DIRECTORIO DE PROFESORES DEL
XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
MODULO 2
ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO
DEL 26 DE JUNIO AL 2 DE JULIO DE 1992

DR. OCTAVIO AGUSTIN RASCON CHAVEZ
COORDINADOR DE INFORMATICA DE LA SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES, Y PROFESOR TITULAR EN LA UNAM.
AV. MICHOACAN S/N, 2o. PISO, COL. TEPALCATE, C.P. 09210,
DELEG. IZTAPALAPA, MEXICO, D.F.
TEL. 691 71 85 y 692 00 77 EXT. 301 AL 305

M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
DIRECTOR GENERAL
TRIGOS INGENIEROS CONSULTORES, S.A.
TEL. 689 68 88 y 689 66 39

M. EN I. RAMON CERVANTES BELTRAN

UNIVERSIDAD NA[illegible]L AUTONOMA DE MEXICO

FACU[illegible]D DE INGENIERIA

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

SEGUNDO MODULO: ANALISIS DINAMICO Y ESTATICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

26 de Junio al 01 de Julio de 1992

FECHA	HORARIO	TEMA	PROFESOR
Viernes 26 de Junio	17:00 a 21:00 hrs.	Introducción, Origen de los temblores, Registros. Análisis Sísmico Dinámico de Sistemas de un Grado de Libertad. Espectros de Respuesta, Método B Newmark. Comportamiento Inelástico.	Dr. Octavio A. Rascón Chávez
Sábado 27 de Junio Lunes 29 de Junio	9:00 a 13:00 hrs. 17:00 a 21:00 hrs.	Análisis Sísmico Dinámico de Sistemas Discretos de varios Grados de Libertad. Métodos Numéricos de Newmark y Holter. Consideraciones Generales del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.	M. en I. José Luis Trigos Suárez
Martes 30 de Junio Miércoles 02 de junio	17:00 a 21:00 hrs.	Análisis Sísmico,Dinámico Aplicando el Reglamento de Construcccio-nes para el D.F. Análisis Simplificados: Métodos Simplificado, Estático y Cuasidinámico.	M. en I. Ramón Cervantes Beltrán

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

SEGUNDO MODULO: ANALISIS DINAMICO Y ESTATICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

26 de Junio al 01 de Julio de 1992

FECHA	HORARIO	TEMA	PROFESOR
Viernes 26 de Junio	17:00 a 21:00 hrs.	Introducción, Origen de los temblores, Registros. Análisis Sísmico Dinámico de Sistemas de un Grado de Libertad. Espectros de Respuesta, Método B Newmark. Comportamiento Inelástico.	Dr. Octavio A. Rascón Chávez
Lunes 29 de Junio	9:00 a 13:00 hrs. 17:00 a 21:00 hrs.	Análisis Sísmico Dinámico de Sistemas Discretos de varios Grados de Libertad. Métodos Numéricos de Newmark y Holter. Consideraciones Generales del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.	M. en I. José Luis Trigos Suárez
Martes 30 de Junio Jueves 01 de Julio	17:00 a 21:00 hrs.	Análisis Sísmico,Dinámico Aplicando el Reglamento de Construccciones para el D.F. Análisis Simplificados: Métodos Simplificado, Estático y Cuasidinámico.	M. en I. Ramón Cervantes Beltrán

EVALUACION DEL PERSONAL DOCENTE

CURSO: XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

SUNDO MODULO: ANALISIS DINAMICO Y ESTATICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

FECHA: Del 26 de Junio al 01 de Julio 1992

CONFERENCISTA	DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIOVISUALES	MANTENIMIENTO DEL INTERES. (COMUNICACION CON LOS ASISTENTES, AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION).	PUNTUALIDAD	
DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ					
M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ					
M. EN I. RAMON CERVANTES BELTRAN					
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10					

EVALUACION DEL CURSO

	CONCEPTO	
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO EN EL CURSO	
	EVALUACION TOTAL	

ESCALA DE EVALUACION: 1 A 10

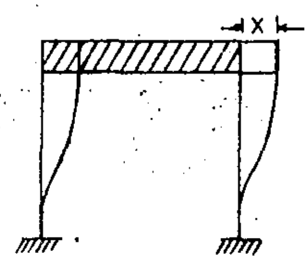
DINAMICA ESTRUCTURAL

DR. OCTAVIO A. RASCON CH.

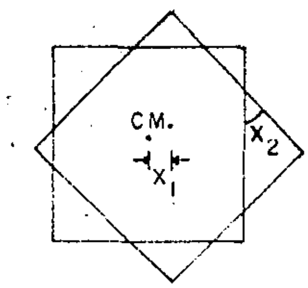
DEFINICION.

GRADOS DE LIBERTAD = NUMERO DE COORDENADAS GENERALIZADAS (DESPLAZAMIENTOS O GIROS) QUE SE REQUIEREN PARA DEFINIR LA POSICION DEL SISTEMA EN CUALQUIER INSTANTE.

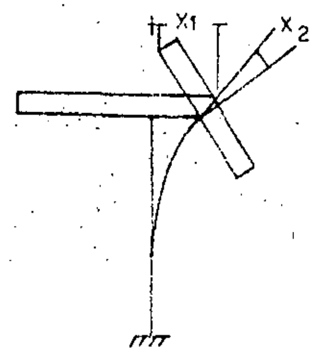
EJEMPLOS



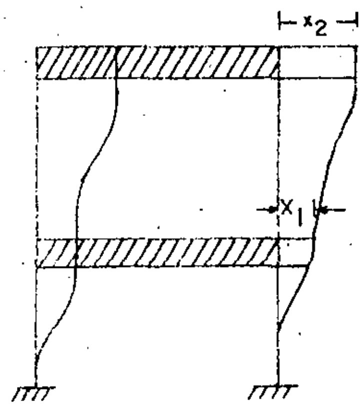
UN GRADO DE LIBERTAD



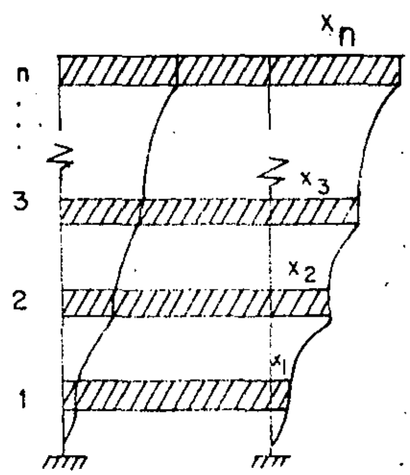
DOS GRADOS DE LIBERTAD



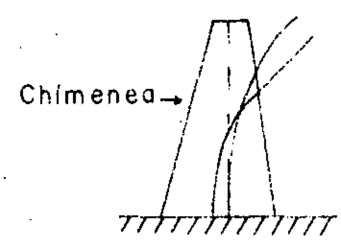
DOS GRADOS DE LIBERTAD



DOS GRADOS DE LIBERTAD



n GRADOS DE LIBERTAD



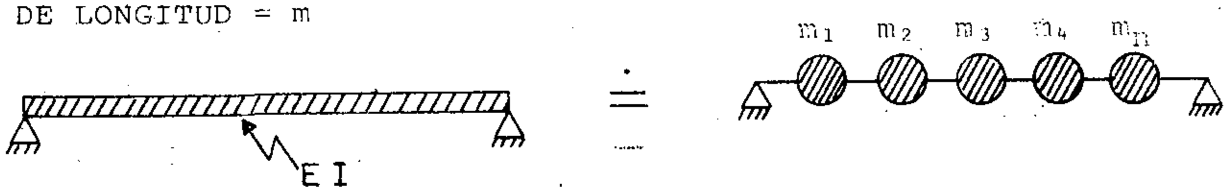
INFINITO NUMERO DE GRADOS DE LIBERTAD

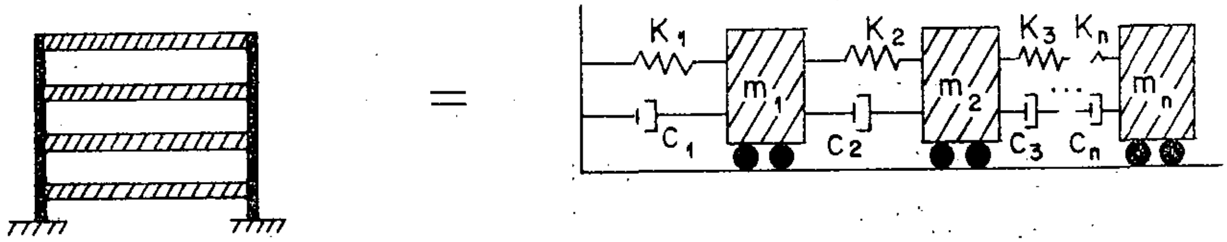
TODOS DE DISCRETIZACION DE SISTEMAS CONTINUOS

1. POR CONCENTRACION DE MASAS

MASA POR UNIDAD

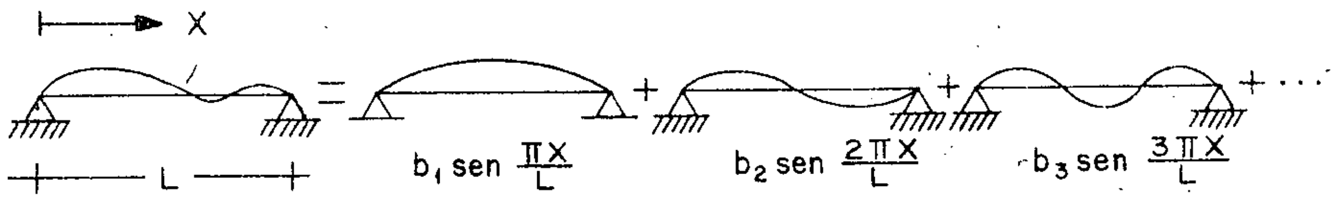
DE LONGITUD = m

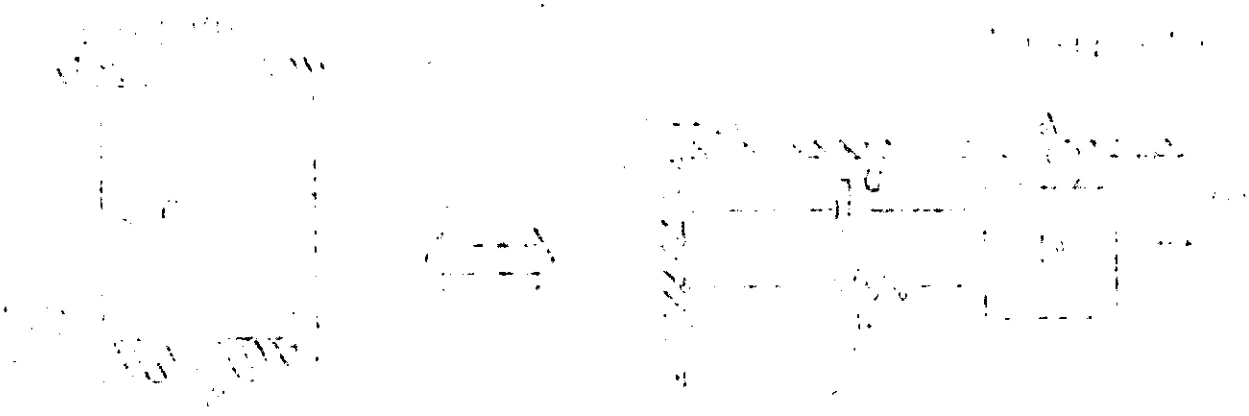




EXPRESANDO LA CONFIGURACION DE VIBRACION DE LA ESTRUCTURA COMO UNA SERIE DE FUNCIONES ESPECIFICADAS. POR EJEMPLO, SI ESTAS FUNCIONES SON ARMONICAS:

$$Z(x,t) = \sum_{i=1}^{N} b_i \operatorname{sen} \frac{i\pi x}{L}$$





$$p(t) = \frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(m\dot{x})$$

$p(t)$ = FUERZA ACTUANTE

x = DESPLAZAMIENTO

t = TIEMPO

SI m ES CONSTANTE: $p(t) = m\ddot{x}$

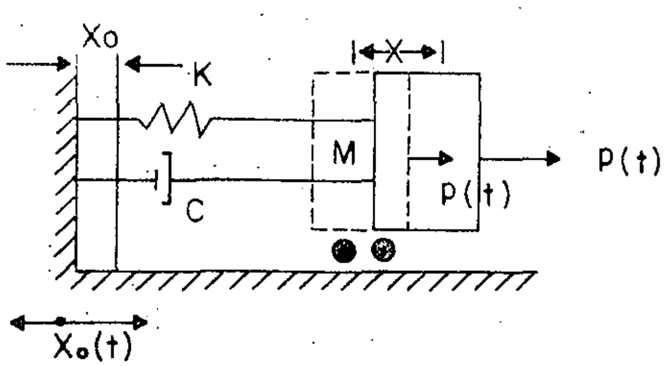
PRINCIPIO DE D'ALAMBERT

SI LA 2a. LEY DE NEWTON LA ESCRIBIMOS COMO

$$p(t) - m\ddot{x} = 0$$

AL SEGUNDO TERMINO DE LA ECUACION SE LE CONOCE COMO *FUERZA DE INERCIA*; EL CONCEPTO DE QUE UNA MASA DESARROLLA UNA FUERZA DE INERCIA PROPORCIONAL A SU ACELERACION Y QUE SE OPONE A ELLA SE CONOCE COMO PRINCIPIO DE D'ALAMBERT, Y PERMITE QUE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO SE EXPRESEN COMO ECUACIONES DE *EQUILIBRIO DINAMICO.*

ECUACION DE EQUILIBRIO



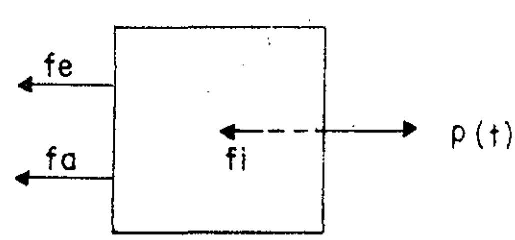


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

EQUILIBRIO: $f_e + f_a + f_i = p(t)$ (1)

$$\left.\begin{array}{ll} \text{PARA UN SISTEMA ELASTICO:} & f_e = K(x - x_o) = ky \\ \text{PARA AMORTIGUAMIENTO VISCOSO:} & f_a = c(\dot{x} - \dot{x}_o) = C\dot{y} \\ \text{POR EL PRINCIPIO DE D'ALAMBERT:} & f_i = m\ddot{x} = m(\ddot{y} + \ddot{x}_o) \end{array}\right\} \quad (2)$$

SUSTITUYENDO LAS ECS. 2 EN LA EC. 1 SE OBTIENE:

$$m(\ddot{y} + \ddot{x}_o) + c\dot{y} + k\dot{y} = p(t)$$

DE DONDE

$$\boxed{M\ddot{y} + c\dot{y} + Ky = p(t) - M\ddot{x}_o} \qquad (3)$$

DIVIDIENDO ENTRE M AMBOS MIEMBROS DE LA EC. 3:

$$\ddot{y} + \frac{C}{M}\dot{y} + \frac{K}{M}y = \frac{p(t)}{M} - \ddot{x}_o$$

SI $\frac{C}{M} = 2h$, y $\frac{K}{M} = \omega^2$, DONDE ω = FRECUENCIA CIRCULAR NATURAL, EN RAD/SEG:

$$\boxed{\ddot{y} + 2h\dot{y} + \omega^2 y = \frac{p(t)}{M} - \ddot{x}_o} \qquad (4)$$

CUANDO SE TIENEN EXCITACIONES EN EL SISTEMA SE TRATA DE UN PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS; EN CASO CONTRARIO EL PROBLEMA ES DE VIBRACIONES LIBRES.

VIBRACIONES LIBRES

EN ESTE CASO LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO RESULTA SER

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + \omega^2 y = 0$$

CUYA SOLUCION ES

$$y(t) = e^{-ht}(C_1 \text{ sen } \omega' t + C_2 \cos \omega' t) \qquad (5)$$

DONDE $\omega' = \sqrt{\omega^2 - h^2}$ = FRECUENCIA CIRCULAR NATURAL AMORTIGUADA

Y C_1 Y C_2 SON <u>CONSTANTES QUE DEPENDEN DE LAS CONDICIONES INICIALES</u>

(EN $t=0$) DE DESPLAZAMIENTO Y VELOCIDAD QUE TENGA LA MASA DEL SISTEMA.

ESTAS RESULTAN SER

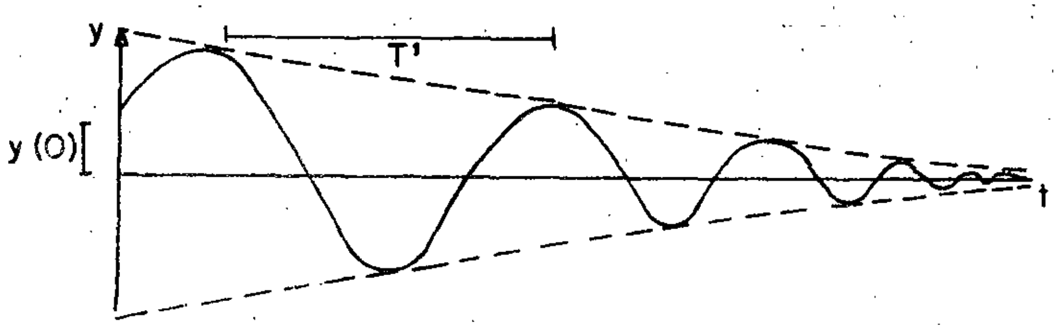
$$\boxed{C_1 = \frac{\dot{y}(0) + hy(0)}{\omega'}} \quad \text{Y} \quad \boxed{C_2 = y(0)} \qquad (6)$$

LA EC (5) SE PUEDE ESCRIBIR TAMBIEN COMO:

$$y(t) = Ae^{-ht}\cos(\omega't - \theta) \qquad (7)$$

DONDE $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ Y $\theta = \tan^{-1}\dfrac{C_1}{C_2}$ = ANGULO DE FASE

LA GRAFICA DE LA EC (7) ES



$T' = \dfrac{2\pi}{\omega'}$ = PERIODO NATURAL AMORTIGUADO, SEG

$f' = \dfrac{1}{T'}$ = FRECUENCIA NATURAL AMORTIGUADA, cps

VEAMOS EL CASO ESPECIAL DE LA EC. (5) EN QUE $h\to\omega$. EN TAL CASO, $\omega' = \sqrt{\omega^2 - h^2}\to 0$, $\cos\omega't\to 1$ Y $\operatorname{sen}\omega't\to\omega't$, CON LO CUAL LA EC. (5) SE REDUCE A

$$y(t) = e^{-\omega t}\{[(\dot{y}(0) + hy(0))/\omega'](\omega't) + y(0)\}$$

$$= e^{-\omega t}[\dot{y}(0)t + (1 + \omega t)y(0)]$$

$$\omega' = \omega\sqrt{1 - 0.01} = 0.995\omega$$

OTRA FORMA DE MEDIR EL GRADO DE AMORTIGUAMIENTO QUE TIENE UNA ESTRUCTURA ES MEDIANTE EL DECREMENTO LOGARITMICO, EL CUAL SE DEFINE COMO EL LOGARITMO DEL COCIENTE DE DOS AMPLITUDES CONSECUTIVAS

$$L = \ln \frac{y(t)}{y(t + T')} = \ln \frac{Ae^{-ht}\cos(\omega' t-\theta)}{Ae^{-h(t+T')}\cos[\omega'(t+T')-\theta]}$$

$$= \ln\left\{\frac{e^{-ht}}{e^{-h(t+T')}} \frac{\cos(\omega' t - \theta)}{\cos(\omega' t + \omega' T'-\theta)}\right\}$$

$$= \ln\left\{\frac{e^{-ht}}{e^{-ht}\, e^{-hT'}} \frac{\cos(\omega' t - \theta)}{\cos(\omega' t - \theta + 2\pi)}\right\}$$

$$= \ln e^{+hT'} = hT' = \zeta\omega T' = \zeta\omega \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}$$

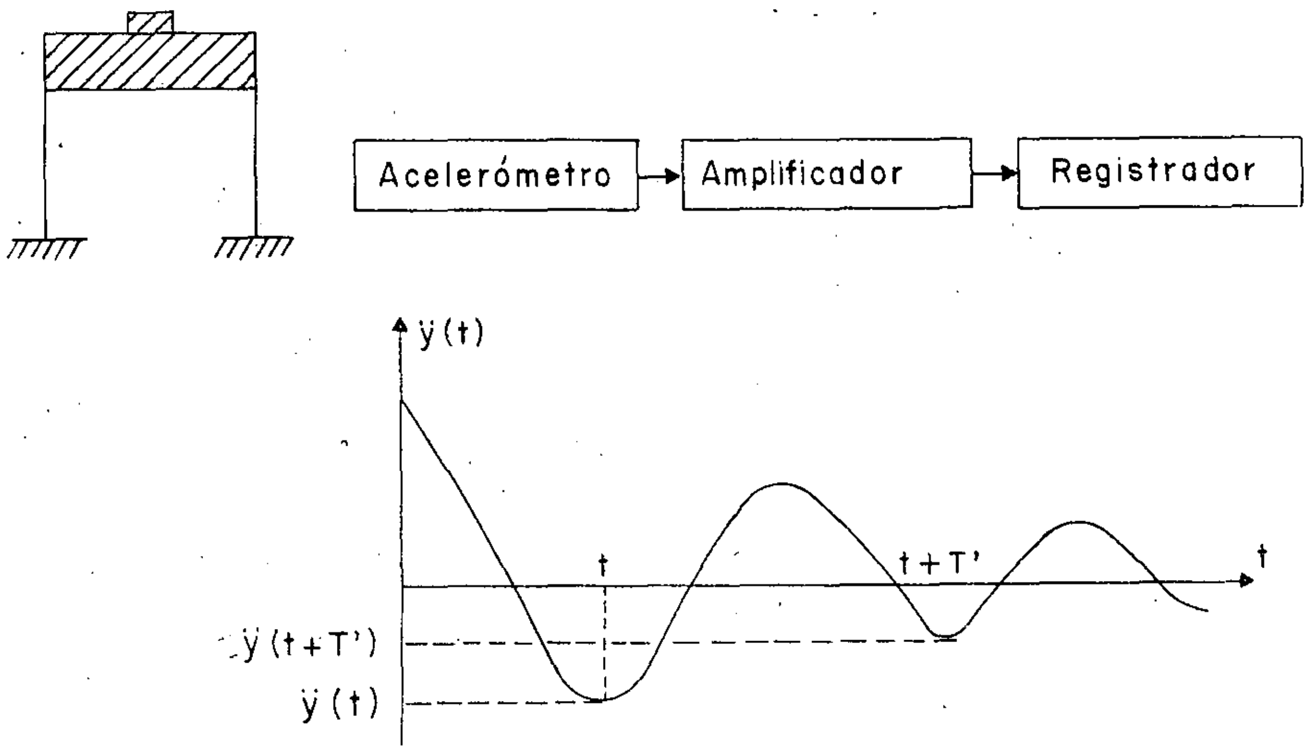
$$\boxed{L = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \qquad (10)$$

SI ζ ES PEQUEÑO,

$$\boxed{L \doteq 2\pi\zeta} \qquad (11)$$

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE ζ EN ESTRUCTURAS REALES O EN MODELOS

SI SE REALIZA UN EXPERIMENTO EN EL CUAL SE SACA A LA ESTRUCTURA DE SU POSICION SE SACA A LA ESTRUCTURA DE SU POSICION DE EQUILIBRIO ESTATICO Y SE DEJA VIBRANDO LIBREMENTE, EL REGISTRO DE LAS ACELERACIONES QUE SE REGISTREN EN LA MASA TENDRA LA MISMA FORMA QUE LA GRAFICA DE LA EC. 7.

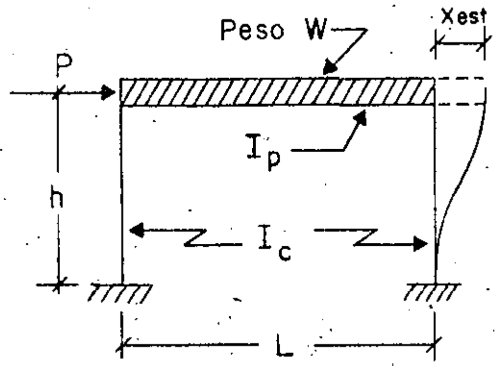


SI DE DICHO REGISTRO SE MIDEN $\ddot{y}(t + T')$ y $\ddot{y}(t)$ SE PUEDE OBTENER L Y, DE LA EC. (11), DESPEJAR A ζ

$$\zeta = \frac{L}{2\pi}$$

EJEMPLO

CALCULAR EL PERIODO NATURAL DE VIBRACION DE LA ESTRUCTURA MOSTRADA EN LA SIGUIENTE FIGURA:



P = carga estática

$$K = \frac{P}{X_{est}}$$

X_{est} = desplazamiento producido por P

I_c = momento de inercia de las columnas

I_p = momento de inercia del sistema de piso

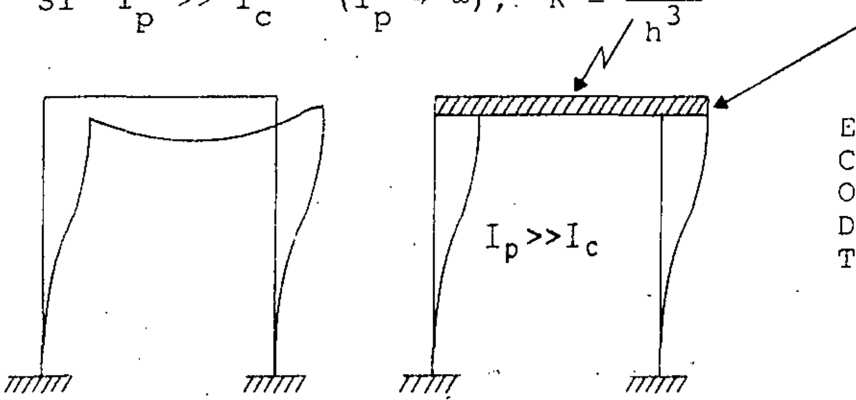
MEDIANTE EL ANALISIS ESTATICO DEL MARCO SE ENCUENTRA QUE

$$X_{est} = \frac{Ph^3}{6EI_c}\;\frac{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}}{6 + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}} \quad \Rightarrow K = \frac{6EI}{h^3}\;\frac{6 + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}}{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}}$$

$$\text{Período natural} = T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{W}{gK}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Wh^3}{g6EI}\;\frac{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}}{6 + \frac{I_c}{I_p}\frac{L}{h}}}\;,\ \text{en seg}$$

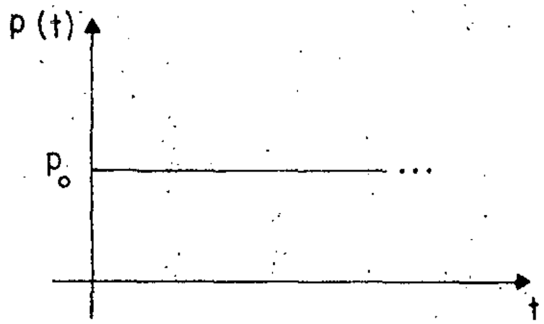
Si $I_p >> I_c$ $(I_p \to \infty)$, $K = \frac{24EI}{h^3}$



ESTRUCTURA DE CORTANTE: CUANDO LAS DEFORMACIONES OCURREN PRINCIPALMENTE DEBIDO A LA FUERZA CORTANTE DE ENTREPISO.

EJEMPLO

CALCULAR LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD SUJETO A LA SIGUIENTE EXCITACION, CON $C = 0$:



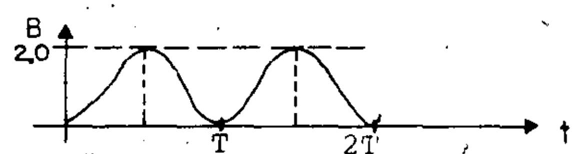
$$m\ddot{x} + kx = p_o$$

$$x = C_1 \operatorname{sen}\omega t + C_2 \cos\omega t + p_o/k$$

SI EN $t = 0$, $x = 0$ Y $\dot{x} = 0$:

$$C_2 = -p_o/k \quad Y \quad C_1 = 0$$

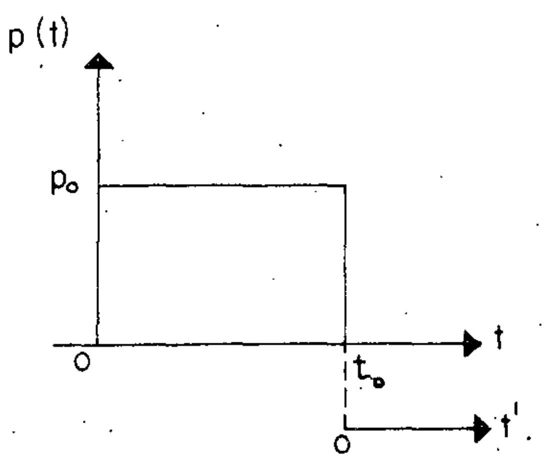
$$\therefore \quad x = \frac{p_o}{k}(1 - \cos\omega t);$$



$$B = \text{FACTOR DE AMPLIFICACION DINAMICA} = \frac{x}{\left(\frac{p_o}{k}\right)} = (1 - \cos\omega t)$$

$B_{MAX} = 2$, EN $t = T/2, 3T/2 \ldots$

AHORA, SI LA EXCITACION ES DE DURACION t_o



SI $t < t_o$:

$$x = \frac{p_o}{k}(1 - \cos\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{\omega p_o}{k} \operatorname{sen}\omega t$$

EN $t = t_o$:

$$\left.\begin{aligned} x(t_o) &= \frac{p_o}{k}(1 - \cos\omega t_o) \\ \dot{x}(t_o) &= \frac{\omega p_o}{k} \operatorname{sen}\omega t_o \end{aligned}\right\} \text{CONDICIONES INICIALES PARA } t > t_o$$

SI $t>t_o$, $x = A\cos\omega t' + B\,\mathrm{sen}\,\omega t'$, CON $t' = t - t_o$

EN $t' = 0$ ($t = t_o$), SE DEBEN CUMPLIR LAS CONDICIONES INICIALES ANTERIORES, LO CUAL CONDUCE A

$$A = \frac{p_o}{k}(1 - \cos\omega t_o) \quad \text{Y} \quad B = \frac{p_o}{k}\,\mathrm{sen}\,\omega t_o$$

POR LO QUE $x = \frac{p_o}{k}(1 - \cos\omega t_o)\cos\omega t' + \frac{p_o}{k}\,\mathrm{sen}\,\omega t_o\,\mathrm{sen}\,\omega t'$

$$= \frac{p_o}{k}\sqrt{(1 - \cos\omega t_o)^2 + \mathrm{sen}^2\omega t_o}\;\mathrm{sen}(\omega t' - \theta)$$

O

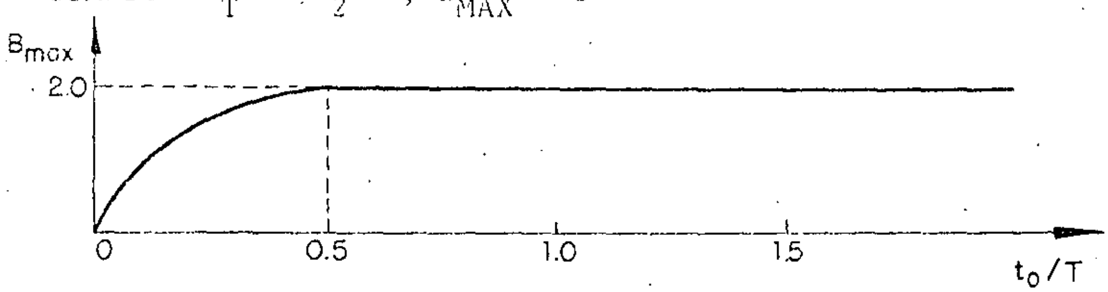
$$x = \frac{p_o}{k}\sqrt{2(1 - \cos t_o)}\;\mathrm{sen}(\omega t' - \theta)$$

$$= \frac{p_o}{k}\underbrace{\left(2\,\mathrm{sen}\frac{\omega t_o}{2}\right)\mathrm{sen}(\omega t' - \theta)}$$

B= FACTOR DE AMPLIFICACION

$$B_{MAX} = 2\,\mathrm{sen}\frac{\omega t_o}{2} = 2\,\mathrm{sen}\left(\pi\frac{t_o}{T}\right)$$

CUANDO $\frac{\pi t_o}{T} = \frac{\pi}{2}$, $B_{MAX} = 2$



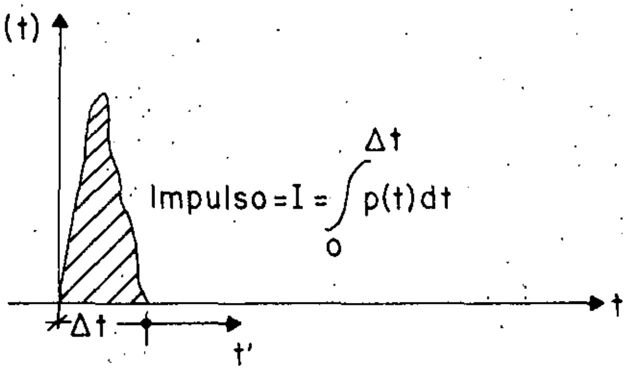
EL MAXIMO OCURRE DESPUES DE LA EXCITACION | EL MAXIMO OCURRE DURANTE LA EXCITACION

SI t_o/T ES MUY PEQUEÑO, $\mathrm{sen}\frac{\pi t_o}{T} = \pi t_o/T$

$$Y\ x_{MAX} = \frac{2p_o}{k}\frac{\pi t_o}{T} = \frac{2p_o}{m\frac{k}{m}}\frac{\omega t_o}{2} = \frac{p_o t_o}{m\omega} = \frac{I}{m\omega}$$

EN DONDE $I = p_o t_o$ = AREA BAJO LA EXCITACION

EJEMPLO: EXCITACION DADA POR UN IMPULSO.-SEA UN IMPULSO APLICADO DURANTE UN INTERVALO DE TIEMPO Δt MUY PEQUEÑO, TAL QUE $\Delta t/T << 1$:



POR EL PRINCIPIO IMPULSO - MOMENTO SE TIENE QUE

$$I = \int_0^{\Delta t} p(t)dt = m\dot{x} \qquad \Rightarrow \dot{x} = I/m$$

EN DONDE $\dot{x}$ ES LA VELOCIDAD QUE EL IMPULSO LE IMPRIME A LA MASA DEL SISTEMA. DESPUES DE Δt EL SISTEMA QUEDA VIBRANDO LIBREMENTE CON VELOCIDAD INICIAL $\dot{x}(0) = \frac{I}{m}$, MIDIENDO EL TIEMPO EN LA ESCALA DE t', Y CON DESPLAZAMIENTO INICIAL QUE PUEDE CONSIDERARSE NULO, DEBIDO A QUE EN EL CORTO INTERVALO DE TIEMPO Δt LA MASA ADQUIERE UN DESPLAZAMIENTO DE MAGNITUD DESPRECIABLE. EN TAL CASO LA RESPUESTA RESULTA SER

$$x(t') = \frac{\dot{x}(o)}{\omega}\,\mathrm{sen}\,\omega t' = \frac{I}{m\omega}\mathrm{sen}\,\omega t'$$

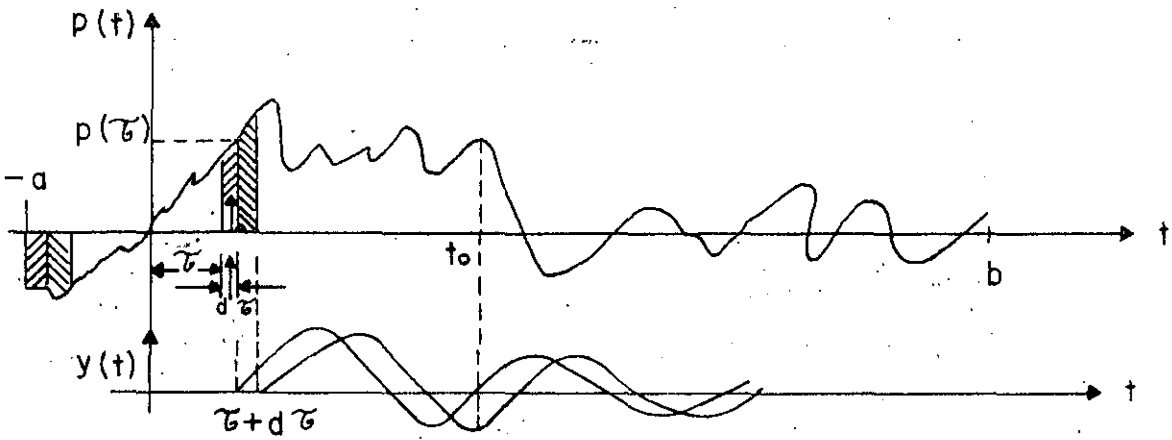
SI EL SISTEMA TIENE AMORTIGUAMIENTO,

$$x(t') = \frac{I}{m\omega}\ e^{-\zeta\omega t'}\ \mathrm{sen}\,\omega' t'$$

SOLUCION AL PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS

A. FUERZA EXTERNA

VEAMOS PRIMERO EL CASO EN QUE EXISTE p(t) Y QUE $\ddot{x}_o(t) = 0$, SIENDO p(t) ARBITRARIA



[PU]ESTO QUE $d\tau \ll T$, LA FUERZA APLICADA EN $t=\tau$ PRODUCIRA UN INCREMENTO INSTANTANEO EN LA VELOCIDAD DE LA MASA IGUAL A

$$\dot{y} = \frac{p(\tau)\,d\tau}{M}$$

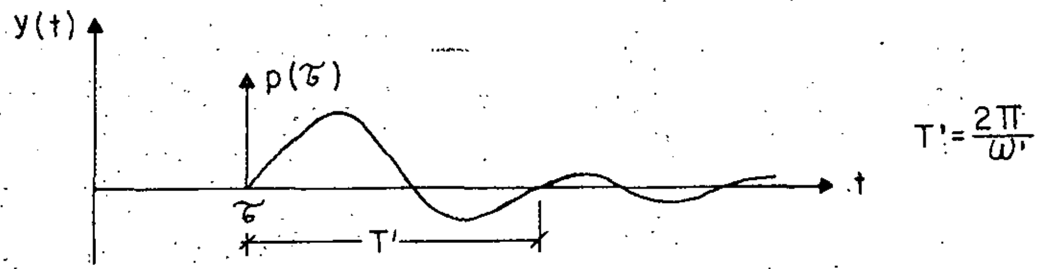
Y UN INCREMENTO INSTANTANEO NULO EN EL DESPLAZAMIENTO, ES DECIR, y=0. TOMANDO ESTOS INCREMENTOS COMO CONDICIONES INICIALES EN $t=\tau$, LA EC. 5 DA COMO RESULTADO

$$y(t) = \frac{p(\tau)\,d\tau}{M\omega'} \text{ sen } \omega'(t-\tau)\, e^{-h(t-\tau)} \quad ; \quad t \geq \tau$$

PUESTO QUE EL SISTEMA ES LINEAL ES POSIBLE SUPERPONER LOS EFECTOS OCASIONADOS POR LOS IMPULSOS APLICADOS EN CADA τ QUE HAYAN OCURRIDO [A]NTES DEL INSTANTE t DE INTERES; ES DECIR,

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{M\omega'} \int_{-\infty}^{t} p(\tau)e^{-h(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega'(t-\tau)\,d\tau} \qquad (12)$$

LA FUNCION $\frac{1}{M\omega'} e^{-h(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega'(t-\tau)$,QUE ES LA RESPUESTA A UN IMPULSO INSTANTANEO UNITARIO DE FUERZA, SE LE CONOCE COMO *FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA.*



LA SOLUCION DADA EN LA EC. (12) SE DENOMINA INTEGRAL DE DUHAMEL. ESTA CONSTITUYE LA SOLUCION PARTICULAR DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO; LA SOLUCION GENERAL ES:

$$\boxed{y(t) = Ae^{-ht} \cos(\omega' t-\theta) + \frac{1}{M\omega'} \int_{-\infty}^{t} p(\tau)e^{-h(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega'(t-\tau)\,d\tau}$$

EN DONDE A y θ DEPENDEN DE LAS CONDICIONES INICIALES DE DESPLAZAMIENTO Y VELOCIDAD, $y(0)$ Y $\dot{y}(0)$, RESPECTIVAMENTE. EN GENERAL LA PARTE DE LA RESPUESTA DADA POR LA SOLUCION PARTICULAR ES LA MAS IMPORTANTE, YA QUE LA OTRA PARTE SE AMORTIGUA RAPIDAMENTE.

B. MOVIMIENTO DEL SUELO

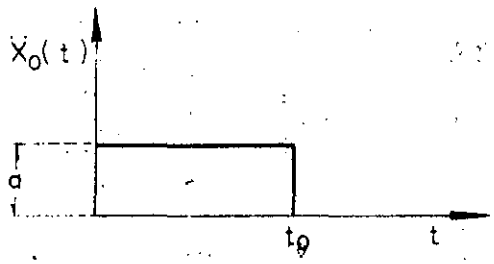
PARA ESCRIBIR LA SOLUCION PARTICULAR DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO PARA EL CASO DE VIBRACION FORZADA POR MOVIMIENTO DE LA BASE DE LA ESTRUCTURA, BASTA CAMBIAR $p(\tau)/M$ DE LA EC. (12) POR $-\ddot{x}_o$, YA QUE EN DICHA ECUACION APARECE EN EL MIEMBRO DERECHO $p(t)/M$ CUANDO LA EXCITACION ES $P(t)$ Y APARECE $-\ddot{x}_o$ CUANDO LA EXCITACION ES POR MOVIMIENTO DEL SUELO. EN ESTE CASO

SOLUCION PARTICULAR ES, ENTONCES

$$\boxed{y(t) = \frac{-1}{\omega'} \int_{-\infty}^{t} \ddot{x}_o(\tau) e^{-h(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega'(t-\tau)d\tau} \qquad (14)$$

EJEMPLO

CALCULAR LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD CON AMORTIGUAMIENTO NULO, CUANDO LA EXCITACION ES LA SIGUIENTE:



$$\zeta = 0$$

$$\ddot{x}_o(t) = a, \text{ SI } 0 \leq t \leq t_o$$

$$\ddot{x}_o(t) = 0, \text{ SI } t<0 \text{ Ó } t>t_o$$

CONSIDERESE QUE $y(0)=0$ Y $\dot{y}(0)=0$. PUESTO QUE LAS CONDICIONES INICIALES SON NULAS SE TIENE QUE A=0 (UTILIZANDO LA EC. (13) Y LA SOLUCION PARTICULAR QUE SIGUE, EC. (A)):

$$y(t) = \frac{-1}{\omega} \int_{-\infty}^{t} a \operatorname{sen}\omega(t-\tau)d\tau = \frac{-a}{\omega} \int_{0}^{t} \operatorname{sen} \omega(t-\tau)d\tau$$

$$= \frac{-a}{\omega^2} (1- \cos\omega t) \qquad \text{SI} \quad 0 \leq t \leq t_o \qquad (A)$$

PARA FINES DE DISEÑO ESTRUCTURAL ES IMPORTANTE CONOCER LA RESPUESTA MAXIMA; ESTA OCURRE CUANDO $\cos\omega t = -1$, O SEA, CUANDO

$$\omega t = \pi \quad \text{O} \quad t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2}$$

Y VALE

$$\text{MAX } \{[y(t)]\} = \frac{2a}{\omega^2} = \frac{a}{2\pi^2} T^2, \quad \text{SI} \quad 0 \leq \frac{T}{2} \leq t_o \quad \text{O} \quad 0 \leq T \leq 2t_o$$

PARA $t>t_o$, O SEA, PARA $T/2>t_o$ ES NECESARIO OBTENER LA RESPUESTA EN VIBRACION LIBRE CON LAS CONDICIONES INICIALES DE VELOCIDAD Y DESPLAZAMIENTO CORRESPONDIENTES A $t=t_o$:

$$y(t_o) = \frac{-a}{\omega^2}(1 - \cos\omega t_o) \ ; \quad \dot{y}(t_o) = \frac{-a}{\omega} \operatorname{sen}\omega t_o$$

APLICANDO LAS ECS. (5) Y (6) OBTENEMOS:

$$y(t) = \frac{-a}{\omega^2}\left[\operatorname{sen}\omega t_o \operatorname{sen}\omega t' - (1 - \cos\omega t_o)\cos\omega t'\right]$$

$$= \frac{-a}{\omega^2}\sqrt{\operatorname{sen}^2\omega t_o + (1 - \cos\omega t_o)^2} \operatorname{sen}(\omega t' - \emptyset)$$

$$y(t) = \frac{-2a}{\omega^2} \operatorname{sen}\frac{\omega t_o}{2} \operatorname{sen}(\omega t' - \emptyset)$$

DONDE $t' = t - t_o$ Y $\emptyset = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos\omega t_o}{\operatorname{sen}\omega t_o}\right)$

EL VALOR MAXIMO DE LA RESPUESTA EN ESTE INTERVALO ES

$$\text{MAX}\{[y(t)]\} = \frac{2a}{\omega^2}\left|\operatorname{sen}\frac{\omega t_o}{2}\right| , \quad \text{SI } t>t_o \quad \text{O} \quad T>2t_o$$

EXCITACION ARMONICA

CONSIDEREMOS AHORA EL CASO EN QUE LA ESTRUCTURA ES EXCITADA POR LA FUERZA ARMONICA

$$p(t) = p_o \operatorname{sen}\Omega t$$

DE DURACION INDEFINIDA.

LA SOLUCION DE ESTE PROBLEMA SE PUEDE ENCONTRAR SUSTITUYENDO A $p(t) = p_o \operatorname{sen}\Omega t$ EN LA INTEGRAL DE DUHAMEL Y OBTENIENDO SU SOLUCION. SIN EMBARGO, EL RESULTADO LO OBTENDREMOS DE LA CONSIDERACION DE QUE PARA QUE EL MIEMBRO DERECHO DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO APAREZCA UN TERMINO ARMONICO ES NECESARIO QUE EN EL IZQUIERDO SE TENGAN COMBINACIONES DE TERMINOS TAMBIEN ARMONICOS. CONSIDEREMOS, POR LO TANTO, LA SOLUCION

$$y(t) = A \operatorname{sen}\Omega t + B \cos\Omega t \tag{14}$$

Y DETERMINEMOS LOS VALORES QUE DEBEN TENER A Y B PARA SATISFACER LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO, PARA LO CUAL HAY QUE SUSTITUIR A $y(t)$, $\dot{y}(t)$ Y $\ddot{y}(t)$ EN LA ECUACION DIFERENCIAL. HACIENDO ESTO Y FACTORIZANDO:

$$(-A\Omega^2 - 2h\Omega B + \omega^2 A) \operatorname{sen}\Omega t +$$

$$(-B\Omega^2 + 2hA\Omega + \omega^2 B) \cos\Omega t = \frac{p_o}{M} \operatorname{sen}\Omega t + 0 \times \cos\Omega t$$

PARA QUE ESTA IGUALDAD SE CUMPLA SE REQUIERE QUE

$$-A\Omega^2 - 2h\Omega B + \omega^2 A = \frac{p_o}{M}$$

$$-B\Omega^2 + 2h\Omega A + \omega^2 B = 0$$

RESOLVIENDO ESTE SISTEMA DE ECUACIONES SE OBTIENE:

$$A = \frac{\frac{p_o}{M}(\Omega^2 - \omega^2)}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2\Omega^2}$$

$$B = \frac{-2h\Omega \frac{p_o}{M}}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2\Omega^2}$$

SUSTITUYENDO A Y B EN LA EC. (14'):

$$y(t) = \frac{\frac{p_o}{M}}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2\Omega^2}\{(\Omega^2 - \omega^2)\ \mathrm{sen}\,\Omega t - 2h\Omega \cos\Omega t\} \qquad (15)$$

O, TAMBIEN

$$y(t) = \frac{\frac{p_o}{M}}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2\Omega^2}}\ \mathrm{sen}(\Omega t - \emptyset) \qquad (16)$$

EN DONDE $\emptyset = \text{ANG TAN}\left(\frac{-B}{A}\right) = \text{TAN}^{-1}\frac{2h\Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$ = ANGULO DE FASE (17)

DIVIDIENDO NUMERADOR Y DENOMINADOR DE LAS ECS. (16) Y (17) ENTRE ω^2 SE OBTIENE:

$$\boxed{y(t) = \frac{\frac{p_o}{k}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}}\ \mathrm{sen}(\Omega t - \emptyset)} \qquad (18)$$

$$\boxed{\emptyset = \text{TAN}^{-1}\frac{2\zeta\frac{\Omega}{\omega}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}} \qquad (19)$$

SOLUCION GENERAL PARA EL CASO $\xi = 0$

$$y(t) = C_1 \text{ sen } \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{P_o}{M} \frac{\text{sen } \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2}$$

SI EL SISTEMA PARTE DEL REPOSO, LAS CONDICIONES INICIALES SON

$y(0) = 0$ y $\dot{y}(0) = 0$. EN ESTE CASO:

$$y(0) = 0 = C_1 \text{ sen } (\omega 0) + C_2 \cos (\omega 0) + \frac{P_o}{M} \frac{\text{sen } (\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

$$= 0 + C_2 + 0 = C_2 = 0$$

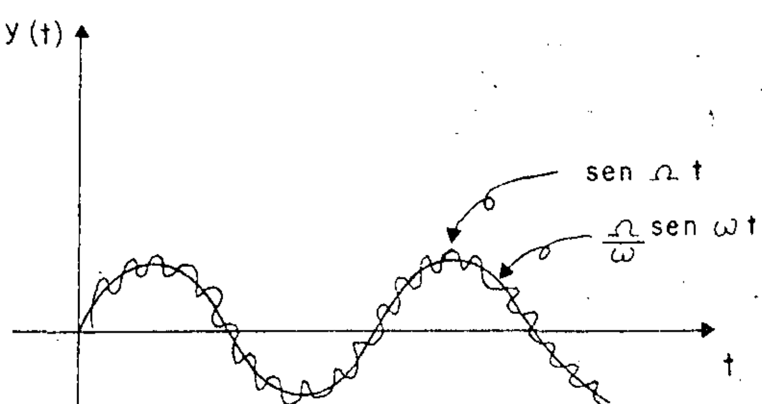
$$\dot{y}(0) = C_1 \omega \cos (\omega 0) - C_2 \omega \text{ sen } (\omega 0) + \frac{P_o \Omega}{M} \frac{\cos (\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

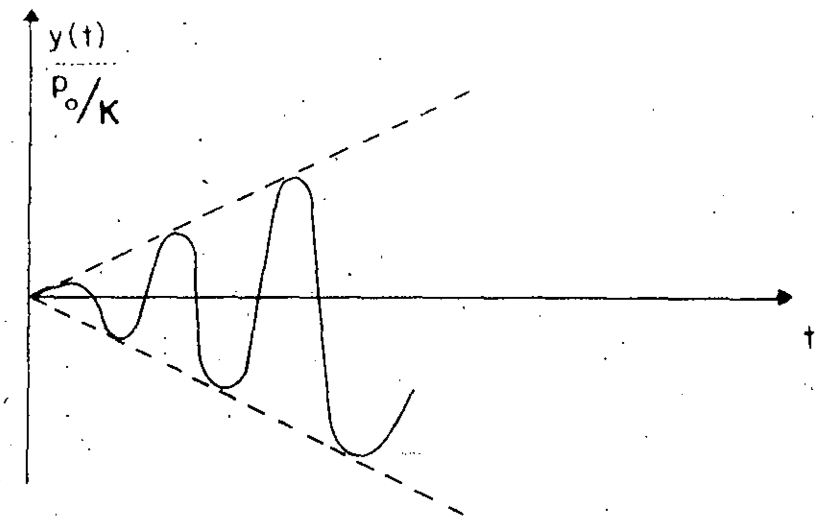
$$= C_1 \omega + \frac{P_o \Omega}{M} \frac{1}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

$$\therefore \quad C_1 = \frac{-P_o}{M} \frac{(\Omega/\omega)}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$$y(t) = \frac{P_o}{M} \left(\frac{\text{sen } \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2} - \frac{\Omega}{\omega} \frac{\text{sen } \omega t}{\omega^2 - \Omega^2} \right)$$

$$y(t) = \frac{(P_o/M)}{(1 - \omega^2/\Omega^2)} \left[\text{sen } \omega t - \frac{\Omega}{\omega} \text{ sen } \omega t \right] \tag{20'}$$





CARACTERISTICAS DINAMICAS DE LOS REGISTRADORES DE SISMOS.

SI LA ACELERACION DE LA BASE DE UN INSTRUMENTO ES ARMONICA, DADA POR LA ECUACION

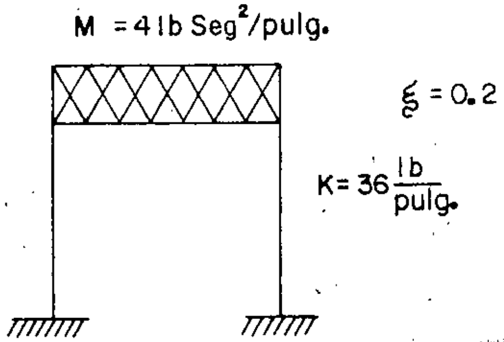
$$\ddot{x}_o(t) = a \operatorname{sen}\Omega t$$

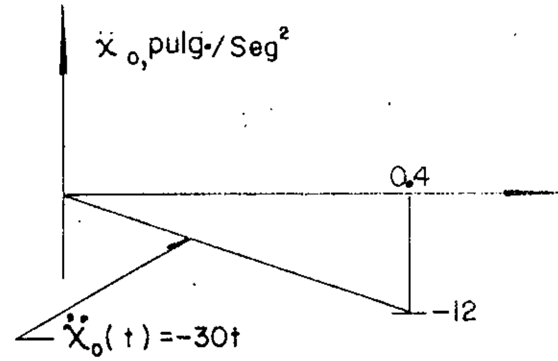
EL FACTOR DE AMPLIFICACION RESULTA SER

$$\bar{B}_d = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + (2\zeta\frac{\Omega}{\omega})^2}} \quad \frac{1}{\omega^2} = \frac{B_d}{\omega^2}$$

PUESTO QUE LA FIG I CORRESPONDE A B_d, Y EN ELLA SE OBSERVA QUE PARA $\zeta = 0.7$ SE TIENE $B_d = 1$ PARA $0 \leq \Omega/\omega \leq 0.6$, SE CONCLUYE QUE EL DESPLAZAMIENTO DE LA MASA DE UN SISTEMA ES PROPORCIONAL A LA ACELERACION DE SU BASE, SI ESTE TIENE AMORTIGUAMIENTO DEL 70% Y SI LAS EXCITACIONES QUE SE TRATAN DE REGISTRAR TIENEN FRECUENCIAS INFERIORES AL 60% DE LA FRECUENCIA NATURAL DEL SISTEMA. SI ESTO SE CUMPLE, EL APARATO RESULTA SER UN ACELEROMETRO.

EN INGENIERIA SISMICA LA MAXIMA FRECUENCIA DE INTERES ES DEL ORDEN DE 10 CPS (T = 0.1 SEG), POR LO QUE LOS ACELEROMETROS TIENEN FRECUENCIA NATURAL DE 16 A 20 CPS.





CALCULAR LA RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA APLICANDO EL METODO β DE NEWMARK

$$\omega = \sqrt{K/M} = \sqrt{36/4} = 3 \ \frac{RAD}{SEG}$$

$$h = \zeta\omega = 0.2 \times 3 = 0.6 \quad ; \quad T = \frac{2\pi}{3} = 2.09 \text{ SEG}$$

TOMAREMOS $\beta=0.2$ Y $\Delta t = 0.2$ ($\doteq$ o.1T) SUSTITUYENDO EN LAS ECS. (26), 27) y (28):

$$\dot y_{i+1} \doteq \dot y_i + 0.1\ (\ddot y_i + \ddot y_{i+1})$$

$$y_{i+1} \doteq y_i + 0.2\dot y_i + 0.012\ddot y_i + 0.008\ddot y_{i+1}$$

$$\ddot y_{i+1} = -1.2\dot y_{i+1} - 9y_{i+1} - (\ddot x_o)_{i+1}$$

EN t=0 SABEMOS QUE SE TIENE y=0, $\dot y=0$ Y $\ddot y=0$

EN t=0 + Δt = 0.2 SEG; SUPONGAMOS $\ddot y_{i+1}$ = 5.0 IN/SEG^2; $\ddot x_o = -6$

$y_i = 0$

$\dot y_i = 0$

1er CICLO

$$\dot{y}_{i+1} = 0 + 0.1\ (0 + 5) = 0.5 \quad ; \quad y_{i+1} = 0 + 0 + 0 + 0.008 \times 5 = 0.04$$

$$\ddot{y}_{i+1} = -1.2 \times 0.5 - 9 \times 0.04 - (-30 \times 0.2) = 5.04$$

2º CICLO

$$\dot{y}_{i+1} \doteq 0 + 0.1\ (0 + 5.04) = 0.504 \quad ; \quad y_{i+1} \doteq 0 + 0 + 0 + 0.008 \times 5.04 =$$

$$= 0.04032$$

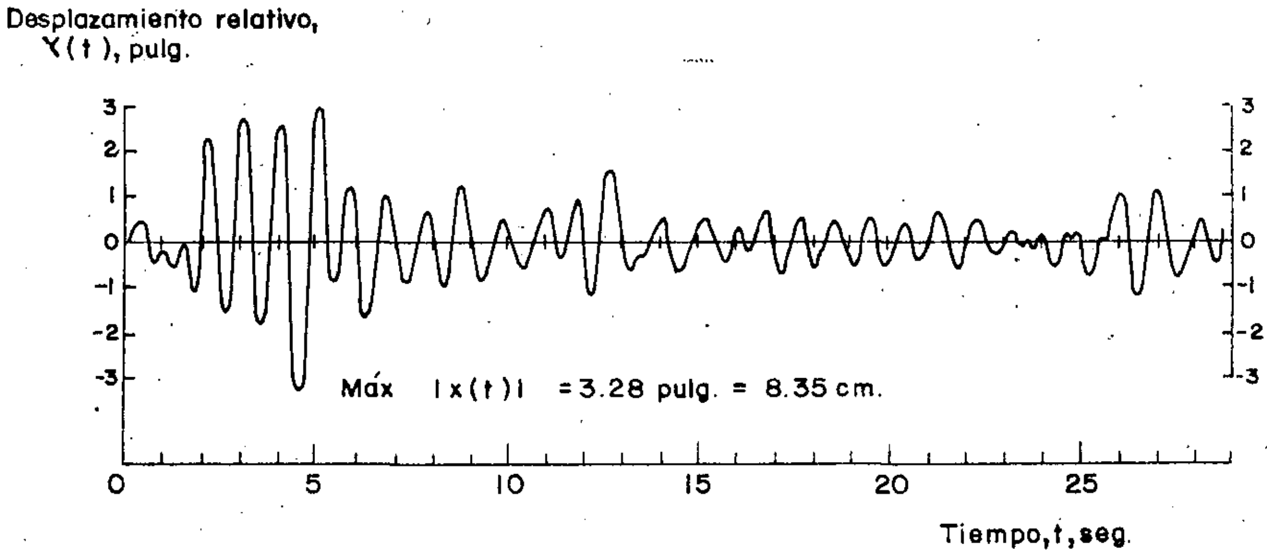
$$\ddot{y}_{i+1} = -1.2 \times 0.504 - 9 \times 0.4032 - (-6) = 5.033 \text{ IN/SEG}^2$$

ESTOS CALCULOS SE PUEDEN ORGANIZAR MEDIANTE UNA TABLA COMO LA SIGUIENTE:

t SEG	$\ddot{x}_o$ IN/SEG^2	$\ddot{y}$ ING/SEG^2	$\dot{y}$ ING/SEG	y IN
0	0	0	0	0
0.2	-6	5.0000 5.040 5.033 5.034	0.5000 0.5040 0.5033 0.5034	0.04000 0.04032 0.04026 0.04027
0.4^-	-12	8.0000 7.442 7.534 7.533	1.8078 1.7510 1.7602 1.7601	0.26536 0.26079 0.26163 0.26162
0.4^+	0	-4.467	1.7601	0.26162
0.6	0	-6.000 -5.464 -5.550 . . .	0.7134 0.7670 0.7584 . . .	0.51204 0.51633 0.51564 . . .

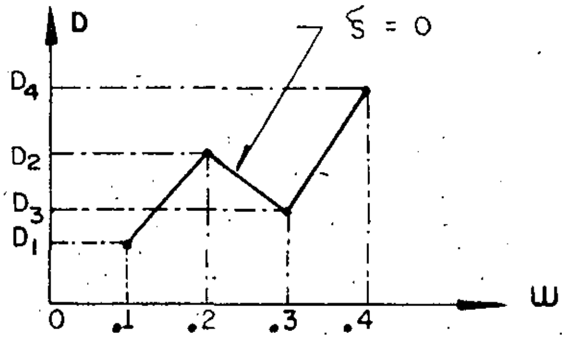
EN $t = 0.2 + \Delta t = 0.4$ SEG: $\ddot{x}_o = -30 \times 0.4 = -12$

$$\ddot{y}_i = 5.034, \quad \dot{y}_i = 0.5034, \quad y_i = 0.04027$$



Respuesta de un sistema amortiguado simple con $T_1 = 1.0$ seg y $\zeta = 0.10$, al sismo de El Centro, Cal., 1940, componente N-S

EN TAL CASO, LA GRAFICA



ES EL *ESPECTRO DE RESPUESTA DE DESPLAZAMIENTOS* PARA $\zeta = 0$. SI ESTE PROCESO DE REPITE FIJANDO OTROS VALORES DE ζ, POR EJEMPLO, $\zeta = 0.02$, 0.05, 0.1, 0.2, ETC, SE OBTENDRAN LOS ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS CORRESPONDIENTES.

DE MANERA ANALOGA SE PUEDEN OBTENER LOS ESPECTROS PARA OTROS TIPOS DE RESPUESTA, TALES COMO *VELOCIDAD RELATIVA*, *ACELERACION ABSOLUTA*, ETC, QUE SON, RESPECTIVAMENTE

$$V = \text{MAX}\left|\dot{y}(t)\right|_{\zeta,\omega} \quad ; \quad A = \text{MAX}\left|\ddot{X}(t)\right|_{\zeta,\omega} \tag{29}$$

PSEUDO - ESPECTROS

ESTADISTICAMENTE SE HA ENCONTRADO QUE

$$S_V = \omega D \doteq V \tag{30}$$

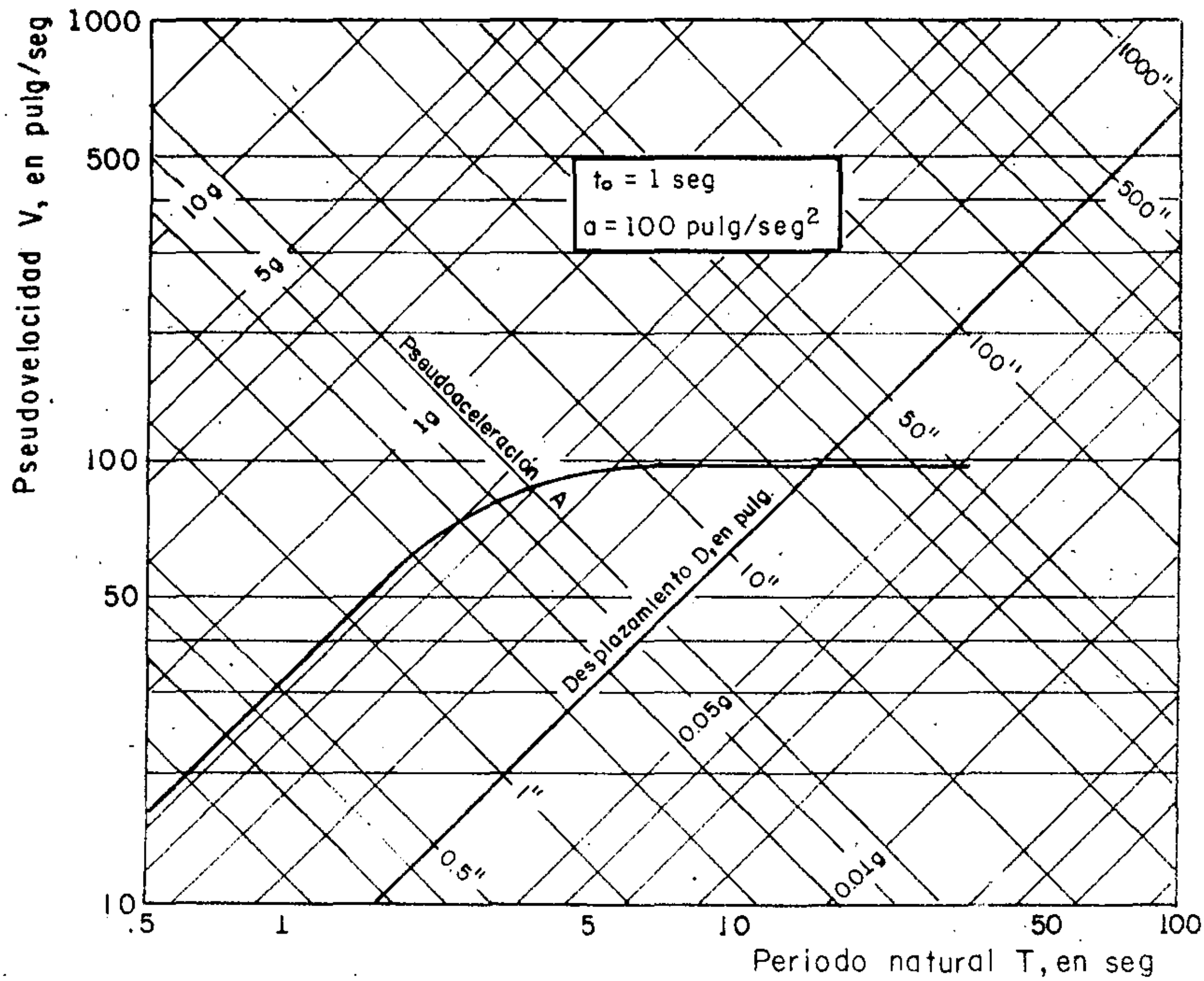
$$S_A = \omega^2 D \doteq A \doteq \omega V \tag{31}$$

A S_V Y S_A SE LES LLAMA *PSEUDOESPECTROS*.

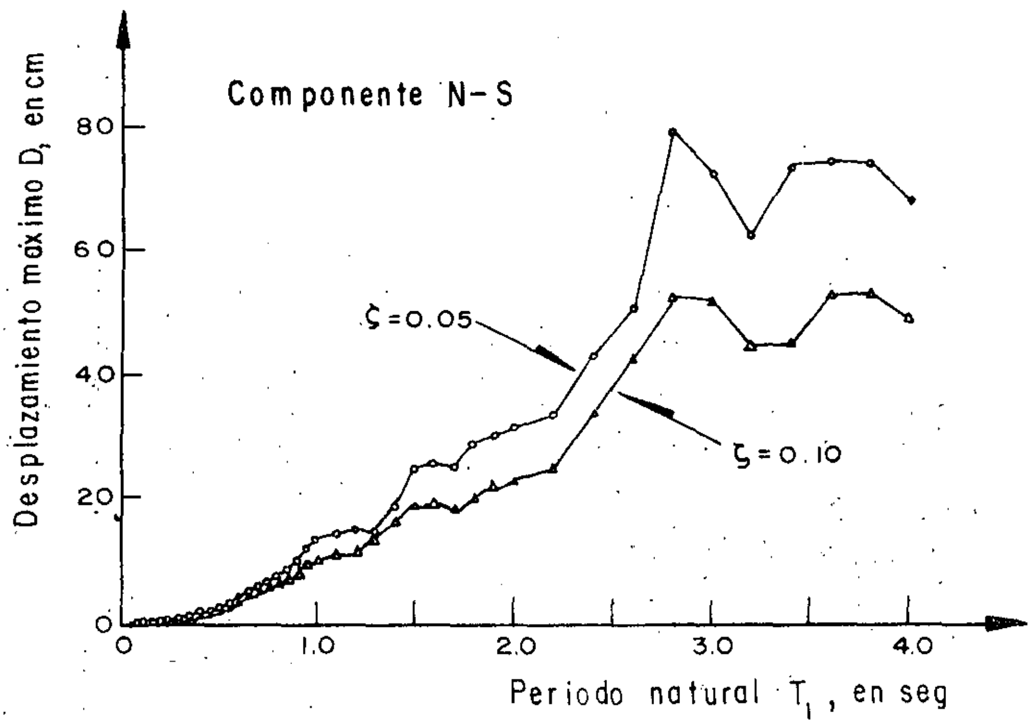
DE LA EC. (30): $\log D = \log V - \log \omega = \log V + \log T - \log 2\pi$

DE LA EC. (31): $\log A = \log V + \log \omega = \log V - \log T + \log 2\pi$

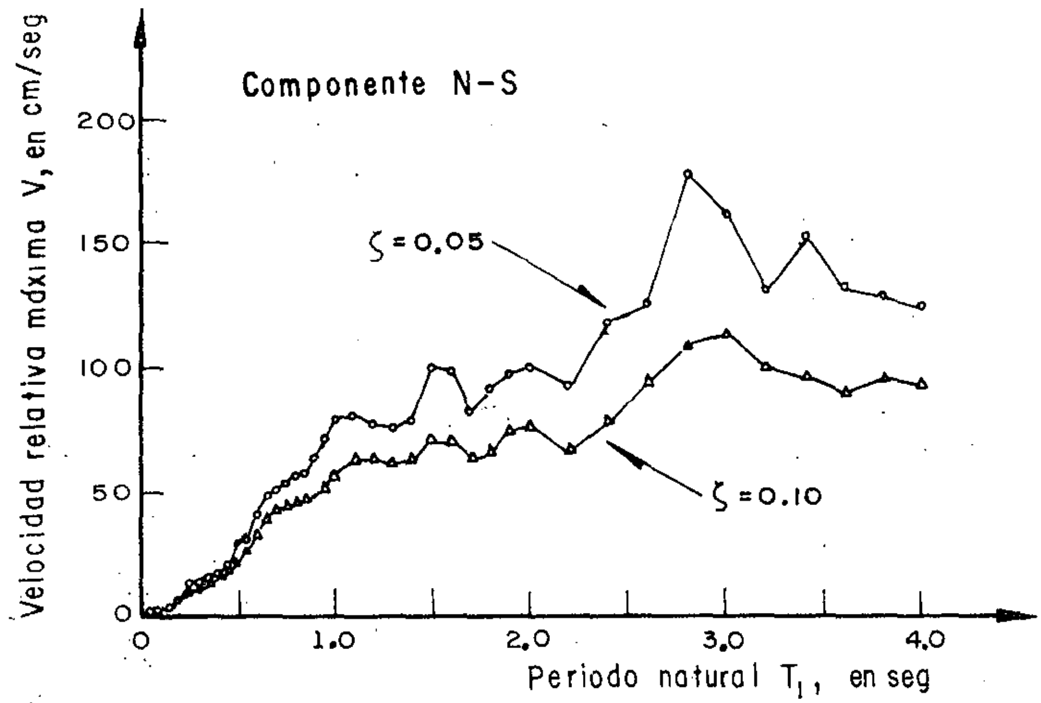
ESTAS ECUACIONES CORRESPONDEN A LINEAS RECTAS EN PAPEL LOGARITMICO; LA PRIMERA CON PENDIENTE -1 Y LA SEGUNDA CON PENDIENTE +1, SI SE USA ω COMO VARIABLE INDEPENDIENTE; SI SE USA T, LA PRIMERA TENDRA PENDIENTE + 1, Y LA SEGUNDA, -1.

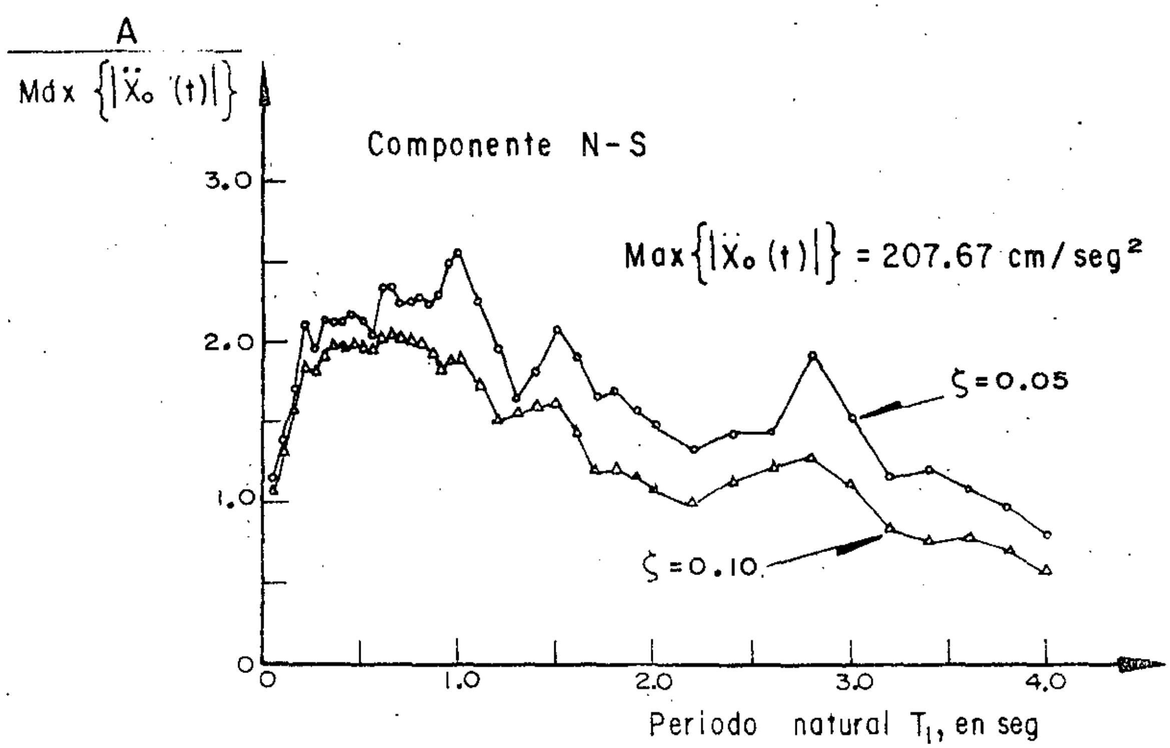


Espectro no amortiguado correspondiente a un pulso rectangular de aceleraciones. Según N. Newmark y E. Rosenblueth, ref 1

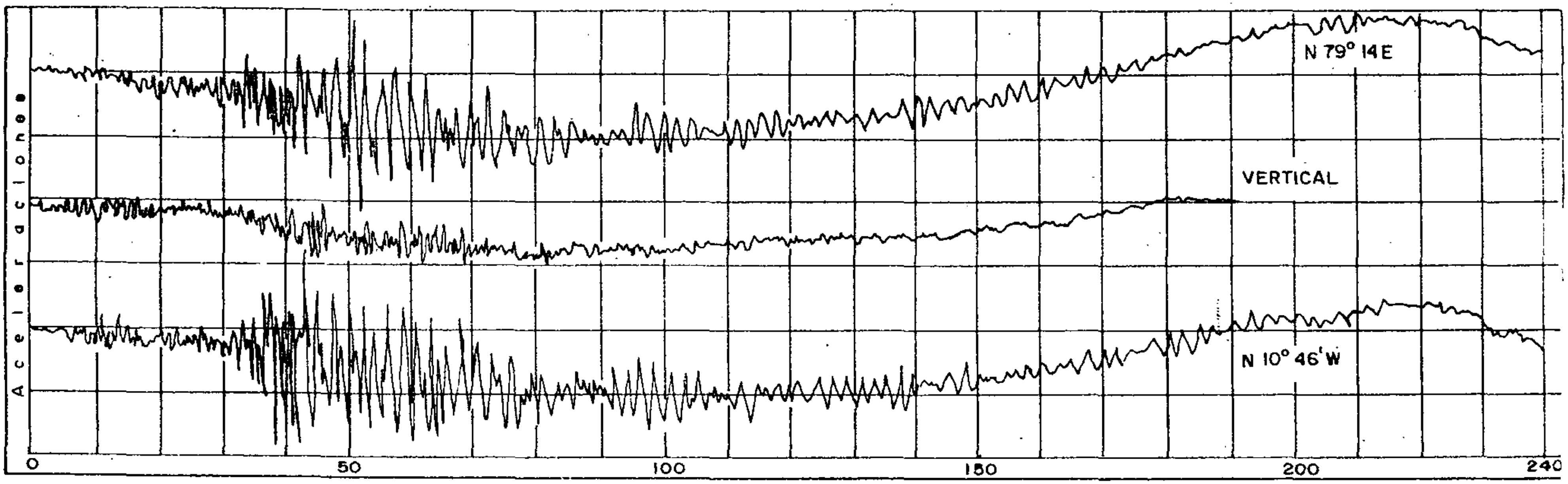


Espectro de desplazamientos. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H. Tsuchida, E. Kurata y K. Sudo, ref 4





Espectros de velocidades y de aceleraciones.. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H. Tsuchida, E. Kurata y K. Sudo, ref. 4



Acelerogramas originales del sismo registrado el
11-V-1962, en la ALAMEDA CENTRAL, Mex. D.F.
(Tomada de la ref 2)

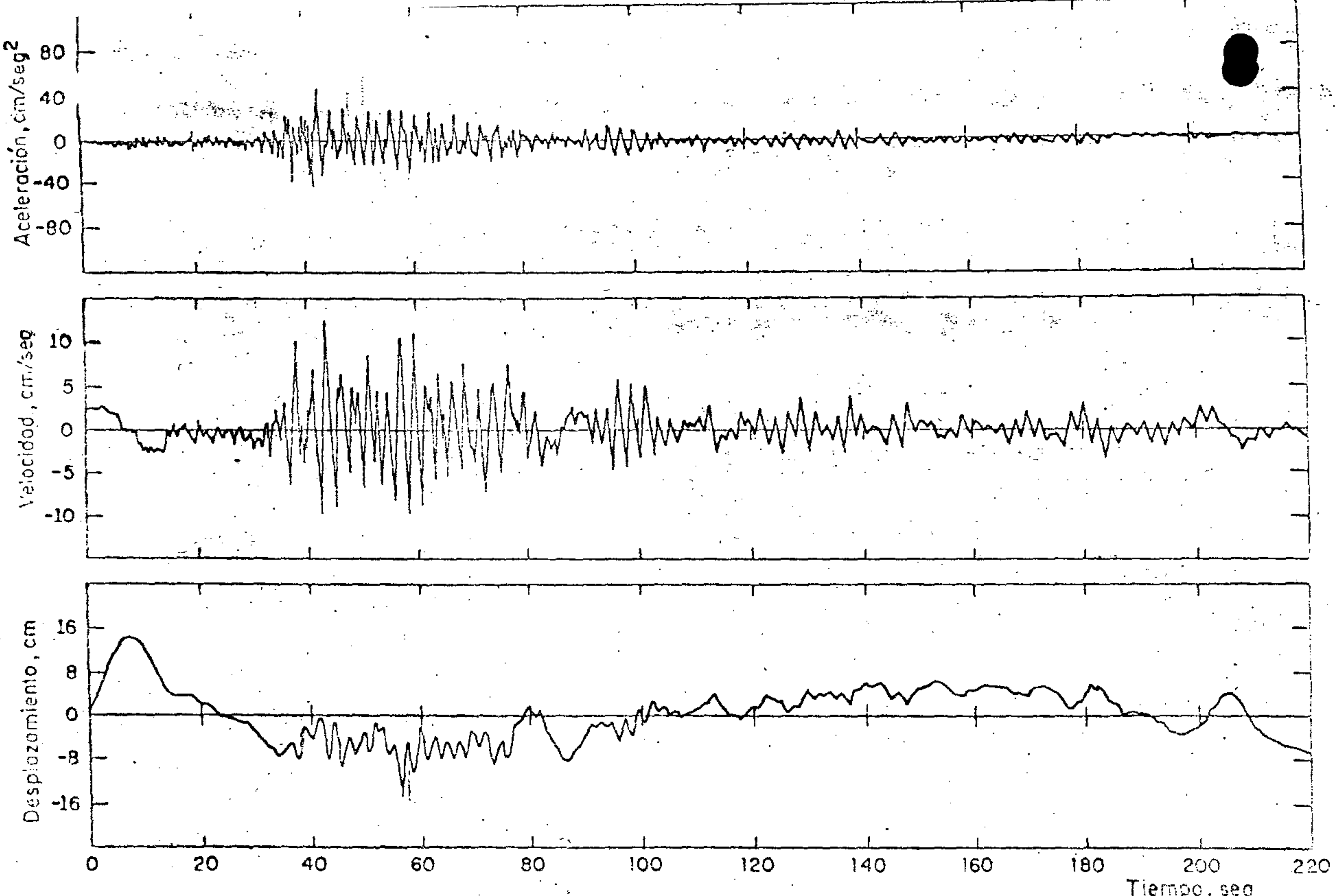


 Fig 7 Movimiento del terreno. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

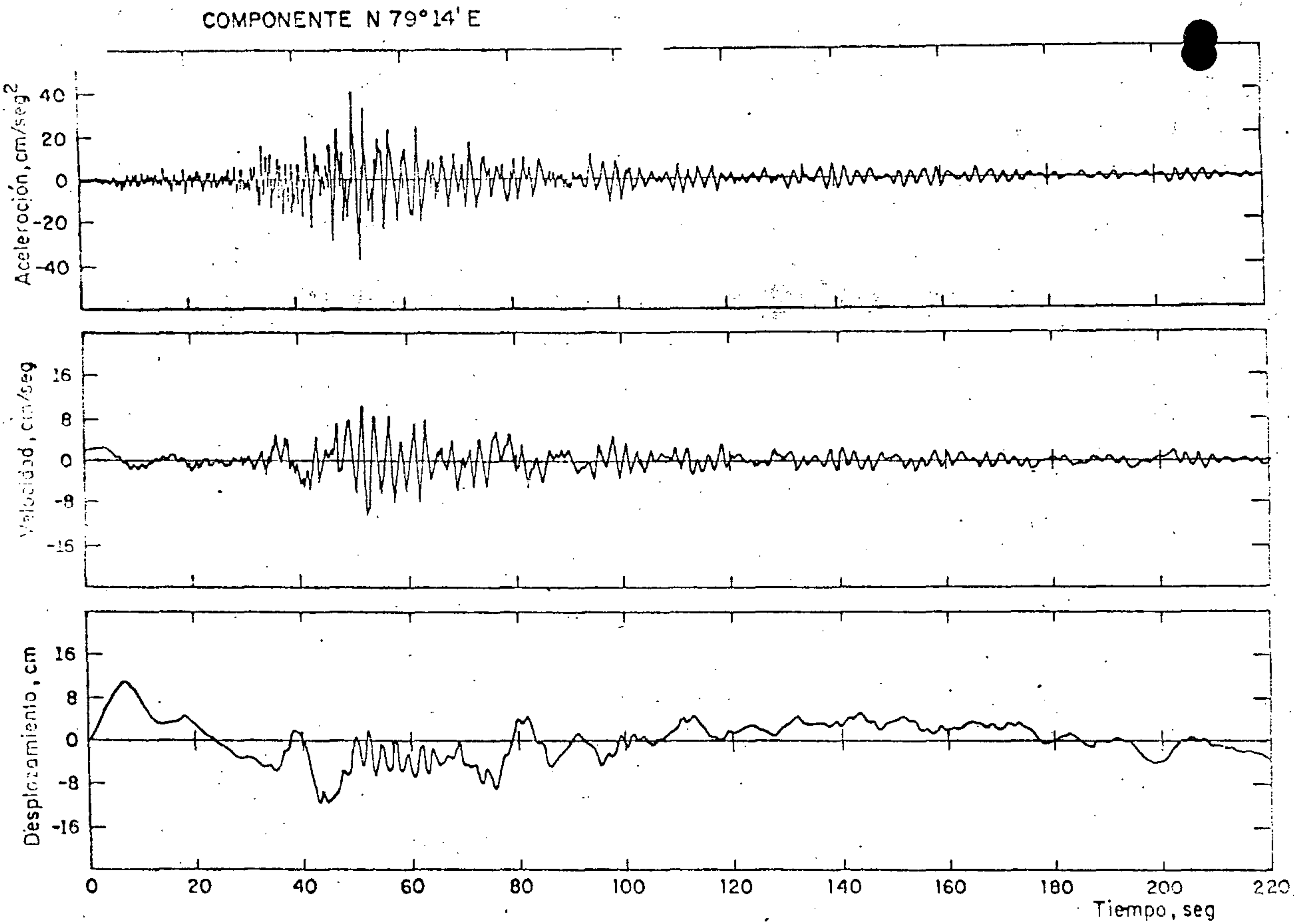


Fig 8 Movimiento del terreno. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

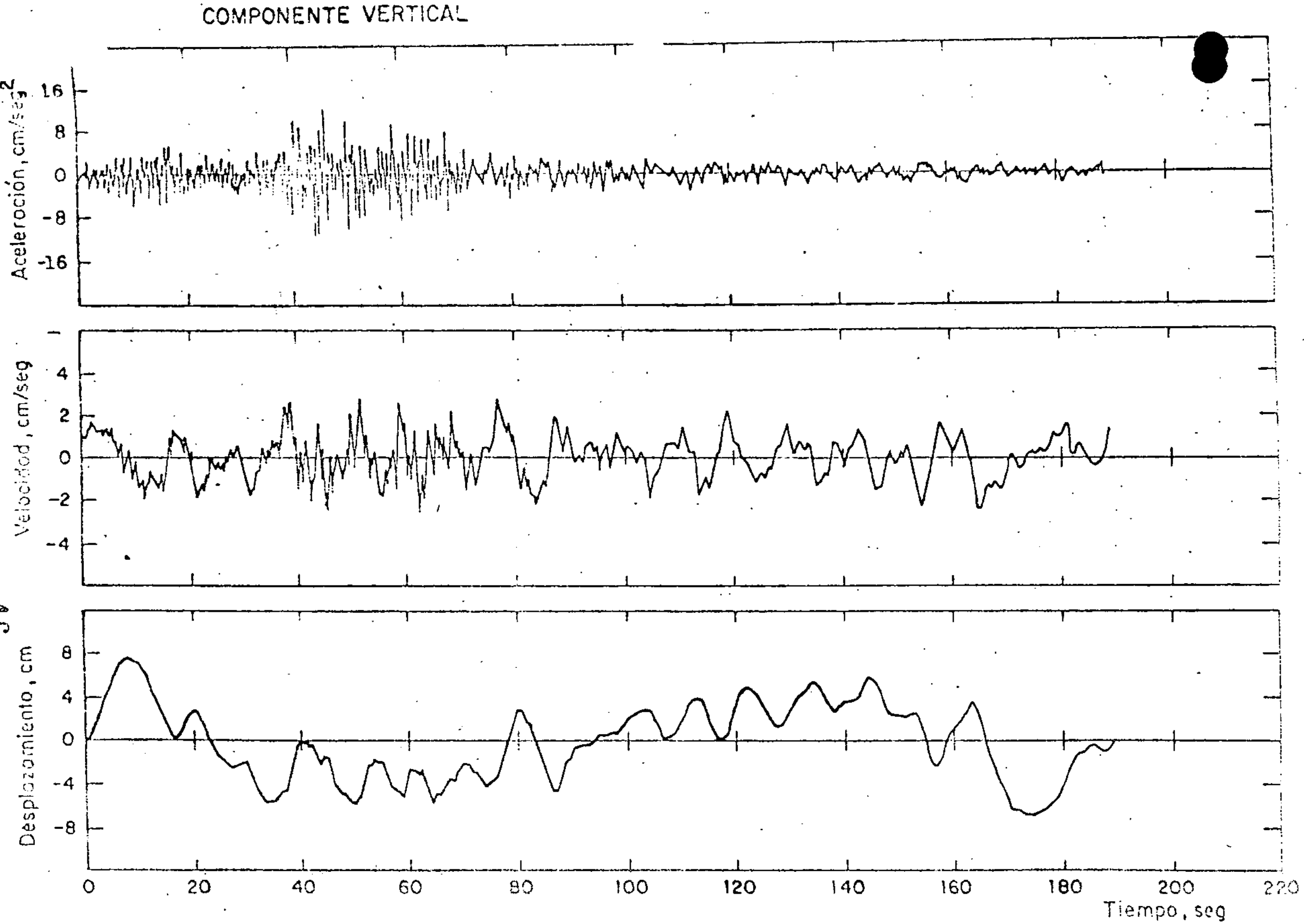


Fig 9 Movimiento del terreno. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

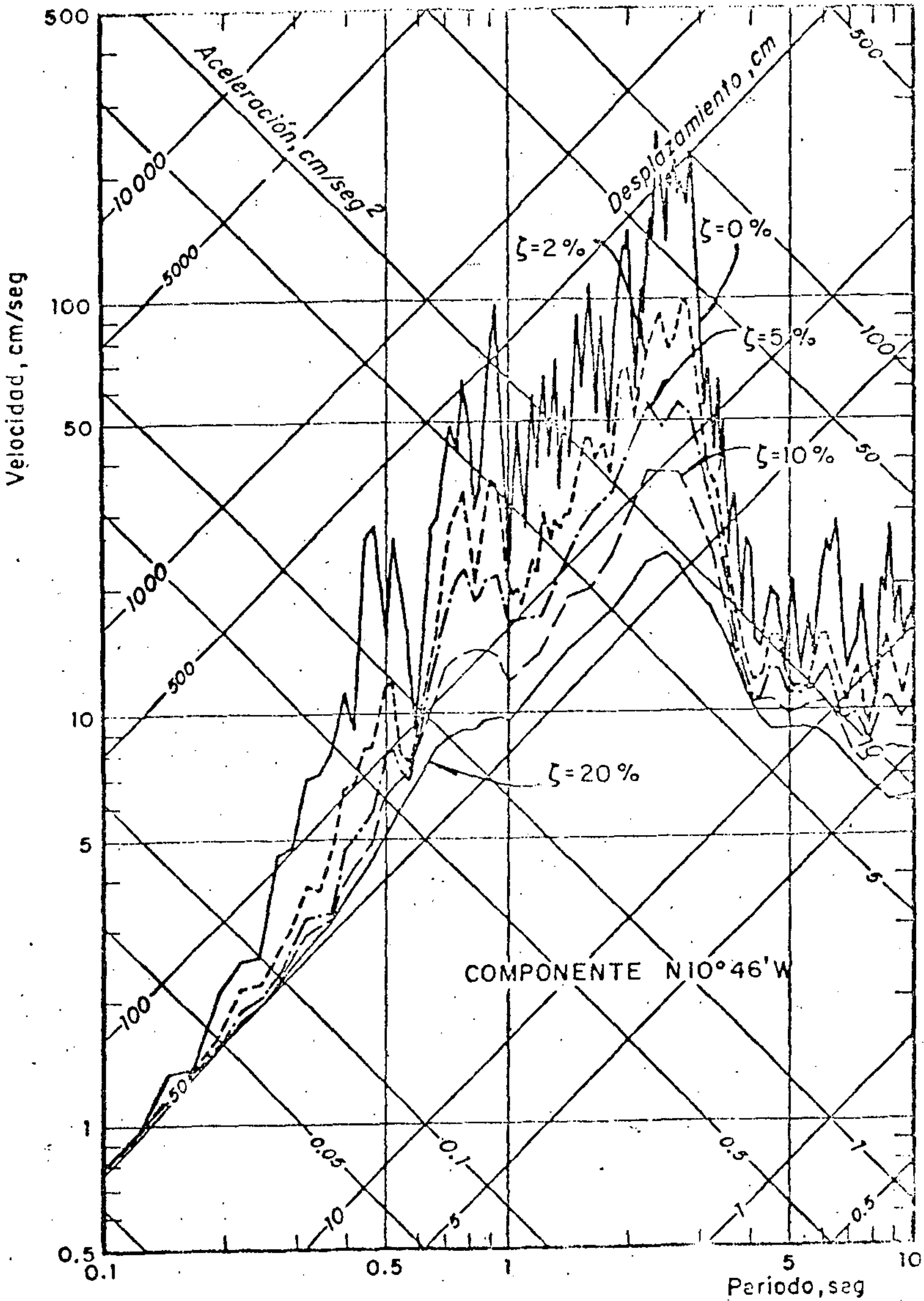


Fig 80 Espectros de respuesta. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

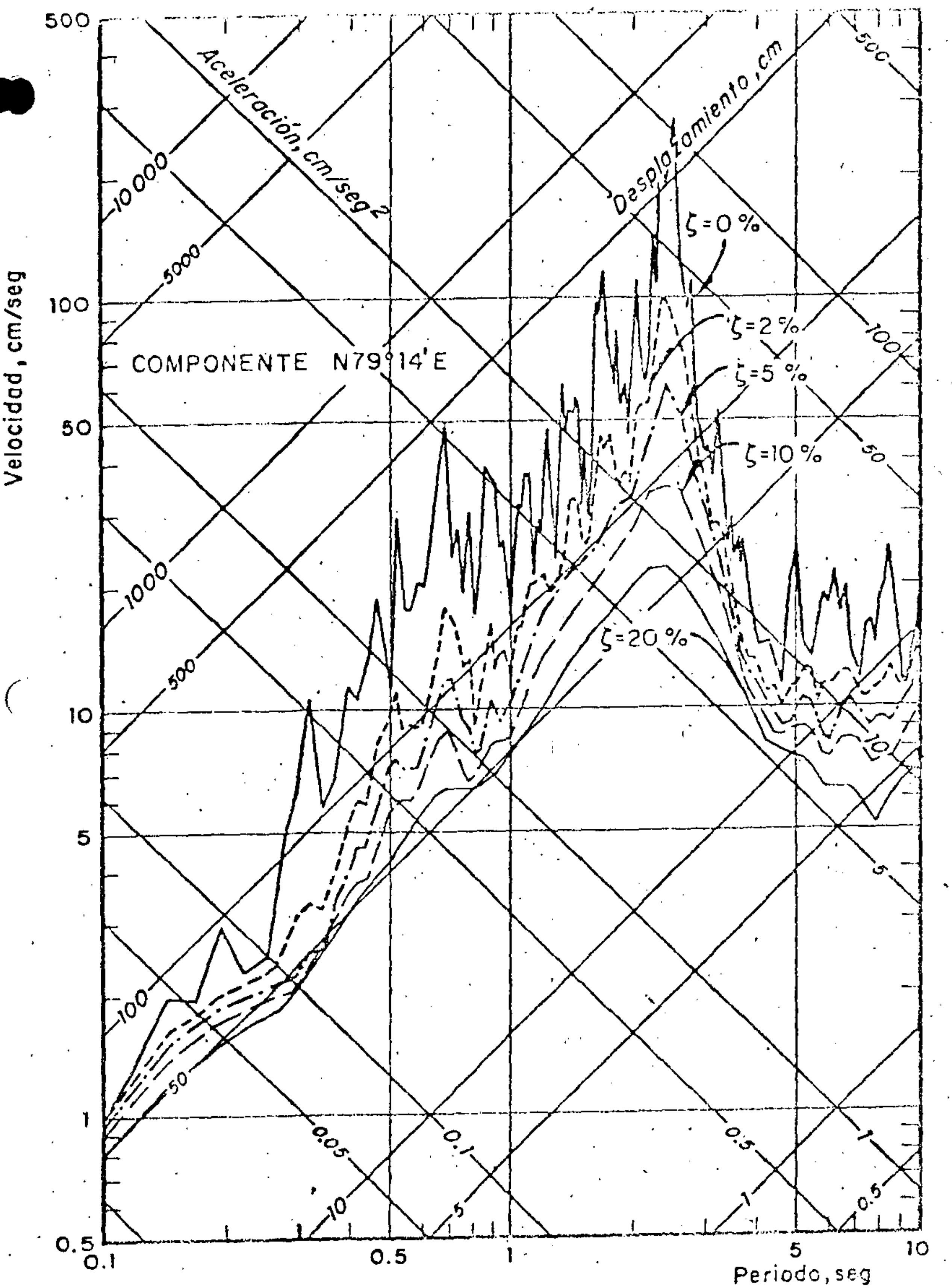
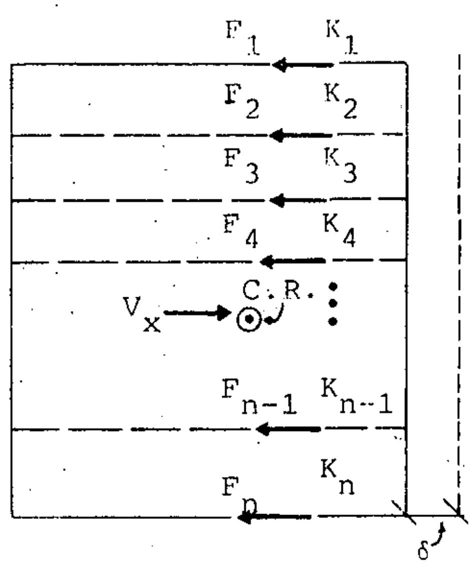


Fig 81 Espectros de respuesta. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

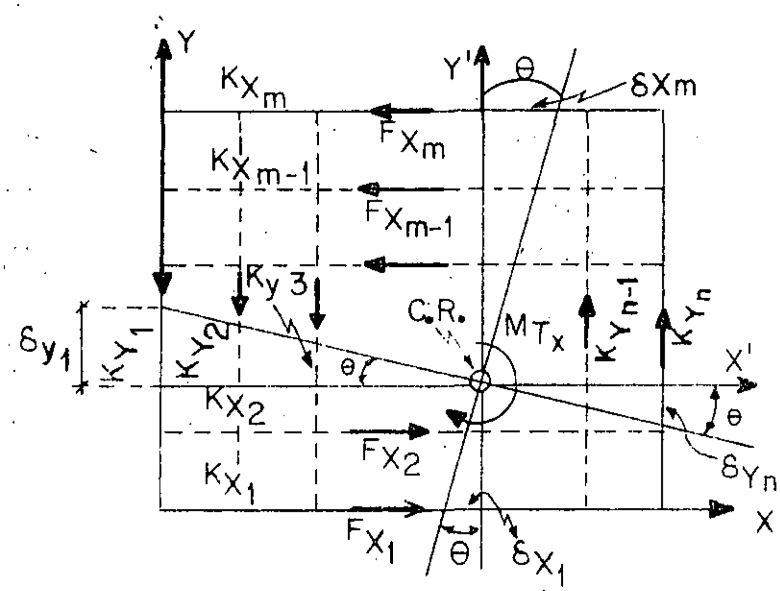
VEAMOS COMO SE DISTRIBUYEN LAS FUERZAS CORTANTES EN LOS MARCOS



$$F_i = K_i \delta$$

$$\Sigma F_i = \Sigma K_i \delta = V_x \quad \therefore \quad \delta = \frac{V_x}{\Sigma K_i}$$

$$\boxed{F_i = V_x \frac{K_i}{\sum_{i=1}^{n} K_i}}$$



$$F_{x_i} = K_{x_i} \delta_{x_i} = K_{x_i} Y'_i \, \theta$$

$$F_{x_i} = K_{y_i} \delta_{y_i} = K_{y_i} X'_i \, \theta$$

$$\Sigma M_{C.R.} = \Sigma F_{x_i} Y'_i + \Sigma F_{y_i} X'_i$$

$$= \theta (\Sigma K_{x_i} Y'^{2}_i + \Sigma K_{y_i} X'^{2}_i)$$

$$= M_{T_x}$$

DE DONDE $\theta = \dfrac{M_T}{\Sigma K_{x_i} Y'^{2}_i + K_{y_i} X'^{2}_i}$

POR LO QUE

$$\boxed{F_{x_i} = M_{TX} \frac{K_{x_i} Y'_i}{\Sigma K_{x_i} Y'^{2}_i + K_{y_i} X'^{2}_i}} \quad ; \quad \boxed{F_{y_i} = M_{TX} \frac{K_{y_i} X'_i}{\Sigma K_{x_i} Y'^{2}_i + \Sigma K_{y_i} X'^{2}_i}}$$

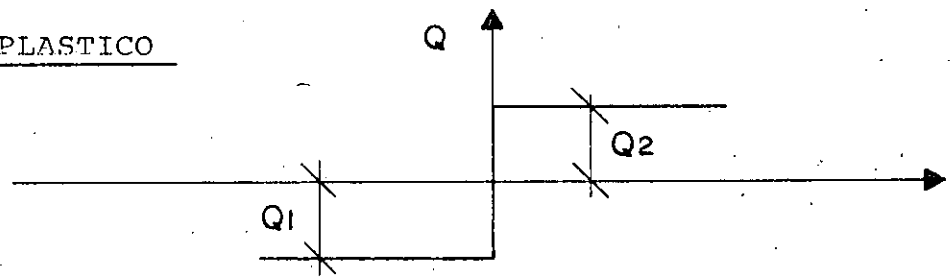
ECUACION DE MOVIMIENTO:

$$M\ddot{x} + Q(y,\dot{y}) = P(t) \quad ; \quad y = x-x_o = \text{DESPLAZAMIENTO RELATIVO}$$

SI $Q(y, \dot{y}) = KY + C\dot{Y}$ SE TIENE EL SISTEMA ELASTICO LINEAL

MODELOS PARTICULARES

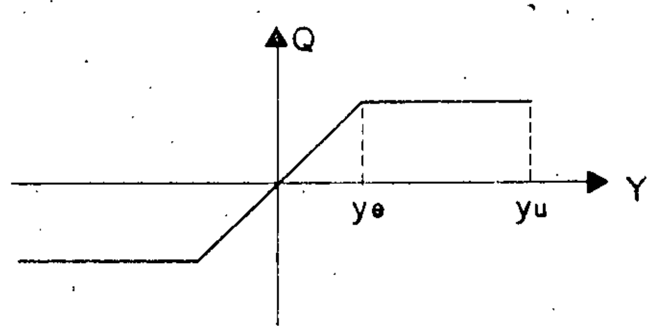
1. RIGIDO-PLASTICO



$Q = -Q_1 + C\dot{y}$, SI $\dot{y}<0$

$Q = Q_2 + C\dot{y}$, SI $\dot{y}<0$ EN DONDE C = CONSTANTE SE HA EMPLEADO COMO MODELO EN EL ANALISIS DE TALUDES Y CORTINAS DE PRESAS DE TIERRA Y ENROCAMIENTO

2. ELASTO-PLASTICO



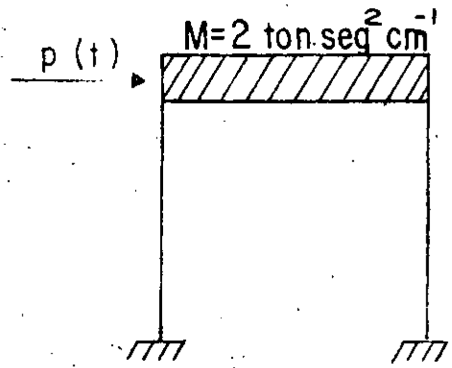
$Q = Q_1(y) + C\dot{y}$

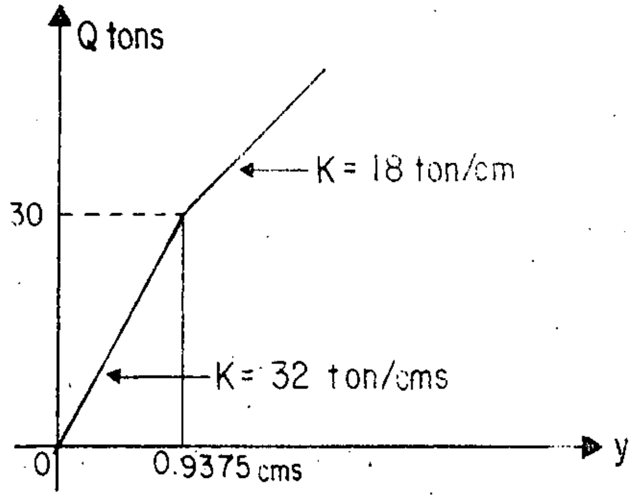
SE EMPLEA COMO MODELO EN EL ANALISIS DE ESTRUCTURAS DUCTILES.

