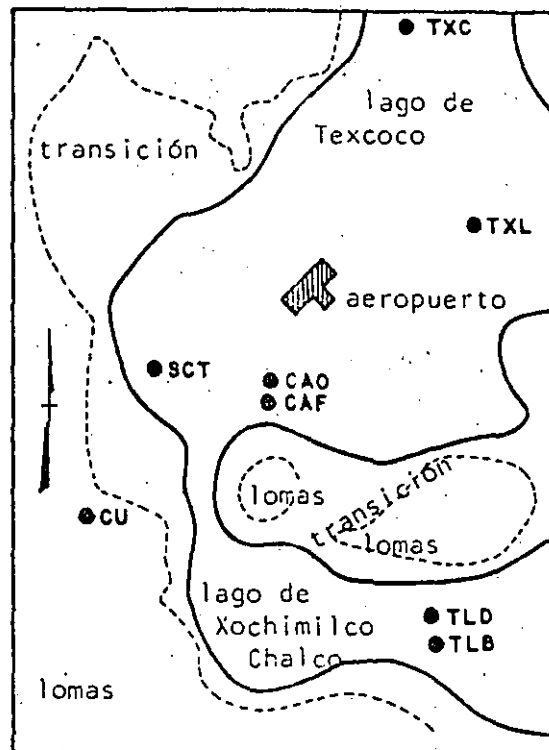


Fig 3 Estaciones de medición de temblores



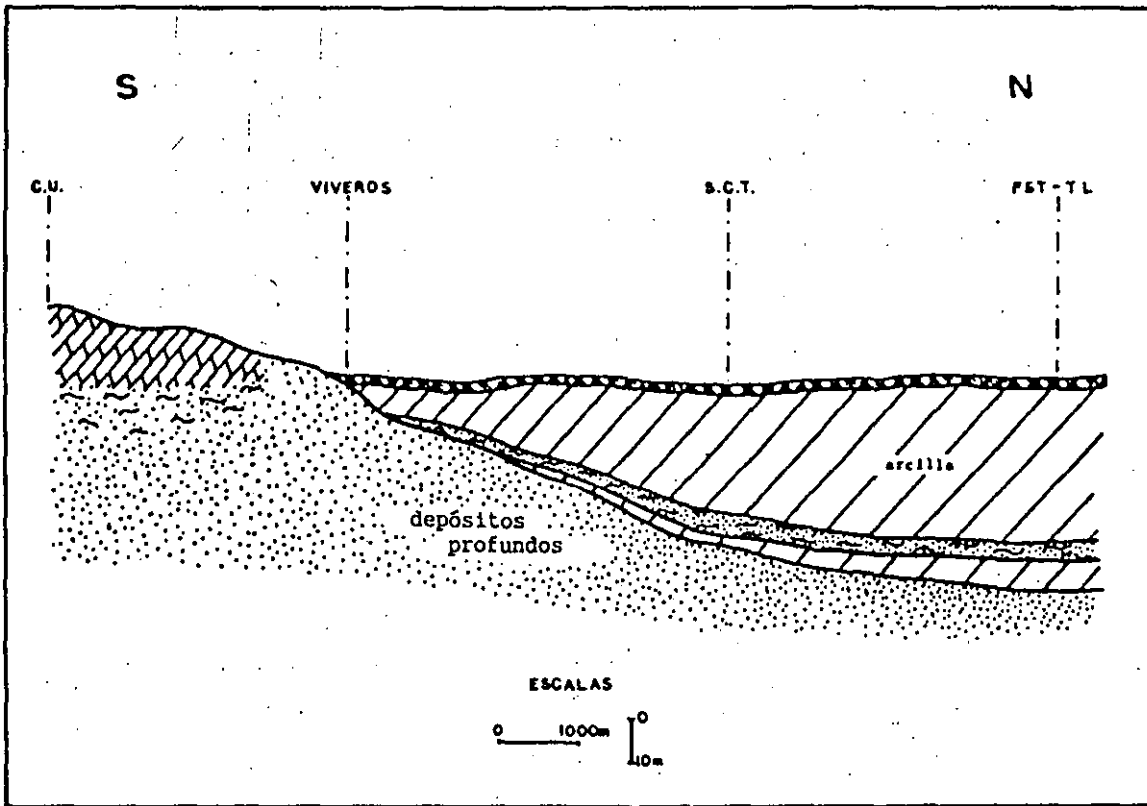


Fig 5 Corte estratigráfico S-N

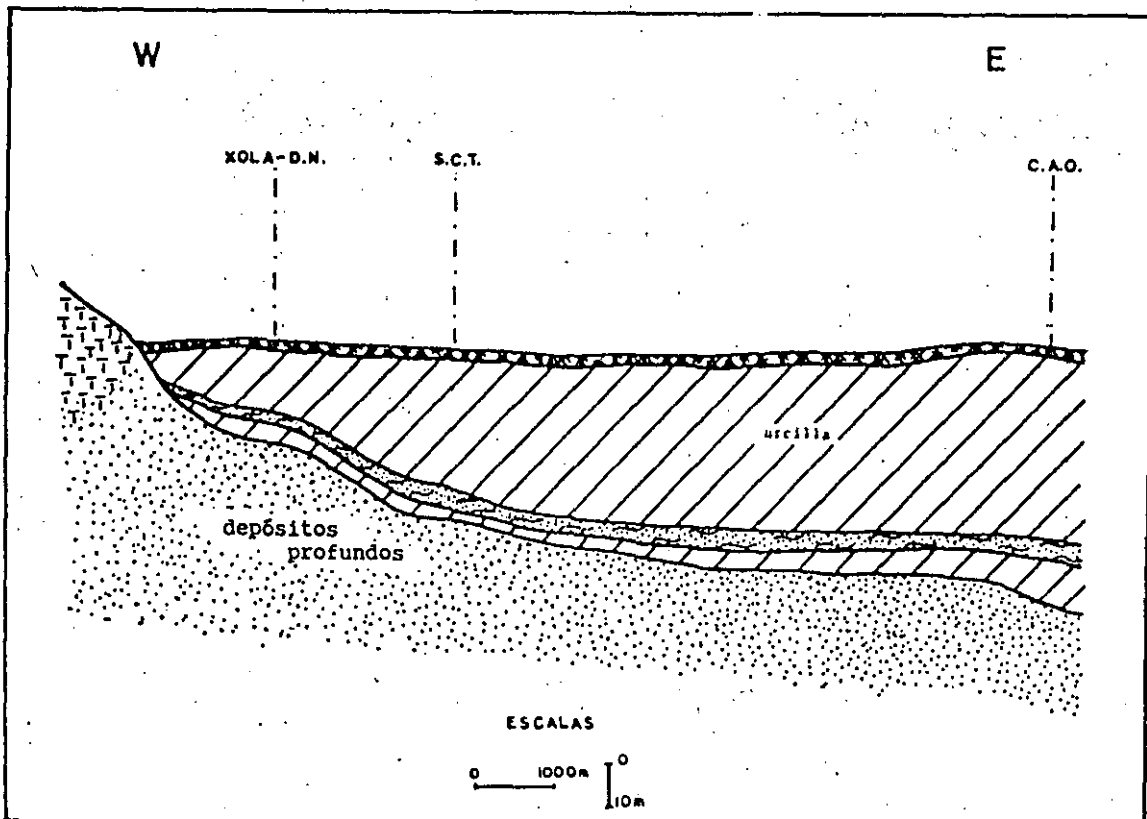
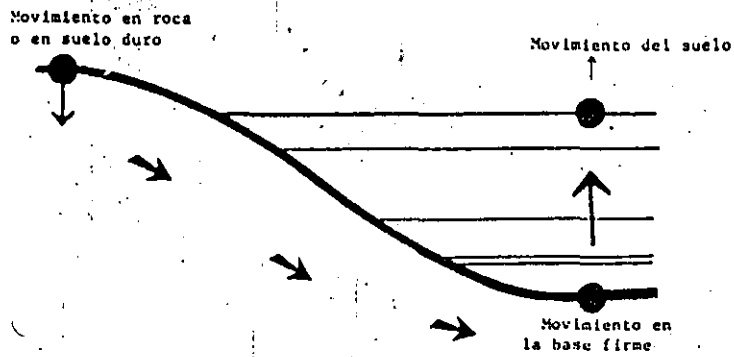


Fig 6 Corte estratigráfico W-E al sur de la ciudad de México



Movimiento promedio en roca o suelo duro registrado en Ciudad Universitaria

Fig 7 Modelo conceptual del valle de México

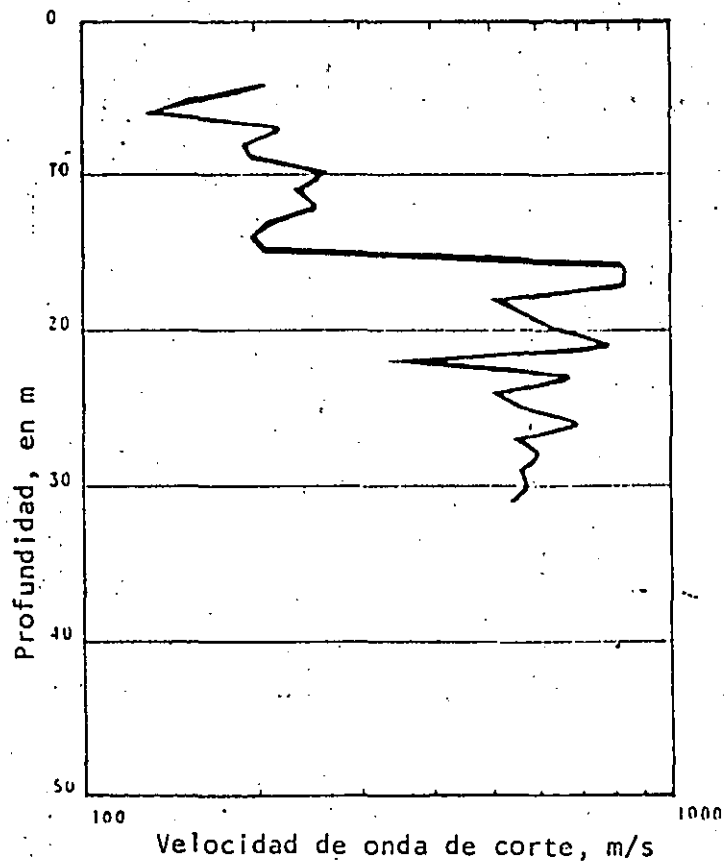


Fig 8 Medición de velocidad de onda de corte en el sitio CU

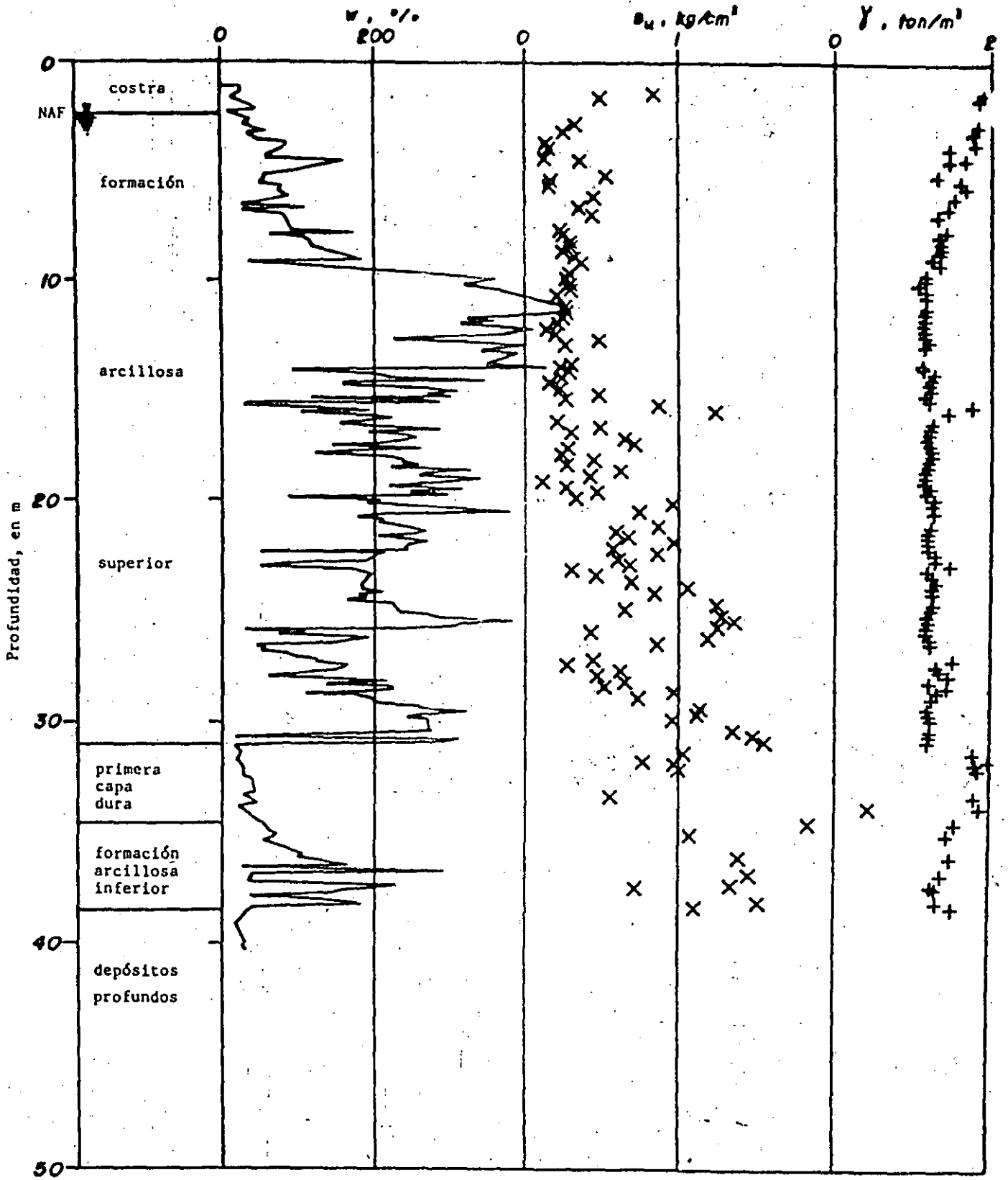


Fig 9 Perfil estratigráfico en el sitio SCT

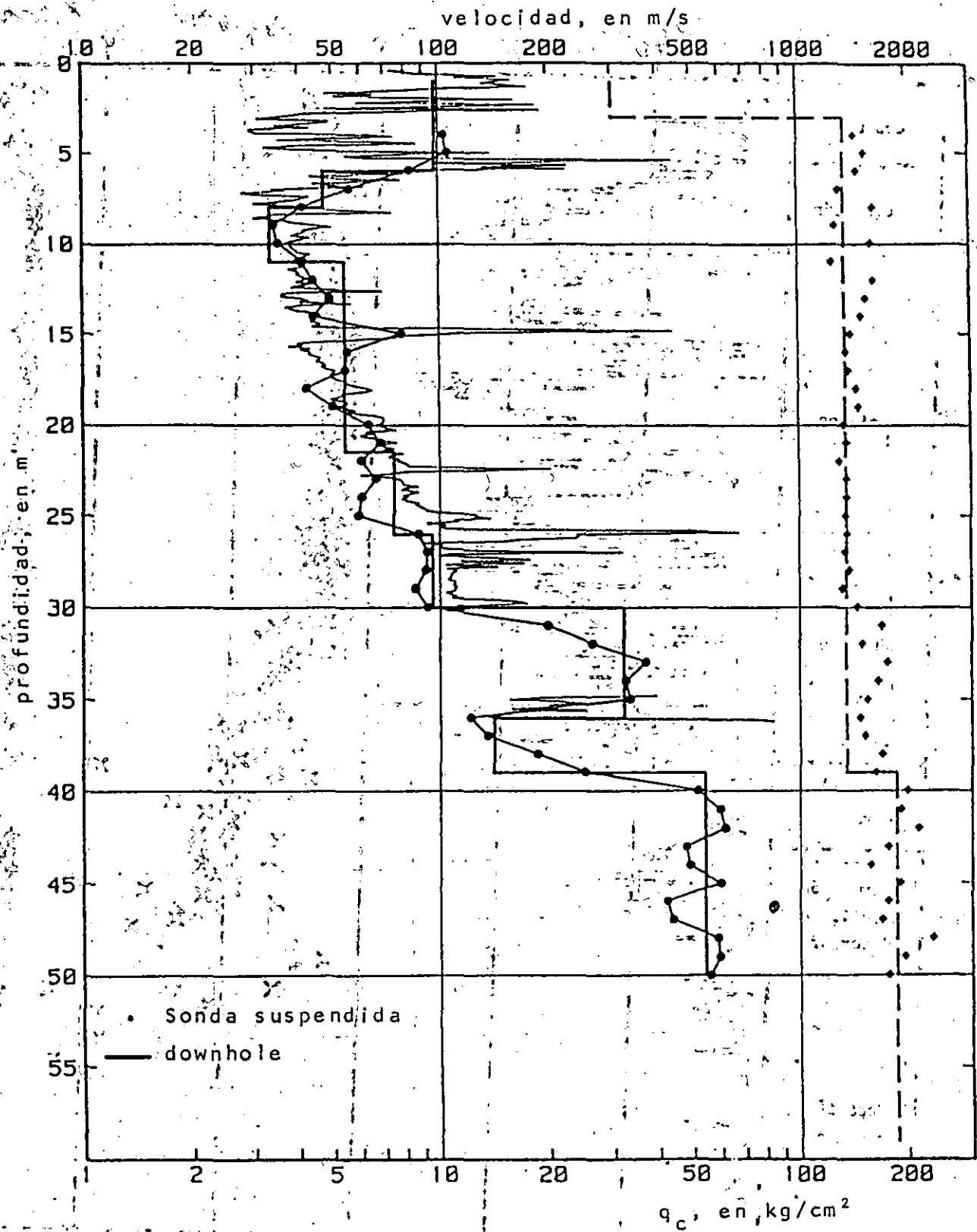


Fig 10 Mediciones de velocidad de onda de corte en el sitio SCT

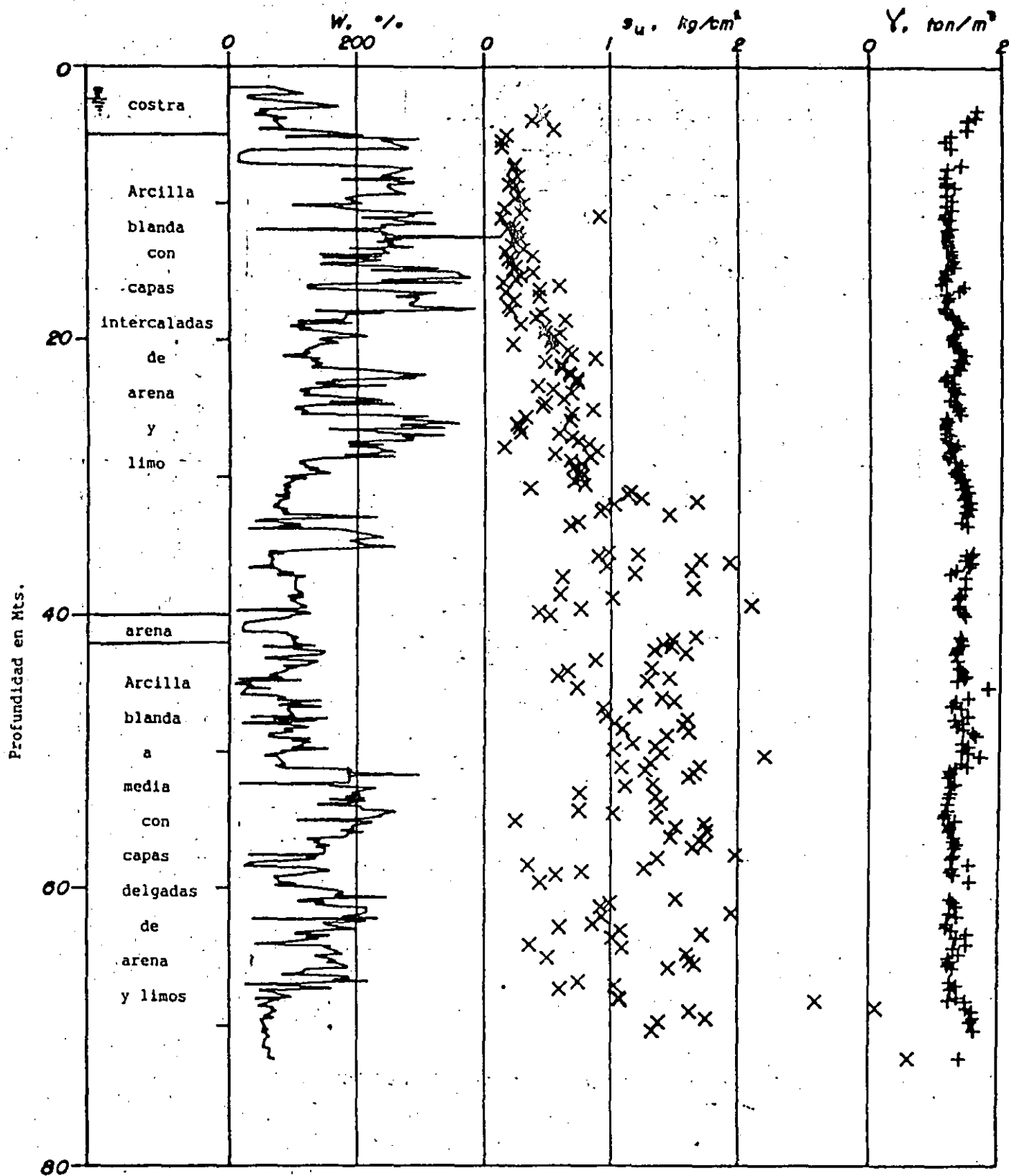


Fig 15 Perfil estratigráfico en el sitio TLD

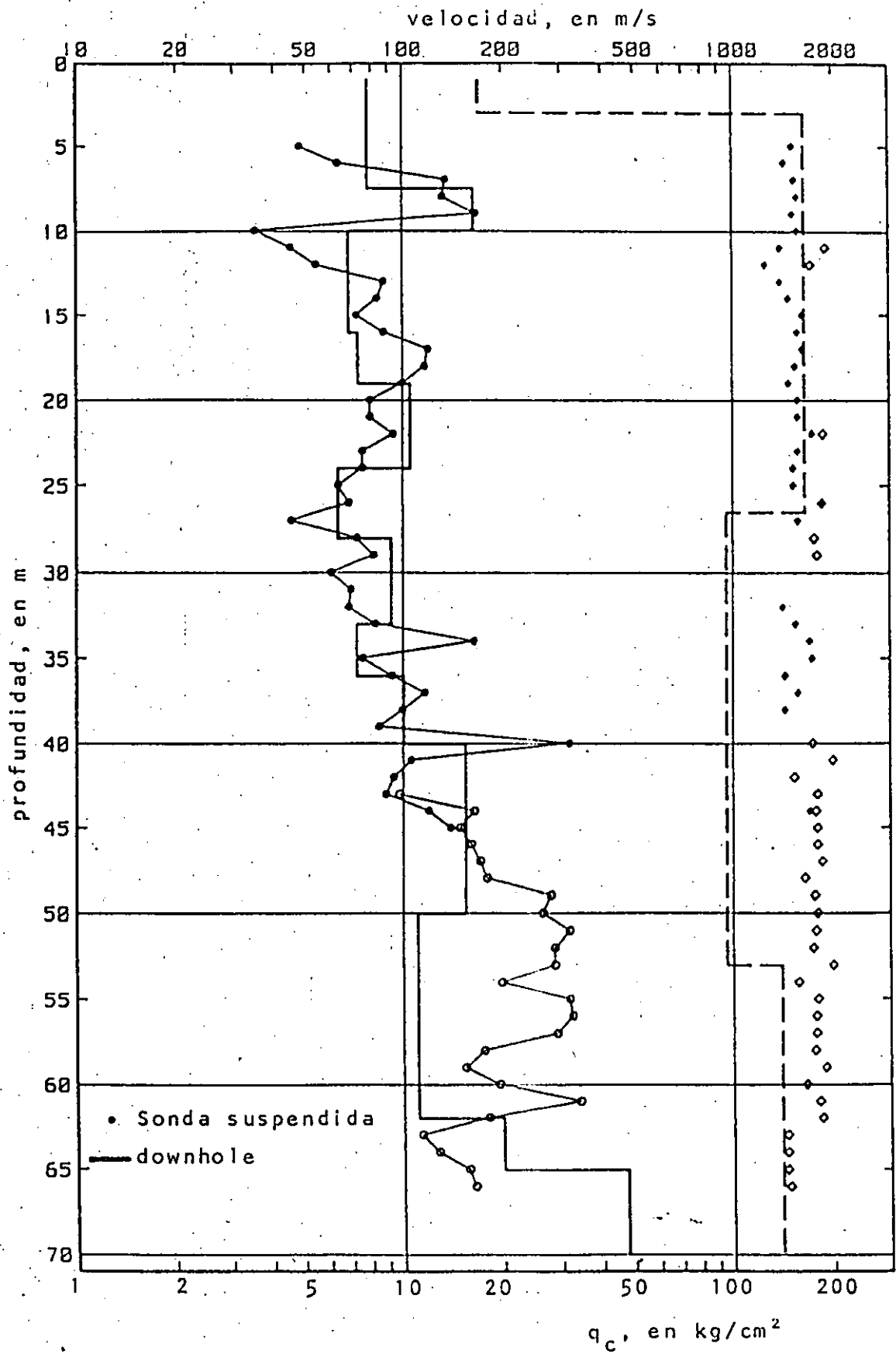


Fig 16 Medición de velocidad de onda de corte en el sitio TLD

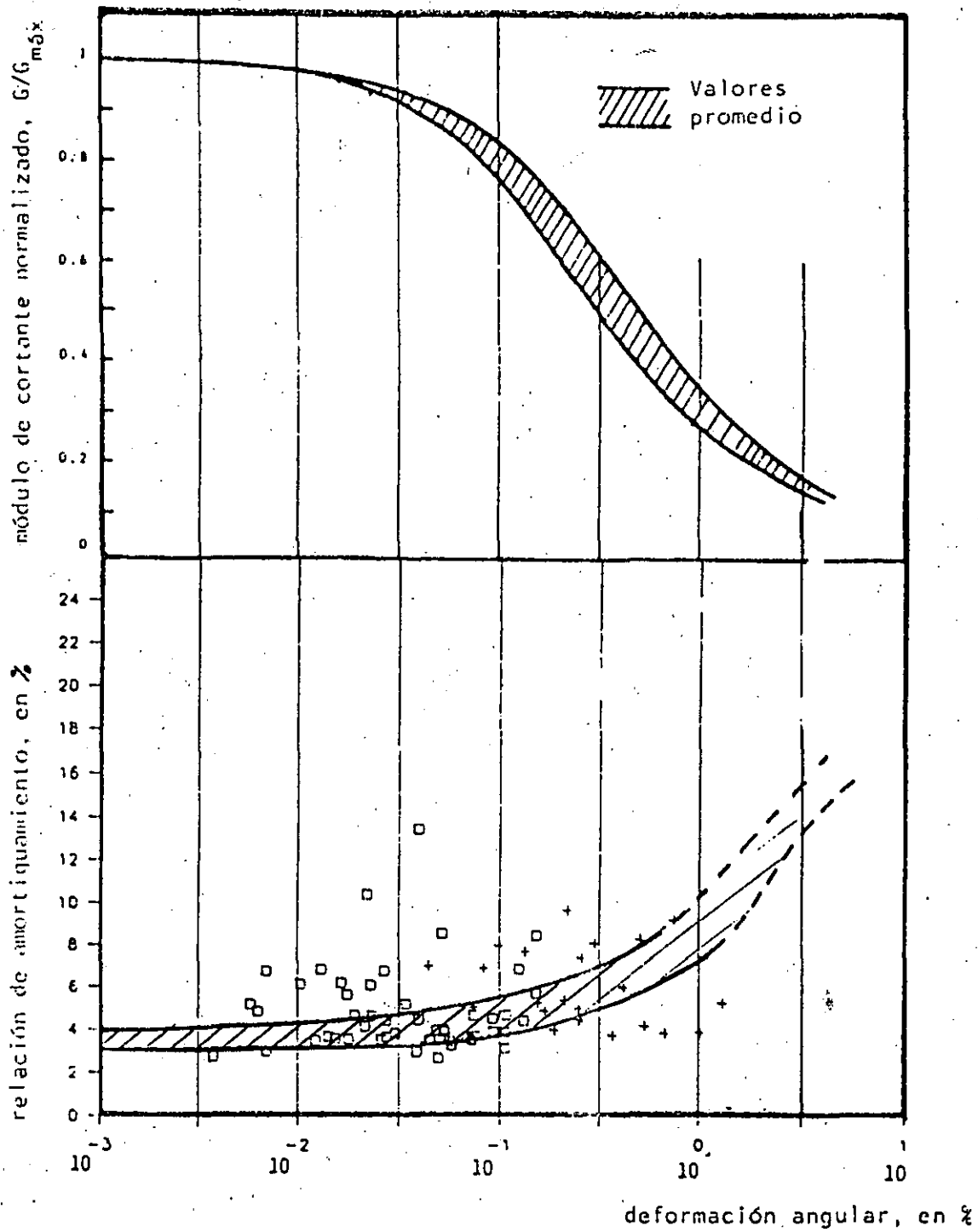


Fig 17 Variaci3n de las propiedades dinámicas medias de las arcillas del valle de México

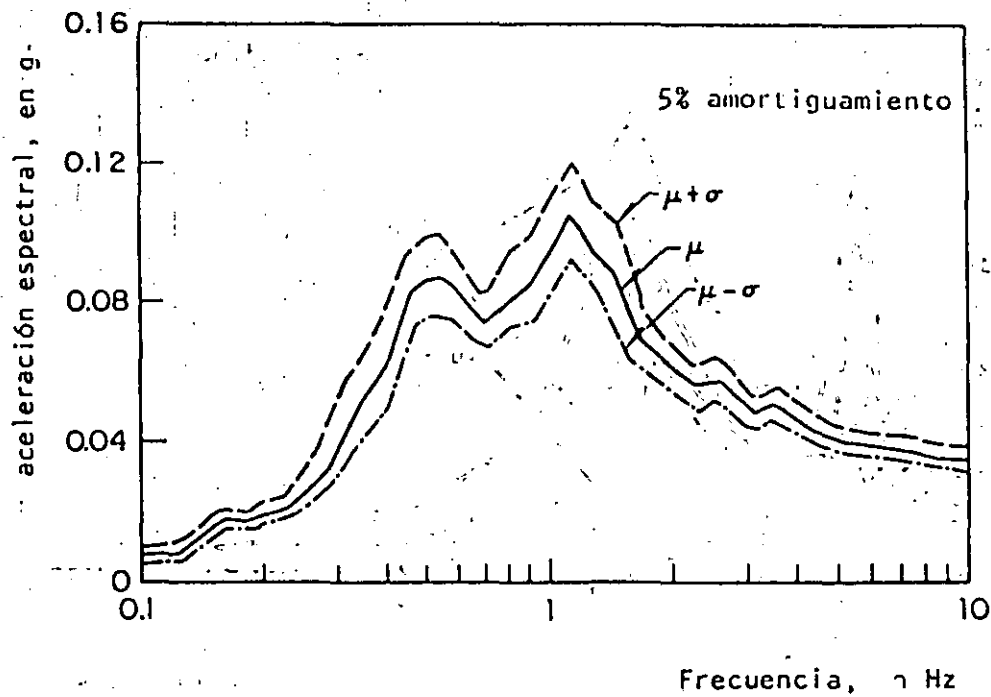


Fig 18 Espectros de respuesta medios ( $\mu$ ), y medio  $\pm$  una desviación estándar ( $\mu \pm \sigma$ )

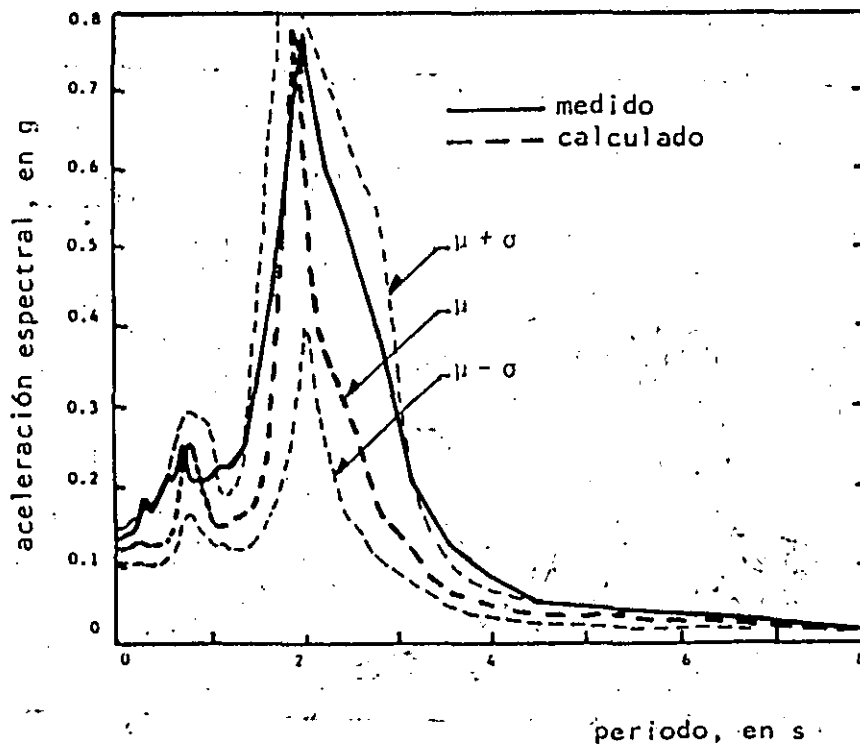


Fig 19 Espectro de aceleraciones absolutas, sitio SCT



THE UNITED STATES OF AMERICA  
DEPARTMENT OF JUSTICE  
FEDERAL BUREAU OF INVESTIGATION  
WASHINGTON, D. C. 20535

MEMORANDUM FOR THE DIRECTOR, FBI

FROM: SAC, NEW YORK

DATE: 1/15/68

SUBJECT: [Illegible]

RE: [Illegible]

NY 100-100000

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

K. G. S. 3

A STUDY OF EARTHQUAKE RESPONSE SPECTRA FOR DIFFERENT  
GEOLOGICAL CONDITIONS

BY BIJAN MOHRAZ

## ABSTRACT

The current earthquake design spectra are based mainly on response spectra from recording stations located on alluvium deposits. A limited number of studies have shown that shape and the magnitude of response spectra for stations located on rock deposits are different from those located on alluvium deposits.

This study examines the effects of geological conditions on the response spectra and the ground-motion parameters such as peak ground acceleration, velocity, and displacement. Design spectra are presented for various sites such as alluvium deposits, rock deposits, and alluvium layers underlain by rock deposits. The study shows that the current design spectra are too conservative for most structures located on competent rock deposits.

## INTRODUCTION

The importance of the response spectrum approach in the seismic design of structures and equipments is well known to earthquake design engineers. The response spectrum was introduced by Biot (1941, 1942) and Housner (1941). During the last decade, two design spectra, one proposed by Housner (1959) and the other by Newmark and Hall (1969) have been used extensively in practice. Both of these spectra are based on the response spectra of the horizontal components of a number of actual earthquake records. Other investigators have suggested different design spectra for specific purposes (e.g., Virdee and Sharpe, 1974; Fallgren *et al.*, 1974; Bolt *et al.*, 1975).

In the past few years, several studies (Blume *et al.*, 1972; Mohraz *et al.*, 1972; Hall *et al.*, 1975a) have been carried out with the objective of developing recommendation for the horizontal and vertical design response spectra for nuclear reactor facilities. These studies were based on a statistical analysis of a large number of actual earthquake ground motions and response spectra. Two of the studies (Blume *et al.*, 1972; Mohraz *et al.*, 1972) were the basis for the AEC design spectra (Newmark *et al.*, 1973; AEC, 1973). These studies have shown that various parameters such as site condition and the level of peak horizontal ground accelerations influence not only the relationships among the ground-motion parameters ( $v/a$  and  $ad/v^2$  where  $a$ ,  $v$ , and  $d$  are the ground acceleration, velocity, and displacement, respectively), but also the shapes of the response spectra. One of the studies (Mohraz *et al.*, 1972) indicated that a response spectrum for a structure on an alluvium deposit is considerably different from that on a competent rock deposit. Since only a few accelerograms from stations located on rock deposits were considered in that study, no conclusive recommendations regarding the design spectra for structures on rock could be made. Similar results were obtained in a recent study by Seed *et al.* (1974). Their study shows that soil conditions affect the shape of spectra to a significant degree; however, the study considers spectra from the horizontal components only, and the results are given for one damping coefficient (5 per cent of critical). Hayashi *et al.* (1971) have studied the effects of soil conditions on Japanese earthquakes, and they, too, show that soil conditions affect the response spectra substantially. Their findings indicate that the normalized response spectra for a rock deposit is, in general, lower than those

for an alluvium deposit. Therefore, the current design spectra which are based largely on records from alluvium deposits are too conservative for most structures located on rock deposits.

The objective of this study is to examine the effects of geological conditions on ground motion, response spectra, and response amplifications. Results from statistical studies are presented and design spectra are given and compared for four site conditions, namely alluvium deposits, rock deposits, deposits of less than approximately 30 ft of alluvium, and deposits of approximately 30 to 200 ft of alluvium, both underlain by rock deposits. The latter two categories were selected primarily because those deposits provide intermediate cases between alluvium and rock, and that substantial earthquake records from stations located on such deposits are available. The results are presented for both horizontal and vertical components of earthquake records and for five damping coefficients.

#### SITE DESCRIPTION

A logical method of studying the effects of geological conditions on ground motion and response spectra is to classify the recording stations according to their shear-wave velocity. However, estimates of shear-wave velocity are available for only a few stations (Wiggins and Hall, 1961). Although detailed site descriptions are available for a limited number of stations (Schnabel *et al.*, 1972), they are not available for many recording stations, especially for the majority of those recording the San Fernando Earthquake of February 9, 1971. A meaningful site classification of various recording stations without a detailed knowledge of their soil properties is a difficult task. A recent estimate of the soil properties of the recording stations conducted by eight members of the Earthquake Engineering Research Laboratory of the California Institute of Technology and reported by Trifunac and Brady (1975) attest to this difficulty. Therefore, a precise site classification of the recording stations is not possible at this time.

With the lack of information regarding the shear-wave velocity and detailed soil properties, general classifications such as whether the station is located on an alluvium deposit, a rock deposit, etc. may be used. Such a classification was used herein. A total of 54 earthquake records (three components from each record) from 46 stations in 16 seismic events were considered in this study. The records were divided into four categories: those located on alluvium deposits, those located on rock deposits, those located on less than 30 ft of alluvium underlain by rock deposits, and those located on 30 to 200 ft of alluvium underlain by rock deposits. A summary of the earthquakes, the recording stations, the station identification and the site description for each category is given in Tables 1 to 4. The site descriptions given in the tables were obtained from Hudson (1971), and Wiggins and Hall (1961).

The stations on alluvium deposit, Table 1, include a number of stations, mostly from the San Fernando Earthquake, with the site description as "alluvium". Since the site description does not specify the thickness of the alluvium deposit, the thickness could conceivably be less than 200 ft. Therefore, the alluvium category should not be interpreted as alluvium with thickness greater than 200 ft but as alluvium with an unspecified thickness.

Because of the lack of adequate records prior to the San Fernando Earthquake, a disproportionate number of records from that earthquake had to be included in the study. The ground motions and the response spectra used in this study were obtained from the Earthquake Engineering Research Laboratory of the California Institute of Technology (Hudson *et al.*, 1971-1975; Trifunac *et al.*, 1972-1975). All records had been adjusted for base line before they were used in the computation of response spectra.

TABLE I  
RECORDS FROM STATIONS ON ALLUVIUM DEPOSITS

Earthquake	Station No.	Site Description	Earthquake	Station No.	Site Description
<i>Imperial Valley, 5/18/40</i> El Centro Valley Irrigation District	117	Alluvium—several 1000 ft	<i>Lower California, 12/30/34</i> El Centro Valley Irrigation District	117	Alluvium—several 1000 ft
<i>Kern County, 7/21/52</i> Caltech Athenacum	475	Approximately 1000 ft of alluvium upon granitic	<i>Parkfield, 6/27/66</i> Cholame, Shandon, Array 5	14	Alluvium
Santa Barbara Courthouse	283	Boulder alluvium—700 ft deep	Cholame, Shandon, Array 8	15	Alluvium
Hollywood Storage Basement	133	700 ft of alluvium	Cholame, Shandon, Array 12	16	Alluvium
Hollywood Storage P.E. Lot	135	700 ft of alluvium	<i>San Fernando, 2/9/71</i> 8244 Orion Blvd.—first floor	241	Alluvium
<i>El Alamo, 2/9/56</i> El Centro Valley Irrigation District	117	Alluvium—several 1000 ft	250 E. First St.—basement	151	Alluvium
<i>Hollister, 4/8/61</i> Hollister City Hall	28	500 ft of alluvium over Cenozoic rock—water table at 50 ft	1640 S. Marengo St.	181	Pleistocene alluvium—water level at 35 ft
<i>Borrego Mountain, 4/8/68</i> El Centro Valley Irrigation District	117	Alluvium—several 1000 ft	3710 Wilshire Blvd.—basement	217	Alluvium
<i>Long Beach, 5/10/33</i> Vernon CMD Building	288	>1000 ft of alluvium, water table >300 ft	7080 Hollywood Blvd.—basement	238	Alluvium
			4680 Wilshire Blvd.—basement	223	Alluvium
			3470 Wilshire Blvd.—subbasement	208	Alluvium
			3407 6th St.—basement	199	Alluvium
			Vernon CMD Building	288	>1000 ft of alluvium—water table >300 ft
			633 E. Broadway, Glendale	122	Alluvium
			808 S. Olive St.—street level	175	Alluvium
			120 N. Robertson Blvd.—subbasement	143	Alluvium

To consider the effects of strong motion, only records with a maximum horizontal ground acceleration greater than 0.05 g were used in the study. This limit is generally used to classify strong-motion records. In comparison, Richter (1958) gives 0.1 g as the damaging acceleration to weak construction.

TABLE 2  
RECORDS FROM STATIONS ON ROCK DEPOSITS

Earthquake	Station No.	Site Description
<i>San Francisco, 3/22/57</i>		
Golden Gate Park	77	Siliceous sandstone
<i>Helena, Montana, 10/31/35</i>		
Helena, Montana Carroll College	323	Limestone bedrock
<i>San Fernando, 2/9/71</i>		
Pacoima Dam	279	Highly jointed diorite gneiss
Castaic Old Ridge Road	110	Sandstone
Water and Power Building—basement	137	Miocene siltstone
Santa Felicia Dam	284	Sandstone—shale complex
Caltech. Seismological Lab.	266	Weathered granitic
Lake Hughes, Array Station 1	125	Granitic
Lake Hughes, Array Station 4	126	Weathered granitic
Lake Hughes, Array Station 9	127	Gneiss
Griffith Park Observatory	141	Granitic
Fairmont Reservoir	121	Granitic
Santa Anita Reservoir	104	Granitic diorite complex

TABLE 3  
RECORDS FROM STATIONS ON LESS THAN THIRTY FEET OF ALLUVIUM UNDERLAIN BY ROCK DEPOSITS

Earthquake	Station No.	Site Description
<i>San Fernando Earthquake, 2/9/71</i>		
Lake Hughes, Array Station 12	128	Eocene sandstone below a shallow (10 ft ±) layer of alluvium
616 S. Normandie Avenue	431	Alluvium—siltstone at 25 ft
6074 Park Drive, Wrightwood*	290	Alluvium veneer on igneous metamorphic complex
Carbon Canyon Dam	108	Thin alluvium over poorly cemented siltstone
2500 Wilshire Blvd.—basement	449	Alluvium—siltstone at 20–30 ft, water table at 35 ft
4867 Sunset Blvd.—basement	226	Shallow alluvium over Miocene siltstone

\*Two different records at the same location were included in the study.

#### STATISTICAL STUDY OF RESPONSE SPECTRA

Three regions of amplifications can be determined in a typical response spectrum; the low-frequency or displacement region, the intermediate-frequency or velocity region, and the high-frequency or acceleration region. In each region, the corresponding ground motion is amplified the most. One procedure for constructing a design response spectrum is to estimate the three amplifications (displacement, velocity, and acceleration) and the

three ground-motion parameters at the site, and then obtain the spectrum ordinates in each region from the product of the ground motion and its amplification in that region.

Since the peak ground motions, acceleration (a), velocity (v), displacement (d), for various earthquake records differ, the computed response quantities (response spectra) cannot be used on an absolute basis in a statistical analysis. In the past, two procedures have been used to normalize response spectra and to determine design spectra. One procedure is to equate the areas under the spectra between any two frequencies (Housner, 1959). The other procedure is to obtain, at each frequency, the ratio of the computed response to the maximum ground motion for acceleration velocity, and displacement.

TABLE 4

RECORDS FROM STATIONS ON THIRTY TO TWO HUNDRED FEET OF ALLUVIUM UNDERLAIN BY ROCK DEPOSITS

Earthquake	Station No.	Site Description
<i>Northwest California, 10/7/51</i> Ferndale City Hall	23	40 to 80 ft of alluvium over 100 ft of sandstone over siltstone
<i>Kern County, 7/21/52</i> Taft Lincoln School Tunnel	95	40 ft of alluvium over poorly cemented sandstone
<i>Eureka, 12/21/54</i> Ferndale City Hall	23	40 to 80 ft of alluvium over 100 ft of sandstone over siltstone
<i>First Northwest California, 9/11/38</i> Ferndale City Hall	23	40 to 80 ft of alluvium over 100 ft of sandstone over siltstone
<i>Northern California, 9/22/52</i> Ferndale City Hall	23	40 to 80 ft of alluvium over 100 ft of sandstone over siltstone
<i>Wheeler Ridge California, 1/12/54</i> Taft Lincoln School Tunnel	95	40 ft of alluvium over poorly cemented sandstone
<i>San Fernando Earthquake, 2/9/71</i> UCLA Reactor Lab.	140	70 ft of alluvium over 5000 ft of sedimentary rock
900 S. Fremont	482	Few 100 ft alluvium over siltstone
San Antonio Dam	287	Up to 150 ft of alluvium over granitic

These ratios, called the amplification factors (acceleration amplification, velocity amplification, etc.), can be used to develop design spectra by multiplying the estimated ground motions by their corresponding amplifications (Mohraz *et al.*, 1972). Such a procedure was used in this study.

For each site category, the response spectra for that category were divided into three groups: the first group includes the horizontal components with the larger peak ground acceleration, the second includes the horizontal components with the smaller peak ground acceleration, and the third includes the vertical components. The reason for dividing the spectra for the horizontal components into two groups is to exclude the effects of components with the smaller peak ground acceleration on amplifications and ground-motion parameters. A previous study (Hall *et al.*, 1975a) had indicated that records with smaller peak ground acceleration affect both the amplifications and the relationship between the ground-motion parameters ( $v/a$  and  $ad/v^2$ ). The results from this study, as discussed later, show similar effects.

For each site category and each acceleration group (larger and smaller peak horizontals and vertical), statistical studies of ground motion and amplifications were carried out

using both a normal and a log-normal distribution. The relationships between the ground-motion parameters such as  $v/a$  and  $ad/v^2$  were computed and the median and standard deviations of the group were obtained. For each damping and at each frequency, the median and the standard deviation were also computed for displacement, velocity, and acceleration amplifications. With the medians and the standard deviations, the amplifications for any percentile could easily be obtained.

A procedure similar to that employed previously (Mohraz *et al.*, 1972; Hall *et al.*, 1975a) was used to determine the design amplifications. The 50 (median) and 84.1 (median plus one standard deviation) percentile amplifications were plotted on a standard response spectra paper (4-way log paper) to determine the appropriate shape and the frequency regions of the three amplifications. Based on a number of plots, frequency regions of 0.1 to 0.3 Hz, 0.3 to 3.0 Hz, and 3.0 to 8.0 Hz were used, respectively, for computing the displacement, velocity, and acceleration amplifications in the horizontal direction. Similar regions were used for computing the displacement and velocity amplifications in the vertical direction. However, because of the presence of higher frequencies in the motion in the vertical direction (Housner, 1972), the frequency region for computing the acceleration amplification was increased to 3.0 to 10.0 Hz. These regions are identical to those used by Hall *et al.* (1975a).

Because in each region, the corresponding amplifications were nearly constant, they were averaged within the region to obtain design amplifications. A design spectrum can be constructed by computing the spectral bounds in each frequency region as the product of the ground motion and the response amplification. It should be noted that the phrase "spectral bound" used herein implies the product of ground motion and amplification and not the maximum envelope. A detailed procedure for selecting the appropriate frequency regions and the transition region (the region for which the spectral acceleration reduces to the ground acceleration) is given by Hall *et al.* (1975a).

#### DISCUSSION AND PRESENTATION OF RESULTS

(a) *Ground motion.* Among the three ground-motion parameters, the maximum horizontal acceleration is usually the parameter specified for design. Estimates of the vertical ground acceleration and the horizontal and vertical ground velocities and displacements are obtained from the relationships among the ground-motion parameters.

Two ratios are generally used to estimate the velocity and displacement from the specified design acceleration (Mohraz *et al.*, 1972; Hall *et al.*, 1975a). One is the ratio of the velocity to acceleration,  $v/a$ , and the other is the ratio of the acceleration-displacement product to the square of the velocity,  $ad/v^2$ . The reason for selecting the  $ad/v^2$  ratio instead of  $d/a$  or  $d/v$  ratios is that certain ground motion and response spectrum characteristics can be correlated to the  $ad/v^2$  ratio (Newmark and Rosenbleuth, 1971).

A statistical summary of the  $v/a$  and  $ad/v^2$  ratios for the four geological conditions used in this study is given in Table 5. For each site category, the ratios are given for three groups; the first group corresponds to the horizontal components of records with the larger peak ground acceleration, the second to the horizontal components of records with the smaller peak ground acceleration, and the third to the vertical components.

The ratios given in Table 5 are from a log-normal distribution. Although the log-normal distribution was found to be a better distribution, in the majority of cases the results from the two distributions were in close agreement. The ratios are given for the median (50 percentile), and the median plus one standard deviation (84.1 percentile). Since for the log-normal distribution, unlike the normal distribution, the median and the mean are different, the mean values are also presented.

The table indicates that the  $v/a$  ratios for rock are substantially lower than those for alluvium. For each site category, the  $v/a$  ratios for the horizontal components with the larger peak ground acceleration are lower than the ratios for components with the smaller peak ground acceleration. Since the maximum horizontal ground acceleration is the parameter usually specified for design, a realistic estimate of the ground velocity is

TABLE 5  
SUMMARY OF  $v/a$  AND  $ad/v^2$  RATIOS (Log-Normal distribution)

Site Category	Group*	$v/a$ (in/sec)/g			$ad/v^2$		
		Percentile			Percentile		
		50	84.1	Mean	50	84.1	Mean
Rock	L	24	38	27	5.3	11.0	6.9
	S	27	44	30	5.2	11.2	7.0
	V	28	45	31	6.1	11.8	7.6
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	L	30	57	37	4.5	7.7	5.2
	S	39	62	43	4.2	8.2	5.2
	V	33	53	37	6.8	13.3	8.5
30-200 ft of alluvium underlain by rock	L	30	46	33	5.1	7.8	5.6
	S	36	58	41	3.8	6.4	4.3
	V	30	46	33	7.6	13.7	9.1
Alluvium	L	48	69	51	3.9	6.0	4.3
	S	57	85	62	3.5	4.9	3.7
	V	48	70	51	4.6	7.0	5.0

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

TABLE 6  
SUMMARY OF PEAK GROUND ACCELERATION RATIOS\*  
(Log-Normal Distribution)

Site Category	Smaller to Larger Horizontal			Vertical to Larger Horizontal		
	Percentile			Percentile		
	50	84.1	Mean	50	84.1	Mean
Rock	0.81	0.99	0.82	0.48	0.69	0.52
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	0.89	1.01	0.89	0.47	0.62	0.49
30-200 ft of alluvium underlain by rock	0.82	0.96	0.83	0.40	0.66	0.46
Alluvium	0.75	0.96	0.78	0.42	0.61	0.45

\*Ratios have been rounded off.

obtained from the mean  $v/a$  ratio of the group with the larger peak ground acceleration. This is contrary to the present practice where the ground velocity is estimated from the mean  $v/a$  ratio of all horizontal components and not the components with the larger peak ground acceleration. The table also shows that the  $v/a$  ratios for the two alluvium layers underlain by rock are between those for rock and alluvium. In the majority of



horizontal components with the larger peak ground acceleration are presented in Figure 1. The plots are for spectra with 2 per cent of critical damping. The plots indicate that the acceleration amplification for alluvium deposits extends over a larger frequency region than the amplification for other site categories. The maximum acceleration amplification for the two alluvium layers underlain by rock deposits is greater than the maximum amplification for either rock or alluvium. The maximum acceleration amplification for less than 30 ft of alluvium on rock is approximately 40 per cent greater than that for alluvium and about 33 per cent greater than that for rock. This is a significant increase in the amplification, and it should be accounted for in the design of structures on such deposits. Admittedly, the results are based on a limited number of records; nevertheless, the increase in the maximum amplification is significant. A similar trend is noted also for the 30 to 200 ft of alluvium on rock. For this category the increase in the maximum amplification is about 18 per cent as compared to alluvium deposits and 12 per cent as compared to rock deposits.

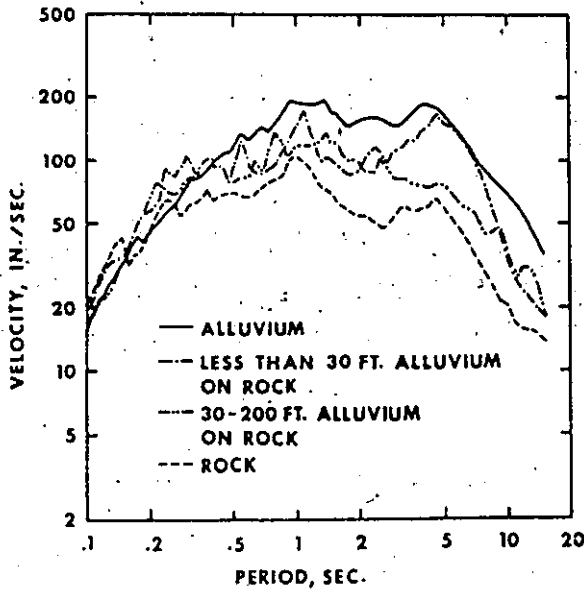


FIG. 3. Median-plus-one standard-deviation response spectra for 2 per cent of critical damping normalized to a unit (1.0 g) horizontal ground acceleration.

A comparison between the average acceleration amplification for 5 per cent of critical damping for rock deposits from this study and that by Seed *et al.* (1974) is shown in Figure 2. The results from the two studies are in close agreement. The small discrepancy between the two plots is due to slightly different records considered in the two studies and the grouping of the horizontal components of the records. Seed *et al.* (1974) included both horizontal components of the records in one group, whereas in this study the horizontal components were divided into two groups. The plot in Figure 2 is for the horizontal components with the larger peak ground acceleration.

The median-plus-one standard-deviation (84.1 percentile) response spectra normalized to a unit (1.0 g) horizontal ground acceleration for the four site categories are given in Figure 3. The plots are for 2 per cent of critical damping and for horizontal components with the larger peak ground acceleration. The plots indicate that for short periods (high frequencies) the spectral ordinates for the alluvium deposits are lower than those for the other three site categories, whereas, for intermediate and long periods, the ordinates

TABLE 7  
SUMMARY OF AMPLIFICATIONS FOR ROCK DEPOSITS  
(Log-Normal Distribution)

Damping (% of critical)	Group*	Displacement		Velocity		Acceleration	
		Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1
0	L	2.54	4.14	2.20	3.59	4.35	7.02
	S	2.59	4.18	2.36	3.93	5.17	8.14
	V	2.69	4.60	2.21	3.72	5.10	8.15
2	L	2.13	3.29	1.57	2.44	2.57	3.80
	S	2.11	3.14	1.65	2.49	2.90	4.16
	V	2.22	3.53	1.55	2.40	2.76	3.81
5	L	1.83	2.71	1.28	1.90	1.98	2.82
	S	1.81	2.59	1.34	1.93	2.20	3.04
	V	1.88	2.86	1.24	1.85	2.06	2.70
10	L	1.53	2.16	1.04	1.48	1.56	2.11
	S	1.53	2.09	1.09	1.52	1.72	2.29
	V	1.59	2.29	1.01	1.46	1.61	2.03
20	L	1.21	1.61	0.81	1.11	1.22	1.54
	S	1.21	1.57	0.84	1.13	1.29	1.65
	V	1.22	1.57	0.84	1.13	1.29	1.65

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

TABLE 8  
SUMMARY OF AMPLIFICATIONS FOR LESS THAN THIRTY FEET ALLUVIUM UNDERLAIN BY ROCK DEPOSITS  
(Log-Normal Distribution)

Damping (% of critical)	Group*	Displacement		Velocity		Acceleration	
		Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1
0	L	3.48	5.15	2.51	4.70	6.79	10.42
	S	3.20	5.08	2.30	3.68	6.95	10.17
	V	3.16	5.03	2.60	3.79	6.79	10.55
2	L	3.00	4.15	1.72	2.86	3.51	4.76
	S	2.73	4.23	1.55	2.35	3.59	4.73
	V	2.72	4.10	1.72	2.39	3.17	4.28
5	L	2.53	3.30	1.33	2.09	2.60	3.38
	S	2.33	3.48	1.21	1.79	2.66	3.37
	V	2.32	3.38	1.33	1.83	2.25	2.93
10	L	2.05	2.54	1.04	1.56	2.04	2.54
	S	1.91	2.73	0.96	1.38	2.04	2.49
	V	1.92	2.71	1.04	1.41	1.69	2.09
20	L	1.54	1.80	0.79	1.13	1.52	1.81
	S	1.45	1.95	0.72	1.02	1.47	1.73
	V	1.49	2.03	0.77	1.01	1.23	1.46

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

TABLE 9  
SUMMARY OF AMPLIFICATIONS FOR THIRTY TO TWO HUNDRED FEET OF ALLUVIUM UNDERLAIN BY ROCK DEPOSITS  
(Log-Normal Distribution)

Damping (% of critical)	Group*	Displacement		Velocity		Acceleration	
		Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1
0	L	2.70	4.28	2.96	5.05	5.18	8.48
	S	2.44	4.23	2.92	4.91	5.57	8.85
	V	2.48	4.22	3.45	6.01	5.99	10.04
2	L	2.21	3.34	1.89	2.91	3.04	4.13
	S	1.99	3.25	1.88	2.85	3.09	4.11
	V	1.97	3.24	2.07	3.35	2.93	4.22
5	L	1.85	2.73	1.47	2.19	2.29	2.94
	S	1.70	2.65	1.49	2.17	2.34	2.88
	V	1.62	2.60	1.55	2.42	2.17	2.95
10	L	1.52	2.18	1.51	1.65	1.77	2.19
	S	1.46	2.13	1.18	1.67	1.83	2.17
	V	1.30	2.03	1.19	1.79	1.69	2.18
20	L	1.19	1.64	0.87	1.19	1.37	1.60
	S	1.20	1.62	0.89	1.20	1.42	1.62
	V	0.99	1.48	0.88	1.25	1.33	1.60

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

TABLE 10  
SUMMARY OF AMPLIFICATIONS FOR ALLUVIUM DEPOSITS  
(Log-Normal Distribution)

Damping (% of critical)	Group*	Displacement		Velocity		Acceleration	
		Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1	Percentile 50	84.1
0	L	3.14	4.57	2.84	4.76	4.76	7.52
	S	3.04	4.45	2.79	4.65	5.80	9.18
	V	2.71	4.30	2.83	4.82	6.53	10.91
2	L	2.51	3.43	1.84	2.77	2.60	3.55
	S	2.45	3.38	1.78	2.73	2.98	4.00
	V	2.17	3.27	1.77	2.80	3.09	4.43
5	L	2.07	2.78	1.44	2.08	2.01	2.58
	S	2.02	2.74	1.39	2.07	2.26	2.86
	V	1.74	2.70	1.36	2.14	2.28	3.08
10	L	1.68	2.19	1.13	1.58	1.62	1.99
	S	1.67	2.18	1.09	1.58	1.81	2.19
	V	1.44	2.15	1.05	1.59	1.77	2.32
20	L	1.30	1.62	0.85	1.15	1.31	1.53
	S	1.30	1.62	0.80	1.13	1.42	1.65
	V	1.12	1.61	0.78	1.12	1.36	1.69

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

are higher. For periods between 1.5 to 3.0 sec, the spectral ordinates for the alluvium deposits are 2.5 to 3.0 times larger than those for rock deposits. The figure shows that the spectra for the two alluvium layers underlain by rock fall between those for alluvium and rock for most periods.

Computations similar to those of Figure 3 were carried out for spectra normalized to ground velocity and displacements for both horizontal and vertical components. These computations were used to obtain the three design amplifications as discussed earlier.

Summaries of the three amplifications for the four site categories are given in Tables 7 to 10. The amplifications are given for 50 and 84.1 percentiles for the three components of the records and five damping coefficients. For both the rock and alluvium deposits (Tables 7 and 10), the acceleration amplifications for the horizontal components with the larger peak ground acceleration are lower than amplifications for the other horizontal components. However, this trend is not observed for the two alluvium layers underlain by rock. A possible explanation is that the number of records (sample size) for these two categories was smaller than those for alluvium or rock. In addition, because the smaller to larger peak horizontal acceleration ratio for these two categories is close to unity (Table 6), no significant discrepancy between the amplifications in the two horizontal directions is to be expected.

