

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
CURSOS ABIERTOS

**HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA
CON APLICACIONES CON COMPUTADORA**

25 de mayo al 5 de junio de 1992

F E C H A	H O R A	T E M A	P R O F E S O R
Lunes 25 de mayo	17:00-21:00 hrs.	1. PRECIPITACION Precipitación Media. Hietograma	M. EN I. VICTOR FRANCO
martes 26 de mayo	17:00-21:00 hrs.	Curvas IDT Curvas PAD	M. EN I. VICTOR FRANCO
Miércoles 27 de mayo	17:00-21:00 hrs.	PMP. Hershfield, Maximización y Transposición de PAD	DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO
Jueves 28 de mayo	17:00-21:00 hrs.	2. ESCURRIMIENTO Hidrogramas, Infiltración y pérdida, lluvia en exceso: Métodos directos e indirectos	DR. DANIEL FRANCISCO CAMPOS ARANDA
Viernes 29 de mayo	17:00-21:00 hrs.	3. GASTOS Y AVENIDAS DE DISEÑO Periodos de diseño y gastos máximos. Criterios en cuencas con aforos. Criterios en cuencas sin aforos.	DR. DANIEL FRANCISCO CAMPOS ARANDA
Lunes 1º de junio	17:00-21:00 hrs.	Aplicaciones através de la computadora	M. EN I. JAVIER OZNAYA ROMERO
Martes 2 de junio	17:00-19:00 hrs.	4. GENERACION DE ESCURRIMIENTO Series de tiempo Modelos de generación	M. EN I. OSCAR FUENTES MARILES
Martes 2 de junio	19:00-21:00 hrs.	5. TRANSITOS DE AVENIDAS EN CAUCES Y EMBALSES Métodos hidráulicos	M. EN I. OSCAR FUENTES MARILES
Miércoles 3 de junio	17:00-19:00 hrs.	Métodos hidrológicos	M. EN I. OSCAR FUENTES MARILES
Miércoles 3 de junio	19:00-21:00 hrs.	6. MANEJO DE AVENIDAS EN PRESAS Definición de Avenidas Sintéticas	M. EN I. RAMON DOMINGUEZ MORA
Jueves 4 de junio	17:00-21:00 hrs.	Política de Operación	M. EN I. RAMON DOMINGUEZ MORA
Viernes 5 de junio	17:00-21:00 hrs.	Aplicaciones através de la computadora	M. EN I. JAVIER OZNAYA ROMERO

EVALUACION DEL PERSONAL DOCENTE

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA
CON APLICACIONES CON COMPUTADORA.

FECHA: DEL 25 DE MAYO AL 5 DE JUNIO DE 1992.

		DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIOVISUALES	MANTENIMIENTO DEL INTERES. (COMUNICACION CON LOS ASISTENTES, AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION).	PUNTUALIDAD	
CONFERENCISTA						
1.	M. EN I. VICTOR FRANCO					
2.	DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO					
	DR. DANIEL FRANCISCO CAMPOS ARANDA					
4.	M. EN I. JAVIER OZNAYA ROMERO					
5.	M. EN I. OSCAR FUENTES MARILES					
6.	M. EN I. RAMON DOMINCUEZ MORA					
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10						

EVALUACION DE LA ENSEÑANZA

2

SU EVALUACION SINCERA NOS
AYUDARA A MEJORAR LOS
PROGRAMAS POSTERIORES QUE
DISEÑAREMOS PARA USTED.

TEMA		ORGANIZACION Y DESARROLLO DEL TEMA	GRADO DE PROFUNDIDAD LOGRADO EN EL TEMA	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL TEMA	UTILIDAD PRACTICA DEL TEMA	
1.	PRECIPITACION					
2.	ESCURRIMIENTO					
3.	CASTOS Y AVENIDAS DE DISEÑO					
4.	APLICACIONES A TRAVES DE LA COMPUTADORA					
5.	GENERACION DE ESCURRIMIENTO					
6.	TRANSITOS DE AVENIDAS EN CAUSES Y EMBALSES					
7.	MANEJO DE AVENIDAS EN PRESAS					
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10						

EVALUACION DEL CURSO

C O N C E P T O		
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO EN EL CURSO	
EVALUACION TOTAL		

ESCALA DE EVALUACION: 1 A 10

1.- ¿Qué le pareció el ambiente en la División de Educación Continua?

MUY AGRADABLE

AGRADABLE

DESAGRADABLE

2.- Medio de comunicación por el que se enteró del curso:

PERIODICO EXCELSIOR
ANUNCIO TITULADO DI
VISION DE EDUCACION
CONTINUA

PERIODICO NOVEDADES
ANUNCIO TITULADO DI
VISION DE EDUCACION
CONTINUA

FOLLETO DEL CURSO

CARTEL MENSUAL

RADIO UNIVERSIDAD

COMUNICACION CARTA,
TELEFONO, VERBAL,
ETC.

REVISTAS TECNICAS

FOLLETO ANUAL

CARTELERA UNAM "LOS
UNIVERSITARIOS HOY"

GACETA
UNAM

3.- Medio de transporte utilizado para venir al Palacio de Minería:

AUTOMOVIL
PARTICULAR

METRO

OTRO MEDIO

4.- ¿Qué cambios haría en el programa para tratar de perfeccionar el curso?

5.- ¿Recomendaría el curso a otras personas?

SI

NO

5.a. ¿Qué periódico lee con mayor frecuencia?

6.- ¿Qué cursos le gustaría que ofreciera la División de Educación Continua?

7.- La coordinación académica fué:

EXCELENTE

BUENA

REGULAR

MALA

8.- Si está interesado en tomar algún curso INTENSIVO ¿Cuál es el horario más conveniente para usted?

LUNES A VIERNES
DE 9 A 13 H. Y
DE 14 A 18 H.
(CON COMIDAD)

LUNES A
VIERNES DE
17 A 21 H.

LUNES A MIERCOLES
Y VIERNES DE
18 A 21 H.

MARTES Y JUEVES
DE 18 A 21 H.

VIERNES DE 17 A 21 H.
SABADOS DE 9 A 14 H.

VIERNES DE 17 A 21 H.
SABADOS DE 9 A 13 H.
DE 14 A 18 H.

OTRO

9.- ¿Qué servicios adicionales desearía que tuviese la División de Educación Continua, para los asistentes?

10.- Otras sugerencias:



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

C U R S O S A B I E R T O S

**HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA
CON APLICACIONES POR COMPUTADORA**

P R E C I P I T A C I O N

ING. VICTOR FRANCO

MAYO - JUNIO DE 1992.

3.3 LLUVIAS

3.3.1 Introducción

La precipitación se presenta en forma de lluvia, nieve, granizo, etc; en nuestro medio por su magnitud y frecuencia la más importante es la primera de ellas, aunque hay algunas zonas del norte de la república donde la fusión de la nieve es la que puede ocasionar avenidas grandes. En el análisis hidrológico las características fundamentales de la precipitación son las siguientes .

1) Altura de precipitación

Es la cantidad de agua que se precipita en una tormenta en determinado tiempo. Sus unidades son de longitud, generalmente se expresa en mm. También se le conoce como lámina de lluvia.

2) Intensidad de precipitación

Es la cantidad de agua que se precipita dentro de un determinado tiempo, se expresa en mm/h.

3) Duración

Es el intervalo de tiempo en que está presente la precipitación, se expresa en h.

3.3.2 Análisis de la precipitación

Para conocer la precipitación en una cuenca se requiere llevar a cabo un análisis de los datos registrados en cada una de las estaciones de la cuenca. Este análisis consta principalmente de los conceptos siguientes

a) Curva masa.

La curva masa es una relación entre la altura de precipitación acumulada a través del tiempo, desde el inicio de la tormenta hasta su terminación. Se obtiene del registro del pluviógrafo. En la fig 3.1 se muestra la curva masa de una tormenta.

Cualquier tangente a la curva masa representa la intensidad de la lluvia, i , para ese instante, es decir

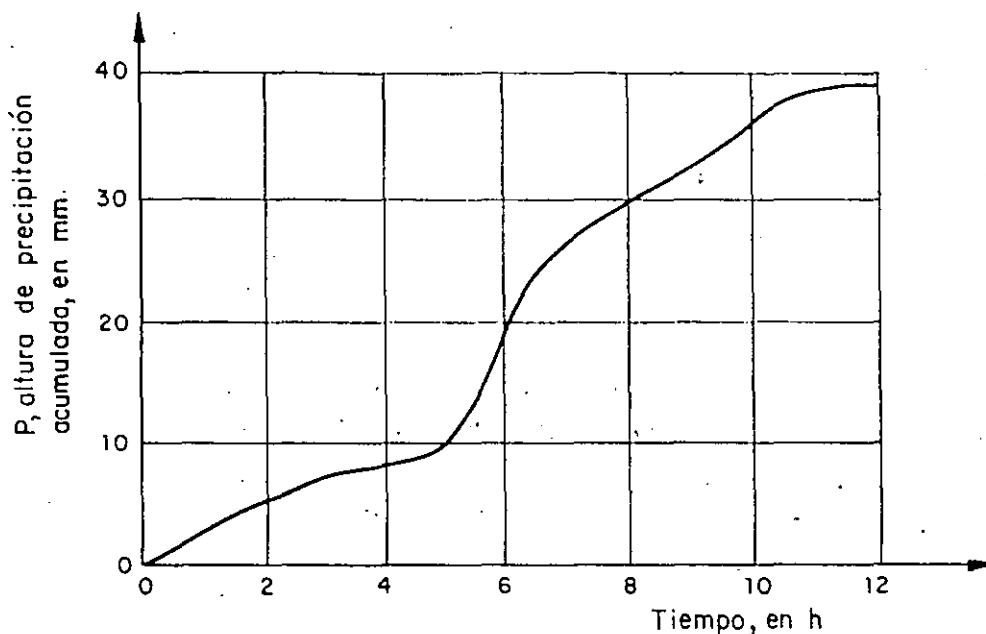


Fig 3.1 Curva masa de una tormenta

$$i = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad (3.5)$$

donde

- i intensidad de la lluvia, en mm/h
- ΔP incremento de lluvia en el intervalo Δt , en mm
- Δt incremento de tiempo, en h

Para cada duración existe un valor de intensidad máxima que se calcula mediante el procedimiento siguiente

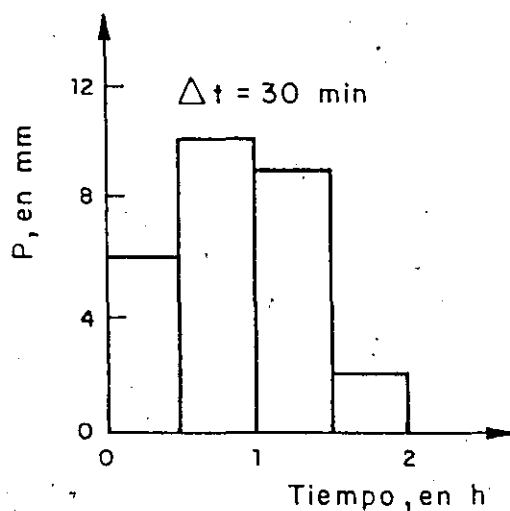
1. Se selecciona una duración de interés, d_1 .
2. Con los valores de la curva masa se calculan las diferencias de precipitación, ΔP_1 , correspondientes a todas las parejas de puntos separados entre sí un tiempo igual a d_1 , la separación no es continua.
3. Se encuentra la diferencia máxima, $\Delta P_{1\text{máx}}$, y se divide entre el intervalo de tiempo a fin de obtener la intensidad máxima correspondiente a dicho intervalo.

b) Hietograma

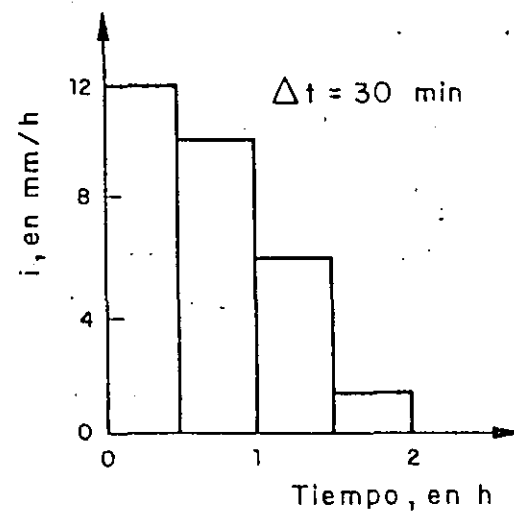
Es una gráfica que muestra la variación de las alturas o intensidades de la precipitación para un incremento de tiempo. Generalmente, es una representación de barras verticales cuya altura es igual a la intensidad o altura de precipitación que corresponde a un intervalo de tiempo constante, ver fig 3.2a. El hietograma se obtiene de la curva masa mediante los pasos siguientes

1. Se consideran en la curva masa intervalos de tiempo constantes, Δt
2. Se obtiene la altura de precipitación al inicio y al final de cada intervalo de tiempo
3. Se calcula las diferencias entre los valores de altura de precipitación para cada intervalo
4. Se dibujan los valores obtenidos en 3

También se puede expresar el hietograma en términos de la intensidad de lluvia en lugar de la altura; para ello se divide cada uno de los valores obtenidos en el paso 4 entre el intervalo de tiempo Δt , ver fig 3.2b



a) Hietograma, expresado en altura de precipitación



b) Hietograma, expresado en intensidad de lluvia

Fig 3.2 Hietograma de una tormenta

c) Precipitación media

Para conocer la precipitación representativa de una tormenta en toda la cuenca se calcula la precipitación media, para ello se requiere de mediciones en varias estaciones localizadas tanto dentro de ella como en su vecindad. Una estación se considera vecina siempre y cuando su distancia al parteaguas sea pequeña, se recomienda que ésta no exceda de 5 Km, o bien se usa un criterio basado en correlaciones cruzadas de los datos de precipitación de varias estaciones (Domínguez et al, 1975) para definir la vecindad.

Existen tres procedimientos para determinarla, los cuales se mencionan a continuación.

- . Promedio aritmético.

Es igual a la media aritmética de las alturas de precipitación es decir consiste en sumar la altura de precipitación registrada en cada una de las estaciones y dividirla entre el número total de éstas, es decir

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.6)$$

donde

\bar{P} precipitación media, en mm
 P_i precipitación registrada en la estación i, en mm
 n número de estaciones

Este método no considera la distribución de las estaciones en la cuenca por lo que resulta limitado en su uso, sobre todo cuando no se dispone de muchas estaciones.

. Método de Thiessen

Para la aplicación de este criterio se requiere señalar la ubicación de las estaciones en la cuenca y delimitar el área de influencia de cada una de ellas por medio de polígonos. Para dibujar los polígonos, primero se trazan triángulos, los cuales se forman al ligar con rectas las estaciones más próximas entre sí y después se marcan las medianas de los lados de los triángulos que son las que van a formar los polígonos; las áreas limitadas por los polígonos que rodean a cada estación o por éstos y el parteaguas de la cuenca corresponden al área de influencia de la estación, ver fig 3.3a .

Para obtener la precipitación media se utiliza la ecuación

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i a_i)}{A} \quad (3.7)$$

donde

P_i precipitación en la estación i, en mm
 a_i área del polígono de la estación i, en km²
 A área total de la cuenca, en km²

En este criterio se intenta tomar en cuenta la distribución de la lluvia en la cuenca, pero puede tener limitaciones si las estaciones no están bien repartidas en toda la cuenca o existen algunas con áreas de influencia mucho más grandes a las del resto. Otra desventaja es que al usar líneas rectas para unir a las estaciones se obliga a que la variación de la lluvia entre ellas sea lineal.

. Método de isoyetas

Para aplicarlo se requiere un plano con la localización de las estaciones. En cada una de ellas se anota el valor de la precipitación y se trazan las curvas de igual precipitación, denominadas isoyetas, ver fig 3.3b . El dibujo de las isoyetas es semejante al que se realiza en topografía para definir las curvas de nivel del terreno:

La ecuación que se emplea en este método es

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i a_i)}{A} \quad (3.8)$$

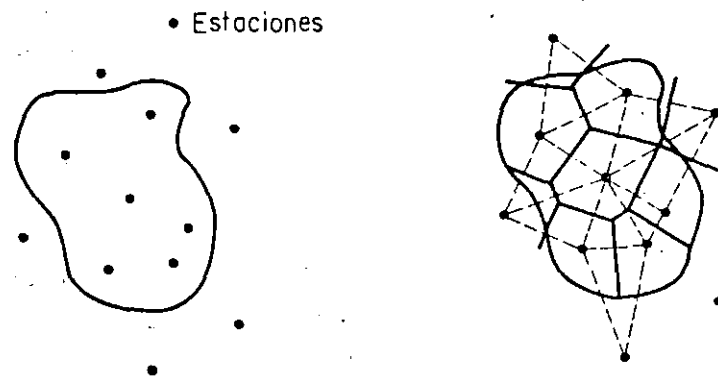


Fig 3.3a Polígonos de Thiessen

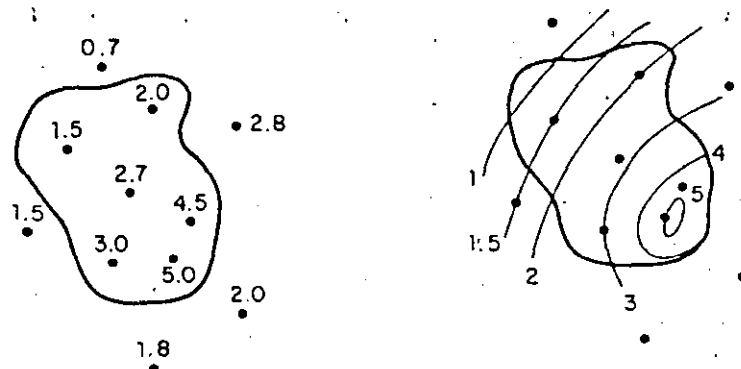


Fig 3.3b Plano de isoyetas

donde

- P_i precipitación promedio entre dos isoyetas consecutivas en mm
- a_i área limitada entre dos isoyetas consecutivas o entre una isoyeta y el parteaguas de la cuenca, en km^2
- A área total de la cuenca, en km^2

Este procedimiento es el mejor, ya que toma en cuenta la distribución espacial de la lluvia en la cuenca.

d) Hietograma de altura de precipitación media

Para conocer la variación de la altura de precipitación media con el tiempo, se emplea el hietograma de precipitación media. Este diagrama se puede obtener a partir de los hietogramas de las estaciones de la cuenca y de su vecindad. Los hietogramas deben tener el mismo intervalo de tiempo. Al considerar el mismo lapso de tiempo en todos los hietogramas se define la altura de precipitación en cada estación y se aplica cualquiera de los métodos del inciso c, con lo que se obtiene la altura de precipitación media para ese lapso de tiempo del hietograma buscado. Después de repetir el proceso para cada una de las demás barras de los hietogramas de las estaciones se llega al hietograma de alturas de precipitación media.

3.3.3 Curvas características de la precipitación

Las características de la precipitación son distintas en cada cuenca. De aquí que los datos de precipitación registrados en diferentes zonas solamente ofrezcan una aproximación adecuada de la precipitación en la región inmediata a donde se realizó la medición.

Para fines de diseño los datos obtenidos de la precipitación se pueden agrupar en curvas que representen las características de ésta para la zona. Estas curvas son la de intensidad-duración-periodo de retorno ($i-d-T_r$) y la de altura de precipitación-área-duración ($P-A-d$), cuya aplicación es función del tamaño de la cuenca.

Según Chow (1964) una cuenca pequeña es aquella que es sensible a lluvias de alta intensidad y corta duración, es decir, que predominan las características fisiográficas de la cuenca sobre las del cauce. Chow fijó como límite para considerar una cuenca pequeña aquella que fuera menor de 25 km^2 , sin embargo, para I-Pai-Wu y Springall este límite es de 250 km^2 . Para cuencas grandes el efecto de almacenamiento en el cauce es muy importante, por lo cual deberá darse mayor atención a las características de éste.

Para fines prácticos se propone usar la clasificación de tamaño de cuenca mostrada en la tabla 3.7

a) Curvas intensidad-duración-periodo de retorno ($i-d-T_r$)

Para conocer la variación de la intensidad y la duración de la precipitación en relación con su frecuencia de incidencia se hacen análisis de los datos registrados en una estación. La intensidad y

TABLA 3.7 Clasificación de las cuencas con respecto a su tamaño

Tamaño de la cuenca, en km ²	Descripción
< 25	Muy pequeña
25 a 250	Pequeña
250 a 500	Intermedia-pequeña
500 a 2500	Intermedia-grande
2500 a 5000	Grande
> 5000	Muy grande

duración se obtienen a partir de los registros del pluviógrafo. Su aplicación abarca un área menor de 25 km², por tanto se puede considerar que los valores que se pronostican con estas curvas son puntuales. La intensidad corresponde a su valor máximo en un cierto tiempo, en la fig 3.4 se muestra la representación gráfica de estas curvas.

La forma más usual de representar a estas curvas es mediante la ecuación siguiente

$$i = \frac{K Tr^h}{d^b} \quad (3.9)$$

donde

- i intensidad de lluvia, en mm/h
- d duración, en min
- Tr periodo de retorno, en años
- K, h, b parámetros cuyo valor se determina con los datos medidos

Expresando la ec 3.9 en términos de logaritmos se tiene que

$$\log i = \log K + h \log Tr - b \log d \quad (3.10)$$

esta ecuación es semejante a la de una recta de la forma

$$y = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 \quad (3.11)$$

donde

$$\begin{aligned} A_0 &= \log K, & A_1 &= h, & A_2 &= -b \\ X_0 &= \log i, & X_1 &= \log Tr, & X_2 &= \log d \end{aligned}$$

De acuerdo con el método de mínimos cuadrados los parámetros A_0 , A_1 y A_2 se obtienen al resolver el sistema de ecuaciones siguiente

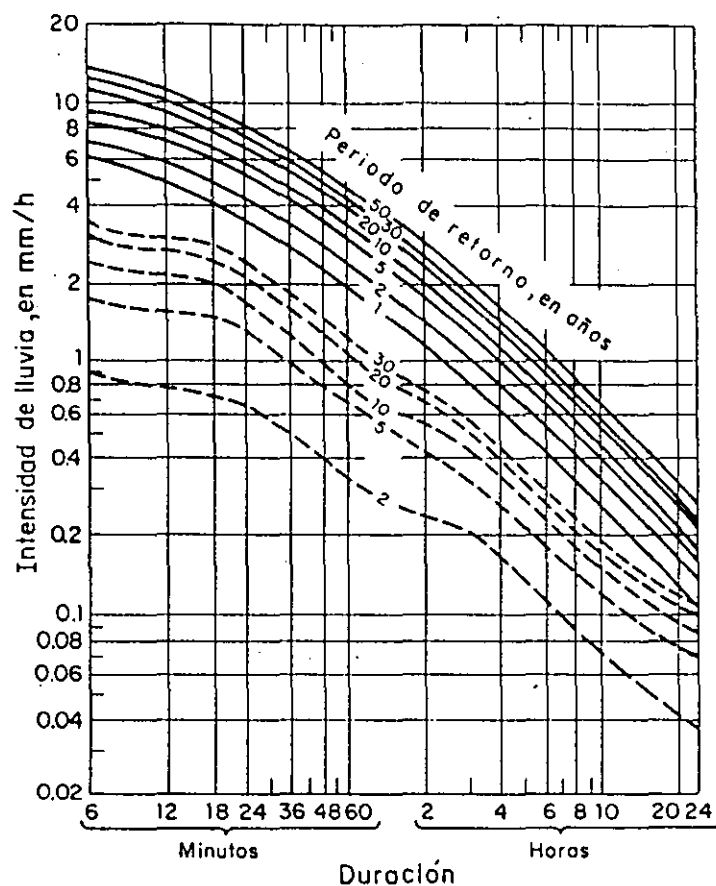


Fig 3.4 Curvas i-d-Tr

$$\begin{aligned}
 \sum y &= A_0 N + A_1 \sum X_1 + A_2 \sum X_2 \\
 \sum X_1 y &= A_0 \sum X_1 + A_1 \sum X_1^2 + A_2 \sum X_1 X_2 \\
 \sum X_2 y &= A_0 \sum X_2 + A_1 \sum X_1 X_2 + A_2 \sum X_2^2
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

donde N es el número total de tercias de datos (i, d, Tr)

Un caso especial de estas curvas se tiene para la duración de 24 h la cual permite relacionar directamente a la altura de precipitación de un día contra el periodo de retorno, con esto se obtiene la curva altura de precipitación máxima de 24 h-periodo de retorno; en el inciso c de este subcapítulo se tratan estas curvas.

b) Curvas de altura de precipitación-área-duración (P-A-d)

Para conocer la altura de precipitación para cierta duración en una cuenca de determinada área se utilizan las curvas P-A-d. Estas resultan del análisis del conjunto de datos de un grupo de estaciones. Con estas curvas se intenta representar la variación de la altura de lluvia con respecto al área para diferentes duraciones. El análisis se debe hacer para las tormentas más desfavorables, ver Franco y Domínguez (1981).

Para cuencas pequeñas se recomienda obtener estas curvas, para duraciones de 15, 30, 45, 60, 90 y 120 min y para cuencas grandes se usan duraciones de 6, 12, 18 y 24 h, ver fig 3.5 . En el cálculo de estas curvas se usan los resultados de la aplicación de los métodos de isoyetas y polígonos de Thiessen.

Para obtener estas curvas se recomienda usar el procedimiento siguiente

- 1) Se obtiene la curva masa de la tormenta, registrada para cada estación con pluviógrafo.
- 2) Se calcula la precipitación media con el método de isoyetas para la duración total, empleando los datos de pluviógrafos y pluviómetros.
- 3) Superponiendo las gráficas de curvas masa de todas las estaciones,

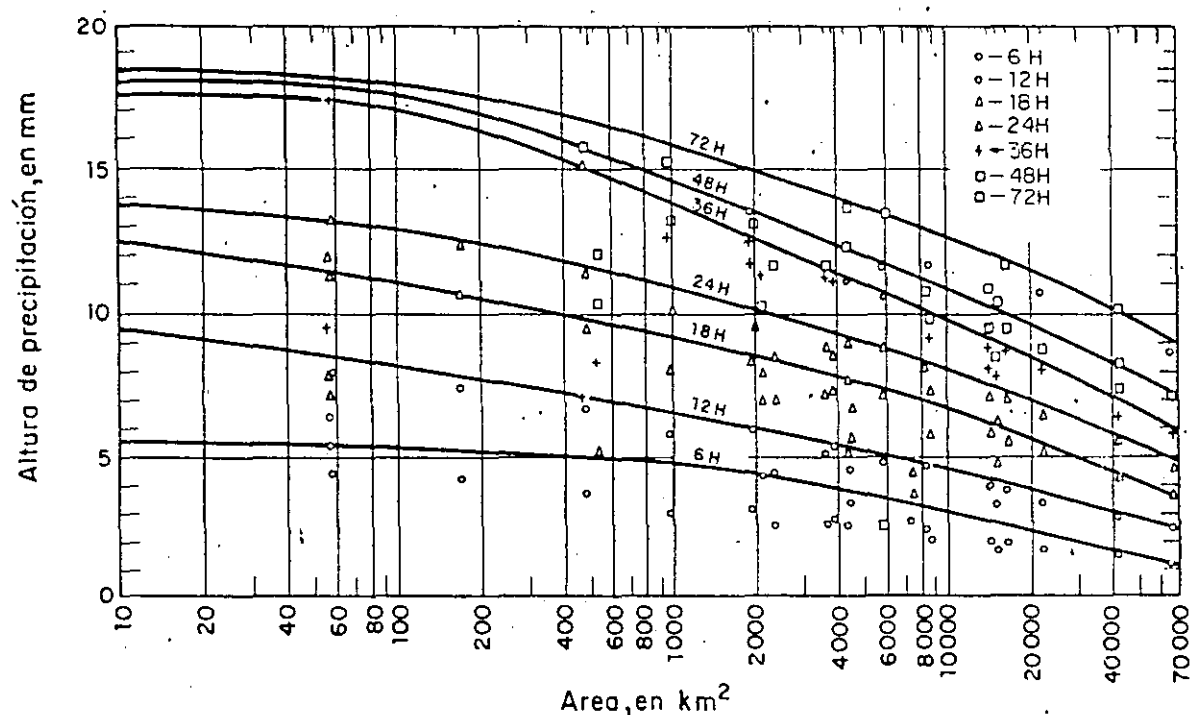


Fig 3.5 Curvas P-A-d.

se escoge un origen común a todas ellas, a partir del cual se divide la duración total en intervalos de tiempo constante.

4) Para cada intervalo de tiempo se obtiene la precipitación que corresponde a cada una de las estaciones pluviográficas.

5) Usando el plano de isoyetas del paso 2, para cada zona encerrada por una isoyeta empezando por la de mayor valor, se calcula el área encerrada por ella y el parteaguas y se calcula la precipitación media correspondiente, usando el método de isoyetas.

6) Se dibujan los polígonos de Thiessen asociados a las estaciones pluviográficas y se superponen al plano de isoyetas para determinar qué

porcentaje del área encerrada por cada isoyeta le corresponde a cada estación con pluviógrafo.

7) Se calcula una curva masa media para cada área encerrada entre isoyetas, multiplicando la curva masa de cada estación pluviográfica por el porcentaje correspondiente obtenido en el paso 6.

8) Para cada área encerrada entre isoyetas se calcula la curva masa media ajustada. Para ello se procede de la manera siguiente

Se calcula un factor de ajuste que resulta de dividir el valor de la precipitación media total del método de isoyetas entre la precipitación media total obtenido con el método de Thiessen, los valores obtenidos en el paso 7 se multiplican por el factor de ajuste calculado.

9) Para todas las duraciones de interés, las cuales deben ser múltiplos del intervalo de tiempo utilizado en el análisis, y para cada área, se calculan los incrementos máximos de precipitación.

10) En una gráfica se relacionan las tercias de valores correspondientes al incremento máximo de precipitación, la duración y el área. Se dibuja una envolvente, para cada duración a los puntos obtenidos y las líneas que resultan corresponden a las curvas de precipitación-área-duración, ver fig 3.5.

c) Curvas de altura de precipitación máxima en 24 h - periodo de retorno.

En este caso el análisis de los datos de lluvia se hace a partir de los registros de pluviómetros o si no se cuenta con estos con la lectura de 24 horas de los pluviógrafos, ya que se usan alturas de lluvia correspondientes a una duración de 24 h. Estas curvas relacionan para una duración de 24 h a su altura de lluvia con el periodo de retorno, ver fig 3.6. Para conocer estas curvas se requiere calcular para las alturas máximas anuales su periodo de retorno y luego ajustarle una función de distribución de probabilidad, como se discute en el inciso 3.4.3.

Para algunas funciones de distribución de probabilidad, cuyos parámetros se ajustan por el método de momentos (inciso 3.4.3), la altura de precipitación asociada a un periodo de retorno T_r se puede calcular como

$$P = \bar{P} + K S \quad (3.13)$$

donde P es la altura de precipitación que se desea conocer; \bar{P} y S son la media y desviación estándar de los datos, respectivamente. A K se le llama factor de frecuencia. Por ejemplo para una función de distribu

ción de probabilidad normal el factor se encuentra a partir de la variable normal estandarizada asociada a T_r o q (probabilidad de ocurrencia), ver fig 3.7, es decir se tiene que K es la variable normal estandarizada, cuyo valor se encuentra en la tabla de la función normal, ver tabla 3.13.

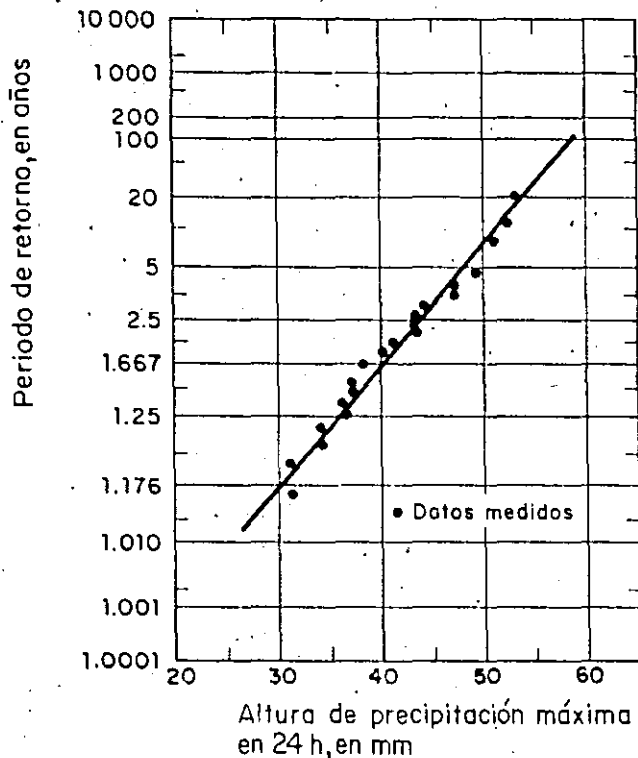


Fig 3.6 Curva altura de precipitación máxima en 24 h - periodo de retorno

Para la función de distribución de probabilidad Gumbel el factor de frecuencia esta dado como

$$K = - \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0.5772 + \ln \left(\ln \frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right] \quad (3.14)$$

esta ecuación es aplicable cuando el número de datos tiende a infinito; para una muestra de tamaño finito el valor de K es función de la longitud de registro y se obtiene con la ayuda de la tabla 3.8.

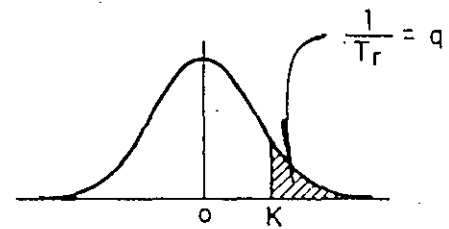


Fig 3.7

TABLA 3.8 Factor de frecuencia K, distribución Gumbel

Tamaño de la muestra	Periodo de retorno, en años						
	10	20	25	50	75	100	1000
15	1.703	2.410	2.632	3.321	3.721	4.005	6.265
20	1.625	2.302	2.517	3.179	3.563	3.836	6.006
25	1.575	2.235	2.444	3.088	3.463	3.729	5.842
30	1.541	2.188	2.393	3.026	3.393	3.653	5.727
40	1.495	2.126	2.326	2.943	3.301	3.554	5.476
50	1.466	2.086	2.283	2.889	3.241	3.491	5.478
60	1.446	2.059	2.253	2.852	3.200	3.446	5.419
70	1.430	2.038	2.230	2.824	3.169	3.413	5.359
75	1.423	2.029	2.220	2.812	3.155	3.400	5.339
100	1.401	1.998	2.187	2.770	3.109	3.349	5.261

d) *Precipitación máxima probable (PMP)*

Este concepto se refiere a la condición más desfavorable de lluvia y con la característica de que no se le puede asignar ningún periodo de retorno. La PMP se define como la máxima cantidad de lluvia, durante cualquier época del año, que resulta de la combinación de las condiciones meteorológicas más críticas que posiblemente pueden ocurrir para un determinada área. Lo que se menciona a continuación es aplicable a cuencas con área menor a 50 000 km².

La PMP se puede valorar con cuatro diferentes procedimientos; el primero consiste en utilizar modelos de tormenta como es, por ejemplo, el caso del modelo del plano inclinado, ver Wiesner (1970); en el segundo se hace la transposición y maximización de tormentas usando para ello curvas de altura de precipitación-área-duración y factores de ajuste por humedad y presencia de barreras, ver Domínguez y Lozoya (1983); el tercer método usa un mapa de isoyetas, los valores que se usan para dibujarlo se obtienen aplicando cualquiera de los dos criterios mencionados, y es aplicable para cuencas menores de 10 000 km², ver Springall (1978); el último llamado estadístico, propuesto por Hershfield (1961, 1965), consiste en analizar los valores de lluvia registrados en un pluviómetro y en este caso la precipitación máxima probable en 24 h (PMP_{24h}) se obtiene con

$$PMP_{24h} = \bar{P} + K S_n \quad (3.15)$$

donde \bar{P} es la media de los valores de lluvia máximos acumulados medidos

en 24 h y S_n la desviación estándar de los valores mencionados, calculada con la ec 3.29; K es una constante igual a 15. El mismo autor señala que en función del tamaño de la muestra se deben ajustar los valores de \bar{P} y S_n ; sin embargo, Vliessman (1977) señala que esos ajustes no alteran los resultados significativamente. Este método da buenos resultados para áreas de cuenca menores de 3000 km² pero se puede usar hasta áreas no mayores de 5000 km². La longitud del registro que se usa, de ser posible, debe ser mayor de 20 años y no es conveniente aplicarlo cuando ella sea menor de 10 años. La aplicación de este método se restringe a cuencas con un área menor de 3000 km² y sólo proporciona valores puntuales con una duración de 24h; para duraciones diferentes a la de 24h se puede inferir su correspondiente valor usando la fig 3.36, para ello se procede de la manera siguiente: se ubica en la fig 3.36 el valor de PMP obtenido con la ec 3.15 y por él se dibuja una recta paralela a la envolvente mundial y con ella se podrá obtener el valor de PMP para diferentes duraciones, ver Campos (1982). Se recomienda usar este método como una primera aproximación y por su facilidad y rapidez de aplicación.

3.3.4 Duración de la tormenta

En cuencas pequeñas o en el diseño de estructuras menores, se recomienda usar duraciones menores o iguales a 6h, sin embargo, también se suele considerar que la duración sea igual al tiempo de concentración.

El tiempo de concentración t_c se define como el tiempo que tarda una partícula de agua en viajar desde un punto dado de la cuenca hasta la salida de la misma. Para calcular este tiempo se usan relaciones empíricas, en ellas intervienen características fisiográficas de la cuenca, siendo una de las más utilizadas la propuesta por Kirpich (1940), la cual se define como

$$t_c = 0.0003245 \left[\frac{L}{\sqrt{S}} \right]^{0.77} \quad (3.16)$$

donde t_c esta en h ; L longitud del cauce principal, en m; S pendiente media del cauce principal.

Se recomienda calcular la pendiente media del cauce mediante la fórmula de Taylor-Schwarz (Springall, abril 1970) la cual está dada por

$$S = \left[\frac{n}{\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}} \right]^2 \quad (3.17)$$

Para emplear esta fórmula, la longitud del cauce principal se divide en n número de tramos de igual longitud y a cada uno de ellos se les calcula su pendiente S_i . Se recomienda que $n \geq 5$.

También se puede utilizar para obtener el valor de t_c la ecuación propuesta por Rowe (Campos, 1982), dada por

$$t_c = \left(\frac{0.87 L^3}{H} \right)^{0.385} \quad (3.18a)$$

La ec 3.18a se aplica cuando el área de la cuenca es mayor de 3000 km², en ella H es el desnivel entre el punto más alejado y la salida de la cuenca, medido sobre el cauce principal en m; L longitud entre los dos puntos mencionados para definir H , en km; t_c en h

Ragan y Duru (1972) proponen usar la ecuación siguiente

$$t_c = 6.917(n L)^{0.8} / (i^{0.4} S^{0.3}) \quad (3.18b)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning ($n \approx 0.02$ para superficies pavimentadas y 0.5 para superficies con vegetación); i es la intensidad de la lluvia, en mm/h; t_c en min y la L en m.

Para cuencas grandes hay que hacer un análisis detallado de las duraciones que se han tenido para las tormentas registradas más intensas y con base en ello se define el valor de la duración, la cual puede llegar a tener valores hasta de diez días.

3.4.3 Distribución de frecuencias para una sola población

Para predecir el gasto pico de una avenida asociada a cierto periodo de retorno o frecuencia de ocurrencia se emplean métodos estadísticos. Para aplicar estos métodos se requiere contar con registros de gastos máximos anuales, lográndose mayor precisión a medida que se cuente con más años de registro.

Los métodos para evaluar el gasto máximo a partir de un periodo de retorno consideran que el gasto máximo anual es una variable aleatoria que se distribuye de acuerdo a una función de probabilidad. Por lo general, en nuestro país, se cuenta con pocos años de registro por lo que las curvas de distribución de probabilidad se tienen que prolongar en sus extremos a fin de poder inferir eventos mayores o menores a los registrados.

Si $F(x_0)$ es la probabilidad de que x tome un valor menor o igual a x_0 y tiene como función de densidad $f(x)$, a la función $F(x)$ se le denomina función de distribución de probabilidad. Es decir,

$$F(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x) dx = p(x \leq x_0) = 1-q \quad (3.24)$$

donde $f(x)$ es la función de densidad de probabilidad.

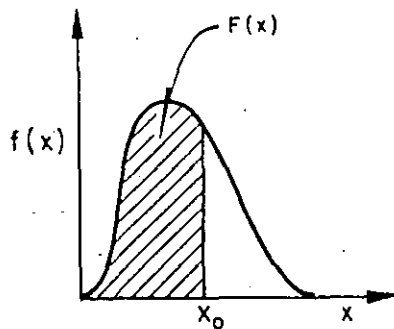
En la fig 3.14 se muestra la relación entre las funciones de densidad y de distribución.

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de que x tome un valor entre a y b es

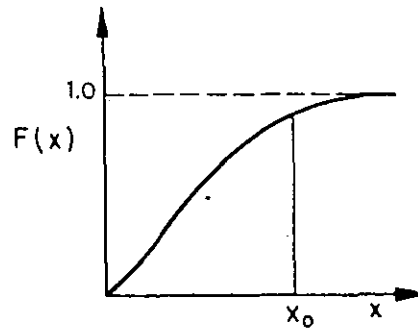
$$p(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$$

Con base en la ec 3.24 se cumple que

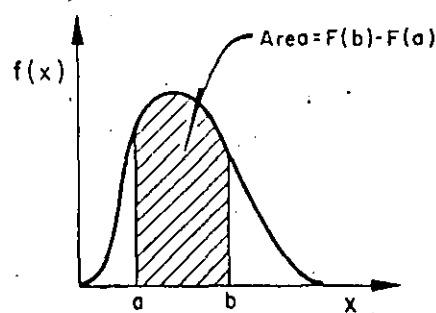
$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x) \quad (3.25)$$



a) Función de densidad de probabilidad



b) Función de distribución de probabilidad



c)

Fig 3.14 Función de probabilidad

Las características o parámetros estadísticos de las funciones de distribución de probabilidad se pueden describir a partir de los momentos de las funciones de densidad de probabilidad (fdp).