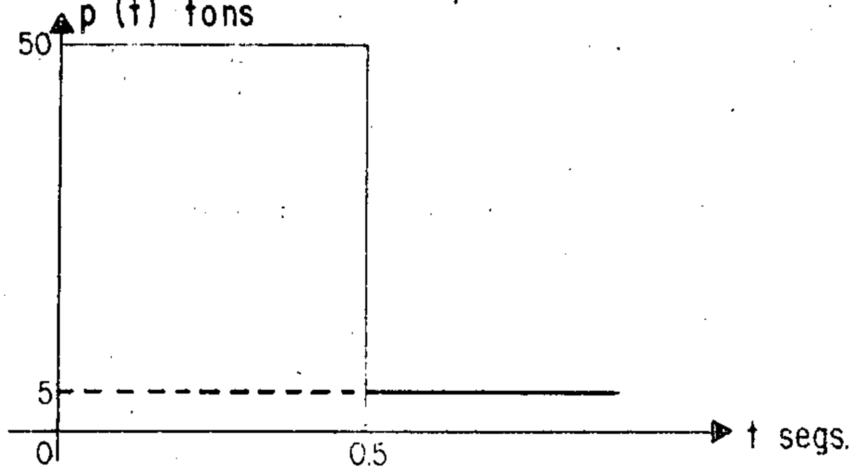
FACTOR DE DUCTILIDAD $= \mu = y_u/y_e$

y_u = DESPLAZAMIENTO MAXIMO QUE PUEDE SOPORTAR EL SISTEMA SIN FALLAR.

EJEMPLO







ECUACION DE EQUILIBRIO DINAMICO , $M\ddot{Y} + Q(Y) = P(t)$

$$\ddot{Y} = \frac{P(t) - Q(Y)}{M} = \frac{P(t) - Q(y)}{2} \qquad (I)$$

PARA LA APLICACION DEL METODO DE NEWMARK SE TIENEN LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$\dot{Y}_{i+1} = \dot{Y}_i + (\ddot{Y}_i + \ddot{Y}_{i+1})\ \Delta t/2$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \dot{Y}_i\ \Delta t + (0.5 - \beta)\ddot{Y}_i\ (\Delta t)^2 + \beta\ \ddot{Y}_{i+1}\ (\Delta t)^2$$

CONSIDERANDO $\Delta t = 0.10$ SEG. Y $\beta = 1/6$ SE PUEDE ESCRIBIR;

$Y_o = 0.9375$ CMS ; $Q_o = 30.0$ TON

<u>PARA t = O,</u> $\ddot{y} = \frac{P}{M} = \frac{50}{2} = 25$; $y = 0$; $\dot{y} = 0$

<u>PARA t = 0.10,</u> $y_i = \dot{y}_i = 0$; $\ddot{y}_i = 25$

1er. CICLO

SEA $\ddot{y}_{i+1} = 20$ COMO PRIMER TANTEO. EN TAL CASO

$$\dot{y}_{i+1} = 0 + \frac{1}{20}(20 + 25) = 2.25$$

$$y_{i+1} = \dot{0} + 0.10 \times 0 + \frac{1}{600}(2 \times 25 + 20) = 0.1167$$

$$Q = 32 \times 0.1167 = 3.7330$$

$$\ddot{y}_{i+1} = \frac{50 - 3.733}{2} = 23.134$$

2o. CICLO

$$\dot{y}_{i+1} = 23.134/2 = 16.567$$

$$y_{i+1} = 73.134/600 = 0.1219$$

$$Q = 32 \times 0.1219 = 3.9000$$

$$\ddot{y}_{i+1} = (50 - 3.9)/2 = 23.050$$

3er. CICLO

.

.

.

LOS CALCULOS BASICOS SE MUESTRAN EN LA TABLA SIGUIENTE:

t SEGS	p TONS	$\ddot{Y}$ CM SEG^{-2}	$\dot{Y}$ CM SEG^{-1}	Y CMS	Q TONS
0.0	50.00	25.000	0.00	0.00	0.00
0.10	50.00	20.000 23.134 23.050 23.052	2.2500 2.4070 2.4025 2.4026	0.1167 0.1219 0.12175 0.12175	3.7330 3.9000 3.3960 3.8960
0.20	50.00	20.000 17.445 17.513 17.511	4.5552 4.4270 4.4310 4.43075	0.4722 0.46793 0.46804 0.46204	15.110 14.970 14.977 14.977
0.30	50.00	10.000 9.560 9.569	5.8060 5.7840 5.7848	0.98610 0.98540 0.98543	30.8750 30.8620 30.8630
0.40	50.00	0.00 4.0750 4.0141 4.0150	6.2630 6.4670 6.4640 6.4640	1.5958 1.6026 1.6025 1.60250	41.849 41.972 41.970 41.970
0.50^-	50.00	0.00 -1.9230 -1.9000 -1.8944 -1.8946	6.6650 6.56975 6.5700	2.2623 2.2591 2.25912	53.846 53.789 53.789
0.50+	5.00	-24.3946	6.5700	2.25912	53.789
0.60	5.00	-30.000 -29.126 -29.136 -29.138	3.8503 3.8940 3.89347 3.89347	2.7848 2.78626 2.78624 2.78624	63.251 63.278 63.277 63.277
0.70	5.00	-32.000 -31.289 -31.320 -31.299 -31.301	0.83657 0.87057 0.87147	3.025127 3.02626 3.02641	67.577 67.598 67.600
0.7278	5.00	-31.620 -31.409 -31.420 -31.4093	-0.00313 -0.000352 -0.000205	3.03850 3.03853 3.03853	67.818 67.818 67.818

En t=0.5 + SEG, $\Delta\ddot{y}$ =-45/2 = -22.5 ∴ -22.5 - 1.8946 = -24.3946

CONTINUACION DEL CUADRO ANTERIOR

t	p	$\ddot{Y}$	$\dot{Y}$	Y	Q
0.80	5.0	-28.000	-2.1449	2.959611	65.293
		-30.146			
		-30.000	-2.21708	2.957874	65.237
		-30.118			
		-30.117	-2.22127	2.95777	65.234
0.90	5.0	-27.00	-5.07712	2.59025	53.473
		-24.236			
		-25.00	-4.97712	2.59358	53.580
		-24.290			
		-24.294	-4.94182	2.59476	53.617
		-24.308	-4.94242	2.59474	53.617
1.00	5.0	-14.00	-6.85782	1.99614	34.461
		-14.7305			
		-14.7200	-6.89382	1.99494	34.423
		-14.7120	-6.89342	1.99495	34.423

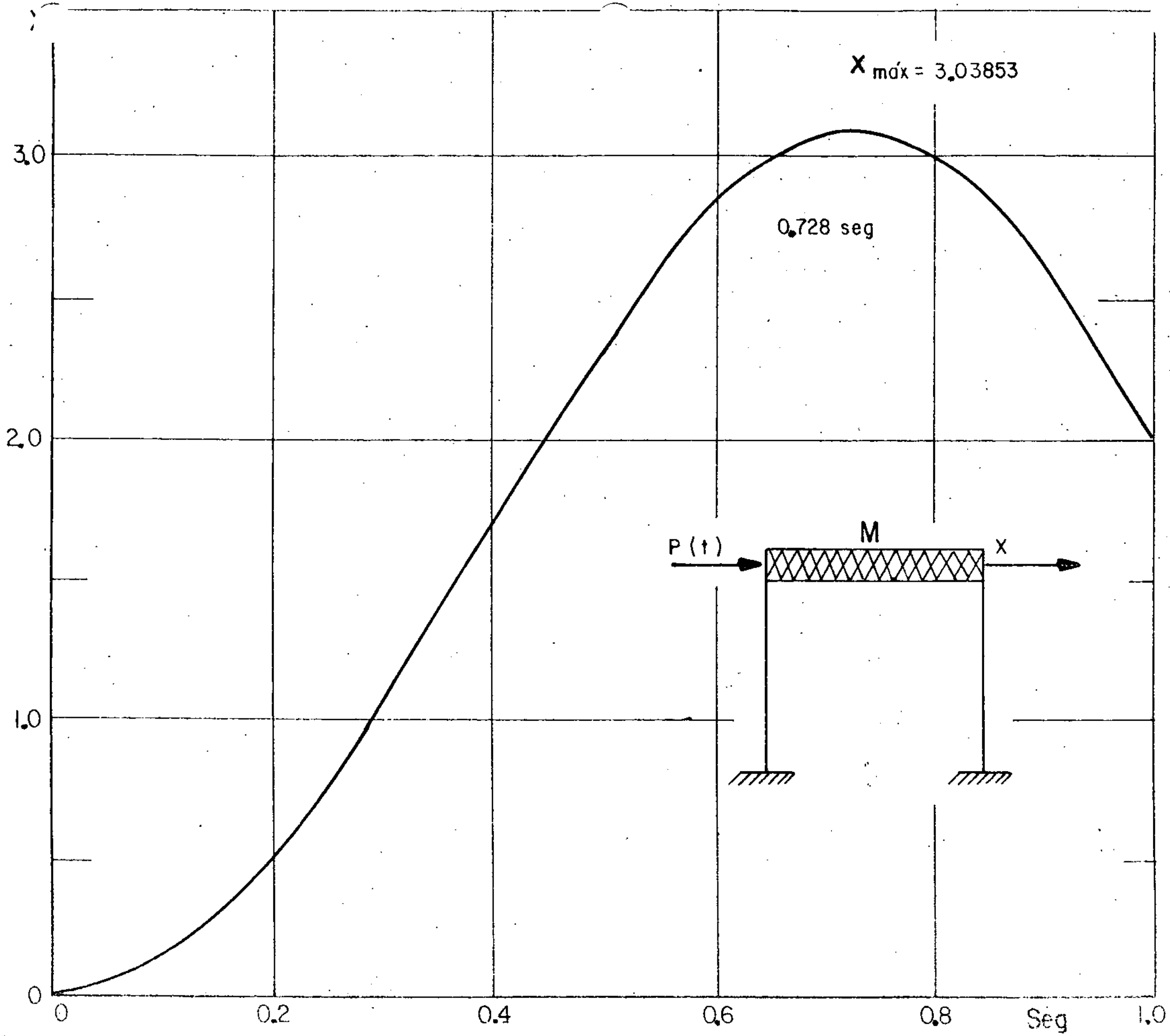
EN ESTOS CALCULOS SE INTRODUJO $t = 0.50^-$ Y 0.50^+ PORQUE PARA ESTE INSTANTE SE PRODUCE UN CAMBIO BRUSCO EN LA CARGA P(t) DE 50.00 TONS A 5.00 TONS, CON LO CUAL SE PRODUCE UN CAMBIO BRUSCO EN LA ACELERACION DEL SISTEMA $\ddot{Y}$. EN ESTE INSTANTE NO SE PRODUCEN CAMBIOS EN $\dot{Y}$ Y Y. EL TIEMPO t = 0.7273 SEG. SE INTRODUJO POR LA NECESIDAD DE CALCULAR LOS VALORES DE Y Y DE Q, PUES A PARTIR DE DICHO INSTANTE SE INICIA LA DESCARGA DEL SISTEMA. ESTA CONDICION SE ENCONTRO SOBRE LA BASE DE APROXIMAR $\dot{Y}$ A CERO, OBTENIENDOSE Y_{MAX}=3.03853 CMS y Q_{MAX} = 67.818 TON.

EN EL CUADRO SIGUIENTE SE PRESENTA UN RESUMEN DE LOS RESULTADOS.

t Seg.	$\ddot{Y}$(supuesta) Cm Seg^{-2}	P Ton	Y Cm.	Q Ton	$\ddot{Y}$(calculado) Cm Seg^{-2}	$\dot{Y}$ Cm Seg^{-1}	N O T A S
0.0	- -	50.00	0.00	0.00	25.00	0.00	
0.10	23.0520	50.00	0.12175	3.896	23.0520	2.40260	
0.20	17.5110	50.00	0.46804	14.977	17.5110	4.43075	
0.30	9.5690	50.00	0.98543	30.863	9.5690	5.78480	— CAMBIO DE RIGIDEZ
0.40	4.0150	50.00	1.60250	41.970	4.0150	6.4640	
0.50^{-}	-1.8946	50.00	2.25912	53.789	-1.8946	6.5700	
0.50+	- -	5.00	2.25912	53.789	-24.3945	6.5700	— CAMBIO DE CARGA
0.60	-29.1380	5.00	2.78624	63.277	-29.1380	3.89347	
0.70	-31.3010	5.00	3.02641	67.600	-31.3010	0.87147	
0.7278	-31.4093	5.00	3.03853	67.818	-31.4093	-0.000205	— Qmáx, Ymáx.
0.800	-30.1170	5.00	2.95777	65.234	-30.1170	-2.22127	
0.90	-24.3080	5.00	2.59474	53.617	-24.3080	-4.94242	
1.00	-14.7120	5.00	1.99495	34.423	-14.7120	-6.89342	

RESPUESTA MAXIMA

$$\begin{cases} Y\ \text{máx} = 3.03853\ \text{cms} \\ Q\ \text{máx} = 67.818\ \text{tons} \end{cases}$$



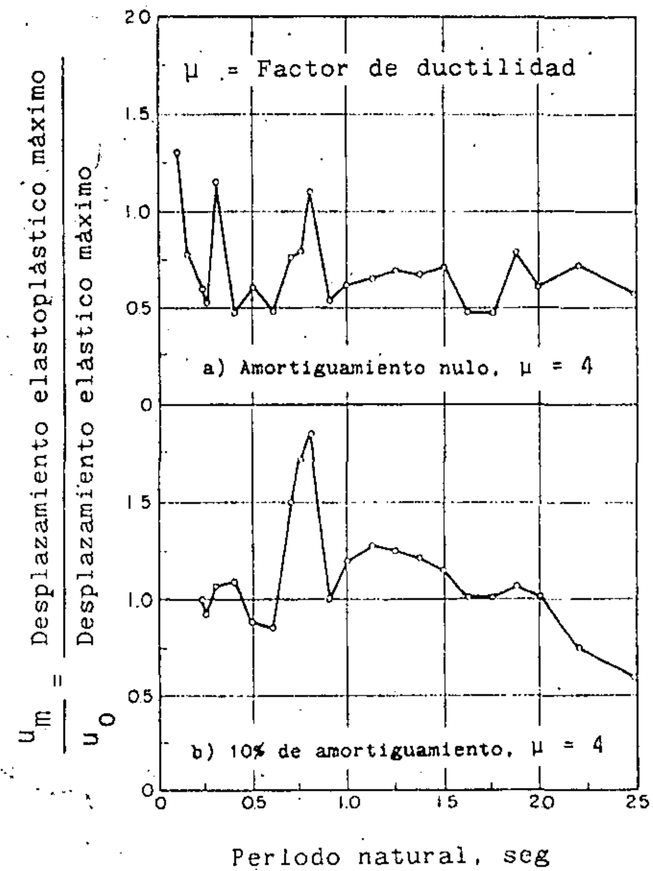
X máx = 3.03853
0.728 seg
3.0
2.0
1.0
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
Seg
1.0
M
P (t)
X

$$y_y = \frac{y_e}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

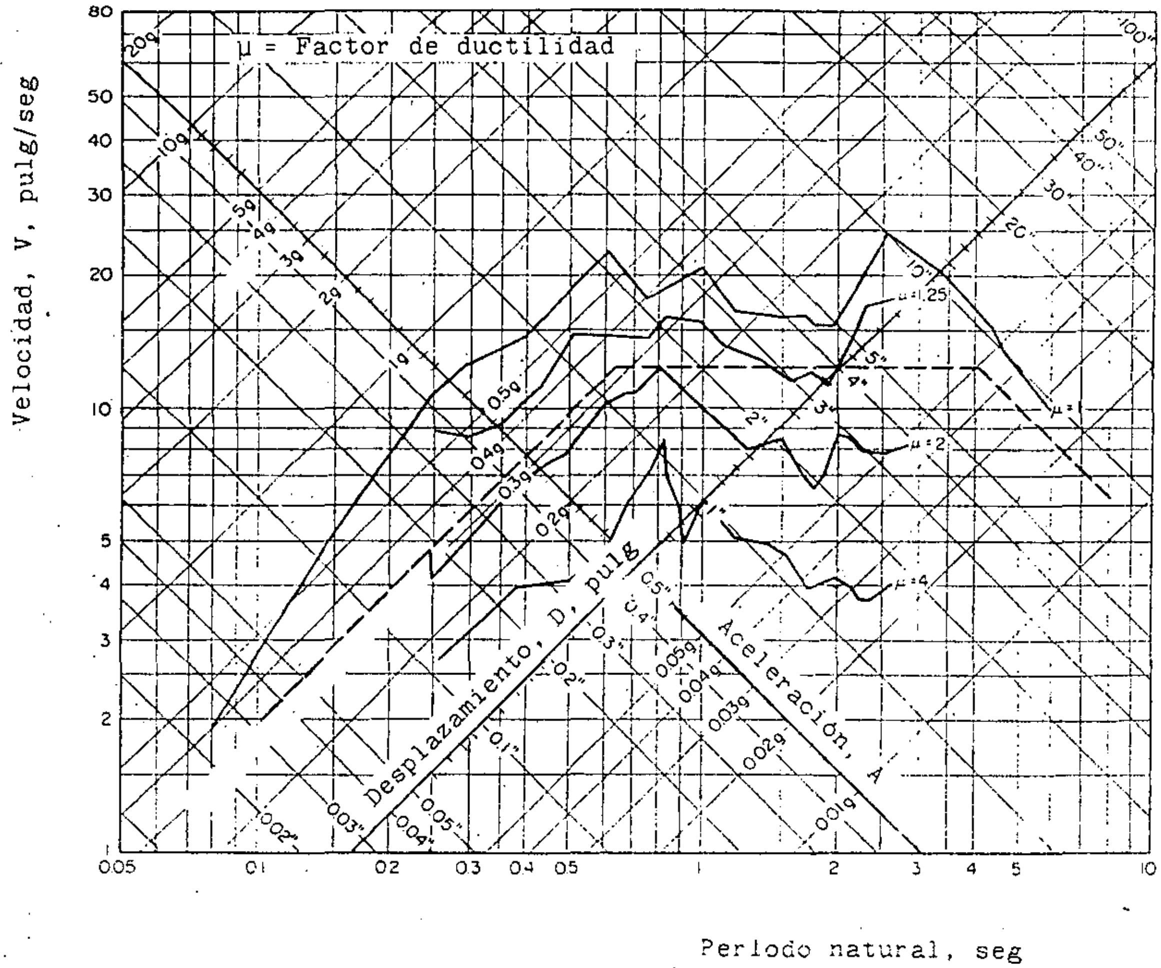
$$y_y\Big]_{MAX} = D_p = \frac{y_e\Big]_{MAX}}{\sqrt{2\mu - 1}} = \frac{D_e}{\sqrt{2 - 1}}$$

POR LO TANTO

$$\therefore \quad D_p = D_e/\sqrt{2\mu - 1} \qquad Y \qquad Q_p = Q_e/\sqrt{2\mu - 1}$$



Comparación de la respuesta máxima de un sistema elastoplástico y uno elástico. Sismo de El Centro, Cal. (1940). Según Blume, Newmark y Corning.



Espectro de respuesta de un sistema elastoplástico con amortiguamiento nulo (parte elástica). Sismo de El Centro, Cal. (1940). Según Blume, Newmark y Corning.

METODO β DE NEWMARK

SISTEMAS ELASTICOS LINEALES DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

PARA CALCULAR LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE N GRADOS DE LIBERTAD Y COMPORTAMIENTO ELASTICO LINEAL SE EMPLEAN LAS MISMAS ECUACIONES QUE PARA UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.

$$\dot{x}_j(t_{i+1}) = \dot{x}_j(t_i) + [\ddot{x}_j(t_i) + \ddot{x}_j(t_{i+1})] \frac{\Delta t}{2}$$

$$x_j(t_{i+1}) = x_j(t_i) + \dot{x}_j(t_i)\Delta t + [(1/2-\beta)\ddot{x}_j(t_i) + \beta\ddot{x}_j(t_{i+1})](\Delta t)^2$$

EN DONDE $j = 1,2,\ldots,N$.

EN ESTE CASO SE RECOMIENDA TAMBIEN UN VALOR DE β COMPRENDIDO ENTRE 1/4 Y 1/6, Y QUE $\Delta t \doteq 0.1\ T_N$, EN DONDE T_N ES EL PERIODO NATURAL DE VIBRACION MAS PEQUEÑO.

EN $t = 0$, $y_i = x_i = 0$, $\dot{y}_i = \dot{x}_i = 0$, $\ddot{y}_i = \ddot{x}_i = 0$.

EN $t = 0.2$, $x_o = 1.2 \times 0.2 = 0.24$ cm; SUPONGAMOS $\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 =$

Y $\ddot{x}_2 = \ddot{y}_2 = 1.50$ cm/seg:

<u>PRIMER CICLO</u>

PARA LA MASA 1: $\dot{x}_1 = 0 + 0.1\ (0 + 1.35) = 0.135$ cm/se

$x_1 = 0 + 0 + 0.04(0 + 1.35/6) = 0.009$

$y_1 = 0.009 - 0.24 = -\ 0.231$ cm

PARA LA MASA 2: $\dot{x}_2 = 0 + 0.1(0 + 1.50) = 0.15$

$x_2 = 0 + 0 + 0.04(0 + 1.50/6) = 0.01$

$y_2 = 0.01 - 0.24 = -\ 0.23$ cm

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.231 \\ -0.230 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.540 \\ -1.381 \end{bmatrix}$$

POR LO QUE $\ddot{y}_1 = \ddot{x}_1 = 2.54/2 = 1.27 \neq 1.35$

$\ddot{y}_2 = \ddot{x}_2 = 1.381/1 = 1.381 \neq 1.50$

<u>SEGUNDO CICLO</u>

$\dot{x}_1 = 0.1 \times 1.27 = 0.127$

$x_1 = 0.04 \times 1.27/6 = 0.0085$

$y_1 = 0.0085 - 0.24 = -0.2315$

$\dot{x}_2 = 0.1 \times 1.381 = 0$

$x_2 = 0.04 \times 1.381/6$

$y_2 = 0.0092 - 0.24$

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.2315 \\ -0.2308 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.546 \\ -1.386 \end{bmatrix}$$

DE DONDE $\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 = 2.546/2 = 1.273 \doteq 1.27$

$\ddot{x}_2 = \ddot{y}_2 = 1.386/1 = 1.386 \doteq 1.381$

EN $t = 0.2 + 0.2 = 0.4$ seg SE TIENEN $x_o = 1.2 \times 0.4 = 0.48$,

$x_1(t_i) = 0.0085$; $x_2(t_i) = 0.0092$

$\dot{x}_1(t_i) = 0.127$; $\dot{x}_2(t_i) = 0.138$

$\ddot{x}_1(t_i) = 1.273$; $\ddot{x}_2(t_i) = 1.386$

PRIMER CICLO

SUPONIENDO $\ddot{x}_1(t_{i+1}) = 2.3$ Y $\ddot{x}_2(t_{i+1}) = 2.1$ SE OBTIENEN:

$\dot{x}_1 = 0.127 + 0.1(1.273 + 2.3) = 0.484$

$x_1 = 0.0085 + 0.2 \times 0.127 + 0.04(1.273/3 + 2.3/6) = 0.0662$

$y_1 = 0.0662 - 0.48 = -0.4138$

$\dot{x}_2 = 0.138 + 0.1(1.386 + 2.1) = 0.486$

$x_2 = 0.0092 + 0.2 \times 0.138 + 0.04(1.386/3 + 2.1/6) = 0.0693$

$y_2 = 0.0693 - 0.48 = -0.4107$

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.4138 \\ -.4107 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.548 \\ -2.468 \end{bmatrix}$$

DE DONDE $\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 = 4.548/2 = 2.274 \neq 2.3$

$\ddot{x}_2 = \ddot{y}_2 = 2.468 \neq 2.1$

ETCETERA. LOS RESULTADOS DEL PROBLEMA SE PRESENTAN EN LA TABLA 1.

Tomado del libro de N. Newmark y E. Rosenblueth D.

TABLA 2.1. *Ejemplo 2.7*

t seg	Q_1 ton	$\ddot{x}$ cm/seg²	$\dot{x}$ cm/seg	x_1 cm	$x_1 - x_0$ cm	Q_2 ton	$\ddot{x}$ cm/seg²	$\dot{x}$ cm/seg	x_2 cm	$x_2 - x_0$ cm	x_0 cm
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	2.540	1.350	0.135	0.0090	-0.2310	1.380	1.500	0.150	0.0100	-0.2300	0.24
0.2	2.546	1.270	0.127	0.0085	-0.2315	1.386	1.380	0.138	0.0092	-0.2308	0.24
0.2	2.546	1.273	0.127	0.0085	-0.2315	1.386	1.386	0.138	0.0092	-0.2308	0.24
0.4	4.548	+2.300	0.484	+0.0662	-0.4138	2.453	2.100	0.486	+0.0593	-0.4107	0.48
0.4	4.548	2.274	0.481	0.0660	-0.4140	2.455	2.468	0.523	0.0718	-0.4082	0.48
0.4	4.549	2.274	0.481	0.0660	-0.4140	2.455	2.455	0.522	0.0717	-0.4083	0.48
0.4	4.548	2.274	0.481	0.0660	-0.4140	2.455	2.455	0.522	0.0717	-0.4083	0.48
0.6	5.585	2.700	0.978	0.2105	-0.5095	2.960	3.200	1.088	0.2301	-0.4899	0.72
0.6	5.581	2.793	0.987	0.2111	-0.5089	2.967	2.960	1.064	0.2295	-0.4915	0.72
0.6	5.580	2.790	0.987	0.2111	-0.5089	2.966	2.967	1.065	0.2286	-0.4914	0.72
0.6	5.580	2.790	0.987	0.2111	-0.5089	2.955	2.966	1.063	0.2296	-0.4914	0.72
0.8	5.409	2.900	1.556	0.4650	-0.4950	2.790	2.980	1.660	0.5010	-0.4590	0.96
0.8	5.423	2.704	1.536	0.4637	-0.4963	2.798	2.790	1.641	0.4997	-0.4603	0.96
0.8	5.422	2.711	1.537	0.4638	-0.4962	2.797	2.798	1.642	0.4998	-0.4602	0.96
0.8	5.422	2.711	1.537	0.4638	-0.4962	2.797	2.797	1.642	0.4998	-0.4602	0.96
1.0	4.104	2.150	2.023	0.8216	-0.3784	1.977	2.200	2.142	0.9802	-0.3198	1.20
1.0	4.111	2.052	2.013	0.8210	-0.3790	1.985	1.977	2.120	0.8787	-0.3213	1.20
1.0	4.111	2.055	2.014	0.8210	-0.3790	1.985	1.985	2.121	0.8787	-0.3213	1.20
1.0	4.111	2.055	2.014	0.8210	-0.3790	1.985	1.985	2.121	0.8787	-0.3213	1.20
1.2	1.931	0.950	2.315	1.2575	-0.1825	0.712	0.700	2.390	1.3341	-0.1059	1.44
1.2	1.930	0.965	2.316	1.2576	-0.1824	0.712	0.712	2.391	1.3341	-0.1059	1.44
1.2	1.930	0.965	2.316	1.2576	-0.1824	0.712	0.712	2.391	1.3341	-0.1059	1.44
1.4	-0.653	-0.320	2.381	1.7316	0.0516	-0.735	-0.900	2.382	1.8165	0.1365	1.68
1.4	-0.652	-0.325	2.380	1.7315	0.0515	-0.735	-0.735	2.388	1.8159	0.1369	1.68
1.4	-0.652	-0.325	2.380	1.7315	0.0515	-0.735	-0.735	2.388	1.8159	0.1369	1.68
1.6	-3.083	-1.500	2.197	2.1932	0.2732	-2.026	-2.100	2.104	2.2707	0.3507	1.92
1.6	-3.080	-1.541	2.193	2.1929	0.2729	-2.029	-2.026	2.111	2.2712	0.3512	1.92
1.6	-3.080	-1.540	2.193	2.1929	0.2729	-2.029	-2.029	2.111	2.2712	0.3512	1.92
1.8	-4.830	-2.500	1.789	2.5943	0.4343	-2.869	-2.900	1.618	2.6471	0.4871	2.16
1.8	-4.836	-2.415	1.797	2.5949	0.4349	-2.871	-2.869	1.621	2.6473	0.4873	2.16
1.8	-4.836	-2.418	1.797	2.5949	0.4349	-2.871	-2.871	1.621	2.6473	0.4873	2.16
2.0	-5.547	-2.800	1.275	2.9034	0.5034	-3.063	-3.000	1.034	2.9132	0.5132	2.40
2.0	-5.549	-2.773	1.278	2.9036	0.5036	-3.069	-3.069	1.027	2.9127	0.5127	2.40
2.0	-5.549	-2.774	1.278	2.9036	0.5036	-3.068	-3.068	1.027	2.9127	0.5127	2.40

8

Sustituyendo (3) en (2):

$$-J\omega^2\theta + L_T\theta - Ke_s z = 0$$

$$(L_T - J\omega^2)\theta - Ke_s z = 0 \qquad (2')$$

$$\text{Det}\begin{bmatrix} K - \omega^2 M & -Ke_s \\ -Ke_s & L_T - J\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(K - \omega^2 M)(L_T - J\omega^2) - K^2 e_s^2 = 0$$

$$KL_T - KJ\omega^2 - \omega^2 ML_T + MJ\omega^4 - K^2 e_s^2 = 0$$

$$\omega^4 - \frac{KJ + ML_T}{MJ}\omega^2 + \frac{KL_T}{MJ} - \frac{K^2 e_s^2}{MJ} = 0$$

DIVIENDO POR $(K/M)^2$:

$$\frac{\omega^4}{(K/M)^2} - \frac{\omega^2}{K/M}\,\frac{KJ + ML_T}{(MJ)(K/M)} + \frac{KL_T}{MJ(K/M)^2} - \frac{K^2 e_s^2}{MJ(K/M)^2} = 0$$

SI $\lambda^2 = \omega^2/(K/M)$ Y CONSIDERANDO $e_s = cb$:

$$\lambda^4 - \lambda^2\left(1 + \frac{L_T/J}{K/M}\right) + \frac{L_T/J}{K/M} - \frac{c^2}{J/(Mb^2)} = 0$$

SI $(L_T/J)/(K/M) = \eta$ y $j^2 = J/(Mb^2)$

$$\lambda^4 - \lambda^2(1 + \eta) + \eta - c^2/j^2 = 0$$

$$\therefore \lambda_{1,2}^2 = \frac{\eta + 1}{2} \pm \sqrt{\frac{(\eta + 1)^2}{4} + \frac{c^2}{j^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = \lambda_1 (K/M) \text{ y } \omega_2^2 = \lambda_2 (K/M)$$

SUSTITUYENDO A ω_1^2, EN (1') O EN (2'):

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} z_1 \\ \\ \Theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \\ \dfrac{1 - \lambda_1^2}{cb} \end{bmatrix} ;$$

SUSTITUYENDO A ω_2^2:

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} z_2 \\ \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \\ \dfrac{1 - \lambda_2^2}{cb} \end{bmatrix} \quad \text{o:} \quad \underline{z}_n = \begin{bmatrix} 1 \\ \\ \dfrac{1 - \lambda_n^2}{cb} \end{bmatrix}$$

Efectos sísmicos en estructuras en forma de péndulo invertido

Octavio RASCON CH. *

INTRODUCCION

En la práctica se presentan estructuras constituidas por una sola columna la cual sostiene una cubierta que puede ser una losa o un cascarón. Su comportamiento dinámico debe estudiarse considerando el efecto que la inercia rotacional de la cubierta induce en el movimiento total de la estructura.

A principios de este año se presentó en California, EUA, un trabajo[1] en el cual se trató este problema desde un punto de vista energético. Se calculó sólo el periodo fundamental y con base en él, la respuesta de la estructura a un determinado temblor. Los periodos calculados para cuatro estructuras de este tipo ya construidas fueron menores que los medidos *in situ*. La discrepancia fue atribuida a efectos de rotación y traslación de la base.

El objeto de este trabajo es introducir un análisis modal, el cual nos proporcionará los efectos del acoplamiento que existe entre los modos de vibración. También se tomarán en cuenta en forma aproximada los efectos de rotación y traslación de la base.

CALCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES DE VIBRACION

1. *Suelo rígido*

Para el caso en que el centro de gravedad de la cubierta se encuentra localizado en la prolongación del eje de la columna, el movimiento de la estructura podrá estudiarse en dos direcciones perpendiculares entre sí. En tal caso el problema podrá discretizarse como de dos modos de vibración acoplados en cada dirección.

Para el cálculo de las frecuencias de vibración se idealizará la estructura como de comportamiento lineal, constituida por una cubierta infinitamente rígida de masa simétricamente distribuida y soportada por una sola columna. Como primer caso se considerará al suelo infinitamente rígido (fig. 1).

En fig 1

W = peso de la cubierta más la parte tributaria de la columna

J = momento de inercia de la masa de la cubierta respecto al eje z

* Asistente de Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM.

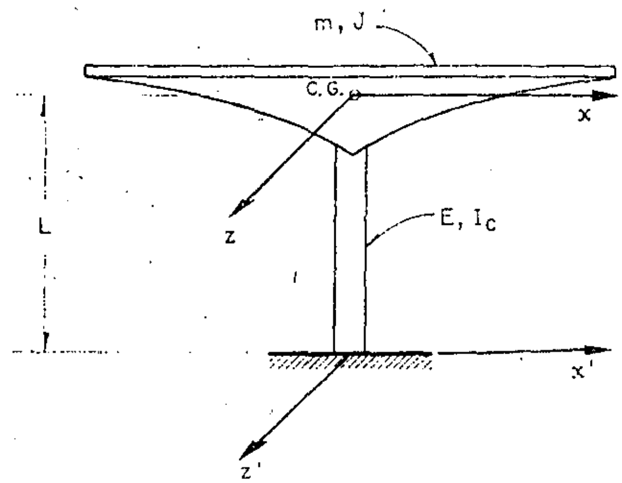


FIG. 1. *Péndulo invertido*

E = módulo de elasticidad del material de la columna

I_c = momento de inercia de la sección transversal de la columna con respecto al eje z

C.G. = centro de gravedad de la cubierta

L = distancia de C.G. al suelo.

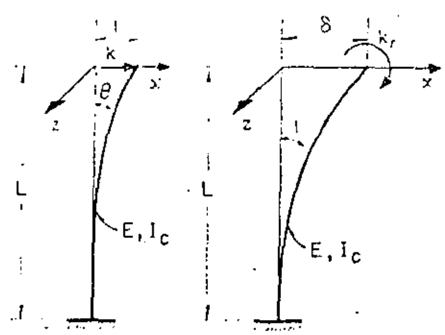
Para la columna mostrada en las figs. 2*a* y 2*b*.

k = rigidez por traslación (fuerza horizontal aplicada en C.G. necesaria para que este se desplace la unidad)

k_r = rigidez por rotación (par aplicado en C.G. necesario para producir un giro unitario a la altura de C.G.

θ = rotación en C.G. debida a la fuerza k

δ = desplazamiento lateral de C.G. debido al momento k_r.



$$k = \frac{3EI_c}{L^3}$$

$$k_r = \frac{EI_c}{L}$$

$$\theta = \frac{kL^2}{2EI_c} = \frac{3}{2L}$$

$$\delta = \frac{k_r L^2}{2EI_c} = \frac{L}{2}$$

FIG. 2. *Rigideces*

Despreciando las deformaciones por cortante, las expresiones para k, k_r, Θ y δ pueden encontrarse por estática y valen

$$k = 3EI_c/L^3; \qquad (1a)$$

$$k_r = EI_c/L; \qquad (2a)$$

$$\Theta = 1.5/L \qquad (1b)$$

$$\delta = L/2 \qquad (2b)$$

Para una fuerza de magnitud αk, el desplazamiento será α y el giro $\alpha\Theta$. Para un par de magnitud βk_r el giro será β y el desplazamiento $\beta\delta$. Al aplicarse ambos simultáneamente, el desplazamiento total de C.G. será x_1 y el giro ε_1 (fig. 3).

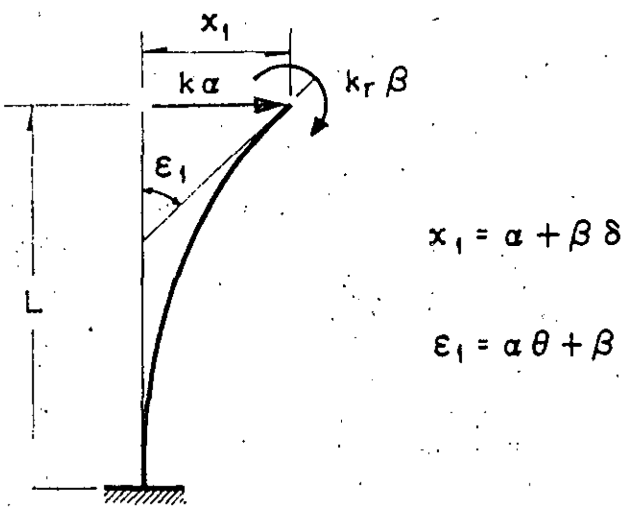


Fig. 3. *Desplazamientos y giros totales*

Por tanto los valores de x_1 y ε_1 quedan dados por

$$x_1 = \alpha + \beta\delta \qquad (3)$$

$$\varepsilon_1 = \alpha\Theta + \beta \qquad (4)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 3 y 4 para α y β, y utilizando las ecs $1b$ y $2b$ se obtiene

$$\alpha = (x_1 - k_r\gamma\varepsilon_1)/\kappa; \qquad (5a)$$

$$\beta = (\varepsilon_1 - k\gamma x_1)/\kappa \qquad (5b)$$

en las cuales

$$\gamma = L^2/2EI_c; \qquad (6a)$$

$$\kappa = 1 - kL^3/4EI_c = 0.25 \qquad (6b)$$

Para las oscilaciones del péndulo mostrado en la fig 1, el diagrama de cuerpo libre de la cubierta está indicado en la fig 4. Las ecuaciones de movimiento, despreciando efectos gravitacionales, serán

$$m\ddot{x}_1 + k\alpha = 0 \qquad (7)$$

$$J\ddot{\varepsilon}_1 + k_r\beta = 0 \qquad (8)$$

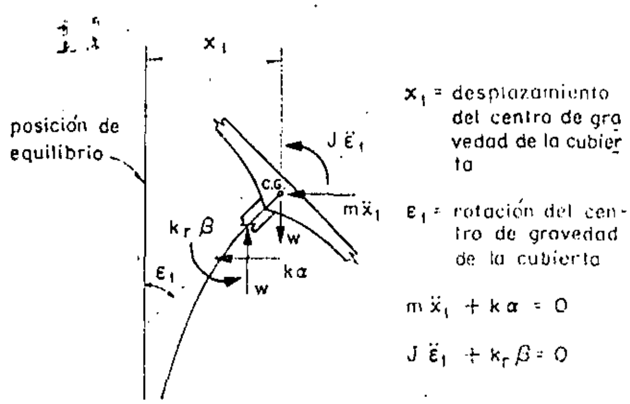


Fig. 4. *Diagrama de cuerpo libre*

Sustituyendo a (5a) y (5b) en (7) y (8) se obtiene

$$m\ddot{x}_1 + (kx_1 - kk_r\gamma\varepsilon_1)/\kappa = 0 \qquad (9)$$

$$J\ddot{\varepsilon}_1 + (k_r\varepsilon_1 - kk_r\gamma x_1)/\kappa = 0 \qquad (10)$$

Las ecs. 9 y 10 se pueden expresar matricialmente en la forma

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\varepsilon}_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\kappa}\begin{bmatrix} k & -\gamma kk_r \\ -\gamma kk_r & k_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \qquad (11)$$

Utilizando las ecs 1a, 2a y 6a se encuentra que

$$\gamma kk_r = Lk/2 \qquad (12)$$

Puesto que el movimiento es armónico se tiene que

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 x_1 \quad \text{y} \quad \ddot{\varepsilon}_1 = -\omega^2\varepsilon_1 \qquad (13)$$

en donde ω es la frecuencia circular natural de vibración.

Sustituyendo las ecs. 12 y 13 en (11) se obtiene

$$-\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}\omega^2\begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\kappa}\begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \qquad (14)$$

Factorizando en la ec. 14

$$\left\{\frac{1}{\kappa}\begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix} - \omega^2\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \qquad (15)$$

La ec 15 representa un sistema de ecuaciones homogéneas, el cual, para tener solución diferente de la trivial, necesita que su determinante sea nulo. Por tanto

$$\begin{vmatrix} \frac{k}{\kappa} - m\omega^2 & -\frac{Lk}{2\kappa} \\ -\frac{Lk}{2\kappa} & \frac{k_r}{\kappa} - J\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (16)$$

Desarrollando el determinante se llega a

$$mJ\omega^4 - \frac{1}{\kappa}(kJ + mk_r)\omega^2 + \frac{1}{4\kappa^2}(4kk_r - L^2k^2) = 0 \qquad (17)$$

Dividiendo ambos miembros entre mJ y considerando que $L^2k^2 = 3kk_r$ se obtiene

$$\omega^4 - \frac{kJ + mk_r}{mJ\kappa}\omega^2 + \frac{k\,k_r}{4mJ\kappa^2} = 0 \qquad (18)$$

que es una ecuación de segundo grado en ω^2, cuyas soluciones son

$$\omega^2_{1,2} = \frac{kJ + mk_r}{2mJ\kappa} \pm \sqrt{\frac{(kJ + mk_r)^2}{4m^2J^2\kappa^2} - \frac{k\,k_r}{4mJ\kappa^2}} \qquad (19)$$

Dividiendo numerador y denominador de (19) entre mJ

$$\omega^2_{1,2} = \frac{k/m + k_r/J}{2\kappa} \pm \frac{1}{2\kappa}\sqrt{(k/m + k_r/J)^2 - (k/m)(k_r/J)} \qquad (20)$$

Llamando a

$k/m = p^2$ = cuadrado de la frecuencia circular natural por traslación

$k_r/J = \Omega^2$ = cuadrado de la frecuencia circular natural por rotación

se obtiene

$$\omega^2_{1,2} = 2\left(p^2 + \Omega^2 \pm \sqrt{(p^2 + \Omega^2)^2 - p^2\Omega^2}\right) \qquad (21)$$

Dividiendo ambos miembros de (21) entre p^2 y haciendo $\omega^2/p^2 = \lambda$ y $\Omega^2/p^2 = \mu$ se llega a

$$\lambda_{1,2} = 2\left(1 + \mu \pm \sqrt{(1+\mu)^2 - \mu}\right) \qquad (22)$$

Es interesante notar que si $J = 0$ (masa concentrada) de la ec 17 se obtiene $\omega^2 = k/m = p^2$.

Las configuraciones modales pueden obtenerse de cualquiera de las dos ecuaciones algebraicas contenidas en la ecuación matricial dada en ec 15. La primera de ellas es

$$\left(\frac{k}{\kappa} - m\omega_n^2\right) x_{1,n} - \frac{Lk}{2\kappa} r_{1,n} = 0 \qquad (23)$$

donde el índice n indica el número del modo y de la cual se obtiene

$$x_{1,n}/r_{1,n} = \frac{Lk}{2\kappa} \Big/ \left(\frac{k}{\kappa} - m\omega_n^2\right) \qquad (24)$$

dividiendo numerador y denominador de (24) entre m y considerando que $\kappa = 0.25$, $k/m = p^2$ y que $\lambda_n = \omega_n^2/p^2$ se llega a

$$x_{1,n}/r_{1,n} = 2L/(4 - \lambda_n) \qquad (25)$$

Si se desean tomar en cuenta las deformaciones por cortante basta con modificar las rigideces mediante un análisis de estática y partir de nuevo de la ec 17 sin considerar que $L^2k^2 = 3kk_r$. Si existe excentricidad en alguna dirección su efecto podrá tomarse en cuenta introduciendo un grado de libertad adicional.

En las figs 5 y 6 se encuentran representados los resultados de las ecs 22 y 25.

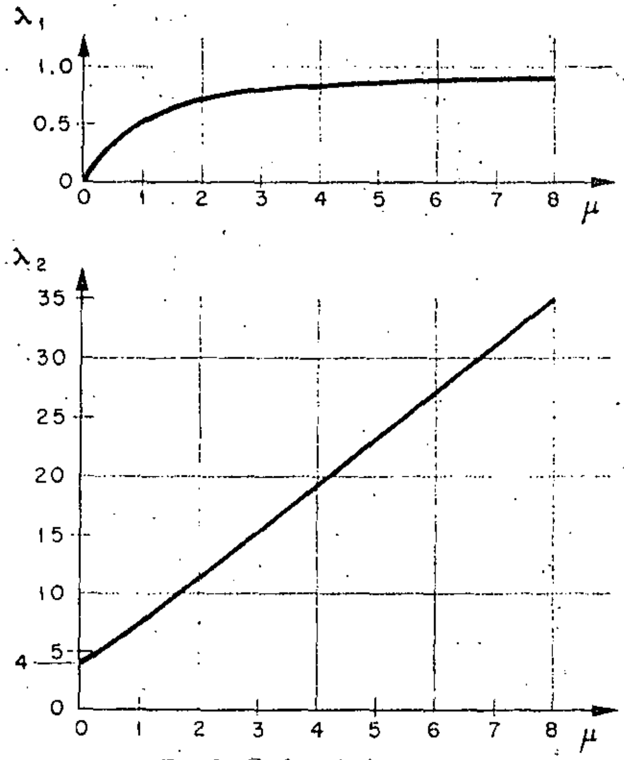


FIG. 5. *Gráfica de frecuencias*

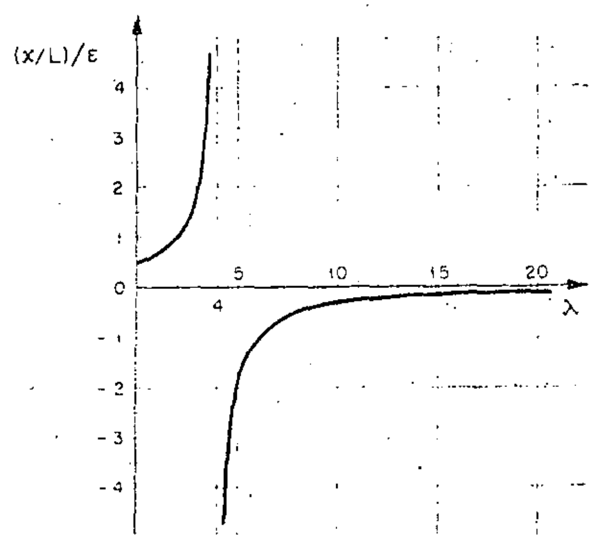


FIG. 6. *Gráfica* $(x/L)/r$ vs λ

2. *Suelo flexible*

Al oscilar una estructura cimentada en suelo blando, existe interacción dinámica suelo-estructura que en la mayoría de los casos no debe despreciarse al calcular las frecuencias y los modos de vibración. En lo que sigue se propone la adaptación de un método numérico para tomar en cuenta dicho efecto.

Las restricciones del suelo serán idealizadas mediante resortes de comportamiento lineal; uno para desplazamientos lineales horizontales y otro para deformaciones angulares de cabeceo de la cimentación [2,3].

En la fig. 7 se hace referencia a los parámetros que a continuación se mencionan

K = rigidez del resorte correspondiente a la traslación de la base [2] $= C_\tau A$

C_τ = coeficiente de cortante elástico uniforme del suelo.

A = área de contacto de la cimentación.

R = rigidez del resorte correspondiente a rotación de la base [2] $= C_\varphi I_b - W'\bar{y}$

C_φ = coeficiente de compresión elástica no uniforme del suelo.

I_b = momento de inercia de área de la base de la cimentación con respecto al eje z'

W' = peso total de la estructura

$\bar{y}$ = altura del centro de gravedad de la estructura sobre el nivel de desplante

$F = m\omega_n^2 x$

x = desplazamiento lineal total en C.G.

$M = J\omega_n^2 \varepsilon$

ε = desplazamiento angular total en C.G.

L' = altura de C.G. sobre el nivel de desplante

x_0 = traslación de la base

ε_0 = rotación de la base

$x_1 = \alpha + \beta\delta$

$\varepsilon_1 = \beta + \alpha\Theta$

$x_2 = L'\varepsilon_0$

$\alpha = F/k$

$\beta = M/k_r$

J, L, δ, Θ, k, k_r, x_1, ε_1 y W ya definidos anteriormente.

El problema será resuelto utilizando un procedimiento iterativo y la tabulación propuesta por N. M. Newmark[4]; se despreciarán la variación de la rigidez de la columna debida a la fuerza normal W y los momentos en la misma, causados por la excentricidad del peso debida a deformaciones de la columna.

Sean

F_o = fuerza horizontal en la base de la cimentación $= F$

M_o = momento flexionante en la base de la cimentación $= M + FL'$

$x_o = F_o/K$

$\varepsilon_o = M_o/R$

A continuación se describe el procedimiento a seguir:

1. Suponer valores para x y ε
2. Calcular F y M usando las expresiones $F = m\omega_n^2 x$ y $\varepsilon = J\omega_n^2\varepsilon$. En esta etapa el valor de ω_n aún no se conoce; por tanto se llevará como factor común en el resto del cálculo

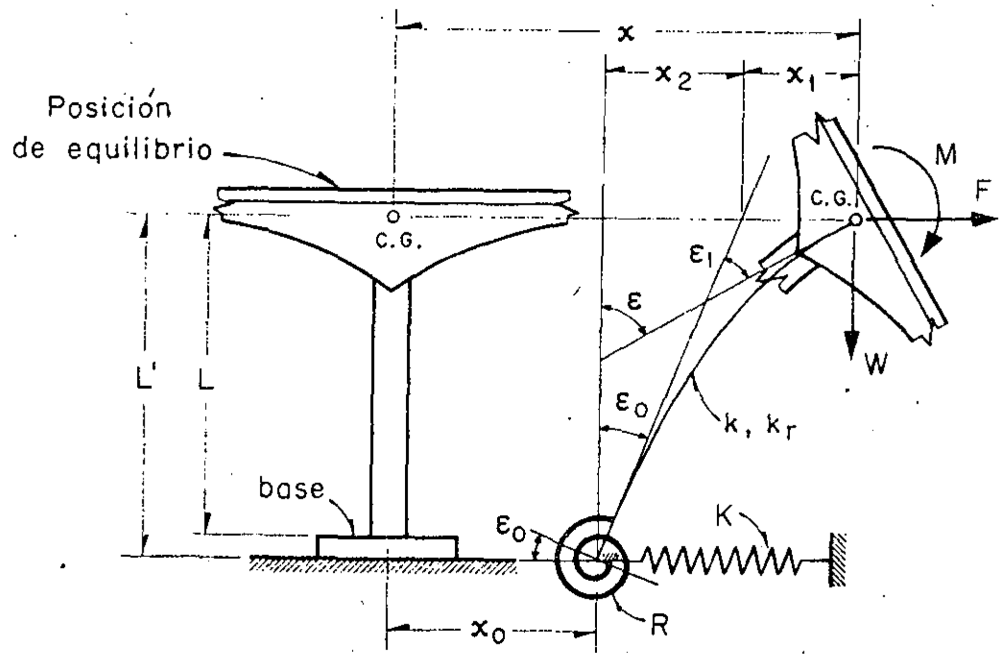


FIG. 7. *Modelo de interacción dinámica suelo-estructura*

3. Calcular la fuerza y el momento en la base mediante las fórmulas

$$F_o = F \quad \text{y} \quad M_o = M + FL'$$

4. Encontrar los valores de los desplazamientos $x_o = F_o/K$ y $\varepsilon_o = M_o/R$
5. Calcular los valores de los parámetros $\alpha = F/k$ y $\beta = M/k_r$
6. Efectuar los productos $\beta\delta$ y $\alpha\Theta$
7. Calcular $x_1 = \alpha + \beta\delta$ y $\varepsilon_1 = \beta + \alpha\Theta$
8. Efectuar el producto $x_2 = L'\varepsilon_o$
9. Calcular los desplazamientos lineales y angulares totales de C.G. mediante las expresiones

$$x' = x_0 + x_1 + x_2 \quad \text{y} \quad \varepsilon' = \varepsilon_0 + \varepsilon_1$$

10. Encontrar el valor de ω_n^2 mediante los cocientes x/x' y ε/ε'
11. Si los valores de ω_n^2 calculados en el paso anterior son aproximadamente iguales, el proceso habrá concluido. En caso contrario repítase la secuela utilizando como valores de partida para x y ε los encontrados en etapa 9 o valores cuyo cociente sea igual al de x' entre ε'. El proceso deberá continuarse hasta lograr la aproximación deseada.

EJEMPLO DE APLICACION

Con motivo de ilustrar los conceptos enunciados anteriormente se calcularán las frecuencias y modos de vibración de un cascarón ya construido en California, EUA (fig 8). Los datos necesarios han sido extraídos de la ref 1. Se computarán también las respuestas sísmicas suponiendo que esa estructura fuera a construirse en la zona blanda de la ciudad de México. Se utilizarán por tanto los parámetros elásticos de las arcillas del Valle de México y los espectros de diseño propuestos en el reglamento de construcción para el Distrito Federal [5].

Los datos necesarios de la estructura son

L = 419 cm
L' = 480 cm
$\bar{y}$ = 249 cm
W = 20, 450 kg (m = 20.81 kg seg²/cm)
W' = 43, 600 kg
I_b = 1.775×10^9 cm⁴
I_c = 1.065×10^6 cm⁴
k = 1.266×10^4 kg/cm
k_r = 7.41×10^8 kg cm/rad
J = 1.386×10^6 kg seg² cm
Θ = 0.00358 rad/cm
δ = 208 cm/rad

Las expresiones para C_τ y C_φ son las siguientes [2]

$$C_\tau = F_1 \frac{E'}{1-\nu^2}\frac{1}{\sqrt{A}}; \quad C_\varphi = F_2 \frac{E'}{1-\nu^2}\frac{1}{\sqrt{A}} \qquad (26)$$

En ecs 26

E' = módulo de elasticidad del suelo
ν = relación de Poisson del suelo
A = área de contacto de la cimentación
F_1, F_2 = factores de forma de la cimentación

Para el caso de la zona blanda del Valle de México un valor representativo de E' es 50 kg/cm² y $\nu \doteq 0.5$ [6]. Para una cimentación cuadrada los valores de F_1 y F_2 son 0.704 y 2.11 respectivamente.

Sustituyendo valores en ecs 26 se obtiene

$$C_\tau \doteq 0.123 \text{ kg/cm}^3$$
$$C_\varphi = 0.369 \text{ kg/cm}^3$$

CASO 1. SUELO RÍGIDO

a) *Cálculo de frecuencias y modos de vibración*

Para el cálculo de las frecuencias de vibración usaremos la fórmula dada en ec 22. Los valores de los parámetros a sustituir son

$$p^2 = k/m = 608 \text{ (rad/seg)}^2$$
$$\Omega^2 = k_r/J = 535 \text{ (rad/seg)}^2$$
$$\mu = \Omega^2/p^2 = 0.882$$

con los cuales

$$\lambda_{1,2} = 2(1.882 \pm \sqrt{3.55 - 0.882}) = 0.494;\ 7.034$$

Por tanto

$$\omega_1 = \sqrt{0.494 \times 608} = \sqrt{300} = 17.32 \text{ rad/seg}$$
$$\omega_2 = \sqrt{7.034 \times 608} = \sqrt{4260} = 65.30 \text{ rad/seg}$$

Los periodos naturales son

$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.362$ seg (T_1 obtenido de un registro de vibraciones libres de la estructura y reportado en ref 1 = 0.483 seg)

$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 0.096$ seg

Comparando los valores calculado y medido de T_1 se puede ver la importancia de la interacción dinámica suelo-estructura.

Las relaciones modales se obtienen de las ecs. 25 y sus valores son

$$x_1/\varepsilon_1 = \frac{2 \times 419}{4 - 0.494} = 238 \text{ cm/rad}$$

$$x_2/\varepsilon_2 = \frac{2 \times 419}{4 - 7.034} = -275 \text{ cm/rad}$$

b) *Respuesta sísmica*

Para el cálculo de la respuesta sísmica de sistemas de varios grados de libertad es necesario calcular los coeficientes de participación de cada modo de vibración. Se puede demostrar [7] que para este caso es aplicable la siguiente ecuación

$$C_n = \frac{\overline{X}_n^T \overline{M}\,\overline{i}}{\overline{X}_n^T \overline{M}\overline{X}_n} \qquad (27)$$

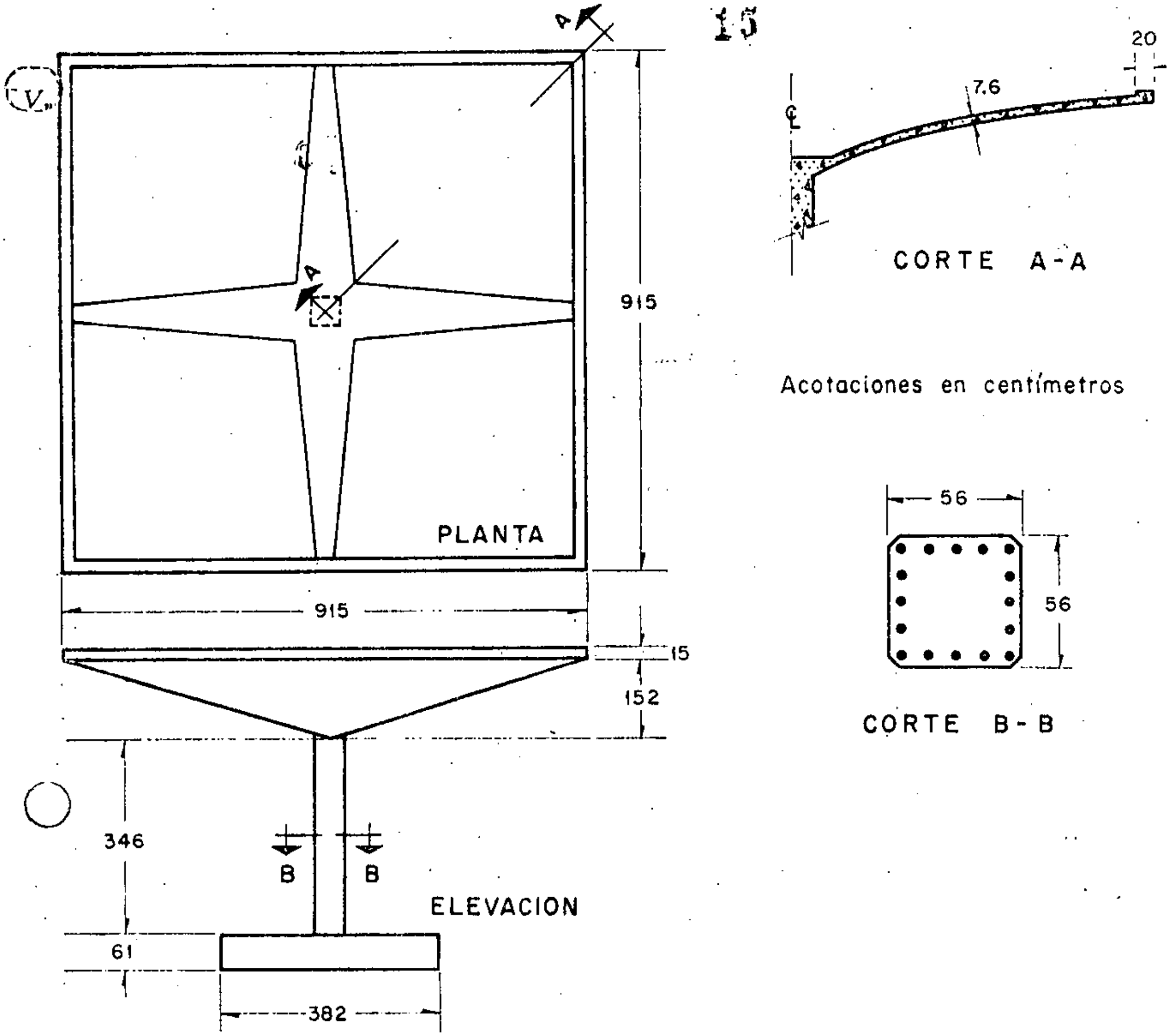


FIG. 8. *Cascarón utilizado para ejemplo.* (Después de R. McLean)

en la cual

$\bar{i}$ es un vector que representa los desplazamientos estáticos de cada grado de libertad de la estructura inducidos por un desplazamiento estático unitario de la base.

$\bar{X}_n$ es el vector modal para el enésimo modo (n)

$\bar{M}$ es la matriz de inercia y

$\bar{X}_n^T$ es el vector traspuesto de $\bar{X}_n$

Para nuestro caso se tendrá

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} X_{est} \\ \theta_{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 238 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \bar{X}_2 = \begin{bmatrix} -275 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1^T = \begin{bmatrix} 238 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \bar{X}_2^T = \begin{bmatrix} -275 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.81 & 0 \\ 0 & 1.386 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo valores en ec 27 y efectuando los productos matriciales en ella indicados se obtiene

$$C_1 = \frac{4{,}960}{2.566 \times 10^6} = 0.00193$$

$$C_2 = \frac{-5{,}720}{2.959 \times 10^6} = -0.00193$$

PRIMER MODO

Parámetros	Valores (2º ciclo)		Factor común
x, ε	438	1	
F, M	9130	1,386,000	ω_1^2
F_0, M_0	9130	5,766,000	ω_1^2
x_0, ε_0	0.4860	0.00910	ω_1^2
α, β	0.7210	0.00187	ω_1^2
$\beta\delta, \alpha\theta$	0.3892	0.002585	ω_1^2
x_1, ε_1	1.1102	0.004455	ω_1^2
x_2, ε_2	4.365	———	ω_1^2
$x'\ \varepsilon'$	5.961	0.013565	ω_1^2
ω_1^2	73.5	75.8	—

Suponiendo que la aproximación es suficiente resulta .

$$x'/\varepsilon' = 440,\ \overline{X}_1^T = [440,1],\ \omega_1^2 \doteq 74\ (\text{rad/seg})^2$$

$$T_1 = 0.731 \text{ seg.}$$

El procedimiento para el cómputo de los parámetros del segundo modo es el mismo, sólo que la configuración supuesta deberá "limpiarse", antes de proseguir el cálculo, de las componentes del primer modo que pudiera contener. Se demuestra [7] que si $\overline{X}'_2$ es el vector de la configuración supuesta, el vector libre de componentes del primer modo queda dado por

$$\overline{X}_2 = \overline{X}'_2 - \frac{\overline{X}_1^T \overline{M} \overline{X}'_2}{\overline{X}_1^T \overline{M} \overline{X}_1} X_1 \qquad (32)$$

Suponiendo para el primer ciclo

$$\overline{X}'_2 = \begin{bmatrix} -150 \\ 1 \end{bmatrix}$$

y sustituyendo valores en la ecuación matricial 32 se obtiene

$$\overline{X}_2 = \begin{bmatrix} -151 \\ 1 \end{bmatrix}$$

.e nos da los valores de partida para el primer ciclo de cálculo.

SEGUNDO MODO

Parámetros	Valores (1er. ciclo)		Factor común
x, ε	—151	1	
F, M	—3143	1,386,000	ω_2^2
F_0, M_0	—3143	—123,000	ω_2^2
x_0, ε_0	—0.1672	—0.0001940	ω_2^2
α, β	—0.2481	0.0018700	ω_2^2
$\beta\delta, \alpha\theta$	0.3892	—0.0008890	ω_2^2
x_1, ε_1	0.1411	0.0009810	ω_2^2
x_2, ε_2	—0.0930	———	ω_2^2
x', ε'	—0.1191	0.0007870	ω_2^2
ω_2^2	1267	1270	—

$x'/\varepsilon' = -151,\ \overline{X}_2^T = [-151\ 1],\ T_2 = 0.176$ seg.

En este caso se supuso un valor cercano al real y por tanto sólo se necesitó un ciclo para que se obtuviera la aproximación deseada. Si el valor supuesto no hubiese sido ese sino otro cualquiera seguramente no hubiera sido suficiente un ciclo de cálculo. En los ciclos subsiguientes se procedería en igual forma que antes: suponer inicialmente la configuración obtenida en el ciclo anterior; limpiarla de las componentes del primer modo; etc.

b) Respuesta sismica

Los valores de los coeficientes de participación y de las ordenadas espectrales para este caso son:

$$C_1 = 0.001689, \qquad C_2 = -0.001689$$

$$S_{a1} = 127.4 \text{ cm/seg}^2, \qquad S_{a2} = 86.6 \text{ cm/seg}^2$$

Las respuestas máximas para cada modo valen

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}970 \text{ kg} \\ 298{,}200 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 461 \text{ kg} \\ 203{,}000 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

Las respuestas máximas totales serán (fig 10b)

$$V = 2{,}030 \text{ kg}$$

$$M = 361{,}000 \text{ kg cm}$$

$$M_0 = 1{,}209{,}000 \text{ kg cm}$$

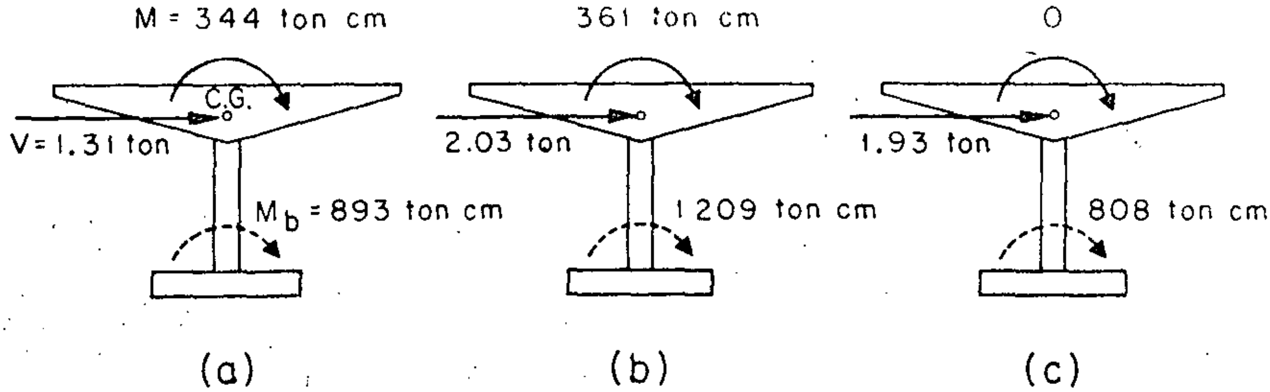


FIG. 10. *Respuestas sísmicas*

CASO 3. BASE RÍGIDA Y MASA CONCENTRADA

Para comparación de resultados se verá cuál es el valor de la respuesta máxima en el caso de despreciar la inercia rotacional y la interacción suelo-estructura.

Para este caso $p^2 = 608$ (rad/seg)^2, $T = 0.325$ seg. $0.15S_a = 92.6$ cm/seg^2, $V = mS_a = 1{,}930$ kg y $M_b = 808{,}000$ kg cm (fig 10c).

CONCLUSIONES

En la siguiente tabla se resumen los resultados de los tres casos, indicados como porcentajes del segundo caso.

Concepto	*Caso 1*	*Caso 2*	*Caso 3*
V	64.4%	100%	95.0%
M	95.2%	100%	0 %
M_b	73.8%	100%	66.7%

Los resultados de la tabla anterior dan una idea clara de la importancia que tiene el considerar la inercia rotacional de la cubierta y la interacción suelo-estructura. La importancia del primer concepto aumentará conforme mayor sea el momento de inercia de masa de la cubierta con respecto al eje z. El último concepto es tanto más importante cuanto más blando sea el suelo de cimentación. En particular puede observarse que en el tipo de solución 3 no se obtiene momento flexionante a la altura de C.G. Esto puede traer consigo serios errores en la cuantía del acero de refuerzo necesario en la unión columna-cubierta que es donde más ductilidad necesita desarrollarse.

AGRADECIMIENTO

El autor manifiesta su agradecimiento a los doctores E. Rosenblueth y J. A. Nieto, así como al Ing. E. del Valle por sus valiosos comentarios y sugerencias.

REFERENCIAS

1. McLean, R. S., "Inverted pendulum structures", technical report of *Consulting Civil and Structural Engineers*, Fullerton, Cal. (ene, 1965).
2. Barkan, D. D., "Dynamics of bases and foundations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1962).
3. Jacobsen, L. S., y Ayre, R. S., "Engineering vibrations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1958).
4. Newmark, N. M., "Numerical procedure for computing deflections, moments and buckling loads", *Transactions ASCE*, Vol. 108 (1943), pp. 1161-1234.
5. Rosenblueth, E. y Esteva, L., *"Proyecto de reglamento de las construcciones en el Distrito Federal, "Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios"*, Ediciones Ingeniería, México (1962).
6. Marsal, R., y Mazari, M., *"El subsuelo de la Ciudad de México"*, Publicación del Instituto de Ingeniería, UNAM (1962).
7. Newmark, N. M., y Rosenblueth, E., *"Earthquake Engineering"*, será publicado por Prentice-Hall, Inc.
8. Rosenblueth, E., "Some applications of probability theory in aseismic design", *Proceedings, 1st World Conference on Earthquake Engineering*, Berkeley, Cal. (1956), paper 8.

INSTITUTO DE INGENIERIA

ESTUDIO ESTADISTICO DE LOS CRITERIOS PARA ESTIMAR LA RESPUESTA SISMICA DE SISTEMAS LINEALES CON DOS GRADOS DE LIBERTAD

OCTAVIO A RASCON
AUGUSTO G VILLARREAL

OCTUBRE 1973 323

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Estudio estadístico de los criterios para estimar la respuesta sísmica de sistemas lineales con dos grados de libertad

Octavio A. Rascón
Augusto G. Villarreal*

RESUMEN

El objeto de este trabajo es verificar el grado de aproximación de dos métodos que con frecuencia se utilizan para estimar la respuesta sísmica máxima de sistemas lineales con varios grados de libertad. Para ello se aplica el método de Monte Carlo en el estudio de tres tipos de estructuras con dos grados de libertad: torsión y traslación, cabeceo y traslación, y traslación en dos pisos. Como excitaciones se utilizan sismos simulados y reales; se comparan las respuestas estimadas con las exactas, se hacen recomendaciones acerca del empleo de dichos métodos, y se obtienen las distribuciones de probabilidades de los cocientes de las respuestas exactas entre las estimadas.

ABSTRACT

The purpose of this work is to verify the degree of approximation of two methods used frequently for estimating the maximum seismic response of linear systems with various degrees of freedom. To do this, the Monte Carlo method is used in the study of three types of structures with two degrees of freedom: torsion and translation, rocking and translation, and translation in a two story building. Simulated and real earthquakes are used as ground excitations; estimated responses are compared with the exact ones, recommendations for the use of such methods are given and the probability distributions of the ratios of exact to estimated responses are obtained.

1. INTRODUCCION

En este trabajo se analiza el comportamiento dinámico de algunos tipos de estructuras de comportamiento lineal de dos grados de libertad cuando se les sujeta a solicitaciones sísmicas. El objeto es verificar el grado de aproximación de dos métodos propuestos por Rosenblueth (refs 1 y 2) para estimar la respuesta máxima total, mediante su comparación con las respuestas máximas exactas obtenidas con el método de análisis modal, al superponer en el tiempo los efectos del sismo en los dos modos naturales de vibración de la estructura.

El método 1 consiste en estimar la respuesta máxima total, Q, extrayendo la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la respuesta en cada modo natural de vibración, Q_i, es decir

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} Q_i^2} \tag{1.1}$$

* *Profesores investigadores, Instituto de Ingeniería, UNAM*

90

donde n es el total de grados de libertad del sistema.

El método 2 consiste en aplicar la fórmula

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} Q_i^2 + \sum_{i \neq j} \sum \frac{Q_i\ Q_j}{1 + \epsilon^2_{ij}}} \qquad (1.2)$$

siendo

$$\epsilon_{ij} = \frac{\omega_i' - \omega_j'}{\zeta_i'\ \omega_i + \zeta_j'\ \omega_j} \qquad (1.3)$$

donde

Q_i	respuesta máxima en el i-ésimo modo de vibración, tomada con el mismo signo que el de la correspondiente función de transferencia cuando esta alcanza su valor máximo absoluto
ω_i	i-ésima frecuencia circular natural de vibracion del sistema sin amortiguamiento
$\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$	i-ésima frecuencia circular natural de vibración del sistema amortiguado
ζ_i	fracción del amortiguamiento crítico en el i-ésimo modo natural
$\zeta_i' = \zeta_i + 2/(\omega_i S)$	fracción del amortiguamiento crítico equivalente
S	duración del sismo con el que se excita al sistema

El interés primordial al realizar esta verificación radica en que el método 1, actualmente en uso en varios reglamentos de construcción (refs 3 y 4), podría llegar a sustituirse por el método 2.

Se han propuesto otros procedimientos para estimar Q (ref 5) que son función no lineal de los resultados del método 1; sin embargo, no se discuten en este trabajo porque han sido estudiados con base en estructuras sin amortiguamiento, las cuales, como se verá, conducen a conclusiones diferentes de las que corresponden a estructuras amortiguadas.

Para realizar estadísticamente este estudio, se emplearon técnicas de reducción de variancia del método de Monte Carlo.

En cuanto al análisis, este se limita a tres casos, los cuales se detallan en el Apéndice:

1. Torsión en estructuras de un piso, considerando que las respuestas dinámicas son la fuerza cortante y el momento torsionante.

2. Cabeceo en estructuras de un piso, considerando como respuestas la fuerza cortante y el momento de cabeceo.

3. Traslación en estructuras de dos pisos, tomando en cuenta las fuerzas cortantes en los entrepisos uno y dos.

2. CALCULO DE LAS RESPUESTAS MAXIMAS

Las respuestas elásticas máximas de los diversos tipos de estructuras se calcularon utilizando:

a) Método 1 (ec 1.1, criterio del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal, ref 3)

b) Método 2 (ec 1.2 y nuevo criterio de Rosenblueth, ref 2)

c) Análisis modal (respuesta exacta).

Los resultados del análisis modal sirvieron como base de comparación del grado de aproximación de las estimaciones logradas con los otros dos criterios.

Como excitaciones sísmicas se emplearon cuatro sismos simulados de acuerdo con el método indicado en la ref 6 (figs 1 a 4), y uno real (fig 5), registrado en la zona blanda de la ciudad de México (ref 7).

El análisis de los tres casos se realizó empleando el método de Monte Carlo, que consiste en estudiar el comportamiento de un modelo matemático determinado, mediante la simulación de los datos de entrada (generalmente en computadora digital) y del estudio estadístico de los resultados. Cada vez que se introduce un conjunto de datos y se obtiene la respuesta del modelo, se dice que se efectúa un *experimento conceptual* del problema; la colección de resultados constituye la *muestra* que sirve de base para inferir cuál es el grado de aproximación con que dicho modelo matemático representa el fenómeno para el cual se formuló.

Conforme aumenta el número de parámetros que intervienen en el modelo matemático, se incrementa la cantidad de experimentos necesaria para dilucidar cuáles influyen en el problema, es decir, para verificar si en los resultados que se obtienen al variar los valores de los parámetros existen diferencias estadísticas significativas; sin embargo, eso representa un costo de computación que en ocasiones hace prohibitivo tal tipo de estudios, a menos que se emplee alguna técnica de ***reducción de variancia*** (refs 11 y 12), lo que permite un ahorro considerable en el número de experimentos necesario para obtener conclusiones adecuadas.

La técnica de reducción de variancia que se emplea en este trabajo es muy común y consiste en:

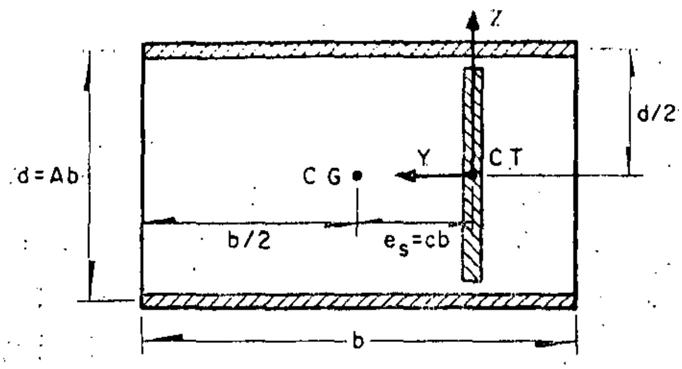


Fig 6. Estructura tipo considerada en el problema de torsión

pendicular al movimiento), de manera que cada uno de estos últimos resista una fuerza cortante igual a *M/d*, donde *M* es el momento torsionante dinámico y *d* es la separación de los dos muros. En este caso, la estructura presenta excentricidad sólo en dirección perpendicular a la de excitación, *Z*.

Los parámetros que se escogieron para estudiar el problema de torsión fueron (fig 6):

$A = b/d$

b dimensión en la dirección Y

$c = e_s/b$

periodo fundamental de vibración $= \omega_1/2\pi = \lambda_1/(2\pi K/m)$

ζ fracción de amortiguamiento respecto al crítico en ambos modos de vibración

η cociente de la frecuencia angular entre la lineal $= (L/J)/(K/m)$

Los valores que se asignaron a A, b y c son los consignados en la tabla 1; los de ζ son 0, 0.05 y 0.10; los de η, 0.5, 0.9, 1.0, 1.1, 1.5, 2.0, 2.5, 3 y 4, y los de T_1, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2, 3 y 4 seg. Los casos de $\eta = 1$, 0.9 y 1.1 se estudiaron con especial cuidado debido a que para valores de $\eta = 1$ y cercanos, sucede que las dos frecuencias naturales de vibración resultan más próximas entre sí (ec A.3) y, en consecuencia, el término ϵ_{12}^2 de las ecs A.8 y A.9 del Apéndice puede asumir valores pequeños (ec 1.3), en cuyo caso se pueden presentar diferencias considerables entre los resultados de ambos métodos, puesto que el término de la doble suma de la ec 1.2 asume valores tanto mayores cuanto menores son los de ϵ_{12}^2.

Para cada uno de los casos de la tabla 1 se obtuvieron las fuerzas cortantes y los momentos torsionantes ...mos correspondientes a todas las combinaciones ..., T_1 y η.

En las figuras que aparecen más adelante no se hace distinción de los resultados obtenidos con cada sismo ni con cada combinación de A, b y c, ya que las muestras respectivas se mezclaron al no haberse encontrado diferencias estadísticas significativas con un 95 por ciento de nivel de confianza en los mism... a pesar de la marcada diferencia entre los valores de dichos parámetros y de las características de los sismos, tales como duración y frecuencia dominante.

2.1.1 Momento torsionante

En las figs 7 a 9 se presentan los resultados correspondientes a los casos en los que $T_1 = 2.0$ seg y $\zeta = 0$, 0.05 y 0.10, respectivamente. En el eje de las abscisas se localizan los valores de η, y en el de las ordenadas los cocientes de los momentos torsionantes exactos, M, entre los estimados, $\hat{M}$ y $\tilde{M}$, con los métodos 1 y 2, respectivamente (Apéndice).

En la fig 7, en la que el amortiguamiento es nulo, se aprecia mayor dispersión en los resultados de ambos métodos que corresponden a $\eta = 0.9$, 1.0 y 1.1 que para los demás valores de η. En cambio, en las figs 8 y 9, que corresponden a $\zeta = 0.05$ y $\zeta = 0.10$, respectivamente, se observa que la dispersión de los resultados del método 2 es prácticamente la misma para todos los valores de η (el coeficiente de variación es cercano a 0.2), cosa que no sucede con los resultados del método 1, para los cuales se tiene mayor dispersión cuando $\eta = 0.9$, 1.0 y 1.1. Estas observaci... llevan a la conclusión de que para el método 1 n... pueden mezclar las muestras correspondientes a todos los valores de η, ya que los resultados dependen de este parámetro, mientras que para el método 2 podrían mezclarse las que no se refieren a amortiguamiento nulo si se verificara que los valores medios correspondientes a cada η son estadísticamente iguales.

Para lograr dicha verificación, se investigó primero si los resultados del método 2 son independientes del periodo fundamental, T_1. Con este fin se trazó un juego de figuras del mismo tipo que las figs 10 a 12, que corresponden a $\eta = 1.0$ con $\zeta = 0$, 0.05 y 0.10, respectivamente. En la fig 10, que corresponde a $\zeta = 0$, se observa que los resultados sí dependen de T_1, ya que los valores medios son sensiblemente más grandes para periodos mayores de 1.0 seg que para los menores. Por lo contrario, en las figs 11 y 12 se nota que los valores medios son prácticamente independientes de T_1 en el intervalo de periodos estudiado, por lo que las muestras de cada periodo pueden agruparse en una sola (esta conclusión también es válida para los resultados del método 1).

Para verificar estadísticamente la conclusión anterior, se realizó una prueba de hipótesis acerca de si la ...diente de la recta que se ajusta a los datos puede considerarse nula, habiéndose aceptado con 95 por ciento de nivel de confianza.

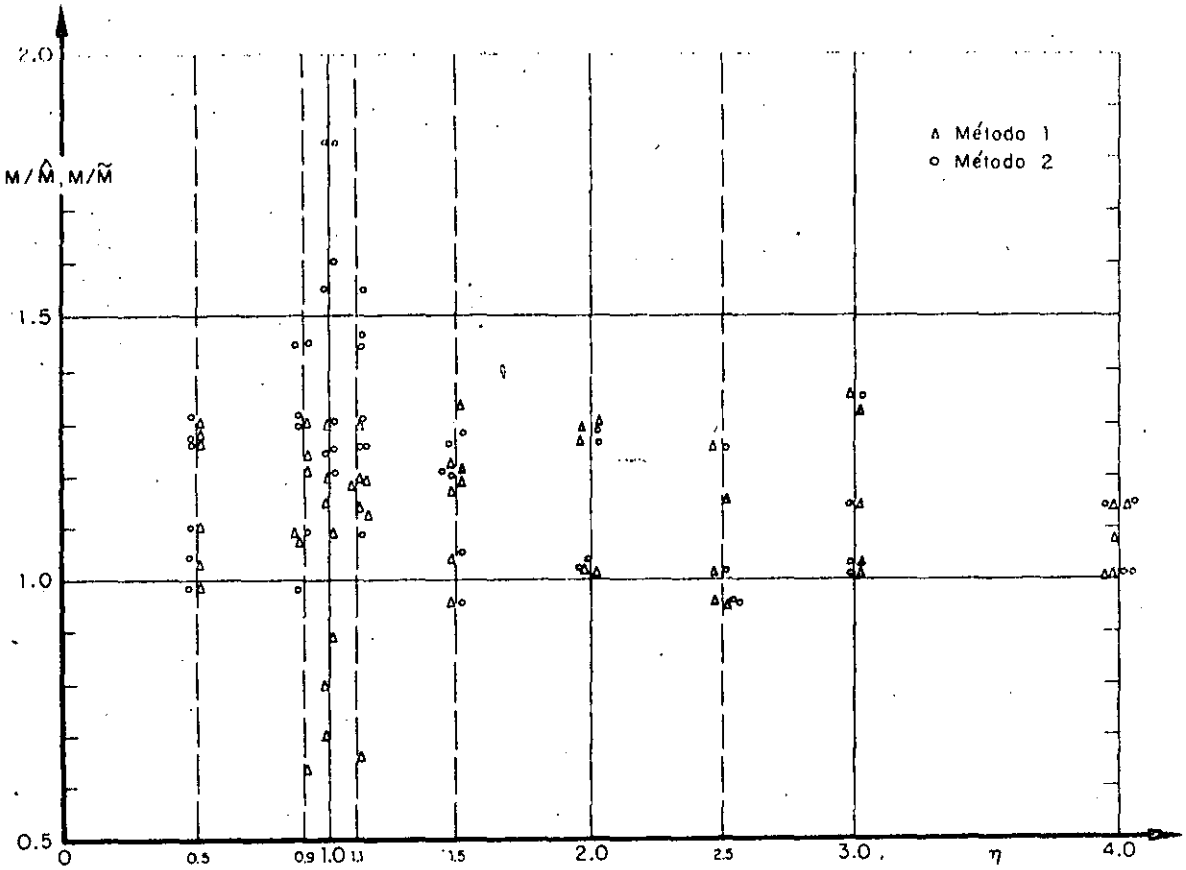


Fig 7. Resultados de los momentos torsionantes para $T_1 = 2.0$ seg, y $\zeta = 0$

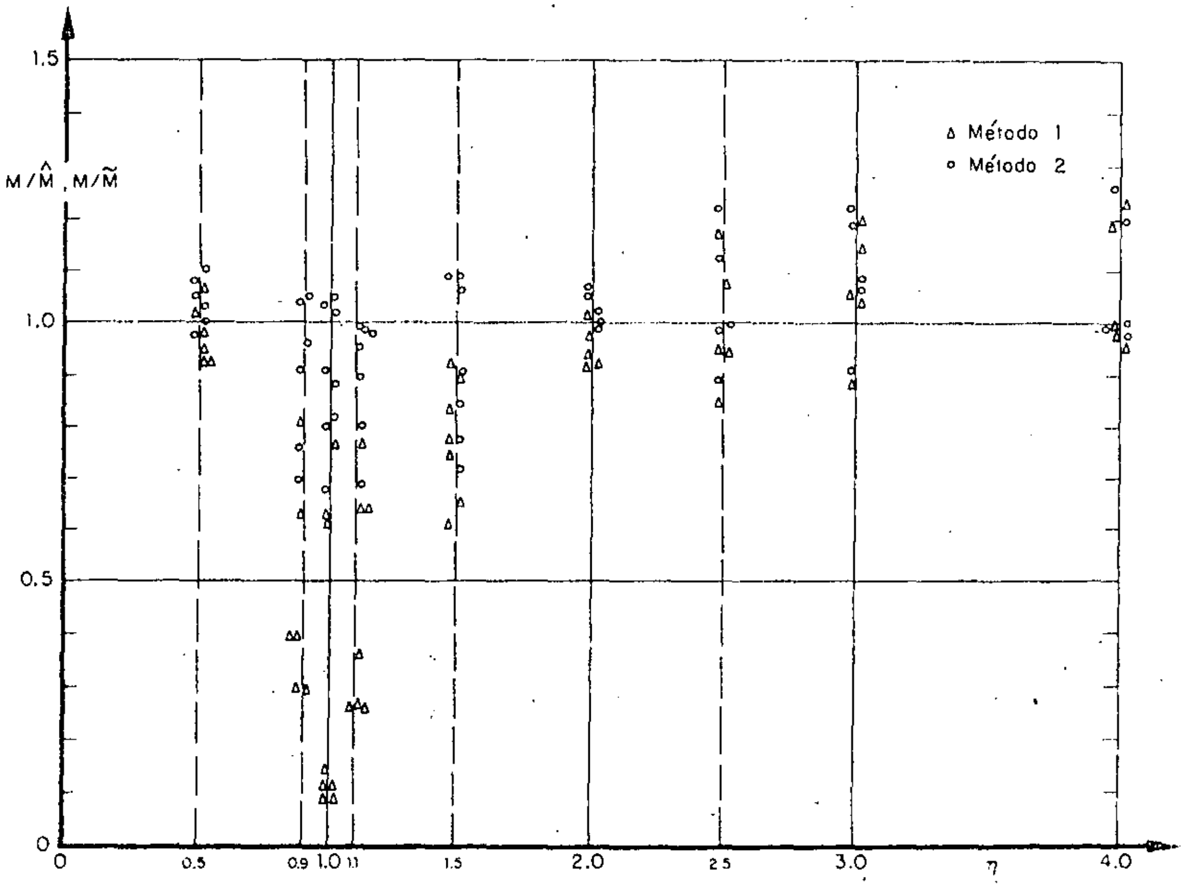


Fig 8. Resultados de los momentos torsionantes para $T_1 = 2.0$ seg, y $\zeta = 0.05$

Se observa en la fig 14, que corresponde a amortiguamiento nulo, que para $\eta = 0.9$, 1.0 y 1.1 hay una da diferencia entre los resultados obtenidos para el caso I con los casos II y III (la de estos últimos entre sí no es tan importante). Así, cuando $\eta = 1.0$, en el caso I el promedio de e_d/e_s fue 38.5 y la desviación estándar 16.6; en el caso II estos parámetros estadísticos valieron 5.4 y 0.6, respectivamente. Para valores de η separados de 1.0 en 0.5 unidades o más hay diferencias menos apreciables entre los resultados de los tres casos. Además, e_d/e_s disminuye rápidamente conforme η se aleja de 1.0.

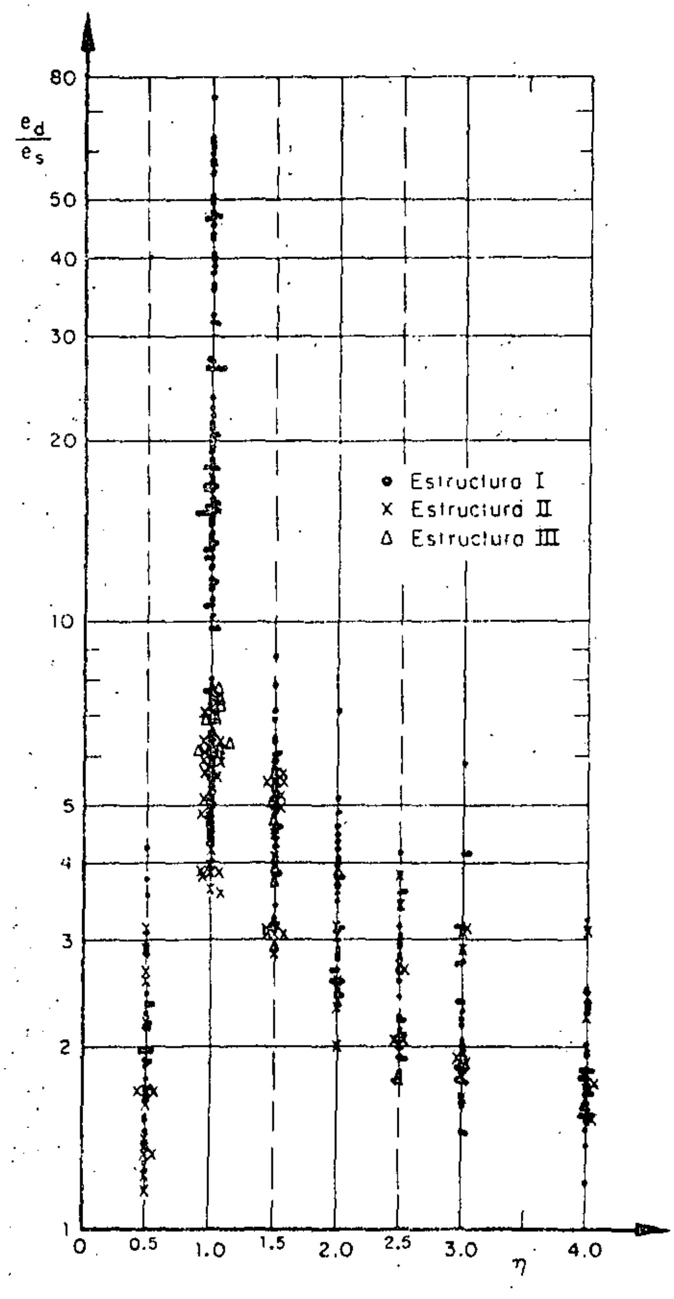


Fig 14. Cocientes de la excentricidad dinámica exacta entre la estática, para $\zeta = 0$

En las figs 15 y 16, para $\zeta = 0.05$ y 0.10, respectivamente, casi no hay diferencias entre los resultados de los dos casos, aunque persiste la dependencia respecto a η. Comparando estas tres últimas figuras se nota también que e_d/e_s disminuye conforme el amortiguamiento aumenta. Así, para $\zeta = 0.05$ el promedio fue 4.6 y la desviación estándar 1.3, mientras que para $\zeta = 0.10$, los valores correspondientes fueron 2.7 y 0.7.

De las figs 15 y 16 se concluye que la disposición del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal de que se tome $e_d/e_s = 1.5$ subestima el valor promedio para todos los valores de η mayores de 0.5 y menores de 4.0 (aquí se omitió el término $\pm$ 0.05b que se agrega a 1.5 en la disposición del Reglamento, porque dicho término tiene como finalidad prevenir excentricidades accidentales ocasionadas por variaciones imprevisibles de masas y rigideces y posibles excitaciones torsionales).

Con objeto de estimar probabilidades de eventos relacionados con los momentos torsionantes, se trazaron en papel de probabilidades los datos de frecuencias acumuladas correspondientes a diferentes casos. Las distribuciones de probabilidades empleadas fueron la logarítmico normal, la extrema tipo II y la normal, de las cuales, por apreciación visual, se consideró que esta última daba en general mejores resultados (figs 17 a 19).

Para verificar que las poblaciones bajo estudio tienen distribuciones normales, se realizaron pruebas de hipótesis estadísticas con un 95 por ciento de nivel de confianza.

Los resultados fueron:

Método 1

(Con resultados de $\eta = 1.5$, 2.0, 2.5, 3.0 y 4.0 mezclados; fig 17)

$\zeta = 0$: se rechaza la hipótesis nula de que la distribución es normal con media 1.16 y desviación estándar 0.12 (esta hipótesis se rechaza también con un 99 por ciento de nivel de confianza)

$\zeta = 0.05$ y $\zeta = 0.10$: se aceptan las hipótesis nulas de que las distribuciones son normales con medias 0.96 y 0.85, y desviaciones estándar 0.15 y 0.17, respectivamente.

Método 2

(Con resultados de $\eta = 1.5$, 2.0, 2.5, 3.0 y 4.0 mezclados; fig 18)

$\zeta = 0$, 0.05 y 0.10: se aceptan las hipótesis de que las distribuciones son normales con medias 1.15, 1.06 y 1.00, y desviaciones estándar 0.15, 0.15 y 0.15, respectivamente. Para $\zeta = 0.05$, la hipótesis se acepta con 99 por ciento de nivel de confianza; las otras con 95 por ciento.

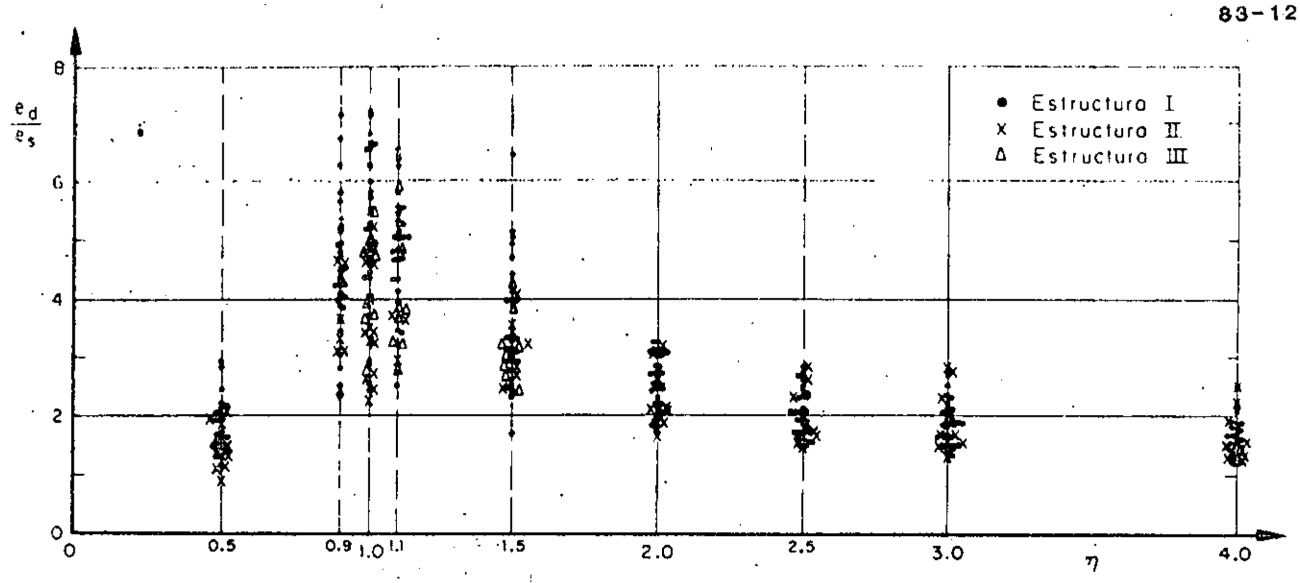


Fig 15. Cocientes de la excentricidad dinámica exacta entre la estática, para $\zeta = 0.05$

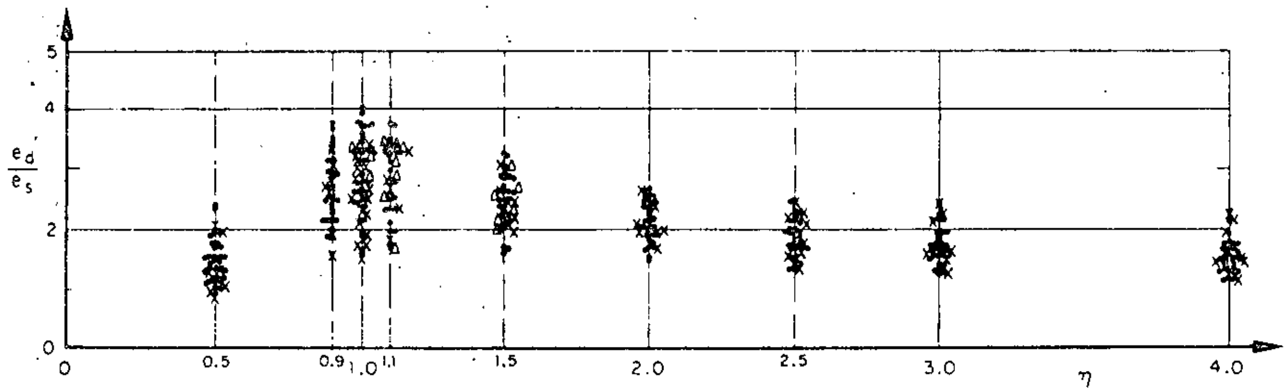


Fig 16. Cocientes de la excentricidad dinámica exacta entre la estática, para $\zeta = 0.10$

Además, para $\zeta = 0.10$ se estudió el caso en que se mezclaron los resultados de $\eta = 1$ y $\eta = 1.1$ (fig 19), obteniéndose una distribución normal con media 0.88 y desviación estándar 0.17. También se mezclaron los resultados de los valores de η de 1 a 4, para los cuales se obtuvo una distribución de igual tipo con media 0.95 y desviación estándar 0.16. Ambas hipótesis fueron aceptables, pero con 97.5 por ciento de nivel de confianza.