Although the statistical values of amplifications for the combined horizontal groups were not computed, the error in estimating them by simply averaging the values for the two horizontal groups is not significant since the amplifications for the two groups are close to each other. The design amplifications given in Tables 7 to 10 and the ground-motion relationships given in Table 5 may be used together to estimate the design spectral bounds for acceleration, velocity, and displacement. For a unit ground acceleration, an estimate of velocity,  $v$ , and displacement,  $d$ , may be obtained from  $v/a$  and  $ad/\omega^2$ , respectively. The spectral bounds could then be computed from the product of ground motion and the corresponding amplifications. The desired degree of conservatism could be included in the spectral bound by selecting higher percentiles for either or both ground motions and amplifications. In past studies (Mohraz *et al.*, 1972; Hall *et al.*, 1975a) median or average ground motions and the 84.1 percentile amplifications have been used to construct the design spectra.

Computations for spectral bounds for the four site categories and the five damping coefficients were carried out using the mean ground motions and the 84.1 percentile amplifications. The results for a unit (1.0 g) ground acceleration are presented in Table 11. The mean rather than the median ground motions were used because the mean values are the weighted or arithmetic averages and are, therefore, better representative values of the sample than the medians. The results show that the spectral bounds for the group including the horizontal components with the larger peak ground acceleration are smaller than those for the group with the smaller horizontal acceleration. The difference between the spectral bounds of the two horizontal groups is caused mainly by the differences in the ground motions for the two groups as discussed earlier (see Table 5).

With the spectral bounds presented in Table 11, design spectra for a given site category and a given damping coefficient can easily be constructed on a standard response spectrum paper (4-way log paper). A procedure similar to that given by Hall *et al.* (1975a) could be employed.

The variation of the spectral bounds with the damping coefficient for acceleration, velocity, and displacement for the horizontal components with the larger peak ground acceleration are presented in Figures 4 to 6, respectively. The figures indicate the three spectral bounds vary linearly with the logarithm of the damping coefficient. The results for 0.5 and 1.0 per cent damping coefficients were obtained by interpolating the values

TABLE 11  
SPECTRAL BOUNDS FOR UNIT (1.0 g) GROUND ACCELERATIONS

Site Category	Group*	Damping (Percent of Critical)														
		0			2			5			10			20		
		Displ. (in)	Veloc. (in/sec)	Accel. (g)	Displ. (in)	Veloc. (in/sec)	Accel. (g)	Displ. (in)	Veloc. (in/sec)	Accel. (g)	Displ. (in)	Veloc. (in/sec)	Accel. (g)	Displ. (in)	Veloc. (in/sec)	Accel. (g)
Rock	L	54	97	7.02	43	66	3.80	35	51	2.82	28	40	2.11	21	30	1.54
	S	71	118	8.14	53	75	4.16	44	58	3.04	36	46	2.29	27	34	1.65
	V	87	115	8.15	67	74	3.81	54	57	2.70	44	45	2.03	30	35	1.65
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	L	93	174	10.42	75	106	4.76	59	77	3.38	46	58	2.54	32	42	1.81
	S	127	158	10.17	106	101	4.73	87	77	3.37	68	59	2.49	49	44	1.73
	V	151	140	10.55	123	88	4.28	101	68	2.93	81	52	2.09	61	37	1.46
30-200 ft of alluvium underlain by rock	L	68	167	8.48	53	96	4.13	44	72	2.94	35	54	2.19	26	39	1.60
	S	80	201	8.85	62	117	4.11	50	89	2.88	41	68	2.17	31	49	1.62
	V	110	198	10.04	84	110	4.22	68	80	2.95	53	59	2.18	38	41	1.60
Alluvium	L	132	242	7.52	99	141	3.55	81	106	2.58	63	81	1.99	47	59	1.53
	S	160	288	9.18	122	169	4.00	99	128	2.86	78	98	2.19	58	70	1.65
	V	146	246	10.91	111	143	4.43	92	109	3.08	73	81	2.32	55	57	1.69

\*L indicates horizontal components with the larger peak ground acceleration; S, horizontal components with the smaller peak ground acceleration; V, vertical components.

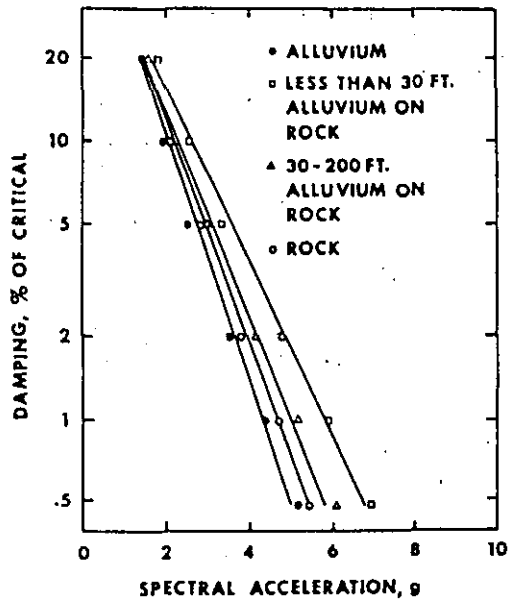


FIG. 4. Variation of spectral acceleration with damping for a unit ( $1.0g$ ) ground acceleration components with the larger peak ground acceleration).

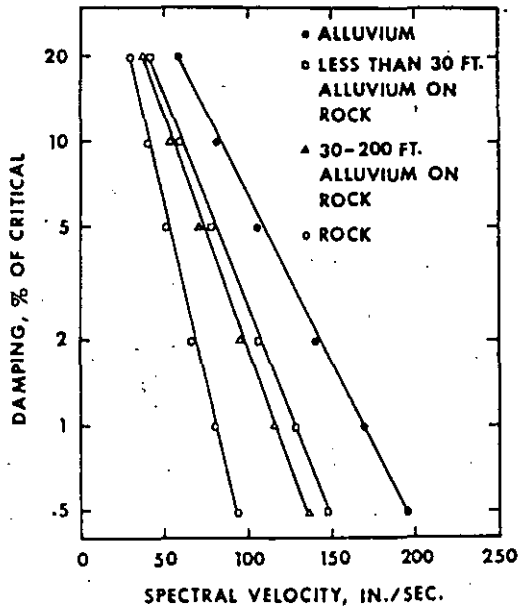


FIG. 5. Variation of spectral velocity with damping for a unit ( $1.0g$ ) ground acceleration components with the larger peak ground acceleration).

from an arithmetic plot of spectral bounds and damping coefficients. Fig provide a convenient means of obtaining the spectral bounds for any damping. The plots for displacement spectral bounds, Figure 6, overestimates the spectra a damping coefficient of 0.5 per cent of critical.

A comparison between the horizontal spectral bounds for 2 and 10 per cent of critical damping for alluvium deposits from this study and those obtained in previous studies (Mohraz *et al.*, 1972; Hall *et al.*, 1975a) is given below.

For 2 per cent of critical damping

	Displacement (in)	Velocity (in/sec)	Acceleration (g)
Previous studies	90	143	3.65
This study	99	141	3.55

For 10 per cent of critical damping

	Displacement (in)	Velocity (in/sec)	Acceleration (g)
Previous studies	58	87	2.01
This study	63	81	1.99

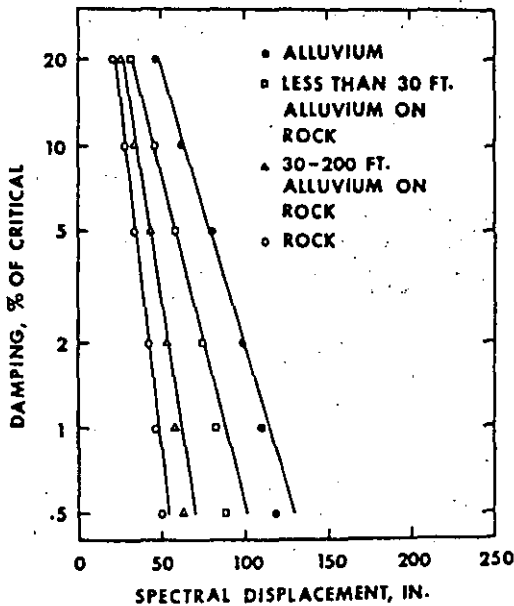


Fig. 6. Variation of spectral displacement with damping for a unit (1.0 g) ground acceleration (horizontal components with the larger peak ground acceleration).

The small differences between the two sets of values are caused mainly by two factors. In the studies by Mohraz *et al.* (1972) and Hall *et al.* (1975a), both horizontal components were included in the same group, whereas in this study they were included in two groups (the values presented above are for the horizontal components with the larger peak ground acceleration). In addition, the records used in those studies included a few from stations located on rock deposits whereas the values from this study are for alluvium deposits only. Even with these differences the results are in close agreement.

The average ratios of the spectral bounds (ratios of the smaller to larger and the vertical to larger peak horizontal acceleration) for each site category are given in Table 12. These ratios were computed to provide a relative measure of spectral bounds for one group in terms of another. Since for each site category the ratios did not vary significantly with the damping coefficients, the normal and log-normal means within the three significant figures shown were identical. In the majority of cases, the ratios are greater than unity

indicating that the spectral bounds for the vertical components and the horizontal components with the smaller peak ground acceleration are greater than those for groups with larger peak ground acceleration. However, because the peak ground accelerations for the three components are not the same, the ratios presented in Table 12 should be adjusted for the acceleration ratios given in Table 6.

TABLE 12  
AVERAGE SPECTRAL BOUND RATIOS\*

Site Category	Ratio†	Displ.	Veloc.	Accel.
Rock	SL	1.28	1.16	1.10
	VL	1.54	1.15	1.03
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	SL	1.45	0.99	0.98
	VL	1.73	0.85	0.88
30 to 200 ft of alluvium underlain by rock	SL	1.17	1.24	1.00
	VL	1.54	1.12	1.04
Alluvium	SL	1.23	1.20	1.13
	VL	1.14	1.01	1.23

\*Averages of 5 damping coefficients.

†SL is ratio for horizontal components with the smaller peak ground acceleration to components with the larger peak ground acceleration. VL is ratio for vertical components to horizontal components with the larger peak ground acceleration.

TABLE 13  
ADJUSTED SPECTRAL BOUND RATIOS

Site Category	Ratio*	Adjusted by Mean Acceleration Ratio			Adjusted by 84.1 Percentile Acceleration Ratio		
		Displ.	Veloc.	Accel.	Displ.	Veloc.	Accel.
Rock	SL	1.05	0.95	0.90	1.27	1.15	1.09
	VL	0.80	0.60	0.54	1.06	0.79	0.71
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	SL	1.29	0.88	0.87	1.46	1.00	0.99
	VL	0.85	0.42	0.43	1.07	0.53	0.55
30 to 200 ft of alluvium underlain by rock	SL	0.97	1.03	0.83	1.12	1.19	0.96
	VL	0.71	0.52	0.48	1.02	0.74	0.69
Alluvium	SL	0.96	0.94	0.88	1.16	1.15	1.08
	VL	0.51	0.45	0.55	0.70	0.62	0.75

\*SL is ratio for horizontal components with the smaller peak ground acceleration to components with the larger peak ground acceleration. VL is ratio for vertical components to horizontal components with the larger peak ground acceleration.

The adjusted spectral bound ratios are given in Table 13. These ratios were obtained by multiplying the ratios in Table 12 by the mean and the 84.1 percentile acceleration ratios in Table 6. The results show that for each site category, the adjusted ratios for displacement, velocity, and acceleration vary from each other. In the present practice, the vertical spectrum is taken generally as 2/3 of the horizontal spectrum across the entire frequency range (Hall *et al.*, 1975a; 1975b). The adjusted ratios in Table 13 show



the use of 2/3 is conservative if it is based on the mean adjusted ratios and in fact, closer to the 84.1 percentile ratios. However, the use of 2/3 ratio has been justified to account for variations slightly greater than median values and to account for the higher modifications that often are found for low-intensity earthquakes (Hall *et al.*, 1975a; 1975b).

### DESIGN SPECTRA

Since the majority of design spectra are based on records from stations located on alluvium, it therefore seems reasonable to compare the design spectra for the other three site categories with those of alluvium. For each of the three site categories, i.e., the rock

TABLE 14  
SPECTRAL BOUNDS NORMALIZED TO THOSE OF ALLUVIUM DEPOSITS

Site Category	Damping (% of crit.)	Displ.	Veloc.	Accel.
Rock	0	0.41	0.40	0.93
	2	0.43	0.47	1.07
	5	0.43	0.48	1.09
	10	0.44	0.49	1.06
	20	0.45	0.51	1.01
	mean		0.43	0.47
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	0	0.70	0.72	1.39
	2	0.76	0.75	1.34
	5	0.73	0.73	1.31
	10	0.73	0.72	1.28
	20	0.68	0.71	1.18
	mean		0.72	0.73
30 to 200 ft of alluvium underlain by rock	0	0.52	0.69	1.13
	2	0.54	0.68	1.16
	5	0.54	0.68	1.14
	10	0.56	0.67	1.10
	20	0.55	0.66	1.05
	mean		0.54	0.68

deposits and the two alluvium layers underlain by rock deposits, the ratios of the displacement, velocity, and acceleration spectral bounds to those for alluvium deposits were computed and are given in Table 14. These ratios are for the horizontal components with the larger peak ground accelerations and were obtained from Table 11. For each damping coefficient the ratios are nearly constant. The means for the ratios in each column for the three site categories are also given in Table 14. The ratios indicate that the current design spectra, which are based primarily on records from stations located on alluvium deposits are, in general, too conservative for other site categories. For example, for rock deposits, the spectral bounds for low and intermediate frequency regions are approximately one half of those for alluvium, whereas, for high frequencies (short periods) the spectral bound is higher. Similarly for the two alluvium layers underlain by rock, the spectral bounds for low- and intermediate-frequency regions are on the order of 54 to 73 per cent of those for alluvium deposits, whereas, the bounds for higher frequency are on the order of 112 to 130 per cent of that for alluvium.

TABLE 15  
SITE DESIGN SPECTRA COEFFICIENTS

Site Category	Coefficients		
	Displacement	Velocity	Acceleration
Rock	0.5	0.5	1.05
Less than 30 ft of alluvium underlain by rock	0.75	0.75	1.20
30 to 200 ft of alluvium underlain by rock	0.75	0.75	1.20

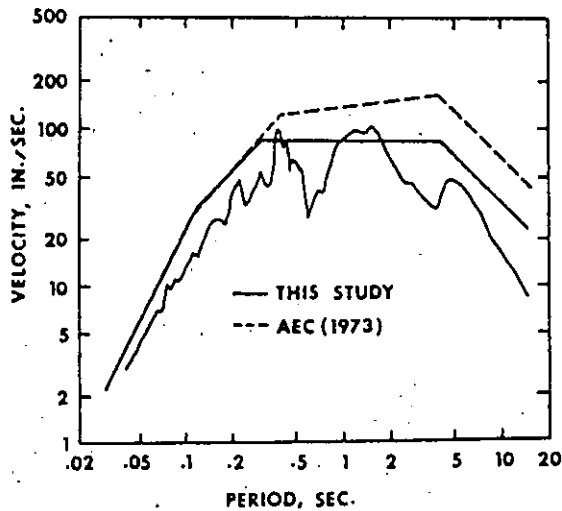


FIG. 7. Comparisons of design spectra for 2 per cent of critical damping and the computed response spectra for the S15W component of Pacoima Dam, San Fernando Earthquake of February 9, 1971 (Trifunac *et al.*, 1972-1975).

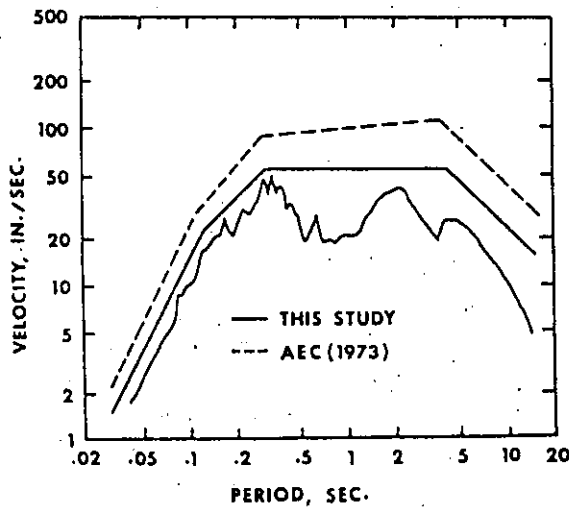


FIG. 8. Comparisons of design spectra for 2 per cent of critical damping and the computed response spectra for the vertical component of Pacoima Dam, San Fernando Earthquake of February 9, 1971 (Trifunac *et al.*, 1972-1975).

With the normalized spectral bounds given in Table 14, one may establish a set of coefficients by which the ordinates of design spectra for alluvium deposits could be multiplied to give design spectra for other site categories. A set of such coefficients is given in Table 15. The reason for selecting only one set of coefficients for both alluvium layers underlain by rock deposits is that the coefficients for these two categories do not vary significantly from each other. In addition, the number of available records for these

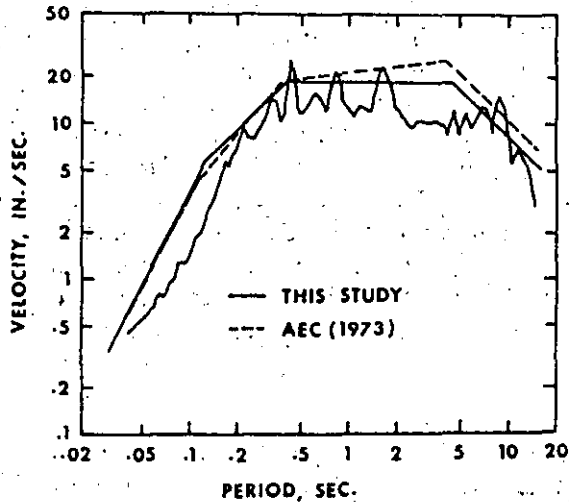


FIG. 9. Comparisons of design spectra for 2 per cent of critical damping and the computed response spectra for the S69E component of Taft-Lincoln School tunnel, Kern County earthquake of July 21, 1952 (Trifunac *et al.*, 1972-1975).

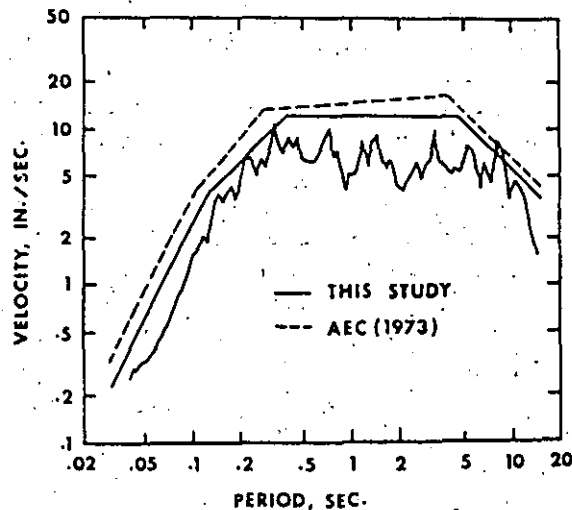


FIG. 10. Comparisons of design spectra for 2 per cent of critical damping and the computed response spectra for the vertical component of Taft-Lincoln School tunnel, Kern County earthquake of July 21, 1952 (Trifunac *et al.*, 1972-1975).

two categories is not as large as that for either the rock or the alluvium deposits; thus, more conservative values should be selected.

Using the coefficients of Table 15 and the design spectral bounds for alluvium deposits given either in Table 11 or by Hall *et al.* (1975a), design spectra for the other three site categories can be obtained. A procedure similar to that of Hall *et al.* (1975a) was used to

puted response  
ary 9, 1971

ed response  
ary 9, 1971

## II. SIMULACION DE ACELEROGRAMAS A PARTIR DE LA DENSIDAD ESPECTRAL DEL MOVIMIENTO

### 1. Información requerida

Con el fin de representar en el dominio del tiempo los movimientos del terreno provocados por temblores debe conocerse la siguiente información:

A. Contenido de frecuencias del movimiento en un sitio dado. Es posible representar esto mediante espectros de amplitudes de Fourier  $|S(\omega)|$ , o de funciones de densidad espectral de potencia  $G(\omega)$  (fig 1) que dependan sólo de la frecuencia o bien que además evolucionen con el tiempo:  $G(\omega, t)$ . Estas medidas se relacionan entre sí como sigue:

$$G(\omega) = |S(\omega)|^2 / (\pi s), \quad \omega > 0 \quad (1)$$

en donde  $s$  es la duración del movimiento en cuestión.

En ciertos casos es importante tomar en cuenta varios componentes del movimiento. Para realizar análisis de estructuras en tres dimensiones (3D) es necesario contar con acelerogramas de componentes múltiples.

Para estos casos es necesario conocer la densidad espectral en cada dirección del movimiento.

B. Duración del temblor, s. Una forma común de estimar la duración del movimiento utiliza la intensidad de Arias,  $I_o$  (Arias, 1970) que consiste en acumular la energía, por unidad de masa, de la aceleración del terreno en función del tiempo.

$$I_o = \frac{2\pi}{g} \int_{t=0}^{t=T} a^2(t) dt \quad (1a)$$

Para estimar  $s$  se ha propuesto la siguiente expresión (Boore y Joyner, 1984):

$$s = T_s + \frac{1}{2\pi\xi f_o} \frac{(T_s f_o)^3}{(T_s f_o)^3 + 0.33} \quad (1b)$$

Donde  $f_o$  representa la frecuencia natural del oscilador. Esta expresión se ha empleado con buenos resultados en estudios basados en registros de la ciudad de México (Ordaz y Reinoso, 1987) Se define como duración  $T_s$  del movimiento al tiempo transcurrido entre los instantes en que se acumulan el 5 y el 95% de la energía

C. Evolución de la intensidad a lo largo del tiempo,  $c(t)$ . Esta función modula las amplitudes de las aceleraciones y está íntimamente relacionada con la esperanza de las aceleraciones al cuadrado  $E[x^2(t)]$  que pueden presentarse en un sitio específico. La envolvente de la varianza puede estimarse usando un criterio de ventanas móviles y posteriormente ajustando la función  $c(t)$  mediante mínimos cuadrados. (Ellis et al, 1990).

A la fecha se han construido curvas de isoduración para la ciudad de México a partir de un número limitado de sismos moderados que han ocurrido a partir de que se instaló la nueva red acelerométrica en la

ciudad (Reinoso et al, 1990). A medida que se obtengan más registros se podrán definir con mayor confiabilidad dichas curvas, las que en el futuro se podrán utilizar para fines de simulación de acelerogramas.

D. Matriz de densidad espectral cruzada. Esta propiedad debe utilizarse para simular acelerogramas correlacionados espacialmente. Los movimientos correlacionados espacialmente son principalmente importantes en el análisis de estructuras de gran longitud. En la práctica ingenieril, hasta esta fecha, es poco usual que se generen artificialmente este tipo de procesos. Para estos casos se debe contar con matrices de coherencia que caractericen los movimientos de por lo menos dos sitios entre sí (Harichandran y Vanmarcke, 1984).

## 2. Generación numérica de acelerogramas

### A. Proceso oscilatorio unidimensional.

La manera más sencilla de generar acelerogramas artificiales es mediante la multiplicación de un proceso estacionario  $z(t)$  y una función moduladora en el tiempo  $c(t)$ , como sigue

$$x(t) = c(t) z(t) \quad (2)$$

El proceso  $z(t)$  generalmente se representa mediante la superposición de senoides con ángulos de fase aleatorias.

$$z(t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (3)$$

en donde  $\phi_i$ ,  $i = 1, N$  representan ángulos de fase independientes

distribuidos uniformemente en el intervalo  $(0, 2\pi)$ , y  $A_i = \sqrt{2 G_z(\omega) \Delta\omega}$

(ver fig 1) en que  $G_z(\omega)$  denota la función de densidad espectral de potencia de  $z(t)$ , que tiene valores sólo positivos;  $N$  es el número tal que al multiplicarse por el intervalo de frecuencias  $\Delta\omega$  resulta la

frecuencia límite superior  $\omega_u = N\Delta\omega$  más allá de la cual  $G_2(\omega)$  tiene valores despreciables;  $z(t)$  es un proceso que tiene una periodicidad  $2\pi/\Delta\omega$

El proceso  $x(t)$  resulta de multiplicar la función moduladora  $c(t)$  por una superposición de senoides (ec 2). Dicha superposición pertenece a un proceso gaussiano estacionario con media cero. La familia del proceso  $x(t)$  presenta la siguiente forma de densidad espectral:

$$G_x(\omega) = |c(t)|^2 G_2(\omega) \quad (4)$$

La función  $c(t)$  es determinista. Ella está directamente relacionada con la varianza de  $x(t)$ .

Se han sugerido diversas formas para  $c(t)$ . Algunas de ellas se enlistan enseguida

a) En forma de trapecio (Sandi, 1988):

$$c(t) = 0 \quad t \leq t_1$$

$$c(t) = \alpha \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \quad t_1 < t \leq t_2$$

$$c(t) = \beta \quad t_2 < t \leq t_3$$

$$c(t) = \alpha \frac{t_0 - t}{t_0 - t_3} \quad t_3 < t \leq t_0$$

b) Superposición de  $n$  funciones gaussianas truncadas (Grigoriu, Ruiz y Rosenblueth, 1988):

$$c^2(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \exp(-(t - t_i)^2 / \beta_i) \quad 0 \leq t \leq t_0$$

Para generar muestras aleatorias correspondientes a este proceso se emplea la expresión siguiente:

$$x(t) = c(t) \sum_{q=1}^n A(\omega_q, t) (V_q \cos \omega_q t + \omega_q \text{ sen } \omega_q t) \quad (7)$$

en que  $V_q$  y  $\omega_q$  son variables aleatorias independientes distribuidas normalmente con media nula y varianza unitaria, y  $A(\omega_q, t)$  está dada por

$$A(\omega_q, t) = \sqrt{2G(\omega, t) \Delta\omega} \quad (8)$$

en donde  $G(\omega, t)$  es la densidad espectral evolutiva y  $\Delta\omega$  el intervalo de frecuencias.

En la fig 2 se presenta un diagrama de bloques para la generación numérica de temblores de acuerdo con este procedimiento.

**C. Proceso multidimensional de una variable.**

Una forma de simular el movimiento de cierto proceso  $z$  en  $n$  dimensiones, de modo similar a lo planteado en la ec 2a, es como sigue:

$$z(\underline{t}) = \sum_{k_1=1}^{N_1} \sum_{k_2=1}^{N_2} \dots \sum_{k_n=1}^{N_n} [2G(\omega_1, \dots, \omega_n) \Delta\omega_1 \dots \Delta\omega_n]^{1/2} \cos(\omega_1 t_1 + \dots + \phi_{\omega_1, \dots, \omega_n}) \quad (9)$$

Aquí  $z(\underline{t})$  representa un campo estocástico  $n$ -dimensional estacionario:  $z(\underline{t}) = [z_1(t) \dots z_n(t)]$ , generado a partir de un proceso  $z_0(\underline{t})$  cuya media es cero  $E[z_0(\underline{t})] = 0$ , y cuya función de densidad espectral es  $G(\omega_1, \dots, \omega_n)$ ;  $\phi_{\omega_1, \dots, \omega_n}$  son ángulos de fase independientes distribuidos uniformemente entre 0 y  $2\pi$ , y  $\Delta\omega_i, i=1, \dots, n$  son incrementos de la frecuencia asociados a cada dimensión.



Al multiplicar el proceso estacionario  $z(\underline{t})$  por un conjunto de funciones moduladores  $c(\underline{t})$  se obtiene uno no estacionario multidimensional (ver ec 2):

$$x(\underline{t}) = c(\underline{t}) z(\underline{t}) \quad (10)$$

La ec 9 puede escribirse en forma simplificada:

$$z(\underline{t}) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N A(\underline{\omega}_k) \cos(\underline{\omega}_k \underline{t} + \phi_k) \quad (11)$$

donde  $N = N_1 \dots N_n$

$$A(\underline{\omega}_k) = (G(\underline{\omega}_k) \Delta\omega_1 \dots \Delta\omega_n)^{1/2} = \sqrt{G(\underline{\omega}_k) \Delta\omega}$$

#### D. Proceso multidimensional de varias variables.

Si se requiere simular un conjunto de  $m$  tipos de movimientos (campos estocásticos), cada uno con  $n$  componentes o direcciones se debe emplear la matriz de densidad cruzada espectral definida como

$$\underline{S}(\underline{\omega}) = \begin{bmatrix} S_{11}(\underline{\omega}) & S_{12}(\underline{\omega}) & \dots & S_{1m}(\underline{\omega}) \\ S_{21}(\underline{\omega}) & S_{22}(\underline{\omega}) & \dots & S_{2m}(\underline{\omega}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}(\underline{\omega}) & S_{m2}(\underline{\omega}) & \dots & S_{mm}(\underline{\omega}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

donde  $S_{jk}(\underline{\omega})$  es la transformada Wiener-Khintchine de la función de

de ondas de corte en la roca o suelo en la región fuente y de la distancia hipocentral.

La función  $A_1(\omega)$  está muy relacionada con características asociadas a la fuente. Depende del momento sísmico y de la frecuencia de esquina (Aki, 1967; Brune, 1970).

La función  $A_2(\omega)$  se refiere a un factor de amplificación para tomar en cuenta tanto el contraste de impedancias de los estratos del suelo como el hecho de que las ondas sísmicas viajan a través de materiales y que generalmente tienen velocidades decrecientes a lo largo del trayecto.

La función  $A_3(\omega)$  es un factor de disminución asociado a la atenuación de las ondas. Es función del parámetro de atenuación  $Q(\omega)$ , de la distancia, de la velocidad de corte y de un filtro con frecuencia superior de esquina establecida.

Las funciones anteriores no se describen en detalle en esta sección.

El modelo representado por la ec 17.3 puede transformarse en uno no estacionario si se incluyen funciones dependientes del tiempo, como sigue:

$$|S(\omega, t)| = C A_2(\omega) A_3(\omega) A_1(\omega, \omega_0(t), M_0(t)) \quad (20)$$

Aquí se supone que  $M_0(t)$  pueda tener forma trapezoidal de variación con el tiempo. Se supone además que la frecuencia de esquina  $\omega_0$  también cambia con el tiempo.

A partir de  $|S(\omega)|$  o de  $|S(\omega, t)|$  se calcula la función de densidad espectral de potencia, similar a la ec 1:

$$G(\omega) = |S(\omega)|^2 / \pi T_r \quad (21a)$$

$$G(\omega, t) = |S(\omega, t)|^2 / \pi T_r \quad (21b)$$

en estas expresiones  $T_r$  representa la duración de la ruptura de la falla que origina el temblor.

A partir de las últimas expresiones es posible generar acelerogramas artificiales mediante los procedimientos descritos en la sección anterior.

#### B. Uso de temblores pequeños como funciones de Green empíricas

Este método se basa en el modelo de fuente (dislocación) propuesto por Haskell (1964), y en las leyes de similitud de terremotos, derivados por Kanamori y Anderson (1975), y Geller (1976).

Los parámetros para la generación de movimientos sísmicos deben ser consistentes con las relaciones de escala entre los momentos sísmicos y los parámetros de la falla, tales como longitud y ancho de falla, y el tiempo de ascenso (Bravo, Aguirre y Sánchez-Sesma, 1990). Este último es el que transcurre desde que se inicia la dislocación hasta que se presenta el desplazamiento final de la falla.

El desplazamiento en campo lejano  $U(r, t)$ , debido a una dislocación  $\Delta U(\xi, \eta, t)$  puede representarse por (Aki y Richards, 1980)

$$U(r, t) = (R / 4\pi \rho v^3 r) \mu' \sum_{l=1}^{N_l} \sum_{n=1}^{N_w} \iint \Delta U d\xi d\eta \quad (22)$$

en que  $R$  representa el patrón de radiación,  $\rho$  la densidad de masa,  $v$  la velocidad de propagación de ondas,  $r$  la distancia entre el punto donde ocurre la dislocación y el sitio de observación, y  $\mu'$  el módulo de rigidez al cortante del material.  $N_l$  y  $N_w$  son los números de elementos transversales y longitudinales en los que se divide el plano de falla. Los límites de integración varían dependiendo de localización de cada elemento.

Además, puede establecerse que la función de dislocación  $\Delta U$  del evento principal es la sumatoria de funciones similares de los eventos pequeños por acontecen dentro de la superficie de falla en cuestión.

Así, es posible evaluar los movimientos del terreno para el evento principal si se cuenta con los registros en un sitio dado, para cada evento correspondiente a cada subfalla.

Para una descripción en detalle de este criterio de simulación de sismos se recomienda leer Bravo et al (1990).

## REFERENCIAS

1. Aki, K, "Scaling law of seismic spectrum", Journal of Geophysical Research, No. 72, pp 1217-1231, 1967.
2. Aki, K y Richards P, "Quantitative Seismology: Theory and methods", Freeman and Company, San Francisco, Cal, 1980.
3. Amin, M y Ang, A H-S, "Nonstationary stochastic models of earthquake", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol 94, EM2, pp 559-583, 1968.
4. Arias, A, "A measure of earthquake intensity", en Seismic Design of Nuclear Power Plants, Robert Hauseu, editor. Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, MA 1969.
5. Arias, A, "Earthquake Intensity and Smoothed Earthquake Spectra", Proceeding V WCEE, Roma, pp 1659-1669, 1973.
6. Bolotin V V, "Statistical theory of the aseismic design of structures" 2nd World Conf. on Earthquake Engineering, Vol II, Tokyo y Kyoto, Japón pp 1365-1374, 1960.
7. Boore D M, "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", Bull Seism Soc Am, Vol 73, pp 1865-1894, 1983.
8. Boore, D.M y Joyner, W B "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", Bull. Seism. Soc. Am., Vol 74, No. 5, pp 2035-2039, 1984.
9. Bravo M, Aguirre J y Sánchez-Sesma F J, "Predicción de movimientos fuertes en la Cd. de México usando registros de temblores pequeños como funciones de Green empíricas", trabajo elaborado para Fondo R. Zevada, Instituto de Ingeniería, UNAM, nov 1990.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
5800 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILLINOIS 60637

RECEIVED  
JAN 15 1964

1964

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO, ILLINOIS

# SEISMIC FAILURE RATES OF MULTISTORY FRAMES

By Luis Esteva<sup>1</sup> and Sonia E. Ruiz<sup>2</sup>

**ABSTRACT:** A general approach is presented for the estimation of expected failure rates of structures per unit time, which accounts for uncertainties about mechanical and geometrical properties, as well as about live load and seismic excitation. Such an approach is applied to one-, three-, and nine-story frames with nonlinear behavior, subjected to random sequences of simulated accelerograms corresponding to soft and hard types of ground. Conclusions are reached concerning the influence of several concepts on the probability of failure of the structures analyzed, including: (1) The influence of the spatial statistical correlation among the mechanical properties of the structural members is relatively small as compared to that of other variables; (2) the number of degrees of freedom has a great influence on the probability of failure; (3) for small coefficients of variation of the available ductility, the probabilities of structural failure for a given intensity are higher than those corresponding to greater coefficients of variation (this is a consequence of the assumed relation between expected and nominal values of this variable); and (4) the structural failure rate decreases when the design ductility factors increase. It is pointed out that these conclusions are not valid if the safety factors with respect to local brittle failure modes are small as compared with those associated with ductile modes.

## INTRODUCTION

Basic criteria and algorithms for selecting seismic design coefficients and spectra on the basis of optimizing present values of expected utilities, including uncertainties about both structural properties and seismic excitations, have been available for a long time (Esteva 1967, 1968, 1969, 1976; Rosenblueth 1976). These highly developed algorithms cover cases in which the occurrence of earthquakes of different intensities at a site is modeled either by a Poisson process or by a renewal process. In addition to the probabilistic descriptions of the seismic-activity process, the algorithms make use of concepts such as the probability distribution of the ground-motion intensity at which a structure of interest fails and the probability of failure for a given intensity or, more generally, the probability distribution of the cost of damage for that intensity.

Both the relevance and the complexity tied to the analysis of the seismic process have been recognized for many years; therefore, large efforts have been devoted to defining adequate probabilistic models and to formulating criteria for estimating their parameters (Cornell 1972; Esteva 1976; Rosenblueth 1986). Much less attention has been paid to the study of the probability distributions of the intensities resisted by given structures and to the distributions of damage for given intensities. One reason for this neglect is the frequently used argument that uncertainties tied to structural parameters, i.e., response and performance, are very small as compared to those attached

<sup>1</sup>Dir. and Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

Note. Discussion open until July 1, 1989. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the ASCE Manager of Journals. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on October 1, 1987. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 2, February, 1989. ©ASCE, ISSN 0733-9445/89/0002-0268/\$1.00 + \$.15 per page. Paper No. 23171.

to the nature and parameters of the seismic processes. In most cases, this argument justifies replacing an uncertain structural strength with its expected value when performing studies about the reliability of a structure in a seismic environment. However, the problems still remain of determining the ratio of the expected value of the earthquake intensity resisted by a structure to the nominal value used to express safety-related specifications, and of obtaining  $E(v_f)$ , the expected rate of failure per unit time of a structure with uncertain mechanical properties, in terms of  $v_f(y^*)$ , the rate of occurrence of intensities greater than  $y^*$ , the nominal value of the design intensity.

The problems that hinder the determination of accurate values of  $E(v_f)$  given  $v_f(y^*)$  range from insufficient knowledge about the mechanical properties and failure mechanisms of structural members and systems to the wide complexity of the mathematical models needed to represent the joint probability distributions of the variables that determine seismic response and performance, i.e., ground-motion history, gravity loads, constitutive laws of structural materials and members, and failure mechanisms and conditions.

The studies reported in this article aim at assessing the influence of a number of structural parameters on computed failure probabilities of systems designed with the same safety factors for the same nominal intensities. For this purpose, it is assumed that building frames fail in a ductile manner by the formation of plastic hinges at those member sections where the acting bending moment reaches the local bending capacity and that a brittle failure limit state is reached when the ductility demand at any given story, expressed in terms of lateral deformations of that story, reaches the available capacity of ductile deformation. The analytical difficulties implied by the mathematical models adopted are circumvented by applying a Monte Carlo simulation.

## PROBLEM FORMULATION

The following approach and assumptions will be adopted:

1. Seismic hazard at the site of interest is expressed in mathematical terms by a known function,  $v_f(y)$ , representing the mean number of times per unit time (year) that an intensity greater than  $y$  occurs at the site.
2. Under the action of an earthquake of intensity  $y$ , the structure may fail in  $n$  different modes; for instance, each failure mode may correspond to exceedance of the capacity for ductile deformation at a given story.  $R_i$  will designate the structural capacity to resist the  $i$ th failure mode, and  $S_i$  will be used to denote the maximum amplitude of the response variable governing the occurrence of the  $i$ th failure mode. The ratio  $S_i/R_i$  is the reciprocal of a random safety factor and will be denoted by  $Q_i$ . Failure in the  $i$ th mode occurs if  $Q_i \geq 1$ . It is also assumed that failure occurs precisely in the  $i$ th mode and not in any other, provided that  $Q_i \geq Q_j$  for all  $j = 1, \dots, n$ . This means that if we have two modes,  $i$  and  $j$ , such that  $Q_i \geq Q_j \geq 1$ , failure will be assumed to take place precisely in the  $i$ th mode, in spite of the fact that during the response process the condition  $Q_j \geq 1$  may be reached before the condition  $Q_i \geq 1$ . This assumption is introduced for simplicity and does not have any practical implication if it is assumed that the consequences of failure are independent of the failure mode leading to it.

From these assumptions, the probability of failure for a given intensity equals the probability that the maximum of all the values of  $Q_i$  exceeds unity. Thus, if that maximum is called  $Q$ , then

$$p_F(y) = P(Q \geq 1|y) \dots \dots \dots (1)$$

where  $P_F(y)$  = the probability of structural failure under the action of an earthquake with intensity  $y$ .

3. The rate of failure of a structure with deterministically known properties (vector  $\mathbf{R}$ ) is.

$$v_F(\mathbf{R}) = \int_0^\infty -\frac{\partial v_f(u)}{\partial u} P_F(u|\mathbf{R}) du \dots \dots \dots (2)$$

where  $v_f(u)$  = the rate of occurrence of an intensity in excess of  $u$ , and  $P_F(u)$  is given by Eq. 1. If  $\mathbf{R}$  is a vector of uncertain structural properties, then the expected value of  $v_F$  can be obtained by weighing the value given by Eq. 2 with respect to the joint p.d.f. of  $\mathbf{R}$ . Denoting by  $f_R(r)$  this p.d.f., the expected value of  $v_F$  can be obtained as follows:

$$E(v_F) = \int_0^\infty f_R(r) \int_0^\infty -\frac{\partial v_f(u)}{\partial u} P_F(u|r) du dr \dots \dots \dots (3)$$

The first integral appearing in this equation must be understood as a multiple integral, with a number of dimensions equal to the order of  $\mathbf{R}$ . Changing the order of integrations, Eq. 4 is obtained:

$$E(v_F) = \int_0^\infty -\frac{\partial v_f(u)}{\partial u} \int_0^\infty P_F(u|r) f_R(r) dr du \dots \dots \dots (4)$$

This order of performing the integrations lends itself better than Eq. 3 to the calculation of  $E(v_F)$  by the algorithm that will be proposed later. The interior integral in Eq. 4 is the failure probability of a system with uncertain properties subjected to an earthquake with intensity  $Y = u$ .

## BASIC MODELS AND ASSUMPTIONS

### Seismic Hazard Function

For the purpose of calculating  $p_F(y)$ , as given by Eq. 1, it is convenient to express  $y$  as the value of a parameter of the ground-motion time-history; which can then be used by engineers to estimate maximum values of structural responses. Examples of such parameters are peak ground accelerations or velocities, ordinates of response spectra for given period and damping; and expected values of these ordinates. If one of these parameters is used to measure intensity, then the expected rate of occurrence of earthquakes with intensities higher than a given value  $y$  is known. It can be expressed by a function of the form

$$v(y) = Ky^{-r} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_M} \right)^\epsilon \right], \quad \text{for } y \leq y_M \dots \dots \dots (5a)$$

$$v(y) = 0, \quad \text{for } y \geq y_M \dots \dots \dots (5b)$$

where  $y_M$  = an upper bound to the intensities that may occur at the site of interest;  $r$  and  $\epsilon$  = parameters defining the shape of the distribution of intensities; and  $K$  = a scaling factor. For the applications that follow,  $y$  and  $y_M$  are measured by peak ground acceleration at the site during an earth-

quake, and the parameters in Eq. 5 are assumed to take the values  $K = 129.5$ ,  $r = 1.6$ ,  $\epsilon = 1$ , and  $Y_M = 1,125 \text{ cm/s}^2$  for the analysis of cases 1-13. This means that accelerations in excess of 200 and 500  $\text{cm/s}^2$  occur, respectively, every 45 and 285 years on the average. For case 14,  $K = 80$  and  $Y_M = 500 \text{ cm/s}^2$ . Although Eq. 5 is deemed adequate for engineering applications, it is not acceptable for small values of  $y$ , as it leads to unbounded values of  $v(y)$  as  $y$  tends to zero.

### Ground-Motion Time-Histories

Two sets of simulated ground-motion time-histories were used; one based on the statistical properties of the NS component of the record obtained in 1940 in El Centro, California, and the other represents the most intense portion of the EW component obtained at the parking lot of the SCT building in Mexico City during the earthquake of September 19, 1985 (Mena 1986). 20 sample records belonging to the first set and nine belonging to the second one were generated by means of the algorithm described by Ruiz, Paredes-López, and Galarza (1986) and Ruiz and Lira (1987). For the first case, the simulated records have a duration of 30 sec and for the second, 82 sec.

The algorithm used to generate the simulated accelerograms takes into account the variation in time of ground-motion intensity, as well as the distribution of energy content among frequencies. Briefly, it may be described as a sequence of three operations: first, the duration of the record to be simulated is divided into several segments, and the frequency content and intensity of the ground motion included within each segment is obtained; second, unit-intensity segments of samples of Gaussian processes with the corresponding spectral densities are generated for each segment defined in the first step; and, finally, the simulated segments are put together, and each resulting record is modulated by a deterministic time function.

### Structures Studied

The studies reported herein cover three families of single-bay frames with one, three, and nine stories, respectively. Their nominal dimensions are shown in Fig. 1. The computed values of the fundamental periods resulting from their member sections and from the nominal values of their material properties are given in Table 1, as well as the ductility-related reduction factors adopted for design and the corresponding seismic design coefficient. Each of the latter resulted from dividing by the corresponding reduction factor the average ordinates of the linear response spectra of each set of simulated records for the computed fundamental period of the structure of interest. This way of transforming the ordinates of a linear response spectrum to those of the corresponding elasto-plastic response spectrum for a specified ductility demand was deemed reasonably approximate because the fundamental natural periods are not too short as compared to the dominant periods of the ground-motion records.

As previously mentioned, failure is assumed to occur when the ductility demand at any given story reaches the available capacity of ductile deformation of that story. This capacity is taken as uncertain, and several assumptions about its variation coefficient were considered, as shown in the fifth column of Table 1.

The probability distributions of member strengths and stiffnesses were not directly obtained, but, as explained in the following, random values of these



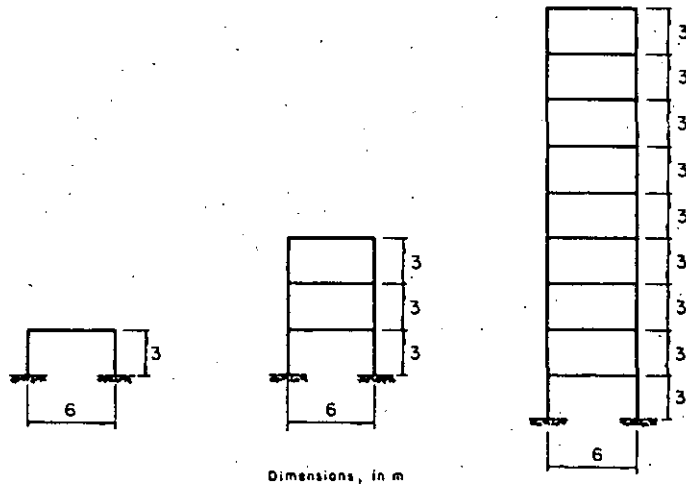


FIG. 1. Overall Dimensions of Cases Studied

properties were generated by Monte Carlo simulation of the material properties and cross-section dimensions, followed by application of conventional expressions of structural mechanics.

The parameters and the assumed forms of the statistical distributions of these properties are given in Table 2, which also includes values corresponding to live loads. Those parameters are: concrete strength  $f_c$ ; steel yield stress  $f_y$ ; reinforcement cover in girders and columns  $r$ ; width and depth,  $b$  and  $h$ ; and live load  $W_L$ . The expected capacity of ductile deformation  $\bar{\mu}$  at a given

TABLE 1. Cases Studied

Case number (1)	Number of stories (2)	Fundamental period (sec) (3)	Ductility design factor (4)	Ductility coefficient of variation (5)	Spatial correlation <sup>a</sup> (6)	Seismic design coefficient (7)	Excitation <sup>b</sup> (8)
1	1	0.36	1	0.3	HC	0.69	EC
2	1	0.36	1	0.5	HC	0.69	EC
3	1	0.36	2	0.3	HC	0.35	EC
4	1	0.36	2	0.5	HC	0.35	EC
5	1	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
6	1	0.36	4	0.5	HC	0.17	EC
7	1	0.36	6	0.3	HC	0.12	EC
8	1	0.36	6	0.5	HC	0.12	EC
9	3	0.85	2	0.3	LC	0.25	EC
10	3	0.85	4	0.3	LC	0.12	EC
11	3	0.36	4	0.3	LC	0.17	EC
12	3	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
13	3	0.36	4	0.6	HC	0.17	EC
14	9	1.32	2.5	0.3	LC	0.115	SCT

<sup>a</sup>HC = High correlation between structural member properties; LC = low correlation between structural member properties.

<sup>b</sup>EC = El-Centro, 1940, NS component; SCT = SCT, Mexico City, 1985, EW component.

TABLE 2. Statistical Parameters of Distributions of Material Properties and Loads

Variable (1)	Assumed probability function (2)	Nominal value (kPa) (3)	Mean value (kPa) (4)	Coefficient of variation (5)
$W_L$	Gamma	0.88	0.69	0.480
$f_c$ (field)	Gaussian	17,600	19,800	0.195
$f_y$	Gaussian	411,600	458,600	0.096
$b, h, r$	Gaussian	— <sup>a</sup>	— <sup>a</sup>	— <sup>a</sup>

<sup>a</sup>Similar to those given by Mirza (1979).

TABLE 3. Correlation Coefficients for Cases with Low Correlation (LC) between Mechanical Properties

Variable (1)	Correlation coefficient, $\rho$ (2)
$f_c$	0.6
$f_y$	0.8
$b$	0.8
$h$	0.8
$r$	0.8

story is related to its nominal value  $\mu^*$  through the equation  $\bar{\mu} = \mu^* \exp(0.55 \times 3 \times V_{\mu})$ , where  $V_{\mu}$  = the coefficient of variation of the available ductility. The probability distribution of the latter variable was obtained by defining a new variable,  $w = \mu - 1$ , assumed to possess log-normal distribution. Symbols HC and LC in the sixth column of Table 1 mean "high correlation" and "low correlation." In the first case, each material property or cross-section dimension is assumed to be perfectly correlated throughout the structure, but the different variables at a given member are stochastically independent. In the second case, each material property or cross-section dimension at a given member-end is correlated with its counterpart at any other member-end in accordance with the correlation coefficients of Table 3, and there is no correlation between the values of the different variables.

All systems studied were assumed to possess a viscous damping of 5% of critical.

## ALGORITHMS USED

### Failure Probabilities for Given Intensities

Trying to obtain failure probabilities in analytic terms is intractable by present means, and trying to generate them by Monte Carlo simulation requires an excessively large number of samples if we are interested in the ranges of very low values of these probabilities. Because our interest is focused on obtaining rates of failure of structures subjected to earthquakes of random intensities, and because the uncertainties about the latter are much larger than those concerning the properties of a structure, it is acceptable to limit our efforts to estimating second moments of  $Q$ , the reciprocal of the safety factor, and assuming a reasonable form for its probability density

function. This is the approach adopted in this paper. According to it, the following procedure was applied:

1. Artificial accelerograms were simulated and scaled to the intensity of interest. This variable was measured by the peak ground acceleration.

2. A structure was designed in accordance with the design coefficients in Table 1. These coefficients correspond to intensities (expected peak ground accelerations) of 0.283 g and 0.176 g, i.e., to return intervals of 84 and 32 years, according to Eq. 5 and its parameters adopted previously.

3. On the basis of the statistical parameters and distribution forms in Tables 1-3, the mechanical properties of a sample of structures were obtained by Monte Carlo simulation in correspondence with each structure designed as described in the previous paragraph.

4. The simulated structures were excited by randomly selected members of the population of simulated accelerograms. In order to keep within acceptable limits, the computational effort involved, and the sample of the combinations of simulated structures and ground-motion time-histories, was integrated as follows: (1) A set of intensities was chosen, with values covering the interval of interest in engineering, from a sufficiently small lower bound to the maximum feasible intensity  $y_M$ ; (2) for each of these intensities, one member was randomly selected from the population of simulated records, and it was scaled to the corresponding intensity; and (3) for each intensity, a sample structure was simulated.

5. The response of each structure was obtained by step-by-step integration, and the corresponding value of  $Q$  (maximum value of  $S_i/R_i$  for all the potential failure modes) was obtained. For this purpose,  $S_i$  = the peak value of the relative displacement of the  $i$ th story; and  $R_i$  = its capacity for ductile deformation. The latter value is obtained by multiplying the story yield displacement resulting from the simulated stiffnesses and strengths by the simulated ductility factor. In order to determine story yield displacements, nonlinear shear-displacement curves were obtained for each story by means of elasto-plastic static analysis of the response of the frame to a gradually increasing force pattern, with amplitudes proportional to the elevation with respect to the bottom ends of the first-story columns, using an algorithm similar to that proposed by Moehle and Alarcón (1985). At each story, the yield displacement was taken as that corresponding to the intersection of the tangent to the shear-deformation curve at the origin with the tangent to the branch corresponding to very large deformations.

6. The values of  $Q$  are plotted against the corresponding intensities for each structural type and each design coefficient. Then, curves relating expected values of  $Q$ , intensities, and nominal ductility-related reduction factors are fitted to the result, and the variances of the differences between individual and expected values are estimated. Thus, for each structural type and reduction factor the conditional mean value and standard deviation of  $Q$ , given the ground-motion intensity, will be known. They are denoted in the sequel by  $E(Q|y)$  and  $\sigma_{Q|y}$  respectively.

7. The conditional probability density function of  $Q$ , given that the intensity equals  $y$ , was arbitrarily taken as log-normal, with the first two moments as given in the preceding paragraph. Computing  $p_F(y)$  according to Eq. 1 is immediate. The ordinates of the log-normal probability distribution function were obtained by an elementary transformation of an expression proposed by Rosenblueth (1986).

#### Response Analysis

Frame members were modeled as simple one-dimensional bending elements. Nonlinear behavior of the members was assumed to be concentrated

at plastic hinges at their ends. These hinges were assumed to possess bilinear hysteretic stiffness-degrading moment-rotation curves with plastic hardening characteristics, such that the slope of the plastic branch is 2% of the initial tangent stiffness for small deformations. The damping matrix was taken as a linear combination of the initial-stiffness and mass matrices.

The equations of motion were integrated by means of a constant-acceleration step-by-step algorithm included in computer program DRAIN-2D (Kanaan and Powell 1973).

## RESULTS OF SIMULATIONS

### Single-Story Frames

Values of  $Q$  in terms of peak ground accelerations and nominal design ductilities  $\mu^*$  for these cases are plotted in Figs. 2 and 3 for a natural period of 0.36 sec and variation coefficients of the available ductility  $\mu$  of 0.3 and 0.5, respectively. The figures also show the curves fitted to the expected values of  $Q$ , as well as the corresponding mathematical expression for the expected value of the natural logarithm of  $Q$  and the standard deviation of that logarithm. These figures show that the expected values of  $Q$  grow for decreasing variation coefficients of  $\mu$ , as well as for decreasing values of nominal design ductilities  $\mu^*$ . The first of these trends is related to the fact that, according to the manner in which mean and nominal values of available ductilities are assumed to be associated, if  $\mu^*$  is kept fixed, the mean value of  $\mu$  grows with  $V_\mu$ . The second trend arises from the fact that the frames being studied are continuous at their joint and possess a lateral strength even though they are not specifically designed to resist lateral forces. The contribution of this strength to that necessary to satisfy the design requirements for the superposition of gravity and seismic forces is more significant for high design ductilities than for low values of them. The results in Figs. 4 and 5, showing failure probabilities in terms of intensities and design ductilities, are consistent with these trends.

### Three-Story Frames

One objective of the studies on three-story frames was that of assessing the influence of spatial correlation of mechanical properties on the distribution of  $Q$ , as well as on the probabilities of failure. The results in Figs. 6 and 7 make comparisons of both variables for cases 11 and 12 of Table 1, i.e., for  $T = 0.36$  sec,  $V_\mu = 0.3$ , and  $\mu^* = 4$ ; these cases differ in the degree of spatial correlation assumed. For this case, no significant influence of that correlation was found on any of the variables studied: probabilistic moments of  $\ln Q$  and failure probabilities. This low sensitivity of  $Q$  to the correlation coefficients is probably due to the fact that uncertainties related to the detailed ground-motion characteristics for a given intensity are much greater than those concerning the mechanical properties of the structure.

The influence of  $V_\mu$  on the expected values of  $\ln Q$  and failure probabilities for given intensities is shown in Figs. 8 and 9 for  $T = 0.36$  sec,  $\mu^* = 4$ , and high spatial correlation. The trends that may be observed are similar to those discussed in connection with single-story frames.

Finally, Fig. 10, obtained for  $T = 0.85$  sec,  $V_\mu = 0.3$ , and low spatial correlation, shows that expected values of  $Q$  grow with decreasing values in the design ductilities. Failure probabilities were found to behave in the

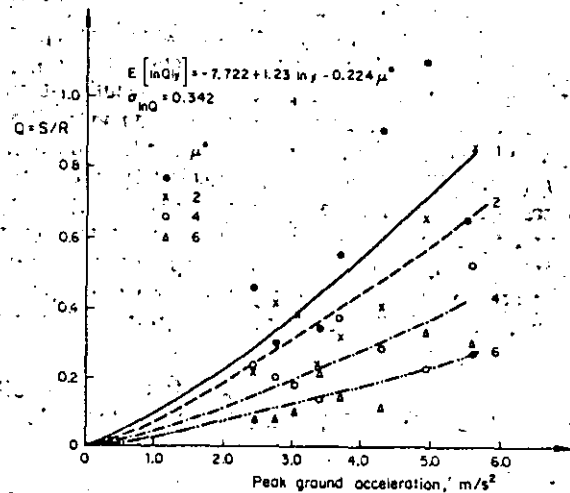


FIG. 2. Normalized Response of Single-Story Frames ( $T = 0.36$  s and  $V_{\mu} = 0.3$ )

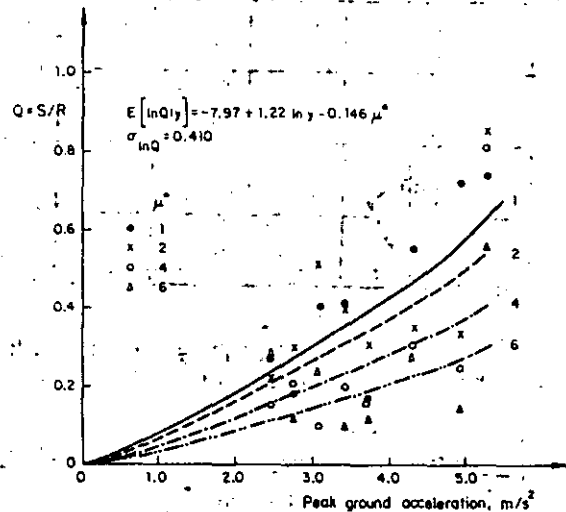


FIG. 3. Normalized Response of Single-Story Frames ( $T = 0.36$  s and  $V_{\mu} = 0.5$ )

same manner. Again, these trends are consistent with those observed for single-story frames.

#### Nine-Story Frames

Only one case was studied. The natural period is equal to 1.33 sec, the variation coefficient of the available story ductilities is 0.3, and the nominal design ductility is 2.5. Spatial correlation of mechanical properties is low. Unlike the previous cases, the simulated ground-motion records belong to the same population as the EW component of the SCT-record of September

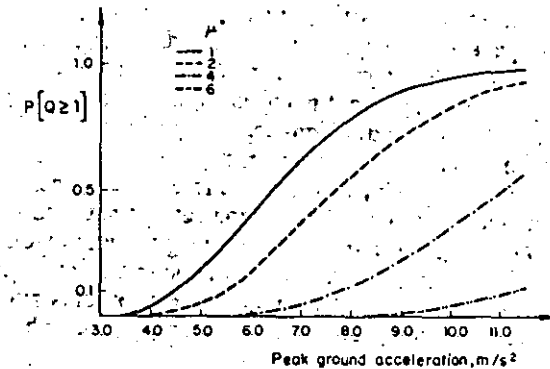


FIG. 4. Failure Probabilities of Single-Story Frames Designed for Different Ductility Factors ( $V_{\mu} = 0.3$ )

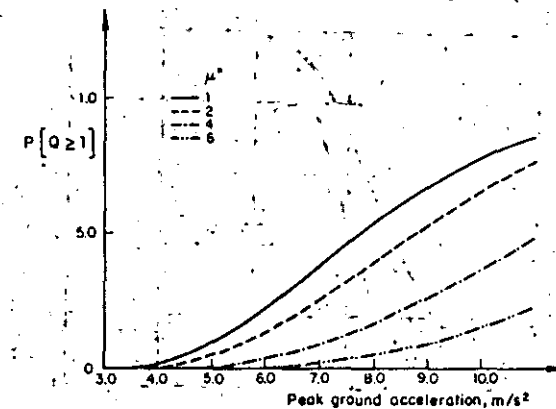


FIG. 5. Failure Probabilities of Single-Story Frames Designed for Different Ductility Factors ( $V_{\mu} = 0.5$ )

19, 1985, in Mexico City. The results are shown in Fig. 11.

Because the yield moments at column ends depend on the axial forces acting on them, they are sensitive to the overturning moment, which is a function of time. At any given instant, the axial forces due to overturning are of positive sign on the columns on one side of the neutral axis of the building plan and of negative sign on those lying on the other side. Therefore, the decrements in the yield moments produced at some column ends at a given story will be approximately compensated by the increments taking place at the other column ends in the same story. Consequently, the response analyses carried out in this study were based on the simplifying assumption that column yield moments are constant and equal to the values that result when column axial forces equal their design values for the condition of ordinary gravity loads.

In order to explore the possible influence of the uncertainty about structural parameters on failure probabilities, two sets of five structures were

mechanical, and geometrical properties; as well as about seismic excitation and live load.

Such an approach was applied to one-, three-, and nine-story frames under simulated accelerograms, which were associated with soft and hard types of ground. From the cases analyzed the following was concluded:

1. Among the mechanical properties of the structural members on the probability of failure, the influence of the spatial statistical correlation is relatively small as compared to the influence of other variables.