Los principales parámetros son la media (agrupamiento de la variable aleatoria de la fdp o de los datos medidos respecto a un valor

central); la desviación estándar (dispersión de la variable aleatoria de la fdp o de los datos observados con respecto a la media) y el coeficiente de asimetría (grado de asimetría de la fdp o hacia donde está localizada la mayoría de los datos medidos, ya sea para los valores máximos o mínimos de éstos). Por convención las letras griegas son usadas para representar los parámetros de las fdp de la población.

.Media

Corresponde al primer momento con respecto al origen y se determina como

.Para la fdp

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot x \, dx \quad (3.26)$$

.Para los datos

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.27)$$

El estadístico \bar{x} es la mejor estimación de la media de la población μ

.Variancia

Es igual al segundo momento respecto a la media, se define como

.Para la fdp

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) (x - \mu)^2 \, dx \quad (3.28)$$

.Para los datos

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.29)$$

La mejor estimación de σ^2 es la cantidad S^2 . La raíz cuadrada de la variancia es igual al estadístico conocido como desviación estándar (σ o S) la cual tiene unidades similares a las de la media. El tomar $n-1$ en lugar de n sirve para tener en cuenta el hecho del grado de aproximación que se pierde al utilizar \bar{x} en lugar de μ . El coeficiente de variación (C_v) se define como σ / μ o S / \bar{x} .

.Coeficiente de asimetría (γ o g)

Es igual al cociente α/σ^3 ó a/S^3 , donde α ó a representan el tercer momento respecto a la media de la fdp o de los datos, respectivamente, es decir

.Para la fdp

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \mu)^3 dx \quad (3.30)$$

.Para los datos

$$a = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad (3.31)$$

Para fdp simétricas, $\alpha = 0$ por lo que $\gamma = \alpha/\sigma^3 = 0$, para asimetría a la derecha $\gamma > 0$ (la cola larga está a la derecha) y para la asimetría a la izquierda $\gamma < 0$ (la cola larga está a la izquierda). La asimetría calculada a partir de los datos observados es cuestionada estadísticamente cuando se tiene menos de 50 valores en la muestra.

La función de distribución de probabilidad permite calcular el gasto máximo o mínimo para un determinado periodo de retorno. En Hidrología las distribuciones de probabilidad más usadas son la normal, la lognormal, la gamma, la Gumbel y la exponencial.

a) *Función de densidad normal o Gauss*

La función de densidad normal de la variable aleatoria x está definida por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} b} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-a}{b} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

donde a y b son los parámetros de la función normal.

Una propiedad de esta función consiste en que si la variable aleatoria x se comporta de acuerdo a ella, la variable estandarizada, z , dada por

$$z = \frac{x-a}{b} \quad (3.33)$$

tiene como función de distribución a

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp \left(-\frac{1}{2} z^2 \right) dz \quad (3.34)$$

es decir, una normal con parámetros $a = 0$ y $b = 1$.

Esta función se encuentra discretizada en la tabla 3.13 con lo cual se obtiene la probabilidad de que cualquier variable aleatoria con distribución normal estándar tome un valor menor o igual a z .

Si se desea saber la probabilidad de que una variable aleatoria x con una distribución normal sea menor o igual a c , se utiliza la relación

$$\text{Prob } (x \leq c) = \text{Prob } (z \leq \frac{c-a}{b}) \quad (3.35)$$

Para lo cual se utiliza la tabla 3.13

Los parámetros estadísticos de la función de densidad Normal están dados por

$$\text{Media} \quad \mu = a \quad (3.35a)$$

$$\text{Variancia} \quad \sigma = b \quad (3.35b)$$

b) *Función de densidad lognormal*

Cuando el logaritmo de la variable aleatoria x menos una constante tiene distribución normal, se afirma que x se distribuye de acuerdo con una función de densidad lognormal. Esta última está dada como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x - a_L)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\text{Ln } (x - a_L) - \mu_L}{\sigma_L} \right]^2 \right\} & \text{para } x \geq a_L, \sigma > 0 \\ 0, & \text{para } x \leq a_L \end{cases} \quad (3.36)$$

donde μ_L , σ_L , a_L son los parámetros de la función lognormal.

Por su relación con la distribución normal para calcular la probabilidad de que una variable aleatoria x con distribución lognormal tome un valor menor o igual a c puede calcularse con la ec 3.35, con lo cual resulta

$$\text{Prob } (x \leq c) = F \left[\frac{\text{Ln } (c - a_L) - \mu_L}{\sigma_L} \right] \quad (3.37)$$

Los valores de z de la ec 3.37 se obtienen de la tabla 3.13, que es para la distribución normal.

Los parámetros estadísticos de la función de densidad lognormal son

$$\mu = \exp \left[2\mu_L + \frac{1}{2(\sigma_L)^2} \right] + a_L \quad (3.38)$$

TABLA 3.13 Area bajo la curva normal entre 0 y x

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Media

$$\mu = \exp \left[2\mu_L + \frac{1}{2(\sigma_L)^2} \right] + a_L \quad (3.38)$$

Variancia

$$\sigma^2 = \exp \left[(2\mu_L + \sigma_L^2) \right] \left[\exp (\sigma_L^2) - 1 \right] \quad (3.39)$$

Coefficiente de asimetría

$$\gamma = 3 v' + v'^3 \quad (3.40)$$

donde

$$v' = \sigma / (\mu - a_L) \quad (3.41)$$

La ec 3.40 se puede escribir también así

$$v' = \left[\sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} + \gamma/2 \right]^{1/3} - \left[\sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} - \gamma/2 \right]^{1/3}$$

o bien como

$$v' = (1 - \omega^{2/3}) / \omega^{1/3} \text{ siendo } \omega = \sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} - \gamma/2$$

c) Función de densidad gamma

Se dice que una variable aleatoria x tiene una función de densidad gamma si

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - \delta)^{\alpha-1} \exp(-\frac{x-\delta}{\beta}); & x \geq \delta, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0, & \text{para } x \leq \delta \end{cases} \quad (3.43)$$

donde α , β y δ son los parámetros de la función.

La función matemática gamma $\Gamma(\alpha)$, es igual a

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-x) dx \quad (3.44)$$

la cual tiene las propiedades siguientes

$$\begin{aligned} \Gamma(\alpha+1) &= \alpha \Gamma(\alpha) && \text{para } \alpha > 0 \\ \Gamma(\alpha+1) &= \alpha! && \text{para } \alpha \text{ entero positivo} \end{aligned}$$

La función de densidad gamma tiene las características principales siguientes

Está acotada en su límite inferior δ y su empleo se facilita utilizando la variable reducida

$$s = \frac{x - \delta}{\beta} \quad (3.45)$$

La función de distribución de probabilidad de s es gamma con parámetros $\delta = 0$, $\beta = 1$ y α .

La función de distribución de probabilidad gamma de s es

$$F(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^s y^{\alpha-1} \exp(-y) dy \quad (3.46)$$

Los parámetros estadísticos de la función de densidad gamma están dados por

Media $\mu = \alpha \beta + \delta \quad (3.47)$

Variancia $\sigma^2 = \alpha \beta^2 \quad (3.48)$

Coefficiente de asimetría $\gamma = 2 / \sqrt{\alpha} \quad (3.49)$

$$\mu = \alpha \beta$$

$$\bar{v} = \sqrt{\alpha} \beta$$

$$\bar{v} = \sqrt{\alpha} \frac{\mu}{\alpha}$$

$$\frac{\bar{v}}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\sqrt{\alpha} = \frac{\mu}{\bar{v}}$$

$$\alpha^2 = \frac{\mu^2}{\bar{v}^2}$$

De acuerdo con Abramowitz y Stegun (1972) para encontrar la probabilidad de que $x \leq c$ se considera que

$$s = \frac{c - \delta}{\beta}$$

$$F(x \leq c) = F(x \leq s) \cong \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n s^{\alpha+n}}{(\alpha+n) n!}}{\Gamma(s)} \quad (3.50)$$

Se recomienda calcular la serie para $n \leq 10$

d) *Función de distribución Gumbel*

Se dice que una variable aleatoria tiene una función de distribución Gumbel si

$$F(x) = e^{-e^{-(x-a)/c}} \quad (3.51)$$

donde a y c son los parámetros de la función de distribución.

Esta función, generalmente, corresponde a la distribución de valores máximos.

Los parámetros estadísticos de esta función están dados por

$$\text{Media} \quad \mu = 0.5772 c + a \quad (3.52)$$

$$\text{Variancia} \quad \sigma^2 = (\pi^2/6) c^2 = 1.645 c^2 \quad (3.53)$$

e) *Función de distribución exponencial*

La variable aleatoria $x > b$ tiene una función de distribución exponencial si

$$F(x) = 1 - e^{-(x-b)/a} \quad (3.54)$$

donde a y b son los parámetros de la función exponencial.

Los parámetros estadísticos de esta función son

$$\text{Media} \quad \mu = a + b \quad (3.55)$$

$$\text{Variancia} \quad \sigma^2 = a^2 \quad (3.56)$$

f) *Papeles de probabilidad*

En la práctica la representación gráfica de los datos medidos con las diferentes funciones de ajuste se puede hacer mediante cambios de escala, es decir para cada caso usando un papel especial llamado papel de probabilidad. Este tiene en las ordenadas el valor de la variable aleatoria y en el otro la probabilidad correspondiente a cada valor.

A continuación se indica para cada una de las funciones su papel correspondiente

Función	Papel	Escala en las abscisas (probabilidad)	Escala en las ordenadas (variable aleatoria)
Normal	fig 3.15	probabilidad normal	aritmética
lognormal	fig 3.16	probabilidad lognormal	logarítmica
gamma	no tiene	—	—
Gumbel	fig 3.17	probabilidad Gumbel	aritmética
Exponencial	fig 3.18	logarítmica	aritmética

g) Ajuste de las funciones de distribución de probabilidad

Para poder extrapolar las estimaciones probabilísticas acerca de la variable en cuestión, se realizan ajustes de las funciones de probabilidad. Así, por ejemplo, si se quiere estimar la probabilidad de que en una sección de un río se presente un gasto mayor que 500 m³/s, es necesario "ajustar" a los gastos máximos anuales observados una función de distribución que represente a la población de estos gastos. El proceso de ajuste tiene dos fases: la identificación del tipo de función de distribución adecuada y el cálculo de los parámetros que la determinan.

. Identificación de la función de distribución de probabilidad.

Para identificar el tipo de función adecuada es recomendable seguir algunos de estos procedimientos.

1) Histograma de las observaciones

Se construye el histograma de frecuencias para observar la magnitud de las posibles asimetrías y la forma general del histograma. Se comparan con las gráficas de las funciones de densidad de probabilidad descritas en este subcapítulo y se escoge la que mejor se ajuste a los datos.

2) Papeles de probabilidad

Se dibujan los datos contra su probabilidad de no excedencia como puntos en cada uno de los papeles de probabilidad de uso común. En aquel en el cual los puntos quedan prácticamente formando una línea recta corresponde el ajuste a la mejor función de distribución.

3) Suma de los errores cuadráticos

Se calcula la suma de los errores cuadráticos de cada función de distribución y luego se escoge aquella para la cual la suma de estos errores es la más pequeña. Es decir se calcula

$$S = \sum \epsilon_i^2 = \sum (x_i - \hat{x}_i)^2$$

donde x_i es el dato medido i-ésimo y \hat{x}_i es el valor estimado con la función de distribución para el i-ésimo dato.

En el proceso de identificación de funciones de distribución, la experiencia adquirida en estudios anteriores es importante.

. Estimación de los parámetros de las distribuciones

Para estimar el valor de los parámetros que mejor se ajusten a los datos de la muestra, existen varios criterios uno de los más simples es el de los momentos. Este consiste en igualar los valores de las características estadísticas de la muestra con las de la población; esto es, hacer que la media de los valores muestreados sea igual a la de la función de distribución, y que las variancias, y el coeficiente de asimetría (relacionado con el tercer momento) de la muestra y la población sean iguales. El número de ecuaciones basadas en las características estadísticas es igual al número de parámetros de la función. Así por ejemplo, se tiene para las funciones mencionadas lo siguiente

. Función normal

$$a = \bar{x} \quad (3.57)$$

$$b = S \quad (3.58)$$

. Función lognormal de dos parámetros

$$a = 0$$

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} \quad (3.59)$$

$$\sigma_L = \sqrt{\text{Ln} (C_v^2 + 1)} \quad (3.60)$$

$$\mu = (\text{Ln } \bar{x}) - \frac{\sigma_L^2}{2} \quad (3.61)$$

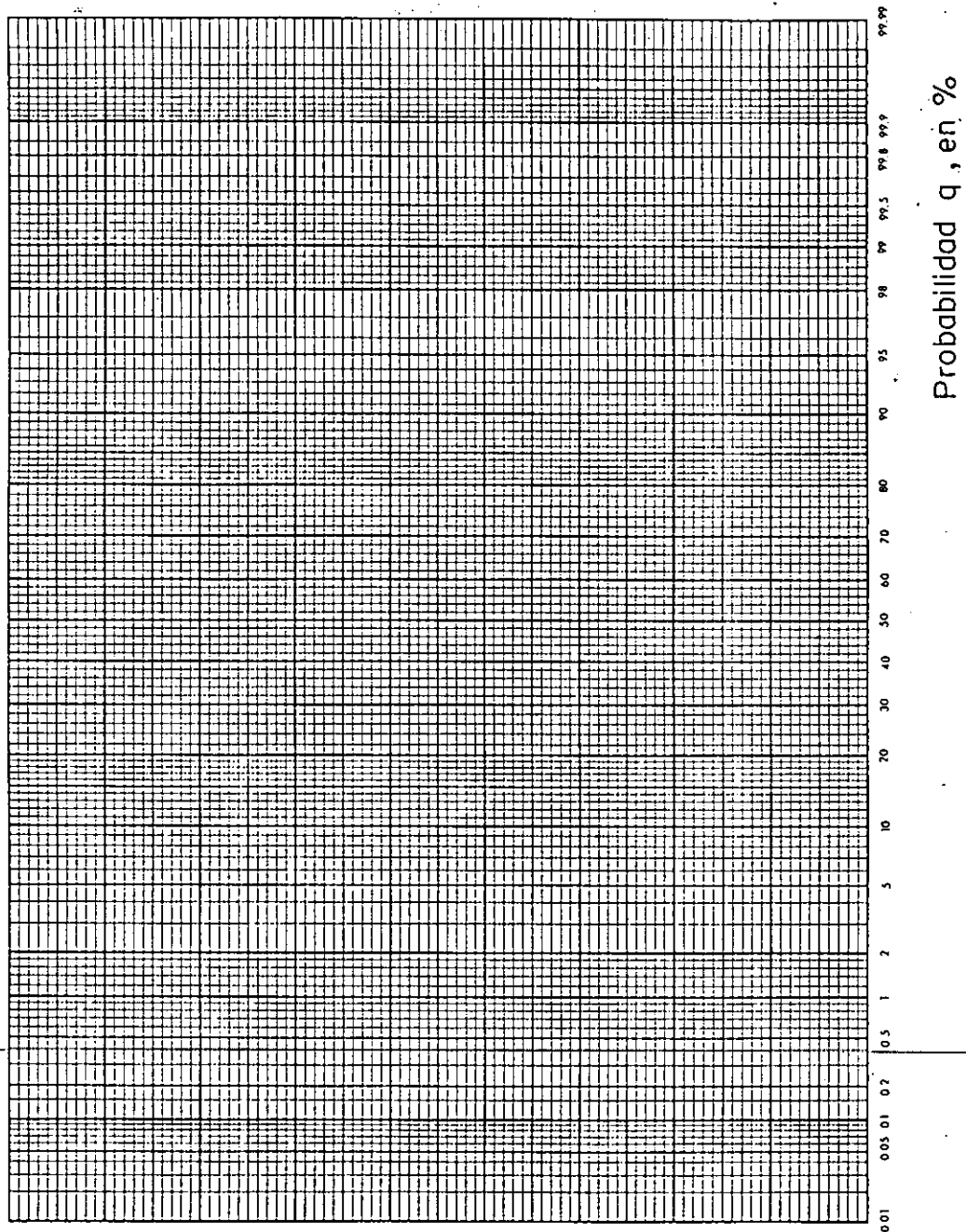


Fig 3.15 Papel normal

45

25

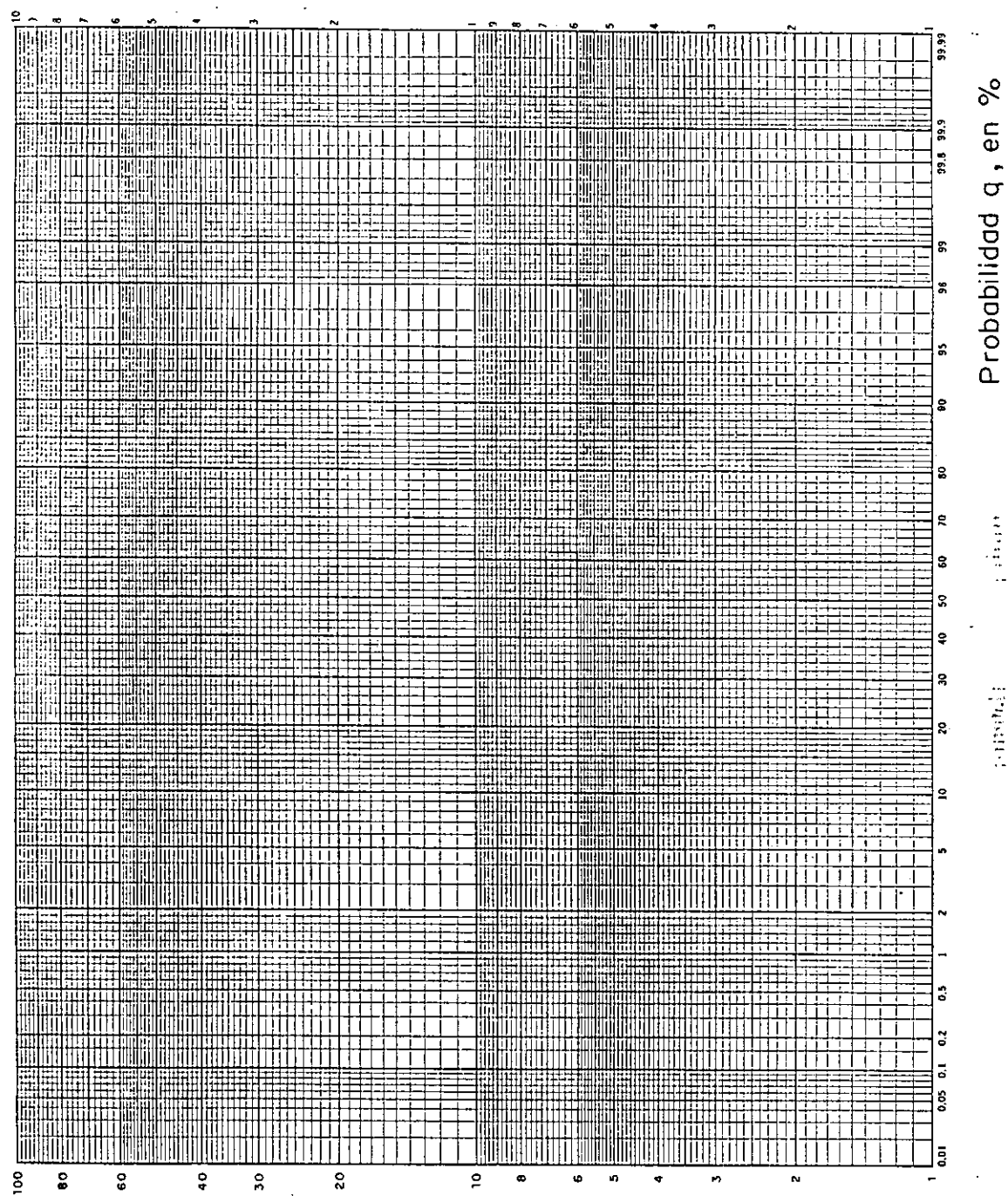


Fig 3.16 Papel log normal

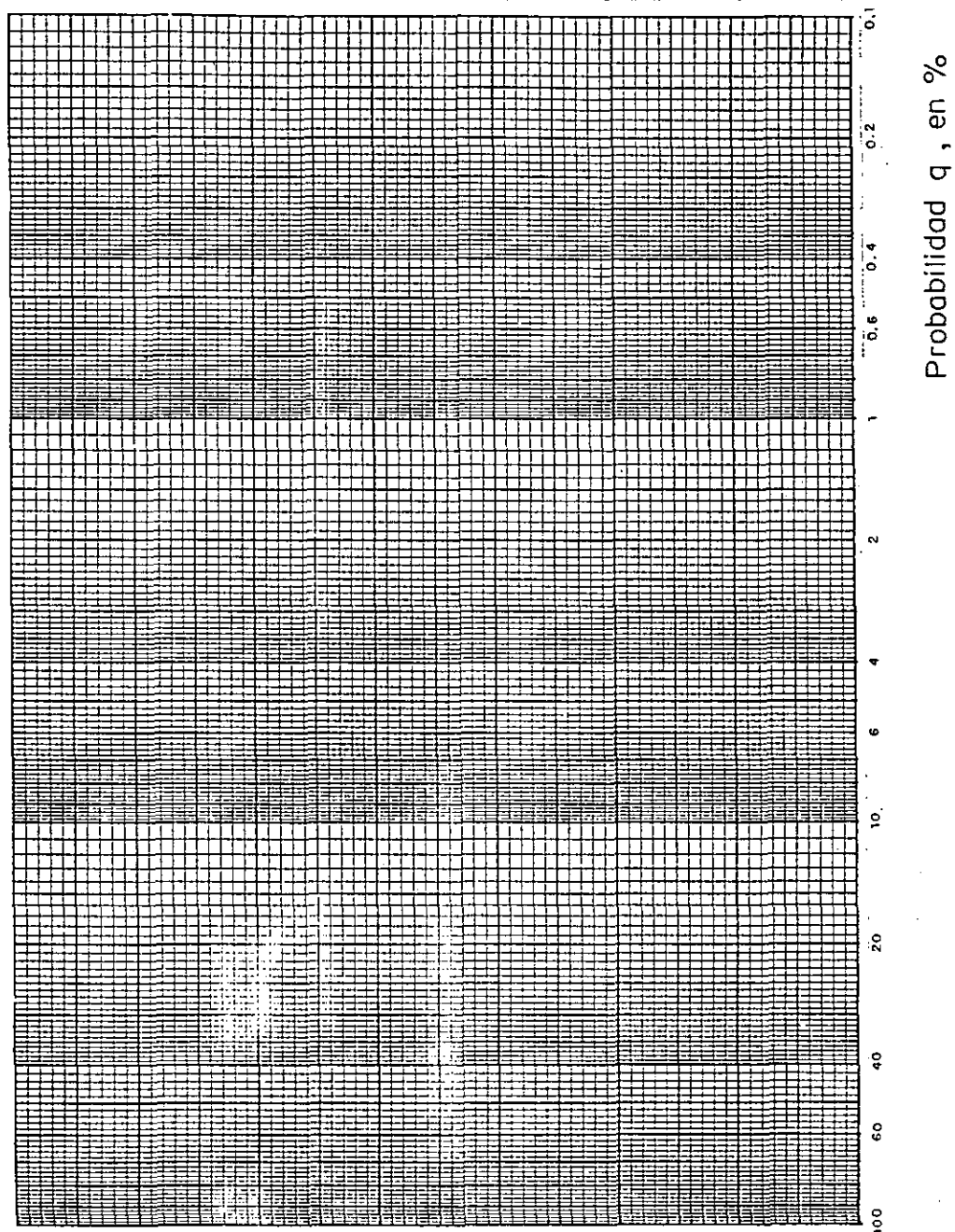


Fig 3.18 Papel exponencial

. Función lognormal de tres parámetros

$$R = \sqrt{(g/2)^2 + 1} - g/2 \quad (3.62)$$

$$C'_v = (1 - R^{1/3}) / R^{1/3} \quad (3.63)$$

$$a_L = \bar{x} - \frac{S}{C'_v} \quad (3.64)$$

$$\sigma_L = \sqrt{\text{Ln} \left[(C'_v)^2 + 1 \right]} \quad (3.65)$$

$$\mu_L = \left[\text{Ln} (\bar{x} - a_L) \right] - \frac{\sigma_L^2}{2} \quad (3.66)$$

. Función gamma de dos parámetros

$$\delta = 0 \quad (3.67)$$

$$C_v = S / \bar{x} \quad (3.68)$$

$$\alpha = 1 / C_v^2 \quad (3.69)$$

$$\beta = \bar{x} / \alpha \quad (3.70)$$

. Función gamma de tres parámetros

$$\alpha = \frac{4}{g^2} \quad (3.71)$$

$$\beta = \frac{S}{\sqrt{\alpha}} \quad (3.72)$$

$$\delta = \bar{x} - \alpha \beta \quad (3.73)$$

. Función Gumbel

$$c = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.7797 S \quad (3.74)$$

$$a = \bar{x} - 0.5772 c \quad (3.75)$$

. Función exponencial de dos parámetros

$$a = S \quad (3.76)$$

$$b = \bar{x} - a \quad (3.77)$$

. Función exponencial de un parámetro

$$b = 0 \quad (3.78)$$

$$a = S \quad (3.79)$$

Para decidir entre las funciones que tienen uno, dos o tres parámetros

cual es la que debe usarse, es decir, por ejemplo, si es una gamma de dos o tres parámetros se tiene que el primer modelo tiene l_1 parámetros y el segundo l_2 parámetros, siendo $l_2 > l_1$; para realizar lo anterior se utiliza una prueba de hipótesis F, la manera de hacerlo es la siguiente

Se calcula

$$F_{1,2} = \frac{\Sigma \epsilon_1^2 / \nu_1 - \Sigma \epsilon_2^2 / \nu_2}{\Sigma \epsilon_2^2 / \nu_2} \quad (3.80)$$

donde $\nu_1 = N - l_1$ y $\nu_2 = N - l_2$, $\Sigma \epsilon_1^2 = \Sigma (x_i - \hat{x}_{1i})^2$; $\Sigma \epsilon_2^2 = \Sigma (x_i - \hat{x}_{2i})^2$

donde x_i es el dato i de la muestra, \hat{x}_{1i} el valor estimado con el modelo 1 para el dato i y \hat{x}_{2i} el valor estimado con el modelo 2 para el dato i .

El valor $F_{1,2}$ se compara con el que se obtiene de una tabla para la distribución F de Fisher, ver tabla 3.14, a la que se entra con el número de grados de libertad ν_1 y ν_2 . Si $F_{1,2}$ es menor que el valor de la tabla, se considera que es mejor el primer modelo, en caso contrario se acepta el segundo.

3.4.4 Distribución de frecuencias a dos tipos de poblaciones

Algunas zonas de nuestro país son afectadas por ciclones, como consecuencia de ello las avenidas que se presentan son de dos tipos, uno que corresponde a los valores ordinarios de la época de lluvia y el otro al provocado por la precipitaciones producidas por esos meteoros. Esto trae como consecuencia de que se tenga de dos poblaciones de eventos, cada una de ellas con sus propias características.

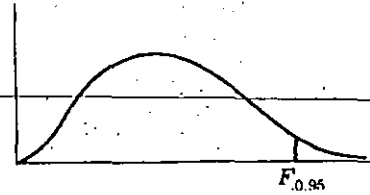
Para tales eventos se considera que el gasto de pico de la avenida de diseño se debe modelar mediante una función de distribución de tipo especial llamada de varias poblaciones o mezclada o mixta.

La función mezclada de probabilidad está formada, según Mood (1974), como

TABLA 3.14 Valores percentiles 95^o

de la distribución F

n_1 = grados de libertad del numerador
 n_2 = grados de libertad del denominador
 (área sombreada = 0.95)



$n_1 \backslash n_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	16	20	30	40	50	100	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	243.9	246.3	248.0	250.1	251.1	252.2	253.0	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.85	8.74	8.69	8.66	8.62	8.60	8.58	8.56	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.84	5.80	5.75	5.71	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.60	4.56	4.50	4.46	4.44	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.92	3.87	3.81	3.77	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.49	3.44	3.38	3.34	3.32	3.28	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.20	3.15	3.08	3.05	3.03	2.98	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.98	2.93	2.86	2.82	2.80	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.82	2.77	2.70	2.67	2.64	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.70	2.65	2.57	2.53	2.50	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.60	2.54	2.46	2.42	2.40	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.77	2.60	2.51	2.46	2.38	2.34	2.32	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.44	2.39	2.31	2.27	2.24	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.39	2.33	2.25	2.21	2.18	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.33	2.28	2.20	2.16	2.13	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.29	2.23	2.15	2.11	2.08	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.25	2.19	2.11	2.07	2.04	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.21	2.15	2.07	2.02	2.00	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.18	2.12	2.04	1.99	1.96	1.90	1.84
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.13	2.07	1.98	1.93	1.91	1.84	1.78
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	2.09	2.03	1.94	1.89	1.86	1.80	1.73
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	2.05	1.99	1.90	1.85	1.82	1.76	1.69
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.29	2.12	2.02	1.96	1.87	1.81	1.78	1.72	1.65
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.99	1.93	1.84	1.79	1.76	1.69	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.90	1.84	1.74	1.69	1.66	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.13	1.95	1.85	1.78	1.69	1.63	1.60	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.10	1.92	1.81	1.75	1.65	1.59	1.56	1.48	1.39
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.07	1.89	1.79	1.72	1.62	1.56	1.53	1.45	1.35
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.05	1.88	1.77	1.70	1.60	1.54	1.51	1.42	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.03	1.85	1.75	1.68	1.57	1.51	1.48	1.39	1.28
150	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.00	1.82	1.71	1.64	1.54	1.47	1.44	1.34	1.22
200	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	1.98	1.80	1.69	1.62	1.52	1.45	1.42	1.32	1.19
400	3.86	3.02	2.62	2.39	2.23	2.12	1.96	1.78	1.67	1.60	1.49	1.42	1.38	1.28	1.13
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.64	1.57	1.46	1.40	1.32	1.24	1.00

$$f_m(x) = \sum_{i=1}^n p_i f_i(x) \quad (3.81)$$

donde $f_i(x)$ es una función de densidad de probabilidad y p_i es un parámetro que satisface lo siguiente

$$p_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

De esta manera, a partir de la ec 3.81 se puede obtener una familia paramétrica de densidades aprovechando las función de densidad de probabilidad de una población.

Para el caso especial de dos poblaciones ($m=2$) la ec 3.81 se escribe como

$$f_m(x) = p_1 f_1(x) + p_2 f_2(x)$$

Como $p_1 + p_2 = 1$ se puede considerar que $p_1 = P$ y $p_2 = 1-P$ por lo cual

$$f_m(x) = P f_1(x) + (1-P) f_2(x) \quad (3.82)$$

a) Función mezclada formada por dos distribuciones Gumbel

Una forma particular de la ec 3.82 resulta cuando $f_1(x)$ y $f_2(x)$ son funciones de densidad Gumbel, en este caso se tiene

$$f_m(x) = \left[\left[\frac{p}{c_1} \right] e^{-e^{-(x-a_1)/c_1}} e^{-(x-a_1)/c_1} \right] + \left[\left[\frac{1-p}{c_2} \right] e^{-e^{-(x-a_2)/c_2}} e^{-(x-a_2)/c_2} \right] \quad (3.83)$$

La función de distribución de probabilidad de la ec.3.83 es

$$F_m(x) = P e^{-e^{-(x-a_1)/c_1}} + (1-P) e^{-e^{-(x-a_2)/c_2}} \quad (3.84)$$

Esta expresión tiene como parámetros P, a_1, c_1, a_2, c_2 , que están definidos como

$$c = 0.7797 S_1 \quad (3.85)$$

$$a_1 = \bar{x}_1 - 0.5772 c_1 \quad (3.86)$$

$$c_2 = 0.7797 S_2 \quad (3.87)$$

$$a_2 = \bar{x}_2 - 0.5772 c_2 \quad (3.88)$$

donde

\bar{x}_1 , S_1 media y desviación estándar de la población no ciclónica
y

\bar{x}_2 , S_2 media y desviación estándar de la población ciclónica

$$P = \frac{\text{número de eventos de la población no ciclónica}}{\text{número total de eventos}}$$

Hay que señalar que al dibujar en el papel de probabilidad tipo Gumbel los datos se observa para este caso particular que existen dos rectas y en dicho papel es donde se hace la separación de las poblaciones, ello lo debe realizar una persona con experiencia ya que dicha separación, la mayor parte de las veces, es "a ojo" ya que no existe algún criterio que permite hacerlo.

Se recomienda en estos casos consultar la fecha de ocurrencia de los ciclones en los boletines para tener seguridad en que los eventos fueron producidos por ellos.

3.4.5 Casos especiales

En ocasiones en algunos textos de Hidrología aparece la ecuación siguiente

$$x = \bar{x} + K S \quad (3.88a)$$

que, según Chow (1951), se llama ecuación para el análisis hidrológico de frecuencias ya sea de gastos o lluvias máximas anuales; \bar{x} y S son la media y la desviación estándar de los datos de la muestra, K se llama factor de frecuencia, y cuyo valor depende del tipo de función de distribución de probabilidad que se use. Así, por ejemplo, se tiene

- Función de distribución normal.

Se expresa como

$$x = \bar{x} + zS \quad (3.88b)$$

donde z es el valor de la variable estandarizada y se obtiene de la tabla 3.13 en función de la probabilidad que se le desea asignar al evento x .

- Función de distribución Gumbel.

Desarrollando la 3.51 y tomando en cuenta a las ecs 3.52 y 3.53 se llega a que

$$x = \bar{x} - \left[\sqrt{6} / \pi \right] \left[0.5772 + \text{Ln} (\text{Ln}(\text{Tr}/(\text{Tr}-1)) \right) S \quad (3.88c)$$

donde K sería igual al término que aparece en la ec 3.14. Sin embargo, esta ecuación es aplicable cuando la muestra es de tamaño infinito, esto se cumple cuando se dispone de una muestra mayor de 100 datos, lo cual no ocurre en nuestro medio, por lo que el valor de K se debe obtener con ayuda de la tabla 3.8.

- Función de distribución Pearson tipo III.

Esta función es un caso especial de la gamma y se le conoce como log Pearson en donde la transformación $y = \log x$ se usa para reducir la asimetría; en caso de que la asimetría para esta situación valga cero la distribución log Pearson III se reduce a una lognormal y la Pearson tipo III a una normal. La log Pearson III se escribe como

$$\log x = \bar{y} + K S_y \quad (3.88d)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{\log x_i}{n} \quad (3.88e)$$

$$S_y = \sqrt{\Sigma(y_i - \bar{y})^2 / n-1} \quad (3.88f)$$

$$y_i = \log x_i \quad (3.88g)$$

K se obtiene de la tabla 3.14a.

3.7 RECOMENDACIONES PARA CASOS PARTICULARES

Cuando se desea llevar a cabo un estudio hidrológico, por ejemplo, para definir una tormenta de diseño y no se dispone de información suficiente para hacerlo se pueden presentar varios tipos de solución al problema, a continuación se describen algunos de ellos.

a) *Determinación de un dato faltante de lluvia cuando se tiene una tormenta desfavorable que se desea analizar*

Para este problema se puede recurrir a los criterios tradicionales expuestos, por ejemplo, en Springall (abril 1970).

Sin embargo para aplicar estos métodos se requiere del conocimiento de la precipitación media anual registrada tanto en la estación donde se desea determinar el dato como en tres adyacentes a ella; adicionalmente del valor de la lluvia en todas ellas en la fecha en que se desea conocer el dato.

Otros autores como Wilson (1974), sugieren usar el promedio aritmético calculado con los valores de al menos tres estaciones adyacentes a las que se esta estudiando.

Otra manera consiste en dibujar el plano de isoyetas para la duración total de la tormenta, usando para ello toda la información disponible en la cuenca, y con base en él se extrapola el dato faltante para la estación de interés. Este procedimiento es útil ya que permite tomar en cuenta los datos medidos tanto en pluviómetros como en pluviógrafos.

b) Curvas masa de precipitación

Al resolver el problema mencionado en a) solo se obtiene un valor en el tiempo, sin embargo, en ocasiones se necesita definir toda la curva masa. Para ello se recurre al procedimiento propuesto por Wilson (1974), el cual consiste básicamente en disponer de la curva masa de precipitación de la estación más cercana a la que falta, a la primera se le llama auxiliar; para la duración total de la tormenta se calcula un factor de ajuste que es igual al cociente de la precipitación medida o estimada en la estación que carece de la curva entre la registrada en la estación auxiliar, luego cada una de las ordenadas de la curva masa conocida se multiplican por éste factor, quedando de esta manera estimada la curva masa de precipitación.

Otros autores sugieren utilizar una curva masa promedio obtenida con tres estaciones adyacentes y tomar esta como la auxiliar y repetir lo mencionado.

c) Análisis para zonas áridas donde la lluvia que se presenta es producida por ciclones

En este caso se plantea que se tiene un grupo de estaciones pluviométricas y pluviográficas en la cuenca, pero en la zona de interés no se dispone de ninguna de ellas, y se desea determinar la tormenta de diseño. Para resolver este problema se procede de la manera siguiente.

c.1) Análisis de pluviómetros

1. Para cada estación de este tipo se obtiene la precipitación máxima anual registrada en 24 h.
2. A los datos anteriores se les identifica la función de distribución de probabilidad que mejor los represente, en este caso si se tienen ciclones se requiere una que considere a dos poblaciones.
3. Con ayuda de la función de distribución de probabilidad seleccionada se calculan valores de lluvia para diferentes periodos de retorno.
4. Se dibujan planos de isoyetas para los diferentes periodos de retorno y se comparan con el que corresponde a las isoyetas medias anuales, esto se hace con la finalidad de ver si existe semejanza entre ellas ya que ello ayuda a que se pueda comprobar para otras tormentas que la forma de las isoyetas sigue la misma tendencia.

c.2) Análisis de pluviógrafos

En general se dispone de pocos aparatos de este tipo y la mayor parte de las veces solo hay uno para toda la cuenca.

1. Para cada registro que se tenga, medido en condiciones severas de tormenta, se buscan diferentes porcentajes de lluvia con respecto a la

total así como la duración que tiene asignado cada uno de ellos, que también se expresa como porcentaje.

2. Los valores de lluvia calculados en el inciso 1 y su correspondiente duración se comparan con los máximos registrados en el mundo, esto se puede hacer con ayuda de la fig 3.36, (ver Raudkivi, 1979) . Si los valores quedan por debajo de la envolvente mundial puede considerarse que los valores medidos son confiables, en caso contrario hay que analizar más detalladamente la información.

3. Se escoge la duración que tenga contenida, por ejemplo, el 90% de la lluvia total.

4. Con la duración obtenida se buscan los valores máximos anuales de la lluvia correspondiente y se hace un análisis estadístico con ellos, es decir se encuentra cual es la función de distribución de probabilidad que mejor se les ajusta.

5. Se calcula el porcentaje que representa la lluvia obtenida para la duración parcial con respecto a la de 24 h y se calcula el promedio de los valores, esto se hace para periodos de retorno comunes. Con base a los resultados se puede decir si existe una dependencia entre el porcentaje y el periodo de retorno, lo anterior se puede comprobar al observar que no existe una diferencia grande entre los diferentes porcentajes al compararlos entre sí.

6. Para cada uno de los registros de los pluviógrafos se calcula el valor máximo de lluvia para diferentes intervalos de tiempo y luego se presenta como un porcentaje de la lluvia total. La duración que les corresponde también se expresa como porcentaje de la duración total de 24 h. Para cada uno de los porcentajes de duración se hace un promedio aritmético de los porcentajes de lluvia obtenidos para todas las estaciones.

7. Con los datos de los porcentajes de duración y lluvia se dibuja una curva que los relacione. El Weather Bureau (1957) propone usar una curva, ver fig 3.37, que fue obtenida para tormentas tropicales, semejante a la dibujada la cual debe ajustarse para porcentajes de lluvias máximas. Se hace una comparación entre la curva calculada y la propuesta lo que normalmente ocurre es que son semejantes.