En todos los casos descritos en que se acepta la hipótesis nula, se observa que la desviación estándar es muy semejante, ya que varía de 0.15 a 0.17, mientras que la media va de 0.86 a 1.15.

2.1.2 Fuerza cortante

Los resultados obtenidos con los métodos 1 y 2, correspondientes a $\eta = 1.0$ y $\zeta = 0$, se muestran en la fig 20. En el eje de las abscisas se tienen los periodos fundamentales, T_1, y en el de las ordenadas las fuerzas cortantes normalizadas, $V/\hat{V}$ y $V/\tilde{V}$, obtenidas al dividir las fuerzas cortantes, V, calculadas mediante análisis modal entre las estimadas con los métodos 1 y 2, $\hat{V}$ y $\tilde{V}$, respectivamente.

De la fig 20 y otras similares se concluyó que las fuerzas cortantes normalizadas obtenidas con ambos métodos son independientes del periodo fundamental, T_1, con 95 por ciento de nivel de confianza. Además, para valores de η menores de 0.9 y mayores de 1.1, los resultados fueron independientes de los parámetros A, b y c, con errores de ± 5 por ciento. Esta independencia también se obtuvo para el método 2, inclusive cuando $\eta = 0.9$, 1.0 y 1.1, con errores máximos de 40 por ciento en defecto y 20 por ci[illegible] en exceso para $\zeta = 0$, tendiendo a reducirse confo[illegible] aumenta el amortiguamiento; así, para $\zeta = 0.05$, se obtuvieron errores máximos de ± 20 por ciento, y para $\zeta = 0.10$ de ± 10 por ciento.

Debido a que las conclusiones obtenidas de esas gráficas son prácticamente las mismas, en este trabajo solo se reproduce la correspondiente a las fuerzas cortantes con $\zeta = 0.10$ (fig 21). Dichas conclusiones fueron, además de las mencionadas, las siguientes:

— Los resultados son estadísticamente independientes de η con 95 por ciento de nivel de confianza, cuando $\zeta \geqslant 0.05$

— La respuesta normalizada se subestima con mayor frecuencia que lo que se sobrestima, en proporción de 2 a 1

— El error máximo en defecto fue 29 por ciento, y en exceso, 22 por ciento

— El promedio global de los resultados con $\zeta \geqslant .05$ es 1.05, y el coeficiente de variación, 10 por ciento

Los resultados varían ligeramente al introducir amortiguamiento a la estructura; se hace notar que para $\zeta = 0$, la respuesta normalizada promedio se subestima aproximadamente en 10 por ciento más que con $\zeta = 0.05$ y 0.10 (fig 22). En estos dos últimos casos no se aprecia diferencia significativa en los promedios de las respuestas ni en las dispersiones. Así, los errores máximos que se tuvieron para $\zeta = 0.05$ alcanzaron 31 por ciento en defecto y 19 por ciento en exceso; en cuanto a $\zeta = 0.10$ fueron, respectivamente, 27 y 21 por ciento

— Dado que existe gran incertidumbre en otros factores del diseño sísmico, tales como magnitud del sismo de diseño (o en las amplitudes del espectro de diseño), contenido de frecuencias, duración y variación temporal del mismo, se puede concluir que las estimaciones obtenidas con los dos métodos son, en promedio, satisfactorias en este tipo de estructuras.

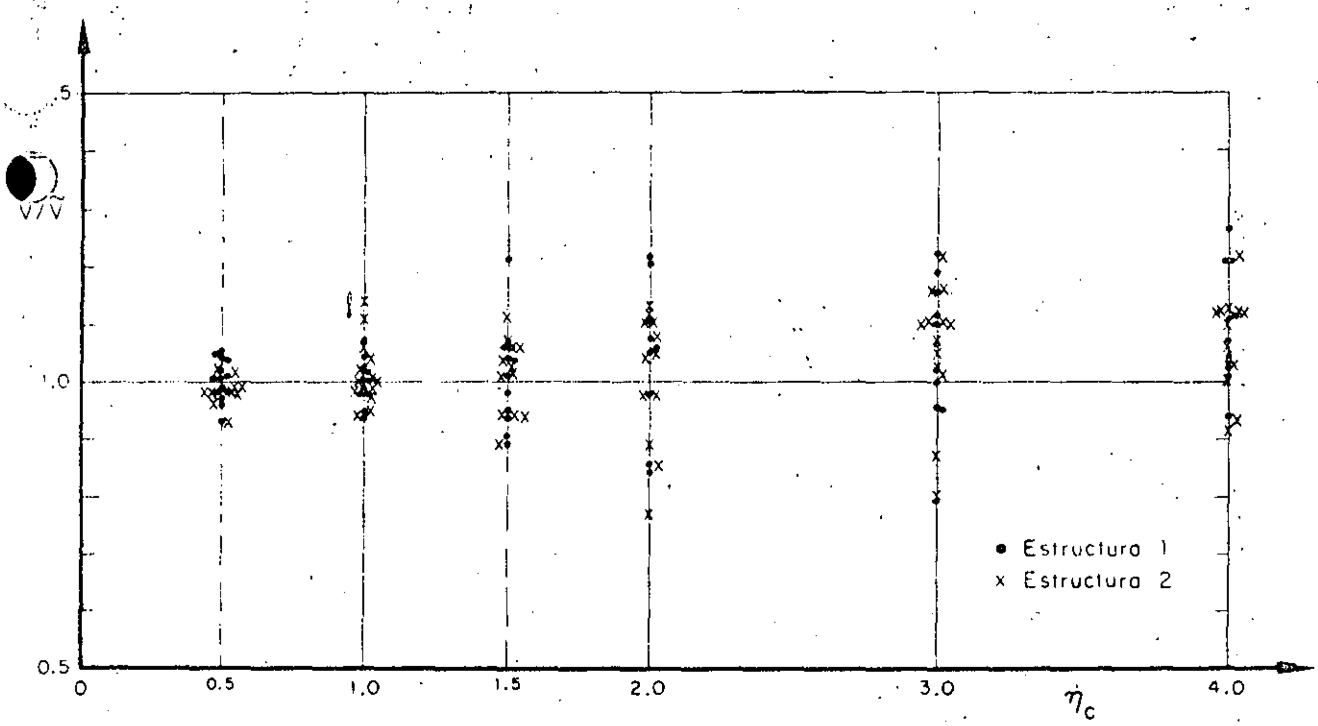
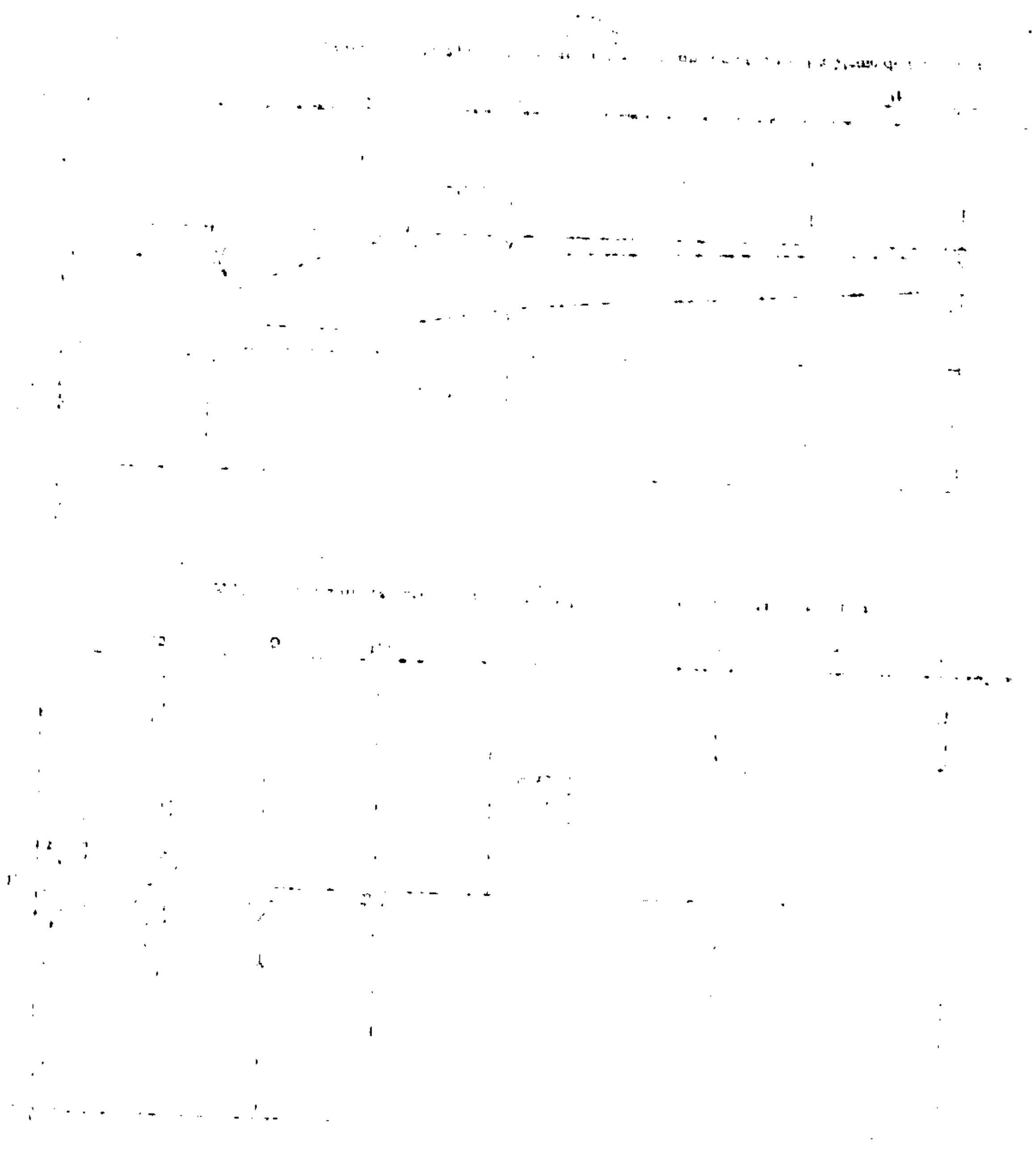


Fig 21. Fuerzas cortantes normalizadas estimadas con el método 2, para $\zeta = 0.10$. Problema de cabeceo



3. CONCLUSIONES

El resumen de las conclusiones obtenidas de los tres problemas estudiados es:

En cabeceo y traslación:

– En promedio las estimaciones normalizadas de las respuestas máximas logradas con los métodos 1 y 2 son satisfactorias y prácticamente iguales; esto último debido a que $\epsilon_{12}^2 >> 0$

– La respuesta se subestimó con mayor frecuencia que lo que se sobrestimó, reduciéndose el error al considerar amortiguamiento en la estructura. Además, los valores exactos divididos entre los estimados fueron estadísticamente independientes de T_1 y η_c o η_t, así como del tipo de respuesta que se trate (momento de cabeceo o fuerza cortante)

En torsión:

– Las conclusiones sí difieren al tomar en cuenta el momento torsionante o la fuerza cortante. Además, debido a que en algunos casos ϵ_{12}^2 es pequeña, los dos métodos dan resultados diferentes

– Las estimaciones del momento torsionante al considerar amortiguamiento estructural nulo dependen en gran medida de la relación de frecuencias, η. Además, éstos difieren al usar el método 1 o el 2, siendo más aproximados los del 1 para valores de η comprendidos en el intervalo o $0.5 \leqslant \eta \leqslant 1.5$ o muy parecidos fuera de él

– Para los tres amortiguamientos estudiados, los resultados del método 2 son estadísticamente independientes de η, no así los del 1; son mejores los del método 2 cuando $\zeta = 0.05$ y 0.10

– Cuando se tenga $0.5 \leqslant \eta \leqslant 2$, se recomienda usar el método 2; en los demás casos es indistinto el empleo de cualquiera de los dos métodos

– La relación de excentricidad dinámica a excentricidad estática se subestima en las disposiciones del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, siendo esto más cuando el valor de η queda comprendido entre 0.8 y 2. En particular, para $0.9 \leqslant \eta \leqslant 1.1$ esta relación vale, en promedio, 4.6 para $\zeta = 0.05$ y 2.7 para $\zeta = 0.10$. De lo anterior se concluye que es necesario realizar estudios exhaustivos sobre este aspecto, considerando vibración torsional en estructuras de varios pisos y con comportamiento inelástico

– Las distribuciones de probabilidades del cociente del valor exacto sobre el estimado son normales con desviación estándar cercana a 0.16 y media comprendida en el intervalo 1 ± 0.12 (fig 19)

APENDICE

A.1 ANALISIS DINAMICO DE UNA ESTRUCTURA SUJETA A TORSION

La fig A.1 representa un edificio de un piso, de forma arbitraria, con la línea del centro de torsión (CT) al centro de gravedad (CG) perpendicular a la dirección del sismo considerado.

En dicha figura se tiene que

m masa total del sistema

J momento polar de masa respecto al centro de gravedad

L_t rigidez torsional respecto al centro de torsión

K rigidez lineal en la dirección del movimiento

e_s excentricidad estática

b dimensión de la estructura en dirección Y

$c = e_s/b$

Considerando que la rigidez torsional respecto al centro de gravedad es

$$L = L_t + K e_s^2$$

y aplicando el principio de D'Alambert para obtener las ecuaciones de equilibrio del sistema en vibraciones libres, se llega al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden (ref 8)

$$m\ddot{z} + K(z - e_s \Phi) = 0 \qquad \text{(A.1)}$$

$$J\ddot{\Phi} + L\Phi - K e_s z = 0$$

Sustituyendo en la ec A.1 a $\ddot{z} = -\omega^2 z$ y $\ddot{\Phi} = -\omega^2 \Phi$ (por ser vibraciones libres), donde ω es la frecuencia circular natural del sistema, y resolviendo el sistema de ecuaciones algebraicas resultante, se obtiene la ecuación característica:

$$\lambda^4 - \lambda^2(1 + \eta) + \eta - c^2/j^2 = \qquad \text{(A.2)}$$

donde $\lambda^2 = \omega^2/(k/m)$, $j^2 = J/(mb^2)$ y $\eta = (L/J)/(K/m)$. Las raíces de la ec A.2 son

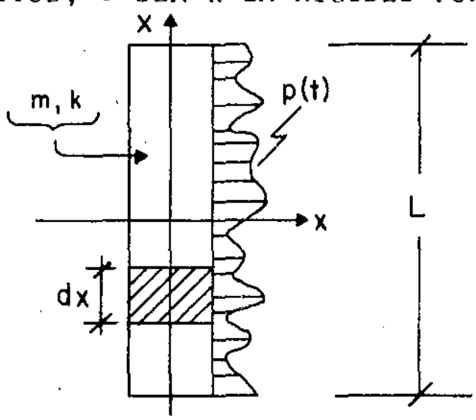
$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{\eta + 1}{2} \pm \sqrt{\frac{(\eta - 1)^2}{4} + \frac{c^2}{j^2}} \qquad ($$

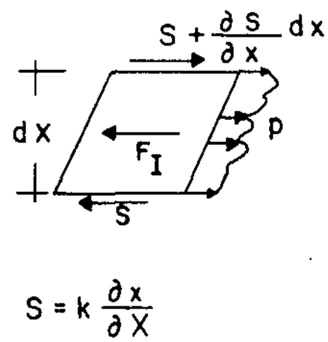
mientras que los vectores de las configuraciones modales son

VIGAS DE CORTANTE NO AMORTIGUADAS

SON SISTEMAS CONTINUOS CUYOS CAMBIOS DE PENDIENTE SON PROPORCIONALES AL CORTANTE QUE ACTUA EN LA SECCION.

SEAN m y p LA MASA Y FUERZA EXTERNA DISTRIBUIDAS POR UNIDAD DE LONGITUD, Y SEA k LA RIGIDEZ POR CORTANTE:





$k = FAG$

F = FACTOR DE FORMA

A = AREA SECCION TRANSVERSAL

G = MODULO DE ELASTICIDAD DINAMICO AL CORTANTE

$$F_I = (m dX)\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$$

POR EQUILIBRIO:

$$\frac{\partial S}{\partial X}\, dX + p\, dX - m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\, dX = 0$$

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - k\frac{\partial^2 x}{\partial X^2} = p(t) \qquad (1)$$

LA EC HOMOGENEA QUEDA (CON p=0)

$$(2) \quad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 x}{\partial X^2} = 0 \ ; \quad v^2 = \frac{k}{m}$$

ESCRIBIENDO $x(t) = Z_n(X)\theta_n(t)$, LA EC (2) QUEDA

$$Z_n \ddot{\theta}_n - v^2 Z_n'' \theta_n = 0$$

$$\frac{\ddot{\theta}_n(t)}{\theta_n(t)} - v^2 \frac{Z_n''}{Z_n} = 0 \Rightarrow \frac{\ddot{\theta}_n(t)}{\theta_n(t)} = v^2 \frac{Z_n''}{Z_n} = -\omega_n^2 = \text{CONSTANTE}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_n + \omega_n^2 \theta_n = 0 \quad ; \quad Z_n'' + \frac{\omega_n^2}{v^2} Z_n = 0$$

$$\theta_n = B_n \operatorname{sen} \omega_n (t - t_n), \quad Z_n = A_n \operatorname{sen} \frac{\omega_n}{v} (X - a_n)$$

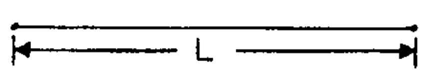
$$\therefore \ x_n = \bar{A}_n \operatorname{sen}\left[\frac{\omega_n}{v}(X - a_n)\right] \operatorname{sen}\left[\omega_n (t - t_n)\right], \quad n = 1, 2 \ldots ; \ \bar{A}_n = B_n A_n$$

LAS CONSTANTES a_n Y ω_n SE DETERMINAN EN CADA PROBLEMA EN FUNCION DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA.

CONDICION DE ORTOGONALIDAD:

$$\int_0^L x_n(X) x_j(X) = 0, \ \text{SI } n \neq j$$

<u>EJEMPLO 1</u>: CUERDA VIBRANTE DE LONGITUD L Y EXTREMOS FIJOS:



EN EL EXTREMO $X=0$ SE TENDRA

$$(3) \quad x(0,t) = 0 \quad \Rightarrow \frac{\omega_n a_n}{v} = j\pi \ ; \quad j = 0, 1, 2, \ldots \Rightarrow a_n = 0$$

EN EL EXTREMO X = L SE TENDRA

(4) $x(L,t) = 0 \Rightarrow \frac{\omega_n L}{v} = n\pi$; $n = 1,2,...$

PUESTO QUE EN LA EC (3) SE TOMA $j=0$, YA QUE $j=1,2,...$ DAN LA MISMA SOLUCION, LO CUAL CONDUCE A $a_n = 0$.

DE LA EC (4): $\omega_n = \frac{n\pi v}{L}$; $n = 1,2,...$

FRECUENCIA FUNDAMENTAL

SI $n=1$, $\omega_1 = \frac{\pi v}{L}$ $\therefore$ $\omega_n = n\,\omega_1$

Y $T_1 = \frac{2L}{v}$ $T_n = \frac{T_1}{n}$

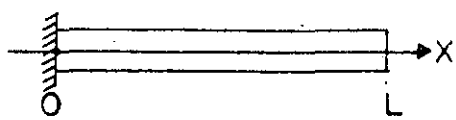
LAS CONFIGURACIONES MODALES QUEDAN:

$$Z_n = A_n \operatorname{sen}\frac{n\pi X}{L} \quad ; \quad x(t,X) = \bar{A}_n \operatorname{sen}\frac{n\pi X}{L}\operatorname{sen}\frac{n\pi v}{L}(t-t_n)$$

CONDICION DE ORTOGONALIDAD:

$$\int_0^L A_i \operatorname{sen}\frac{i\pi X}{L} A_j \operatorname{sen}\frac{j\pi X}{L}dx = 0, \quad \text{SI} \quad i \neq j$$

<u>EJEMPLO 2</u>: VIGA DE CORTANTE APOYADA EN X = 0 Y LIBRE EN X = L.



DE $x(0,t) = 0 \Rightarrow a_n = 0$

DE $x'(L,t) = 0$ (PUESTO QUE EN X = L SE DEBE CUMPLIR QUE LA FUERZA CORTANTE, S, SEA NULA),

$$x'(\underline{X},t) = A_n \frac{\omega_n}{v} \cos\frac{\omega_n X}{v} \operatorname{sen}\omega_n(t-t_n)$$

5

VIBRACIONES FORZADAS EN VIGAS DE CORTANTE

SEA $\ddot{x}_o(t)$ LA EXCITACION DEL TERRENO. LA RESPUESTA, $x(t)$, DEL SISTEMA ES

$$(3)\quad x(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\omega_n} \operatorname{sen} \frac{\omega_n}{v} X \int_o^t \ddot{x}_o(\tau) \operatorname{sen}\omega_n(t-\tau)\,d\tau$$

DONDE

$$(4)\quad a_n = \frac{\int_o^L n \operatorname{sen} \frac{\omega_n v}{X}\,dx}{\int_o^L n \operatorname{sen}^2 \frac{\omega_n v}{X}\,dx} = \frac{4}{(2n-1)\pi}$$

<u>TAREA</u>: DEMOSTRAR ECS (3) Y (4) Y ESTUDIAR SECCION 3.15.

<u>EJEMPLO</u>: CALCULAR EL LIMITE SUPERIOR DEL CORTANTE EN UNA VIGA DE CORTANTE A CUYA BASE SE LE SOMETE A UNA ACELERACION CONSTANTE, a.

EL ESPECTRO DE ESTA EXCITACION ES $V = a/\omega$

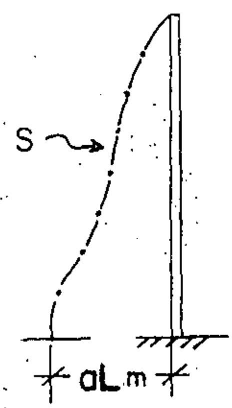
POR LO TANTO, $S \leq k\left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\omega_n} \operatorname{sen} \frac{\omega_n}{v} X\right)\right] V$

$$S \leq \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k a_n V}{\omega_n} \frac{\omega_n}{v} \cos \frac{\omega_n}{v} X\right] = \frac{4k}{\pi}\frac{a}{v}\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{\pi}{2L}(2n-1)X}{(2n-1)\frac{v}{L}\frac{\pi}{2}(2n-1)}\right];\ \text{con } v^2 = \frac{k}{m}:$$

$$S \leq \frac{8aLm}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}\left[\cos \frac{(2n-1)\pi X}{2L}\right]$$

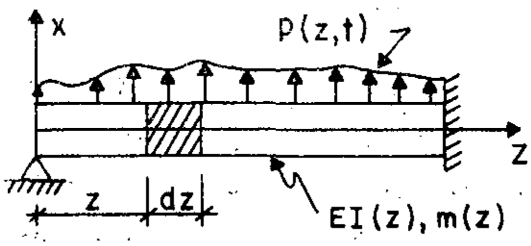
EN X = 0:

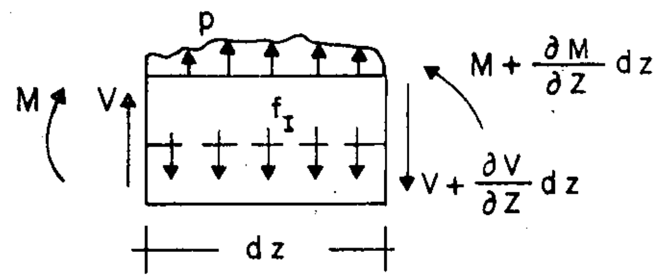
$$S \leq (8\underline{aLm})/\pi^2 \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}}_{\pi^2/8} = aLm$$



VIBRACION DE VIGAS EN FLEXION

a. AMORTIGUAMIENTO NULO





$$V + pdz - (V + \frac{\partial V}{\partial z} dz) - f_I dz = 0 \quad (1)$$

EN DONDE $f_I dz = (mdz) \dfrac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ (2)

SUSTITUYENDO (2) EN (1) Y SIMPLIFICANDO:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = p - m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$M + Vdz - (M + \frac{\partial M}{\partial z} dz) = 0 , \quad \frac{\partial M}{\partial z} = V \quad (4)$$

(DESPRECIANDO LOS TERMINOS DE SEGUNDO ORDEN DE LOS MOMENTOS DE p Y f_I).

SUSTITUYENDO (4) EN (3) SE OBTIENE

$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} + m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = p \quad (4')$$

TOMANDO EN CUENTA QUE $\dfrac{M}{EI} = \dfrac{\partial^2 x}{\partial z^2}$ SE OBTIENE FINALMENTE

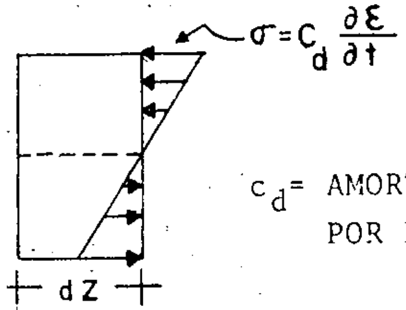
$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}) + m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = p \quad (5)$$

b. AMORTIGUAMIENTO VISCOSO

- FUERZA DE AMORTIGUAMIENTO POR
  VELOCIDAD TRANSVERSAL $= \; c(z)\,\dfrac{\partial x}{\partial t}\,dz$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = p - m\,\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - c\,\frac{\partial x}{\partial t} \qquad (6)$$

- FUERZA DE AMORTIGUAMIENTO POR DEFORMACION DE LA VIGA.
  ACEPTANDO LA HIPOTESIS DE NAVIER DE DEFORMACION PLANA



$$M_{amort} = \int \sigma y\, da = c_d I(z)\,\frac{\partial^3 x}{\partial z^2 \partial t}$$

$c_d =$ AMORTIGUAMIENTO POR DEFORMACION

INCORPORANDO EL MOMENTO DEBIDO AL AMORTIGUAMIENTO EN LA EC. (5)

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EI\,\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} + C_d I\,\frac{\partial^3 x}{\partial z^2 \partial t}\right) + m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c\frac{\partial x}{\partial t} = p \qquad (6)$$

SI LA EXCITACION ES POR MOVIMIENTO DE LOS APOYOS, SE PUEDE DEMOSTRAR (CLOUGH Y PENZIEN, PAG 303) QUE:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EI\,\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} + C_d I\,\frac{\partial^3 x}{\partial z^2 \partial t}\right) + m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c\frac{\partial x}{\partial t} = p_{efect.}$$

EN DONDE

$$p_{efect} = \frac{-\partial^2}{\partial z^2}\left(EI\,\frac{\partial^2 x_s}{\partial z^2} + C_d I\,\frac{\partial^3 x_s}{\partial z^2 \partial t}\right) - m\frac{\partial^2 x_s}{\partial t^2} - c\,\frac{\partial x_s}{\partial t} \qquad (7)$$

$xt0t(z,t) = x_s(z,t) + x(z,t)$

ANALISIS DE VIBRACIONES LIBRES

CONSIDEREMOS UNA VIGA DE SECCION CONSTANTE (EI= CONSTANTE ; $\bar{m}$=MASA POR UNIDAD DE LONGITUD).

DE LA EC.(5): $EI \dfrac{\partial^4 x}{\partial z^4} + \bar{m} \dfrac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0$

$$\frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \qquad (10)$$

RESOLVIENDO LA EC. (10) POR SEPARACION DE VARIABLES:

$$x(z,t) = \theta(z)\, Y(t)$$

$$\theta^{IV}(z)\, Y(t) + \frac{\bar{m}}{EI}\, \theta(z)\, \ddot{Y}(t) = 0 \; ; \; \frac{\theta^{IV}(z)}{\theta(z)} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\ddot{Y}(t)}{Y(t)} = 0$$

POR LO QUE

$$\frac{\theta^{IV}(z)}{\theta(z)} = -\frac{m}{EI} \frac{\ddot{Y}(t)}{Y(t)} = C = a^4 \quad (\text{ C = CONSTANTE})$$

POR LO TANTO OBTENEMOS <u>DOS</u> ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS:

$$\theta^{IV}(z) - a^4\, \theta(z) = 0$$

$$\ddot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = 0, \quad \text{DONDE} \quad \omega^2 = \frac{a^4 EI}{\bar{m}}$$

$$\text{O} \qquad a^4 = \frac{\omega^2 \bar{m}}{EI}$$

LA SOLUCION DE LA SEGUNDA DE ESTAS ES:

$$Y(t) = \frac{\dot{Y}(o)}{\omega} \operatorname{sen}\omega t + Y(o) \cos\omega t \qquad (11)$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 al 02 de Julio de 1992

A N E X O

DR. OCTAVIO A. RASCOS CHAVEZ

JUNIO-JULIO 1992

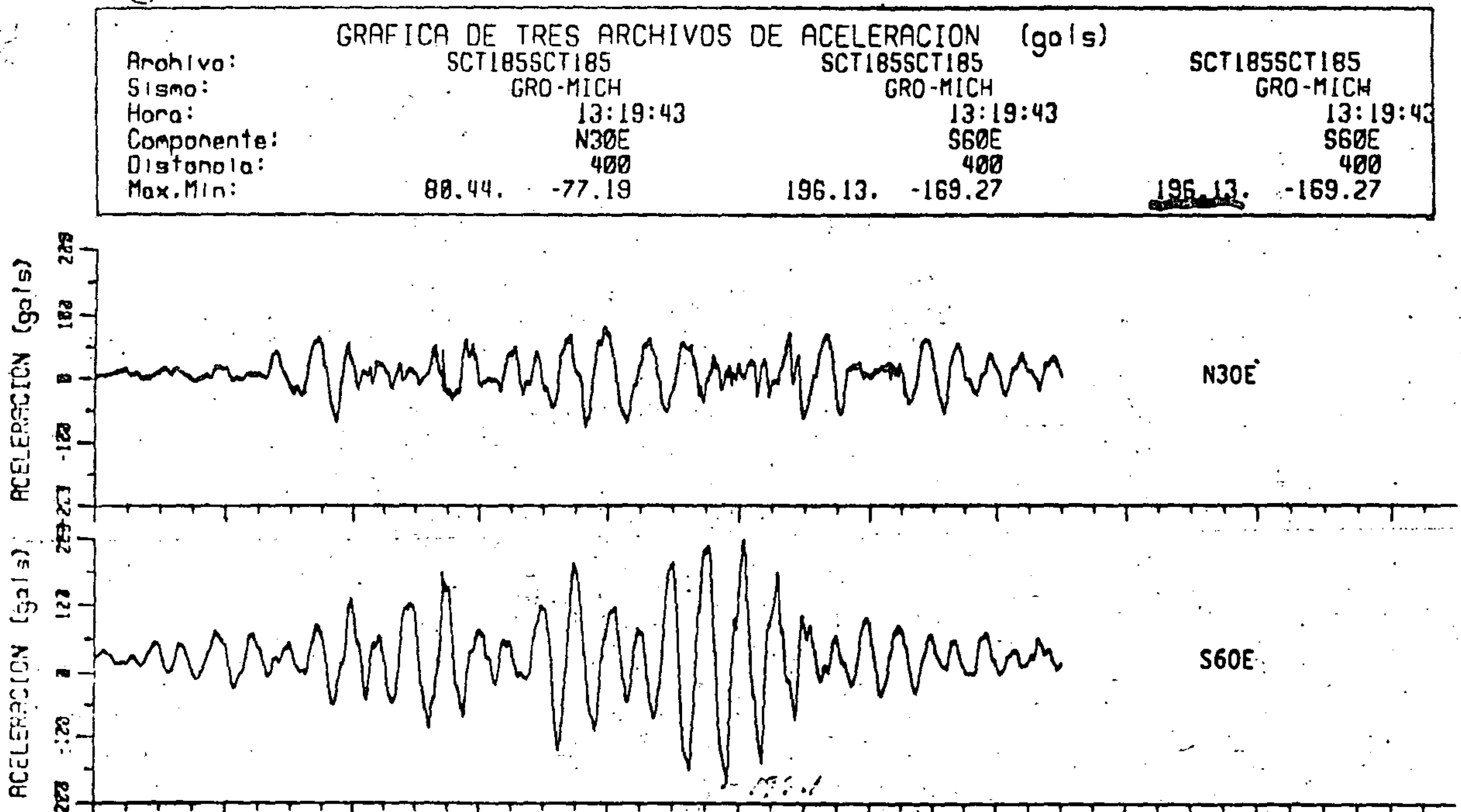


Fig 6. Aceleraciones calculadas en direcciones N30E y S60E a partir de las componentes NS y EW registradas. SCT

TABLA 3.2 RELACION DE λ CON $A_{máx}$. SUELO BLANDO DEL D.F.

$A_{máx}$ cm/seg^2	Fecha	$n(A_{máx})$	$N(A \geq A_{máx})$	λ	T años
65.0	24-X-1980	1	1	0.050	20.0
61.96	15-XI-1975	1	2	0.101	9.901
54.884	14-III-1979	1	3	0.151	6.623
47.208	11-V-1962	1	4	0.202	4.950
46.347	6 -VII-1964	1	5	0.252	3.968
44.074	2 -VIII-1968	1	6	0.303	3.300
39.666	19-V-1962	1	7	0.353	2.833
35.0	12-VII-1974/7-VI-1976	2	9	0.454	2.203
24.57	29-XI-1978	1	10	0.504	1.852
21.161	23-VIII-1965	1	11	0.555	1.802
21.0	19-III-1978	1	12	0.605	1.653
20.559	10-XII-1961	1	13	0.656	1.524
20.0	28-VIII-1973	1	14	0.706	1.416
16.0	30-I-1973	1	15	0.756	1.323
15.0	22-VI-1979	1	16	0.807	1.239
14.859	1 -VII-1968	1	17	0.857	1.167
13.84	22-I-1973	1	18	0.908	1.101
13.26	9 -XII-1965	1	19	0.958	1.044
13.17	2 -VII-1968	1	20	1.009	0.991
11	28- I -1979	1	21	1.059	0.944
9.	1 -II-1976	1	22	1.109	0.902
6.698	30-XI-1962	1	23	1.160	0.862

TABLA 3.3 RELACION DE λ CON $A_{máx}$. SUELO DURO DEL D.F.

$A_{máx}$ cm/seg^2	Fecha	$n(A_{máx})$	$N(A \geq A_{máx})$	λ	T años
48	12-VII-1974	1	1	0.053	18.868
36	24-X-1980	1	2	0.106	9.434
31.862	14-III-1979	1	3	0.159	6.289
20.451	6 -VII-1964	1	4	0.212	4.717
18.01	29-XI-1978	1	5	0.266	3.759
18.0	7 -VI-1976	1	6	0.319	3.135
15.0	22-VI-1979	1	7	0.372	2.688
14.378	2 -VIII-1968	1	8	0.425	2.353
6.0	3 -II-1968	1	9	0.478	2.092
5.0	1 -II-1976	1	10	0.531	1.883
4.043	23-VIII-1965	1	11	0.584	1.712

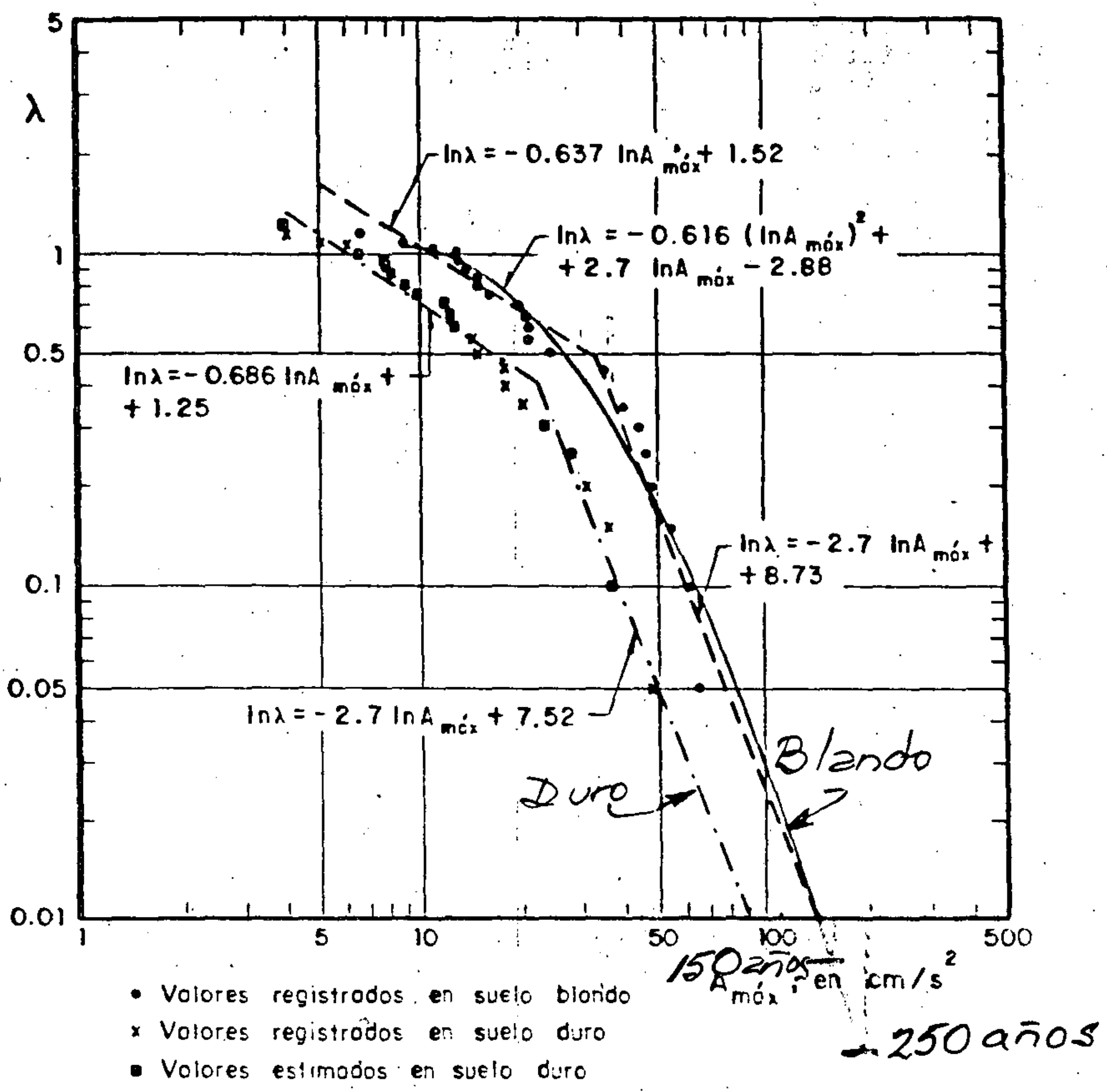


Fig 3.3 Frecuencia de ocurrencia de $A_{máx}$. Suelos blando y duro

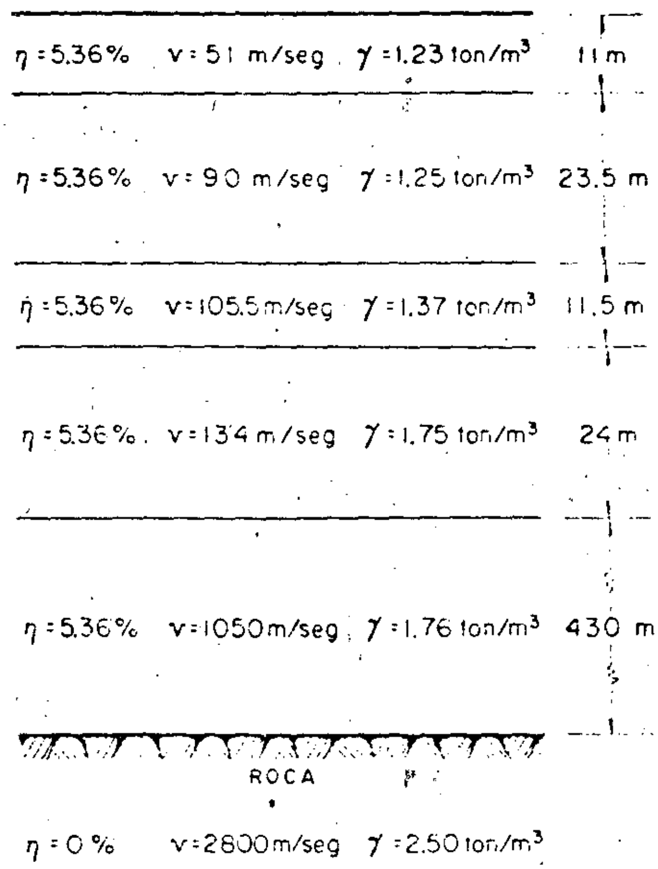


FIG. 8. *Estratificación del Valle de México, utilizada para el cálculo de la curva de amplificación*

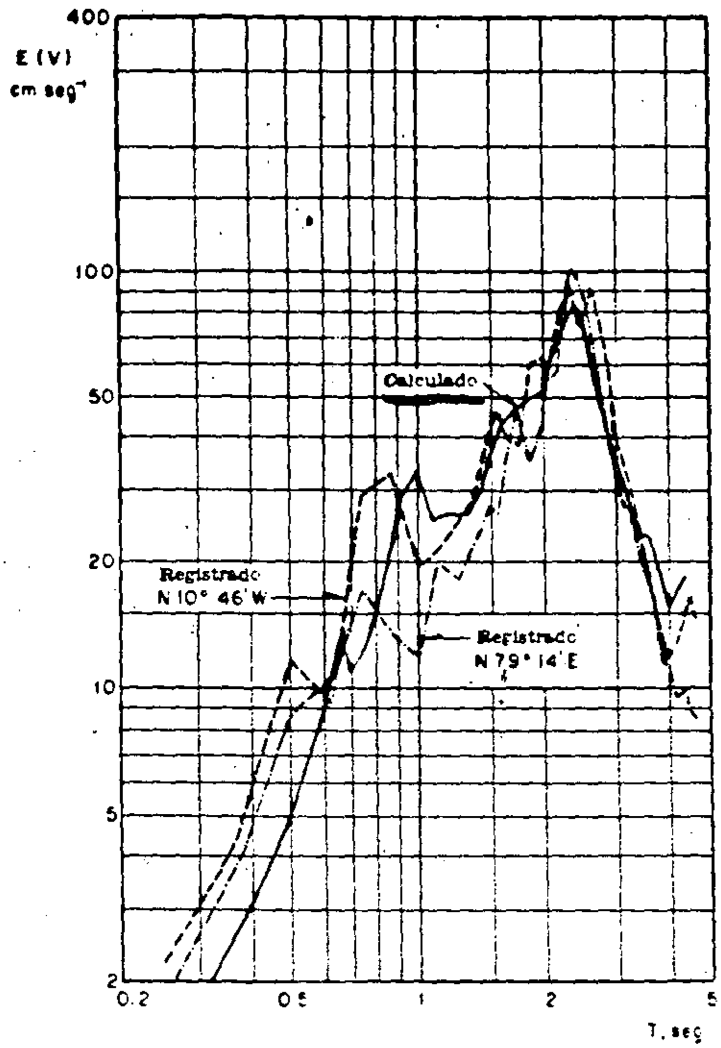


FIGURA 9.20(a) *Comparación de los espectros teóricos y reales, sismo del 11 de mayo de 1962, para* $\zeta = 0.02$. Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)

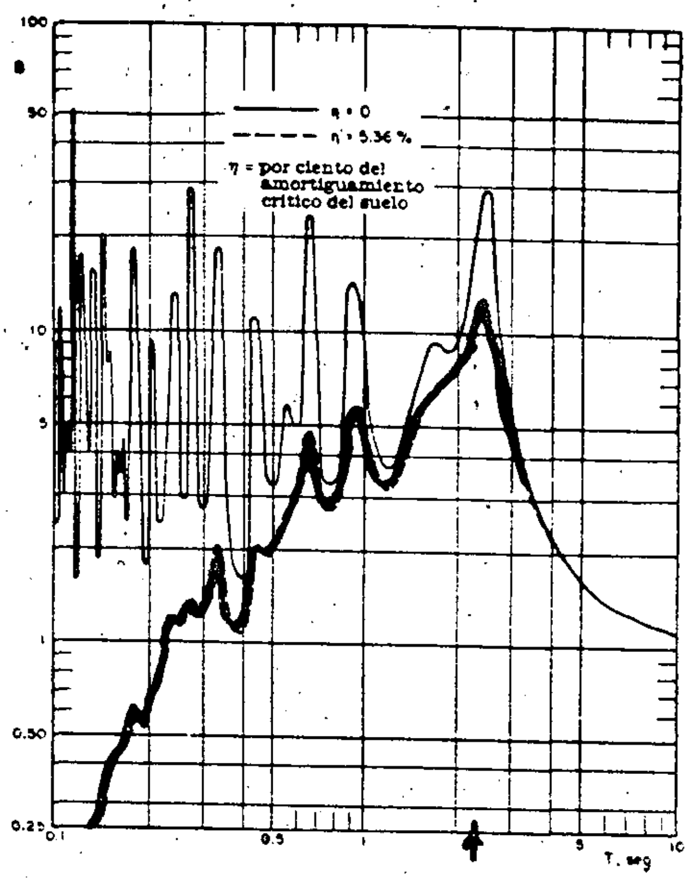


FIGURA 9.20(b) *Factor dinámico de amplificación para el valle de México*
Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)

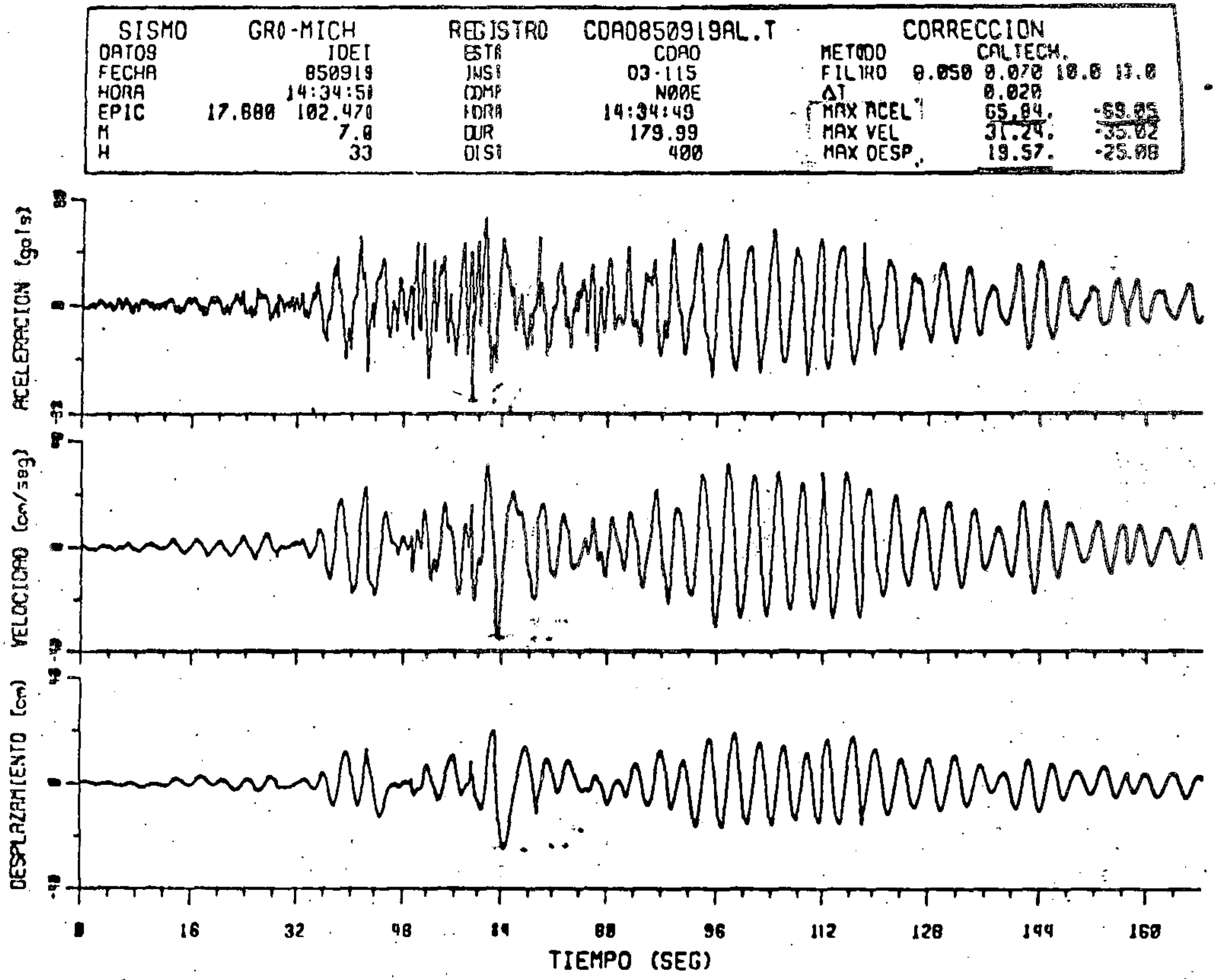


Fig 6A. Aceleración, velocidad y desplazamiento de los 3 min iniciales de la componente NS del acelerograma registrado en la oficina principal de la Central de Abastos del 19 de septiembre de 1985 en México, D.F.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio de 1992

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS IRREGULARES EN EVALUACION CON ESPECTROS REDUCIDOS POR DUCTIBILIDAD

ING. G. RAFAEL ARANDA
DR. OCTAVIO A. RASCON
ING. ORLANDO J. DIAZ

JUNIO-JULIO 1992

CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

ASIGNATURA: ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS IRREGULARES EN ELEVACION CON ESPECTROS REDUCIDOS POR DUCTILIDAD

G RAFAEL ARANDA *
OCTAVIO A RASCON *
ORLANDO J DIAZ **

* Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM
** Becario, Instituto de Ingeniería, UNAM

p estudiar la respuesta elástica de modelos estructurales de cortante y flexión (ref 4); su bondad se verificó al aplicarlo a diferentes estructuraciones con o sin irregularidades en elevación. En este trabajo se generaliza el método a fin de incluir el efecto inelástico, para lo cual se emplean los espectros de diseño del Reglamento (ref 1), reduciéndolos con factores de ductilidad iguales a 2, 4 y 6. Para estudiar la aproximación del método se toma como base de comparación la respuesta dinámica espectral con la participación de todos los modos.

En el cap 2 de este informe se presenta y verifica el método y se discuten los ajustes requeridos para generalizar su aplicación al diseño sísmico. Por sus características, se ha denominado método cuasidinámico de análisis sísmico de edificios.

En el cap 3 se exponen las conclusiones relevantes obtenidas y se recomienda incluir a futuro el método cuasidinámico en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, como una opción más de análisis sísmico.

2. METODO CUASIDINAMICO PARA ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS

El método que aquí se propone para calcular la respuesta sísmica de estructuras parte del análisis sísmico estático convencional, el cual se modifica para lograr una distribución de fuerzas cortantes más acorde con las que se obtendrían mediante un análisis dinámico modal espectral. Esa modificación se basa parcialmente en los resultados de estudios paramétricos de marcos rígidos (sistemas de cortante) y muros de cortante acoplados (sistemas de flexión).

2.1 *Descripción del método*

El método cuasidinámico consiste en lo siguiente:

a) Considerar que los edificios están empotrados en su base y calcular las fuerzas sísmicas horizontales mediante el método estático convencional (ref 1)

$$P_i = \frac{W_i h_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i h_i} \frac{c}{Q} W_T$$

donde

P_i fuerza sísmica horizontal que actúa estáticamente en la masa i

Q factor de ductilidad

W_i peso de la masa i

W_T carga gravitacional total de la estructura

c coeficiente sísmico

h_i altura de la masa i respecto a la base del edificio

n número total de niveles donde están concentradas las masas

b) Obtener los desplazamientos x_i que producen las fuerzas P_i en cada nivel, y con ellos determinar la aceleración de cada masa i mediante la ecuación

$$\ddot{x}_i = A(T_1, Q)\ C_1 x_i$$

con

$$C_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i^2}$$

donde

$A(T_1, Q)$ aceleración espectral de diseño para el modo fundamental

C_1 factor de participación aproximado del modo fundamental

T_1 periodo fundamental

m_i masa concentrada en el nivel i

Calcular la aceleración de la manera antes indicada implica que la configuración dada por los desplazamientos x_i se tome como una aproximación de la forma característica del primer modo.

El periodo fundamental se puede determinar empleando cualquier

-ocedimiento de cálculo; proporciona resultados satisfactorios el ,ue se basa en el cociente de Schwartz (ref 4)

$$T_1 = 2\pi\left(\frac{1}{g}\sum_{i=1}^{n} W_i x_i^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} P_i x_i\right)^{1/2}$$

donde g es la aceleración de la gravedad.

c) Calcular la fuerza sísmica lateral que actúa en cada masa, provocada por la aceleración $\ddot{x}_i$

$$F_i = m_i \ddot{x}_i$$

A partir de esta, se obtienen las fuerzas cortantes para cada entrepiso r.

$$V_r = \sum_{i=r}^{n} F_i$$

donde el subíndice r indica que el nivel r está inmediatamente arriba del entrepiso r, siendo la base el nivel 0.

Las fuerzas cortantes V_r se aproximan a las cortantes calculadas mediante el modo fundamental en un análisis dinámico (V_{d1_r}). Para lograr una cortante basal que se asemeje a la que resultaría de la contribución de todos los modos (V_{d_o}), debe hacerse la corrección que sigue.

d) Multiplicar la cortante basal, V_o, por un factor correctivo, α, para obtener una cortante basal corregida, V_o^*, que se aproxime a la cortante V_{d_o}

$$V_o^* = \alpha V_o$$

Se ha encontrado (ref 4) que el factor correctivo α depende de la relación de cortantes basales V_o/V_{e_o} (V_{e_o} es la cortante basal obtenida con las fuerzas P_i), y del espectro de diseño asociado con el sitio y tipo de suelo donde se desplante la estructura. En esta investigación se observó que α también depende del factor de ductilidad que se asigne a la estructura.

En el subcap 2.2 se determinan las ecuaciones para calcular α, correspondientes a los espectros de diseño del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

e) Calcular las nuevas fuerzas laterales corregidas, F_i^*, que actúan en cada masa. Esto se hará de acuerdo con lo que se establece en el subcap 2.3.

f) Obtener las fuerzas cortantes de entrepiso, V_r^*, utilizando las fuerzas F_i^* y los momentos de volteo correspondientes. Estas fuerzas cortantes se denominan cortantes sísmicas cuasidinámicas de entrepiso.

2.2 *Determinación de los factores correctivos, α, para los espectros de diseño del Distrito Federal*

El factor correctivo α se define como el cociente de la fuerza cortante basal que se obtiene en un análisis dinámico modal espectral, incorporando el efecto de todos los modos, V_{d_o}, entre la fuerza cortante basal correspondiente al primer modo, V_{d1_o}, es decir

$$\alpha = V_{d_o}/V_{d1_o}$$

En la ref 4 se determinó este factor utilizando los espectros elásticos de diseño (Q = 1) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (ref 1). En este trabajo se verificó también que, al aplicar el método a las estructuras reales de la ref 3, los resultados fueron satisfactorios.

En la presente investigación, el factor α se calcula para las estructuras obtenidas con las combinaciones posibles de masa y rigidez que se indican en figs 1 y 2 (la masa M_c-1 solo se combina con la rigidez K_c-3), considerando que puedan estar desplantadas en suelo firme, de transición o compresible del Distrito Federal. A cada modelo estructural se le asignan factores de ductilidad de 1,2,4 y 6.

Después de analizar varias funciones envolventes de los puntos mostrados en las figs 3 a 14, se decidió proponer la siguiente ecuación general para de ir

$$\alpha = 1 + \beta_1 \exp\{\beta_2 (V_o/V_{e_o} - \beta_3)^{\beta_4}\}, \text{ para } \beta_3 \leq V_o/V_{e_o} \leq 1 \qquad (1)$$

donde β_1, β_2, β_3 y β_4 son constantes que dependen del tipo de suelo y del factor de ductilidad. En la tabla 1 se dan los valores obtenidos de estas constantes para los distintos factores de ductilidad y zonas geotécnicas del Distrito Federal, al ajustar la ec 1 a los resultados de cada una de las figs 3 a 14.

Al notar la similitud entre algunas curvas, se decidió reducirlas en número a fin de simplificar la aplicación del método. De esta manera, se optó por emplear las siguientes

a) Terreno firme

Para todos los modelos de las figs 1 y 2 con Q = 1 y Q = 2, 4 y 6, excepto el K_F-3

$$\alpha = 1 + 1.5 \exp\{-4.9 (V_o/V_{e_o} - 0.108)^{0.75}\} \qquad (2)$$

Con factores de ductilidad 2, 4 y 6, para el modelo K_F-3

$$\alpha = 1 + 1.7 \exp\{-4.95 (V_o/V_{e_o} - 0.108)\} \qquad (3)$$

b) Terrenos de transición y compresible

Para cualquier factor de ductilidad y todos los modelos de las figs 1 y 2, se empleará la ec 3.

En la fig 15 se muestran las curvas de α para fines de diseño dadas por las ecs 2 y 3; se observará que son envolventes de las presentadas en las figs 3 a 14.

2 Obtención de cortantes de entrepiso cuasidinámicas

En investigaciones recientes de los autores (refs 4 y 5), las fuerzas

...ísmicas cuasidinámicas en edificios irregulares en elevación se obtuvieron distribuyendo el cortante basal, V_o^*, en función de factores de ponderación que dependían del peso y el desplazamiento, x_i, de cada masa

$$F_i^* = \frac{W_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i x_i} V_o^* \qquad (4)$$

A fin de comprobar si esta distribución de fuerzas era adecuada al emplear espectros reducidos por ductilidad, se analizaron paramétricamente los modelos estructurales de las figs 1 y 2.

Para los muros de cortante acoplados se emplearon relaciones de esbeltez de 1.2 y 3.6; la primera con 30 m de altura y 10 niveles, y la segunda con 90 m de altura y 30 niveles, por lo que ya no sería aplicable el método estático del Reglamento. Los marcos rígidos se analizaron con relaciones de esbeltez de 2 y 4; la primera con 30 m de altura y 10 niveles, y la segunda con 60 m de altura y 20 niveles. En todos los casos se emplearon valores del coeficiente Q iguales a 1, 2, 4 y 6; resulta pertinente aclarar que el valor Q = 1 no es estrictamente un factor de ductilidad ya que implica comportamiento estructural elástico; además, no es factible emplear Q = 6 cuando se usan muros pues sería prácticamente imposible desarrollar, con este tipo de estructuración, las deformaciones requeridas para alcanzar esa ductilidad.

La respuesta estructural se calculó con el método cuasidinámico y los métodos estático y dinámico espectral del Reglamento (ref 1). Al comparar los resultados, tomando como base de referencia la respuesta dinámica, se encontró que el cuasidinámico da mejores soluciones que el estático, aunque para determinadas estructuras subestima con más frecuencia la respuesta en los entrepisos superiores; en dichas estructuras, el estático sobrestimó la respuesta en los niveles restantes con mayor grado que el cuasidinámico.

Así, por ejemplo, en la fig 16 se presenta la comparación de respuestas para el modelo (K_F-2, M_F-2) con H/B = 1.2 y Q = 1, cuando se analizó con el espectro de diseño para terreno compresible; se aprecia que la sobrestimación de cortantes del estático es hasta 3.4 veces la del dinámico, en tanto que la del cuasidinámico es 1.6.

En la fig 17 se muestra la comparación de respuestas para el modelo (K_c-2, M_c-3) con H/B = 4 y Q = 6, cuando se analizó para la zona de terreno compresible. La sobrestimación de cortantes con el estático es hasta cinco veces mayor que la del dinámico, mientras que la del cuasidinámico llega solo a dos.

En ambas figuras se nota también que el cuasidinámico sobrestima de manera más uniforme con la altura que el estático, lo cual conduce a diseños con factor de seguridad sensiblemente igual para cada entrepiso.

En las tablas 2 a 7 se presenta el número de casos con error (entendidos como aquellos donde el cortante cuasidinámico es menor que el dinámico), obtenido al calcular las fuerzas cortantes cuasidinámicas con la ec 4; las comparaciones se hicieron para cada entrepiso.

En las tablas 2 a 4 puede notarse que para muros acoplados, la frecuencia de subestimación a que conduce la ec 4 aumenta cuando se incrementa la relación de aspecto, y se tienen mayores porcentajes de error al crecer el factor de ductilidad hasta Q = 4. Se advierte también que existe mayor número de errores en la zona de terreno firme y son más grandes que en los de transición y compresible.

En marcos rígidos, la frecuencia de error varía poco en terrenos firme y compresible (tablas 5 y 7) cuando cambia la relación de aspecto, y varía mucho en terreno de transición (tabla 6). Para factores de ductilidad de 1, 2 y 4, independientemente de la relación de aspecto, el número de casos con error se mantiene casi constante, y disminuye para Q = 6. En terreno firme, el error no excede del 20 por ciento; mientras que en los de transición y compresible, no rebasa un porcentaje de 10.

Al comparar los errores consignados en las tablas 2 a 4 con los de las tablas 5 a 7, se aprecia que las estructuras con marcos rígidos presentan menos errores y estos son menores que los obtenidos para estructuras con muros de cortante acoplados.

En la tabla 9 se exponen los valores de las cortantes de entrepiso obtenidos mediante la ec 6 para la estructura K_F-2, M_F-2 y distintos valores de λ. Se puede apreciar que con $\lambda = 0.66$, la respuesta cuasidinámica solo presenta un caso de subestimación, del orden de 0.6 por ciento, en el piso superior. Se observa, además, que el valor de $\lambda = 0.75$ proporciona resultados bastante aceptables, con subestimación de 1.06 contra 1.25 ton únicamente en la parte superior.

En la tabla 10 se muestra la comparación entre cortantes de entrepiso y momentos de volteo, calculados mediante los tres métodos mencionados, en la cual se utiliza la ec 4 para obtener fuerzas cuasidinámicas. Los resultados corresponden al modelo (K_F-4, M_F-2) con H/B = 3.6, Q = 4 y terreno firme. Se observa que la subestimación alcanzó un valor hasta del 40 por ciento en el entrepiso superior. En la tabla 11 se presentan los cortantes de entrepiso obtenidos con diferentes valores de λ; se puede ver que para $\lambda = 0.75$, los resultados son satisfactorios.

A fin de conocer la sobrestimación que se introduce al emplear la ec 6, se estudiaron aquellos casos en los cuales la ec 4 conducía a mayor exceso en la respuesta. El peor caso correspondió al modelo (K_F-3, M_F-3) con H/B = 3.6, Q = 6 y espectro de terreno firme; la sobrestimación alcanzó 162.0 por ciento y ocurrió en el entrepiso 22 (tabla 12). Se observa que en dicho modelo, el valor adecuado para λ debería ser mayor de 1 (tabla 13) pues con $\lambda = 1$ se tienen cortantes cuasidinámicas aún mayores que las dinámicas.

Con fines ilustrativos, se presentan también los resultados del modelo (K_c-2, M_c-3), con H/B = 4.0, Q = 1 y terreno firme. En este caso, el método cuasidinámico con la ec 4 da respuestas con error en los dos entrepisos superiores (tabla 14). En la tabla 15 se muestran las cortantes correspondientes a distintos valores de λ; se nota que con $\lambda = 0.9$ se evitan las subestimaciones (lo mismo se concluyó para Q = 2, 4 y 6). Si con este modelo se usara $\lambda = 1.0$, se tendrían errores de 10 a 13 por ciento en el entrepiso superior solamente.

Al hacer este tipo de análisis para los modelos con marcos rígidos, se encontró que la mayoría de los casos quedaba cubierta con $\lambda = 1.0$. Las excepciones (aparte de las del párrafo anterior) requirieron que λ fuera igual a 0.9; aunque con $\lambda = 1.0$, los errores en el entrepiso superior eran tan solo de 3 por ciento para el caso más desfavorable: modelos $(K_c-2,\ M_c-2)$ y $(K_c-3,\ M_c-3)$.

Finalmente, un análisis exhaustivo de todos los casos condujo a proponer los siguientes valores de λ , con los cuales se eliminaron prácticamente todas las subestaciones y las pocas que quedaron fueron insignificantes

a) Para marcos rígidos, desplantados en cualquier tipo de terreno: $\lambda = 1.0$

b) Para muros de cortante acoplados, excepto los modelos que tienen K_F-3 , se empleará un valor de λ de acuerdo con el tipo de terreno: $\lambda = 0.75$, en suelo firme; $\lambda = 0.9$, en suelos de transición y compresible

c) Para muros de cortante acoplados, modelados con K_F-3, y en todo tipo de terreno: $\lambda = 0.9$

Vale la pena señalar que la ec 5 está inspirada en una del código chileno que tiene la forma (ref 6)

$$A_i = \left(1 - \frac{h_{i-1}}{H}\right)^{\lambda} - \left(1 - \frac{h_i}{H}\right)^{\lambda} \qquad (7)$$

con $\lambda = 0.5$. Al principio de los análisis realizados dentro de este trabajo, se intentó usar la ec 7 ajustando el valor de λ, ya que con $\lambda = 0.5$ se sobrestima excesivamente la respuesta; sin embargo, al interpretar los resultados se intuyó la modificación que condujo a la ec 5, la cual funcionó mejor que la ec 7.

2.4 *Resultados*

A fin de mostrar la eficacia del método cuasidinámico con los valores de λ propuestos, se presentan únicamente los resultados de los modelos $(K_F-2,\ M_F-2)$, $(K_F-3,\ M_F-3)$ y $(K_c-3,\ M_c-1)$, en suelos firme y compresible, con factores de ductilidad 1 y 6, relaciones de aspecto 1.2 y 3.6 en muros de cortante acoplados y 2 y 4 en marcos rígidos (figs 18 a

9). Las respuestas (fuerzas cortantes y momentos de volteo) del método dinámico se obtuvieron con el criterio de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de la respuesta de cada modo de vibrar.

En el estudio se incorporó también la modificación de las fuerzas cortantes del método estático, permitida por el Reglamento del Distrito Federal cuando se toma en cuenta el periodo fundamental de la estructura. En las figs 18 a 29 se muestran los casos en que dicha modificación mejora sustancialmente los resultados del método estático.

La notación utilizada en dichas figuras es

- V fuerzas cortantes de entrepiso
- M momentos de volteo
- r número de entrepiso
- e estático
- d dinámico
- * cuasidinámico

La tilde sobre V o M significa que son valores reducidos

En esas figuras se aprecia que los resultados del método cuasidinámico en general se apegan más a los del dinámico que los del estático, modificado o no; esta concordancia fue mayor en casi todos los demás casos estudiados. Conviene destacar que en algunos casos, la modificación de fuerzas cortantes del estático conduce a una respuesta mejor que la cuasidinámica para los entrepisos superiores, pero de todas maneras sobrestima en exceso la de los demás entrepisos. Asimismo, es importante señalar que en ciertos casos la modificación del método estático puede ocasionar subestimación (figs 19, 20 y 23).

En las figs 18 a 29 se muestran también los momentos de volteo obtenidos con los métodos estático y cuasidinámico reducidos de acuerdo con el Reglamento; esta reducción se basa en el hecho de que los momentos calculados con integración del diagrama de fuerzas cortantes resultan mayores que los dinámicos. En el caso del método estático dicha reducción se aplicó a las fuerzas cortantes reducidas.

En las figuras mencionadas se aprecia que los valores así estimados resultan mejores que los originales, y la reducción es mayor en los niveles inferiores. Solo en dos casos del cuasidinámico se obtuvieron valores para la base ligeramente menores que los dinámicos (menos del uno por ciento).

Se nota también que en los modelos de marcos rígidos, la reducción condujo a una distribución más uniforme de la relación de momentos de volteo, lo cual permite mantener un factor de seguridad casi constante.

Con base en las observaciones hechas en este estudio, puede afirmarse que el método cuasidinámico es apropiado para estudiar la respuesta sísmica de los edificios desplantados en cualquiera de las zonas sísmicas del Distrito Federal con distintas relaciones de esbeltez y factor de ductilidad menor de 6.

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACION

3.1 *Conclusiones*

Se ha presentado la extensión del método cuasidinámico para calcular la respuesta sísmica de edificios irregulares en elevación, empleando los espectros reducidos por ductilidad del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

El ajuste del factor correctivo α se hizo para cada zona geotécnica del Distrito Federal y cuatro factores de ductilidad (Q = 1, 2, 4 y 6). Sin embargo, por la similitud encontrada entre algunas de las curvas elaboradas para tal fin, se decidió emplear curvas comunes que cubrieran los puntos correspondientes a varias de ellas, lo que permitió tener dos en total (fig 15). Así, para edificios desplantados en terreno firme, se calculará α con las ecs 2 o 3, según sea la estructuración, y para los de transición y compresible se utilizará la ec 3.

Con las ecuaciones propuestas en este trabajo para calcular α, se ha incrementado el intervalo de aplicación del método cuasidinámico, ya que en la investigación precedente (ref 4) se requería que V_o/V_{e_o} fuera mayor o igual a 0.2 y actualmente esa cota inferior se ha disminuido. Tal es l caso, por ejemplo, de la zona de terreno firme donde el intervalo de aplicación es

$$\beta_3 = 0.108 \leq V_o/V_{e_o} \leq 1.0$$

Para los terrenos de transición y compresible, los valores de β_3 pueden obtenerse de la tabla 1.

Otras conclusiones de interés acerca del método cuasidinámico son

a) Casi siempre da resultados bastante mejores que el estático

b) Es aplicable a estructuras regulares o irregulares en elevación hasta de 30 pisos con $H/B \leq 3.6$, para edificios de muros de cortante acoplados, y hasta de 20 pisos con $H/B \leq 4$, para edificios con marcos rígidos

c) Resulta práctico y sencillo de utilizar en los despachos de cálculo; lo más complicado es obtener la configuración de desplazamientos estáticos x_i, lo cual no debe ser difícil en la actualidad para los ingenieros calculistas

d) En algunos casos donde fue aplicable, la reducción que permite el Reglamento de las fuerzas cortantes calculadas con el método estático condujo a subestimaciones en los entrepisos superiores, tal como sucedió en el modelo (K_F-2, M_F-2).

e) El criterio de reducción de momentos de volteo es aplicable al método cuasidinámico

f) Con el fin de aplicar el método cuasidinámico en otras ciudades, es necesario obtener las ecuaciones para calcular α, correspondientes a los espectros de diseño que se tengan en los reglamentos respectivos, mediante un trabajo de investigación semejante al que se presentó en este informe.

3.2 *Recomendación*

Como resultado de todo lo discutido en este trabajo, se recomienda estudiar la conveniencia de incluir el método cuasidinámico en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal como procedimiento opcional para el análisis sísmico de edificios. En tal caso, será necesario simplificar aún más el método y hacer ajustes de curvas para α que den valores medios, en vez de envolventes a fin de no cometer sistemáticamente error del lado de la seguridad.

4. RECONOCIMIENTO

Los autores expresan su agradecimiento a Joel García y Raúl Paredes por la ayuda prestada, organizando la información que se empleó en esta investigación.

5. REFERENCIAS

1. "Manual de diseño por sismo. Según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, 406, México (jul, 1977)

2. "Tentative previsions for the development of seismic regulations for buildings", *Applied Technology Council*, ATC3-06, California, USA (jun, 1978)

3. Bustamante, J.I, "Seismic shears and overtuning moments in buildings", *Procs III World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. III, Nueva Zelanda (1965), 144-160

4. Aranda, G.R., Rascón, O.A. y Díaz, O.J., "Método cuasidinámico para el análisis sísmico de edificios irregulares en elevación", *Informe de investigación, Instituto de Ingeniería, UNAM* (jul, 1981)

5. Aranda, G.R., Rascón, O.A., y Díaz, O.J. "Seismic analysis of irregular buildings", *Procs VII European Conference on Earthquake Engineering*, Atenas, Grecia (sep, 1982)

6. "Earthquake resistant regulations. A world list", *International Association for Earthquake Engineering*, Tokio, Japón (ago, 1980)

TABLA 9. COMPARACION DE CORTANTES DE ENTREPISO, EN TONELADAS, PARA DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO λ. MODELO (K_F-2, M_F-2) CON H/B=3.6, EN TERRENO FIRME Y Q=4

ENTRE-PISO	V_{d_r}	V_r^*	λ							
			0.25	0.33	0.50	0.66	0.75**	0.80	0.90	1.0
30	1.25312	0.59694	2.58875	2.25489	1.68892	1.24530	1.06361	0.96605	0.79427	0.65029
29	2.28143	1.35434	4.61928	4.12053	3.24277	2.51825	2.20926	2.03971	1.73385	1.46834
28	3.21371	2.25483	6.43019	5.83723	4.76465	3.84506	3.44107	3.21579	2.80205	2.43463
27	4.07157	3.27778	8.10603	7.46130	6.26925	5.21580	4.74192	4.47427	3.97558	3.52395
26	4.86800	4.40176	9.67626	9.00914	7.75280	6.61406	6.09160	5.79334	5.23091	4.71313
25	5.61438	5.60579	11.15231	10.43441	9.20651	8.02263	7.47016	7.15187	6.54541	5.97910
24	6.32056	6.86816	12.53722	11.88498	10.61913	9.42375	8.85754	8.52869	7.89640	7.29874
23	6.99629	8.16545	13.83198	13.20751	11.98052	10.80164	10.23579	9.90479	9.26317	8.64729
22	7.65138	9.48743	15.03700	14.44952	13.28198	12.14263	11.58915	11.26329	10.62699	10.01235
21	8.27500	10.80719	16.15192	15.60738	14.51536	13.43396	12.90287	12.58834	11.97005	11.36791
20	8.93605	12.11043	17.17706	16.68073	15.67438	14.66515	14.16452	13.86641	13.27681	12.69736
19	9.58278	13.38250	18.11352	17.66729	16.75439	15.82773	15.36378	15.08613	14.53387	13.93743
18	10.24185	14.60957	18.96248	18.56713	17.75160	16.91437	16.49157	16.23737	15.72908	15.22257
17	10.91846	15.77980	19.72594	19.38097	18.66377	17.91968	17.54088	17.31214	16.85251	16.39146
16	11.61613	16.88325	20.40662	20.11040	19.49002	18.83997	18.50654	18.30437	17.89826	17.48435
15	12.33419	17.91129	21.00745	20.75746	20.23026	19.67267	19.38462	19.20931	18.85385	18.49300
14	13.07818	18.85739	21.53209	21.32511	20.88573	20.41690	20.17309	20.02415	19.72095	19.41145
13	13.83935	19.71641	21.98444	21.81669	21.45839	21.07285	20.87103	20.74740	20.49464	20.23529
12	14.61479	20.45506	22.36889	22.23623	21.95120	21.64706	21.47929	21.37920	21.17389	20.96218
11	15.39768	21.16186	22.69023	22.58829	22.36802	22.12730	21.99984	21.92122	21.75938	21.59171
10	16.17861	21.74673	22.95344	22.87774	22.71329	22.53229	22.43592	22.37631	22.25318	22.12506
9	16.94618	22.24132	23.16382	23.10992	22.99224	22.86182	22.79203	22.74873	22.65903	22.56529
8	17.63707	22.64892	23.32693	23.29055	23.21073	23.12170	23.07381	23.04403	22.98214	22.91721
7	18.38611	22.97420	23.44847	23.42559	23.37513	23.31851	23.28791	23.28833	23.22907	23.18720
6	19.02700	23.22339	23.53435	23.52129	23.49236	23.45971	23.44200	23.43092	23.40778	23.38332
5	19.59298	23.40418	23.59059	23.58415	23.56983	23.55356	23.54470	23.53915	23.52752	23.51519
4	20.06748	23.52557	23.62335	23.62086	23.61531	23.60897	23.60550	23.60333	23.59876	23.59390
3	20.43540	23.59794	23.63886	23.63828	23.63700	23.63552	23.63471	23.63421	23.63314	23.63200
2	20.68429	23.63294	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342
1	20.80596	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342	23.64342

** Valor seleccionado

27

[illegible]

TABLA 14. COMPARACION DE LA RESPUESTA PARA EL MODELO (K_c-2, M_c-3), CON H/B=4, Q=1, EN TERRENO FIRME

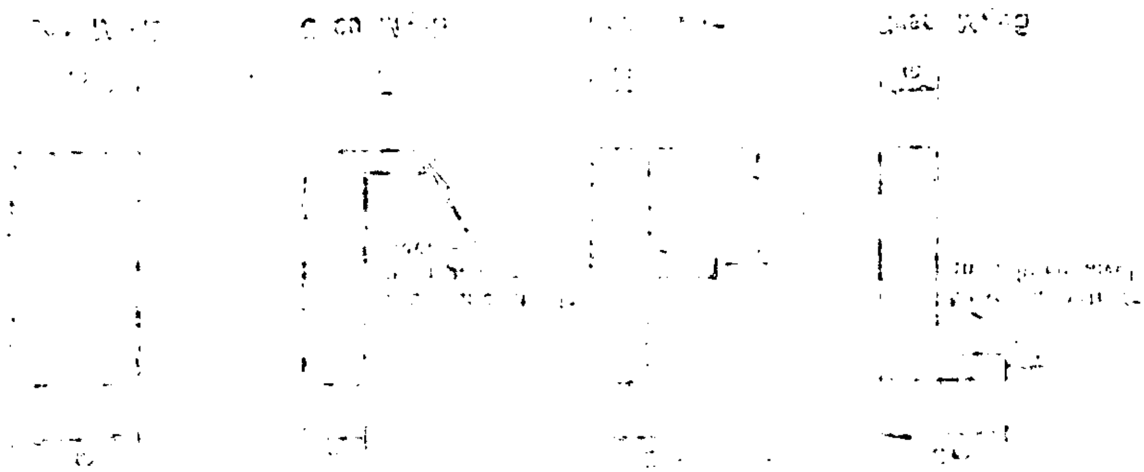
	CORTANTE, ton			MOMENTO, ton-m			ERROR (%) (METODO CUASIDINAMICO)*				ERROR (%) (METODO ESTATICO)	
							POR NIVEL		RESPECTO AL BASAL		POR NIVEL	
ENTREPISO	V_r^*	V_{d_r}	V_{e_r}	M_r^*	M_{d_r}	M_{e_r}	V	M	V	M	V	M
20	12.015	14.534	35.206	36.044	43.602	105.618	-17.333	-17.333	-1.968	-0.143	142.233	142.[illegible]
19	23.523	24.768	68.651	106.612	117.393	311.572	-5.028	-9.184	-0.973	-0.205	177.177	165.[illegible]
18	34.508	31.901	100.337	210.135	210.357	612.582	8.172	-0.106	2.037	-0.004	214.529	191.[illegible]
17	44.951	33.048	130.261	344.989	317.916	1003.365	13.144	8.516	5.394	0.514	242.362	215.[illegible]
16	54.836	43.750	158.426	509.497	439.394	1478.643	25.340	15.955	8.662	1.330	262.118	236.51[illegible]
15	64.145	48.563	184.830	701.931	573.903	2033.133	32.086	22.307	12.175	2.430	280.600	254.[illegible]
14	72.861	52.545	209.474	920.514	719.557	2661.555	38.664	27.928	15.874	3.814	298.657	269.[illegible]
13	80.970	56.082	232.357	1163.425	874.486	3358.627	44.378	33.041	19.446	5.483	314.316	284.0[illegible]
12	88.459	59.314	253.481	1428.802	1037.306	4119.070	49.137	37.742	22.772	7.430	327.357	297.[illegible]
11	95.313	62.281	272.844	1714.742	1206.917	4937.601	53.038	42.073	25.810	9.637	338.086	309.[illegible]
10	101.523	65.176	290.447	2019.309	1382.704	5808.940	55.766	46.041	28.399	12.081	345.633	320.[illegible]
9	107.076	68.187	306.289	2340.536	1564.390	6727.806	57.032	49.613	30.385	14.730	349.188	330.[illegible]
8	111.963	71.313	320.371	2676.425	1752.242	7688.919	57.002	52.743	31.761	17.539	349.246	339.[illegible]
7	116.177	74.453	332.692	3024.956	1946.646	8636.997	56.040	55.393	32.600	20.464	346.846	346.[illegible]
6	119.709	77.542	343.254	3384.084	2147.958	9716.759	54.379	57.549	32.947	23.459	342.667	352.[illegible]
5	122.555	80.529	352.055	3751.748	2356.436	10772.924	52.187	59.213	32.836	26.480	337.178	357.17[illegible]
4	124.710	83.308	359.096	4125.877	2572.172	11850.213	49.698	60.404	32.349	29.486	331.048	360.7[illegible]
3	126.175	85.698	364.376	4504.401	2794.974	12943.342	47.232	61.161	31.626	32.441	325.186	363.[illegible]
2	126.969	87.468	367.897	4885.307	3024.230	14047.033	45.160	61.539	30.863	35.319	320.607	364.4[illegible]
1	127.986	95.343	376.698	5269.265	3261.235	15177.126	34.238	61.573	25.505	38.108	295.099	365.[illegible]

* El error negativo indica que existe subestimación con respecto a la respuesta dinámica

TABLA 15. COMPARACION DE CORTANTES DE ENTREPISO, EN TONELADAS, PARA DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO λ. MODELO (K_c-2, M_c-3), CON H/B=4, EN TERRENO FIRME Y Q=1

ENTRE-PISO	V_{d_r}	V_r^*	λ							
			0.25	0.33	0.50	0.66	0.75	0.80	0.90	1.0 **
20	14.53398	12.01474	33.25431	30.40983	25.10383	20.37514	18.24287	17.03934	14.80268	12.78985
19	24.74798	23.52261	53.51159	49.90035	42.90295	36.34151	33.26640	31.49465	28.12563	24.99854
18	31.90063	34.50757	68.11879	64.39610	56.98324	49.77298	46.29832	44.26623	40.33671	36.60573
17	38.04776	44.95133	79.42951	75.87460	68.64254	61.40265	57.83632	55.72584	51.58991	47.59158
16	43.74983	54.83601	88.52596	85.26965	78.52666	71.61363	68.14593	66.07359	61.96705	57.93714
15	48.56274	64.14460	96.00439	93.10668	87.01368	80.63850	77.39056	75.43319	71.51726	67.62463
14	52.54500	72.86106	102.23407	99.71496	94.34832	88.63213	85.68011	83.88793	80.27233	76.63738
13	56.08218	80.97044	107.45320	105.31670	100.70031	95.70456	93.09323	91.49746	88.25391	84.95995
12	59.31367	88.45882	111.84948	110.07020	106.19358	101.93784	99.68895	98.30649	95.47745	92.57818
11	62.28079	95.31342	115.53439	114.09313	110.92228	107.39553	105.51324	104.34988	101.95442	99.47899
10	65.17617	101.52253	118.60912	117.47590	114.96028	112.12842	110.60313	109.65570	107.69372	105.65066
9	68.18725	107.07559	121.14892	120.28991	118.36709	116.17823	114.98923	114.24726	112.70262	111.08264
8	71.31300	111.96310	123.21403	122.59293	121.19177	119.58001	118.69752	118.14445	116.98732	115.76567
7	74.45340	116.17673	124.85375	124.43263	123.47561	122.36387	121.75061	121.36470	120.55353	119.69175
6	77.54228	119.70928	126.10917	125.84913	125.25407	124.55631	124.16868	123.92382	123.40684	122.85433
5	80.52905	122.55486	127.01552	126.87722	126.55861	126.18168	125.97087	125.83721	125.55381	125.24921
4	83.30767	124.70969	127.60447	127.54864	127.41918	127.26469	127.17772	127.12239	127.00456	126.87727
3	85.69805	126.17457	127.91049	127.89914	127.87268	127.84082	127.82277	127.81125	127.78661	127.75983
2	87.46806	126.96867	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596
1	95.34264	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596	127.98596

** Valor seleccionado



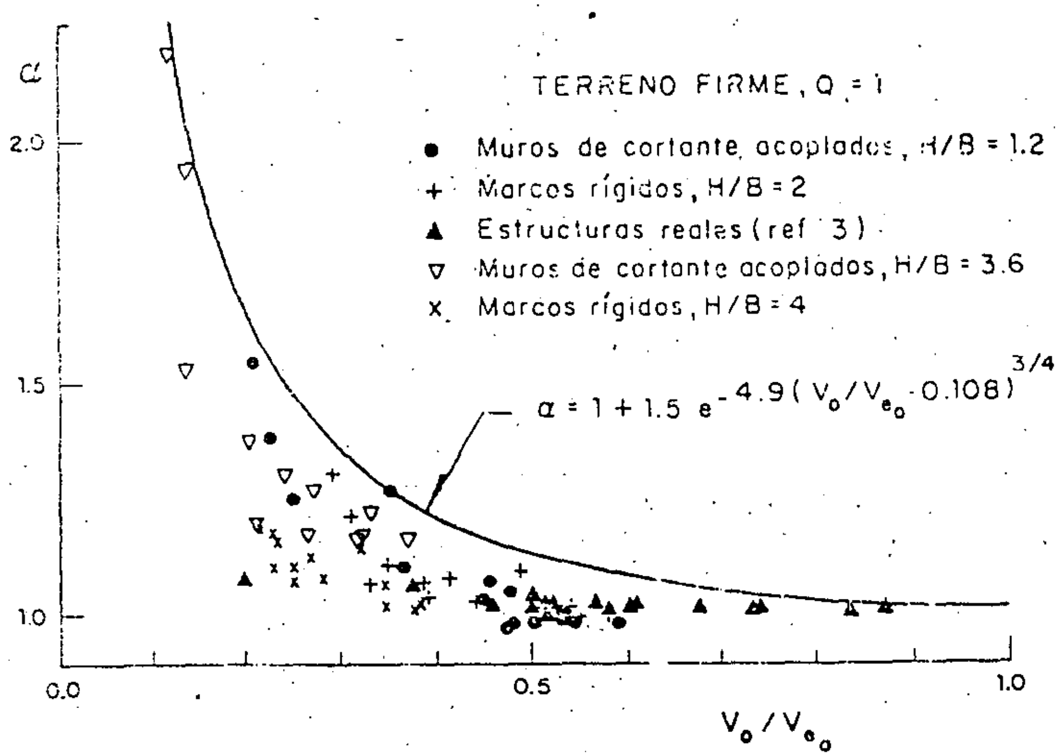


Fig 3. Factor correctivo α para terreno firme en el D F

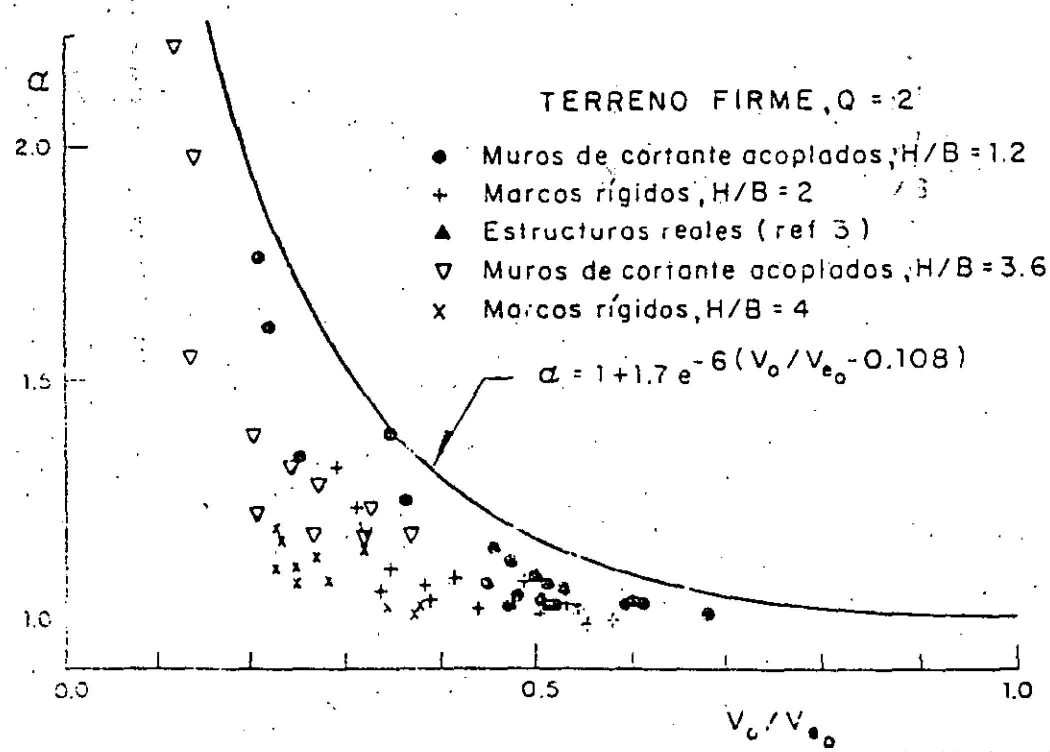


Fig 4. Factor correctivo α para terreno firme en el D F

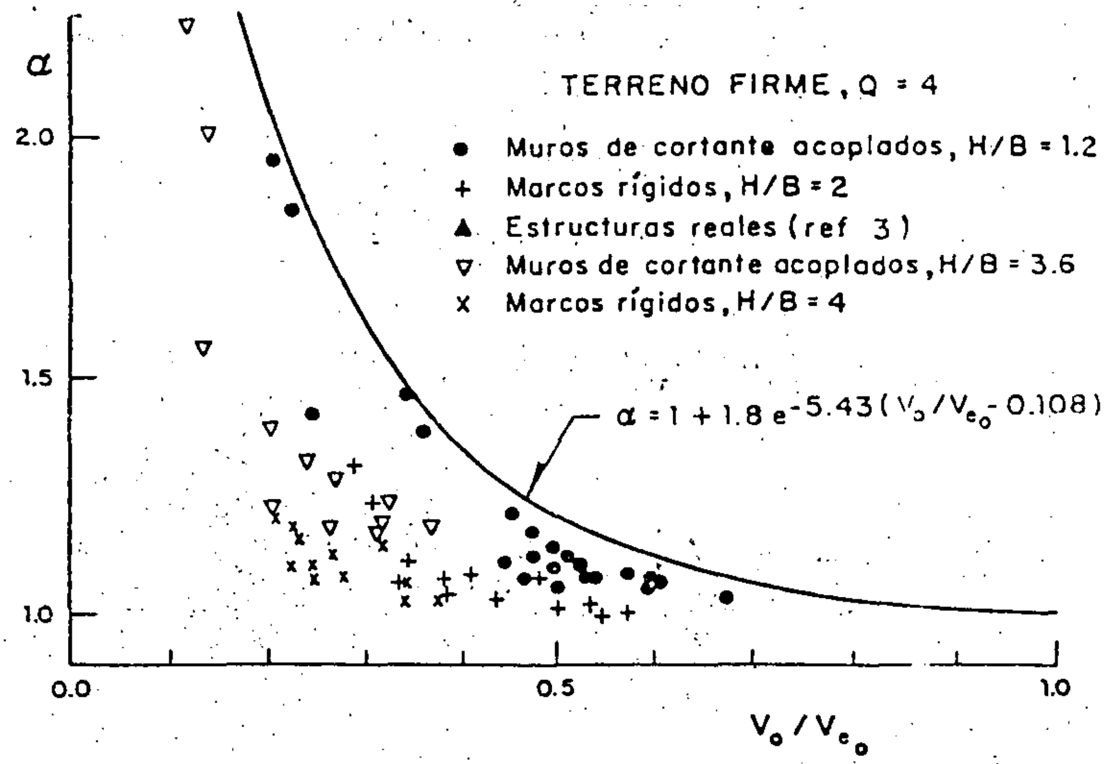


Fig 5. Factor correctivo α para terreno firme en el D F

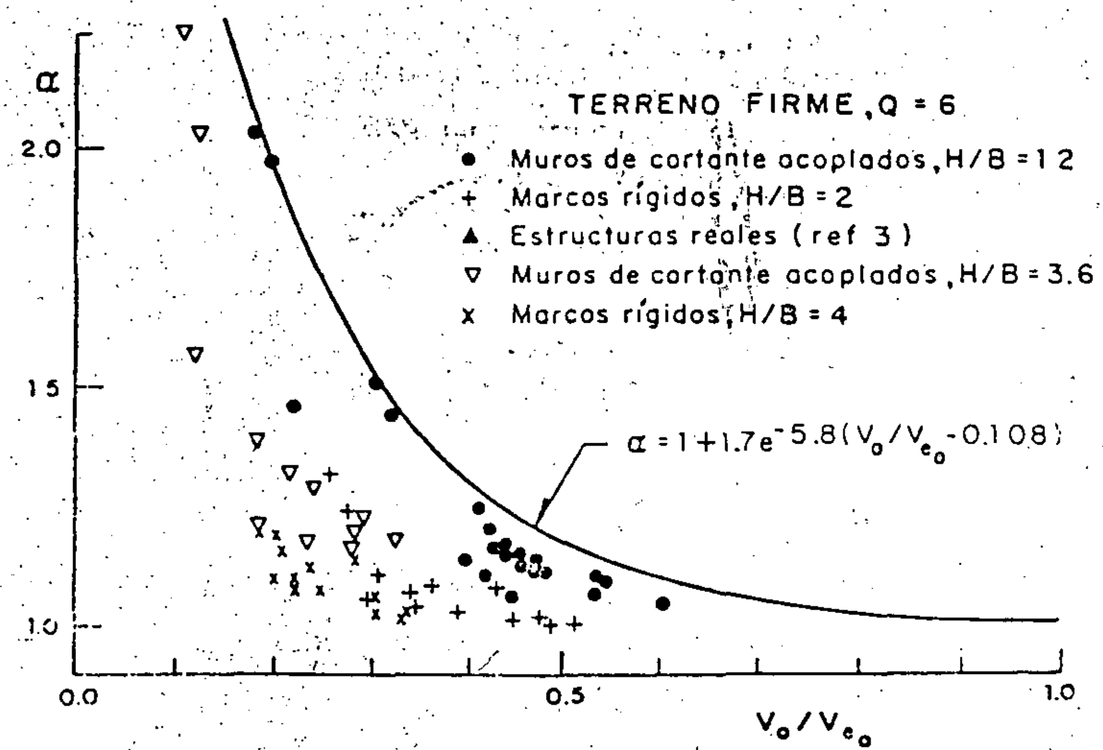
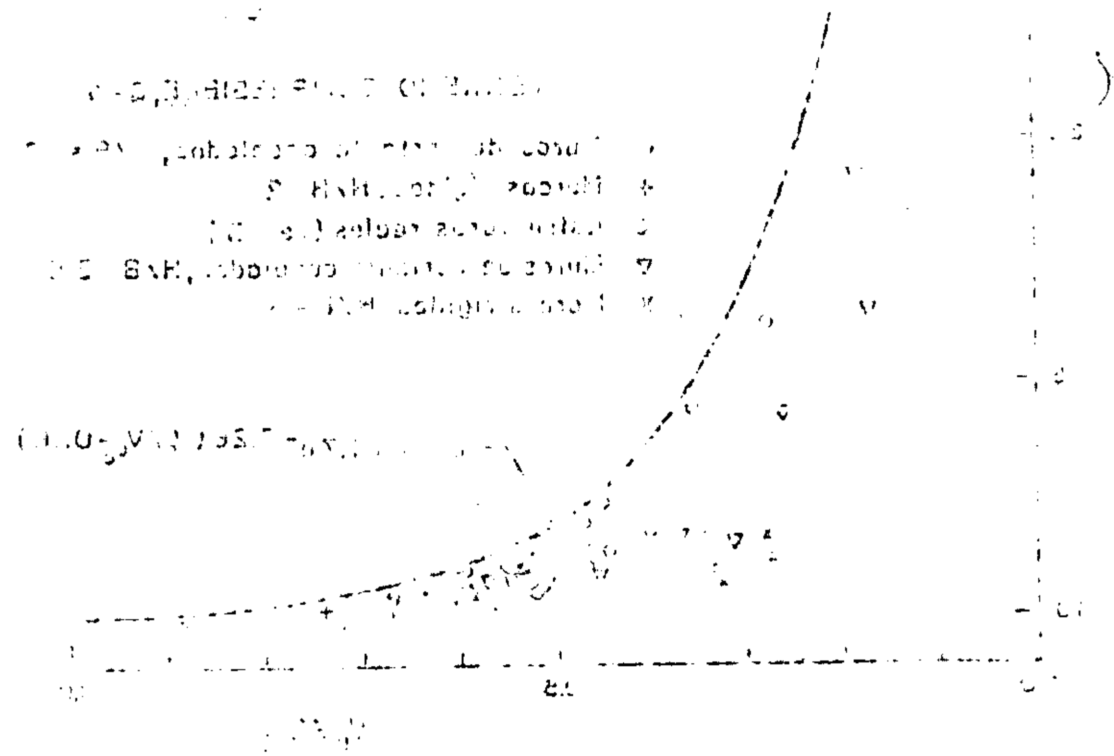
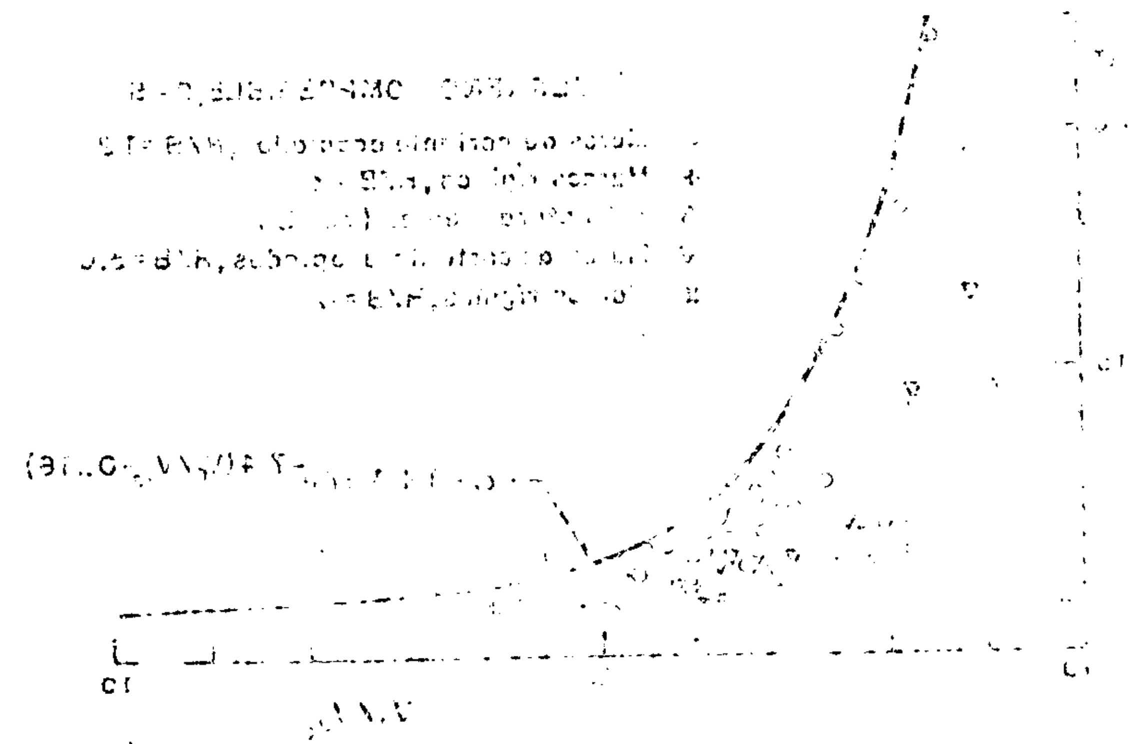


Fig 6. Factor correctivo α para terreno firme en el D F



[illegible]



[illegible]