2. The number of degrees of freedom has a great influence on the probability of failure of structures subjected to earthquakes.

3. The structural failure rate was observed to decrease when the design ductility factors increased. This can be explained in terms of the contribution of the available lateral load capacity that any continuous frame has even if it has not been specifically designed for that type of load. The higher the capacity of the structure to take ductile deformations, the lower the additional lateral strength required to resist a specified set of lateral forces; therefore, the higher the design ductility, the higher, in proportion, is the contribution of the member resistances needed for vertical loads to the lateral strength required to take an earthquake of given intensity, and the higher are the earthquake intensities that may be resisted by the strength reserves due to the differences between expected and nominal values of member resistances.

4. Due to the form of the assumed relation between the expected and the nominal values of the available ductility, as a function of the variation coefficient of that variable, the probabilities of failure for a given intensity are greater for the cases for which that variation coefficient is lower.

5. The seismic hazard function used in this study was arbitrarily chosen. Obviously, other ratios  $E(v_f)/v(y^*)$  would be obtained for other hazard functions. Thus, the values presented in the last column of Table 4 are only general indicators of the significance of the variables studied and should not be blindly used to make design decisions.

6. It must be remembered that most systems considered in this study are assumed to develop significant local yielding at several critical sections before a failure limit state is reached. Neither the results reported herein nor the conclusions reached are valid if the safety factors with respect to local brittle failure modes are not sufficiently high with respect to those associated to ductile modes as to prevent the occurrence of the former.

7. Finally, the variability of the failure probabilities obtained for the few cases studied is significant enough as to justify the development of new studies designed to gain greater understanding of it. Future investigations should not only widen the ranges of cases studied, but they should also explore better representations of the mechanical behavior of structural members and systems.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The writers express their sincere recognition to R. Paredes-López, C. Esquerro, N. Quiroz, and J. E. Ramírez for their invaluable assistance. This project was sponsored by the National Science and Technology Council of Mexico.

#### APPENDIX I. REFERENCES

- Cornell, C. A. (1972). "Bayesian statistical decision theory and reliability based design." *Proc., Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, A. M. Freudenthal, ed., Pergamon Press, Oxford, U.K.
- Esteva, L. (1967). "Criterios para la construcción de espectros de diseño sísmico." *Tercer Simposio Panamericano de Estructuras*, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela (in Spanish).
- Esteva, L. (1968). "Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico." *Report 182*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico (in Spanish).
- Esteva, L. (1969). "Seismic risk and seismic design decisions." *Proc., Seminar on Seismic Design of Nuclear Power Plants*, R. Hansen, ed., M.I.T., Cambridge, Mass.
- Esteva, L. (1976). "Seismicity." *Seismic risk and engineering decisions*, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, eds., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.
- Kanaan, A. E.; and Powell, G. H. (1973). "DRAIN-2D, a general purpose program for dynamic analysis of inelastic plane structures." *Reports No. 73-6 and No. 73-22*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Calif.
- Mena, E., et al. (1986). "Catálogo de acelerogramas para terreno blando." *Report 497*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico (in Spanish).
- Mirza, S. A., and McGregor, J. (1979). "Variation in dimensions of reinforcement concrete members." *J. Struct. Div., ASCE*, 105(ST4), 751-766.
- Moehle, J. P., and Alarcón, L. F. (1985). "Seismic analysis methods for irregular buildings." *J. of Struct. Engrg., ASCE*, 112(6), 35-52.
- Rosenblueth, E. (1976). "Optimum design for infrequent disturbances." *J. Struct. Div., ASCE*, 102(ST9), 1807-1825.
- Rosenblueth, E. (1985). "On computing normal reliabilities." *Struct. Safety*, 2, 165-167.
- Rosenblueth, E. (1986). "Use of statistical data in assessing local seismicity." *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 14(3), 325-338.
- Ruiz, S. E., and Lira, E. (1987). "Simulación de acelerogramas para terreno blando." *Report of Project 5745*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico.
- Ruiz, S. E., Paredes-López, R., and Galarza, V. (1986). "Reliability of structures." *Proc., Eighth European Conf. on Earthquake Engineering*, Vol. 1, 2.4/63-2.4/70.

#### APPENDIX II. NOTATION

The following symbols are used in this paper:

- $b$  = width of girders and columns;
- $EC$  = El Centro, 1940, NS component;
- $E(v_f)$  = expected rate of structural failure per unit time;
- $f_c$  = concrete strength;
- $f_R(r)$  = probability density function of  $R$ ;
- $f_y$  = steel yield resistance;
- $HC$  = high spatial correlation;
- $h$  = depth of girders and columns;
- $K, \epsilon, y_M$  = parameters defining shape of distribution of intensities;
- $LC$  = low spatial correlation;
- $p_F(y)$  = probability of structural failure under action of earthquake with intensity  $y$ ;
- $Q$  = reciprocal of safety factor,  $Q_i = S_i/R_i$ ;
- $R_i$  = structural capacity to resist  $i$ th failure mode;
- $r$  = cover of reinforcement in girders and columns;

- $S_i$  = maximum amplitude of response governing occurrence of  $i$ th failure mode;  
 SCT = SCT, Mexico City, 1985, EW component;  
 $T$  = fundamental period of structure;  
 $V_x$  = coefficient of variation of  $x$ ;  
 $V_u$  = coefficient of variation of available ductility;  
 $W_L$  = live load;  
 $\bar{X}$  = mean value of  $x$ ;  
 $y$  = intensity;  
 $y^*$  = nominal value of design intensity;  
 $\mu$  = ductility factor;  
 $\nu(y^*)$  = rate of occurrence of intensities greater than  $y^*$ ;  
 $\rho$  = correlation coefficient; and  
 $\sigma_{Qy}$  = standard deviation of  $Q$  for given value of  $y$ .

#### Superscripts

- \* = nominal value.

#### Subscripts

- $F$  = failure.

## VISCOELASTIC STABILITY MODEL FOR ELASTOMERIC ISOLATION BEARINGS

By Chan Ghee Koh<sup>1</sup> and James M. Kelly<sup>2</sup>

**ABSTRACT:** A viscoelastic model accounting for the stability effect is proposed for high-damping elastomeric bearings used in aseismic base isolation. This model is consistent with Haringx's theory, which takes into consideration the significant shear deformation of the elastomer. The method of mode superposition is used to obtain an alternative solution to the "Haringx column," and this solution is readily generalized to include viscoelasticity. Each mode is an eigensolution of the corresponding stability problem. The rapid fourth-order convergence permits the use of only the first mode to give a very good approximation. The dynamic shear stiffness, damping characteristics, and height reduction of bearings are obtained by the first-mode consistent model. In particular, the phenomenon of increasing energy dissipation due to the axial load is explained by the model in a consistent way. The applicability of the model is then verified by experiments conducted on multilayer elastomeric isolation bearings with and without lead plugs.

### INTRODUCTION

Base isolation is a relatively new approach for earthquake-resistant design. Among many different forms that have been proposed (Kelly 1982; Kelly 1986), the use of high-damping elastomeric bearings is believed to offer the simplest method of isolation, and they are relatively very easy to make. However, in spite of the recent interest in using elastomeric bearings for base isolation, there continues to be a reluctance on the part of the structural engineering profession to use this concept. One question often raised is the effect of axial load, or the stability effect, on the dynamic behavior of these bearings, since they can undergo large displacements in an earthquake. There are also other practical reasons that call for the need to include the stability effect in modeling the elastomeric isolation bearings:

1. In practice, base-isolated buildings normally require the use of a large number of isolation bearings. For example, the first base-isolated building in the United States, the Foothill Communities Law and Justice Center located at San Bernardino, California, sits on 98 natural rubber bearings (Tarics 1984). The vertical loads carried by the bearings vary quite widely, but, in order to minimize the design and manufacture costs, only a few sets of bearings are made. As a result, each set of bearings designed might have to accommodate a considerably wide range of axial loads.

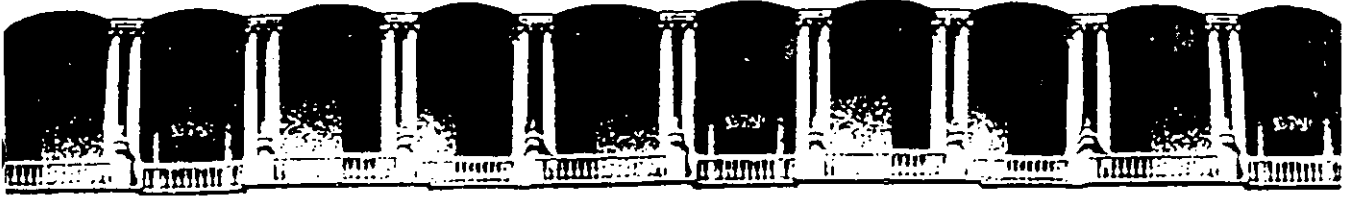
2. In the event of a severe earthquake, the overturning moment of the base-isolated building can cause significant changes in the axial loads on the supporting bearings. The axial loads on the bearings can therefore be substantially increased even if the static dead loads are small.

3. It has been observed in past experiments that the axial load increases the energy dissipation per cycle in the bearing. This phenomenon, if properly under-

<sup>1</sup>Lect., Dept. of Civ. Engrg., Nat. Univ. of Singapore, Singapore 0511.

<sup>2</sup>Prof., Dept. of Civ. Engrg., Univ. of California, Berkeley, CA 94720.

Note. Discussion open until July 1, 1989. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the ASCE Manager of Journals. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on November 18, 1987. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 2, February, 1989. ©ASCE, ISSN 0733-9445/89/0002-0285/\$1.00 + \$.15 per page. Paper No. 23172.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Del 22 de Junio al 18 de Junio**

**PRIMER MODULO**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO**

**DISEÑO SISMICO DE UN EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO**

**DR. SERGIO M. ALCOCER**

**PALACIO DE MINERIA**

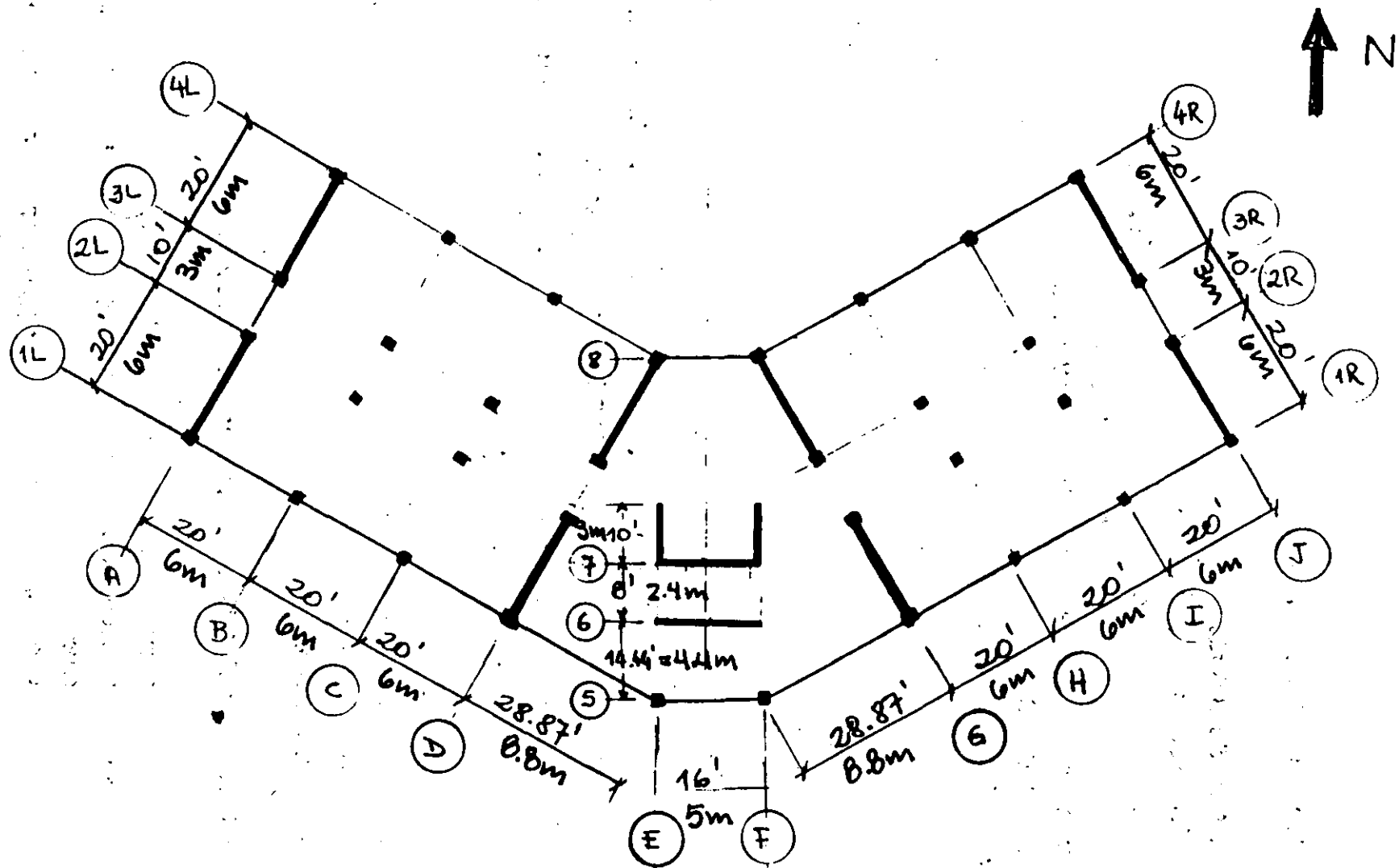
**JUNIO, 1992**

**CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**DISEÑO SISMICO DE UN EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO**

**Sergio M. Alcocer**

1. DESCRIPCION DEL EDIFICIO
2. ESTRUCTURACION
3. DIMENSIONAMIENTO (DISEÑO PRELIMINAR)
4. ANALISIS ESTRUCTURAL
5. DISEÑO
6. INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA



PLANTA DEL EDIFICIO



## **Sistema resistente de cargas gravitacionales**

### **Marco**

- losa en dos direcciones
- vigas interiores y de fachada
- columnas

### **Cajón de cimentación**

- losa y contratrabes
- muro perimetral de contención

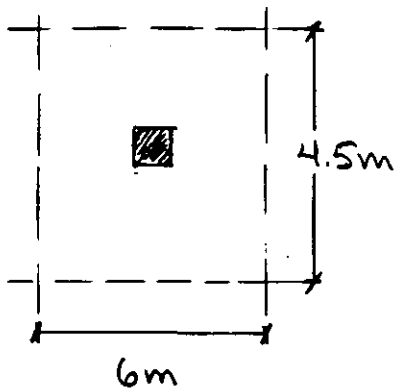
### **Muros divisorios**

- no formarán parte del sistema resistente a sismo

### 3: DIMENSIONAMIENTO (DISEÑO PRELIMINAR)

#### a) COLUMNAS.

PARA UNA COLUMNA INTERIOR ; CARGAS VIVAS MÁXIMA.  
MUERTA



CV\*  $w_m = 170 \text{ kg/m}^2$  piso  
 $100 \text{ kg/m}^2$  azotea  
 \* según RDE  $\Delta T$  y q

CM  $w = 650 \text{ kg/m}^2$  piso  
 $500 \text{ kg/m}^2$  azotea

Carga Axial Última en el sótano:

$$P_u = 1.4 \times 6 \times 4.5 \left[ \underset{\substack{\text{CM} \\ \downarrow \\ \text{6 pisos}}}{(0.65 \times 6 + 0.5)} + \underset{\text{CV}}{(0.17 \times 6 + 0.10)} \right]$$

$$P_u = 209 \text{ ton}$$

Nota La carga viva no se reduce pues  $A_T = 6 \times 4.5 = 27 < 36 \text{ m}^2$

Si aceptamos  $\sigma_{perm} = 100 \text{ kg/cm}^2$  (1000 ton/m<sup>2</sup>)

$$A = \frac{P_u}{\sigma_{perm}} = \frac{209}{1000} = 0.21 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{A} = 0.46 \text{ m}$$

Usar columnas 45 x 45 cm | Sección constante en la altura

b) LOSA

De acuerdo a NTC 4.3.3 (Losas apoyadas en su perímetro)

$$h_{\min} = \frac{\text{Perímetro tablero}}{300} \times 0.034 \sqrt[4]{f_s w}$$

$$\text{Si } f_s > 2000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{y/o } w > 380 \text{ kg/m}^2$$

Sea el tablero entre los ejes: 1L-2L-A-B

+ 2 lados continuos de 6m

+ 2 lados discontinuos de 6m

$$\text{Perímetro} = 2 \times 6\text{m} + 2 \times 6\text{m} \times 1.25$$

$$= 27\text{m}$$

↳ por ser discontinuos

$$\text{Si } f_s = 0.6 f_y = 0.6 \times 4200$$

$$\text{y } w = 720 \text{ kg/m}^2 \text{ (CM + CV media)}$$

$$h_{\min} = \frac{2700}{300} \times 0.034 \sqrt[4]{0.6 \times 4200 \times 720}$$

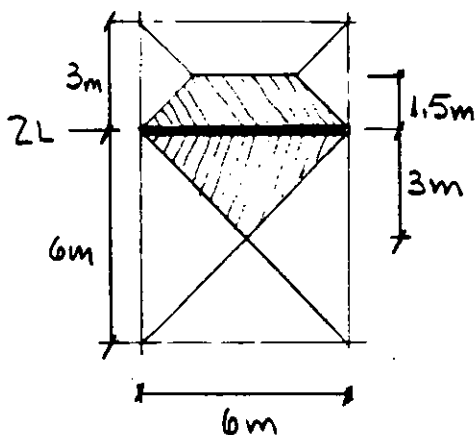
$$h_{\min} = 11 \text{ cm}$$

Puesto que en los ejes D, E, F, G no se pide acción de marco usamos

$$\underline{h = 18 \text{ cm}}$$

## c) VIGAS

Puesto que se ha supuesto que la resistencia lateral será proporcionada por los muros, verifiquemos que una viga de  $35 \times 50$  cm de sección pueda reforzarse para carga vertical



$$A_T = \frac{6^2}{4} + \frac{6+3}{2} \cdot 1.5 = 15.75 \text{ m}^2$$

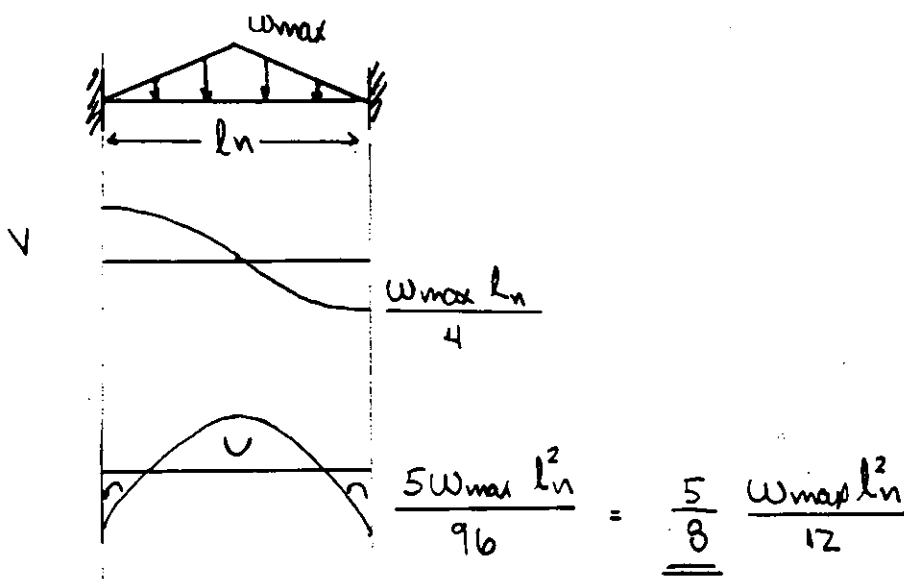
$$A_{ta \text{ CM}} = 500 \text{ kg/m}^2$$

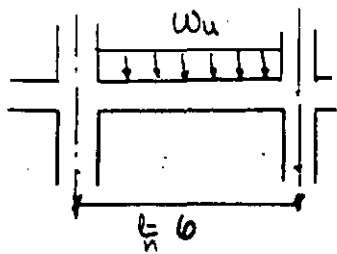
(sin considerar columnas, muros conceto, vigas)

$$\gamma_{cl} = 170 \text{ kg/m}^2$$

Carga trapezoidal : tratada como uniforme

Carga triangular : transformar a carga equivalente uniforme que produzca los mismos momentos de empotramiento.

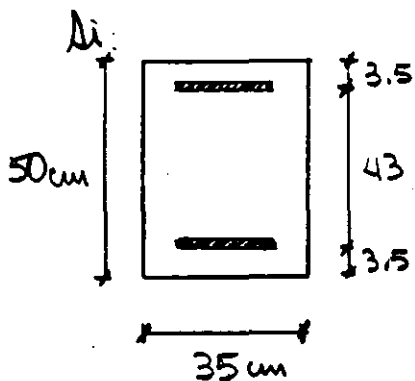




$$\begin{aligned}
 w_u &= 1.4 \left( 500 \times 3 \times \frac{5}{8} + 500 \times 1.5 + \right. \\
 &\quad \left. + 0.35 (0.5 - 0.18) \times 2200 + 170 \times 3 \times \frac{5}{8} + \right. \\
 &\quad \left. + 170 \times 1.5 \right) = 3510.7 \text{ kg/m}
 \end{aligned}$$

↓  $w_{\text{viga}}$ 
↓  $w_{\text{carrito}}$

$$\text{Si } M_u = \frac{w_u l_n^2}{10} = \frac{3510.7 (6 - 0.45)^2}{10} = 10815 \text{ kg}\cdot\text{m}$$



$$d = 46.5 \text{ cm}$$

$$M_u = M_r = F_r \cdot 0.9d \cdot A_s \cdot f_y$$

$$A_{s \text{ req}} = \frac{M_r}{0.9 \cdot 0.9 \cdot 46.5 \cdot 4200}$$

$$A_{s \text{ req}} = 6.8 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{req}} = \frac{A_{s \text{ req}}}{b d} = 0.0042$$

Para una sección balanceada (Ecuación 2.2, NTC)

$$\rho_{\text{bal}} = \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{4800}{f_y + 6000}$$

donde  $f'_c = 0.8 f_c = 0.8 \cdot 300 = 240 \text{ kg/cm}^2$   
 y  $f'_c = 0.85 f_c = 204 \text{ kg/cm}^2$

$$\Rightarrow P_{bal} = \frac{204}{4200} \frac{4800}{4200 + 6000} = 0.0229$$

Pero, según NTC 2.1.2.b,

$$P_{max} = 0.75 P_{bal} = 0.0171 > P_{req} \checkmark$$

Posiblemente una viga más pequeña sería adecuada. Sin embargo, los efectos sísmicos no se han considerado aún. El peralte, además, parece adecuado para un claro de 6m.  $\left( \frac{l}{h} = \frac{600}{50} = 12 \right)$

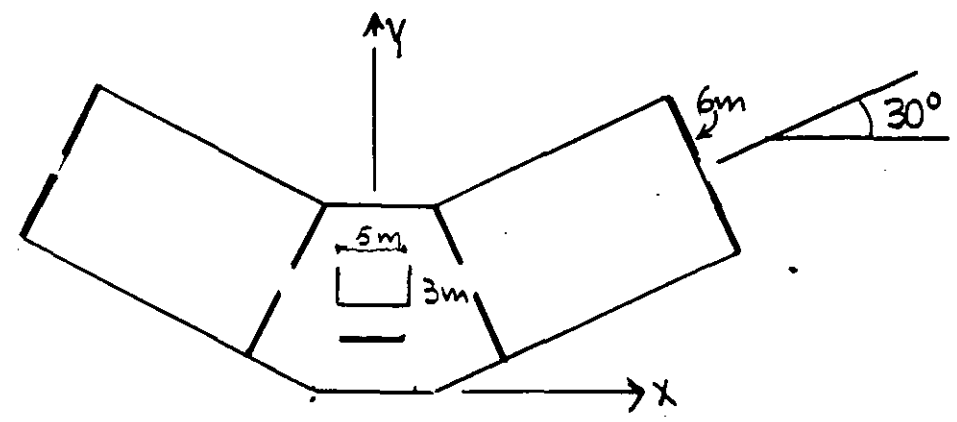
$\Rightarrow$  Usar  $35 \times 50 \text{ cm}$  para todas las vigas de las alas

Nota: Se propuso 35cm. para que la relación entre los anchos de viga y columna (i.e.,  $35/45 = 0.78$ ) sea 75%, aprox.

### d) MUROS

Se dimensionan los muros para resistir todo el cortante sísmico.

Croquis



Las fuerzas cortantes sísmicas totales son:

$$V_x = 237 \text{ ton}$$

$$V_y = 199 \text{ ton}$$

Criterio de Diseño: el esfuerzo cortante promedio en el concreto será menor que  $0.5 \sqrt{f'_c}$

tomado de la ec. 2.18 ( $V_c = 0.5 F_R b d \sqrt{f'_c}$ )  
para  $p > 0.01$

Criterio de Análisis: los muros "incluidos" participan en las resistencias sobre x y y en función de su área multiplicada por  $\sin^2 30^\circ$  y  $\cos^2 30^\circ$ , resp.

Dirección X (la otra dirección nos dáta, por inspección)

$$A_{req} = \frac{1.1 \cdot 237000 \text{ kg}}{0.80 \cdot \sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{0.5 \sqrt{240}} = 42070 \text{ cm}^2 = 4.2 \text{ m}^2$$

Si t = 20 cm

$$A_{muro} = 8 \cdot (6 \cdot 0.20 \cdot \sin^2 30^\circ) + 2 (5 \cdot 0.20)$$

$$= 4.4 \text{ m}^2 \checkmark$$

RESUMEN

Secciones constantes en la altura

COLUMNAS : 45 cm x 45 cm

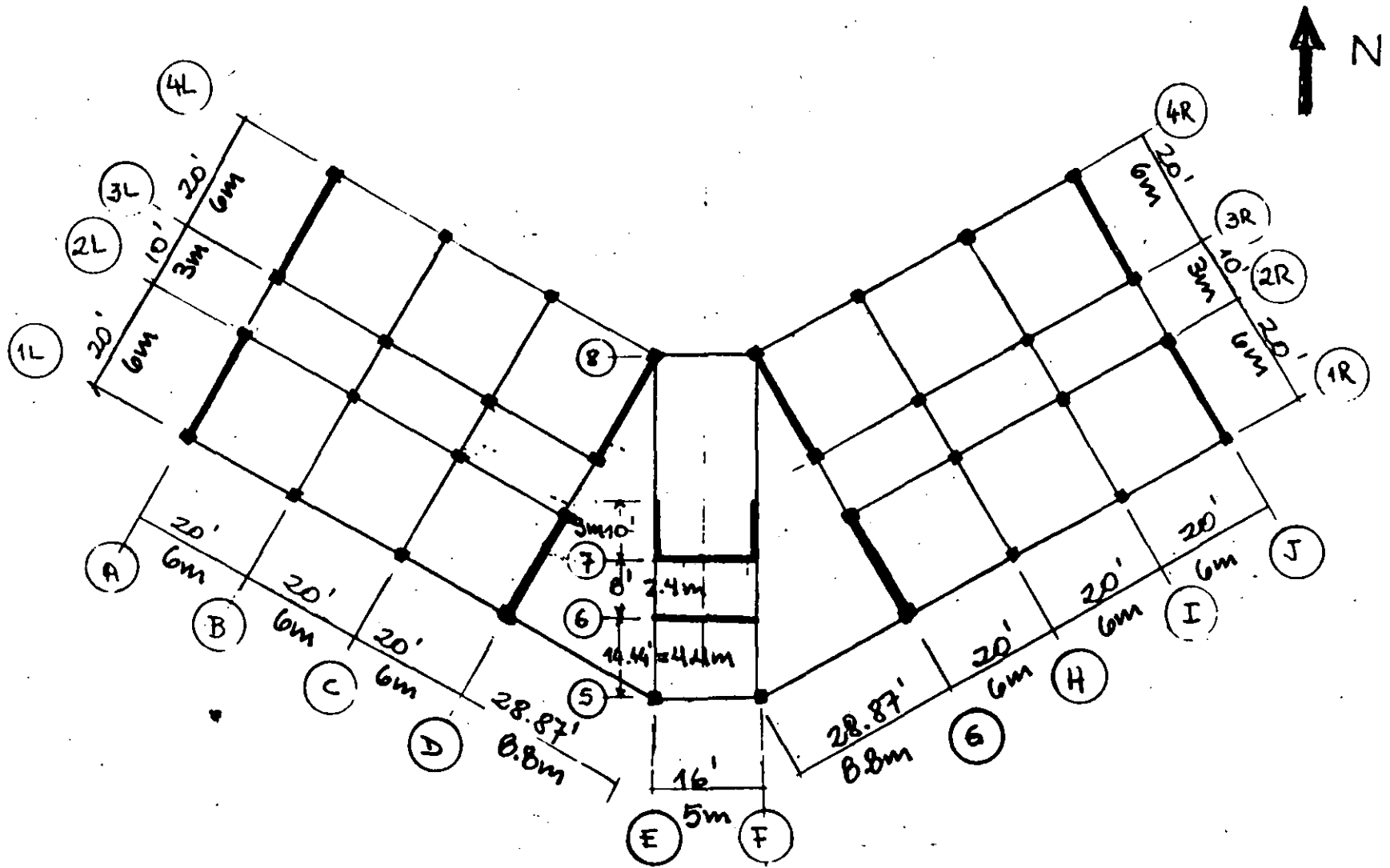
LOSA : 18 cm (t: espesor)

VIGAS : 35 cm x 50 cm (tambien contra traves)

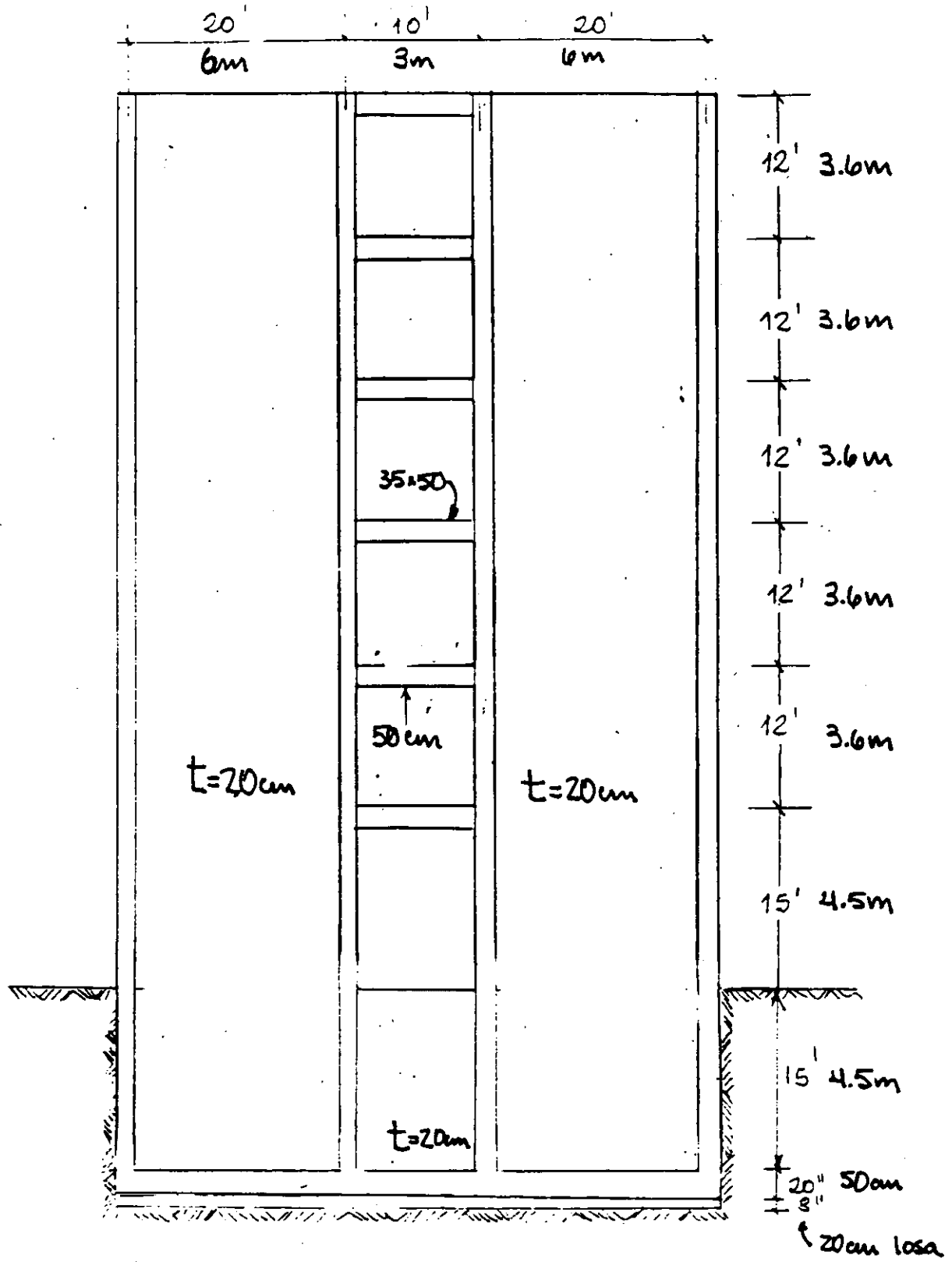
Muros : 20 cm (t: espesor)

LOSA CIMENTACIÓN : 20 cm (espesor)





PLANTA DEL EDIFICIO



ELEVACION DE MUROS ACORLADOS

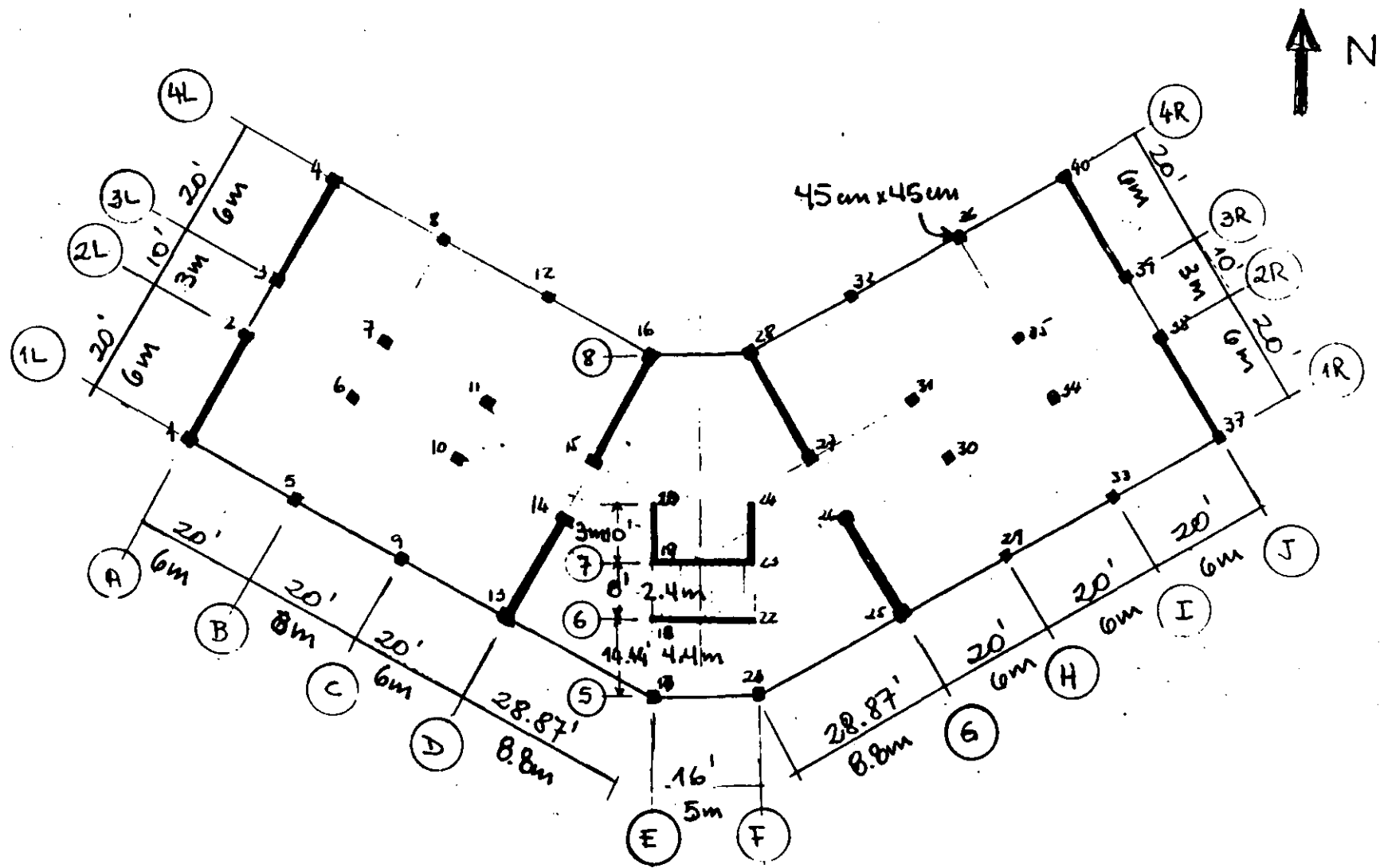
#### 4. ANALISIS ESTRUCTURAL

##### Hipótesis

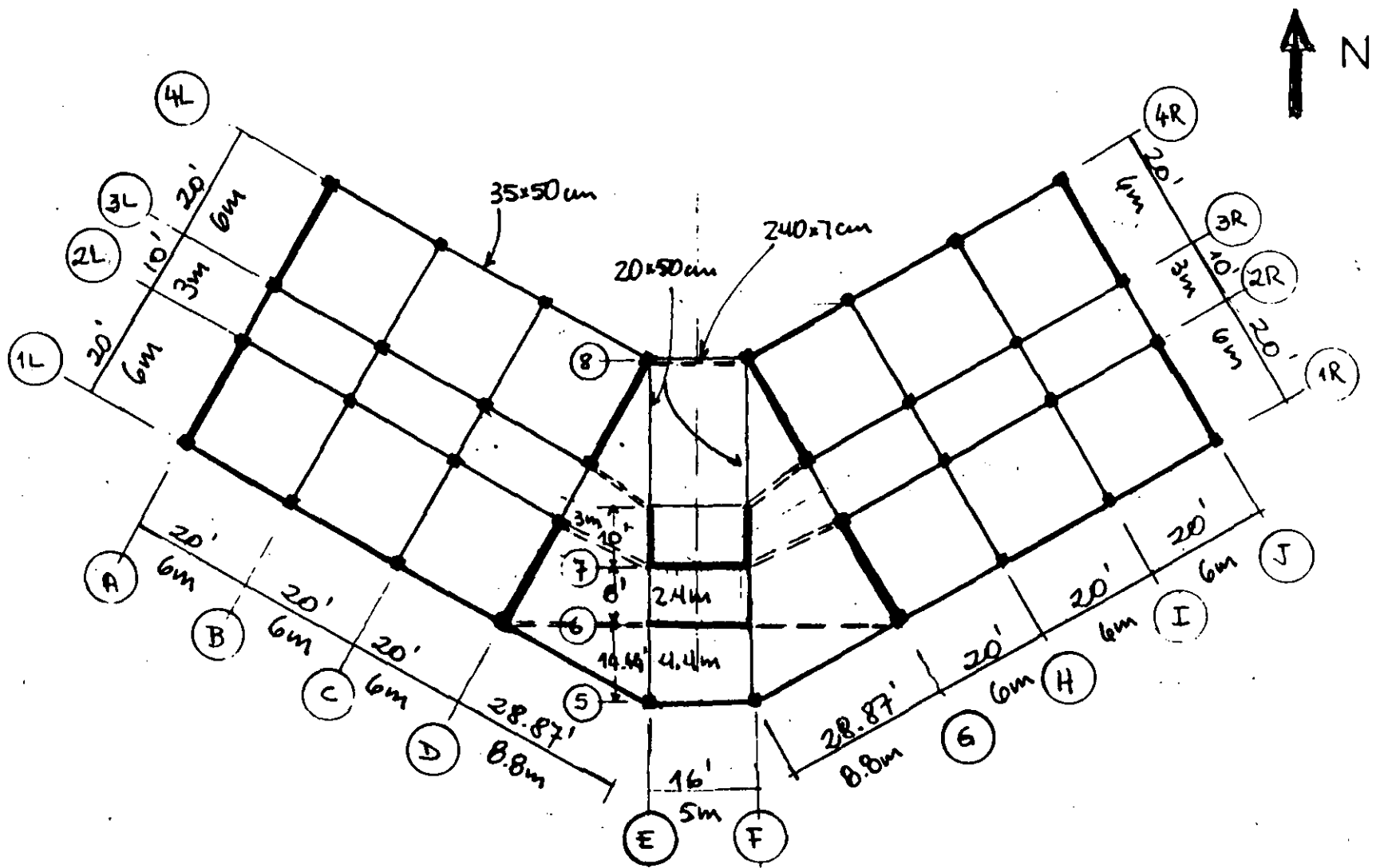
- análisis elástico
- losa: diafragma rígido, aunque la forma del edificio sugiere "aleteo" del edificio
- se supone que el cajón de cimentación es rígido
- los elementos no estructurales (muros divisorios) no se consideran en el análisis

El edificio se modeló y analizó como estructura tridimensional usando el programa SUPER-ETABS

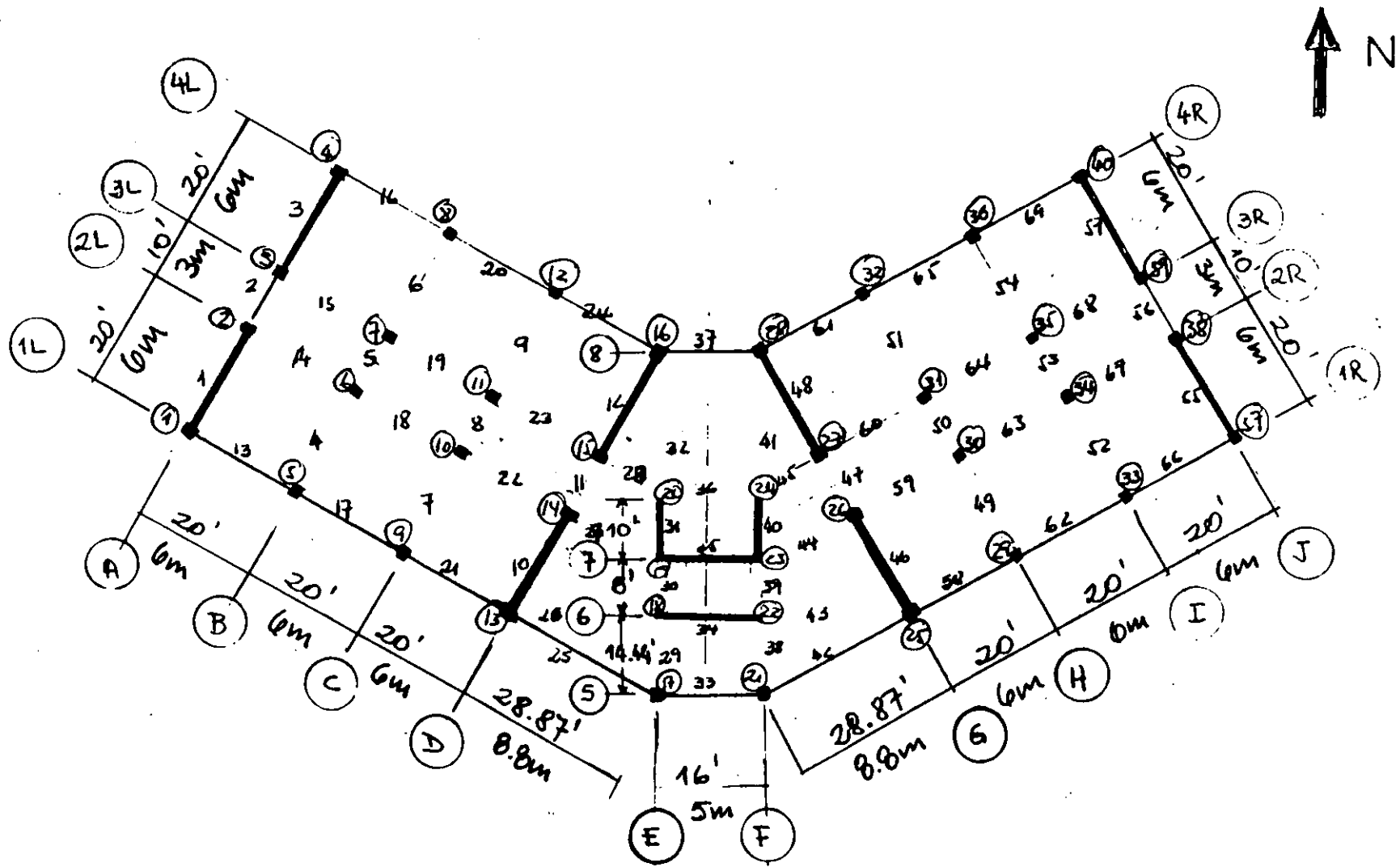
40 líneas de columna  
69 crujeas  
102 elementos muro (paneles)  
12 "contravientos flexibles" para estimar la  
distorsión ( $AE/L=6.4 \text{ kg/cm}$ )



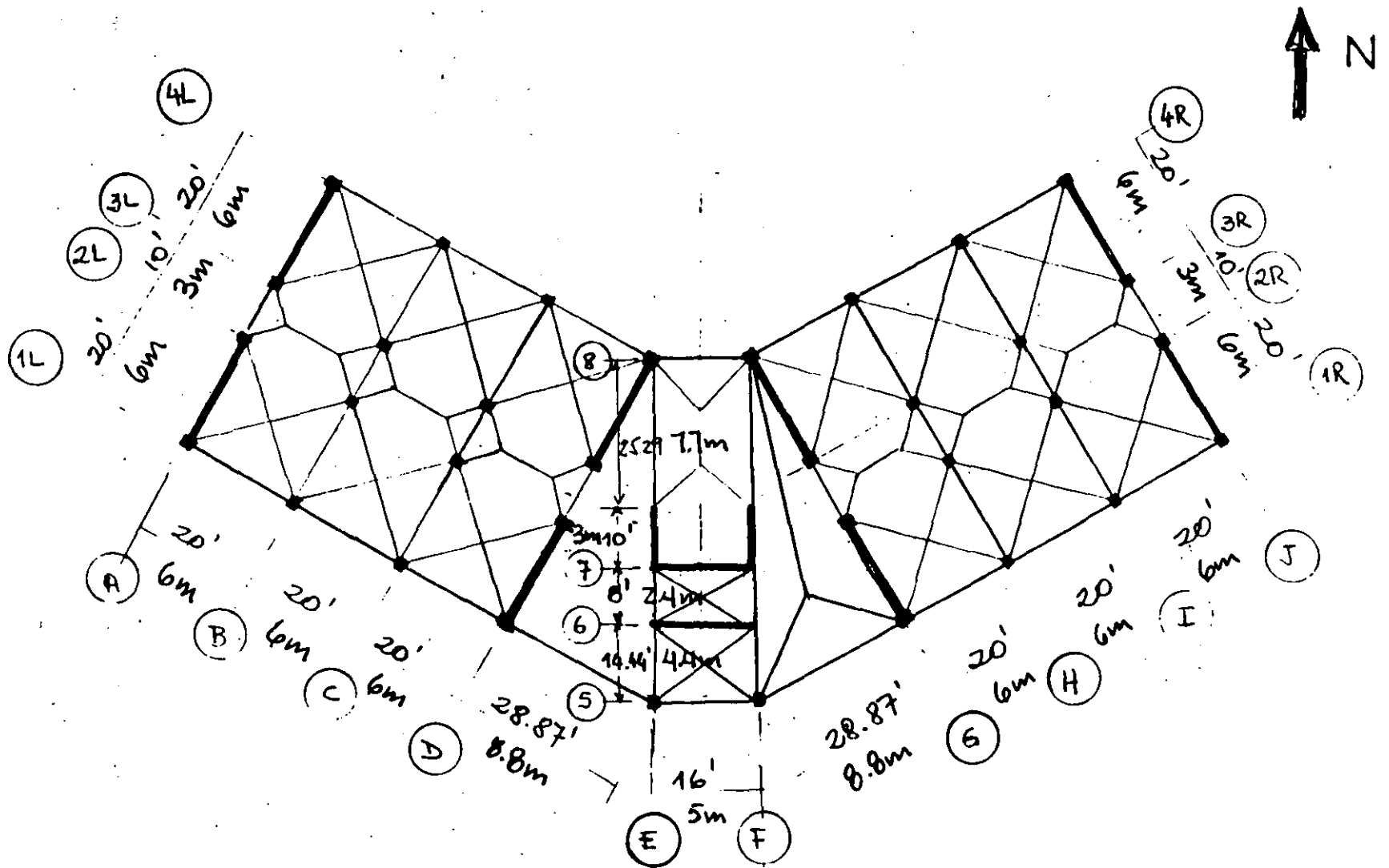
NUMERACION DE LINEAS DE COLUMNAS.



DISTRIBUCIÓN DE LAS VIGAS



NUMERACION DE CRUJIAS.



AREAS TRIBUTARIAS  
CARGAS VERTICALES

## a) ANÁLISIS ESTÁTICO

- altura total de la estructura :  $2 \cdot 4.5 \text{ m} + 5 \cdot 3.6 \text{ m}$   
 $= 27 \text{ m} < 60 \text{ m}$

$$- \frac{V}{W} = \frac{C}{Q'}$$

donde :  $C = 1.5 (0.4) = 0.6$

↳  $C$  para Zona III  
 ↳ factor de importancia de la estructura : Grupo A.

$Q = 3$  : puesto que no se satisface que:

"en cada entrepiso los muros son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50% de la fuerza sísmica actuante" (NTCSismo)

Así mismo, en 4.5.2 de las NTC-Concreto, se señala que:

"en el diseño por sismo de los muros a que se refiere esta sección y que resistan la totalidad de las fuerzas laterales, se usará  $Q = 3$ "

Pero  $Q' = \text{Factor de regularidad}$

El edificio no satisface las condiciones de regularidad:  
 I: Simetría  
 10: Torsión

$$\Rightarrow Q' = 0.8 Q = 2.4$$



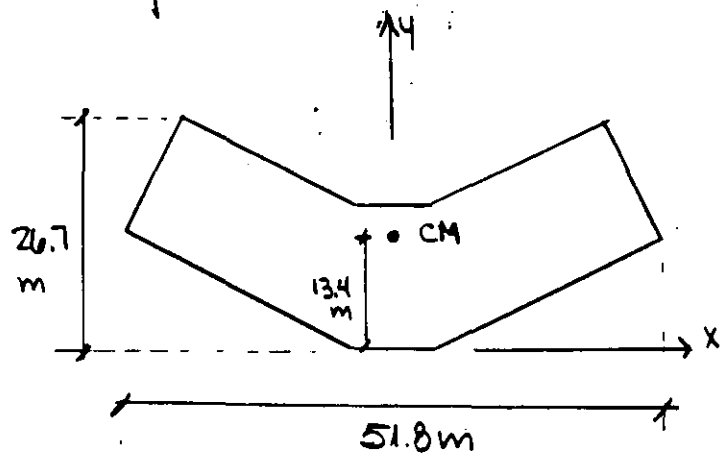
Por tanto,  $\frac{V}{W} = \frac{0.6}{2.4}$

$\frac{V}{W} = 0.25$

\* Los desplazamientos de entrepiso se multiplicarán por  $Q=3$ . Se verificará que desplazamiento/altura entrepiso  $< 0.012 \cdot Q$  porque los muros divisorios están separados de la estructura

Las fuerzas laterales se distribuyen en la altura del edificio. Estas fuerzas actuarán en el centro de masa del nivel (y las fuerzas cortantes en el centro de cortante).

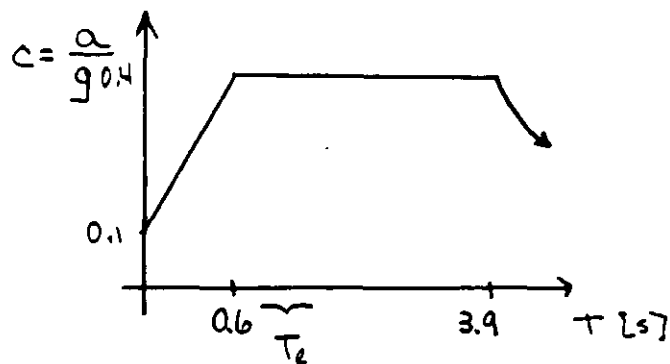
Para este edificio:



\* importante considerar torsión en el análisis (J. Dany)

## b) ANÁLISIS DINÁMICO

- debido a la asimetría
- espectro de diseño Zona III (Zona de Lago)



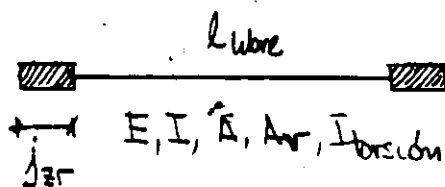
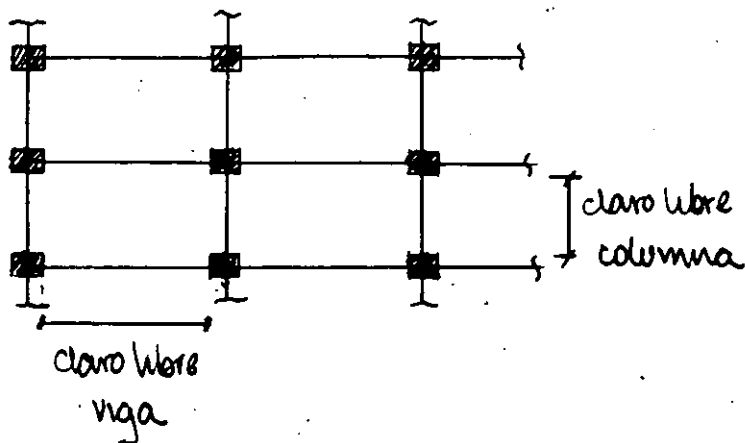
$$T_e = 0.13 \sim 0.14 N \approx 0.8 s$$

- incluir  $T_i \geq 0.4 s$
- usar espectro reducido:  $Q' = 2.4$
- combinar respuestas:  $S = \sqrt{\sum S_i^2}$

+ si los periodos de modos naturales difieren en menos de 10% entre sí: CQC (Complete Quadratic Combination = ETABS)

NOTA: las respuestas modales combinadas son las acciones, desplazamientos, y momentos mecánicos a estudiar. No usar una respuesta combinada  $S$  para determinar otro parámetro.

## c) IDEALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA



Si las propiedades de las secciones ( $A, I$ ) son iguales a secciones no agrutadas, usar  $J_{zr} = \frac{1}{3}$  ancho nudo

Si se usan propiedades agrutadas,  $J_{zr} = \frac{1}{2}$  ancho nudo

Agrutamiento: vigas:  $0.4 I_g$   
 columnas  $0.8 I_g$   
 muros  $0.25 I_g$

Para vigas

"L" :  $I \approx 1.5 I_{rectangular}$

"T" :  $I \approx 2 I_{rectangular}$

Para el análisis de la estructura, se consideraron las columnas y muros del PB y 1<sup>er</sup> piso como agrietados.

d) ANÁLISIS: usó el Uniform Building Code 1985

- o Pisos : Ajotea : 579 ton
- Piso : 728 ton

Total : 4219 ton (no considera el piso del sótano)

Para  $V_x$ ,  $C = 0.056 W$  | para roca  
 $V_y$ ,  $C = 0.047 W$

Piso	Fuerzas [ton]	
	X- EW	Y- NS
5	55.6	46.6
4	58.7	49.2
3	47.5	39.9
2	36.3	30.5
1	25.1	21.1
PB	14.4	12.1

o Verificación del modelo matemático.

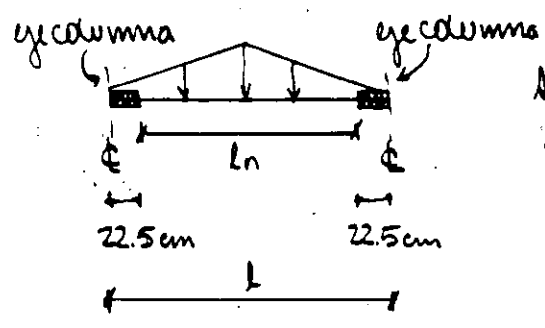
- 1) simetría: cargas simétricas (verticales, sumo en Y)  
 producen respuesta simétrica  
 - "cabeceo" con carga vertical

2) Cargas verticales

$$(\sum P_u)_{andlisis} = (W_u)_{edificio} \quad (1)$$

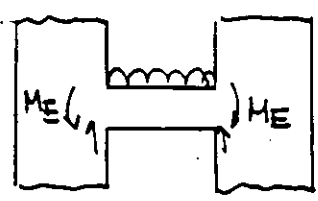
puro, < de la salida.

La explicación es que los cortantes de empotramiento se calcularon usando el caso libre

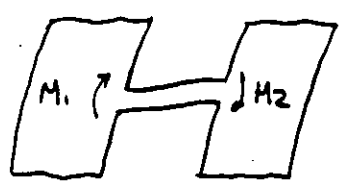


Si se usa el en lugar de  $L_n$ , se verifica la LC (1).

