UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISIÓN DE INGENIERIA MECÁNICA E INDUSTRIAL

VALUACIÓN, ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS FINANCIEROS, OPTIMIZACIÓN DE INVERSIONES MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL

MODALIDAD DE TITULACIÓN POR TRABAJO PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO INDUSTRIAL
MÓDULO DE ADMINISTRACIÓN Y SISTEMAS

PRESENTA:

JACOBO PEREZ SCHWARTZ

DIRECTORA: M. EN I. SILVINA HERNÁNDEZ GARCÍA

MÉXICO, D.F., JUNIO DE 2008

Agradecimientos.

A D-os, por permitirme llegar a este momento.

A la UNAM y a la Facultad de Ingeniería, por formarme académicamente.

A Mariana Schwartz, a quien le dedico mi vida, por todo su amor, cuidados y enseñanzas. Afortunado soy de ser tu hijo.

A Victoria Pérez, mi hermana favorita y mi primera maestra de matemáticas.

A Nathan Schwartz✡, El Ingeniero, a quien dedico este trabajo.

A Lázaro Pérez✡, QEPD.

A Don Héctor Palafox, por iniciarme en este maravilloso mundo de las finanzas.

A Lorenzo Hinojosa, por enseñarme su enfoque “in the big picture”.

A la M. en I. Silvina Hernández, quien con todo su apoyo me permitió finalizar la Licenciatura. Quedo profundamente agradecido.

A toda mi familia, abuelos, tíos, primos y sobrinos, por su cariño y apoyo.

A la familia Pérez Saleme, por todo su cariño y apoyo.

A todos mis amigos, los cuales son la familia que cada uno elige.

INDICE

Introducción.

En los últimos años, el mercado financiero ha evolucionado sustancialmente. La ingeniería financiera se ha aplicado en el desarrollo de nuevos productos que permiten administrar los riesgos financieros. Las catástrofes financieras presentadas en las décadas de los 80 y 90 son una muestra de controles deficientes y desconocimiento prevalecientes en el medio bursátil. En muchos casos, estas catástrofes se relacionan con la operación de instrumentos derivados. Por ello, existe aversión por estos instrumentos, ya que son concebidos como riesgosos. Algunos fondos de inversión norteamericanos se promocionan como "libres de derivados". Ante esta situación, en este trabajo se intenta elevar el conocimiento de los derivados financieros, mostrando sus características y aplicaciones. Se desarrolló un sistema de valuación de opciones financieras, donde es posible graficar estrategias, calcular sensibilidades, entre otras características. Se proporciona este sistema como una herramienta útil en la comprensión del comportamiento de las opciones. Se dedica el segundo capítulo a los derivados financieros.

Para comprender la operación de los derivados financieros, es necesario conocer el mercado de dinero, o de deuda. En México, la operación de deuda se realiza mediante la negociación de la tasa, la cual se convierte posteriormente a precio para su liquidación. Existe poca literatura al respecto, ya que prácticamente en todos los mercados se pacta directamente el precio, facilitando la liquidación de las operaciones. En este trabajo se analiza a profundidad la valuación de los instrumentos de deuda, contribuyendo subsanar este vacío literario. En el análisis de los instrumentos de deuda, se muestran sus tipos, aplicaciones y comportamiento, considerando el efecto de la duración y la convexidad, importantes en el diseño de portafolios. El primer capítulo trata sobre los instrumentos de deuda.

El tercer capítulo se enfoca en la investigación de operaciones, en particular a la programación lineal con el método simplex. Se muestra el concepto de la programación lineal entera, el cual puede resolverse mediante el método de acotamiento y el de bisección. Se explican dos metodologías para resolver el método de bisección. Una aplicación de la programación lineal es la optimización de inversiones. Se proporciona un sistema informático que realiza inversiones a plazo, cumpliendo las restricciones de liquidez y maximizando la rentabilidad.

Las gráficas mostradas fueron realizadas utilizando modelos reales. En los casos donde es difícil observar el comportamiento de una gráfica, se aplican fuertes variaciones en sus parámetros para lograr distinguir cierto fenómeno. En ninguna gráfica se altera su forma manualmente. El lector puede observar las gráficas y analizar las variables mostradas sin problemas de escala o sesgo.

Objetivos.

- Incrementar la cultura financiera en nuestro país.
- Mostrar estrategias de cobertura para empresas, las cuales les permitan acotar sus riesgos financieros ante fluctuaciones del mercado.
- Analizar la estructura y operación del mercado financiero global.
- Conocer y valuar los instrumentos financieros, calculando su precio y sensibilidades ante movimientos en el mercado.
- Mostrar los principales mercados listados de derivados del mundo, sus activos subyacentes y guiar en la selección de la bolsa donde operar.
- Aportar un sistema que ayude a la comprensión de las opciones financieras.
- Explicar el concepto de programación lineal entera y evaluar distintas formas de solucionar problemas de este tipo.
- Aplicar la programación lineal en un sistema informático que optimice el flujo de caja de empresas.

Capítulo I: Instrumentos de deuda.

Sección 1.01: Introducción a los instrumentos de deuda.

Los *instrumentos de deuda* son un mecanismo de financiamiento para empresas. Son activos financieros que confieren a su tenedor el derecho de cobrar intereses y capital al emisor del instrumento. Por ejemplo, si una empresa quiere expandir sus operaciones y requiere un préstamo para ello, tiene varias posibilidades:

- Préstamo bancario.
- Emitir acciones.
- Emitir deuda.

Normalmente la tasa de interés que cobra una institución financiera es superior a la cual la empresa puede conseguir emitiendo deuda. Un préstamo bancario es aplicable para créditos relativamente pequeños, en comparación a la emisión de deuda. Este tipo de créditos, los préstamos bancarios, son aplicables a empresas pequeñas y medianas; Al tener el banco mayor riesgo de incumplimiento por parte de estas empresas, cobra una mayor tasa de interés.

Al emitir acciones, la empresa cede parte del control de la misma. Por otro lado, no se compromete a pagar intereses de forma periódica, solamente dividendos sobre las utilidades. Debido a que existe gran cantidad de literatura sobre este tema, no se tratará a detalle.

Al emitir deuda, la empresa recibe el monto colocado, a cambio de pagar intereses y devolver el préstamo en un periodo preestablecido. Actualmente este tipo de operaciones son electrónicas, pero muchos términos que vamos a emplear para estas operaciones provienen de los tiempos anteriores a las computadoras. Por ejemplo, a estos instrumentos se les llaman “papeles”, al pago de intereses se le denomina “corte de cupón” y a la cantidad unitaria se le denomina “título”.

Si la empresa emisora de estos instrumentos llegase a la quiebra, ¿qué tenedores de títulos tienen derecho a recuperar primeramente su dinero, los poseedores de acciones o bonos? Los tenedores de bonos, ya que los inversionistas de acciones tienen una parte de la empresa y están comprometidos con su destino, para bien o para mal. En cambio los tenedores de bonos, aunque no cuentan con derecho de voto en la asamblea de accionistas, pueden recuperar primero su capital invertido.

(a) Clasificación de los instrumentos.

Existen varias formas de clasificar a los instrumentos financieros y su operación, como se describe a continuación:

a.1) Tipo de mercado.

1. Renta Variable: comprende el mercado accionario y cierto tipo de obligaciones suscritas por las empresas. El tenedor depende del desempeño de la empresa.
2. Mercado de deuda o de dinero: el tenedor tiene derechos preestablecidos por su inversión.
3. Derivados: El precio de estos activos depende o “deriva” del precio de otro, de allí su nombre.

El resto de esta sección tratará exclusivamente del mercado de deuda, los instrumentos derivados se encuentran detallados en el siguiente capítulo.

a.2) Tipo de tasa.

1. Tasa fija: Instrumentos en los cuales se conoce desde su emisión la tasa que pagará hasta su vencimiento.
2. Tasa variable (o revisable): El pago de intereses dependerá de las condiciones prevalecientes en el mercado.
3. Tasa real: El instrumento se calcula tomando como referencia la inflación.

a.3) Forma de pago.

1. Cupón cero: No presentan pagos anteriores al vencimiento del instrumento. Se colocan a un precio inferior a su valor a vencimiento (valor nominal), por lo que el tenedor gana capital con el paso del tiempo.
2. Instrumento cuponado: Su emisor paga intereses (cupones) periódicamente calculados sobre su valor nominal, el cual paga en la fecha de vencimiento.
3. Instrumento amortizable: El emisor paga intereses y parte del monto del préstamo (principal) en cada fecha de cupón. Con cada abono a capital, se reduce paulatinamente el pago de los intereses subsecuentes al calcularse sobre una base menor.

a.4) Tipo de tenencia.

1. Directo: El inversionista adquiere el instrumento y tiene todos los derechos sobre el mismo.
2. Reporto: Es un contrato privado de recompra de valores (repurchase agreement en inglés). Una empresa realiza un préstamo a otra, la cual provee un instrumento de deuda como garantía (colateral). Típicamente se otorgan como colateral instrumentos muy bursátiles (de fácil realización, o venta) con poco riesgo crédito, por ejemplo gubernamentales de corto plazo. Al vencimiento del plazo del reporto, la empresa que recibió el préstamo tiene la obligación de devolverlo junto con los intereses generados por el periodo (calculados mediante interés simple) De lo contrario, el prestamista no devuelve los títulos recibidos en garantía y toma su propiedad. Cabe señalar que el dueño de los títulos es quien recibe el préstamo; el traslado de su dominio se presenta hasta que incumpla con el préstamo y los intereses. Por lo tanto, si se presenta un corte de cupón dentro del periodo del reporto, el prestamista recibe dichos recursos y está obligado a devolverlos a la otra parte (la contraparte de la operación).

Cabe señalar que estas operaciones se realizan mediante entrega contra pago (delivery versus payment, DVP por sus siglas en inglés), el cual es un procedimiento automático que realiza la compensación de valores, lo que implica que al mismo tiempo se realiza la entrega de valores y el pago correspondiente. Dicho procedimiento se realiza en una cámara de compensación, en México es el Instituto para el Depósito de Valores (Indeval). En el mundo existen otras, dentro de ellas FRB y CEDEL en EEUU, Clearstream y Euroclear en Luxemburgo.

Un tipo de operaciones permitidas en estas cámaras de compensación es el préstamo de valores. Si un intermediario financiero se compromete a entregar determinados valores y en la fecha de liquidación de la operación no los tiene, una forma de conseguirlos es a través del préstamo de valores. En esta operación, otro intermediario le presta los valores a la empresa que los requiere, a cambio del pago de intereses al finalizar el plazo del préstamo y respaldados por otros títulos otorgados en garantía. Es común en operaciones internacionales que una contraparte no tenga los títulos o los recursos para liquidar una operación, la parte cumplida no recibe dichos títulos o recursos, que muy frecuentemente se encuentran comprometidos en otra operación y así sucesivamente, formando cadenas. Mediante el préstamo de valores, se consiguen los instrumentos para liberar estas cadenas y así se permite el cumplimiento de las operaciones.

a.5) Mercado de liquidación.

1. Mercado primario: Los participantes compran los instrumentos directamente del emisor.
2. Mercado secundario: Negociación entre intermediarios financieros.

Los fondos de inversión, las aseguradoras, pensionadoras y *afores* son empresas que por su naturaleza tienen exceso de recursos, los cuales invierten en el mercado de deuda principalmente. Las casas de bolsa y los bancos adquieren los títulos en el mercado primario y lo ofrecen en el mercado secundario a todos sus participantes, como los mencionados anteriormente.

a.6) Tipo de emisor.

1. Gubernamental
2. Privado
3. Bancario
4. Estatal / Municipal
5. Paraestatal

El riesgo de incumplimiento en el pago de intereses o en la devolución del préstamo (riesgo crédito) depende del tipo de emisor del que se trate. En teoría, los emisores que presentan el menor riesgo crédito son los gubernamentales, ya que cuentan con los recursos provenientes de los impuestos, pueden imprimir papel moneda y emitir instrumentos con facilidad. En la práctica, si llega al vencimiento un instrumento del gobierno, éste debe pagar los intereses correspondientes al último periodo y devolver el principal, por lo que emite otro instrumento y con ello paga estos compromisos. Las emisiones privadas son calificadas por empresas especialistas en la cuestión, por ejemplo Fitch, Moody´s y Standard & Poors. Las empresas que cuentan con mejor calificación en sus emisiones de deuda, ofrecen menor tasa de pago de intereses. Existe una relación directa entre el riesgo y el rendimiento: si tengo la oportunidad de adquirir dos instrumentos similares, pero con diferente calificación, siempre compraremos el de menor riesgo. Por ello, los emisores con calificación inferior se ven obligados a ofrecer una mayor tasa para que sus instrumentos sean adquiridos en el mercado. Existen diversas escalas de calificaciones, depende de cada calificadora, pero en general AAA implica prácticamente cero riesgo, sigue AA, A, BBB y así sucesivamente hasta D, que significa incumplimiento. Existen calificaciones locales y globales, por ejemplo AAA en México implica A ó BBB con respecto a EEUU. Los instrumentos de muy dudosa calificación son conocidos como "bonos chatarra", los cuales tienen que ofrecer tasas muy altas y los inversionistas deben tener mucho cuidado al adquirirlos. Los instrumentos bancarios se comportan como privados, su única diferencia es que son emitidos por instituciones de crédito. Los estados y municipios han encontrado en el mercado de deuda una forma de financiar sus proyectos de infraestructura. De la misma forma, empresas paraestatales como PEMEX y CFE se financian por este mecanismo. En muchas ocasiones, la calificación de una empresa puede obligarla a colocar deuda a tasas elevadas; por ello, buscan el aval de una empresa sólida o Gobierno Federal. Con ello, sube la calificación del instrumento y éste se coloca a una menor tasa.

(b) Identificación de los instrumentos.

En el mercado mexicano, identificamos los instrumentos utilizando una clave compuesta por tres datos: Tipo de valor, emisora y serie. Con el tipo de valor podemos distinguir si un instrumento es privado, bancario o gubernamental. Dicha clasificación la trataremos al desarrollar los diferentes tipos de instrumentos. La emisora es un identificador de siete caracteres, que contiene un nombre corto de la empresa que emite el instrumento, o la clase de emisión para los gubernamentales. La serie es un identificador de la emisión en específico que se trate, ya que un mismo emisor puede colocar muchos instrumentos con el mismo tipo de valor. Para los gubernamentales, se muestra en la serie la fecha de vencimiento, en formato aammdd. Para papeles bancarios en ofertas privadas, suele utilizarse como serie aassd, donde aa es el año de vencimiento, ss la semana y d el día de la semana.

Existen varios identificadores internacionales para los instrumentos. El más utilizado es el International Securities Identification Number (*ISIN*), pero existen otros dependiendo del país de colocación. A continuación se muestra su estructura, entre paréntesis se encuentra su longitud.

Código del país (2)
Identificador de la región (1)
Identificador del emisor (6)
Identificador de la emisión (2)
Dígito verificador (1)

(c) Tipos de riesgos de los instrumentos.

1. Riesgo crédito: Es la posibilidad de que un emisor no cumpla con sus compromisos de pago.
2. Riesgo mercado: Afectación del valor de los instrumentos debido a variaciones en las condiciones del mercado.
3. Riesgo de liquidez: Dificultad de realizar una operación en el mercado a un precio cercano al de valuación del instrumento. Puedo creer que un papel tiene cierto valor, pero que no pueda obtenerlo si deseo venderlo.
4. Riesgo legal: Se presenta cuando por alguna modificación en la regulación, tiene efectos en el valor del instrumento o en sus flujos.
5. Riesgo modelo: Sucede cuando se utiliza un modelo matemático erróneo o si existen errores en los sistemas de valuación o control de las operaciones.

El tipo de riesgo que merece mayor profundidad es el riesgo mercado, el se trata a detalle en la siguiente sección de este capítulo.

(d) Tipos de instrumentos gubernamentales.

d.1) Cetes y segregados.

Los Certificados de la Tesorería (cetes) son emisiones con un plazo máximo de un año. Durante su vigencia, presentan solamente un pago, el cual se realiza en su fecha de vencimiento. Son llamados instrumentos cupón cero debido a que no pagan cupones. Como todos los instrumentos gubernamentales en México, vencen los días jueves, debido a que las subastas de valores se realizan los martes y se liquidan dos días después (fecha valor 48 horas). En caso de ser un día inhábil, los eventos mencionados se realizan el día hábil anterior. Al igual que los demás instrumentos gubernamentales, son fungibles, lo que significa que si hoy se colocara un cete a un año y en seis meses se colocara otro cete por seis meses, ambas emisiones se juntan en una misma ya que comparten la fecha de vencimiento. Por lo tanto, no es posible conocer la fecha de colocación de un papel gubernamental ya que puede ser resultado de la unión de varias emisiones. Estos instrumentos cotizan a descuento, lo que quiere decir que se compran a un precio inferior a su valor al vencimiento (*valor nominal*) y adquiere valor conforme pase el tiempo. Por lo tanto, la ganancia del inversionista es la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta, luego multiplicando por la cantidad del instrumento que se tenga (número de títulos). En el caso de esperar hasta vencimiento, en lugar de precio de venta se aplica el valor nominal. Debido a movimientos en las tasas, es posible que el precio del instrumento sea inferior al de adquisición, por lo que se tendrían minusvalías en dichos periodos, ya que invariablemente en la fecha de vencimiento el precio será el valor nominal. Este efecto de minusvalía por movimientos en las tasas es un ejemplo de riesgo mercado.

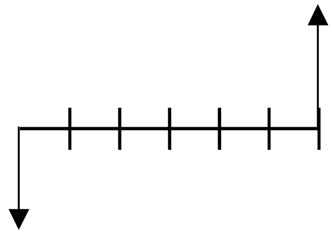


Figura I.1: Instrumento cupón cero

La Figura I.1 muestra los flujos desde el punto de vista del inversionista. Un pago inicial para la adquisición del instrumento y el monto a recibir por su venta o su vencimiento. El valor nominal de los cetes es 10 pesos.

Los *instrumentos segregados* (strips) son el resultado de la separación de todos los flujos de una emisión cuponada. Si se separa cada uno de sus cupones y el principal, cada uno es una especie de cete y se comportan como tal. Existen instrumentos cuponados hasta por treinta años, por ello existen segregados hasta este plazo. ¿Para qué segregar estos instrumentos? Existen varias razones: Crear un mercado para operación en los nodos más lejanos de la curva (generar liquidez en plazos largos), permitir una mejor cobertura de reservas para las aseguradoras y pensionadoras, permitirles a estas empresas obtener liquidez al vender solamente ciertos cupones y mantener los que necesite por criterios de cobertura, utilizarlos como componentes en combinaciones conocidas como notas estructuradas especialmente para las afores. Pueden existir strips en pesos o en udis, dependiendo del instrumento que los originó. Por último, la serie de los cetes y strips se compone de su fecha de vencimiento en formato aammdd.

Instrumento	**Tipo Valor**	**Comentario**
Cetes	B	Sin impuesto. En este momento ya no existen. Valor nominal: 10 pesos.
Cetes	BI	Con impuesto. Los cetes actuales son de este tipo. Valor nominal: 10 pesos.
Strips	MC	Cupón de bono, valor nominal: 10 pesos.
Strips	MP	Principal de bono, valor nominal: 10 pesos.
Strips	CC	Cupón de CBIC, valor nominal: 10 udis.
Strips	CP	Principal de CBIC, valor nominal: 10 udis.
Strips	3U	Cupón de CBIC, valor nominal: 10 udis.
Strips	4U	Principal de CBIC, valor nominal: 10 udis.
Strips	SC	Cupón de udibono, valor nominal: 10 udis.
Strips	SP	Principal de udibono, valor nominal: 10 udis.

Tabla I.1: Características de instrumentos cupón cero.

d.2) Bonos.

Instrumentos cuponados de tasa fija. Son emitidos hasta por treinta años, con pago de intereses semestrales. Su valor nominal es 100 pesos, por lo que en la fecha de vencimiento el emisor pagará el último cupón y el valor nominal. Al tratarse de instrumentos de tasa fija de largo plazo, presentan un alto riesgo de mercado. Por ejemplo, si adquiero un bono de tasa fija a veinte años con una tasa de rendimiento del 10% y unos días más tarde se presenta una alza generalizada en las tasas, dicho bono podría comprarse a una tasa del 12%, pero previamente adquirí un activo que me va a pagar solamente el 10%, por lo tanto dejo de ganar un 2%, lo que implica una minusvalía en la inversión. En la siguiente sección se tratará este tema a mayor detalle. Estos instrumentos son segregables, por lo que por cada cupón y el principal pueden crearse instrumentos cupón cero.

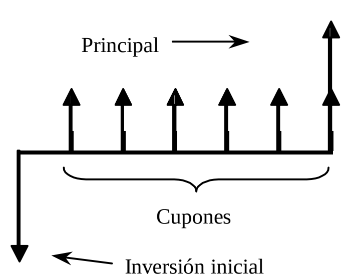


Figura I.2: Instrumento cuponado.

Instrumento	Tipo Valor	Comentario
Bonos	M3	Bonos emitidos a un plazo de tres años.
Bonos	M5	Bonos emitidos a un plazo de cinco años.
Bonos	M7	Bonos emitidos a un plazo de siete años.
Bonos	M0	Bonos emitidos a un plazo de diez años.
Bonos	M	Bonos emitidos en la actualidad.

Tabla I.2: Características de bonos cuponados de tasa fija en pesos.

Anteriormente se asignaba el tipo valor dependiendo del plazo de la emisión, pero con el paso del tiempo el M7, por ejemplo, le quedaban cinco años, por lo que esta forma de clasificar los bonos dejó de tener razón de ser. Actualmente se emiten simplemente bonos “M”, mediante la serie se identifica su plazo La serie se compone de la fecha de vencimiento en formato aammdd.

d.3) Udibonos, PICS y CBICS.

Son similares a los bonos. Son instrumentos de tasa fija denominados en udis. Existen emisiones hasta por treinta años. Las *udis* son una divisa cuyo valor se deriva de la inflación, medida a través del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC). Las udis se dan a conocer quincenalmente, los días 10 y 25. La variación de la udi dentro del periodo de quince días es prácticamente constante; debido a que su precisión es de seis decimales, existe una pequeña diferencia en dicha variación. Los Udibonos son bonos denominados en udis, los PICS son Pagarés de Indemnización Carretera y los CBICS son Certificados Bursátiles de Indemnización Carretera. Existe un programa de canje de PICS por CBICS, la diferencia entre estos instrumentos es que los CBICS son segregables en strips, a diferencia de los PICS. Los Udibonos también son segregables. Estos instrumentos tienen cobertura inflacionaria por estar denominados en udis, lo que significa que el inversionista que adquiera estos instrumentos obtendrá al menos la inflación.

Instrumento	Tipo Valor	Comentario
Udibonos	S3	Udibonos emitidos a un plazo de tres años.
Udibonos	S5	Udibonos emitidos a un plazo de cinco años.
Udibonos	S0	Udibonos emitidos a un plazo de diez años.
Udibonos	S	Udibonos emitidos en la actualidad.
PICS	PI	Pagarés de Indemnización Carretera.
CBICS	2U	Certificados Bursátiles de Indemnización Carretera.

Tabla I.3: Características de bonos cuponados de tasa fija en udis.

Al igual que los bonos, a los udibonos anteriormente se asignaba el tipo valor dependiendo del plazo de la emisión. Actualmente se emiten simplemente udibonos “S”, mediante la serie identificamos su plazo La serie de los udibonos y los CBICS se compone de la fecha de vencimiento en formato aammdd. Para los PICS, comienza con P y termina con U, con ciertos dígitos en el interior.

d.4) Bondes e Ipabonos.

Los *bondes* son bonos de desarrollo y los *ipabonos* son bonos del Instituto de Protección al Ahorro Bancario (IPAB). Son instrumentos de tasa revisable. Su tasa de cupón cambia dependiendo de las condiciones del mercado. La tasa se determina al inicio del cupón, por lo que durante la vigencia del cupón vigente se conoce su tasa, pero no las tasas de los siguientes cupones. Su valor nominal es de cien pesos. Para determinar la tasa de cupón, se observa su tasa de referencia con el último dato disponible anterior al inicio del cupón.

Instrumento	Tipo Valor	Referencia	Comentario
Bondes	L	Cetes 28 días.	No son emitidos actualmente.
Bondes	LP	Cetes 91 días.	No son emitidos actualmente. Tienen piso de inflación.
Bondes	LT	Cetes 91 días.	No son emitidos actualmente.
Bondes	LS	Cetes 182 días.	Emitidos actualmente. Tienen piso de inflación.
Ipabonos	IP	Cetes 28 días.	Emitidos actualmente.
Ipabonos	IT	Cetes 91 días.	Emitidos actualmente.
Ipabonos	IS	Cetes 182 días.	Emitidos actualmente. Tienen piso de inflación.

Tabla I.4: Características de bonos cuponados de tasa revisable.

En todos los casos, el periodo del cupón coincide con el plazo de su referencia. Normalmente la determinación de la tasa de los cetes se efectúa los martes, los cortes de cupón de estos instrumentos normalmente son los jueves. Siempre existen dos días entre la determinación de las tasas de referencia y el inicio de los cupones. El piso de inflación significa que si la inflación fue superior que la tasa de referencia, la nueva tasa de cupón será la inflación, por lo que tiene garantía inflacionaria. Al ser instrumentos de tasa revisable, se ajustan a las condiciones del mercado, por lo que el impacto en su valuación debido a alzas en las tasas es menor. Aunque son de tasa variable, el cupón vigente y el valor nominal son fijos.

d.5) Brems.

Los *Brems* son Bonos de Regulación Monetaria. Son instrumentos de tasa revisable con periodos de cupón de veintiocho días. Siguen al mercado de una forma más precisa que los bondes e ipabonos ya que la tasa del cupón se determina al final del periodo, mediante un promedio de las tasas presentadas durante los veintiocho días previos. Su tasa de referencia se le conoce como tasa brem, que es un ponderado de las operaciones de fondeo diario entre las instituciones financieras. A diferencia de los bondes e ipabonos, el único componente fijo de los brems es el valor nominal.

La principal ventaja de este instrumento es que prácticamente no presenta riesgo de mercado. Para los demás instrumentos revisables, el monto del cupón vigente es fijo, lo cual implica riesgo de alza de tasas. En el caso de los Brems, la tasa de cada uno de sus cupones se conoce un dia antes de su liquidación. Por otro lado, este último hecho complica las actividades de las tesorerías, ya que no conocen con anticipación el monto exacto que recibirán. En el caso de instrumentos con poco riesgo de crédito (excelente calificación crediticia), la práctica del mercado es comprometer los recursos dos días hábiles antes de ser recibidos. Por ejemplo, normalmente los instrumentos gubernamentales pagan intereses los jueves. Entonces el martes se realizan compras por el monto que se recibirá el jueves a liquidarse dicho jueves. Se asume que se recibirán los recursos para liquidar la compra. En el caso de los Brems, este mecanismo no puede realizarse con precisión. Se puede anticipar el monto aproximado del cupón. Para evitar problemas, normalmente las tesorerías invierten en fondeo diario los cupones de los Brems el mismo día de su pago.

Instrumento	Tipo Valor	Comentario
Brems	XA	Instrumentos de deuda que siguen con mayor precisión al mercado.

Tabla I.5: Características de los Brems.

Sección 1.02: Valuación de instrumentos de deuda.

La valuación de cualquier instrumento financiero es la suma de los valores presentes de sus flujos. A continuación se muestra la fórmula general encontrada comúnmente en la literatura especializada para valuar instrumentos de deuda:

$$P = \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}$$

Fórmula I.1: Valuación general de bonos.[1]

Donde:
T = fechas de pago.
C_i = Flujo en la fecha i.
r = tasa de interés.
P = Precio del instrumento.

Conceptualmente, la Fórmula I.1 es correcta, indica que el precio es el valor presente de la suma de todos los flujos. Puede derivarse con facilidad, lo que es de suma relevancia para calcular sensibilidades que se tratarán posteriormente. En la operación real, existen varias consideraciones que deben tomarse en cuenta para determinar el precio correcto de los instrumentos. Existen fórmulas para calcular instrumentos mexicanos, las cuales son adecuadas si todas las fechas de los cupones y el vencimiento fueran hábiles, es decir, el instrumento es regular. Estas fórmulas no consideran el efecto de los días inhábiles, por lo que no deberán ser utilizadas en la compra-venta de instrumentos.

Una conclusión muy importante que se puede obtener de la fórmula mostrada anteriormente es la relación entre la tasa y el precio. Si se incrementa la tasa r, se incrementan los denominadores y el precio disminuye. La tasa y el precio se comportan de forma inversa, pero no lineal.

Prácticamente todos los instrumentos mexicanos siguen la convención de calendario *ACT/360*, lo cual significa que los días a considerar para el pago de intereses son naturales y los años son de 360 días. Solamente los instrumentos mexicanos colocados en el extranjero se valúan con base en *30/360*, que implica que los días para calcular los intereses devengados son comerciales (meses de treinta días).

Para realizar la valuación de los instrumentos, es necesario conocer el valor del dinero en el tiempo. Si el día de hoy tenemos un monto P y lo invertimos a cierta tasa r, tenemos a futuro:

$$F = P + Pr$$

$$F = P(1+r)$$

$$P = \frac{F}{1+r}$$

Si invertimos por dos periodos, tenemos:

$$F = P(1+r)(1+r)$$

$$F = P(1+r)^2$$

$$P = \frac{F}{(1+r)^2}$$

[1] Baz, J., and G. Chacko (2004): “Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics”, Cambridge University Press: 88.

En forma general:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

Fórmula I.2: Valor presente utilizando interés compuesto.

(a) Valuación de instrumentos cupón cero.

$$P = \frac{VN}{1 + \frac{T_R \times Plazo}{360}}$$

Fórmula I.3: Precio de cupón cero utilizando tasa de rendimiento.

P = Precio del instrumento.
VN = Valor nominal.
T_R = Tasa de rendimiento del instrumento.
Plazo = Días por vencer del instrumento.

El significado de la fórmula es calcular el valor presente del valor nominal utilizando interés simple. Si la tasa está expresada como porcentaje, en lugar de dividir entre 360, se deberá dividir entre 36,000.

En muchas ocasiones se maneja una *tasa de descuento*, que es la tasa a la que descontamos el valor nominal de un cupón cero. Al dividir la tasa de descuento entre 360, tenemos la tasa de descuento diaria. Si multiplicamos por el plazo, tenemos la tasa para todo el periodo del instrumento. Realizamos el descuento, donde restamos uno menos el resultado anterior y obtenemos el factor de descuento.

$$P = VN\left(1 - \frac{T_D \times Plazo}{360}\right)$$

Fórmula I.4: Precio de cupón cero utilizando tasa de descuento.

P = Precio del instrumento.
VN = Valor nominal.
T_D = Tasa de descuento del instrumento.
Plazo = Días por vencer del instrumento.

Si igualamos ambas ecuaciones y despejamos la tasa de descuento, tenemos la equivalencia entre ambas tasas. Cabe señalar que no manejaremos tasas de descuento, utilizaremos tasas de rendimiento.

$$T_D = \frac{1}{\frac{1}{T_R} + \frac{Plazo}{360}}$$

Fórmula I.5: Tasa de descuento en función de la tasa de rendimiento para cupones cero.

En la Tabla I.6 se muestra un cuadro con la valuación de instrumentos cupón cero para distintos plazos y tasas. Los precios se determinan utilizando la Fórmula I.3.

Precio		Plazo en días							
		28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Tasa	6.00%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
	6.50%	9.949699	9.838350	9.681844	9.381719	8.835440	7.521546	6.027627	4.313960
	7.00%	9.945850	9.826132	9.658207	9.337310	8.756993	7.380830	5.848903	4.133180
	7.50%	9.942005	9.813944	9.634685	9.293320	8.679928	7.245283	5.680473	3.966942
	8.00%	9.938163	9.801786	9.611277	9.249743	8.604207	7.114625	5.521472	3.813559
	8.50%	9.934323	9.789658	9.587983	9.206572	8.529795	6.988595	5.371130	3.671596
	9.00%	9.930487	9.777560	9.564802	9.163803	8.456660	6.866953	5.228758	3.539823
	9.50%	9.926653	9.765493	9.541732	9.121429	8.384768	6.749473	5.093739	3.417181
	10.00%	9.922822	9.753454	9.518773	9.079445	8.314088	6.635945	4.965517	3.302752
	10.50%	9.918995	9.741446	9.495925	9.037846	8.244589	6.526173	4.843592	3.195739
	11.00%	9.915170	9.729467	9.473186	8.996626	8.176243	6.419973	4.727511	3.095443
	11.50%	9.911348	9.717517	9.450555	8.955781	8.109021	6.317175	4.616864	3.001251
	12.00%	9.907530	9.705597	9.428033	8.915305	8.042895	6.217617	4.511278	2.912621
	12.50%	9.903714	9.693706	9.405617	8.875193	7.977839	6.121148	4.410413	2.829077
	13.00%	9.899901	9.681844	9.383308	8.835440	7.913827	6.027627	4.313960	2.750191
	13.50%	9.896091	9.670011	9.361105	8.796042	7.850834	5.936920	4.221636	2.675585
	14.00%	9.892284	9.658207	9.339006	8.756993	7.788836	5.848903	4.133180	2.604920
	14.50%	9.888480	9.646431	9.317011	8.718290	7.727809	5.763458	4.048355	2.537892
	15.00%	9.884679	9.634685	9.295120	8.679928	7.667732	5.680473	3.966942	2.474227
	15.50%	9.880880	9.622967	9.273331	8.641901	7.608581	5.599844	3.888739	2.413678
	16.00%	9.877085	9.611277	9.251645	8.604207	7.550336	5.521472	3.813559	2.356021

Tabla I.6: Valuación de cupones cero a partir de distintos plazos y tasas de rendimiento.

Observando el cuadro anterior, podemos obtener algunas conclusiones:

- A mayor tasa, menor precio y viceversa.
- A mayor plazo, menor precio y viceversa.

La medida de sensibilidad de los instrumentos de deuda más utilizada es la duración. Existen varias formas de definirla e interpretarla:

- Es la primera derivada del precio con respecto a la tasa.
- Es el plazo ponderado de vencimiento de todos los flujos del instrumento medido en años. Se utiliza como ponderación el valor de cada flujo.
- Es aproximadamente la variación del precio ante un cambio en la tasa del 1%.

Debido a que un cupón cero tiene solamente un flujo, su duración es su plazo al vencimiento medido en años.

La Tabla I.7 se construye partiendo de la Tabla I.6, tomando los precios correspondientes al 6% y 7% en las tasas de rendimiento. El primer renglón corresponde a los días al vencimiento de los cupones cero. El renglón *Diferencia* es la resta del precio final menos el inicial. La *Variación* se define como:

$$Variación = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1$$

Fórmula I.6: Definición de variación.

Donde:
P_0 = Precio inicial.
P_1 = Precio final.

El renglón *Estimación* es la duración multiplicada por el cambio en la tasa, en este caso el 1%. El renglón *Variación estimación* es la aplicación de la Fórmula I.6 a la *Variación* y la *Estimación*.

Al final del cuadro I.7 se muestra una comparación de variación real y estimada. Podemos observar que para plazos menores a dos años, es aproximada la interpretación de la duración como la variación del precio ante un cambio en la tasa del 1%.

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	1.000000	2.000000	5.000000	10.000000	20.000000
6.00%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
7.00%	9.945850	9.826132	9.658207	9.337310	8.756993	7.380830	5.848903	4.133180
Diferencia	- 0.007700	- 0.024467	- 0.047390	- 0.089241	- 0.158311	- 0.286901	- 0.368713	- 0.378098
Variación	-0.077357%	-0.248383%	-0.488276%	-0.946700%	-1.775724%	-3.741671%	-5.930138%	-8.381171%
Estimación	-0.076712%	-0.249315%	-0.498630%	-1.000000%	-2.000000%	-5.000000%	-10.000000%	-20.000000%
Variación estimación	-0.83288%	0.37534%	2.12055%	5.63014%	12.63014%	33.63014%	68.63014%	138.63014%

Tabla I.7: Estimación del precio de cupones cero mediante duración.

Si realizamos un ejercicio similar al mostrado en la Tabla I.7, para un incremento del 10% en la tasa, tenemos que la estimación es menos precisa; lo anterior se debe a que el ajuste por duración es aproximado únicamente para cambios pequeños en la tasa. Los resultados se muestran en la Tabla I.8.

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	1.000000	2.000000	5.000000	10.000000	20.000000
6.000%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
16.000%	9.877085	9.611277	9.251645	8.604207	7.550336	5.521472	3.813559	2.356021
Diferencia	- 0.076465	- 0.239322	- 0.453952	- 0.822345	- 1.364969	- 2.146259	- 2.404057	- 2.155257
Variación	-0.768218%	-2.429517%	-4.677220%	-8.723709%	-15.310403%	-27.990798%	-38.665254%	-47.774869%
Estimación	-0.767123%	-2.493151%	-4.986301%	-10.000000%	-20.000000%	-50.000000%	-100.000000%	-200.000000%
Variación estimación	-0.14247%	2.61918%	6.60822%	14.63014%	30.63014%	78.63014%	158.63014%	318.63014%

Tabla I.8: Estimación del precio de cupones cero mediante duración, ante un cambio de 10% en la tasa.

En la Tabla I.9 se muestra la valuación de instrumentos cupón cero utilizando pequeños incrementos en la tasa, similar al ejemplo mostrado en la Tabla I.6.

Precio		Plazo en días							
		28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Tasa	6.000%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
	6.005%	9.953512	9.850477	9.705359	9.426101	8.914499	7.666242	6.215657	4.509216
	6.010%	9.953473	9.850354	9.705121	9.425651	8.913693	7.664752	6.213699	4.507155
	6.015%	9.953435	9.850231	9.704883	9.425200	8.912888	7.663263	6.211743	4.505096
	6.020%	9.953396	9.850109	9.704645	9.424750	8.912082	7.661775	6.209787	4.503040
	6.025%	9.953357	9.849986	9.704406	9.424300	8.911277	7.660288	6.207833	4.500985
	6.030%	9.953319	9.849863	9.704168	9.423849	8.910472	7.658800	6.205880	4.498932
	6.035%	9.953280	9.849741	9.703930	9.423399	8.909667	7.657314	6.203928	4.496880
	6.040%	9.953242	9.849618	9.703692	9.422949	8.908862	7.655828	6.201978	4.494831
	6.045%	9.953203	9.849496	9.703454	9.422499	8.908058	7.654343	6.200028	4.492783
	6.050%	9.953165	9.849373	9.703216	9.422049	8.907253	7.652858	6.198080	4.490738
	6.055%	9.953126	9.849250	9.702978	9.421599	8.906449	7.651374	6.196133	4.488694
	6.060%	9.953088	9.849128	9.702740	9.421149	8.905645	7.649890	6.194188	4.486652
	6.065%	9.953049	9.849005	9.702502	9.420699	8.904841	7.648407	6.192243	4.484612
	6.070%	9.953011	9.848883	9.702264	9.420249	8.904037	7.646925	6.190300	4.482574
	6.075%	9.952972	9.848760	9.702027	9.419799	8.903233	7.645443	6.188358	4.480538
	6.080%	9.952934	9.848637	9.701789	9.419349	8.902429	7.643961	6.186417	4.478503
	6.085%	9.952895	9.848515	9.701551	9.418900	8.901626	7.642481	6.184478	4.476471
	6.090%	9.952857	9.848392	9.701313	9.418450	8.900823	7.641000	6.182539	4.474440
	6.095%	9.952818	9.848270	9.701075	9.418000	8.900019	7.639521	6.180602	4.472411
	6.100%	9.952780	9.848147	9.700837	9.417551	8.899216	7.638042	6.178666	4.470384

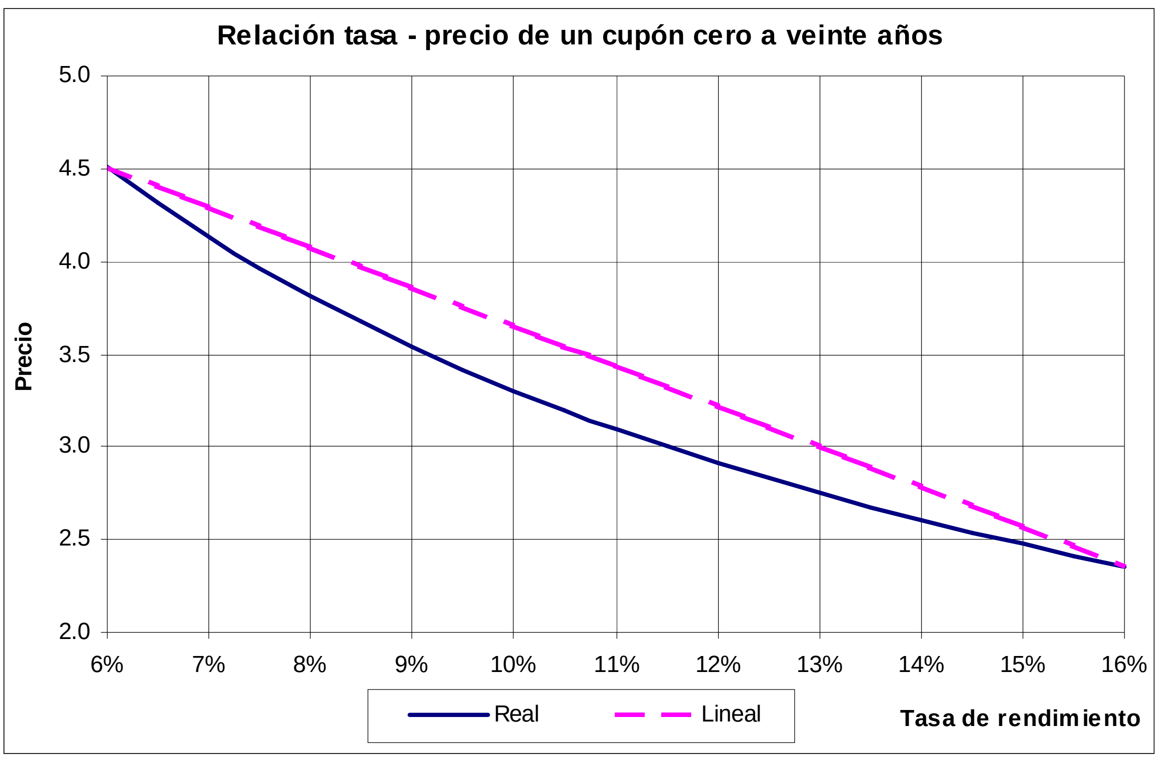
Tabla I.9: Valuación de cupones cero a distintos plazos y pequeños cambios en las tasas de rendimiento.

Para cambios pequeños en las tasas, el ajuste del precio utilizando la duración es mejor. Para instrumentos de largo plazo observamos en la Tabla I.10 que el ajuste no es adecuado, independientemente de la variación en la tasa que utilicemos. Es resultado del efecto de la convexidad, tema que se analizará posteriormente. La construcción de la Tabla I.10 es similar a la Tabla I.8, en este caso utilizando un cambio en las tasas de 0.005%.

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	1.000000	2.000000	5.000000	10.000000	20.000000
6.000%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
6.005%	9.953512	9.850477	9.705359	9.426101	8.914499	7.666242	6.215657	4.509216
Diferencia	- 0.000039	- 0.000123	- 0.000238	- 0.000450	- 0.000806	- 0.001490	- 0.001959	- 0.002062
Variación	-0.000387%	-0.001245%	-0.002453%	-0.004779%	-0.009038%	-0.019432%	-0.031510%	-0.045718%
Estimación	-0.000384%	-0.001247%	-0.002493%	-0.005000%	-0.010000%	-0.025000%	-0.050000%	-0.100000%
Variación estimación	-0.90921%	0.12727%	1.62441%	4.63514%	10.64014%	28.65514%	58.68014%	118.73014%

Tabla I.10: Estimación del precio de cupones cero mediante duración, ante un cambio de 0.005% en la tasa.

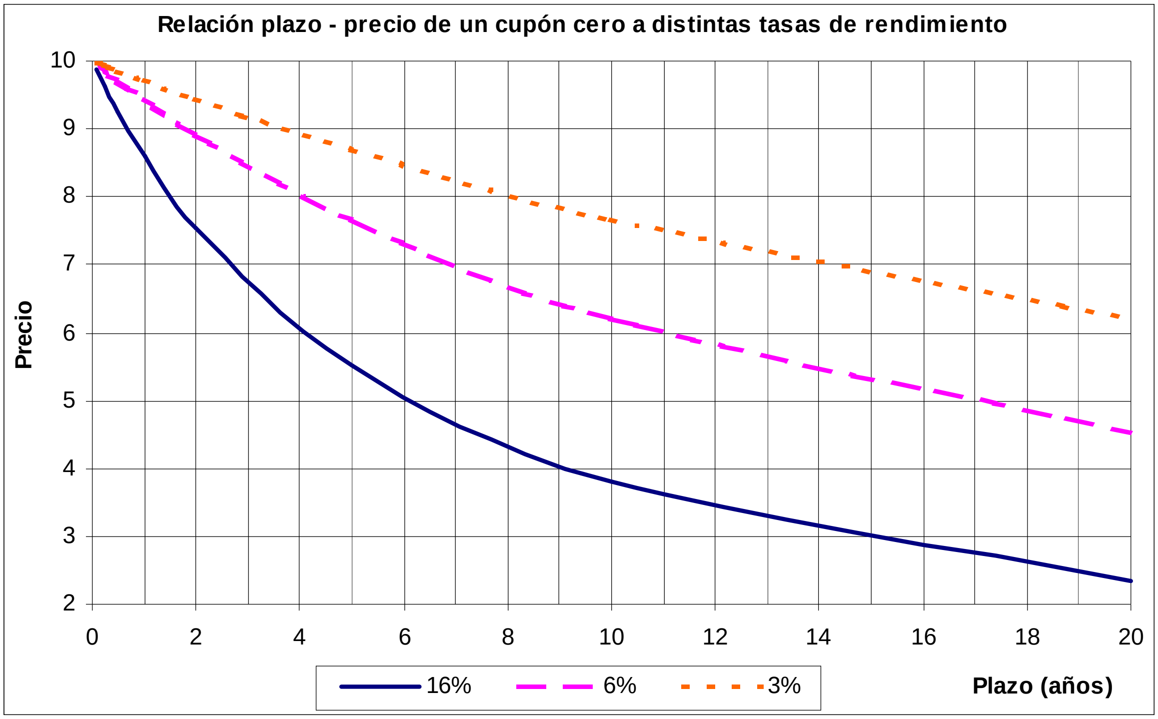
Hasta este momento sabemos que existe una relación inversa entre la tasa y el precio. ¿Cómo se comporta? ¿Es lineal? A continuación se muestra una gráfica (I.1) de mucha trascendencia para el análisis de los mercados de deuda. Los valores de la gráfica se obtienen aplicando la Fórmula I.3 a un plazo constante y distintas tasas.



Gráfica I.1: Relación inversa no lineal (hiperbólica) entre tasas y precios.

Confirmamos que la relación entre la tasa y el precio es inversa, pero no es lineal. Es asintótica e hiperbólica, lo cual significa que para cualquier valor de la tasa, el precio será mayor a cero. Dado que la duración es la primera derivada del precio con respecto a la tasa, es la pendiente de la recta tangente a dicha curva. Lo anterior implica que si realizamos un cálculo del precio basándonos en la duración, asumimos que su comportamiento es lineal, lo cual ya observamos que no es cierto. Solamente es aproximado para pequeños movimientos en la tasa.

En la siguiente gráfica (I.2) podemos observar el cambio del precio al variar el plazo a vencimiento. Los valores de la gráfica se obtienen aplicando la Fórmula I.3 a distintos plazos y tasas.



Gráfica I.2: Comportamiento del precio para cupones cero.

Los instrumentos cupón cero cotizan a descuento, lo cual significa que el inversionista lo adquiere debajo de su valor nominal. En ningún caso el precio del instrumento será mayor al valor nominal (tendría que presentarse un escenario de tasas negativas). Como estos instrumentos no pagan intereses, solamente tiene ganancia de capital. El inversionista lo adquiere a cierto costo y gana capital con el paso del tiempo. Si se suben las tasas, el instrumento pierde valor y presenta minusvalía. Independientemente del comportamiento de las tasas, el inversionista recibe al final el valor nominal. Tenemos en la gráfica tres escenarios de tasas, observamos que a mayor tasa, el inversionista adquiere el instrumento a menor precio, teniendo una mayor ganancia de capital. Conforme transcurra el tiempo, cualquier escenario converge en el valor nominal.