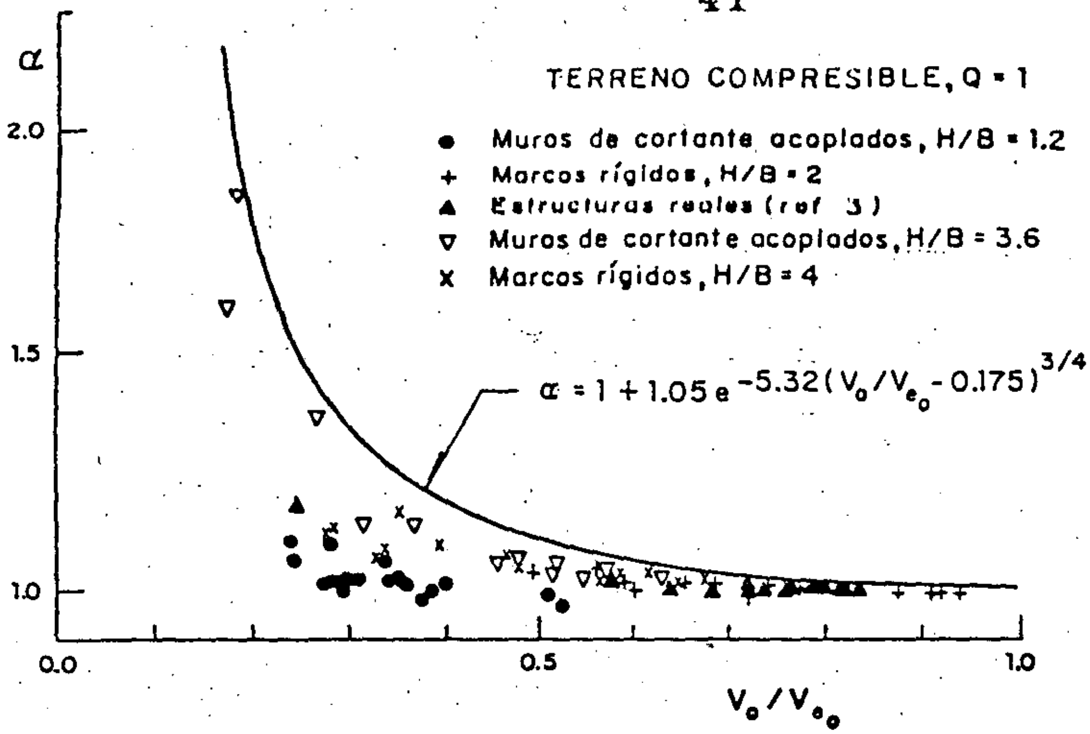


Fig 13. Factor correctivo α para terreno compresible en el D F

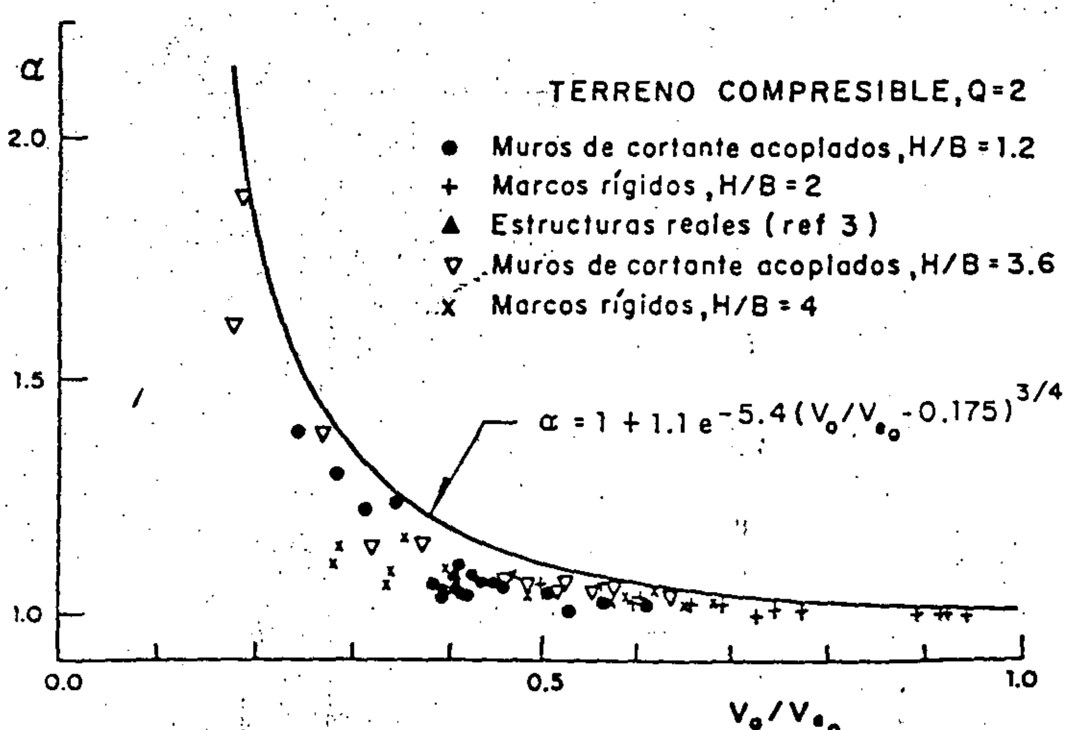


Fig 14. Factor correctivo α para terreno compresible en el D F

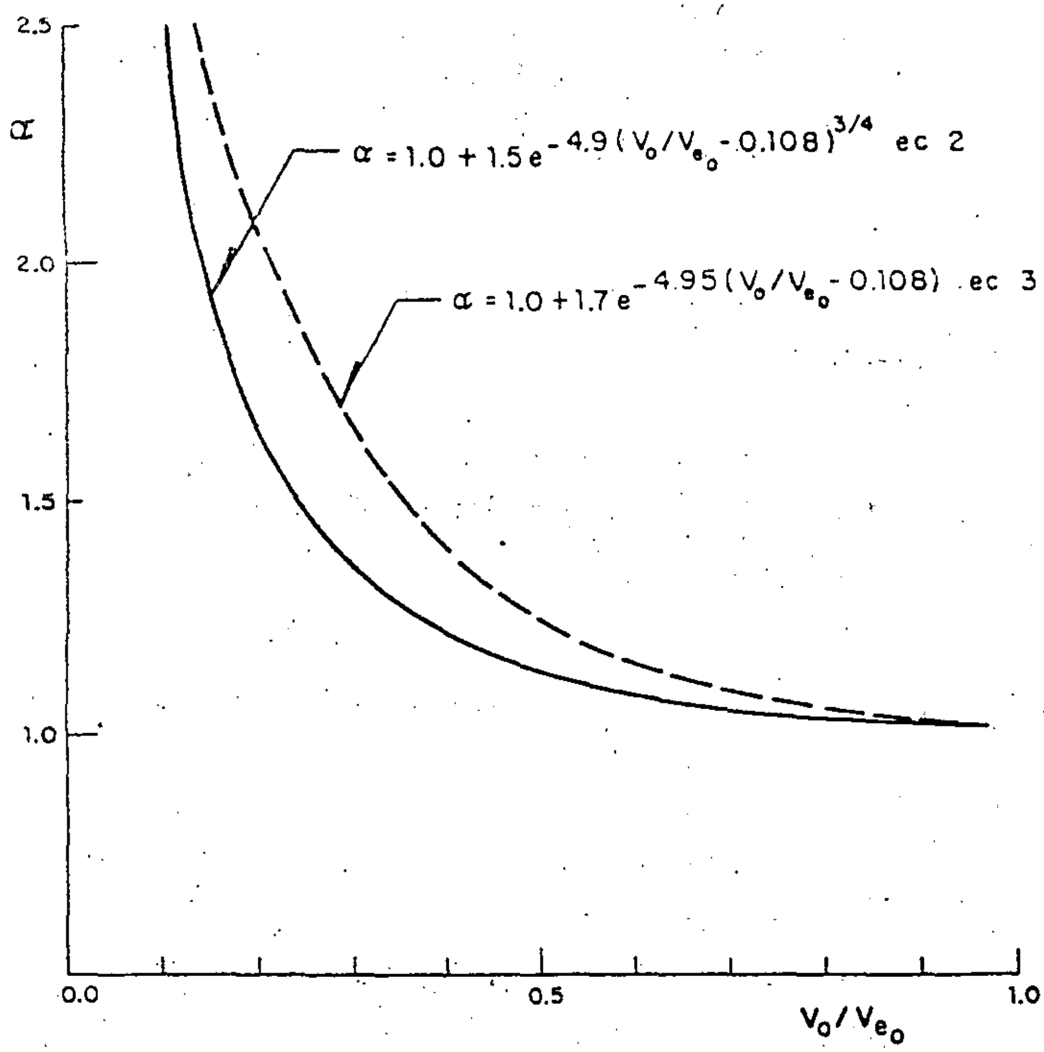


Fig. 15. Envolventes de diseño para factor correctivo α

43

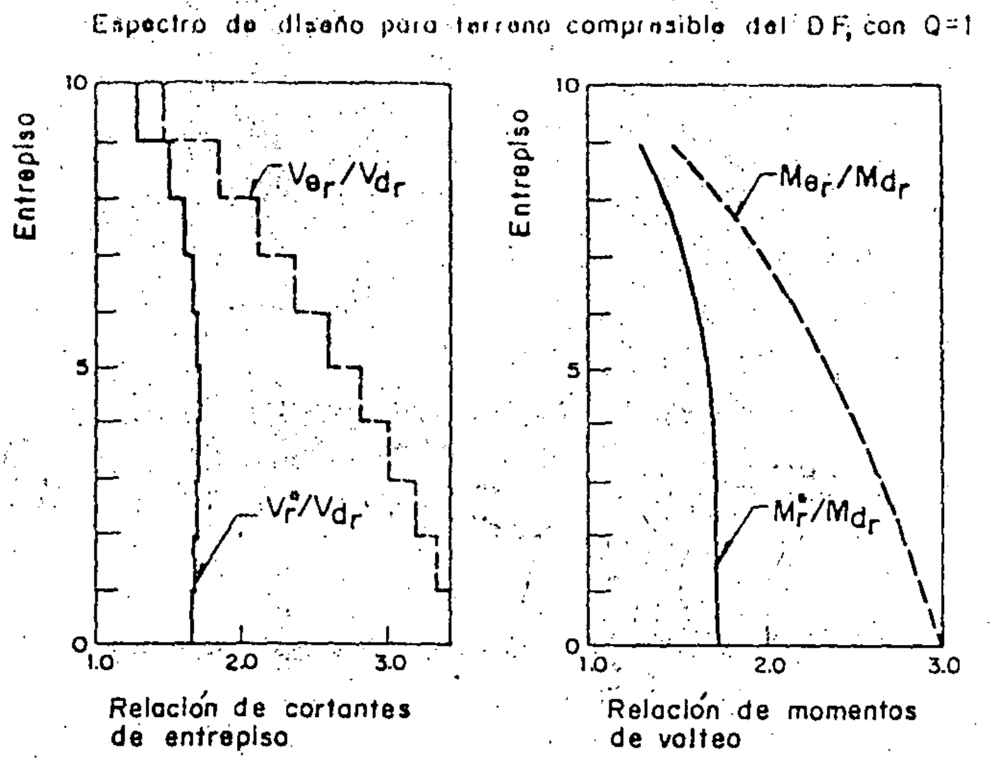


Fig 16. Comparación de resultados para el modelo (K_E-2, M_E-2) con espectro de terreno compresible, factor de ductilidad de Q=1 y relación de aspecto H/B=1.2

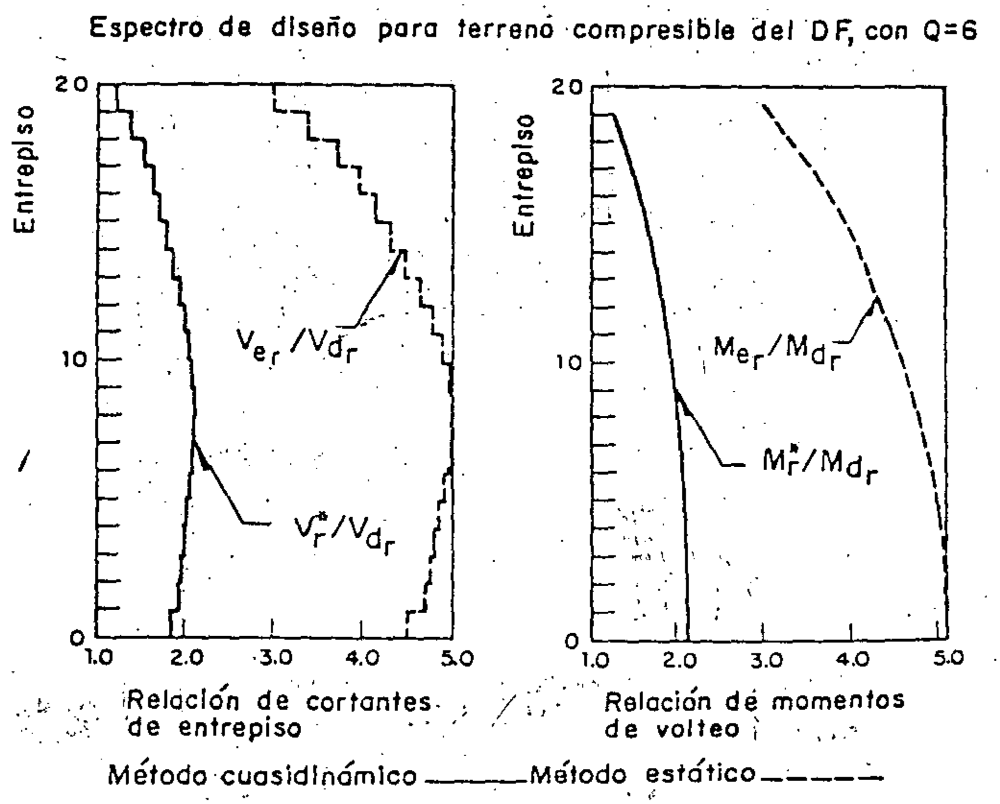
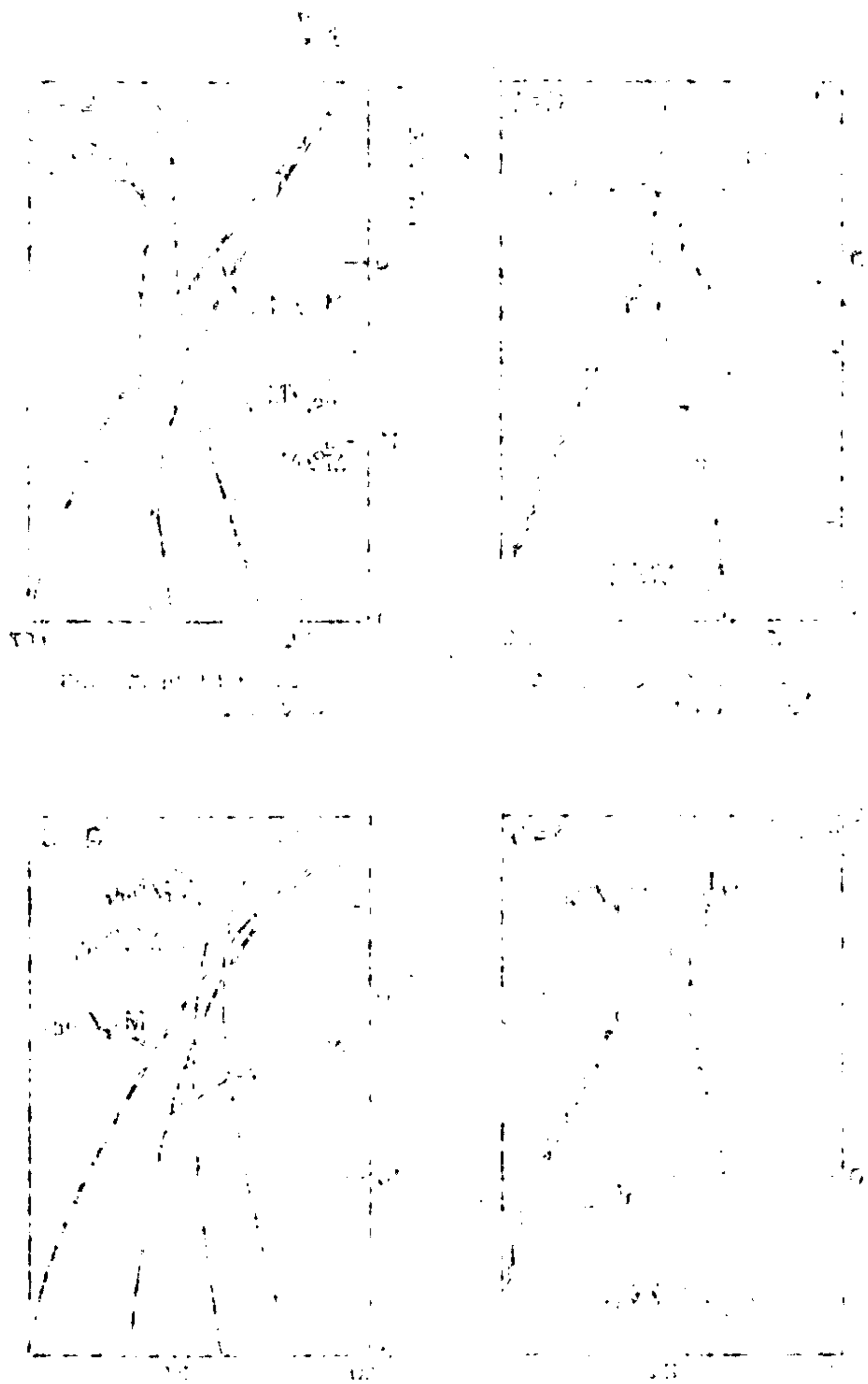


Fig 17. Comparación de resultados para el modelo (K_E-2, M_E-3) con espectro de terreno compresible, factor de ductilidad de Q=6 y relación de aspecto H/B=4



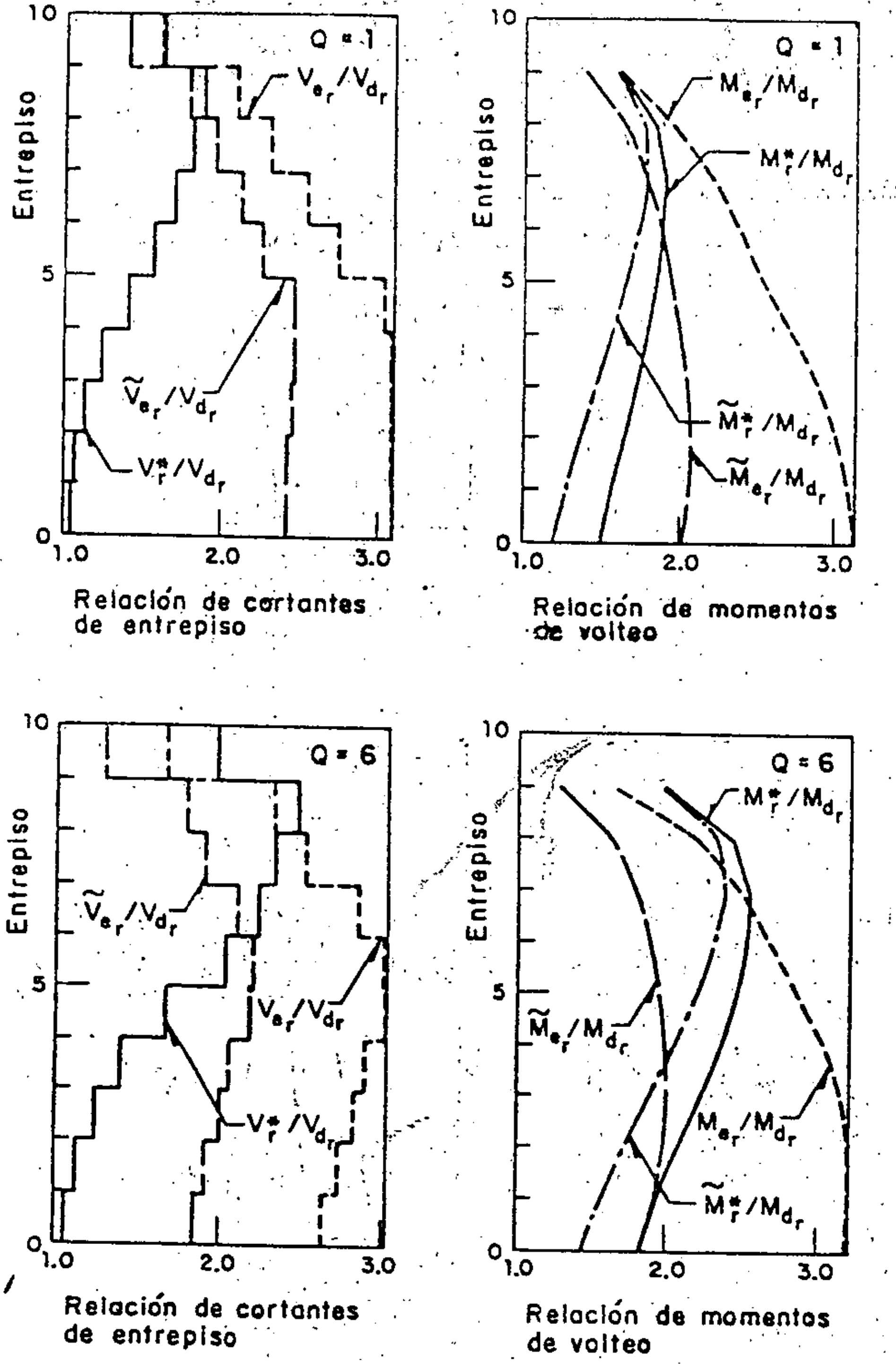


Fig 22. Comparaciones para el modelo (K_F-3, M_F-3) con relación de aspecto H/B=1.2 en terreno firme

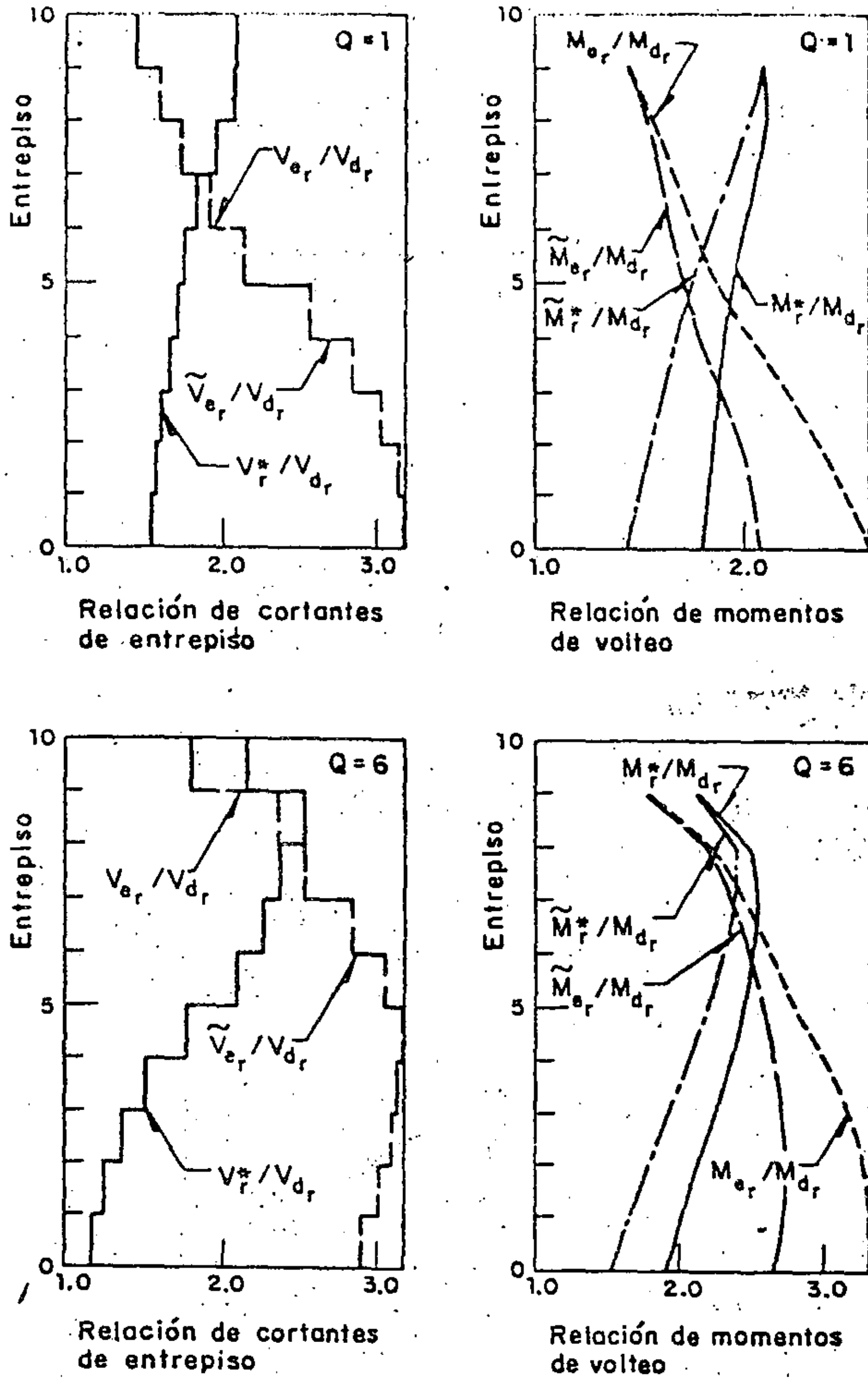


Fig 24. Comparaciones para el modelo (K_F-3, M_F-3) con relación de aspecto H/B=1.2 en terreno compresible

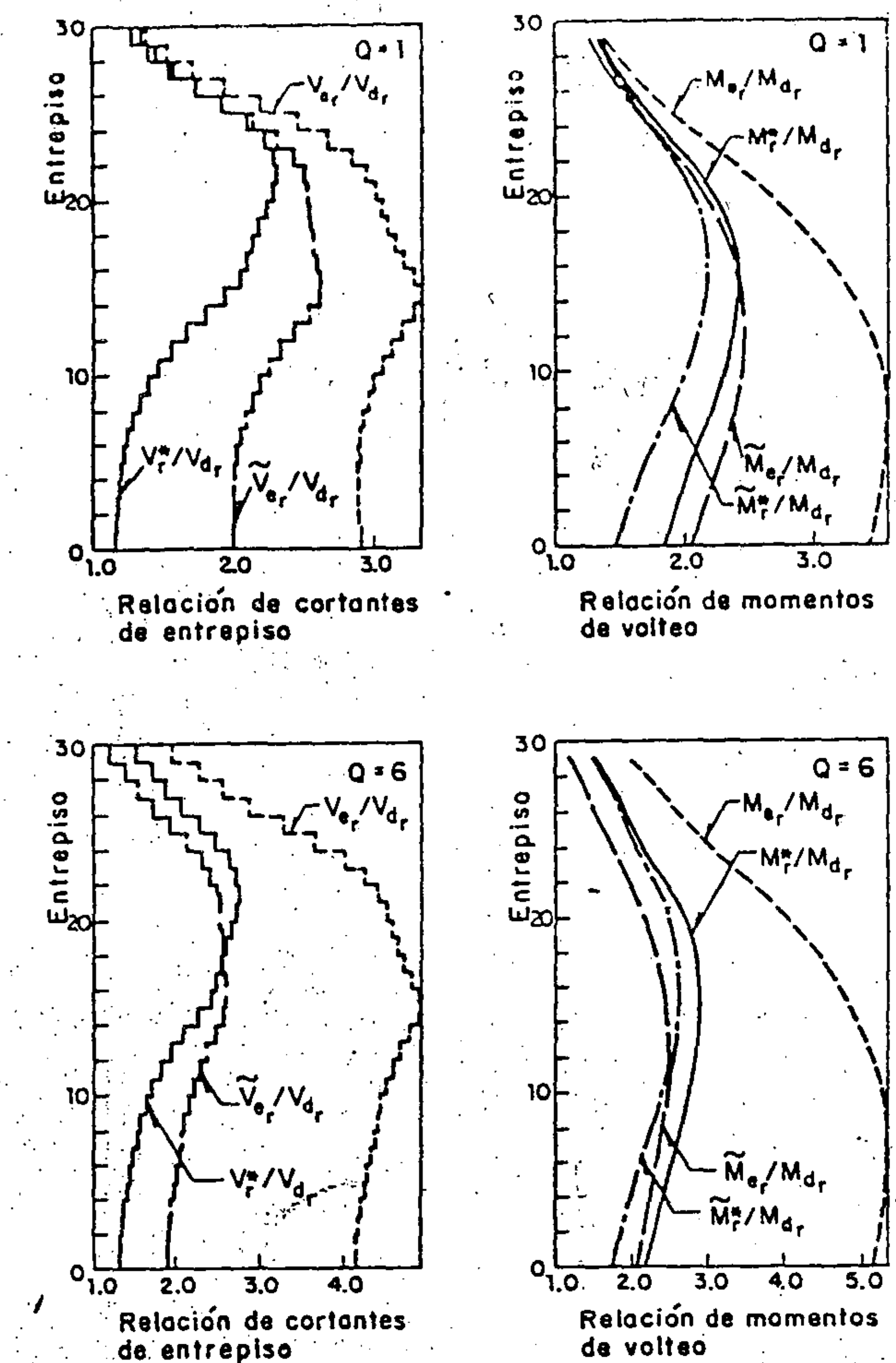


Fig 25. *Comparaciones para el modelo* (K_F-3, M_F-3) *con relación de aspecto* H/B=3.6 *en terreno compresible*

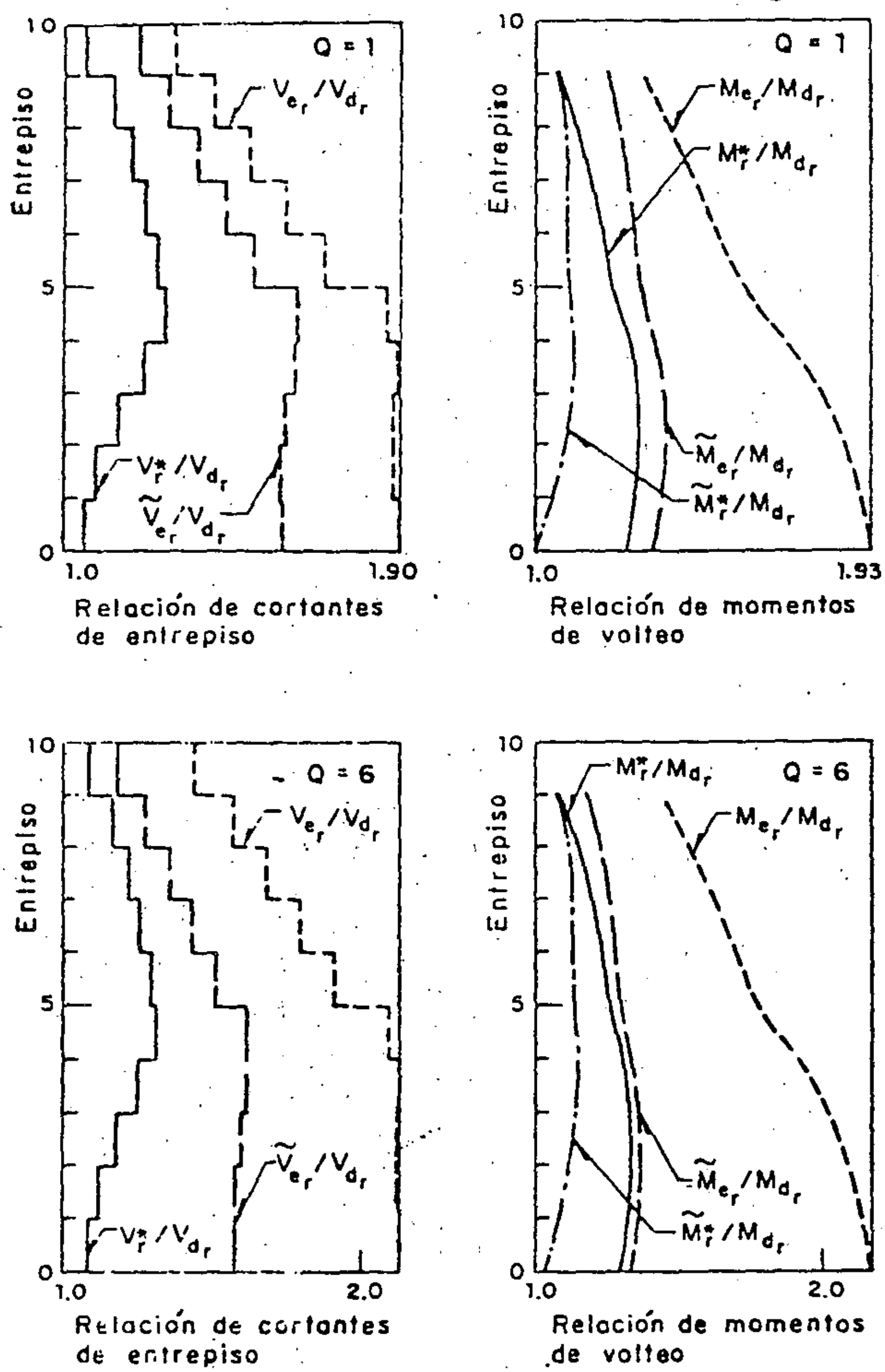


Fig 26. *Comparaciones para el modelo (K_c-3, M_c-1) con relación de aspecto H/B=2 en terreno firme*

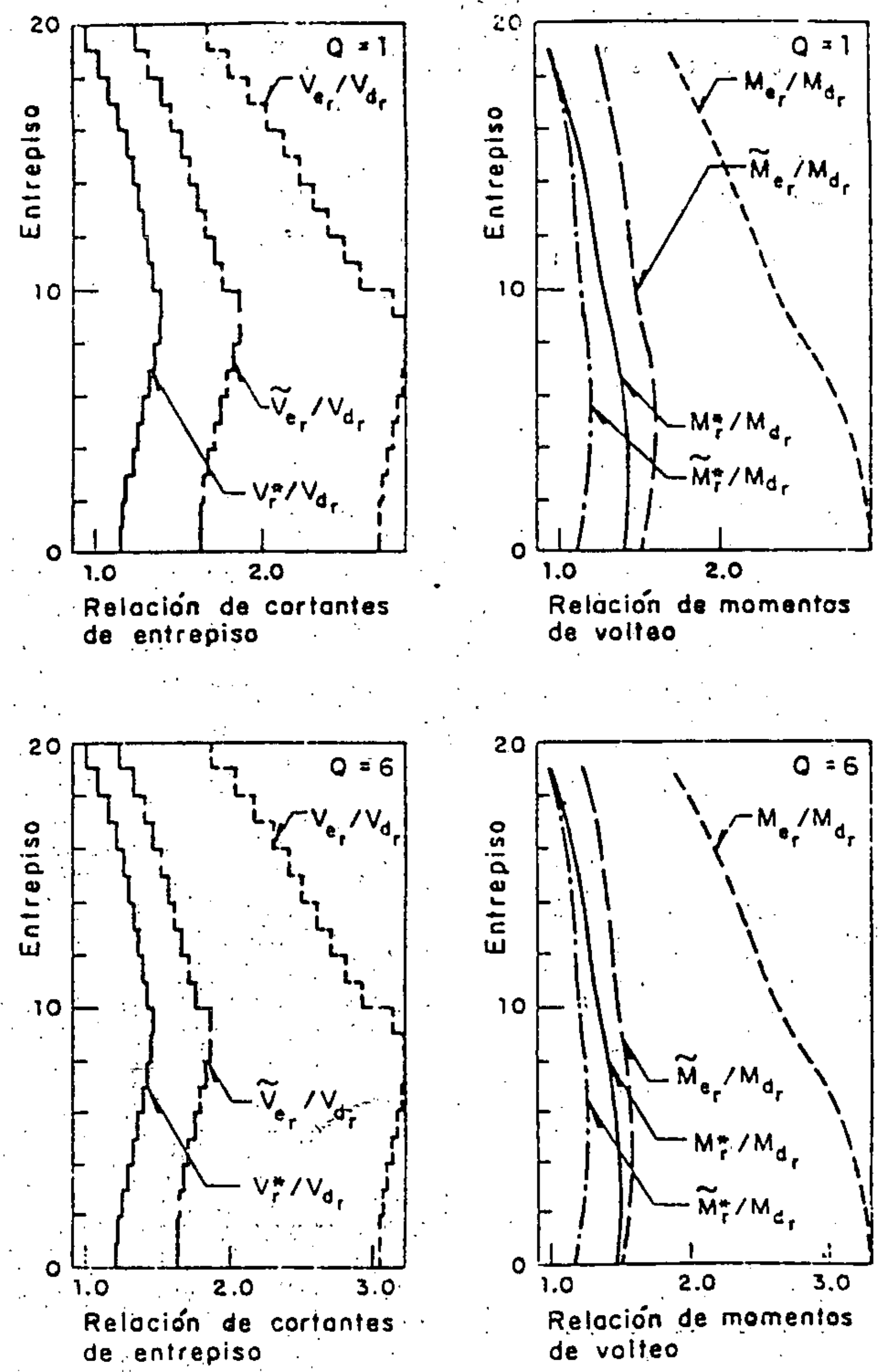


Fig 27. Comparaciones para el modelo (K_c-3, M_c-1) con relación de aspecto H/B=4 en terreno firme

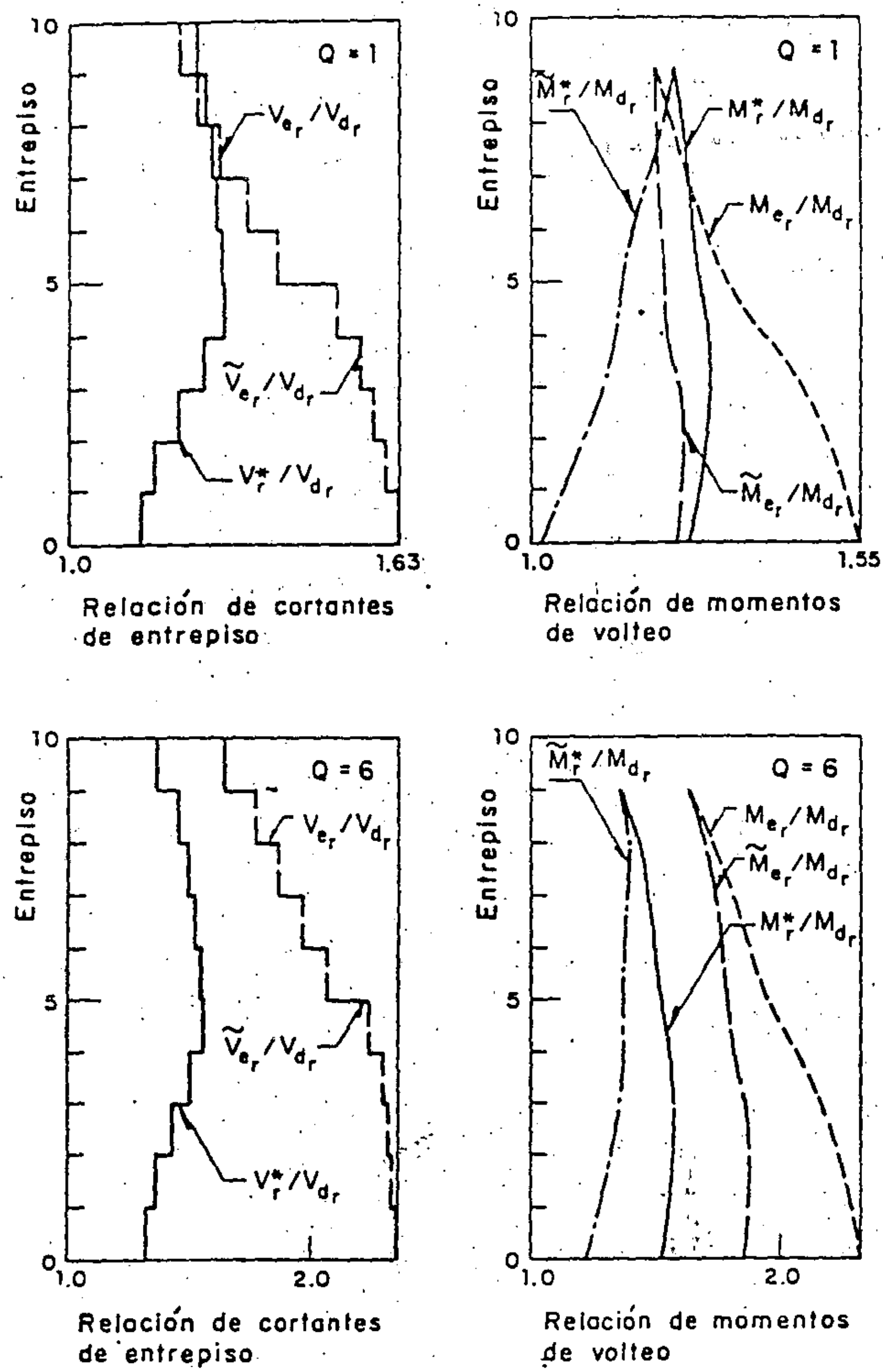


Fig 28. Comparaciones para el modelo (K_c-3, M_c-1) con relación de aspecto H/B=2 en terreno compresible

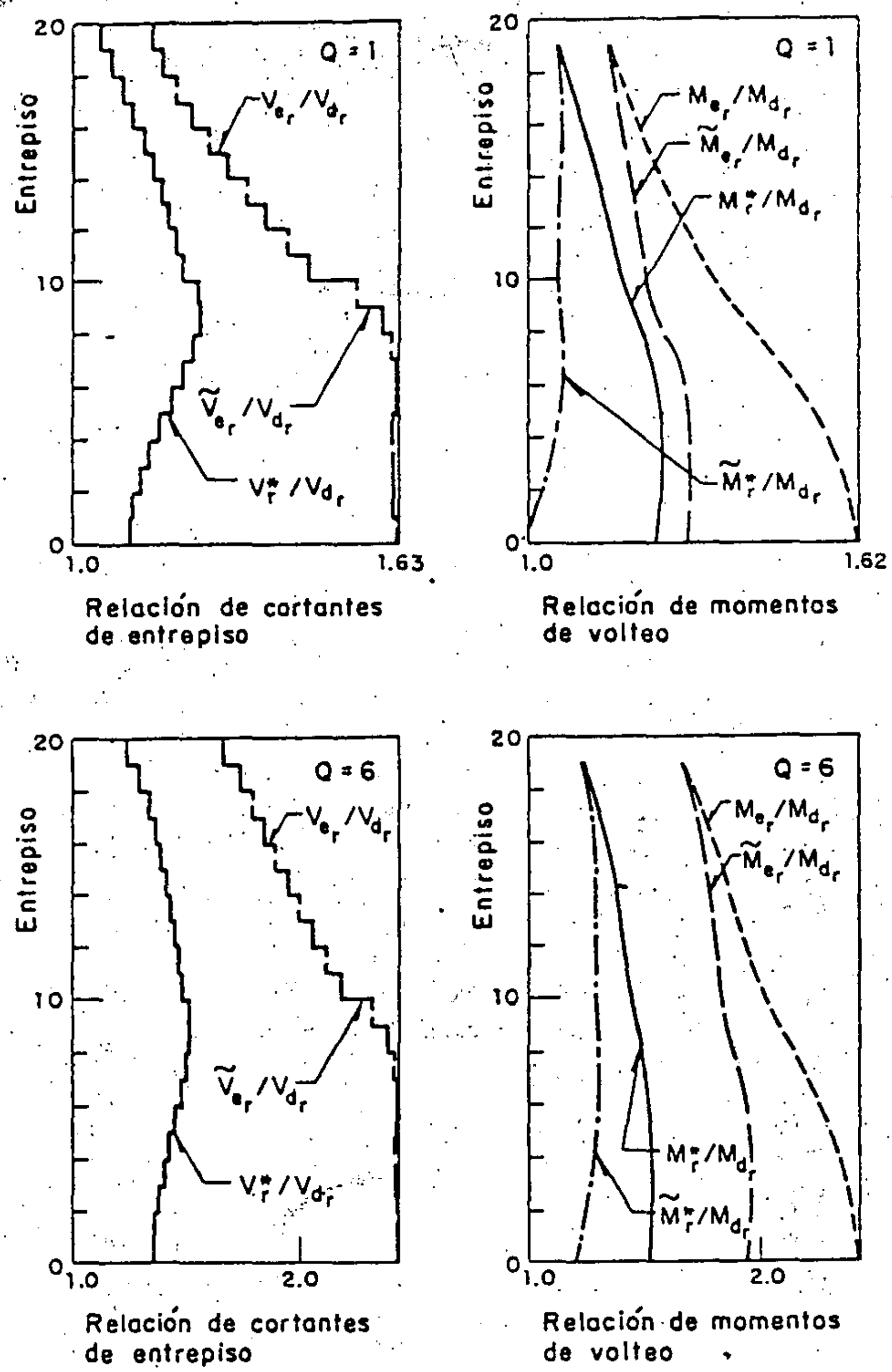


Fig 29. Comparaciones para el modelo (K_c-3, M_c-1) con relación de aspecto H/B=4 en terreno compresible

Las *Series del Instituto de Ingeniería* publican trabajos de importancia producidos por los investigadores (ordinarios y visitantes) del propio Instituto. Se trata de contribuciones que, por su tema o extensión, no cabe que se publiquen en revistas científicas o libros.

Las *Series* constan de tres colecciones que se distinguen por su numeración y el color de sus cubiertas: 1) la serie ordinaria, en español, con cubierta azul y numeración natural, que publica trabajos de interés universal pero frecuentemente motivados por problemas nacionales; 2) la serie en lenguas extranjeras (inglés o francés), con cubierta gris y numeración precedida por la letra E, con trabajos sobre cuestiones de gran interés internacional o preparados con motivo de la participación en eventos de ese ámbito (suelen publicarse en esta colección preimpresos y sobretiros); 3) la serie orientada a la docencia, con cubierta ocre y numeración precedida de la letra D, que publica monografías sobre temas básicos de la ingeniería en respuesta a las necesidades de textos apropiados para algunos cursos universitarios.

Cada fascículo de las *Series* se publica con la aprobación técnica del Comité de Publicaciones del Instituto, basada en opiniones de árbitros internos y externos.

Todos los fascículos de las *Series del Instituto de Ingeniería* se venden al costo de impresión.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio de 1992

VIBRACION DE SISTEMA DISCRETOS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS

JUNIO-JULIO 1992

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Si en el sistema de ecuaciones

$$[A] \{x\} = \{0\}$$

$[A]$ es no singular, la solución única es la trivial

$\{X\} = \{0\}$, de donde nos interesa el caso en que $[A]$ es singular. En este caso la adjunta* $[\hat{A}]$ existe y puede pre X por ella, con el resultado

$$|A| \{X\} = \{0\}$$

porque $[\hat{A}] \; [A] = |A| \; [I] \qquad \forall [A] \; (n x n)$

Puesto que $|A| = 0$, $\{x\}$ no necesariamente es nulo, pero si se asigna un valor dado a uno de sus elementos los demás quedan determinados en forma única.

También notamos que si $\{X\}$ es solución de $[A] \{X\} = \{0\}$ y α es una constante, entonces $\alpha\{X\}$ es también solución. Por lo tanto, hay un número infinito de soluciones. Todos estas se considerarán juntas y hablaremos de una "solución" como un conjunto de relaciones entre los elementos de $\{x\}$.

Volvemos a $\Big[\underbrace{[K] - p^2 [M]}_{[E]}\Big] \{r\} = \{0\}$ (1.3)

Al desarrollar $|E| = 0$ llegamos a una ecuación de grado n en p^2, cuyas raíces son los VAC.

- Como $[K]$ y $[M]$ son simétricas y positivas definidas*,

---

*Transpuesta de la matriz de cofactores.

**$[A]$ es POS. DEF. si $\{\dot{q}\} \; [A] \; \{\dot{q}\} > 0$ para todo $\{\dot{q}\}$ no nulo

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

premultiplicando por $\{r\}'_j$

$$\underbrace{\{r\}'_j \; [M] \; [R]}_{(a)} \; \{\ddot{y}\} + \underbrace{\{r\}'_j \; [K] \; [R]}_{(b)} \; \{y\} = \underbrace{\{r\}'_j \; \{P(t)\}}_{escalar}$$

En los productos (a) y (b) solo queda (por ortogonalidad):

$$\underbrace{\{r\}'_j \; [M] \; \{r\}_j}_{M^*_j} \; \ddot{y}_j + \underbrace{\{r\}'_j \; [K] \{r\}_j}_{K^*_j \, = \, p^2_j \; M^*_j} \; y_j = \underbrace{\{r\}'_j \; \{P(t)\}}_{P^*_j \, = \, \sum_i P_i \; r_{ij}}$$

y para el modo j tenemos:

$$M^*_j \; \ddot{y}_j + p_j^2 \; M^*_j y_j = P^*_j(t)$$

o bien (1.5)

$$M^*_j \; \ddot{y}_j + K^*_j \; y_j = P^*_j(t)$$

análoga a la ecuación de movimiento para 1 GL:

$$m \ddot{x} + k x = P(t)$$

En (1.5) tenemos:

n ecuaciones independientes para nGL

1 ecuación independiente para cada modo

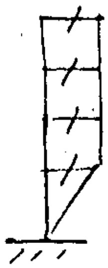
Para vibración libre (1GL)

$$\ddot{x} + p^2 x = 0 \qquad p^2 = \frac{k}{m}$$

En nuestra expresión

$$\{x\} = [R] \{y\} \qquad 1.4$$

$\{x\}$ puede no ser función de t, por ejemplo:



$$\{1\} = [R] \{c\} \qquad (e)$$

donde $\{c\}$ es el vector de constantes que prex $[R]$ nos da la configuración $\{1\}$

De la ec. (e):

$$\{c\} = [R]^{-1} \{1\} \qquad ([R] \text{ NO SING})$$

En 1.4 también podríamos hacer

$$\{Y\} = [R]^{-1} \{x\}$$

pero sigamos otro camino, premultiplicando por $\{r\}_j' [M]$ o por $\{r\}_j' [K]$

$$\{r\}_j' [M] \{x\} = \{r\}_j' [M][R] \{y\} = \{r\}_j' [M] \{r\}_1 y_1 + $$

$$+ \{r\}_j' [M] \{r\}_2 y_2 + \cdots$$

$$\cdots + \{r\}_j' [M] \{r\}_n Y_n$$

Por ortogonalidad todos estos productos son nulos excepto el término

$$\{r\}_j' [M] \{r\}_j Y_j$$

de donde tenemos

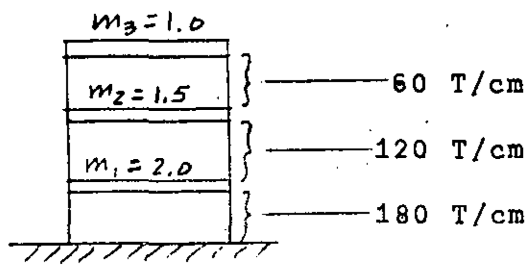
$$\{r\}_j' \cdot [M] \{x\} = \{r\}_j' [M] \{r\}_j \; y_j$$

de donde:

$$y_j = \frac{\{r\}_j' [M]\{x\}}{\{r\}_j' [M]\{r\}_j} = \frac{\{r\}_j [M]\{X\}}{M_j^*} = \frac{\{r\}_j' [K]\{x\}}{K_j^*} = \frac{\{r\}_j [K]\{x\}}{p_j^2 \; M_j^*}$$

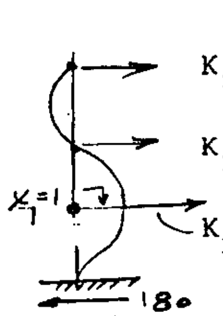
(coeficiente de participación)

Ejemplo (vigas rígidas)



$$[M] = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \frac{\text{ton seg}^2}{\text{cm}}$$

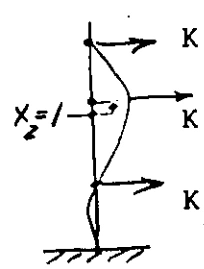
Matriz de rigideces



$K_{31} = 0$

$K_{21} = -120$

$K_{11} = 300$



$K_{32} = -60$

$K_{28} = 180$

$K_{12} = 120$

$K_{33} = 60$

$K_{23} = -60$

$K_{13} = 0$

$$\therefore [K] = \begin{bmatrix} 300 & -120 & 0 \\ -120 & 180 & -60 \\ 0 & -60 & 60 \end{bmatrix} = 60 \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (T/cm)$$

$$[E] = \left[[K] - p^2 \; [M]\right] \qquad M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 60 \begin{bmatrix} (5 - \frac{2}{60}\,p^2) & -2 & 0 \\ -2 & (3 - \frac{1.5}{60}\,p^2) & -1 \\ 0 & -1 & (1 - \frac{1}{60}\,p^2) \end{bmatrix}$$

si $d = p^2/60$:

$$[E] = 60 \begin{bmatrix} (5-2d) & -2 & 0 \\ -2 & (3-1.5\,d) & -1 \\ 0 & -1 & (1-d) \end{bmatrix}$$

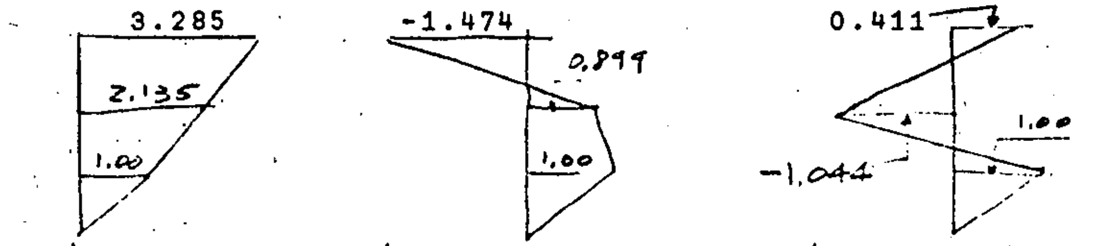
$$|E| = 0 = 60\,(d^3 - 5.5\,d^2 + 7.5\,d - 2) = 0$$

$$d_1 = 0.35$$
$$d_2 = 1.61$$
$$d_3 = 3.54$$

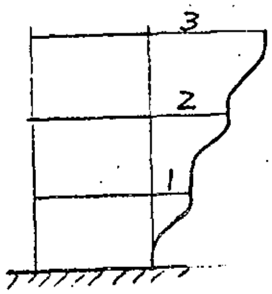
$p^2 = 60\,d$:

$p_1^{\,2} = 21.0$	$p_1 = 4.58$	frecuencias naturales
$p_2^{\,2} = 96.5$	$p_3 = 9.82$	
$p_3^{\,2} = 212.4$	$p_3 = 14.56$	

Modos:



$p_1 = 4.58$ $\qquad$ $p_2 = 9.82$ $\qquad$ $p_3 = 14.56$



$X_{30} = 3$ cm

$X_{20} = 2$ cm

$X_{10} = 1$ cm

$$\{X_o\} = \begin{Bmatrix}1\\2\\3\end{Bmatrix}$$

$$Y_{01} = \frac{\{r\}_1^T [M] \{x_o\}}{M_1^*} = \frac{2.0 + 6.405 + 9.855}{19.629} = 0.9303 \text{ cm}$$

$$Y_{02} = \frac{\{r\}_2 [M] \{x_o\}}{M_2^*} = \frac{2.0 + 2.697 - 4.422}{5.386} = 0.0511$$

$$Y_{03} = \frac{\{r\}_3 [M] \{x_o\}}{M_3^*} = \frac{2.0 - 3.132 + 1.233}{3.804} = 0.0266$$

Modo $Y_1(t)$

$P_1 = 4.58$

$P_2 = 9.82$

$P_3 = 14.56$

En p.

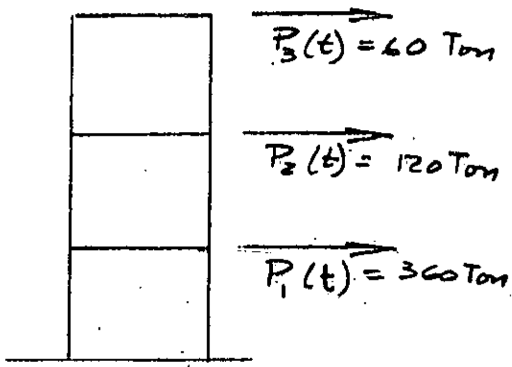
0.930 cm

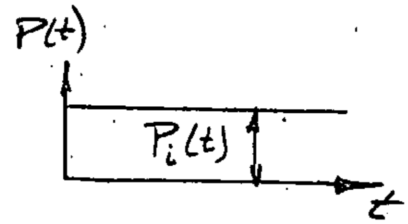
0.051 cm

0.026 cm

son amplitudes de los modos

Tenemos ahora el problema de encontrar la respuesta de.





Para el modo j:

$$\ddot{Y}_j + p^2 Y_j = \frac{P_j^*(t)}{M_j^*} = \frac{P_{jo}^*}{M_j^*}$$ cuya solución es:

$$Y_j = \frac{P_{jo}^*}{K_j^*}\left(1 - \cos p_j t\right) = \frac{P_{jo}^*}{p_j^2 M_j^*}\left(1 - \cos p_j t\right)$$

Cálculo de P_j^*

$$P_j^* = \left\{r\right\}_j' \left\{P(t)\right\} = \left\{r\right\}_j' \begin{Bmatrix} 360 \\ 120 \\ 60 \end{Bmatrix}$$

modo

$$\begin{aligned}
&1)\quad P_1^* = P_1 r_{11} + P_2 r_{21} + P_3\, r_{31} = 360+256.2+197.1 = 813.3 \\
&2)\quad P_2^* = P_1 r_{12} + P_2 r_{22} + P_3\, r_{32} = 360+107.88-88.4 = 379.48 \\
&3)\quad P_3^* = P_1 r_{13} + P_2\, r_{23} + P_3\, r_{33} = 360-125.28+24.66 = 259.98
\end{aligned}$$

Ahora bien,

$$Y_{j(st)} = \frac{P_j^*}{p_j^2 \; M_j^*} = \frac{P_j^*}{K_j^*}$$

$$\therefore \quad Y_{1(st)} = \frac{813.30}{21 \times 19.629} = 1.973 \text{ cm}$$

$$Y_{2(st)} = \frac{379.48}{965 \times 5.386} = 0.730 \text{ cm}$$

$$Y_{3(st)} = \frac{259.38}{212.4 \times 3.804} = 0.321 \text{ cm}$$

de donde

$$Y_j = \frac{P_j^*}{p_j^2 \, M_j^*} \left(1 - \cos p_j t\right),$$ y tenemos:

$$Y_1(t) = Y_{1(st)} \left(1 - \cos p_1 t\right)$$

$$Y_2(t) = Y_{2(st)} \left(1 - \cos p_2 t\right)$$

$$Y_3(t) = Y_{3(st)} \left(1 - \cos p_3 t\right)$$

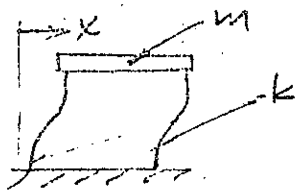
y, finalmente:

$$\{x(t)\} = \{r_1\} Y_1(t) + \{r_2\} Y_2(t) + \{r_3\} Y_3(t) = [R] \{Y\}$$

$$\begin{Bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 2.135 \\ 3.285 \end{Bmatrix} 1.973 \left(1 - \cos p_1 t\right) + \ldots + \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.044 \\ 0.411 \end{Bmatrix} 0.321 \left(1 - \cos p_3 t\right)$$

EXCITACION SISMICA

A. Sistemas 1GL

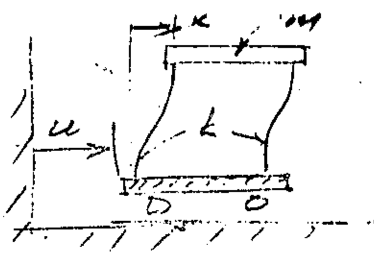


$$m\ddot{x} + kx + P(t) \qquad \text{(a)}$$

Para P(t) cualquiera y para CI $\neq$ 0 la solución de (a) es:

$$x(t) = x_o \cos pt + \frac{\dot{x}_o}{p} \operatorname{sen} pt + \frac{1}{mp}\int_0^t P(\tau) \operatorname{sen} p(t-\tau)\, d\tau$$

Para excitación sísmica:



$$m(\ddot{x} + \ddot{u}) + k\,x = 0$$

o sea,

$$m\,\ddot{x} + k\,x = -\,m\ddot{u} \qquad \text{(b)}$$

De la comparación de (a) y (b), la solución completa de ésta es:

$$x(t) = x_o \cos pt + \frac{\dot{x}_o}{p} \operatorname{sen} pt - \frac{1}{p}\int_0^t \ddot{u}(\tau) \operatorname{sen} p(t-\tau)\, d\tau$$

B. Sistemas de nGL:

$$[M]\,\{\ddot{x}\} + [k]\,\{x\} = \{P(t)\} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ P_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_1\ddot{u} \\ -m_2\ddot{u} \\ \vdots \\ -m_n\ddot{u} \end{Bmatrix}$$

$$= -\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{Bmatrix} \ddot{u} = -\{m\}\,\ddot{u}$$

Es decir, tenemos:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\} = -\{m\}\ \ddot{u}$$

sust. $\{x\} = [R]\{y\}$

$$[M]\ [R]\ \{\ddot{y}\} + [K]\ [R]\ \{y\} = \{P(t)\} = -\{m\}\ \ddot{u}(t)$$

pre x $\{r\}_j'$

$$\{r\}_j'\ [M][R]\{\ddot{y}\} + \{r\}_j'\ [K][R]\{y\} = \underbrace{\{r\}_j'\ \{P\}}_{P_j^*} = \underbrace{-\underbrace{\{r\}_j'\ \{m\}}_{m_j^*}\ \ddot{u}}_{U_j^*}$$

por ortogonalidad:

$$\{r\}_j'\ [M]\{r\}\ \ddot{y}_j + \{r\}_j'\ [K]\ \{r\}_j\ y_j = P_j^* = U_j^*$$

y queda:

$$M_j^*\ \ddot{y}_j + K_j^*\ y_j = P_j^* = U_j^* = -\ m_j^*\ \ddot{u}$$

∴ la solución (CI = 0) de esta ecuación es:

Para P_j^* :

$$y_j(t) = \frac{1}{p_j M_j^*}\int_0^t P_j^*\ (\tau)\ \text{sen}\ p_j(t-\tau)d\tau$$

Para U_J^*:

$$y_j(t) = \frac{1}{p_j M_j^*}\int_0^t U_j^*\ (\tau)\ \text{sen}\ p_j(t-\tau)d\tau$$

VIBRACION LIBRE Y FORZADA DE SISTEMAS DE N GL CON AMORTIGUAMIENTO

Las ecuaciones de equilibrio dinámico son:

$$\left\{F_I\right\} + \left\{F_a\right\} + \left\{F_r\right\} = \left\{P(t)\right\}$$

Ya tenemos:

$$\left\{F_I\right\} = \left[M\right] \left\{\ddot{x}\right\}$$

$$\left\{F_r\right\} = \left[K\right] \left\{x\right\}$$

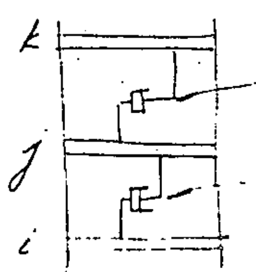
y ahora hacemos

$$\left\{F_a\right\} = \left[c\right] \left\{\dot{x}\right\}$$

donde

$$\left[c\right] = \left[c_{ij}\right]$$

y c_{ij} = fuerza de amortiguamiento en la coordenada i debido a una velocidad unitaria en la coordenada j.



$$\left.\begin{array}{l} c_{jk} = c_{kj} \\ \\ c_{ij} = c_{ji} \end{array}\right\} \text{indica acoplamiento}$$

La ecuación de movimiento es

$$\left[M\right] \left\{\ddot{x}\right\} + \left[c\right] \left\{\dot{x}\right\} + \left[K\right] \left\{x\right\} = \left\{P(t)\right\}$$

Hagamos: $\{X\} = [R]\{y\}$ premultiplicando por $\{r\}'_j$

$$\{r\}'_j[M][R]\{\ddot{y}\}+\{r\}'_j[C][R]\{\dot{y}\}+\{r\}'_j[K][R]\{y\} = \{r\}'_j\{P(t)\}$$

Para desacoplar estas ecuaciones debemos tener

$$\left.\begin{array}{ll}\{r\}'_j\,[M]\,\{r\}_i = 0 & i \neq j \\ \{r\}'_j\,[K]\,\{r\}_i = 0 & i \neq j\end{array}\right\}\ \text{cierto por ortogonalidad}$$

$$\{r\}'_j\,[C]\,\{r\}_i = 0 \quad i \neq j \qquad \text{¿pero ésta?} \quad (a)$$

1° <u>admitamos</u> que se cumple:

Ya definimos

$$\{r\}'_j\,[M]\,\{r\}_j = M^*_j \qquad \{r\}'_j\{P(t)\} = P^*_j$$

$$\{r\}'_j\,[K]\,\{r\}_j = K^*_j$$

y ahora

$$\{r\}'_j\,[C]\,\{r\}_j = C^*_j = 2\beta_j p_j M^*_j$$

y nuestra ecuación para el modo j queda:

$$M^*_j\ddot{y}_j+2\beta_j p_j M^*_j\dot{y}_j+p^2_j M^*_j y_j = P^*_j$$

o bien:

$$\ddot{y}_j+2\beta_j p_j\dot{y}_j+p^2_j y_j = \frac{P^*_j}{M^*_j}$$

Como las soluciones para un sistema de 1GL (cuya ec. es $\ddot{x}+2\beta p\dot{x}+p^2x = \frac{P(t)}{m}$) ya las conocemos, solo nos falta saber cómo debe ser $[C]$ para que se cumpla

$$\{r\}_i' [C] \{r\}_j = 0 \qquad i \neq j \tag{a}$$

además, claro, de

$$\text{y} \qquad \left.\begin{array}{l} \{r\}_i' [M] \{r\}_j = 0 \\ \{r\}_i' [K] \{r\}_j = 0 \end{array}\right\} i \neq j$$

La ec. (a) se satisface si

i) $[C]$ es proporcionala $[M]$ o a $[K]$

ii) $[C]$ es una combinacion lineal de $[M]$ y $[K]$, o sea:

$$[C] = a_0 [M] + a_1 [K]$$

esto es muy restringido.

iii) En forma más general:

$$[C] = [M] \sum_{l} a_l \left[M^{-1}K\right]^l = \sum_{l} [C_l] \tag{38.1}$$

pues ya sabemos que todas las posibles formas

$[M]$ $[M^{-1}K]^l$ son satisfactorias y (38.1) es una C. L de matrices de este tipo.

$$\therefore \quad x_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} y_j = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} C_j z_j(t)$$

De aquí (sin sumar para todos los modos)

$$\left.\begin{aligned} |X_{ij}|_{max} = r_{ij} C_j |z_j(t)|_{max} &= r_{ij} C_j S_d \\ &= r_{ij} C_j \frac{S_a}{p_j^2} \end{aligned}\right\} S_a = pS_v = p^2 S_d$$

De esta ec. pasamos a:

$$|X_i|_{\substack{máx \\ ABS}} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} C_j S_d = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} C_j \frac{S_a}{p_j^2}$$

$$|x_i|_{\substack{máx \\ PROB}} = \sqrt{\Sigma(|X_{ij}|_{máx})^2}$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio de 1992

METODOS DE STODOLA-VIANELLO-NEWMARK Y DE HOLZER PARA EL CALCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES

M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS

JUNIO-JULIO 1992

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

METODOS DE STODOLA-VIANELLO-NEWMARK Y DE HOLZER PARA EL CALCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES

ENRIQUE DEL VALLE C*

Para calcular las frecuencias y configuraciones modales de estructuras idealizadas como una serie de masas unidas por resortes, sin amortiguamiento, en vibración libre, se puede suponer que cada masa se mueve en movimiento armónico simple definido por $X=X_0 \cos wt$ o $X=X_0$ sen wt donde X_0 define la amplitud y w la frecuencia circular del movimiento.

La aceleración estará dada entonces por $\ddot{X}=-w^2X_0 \cos wt$ ó $\ddot{X}=-w^2X_0$ sen $wt=-w^2X$ y las fuerzas de inercia a que estará sometida cada masa, de acuerdo con la segunda ley de Newton, serán $Fi = m\ddot{X} = -mw^2X$.

Por otro lado, la fuerza restitutiva que aparece en cada resorte estará dada por $Fe=R\Delta X$, donde R es la rigidez de entrepiso, que podemos definir como la fuerza cortante que es necesario aplicar para producir un desplazamiento unitario entre dos niveles consecutivos: $R = V/\Delta X$, para $\Delta X=1$.

Vemos entonces, que las fuerzas a que se verá sujeta cada masa dependerán de X y de w^2 únicamente.

Por otro lado, sabemos que para conocer un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la frecuencia w (o periódo T) como la configuración modal relativa, y que si la estructura está vibrando en un modo dado, la frecuencia del movimiento de cada masa será la misma.

Tomando en cuenta lo anterior, se pueden emplear dos métodos numéricos para el cálculo de las frecuencias y configuraciones modales.

*Profesor Titular, División de Estudios de Posgrado, Fac. de Ingeniería UNAM.

El método propuesto por Stodola-Vianello-Newmark, consiste en:

1. Suponer una configuración deformada de la estructura:

   $X_{isupuesta}$

2. Valuar las fuerzas de inercia asociadas a esa configuración $Fi= -mw^2Xi$, dejando w^2 como factor común cuyo valor no conocemos.

3. Valuar la fuerza cortante en la estructura, como la suma acumulativa de las fuerzas de inercia de arriba abajo del edificio: $V_i = \sum_{1=n}^{i} Fi$ (función de w^2)

4. Calcular los incrementos de deformación correspondientes a las fuerzas cortantes.

   $\Delta Xi = \frac{Vi}{Ri}$ (función de w^2).

5. Obtener la configuración calculada de la estructura como la suma acumulativa de los incrementos de deformación, de abajo hacia arriba.

   $$X_{i\ calc} = \sum_{i=1}^{n} \Delta Xi = \text{coef. } w^2$$

   Esto nos dará un coeficiente multiplicado por w^2 para cada masa.

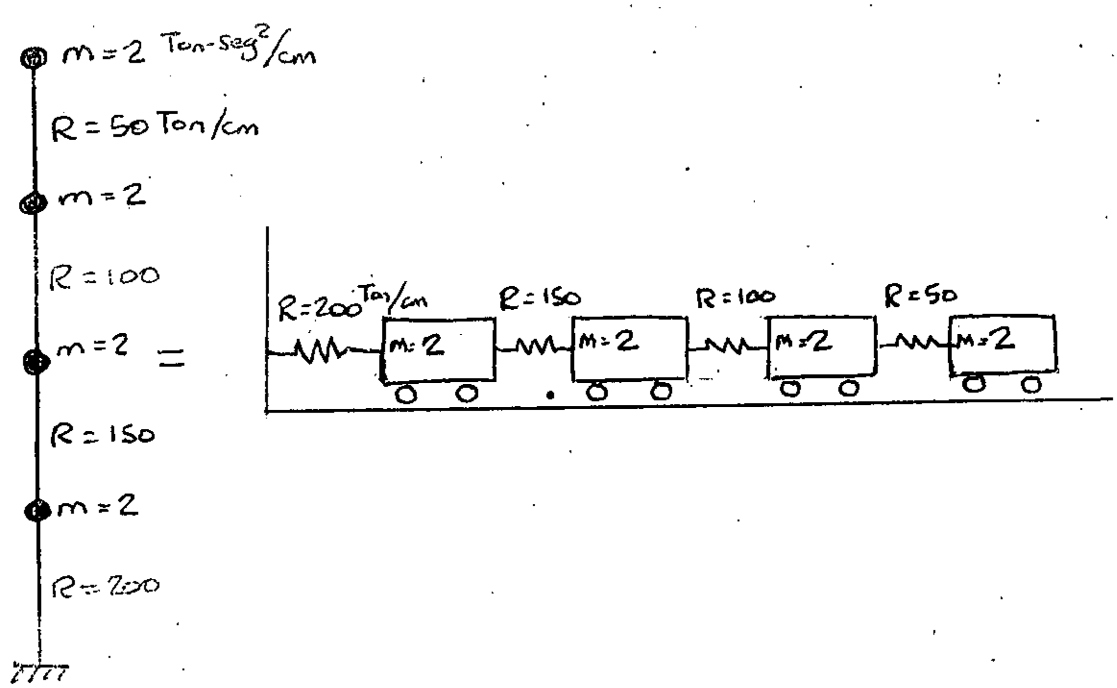
6. Si la estructura está vibrando en un modo la configuración calculada será proporcional a la supuesta, y el factor de proporcionalidad será w^2. Esto es, para cada masa podremos calcular.

   $$w^2 \cong \frac{X_{supuesta}}{\text{Coef. de } X_{calc.}}$$

   En general, los valores de w^2 calculados para cada masa, no serán iguales en el primer ciclo, pero el método es de rápida convergencia si se usa como nueva configuración supuesta la obtenida al final de cada ciclo, de preferencia normalizándola, esto es, haciendo que la deformación de una de las masas, por ejemplo la primera, tenga siempre el mismo valor, con objeto de observar como se modifica la configuración relativa después de cada ciclo. Los valores de w^2 obtenidos en cada ciclo nos dan también un intervalo de valores que se va cerrando hasta que se obtiene finalmente los mismos valores para todas las masas.

El método descrito anteriormente converge siempre hacia el modo más bajo que esté presente en la configuración supuesta, y dado que al suponer una configuración ésta estará formada por una combinación lineal de todos los modos posibles, el modo más bajo será el primero o fundamental. Más adelante se indica como hacer para calcular modos superiores.

Ejemplo. Calcular la frecuencia y configuración modal del primer modo de vibrar de la estructura representada por el modelo matemático siguiente.



Para realizar los pasos antes indicados conviene usar una tabulación como la siguiente:

1er. Ciclo.

Nivel	$\frac{ton\ seg^2}{cm}$ m	$\frac{ton}{cm}$ R	cm* X_{sup}	$Fi=mw^2X$	V	$\Delta X=\frac{V}{R}$	X_{calc}	** w^2	*** X_{sup}
4	2		4	$8w^2$			$0.52w^2$	$7.692 = \frac{4}{0.52}$	5.2
		50			$8w^2$	$0.16w^2$			
3	2		3	$6w^2$			$0.36w^2$	$8.333 = \frac{3}{0.36}$	3.6
		100			$14w^2$	$0.14w^2$			
2	2		2	$4w^2$			$0.22w^2$	$9.091 = \frac{2}{0.22}$	2.2
		150			$18w^2$	$0.12w^2$			
1	2		1	$2w^2$			$0.1w^2$	$10.0 = \frac{1}{0.1}$	1
		200			$20w^2$	$0.1w^2$			
0							0		

Nótese que los valores R, V y ΔX están defasados, pues corresponden al entrepiso.

* Para iniciar el cálculo puede usarse cualquier valor de X. En general, el método convergirá más rápido entre más acertada sea la configuración supuesta, pero si se supone por ejemplo una configuración que se parezca a un segundo, tercero o cuarto modo, de cualquier manera, al término de algunos ciclos más, llegaremos al primer modo.

** Nótese que en este caso, el valor de w^2 estará comprendido entre

$7.692 \frac{1}{seg^2}$ y $10 \frac{1}{seg^2}$

*** En un segundo ciclo, usaremos como nueva configuración supuesta la obtenida al final del primer ciclo normalizada de tal modo que la deformación del primer nivel, sea unitaria, esto es, dividiendo la configuración calculada entre $0.1w^2$ en cada nivel.

2o. Ciclo

Nivel	m	R	X_{sup}	Fi	V	ΔX	X	w^2	X_{sup}
4	2		5.2	$10.4w^2$			$0.651w^2$	7.988	5.425
		50			$10.4w^2$	$0.208w^2$			
3	2		3.6	$7.2w^2$			$0.443w^2$	8.126	3.692
		100			$17.6w^2$	$0.176w^2$			
2	2		2.2	$4.4w^2$			$0.267w^2$	8,240	2.225
		150			$22w^2$	$0.147w^2$			
1	2		1.0	$2.\ w^2$			$0.120w^2$	8.333	1.0
		200			$24w^2$	$0.120w^2$			
0							0		

Obsérvese que el intervalo de variación de w^2 se redujo a 7.988 y 8.333 y que las variaciones en la configuración modal fueron mucho menores que las que tuvo el primer ciclo.

Tomando como base de partida nuevamente la configuración calculada, en un tercer ciclo se tiene:

Nivel	m	R	X_{sup}	F	V	ΔX	X	w^2	X_i
4	2		5.425	$10.85w^2$			$0.6739w^2$	8.050	5.461
		50			$10.85w^2$	$0.2170w^2$			
3	2		3.692	$7.384w^2$			$0.4569w^2$	8.081	3.703
		100			$18.234w^2$	$0.1823w^2$			
2	2		2.225	$4.45w^2$			$0.2746w^2$	8.103	2.225
		150			$22.684w^2$	$0.1512w^2$			
1	2		1.0	$2.0\ w^2$			$0.1234w^2$	8.104	1.00
		200			$24.684w^2$	$0.1234w^2$			
0							0		

y finalmente, en un cuarto ciclo, la aproximación se considera suficiente:

Nivel	m	R	X_{sup}	F	V	ΔX	X_{calc}	w^2	Xi
4	2		5.461	$10.922w^2$			$0.6775w^2$	8.061	5.468
		50			$10.922w^2$	$0.2184w^2$			
3	2		3.703	$7.406w^2$			$0.4591w^2$	8.066	3.705
		100			$18.328w^2$	$0.1833w^2$			
2	2		2.225	$4.45w^2$			$0.2758w^2$	8.067	2.226
		150			$22.778w^2$	$0.1519w^2$			
1	2		1.00	$2.00w^2$			$0.1239w^2$	8.071	1.00
		200			$24.778w^2$	$0.1239w^2$			
0		Σ	12.389			$\Sigma =$	$1.5363w^2$	8.064*	

*El valor final de w^2 lo obtenemos con más precisión dividiendo la suma de X_{sup} entre la suma de coeficientes de X_{calc} Esto es más preciso que promediar los valores de w^2 de cada nivel.

$$w = \sqrt{8.064} = 2.8397; \qquad T = \frac{2\pi}{w} = \frac{6.2832}{2.8397} = 2.213 \text{ seg.}$$

Cálculo de modos superiores empleando este método

Como se indicó antes, el método converge al modo más bajo presente en la configuración supuesta, y al suponer una combinación cualquiera ésta, estará constituida por una combinación lineal de los distintos modos de vibrar:

$X_{sup} = C_1X_{i1}+C_2Xi_2+C_3X_{i3}+C_4X_{i4}$, donde X_{i1} a X_{i4} son las configuraciones modales y C_i son coeficientes de participación.

Si queremos calcular el segundo modo de vibrar empleando este método, tendremos que quitar a la configuración supuesta la participación del primer modo: C_1X_{i1}, para lo cual necesitamos conocer X_{i1} y C_1. X_{i1} la calculamos como se indicó antes y C_1 lo podemos calcular recurriendo a la propiedad de ortogonalidad de los modos de vibración que indica que $\Sigma m_i X_{in} X_{im} = 0$ si $n \neq m$, donde X_{in} y X_{im} son configuraciones modales.

Si multiplicamos la expresión anterior de X_{sup} por $m_i X_{i1}$ y sumamos para todas las masas, considerando que los coeficientes de participación son constantes y pueden sálir de la sumatoria, tendremos:

$$\Sigma m_i X_{i1} X_{sup} = C_1 \Sigma m_i X_{i1}^2 + C_2 \Sigma m_i X_{i1} X_{i2} + C_3 \Sigma m_i X_{i1} X_{i3} + \ldots$$

donde los términos que multiplican a C_2, C_3, etc. son nulos por la propiedad de ortogonalidad de los modos, quedando entonces

$$C_1 = \frac{\Sigma m_i X_{i1} X_{sup}}{m_i X^2 i1}$$

Esta expresión es válida para cualquier modo n.

Por tanto, si queremos calcular el segundo modo de vibrar, supondremos una configuración que se parezca a este modo, es decir, que tenga un punto de deflexión nula, calcularemos el valor de C_1 con la expresión anterior y restaremos a la configuración supuesta para el segundo modo la participación del primer modo C_1 X_{i1}, lo que da por resultado una nueva configuración supuesta para el segundo modo en la que el modo más bajo presente es el segundo y por lo tanto, al aplicar el método habrá convergencia hacia este modo. A la operación antes descrita se le llama "limpia" de modos.

Si quisiéramos calcular el tercer modo de vibrar, tendríamos que conocer de antemano las configuraciones correctas de primero y segundo modo, y suponer una configuración que se parezca al tercer modo, (que tenga dos puntos de deflexión nula); calcularíamos dos coeficientes de participación C_1 y C_2, correspondientes a los modos primero y segundo, en la configuración supuesta y la limpiaríamos para que el modo más bajo presente en ella sea el tercero y el método converja a este modo.

Esto es:

$$X_{i3sup} = C_1 X_{i1} + C_2 X_{i2} + C_3 X_{i3} + C_4 \; X_{i4} + \ldots$$

$$C_1 = \frac{\Sigma m X_{i1} \; X_{i3sup}}{\Sigma m X_{i1}^2} \quad ; \quad C_2 = \frac{\Sigma m X_{i2} X_{i3sup}}{\Sigma m X_{i2}^2}$$

$$\overline{X}_{i3sup} = X_{i3sup} - C_1 X_{i1} - C_2 X_{i2} = C_3 X_{i3} \; + C_4 \; X_{i4} + \ldots$$

De manera semejante se procede para calcular otros modos superiores.

En la práctica, y debido a errores numéricos o de aproximación que van acarreándose no basta con una sola limpia. Para lograr convergencia adecuada da buen resultado limpiar la configuración calculada al cabo de cada ciclo, antes de calcular los valores de w^2. Esa misma configuración limpiada, normalizada, nos sirve como nueva configuración para un nuevo ciclo. Es conveniente llevar cuando menos tres cifras significativas en los cálculos.

Para fijar ideas, calcularemos tres ciclos del segundo modo de vibrar de la estructura para la cual calculamos anteriormente el primer modo.

Nivel	m	R	X_{i1}	$mX^2 i1$	mX^2 i1	X_{i2sup}*	$mX_{i1}X_{i2sup}$	$-C_1 Xi1$	$\overline{X}_{i2}$	$P_{i2} = mX_{i2}w^2$	V	ΔX	X Calc.
4	2	50	5.468	10.936	59.798	-1.0	-10.936	-0.054	-1.054	$-2.108w^2$	$-2.108w^2$	$-0.0422w^2$	$-0.0334w^2$
3	2	100	3.705	7.41	27.454	0	0	-0.036	-0.036	$-0.072w^2$	$-2.180w^2$	$-0.0218w^2$	$0.0088w^2$
2	2	150	2.226	4.452	9.910	2.0	9.910	-0.022	1.978	$3.956w^2$	$1.776w^2$	$0.0118w^2$	$0.0306w^2$
1	2	200	1.00	2.0	2.0	1.0	2.0	-0.010	0.990	$1.980w^2$	$3.756w^2$	$0.0188w^2$	$0.0188w^2$
0				Σ =	99.162		Σ = 0.974						

DATOS

$C_1 = \frac{0.974}{99.162}$ 0.00982

*La configuración supuesta puede ser cualquiera, pero desde luego en conveniente que se parezca a un segundo modo, esto es, que tenga un cambio de signo en la configuración modal.

Nivel	$mx_{i1}Xcalc.$	$-C_1Xi_1$	$\bar{X}_{2calc}$	w^2	X_{i2sup} **	$m\bar{X}_{i2sup}w^2$	V	ΔX	X_{calc}
4	$-0.3653w^2$	$+0.00696w^2$	$-0.02644w^2$	39.86	-1.3042	$-2.6084w^2$	$-2.6084w^2$	$-0.05217w^2$	$-0.0314w^2$
3	$0.0652w^2$	$0.00472w^2$	$0.01352w^2$	-2.66	0.6669	$1.3338w^2$	$-1.2746w^2$	$-0.01275w^2$	$0.02077w^2$
2	$0.1362w^2$	$0.00284w^2$	$0.03344w^2$	59.15	1.6495	$3.2990w^2$	$2.0244w^2$	$0.01350w^2$	$0.0335w^2$
1	$0.0376w^2$	$0.00127w^2$	$0.02007w^2$	49.33	0.990	$1.9800w^2$	$4.0044w^2$	$0.02002w^2$	$0.02002w^2$
Σ	$-0.1263w^2$								

$$C_1 = \frac{-0.1263w^2}{99.162} = -0.0012736w^2$$

** Normalizando con respecto a 0.99 en el primer nivel, para comparar la evolución de la configuración.

Nivel	$mX_{i1}X_{cal}$	$-C_1X_{i1}$	$\bar{X}_{2\ cal}$	w^2***	$\bar{X}_{i2sup}$	$m\bar{X}_{i2sup}w^2$	V	ΔX
4	$-0.34339w^2$	$+0.000012w^2$	$-0.031388w^2$	41.55	-1.5520	$-3.104w^2$	$-3.104w^2$	$-0.06208w^2$
3	$0.15391w^2$	$+0.000008w^2$	$0.020778w^2$	32.10	1.0274	$2.0548w^2$	$-1.0492w^2$	$-0.01049w^2$
2	$0.14923w^2$	$+0.000005w^2$	$0.033525w^2$	49.20	1.6577	$3.3154w^2$	$2.2662w^2$	$0.01511w^2$
1	$0.04004w^2$	$+0.000002w^2$	$0.020022w^2$	49.45	0.99	$1.98w^2$	$4.2462w^2$	$0.02123w^2$

$\Sigma = -0.00021w^2$

$\Sigma = 2.1231$

$\Sigma\ || \ 5.2271$

$$C = \frac{-0.00021w^2}{99.162} = -0.0000021177w^2$$

*** Nótese que el intervalo de w^2 queda comprendido entre 32.1 y 49.49 y que el ajuste en la curva ocurre casi entre las dos últimas masas. Obsérvese que la corrección al limpiar es muy pequeña.

Nivel	X_{calc}	$mX_{i1}X_{calc}$	$-C_1X_{i1}$	$\bar{X}_{calc}$	**** w^2	$\bar{X}_{isup}$
4	$-0.03623w^2$	$-0.39621w^2$	+0.000023	$-0.036207w^2$	42.86	-1.705
3	$0.02585w^2$	$0.19155w^2$	+0.000015	$0.025865w^2$	39.72	1.206
2	$0.03634w^2$	$0.16179w^2$	+0.000009	$0.036349w^2$	45.61	1.695
1	$0.02123w^2$	$0.04246w^2$	+0.000004	$0.021234w^2$	46.62	0.99
0	0	$\Sigma -0.00041w^2$		$\Sigma = 0.047241w^2$	prom. 43.70 44.94	
				$\Sigma = 0.119655w^2$ (vals. abs)	43.68	

$$C_i = \frac{-0.00041w^2}{99.162} = -0.0000041w^2$$

****El intervalo de variación de w^2 se ha reducido a 39.72 - 46.62 (dif. = 6.9) y los ajustes en la curva son menores. En uno o dos ciclos más se llegaría al valor correcto de w^2 y X_i. Nótese que para estimar un valor de w^2 procediendo como se indicó anteriormente podemos hacer las sumas de $\bar{X}_{sup}$ y de los coeficientes de $\bar{X}_{calc}$ tomando valores absolutos o tomando en cuenta el signo correspondiente. La variación que se obtiene en este caso es de 3% aprox. Si sacamos el promedio de w^2 se obtiene un valor casi igual al obtenido con las sumas de valores absolutos, que es más correcto.

Si no hubiéramos hecho la limpia en ninguno de los ciclos, al cabo de 8 habríamos llegado a la configuración del primer modo (en vez de 4 ciclos que se necesitaron cuando la configuración supuesta se parecía a la del primer modo).

Aplicación del Método de Stodola-Vianello-Newmark para Estructuras de Flexión

Como se verá más adelante, cuando las trabes de los marcos son muy flexibles en comparación con las columnas, o cuando las fuerzas laterales son resistidas por muros que trabajan esencialmente a flexión, la rigidez de entrepiso no es independiente de la distribución de fuerzas a que esté sometida la estructura y por tanto no puede suponerse constante para el cálculo de los distintos modos de vibrar. En general, la pseudorigidez equivalente que se obtendría para un segundo modo será mayor que la correspondiente al primer modo, pues los efectos de flexión de conjunto se reducen considerablemente al no tener todas las fuerzas actuando en el mismo sentido. Lo mismo podría decirse para modos superiores (ref. 1).

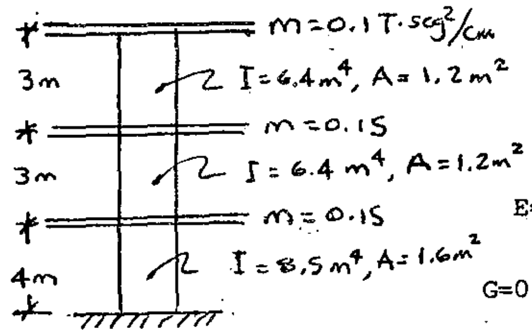
En esos casos, las propiedades elástico geométricas de la estructura no quedarán definidas por rigideces de entrepiso sino por la variación de los productos EI y GA con los cuales se podrán calcular las deformaciones debidas a flexión y a fuerza cortante respectivamente.

Para calcular las deformaciones por flexión es conveniente el empleo de los teoremas de la viga conjugada, que es, para el caso de un voladizo, otro voladizo empotrado en el extremo opuesto cargado con el diagrama de momentos entre EI, y en el cual los momentos flexionantes corresponden a las deformaciones de la viga real.

Las deformaciones por cortante, que en el caso de estructuras a base de muros pueden ser importantes en comparación con las de flexión, sobre todo en los niveles inferiores, se calculan mediante la expresión $\Delta X_{v_i} = \frac{V_i h_i}{A_i G}$, donde ΔX_{v_i} es el incremento de deformación por cortante entre dos niveles consecutivos, V_i, h_i y A_i son, respectivamente la fuerza cortante, la altura y el área efectiva de cortante entre esos mismos niveles y G es el módulo de elasticidad al cortante del material de la estructura.

Para calcular los modos de vibración, se supone una configuración modal, se calculan las fuerzas de inercia $F_i = m_i w^2 X_i$ asociadas a la configuración y las fuerzas cortantes correspondientes y a partir de ellas se valúan los incrementos de momento de cada entrepiso y los momentos de volteo acumulados de arriba hacia abajo, los cuales se dividen entre EI (habrá dos valores de M/EI en un mismo nivel en los casos en que haya cambio de sección de los muros). La integración numérica del diagrama de M/EI nos permitirá transformar ese diagrama en una serie de cargas concentradas equivalentes a él aplicadas en los distintos niveles con los cuales es muy fácil calcular los cortantes equivalentes correspondientes a cada entrepiso y los incrementos de momento flexionante en la viga conjugada que serán iguales a los incrementos de deformación por flexión entre dos niveles consecutivos (es el equivalente de $\Delta X = V/R$ del caso visto anteriormente). A estos incrementos de deformación por flexión se sumarán los correspondientes a la deformación por cortante y con esa suma se podrá calcular la nueva configuración, que será como antes función de w^2 y de donde podremos despejar este valor y en caso de que no sea igual para todas las masas volver a hacer otro ciclo tomando como configuración de partida la encontrada anteriormente normalizándola con respecto a una de las masas para poder comparar la evolución de las configuraciones de cada ciclo.

Para fijar ideas, a continuación se presenta un ejemplo de análisis de una estructura en que las fuerzas laterales son resistidas por muros, cuyos valores de I y A son los indicados en la figura siguiente:



$E=200\ 000\ kg/cm^2=2\ 000\ 000\ Ton/m^2=2x10^6\ Ton/m^2$

$G=0.4\ E=0.8x10^6\ Ton/m^2$

Nivel	$\frac{T\text{-}seg^2}{cm}$ m	m^4 I	$Ton\text{-}m^2$ EI	m^2 A	Ton GA	m h	X^{cm}_{sup}	$mX_{sup}w^2$	Ton V	ΔM=Vh	Ton-m M	1/m $\frac{M}{EI}$
3	0.10						5.0	$0.50w^2$			0	0
		6.4	$12.8x10^6$	1.2	$0.96x10^6$	3			$0.5w^2$	$1.5w^2$		
2	0.15						2.5	$0.38w^2$			$1.5w^2$	$0.1172x10^{-6}w^2$
		6.4	$12.8x10^6$	1.2	$0.96x10^6$	3			$0.88w^2$	$2.64w^2$		
1	0.15						1.	$0.15w^2$			$4.14w^2$	$0.3234x10^{-6}w^2$
		8.5	$17.0x10^6$	1.6	$1.20x10^6$	4			$1.03w^2$	$4.12w^2$		$0.2435x10^{-6}w^2$
0											$8.26w^2$	$0.4859x10^{-6}w^2$

Ejemplo de cálculo de las concentraciones equivalentes al diagrama de M/EI

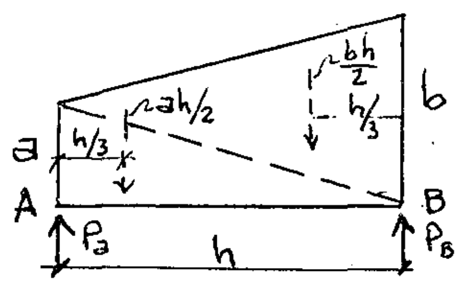
Para el nivel 3

$$P_{eq} = \frac{3}{6}\ (2x0 + 0.1172\ x\ 10^{-6}\ w^2) = 0.0586x10^{-6}w^2$$

(Ver aclaración al pie de la tabla de la página siguiente)

Nivel	Peq*	Veq**	$\Delta M = Veq\ h = \Delta X_f$ (m)	ΔXv (m)***	ΔX_{tot} (m)	X_{cal} (m)
3	$0.0586 \times 10^{-6} w^2$					$23.0052 \times 10^{-6} w^2$
		$2.2369 \times 10^{-6} w^2$	$6.7107 \times 10^{-6} w^2$	$1.5625 \times 10^{-6} w^2$	$8.2732 \times 10^{-6} w^2$	
	$0.1172 \times 10^{-6} w^2$					
2						$14.732 \times 10^{-6} w^2$
	$0.2789 \times 10^{-6} w^2$					
		$1.8408 \times 10^{-6} w^2$	$5.5224 \times 10^{-6} w^2$	$2.75 \times 10^{-6} w^2$	$8.2724 \times 10^{-6} w^2$	
	$0.3820 \times 10^{-6} w^2$					
1						$6.4596 \times 10^{-6} w^2$
	$0.6486 \times 10^{-6} w^2$					
		$0.8102 \times 10^{-6} w^2$	$3.2408 \times 10^{-6} w^2$	$3.2188 \times 10^{-6} w^2$	$6.4596 \times 10^{-6} w^2$	
0	$0.8102 \times 10^{-6} w^2$					0

w^2 **** (1/seg^2)	X_{sup}
2173.42	3.56
1696.99	2.28
1548.08	1.0



* Para obtener cargas concentradas equivalentes al diagrama de M/EI se puede usar la fórmula siguiente:

$$P_a = \frac{h}{6}\ (2a+b)\ ;\ P_b = \frac{h}{6}\ (2b+a)$$

donde h es la distancia entre dos puntos A y B con ordenadas de M/EI iguales a a y b respectivamente. La variación de M/EI entre A y B es lineal, por lo que esta expresión se obtiene considerando dos triángulos con alturas a y b respectivamente y base h. Pa y Pb son las concentraciones correspondientes en los puntos A y B. (Ref. 2).

** Recuérdese que el empotramiento de la viga conjugada es el extremo superior, por lo que empieza de abajo hacia arriba el cálculo.

***Obsérvese que en el primer entrepiso la deformación por cortante es prácticamente igual a la de flexión por lo que despreciarla conduciría a errores muy grandes. Al ir aumentando la altura de la estructura la deformación por cortante va reduciendo su importancia en comparación con la de flexión y puede llegar a ser despreciable. En este caso la deformación por cortante en el tercer entrepiso es 23% de la debida a flexión.

**** Debe tenerse cuidado con las unidades al valuar w^2 pues es fácil equivocarse, obsérvese que X_{sup} está en cm y X calc resulta en metros.

Método de Holzer

Como se indicó anteriormente, para conocer completamente un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la configuración modal como la frecuencia del modo. Hemos visto que en el método Stodola-Vianello-Newmark se supone una configuración relativa y a partir de ella se calcula el valor de w^2. Holzer procede exactamente alrevés, esto es, supone la frecuencia y a partir de ella se calcula la configuración relativa de abajo hacia arriba de la estructura. Dado que la configuración es relativa se puede suponer también la deformación de la primera masa (por consiguiente el incremento de deformación entre la base y la primera masa). El método tiene las siguientes etapas:

Los datos son las masas y las rigideces de entrepiso, igual que antes.

1. Suponer un valor de w^2.
2. Obtener los valores de mw^2_{sup} para cada masa.
3. Suponer la deformación del primer nivel: X_1; conviene suponer un valor unitario. Esto equivale también, como ya se dijo a suponer ΔX_i.

4. Calcular la fuerza cortante en la base de la estructura, (Primer entrepiso) que será por definición de rigidez de entrepiso:

$$V_1 = R_1 \Delta X_1 \quad \text{si} \quad \Delta X_1 = 1, \; V_1 = R_1$$

5. Calcular la fuerza de inercia asociada a la masa del primer nivel:

$$F_1 = m_1 w^2_{sup} X_1$$

6. Por definición de fuerza cortante, como la suma acumulativa de las fuerzas arriba de un cierto nivel, podremos calcular la cortante del segundo entrepiso restando a la cortante en la base la fuerza de inercia del primer nivel, esto es:

$$V_2 = V_1 - F_1$$

7. Conocida la fuerza cortante en el entrepiso 2 podemos calcular el incremento de deformación en ese entrepiso dividiendo la cortante entre la rigidez de entrepiso $\Delta X_2 = \frac{V_2}{R_2}$

8. Sumando X_2 a la deformación del primer nivel obtendremos la deformación del segundo nivel $X_2 = X_1 + \Delta X_2$ y podemos repetir los pasos 5 a 8 para todas las masas hasta llegar al extremo superior de la estructura.

Si la frecuencia supuesta corresponde a un modo de vibrar, obtendremos que la fuerza de inercia del último nivel es igual a la fuerza cortante del entrepiso correspondiente (por equilibrio dinámico). Si la frecuencia supuesta no es la correspondiente a un modo de vibrar, se obtendrá una diferencia entre el valor de la fuerza de inercia y el de la fuerza cortante en el extremo de la estructura. En este caso el método no es convergente, pero sí hacemos otro ciclo con otro valor de w^2 relativamente cercano al anterior, encontraremos otra diferencia y podremos trazar una gráfica que nos relacione las frecuencias supuestas (abscisas) con las diferencias entre fuerza de inercia y fuerza cortante en el extremo superior de la estructura (ordenadas). Una vez que tenemos dos puntos de esa gráfica podremos buscar un valor de w^2 supuesto en la intersección con el eje de las abscisas de la línea que une los puntos antes obtenidos, o su prolongación si ambas diferencias tienen el mismo signo. Con este tercer valor supuesto para w^2 seguramente obtendremos otra diferencia, menor que las anteriores, que nos definirá un tercer punto en la gráfica. Podremos entonces trazar una curva entre los tres puntos y definir así un nuevo valor de w^2 que seguramente estará muy próximo a la frecuencia correcta de uno de los modos de vibrar de la estructura.

Cuando ya se está cerca del valor correcto, se puede mejorar el valor supuesto de w^2 empleando el cociente de Crandall siguiente:

$$\bar{w}^2 = w^2 \frac{\Sigma V \ \Delta X}{\Sigma F X}$$

donde $\bar{w}^2$ es el valor que debemos suponer en el ciclo siguiente.

El método presentado sirve para calcular cualquier modo natural de vibración teniendo como datos las masas y las rigideces de entrepiso de la estructura. El modo de que se trate se obtendrá de la inspección de la configuración modal, tomando en cuenta que en el primero todas las deformaciones tienen el mismo signo, en el segundo hay un cambio de signo, en el tercero dos cambios de signo y así sucesivamente.

Si se conoce la frecuencia del primer modo de vibrar (por haberlo calculado empleando el método Stodola-Vianello-Newmark, por ejemplo), se puede estimar gruesamente el valor de las frecuencias de los modos superiores empleando la relación $w_2^2 \doteq 9w_1^2$; $w_3^2 \doteq 25w_1^2$, etc.

(Esta aproximación puede ser demasiado burda dependiendo de los valores relativos de las masas y rigideces en cada caso particular, pero sirve como orientación).