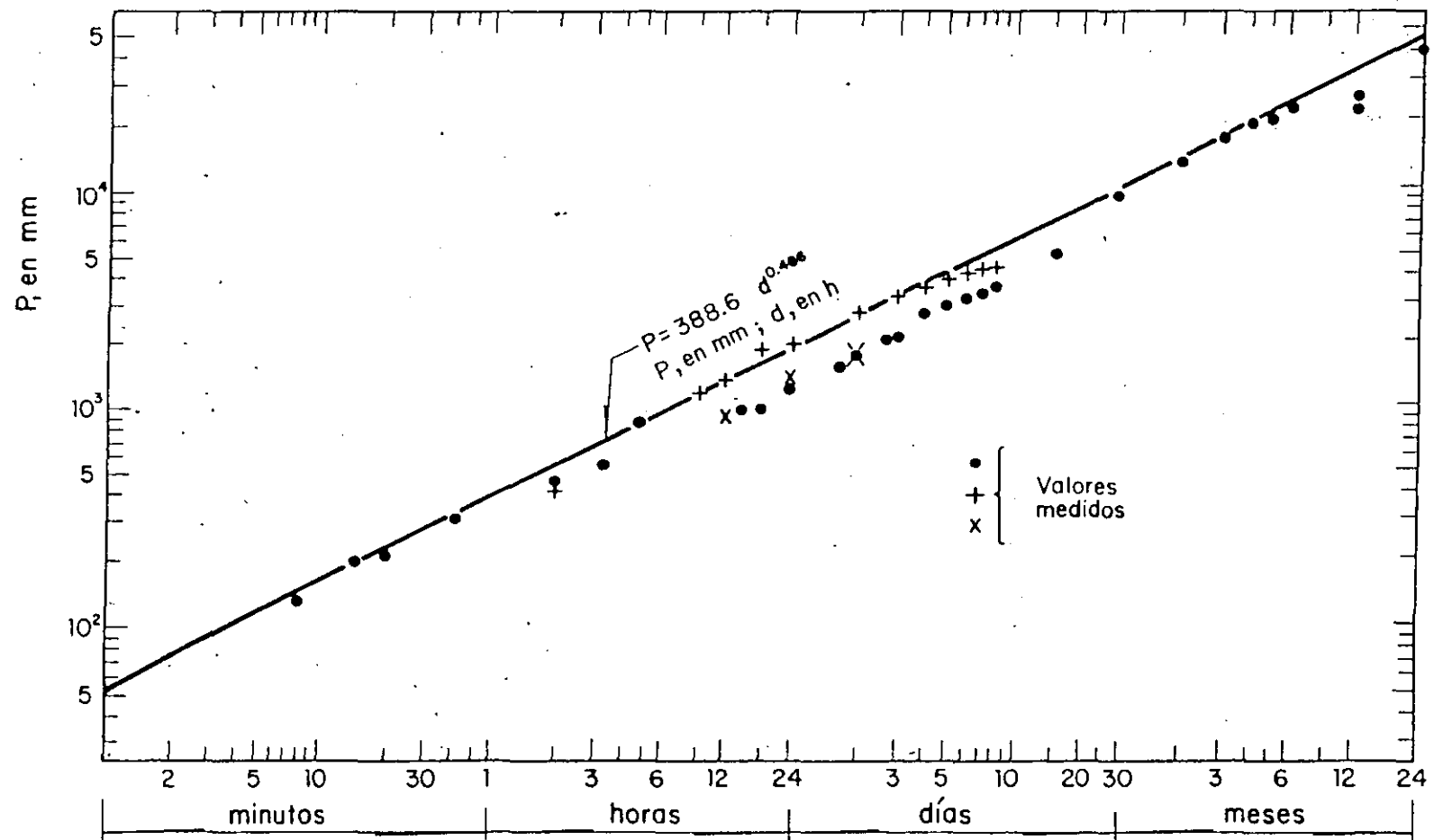


Fig 3.36 Envolvente mundial de los valores máximos de lluvia, Raudkivi (1979)

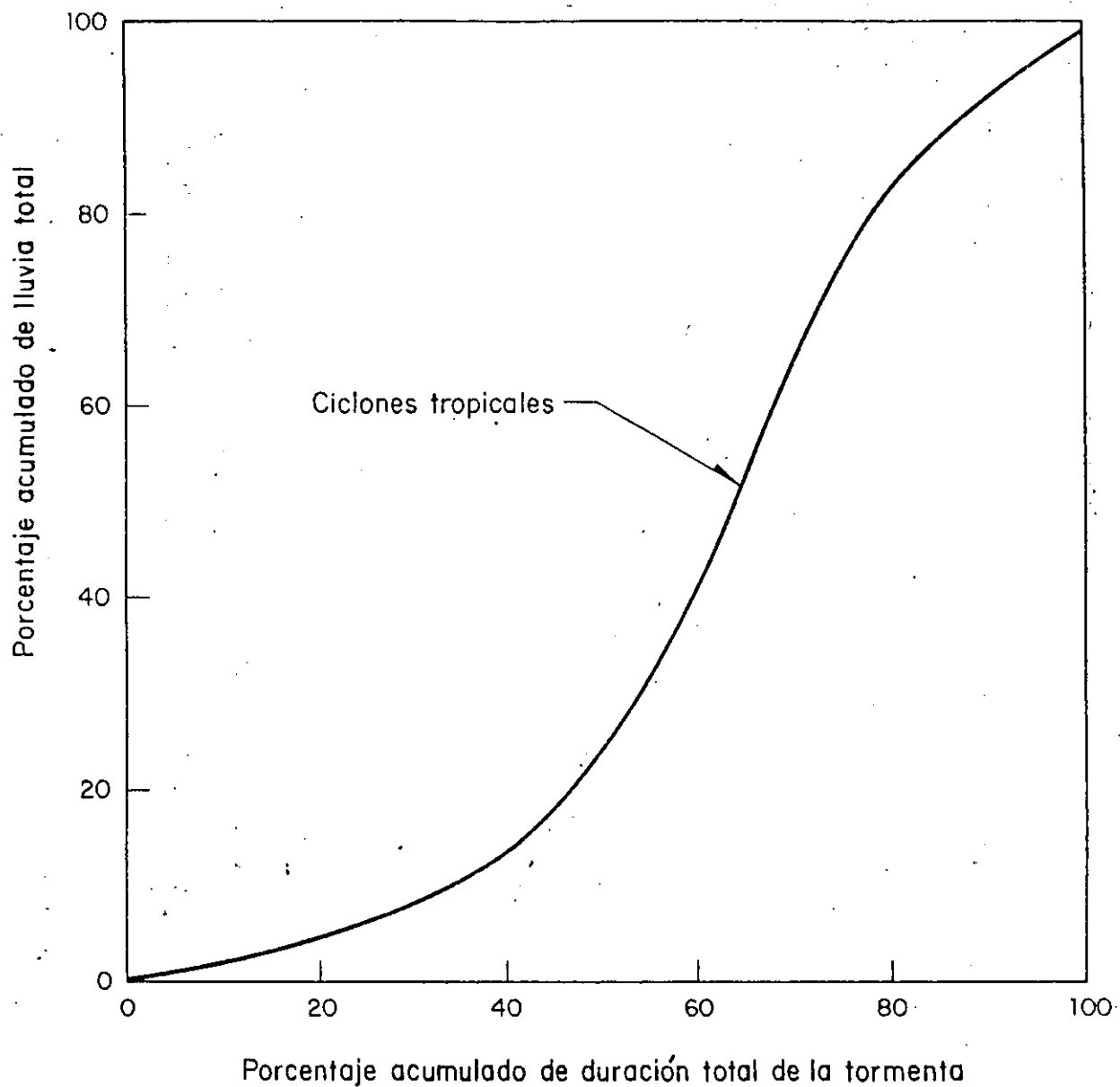


Fig 3.37 Porcentajes típicos de distribución de curvas masas de lluvias para diferentes alturas de precipitación y características de tormentas, según el U.S. Weather Bureau (1957)

8. Se dibujan en la figura comentada en 7 los datos calculados en el paso 5, es decir, el promedio de los porcentajes de lluvia. Si los puntos quedan por arriba de las curvas mencionadas en 7 se dibuja una curva paralela a ellas que pasa por los puntos lo cual servirá para obtener la tormenta de diseño, la cual tendrá asignado un periodo de retorno y a la vez se tienen valores más conservadores del porcentaje de lluvia.

Por el contrario si los puntos estan por debajo de las curvas se usan estas para definir la tormenta con la característica que no se le asigna ningún periodo de retorno, es decir, los valores de la tormenta son independientes de éste.

9. Una vez obtenidas las curvas para calcular la tormenta de diseño, se procede de la manera siguiente

- . Se escoge un periodo de retorno en función de la importancia de la obra.

- . Con el plano de isoyetas que tiene asignado el T_r escogido y una $d = 24$ h se calcula la lluvia total.

- . Con la lluvia total y el número de escurrimiento N se calcula la lluvia efectiva, ver 3.3.5.

- . Se calcula la duración de la lluvia, ver 3.3.4.

- . Se calcula el porcentaje de duración de la lluvia con respecto a la de 24 h

- . Con el porcentaje de duración y la figura obtenida en el paso 8, se elige la curva que corresponda al T_r seleccionado, se calcula el porcentaje de lluvia.

- . Se multiplica la lluvia efectiva por el porcentaje de lluvia, obteniéndose la lluvia efectiva de diseño.

d) Se cuenta con pluviógrafo y pluviómetro cerca de la zona de estudio

En este caso se plantea la situación de determinar la tormenta de diseño con dos estaciones que tienen las características mencionadas.

1. La estación pluviográfica se toma como estación base

2. Se hace un análisis de lluvias máximas en 24 h para ambas estaciones, es decir se busca la función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos.

3. Como en la estación pluviográfica se cuenta con datos de intensidad máxima para diferentes duraciones se procede a hacer dos tipos de análisis con ella, uno consiste en calcular la curva intensidad-duración- periodo de retorno y el otro en ajustar, para cada duración, una función de distribución de probabilidad.

Si la dispersión de los datos es muy grande el compararlos con las

curvas $i-d-T_r$ ajustadas, se debe usar el segundo procedimiento.

4. Se selecciona el periodo de retorno.

5. Con el periodo de retorno seleccionado se calcula el valor de la lluvia para diferentes duraciones usando la curva de ajuste seleccionada en el paso 3, con lo cual se define la curva masa de precipitación en la estación pluviográfica.

6. Si la estación pluviográfica esta cerca de la cuenca se toma tal cual la curva calculada en el paso 5, y ella se considera como la de diseño. Por el contrario si la que esta más cercana es la pluviométrica se procede de la manera siguiente

- Para el periodo de retorno escogido se calcula la lluvia máxima en 24 h para las dos estaciones.
- Se calcula un factor de ajuste dividiendo el valor de la lluvia máxima en 24 h de la estación pluviométrica entre el correspondiente de la pluviográfica.
- Las ordenadas de la curva masa, obtenida en el paso 5, se multiplican por el factor de ajuste, y el resultado será la curva masa de diseño.

e) Método de regionalización

En algunas regiones de la República Mexicana se han establecido ecuaciones de tipo empírico para determinar ya sea la lluvia o gastos, ellas fueron deducidas usando toda la información recabada en la región. Así, por ejemplo, para lluvias se dispone de curvas altura de precipitación-área-duración las cuales pueden consultarse en Springall (1978), para gastos en la cuenca del río Papaloapan se recomienda usar el trabajo de Domínguez (1981) o para toda la república mexicana se cuenta con la regionalización propuesta por la SARH (1975).

2.4.4 DEDUCCION DE DATOS FALTANTES

En muchas ocasiones en el registro de las precipitaciones no aparecen los datos de un cierto periodo, debido a que el observador se ausenta o a fallas en algún componente del mecanismo del aparato. En estos casos puede ser necesario estimar los datos faltantes.

Existen dos criterios para estimar los datos faltantes en una estación; ambos utilizan los registros simultáneos de tres estaciones que se encuentren distribuídas lo más uniformemente posible y cercanas a la estación en estudio. Los criterios son:

- a) Si la precipitación media anual en cada estación auxiliar difiere (en valor absoluto) en menos de 10 por ciento de la registrada en la estación en estudio, para estimar el valor o los valores faltantes se usará un

A.I

promedio aritmético de los valores correspondientes de las tres estaciones

- b) Si las diferencias son mayores de 10 por ciento, para estimar el dato faltante se utiliza la expresión:

$$P_X = \frac{1}{3} \left[\frac{\bar{P}_X}{\bar{P}_A} P_A + \frac{\bar{P}_X}{\bar{P}_B} P_B + \frac{\bar{P}_X}{\bar{P}_C} P_C \right] \quad (1.7)$$

donde

P_X precipitación faltante en la estación X, en mm

\bar{P}_X precipitación media anual en la estación X, en mm

$\bar{P}_A, \bar{P}_B, \bar{P}_C$ precipitación media anual en las estaciones A, B y C adyacentes a la estación X, en mm

P_A, P_B, P_C precipitación registrada en las estaciones A, B y C adyacentes a la estación X, en la fecha que se desea estimar el dato faltante, en mm

2.4.5 AJUSTE DE REGISTROS DE PRECIPITACION

Los cambios en la localización de un aparato. de las condiciones adyacentes o del operador, conducen a alteraciones en los registros. Para conocer si estas alteraciones son de consideración, se utiliza el método de la curva ma sa doble, que permite ajustar los registros de precipitación de tal manera que se infiera si la estación medidora no ha sufrido cambio alguno desde el inicio de la operación.

El método consiste en:

- a) Se obtiene la precipitación media anual acumulada de un grupo de estaciones cercanas a la que se analiza
- b) Se obtiene la precipitación anual acumulada en la estación en estudio
- c) Se grafican por parejas los valores obtenidos en a) y b), en las abscisas y ordenadas, respectivamente

Si el registro no ha sufrido cambio, se obtiene una línea recta.

A.I

Si el registro ha sufrido alteraciones, se observa que existe un cambio de pendientes; para corregirlas se procede de la siguiente manera:

1. Se obtiene la pendiente de la recta como si no hubiera cambios en la estación
2. Se calcula la pendiente de la recta en la zona donde existe el cambio de pendiente
3. El factor de ajuste se obtiene dividiendo el valor de la pendiente calculada en 1 entre el de la pendiente calculada en 2
- d) Los valores registrados en la estación en estudio se corrigen multiplicándolos por el factor de ajuste calculado; esta corrección se hace a partir de que se tuvieron cambios en el registro

En la fig I.9 se muestra de manera esquemática los ajustes descritos.

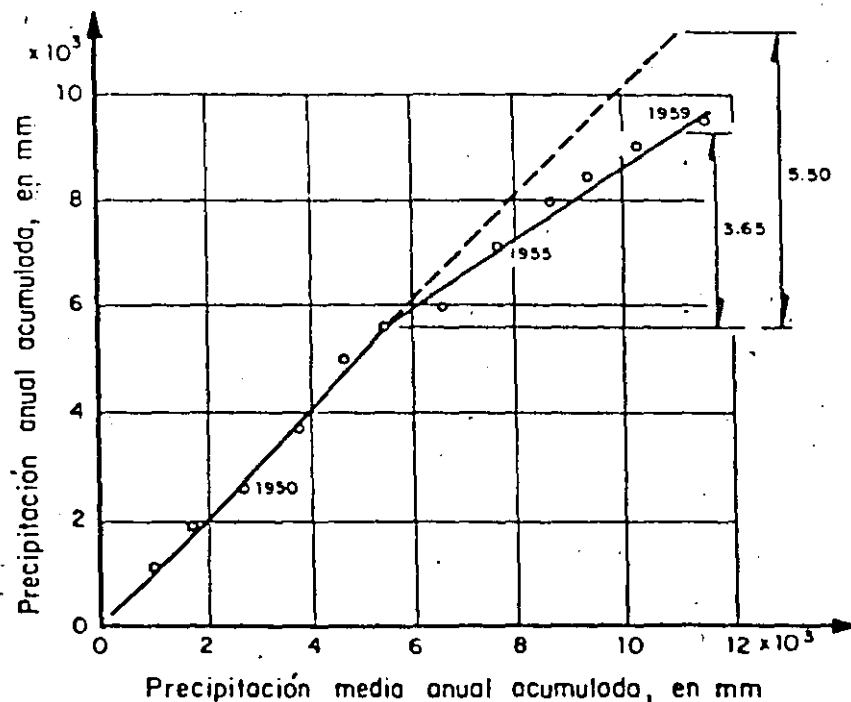


FIG. I.9 Curva masa doble de precipitación

Para periodos grandes de tiempo, el método es de gran confiabilidad, pero esta confiabilidad es menor para los de corto tiempo, por lo que no se recomienda utilizarlo para precipitaciones diarias.

2.5 RED DE MEDICION

Una pregunta que frecuentemente aparece es la concerniente a qué número de aparatos de medición son necesarios para estimar con precisión la precipitación media en una zona.

El empleo que se pretenda dar a la información sobre la precipitación debe determinar el número de aparatos necesarios en una red de medición. Existen diversos criterios para calcular el número adecuado de aparatos; a continuación se describen algunos.

2.5.1 CRITERIO CON BASE EN CORRELACIONES DE PRECIPITACION

En este tipo de criterio se busca el espaciamiento entre dos estaciones, en función de un nivel mínimo de correlación entre los registros obtenidos en dichas estaciones.

El procedimiento se divide en los siguientes pasos:

- Se fija una estación base
- Se obtienen registros simultáneos en la estación base y en diversas estaciones localizadas a diferentes distancias de ella, para el intervalo de tiempo correspondiente a la utilización que se dará a la información de la red
- Se calcula el coeficiente de correlación entre los registros obtenidos en la estación base y cada una de las estaciones auxiliares, utilizando la expresión

$$r_{xy} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n P_{x_i} P_{y_i} \right] - n \bar{P}_x \bar{P}_y}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n \left(P_{x_i} \right)^2 - n \left(\bar{P}_x \right)^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n \left(P_{y_i} \right)^2 - n \left(\bar{P}_y \right)^2 \right]}} \quad (I.8)$$

A.I

donde

r_{xy} coeficiente de correlación entre la estación x y la estación auxiliar y

P_{x_i} precipitación en la estación base x , en mm

P_{y_i} precipitación en la estación auxiliar y , en mm

n número de parejas (x,y) que se utilizan en el cálculo del coeficiente de correlación

\bar{P}_x media de los datos de la precipitación en la estación x , en mm

\bar{P}_y media de los datos de la precipitación en la estación auxiliar y , en mm

- d) Se forma una gráfica de correlación contra distancia como la que se muestra en la fig I.10

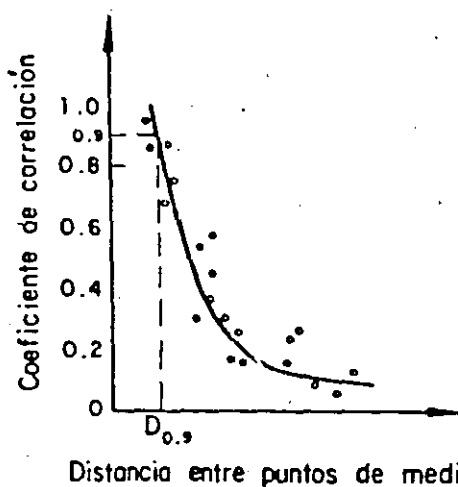


FIG. I.10 Relación del coeficiente de correlación y la distancia entre puntos de medición

- e) Se fija un límite mínimo para el coeficiente de correlación (un valor adecuado es 0.90) y se calcula la distancia $D_{0.9}$, ver fig I.10
- f) En un mapa de la cuenca en estudio se traza un círculo centrado en la estación base, con radio igual a $D_{0.9}$
- g) Se regresa al paso e) tantas veces como se requiera, tomando otras estaciones como base
- h) Una vez trazados todos los círculos en el mapa, se vé si existen zonas no cubiertas por alguno, en cuyo caso deberá recomendarse la instalación de una estación adicional, ver parte sombreada de la fig I.11

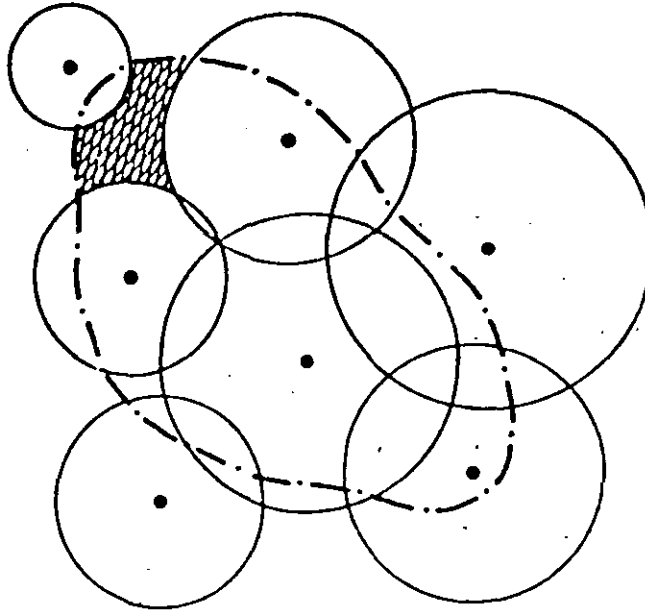


FIG. I.11 Determinación de las zonas que requieren una estación adicional

2.5.2 CRITERIO CON BASE EN EL COEFICIENTE DE VARIACION

Una manera simple de definir la variación de la precipitación en el espacio se logra utilizando el coeficiente de variación de los valores de precipitación registrados en varias estaciones durante un cierto evento. La densidad de la red de medición se puede calcular utilizando la fórmula

$$N = \left(\frac{C_v}{e} \right)^2 \quad (I.9)$$

donde

N número de estaciones necesarias

e grado de error admitido en la estimación de la precipitación media, en porcentaje

C_v coeficiente de variación de los datos de precipitación registrados en las estaciones

$$C_v = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}{n-1}}}{\bar{P}} \quad (I.10)$$

donde

P_i precipitación registrada en la estación i , durante el evento considerado

n número total de datos de precipitación

\bar{P} media de los valores de precipitación utilizados

Este criterio puede ser aplicado a precipitaciones asociadas a cualquier duración.

2.5.3 CRITERIO CON BASE EN LAS RECOMENDACIONES DE LA WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION (WMO)

Este criterio permite fijar la densidad del número de estaciones de medición con base en el área de la cuenca aguas arriba del punto donde se desea medir, el número medio de días con precipitación por año y el escurrimiento medio anual expresado en lámina de agua. Se presenta en forma resumida en la fig 1.12.

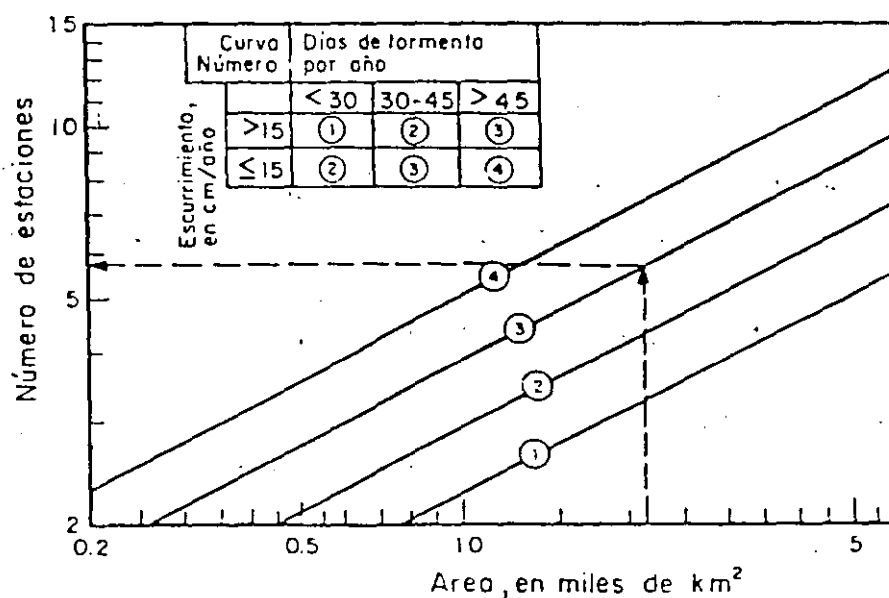


FIG. 1.12 Determinación del número de estaciones en función del área de la cuenca

3.8 APLICACIONES

Se presentan en este capítulo varios ejemplos que intentan mostrar como se aplican algunos de los conceptos tratados en éste capítulo.

3.8.1 Ejemplo 1 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno

A partir de los datos de intensidades máximas que se muestran en la tabla 3.17 para la estación Acayucan, obtener las curvas intensidad-duración-periodo de retorno.

Solución

- 1) Se ordenan los valores de intensidades máximas de mayor a menor y se

les asigna un orden, m, ver tabla 3.17

2) El periodo de retorno para cada intensidad se obtiene aplicando la ec 3.2

$$Tr = \frac{n+1}{m} = \frac{23 + 1}{m} = \frac{24}{m}$$

los resultados obtenidos se presentan en la tabla 3.17

Para obtener las curvas i-d-Tr se usa la ec 3.9

3) Los parámetros A_0 , A_1 y A_2 , que aparecen en la ec 3.11, se calculan con el sistema de ecs 3.12. En él se considera que

$$\sum y = \sum \log i, \quad \sum x_1 = \sum \log Tr, \quad \sum x_2 = \sum \log d$$

$$\sum x_1 y = \sum (\log Tr)(\log i), \quad \sum x_1^2 = \sum (\log Tr)^2,$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum (\log Tr)(\log d)$$

$$\sum x_2 y = \sum (\log d)(\log i), \quad \sum x_2^2 = \sum (\log d)^2, \quad N = 230$$

4) Después de realizar los cálculos de las sumas involucradas se tiene que el sistema de ecuaciones es igual a

$$395.97 = 230 A_0 + 93.32 A_1 + 345.36 A_2$$

$$170.76 = 93.32 A_0 + 66.21 A_1 + 140.13 A_2$$

$$570.55 = 345.36 A_0 + 140.13 A_1 + 561.65 A_2$$

5) La solución del sistema es $A_0 = 2.415$, $A_1 = 0.356$, y $A_2 = -0.558$

por lo que los parámetros de la ec 3.9 son

$$k = \text{antilog } A_0 = 259.923; \quad h = A_1 = 0.356; \quad b = -A_2 = 0.558$$

6) Con los datos anteriores la ecuación de las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno resulta ser igual a

$$i = \frac{k Tr^d}{d^b} = \frac{259.923 Tr^{0.356}}{d^{0.558}} \quad (3.143)$$

A fin de presentar en forma gráfica a algunas de estas curvas, se han elegido los periodos de retorno de 24, 4, 1.5, 1.04 años. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 3.18 y ellos se han dibujado en papel

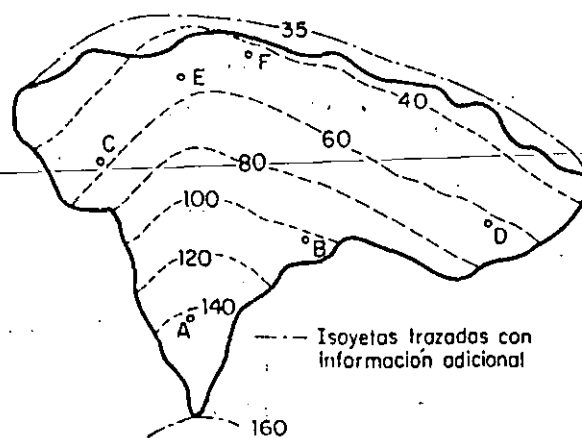


Fig 3.39 Plano de isoyetas (Springall, 1970)

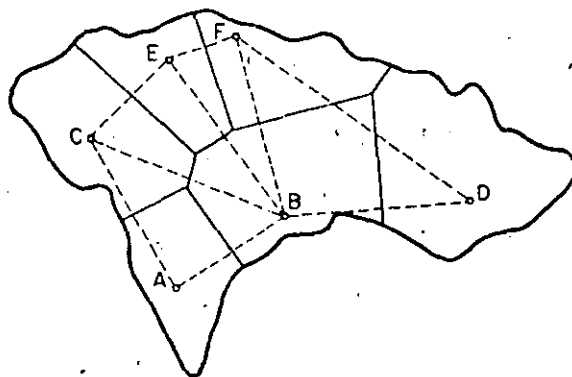


Fig 3.40 Polígonos de Thiessen (Springall, 1970)

TABLA 3.19 Datos de precipitación para aplicar el método de los polígonos de Thiessen

Estación	altura de precipitación, en mm	área del polígono de Thiessen, en km ²
A	144	887
B	102	1494
C	54	1244
D	64	1888
E	53	837
F	43	995

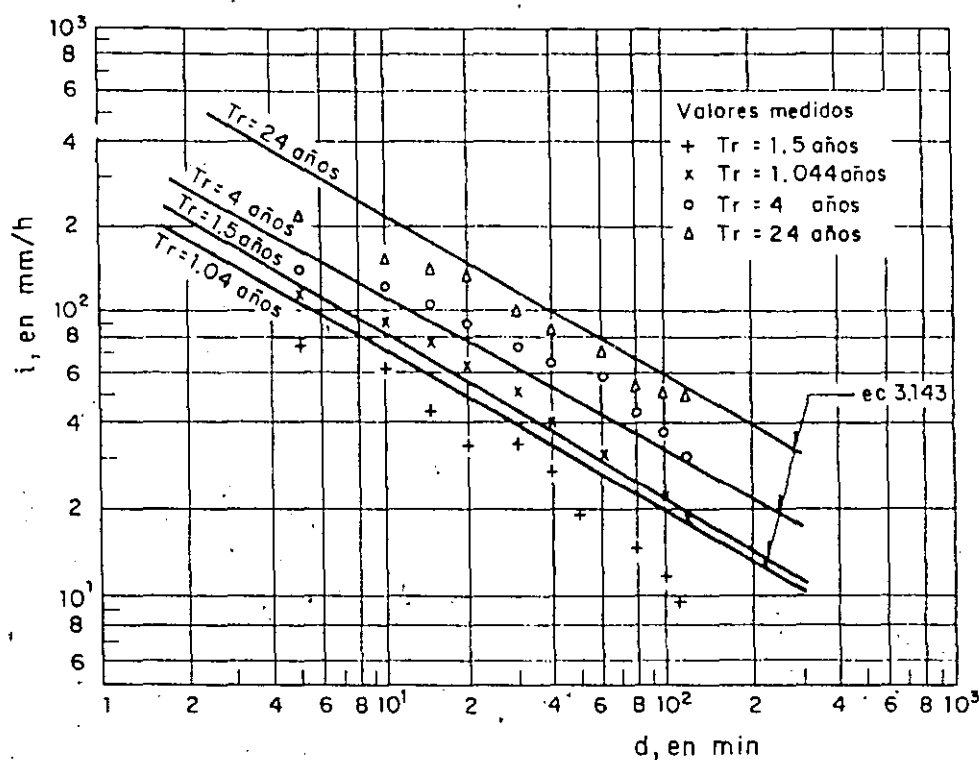


Fig 3.38 Curva intensidad-duración-periodo de retorno

3.8.2 Ejemplo 2 Curvas altura de precipitación-área-duración

Obtenga las curvas precipitación-área-duración a partir de la información (Springall, 1970) resumida en las tablas 3.19 y 3.20 y de las figs 3.39 a 3.41.

Solución:

- 1) El cálculo comienza con la isoyeta de mayor valor. La información presentada en la tabla 3.20 columnas 1, 7 y 2, se vacía en las tres primeras columnas de la tabla 3.21.
- 2) Se calcula el porcentaje de influencia de las estaciones al superponer los planos que contienen las isoyetas y los polígonos de Thiessen, al dividir el área del polígono cubierta por la isoyeta correspondiente entre el área total encerrada, A_1 . Esto se hace para cada estación que tenga influencia en esa área.
- 3) Se calcula la precipitación media con el método de Thiessen, ver columna 6 de la tabla 3.21 al multiplicar los valores de la altura de precipitación de la tabla 3.19 por el porcentaje de influencia.

doble logarítmico, ver fig 3.38.

TABLA 3.17 Datos de intensidades máximas registradas en la estación climatológica Acayucán, Ver.

m	Tr, en min	duración, en min									
		5	10	15	20	30	40	60	80	100	120
1	24	216	153	141.6	132.6	101	87.8	71.3	54.8	51.2	50
2	12	206.4	150	116	112	88	73.2	63.0	54.4	49.7	41.5
3	8	192	134.4	114	102	85	72.4	61.0	50.6	42.4	35.7
4	6	180	132	108	99	74	68.5	50.5	48.8	40.6	34.5
5	4.8	151.2	123.6	108	87	72.6	67.2	58.4	47.6	38.6	33.8
6	4.0	141.6	120	106.4	84.9	72	65.3	57.8	43.7	36.3	30.3
7	3.428571	138.0	120	96.8	83.1	71	63.8	53.3	40.7	32.8	28.2
8	3	136.8	120	90	82.5	70	62.3	47.3	38.3	32.6	27.2
9	2.666667	135.6	114.6	90	82.5	66.8	52.4	43.5	35.5	28.8	27
10	2.4	132	108	88.8	79.8	63	47.3	41.5	35.2	28.4	25.5
11	2.181818	129.6	104.4	88.4	75.0	62.8	47.2	40.9	32.5	28.1	25
12	2	123.6	102.6	84.4	74.4	62.4	46.7	39.2	31.2	27.0	23.7
13	1.846154	120	102	82	72.6	62.0	46.6	39	30.9	25.4	21.3
14	1.714286	120	102	80.4	71.7	54.8	44.0	36.5	30.7	24.2	20.5
15	1.6	120	94.8	80	66	51.8	39.0	30.4	25.5	22.7	19.8
16	1.5	120	90.0	78	64.8	50.2	37.6	29.8	24.2	22.7	18.9
17	1.411765	120	83.4	72	64.5	49	37.5	28.6	22.8	20.2	18
18	1.333333	120	81	69.6	60	48.2	36.7	28.6	22.7	20.0	17.3
19	1.263158	120	72	67.2	58.5	48	34.5	27.8	22.4	18.5	15.9
20	1.2	115.2	70.8	65.6	57	42	34.3	26.2	21.6	18.3	15.6
21	1.142857	114	70.2	63.2	54.3	41	33.8	24.3	21.4	17.6	15.2
22	1.090909	86.4	63	56	49.5	39.2	29.4	22.5	16.9	13.5	11.3
23	1.043478	72	60	43.6	32.7	34	27.9	19.6	14.7	11.8	9.8

TABLA 3.18 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno, calculadas con la ec 3.143

Tr, d, en en años min	5	10	20	40	80	100	120
24	328.5	223.1	151.6	103.0	69.9	61.8	55.8
4	173.5	117.9	80.1	54.4	36.9	32.6	29.5
1.5	122.4	83.1	56.5	38.4	26.1	23.0	20.8
1.04	107.5	73.0	49.6	33.7	22.9	20.2	18.3

TABLA 3.20 Valores de la precipitación media y área para el plano de isoyetas de la fig 4.2

(1) Isoyeta	(2) Área en- rrada, A_t , en km^2	(3) Área parcial, en km^2	(4) Precipi- tación media, P_m entre isoyetas, en mm	(5) $(3) \times (4)$	(6) Incremen- to acumu- lado	(7) P_m , en mm $(6) + (2)$
140	335	335	150	50250	50250	150.0
120	732	397	130	51610	101860	139.2
100	1334	602	110	66220	168080	126.0
80	2476	1142	90	102780	270860	109.4
60	4143	1667	70	116690	387550	93.5
40	6546	2403	50	120150	507700	77.6
35	7345	799	37.5	29963	537663	73.2

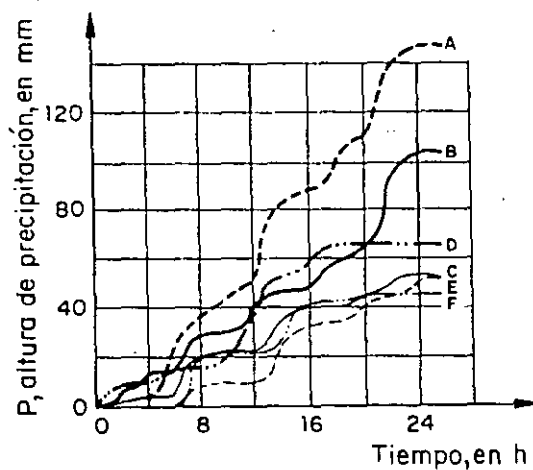


Fig 3.41 Curvas masa de los pluviógrafos (Springall, 1970)

TABLA 3.21 Valores de altura de precipitación-área-duración

Isoyeta-envolvente							Duración, en h			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)				
Isoyeta	P _m , en mm	A _t , en km ²	Estación	Porcentaje de influencia, en %	Método de Thiessen, en mm	FA (2)+(6)	6	12	18	24
140	150	335	A CMM CMMA	100	144.0	1.042	23.0 23.0 24.0	49.0 49.0 51.0	97.0 97.0 101.0	144.0 144.0 105.0
120	139.2	732	A B CMM CMMA	95 5	141.9	0.981	23.0 15.0 22.6 22.2	49.0 40.0 47.7 47.7	97.0 57.0 93.2 93.2	144.0 102.0 139.2 139.2
100	126.0	1334	A B C CMM CMMA	67 30 3	128.7	0.979	23.0 15.0 5.0 20.1 19.7	49.0 40.0 22.0 45.5 44.5	97.0 57.0 40.0 83.3 81.6	144.0 102.0 54.0 128.7 126.0
80	109.4	2476	A B C D E CMM CMMA	36 41 13 8 2	106.9	1.024	23.0 15.0 5.0 14.0 0.0 16.3 16.7	49.0 40.0 22.0 32.0 9.0 39.6 40.5	97.0 57.0 40.0 63.0 38.0 69.0 70.0	144.0 102.0 54.0 64.0 53.0 106.9 109.4
60	93.5	4143	A B C D E F CMM CMMA	22 34 14 17 9 4	91.3	1.024	23.0 15.0 5.0 14.0 0.0 0.0 13.2 13.5	49.0 40.0 22.0 32.0 9.0 21.0 34.6 35.4	97.0 57.0 40.0 63.0 33.0 43.0 62.2 63.7	144.0 102.0 54.0 64.0 53.0 43.0 91.3 93.5

TABLA 3.21 Valores de altura de precipitación-área-duración
(Continuación)

Isoyeta envolvente			(4)	(5)	(6)	(7)	Duración, en h			
(1)	(2)	(3)								
Isoyeta	P _m , en mm	A _t , en km ²	Estación	Porcentaje de Influencia, en %	Método de Thiessen, en mm	FA (2)+(6)	6	12	18	24
40	79.6	6546	A	14	78.5	0.989	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	23			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	15			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	24			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	13			0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.8	30.8	57.6	78.5
			CMMA				10.7	30.4	56.9	77.6
35	73.2	7345	A	12	75.4	0.971	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	20			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	17			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	26			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	14			0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.3	29.9	56.4	75.4
			CMMA				10.0	29.0	54.8	73.2
Registro más desfavorable de una estación							48.0	94.0	136.0	144.0

4) Se obtiene la altura de precipitación, en este caso para intervalos de 6 h, de la fig 3.41

5) Se encuentra la curva masa media (CMM) al sumar las alturas de precipitación para cada intervalo multiplicadas por el porcentaje de influencia de cada estación.

6) Se calcula el factor de ajuste (FA) dividiendo la altura de precipitación media (P_m) obtenida con el método de las isoyetas entre la obtenida con el método de los polígonos de Thiessen (inciso 3).

7) Se calcula la curva masa media ajustada (CMMA) al multiplicar el factor de ajuste (FA) por los valores de la curva de masa media obtenidos en el punto 6.

8) Se obtienen las relaciones de altura de precipitación máxima. Para

ésto se procede de la manera siguiente

8.1) Calcular el incremento ajustado de precipitación (IA). Por ejemplo para el caso de la isoyeta 60

$$\text{entre las 0 h y las 6 h} \quad \Delta P = 13.5 - 0.0 = 13.5 \text{ mm}$$

$$\text{entre las 6 h y las 12 h} \quad \Delta P = 35.4 - 13.5 = 21.9 \text{ mm}$$

$$\text{entre las 12 h y las 18 h} \quad \Delta P = 63.7 - 35.4 = 28.3 \text{ mm}$$

$$\text{entre las 18 h y las 24 h} \quad \Delta P = 93.5 - 63.7 = 29.8 \text{ mm}$$

8.2) Se ordenan estos incrementos (IA) de mayor a menor, independientemente de la hora, siempre y cuando, se respete que el intervalo de tiempo entre un intervalo y otro sea adyacente.

8.3) Se calcula la precipitación máxima (PMD) para cada duración, por ejemplo para la misma isoyeta 60 se tiene que

$$\text{Para 6 h} = 29.8 \text{ mm}$$

$$\text{Para 12 h} = 29.8 + 28.3 = 58.1 \text{ mm}$$

$$\text{Para 18 h} = 29.8 + 28.3 + 21.9 = 80.0 \text{ mm}$$

$$\text{Para 24 h} = 29.8 + 28.3 + 21.9 + 13.5 = 93.5 \text{ mm}$$

Los cálculos realizados se encuentran en la tabla 3.22 los datos que aparecen en esta tabla (A_c , d y PMD) se dibujan en papel semilogarítmico y luego se traza una curva envolvente a ellos para cada duración, estas envolventes corresponden a las curvas altura de precipitación-área-duración, las cuales se muestran en la fig 3.42.