Hemos analizado que el comportamiento precio – tasa no es lineal y por ello no es muy preciso calcular el precio utilizando la duración. La curvatura que presenta se le denomina *convexidad*, que es la segunda derivada del precio con respecto a la tasa, o la derivada de la duración con respecto a la tasa. Al ser dos funciones la duración y la convexidad, su valor es cambia al variar la tasa.

La siguiente fórmula (I.7) muestra el cálculo de la convexidad para un cupón cero. Su desarrollo puede consultarse en el *Anexo A*.

$$\kappa = \frac{T(T+1)}{(1+r)^2}$$

Fórmula I.7: Convexidad de instrumentos cupón cero.[2]

T = plazo en años.
r = Tasa de rendimiento.

[2] Baz, J., and G. Chacko (2004): “Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics”, Cambridge University Press: 103.

A continuación observamos una tabla (I.11) con la convexidad para distintos plazos y tasas, donde se aplica la Fórmula I.7. Recordemos que la duración para instrumentos cupón cero es su plazo al vencimiento.

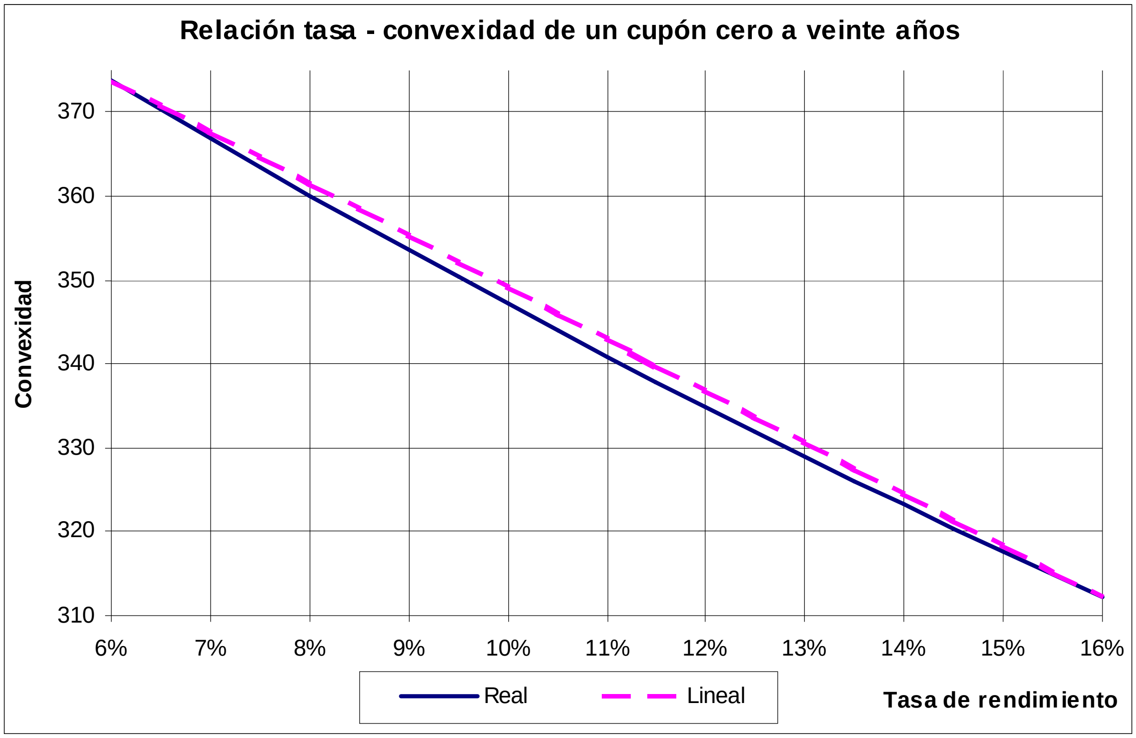
Convexidad		Plazo en días							
		28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Tasa	6.00%	0.073511	0.277210	0.665061	1.779993	5.339979	26.699893	97.899608	373.798505
	6.50%	0.072823	0.274613	0.658831	1.763319	5.289956	26.449778	96.982521	370.296899
	7.00%	0.072144	0.272053	0.652688	1.746877	5.240632	26.203162	96.078260	366.844266
	7.50%	0.071474	0.269528	0.646630	1.730665	5.191996	25.959978	95.186587	363.439697
	8.00%	0.070814	0.267038	0.640657	1.714678	5.144033	25.720165	94.307270	360.082305
	8.50%	0.070163	0.264582	0.634766	1.698911	5.096732	25.483659	93.440082	356.771220
	9.00%	0.069520	0.262161	0.628956	1.683360	5.050080	25.250400	92.584799	353.505597
	9.50%	0.068887	0.259772	0.623225	1.668022	5.004066	25.020329	91.741206	350.284606
	10.00%	0.068262	0.257416	0.617572	1.652893	4.958678	24.793388	90.909091	347.107438
	10.50%	0.067646	0.255091	0.611996	1.637968	4.913904	24.569522	90.088246	343.973301
	11.00%	0.067038	0.252799	0.606495	1.623245	4.869735	24.348673	89.278468	340.881422
	11.50%	0.066438	0.250536	0.601068	1.608719	4.826158	24.130789	88.479559	337.831044
	12.00%	0.065846	0.248304	0.595713	1.594388	4.783163	23.915816	87.691327	334.821429
	12.50%	0.065262	0.246102	0.590429	1.580247	4.740741	23.703704	86.913580	331.851852
	13.00%	0.064686	0.243929	0.585216	1.566293	4.698880	23.494401	86.146135	328.921607
	13.50%	0.064117	0.241785	0.580071	1.552524	4.657571	23.287857	85.388810	326.030003
	14.00%	0.063556	0.239668	0.574994	1.538935	4.616805	23.084026	84.641428	323.176362
	14.50%	0.063002	0.237580	0.569983	1.525524	4.576572	22.882859	83.903816	320.360024
	15.00%	0.062455	0.235518	0.565038	1.512287	4.536862	22.684310	83.175803	317.580340
	15.50%	0.061916	0.233484	0.560156	1.499222	4.497667	22.488334	82.457225	314.836678
	16.00%	0.061383	0.231475	0.555338	1.486326	4.458977	22.294887	81.747919	312.128419
Duración		0.076712	0.249315	0.498630	1	2	5	10	20

Tabla I.11: Convexidades a distintos plazos y tasas para cupones cero.

De la tabla anterior (I.11) podemos observar que:

- A mayor tasa, menor convexidad y viceversa.
- A mayor plazo, mayor convexidad y viceversa.

Cuando la convexidad es pequeña, el ajuste del precio utilizando la duración ante un cambio de la tasa es bueno. De lo contrario, utilizamos la duración y la convexidad.



Gráfica I.3: Relación no lineal entre la convexidad y la tasa de rendimiento en cupones cero.

De la gráfica anterior (I.3) observamos la relación inversa entre la tasa de rendimiento y la convexidad. Dicha relación no es lineal, el comportamiento real muestra una pequeña variación sobre la proyección lineal. La gráfica anterior (I.3) es obtenida aplicando la Fórmula I.7 a un plazo constante y distintas tasas.

Con frecuencia es de suma utilidad determinar el precio de un instrumento a partir de su precio, tasa, duración y convexidad. De esta forma podemos obtener rápidamente un estimado de su valuación si simulamos determinada variación de la tasa. Toma mayor relevancia si tenemos un gran portafolio de inversión y queremos estimar el impacto ante una alza generalizada en los niveles de tasas. La siguiente fórmula (I.8) puede utilizarse para estimar el precio de un instrumento mediante la duración y la convexidad. Su obtención se muestra en el *Anexo A*.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{1+r}\Delta r + \frac{\kappa}{2}(\Delta r)^2$$

Fórmula I.8: Estimación de cambios en precios mediante duración y convexidad.[3]

Donde:
P = Precio actual.
r = Tasa de rendimiento actual.
κ = Convexidad.
D = Duración de Macaulay.
ΔP = Cambio en el precio (precio actual menos nuevo precio).
Δr = Cambio en la tasa (tasa actual menos nueva tasa).

[3] Baz, J., and G. Chacko (2004): “Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics”, Cambridge University Press: 101.

El segundo término de la fórmula anterior (I.8) corresponde al cálculo del precio utilizando la duración. El tercer término es el ajuste del cálculo mediante la convexidad. La duración que manejaremos en todos los modelos de valuación es la duración de Macaulay, en honor de Frederick Robertson Macaulay, quien propuso esta medición del riesgo en las tasas en 1938. Otra medida utilizada es la duración modificada, definida por:

$$D\,\mathrm{mod} = \frac{D}{1+r}$$

Fórmula I.9: Duración modificada.[4]

Donde:
D = Duración de Macaulay.
r = Tasa de rendimiento.

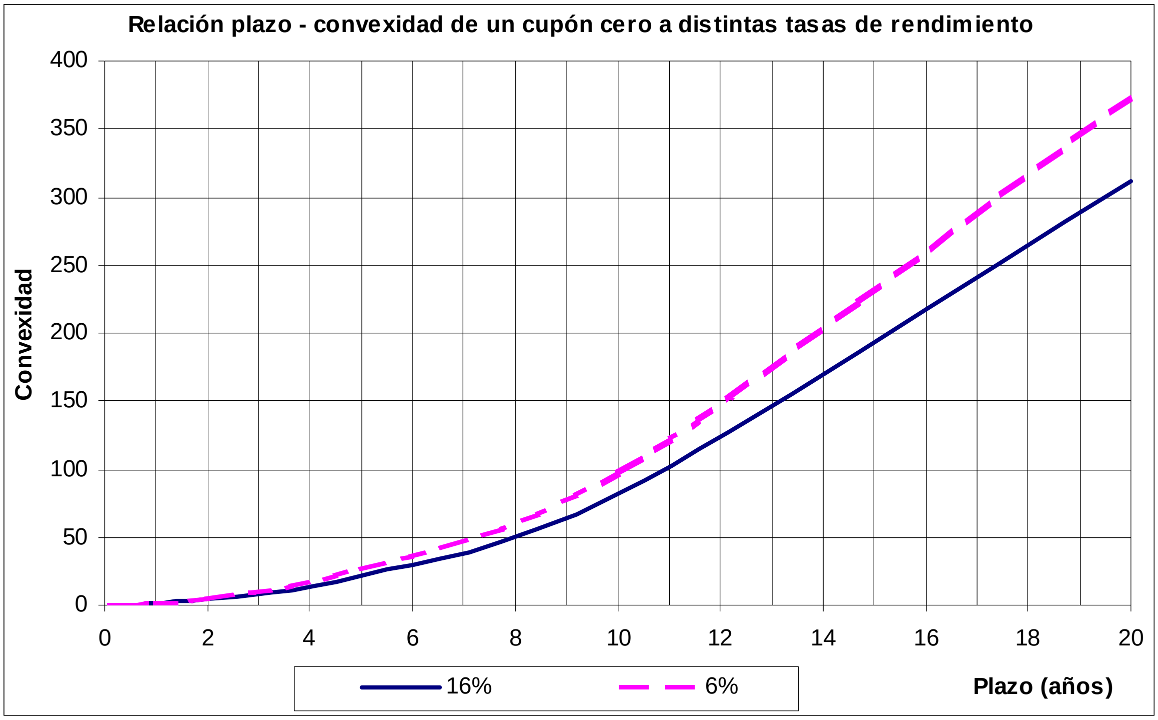
La siguiente tabla (I.12), es similar a la Tabla I.10. Se muestra un incremento en la tasa de 0.05% (5 puntos base) en la tasa y diferentes plazos. Partimos de la duración y la convexidad, calculamos la valuación a dos niveles de tasas. *Estimación duración* es el cálculo del precio a partir del precio inicial y la duración. Para ello ignoramos el término de la convexidad en la Fórmula I.8. *Variación duración* se refiere a la variación del precio estimado con la duración y el precio real. De la misma forma, *estimación convexidad* es el cálculo del precio utilizando la duración y la convexidad. *Variación convexidad* es la variación del precio calculado con la convexidad y el precio real. Podemos observar que para un cambio pequeño en la tasa, el cálculo mediante la duración es aceptable, pero es más preciso si realizamos el ajuste de la curvatura mediante la convexidad. Para mayores incrementos en las tasas y plazos mayores a dos años, no es recomendable utilizar la convexidad.

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	1.000000	2.000000	5.000000	10.000000	20.000000
Convexidad	0.073511	0.277210	0.665061	1.779993	5.339979	26.699893	97.899608	373.798505
6.00%	9.953550	9.850599	9.705597	9.426551	8.915305	7.667732	6.217617	4.511278
6.05%	9.953165	9.849373	9.703216	9.422049	8.907253	7.652858	6.198080	4.490738
Estimación duración	9.953170	9.849390	9.703248	9.422108	8.907356	7.653033	6.198287	4.490927
Variación duración	0.00005%	0.00017%	0.00033%	0.00063%	0.00116%	0.00229%	0.00334%	0.00420%
Estimación convexidad	9.953170	9.849389	9.703248	9.422106	8.907350	7.653008	6.198211	4.490716
Variación convexidad	0.00005%	0.00017%	0.00032%	0.00061%	0.00109%	0.00196%	0.00211%	-0.00049%

Tabla I.12: Estimación de precios de cupones cero mediante duración y convexidad.

En la siguiente gráfica (I.4) se muestra la relación entre el plazo de un instrumento cupón cero y la convexidad para dos niveles de tasas, aplicando la Fórmula I.7. Podemos observar que crece exponencialmente la convexidad al incrementar el plazo. Este efecto es más pronunciado para instrumentos de menor tasa.

[4] Baz, J., and G. Chacko (2004): “Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics”, Cambridge University Press: 92.



Gráfica I.4: Relación no lineal entre la convexidad y el plazo en cupones cero.

(b) Valuación de bonos de tasa fija.

Recordemos las características de un bono cuponado tasa fija del Gobierno Federal:

- Tasa fija para todos los cupones.
- Valor nominal de $100 pesos.
- Pagos semestrales.
- Amortización de todo el capital en la fecha de vencimiento.
- Contabilidad de días Act/360.

La subasta de valores gubernamentales en México se efectúa los martes, o el día hábil anterior si dicho martes es inhábil. El martes se realiza la compra de estos valores mediante subasta, la cual se liquida dos días hábiles después, normalmente jueves. A partir del jueves, comienza a devengar los intereses. Cuando llega la fecha de pago de cupón, los intereses devengados se liquidan mediante el pago de cupón y empiezan a acumularse nuevamente desde cero. Normalmente el número de días entre los cupones es 182. ¿Qué sucede si la fecha de cupón es inhábil? El cupón se paga el día hábil anterior, calculado a dicho día hábil anterior. Este punto tiene enorme relevancia, ya que es el origen de los instrumentos irregulares. Si el cupón fuera liquidado calculando los intereses al día inhábil, el instrumento sería regular. Por lo tanto, tuvimos un cupón corto de 181 días. Si la fecha del siguiente cupón fuese hábil, entonces el cupón pagará 183 días. El resultado es que un día de intereses se paga hasta el siguiente cupón, lo que modifica la valuación. Para instrumentos privados, si el día de pago es inhábil, se acostumbra pagar en la fecha posterior (depende de cada instrumento en particular), pero calculado al día inhábil, por lo que dicho cupón es regular. Este efecto del cupón irregular aplica a cualquier instrumento del Gobierno Federal.

Después de ser emitido el bono, empieza a acumular intereses, lo cual se le conoce como devengar intereses. Al cupón vigente se le llama cupón corrido. ¿Cuál es el sentido de calcular diariamente los intereses transcurridos? Sirve para provisionarlos contablemente. Para un fondo de inversión, un instrumento es un activo. Al llegar el corte de cupón, entraría al fondo una fuerte cantidad de dinero, lo cual movería la contabilidad y la determinación del precio de dicho fondo. Por principio contable, un evento debe reconocerse en el día que se conozca con exactitud el importe. Podemos calcular con exactitud el monto diario devengado y entonces se realiza la provisión de intereses, la cual es una cuenta de activo. Al momento del corte de cupón, entra a bancos, descargando la cuenta de provisión de intereses.

Cuando se realiza la compra del instrumento, ésta se efectúa considerando los intereses devengados a la fecha de liquidación de la operación. Lo anterior se debe a que el dueño anterior del instrumento lo mantuvo durante ciertos días, en los cuales se acumuló intereses. El día del pago del cupón, éste será acreditado en el Indeval al dueño en el momento del corte de cupón, por lo que el dueño anterior no recibe ingreso alguno. El nuevo dueño recibe el cupón completo, aunque los primeros días del cupón le correspondan al dueño anterior. Por ello, al momento de la compra, el comprador le paga al vendedor los intereses acumulados hasta el momento. El precio de liquidación, el cual contiene el cupón devengado, se le denomina *precio sucio*. Al precio sin considerar el cupón corrido se le denomina *precio limpio*. En prácticamente todos los países del mundo, a excepción de México, se realizan las operaciones de instrumentos pactando el precio. Dicho precio se le llama precio de cotización o precio limpio. Se cotiza a precio limpio debido a que ambas partes conocen el monto del cupón corrido y no es necesario inflar el precio con éste. Al momento de liquidar la operación, siempre se realiza a precio sucio.

Para calcular los intereses devengados, se aplica la siguiente fórmula:

$$Intereses = \frac{VN \times DíasTranscurridos \times TasaCupón}{360}$$

Fórmula I.10: Intereses devengados.

El monto del cupón a recibir se calcula introduciendo como los días transcurridos el periodo completo del cupón, en este caso 182 días. Si la tasa cupón se encuentra expresada como porcentaje, se deberá dividir entre 36,000 en lugar de 360. VN es el valor nominal al inicio del periodo del cupón; para estos bonos el valor nominal es constante, pero para instrumentos amortizables y capitalizables se aplica este criterio.

Para el cálculo de los días transcurridos se consideran días naturales. La tasa cupón se expresa para años de 360 días, por lo tanto se divide entre este número. Al dividir la tasa cupón entre 360 tenemos la tasa diaria. Multiplicamos por los días transcurridos y tenemos la tasa por todo el periodo, la cual multiplicamos por el valor nominal, la base de cálculo para obtener los intereses. El hecho de considerar días naturales y años de 360 días es lo que conocemos como convención de calendario Act/360.

Para valuar un instrumento, debemos obtener su valor presente. Para calcular el valor presente, se obtiene un *factor de descuento* por cada fecha de pago. El factor de descuento se multiplica al monto estimado futuro. El factor de descuento se calcula de la siguiente forma:

$$Fd = \frac{1}{\left(1 + \frac{T_R \times Periodo}{360}\right)^{\frac{Días}{Periodo}}}$$

Fórmula I.11: Factor de descuento para convención Act/360.

Fd = Factor de descuento.
T_R = Tasa de rendimiento.
Periodo = Plazo normal de pago de cupones.
Días = Días por vencer del instrumento.

Para los bonos fijos del Gobierno Federal, se utiliza 182, sin importar si el instrumento es irregular. La fórmula calcula el factor de descuento utilizando interés compuesto. El exponente es el número de pagos de cupón pendientes en fracción. Si multiplicamos los intereses a pagar en determinada fecha por el factor de descuento calculado para la misma fecha, tenemos el cálculo del cupón a valor presente. Si realizamos el cálculo anterior para todos los flujos del instrumento, incluyendo el pago del principal, tenemos el precio del bono.

La tasa de rendimiento es la tasa que obtendrá el portafolio por la adquisición del instrumento. Es diferente de la *tasa de cupón*, que es la tasa de pago de intereses. Como hemos visto, a mayor tasa, menor precio. Si compro el instrumento a una tasa mayor que la tasa cupón, implica menor precio, por lo que obtendré una ganancia de capital (valor nominal menos precio limpio), además de los pagos de intereses. Se dice que hemos comprado el instrumento a descuento, o *bajo par*. Si compro el instrumento a una menor tasa, implica un mayor precio. Recibiré los intereses a la tasa cupón, pero tendré una pérdida de capital ya que mi precio limpio será mayor al valor nominal (compré caro, decimos que lo compré con premio, o *sobre par*). Si en la fecha de colocación del instrumento, lo adquirimos con una tasa de rendimiento igual a la tasa de cupón, se dice que lo compramos a valor par, lo que implica que su precio será su valor nominal. La tasa de rendimiento se le conoce en EEUU como *yield to maturity* (tasa al vencimiento), o TIR en España (tasa interna de retorno).

A continuación se muestra la valuación de un instrumento existente en el mercado:

Vencimiento: 14/07/2011
Fecha de valuación o liquidación: 20/07/2006
Tasa de rendimiento: 10.50%
Tasa cupón: 10.50%
Tipo de Tasa: Fija.
Periodo de cupón: 182 días.
Valor nominal: $100.00
Plazo: 1820 días (5 años).

FechaCupon	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
20/07/2006	Jueves							
18/01/2007	Jueves	182	182	100.000000	5.308333		0.949592	5.040753
19/07/2007	Jueves	364	182	100.000000	5.308333		0.901726	4.786661
17/01/2008	Jueves	546	182	100.000000	5.308333		0.856272	4.545378
17/07/2008	Jueves	728	182	100.000000	5.308333		0.813110	4.316256
15/01/2009	Jueves	910	182	100.000000	5.308333		0.772123	4.098684
16/07/2009	Jueves	1,092	182	100.000000	5.308333		0.733202	3.892080
14/01/2010	Jueves	1,274	182	100.000000	5.308333		0.696243	3.695890
15/07/2010	Jueves	1,456	182	100.000000	5.308333		0.661147	3.509589
13/01/2011	Jueves	1,638	182	100.000000	5.308333		0.627820	3.332679
14/07/2011	Jueves	1,820	182	100.000000	5.308333	100.000000	0.596173	62.782029
						Precio sucio		**100.000000**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**100.000000**
						Importe sucio		**100.000000**
						Duración		**3.994643**
						Convexidad		**20.037125**

Figura I.3: Valuación de un bono regular de tasa fija en su fecha de cupón y precio igual al valor nominal.

Los intereses los calculamos utilizando la Fórmula I.10, los factores de descuento mediante la Fórmula I.11. Los valores presentes son el resultado de multiplicar los intereses por los factores de descuento. El precio sucio es la suma de los valores presentes de los flujos (Fórmula I.13). El cupón devengado se calcula mediante la Fórmula I.10, en este caso vale cero. El precio limpio es el precio sucio menos el cupón devengado. El importe sucio es el precio sucio por el número de títulos, en este caso la valuación es unitaria. La duración (Fórmula I.12) y la convexidad (Fórmula I.14) las veremos posteriormente, su determinación se encuentra en el *Anexo A*.

Observamos que todos los flujos coinciden en el día jueves, todos con días cupón de 182, por lo tanto el instrumento es regular. El valor nominal es constante e igual a 100, por lo tanto, al ser un instrumento regular en fechas y valor nominal, los importes de los cupones son constantes. En la fecha del último cupón tenemos el pago del principal. Los factores de descuento son decrecientes, menores a uno y mayores a cero. Es el resultado del valor del dinero en el tiempo. Si tuviera el cupón el día de hoy, no tendría descuento. Preferimos tener un ingreso lo más próximo posible, por ello es más valioso un ingreso en 182 días que otro en 364 días, por lo que el valor presente decrece al incrementar el plazo del pago. Los 100 pesos de valor nominal al día de hoy valen solamente 62.782029 pesos por el efecto del valor del dinero en el tiempo. Los intereses devengados son cero, implica que la fecha de valuación coincide con el inicio de un cupón. El precio sucio es igual al precio limpio, ambos iguales a 100. Estoy comprando el instrumento a precio par, son iguales la tasa de cupón y la tasa de rendimiento. Posteriormente analizaremos la duración y la convexidad, pero podemos observar que la duración es menor al plazo del instrumento (4 y 5 años, respectivamente).

El siguiente ejemplo (Figura I.4) parte del anterior (Figura I.3). Si adquirimos el instrumento a una tasa de rendimiento del 11%, la tasa subió y como consecuencia, el precio disminuye.

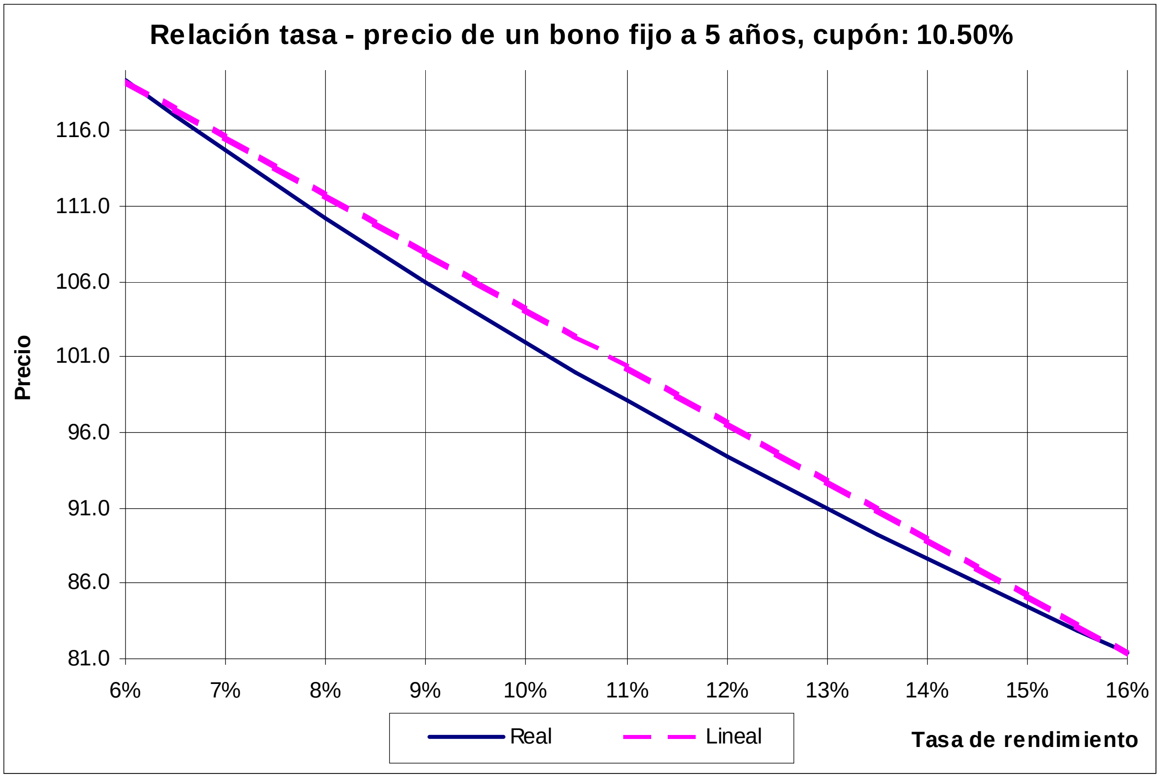
FechaCupon	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
20/07/2006	Jueves							
18/01/2007	Jueves	182	182	100.000000	5.308333		0.947319	5.028683
19/07/2007	Jueves	364	182	100.000000	5.308333		0.897412	4.763764
17/01/2008	Jueves	546	182	100.000000	5.308333		0.850135	4.512803
17/07/2008	Jueves	728	182	100.000000	5.308333		0.805349	4.275062
15/01/2009	Jueves	910	182	100.000000	5.308333		0.762922	4.049845
16/07/2009	Jueves	1,092	182	100.000000	5.308333		0.722730	3.836494
14/01/2010	Jueves	1,274	182	100.000000	5.308333		0.684656	3.634382
15/07/2010	Jueves	1,456	182	100.000000	5.308333		0.648587	3.442917
13/01/2011	Jueves	1,638	182	100.000000	5.308333		0.614419	3.261539
14/07/2011	Jueves	1,820	182	100.000000	5.308333	100.000000	0.582050	61.294741
						Precio sucio		**98.100228**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**98.100228**
						Duración		**3.983686**
						Convexidad		**19.870523**

Figura I.4: Simulación de alza de tasas en bonos de tasa fija.

El siguiente ejemplo (Figura I.5) parte del anterior (Figura I.4). Calculamos ahora el instrumento a una tasa de rendimiento del 10%, la tasa bajó y como consecuencia, el precio aumenta.

FechaCupon	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
20/07/2006	Jueves							
18/01/2007	Jueves	182	182	100.000000	5.308333		0.951877	5.052882
19/07/2007	Jueves	364	182	100.000000	5.308333		0.906070	4.809724
17/01/2008	Jueves	546	182	100.000000	5.308333		0.862468	4.578267
17/07/2008	Jueves	728	182	100.000000	5.308333		0.820964	4.357948
15/01/2009	Jueves	910	182	100.000000	5.308333		0.781457	4.148232
16/07/2009	Jueves	1,092	182	100.000000	5.308333		0.743851	3.948608
14/01/2010	Jueves	1,274	182	100.000000	5.308333		0.708055	3.758591
15/07/2010	Jueves	1,456	182	100.000000	5.308333		0.673981	3.577717
13/01/2011	Jueves	1,638	182	100.000000	5.308333		0.641547	3.405548
14/07/2011	Jueves	1,820	182	100.000000	5.308333	100.000000	0.610674	64.309110
						Precio sucio		**101.946628**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**101.946628**
						Duración		**4.005532**
						Convexidad		**20.204708**

Figura I.5: Simulación de baja de tasas en bonos de tasa fija.



Gráfica I.5: Relación no lineal entre el precio y la tasa de rendimiento en bonos cuponados.

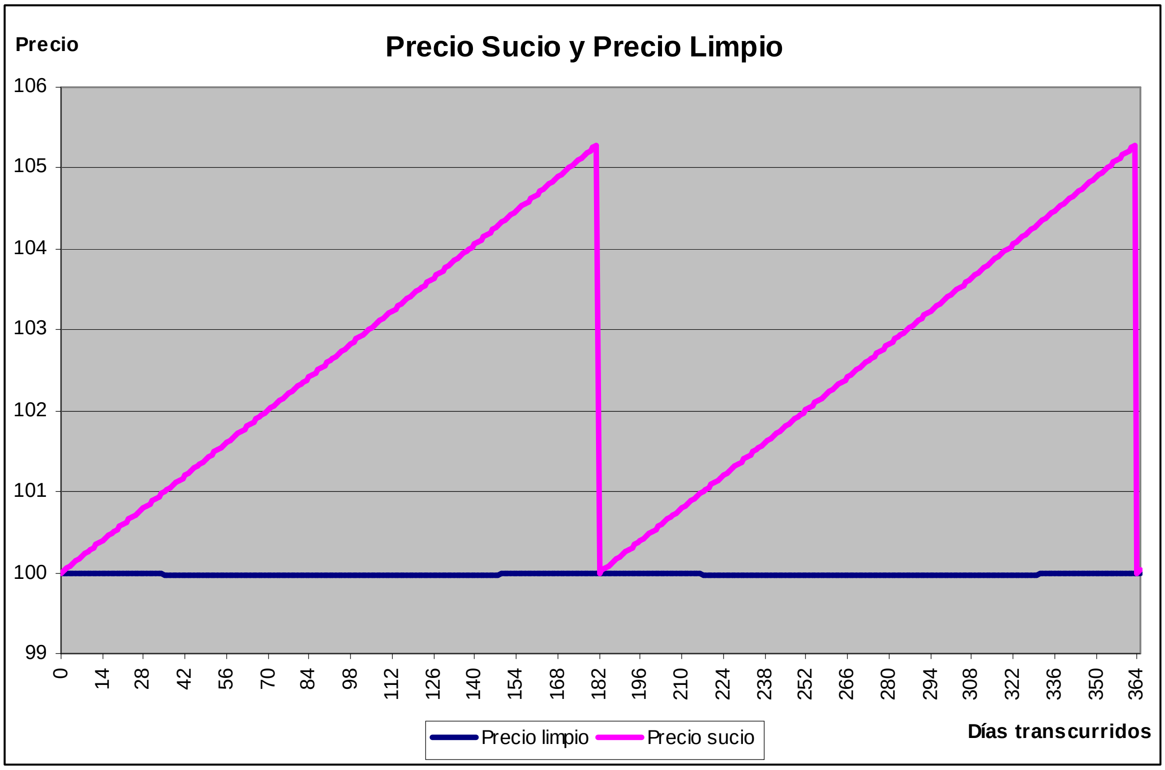
La gráfica anterior (I.5) se obtiene aplicando el procedimiento descrito en la Figura I.3. Observamos la relación inversa entre la tasa de rendimiento y el precio. La línea punteada muestra la variación de forma lineal, la curva continua muestra el comportamiento real. Por lo tanto, la relación entre la tasa y el precio no es lineal, a su curvatura se le denomina convexidad, similar a los cupón cero.

Para mostrar el efecto del paso del tiempo sobre un instrumento, se presenta la siguiente tabla (I.13). Su cálculo corresponde al aplicado en la Figura I.3. Se observa que el precio sucio se separa del precio limpio en forma lineal, acumulando intereses, hasta que llega el pago del cupón y nuevamente son iguales. Al tratarse de instrumentos de tasa fija, el monto del pago de intereses es idéntico, la forma de acumular los intereses también es igual. El precio limpio no se mantiene constante en este ejercicio en el que no cambiamos la tasa. Tiene una pequeña variación, su valor mínimo se presenta cuando el periodo del cupón se encuentra a la mitad. La razón de esta desviación es la resta de dos fenómenos: el precio limpio no considera los intereses devengados, por lo que cada día el precio limpio pierde un día de intereses. Por otro lado, todos los factores de descuento crecen con el paso del tiempo, por lo que crece el valor presente de todos los flujos. Su importe máximo es su valor nominal, que se presenta en la fecha de pago del cupón.

Días	P.Limpio	P.Sucio	Intereses	Días	P.Limpio	P.Sucio	Intereses	Días	P.Limpio	P.Sucio	Intereses
0	100.000000	100.000000	0.000000	61	99.969498	101.748665	1.779167	122	99.969575	103.527909	3.558333
1	99.999256	100.028423	0.029167	62	99.969252	101.777585	1.808333	123	99.969834	103.557334	3.587500
2	99.998521	100.056854	0.058333	63	99.969013	101.806513	1.837500	124	99.970102	103.586768	3.616667
3	99.997793	100.085293	0.087500	64	99.968783	101.835450	1.866667	125	99.970377	103.616211	3.645833
4	99.997074	100.113740	0.116667	65	99.968561	101.864394	1.895833	126	99.970661	103.645661	3.675000
5	99.996362	100.142195	0.145833	66	99.968347	101.893347	1.925000	127	99.970954	103.675121	3.704167
6	99.995659	100.170659	0.175000	67	99.968141	101.922308	1.954167	128	99.971255	103.704588	3.733333
7	99.994964	100.199130	0.204167	68	99.967944	101.951277	1.983333	129	99.971564	103.734064	3.762500
8	99.994276	100.227610	0.233333	69	99.967755	101.980255	2.012500	130	99.971881	103.763548	3.791667
9	99.993597	100.256097	0.262500	70	99.967574	102.009241	2.041667	131	99.972207	103.793041	3.820833
10	99.992926	100.284593	0.291667	71	99.967401	102.038235	2.070833	132	99.972542	103.822542	3.850000
11	99.992264	100.313097	0.320833	72	99.967237	102.067237	2.100000	133	99.972885	103.852051	3.879167
12	99.991609	100.341609	0.350000	73	99.967081	102.096248	2.129167	134	99.973236	103.881569	3.908333
13	99.990962	100.370129	0.379167	74	99.966933	102.125266	2.158333	135	99.973595	103.911095	3.937500
14	99.990324	100.398657	0.408333	75	99.966793	102.154293	2.187500	136	99.973963	103.940630	3.966667
15	99.989693	100.427193	0.437500	76	99.966662	102.183328	2.216667	137	99.974339	103.970173	3.995833
16	99.989071	100.455737	0.466667	77	99.966539	102.212372	2.245833	138	99.974724	103.999724	4.025000
17	99.988457	100.484290	0.495833	78	99.966424	102.241424	2.275000	139	99.975117	104.029284	4.054167
18	99.987851	100.512851	0.525000	79	99.966317	102.270484	2.304167	140	99.975519	104.058852	4.083333
19	99.987253	100.541419	0.554167	80	99.966219	102.299552	2.333333	141	99.975929	104.088429	4.112500
20	99.986663	100.569996	0.583333	81	99.966128	102.328628	2.362500	142	99.976347	104.118014	4.141667
21	99.986081	100.598581	0.612500	82	99.966047	102.357713	2.391667	143	99.976774	104.147607	4.170833
22	99.985507	100.627174	0.641667	83	99.965973	102.386806	2.420833	144	99.977209	104.177209	4.200000
23	99.984942	100.655775	0.670833	84	99.965908	102.415908	2.450000	145	99.977652	104.206819	4.229167
24	99.984384	100.684384	0.700000	85	99.965851	102.445017	2.479167	146	99.978104	104.236438	4.258333
25	99.983835	100.713002	0.729167	86	99.965802	102.474135	2.508333	147	99.978565	104.266065	4.287500
26	99.983294	100.741628	0.758333	87	99.965761	102.503261	2.537500	148	99.979033	104.295700	4.316667
27	99.982761	100.770261	0.787500	88	99.965729	102.532396	2.566667	149	99.979511	104.325344	4.345833
28	99.982236	100.798903	0.816667	89	99.965705	102.561538	2.595833	150	99.979996	104.354996	4.375000
29	99.981720	100.827553	0.845833	90	99.965689	102.590689	2.625000	151	99.980490	104.384657	4.404167
30	99.981211	100.856211	0.875000	91	99.965682	102.619849	2.654167	152	99.980993	104.414326	4.433333
31	99.980711	100.884878	0.904167	92	99.965683	102.649016	2.683333	153	99.981504	104.444004	4.462500
32	99.980219	100.913552	0.933333	93	99.965692	102.678192	2.712500	154	99.982023	104.473690	4.491667
33	99.979735	100.942235	0.962500	94	99.965710	102.707376	2.741667	155	99.982551	104.503384	4.520833
34	99.979259	100.970925	0.991667	95	99.965735	102.736569	2.770833	156	99.983087	104.533087	4.550000
35	99.978791	100.999624	1.020833	96	99.965769	102.765769	2.800000	157	99.983632	104.562799	4.579167
36	99.978331	101.028331	1.050000	97	99.965812	102.794978	2.829167	158	99.984185	104.592518	4.608333
37	99.977880	101.057046	1.079167	98	99.965862	102.824196	2.858333	159	99.984747	104.622247	4.637500
38	99.977436	101.085770	1.108333	99	99.965921	102.853421	2.887500	160	99.985317	104.651983	4.666667
39	99.977001	101.114501	1.137500	100	99.965989	102.882655	2.916667	161	99.985895	104.681728	4.695833
40	99.976574	101.143241	1.166667	101	99.966064	102.911898	2.945833	162	99.986482	104.711482	4.725000
41	99.976156	101.171989	1.195833	102	99.966148	102.941148	2.975000	163	99.987077	104.741244	4.754167
42	99.975745	101.200745	1.225000	103	99.966240	102.970407	3.004167	164	99.987681	104.771015	4.783333
43	99.975342	101.229509	1.254167	104	99.966341	102.999674	3.033333	165	99.988294	104.800794	4.812500
44	99.974948	101.258281	1.283333	105	99.966450	103.028950	3.062500	166	99.988914	104.830581	4.841667
45	99.974562	101.287062	1.312500	106	99.966567	103.058234	3.091667	167	99.989544	104.860377	4.870833
46	99.974184	101.315851	1.341667	107	99.966692	103.087526	3.120833	168	99.990181	104.890181	4.900000
47	99.973814	101.344648	1.370833	108	99.966826	103.116826	3.150000	169	99.990828	104.919994	4.929167
48	99.973453	101.373453	1.400000	109	99.966968	103.146135	3.179167	170	99.991482	104.949816	4.958333
49	99.973099	101.402266	1.429167	110	99.967119	103.175452	3.208333	171	99.992145	104.979645	4.987500
50	99.972754	101.431088	1.458333	111	99.967278	103.204778	3.237500	172	99.992817	105.009484	5.016667
51	99.972417	101.459917	1.487500	112	99.967445	103.234111	3.266667	173	99.993497	105.039330	5.045833
52	99.972088	101.488755	1.516667	113	99.967620	103.263454	3.295833	174	99.994186	105.069186	5.075000
53	99.971768	101.517601	1.545833	114	99.967804	103.292804	3.325000	175	99.994883	105.099049	5.104167
54	99.971455	101.546455	1.575000	115	99.967996	103.322163	3.354167	176	99.995588	105.128922	5.133333
55	99.971151	101.575318	1.604167	116	99.968197	103.351530	3.383333	177	99.996302	105.158802	5.162500
56	99.970855	101.604189	1.633333	117	99.968406	103.380906	3.412500	178	99.997025	105.188692	5.191667
57	99.970568	101.633068	1.662500	118	99.968623	103.410290	3.441667	179	99.997756	105.218589	5.220833
58	99.970288	101.661955	1.691667	119	99.968848	103.439682	3.470833	180	99.998495	105.248495	5.250000
59	99.970017	101.690850	1.720833	120	99.969082	103.469082	3.500000	181	99.999243	105.278410	5.279167
60	99.969753	101.719753	1.750000	121	99.969325	103.498491	3.529167	182	100.000000	100.000000	0.000000

Tabla I.13: Precio sucio, limpio e intereses de un bono de tasa fija en el transcurso de un cupón completo.

La siguiente gráfica (I.6) muestra el efecto descrito en la tabla anterior (I.13).



Gráfica I.6: Precio sucio y limpio en el transcurso de dos cupones, manteniendo las tasas constantes.

En la siguiente tabla (I.14) podemos observar el efecto del plazo y la tasa de rendimiento para un bono con una tasa cupón del 10%. Su cálculo corresponde al aplicado en la Figura I.3. Los siguientes análisis se realizan mediante el precio limpio en lugar del precio sucio. Cuando se adquiere un bono, ambas contrapartes conocen el monto de los intereses devengados, por lo que se considera únicamente para efectos de liquidación. Los intereses corridos no dependen de la tasa de rendimiento, solamente de la tasa de cupón y los días transcurridos. Por lo tanto, la variación del precio al cambiar la tasa es mayor para el limpio que para el sucio, ya que en el segundo considera una porción del precio que no presenta cambio alguno, que son los intereses.

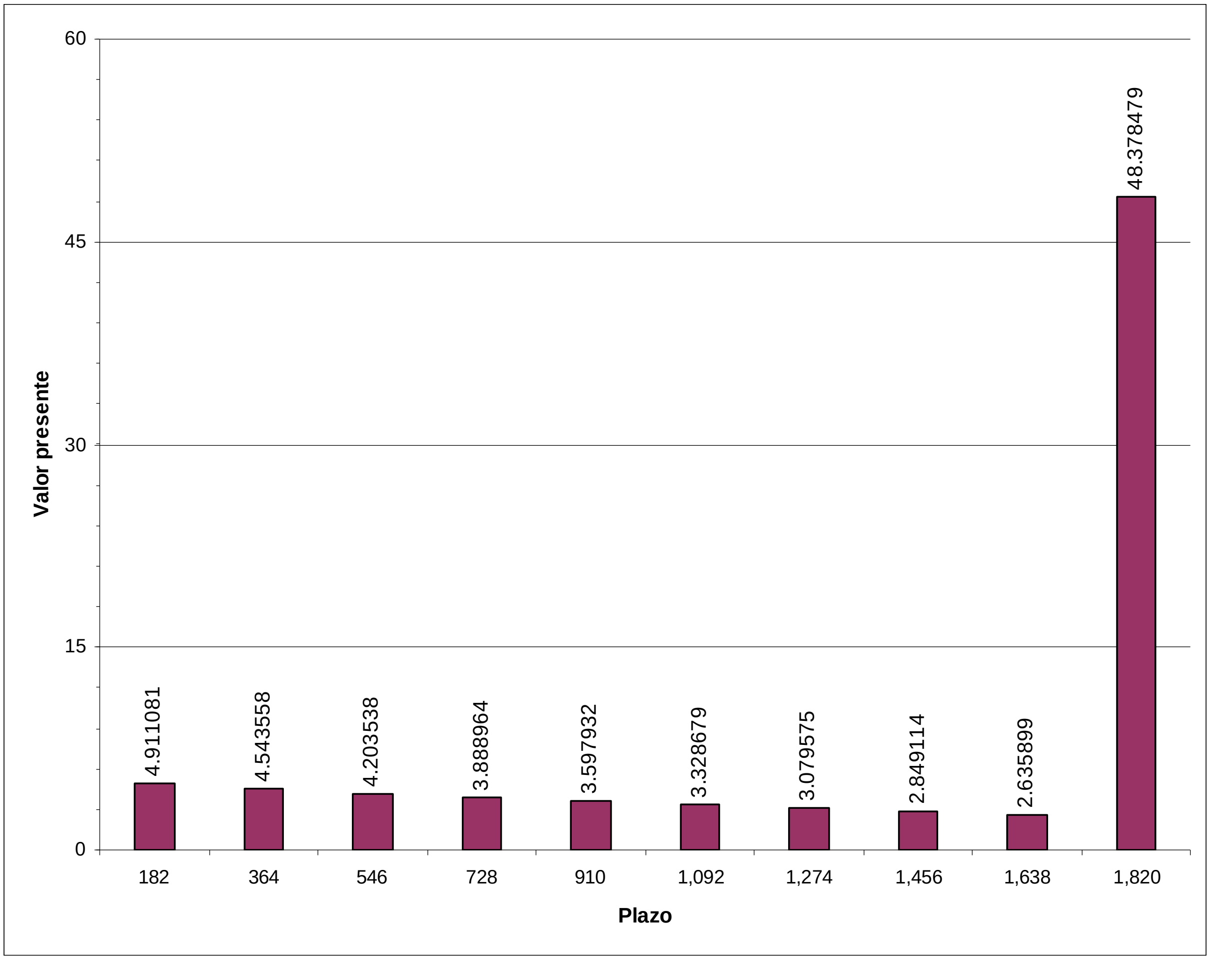
Como hemos mencionado es varias ocasiones, a mayor tasa, menor precio y viceversa. Podemos observar otras propiedades interesantes: al disminuir el plazo, el precio converge al valor nominal. El precio limpio es igual al valor nominal solamente si la tasa de rendimiento es igual a la tasa cupón y se trata de la fecha de corte de cupón, en este caso a los 182 días El efecto de fuertes variaciones en la tasa es más pronunciado conforme aumenta el plazo. Del último punto concluimos que a mayor plazo, mayor riesgo de mercado.