3) otro efecto: ante carga vertical, las M. de las vigas de acoplamiento son diferentes de  $M_E$



Empotramiento



ante carga vertical

## Resultados del Análisis ante sismo.

- Análisis Dinámico : períodos

$$T_x = 0.76s$$

$$T_y = 0.61s$$

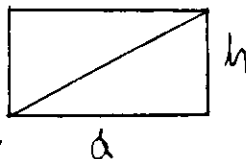
$$T_0 = 0.28s$$

masa modal efectiva 70%  
RSC

- Contravientos para medir distorsiones

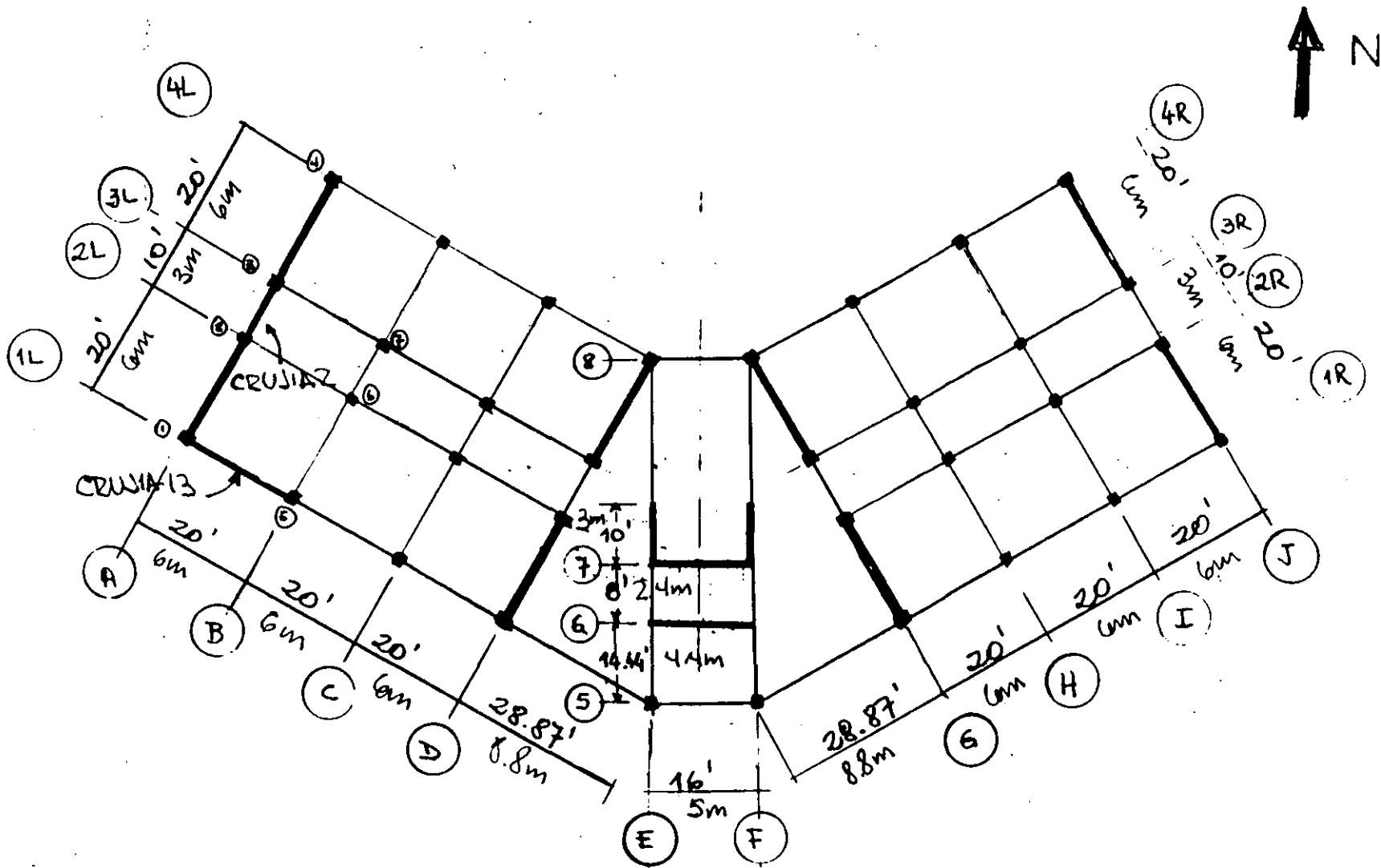
- cruces 2 y 13 : para medir torsión

- distorsión =  $0.1N \left( \frac{Q}{h} + \frac{h}{a} \right)$

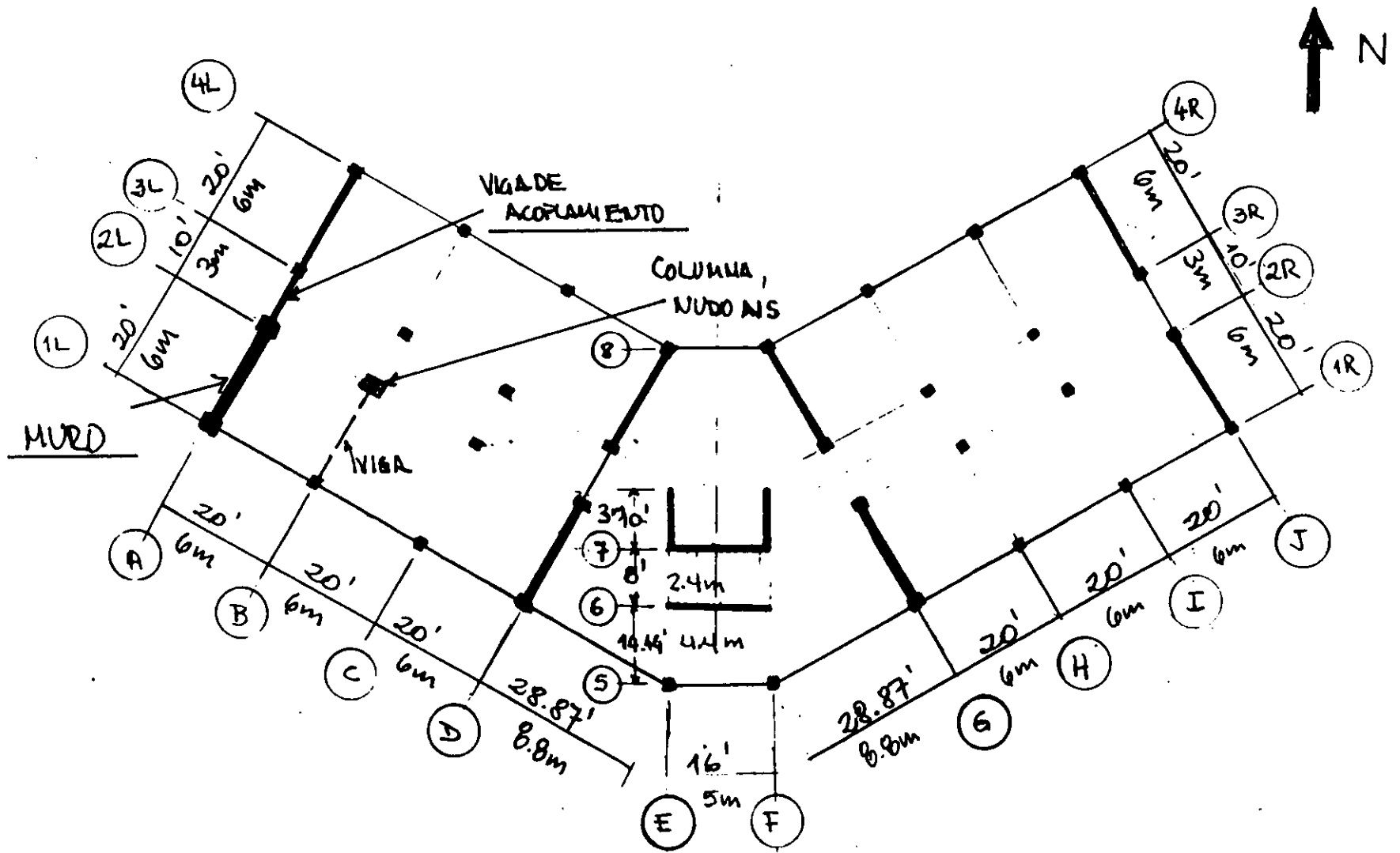


↑ fuerza normal : incluye  
superposición modal

- + permite eliminar el cabeceo (aumentación flexión)
- + realmente mide los desplazamientos en las opti-  
mos de las alas versus el desplazamiento del piso registrado en el CM.
- + la máxima distorsión = 0.002.



CONTRAVIENTOS PARA ESTIMAR LA DISTORSIÓN.



ELEMENTOS DISEÑADOS



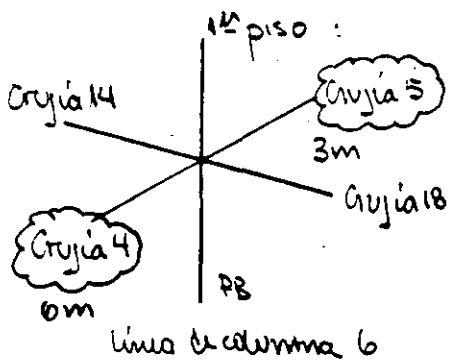
5- DISEÑO

Se diseñarán uno de los siguientes elementos:

- a) Viga
- b) Columna
- c) Junta Viga-columna
- d) Viga de acoplamiento
- e) muro

NOTA : se garantizarán las dimensiones en la construcción.

a) VIGAS



Vigas : 35 · 50 cm    d = 46.5 cm  
 Columna 45 · 45 cm

a.1) Determinar  $A_s$  para vigas

$$\rho_{min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{300}}{4200} = 0.00289^*$$

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_{bal} = 0.0171 \text{ (ver Dimensionamiento)}$$

\* en cada lado

$$A_{smin} = 2\#4 \text{ continuas en el lado}$$

Cruje 4:

$$\sqrt{M_u^-} = 1060.6 \text{ ton cm} \Rightarrow \rho = 0.0064 \Rightarrow A_s = 10.5 \text{ cm}^2$$

$$4 \# 6, A_s = 11.36 \text{ cm}^2$$

$$M_u^+ = 554.7 \text{ ton cm} \Rightarrow \rho = 0.0022 < \rho_{min} \Rightarrow A_s = 4.7 \text{ cm}^2$$

Cruje 5:

$$M_u^- = 1210.8 \text{ ton cm} \Rightarrow \rho = 0.0047 \Rightarrow A_s = 7.45 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{M_u^+} = 871.8 \text{ ton cm} \Rightarrow \rho = 0.0034 \Rightarrow A_s = 5.51 \text{ cm}^2$$

$$3 \# 5, A_s = 6.0 \text{ cm}^2$$

Si revisamos, usando ec. 2.9 NTC-comando

$$M_R = F_y [(A_s - A_s') f_y (d - a/2) + A_s' f_y (d - d')]$$

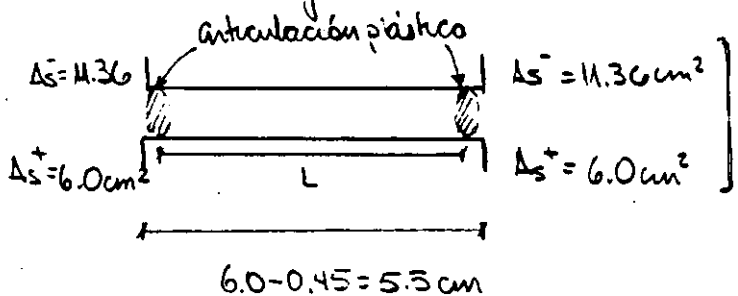
$$= 0.9 [(11.36 - 6.0) 4200 (46.5 - 3.15/2) + 6.0 \times 4200 (46.5 - 3.5)]$$

donde  $a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{f_c b} = \frac{(11.36 - 6) 4200}{204 \cdot 35} = 3.15$

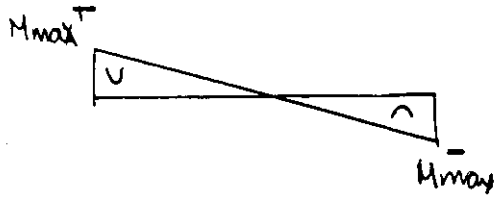
$$M_R = 1885.4 \text{ ton cm} > M_u^- \text{ para la cruje 4.}$$

a.2) Refuerzo de concreto

Se piensa mas que el acero obtenido se mantiene en las secciones criticas de la cruje 4:



se satisface que  $M_R^+ \geq 0.5 M_R^-$



5-10 cm  
h=20 ps  
14.5 m  
2d  
12.5

Según 5.2.4 de NTC podemos usar para junta cortante:

+ por capacidad : un factor de reducción  
 espujo acuo = 1.25 fy  
 carga viva afectada por Fe.

$$V_{max} = \frac{M_{max}^+ + M_{max}^-}{L} + \frac{wL}{2} \approx \frac{\alpha(M_n^+ + M_n^-)}{L} + \frac{wL}{2}$$

$$M_n^- = \frac{M_e^-}{F_e} = \frac{1885.4}{0.9} = 2095 \text{ ton}\cdot\text{cm}$$

$$M_n^+ = 1127 \text{ ton}\cdot\text{cm}$$

$$w = 2387 \text{ kg/m} \quad (\text{obtenido en forma similar al producto})$$

$$V_{max} = \frac{(2095 + 1127)}{600} \cdot 1.25 + \frac{2.4 \cdot 6}{2}$$

$$V_{max} = 6.7 + 7.2 = 14.0 \text{ ton}$$

$$V_n = \frac{V_{max}}{F_e = 1} = 14.0 \text{ ton}$$

+ de Vanolus , con Fe = 0.6 (en lugar de 0.8)

$$V_{anulus} = 11.7 \text{ ton}$$

$$V_n = \frac{V_{anulus}}{0.6} = 19.5 \text{ ton}$$

⇒ usar para  $V_n = 19.5 \text{ ton}$

Puesto que  $V_{sumo} < 0.5 V_n = (19.5^t)$

se considera la contribución del concreto a cortante.

Puesto que  $p < 0.01$ , usar ec. 2.17:

$$\begin{aligned} V_{CR} &= F_c b d (0.2 + 30p) \sqrt{f_c'} \\ &\downarrow \\ &= 0.6 \cdot 35 \cdot 46.5 (0.2 + 30 \cdot 0.0004) \sqrt{240} \\ &= 5930 \text{ kg} < 1.5 \cdot 0.6 b d \sqrt{f_c'} = 22690 \text{ kg} \\ &\quad \quad \quad \downarrow \text{FR} \end{aligned}$$

Ocho tama.  $V_u - V_{CR} = 11.7 - 5.9 = 5.8 \text{ ton}$

$$s = \frac{F_c A_v f_y d}{V_u - V_{CR}} \quad \text{ec. 2.21}$$

E#3  
curados

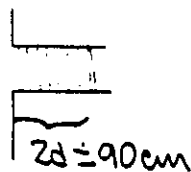
$$s = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 0.71 \cdot 4200 \cdot 46.5}{5800} = 29 \text{ cm!}$$

$$s_{\text{max}} = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 0.71 \cdot 4200}{3.5 \cdot 35} = 29 \text{ cm}, \text{ y } s_{\text{max}} = 0.5d = 20 \text{ cm}$$

E#3, curados  $s=20 \text{ cm}$

a.3) Refuerzo por confinamiento.


+ extremo:  $2d$  a partir cara columna



1<sup>o</sup> estribo a 5cm de la cara

Según 5.2.3,

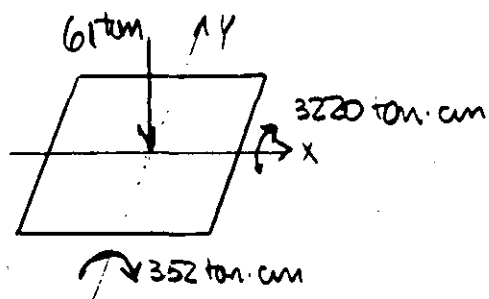
$$S \leq \begin{cases} 0.25d = 11 \text{ cm} \\ 8d_{b_{\min}} = 12.5 \text{ cm} \text{ (#5)} \\ 24d_{b_{\text{estribo}}} = 23 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

usar s = 10 cm | 

- dobles B50
- extensión 10 db (9.5 cm) !

Fuera de la zona de la articulación plástica:  $S_{\max} \leq 0.5d = 23 \text{ cm}$   
 usen  $s = 20 \text{ cm}$  (O.K.)

b) COLUMNA



b.1) Diseño por flexión

$$M_{ux} = 352 \text{ ton.cm}$$

$$M_{uy} = 3220 \text{ ton.cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} e_x = 6 \text{ cm} \\ e_y = 53 \text{ cm} \end{array} \right\} > 0.05h = 2.25 \text{ cm} \checkmark$$

$e_{\min}$

Según 5.3 (NTC-Concreto): miembro a flexo-compresión si

$$P_u > A_g f'_c / 10$$

$$\frac{A_g f'_c}{10} = \frac{45^2 \cdot 300}{10} = 60.8 \text{ ton (estd en el límite)}$$

de ser considerada a flexión

Para fines del ejemplo  $\Rightarrow$  flexo-compresión

Usaremos las gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado (Serie 428 Instituto de Ingeniería).

$$R_x = \frac{352000}{0.8 \cdot 45^3 \cdot 204} = 0.024$$

$\hookrightarrow R$

$$\left( R = \frac{M}{F_c b h^3 f'_c} \right)$$

$$R_y = \frac{3220000}{0.8 \cdot 45^3 \cdot 204} = 0.217$$

$$R_x / R_y = 0.11$$

$$k = \frac{P_u}{F_c b h L^2 f'_c} = \frac{61000}{0.8 \cdot 45^2 \cdot 204} = 0.185$$

Para el efecto:  $d = h - r = 45 - r = 40 \text{ cm}$   
 $r = 3 + 2 = 5 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d/b = 40/45 = 0.89 \text{ usar } 0.9$$

Para  $R_x/R_y = 0.5$ , Figura 42  $q = 0.7$  (ver página 55)

$R_x/R_y = 0$ , Figura 10  $q = 0.5$  (ver página 54)

interpolando para  $R_x/R_y = 0.11$ ,  $q = 0.54$

Ento  $q = \frac{A_s}{bh} \frac{f_y}{f'_c}$

$$A_s = qbh \frac{f'_c}{f_y} = 0.54 \cdot 45 \cdot 45 \frac{204}{4200}$$

$$A_s = 53.1 \text{ cm}^2$$

Usar 12 # 8  $A_s = 61.2 \text{ cm}^2$

$$\rho = \frac{61.2}{45^2} = 0.03 < \rho_{\max} = 0.06$$

$$\rho_{\min} = \frac{20}{f_y} = 0.005$$

Para miembros rectos se satisface que.

$h_{\min} \geq 30 \text{ cm}$

$A_g > R_u / 0.5 f'_c$

$b/h \leq 0.4$

$H'/h = 310/45 = 6.9 < 15$

Para asegurar un comportamiento "viga de columna fuerte"

$$\frac{\sum M_{\text{col}}}{\sum M_{\text{viga}}} \geq 1.5 \quad \text{donde los momentos se refieren a momentos resultantes referidos al centro del nodo}$$

Para  $M_{\text{columna}}$ :  $A_s = 61.2 \text{ cm}^2$

$$q = \frac{61.2}{45^2} \frac{4200}{204} = 0.62$$

$$y k = 0.185$$

de la Figura 10,  $R = 0.30$  (ver página 54)  
(II-20)

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_R &= R F_c b d^2 f'_c \\ &= 0.3 \cdot 0.8 \cdot 45^3 \cdot 204 \\ &= 4461 \text{ ton}\cdot\text{cm} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\sum M_{\text{col}}}{\sum M_{\text{viga}}} = \frac{2 \cdot 4461}{1885 + 0.9 \cdot 1127} = 3 \quad \checkmark \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Para las vigas} \\ 14418 \text{ la razón} \\ \text{da } 1.45 \checkmark \end{array} \right.$$

\* debería incluirse  $d = 1.25$   
p/vigas

b.2) Traslape

solo se permite a la mitad central del elemento

$$\text{Traslape} \geq \begin{cases} 1.33 L_d & (\text{según 3.9.1}) \\ (0.01 f_y - 6) d_b \end{cases}$$

$$\text{Pero } L_d = L_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006 d_b f_y$$

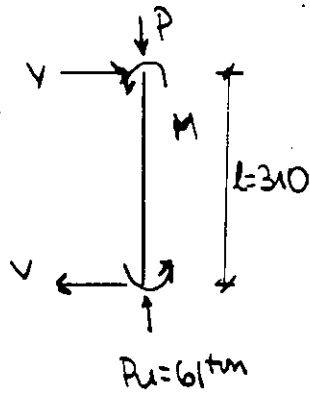


$$\Rightarrow \text{trape} = 1.33 \cdot 0.06 \frac{5.1 \cdot 4200}{\sqrt{300}} = 99 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ m}$$

$$\text{que debe ser mayor que: } 1.33 \cdot 0.006 \cdot 2.5 \cdot 4200 = 84 \checkmark$$

### b.3) Diseño por cortante

Las columnas se dimensionarán de manera que no fallen por fuerza cortante antes de que se formen articulaciones plásticas en las vigas (5.3.5)



Diseño por capacidad

$$M = 0.5 (1.5 \leq M_{\text{viga}})$$

$$M = 0.5 [1.5 (1.885 + 0.9 \cdot 1127)]$$

$$= 2174 \text{ tm} \cdot \text{cm} \quad (\text{que es } 0.5 M_{\text{real}} \text{ aprox})$$

$$V_u = \frac{2M}{l} = \frac{2 \cdot 2174}{310} = 14 \text{ tm}$$

Según 2.1.5

$$V_{c2} = 0.5 F_c b d \sqrt{f_c} (1 + 0.007 \frac{P_u}{A_g})$$

para  $p > 0.01$  ( $p_{\text{cal}} = 0.03$ )

$$= 0.5 \cdot 0.8 \cdot 45 \cdot 40 \sqrt{204} (1 + 0.007 \cdot 61000 / 45^2)$$

$$= 12.5 \text{ tm}$$

Por

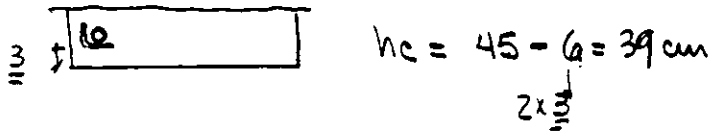
$$S = \frac{F_y A_w t_y d}{V_u - V_{c2}}$$

$$\frac{A_s}{S} = \frac{V_u - V_{cr}}{F_R f_y d} = \frac{1500}{0.8 \cdot 4200 \cdot 46.5} = 0.0096 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^2}$$

b.4) Por confinamiento (según 5.2.4)

$$\frac{A_{sh}}{S} = 0.3 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} h_c = 0.3 \left( \frac{45^2}{39^2} - 1 \right) \frac{300}{4200} 39 = 0.277 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

$$\frac{A_{sh}}{S} = 0.12 \frac{f'_c}{f_y} h_c = 0.12 \frac{300}{4200} 39 = 0.334 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$



Por la última,  $\frac{A_{sh}}{S} = 0.334$

$$S \leq \begin{cases} \bullet \frac{h}{4} = 11 \text{ cm} \\ \bullet 10 \text{ cm} \end{cases} \quad \left\{ \text{según 5.3.4} \right.$$

según 4.3.3

$$\bullet \frac{850}{\sqrt{f_y}} \frac{d_b}{c} = \frac{850}{\sqrt{4200}} \frac{2.5}{1} = 33 \text{ cm} \quad \downarrow \quad \#8$$

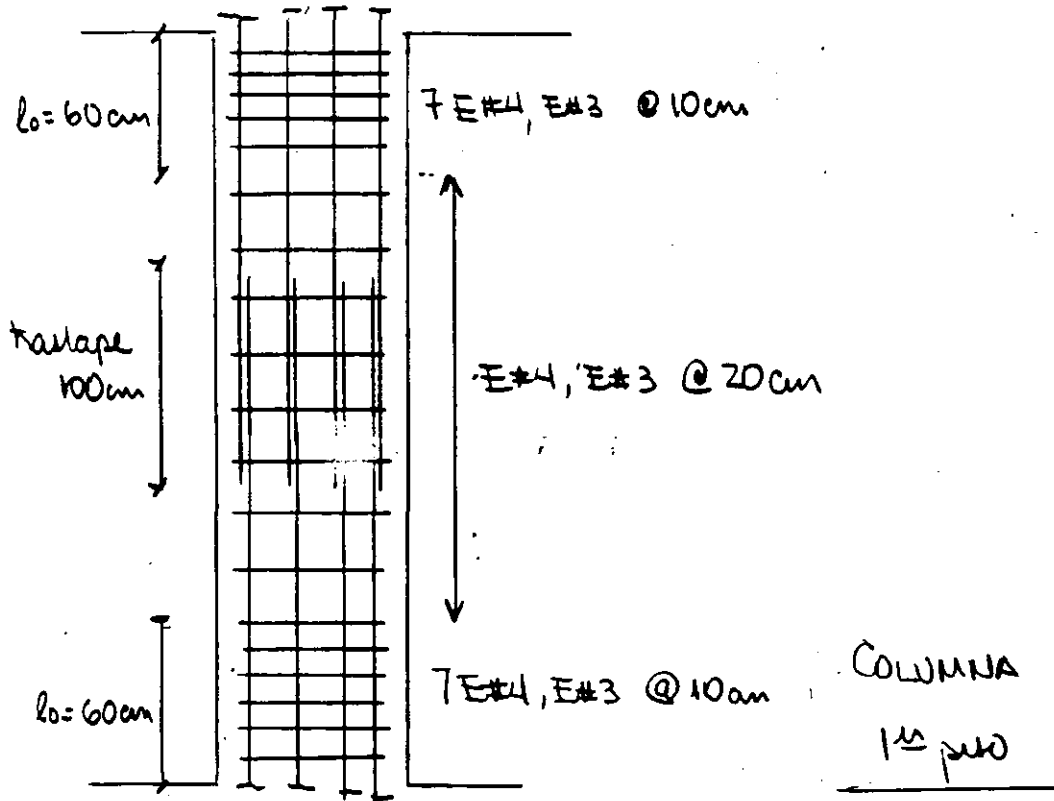
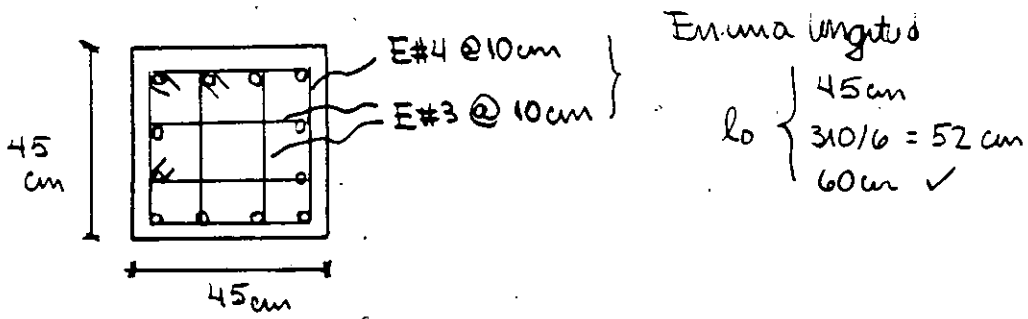
$$\bullet 48 d_{\text{trabazo}} = 48 \cdot 1.25 = 60 \text{ cm}$$

$$\bullet \frac{h}{2} = 23 \text{ cm}$$

Por  $S = 10 \text{ cm}$

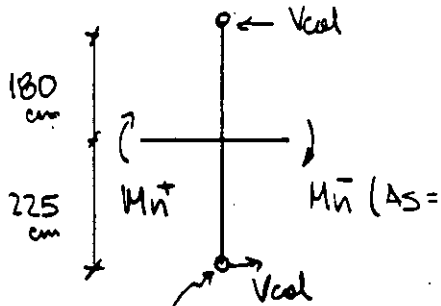
$$\Rightarrow A_{sh} = 0.334 \cdot 10 = 3.34 \text{ cm}^2$$

Usar  $E \# 4$ ,  $E \# 3 @ 10 \text{ cm} \Rightarrow A_{sh} = 4 \text{ cm}^2$



## c) JUNTA VIGA-COLUMNA

## c.1) Resistencia al corte



$$M_n^-: a = \frac{\alpha}{f_c''} \frac{A_s}{cb} = \frac{1.25 \times 4200 \times 11.36}{204 \times 35} =$$

$$a = 8.35 \text{ cm}$$

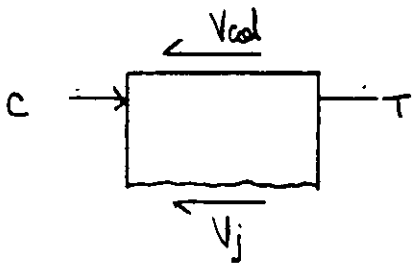
punto de inflexión a la mitad de la altura de la columna

$$M_n^- = 1.25 \times 4200 \times 11.36 \left( 46.5 - \frac{8.35}{2} \right) = 2524 \text{ ton}\cdot\text{cm}$$

$$M_n^+ : a = \frac{1.25 \times 4200 \times 6}{204 \times 35} = 4.41$$

$$\Rightarrow M_n^+ = 1395 \text{ ton}\cdot\text{cm}$$

$$\text{Puro } V_{col} = \frac{\sum M_n}{180 + 225} = \frac{2524 + 1395}{405} = 9.7 \text{ ton}$$



$$C = 1.25 \times 4200 \times 6.0 = 31.5 \text{ ton}$$

$$T = 1.25 \times 4200 \times 11.36 = 59.6 \text{ ton}$$

$$V_j = 31.5 + 59.6 - 9.7 = 81.4 \text{ ton}$$

Puesto que el nudo está confinado en 75% por el ancho de las trabes

$$V_{rj} = 5.5 F_r \sqrt{f_c''} b_e h, \quad b_e = \frac{b_{viga} + b_{col}}{2} = \frac{45 + 35}{2} = 40 \text{ cm}$$

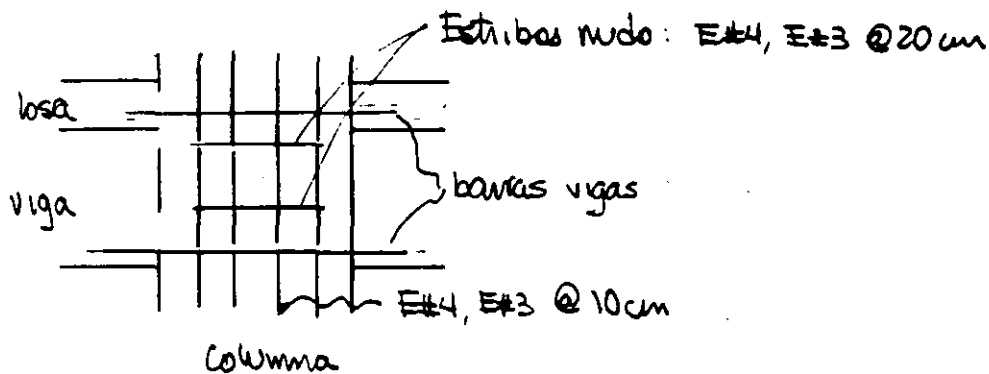
$$= 5.5 \times 0.8 \times \sqrt{240} \times 40 \times 45$$

$$= 123 \text{ ton} > V_j \checkmark$$

## c.2) Refuerzo transversal de confinamiento

Puesto que el mudo está confinado por cuatro traveses, con relación de áreas viga / columna  $> 0.75$ ,

⇒ reducir el refuerzo transversal de la columna, con 2 juegos de estribos entre los techos superior e inferior ← importante



## c.3) Anclaje del refuerzo \*

Según 5.4.4, punto: que los muros resistan más del 50% de la fuerza lateral,

$$\frac{h}{d_b} \geq 15$$

Para bases de columna

$$\frac{h_{viga}}{d_b \text{ columna}} = \frac{50}{2.5} = 20 \checkmark$$

↙ #8

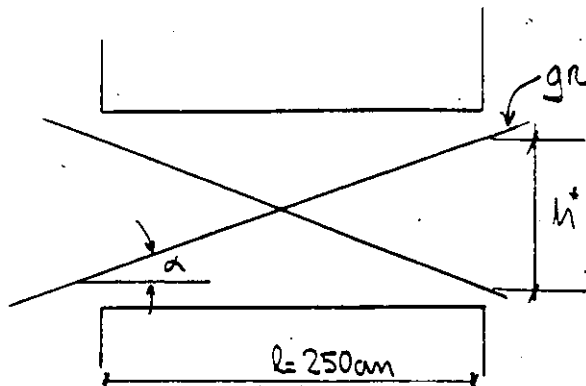
$$\frac{h_{columna}}{d_b \text{ viga}} = \frac{45}{1.9} = 23 \checkmark$$

↘ #6

\* a menudo controla el volteo, especialmente columnas

Según 5.4.1, se deben incluir símbolos acotados y a escala en los planos, del tipo: en las uniones vigas-columnas.

d) VIGAS DIAFRAGMA DE ACOPLAMIENTO

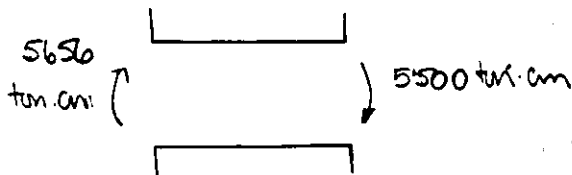


$$M = T h^* \cos \alpha$$

$$V = (T + C) \sin \alpha$$

En nuestro caso:  $l = 250 \text{ cm}$ ,  $h = 50 \text{ cm}$  ( $l/h = 5 > 2$ )

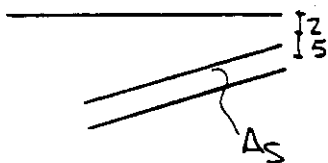
↑ máximo para LTC  
RDF (4.14.2)



Por facilidad,  $M = 5600 \text{ ton.cm}$

$$M_{\text{máx}} \approx \alpha M = 1.25 \cdot 5600 = 7075$$

$$\text{Si } h^* = 36 \text{ cm y } \alpha = \arctan 0.2 = 11.3^\circ$$



$$T = \frac{M_{\text{máx}}}{h^* \cos \alpha} = \frac{7075}{36 \cdot \cos 11.3^\circ}$$

$$T = 200 \text{ ton}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{T}{f_y} = \frac{200}{4.2} = 48 \text{ cm}^2 \quad \text{usar } 6\#10$$

$$A_s = 49.14 \text{ cm}^2$$

(Pase sobre  $V = (T + C) \sin \alpha$ ,  $T = 144 \text{ ton}$ )

Las diagonales se anclarán según 3.1.1c) multiplicado por 1.5

$$1.5L_d = 1.5 \cdot 0.06 \frac{A_s f_y}{\sqrt{f'_c}} > 1.5 \cdot 0.006 d_b f_y$$

$$1.5 \cdot 0.006 = 3.175 \cdot 4200 = 120 \text{ cm}$$

$$1.5 \cdot 0.06 \frac{8.19 \cdot 4200}{\sqrt{300}} = 178 \text{ cm} \checkmark$$

Estribos:

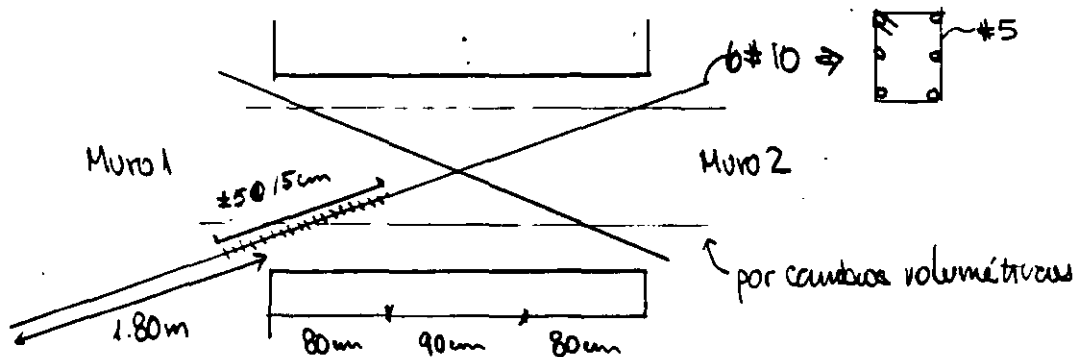
$$\frac{850}{\sqrt{f_y}} d_b = \frac{850}{\sqrt{4200}} \cdot 3.175 = 42 \text{ cm}$$

$s \leq$

$$48 d_{estribo} = 48 \cdot \frac{5}{8} \cdot 2.54 = 76.2 \text{ cm}$$

$$35/2 = 17.5 \text{ cm} \text{ (regl.) , usar } s = 15 \text{ cm}$$

↑ menor dimensión



El resto de la viga lleva refuerzo por cambios volumétricos.

$$\rho = 0.002, A_s = 50 \times 35 \times 0.002 = 3.5 \text{ cm}^2$$

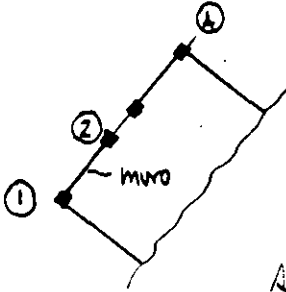
(3.10)

⇒ Usar #2.5 @ 50cm (verticales) no diagonales  
2 ± 3 horizontales



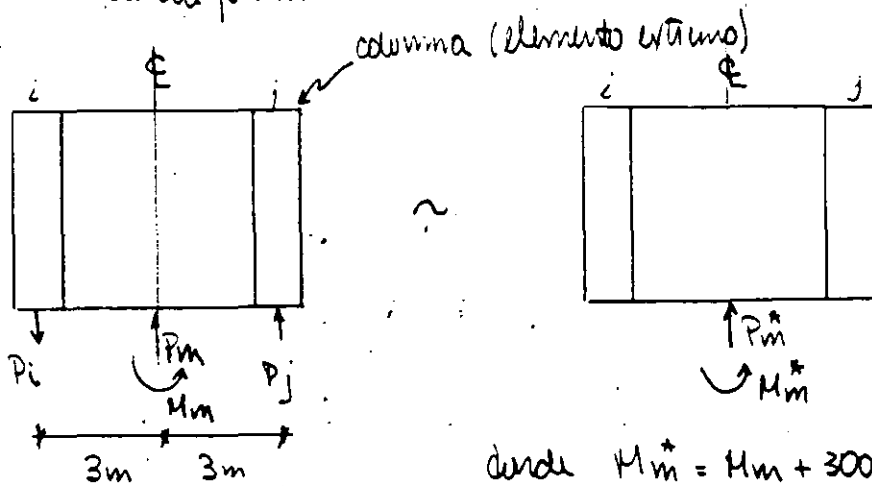
## e) MUROS DE CONCRETO

Se dimensionará el muro de la planta baja entre columnas 1 y 2.



Del dimensionamiento:  $t = 20 \text{ cm}$   
 $h = 45 \text{ cm}$

De acuerdo al modelo de la estructura, se obtuvieron elementos mecánicos en las columnas y en el muro. Se debe incorporar la carga axial de las columnas en la carga axial y flexión del muro. De esta forma:

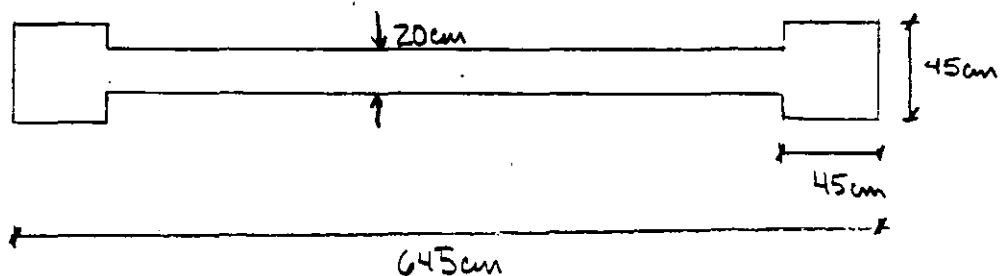


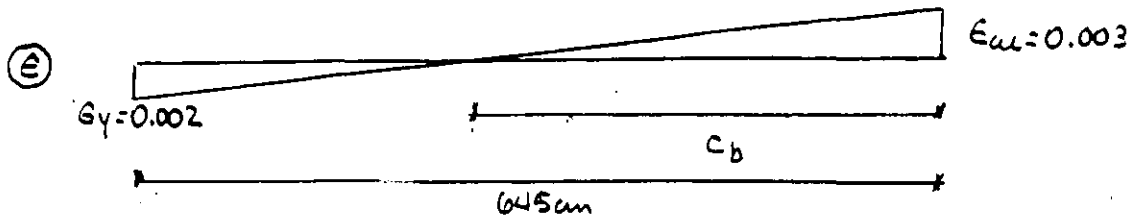
$$\text{donde } M_m^* = M_m + 300(P_i + P_j)$$

$$P_m^* = P_m - P_i + P_j$$

La carga de compresión más alta fue de 362 ton y de tensión de 143 ton.

Para tener idea de la peor combinación de carga, consideramos carga axial, estimaremos en primera aproximación la carga axial balanceada.





$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{0.002}{645 - c_b}$$

$$\Rightarrow c_b = \frac{0.003(645)}{0.005} = 387 \text{ cm}$$

La profundidad del bloque equivalente de refuerzos es de

$$a_b = 0.8 \cdot c_b = 309.6 \text{ cm}$$

La carga axial balanceada será:

$$P_b = \underbrace{0.85}_{f'_c} f'_c a_b + A'_s f_y - A_s f_s$$

Suponiendo que  $A'_s = A_s$ ,  $f_y = f_s$  y  $b = 20 \text{ cm}$

$$P_b = 204 \times 309.6 \times 20 / 1000$$

$$= 1263 \text{ ton (compresión)}$$

\*\* Es claro que la máxima carga de compresión está muy por debajo de  $P_b$ .

$\Rightarrow$  la tensión crítica de carga es:

$$M_u = 302,550 \text{ ton} \cdot \text{cm}$$

$$P_u = 143 \text{ ton (tensión)}$$

$$V_u = 294 \text{ ton (se verificará por capacidad)}$$

e.1) Diseño por cortante

La fuerza cortante  $V_u = 294 \text{ tm}$  es constante en la altura del muro en el primer entrepiso.

Verifiquemos que  $V_{max} > V_u$  (4.5.2 NTC-Concreto)

$$V_{u,max} = 2 F_e L t \sqrt{f'_c} = 2 \cdot 0.8 \cdot 645 \cdot 20 \sqrt{240} / 1000$$

$$= 320 \text{ tm} > 294 \text{ tm} \checkmark$$

Puesto que  $\frac{H}{L} = \frac{250}{645} = 3.5 > 2$ , el cortante que

como el concreto se evalúa con la ec. 2.18 (para vigas), afectada por un factor que considere la carga axial a tensión

$$V_{c2} = 0.5 F_e b d \sqrt{f'_c} \underbrace{(1 - 0.03 \frac{P_u}{A_g})}_{\text{por tensión}} \text{ si } \rho \geq 0.01$$

$$\text{donde } b = 20 \text{ cm}$$

$$d = 0.8L = 0.8 \cdot 645 = 516$$

$$\frac{P_u}{A_g} = \frac{143000}{2 \cdot 45^2 + 20(600 - 45)}$$

$$V_{c2} = 0.5 \cdot 0.8 \cdot 20 \cdot 516 \cdot \sqrt{240} (1 - 0.03 \cdot 9.4) / 1000$$

$$V_{c2} = 45.8 \text{ tm}$$

El acero horizontal se determina como (ec. 4.6)

$$\rho_h = \frac{V_u - V_{c2}}{F_e f_y d t} = \frac{294000 - 45800}{0.8 \cdot 4200 \cdot 516 \cdot 20} = 0.0072 > \rho_{min} \checkmark$$

donde  $\rho_{min} = 0.0025$

NOTE  $V_{c2}$  se determinó con 2.18 para  $p \geq 0.01$ , pero  $p_n < 0.01$

usando 2.17 con  $p_n = 0.007$

$$V_{c2} = 38.2 \text{ km}$$

$$\gamma \quad p_n = \underline{0.0074} \quad \text{Poco sensible.}$$

$$\text{Si } t = 20 \text{ cm} \quad \gamma \quad p_n = \frac{A_{vh}}{S_{ut}}$$

$$\frac{A_{vh}}{S} = 0.148 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Puesto que  $t > 15 \text{ cm}$ , se colocará el refuerzo en 2 capas. Si se usan  $2\#5$  ( $A_{vh} = 4 \text{ cm}^2$ ),

$$S = 4 / 0.148 = 27 \text{ cm}$$

$$S = 25 \text{ cm} < s_{may} = 35 \text{ cm} \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{usar } \underline{2\#5 @ 25 \text{ cm}}$$

El acero vertical se calcula con.

$$P_v = 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{H}{L} \right) (p_n - 0.0025)$$

↑  
notar

$$\rho_v = 0.0025 + 0.5 (2.5 - 3.5) (0.0074 - 0.0025)$$

$$= 0.0001 < \rho_{min}$$

usar  $\rho_v = \rho_{min} = 0.0025$

Simultáneamente al desarrollo de  $\rho_h$

$$\frac{A_{vv}}{s} = 0.05$$

Al  $s_{máx} = 35 \text{ cm}$ ,  $A_{vv} = 0.05 \times 35 = 1.75 \text{ cm}^2$

$$\Rightarrow \text{usar } 2\#4 @ 35 \text{ cm}$$

$$(A_w = 2.58 \text{ cm}^2)$$

e.2) Revisión del elemento extremo como columna corta

sin considerar el acero del alma, se diseñará el elemento extremo para la máxima carga axial. De las varias condiciones de carga, considerando carga axial y momento,  $P = 537 \text{ ton}$

$$A_g = 45^2 = 2025 \text{ cm}^2$$

si usamos  $12\#10$ ,  $A_{st} = 12 \cdot 8.19 = 98.3 \text{ cm}^2$

$$P_{e0} = 0.8 [ f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} ] \quad (\rho_{st} = 0.048 < 0.08)$$

$$= 0.8 [ 204 (2025 - 98.3) + 4200 \cdot 98.3 ] / 1000$$

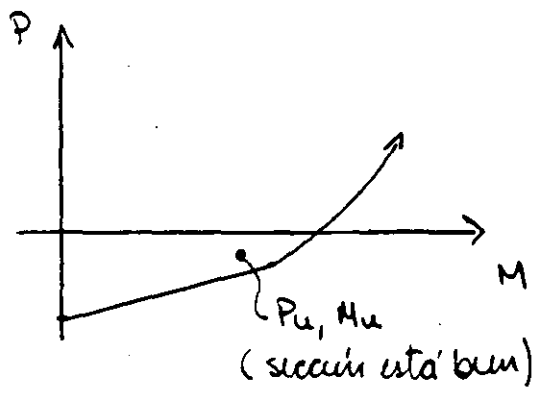
$$= 645 \text{ tm} > P_u$$

e.3) Revisión de la capacidad

Se calcularon algunos puntos del diagrama de interacción:

don:

	P [ton]	M [ton·cm]
tension	145	342 782 ← Mn
	0	385 257
	136	424 600
	318	475 670
	454	512 901
	590	548 846
	726	583 444



Según la condición de carga crítica.

$$Vu = 294 \text{ ton}$$

$$(Vu)_{\text{aumentado}} = Vu \frac{\alpha Mn}{Mu} ; \alpha = 1.1 \text{ a } 1.2$$

$$= 294 \frac{1.1 \cdot 342782}{302550}$$

$$\frac{1}{Fz} = \frac{1}{0.9}$$

$$(Vu)_{\text{aumentado}} = 1.25 Vu = 367 \text{ ton}$$

Pero la capacidad

$$\phi Vn = Vc2 + Vs = 45.8 + \phi n f_y d t \quad \text{donde } \phi n = \frac{A_{vn}}{S_{vt}} = \frac{4}{25 \cdot 20} = 0.008$$

$$\uparrow 1.0$$

$$= 45.8 + 0.008 \cdot 4200 \cdot 516 \cdot 20 / 100$$

$$= 45.8 + 347$$

$$= 393 \text{ ton} > (Vu)_{\text{aumentado}} //$$

#### e.4) Confinamiento de los elementos verticales

Similar a las columnas, solo que el refuerzo transversal se coloca a lo largo del elemento con la misma separación.

$$\frac{A_{sh}}{s} = 0.334 \quad ; \quad \text{si } s = 10 \text{ cm}$$

$$A_{sh} = 3.34 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \#4, \#3 @ 10 \text{ cm}$$

#### e.5) Uniones de barras (traspies) $l_t$

→ a la mitad de la altura, y barras alternadas

Para las barras del #10,  $l_t = 1.33 L_{db}$

$$\text{donde } L_{db} = \frac{0.06 \times \sigma_{fy}}{\sqrt{f'_c}} = \frac{0.06 \times 8.9 \times 4200}{\sqrt{300}} = 119 \text{ cm}$$

que tiene que ser mayor o igual que  $0.006 d_b f_y = 0.006 \times \frac{10}{8} \times 8.9 \times 4200 = 78.8 \text{ cm}$

$$\Rightarrow l_t = 1.33 \times 119 = 160 \text{ cm}$$

Para las barras del #4,  $l_t = 40 \text{ cm}$  |  $\text{reg } (0.006 d_b f_y)$

Para el desarrollo de las varillas #5 (horizontales)

Según 3.1.1

$$L_{dn} = \frac{0.076 \sigma_b f_y}{\sqrt{f'_c}} = \frac{0.076 \cdot \frac{5}{8} \cdot 354 \cdot 4200}{\sqrt{300}}$$

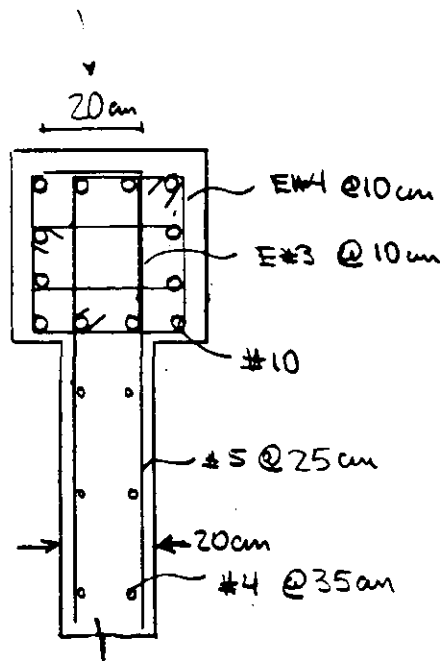
$$= 30 \text{ cm} < 45 \text{ cm (Ancho del elemento de concreto)}$$

El tramo recto después del doblez será de  $12d_b = 19 \text{ cm}$

usar 20 cm

Croquis

Elemento exterior  
45 cm x 45 cm

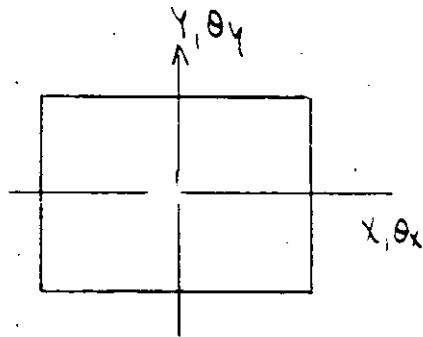




## 6. INTERACCIÓN SUELO - ESTRUCTURA

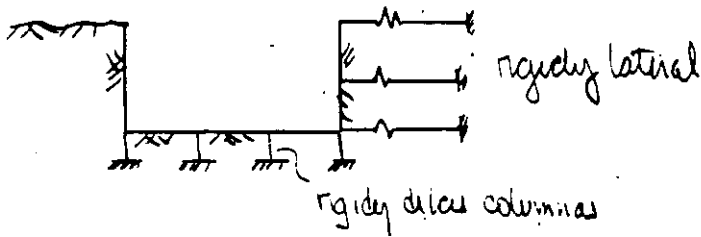
- losa de cimentación y muros de contención que se suponen rígidos + pilotes
- contrateles

Algunos comentarios sobre modelación de la interacción suelo-estructura usando ETABS.



El objetivo es modelar  $k_x, k_{\theta x}, k_y$  y  $k_{\theta y}$

Para cimientos de cimentación:



La rigidez lateral total de la cimentación será dada por:

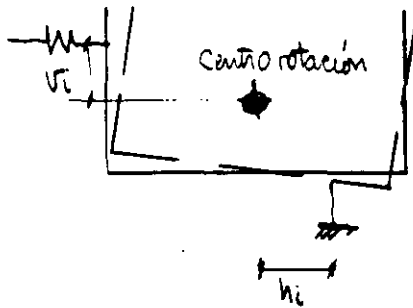
$$k_x = \sum k_{lateral} + \sum \frac{12EI}{L^3(1-\psi)}$$

columnas equivalentes

donde  $\psi = \frac{6EI}{L^2 k_r G}$  ( $\psi = 0$ : el pivote es por completo sin rotas)

La rigidez rotacional total se obtiene de:

$$K_{\theta\theta} = \sum k_{rot} \psi_i^2 + \sum \frac{AE}{L} u_i^2 \quad (\text{contribución de la rigidez axial de las resacas-columna})$$



$$+ \sum \frac{12EI}{L^3(1+2\nu)} \psi_i^2 \quad (\text{contribución de la rigidez lateral de las columnas})$$

$$+ \sum \frac{2EI(2+\nu)}{L(1+2\nu)} \quad (\text{contribución de la rigidez rotacional de las columnas})$$

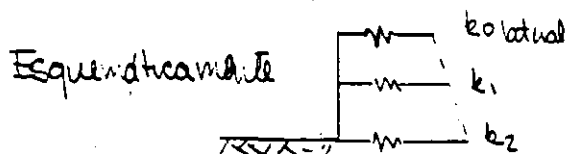
El término  $K_{x\theta}$  se obtiene

$$K_{x\theta} = \sum k_{lateral} \psi_i + \sum \frac{12EI}{L^2(1+2\nu)} \psi_i + \sum \frac{6EI}{L^2(1+2\nu)} \psi_i$$

Se puede suponer que el centro de rotación estará a  $2/3$  de la profundidad de la cimentación

se puede incrementar la rigidez lateral en forma lineal con la profundidad de la cimentación

$$k_{lateral} = k_{olateral} + Cy$$



$K_x, K_y, K_{x\theta}, K_{y\theta}$  se obtienen: RDF-87, ATC, etc.

Para obtener  $k_{ox}$  y  $k_{columna}$ , se supone  $\beta=0$  y  $\alpha=0.5$  con los efectos secundarios debidos en la superestructura;

Se resuelve un sistema de ecuaciones de la forma

$$\begin{Bmatrix} k_{ox} \\ k_x \\ k_{oy} \\ k_y \\ k_{oz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ * \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{ox} \\ A \\ I_y \\ k_{oy} \\ I_x \end{Bmatrix}$$

\* ver ecuaciones pasadas, para una posición de rotación

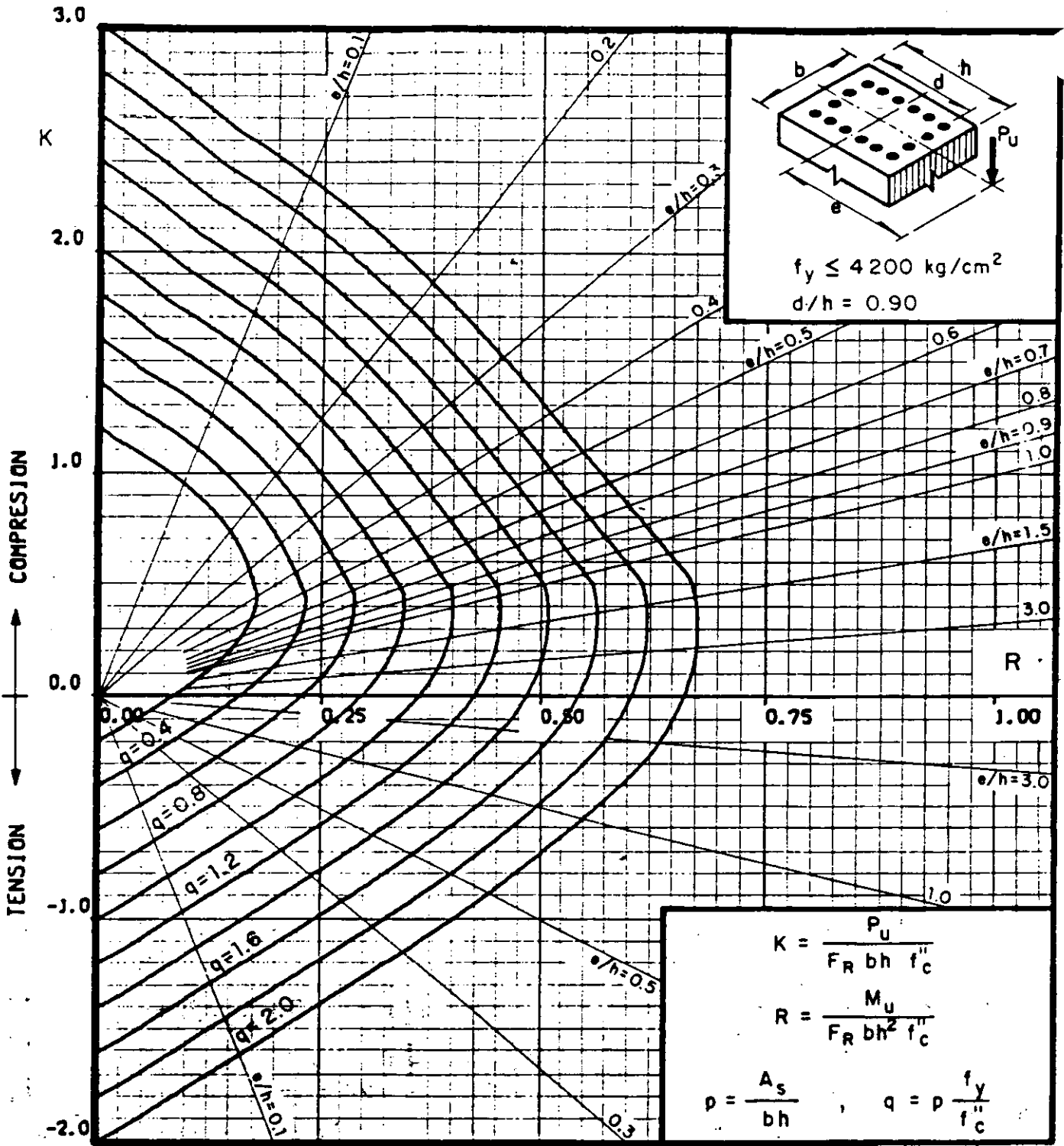
Estos valores se usan en ETABS.

Nota: un cambio en  $CR$ , produce cambios de signo en el determinante de la matriz  $*$ ; además, si un modo de vibrar oca en respecto a un punto para el cual la matriz es singular, se producen problemas numéricos (inestabilidad).

Aun si  $\det(1) \gg 0$ , si se usan valores de  $k_{ox}$ ,  $A$ , ..., muy grandes se pueden tener problemas numéricos.

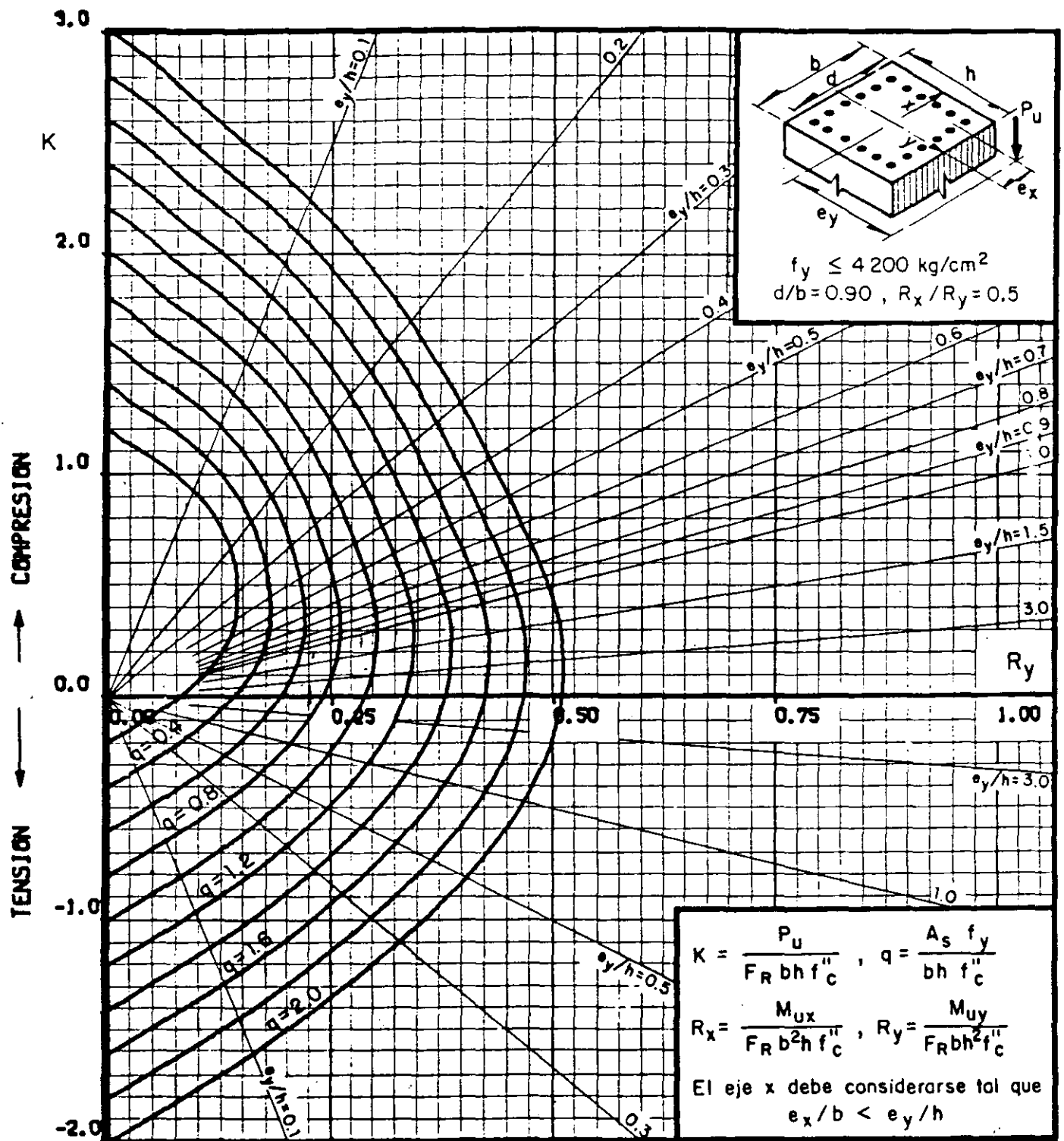
Puesto que la losa de cimentación es flexible, se produce una reducción de la rigidez y desplazamiento lateral de las columnas que puede llegar a causar problemas numéricos.

Para este edificio, el período fundamental aumentó en 20% en relación al calculado suponiendo caso rígido.



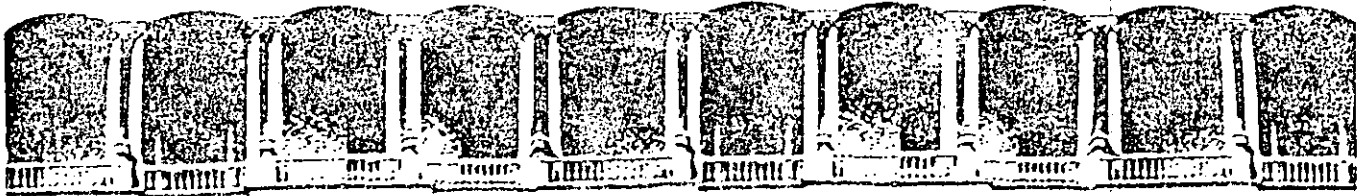
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 10



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

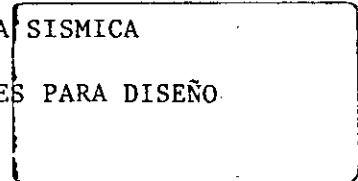
Fig 42



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

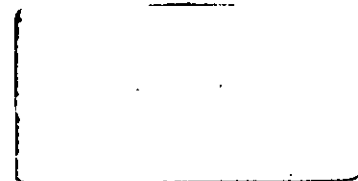
**CURSOS ABIERTOS**

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA  
I RIESGOS SISMICOS Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO



**RIESGO SISMICO**

M. EN I. MARIO GUSTAVO ORDAZ SHROEDER  
M. EN I. JAIME GARCIA



**JUNIO-JULIO  
1992**

RIESGO SISMICO



Mario Ordaz<sup>1,2</sup>  
Jaime García<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Ingeniería, UNAM

<sup>2</sup>Centro Nacional d Prevención  
de Desastres







## SISMICIDAD LOCAL

Se conoce como sismicidad local al proceso de ocurrencia de temblores generados en una zona determinada. En el contexto de este estudio se entenderá por evaluar la sismicidad local determinar los parámetros de las distribuciones de probabilidad que describen la ocurrencia de temblores en una región dada.