TABLA 3.22 Valores de altura de precipitación máxima-área-duración

Isoyeta envolvente			Descripción	Duración, en h			
Isoyeta	Pm, en	A _{km} en		6	12	18	24
140	150.0	335	IA IAO PMD	24.0 50.0 50.0	27.0 49.0 99.0	50.0 27.0 120.0	49.0 24.0 150.0
120	139.2	732	IA IAO PMD	22.2 46.0 46.0	25.5 45.5 91.5	45.5 25.5 117.0	46.0 22.2 139.2
100	126.0	1334	IA IAO PMD	19.7 44.4 49.4	24.8 37.1 81.5	37.1 24.8 106.3	44.4 19.7 126.0
80	109.4	2476	IA IAO PMD	16.7 38.5 8.5	23.8 30.4 68.9	30.4 23.8 92.7	38.5 16.7 109.4
60	93.5	4143	IA IAO PMD	13.5 29.8 29.8	21.9 28.3 58.1	28.3 21.9 80.0	29.8 13.5 93.5
40	79.6	6546	IA IAO PMD	10.7 26.5 26.5	19.7 20.7 47.2	20.5 19.7 66.9	20.7 10.7 77.6
35	73.2	7345	IA IAO PMD	10.0 25.8 25.8	19.0 19.0 44.8	25.8 18.4 63.2	18.4 10.0 73.2
25 Registro más desfavorable				48.0	94.0	36.0	144.0

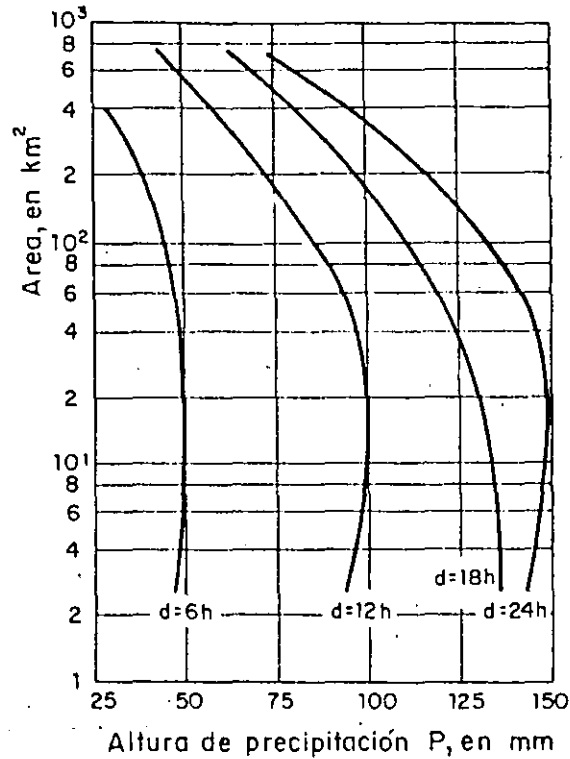


Fig 3.42 Curvas altura precipitación-área -duración (Springall, 1970)

3.8.3 Ejemplo 3 Cálculo del periodo de retorno

Calcular el periodo de retorno para diseñar una obra de desvío, si se acepta el 10% de riesgo de que ocurra una inundación en los siguientes 5 años.

Solución

Según la ec 3.4 el riesgo en este caso es

$$0.10 = 1 - (1 - q)^5$$

De donde $q = 0.021$ por lo que el periodo de retorno es

$$Tr = \frac{1}{q} = \frac{1}{0.021} = 48 \text{ años}$$

Esto significa que la inundación ocurre en promedio una vez cada 48 años, es decir, la probabilidad de que se presente en un año (una oportunidad) es 0.021 y la probabilidad de que se presente en cualquiera de los primeros 5 años (5 oportunidades) es 0.105 .

3.8.5 Ejemplo 5 Envolventes de Creager

Determinar el gasto máximo que se presenta en una cuenca localizada, dentro de la región hidrológica No. 10, sobre el río Fuerte cerca de la estación hidrométrica Huites; el área de la cuenca en estudio es de 21.5 km^2 . Utilice el método de envolventes de Creager.

Solución

1) De acuerdo con la tabla 3.15 para la región hidrológica No. 10 el valor de la envolvente regional $C = 58$.

2) El gasto de pico está dado por la ec 3.89

$$Q_p = 1.303 C (0.386 A_c)^\alpha$$

en este caso

$$\alpha = \frac{0.936}{A_c^{0.048}} = \frac{0.936}{(21.5)^{0.048}} = 0.8078$$

$$Q_p = 1.303 (58)[0.386(21.5)]^{0.8078} = 417.61 \text{ m}^3/\text{s}$$

3.8.6 Ejemplo 6 Funciones de distribución de probabilidad

Para los datos de lluvias máximas en 24 h de las estaciones Huasuntlán y Acayucan, consignados en la tabla 3.23, se desea obtener la precipitación máxima esperada para un periodo de retorno de 50 años. Empleando papeles de probabilidad escoja la distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos.

Solución

1) Los datos se ordenan de mayor a menor y se obtiene la probabilidad de ocurrencia, la probabilidad de no ocurrencia y el periodo de retorno tanto para la estación Huasuntlán como para Acayucan, ver tabla 3.24

2) Los valores encontrados en el paso anterior se dibujaron en las figs 3.43 a 3.52 y se designan como los "puntos medidos".

3) Para ajustar los parámetros de las funciones de distribución se calcula la media y la desviación estándar de los datos, obteniéndose los valores siguientes

TABLA 3.23 Registros de lluvias máximos en 24 h en las estaciones de Huasuntlán y Acayucán, Ver

Año	Huasuntlán	Acayucán
1948	-	-
1949	-	-
1950	-	69.1
1951	-	78.0
1952	Incompleto	73.0
1953	72.0	141.3
1954	80.0	100.0
1955	106.0	88.0
1956	80.5	135.0
1957	70.5	98.5
1958	62.0	70.5
1959	43.1	108.0
1960	90.0*	84.0
1961	87.5*	57.5
1962	162.0	112.7
1963	218.4	166.5
1964	99.4	86.5
1965	131.8	95.0
1966	121.0	125.0
1967	---	168.0
1968	112.0	123.0
1969	117.0	124.3
1970	62.0	115.7
1971	96.8	89.0
1972	135.0	121.4
1973	90.0	154.0
1974	265.0	67.5
1975	91.0	107.3
1976	70.0	----
N	21	26

*Falta un mes o más de registro y no se usan en el cálculo

TABLA 3.24 Probabilidades y periodos de retorno para lluvias máximas en 24 h

m	Huasuntlán				Acayucán			
	P, en mm	Tr, en años	q	1-q F(x)	P, en mm	Tr, en años	q	1-q F(x)
1	265.0	22.000	0.045455	0.954545	168.0	27.000	0.037037	0.962963
2	218.4	11.000	0.090909	0.909091	166.5	13.500	0.074074	0.925926
3	162.0	7.333	0.136364	0.863636	154.0	9.000	0.111111	0.888889
4	135.0	5.500	0.181818	0.818182	141.3	6.750	0.148148	0.851852
5	131.8	4.400	0.227273	0.772727	135.0	5.400	0.185185	0.814815
6	121.0	3.667	0.272727	0.727273	125.0	4.500	0.222222	0.777778
7	117.0	3.143	0.318182	0.681818	124.3	3.857	0.259259	0.740441
8	112.0	2.750	0.363636	0.636364	123.0	3.375	0.296296	0.703704
9	106.0	2.444	0.409091	0.590909	121.4	3.000	0.333333	0.666667
10	99.4	2.200	0.454545	0.545455	115.7	2.700	0.370370	0.629630
11	96.8	2.000	0.500000	0.500000	112.7	2.455	0.407407	0.592593
12	91.0	1.833	0.543455	0.454500	108.0	2.250	0.444444	0.555556
13	90.0	1.692	0.590909	0.409091	107.3	2.077	0.481481	0.518519
14	80.5	1.571	0.636364	0.363636	100.0	1.924	0.518519	0.481481
15	80.0	1.467	0.681818	0.318182	98.5	1.800	0.565550	0.444444
16	72.0	1.375	0.727273	0.272727	95.0	1.688	0.592593	0.407455
17	70.5	1.294	0.772727	0.227273	89.0	1.588	0.629630	0.370370
18	70.0	1.222	0.818182	0.181818	88.0	1.500	0.666667	0.333333
19	62.0	1.158	0.863636	0.136364	86.5	1.421	0.703709	0.296296
20	62.0	1.100	0.909091	0.090909	84.0	1.350	0.740741	0.259259
21	43.1	1.048	0.954545	0.045455	78.0	1.286	0.777778	0.222222
22					73.0	1.228	0.814850	0.185185
23					70.5	1.174	0.851852	0.148148
24					69.1	1.125	0.888889	0.111111
25					67.5	1.080	0.925926	0.074074
26					57.5	1.038	0.962963	0.037037

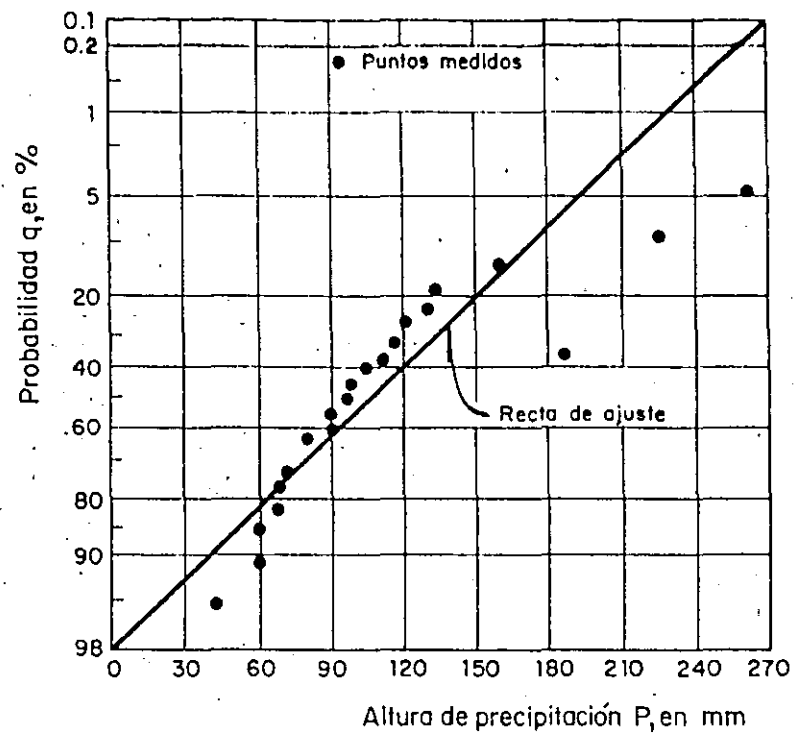


Fig 3.43 Estación Huasuntlán, distribución normal

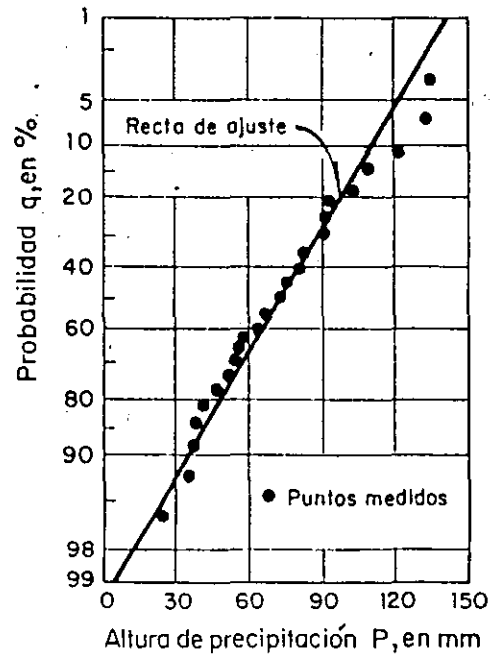


Fig 3.44 Estación Acayucán, distribución normal

Para la estación Huasuntlán

$$\bar{x} = 108.833 \text{ mm},$$

$$S = 53.032 \text{ mm}$$

Para la estación Acayucán

$$\bar{x} = 106.108 \text{ mm},$$

$$S = 30.517 \text{ mm}$$

Distribución normal

Estación Huasuntlán

$$a = \bar{x} = 108.833 \text{ mm},$$

$$b = S = 53.03^2 \text{ mm}.$$

Estación Acayucán

$$a = \bar{x} = 106.108 \text{ mm},$$

$$b = S = 30.517 \text{ mm}$$

Con base en las ecs 3.33 y 3.34 se estiman los valores de las tablas 3.25 y 3.26 y se dibujan las rectas de las figs 3.43 y 3.44

Para estas tablas

$$z = \frac{x - a}{S} = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

$$F(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$

$$F(z) = 1 - \frac{1}{T_r} = 1 - q, \quad q = 1 - F(z)$$

TABLA 3.25 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad normal. Estación Huasuntlán

x	z	F(z)	q	Tr, en años
265	2.945	0.9984	0.0016	625.00
200	1.719	0.9573	0.0427	23.42
150	0.776	0.7823	0.2177	4.59
100	-0.167	0.4325	0.5675	1.76
80	-0.544	0.2946	0.7054	1.42
60	-0.921	0.1788	0.8212	1.22
40	-1.298	0.0985	0.9015	1.11

TABLA 3.26 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad normal. Estación Acayucán

x	z	F(z)	q	Tr, en años
170	2.094	0.9817	0.0183	56.65
140	1.111	0.8665	0.1335	7.49
120	0.455	0.6772	0.3228	3.10
100	-0.200	0.4207	0.5793	1.73
80	-0.856	0.1949	0.8051	1.24
60	-1.511	0.0655	0.9345	1.07
40	-2.166	0.0150	0.9850	1.02

. Distribución Gumbel

Estación Huasuntlán

Al dibujar los datos de lluvias máximas en un papel tipo Gumbel se observó que la muestra tiene dos tipos de población por lo que se realiza un ajuste de acuerdo a una distribución doble Gumbel (ec 3.84), ver fig 3.45

La muestra de la población ciclónica esta constituida por los valores de 265, 218.4, 162 y el resto de ellos corresponden a la no ciclónica. Los parámetros de esta distribución son

$$p = \frac{\text{número de eventos de la población no ciclónica}}{\text{número total de eventos}}$$

$$p = \frac{18}{21} = 0.857143$$

y los parámetros de cada población son

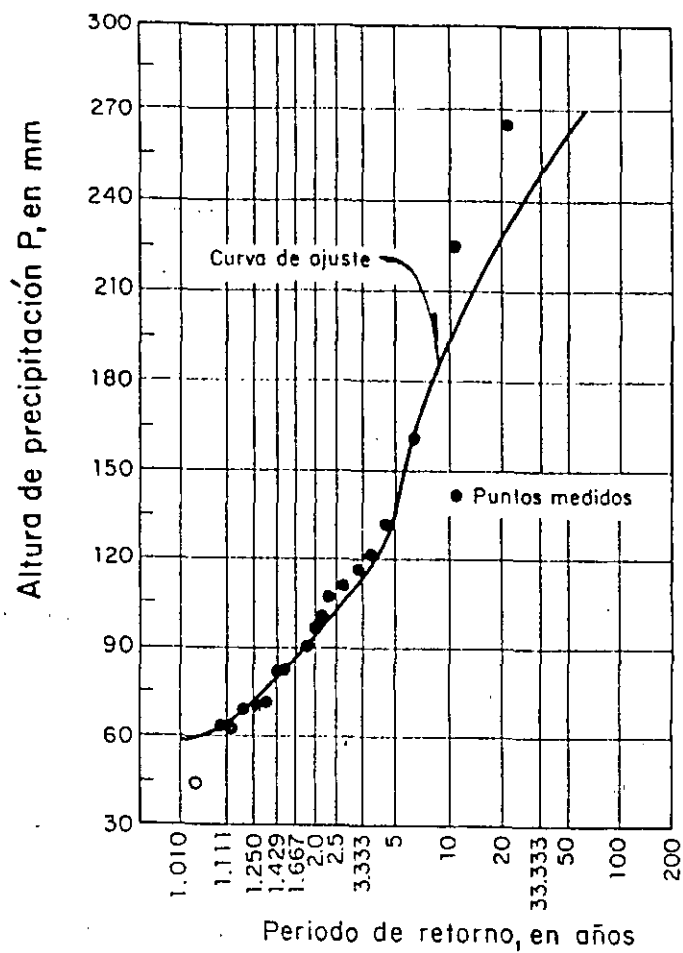


Fig 3.45 Estación Huasuntlán, distribución doble Gumbel

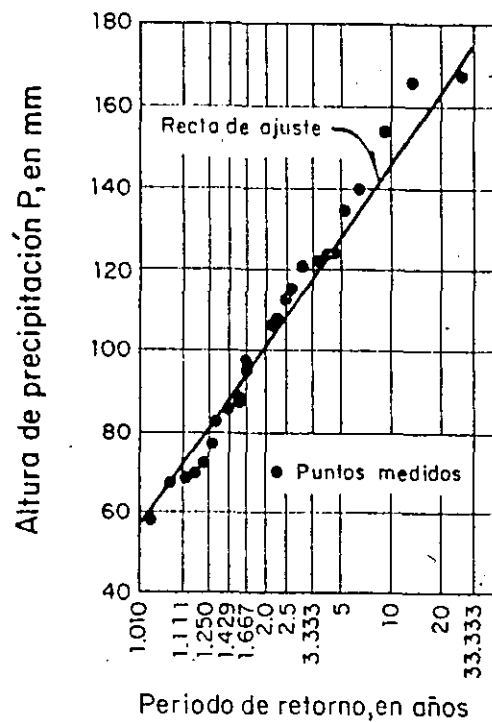


Fig 3.46 Estación Acayucán, distribución Gumbel

Población ciclónica

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= 215.13 \text{ mm}, & c_2 &= \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_2 = 32.83 \text{ mm} \\ S_2 &= 42.11 \text{ mm}, & a_2 &= \bar{x}_2 - 0.5772 c_2 = 196.19 \text{ mm}\end{aligned}$$

Población no ciclónica

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 91.12, & c_1 &= \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_1 = 20.17 \text{ mm} \\ S_1 &= 25.87 & a_1 &= \bar{x}_1 - 0.5772 c_1 = 79.48 \text{ mm}\end{aligned}$$

En la tabla 3.27 se anotan varios puntos estimados con la ec 3.84

TABLA 3.27 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad doble Gumbel. Estación Huasuntlán

x	F(x)	q	Tr, en años
265	0.9833	0.0166	60.127
240	0.9666	0.0334	29.929
210	0.9298	0.0702	14.243
180	0.8739	0.1211	8.257
150	0.8339	0.1661	6.020
135	0.8044	0.1956	5.113
100	0.5971	0.4029	2.482
90	0.4735	0.5265	1.899
60	0.0620	0.9380	1.066
45	0.0034	0.9966	1.003

Estación Acayucán

En este caso se usa la función de distribución Gumbel

Los parámetros encontrados, según las ecs 3.74 y 3.75, son

$$c = 0.7797 S = 0.7797 (30.517) = 23.79 \text{ mm}$$

$$a = \bar{x} - 0.5772 c = 106.108 - 0.5772 (23.79) = 92.37 \text{ mm}$$

En la tabla 3.28 aparecen algunos puntos estimados con la ec 3.51 y con ellos se dibuja la recta de ajuste que aparece en la fig 3.46.

. Distribución lognormal de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.60 a 3.62 para ajustar sus parámetros.

Estación Huasuntlán

$$C_v = 53.032/108.833 = 0.487$$

$$\sigma_L = \sqrt{\ln ((0.487)^2 + 1)} = 0.462 \text{ mm}$$

$$\mu_L = \ln (108.833) - (0.46^2) / 2 = 4.583 \text{ mm}$$

Estación Acayucán

$$C_v = 30.517/106.108 = 0.288$$

$$\sigma_L = 0.282 \text{ mm}, \quad \mu_L = 4.524 \text{ mm}$$

TABLA 3.28 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad Gumbel. Estación Acayucán

x	F(x)	q	Tr, en años
170	0.962	0.038	26.470
140	0.874	0.126	7.912
120	0.731	0.269	3.719
100	0.484	0.516	1.938
80	0.186	0.814	1.228
60	0.020	0.970	1.020
40	0.0001	0.999	1.000

En las tablas 3.29 y 3.30 se consignan algunos valores estimados con esta distribución y con ellos se dibuja la recta de ajuste que aparece en las figs 3.47 y 3.48 .

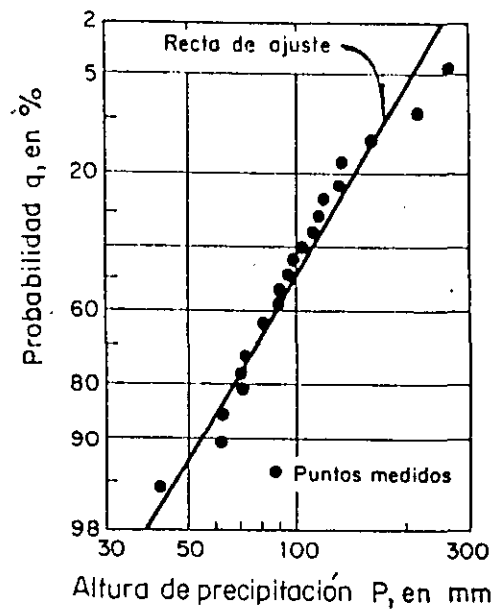


Fig 3.47 Estación Huasuntlán, distribución log normal

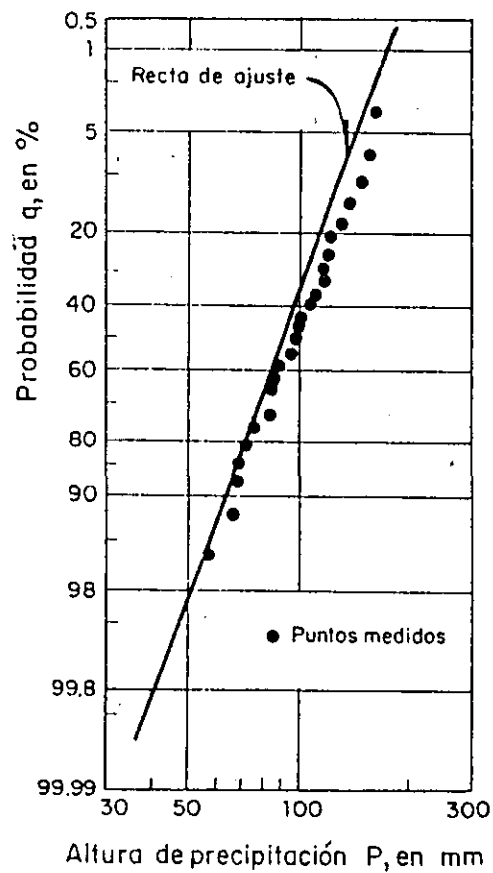


Fig 3.48 Estación Acayucán, distribución log normal

TABLA 3.29 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución log-Normal. Estación Huasuntlán

x	z	F(z)	q	Tr, en años
265	2.159	0.9846	0.015	64.935
252	2.050	0.9798	0.020	49.5
200	1.549	0.9344	0.061	16.502
150	0.926	0.8238	0.176	5.675
100	0.047	0.5199	0.507	1.972
80	-0.436	0.3300	0.670	1.493
60	-1.059	0.1456	0.855	1.169
40	-1.938	0.0262	0.974	1.027

TABLA 3.30 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad log-Normal. Estación Acayucán.

x	z	F(z)	q	Tr, en años
170	2.171	0.9850	0.0150	66.67
164	2.051	0.9798	0.0202	49.5
140	1.483	0.9306	0.0694	14.41
120	0.936	0.9264	0.1736	5.76
100	0.290	0.6141	0.3859	2.59
80	-0.502	0.3085	0.6915	1.45
60	-1.522	0.0643	0.9357	1.07
40	-2.961	0.0015	0.9985	1.00

. Distribución exponencial de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.76 y 3.77 para ajustar los parámetros de esta distribución

Estación Huasuntlán

$$a = S = 53.032 \text{ mm}, \quad b = \bar{x} - a = 108.833 - 53.032 = 55.801 \text{ mm}$$

Estación Acayucán

$$a = 30.52 \text{ mm}, \quad b = 75.59 \text{ mm}$$

En las tablas 3.31 y 3.32 se incluyen algunas alturas de precipitación estimadas con esta distribución y con ellos se dibujo la recta de ajuste que aparece en las figs 3.49 y 3.50.

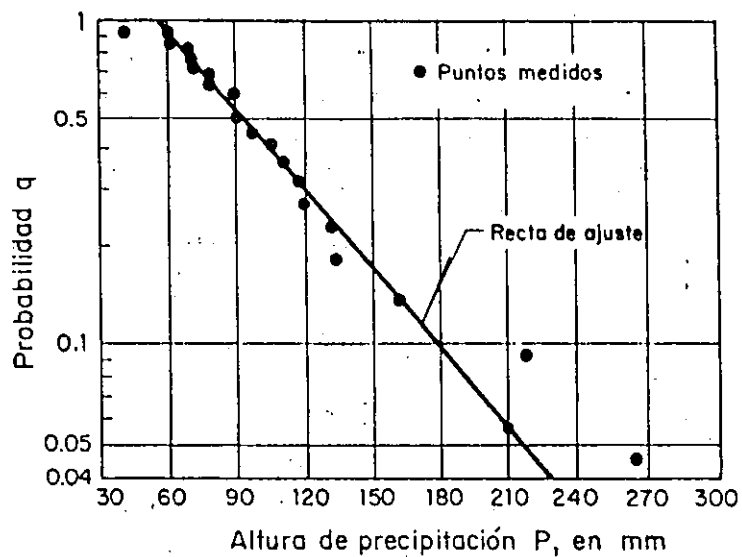


Fig 3.49 Estación Huasuntlán, distribución exponencial

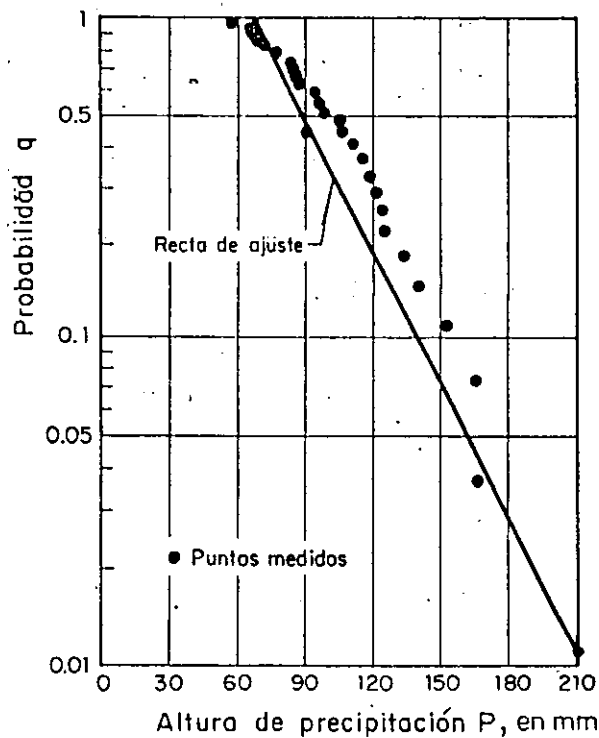


Fig 3.50 Estación Acayucán, distribución exponencial

TABLA 3.31 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución exponencial de dos parámetros. Estación Huasuntlán.

x	F(x)	q	Tr, en años
210	0.9453	0.0546	18.3140
180	0.9039	0.0961	10.4017
150	0.8307	0.1693	5.9078
120	0.7020	0.2980	3.3554
90	0.4753	0.5247	1.9057
60	0.0761	0.9238	1.0824

TABLA 3.32 Recta de ajuste lluvias máximas en 24 h, según una distribución exponencial de dos parámetros. Estación Acayucán.

x	F(x)	q	Tr, en años
210	0.9878	0.0122	81.8140
180	0.9676	0.0327	30.6116
150	0.9127	0.0873	11.4536
120	0.7667	0.2333	4.2855
90	0.5278	0.4722	2.1179

. Distribución gamma de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.67c y 3.70 para ajustar los parámetros de esta distribución.

Estación Huasuntlán

$$C_v = 53.032/108.833 = 0.487, \quad \alpha = 1/(0.487)^2 = 4.211,$$

$$\beta = 108.833/4.211 = 25.841$$

Estación Acayucán

$$C_v = 0.287, \quad \alpha = 12.090, \quad \beta = 8.777$$

En las tablas 3.33 y 3.34 se anotan algunas alturas de precipitación estimadas con esta distribución y con ellos se dibuja la curva de ajuste que aparece en las figs 3.51 y 3.52, en el eje de las ordenadas de ambas figuras aparece el valor de $F(x)$ que corresponde a la función de distribución de probabilidad ya que para este tipo de función no existe un papel especial para dibujarla.

TABLA 3.33 Curva de ajuste para lluvias máximas en 24h, según una distribución gamma de dos parámetros. Estación Huasuntlán.

x	F(x)	q	Tr, en años
265	0.9893	0.0107	93.458
200	0.9405	0.0595	16.807
150	0.8083	0.1917	5.217
100	0.5063	0.4937	2.026
80	0.3372	0.6628	1.509
60	0.1828	0.8172	1.224
40	0.0593	0.9407	1.063

TABLA 3.34 Curva de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución gamma de dos parámetros. Estación Acayucán.

x	F(x)	q	Tr, en años
200	0.9962	0.0038	263.158
170	0.9727	0.0273	36.630
140	0.8730	0.1270	7.874
120	0.7222	0.2778	3.600
100	0.4802	0.5198	1.924
80	0.2095	0.7905	1.265
60	0.0481	0.9519	1.051
40	0.0026	0.9974	1.003

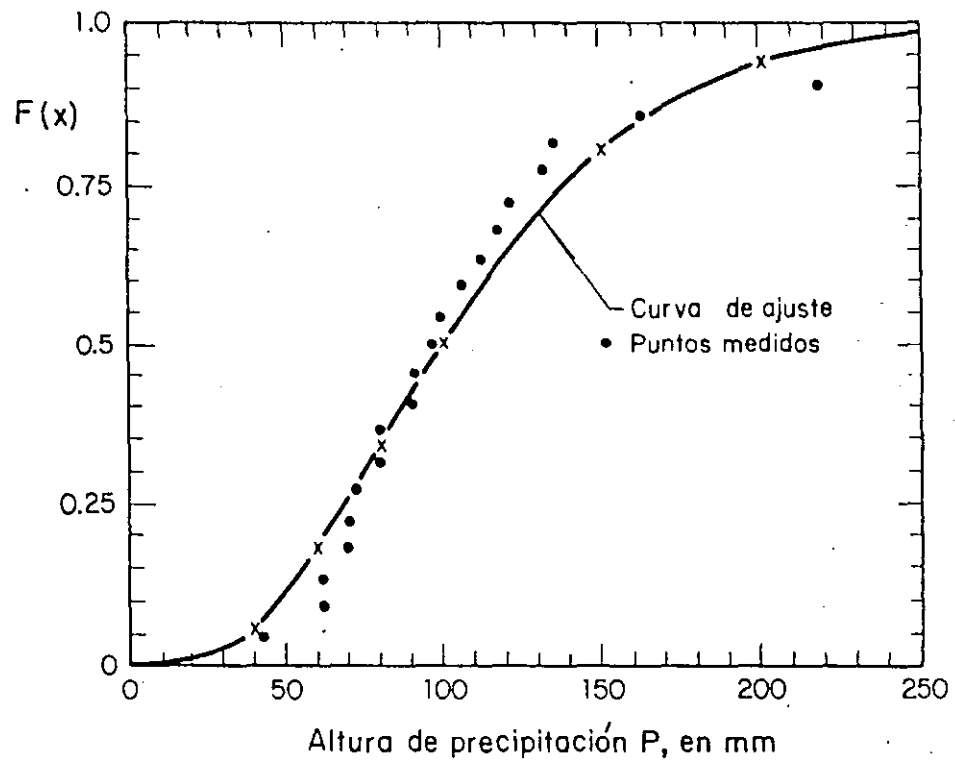


Fig 3.51 Estación Huasuntlán, distribución gamma

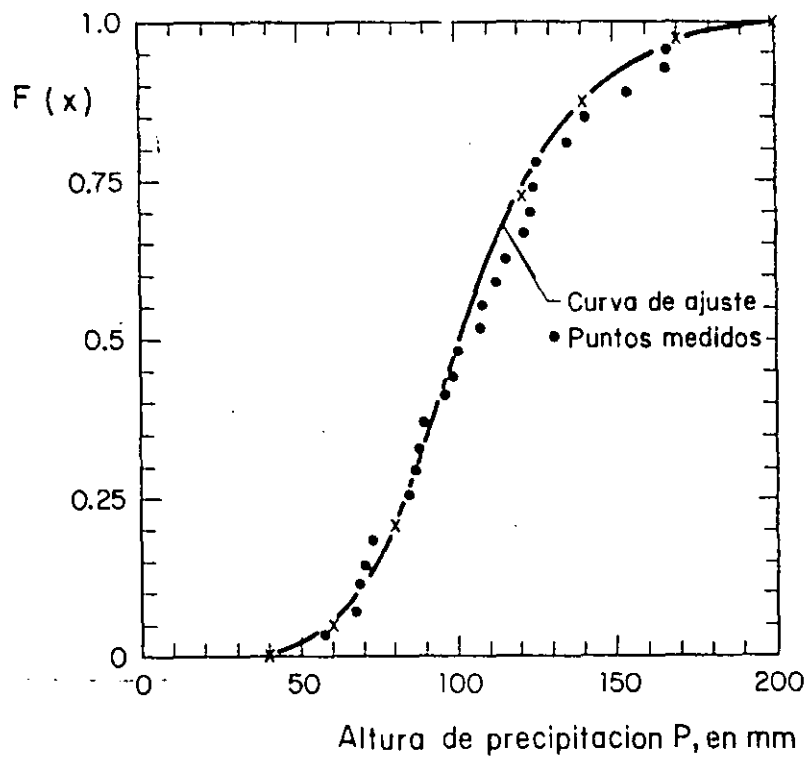


Fig 3.52 Estación Acayucán, distribución gamma

Como se puede observar del análisis de las figs 3.43 a 3.52 se considera que el mejor ajuste para los datos de las dos estaciones se obtuvo con la distribución lognormal. Para esta distribución se calculó la lluvia máxima en 24 horas, para un periodo de retorno de 50 años, encontrándose que la Pso vale 252 mm y 164.3 mm para las estaciones Huasuntlán y Acayucán, respectivamente.

2. PRECIPITACION EN CUENCAS URBANAS

En el diseño de un sistema de drenaje urbano una de las variables que intervienen es el gasto que debe ser desalojado a través de él; para calcular dicho gasto se debe definir una tormenta de diseño, que asociada con un método de relación lluvia-escorrentía, permiten determinarlo. En este capítulo se describe la manera de estimar dicha tormenta.

2.1 Aspectos generales

La forma del hidrograma de escurrimiento en una cuenca generalmente está definida por las características físicas de ella y por la lluvia que lo provoca. Dentro de la lluvia debe considerarse su forma (en gotas, gránizo, nieve, etc.), su tipo (orográfica, ciclónica o convectiva) y su distribución en el tiempo y espacio.

Para obtener la tormenta de diseño debe contarse con un número adecuado de estaciones, para medir la lluvia, dentro o cercanas a la cuenca que

además se encuentren ubicadas uniformemente para tomar en cuenta la distribución temporal y espacial de la lluvia; por otra parte se recomienda que las estaciones tengan al menos unos 10 años de registro; si se desea saber si el número de estaciones es aceptable se puede utilizar alguno de los criterios que se describen en la ref 1.

Para definir la tormenta de diseño se pueden seguir tres métodos; el primero está basado en determinar el valor de la lluvia de manera puntual, el siguiente en considerar la variación de la lluvia con respecto al área, y el último en hacer una regionalización de la zona. Enseguida se describen las bases de estos tres criterios.

2.2 Curvas intensidad de la lluvia- duración-periodo de retorno

Los valores de lluvia que se miden en una estación son de tipo puntual y permiten conocer la variación de la misma con respecto al tiempo. Al realizar el análisis de la información también se puede determinar el periodo del retorno que tiene cada una de las lluvias registradas. Generalmente, en los boletines que editan algunas dependencias como, la Comisión de Aguas del Valle de México, la información se presenta en tablas que contienen el valor de la intensidad de la lluvia para diferentes duraciones y años. La información presentada permite obtener las curvas de intensidad de la lluvia-duración-periodo de retorno, ~~cuya forma de construirse puede verse en la ref 2.~~ *dadas por*

$$i = \frac{k T_r^b}{d^a}$$

La desventaja al utilizar estas curvas es que para áreas mayores de 10 km², como el valor de la intensidad de lluvia permanece constante, se puede originar errores de consideración en la determinación del gasto, debido a que no se toma en cuenta la variación de la lluvia dentro del área.

2.3 Curvas altura de precipitación-duración-área

En la mayor parte de los estudios hidrológicos es importante conocer la variación de la lluvia con respecto al área. Para conocer esta variación es necesario contar, dentro de la cuenca o cerca de ella, con un número adecuado de estaciones pluviográficas y como apoyo algunas pluviométricas. El análisis de la información para diferentes tormentas permite calcular las combinaciones de precipitación con respecto al área de distribución para diferentes duraciones. Las tormentas escogidas deben ser las más desfavorables que hayan ocurrido en la zona y el resultado del análisis anterior son las curvas de altura de precipitación-duración-área.

2.4 Regionalización de las lluvias en una cuenca

La determinación de la tormenta de diseño en términos de regiones, permite agrupar toda la información disponible, no tomando en cuenta la registrada en algunas estaciones aisladas que no resulte congruente con la general recabada en la cuenca.

Para obtener la tormenta de diseño con este criterio, se define la precipitación máxima que ocurre en un punto y posteriormente, utilizando un factor de ajuste, se modifica dicho valor para conocer la precipitación media sobre el área que se desee estudiar. Si además se requiere calcular el valor de la precipitación para diferentes duraciones y periodos de retorno, es necesario determinar los factores de ajuste correspondientes a estos términos y de preferencia en forma regional.

A continuación se describe la manera de calcular los factores de ajuste. Para ejemplificar dicho cálculo se utiliza la información o análisis realizados para la cuenca del Valle de México.

2.4.1 Regionalización de precipitaciones máximas

La regionalización de la precipitación máxima se hace mediante la construcción de planos de isoyetas, ya que ellos permiten tomar en cuenta la variación espacial de la lluvia, para una duración de 24 horas y para una duración menor que 2 horas.

Se utilizó la duración de 24 horas porque la precipitación es medida comúnmente en pluviómetros, cuyo registro se hace cada 24 horas. El plano de isoyetas para una duración menor de 2 horas tiene como objeto tomar en cuenta que las lluvias que provocan incrementos notables en el escurrimiento en cuencas urbanas tienen generalmente una duración entre cero y dos horas.

Los planos de isoyetas indicados anteriormente deben tener asignado un periodo de retorno común, por ejemplo, en obras de drenaje urbano el periodo de retorno que generalmente se escoge es de 2 años, pero se puede escoger uno mayor si en todas las estaciones utilizadas en el trazo de las isoyetas se cuenta con periodos de registro grandes, ya que de esta manera los resultados generales son confiables y a la vez se puede detectar si existe información incongruente en algunas estaciones con respecto a la obtenida para toda la cuenca.

2.4.1.1 Planos de isoyetas

Si se considera que el tipo de fenómeno que provoca las precipitaciones máximas en la cuenca (ciclónico, convectivo, etc) es el mismo para cualquier duración que se considere, puede suponerse que la forma de las isoyetas será igual para las diferentes duraciones y solamente cambiará el valor asignado en cada isoyeta. En estas condiciones, se puede utilizar la forma de las isoyetas medias anuales como base y, con la información correspondiente a otras duraciones, determinar el valor que debe asignarse a cada isoyeta. A continuación se describe con mayor detalle la construcción de estos planos para duraciones de 30 min y 24 h.

- a) Plano de isoyetas para una duración de 30 minutos y un periodo de retorno dado

Para trazar el plano de isoyetas se utiliza una relación entre la intensidad de lluvia, medida en forma puntual, y la duración correspondiente, tomando ambos valores para un periodo de retorno común. La relación anterior, válida para duraciones entre 5 y 120 min (ver ref 5), se expresa como

$$i = \frac{\alpha}{d + \beta} \quad (2.1)$$

donde

- i intensidad de la lluvia, en mm/h
- d duración, en min
- α, β coeficientes que se obtienen al hacer el ajuste con los datos registrados en cada estación

Conocido el valor de la intensidad de lluvia para una duración dada, se obtiene su correspondiente valor de precipitación para cada estación, y se traza el plano de isoyetas, tomando como base la forma de las isoyetas medias anuales, de manera que si el valor de precipitación calculado para alguna estación no corresponde al asignado a las isoyetas este se desecha.

- b) Plano de isoyetas para una duración de 24 horas y un periodo de retorno dado

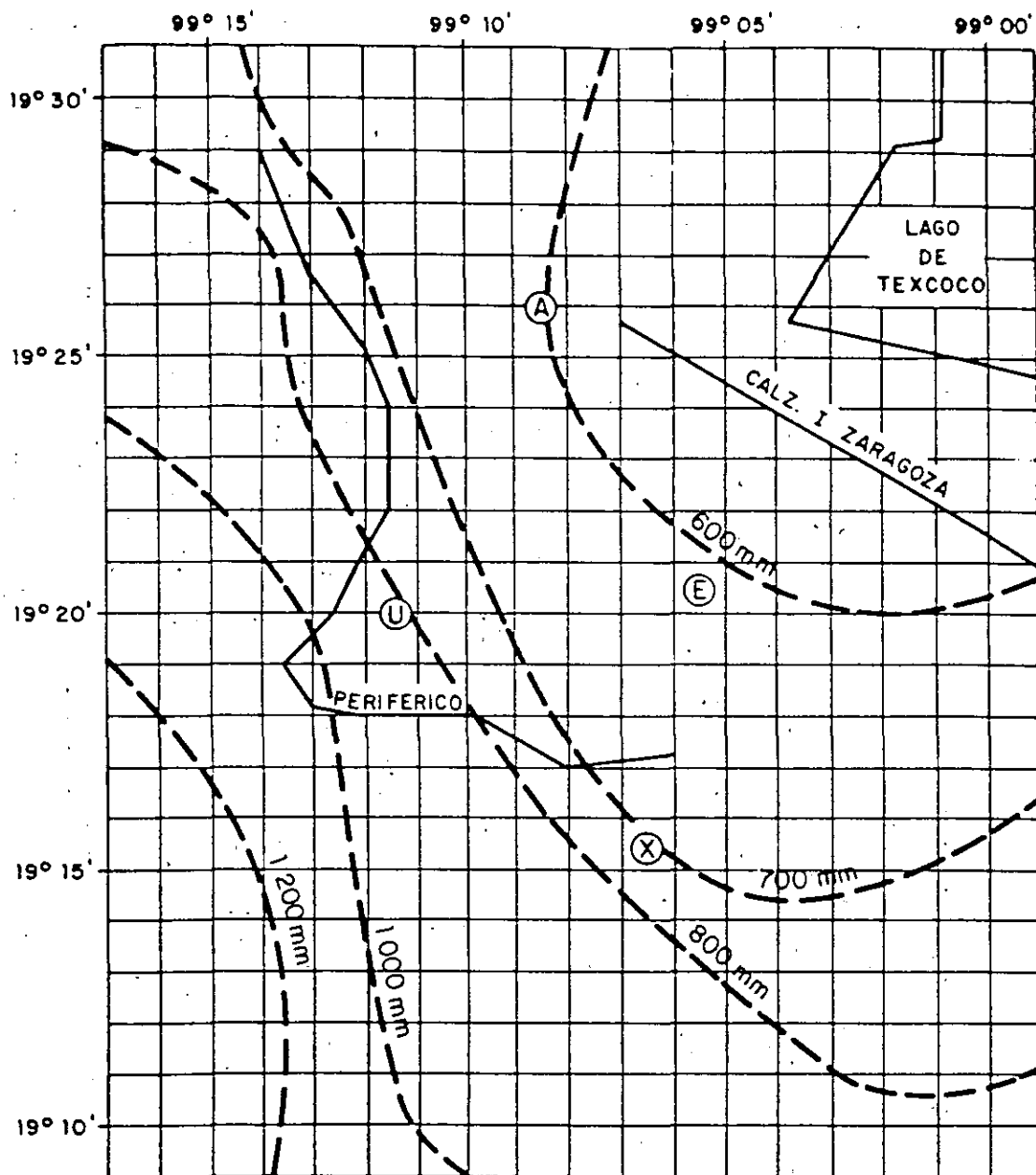
Para su construcción se utiliza la misma metodología que se describió en el inciso a, sólo que los valores son obtenidos del análisis estadístico de las precipitaciones registradas en los pluviómetros. Este análisis consiste en ajustar para cada estación una función de distribución de probabilidad (Gumbel, exponencial, etc) a los valores de pre

precipitación registrados en ella, es decir, se obtienen los valores máximos anuales registrados en la estación, para una duración de 24 h y posteriormente se les ajusta una función de distribución.