Precio Limpio	Plazo en días							
Tasa de rendimiento	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
6.00%	100.295916	100.969791	101.962687	103.877488	107.529408	117.259206	130.049276	146.551077
6.25%	100.276194	100.906370	101.837765	103.628445	107.037415	116.076259	127.844071	142.763278
6.50%	100.256501	100.843066	101.713148	103.380309	106.548361	114.908109	125.687596	139.117218
6.75%	100.236836	100.779878	101.588837	103.133077	106.062225	113.754549	123.578645	135.606768
7.00%	100.217198	100.716805	101.464828	102.886744	105.578986	112.615373	121.516046	132.226085
7.25%	100.197587	100.653848	101.341122	102.641306	105.098623	111.490380	119.498658	128.969597
7.50%	100.178005	100.591006	101.217717	102.396758	104.621115	110.379369	117.525369	125.831993
7.75%	100.158450	100.528278	101.094612	102.153097	104.146442	109.282145	115.595098	122.808209
8.00%	100.138922	100.465665	100.971807	101.910317	103.674583	108.198515	113.706791	119.893412
8.25%	100.119422	100.403166	100.849299	101.668414	103.205518	107.128289	111.859423	117.082996
8.50%	100.099949	100.340780	100.727089	101.427385	102.739227	106.071279	110.051996	114.372565
8.75%	100.080503	100.278508	100.605174	101.187225	102.275691	105.027302	108.283537	111.757925
9.00%	100.061084	100.216349	100.483554	100.947929	101.814889	103.996175	106.553099	109.235073
9.25%	100.041692	100.154302	100.362228	100.709495	101.356801	102.977721	104.859760	106.800191
9.50%	100.022328	100.092368	100.241194	100.471916	100.901409	101.971762	103.202623	104.449634
9.75%	100.002990	100.030545	100.120452	100.235191	100.448693	100.978127	101.580814	102.179920
10.00%	99.983679	99.968835	100.000000	99.999313	99.998634	99.996643	99.993479	99.987728
10.25%	99.964395	99.907235	99.879838	99.764280	99.551214	99.027144	98.439791	97.869885
10.50%	99.945138	99.845746	99.759964	99.530087	99.106412	98.069464	96.918940	95.823361
10.75%	99.925907	99.784368	99.640378	99.296731	98.664212	97.123439	95.430141	93.845262
11.00%	99.906703	99.723101	99.521078	99.064206	98.224594	96.188909	93.972626	91.932825
11.25%	99.887525	99.661943	99.402063	98.832510	97.787540	95.265717	92.545649	90.083407
11.50%	99.868374	99.600894	99.283333	98.601638	97.353032	94.353705	91.148482	88.294486
11.75%	99.849249	99.539956	99.164886	98.371587	96.921051	93.452722	89.780417	86.563650
12.00%	99.830151	99.479125	99.046721	98.142352	96.491581	92.562616	88.440762	84.888592
12.25%	99.811078	99.418404	98.928838	97.913930	96.064604	91.683238	87.128845	83.267111
12.50%	99.792032	99.357791	98.811234	97.686316	95.640101	90.814442	85.844011	81.697098
12.75%	99.773012	99.297286	98.693911	97.459507	95.218055	89.956084	84.585621	80.176540
13.00%	99.754018	99.236889	98.576865	97.233500	94.798450	89.108020	83.353052	78.703510
13.25%	99.735051	99.176598	98.460097	97.008290	94.381268	88.270112	82.145698	77.276165
13.50%	99.716108	99.116415	98.343605	96.783874	93.966491	87.442221	80.962968	75.892743
13.75%	99.697192	99.056339	98.227388	96.560247	93.554104	86.624211	79.804286	74.551556
14.00%	99.678302	98.996369	98.111445	96.337407	93.144090	85.815949	78.669089	73.250990
14.25%	99.659437	98.936505	97.995776	96.115349	92.736431	85.017303	77.556832	71.989502
14.50%	99.640598	98.876747	97.880380	95.894069	92.331112	84.228143	76.466981	70.765612
14.75%	99.621785	98.817095	97.765255	95.673565	91.928116	83.448340	75.399015	69.577905
15.00%	99.602997	98.757547	97.650400	95.453833	91.527428	82.677769	74.352429	68.425026
15.25%	99.584234	98.698105	97.535815	95.234868	91.129030	81.916306	73.326727	67.305677
15.50%	99.565497	98.638766	97.421499	95.016668	90.732907	81.163828	72.321430	66.218614
15.75%	99.546785	98.579533	97.307450	94.799228	90.339044	80.420215	71.336066	65.162648
16.00%	99.528098	98.520403	97.193668	94.582546	89.947424	79.685348	70.370179	64.136638

Tabla I.14: Fluctuaciones del precio limpio ante cambios en la tasa de rendimiento y el plazo al vencimiento.

Anteriormente definimos la *duración* como el cambio en el precio de un instrumento ante variaciones en la tasa. Otra manera de definirla es el plazo promedio ponderado en el cual vence un instrumento, tomando como ponderación el valor presente de los flujos. En la siguiente gráfica (I.7) se muestra el valor presente de cada flujo de un bono, dicho valor se encuentra junto a cada flujo. Se puede observar que el monto de los cupones es decreciente, efecto del valor del dinero en el tiempo. El valor presente del nominal del bono es el 62.78% de su valor de $100.

Una interpretación gráfica de la duración es la siguiente: si cada uno de los flujos fuese un bloque sobre una tabla, con un peso igual a su importe en valor presente, queremos encontrar el punto de apoyo intermedio en el cual se equilibre el peso en ambos lados de dicho punto. En el caso de los instrumentos cupón cero, el punto coincide con el vencimiento, ya que en dicha fecha se presenta el único flujo. Para un bono, debe ser menor a la fecha de vencimiento, aunque superior a la vida media del instrumento por la mayor ponderación del pago del valor nominal. La siguiente gráfica (I.7) corresponde al bono fijo que hemos valuado anteriormente, con un plazo de cinco años y tasa de cupón del 10.50%. Su duración equivale a 3.994643 años, o 1458 días.



Gráfica I.7: Interpretación gráfica de la duración en bonos de tasa fija.

Una interpretación de la duración es el plazo promedio de vencimiento de los flujos del instrumento. Podemos calcular de esta manera la duración, con la ventaja de poder incluir las particularidades de cada bono, por ejemplo la convención de días (Act/360, 30/360, ...), fechas inhábiles, amortizaciones anticipadas, opcionalidades implícitas, etc. La siguiente fórmula (I.12), pondera los valores presentes por cada plazo (en días) de cada flujo. Dividimos entre 365 para obtener la duración anualizada.

$$Duración = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(VP_i \times P_i \right)}{365 \times \sum_{i=1}^{n} VP_i}$$

Fórmula I.12: Duración de bonos cuponados de tasa fija. Ver Anexo A.

Donde:
VP_i = Valor presente del flujo i.
n = Número de flujos del bono.
P_i = Días por vencer del flujo i.

La sumatoria del denominador de la fórmula anterior (I.12) corresponde al precio sucio:

$$\text{Precio Sucio} = \sum_{i=1}^{n} VP_i$$

Fórmula I.13: Precio sucio.

La siguiente fórmula (I.14) es una adecuación de la convexidad desarrollada en el *Anexo A*. En esta versión (I.14), consideramos las particularidades de los bonos. Para bonos gubernamentales mexicanos de tasa fija, el *periodo* es 182 días. Esta fórmula considera amortizaciones, días festivos y convención *Act/360*. Las unidades de la convexidad son [años^2].

$$Convexidad = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{P_i}{365}\left(\frac{P_i}{365}+1\right)VP_i\right]}{\left(1+\frac{Periodo \times T_R}{360}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} VP_i}$$

Fórmula I.14: Convexidad de bonos semestrales de tasa fija, convención Act/360. Ver Anexo A.

Donde:
VP_i = Valor presente del flujo i.
T_R = Tasa de rendimiento anualizada.
P_i = Plazo al vencimiento del flujo i.
n = Número de flujos.
Periodo = Número de días genérico de los cupones.

Duración	Plazo en días							
Tasa de rendimiento	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
6.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.928298	1.774072	3.929687	6.658303	10.297354
6.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.928164	1.773357	3.923072	6.626978	10.178257
6.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.928029	1.772641	3.916433	6.595553	10.059641
6.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927894	1.771924	3.909769	6.564030	9.941554
7.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927760	1.771205	3.903082	6.532415	9.824040
7.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927625	1.770485	3.896370	6.500710	9.707145
7.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927490	1.769764	3.889634	6.468920	9.590912
7.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927355	1.769042	3.882875	6.437047	9.475382
8.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927219	1.768318	3.876091	6.405097	9.360597
8.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.927084	1.767592	3.869284	6.373072	9.246594
8.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926949	1.766866	3.862454	6.340976	9.133413
8.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926813	1.766138	3.855600	6.308813	9.021089
9.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926678	1.765409	3.848723	6.276588	8.909657
9.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926542	1.764678	3.841823	6.244303	8.799150
9.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926406	1.763947	3.834901	6.211964	8.689598
9.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926271	1.763214	3.827955	6.179573	8.581032
10.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.926135	1.762479	3.820986	6.147136	8.473481
10.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925999	1.761744	3.813995	6.114655	8.366969
10.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925863	1.761007	3.806982	6.082135	8.261523
10.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925727	1.760268	3.799946	6.049579	8.157166
11.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925591	1.759529	3.792888	6.016993	8.053918
11.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925454	1.758788	3.785808	5.984379	7.951801
11.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925318	1.758046	3.778706	5.951743	7.850831
11.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925181	1.757302	3.771583	5.919087	7.751027
12.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.925045	1.756557	3.764438	5.886416	7.652402
12.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924908	1.755811	3.757272	5.853733	7.554971
12.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924771	1.755064	3.750084	5.821044	7.458745
12.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924635	1.754315	3.742875	5.788352	7.363736
13.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924498	1.753565	3.735646	5.755660	7.269952
13.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924361	1.752814	3.728395	5.722974	7.177400
13.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924224	1.752062	3.721124	5.690296	7.086088
13.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.924087	1.751308	3.713833	5.657631	6.996020
14.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923949	1.750553	3.706521	5.624983	6.907199
14.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923812	1.749797	3.699190	5.592356	6.819628
14.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923675	1.749039	3.691838	5.559753	6.733309
14.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923537	1.748280	3.684467	5.527179	6.648240
15.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923400	1.747520	3.677076	5.494636	6.564422
15.25%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923262	1.746758	3.669666	5.462130	6.481851
15.50%	0.076712	0.249315	0.498630	0.923124	1.745995	3.662236	5.429664	6.400524
15.75%	0.076712	0.249315	0.498630	0.922986	1.745231	3.654787	5.397242	6.320437
16.00%	0.076712	0.249315	0.498630	0.922849	1.744466	3.647320	5.364867	6.241586

Tabla I.15: Duraciones de bonos de tasa fija con pagos semestrales, variando la tasa de rendimiento y el plazo a vencimiento.

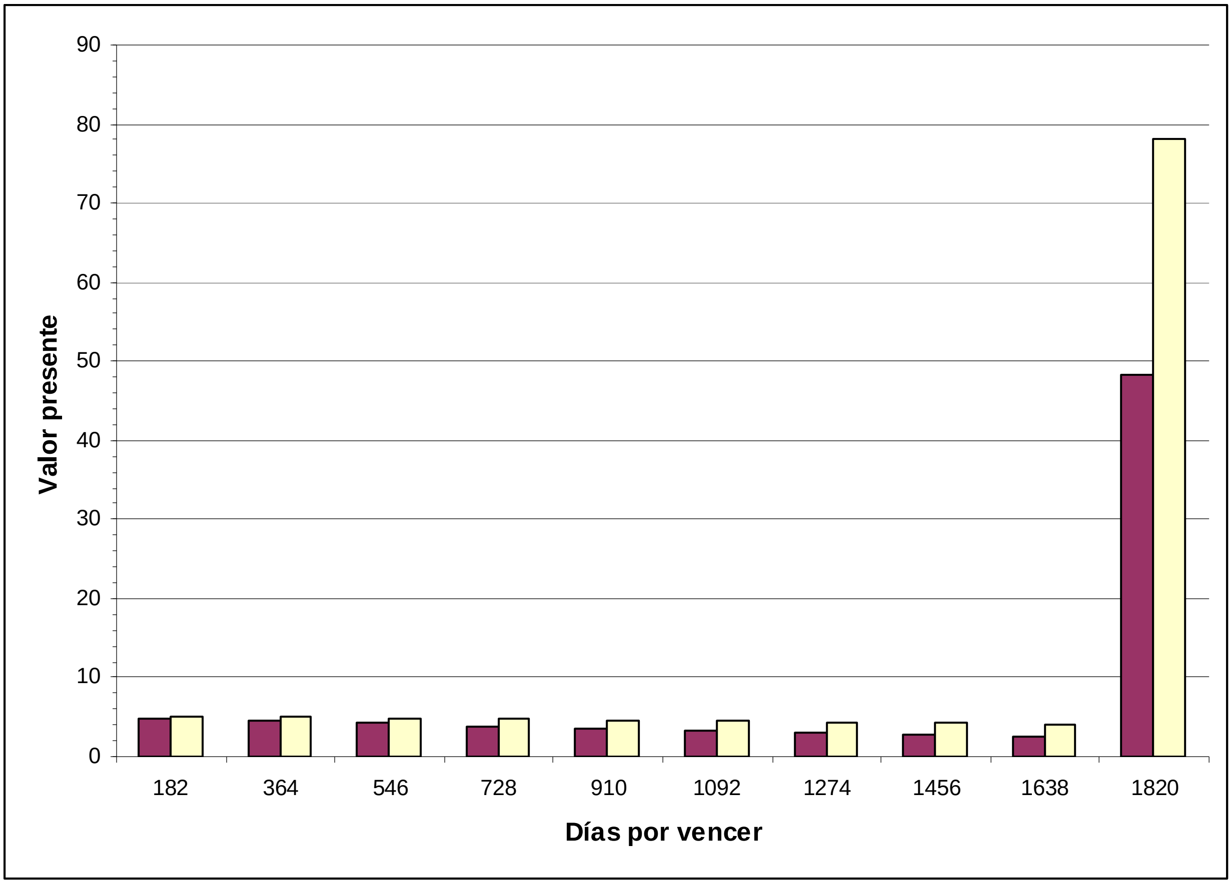
La tabla anterior (I.15) se obtiene al aplicar la Fórmula I.12 a distintos bonos de tasa fija con cupones semestrales, variando la tasa de rendimiento y los días al vencimiento. La primera conclusión parece obvia: la duración crece al aumentar el plazo. Otras propiedades que podemos observar son las siguientes: en plazos hasta por medio año, la duración es constante ante cambios en la tasa, debido a que el bono se encuentra en su último cupón (solamente le queda el último cupón y el principal, que se pagan en la misma fecha). Para mayores plazos, la duración decrece con la tasa. Este último comportamiento se presenta debido a que si se incrementan las tasas, el valor presente de los flujos lejanos decrece en mayor medida que los flujos cercanos; entonces el punto de equilibrio se mueve hacia los plazos menores

La siguiente tabla (I.16) resulta de la aplicación de la Fórmula I.12. En ella podemos observar el comportamiento de la duración ante variaciones en las tasas de rendimiento y cupón. Si incrementamos la tasa de cupón, manteniendo la tasa de rendimiento constante, disminuye la duración. El mismo efecto sucede si aumentamos la tasa de rendimiento manteniendo constante la tasa de cupón. Si buscamos los llamados bonos par, los cuales tienen tasa de rendimiento y cupón iguales, a menor tasa, mayor duración y viceversa. Los resultados presentados se determinaron calculando bonos de tasa fija a un plazo de cinco años con pagos de cupón cada 182 días y valor nominal igual a cien, similares a los bonos emitidos por el Gobierno Federal.

Duración		Tasa rendimiento									
		5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
Tasa cupón	5.0%	4.467941	4.453958	4.439683	4.425114	4.410251	4.395090	4.379632	4.363874	4.347817	4.331460
	5.5%	4.428429	4.413606	4.398484	4.383063	4.367341	4.351318	4.334992	4.318364	4.301433	4.284199
	6.0%	4.390589	4.374991	4.359090	4.342885	4.326377	4.309564	4.292446	4.275024	4.257299	4.239271
	6.5%	4.354317	4.338003	4.321384	4.304459	4.287228	4.269692	4.251850	4.233704	4.215256	4.196506
	7.0%	4.319518	4.302543	4.285261	4.267672	4.249777	4.231577	4.213073	4.194266	4.175159	4.155752
	7.5%	4.286103	4.268516	4.250622	4.232422	4.213916	4.195107	4.175995	4.156584	4.136875	4.116871
	8.0%	4.253991	4.235838	4.217378	4.198613	4.179545	4.160176	4.140508	4.120543	4.100285	4.079736
	8.5%	4.223109	4.204430	4.185447	4.166161	4.146574	4.126690	4.106510	4.086038	4.065278	4.044233
	9.0%	4.193386	4.174220	4.154752	4.134984	4.114919	4.094560	4.073910	4.052973	4.031754	4.010255
	9.5%	4.164758	4.145140	4.125222	4.105008	4.084502	4.063705	4.042624	4.021260	3.999620	3.977708
	10.0%	4.137167	4.117128	4.096793	4.076167	4.055252	4.034053	4.012573	3.990818	3.968792	3.946502
	10.5%	4.110556	4.090126	4.069405	4.048396	4.027103	4.005532	3.983686	3.961571	3.939193	3.916556
	11.0%	4.084875	4.064081	4.043000	4.021637	3.999995	3.978080	3.955897	3.933451	3.910748	3.887795
	11.5%	4.060075	4.038942	4.017528	3.995835	3.973871	3.951638	3.929144	3.906394	3.883394	3.860151
	12.0%	4.036112	4.014664	3.992939	3.970941	3.948677	3.926151	3.903370	3.880340	3.857067	3.833559
	12.5%	4.012944	3.991202	3.969188	3.946907	3.924366	3.901569	3.878523	3.855235	3.831712	3.807960
	13.0%	3.990533	3.968516	3.946234	3.923690	3.900891	3.877843	3.854553	3.831028	3.807275	3.783301
	13.5%	3.968841	3.946569	3.924036	3.901247	3.878210	3.854930	3.831415	3.807672	3.783707	3.759530
	14.0%	3.947835	3.925324	3.902558	3.879542	3.856284	3.832790	3.809066	3.785122	3.760964	3.736600
	14.5%	3.927483	3.904750	3.881766	3.858539	3.835075	3.811382	3.787467	3.763337	3.739001	3.714467
	15.0%	3.907755	3.884813	3.861627	3.838204	3.814550	3.790672	3.766580	3.742280	3.717781	3.693090
	15.5%	3.888622	3.865486	3.842111	3.818505	3.794674	3.770627	3.746371	3.721914	3.697265	3.672432
	16.0%	3.870057	3.846740	3.823189	3.799413	3.775419	3.751214	3.726807	3.702206	3.677419	3.652456
	16.5%	3.852037	3.828550	3.804835	3.780901	3.756755	3.732404	3.707858	3.683124	3.658212	3.633130
	17.0%	3.834537	3.810891	3.787024	3.762943	3.738655	3.714170	3.689495	3.664639	3.639612	3.614421
	17.5%	3.817535	3.793741	3.769731	3.745513	3.721095	3.696485	3.671691	3.646724	3.621591	3.596302
	18.0%	3.801010	3.777078	3.752935	3.728590	3.704050	3.679325	3.654422	3.629352	3.604123	3.578744
	18.5%	3.784943	3.760881	3.736615	3.712151	3.687499	3.662667	3.637664	3.612500	3.587182	3.561722
	19.0%	3.769314	3.745132	3.720749	3.696176	3.671420	3.646489	3.621394	3.596143	3.570746	3.545212
	19.5%	3.754106	3.729811	3.705321	3.680645	3.655792	3.630771	3.605591	3.580262	3.554792	3.529191
	20.0%	3.739303	3.714902	3.690311	3.665541	3.640599	3.615494	3.590236	3.564834	3.539298	3.513638

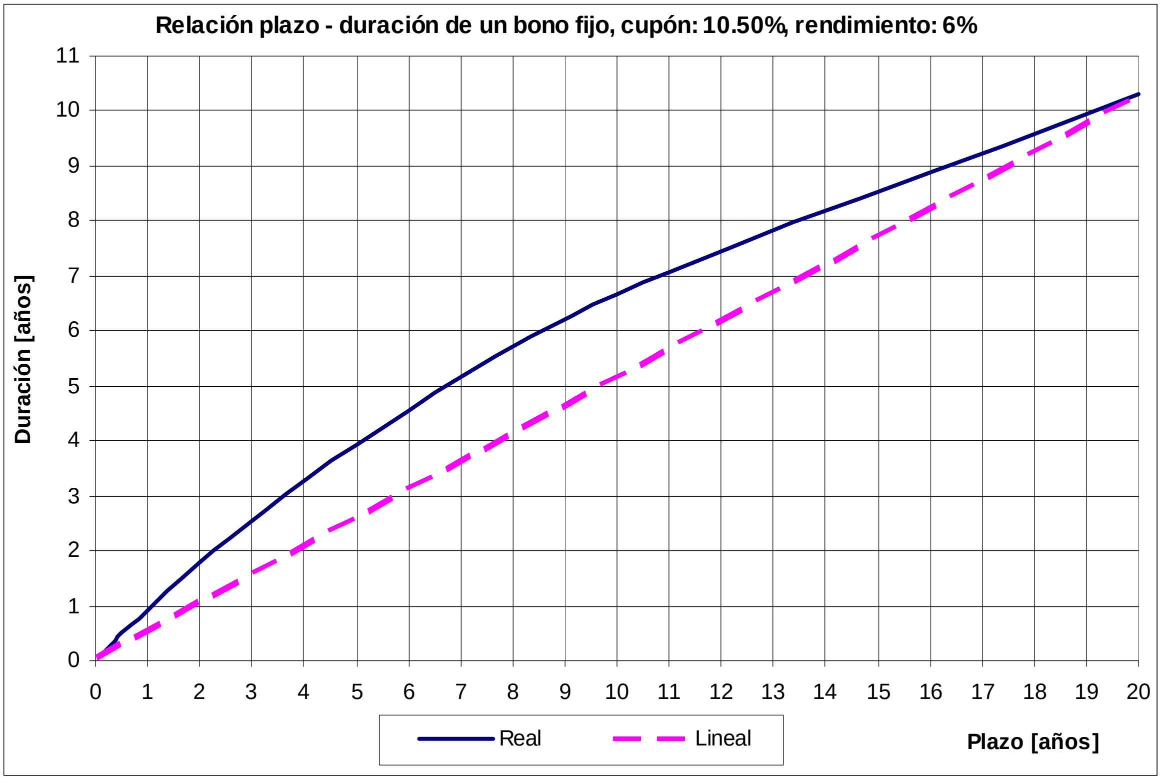
Tabla I.16: Duraciones de bonos semestrales de tasa fija, variando las tasas de cupón y rendimiento.

En la siguiente gráfica (I.8) se muestra el efecto de las tasas en el valor presente de los flujos y en la duración. A mayor tasa de rendimiento, menor valor presente y menor duración. Los cálculos son similares a los aplicados en la Figura I.3.



Gráfica I.8: Efecto de las tasas de rendimiento en los valores presentes y duraciones.

En la siguiente gráfica (I.9), se observa el efecto del tiempo en la duración. Para un año, prácticamente coincide el plazo y la duración. Para cada año, se separa paulatinamente el plazo y la duración, debido a que al crecer el plazo, existe mayor número de flujos. Esta relación no es lineal, a diferencia de los instrumentos cupón cero. El cálculo corresponde a la Fórmula I.12.



Gráfica I.9: Relación no lineal entre la duración y el plazo para bonos de tasa fija..

En general, la duración crece al aumentar el plazo. En la siguiente tabla (I.17) determinaremos la valuación diaria de un bono semestral con tasas de cupón y rendimiento iguales a 10.50%. El periodo del análisis será veinte días anteriores y posteriores al cupón.

Días	Fecha valuación	P.Limpio	P.Sucio	Intereses	Duración	Convexidad
-20	30/06/2006	99.986482	104.711482	4.725000	3.848078	19.454070
-19	01/07/2006	99.987077	104.741244	4.754167	3.845338	19.432593
-18	02/07/2006	99.987681	104.771015	4.783333	3.842598	19.411130
-17	03/07/2006	99.988294	104.800794	4.812500	3.839858	19.389680
-16	04/07/2006	99.988914	104.830581	4.841667	3.837119	19.368243
-15	05/07/2006	99.989544	104.860377	4.870833	3.834379	19.346821
-14	06/07/2006	99.990181	104.890181	4.900000	3.831639	19.325411
-13	07/07/2006	99.990828	104.919994	4.929167	3.828899	19.304016
-12	08/07/2006	99.991482	104.949816	4.958333	3.826160	19.282633
-11	09/07/2006	99.992145	104.979645	4.987500	3.823420	19.261265
-10	10/07/2006	99.992817	105.009484	5.016667	3.820680	19.239910
-9	11/07/2006	99.993497	105.039330	5.045833	3.817941	19.218568
-8	12/07/2006	99.994186	105.069186	5.075000	3.815201	19.197240
-7	13/07/2006	99.994883	105.099049	5.104167	3.812461	19.175926
-6	14/07/2006	99.995588	105.128922	5.133333	3.809721	19.154625
-5	15/07/2006	99.996302	105.158802	5.162500	3.806982	19.133337
-4	16/07/2006	99.997025	105.188692	5.191667	3.804242	19.112063
-3	17/07/2006	99.997756	105.218589	5.220833	3.801502	19.090803
-2	18/07/2006	99.998495	105.248495	5.250000	3.798762	19.069556
-1	19/07/2006	99.999243	105.278410	5.279167	3.796023	19.048323
0	**20/07/2006**	**100.000000**	**100.000000**	**0.000000**	**3.994643**	**20.037125**
1	21/07/2006	99.999256	100.028423	0.029167	3.991903	20.014924
2	22/07/2006	99.998521	100.056854	0.058333	3.989164	19.992737
3	23/07/2006	99.997793	100.085293	0.087500	3.986424	19.970563
4	24/07/2006	99.997074	100.113740	0.116667	3.983684	19.948402
5	25/07/2006	99.996362	100.142195	0.145833	3.980944	19.926255
6	26/07/2006	99.995659	100.170659	0.175000	3.978205	19.904122
7	27/07/2006	99.994964	100.199130	0.204167	3.975465	19.882002
8	28/07/2006	99.994276	100.227610	0.233333	3.972725	19.859896
9	29/07/2006	99.993597	100.256097	0.262500	3.969986	19.837803
10	30/07/2006	99.992926	100.284593	0.291667	3.967246	19.815724
11	31/07/2006	99.992264	100.313097	0.320833	3.964506	19.793658
12	01/08/2006	99.991609	100.341609	0.350000	3.961766	19.771606
13	02/08/2006	99.990962	100.370129	0.379167	3.959027	19.749567
14	03/08/2006	99.990324	100.398657	0.408333	3.956287	19.727542
15	04/08/2006	99.989693	100.427193	0.437500	3.953547	19.705530
16	05/08/2006	99.989071	100.455737	0.466667	3.950807	19.683532
17	06/08/2006	99.988457	100.484290	0.495833	3.948068	19.661548
18	07/08/2006	99.987851	100.512851	0.525000	3.945328	19.639577
19	08/08/2006	99.987253	100.541419	0.554167	3.942588	19.617619
20	09/08/2006	99.986663	100.569996	0.583333	3.939849	19.595675

Tabla I.17: Cálculo diario de la duración y convexidad.

Observando la tabla anterior (I.17) podemos obtener algunas conclusiones:

- Los intereses crecen en forma lineal hasta llegar a su valor máximo el día anterior al cupón.
- El máximo valor del precio limpio es su valor nominal, el día de pago del cupón.
- La duración y la convexidad decrecen con el paso del tiempo, hasta llegar a la fecha de pago de cupón, donde se elevan. Este efecto se debe a que en dicha fecha se elimina un flujo a un día, con su máximo valor presente (ponderador), mínimo plazo (duración) y convexidad.

Hemos observado anteriormente que la relación entre la tasa y el precio no es lineal. Si dicha relación fuera lineal, al conocer la duración y el precio inicial, podríamos calcular exactamente el precio resultante ante una variación en la tasa. Para realizar este cálculo con mayor precisión para bonos en el mercado, es conveniente realizar un ajuste por convexidad. En la siguiente tabla (I.18) se muestra la convexidad para distintas tasas y plazos. Las unidades de la convexidad es [años^2]. En este cálculo utilizamos la Fórmula I.14, para distintos plazos y tasas de rendimiento.

Convexidad	Plazo en días							
Tasa de rendimiento	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
6.00%	0.077805	0.293403	0.703911	1.737700	4.909311	20.776470	60.008011	155.272875
6.25%	0.077615	0.292685	0.702187	1.733179	4.895073	20.683004	59.494261	152.370182
6.50%	0.077425	0.291969	0.700469	1.728676	4.880887	20.589796	58.982084	149.498802
6.75%	0.077236	0.291256	0.698758	1.724189	4.866751	20.496845	58.471519	146.659480
7.00%	0.077047	0.290545	0.697053	1.719719	4.852666	20.404151	57.962601	143.852918
7.25%	0.076860	0.289837	0.695355	1.715266	4.838631	20.311714	57.455369	141.079780
7.50%	0.076673	0.289132	0.693662	1.710828	4.824647	20.219535	56.949859	138.340688
7.75%	0.076486	0.288429	0.691976	1.706407	4.810713	20.127611	56.446108	135.636223
8.00%	0.076300	0.287728	0.690296	1.702003	4.796828	20.035945	55.944154	132.966921
8.25%	0.076115	0.287031	0.688622	1.697614	4.782993	19.944534	55.444032	130.333280
8.50%	0.075931	0.286335	0.686954	1.693242	4.769207	19.853379	54.945779	127.735751
8.75%	0.075747	0.285643	0.685292	1.688886	4.755470	19.762480	54.449433	125.174747
9.00%	0.075564	0.284952	0.683636	1.684545	4.741782	19.671837	53.955027	122.650635
9.25%	0.075382	0.284265	0.681986	1.680221	4.728143	19.581449	53.462599	120.163741
9.50%	0.075200	0.283580	0.680342	1.675912	4.714552	19.491317	52.972184	117.714350
9.75%	0.075019	0.282897	0.678704	1.671619	4.701009	19.401439	52.483817	115.302704
10.00%	0.074839	0.282217	0.677072	1.667342	4.687514	19.311817	51.997533	112.929005
10.25%	0.074659	0.281539	0.675446	1.663080	4.674066	19.222450	51.513366	110.593415
10.50%	0.074480	0.280863	0.673826	1.658834	4.660666	19.133337	51.031351	108.296056
10.75%	0.074301	0.280190	0.672211	1.654603	4.647314	19.044480	50.551522	106.037012
11.00%	0.074124	0.279520	0.670602	1.650388	4.634008	18.955877	50.073912	103.816328
11.25%	0.073946	0.278852	0.668999	1.646188	4.620749	18.867528	49.598553	101.634014
11.50%	0.073770	0.278186	0.667402	1.642003	4.607537	18.779434	49.125479	99.490043
11.75%	0.073594	0.277523	0.665811	1.637833	4.594371	18.691595	48.654722	97.384355
12.00%	0.073419	0.276862	0.664225	1.633678	4.581251	18.604009	48.186312	95.316853
12.25%	0.073244	0.276203	0.662645	1.629538	4.568177	18.516678	47.720282	93.287411
12.50%	0.073070	0.275547	0.661070	1.625413	4.555149	18.429602	47.256662	91.295872
12.75%	0.072897	0.274893	0.659501	1.621303	4.542166	18.342779	46.795481	89.342048
13.00%	0.072724	0.274241	0.657938	1.617208	4.529229	18.256211	46.336770	87.425722
13.25%	0.072552	0.273592	0.656380	1.613127	4.516337	18.169897	45.880558	85.546651
13.50%	0.072380	0.272945	0.654828	1.609061	4.503489	18.083837	45.426872	83.704567
13.75%	0.072209	0.272300	0.653281	1.605010	4.490687	17.998031	44.975740	81.899175
14.00%	0.072039	0.271658	0.651740	1.600973	4.477929	17.912479	44.527190	80.130160
14.25%	0.071869	0.271017	0.650204	1.596950	4.465215	17.827181	44.081248	78.397183
14.50%	0.071700	0.270379	0.648674	1.592942	4.452545	17.742137	43.637939	76.699885
14.75%	0.071531	0.269744	0.647149	1.588948	4.439919	17.657348	43.197290	75.037889
15.00%	0.071363	0.269110	0.645629	1.584969	4.427336	17.572813	42.759325	73.410799
15.25%	0.071196	0.268479	0.644115	1.581003	4.414797	17.488531	42.324067	71.818203
15.50%	0.071029	0.267850	0.642606	1.577052	4.402302	17.404504	41.891540	70.259675
15.75%	0.070863	0.267223	0.641102	1.573114	4.389849	17.320731	41.461766	68.734773
16.00%	0.070697	0.266599	0.639604	1.569191	4.377440	17.237213	41.034767	67.243044

Tabla I.18: Convexidades para diferentes plazos y tasas de rendimiento.

De la tabla anterior (I.18), podemos observar que:

- A mayor tasa, menor convexidad y viceversa.
- A mayor plazo, mayor convexidad y viceversa.

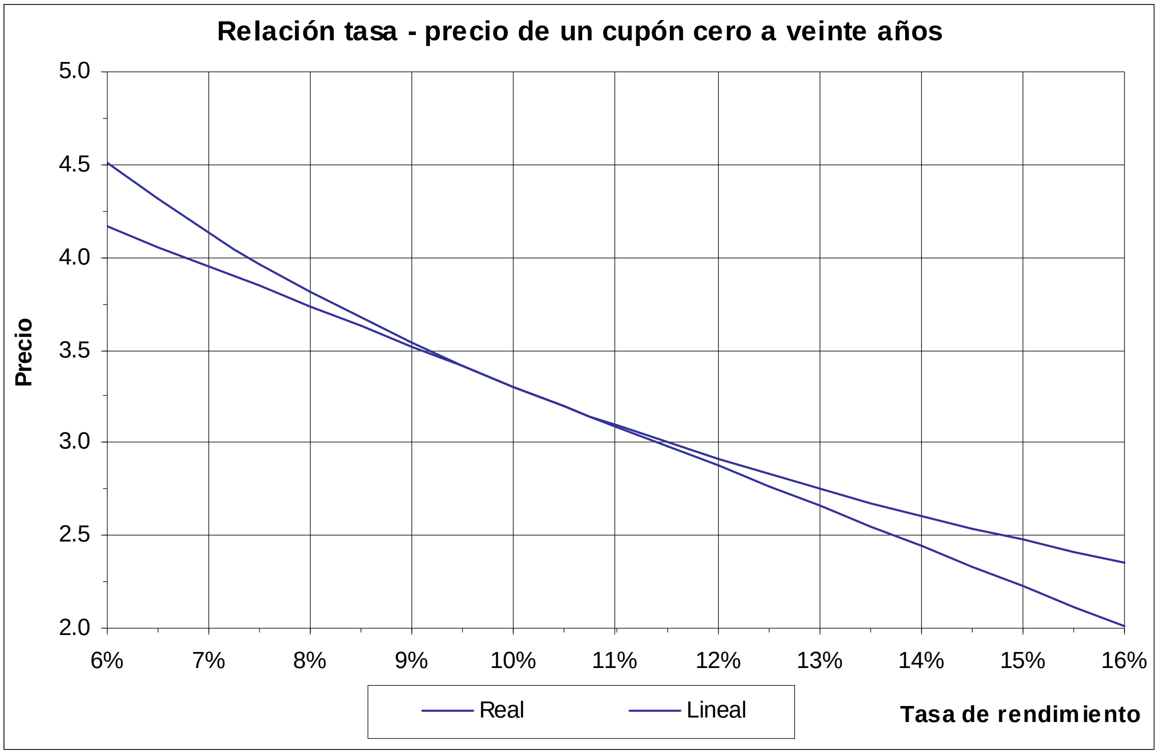
Las observaciones anteriores coinciden con el comportamiento de la convexidad para los instrumentos cupón cero.

Los cálculos de la siguiente figura (I.6) son similares a los correspondientes a la Figura I.3. Se muestran los cálculos necesarios para obtener la convexidad de un bono. Para determinar el tiempo t, que se utiliza en la operación t(t+1), es el plazo de cada flujo dividido entre 365. Posteriormente se obtiene la sumatoria de la multiplicación de las columnas t(t+1) y VP Flujo. El resultado se divide entre la sumatoria de la columna VP Flujo, que es equivalente a dividir entre el precio sucio. Por último, se divide entre $(1+r)^2$, r es la tasa por periodo; en el caso de instrumentos nacionales en pesos (calendario Act/360), r es la tasa de rendimiento multiplicada por el periodo genérico de cupón (182) y dividida entre 360.

FechaCupon	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	t(t+1)	VP Flujo
20/07/2006	Jueves								
18/01/2007	Jueves	182	182	100.000000	5.308333		0.949592	0.74726215	5.040753
19/07/2007	Jueves	364	182	100.000000	5.308333		0.901726	1.991788328	4.786661
17/01/2008	Jueves	546	182	100.000000	5.308333		0.856272	3.733578533	4.545378
17/07/2008	Jueves	728	182	100.000000	5.308333		0.813110	5.972632764	4.316256
15/01/2009	Jueves	910	182	100.000000	5.308333		0.772123	8.708951023	4.098684
16/07/2009	Jueves	1,092	182	100.000000	5.308333		0.733202	11.94253331	3.892080
14/01/2010	Jueves	1,274	182	100.000000	5.308333		0.696243	15.67337962	3.695890
15/07/2010	Jueves	1,456	182	100.000000	5.308333		0.661147	19.90148996	3.509589
13/01/2011	Jueves	1,638	182	100.000000	5.308333		0.627820	24.62686433	3.332679
14/07/2011	Jueves	1,820	182	100.000000	5.308333	100.000000	0.596173	29.84950272	62.782029
						Precio sucio			**100.000000**
						Cupon devengado			**0.000000**
						Precio limpio			**100.000000**
						Importe sucio			**100.000000**
						Duración			**3.994643**
						Convexidad			**20.037125**

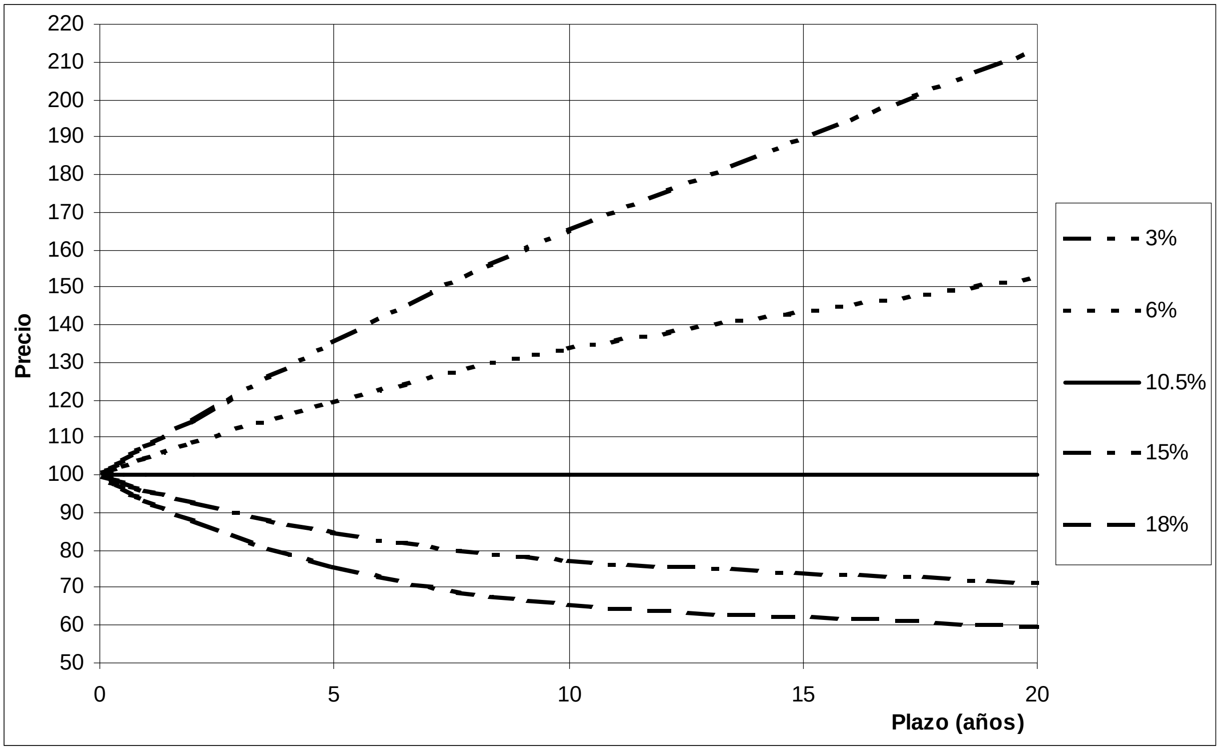
Figura I.6: Detalle del cálculo de la convexidad.

Hemos analizado el fenómeno de la convexidad en los instrumentos. Si podemos escoger entre dos instrumentos de similares características pero con diferente convexidad, ¿cuál nos conviene adquirir? ¿Preferimos un portafolio convexo o lineal? En la siguiente gráfica (I.10) se muestra la curva de tasa vs precio y la recta tangente a la curva, ambas coincidentes en la tasa del 10%. Si la tasa de rendimiento en el mercado se incrementara al 16%, para el comportamiento lineal el precio resultaría cercano a dos. Sin embargo, para el comportamiento convexo el precio es cercano a 2.356. Por lo tanto, en el escenario de alza de tasas, disminuyó el precio del instrumento convexo en menor medida que el lineal. Si simulamos una baja en tasas, por ejemplo al 6%, observamos que el precio es mayor para el comportamiento convexo que para el lineal, la diferencia es 0.345. Por lo tanto, la convexidad es una propiedad deseable en los instrumentos, ya que su precio aprovecha en mayor medida las bajas de las tasas y la pérdida es menor con las alzas de tasa, con respecto a instrumentos menos convexos.



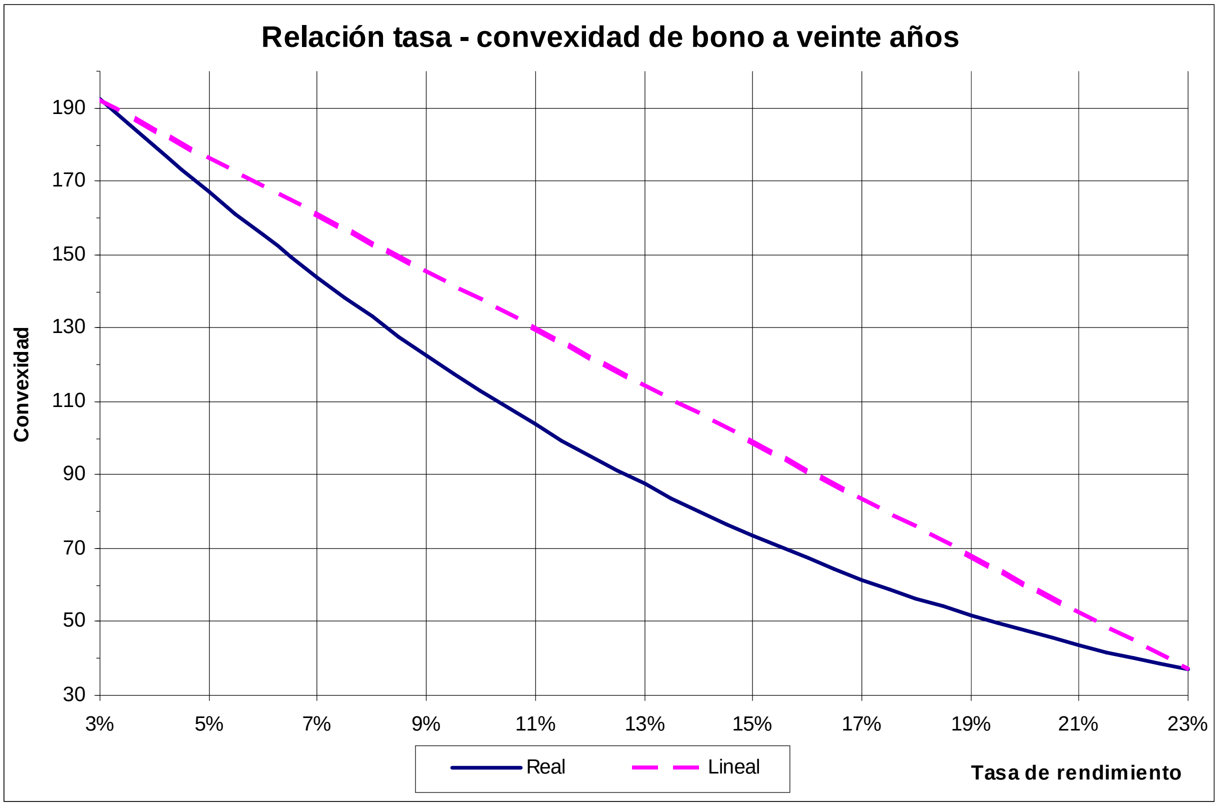
Gráfica I.10: Relación no lineal (convexidad) entre la tasa y el precio de un cupón cero.

En la siguiente gráfica (I.11) se muestra el precio limpio de bonos para distintos plazos y tasas de rendimiento. La tasa cupón permanece constante e igual a 10.50%. Para la tasa de rendimiento de 10.50%, el precio limpio es muy cercano al valor nominal, en ocasiones es igual. Al disminuir la tasa, aumenta el precio, en mayor medida a la minusvalía que se presenta cuando sube la tasa. Ante una baja en la tasa del 7.5%, la variación en precio es 113.322463. Para un alza de tasas de la misma magnitud, la caída del precio es 40.409407, mucho menor al beneficio en la baja de tasas. Este efecto benéfico es el resultado de la convexidad. Para todos los escenarios, el precio al vencimiento es el valor nominal.



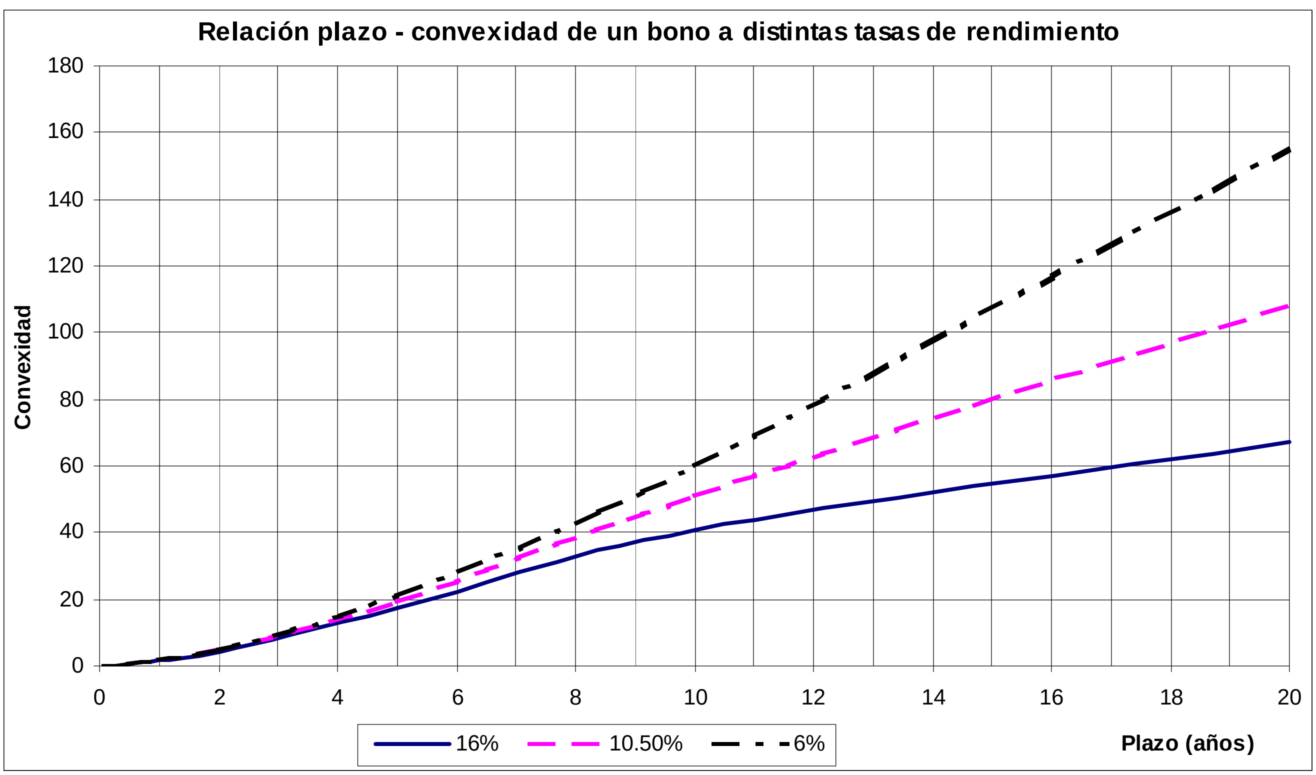
Gráfica I.11: Efecto de la convexidad en bonos a distintas tasas de rendimiento.

En la siguiente gráfica (I.12) se muestra la relación tasa-convexidad para un bono de veinte años. Dicha relación es inversa (a mayor tasa, menor convexidad y viceversa), aunque no es lineal. Dado que la convexidad es mayor cuando las tasas disminuyen, explica el comportamiento de la gráfica anterior (I.11). La convexidad para la tasa de rendimiento de 3% es mayor, por lo que incrementa su precio en mayor medida ante la disminución de tasas.



Gráfica I.12: Relación no lineal entre la tasa de rendimiento y la convexidad.

En la siguiente gráfica (I.13) se muestra el efecto del plazo en la convexidad para distintos niveles de tasas de rendimiento. En todos los casos la relación es creciente, en mayor grado para tasas menores.



Gráfica I.13: Relación entre el plazo a vencimiento y la convexidad a distintas tasas de rendimiento.

Para estimar el precio de un bono ante cambios en la tasa, utilizamos la Fórmula I.8, definida anteriormente.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{1+r}\Delta r + \frac{\kappa}{2}\left(\Delta r\right)^2$$

Fórmula I.8: Estimación de cambios en precios mediante duración y convexidad.

El segundo término corresponde al cálculo del precio utilizando la duración. El tercer término es el ajuste del cálculo mediante la convexidad. La tasa debe expresarse por periodo, debe multiplicarse por 182/360 en el caso de bonos semestrales con calendario Act/360. La duración del bono debe multiplicarse por el número de cupones anuales antes de introducirse en la fórmula.