En la fig 1 se indican las fuentes sísmicas que consideramos afectan a Tajimaroa, y en las tablas 1 - 3 se presentan los catálogos sísmicos de estas fuentes. En la realidad las fuentes no son puntuales; el catálogo 1 por ejemplo, representa la sismicidad de un área muy extensa, y los temblores se pueden generar en cualquier lugar de esta área. Consideraremos la distancia a la fuente como una variable aleatoria (V. A.) a la cual asignamos una densidad de probabilidad. En este caso estamos utilizando una aproximación de primer orden al considerar la V.A. distancia a la fuente igual a su esperanza.

El proceso de sismicidad lo consideramos como un proceso de Poisson múltiple, donde la tasa de excedencia de cada una de las magnitudes, definida como el valor esperado del número de temblores con magnitud mayor o igual a  $M$  por unidad de tiempo; está expresada como (Cornell y Vanmarcke, 1969)



$$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta M} - e^{-\beta M_0}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}}$$

donde  $\lambda_0$ ,  $\beta$  son parámetros desconocidos,  $M_0$  es la magnitud por encima de la cual el catálogo está completo. Si la ecuación anterior se representa en papel semilogarítmico se observa que para magnitudes pequeñas es una línea recta con pendiente igual a  $-\beta$ , lo que está de acuerdo con lo observado por Gutenberg y Richter (1954). Conforme  $M$  aumenta, la curva, todavía en papel semilogarítmico, se vuelve cóncava hacia abajo y  $\lambda(M)$  vale cero para  $M > M_u$ , reconociendo el hecho de que  $M_u$  es la magnitud máxima que puede generarse en la fuente sísmica correspondiente.

Dada la definición de  $\lambda(M)$ , la función de densidad de probabilidad de las magnitudes es:

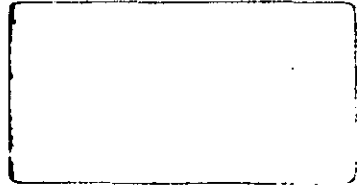
$$\begin{aligned} f_M(M) &= -\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\lambda(M)}{dM} \quad M_0 \leq M \leq M_u \\ &= \frac{\beta e^{-\beta M}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \end{aligned}$$

Puesto que se trata de un proceso de Poisson, la densidad de probabilidades del tiempo entre temblores con  $M \geq M_0$  es exponencial con tasa de ocurrencia  $\lambda_0$ . Con esta, y con la función de densidad de probabilidad de la magnitud de cada temblor, podemos calcular la verosimilitud de la historia sísmica como:

$$L_E | \lambda_0, \beta, M_u = \prod_{i=1}^n f_T(t_i) f_M(M_i) = \prod_{i=1}^n \lambda_0 e^{-\lambda_0 t_i} \frac{\beta e^{-\beta M_i}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}}$$

Reorganizando términos tenemos:

$$L_E | \lambda_0, \beta, M_u \propto \lambda_0^n e^{-\lambda_0 T} \left( \frac{\beta}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \right)^n e^{-\beta \hat{S}}$$



donde:  $n$  = número de eventos ocurridos

$$T = \sum_{i=1}^n t_i = \text{tiempo cubierto por el catálogo.}$$

$$\hat{S} = \sum (M_i - M_0)$$

De acuerdo con el teorema de Bayes, la densidad a posteriori de los parámetros es igual al producto de la verosimilitud del evento por la densidad a priori de tales parámetros. Para  $\lambda_0$  y  $\beta$  elegimos a priori densidades gamma, con la siguiente forma:

$$f'_{\lambda_0}(\lambda_0) \propto \lambda_0^{m'-1} e^{-\lambda_0 t'}$$

$$f'_{\beta}(\beta) \propto \beta^{m'-1} e^{-\beta s'}$$

donde  $n'$ ,  $m'$ ,  $t'$  y  $s'$  son parámetros que condensan nuestra información previa, y que normalmente se fijan con base en regiones tectónicamente similares. Para  $M_u$  fijaremos, con fines de ilustración, una densidad arbitraria  $f_u(M_u)$ . Aplica el teorema de Bayes obtenemos que

$$L_{\lambda_0, \beta, M_u} = \lambda_0^{n''-1} e^{-\lambda_0 t''} \beta^{m''-1} e^{-\beta s''} [1 - e^{-\beta M_u}]^{-n} f_u(M_u)$$

donde  $m''=m'+n$ ,  $n''=n'+n$ ,  $t''=t'+T$ , y  $s''=s'+\hat{S}$ . Se observa que  $\lambda_0$  tiene, a posteriori, también distribución gamma, y que el valor esperado de este parámetro es  $n''/t''$ , siendo su coeficiente de variación  $1/\sqrt{n''}$ . En general, el término entre paréntesis cuadrados es cercano a la unidad, por lo que  $\beta$  tiene aproximadamente distribución gamma con  $E\beta = m''/s''$  y  $c^2\beta = 1/m''$ .

Una aproximación de primer orden consistiría en tomar los parámetros, que en rigor son inciertos, iguales a su esperanza.

A partir de la información de los catálogos se calcularon todos los parámetros necesarios, los cuales se presentan en la tabla 4. A  $M_u$  se considerará determinista y se tomará como  $M_u = 8.5$ .

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

2. The second part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

3. The third part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

4. The fourth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

5. The fifth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

6. The sixth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

7. The seventh part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

8. The eighth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

9. The ninth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

10. The tenth part of the document is a list of the names and addresses of the members of the Association of Professional Engineers and Surveyors, which is a body of persons who are qualified to practice the profession of engineering and surveying in the United Kingdom.

## ATENUACION DE LAS ONDAS SISMICAS Y SISMICIDAD REGIONAL

Si se cuenta con un número de registros suficientemente amplio de las intensidades ocurridas en el sitio en estudio durante lapsos largos, los modelos probabilistas de la sismicidad regional pueden deducirse directamente de análisis estadísticos de dichos registros. En caso opuesto deben deducirse a partir de los modelos probabilistas de la sismicidad local en fuentes sísmicas vecinas.

Debido a lo anterior, es necesario contar con expresiones que relacionen la magnitud y posición focal de un temblor con las intensidades que pueden generarse en un sitio dado. A estas relaciones se les conoce como leyes de atenuación.

Si tomamos a la aceleración máxima del terreno como medida de intensidad, y consideramos una ley de atenuación sobre ésta, se puede emplear una expresión de la forma:

$$\text{Log Amax} = A + B \text{ Log R} + C M$$

en donde A, B, C son coeficientes evaluados con una regresión múltiple sobre las aceleraciones registradas, M es la magnitud y R la distancia epicentral. Para el terreno firme de Ciudad Universitaria (Cd. de México), Singh, et al (1987) obtuvieron la ley de atenuación que se empleará en este trabajo, dada por

$$\text{Log Amax} = 5.396 - 2.976 \text{ Log R} + 0.429 M$$

Aplicando esta ley de atenuación, supuesta determinista para Tajimaroa, se obtienen las aceleraciones para distintas magnitudes cuyos valores se muestran en la tabla 5. Recordando que en la realidad las fuentes no son puntuales, lo que hacemos es proponer

una función de densidad de probabilidad de la distancia a la fuente; para Tajimaroa estamos utilizando una aproximación de primer orden al considerar la variable aleatoria distancia a la fuente igual a su esperanza.

Ahora bien, nos interesa conocer las curvas de ocurrencia de intensidad para Tajimaroa, es decir, la tasa media de ocurrencia de temblores cuya intensidad en el sitio en cuestión exceda de valores dados.

Analizaremos en primer término el caso determinista, y posteriormente incluiremos el efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima.

Para la fuente  $i$  se tiene que la tasa de ocurrencia de temblores cuyas intensidades calculadas exceden valores dados es

$$\nu_i(a) = \lambda_i [M(a)]_i \quad (A)$$

Puesto que deben tomarse en cuenta las contribuciones de las diversas fuentes sísmicas cercanas que afectan a Tajimaroa, se tiene:

$$\nu(a) = \sum_{i=1}^3 \nu_i(a)$$

El valor de  $\nu_i(a)$  se calcula como sigue:

En primer lugar  $M(a)_i$  puede obtenerse a partir de la ley de atenuación como:

$$M(a)_i = (\text{Log } A - 5.396 + 2.976 \text{ Log } R_i) / 0.429$$

$$C_i = \frac{2.976 \text{ Log } R_i - 5.396}{0.429}$$

$$M(a)_i = 2.331 \text{ Log } a + C_i$$



sustituyendo en (A)

$$v_1(a) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta(2.331 \text{ Log } a + c_1)} e^{-\beta M_u}}{e^{-\beta M_0} e^{-\beta M_u}}$$

Después de aplicar los conceptos expuestos para el caso de Tajimaroa, se obtienen los valores presentados en la tabla 6 y las curvas graficadas en la fig 3.

Con los datos de  $v(a)$  pueden construirse curvas de la probabilidad de exceder una determinada aceleración en un determinado período de tiempo. Puesto que se trata de un proceso de Poisson, dicha probabilidad puede calcularse con la expresión

$$p[A > a \text{ en } T \text{ años}] = 1 - e^{-v(a)T}$$

En la tabla 7 se muestran los valores de las probabilidades y en la fig 4 se presentan las curvas correspondientes.

Cuando se consideran los efectos de la incertidumbre en la aceleración máxima se procede de la siguiente manera.

Recordemos que  $\lambda(M)$  representa la tasa de excedencia de temblores con magnitudes iguales a  $M$  o mayores, asociadas con un proceso sísmico desarrollado en una fuente dada. A cada ocurrencia de un temblor asociado con el proceso sísmico de interés corresponde una magnitud y unas coordenadas focales, que definen una distancia del foco al sitio de interés. Como en general la correlación probabilista entre la magnitud y la localización del foco es importante, la distribución probalista de la intensidad de un evento aleatorio al sitio de interés, dependerá de la distribución conjunta de magnitudes y distancias. Se opta en este ejemplo considerar la distancia epicentral como determinista y la tasa de excedencias se calcula como:

$$v(y) = \int_{M_1}^{M_2} \frac{d \lambda(M)}{d M} p[Y > y | M] d M$$

$\nu(y)$  es la tasa de ocurrencia en el sitio de interés de temblores con intensidad igual a  $(y)$  o mayor, producidos por un proceso sísmico dado,  $M_1$  y  $M_2$  son los extremos inferior y superior del intervalo de magnitudes involucrado en el proceso sísmico de interés y el segundo factor dentro de la integral es la probabilidad condicional de que la intensidad exceda de  $(y)$  cuando la magnitud es igual a  $M$ .

Para Tajimaroa en donde la intensidad está dada por la aceleración máxima del terreno.

$$\nu(a) = \int_{M_0}^{M_u} - \frac{d \lambda}{d M} p [A > a | M] d M$$

Si tomamos en cuenta que  $A|M = LN [\bar{m}(M), \sigma_{lna}]$  y que el  $\ln \bar{m}(M)$  es igual a la ley de atenuación  $\alpha + bM$

$$p[A > a | M] = \phi \left[ \frac{\alpha + bM - \ln a}{\sigma_{lna}} \right] d M$$

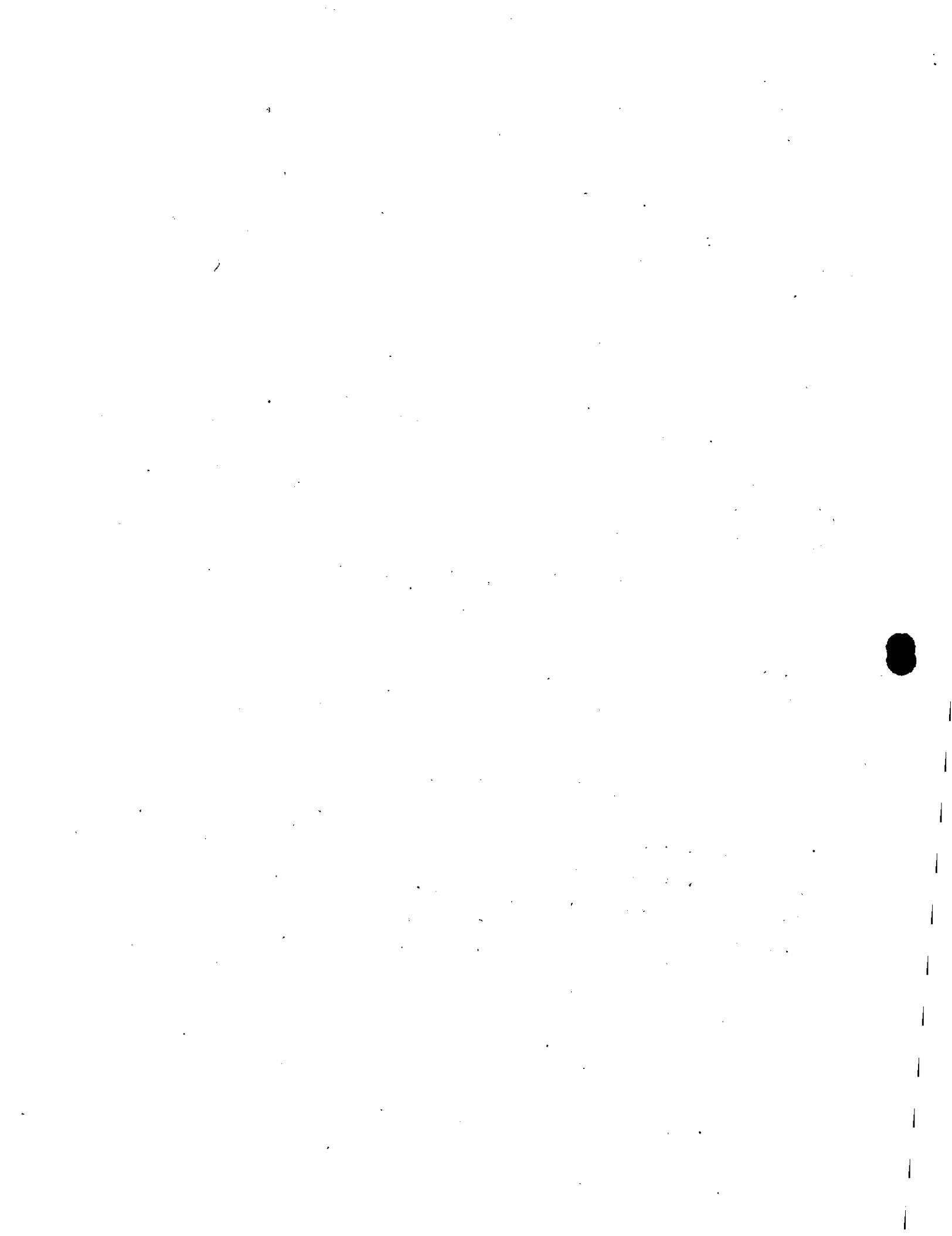
entonces

$$\nu(a) = \int_{M_0}^{M_u} - \frac{d \lambda(M)}{d M} \phi \left[ \frac{\alpha + bM - \ln a}{\sigma_{lna}} \right] d M$$

de la ley de atenuación se tiene  $\sigma_{lna} = 0.7$

Resolviendo la expresión anterior, se obtienen las tasas de excedencia para aceleraciones considerando la incertidumbre. La tabla 8 muestra los valores correspondientes; comparando en la última columna el caso determinista cuyos valores son de menor magnitud que cuando se considera la incertidumbre. En la fig 5, se tienen graficadas las dos últimas columnas de la tabla 8.

Lo que hemos calculado hasta aquí corresponde a un terreno firme



supuesto en Tajimaroa. Para considerar los efectos locales de manera aproximada en nuestro estudio, se puede afectar la ley de atenuación por un factor de 10 para un suelo como el del Valle de México; lo anterior está basado en funciones de transferencia obtenidas de terreno firme a blando en sismos recientes en la ciudad de México.

## COEFICIENTE DE DISEÑO SISMICO

Se considera óptimo el coeficiente de diseño que conduce a la mínima suma de los dos siguientes conceptos: costo inicial de la estructura y esperanza del valor presente de las pérdidas por daños debidos a sismo.

Para evaluar estas cantidades se hacen las siguientes hipótesis:

- a) El proceso de ocurrencia de temblores es de Poisson.
- b) Cada estructura tiene un solo estado de falla. La condición para que esta se alcance se expresa en términos de la aceleración espectral máxima del temblor que produce la falla.
- c) El costo de la estructura,  $C$ , puede modelarse con la siguiente expresión.

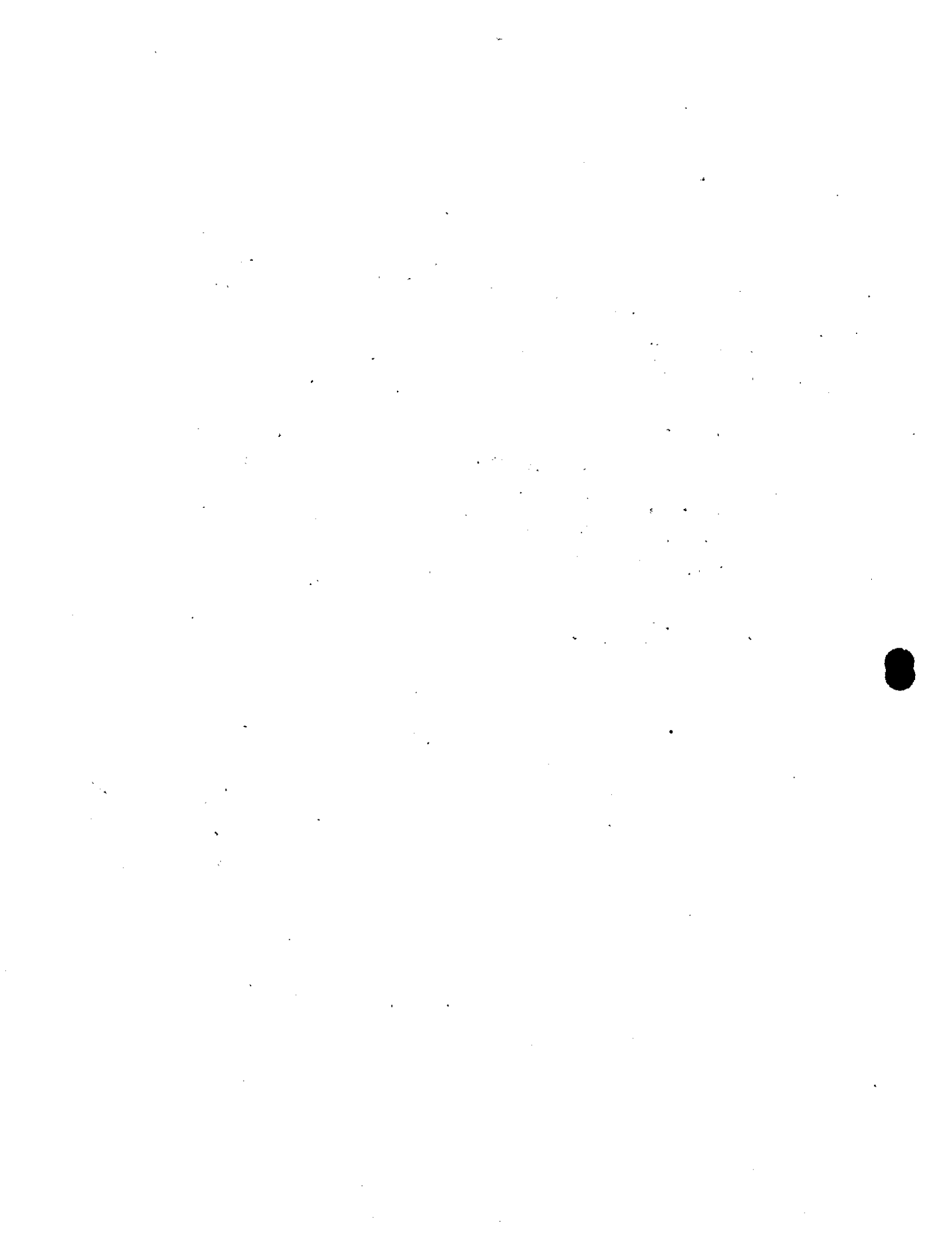
$$C(c) = C_1 + Q c^\alpha$$

donde  $C_1$ ,  $Q$ , y  $\alpha$  son constantes y  $c$  es el coeficiente sísmico de diseño.

- d) La tasa de excedencia  $\nu(c)$ , de la aceleración — número de veces por unidad de tiempo en que esta aceleración es excedida — puede representarse con la expresión.

$$\nu(c) = k \bar{c}^r$$

donde  $K$  y  $r$  toman valores diferentes en cada sitio.



Puede demostrarse que bajo las hipótesis anteriores, las pérdidas esperadas por sismo cuando se diseña con el coeficiente  $c$  valen.

$$P(c) = \frac{A}{\gamma} \nu(c)$$

donde  $\gamma$  es la tasa de descuento usualmente fijada en 0.05/año, y  $A$  es el costo de la falla si ocurriera hoy. En estas condiciones, se requiere minimizar la suma

$$C_T = C(c) + P(c)$$

$$C_T = C_I + Q c^\alpha + \frac{A}{\gamma} \nu(c)$$

o bien, si se expresa el costo total en términos del valor de las estructuras sin diseño sísmico  $C_I$ .

$$\frac{C_T}{C_I} = 1 + \frac{Q}{C_I} c^\alpha + \frac{A}{\gamma C_I} \nu(c) \quad (B)$$

$$\frac{C_T}{C_I} = 1 + \rho_1 c^\alpha + \frac{\rho_2}{\gamma} \nu(c)$$

donde

$$\rho_1 = \frac{Q}{C_I}$$

$$\rho_2 = \frac{A}{C_I}$$

para este estudio se emplearon los siguientes valores (Vargas y Jara 1989)

$$\alpha = 1.2$$

$$\gamma = 0.05$$

$$\rho_1 = 2.4$$

$$\rho_2 = 20$$

entonces (B) se puede escribir como:

$$\frac{C_T}{C_I} = 1 + 2.4 c^{1.2} + 400 \nu(c)$$

Para distintos valores de  $c$  y  $\nu(c)$  se obtiene la tabla 9 y la fig. 6 se observa que la aceleración óptima es  $12\text{cm/S}^2$ .

Ahora bien todo el procedimiento se debe realizar para distintos períodos y obtener el espectro óptimo.





## REFERENCIAS

Singh, S. K. (1987) Empirical Prediction of Ground Motion in Mexico City from Coastal Earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 77, No. 5, pp. 1862 - 1867.

Cornell, C A y Vanmarcke, E (1964), "The major influences on seismic risk", Memorias IV Congreso Mundial de Ingenierha Sismica, Santiago de Chile, Chile.

Gutenberg, B. y Richter, CF (1954), Seismicity of the earth (and associated phenomena), Princeton University Press, Princeton, NJ, EUA.

Tabla 1. Catálogo sísmico de la fuente 1

T	M
0.54	5.9
1.34	5.5
1.88	4.8
2.05	4.9
3.47	5.6
5.74	5.4
7.52	4.8
9.15	4.6
9.84	4.7
11.46	6.7
11.88	5.1
13.53	4.7
16.03	5.3
17.25	5.2
17.86	5.3
21.91	6.0
22.68	4.7
23.72	5.5
24.34	5.8
25.44	4.8
25.91	5.4
27.20	4.6
27.26	4.8
28.08	5.2
29.79	4.8
30.62	4.7
30.74	5.2
33.40	4.7
34.87	4.9
36.73	4.7
37.98	4.9
40.06	6.0
40.49	4.8
42.15	4.7
43.51	5.6
44.57	4.7
45.15	5.0
46.44	4.6
47.80	4.6
48.18	4.8
51.03	4.5

n=41

Tabla 2 Catálogo sísmico de la fuente 2

T	M
0.48	4.8
0.74	4.7
3.17	4.6
4.75	4.9
7.11	4.6
7.72	5.4
9.31	5.0
9.91	4.9
10.34	5.3
11.51	4.6
11.78	5.3
15.52	5.0
18.99	6.4
19.47	4.8
21.26	4.9
21.66	4.9
21.99	5.3
23.14	5.1
24.71	4.9
25.50	5.9
25.95	6.3
26.83	5.1
29.12	4.9
29.86	4.9
30.56	5.6
31.98	5.4
34.23	5.4
34.93	5.9
36.02	5.0
37.99	4.9
40.05	4.5
40.76	6.4
43.49	5.3
43.57	5.0
45.54	4.8
47.39	4.7
47.61	5.2
49.71	4.5
50.05	4.6

n=39

Tabla 3 Catálogo sísmico de la fuente 3  
n=86

T	M	T	M
0.27	5.3	26.73	6.0
3.81	4.8	26.97	4.8
4.04	4.8	27.24	4.6
4.29	4.8	27.41	6.7
4.74	4.7	27.52	4.8
6.22	5.8	27.88	4.6
6.66	4.5	28.62	4.9
6.67	4.8	29.24	5.4
6.84	4.5	30.66	5.2
7.67	4.5	30.73	5.0
8.09	4.5	32.52	7.0
8.11	4.5	33.22	4.8
9.26	5.0	34.55	5.1
11.35	4.7	34.57	4.6
12.07	4.7	34.65	4.6
12.22	5.9	35.03	4.8
13.07	5.8	35.81	4.5
13.76	4.7	36.34	4.5
14.13	5.0	36.53	4.9
14.80	5.2	36.92	4.8
14.83	5.6	37.86	5.5
16.27	4.5	37.97	7.1
16.75	4.9	40.59	4.6
16.96	4.6	40.65	5.1
17.02	5.3	41.56	5.2
17.25	6.0	41.59	4.9
17.91	5.0	43.30	4.5
18.16	6.4	43.44	5.2
19.24	5.1	43.54	5.2
19.77	4.7	44.10	5.1
21.16	4.7	44.32	5.5
22.19	5.5	44.79	4.9
22.47	4.6	45.65	4.9
23.92	4.6	46.56	4.6
24.15	5.3	46.80	4.5
24.15	4.8	46.97	4.8
24.62	5.5	47.03	4.7
25.19	4.6	48.05	4.6
25.46	4.8	49.02	5.2
25.51	5.0	49.41	4.7
25.72	4.7	49.45	5.1
26.10	4.6	49.99	4.6
26.41	4.5	50.48	4.6

Tabla 4. Parámetros que definen la sismicidad local

fFuente	n	t	$\lambda_0$	$\beta$
1	41	50	0.82	1.71
2	39	50	0.78	1.65
3	86	50	1.72	1.98

Tabla 5. Magnitudes y aceleraciones para las fuentes 1, 2 y 3

Magnitud	a1	a2	a3
4.50	1.11	0.90	0.78
4.70	1.35	1.10	0.95
4.90	1.64	1.34	1.16
5.10	2.00	1.63	1.41
5.30	2.44	1.99	1.72
5.50	2.97	2.42	2.09
5.70	3.62	2.95	2.55
5.90	4.41	3.59	3.11
6.10	5.37	4.38	3.78
6.30	6.55	5.33	4.61
6.50	7.98	6.50	5.62
6.70	9.72	7.91	6.84
6.90	11.84	9.64	8.34
7.10	14.43	11.75	10.16
7.30	17.58	14.31	12.38
7.50	21.42	17.44	15.08
7.70	26.10	21.25	18.38
7.90	31.79	25.89	22.39
8.10	38.74	31.55	27.29
8.30	47.20	38.44	33.25
8.50	57.51	46.84	40.51
8.70	70.07	57.07	49.35

Tabla 6. Tasas de excedencia para las fuentes  
1, 2 y 3, y la total en el sitio de  
Tajimaroa

a	$v_1(a)$	$v_2(a)$	$v_3(a)$	$v_T(a)$
1.11	0.815364	0.549097	0.844251	2.209613
1.35	0.580764	0.396316	0.568380	1.545461
1.64	0.414419	0.286047	0.383480	1.083948
2.00	0.293673	0.205044	0.256651	0.755369
2.44	0.207888	0.146795	0.171561	0.526245
2.97	0.147674	0.105414	0.115146	0.368236
3.62	0.104580	0.075442	0.077004	0.257027
4.41	0.074053	0.053954	0.051481	0.179490
5.37	0.052404	0.038531	0.034382	0.125317
6.55	0.036899	0.027351	0.022814	0.087065
7.98	0.025959	0.019368	0.015105	0.060433
9.72	0.018195	0.013633	0.009937	0.041765
11.84	0.012675	0.009507	0.006465	0.028649
14.43	0.008743	0.006533	0.004130	0.019407
17.58	0.005956	0.004399	0.002566	0.012922
21.42	0.003975	0.002864	0.001516	0.008356
26.10	0.002568	0.001760	0.000811	0.005140
31.79	0.001570	0.000968	0.000339	0.002877
38.74	0.000859	0.000396	0.000021	0.001278
47.20	0.000354	0.000000	0.000000	0.000354
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

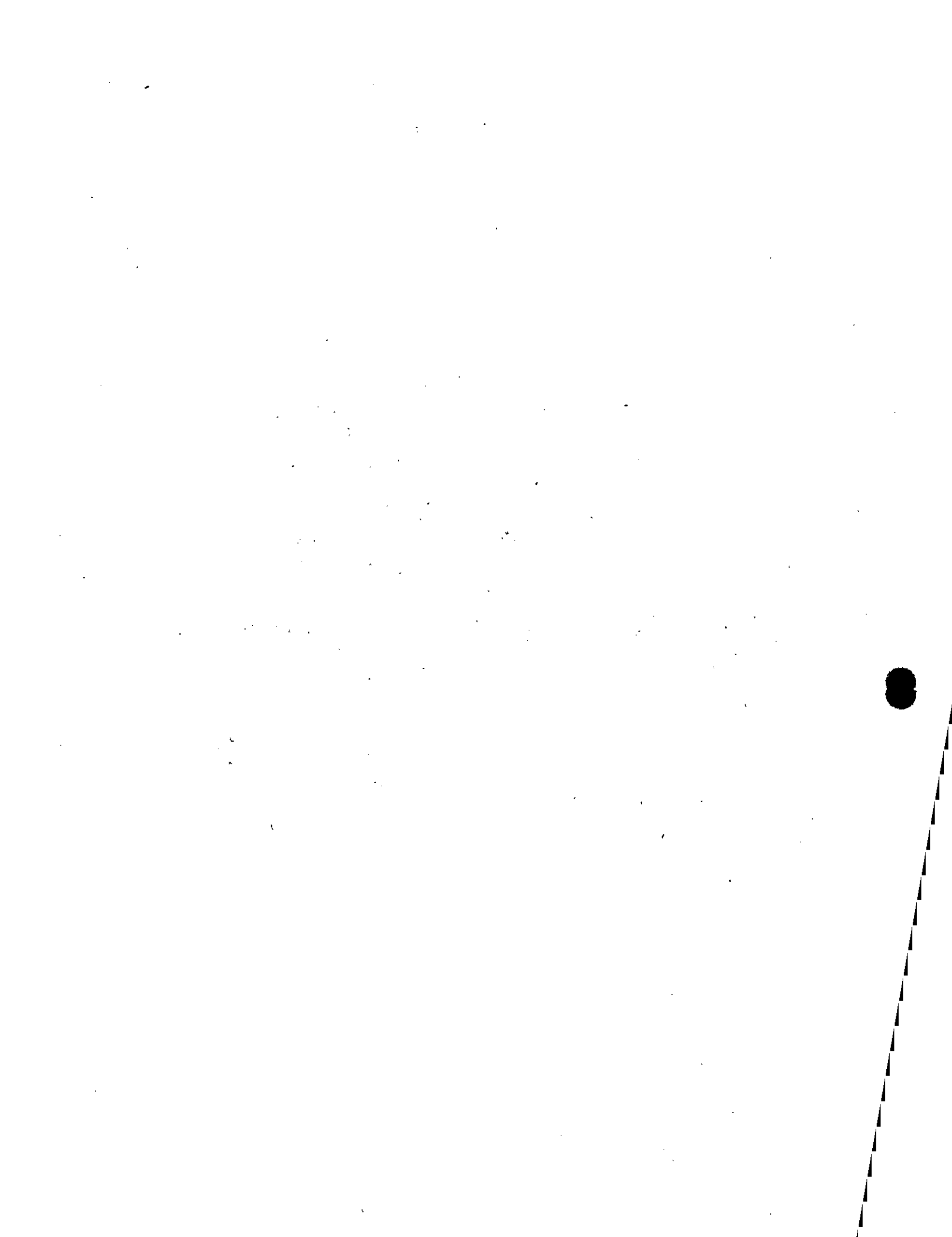




Tabla 7. Probabilidad de exceder a en 50,100 y 150 años

a	$\nu_T(a)$	p(50)	p(100)	p(150)
1.11	2.209613	1.000000	1.000000	1.000000
1.35	1.545461	1.000000	1.000000	1.000000
1.64	1.083948	1.000000	1.000000	1.000000
2.00	0.755369	1.000000	1.000000	1.000000
2.44	0.526245	1.000000	1.000000	1.000000
2.97	0.368236	0.999999	1.000000	1.000000
3.62	0.257027	0.999997	1.000000	1.000000
4.41	0.179490	0.999873	0.999999	1.000000
5.37	0.125317	0.998099	0.999996	0.999999
6.55	0.087065	0.987135	0.999834	0.999997
7.98	0.060433	0.951279	0.997626	0.999884
9.72	0.041765	0.876096	0.984647	0.998097
11.84	0.028649	0.761276	0.943011	0.986395
14.43	0.019407	0.621049	0.856396	0.945581
17.58	0.012922	0.475914	0.728134	0.856051
21.42	0.008356	0.341506	0.566195	0.714467
26.10	0.005140	0.226631	0.401901	0.537449
31.79	0.002877	0.133982	0.250013	0.350498
38.74	0.001278	0.061901	0.119970	0.174445
47.20	0.000150	0.007471	0.014888	0.022248
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 8. Comparación de tasas de excedencias considerando la incertidumbre y el caso determinista.

a	$\nu_{11}(a)$	$\nu_{12}(a)$	$\nu_{13}(a)$	$\nu_{1T}(a)$	$\nu_T(a)$
1.11	0.696204	0.574604	1.089942	2.360750	2.209613
1.35	0.606273	0.486629	0.883209	1.976112	1.545461
1.64	0.512822	0.400622	0.692836	1.606281	1.083948
2.00	0.419202	0.319267	0.524137	1.262607	0.755369
2.44	0.332356	0.247788	0.384897	0.965043	0.526245
2.97	0.257263	0.188664	0.276928	0.722856	0.368236
3.62	0.194203	0.140809	0.194797	0.529810	0.257027
4.41	0.143933	0.103683	0.135046	0.382662	0.179490
5.37	0.105139	0.075589	0.092578	0.273307	0.125317
6.55	0.075720	0.054518	0.062730	0.192970	0.087065
7.98	0.054170	0.039161	0.042325	0.135657	0.060433
9.72	0.038527	0.028001	0.028290	0.094819	0.041765
11.84	0.027259	0.019882	0.018919	0.066060	0.028649
14.43	0.019132	0.014058	0.012549	0.045740	0.019407
17.58	0.013401	0.009869	0.007311	0.031582	0.012922
21.42	0.009314	0.006876	0.005442	0.021634	0.008356
26.10	0.006432	0.004728	0.003538	0.014698	0.005140
31.79	0.004389	0.003210	0.002201	0.009860	0.003877
38.74	0.002954	0.002132	0.001422	0.006509	0.002278
47.20	0.001950	0.001386	0.000871	0.004207	0.000350
57.51	0.001260	0.000873	0.000519	0.002653	0.000000

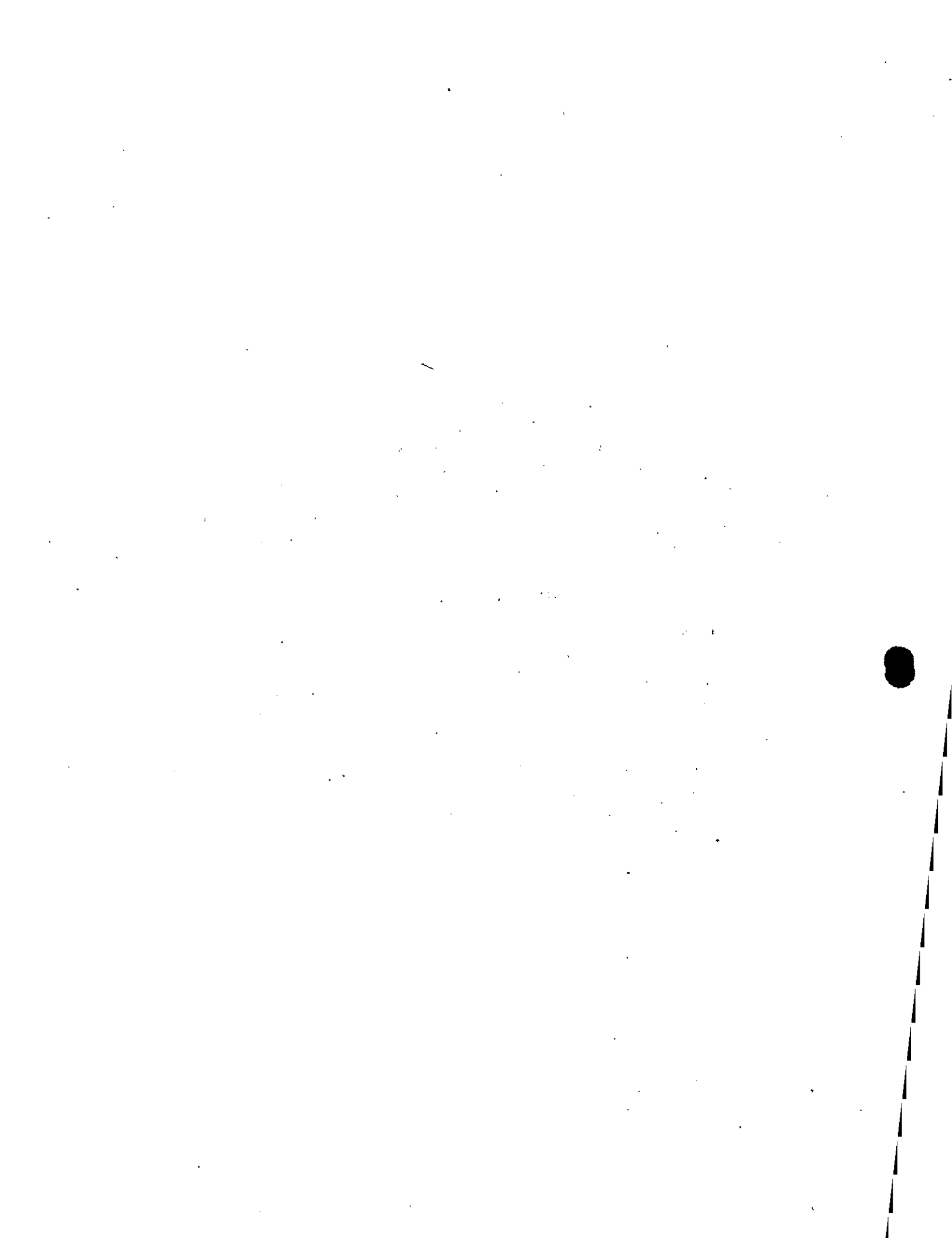


Tabla 9. Valores de costo total/inicial

a	$v_{IT}(a)$	Ct/Ci
1.11	2.36075	948.0201
1.35	1.976112	794.8853
1.64	1.606281	647.8578
2.00	1.262607	511.5565
2.44	0.965043	394.0169
2.97	0.722856	299.0041
3.62	0.52981	224.1613
4.41	0.382662	168.3057
5.37	0.27330	128.3605
6.55	0.19297	101.0809
7.98	0.13565	84.27728
9.72	0.094819	75.69059
11.84	0.06606	74.00763
14.43	0.04574	78.3611
17.58	0.031582	88.49007
21.42	0.021634	104.538
26.1	0.01469	127.1555
31.79	0.00986	157.3352
38.74	0.00650	196.8017
47.2	0.004207	247.5563
57.51	0.002653	312.4481

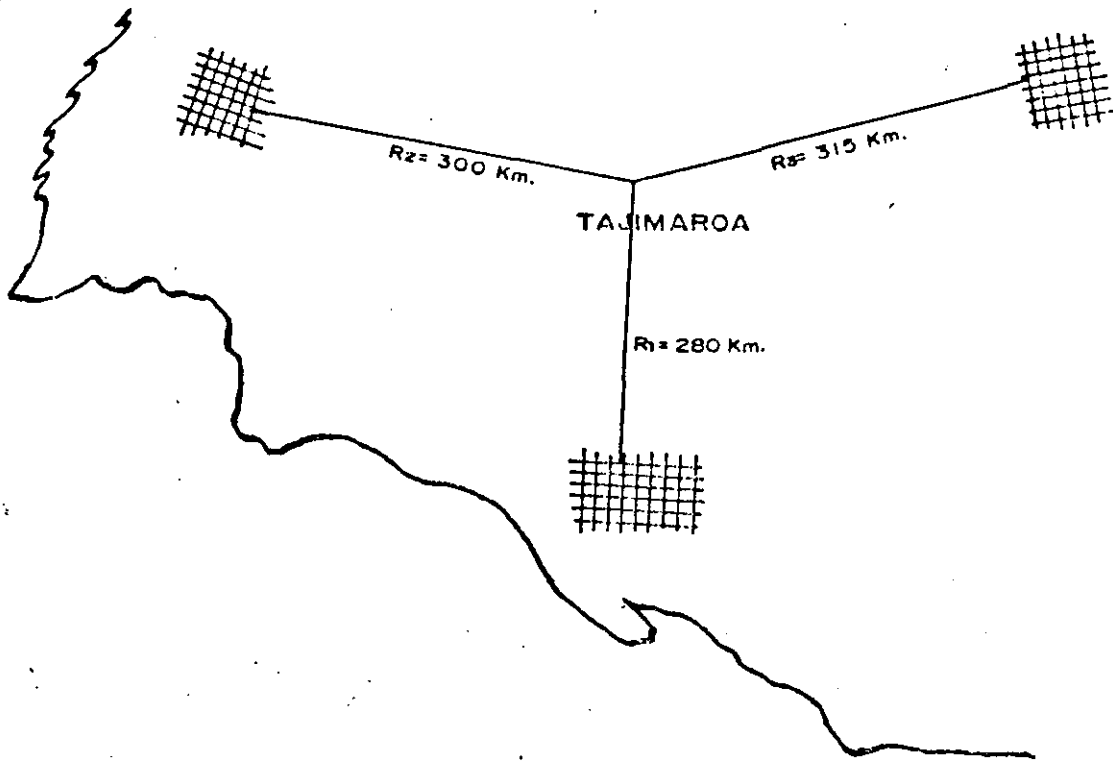


fig. 1 Croquis del problema sismico en Tajimaroa

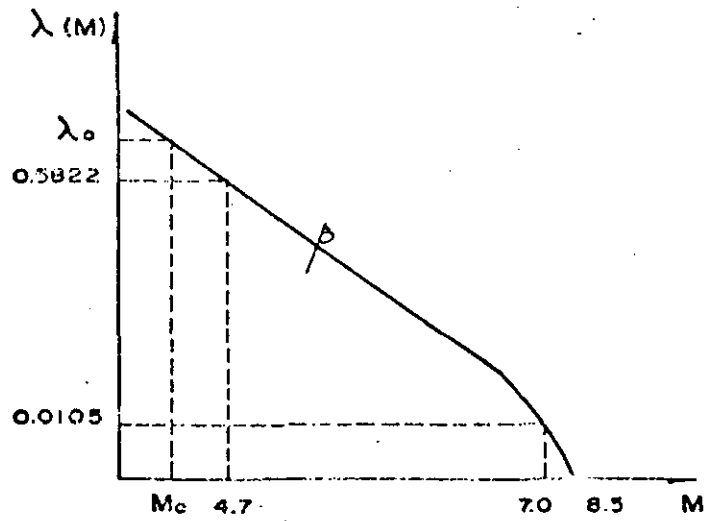


fig. 2 Tasas de excedencias de magnitudes

fig. 3 Tasas de excedencias para a

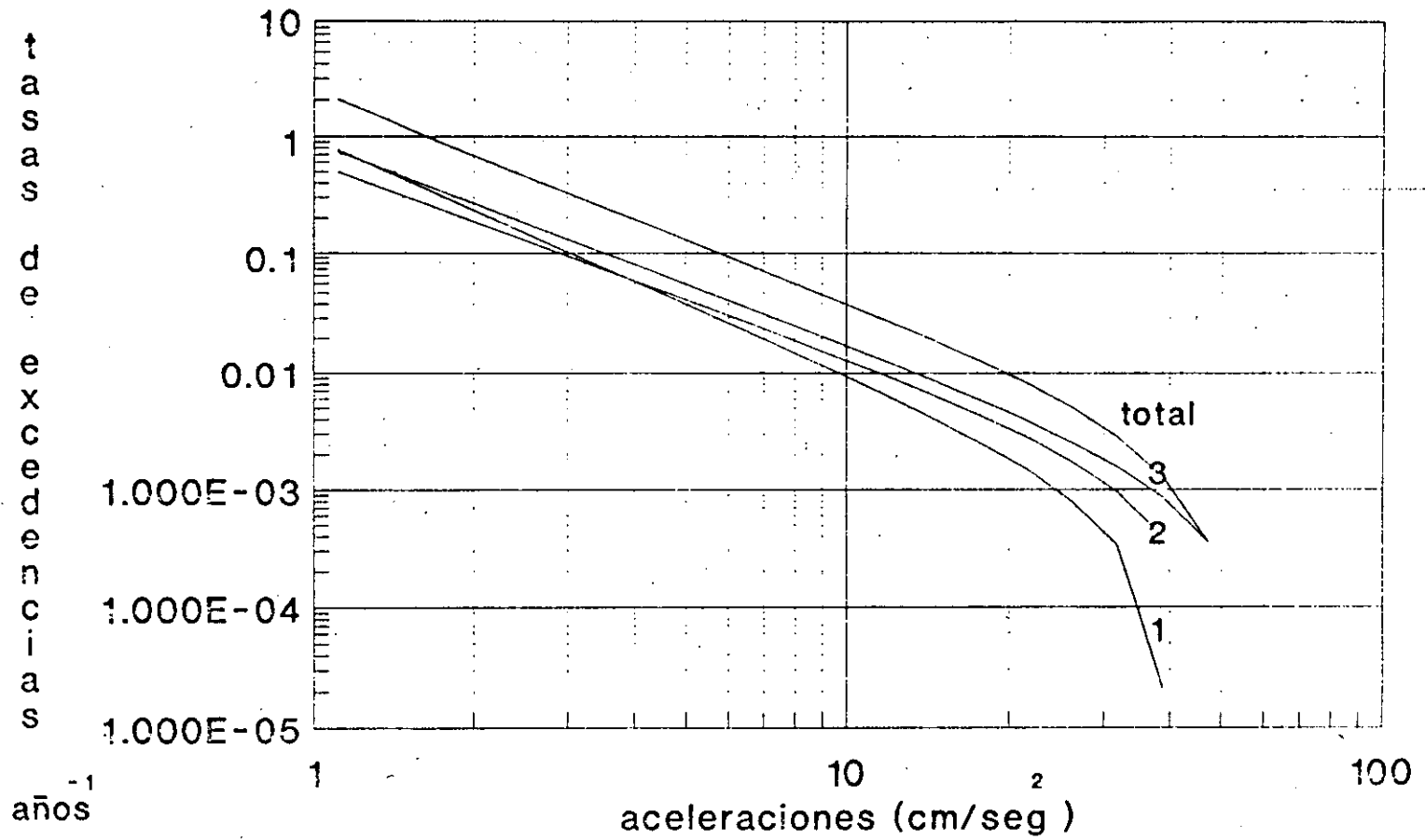


fig. 4 Probabilidades de exceder a  
en 50, 100 y 150 años

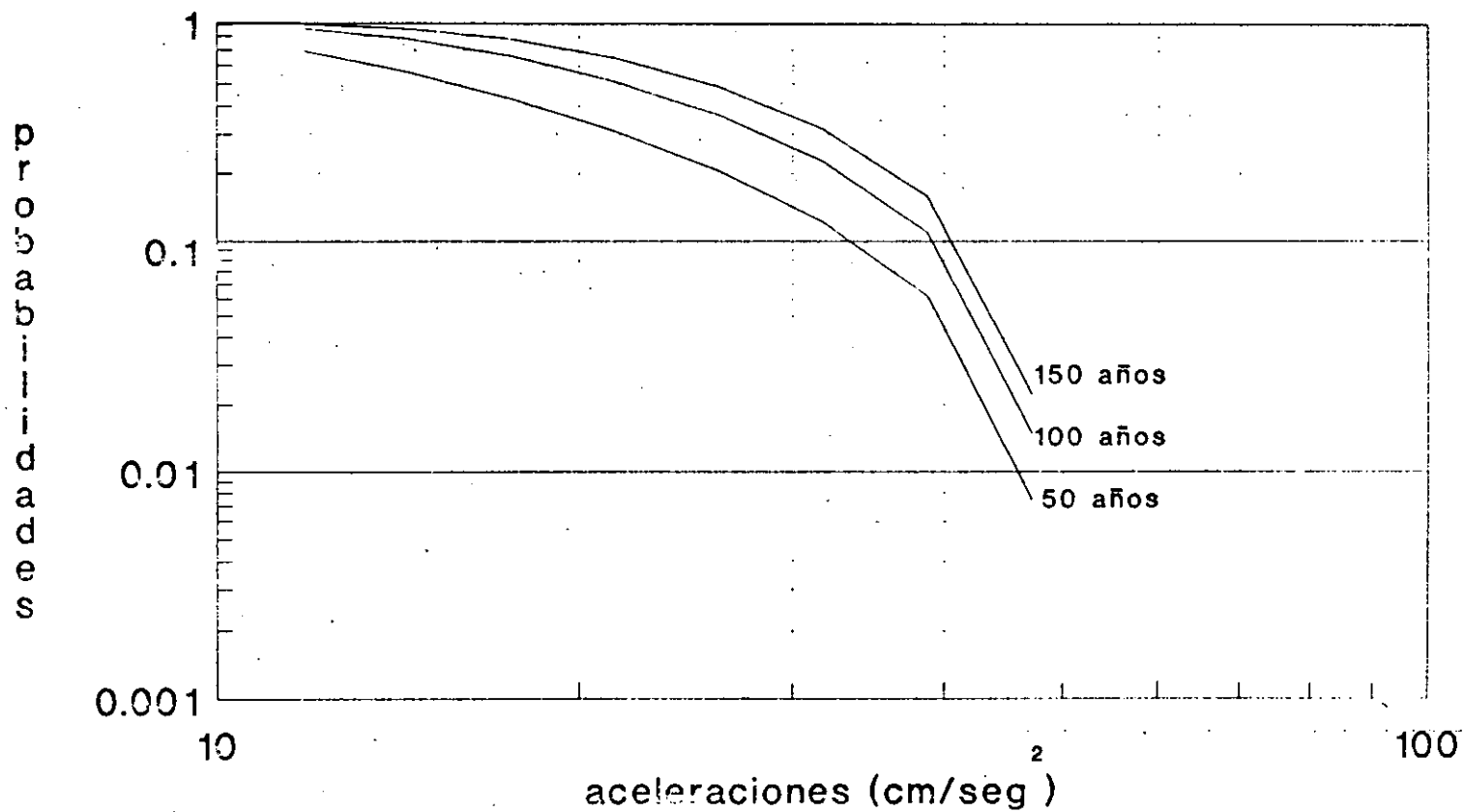


fig. 5 Efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima

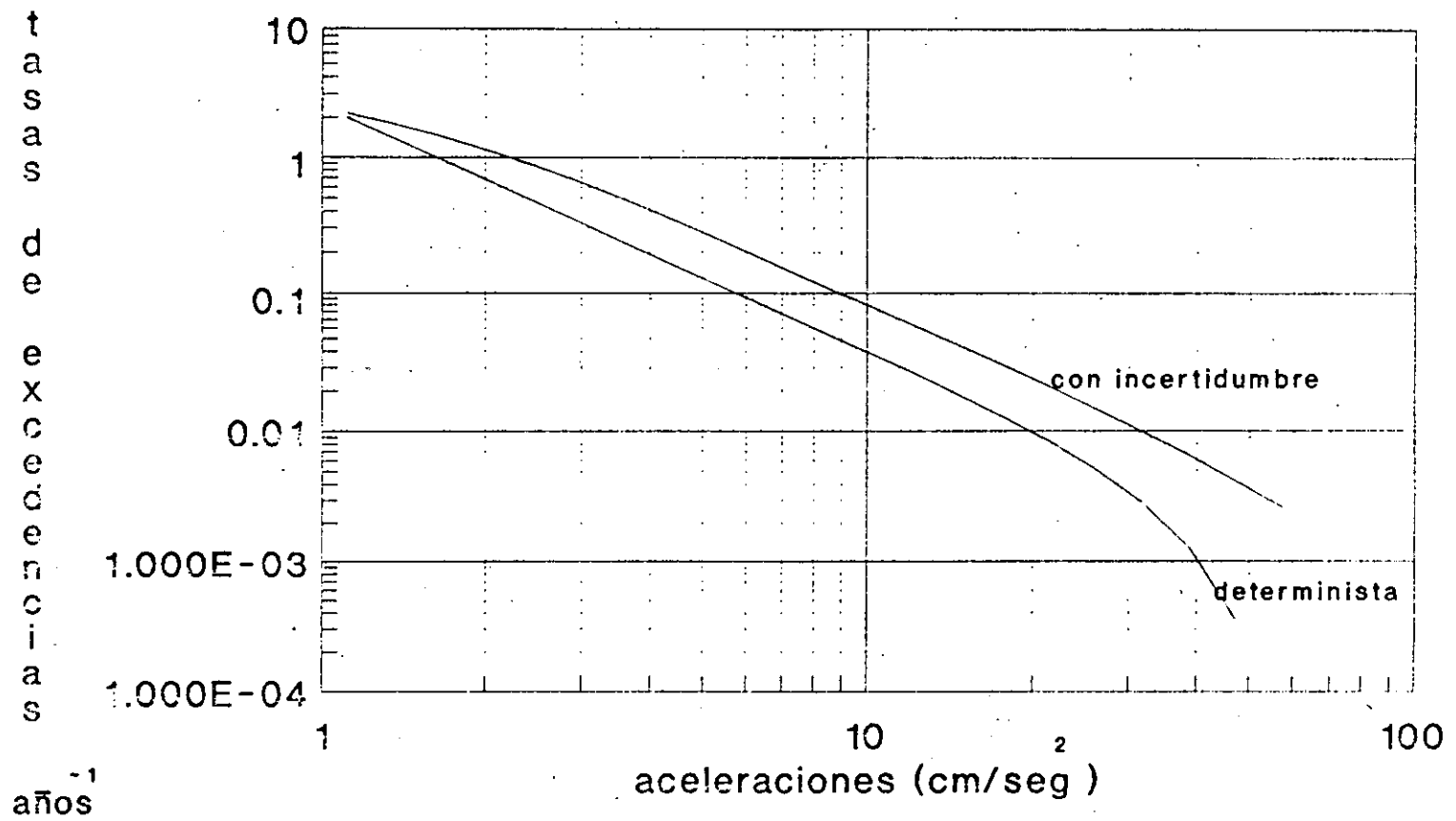
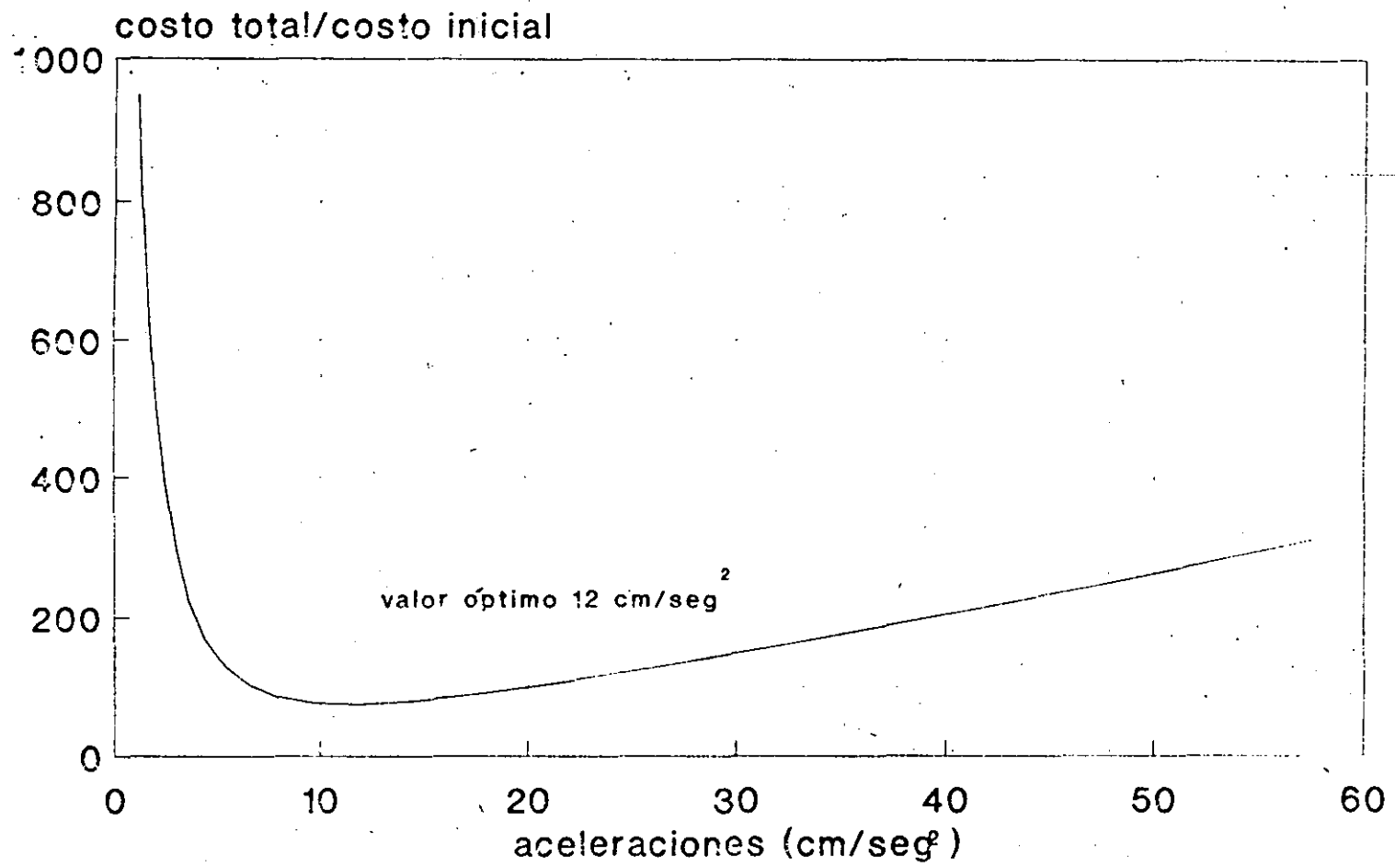
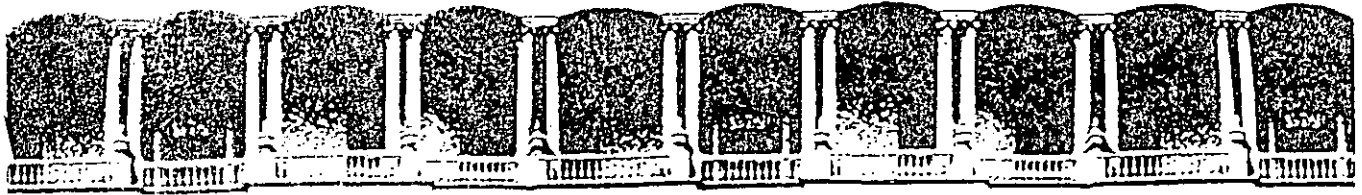




fig. 6 Valor óptimo de a





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO I

I RIESGOS SISMICOS Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO

RIESGO SISMICO Y SELECCION

M. EN I. MARIO GUSTAVO ORDAZ SHROEDER  
M. EN I. JAIME GARCIA

JUNIO-JULIO  
1992

## ENGINEERING SEISMIC RISK ANALYSIS

By C. ALLIN CORNELL

### ABSTRACT

This paper introduces a method for the evaluation of the seismic risk at the site of an engineering project. The results are in terms of a ground motion parameter (such as peak acceleration) versus average return period. The method incorporates the influence of all potential sources of earthquakes and the average activity rates assigned to them. Arbitrary geographical relationships between the site and potential point, line, or areal sources, can be modeled with computational ease. In the range of interest, the derived distributions of maximum annual ground motions are in the form of Type I or Type II extreme value distributions, if the more commonly assumed magnitude distribution and attenuation laws are used.

### INTRODUCTION

Owing to the uncertainty in the number, sizes, and locations of future earthquakes it is appropriate that engineers express seismic risk, as design winds or floods are, in terms of return periods (Blume, 1965; Newmark, 1967; Blume, Newmark and Corning, 1961; Housner, 1952; Muto, Bailey and Mitchell, 1963; Gzovsky, 1962).

The engineer professionally responsible for the aseismic design of a project must make a fundamental trade-off between costly higher resistances and higher risks of economic loss (Blume, 1965). It requires assessment of the various levels of performance and economic implications of particular designs subjected to various levels of intensity of ground motion. The engineer must consider the performance of the system under moderate as well as large motions. Sound design often suggests some economic loss (e.g., architectural damage in buildings, automatic shut-down costs in nuclear power plants) under these moderate, not unexpected earthquake effects.

This engineer should have available all the pertinent data and professional judgment of those trained in seismology and geology in a form most suitable for making this decision wisely. This information is far more usefully and completely transmitted through a plot of, say, Modified Mercalli intensity versus average return period than through such ill-defined single numbers as the "probable maximum" or the "maximum credible" intensity. Even well-defined single numbers such as the "expected lifetime maximum" or "50-year" intensity are insufficient to give the engineer an understanding of how quickly the risk decreases as the ground motion intensity increases. Such information is crucial to well-balanced engineering designs, whether it is used informally and intuitively (Newmark, 1967), more systematically (Blume, 1965), or directly in statistically-based optimization studies (Sandi, 1966; Benjamin, 1967; Borgman, 1963).