Ejemplo:

Calculemos el segundo modo de vibrar de la estructura que se usó en el método de Stodola-Vianello-Newmark, suponiendo

$$w_2^2 \doteq 9w_1^2 = 9 \times 8 = 72 \frac{1}{seg^2}$$

Usaremos la tabulación siguiente:

Nivel	m	R	mw^2_{sup}	ΔX	X*	F	V	
4	2		144		-2.751	-396.1		Dif = 260.7
		50		-2.707			-135.4	
3	2		144		-0.044	- 6.3		
		100		-1.417			-141.7	
2	2		144		1.373	-197.7		
		150		0.373			56	
1	2		144		$\boxed{1.0}$	144		
		200		$\boxed{1.0}$			200	

$$\boxed{w^2_{sup} = 72}$$

*Obsérvese que aunque la diferencia encontrada es fuerte, la configuración se parece a un segundo modo, pues tiene un cambio de signo.

Usando un nuevo valor de w^2_{sup} de $50_{*}1/seg^2$, tendremos

Nivel	m	R	mw^2_{sup}	ΔX	X	F	V	
4	2		100		-2.334	-233.4	Dif. 66.7	
		50		-3.334			-166.7	
3	2		100		1.00	100		
		100		-0.667			-66.7	
2	2		100		1.667	166.7		
		150		0.667			100	
1	2		100	1.00	1.0	100		
		200					200	

Trazando la gráfica w^2_{sup} -diferencias encontramos:

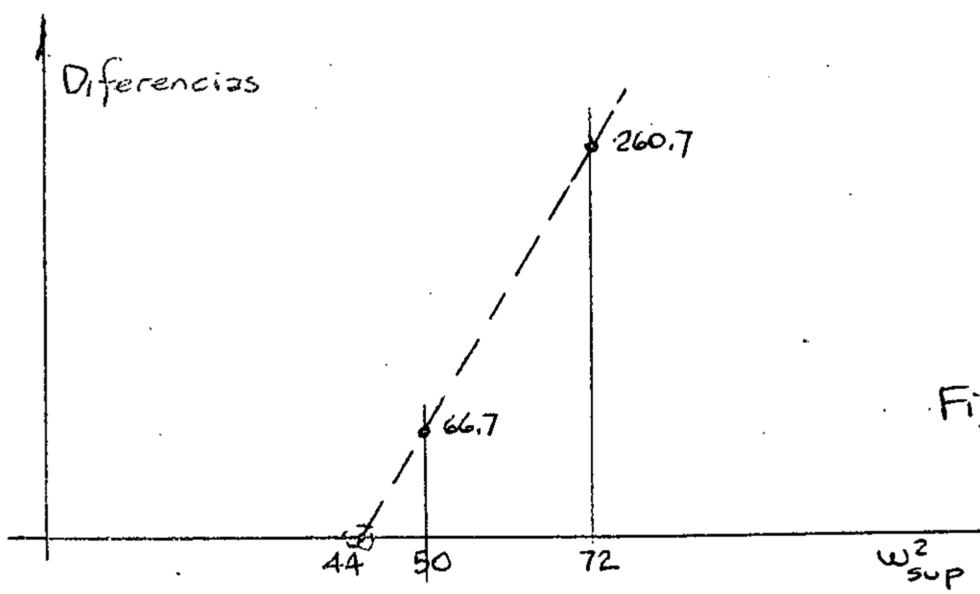


Fig 1.

que el valor de w^2 que hace cero las diferencias es aproximadamente 44 (podría obtenerse por triángulos semejantes, pero sabemos que aún cuando se hiciera así el valor no nos llevará exactamente a cero diferencia pues la variación no es lineal como estamos suponiendo, excepto en intervalos muy cerrados).

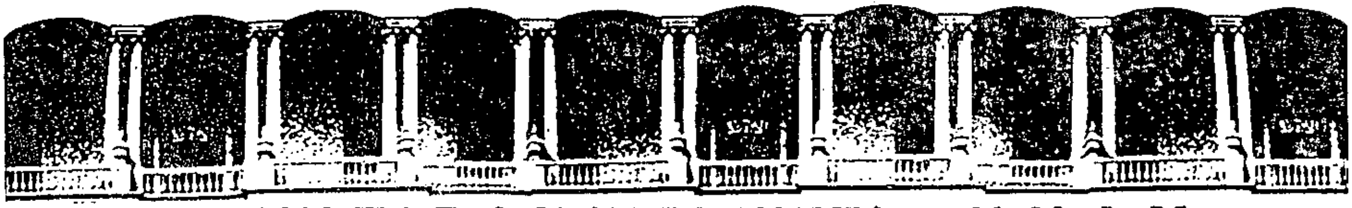
Suponiendo entonces $w^2 = 44$

Ni-vel	m	R	mw^2	ΔX	X	F	V	FX	$V\Delta X$
							Dif.=3.57		
4	2		88		-1.844	-162.27		299.23	
		50		-3.174			-158.7		503.71
3	2		88		1.33	117		155.61	
		100		-0.417			- 41.7		17.39
2	2		88		1.747	153.7		268.51	
		150		0.747			112		83.66
1	2		88		1.0	88		88	
		200		1.0			200		200
0								Σ811.35	804.76

$$\tilde{w}^2 = 44\ \frac{804.76}{811.35} = 43.64\ 1/seg^2$$

Usando $w^2_{sup} = 43.64\ \ 1/seg^2$

Ni-vel	m	R	mw^2	ΔX	X	F	V
4	2		87.28		-1.809	-157.89	Dif. = 0.05
		50		-3.159			-157.94
3	2		87.28		1.350	117.83	
		100		-0.401			- 40.11
2	2		87.28		1.751	152.83	
		150		0.751			112.72
1	2		87.28		1.0	87.28	
		200		1.0			200
0							



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

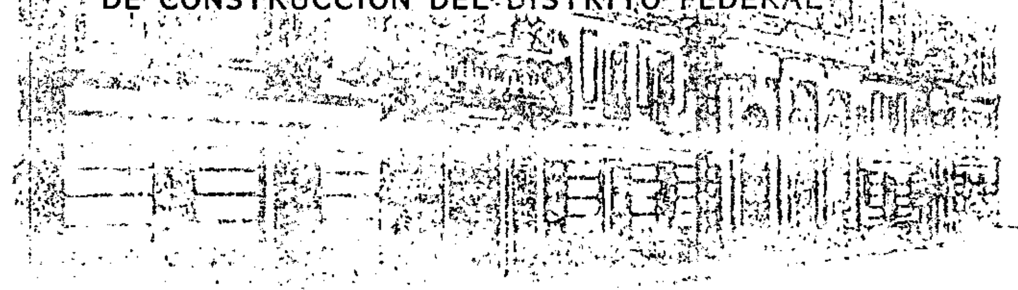
XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio de 1992.

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS APLICANDO EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCION DEL DISTRITO FEDERAL



M. EN I. RAMON CERVANTES BELTRAN

JUNIO-JULIO 1992

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON FUNDAMENTO EN EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL(RCDF87)

1. INTRODUCCION

2. MODELACION ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES

2.1 Representación esquemática

2.2 Elementos estructurales

2.2.1 Barras
2.2.2 Sólidos bidimensionales (muros planos)
2.2.3 Placas planas (losas)
2.2.4 Cascarones (muros tridimensionales)
2.2.5 Diafragmas rígidos
2.2.6 Diafragmas flexibles

2.3 Modelos estructurales

2.3.1 Marcos tridimensionales
2.3.2 Muros tridimensionales
2.3.3 Muromarcos tridimensionales
2.3.4 Marcos planos
2.3.5 Muros planos
2.3.6 Muromarcos planos
2.3.7 Rigideces de entrepiso (resortes)

2.4 Modelos estructurales para el análisis ante fuerzas sísmicas

2.4.1 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas flexibles
2.4.2 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos
2.4.3 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos(ETABS)
2.4.4 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos planos unidos con diafragmas rígidos (TABS)
2.4.5 Subestructuras formadas con rigideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos
2.4.6 Método simplificado del RCDF87

3. PARAMENTROS QUE DEFINEN LA MAGNITUD DE LAS FUERZAS SISMICAS

3.1 Uso de las edificaciones

3.2 Coeficiente sísmico

3.3 Zonificación sísmica

3.4 Condiciones de regularidad

3.5 Factor de comportamiento sísmico

3.5.1 Condiciones para marcos dúctiles de concreto

3.5.1.1 Requisitos generales

3.5.1.2 Miembros a flexión

3.5.1.2.1 Requisitos geométricos
3.5.1.2.2 Refuerzo longitudinal
3.5.1.2.3 Refuerzo transversal para confinamiento
3.5.1.2.4 Requisitos para fuerza cortante

3.5.1.3 Miembros a flexocompresión

3.5.1.3.1 Requisitos geométricos
3.5.1.3.2 Resistencia mínima a flexión
3.5.1.3.3 Refuerzo longitudinal
3.5.1.3.4 Refuerzo transversal
3.5.1.3.5 Requisitos para fuerza cortante

3.5.1.4 Uniones viga-columna

3.5.1.4.1 Requisitos generales
3.5.1.4.2 Refuerzo transversal
3.5.1.4.3 Resistencia a fuerza cortante
3.5.1.4.4 Anclaje del refuerzo

3.5.2. Consideraciones para estructuras dúctiles de acero
3.5.2.1 Alcance

3.5.2.2 Marcos dúctiles

3.5.2.2.1 Requisitos generales

3.5.2.2.2 Miembros en flexión

3.5.2.2.2.1 Requisitos geométricos
3.5.2.2.2.2 Requisitos para fuerza cortante
3.5.2.2.2.3 Contraventeo lateral

3.5.2.2.3 Miembros en flexocompresión

3.5.2.2.3.1 Requisitos geométricos
3.5.2.2.3.2 Resistencia mínima en flexión
3.5.2.2.3.3 Requisitos para fuerza cortante

3.5.2.2.4 Uniones viga-columna

3.5.2.2.4.1 Contraventeo

3.5.2.2.5 Vigas de alma abierta (armaduras)

3.6 Espectros para diseño sísmico

4 FUERZAS SISMICAS

4.1 Análisis dinámico

4.1.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones

4.1.2 Inegración paso a paso de las ecuaciones de equilibrio

4.1.3 Método directo de superposición modal

4.1.3.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico
4.1.3.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico.
4.1.3.3 Integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento desacopladas.
4.1.3.4 Cuantificación de la respuesta de la estructura

4.1.4 Respuesta modal espectral

4.1.4.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico
4.1.4.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico.
4.1.4.3 Otención de la respuesta espectral de cada una de las ecuaciones de equilibrio desacopladas
4.1.4.4 Cuantificación de los vectores de respuesta máxima de la estructura para cada modo
4.1.4.5 Obtención de la respuesta total de la estructura

4.1.4.5.1 Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)
4.1.4.5.2 Método de la combinación cuadrática completa (CQC)

4.2 Análisis estático

4.2.1 Distribución de las aceleraciones horizontales
4.2.2 Fuerzas sísmicas horizontales
4.2.3 Estimación del período fundamental de la estructura
4.2.4 Reducción de las fuerzas cortantes estáticas

4.3 Reducción de fuerzas sísmicas

4.3.1 Estructuras regulares
4.3.2 Estructuras irregulares

4.4 Efectos de torsión
4.5 Efectos de segundo orden
4.6 Efectos bidireccionales

5 DISTRIBUCION DE LAS FUERZAS SISMICAS EN LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES RESISTENTES

5.1 En los modelos estructurales donde se utilizan las ecuaciones de equilibrio dinámico de lasedificaciones

5.2 En el modelo estructural donde se utiliza el concepto de rigidez de entrepiso

5.2.1 Centro de rigideces (de torsión) del entrepiso

5.2.1.1 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje y de referencia
5.2.1.2 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje x de referencia
5.2.1.3 Coordenadas del centro de torsión

5.2.2 Excentricidades

5.2.2.1 Excentricidades calculadas
5.2.2.2 Escentricidades de diseño

5.2.3 Fuerzas cortantes debidas a la torsión

5.2.4 Fuerzas cortantes de diseño en los resortes (rigideces de entrepiso)

5.3 En el método simplificado

6 EJEMPLOS DE APLICACION

6.1 Edificación utilizada

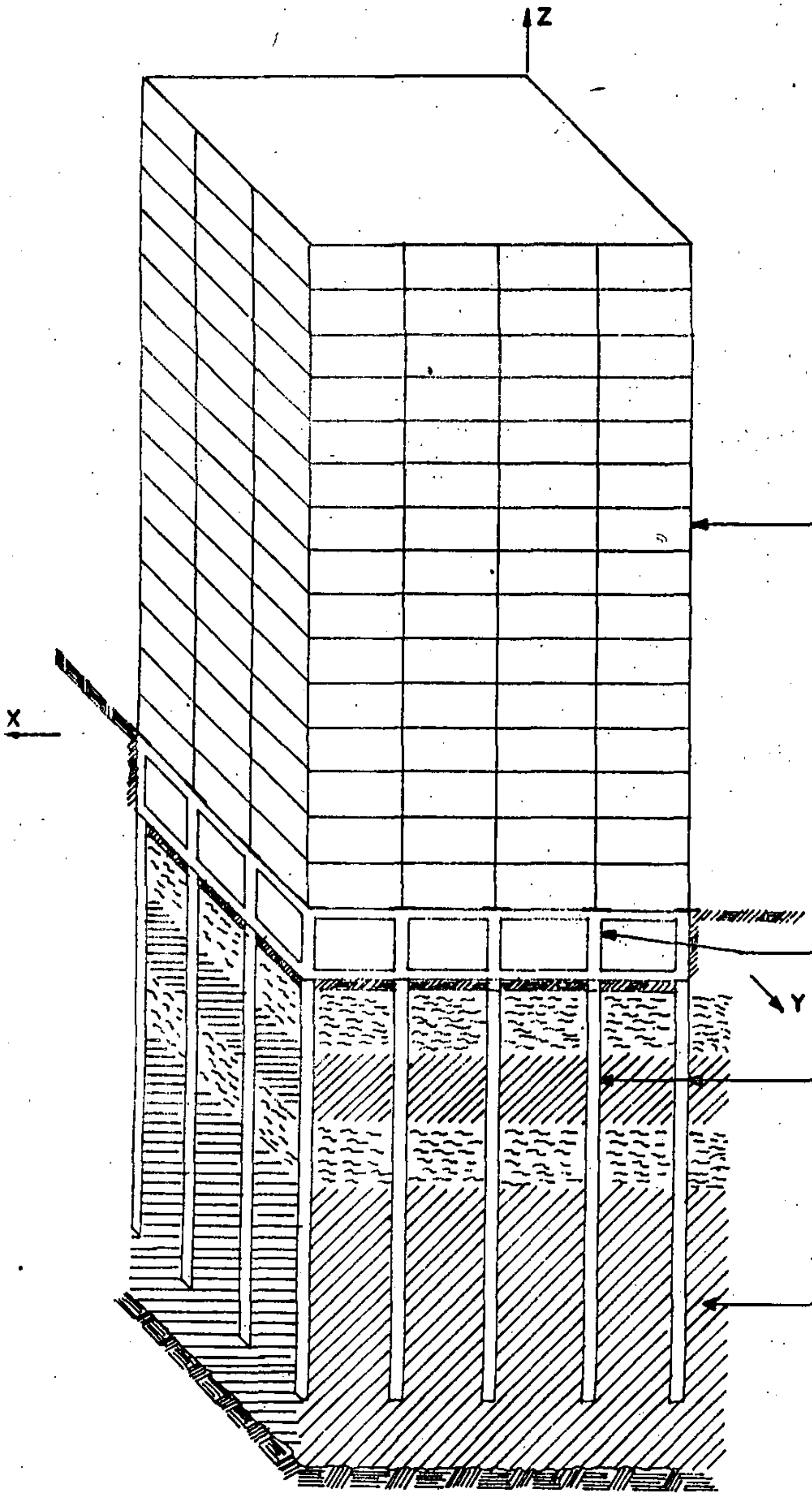
6.1.1 Características estructurales
6.1.2 Ubicación y uso

6.2 Análisis estático (según RCDF87)

6.2.1 Fuerzas cortantes y momentos de volteo
6.2.2 Estimación del período fundamental de vibración
6.2.3 Fuerzas cortantes reducidas de acuerdo con el período fundamental de vibración
6.2.4 Factores reductivos de fuerzas cortantes
6.2.5 Fuerzas cortantes reducidas
6.2.6 Momento de volteo

6.3 Análisis dinámico (según RCDF87)

6.3.1 Parámetros del modelo estructural
6.3.2 Períodos naturales de vibración y formas modales
6.3.3 Coeficientes de participación
6.3.4 Ordenadas espectrales y factores reductivos de fuerzas cortantes
6.3.5 Aceleraciones absolutas máximas
6.3.6 Desplazamientos relativos y totales máximos
6.3.7 Fuerzas cortantes
6.3.8 Revisión por cortante basal



Representación esquemática de los elementos del proyecto estructural

3.1 Conceptos básicos de las ecuaciones de equilibrio de las estructuras

a) Principio del balance de la cantidad de movimiento (primeras ecuaciones de Cauchy del movimiento)

$$\frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zx}}{\delta z} + ef_x = ea_x \qquad (1)$$

$$\frac{\delta\sigma_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zy}}{\delta z} + ef_y = ea_y \qquad (2)$$

$$\frac{\delta\sigma_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_{zz}}{\delta z} + ef_z = ea_z \qquad (3)$$

b) Cambio geométrico para desplazamientos grandes. Se mide a través del tensor de deformaciones finitas, que para una representación euleriana, en función de los componentes del vector de desplazamientos (u,v,w) resultan ser

$$\epsilon_{xx} = \frac{\delta u}{\delta x} \qquad (7)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\delta v}{\delta y} \qquad (8)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\delta w}{\delta z} \qquad (9)$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} - \frac{\delta u \delta u}{\delta x \delta y} - \frac{\delta v \delta v}{\delta x \delta y} - \frac{\delta w \delta w}{\delta x \delta y} = 2\epsilon_{yx} \qquad (10)$$

$$2\epsilon_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} - \frac{\delta u \delta u}{\delta y \delta z} - \frac{\delta v \delta v}{\delta y \delta z} - \frac{\delta w \delta w}{\delta y \delta z} = 2\epsilon_{zy} \qquad (11)$$

$$2\epsilon_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta w} - \frac{\delta u \delta u}{\delta x \delta z} - \frac{\delta v \delta v}{\delta x \delta z} - \frac{\delta w \delta w}{\delta x \delta z} = 2\epsilon_{xz} \qquad (12)$$

c) Cambio geométrico para desplazamientos pequeños. Se mide a través del tensor de deformaciones infinitesimales

$$\epsilon_{xx} = \frac{\delta u}{\delta x} \tag{13}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\delta v}{\delta y} \tag{14}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\delta w}{\delta z} \tag{15}$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} = 2\epsilon_{yx} \tag{16}$$

$$2\epsilon_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} = 2\epsilon_{zy} \tag{17}$$

$$2\epsilon_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta w} = 2\epsilon_{xz} \tag{18}$$

e) Ecuaciones constitutivas de los materiales

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \mu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \tag{19}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \mu(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})] \tag{20}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \tag{21}$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{(1+\mu)}{E} \sigma_{xy} \tag{22}$$

$$2\epsilon_{yz} = \frac{(1+\mu)}{E} \sigma_{yz} \tag{23}$$

$$2\epsilon_{zx} = \frac{(1+\mu)}{E} \sigma_{zx} \tag{24}$$

3.3 Ecuaciones de equilibrio de las estructuras arbitrarias en geometría, cargas determinísticas arbitrarias y construidas con un material sólido, elástico, lineal e isótropo

$$G\left[\frac{\delta u^2}{\delta x^2}+\frac{\delta u^2}{\delta y^2}+\frac{\delta u^2}{\delta z^2}+\frac{1}{(1-2\mu)}\frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{\delta u}{\delta x}+\frac{\delta v}{\delta y}+\frac{\delta w}{\delta z}\right)\right]+ef_x = e\frac{\delta u^2}{\delta t^2} \qquad (25)$$

$$G\left[\frac{\delta v^2}{\delta x^2}+\frac{\delta v^2}{\delta y^2}+\frac{\delta v^2}{\delta z^2}+\frac{1}{(1-2\mu)}\frac{\delta}{\delta y}\left(\frac{\delta u}{\delta x}+\frac{\delta v}{\delta y}+\frac{\delta w}{\delta z}\right)\right]+ef_y = e\frac{\delta v^2}{\delta t^2} \qquad (26)$$

$$G\left[\frac{\delta w^2}{\delta x^2}+\frac{\delta w^2}{\delta y^2}+\frac{\delta w^2}{\delta z^2}+\frac{1}{(1-2\mu)}\frac{\delta}{\delta z}\left(\frac{\delta u}{\delta x}+\frac{\delta v}{\delta y}+\frac{\delta w}{\delta z}\right)\right]+ef_x = e\frac{\delta w^2}{\delta t^2} \qquad (27)$$

3.4 Ecuaciones de equilibrio de una barra de eje recto, sección constante modelada en el contexto de la mecánica de materiales.

$$EA\,\frac{du}{dx} = N_x^e \qquad (28)$$

$$EI_z\,\frac{d^2v}{dx^2}\,b = M_z^e \qquad (29)$$

$$EI_z\,\frac{dv}{dx}\,s = \frac{1}{12}\,\o_y\, l^2 V_y^e \qquad (30)$$

$$GJ\,\frac{du}{dx} = M_x^e \qquad (31)$$

$$EI_y\,\frac{d^2w}{dx^2}\,b = M_y^e \qquad (32)$$

$$EI_y\,\frac{dw}{dx}\,s = \frac{1}{12}\,\o_z\, l^2 V_z^e \qquad (33)$$

9

3.2 Espectro de modelos estructurales

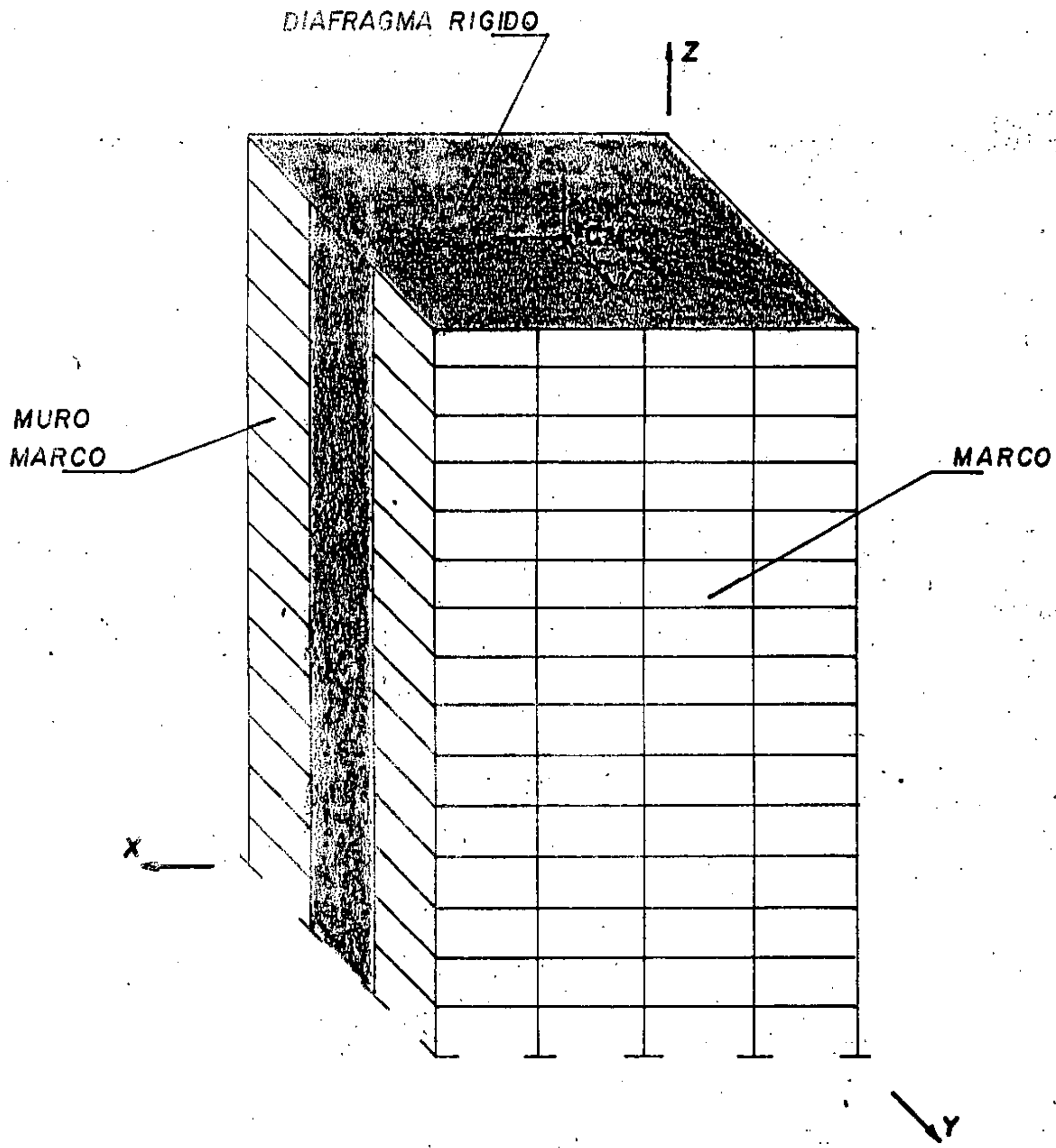
A continuación se enuncian de manera separada los elementos mas usuales que integran al concepto estructura

a) Las geometrías mas usuales en el ambiente estructural son:
   . Tridimensionales arbitrarios
   . tridimensionales axisimétricos
   . Cascarones
   . Placas planas
   . Estados planos de esfuerzo
   . Estados planos de deformaciones
   . Barras

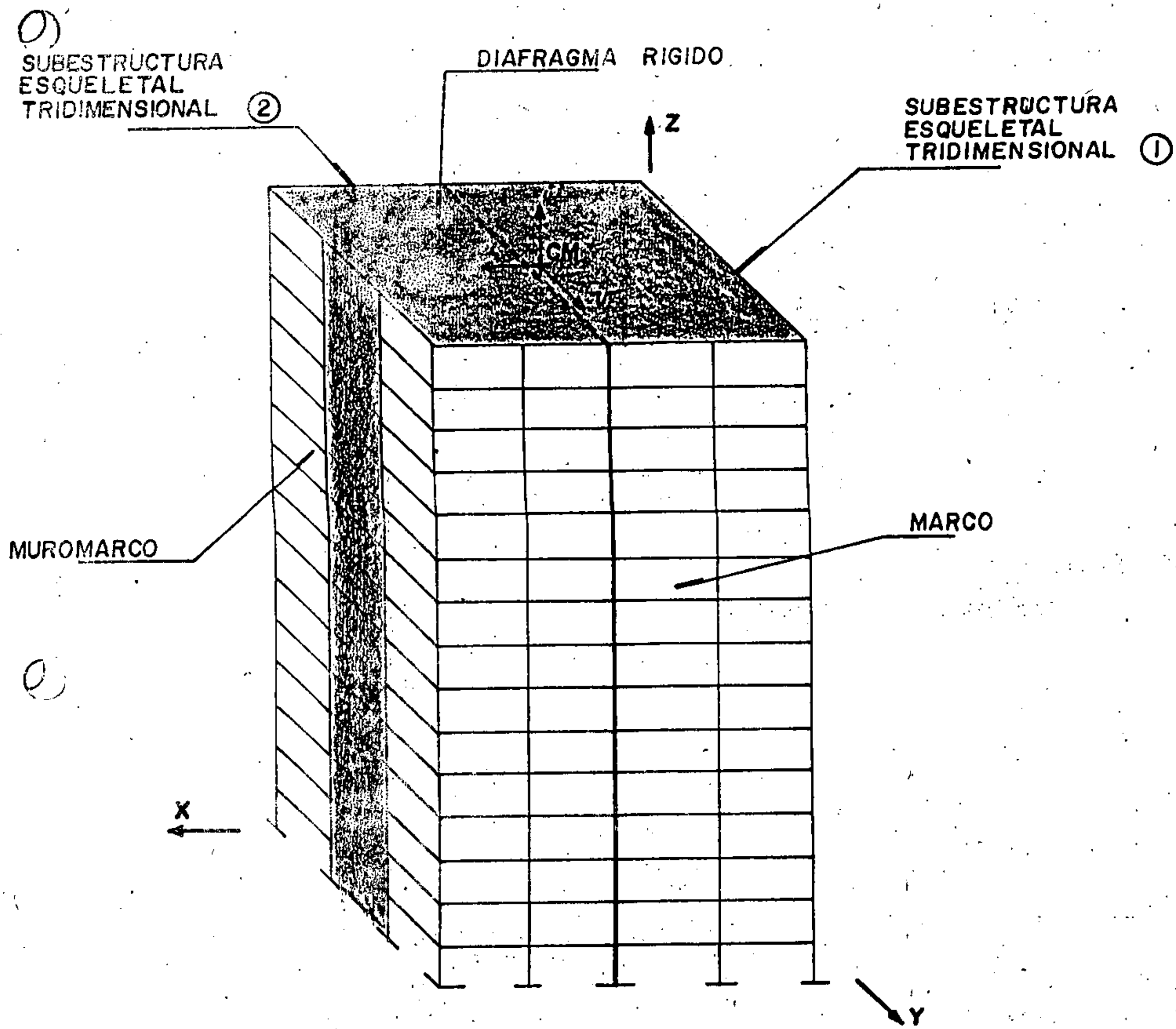
   Cada una de ellas tiene una gran variedad de particularidades, por ejemplo para las barras se tienen:
   . tridimensionales
   . Planas
   . Axiales
   . De retícula de entrepiso
   . De armaduras
   . de eje recto
   . de eje curvo
   . de sección constante
   . de sección variable
   . de pared delgada
   . etc.

b) El material más utilizado en los modelos estructurales de la ingeniería estructural es el sólido elástico, lineal e isótropo, comunmente llamado de Hooke, pero existe un gran número de ellos, que aunque conducen a modelos mas realistas también resultan mucho mas complejos y por tanto costosos.
   . Sólidos elásticos lineales anisotrópicos
   . Sólidos elásticos lineales ortotrópicos
   . Sólidos elásticos lineales isotrópicos
   . Solidos elásticos no lineales
   . Solidòs elàsticos
   . Sólidos plásticos
   . Sólidos viscosos
   . Sólidos elastoplàsticos
   . Sólidos elastoviscoplásticos
   . etc

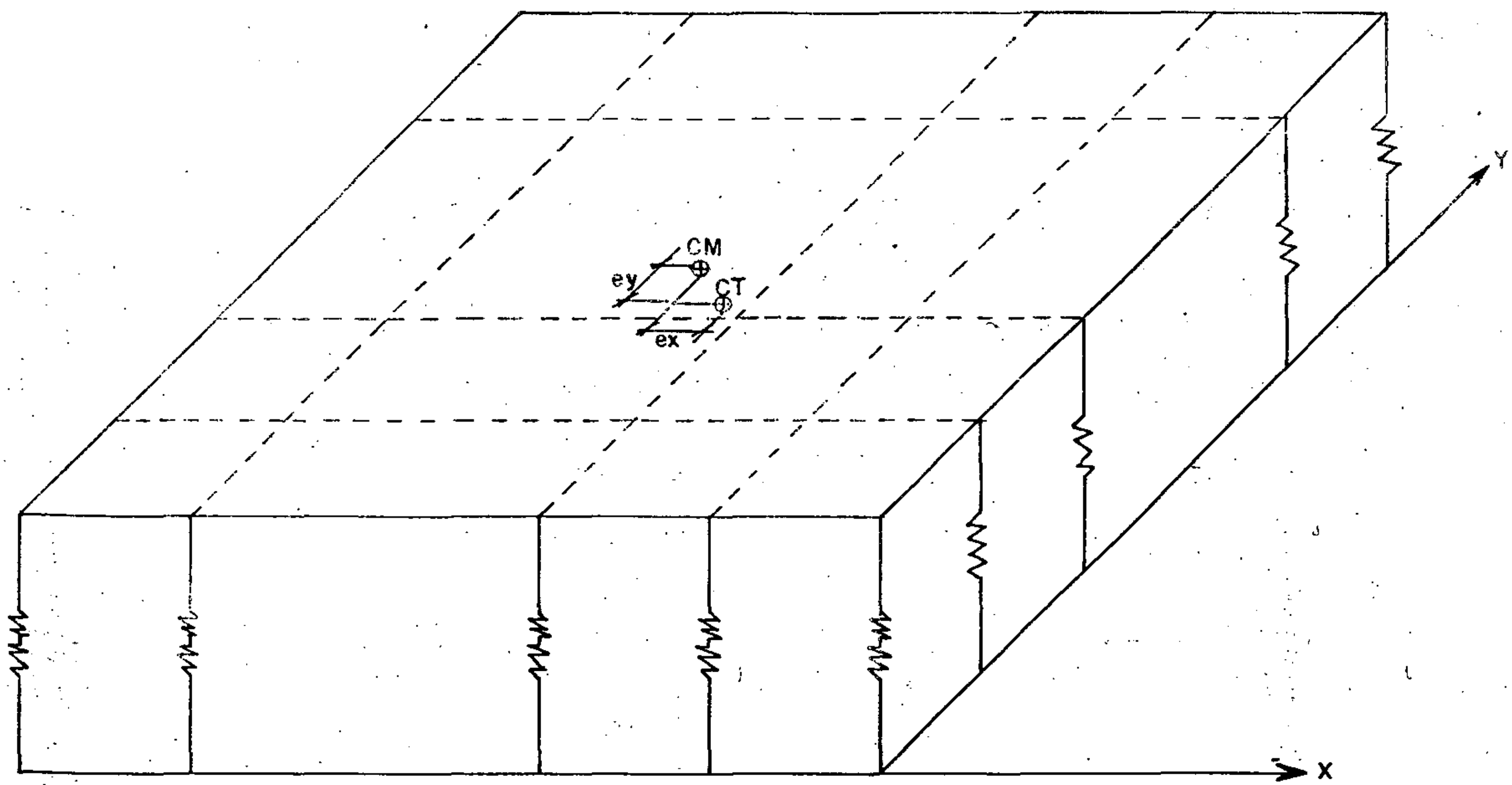
c) Las cargas en la ingeniería estructural son múy variadas pero se pueden agrupar en:
   . Estáticas
   . Dinámicas
   . Determinísticas
   . Aleatorias
   . etc.



Muros y Muromarcos Tridimensionales unidos con diafragmas rígidos



Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos


CM
ey
CT
ex
Y
X

4.2 Parámetros que gobiernan el comportamiento sísmico

4.2.1 Uso de las edificaciones

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que:

Art 174. Para los efectos de este Título (VI, Seguridad estructural de las construcciones) las construcciones se clasifican en los siguientes grupos:

I.GRUPO A. Construcciones cuya falla estructural podría causar:

+ La pérdida de un número elevado de vidas, o
+ Pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o
+ Que constituyen un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas,

Así como construcciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana como:

+ Hospitales y escuelas,
+ Estadios,
+ Templos,
+ Salas de espectáculos y hoteles que tengan salas de reunión que pueden alojar mas de 200 personas;
+ Gasolinerías,
+ Depósitos de sustancias inflamables o tóxicas,
+ Terminales de transporte,
+ Estaciones de bomberos,
+ Subestaciones eléctricas y centrales telefónicas y de telecomunicaciones,
+ Archivos y registros públicos de especial importancia a juicio del DDF,
+ Museos,
+ Monumentos y
+ Locales que alojen equipo especialmente costoso

II. GRUPO B. Construcciones comunes destinadas a:

+ Vivienda,
+ Oficinas y locales comerciales,
+ Hoteles y
+ Construcciones comerciales e industriales no incluidas en el grupo A, las que se subdividen en:

a) SUBGRUPO B1. Construcciones de más de 30 m de altura o con más de 6,000 m² de área total construida, ubicadas en las zonas I y II según se define en el artículo 175, y
Construcciones de más de 15 m de altura o 3,000 m² de área total construida, en zona III, y

b) SUBGRUPO B2. Las demás de este grupo.

4.2.2 Coeficiente sísmico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene:

Art 206. El coeficiente sísmico, c, es el cociente de la fuerza cortante horizontal que debe considerarse que actúa en la base de la construcción por efecto del sismo (Vo) entre el peso de ésta sobre dicho nivel (Wo).

Con este fin se tomará como base de la estructura el nivel a partir del cual sus desplazamientos con respecto al terreno circundante comienzan a ser significativos. Para calcular el peso total se tendrán en cuenta las cargas muertas y vivas que correspondan según los capítulos IV Y V de este Título (VI).

El coeficiente sísmico para las construcciones clasificadas como grupo B en el artículo 174 se tomarán los siguientes valores:

Zona No.	Coeficiente sísmico (c)
I	0.16
II	0.32
III	0.40

a menos que se emplee el método simplificado de análisis en cuyo caso se aplicarán los coeficientes que fijen las NTC, y a excepción de las zonas especiales en las que dichas NTC especifiquen otros valores de c.

Para las estructuras del Grupo A se incrementará el coeficiente sísmico en 50 por ciento.

De acuerdo con lo anterior

$$c = \frac{Vo}{Wo} = \text{Coeficiente sísmico} \qquad (4.2.1)$$

donde

$$Wo = \text{Peso de la construcción} = \sum_{i=1}^{i=n=\text{No de niveles}} Wi \qquad (4.2.2)$$

$$Vo = \text{Fuerza cortante de la base} = \sum_{i=1}^{i=n=\text{No de niveles}} Fi \qquad (4.2.3)$$

Wi = Peso del nivel i-ésimo de la construcción

Fi = Fuerza sísmica que actúa en el nivel i-ésimo

4.2.3 Zonificación sísmica

De acuerdo con el RCDF87 se tiene

Art 175. Para fines de estas disposiciones, el DF se considera dividido en las zonas I, II y III, dependiendo del tipo de suelo.
Las características de cada zona y los procedimientos para definir la zona que corresponde a cada predio se fijan en el capítulo VII (Diseño de cimentaciones) de este Título (VI. Seguridad estructural de las construcciones).

Art 219. Para fines de este Título (VI) el DF se divide en tres zonas con las siguientes características generales:

Zona I. LOMAS, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o incrustados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena.

Zona II. TRANSICION, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limoarenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros, y

Zona III. LACUSTRE, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros.
Los depósitos lacustras suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

La zona a que corresponda un predio se determinará a partir de las investigaciones que se realicen en el subsuelo del predio objeto de estudio, tal y como lo establecen las NTC. En caso de construcciones ligeras o medianas, cuyas características se definirán en dichas normas (NTC para cimentaciones) podrá determinarse la zona mediante el mapa incluido en las mismas (ver fig 1 NTC para cimentaciones), si el predio está dentro de la porción zonificada; los predios ubicados a menos de 200 m de las fronteras entre dos de las zonas antes descritas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

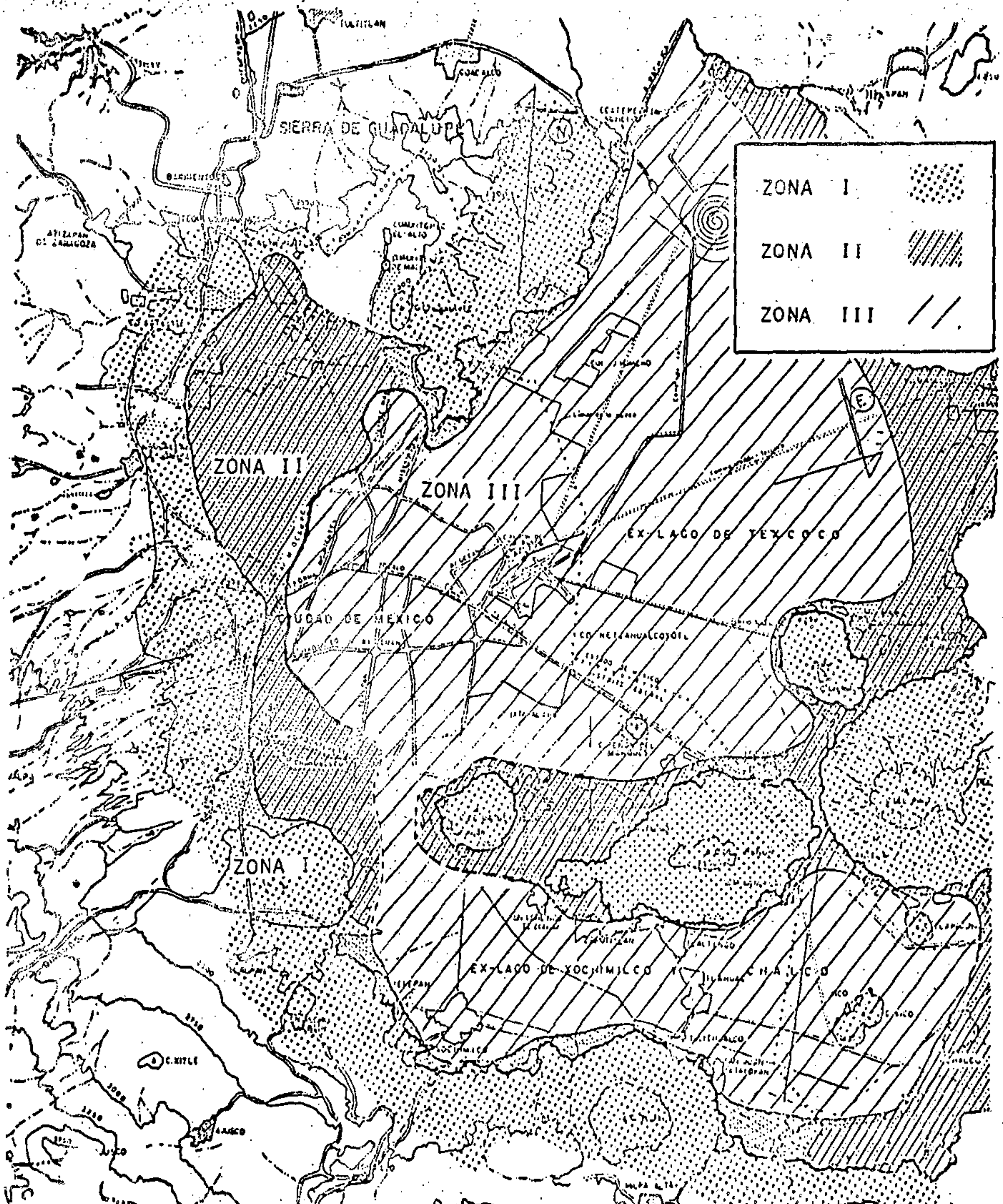


Fig. 1. Zonificación Geotécnica de la Ciudad de México.

20

Art 220. La investigación del subsuelo del sitio mediante exploración de campo y pruebas de laboratorio deberá ser suficiente para definir de manera confiable:

- Los parámetros de diseño de la cimentación.
- La variación de los mismos en la planta del predio.
- Los procedimientos de construcción.

Además deberá ser tal que permita definir:

I. En la zona I a que se refiere el artículo 219 del RCDF, si existen en ubicaciones de interés materiales sueltos superficiales, grietas, oquedades naturales o galerías de minas, y en caso afirmativo su apropiado tratamiento, y

II. En las zonas II y III del artículo mencionado en la fracción anterior, la existencia de restos arqueológicos, cimentaciones antiguas, grietas, variaciones fuertes de estratigrafía, historia de carga del predio o cualquier otro factor que pueda originar asentamientos diferenciales de importancia, de modo que todo ello pueda tomarse en cuenta en el diseño.

Las NTC para cimentaciones en su capítulo 2 (Investigaciones del subsuelo) establecen en la tabla I los requisitos mínimos para la investigación del subsuelo para las construcciones ligeras o medianas de poca extensión y con excavaciones someras, y para las construcciones pesadas, extensas o con excavaciones profundas.

Las NTC para sismo en su capítulo 3 (Espectros para diseño sísmico) establecen que el coeficiente, c, que se obtiene del Art 206 del RCDF87 salvo en la parte sombreada de la zona II (ver fig. 3.1 de dichas NTC) se tomará:

c = 0.4 para las estructuras del grupo B, y

c = 0.6 para las estructuras del grupo A.

Nivel i	u_{imax} en cm (desplazamientos máximos probables) 1-modo	2-modos	3-modos	4-modos	5-modos
1	0.1127	0.1146	0.1148	0.1149	0.1150
	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00
2	0.3337	0.3381	0.3385	0.3385	0.3385
	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00
3	0.6195	0.6236	0.6236	0.6236	0.6236
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
4	0.9332	0.9338	0.9349	0.9340	0.9340
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	1.2442	1.2473	1.2474	1.2474	1.2474
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

4.5.3.5 Respuesta máxima probable de fuerzas cortantes

De manera similar a como se obtivieron los desplzamientos máximos probables se obtienen las fuerzas cortantes máximas probables en cada entrepiso. En este caso se utilizan las fuerzas cortantes reducidas por el factor reductivo

Nivel i	V_{imaxr} en t (fuerzas cortantes máximas probables) 1-modo	2-modos	3-modos	4-modos	5-modos	V_{imaxr} escalado
1	37.75	38.42	38.53	38.56	38.60	43.28
	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	
2	37.30	37.73	37.76	37.76	37.79	42.37
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	
3	33.12	33.18	33.20	33.24	33.24	37.27
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	
4	25.37	25.55	25.65	25.67	25.67	28.78
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
5	13.67	14.69	14.75	14.76	14.76	16.55
	0.93	0.99	1.00	1.00	1.00	

De acuerdo con la condición de revisar el cortante basal calculado con el método dinámico, se debe cumplir que la fuerza cortante basa, V_o, debe ser tal que cumpla la condición:

$$V_o \geq 0.8\ a\ W_o / Q' = 0.8X0.16X507.2/1.5 = 1.12$$

mo el método dinámico proporciona un V_o = 38.6 t. los cortantes dinámicos se deben escalar con la proporción:

$$43.28/38.6 = 1.12$$

4.2.4 Condiciones de regularidad

De acuerdo con las NTC para el diseño por sismo, en su capitulo 6, para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

1. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.

2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.

3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5

4. En la planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la antrante o la saliente

5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.

6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren de posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.

8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafracmas ortogonales y por trabes o losas planas.

10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.

11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e , excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

NOTA: En el capítulo 4 (Reducción de fuerzas sísmicas) de las NTC para diseño por sismo se especifica que: "... En el diseño sísmico de las estructuras que no satisfacen las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, se multiplicará por 0.8 el valor de Q'."

4.2.5 Factor de comportamiento sismico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que

Art 207. Cuando se aplique el método estático o un método dinámico para análisis sísmico, podrán reducirse con fines de diseño las fuerzas sísmicas calculadas, empleando para ello los criterios que las NTC, en función de las características estructurales y del terreno. Los desplazamientos calculados de acuerdo con estos métodos, empleando las fuerzas sismicas reducudas, deben multiplicarse por el FACTOR DE COMPORTAMIENTO SISMICO que marquen dichas Normas.
Los coeficientes que especifique las NTC para la aplicación del método simplificado de análisis tomarán en cuenta todas las reducciones que procedan por los conceptos mencionados. Por ello las fuerzas sísmicas calculadas por este método no deben sufrir reduciones adicionales.

De acuerdo con las NTC para sismo del RCDF87 en su capítulo 5, los valores de los factores del comportamiento sísmico, Q, se especifican a continuación:

I. Se usará Q=4 cuando se cumplan los requisitos siguientes:

1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.

2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma espoecifioada en el caso I del artículo 204 del RCDF87, éstos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mamposteria.

3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso I a que se refiere el artículo 204 del Reglamento.

4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.

5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas complementarias correspondientes.

II. Se adoptará Q=3 cuando se satisfacen las condiciones 2,4 y 5 del caso I y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 ó 3 especificadas para el caso I pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de este material , por combinaciones de éstos y por marcos o por diafragmas de madera contrachapada. Las estructuras con losas planas deberán cumplir los requisitos que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

III. Se usará Q=2 cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero o de concreto reforzado, contraventeados o no, o muros o columnas de concreto reforzado, que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por los casos I y II de esta sección, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dalas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o diafragmas construidos con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza. También se usará Q=2 cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con la excepciones que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

IV. Se usará Q=1.5 cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos II y III, o por marcos y armaduras de madera.

V. Se usará Q=1 en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.

En todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.
El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

4.2.6 Espectros para diseño sísmico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica la sección 9 de estas normas, se adoptarán las siguientes hipótesis para el análisis de la estructura:

La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a, expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$a = (1+3T/T_a)c/4 \qquad \text{si} \quad T \leq T_a$$

$$a = c \qquad \text{si} \quad T_a \leq T \leq T_b$$

$$a = (T_b/T)^r c \qquad \text{si} \quad T \geq T_b$$

T es el período natural de interés; T, T_a, y T_b están expresados en segundos; c es el coeficiente sísmico, y r un exponente que depende de la zona en que se halla la estructura.

El coeficiente sísmico c se obtiene del Art 206 del RCDF87, salvo que la parte sombreada de la zona II de la fig 3.1 de las NTC para diseño por sismo se tomará c = 0.4 para las estructuras del grupo B, y c = 0.6 para las del A.

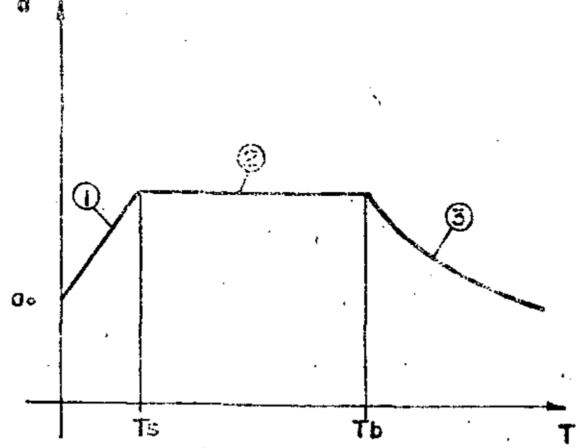
Tabla 3.1 Valores de c, T_a, T_b, y r

Zona	c	T_a	T_b	r
I	0.16	0.2	0.6	1/2
II*	0.32	0.3	1.5	2/3
III+	0.40	0.6	3.9	1

NOTAS: Coeficiente sísmico para las construcciones del Grupo B

* No sombreada en la figura 3.1

\+ y parte sombreada de la zona II en la figura 3.1

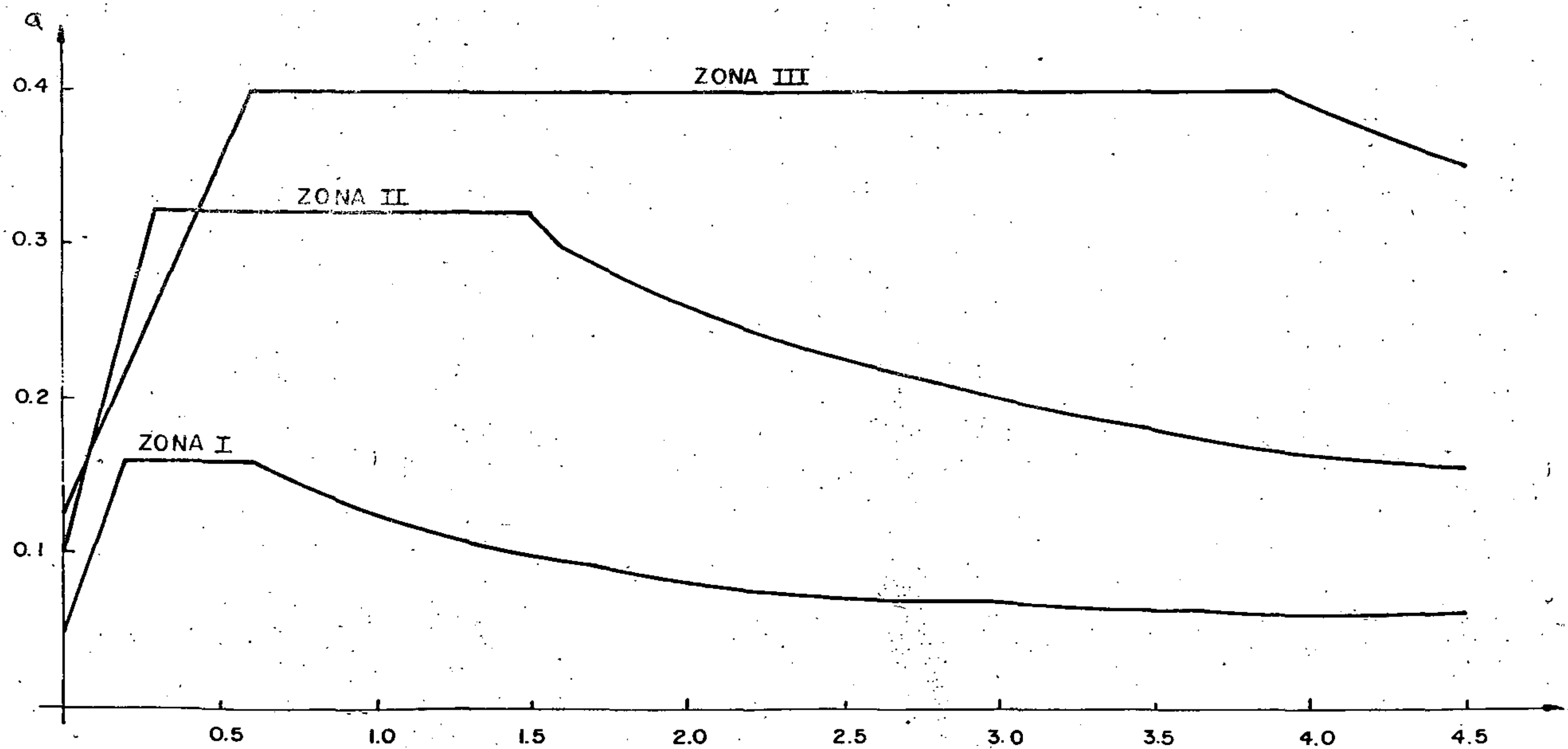


① $a = \left(1 + \frac{3T}{Ts}\right) \frac{C}{4}$ si $T \leqslant Ts$

② $a = C$ si $Ts \leqslant T \leqslant Tb$

③ $a = \left(\frac{Tb}{T}\right)^{r} C$ si $T \geqslant Ts$

ZONA	C	Ts	Tb	r	ao
I	0.16	0.2	0.6	1/2	0.04
II	0.32	0.3	1.5	2/3	0.08
III	0.40	0.6	3.9	1	0.10



4.3 Fuerzas Sismicas

En este capitulo se describirán los métodos que considera el RCDF87 para cuantificar las fuerzas que se deben considerar en un diseño para soportar los efectos de un sismo.

4.3.1 Anális dinámico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, toda estructura puede analizarse mediante un método dinámico. Se aceptan como métodos de análisis dinámico:

a) El modal (modal espectral)

b) El paso a paso de respuestas a sismos específicos

A fin de sistematizar los métodos se hacen los siguientes desarrollos:

4.3.1.1 Ecuaciones de equilibro dinámico de las edificaciones

Las ecuaciones de equilibrio dinámico de los modelos estructurales lineales para edificaciones se pueden expresar como:

$$\underset{\sim}{M}\,\underline{\ddot{u}} + \underset{\sim}{C}\,\underline{\dot{u}} + \underset{\sim}{K}\,\underline{u} = \underline{F}(t)$$

donde, para la edificación en particular

$\underset{\sim}{M}$ = matriz de masas

$\underset{\sim}{C}$ = matriz de amortiguamientos

$\underset{\sim}{K}$ = matriz de rigideces

$\underline{u} = \underline{u}(t)$ = vector de desplazamientos

$\underline{\dot{u}} = \underline{\dot{u}}(t)$ = vector de velocidades

$\underline{\ddot{u}} = \underline{\ddot{u}}(t)$ = vector de aceleraciones

$\underline{F} = \underline{F}(t)$ = vector de cargas

En el caso de fuerzas sismicas, el vector de cargas se puede expresar en términos del vector de aceleraciones del terreno, $\ddot{u}_g(t)$, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\underline{F} = -\underset{\sim}{M}\,\underline{1}\,\ddot{u}_g(t)$$

donde

$\underset{\sim}{1}$ = vector con componentes iguales a uno

$\ddot{u}_g(t)$ = aceleraciones del terreno donde se desplanta el edificio

4.3.1.2 Integración paso a paso de las ecuaciones de quilibrio

Los métodos que actualmente se utilizan para integrar paso a paso las ecuaciones de quilibrio dinámico de las edificaciones se agrupan en:

a) métodos directos

b) métodos de superposición modal

Los métodos directos mas usuales son:

a) El método de la aceleración generalizada de Newmark-Wilson

b) El método Alfa de Hilbert

Los métodos de integración paso a paso necesariamente se deben llevar a cabo en una computadora debido a la secuencia operativa que utilizan, y no se describirán en este curso.

4.3.1.3 Método directo de superposición modal

Debido a que este método puede desarrollarse mediante una calculadora de escritorio, su secuencia se describe a continuación. Lo anterior no quire decir que no deba utilizarse con una computadora. Lo mas recomendable es que todos estos métodos se programen para ser utilizados en una computadora.

a) Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico

Como este caso corresponde a un problema de vibraciones libres no amortiguadas, la ecuación correspondiente resulta ser

$$\underset{\sim}{M}\,\ddot{\underline{u}} + \underset{\sim}{K}\,\underline{u} = \underline{0}$$

en donde se debe cumplir que

$$\ddot{\underline{u}} = -\omega^2 \underline{u}$$

por lo que las ecuaciones de vibración libre resultan ser

$$\underset{\sim}{K}\,\underline{u} = \omega^2 \underset{\sim}{M}\,\underline{u}$$

que es el clásico problema de eigenvalores comunmente expresado como:

$$\underset{\sim}{A}\,\underline{x} = \lambda\,\underset{\sim}{B}\,\underline{x}$$

Varios son los métodos que existen para resolver el problema de eigenvalores. Los utilizados con las computadoras, entre otros, podemos nombrar a

. El de Jacobi

. El de la iteración del subespacio

Cuando se emplean calculadoras de escritorio y para los modelos extructurales mas simples (rigideces de entrepiso y masas con movimientos unidireccionales) se utilizan los métodos de:

. Stodolla-Viane lo-Newmark

. Holzer

b) Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico

La transformación que permite desacoplar las ecuaciones de equilibrio dinámico resulta ser:

$$\underline{u} = \underset{\sim}{R}\,\underline{y}$$

donde, $\underline{y}$, es la variable del sistema de coordenadas y $\underset{\sim}{R}$ la matriz modal formada con los eigenvectores (modos). Cada eigenvector (modo) forma una columna de la matriz modal, ordenados según se indica a continuación:

$$\underset{\sim}{R} = \left[{}^{1}\underline{r} \;\; {}^{2}\underline{r} \;\; {}^{3}\underline{r} \;\; \ldots {}^{n}\underline{r}\right]$$

donde, ${}^{n}\underline{r}$, es el n-ésimo eigenvector

De acuerdo con la transformación de coordenadas anterior, las expresiones de los vectores de velocidad y de acelaración resultan ser:

$$\dot{\underline{u}} = \underset{\sim}{R}\,\dot{\underline{y}}$$

$$\ddot{\underline{u}} = \underset{\sim}{R}\,\ddot{\underline{y}}$$

por lo que las ecuaciones de equilibrio en el sistema de referencia transformado se expresan como:

$$\underset{\sim}{M}\,\underset{\sim}{R}\,\ddot{\underline{y}} + \underset{\sim}{C}\,\underset{\sim}{R}\,\dot{\underline{y}} + \underset{\sim}{K}\,\underset{\sim}{R}\,\underline{y} = \underline{F}(t)$$

Si la esuación anterior se premultiplica por la transpuesta de la matriz modal, $\underset{\sim}{R}^{T}$, se obtiene

$$\underset{\sim}{R}^{T}\underset{\sim}{M}\,\underset{\sim}{R}\,\ddot{\underline{y}} + \underset{\sim}{R}^{T}\underset{\sim}{C}\,\underset{\sim}{R}\,\dot{\underline{y}} + \underset{\sim}{R}^{T}\underset{\sim}{K}\,\underset{\sim}{R}\,\underline{y} = \underset{\sim}{R}^{T}\underline{F}(t)$$

Si se hacen las siguientes sustituciones:

$\underset{\sim}{M}^* = \underset{\sim}{R}^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{R}$ = matriz de masas transformada

$\underset{\sim}{C}^* = \underset{\sim}{R}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{R}$ = matriz de amortiguamientos transformada

$\underset{\sim}{K}^* = \underset{\sim}{R}^T \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{R}$ = matriz de rigideces transformada

$\underline{F}^* = \underset{\sim}{R}^T \underline{F}(t)$ = vector de cargas transformado

De acuerdo con las propiedades de ortogonalidad de, las matrices de masas, $\underset{\sim}{M}^*$, y de rigideces, $\underset{\sim}{K}^*$, transformadas resultan ser diagonales. Si la matriz de amortiguamientos, $\underset{\sim}{C}$, se selecciona de tal manera que también la matriz de amortiguamientos transformada $\underset{\sim}{C}^*$, sea una matriz diagonal, las ecuaciones de quilibrio dinámico transformadas, representadas como:

$$\underset{\sim}{M}^* \ddot{\underline{y}} + \underset{\sim}{C}^* \dot{\underline{y}} + \underset{\sim}{K}^* \underline{y} = \underline{F}^*(t)$$

resulta ser un sistema de ecuaciones diferenciales desacoplado, cuya ecuación i-ésima se puede escribir como:

$$m_i^* \ddot{y}_i + c_i^* \dot{y}_i + k_i^* y_i = f_i^*(t)$$

que representa la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad. Por lo anterior podemos decir que un sistema de N grados de libertad se transforma en N sitemas de un grado de libertad. Los coeficientes de las ecuaciones de un grado de libertad resultan ser:

$$m_i^* = \sum_{k=1}^{N} m_k \, {}^i r_k^2$$

$$c_i^* = 2\omega_i \xi_i$$

$$k_i^* = \omega_i^2 m_i^*$$

$$f_i^* = - \frac{\sum_{k=1}^{N} m_k \, {}^i r_k}{\sum_{k=1}^{N} m_k \, {}^i r_k^2} \ddot{u}_g(t) = -c_i \ddot{u}_g(t)$$

en donde:

m_k = masa asociada al grado de libertad k-ésimo

${}^i r_k$ = componente k-ésimo del eigenvector (modo) i-ésimo

ω_i^2 = eigenvalor i-ésimo, en radianes/segundo (frecuencia natural de vibración del modo i-ésimo

ξ_i = fracción del amortiguamiento crítico del modo i-ésimo

$c_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} m_k \, {}^i r_k}{\sum_{k=1}^{N} m_k \, {}^i r_k^2}$ = coeficiente de participacion del modo i-ésimo

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

9. ANALISIS DINAMICO

Se aceptarán como métodos de análisis dinámico el análisis modal y el cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos.

9.1 *Análisis modal*

Si se usa el análisis modal, deberá incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 seg. pero en ningún caso podrán considerarse menos que los tres primeros modos de translación en cada dirección de análisis. Puede despreciarse el efecto dinámico torsional de excentricidades estáticas. En tal caso, el efecto de dichas excentricidades y de la excentricidad accidental se calculará como lo especifica el artículo correspondiente al análisis estático.

Para calcular la participación de cada modo natural en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura, se supondrán las aceleraciones espectrales de diseño especificadas en la sección 3 de estas normas reducidas como se establece en la sección 4 de las mismas.

Las respuestas modales S_i (donde S_i puede ser fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, etc.), se combinarán para calcular las respuestas totales S de acuerdo con la expresión

$$S = (\Sigma S_i^2)^{1/2}$$

siempre que los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre sí. Para las respuestas en modos naturales que no cumplen esta condición se tendrá en cuenta el acoplamiento entre ellos. Los desplazamientos laterales así calculados habrán de multiplicarse por Q para calcular efectos de segundo orden así como para verificar que la estructura no alcanza ninguno de los estados límite de servicio a los que se refiere el capítulo VI, título VI del Reglamento.

9.2 *Análisis paso a paso*

Si se emplea el método de cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos, podrá acudirse a acelerogramas de temblores reales o de movimientos simulados, o a combinaciones de éstos, siempre que se usen no menos de cuatro movimientos representativos, independientes entre sí, cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que consignan el Reglamento y estas normas, y que se tengan en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que haya en cuanto a sus parámetros.

9.3 *Revisión por cortante basal*

Si con el método de análisis dinámico que se haya aplicado se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal V_o es menor que $0.8aW_o/Q'$, se incrementarán todas las fuerzas de diseño y desplazamientos laterales correspondientes en una proporción tal que V_o iguale a este valor.

9.4 *Efectos bidireccionales*

Cualquiera que sea el método dinámico de análisis que se emplee, los efectos de movimientos horizontales del terreno en direcciones ortogonales se combinarán como se especifica en relación con el método estático de análisis sísmico. Igualmente aplicables son las demás disposiciones de la sección 8 de estas normas en cuanto al cálculo de fuerzas internas y desplazamientos laterales, con las salvedades que señala la presente sección.

4.3.2 Análisis estático

De acuerdo con el inciso 8.1 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del RCDF87 la hipótesis sobre la distribución de aceleraciones en las masas de la edificación se muestran en la Fig 4.3.1 y para la masa del nivel i-ésimo se puede escribir que:

$$F_i = m_i \ddot{u}_i = \frac{W_i}{g} \ddot{u}_i$$

por la variación de las aceleraciones de las masas se tiene que:

$$\ddot{u}_i = \frac{h_i}{h_n} \ddot{u}_n$$

que al sustituirse en la expresión de la fuerza resulta:

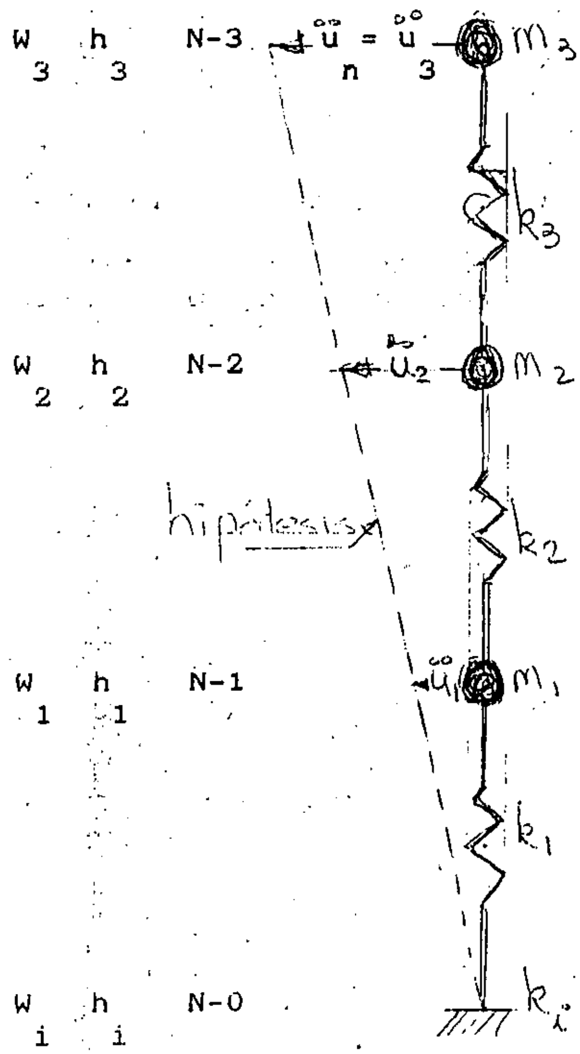
$$F_i = \frac{W_i}{g} \ddot{u}_i = \frac{\ddot{u}_n}{g h_n} W_i h_i$$

y la fuerza cortante basal, V_o, resulta ser:

$$V_o = \sum F_i = \frac{\ddot{u}_n}{g h_n} \left(\sum W_i h_i \right)$$

De acuerdo con la definición de coeficiente sísmico se tiene que:

$$c = \frac{V_o}{W_o} = \frac{\frac{\ddot{u}_n}{g h_n} \left(\sum W_i h_i \right)}{\sum W_i}$$



El trabajo que realizan las fuerzas F_i (W_i) y F_{in} (W_{in}), resulta ser

W_i $F_1 x_1$ $F_2 x_2$ $F_3 x_3$

W_{in} $W_1 x_1^2 \omega^2/g$ $W_2 x_2^2 \omega^2/g$ $W_3 x_3^2 \omega^2/g$

Al igualar los trabajos ($W_i = W_{in}$)

se obtiene el valor de la frecuencia natural de vibración, ω^2

$$\omega^2 = g \sum F_i x_i \,/ \sum W_i x_i^2$$

y el correspondiente periodo, T

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \left(\sum W_i x_i^2 / g \sum W_i x_i \right)^{1/2}$$

4.3.2.2 Reducción de las fuerzas cortantes estáticas

ANALISIS ESTATICO

8.1 *Fuerzas cortantes*

Para calcular las fuerzas cortantes a diferentes niveles de una estructura, se supondrá un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. Cada una de estas fuerzas se tomará igual al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente proporcional a h, siendo h la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciables). El coeficiente se tomará de tal manera que la relación V_o/W_o sea igual a c/Q, siendo V_o la fuerza cortante basal, W_o el peso de la construcción incluyendo las cargas muertas que fija el capítulo IV, título VI del Reglamento y las vivas que especifica el capítulo V, título VI, Q el factor de comportamiento que se fija en la sección 5 de estas normas y c el coeficiente sísmico que establece el artículo 206 del Reglamento; salvo que en la parte sombreada de la zona II en la figura 3.1 se tomara c = 0.4 para estructuras del grupo B y 0.6 para las del A.

Reducción de las fuerzas cortantes

Podrán adoptarse fuerzas cortantes menores que las calculadas según el inciso anterior, siempre que se tome en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de vibración de la estructura, de acuerdo con lo siguiente:

a) El periodo fundamental de vibración, T, se tomará igual a

$$6.3\left(\Sigma W_i x_i^2/g\Sigma P_i x_i\right)^{1/2}$$

donde W_i es el peso de la masa i, P_i la fuerza horizontal que actúa sobre ella de acuerdo con el inciso 1, x_i el correspondiente desplazamiento en la dirección de la fuerza, y g la aceleración de la gravedad.

b) Si T es menor o igual que T_b se procederá como en el inciso 1 pero de tal manera que la relación V_o/W_o sea igual a a/Q', calculándose a y Q' como se especifica respectivamente en las secciones 3 y 4 de las presentes normas.

c) Si T es mayor que T_b se procederá como en el párrafo b pero de tal manera que cada una de las fuerzas laterales se tome proporcional al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente igual a $k_1h_i + k_2h_i^2$, siendo

$$k_1 = q[1 - r(1 - q)]\Sigma W_i/(\Sigma W_i h_i)$$

$$k_2 = 1.5rq(1 - q)\Sigma W_i/(\Sigma W_i h_i^2)$$

y W_i y h_i respectivamente el peso y la altura de la i-ésima masa sobre el desplante. Además, a no se tomará menor de c/4.

8.3 *Péndulos invertidos*

En el análisis de péndulos invertidos (estructuras en que 50 por ciento o más de su masa se halle en el extremo superior y tengan un solo elemento resistente en la dirección de análisis o una sola hilera de columnas perpendicular a ésta), además de la fuerza lateral estipulada se tendrán en cuenta las aceleraciones verticales de la masa superior asociadas al giro de dicha masa con respecto a un eje horizontal normal a la dirección de análisis y que pase por el punto de unión entre la masa y el elemento resistente. El efecto de dichas aceleraciones se tomará equivalente a un par aplicado en el extremo superior del elemento resistente, cuyo valor es $1.5P_i r_o^2\, u/x$ siendo P_i la fuerza lateral actuante sobre la masa de acuerdo con el inciso 1, r_o el radio de giro de dicha masa con respecto al eje horizontal en cuestión y u y x el giro y el desplazamiento lateral, respectivamente, del extremo superior del elemento resistente bajo la acción de la fuerza lateral P_i.

8.4 *Apéndices*

Para valuar las fuerzas sísmicas que obran en tanques, apéndices y demás elementos cuya estructuración difiera radicalmente de la del resto del edificio, se supondrá actuando sobre el elemento en cuestión la distribución de aceleraciones que le correspondería si se apoyara directamente sobre el terreno, multiplicada por 1 + 4c'/c donde c' es el factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del elemento cuando se valúan las fuerzas laterales sobre la construcción. Se incluyen en este requisito los parapetos, pretiles, anuncios, ornamentos, ventanales, muros, revestimientos y otros apéndices. Se incluyen, asimismo, los elementos sujetos a esfuerzos que dependen principalmente de su propia aceleración (no de la fuerza cortante ni del momento de volteo), como las losas que transmiten fuerzas de inercia de las masas que soportan.

8.5 *Momento de volteo*

El momento de volteo para cada marco o grupo de elementos resistentes en un nivel dado podrá reducirse, tomándolo igual al calculado multiplicado por $0.8 + 0.2z$ (siendo z la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo por momento de volteo y la altura total de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por su distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se encuentre por encima de dicho nivel. En péndulos invertidos no se permite reducción de momento de volteo.

8.6 *Efectos de torsión*

La excentricidad torsional de rigideces calculada en cada entrepiso, e_s, se tomará como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la fuerza cortante en dicho nivel. Se entenderá por excentricidad de resistencias al corte, e_r, la distancia entre el centroide de las resistencias de todos los elementos resistentes ante fuerza cortante en el entrepiso que se considera y la línea de acción de la fuerza cortante en ese nivel. En estructuras para las que el factor de comportamiento sísmico, Q, que se especifica en la sección 5, sea igual a 3 se suministrarán resistencias tales que el centroide de las resistencias se halle del mismo lado de la fuerza cortante que el centro de torsión y e_r no sea menor que $e_s - 0.2b$, y si Q excede de 3, resistencias tales que el centroide de la resistencia se halle del mismo lado de la fuerza cortante que el centro de torsión y e_r no sea menor que $e_s - 0.1b$, en que b es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_r y e_s. Para fines de diseño, el momento torsionante se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes: $1.5e_s + 0.1b$ o $e_s - 0.1b$. Además, la excentricidad de diseño en cada sentido no se tomará menor que la mitad del máximo valor de e_s calculado para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera, ni se tomará el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

Efectos de segundo orden

Deberán tenerse en cuenta explícitamente en el análisis los efectos de segundo orden, esto es, los momentos y cortantes adicionales provocados por las cargas verticales al obrar en la estructura desplazada lateralmente, en toda estructura en que la diferencia en desplazamientos laterales entre dos niveles consecutivos, dividida entre la diferencia de alturas correspondiente, exceda de $0.08V/W$ entre cada par de niveles consecutivos, siendo V la fuerza cortante calculada y W el peso de la construcción incluyendo cargas muertas y vivas que obra encima de la elevación que se considera.

8.8 *Efectos bidireccionales*

Los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se combinarán tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100% de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30% de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que para cada concepto resulten más desfavorables.

8.9 *Falla de cimentación*

Se verificará que ni la estructura ni su cimentación alcanza ninguno de los estados límite de falla o de servicio a que se refiere el capítulo VI, título VI del Reglamento. Al revisar con respecto a estados límite de falla de la cimentación se tendrá en cuenta la fuerza de inercia horizontal que obra en el volumen de suelo que se halla bajo los cimientos y que potencialmente se desplazaría al fallar el suelo en cortante, estando dicho volumen sujeto a una aceleración horizontal igual a c/4 veces la aceleración de la gravedad.

8.10 *Revisión por rotura de vidrios*

Al revisar con respecto al estado límite por rotura de vidrios se verificará que alrededor de cada tablero de vidrio o cada marco exista una holgura no menor que el desplazamiento relativo entre los extremos del tablero o marco, calculado a partir de la deformación por cortante de entrepiso y dividido entre $1 + H_v/B_v$, donde B_v es la base del tablero o marco y H_v su altura.

8.11 *Comportamiento asimétrico*

En el diseño de estructuras cuyas relaciones fuerza-deformación difieran en sentidos opuestos se dividirán los factores de resistencia entre $1 + 2.5dQ$, en que d es la diferencia en los valores de a/Q', expresados como fracción de la gravedad, que causarían la falla o fluencia plástica de la estructura en uno y otro sentido.

4. REDUCCION DE FUERZAS SISMICAS

4.1 *Factor reductivo*

Con fines de diseño, las fuerzas sísmicas para análisis estático y las obtenidas del análisis dinámico modal empleando los métodos que fijan estas normas se podrán reducir dividiéndolas entre el factor reductivo Q'. En el diseño sísmico de estructuras que satisfagan las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, Q' se calculará como sigue:

$Q' = Q$ si se desconoce T o si éste es mayor o igual que T_a

$Q' = 1 + (T/T_a)\ (Q - 1)$, si T es menor que T_a

T se tomará igual al periodo fundamental de vibración cuando se emplee el método estático e igual al periodo natural de vibración del modo que se considere cuando se emplee el método de análisis modal de la sección 9, y T_a es un periodo característico del espectro de diseño que se define en la sección 3.

En el diseño sísmico de las estructuras que no satisfagan las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, se multiplicará por 0.8 el valor de Q'.

Las deformaciones se calcularán multiplicando por Q las causadas por las fuerzas sísmicas reducidas cuando se emplee el método estático de análisis que se detalla en la sección 8 de las presentes normas o el de análisis modal de la sección 9.

Cuando se adopten dispositivos especiales capaces de disipar energía por amortiguamiento o comportamiento inelástico, podrán emplearse criterios de diseño sísmico que difieran de los aquí especificados, pero congruentes con ellos, si se demuestran a satisfacción del Departamento tanto la eficacia de los dispositivos o soluciones estructurales como la validez de los valores del amortiguamiento y de Q' que se propongan.

4.4 Distribución de las fuerzas sísmicas en los elementos estructurales resistentes

La forma de distribuir las fuerzas sísmicas que actúan en los centros de masa de cada nivel de la edificación, depende del modelo estructural seleccionado. En los modelos estructurales que formulan las ecuaciones de quilibrio a través del concepto de subestructuras unidas a un diafragma (nivel), rígido o no, y que por la magnitud de la información que se maneja, necesariamente se tiene que desarrollar un programa de computadora, el concepto de distribución de fuerzas no se aplica.
En los casos en que se aplica es en modelos simplistas como en los que se emplea el concepto de rigidez de entrepiso. En estos casos el modelo estructural se forma con las siguientes consideraciones:

a) Se considera el equilibrio en un solo diafragma (nivel) rígido en donde la carga que actua es la fuerza cortante en dicho nivel, localizada en su centro de masas.

b) Las fuerzas que resisten al cortante las proporcionan las rigideces de entrepiso (resortes) correspondientes al nivel donde actua la fuerza cortante.

c) Las rigideces de entrepiso las forman los marcos (o muromarcos) planos, sensiblemente paralelos en dos direcciones ortogonales.

d) En los desarrollos que siguen se considerará un edificio con distribución de rigideces regular en elevación. Es decir que las columnas de un diafragma (nivel) únicamente están unidas con niveles consecutivos.

En la Fig 4.4.1 se muestra la idealización del modelo estructural descrito en los incisos anteriores.

4.4.1 Centro de rigideces del entrepiso

Debido a que los elementos resistentes de un entrepiso se representan mediante las rigideces del mismo, se define como centro de rigidez al punto en donde al actuar las fuerzas cortantes únicamente provocan desplazamientos lineales.

4.4.1.1 Ob tención de la abscisa del centro de rigideces (x_r)

Con base en la fig 4.4.2, la condicion de equilibrio de fuerzas paralelas al eje y se puede escribir como:

$$\sum_{j=1}^{5} F_{jy} = V_y = \sum_{j=1}^{5} k_{jy} \quad v = v \sum k_{jy}$$

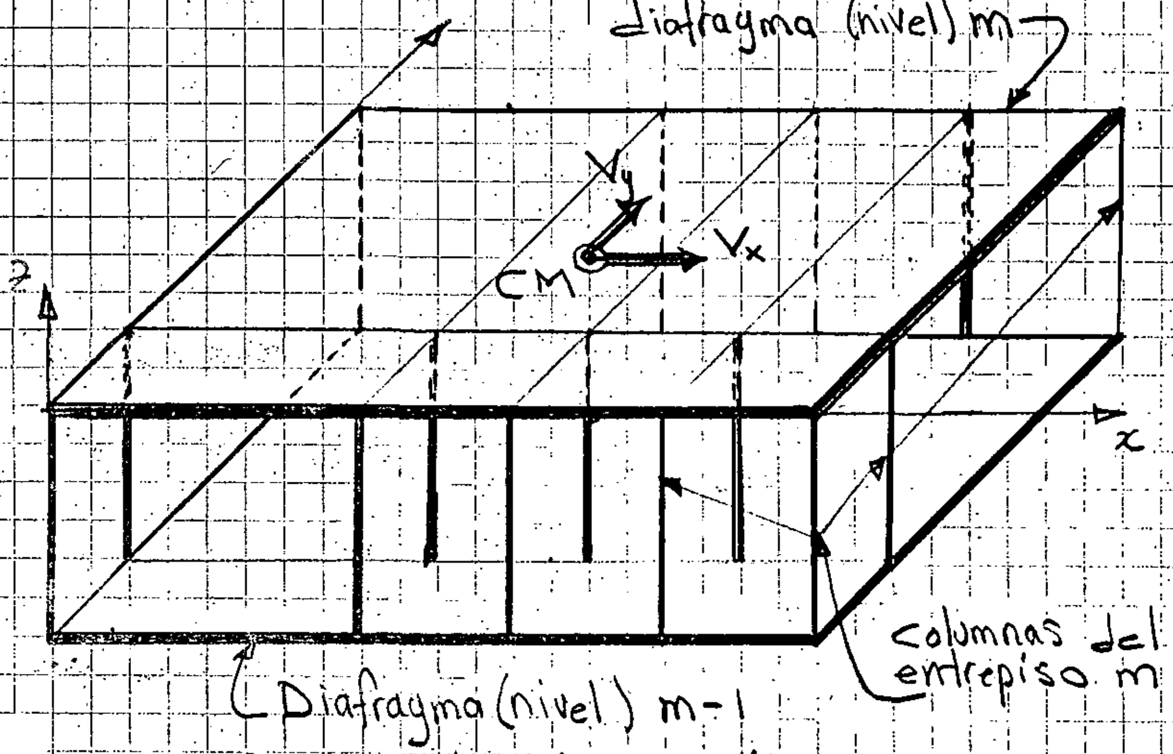
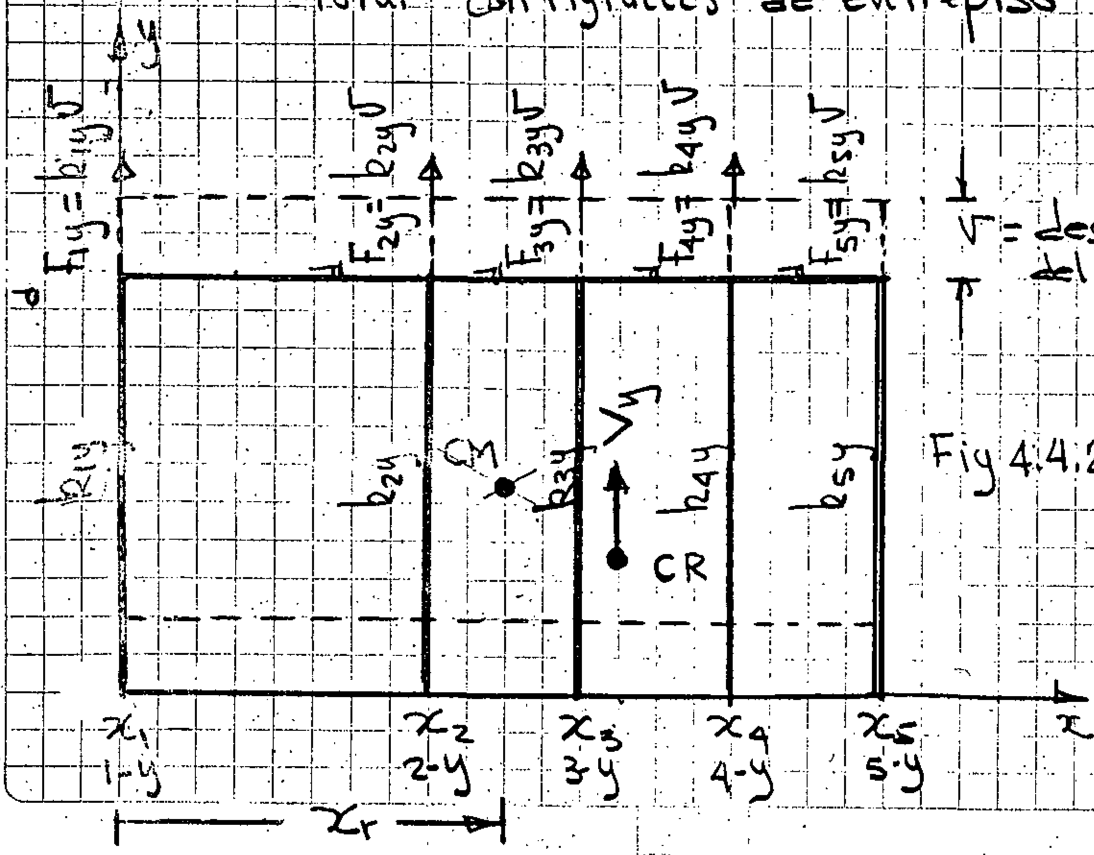


Fig 4.4.1 Representación esquemática del modelo estructural con rigideces de entrepiso



v = desplazamiento del diafragma

Fig 4.4.2 Fuerzas cortantes directas, F_{iy}, paralelas al eje y.

de donde se obtiene que

$$v = \frac{V_y}{\sum k_{jy}}$$

y la expresión de la fuerza cortante que cada resorte soporte, denominada fuerza cortante directa, resulta ser:

$$F^{d}_{iy} = k_{iy} \; v = \frac{k_{iy}}{\sum k_{jy}} V_y$$

De acuerdo con la definición de centro de rigidez (x_r), al tomar momentos de las fuerzas cortantes de las rigideces de entrepiso se obtiene que:

$$\sum_{j=1}^{j=5} x_j \; F^{d}_{jy} = x_r \; V_y = \sum x_j \left(\frac{k_{jy}}{\sum k_{jy}} \right) V_y = \frac{\sum x_j \; k_{jy}}{\sum k_{jy}} V_y$$

de donde se obtiene

$$x_r = \frac{\sum x_j \; k_{jy}}{\sum k_{jy}}$$

4.4.1.2 Obtención de la ordenada del centro de rigideces (y_r)

Al seguir un proceso enteramente similar al descrito en el inciso anterior y con base en la Fig 4.4.3 la ordenada del centro de rigideces y la fuerza cortante directa que soportan las rigideces de entrepiso paralelas al eje y resultan ser:

$$u = \frac{V_x}{\sum k_{jx}}$$

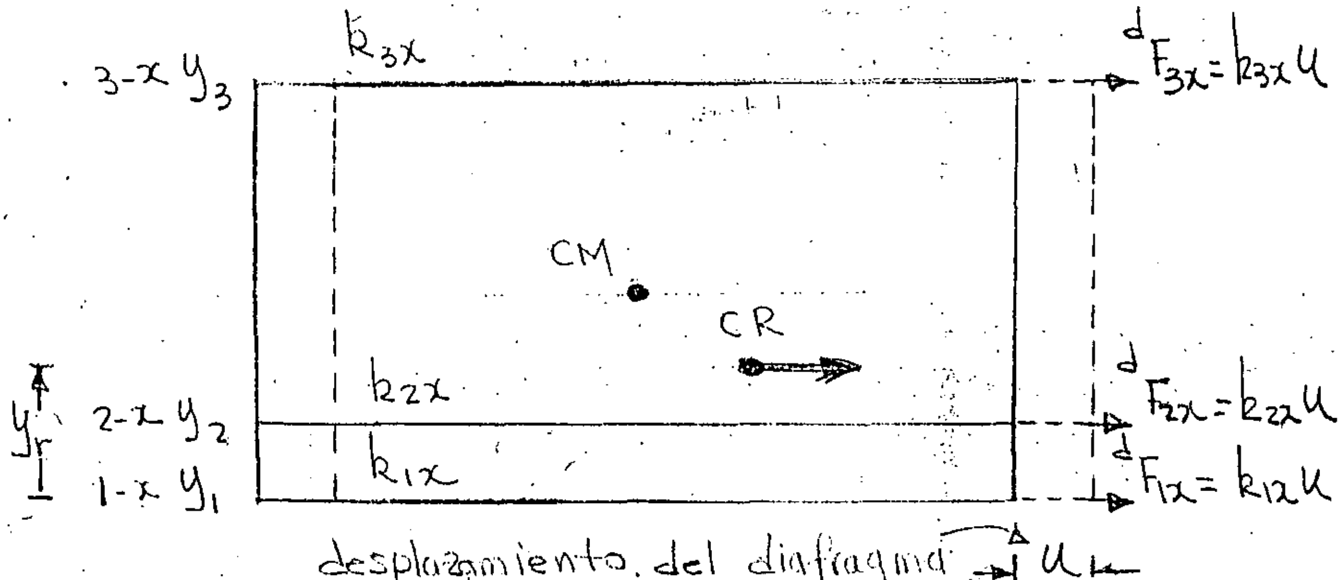


Fig.4.4.3 Fuerzas cortantes directas, ${}^dF_{ix}$, paralelas al eje x.

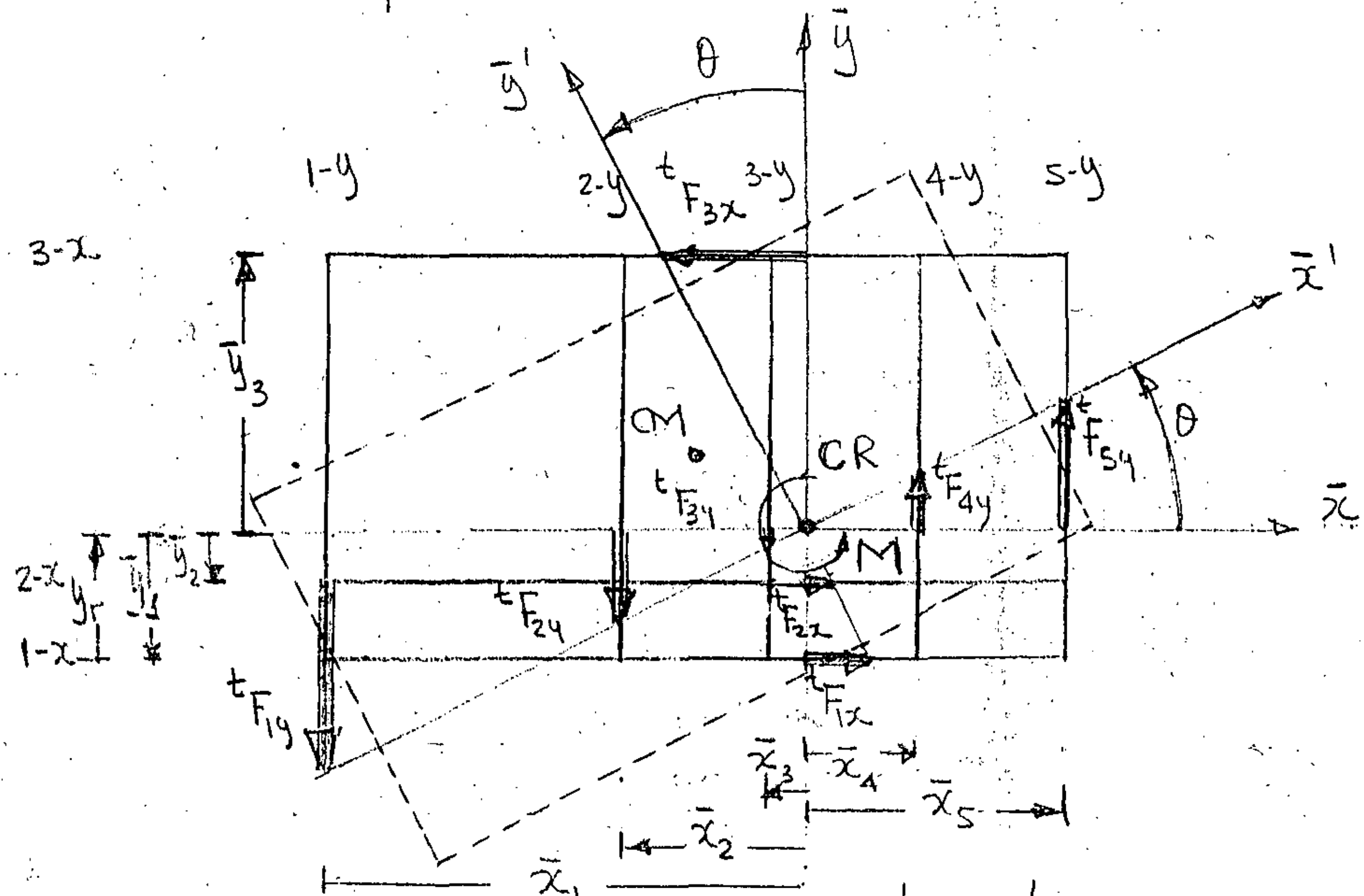


Fig 4.4.4 Fuerzas cortantes de torsion, ${}^tF_{ix}$ y ${}^tF_{jy}$

$$F^{d}_{ix} = k_{ix}\, v = \frac{k_{ix}}{\sum k_{jx}} V_x$$

$$y_r = \frac{\sum y_j k_{jx}}{\sum k_{jx}}$$

4.4.1.3 Fuerzas cortantes debidas a la excentricidad (torsión) entre el centro de rigidez y el centro de masas.

Debido a que al obtener las expresiones de las fuerzas cortantes directas en los resortes se consideró que las fuerzas cortantes en el diafragma (nivel) están actuando en el centro de rigidez CR (x_r ,y_r), o centro de torsión, solo resta considerar el par que resulta de trasladar dichas fuerzas cortantes del centro de masas al centro de torsión, mismo que se representa con la letra M en la Fig. 4.4.4.

El efecto del par de torsión actuando en el centro de torsión es un giro, θ , del diafragma respecto a dicho centro lo que ocasionan los siguientes desplazamientos lineales en los resortes paralelos a cada uno de los ejes de referncia:

$$u_i = \bar{y}_i \theta$$

$$v_j = \bar{x}_j \theta$$

por lo que las respectivas fuerzas cortantes debidas a la torsión resultan ser:

$$F^{t}_{ix} = k_{ix}\, u_i = k_{ix}\, \bar{y}_i \theta$$

$$F^{t}_{jy} = k_{jy}\, v_j = k_{jy}\, \bar{x}_j \theta$$

Al establecer el equilibrio de pares respecto al centro de rigideces se obtiene que:

$$\sum {}^{t}F_{ix}\,\bar{y}_{i} + \sum {}^{t}F_{jy}\,\bar{x}_{j} = M = \theta \sum k_{ix}\,\bar{y}_{i}^{2} + \theta \sum k_{jy}\,\bar{x}_{j}^{2}$$

de donde se obatiene el valor del giro,

$$\theta = \frac{M}{\sum k_{ix}\,\bar{y}_{i}^{2} + \sum k_{jy}\,x_{j}^{2}}$$

por lo que las expresiones de las fuerzas cortantes por torsión resultan ser:

$${}^{t}F_{ix} = \frac{k_{ix}\,\bar{y}_{i}}{\sum k_{ix}\,\bar{y}_{i}^{2} + \sum k_{jy}\,\bar{x}_{j}^{2}}\,M$$

$${}^{t}F_{jy} = \frac{k_{jy}\,\bar{x}_{j}}{\sum k_{ix}\,\bar{y}_{i}^{2} + \sum k_{jy}\,\bar{x}_{j}^{2}}\,M$$

La fuerza cortante total que actua sobre cada resorte resulta ser la combinación de los dos efectos, el directo y el de torsión, es decir:

$$F_{ix} = {}^{d}F_{ix} + {}^{t}F_{ix}$$

$$F_{ix} = {}^{d}F_{ix} + {}^{t}F_{ix}$$

4.5 Ejemplos de aplicación

4.5.1 Características de la edificación

A fin de aplicar los métodos que el RCDF87 para la cuantificación de las fuerzas sísmicas en edificaciones se selecciona la mostrada en la Fig 4.5.1, con las características siguientes:

Grupo = B

Subgrupo = B2

Zona = I

$c = 0.16$

$Q_x = 1.5$

$Q_y = 1.5$

$T_a = 0.2$ s

$T_b = 0.6$ s

$r = 1/2$

$a = (1 + 3T/T_a)c/4 \qquad T < T_a$

$a = c \qquad T_a \le T \le T_b$

$a = c(T_b/T)^r \qquad T \ge T_b$

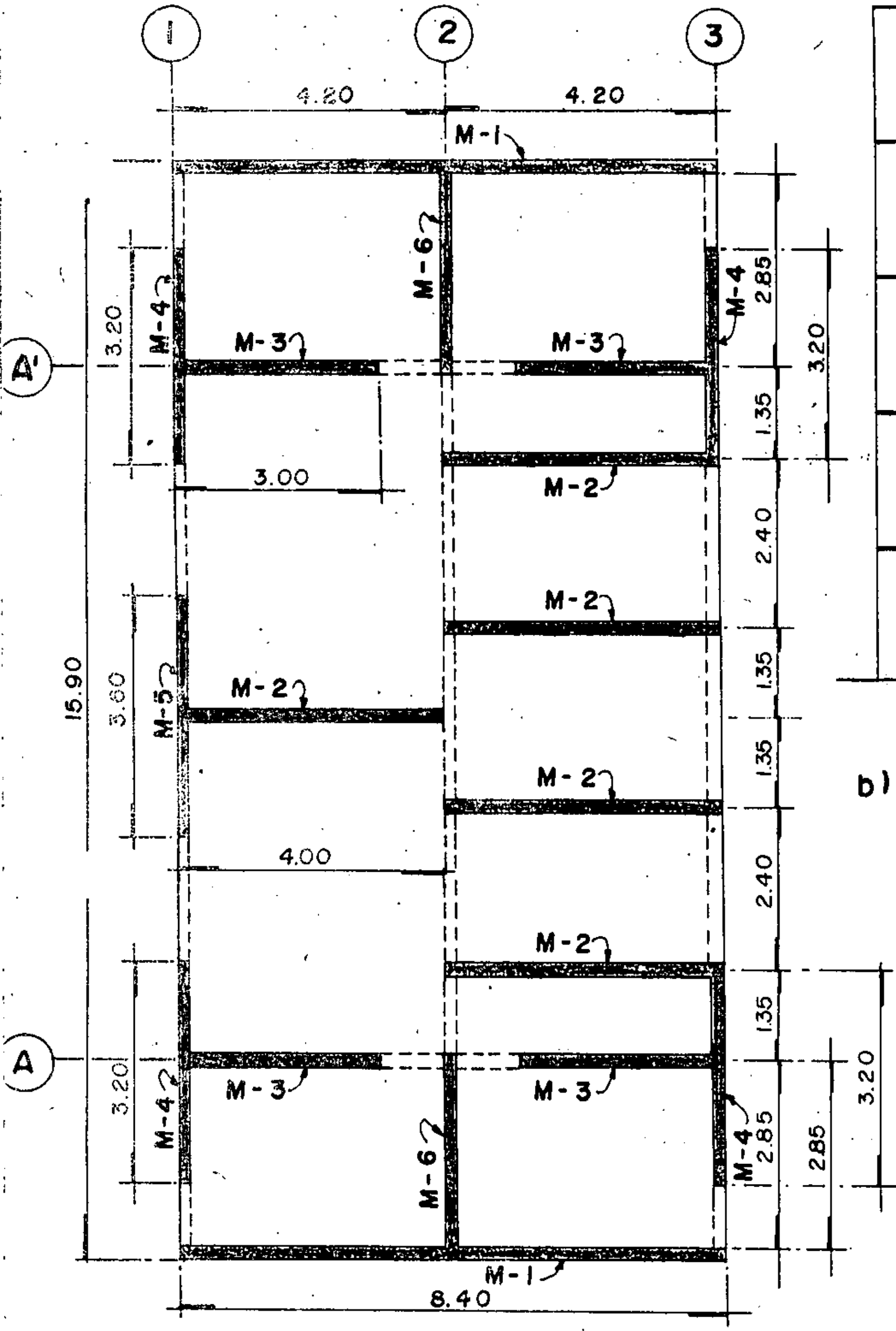
$A = ag$

$g = 9.81\ m/s^2$

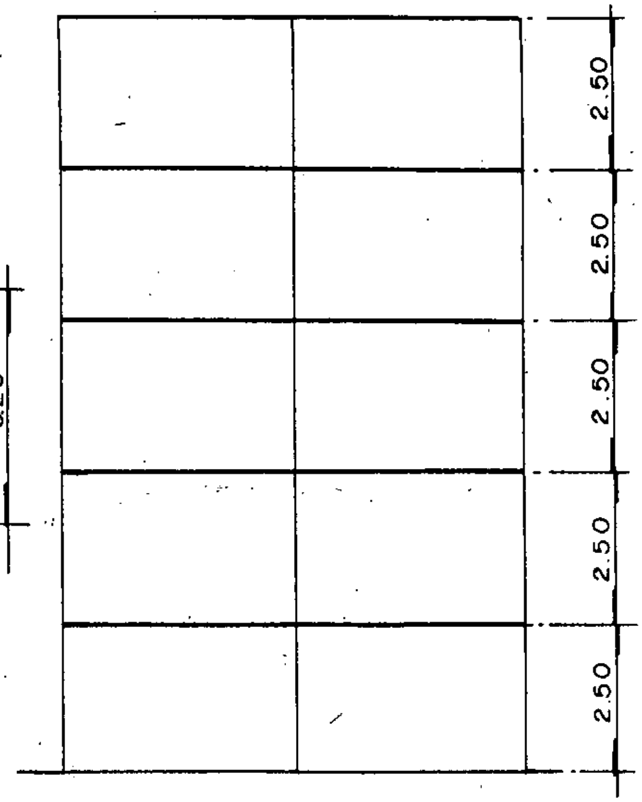
$Q' = Q$ para $T \ge T_a$ o para T desconocido

$Q' = 1 + T(Q-1)/T_a$

Murosde bloques de concreto de piezas huecas, 15 cm de espesor y resistencia al esfuerzo cortante de 2.5 kg/cm²



a) PLANTA TIPO ESC: 1:100



b) ELEVACION ESQUEMATICA DE NIVELES

EDIFICIO PARA VIVIENDA DE INTERES SOCIAL ESTRUCTURADO CON MUROS DE CARGA

.5.2 Método estático

De acuerdo con los desarrollos del método estático, las fuerzas sismicas en cada nivel se cuantifican mediante la expresión

$$F_i = c \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} W_i h_i$$

Los datos y las operaciones se resumen en la tabla siguiente:

Nivel i	W_i (t)	h_i (m)	$W_i h_i$ (tm)	F_i (t)	V_i (t)	F_{ired} (t)	V_{ired} (t)
5	91.2	12.5	1140.0	24.73	24.73	16.48	16.48
4	104.0	10.0	1040.0	22.57	47.30	15.05	31.53
3	104.0	7.5	780.0	16.92	64.22	11.28	42.81
2	104.0	5.0	520.0	11.28	75.50	7.52	50.33
1	104.0	2.5	260.0	5.64	81.14	3.76	54.09
$\sum$	507.2		3740.0				

La cuantificación del período fundamental de vibración, a fin de analizar la posibilidad de reducir las fuezas cortantes anteriores, se obtiene mediante la expresión

$$T = 6.28\left(\sum W_i x_i^2 / g \sum F_i x_i\right)^{1/2}$$

Para la dirección paralela al eje y (ejes número)

Nivel i	k_{iy} (t/m)	u_{iy} (m)	x_i (m)	$F_i x_i$ (tm)	$W_i x_i^2$ (tm²)
5	65.93	0.0037	0.0175	0.4253	0.0279
4	121.28	0.0039	0.0138	0.3133	0.0198
3	173.85	0.0037	0.0099	0.1683	0.0102
2	253.15	0.0046	0.0062	0.0707	0.0040
1	515.28	0.0016	0.0016	0.0091	0.0003
$\sum$				0.9867	0.0622

con los valores de la tabla anterior se tiene que:

$$T = 6.28(0.0622/0.9867*9.81)^{1/2} = 0.5034 \text{ s}$$

como $T = 0.5034 < T_b = 0.6$ no existe reducción de las fuerzas, F_i calculadas en la tabla anterior

No se realiza la estimación del periodo fundamental en la dirección del eje y (ejes letras) debido a que las rigideces de entrepiswo son mayores y es de esperarse que el periodo resulte menor, y tampoco habrá reducción de las fuerzas cortantes en dicha dirección.