Cálculo del precio de un bono fijo mediante duración y convexidad, tasa cupón: 10.50%, variación: 0.50%

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	0.925863	1.761007	3.806982	6.082135	8.261523
Convexidad	0.074480	0.280863	0.673826	1.658834	4.660666	19.133337	51.031351	108.296056
10.50%	99.982023	99.965682	100.000000	99.999243	99.998495	99.996302	99.992817	99.986482
11.00%	99.943496	99.842741	99.760539	99.531688	99.111472	98.092427	96.982375	95.959001
Estimación duración	99.945202	99.846034	99.760622	99.554766	99.153099	98.168746	97.073166	96.020894
Variación duración	0.00171%	0.00330%	0.00008%	0.02319%	0.04200%	0.07780%	0.09362%	0.06450%
Estimación convexidad	99.945179	99.845944	99.760406	99.554236	99.151610	98.162633	97.056863	95.986300
Variación convexidad	0.00168%	0.00321%	-0.00013%	0.02265%	0.04050%	0.07157%	0.07681%	0.02845%

Tabla I.19: Estimación del precio de bonos de tasa fija mediante convexidad, cambiando la tasa de rendimiento 0.50%, o 50 puntos base.

Cálculo del precio de un bono fijo mediante duración y convexidad, tasa cupón: 10.50%, variación: 0.10%

	28	91	182	365	730	1825	3650	7300
Duración	0.076712	0.249315	0.498630	0.925863	1.761007	3.806982	6.082135	8.261523
Convexidad	0.074480	0.280863	0.673826	1.658834	4.660666	19.133337	51.031351	108.296056
10.50%	99.982023	99.965682	100.000000	99.999243	99.998495	99.996302	99.992817	99.986482
10.60%	99.974309	99.941058	99.952016	99.905465	99.820259	99.611804	99.380504	99.159200
Estimación duración	99.974659	99.941752	99.952124	99.910348	99.829416	99.630791	99.408887	99.193364
Variación duración	0.00035%	0.00069%	0.00011%	0.00489%	0.00917%	0.01906%	0.02856%	0.03445%
Estimación convexidad	99.974658	99.941749	99.952116	99.910327	99.829357	99.630546	99.408235	99.191981
Variación convexidad	0.00035%	0.00069%	0.00010%	0.00487%	0.00911%	0.01882%	0.02790%	0.03306%

Tabla I.20: Estimación del precio de bonos de tasa fija mediante convexidad, cambiando la tasa de rendimiento 0.10%, o 10 puntos base.

Las dos tablas anteriores (I.19, I.20) son similares a la Tabla I.12. Se muestra la estimación del precio limpio a partir de la duración y la convexidad. En la primera tabla (I.19), el cambio en la tasa es 0.50% (50 puntos base). Para la segunda tabla (I.20), la variación de la tasa es 10 puntos base. El cálculo es más preciso para cambios pequeños en las tasas. El resultado de efectuar la corrección por convexidad es una estimación ligeramente más precisa. Dado que la convexidad de los instrumentos cupón cero es mayor respecto a los bonos, el cálculo para los instrumentos cuponados es más cercano al resultado real que para los cupón cero.

¿Cuál es la importancia de poder estimar el precio de un instrumento, si podemos calcular su precio exacto? Velocidad y facilidad. Suponga que necesitamos simular el efecto de cambios en la tasa en un portafolio. Dicho portafolio contiene doscientos instrumentos, de distintas características cada uno. El procedimiento exacto sería obtener las características de cada bono y calcular su precio. Este método se le conoce como *full valuation* (valuación completa). Suponga que además quiere llevar a cabo la medición de Valor en Riesgo (*VaR*) por el método histórico para 500 escenarios. Necesitaría valuar cada bono quinientas veces, cien mil precios. Si quisiera calcular el VaR con procesos de *Monte Carlo*, que consiste en calcular múltiples caminatas aleatorias de los factores de riesgo, en este caso las tasas, podría realizar diez mil valuaciones por instrumento, equivalente a dos millones de precios. Por lo tanto, si se desea una aproximación rápida y sencilla de efectuar, se realiza el cálculo mediante duración y convexidad.

¿Cómo se determina el precio de un bono con solamente un cupón por cortar? En este caso, restan por pagar dos flujos, el último cupón y el valor nominal, ambos en la misma fecha. Podemos sumar los dos flujos ya que conocemos sus montos de antemano. Se convierte en un flujo conocido a un plazo, que es la definición de un instrumento cupón cero. Calculamos el monto del último cupón, le sumamos el valor nominal, el resultado se convierte en el nuevo valor nominal del cupón cero. Lo descontamos a la tasa de rendimiento del bono y tenemos su precio.

Hasta el momento hemos tratado la valuación de instrumentos cupón cero y de tasa fija cuponados del gobierno mexicano. A continuación analizaremos la valuación de los instrumentos estadounidenses más comunes.

Los instrumentos cupón cero estadounidenses de mayor demanda son los *Treasury Bills*, o T-BILLS. Son similares a los cetes mexicanos. Son emitidos a plazos trimestrales, semestrales y anuales, con vencimiento normalmente los jueves y contabilización de pagos Act/360. Difieren de los cetes en el valor nominal de mil dólares y obviamente su divisa de colocación. Su metodología de cálculo es similar a los cetes, considerando las diferencias enunciadas anteriormente. En el mercado internacional, los instrumentos se pactan a precio, a diferencia de México, donde pactamos tasa. Además, el precio se negocia como porcentaje del valor nominal, por lo que si se observa una cotización de 95 dólares (95% del valor nominal), realmente se liquidarán 950 dólares por título. En México se le asigna el tipo de valor D4 a estos instrumentos.

Los bonos cuponados de mediano plazo de tasa fija norteamericanos son los *Treasury Notes*, conocidos como T-NOTES. Pagan intereses semestralmente, su plazo de colocación es de uno a diez años y su valor nominal es mil dólares. Los *Treasury Bonds* (T-BONDS) son similares a los T-NOTES, pero son emitidos a plazos superiores a diez años. El tipo valor para los T-NOTES es D5, en el caso de los T-BONDS es D6. La forma de calcular ambos instrumentos es idéntica, por lo que no se hará posterior distinción entre ellos. Son colocados los días quince y al final del mes. El cálculo de los intereses es conforme al calendario ACT/ACT, analizaremos esta metodología en la siguiente figura (I.7):

Fecha Valuación	15/08/2006
Fecha Vencimiento	15/08/2015
Tasa de referencia	10.625000%
Tasa cupón vigente	10.625%
Tipo de tasa	F
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	0
Días para cupón	184
Días por vencer	3287

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
15/08/2006	Martes							
15/02/2007	Jueves	184	184	100.000000	5.312500		0.949555	5.044510
15/08/2007	Miércoles	365	181	100.000000	5.312500		0.901655	4.790040
15/02/2008	Viernes	549	184	100.000000	5.312500		0.856170	4.548405
15/08/2008	Viernes	731	182	100.000000	5.312500		0.812981	4.318961
15/02/2009	Domingo	915	184	100.000000	5.312500		0.771970	4.101090
15/08/2009	Sábado	1,096	181	100.000000	5.312500		0.733028	3.894210
15/02/2010	Lunes	1,280	184	100.000000	5.312500		0.696050	3.697767
15/08/2010	Domingo	1,461	181	100.000000	5.312500		0.660938	3.511232
15/02/2011	Martes	1,645	184	100.000000	5.312500		0.627597	3.334108
15/08/2011	Lunes	1,826	181	100.000000	5.312500		0.595938	3.165918
15/02/2012	Miércoles	2,010	184	100.000000	5.312500		0.565875	3.006213
15/08/2012	Miércoles	2,192	182	100.000000	5.312500		0.537330	2.854565
15/02/2013	Viernes	2,376	184	100.000000	5.312500		0.510224	2.710566
15/08/2013	Jueves	2,557	181	100.000000	5.312500		0.484486	2.573831
15/02/2014	Sábado	2,741	184	100.000000	5.312500		0.460046	2.443994
15/08/2014	Viernes	2,922	181	100.000000	5.312500		0.436839	2.320706
15/02/2015	Domingo	3,106	184	100.000000	5.312500		0.414802	2.203638
15/08/2015	Sábado	3,287	181	100.000000	5.312500	100.000000	0.393878	41.480245
						Precio sucio		100.000000
						Cupon devengado		0.000000
						Precio limpio		100.000000

Figura I.7: Valuación de bonos cuponados convención Act/Act.

Igualamos la tasa de rendimiento y la tasa cupón para obtener como precio su valor par (el precio de adquisición es el valor nominal). Introducimos cien como valor nominal, recordemos que en realidad es un porcentaje sobre el verdadero valor nominal de mil. Observemos las siguientes características de la valuación anterior:

- Todas las fechas de cupón tienen una separación exacta de un semestre.
- Las fechas de cupón se determinan sin importar si el día de pago es hábil.
- Los días de cupón son variables.
- El monto de los intereses de cada cupón es constante.

Los cupones se calculan de la siguiente manera:

$$Cupón = ValorNom \times \frac{TasaCupón}{CuponesAlAño}$$

Fórmula I.15: Determinación del monto de los cupones, convención Act/Act.

Estos instrumentos (ACT/ACT) son más sencillos de calcular que los mexicanos (ACT/360). Tomamos la tasa cupón, la dividimos entre el número de pagos al año y la multiplicamos por el valor nominal, que es nuestro monto de referencia. Dado que en esta fórmula no consideramos los días del cupón, dicho importe permanece constante para todos los cupones.

La filosofía que sigue el cálculo de estos instrumentos es determinar los flujos completos y su fracción. El cálculo de los intereses devengados es el siguiente:

$$\text{Intereses Devengados} = ValorNom \times \frac{TasaCupón}{CuponesAlAño} \times \frac{DíasTranscurridos}{PeriodoCupónVigente}$$

Fórmula I.16: Intereses devengados, convención Act/Act.

Sustituyendo la fórmula del cupón (I.15) en la anterior (I.16):

$$\text{Intereses Devengados} = Cupón \times \frac{DíasTranscurridos}{PeriodoCupónVigente}$$

Fórmula I.17: Intereses devengados de forma simplificada, convención Act/Act.

Determinamos los días transcurridos y los dividimos entre los días del cupón vigente, con ello obtenemos la fracción del cupón vigente transcurrido. Por último multiplicamos por el importe del cupón.

Para obtener el factor de descuento y calcular el valor presente de cada flujo, determinamos primero la fracción del cupón vigente por cortar.

$$\text{Fracción Por Cortar} = \frac{DíasParaCupón}{PeriodoCupónVigente}$$

Fórmula I.18: Fracción por cortar del cupón vigente, convención Act/Act.

Necesitamos obtener el número restante de cupones completos por cortar para cada cupón, adicionamos la fracción del cupón vigente por cortar y obtenemos el número de cupones por cortar para cada flujo. Cabe señalar que la fracción por cortar es constante para todos los flujos. La columna Flujo se obtiene mediante la Fórmula I.15.

FechaCupon	Flujo	Cupones completos por cortar	Fracción por cortar	Cupones por cortar
15/02/2007	5.312500	0	184/184=1	1.000000
15/08/2007	5.312500	1	184/184=1	2.000000
15/02/2008	5.312500	2	184/184=1	3.000000
15/08/2008	5.312500	3	184/184=1	4.000000
15/02/2009	5.312500	4	184/184=1	5.000000
15/08/2009	5.312500	5	184/184=1	6.000000
15/02/2010	5.312500	6	184/184=1	7.000000
15/08/2010	5.312500	7	184/184=1	8.000000
15/02/2011	5.312500	8	184/184=1	9.000000
15/08/2011	5.312500	9	184/184=1	10.000000
15/02/2012	5.312500	10	184/184=1	11.000000
15/08/2012	5.312500	11	184/184=1	12.000000
15/02/2013	5.312500	12	184/184=1	13.000000
15/08/2013	5.312500	13	184/184=1	14.000000
15/02/2014	5.312500	14	184/184=1	15.000000
15/08/2014	5.312500	15	184/184=1	16.000000
15/02/2015	5.312500	16	184/184=1	17.000000
15/08/2015	105.312500	17	184/184=1	18.000000

Tabla I.21: Cupones por cortar para bonos con contabilidad Act/Act.

Para obtener el factor de descuento, utilizamos la siguiente fórmula:

$$Fd = \frac{1}{\left(1 + \frac{T_R}{C_A}\right)^{CC}}$$

Fórmula I.19: Factor de descuento, convención Act/Act.

Fd = Factor de descuento para Act/Act.
T_R = Tasa de rendimiento.
CC = Cupones por cortar.
C_A = Cupones al año.

El valor presente de cada flujo es la multiplicación del factor de descuento por el importe, de manera similar a los bonos que hemos calculado anteriormente.

En la siguiente figura (I.8) se muestra la valuación del mismo T-Note, transcurrido medio cupón. Al igual que los bonos mostrados anteriormente, el precio limpio es ligeramente menor al valor nominal. Por la forma de determinar los intereses transcurridos, su importe es la mitad del monto del cupón. El cálculo de estos bonos es más sencillo que los instrumentos mexicanos. No presenta el efecto en precio de los días inhábiles.

Fecha Valuación	15/11/2006
Fecha Vencimiento	15/08/2015
Tasa de referencia	10.625000%
Tasa cupón vigente	10.625%
Tipo de tasa	F
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	92
Días para cupón	92
Días por vencer	3195

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
15/08/2006	Martes							
15/02/2007	Jueves	92	184	100.000000	5.312500		0.974451	5.176771
15/08/2007	Miércoles	273	181	100.000000	5.312500		0.925295	4.915629
15/02/2008	Viernes	457	184	100.000000	5.312500		0.878618	4.667659
15/08/2008	Viernes	639	182	100.000000	5.312500		0.834296	4.432199
15/02/2009	Domingo	823	184	100.000000	5.312500		0.792210	4.208616
15/08/2009	Sábado	1,004	181	100.000000	5.312500		0.752247	3.996312
15/02/2010	Lunes	1,188	184	100.000000	5.312500		0.714300	3.794717
15/08/2010	Domingo	1,369	181	100.000000	5.312500		0.678267	3.603293
15/02/2011	Martes	1,553	184	100.000000	5.312500		0.644052	3.421524
15/08/2011	Lunes	1,734	181	100.000000	5.312500		0.611562	3.248925
15/02/2012	Miércoles	1,918	184	100.000000	5.312500		0.580712	3.085033
15/08/2012	Miércoles	2,100	182	100.000000	5.312500		0.551418	2.929408
15/02/2013	Viernes	2,284	184	100.000000	5.312500		0.523602	2.781634
15/08/2013	Jueves	2,465	181	100.000000	5.312500		0.497188	2.641314
15/02/2014	Sábado	2,649	184	100.000000	5.312500		0.472108	2.508072
15/08/2014	Viernes	2,830	181	100.000000	5.312500		0.448292	2.381552
15/02/2015	Domingo	3,014	184	100.000000	5.312500		0.425678	2.261415
15/08/2015	Sábado	3,195	181	100.000000	5.312500	100.000000	0.404205	42.567807
							Precio sucio	**102.621879**
							Cupon devengado	**2.656250**
							Precio limpio	**99.965629**

Figura I.8: Valuación de bonos cuponados convención Act/Act, transcurrido medio cupón.

Fecha cupón	Flujo	Cupones completos por cortar	Fracción por cortar	Cupones por cortar
15/02/2007	5.312500	0.00	92/184=0.5	0.50
15/08/2007	5.312500	1.00	92/184=0.5	1.50
15/02/2008	5.312500	2.00	92/184=0.5	2.50
15/08/2008	5.312500	3.00	92/184=0.5	3.50
15/02/2009	5.312500	4.00	92/184=0.5	4.50
15/08/2009	5.312500	5.00	92/184=0.5	5.50
15/02/2010	5.312500	6.00	92/184=0.5	6.50
15/08/2010	5.312500	7.00	92/184=0.5	7.50
15/02/2011	5.312500	8.00	92/184=0.5	8.50
15/08/2011	5.312500	9.00	92/184=0.5	9.50
15/02/2012	5.312500	10.00	92/184=0.5	10.50
15/08/2012	5.312500	11.00	92/184=0.5	11.50
15/02/2013	5.312500	12.00	92/184=0.5	12.50
15/08/2013	5.312500	13.00	92/184=0.5	13.50
15/02/2014	5.312500	14.00	92/184=0.5	14.50
15/08/2014	5.312500	15.00	92/184=0.5	15.50
15/02/2015	5.312500	16.00	92/184=0.5	16.50
15/08/2015	105.312500	17.00	92/184=0.5	17.50

Tabla I.22: Cupones por cortar para bonos con contabilidad Act/Act, transcurrido medio cupón.

Hasta el momento hemos utilizado en diversas ocasiones la tasa de rendimiento. Sabemos que es la tasa a la que debemos descontar los flujos de un instrumento para determinar su precio. Asumimos que es la tasa de rentabilidad que obtendremos al comprar un bono, si lo mantenemos a vencimiento. La suposición anterior no es correcta. Si queremos obtener la rentabilidad de una inversión, debemos conocer tres insumos: el valor inicial (monto liquidado), el valor final y el tiempo transcurrido. Para el caso de un instrumento cupón cero, la tasa de adquisición es la tasa efectiva, ya que al momento de la compra, conocemos los tres datos. Para un bono cuponado, tenemos cupones intermedios que deben considerarse en este cálculo. Además, ellos deben reinvertirse a las condiciones del mercado. Si disminuyen las tasas en el mercado, sabemos que el precio de nuestro instrumento se incrementará, pero los cupones se reinvertirán a una menor tasa, afectando la rentabilidad efectiva. Analizaremos el efecto de la reinversión en bonos de tasa fija retenidos hasta su vencimiento. Comenzaremos calculando instrumentos con calendario ACT/ACT con cupones anuales (bonos europeos), incrementaremos la dificultad con bonos ACT/ACT con cupones semestrales (T-NOTES) y por último trataremos bonos ACT/360 con cupones semestrales (bonos mexicanos).

Supongamos un bono ACT/ACT con cupón anual, tasa de cupón y tasa de rendimiento iguales al ocho por ciento, valor nominal igual a cien, plazo de cinco años.

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
15/08/2006	Martes							
15/08/2007	Miércoles	365	365	100.000000	8.000000		0.925926	7.407407
15/08/2008	Viernes	731	366	100.000000	8.000000		0.857339	6.858711
15/08/2009	Sábado	1,096	365	100.000000	8.000000		0.793832	6.350658
15/08/2010	Domingo	1,461	365	100.000000	8.000000		0.735030	5.880239
15/08/2011	Lunes	1,826	365	100.000000	8.000000	100.000000	0.680583	73.502985
						Precio sucio		**100.000000**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**100.000000**

Figura I.9: Valuación de bonos con cupones anuales, convención Act/Act.

En la siguiente tabla (I.23) se muestran cinco escenarios de tasas. El primer cupón ocurre faltándole cuatro años por vencer al bono. Es reinvertido cuatro veces, cada inversión por un periodo, de tal forma que coincide el vencimiento de la última inversión con la amortización del portafolio. Reinvertimos los demás cupones de manera similar, observando que el último cupón y el monto principal no son invertidos ya que ocurren al vencimiento del instrumento. En la Tabla I.23 se muestra el valor de cada cupón reinvertido a la fecha de vencimiento del bono, calculados mediante interés compuesto:

$$F = P \times (1 + r)^n$$

Fórmula I.20: Valor futuro mediante interés compuesto.

Donde:
P = Importe del cupón.
F = Valor futuro del cupón, resultado de las reinversiones.
r = Tasa de reinversión.
n = Número de reinversiones.

		Tasas de reinversión				
Periodos	Importes	4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	8.00	9.358868	10.099816	10.883912	11.712800	12.588155
2	8.00	8.998912	9.528128	10.077696	10.648000	11.239424
3	8.00	8.652800	8.988800	9.331200	9.680000	10.035200
4	8.00	8.320000	8.480000	8.640000	8.800000	8.960000
5	108.00	108.000000	108.000000	108.000000	108.000000	108.000000
	Valor final	143.330580	145.096744	146.932808	148.840800	150.822779
	Valor inicial	100.000000	100.000000	100.000000	100.000000	100.000000
	Rendimiento	**7.47%**	**7.73%**	**8.00%**	**8.28%**	**8.57%**

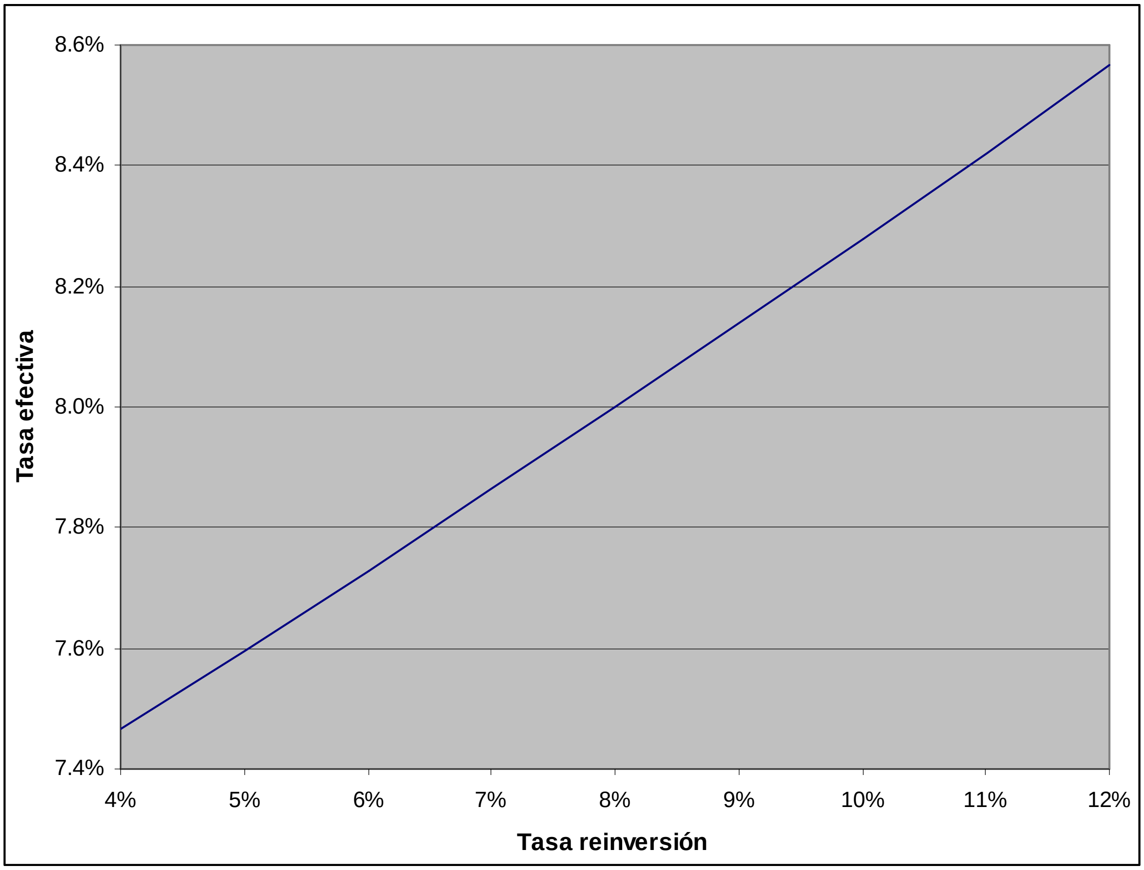
Tabla I.23: Rendimiento de la inversión total del bono a vencimiento, ante cinco escenarios de tasas.

El valor inicial es el costo de adquisición del instrumento, en este caso es el valor nominal. El valor final es la suma de todos los cupones reinvertidos y el principal. El número de periodos de inversión es cinco. Si despejamos la tasa de la Fórmula I.20, tenemos:

$$r = \left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Fórmula I.21: Tasa mediante interés compuesto.

Donde:
r = Rendimiento efectivo de la inversión.
F = Valor futuro (final) de la inversión.
P = Valor presente (inicial), equivale al monto invertido.
n = Número de periodos de la inversión.



Gráfica I.14: Tasa efectiva de un bono a vencimiento, a distintas tasas de reinversión de cupones.

Observamos en la gráfica anterior (I.14) que al vencimiento, el rendimiento efectivo depende de la tasa de reinversión. Si la tasa de reinversión aumenta, el rendimiento efectivo es superior a la tasa de rendimiento del bono y viceversa. Si la tasa de reinversión se mantiene igual a la tasa de rendimiento del bono, la rentabilidad efectiva de la inversión es igual a éstas. En la Gráfica I.14 se aprecia que dicho comportamiento es prácticamente lineal. En la siguiente tabla (I.24), vendemos el bono transcurridos tres años:

		Tasas de reinversión				
Periodos	Importes	4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	8.00	8.652800	8.988800	9.331200	9.680000	10.035200
2	8.00	8.320000	8.480000	8.640000	8.800000	8.960000
3	8.00	8.000000	8.000000	8.000000	8.000000	8.000000
4	8.00	-	-	-	-	-
5	108.00	-	-	-	-	-
	Precio de venta	107.544379	103.666785	100.000000	96.528926	93.239796
	Valor final	132.517179	129.135585	125.971200	123.008926	120.234996
	Valor inicial	100.000000	100.000000	100.000000	100.000000	100.000000
	Rendimiento	**9.84%**	**8.90%**	**8.00%**	**7.15%**	**6.34%**

Tabla I.24: Rendimiento de la inversión, vendiendo el bono a los tres años de su adquisición.

En la tabla anterior (I.24), obtenemos el valor de los flujos a los tres años. Su cálculo es similar a la Tabla I.23. Los últimos dos cupones y el pago del principal no ocurren ya que el instrumento es vendido con anticipación. El primer cupón se reinvierte dos veces, el segundo cupón una vez, el tercer cupón se cobra y no se reinvierte. Calculamos el precio de venta, tomando como tasa de rendimiento la tasa de reinversión, la fecha de valuación exactamente tres años después de la fecha de compra. El valor final es el importe final de los cupones a tres años más el precio de venta. En este caso, el rendimiento efectivo es superior para la menor tasa de mercado y viceversa. Si no cambia la tasa de mercado, el rendimiento efectivo es igual a la tasa de rendimiento.

De las dos tablas anteriores (I.23, I.24), observamos que el rendimiento efectivo de una inversión es afectado por efecto de reinversión y el efecto de precio, ambos en dirección contraria. Si conservamos el bono a vencimiento, comprobamos que el efecto de reinversión prevalece sobre el efecto de precio. Por el contrario, si vendemos prematuramente el bono, la rentabilidad efectiva es afectada en mayor medida por el precio con respecto a la reinversión. Concluimos que la tasa de rendimiento del bono no es la rentabilidad efectiva de la inversión, no es el rendimiento que obtendremos a vencimiento. ¿Existe un momento en el tiempo en el cual el efecto de la reinversión y el efecto del precio se equilibren? La respuesta es sí, es la duración. Si al momento de la compra determinamos la duración en días y vendemos el instrumento transcurridos dichos días, la rentabilidad efectiva es prácticamente la tasa de rendimiento de adquisición del bono. Existen algunas pequeñas diferencias, debido a que los días de la duración no son exactos y el efecto de la convexidad.

En la siguiente figura (I.10), se muestra el ejemplo para bonos semestrales ACT/ACT. La tasa de cupón y de rendimiento es ocho por ciento, el precio de adquisición es igual a cien. Se mantiene el bono a vencimiento, por ello prevalece el efecto de reinversión sobre el efecto del precio. El cálculo del valor futuro de los cupones es similar al bono anual, con la diferencia que la tasa debe dividirse entre los cupones al año (dos) y el número de periodos de inversión se duplica. Por ejemplo, el primer cupón se reinvierte nueve veces, el segundo se reinvierte ocho veces, y así sucesivamente. Para obtener la tasa efectiva, consideramos el número de periodos de la inversión (n=10) y al final obtenemos el rendimiento anual al multiplicar por dos.

$$r = \left(\left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \times 2$$

Fórmula I.22: Rendimiento anualizado para inversiones con cupones semestrales.

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
15/08/2006	Martes							
15/02/2007	Jueves	184	184	100.000000	4.000000		0.961538	3.846154
15/08/2007	Miércoles	365	181	100.000000	4.000000		0.924556	3.698225
15/02/2008	Viernes	549	184	100.000000	4.000000		0.888996	3.555985
15/08/2008	Viernes	731	182	100.000000	4.000000		0.854804	3.419217
15/02/2009	Domingo	915	184	100.000000	4.000000		0.821927	3.287708
15/08/2009	Sábado	1,096	181	100.000000	4.000000		0.790315	3.161258
15/02/2010	Lunes	1,280	184	100.000000	4.000000		0.759918	3.039671
15/08/2010	Domingo	1,461	181	100.000000	4.000000		0.730690	2.922761
15/02/2011	Martes	1,645	184	100.000000	4.000000		0.702587	2.810347
15/08/2011	Lunes	1,826	181	100.000000	4.000000	100.000000	0.675564	70.258674
						Precio sucio		**100.000000**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**100.000000**

Figura I.10: Valuación de bonos cuponados semestrales, convención Act/Act.

		Tasas de reinversión				
Periodos	Importes	4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	4.00	4.780370	5.219093	5.693247	6.205313	6.757916
2	4.00	4.686638	5.067080	5.474276	5.909822	6.375392
3	4.00	4.594743	4.919495	5.263727	5.628402	6.014521
4	4.00	4.504650	4.776209	5.061276	5.360383	5.674076
5	4.00	4.416323	4.637096	4.866612	5.105126	5.352902
6	4.00	4.329729	4.502035	4.679434	4.862025	5.049908
7	4.00	4.244832	4.370908	4.499456	4.630500	4.764064
8	4.00	4.161600	4.243600	4.326400	4.410000	4.494400
9	4.00	4.080000	4.120000	4.160000	4.200000	4.240000
10	104.00	104.000000	104.000000	104.000000	104.000000	104.000000
Valor final		143.798884	145.855517	148.024428	150.311570	152.723180
Valor inicial		100.000000	100.000000	100.000000	100.000000	100.000000
Rendimiento		**7.3985%**	**7.6932%**	**8.0000%**	**8.3192%**	**8.6510%**

Tabla I.25: Rendimiento de la inversión de un bono semestral a vencimiento, convención Act/Act.

Realizaremos a continuación el ejercicio para un bono mexicano. La Figura I.11 muestra la valuación de un bono de tasa fija a cinco años, cupón semestral del ocho por ciento, con igual tasa de rendimiento. La Tabla I.26 contiene la determinación del rendimiento efectivo de la inversión. Las primeras columnas contienen la valuación del instrumento. Las reinversiones se llevarán a cabo por periodos de 182 días. El plazo de inversión es la diferencia entre la fecha de vencimiento del instrumento y cada fecha de corte de cupón. El número de inversiones es el plazo de inversión entre 182; en este caso son números enteros, pero si se hiciera el cálculo en una fecha diferente al corte de cupón, el resultado sería fraccionario. El valor futuro de cada cupón se calcula de la siguiente forma, donde la tasa corresponde a la reinversión.

$$ValorFuturo = Flujo \times \left(1 + Tasa\,\frac{182}{360}\right)^{Inversiones}$$

Fórmula I.23: Valor futuro de cupones semestrales, considerando reinversiones y convención Act/360.

Fecha Valuación	24/08/2006	Jueves
Fecha Vencimiento	18/08/2011	Jueves
Títulos	1	
Tasa de referencia	8.000000%	
Tasa cupón vigente	8.000%	
Periodo del cupon	182	
Tipo de tasa	F	
Valor Nominal	100	
Dias transcurridos	0	
Días para cupón	182	
Días por vencer	1820	

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
24/08/2006	Jueves							
22/02/2007	Jueves	182	182	100.000000	4.044444		0.961128	3.887228
23/08/2007	Jueves	364	182	100.000000	4.044444		0.923767	3.736122
21/02/2008	Jueves	546	182	100.000000	4.044444		0.887858	3.590891
21/08/2008	Jueves	728	182	100.000000	4.044444		0.853345	3.451305
19/02/2009	Jueves	910	182	100.000000	4.044444		0.820173	3.317145
20/08/2009	Jueves	1,092	182	100.000000	4.044444		0.788291	3.188200
18/02/2010	Jueves	1,274	182	100.000000	4.044444		0.757648	3.064267
19/08/2010	Jueves	1,456	182	100.000000	4.044444		0.728197	2.945152
17/02/2011	Jueves	1,638	182	100.000000	4.044444		0.699890	2.830667
18/08/2011	Jueves	1,820	182	100.000000	4.044444	100.000000	0.672684	69.989024
						Precio sucio		**100.000000**
						Cupon devengado		**0.000000**
						Precio limpio		**100.000000**
						Importe sucio		**100.000000**
						Duración		**4.198613**
						Convexidad		**21.956258**

Figura I.11: Valuación de bonos cuponados semestrales, convención Act/360.

N	Fecha cupón	Plazo	Flujo	Descuento	VP Flujo	Plazo inversión	Inversiones	Tasas de reinversión				
								4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	22/02/2007	182	4.044444	0.961128	3.887228	1,638	9.0000	4.84	5.29	5.78	6.30	6.87
2	23/08/2007	364	4.044444	0.923767	3.736122	1,456	8.0000	4.75	5.14	5.55	6.00	6.48
3	21/02/2008	546	4.044444	0.887858	3.590891	1,274	7.0000	4.65	4.99	5.34	5.71	6.11
4	21/08/2008	728	4.044444	0.853345	3.451305	1,092	6.0000	4.56	4.84	5.13	5.44	5.76
5	19/02/2009	910	4.044444	0.820173	3.317145	910	5.0000	4.47	4.70	4.93	5.18	5.43
6	20/08/2009	1,092	4.044444	0.788291	3.188200	728	4.0000	4.38	4.56	4.74	4.93	5.12
7	18/02/2010	1,274	4.044444	0.757648	3.064267	546	3.0000	4.29	4.42	4.56	4.69	4.83
8	19/08/2010	1,456	4.044444	0.728197	2.945152	364	2.0000	4.21	4.29	4.38	4.46	4.55
9	17/02/2011	1,638	4.044444	0.699890	2.830667	182	1.0000	4.13	4.17	4.21	4.25	4.29
10	18/08/2011	1,820	104.044444	0.672684	69.989024	-	-	104.04	104.04	104.04	104.04	104.04
						Valor Futuro		144.33	146.44	148.66	151.00	153.48
						Costo inicial		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
						Rendimiento		7.393%	7.690%	8.000%	8.322%	8.657%

Tabla I.26: Rendimiento de la inversión de un bono semestral a vencimiento, convención Act/360.

El rendimiento efectivo anualizado se determina de la siguiente forma, donde el plazo son los días por vencer del instrumento:

$$R_e = \left(\left(\frac{VF}{Costo} \right)^{\frac{182}{Plazo}} - 1 \right) \frac{360}{182}$$

Fórmula I.24: Rendimiento efectivo anualizado de inversiones en bonos semestrales, convención Act/360.

Si vendiéramos el instrumento a una fecha anterior a la duración (Tabla I.27), observaríamos que prevalece el efecto del precio en la inversión. Calculamos de forma similar el rendimiento del bono realizando su venta a los tres años a precio sucio (Tabla I.24). La tabla anterior (I.26) la rentabilidad efectiva es proporcional a la reinversión, en la Tabla I.27, su comportamiento es inverso. El plazo que debe aplicarse para obtener el rendimiento es 1,092 días.

N	Fecha cupón	Plazo	Flujo	Descuento	VP Flujo	Plazo inversión	Inversiones	Tasas de reinversión				
								4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	22/02/2007	182	4.044444	0.961128	3.887228	910	5.0000	4.47	4.70	4.93	5.18	5.43
2	23/08/2007	364	4.044444	0.923767	3.736122	728	4.0000	4.38	4.56	4.74	4.93	5.12
3	21/02/2008	546	4.044444	0.887858	3.590891	546	3.0000	4.29	4.42	4.56	4.69	4.83
4	21/08/2008	728	4.044444	0.853345	3.451305	364	2.0000	4.21	4.29	4.38	4.46	4.55
5	19/02/2009	910	4.044444	0.820173	3.317145	182	1.0000	4.13	4.17	4.21	4.25	4.29
6	20/08/2009	1,092	4.044444	0.788291	3.188200	-	-	4.04	4.04	4.04	4.04	4.04
7	18/02/2010	1,274										
8	19/08/2010	1,456										
9	17/02/2011	1,638										
10	18/08/2011	1,820										
						Precio de venta		107.70	103.76	100.00	96.42	93.00
						Valor Futuro		133.22	129.94	126.86	123.97	121.26
						Costo inicial		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
						Rendimiento		9.686%	8.825%	8.000%	7.211%	6.459%

Tabla I.27: Rendimiento de un bono semestral, venta anterior a la duración, convención Act/360.

En la siguiente tabla (I.28), vendemos el bono en la fecha de la duración. La duración es 4.198613 años, equivalente a 1,532.493902 días, redondeamos a 1,532. El hecho de realizar el redondeo es un factor de error que tendrá el modelo. La fecha de adquisición es 24/ago/2006, le agregamos la duración y obtenemos la fecha de venta del instrumento: 03/nov/2010. El precio de venta incluye los intereses devengados a la fecha de la venta, por lo que utilizamos el precio sucio.

Venta del bono	03/11/2010
Días de inversión	1,532

N	Fecha cupón	Plazo	Flujo	Descuento	VP Flujo	Plazo inversión	Inversiones	Tasas de reinversión				
								4.00%	6.00%	8.00%	10.00%	12.00%
1	22/02/2007	182	4.044444	0.961128	3.887228	1,350	7.4176	4.69	5.05	5.43	5.83	6.26
2	23/08/2007	364	4.044444	0.923767	3.736122	1,168	6.4176	4.60	4.90	5.22	5.55	5.90
3	21/02/2008	546	4.044444	0.887858	3.590891	986	5.4176	4.51	4.76	5.01	5.28	5.56
4	21/08/2008	728	4.044444	0.853345	3.451305	804	4.4176	4.42	4.62	4.82	5.03	5.25
5	19/02/2009	910	4.044444	0.820173	3.317145	622	3.4176	4.33	4.48	4.63	4.79	4.95
6	20/08/2009	1,092	4.044444	0.788291	3.188200	440	2.4176	4.25	4.35	4.45	4.56	4.66
7	18/02/2010	1,274	4.044444	0.757648	3.064267	258	1.4176	4.16	4.22	4.28	4.34	4.40
8	19/08/2010	1,456	4.044444	0.728197	2.945152	76	0.4176	4.08	4.10	4.11	4.13	4.15
9	17/02/2011	1,638										
10	18/08/2011	1,820										
						Precio de venta		104.80	103.21	101.67	100.16	98.69
						Valor Futuro		139.83	139.67	139.62	139.67	139.82
						Costo inicial		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
						Rendimiento		8.037%	8.010%	8.000%	8.008%	8.035%

Tabla I.28: Rendimiento de la inversión de un bono semestral, venta en la duración, convención Act/360.

Al realizar la venta del instrumento en la fecha de la duración, prácticamente obtenemos como rentabilidad efectiva la tasa de rendimiento de adquisición, sin importar las tasas prevalecientes en el mercado. Observamos desviaciones en la rentabilidad, tenemos que considerar que estamos realizando fuertes variaciones en las tasas. En la siguiente tabla (I.29), se muestra el ejemplo con menores variaciones en las tasas.

Venta del bono	03/11/2010
Días de inversión	1,532

N	Fecha cupón	Plazo	Flujo	Descuento	VP Flujo	Plazo inversión	Inversiones	Tasas de reinversión				
								7.00%	7.50%	8.00%	8.50%	9.00%
1	22/02/2007	182	4.044444	0.961128	3.887228	1,350	7.4176	5.23	5.33	5.43	5.53	5.63
2	23/08/2007	364	4.044444	0.923767	3.736122	1,168	6.4176	5.06	5.14	5.22	5.30	5.38
3	21/02/2008	546	4.044444	0.887858	3.590891	986	5.4176	4.88	4.95	5.01	5.08	5.15
4	21/08/2008	728	4.044444	0.853345	3.451305	804	4.4176	4.72	4.77	4.82	4.87	4.92
5	19/02/2009	910	4.044444	0.820173	3.317145	622	3.4176	4.55	4.59	4.63	4.67	4.71
6	20/08/2009	1,092	4.044444	0.788291	3.188200	440	2.4176	4.40	4.43	4.45	4.48	4.50
7	18/02/2010	1,274	4.044444	0.757648	3.064267	258	1.4176	4.25	4.26	4.28	4.29	4.31
8	19/08/2010	1,456	4.044444	0.728197	2.945152	76	0.4176	4.10	4.11	4.11	4.12	4.12
9	17/02/2011	1,638										
10	18/08/2011	1,820										
						Precio de venta		102.44	102.05	101.67	101.29	100.91
						Valor Futuro		139.63	139.62	139.62	139.62	139.63
						Costo inicial		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
						Rendimiento		8.003%	8.001%	8.000%	8.000%	8.002%

Tabla I.29: Rendimiento de la inversión de un bono semestral, venta en la duración, menor variación en tasas.

La conclusión que obtuvimos es de suma relevancia en la administración de portafolios. Inmunizamos la inversión en un bono al efecto de las tasas de mercado si realizamos su venta en la fecha de la duración. La tasa de rendimiento a la que adquirimos el bono no está garantizada a vencimiento, solamente a la duración. En el mercado existe la creencia de mantener la inversión a vencimiento para garantizar la tasa de rendimiento, espero contribuir a modificar dicho paradigma con estos ejemplos. En inglés, a la tasa de rendimiento se le conoce como *Yield to Maturity*, o *Tasa al Vencimiento*, observamos que este término es erróneo.

La valuación de los bonos udizados (udibonos) es idéntica a los bonos nominales (en pesos) de tasa fija mexicanos. Por ello, no mostraremos ejemplos de su cálculo, solamente realizaré algunas precisiones.

- Su valor nominal es cien udis.
- El cálculo se realiza en udis, posteriormente se convierte a pesos.
- Para liquidar las operaciones, se utiliza el valor de la udi para la fecha de liquidación de la operación.
- Debido a que se pactan a una tasa fija en udis, por definición otorgan cobertura inflacionaria a la inversión.

Existen otro tipo de contabilización de fechas para bonos de tasa fija, el cual considera meses de treinta días (días comerciales). Este tipo de calendario se le denomina 30/360, es común en operaciones internacionales y en bonos mexicanos emitidos en el extranjero como los *United Mexican States* (UMS). Son bonos emitidos en divisas extranjeras, pueden ser de tasa fija o variable, son identificados por su tipo valor D1. A continuación observaremos el cálculo de un UMS de tasa fija. Las fórmulas para determinar los cupones y los factores de descuento son las siguientes:

$$Cupón = ValorNom \times \frac{TasaCupón}{CuponesAlAño}$$

Fórmula I.25: Cálculo de cupones, convención 30/360.

$$F_d = \frac{1}{\left(1 + \frac{TasaR}{CuponesAlAño}\right)^{\frac{PlazoFlujo}{PeriodoCupón}}}$$

Fórmula I.26: Factores de descuento, convención 30/360.

Fecha Valuación	03/03/2006
Fecha Vencimiento	03/03/2015
Tasa de referencia	6.625000%
Tasa cupón vigente	6.625%
Periodo del cupon	180
Tipo de tasa	F
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	0
Días para cupón	184
Días por vencer	3287

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Flujo	Descuento	VP Flujo
03/03/2006	Viernes						
03/09/2006	Domingo	180	184	100.000000	3.312500	0.967937	3.206292
03/03/2007	Sábado	360	181	100.000000	3.312500	0.936902	3.103489
03/09/2007	Lunes	540	184	100.000000	3.312500	0.906862	3.003982
03/03/2008	Lunes	720	182	100.000000	3.312500	0.877786	2.907665
03/09/2008	Miércoles	900	184	100.000000	3.312500	0.849641	2.814437
03/03/2009	Martes	1,080	181	100.000000	3.312500	0.822399	2.724198
03/09/2009	Jueves	1,260	184	100.000000	3.312500	0.796031	2.636852
03/03/2010	Miércoles	1,440	181	100.000000	3.312500	0.770508	2.552307
03/09/2010	Viernes	1,620	184	100.000000	3.312500	0.745803	2.470473
03/03/2011	Jueves	1,800	181	100.000000	3.312500	0.721890	2.391262
03/09/2011	Sábado	1,980	184	100.000000	3.312500	0.698745	2.314591
03/03/2012	Sábado	2,160	182	100.000000	3.312500	0.676341	2.240379
03/09/2012	Lunes	2,340	184	100.000000	3.312500	0.654655	2.168546
03/03/2013	Domingo	2,520	181	100.000000	3.312500	0.633665	2.099016
03/09/2013	Martes	2,700	184	100.000000	3.312500	0.613348	2.031715
03/03/2014	Lunes	2,880	181	100.000000	3.312500	0.593682	1.966572
03/09/2014	Miércoles	3,060	184	100.000000	3.312500	0.574647	1.903518
03/03/2015	Martes	3,240	181	100.000000	103.312500	0.556222	57.464707
						Precio sucio	**100.000000**
						Cupon devengado	**0.000000**
						Precio limpio	**100.000000**

Figura I.12: Valuación de bonos cuponados semestrales, convención 30/360.

El plazo del flujo es los días por vencer de cada uno de los cupones. El periodo cupón son los días del semestre, considerando meses de treinta días, resultan ciento ochenta días. En el caso de valuar el instrumento a una fecha donde no ocurra un corte de cupón, debemos calcular los intereses devengados. La fórmula para los instrumentos 30/360 es la siguiente:

$$CupónDevengado = ValorNom \times \frac{TasaCupón}{CuponesAlAño} \times \frac{DíasTranscurridos}{PeriodoCupón}$$

Fórmula I.27: Cupón devengado, convención 30/360.

En la siguiente figura (I.13) se muestra la valuación del instrumento transcurrido medio cupón, manteniendo la tasa de rendimiento. Debe observarse que el plazo de cada cupón se incrementa en múltiplos de treinta días, sin importar los días naturales entre los pagos. Para calcular los días comerciales, puede utilizarse una función de Excel: DIAS360, la cual recibe como parámetros la fecha de liquidación y cada una de las fechas de cupón.

Fecha Valuación	03/06/2006
Fecha Vencimiento	03/03/2015
Títulos	1
Tasa de referencia	6.625000%
Tasa cupón vigente	6.625%
Periodo del cupon	180
Tipo de tasa	F
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	90

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Flujo	Descuento	VP Flujo
03/03/2006	Viernes						
03/09/2006	Domingo	90	184	100.000000	3.312500	0.983838	3.258963
03/03/2007	Sábado	270	181	100.000000	3.312500	0.952293	3.154471
03/09/2007	Lunes	450	184	100.000000	3.312500	0.921760	3.053330
03/03/2008	Lunes	630	182	100.000000	3.312500	0.892206	2.955431
03/09/2008	Miércoles	810	184	100.000000	3.312500	0.863599	2.860671
03/03/2009	Martes	990	181	100.000000	3.312500	0.835909	2.768950
03/09/2009	Jueves	1,170	184	100.000000	3.312500	0.809108	2.680169
03/03/2010	Miércoles	1,350	181	100.000000	3.312500	0.783165	2.594235
03/09/2010	Viernes	1,530	184	100.000000	3.312500	0.758055	2.511056
03/03/2011	Jueves	1,710	181	100.000000	3.312500	0.733749	2.430545
03/09/2011	Sábado	1,890	184	100.000000	3.312500	0.710223	2.352614
03/03/2012	Sábado	2,070	182	100.000000	3.312500	0.687451	2.277183
03/09/2012	Lunes	2,250	184	100.000000	3.312500	0.665410	2.204170
03/03/2013	Domingo	2,430	181	100.000000	3.312500	0.644075	2.133497
03/09/2013	Martes	2,610	184	100.000000	3.312500	0.623424	2.065091
03/03/2014	Lunes	2,790	181	100.000000	3.312500	0.603435	1.998878
03/09/2014	Miércoles	2,970	184	100.000000	3.312500	0.584087	1.934789
03/03/2015	Martes	3,150	181	100.000000	103.312500	0.565360	58.408712
					Precio sucio		**101.642757**
					Cupon devengado		**1.656250**
					Precio limpio		**99.986507**

Figura I.13: Valuación de bonos cuponados semestrales transcurrido medio cupón, convención 30/360.