Unfortunately, it has not been a simple matter for the seismologist to assess and express the risk at a site in these terms. He must synthesize historical data, geological information, and other factors in this assessment. The locations and activities of potential sources of tectonic earthquakes may be many and different in kind; they may not even be well known. In some regions, for example, it is not possible to correlate past activity with known geological structure. In such circumstances the seismologist understandably has been led to express his professional opinion in terms of one or two single numbers, seldom quantitatively defined. It is undoubtedly difficult, in this situ-

The focal distance,  $R$ , to any future focus located a distance  $X$  from the point  $B$  is

$$R = \sqrt{d^2 + X^2} \quad (2)$$

Since  $-l/2 \leq X \leq l/2$ , the distance to any earthquake focus is restricted to  $0 \leq R < r_0$  in which  $r_0 = \sqrt{d^2 + l^2/4}$ . In general the size and location of a future earthquake are uncertain. They shall be treated therefore as random variables. (Random variables are denoted by capital letters.)

We first seek the conditional distribution of the Modified Mercalli Intensity,  $I$ , at the site given that an earthquake occurs at a focal distance  $R = r$  from the site. For illustration we use the common assumption (Ipek, 1965; Esteva and Rosenblueth, 1964; Wiggins, 1964; Kanai, 1961) that in the range of interest the intensity has the following dependence on magnitude,  $M$ , and focal distance,  $R$ :

$$I = c_1 + c_2 M - c_3 \ln R \quad (3)$$

in which  $\ln$  denotes natural logarithm and  $c_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , are semiempirical constants, on the order of 8, 1.5, and 2.5, respectively for firm ground in southern California (Esteva and Rosenblueth, 1964).

Given that an earthquake occurs at focal distance  $R = r$ , the probability that  $I$ , the intensity at the site, is greater than any number  $i$  is, using equation 3,

$$P\{I \geq i | R = r\} = P\{c_1 + c_2 M - c_3 \ln r \geq i | R = r\}$$

in which  $P\{A | B\}$  is read the probability of  $A$  given  $B$ . Assuming probabilistic independence of  $M$  and  $R$ ,

$$\begin{aligned} P\{I \geq i | R = r\} &= P\left[M \geq \frac{i + c_3 \ln r + c_1}{c_2}\right] \\ &= 1 - F_M\left[\frac{i + c_3 \ln r + c_1}{c_2}\right] \end{aligned} \quad (5)$$

in which  $F_M(m)$  is the cumulative distribution function of earthquake magnitudes. For example, Richter's widely verified (19, 20) relationship between number,  $n_m$ , and magnitude,  $m$

$$\log_{10} n_m = a - bm$$

implies

$$1 - F_M(m) = e^{-\beta(m - m_0)} \quad m \geq m_0 \quad (6)$$

in which  $\beta = b \ln 10$  and  $m_0$  is some magnitude small enough, say 4, that events of lesser magnitude may be ignored by engineers. This restriction to larger events implies that the probabilities above are conditional on the occurrence of an event of interest, that is, one where  $M \geq m_0$ . The parameter  $b$  is typically (Isacks and Oliver, 1964) such that  $\beta$  is about 1.5 to 2.3.

Combining equations 5 and 6, the result is

$$P\{I \geq i | R = r\} = \exp \left[ -\beta \left[ \frac{i + c_2 \ln r + c_1}{c_2} - m_0 \right] \right] \quad (7)$$

The limit on the definition of  $F_M(m)$ , namely  $m \geq m_0$ , implies that equation 7 holds for

$$\frac{i + c_2 \ln r + c_1}{c_2} \geq m_0$$

or

$$i \geq c_2 m_0 - c_1 - c_2 \ln r \quad (8)$$

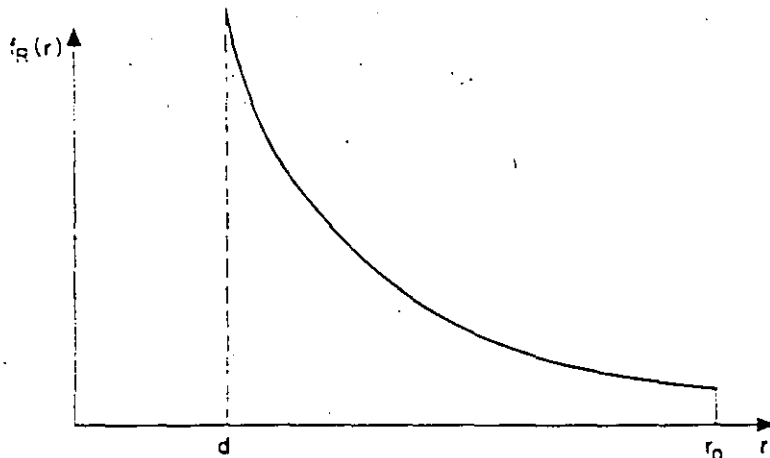


FIG. 2. Probability density function of focal distance,  $R$ .

At smaller values of the argument,  $i$ , the probability (equation 7) is unity that  $I$  exceeds  $i$  (given the occurrence of an event of magnitude greater than  $m_0$  at distance  $r$ ).

In order to consider the influence of all possible values of the focal distance and their relative likelihoods, we must integrate. We seek the cumulative distribution of  $I$ ,  $F_I(i)$ , given an occurrence of  $M \geq m_0$ ,

$$1 - F_I(i) = P\{I \geq i\} = \int_d^{r_0} P\{I \geq i | R = r\} f_R(r) dr \quad (9)$$

in which  $f_R(r)$  is the probability density function of  $R$ , the uncertain focal distance.

For the illustration here, it is assumed that, given an occurrence of an event of interest along the fault, it is equally likely to occur anywhere along the fault. Formally, the location variable  $X$  is assumed to be uniformly distributed on the interval  $(-l/2, +l/2)$ . Thus  $|X|$ , the absolute magnitude of  $X$ , is uniformly distributed on the interval  $(0, l/2)$ . The cumulative probability distribution,  $F_R(r)$ , of  $R$  follows

immediately:

$$\begin{aligned}
 F_R(r) &= P\{R \leq r\} = P\{R^2 \leq r^2\} \\
 &= P\{X^2 + d^2 \leq r^2\} = P\{|X| \leq \sqrt{r^2 - d^2}\} \\
 &= \frac{r^2 - d^2}{l^2} \quad d \leq r \leq r_0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Therefore, the probability density function of  $R$  is

$$\begin{aligned}
 f_R(r) &= \frac{dF_R(r)}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{2\sqrt{r^2 - d^2}}{l} \right) \\
 &= \frac{2r}{l\sqrt{r^2 - d^2}} \quad d \leq r \leq r_0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

This density function is plotted in Figure 2.

Substituting equation 11 into equation 9 and integrating is complicated by the awkward limits of definition of the functions, but in the region of greatest interest, namely larger values of the intensity the result is

$$\begin{aligned}
 1 - F_I(i) &= P\{I \geq i\} \\
 &= \frac{1}{l} CG \exp \left[ -\frac{3}{c_2} i \right] \quad i \geq i'
 \end{aligned} \tag{12}$$

in which  $i'$  is the lower limit of validity of this form of the result and equals

$$i' = c_1 - c_2 m_0 - c_2 \ln d \tag{13}$$

and in which  $C$  and  $G$  are constants. The first constant is related to parameters in the various relationships used above:

$$C = \exp \left[ 3 \left( \frac{c_1}{c_2} + m_0 \right) \right]. \tag{14}$$

The second constant is related to the geometry of illustration:

$$\begin{aligned}
 G &= 2 \int_{i'}^{r_0} \frac{dr}{r^2 \sqrt{r^2 - d^2}} \\
 &= \frac{2}{d^2} \int_0^{\cos^{-1}(d/r_0)} \cos u r^{-2} du
 \end{aligned} \tag{15}$$

in which

$$\gamma = 3 \frac{c_2}{c_1} - 1. \tag{16}$$

The integral in equation 15 must be evaluated numerically. Results appear in Figure 3. For typical parameter values and sufficiently long faults it is conservative and reasonable to replace  $r_0$  by infinity. In this case  $G$  is given by

$$G = \frac{2\pi}{(2d)^2} \frac{\Gamma(\gamma)}{\left[\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)\right]^2} \tag{17}$$

in which  $\Gamma(\gamma)$  is the complete gamma function and  $\gamma$  is restricted to positive values. The results above yield the probability that the site intensity,  $I$ , will exceed a

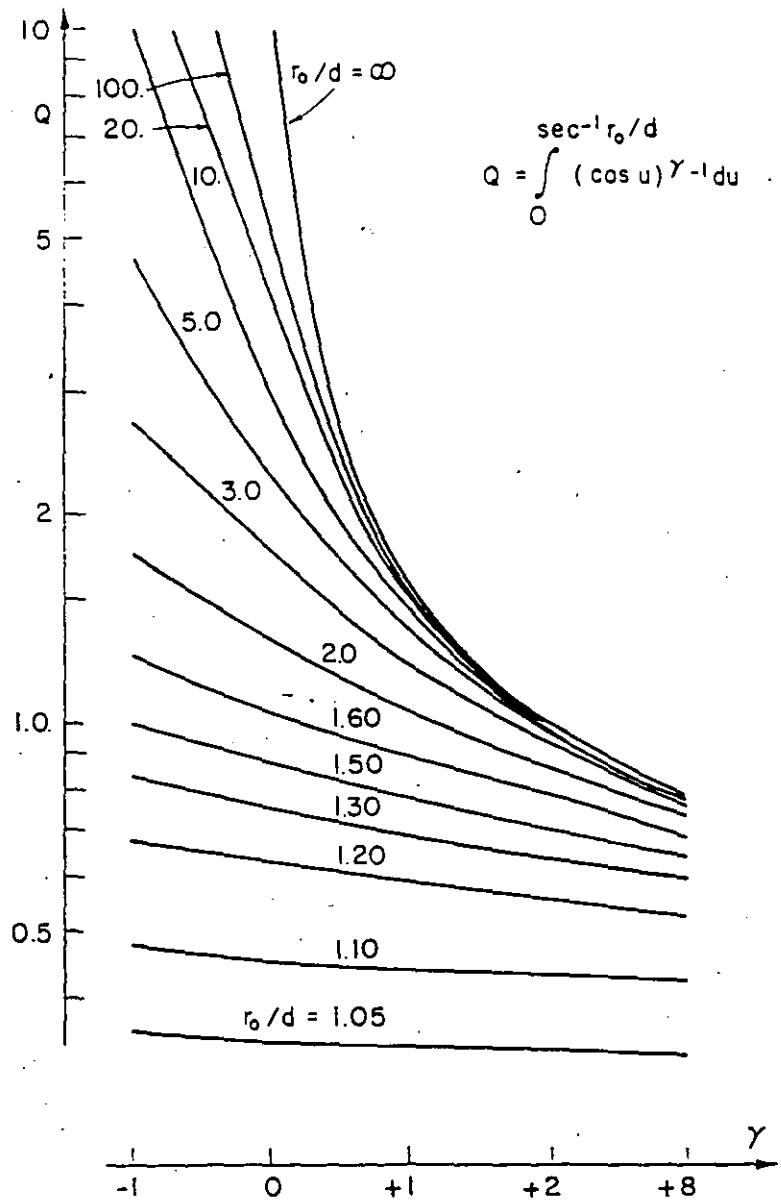


FIG. 3. Numerical values of integral in equation (15).

certain value,  $i$ , given that an event of interest ( $M \geq m_0$ ) occurs somewhere along the fault. Next we must consider the question of the random number of occurrences in any time period. For illustration, it is assumed that the occurrences of these major events follow a Poisson arrival process (Parzen, 1962; Cornell, 1964) with average occurrence rate (along the entire fault) of  $\nu$  per year. Then,  $\bar{N}$ , the number of events of interest along the fault in a time interval of length  $t$  years is known to be Poisson distributed

$$p_N(n) = P\{N = n\} = \frac{e^{-\nu t} (\nu t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

It is easily established that, if certain events are Poisson arrivals with average arrival rate  $\nu$  and if each of these events is independently, with probability  $p$ , a "special event," then these special events are Poisson arrivals with average rate  $p\nu$ . (This is said to be a Poisson process with "random selection.") In our case the special events are those which cause an intensity at the site in excess of some value  $i$ . The probability,  $p_i$ , that any event of interest ( $M \geq m_0$ ) will be a special event is given by equation 12.

$$p_i = P\{I \geq i\} = \frac{1}{l} CG \exp \left[ \frac{-\beta}{c_2} i \right] \quad (19)$$

Thus the number of times  $N$  that the intensity at the site will exceed  $i$  in an interval of length  $t$  is

$$p_N(n) = P\{N = n\} = \frac{e^{-p_i \nu t} (p_i \nu t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Such probabilities are useful in studying losses due to a succession of moderate intensities or cumulative damage due to two or more major ground motions.

Of particular interest is the probability distribution of  $I_{\max}^t$ , the maximum intensity over an interval of time  $t$  (often one year). Observe that

$$P\{I_{\max}^t \leq i\} = P\{\text{exactly zero special events in excess of } i \text{ occur in the time interval } 0 \text{ to } t\}$$

which from equation (20) is

$$P\{I_{\max}^t \leq i\} = P\{N = 0\} = e^{-p_i \nu t} \quad (21)$$

If we let  $I_{\max}^t$  equal  $I_{\max}^1$ , the annual maximum intensity,  $t = 1$ , and

$$F_{I_{\max}^1} = e^{-\bar{\nu}} = \exp \left[ -\bar{\nu} CG \exp \left( \frac{-\beta}{c_2} i \right) \right] \quad i \geq i' \quad (22)$$

in which now the ratio  $\bar{\nu} = \nu / l$  appears. This ratio is the average number of occurrences per unit length per year.

The conclusion is that for the larger intensities of engineering interest, the annual maximum intensity has a distribution of the double exponential or Gumbel type. This distribution is widely used in engineering studies of extreme events. It is important



realize that, here, this conclusion is *not* based on the intuitive appeal to the familiar asymptotic extreme value argument (Gumbel, 1958), which has caused other investigators to seek and find empirical verification of the distribution for maximum magnitudes or intensities in a given region (Milne and Davenport, 1965; Nordquist, 1945; Dick, 1965). The form of the distribution is dependent on the functional form of the various relationships assumed above. Others, too, have found (Dick, 1965; Epstein and Lomnitz, 1966; Epstein and Brooks, 1948) that the combination of Poisson occurrences of events and exponentially distributed "sizes" of events will invariably lead to the conclusion that the largest event has a Gumbel-like distribution (the true Gumbel distribution is non-zero for negative as well as positive values of the argument). Any combination of assumptions which leads to the exponential form of the distribution of  $I$  will, in combination with Poisson assumption of event occurrences, yield this Gumbel distribution. The exponential form of  $F_I(i)$  does not require the exponential form of  $F_M(m)$ . If the logarithmic dependence of  $I$  on  $R$  (equation 3) is retained, for example, even polynomial distributions (Housner, 1952) of magnitude will lead to the exponential distribution of  $I$ .

If the annual probabilities of exceedance are small enough (say  $\leq 0.05$ ), the distribution of  $I_{\max}$  can be approximated by

$$\begin{aligned} 1 - F_{I_{\max}} &= 1 - e^{-p_i \nu} \cong 1 - (1 - p_i \nu) \\ &\cong p_i \nu \\ &\cong \nu CG \exp\left(-\frac{\beta}{c_2} i\right) \quad i \geq i' \end{aligned} \quad (23)$$

The average return period,  $T_i$ , of an intensity equal to or greater than  $i$  is defined as the reciprocal of  $1 - F_{I_{\max}}$  or

$$T_i \cong \frac{1}{\nu CG} \exp\left(\frac{\beta}{c_2} i\right) \quad i \geq i' \quad (24)$$

or, the "T-year" intensity is

$$i \cong \frac{c_2}{\beta} \ln(\nu CG T_i) \quad i \geq i' \quad (25)$$

Consider the following typical numerical values of the parameters and site constants, applicable to a particular site in Turkey, where in one region in 1953 years it was found (Ipek *et al.*, 1965) that

$$\begin{aligned} \log_{10} n_m &= a - bm \\ &= 5.51 - 0.644m \end{aligned}$$

in which  $n_m$  is the number of earthquakes greater than  $m$  in magnitude. Assuming these earthquakes all occur along the 650 km of the major fault system in the region, the average number of earthquakes in excess of magnitude 5 (i.e.,  $m_0 = 5$ ) per year per

unit length of fault is

$$\bar{\nu} = \frac{u_3}{(1953)(650)} = 1.5 \times 10^{-4} (\text{year})^{-1} (\text{kilometer})^{-1}.$$

Also

$$\beta = b \ln 10 = 0.644(2.30) = 1.48.$$

Using attenuation constants found empirically (Esteva and Rosenblueth, 1964 for California

$$c_1 = 8.16,$$

$$c_2 = 1.45$$

$$c_3 = 2.46$$

the following numerical results are obtained for a site located a minimum surface distance,  $\Delta$ , of 40 km from a line source of earthquakes at depth  $h = 20$  km:

$$d = \sqrt{h^2 + \Delta^2} = 44.6 \text{ km}$$

$$\gamma = \beta \frac{c_1}{c_2} - 1 = 1.52$$

$$C = \exp \left[ \beta \left( \frac{c_1}{c_2} + m_0 \right) \right] = 6.55 \times 10^4$$

$$G \cong \frac{2\pi}{(2d)^\gamma} \frac{\Gamma(\gamma)}{\left[ \Gamma \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right) \right]^2} = 7.04 \times 10^{-3}.$$

(Numerical integration gives  $G = 6.55 \times 10^{-3}$ ). Thus, the intensity at this site with return period  $T_i$  is

$$i \cong \frac{c_2}{\beta} \ln (i C G T_i)$$

$$\cong 0.98 \ln (6.9 T_i).$$

Note the logarithmic relationship between  $i$  and  $T_i$ . The risk that a design intensity will be exceeded can be halved ( $T$  doubled) by increasing the design intensity by about 0.7. This equation is plotted in Figure 4 for the range of validity  $i \geq i'$  where

$$i' = c_1 + c_2 m_0 - c_3 \ln d = 6.08.$$

If interest extends to smaller intensities, it necessitates more cumbersome integrations not shown here.

#### PEAK GROUND MOTION RESULTS

The previous section developed the desired distribution results for the Modified Mercalli intensity,  $I$ , and a uniform line source, with a particular set of assumptions on magnitude distribution and the intensity versus  $M$  and  $R$  relationship. Engineers are generally more directly concerned with such ground motion parameters as

ground acceleration,  $A$ , peak-ground velocity,  $V$ , or peak-ground displacement,  $D$ , than with intensity itself.

An argument parallel to that in the preceding section can be carried out with any functional relationship between the site ground-motion variable,  $Y$ , and  $M$  and  $R$ . For example, the particular form

$$Y = b_1 e^{b_2 M} R^{-b_3} \tag{26}$$

has been recommended by Kanai (1961) and by Esteva and Rosenblueth (1964) for peak-ground acceleration ( $Y = A$ ), peak-ground velocity ( $Y = V$ ), and peak-ground displacement ( $Y = D$ ). The latter authors, Esteva and Rosenblueth, 1964; Esteva,

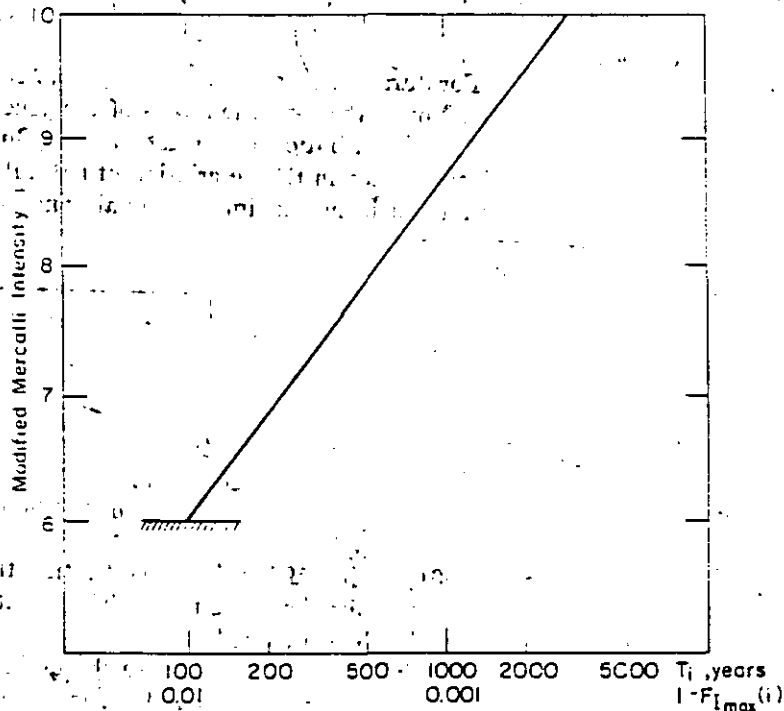


FIG. 4. Numerical example: Intensity versus return period.

1967) (on theoretical and empirical grounds) suggest that the constants  $\{b_1, b_2, b_3\}$  be  $\{2000, 0.8, 2\}$ ,  $\{16, 1.0, 1.7\}$ , and  $\{7, 1.2, 1.6\}$  for  $A$ ,  $V$ , and  $D$  respectively in southern California, with  $A$ ,  $V$ , and  $D$  in units of centimeters and seconds and  $R$  in kilometers.

For the general relationship in equation 26, an argument like that in the previous section yields for the annual maximum value of  $Y$  from a uniform line source

$$F_{Y(y)} = \exp[-\epsilon CG y^{-b_2}] \quad y \geq y' \tag{27}$$

$$1 - F_{Y(y)} \cong \epsilon CG y^{-b_2} \quad y \geq y' \tag{28}$$

$$T_r \cong \frac{1}{\epsilon CG} y^{b_2} \tag{29}$$

\*More recently, Esteva (1967), it has been suggested that the focal depth,  $h$ , in kilometers, be replaced by an empirically adjusted value,  $\sqrt{h^2 + 20^2}$ , which increases the formula's accuracy shorter focal distances.

When more complex source configurations exist, the distribution function for the maximum value of some ground motion variable can be found by combining the results above. For example, if there exist independent sources (1, 2, ...  $n$ ) of the various types discussed above, the probability that the maximum value of  $Y$ , the peak-ground acceleration, for example, is less than  $y$  is the probability that the maximum values from sources 1 through  $n$  are *all* less than  $y$ , or

$$F_{Y_{\max}} = F_{Y_{\max 1}} F_{Y_{\max 2}} \cdots F_{Y_{\max n}} \\ = \prod_{j=1}^n F_{Y_{\max j}}$$

in which  $F_{Y_{\max j}}$  is the distribution of the maximum  $Y$  (say peak acceleration) from source  $j$ , as given by equation 27 with the appropriate values of the parameters  $\beta_j$ ,  $C_j$ ,  $G_j$ . Note that the different possible focal depths on the same fault can be accounted for in this manner.

For the exponential form of the  $F_{Y_{\max j}}$  functions (equation 27)

$$F_{Y_{\max}} = \exp \left[ - \sum_{j=1}^n \beta_j C_j G_j y^{-\beta_j b_j} \right] \quad y > y' \quad (36)$$

where  $y'$  is the largest of the  $y_j'$ . For  $y$  less than  $y'$ , the distribution can be found with ease (unless a line source is involved). If the constants  $\beta$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  are the same for all the sources in the region around the site, equation 36 becomes simply

$$F_{Y_{\max}} = \exp [-C\beta G y^{-\beta b}] \quad y > y' \quad (37)$$

in which

$$\beta G = \sum_{j=1}^n \beta_j G_j \quad (38)$$

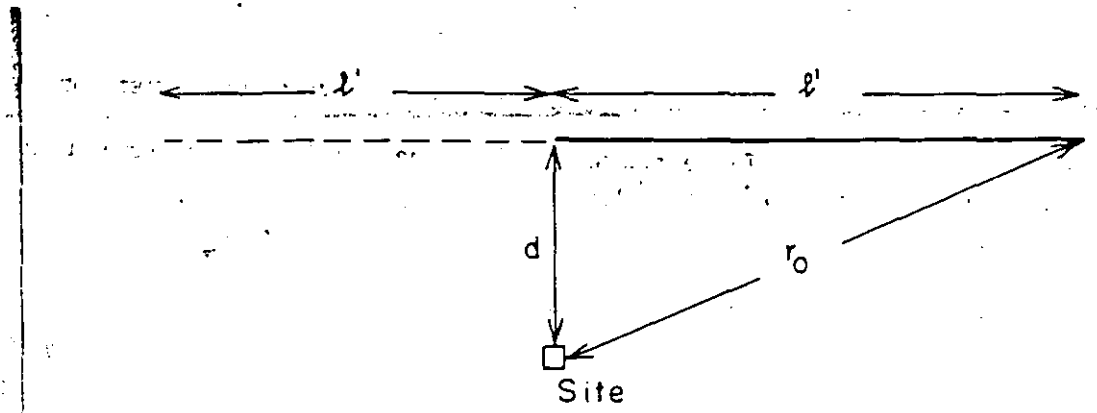
A similar conclusion holds for Modified Mercalli intensities, equation 22.

In short the distributions retain the same forms with the product,  $\beta G$ , equal to the sum of the corresponding products over the various sources. With respect to these products, then, linear superposition applies. This conclusion is a reflection of the fact that the sum of independent Poisson process is a Poisson process with an average arrival rate equal to the sum of individual rates.

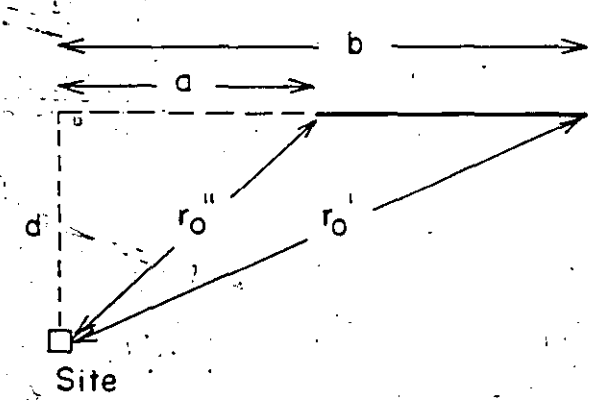
This conclusion can be used to determine geometry factors for unsymmetrical source geometries. For example, for the condition in Figure 7a, the geometry factor,  $G$ , must equal one-half of that for the symmetrical situation. The geometry factor for the situation in Figure 7b must equal one-half of that for a symmetrical source length  $2b$  minus one-half of that for a symmetrical source of length  $2a$ , or

$$G = \frac{1}{2}(G' - G'') \quad (39)$$

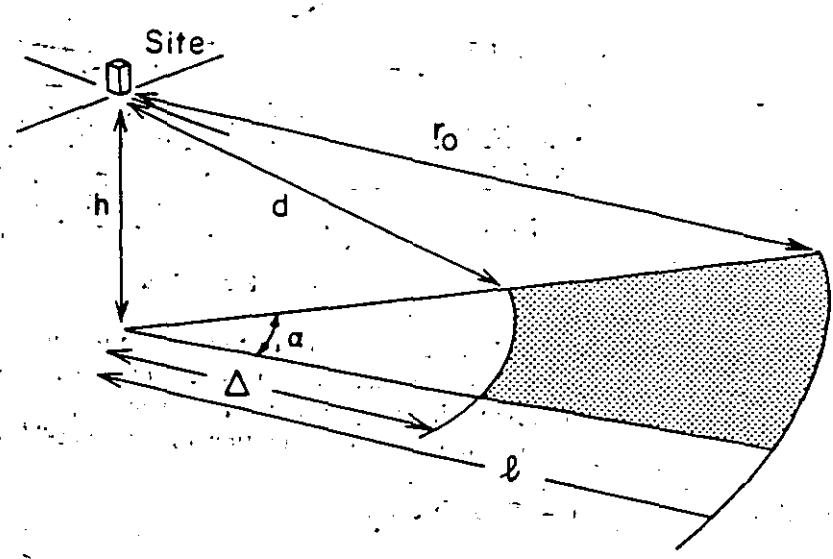
in which  $G'$  and  $G''$  are calculated from equation 15 with values  $r_0'$  and  $r_0''$  respectively. An example will follow. This result also permits easy treatment of a fault with a (spatially) non-constant average occurrence rate, each different portion of the fault being treated independently.



a) Case 1



b) Case 2



c) Case 3, Perspective

FIG. 7. Unsymmetrical sources.

All assumptions made by the seismologists involved would be explicit and quantitative, open to review and to up-dating with new evidence. Major difficulties would remain, however, in the judgement of active sources, in the estimation of their average activity rates, and in determination of local soil influence.

#### CONCLUSION

A quantitative method of evaluating the seismic risk at a particular site has the advantage that consistent estimates of these risks can be prepared for various potential sites, all perhaps in the same general region but in significantly different geometrical relationships with respect to potential sources of earthquakes.

Such a method is necessary to determine how rapidly the risk decays as the resistance of the system's design is increased. Reasonable economic trade-offs, be they with respect to operating regulations, below-standard performance, or system malfunction, cannot be made without such quantitative relationships.

The method proposed offers the means by which to make these engineering analyses consistent with the seismicity information available. This information is transferred from the seismologist in the form of his best estimates of the average rate of seismic activity of potential sources of earthquakes, the relative likelihoods of various magnitudes of events on those sources, and the relationships between site characteristics, distance, and magnitude applicable for the region.

The conclusions appear in an easily applied, easily interpreted form, suitable for review for consistency and sensitivity to assumptions.

For the most commonly assumed functional forms of the relationships used, the upper tails of the probability distributions of the design ground motion parameters are found theoretically to be of Type I or Type II extreme value type.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by a T. W. Lambe and Associates consulting contract with the government of Turkey and by the Inter-American Program of the Civil Engineering Department of the Massachusetts Institute of Technology. This latter program sponsored, in part, the author's visiting professorship at the University of Mexico, where discussions with Luis Esteva and Dr. Emilio Rosenblueth initiated the author's interest in this subject. Subsequently Ing. Esteva independently developed a number of the results presented here (Esteva, 1967). The author wishes to thank two co-workers, Octavio Rascon and Erik Vanmarcke, who contributed to this study.

#### REFERENCES

- Aki, K. (1956). Some problems in statistical seismology, *Zisin*, 8, 205-228.
- Allen, C. R., P. St. Amand, C. F. Richter and J. M. Nordquist (1965). Relationship between seismicity and geologic structure in the southern California region, *Bull. Seism. Soc. Am.* 55, 753-797.
- Benjamin, J. R. (1967). Probabilistic models for seismic force design, *ASCE National Convention*, Seattle.
- Blume, J. A. (1965). Earthquake ground motion and engineering procedures for important installations near active faults, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.* (New Zealand), IV-53.
- Blume, J. A., N. M. Newmark and L. H. Corning (1961). *Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions*, Portland Cement Assoc., Chicago.
- Borges, J. F. (1956). Statistical estimate of seismic loadings, *Preliminary Publ. V. Congress IABSE*, Lisbon.
- Borgman, L. E. (1963). Risk criteria, *Proc. ASCE*, WW3, 1-35.
- Cornell, C. A. (1964). Stochastic Process Models in Structural Engineering, *Dept. of C. E. Tech. Report 34*, Stanford University, Calif.
- Crandall, S. H. and W. D. Mark (1963). *Random Vibration in Mechanical Systems*, Wiley-Interscience Press, New York.

- Diek, I. D. (1965). Extreme value theory and earthquakes, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.* New Zealand, III, 45-55.
- Epstein, B. and H. Brooks (1948). The theory of extreme values and its implications in the study of the dielectric strength of paper capacitors, *J. Appl. Phys.* 19, 544-550.
- Epstein, B. and C. Lomnitz (1966). A model for the occurrence of large earthquakes, *Nature*, 221, 954-956.
- Esteva, L. (1967). Criteria for the construction of spectra for seismic design, *Third Panamerican Symposium on Structures*, Caracas, Venezuela.
- Esteva, L. and E. Rosenblueth (1964). Spectra of earthquakes at moderate and large distances, *Soc. Mex. de Ing. Sismica*, Mexico II, 1-15.
- Gumbel, E. J. (1958). *Extreme Value Statistics*, Columbia University Press, New York.
- Gzovsky, M. V. (1962). Tectonophysics and earthquake forecasting, *Bull. Seism. Soc. Am.* 52, 485-505.
- Housner, G. W. (1952). Spectrum intensities of strong motion earthquakes, *Proc. Sym. on Earthquakes and Blast Effects on Structures*, Los Angeles.
- Housner, G. W. (1965). Intensity of earthquake ground shaking near the causative fault, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.* 94-111.
- Ipek, M. et al (1965). Earthquake zones of Turkey according to seismological data, *Prof. Conf. Earthquake Resistant Construction Regulations*, (in Turkish) Ankara, Turkey.
- Isack, B. and J. Oliver (1964). Seismic waves with frequencies from 1 to 100 cycles per second recorded in a deep mine in northern New Jersey, *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 1941-1979.
- Kanai, K. (1961). An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions, *Bull. Eq. Res. Inst.* 39, 85-95.
- Kawasumi, H. (1951). Measures of earthquake danger and expectancy of maximum intensity throughout Japan as inferred from the seismic activity in historical times, *Bull. Earthquake Res. Inst.* 29.
- Kuopoff, L. (1964). The statistics of earthquakes in southern California, *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 1871-1873.
- Lacer, D. A. (1965). Simulation of earthquake amplification spectra for southern California sites, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.* New Zealand III, 151-167.
- Lomnitz, C. (1966). Statistical prediction of earthquakes, *Reviews of Geophys.* 4, 337-393.
- Milne, W. G. and A. G. Davenport (1965). Statistical parameters applied to seismic regionalization, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.*, New Zealand, III, 181-194.
- Muto, K., R. W. Bailey and K. J. Mitchell (1963). Special requirements for the design of nuclear power stations to withstand earthquakes, *Proc. Instn. Mech. Engr.* 117, 155-203.
- Newmark, N. M. (1965). Current trends in the seismic analysis and design of high rise structures, *Proc. Symp. on Earthquake Engr.* Vancouver, B.C.
- Newmark, N. M. (1967). *Design Criteria for Nuclear Reactors Subjected to Earthquake Hazards*, Urbana, Ill.
- Niazi, M. (1964). Seismicity of northern California and western Nevada, *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 845-850.
- Nordquist, J. M. (1945). Theory of Largest Values Applied to Earthquake Magnitudes, *Trans. Am. Geol. Union*, 26, 29-31.
- Parzen, E. (1962). *Stochastic Processes*, Holden-Day, San Francisco.
- Richter, C. F. (1958). *Elementary Seismology*, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Richter, C. F. (1959). Seismic regionalization, *Bull. Seism. Soc. Am.* 49, 123-162.
- Rosenblueth, E. (1964). Probabilistic design to resist earthquakes, *Proc. ASCE*, 90, 159-219.
- Rosenblueth, E. (1966). On seismicity, *Seminar in the Application of Statistics to Structural Mechanics*, Dept. of Civil Engr., Univ. of Penn.
- Saudi, H. (1966). Earthquake simulation for the estimate of structural safety, *Proc. Ing. Symp. R.I.L.E.M.*, Mexico City.
- Task Comm. on Wind Forces (1961). Wind forces on structures, *Trans. ASCE*, 126, 1124-1198.
- Thom, H. C. S. (1967). New distributions of extreme winds in the United States, *Conf. Preprint 431*, ASCE, *Envir. Engr. Conf.* Dallas.
- Uniform Building Code, 1967 Edition*, (1967). Inter. Conf. of Building Officials, Los Angeles.
- Velosos, A. S., N. M. Newmark and C. V. Chelapati (1965). Deformation spectra for elastic and elasto-plastic systems subjected to ground shock and earthquake motions, *Proc. Third World Conf. on Eq. Engr.* New Zealand, II, 663-682.

- Vere-Jones, D. (1964). A Markov model for aftershock occurrences. *Pure and Applied Geophys.* 64, 31-42.
- Wanner, E. (1937). Statistics of earthquakes I, and II, *Ger. Geotr. Geophys.* 50, 85-99 and 223-228.
- Wiggins, J. H. (1964). Effect of site conditions on earthquake intensity. *Proc. ASCE*, 90, 279-312.

DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING  
M.I.T.  
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS

Manuscript received January 2, 1965.





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO I

I RIESGOS SISMICOS Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO

LA MEDIDA DE LOS TEMBLORES

M. EN I. MARIO GUSTAVO ORDAZ SHROEDER

JUNIO-JULIO  
1992

## LA MEDIDA DE LOS TEMBLORES

Shri Krishna Singh<sup>1</sup> y Mario Ordaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Geofísica, UNAM  
<sup>2</sup> Instituto de Ingeniería, UNAM

### Introducción

Un temblor es el resultado del movimiento repentino de una masa de roca con respecto a otra. Se requieren diversos parámetros para cuantificar un temblor, algunos de los cuales son: la orientación, buzamiento y sentido del movimiento en el plano de la falla, la longitud y área de la zona de ruptura, desplazamiento en la falla, velocidad y aceleración de partícula del movimiento de la falla, la duración de ruptura y las energías sísmicas total e irradiada. Sin embargo, sólo se dispone de esta cantidad de información para unos cuantos temblores, puesto que para obtenerla se requieren complejos y extensivos análisis, así como datos de muy alta calidad. Si se fuera a emplear un solo parámetro para describir el tamaño de un temblor, este parámetro debería ser la cantidad de energía sísmica liberada,  $E_s$ . La energía total liberada,  $E_T$ , puede escribirse como

$$E_T = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) S \bar{u}$$

donde  $\sigma_1$  es el esfuerzo cortante inicial -antes de la ruptura-,  $\sigma_2$  es el esfuerzo cortante final -al término de la ruptura-,  $S$  es el área de la zona de ruptura y  $\bar{u}$  es el deslizamiento promedio en la superficie de falla. La energía total es también la suma de la energía sísmica liberada más la energía disipada por fricción durante la ruptura,  $E_f$ , esto es,

$$E_T = E_s + E_f$$

donde

$$E_f = \sigma_f S \bar{u}$$

siendo  $\sigma_f$  el esfuerzo de fricción. De esta forma, resulta que

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_f \right) S \bar{u}$$

Si se acepta que  $\sigma_f = \sigma_2$ , hipótesis conocida como *modelo de Orowan*, entonces

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_f}{2} \right) S \bar{u} = \frac{\Delta\sigma}{2} S \bar{u}$$

El momento sísmico,  $M_0$ , se define de la siguiente manera:

$$M_0 = \mu S \bar{u} \quad (1)$$

donde  $\mu$  es el módulo de rigidez al corte del material involucrado en la ruptura. En términos del momento sísmico, la energía sísmica liberada vale entonces

$$E_s = \frac{\Delta\sigma M_0}{2\mu} \quad (2a)$$

Por ejemplo, si  $\Delta\sigma = 30$  bares ( $30 \times 10^6$  dina/cm<sup>2</sup>), como sugieren los datos, y  $\mu = 3 \times 10^{11}$  dina/cm<sup>2</sup>, de suerte que  $\Delta\sigma/\mu \cong 10^{-4}$ , entonces

$$E_s = 5 \times 10^{-5} M_0 \quad (2b)$$

Las características de la energía irradiada a muy baja frecuencia están relacionadas con el momento sísmico. Para temblores recientes moderados y grandes, la calidad de los datos mundiales permite la estimación rutinaria de  $M_0$ .  $M_0$  es una medida del temblor a periodos largos; su estimación requiere análisis extensivo de los registros, y usualmente toma tiempo hacerla.  $M_0$  va, de aproximadamente  $10^{15}$  dina-cm para el más pequeño temblor mensurable, hasta alrededor de  $10^{30}$  dina-cm para el más grande temblor de este siglo (el temblor de Chile del 22 de mayo de 1960).

La energía sísmica liberada también puede ser calculada integrando la velocidades del terreno registradas en diferentes puntos de la tierra, después de hacer algunas correcciones pertinentes. Sin embargo, esta técnica de estimación requiere análisis y correcciones laboriosas, por lo que no es posible utilizarla de manera rutinaria.

Una alternativa simple para medir temblores esta basada en amplitudes de las ondas sísmicas. La *magnitud* de un temblor se define en términos del logaritmo de la amplitud de alguna fase de la onda medida a cierto periodo. Esta relación está dada por:

$$M = \log A + f(\Delta) + c_1 + s \quad (3)$$

donde  $M$  denota magnitud,  $A$  es la amplitud de la onda correspondiente,  $\Delta$  es la distancia epicentral,  $c_1$  es una constante y  $s$  es una corrección que depende de la estación de registro. La atenuación de  $A$  con  $\Delta$  se corrige mediante el término  $f(\Delta)$  de la ecuación 3. Esta corrección es tal que, para un mismo temblor, la magnitud determinada en diferentes estaciones a diferentes distancias es aproximadamente la misma; la magnitud del temblor es el valor promedio. La desviación estándar es generalmente del orden de 0.3. Parte de la razón de la dispersión de los valores de  $M$  determinados para un mismo temblor en diversas estaciones radica en el hecho de que la ecuación 3 no incluye correcciones por patrón de irradiación. También, la geología en las inmediaciones de la estación de registro puede amplificar o deamplificar las ondas sísmicas; por esta razón, algunas estaciones producen magnitudes consistentemente mayores o menores que el promedio. El término  $s$  de la ecuación 3 toma en cuenta esta situación.

Las características de los sismogramas cambian con la distancia y con el tipo de instrumento con que se registren. En la fuente sísmica se generan ondas longitudinales (P) y ondas transversales (S). La energía en las ondas S es del orden de 20 veces mayor que la energía en forma de ondas P. Estas ondas de cuerpo interactúan con la complicada estructura del interior de la tierra, y con la la superficie libre, para producir complejas formas de onda que

incluyen ondas superficiales. Dependiendo de la distancia, varía el tipo de las ondas que predominan. Se han desarrollado diversas escalas de magnitud, cada una de las cuales la define en términos de la amplitud de cierto tipo de onda a cierto periodo. A continuación describiremos brevemente estas escalas. Posteriormente describiremos una escala de magnitud basada en la duración del sismograma, y finalmente mencionaremos brevemente las escalas de intensidad, las cuales están basadas en los efectos del temblor sobre las personas y las construcciones.

Escala  $M_L$ : Esta escala fue introducida por Richter (1935). Su objetivo original era modesto: clasificar los temblores del sur de California en grandes, medianos y pequeños. Richter definió  $M_L$  como

$$M_L = \log A + f(\Delta) \quad (4)$$

donde  $A$  es la máxima amplitud, en milímetros, registrada por un sismógrafo torsional estándar (Wood-Anderson, periodo natural de 0.8 seg, amortiguamiento de 80% del crítico, y amplificación de 2800). No se especifica el tipo de onda; puede ser P, S u onda superficial. La función de atenuación,  $f(\Delta)$ , fue determinada, para  $\Delta \leq 600$  km, a partir de temblores del sur de California (ver Richter, 1958, p 342). Fue definida de suerte que, si  $A = 10^{-3}$  mm (un micrón) a  $\Delta = 100$  km,  $M_L$  fuese nula, es decir,  $f(100) = 3$ . Esta escala presenta varias limitaciones: (1) Se requiere desarrollar una función de atenuación para cada región; (2) Quedan muy pocos instrumentos Wood-Anderson en operación; (3) La verdadera amplificación de este instrumento puede diferir de 2800; (4)  $M_L$  para  $\Delta < 100$  km puede alcanzar un valor de saturación de alrededor de 7; en otras palabras, la energía sísmica podría seguir incrementándose pero  $M_L$  nunca excedería de 7. Por tanto, para temblores muy grandes,  $M_L$  no mediría el tamaño del temblor.

Como se mencionó antes, los sismógrafos Wood-Anderson pueden saturarse para temblores moderados y grandes a distancias pequeñas.  $M_L$  puede aun ser determinada si se dispone de acelerogramas. Este se usa para calcular numéricamente la respuesta del instrumento Wood-Anderson y, a partir de esta, obtener  $M_L$  (e g, Kanamori y Jennings, 1978). Los datos así obtenidos, junto

con argumentos físicos (Brune, 1970) muestran que, en realidad,  $M_L$  puede saturarse cerca de 7.

En la figura 1 se presentan acelerogramas (componente NS) registrados en la región epicentral del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Este temblor, y su réplica principal del 21 de septiembre de 1985, fueron extensivamente registrados con acelerógrafos. Los registros han sido usados para sintetizar respuesta Wood-Anderson y para calcular  $M_L$ . La figura 2 muestra  $M_L$  en función de la distancia para ambos temblores (Singh et al, 1988a). Los resultados se resumen en la Tabla 1. Varios puntos ameritan un comentario: (1)  $M_L$  para el temblor del 19 de septiembre en la zona epicentral fue de sólo 6, mostrando la saturación de esta escala de magnitud; (2) Después de 100 km, para sitios firmes en la costa,  $M_L$  fue de 7.4; (3) En los sitios firmes del Distrito Federal,  $M_L$  alcanzó un valor de 8.2; (4) En la zona del lago de la ciudad de México, el valor fue 8.7. El hecho de que  $M_L$  fuera más grande en la zona del lago en comparación con la zona firme, se puede atribuir a la amplificación de las ondas sísmicas debida a los suelos blandos. La extraña observación de que  $M_L$  fue superior en la zona firme de la ciudad que en los sitios duros de la costa ( $\Delta \geq 100$  km) sugiere la existencia de amplificación de las ondas sísmicas aún en la zona firme del DF. Estas observaciones han sido confirmadas con trabajos recientes, basados en mayor número de datos (e g, Singh et al, 1988b; Ordaz y Singh, 1991).

A pesar de las limitaciones de la escala  $M_L$ , se llevan a cabo todavía muchos esfuerzos de investigación para desarrollar esta escala en diferentes regiones. Mahdyiar et al (1986) desarrollaron una escala de magnitud  $M_L$  aplicable a la costa de Guerrero, con base en velocidades máximas y no en respuestas Wood-Anderson.

**Escala  $M_s$ :** La magnitud de ondas superficiales,  $M_s$ , fue introducida por Gutenberg (1945a), pensada esencialmente para temblores someros. Esta magnitud se define de la siguiente forma:

$$M_s = \log A + 1.656 \log \Delta + 1.818 + s \quad (5)$$

donde  $A = (A_E^2 + A_N^2)^{1/2}$ ,  $A_E$  y  $A_N$  son amplitudes máximas del desplazamiento del terreno registrados en componentes EW y NS, en micrones, para la fase de ondas superficiales con periodo de entre 17 y 23 seg.  $\Delta$  es la distancia epicentral, en grados. Para temblores superficiales, esta fase de ondas está claramente diferenciada, por lo que  $M_s$  es relativamente fácil de calcular. Gutenberg y Richter (1956) obtuvieron una relación entre la energía sísmica irradiada,  $E_s$  (en ergs) y  $M_s$ :

$$\log E_s = 1.5 M_s + 11.8 \quad (6)$$

Vañek *et al* (1962) propusieron una escala  $M_s$  basada en amplitudes de ondas superficiales en componente vertical con periodo de cerca de 20 seg:

$$M_s = \log (A/T)_{\text{máx}} + 1.66 \log \Delta + 3.3 \quad (7)$$

donde T es el periodo de las ondas; cuando este vale 20 seg, la ecuación 7 es parecida a la ecuación 5.

Por ejemplo, en la figura 3 se muestra el sismograma de periodo largo del componente vertical del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en Gräfenberg, Alemania (GRFO),  $\Delta = 90.8^\circ$ . Como se puede ver, para  $T=25$  seg,  $A_{\text{máx}}$  es 500 micrones. De la ecuación 7, se obtiene que  $M_s = 7.85$ . El valor promedio de  $M_s$  para este temblor fue de 8.1, el segundo temblor mexicano más grande de este siglo.

Las figuras 1 y 3 sirven para ilustrar la naturaleza del movimiento del terreno registrado en la zona epicentral y a distancias telesísmicas.

Cabe notar que para grandes terremotos, (con longitudes de ruptura mayores que unos 100 km), la escala  $M_s$  comienza a saturarse alrededor de 8.2.

Escala  $m_b$ : Gutenberg (1945b) introdujo una escala de magnitud basada en ondas de cuerpo,  $m_b$ . En esta escala se mide la amplitud máxima de un grupo de ondas que incluye a las P, PP y S. La función de atenuación está dada en Richter

(1958, Apéndice VIII).  $m_b$  se puede usar para temblores superficiales, intermedios y profundos. El periodo de las ondas usadas es generalmente de entre 0.5 y 12 seg.

Debe enfatizarse que la magnitud  $M$  reportada en el libro clásico de Gutenberg y Richter (1954) es un algún promedio pesado de  $M_s$  y  $m_b$ . El significado exacto de  $M$  sigue siendo motivo de controversia e investigación (ver, por ejemplo, Geller y Kanamori, 1977).

Escala  $m_b$ : Esta escala es la más ampliamente usada después de la instalación de la red mundial de sismógrafos estándar (WWSSN por sus siglas en inglés). Se calcula a partir de la máxima amplitud de la onda P en los primeros ciclos del registro, que se lleva a cabo con un instrumento de periodo natural de 1 seg, en el componente vertical. Generalmente el periodo de la onda usada en el cálculo también es 1 seg. Conviene mencionar que para determinar  $m_b$  se usan las mismas fórmula y función de atenuación que para  $m_b$ , aunque el periodo de la onda y la manera de medir amplitud máxima son muy diferentes. Esta escala sufre, entre otras, de las siguientes limitaciones: (1) El proceso de ruptura durante grandes temblores es mucho más largo que los pocos segundos de onda P usados para medir amplitud máxima. Por tal razón, la escala mide el tamaño del temblor en su inicio y no el tamaño total. (2) Los primeros pocos ciclos de onda P están fuertemente afectados por el patrón de irradiación. En general, las ondas directas de temblores originados en fallas de rumbo dan lugar a amplitudes que son un orden de magnitud más pequeñas que para un temblor de buzamiento. Esta escala sufre de saturación cerca de  $m_b = 6.5$ .

Escala  $\hat{m}_b$ : Esta escala es una extensión de  $m_b$ . En vez de medir la amplitud máxima en los primeros ciclos de onda P, se mide la amplitud máxima de todo el grupo de ondas P (Houston y Kanamori, 1986). La formula para calcular  $\hat{m}_b$ , que es la misma que para calcular  $m_b$ , está dada por:

$$\hat{m}_b = \log (A/T) + Q(\Delta) \quad (9)$$

donde  $T$  es el periodo de las ondas de interés (generalmente  $T = 1$  seg) y  $Q(\Delta)$



es la función de atenuación, dada en Richter (1958, Apéndice VIII). Esta escala es actualmente materia de investigación, y no se emplea de manera rutinaria. No parece sufrir del problema de saturación.

Escala  $M_w$ : Esta escala está basada en el momento sísmico,  $M_0$ , definido en la ecuación 1. Aunque se requieren análisis complicados, el momento sísmico de temblores grandes y pequeños puede obtenerse con bastante exactitud si se dispone de registros adecuados.  $M_0$  mide el comportamiento del temblor a periodo largo (teóricamente a periodo infinito); por tanto, no es sensible a los detalles del proceso de ruptura. La ecuación 2b relaciona  $M_0$  con la energía sísmica liberada. Con base en el momento sísmico, se ha desarrollado una escala de magnitud llamada *magnitud de momento*,  $M_w$  (Kanamori, 1977; Hanks y Kanamori, 1979; Singh y Havskov, 1980), definida por:

$$M_w = 2/3 (\log M_0 - 16.1) \quad (10)$$

donde  $M_0$  está en dina-cm. El avance reciente en la instrumentación sísmica mundial y en las técnicas de análisis, permiten la estimación rutinaria de  $M_0$  de todos los temblores con  $M_w$  mayor que aproximadamente 5.0.

Escala  $M_c$ : La escala de magnitud de coda,  $M_c$ , está basada en la duración del sismograma del temblor. Fue originalmente propuesta por Bisztricsány (1959). En virtud de su simplicidad, ha ganado popularidad para determinar magnitudes de temblores registrados en redes sismográficas locales y regionales (Lee et al, 1972). La relación entre  $M_c$  y la duración,  $\tau$ , es:

$$M_c = c_1 \log \tau + c_2 \Delta + c_3 \quad (11)$$

Puesto que  $\tau$  depende tanto del instrumento de registro como de las condiciones locales, las constantes de la ecuación 11 deben determinarse tomando en cuenta estos factores. La parte del sismograma que sigue a la fase intensa-la coda-, está compuesta de ondas dispersadas. Por tal razón, la escala no es sensible al patrón de irradiación. Havskov y Macías (1982) desarrollaron una escala  $M_c$  para algunas estaciones sísmicas mexicanas, calibrando  $M_c$  con  $m_b$ .

## Relaciones entre diversas escalas de magnitud

Al desarrollar nuevas escalas de magnitud, en general se ha tratado de ligarlas a escalas ya existentes. Por ejemplo, Gutenberg (1945a) calibró la escala  $M_s$  con la más antigua  $M_L$ . Puesto que los eventos de calibración tenían  $M_L$  cercana a 6,  $M_s$  y  $M_L$  coinciden aproximadamente para esta magnitud. En vista de que los tipos de onda y el periodo difieren en las dos escalas, no hay razón para esperar que coincidan en otros rangos de magnitud. A  $m_b$  se le requirió coincidir con  $M_s$ . Nuevamente, los eventos de calibración tuvieron  $M_s$  entre 6.5 y 7, por lo que ambas escalas coinciden en este rango.  $m_b$  no fue calibrada con ninguna escala preexistente.

En la figura 4, tomada de Kanamori (1983), se grafican algunas escalas de magnitud en función de la magnitud de momento,  $M_w$ . Dada  $M_w$ , la figura 4a muestra un rango de posibles valores de otros tipos de magnitud. La dispersión no es solamente debida a errores de observación, sino que refleja diferencias esenciales entre las diferentes escalas. Como se mencionó, diferentes escalas implican mediciones a diversos periodos; por otro lado, el espectro de la fuente del temblor no es plano. Por tales razones, no es posible esperar una correspondencia uno a uno en un rango amplio de magnitudes entre las escalas. Esto explica porqué para el mismo temblor se reportan varias magnitudes. Por ejemplo, el temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 fue reportado con  $M_s = 8.1$ ,  $m_b = 7$  y  $M_w = 8.05$ . Ya hemos discutido los valores de  $M_L$  para este temblor (ver figura 2).

En esta breve revisión hemos mencionado solamente las escalas más ampliamente usadas. Existen muchas más, que han sido desarrolladas para diferentes regiones del mundo. Actualmente se dedica mucho esfuerzo a desarrollar nuevas escalas y a entender y mejorar las existentes.

## Escalas de intensidad

Antes de la existencia de sismógrafos, los temblores podían medirse sólo por sus efectos. Rossi y Forel, en 1883, desarrollaron una escala llamada *escala*

de *intensidad de Rossi-Forel*. Con base en los efectos del temblor sobre las personas, las construcciones y la superficie de la tierra, se asigna una intensidad entre I y X, y finalmente se construyen mapas de isosistas, que son curvas que unen puntos sobre la tierra que experimentaron la misma intensidad. En 1902, Mercalli propuso una escala mejorada, que se extiende de I a XII. Una versión abreviada y modificada de la escala de Mercalli está dada en Richter (1958, capítulo 11). Las isosistas siguen siendo una herramienta valiosa en la estimación de la intensidad de un temblor, a escala descriptiva, ya que en muchas regiones no existen registros instrumentales. Además, en muchos países se dispone de una larga historia documental de los efectos de los temblores. Las intensidades generalmente decrecen con la distancia a la fuente; sin embargo, las condiciones locales pueden elevar significativamente la intensidad. Un caso espectacular de este fenómeno es la zona de lago del Distrito Federal. Se han hecho esfuerzos por correlacionar intensidad con aceleración máxima del terreno; también, se ha relacionado el área incluida dentro de la isosista de cierta intensidad con la magnitud (ver, por ejemplo, Singh et al, 1982, para el caso de México).

La amplitud de las ondas sísmicas, al igual que la intensidad, decrece con la distancia. En las escalas de magnitud, las funciones de atenuación tratan de tomar en cuenta este decaimiento, de suerte que uno obtenga aproximadamente la misma magnitud independientemente de la distancia, suponiendo que se use la misma escala. Cualquier efecto de sitio se toma en cuenta aplicando una corrección por estación. Por otra parte, el mismo temblor dará lugar a diferentes intensidades dependiendo de la distancia y las condiciones locales.

### **Comentarios finales**

La cuantificación completa de un temblor requiere muchos parámetros. Determinar estos parámetros es posible sólo para algunos temblores y después de laboriosos análisis. Una idea gruesa del tamaño del temblor puede obtenerse con un parámetro: la magnitud. Esta es determinada a partir de la amplitud registrada de ondas de cierto tipo. Puesto que la magnitud crece

como el logaritmo común de la amplitud, un aumento de diez veces en la amplitud corresponde a un incremento de una unidad de magnitud. Un aumento de una unidad de magnitud está asociado a una energía sísmica liberada del orden de 31 veces superior, es decir, que la energía involucrada en un temblor de magnitud 8 puede equipararse a la de 1000 temblores de magnitud 6.

Se han desarrollado diversas escalas de magnitud. Puesto que los tipos de onda y periodos involucrados son diferentes, las magnitudes de distintas escalas no coinciden. Deben tomarse precauciones para no mezclar magnitudes de distintas escalas.

## Referencias

- Bisztricsány, E. (1959). On a new method of determining earthquake magnitudes, *Publ. BCIS, Trav. Sci., Fasc., A20*, 9-15.
- Brune, J.N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 75, 4997-5009.
- Geller, R.J. y H. Kanamori (1976). Magnitudes of great shallow earthquakes from 1904 to 1952, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 66, 1501-1523.
- Gutenberg, B. (1945a). Amplitudes of surface waves and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 35, 3-12.
- Gutenberg, B. (1945b). Amplitudes of P, PP and S and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 35, 57-69.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1954). *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 310 pp.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1956). Magnitude and energy of earthquakes, *Ann. Geofis. (Rome)*, 9, 1-15.
- Hanks, T.H. y H. Kanamori (1979). A moment magnitude scale, *J. Geophys. Res.*, 84, 2348-2350.
- Havskov, J. y M. Macías (1983). A coda-length magnitude scale for some Mexican stations, *Geofis. Int.*, 22, 205-214.
- Houston, H. y H. Kanamori (1986). Source spectra of great earthquakes: teleseismic constraints on rupture process and strong motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 19-42.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 82, 2981-2987.

Kanamori, H. (1983). Magnitude scale and quantification of earthquakes, *Tectonophysics*, 93, 185-199.

Kanamori, H. y P.C. Jennings (1978). Determination of local magnitude,  $M_L$ , from strong motion accelerograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 471-485.

Lee, W.H.K., R.E. Bennett y K.L. Meagher (1972). A method for estimating magnitude of local earthquakes from signal duration, *U.S.G.S. Open File Report*, 32 pp.

Mahdyiar, M., S.K. Singh y R.P. Meyer (1986). Moment magnitude scale for local earthquakes in the Petatlán region, Mexico, based on recorded peak horizontal velocity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 1225-1240.

Ordaz, M. y S.K. Singh (1991). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill-zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.

Richter, C.F. (1935). An instrumental earthquake magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 25, 1-32.

Richter, C.F. (1958). *Elementary Seismology*, W.H. Freeman, San Francisco, Calif., 768 pp.

Singh, S.K y J. Havskov (1980). On moment magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 379-383.

Singh, S.K., M. Reichle y J. Havskov (1980). Magnitude and epicentral determination of Mexican earthquakes from isoseismic maps, *Geofis. Int.*, 19, 269-284.

Singh, S.K., E. Mena y R. Castro (1988a). Some aspects of source characteristics of 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong-motion data, *Bull. Seism.*

*Soc. Am.*, 78, 451-477.

Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena y R. Quaas (1988b). A study of relative amplification of seismic waves in the valley of Mexico with respect to a hill-zone site (CU), *Earthquake Spectra*, 4, 653-674.

Vaňek, J., A. Zátpek, V. Kárník, N.V. Kondorskaya, Y.V. Riznichenko, E.F. Savarensky, S.L. Solov'ev y N.V. Shebalin (1962). Standardization of magnitude scales, *Bull. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser.*, 108-111 (Versión en inglés).

### Pies de figura

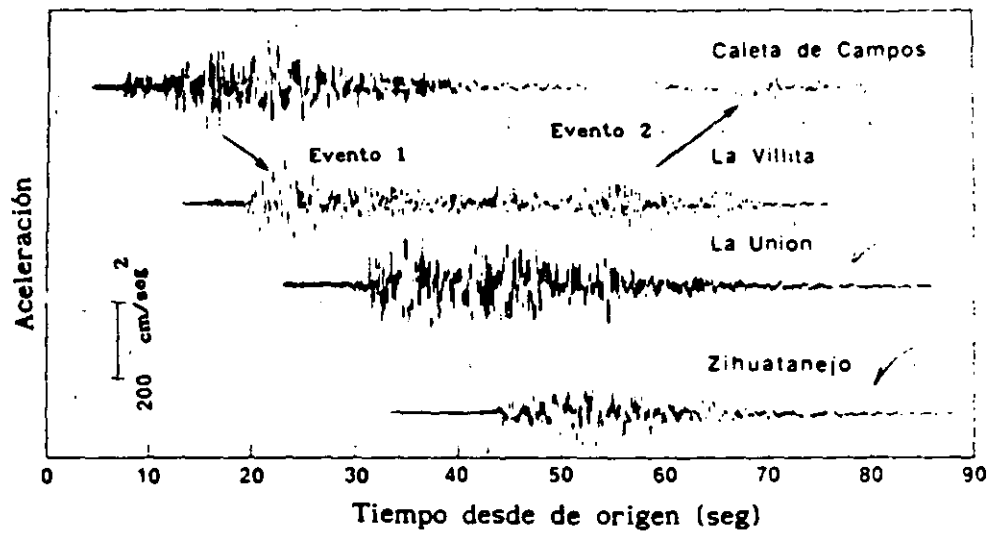
Figura 1. Acelerogramas obtenidos en la zona epicentral del terremoto de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (componente NS).