El factor reductivo, Q', de las fuerzas sísmicas en la dirección del eje y resulta ser igual a:

$$Q'_y = Q_y = 1.5$$

debido a que

$$T = 0.503 \text{ s} > T_a = 0.2 \text{ s}$$

.5.3 Método dinámico (análisis modal espectral)

Para llevar a cabo este análisis se idealiza la edificación de acuerdo con el concepto de rigidez de entrepiso con masas y resortes concentrados de tal manera que se forman dos estructuras de 5 grados de libertad en cada dirección de los ejes número y letra.

Los valores calculados de las rigideces de entrepiso para los muros en cada una de las respectivas direcciones se muestran en las tablas siguientes:

Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje x (ejes letra)

Niv No	1-x t/cm	2-x t/cm	3-x t/cm	4-x t/cm	5-x t/cm	6-x t/cm	7-x t/cm	8-x t/cm	9-x t/cm	suma t/cm
1	310.45	127.57	97.53	97.53	97.53	97.53	97.53	127.57	310.45	1363.69
2	194.45	60.92	47.74	47.74	47.74	47.74	47.74	60.92	194.54	749.62
3	144.19	41.07	31.58	31.58	31.58	31.58	31.58	41.07	144.19	528.42
	104.88	28.21	21.25	21.25	21.25	21.25	21.25	28.21	104.88	372.46
5	59.04	15.06	11.09	11.09	11.09	11.09	11.09	15.06	59.04	203.65

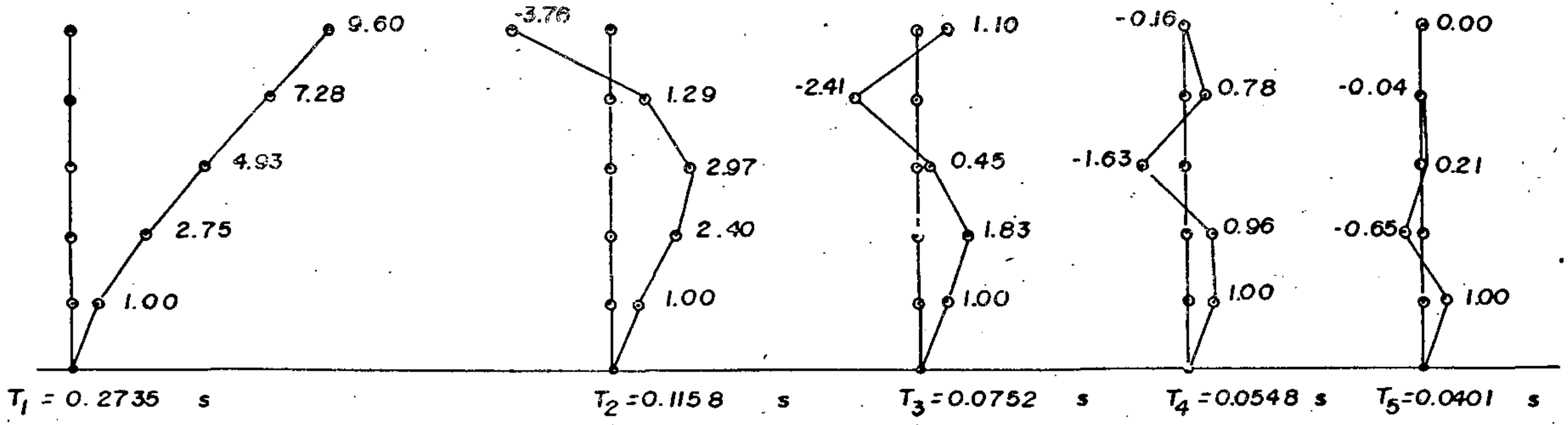
Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje y (ejes número)

Niv No	1-y t/cm	2-y t/cm	3-y t/cm	suma t/cm
1	249.88	114.32	151.08	515.28
2	125.33	53.84	73.98	253.15
3	87.23	35.96	50.66	173.85
4	61.57	24.50	32.20	121.28
5	33.86	13.04	19.03	65.93

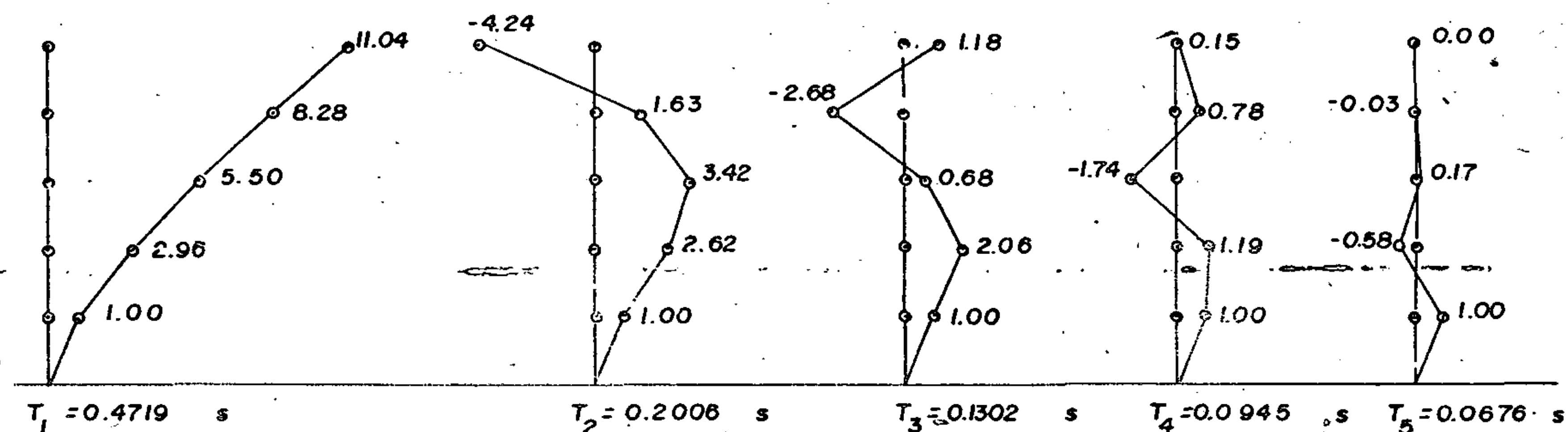
4.5.3.1 Solución del problema de valores característicos

Al resolver el problema de valores característicos, en este caso se utilizón el método de Jacobi, se obtuvieron los resultados trados en la Fig 4.5.2, y los correspondientes valores de los períodos (T_i) y frecuencias circulares (ω_i) se indican en la tabla siguiente:

FORMAS NODALES DE LOS MARCOS DIRECCION X



FORMAS NODALES DE LOS MARCOS DIRECCION Y



i	T_i (s)	ω_i rad/s	ω_i^2 (rad/s)²
1	0.4719	13.31	177.28
2	0.2006	31.32	981.06
3	0.1302	48.26	2328.83
4	0.0945	66.49	4420.75
5	0.0676	92.95	8639.06

donde: $\omega_i = 2\pi / T_i$

4.5.3.2 Obtención de los coeficientes de participación, desplazamientos y cortantes en cada modo

La expresión para cuantificar el coeficiente de participación del modo i-ésimo es:

$$c_i = \frac{\sum m_k r_k^i}{\sum m_k {r_k^i}^2}$$

a) Coeficiente del primer modo $c_1 = \dfrac{2.9070}{22.8418} = 0.1273$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r_k^i	$m_k r_k^i$ (ts²/cm)	$m_k {r_k^i}^2$ (ts²/cm)	u^i_{kmax} (cm)	u^i_{kmax} (cm)	k_{ky} (t/cm)	V^i_{kmax} (t)	V^i_{kmaxr} (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.1127	0.1127	515.28	58.12	37.75
2	0.106	2.9613	0.3139	0.9295	0.3337	0.2210	253.15	55.95	37.30
3	0.106	5.4973	0.5827	3.2034	0.6195	0.2858	173.85	49.68	33.12
4	0.106	8.2805	0.8777	7.2681	0.9332	0.3137	121.28	38.05	25.37
5	0.093	11.0399	1.0267	11.3348	1.2442	0.3110	65.93	20.50	13.67
			2.9070	22.8418					

b) Coeficiente del segundo modo $c_2 = \dfrac{0.5249}{4.0270} = 0.1303$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r_k^i	$m_k r_k^i$ (ts²/cm)	$m_k r_k^{i2}$ (ts²/cm)	u_{kmax}^i (cm)	u_{kmax}^i (cm)	k_{ky} (t/cm)	V_{kmax}^i (t)	V_{kmaxr}^i (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0208	0.0208	515.28	10.72	7.15
2	0.106	2.6245	0.2782	0.7301	0.0546	0.0338	253.15	8.56	5.71
3	0.106	3.4198	0.3625	1.2397	0.0711	0.0165	173.85	2.87	1.91
4	0.106	1.6282	0.1724	0.2803	0.0339	0.0372	121.28	4.51	3.01
5	0.093	-4.2387	-0.3942	1.6709	-0.0882	0.1221	65.93	8.05	5.37
			0.5249	4.0270					

c) Coeficiente del tercer modo $c_3 = \dfrac{0.2213}{1.4967} = 0.1479$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r_k^i	$m_k r_k^i$ (ts²/cm)	$m_k r_k^{i2}$ (ts²/cm)	u_{kmax}^i (cm)	u_{kmax}^i (cm)	k_{ky} (t/cm)	V_{kmax}^i (t)	V_{kmaxr}^i (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0074	0.0074	515.28	3.81	2.87
2	0.106	2.0606	0.2184	0.4501	0.0152	0.0078	253.15	1.97	1.49
3	0.106	0.6797	0.0720	0.0490	0.0050	0.0102	173.85	1.77	1.33
4	0.106	-2.6831	-0.2844	0.7631	-0.0197	0.0247	121.28	3.00	2.26
5	0.093	1.1754	0.1073	0.1285	0.0086	0.0283	65.93	1.87	1.41
			0.2213	1.4967					

d) Coeficiente del cuarto modo $c_4 = \dfrac{0.1165}{0.6426} = 0.1813$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r_k^i	$m_k r_k^i$ (ts²/cm)	$m_k r_k^{i2}$ (ts²/cm)	u_{kmax}^i (cm)	u_{kmax}^i (cm)	k_{ky} (t/cm)	V_{kmax}^i (t)	V_{kmaxr}^i (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0039	0.0039	515.28	2.00	1.62
2	0.106	1.1851	0.1256	0.1489	0.0046	0.0007	253.15	0.18	0.15
3	0.106	-1.7383	-0.1843	0.3203	-0.0068	0.0114	173.85	1.98	1.60
4	0.106	0.7849	0.0832	0.0653	0.0031	0.0099	121.28	1.20	0.97
5	0.093	-0.1501	-0.0140	0.0021	-0.0006	0.0037	65.93	0.24	0.19
			0.1165	0.6426					

e) Coeficiente del quinto modo $c_5 = \dfrac{0.0577}{0.1446} = 0.4129$

A.

Niv k	m_k (ts²/cm)	r^i_k	$m_k r^i_k$ (ts²/cm)	$m_k r^{i2}_k$ (ts²/cm)	u^i_{kmax} (cm)	u^i_{kmax} (cm)	k_{ky} (t/cm)	V^i_{kmax} (t)	V^i_{kmaxr} (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0208	0.0208	515.28	10.72	7.15
2	0.106	2.6245	0.2782	0.7301	0.0546	0.0338	253.15	8.56	5.71
3	0.106	3.4198	0.3625	1.2397	0.0711	0.0165	173.85	2.87	1.91
4	0.106	1.6282	0.1724	0.2803	0.0339	0.0372	121.28	4.51	3.01
5	0.093	-4.2387	-0.3942	1.6709	-0.0882	0.1221	65.93	8.05	5.37
			0.5249	4.0270					

c) Coeficiente del tercer modo $c_3 = \dfrac{0.2213}{1.4967} = 0.1479$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r^i_k	$m_k r^i_k$ (ts²/cm)	$m_k r^{i2}_k$ (ts²/cm)	u^i_{kmax} (cm)	u^i_{kmax} (cm)	k_{ky} (t/cm)	V^i_{kmax} (t)	V^i_{kmaxr} (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0074	0.0074	515.28	3.81	2.87
2	0.106	2.0606	0.2184	0.4501	0.0152	0.0078	253.15	1.97	1.49
3	0.106	0.6797	0.0720	0.0490	0.0050	0.0102	173.85	1.77	1.33
4	0.106	-2.6831	-0.2844	0.7631	-0.0197	0.0247	121.28	3.00	2.26
5	0.093	1.1754	0.1073	0.1285	0.0086	0.0283	65.93	1.87	1.41
			0.2213	1.4967					

d) Coeficiente del cuarto modo $c_4 = \dfrac{0.1165}{0.6426} = 0.1813$

Niv k	m_k (ts²/cm)	r^i_k	$m_k r^i_k$ (ts²/cm)	$m_k r^{i2}_k$ (ts²/cm)	u^i_{kmax} (cm)	u^i_{kmax} (cm)	k_{ky} (t/cm)	V^i_{kmax} (t)	V^i_{kmaxr} (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0039	0.0039	515.28	2.00	1.62
2	0.106	1.1851	0.1256	0.1489	0.0046	0.0007	253.15	0.18	0.15
3	0.106	-1.7383	-0.1843	0.3203	-0.0068	0.0114	173.85	1.98	1.60
4	0.106	0.7849	0.0832	0.0653	0.0031	0.0099	121.28	1.20	0.97
5	0.093	-0.1501	-0.0140	0.0021	-0.0006	0.0037	65.93	0.24	0.19
			0.1165	0.6426					

e) Coeficiente del quinto modo $c_5 = \dfrac{0.0577}{0.1446} = 0.4129$

Niv k	m_k (ts²/cm)	$^{i}r_k$	$m_k\,{}^{i}r_k$ (ts²/cm)	$m_k\,{}^{i}r_k^2$ (ts²/cm)	$^{i}u_{kmax}$ (cm)	$^{i}u_{kmax}$ (cm)	k_{ky} (t/cm)	$^{i}V_{kmax}$ (t)	$^{i}V_{kmaxr}$ (t)
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0038	0.0038	515.28	1.94	1.66
2	0.106	-0.5787	-0.0613	0.0355	-0.0022	0.0060	253.15	1.52	1.30
3	0.106	0.1678	0.0178	0.0030	0.0006	0.0028	173.85	0.49	0.42
4	0.106	-0.0282	-0.0030	0.0001	-0.0001	0.0007	121.28	0.08	0.07
5	0.093	0.0025	0.0002	0.0000	0.0000	0.0001	65.93	0.01	0.01
			0.0597	0.1446					

4.5.3.3 Obtención de los desplazamientos máximos en la referencia transformada y los factores reductivos de las fuerzas

puesto que el valor de los desplazamientos máximos en la referencia transformada, para el modo i-ésimo, se cuantifican con la expresión:

$$y_{imax} = c_i \; A_i / \omega_i^2 \quad .$$

donde A_i es la aceleración espectral; y la expresión del factor reductivo de las fuerzas sísmicas se cuantifica mediante:

$$Q' = 1 + (T/T_a)(Q-1)$$

Al utilizar las tablas de los incisos anteriores se obtienen los siguientes valores:

Modo i	T_i (s)	$T_i(Q-1)/T_a$	Q'_i	a_i	$A_i=a_i\,g$ cm/s²	y_{imax} (cm)
1	0.4719	-	1.500	0.1600	156.96	0.1127
2	0.2006	-	1.500	0.1600	156.96	0.0208
3	0.1302	0.326	1.326	0.1181	115.86	0.0074
4	0.0945	0.236	1.236	0.0967	94.86	0.0039
5	0.0676	0.169	1.169	0.0806	79.07	0.0038

4.5.3.4 Respuesta máxima probable de desplazamientos

La respuesta máxima probable, S, se obtiene de acuerdo con la respuesta máxima asociada a cada modo, S_i, de acuerdo con la siguiente expresión

$$S = (S_i^2)^{1/2}$$

Los valores calculados con base en las tablas anteriores se muestran en la tabla siguiente, en donde se presentan las combinaciones de varios modos

Nivel i	u_{imax} en cm (desplazamientos máximos probables) 1-modo	2-modos	3-modos	4-modos	5-modos
1	0.1127	0.1146	0.1148	0.1149	0.1150
	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00
2	0.3337	0.3381	0.3385	0.3385	0.3385
	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00
3	0.6195	0.6236	0.6236	0.6236	0.6236
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
4	0.9332	0.9338	0.9349	0.9340	0.9340
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	1.2442	1.2473	1.2474	1.2474	1.2474
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

4.5.3.5 Respuesta máxima probable de fuerzas cortantes

De manera similar a como se obtivieron los desplzamientos máximos probables se obtienen las fuerzas cortantes máximas probables en cada entrepiso. En este caso se utilizan las fuerzas cortantes reducidas por el factor reductivo

Nivel i	V_{imaxr} en t (fuerzas cortantes máximas probables) 1-modo	2-modos	3-modos	4-modos	5-modos	V_{imaxr} escalado
1	37.75	38.42	38.53	38.56	38.60	43.28
	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	
2	37.30	37.73	37.76	37.76	37.79	42.37
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	
3	33.12	33.18	33.20	33.24	33.24	37.27
	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	
4	25.37	25.55	25.65	25.67	25.67	28.78
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
5	13.67	14.69	14.75	14.76	14.76	16.55
	0.93	0.99	1.00	1.00	1.00	

De acuerdo con la condición de revisar el cortante basal calculado con el método dinámico, se debe cumplir que la fuerza cortante basa, V_o, debe ser tal que cumpla la condición:

$$V_o \geq 0.8\ a\ W_o / Q' = 0.8X0.16X507.2/1.5 = 1.12$$

como el método dinámico proporciona un V_o = 38.6 t. los cortantes dinámicos se deben escalar con la proporción:

$$43.28/38.6 = 1.12$$

4.5.4 Comparación de las fuerzas cortantes obtenidas con los métodos estático y el modal espectral

Nivel i	V (t) ids dinsin	F (t) ids dinsin	V (t) ie estáti	F (t) ie estáti	V (t) idc dincor	F (t) idc dincor	Vie/Vidc	Fie/Fidc
1	38.60	0.81	54.09	3.76	43.28	0.91	1.25	4.13
2	37.79	4.55	50.33	7.52	42.37	5.10	1.19	1.47
3	33.24	7.57	42.81	11.28	37.27	8.49	1.29	1.33
4	25.67	10.91	31.53	15.05	28.78	12.23	1.10	1.23
5	14.76	14.76	16.48	16.48	16.55	16.55	1.00	1.00

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio 1992

B I B L I O G R A F I A

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

JUNIO-JULIO 1992

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

XIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

BIBLIOGRAFIA

1. Blume, J.A., Newmark, N.M., y Corning, L.H., " Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions", Chicago: Portland Cement, 1961.

2. Montes, R., Rosenblueth, E., "Cortantes y momentos sísmicos en chimeneas". Facultad de Ingeniería. División de Estudios de Posgrado, UNAM. 1968. México

3. Lainez-Lozana, Navarro, Asocs, "Comportamiento de las construcciones de adobe ante movimientos sísmicos". Elaborado por la Asociación de Asegurado del Perú. Perú, 1970.

4. Dowrick, D.J., "Earthquake resistant design: a manual for engineers and architects". J. Wiley, 1977. London.

5. Naciones Unidas, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Centro de Vivienda, Construcción y Planificación. "Construcción económica resistente a sismos y huracanes". Naciones Unidas, 1976. Nueva York.

6. Green, N.B., "Earthquake resistant building design and construction". Van Nostrand Reinhold. 1978. New York.

7. Green, N.B., "Edificación, diseño y construcción sismorresistente". Versión castellana de Jesús Parra. Gili. 1980. Barcelona.

8. Applied Technology Council (San Francisco, Cal). "Working draft of recommended comprehensive seismic design provisions for building". National Science Foundation. 1976. San Francisco, Cal.

9. Dowrick, D.J. "Diseño de estructuras resistentes a sismos: para ingenieros y arquitectos". Versión española Trigos, J.L., García Ferrer, C.A. Limusa, 1984. México

10. Lomnitz., Rosenblueth, E. "Seismic Risk and Engineering Decisiones". Elsevier Scientific. 1976.

11. Arnold, C., Reitherman, R., "Building configuration and seismic design". J. Wiley, 1982. New York.

12. Ambrose, J., Vergun, D., "Seismic design of buildings". J. Wiley. 1985. New York.

13. Bazán, E., Meli, R., "Manual de diseño sísmico de edificios: de acuerdo con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal". Limusa, 1985. México.

/

14. Newmark, N.M., Rosenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering". Prentice Hall. 1971.

15. Oshiro H,F., "Construcción Antisísmica". Lima, 1972.

16. Fertis, D.G., "Dynamics and Vibration of Structures". Wiley Interscience. 1973. New York.

17. Okamoto, S., "Introduction to Earthquake Engineering". J. Wiley. 1973.

18. Newmark, N.M., Rosenblueth, E. "Fundamentos de Ingeniería Sísmica". Diana, 1976. México

19. Clough, R.W., Penzien, J. "Dynamics of Structures". McGraw Hill 1975. México.

20. Blevins, R.D., "Formulas for natural frequency and mode shape". Van Nostrand Reinhold, 1979. New York.

21. Paz, M. "Structural dynamics: Theory and computation". Van Nostrand Reinhold. 1980. New York.

22. Craig, R.R., "Structural dynamics: an introduction to computer methods". Wiley, 1981. New York.

23. Major, A., "Dynamics in civil engineering: analysis and design". Akademiai Kiado, 1980. Budapest.

XV CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Coordinador: Dr. Octavio A. Rascón Chávez

El siguiente material bibliográfico se encuentra a su disposición en el Centro de Información y Documentación "Ing. Bruno Mascanzoni".

PUBLICACIONES PERIODICAS

NEIL, M. "Anchorage of reinforcing bars for seismic forces". -- En: ACI Structural journal. -- 84 (5) : p. 407-418. -- Sep./Oct. 1987.

AHMAD, J. "Earthquake resistance of reinforced concrete interior connections including a floor slab". -- En: ACI Structural journal. -- 84 (5) : p. 400-406. -- Sep./Oct. 1987.

TEGOS, I.A. "Seismic resistance of short columns and coupling beams reinforced with inclined bars". -- En: ACI Structural journal. -- 85 (1) : p. 82-86. -- Jan./Feb. 1988.

MIRZA, S.A. "Limit states design of concrete slender columns". -- En: Canadian Journal of civil engineering. -- 14 (4) : p. 439-446. -- Aug. 1987.

RAINER, J. H. "Force reduction factors for the seismic provisions of the National Building Code of Canada". -- En: Canadian Journal of civil engineering. -- 14 (4) : p. 447-454. -- Aug. 1987.

MARCUSON, William. "Shake-proof dams". -- En: Civil engineering. -- 57 (12) : p. 44-47. -- Dec. 1987.

FANTOZZI, Mark W. "Teleport new wave engineering". -- En: Civil engineering. -- 57 (9) : p. 48-49. -- Sep. 1987.

SNYDER, Gary M. "Earthquakes will not damage this bridge". -- En: Civil engineering. -- 57 (9) : p. 54-55. -- Sep. 1987.

MARTIN, Geoffrey. "Quake-resistant transport". -- En: Civil engineering. -- 57 (5) : p. 60-61. -- May. 1987.

CAMPANELLA, R. G. "Seismic cone penetration testing in the near offshore of the Mackenzie Delta". -- En: Canadian geotechnical journal. -- 24 (1) : p. 154-159. -- Feb. 1987.

ABDEL-GHAFFAR, Ahmed. "Elasto-plastic seismic response of 3-D earth dams : theory". -- En: Geotechnical engineering. -- 113 (11) : p. 1239-1308. -- Nov. 1987.

ELGAMAL, Ahemed-Waeil. "Elasto-plastic seismic response of 3-D earth dams : application". -- En: Geotechnical engineering. -- 113 (11) : p. 1309 -1325. -- Nov. 1987.

HANSON, R. D. "Performance of steel structures in the September 19 and 20, 1985 Mexico earthquakes". -- En: Earthquake spectra. -- 3 (2) : p. 329 -346. -- May. 1984.

SUAREZ, Luis E. "Floor response spectra with structure-equipment interaction effects by a mode synthesis approach". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (1) : p. 141-158. -- Jan. 1987.

WERNER, S. D. "Seismic response evaluation of Meloland Road Overpass Using 1979 imperial valley earthquake records". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (2) : p. 249-274. -- Feb. 1987.

LOTFI, Vahid. "A technique for the analysis of the response of dams to earthquake". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (4) : p. 463-490. -- May. 1987.

KERR, Arnold D. "Validation of new equations for dynamic analyses of tall frame-type structures". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (5) : p. 549-563. -- Jul. 1987.

ZEMBATY, Zbigniew. "On the reliability of tower-chcaped structures under seismic excitations". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (6) : p. 761-775. -- Aug. 1987.

SING, Mahendra P. "Seismic response analysis of structure-equipment systems with non-classical damping effects". -- En: Earthquake engineering & structural dynamics. -- 15 (7) : p. 871-888. -- Oct. 1987.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2

ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

Del 26 de Junio al 02 de Julio de 1992

A N E X O

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

JUNIO-JULIO 1992

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

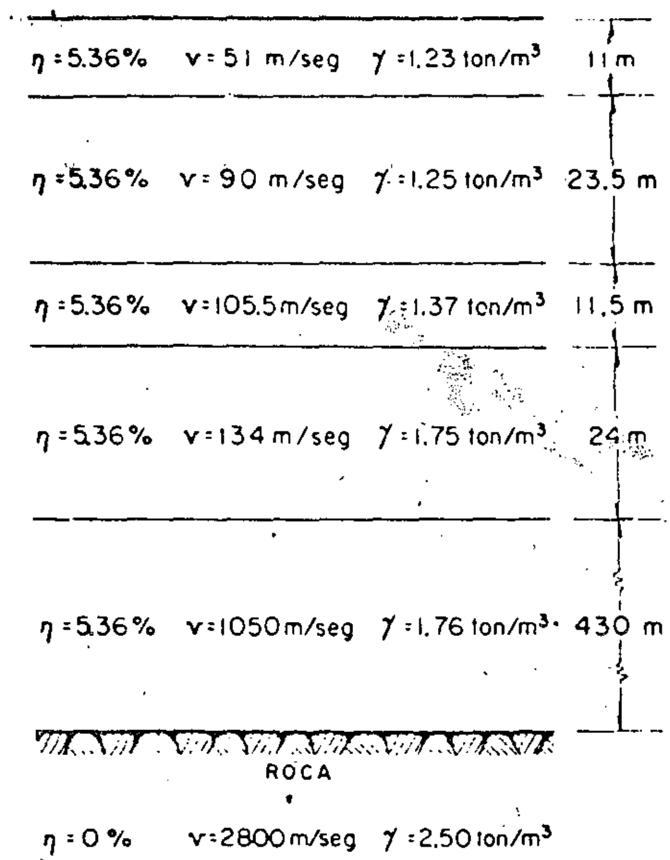


FIG. 8. *Estratificación del Valle de México, utilizada para el cálculo de la curva de amplificación*

1

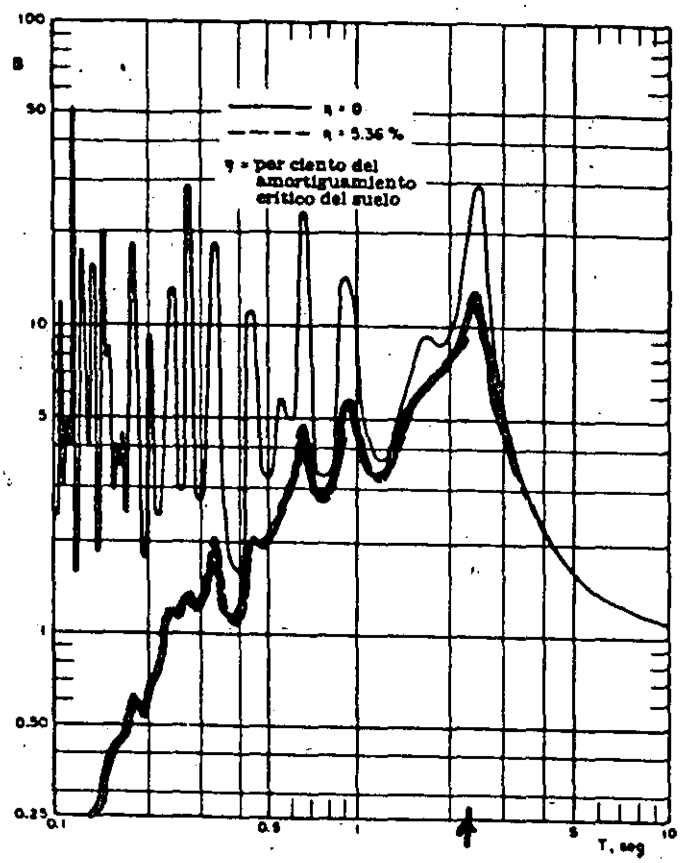


FIGURA 9.20(b) *Factor dinámico de amplificación para el valle de México*
Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)

2

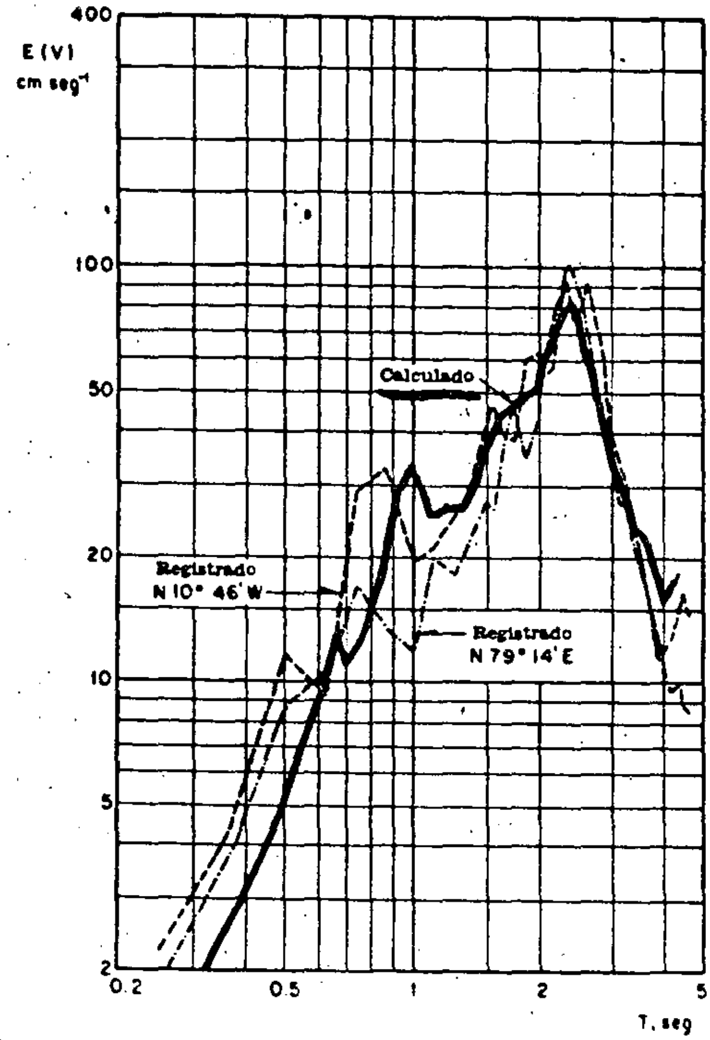
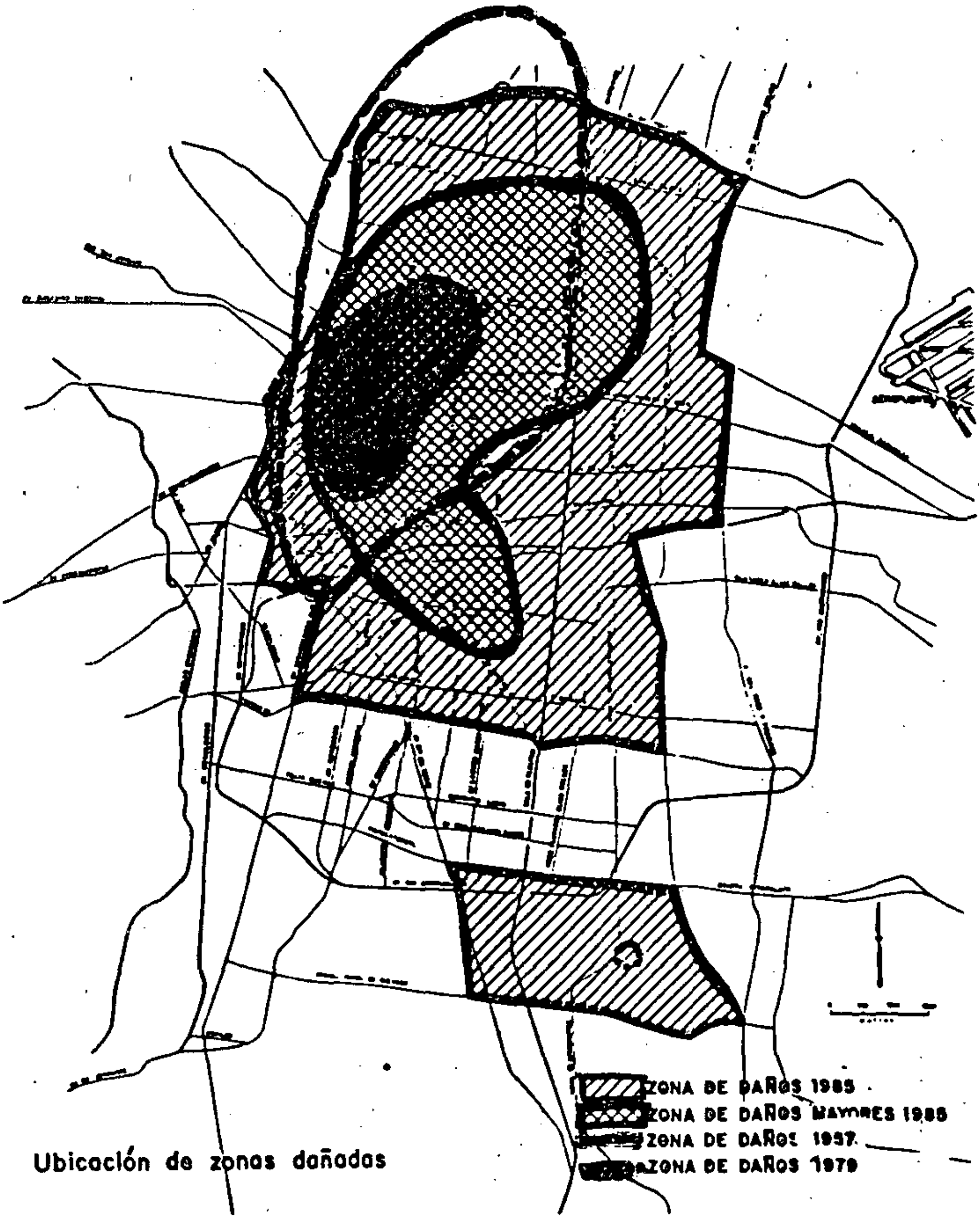


FIGURA 9.20(a) *Comparación de los espectros teóricos y reales, sismo del 11 de mayo de 1962, para $\zeta = 0.02$.* Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)



Ubicación de zonas dañadas

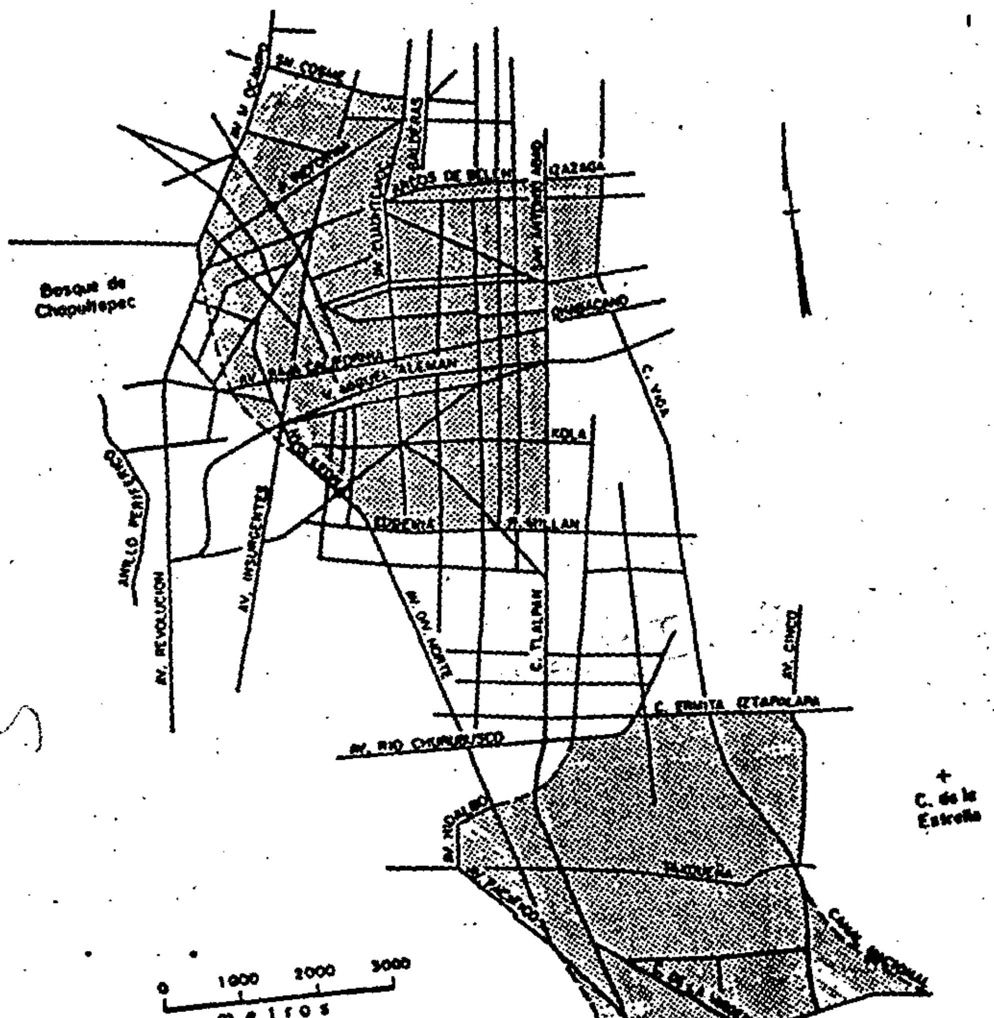


Fig 3.1 Subzonificación de la zona del lago y de la zona de transición

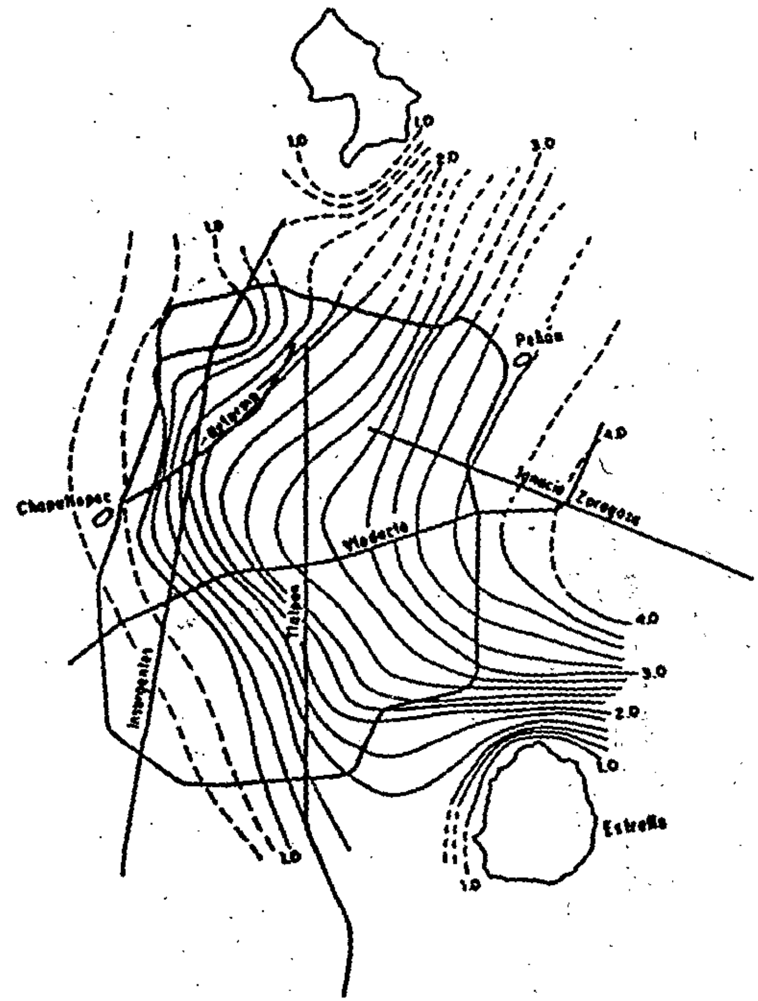


Fig. A4.1 Valores de T_s en segundos

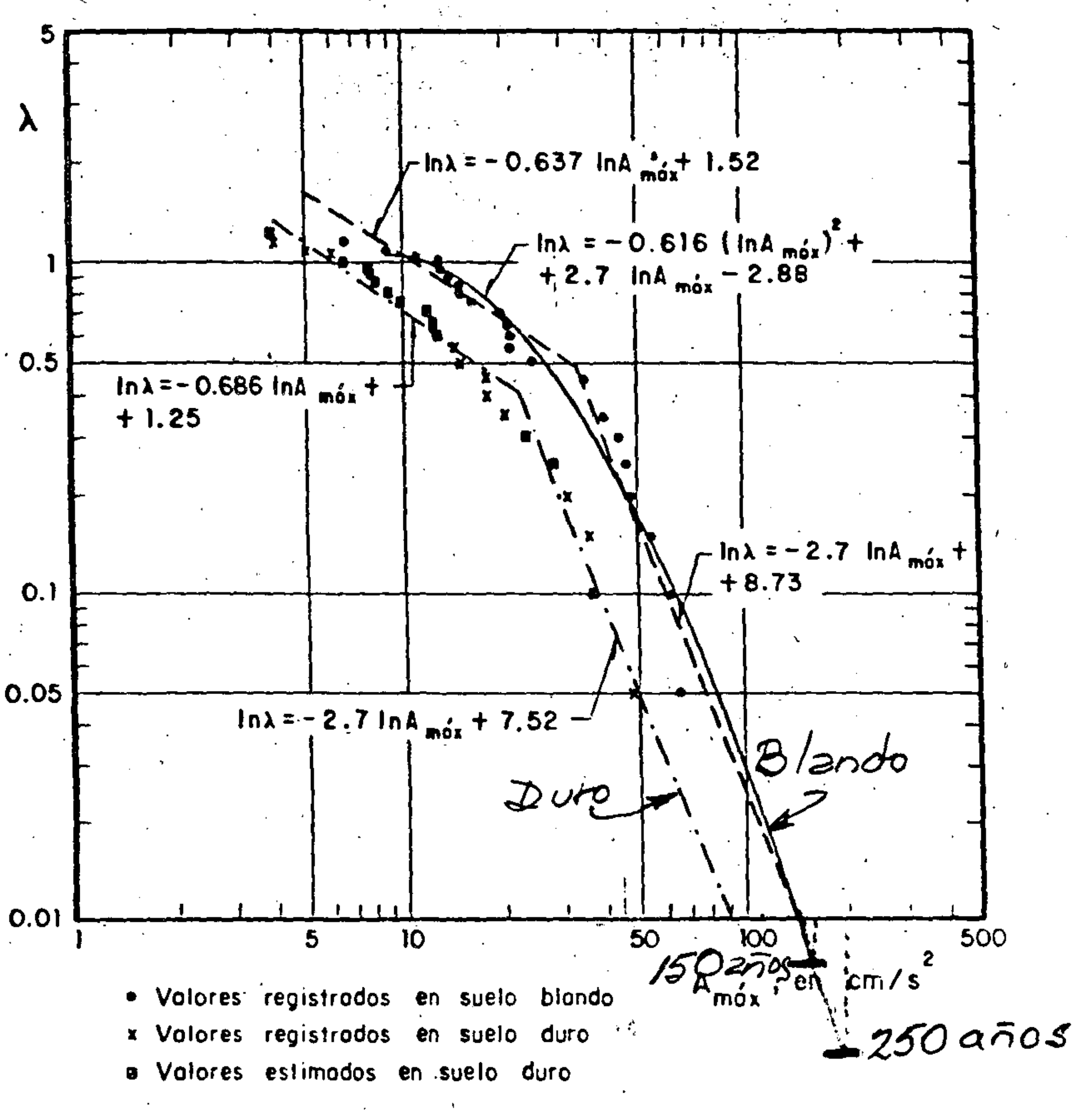


Fig 3.3 [redacted] Suelos blando y duro

ZONIFICACION DEL DISTRITO FEDERAL

ZONA I.	LOMERIOS FORMADOS POR ROCAS O SUELOS GENERALMENTE FIRMES QUE FUERON DEPOSITADOS FUERA DEL AMBIENTE LACUSTRE
ZONA II.	TRANSICION CONSTITUIDA PREDOMINANTEMENTE POR ESTRATOS ARENOSOS Y LIMO-ARENOSOS, INTERCALADOS CON CAPAS DE ARCILLA LACUSTRE ALTAMENTE COMPRESIBLE, DE ESPESOR VARIABLE ENTRE DECENAS DE CENTIMETROS Y POCOS METROS; EL ESPESOR ACUMULADO DE ESTAS CAPAS HASTA UNA PROFUNDIDAS DE 50M NO EXCEDE DE 10M.
ZONA III.	LACUSTRE, INTEGRADA POR POTENTES DEPOSITOS DE ARCILLA ALTAMENTE COMPRESIBLE, SEPARADOS POR CAPAS ARENOSAS CON CONTENIDO DIVERSO DE LIMO O ARCILLA

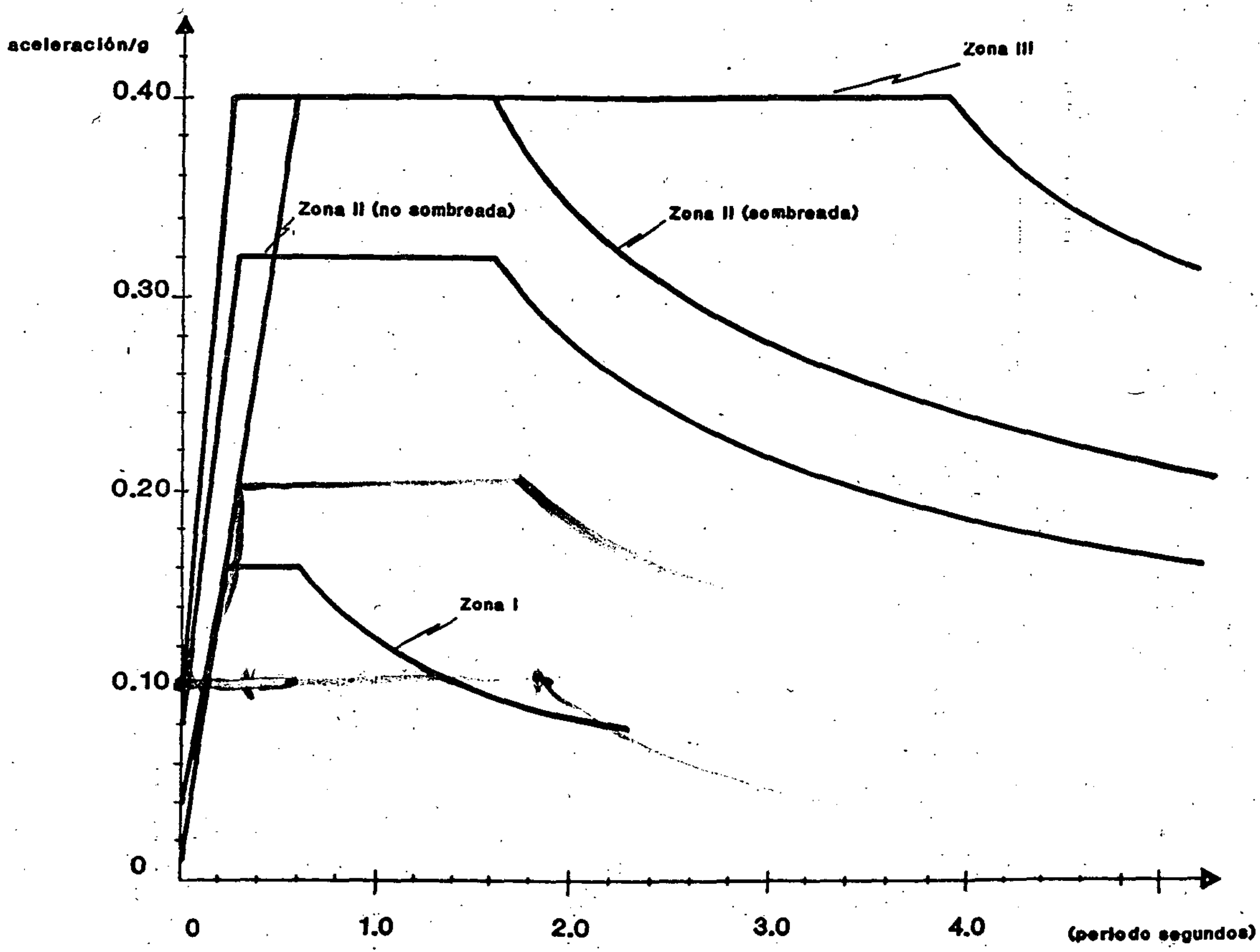
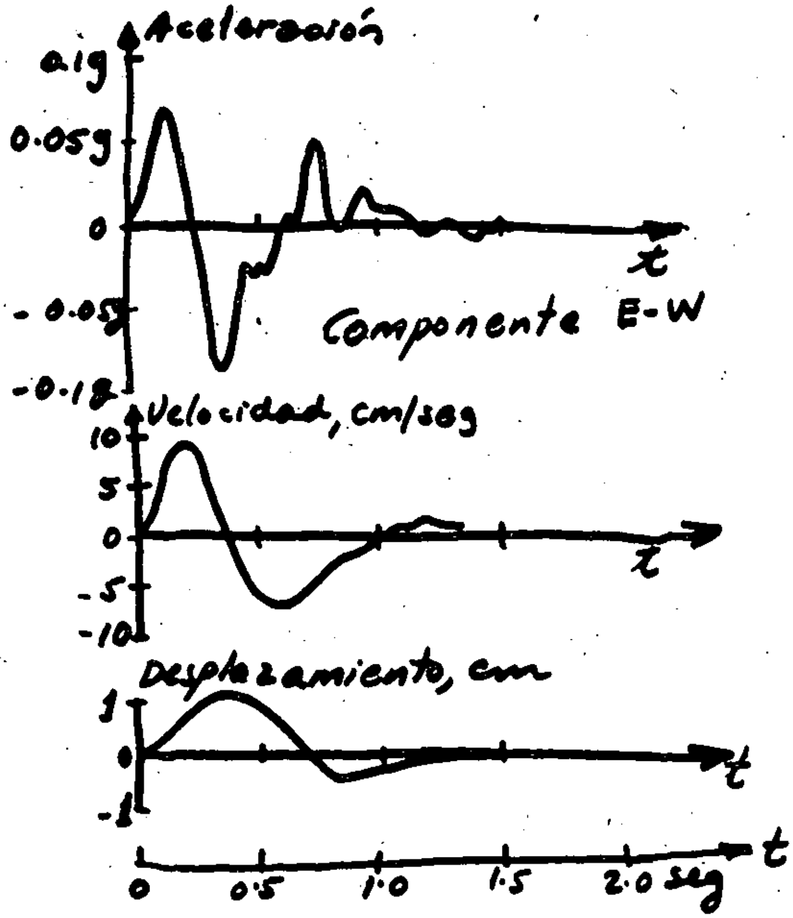


Fig. 6.1 Espectros de diseño elásticos, edificios grupo B



Temblor de Port Hueneme
18 marzo 1957

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2: "ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO"
Del 26 de junio al 2 de julio de 1992.

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON FUNDAMENTO EN EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF87)

ING. RAMON CERVANTES BELTRAN

JUNIO-JULIO-1992

CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FATULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

JUNIO DE 1992

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON FUNDAMENTO EN EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF87)

Ramón Cervantes Beltrán*

* Profesor, Facultad de Ingeniería, UNAM

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON FUNDAMENTO EN EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF87)

1. INTRODUCCION

Uno de los temas del Curso Internacional de Ingeniería Sísmica que cada año organiza la División de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería, UNAM, es la cuantificación de las fuerzas que un sismo de diseño le ocasiona a un edificio, de acuerdo con los métodos que recomienda algún código que refleje las experiencias del comportamiento de tales edificacions ante la ocurrencia sistemática de dichos fenómenos naturales de magnitudes significativas, como es el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal vigente (RCDF87).

El hablar de edificios implica una geometría muy especial (trabes, columnas, muros, losas, etc.) construída con determinados materiales (concreto, acero, mamposteria, etc.) que durante su vida útil va a estar sometida a una serie de solicitaciones que tiene que resistir, entre las que se cuenta las debidas a los sismos. Durante el desarrollo de la tecnología que conduce a construír edificaciones seguras y económicas, el ingeniero ha desarrollado una serie de métodos que involucran los conceptos señalados (geometría, material y cargas), que en conjunto conducen al concepto de estructura; y ,desde luego, que el concepto de cargas, a medida que se define con mayor precisión se tiene que relacionar cada vez mas con los otros dos (geometría y material).

El tratar de cuantificar a uno (fuerzas) de los tres conceptos que definen a las estructuras (geometría, material y fuerzas) independientemente de los modelos estructurales del cual forman parte, es prácticamente imposible sin involucrar hipótesis simplificadoras que necesariamente deben conducir a resultados conservadores.

Los métodos basados en hipotesis simplificadoras y modelos estructurales simplificados se utilizaron con mucha frecuencia cuando la herramienta para operarlos consistía únicamente, en calculadora, papel y lápiz. Todavía existen algunos métodos y modelos que aún se utilizan tanto con las herramientas originales como con las computadoras. Es necesario aclarar que la programación de estos métodos es menos integral que los que se desarrollaron para ser utilizados con una computadora.

En este tema se presentan los conceptos que permiten aplicar los métodos que el RCDF87 recomienda para la cuantificación de las fuerzas que un sismo de diseño le ocasiona a un edificio, a fin de determinar los elementos mecánicos y cinemáticos que dicho sismo de diseño provoca y poder así determinar los estados límites de falla y de servicio que el mismo RCDF87 establece para lograr un diseño racional de dichas edificaciones.

2. MODELACION ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES

De acuerdo con el análisis estructural, que es la teoría que involucra a los conceptos de geometría, material y cargas con las leyes de la mecánica newtoniana, se pueden construír modelos que son extraordinariamente simples o bién extraordinariamente refinados, según la herramienta de trabajo (calculadora, computadora, etc) de que se disponga para su manejo. Desde luego que los modelos refinados (grandes geometrías, fuerzas dinámicas, no linealidad geométrica, no linealidad del material, etc.) implican, necesariamente, el uso de la computadora.

Art 189 del RCDF87 establece que: Las fuerzas internas (elementos mecánicos) y las deformaciones (elementos cinemáticos) producidas por las acciones se determinarán mediante un análisis estructural realizado con un método reconocido que tome en cuenta las propiedades de los materiales ante el tipo de cargas que se consideren".

Las normas técnicas complementarias (NTC) para diseño y construcción de estructuras de concreto y de estructuras metálicas del RCDF87, establecen que dichas estructuras se pueden analizar con métodos que supongan un comportamiento elástico, lineal.

Con base en lo anterior el RCDF87 permite utilizar el modelo mas simple del análisis estructural: Material elástico lineal (material de Hooke), desplazamientos pequeños (tensor de deformaciones infinitesimales), que es un modelo matemático lineal basado en la teoría de la elasticidad lineal y la teoría de la mecánica de materiales.

2.1 Representación esquemática

A fin de tener una referencia de los elementos que definen a un edificio, en la Fig 2.1 se representa, de manera esquemática, a los siguientes elementos.

2.1.1 Elementos de la superestructura

De acuerdo con la Fig 2.1 los elementos que conforman a la superestructura son aquéllos que sobresalen del suelo en el que se apoya el edificio, y son:

a) Trabes (elementos barra tridimensionales contenidos en planos horizontales denominadas losas).
b) Columnas (elementos barras tridimensionales contenidos en planos verticales).
c) muros (elementos sólidos tridimensionales contenidos en uno solo o en varios planos verticales).
d) Losas (Elementos tridimensionales contenidos en planos horizontales, idealizados ya como diafragmas flexibles o bien como diafragmas rígidos).

Los elementos de la superestructura se construyen con materiales especificados y controlados por el ingeniero.

2.1.2 Elementos del suelo

El soporte de la estructura lo constituye el suelo, material de dos fase (fase sólida, denominada esqueleto, y fase fluída, generalmente agua y gas) construído de manera natural, por lo que el ingeniero ha desarrollado la tecnología apropiada para su modelación.

2.1.3 Elementos de la cimentación

Los elementos de la cimentación se construyen con materiales especificados y controlados por el ingeniero y pueden ser los siguientes.

a) Contratrabes (elementos barra tridimensionales contenidos en planos horizontales denominadas losas de cimentación, trabes de liga, etc.).
b) Zapatas aisladas o corridas (losas y contratrabes).
c) Muros verticales contenidos en planos verticales.
d) Losas y cascarones (elementos tridimensionales contenidos en una superficie).
e) Pilas y pilotes.

2.2 Elementos estructurales

Con base en los elementos estructurales de las edificaciones indicados de manera esquemática en la sección 2.1, en esta sección se resumen los conceptos formales de tales elementos estructurales en relación con su participación en la construción de las ecuaciones de equilibrio de la edificación.

El método mas versatil y poderoso para formular, resolver y manejar las ecuaciones de equilibrio de las estructuras, es el método de las rigideces o de los desplazamientos (para los elementos barras, asociados a las estructuras esqueletales o marcos) y el método del elemento finito en su formulación de los desplazamientos (para los elementos sólidos bidimensionales, placas planas y cascarones de las estructuras denominadas continuas). La versatilidad y poderío de los métodos anteriores están asociados a su adecuación al uso de las computadoras.

Las ecuaciones de equilibrio de los elementos estructurales se establecen en términos de los puntos nodales que se requieren para definir su geometría. A los puntos nodales de cada elemento finito le corresponden diferentes grados de libertad (número de componentes de desplazamiento lineales y agulares).

Para el caso de fuerzas estáticas, las ecuaciones de quilibrio de cada elemento estructural se puede escribir, de manera general, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{f}^{e} &= \vec{f}^{0} + \vec{k}\vec{u} \\ &= \vec{f}^{0} + \vec{f}^{u} \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde los vectores y la matriz de la ecuación anterior están asociados a los elementos mecánicos y cinemáticos de los puntos nodales del elemento estructural, y los nombres mas comunes que reciben son los siguientes.

$$\begin{aligned} \vec{f}^{e} &= \text{Vector de fuerzas equilibrantes} \\ \vec{f}^{0} &= \text{Vector de fuerzas de empotramiento} \\ \vec{f}^{u} = \vec{k}\vec{u} &= \text{Vector de fuerzas de desplazamiento} \\ \vec{k} &= \text{Matriz de rigideces} \\ \vec{u} &= \textit{Vector de desplazamientos} \end{aligned} \tag{2.2}$$

En las Ec 2.1 y 2.2 la magnitud y el número de los componentes de los vectores y de la matriz dependen del número de puntos nodales y de sus correspondientes grados de libertad que definen al elemento estructural.

2.2.1 Elementos barra

Son elementos tridimensionales para representar a trabes, columnas, contratrabes, pilas y pilotes (Fig 2.2). Geométricamente bastan dos puntos nodales que definen un eje (casi siempre recto) y sus secciones transversales (casi siempre constantes y, por tanto, con una basta). Sus ecuaciones de equilibrio se obtienen con base en la teoría de la mecánica de materiales y para su integración no se requiere del método del elemento finito (MEF), para las barras de eje recto y sección constante. A cada punto nodal se le consideran seis grados de libertad, tres lineales y tres angulares. Se presentan caso particulares como son las barras planas con tres grados de libertad por nudo (dos lineales y un angular), las barras de retícula de entrepiso con tres grados de libertad por nudo (uno lineal y dos angulares), las barras de armaduras (barras axiales o barras doblemente articuladas) con tres (tridimensionales) y dos (bidimensionales) grados de libertal por nudo (que son desplazamientos lineales, ya que los angulares son linealmente dependientes por corresponder a articulaciones). En general, los vectores tienen seis componentes.

2.2.2 Elementos sólidos bidimensionales (muros planos)

Son elementos tridimensionales que únicamente pueden soportar cargas y desplazamientos contenidos en su superficie media (plana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales) o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. A cada punto nodal normalmente se le asignan dos componentes de desplazamiento lineal. Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio contiñuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.3 Elementos placas planas (losas)

Son elementos tridimensionales que generalmente se utiizan para soportar cargas transversales a su superficie media (plana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales) o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. A cada punto nodal normalmente se le asignan tres componentes de desplazamiento (uno lineal y angulares). Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio continuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.4 Elementos cascarones (muros tridimensionales)

Son elementos tridimensionales que generalmente se utiizan para soportar tanto cargas transversales a su superficie media (losa) como cargas contenidas en su superficie (membrana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales) o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. Además de los tres componentes de desplazamiento correspondientes a los elementos losas se le adicionan los tres desplazamientos del elemento membrana(dos lineales contenidos en su superficie y uno angular normal a su superficie). Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio continuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.5 Diafragmas flexibles

Los diafragmas son elementos planos (en los edificios) que unen a varios elementos estructurales que los obliga a desplazarse en conjuto, como si fuera una membrana. Desde luego que existen desplazamientos relativos entre los elementos unidos por el diafragma. A cada punto nodal de los elementos estructurales contenido en el diafragma le coresponden dos desplazamientos lineales y un angular, que desde luego son independientes para cada punto nodal (Fig 2.2). Los diafragmas flexibles se modelan mediante el elemento finito cascarón del inciso 2.2.4.

2.2.6 Diafragmas rígidos

Cuando los desplazamientos relativos entre los elementos unidos por el diafragma (descrito en el inciso 2.2.5) son pequeños y se pueden considerar nulos, se dice que el diafragma es rígido y, por tanto, los desplazamientos de los puntos nodales contenidos en el diafragma son linealmente dependientes de los tres desplazamientos del diafragma (dos lineales y un angular). Desde luego que el número de desplazamientos independientes del diafragma rígido (únicamente tres, Fig 2.2)) resulta ser mucho menor que el correspondiente a los del diafragma flexible (seiss por el número de puntos nodales contenidos en dicho diafragma).

2.3 Modelos estructurales

Con el ensamble de los elementos estructurales descritos en el inciso 2.2 se puede construír una gran variedad de modelos estructurales que se pueden utilizar en el análisis estructural de los edificios. Independientemente de los elementos estructurales que participan en su ensamble, las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales sometidos a cargas estáticas resultan ser.

$$\vec{K}\vec{U} = \vec{F} \tag{2.3}$$

Los vectores y la matriz de los modelos estructurales dados por la Ec 2.3 se denominan.

El número de componentes de los vectores de la estructura (Ec 2.4)

$\vec{U}$ = Vector de desplazamientos de la estructura (desconocido)

$\vec{F}$ = Vector de fuerzas de la estructura (conocido) (2.4)

$\vec{\vec{K}}$ = Matriz de rigideces de la estructura (conocida)

es igual al número de componentes de desplazamiento (lineales y angulares) desconocidos, linealmente independientes, de los puntos nodales de la estructura (grados de libertad de la estructura). Los modelos estructurales mas comunes se describen a continuación.

2.3.1 Marcos tridimensionales

Es un modelo estructural formado esclusivamente con los elementos barras barra descritos en el inciso 2.2.1. Necesariamente debe contener barras tridimensionales, pero también pueden existir combinaciones de barras planas, barras de retícula de entrepiso y barras axiales.

2.3.2 Muros tridimensionales

Este modelo se construye con el ensamble de elementos sólidos bidimensionales (inciso 2.2.2), elementos placas planas (inciso 2.2.3) y elementos cascarones (inciso 2.2.4), según el tipo de carga que actúa en sus respectivas regiones.

2.3.3 Muromarcos tridimensionales

El modelo de muromarcos tridimensionales es una combinación de los modelos marcos tridimensionales y muros tridimensionales.

2.3.4 Marcos planos

Este modelo es un caso particular de los marcos tridimensionales y se obtiene mediante el ensamble de barras planas, por lo que su geometria y cargas están contenidas en un plano.

2.3.5 Muros planos

Este modelo es un caso particular de los muros tridimensionales y se obtiene mediante el ensamble de elementos sólidos bidimensionales, por lo que su geometria y cargas están contenidas en un plano.

2.3.6 Muromarcos planos

El modelo de muromarcos planos es una combinación de los modelos marcos planos y muros planos.

2.3.7 Rigideces de entrepiso (resortes)

Este modelo estructural únicamente sirve para simplificar el análisis de marcos planos ante fuerzas horizontales. Con algunas hipótesis simpificadoras se hace extensivo a muros planos y a muromarcos planos.

Como se muestra en la Fig 2.3, la estructura plana original (marco, muro o muromarco) se reemplaza por una estructura a base de resortes. La constante del resorte, denominada rigidez de entrepiso, se cuantifica de acuerdo con la siguiente expresión.

$$k_i = \frac{V_i}{\Delta u_i} = \text{Rigidez de entrepiso} \qquad (2.5)$$

Los elementos de la Ec 2.5 se muestran en la Fig 2.8 y se definen como.

$$\begin{aligned}
\Delta u_i &= \text{Desplazamiento relativo del i-ésimo entrepiso} \\
&= u_i - u_{i-1} \\
u_i &= \text{Desplazamiento horizontal del i-ésimo nivel} \qquad (2.6) \\
u_{i-1} &= \text{Desplazamiento horizontal del (i-1)-ésimo nivel} \\
V_i &= \text{Fuerza cortante del i-ésimo entrepiso}
\end{aligned}$$

Desde luego que en la Ec 2.5 no se conocen los desplazamientos horizontales de los niveles y para cuantificar los valores de las rigideces de entrepiso se hacen hipótesis respecto a los desplazamientos angulares y fuerzas cortantes en los entrepisos y niveles adyacentes (como es el caso de las fórmulas de Wilbur).

Por supuesto que las rigideces de entrepiso se pueden cuantificar mediante el uso de la computadora al estimar las fuerzas horizontales que actúan en las estructuras planas, pero resulta mucho menos eficiente que utilizar los métodos de análisis que existen y que fueron diseñados para ser manejados por una computadora.

2.4 Modelos estructurales para el análisis de edificios ante fuerzas sísmicas

Un concepto básico para cuantificar las fuerzas sismicas en las edificaciones es el modelo estructural utilizado. En este inciso se describen, de manera esquemática, los modelos estructurales que se utilizan en el análisis sísmico de las edificaciones.

2.4.1 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas flexibles

El modelo estructural del edificio se forma con los modelos estructurales correspondientes a marcos y muromarcos tridimensionales (incisos 2.3.1 y 2.3.3) unidos mediante un diafragma flexible (inciso 2.6), según se muestra en la Fig 2.4.

El número de ecuaciones de equilibrio está asociado a los componentes de desplazamiento (lineales y angulares) linealmente independientes de los puntos nodales del edificio, que aún para edificios relativamente pequeños resulta ser un número grande comparado comparado con otros modelos. Este modelo puede provocar problemas de aproximación debido a que la modelación de la rigidez en el plano del diafragma resulta ser muy grande.

Desde luego que este modelo estructural únicamente se puede manejar con una computadora y se construye al utilizar los programas de propósitos generales basados en el MEF (NISA, SAP90, etc.).

2.4.2 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos

Algunos programas de propósitos generales basados en el MEF (SAP90) contemplan la posibilidad de hacer que puntos nodales contenidos en un diafragma sean linealmente dependientes respecto a un punto (centro de masas). Esto obliga a que cada diafragma tenga tres grados de libertad, lo que reduce significativamente el número de ecuaciones que genera el modelo del inciso anterior (inciso 2.4.1) y elimina los problemas de aproximación debido a las rigideces grandes en el plano del diafragma.

2.4.3 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos(ETABS)

Existen programas de computadora de propósitos especiales (La sigla ETABS se refiere a: Extended Three dimensional Analysis of Building System) en los que se toma en cuenta las particularidades de los elementos que conforman a un edificio (muros, trabes, columnas, juntas, diafragma rígido).

La construcción de este modelo se basa en considerar a los marcos y muromarcos tridimensionales como una subestructura, según se observa en la Fig 2.5. De las ecuaciones de equilibrio de los marcos y muromarcos tridimensionales se condensan las ecuaciones de los grados de libertad que no están asociados a los tres desplazamientos del diafragma rígido, mediante un triangulación parcial. El número de ecuaciones de equilibrio de este modelo es igual a tres veces el número de diafragmas rígidos, que es mucho menor que el modelo descrito en el inciso 2.4.1 y también menor que el del inciso 2.4.2 en caso de existir muros en el edificio.

Al considerar varias subestructuras unidas con el diafragma rígido, existen elementos que forman parte de dos o mas subestructuras que, desde luego, se proporcionan desplazamientos independientes, a menos que se establezca un criterio que reduzca este problema característico de este modelo. Otra forma de evitar este problema es considear una sola subestructura que resulta del tamaño del edificio.

2.4.4 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos planos unidos con diafragmas rígidos (TABS)

Este modelo corresponde a la versión original del modelo anterior (inciso 2.4.3) en donde se utilizan como subestructuras a las estructuras planas (marcos, muros y muromarcos), somo se muestra en la Fig 2.6. La sigla TABS se refiere a: Three dimensional Analysis of Building System.

En este modelo siembre existe la incompatibilidad de los desplazamientos en los elementos comunes de las estructuras planas, a menos que se establezca un criterio que reduzca este problema.

2.4.5 Subestructuras formadas con rigideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos

Este modelo es una simplificación del modelo anterior (inciso 2.4.4) en donde las subestructuras resultan ser las rigideces de entrepiso asociadas a cada muro o muromarco, según se indica en la Fig 2.7.

Las rigideces de entrepiso se consideran que están orientadas en dos direcciones ortogonales que forman dos modelos estructurales (unidireccionales) independientes, según se muestra en la Fig 2.9. Los grados de libertad de cada modelo estructural independiente estan formados por los desplazamientos horizontales de cada diafragma en la dirección que le corresponde al modelo (el número de ecuaciones es igual al número de diafragmas rígidos).

Una vez calculadas las fuerzas sismicas asociadas a cada modelo unidireccional independiente, se procede a unir cada diafragma rígido aislado con las rigideces de entrepiso que les subyace y se le aplica la fuerza cortante de dicho entrepiso. La fuerza cortante es la que se distribuye entre las rigideces de entrepiso que subyacen al diafragma, al considerar el equilibrio de cada diafragma independiente de los demás.

Con la fuerza cortante que a cada rigidez de entrepiso le corresponde, se cuantifican las fuerzas sismicas de cada nivel, que son las que se aplican a las estructuras planas correspondientes a las rigideces de entrepiso (marcos, muros o muromarcos).

2.4.6 Método simplificado del RCDF87

En este método, las Normas Técnicas Complementarias (NTC) para diseño y construcción de estructuras de mampostería establece que, es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal e ignorar los efectos de torsión. Las fuerzas sísmicas con las que se obtienen las fuerzas cortantes se cuantifican de manera independiente del modelo estructural del edificio.

3. PARAMETROS QUE DEFINEN LA MAGNITUD DE LAS FUERZAS SISMICAS

A continuación se resumen los parámetros que el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF87) considera para cuantificar la magnitud de las fuerzas que un sismo de diseño ocasiona a una estructura.

3.1 Uso de las edificaciones

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que:

Art 174. Para los efectos de este Título (VI, Seguridad estructural de las construcciones) las construcciones se clasifican en los siguientes grupos:

I. GRUPO A. Construcciones cuya falla estructural podría causar:

La pérdida de un número elevado de vidas, o

Pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o

Que constituyen un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas,

Así como construcciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana como:

Hospitales y escuelas,
Estadios,
Templos,
Salas de espectáculos y hoteles que tengan salas de

reunión que pueden alojar mas de 200 personas;
Gasolinerías,
Depósitos de sustancias inflamables o tóxicas,
Terminales de transporte,
Estaciones de bomberos,
Subestaciones eléctricas y centrales telefónicas y de telecomunicaciones,
Archivos y registros públicos de especial importancia a juicio del DDF,
Museos,
Monumentos y
Locales que alojen equipo especialmente costoso

II. GRUPO B. Construcciones comunes destinadas a:

Vivienda,
Oficinas y locales comerciales,
Hoteles y
Construcciones comerciales e industriales no incluídas en el grupo A, las que se subdividen en:

a) SUBGRUPO B1. Construcciones de más de 30 m de altura o con más de 6,000 m² de área total construida, ubicadas en las zonas I y II según se define en el artículo 175, y
Construcciones de más de 15 m de altura o 3,000 m² de área total construída, en zona III, y

b) SUBGRUPO B2. Las demás de este grupo.

3.2 Coeficiente sísmico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene:

Art 206. El coeficiente sísmico, c, es el cociente de la fuerza cortante horizontal que debe considerarse que actúa en la base de la construcción por efecto del sismo (Vo) entre el peso de ésta sobre dicho nivel (Wo).

Con este fin se tomará como base de la estructura el nivel a partir del cual sus desplazamientos con respecto al terreno circundante comienzan a ser significativos. Para calcular el peso total se tendrán en cuenta las cargas muertas y vivas que correspondan según los capítulos IV Y V de este Título (VI).

El coeficiente sísmico para las construcciones clasificadas como grupo B en el artículo 174 se tomarán los siguientes valores:

Zona No.	Coeficiente sísmico (c)
I	0.16
II	0.32
III	0.40

A menos que se emplee el método simplificado de análisis en cuyo caso se aplicarán los coeficientes que fijen las NTC, y a excepción de las zonas especiales en las que dichas NTC especifiquen otros valores de c.

Para las estructuras del Grupo A se incrementará el coeficiente sísmico en 50 por ciento.

De acuerdo con lo anterior se puede escribir

$$c = \frac{V_0}{W_0} = \text{Coeficiente sísmico}$$

donde:

$$V_0 = \sum_{i=1}^{No\ niv} F_i = \text{Fuerza cortante en la base} \qquad (3.1)$$

$$W_0 = \sum_{i=1}^{No\ niv} W_i = \text{Peso de la construcción}$$

F_i = Fuerza sísmica en el i-ésimo nivel

W_i = Peso de la construcción en el i-ésimo nivel

3.3 Zonificación sísmica

De acuerdo con el RCDF87 se tiene

Art 175. Para fines de estas disposiciones, el DF se considera dividido en las zonas I, II y III, dependiendo del tipo de suelo.

Las características de cada zona y los procedimientos para definir la zona que corresponde a cada predio se fijan en el capítulo VII (Diseño de cimentaciones) de este Título (VI. Seguridad estructural de las construcciones).

Art 219. Para fines de este Título (VI) el DF se divide en tres zonas con las siguientes características generales:

Zona I. LOMAS, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o incrustados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena.

Zona II. TRANSICION, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad o menos, y que está constituída predominantemente por estratos arenosos y limoarenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros, y

Zona III. LACUSTRE, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros.

Los depósitos lacustras suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

La zona a que corresponda un predio se determinará a partir de las investigaciones que se realicen en el subsuelo del predio objeto de estudio, tal y como lo establecen las NTC. En caso de construcciones ligeras o medianas, cuyas características se definirán en dichas normas (NTC para cimentaciones) podrá determinarse la zona mediante el mapa incluído en las mismas (ver fig 1 NTC para cimentaciones), si el predio está dentro de la porción zonificada; los predios ubicados a menos de 200 m de las fronteras entre dos de las zonas antes descritas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

Art 220. La investigación del subsuelo del sitio mediante exploración de campo y pruebas de laboratorio debe ser suficiente para definir de manera confiable:

Los parámetros de diseño de la cimentación.
La variación de los mismos en la planta del predio.
Los procedimientos de construcción.
Además deberá ser tal que permita definir:

I. En la zona I a que se refiere el artículo 219 del RCDF, si existen en ubicaciones de interés materiales sueltos superficiales, grietas, oquedades naturales o galerías de minas, y en caso afirmativo su apropiado tratamiento, y.

II. En las zonas II y III del artículo mencionado en la fracción anterior, la existencia de restos arqueológicos, cimentaciones antiguas, grietas, variaciones fuertes de estratigrafía, historia de carga del predio o cualquier otro factor que pueda originar asentamientos diferenciales de importancia, de modo que todo ello pueda tomarse en cuenta en el diseño.

Las NTC para cimentaciones en su capítulo 2 (Investigaciones del subsuelo) establecen en la tabla I los requisitos mínimos para la investigación del subsuelo para las construcciones ligeras o medianas de poca extensión y con excavaciones someras, y para las construcciones pesadas, extensas o con excavaciones profundas.

Las NTC para sismo en su capítulo 3 (Espectros para diseño sísmico) establecen que el coeficiente, c, que se obtiene del Art 206 del RCDF87 salvo en la parte sombreada de la zona II (ver fig. 3.1 de dichas NTC) toma los ssiguientes valores:

$c = 0.4$ para las estructuras del grupo B, y

$c = 0.6$ para las estructuras del grupo A.

3.4 Condiciones de regularidad

De acuerdo con las NTC para el diseño por sismo, en su capítulo 6, para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

1. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.

2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.

3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.

4. En la planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la antrante o la saliente.

5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente .

6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren de posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

7. El peso de cada nivel, que incluye la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.

8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafracmas ortogonales y por trabes o losas planas.

10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.

11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_s, excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

NOTA: En el capítulo 4 (Reducción de fuerzas sísmicas) de las NTC para diseño por sismo (inciso 4.4.2 de estas notas) se especifica que: "... En el diseño sísmico de las estructuras que no satisfacen las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, se multiplicará por 0.8 el valor de Q'."

3.5 Factor de comportamiento sísmico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que

Art 207. Cuando se aplique el método estático o un método dinámico para análisis sísmico, podrán reducirse con fines de diseño las fuerzas sísmicas calculadas, empleando para ello los criterios que las NTC, en función de las características estructurales y del terreno. Los desplazamientos calculados de acuerdo con estos métodos, empleando las fuerzas sísmicas reducidas, deben multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico que marquen dichas Normas.

Los coeficientes que especifique las NTC para la aplicación del método simplificado de análisis tomarán en cuenta todas las reducciones que procedan por los conceptos mencionados. Por ello las fuerzas sísmicas calculadas por este método no deben sufrir reducciones adicionales.

De acuerdo con las NTC para sismo del RCDF87 en su capítulo 5, los valores de los factores del comportamiento sísmico, Q, se especifican a continuación:

I. Se usará Q=4 cuando se cumplan los requisitos siguientes:

1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente
   Por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien
   Por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.

2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma espoecificada en el caso I del artículo 204 del RCDF87, éstos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.

3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuír a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso I a que se refiere el artículo 204 del Reglamento.

4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas técnicas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.

5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas técnicas complementarias correspondientes.

II. Se adoptará Q=3 cuando se satisfacen las condiciones 2,4 y 5 del caso I y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 ó 3 especificadas para el caso I pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada:

Por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas,
Por marcos rígidos de acero,
Por marcos de concreto reforzado,
Por muros de concreto reforzado,
Por combinaciones de muros de concreto reforzado y por marcos o por diafragmas de madera contrachapada.

Las estructuras con losas planas deberán cumplir los requisitos que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

III. Se usará Q=2 cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada

Por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado,
Por marcos de acero o de concreto reforzado, contraventeados o no,
Por muros o columnas de concreto reforzado,

que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por los casos I y II de esta sección, o

Por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dalas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas técnicas complementarias respectivas, o diafragmas construidos con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza.

También se usará Q=2 cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con la excepciones que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

IV. Se usará Q=1.5 cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos

Por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas técnicas complementarias respectivas, o
Por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos II y III, o por marcos y armaduras de madera.

V. Se usará Q=1 en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento del Distrito Federal, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.

En todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.

El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

3.5.1 Condiciones para marcos dúctiles de concreto

Con base en los puntos I.4 y II del inciso 3.5, se reproduce el Capítulo 5, Marcos dúctiles, de las NTC para diseño y construción de estructuras de concreto del RCDF87.

3.5.1.1 Requisitos generales

Los requisitos de este capítulo se aplican a marcos colados en el lugar, diseñados por sismo con un factor de comportamiento sísmico, Q=4. También se aplican a los marcos de estructuras coladas en el lugar diseñadas con Q=4, formadas por marcos y muros de concreto reforzado que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluír el inciso b) de esa sección, o marcos y contravientos que cumplan con el inciso 4.6 (de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), en las que la fuerza cortante resistida por los marcos sea, al menos, el 50 porciento de la total y, asímismo, a los marcos de estructuras coladas en el lugar, diseñadas con Q=3 y formadas por marcos y muros o contravientos que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluír el inciso b) de esa sección, o marcos y contravientos que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluír el inciso b) de esa sección, o el inciso 4.6 (de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), en las que la fuerza cortante resistida por los marcos sea menor que el 50 porciento de la total. En todos los casos anteriores, los requisitos se aplican también a los elementos estructurales de la cimentación.

Sea que la estructura esté formada sólo de marcos o de marcos y muros o contravientos, ningún marco se debe diseñar para resistir una fuerza cortante horizontal menor que el 25 porciento de la que le correspondería si trabajara aislado del resto de la estructura.

La resistencia especificada del concreto, f'_c, no debe ser menor de 200 kg/cm^2.

Las barras de refuerzo deben ser corrugadas de grado no mayor que el 42 y deben cumplir con los requisitos de las normas NOM-B6. Además, las barras longitudinales de vigas y columns deben tener fluencia definida, bajo un esfuerzo que no exceda al esfuerzo de fluencia especificadoen mas de 1300 kg/cm^2, y su resistencia real debe ser, al menos, igual a 1.25 veces su esfuerzo real de fluencia.

Se deben aplicar las disposiciones de estas normas (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87) que no se modifiquen en este capítulo.

3.5.1.2 Miembros a flexión

Los requisitos de este inciso se aplican a miembros principales que trabajan esencialmente a flexión. Se incluyen vigas y aquellas columns con cargas axiales pequeñas, tales que.

$$P_u \leq 0.1 A_g f'_c \qquad (3.2)$$

3.5.1.2.1 Requisitos geométricos

a) El claro libre no debe ser menor que cuatro veces el peralte efectivo.

b) En sistemas de viga y losa monolítica, la relación entre la separación de apoyos que eviten el pandeo lateral y el ancho de la viga no debe exceder de 30.

c) La relación entre el peralte y ancho no debe ser mayor que 3.

d) El ancho de la viga no debe ser menor de 25 cm, ni debe exceder al ancho de las columnas a las que llega.

e) El eje de la viga no debe separsrse horizontalmente del eje de la columna mad de un décimo de la dimensión transversal de la columna normal a la viga.

3.5.1.2.2 Refuerzo longitudinal

En toda sección se debe disponer de refuerzo tanto en el lecho inferior como en el superior. En cada lecho el área de refuerzo no debe ser menor que.

$$0.7\sqrt{f'_c}\frac{bd}{f_y} \qquad (3.3)$$

y debe constar, al menos, por dos barras corridas de 12.7 mm de diámetro (No 4). El área de acero a tensión no debe exceder del 75 por ciento de la correspondiente a la falla balanceada de la sección.

El momento resistente positivo en la unión con un nudo no debe ser menor que la mitad del momento resistente negativo que se suministre en esa sección. En ninguna sección a lo largo del miembro el momento resistente negativo, ni el resistente positivo, deben ser menores que la cuarta parte del máximo momento resistente que se tenga en los extremos.

En las barras para flexión se permiten traslapes solo si en la longitud del traslape se suministra refuerzo transversal de confinamiento (refuerzo helicoidal o estribos cerrados); el paso o la separación de este refuerzo no debe ser mayor que 0.25 d, ni que 10 cm. Las uniones por traslapes no se permiten en los casos siguientes:

a) Dentro de los nudos
b) En una distancia de dos veces el peralte del miembro, medida desde el paño del nudo, y
c) En aquellas zonas donde el análisis indique que se forman articulaciones plásticas.

Con el refuerzo longitudinal pueden formarse paquetes de dos barras cada uno.

Se permiten uniones soldadas o con dispositivos mecánicos, que cumplan con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), a condición de que en toda sección de unión, cuando mucho, se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre sí menos de 60 cm en la dirección longitudinal del miembro.

3.5.1.2.3 Refuerzo transversal para confinamiento

Se deben sumministrar estribos cerrados de, al menos, 7.9 mm de diámatro (No 2.5) que cumplan con los requisitos de los párrafos que siguen, en las zonas siguientes:

a) En cada extremo del miembro sobre una distancia de dos peraltes medida a partir del paño del nudo, y
b) En la porción del elemento que se halle a una distancia igual a dos peraltes (2h) de toda sección donde se suponga, o el análisis lo indique, que se va a formar una articulación plástica (si la articulación se forma en una sección intermedia, los dos peraltes se deben tomar a cada lado de la sección).

Como opción, las columnas pueden dimensionarse con los momentos y fuerzas axiales de diseño obtenidos del análisis, si el factor de resistencia por flexocompresión se le asigna el valor de 0.6.

3.5.1.3.3 Refuerzo longitudinal

La cuantía del refuerzo longitudinal, p, debe satisfacer la siguiente condición.

$$0.01 \leq p \leq 0.04 \qquad (3.7)$$

Solo se deben formar paquetes de dos barras.

El traslapa de barras longitudinales solo se permite en la mitad del elemento; estos traslapes deben cumplir con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87). Las uniones soldadas o con dispositivos mecánicos que cumplan con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), pueden usarse en cualquier localización con tal de que en una misma sección cuando mas se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre si menos de 60 cm en la dirección longitudinal del miembro.

El refuerzo longitudinal debe cumplir con las disposiciones del inciso 3 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87) que no se modifican en este inciso.

3.5.1.3.4 Refuerzo transversal

Debe cumplirse con los requisitos del inciso 3.3 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87) y los del inciso siguiente (inciso 3.5.1.3.5), y con los requisitos mínimos que aquí se establecen. No debe ser de grado mayor que el 42.

Se debe suministrar el refuerzo transversal mínimo que se especifica enseguida en ambos extremos de la columna, en una longitud no menor que.

a) La mayor dimensión transversal de ésta
b) Un sexto de su altura libre
c) 60 cm

En la parte inferior de columnas de planta baja este refuerzo debe llegar hasta media altura de la columna, y debe continuarse dentro de la cimentación, al menos, una distancia igual a la longitud de desarrollo en compresión de la barra mas gruesa (en los nudos se debe cumplir con los requisitos del inciso 3.5.1.4 que se indican posteriormente.

a) En columnas de núcleo circular, la cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal o de estribos circulares, P_s, debe cumplir con la siguiente relación.

$$p_s \geq 0.45\left(\frac{A_g}{A_c} - 1\right)\frac{f_c'}{f_y}$$

$$p_s \geq 0.12\frac{f_c'}{f_y} \qquad (3.8)$$

b) En columnas de núcleo rectangular, la suma de las áreas de estribos y grapas, A_{sh}, en cada dirección de la sección de la columna debe cumplir con la relación.

$$A_{sh} \geq 0.3\left(\frac{A_g}{A_c} - 1\right)\frac{f_c'}{f_y}sh_c$$

$$A_{sh} \geq 0.12\frac{f_c'}{f_y}sh_c \qquad (3.9)$$

donde:

A_c = Area tranvsversal del nucleo, hasta la orilla exterior del refuerzo transversal

A_c = Area tranvsversal de la columna

f_y = Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

h_c = Dimensión del núcleo, normal al refuerzo de área A_{sh}

s = Separación del refuerzo transversal (3.10)

Este refuerzo transversal debe estar formado por estribos de una pieza, sencillos o sobrepuestos, de diámetro no menor que 9.5 mm (No 3) y rematados como se indica en el inciso 3.5.1.2.3. Puede complementarse con grapas del mismo diámetro que los estribos, espaciados igual que éstos a lo largo del miembro. Cada extremo de una grapa debe abrazar a una barra longitudinal de la periferia con doblez de 135 grados, seguido de un tramo recto de, al menos, 10 diámetros de la grapa.

La separación del refuerzo transversal no debe exceder de la cuarta parte de la menor dimensión transversal del elemento, ni de 10 cm.

La distancia centro a centro, transversal al eje del miembro, enre ramas de estribos sobrepuestos no debe ser mayor de 45 cm, y entre grapas y ramas de estribos sobrepuestos no debe ser mayor de 25 cm. Si el refuerzo consta de estribos sencillos, la mayor dimensión de éstos no debe exceder de 45 cm.

En el resto de la columna el refuerzo transversal debe cumplir con los requisitos del inciso 3 (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87).

3.5.1.3.5 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos a flexocompresión se deben dimensionar de manera que no fallen por fuerza cortante antes que se formen las articulaciones plásticas en las vigas. Para ello la fuerza cortante de diseño se debe obtener del equilibrio del elemento en su altura libre al suponer en cada extremo un momento igual a la mitad de $1.5\Sigma M_g$ (definida en la sección 3.5.1.3.2. En el extremo inferior de columnas de planta baja se debe usar el momento resistente de diseño de la columna obtenido con la carga axial de diseño que conduzca al mayor momento resistente. En el extremo superior de columnas del último entrepiso se debe usar $1.5\Sigma M_g$.

Cuando las columnas se dimensionen por flexocompresión con el procedimiento optativo incluído en el inciso 3.5.1.3.2, el dimensionamiento por fuerza cortante se debe realizar a partir de la fuerza de diseño obtenida del análisis, y utilizar un factor de resistencia igual a 0.5.

En elementos a flexocompresión en que la fuerza axial de diseño, incluyendo los efectos del sismo, sea menor que $A_g f'_c/20$, al calcular el refuerzo para fuerza cortante, si la fuerza cortante de diseño causada por el sismo es igual o mayor que la mitad de la fuerza cortante de diseño calculada según los párrafos anteriores, se puede despreciar la contribución del concreto V_c.

El refuerzo para fuerza cortante debe estar formaddo por estribos cerados, de una pieza, rematados como se indica en el inciso 3.5.1.2.3, o por hélices continuas, ambos de diámetros no menor que 9.5 mm (No 3) y de grado no mayor que el 42.

3.5.1.4 Uniones viga-columna

3.5.1.4.1 Requisitos generales

Las fuerzas que intervienen en el dimensionamiento por fuerza cortante de la unión se deben determinar al suponer que el esfuerzo de tensión en las barras longitudinales de las vigas que llegan a la unión es $1.25\ f_y$.

El refuerzo longitudinal de las vigas que llegan a la unión debe pasar dentro del núcleo de la columna.

En los planos estructurales deben incluírse dibujos, acotados y a escala, del refuerzo en las uniones viga-columna.

Una unión viga-columna o nudo se define como aquella parte de la columna comprendida en el peralte de las vigas que llegan a ella.

3.5.1.4.2 Refuerzo transversal

En un nudo debe suministrarse el refuerzo transversal mínimo especificado en el inciso 3.5.1.3.4. Si el nudo está confinado por cuatro trabes que llegan a él y el ancho de cada una es, al menos, igual a 0.75 veces el ancho respectivo de la columna, puede usarse la mitad del refuerzo transversal mínimo.

3.5.1.4.3 Resistencia a fuerza cortante

Se debe admitir revisar la resistencia del nudo a fuerza cortante en cada dirección principal de la sección en forma independiente. La fuerza cortante se debe calcular en un plano horizontal a media altura del nudo.

En nudos confinados como se dice en el inciso 3.5.1.4.2, la resistencia de diseño a fuerza cortante se debe tomar igual a

$$5.5F_R\sqrt{f_c^*}\; b_e h \qquad (3.11)$$

En otros nudos se debe tomar igual a.

$$4.5F_R\sqrt{f_c^*}\; b_e h \qquad (3.12)$$

b_e es el ancho efectivo del nudo
h es la dimensión transversal de la columna en la dirección de la fuerza.

El ancho b_e debe tomar igual al promedio del ancho de la o las vigas consideradas y la dimensión transversal de la columna normal a la fuerza, pero no mayor que el ancho de la o las vigas mas h.

3.5.1.4.4 Anclaje del refuerzo

Toda barra de refuerzo longitudinal de vigas que termine en un nudo debe prolongarse hasta la cara lejana del núcleo de la columna y rematarse con un doblez a 90 grados, seguido de un tramo recto no menor de 12 diámetros. La sección crítica para revisar el anclaje de estas barras debe ser el plano externo del núcleo de la columna. La revisión se debe efectuar de acuerdo con la sección 3.1.1c (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), donde es suficiente usar una longitud de desarrollo del 90 por ciento de la allí determinada.

Los diámetros de las barras de vigas y columnas que pasen rectos a través de un nudo deben seleccionarse de modo que cumplan las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} h(columna)/d_b(barras\ de\ viga) &\geq 20 \\ h(viga)/d_b(barras\ de\ columna) &\geq 20 \end{aligned} \qquad (3.13)$$

donde h(columna) es la dimensión transversal de la columna en la dirección de las barras de viga consideradas.

Si en la columna superior del nudo se cumple que:

$$\frac{P_u}{A_g f_c'} \geq 0.3 \qquad (3.14)$$

se puede tomar la relación siguiente:

$$h(viga)/d_b(barras\ de\ columna) \geq 15 \qquad (3.15)$$

La relación dada por la Ec 3.15 también es suficiente cuando en la estructura los muros de concreto reforzado resisten más del 50 por ciento de la fuerza lateral total.

3.5.1.5 Sistemas losa plana-columnas para resistir sismo

Si la altura de la estructura no excede de 20 m y, además, existen al menos tres crujías en cada dirección o jay trabes de borde, para el diseño por sismo se puede usar Q=3; también puede aplicarse este valor cuando el sistema se combine con muros de concreto reforzado que cumplan con 4.5.2, incluyendo el inciso b de esa sección (NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87), y que resistan no menos del 75 por ciento de la fuerza lateral. Cuando no se satisfagan las condiciones anteriores, se debe usar Q=2. Con relación a los valores de Q, debe cumplirse, además, con los correspondientes incisos anteriores (que es el Cap 5 de las NTC para diseño y construcion de estructuras de concreto del RCDF87). En todos los casos se deben respetar las disposiciones siguientes:

I Las columnas deben cumplir con los requisitos de 3.5.1.3 para columnas de marcos dúctiles, excepto en lo referente al dimensionamiento por flexocompresión, el cual sólo se debe realizar mediante el procedimiento optativo que se establece en el inciso 3.5.1.3.2.

II Las uniones losa-columna deben cumplir con los requisitos de 3.5.1.4 para uniones viga-columna, con las salvedades que siguen:

No es necesaria la revisión de la resistencia del nudo a fuerza cortante, sino basta cumplir con el refuerzo transversal prescrito en 3.5.1.4.2 para nudos confinados.

Los requisitos de anclaje de 3.5.1.4.4 se deben aplicar al refuerzo de la losa que pase por el núcleo de una columna. Los diámetros de las barras de la losa y columnas que pasen rectas a través de un nudo deben seleccionarse de modo que se cumplan las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} h(\mathit{columna})/d_b(\mathit{barras\ de\ losa}) &\geq 20 \\ h(\mathit{losa})/d_b(\mathit{barras\ de\ columna}) &\geq 15 \end{aligned} \qquad (3.16)$$

donde h(columna) es la dimensión transversal de la columna en la dirección de las barras de losa consideradas.

3.5.2 Condiciones para estructuras dúctiles de acero

Con base en los puntos I.4 y II del inciso 3.5, se reproduce el Capítulo 11, Estructuras dúctiles, de las NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87.

3.5.2.1 Alcance

En este capítulo se indican los requisitos que deben cumplirse para que puedan adoptarse valores del factor de comportamiento sísmico Q iguales a 4.0 o 3.0.

3.5.2.2 Marcos dúctiles

3.5.2.2.1 Requisitos generales

Se indican aquí los requisitos que debe satisfacer un marco rígido de acero estructural para ser considerado un marco dúctil. Estos requisitos se aplican a marcos rígidos diseñados con un factor de comportamiento sísmico Q igual a 4.0 o a 3.0, que formen parte de sistemas estructurales que cumplan las condiciones enunciadas en el capítulo 5, partes I y II, de las NTC para diseño por sismo, necesarias para utilizar ese valor del factor de comportamiento sísmico.

Tanto en los casos en que la estructura está formada sólo por marcos como por aquellos en que está compuesta por marcos y muros o contravientos, cada uno de los marcos se debe diseñar para resistir, como mínimo, fuerzas horizontales iguales al 25 por ciento de las que le corresponderían si trabajase aislado del resto de la estructura.

La gráfica esfuerzo de tensión-deformación del acero empleado debe tener una zona de cedencia, de deformación creciente bajo esfuerzo prácticamente constante, correspondiente a un alargamiento máximo no menor de uno por ciento, seguida de un endurecimiento por deformación. El alargamiento correspondiente a la ruptura no debe ser menor de 20 por ciento.

3.5.2.2.2 Miembros en flexión

Los requisitos de esta sección se aplican a miembros principales que trabajan esencialmente en flexión. Se incluyen vigas y columnas con cargas axiales pequeñas, tales que P_u no exceda de $P_y/10$.