En todos los bonos tratados hasta el momento, el valor nominal ha permanecido constante. Existen instrumentos amortizables y capitalizables que no se comportan de esta manera. En los instrumentos amortizables, el emisor paga parte del principal del préstamo en las fechas de corte de cupón, reduciendo los futuros pagos de intereses, los cuales se calcularán sobre una base menor. No es obligatorio el pago de amortizaciones de capital en todos los cupones. En los instrumentos capitalizables el emisor paga parte del cupón, el resto se suma al valor nominal. Con ello, el emisor difiere compromisos de pago, a un mayor pago futuro de intereses ya que los cupones pendientes se calcularán sobre un principal superior.

A continuación se muestra la valuación de un instrumento amortizable. Es un Certificado de Participación Ordinaria (CPO), su tipo de valor es R1, emitido por el fideicomiso de la autopista Tijuana-Mexicali. Este instrumento se colocó en UDIS, a una tasa real fija del 9%. La valuación del instrumento la observamos en la siguiente figura (I.14). La fecha de valuación coincide con su fecha de colocación. Observamos que el monto de los intereses disminuye paulatinamente.

Fecha Valuación	30/10/2000
Fecha Vencimiento	30/09/2012
Tasa de referencia	9.000000%
Tasa cupón vigente	9.000%
Periodo del cupon	182
Tipo de tasa	F
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	29
Días para cupón	153
Días por vencer	4353

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Flujo	Descuento	VP Flujo
01/10/2000	Domingo								
01/04/2001	Domingo	153	182	100.000000	4.550000	1.200000	5.750000	0.963286	5.538892
01/10/2001	Lunes	336	183	98.800000	4.520100	1.310000	5.830100	0.921138	5.370329
01/04/2002	Lunes	518	182	97.490000	4.435795	1.340000	5.775795	0.881051	5.088767
01/10/2002	Martes	701	183	96.150000	4.398863	1.350000	5.748863	0.842501	4.843424
01/04/2003	Martes	883	182	94.800000	4.313400	1.400000	5.713400	0.805836	4.604062
01/10/2003	Miércoles	1,066	183	93.400000	4.273050	3.200000	7.473050	0.770578	5.758565
01/04/2004	Jueves	1,249	183	90.200000	4.126650	3.400000	7.526650	0.736862	5.546102
01/10/2004	Viernes	1,432	183	86.800000	3.971100	3.600000	7.571100	0.704622	5.334760
01/04/2005	Viernes	1,614	182	83.200000	3.785600	3.800000	7.585600	0.673957	5.112365
01/10/2005	Sábado	1,797	183	79.400000	3.632550	4.000000	7.632550	0.644468	4.918938
01/04/2006	Sábado	1,979	182	75.400000	3.430700	4.200000	7.630700	0.616421	4.703726
01/10/2006	Domingo	2,162	183	71.200000	3.257400	4.400000	7.657400	0.589451	4.513659
01/04/2007	Domingo	2,344	182	66.800000	3.039400	4.600000	7.639400	0.563798	4.307077
01/10/2007	Lunes	2,527	183	62.200000	2.845650	4.800000	7.645650	0.539130	4.121996
01/04/2008	Martes	2,710	183	57.400000	2.626050	5.000000	7.626050	0.515541	3.931539
01/10/2008	Miércoles	2,893	183	52.400000	2.397300	5.100000	7.497300	0.492984	3.696048
01/04/2009	Miércoles	3,075	182	47.300000	2.152150	5.300000	7.452150	0.471529	3.513907
01/10/2009	Jueves	3,258	183	42.000000	1.921500	5.400000	7.321500	0.450898	3.301251
01/04/2010	Jueves	3,440	182	36.600000	1.665300	5.500000	7.165300	0.431275	3.090216
01/10/2010	Viernes	3,623	183	31.100000	1.422825	6.000000	7.422825	0.412405	3.061212
01/04/2011	Viernes	3,805	182	25.100000	1.142050	6.000000	7.142050	0.394457	2.817235
01/10/2011	Sábado	3,988	183	19.100000	0.873825	6.000000	6.873825	0.377199	2.592797
01/04/2012	Domingo	4,171	183	13.100000	0.599325	6.500000	7.099325	0.360695	2.560689
30/09/2012	Domingo	4,353	182	6.600000	0.300300	6.600000	6.900300	0.344997	2.380585
							Precio sucio		**100.708143**
							Cupon devengado		**0.725000**
							Precio limpio		**99.983143**
							Duración		**5.355378**
							Convexidad		**40.999086**

Figura I.14: Valuación de bonos cuponados semestrales amortizables, convención Act/360.

En Japón utilizan una contabilización de días ACT/365. No profundizaremos en el tema, ya que la valuación es similar a los bonos mexicanos ACT/360. Solamente debe utilizarse en las fórmulas años de 365 días en lugar de 360 días.

Hemos observado que si la tasa de cupón de un bono es igual a su tasa de rendimiento y estamos en la fecha de inicio de alguno de sus cupones, su precio es igual a su valor nominal. La razón de este comportamiento es la siguiente:

Supongamos que hoy es 22/feb/2007 y existe un bono con cupones cada 182 días, valor nominal igual a 100, tasa de cupón fija al 9%, tasa de rendimiento también del 9% y vencimiento al 19/feb/2009, contabilidad de días Act/360.

Calculamos el importe de cada cupón (Fórmula I.10):

Cupones=100*0.09*182/360=4.55

Obtenemos la periodicidad de los pagos del bono y sus respectivos importes:

Fecha de pago	Flujos
22-Feb-07	0.00
23-Ago-07	4.55
21-Feb-08	4.55
21-Ago-08	4.55
19-Feb-09	104.55

Tabla I.30: Flujos bono semestral.

Utilizamos la tasa de rendimiento para descontar flujos. Esta tasa entonces mide el costo del dinero en el tiempo. Si invertimos 100 pesos a la tasa de rendimiento por un periodo, obtenemos intereses por el siguiente monto:

100*(1+0.09*182/360)-100=4.55

Por lo tanto, tener 100 pesos en cierto periodo es equivalente a tener 100+4.55=104.55 pesos en el siguiente periodo.

Puedo sumar y restar el valor nominal sin alterar los flujos totales del bono. Nótese que lo hago para todos los flujos menos el último.

Fecha de pago	Flujos	Sumo	Resto	Total
22-Feb-07	0.00	100.00	-100.00	0.00
23-Ago-07	4.55	100.00	-100.00	4.55
21-Feb-08	4.55	100.00	-100.00	4.55
21-Ago-08	4.55	100.00	-100.00	4.55
19-Feb-09	104.55	0.00	0.00	104.55

Tabla I.31: Flujos bono semestral, sumando y restando en valor nominal.

Agrupo los flujos positivos:

Fecha de pago	Positivos	Negativos
22-Feb-07	100.00	-100.00
23-Ago-07	104.55	-100.00
21-Feb-08	104.55	-100.00
21-Ago-08	104.55	-100.00
19-Feb-09	104.55	0.00

Tabla I.32: Flujos bono semestral, agrupando importes.

Observemos en la Tabla I.32 que el último flujo positivo de 104.55 (19-Feb-09) es equivalente al último flujo negativo de -100 (21-Ago-08), ya que establecimos que es equivalente tener 100 en cierto periodo a tener 104.55 en el siguiente periodo.

Fecha de pago	Positivos	Negativos
22-Feb-07	100.00	-100.00
23-Ago-07	104.55	-100.00
21-Feb-08	104.55	-100.00
21-Ago-08	104.55	-100.00
19-Feb-09	104.55	0.00

Tabla I.33: Flujos bono semestral, observamos importes equivalentes.

Dicho de otra forma, el valor futuro de 100 por un periodo de 182 días, a una tasa de rendimiento de 9% es 104.55.

Fecha de pago	Positivos
22-Feb-07	100.00
23-Ago-07	
21-Feb-08	
21-Ago-08	
19-Feb-09	

Tabla I.34: Flujos bono semestral, cancelando importes equivalentes.

Cancelamos los flujos equivalentes en la tabla anterior (I.34).

El único flujo remanente es el primer flujo positivo en la fecha de valuación. Como estamos obteniendo el valor presente a la fecha de valuación, el valor de este flujo a valor presente es el mismo.

Por lo tanto, si la tasa de cupón de un bono es igual a su tasa de rendimiento y estamos en la fecha de inicio de alguno de sus cupones, su precio es igual a su valor nominal.

(c) Valuación de bonos de tasa revisable o variable.

Hemos analizado el comportamiento de los bonos de tasa fija ante variaciones de las tasas. Si las tasas se incrementan, sabemos que tendremos minusvalías en el portafolio. ¿Qué podemos hacer para mitigar este riesgo de mercado?

- Disminuir duración, cambiando bonos de tasa fija por instrumentos de tasa revisable.
- Realizar coberturas con instrumentos derivados (tema que se tratará en el siguiente capítulo).

El problema de los instrumentos de tasa fija es que no se ajustan a las nuevas condiciones del mercado (es problema ante alzas en las tasas, es benéfico ante bajas de tasas). Los instrumentos de tasa variable cambian periódicamente su tasa, tomando el valor de cierta tasa de referencia para realizar pagos de intereses. Las fechas en las cuales cambia, o se revisa su valor, están definidas desde la colocación del instrumento. Por lo anterior, también son conocidos como instrumentos revisables. En general, el término variable es asociado en el mercado a renta variable, por ejemplo mercado accionario, por lo que identificaremos a estos bonos que ajustan su tasa como revisables.

Las tasas de referencia utilizadas en México son las siguientes:

- Cetes de 28 días.
- Cetes de 91 días.
- Cetes de 182 días.
- TIIE de 28 días.
- TIIE de 91 días.
- Tasa diaria Brem.

Las tasas de referencia más comunes en el mundo son las denominadas LIBOR (London Inter Bank Offering Rate), que son las tasas a las cuales los bancos se prestan dinero entre ellos. Se utilizan para plazos de 1,3,6 y 12 meses. Existen tasas LIBOR para las principales divisas que se operan internacionalmente, no solamente para los bancos en Londres, Inglaterra.

El plazo de la tasa de referencia a utilizar, normalmente coincide con los días entre los pagos de intereses. Existen casos en los que el instrumento corta cupón cada determinado plazo y se toma la tasa de otro plazo, calculando la tasa equivalente al plazo de pago de intereses. En México, las tasas de referencia más utilizadas corresponden a los cetes. Los martes se realiza la subasta de valores gubernamentales que se liquidan el jueves (estos días dependen de las fechas inhábiles). Dentro de la subasta, se ponen en circulación cetes a 28, 91 y 182 días (no es frecuente que emitan a 364 días), cuya tasa de colocación se convierte en las tasas de referencia para la gran mayoría de los instrumentos revisables en México. Es común que los plazos de colocación de los cetes no coincidan exactamente con los días citados anteriormente, por lo que calculamos las tasas equivalentes a dichos plazos de la siguiente forma:

$$T_{eq} = \left[\left(1 + \frac{T_{vig} \times P_{vig}}{360} \right)^{\frac{Peq}{Pvig}} - 1 \right] \times \left(\frac{360}{P_{eq}} \right)$$

Fórmula I.28: Tasa equivalente.

Donde:

T_{eq}: Tasa equivalente.
P_{eq}: Plazo equivalente.
T_{vig}: Tasa vigente.
P_{vig}: Plazo vigente.

Para deducir la fórmula anterior (I.28), partimos de la fórmula de tasa efectiva[5]:

$$i=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}-1$$

Fórmula I.29: Tasa equivalente.

Donde:

i: Tasa efectiva.
r: Tasa nominal.
m: Número de periodos de la tasa nominal.

Las tasas por lo general son expresadas en términos anuales, independientemente de la frecuencia de su capitalización. Por ejemplo, si la tasa de un bono con cupones semestrales es 8%, esta tasa es nominal, no es efectiva. La tasa efectiva sería 4% semestral, lo cual equivale a 8.16% anual.

$$i=\left(1+\frac{8\%}{2}\right)^{2}-1=8.16\%$$

La tasa equivalente que deseamos obtener es una tasa nominal. Partimos de la tasa vigente, la cual es un dato y también es nominal. Si igualamos sus tasas efectivas, podemos obtener una a partir de la otra. Para facilitar la nomenclatura, los subíndices 1 y 2 corresponderán al periodo vigente y el equivalente, respectivamente.

Tomando la Fórmula I.29,

$$i=\left(1+\frac{r_1}{m_1}\right)^{m_1}-1=\left(1+\frac{r_2}{m_2}\right)^{m_2}-1$$

$$\left(1+\frac{r_1}{m_1}\right)^{\frac{m_1}{m_2}}=1+\frac{r_2}{m_2}$$

$$r_2=\left[\left(1+\frac{r_1}{m_1}\right)^{\frac{m_1}{m_2}}-1\right]m_2$$

Fórmula I.30: Tasa equivalente independiente de la convención de días.

Tratando la contabilidad Act/360, definimos:

$$m_1=\frac{360}{P_1}$$

$$m_2=\frac{360}{P_2}$$

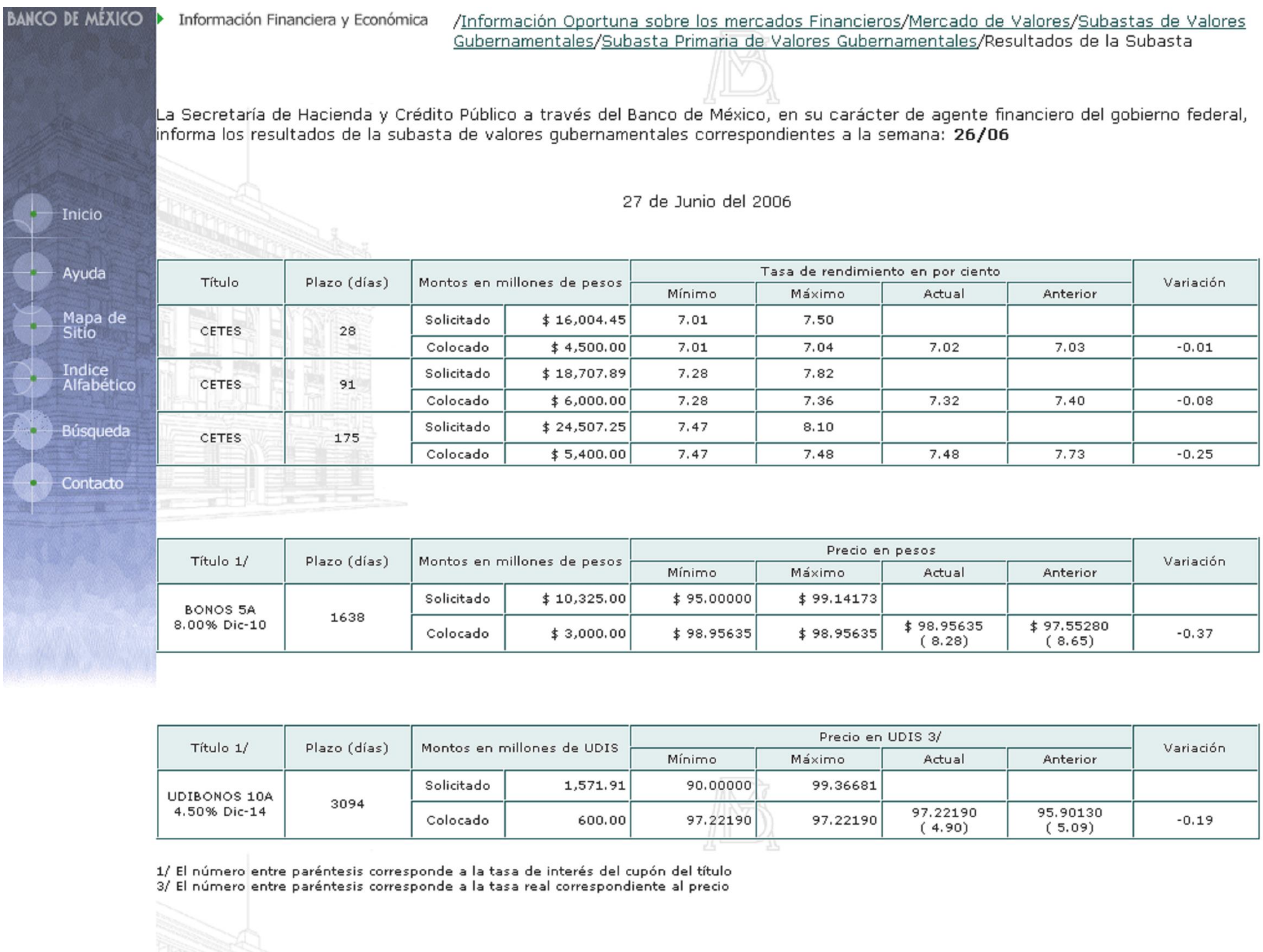
[5] Blank, L., and A. Tarquin (1999): "Engineering Economy", 4ta ed., McGraw-Hill: 90.

Si expresamos la Fórmula I.30 en términos del plazo, en lugar del número de cupones por periodo, tenemos:

$$r_2 = \left[\left(1 + \frac{r_1 P_1}{360} \right)^{\frac{d_2}{d_1}} - 1 \right] \frac{360}{d_2}$$

Este resultado equivale a la Fórmula I.28.

En la siguiente figura (I.15) se muestra los resultados de la subasta de valores gubernamentales del día 27 de junio de 2006, obtenida de la página de Internet de Banco de México (http://www.banxico.gob.mx).



La Secretaría de Hacienda y Crédito Público a través del Banco de México, en su carácter de agente financiero del gobierno federal, informa los resultados de la subasta de valores gubernamentales correspondientes a la semana: **26/06**

27 de Junio del 2006

Título	Plazo (días)	Montos en millones de pesos		Tasa de rendimiento en por ciento				Variación
				Mínimo	Máximo	Actual	Anterior	
CETES	28	Solicitado	$ 16,004.45	7.01	7.50			
		Colocado	$ 4,500.00	7.01	7.04	7.02	7.03	-0.01
CETES	91	Solicitado	$ 18,707.89	7.28	7.82			
		Colocado	$ 6,000.00	7.28	7.36	7.32	7.40	-0.08
CETES	175	Solicitado	$ 24,507.25	7.47	8.10			
		Colocado	$ 5,400.00	7.47	7.48	7.48	7.73	-0.25

Título 1/	Plazo (días)	Montos en millones de pesos		Precio en pesos				Variación
				Mínimo	Máximo	Actual	Anterior	
BONOS 5A 8.00% Dic-10	1638	Solicitado	$ 10,325.00	$ 95.00000	$ 99.14173			
		Colocado	$ 3,000.00	$ 98.95635	$ 98.95635	$ 98.95635 (8.28)	$ 97.55280 (8.65)	-0.37

Título 1/	Plazo (días)	Montos en millones de UDIS		Precio en UDIS 3/				Variación
				Mínimo	Máximo	Actual	Anterior	
UDIBONOS 10A 4.50% Dic-14	3094	Solicitado	1,571.91	90.00000	99.36681			
		Colocado	600.00	97.22190	97.22190	97.22190 (4.90)	95.90130 (5.09)	-0.19

1/ El número entre paréntesis corresponde a la tasa de interés del cupón del título
3/ El número entre paréntesis corresponde a la tasa real correspondiente al precio

Figura I.15: Subasta de valores gubernamentales.

Observamos que no contamos con cetes a 182 días, ya que los cetes semestrales se colocaron a un plazo de 175 días a una tasa de 7.48%. Sustituyendo en la Fórmula I.28 tenemos:

$$Teq = \left[\left(1 + \frac{0.0748 \times 175}{360} \right)^{\frac{182}{175}} - 1 \right] \times \left(\frac{360}{182} \right) = 7.485377\%$$

En el caso de instrumentos gubernamentales revisables, la tasa equivalente es redondeada a dos dígitos decimales. Para instrumentos privados, en su prospecto de colocación debe especificarse el procedimiento de cálculo.

Normalmente en los instrumentos revisables, la tasa utilizada para calcular cada cupón es determinada al inicio del mismo. En el caso de los Brems, la tasa se calcula el día anterior al pago del cupón, promediando las últimas veintiocho tasas de referencia brem. Existen ventajas y desventajas para ambos esquemas:

Determinada al inicio del cupón	**Determinada al final del cupón**
Se conoce el importe a liquidar con anticipación.	No se conoce el importe a liquidar hasta el día anterior al cupón, lo cual complica su administración.
Facilidad de realizar coberturas con derivados.	El instrumento sigue las condiciones del mercado.
El cupón vigente tiene tasa fija, por lo tanto riesgo de tasa. Dicho cupón no se ajusta al mercado.	Solamente presenta un flujo fijo que es el valor nominal, el único componente con riesgo de tasa del instrumento.

A continuación se describe el comportamiento más común de los instrumentos revisables:

1. El instrumento es colocado en el mercado.
2. La tasa del primer cupón es conocida, es igual al último valor de la tasa de referencia. El valor de la tasa de referencia es capitalizado al plazo general de los cupones del instrumento.
3. Para instrumentos privados, es común que tengan una sobretasa fija que pagarán en cada cupón. En este caso, se suma a la tasa de referencia recientemente obtenida.
4. Transcurre el primer cupón. Al momento de su pago, buscamos la última tasa de referencia conocida, que sirve para calcular el segundo cupón.
5. Realizamos la misma mecánica con los demás cupones.
6. Cuando llegamos al inicio del último cupón, conocemos el importe que se pagará al vencimiento del instrumento, que será el valor del último cupón más el valor nominal.

¿Cuál es la diferencia entre un instrumento cupón cero, un bono fijo en su último cupón y un revisable también en su último cupón? Ninguna. Son instrumentos que tienen un solo flujo conocido en una fecha. Obtenemos dicho importe, el cual se convierte en el valor nominal y procedemos a su valuación, según la metodología de los cupón cero tratados anteriormente. El resultado será el precio sucio de los instrumentos cuponados, si calculamos los intereses devengados podemos obtener el precio limpio.

En la siguiente figura (I.16), se muestra la valuación de un Bono de Desarrollo del Gobierno Federal (Bonde) con pagos de intereses cada 182 días.

Fecha Valuación	26/07/2006
Fecha Vencimiento	03/06/2010
Tasa de referencia	7.340000%
Tasa cupón vigente	7.500%
Sobretasa cupón	0.00%
Sobretasa mercado	0.110000%
Periodo del cupon	182
Valor Nominal	100
Cupones al año	2
Dias transcurridos	48
Días para cupón	134
Días por vencer	1408

Fecha cupón	Día	Plazo	Días cupón	VN	Intereses	Amortización	Descuento	VP Flujo
08/06/2006	Jueves							
07/12/2006	Jueves	134	182	100.000000	3.791667		0.973146	3.689846
07/06/2007	Jueves	316	182	100.000000	3.710778		0.937824	3.480056
06/12/2007	Jueves	498	182	100.000000	3.710778		0.903784	3.353741
05/06/2008	Jueves	680	182	100.000000	3.710778		0.870979	3.232011
04/12/2008	Jueves	862	182	100.000000	3.710778		0.839366	3.114700
04/06/2009	Jueves	1,044	182	100.000000	3.710778		0.808899	3.001646
03/12/2009	Jueves	1,226	182	100.000000	3.710778		0.779539	2.892696
03/06/2010	Jueves	1,408	182	100.000000	3.710778	100.000000	0.751244	77.912116
						Precio sucio		**100.676812**
						Cupon devengado		**1.000000**
						Precio limpio		**99.676812**

Figura I.16: Valuación de bondes semestrales.

Para los instrumentos revisables, la tasa de referencia es el último dato publicado de la tasa a la cual está ligado el bono, capitalizada al plazo requerido. En los instrumentos de tasa fija, la tasa de referencia es la tasa pactada en la operación. Por lo tanto, ya que la tasa de referencia es común para todo el mercado, se pacta solamente una sobretasa. Dicha sobretasa se incrementa a la tasa de referencia y se convierte en la tasa de mercado del instrumento. Cabe señalar que la sobretasa puede ser positiva o negativa. Por lo tanto, existen dos sobretasas:

- Sobretasa de cupón: Es fija en toda la vida del instrumento, la cual se suma a la tasa de referencia determinada al inicio del cupón y da como resultado la tasa cupón.
- Sobretasa de mercado o pactada: Es una tasa que se incrementa a la tasa de referencia para obtener la tasa de mercado del portafolio. Se maneja este concepto porque la tasa de referencia es común para todo el mercado, por lo que solamente se pactan puntos porcentuales con respecto a dicha tasa.

Para calcular la columna de intereses, se aplica el siguiente criterio:

- Primer cupón:

$$Intereses = \frac{VN \times DíasCupón \times TasaCupón}{360}$$

Fórmula I.31: Intereses del primer cupón en bonos revisables.

- Segundo cupón en adelante:

$$Intereses = \frac{VN \times DíasCupón \times (TasaReferencia + SobretasaCupón)}{360}$$

Fórmula I.32: Intereses a partir del segundo cupón de bonos revisables.

Observamos que el cálculo de los intereses del primer cupón es idéntico al correspondiente para los instrumentos de tasa fija. Esto se debe a que la tasa del cupón vigente es fija. Para los siguientes cupones, desconocemos el valor de la tasa que tomará en su momento cada flujo. Tomamos como estimado la última tasa conocida de referencia, a la que le sumamos la sobretasa de cupón que tenga el instrumento. Como se mencionó anteriormente, esta sobretasa existe en los instrumentos privados, los cuales tienen mayor riesgo que los gubernamentales, por lo que pagan un premio al inversionista para compensar dicho riesgo. Esta forma de estimar la tasa para los siguientes cupones es la utilizada en el mercado, ya que es muy sencilla de obtener. La forma correcta consiste en calcular la tasa implícita (o forward, la cual se tratará posteriormente) entre las fechas de inicio y final de cada cupón. Es una metodología de mayor complejidad y sus resultados dependen de la curva cupón cero que se tome como insumo. Dicha curva no es común para todo el mercado, a diferencia de las tasas de referencia. Por ello, si valuáramos los instrumentos revisables con la metodología de tasas forward, sería muy difícil poner de acuerdo a los participantes del mercado sobre el precio justo a liquidar, por lo que con el tiempo se dejarían de realizar estas operaciones.

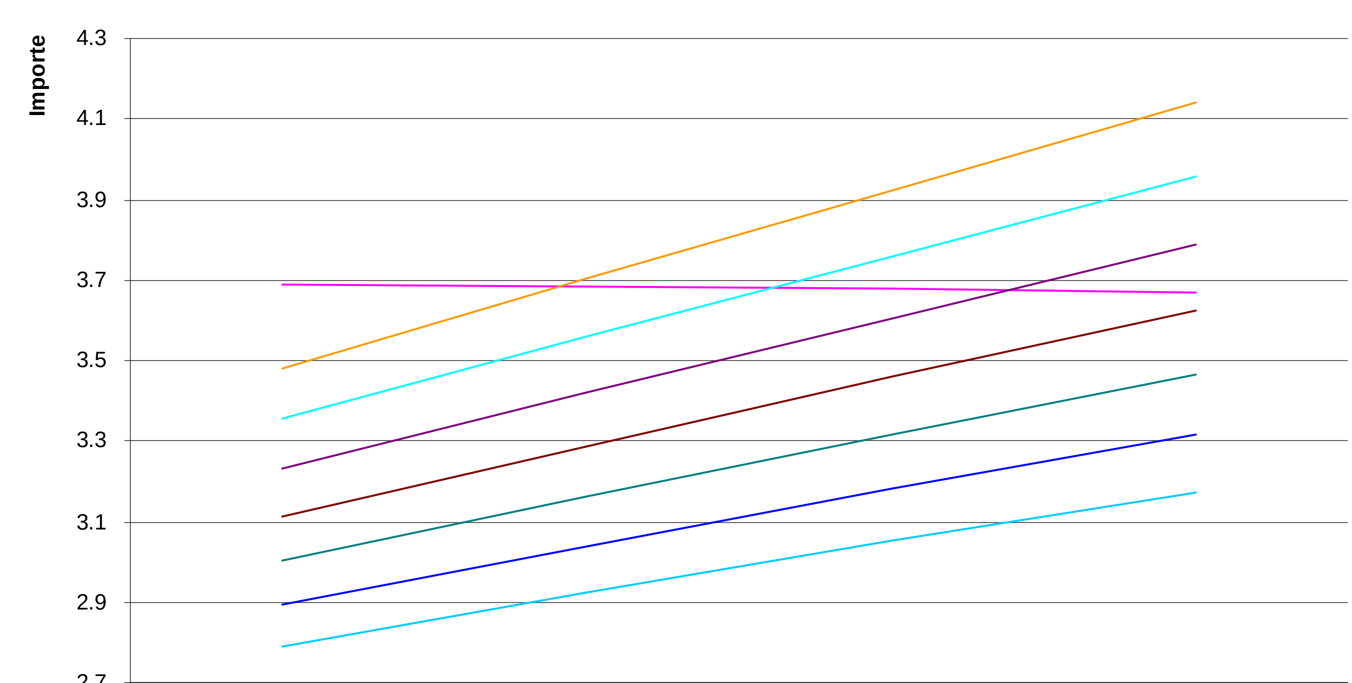
Para obtener el valor presente de los cupones, utilizamos la columna de factor de descuento, que se calcula de la siguiente forma:

$$Fd = \frac{1}{\left(1 + \frac{(TasaReferencia + SobretasaMercado) \times Periodo}{360}\right)^{\frac{Días}{Periodo}}}$$

Fórmula I.33: Factor de descuento de bonos revisables.

Analizando la Fórmula I.33, es equivalente a la utilizada para los bonos, ya que la tasa de referencia más la sobretasa es igual a la tasa de mercado.

¿Cuál es el efecto que produce un incremento en la tasa de referencia en la valuación de un instrumento revisable? Sabemos que el cupón vigente y el principal, que se comportan como cupones cero, presentarán minusvalías. ¿Cuál es el impacto sobre los cupones variables? En la siguiente gráfica (I.15) se presenta la valuación de todos los cupones de un bono revisable, ante incrementos en la tasa de referencia de 50 bp (*basis points*, o puntos base, 0.50%). Para la tasa inicial de 7.34%, el cupón vigente presenta el mayor valor de todos los cupones. Al incrementar la tasa, sabemos que dicho cupón perderá valor, pero observamos que los demás cupones incrementan su valor. ¿Dicho incremento es lineal?

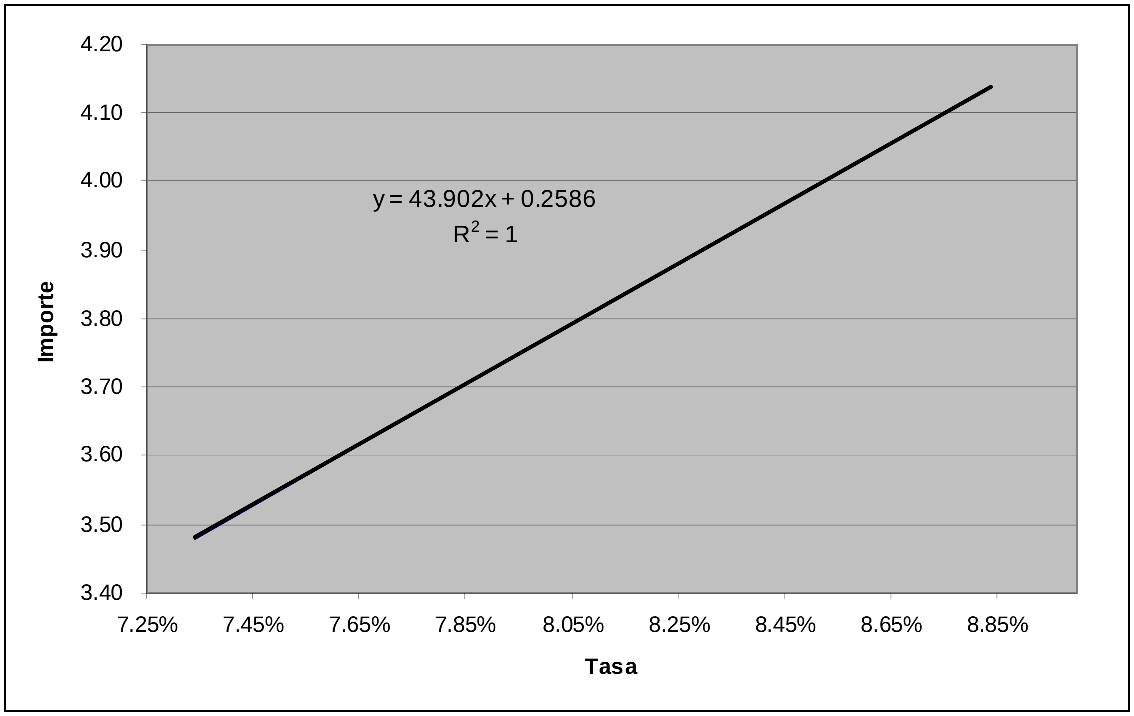


	7.34%	7.84%	8.34%	8.84%
1	3.689846	3.683242	3.676665	3.670117
2	3.480056	3.701448	3.920951	4.138585
3	3.353741	3.558429	3.760313	3.959432
4	3.232011	3.420935	3.606255	3.788034
5	3.114700	3.288755	3.458510	3.624055
6	3.001646	3.161682	3.316817	3.467175
7	2.892696	3.039518	3.180930	3.317086
8	2.787700	2.922075	3.050609	3.173494

Tasa de referencia

Gráfica I.15: Valuación de los cupones de bonos revisables, a distintas tasas de referencia.

En la siguiente gráfica (I.16) aparece la valuación del segundo cupón, el cual es el primer cupón variable. Efectuando una regresión lineal por mínimos cuadrados, obtenemos la ecuación de la recta que más se acerca al comportamiento real de la curva. La correlación obtenida es la unidad. Si hacemos este ejercicio para fuertes variaciones en la tasa de referencia, se presenta una curvatura muy pequeña.



Gráfica I.16: Comportamiento lineal de los cupones variables ante cambios en la tasa de referencia.

Entonces, ¿cuál es el efecto total de incrementos en las tasas con respecto al valor de los instrumentos revisables? El cupón vigente y el principal pierden valor, mientras que para los cupones variables éste se incrementa. Sumando ambos efectos, el instrumento pierde valor, en mucho menor medida que los instrumentos fijos. Por lo tanto, con instrumentos de deuda no podemos beneficiarnos ante alzas en las tasas. Solamente podemos mitigar el efecto negativo. Mediante instrumentos derivados, los cuales se tratarán posteriormente, sí podemos beneficiarnos de movimientos en las tasas, tanto en incrementos como en disminuciones.

Si queremos cuantificar el efecto de las tasas en instrumentos revisables, es necesario calcular la duración. Si aplicáramos la fórmula tradicional de Macauley, obtenemos que para iguales condiciones de plazo y tasas, es idéntico el resultado para instrumentos fijos y revisables. Por lo tanto, si sabemos que la duración de un revisable es necesariamente menor que para un fijo (su precio tiene menor variación ante cambios en la tasa), entonces la fórmula de Macauley no debe aplicarse a revisables. Si tenemos un portafolio de bonos fijos, y esperamos una alza de tasas, vendemos bonos fijos y compramos revisables. Si los plazos de los bonos comprados y vendidos coinciden, la duración de ambos portafolios, usando la fórmula de Macauley, es la misma. En la siguiente figura (I.17), se muestran múltiples ejercicios sobre instrumentos revisables, para distintos plazos, tasas y días transcurridos de cupón:

Fecha Valuación	29/06/2006	29/06/2006	29/06/2006	29/06/2006	29/06/2006	29/06/2006	29/08/2006	29/08/2006
Fecha Vencimiento	27/12/2007	27/12/2007	27/12/2007	27/12/2007	20/12/2012	20/12/2012	20/12/2012	20/12/2012
Tasa de referencia	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%
Tasa cupón vigente	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%
Periodo del cupon	182	182	91	91	91	91	91	91
Tipo de tasa	V	V	V	V	V	V	V	V
Valor Nominal	100	100	100	100	100	100	100	100
Cupones al año	2	2	2	2	2	2	2	2
Dias transcurridos	0	0	0	0	0	0	61	61
Días para cupón	182	182	91	91	91	91	30	30
Días por vencer	546	546	546	546	2,366	2,366	2,305	2,305
Precio sucio	100.000000	99.999523	100.000000	99.999755	100.000000	99.999755	102.023301	102.023218
Tasa por periodo	0.060667	0.060672	0.030333	0.030336	0.030333	0.030336	0.030333	0.030336
Duración	0.499998		0.249999		0.249999		0.082417	
Duración estimada	0.505556		0.252778		0.252778		0.083333	
Diferencia	0.005558		0.002778		0.002778		0.000916	

Fecha Valuación	29/08/2006	29/08/2006	29/08/2006	29/08/2006	27/09/2006	27/09/2006	29/06/2006	29/06/2006
Fecha Vencimiento	27/12/2007	27/12/2007	28/12/2006	28/12/2006	28/12/2006	28/12/2006	24/06/2010	24/06/2010
Tasa de referencia	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%	12.000%	12.001%
Tasa cupón vigente	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%	12.000%
Periodo del cupon	91	91	91	91	91	91	182	182
Tipo de tasa	V	V	V	V	V	V	V	V
Valor Nominal	100	100	100	100	100	100	100	100
Cupones al año	2	2	2	2	2	2	2	2
Dias transcurridos	61	61	61	61	90	90	0	0
Días para cupón	30	30	30	30	1	1	182	182
Días por vencer	485	485	121	121	92	92	1,456	1,456
Precio sucio	102.023301	102.023218	102.023301	102.023218	102.999505	102.999502	100.000000	99.999523
Tasa por periodo	0.030333	0.030336	0.030333	0.030336	0.030333	0.030336	0.060667	0.060672
Duración	0.082417		0.082417		0.002747		0.499997617	
Duración estimada	0.083333		0.083333		0.002778		0.505556	
Diferencia	0.000916		0.000916		0.000031		0.005558	

Figura I.17: Duración de instrumentos revisables.

Los ejemplos están diseñados para minimizar el efecto de la convexidad. Por ello, la variación de la tasa es 0.001%, sobre tasas elevadas (12%). La tasa por periodo es la tasa de referencia dividida entre 360, con lo cual obtenemos la tasa diaria. Al resultado lo multiplicamos por el periodo del cupón. Para calcular la duración, partimos de la Fórmula I.8.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{1+r}\Delta r + \frac{\kappa}{2}(\Delta r)^2$$

Fórmula I.8: Estimación de cambios en precios mediante duración y convexidad.

Despreciamos el efecto de la convexidad, por lo que eliminamos el último término.

$$D = \left(\frac{PS_0 - PS_1}{PS_0}\right)\left(\frac{1+R_0}{R_1 - R_0}\right)\left(\frac{PC}{364}\right)$$

Fórmula I.34: Duración, despreciando la convexidad.

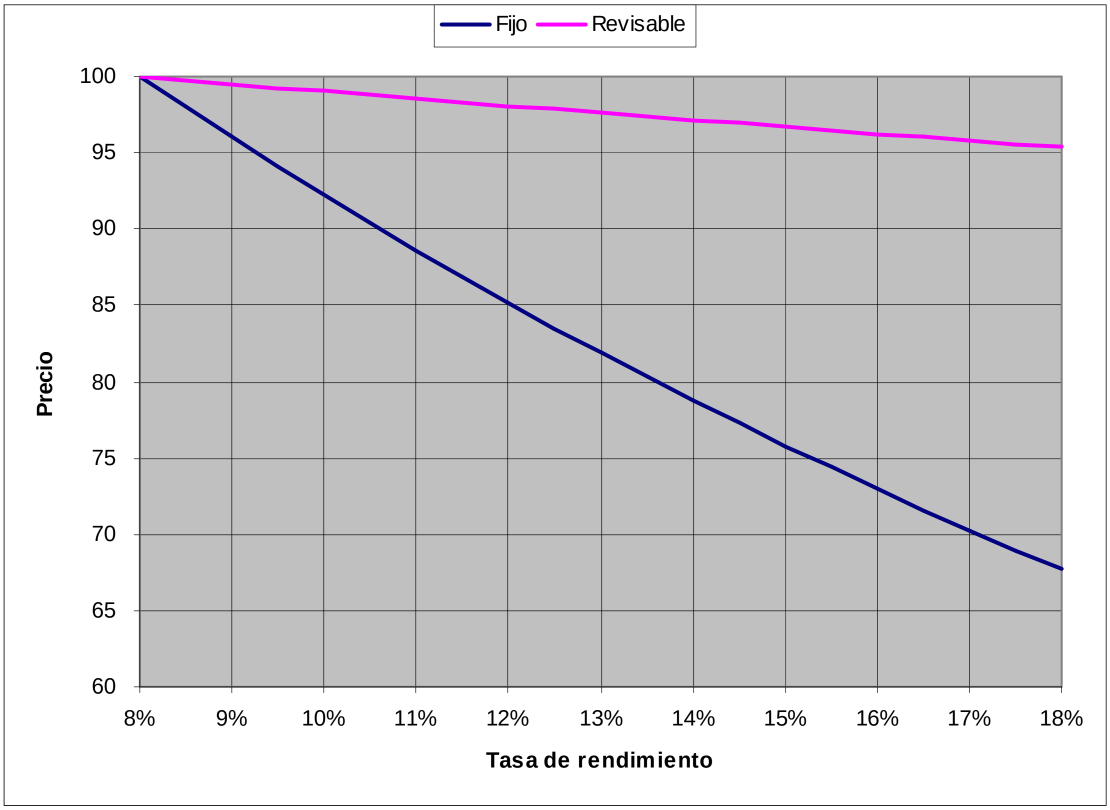
Donde:
D = Duración.
PS_0 = Precio sucio inicial.
PS_1 = Precio sucio final.
R_0 = Tasa por periodo inicial.
R_1 = Tasa por periodo final.
PC = Periodo del cupón.

La duración obtenida es similar a los días para el próximo cupón, divididos entre 360. Este resultado es la duración estimada El último renglón corresponde a la diferencia entre las dos duraciones calculadas anteriormente. Observamos que dicha diferencia es pequeña, por lo que podemos estimar la duración por medio de este sencillo método. La minusvalía del principal es cercana a la plusvalía de los cupones variables, por lo que el riesgo de tasa se remite solamente al cupón vigente.

En la siguiente tabla (I.35) se muestra el efecto de variaciones en la tasa en los instrumentos fijos y revisables. En la tabla se observa la valuación de ambos instrumentos, a un plazo de cinco años y tasa cupón del 8%. En la Gráfica I.17 podemos comparar las grandes variaciones en el precio del bono fijo, con respecto al bono variable.

	Precios	
Tasa	Fijo	Revisable
8.00%	100.000000	100.000000
8.50%	97.979748	99.757637
9.00%	96.009498	99.516446
9.50%	94.087860	99.276419
10.00%	92.213489	99.037546
10.50%	90.385081	98.799821
11.00%	88.601370	98.563234
11.50%	86.861129	98.327777
12.00%	85.163166	98.093442
12.50%	83.506328	97.860222
13.00%	81.889493	97.628108
13.50%	80.311577	97.397093
14.00%	78.771522	97.167168
14.50%	77.268308	96.938327
15.00%	75.800940	96.710560
15.50%	74.368456	96.483862
16.00%	72.969920	96.258224
16.50%	71.604424	96.033638
17.00%	70.271088	95.810099
17.50%	68.969056	95.587597
18.00%	67.697498	95.366127

Tabla I.35: Precios de bonos fijos y revisables ante variaciones en las tasas.



Gráfica I.17: Efecto de alzas en tasas para bonos fijos y revisables.

Algunos instrumentos revisables gubernamentales proporcionan piso de inflación, como son los Bonos de Desarrollo (Bondes) semestrales (tipo de valor LS) y los bonos del IPAB (Ipabonos) semestrales (tipo de valor IS). Anteriormente se emitían bondes trimestrales (LP) que también ofrecían dicha cobertura inflacionaria. La manera como funcionan estos instrumentos es la siguiente: cuando el instrumento corta cupón, se toma el valor de la tasa de referencia, en estos casos la correspondiente a los cetes al plazo deseado. Se determina el incremento porcentual de la inflación, a partir del INPC o las UDIS. La tasa del siguiente cupón es el mayor valor entre los dos datos obtenidos anteriormente (la tasa de referencia y la inflación).

Existe otro tipo de instrumentos que garantizan la inflación, se le denominan “notas”, su cálculo es definido por el emisor en el prospecto de colocación. Un ejemplo es el siguiente: Observamos el valor de la UDI en la fecha de colocación del instrumento. Se emite un cupón cero, cuyo valor nominal sea cierto monto de referencia, el cual se multiplica por el valor de la UDI en la fecha de vencimiento y se divide entre la UDI inicial. Para valuar este instrumento, calculamos el valor nominal en la fecha de valuación, que corresponde a consultar la UDI para dicha fecha, dividirla entre la UDI inicial, la cual se fija en el prospecto, por último multiplicamos por el monto de referencia. El valor nominal resultante lo descontamos a valor presente a la tasa de rendimiento del cupón cero.

Cuando compramos o vendemos un bono revisable, necesitamos conocer la tasa de referencia. Anteriormente observábamos el último valor de la subasta de Banco de México y capitalizábamos la tasa más cercana al plazo deseado. El inconveniente de esta metodología es que permanece constante la tasa durante una semana, perdiendo el ajuste a las condiciones del mercado que buscamos en los instrumentos revisables. El primero de noviembre de 2006 entró en vigor una disposición en el mercado mexicano, en la cual las tasas de referencia son publicadas diariamente por los proveedores de precios en sus páginas de internet (www.precios.com.mx y www.valmer.com.mx), los mismos valores en ambos casos. Estas tasas ya se encuentran capitalizadas a los plazos de revisión de las tasas de los instrumentos. Con esta modificación a la operación, los instrumentos revisables se ajustan a las nuevas condiciones del mercado, cumpliendo en mejor forma su naturaleza de disminuir el riesgo de mercado.

Capítulo II: Instrumentos derivados.

Sección 2.01: Introducción a los instrumentos derivados.

Los instrumentos derivados son activos financieros cuyo valor depende, o se deriva, de otro activo financiero, denominado subyacente. El valor de un derivado depende de diversos factores, siendo el más importante el valor del subyacente. Existen los siguientes tipos de derivados:

- Futuros.
- Contratos adelantados (forwards).
- Opciones.
- Permutas financieras (swaps).

Las formas más simples de los derivados son conocidas como *plain vanilla*. A los derivados más sofisticados se les conocen como *exóticos*. El valor de los subyacentes debe ser publicado en medios masivos de comunicación y su precio debe ser único, lo cual es indispensable para evitar controversias entre las contrapartes.

Podemos clasificar los subyacentes de la siguiente forma:

- Divisas.
- Renta variable: Acciones, índices bursátiles y trackers.
- Indicadores económicos.
- Tasas de referencia.
- Bonos.
- Materias primas.
- Energéticos.
- Climáticos.
- Derivados.

A continuación se muestra una breve explicación de los tipos de subyacentes:

Las divisas se cotizan como paridad entre dos divisas. Por ejemplo, pesos por dólar (MXPUSD), dólares por euro (USDEUR), etc.

Los índices bursátiles son un conjunto de acciones ponderadas y una metodología de cálculo. Si un fondo de inversión quisiera replicar el comportamiento de un índice bursátil, tendría que adquirir todas las acciones del índice en su correspondiente ponderación el mismo día. Si quisiera deshacerse del índice, tendría que vender todas las acciones el mismo día. Existen distintos eventos corporativos (dividendos, splits, splits inversos, canjes) que alteran las proporciones de los índices, por lo que el fondo tendría que realizar múltiples operaciones de balanceo del índice. Además, las acciones se operan en lotes, por lo que no siempre se puede operar el número exacto de títulos que se desea. Esta complejidad da como resultado la existencia de los *trackers*, que son fondos de inversión especializados en realizar todo este trabajo, por lo cual cobran una comisión. El cliente solamente compra y vende acciones del tracker, delegando toda la replicación al administrador (*sponsor*) del mismo. También son conocidos como ETF´s (*Exchange Traded Funds*).

Los indicadores económicos son cifras oficiales publicadas por algún gobierno. Pueden ser datos de empleo, inflación, Producto Interno Bruto, balanza comercial, producción, consumo, poblacionales, etc.

Las tasas de referencia son los subyacentes más utilizados para realizar operaciones derivadas. Son publicadas por los bancos centrales de los distintos países. En México, la más utilizada es la TIIE de 28 días, pueden utilizarse cualquiera de las que tratamos con los instrumentos revisables.