Figura 2.  $M_L$  sintetizada a partir de acelerogramas versus distancia para los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985.

Figura 3. Sismograma de periodo largo, componente vertical, del temblor del 19 de septiembre de 1985, registrado en Gräfenberg, Alemania ( $\Delta = 90.8^\circ$ ). La escala horizontal, en minutos. La escala vertical mide el desplazamiento del terreno, en micrones, a 25 seg de periodo.

Figura 4. Relaciones entre diferentes escalas de magnitud. (a) Rango de posibles valores de magnitud dado un valor de  $M_w$ . (b) Relación promedio.





3.1

0.0

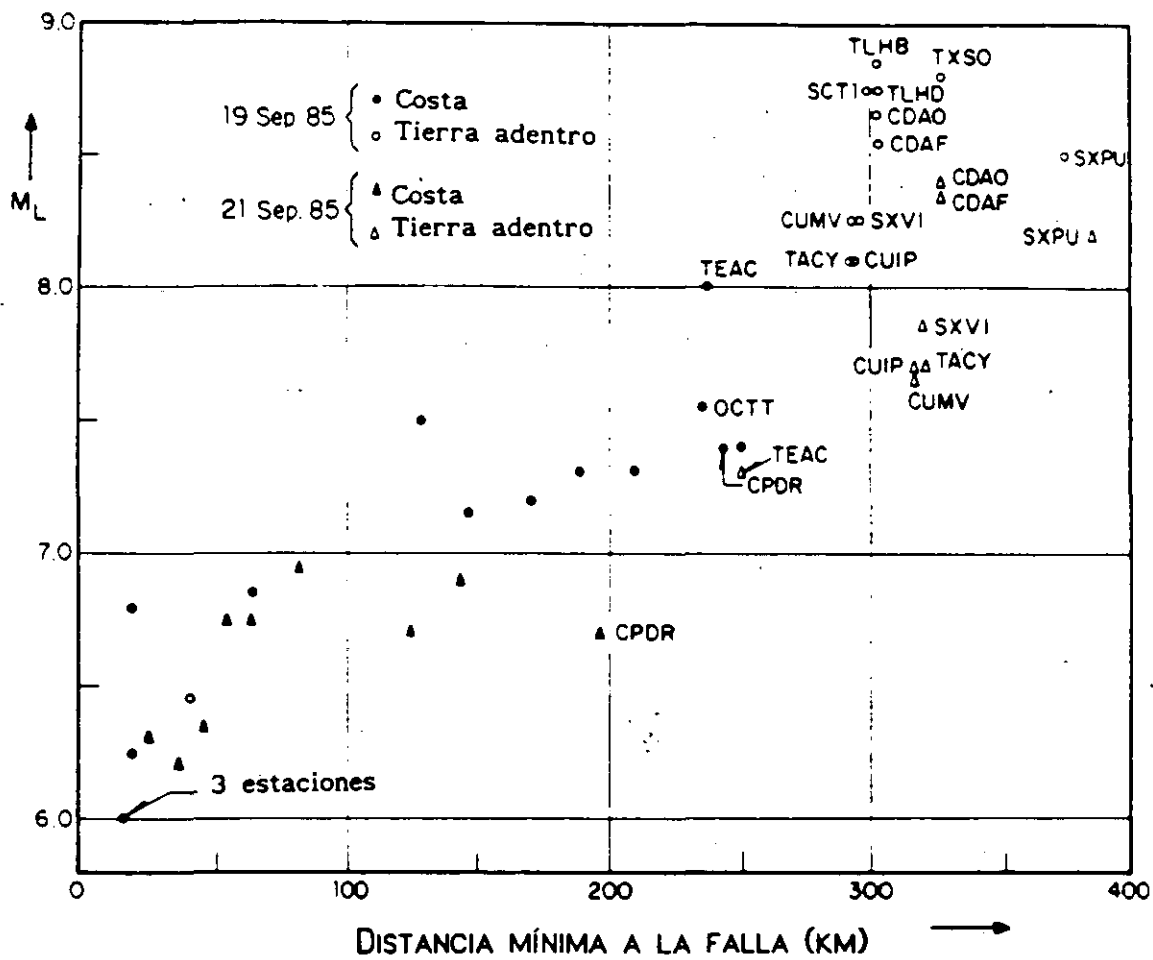


Fig. 2

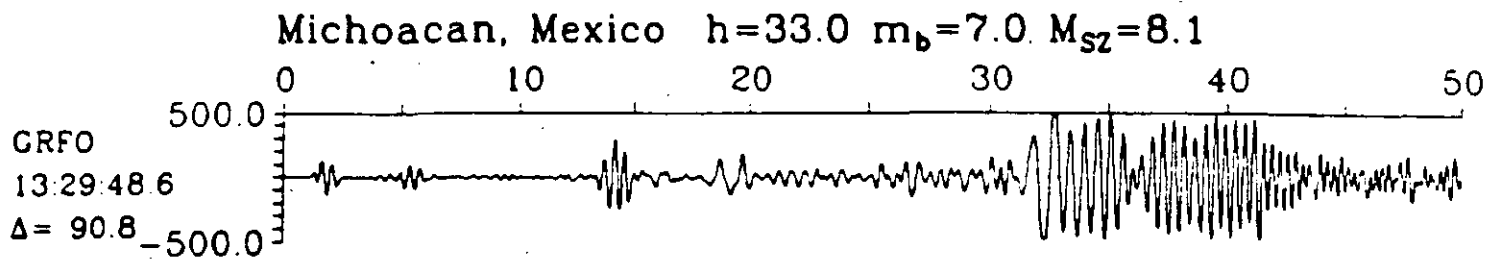


Fig. 4

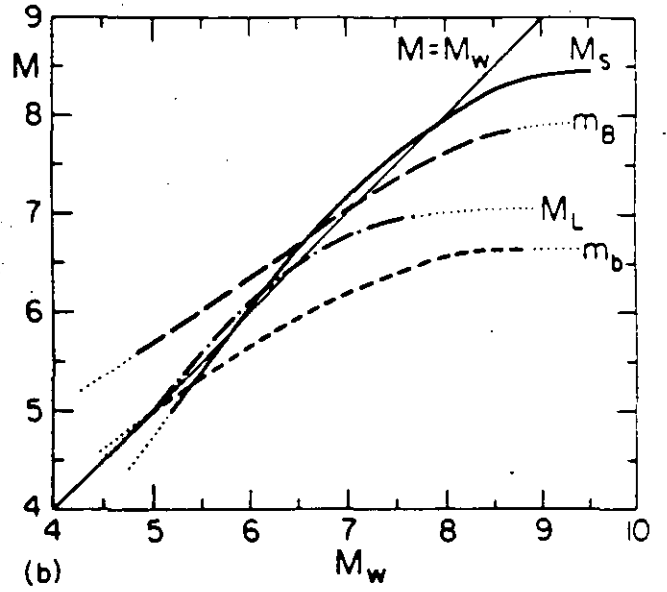
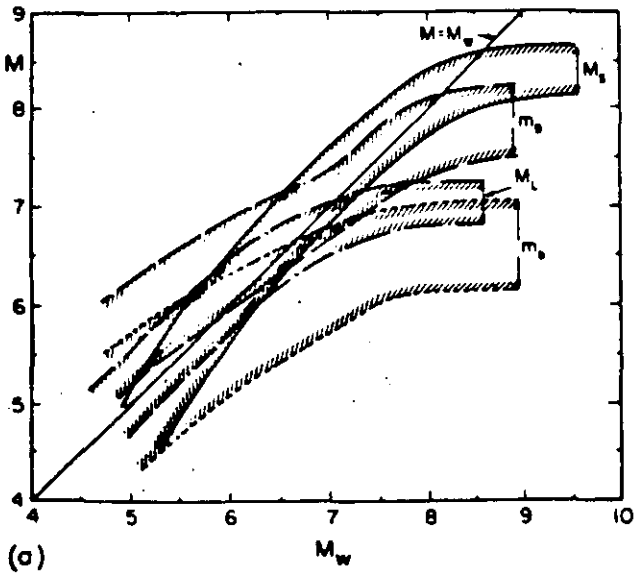
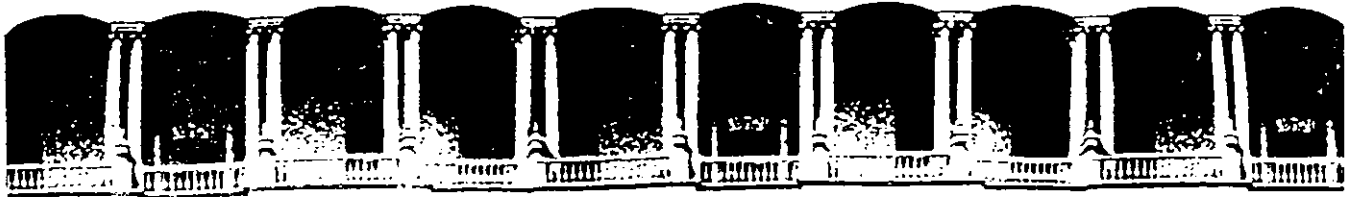


Tabla 1  
 $M_L$  de los temblores de septiembre de 1985

Región	$M_L$ promedio*	
	19 sept 1985	21 sept 1985
Epicentral	6.0	6.3
$R \geq 100$ km, sitios firmes de la costa	7.4	6.7
Zona firme, México DF	8.2	7.7
Zona de lago, México DF	8.7	8.4

\*  $M_L$  calculada a partir de respuesta Wood-Anderson sintética usando acelerogramas y la relación de atenuación para California.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO I

RIESGOS SISMICOS Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO

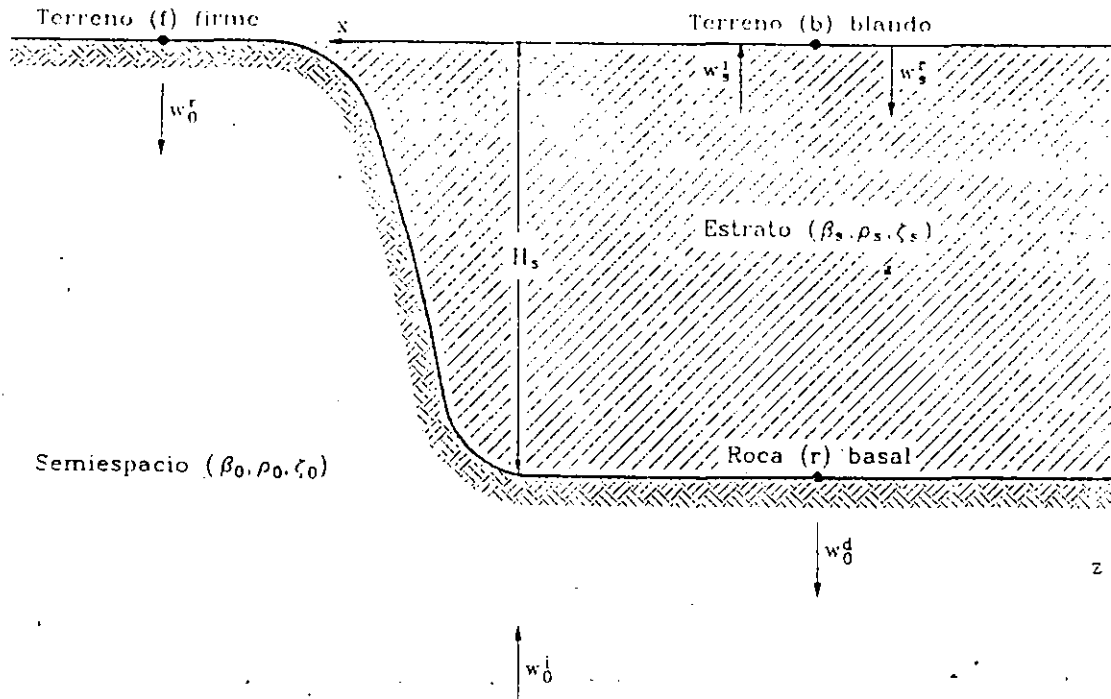
AMPLIFICACION DE ONDAS SISMICAS: MODELO UNIDIMENSIONAL

ING. JESUS AVILES

JUNIO-JULIO

1992

## AMPLIFICACION DE ONDAS SISMICAS: MODELO UNIDIMENSIONAL



Idealización de un depósito de suelo

El movimiento trasversal del suelo, perpendicular al plano  $x$ - $z$ , producido por la propagación de ondas armónicas de cortante está gobernado por la ecuación reducida de onda:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + k^2 w = 0 \quad (1)$$

donde  $k = \omega/\beta$  es el número de onda de cortante del suelo, siendo  $\omega$  la frecuencia de excitación y  $\beta$  la velocidad de propagación de ondas S.

Si se considera que las ondas incidentes son de frente plano, lo cual es razonable para sitios distantes de la fuente, la solución de la ec. 1 para propagación vertical está dada por

$$w = W \exp i(\omega t \pm kz) \quad (2)$$

donde  $W$  representa la amplitud del movimiento, el cual se propaga en el sentido positivo de  $z$  si se escoge el signo negativo o viceversa;  $t$  significa tiempo e  $i$  es la unidad imaginaria.

De acuerdo con lo anterior, el campo incidente en el semiespacio se expresa como

$$w_0^i = W_0^i \exp i(\omega t + k_0 z) \quad (3)$$

donde  $k_0$  es el número de onda de cortante de la roca basal. En el afloramiento de la roca basal, estación (f), el campo incidente sufre una reflexión produciéndose un campo reflejado dado por

$$w_0^r = W_0^r \exp i(\omega t - k_0 z) \quad (4)$$

En tanto que en la roca basal, estación (r), se genera el campo difractado

$$w_0^d = W_0^d \exp i(\omega t - k_0 z) \quad (5)$$

producto de una reflexión pero también de una refracción debido a que la roca basal no es perfectamente rígida sino elástica. Por lo que se refiere al estrato, se originan un campo incidente y otro reflejado por la superficie libre que se expresan como

$$w_s^i = W_s^i \exp i(\omega t + k_s z) \quad (6)$$

$$w_s^r = W_s^r \exp i(\omega t - k_s z) \quad (7)$$

donde  $k_s$  es el número de onda de cortante del estrato. Todos los campos son desconocidos excepto el incidente. Para determinarlos se requiere encontrar sus amplitudes en función de la del campo incidente, lo que se logra al imponer las condiciones de frontera del problema.



Los movimientos en terreno firme, terreno blando y la roca basal son aquéllos que se presentan en el afloramiento de la roca basal, la superficie y base del depósito, respectivamente, esto es:

$$w_f = w_0^l + w_0^r \quad (8)$$

$$w_b = w_s^l + w_s^r \quad (9)$$

$$w_r = w_0^l + w_0^d \quad (10)$$

En el afloramiento de la roca basal así como en la superficie libre del estrato los esfuerzos cortantes deben ser nulos, es decir:

$$G_0 \left. \frac{\partial w_f}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (11)$$

$$G_s \left. \frac{\partial w_b}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (12)$$

en donde  $G_{0,s}$  es el módulo de rigidez al corte de la roca basal o del estrato. Estas dos ecuaciones implican que  $w_0^r = w_0^l$  y  $w_s^r = w_s^l$ . Por tanto, los movimientos que se tienen en terrenos firme y blando se reducen a

$$w_f = 2 w_0^l \cos(k_0 z) e^{i\omega t} \quad (13)$$

$$w_b = 2 w_s^l \cos(k_s z) e^{i\omega t} \quad (14)$$

En la interfase entre la roca basal y el estrato se debe cumplir la continuidad tanto de desplazamientos como de esfuerzos, esto es:

$$w_b \Big|_{z=H_s} = w_r \Big|_{z=H_s} \quad (15)$$

$$G_s \left. \frac{\partial w_b}{\partial z} \right|_{z=H_s} = G_0 \left. \frac{\partial w_r}{\partial z} \right|_{z=H_s} \quad (16)$$

Estas dos ecuaciones en combinación con la ec. 14 conducen al sistema de ecuaciones algebraicas

$$2 W_s^i \cos(k_s H_s) - W_0^d \exp(-ik_0 H_s) = W_0^i \exp(ik_0 H_s) \quad (17)$$

$$2 i \frac{k_s G_s}{k_0 G_0} W_s^i \sin(k_s H_s) + W_0^d \exp(-ik_0 H_s) = W_0^i \exp(ik_0 H_s) \quad (18)$$

cuya solución para  $W_s^i$  y  $W_0^d$  en términos de  $W_0^i$  es

$$W_s^i = W_0^i \exp(ik_0 H_s) \left[ \cos(k_s H_s) + i \frac{k_s G_s}{k_0 G_0} \sin(k_s H_s) \right]^{-1} \quad (19)$$

$$W_0^d = W_0^i \exp(ik_0 H_s) \left[ \cos(k_s H_s) - i \frac{k_s G_s}{k_0 G_0} \sin(k_s H_s) \right] \quad (20)$$

La amplificación dinámica de un sistema se determina mediante el concepto de función de transferencia, la cual se define como el cociente en frecuencia entre la respuesta o movimiento de salida y la excitación o movimiento de entrada. Para calcular la amplificación de las ondas sísmicas en terreno blando se presentan dos alternativas que dependen de la localización del movimiento de control. El punto de control se puede seleccionar ya sea en el afloramiento o bien en la roca basal. Si se elige en la roca basal, la amplificación se evalúa con respecto a la base del depósito y está dada por la función de transferencia

$$H(\omega) = \frac{w_b(0)}{w_r(H_s)} = \frac{1}{\cos(k_s H_s)} \quad (21)$$

Pero si se fija en el afloramiento, la amplificación se mide con respecto a terreno firme a través de la función de transferencia

$$H(\omega) = \frac{w_b(0)}{w_f(0)} = \frac{\cos(k_0 H_s) + i \sin(k_0 H_s)}{\cos(k_s H_s) + i p \sin(k_s H_s)} \quad (22)$$

en donde

$$p = \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_0 \beta_0} \quad (23)$$

es la relación de impedancias entre el estrato y la roca basal, siendo  $\rho_{s,0}$  la densidad del estrato o de la roca basal.

Como para fines de microzonificación sísmica interesa conocer la amplificación en terreno blando con respecto a terreno firme, el punto de control se supondrá entonces en el afloramiento de la roca basal. Para amortiguamiento nulo, la magnitud de la función de transferencia en cuestión es

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2(k_s H_s) + p^2 \sin^2(k_s H_s)}} \quad (24)$$

El denominador de esta ecuación nunca llega a ser cero si el valor de  $p$  es finito, lo cual se tiene cuando la roca basal es elástica. Esto significa que la resonancia no ocurre, aun si no existe amortiguamiento material en el estrato, debido a la presencia de amortiguamiento geométrico producto de la radiación de ondas hacia el infinito en la roca basal. Por este mismo amortiguamiento, la magnitud de la función de transferencia con respecto al afloramiento siempre es menor o cuando mucho igual que la que se mide con respecto a la roca basal, como se deduce de las ecs. 21 y 24.

Los periodos naturales de vibración del estrato se pueden obtener a partir de los valores estacionarios de la magnitud de la función de transferencia no amortiguada, o bien de manera más simple mediante la condición de resonancia en la ec. 21 que se traduce en la ecuación característica

$$\cos(k_s H_s) = 0 \quad (25)$$

cuyas raíces son

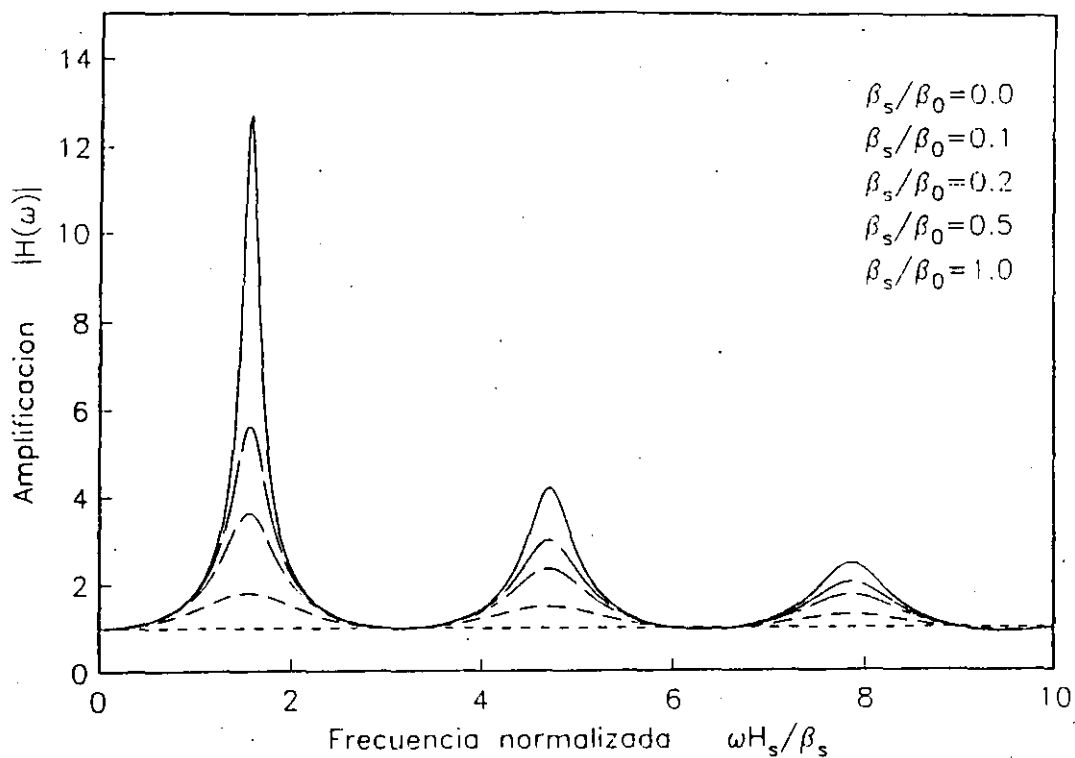
$$k_s H_s = \frac{(2n-1)\pi}{2}; \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (26)$$

De acuerdo con en esta expresión se desprende que los periodos naturales de vibrar de un estrato son iguales a

$$T_n = \frac{1}{(2n-1)} \frac{4 H_s}{\beta_s}; \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (27)$$

El amortiguamiento material de tipo histerético se puede introducir aproximadamente reemplazando en la ec. 22 las velocidades de propagación del estrato y la roca basal por  $\beta_s \sqrt{1+i2\zeta_s}$  y  $\beta_0 \sqrt{1+i2\zeta_0}$ , respectivamente, siendo  $\zeta_s$  y  $\zeta_0$  los amortiguamientos correspondientes del estrato y la roca basal.

En la figura se muestran funciones de transferencia amortiguadas para diferentes relaciones de velocidades de propagación  $\beta_s/\beta_0$ ; se supuso una relación de densidades  $\rho_s/\rho_0 = 1$  y los amortiguamientos  $\zeta_s = \zeta_0 = 0.05$ . Estas funciones indican que las amplificaciones máximas dependen tanto del amortiguamiento material  $\zeta_s$  como del amortiguamiento geométrico representado por la relación de impedancias  $p$ . Si la frecuencia crece, los efectos de atenuación producidos por los amortiguamientos material y geométrico se incrementan y reducen, respectivamente. En consecuencia, para la frecuencia fundamental se tiene que la influencia del amortiguamiento por radiación resulta ser dominante en la amplificación que se genera en el estrato. Se observa que aun para contrastes de velocidades de propagación entre la roca basal y el estrato del orden de 10,  $\beta_s/\beta_0 = 0.1$ , la diferencia en amplificación con respecto al estrato supuesto con base rígida,  $\beta_s/\beta_0 = 0$ , es más del doble. Además, en todo el espectro de frecuencias la máxima amplificación se presenta cuando se tiene roca basal perfectamente rígida, debido a la ausencia de amortiguamiento geométrico.



Funciones de transferencia de un estrato sobre un semiespacio

En este modelo de propagación de ondas se supuso que la incidencia es vertical. Esto se justifica para temblores que provengan de focos cercanos puesto que en este caso las ondas arriban a la superficie con dirección sensiblemente vertical. Para temblores lejanos esta hipótesis es cuestionable, pero sin embargo, para fines prácticos se puede usar conservadoramente ya que las amplificaciones que se presentan para incidencia inclinada siempre son menores que las que se obtienen con este modelo unidimensional.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO I

I RIESGOS SISMICOS Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO

PROGRAMA PARA EL CALCULO DEL PERIODO DOMINANTE Y LA VELOCIDAD  
EFECTIVA DE DEPOSITOS DE SUELO ESTRATIFICADOS

ING. JAVIER AVILES

JUNIO-JULIO  
1992

PROGRAMA PARA EL CALCULO DEL PERIODO DOMINANTE Y LA VELOCIDAD EFECTIVA  
DE DEPOSITOS DE SUELO ESTRATIFICADOS

El programa MVS requiere de un archivo llamado "INPUT" con los datos del terreno de cimentación, y suministra un archivo llamado "OUTPUT" con el periodo dominante y la velocidad efectiva del sitio:

```

PROGRAM MVS
C
C *****
C *
C * PROGRAMA: MODOS DE VIBRACION DE SITIO
C * OBJETO: PERIODO DOMINANTE Y VELOCIDAD EFECTIVA
C *
C *****
C
C *****
C *
C * ENTRADA:
C *
C * NE = NUMERO DE ESTRATOS
C * GN = VELOCIDAD DE ONDAS S DEL ESTRATO N(m/s)
C * RN = PESO VOLUMETRICO DEL ESTRATO N(t/m3)
C * HN = ESPESOR DEL ESTRATO N(m)
C *
C * SALIDA:
C *
C * ZN = MODOS DE VIBRACION DE SITIO
C * TN = PERIODOS DE VIBRACION DE SITIO(s)
C * TS = PERIODO DOMINANTE DE SITIO(s)
C * BS = VELOCIDAD EFECTIVA DE SITIO(m/s)
C *
C *****
C
C PARAMETER (NEM=50)
C NEM = NUMERO DE ESTRATOS MAXIMO
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C REAL*8 K, M, K1, M1, KN, MN
C DIMENSION GN(NEM), RN(NEM), HN(NEM)
C CHARACTER*10 INPUT, OUTPUT
C COMMON K(NEM, NEM), M(NEM, NEM), ZN(NEM, NEM), TN(NEM)
C
C
C LECTURA DE DATOS
C
C WRITE(*, '( " ARCHIVO DE DATOS="', $)')
C READ(*, '(A10)') INPUT
C OPEN(10, FILE=INPUT, STATUS='OLD', ACCESS='SEQUENTIAL')

```

```

READ(10,*)NE
DO 20 N=1,NE
READ(10,*)GN(N),RN(N),HN(N)
RN(N)=RN(N)/9.81DO
GN(N)=GN(N)*GN(N)*RN(N)
20 CONTINUE
READ(10,'(A10)')OUTPUT
CLOSE(10)

C
C      GENERACION DE MATRICES DE RIGIDEZ Y MASA
C
DO 30 I=1,NE
DO 30 J=1,NE
K(I,J)=0.DO
M(I,J)=0.DO
30 CONTINUE
KN=GN(1)/HN(1)
MN=RN(1)*HN(1)
K(1,1)=KN
K(1,2)=-KN
M(1,1)=MN/3.DO
M(1,2)=MN/6.DO
DO 40 N=2,NE-1
NM=N-1
NS=N+1
K1=KN
KN=GN(N)/HN(N)
M1=MN
MN=RN(N)*HN(N)
K(N,NM)=-K1
K(N,N)=K1+KN
K(N,NS)=-KN
M(N,NM)=M1/6.DO
M(N,N)=(M1+MN)/3.DO
M(N,NS)=MN/6.DO
40 CONTINUE
K1=KN
KN=GN(NE)/HN(NE)
M1=MN
MN=RN(NE)*HN(NE)
K(NE,NE-1)=-K1
K(NE,NE)=K1+KN
M(NE,NE-1)=M1/6.DO
M(NE,NE)=(M1+MN)/3.DO

C
C      MODOS Y PERIODOS DE VIBRACION
C
CALL JACOBI(NE)

C
C      PERIODO Y VELOCIDAD DE SITIO
C
TS=0.DO
HS=0.DO

```



```

DO 50 N=1,NE
TN(N)=6.283185308DO/DSQRT(TN(N))
TS=DMAX1(TS, TN(N))
HS=HS+HN(N)
50 CONTINUE
BS=4. DO*HS/TS
OPEN(60, FILE=OUTPUT, STATUS='NEW', ACCESS='SEQUENTIAL')
WRITE(60,70)TS, BS
70 FORMAT(1X, 'PERIODO DOMINANTE =', F6.2, ' s', 5X, 'VELOCIDAD EFECTIVA =
^', F6.2, ' m/s')
CLOSE(50)
STOP
END

```

```

C
C .....
C

```

```

SUBROUTINE JACOBI(N)
C
C SOLUCION DEL PROBLEMA GENERALIZADO DE VALORES CARACTERISTICOS:
C [K]{X}=W2[M]{X}
C

```

```

C VARIABLES:
C A = MATRIZ DE RIGIDEZ
C B = MATRIZ DE MASA
C X = MATRIZ DE EIGENVECTORES NORMALIZADOS
C EIGV = VECTOR DE EIGENVALORES
C N = ORDEN DE MATRICES
C RTOL = TOLERANCIA DE CONVERGENCIA(10**-12)
C NSMAX = LIMITE DE ITERACIONES(15)
C IFPR = 1; CON IMPRESIONES INTERMEDIAS
C IFPR = 0; SIN IMPRESIONES INTERMEDIAS
C

```

```

C PARAMETER (NEM=50)
C NEM = NUMERO DE ESTRATOS MAXIMO
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION D(NEM)
COMMON A(NEM, NEM), B(NEM, NEM), X(NEM, NEM), EIGV(NEM)
DATA RTOL/1.D-12/, NSMAX/15/, IFPR/0/
DO 10 I=1, N
IF(A(I, I).GT.0.DO.AND.B(I, I).GT.0.DO)GO TO 4
WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
RETURN
4 D(I)=A(I, I)/B(I, I)
10 EIGV(I)=D(I)
DO 30 I=1, N
DO 20 J=1, N
20 X(I, J)=0. DO
30 X(I, I)=1. DO
IF(N. EQ. 1)RETURN
NSWEEP=0
NR=N-1
40 NSWEEP=NSWEEP+1
IF(IFPR. EQ. 1)WRITE(*,*)'NUMERO DE ITERACION EN JACOBI', NSWEEP

```

```

EPS=(0.01DO**NSWEEP)**2
DO 210 J=1, NR
JJ=J+1
DO 210 K=JJ, N
EPTOLA=(A(J, K)*A(J, K))/(A(J, J)*A(K, K))
EPTOLB=(B(J, K)*B(J, K))/(B(J, J)*B(K, K))
IF((EPTOLA.LT.EPS).AND.(EPTOLB.LT.EPS))GO TO 210
AKK=A(K, K)*B(J, K)-B(K, K)*A(J, K)
AJJ=A(J, J)*B(J, K)-B(J, J)*A(J, K)
AB=A(J, J)*B(K, K)-A(K, K)*B(J, J)
CHECK=(AB*AB+4.DO*AKK*AJJ)/4.DO
IF(CHECK)50, 60, 60
50 WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
RETURN
60 SQCH=DSQRT(CHECK)
D1=AB/2.DO+SQCH
D2=AB/2.DO-SQCH
DEN=D1
IF(DABS(D2).GT.DABS(D1))DEN=D2
IF(DEN)80, 70, 80
70 CA=0.DO
CG=-A(J, K)/A(K, K)
GO TO 90
80 CA=AKK/DEN
CG=-AJJ/DEN
90 IF(N-2)100, 190, 100
100 JP1=J+1
JM1=J-1
KP1=K+1
KM1=K-1
IF(JM1-1)130, 110, 110
110 DO 120 I=1, JM1
AJ=A(I, J)
BJ=B(I, J)
AK=A(I, K)
BK=B(I, K)
A(I, J)=AJ+CG*AK
B(I, J)=BJ+CG*BK
A(I, K)=AK+CA*AJ
120 B(I, K)=BK+CA*BJ
130 IF(KP1-N)140, 140, 160
140 DO 150 I=KP1, N
AJ=A(J, I)
BJ=B(J, I)
AK=A(K, I)
BK=B(K, I)
A(J, I)=AJ+CG*AK
B(J, I)=BJ+CG*BK
A(K, I)=AK+CA*AJ
150 B(K, I)=BK+CA*BJ
160 IF(JP1-KM1)170, 170, 190
170 DO 180 I=JP1, KM1
AJ=A(J, I)

```

```

      BJ=B(J, I)
      AK=A(I, K)
      BK=B(I, K)
      A(J, I)=AJ+CG*AK
      B(J, I)=BJ+CG*BK
      A(I, K)=AK+CA*AJ
180    B(I, K)=BK+CA*BJ
190    AK=A(K, K)
      BK=B(K, K)
      A(K, K)=AK+2. DO*CA*A(J, K)+CA*CA*A(J, J)
      B(K, K)=BK+2. DO*CA*B(J, K)+CA*CA*B(J, J)
      A(J, J)=A(J, J)+2. DO*CG*A(J, K)+CG*CG*AK
      B(J, J)=B(J, J)+2. DO*CG*B(J, K)+CG*CG*BK
      A(J, K)=0. DO
      B(J, K)=0. DO
      DO 200 I=1, N
      XJ=X(I, J)
      XK=X(I, K)
      X(I, J)=XJ+CG*XK
200    X(I, K)=XK+CA*XJ
210    CONTINUE
      DO 220 I=1, N
      IF(A(I, I).GT.0.DO.AND.B(I, I).GT.0.DO)GO TO 220
      WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
      RETURN
220    EIGV(I)=A(I, I)/B(I, I)
      IF(IFPR.EQ.0)GO TO 230
      WRITE(*,*)'EIGENVALORES ACTUALES EN JACOBI'
      WRITE(*,*)(EIGV(I), I=1, N)
230    DO 240 I=1, N
      TOL=RTOL*D(I)
      DIF=DABS(EIGV(I)-D(I))
      IF(DIF.GT.TOL)GO TO 280
240    CONTINUE
      EPS=RTOL**2
      DO 250 J=1, NR
      JJ=J+1
      DO 250 K=JJ, N
      EPSA=(A(J, K)*A(J, K))/(A(J, J)*A(K, K))
      EPSB=(B(J, K)*B(J, K))/(B(J, J)*B(K, K))
      IF((EPSA.LT.EPS).AND.(EPSB.LT.EPS))GO TO 250
      GO TO 280
250    CONTINUE
255    DO 260 I=1, N
      DO 260 J=1, N
      A(J, I)=A(I, J)
260    B(J, I)=B(I, J)
      DO 270 J=1, N
      BB=DSQRT(B(J, J))
      DO 270 K=1, N
270    X(K, J)=X(K, J)/BB
      RETURN
280    DO 290 I=1, N

```

```
290 D(I)=EIGV(I)
      IF(NSWEEP.LT.NSMAX)GO TO 40
      GO TO 255
      END
```

### 3.1.1 Ejemplo de Aplicación

0 m	$\beta_1 = 60 \text{ m/s}, \gamma_1 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_1 = 2 \text{ m}$
	$\beta_2 = 60 \text{ m/s}, \gamma_2 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_2 = 2 \text{ m}$
	$\beta_3 = 60 \text{ m/s}, \gamma_3 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_3 = 2 \text{ m}$
	$\beta_4 = 60 \text{ m/s}, \gamma_4 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_4 = 2 \text{ m}$
	$\beta_5 = 60 \text{ m/s}, \gamma_5 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_5 = 2 \text{ m}$
	$\beta_6 = 60 \text{ m/s}, \gamma_6 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_6 = 2 \text{ m}$
12 m	$\beta_7 = 60 \text{ m/s}, \gamma_7 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_7 = 3 \text{ m}$
	$\beta_8 = 60 \text{ m/s}, \gamma_8 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_8 = 3 \text{ m}$
	$\beta_9 = 60 \text{ m/s}, \gamma_9 = 1.5 \text{ t/m}^3, h_9 = 3 \text{ m}$
	$\beta_{10} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{10} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{10} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{11} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{11} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{11} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{12} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{12} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{12} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{13} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{13} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{13} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{14} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{14} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{14} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{15} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{15} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{15} = 3 \text{ m}$
	$\beta_{16} = 60 \text{ m/s}, \gamma_{16} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{16} = 3 \text{ m}$
42 m	$\beta_{17} = 110 \text{ m/s}, \gamma_{17} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{17} = 3.5 \text{ m}$
	$\beta_{18} = 110 \text{ m/s}, \gamma_{18} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{18} = 3.5 \text{ m}$
	$\beta_{19} = 110 \text{ m/s}, \gamma_{19} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{19} = 3.5 \text{ m}$
	$\beta_{20} = 110 \text{ m/s}, \gamma_{20} = 1.5 \text{ t/m}^3, h_{20} = 3.5 \text{ m}$
56 m	

#### Archivo de entrada:

```

20 ;Número de estratos
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,2.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
60.0,1.5,3.0 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
110.0,1.5,3.5 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
110.0,1.5,3.5 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
110.0,1.5,3.5 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
110.0,1.5,3.5 ;Velocidad(m/s), Peso volumétrico(t/m3), Espesor(m)
MVS.SAL ;Nombre del archivo de salida

```

#### Archivo de salida:

PERIODO DOMINANTE = 3.08 s VELOCIDAD EFECTIVA = 72.70 m/s



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**Módulo 1: RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES  
PARA OTRO DISEÑO**

**Del 22 al 25 de junio de 1992**

**INFLUENCIA DE LA INTERACCION  
SUELO - ESTRUCTURA EN LOS EPECTROS DE DISEÑO**

**DR. ROBERTO GOMEZ MARTINEZ**

**JUNIO - 1992**

## 1 INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

Generalmente el análisis sísmico de edificios se lleva a cabo considerando que las características de la excitación en la base de los mismos son iguales a las que se tendrían en el terreno si el edificio no existiera. Se considera que el edificio está desplantado sobre un terreno de cimentación indeformable. Sin embargo las propias vibraciones del edificio ocasionan un cortante basal y un movimiento de volteo sobre su cimentación. Por otro lado parte de la energía del sismo, transmitida al edificio, es retroalimentada y disipada en el suelo que rodea su cimentación, ya sea por dispersión o por amortiguamiento.

Con el objeto de ilustrar el fenómeno de interacción suelo-estructura a continuación se describen de manera muy general dos enfoques para el estudio de este fenómeno.

### 3.1 Vibraciones superficiales

Supongamos que se tiene un modelo de estructura de masa  $M$  y rigidez lateral  $k$  como el que se muestra en la fig 1.

Si esta estructura es excitada por un movimiento  $u_g$  en la base de la misma, su ecuación de movimiento se escribe de la siguiente manera :

$$M\ddot{u} + k\gamma = 0 \quad 1.1$$

donde

$$u = u_g + \gamma \quad 1.2$$

$\gamma$  es el desplazamiento horizontal de la masa  $M$ .

La frecuencia natural de este sistema es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad 1.3$$

Si ahora suponemos que el terreno de cimentación es flexible y su rigidez se mide con los parámetros  $k_x$  y  $k_\phi$  (fig 2), la ecuación de movimiento se escribe de la misma forma que la ec 1.1, pero con la diferencia de que  $u$  está dado por:

$$u = u_g + u_o + \gamma + h\phi_o \quad 1.4$$

siendo  $u_o$  y  $\phi_o$ , el desplazamiento y giro en los resortes  $k_x$  y  $k_\phi$ , respectivamente, y  $h$  la altura de la masa  $M$  sobre el desplante de estructura. En forma matricial, la ecuación de equilibrio estático, a nivel de los resortes de la cimentación se escribe como



$$\begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ \phi_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} ky \\ kh\gamma \end{Bmatrix} \quad 1.5$$

donde P y M son la fuerza y momento necesarios para mantener el equilibrio en los resortes. En este caso, la frecuencia natural del sistema se calcula con (ref 1):

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \omega = \frac{\sqrt{\frac{k}{M}}}{\sqrt{1 + \frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi}}} \quad 1.6$$

de donde es evidente que una estructura sobre suelo deformable es más flexible que una sobre suelo rígido, ya que disminuye el valor de la frecuencia natural y en consecuencia aumenta el periodo natural del sistema suelo-estructura. La diferencia de magnitudes entre las frecuencias calculadas con las ecs 1.3 y 1.6 dependerá de la diferencia de magnitudes entre las rigideces de la estructura (k) y del suelo de cimentación ( $k_x$ ,  $k_\phi$ ). Se ha encontrado (ref 2), que los valores de  $k_x$  y  $k_\phi$  para cimentaciones circulares sobre un semiespacio elástico están dados por:

$$k_x = \frac{8GR}{2-\nu} \quad 1.7$$

$$k_\phi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \quad 1.8$$

donde G es módulo de rigidez al cortante del suelo,  $\nu$  es el módulo de Poisson y R el radio de la cimentación.

Por otra parte, se ha demostrado que el amortiguamiento del sistema suelo-estructura, generalmente es mayor que el de la estructura sobre una base rígida, por lo que se puede afirmar que la interacción produce un aumento en el amortiguamiento del sistema.

### 1.2 Cimentaciones enterradas

En estos casos, se tiene una componente rotacional del movimiento (fig 3), por lo que la excitación estará dada por:

$$u = u_g + u_o + v + h\phi_f \quad 1.9$$

donde

$$\phi_f = \phi_g + \phi_o \quad 1.10$$

y  $\phi_g$  es la componente de rotación de la excitación. Si se supone que los resortes  $k_x$  y  $k_\phi$  están conectados al nivel de la cimentación, de la misma forma que el caso anterior, podemos escribir

$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{x\phi} \\ k_{\phi x} & k_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o \\ \phi_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k\gamma \\ kh\gamma \end{Bmatrix} \quad 1.11$$

La ecuación de movimiento se escribe, después de algunas manipulaciones algebraicas como:

$$M \left[ 1 + \frac{k}{k'_x} + \frac{kh^2}{k'_\phi} \right] \ddot{\gamma} + k\gamma = -M \left[ \ddot{u}_o + h\ddot{\phi}_o \right] \quad 1.12$$

donde

$$k'_x = \frac{k_{xx} k_{\phi\phi} - k_{x\phi} k_{\phi x}}{k_{\phi\phi} - h^2 k_{x\phi}} \quad 1.13$$

$$k_{\phi} = \frac{\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{\phi\phi} & -k_{x\phi} & k_{\phi x} \end{bmatrix} h}{h k_{xx} - k_{\phi x}} \quad 1.14$$

Nótese que si despreciamos los términos  $k_{x\phi}$  y  $k_{\phi x}$  se obtienen las rigideces de la ec 1.5.

Para el caso de cimentaciones enterradas dentro de un semiespacio elástico, los valores de  $k_x$  y  $k_{\phi}$  están dados por (ref 3):

$$k_x = \frac{8GR}{2-\nu} \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{d}{R} \right) \quad 1.15$$

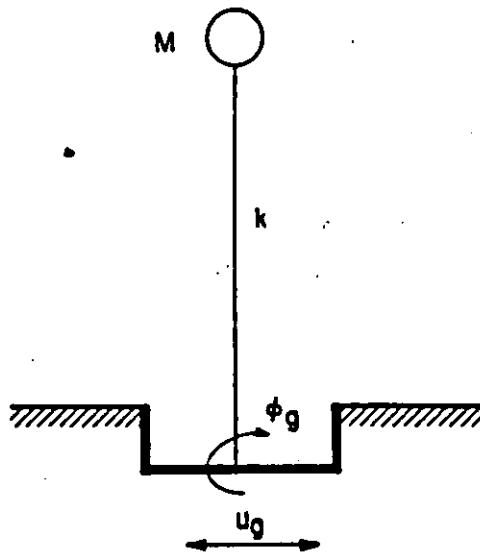
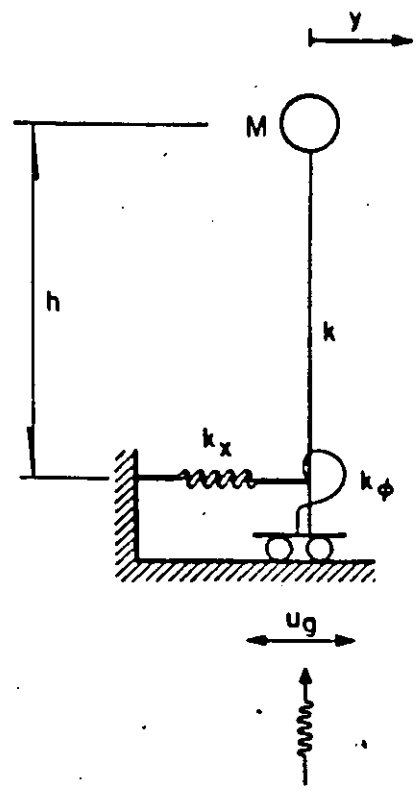
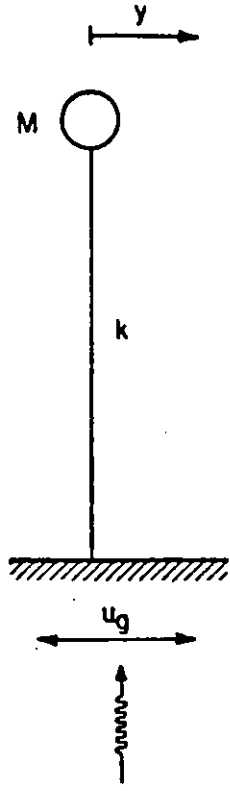
$$k_{\phi} = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left( 1 + 2 \frac{d}{R} \right) \quad 1.16$$

donde  $d$  es la profundidad de la cimentación.

Cuando la cimentación se encuentra sobre un estrato de profundidad  $H$ , las expresiones anteriores se escriben como (ref 4):

$$k_x = \frac{8GR}{2-\nu} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H} \right) \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{d}{R} \right) \left( 1 + \frac{5}{4} \frac{d}{H} \right) \quad 1.17$$

$$k_{\phi} = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H} \right) \left( 1 + 2 \frac{d}{R} \right) \left( 1 + 0.7 \frac{d}{H} \right) \quad 1.18$$



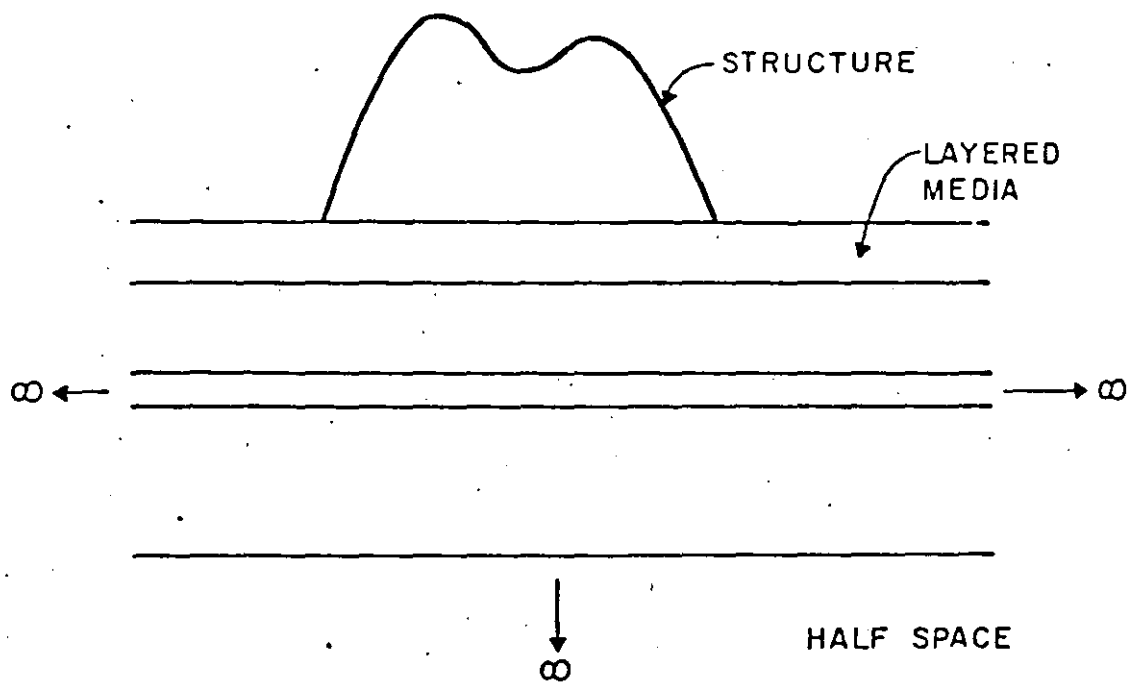


FIG. 3.1 INTERACTING GROUND-STRUCTURE SYSTEM

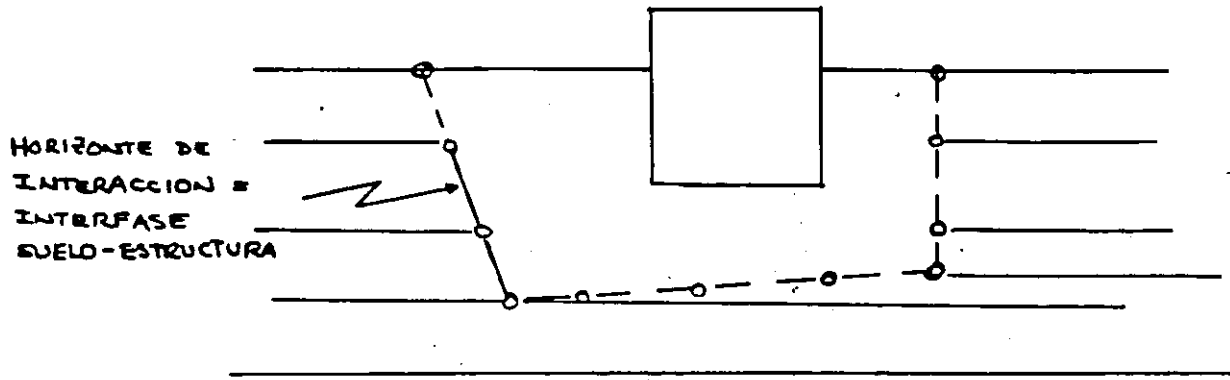
EL SISTEMA DINAMICO CONSISTE DE  
DOS PARTES DISTINTAS CON PROPIE-  
DADES DIFERENTES :

① LA ESTRUCTURA, DE DIMENSIONES FINITAS,  
Y UNA ZONA IRREGULAR DE SUELO.

② UNA ZONA DE SUELO QUE SE EXTIENDE  
AL INFINITO.

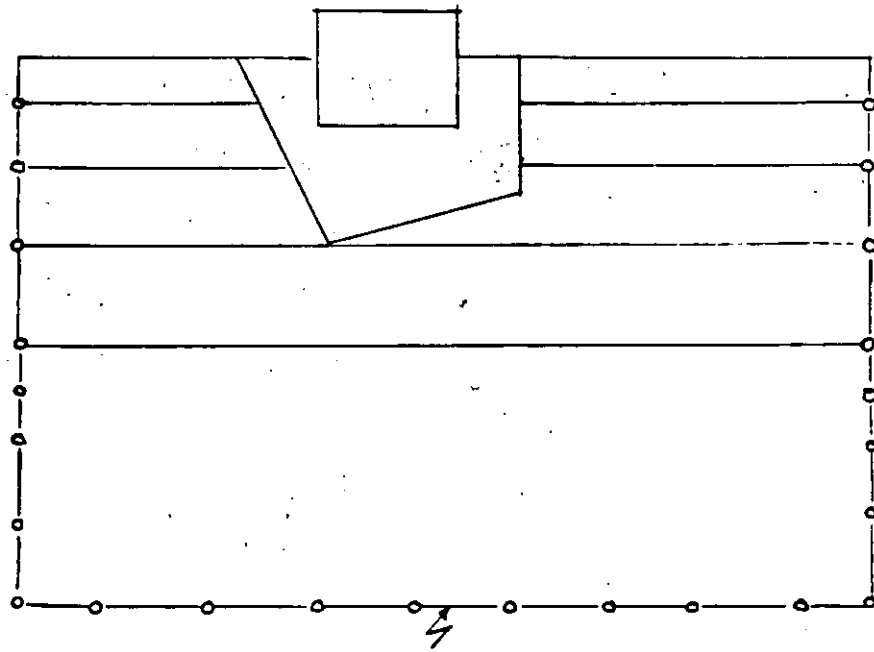
LA PARTE ① GENERALMENTE SE MODELA CON  
ELEMENTOS FINITOS.