3.5.2.2.2.1 Requisitos geométricos

Todas las vigas deben ser de sección transversal I o rectangular hueca, excepto en los casos cubiertos en el inciso 3.5.2.2.5.

El claro libre de las vigas no debe ser menor que cinco veces el peralte de su sección transversal, ni el ancho de sus patines mayor que el ancho del patín o el peralte del alma de la columna con la que se conecten.

El eje de las vigas no debe separarse horizontalmente del eje de las columnas más de un décimo de la dimensión transversal de la columna normal a la viga.

Las secciones transversales de las vigas deben ser tipo 1, de manera que han de satisfacer los requisitos geométricos que se indican en los incisos 2.3.1 y 2.3.2 (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87). Sin embargo, se permite que la relación ancho/grueso del alma llegue hasta $5300/\sqrt{F_y}$ si en las zonas de formación de articulaciones plásticas se toman las medidas necesarias (refuerzo del alma mediante atiesadores transversales o placas adosadas a ella, soldadas adecuadamente) para impedir que el pandeo local se presente antes de la formación del mecanismo de colapso.

Además, las secciones transversales deben tenes dos ejes de simetría, una vertical, en el plano en que actúan las cargas gravitacionales, y otro horizontal. Cuando se utilicen cubreplacas en los patines para aumentar la resistencia del perfil, deben conservarse los dos ejes de simetría.

Si las vigas están formadas por placas soldadas, la soldadura entre almas y patines debe ser continua en toda la longitud de la viga, y en las zonas de formación de articulaciones plásticas debe ser capaz de desarrollar la resistencia total en cortante de las almas.

Cuando se empleen vigas de resistencia variable, ya sea por adición de cubreplacas en algunas zonas o porque su peralte varíe a lo largo del claro, el momento resistente nunca debe ser menor, en ninguna sección, que la cuarta parte del momento resistente máximo, que se tendrá en los extremos.

En estructuras soldadas deben evitarse los agujeros, siempre que sea posible, en ls zonas de formación de articulaciones plásticas. En estructuras atornilladas o remachadas, los agujeros que sean necesarios en la parte del perfil que trabaje en tensión se deben punzar a un diámetro menor y se agrandan después, hasta darles el diámetro completo, con un taladro o un escarificador. este mismo procedimiento se debe seguir en estructuras soldadas, si se requieren agujeros para montaje o con algún otro objeto. Para los fines de los dos párrafos anteriores, las zonas de formación de articulaciones plásticas se consideran de longitud igual a un peralte, en los extremos de las vigas, y a dos peraltes, medido s uno a cada lado de la sección en la que aparece, en teoría, la articulación plástica, en zonas intermedias.

En aceros cuyo esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión, F_u, es menor 1.5 veces el esfuerzo de fluencia mínimo garantizado, F_y, no se debe permitir la formación de articulaciones plásticas en zonas en que se haya reducido el área de los patines, ya sea por agujeros para tornillos o por cualquier otra causa.

No se deben hacer empalmes de ningún tipo, en las vigas propiamente dicha o en sus cubreplacas, en zonas de formación de articulaciones plásticas.

3.5.2.2.2.2 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos que trabajan principalmente en flexión se deben dimensionar de manera que no se presenten fallas por cortante antes de que se formen las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtiene del equilibrio del miembro entre las secciones en que se forman las articulaciones plásticas, en los que se supone que actúan momentos del mismo sentido y de magnitudes iguales a los momentos plásticos resistentes del elemento en esas secciones, sin factores de redución, y evaluados al tomar el esfuerzo de fluencia del material igual a 1.25 F_y. Al plantear la ecuación de equilibrio para calcular la fuerza cortante se deben tener en cuenta las cargas transversales que obran sobre el miembro, multiplicadas por el factor de carga.

Como una opción se permite hacer el dimensionamiento al tomar como base las fuerzas cortantes de diseño obtenidas en el análisis, pero utilizar un factor de resistencia F_R igual a 0.7, en lugar del valor de 0.9 especificado en el artículo 3.3.3 (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87).

Las articulaciones plásticas se forman, en la mayoría de los casos, en los extremos de los elementos que trabajan en flexión. Sin embargo, hay ocasiones frecuentes en las vigas de los niveles superiores de los edificios, en que una de ellas se forma en la zona central del miembro. Cuando esto suceda, la fuerza cortante debe evaluarse al tener en cuenta la posición real de la articulación plástica.

3.5.2.2.2.3 Contraventeo lateral

Deben soportarse lateralmente todas las secciones transversales de las vigas en las que puedan formarse articulaciones plássticas asociadas con el mecanismo de colapso. Además, la distancia entre cada una de estas secciones y la siguiente sección soportada lateralmente no debe ser mayor que la dada a continuación.

$$L_p = 1250\frac{r_y}{\sqrt{F_y}} \qquad (3.17)$$

Este requisito se aplica a un solo lado de la articulación plástica cuando ésta se forma en un extremo de la viga, y en ambos lados cuando aparece en una sección intermedia. La expresión anterior es válida para vigas de sección transversal I o H, flexionadas alrededor de su eje de mayor momento de inercia.

En zonas que se conservan en el intervalo elástico al formarse el mecanismo de colapso, la separación entre puntos no soportados lateralmente puede ser mayor que la indicada en el párrafo anterior, pero no debe esceder el valor de L_u , calculado de acuerdo con el inciso 3.3.2.2 (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87).

Los elementos de contraventeo deben proporcionar soporte lateral, directo o indirecto, a los dos patines de las vigas. Cuando el sistema de piso proporcione soporte lateral al patín superior, el desplazamiento lateral del patín inferior puede evitarse por medio de atiesadores verticales de rigidez adecuada, soldados a los dos patines y al alma de la viga.

3.5.2.2.3 Miembros en flexocompresión

Los requisitos de esta sección se aplican a miembros que trbajan en flexocompresión, en los que la carga axial de diseño, P_u, es mayor que P_u/10. La mayoría de estos miembros son columnas, pero pueden ser de algún otro tipo; por ejemplo, vigas que forman parte de crujías contraventeadas de marcos rígidos han de diseñarse, en general, como elementos flexocomprimidos.

3.5.2.2.3.1 Requisitos geométricos

Si la Sección transversal es rectangular hueca, la relación de la mayor a la menor de sus dimensiones exteriores no debe exceder de 2 y la dimensión menor debe ser mayor o igual a 20 cm.

Si la sección transversal es H, el ancho de los patines no debe ser mayor que el peralte total, la relación peralte-ancho del patín no debe exceder de 1.5, y el ancho de los patines debe ser mayor o igual a 20 cm.

La relación de esbeltez máxima de las columnas no debe exceder de 60.

3.5.2.2.3.2 Resistencia mínima en flexión

La resistencia en flexión de las columnas que concurren a un nudo deben satisfacer la condición dada por la Ec 5.8.5 del inciso 5.8.5 (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87), con las excepciones que se indican en este inciso.

Como una opción, se permite hacer el dimensionamiento al tomar como base los elementos mecánicos de diseño obtenidos en el análisis, y reducir el factor de resistencia F_R utilizado en flexocompresión de 0.9 a 0.7.

3.5.2.2.3.3 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos flexocomprimidos se deben dimensionar de manera que no fallen prematuramente por fuerza cortante. Para ello, la fuerza cortante de diseño se otiene del equilibrio del miembro, al considerar su longitud igual a la altura libre y suponer que en sus extremos obran momentos del mismo sentido y de magnitud igual a los momentos máximos resistentes de las columnas en el plano de estudio, que valen $Z_c(F_{yc}-f_a)$. El significado de las literales que aparecen en esta expresión se explica con referencia a la Ec 5.8.5 del inciso 5.8.5 (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87).

Cuando las columnas se dimensionen por flexocompresión con el procedimiento optativo del inciso 3.5.2.2.3.2, la revisión por fuerza cortante se debe realizar con la fuerza de diseño obtenida en el análisis y utilizar un factor de resistencia de 0.7.

3.5.2.2.4 Uniones viga-columna

Las uniones viga-columna deben satisfacer las recomendaciones de la sección 5.8 "Conexiones rígidas entre vigas y columnas" (NTC para diseño y construción de estructuras metálicas del RCDF87), con las modificaciones pertinentes cuando las columnas sean de sección transversal rectangular hueca.

3.5.2.2.4.1 Contraventeo

Si en alguna junta de un marco dúctil no llegan vigas al alma de la columna, por ningún lado de ésta, o si el peralte de la viga o vigas que llegan por alma es apreciablemente menor que el de las que se apoyan en los patines de la columna, éstos deben ser soportados lateralmente al nivel de los patines inferiores de las vigas.

3.5.2.2.4.2 Vigas de alma abierta (armaduras)

En esta sección se indican los requisitos especiales que deben satisfacerse cuando se desea emplear vigas de alma abierta (armaduras) en marcos dúctiles. Deben cumplirse, además, todas las condiciones aplicables de este capítulo.

Las armaduras pueden utilizarse como miembros horizontales en marcos dúctiles, si se diseñan de manera que la suma de las resistencias en flexión ante fuerzas sísmicas de las dos armaduras que concurran en cada nudo intermedio sea igual o mayor 1.25 veces la suma de las resistencias en flexión ante fuerzas sísmicas de ls columns que llegan al nudo. En nudos extremos, el requisito anterior debe ser satisfecho por la única armadura que forma parte de ellos.

Además, deben cumplirse las condiciones siguientes:

a) Los elementos de las armaduras que trabajan en compresión o en flexocompresión, sean cuerdas, diagonales o montantes, se deben diseñar con un factor de resistencia, F_R, igual a 0.7. Al determinar cuales elementos trabajan en compresión o en flexocompresión deben tomarse en cuenta los dos sentidos en que actúa el sismo de diseño.

b) Las conexiones entre las cuerdas de las armaduras y las columnas deben ser capaces de desarrollar la resistencia correspondiente al flujo plástico de las cuerdas.

c) En edificios de más de un piso, el esfuerzo en las columnas producido por las fuerzas axiales de diseño no deben ser mayores de 0.30 F_y, y la relación de esbeltez máxima de ls columnas no debe exceder de 60.

3.6 Espectros para diseño sísmico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica la sección 9 de sus normas, se adoptan las siguientes hipótesis para el análisis de la estructura:

La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, **a**, expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{1}{4}\left(1 + 3\frac{T}{T_a}\right)c && \forall\, T < T_a \\
a &= c && \forall\, T_a \le T \le T_b \\
a &= \left(\frac{T_b}{T}\right)^r c && \forall\, T > T_b
\end{aligned}
\qquad (3.18)
$$

T es el período natural de interés; T, T_a, y T_b están expresados en segundos; c es el coeficiente sísmico, y r un exponente que depende de la zona en que se halla la estructura, y se expecifica en la tabla 3.1 de las NTC para diseño por sismo, reproducida a continuación.

El coeficiente sísmico c se obtiene del Art 206 del RCDF87, salvo que la parte sombreada de la zona II de la fig 3.1 de las NTC para diseño por sismo (NTC-sismo) se debe tomar c = 0.4 para las estructuras del grupo B, y c = 0.6 para las del A.

Tabla 3.1 Valores de c, T_a, T_b, y r

Zona	c	T_a(s)	T_b(s)	r
I	0.16	0.2	0.6	1/2
II*	0.32	0.3	1.5	2/3
III+	0.40	0.6	3.9	1

Notas: Coeficiente sísmico para construcciones del Grupo B
*** No sombreada (Fig 3.1, NTC-sismo)**
+ Y parte sombreada de zona II (Fig 3.1, NTC-sismo)

4. FUERZAS SISMICAS

En este capítulo se describen los métodos que considera el RCDF87 para cuantificar las fuerzas que se deben considerar en el diseño de una edificación para soportar los efectos de un sismo.

4.1 Anális dinámico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, toda estructura puede analizarse mediante un método dinámico. Se aceptan como métodos de análisis dinámico:

a) El modal (modal espectral)

b) El paso a paso de respuestas a sismos específicos

A fin de explicar los métodos para analizar las estructuras ante cargas dinámicas, se presentan los siguientes desarrollos:

4.1.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones

Las ecuaciones de equilibrio dinámico de los modelos estructurales lineales para edificaciones se pueden expresar como:

$$\tilde{M}\frac{d^2}{dt^2}\vec{U}(t) + \tilde{C}\frac{d}{dt}\vec{U}(t) + \tilde{K}\vec{U}(t) = \vec{F}(t) \qquad (4.1)$$

Con las siguientes condiciones iniciales

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\vec{u}(t)\,|_{t=0} &= \vec{v}_0 \\
&= \text{vector de velocidades conocido} \\
\vec{u}(t)\,|_{t=0} &= \vec{u}_0 \\
&= \text{vector de desplazamientos conocido}
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

donde, para la edificación en particular, se definen los siguientes conceptos.

$$
\begin{aligned}
\vec{M} &= \text{Matriz de masas} \\
\vec{C} &= \text{Matriz de amortiguamientos} \\
\vec{K} &= \text{Matriz de rigideces} \\
\vec{u}(t) &= \text{vector de desplazamientos} \\
\frac{d}{dt}\vec{u}(t) &= \text{vector de velocidades} \\
\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) &= \text{vector de aceleraciones} \\
\vec{F}(t) &= \text{vector de cargas}
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

En el caso de fuerzas sismicas, el vector de cargas se puede expresar en términos del vector de aceleraciones del terreno (acelerograma), $\ddot{u}_g(t)$,de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\vec{F} = -\vec{M}\vec{1}\ddot{u}_g(t) \tag{4.4}$$

donde

$$
\begin{aligned}
\vec{1}^T &= [1\ 1\ .\ .\ .\ 1] \\
&= \text{vector con componentes unitarias}
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

4.1.2 Métodos directos de integración paso a paso

Los métodos que actualmente se utilizan para integrar paso a paso las ecuaciones de quilibrio dinámico de las edificaciones se agrupan en:

a) métodos directos

b) métodos de superposición modal

El método directo que mas se utiliza es el denominado método de Newmark. Este método se basa en la aproximación lineal de la aceleración en el tamaño del paso de integración, según se muestra en la Fig 4.1.

De acuerdo con la hipótesis de la aceleración lineal, los elementos de las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) al final del paso de integración se pueden escribir como.

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} \\
\frac{d}{dt}\vec{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d}{dt}\vec{u}_t + \frac{1}{2}\Delta t\left(\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} + \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_t\right) \\
\vec{u}_{t+\Delta t} &= \vec{u}_t + \Delta t\frac{d}{dt}\vec{u}_t + \frac{1}{6}(\Delta t)^2\left(\frac{d}{dt}\vec{u}_{t+\Delta t} + 2\frac{d}{dt}\vec{u}_t\right)
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

La aproximación de Newmark consiste en:

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\vec{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d}{dt}\vec{u}_t + (1-\gamma)\Delta t\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_t + \gamma\Delta t\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} \\
&= \vec{a} + \gamma\Delta t\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} \\
\vec{u}_{t+\Delta t} &= \vec{u}_t + \Delta t\frac{d}{dt}\vec{u}_t + \left(\frac{1}{2}-\beta\right)(\Delta t)^2\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_t + \beta(\Delta t)^2\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} \\
&= \vec{b} + \beta(\Delta t)^2\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t}
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

donde:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{u}_t + (1 - \gamma)\Delta t \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_t$$

$$\vec{b} = \vec{u}_t + \Delta t \frac{d}{dt}\vec{u}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)(\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_t \qquad (4.8)$$

El parámetro β está relacionado con la estabilidad del método (para $\beta = 1/4$, el método es incondicionalmente estable) y el parámetro se relaciona con la estabilidad y convergencia del método debido al amortiguamiento matemático que puede inducirse (para = 1/2, no se presenta el amortiguamiento matemático).Para el caso en que = 1/6 y = 1/2, las Ec 4.7 se reducen a las correspondientes Ec 4.6.

Al valuar las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) al final del paso de integración (en t = t + t) y al sustituír en la ecuación resultante a las Ec 4.7 se obtiene la siguiente ecuación.

$$\vec{M}\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} + \vec{C}\left(\vec{a} + \gamma\Delta t \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t}\right) + \vec{K}\left(\vec{b} + \beta(\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2}u_{t+\Delta t}\right) = \vec{F}_{t+\Delta t} \qquad (4.9)$$

La Ec 4.9 puede escribirse como:

$$\vec{K}^* \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}_{t+\Delta t} = \vec{p} \qquad (4.10)$$

donde:

$$\vec{K}^* = \vec{M} + \gamma\Delta t\vec{C} + \beta(\Delta t)^2\vec{K}$$

$$\vec{p} = \vec{F}_{t+\Delta t} - \vec{C}\vec{a} - \vec{K}\vec{b} \qquad (4.11)$$

La Ec 4.10 permite cuantificar la aceleración al final del paso es un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, simétricas, de coeficientes constantes si el paso de integración se conserva constante durante el proceso de integración.

En la dinámicaestructural se acostumbra cuantificar a la matriz de amortiguamientos de la estructura de acuerdo con el criterio de Rayleigh, expresado mediante la siguiente ecuación.

$$\vec{C} = \alpha\vec{M} + \mu\vec{K} \qquad (4.12)$$

Al sustituír la Ec 4.12 en las Ec 4.11 se obtiene.

$$\begin{aligned} \vec{K}^{*} &= (1 + \alpha\gamma\Delta t)\vec{M} + (\gamma\mu\Delta t + \beta(\Delta t)^2)\vec{K} \\ \vec{P} &= \vec{F}_{t+\Delta t} - \alpha\vec{M}\vec{a} - \vec{K}(\mu\vec{a} + \vec{b}) \end{aligned} \qquad (4.13)$$

El algoritmo del método de integración paso a paso de Newmark, resumido por las Ec 4.10 y 4.13, necesariamente se debe llevar a cabo en una computadora debido al número de operaciones que involucra.

4.1.3 Método directo paso a paso de superposición modal

Otra forma de integrar paso a paso las ecuaciones de equilibrio dinámico de las estructuras (Ec 4.1) es mediante la solución del problema de eigenvalores, según se indica a continuación.

4.1.3.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico

Este caso corresponde a un problema de vibraciones libres no amortiguadas, cuyas ecuaciones resultan ser.

$$\vec{M}\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) + \vec{K}\vec{u}(t) = \vec{0} \qquad (4.14)$$

En las vibraciones libres el movimiento es armónico, es decir.

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) = -\omega^2\vec{u}(t) \qquad (4.15)$$

y las ecuaciones de vibración libre resultan ser

$$\vec{K}\vec{u} = \omega^2\vec{M}\vec{u} \qquad (4.16)$$

que es el clásico problema de eigenvalores comunmente expresado como:

$$\vec{A}\vec{x} = \lambda\vec{B}\vec{x} \qquad (4.17)$$

Varios son los métodos que existen para resolver el problema de eigenvalores. Los utilizados con las computadoras, entre otros, se pueden nombrar a

. El de Jacobi

. El de la iteración del subespacio

Cuando se emplean calculadoras de escritorio para los modelos extructurales mas simples (rigideces de entrepiso y masas con movimientos unidireccionales) se utilizan los métodos de:

. Stodolla-Vianelo-Newmark

. Holzer

4.1.3.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico

La transformación que permite desacoplar las ecuaciones de equilibrio dinámico se puede expresar como.

$$\vec{u} = \vec{R}\vec{y} \tag{4.18}$$

donde

$$\begin{aligned} \vec{y} &= \text{vector del nuevo sistema coordenado} \\ \vec{R} &= [\vec{r}^1\ \vec{r}^2\ \vec{r}^3\ \ldots\ \vec{r}^n] \\ &= \text{Matriz modal} \\ \vec{r}^n &= \text{n-ésimo eigenvector} \end{aligned} \tag{4.19}$$

De acuerdo con la transformación de coordenadas anterior (Ec 4.18) las expresiones de los vectores de velocidad y de acelaración resultan ser:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\vec{u}(t) &= \vec{R}\frac{d}{dt}\vec{y}(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) &= \vec{R}\frac{d^2}{dt^2}\vec{y}(t) \end{aligned} \tag{4.20}$$

De acuerdo con las Ec 4.18 y 4.20 las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) en el sistema de referencia transformado se expresan como:

$$\vec{M}\vec{R}\frac{d^2}{dt^2}\vec{y}(t) + \vec{C}\vec{R}\frac{d}{dt}\vec{y}(t) + \vec{K}Rdyd\vec{y}(t) = \vec{F}(t) \qquad (4.21)$$

Al premultiplicar la Ec 4.21 por la transpuesta de la matriz modal se obtiene la siguiente expresión.

$$\vec{R}^T\vec{M}\vec{R}\frac{d^2}{dt^2}\vec{y}(t) + \vec{R}^T\vec{C}\vec{R}\frac{d}{dt}\vec{y}(t) + \vec{R}^T\vec{K}Rdyd\vec{y}(t) = \vec{R}^T\vec{F}(t) \qquad (4.22)$$

Al definir los siguientes conceptos

$$\begin{aligned}
\vec{M}^* &= \vec{R}^T\vec{M}\vec{R} = \text{Matriz de masas transformada} \\
\vec{C}^* &= \vec{R}^T\vec{C}\vec{R} = \text{Matriz de amortiguamientos transformada} \\
\vec{K}^* &= \vec{R}^T\vec{K}\vec{R} = \text{Matriz de rigideces transformada} \\
\vec{F}^*(t) &= \vec{R}^T\vec{F}(t) = \text{vector de cargas transformado}
\end{aligned} \qquad (4.23)$$

De acuerdo con las propiedades de ortogonalidad de los eigenvectores respecto a las matrices de masas y de rigideces, la matriz de masas transformada y la matriz de rigideces transformada resultan ser matrices diagonales. Si la matriz de amortiguamientos se selecciona de tal manera que también la matriz de amortiguamientos transformada sea una matriz diagonal, las ecuaciones de equilibrio dinámico transformadas (Ec 4.22) se pueden escribir como.

$$\vec{M}^*\frac{d^2}{dt^2}\vec{y}(t) + \vec{C}^*\frac{d}{dt}\vec{y}(t) + \vec{K}^*\vec{y}(t) = \vec{F}^*(t) \qquad (4.24)$$

que resulta ser un sistema de ecuaciones diferenciales desacoplado, cuya ecuación i-ésima se puede escribir como:

$$m_i^*\frac{d^2}{dt^2}y_i(t) + c_i^*\frac{d}{dt}y_i(t) + k_i^*y_i(t) = f_i^*(t) \qquad (4.25)$$

La Ec 4.25 representa la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad. Por lo anterior se puede decir que un sistema de N grados de libertad se transforma en N sitemas de un grado de libertad. Los coeficientes de las ecuaciones de un grado de libertad resultan ser:

$$m_i^* = \sum_{k=1}^{N} m_k (r_k^i)^2 \tag{4.26}$$

$$c_i^* = 2\omega_i \zeta_i \tag{4.27}$$

$$k_i^* = \omega_i^2 m_i^* \tag{4.28}$$

$$f_i^* = -\frac{\sum_{k=1}^{N} m_k r_k^i}{\sum_{k=1}^{N} m_k (r_k^i)^2} \frac{d^2}{dt^2} u_g(t) = -c_i \frac{d^2}{dt^2} u_g(t) \tag{4.29}$$

en donde:

m_k = masa asociada al grado de libertad k-ésimo
r_k^i = componente k-ésimo del i-ésimo eigenvector (modo)
ω_i = frecuencia natural de vibración del i-ésimo modo
ζ_i = fracción del amortiguamiento crítico del i-ésimo modo (4.30)
$c_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} m_k r_k^i}{\sum_{k=1}^{N} m_k (r_k^i)^2}$ = coeficiente de participación del i-ésimo modo

4.1.3.3 Integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento desacopladas

Como las ecuaciones de movimiento desacopladas (Ec 4.25) corresponden a las de un grado de libertad, los métodos de integración son los tradicionales.

- Exacto, para el caso de aproximar la función $f_i^*(t)$ en tramos seccionalmente continuos con una variación lineal (que es lo usual).

- Aproximado, mediante un método numérico como el método de Newmark-Wilson.

El paso de integración se define en el inciso 4.1.2

4.1.3.4 Cuantificación de la respuesta de la estructura

De acuerdo con el inciso anterior para el tiempo de integración considerado se cuantifican, para cada paso de integración, los siguientes vectores.

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \text{vector de desplazamientos transformado} \\ \frac{d}{dt}\bar{y}(t) &= \text{vector de velocidades transformado} \\ \frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) &= \text{vector de aceleraciones transformado} \end{aligned} \tag{4.31}$$

Al sustituír las Ec 4.31 en las Ec 4.18 y 4.20 se obtiene la respuesta de la estructura representada por los vectores de desplazamiento relativo, de velocidad relativa, y de aceleración relativa, es decir.

$$\begin{aligned} \bar{u}(t) &= \bar{\bar{R}}\bar{y}(t) \\ \frac{d}{dt}\bar{u}(t) &= \bar{\bar{R}}\frac{d}{dt}\bar{y}(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}\bar{u}(t) &= \bar{\bar{R}}\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) \end{aligned} \tag{4.32}$$

4.1.3.4 Obtención de los elementos mecánicos y cinemáticos de la estructura debidos al sismo

Conocida la historia del vector de desplazamientos de la estructura (según se indica en el inciso anterior) se puede determinar la historia de los elementos mecánicos y cinemáticos en los puntos que se requieran de la estructura.

4.1.4 Método de la respuesta espectral

Este método corresponde al denominado análisis en las NTC para diseño por sismo. Su secuencia se resume a continuación.

4.1.4.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico

El procedimiento es el mismo que el descrito en el inciso 4.1.3.1 del método directo de superposición modal.

4.1.4.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico

El procedimiento es el mismo que el descrito en el inciso 4.1.3.2 del método directo de superposición modal.

4.1.4.3 Obtención de la respuesta espectral de cada una de las ecuaciones de equilibrio desacopladas

De acuerdo con el RCDF87 se calcula mediante la siguiente expresión.

$$y^{i}_{máx} = c_i \frac{A_i}{\omega_i^2} \tag{4.33}$$

donde:

$y^{i}_{máx}$ = respuesta espectral de desplazamientos transformados del modo i-ésimo

ω_i = Frecuencia natural de vibración del modo i-ésimo

A_i = Ordenada del espectro de aceleraciones de diseño asociada al período natural de vibración $T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$ (4.34)

c_i = Coeficiente de participación del modo i-ésimo

4.1.4.4 Cuantificación de los vectores de respuesta máximos de la estructura para cada modo

De acuerdo con la Ec 4.32a, el vector de desplazamientos máximo de la estructura, correspondiente al modo i-ésimo, resulta ser.

$$\vec{U}_{i\,máx} = \vec{F}^{\,i} y^{i}_{máx} \tag{4.35}$$

donde:

$$\bar{r}^{i} = \text{Eigenvector asociado al modo i-ésimo} \qquad (4.36)$$

De acuerdo con la Ec 4.36, a cada modo de la estructura le corresponde un vector de desplazamientos máximo. Con base en la formulación de las ecuaciones de equilibrio de las estructuras, a cada vector de desplazamientos le corresponden un conjunto de elementos mecánicos y cinemáticos (fuerzas normales, fuerzas cortantes, momentos flexionantes, momentos de volteo, desplazamientos relativos, etc.)

4.1.4.5 Obtención de la respuesta total de la estructura

Una vez conocidos los elementos mecánicos y cinemáticos (fuerzas normales, fuerzas cortantes, momentos flexionantes, momentos de volteo, desplazamientos relativos, etc.) asociadas a cada modo, representado por S_i, para obtener la respuesta de la estructura, representada por S, se procede como se indica a continuación.

4.1.4.5.1 Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} S_i^2} \qquad (4.37)$$

4.1.4.5.2 Método de la combinación cuadrática completa (CQC)

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} S_i p_{ij} S_j} \qquad (4.38)$$

donde:

$$p_{ij} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j}\,(\zeta_i \omega_i + \zeta_j \omega_j)\,\omega_i \omega_j}{(\omega_i^2 - \omega_j^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j (\omega_i^2 + \omega_j^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_j^2)\,\omega_i^2 \omega_j^2} \qquad (4.39)$$

$_i$ Valor del amortiguamiento crítico del modo i-ésimo (que se supone consante para todos los modos)

$_i$ frecuencia natural de vibración del modo i-ésimo

4.2 Análisis estático

Las NTC para Diseño por Sismo del RCDF87 proponen un método relativamente simple para cuantificar las fuerzas horizontales que un sismo de diseño ocasiona a una edificación cuya altura no exceda de 60 m.

4.2.1 Distribución de las aceleraciones horizontales

De acuerdo con el inciso 8.1 de las NTC para Diseño por Sismo del RCDF87, la hipótesis sobre la distribución de aceleraciones en las masas de las edificaciones se muestra en la Fig 4.2. Para la masa del nivel i-ésimo, la fuerza que la distribución de aceleraciones le ocasiona a la masa se puede escribir como.

$$F_i = m_i \ddot{u}_i = \frac{W_i}{g} \ddot{u}_i \tag{4.40}$$

donde se definen los componentes respectivos.

$$\begin{aligned} F_i &= \text{Fuerza horizontal del nivel i-ésimo} \\ m_i &= \text{masa del nivel i-ésimo} \\ W_i &= \; = m_i g = \text{peso del nivel i-ésimo} \\ \ddot{u}_i &= \text{aceleración del nivel i-ésimo} \end{aligned} \tag{4.41}$$

De acuerdo con la Fig 4.2, la expresión de la aceleración de la masa i-ésima resulta ser.

$$\ddot{u}_i = \frac{h_i}{h_n} \ddot{u}_n \tag{4.42}$$

Al sustituír la Ec 4.42 en la Ec 4.40 se obtiene.

$$F_i = \frac{\ddot{u}_n}{g h_n} W_i h_i \tag{4.43}$$

4.2.2 Fuerzas sísmicas horizontales

De acuerdo con la definición de fuerza cortante basal, se puede expresar la siguiente ecuación.

$$V_0 = \sum_{i=1}^{N} F_i = \frac{\ddot{u}_n}{g h_n}\left(\sum_{i=1}^{N} W_i h_i\right) \tag{4.44}$$

Al considerar la definición de coeficiente sísmico, c, se puede escribir la siguiente expresión.

$$c = \frac{V_0}{W_0} = \frac{\frac{\ddot{u}_n}{g h_n}\left(\sum_{i=1}^{N} W_i h_i\right)}{\sum_{i=1}^{N} W_i} \tag{4.45}$$

Con base en la Ec 4.45 se obtiene la expresión siguiente.

$$\frac{\ddot{u}_n}{g h_n} = c\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i} \tag{4.46}$$

Al sustituír la Ec 4.46 en la Ec 4.43, la expresión de la fuerza sísmica estática se puede expresar como.

$$F_i = c\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i} W_i h_i \tag{4.47}$$

4.2.3 Estimación del período fundamental de la estructura

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 recomienda una expresión para estimar el período de vibración del primer modo, T_1, de acuerdo con la modelación estructural a base de rigideces de entrepiso , según se indica a continuación.

a) Los datos de partida se muestran en la Fig 4.2 y son.

$$k_i = \text{Rigideces del entrepiso i-ésimo}$$
$$W_i = \text{Pesos del nivel i-ésimo} \qquad (4.48)$$

b) Cuantificación de las fuerzas sísmicas, F_i, de cada nivel de acuerdo con la Ec 4.47.

c) Cuantificación de ls fuerzas cortantes, V_i, de cada entrepiso.

$$V_i = \sum_{k=i}^{N} F_k \qquad (4.49)$$

d) Obtención de los desplazamientos, u_i, asociados a las fuerzas cortantes de entrepiso.

$$\Delta u_i = \frac{V_i}{k_i} \qquad (4.50)$$

e) Otención de los desplazamientos, x_i, que provocan las fuerzas sísmicas, con base en la Ec 4.50.

$$x_1 = 0$$
$$x_i = x_{i-1} + \Delta u_i \qquad \forall\, i = 2 \ldots N \qquad (4.51)$$

f) Obtención de las aceleraciones armónicas correspondientes a los desplazamientos del inciso anterior (inciso e), asociados a la frecuencia natural de vibración, $_1$.

$$\ddot{x}_i = \omega_1^2 x_i \qquad (4.52)$$

g) obtención de las fuerzas dinámicas asociadas a las aceleraciones armónicas del inciso anterior (inciso f).

$$F_{ar} = m_i \ddot{x}_i = \frac{W_i x_i}{g} \omega_1^2 \qquad (4.53)$$

h) Cuantificación de los trabajos que realizan las fuerzas F_i (Ec 4.47) y F_{ar} (Ec. 4.53) debido a los desplazamientos x_i (Ec 4.51).

$$
\begin{aligned}
W_{Fi} &= \sum_{i=1}^{N} F_i x_i \\
W_{Par} &= \frac{\omega_1^2}{g}\sum_{i=1}^{N} W_i x_i^2
\end{aligned}
\tag{4.54}
$$

i) Obtención de la frecuencia natural de vibración T_1, al igualar los trabajos dados por las Ec 4.54.

$$
\begin{aligned}
\omega_1^2 &= g\frac{\sum_{i=1}^{N} F_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i x_i^2} \\
T_1 &= \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i x_i^2}{g\sum_{i=1}^{N} F_i x_i}}
\end{aligned}
\tag{4.55}
$$

4.2.4 Reducción de las fuerzas cortantes estáticas

Las NTC para diseño por sísmo del RCDF87 establecen que las fuerzas sismicas descritas en el inciso 4.2.2, obtenidas con la Ec 4.55, pueden adoptarse valores los menores que se indica a continuación.

a) El período fundamental de vibración se obtiene con la Ec 4.55.

b) Si $T_1 \leq T_b$ el valor del coeficiente sismico, c, en la Ec 4.47 se sustituye por el valor de la ordenada del espectro de aceleraciones, a, dado por la Ec 3.38, y resulta ser.

$$
F_i = a\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i} W_i h_i \tag{4.56}
$$

c) Si $T_1 > T_b$ las fuerzas sísmicas se cuantifican con las expresiones siguientes.

$$F_i = aW_i(k_1 h_i + k_2 h_i^2) \qquad \forall\ a \geq \frac{c}{4} \tag{4.57}$$

donde:

$$k_1 = q[1 - r(1 - q)]\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i}$$

$$k_2 = 1.5rq(1 - q)\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i^2} \tag{4.58}$$

$$q = \left(\frac{T_b}{T_1}\right)^r$$

4.3 Método simplificado

Las NTC para diseño por sismo establece el cumplimiento simultáneo de las siguientes condiciones para que sea aplicable el denominado método simplificado de análisis.

4.3.1 Consideraciones generales

I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas veticales están soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deben satisfacer las condiciones que establecen las NTC correspondientes. Es admisible cierta asimetría en la distribución de los muros cuando existan en todos los pisos dos muros de cargas perimetrales paralelos, cada uno con longitud al menos igual a la mitad de la dimensión mayor en planta del edificio. Los muros a que se refiere este párrafo pueden ser de mamposteria, concreto reforzado o madera; en este último caso deben estar arriostrados con diagonales.

II. La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excede de 2.0 a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación longitud a anchura satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que se indica en la tabla 7.1 de las NTC para diseño por sismo.

III. La relación entre la altura y la relación mínima de la base del edificio no excede a 1.5 y la altura del edificio no es mayor de 13 m.

4.3.2 Consideraciones específicas

Para aplicar este método se hace caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo.

Se debe verificar únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectados en la dirección en que se considera la aceleración , sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, calculada según se especifica en el inciso 4.2.2.

Los coeficientes sísmicos que se deben emplear se indican en la tabla 7.1 de las NTC para diseño por sismo, correspondientes a las construcciones del grupo B. Para las construcciones del grupo A dichos coeficientes se deven multiplicar por 1.5.

Tabla 7.1 Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondiente a estructuras del grupo B (NTC para diseño por sismo RCDF87).

ZONA	MUROS DE PIEZAS MACISAS O DIAFRAGMAS DE MADERA CONTRACHAPEADA			MUROS DE PIEZAS HUECAS O DIAFRAGMAS DE DUELAS DE MADERA*		
	ALTURA DE LA CONSTRUCCION (m)			ALTURA DE LA CONSTRUCCION (M)		
	H<4	4≤H≤7	7<H≤13	4<H	4≤H≤7	7<H≤13
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
IIyIII	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

* Diafragmas de duelas de madera inclinadas o sistemas de muros formados por duelas de madera verticales u horizontales arriostradas con elementos de madera maciza.

4.3.3 Consideraciones de las NTC para diseño y construcción de estructuras de mampostería

En el inciso 4.1.3 de las NTC para diseño y construcción de estructuras de mamposteria se establece lo siguiente.

El análisis para la determinación de los efectos de las cargas laterales debidas a sismo se hace con base en las rigideces relativas de los distintos muros. Estas de determinan tomando en cuenta las deformaciones de cortante y de flexión. Para estas últimas se considera la sección transversal agrietada del muro cuando la relación de carga vertical a momento flexionante es tal que se presentan tensiones verticales. Se debe tomar en cuenta la restricción que impone a la rotación de los muros la rigidez de los sistemas de piso y techo y la de los dinteles.

Es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transveral, ignorar los efectos de torsión y de momento de volteo.

La contribución a la resistencia a fuerzas cortantes de los muros cuya relación de altura de entrepiso, H, a longitud, L, es mayor que 1.33 se debe reducir al multiplicar la resistencia por el coeficiente $(1.33\ L/H)^2$.

4.4 Reducción de fuerzas sísmicas

Las NTC para diseño por sísmo del RCDF87 establecen que las fuerzas sismicas descritas en los incisos 4.1 y 4.2 se pueden reducir al dividirlas entre el factor reductivo Q'.

4.4.1 Estructuras regulares

Para las estructuras que satisfacen las condiciones de regularidad indicadas en el inciso 4.2.4, Q' se obtiene con las siguientes expresiones.

$$
\begin{aligned}
Q' &= Q \quad \text{si T se desconoce} \\
Q' &= Q \qquad \forall\ T \geq T_a \\
Q' &= 1 + \frac{T}{T_a}(Q-1) \qquad \forall\ T < T_a
\end{aligned}
\tag{4.59}
$$

donde:

a) T es igual al período fundamental de vibración (inciso 4.2.3) cuando se emplee el método estático (inciso 4.2.2) e igual al período de natural de vibración del modo que se considere cuando se emplee el método de análisis modal (inciso 4.1.4).

b) T_a es un período caracerístico del espectro de diseño utilizado (inciso 4.2.6).

c) Los desplazamientos de diseño sísmico se obtienen al multiplicar por el factor de comportamiento sísmico, Q, a los desplazamientos obtenidos con las fuerzas sísmicas reducidas.

d) Cuando se adopten dispositivos especiales capaces de disipar energía por amortiguamiento o comportamiento inelástico, se pueden emplear criterios de diseño sísmico que difieran de los aquí especificados, pero congruentes con ellos, con la aceptación del DDF.

4.4.2 Estructuras irregulares

Para las estructuras que no satisfacen las condiciones de regularidad indicadas en el inciso 4.2.4, Q' se obtiene con las expresiones del inciso anterior (Ec 4.59) multiplicado por 0.8.

4.5 Efectos de torsión

Las NTC para diseño por sísmo del RCDF87 establecen que para fines de diseño, el momento torsionante se debe tomar por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte mas desfavorable de ls siguientes

$$\begin{aligned} e_d &= 1.5e_s + 0.1b \\ e_d &= e_s - 0.1b \end{aligned} \qquad (4.60)$$

donde:

e_s = Excentricidad torsional de rigideces calculada del entrepiso, igual a la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la fuerza cortante en dicho nivel.

b = Dimensión de la planta que se considera, medida en la dirección de e_s.

La excentridicidad de diseño, e_d, en cada sentido no se debe tomar menor que la mitad del máximo valor de la excentricidad calculada, e_s, para los entrepisos que se hallen abajo del que se considera, ni se debe tomar el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

4.6 Efectos de segundo orden

Las NTC para diseño por sísmo del RCDF87 establecen que se deben tomar en cuenta explícitamente en el análisis los efectos de segundo orden, esto es, los momentos y cortantes adicionales provocados por las cargas verticales al obrar en la estructura desplazada lateralmente, en toda estructura en que la diferencia en desplazamientos laterales entre dos niveles consecutivos, u_i, dividida entre la diferencia de altura correspondientes, h_i, es tal que:

$$\frac{\Delta u_i}{h_i} > 0.08\frac{V}{W} \qquad (4.62)$$

donde

V = Fuerza cortante en el entrepiso considerado

W = Peso de la construcción encima del entrepiso

El peso de la construccion incluye cargas muertas y vivas.

4.7 Efectos bidireccionales

Las NTC para diseño por sísmo del RCDF87 establecen que los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se deben combinar al tomar en cada dirección en que se analice la estructura, el 100 % de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30 % de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que para cada concepto resulten mas desfavorables.

5. FUERZAS SISMICAS EN LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES RESISTENTES DE LAS EDIFICACIONES

El concepto de fuerzas sísmicas en elementos estructurales resistentes de una edificación es la manera de especificar la magnitud de las fuerzas sísmicas que actúan en cada uno de los elementos estructurales resistentes en los métodos que utilizan simplificaciones estructurales para cuantificar las fuerzas sísmicas.

5.1 En los modelos estructurales donde se utilizan las ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones

En los modelos estructurales que formulan las ecuaciones de equilibrio a través del concepto de subestructuras unidas a un diafragma (nivel), rígido o no, la información que se maneja de manera sistemática es el equilibrio de cada uno de los elementos estructurales que la forman. Entonces, el concepto de fuerzas sismicas en los elementos estructurales es transparente ya que se cuenta con la información integral de cada uno de los elementos estructurales de la edificación, al establecer las ecuaciones de equilibrio.

5.2 En los modelos estructurales donde se utiliza el concepto de rigidez de entrepiso

El modelo donde se emplea el concepto de rigidez de entrepiso es el modelo mas simple donde se utiliza el concepto de diafragma rigido. Es un modelo en extinción ya que los modelos a que hace referencia el inciso 5.1 son mas generales. Se presenta porque el RCDF87 hace referencia a algunos conceptos que utiliza. Se basa en las siguientes hipótesis:

a) Se considera el equilibrio en un solo diafragma (nivel) rígido en donde la carga que actúa es la fuerza cortante en el entrepiso correspondiente, localizada en su centro de masas.

b) Las fuerzas que resisten a la fuerza cortante las proporcionan las rigideces de entrepiso (resortes) del entrepiso correspondiente que definen el centro de torsión (o de rigideces).

c) Las rigideces de entrepiso las forman los marcos (o muromarcos) planos, sensiblemente paralelos en dos direcciones ortogonales.

d) En los desarrollos que siguen se considera que el edificio tiene una distribución de rigideces regular en elevación. Es decir, que las columnas de un diafragma (nivel) únicamente están unidas con niveles consecutivos.

En la Fig 5.1 se muestra la idealización del modelo estructural descrito en los incisos anteriores.

5.2.1 Centro de rigideces (de torsión) del entrepiso

Debido a que los elementos resistentes de un entrepiso se representan mediante las rigideces del mismo, se define como centro de rigidez (o de torsión) al punto en donde al actuar las fuerzas cortantes únicamente provocan desplazamientos lineales.

5.2.1.1 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje y de referencia

Con base en la Fig 5.2, la fuerza que soporta cada resorte (rigidez de entrepiso) paralelo al eje y resulta ser

$$V_{jy}^{d} = k_{jy}V \qquad (5.1)$$

De acuerdo con la condición de equilibrio de fuerzas paralelas al eje y se puede escribir como.

$$V_y = \sum_{j=1}^{NX} V_{jy}^{d} = V\sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \qquad (5.2)$$

Con base en las Ec 5.1 y 5.2 se obtienen las siguientes expresiones.

$$v = \frac{V_y}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \tag{5.3}$$

$$V_{jy}^{d} = \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \tag{5.4}$$

5.2.1.2 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje x de referencia

Al seguir un razonamiento similar al inciso 5.2.1.1 y utilizar la Fig 5.3 se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$V_{ix}^{d} = k_{ix} u \tag{5.5}$$

$$V_x = \sum_{i=1}^{NY} V_{ix}^{d} = u \sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \tag{5.6}$$

$$u = \frac{V_x}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \tag{5.7}$$

$$V_{ix}^{d} = \frac{k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} V_x \tag{5.8}$$

5.2.1.3 Coordenadas del centro de torsión

Se denomina centro de torsión (CT) o centro de rigideces (CR) al punto localizado sobre el diafragma rígido donde al actuar la fuerza cortante correspondiente únicamente le provoca desplazamientos lineales.

Al aplicar la definición de CT a la fuerza cortante paralela al eje y, al establecer el equilibrio de momentos resulta.

$$
\begin{aligned}
x_t V_y &= \sum_{j=1}^{NX} x_j V_{jy}^d \\
&= \sum_{j=1}^{NX} x_j \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \\
&= \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

De acuerdo con la Ec 5.9 se obtiene la expresión de la abscisa del centro de torsión.

$$
x_t = \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \tag{5.10}
$$

Al aplicar la definición de CT a la fuerza cortante paralela al eje x, se obtiene la siguiente expresión de la ordenada del centro de torsión.

$$
y_t = \frac{\sum_{i=1}^{NY} y_i k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \tag{5.11}
$$

5.2.2 Excentricidades

Las fuerzas sísmicas asociadas a los diafragmas rígidos actúan en el punto denominado centro de masas (CM) u no en el centro de torsión, que pueden ser diferentes. A las distancias paralelas a la dirección de las fuerzas cortantes se les denominan excentricidades.

5.2.2.1 Excentricidades calculadas

Las excentricidades correspondientes a las dos fuerzas cortantes ortogonales se pueden escribir como.

$$e_{sx} = |x_m - x_t|$$

donde :

e_{sx} = Excentricidad de la fuerza Cortante V_y (5.12)

x_m = Abscisa del centro de masas

x_t = Abscisa del centro de torsión

$$e_{sy} = |y_m - y_t|$$

donde :

e_{sy} = Excentricidad de la fuerza Cortante V_x (5.13)

y_m = Ordenada del centro de masas

y_t = Ordenada del centro de torsión

5.2.2.2 Excentricidades de diseño

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que a cada excentricidad calculada se le debe asociar dos excentricidades de diseño, según se indica a continuación.

a) Excentricidades asociadas a la fuerza cortante V_y.

$$\begin{aligned} e_{dx} &= 1.5e_{sx} + 0.1b_x \\ e_{dx} &= e_{sx} - 0.1b_x \end{aligned} \qquad (5.14)$$

donde:

b_x es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sx} (perpendicular a la fuerza cortante V_y).

b) Excentricidades asociadas a la fuerza cortante V_x.

$$
\begin{aligned}
e_{dy} &= 1.5e_{sy} + 0.1b_y \\
e_{dy} &= e_{sy} - 0.1b_y
\end{aligned}
\qquad (5.15)
$$

donde:

b_y es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sy} (perpendicular a la fuerza cortante V_x).

5.2.3 Fuerzas cortantes debidas a la torsión

De acuerdo con el inciso 5.2.2 para efectos de diseño se deben considerar los efectos de un momento torsionante, M, cuantificado con las siguientes expesiones.

$$
\begin{aligned}
M &= M_{ty} = e_{dx}V_y \\
&= M_{tx} = e_{dy}V_x
\end{aligned}
\qquad (5.16)
$$

Con base en la Fig 5.4 se puede afirmar que el momento torsionante se equilibra con las fuerzas cortantes que provoca en todos los resortes. El movimiento de cuerpo rígido que el par torsionante le provoca al diafragma rígido es el giro, .

Los desplazamientos lineales en los resortes paralelos a cada uno de los ejes de referencia, al considerar que el desplazamiento angular es pequeño, de tal manera que el seno y la tangente del mismo se pueda aproximar por el valor del ángulo, resultan ser.

$$
\begin{aligned}
u_i &= \theta\overline{y}_i \\
v_j &= \theta\overline{x}_j
\end{aligned}
\qquad (5.17)
$$

donde:

$$
\begin{aligned}
\overline{x}_i &= x_i - x_t \\
\overline{y}_j &= y_j - y_t
\end{aligned}
\qquad (5.18)
$$

Las fuerzas cortantes debidas al par torsionante resultan ser.

$$\begin{aligned} V_{ix}^{t} &= k_{ix}u_i = \theta k_{ix}\overline{y}_i \\ V_{jy}^{t} &= k_{jy}v_j = \theta k_{jy}\overline{x}_j \end{aligned} \qquad (5.19)$$

Al establecer el equilibrio de pares respecto al centro de torsión se obtiene que.

$$\begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^{NY} V_{ix}^{t}\overline{y}_i + \sum_{j=1}^{NX} V_{jy}^{t}\overline{x}_j \\ &= \theta\left[\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_j^2\right] \end{aligned} \qquad (5.20)$$

De las Ec 5.20 se obtiene el valor del desplazamiento angular de cuerpo rígido.

$$\theta = \frac{M}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_j^2} \qquad (5.21)$$

Al sustituír la Ec 5.21 en las Ec 5.19 se obtienen las expresiones de las fuerzas cortantes que el momento torsionante ocasiona a los resortes (rigideces de entrepiso).

$$V_{ix}^{t} = \frac{k_{ix}\overline{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_j^2} M \qquad (5.22)$$

$$V_{jy}^{t} = \frac{k_{jy}\overline{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_j^2} M \qquad (5.23)$$

5.2.4 Fuerzas cortantes de diseño en los resortes (rigideces de entrepiso)

Con base en los desarrollos de los incisos anteriores, la fuerza cortante que cada resorte (rigidez de entrepiso) soporta es la suma de la fuerza cortante directa mas la fuerza cortante debida a la torsión, como se expresa a continuación.

$$
\begin{aligned}
V_{ix} &= V_{ix}^{d} + V_{ix}^{t} \\
V_{jy} &= V_{jy}^{d} + V_{jy}^{t}
\end{aligned}
\qquad (5.24)
$$

Para cuantificar la Ec 5.24a se hace uso de ls Ec 5.8 y 5.22, mientras que para la Ec 5.24b se utilizan las Ec 5.4 y 5.23.

5.3 En el método simplificado

En este método se hace caso omiso del efecto de torsión, por lo que únicamente se consideran las fuerzas cortantes directas.

Las NTC para diseño y construcción de estructuras de mampostería establece que es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal

6. EJEMPLOS DESARROLLADOS PASO A PASO

En este capítulo se presentan los ejemplos que permiten aplicar los conceptos descritos en este curso. Los ejemplos, por tratar de aplicar paso a paso los aspectos operativos de los métodos, corresponden únicamente a métodos que se pueden desarrollar sin un número exagerado de operaciones, de tal manera que se pueden llevar a cabo con calculadora, lápiz y papel.

6.1 Edificación utilizada

En la Fig 6.1 se muestra la planta y elevación de un edificio de interés social que sirve de base para llevar a cabo los ejemplos de aplicación. Las particularidades del edificio se indican a continuación.

6.1.1 Uso de las edificaciones

Con base en el inciso 3.1 , el uso de la edificación es vivienda, por lo que le corresponde el Grupo B.

Por tratarse de una edificación de 667 m^2 < 6000 m^2 , con una altura de 12.5 m < 30 m, se ubica en el subgrupo B2.

6.1.2 Zonificación sísmica

La edificación se localiza en la zona I.

6.1.3 Coeficiente sísmico

De acuerdo con el inciso 3.2, y los datos especificados en los incisos 6.1.1 y 6.1.2, el coeficiente sismico que le corresponde a la edificación es c = 0.16.

6.1.4 Condiciones de regularidad

Con base en los datos de la edificación (Fig 6.1) se obtienen los siguientes parámetros en relación con el inciso 3.4., a fin de definir el coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas, Q'.

a) Planta sensiblemente simétrica respecto a dos ejes ortogonales (respecto a masas y elementos resistentes).

b) Altura/dimensión menor en planta = 12.5/8.4 = 1.49 < 2.5.

c) Largo/ancho = 15.9/8.4 = 1.9 < 2.5.

d) De acuerdo con la tabla 6.1 la relación entre los pesos de los niveles superior a inferior es igual a uno, con excepción del quinto nivel (último) que es igual a 0.88.

e) Todos los pisos tienen la misma área, igual a 133.56 m^2.

f) En relación con los conceptos de rigidez al corte y excentricidades se discuten en los incisos correspondientes.

6.1.5 Factor de comportamiento sísmico

La resistencia a las fuerzas laterales se suministra por:

a) muros de mampostería de piezas huecas.
b) confinadas en toda la altura.
c) de 15 cm de espesor.
d) resistencia al esfuerzo cortante de 2.5 kg/cm^2.

Con base en el inciso 3.5, el factor de comportamiento asociado a las dos direcciones ortogonales resultan ser.

Q_x = 1.5

Q_y = 1.5

6.1.6 Espectro de diseño

Con base en el inciso 3.6 y la tabla 3.1 de la NTC para diseño por sismo, los parámetros del espectro de respuesta de diseño en la zona I junto con el coeficiente sísmico especificado en el inciso 6.1.3, resultan ser.

T_a = 0.2 s

T_b = 0.6 s

r = 1/2

6.2 Análisis estático

De acuerdo con el inciso 4.2.2 las fuerzas horizontales que un sísmo de diseño ocasiona a una edificación están dadas por la Ec 4.39, reproducida a continuación.

$$F_i = c\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i} W_i h_i \qquad (4.39)$$

En este método no es necesario hacer uso de un modelo estructural para el edificio, excepto si se desea estimar el período fundamental del mismo.

6.2.1 Fuerzas cortantes

Con base en los datos de la geometría y pesos del edificio, así como los datos especificados en el inciso 6.1, los elementos de la Ec 4.39 se resumen en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Fuerzas sísmicas (método estático)

Nivel	W_i (t)	h_i (m)	$W_i h_i$ (tm)	F_i (t)	V_i (t)
5	91.2	12.5	1140.0	24.73	24.73
4	104.0	10.9	1040.0	22.57	47.30
3	104.0	7.5	780.0	16.92	64.22
2	104.0	5.0	520.0	11.28	75.50
1	104.0	2.5	260.0	5.64	81.14
Σ	507.2		3740.0		

De acuerdo con los valores de las columnas 2 y 4 de la tabla 6.1 se puede cuantificar el siguiente coeficiente.

$$c\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i h_i} = 0.16 * \frac{507.2}{3740.0} = 0.0217 \qquad (6.1)$$

6.2.2 Estimación del periodo fundamental de vibración

De acuerdo con el inciso 4.2.3 la estimación del período fundamental se obtiene mediante la Ec 4.47b, reproducida a continuación.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i x_i^2}{g\sum_{i=1}^{N} F_i x_i}} \qquad (4.47b)$$

Los valores especificados en las tablas 6.1, 6.5 y 6.6 sirven de base para la cuantificación de la Ec 4.47b.

6.2.2.1 En la dirección del eje x

Las operaciones numéricas para determinar los elementos de la Ec 4.47b se resumen en la tabla 6.2.

Tabla 6.2 Estimación del período fundamental, T_{1x}, en la dirección del eje x

Nivel	k_{ix} (t/cm)	u_{ix} (m)	x_i (m)	$F_i x_i$ (tm)	$W_i x_i^2$ (tm²)
5	203.65	0.00121	0.00531	0.13132	0.00257
4	372.46	0.00127	0.00410	0.09254	0.00175
3	528.42	0.00122	0.00283	0.04788	0.00083
2	749.62	0.00101	0.00161	0.01816	0.00027
1	1363.69	0.00060	0.00060	0.00338	0.00004
Σ				0.29328	0.00546

Al sustituír los valores de las columnas 5 y 6 de la tabla 6.2 en la Ec 4.47b resulta.

$$T_{1x} = 6.28\sqrt{\frac{0.00546}{9.81*0.29328}} = 0.2736\ s \qquad (6.2)$$

6.2.2.2 En la direccion del eje y

Las operaciones numéricas para determinar los elementos de la Ec 4.47b se resumen en la tabla 6.3.

Tabla 6.3 Estimación del período fundamental, T_{1y}, en la dirección del eje y

Nivel	k_{1y} (t/cm)	u_{1y} (m)	x_1 (m)	F_1x_1 (tm)	$W_1x_1^2$ (tm²)
5	65.93	0.0037	0.0159	0.3932	0.0231
4	121.28	0.0039	0.0122	0.2754	0.0155
3	173.85	0.0037	0.0083	0.1404	0.0072
2	253.15	0.0030	0.0046	0.0519	0.0022
1	515.28	0.0016	0.0016	0.0091	0.0003
Σ				0.8699	0.0483

Al sustituír los valores de las columnas 5 y 6 de la tabla 6.3 en la Ec 4.47b resulta.

$$T_{1y} = 6.28\sqrt{\frac{0.0483}{9.81*0.8699}} = 0.4724\ s \qquad (6.3)$$

6.2.3 Factores reductivos de las fuerzas sísmicas

De acuerdo con el inciso 4.3 los factores reductivos de las fuerzas sísmicas resultan ser.

6.2.3.1 Factor reductivo para fuerzas paralelas al eje x

Al comparar el período fundamental T_{1x} con el valor de T_a resulta.

$$T_{1x} = 0.2736 > T_a = 0.2$$

$$\text{donde}: \quad Q'_x = Q_x = 1.5 \tag{6.4}$$

6.2.3.2 Factor reductivo para fuerzas paralelas al eje y

Al comparar el período fundamental T_{1y} con el valor de T_a resulta.

$$T_{1y} = 0.4724 > T_a = 0.2$$

$$\text{donde}: \quad Q'_y = Q_y = 1.5 \tag{6.5}$$

6.2.4 Fuerzas sismicas reducidas

Al dividir las fuerzas sísmicas estáticas de la tabla 6.1 entre los correspondientes factores reductivos dados por las Ec 6.4 y 6.5 se obtienen las fuerzas sísmicas reducidas de la tabla 6.4.

Tabla 6.4 Fuerzas sísmicas estáticas sin reducir y reducidas

Nivel	F_i (t)	V_i (t)	F_{ixr} (t)	V_{ixr} (t)	F_{iyr} (t)	V_{iyr} (t)
5	24.73	24.73	16.48	16.48	16.48	16.48
4	22.57	47.30	15.05	31.53	15.05	31.53
3	16.92	64.22	11.28	42.81	11.28	42.81
2	11.28	75.50	7.52	50.33	7.52	50.33
1	5.64	81.14	3.76	54.09	3.76	54.09

6.2.5 Reducción de las fuerzas cortantes con base en el período fundamental de vibración

De acuerdo con el inciso 4.2.4 existe la posibilidad de reducir las fuerzas sísmicas de la tabla 6.4, con base en el valor de los períodos fundamentales de vibración.

6.2.5.1 En la direccion del eje x

Al ubicar el período fundamental en el espectro de diseño sismico se tiene que.

$$T_a = 0.2 < T_{1x} = 0.2736 < T_b = 0.6 \qquad (6.6)$$

De acuerdo con la Ec 6.6 se concluye que no deben reducirse las fuerzas estáticas en la dirección del eje x de la tabla 6.4.

6.2.5.2 En la direccion del eje y

Al ubicar el período fundamental en el espectro de diseño sismico se tiene que.

$$T_a = 0.2 < T_{1y} = 0.4724 < T_b = 0.6 \qquad (6.7)$$

De acuerdo con la Ec 6.7 se concluye que no deben reducirse las fuerzas estáticas en la dirección del eje y de la tabla 6.4.

6.3 Método dinámico (análisis modal espectral)

Este método se describe en el inciso 4.1.4 y su aplicación implica un modelo estructural para el edificio.

6.3.1 Modelo estructural del edificio

En este ejemplo se utiliza el modelo estructural descrito en el inciso 2.4.5, construído a base de subestructuras formadas con rigideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos. Este modelo no es el recomendable, pero se utiliza porque permite ejemplificar algunos conceptos del RCDF87 y el número de operaciones que se tienen que realizar resultan ser mucho menor que el de los modelos donde se utiliza una computdora.

El modelo estructural del edificio se construye mediante subestructuras planas formados por muros planos, construídos con mampostería. La definición de los muros planos se hace en las dos direcciones ortogonales en que están orientados los ejes de la planta del edificio. Los 9 ejes letra (muros 1-x, 2-x, 3-x, 4-x, 5-x, 6-x, 7-x, 8-x y 9-x) y los 3 ejes número (muros 1-y, 2-y y 3-y).

En las Fig 6.2 y 6.3 se muestran las idealizaciones de los muros planos mediante rigideces de entrepiso, y en la Fig 6.4 se representan los dos modelos estructurales del edificio asociados a las dos direcciones ortogonales. Cada estructura unidimensional tiene 5 grados de libertad.

Las rigideces de entrepiso de los muros planos se determinaron con el método del elemento finito, al considerar que actúa un sistema de fuerzas horizontales igual al que proporciona el método estático (inciso 6.2). Los valores que resultan se muestran en las Fig 6.2 y 6.3, así como en las tablas 6.5 y 6.6.

6.3.2 Solución del problema de valores característicos

Las formas modales (eigenvectores) y las correspondientes frecuencias naturales de vibración (eigenvalores), según el inciso 4.1.3.1, se pueden obtener con métodos que utilicen calculadoras o computadoras. En este ejemplo el problema de valores característicos se resolvió al utilizar el método matricial de Jacobi. Las matrices de rigideces y de masas para cada modelo unidimensional se construyen como se indica en las Ec 6.8 y 6.9.

Tabla 6.5 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje x (t/cm)

Entrepis	1-x	2-x	3-x	4-x	5-x
1	310.45	127.57	97.53	97.53	97.53
2	194.45	60.92	47.74	47.74	47.74
3	144.19	41.07	31.58	31.58	31.58
4	104.88	28.21	21.25	21.25	21.25
5	59.04	15.06	11.09	11.09	11.09

Tabla 6.5 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje x (t/cm) (continúa)

Entrepis	6-x	7-x	8-x	9-x	Σ
1	97.53	97.53	127.57	310.45	1363.69
2	47.74	47.74	60.92	194.45	749.62
3	31.58	31.58	41.07	144.19	528.42
4	21.25	21.25	28.21	104.88	372.46
5	11.09	11.09	15.06	59.04	203.65

Tabla 6.6 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje y (t/cm)				
Nivel	1-y	2-y	3-y	Σ
1	249.88	114.32	151.08	515.28
2	125.33	53.84	73.98	253.15
3	87.23	35.96	50.66	173.85
4	63.14	25.12	33.02	121.28
5	33.86	13.04	19.03	65.93

6.3.2.1 Matriz de rigideces de los modelos unidimensionales

Al establecer las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales mostrados en las Fig 6.4 se obtiene la siguiente matriz de rigideces.

$$\vec{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & K_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

6.3.2.2 Matriz de masas de los modelos unidimensionales

Al establecer las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales mostrados en las Fig 6.4 se obtiene la siguiente matriz de masas (concentradas).

$$\vec{M} = \frac{1}{g}\begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & o & W_5 \end{bmatrix} \tag{6.9}$$

6.3.2.3 Eigenvalores y eigenvectores

Al sustituír los valores de la tabla 6.1, 6.5 y 6.6 en las ecuaciones 6.8 y 6.9, para cada uno de los modelos estructurales asociados a las dos direcciones ortogonales, y resolver los correspondiente problemas de valores característicos, se obtienen los eigenvectores (formas modales) mostradas en la Fig 6.5.

Los valores de los períodos, frecuencias naturales de vibración y valores característicos correspondientes a los eigenvectores de la Fig 6.5 se se presentan en la tabla 6.7

Tabla 6.7 Períodos y frecuencias naturales de vibración de los modelos estructurales del edificio

Mo do	Modelo estructural, eje y			Modelo estructural, eje x		
	T_{1x} (s)	$_{1y}$ (rad/s)	$^{2}_{1y}$ (rad/s)^2	T_{1x} (s)	$_{1x}$ (rad/s)	$^{2}_{1x}$ (rad/s)^2
1	.4719	13.31	177.28	.2735	22.97	527.77
2	.2006	31.32	981.06	.1158	54.26	2944.03
3	.1302	48.26	2328.83	.0752	83.55	6981.10
4	.0945	66.49	4420.75	.0548	114.66	13146.15
5	.0676	92.95	8639.06	.0401	156.69	24551.10

6.3.3 Respuesta espectral de desplazamientos de cada modo para el modelo estructural paralelo a eje y

Con base en los incisos 4.1.4.3 y 4.1.4.4 la respuesta espectral desplazamientos de cada modo se obtiene con las Ec 4.25 y 4.27, y de acuerdo con el inciso 4.1.3.3 el coeficiente de participación se obtiene con la Ec 4.22e, que se reproducen a continuación.

$$c_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} m_k r_k^i}{\sum_{k=1}^{N} m_k (r_k^i)^2} \qquad (4.22e)$$

$$y^i_{máx} = c_i \frac{A_i}{\omega_i^2} \qquad (4.25)$$

$$\bar{U}^i_{máx} = \bar{r}^i y^i_{máx} \qquad (4.27)$$

6.3.3.1 Primer modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.8. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.8 Respuesta espectral de desplazamientos: Primer modo

Nivel k-ésimo	m_k ts^2/cm	r_k^1	$m_k r_k 1$ ts^2/cm	$m_k (r_k^1)^2$ ts^2/cm	$u_{kmáx}^1$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.1127
2	0.106	2.9613	0.3139	0.9295	0.3337
3	0.106	5.4973	0.5827	3.2034	0.6195
4	0.106	8.2805	0.8777	7.2681	0.9332
5	0.093	11.0399	1.0267	11.3348	1.2442
Σ			2.9070	22.8418	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 1, que resulta ser.

$$c_1 = \frac{2.9070}{22.8418} = 0.1273 \qquad (6.10)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del primer modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$\begin{aligned} T_a &= 0.2 < T_1 = 0.4719 < T_b = 0.6 \\ A_1 &= ag = cg = 0.16 * 981 = 156.96 \ cm/s^2 \end{aligned} \qquad (6.11)$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el primer modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y^1_{m\acute{a}x} = c_1 \frac{A_1}{\omega_1^2} = 0.1273 \frac{156.96}{177.28} = 0.1127 \quad cm \qquad (6.12)$$

La sexta columna de la tabla 6.8 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.2 Segundo modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.9. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.9 Respuesta espectral de desplazamientos: Segundo modo

Nivel k-ésimo	**m_k ts^2/cm**	**r_k^2**	**$m_k r_k^2$ ts^2/cm**	**$m_k(r_k^2)^2$ ts^2/cm**	**$u_{km\acute{a}x}^2$ cm**
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0208
2	0.106	2.6245	0.2782	0.7301	0.0546
3	0.106	3.4198	0.3625	1.2397	0.0711
4	0.106	1.6282	0.1724	0.2803	0.0339
5	0.093	-4.2387	-0.3942	1.6709	-0.0882
Σ			0.5249	4.0270	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 2, que resulta ser.

$$c_2 = \frac{0.5249}{4.0270} = 0.1303 \qquad (6.13)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del segundo modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$\begin{aligned} T_a &= 0.2 < T_2 = 0.2006 < T_b = 0.6 \\ A_2 &= ag = cg = 0.16*981 = 156.96 \quad cm/s^2 \end{aligned} \qquad (6.14)$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el segundo modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y^2_{máx} = c_2 \frac{A_2}{\omega_2^2} = 0.1303 \frac{156.96}{981.06} = 0.0208 \quad cm \qquad (6.15)$$

La sexta columna de la tabla 6.9 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.3 Tercer modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.10. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.10 Respuesta espectral de desplazamientos: Tercer modo

Nivel k-ésimo	m_k ts^2/cm	r_k^3	$m_k r_k^3$ ts^2/cm	$m_k(r_k^3)^2$ ts^2/cm	$u_{kmáx}^3$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0074
2	0.106	2.0606	0.2184	0.4501	0.0152
3	0.106	0.6797	0.0720	0.0490	0.0050
4	0.106	-2.6831	-0.2844	0.7631	-0.0197
5	0.093	1.1754	0.1073	0.1285	0.0086
Σ			0.2213	1.4967	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 3, que resulta ser.

$$c_3 = \frac{0.2213}{1.4967} = 0.1479 \qquad (6.16)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del tercer modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_3 = 0.1302 < T_a = 0.2$$

$$A_3 = ag = g(1 + 3\frac{T_3}{T_a})\frac{c}{4} \tag{6.17}$$

$$= 981(1 + 3\frac{0.1302}{0.2})\frac{0.16}{4} = 115.88 \quad cm/s^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el tercer modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y^3_{máx} = c_3\frac{A_3}{\omega_3^2} = 0.2213\frac{115.88}{2328.83} = 0.0110 \quad cm \tag{6.18}$$

La sexta columna de la tabla 6.10 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.4 Cuarto modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.11. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.11 Respuesta espectral de desplazamientos: Cuarto modo

Nivel k-ésimo	m_k ts^2/cm	r_k^4	$m_k r_k^4$ ts^2/cm	$m_k(r_k^4)^2$ ts^2/cm	$u_{kmáx}^4$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0039
2	0.106	1.1851	0.1256	0.1489	0.0046
3	0.106	-1.7383	-0.1843	0.3203	-0.0068
4	0.106	0.7849	0.0832	0.0653	0.0031
5	0.093	-0.1501	-0.0140	0.0021	-0.0006
Σ			0.1165	0.6426	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 4, que resulta ser.

$$c_4 = \frac{0.1165}{0.6426} = 0.1813 \tag{6.19}$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del cuarto modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_4 = 0.0945 < T_a = 0.2$$

$$A_4 = ag = g(1 + 3\frac{T_3}{T_a})\frac{c}{4} \tag{6.20}$$

$$= 981(1 + 3\frac{0.0945}{0.2})\frac{0.16}{4} = 94.86 \quad cm/s^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el cuarto modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y^4_{máx} = c_4\frac{A_4}{\omega_4^2} = 0.1813\frac{94.86}{4420.75} = 0.00389 \quad cm \tag{6.21}$$

La sexta columna de la tabla 6.11 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.5 Quinto modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.12. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.12 Respuesta espectral de desplazamientos: Quinto modo

Nivel k-ésimo	m_k ts^2/cm	r_k^5	$m_k r_k^5$ ts^2/cm	$m_k(r_k^5)^2$ ts^2/cm	$u_{kmáx}^5$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0038
2	0.106	-0.5787	-0.0613	0.0355	-0.0022
3	0.106	0.1678	0.0178	0.0030	0.0006
4	0.106	-0.0282	-0.0030	0.0001	-0.0001
5	0.093	0.0025	-0.0002	0.0000	0.0000
Σ			0.0597	0.1446	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 5, que resulta ser.

$$c_5 = \frac{0.0577}{0.1446} = 0.4129 \tag{6.22}$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del quinto modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_5 = 0.0676 < T_a = 0.2$$

$$A_5 = ag = g(1 + 3\frac{T_3}{T_a})\frac{c}{4} \tag{6.23}$$

$$= 981(1 + 3\frac{0.0676}{0.2})\frac{0.16}{4} = 79.03 \quad cm/s^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el quinto modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y^5_{máx} = c_5\frac{A_5}{\omega_5^2} = 0.4129\frac{79.03}{8639.06} = 0.003777 \ cm \tag{6.24}$$

La sexta columna de la tabla 6.12 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.4 Respuesta espectral de fuerzas cortantes de cada modo para el modelo estructural paralelo al eje y

Con base en la respuesta espectral de desplazamientos de cada modo (cuantificados en la columna 6 de las tablas 6.8 a 6.12, que se repiten en la columna 2 de las tablas 6.13 a 6.17) se pueden cuantificar las fuerzas cortantes correspondientes, al utilizar los conceptos relacionados con la definición de rigidez de entrepiso (Ec 2.5 y 2.6), reproducidos en la forma en que se utilizan.

$$V_k = k_k \Delta u_k \tag{2.5}$$

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} \tag{2.6}$$

Los valores de las rigideces de entrepiso para el modelo estructural paralelo al eje y se muestran en la columna 2 de la tabla 6.2 o bien en la columna 12 de la tabla 6.5, y se repiten sistemáticamente en la columna 3 de las tablas 6.13 a 6.17.

En la revisión del cumplimiento de las condiciones de regularidad del edificio respecto a la rigidez al corte (inciso 3.4), la relación de rigideces entre el primer y segundo entrepisos es igual a 2.035. Aunque excede del 100 por ciento (103.5), se considera que la rigidez del primer entrepiso está sobrevaluada por la condición de frontera de empotramiento. Por tanto, el edificio es regular y los factores reductivos Q' no sufren reducciones adicionales.

6.3.4.1 Primer modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.13.

Tabla 6.13 Respuesta espectral de cortantes: Primer modo

Nivel/ Entrepiso	$u_{kmáx}^{1}$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{kmáx}^{1}$ cm	$V_{kmáx}^{1}$ t	$V_{kmáxr}^{1}$ t
1	0.1127	515.28	0.1127	58.12	38.75
2	0.3337	253.15	0.2210	55.95	37.30
3	0.6195	173.85	0.2858	49.68	33.12
4	0.9332	121.28	0.3137	38.05	25.37
5	1.2442	65.93	0.3110	20.50	13.67

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{1y}, que resulta ser.

$$T_{1y} = 0.4719 > T_a = 0.2$$
$$Q'_{1y} = Q_y = 1.500 \qquad (6.25)$$

6.3.4.2 Segundo modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.14.

Tabla 6.14 Respuesta espectral de cortantes: Segundo modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{kmáx}^2$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{kmáx}^2$ cm	$V_{kmáx}^2$ t	$V_{kmáxr}2$ t
1	0.0208	515.28	0.0208	10.72	7.15
2	0.0546	253.15	0.0338	8.56	5.71
3	0.0711	173.85	0.0165	2.87	1.91
4	0.0339	121.28	-0.0372	-4.51	-3.01
5	-0.0882	65.93	-0.1221	-8.05	-5.37

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{2y}, que resulta ser.

$$T_{2y} = 0.2006 > T_a = 0.2$$
$$Q'_{2y} = Q_y = 1.500 \qquad (6.26)$$

6.3.4.3 Tercer modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.15.

Tabla 6.15 Respuesta espectral de cortantes: Tercer modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{kmáx}^3$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{kmáx}^3$ cm	$V_{kmáx}^3$ t	$V_{kmáxr}3$ t
1	0.0074	515.28	0.0074	3.81	2.87
2	0.0152	253.15	0.0078	1.97	1.49
3	0.0050	173.85	-0.0102	-1.77	-1.33
4	-0.0197	121.28	-0.0247	-3.00	-2.26
5	0.0086	65.93	0.0283	1.87	1.41

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{3y}, que resulta ser.

$$T_{3y} = 0.1302 < T_a = 0.2$$

$$Q'_{3y} = 1 + \frac{T_{3y}}{T_a}(Q_y - 1) = 1.326 \qquad (6.27)$$

6.3.4.4 Cuarto modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.16.

Tabla 6.16 Respuesta espectral de cortantes: Cuarto modo

Nivel/ Entrepiso	$u_{kmáx}^{4}$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{kmáx}^{4}$ cm	$V_{kmáx}^{4}$ t	$V_{kmáxr}^{4}$ t
1	0.0039	515.28	0.0039	2.00	1.62
2	0.0046	253.15	0.0007	0.18	0.15
3	-0.0068	173.85	-0.0114	-1.98	-1.60
4	0.0031	121.28	0.0099	1.20	0.97
5	-0.0006	65.93	-0.0037	-0.24	-0.19

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{4y}, que resulta ser.

$$T_{4y} = 0.0945 < T_a = 0.2$$

$$Q'_{4y} = 1 + \frac{T_{4y}}{T_a}(Q_y - 1) = 1.236 \qquad (6.28)$$

6.3.4.5 Quinto modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.17.

Tabla 6.17 Respuesta espectral de cortantes: Quinto modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{kmáx}{}^{5}$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{kmáx}{}^{5}$ cm	$V_{kmáx}{}^{5}$ t	$V_{kmáxr}{}^{5}$ t
1	0.0038	515.28	0.0038	1.94	1.66
2	-0.0022	253.15	-0.0060	-1.52	-1.3
3	0.0006	173.85	0.0028	0.49	0.42
4	-0.0001	121.28	-0.0007	-0.08	-0.07
5	0.0000	65.93	0.0001	0.01	0.01

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{5y}, que resulta ser.

$$
\begin{aligned}
T_{5y} &= 0.0676 < T_a = 0.2 \\
Q'_{5y} &= 1 + \frac{T_{5y}}{T_a}(Q_y - 1) = 1.169
\end{aligned}
\qquad (6.29)
$$

6.3.5 Respuesta total para el modelo estructural paralelo al eje y

Conocidos los elementos cinemáticos (inciso 6.3.3) y los elementos mecánicos (inciso 6.2.4) del modelo estructural en estudio para cada modo de vibración, se procede a determinar la respuesta total de dicho modelo estructural.

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que debe incluírse el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual a 0.4 s, pero en ningún caso se pueden considerar menos que los tres primeros modos de traslación en cada dirección de análisis.

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 recomienda utilizar el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS), para calcular la respuesta total, siempre que los períodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre si, que es el caso. el método SRSS se indica mediante la Ec 4.29, que se reproduce a continuación.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} S_i^2} \qquad (4.29)$$

6.3.5.1 Respuesta total de desplazamientos

En la tabla 6.18 se resumen las operaciones indicadas por la Ec 4.29 para los vectores de desplazamientos máximos de cada modo mostrados en la columna 6 de las tablas 6.8 a 6.12. En la columna 2 se muestra la combinación de un solo modo (el primero), en la columna 3 la combinación de los dos primeros, y asi sucecivamente.

El primer elemento de cada casillero representa el componente de desplazamiento total mientras que el segundo elemento representa el cociente de ese desplazamiento entre el desplazamiento total obtenido con la combinación de todos los modos del modelo estructural, dados por la columna 6.

Tabla 6.18 Respuesta total de desplazamientos (cm)

Nivel	1 modo	2 modos	3 modos	4 modos	5 modos
1	0.1127 0.98	0.1146 0.99	0.1148 1.00	0.1149 1.00	0.1150 1.00
2	0.3337 0.97	0.3381 1.00	0.3385 1.00	0.3385 1.00	0.3385 1.00
3	0.6195 0.99	0.6236 1.00	0.6236 1.00	0.6236 1.00	0.6236 1.00
4	0.9332 1.00	0.9338 1.00	0.9349 1.00	0.9340 1.00	0.9340 1.00
5	1.2442 1.00	1.2473 1.00	1.2474 1.00	1.2474 1.00	1.2474 1.00

6.3.5.2 Respuesta total de fuerzas cortantes

En la tabla 6.19 se resumen las operaciones indicadas por la Ec 4.29 para los vectores de fuerzas cortantes máximos de cada modo mostrados en la columna 6 de las tablas 6.13 a 6.17. El ordenamiento de esta tabla es enteramente similar al de la tabla 6.18.

Tabla 6.19	**Respuesta total de fuerzas cortantes (t)**					**V_i Escala**
Entrepi	**1 modo**	**2 modos**	**3 modos**	**4 modos**	**5 modos**	
1	37.75 0.98	38.42 0.99	38.53 1.00	38.56 1.00	38.60 1.00	43.28
2	37.30 0.99	37.73 1.00	37.76 1.00	37.76 1.00	37.79 1.00	42.37
3	33.12 0.99	33.18 1.00	33.20 1.00	33.24 1.00	33.24 1.00	37.27
4	25.37 1.00	25.55 1.00	25.65 1.00	25.67 1.00	25.67 1.00	28.78
5	13.67 0.93	14.69 0.99	14.75 1.00	14.76 1.00	14.56 1.00	16.55

6.3.5.3 Revisión por cortante basal

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que si con el método de análisis dinámico que se haya aplicado se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal calculada, V_0, debe ser tal que debe cumplir con la siguiente condición.

$$V_0 \geq 0.8a\frac{W_0}{Q'} = (0.8)(0.16)\frac{507.2}{1.5} = 43.28 \ t \qquad (6.30)$$

En caso de no cumplirse la condición anterior, Las fuerzas de diseño y los desplazamientos laterales correspondientes se deben incrementar en la proporción para que el cortante basal calculado, V_0, cumpla con la igualdad.

De acuerdo con la tabla 6.19, el cortante basal que proporciona el método dinámico es, V_0 = 38.60 t, por lo que las fuerzas cortantes que proporciona el método dinámico (columna 6 de la tabla 6.19) se deben multiplicar por el coeficiente, 43.28/38.6 = 1.12. El escalamiento se indica en la columna 7 de la tabla 6.19.

6.3.6 Comparación de las fuerzas cortantes obtenidas con los métodos estático y dinámico

A fin de tener una idea comparativa de los valores de las fuerzas cortantes que cada método proporciona se construye la tabla 6.20 donde se establecen tales comparaciones.

Tabla 6.20 Comparación de fuerzas cortantes sísmicas

Entrepiso	V_{est} (t)	V_{din} (t)	V_{est}/V_{din}
1	54.09	43.28	1.25
2	50.33	42.37	1.19
3	42.81	37.27	1.29
4	31.53	28.78	1.10
5	16.48	16.55	1.00

6.4 Fuerzas sísmicas en los elementos estructurales de la edificación

6.4.1 Resumen de las ecuaciones utilizadas

En el inciso 5.2 se presenta el procedimiento para cuantificar las fuerzas sismicas para el modelo estructural que utiliza el concepto de rigideces de entrepiso. Las ecuaciones que se utilizan se reproducen a continuación.

6.4.1.1 Coordenadas del centro de torsión

$$x_t = \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \qquad (5.10)$$

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^{NY} y_i k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \qquad (5.11)$$

6.4.1.2 Fuerzas cortantes directas

$$V_{jy}^{d} = \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \qquad (5.4)$$

$$V_{ix}^{d} = \frac{k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} V_x \qquad (5.8)$$

6.4.1.3 Excentricidades calculadas

$$e_{sx} = |x_m - x_t|$$

donde :

e_{sx} = Excentricidad de la fuerza Cortante V_y (5.12)

x_m = Abscisa del centro de masas

x_t = Abscisa del centro de torsión

$$e_{sy} = |y_m - y_t|$$

donde

e_{sy} = Excentricidad de la fuerza Cortante V_x (5.13)

y_m = Ordenada del centro de masas

y_t = Ordenada del centro de torsión

6.4.1.4 Excentricidades de diseño

$$\begin{aligned} e_{dx} &= 1.5e_{sx} + 0.1b_x \\ e_{dx} &= e_{sx} - 0.1b_x \end{aligned} \tag{5.14}$$

b_x es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sx} (perpendicular a la fuerza cortante V_y).

$$\begin{aligned} e_{dy} &= 1.5e_{sy} + 0.1b_y \\ e_{dy} &= e_{sy} - 0.1b_y \end{aligned} \tag{5.15}$$

b_y es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sy} (perpendicular a la fuerza cortante V_x).

6.4.1.5 Fuerzas cortantes debidas a la torsión

$$\begin{aligned} M &= M_{ty} = e_{dx}V_y \\ &= M_{tx} = e_{dy}V_x \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$V_{ix}^{t} = \frac{k_{ix}\overline{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_j^2} M \tag{5.22}$$

$$V_{jy}^{t} = \frac{k_{jy}\overline{x}_{j}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\overline{y}_{i}^{2} + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\overline{x}_{j}^{2}} M \qquad (5.23)$$

6.4.1.6 Fuerzas cortantes de diseño en los resortes (rigideces de entrepiso)

$$V_{ix} = V_{ix}^{d} + V_{ix}^{t}$$
$$V_{jy} = V_{jy}^{d} + V_{jy}^{t} \qquad (5.24)$$

Las fuerzas cortantes que se utilizan son las obtenidas con el método estático, ya que con el método dinámico se obtuvieron para el modelo estructural paralelo a la dirección del eje y.

6.4.2 Diafragma del nivel 1

En la Fig 6.6 se muestra la geometría del diafragma del nivel 1 así como la distribución de las rigideces de entrepiso que llegan a dicho nivel y la posición del centro de masas. Con base en dicha figura y las ecuaciones resumidas del capítulo 5 se construyen las tabla 6.21 y 6.22

Con base en las columnas 3 y 4 de la tabla 6.21 y la Ec 5.11 se obtiene el siguiente valor de la ordenada del centro de torsión.

$$y_{1t} = \frac{1084134}{136369} = 7.95\ m \qquad (6.31)$$

Con los elementos de la columna 3 de la tabla 6.21, la fuerza cortante correspondiente y la Ec 5.8 se obtienen los elementos de la columna 5 de dicha tabla.

Los elementos de la columna 6 de la tabla 6.21 se obtiene mediante la Ec 6.31 y la columna 2 de dicha tabla.

Tabla 6.21	Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x		
Eje i-x	y_i (m)	k_{ix} (t/m)	$y_i k_{ix}$ (t)
1-x	0.00	31045.00	0.00
2-x	2.85	12757.00	36357.00
3-x	4.20	9753.00	40963.00
4-x	6.60	9753.00	64370.00
5-x	7.95	9753.00	77536.00
6-x	9.30	9753.00	90703.00
7-x	11.70	9753.00	114110.00
8-x	13.05	12757.00	166479.00
9-x	15.90	31045.00	493616.00
Σ		136369.00	1084134.00

Tabla 6.21	Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x (cont)			
Eje i-x	V_{1ix}^{d} (t)	$\overline{y}_i$ (m)	$\overline{y}_i k_{ix}$ (t)	$\overline{y}_i^2 k_{ix}$ (tm)
1-x	12.31	-7.95	-246808.0	1962121.0
2-x	5.06	-5.10	-65061.0	331810.0
3-x	3.87	-3.75	-36574.0	137152.0
4-x	3.87	-1.35	-13167.0	17775.0
5-x	3.87	0.00	0.0	0.0
6-x	3.87	1.35	13167.0	17775.0
7-x	3.87	3.75	36574.0	137152.0
8-x	5.06	5.10	65061.0	331810.0
9-x	12.31	7.95	246808.0	1962121.0
Σ	54.09			4897715.0

A fin de cuantificar la abscisa del centro de torsión y las demás elementos de las restantes ecuaciones del capítulo 5 se construye la tabla 6.22, con base en la Fig 6.6

Con base en las columnas 3 y4 de la tabla 6.22 y la Ec 5.10 se obtiene el siguiente valor de la abscisa del centro de torsión.

$$x_{1t} = \frac{174921}{51528} = 3.40\ m \qquad (6.32)$$

Con los elementos de la columna 3 de la tabla 6.22, la fuerza cortante correspondiente y la Ec 5.4 se obtienen los elementos de la columna 5 de dicha tabla.

Los elementos de la columna 6 de la tabla 6.22 se obtiene mediante la Ec 6.32 y la columna 2 de dicha tabla.

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y

Eje j-y	x_j (m)	k_{jy} (t/m)	$x_j k_{jy}$ (t)
1-y	0.00	24988.0	0.0
2-y	4.20	11432.0	48014.0
3-y	8.40	15108.0	126907.0
Σ		51528.0	174921.0

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y (cont)

Eje j-y	V^d_{1jy} (t)	$\bar{x}_j$ (m)	$\bar{x}_j k_{jy}$ (t)	$\bar{x}_j^2 k_{jy}$ (tm)
1-y	26.23	-3.40	-84459.0	288861.0
2-y	12.00	0.80	9146.0	7316.0
3-y	15.86	5.00	75540.0	377700.0
Σ	54.09			673877.0

De acuerdo con las coordenadas del dentro de masas especificado en la Fig 6.6 y las Ec 6.31 y 6.32 se obtienen los siguientes valores de las excentricidades calculadas, de acuerdo con las Ec 5.12 y 5.13.

$$\begin{aligned} e_{1sx} &= |x_{1m} - x_{1t}| = |4.20 - 3.40| = 0.80\ m \\ e_{1sy} &= |y_{1m} - y_{1t}| = |7.95 - 7.95| = 0.00\ m \end{aligned} \tag{6.33}$$

Con base en las Ec 6.33, 5.14 y 5.15 se obtienen las excentricidades de diseño correspondientes.

$$\begin{aligned} e_{1dx} &= 1.5e_{1sx} + 0.1b_x = 1.5(0.8) + 0.1(8.4) = 2.04\ m \\ e_{1dx} &= e_{1sx} - 0.1b_x = 0.8 - 0.1(8.4) = -0.04\ m \end{aligned} \tag{6.34}$$

$$\begin{aligned} e_{1dy} &= 1.5e_{1sy} + 0.1b_y = 1.5(0.0) + 0.1(15.9) = 1.59\ m \\ e_{1dy} &= e_{1sy} - 0.1b_y = 0.0 - 0.1(15.9) = -1.59\ m \end{aligned} \tag{6.35}$$

Con base en las Ec 6.34, 6.35 y 5.16 se obtiene el momento torsionante que se las fuerzas sísmicas le ocasionan al diafragma rígido del nivel 1.

$$\begin{aligned} M_{1ty} &= e_{1dx}V_{1y} = 2.04(54.09) = 110.34\ tm \\ &= e_{1dx}V_{1y} = 0.04(54.09) = 2.20\ tm \end{aligned} \tag{6.36}$$

$$\begin{aligned} M_{1tx} &= e_{1dy}V_{1x} = 1.59(54.09) = 86.00\ tm \\ &= e_{1dy}V_{1x} = 1.59(54.09) = 86.00\ tm \end{aligned} \tag{6.37}$$

De acuerdo con las Ec 5.22, 5.23 y la columna 8 de las tablas 6.21 y 6.22 se obtienen los siguientes coeficientes.

Las NTC para diseño por sismo, en su inciso 8.6, establece que de los dos momentos torsionantes de diseño en cada dirección (Ec 6.36 y 6.37) se debe tomar para cada marco o muro el que resulte mas desfavorable. Para cuantificar las fuerzas cortantes debidas a la torsión se utilizan las Ec 5.22 y 5.23, que de acuerdo con las columnas 8 de las tablas 6.21 y 6.22 y las Ec 6.36 y 6.37 resultan ser.

$$V_{1ix}^{ty} = \frac{k_{ix}\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1ty} = \frac{110.34}{4897715 + 673877} k_{ix}\bar{y}_i \tag{6.38}$$

$$= 0.000019804 k_{ix}\bar{y}_i$$

$$V_{1jy}^{ty} = \frac{k_{jy}\bar{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1ty} = 0.000019804 k_{jy}\bar{x}_j \tag{6.39}$$

$$V_{1ix}^{tx} = \frac{k_{ix}\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1tx} = \frac{86.00}{4897715 + 673877} k_{ix}\bar{y}_i \tag{6.40}$$

$$= 0.0000154354 k_{ix}\bar{y}_i$$

$$V_{1jy}^{tx} = \frac{k_{jy}\bar{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1tx} = 0.0000154354 k_{jy}\bar{x}_j \tag{6.41}$$

En la Fig 6.7 se presentan las fuerzas cortantes, cuando el sismo de diseño actúa en uno de sus sentidos, dadas por las Ec 6.38 a 6.41 al utilizar los valores de la columna 7 de las tablas 6.21 y 6.22. Tales valores se presentan en las columnas 9 a 12 de las tablas 6.21 y 6.22, en donde se incluyen los dos sentidos en que puede actuar el sismo de diseño.

Las columnas 13 de las tablas 6.21 y 6.22 se cuantifican de acuerdo con las Ec 5.24, de tal manera que se obtenga la fuerza cortante mayor.

Tabla 6.21 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x (cont)

Eje i-x	V_{1ix}^{ty} (t)	$-V_{1ix}^{ty}$ (t)	V_{1ix}^{tx} (t)	$-V_{1ix}^{tx}$ (t)	V_{1ix} (t)
1-x	-4.89	4.89	3.81	-3.81	17.20
2-x	-1.29	1.29	1.00	-1.00	6.35
3-x	-0.72	0.72	0.56	-0.56	4.59
4-x	-0.26	0.26	0.20	-0.20	4.13
5-x	0.00	0.00	0.00	0.00	3.87
6-x	0.26	-0.26	-0.20	0.20	4.13
7-x	0.72	-0.72	-0.56	0.56	4.59
8-x	1.29	-1.29	-1.00	1.00	6.35
9-x	4.89	-4.89	-3.81	3.81	17.20
Σ					

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y (cont)

Eje j-y	V_{1jy}^{ty} (t)	$-V_{1jy}^{ty}$ (t)	V_{1jy}^{tx} (t)	$-V_{1jy}^{tx}$ (t)	V_{1jy} (t)
1-y	-1.67	1.67	1.30	-1.30	27.90
2-y	0.18	-0.18	-0.14	0.14	12.18
3-y	1.50	-1.50	-1.17	1.17	17.36
Σ					

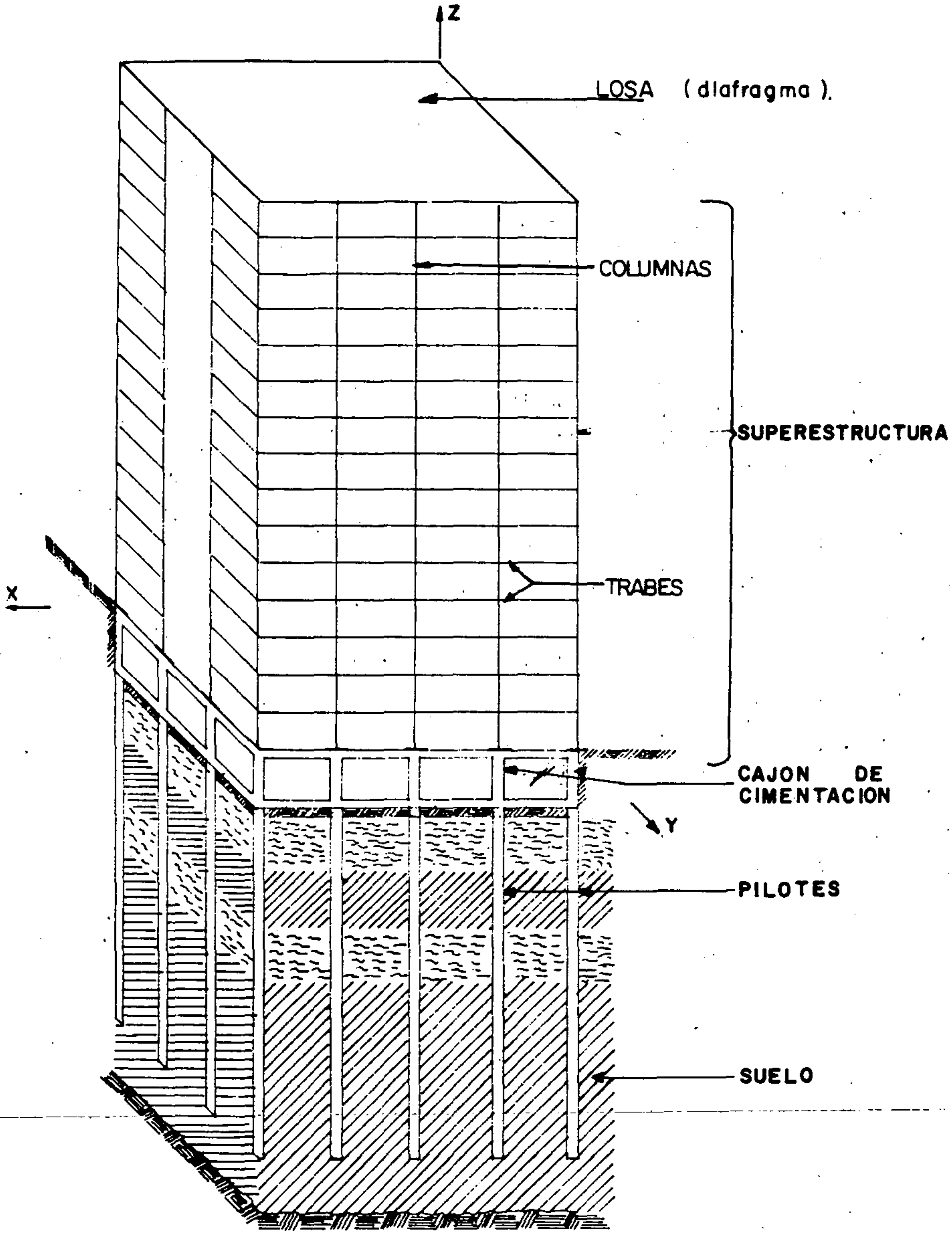


FIG 2.1 Representación esquemática de una edificación

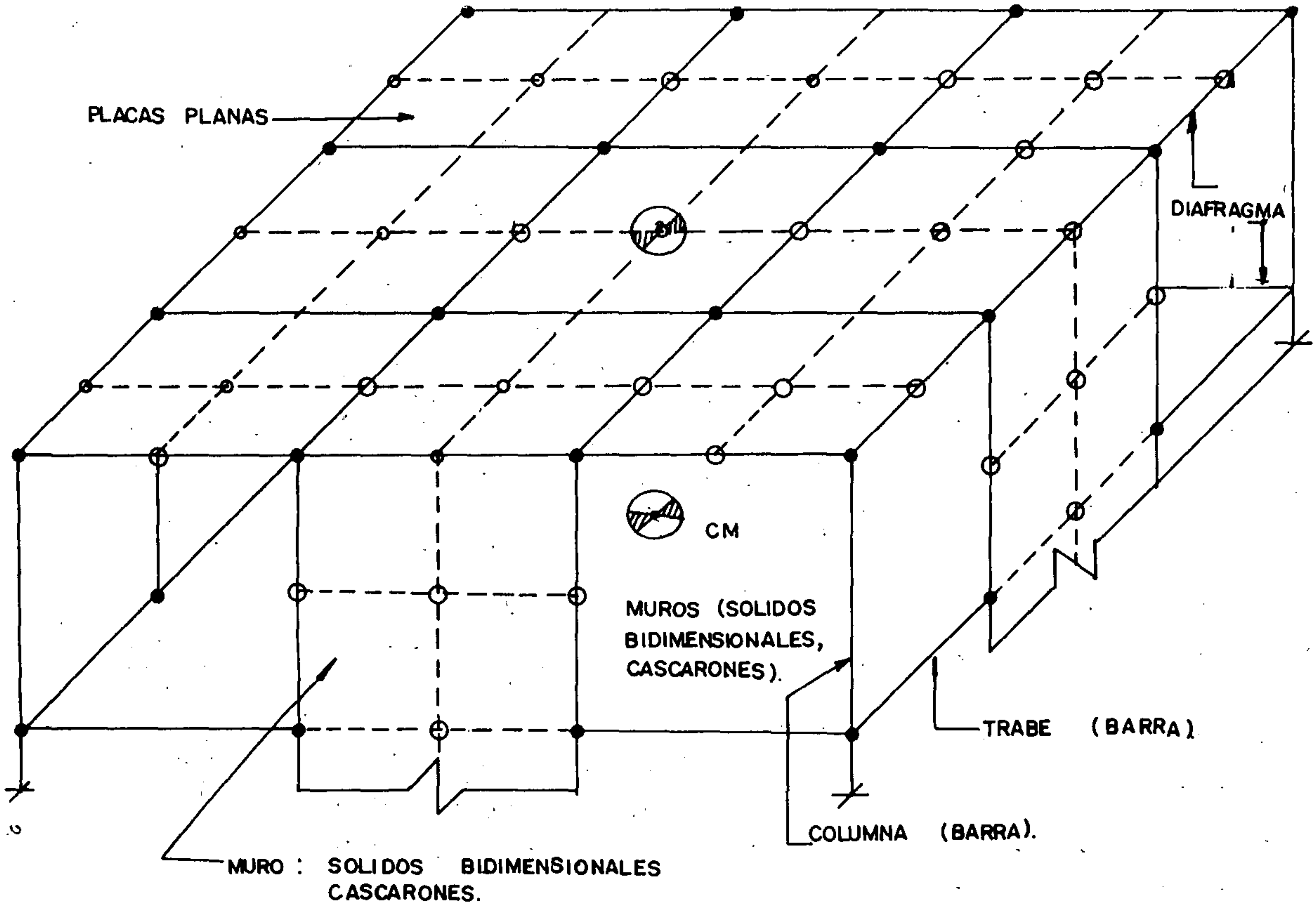


FIG 2.2 ELEMENTOS ESTRUCTU .ES DE UNA EDIFICACION.