En los derivados de bonos, se pacta la compra o venta de un bono de características genéricas (teórico). Al vencimiento, el vendedor debe entregar un bono con las características del bono teórico, pero dicho bono no existe en el mercado. Por ello, se obtiene una equivalencia entre el bono teórico y los existentes en el mercado, de tal forma que el vendedor entrega un mayor o menor número de títulos, dependiendo de dicho factor de conversión. Se define el rango de días que deben tener los bonos a entregar, los cuales conforman la *canasta de entregables*. Como el vendedor tiene la posibilidad de elegir entre dicha canasta de bonos entregables, normalmente lleva a cabo un cálculo que se le conoce como *"cheapest to deliver"*, o el más barato por entregar. El vendedor no está obligado a entregar el *cheapest to deliver*, es posible que tenga otro que cumpla las características para ser entregable y no desee adquirir en el mercado el *cheapest to deliver*.

Los primeros derivados que se operaron en el mundo corresponden a materias primas. En 1630 se operaron opciones sobre tulipanes en Holanda e Inglaterra. También en 1630 se operaron contratos adelantados sobre el arroz en Osaka, Japón.

Los energéticos pueden ser materias primas como el carbón, gas, petróleo; pueden ser productos derivados como el etanol, o la electricidad.

Los subyacentes climáticos son indicadores en ciertas regiones o ciudades, en un periodo de tiempo, normalmente estaciones. Algunos ejemplos son: nivel de precipitación, nieve, temperatura máxima, temperatura mínima, temperatura promedio, exceso/descenso de temperatura promedio sobre cierto nivel, entre otros.

Podemos realizar derivados sobre derivados. Por ejemplo, un *swaption* es una opción para entrar en un swap, en Chicago se operan opciones sobre futuros.

Los futuros son derivados en los que se compra o vende un activo subyacente a plazo. Son productos listados, por lo que dichas operaciones se realizan dentro de alguna bolsa.

Los forwards son similares a los futuros: son derivados en los que se compra o vende un activo subyacente a plazo, pero fuera de bolsa. El precio de compra/venta se pacta al inicio del contrato. A estas operaciones se les denomina OTC (Over The Counter, sobre el mostrador), son contratos fuera de bolsa, entre dos intermediarios.

Las opciones le otorgan al comprador el derecho (no la obligación) de comprar o vender un activo subyacente a un precio determinado al inicio del contrato. El comprador paga una prima por tener ese derecho. El vendedor de la opción tiene la obligación de vender o comprar el activo, si así lo desea el comprador de la opción. Estas operaciones pueden hacerse dentro o fuera de bolsa.

En los swaps, las dos partes pactan intercambiar flujos en determinadas fechas, ligados a divisas y/o tasas. Existen bolsas donde se pueden operar estos productos, pero prácticamente todos los swaps se realizan OTC.

Existen tres tipos de operaciones de derivados:

- Cobertura: Se reduce la exposición de un activo o pasivo tomando la posición contraria en derivados.
- Especulación: Se intenta obtener utilidades aprovechando el movimiento del mercado.
- Arbitraje: Se obtienen ganancias sin riesgo, comprando y vendiendo simultáneamente para aprovechar márgenes de utilidad.

A continuación se muestran los principales mercados de derivados del mundo, detallando los subyacentes que se operan en cada uno. Es importante notar que debido al enorme auge en la operación de derivados, las bolsas listan nuevos productos cotidianamente. Actualmente dichas bolsas tienden a unirse, proporcionando mayor liquidez y profundidad a los mercados.

Bolsa	Página Internet	Región
Chicago Mercantile Exchange	www.cme.com	EEUU/Mundial
American Stock Exchange	www.amex.com	EEUU
Chicago Board of Trade	www.cbot.com	EEUU
Chicago Board Options Exchange	www.cboe.com	EEUU
Kansas City Board of Trade	www.kcbt.com	EEUU
Iowa Electronic Markets	www.biz.uiowa.edu/iem/markets/	EEUU
Minneapolis Grain Exchange	www.mgex.com/index.cfm	EEUU
New York Board of Trade	www.nybot.com	EEUU
New York Mercantile Exchange	www.nymex.com/index.aspx	EEUU
Philadelphia Stock Exchange	www.phlx.com	EEUU
Montreal Exchange	www.me.org	Canadá
Winnipeg Commodity Exchange	www.wce.ca	Canadá
Euronext-Liffe	www.euronext.com	Europa
Eurex	www.eurexchange.com	Europa/Mundial
Deutsche Boerse	deutsche-boerse.com	Alemania/Mundial
London Metal Exchange	www.lme.co.uk	Inglaterra
Copenhagen Stock Exchange	www.cse.dk	Países Nórdicos
Bolsas y Mercados Españoles	www.bolsasymercados.es	España
Osaka Securities Exchange	www.ose.or.jp/e/index.html	Japón
Tokyo Financial Exchange	www.tfx.co.jp/en/	Japón
Tokyo Grain Exchange	www.tge.or.jp	Japón
Australia Stock Exchange	www.asx.com.au	Australia
Sydney Futures Exchange	www.sfe.com.au	Australia y Nueva Zelanda
Hong Kong Futures Exchange	www.hkex.com.hk	Asia
Shanghai Futures Exchange	www.shfe.com.cn/Ehome/index.jsp	China
Singapore Exchange	www.sgx.com	Singapur
Mercado Mexicano de Derivados	www.mexder.com	México
Bolsa de Mercadorias & Futuros	www.bmf.com.br	Brasil
Mercado a Término de Buenos Aires	www.matba.com.ar	Argentina
Bolsa de Comercio de Rosario	www.rofex.com.ar	Argentina
Multi Commodity Exchange of India	www.mcxindia.com/	India
South African Futures Exchange	www.safex.co.za	Sudáfrica
Dubai Gold & Commodities Exchange	www.dgcx.ae	Medio Oriente
International Securities Exchange	www.iseoptions.com	Mundial
Imarex	www.imarex.com	Mundial

Tabla II.1: Principales mercados listados del mundo.

Activos financieros	Chicago Mercantile Exchange	American Stock Exchange	Chicago Board of Trade	Chicago Board Options Exchange	Kansas City Board of Trade	New York Board of Trade	Philadelphia Stock Exchange	Montreal Exchange	Euronext-Liffe	Eurex	Deutsche Boerse	Copenhagen Stock Exchange	Bolsas y Mercados Españoles	Osaka Securities Exchange	Tokyo Financial Exchange	Australia Stock Exchange	Sydney Futures Exchange	Hong Kong Futures Exchange	Singapore Exchange	Mercado Mexicano de Derivados	Bolsa de Mercadorias & Futuros	Bolsa de Comercio de Rosario	South African Futures Exchange	Dubai Gold & Commodities Exchange	International Securities Exchange
Acciones		x		x				x	x	x		x	x	x		x	x	x	x	x					x
Indices bursátiles	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x		x		x
Trackers (ETF)		x		x					x	x										x					
Divisas	x					x	x	x	x		x				x		x			x	x	x	x	x	
Tasas								x	x	x					x		x		x	x		x			
Bonos	x		x	x				x	x	x	x						x	x		x	x				
Swaps	x								x						x										
Notas estructuradas		x																							
Volatilidad de índices				x						x															

Tabla II.2: Subyacentes financieros operados en los principales mercados listados del mundo.

Petroquímicos y energéticos	Chicago Mercantile Exchange	Chicago Board of Trade	Chicago Board Options Exchange	New York Board of Trade	New York Mercantile Exchange	Deutsche Boerse	London Metal Exchange	Australia Stock Exchange	Sydney Futures Exchange	Shanghai Futures Exchange	Multi Commodity Exchange of India	Dubai Gold & Commodities Exchange	Imarex
Carbón					x								
Combustóleo	x				x	x							
Electricidad					x			x	x				x
Etanol	x	x		x									
Fosfatos	x												
Gas	x				x	x					x		
Gasolina	x		x		x	x				x			
Petróleo	x				x	x					x	x	
Polietileno							x				x		
Polipropileno							x				x		
Propano	x				x								
PVC											x		

Tabla II.3: Petroquímicos y energéticos.

Agricultura	Chicago Mercantile Exchange	Chicago Board of Trade	Kansas City Board of Trade	Minneapolis Grain Exchange	New York Board of Trade	Winnipeg Commodity Exchange	Euronext-Liffe	Deutsche Boerse	Tokyo Grain Exchange	Australia Stock Exchange	Shanghai Futures Exchange	Bolsa de Mercadorias & Futuros	Mercado a Término de Buenos Aires	Bolsa de Comercio de Rosario	Multi Commodity Exchange of India	South African Futures Exchange	Dubai Gold & Commodities Exchange
Aceite de cacahuate															x		
Aceite de coco															x		
Aceite de girasol													x		x		
Aceite de palma															x		
Aceite de ricino															x		
Alcohol												x					
Algodón					x			x				x			x		x
Arroz		x													x		
Avena		x															
Azúcar					x		x	x	x			x					
Cacao					x		x	x									
Café					x		x	x	x			x					
Canola						x	x			x					x		
Cárdamo															x		
Caucho															x		
Cebada						x				x							
Chile															x		
Frijol															x		
Jugo de naranja					x			x									
Hule											x						
Lenteja															x		
Maíz		x					x	x	x			x	x	x	x	x	
Madera	x																
Mentol															x		
Papa															x		
Pimienta															x		
Pulpa					x												
Salvado de arroz															x		
Seda									x								
Semilla de castor															x		
Semilla de comino															x		
Semilla de girasol																x	
Semilla de sésamo															x		
Sorgo										x							
Soya		x						x	x			x	x	x	x	x	
Trigo		x	x	x		x	x	x		x			x		x	x	

Tabla II.4: Productos agrícolas.

Productos animales y derivados	Chicago Mercantile Exchange	Deutsche Boerse	Australia Stock Exchange	Sydney Futures Exchange	Bolsa de Mercadorias & Futuros
Becerro					x
Cerdo	x	x			
Lana			x	x	
Leche	x				
Ganado	x	x		x	x
Mantequilla	x				
Panza de cerdo	x				
Urea	x				

Metales	Chicago Mercantile Exchange	Chicago Board of Trade	Chicago Board Options Exchange	New York Mercantile Exchange	Deutsche Boerse	London Metal Exchange	Shanghai Futures Exchange	Bolsa de Mercadorias & Futuros	Multi Commodity Exchange of India	South African Futures Exchange	Dubai Gold & Commodities Exchange
Acero			x			x			x		
Aluminio				x	x	x	x		x		
Cobre				x	x	x	x		x		
Estaño						x					
Hierro			x						x		
Latón									x		
Níquel					x	x			x		
Oro		x		x	x			x	x	x	x
Paladio	x			x	x						
Plata		x		x	x				x		x
Platino	x			x	x						
Plomo					x	x			x		
Zinc					x	x			x		

Tabla II.5: Productos animales y metales.

Otros subyacentes	Chicago Mercantile Exchange	Iowa Electronic Markets	Minneapolis Grain Exchange	New York Mercantile Exchange	Tokyo Grain Exchange	Dubai Gold & Commodities Exchange	Imarex
Costo de Fletes marítimos				x		x	x
Bienes raíces	x						
Eventos políticos y económicos		x					
Indices de agricultura			x		x		
Indices económicos	x						
Climáticos	x						
Huracanes		x					
Emisiones atmosféricas				x			

Tabla II.6: Otros subyacentes.

Sección 2.02: Futuros.

Los futuros son contratos en los cuales se acuerda la compra-venta de un activo subyacente en una fecha determinada a un precio pactado. Son herramientas de administración de riesgos financieros. Por ejemplo, una constructora puede requerir comprar madera dentro de seis meses. Los administradores están preocupados por un posible incremento en su precio, por lo cual desean cubrirse. Pueden adquirir la madera hoy y almacenarla, o comprar un futuro a seis meses sobre la madera. El adquirir hoy la madera tiene las siguientes desventajas:

- Espacio de almacenamiento.
- Mermas por condiciones climáticas, maltrato.
- Requerimiento de liquidez, se distrae capital de trabajo por seis meses.

Los puntos anteriores implican costos materiales y económicos. En el vocabulario financiero son conocidos como costo de acarreo. El costo de acarreo es la diferencia que existe entre los precios de contado (spot) y los precios a futuro del subyacente. Es igual al costo por almacenar el subyacente, más el costo por financiar su compra, menos algún ingreso que obtengamos por tener el subyacente durante el plazo del futuro. En el caso de divisas, si compráramos dólares de contado, éstos podemos invertirlos y tendríamos un ingreso que disminuye el costo de acarreo.

Uno de los principales beneficios de los futuros es la facilidad de tomar posiciones de venta (cortas). Si pienso que el peso se apreciará frente al dólar, vendería las posiciones en dólares que tenga. ¿Cómo puedo aprovechar el movimiento en el tipo de cambio? Puedo vender contratos del dólar, de tal forma que gano cuando disminuye el tipo de cambio y pierdo cuando sube. Si tengo una entrada de dólares dentro de algunos meses y pienso que perderán valor frente al peso, abro contratos cortos sobre el dólar y así puedo asegurar hoy el tipo de cambio dentro de seis meses.

Los futuros son operados en cámaras de compensación. En México, el mercado de derivados es MexDer, la cámara es Asigna. El participante contacta a su Socio Operador, que es la entidad que envía las posturas de compra-venta a la bolsa de derivados (MexDer para México) y al Socio Liquidador. MexDer envía electrónicamente las operaciones a Asigna. El Socio Liquidador maneja la cuenta del participante, realizando cargos y abonos según lo requiera Asigna.

Las posiciones en futuros diariamente se adecuan al mercado. Por ejemplo, compro 1,000 contratos del futuro del dólar (DEUA) a 10 pesos. Al cierre del día, consulto el precio de dicho contrato y vale 10.50 pesos por dólar. Al día siguiente por la mañana, tengo en la cuenta una plusvalía de 0.50 por contrato por el tamaño de cada contrato, en este caso:

$$Utilidad = \left(\frac{10.50 \text{ pesos}}{1 \text{ dólar}} - \frac{10 \text{ pesos}}{1 \text{ dólar}} \right) \times 1{,}000 \text{ contratos} \times \left(\frac{10{,}000 \text{ dólares}}{1 \text{ contrato}} \right) = 5{,}000{,}000 \text{ pesos}$$

Cada contrato del dólar ampara 10,000 dólares (tamaño de contrato). Si al cierre del segundo día dicho contrato vale 11 pesos por dólar, la plusvalía se calcularía sobre el precio de cierre del mercado:

$$Utilidad = \left(\frac{11 \text{ pesos}}{1 \text{ dólar}} - \frac{10.50 \text{ pesos}}{1 \text{ dólar}} \right) \times 1{,}000 \text{ contratos} \times \left(\frac{10{,}000 \text{ dólares}}{1 \text{ contrato}} \right) = 5{,}000{,}000 \text{ pesos}$$

El monto nocional es el importe equivalente del subyacente especificado en una operación de derivados. Las operaciones de futuros son altamente apalancadas; esto quiere decir que con un pequeño desembolso en garantía se manejan grandes cantidades del mercado de contado o físico. Como puede observarse, obtenemos plusvalías (o minusvalías) equivalentes a haber adquirido físicamente los dólares:

$$Nocional = 1{,}000\ \text{Contratos} \times \left(\frac{10{,}000\ \text{dólares}}{1\ \text{Contrato}} \right) = 10{,}000{,}000\ \text{dólares}$$

$$Utilidad = 10{,}000{,}000\ \text{dólares} \times \left(\frac{10.50\ \text{pesos}}{1\ \text{dólar}} - \frac{10\ \text{pesos}}{1\ \text{dólar}} \right) = 5{,}000{,}000\ \text{pesos}$$

En la operación de futuros, inicialmente se tiene que realizar un depósito de recursos en garantía, por un monto muy pequeño con respecto a comprar el subyacente en efectivo. Dicho depósito pertenece al inversionista, genera intereses diariamente, por lo que no es un gasto. Este depósito en garantía se le conoce como AIM´s (Aportación Inicial Mínima), que es el monto que el inversionista tiene que aportar al abrir posiciones de determinado contrato. Dependiendo de la calidad crediticia del inversionista, el Socio Liquidador puede solicitar un margen adicional para cada contrato. Las AIMS son la máxima pérdida esperada en determinado contrato en un día, con un nivel de confianza del 99%. Por lo tanto, como las plusvalías o minusvalías se liquidan diariamente, este depósito cubre las posibles pérdidas que pueda tener el inversionista en un día con una probabilidad del 99%. Técnicamente hablando, es el Valor en Riesgo (VaR) a un día al 99%. Si el contrato es más volátil, mayor será la AIM. Si se tienen posiciones de compra (largas) y de venta (cortas) sobre un mismo subyacente, aunque a distinta fecha de vencimiento, el riesgo disminuye. La correlación entre distintos vencimientos del mismo subyacente es muy alta. Por ello, el monto de las AIM´s disminuye, a lo que se le conoce como posición opuesta, o en spread. Por ejemplo, si compramos cien contratos sobre el dólar con vencimiento a marzo y vendemos quinientos contratos a junio, los cien contratos largos se compensan con cien contratos cortos, por lo que tenemos doscientos contratos en spread; quedan cuatrocientos contratos cortos sin compensar en individual. Las AIMS en spread son inferiores a las AIMS en individual.

Aportación Inicial Mínima			
Contrato Futuros	**Individual**	**Opuesta**	**Entrega**
Futuro Índice			
IPC	9,950.00	5,970.00	**
Futuros Tasa			
TIIE 28	130	85	**
CETE 91	420	270	**
Futuros Acciones			
CEMEX CPO	350	210	500
TELMEX L	80	40	120
GCARSO A1	250	165	360
FEMSA UBD	700	450	1,000.00
AMERICA MOVIL L	200	160	300
Futuros Divisa			
DEUA	4,000.00	1,600.00	5,700.00
EURO	4,500.00	3,400.00	**
Futuros Udi			
UDI	900	675	**
Futuros Bono			
BONO M10	3,500.00	2,450.00	6,100.00
BONO M3	2,200.00	1,540.00	3,850.00

Tabla II.7: Aportaciones iniciales mínimas por subyacente. Fuente: www.asigna.com.mx

Los montos de las AIM´s se revisan mensualmente, su variación depende de la volatilidad del contrato. Al vencimiento de los contratos, puede realizarse la liquidación física o por diferenciales. Existen subyacentes que son susceptibles de ser entregados, como las divisas, bonos, trackers o acciones individuales. Al vencimiento, la parte compradora está obligada a depositar los recursos para adquirir el subyacente a precio de mercado, el cual es informado por la cámara. La parte vendedora está obligada a depositar los títulos. Cabe señalar que la compensación de la operación (el cruce del dinero por los títulos) no se realiza en la modalidad de entrega contra pago, ambas partes depositan en Asigna, quien hace la compensación. Como existe el riesgo de incumplimiento en esta operación de compra-venta, la cámara requiere depósito de AIM´s, por el concepto de entrega. En el caso de contratos que se liquidan por diferencias, implica que el día de vencimiento se maneja como una liquidación más por plusvalías; se obtiene la ganancia o pérdida entre el cierre del día y el cierre del día anterior. En ningún momento se transfiere el subyacente, solamente los efectos de su variación. En el caso del Euro, aunque podría realizarse la entrega física, por facilidad se liquidan diferencias. Cuando se operan futuros cuya liquidación es física, se debe tener cuidado; la parte vendedora tiene que entregar los títulos y puede resultar difícil conseguirlos. Puede existir manipulación del mercado, alguna contraparte puede acaparar los títulos en el mercado y tener una posición compradora (larga) en futuros. Conforme se aproxime la fecha de vencimiento, en precio del contrato de futuros se incrementará por la demanda que ejercerán los intermediarios con posiciones cortas. Para reducir esta distorsión, existen límites a las posiciones cuando éstas se aproximan a su vencimiento.

Cuando una contraparte opera un contrato de futuros, necesariamente existe otra contraparte que toma la posición inversa. En este mercado, Asigna toma el papel de contraparte de los dos operadores originales.

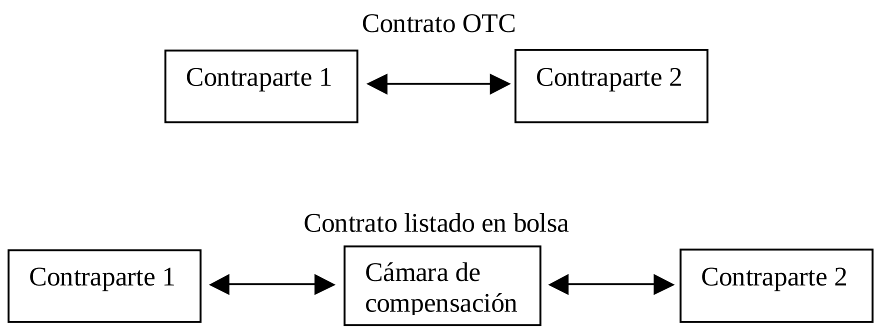


Figura II.1: Contratos OTC y contratos listados.

Los derivados son instrumentos de suma cero: si una contraparte gana cierta cantidad, otra contraparte necesariamente pierde dicha cantidad. Al intervenir la cámara como contraparte, minimiza el riesgo de incumplimiento de los participantes del mercado, ya que si un cliente gana cierta cantidad, desconoce quién tuvo la pérdida ya que Asigna tiene el compromiso de liquidarla; además posee las más altas calificaciones en la escala mexicana. Su alta calificación es resultado del esquema de seguridad que implementó, el cual se observa a continuación:

Recursos de Seguridad Disponibles por la Cámara de Compensación Por Incumplimiento de Socio Liquidador de Posición de Terceros				
Recursos Propios del Cliente Incumplido	**Recursos del Socio Liquidador de posición de Terceros**	**Mutualización del Socio Liquidador de posición Propia (mismo fiduciario)**	**Mutualización de otros Socios Liquidadores**	**Liquidación del Mercado**
Incumplimiento del cliente ante el Socio Liquidador	5. Excedente del patrimonio mínimo o recursos frescos	**Intervención de Cámara de Compensación en el Socio Liquidador de posición propia**	14. Fondo de Compensación de todos los Socios Liquidadores	**Decisión de los Socios Liquidadores restantes y Cámara de cerrar el mercado**
1. Crédito Bancario a clientes para operar en Derivados	6. Fondo de Compensación correlativo al cliente incumplido	10. Excedente del patrimonio mínimo de la posición propia	**Cámara solicita restitución Fondo de Compensación mediante 1a aportación extraordinaria**	**Cierre voluntario de todas las posiciones de los Socios Liquidadores restantes**
2. Aportaciones excedentes del cliente incumplido	7. Patrimonio correlativo al cliente incumplido	**Cierre de posiciones del Socio Liquidador de posición propia**	15. Fondo de Compensación restituido por 1a. vez.	23. Aportaciones Iniciales Mínimas de los Socios Liquidadores de posición propia restantes +/- saldo neto de las posiciones
3. Otro patrimonio del cliente en cuentas discrecionales	**Incumplimiento del Socio Liquidador ante la Cámara de Compensación**	11. Aportaciones Iniciales Mínimas de la posición propia +/- saldo neto de las posiciones	**Incumplimiento Socios 1a. Aportación extraordinaria al Fondo de Compensación**	24. Patrimonio de los Socios Liquidadores de posición propia y de terceros restantes
Cierre de posiciones del cliente incumplido	**Intervención de Cámara de Compensación y Transferencia de posiciones de clientes del Socio Liquidador**	12. Fondo de Compensación de la posición propia	**Intervención de Cámara y Cierre de posiciones de Socios posición propia por incumplimiento 1a aportación extraordinaria Fondo de Compensación**	25. Patrimonio de la Cámara de Compensación
4. Aportaciones Iniciales Mínimas del cliente incumplido +/- saldo neto de las posiciones	8. Fondo de Compensación correlativo a clientes cumplidos (transferidos)	13. Patrimonio de la posición propia	16. Aportaciones Iniciales Mínimas de los Socios Liquidadores de posición propia incumplidos +/- saldo neto de las posiciones (hasta cubrir saldo 1a aportación extraordinaria)	
	9. Patrimonio correlativo a clientes cumplidos (transferidos)		17. Patrimonio de los Socios Liquidadores de posición propia incumplidos (hasta cubrir saldo 1a aportación extraordinaria)	
			Intervención de Cámara y Trasferencia de posiciones de clientes de Socios de posición terceros por incumplimiento 1a aportación extraordinaria Fondo de Compensación	
			18. Patrimonio de los Socios Liquidadores posición de terceros incumplidos (hasta cubrir saldo 1a aportación extraordinaria)	
			Cámara solicita restitución Fondo de Compensación mediante 2ª aportación extraordinaria	
			19. Fondo de Compensación restituido por 2a ocasión.	
			Incumplimiento Socios 2a. Aportación extraordinaria al Fondo de Compensación	
			Intervención de Cámara y Cierre de posiciones de Socios posición propia por incumplimiento 2a aportación extraordinaria Fondo de Compensación	
			20. Aportaciones Iniciales Mínimas de los Socios Liquidadores de posición propia incumplidos +/- saldo neto de las posiciones (hasta cubrir saldo 2a aportación extraordinaria)	
			21. Patrimonio de los Socios Liquidadores de propia incumplidos (hasta monto 2ª aportación extraordinaria).	
			Intervención de Cámara y Trasferencia de clientes de Socios de posición terceros por incumplimiento 2a aportación extraordinaria Fondo de Compensación	
			22. Patrimonio de los Socios Liquidadores de posición de terceros incumplidos (hasta cubrir saldo 2a aportación extraordinaria)	

Tabla II.8: Esquema de seguridad de Asigna. Fuente: www.asigna.com.mx

Los conceptos por los cuales existe flujo de efectivo en operaciones de futuros son los siguientes:

- AIMS: Es el monto requerido por la cámara producto de las posiciones abiertas existentes. Puede cubrirse en efectivo o con instrumentos de deuda.
- Intereses AIMS: Rendimiento generado por la inversión a un día de las AIMS por parte de la cámara. Es importante destacar que la tasa que consigue Asigna para sus clientes es muy competitiva.
- AIMS Excedentes: Margen adicional que solicita el Socio Liquidador a sus clientes por los contratos abiertos, o exceso de efectivo que tenga el cliente en su cuenta.
- Intereses AIMS Excedentes: Rendimiento generado por la inversión a un día de los excedentes por parte del Socio Liquidador. Por lo general la tasa es igual o menor con respecto a Asigna.
- Comisiones: Por cada operación realizada, se tienen que pagar comisiones a MexDer, Asigna, Socio Operador y Socio Liquidador. Estas comisiones causan IVA. Dependiendo del volumen operado por

el cliente, existen descuentos en estas comisiones y pueden presentarse devoluciones por parte de la cámara.

- Plusvalías y minusvalías: Son el resultado de actualizar diariamente las posiciones abiertas a las condiciones del mercado. Se resta el precio de cierre del mercado menos el precio inicial, el resultado se multiplica por el tamaño del contrato y el número de contratos. Cuando la posición se abrió ese mismo día, el precio inicial es el pactado en la operación, de lo contrario es el precio de cierre del día anterior.
- Ganancias y pérdidas: Se presenta cuando el cliente cierra posiciones. El cálculo es similar a las plusvalías y minusvalías; la diferencia reside en que el precio final es el precio al cual se cerraron las posiciones.

La forma de identificar los contratos es la siguiente:

Tipo de valor	**Subyacente**
FA	Acciones: América Móvil, Cemex, Femsa, GCarso, Telmex.
FB	Deuda: TIIE 28, Cetes 91, Bonos de tres y diez años.
FC	Contratos en el extranjero: Chicago.
FD	Divisas: Dólar y Euro.
FI	Índices accionarios: IPC.
FU	Udis.

Emisora	**Subyacente**
AXL	América Móvil (Telcel).
CXC	Cemex.
FEM	Femsa.
GCA	Grupo Carso.
TXL	Telmex.
M3	Bonos de tres años.
M10	Bonos de diez años.
CE91	Cetes de 91 días.
TE28	TIIE de 28 días.
EURO	Euro.
DEUA	Dólar de Estados Unidos de América.
DA+día	Dólar de corto plazo.
IPC	Índice de Precios y Cotizaciones.
UDI	Unidades de Inversión.

Serie	**Mes**
EN	Enero.
FB	Febrero.
MR	Marzo.
AB	Abril.
MY	Mayo.
JN	Junio.
JL	Julio.
AG	Agosto.
SP	Septiembre.
OC	Octubre.
NV	Noviembre.
DC	Diciembre.

Figura II.2: Identificación de los contratos en MexDer.

A la serie debe adicionarse el año de vencimiento del contrato en dos dígitos. Por ejemplo, DC07 para diciembre de 2007.

Las plusvalías se determinan sobre las posiciones abiertas al final del día. La posición se calcula utilizando la metodología de MexDer, que es un PEPS (Primeras Entradas, Primeras Salidas) modificado: Dos operaciones efectuadas el mismo día se consideran igualmente antiguas, sin importar la hora en la cual se efectuaron. El segundo criterio es el precio o tasa más bajo. Para los futuros donde se pacta el precio, se considera el precio; los contratos que se operan a tasa, se considera la tasa. Lo anterior es importante aclararlo porque a mayor tasa, menor precio y viceversa. Por lo tanto, cuando se operan contratos de futuros, no sabemos si estamos abriendo o cerrando posiciones, tenemos que esperar al cierre del mercado para revisar los precios o tasas pactados. Si compro y vendo la misma serie con diferente Socio Operador, se mantienen las dos posiciones abiertas; si las operaciones se realizan con el mismo Socio Operador, éstas se netean. Se puede netear posiciones adquiridas a diferentes Socios Operadores, para ello se solicita al Socio Liquidador realice el traspaso de los contratos para que se encuentren en el mismo cajón del Socio Operador; es importante señalar que las comisiones se le pagan al Socio Operador con el que se pactó la operación, sin importar el traspaso.

Siguiendo los lineamientos anteriores, para calcular la posición abierta se ordenan las operaciones por Socio Operador, fecha y precio o tasa, según corresponda. Se acumulan las operaciones siguiendo el ordenamiento anterior hasta obtener la posición abierta al final del proceso.

Las características de los contratos de futuros son las siguientes:

- Activo subyacente.
- Tamaño de contrato: Es el número de unidades del activo subyacente que ampara un contrato.
- Series: Diferentes meses y años de vencimiento de los contratos.
- Puja: La fluctuación mínima del precio del contrato.
- Tipo de entrega: física o diferenciales.
- Posición límite: Los participante deberán respetar límites en la cantidad de contratos abiertos. Dichos límites se reducen conforme se aproxima el vencimiento de los contratos. Si es una posición de cobertura, se puede solicitar un límite mayor a MexDer, mostrando las posiciones cubiertas.

En MexDer existen dos subyacentes que se operan a tasa: TIIE de 28 días (TE28) y Cetes de 91 días (CE91). La metodología de cálculo del precio para realizar las liquidaciones es parecida a la valuación de los instrumentos cupón cero, solamente se deben realizar ciertos truncados en las operaciones. Por ello, el efecto en la duración de los futuros de tasa en el portafolio se reduce a 28 ó 91 días, respectivamente. La tasa debe introducirse en porcentaje, no en formato decimal. Por ejemplo, 7.15% se introduce como 7.15, no 0.0715. Truncar(x,y) significa que el resultado de “x” se debe truncar a “y” dígitos decimales.

$$Precio = \mathrm{Truncar}\left(\frac{TamañoContrato}{\mathrm{Truncar}\left(\mathrm{Truncar}\left(\frac{Plazo}{36000},8\right)\times Tasa,8\right)+1},7\right)$$

	Cetes 91	TIIE 28
Tamaño de Contrato	100,000	100,000
Plazo	91	28

Fórmula II.1: Cálculo del precio para futuros de tasa.

A continuación se muestran las características de los contratos de futuros listados en MexDer:

	TIIE	CETES	BONO M3	BONO M10
Características del Contrato	Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio a 28 días (TIIE) TE28	Certificados de la Tesorería de la Federación a 91 días (CETES) CE91	Bono de Desarrollo del Gobierno Federal de 3 años a tasa fija (liquidación en especie) M3	Bono de Desarrollo del Gobierno Federal de 10 años a tasa fija (liquidación en especie) M10
Tamaño del contrato	100,000.00 Pesos	10,000 Cetes (Equivalente a $ 100,000.00 pesos)	1,000 Bonos (Equivalente a $100,000.00 pesos)	1,000 Bonos (Equivalente a $100,000.00 pesos)
Periodo del contrato	Ciclo mensual por 60 meses (5 años)	Ciclo mensual por 12 meses y 24 trimestrales (7 años)	Ciclo trimestral: Hasta por 12 periodos (3 años)	Ciclo trimestral: Hasta por 12 periodos (3 años)
Clave de pizarra	TE28 más mes y año de vencimiento: TE28 FB04 (febrero de 2004)	CE91 más mes y año de vencimiento: CE91 FB04 (febrero de 2004)	M3 más mes y año de vencimiento: M3 DC04 (diciembre de 2004)	M10 más mes y año de vencimiento: M10 DC04 (diciembre de 2004)
Unidad de cotización	La Tasa Futura a la tasa porcentual de rendimiento anualizada, expresada en tantos por ciento, con dos dígitos después del punto decimal.	La Tasa Futura a la tasa porcentual de rendimiento anualizada, expresada en tantos por ciento, con dos dígitos después del punto decimal.	A precio, expresado en pesos, con tres decimales después del punto decimal.	A precio, expresado en pesos, con tres decimales después del punto decimal.
Fluctuación mínima	0.01 Puntos Base	0.01 Puntos Base.	0.025 Pesos	0.025 Pesos
Horario de negociación	7:30 a 14:15 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 14:15 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 14:15 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 14:15 horas tiempo de la Cd. de México
Último día de negociación y vencimiento	Día hábil siguiente a la subasta primaria en la semana del tercer miércoles de cada mes.	Día de la subasta primaria en la semana del tercer miércoles de cada mes.	El último día de negociación, será el tercer día hábil previo a la fecha de vencimiento de la serie. La fecha de vencimiento será el último día hábil del mes de vencimiento de la serie.	El último día de negociación, será el tercer día hábil previo a la fecha de vencimiento de la serie. La fecha de vencimiento será el último día hábil del mes de vencimiento de la serie.
Liquidación al vencimiento	Día hábil siguiente a la fecha de vencimiento	Día hábil siguiente a la fecha de vencimiento.	Liquidación en especie según Condiciones Generales de Contratación	Liquidación en especie según Condiciones Generales de Contratación

Tabla II.9: Futuros de TIIE, Cetes, Bono M3 y Bono M10. Fuente: www.mexder.com

	DEUA	EURO	UDI	IPC
Características del Contrato	Dólar de los Estados Unidos de América (liquidación en especie) DEUA	Euro: moneda de curso legal de la Unión Monetaria Europea EURO	Unidades de Inversión UDI	Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores IPC
Tamaño del contrato	10,000.00 Dólares americanos	10,000.00 Euros	50,000 UDI´s	$10.00 (diez pesos 00/100) multiplicados por el valor del IPC
Periodo del contrato	Ciclo mensual hasta por tres años	Ciclo mensual hasta por diez años	Ciclo mensual por 12 meses y 16 trimestrales (4 años)	Ciclo trimestral: marzo, junio, septiembre, diciembre hasta por un año
Clave de pizarra	DEUA más mes y año de vencimiento: DEUA MR06 (marzo de 2006)	EURO más mes y año de vencimiento: EURO MR06 (marzo de 2006)	UDI más mes y año de vencimiento: UDI DC04	IPC más mes y año de vencimiento: IPC JN05 (junio de 2005)
Unidad de cotización	Pesos por dólar	Pesos por Euro	Valor de la UDI expresado en pesos, multiplicado por un factor de 100	Puntos del IPC
Fluctuación mínima	0.0001 pesos, valor de la puja por contrato 10.00 pesos	0.0001 pesos, valor de la puja por contrato 1.00 pesos	0.001 Pesos por UDI	1.00 (un punto del IPC) por el valor de un punto del IPC (10.00 pesos)
Horario de negociación	7:30 a 14:00 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 14:00 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 15:00 horas tiempo de la Cd. de México	7:30 a 15:00 horas tiempo de la Cd. de México.
Último día de negociación y	Dos días hábiles antes de la fecha de liquidación.	Dos días hábiles antes de la fecha de liquidación.	El día 10 del mes de vencimiento, si este fuera	Tercer viernes del mes de vencimiento o el Día Hábil
Liquidación al vencimiento	Tercer miércoles hábil (tanto para México como para EUA) del mes de vencimiento.	Tercer miércoles hábil del mes de vencimiento.	Liquidación en efectivo al día hábil siguiente de la fecha de vencimiento.	Es el día hábil siguiente a la Fecha de Vencimiento

Tabla II.10: Futuros de DEUA, EURO, UDI e IPC. Fuente: www.mexder.com

	FUTUROS SOBRE ACCIONES INDIVIDUALES
Características del Contrato	América Móvil, S.A. de C.V. AXL Cementos Mexicanos, S.A. de C.V. (CEMEX CPO) CXC Fomento Económico Mexicano, S.A. de C.V. (FEMSA UBD) FEM Grupo Carso, S.A. de C.V. (GCARSO A1) GCA Teléfonos de México, S.A. de C.V. (TELMEX L) TXL (Liquidación en especie)
Tamaño del contrato	100 acciones
Periodo del contrato	Ciclo trimestral: marzo, junio, septiembre y diciembre, hasta por un año.
Clave de pizarra	Tres letras relacionadas a la acción + mes y año de vencimiento, por Ej: AXL DC06 CXC DC06 FEM DC06 GCA DC06 TXL DC06
Unidad de cotización	Pesos y centavos de peso por acción.
Fluctuación mínima	El tamaño de la puja será igual a la utilizada en la negociación del subyacente en la BMV.
Horario de negociación	7:30 a 15:00 horas tiempo de la Cd. de México.
Último día de negociación y vencimiento	Tercer viernes del mes de vencimiento o el Día Hábil anterior, si dicho viernes es inhábil.
Liquidación al vencimiento	Es el segundo Día Hábil posterior a la Fecha de Vencimiento.

Tabla II.11: Futuros sobre acciones individuales. Fuente: www.mexder.com

¿Cómo elegir el contrato a operar y la bolsa de derivados? Existen varios puntos a tomar en cuenta, se muestran según considero su orden de importancia.

- Alta correlación entre el precio del contrato listado y el valor del activo que se desea cubrir. Si no se cumple este punto, no es válido cualquier esquema de cobertura. En muchas ocasiones, no encontramos exactamente el subyacente que requerimos; este análisis de correlación permite elegir alguno que se comporte de forma similar.
- Profundidad del mercado. Cuando compramos un activo financiero, existe un precio a la compra y un precio a la venta. Si el mercado es profundo, la diferencia entre ellos (spread) es pequeño. Por lo tanto, es más económico realizar las operaciones en este tipo de mercados. Si queremos deshacer la posición antes de llegar al vencimiento, lo cual es lo más frecuente en la operación de derivados, tiene una importancia trascendental que el mercado sea profundo, de lo contrario es muy complicado cerrar dichos contratos.
- Solidez financiera de la cámara de compensación, esquema de seguridad. La cámara funge como contraparte en las operaciones de derivados, es muy importante que ésta tenga una buena calidad crediticia.
- Tipo de entrega del contrato, puede ser entrega física del activo subyacente o por diferenciales (se liquida contra el precio de mercado del subyacente). Son más utilizados los contratos que se liquidan por diferenciales por su facilidad operativa. El punto a considerar por parte de una empresa es si requiere el activo subyacente físicamente para su operación. Si compra un contrato del maíz, se espera a vencimiento y el contrato especifica que la entrega es física, está obligado a recibir la materia prima (o entregarla, si es venta), considerando características del producto, calidad y lugar de entrega. En este caso, existe un periodo de entrega y el vendedor elige la fecha para realizarla.
- Características del contrato, como su tamaño y fechas de vencimiento. Puede suceder que el tamaño de determinado contrato sea muy grande y no sea adecuado para el esquema de cobertura. Es posible que la empresa requiera determinada fecha de vencimiento del contrato, o desee cubrir un activo a muy largo plazo. Si la fecha no es coincidente, el vencimiento que debe seleccionarse debe ser un poco posterior al que se requiere, ya que cuando un contrato se acerca a su término, su precio se comporta de forma errática debido a que la oferta y la demanda del subyacente influyen en su valor. Si desea cubrir un activo a largo plazo, puede efectuarse el *rollover*, que consiste en abrir un contrato al mayor plazo posible, esperar a que éste se acerque a su vencimiento para abrir otro contrato a largo plazo, y así sucesivamente. Se debe tener mucho cuidado en este tipo de coberturas, ya que se han presentado catástrofes financieras al realizarlas. Es preferente hacer un forward al plazo deseado.
- Comisiones. Si comparamos contratos sobre el mismo subyacente, operados en distintas bolsas, igualamos los montos nocionales y observamos que unas bolsas son más caras que otras.

- Horario de la bolsa. La liquidación de las ganancias, pérdidas, plusvalías, minusvalías, AIMS y comisiones se realiza diariamente. Si los horarios de la cámara de compensación difieren significativamente con respecto al cliente, puede tener dificultades operativas para realizar dichas liquidaciones.
- Divisa de la bolsa. Las liquidaciones deben realizarse en la divisa de la cámara de compensación; por ello, el cliente deberá tener acceso a operaciones cambiarias para poder conseguir la moneda y enviarla a su Socio Liquidador. En este punto también influyen los horarios.

Hasta el momento hemos mencionado que con los derivados podemos realizar coberturas y mitigar riesgos financieros. ¿Cómo realizamos dichas coberturas? Para ello, analicemos un ejemplo: Una empresa tiene que efectuar un cuantioso pago en dólares dentro de seis meses y desea cubrirse ante una posible devaluación de su moneda funcional (el peso, por ejemplo) frente al dólar.

- Identificamos el factor de riesgo del cual se desea cubrir. En este caso, la paridad peso-dólar.
- Analizamos qué tipo de movimiento del factor de riesgo es perjudicial para la empresa. Para el ejemplo, una devaluación del peso frente al dólar, ya que tendrá que pagar una mayor cantidad de pesos por la deuda en dólares.
- Escogemos el tipo de instrumento con el cual podemos realizar la cobertura. En este caso, puede ser un futuro, un forward o una opción.
- Analizamos si la posición que debemos tomar es larga o corta. El derivado deberá ganar valor en el escenario perjudicial para la empresa visto en el segundo punto. Abrimos posiciones largas cuando esperamos que suba el precio del subyacente (compramos barato); abrimos posiciones cortas cuando esperamos que baje el precio del subyacente (vendemos caro). Tomamos una posición larga, la cual incrementa su valor ante alzas del subyacente.
- Si elegimos un contrato listado, la fecha de vencimiento deberá ser la más cercana a los seis meses, sin ser inferior; si es un contrato OTC, hacemos el contrato a la fecha exacta de la exposición.
- Para determinar el número de contratos a utilizar, tenemos que realizar análisis más complicados. Simulamos escenarios de alzas y bajas del subyacente, medimos el impacto del derivado y del riesgo que queremos cubrir. Si es una buena cobertura, la suma de los dos factores deberá ser pequeña para todos los valores del subyacente. Otra forma más sencilla, pero menos precisa, es igualar el nocional del derivado al monto del riesgo que queremos cubrir. Lo más recomendable es obtener asesoría profesional para realizar la operación, ya que una mala cobertura puede tener efectos muy perjudiciales para la empresa.

Sección 2.03: Contratos adelantados (forwards).

Los forwards son contratos OTC en los cuales dos contrapartes pactan la compra-venta de un activo subyacente a un precio determinado. Son similares a los futuros, pero sin una cámara de compensación. Existen diferencias entre estos dos tipos de derivados:

Futuros	Forwards
Negociados en bolsas.	Negociados entre contrapartes (OTC).
Riesgo contraparte mínimo, esquemas de seguridad.	Riesgo contraparte depende de su calidad crediticia.
Liquidación diaria, diariamente se ajustan las posiciones a mercado.	Liquidación al vencimiento, se acumulan las ganancias o las pérdidas.
Aportaciones de margen en garantía.	Manejo de garantías, cuando una de las partes tiene minusvalías considerables, debe aportar valores en garantía.
Características standard de los contratos: Tamaño de contrato, fechas de vencimiento.	Contratos a la medida, no hay tamaño de contrato, cualquier fecha de vencimiento.
Subyacentes listados.	Cualquier subyacente.
Requieren pago de comisiones.	Sin comisiones.
Mercado secundario, se pueden deshacer posiciones con facilidad.	Contratos no líquidos, se tiene que deshacer la posición con el intermediario.

Tabla II.12: Diferencias entre futuros y forwards.

A continuación se muestra la construcción de forwards a partir de instrumentos de deuda, conocidos como forwards sintéticos.

Forward sintético de divisa: Una empresa necesita dólares dentro de seis meses para liquidar un pasivo. Si conocemos el tipo de cambio de contado (spot) peso/dólar al día de hoy, ¿podemos determinar el tipo de cambio dentro de seis meses? Para ello, requerimos conocer las tasas a seis meses en ambas divisas y hacemos lo siguiente:

- Solicitamos un préstamo en pesos a seis meses.
- Con el dinero obtenido, compramos dólares hoy.
- Invertimos los dólares a seis meses.

Como resultado, tenemos un pasivo en pesos y un activo en dólares, ambos a seis meses, lo que es equivalente a comprar dólares a futuro pagando pesos.

Si la empresa requiriera vender a futuro los dólares, haría lo siguiente:

- Solicita un préstamo en dólares a seis meses.
- Vende los dólares hoy, obteniendo pesos.
- Invierte los pesos a seis meses.

La empresa ahora tiene un pasivo en dólares y un activo en pesos, ambos a seis meses, que es igual a vender dólares a futuro.

Si queremos obtener el tipo de cambio, aplicamos la siguiente fórmula (II.2):

$$\text{TC fwd} = \text{TC spot}\left(\frac{1+\dfrac{\text{Tasa local}}{360}\times \text{días}}{1+\dfrac{\text{Tasa foránea}}{360}\times \text{días}}\right)$$

Fórmula II.2: Tipo de cambio forward.

Significa que invertimos pesos a la tasa local, al plazo en días. La descontamos a la tasa foránea, en este caso dólares. Las tasas en pesos son superiores a las tasas en dólares, por lo que el tipo de cambio forward es superior al tipo de cambio spot.

La fórmula es la misma para la compra y la venta de dólares a futuro, por lo que aparentemente el tipo de cambio forward es el mismo. En la realidad no es verdad, ya que las tasas para invertir y para solicitar préstamos son diferentes, además el tipo de cambio para comprar y vender no son iguales.

El tipo de cambio forward es una estimación del tipo de cambio de contado al término del plazo del forward. La estimación tiene como insumos el tipo de cambio del día de hoy y las tasas en ambas divisas al día de hoy. Por lo tanto, no depende de expectativas, solamente de información obtenida al día de hoy. Es el tipo de cambio al cual podemos efectuar operaciones de compra-venta de divisas a plazo, de esta forma aseguramos el tipo de cambio a futuro, sin depender de las fluctuaciones del mercado.

Forward sintético de tasa: Una empresa requiere un crédito durante tres meses, pero que comience en nueve meses. Prevé un aumento en las tasas, por lo que desea establecer la tasa el día de hoy. Para ello, realiza lo siguiente:

- Solicita hoy un préstamo a un año.
- Invierte los recursos del préstamo a nueve meses.

El resultado es un activo a nueve meses y un pasivo a un año, que equivale a pedir prestado dentro de nueve meses, liquidando el crédito tres meses después. Los forwards de tasa son conocidos como FRA (*Forward Rate Agreement*), en este caso de 9x12 (inicia en el noveno mes, finalizando en el doceavo mes).

El ejemplo inverso, una empresa recibirá pesos dentro de nueve meses y desea invertirlos por tres meses. Desea asegurar la tasa de dicha inversión el día de hoy.

- Solicita hoy un préstamo a nueve meses.
- Invierte los recursos del préstamo a un año.

Con ello, la empresa tiene un pasivo a nueve meses y un activo a un año. El pasivo lo cubre con el ingreso proyectado a nueve meses. El resultado es que dicho ingreso lo invierte dentro de nueve meses, por un plazo de tres meses; es un FRA de 9x12.

Para obtener la tasa de los ejemplos anteriores, determinamos lo que conocemos como la tasa forward. Si tenemos las tasas de inversión de hoy a nueve meses y a un año, la tasa implícita que existe en los tres meses restantes es la tasa forward. Es la tasa a la que reinvertiríamos por tres meses el resultado de una inversión a nueve meses, de tal forma que sea equivalente a una inversión a un año.