De acuerdo con lo indicado en los incisos a) y b), para la cuenca del Valle de México, se obtuvieron los planos de isoyetas mostrados en la figs 2.2 y 2.3. La información que se utilizó en su construcción está resumida en las tablas 2.1 y 2.2 donde aparecen los valores de precipitación. La fig 2.1 corresponde a las isoyetas medias anuales.

La fig 2.2 corresponde a las isoyetas con una duración de 30 minutos y periodo de retorno de 5 años; la información utilizada se tomó de la ref 6 y en la tabla 2.1 se indican los resultados obtenidos de dicho análisis. La relación entre la intensidad de lluvia y la duración para un periodo de retorno constante se obtuvo con la ec 2.1. Al anotar los valores de precipitación obtenidos (ver tabla 2.1) en el plano de la cuenca se observa que estos tienden a aumentar hacia el suroeste del Valle con una tendencia similar a la que se observa con las precipitaciones medias anuales, ver fig 2.1. Tomando en cuenta lo anterior, el plano de isoyetas se construyó igual al de las isoyetas medias anuales cambiando únicamente el valor de las isoyetas. Debe indicarse que en 4 estaciones se tienen discrepancias mayores del 10% entre el valor medido en la estación y el que se obtiene con las isoyetas (estaciones Ixtapalapa, Tecamachalco, Taller de Dolores y Ajusco).

La fig 2.3 corresponde a las isoyetas con una duración de 24 horas y periodo de retorno de 5 años. La información se tomó de la ref 7 y los resultados obtenidos se indican en la tabla 2.2, el tipo de función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos es la exponencial; se hizo un análisis semejante al realizado para obtener la fig 2.2. En este caso solo se tienen dos estaciones que muestran discrepancia con el valor de la isoyeta (estaciones Presa Mixcoac y Ajusco).



- A Alameda Central
- E Cerro de la Estrella
- U Ciudad Universitaria
- X Xochimilco

Fig. 2.1 Plano de isoyetas medias anuales

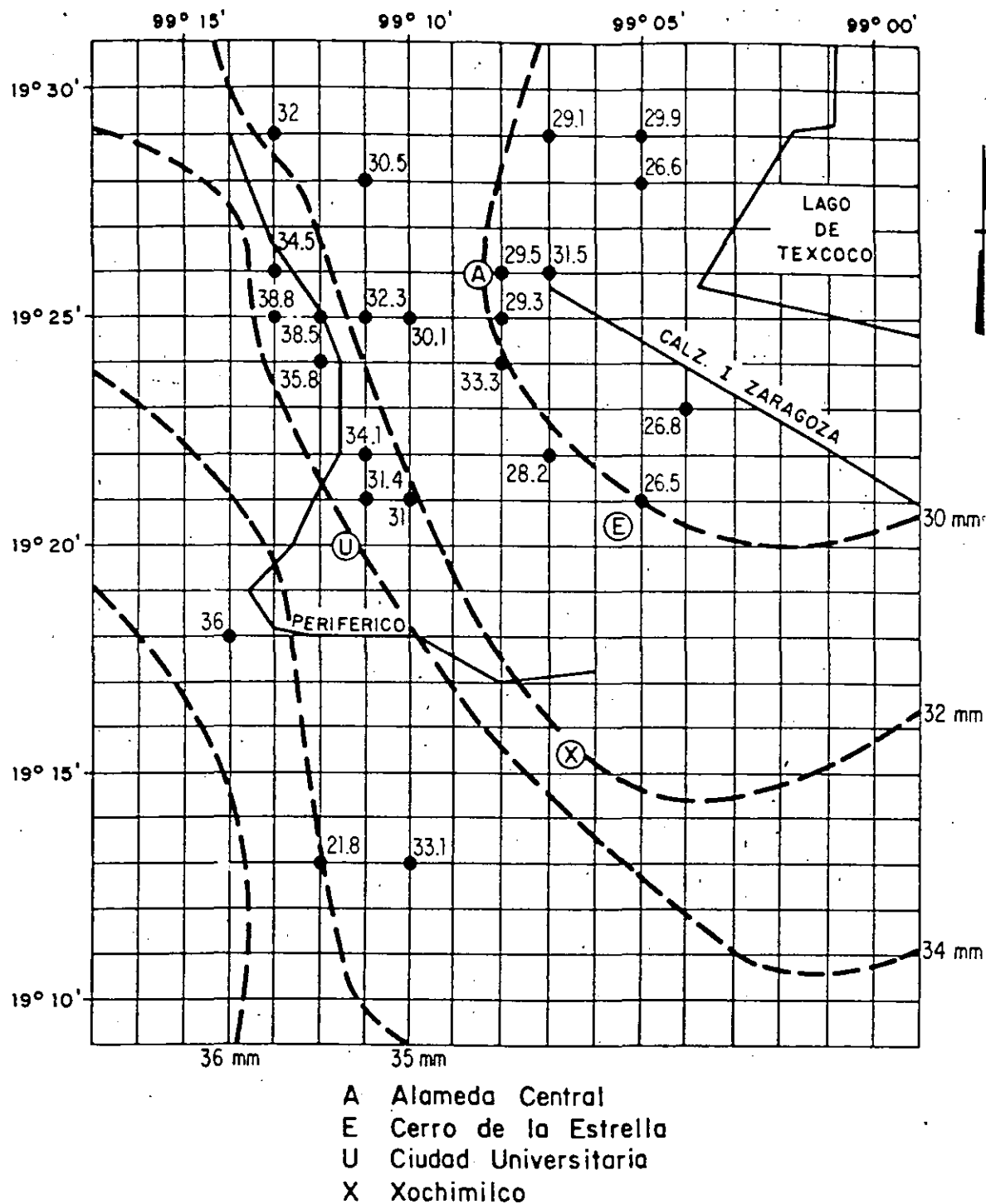


Fig 2.2 Plano de isoyetas para una duración de 30 min y periodo de retorno de 5 años

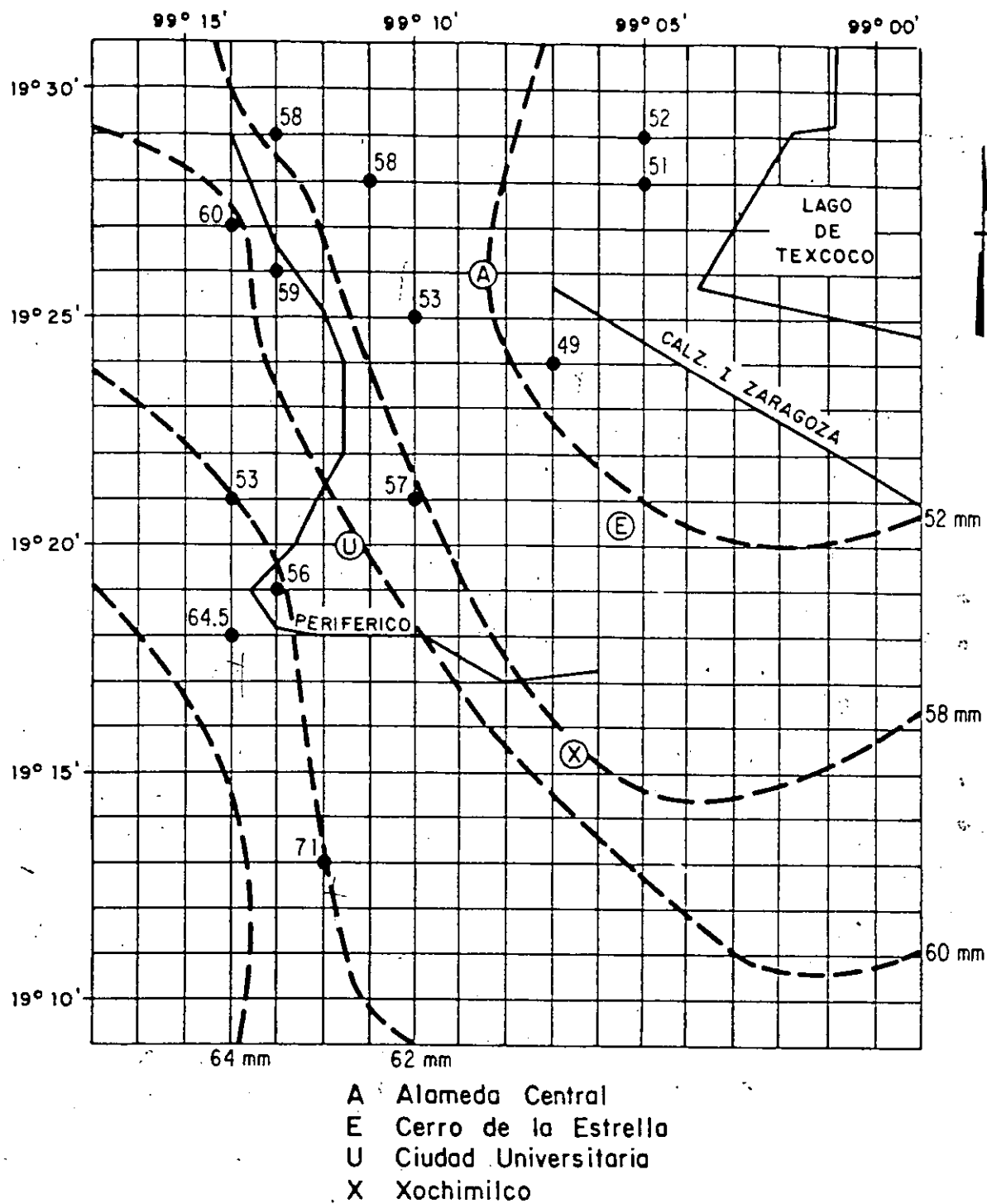


Fig 2.3 Plano de isoyetas para una duración de 24 h y periodo de retorno de 5 años

TABLA 2.1 Precipitaciones máximas P para una duración de 30 min y un periodo de retorno de 5 años

No	E S T A C I O N	NORTE	SUR	AÑOS DE REGIS TRO	α	β	P_{30} , en mm
1	Col. Agrícola Oriental	19°23'	99° 4'	8	2721	20.7	26.8
2	Ajusco	19°13'	99°12'	13	1840	12.2	21.8
3	Andalucía	19°24'	99°08'	17	2509	7.7	33.3
4	Av. del Trabajo	19°26'	99°07'	18	2552	10.5	31.5
5	Azcapotzalco	19°28'	99°11'	23	2814	16.1	30.5
6	C. F. E.	19°25'	99°10'	23	2869	17.7	30.1
7	Delegación Coyoacán	19°21'	99°10'	20	2560	11.3	31.0
8	Desv. Alta al Pedregal	19°18'	99°14'	9	4515	32.7	36.0
9	Departamento Central	19°26'	99°08'	25	2726	16.2	29.5
10	División del Norte	19°23'	99°10'	20	3117	17.1	33.1
11	Dr. Pascua	19°25'	99°08'	21	2462	12.0	29.3
12	Iztapalapa	19°21'	99°05'	8	2260	12.6	26.5
13	Km 6 + 250	19°29'	99°05'	18	2372	9.7	29.9
14	La Fortuna	19°29'	99°07'	25	2660	15.7	29.1
15	La Condesa	19°25'	99°11'	30	3103	18.0	32.3
16	Delegación Mixcoac	19°22'	99°11'	17	2901	12.5	34.1
17	Molino Blanco	19°29'	99°13'	21	3191	19.8	32.0
18	Monte Altai y Nevada	19°26'	99°13'	19	2800	10.6	34.5
19	San Angel	19°21'	99°11'	22	2559	17.1	31.4
20	San Juan de Aragón	19°28'	99°05'	6	2235	12.0	26.6
21	Tacubaya	19°24'	99°12'	25	3283	15.9	35.8
22	Tecamachalco	19°26'	99°13'	12	3261	12.0	38.8
23	Taller de Dolores	19°25'	99°12'	21	3462	15.0	38.5
24	Unidad Modelo	19°22'	99°07'	16	2331	11.4	28.2

Tabla 2.2 Precipitaciones máximas para una duración de 24 horas y un periodo de retorno de 5 años

(1) ESTACION	(2) EDO	(3) DEP	(4) NORTE	(5) SUR	AÑOS DE REGISTRO	(7) P ₂₄	(8) P ₂₄	(9) (3)/(7)
AJUSCO	D. F.	S.A.R.H.	19°13'	99°12'	13	71.0	30.4	0.43*
AZCAPOTZALCO	D. F.	S.A.R.H.	19°28'	99°11'	25	58.0	45.4	0.30
✓ C.F.E.	D. F.	C. F. E.	19°25'	99°10'	21	53.0	47.2	0.99
✓ DESV. ALTA AL PEDREGAL	D. F.	S.A.R.H.	19°18'	99°14'	25	64.5	73.6	1.14*
Km 6 + 250	D. F.	S.A.R.H.	19°29'	99°05'	27	52.0	39.3	0.76
MOLINO BLANCO	MEX.	S.A.R.H.	19°29'	99°13'	27	58.0	52.5	0.91
SAN JUAN DE ARAGON	D. F.	S.A.R.H.	19°28'	99°05'	30	51.0	36.9	0.72
TECAMACHALCO	D. F.	S.A.R.H.	19°26'	99°13'	19	59.0	53.9	0.91
CINCEL	D. F.	S.A.R.H.	19°24'	99°07'	21	49.0		
✓ DESIERTO DE LOS LEONES	D. F.	S.A.R.H.	19°18'	99°16'	24	70.0		
✓ PRESA ANZALDO	D. F.	S.A.R.H.	19°19'	99°13'	20	56.0		
✓ PRESA MIXCOAC	D. F.	S.A.R.H.	19°21'	99°14'	21	53.0		
✓ XOCO	D. F.	S.A.R.H.	19°21'	99°10'	22	57.0		
✓ MOLINITO	MEX.	S.A.R.H.	19°27'	99°14'	23	60.0		

(7) Obtenidos con una función de exponencial.

(8) Obtenidos con la ec 2.1

* Estén fuera del rango de valores

2.4.2 Factores de ajuste

Para determinar el valor de la precipitación correspondiente a cualquier duración, periodo de retorno y área se calculan los llamados factores de ajuste que permiten pasar el valor puntual a uno promedio para una zona en estudio, a continuación se describe cada uno de ellos.

2.4.2.1 Factor de ajuste por duración

Para obtener el factor de ajuste por duración, se procede como se indica enseguida (para ejemplificar cada uno de los pasos que se mencionan se utilizarán los datos de la cuenca del Valle de México):

Secuencia de cálculo:

1. Se comprueba si los factores de ajuste para cada duración son únicos en toda la cuenca, es decir, son o no independientes del punto en estudio; para ello se procede de la siguiente manera:
 - a) Se establece una relación entre la intensidad de la lluvia y la duración, por ejemplo, la ec 2.1.
 - b) Se seleccionan dos valores de α y sus correspondientes β ; los cuales deben corresponder al máximo y mínimo de los valores de dicha variable, exceptuando aquellos valores que estén muy fuera del orden.

Para la cuenca del Valle de México, se escogieron los siguientes valores de α y β (ver tabla 2.1)

Estación	α	β
Taller de Dolores	3 462	15.0
Unidad Modelo	2 331	11.4

Obsérvese que en la tabla 2.1, indicados con un asterisco, aparecen los valores de α igual a 1 840 y 4 515 que no se escogieron ya que difieren del conjunto de valores obtenidos para las demás estaciones.

- c) Para cada condición de α y β (ver inciso b) se calcula la intensidad de lluvia con la ec 2.1, para duraciones entre 15 minutos y 24 horas; cada intensidad se transforma a precipitación y los valores obtenidos se expresan como un factor de la de 24 horas, es decir, se divide cada valor de precipitación entre el correspondiente al de 24 horas.

Para los datos del inciso b, se tiene

$$\alpha = 3\,462$$

$$\beta = 15.0$$

duración, en min	15	30	60	120	240	480	720	1 440
precipitación, en mm	28.9	38.5	46.2	51.2	54.4	56.0	56.4	57.1
factor de 24 h	0.51	0.67	0.81	0.90	0.95	0.98	0.99	1.00

$$\alpha = 2\ 331$$

$$\beta = 11.4$$

duración, en min	15	30	60	120	140	480	720	1 440
precipitación, en mm	22.1	28.2	32.7	35.4	37.2	37.6	38.4	38.6
factor de 24 h	0.57	0.73	0.85	0.92	0.96	0.97	0.99	1.00

- d) Se comparan los valores obtenidos para cada α y para duraciones comunes; si en general los valores calculados no difieren en 10 por ciento entre ellos, se acepta que el factor de ajuste para cada duración es independiente de la ubicación del punto en la cuenca; si por el contrario, los valores son diferentes entre sí, se tiene que hacer una división de la cuenca en regiones para lograr que el factor de ajuste por duración sea independiente de la ubicación en cada región donde se hace el análisis. En ambos casos la secuencia de cálculo de los pasos 2 a 4, que se describen a continuación, es igual.

Para la cuenca del Valle de México, ver inciso c, se observa que los factores son semejantes entre sí y la diferencia entre ellos no es mayor del 10 por ciento, por tanto, el factor de ajuste para cada duración es independiente de la ubicación del punto en estudio.

2. Para cada estación se calcula la precipitación correspondiente a una duración de 24 horas, utilizando la relación que se menciona en el paso 1 y se comparan con los que se obtienen del análisis estadístico de las precipitaciones registradas en los pluviómetros. Esto tiene como objeto el poder determinar si el factor de ajuste por duración es único o se tienen que calcular factores de ajuste para diferentes rangos de duración.

En la tabla 2.2 (columnas 7 y 8) se indican los resultados obtenidos para la cuenca del Valle de México; la comparación entre los valores de precipitación se hizo dividiendo los valores que se obtienen con la ec 2.1 (columna 8) entre los del cálculo estadístico (columna 7). En la misma tabla se observa que los valores para las estaciones Ajusco y Desviación Alta al Pedregal, indicados con un asterisco, están fuera de rango, por lo que no es conveniente considerarlos en el análisis.

3. Se define cuántos factores de ajuste por duración se necesitan.

- a) Si la comparación de los resultados obtenidos en el paso 2 indica semejanza entre ellos, se calcula un factor único de ajuste.
- b) Si la comparación de los resultados obtenidos en el paso 2 indica desigualdad entre ellos, se debe de calcular un grupo de factores de ajuste.

En general, para los datos de la cuenca del Valle de México, la comparación entre los valores obtenidos con la ec 2.1 son en promedio un 17 por ciento menores que los del análisis estadístico, lo cual es debido a que la ec 2.1 es estrictamente válida hasta duraciones de 2 horas, debido a lo cual es necesario utilizar factores de ajuste para diferentes duraciones. Debido a lo anterior se decidió definir dos grupos de factores de ajuste, uno para duraciones menores de 2 horas y otro para 4 y 24 horas.

4. Se calculan los factores de ajuste por duración de la siguiente manera:

I. Factor de ajuste para duraciones menores de 2 horas

- a) De la relación escogida en el paso 1, se obtienen los valores de intensidad de lluvia correspondiente a diferentes duraciones, por ejemplo 15, 30, 60 y 120 minutos, y luego se transforman a precipitaciones.
- b) Se escoge una duración en medio del intervalo como, por ejemplo, la de 30 minutos, y se calcula la intensidad de lluvia correspondiente.
- c) Se dividen los valores calculados en el inciso a entre el valor del inciso b; los resultados obtenidos son los factores de ajuste para cada duración.

II. Factor de ajuste para duraciones entre 4 y 24 horas

- a) Se seleccionan las estaciones que tengan valores de precipitación registrados en pluviógrafos y pluviómetros.
- b) Con la ec 2.1, para un periodo de retorno de 5 años, se obtiene para cada estación el valor de las intensidades de lluvia correspondientes a duraciones entre 2 y 24 horas y se transforman a altura de precipitación. Además, del análisis estadístico de cada estación, se calcula la precipitación para 24 horas y 5 años de periodo de retorno.
- c) Para cada estación se construye una gráfica como la que se muestra en la fig 2.4 con los valores calculados en el inciso b.

Las escalas de la fig 2.4 son logarítmicas ya que la precipitación y la duración están ligadas con una relación del siguiente tipo:

$$P_p = a d^b \quad (2.2)$$

donde

a, b parámetros que se obtienen del ajuste de los valores

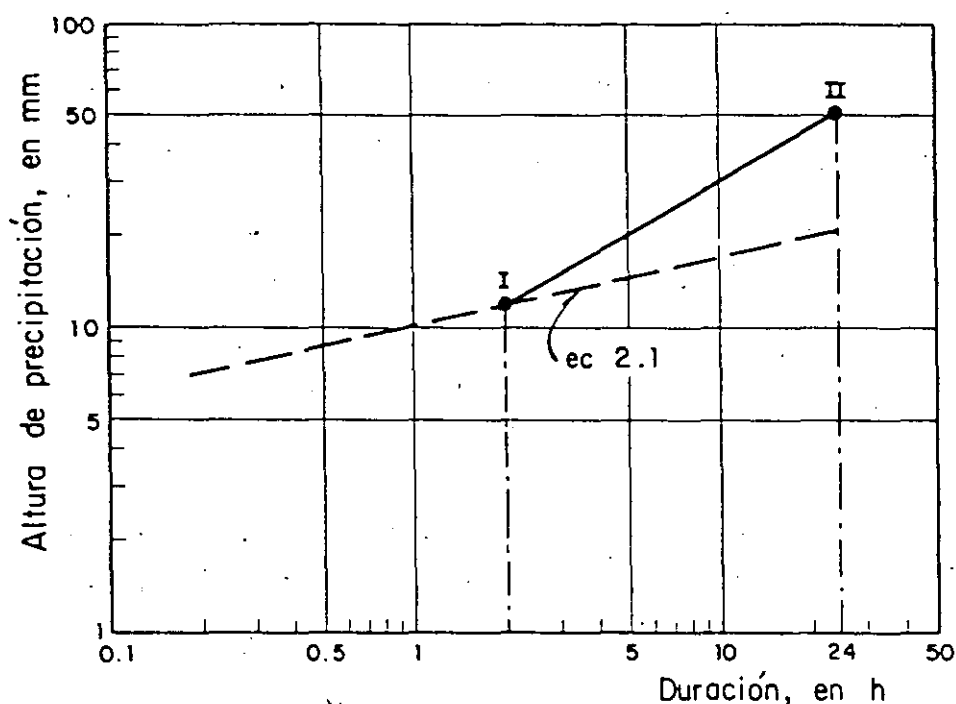


Fig 2.4 Recta de ajuste para obtener el factor de ajuste

La línea punteada corresponde a los valores de precipitación que se obtienen para diferentes duraciones utilizando para ello la relación escogida en el paso 1 (ec 2.1). Generalmente los valores de precipitación para una duración de 24 horas calculados con el análisis estadístico de los pluviómetros y la ec 2.1 son diferentes por lo que para la precipitación para duraciones comprendidas entre 4 y 24 horas se utiliza la línea llena. Para determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos I y II se utiliza una ecuación como la siguiente

$$\ln P_{d_i} = a + b \ln d_i$$

Los valores de a y b se obtienen al hacer el ajuste con los puntos conocidos y una vez hecho esto se calculan los valores de precipitación para duraciones entre 4 y 24 horas.

- d) Se repite el paso C tantas veces como estaciones se seleccionaron en a
- e) Para cada estación se dividen los valores de precipitación para diferentes duraciones entre la de 24 horas
- f) Se calcula el factor de ajuste promediando los valores calculados en e para duraciones comunes

Para el Valle de México y con los datos de las tablas 2.1 y 2.2 se calcularon los factores de ajuste para una duración de 30 minutos y 24 horas y los resultados obtenidos se indican en las tablas 2.3a y 2.3b.

Tabla 2.3a Factor de ajuste para una duración de 30 minutos

Duración, en min	15	30	60	120
precipitación, en mm	25.7	33.5	39.6	43.5
factor de ajuste	0.77	1.0	1.18	1.30

Tabla 2.3b Factor de ajuste para una duración de 24 horas

Duración, en h	4	8	12	24
Factor de ajuste	0.811	0.879	0.920	1.0

Los valores de precipitación de la tabla 2.3a se calcularon con la ec 2.1 y para aplicar esta ecuación los valores de α y β se tomaron como un promedio de los escogidos en el paso 1, es decir, se utilizó $\bar{\alpha} = 2\,896.5$ y $\bar{\beta} = 13.2$.

En la elaboración de la tabla 2.3b se utilizó el procedimiento indicado en el paso 4 y únicamente se consideró en el análisis a las estaciones Tecamachalco, Molino Blanco, C.F.E., Azcapotzalco, km 6+250 y San Juan de Aragón ya que son las únicas que cuentan con valores de precipitación para 24 horas que pueden ser calculadas con la ec 2.1 y la función de distribución de probabilidad (análisis estadístico).

2.4.2.2 Factor de ajuste por periodo de retorno

Para calcular este factor se necesitan los datos de lluvia, para una duración de 24 horas, registrados en cada una de las estaciones que se encuentran en la cuenca. El procedimiento que se sigue para calcular el factor de ajuste se describe a continuación.

1. Para cada estación se escogen los valores máximos de lluvia para cada año y se les ajusta una función de distribución de probabilidad, por ejemplo, del tipo exponencial, Gumbel, etc.
2. Conocida la función de distribución se obtienen los valores de precipitación para diferentes periodos de retorno.

3. Se selecciona un periodo de retorno y se calcula el valor de pre cipitación correspondiente; el periodo de retorno debe ser el mismo que se escogió en 2.4.2.1.
4. Se divide cada uno de los valores del paso 2 entre el valor del paso 3.
5. Se comparan los valores obtenidos en el paso 4 entre todas las estaciones. Si son muy parecidos, se toma un valor medio para cada periodo de retorno y dicho valor corresponde al factor de ajus te. Si por el contrario, no se tiene semejanza, se divide la zona en regiones hasta lograr que los valores del paso 4 sean semejantes entre sí de acuerdo con el grupo de estaciones de cada región.

Para la cuenca del Valle de México se utilizó el procedimiento descrito y al comparar los valores obtenidos en el paso 4 de la secuencia de cálculo mencionada se observó que eran semejantes para periodos de retorno comunes, por tanto, se tomó un valor promedio. Los datos se tomaron de la ref 7 y el periodo de retorno empleado como base fue de 5 años. En la tabla 2.4 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 2.4 Factor de ajuste por periodo de retorno

Periodo de retorno, en años	2	3	5	10	20	30	50	100
Factor de ajuste	0.76	0.87	1.00	1.18	1.36	1.47	1.60	1.78

2.4.2.3 Factor de ajuste por área

Muchos problemas prácticos están relacionados con el volumen de lluvia que cae dentro de un área por lo que necesita estimar la precipitación media que cae sobre ella. Esta precipitación es menor que la precipitación puntual y puede ser obtenida como una proporción de esta; para encontrar la proporción en que debe modificarse el valor de la precipitación puntual, se calcula un factor de ajuste por área válido para una duración determinada, y que, según lo menciona la ref 8 generalmente no varían con el periodo de retorno.

Para obtener el factor de ajuste por área existen diversos criterios, a continuación se describen brevemente algunos de ellos.

a) Factor de ajuste por área con tormentas centradas

Se denomina de tormenta centrada ya que el área en estudio se ubica de modo que el máximo valor de lluvia puntual registrado quede en medio de ella.

El factor de ajuste se obtiene con la siguiente relación:

$$FRA = \frac{R}{R_2} \quad (2.3a)$$

donde

FRA factor de reducción por área

R_1 precipitación media máxima en la cuenca para una determinada duración

R_2 precipitación máxima puntual para la misma tormenta y duración para la que se calcula R_1

La manera de obtener FRA es:

1. Se escoge un conjunto de tormentas para una duración determinada, por ejemplo, 24 horas.
2. Se construye el plano de isoyetas para cada una de las tormentas.
3. Se forma una gráfica entre parejas de valores de área de isoyeta (acumulada)-precipitación, ver fig 2.5. Se obtienen tantas gráficas de este tipo como planos de isoyetas se tengan.

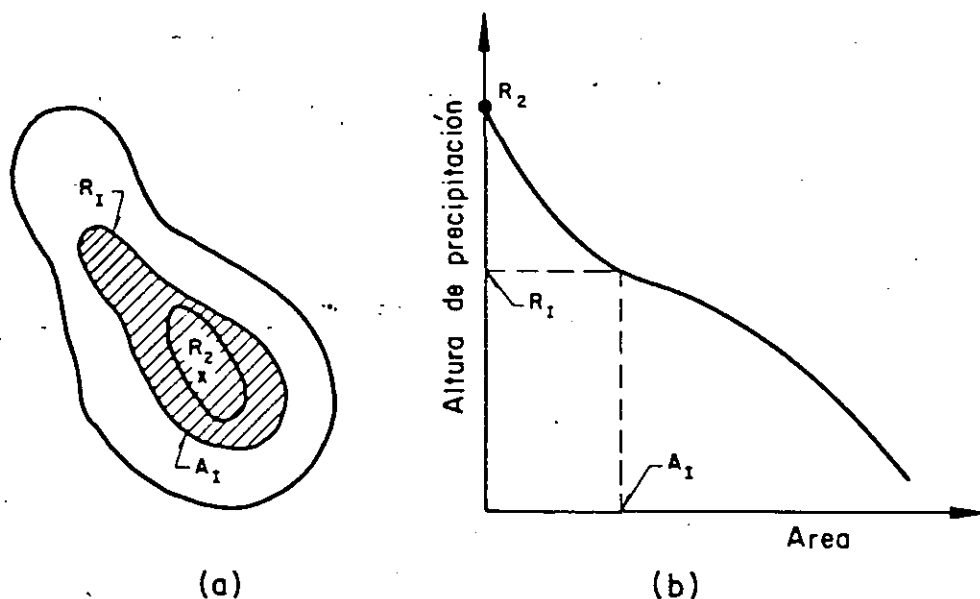


Fig 2.5 Obtención del factor de ajuste por área para tormentas centradas

4. En la figura anterior para el área que se desea estudiar se obtiene la precipitación media, R_1 .
5. El valor de R_2 corresponde al máximo valor puntual que se tenga en el plano de isoyetas.
6. Se calcula el cociente R_1/R_2 .

7. Se calcula el FRA como un promedio de todos los valores de R_1/R_2 calculados.
8. El procedimiento descrito se aplica para diferentes áreas y se obtiene el FRA para cada una de ellas.

Una aplicación de este método se hizo en los Estados Unidos utilizando para el análisis cuencas con una gran densidad de estaciones; en la fig 2.6, tomada de la ref 1 (pp 93-94), se muestran los resultados obtenidos.

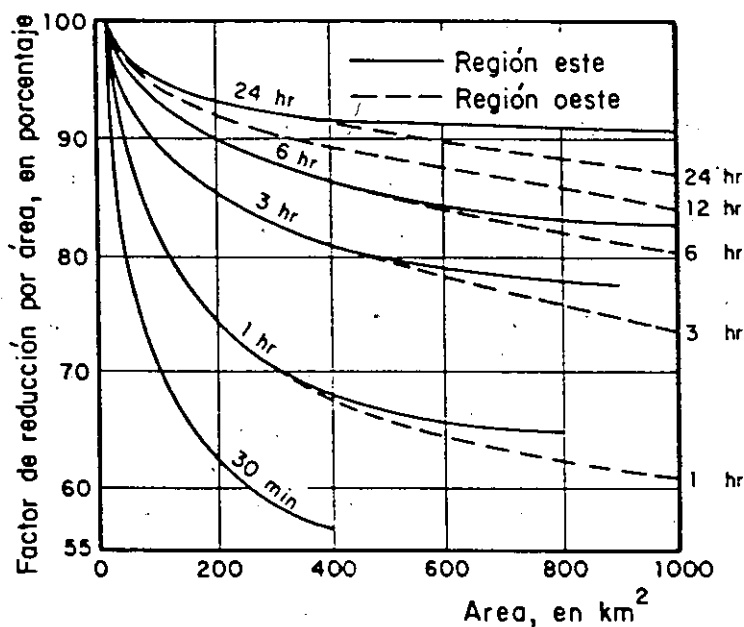


Fig 2.6 Factor de reducción por área utilizado en Estados Unidos

b) Factor de ajuste por área con áreas fijas

Se llama de áreas fijas ya que la ubicación de esta corresponde a la cuenca en estudio y, por tanto, no cambia en la secuencia de cálculo.

El factor de ajuste se obtiene con la siguiente relación:

$$FRA = R_3/R_4 \quad (2.3b)$$

donde

R_3 precipitación media máxima anual para una duración y área dadas

R_4 precipitación puntual media máxima anual sobre toda el área para la misma duración para la cual se obtiene R_3

La manera de obtener FRA con este criterio se indica a continuación:

1. Con los registros de las estaciones de la cuenca se calcula, para cada tormenta, la precipitación media sobre toda el área, ya sea con el método de isoyetas o de Thiessen y se designa como r_a .
2. Se selecciona el máximo valor de r_a para cada año, es decir, se tiene $r_a(1)$ en el primer año, $r_a(2)$ en el segundo año, etc, hasta $r_a(N)$ en el año N.
3. Se calcula la precipitación media máxima anual como:

$$R_3 = \frac{\sum_{i=1}^N r_a(i)}{N}$$

donde

$r_a(i)$ precipitación máxima anual correspondiente al año i

N número de años

4. En los registros de cada estación se selecciona la precipitación máxima registrada en el año, es decir, se tiene $r_{p_1}(1)$, $r_{p_1}(2)$, ..., para la estación 1, y se repite para las estaciones 2, 3, ..., j.

5. Se calcula la precipitación media máxima puntual para cada estación como

$$\bar{R}_{P_j} = \frac{\sum_{i=1}^N r_{P_j}(i)}{N}$$

donde

r_{P_j} precipitación máxima registrada en la estación j para el año i

6. Se calcula la precipitación puntual media máxima anual sobre toda el área, con la siguiente relación:

$$R_4 = \omega_1 \bar{R}_{P_1} + \omega_2 \bar{R}_{P_2} + \dots + \omega_j \bar{R}_{P_j}$$

donde

ω_j porcentaje del área de influencia de cada estación j dentro de la cuenca, calculado con el método de Thiessen

7. Se calcula el cociente R_3/R_4 .

8. Se repite el procedimiento para otras duraciones.

Utilizando este criterio Leclerc y Shaake proponen la siguiente ecuación cuyas constantes fueron calibradas para los Estados Unidos.

$$FRA = 1 - \exp(-1.1 d^{1/4}) + \exp \left\{ -(1.1 d^{1/4} + 0.026A) \right\} \quad (2.3c)$$

donde

d duración, en h

A área, en km²

c) Factor de ajuste por área con el criterio inglés.

Este método considera que el FRA es simplemente la relación entre la precipitación media en toda el área y la puntual, para el mismo periodo de retorno y duración. El factor de ajuste se obtiene con la siguiente expresión:

$$FRA = R_5/R_6 \quad (2.3d)$$

donde

R_5 precipitación en cualquier punto dentro de una determinada área, correspondiente al día en que ocurrió la precipitación máxima anual sobre toda la cuenca

R_6 precipitación máxima anual sobre toda la cuenca para el mismo punto, duración y año que R_5

La manera de obtener el FRA con este criterio es la siguiente:

1. Para cada día de interés, con los valores de precipitación registrados en las estaciones, se calcula la precipitación media sobre toda el área y se designa como r_a .
2. Se selecciona entre todos los valores de r_a , calculados en el paso 1 el máximo. Lo anterior se hace por cada año, y se anota el día en que ocurrió.

3. Se anota el valor de lluvia puntual que se registró en cada estación para el día seleccionado en el paso 2, y se designa como $R_5(p_1), R_5(p_2), \dots, R_5(p_j)$. $R_5(p_j)$ es la precipitación puntual registrada en la estación j que corresponde al día para el cual se tiene la r_a máxima en el año.
4. Para el mismo año se busca el valor de precipitación máxima registrada en cada estación, independientemente del día en que haya ocurrido y se indica como $R_6(p_1), R_6(p_2), \dots, R_6(p_j)$. $R_6(p_j)$ es la precipitación puntual máxima registrada en la estación j . Algunas veces $R_5(j)$ y $R_6(j)$ pueden ser iguales y en otras $R_6(j)$ es mayor que $R_5(j)$.
5. Para cada estación se calcula $R_5(j)/R_6(j)$.
6. Se repiten los pasos 1 a 5 para todos los años.
7. Se calcula el FRA como un promedio de los valores calculados en el paso 6.
8. Se repite el procedimiento para otras duraciones.

Para la cuenca del Valle de México se obtuvieron factores de ajuste por área, el procedimiento que para ello se utilizó, es semejante al indicado en el inciso b, y puede verse en la ref 9, para las cinco regiones en que se dividió la cuenca.

Sin embargo, como no se tiene información suficiente de las tormentas de cada región, se consideró preferible tomar factores promedio únicos para toda la cuenca, hasta que el registro de tormentas sea más grande. En la tabla 2.5 se indican los factores de ajuste obtenidos para el Valle de México, (ver ref 9) para una duración de 24 horas y, se comparan con los que se obtienen con la ec 2.3c para una duración de 3 horas.

Tabla 2.5 Factor de ajuste por área

Area, en km ²	2.0	20.0	50.0	100.0	200.0	300.0
FRA, con duración de 24 h	1.00	0.93	0.84	0.76	0.68	0.63
FRA, con la ec 2.3c (con duración de 3 horas)	0.99	0.90	0.83	0.78	0.77	0.76

De los resultados que se muestran en la tabla anterior, se destaca que el factor de ajuste por área para una duración de 24 horas no corresponde exactamente a ésta ya que normalmente una tormenta no dura este tiempo, por lo que, utilizar el factor para una duración de 3 horas puede ser lo más adecuado en el Valle de México

Influencia de la interrelación entre la forma de las isoyetas y la de la cuenca.

En el análisis para calcular el factor de ajuste por área mencionado en 2.4.2.3 no se considera la forma de las isoyetas ni la manera como estas pueden acomodarse sobre la cuenca; para tomar en cuenta lo anterior, se necesita primero, con base en la información registrada, construir los planos de isoyetas para diferentes tormentas y de estos, revisando cada uno, definir de manera general si las isoyetas tienen alguna forma aproximada, ya sea circular o elíptica. Una vez que se define la forma que puedan tener las isoyetas se calcula el valor de la lluvia de diseño, con los factores descritos en 2.4.2.1 a 2.4.2.3, y se procede a construir el plano de las mismas de acuerdo con los criterios que se comentarán enseguida.

Para construir el plano de isoyetas a partir del valor de la lluvia de diseño, se pueden utilizar los dos procedimientos que se describen a continuación; por otra parte con ayuda de este plano se calcula una preci-

pitación media sobre la cuenca que es más representativa que el valor puntual calculado. Para realizar lo anterior es necesario conocer la forma de la cuenca.

I. Plano de isoyetas circulares

Para construir el plano se utiliza la siguiente ecuación:

$$\bar{P} = P_{\text{máx}} \exp(-kA^n) \quad (2.4)$$

donde

\bar{P} precipitación media sobre una cuenca con área A

$P_{\text{máx}}$ precipitación calculada con los factores de ajuste descritos

k, n constantes, que se obtienen a partir de valores registrados

A área de la isoyeta e igual al área de un círculo

Para calcular los parámetros k y n se procede de la siguiente manera:

1. Se seleccionan dos parejas de valores conocidos ($\bar{P}_1/P_{\text{máx}}, A_1$) y ($\bar{P}_2/P_{\text{máx}}, A_2$). Para ello se supone que \bar{P}_1 y \bar{P}_2 se calculan con el método de isoyetas o de Thiessen y $P_{\text{máx}}$ es la correspondiente al valor de la lluvia en el centro de la tormenta.
2. Con los valores de $\bar{P}_1/P_{\text{máx}}$ y $\bar{P}_2/P_{\text{máx}}$ se obtienen los valores correspondientes de kA^n . Los valores calculados se designan como X_1 y X_2 .
3. El valor de n se determina con

$$\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^n = \frac{X_1}{X_2}$$

4. El valor de k se calcula con

$$k = \frac{X_1}{A_1^n} = \frac{X_2}{A_2^n}$$

5. Conocidos k y n se construye el plano de isoyetas con la ec 2.4, tomando para ello diferentes áreas.
6. El plano de isoyetas se ubica en el centro de la cuenca.