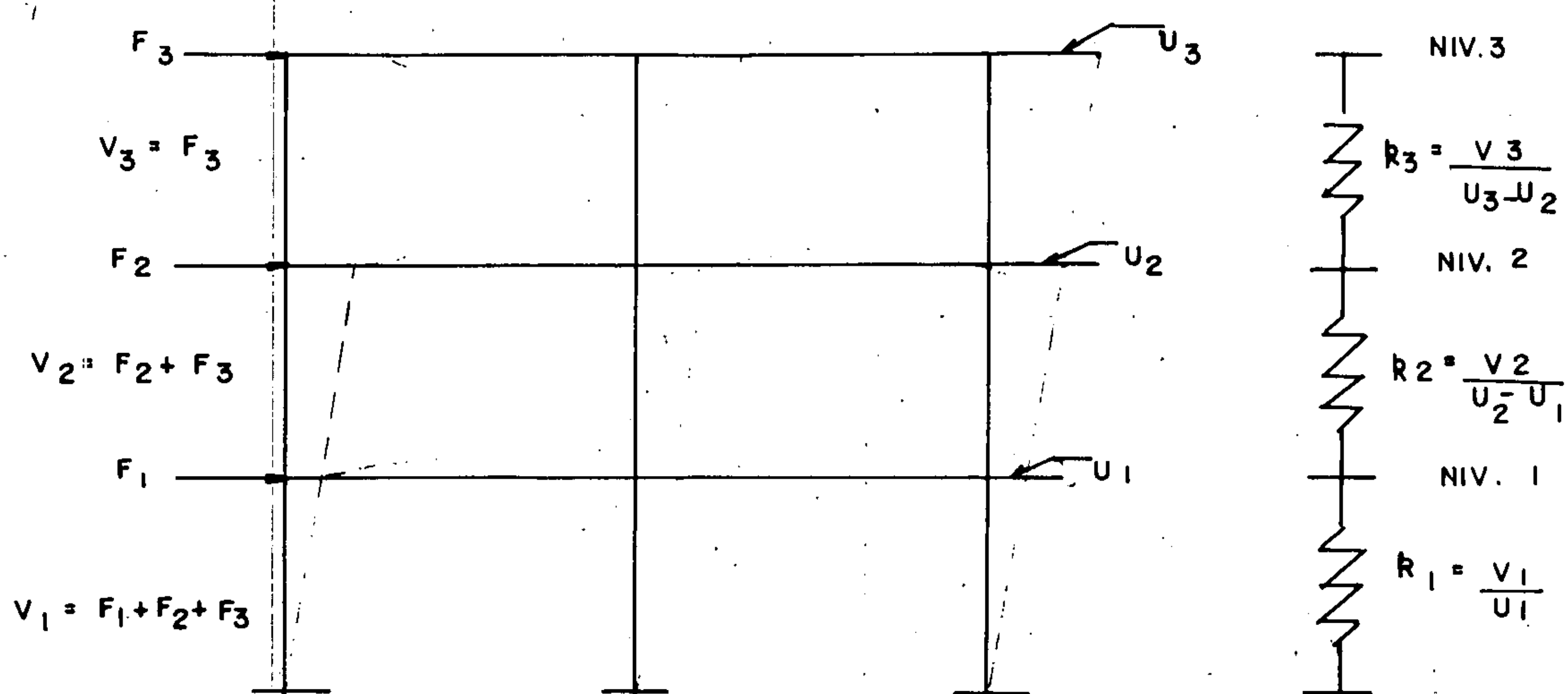


FIG 2.3 IDEALIZACION DE MARCOS PLANOS MEDIANTE RIGIDECES DE ENTREPISO.

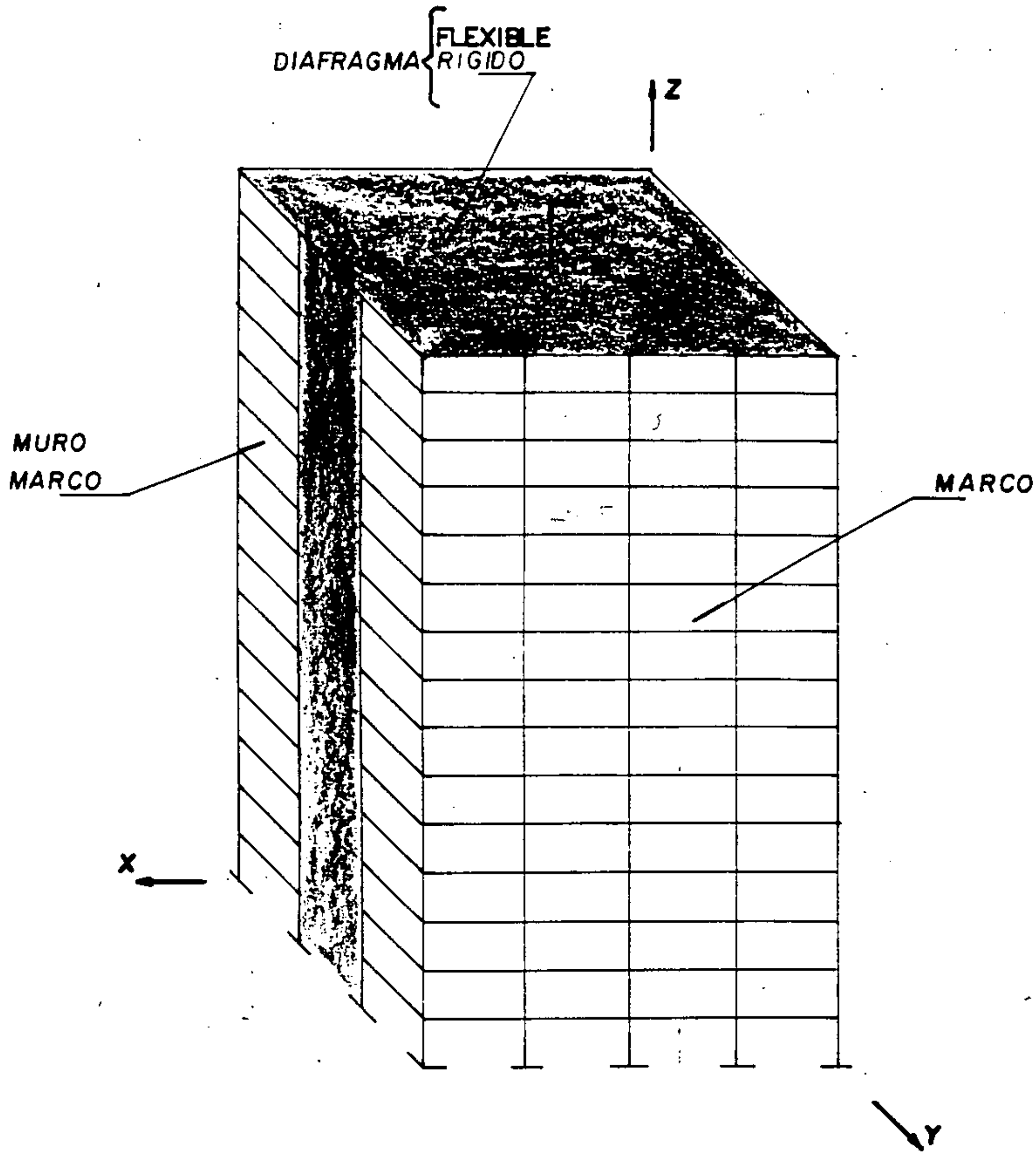


FIG 2.4 Muros y Muromarcos Tridimensionales unidos con diafragmas

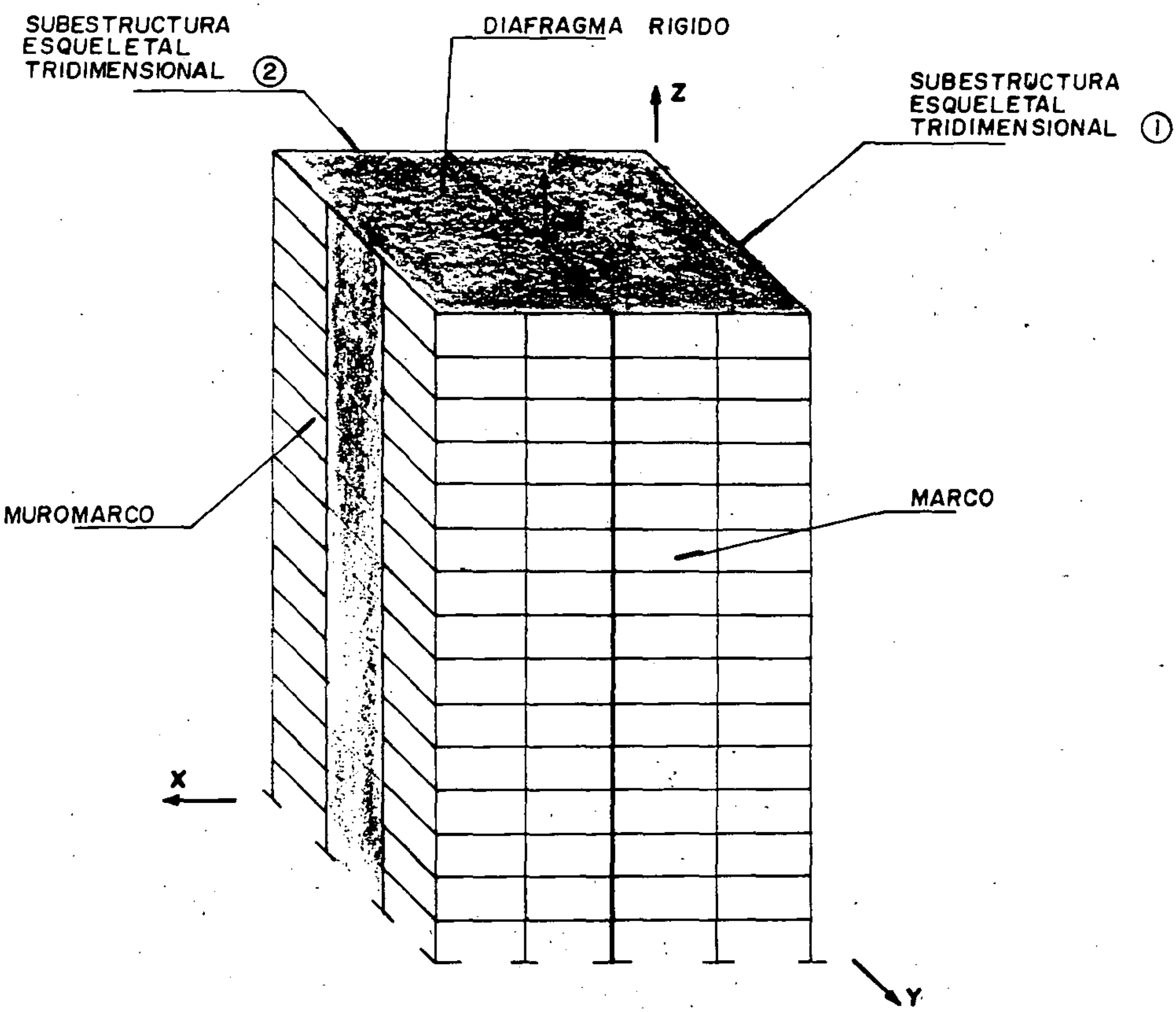
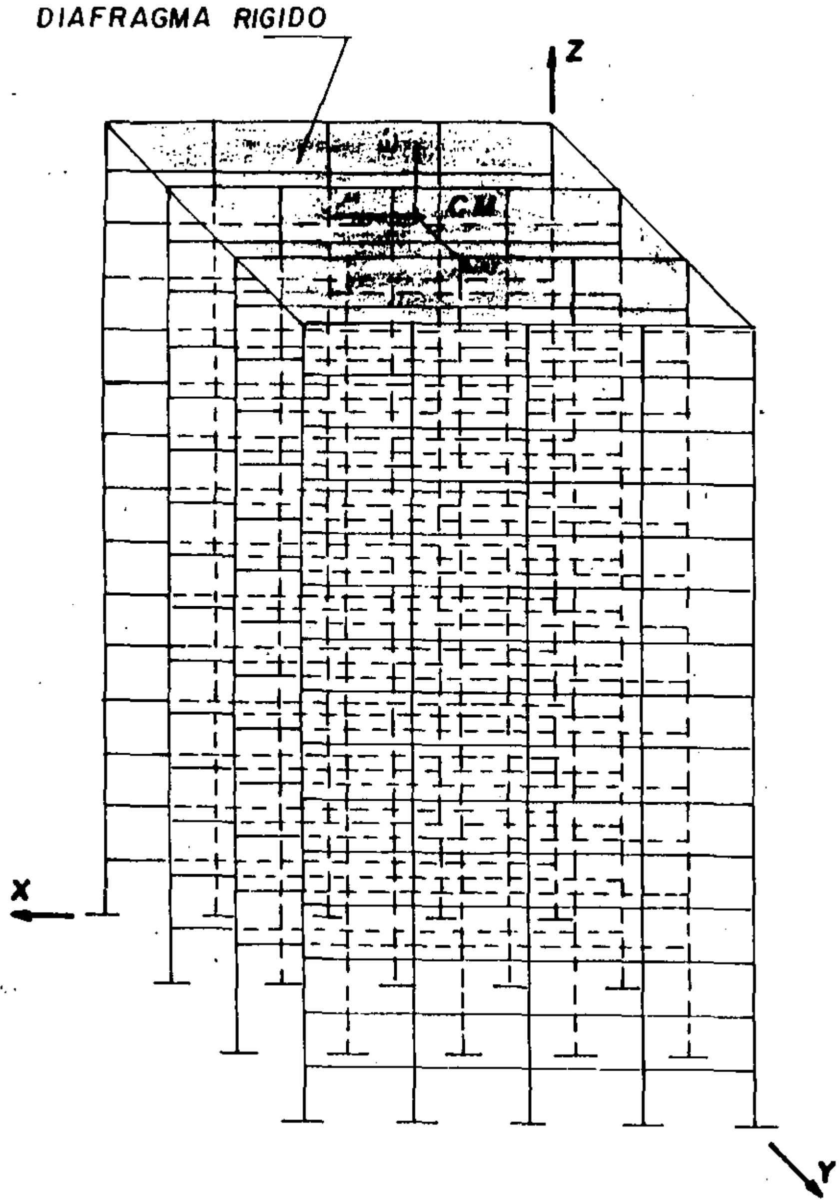
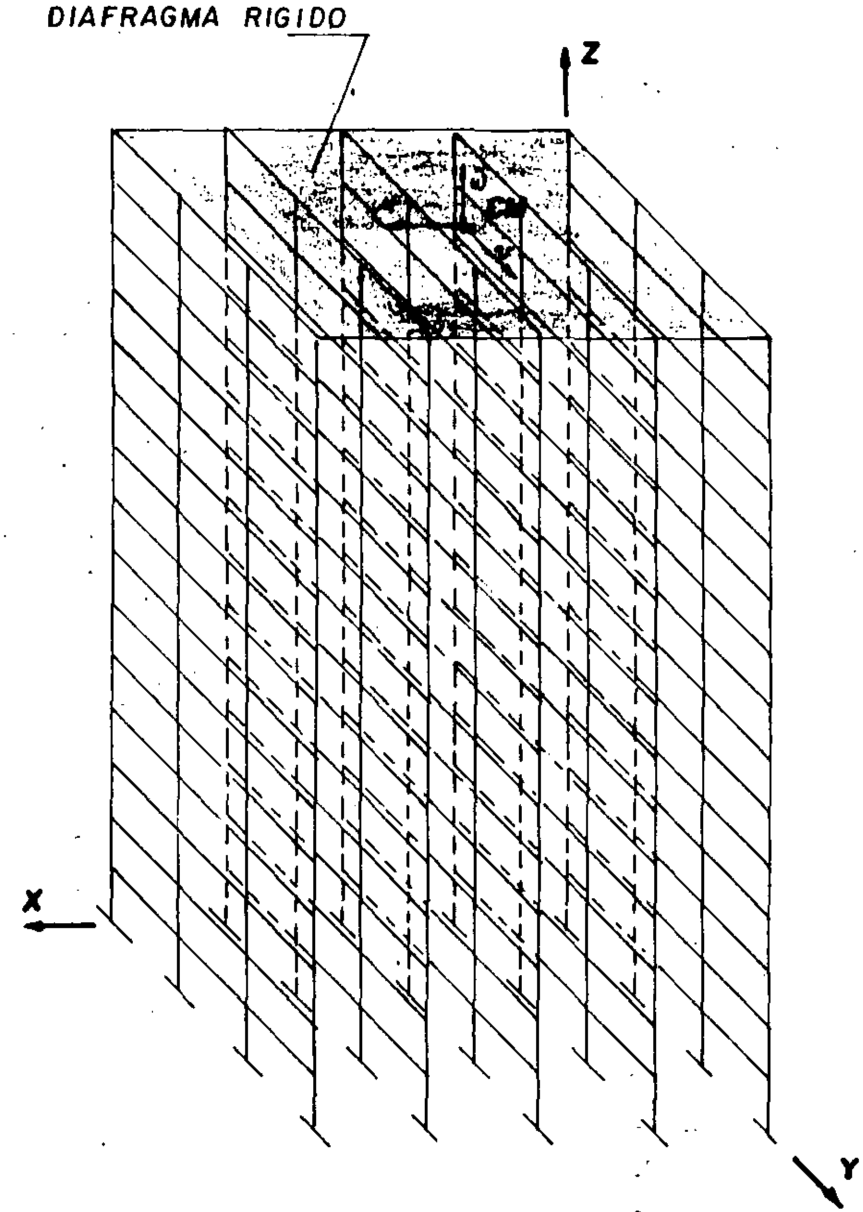


FIG 2.5 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos

5



PLANO PARALELO AL XZ



PLANO PARALELO AL YZ

FIG 2.6 *Subestructuras formadas con marcos y ·omarcos planos unidos con diafragmas rígidos*

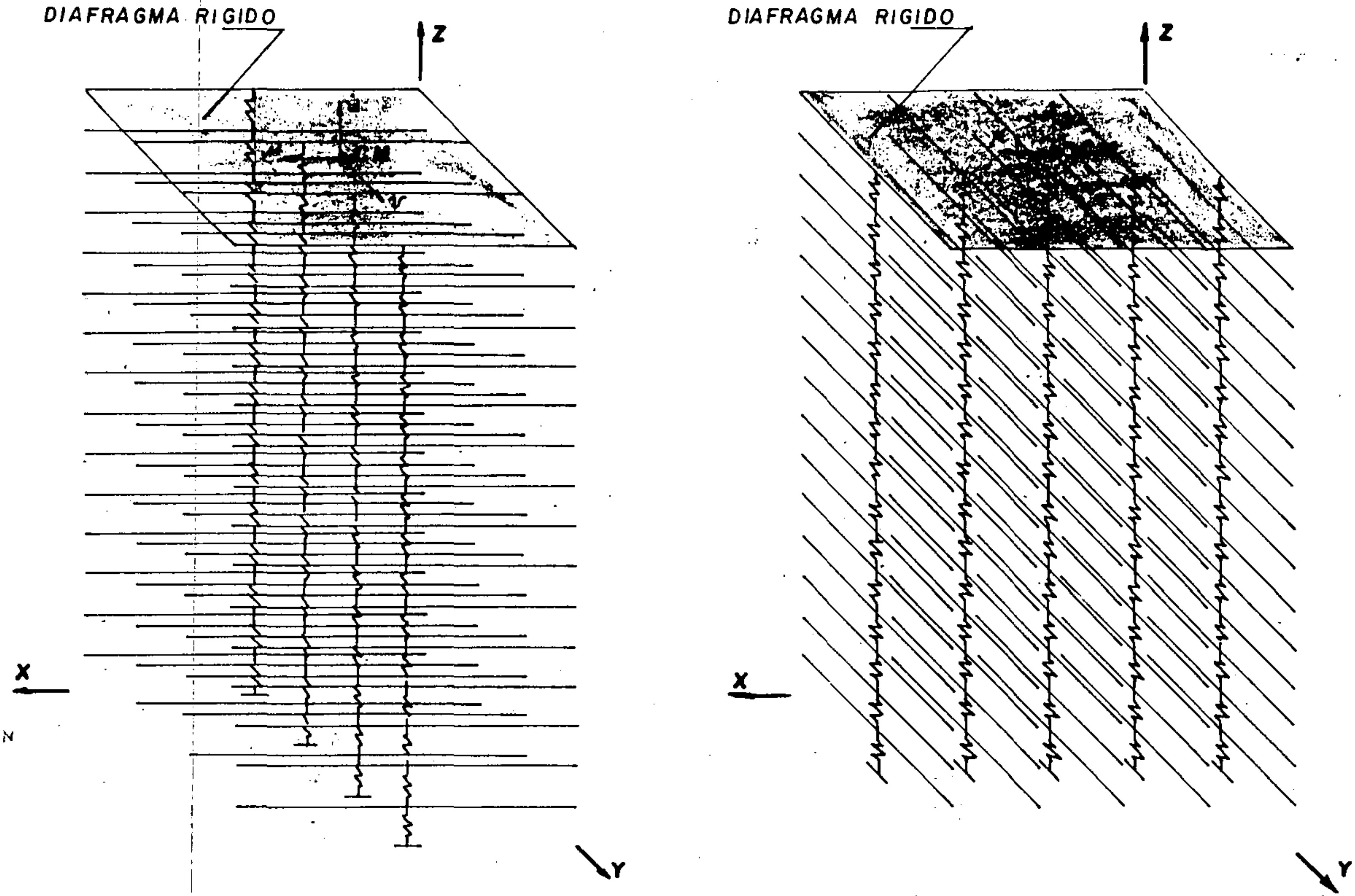
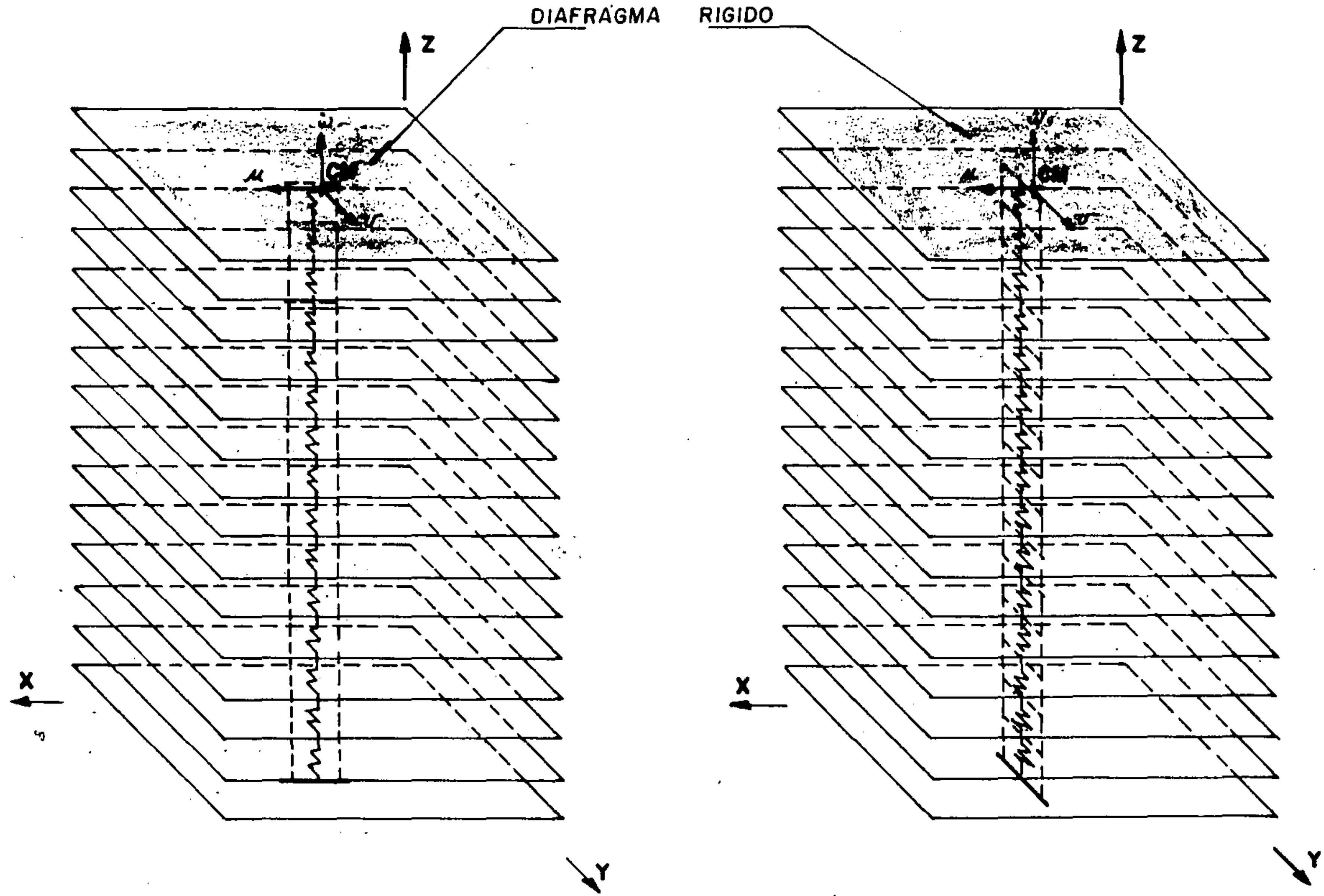


FIG 2.7 *Rígideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos*



Plano paralelo al XZ

Plano paralelo al YZ

FIG 2.8 MODELOS UNIDIRECCIO~~LES INDEPENDIENTES FORMADOS CON LAS RIGIDECES DE ENT ISO.

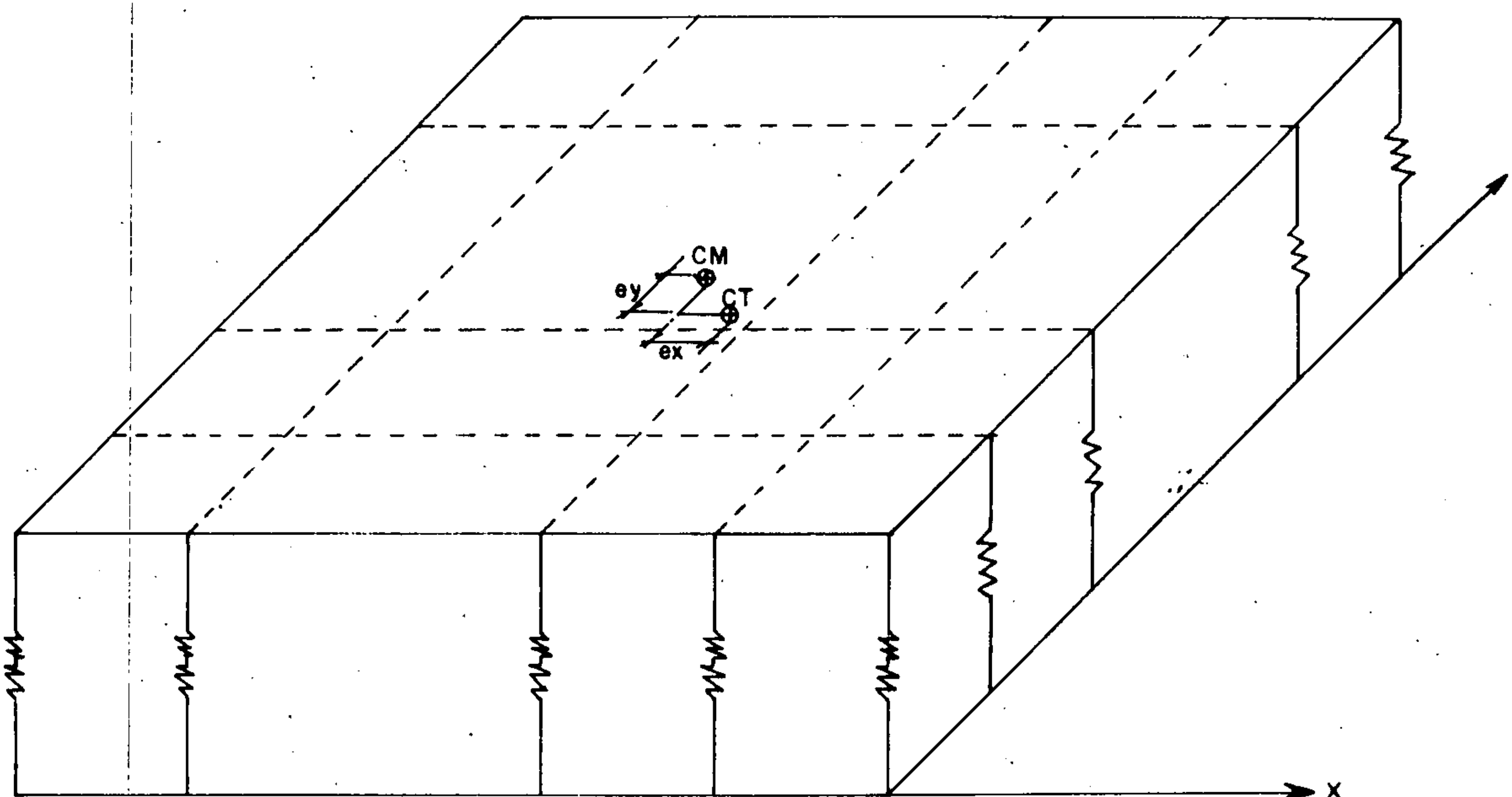
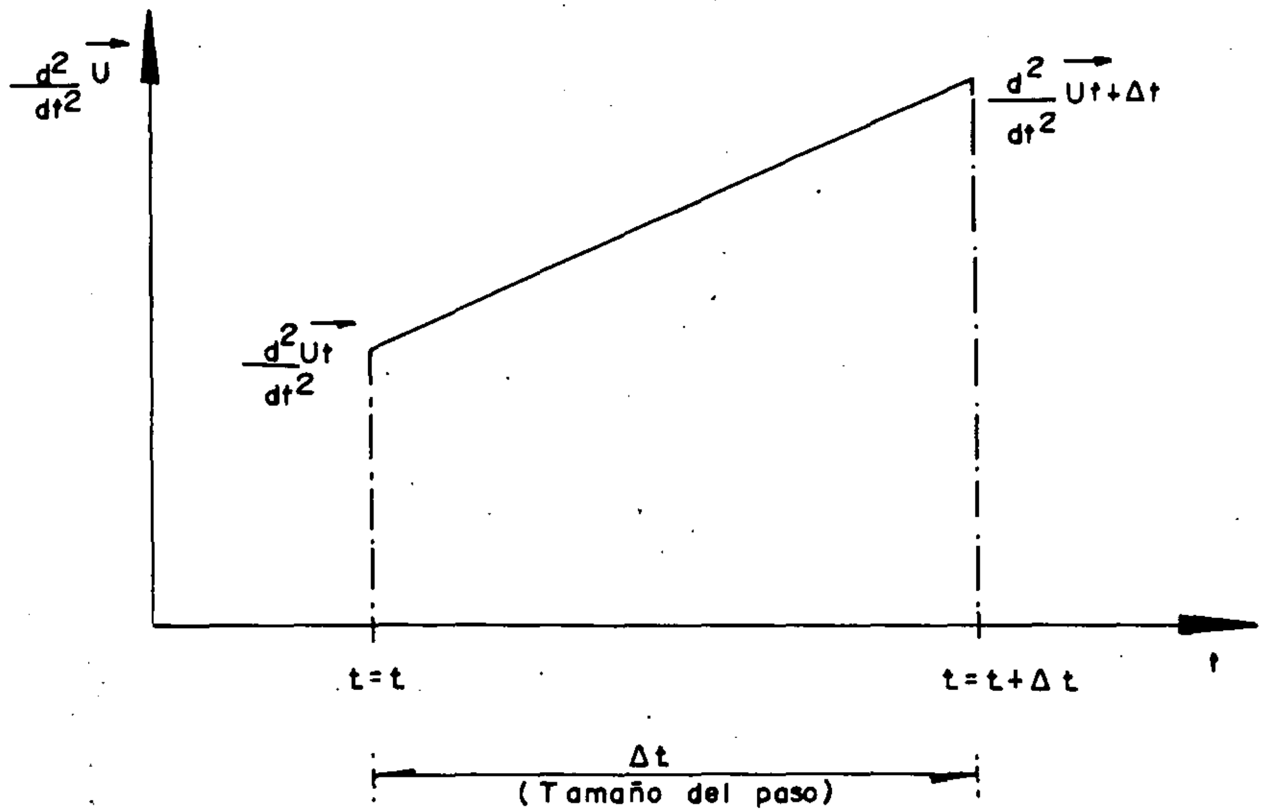


FIG 2.9 DIAFRAGMA RIGIDO UNIDO SOPORTADO LATERALMENTE POR LAS RIGIDECES DE ENTREPISO QUE LE SUBYACEN.



Valores conocidos al inicio del paso : $\vec{Ut}$, $\frac{d}{dt}\vec{Ut}$, $\frac{d^2}{dt^2}\vec{Ut}$

Valores por conocer al final del paso : $\overrightarrow{Ut+\Delta t}$, $\frac{d}{dt}\overrightarrow{Ut+\Delta t}$, $\frac{d^2}{dt^2}\overrightarrow{Ut+\Delta t}$

FIG. 4.1 Variación lineal de la aceleración en el intervalo de integración , Δt.

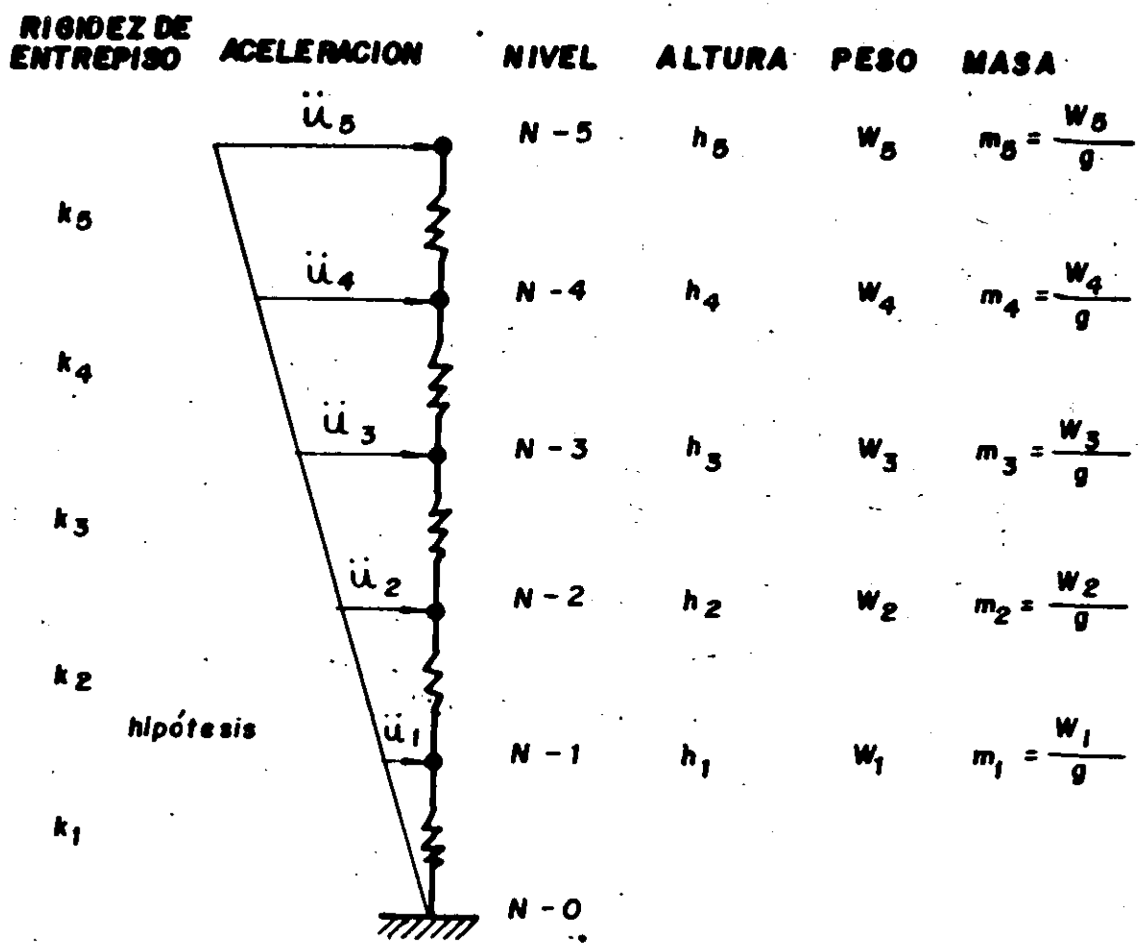


FIG 4.2 Distribución de Aceleraciones en el análisis estático.

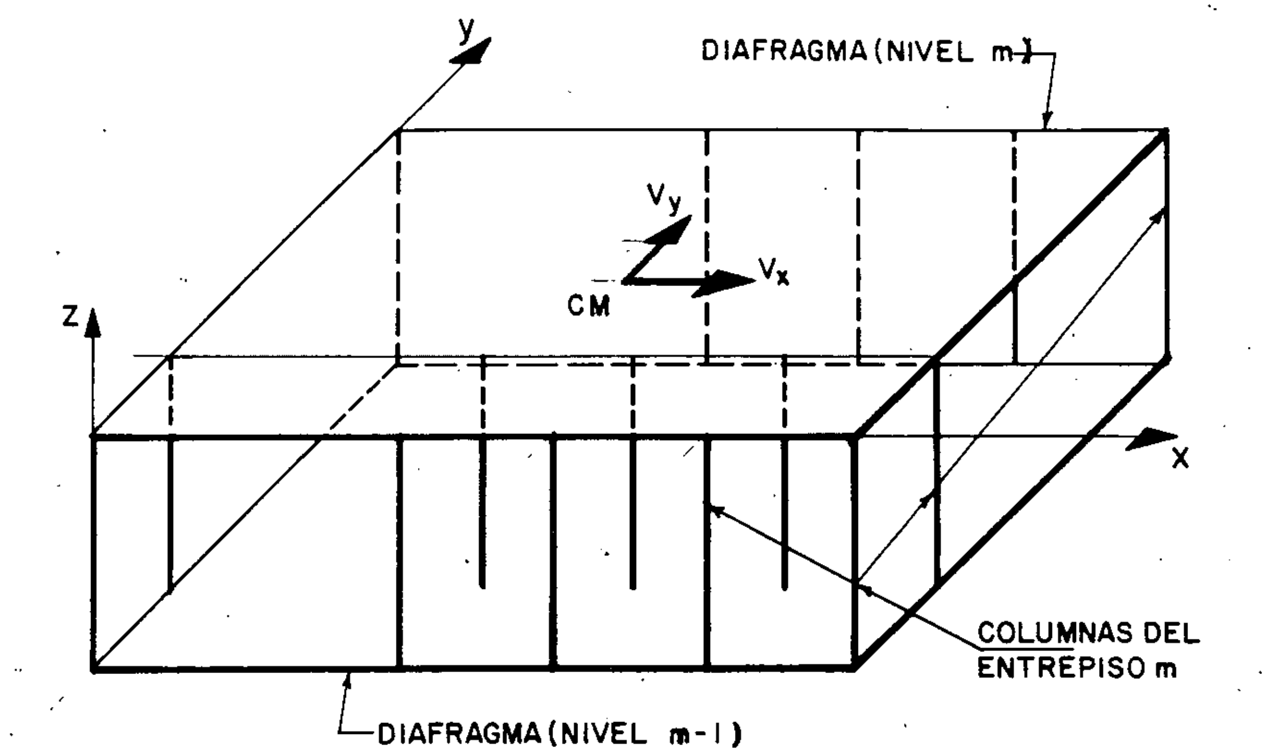


FIG. 5.1 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MODELO ESTRUCTURAL CON RIGIDECES DE ENTREPISO.

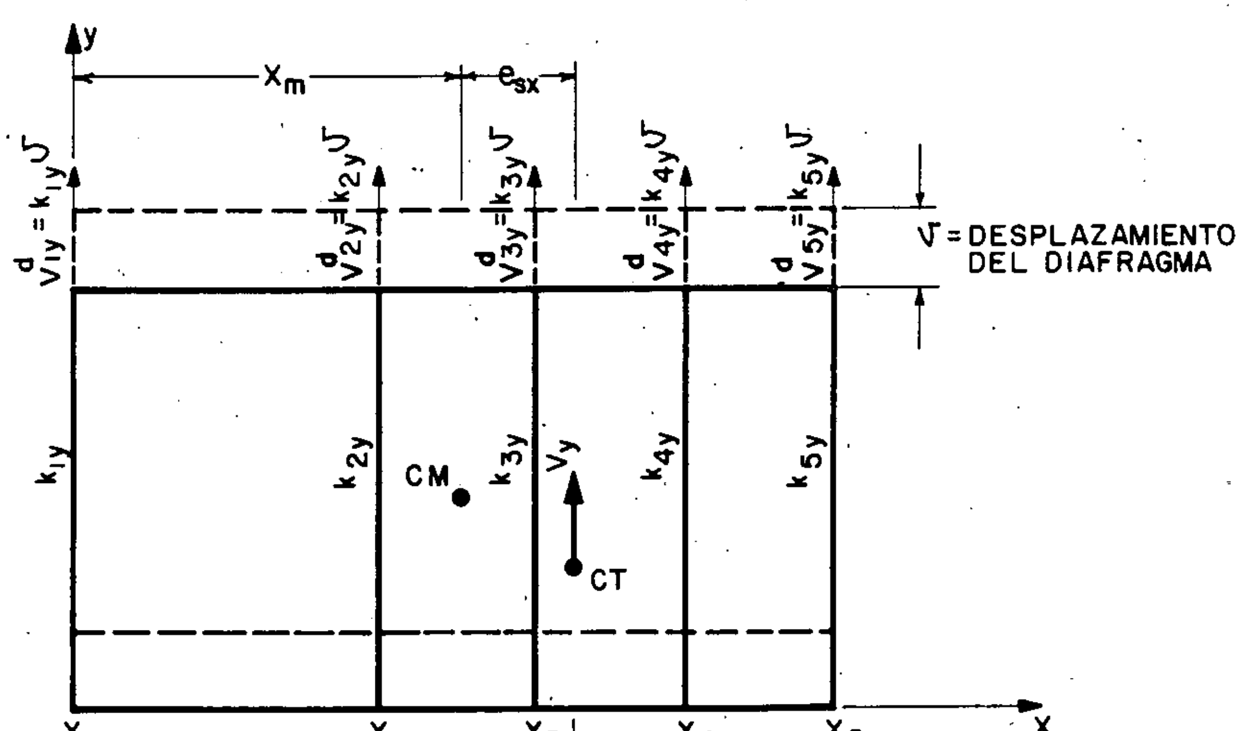


FIG. 5.2 FUERZAS CORTANTES DIRECTAS, V^d_{iy}, PARALELAS AL EJE y.

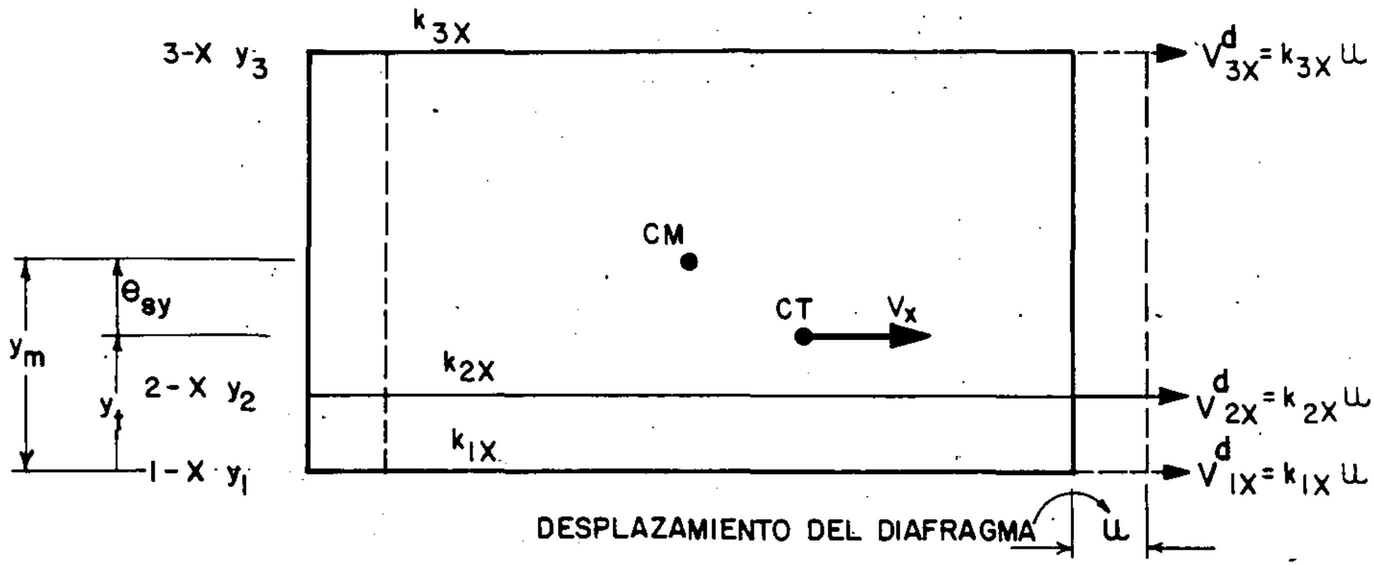


FIG. 5.3 FUERZAS CORTANTES DIRECTAS, V^d_{ix}, PARALELAS AL EJE X.

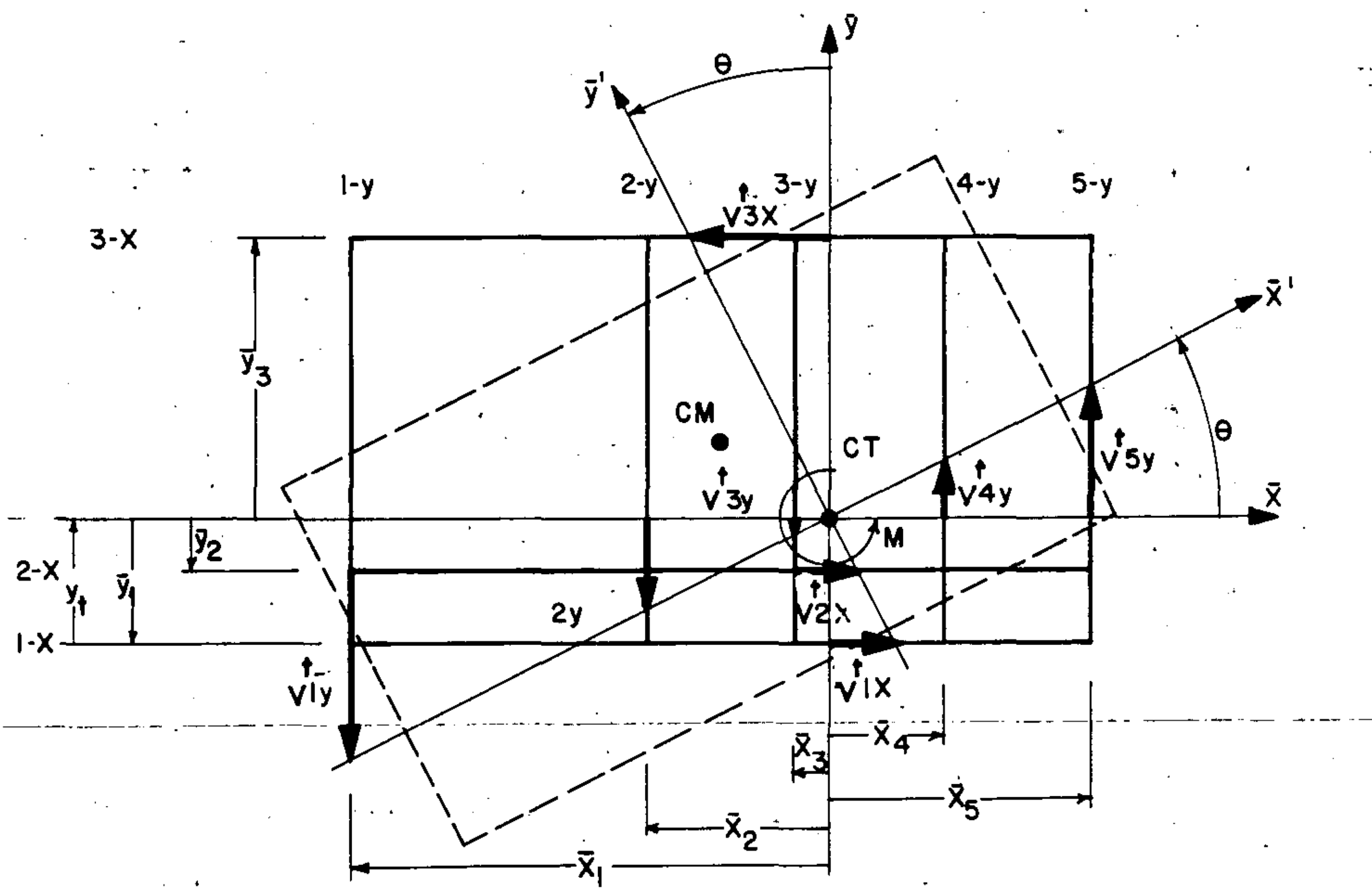


FIG. 5.4 FUERZAS CORTANTES DE TORSION, V^t_{ix} Y V^t_{jy}.

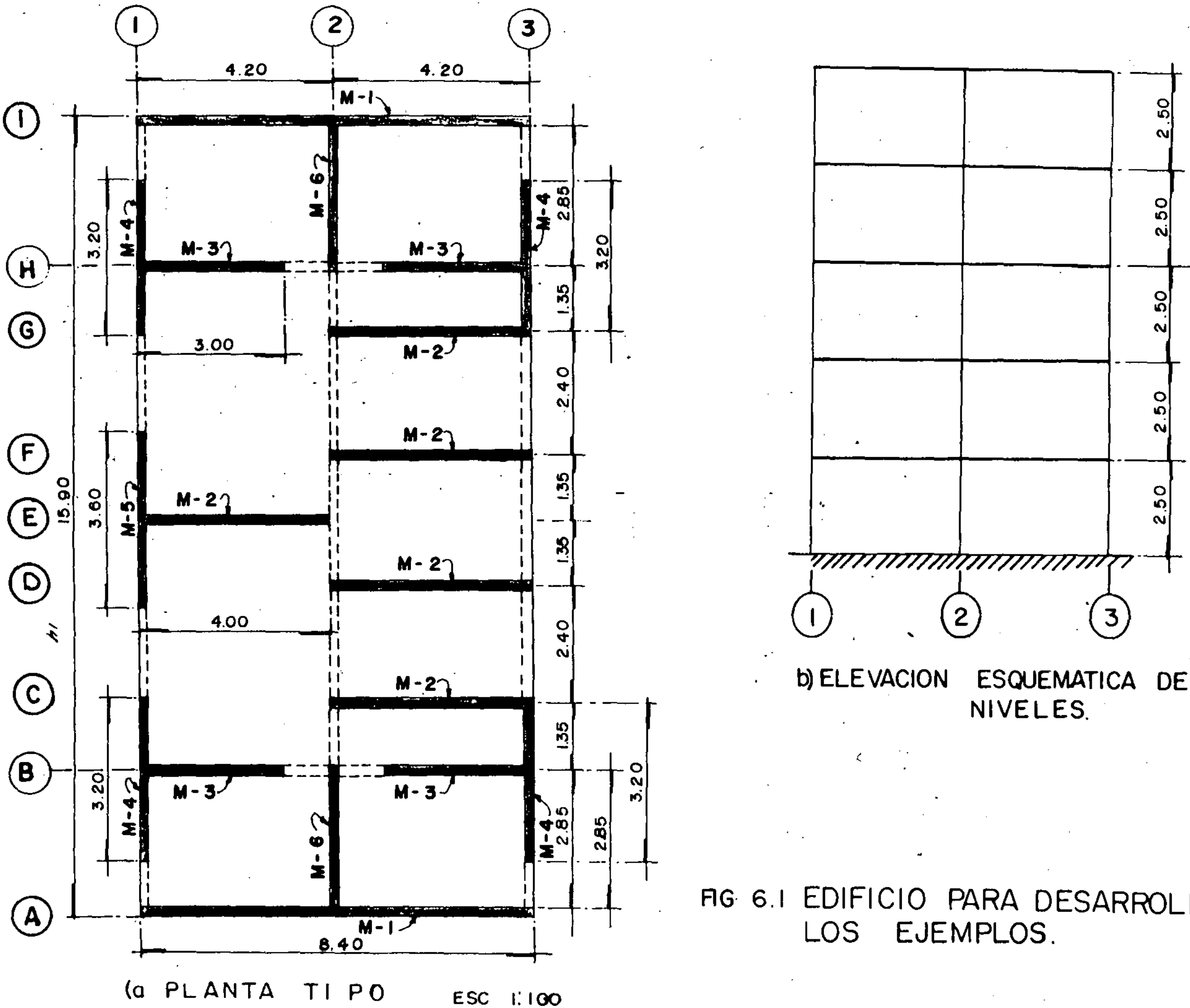


FIG 6.1 EDIFICIO PARA DESARROLLAR LOS EJEMPLOS.

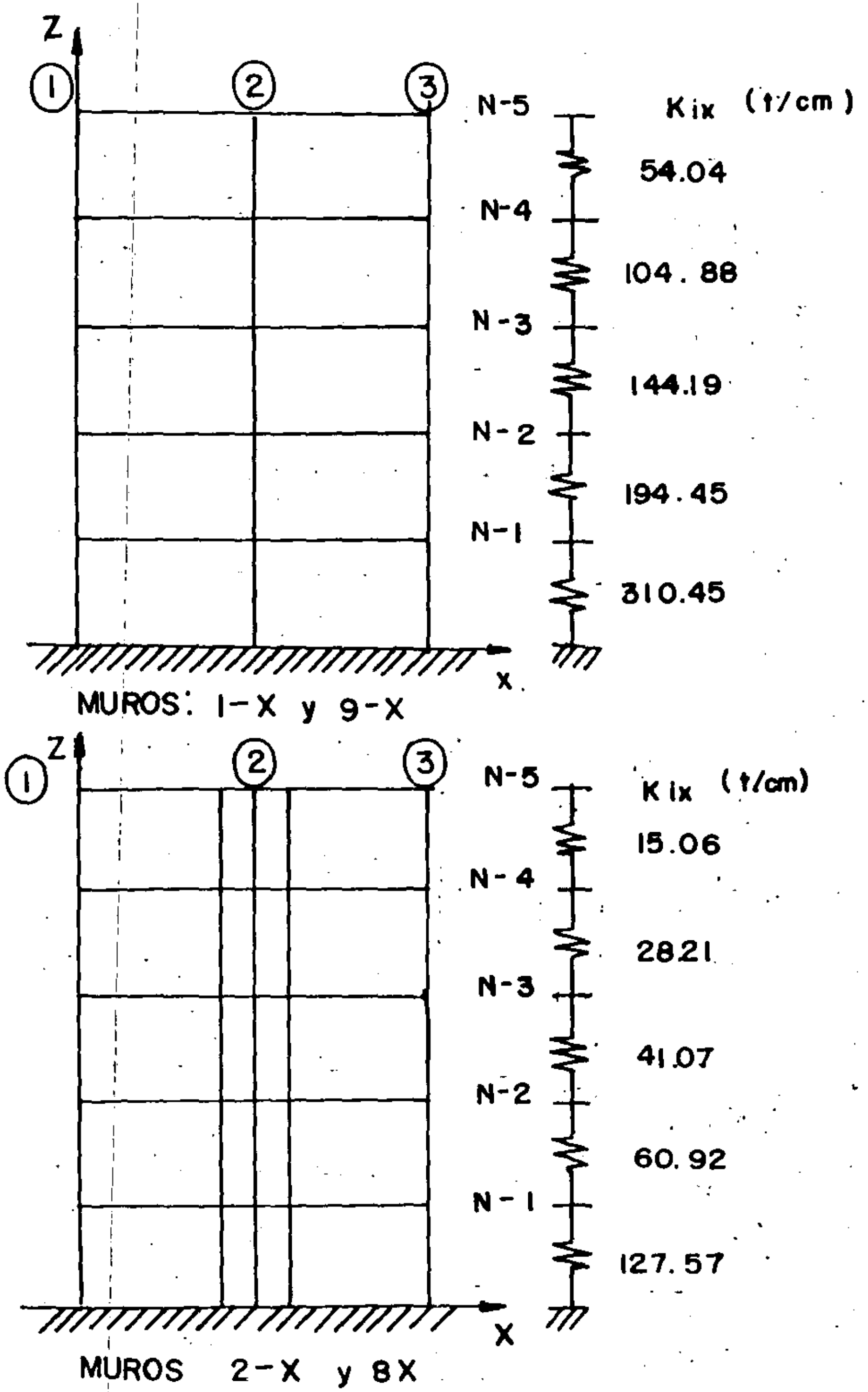
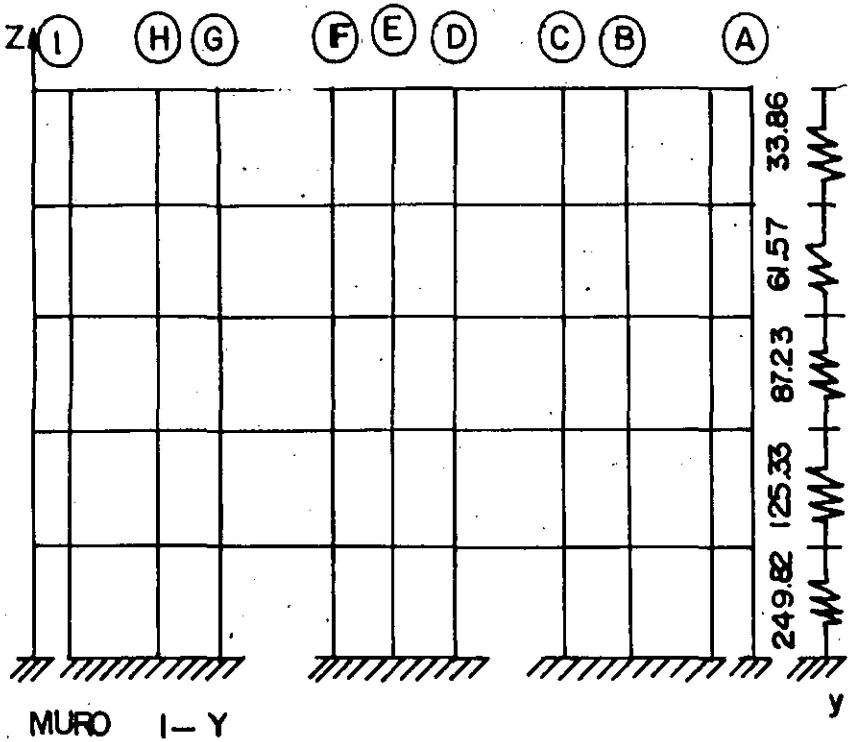
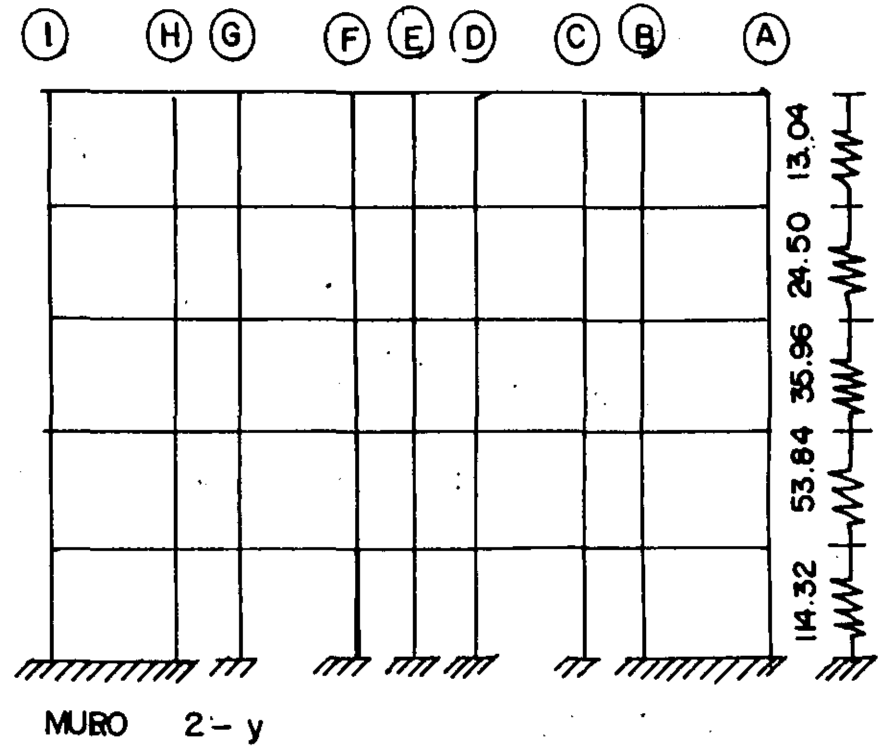


FIG 6.2 REPRESENTACION ESQUEMATICA MEDIANTE RIGIDECES DE ENTREPISO DE LOS MUROS PARALELOS AL PLANO XZ.





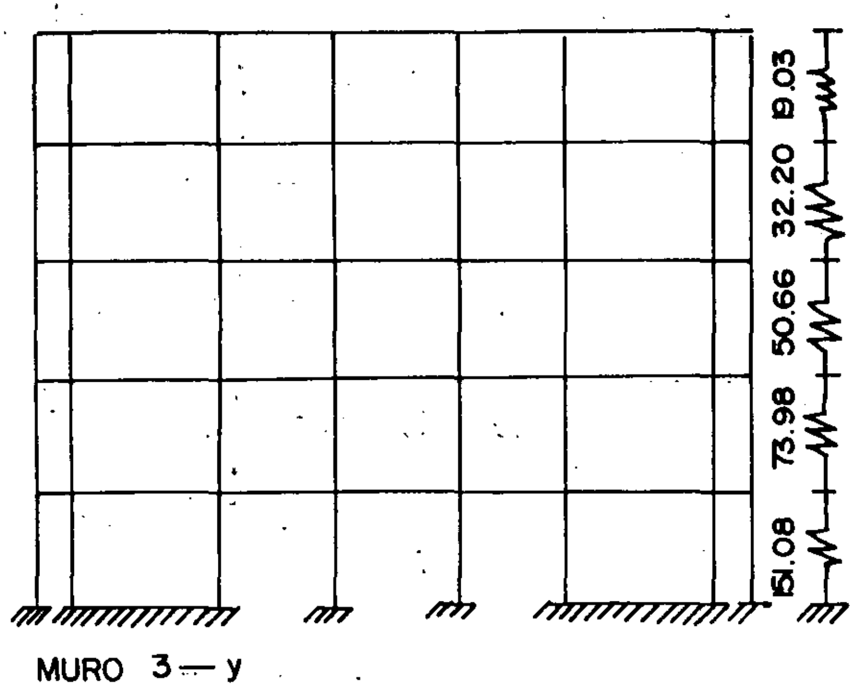
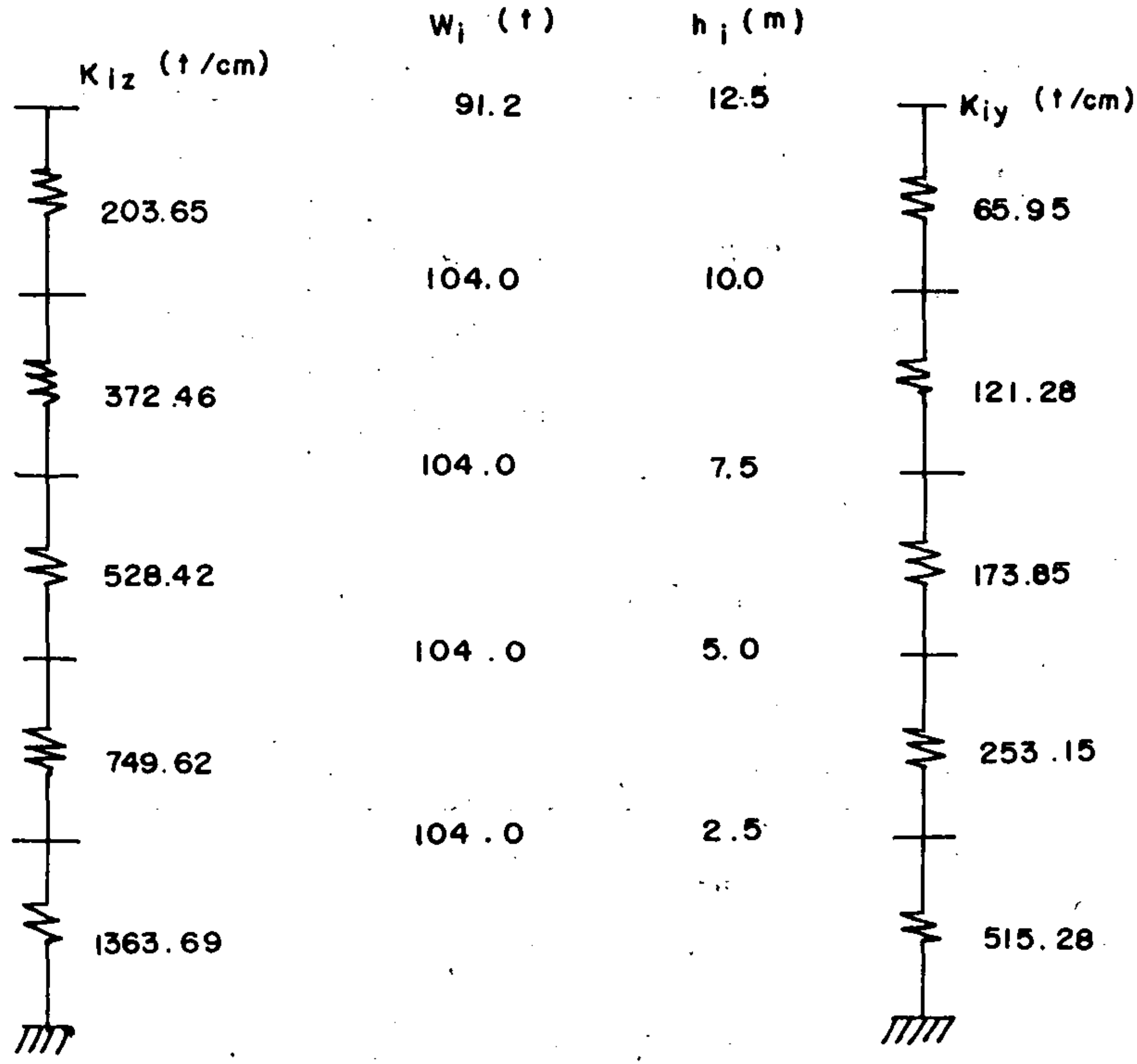


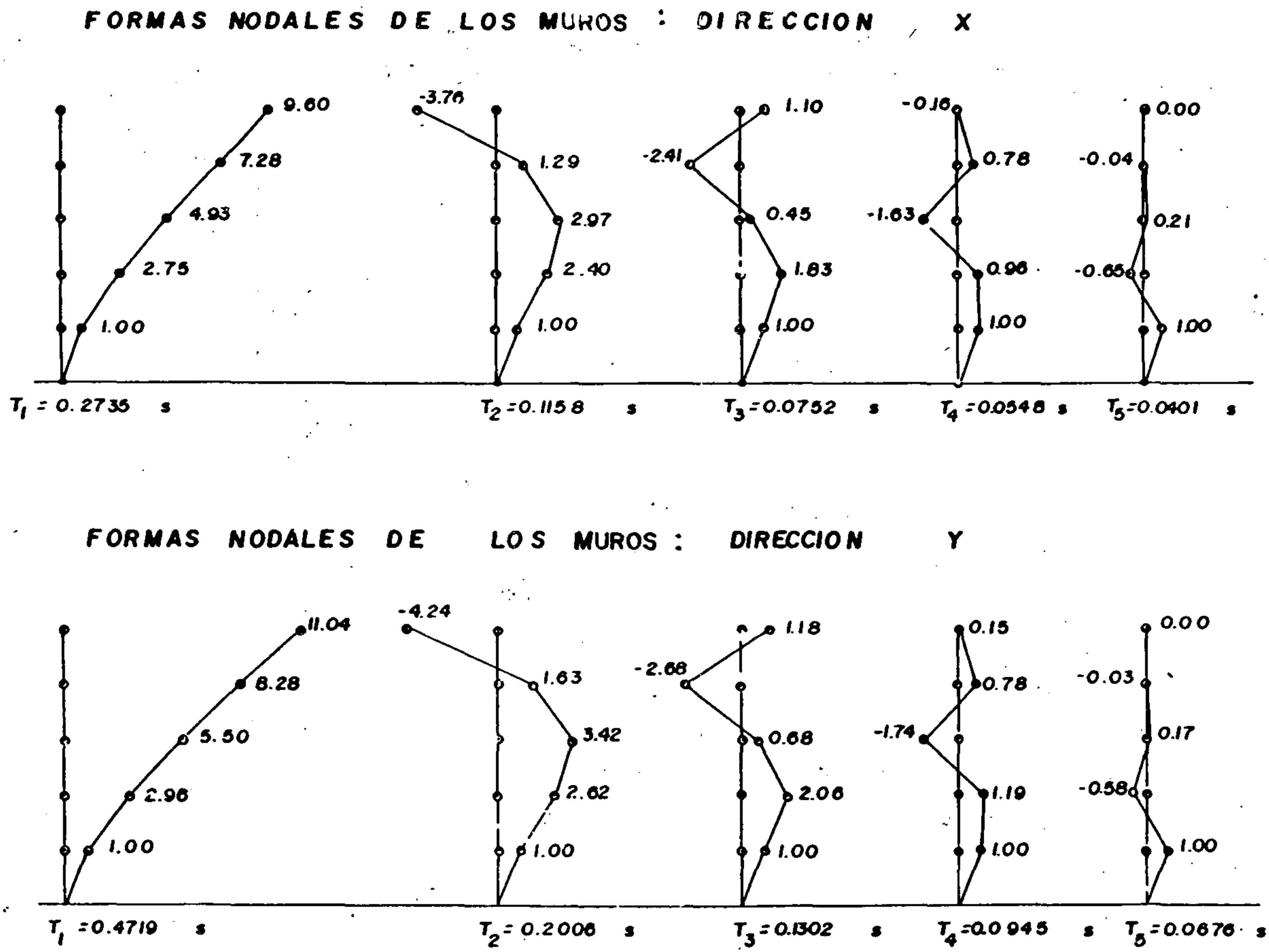
FIG 6.3 REPRESENTACION ESQUEMATICA MEDIANTE RIGIDECES DE ENTREPISO DE LOS MUROS PARALELOS AL PLANO y z.



a) PARALELO AL EJE X

b) PARALELO AL EJE y

FIG 6.4 MODELOS ESTRUCTURALES UNIDIMENSIONALES DEL EDIFICIO A BASE DE RIGIDECES DE ENTREPISO.



`G 6.5 FORMAS MODALES (EIGENVECTORES) DE L`^ MODELOS ESTRUCTURALES UNIDIMENSIONALF
DEL EDIFICIO.

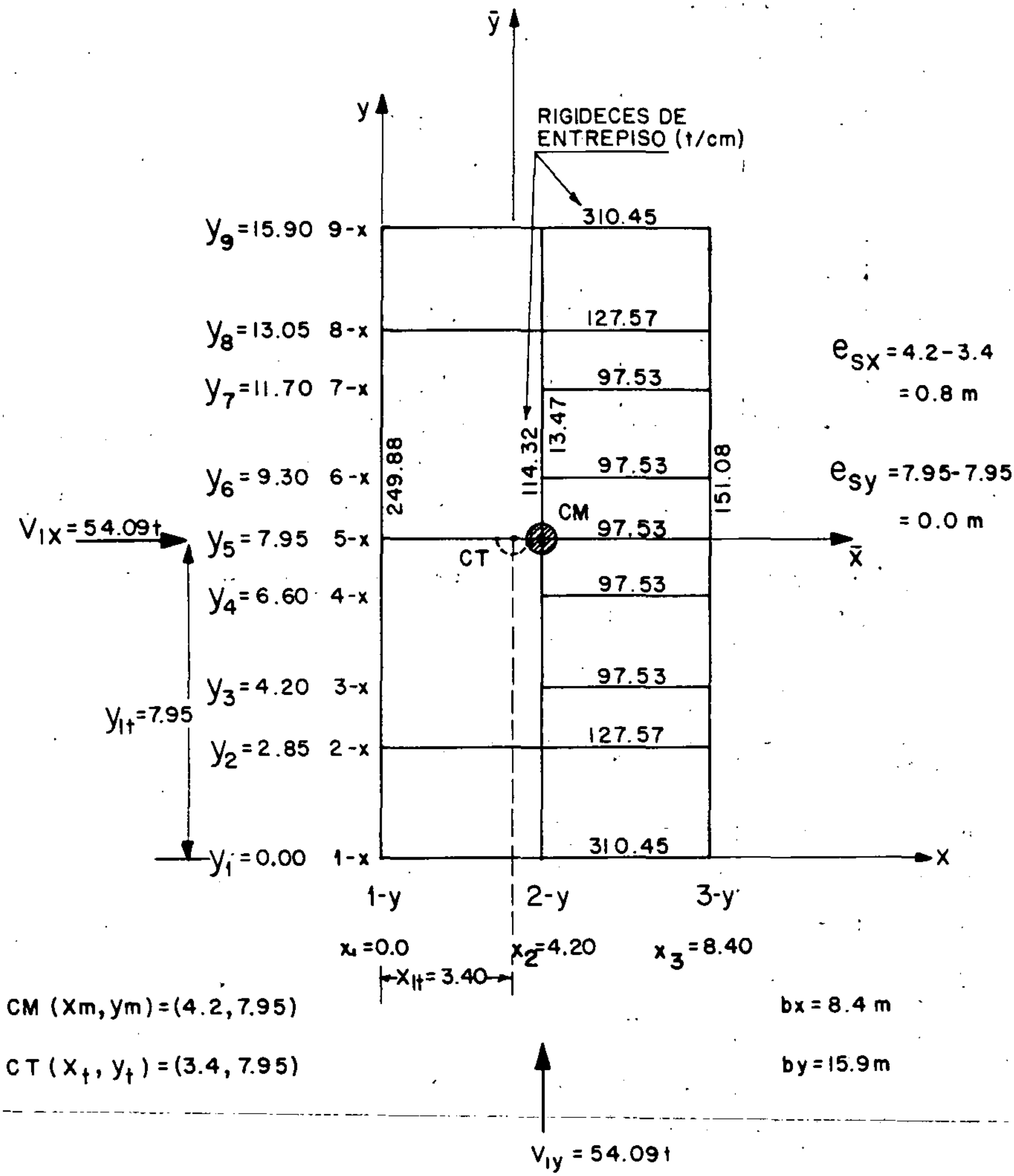
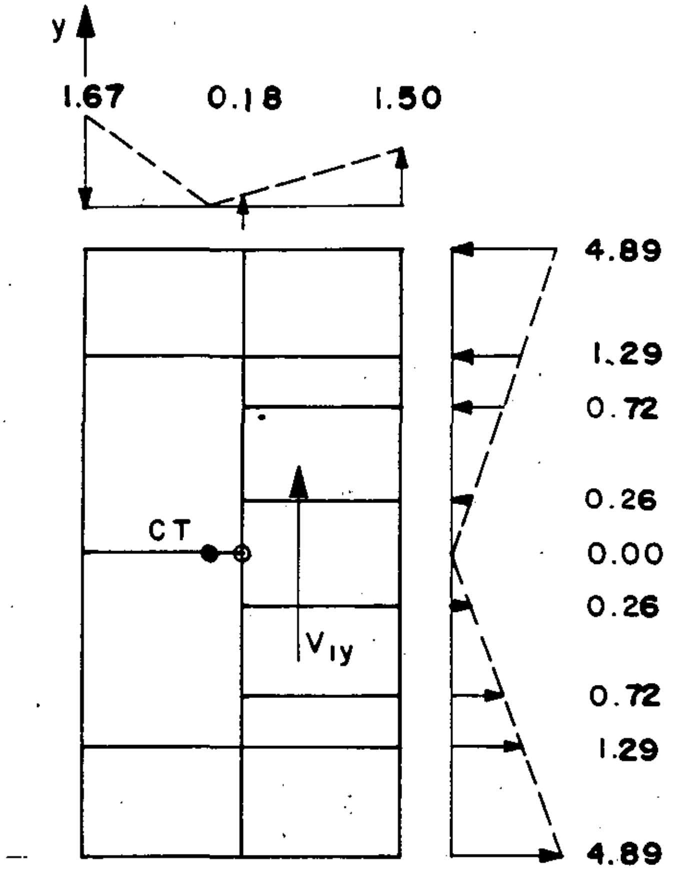
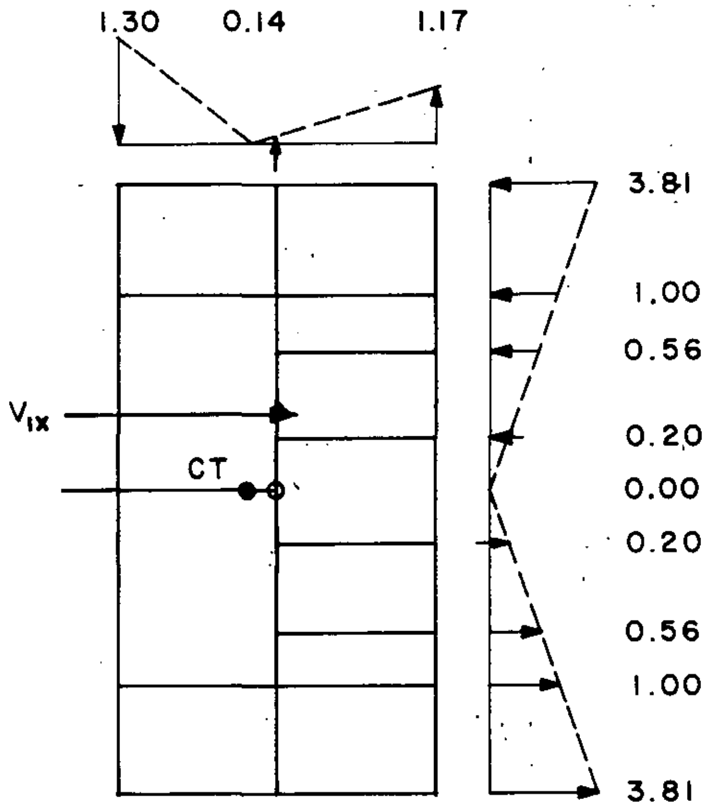


FIG 6.6 DISTRIBUCION DE LAS RIGIDECES DE ENTREPISO QUE LLEGAN AL NIVEL I.



a) MOMENTO TORSIONANTE IGUAL A 110.34 tm.



b) MOMENTO TORSIONANTE IGUAL A 86.00 tm.

FIG 6.7 FUERZAS CORTANTES DEBIDAS A LA TORSION EN EL NIVEL 1

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS ABIERTOS

XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

MODULO 2: ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO.

Del 26 de junio al 2 de julio

A N E X O

DR. OCATAVIO RASCON CHAVEZ

JUNIO-JULIO-1992

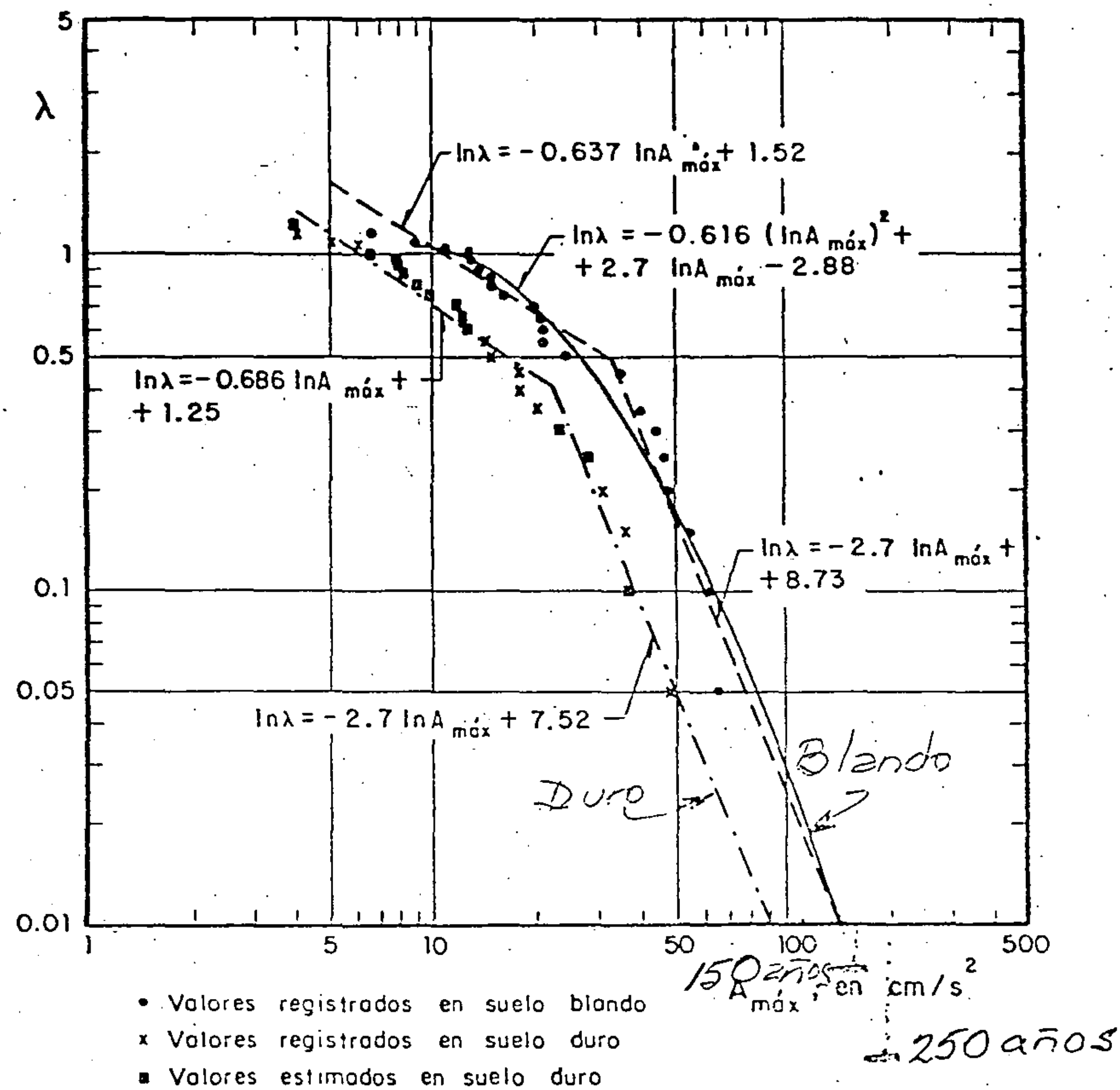


Fig 3.3 Frecuencia de ocurrencia de $A_{máx}$. Suelos blando y duro

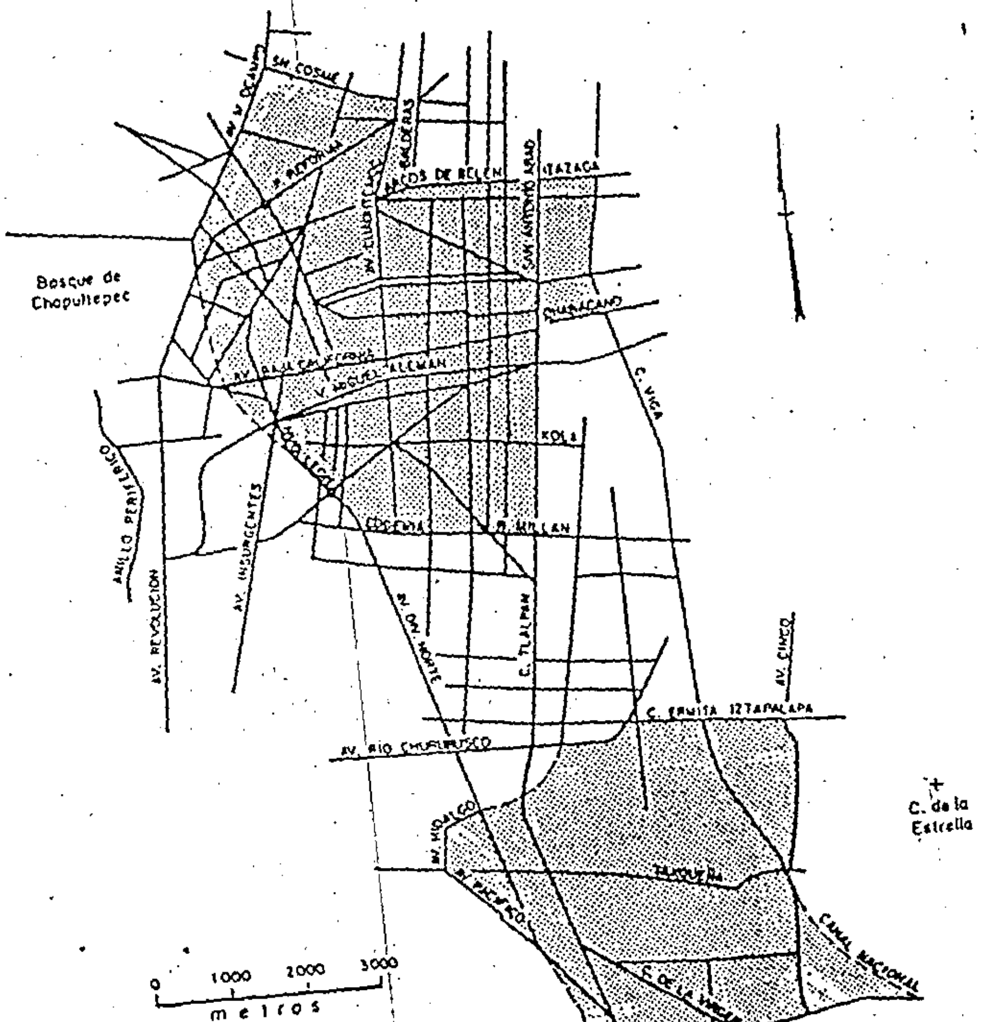


Fig 3.1 Subzonificación de la zona del lago y de la zona de transición

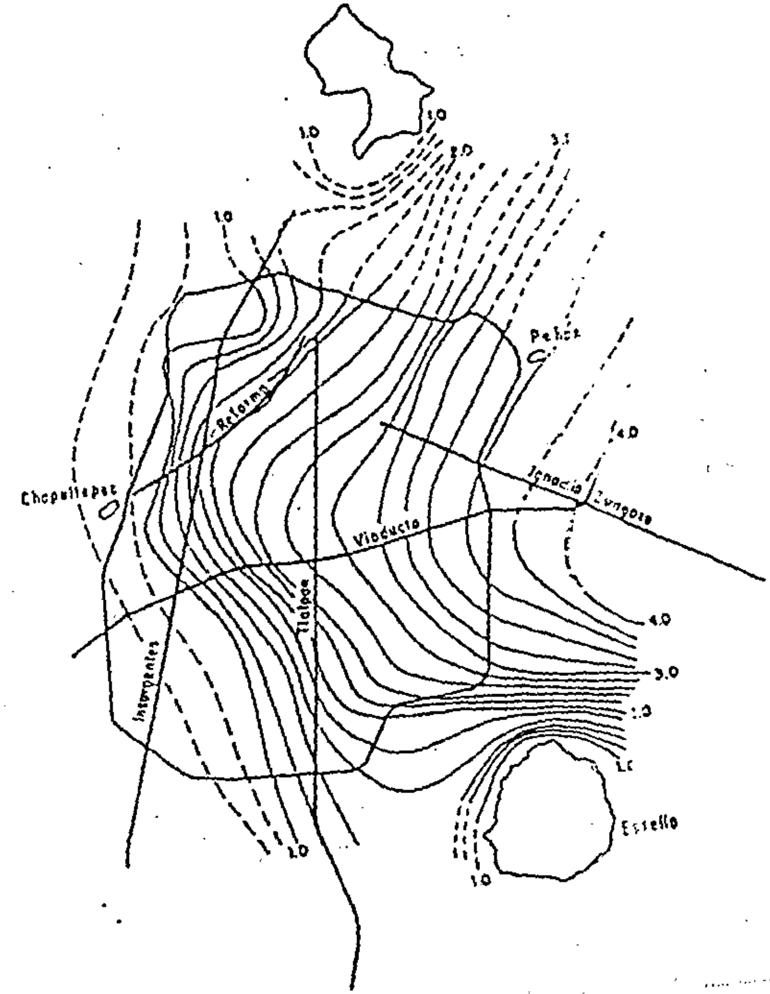
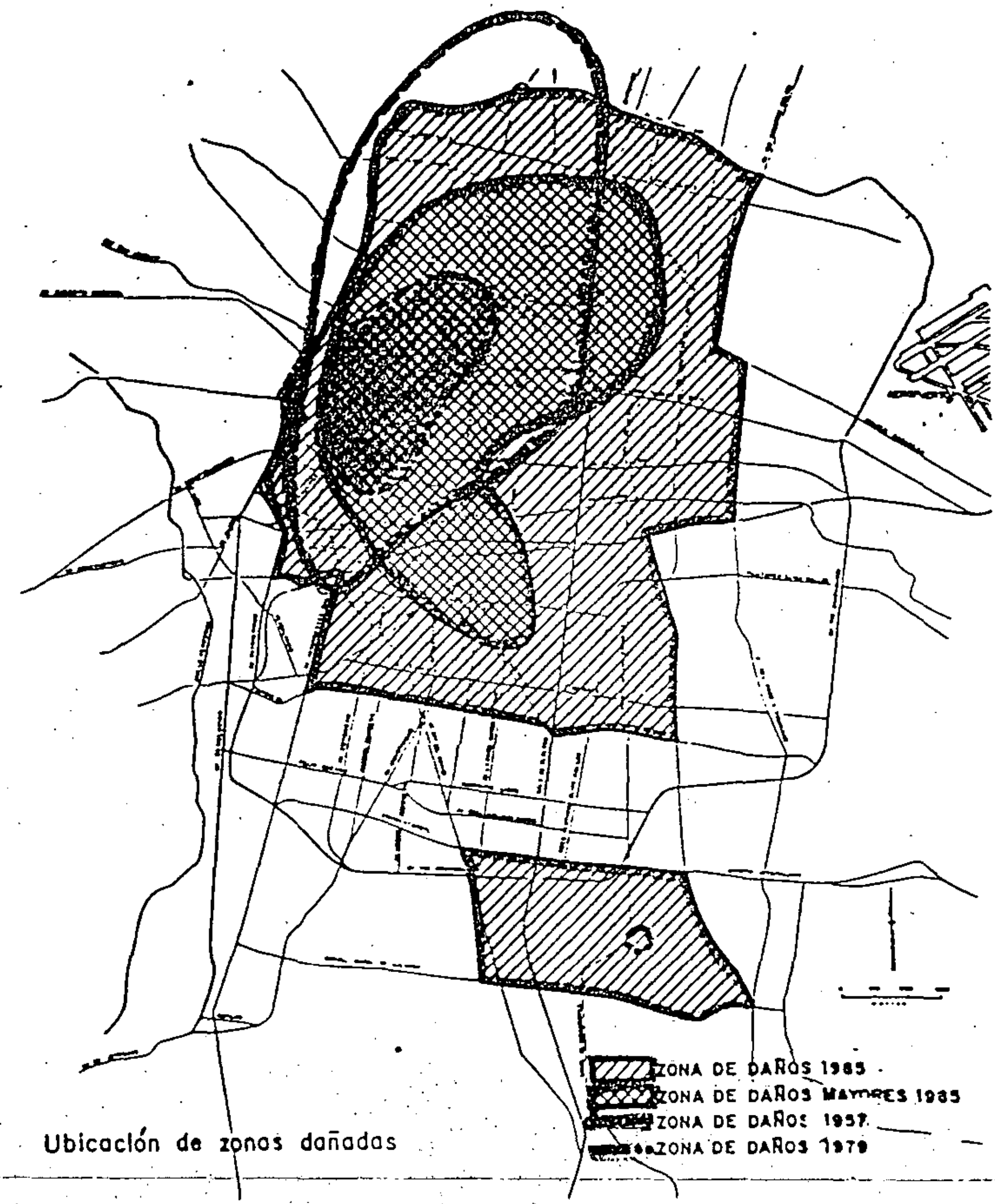


Fig. A1.1 Valores de T_s en segundos



Ubicación de zonas dañadas

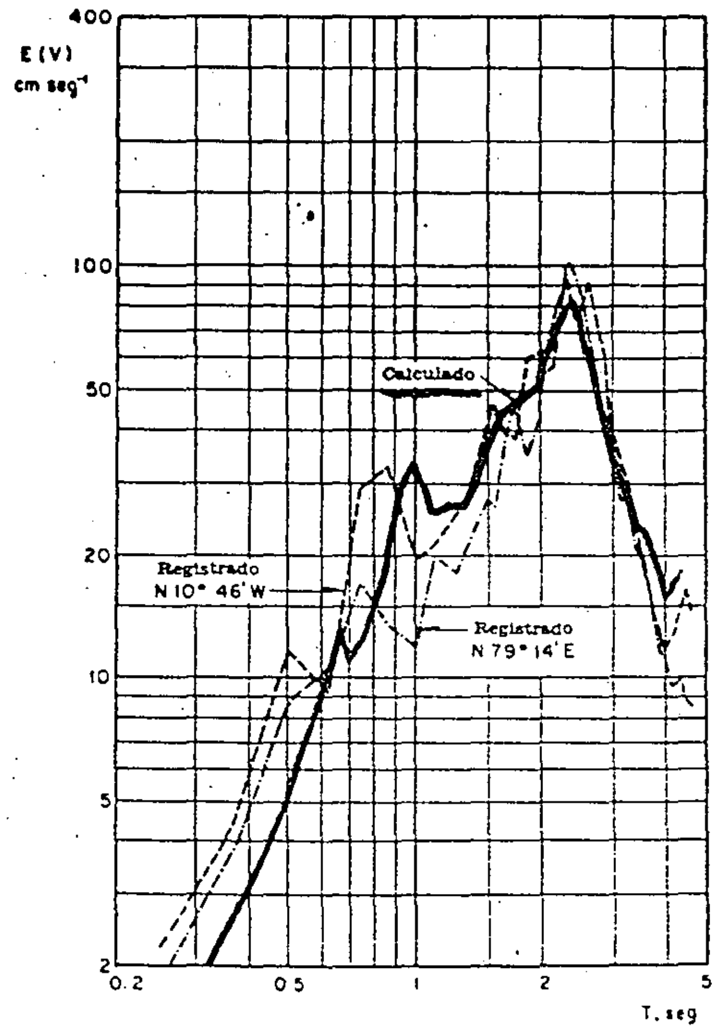


FIGURA 9.20(a) *Comparación de los espectros teóricos y reales, sismo del 11 de mayo de 1962, para $\zeta = 0.02$.* Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)

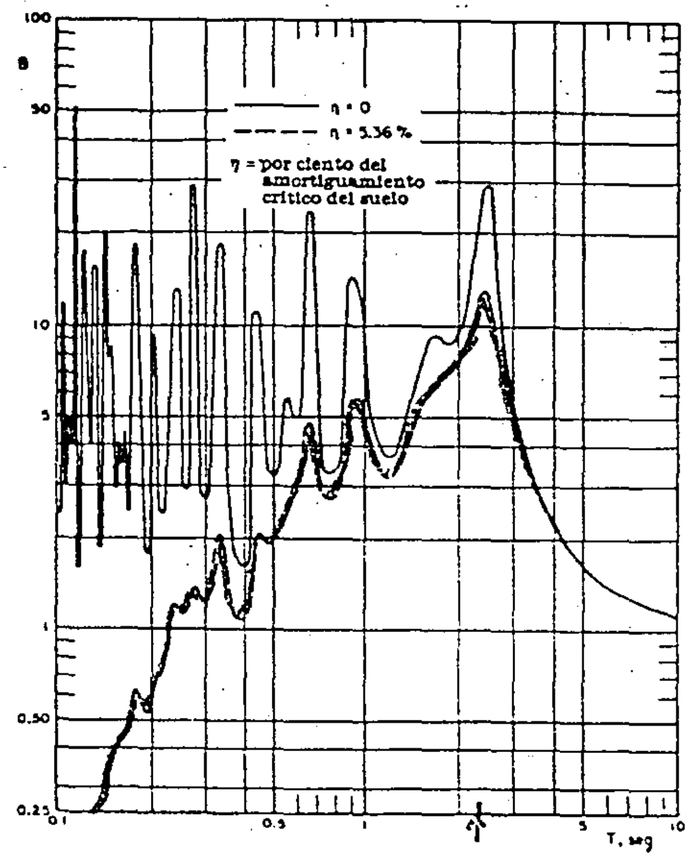


FIGURA 9.20(b) *Factor dinámico de amplificación para el valle de México*
Según Herrera, Rosenblueth y Rascón (1965)

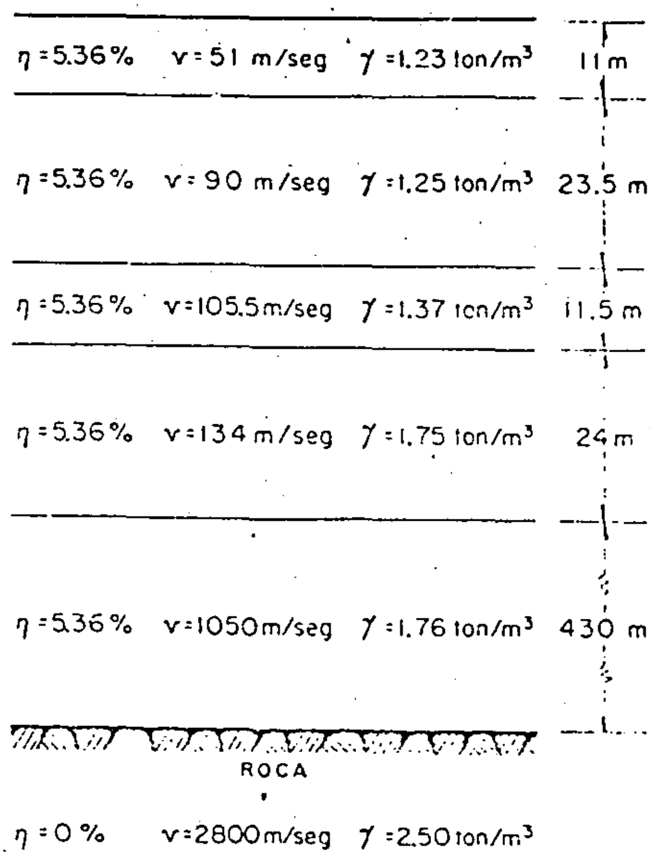


FIG. 8. *Estratificación del Valle de México, utilizada para el cálculo de la curva de amplificación*

DIRECTORIO DE ALUMNOS DEL
XVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
MODULO 2
ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO
DEL 26 DE JUNIO AL 2 DE JULIO DE 1992

1.- ANDRADE DELGADO JULIO
TECNICO DE VIVIENDA
JUNTA NACIONAL DE LA VIVIENDA
AV. 1o. DE AGOSTO Y CORDERO, ECUADOR, QUITO
TEL. 543 516

2.- BAIGORRI VARELA HUGO
INVESTIGADOR
INSTITUTO NACIONAL DE PREVENCION SISMICA
ROGER BALET 47 (NORTE), C.P. 5400
TEL. 230 600 OFNA., 214 079 DOM.

3.- BAUTISTA SANCHEZ JOSE LUIS
INGENIERO CALCULISTA
ULTRA INGENIERIA, S.A. DE C.V.
ANDES 98, LOMAS VERDES 4a SECCION, NAUCALPAN, EDO. DE MEXICO, C.P. 53120, TEL. 393 50 04 OFNA.

4.- CAMILO PICHARDO PAULA LUCIA
PROFESOR
FACULTAD DE INGENIERIA, UNIVERSIDAD NORDESTANA
C/27 DE FEBRERO, ESQ. RESTAURACION, COL. SAN FRANCISCO DE MACORIS, REPUBLICA DOMINICANA, TEL. 588-2137 (809) DOM.

5.- CHACON CALDERON JUAN RAMON
INGENIERO ESTRUCTURAL
I.C.E.
SAN JOSE COSTA RICA, SABANA, C.P. 10032-1000,
TEL. 20 72 59 OFNA.

6.- CORNEJO CORIA JORGE
AUXILIAR TECNICO
D.G.A.C. (STC)
FUERZA AEREA MEXICANA No. 235, COL. FEDERAL, DELEG. VENUSTIANO CARRANZA, C.P. 16720
TEL. 762 95 38 OFNA., 765 66 62 DOM.

7.- ESPINOSA OLMEDO AGUSTIN
INGENIERO CALCULISTA ESTRUCTURAL
ORGANIZACION CARMEL, GRUPO INDUSTRIAL, BIMBO
HOMERO 425-203, COL. POLANCO, DELEG. MIGUEL HIDALGO, C.P. 11570, TEL. 255 24 92 OFNA., 593 60 28 DOM.

8.- ESPITIA NIÑO JOSE JAIRO
PROFESOR
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
A.A. 332, SDGAMDSD- BOYACA-COLOMBIA,
TEL. 706 896 OFNA., 704 615 DOM.

29.- WONG DIAZ DAVID
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURA Y CONSTRUCCION
UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PANAMA
APDO. 6A-2894; EL DORADO, PANAMA, REP. DE PANAMA
TEL. 63 8000 OFNA., 35 4152 DOM.

30.- ZAPATA MUNERA URIEL
AUXILIAR DE INVESTIGACION
INSTITUTO DE INGENIERIA
CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., CUBICULO A 110,
TEL. 62 23 500 OFNA., 677 39 39 DOM.