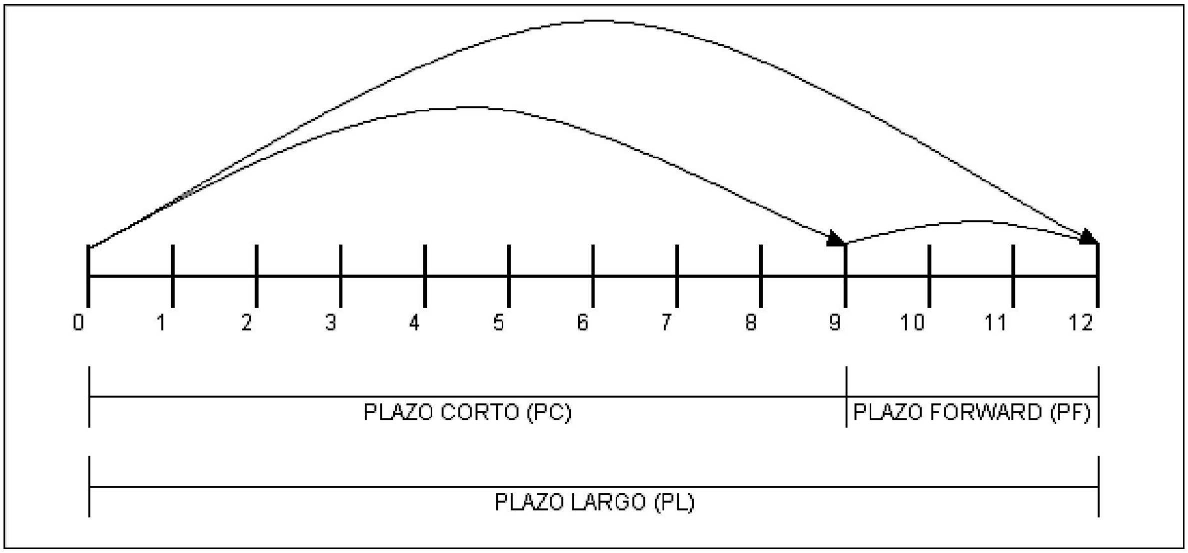


Figura II.3: Determinación de la tasa forward.

Por lo tanto:

$$\left(1+\frac{PC\times TC}{360}\right)\left(1+\frac{PF\times TF}{360}\right)=\left(1+\frac{PL\times TL}{360}\right)$$

Despejando la tasa forward:

$$TF=\left[\frac{\left(1+\frac{PL\times TL}{360}\right)}{\left(1+\frac{PC\times TC}{360}\right)}-1\right]\times\frac{360}{PF}$$

Fórmula II.3: Tasa forward.

Si tenemos la curva cupón cero, que es una curva con distintas tasas y plazos a partir del día de hoy, podemos obtener la curva implícita entre los plazos, o curva forward. La curva cupón cero se obtiene a partir de los instrumentos del mercado. Si queremos obtener dicha curva para los instrumentos gubernamentales, el proceso es el siguiente:

- Tomamos las tasas y plazos de los cetes, que son instrumentos cupón cero líquidos.
- Verificamos el mayor plazo de los cetes, los subsecuentes plazos se obtendrán de los bonos del mercado. Nota: para que la curva sea representativa del mercado, los instrumentos a considerar deben ser líquidos, lo cual significa que se operen ampliamente. El mercado de strips actualmente no tiene profundidad, por ello no construimos la curva considerándolos.
- Para los siguientes nodos de la curva, tomamos los bonos, utilizando el método bootstrapping. Si tenemos un bono con dos cupones y el precio al cual se opera en el mercado, necesariamente el plazo del primer cupón es menor o igual a 182 días. Utilizando los cetes tenemos la tasa para dicho cupón. Desconocemos la tasa del segundo cupón, pero tenemos el precio del instrumento. Recordando la valuación de los bonos de tasa fija, en el denominador tenemos la tasa a la cual descontamos flujos. En los bonos, descontamos todos los flujos a la misma tasa, en este caso buscamos la tasa para cada cupón. Obtenemos la tasa para el segundo cupón, tal que la suma de los valores presente de los dos cupones sea el precio de mercado del bono. Es una ecuación con una sola incógnita, por lo que puede

resolverse. Para el siguiente nodo, tomamos un bono con tres cupones, pero conocemos las tasas de los dos primeros cupones y despejamos la tasa del tercer cupón.

- Puede suceder que no tengamos bonos perfectamente escalonados, por ejemplo, puede existir un bono de seis cupones y de ocho cupones, pero que no exista uno de siete cupones. Haríamos dos ecuaciones con dos incógnitas, para ello igualaríamos las tasas forward del 6 al 7 y del 7 al 8.

Después de construir la curva cupón cero, obtenemos la curva forward. El primer nodo de la curva forward es igual al primer nodo de la curva cero. Para los siguientes nodos aplicamos la fórmula de la tasa forward.

La curva forward es más reactiva que la curva cero. Si la curva cero es ascendente, la curva forward asciende más rápidamente. Si la curva cero es descendente, la curva forward es inferior. En la siguiente figura (II.4) se muestra la curva cero y la curva forward para un escenario de tasas. Para el plazo de 91 días, la tasa forward es superior a la tasa spot (10.371842 > 10). La razón es que si invertimos a 28 días al 9%, debemos invertir al 10.371842% por otros 63 días, para que sea equivalente a haber invertido a 91 días al 10%.

Plazo	Tasa cupón cero	Plazo forward	Tasa forward
28	9.00		9.000000
91	10.00	63	10.371842
182	11.00	91	11.704145
364	12.00	182	12.315141

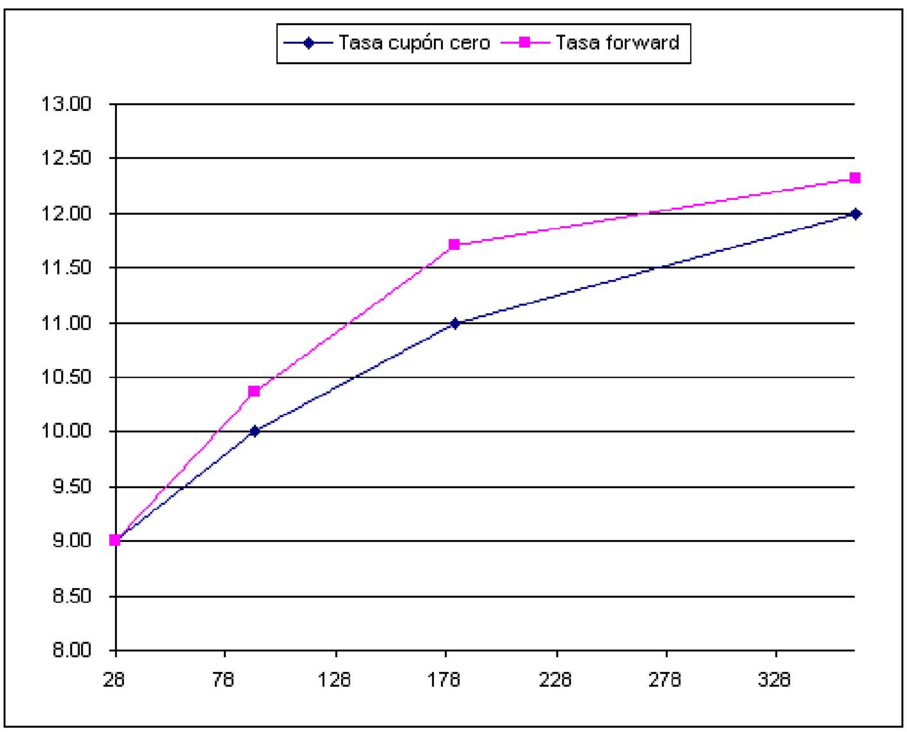


Figura II.4: Curva cero ascendente y curva forward resultante.

En la Figura II.5 se muestra un escenario en el cual las tasas cupón cero se incrementan ligeramente. La curva forward es descendente, se debe a que en las tasas forward se realizan dos inversiones (capital e intereses), comparado con una inversión en las tasas cupón cero. En la Figura II.6, las tasas incrementan rápidamente; la curva forward es superior para alcanzar el rendimiento de las inversiones de la curva cupón cero.

Plazo	Tasa cupón cero	Plazo forward	Tasa forward
28	9.00		9.000000
91	9.10	63	9.080878
182	9.15	91	8.993133
364	9.18	182	8.802797

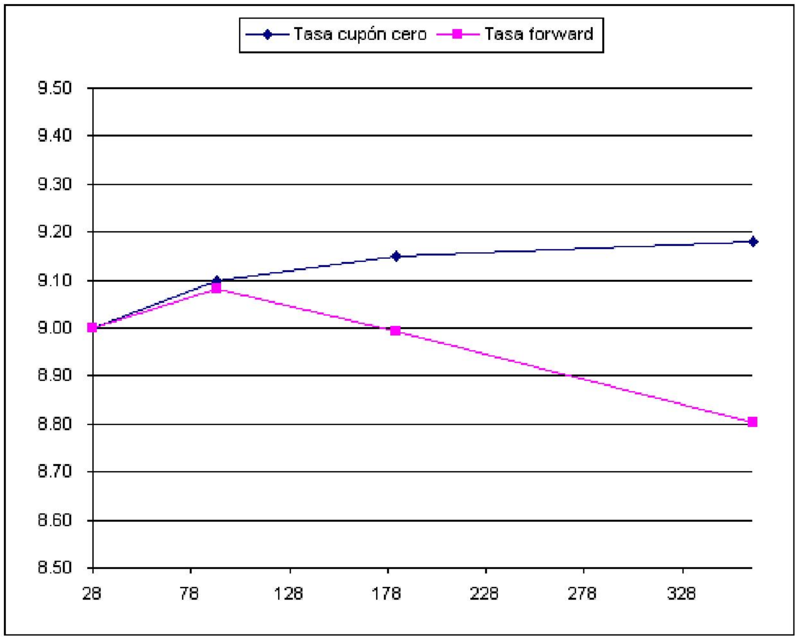


Figura II.5: Ligero incremento lineal en la curva cero y la curva forward resultante.

Plazo	Tasa cupón cero	Plazo forward	Tasa forward
28	9.00		9.000000
91	11.00	63	11.806245
182	13.00	91	14.594200
364	15.00	182	15.951624

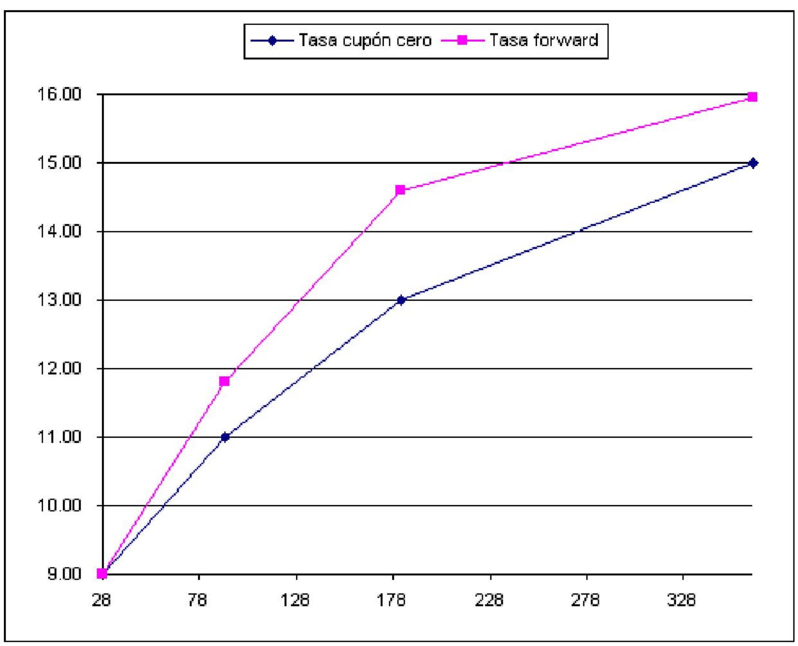


Figura II.6: Fuerte incremento en la curva cero y la curva forward resultante.

Plazo	Tasa cupón cero	Plazo forward	Tasa forward
28	9.00		9.000000
91	9.00	63	8.937438
182	9.00	91	8.799804
364	9.00	182	8.608321

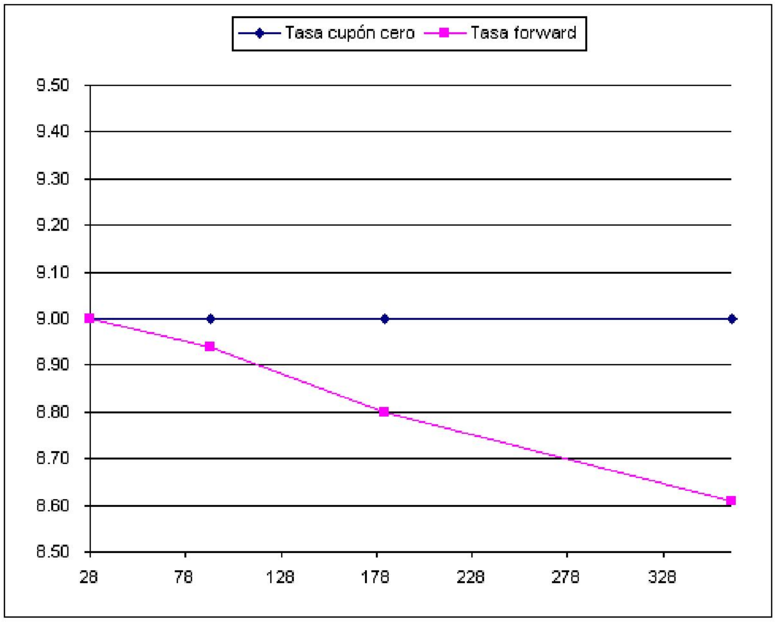


Figura II.7: Curva cero plana y curva forward resultante.

Plazo	Tasa cupón cero	Plazo forward	Tasa forward
28	9.00		9.000000
91	8.00	63	7.503034
182	7.00	91	5.881072
364	6.00	182	4.829103

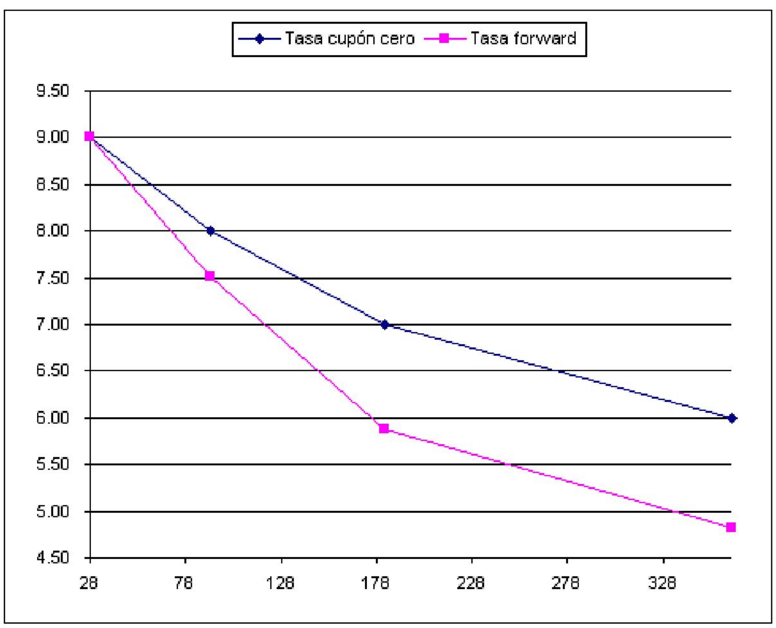


Figura II.8: Fuerte descenso en la curva cero y la curva forward resultante.

En la Figura II.7, la curva cupón cero es plana. La curva forward es descendente, similar al escenario de alzas pequeñas en las tasas. En la Figura II.8, la curva cupón cero desciende rápidamente; la curva implícita forward desciende con mayor velocidad.

Hasta el momento hemos obtenido tipos de cambio y tasas forward. En el caso de acciones e índices bursátiles, el tratamiento es muy parecido a las divisas. En lugar de utilizar la tasa foránea, tomamos la tasa de dividendos anualizada. Es común que no se conozca este dato, en dichos casos no es considerada. La fórmula para obtener el precio forward de la acción, o índice, es la siguiente:

$$\text{Precio fwd} = \text{Precio spot}\left(\frac{1+\dfrac{\text{Tasa local}}{360}\times\text{días}}{1+\dfrac{\text{Tasa dividendos}}{360}\times\text{días}}\right)$$

Fórmula II.4: Precio forward de acciones e índices.

Es importante señalar que la tasa local corresponde a la divisa en la cual se exprese el valor del índice, al plazo del forward.

En la siguiente figura (II.9) se muestra el perfil de ganancia/pérdida de un forward, en el caso de compra. El strike es el precio de ejercicio del forward. La recta que pasa por el strike tiene una inclinación de 45°. Supongamos el caso del IPC. Realizamos la compra de un forward a un precio de 20,000 (strike). Si el valor del índice se incrementa, por ejemplo a 21,000, tenemos la obligación de comprarlo a 20,000, por lo que tenemos una ganancia de 1,000 por cada contrato abierto. Si el índice disminuyera a 18,000, tenemos la obligación de comprarlo a 20,000, lo cual representa una pérdida de 2,000 por contrato. En el caso del IPC, no podemos comprarlo o venderlo ya que es un indicador. Por lo que a vencimiento, se liquida la diferencia entre su valor y el strike pactado.

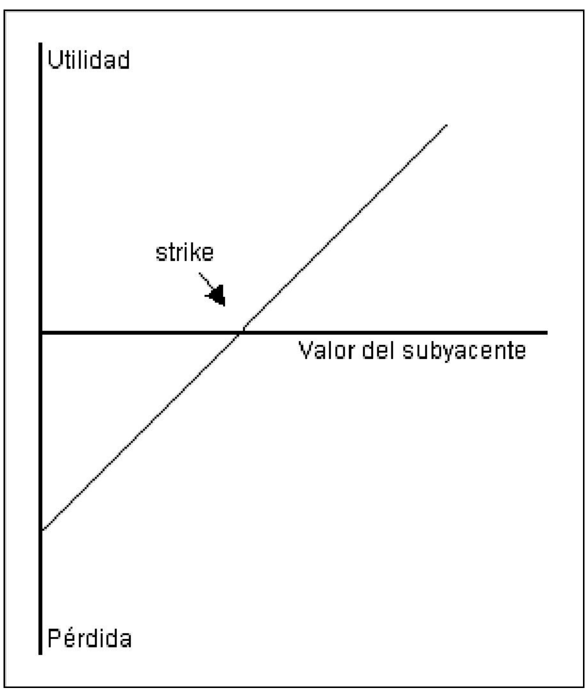


Figura II.9: Perfil de ganancia/pérdida de forwards, posición larga.

Si tenemos una posición accionaria (por ejemplo TELMEX L), la cual deseamos cubrir ante una expectativa de una caída en su valor, adoptamos la posición contraria:

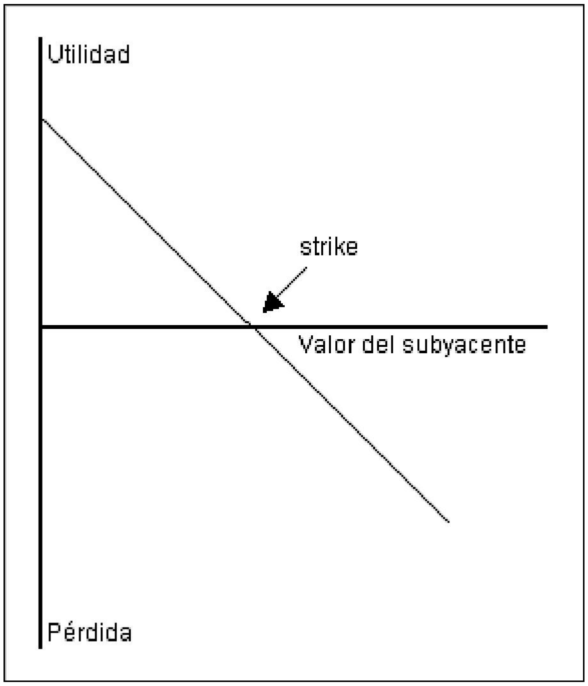


Figura II.10: Perfil de ganancia/pérdida de forwards, posición corta.

Tenemos la obligación de vender el subyacente a cierta fecha al strike pactado (por ejemplo, 13 pesos por acción). Si disminuye el precio de la acción, por ejemplo a 10 pesos, vendemos a 13 pesos lo que en el mercado está a 10, una ganancia de tres pesos por contrato. Si el precio de la acción se incrementa a 15 pesos, el forward pierde dos pesos por contrato, pero la posición accionaria incrementa su valor los mismos dos pesos. A vencimiento, puede liquidarse físicamente o por diferenciales, dependiendo la modalidad que se pactó desde la concertación.

En el caso de la compra del forward, la ganancia es ilimitada ya que el valor del subyacente puede incrementarse, teóricamente, al infinito; la pérdida está limitada, debido a que el valor del subyacente no puede ser inferior a cero. De manera similar, la ganancia en la venta del forward es limitada, pero la pérdida es ilimitada.

Al pactar un forward, se acostumbra que el precio de ejercicio (strike) sea justo a mercado. Si se desea iniciar un forward a condiciones fuera de mercado, la parte beneficiada deberá liquidar la cantidad necesaria para volver el forward justo. Por ejemplo, si el tipo de cambio es de once pesos por dólar, pero deseo un forward en el cual compre dólares a cinco pesos, tengo que liquidar la cantidad suficiente para que comience a mercado. Nótese que no se mencionó que dicha cantidad sea seis pesos por dólar, ya que no es preciso. El valor justo del strike es el valor forward del subyacente, no el precio de contado, debido a que el valor forward es el estimado del valor spot en la fecha de vencimiento del forward, utilizando las condiciones del mercado el día de hoy. Adoptando la nomenclatura de las opciones, las cuales analizaremos posteriormente, el valor forward decimos que es el valor "en el dinero forward", o en inglés, *At the Money Forward*. Al valor del subyacente forward entonces lo abreviaremos como ATMF.

Cuando un forward llega a vencimiento, las contrapartes del contrato llevan a cabo su liquidación, ya sea la entrega del subyacente, o la liquidación por diferenciales. El resto de este párrafo aplica a entregas por diferenciales. En el caso de acciones, índices y divisas, se liquidará el valor de contado (spot) menos el precio de ejercicio (strike), multiplicando el resultado por el número de contratos. Si el resultado es positivo (spot > strike), ganó el comprador del forward y el vendedor paga al comprador. Si el resultado es negativo (spot < strike), gana el vendedor y el comprador le paga. El caso de las tasas (FRAs) es más complejo. Lo que se está pactando es ciertos intereses, calculados sobre un monto de referencia, a una tasa pactada, en un plazo. En

México, el subyacente más utilizado es la TIIE de 28 días. Supongamos que pactamos un contrato FRA a seis meses sobre la TIIE 28, al 8% sobre una referencia de un millón. El comprador del FRA es quien se protege ante el alza de la tasa. Transcurridos los seis meses, observamos el valor de la TIIE 28 y es de 9%. La liquidación que el vendedor debe realizar es (asumiendo contabilidad de días Act/360):

$$\text{Pago} = (\text{spot} - \text{strike}) \times \left(\frac{\text{Dias del forward}}{360} \right) \times \text{Monto de referencia}$$

Fórmula II.5: Liquidación final de forwards de tasa (FRAs).

$$\text{Pago} = (0.09 - 0.08) \times \left(\frac{28}{360} \right) \times 1{,}000{,}000 = 777.78$$

El compromiso de liquidación es transcurrido los días del forward, en este caso veintiocho, ya que se trata de intereses que se devengan. Se acostumbra liquidar el importe a valor presente al inicio del plazo forward, en este caso a los seis meses, debido a que conocemos perfectamente el monto que se va a liquidar y con ello liberamos montos de exposición que pueda estar consumiendo el forward, ocupando espacio para otras operaciones.

Hasta el momento sabemos el importe que debe liquidarse en las operaciones con forwards, pero es importante conocer su valuación antes de su vencimiento. Los forwards son contratos OTC, deben valuarse y determinar la exposición con cada contraparte con las que operemos. Si dichas exposiciones (positivas o negativas) superan cierto monto preestablecido, la parte perdedora depositará garantías a la parte ganadora. Si se acordó que existe traslado de dominio, se disminuye la exposición y pasan a formar parte del patrimonio de la parte ganadora. Si se especificó que no existe traslado de dominio, siguen siendo de la parte perdedora. Si las garantías generan algún interés o dividendo, y no hubo traslado de dominio, la parte ganadora deberá traspasarlo a la parte perdedora. Por lo tanto, es de suma importancia valuar correctamente estas operaciones. Para valuar cualquier activo financiero, calculamos el valor presente de sus flujos esperados. Los forwards no son la excepción.

Para valuar forwards sobre acciones, índices y divisas, aplicamos la siguiente fórmula:

$$\text{Valor} = \frac{\text{ATMF} - \text{Strike}}{1 + \text{Tasa} \times \frac{\text{Dias}}{360}}$$

Fórmula II.6: Valuación de forwards de acciones, índices y divisas.

Para valuar forwards sobre tasas (FRAs):

$$\text{Valor} = \frac{(\text{ATMF} - \text{Strike}) \times \left(\frac{\text{Dias del forward}}{360} \right)}{1 + \text{Tasa} \times \frac{\text{Dias}}{360}}$$

Fórmula II.7: Valuación de forwards de tasas (FRAs).

El valor ATMF se calcula con las condiciones al momento de la valuación. El strike es fijo durante la vida del forward. Los días son la diferencia entre la fecha de vencimiento y la fecha de valuación. Los días del forward permanecen constantes. La tasa depende de la calidad crediticia de las instituciones que realicen el forward. Es la tasa cupón cero al plazo del forward, sobre la curva diseñada para la calificación de la contraparte. Para instituciones financieras, se toma la curva basada en la TIIE. Para gobiernos, es la curva libre de riesgo del país. La curva libre de riesgo está formada por tasas y precios a los cuales las inversiones no tienen riesgo de incumplimiento, se considera que la mayor calidad crediticia la poseen los gobiernos de los países. En ambas fórmulas, el valor mostrado es unitario, debe multiplicarse por el número de contratos (para acciones, índices, divisas), o por el monto de referencia (para tasas) correspondiente.

Sección 2.04: Permutas financieras (swaps).

Los swaps son contratos OTC en los cuales dos contrapartes acuerdan intercambiar flujos durante un periodo. Existen diversas modalidades de swaps, siendo el más operado el swap de tasas de interés. Son utilizados, entre otras aplicaciones, para modificar la naturaleza de activos y pasivos. Por ejemplo, una empresa automotriz desea vender automóviles a crédito a tasa fija. Esta empresa requiere financiamiento, el cual obtiene a tasa variable. Si no realizara un esquema de cobertura, está expuesta a alzas en las tasas, ya que sus ingresos permanecerían constantes, pero se encarecerá su financiamiento. Para ello, realiza un swap con un intermediario financiero, al cual le entrega tasa fija y recibe tasa variable.

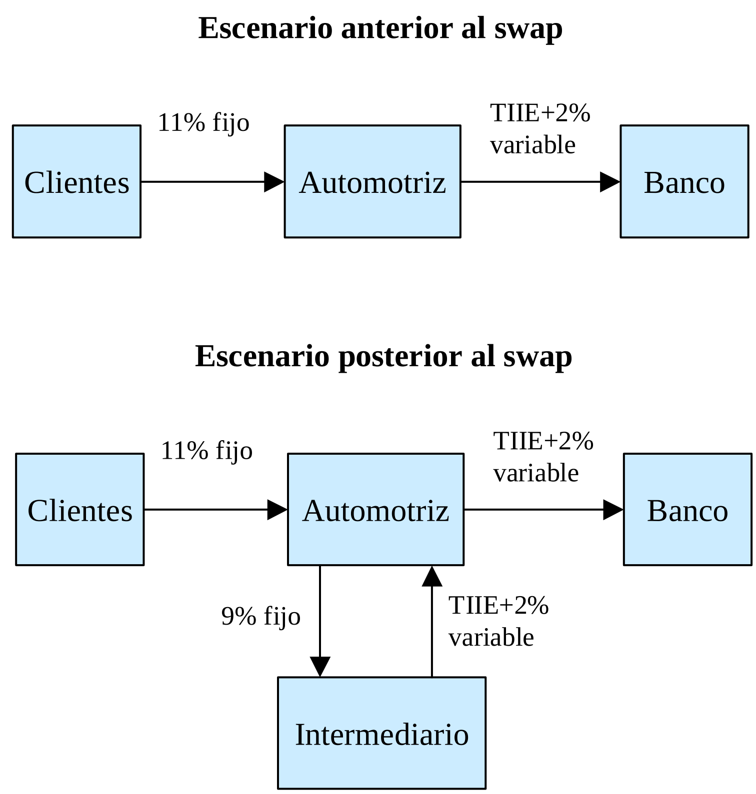


Figura II.11: Ejemplo de swap de tasas.

El resultado final para la empresa automotriz es el siguiente: Obtiene una utilidad financiera del 2%, independientemente de las fluctuaciones de las tasas, más el diferencial entre el precio de venta y costo de producción de los automóviles. ¿Cómo se genera la utilidad del 2%? Es la cuantificación de los distintos riesgos de crédito, la calidad crediticia de la empresa automotriz es superior con respecto a los clientes. Cabe señalar que este swap transfiere el riesgo de mercado, no el riesgo de crédito; si los clientes dejan de realizar sus pagos, la automotriz debe seguir pagando la tasa fija al intermediario. Este tipo de swap es el más sencillo, es conocido como IRS (*Interest Rate Swap*), o swap de tasa de interés, o como *plain vanilla*, que es la forma como nos referimos a los tipos de derivados más sencillos.

Existen dos formas de valuar los swaps: como un portafolio de forwards de tasa (FRAs) y como dos instrumentos de deuda, uno que se recibe y otro que se entrega. Para el caso del swap mostrado en el ejemplo, son equivalentes las dos metodologías de valuación. Para swaps más complejos, en los cuales no coincidan las fechas de todos los pagos, solamente pueden valuarse como dos bonos. Por ello, es preferible valuar todos los swaps como la diferencia de dos bonos, uno activo (flujos que recibo) y otro pasivo (flujos que entrego).

Para valuar los swaps, descontamos cada uno de los flujos a valor presente. Obtenemos los valores presentes de la parte activa y pasiva. Si la diferencia de estos valores no es cero, significa que una de las dos contrapartes tiene ventaja sobre la otra; esta contraparte deberá liquidar (se acostumbra a los dos días hábiles) la diferencia, de tal forma que se convierta en un swap justo. Para valuar un cupón cero, necesitamos conocer el importe del flujo y una tasa (cupón cero) de rendimiento para descontarlo a valor presente. Para los swaps, realizamos el mismo procedimiento, pero es importante detallar algunos aspectos:

- Si es un flujo de tasa fija, obtenemos su monto de la misma manera que los cupones de un bono. Los flujos de los swaps se calculan sobre un monto de referencia (nocional), el cual normalmente es el mismo para todos los flujos. Por lo tanto, se multiplica la tasa por los días de interés del flujo (no son los días por vencer del flujo), dividiendo entre 360 y multiplicando por el monto nocional. Esta explicación considera la contabilidad de días ACT/360, si éste no fuera el caso, el cálculo se debe adecuar siguiendo los mismos principios.
- Si es un flujo de tasa variable, el valor de la tasa se determinará cuando comience a acumular intereses, de la misma manera que los instrumentos de deuda revisables. Para valuar dichos instrumentos de deuda, calculamos los intereses con la última tasa de referencia conocida. Esta forma de cálculo es incorrecta, pero es sencilla. Para los swaps, recordamos que la tasa forward es un estimado de tasa por aplicar en el futuro, que es exactamente lo que requerimos en este caso. Obtenemos la curva forward a partir de la curva cupón cero, dicha curva forward deberá calcularse considerando el calendario de pagos del swap. Tomamos la tasa de la curva para cada flujo variable, correspondiente a la fecha de inicio de intereses y los días del cupón. Teniendo la tasa, el tratamiento es el mismo que un flujo de tasa fija.
- Aplicando los dos puntos anteriores, tenemos el monto del flujo que deseamos valuar. Calculamos su valor presente, de la misma forma que un instrumento cupón cero, a partir de la tasa al plazo del flujo, obtenida de la curva cupón cero. En la construcción de la curva cupón cero deberá considerarse la calidad crediticia de la contraparte. En la metodología de bootstrapping se utilizarán bonos de la misma calificación de la contraparte.

Existen diferentes tipos de swaps, dependiendo de los flujos a intercambiar:

- Swaps de tasas (*interest rate swap*, fijo-flotante): Conocido como plain vanilla swap, una contraparte entrega flujos a una tasa fija, recibiendo flujos calculados sobre una referencia variable. Cabe señalar que la tasa del primer flujo revisable es conocida e igual al valor vigente de la tasa de referencia. Puede pactarse una sobretasa (spread) sobre la tasa de referencia. Por ejemplo, intercambiar por un año flujos cada 28 días, 8% fijo y TIIE de 28 días +1%, sobre un monto nocional de diez millones. En este caso, las fechas de los flujos a otorgar y recibir coinciden, por lo que se liquida solamente la diferencia.

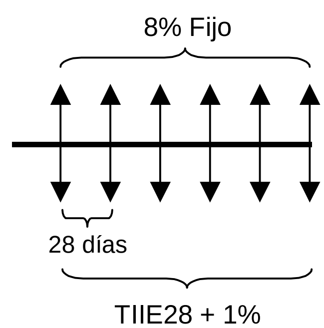


Figura II.12: Swap de tasas, tasa fija por tasa flotante, misma divisa.

- Swaps de base (*basis swap*, variable-variable): Se intercambian flujos variables, calculados sobre distintas referencias. Por ejemplo, Cetes de 91 días vs Cetes de 182 días. En estas operaciones, existe un riesgo crédito alto, ya que una de las partes entrega flujos cada 91 días y la otra parte cada 182 días. Una de las partes realiza un pago sin recibir flujo a los 91 días. A los 182 días, debe recibir un monto que compense el pago efectuado a los 91 días y el pago correspondiente a los 182, pero es posible que éste no se lleve a cabo. La parte que liquidó a los 91 días obviamente no realiza el pago correspondiente a los 182 días, pero puede perder el primer pago. Por ello, al realizar el primer pago, la valuación del swap restante se encontraría a su favor (no necesariamente, depende de las condiciones de mercado) y es posible que reciba garantías de la contraparte si dicha valuación excede la línea de exposición fijada entre ambas partes.

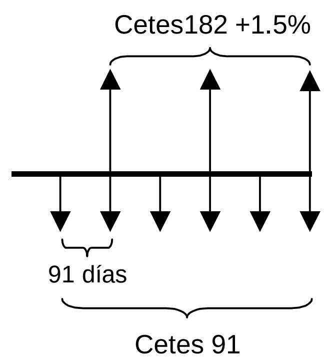


Figura II.13: Swap de cambio de base, tasa flotante por tasa flotante, misma divisa.

- Swap cupón cero (*zero coupon swap*, fijo o variable-cupón cero): Una de las partes paga una tasa periódicamente, a cambio de recibir un solo flujo (el monto nocional) a vencimiento. Por ejemplo, si pensamos que las tasas van a descender, sabemos que la duración de un cupón cero es superior a un bono y por lo tanto aprovechará el movimiento en mayor medida. El caso inverso es un escenario de alza de tasas, queremos transformar un cupón cero en un bono revisable.

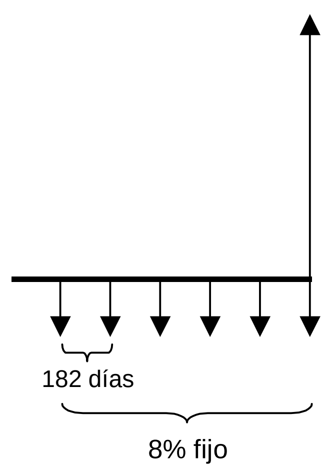


Figura II.14: Swap cupón cero, misma divisa.

- Swaps de divisas (*currency swap*, fijo-fijo): Hasta el momento, se han realizado solamente cambio de intereses (salvo el swap cupón cero). Cuando el swap implica obligaciones en dos divisas, lo más común es que exista intercambio de nocionales. Recordemos los bonos: al principio el inversionista realiza un pago por el instrumento (simplificando el ejemplo, desembolsa el valor nominal). Recibe intereses periódicamente y al final recibe el último cupón y el valor nominal. Para los swaps de divisas es exactamente igual, pero con dos bonos simultáneos: asumiendo que es un swap de pesos por dólares, una parte paga inicialmente el nocional en pesos y recibe el nocional en dólares. Recibe intereses en pesos y paga intereses en dólares. Al final, recibe el nocional en pesos y paga el nocional en dólares. Recordemos en los bonos que si igualamos la tasa de cupón y la tasa de rendimiento, al inicio del cupón, su precio es el valor nominal. Si pago por dicho bono el valor nominal, la operación suma cero (pago valor nominal por un instrumento cuyo precio es el valor nominal). Por lo tanto, si en el swap intercambiamos nocionales al principio y al final, el valor del activo y del pasivo, cada uno por separado, es cero. Para los swaps de tasa de interés en la misma divisa, la suma del activo y del pasivo es cero. Por lo tanto, si el activo y el pasivo son cero, el tipo de cambio inherente entre los nocionales en distinta divisa no tiene que estar obligatoriamente a precios de mercado, puede ser cualquiera. El hecho de que el tipo de cambio no sea de mercado puede acarrear problemas de riesgo crédito si una de las partes incumple en el swap. La decisión de intercambiar nocionales depende de la cobertura que desee realizar el cliente. Por ejemplo, si desea adquirir un bono en dólares y pasarlo a pesos con un swap, elegirá el intercambio al inicio y al final, ya que desea recibir dólares al inicio para comprar el bono y entregar los dólares al final producto del vencimiento. Si el cliente ya tiene el bono en dólares, el cual desea cubrir completamente, pacta un swap con intercambio al final. Si el cliente tiene el bono en dólares y desea cubrir parte del mismo, pacta un swap sin intercambio de nocionales.

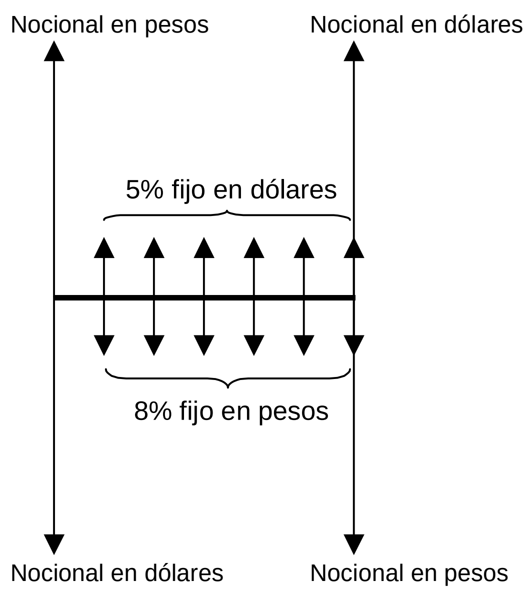


Figura II.15: Swap de divisas, tasa fija por tasa fija.

- Swaps de divisas cruzadas (*cross currency swap*, fijo-variable): Similar a los swaps de divisas, pero se intercambia tasa fija en una divisa a cambio de tasa variable en otra divisa. Por ejemplo: podemos cambiar el perfil de un bono fijo en pesos, para que como resultado tengamos un bono en dólares referenciado a la Libor. Podemos intercambiar TIIE28 por una tasa fija en dólares.

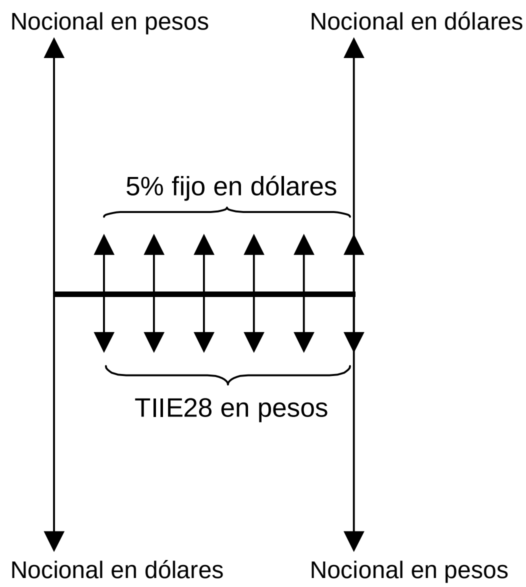


Figura II.16: Swap de divisas, tasa fija por tasa flotante.

- Swaps de divisas, cambio de base (*cross currency basis swap*, variable-variable): Se intercambian flujos en diferentes divisas, ambos en tasa variable.

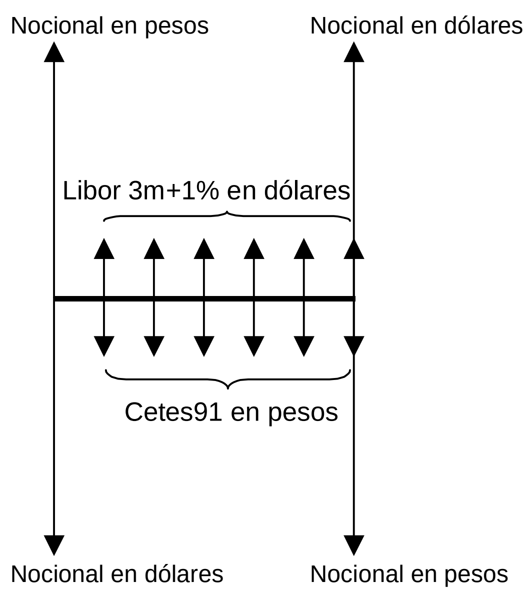


Figura II.17: Swap de divisas y cambio de base, tasa flotante por tasa flotante.

- Swaps de renta variable (*equity swap*, fijo o variable-renta variable): Una de las partes paga el rendimiento en el periodo de un índice o acción. La otra parte paga tasa fija o variable. La fórmula de pago de la renta variable la pactan las dos partes, pero debe estar vinculada al comportamiento de algún indicador. Puede existir intercambio de nocionales, si el swap tiene componentes de distintas divisas. El nacional de la parte de renta variable puede ser ajustable al rendimiento del índice en cuestión.

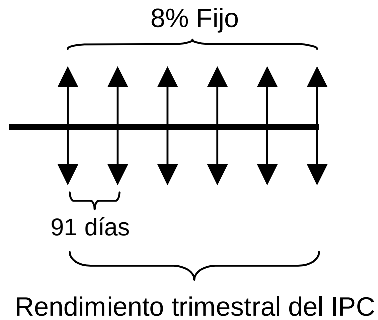


Figura II.18: Swap de renta variable.

- Swaps de volatilidad (*volatility swap*, fijo o variable-volatilidad de subyacente): La volatilidad es la desviación estándar de los precios de un subyacente. Estos swaps son similares a los swaps de renta variable. Los intereses de una de las partes del swap se calcula con respecto al valor de la volatilidad de algún indicador del mercado, comúnmente un índice accionario. Las partes acuerdan la metodología de cálculo del componente de volatilidad. Puede existir intercambio de nocionales, si se involucran flujos en diferentes divisas.

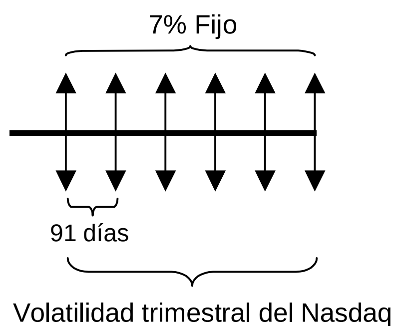


Figura II.19: Swap de volatilidad.

- Swaps amortizables: Son swaps similares a los anteriores, pero el nocional disminuye con el paso del tiempo, por lo que los intereses de cada periodo disminuyen.
- Swaps capitalizables: Similares a los amortizables, pero en este caso aumenta paulatinamente el nocional, elevando el pago de intereses.
- Swaps montaña rusa (*rollercoasters*): Similares a los anteriores, pero el nocional sube y baja con el paso del tiempo. Puede simular estacionalidades.
- Swaps diferidos (*forward start swap*): Cualquiera de los swaps anteriores, pero que comience a devengar intereses en el futuro. Por ejemplo, una constructora puede requerir periódicamente dólares en el futuro, pero desea pactar los niveles de tipo de cambio y tasa.
- Swap-opciones (*Swaptions*): Son instrumentos complejos, en los cuales una contraparte tiene la opción de entrar, si así lo decide, en un swap.

Sección 2.05: Opciones.

Las opciones son contratos entre dos partes, una de ellas puede elegir comprar o vender un activo subyacente en cierta fecha a un precio pactado. Por tener la posibilidad de elegir, paga una prima a la otra parte. El comprador de la opción es la parte que puede elegir comprar o vender el subyacente a cambio de pagar una prima; el vendedor otorga la posibilidad al comprador y por ello recibe una prima. Si el comprador de la opción decide ejercer su derecho, el vendedor está obligado a comprar o vender el subyacente. Es importante ubicar el desarrollo del modelo Black & Scholes en su momento histórico, éste se muestra en los anexos B y C.

Existen dos tipos de opciones: Opciones de compra (*Calls*) y opciones de venta (*Puts*).

- En los calls, el comprador tiene el derecho de comprar el subyacente a un precio (strike) en un periodo de tiempo. Si al vencimiento de la opción, el precio del subyacente (spot) es superior al precio de ejercicio (strike), ejerce la opción, ya que puede comprar un activo a un precio inferior al prevaleciente en el mercado, el vendedor de la opción está obligado al vender el subyacente. Si el precio spot es inferior al strike, no ejerce la opción, ya que no desea comprar un activo a un precio superior al de mercado. Si el spot y el strike son iguales, no ejerce la opción, ya que hacerlo no implica beneficio alguno.

- En los puts, el comprador de la opción tiene el derecho, no la obligación, de vender el subyacente a un precio (strike). Si al vencimiento de la opción, el precio spot es menor al strike, el comprador ejerce su derecho de vender el subyacente al precio strike, el vendedor de la opción está obligado a comprar el subyacente. Si el spot es superior al strike, el comprador de la opción no la ejerce, ya que no desea vender a un precio inferior al mercado.

Tomando en cuenta del comportamiento de las opciones, el valor de las opciones en la fecha de vencimiento es:

$$Call = Max(S - K, 0)$$
$$Put = Max(K - S, 0)$$

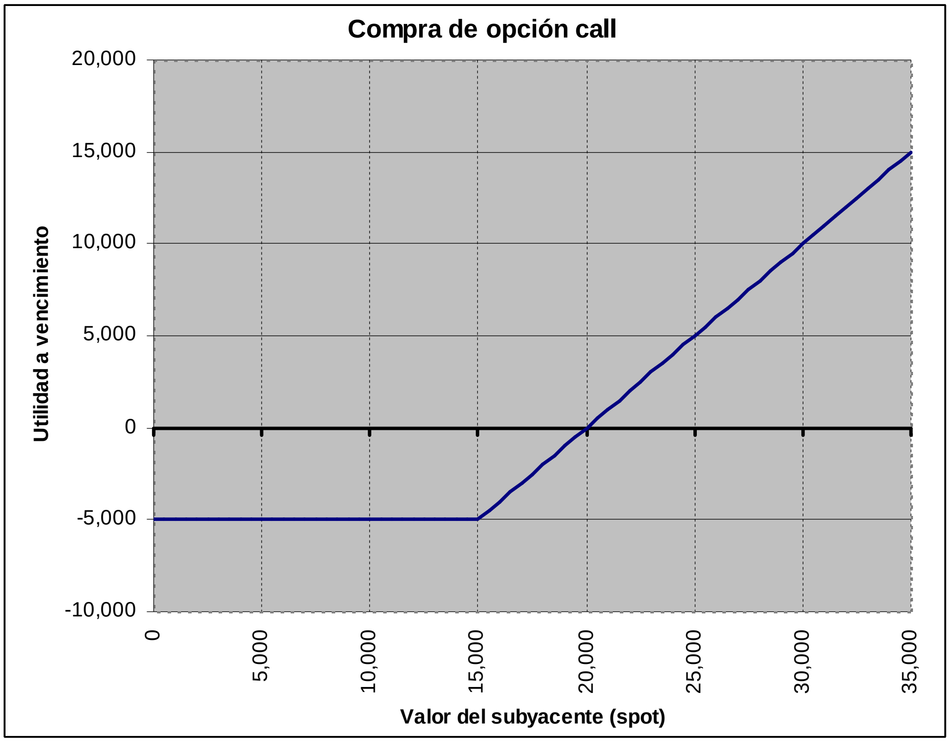
Fórmula II.8: Valor a vencimiento de las opciones.