II. Plano de isoyetas elípticas

Para construir el plano de isoyetas elípticas se procede de la siguiente manera:

1. Se construyen elipses, considerando que la longitud del eje mayor es proporcional a la del eje menor. Para definir lo anterior se utilizan los planos de isoyetas que se construyen con la información registrada y de manera aproximada se calcula dicha proporción que se designa como r .
2. El área de cada elipse se toma igual a $1/3$, $2/3$, $3/3$, $4/3$ del área de la cuenca.
3. Con los valores de área de cada elipse y recordando que el área de ésta es igual a $\pi(ab)$ se despeja el valor de a ó b , que son las longitudes del semi eje mayor y menor respectivamente, tomando en cuenta que $a = r(b)$.
4. Conocidos los valores de a y b se dibujan las elipses.

Para elegir si la forma de la isoyeta es circular o elíptica, puede utilizarse la recomendación siguiente: si el eje menor de la elipse es mayor o igual a dos veces el eje mayor, la isoyeta es de tipo elíptico, en caso contrario, la circular es aceptable, ver ref 10.

2.4.2.4 Cálculo del valor de la precipitación de diseño

Para determinar el valor de la precipitación de diseño en una cuenca ubicada dentro del Valle de México, para una duración y periodo de retorno escogidos, se procede de la siguiente manera:

1. Se determinan las coordenadas del centro de la cuenca y se ubica en cada uno de los planos de isoyetas calculados uno para una duración de 24 horas y el otro para una menor de 2 horas, ver 2.4.1.
2. Una vez ubicadas las coordenadas, se calcula la precipitación con el siguiente criterio:
 - a) Si la duración para la cual se desea determinar la precipitación es menor de 2 horas, se utiliza el plano de isoyetas correspondientes a esa condición.
 - b) Si la duración para la cual se desea determinar la precipitación es mayor de 4 horas, se utiliza el plano de isoyetas correspondiente a la condición de 24 horas.
3. Se obtiene el factor de ajuste para la duración requerida, ver inciso 2.4.2.1.
4. Se obtiene el factor de ajuste para el periodo de retorno requerido, ver inciso 2.4.2.2.

5. Se obtiene el factor de ajuste para el área de la cuenca, ver inciso 2.4.2.3.
6. Se calcula la precipitación media sobre toda la cuenca al multiplicar los valores obtenidos en los pasos 3, 4 y 5 por el valor del paso 2.
7. Si se conoce la forma de la cuenca, ver 2.4.2.3, se sigue el siguiente procedimiento:
 - a) Se obtiene un plano de isoyetas elípticas, con las siguientes relaciones

$$A = \pi ab \qquad a = 1.5b^*$$

donde

- A área de la elipse
- a longitud del semieje mayor de la elipse
- b longitud del semieje menor de la elipse

El área de cada elipse se calcula considerando que

$$A_1 = \frac{1}{3} A_c, A_2 = \frac{2}{3} A_c, A_3 = A_c \text{ y } A_4 = \frac{4}{3} A_c$$

* Para el Valle de México el valor de $r = 1.5$ se determinó de los análisis realizados con diferentes tormentas

donde

A_c es el área de la cuenca y A_i es el área encerrada por la isoyeta i

Conocida el área de las elipses y tomando en cuenta la relación que guardan los ejes de la elipse se determinan los valores de a y b y se trazan las elipses completas.

- b) Se calcula la precipitación media que corresponde a cada área de isoyeta elíptica.

Para hacerlo se calcula el factor de ajuste por área y ello se hace para cada área de elipse A_i , ver inciso 2.4.2.3, en lugar de hacerlo para el área total de la cuenca y se repite lo indicado en el paso 6, es decir, el paso 5 se cambia según sea el valor del área de la isoyeta elíptica.

- c) Se calcula el valor de precipitación que corresponde a cada isoyeta.

Los valores calculados en el inciso b corresponden a una precipitación media; para obtener el valor de la precipitación que corresponde a cada isoyeta se utiliza la siguiente ecuación:

$$P_p = \frac{\sum_{i=1}^n P_i A_i}{\sum A_i} \quad (2.5)$$

donde

\bar{P}_p precipitación media

P_i precipitación de cada isoyeta elíptica

A_i área de cada isoyeta elíptica

Para utilizar la ec 2.5 se conocen los valores de \bar{P}_p (ver paso b) y A_i se despeja de ella el valor de P_i que se desee conocer.

- d) Una vez que se conocen los valores de cada una de las isoyetas, se centra el plano de isoyetas elípticas de la manera más desfavorable sobre la cuenca.
- e) Se calcula la precipitación media, con la ec 2.5, pero ahora sólo se considera el A_i como la que ocupa una isoyeta elíptica dentro de la cuenca; no olvidar que en el paso c se toma el área total de la elipse.

2.4.3 Distribución de la precipitación en el tiempo (hietograma)

En los incisos anteriores se calculó un valor de precipitación medio para la duración total de la tormenta, pero en ocasiones es necesario determinar un hietograma de lluvia, para que, con ayuda de un modelo de lluvia-escurrimiento se pueda estimar la forma del hidrograma correspondiente.

El hietograma se puede obtener de dos maneras; una, utilizando una curva de altura de precipitación-duración y otra utilizando métodos estadísticos. A continuación se describen ambos métodos.

2.4.3.1 Método de la curva altura de precipitación-duración

Consta de los siguientes pasos:

1. Para el área considerada y un periodo de retorno constante, se calcula la precipitación para cada duración, utilizando los factores de ajuste correspondientes, ver 2.4.2.

2. Se repite el paso 1, para diferentes duraciones, cambiando en cada caso el factor de ajuste por duración ya que los factores de ajuste por área y periodo de retorno solo se calculan una vez y permanecen constantes. Se puede considerar que la duración total es igual a dos veces el tiempo de concentración (ref 11) y los valores del incremento de tiempo para el hietograma entre $1/6$ y $1/16$ de la duración total.
3. Se dibujan los valores de precipitación obtenidos en el paso 2 contra sus correspondientes duraciones y se forma de esta manera una curva masa acumulada de precipitación.
4. Con la curva masa acumulada y el intervalo de tiempo escogido, se calculan los incrementos de lluvia entre intervalos consecutivos.
5. Con los valores del paso 4 se construyen diferentes hietogramas; para ello se buscan diferentes combinaciones de las barras, pero respetando los datos de precipitación acumulada, por ejemplo, la suma de las dos primeras barras no debe ser mayor que la precipitación acumulada para esa duración.

Para ejemplificar esto último supóngase que se dispone con la curva masa de precipitación, obtenida como se indicó anteriormente, y cuyos valores se muestran en la tabla 2.6 (columna 2) y el incremento de tiempo para el cual se desea obtener el hietograma de lluvia es igual a 10 min.

Un posible arreglo de los incrementos de precipitación, puede ser, por ejemplo, el que se indica en la columna 4 de la tabla 2.6, pero si se suman los dos primeros valores el valor de precipitación acumulada es igual a 31.6 que es mayor al que corresponde a la duración de 20 minutos, por tanto, este arreglo no es adecuado. Procediendo de manera semejante se encuentran los arreglos correctos, los cuales están mostrados en la fig 2.7.

Tabla 2.6 Curva masa y hietograma de precipitación

(1) duración, en min	(2) altura de precipitación, en mm	(3) incrementos de precipitación ($\Delta t=10$ min) en mm	(4) primer arreglo para el hietograma de lluvia
0	0		
10	24.5	24.5	24.5
20	26.2	1.7	7.1
30	33.3	7.1	1.7
40	40.3	7.0	7.0

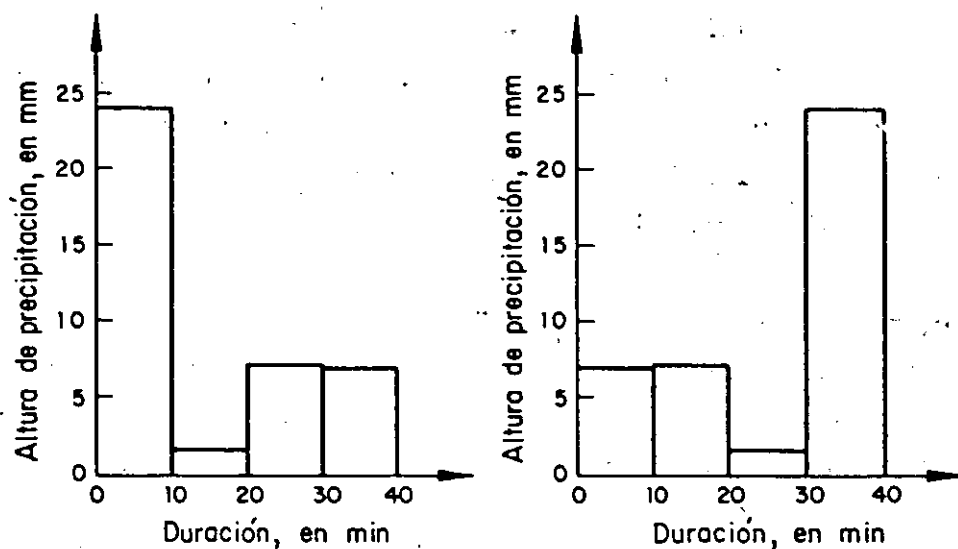


Fig 2.7 Hietograma de precipitación efectiva

2.4.3.2 Método estadístico

Para aplicar este método se necesita contar con información de las tormentas más desfavorables que hayan ocurrido en la zona en estudio y además esta debe ser recabada en pluviógrafos. Este método fue desarrollado en la Gran Bretaña (ver ref 12) de la siguiente forma:

1. Se seleccionaron las 80 tormentas más importantes registradas para una duración de 24 horas y se construyó su curva masa media de precipitación.
2. Las tormentas se ordenaron con el siguiente criterio:
 - a) Para cada curva masa media de precipitación, correspondiente a cada tormenta, se calculó el incremento máximo de precipitación para un intervalo de tiempo de cinco horas.
 - b) Los valores obtenidos en el paso a, se ordenaron de mayor a menor, una vez hecho esto se dividieron en cuatro grupos. A cada grupo se le llamó "cuartil".
3. Para las tormentas que componen a cada cuartil se hace el siguiente análisis:
 - a) En cada una de las curvas masa de precipitación se determina el centro de la misma. Para ello se procede de la siguiente manera:
 - I. Se busca el intervalo de tiempo mínimo para el cual el incremento de precipitación es mayor o igual al 50 por ciento de la lluvia total registrada en 24 horas.
 - II. Se considera que el centro está ubicado en la parte media del intervalo calculado en I.

- b) Se definen intervalos de tiempo de una hora indistintamente a partir del centro de la curva masa, ver fig 2.8

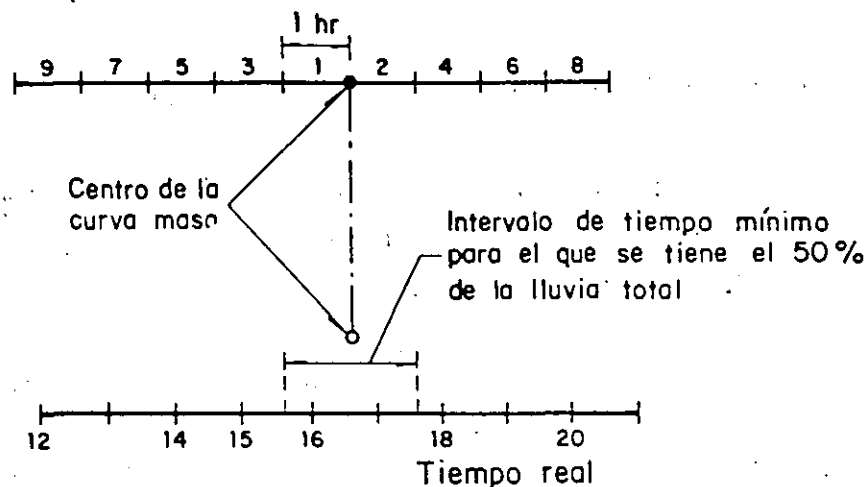


Fig 2.8 Esquema para definir el centro de la curva masa

4. Se expresan las duraciones en función de la de 24 horas, en porcentaje; para ello se divide cada valor del intervalo entre 24, por ejemplo, para la fig 2.8 se tiene $1/24$, $2/24$, $3/24$, etc.
5. Se calcula el porcentaje de incremento de lluvia, correspondiente a cada intervalo de tiempo; para ello se divide el incremento de precipitación entre la precipitación total registrada en 24 horas. Lo anterior se realiza a partir del centro de la curva masa y se van acumulando los porcentajes.
6. Para las tormentas de cada cuartil se hace un promedio aritmético de los porcentajes de lluvia acumulada para porcentajes de duración comunes.

Se considera que los valores calculados para el primer cuartil corresponden a tormentas con una "picudez" del 87.5 por ciento.

7. Se repite lo indicado en los pasos 3 a 6, asignando el siguiente porcentaje de "picudez" a cada uno de ellos

cuartil	porcentaje de "picudez"
1	87.5
2	62.5
3	37.5
4	12.5

8. Se elabora una gráfica, como la mostrada en la fig 2.9, con los valores obtenidos en el paso 6.

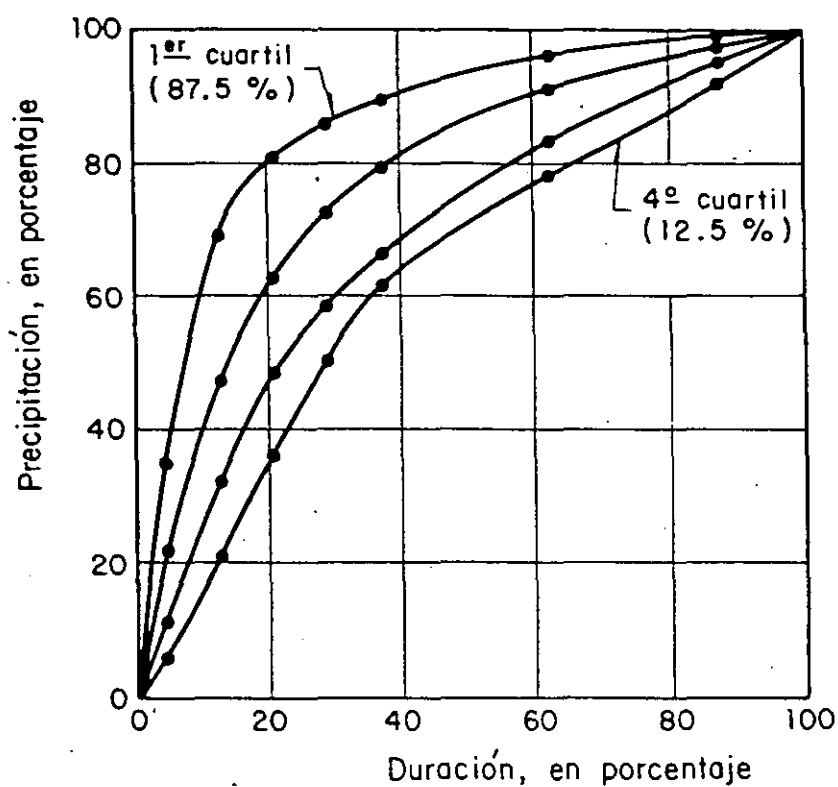


Fig 2.9 Perfiles de tormenta

9. Mediante interpolación, en por ciento de duración y precipitación acumulada, se obtiene con ayuda de la fig 2.9 los percentiles correspondientes a una "picudez", por ejemplo, de 10, 25, 50, 75, 90 y 95 por ciento. Estos valores se muestran en la tabla 2.7.

Tabla 2.7 Relación entre el porcentaje de duración acumulada y diferentes percentiles de picudez

duración acumulada, en porcentaje	Percentiles de picudez, en porcentaje					
	10	25	50	75	90	95
0	0	0	0	0	0	0
10	15	22	33	48	63	74
20	30	41	54	69	82	90
30	44	53.5	64	76.5	87	93
40	58	66	74	84	92	96
50	67	73	79.5	87.5	94	97
60	76	80	85	91	96	98
70	82.5	85.5	89	93.5	97	98.5
80	89	91	93	96	98	99
90	94.5	95.5	96.5	98	99	99.5
100	100	100	100	100	100	100

10. Para encontrar el hietograma se propone el siguiente método.

- a) Se toma como base uno de los percentiles, ver paso 9, por ejemplo el del 50% y de la tabla 2.7 o fig 2.9 se tiene lo siguiente:

duración, en porcentaje	precipitación, en porcentaje	incremento de precipi tación, en porcentaje
0	0	
10	33.0	33
20	54.0	21
30	65.0	11
40	74.0	9
50	79.5	5.5
60	85.0	4
70	90.0	5
80	93.0	3
90	96.5	3.5
100	100	4

- b) Con los datos de porcentaje de precipitación acumulada, calculados en a, se obtiene el incremento entre intervalos consecutivos de duración.
- c) Se ordenan los incrementos de precipitación, calculados en b, de mayor a menor.
- d) El mayor incremento corresponde al centro del hietograma y los demás valores se colocan a la izquierda y derecha alternativamente de acuerdo con el orden del incremento de precipitación, ver fig 2.10.

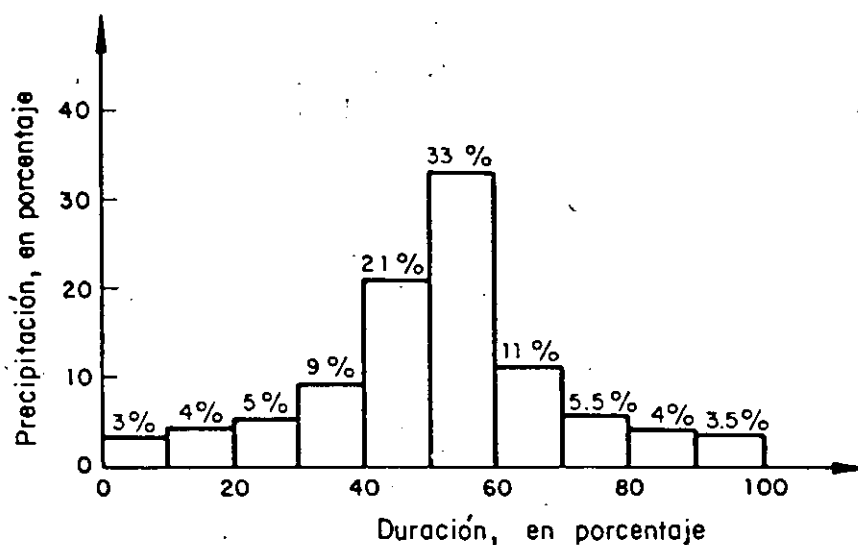


Fig 2.10 Definición del hietograma de precipitación utilizando los perfiles de tormenta

- e) Se trasforman los porcentajes de precipitación a valores de lluvia multiplicando la precipitación media, obtenida como se indica en 2.4.2.4, por cada uno de los porcentajes de precipitación del hietograma de la fig 2.10.

Los porcentajes de duración se cambian a duración multiplicando cada uno de ellos por la duración total de la tormenta, formando así el hietograma de precipitación.

2.5 Ejemplos

Para determinar la precipitación media en el Valle de México, utilizando lo mencionado anteriormente con una duración y periodo de retorno definidos, se procede de la siguiente forma:

1. Se determinan las coordenadas del centro de la cuenca.

2. Si la duración, para la que se desea calcular la precipitación, es menor de 2 hrs se determina la precipitación correspondiente a 5 años de periodo de retorno y 30 minutos de duración con la fig 2.2; si la duración es mayor de 4 hrs se utiliza la fig 2.3 que corresponde al mismo periodo de retorno de 5 años pero asociado a una duración de 24 horas.
3. Se obtiene la precipitación correspondiente a la duración requerida utilizando los factores de ajuste de la tabla 2.3a ó 2.3b según sea el caso.
4. Se calcula la precipitación puntual máxima para el periodo de retorno requerido utilizando el factor de ajuste de la tabla 2.4.
5. Con el área de la cuenca y los factores de la tabla 2.5, se determina la precipitación media para un área igual a la de la cuenca, con la duración y el periodo de retorno requeridos.
6. Si se conoce la forma de la cuenca, se dibuja isoyetas que comprendan $1/3$, $2/3$, $3/3$ y $4/3$ del área de la cuenca y se centran de la manera más desfavorable para obtener la precipitación media.

Ejemplo 1

Determinar la precipitación correspondiente a una duración de 15 min, 3 años de periodo de retorno y un área de 10 km^2 y las coordenadas del centro son $19^\circ 18' \text{ N}$, $99^\circ 13' \text{ O}$.

Solución

1. De acuerdo con los datos las coordenadas del centro de la cuenca son: $19^\circ 18' \text{ N}$, $99^\circ 13' \text{ O}$. 119

2. La duración para la cual se pide calcular la precipitación es de 15 min, que es menor de 2 hrs, por lo que se calcula la precipitación correspondiente a un periodo de retorno de 5 años y 30 minutos de duración con la fig 2.2. Para hacer lo anterior se ubican las coordenadas del centro de la cuenca en la fig 2.2 y el valor de precipitación que se obtiene es igual a

$$P_{5,30 \text{ min}} = 35.1 \text{ mm}$$

3. De la tabla 2.3a, se obtiene el factor de ajuste para la duración de 15 min, que es igual a 0.77. El factor de ajuste obtenido se multiplica por la $P_{5,30 \text{ min}}$, calculada en el inciso 2 y se obtiene la P que corresponde a un periodo de retorno de 5 años y una duración de 15 min, el valor que se tiene es:

$$P_{5,15 \text{ min}} = 0.77(35.1) = 27.03 \text{ mm}$$

4. De la tabla 2.4 se obtiene el factor de ajuste para el periodo de retorno que se desea calcular la precipitación; para el ejemplo el periodo de retorno que se da como dato es de 3 años y el factor de ajuste es de 0.87. Se calcula la P correspondiente a un periodo de retorno de 3 años y una duración de 15 min, cuyo valor es:

$$P_{3,15 \text{ min}} = 0.87(27.03) = 23.51 \text{ mm}$$

5. De la tabla 2.5 se obtiene el factor de ajuste para el área de la cuenca. El área de la cuenca es de 10 km^2 por lo que el factor de ajuste es de 0.97 (se interpola linealmente para calcularlo). Se calcula el valor de la P correspondiente a un periodo de

retorno de 3 años, una duración de 15 min y área de la cuenca de 10 km^2 , cuyo valor es

$$P_{3, 15\text{min}, 10 \text{ km}^2} = 0.97(23.51) = 22.81 \text{ mm}$$

Ejemplo 2

La cuenca que se muestra en la fig 2.11 tiene un área de 120 km^2 y su centro tiene por coordenadas $19^\circ 27' \text{N}$ y $99^\circ 05' \text{O}$. Determinar la precipitación media para una duración de 3 horas y un periodo de retorno de 20 años.

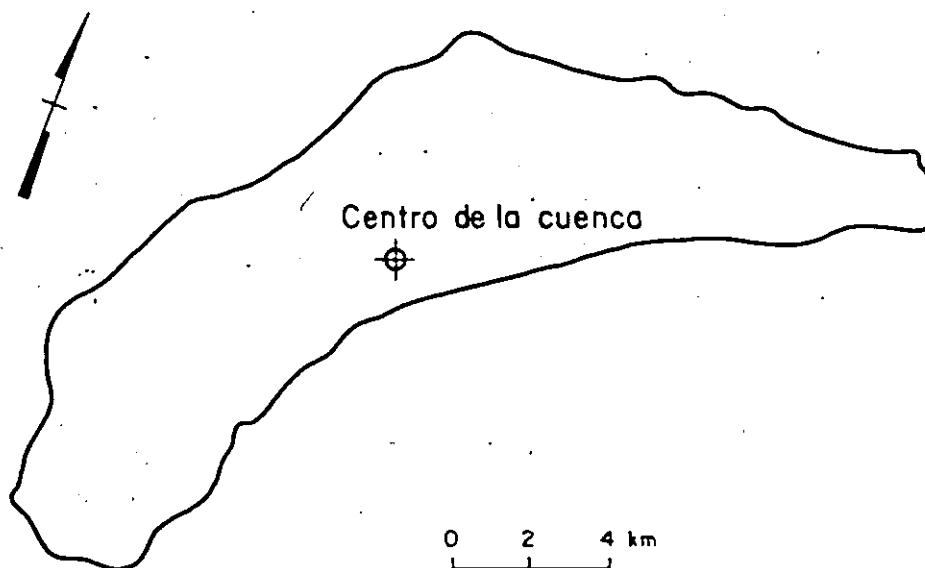


Fig 2.11 Plano de la cuenca

Solución

1. De acuerdo con los datos del problema las coordenadas del centro de la cuenca son: $19^\circ 27' \text{N}$ y $99^\circ 05' \text{O}$.

2. La duración para la cual se pide calcular la precipitación es de 3 horas que no corresponde a ninguna de las condiciones indicadas para las figs 2.2 o 2.3. Por lo que se procede de la siguiente manera:

- a) Se ubican las coordenadas del centro de la cuenca en las figs 2.2 y 2.3.
- b) De las figs anteriores se obtienen los valores de P correspondiente:

$$P_{5, 30 \text{ min}} = 26.5 \text{ mm}, P_{5, 24} = 50 \text{ mm}$$

3. De las tablas 2.3a o 2.3b se debe obtener el factor de ajuste por duración, lo que para la duración del problema no se puede hacer de manera directa; para conocer el factor de ajuste se grafican en papel semilogarítmico los valores de duración-factor de ajuste de las tablas 2.3a y 2.3b para cada una de las duraciones indicadas para ellas; en la fig 2.12 se muestra la gráfica obtenida.

Para conocer el valor del factor de ajuste para una duración de 3 horas se extrapolaron las curvas, indicado por las líneas punteadas de la fig 2.12.

- a) Para la tabla 2.3a, el factor de ajuste es de 1.36, este factor se multiplica por la $P_{5, 30 \text{ min}}$, calculado en el inciso 2 y se obtiene la P que corresponde a un periodo de retorno de 5 años y una duración de 3 horas; el valor que se tiene es:

$$P_{5, 3h} = 1.36(26.5) = 36.0 \text{ mm}$$

- b) Para la curva de la tabla 2.3b, el factor de ajuste es de 0.78. Este factor se multiplica por la $P_{s,24h}$, calculado en el inciso 2 y se obtiene la P que corresponde a un periodo de retorno de 5 años y una duración de 3 horas; el valor que se tiene es:

$$P_{s,3h} = 0.78(50.0) = 39.0 \text{ mm}$$

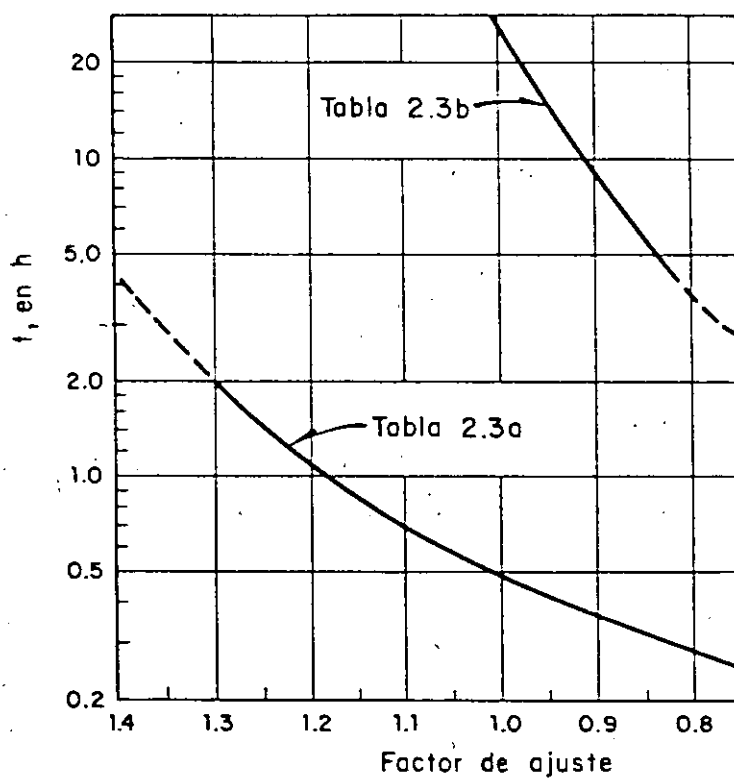


Fig 2.12 Curva factor de ajuste contra tiempo

Como los valores de $P_{s,3h}$ ya son homogéneos se puede calcular una precipitación promedio, la cual es:

$$P_{s,3h} = \frac{36.0 + 39.0}{2} = 37.5 \text{ mm}$$

4. De la tabla 2.4 se obtiene el factor de ajuste por periodo de retorno; para el periodo de retorno de 20 años el factor de ajuste es 1.36. Se calcula la P correspondiente a un periodo de retorno de 20 años y una duración de 3 horas, cuyo valor es:

$$P_{20,3h} = 1.36(37.5) = 51.0 \text{ mm}$$

5. Si no se conociera la forma de la cuenca el factor de ajuste para 120 km^2 (ver tabla 2.5) es igual a 0.74, por tanto, el valor de lluvia que se tiene es:

$$P_{20,3h,120\text{km}^2} = 51(0.74) = 37.7 \text{ mm}$$

6. Como se conoce la forma de la cuenca se tiene que construir un plano de isoyetas para calcular la precipitación media. Para hacer lo anterior se sigue la siguiente secuencia de cálculo.

- a Se traza un plano de isoyetas

Para el Valle de México las isoyetas tienen forma elíptica de acuerdo con los planos obtenidos para las tormentas ocurridas en él.

- a.1 Trazo de las isoyetas elípticas. Para ello se utilizan las dos siguientes relaciones:

$$A = \pi ab \quad \text{y} \quad a = 1.5 b$$

donde A, es el área de la elipse, a la longitud del semieje mayor y b la del semieje menor de la elipse; la relación de 1.5 entre los ejes fue obtenida a partir de los planos de isoyetas calculadas.

El valor que se conoce como dato es el del área total de la cuenca, por tanto se tienen elipses con un área igual a $1/3A$, $2/3A$, $3/3A$ y $4/3A$. Conocida el área de la elipse se pueden determinar los valores de a y b , con las relaciones mencionadas y graficar cada una de las elipses; en la fig 2.13 se muestran las elipses obtenidas y en la tabla siguiente los valores de a y b obtenidos.

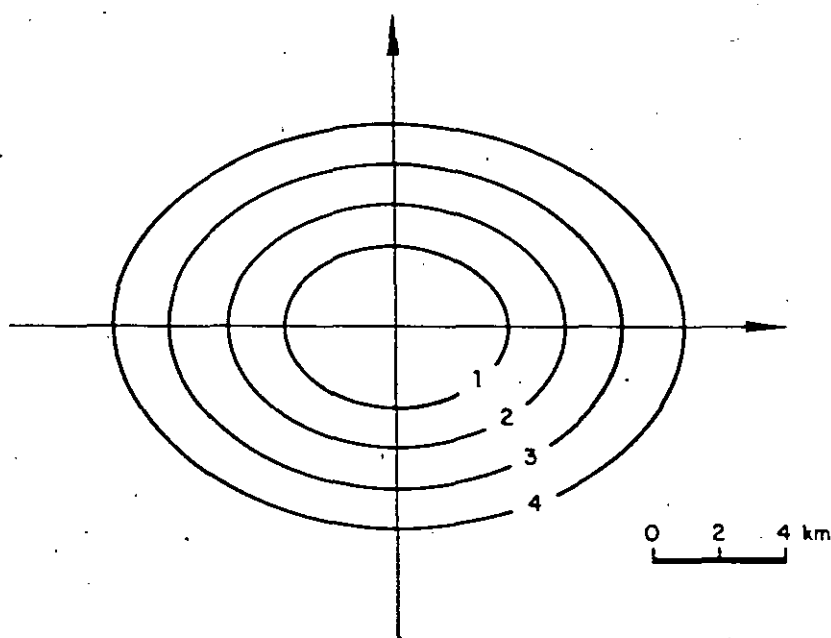


Fig 2.13 Plano de isoyetas elípticas

área, en km^2	Longitud del semieje mayor a , en km	Longitud del semieje menor b , en km
40	4.4	2.9
80	6.2	4.1
120	7.6	5.0
160	8.7	5.8

- a.2 Cálculo de la precipitación media, que corresponde a cada área de isoyeta elíptica. Para cada una de las áreas se calcula el factor de ajuste por área, con ayuda de la tabla 2.4 y se multiplica por la precipitación media obtenida en el inciso 4, $P_{20,30h} = 51.0$ mm. En la siguiente tabla se muestran los valores obtenidos.

área, en km ²	Factor de ajuste (tabla 2.5)	precipitación media, en mm
40	0.87	44.4
80	0.79	40.3
120	0.74	37.7
160	0.71	36.2
200	0.68	34.7

- a.3 Cálculo del valor de precipitación de cada isoyeta. Los valores de precipitación media que se calcularon en el inciso a.2 no corresponden al valor de precipitación de cada isoyeta; para conocerlo se aplica la expresión para calcular la precipitación media en una cuenca con el método de isoyetas, que es la siguiente:

$$\bar{P} = \frac{\sum P_i A_i}{A}$$

donde \bar{P} es la precipitación media sobre toda la cuenca, P_i es la precipitación promedio entre dos isoyetas consecutivas, A_i es el área entre dos isoyetas consecutivas y A es el área total.

En la expresión anterior lo único que se conoce es \bar{P} del inciso a.2, y lo que se desconoce es P_i . Las A_i son conocidas, ver fig 2.13. Algunos de los valores obtenidos se muestran en la tabla siguiente:

Area total, en km ²	Area entre dos isoyetas consecutivas, en km ²	\bar{P} , en mm	P_i , en mm
40	40	44.4	44.4*
80	40	40.3	36.2
120	40	37.7	32.5**
160	40	36.2	31.7
200	40	34.7	28.7

* En este caso la ecuación resulta:

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1 A_1}{A} = \frac{P_1 40}{40} = P_1 = 44.4 \text{ mm}$$

* En este caso para ejemplificar el cálculo se tiene:

$$\bar{P}_3 = \frac{P_1 A_1 + P_2 A_2 + P_3 A_3}{A}$$

$$39.2 = \frac{44.4(40) + 36.2(40) + P_3(40)}{120}$$

por tanto: $P_3 = 32.5 \text{ mm}$

Los valores de P_i corresponden al valor entre dos isoyetas, por tanto a cada una de las elipses les corresponde el promedio entre dos valores de P_i , ver fig 2.14.

- b. Se centra el plano de isoyetas elípticas sobre la cuenca de la manera más desfavorable, ver fig 2.14.

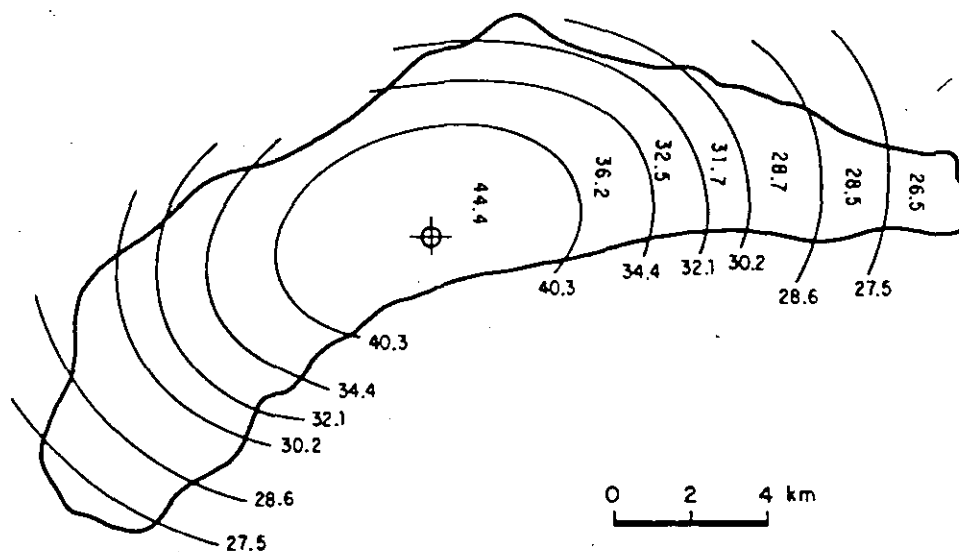


Fig 2.14 Plano de isoyetas

- c) Para el plano de isoyetas mostrado en la fig 2.14, se calcula la precipitación media para la cuenca, con la ecuación indicada en el inciso a.3.

En la tabla siguiente se muestran los cálculos correspondientes.

Isoyeta	P_i , altura de precipitación, en mm	A_i , área entre isoyetas, en km ²	$P_i A_i$, en mm(km ²)
44.4	44.4	31	1376
40.3-34.4	37.4	24	898
34.4-32.1	33.3	20	666
32.1-30.2	31.2	12	374
30.2-28.6	29.4	17	500
28.6-27.5	28.1	9	253
27.5-26.0	26.8	7	188
SUMA		120	4255

$$\bar{P} = \frac{\sum P_i A_i}{A} = \frac{4255}{120} = 35.5 \text{ mm}$$

El valor de la precipitación media para la cuenca con un área de 120 km², 20 años de periodo de retorno y duración de 3 horas es:

$$P_{20,3h, 120\text{km}^2} = 35.5 \text{ mm}$$

Este último valor es menor que 37.7 mm, que sería el valor obtenido si no se considera la forma de la cuenca.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSOS ABIERTOS

**HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA
CON APLICACIONES POR COMPUTADORA**

CLIMATOLOGIA Y PRECIPITACION MAXIMA PROBABLE

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

MAYO - JUNIO DE 1992.

De acuerdo con la Ley de Charles:

$$t = k (\alpha_1 - \alpha_0)$$

para $100^\circ = K (\alpha_{100} - \alpha_0)$

$$\frac{t}{100} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_{100} - \alpha_0}$$

De la ecuación anterior:

$$t + \frac{100 \alpha}{\alpha_{100} - \alpha_0} = \frac{100 \alpha_1}{\alpha_{100} - \alpha_0}$$

$t = t + T_0$ siendo $T_0 = \frac{100 \alpha_0}{\alpha_{100} - \alpha_0} = 273^\circ\text{C}$ para todos los gases permanentes.

$T = t + 273$ Escala de temperaturas absolutas ó escalas de temperaturas Kelvin.

Si $\alpha = \alpha_T$ para $t = T$

$$T = \frac{100 \alpha_T}{\alpha_{100} - \alpha_0} \text{ y como } T_0 = \frac{100 \alpha_0}{\alpha_{100} - \alpha_0}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\alpha_T}{\alpha_0}$$

"La temperatura absoluta de una masa de aire dada a presión constante es directamente proporcional a su volumen específico"

Ley de Boyle - Mariotte

"La presión de un gas a temperatura constante es inversamente proporcional a su volumen específico"

$$p \propto \text{cte}$$

$$T = \text{cte}$$

El volumen específico de un gas ideal a temperatura T y presión p se puede escribir como:

$$\alpha (T, p)$$

De la Ley de Charles:

$$\frac{\alpha (T, p_0)}{T} = \frac{\alpha (T_0, p_0)}{T_0}$$

De la Ley de Boyle-Mariotte

$$p \alpha (T, p) = p_0 \alpha (T, p_0)$$

Eliminando (T, p_0) entre las dos ecs. se tiene:

$$p \alpha (T, p) = p_0 \alpha \frac{(T_0, p_0)}{T_0} T$$

$$p \frac{\alpha (T, p)}{T} = \frac{p_0 \alpha (T_0, p_0)}{T_0} = \text{cte}$$

$$\frac{p \alpha}{T} = \frac{p_0 \alpha_0}{T_0} = R$$

Constante específica de los gases
Ecuación de estado.

TRABAJO

Cuando una partícula bajo la acción de una fuerza F recorre la distancia ds en la dirección de la fuerza, el elemento de trabajo dw ejecutado por la fricción es Fds .

$$dw = Fds$$

Si la dirección de movimiento forma un ángulo θ con la fuerza

$$dw = Fds \cos \theta$$

pero $F = p \, dA$

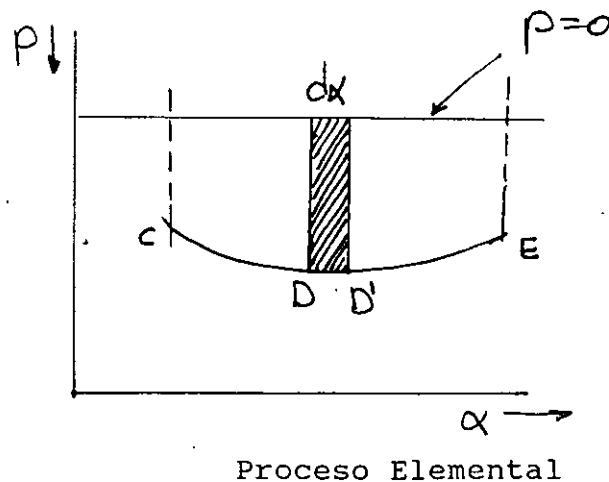
con lo cual

$$dw = p \, dA \, ds \cos \theta = p \, dV$$

y por unidad de masa

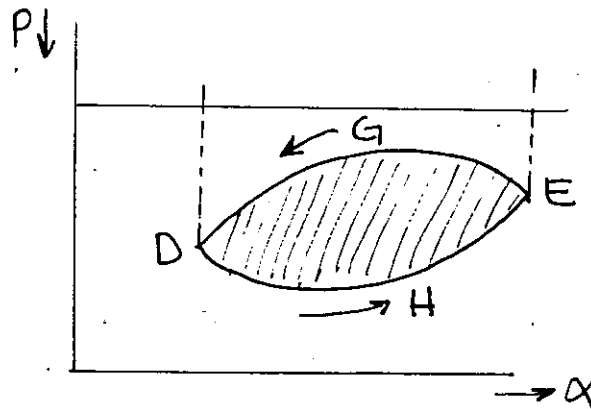
$$dw = p d\alpha$$

El estado de un gas puede ser representado por medio de un diagrama de coordenadas α , p .