LA PARTE ② SE MODELA CON UNA SUPERFICIE  
CON CONDICIONES DE FRONTERA ESPECIFICAS.  
(CONDICION DE RADIACION)



(a)

METODO DE LAS SUBESTRUCTURAS



(b)

METODO DIRECTO

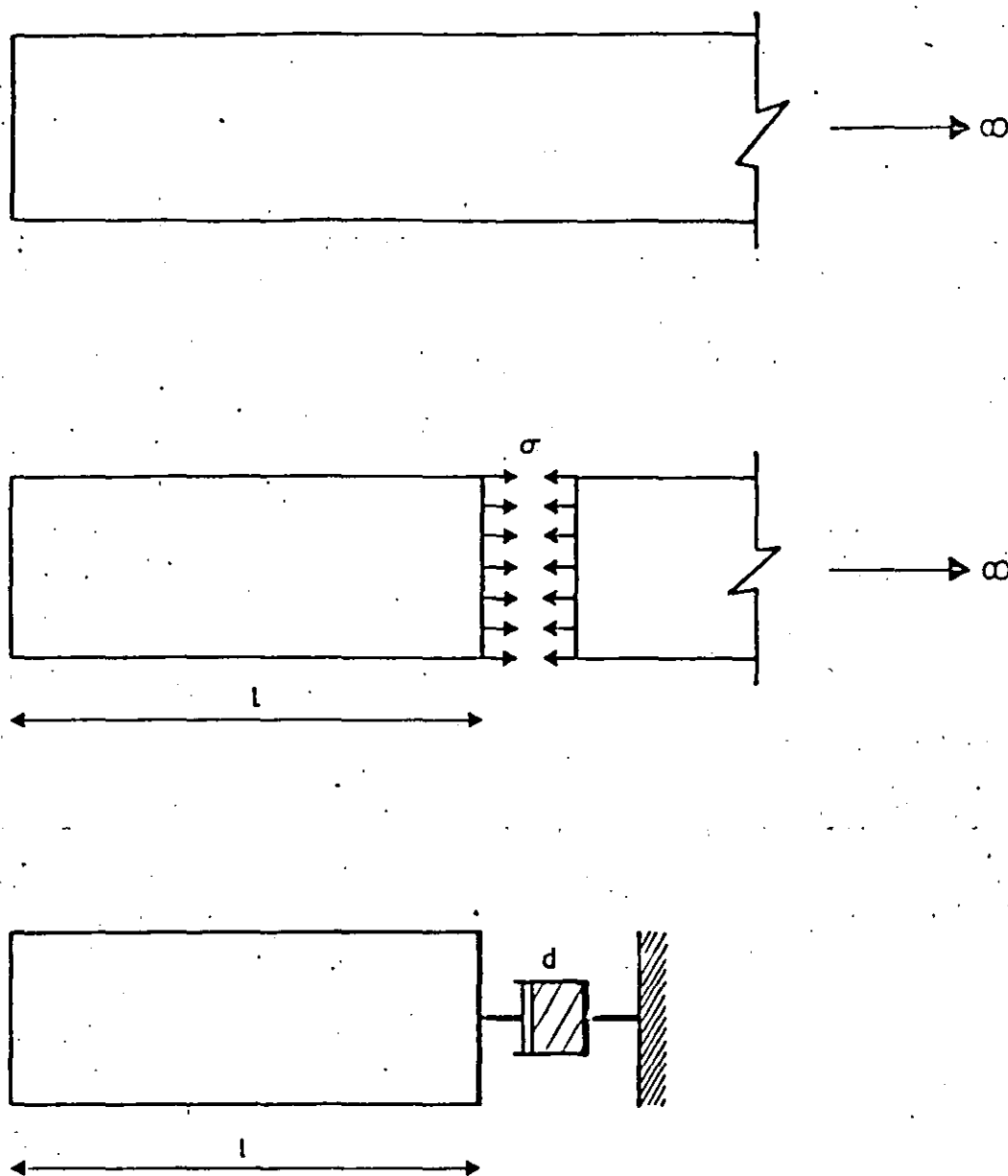
## PROBLEMA BÁSICO :

Propagación de ondas hacia el infinito en un medio sin fronteras

## CONDICION DE RADIACIÓN :

- \* Absorber ondas generadas por cargas aplicadas en la estructura
- \* Dispersar las ondas provenientes de un sismo





$$\sigma = d\dot{u} = (\rho c)\dot{u}$$

FIG. 1.3 FINITE REPRESENTATION OF AN INFINITE SYSTEM

CONDICION DE RADIACION

FORMULADA EN/SOBRE

INFINITO

FRONTERA  
ARTIFICIAL

RIGUROSA

APROXIMADA

GLOBAL EN  
EL ESPACIO  
Y TIEMPO

LOCAL EN EL  
ESPACIO Y  
TIEMPO

METODO DE LAS  
SUBESTRUCTURAS

METODO  
DIRECTO

# Fronteras artificiales

Absorbentes

Mudas

No reflectoras

Transmisoras

Elementos infinitos

ESTRUCTURA	ZONA DE SUELO SIN FRONTERAS	DOMINIO DE CALCULO
LINEAL NO LINEAL (NO) LINEAL	LINEAL LINEAL NO LINEAL	FRECUENCIA (TIEMPO) TIEMPO TIEMPO

\* PLANTAS NUCLEARES Y CIMENTACIONES DE MAQUINARIA

\*\* SISTEMAS ESTRUCTURALES CON AISLADORES EN SU BASE

\*\*\* PROPAGACION DE ONDAS SUPERFICIALES

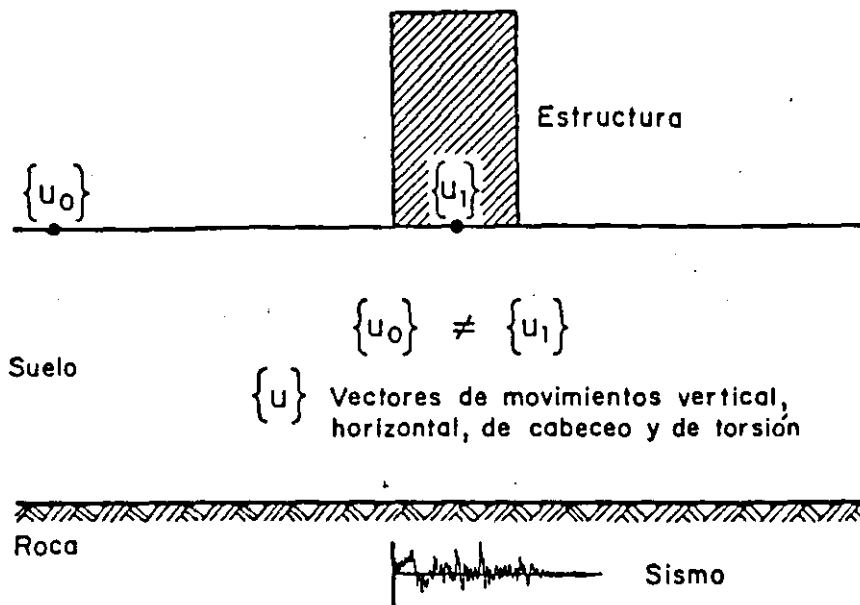


FIG. 1 DEFINICION DE LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

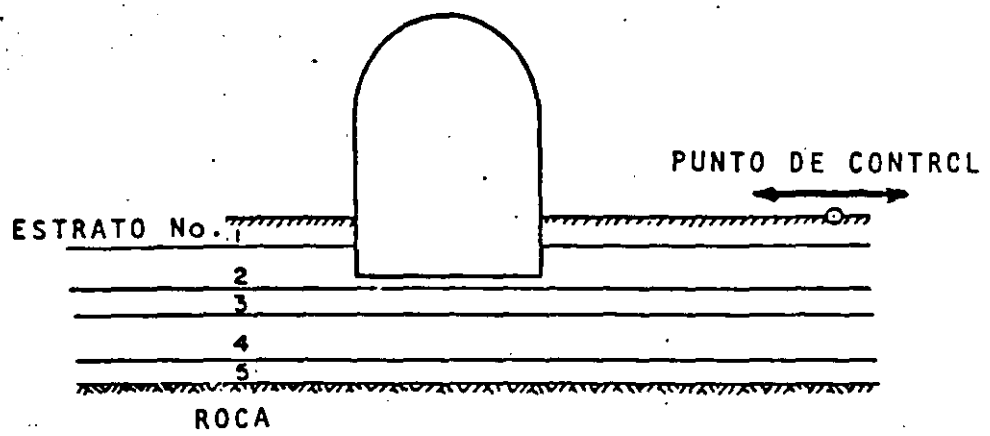
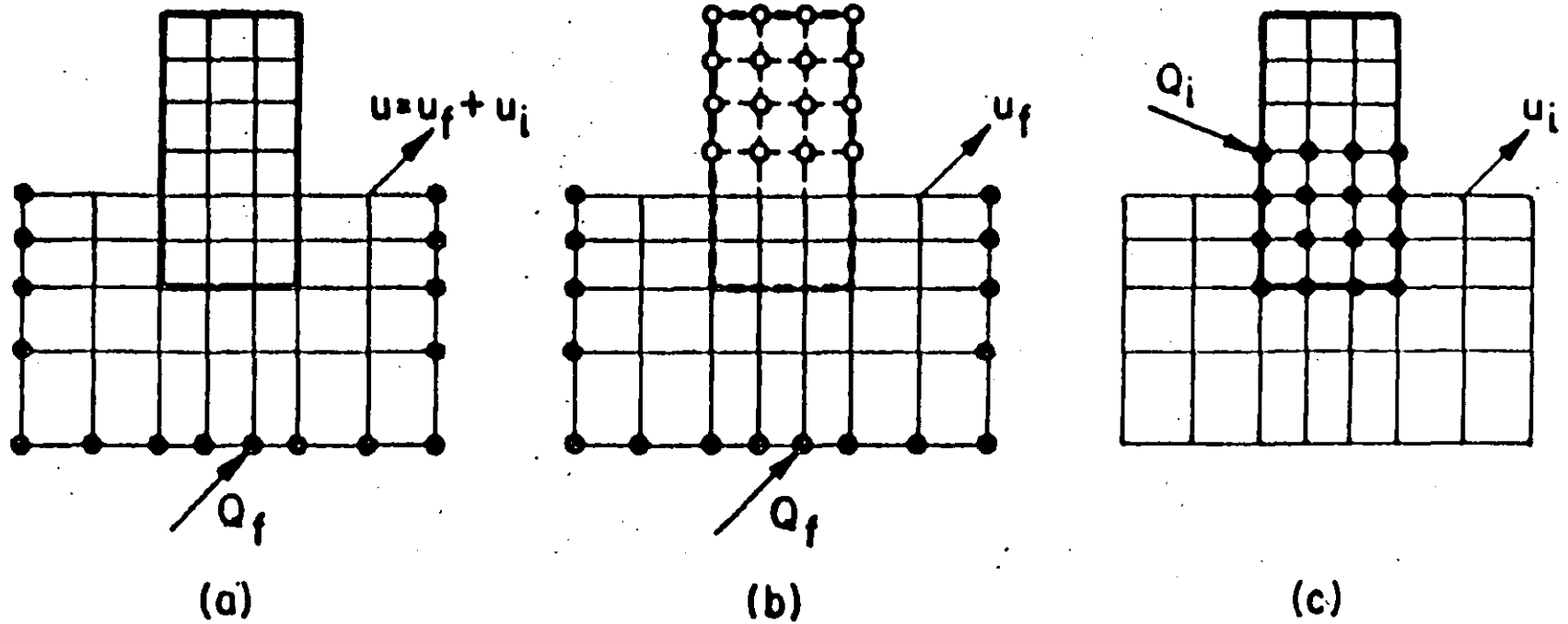


FIG. 2 PROBLEMA DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

○ fixed points   ● loaded points



Interaction Problem = Site Response Problem + Source Problem

Fig. 1 SUPERPOSITION THEOREM FOR INTERACTION PROBLEMS

Ecuación de movimiento para el campo libre

$$M_f \ddot{u}_f + C_f \dot{u}_f + K_f u_f = Q_f \dots (1)$$

$Q_f$  solo tiene elementos distintos de cero en la frontera externa

Ecuación de movimiento general

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = Q_f \dots (2)$$

donde  $u = u_f + u_i$

Sustituyendo (2) en (1)

$$M u_i + C \dot{u}_i + K u_i = Q_i$$

donde

$$Q_i = [M_f - M] \ddot{u}_f + [C_f - C] \dot{u}_f + [K_f - K] u_f$$

# METODOS DE ANALISIS

## A) METODO DIRECTO

ESTRUCTURA : ELEMENTOS FINITOS

ELEMENTOS VIGA

SUELO : ELEMENTOS FINITOS

DIFERENCIAS FINITAS

## B) METODO DE LAS SUBESTRUCTURAS

b1 : DETERMINACION DEL MOVIMIENTO SISMICO A NIVEL DE CIMENTACION

b2 : DETERMINACION DE LAS FUNCIONES DE IMPEDANCIA (RESORTES)

b3 : ANALISIS DINAMICO



## METODO DIRECTO

- \* ELECCION DEL MODELO
- \* ELECCION DEL DOMINIO FINITO Y DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA
- \* ELECCION DEL TAMAÑO DE LA MALLA
- \* ELECCION DEL MODELO ESTRUCTURAL
- \* SELECCION DEL MODELO PARA EL COMPORTAMIENTO DEL SUELO
- \* ESQUEMA DE SOLUCION

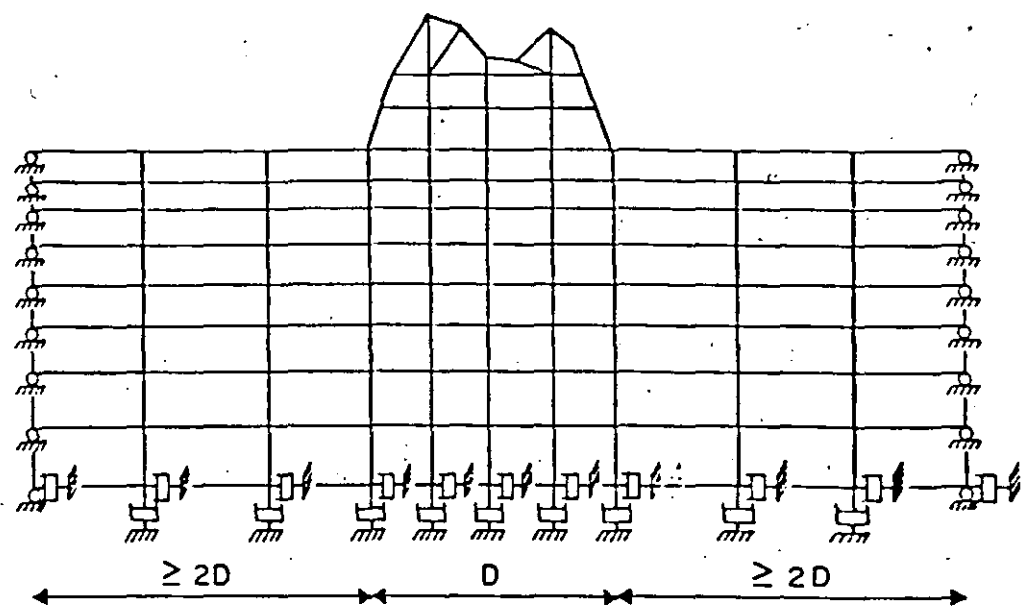


FIG. 3.2 FINITE MODEL FOR GROUND-STRUCTURE INTERACTION

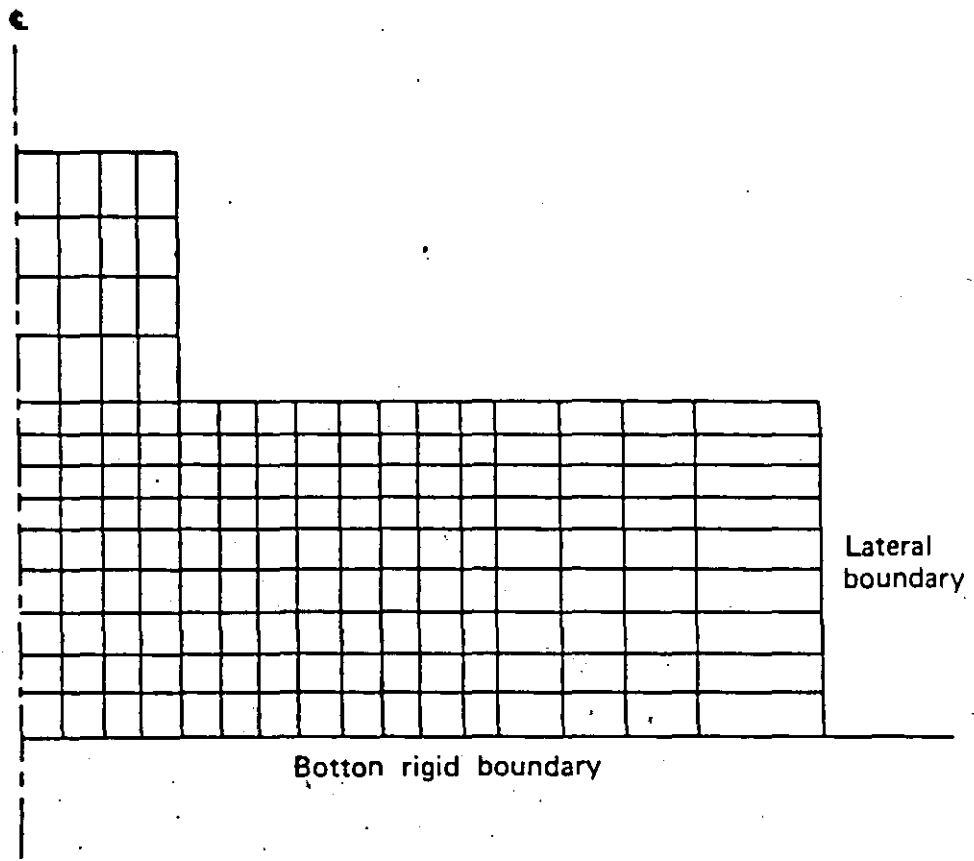


FIG. 3-2. Typical two-dimensional finite element model.

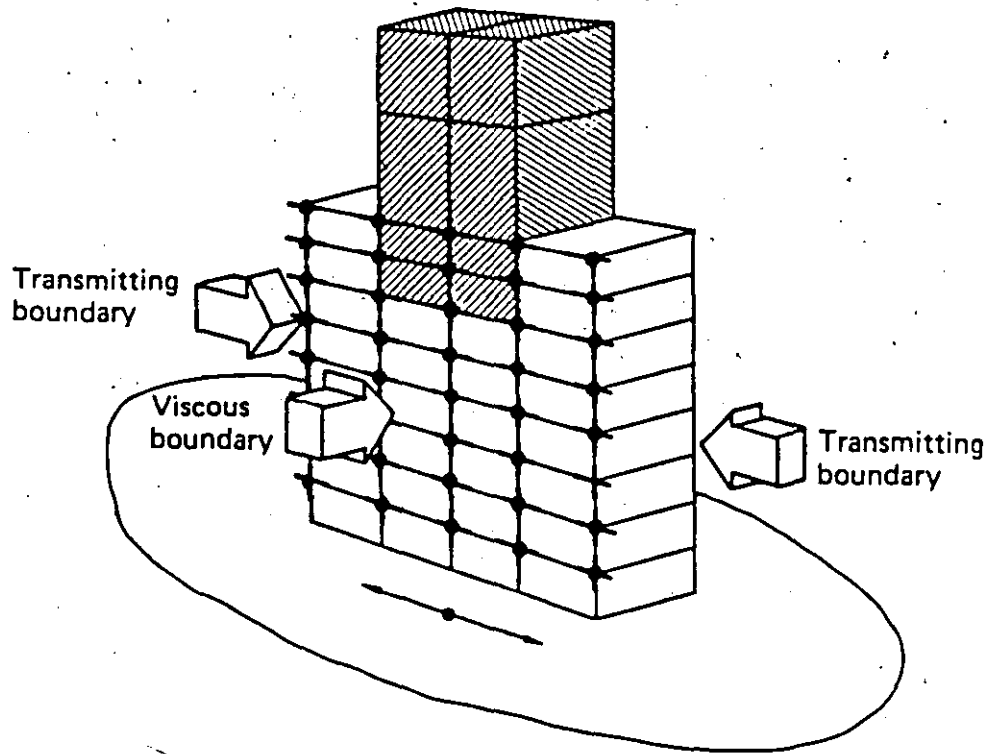
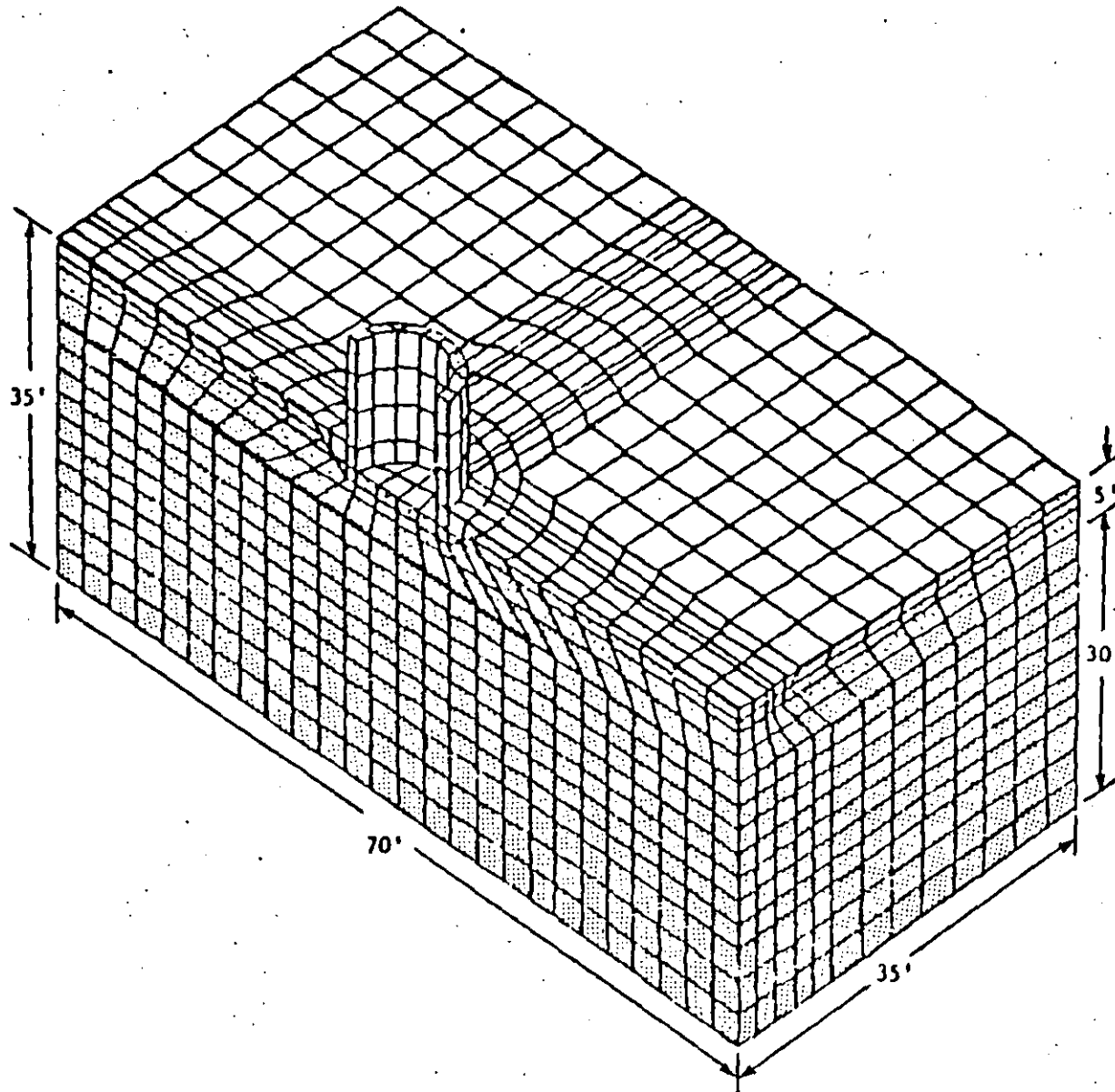


FIG. 3-4. Typical pseudo-three-dimensional finite element model.



3-D MODEL FOR A SOIL- STRUCTURE INTERACTION ANALYSIS

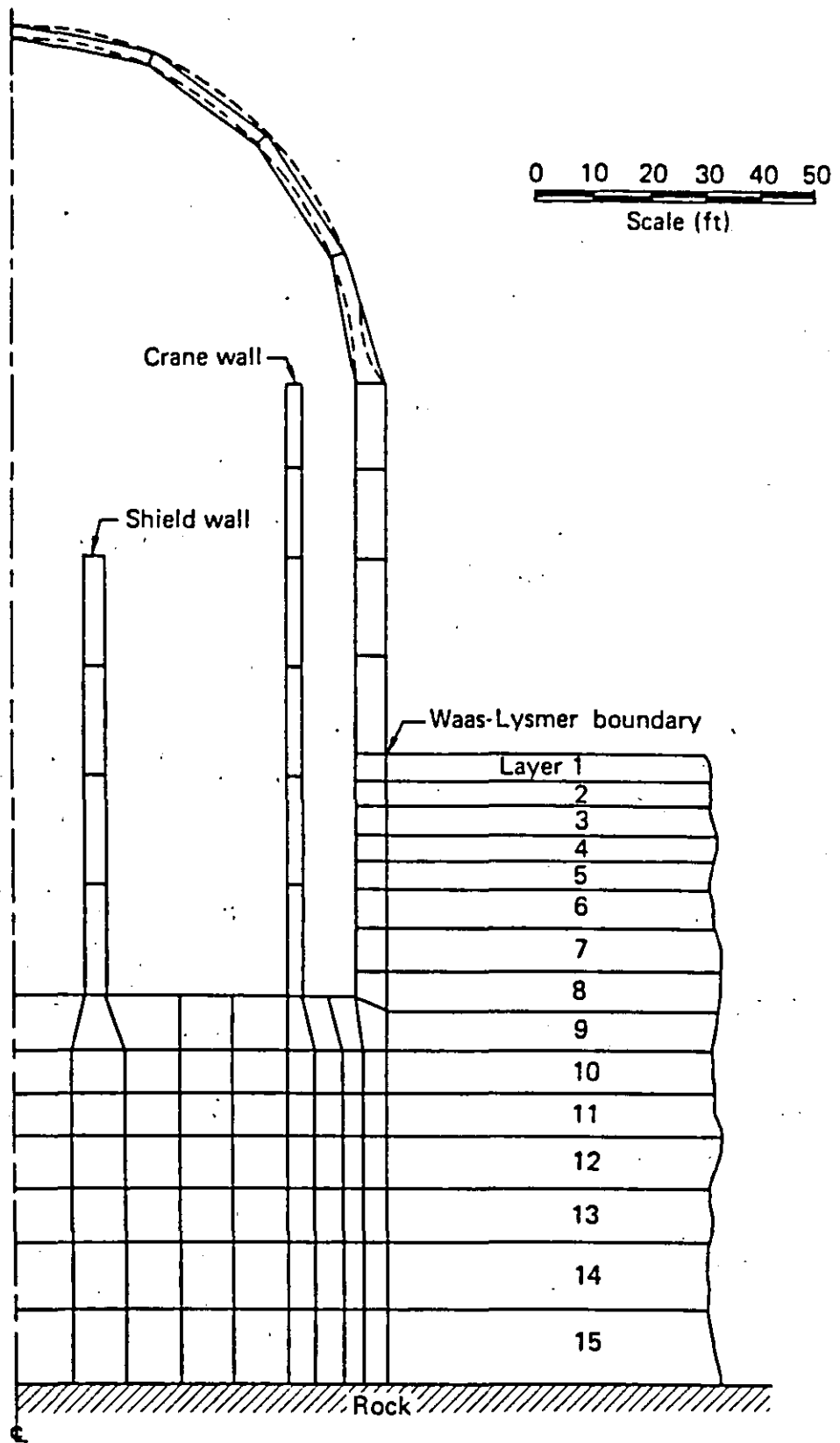


FIG. 3-1. Typical cylindrical finite element model.

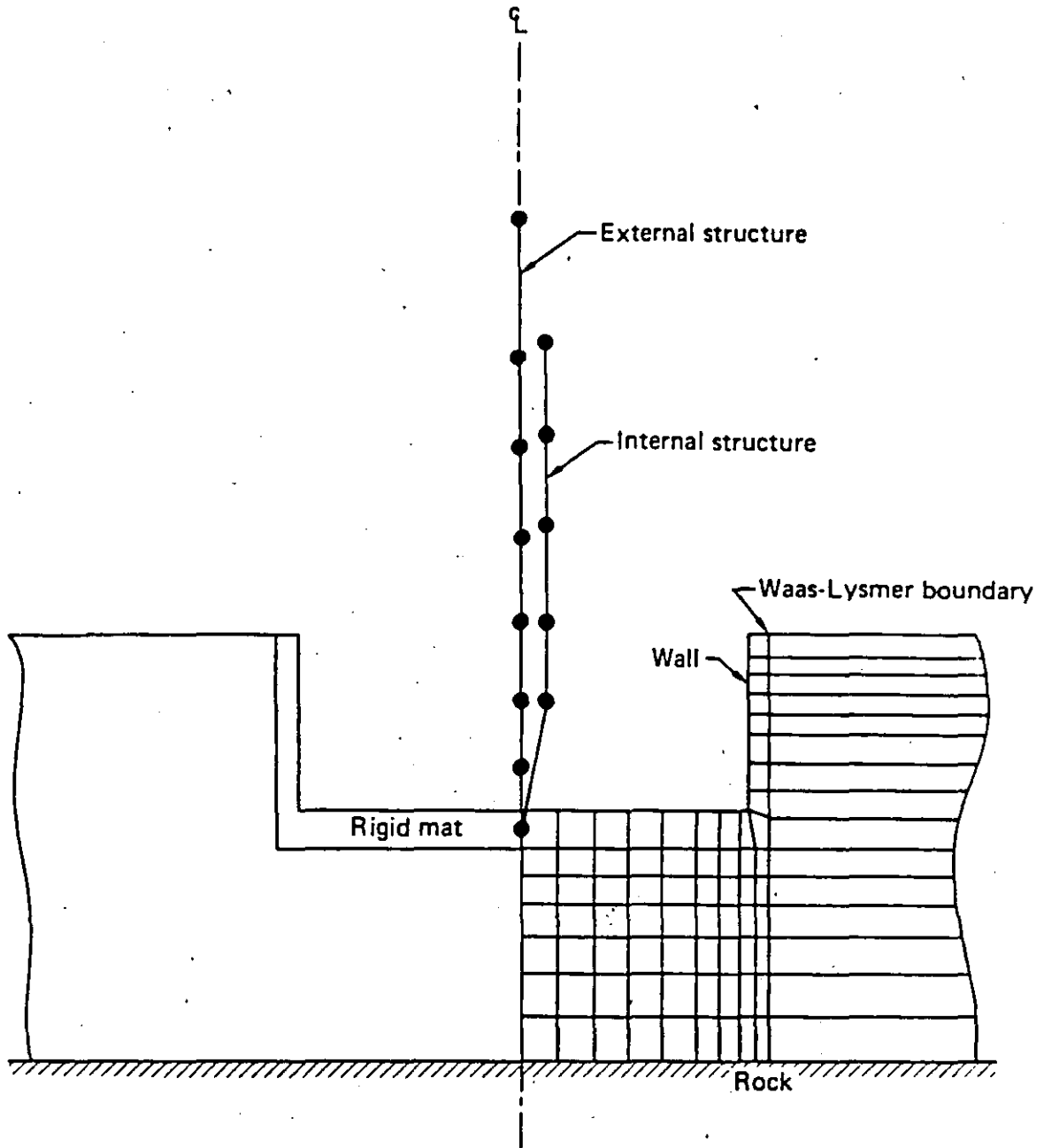


FIG. 3-3. Typical two-dimensional stick model.

## CONDICIONES DE FRONTERA

### \* FRONTERAS ELEMENTALES

- FRONTERAS LIBRES (FUERZAS)
- FRONTERAS FIJAS (DESPLAZAMIENTOS)
- COMBINACION (FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS)

### \* FRONTERAS VISCOSAS

- AMORTIGUADORES  
(ONDAS PLANAS)

### \* FRONTERAS CONSISTENTES

- SOLUCION ANALITICA EXACTA EN LA DIRECCION HORIZONTAL
- SOLUCION CONSISTENTE EN LA DIRECCION VERTICAL

## TAMAÑO DE LA MALLA

- EFECTOS ESTATICOS Y DINAMICOS
- DISTRIBUCION DE ESFUERZOS BAJO LA CIMENTACION
- REPRODUCCION DE EFECTOS DINAMICOS
- GRADOS DE LIBERTAD
- FRONTERAS A DISTANCIAS RAZONABLES

## MODELO ESTRUCTURAL

- 3-D
- AXISIMETRICO
- 2-D
- MODELOS DE MASAS Y RESORTES

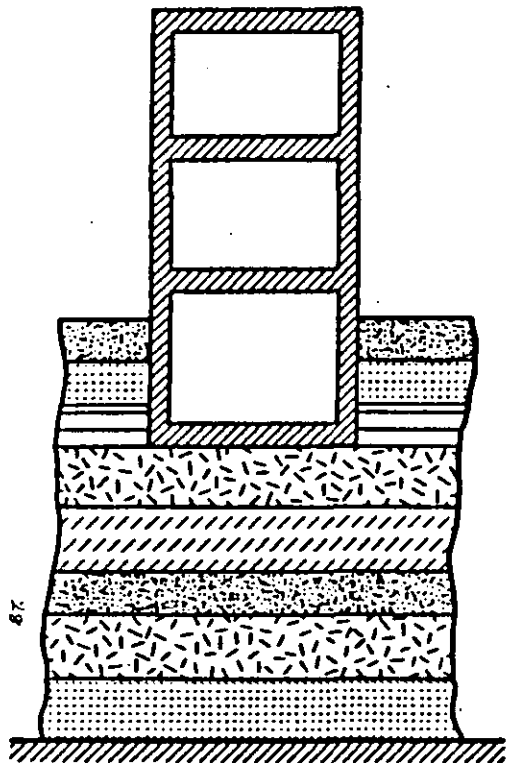


## COMPORTAMIENTO NO LINEAL

- TECNICAS BASADAS EN ANALISIS LINEALES ITERATIVOS  
(SHAKE, FLUSH)
- USANDO ECUACIONES CONSTITUTIVAS

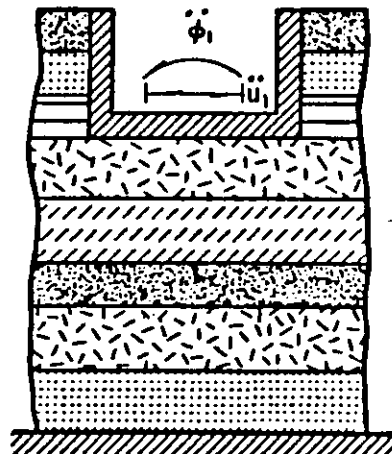
## ESQUEMAS DE SOLUCION

- INTEGRACION DIRECTA
- \* PROCEDIMIENTO DE INTEGRACION
- \* FRONTERAS TRANSMISORAS
- \* ANALISIS NO LINEAL



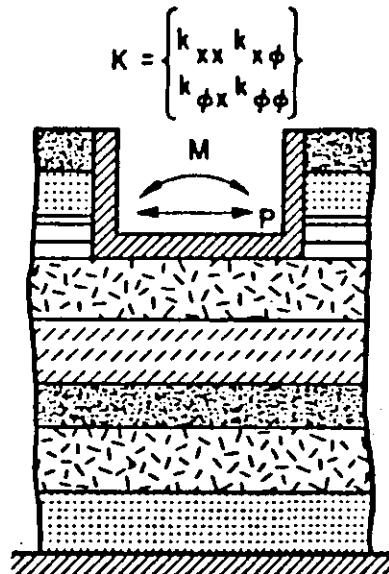
SOLUCION COMPLETA

=



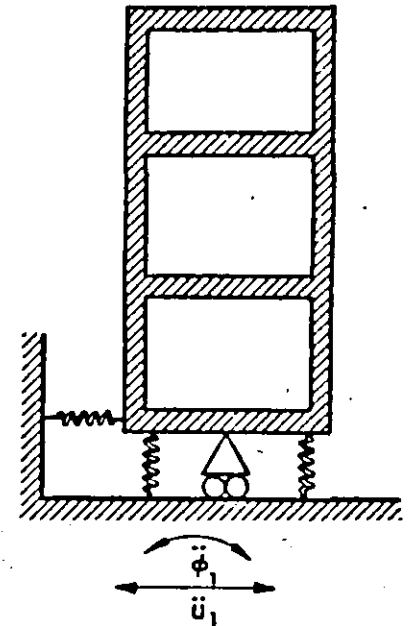
①

+



②

+



③

## METODO DE LAS SUBESTRUCTURAS

- DETERMINACION DEL MOVIMIENTO SISMICO  
A NIVEL DE LA CIMENTACION

\* TIPO DE ONDAS

\* TIPO DE CIMENTACION

$U_0$  = DESPLAZAMIENTOS A NIVEL DE CIMENTACION,  
CONDICION DE CAMPO LIBRE

$P_0$  = FUERZAS A NIVEL DE CIMENTACION,  
CONDICION DE CAMPO LIBRE

$F$  = MATRIZ DE FLEXIBILIDADES DE LA CIMENTACION

$$U = U_0 - F P_0$$

# DETERMINACION DE LAS FUNCIONES DE IMPEDANCIA

## \* CIMENTACIONES RIGIDAS

DESPLAZAMIENTOS Y GIROS }  
UNITARIOS } ⇒ FUERZAS Y MOMENTOS RESULTANTES

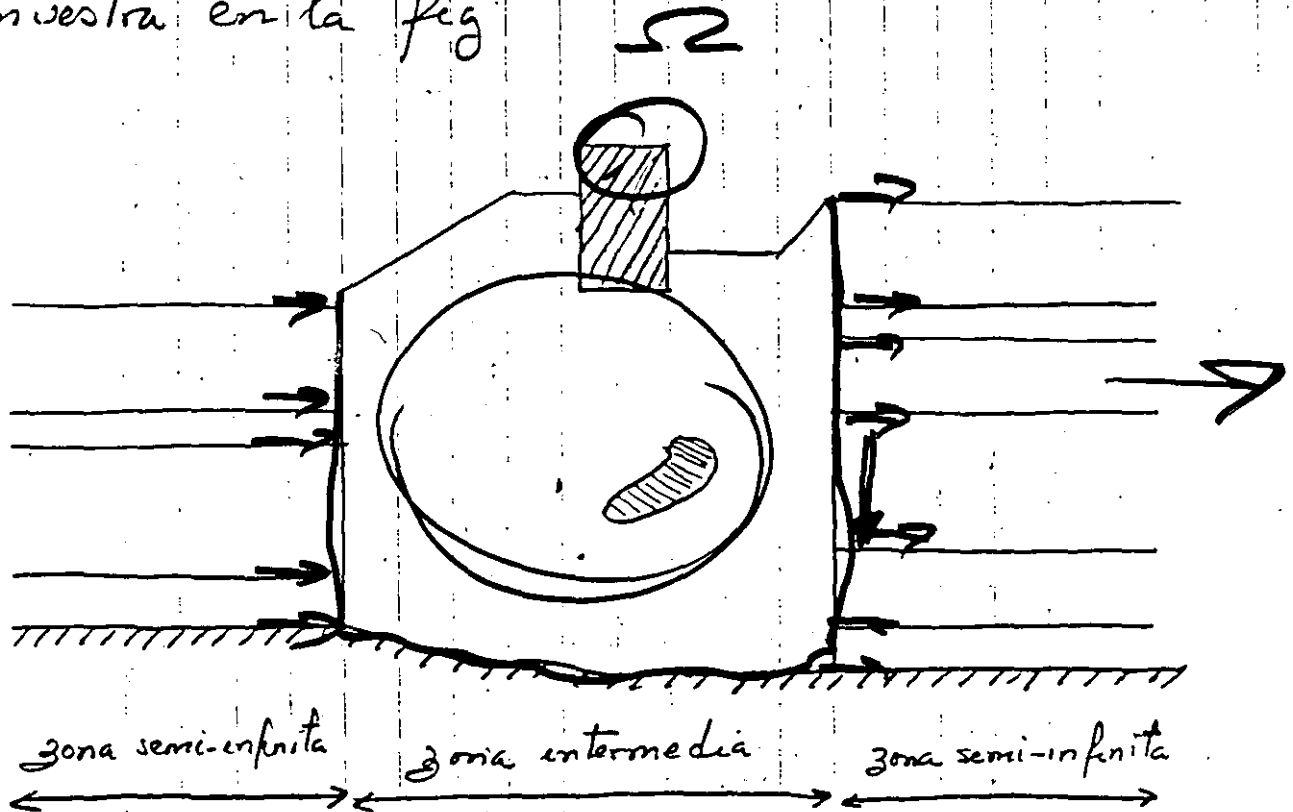
## \* CIMENTACIONES FLEXIBLES

DESPLAZAMIENTOS Y GIROS }  
UNITARIOS EN CADA PUNTO } ⇒ FUERZAS Y MOMENTOS EN CADA PUNTO  
DE CONTACTO ENTRE SUELO }  
Y CIMENTACION }

- CIMENTACIONES SUPERFICIALES CIRCULARES
- CIMENTACIONES SUPERFICIALES CON BASE EN UN RADIO EQUIVALENTE
- SOLUCIONES SEMI-ANALITICAS (FUNCIONES DE GREEN)
- MODELOS DISCRETOS

## SISTEMAS PLANOS. ONDAS DE LOVE.

Consideremos una estructura plana como la que se muestra en la fig



Esta estructura consiste de 2 zonas semi-infinitas (izquierda y derecha) y una zona intermedia donde se localizan todas las irregularidades.

Para el estudio de la propagación se subdividirá la zona semi-infinita en elementos finitos rectangulares, esto es

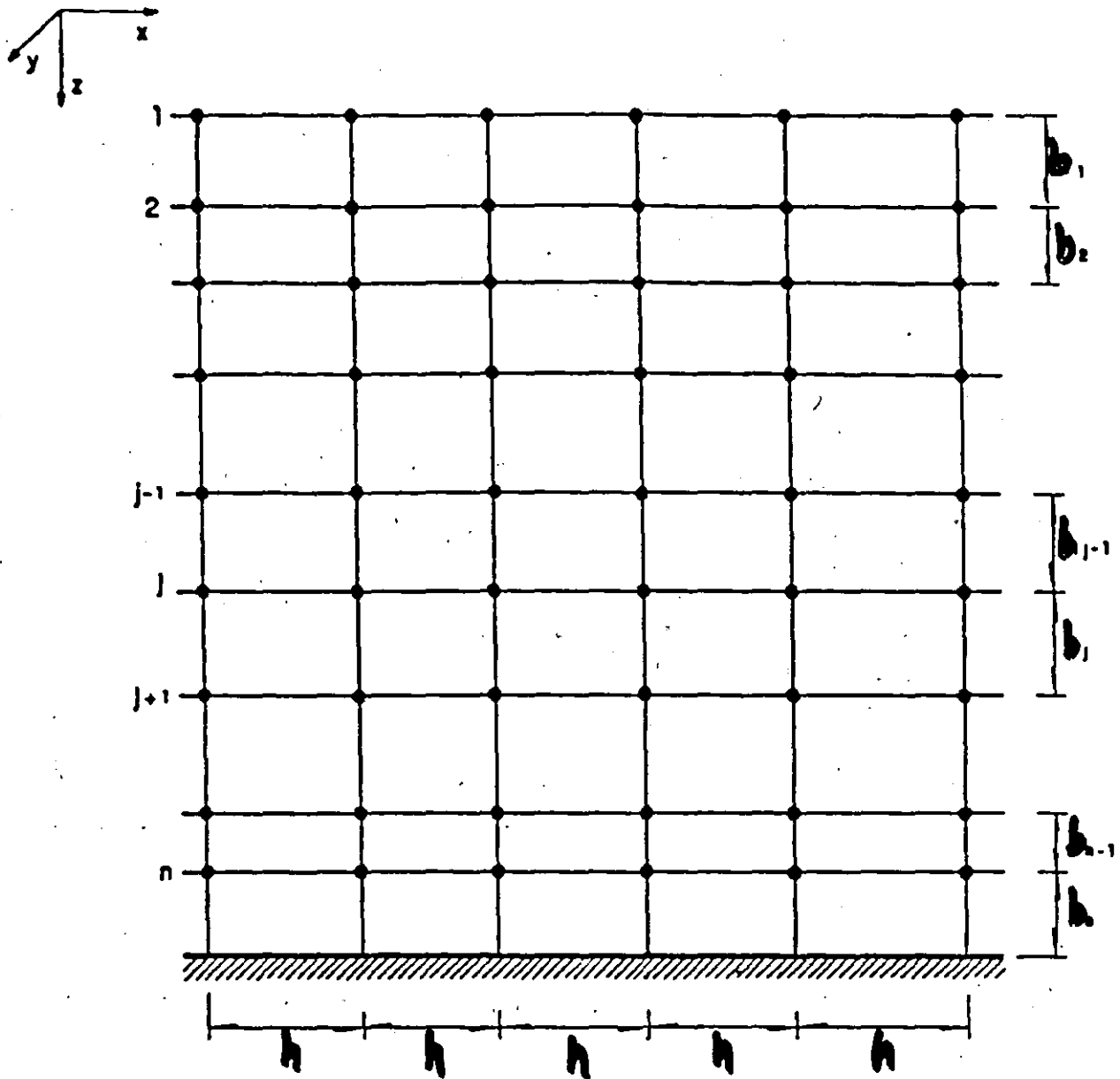
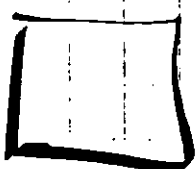


Fig 5. Subdivisión de capas de suelo en elementos.

Se considerarán válidas las siguientes hipótesis

- Las propiedades del material  $(\rho_j; \lambda_j; G_j)$  son constantes en la dirección horizontal
- La masa de cada elemento se concentra en sus correspondientes nodos
- Los desplazamientos en cada elemento varían de acuerdo con

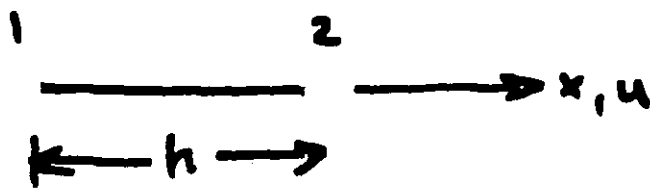

$$\delta(x, z) = N_1 \delta_1 + N_2 \delta_2 + N_3 \delta_3 + N_4 \delta_4 \quad (5.1)$$

donde :

$\delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  son los desplazamientos en las esquinas

$N_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  son funciones de interpolación

- Las fuerzas entre los elementos se transmiten a través de los nodos



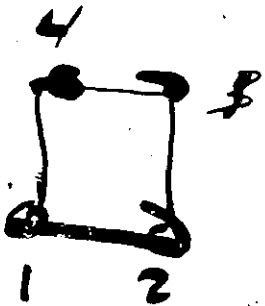
$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x$$

$$u(x=0) = u_1 = \alpha_1$$

$$u(x=h) = u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 h$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & h \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$



$$u = \left(1 - \frac{x}{h}\right) u_1 + \frac{x}{h} u_2 = N_1 u_1 + N_2 u_2$$

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 z + \alpha_4 x^2$$

$$\delta = N_1 \delta_1 + N_2 \delta_2 + N_3 \delta_3 + N_4 \delta_4$$



## MATRIZ DE RIGIDEZES DE UN ELEMENTO.

Utilizando las relaciones:

$$* \begin{Bmatrix} \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta(x,z)}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta(x,z)}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

$$* \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{zy} \end{Bmatrix} = G_j \begin{Bmatrix} \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{zy} \end{Bmatrix} = G_j \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

$$= [D][B]\{\delta\}$$

$$* [K]_j = \iint [B]^T [D] [B] dx dz \quad (5.4)$$

se obtiene

$$[K]_j = \frac{G_j}{6hb} \begin{bmatrix} 2(h^2+b^2) & (-2h^2+b^2) & -(h^2+b^2) & (h^2-2b^2) \\ & 2(h^2+b^2) & (h^2-2b^2) & -(h^2+b^2) \\ \text{SIMETRICA} & & 2(h^2+b^2) & (-2h^2+b^2) \\ & & & 2(h^2+b^2) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

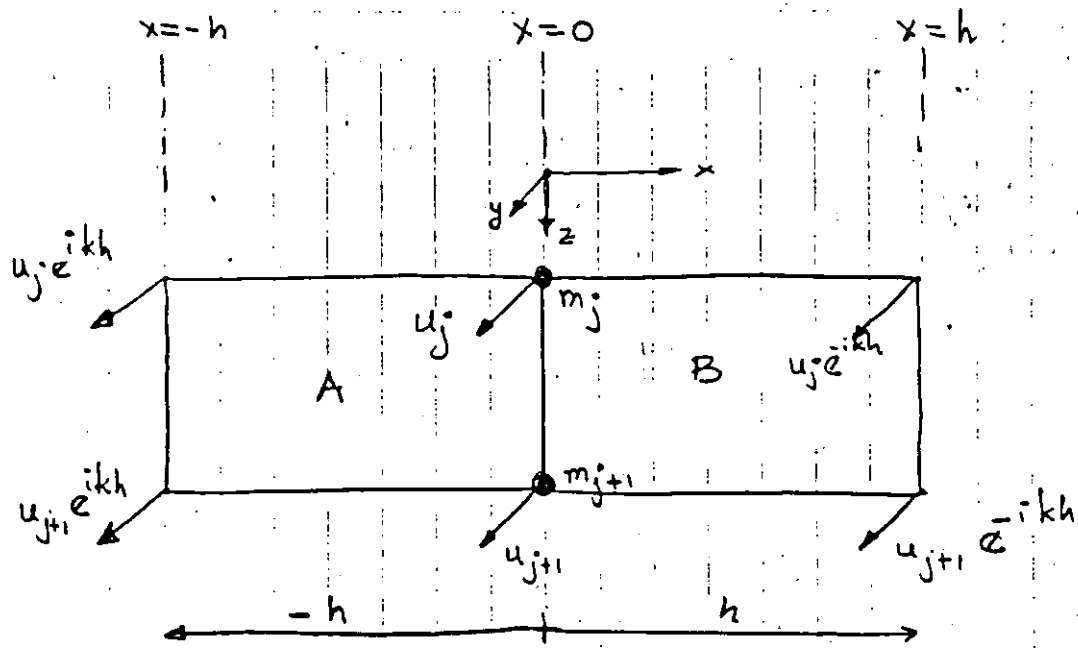
## MATRIZ DE RIGIDECES DE UNA CAPA

A partir de la matriz de rigideces de un elemento se procede a construir la matriz de rigideces de una capa de suelo; para ello se considera que en la región semiinfinita el movimiento es ocasionado por ondas de Love que se propagan en la dirección positiva del eje  $x$ . Este tipo de ondas se definen con la siguiente relación:

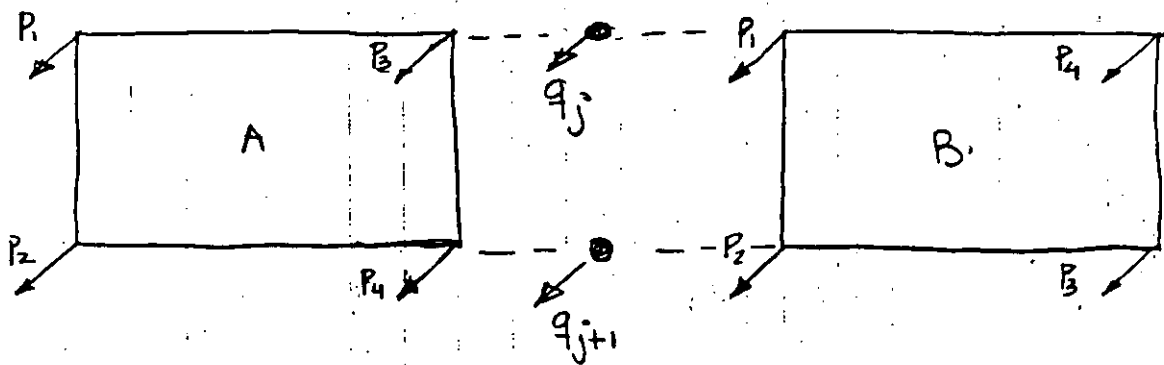
$$S = A(z) e^{-ikx} e^{i\omega t} \quad (5.6)$$

donde  $k = \omega/c_s$ ,  $c_s = \sqrt{G/\rho}$  y  $A(z)$  es la amplitud de los desplazamientos

En la siguiente figura se presentan los desplazamientos inducidos por una onda de Love en dos elementos finitos contiguos de la capa  $j$ :



Se omiten los términos no e<sup>ikt</sup>.



$$[K]_A \delta_A = \{P\}_A$$

$$[K]_B \delta_B = \{P\}_B$$

Fuerzas comunes  
(x=0)

Para el elemento A podemos escribir

$$[K]_A \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix}_A = [K]_A \begin{Bmatrix} u_j e^{ikh} \\ u_{j+1} e^{ikh} \\ u_{j+1} \\ u_j \end{Bmatrix} = [K]_A \begin{bmatrix} e^{ikh} & 0 \\ 0 & e^{ikh} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ u_{j+1} \end{Bmatrix}$$

entonces  $[K]_A [E] \{u\}_j = \{P\}_A$  (5.7)

y para el elemento B

$$[K]_B \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix}_B = [K]_B [E] \{u\}_j e^{-ikh}$$

entonces  $[K]_B [E] \{u\}_j = \{P\}_B$  (5.8)

Las fuerzas transmitidas entre los elementos A y B a través de las masas  $m_j$  y  $m_{j+1}$  (correspondientes a  $P_3$  y  $P_4$  en el elemento A y a  $P_1$  y  $P_2$  en el elemento B) se calculan como sigue

$$q_j = (\text{renglón 4 de } [K]_A) * \{ \delta \}_A + (\text{renglón 1 de } [K]_B) * \{ \delta \}_B \quad (5.9)$$

$$q_{j+1} = (\text{renglón 3 de } [K]_A) * \{ \delta \}_A + (\text{renglón 2 de } [K]_B) * \{ \delta \}_B \quad (5.10)$$

y en forma matricial se expresan

$$\{ Q \}_j = h \underline{\underline{[L]_j}} \{ u \}_j \quad (5.11)$$

donde  $[L]_j$  es una matriz simétrica de  $2 \times 2$  que representa la matriz de rigideces de la capa  $j$ .

La matriz de rigideces y el vector de fuerzas de todo el conjunto de capas se obtiene mediante un simple proceso de suma ordenada de las matrices  $[L]_j$  y  $\{ Q \}_j$  de cada capa, obteniéndose finalmente

$$[K] \{ u \}_j = \{ Q \}_j \quad (5.12)$$

## ECUACION DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA

Para la masa  $m_j$

$$q_j = m_j \ddot{u}_j = -\Omega^2 m_j u_j \quad (5.13)$$

Para el sistema completo y mediante un proceso de suma ordenada

$$\{q\} = -\Omega^2 h [M] \{u\} \quad (5.14)$$

Sustituyendo este valor de  $\{q\}$  en la expresión 5.12 se obtiene

$$([K] - \Omega^2 [M]) \{u\} = 0 \quad (5.15)$$

ecuación que dada las características de  $[L]$ , se puede escribir como sigue

$$([A]k^2 + [G] - \Omega^2 [M]) \{u\} = 0 \quad (5.16)$$

Para una frecuencia dada ( $\Omega$ ), esta ecuación representa un problema de  $n$  valores característicos.

( dos  $(k_s^2, s=1, 2, \dots, n)$  con los correspondientes vectores característicos  $\{u\}_s$ .

La solución general del problema está dada por

$$\{u\} = \sum_{s=1}^n \alpha_s u_s = [V] \{\alpha\} \quad (5.17)$$

donde  $\{\alpha\}$  es un vector que contiene los factores de participación modal  $\alpha_s, s=1, 2, \dots, n$ ; y

( y  $[V]$  es una matriz de  $n \times n$  cuyas columnas representan los vectores característicos o formas modales.

Dadas las propiedades de ortogonalidad, se puede llegar a

$$\{\alpha\} = [V]^T [A] \{u\} \quad (5.18)$$

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
CHICAGO, ILLINOIS

RECEIVED AT THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

NOVEMBER 15, 1954

DR. J. H. GOLDSTEIN  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
UNIVERSITY OF CHICAGO

RE: [Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]

[Illegible]



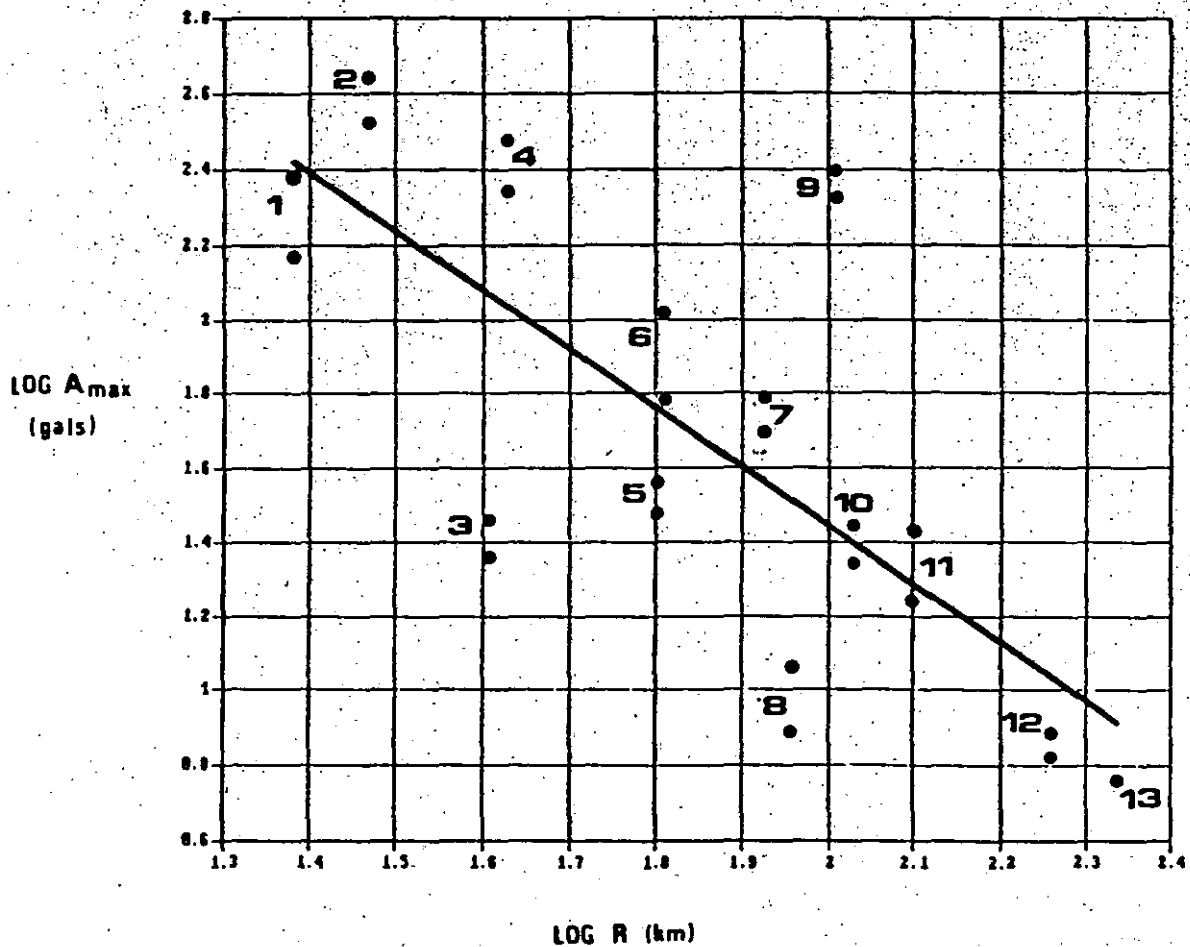


Figure 17. Peak accelerations (both EW and NS) as a function of hypocentral distance R, including data from PAR. Numbers correspond to the records of Table 4.

## Fuentes de incertidumbre :

1. *Incertidumbre sistemática* : no aplicabilidad total o parcial del modelo seleccionado (incertidumbre profesional). E.g : Condiciones locales, irregularidades. (Factores correctivos, cambio de modelo).
2. *Incertidumbre estadística* : modelo insesgado ("correcto") con parámetros inciertos : incapacidad para mejores estimaciones
3. *Incertidumbres aleatorias* : naturaleza propia del fenómeno : variaciones impredecibles.

En aproximación de primer orden :

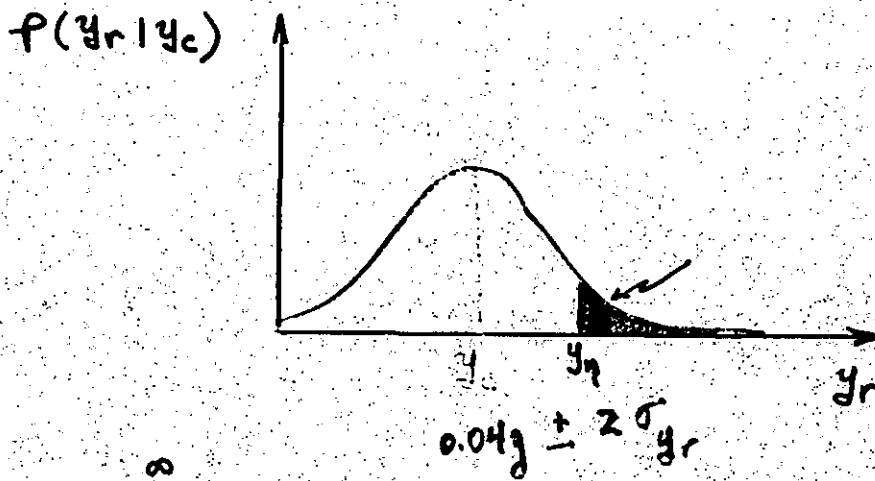
$$\text{VAR}(R_e) = \text{VAR}_2 + \text{VAR}_3$$

## Interpretación probabilista de las leyes de atenuación:

Sea  $y_c = f(M, R)$ . En general,  $y_c \neq y_{real}$ .

Suposición usual:  $y_r \stackrel{d}{=} LN(y_c, \sigma_{\ln y_r})$  mediana no depende de

$$\ln \frac{y_r}{y_c} \stackrel{d}{=} N(\cdot, \cdot)$$



$$q = \int_{y_n}^{\infty} f(y_r | y_c) dy_r = P_r(y_r > y_n | y_c)$$

DIRECTORIO DE ALUMNOS DEL  
XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA  
MODULO I,  
RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA EL DISEÑO  
DEL 22 AL 25 DE JUNIO DE 1992.

- 1.- ANDRADE DELGADO JULIO CESAR  
TECNICO DE VIVIENDA  
JUNTA NACIONAL DE LA VIVIENDA  
10 DE AGOSTO Y CORDERO, QUITO ECUADOR.  
TEL. 543 31 6 DFNA., 239-802 DOM.
- 2.- BALSORRI VARELA HUGO  
INVESTIGADOR  
INSTITUTO NACIONAL DE PREVENCIÓN SISMICA  
ROGER BALET 47, NORTE, C.P. 5400 ARGENTINA  
TEL. 230 600 DFNA., 214 079 DOM.
- 3.- CAMILO RICHARDO PAULA LUCIA  
PROFESOR, FACULTAD DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD NORDESTANA  
C/27 DE FEBRERO ESQ. RESTAURACION, COL. SAN FCO. DE MACONS  
REPUBLICA DOMINICANA, TEL. 588 35 05 DFNA.  
588 21 37 (809) DOM.
- 4.- CHACON CALDERON JUAN RAMON  
INGENIERO CIVIL 4  
INSTITUTO COSTARRICENSE DE ELECTRICIDAD  
SAN JOSE COSTA RICA, OFICINAS CENTRALES-SABANA  
C.P. 10032-1000, TEL. (506)20 72 59 DFNA.,  
(506) 50 31 01 DOM.
- 5.- CORNEJO CORIA JORGE  
TECNICO AUXILIAR  
DIRECCION GENERAL DE AERONAUTICA CIVIL  
FUERZA AEREA MEXICANA No. 2, COL. FEDERAL, DELEG. V.  
CARRANZA, C.P. 16520, TEL. 765 66 62 DOM.
- 6.- ESPINOSA OLMEDO AGUSTIN  
INGENIERO CALCULISTA ESTRUCTURAL  
ORGANIZACION CARMEL, GRUPO INDUSTRIAL BIMBO  
HOMERO No. 425-203, COL. POLANCO, DELEG. M. HIDALGO  
C.P. 11570, TEL. 255 24 92 DFNA., 593 60 28 DOM.
- 7.- ESPITIA NIÑO JOSE JAIR  
PROFESOR  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA TECNOLOGICA DE COLOMBIA  
A.A. 332, SOGNMOSO BOYNCA, COLOMBIA
- 8.- FRANCO MORENO OCTAVIO  
PROFESOR  
UNIVERSIDAD TECNOLOGICA  
CIUDAD UNIVERSITARIA, PANAMA  
TEL. 63 80 00 EXT. 214 DFNA., 23 61 72 DOM.

- 9.- GARCIA OSCAR
- 10.- GEA SUSANA BEATRIZ  
 PROFESORA ADJUNTA  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
 BUENOS AIRES 177, SALTA-ARGENTINA, C.P. 4400  
 TEL. 250 100 DFNA., 218 014 DOM.
- 11.- ISLAS HERRERA JUAN MARTIN  
 JEFE DEPTO. DE APOYO TECNICO EN INGENIERIA Y COMPUTO  
 INSTITUTO NACIONAL DE ANTROPOLOGIA E HISTORIA  
 (ZONA ARQUEOLOGICA DE TEOHUACAN)  
 CORDOBA 45, COL. ROMA, DELEG. CUAUHTEMOC  
 TEL. 533 22 63 DFNA., 566 78 93 DOM.
- 12.- LARA MELCHOR GONZALO  
 SUBDIRECTOR DE AREA  
 SEMIP  
 INSURGENTES SUR No. 552, COL. ROMA SUR, DELEG.  
 CUAUHTEMOC, C.P. 06769, TEL. 574 33 57 DFNA.
- 13.- LOPEZ DANIEL
- 14.- MARCHETTI SALAZAR RAUL  
 ACADEMICO JORNADA COMPLETA  
 FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO  
 UNIVERSIDAD DE CHILE  
 MARCOLETA 250, SANTIAGO, CHILE, TEL. 222 65 01 DFNA.  
 285 43 16 DOM.
- 15.- NAYA MENDIVIL JOSE ALFREDO  
 PARTICULAR. DESPACHO CALCULO  
 DIRECTOR DE PROYECTO ESTRUCTURAL  
 MAR ADRIATICO No. 6, DESP. 1, COL. CENTRO. PLAYAS DE  
 ROSARITO, BAJA CALIFORNIA, TEL. 219 10 DFNA.,  
 215 87 DOM.
- 16.- OJEDA RUIZ JOEL MELCHOR  
 BECARIO  
 INSTITUTO DE INGENIERIA, FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM  
 CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.
- 17.- ORDOÑEZ PEREZ RAFAEL ANTONIO  
 JEFE AREA CIVIL  
 PRODUCTOS SN. CRISTOBAL. S.A. DE C.V.  
 CALZ. LA VIGA No. 220, JAJALPA, SN. CRISTOBAL ECATEPEC  
 EDD. DE MEXICO, TEL. 326 24 00/2253 DFNA., 670 40 50 DOM.
- 18.- ORTIZ RAMIREZ FERNANDO  
 INGENIERO DE DISEÑO  
 INSTITUTO COSTARRICENSE DE ELECTRICIDAD  
 SABANA NORTE, SAN JOSE, COSTA RICA  
 TEL. 40 54 34 DOM.

- 19.- PALDMARES CALERO HUMBERTO  
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS.  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA (UNI)  
UNI-RUPAP, COSTADO SUR DE VILLA PROGRESO
- 20.- RAQUEL QUAN ADOLFO  
PROFESOR TITULAR I  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE HONDURAS  
BL. SUYAPA CIUDAD UNIVERSITARIA  
TEL. (504) 32 62 96 DOM.
- 21.- RODRIGUEZ OLVERA FERNAN  
BECARIO  
INSTITUTO DE INGENIERIA, FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM  
CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.  
TEL. 622 34 64 DFNA., 564 13 91 DOM.
- 22.- ROJAS GUZMAN MANUEL
- 23.- SAFINA SALVADOR
- 24.- SILVA GONZALEZ FRANCISCO LEONEL  
PAZ MONTES DE OCA 88, COL. PEDRO MA. ANAYA, DELEG. B.  
JUAREZ, C.P. 03340, TEL. 688 35 24 DOM.
- 25.- SORIANO MARTINEZ JOSE ALBERTO  
CALLE JAZMINES MANZ. 58, LTE 24, FRACC. FLORISTA, LOS  
REYES LA PAZ, C.P. 56420, TEL. 579 64 32 DOM.
- 26.- WONG DIAZ DAVID  
JEFE DE DEPTO. DE MECANICA ESTRUCTURAL Y CONSTRUCCION  
UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PANAMA  
AFDO 6A-2894; UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PANAMA, PANAMA  
REP. DE PANAMA, TEL. 63-8000 DFNA., (507)35 4152 DOM.
- 27.- ZAPATA MUNERA URIEL  
AUXILIAR DE INVESTIGACION  
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM  
CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.  
TEL. 622 35 00 CUBICULO A 110 DFNA., 677-39 39 DOM.