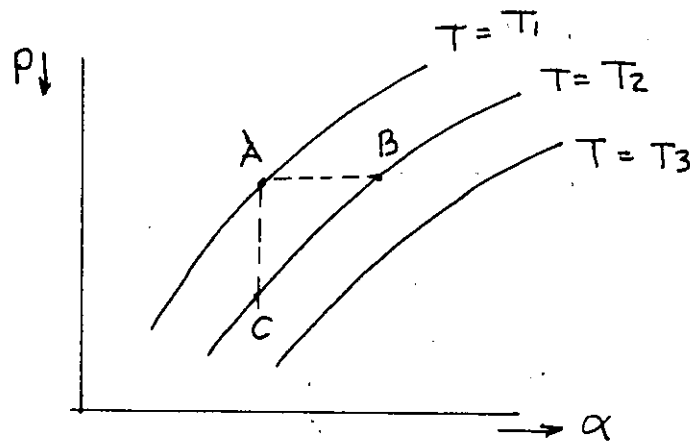


Trabajo ejecutado por la porción de gas entre el medio ascendente (+).

Trabajo ejecutado por el medio ambiente en la presión de gas (-).



Proceso Cíclico



Tipos de Proceso

El proceso AB es isobárico ($p = \text{cte}$)

El proceso AC es isostérico ($\alpha = \text{cte}$)

El proceso BC es isotérmico ($T = \text{cte}$)

CALOR

El calor es una forma de energía. La unidad de calor es la caloría y es la cantidad de calor requerida para elevar la temperatura de 1 gramo de agua de 14.5°C .

Sea

dT variación de temperatura de la sustancia

dQ cantidad de calor requerida para efectuar esa variación;
 dq por unidad de masa.

dQ/dt capacidad calorífica de la sustancia a la temperatura T

dq/dt calor específico

Primera Ley de la Termodinámica

La cantidad de calor agregada a una sustancia ó substraída de ella es usada, parte para cambiar su energía interna y parte en ejecutar un trabajo.

Lo anterior se explica como:

$$dQ = dU + dW$$

Siendo dU el cambio de energía interana del sistema.

Por unidad de masas:

$$dq = du + dw$$

y como $dw = pd\alpha$

$$dq = du + pd\alpha$$

Calores específicos

En el proceso AC $\alpha = \text{cte}$

$$C_v = \left\{ \frac{dq}{dT} \right\}_v$$

En el proceso AB $p = \text{cte}$

$$C_p = \left\{ \frac{dq}{dT} \right\}_p$$

En el proceso el isotérico AC

$$\alpha = \text{cte y } d\alpha = 0 \text{ por lo que } dq = du$$

con lo cual $\left(\frac{dq}{dT}\right)_v = \frac{du}{dT} = C_v$, así:

$$du = C_v dT$$

$$dq = C_v dT$$

Si el proceso no es isostérico

$$dq = du + p d\alpha$$

$$dq = C_v dT + p d\alpha$$

Recordando la ec. de estado $p\alpha = RT$
diferenciándola se tiene que

$$p d\alpha + \alpha dp = R dT$$

$$p d\alpha = R dT - \alpha dp$$

Substituyendo:

$$dq = C_v dT + R dT - \alpha dp$$

Si el proceso es isobárico $dp = 0$ y

$$dq = (C_v + R) dT = 0$$

pero $\left(\frac{dq}{dT}\right)_p = C_p$

Con lo cual

$$C_p = C_v + R$$

Obsérvese que $C_p > C_v$ ya que cualquier calor dado a un gas con $p = \text{cte}$ debe ser usado en dilatar el gas contra el medio ambiente y en aumentar la temperatura del gas.

$$1 \text{ caloría} = 4.185 \times 10^{-3} \text{ kilo julios}$$

$$C_v = 717 \text{ kilojulios/ton/}^\circ$$

$$; C_p = 1004$$

Proceso Adiabático

Proceso dinámico por el cual un gas perfecto se calienta por compresión o se enfría por expansión y en el cual NO hay intercambio de calor entre el sistema y el medio ambiente que lo rodea.

$$\begin{aligned} p\alpha &= RT \quad \text{Ec de estado} & C_v &= \left(\frac{dq}{dT}\right)_v & C_p &= C_v + R \\ dQ &= dV + dW & C_p &= \left(\frac{dq}{dT}\right)_p \end{aligned}$$

De acuerdo con la definición de proceso adiabático se tiene que:

$$\begin{aligned} dq &= du + dw = 0 \\ C_v dT + p d\alpha &= 0; \quad C_p dT - \alpha dp = 0; \quad \alpha = \frac{RT}{p} \end{aligned}$$

$$0 = \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p}; \quad T = \text{const } p^k$$

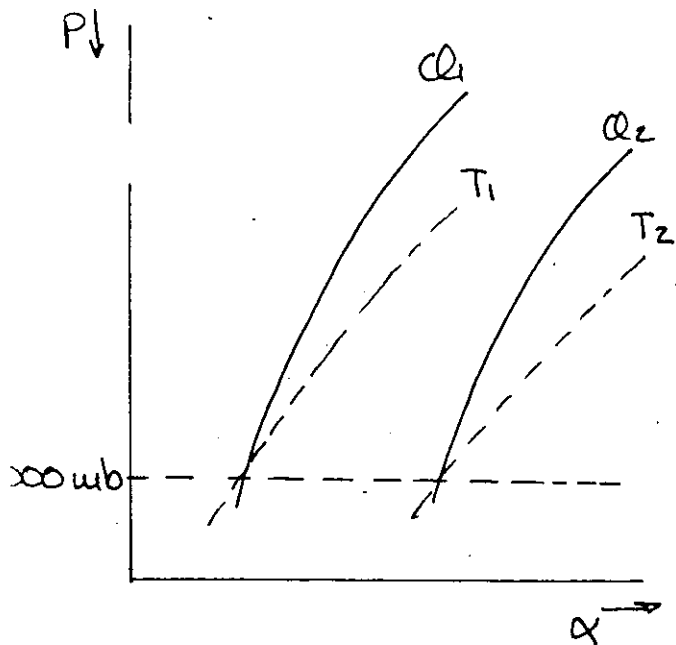
$$\begin{aligned} \text{Análogamente} \quad T^{C_p} p^{-R} &= \text{cte} \\ T^{C_v} \alpha^R &= \text{cte} \\ p^{C_v} \alpha^{C_p} &= \text{cte} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p\alpha^{C_p/C_v} &= \text{cte} \\ p\alpha^\eta &= \text{cte} \quad \text{siendo } \eta = \frac{C_p}{C_v} \end{aligned}$$

Temperatura potencial

Si para $p = 1000 \text{ mb}$ temperatura inicial = θ (temp potencial)

$$\text{pero } T = \text{cte } p^k \quad \frac{T}{\theta} = \left(\frac{p}{1000}\right)^k$$



$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^k$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - k \frac{dp}{p}$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p}$$

$$C_p \frac{d\theta}{\theta} = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} = \frac{dq}{T}$$

$$\frac{dq}{T} = d(C_p \log \theta)$$

pero $dq = 0$, $d\theta = 0$, $\theta = \text{cte}$ en todo el proceso.

Entropia

$$d\phi = \frac{dq}{T}$$

$$\phi = \frac{dq}{T} + \text{cte} = d(C_p \log \theta) + \text{cte}$$

$$\phi = C_p \log \theta + \text{cte}$$

ϕ entropia específica; ϕ aumenta o disminuye cuando el calor es absorbiendo o eliminando.

En el proceso adiabático $dq = 0$ $\phi = \text{cte}$

Tefigrama

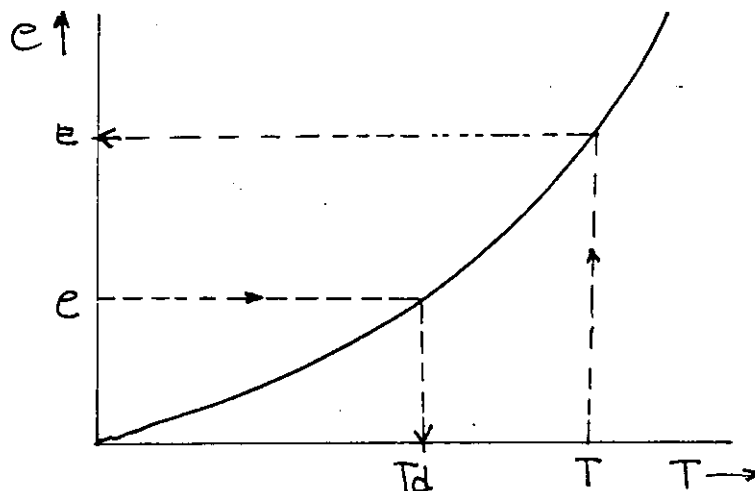
Ayuda a predecir la formación y disposición de las nubes, así como a estimar la cantidad de las mismas, incluyendo la posibilidad del desarrollo de tormentas y chubascos.

II. AIRE HUMEDO

EL AGUA Y EL VAPOR DE AGUA

Sea una unidad de aire con temperatura T y presión e .

En una grafica que relaciona las características de las presiones de saturación e_s y temperatura a punto de rocío T_d , se tiene lo siguiente:

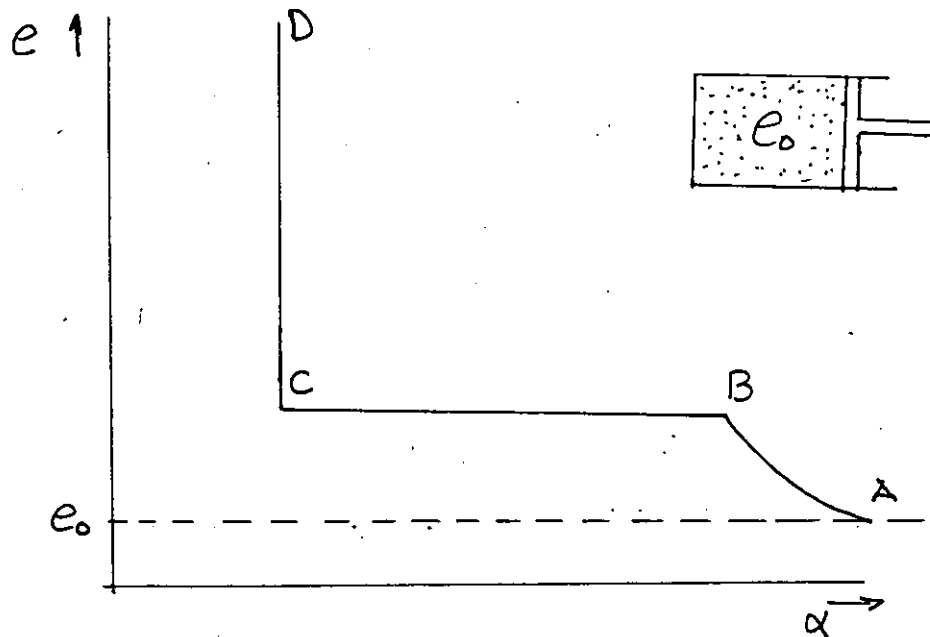


e - presión que ejerce el vapor de agua
 e_s - presión del vapor de saturación.

Una unidad de aire con temp T tiene una $e_s = E$.

Si la presión de vapor actual es " e ", $H R = 100 \frac{e}{E}$
y la temperatura del punto de rocío es T_d .

Considerese el siguiente experimento. Sea una masa de aire atrapada en un recipiente herméticamente cerrado al cual se le ejerce una presión. La presión inicial que tiene la masa de aire es e_0 .



De acuerdo con la figura se tiene que:

- . AB e_0 aumenta, disminuye
en B $e_0 = e_s$ y el vapor comienza a condensarse.
- . BC Se condensa el vapor remanente $e = e_s = \text{cte}$, α disminuye
en C todo el vapor se ha condensado en agua
- . CD Como el agua es virtualmente incomprensible $\alpha = \text{cte}$ e aumenta si aumenta la compresión por medio del pistón.

Ecuación de estado del vapor de agua

Recordando $p = RT \Rightarrow e \alpha_v = R_v T$

$$\text{pero } R_v M_v = R_d M_d \Rightarrow R_v = \frac{M_d}{M_v} R_d = \frac{1}{E} R_d$$

$$= \frac{M_v}{M_d} = 0.622 = \frac{5}{8} \Rightarrow e_v = \frac{R_d T}{E}$$

Sea una masa de aire húmedo. Esto implica que:

$$M = M_v + M_d$$

M - masa de aire
 M_v - masa de vapor de agua
 M_d - masa de aire seco

- Proporción de mezcla o mezcla $r = \frac{M_v}{M_d} = \frac{\rho_v}{\rho_p}$

- Humedad específica $S = \frac{M_v}{M} = \frac{\rho_v}{\rho}$

Obsérvese

$$\frac{1}{s} = \frac{M}{M_v} = \frac{M_v + M_d}{M_v} = 1 + \frac{1}{r} = \frac{r + 1}{r} ; s = \frac{r}{1 + r} \quad \text{ó}$$

$$r = \frac{s}{1 - s}$$

Para propósitos prácticos $r=s$; s difiere de r en un 4% como máximo

- Humedad relativa $HR = \frac{e}{e_s} \times 100$

De la Ley de Dalton $p_d = p - e$

$$e \propto v = R_v T$$

$$\frac{e}{p_d} = \frac{C_v R_v}{C_d R_d} = \frac{r}{E}$$

$$P_d \propto_d = R_d T$$

despejando a $r = \frac{CE}{p - e}$

$$r_s = \frac{C_s E}{p - e_s} \quad (\text{aire saturado})$$

$$e = \frac{p r}{E + r}$$

$$e_s = \frac{p r_s}{E + r_s}$$

$$e = \frac{p_r}{E} \quad e_s = \frac{p_r_s}{E}$$

$$r_s = r_s \frac{e}{e_s} = r_s \frac{HR}{100} ; HR = \frac{r}{r_s} \times 100$$

Temperatura virtual

$$MR = M_d R_d + M_v R_v$$

$$R = \left(1 - \frac{M_v}{M}\right) R_d + \frac{M_v}{M} R_v$$

$$R = (1 - s) R_d + s R_v$$

pero $R_v = \frac{1}{E} R_d$

$$r = (1 - s) R_d + \frac{s}{E} R_d$$

$$= R_d \left[1 + s \left(\frac{1}{E} - 1\right)\right]$$

pero $s = r$

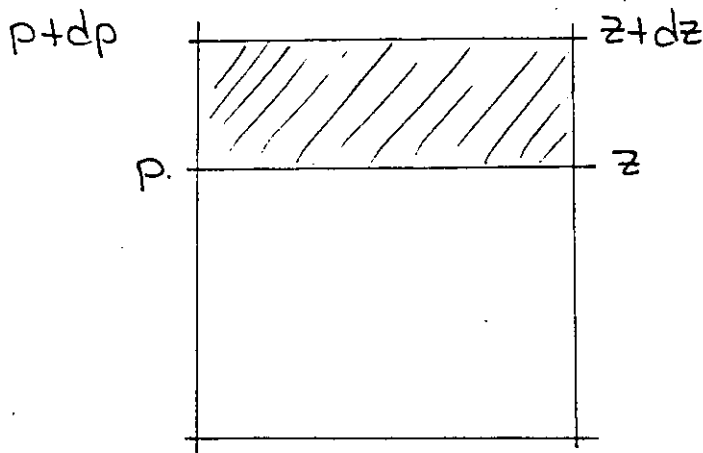
$$R = (1 + 0.61r) R_d$$

$$p = (1 + 0.61r) R_d T$$

$$T^* = (1 + 0.61r) T \quad \text{Temperatura virtual del aire húmedo}$$

III. EQUILIBRIO HIDROSTATICO

Ecuación de la hidrostática



$$dp = -C \, g \, dz$$

$$\frac{dp}{dz} = -Cg$$

si $-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} > g$ la porción de aire se elevará.

si $-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} < g$ la porción de aire caerá

Recordando $p\alpha = RT$; $\frac{p}{\rho} = RT$; $\rho = \frac{p}{RT}$

$$dp = -\frac{pg}{RT} dz; \quad \frac{dp}{p} = -\frac{g dz}{RT}; \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{gp}{RT}; \quad \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} = -\frac{g}{RT}$$

Si $T = \text{cte}$ con la altura $\frac{g}{RT} = \text{cte} \Rightarrow$ el gradiente térmico vertical (GTV) es isotérmico.

Integrando $\log p = -\frac{gz}{RT} + \text{cte}$

$$(z - z_0) = \frac{RT}{g} \log \frac{p_0}{p}; \quad z = 67.4 \log \frac{p_0}{p} \quad (z \text{ en m})$$

$$p = p_0 \exp \frac{-g(z - z_0)}{RT} \quad \text{Ec barométrica}$$

Sea GTV $\gamma = -\frac{dT}{dz}$; $T = T_0 - \gamma z$

$$\text{pero } \frac{dp}{p} = \frac{g dz}{RT} = -\frac{g dz}{R(T_0 - \gamma z)} = +\frac{g d(T_0 - \gamma z)}{\gamma R(T_0 - \gamma z)}$$

$$\log p = \frac{g}{R\gamma} \log(T_0 - \gamma z); \quad \log \frac{p}{p_0} = \frac{g}{R\gamma} \log \frac{T_0 - \gamma z}{T_0 - \gamma z_0}$$

pero para $p = p_0$ $z = 0$; $\log \frac{p}{p_0} = \frac{g}{R\gamma} \log \frac{T_0 - \gamma z}{T_0}$;

$$p = p_0 \left[\frac{T_0 - \gamma z}{T_0} \right]^{g/R\gamma}$$

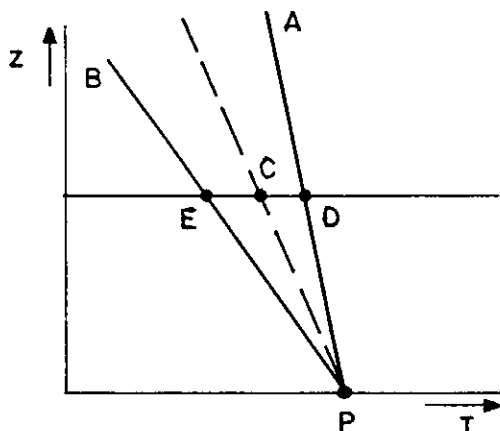
De acuerdo con la
International Comission
for Air Navegation
(ICAN)

Atmósfera
hasta 11 km
 $p_0 = 1013.2$ mb
 $T_0 = 288$ k

$\gamma = 0.65^\circ\text{C}/100\text{m}$

$$p = 1013.2 \left[\frac{288 - .0065z}{288} \right]^{5.256}$$

Estados estables e inestables



GTV $\gamma_d = 1^\circ\text{C} / 100 \text{ m}$

GTV $\gamma_w = 0.65^\circ\text{C} / 100 \text{ m}$

$$\gamma_w = \gamma_d - F$$

Masa de aire	Estable	con respecto a la atmósfera que lo rodea si al recibir un impulso inicial	reg. pos. ori
	Inestable		cont. su mov.
	Indiferente		perm donde esta

Una masa de aire asciende por la adiabática PC y el CTV del aire que la rodea es PA, al llegar a C la parcela de aire tiende a regresar, o sea que PC con respecto a PA es estable. A la inversa PC con respecto PB es inestable.

Si no está saturada la curva adiabática SECA
SATURADA

Aire circundante	/	densidad ρ'	$X' > X_z$ es + \uparrow ($\rho' > \rho$)
	\	GTV X'	
Masa de aire	/	densidad ρ	$X' = X_z$ es cero ($\rho' = \rho$)
	\	GTV X	$X' < X_z$ es - \downarrow ($\rho' < \rho$)

$$\frac{\ddot{z}}{z} = g \left(\frac{\rho' - \rho}{\rho} \right) = \frac{g \ddot{z} (X' - X)}{T}$$

IV. AGUA DISPONIBLE POR PRECIPITACION

El agua contenida en una masa de aire se puede expresar en términos de su agua precipitable W. Esta se define como la altura del tirante de agua dentro de una columna de aire si todo el vapor de agua se condensa sobre la base de la columna.

Las mediciones de la estructura vertical de la atmósfera usualmente se retienen la presión p en mb, temperatura T en °C y humedad específica S, en g/kg o equivalentes.

$$\text{Recordando } S = \frac{\rho_v}{\rho}$$

Entonces en una columna de aire de 0 - z se tiene que:

$$W = \int_0^z \rho_v dz = - \int_{p_0}^{p_z} \frac{\rho_v}{\rho} \frac{dp}{g} \quad \text{ya que } dp = \rho g dz$$

$$W = - \frac{1}{g} \int_{p_0}^{p_z} S dp$$

$$W \text{ (pulg)} = 0.0004 \int_{p_0}^{p_z} S dp$$

$$W \text{ (mm)} = 0.001 \int_{p_0}^{p_z} S dp$$

$$W_{34} = 0.001 \int_{p_3}^{p_4} S dp \text{ (área B)}$$

$$W_{12} = 0.001 \int_{p_1}^{p_2} S dp \text{ (área A)}$$

La tabla 13.1 muestra la forma de como detener el agua precipitable si a través de un radio sonda u otras observaciones se conoce la variación de la humedad específica con la altura o la presión normalmente es difícil disponer de una formación de

radio sondas y sólo se dispone de observaciones de temperaturas de punto de rocío en la superficie con variaciones en el tiempo en las áreas.

En situaciones de tormenta con lluvia se considera que la masa de aire está saturada y que la distribución de humedad en la vertical está representada por la temperatura de punto de rocío en la superficie decreciendo con la altura en una gradiente adiabático siendo saturado. De esta manera la W entre capas de una masa de aire saturado puede expresarse en términos de su punto de rocío a los 1000 mb y sus respectivos niveles de presión (Ver tabla 13.2 y fig. 13.2).

Por ejemplo: aire saturado con punto de rocío en la superficie de 70°F contiene 1.5 in de agua precipitable entre los 1000 mb y los 700 mb, y 2.3 in entre los 1000 mb y los 200 mb. Entonces $W = 2.3 - 1.5 = 0.8$ in entre los 700 mb y los 200 mb.

El proceso e intensidad de la precipitación

Determinación de la cantidad de precipitación usando la velocidad vertical

Masa de aire saturada con densidad ρ velocidad vertical w relación de masa r humedad específica s

$$i = W_z \rho \frac{\partial s}{\partial z} dz = \frac{W_c \rho_c (r_c - r_z)}{7}$$

Siendo

c el subíndice c representa el nivel de condensación
 r_z es la relación de mezcla en el tope de la capa en proceso

W_c es la velocidad vertical en el nivel de condensación
 ρ_c es la densidad del aire en el nivel de condensación

Ecuación de continuidad y cantidad de precipitación

$$W_{12} = \int_{p_1}^{p_2} s dp$$

$$W_{34} = \int_{p_3}^{p_4} s dp$$

$$V_{12} m_{12} = V_{34} m_{34}$$

$$m = \text{masa} = \frac{\Delta p}{g}$$

$$V_{12} \Delta p_{12} = V_{34} \Delta p_{34} \quad \text{ó}$$

$$\int_{p_1}^{p_2} V dp = \int_{p_3}^{p_4} V dp$$

$$V_{34} = \frac{\Delta p_{12}}{\Delta p_{34}} V_{12}$$

humedad liberada = humedad entra - humedad sale

V. METODO DE HERSFIELD

$$Y_F = \bar{Y}_n + S_n \quad (1) \quad Y_F \text{ para un cierto } T$$

\bar{Y}_n media

$$Y_m = Y_n + K_m S_n \quad (2) \quad K \text{ variable estadística}$$

S_n desviación estandar

siendo

Y_n la precipitación máxima observada

$Y_m \rightarrow$ PMP segun el número de años de registro

En la fig. 5.1 se puede obtener $K_m = f$ (duración, lluvia media anual).

Se puede valuar a través de un análisis de diversos registros en una región en estudio; se elige el mayor valor.

Para ello \bar{Y}_n y S_n se ajustan de acuerdo al máximo evento observado, al tamaño de la muestra y por los intervalos fijos de observación (figs 5.2 a 5.4).

Este análisis es puntual por lo que deberá ajustar de acuerdo al área de la cuenca (fig. 5.5) y de acuerdo a la duración de la tormenta en análisis.

Si la cuenca en estudio dispone de varios estudios climatológicos con registros de precipitación adecuados se puede realizar un estimado generalizado de PMP. Se trazan curvas de isolimas de Y_n y $C_v = S_n/Y_n$.

$$PMP = \bar{Y}_n (1 + K_m C_v)$$

Observaciones:

- Los valores de K_m puede ser muy variables. De cálculos realizados en algunos registros del país indican valores más pequeños que los consignados en la fig. 5.1.

- . Es conveniente revisar las variaciones de estaciones adyacentes de Yn y Cv, y descartar los incongruentes.
- . Deben usarse en lo posible registros no menores de 20 años. No conviene utilizar registros menores de 10 años.

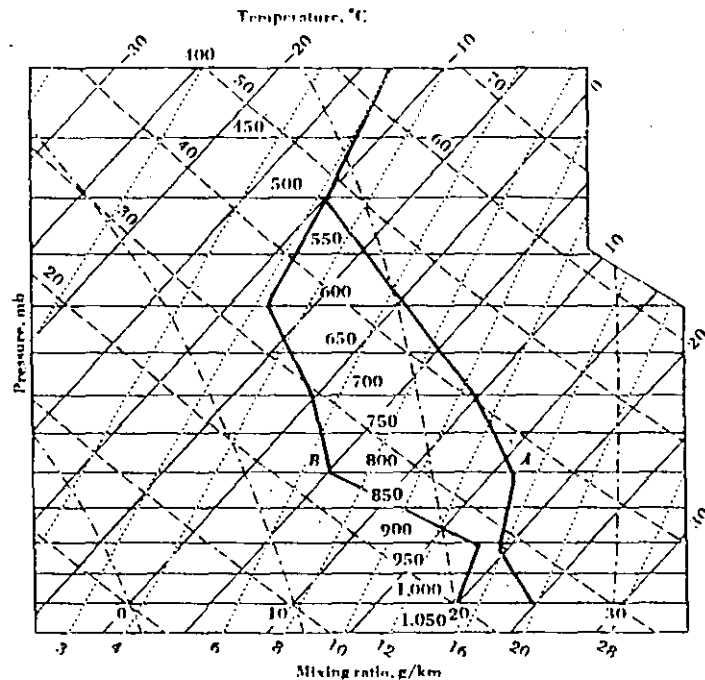


Fig. 6.4 Skeletal example of a skewed T -log p diagram. The isobars are horizontal; the isotherms have been skewed 45° relative to the vertical to obtain clearer distinction between dry and saturated processes. In addition to dry adiabats (— — — —) and wet adiabats (— · — · —) there are lines (· · · · ·) showing the saturation mixing ratio. Other features and uses are explained in the text.

TABLE 6.1 EXAMPLE OF SOUNDING

p , mb	T , °C	T_d , °C	U , %
1,000	25	20	78
900	19	18	98
800	17	5	45
700	10	0	49
600	1	-8	46
500	-10	-10	100
400	-13	-13	100

Table 13.1. Calculation of precipitable water (W) from air mass sounding

Level <i>n</i>	Pressure <i>p</i> mb	Humidity <i>q</i> g/kg	Pressure difference $p_n - p_{n+1}$	Twice mean <i>q</i> $2\bar{q}$ $q_n + q_{n+1}$	Product (4) × (5)
1	1005	14.2			
2	850	12.4	155	26.6	4123
3	750	9.5	100	21.9	2190
4	700	7.0	50	16.5	825
5	620	6.3	80	13.3	1064
6	600	5.6	20	11.9	238
7	500	3.8	100	9.4	940
8	400	1.7	100	5.5	550
9	250	0.2	150	1.9	285
					10215×0.0002
					$\approx 2.04 \text{ in.}$

Table 13.2. Depth of precipitable water in hundredths of inches between 1000 mb and indicated height.

Height (ft × 100)	1000 mb		Dew point		
	60	65	70	75	78
2	03	04	04	05	06
4	06	07	09	10	11
6	09	11	13	15	17
8	12	15	17	20	22
10	15	18	21	25	28
15	22	27	31	37	41
20	29	35	41	48	53
25	36	43	50	60	66
30	42	50	59	70	78
40	53	64	76	90	100
50	64	77	92	109	121
70	82	99	119	143	159
100	102	125	152	184	206
150	123	153	189	232	262
200	133	168	210	262	297
300	138	177	225	285	329
400	138	177	227	289	335

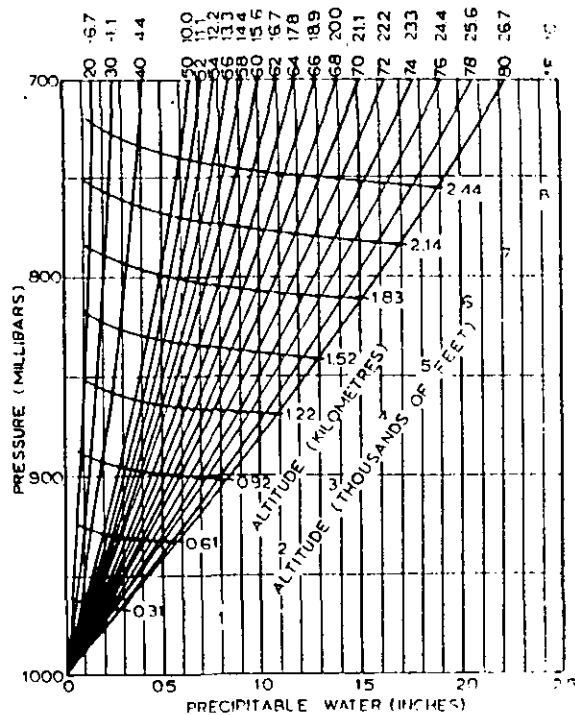
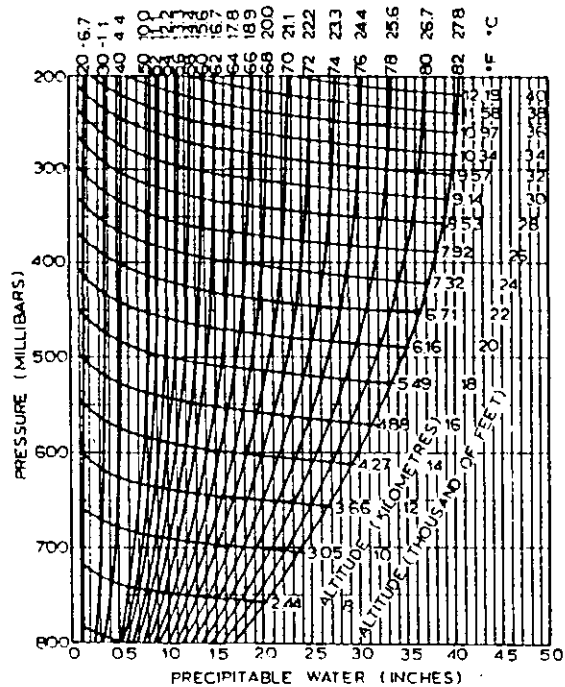


Fig. 13.2. Precipitable water for saturated air mass knowing surface dew point.

TABLA 5.2

Agua precipitable (mm) entre la superficie de 1,000 mb y la presión de 300 mb en una atmósfera saturada pseudoadiabática como función del punto de rocío ($^{\circ}\text{C}$) a 1,000 mb.

Temperatura $^{\circ}\text{C}$	Precipitación (mm)	Temperatura $^{\circ}\text{C}$	Precipitación (mm)
0	6	16	36
1	7	17	40
2	10	18	44
3	11	19	48
4	12	20	52
5	13	21	57
6	15	22	62
7	16	23	67
8	18	24	74
9	19	25	80
10	21	26	97
11	23	27	94
12	25	28	103
13	28	29	111
14	30	30	121
15	33		

Tabla 5.3 Agua precipitable (mm) entre la superficie de 1,000 mb y la altura indicada (m) sobre la superficie en una atmósfera saturada pseudoadiabática como función del punto de rocío ($^{\circ}\text{C}$) a 1,000 mb.

Altura (m)	1,000 mb Temperatura (°C)															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
200	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
400	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
600	3	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7
800	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9
1 000	4	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11
1 200	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13
1 400	5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11	12	13	14	15
1 600	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
1 800	6	6	7	7	8	9	9	10	11	12	12	13	14	15	17	18
2 000	6	7	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13	14	16	17	19
2 200	7	7	8	8	9	10	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20
2 400	7	8	8	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	19	20	22
2 600	7	8	9	9	10	11	11	12	13	14	16	17	18	20	21	23
2 800	7	8	9	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	21	22	24
3 000	8	8	9	10	10	11	12	13	14	15	17	18	20	21	23	25
3 200	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	19	20	22	24	26
3 400	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	21	23	24	26
3 600	8	9	9	10	11	12	13	14	15	17	18	20	22	23	25	27
3 800	8	9	10	10	11	12	13	14	16	17	19	20	22	24	26	28
4 000	8	9	10	11	11	12	14	15	16	17	19	21	22	24	26	28
4 200	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	21	23	25	27	29
4 400	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	21	23	25	27	29
4 600	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	20	22	24	25	28	30
4 800	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	20	22	24	26	28	30
5 000	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19	20	22	24	26	28	31
5 200	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19	20	22	24	26	29	31
5 400	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19	20	22	24	26	29	31
5 600	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19	21	22	24	27	29	32
5 800	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19	21	22	25	27	29	32
6 000	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	21	23	25	27	30	32
6 200	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19	21	23	25	27	30	32
6 400	8	9	10	11	12	13	15	16	18	19	21	23	25	27	30	33
6 600	8	9	10	11	12	13	15	16	18	19	21	23	25	27	30	33
6 800	8	9	10	11	12	13	15	16	18	19	21	23	25	27	30	33
7 000	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	25	28	30	33
7 200	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	25	28	30	33
7 400	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	25	28	30	33
7 600	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	25	28	30	33
7 800	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	25	28	30	33
8 000	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	30	33
8 200	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	30	33
8 400	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	30	33
8 600	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	30	33
8 800	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	30	33
9 000	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
9 200	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
9 400						14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
9 600						14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
9 800						14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
10 000						14	15	16	18	19	21	23	26	28	31	33
11 000												21	23	26	28	31
12 000																32

Tabla 5.3 (Continuación)

Altura (m)	1,000 mb Temperatura (°C)														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
200	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	6	6
400	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9	10	10	11	12
600	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	14	15	15	16	17
800	10	10	11	12	13	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1 000	12	13	13	14	15	16	17	18	20	21	22	23	25	26	23
1 200	14	15	16	17	18	19	20	21	23	24	26	27	29	31	32
1 400	16	17	18	19	20	22	23	24	26	28	30	31	33	35	37
1 600	17	19	20	21	23	24	25	27	29	31	33	35	37	39	41
1 800	19	20	22	23	25	26	28	30	32	34	36	39	41	43	46
2 000	21	22	24	25	27	29	31	33	35	37	39	42	44	47	50
2 200	22	24	25	27	29	31	33	35	37	40	42	45	48	51	54
2 400	23	25	27	29	31	33	35	37	40	43	45	48	51	54	57
2 600	24	26	28	30	32	35	37	40	42	45	48	51	55	58	61
2 800	26	27	30	32	34	36	39	42	45	48	51	54	58	61	65
3 000	27	29	31	33	35	38	41	44	47	50	53	57	61	64	68
3 200	28	30	32	34	37	40	42	45	49	52	56	59	63	67	71
3 400	29	31	33	36	38	41	44	47	51	54	58	62	66	70	74
3 600	29	32	34	37	39	42	45	49	52	56	60	64	68	73	77
3 800	30	32	35	38	41	44	47	50	54	58	62	66	70	75	80
4 000	31	33	36	39	42	45	48	52	56	60	64	68	73	78	83
4 200	31	34	37	40	43	46	49	53	57	61	66	70	75	80	85
4 400	32	34	37	40	44	47	51	54	58	63	67	72	77	82	87
4 600	32	35	38	41	44	48	52	56	60	64	69	74	79	84	90
4 800	33	36	39	42	45	49	53	57	61	65	70	75	81	86	92
5 000	33	36	39	42	46	50	54	58	62	67	72	77	82	88	94
5 200	34	37	40	43	47	50	54	59	63	68	73	78	84	90	96
5 400	34	37	40	44	47	51	55	60	64	69	74	80	86	92	98
5 600	35	38	41	44	48	52	56	60	65	70	76	81	87	93	100
5 800	35	38	41	45	48	52	57	61	66	71	77	82	88	95	101
6 000	35	38	42	45	49	53	57	62	67	72	78	84	90	96	103
6 200	35	38	42	45	49	54	58	63	68	73	79	85	91	98	104
6 400	35	39	42	46	50	54	58	63	68	74	80	86	92	99	106
6 600	36	39	42	46	50	54	59	64	69	74	80	87	93	100	107
6 800	36	39	42	46	50	55	60	65	70	75	81	87	94	101	108
7 000	36	39	43	46	51	55	60	65	70	76	82	88	95	102	110
7 200	36	39	43	47	51	56	60	65	71	76	82	89	96	103	111
7 400	36	39	43	47	51	56	61	66	71	77	83	90	97	104	112
7 600	36	39	43	47	51	56	61	66	72	77	83	90	98	105	113
7 800	36	39	43	47	51	56	61	66	72	78	84	91	98	106	114
8 000	36	40	43	47	52	56	61	67	72	78	85	92	99	107	115
8 200	36	40	43	47	52	57	62	67	73	79	85	92	100	108	116
8 400	36	40	43	47	52	57	62	67	73	79	85	92	100	108	116
8 600	36	40	43	47	52	57	62	68	73	79	86	93	101	109	117
8 800	36	40	43	47	52	57	62	68	73	79	86	93	101	109	118
9 000	36	40	43	47	52	57	62	68	74	80	86	94	102	110	118
9 200	36	40	43	48	52	57	62	68	74	80	87	94	102	110	119
9 400	36	40	44	48	52	57	62	68	74	80	87	94	102	110	119
9 600	36	40	44	48	52	57	63	68	74	80	87	94	102	111	120
9 800	36	40	44	48	52	57	63	68	74	80	87	95	103	111	120
10 000	37	40	44	48	52	57	63	68	74	80	87	95	103	112	121
11 000	37	40	44	48	52	57	63	68	74	81	88	96	104	113	122
12 000	37	40	44	48	52	57	63	68	74	81	88	96	105	114	123
13 000					52	57	63	68	74	81	88	97	105	114	124
14 000					52	57	63	68	74	81	88	97	105	115	124
15 000										81	88	97	106	115	124
16 000										81	88	97	106	115	124
17 000										89	97	106	115	124	

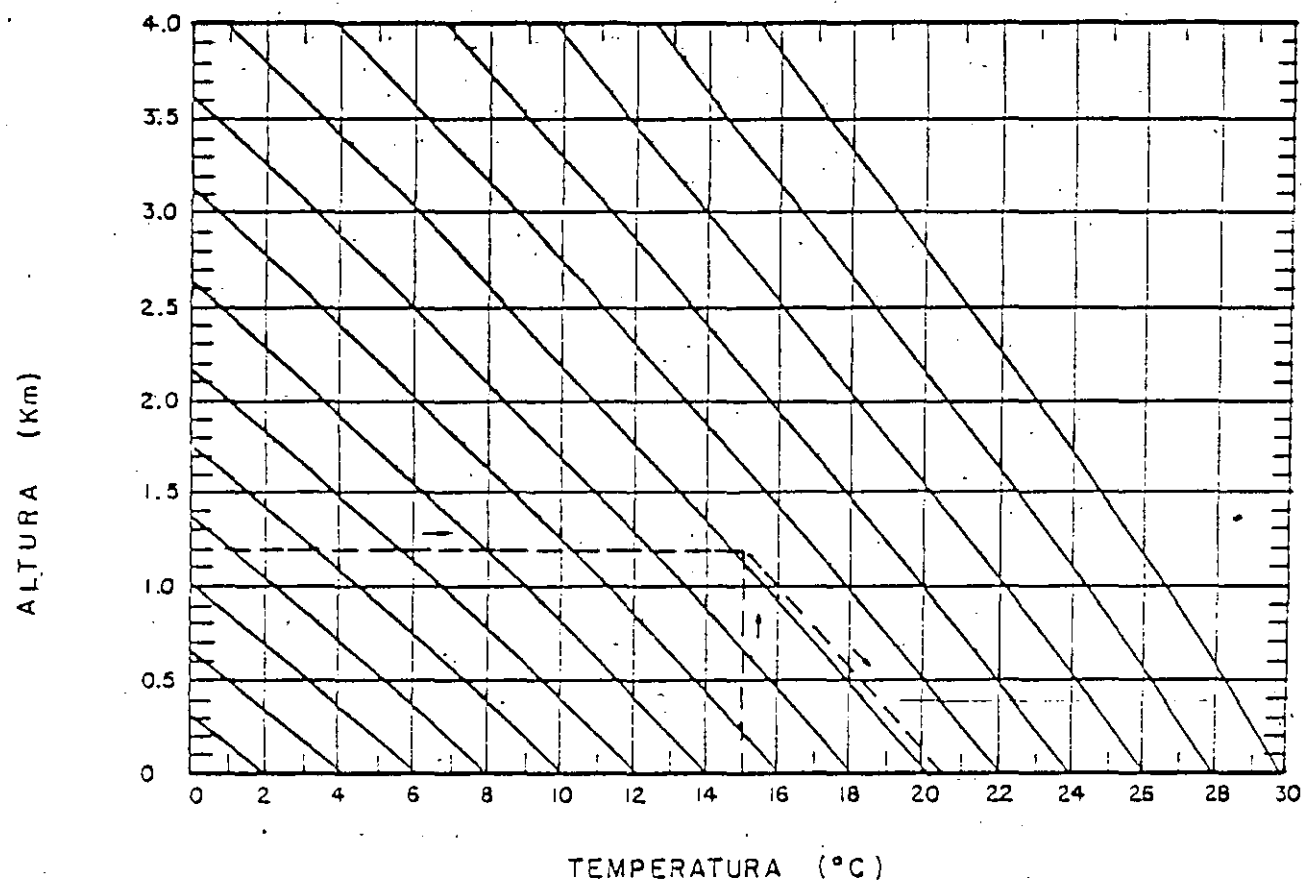


Fig. 5.3 DIAGRAMA PSEUDOADIABATICO PARA REDUCCION DEL PUNTO DE ROCIO
A 1000 mb A 'CERO' ALTURA

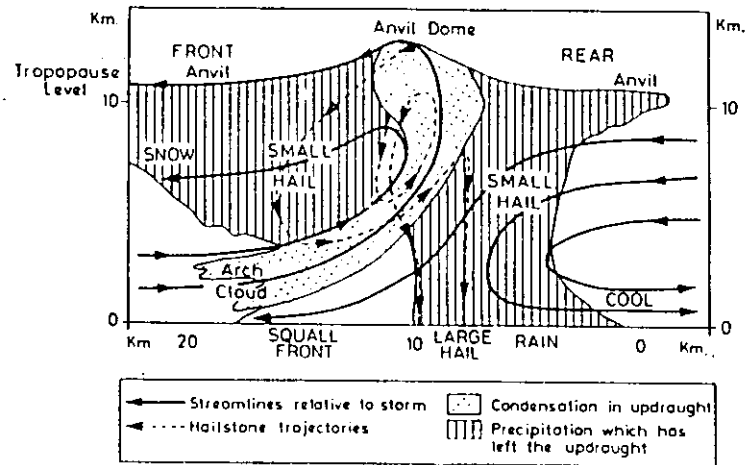


Fig. 14.1. Air flow in a typical hailstorm.

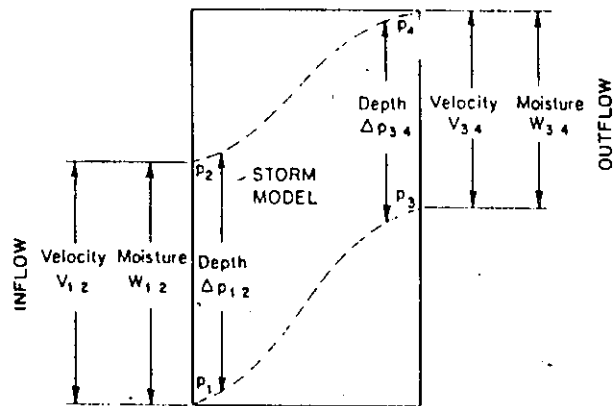


Fig. 14.2. Air flow into a storm model.

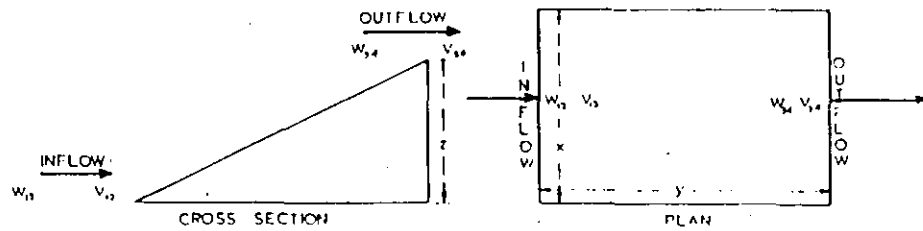


Fig. 15.1. The simple upglide model.

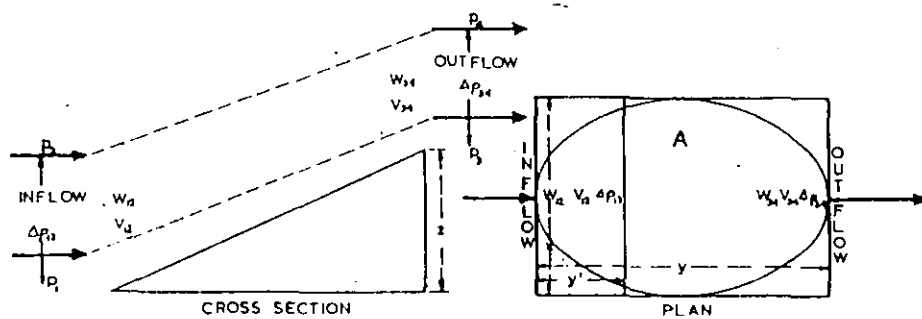


Fig. 15.2. Upglide model with vertical extent.

STORM MODELS

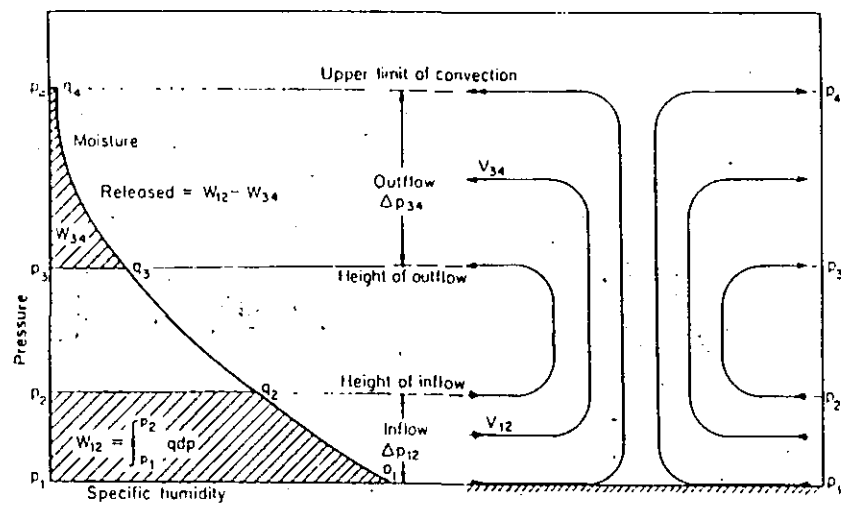


Fig. 15.6. The convergent cell.

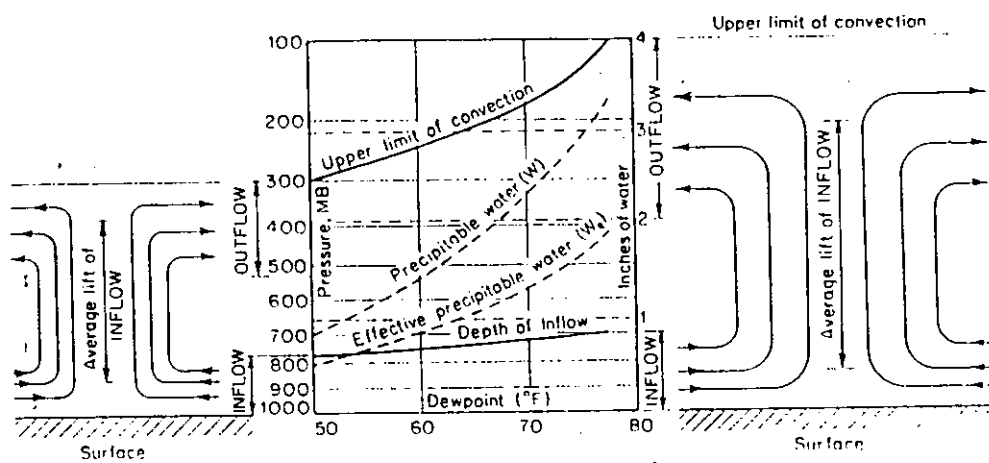


Fig. 15.7. Convergent cell in relation to surface dew point and its geometry.

TABLA 5.1

CALCULO DE LA PRECIPITACION MAXIMA PROBABLE (PMP)
PRECIPITACION MAXIMA ANUAL, mm (SERIES ANUALES)

Año	Duración (horas)		
	1	6	24
1941	30	62	62
1942	19	38	60
1943	15	39	57
1944	33	108	112
1945	23	49	67
1946	19	39	72
1947	32	50	62
1948	24	30	61
1949	30	39	57
1950	24	38	69
1951	28	58	72
1952	15	41	61
1953	20	47	62
1954	26	68	82
1955	42	124	306
1956	18	43	47
1957	23	39	43
1958	25	48	78
1959	28	80	113
1960	25	89	134
1961	28	33	51
1962	46	72	72
1963	20	47	62
1964	14	34	53
1965	15	40	55

$$n = 25 \quad \frac{\bar{Y}_{n-m}}{\bar{Y}_n} : \quad \frac{24.0}{24.9} = 0.96 \quad \frac{51.3}{54.2} = 0.95 \quad \frac{69.3}{78.8} = 0.88$$

$$\frac{S_{n-m}}{S_n} : \quad \frac{6.8}{7.9} = 0.86 \quad \frac{19.5}{24.0} = 0.81 \quad \frac{21.8}{51.9} = 0.42$$

(continúa) . . .

Tabla 5.1 - Cálculo de precipitación máxima probable (PMP)
(Continuación)

Ajuste de las medias (\bar{Y}_n) para la máxima cantidad observada y longitud de registro :

	1 hr	6 hr	24 hr
De la fig 5.2 (a)	0.99	0.98	0.91
De la fig 5.3	1.01	1.01	1.01
\bar{Y}_n ajustada :	24.9 x 1.01 x 0.99 = 24.9	53.6	72.4
	54.2 x 1.01 x 0.98 =		
	78.8 x 1.01 x 0.91 =		

Ajuste de las desviaciones estándar para la máxima cantidad observada y longitud de registro :

De la fig 5.2 (b)	0.98	0.93	0.49
De la fig 5.3	1.05	1.05	1.05
S_n ajustada :	7.9 x 1.05 x 0.98 = 8.1	23.4	26.7
	24.0 x 1.05 x 0.93 =		
	51.9 x 1.05 x 0.49 =		

K_m (fig 5.1) :

14 14 16

Valores puntuales sin ajuste de PMP a partir de la ec 5.2 :

$$\begin{aligned} 1 \text{ hr PMP} &= 24.9 + 14 \times 8.1 = 138 \text{ mm} \\ 6 \text{ hr PMP} &= 53.6 + 14 \times 23.4 = 381 \text{ mm} \\ 24 \text{ hr PMP} &= 72.4 + 16 \times 26.7 = 500 \text{ mm} \end{aligned}$$

Ajuste de PMP basado en datos horarios para los valores máximos verdaderos (fig 5.4)

$$\begin{aligned} 1 \text{ hr PMP} &= 1.13 \times 138 = 156 \text{ mm} \\ 6 \text{ hr PMP} &= 1.02 \times 381 = 389 \text{ mm} \\ 24 \text{ hr PMP} &= 1.01 \times 500 = 505 \text{ mm} \end{aligned}$$

(Nota : Si las series anuales de datos han sido recopiladas de intervalos fijos de observación en lugar de datos horarios, el factor de ajuste para todas las duraciones debería haber sido 1.13)

Ajuste de PMP puntual para 500 Km² (fig 5.5)

	1 hr	6 hr	24 hr
Factores de ajuste :	0.66	0.85	0.90
PMP para 500 Km ² (mm)	156 x 0.66 = 103	389 x 0.85 = 331	505 x 0.90 = 454

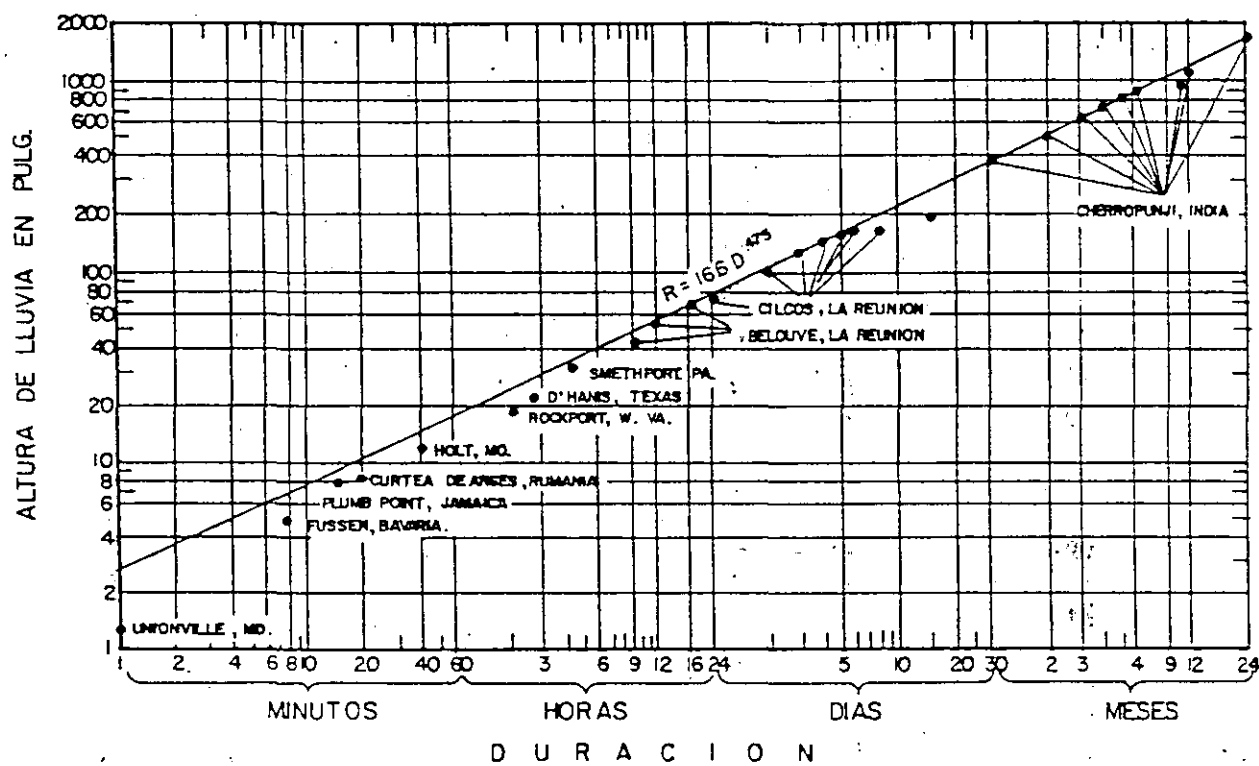


FIG. 5.7 MAXIMAS LLUVIAS REGISTRADAS EN EL MUNDO

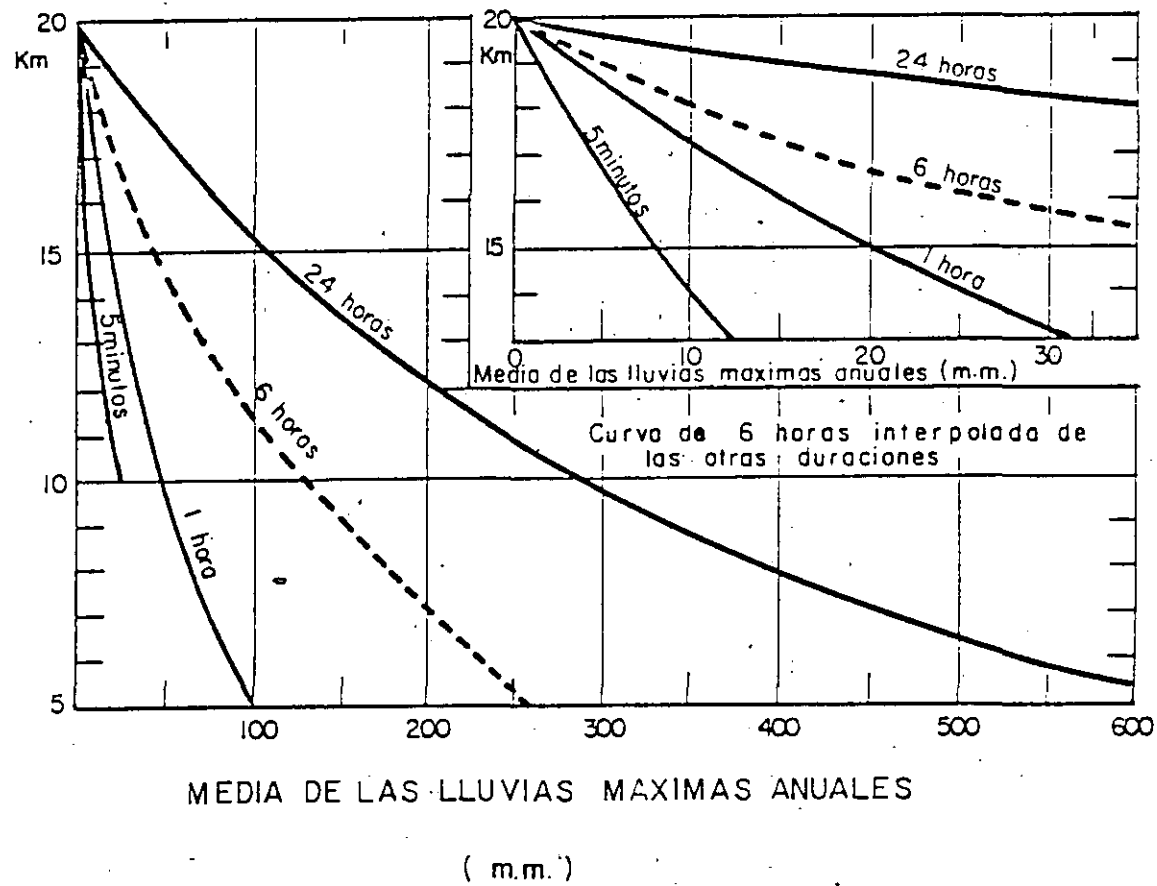
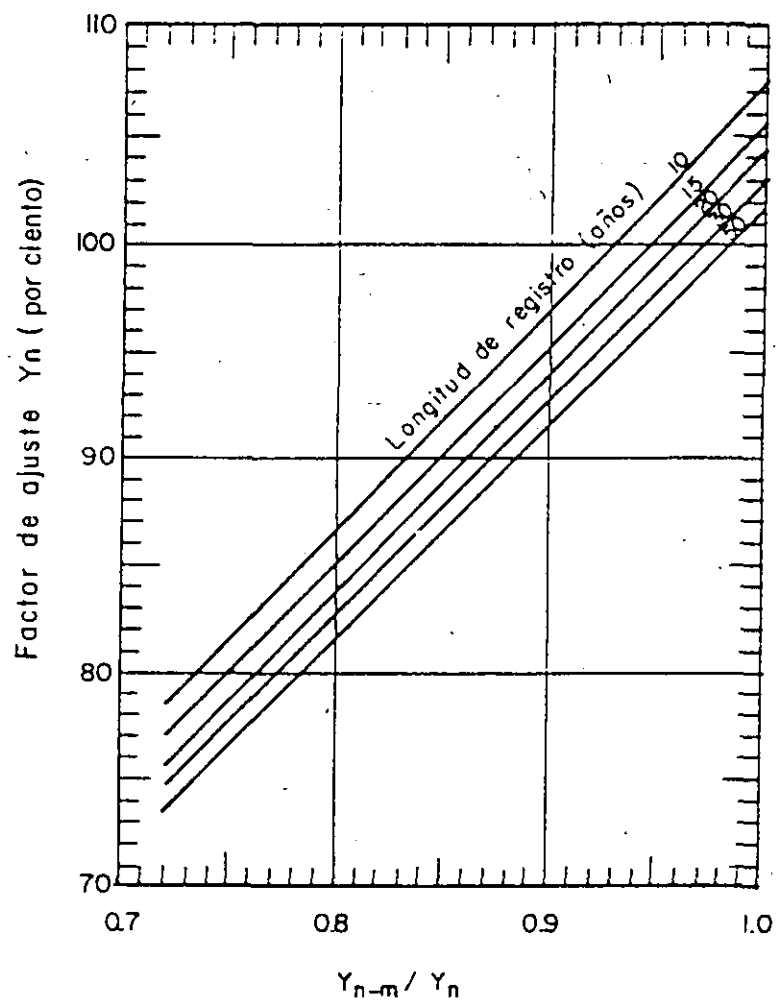
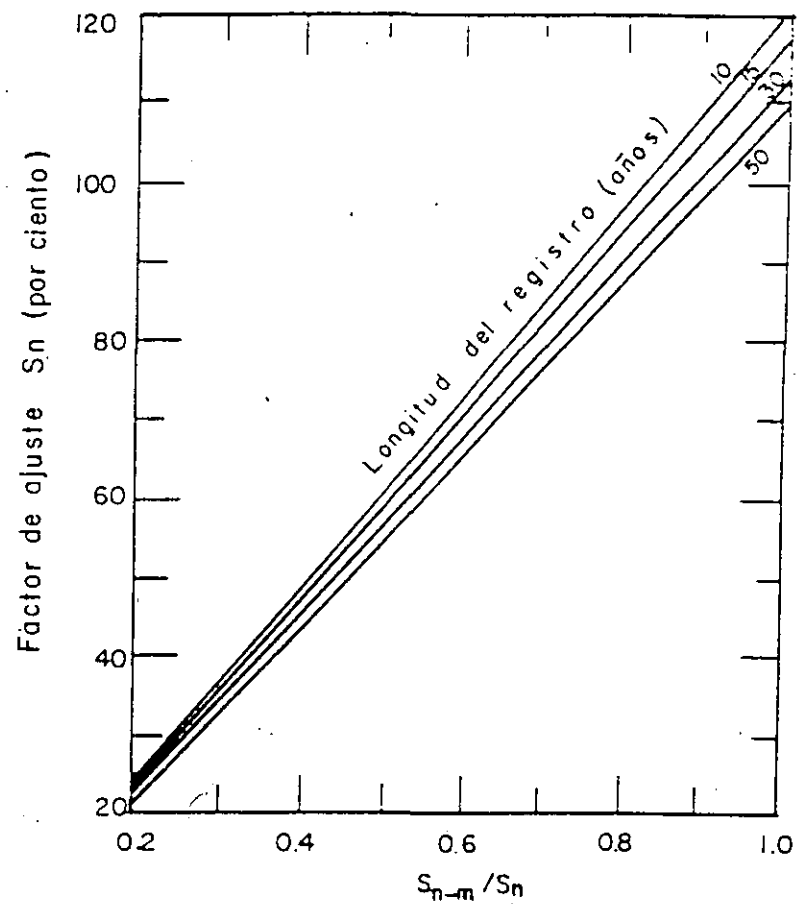


Fig.5.1 VARIACION DE K_m . DE ACUERDO CON LAS CARACTERISTICAS DE LA LLUVIA



(a)



(b)

FIG. 5.2 AJUSTES DE LAS CARACTERISTICAS DE UNA SERIE ANUAL DE LLUVIAS MAXIMAS OBSERVADAS.

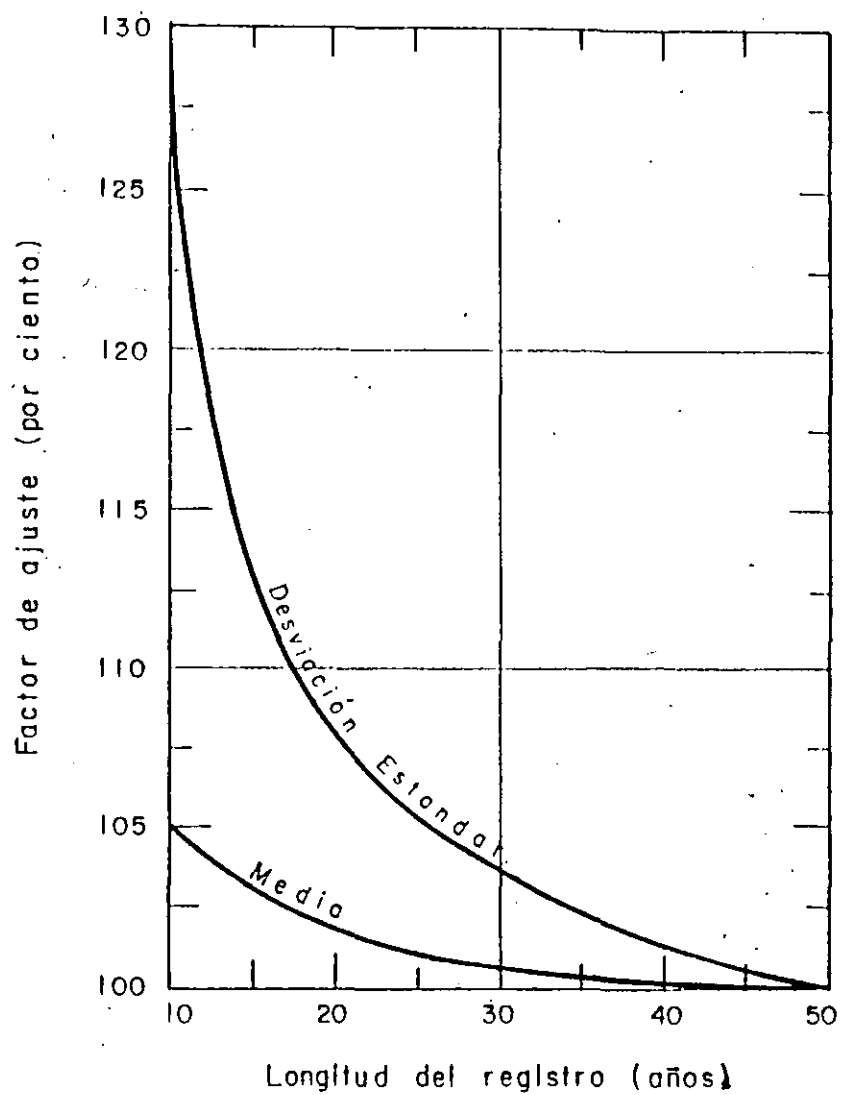


FIG. 5.3 AJUSTE DE LA MEDIA Y DESVIACIÓN ESTANDAR DE LAS SERIES ANUALES POR LONGITUD DEL REGISTRO.

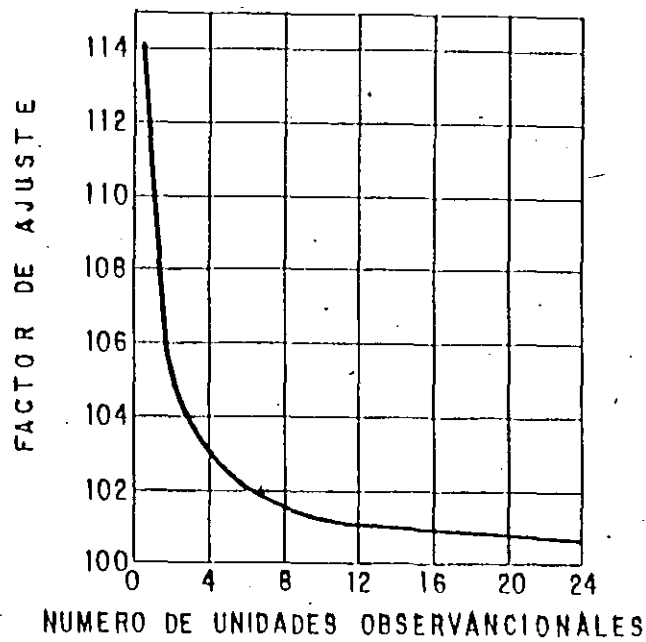


Fig. 5.4 AJUSTE DE CANTIDADES DE PRECIPITACION DE INTERVALO FIJO POR NUMERO DE UNIDADES OBSERVADAS DENTRO DEL INTERVALO

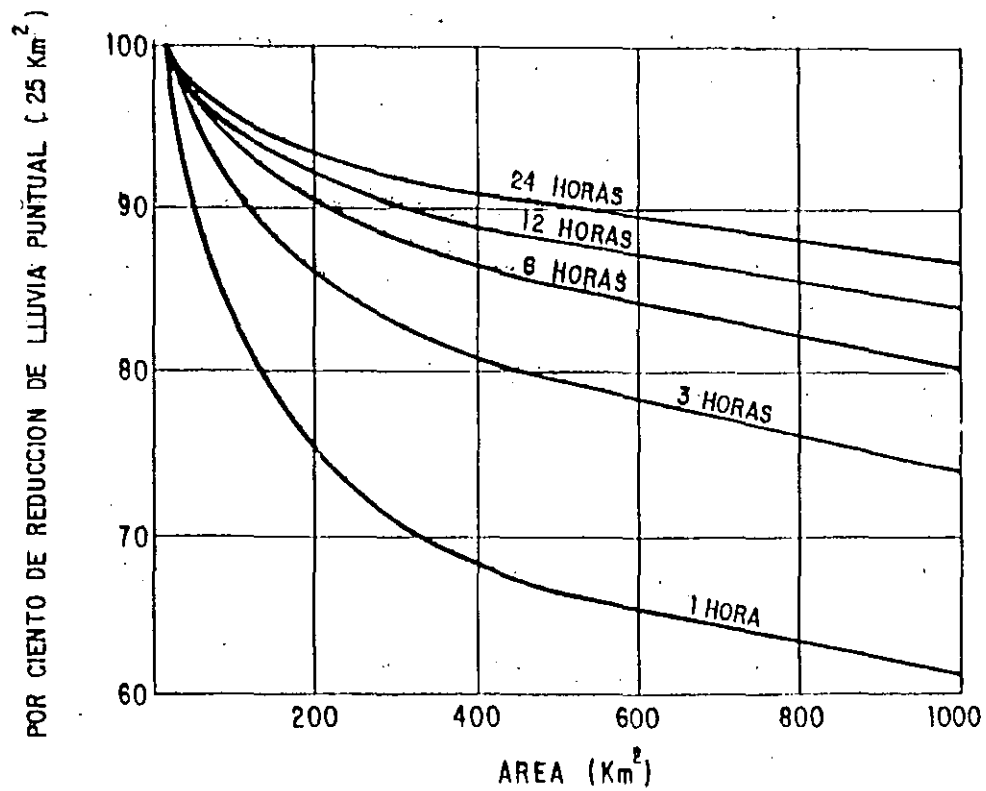
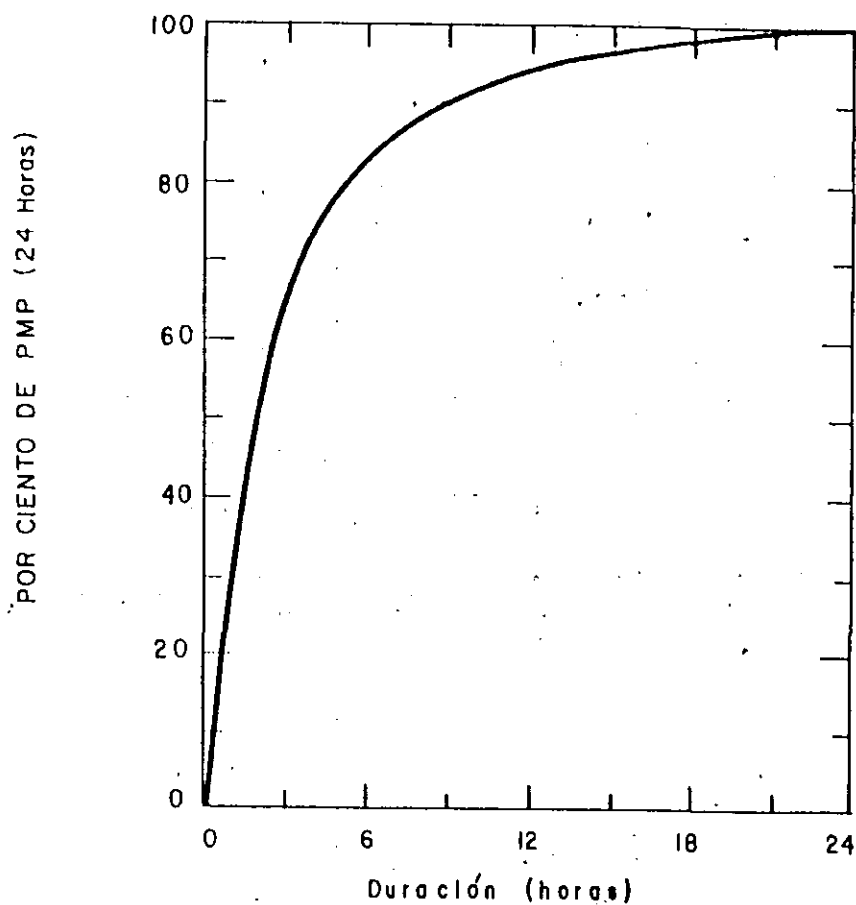


Fig. 5.5 CURVAS DE REDUCCION POR AREA Y REDUCCION DE LA TORMENTA



Nota:
Una información más general
se muestra en la fig. 4.2

**Fig. 5.6 CURVA DE ALTURA DE PRECIPITACION—DURACION TIPO PARA
UNA TORMENTA CONVECTIVA**

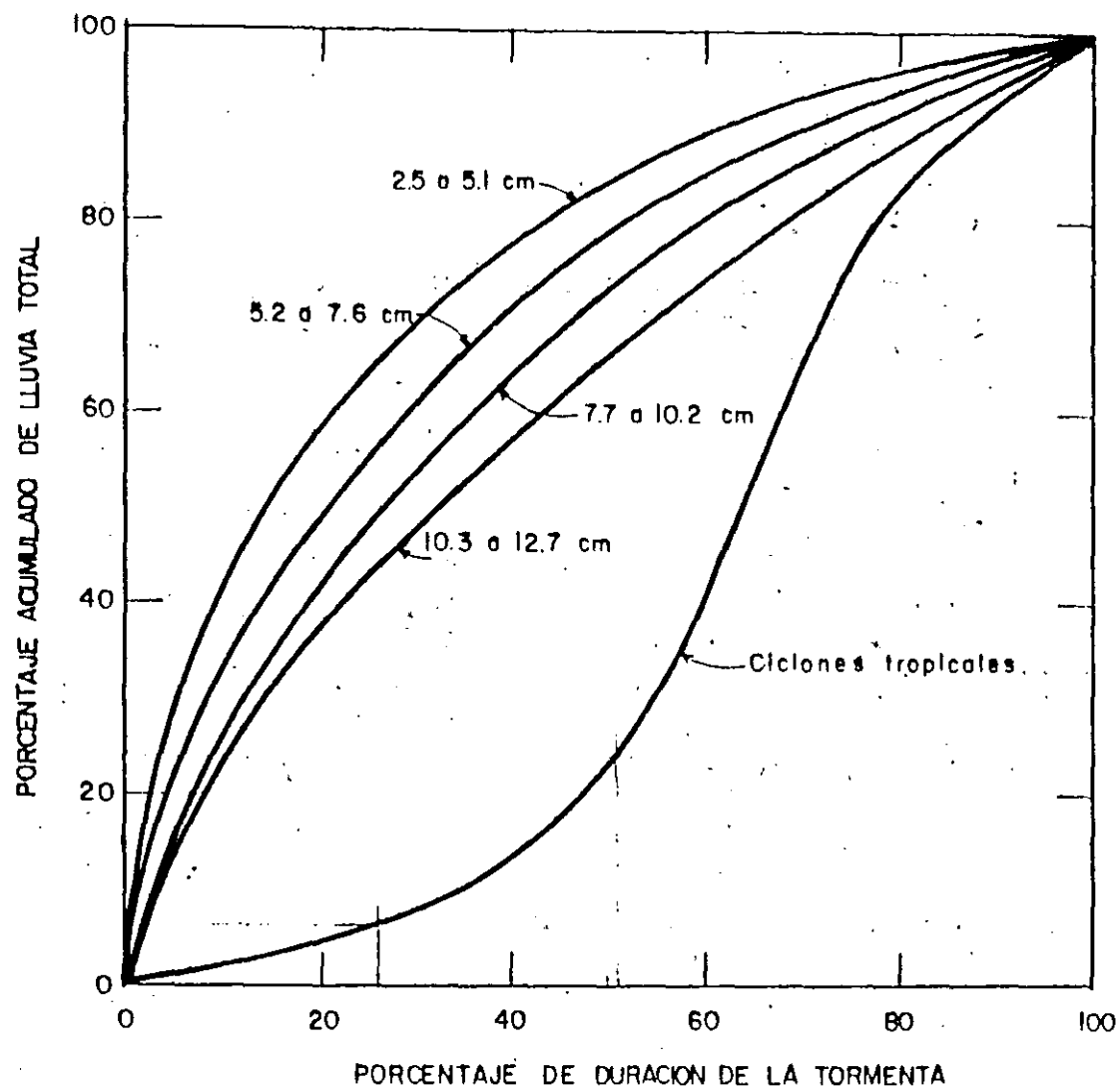


FIG. 4.2 PORCENTAJES TÍPICOS DE DISTRIBUCION DE CURVAS MASAS DE LLUVIAS PARA DIFERENTES ALTURAS DE PRECIPITACION Y CARACTERISTICAS DE TORMENTAS. (SEGUN U.S. WEATHER BUREAU).

EJEMPLO DE LA OBTENCION DE CURVAS DE ALTURA DE PRECIPITACION - AREA - DURACION

DATOS:

- Plano sobre el que se realizó el análisis con ubicación de estaciones climatológicas
- Información climatológica de variación de alturas de lluvia - duración durante el período de la tormenta en análisis

Fig. 1.

Tabla 1

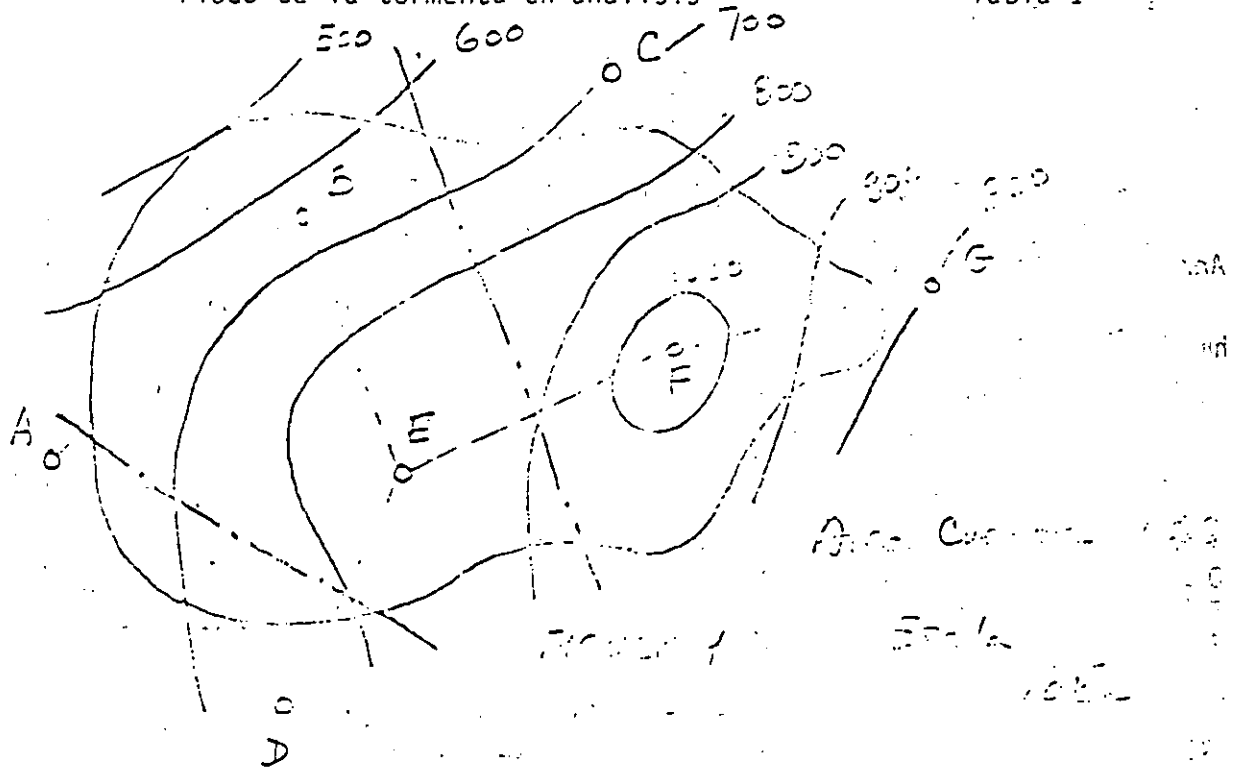


TABLA 1

		Alt. precipitación, en mm					
Est.		6	12	18	24	30	36
A	pluviómetro						640
B	pluviómetro						640
C	pluviómetro						700
D	pluviógrafo	200	280	500	600	700	750
E	pluviógrafo	0	180	500	730	940	840
F	pluviógrafo	280	600	700	870	900	1050
G	pluviómetro	42					200

SOLUCION:

1. Plano isoyetas y áreas tributarias

En la fig 1 se muestra el plano de isoyetas correspondiente a la duración total (36 horas).

Con ello se calculó la tabla 2.

Isoyeta	Area total encerrada (km ²)	Control de área por estación pluviográfica %		
1 000	40	D	E	F
900	240	-	8	100
800	660	-	30	92
700	900	3	29	70
600	1060	11	37	68
500	1120	4	41	52
				55

2. Análisis Isoyeta 700 A - 900 Km

$$hp_m = \frac{40 \times 1030 + 200 \times 950 + 420 \times 850 + 240 \times 750}{900}$$

$$= 853.56 = 854$$

Observaciones	% Th	6	12	18	24	30	36
c.m est D	3	200	380	500	600	700	750
c.m est E	29	0	180	500	730	940	840
c.m est F	68	280	600	700	870	900	1060
c.m media	100%	196.4	471.6	636	821.3	876.6	986.9
		197	472	636	821	877	987
c.m. med ajust.		170	408	550	710	759	854
Inc. c.m.		170	238	142	160	49	95
Variación hp vs d		238	408	550	710	759	854