Donde:

S = Precio de mercado del subyacente (spot).
K = Precio de ejercicio de la opción (strike).
Max = Función que devuelve el máximo valor de los argumentos recibidos.

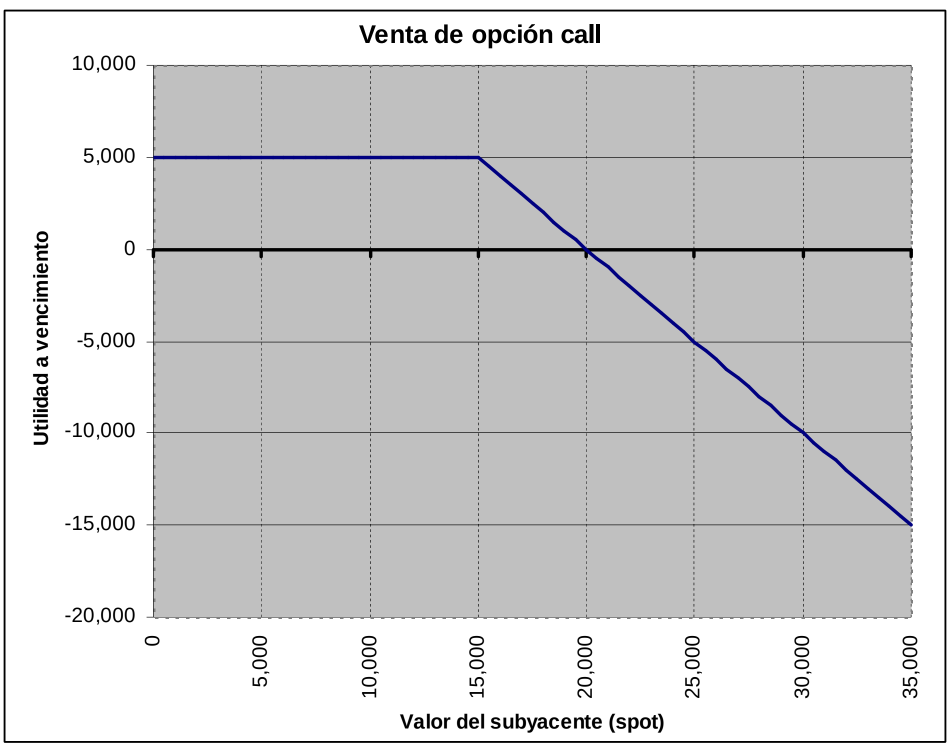
Por lo tanto, el precio de las opciones no puede ser negativo, a diferencia de los forwards y swaps. Derivado de lo anterior, las opciones son derivados no lineales, en contraste con los demás tipos de derivados. Cuando sube o baja el valor del subyacente, el precio del derivado se mueve consecuentemente. En las opciones también es el caso, pero si la opción es muy perdedora, puede seguir moviéndose el subyacente y no presentar variación en el precio, ya que el comprador de la opción no va a ejercerla.

En la siguiente gráfica (II.1) se muestra el comportamiento de una opción call en la fecha de vencimiento, desde el punto de vista del comprador y considerando el pago inicial de la prima. En este ejemplo, la prima pagada es cinco mil, que es la máxima pérdida de esta opción. La utilidad máxima es ilimitada teóricamente, ya que el precio del subyacente no tiene cota superior. Si el precio spot a vencimiento es superior al strike, se ejerce la opción. Si el spot es ligeramente superior al strike, se ejerce la opción, pero en realidad el comprador pierde en la operación. Existe un punto de equilibrio, conocido como *breakeven*, que es el punto donde la opción recupera la prima pagada, pero sin obtener utilidad. En el caso del call, el *breakeven* es la suma del strike y la prima pagada. Si el spot es superior al strike, decimos que la opción está dentro del dinero (*in the money*). Si el spot es inferior al strike, la opción se encuentra fuera del dinero (*out of the money*). Si el spot es igual al strike, está en el dinero (*at the money*).



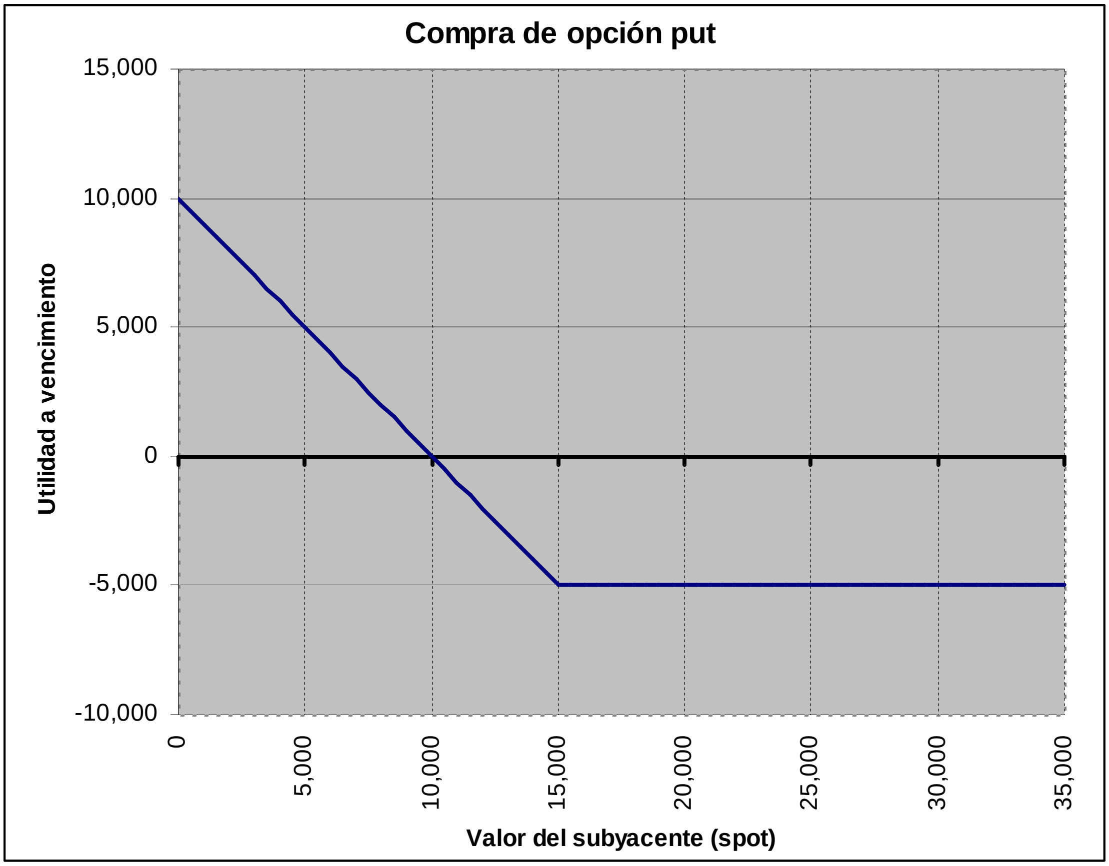
Gráfica II.1: Comportamiento del call largo a vencimiento.

En la siguiente gráfica (II.2) observamos el comportamiento del mismo call, desde el punto de vista del vendedor. Su máxima ganancia es la prima recibida al pactar el contrato. Su máxima pérdida es potencialmente infinita.



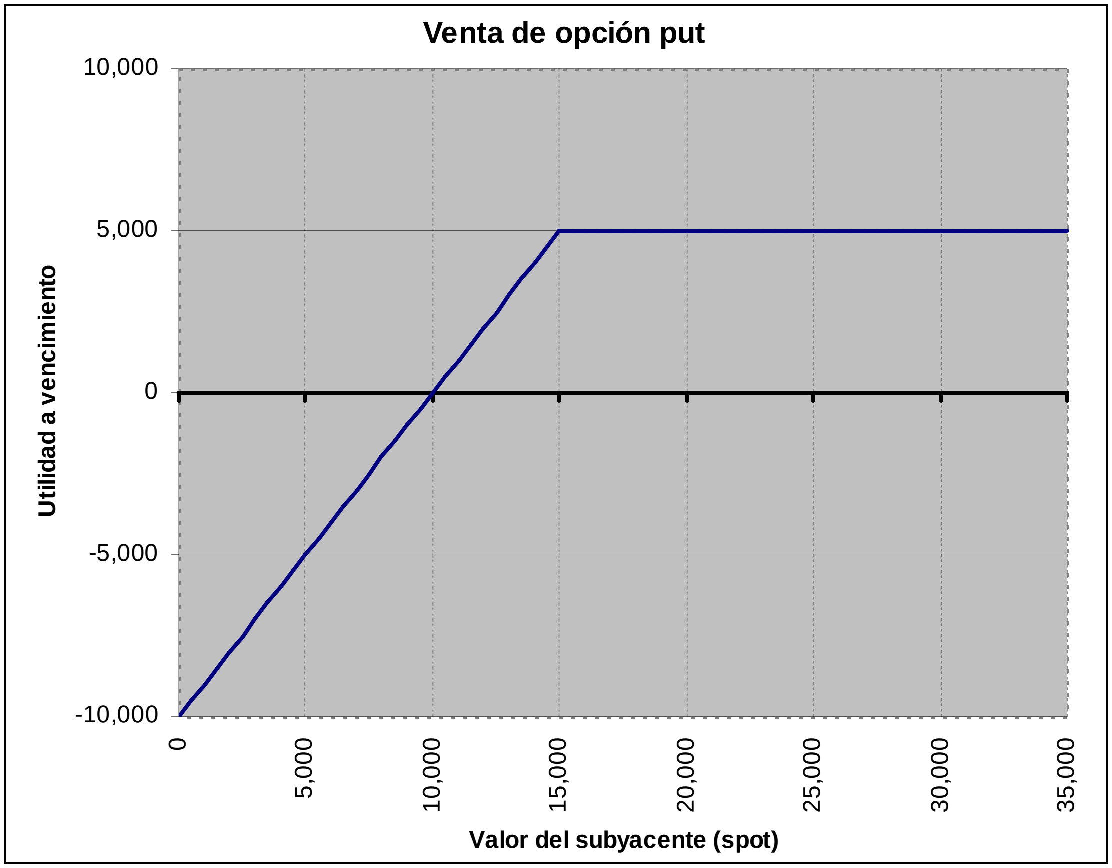
Gráfica II.2: Comportamiento del call corto a vencimiento.

En caso de las opciones put, observamos en la siguiente gráfica (II.3) su comportamiento en la fecha de vencimiento, desde el punto de vista del comprador, considerando la prima pagada. Mantenemos la prima en cinco mil, que es la máxima pérdida de esta opción. La máxima utilidad se encuentra acotada, debido a que el valor del subyacente no puede ser inferior a cero y es igual al strike menos la prima. Si el precio spot a vencimiento es inferior al strike, se ejerce la opción. En este caso, el punto de equilibrio (breakeven) es la resta del strike y la prima pagada. Si el spot es inferior al strike, la opción está dentro del dinero (in the money). Si el spot es superior al strike, se encuentra fuera del dinero (out of the money). Si el spot es igual al strike, está en el dinero (at the money).



Gráfica II.3: Comportamiento del put largo a vencimiento.

El comportamiento del mismo put, desde el punto de vista del vendedor, se encuentra en la siguiente gráfica (II.4). La máxima ganancia es la prima recibida y la máxima pérdida se encuentra acotada.



Gráfica II.4: Comportamiento del put corto a vencimiento.

Dependiendo de las fechas en las cuales se pueden ejercer las opciones, se clasifican en:

- Europeas: Las opciones pueden ejercerse solamente en la fecha de vencimiento.
- Americanas: Pueden ejercerse en cualquier fecha, inclusive en la fecha de vencimiento.

Es importante señalar que todos estos tipos de opciones se pactan en todo el mundo, no están restringidas al nombre del tipo de la opción.

Existen diversos procedimientos para valuar opciones, los más utilizados son el método binomial y el conocido como Black & Scholes. La historia del modelo se muestra en el *Anexo B* y en el *Anexo C*, mientras que su demostración se encuentra en el *Anexo D*. Se adjunta a este trabajo un programa diseñado para valuar opciones y determinar sus sensibilidades, el cual incluye los dos métodos mencionados anteriormente.

El método Black & Scholes se utiliza para valuar opciones europeas. Es una fórmula cerrada, a diferencia del método binomial, el cual es iterativo. El método binomial puede valuar opciones americanas y europeas, ya que evalúa si es óptimo ejercer opciones anticipadamente.

Las fórmulas del modelo Black & Scholes, considerando el efecto de los dividendos, son las siguientes[6]:

$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0 e^{-qT}}{K}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0 e^{-qT}}{K}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Fórmula II.9: Valuación de opciones europeas, modelo Black & Scholes.

c = Precio de call europeo.
p = Precio de put europeo.
S_0 = Precio inicial del subyacente.
K = Precio strike de la opción.
T = Tiempo restante de la opción, medido en años.
σ = Volatilidad anualizada del subyacente.
r = Tasa cupón cero de la divisa del subyacente. Para divisas, es la tasa local al plazo de la opción.
q = Para renta variable, es la tasa de dividendos. Para divisas, es la tasa foránea al plazo de la opción.
N(x) = Función que devuelve la distribución de probabilidad normal acumulativa estándar.

Interpretando la fórmula del call, $N(d_2)$ es la probabilidad de ejercicio de la opción. Cuando se ejerce, se paga el strike y se recibe el spot. Por lo tanto, $KN(d_2)$ es el monto que se va a pagar, multiplicado por la probabilidad de que se pague. Si la opción es muy ganadora, el producto sería K; si es muy perdedora, el producto sería cero. La expresión $Ke^{-rT}N(d_2)$ es el valor presente de la liquidación que realizaremos en el futuro. $SN(d_1)$ es el valor esperado del subyacente si el spot es superior del strike a vencimiento, toma el valor de cero en el caso contrario. $Se^{-qT}N(d_1)$ es el valor esperado, descontando los dividendos que genere el subyacente en el periodo. Por lo tanto, la fórmula es el valor presente del estimado de lo que vamos a recibir menos el estimado de lo que vamos a pagar.

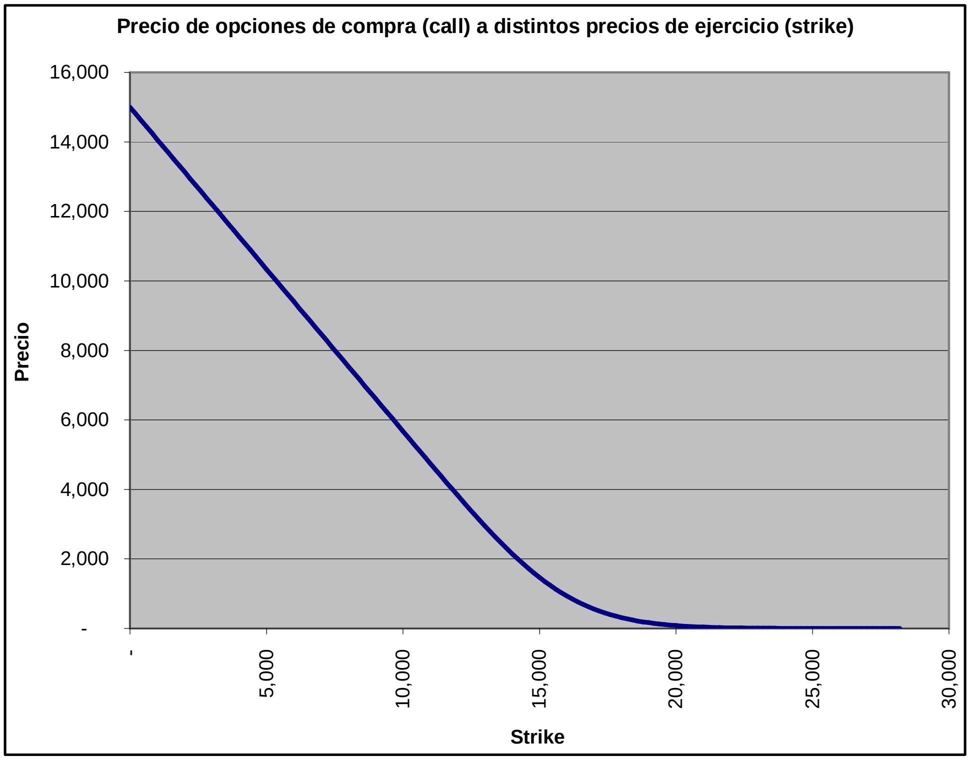
[6] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 246, 253.

A continuación analizaremos los factores que afectan el precio de las opciones:

- Precio spot del subyacente: De las cuatro gráficas anteriores concluimos que las opciones call incrementan su valor cuando sube el spot del subyacente y disminuyen su valor cuando baja el valor del subyacente. Las opciones put se comportan de forma inversa a los calls.
- Strike: A menor strike en un call, mayor es el precio y viceversa. Se debe a que si deseo tener la opción de comprar más barato, debo pagar una prima mayor. Las opciones put se comportan de forma inversa a los calls.
- Tiempo restante de la opción: En general, las opciones pierden valor cuando transcurre el tiempo. Por ejemplo, dos opciones idénticas, con dos días y un año al vencimiento respectivamente. ¿Cuál opción tiene mayor probabilidad de aumentar sustancialmente su valor debido a cambios en el subyacente? La opción que le resta un año. El precio de las opciones tiene dos componentes: valor intrínseco y extrínseco. El intrínseco es la fórmula a vencimiento de la opción y el extrínseco es el valor adicional que tiene la opción debido al tiempo que le resta por vencer. Conforme transcurre el tiempo, la opción pierde paulatinamente su valor extrínseco, hasta llegar a su vencimiento, donde el extrínseco es cero. Por ello, las opciones suelen venderse antes de su vencimiento, para recuperar dicho valor extrínseco al momento de la venta. Las opciones no suelen ejercerse antes de su vencimiento, ya que de hacerlo obtenemos el valor intrínseco y perdemos el extrínseco. Existe un caso particular, cuando un put se encuentra dentro del dinero. Los puts tienen limitada su utilidad, debido a que el subyacente no puede ser inferior a cero. Por lo tanto, si una opción ya es ganadora, podemos perder más de lo que podemos ganar. Si mantenemos fijo el spot al paso del tiempo, se confirma que la opción es ganadora e incrementa su valor. Por ello, vendemos o ejercemos la opción antes de su vencimiento, ya que la opción ha ganado lo que esperábamos obtener y existe mayor probabilidad de que pierda valor. De no vender o ejercer, corremos el riesgo de perder la ganancia si se incrementa el precio spot del subyacente. Estos hechos tienen la mayor relevancia, ya que concluimos que la valuación de las opciones call americanas y europeas es la misma, ya que no es óptimo ejercerlas. En el caso de los puts, sí es diferente su valuación, ya que puede ser óptimo ejercerlos. En la práctica, valuamos las opciones americanas con el método binomial, el cual evalúa si es óptimo ejercer la opción en algún momento; utilizamos Black & Scholes para las europeas.
- Volatilidad: Si decimos que en el mercado de bonos pactamos tasas, en el mercado de opciones pactamos volatilidades. La volatilidad mide la variación del precio de un subyacente. Es la desviación estándar de los rendimientos diarios del subyacente. Los rendimientos se obtienen con la fórmula continua (logaritmo natural del cociente del precio final entre el precio inicial). En el mercado consideramos 252 días hábiles al año, para anualizar la volatilidad debemos multiplicarla por la raíz cuadrada de 252. Cuando la volatilidad del subyacente se incrementa, crece el precio de las opciones. Por ejemplo, ¿sobre cuál subyacente tiene una opción más probabilidades de obtener mayores ganancias, uno con poca variación en su precio o uno más volátil? Si tiene poco movimiento, la probabilidad de que tenga una gran variación y que la opción entre fuertemente en el dinero es baja. Si es un subyacente muy volátil, la posibilidad de grandes movimientos y utilidades es mucho mayor. Por lo tanto, comprar la opción volátil es más caro. Si se incrementa la volatilidad del subyacente de una opción que tenemos en posición, se incrementa su precio.
- Tasa de interés: Existen dos efectos opuestos que influyen en el precio de las opciones. Al incrementarse las tasas, sube el precio de los subyacentes a futuro, pero disminuye el valor presente del flujo esperado de las opciones. El resultado total ante alzas en las tasas es incremento en el precio de los calls y disminución en los puts.
- Tasa de dividendos: Cuando se presenta un dividendo, disminuye el precio de las acciones que lo generaron. Por lo tanto, el precio de los calls disminuye y el precio de los puts aumenta.

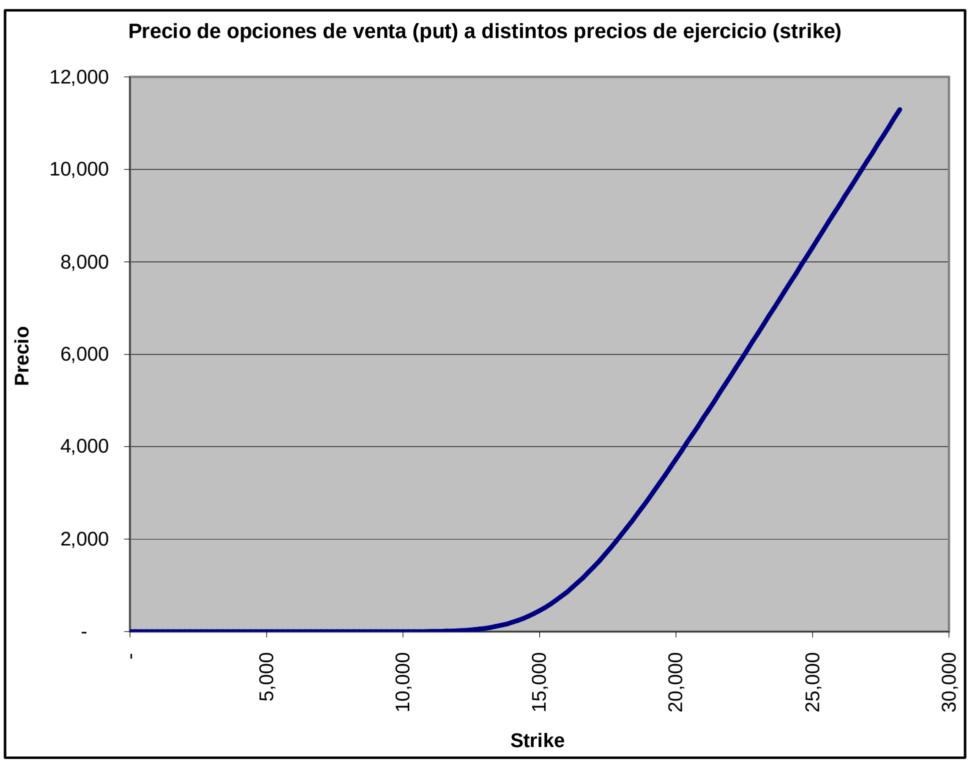
En las siguientes gráficas observamos el movimiento de precios de opciones ante variaciones en sus parámetros de valuación.

- Gráfica II.5: Precio de calls, para distintos precios de ejercicio. En el caso de calls, a mayor strike, menor precio de la opción. Nos conviene tener la opción de comprar barato, no ejerceríamos la opción de comprar caro. A vencimiento, sería una recta a 45 grados y otra recta horizontal.
- Gráfica II.6: Precio de puts, para distintos precios de ejercicio. Similar a la Gráfica II.5, pero en el caso de venta. A mayor strike, mayor precio de la opción. Preferimos tener la opción de vender caro a tener la opción de vender barato.
- Gráfica II.7: Precio de calls, a distintos tiempos al vencimiento. Para calls europeos, los cuales solamente se pueden ejercer a vencimiento, mientras mayor sea el tiempo para el vencimiento, mayor será el precio de la opción. Existe mayor probabilidad de que el valor del subyacente varíe favorablemente mientras mayor tiempo le quede a la opción. Observamos que en tiempo cero, su valor es 200, que es la diferencia entre el spot y el strike. El comportamiento de esta gráfica no es lineal.
- Gráfica II.8: Precio de puts fuera del dinero, a distintos tiempos al vencimiento. Esta opción tiene valor mientras tenga tiempo por vencer. Cuando le queda poco tiempo, su valor disminuye rápidamente hasta llegar a cero.
- Gráfica II.9: Precio de puts dentro del dinero, a distintos tiempos al vencimiento. Cuando la opción tiene mayor tiempo al vencimiento, empieza a ganar valor mientras pase el tiempo. La explicación es algo compleja: Cuando se evalúan las opciones antes de su vencimiento, se compara el precio futuro del índice contra el strike, en lugar de directamente el spot contra el strike. Por lo tanto, a mayor plazo, mayor precio futuro del índice y viceversa. A mayor precio futuro del índice, menor precio del put y viceversa. Por otro lado, existe el valor tiempo, que es la probabilidad de beneficiarnos por movimientos en el precio del subyacente. A mayor tiempo por vencer, dicha probabilidad es mayor y viceversa. Cuando nos acercamos al vencimiento, la posibilidad de movimientos favorables disminuye y la opción pierde valor. Al vencimiento, el precio de la opción es su valor implícito de 500 (15,000 menos 14,500).
- Gráfica II.10: Precio de puts muy dentro del dinero, a distintos tiempos al vencimiento. El efecto es similar a la Gráfica II.9. La opción no pierde valor al acercarnos al vencimiento. Cuando falta mucho tiempo, existe la posibilidad de movimientos adversos en el subyacente. Mientras pasa el tiempo y no se mueva el subyacente, se confirma que la opción terminará en el dinero.
- Gráficas II.11 y II.12: Precio de calls y puts, a distinta volatilidad. Para cualquier opción, call o put, a mayor volatilidad, mayor precio y viceversa. Mayor volatilidad implica mayor probabilidad de movimientos benéficos para las opciones y por lo tanto, mayor precio.
- Gráficas II.13 y II.14: Precio de calls y puts, a distinta tasa de interés. Este efecto es de menor magnitud que los anteriormente presentados. El comportamiento difiere del tipo de subyacente, por lo cual no podemos generalizar. Para el caso de calls sobre índices, a mayor tasa de interés, mayor precio. La explicación es similar a la correspondiente a la Gráfica II.9. A mayor tasa, mayor precio futuro del subyacente, lo cual implica mayor precio del call. Para los puts, como a mayor tasa, mayor precio futuro del subyacente, implica alza en el subyacente y los puts pierden valor.
- Gráfica II.15 y II.16: Precio de calls y puts, a distinta tasa de dividendos. Al igual que en el caso de las tasas de interés, en los dividendos tampoco podemos generalizar. Para el caso de opciones de índices, la tasa de dividendos se mueve inversamente a la tasa de interés. En el caso de opciones sobre acciones, es muy importante considerar si el dividendo es anterior o posterior al vencimiento de la opción. Puede resultar óptimo ejercer un call sobre acciones con entrega física de dichas acciones para poder recibir el dividendo. Un incremento en el dividendo estimado, implica una disminución en el precio del subyacente, lo cual beneficia los puts y perjudica los calls.



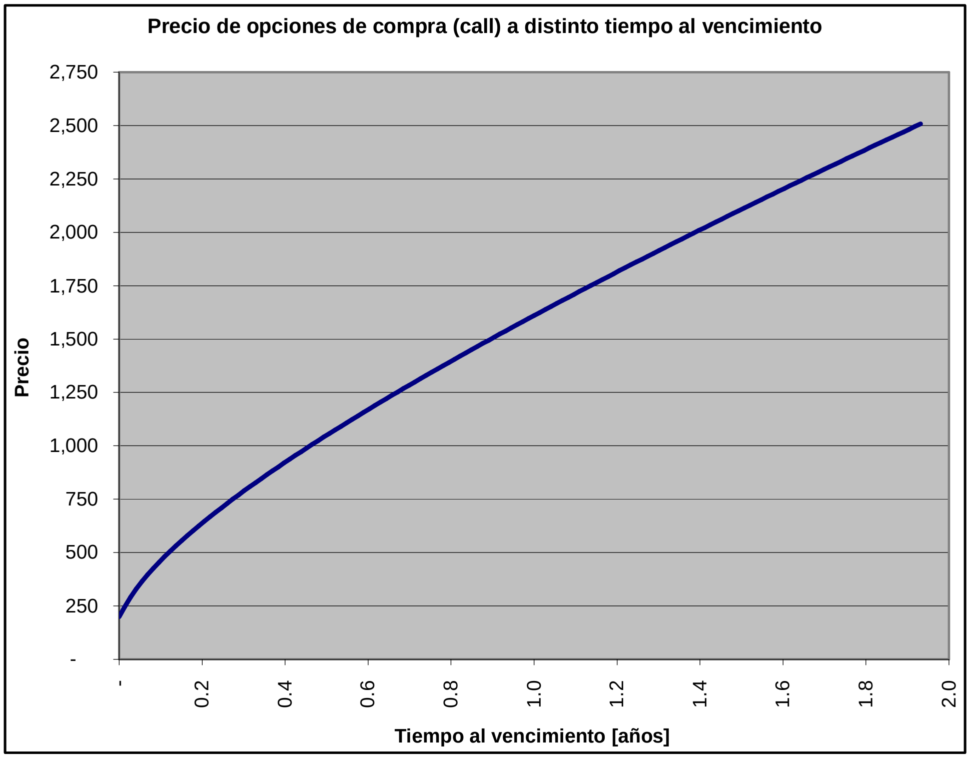
Spot: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año.

Gráfica II.5: Precio de calls, para distintos precios de ejercicio.



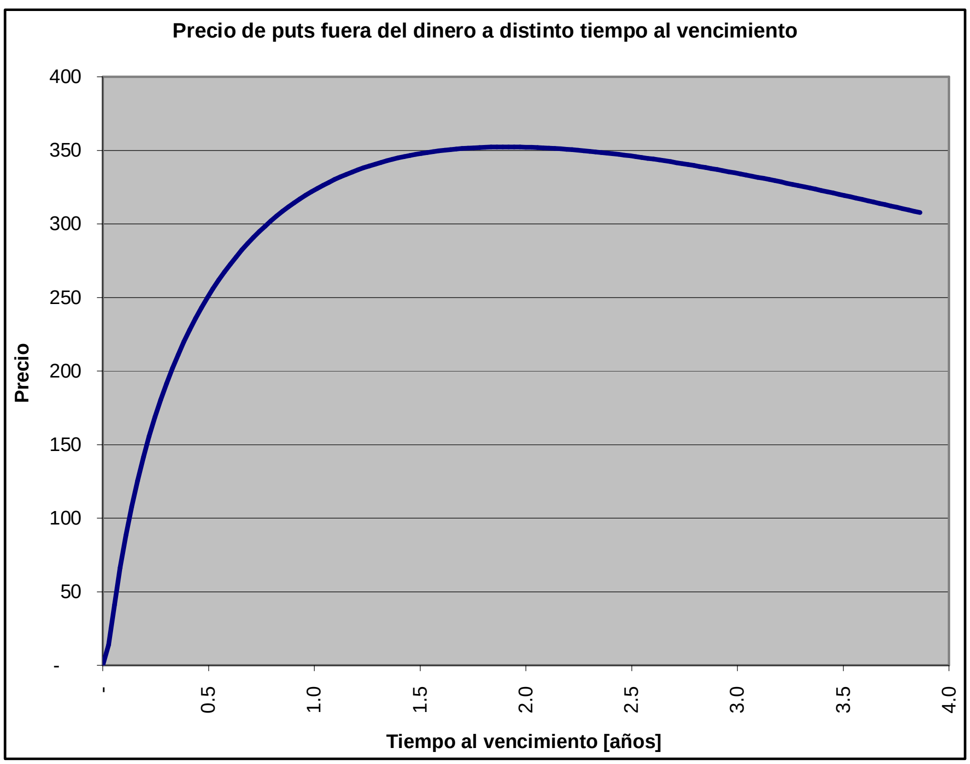
Spot: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año.

Gráfica II.6: Precio de puts, para distintos precios de ejercicio.



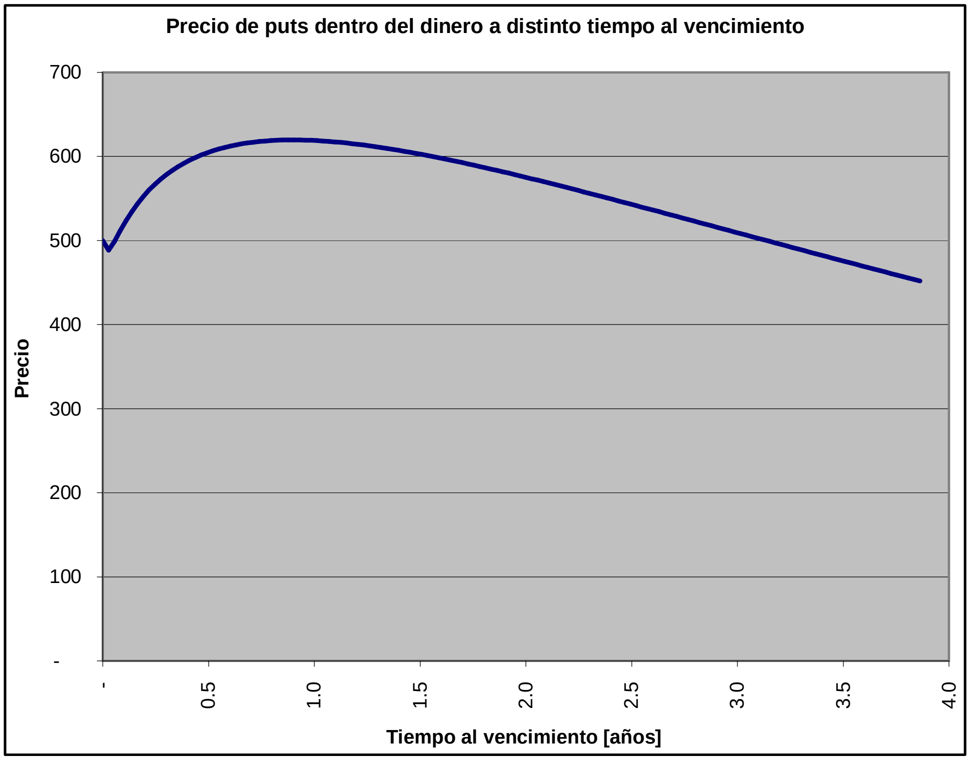
Spot: 15200, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%

Gráfica II.7: Precio de calls, a distintos tiempos al vencimiento.



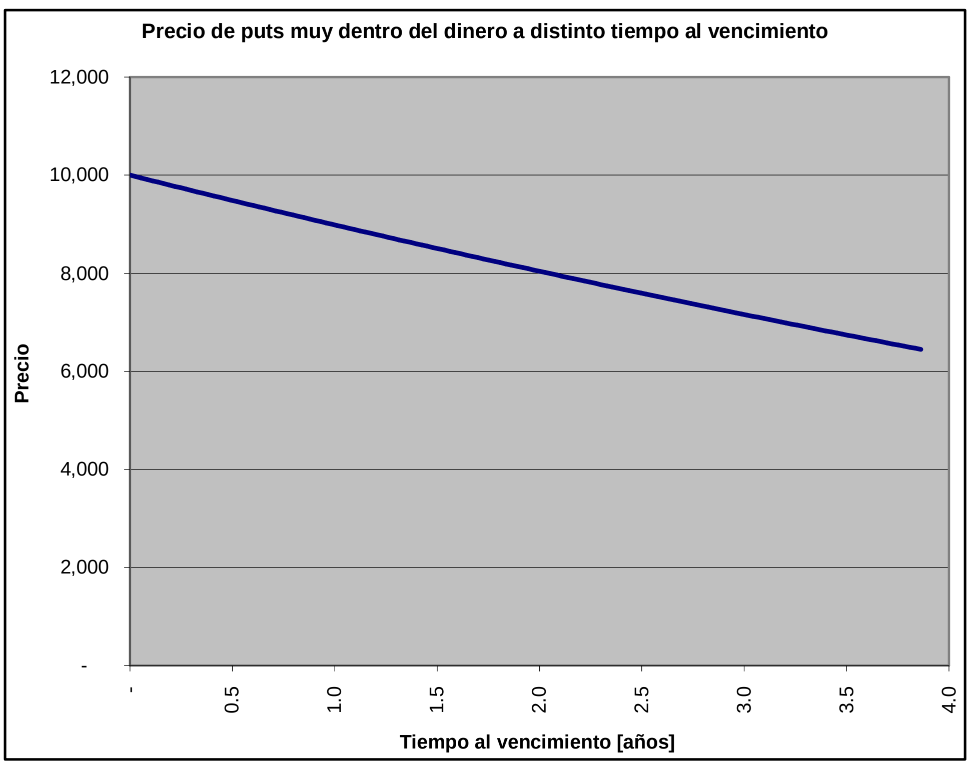
Spot: 15500, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%

Gráfica II.8: Precio de puts fuera del dinero, a distintos tiempos al vencimiento.



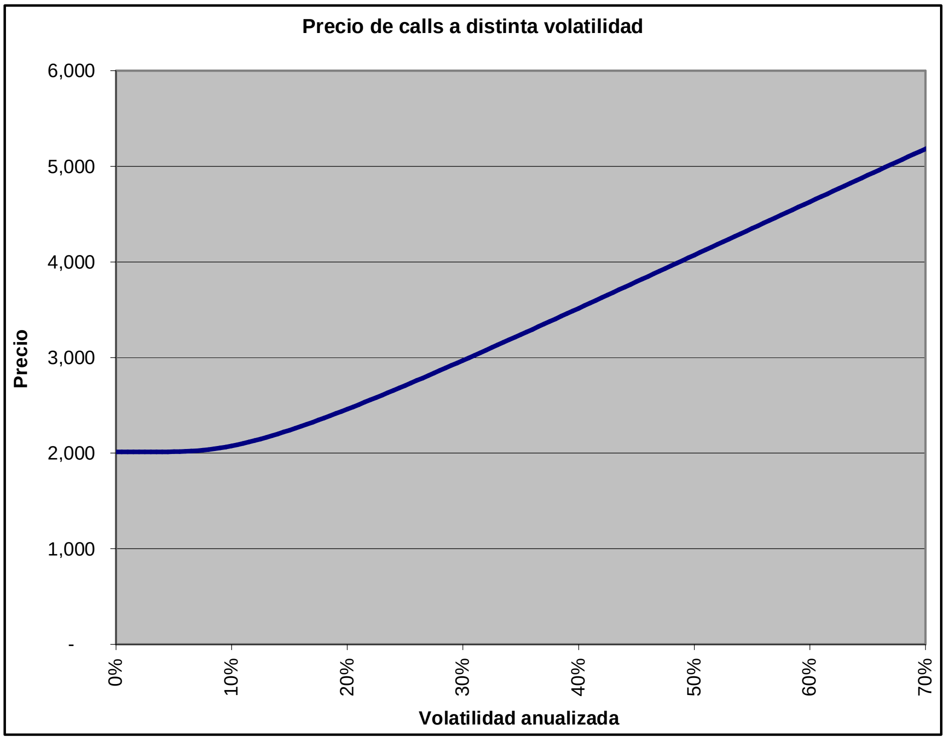
Spot: 14500, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%

Gráfica II.9: Precio de puts dentro del dinero, a distintos tiempos al vencimiento.



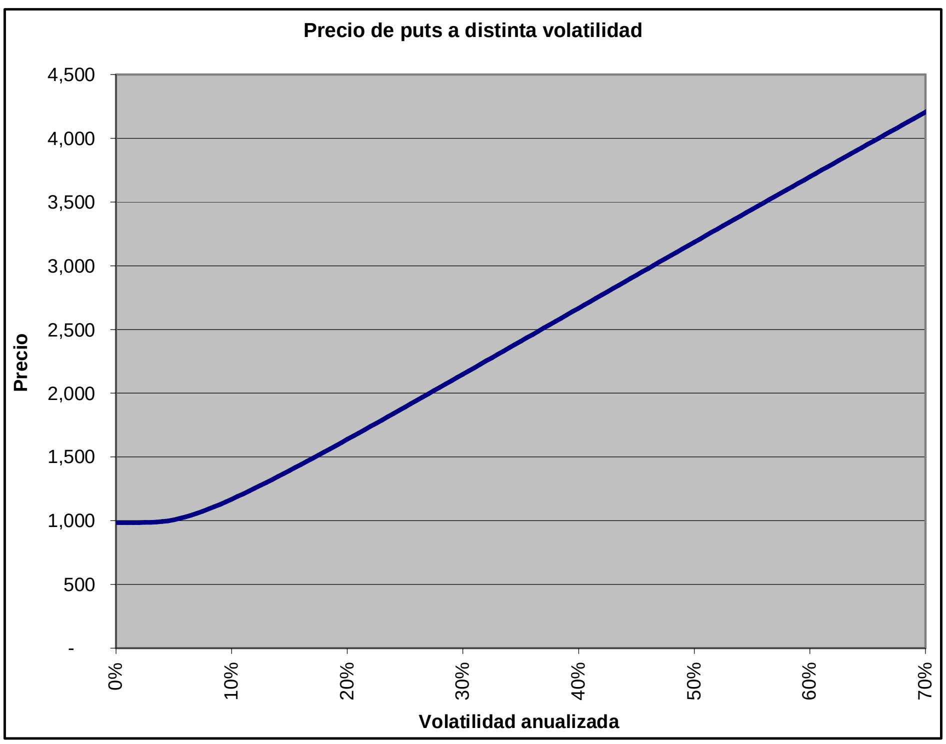
Spot: 5000, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Volatilidad: 15%

Gráfica II.10: Precio de puts muy dentro del dinero, a distintos tiempos al vencimiento.



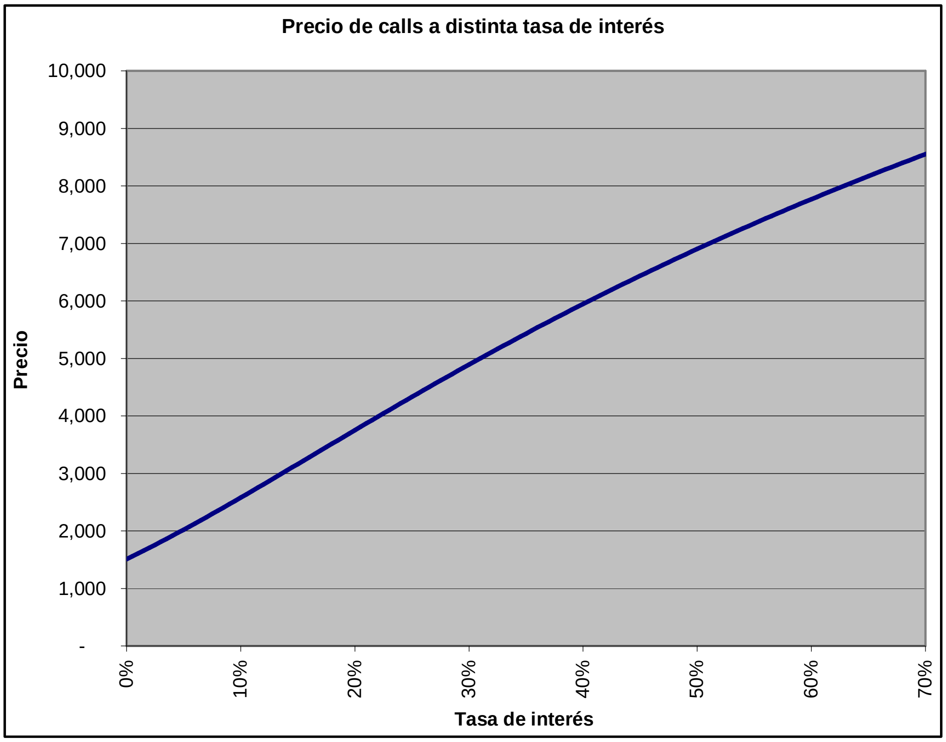
Spot: 16000, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.11: Precio de calls, a distinta volatilidad.



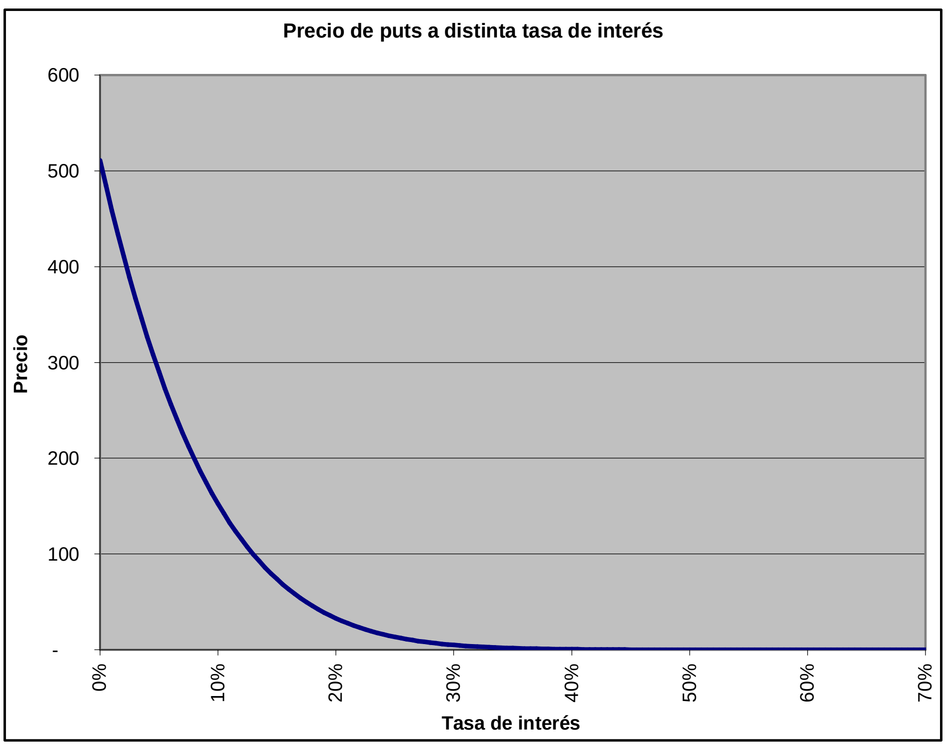
Spot: 13000, Strike: 15000, Dividendos: 0%, tasa de interés: 7%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.12: Precio de puts, a distinta volatilidad.



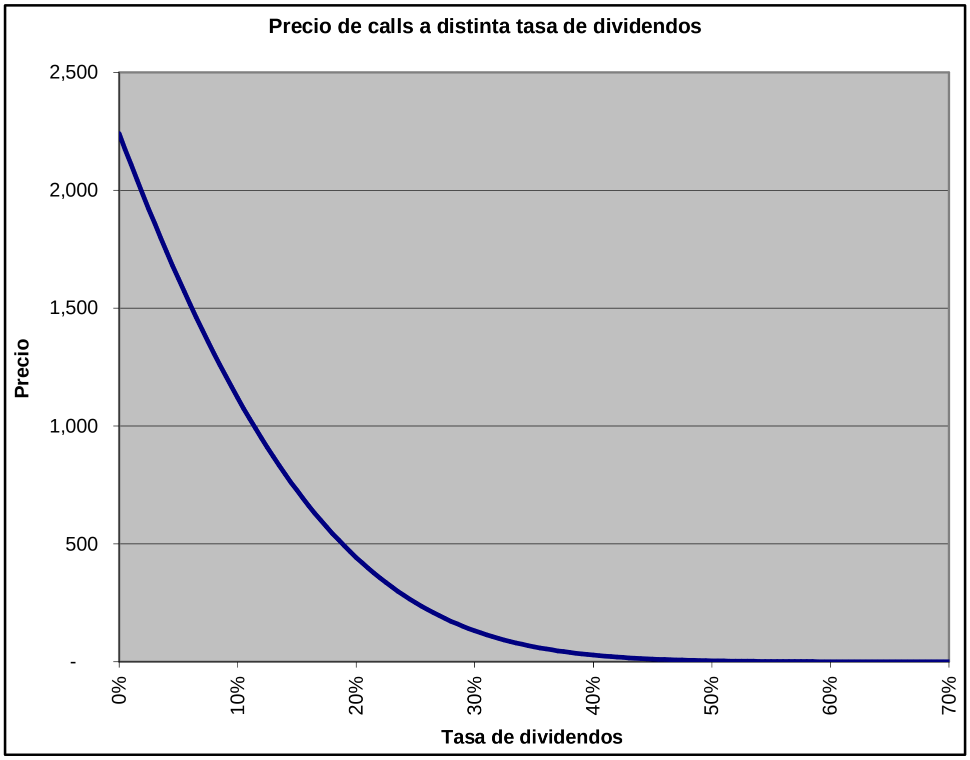
Spot: 16000, Strike: 15000, Dividendos: 0%, volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.13: Precio de calls, a distinta tasa de interés.



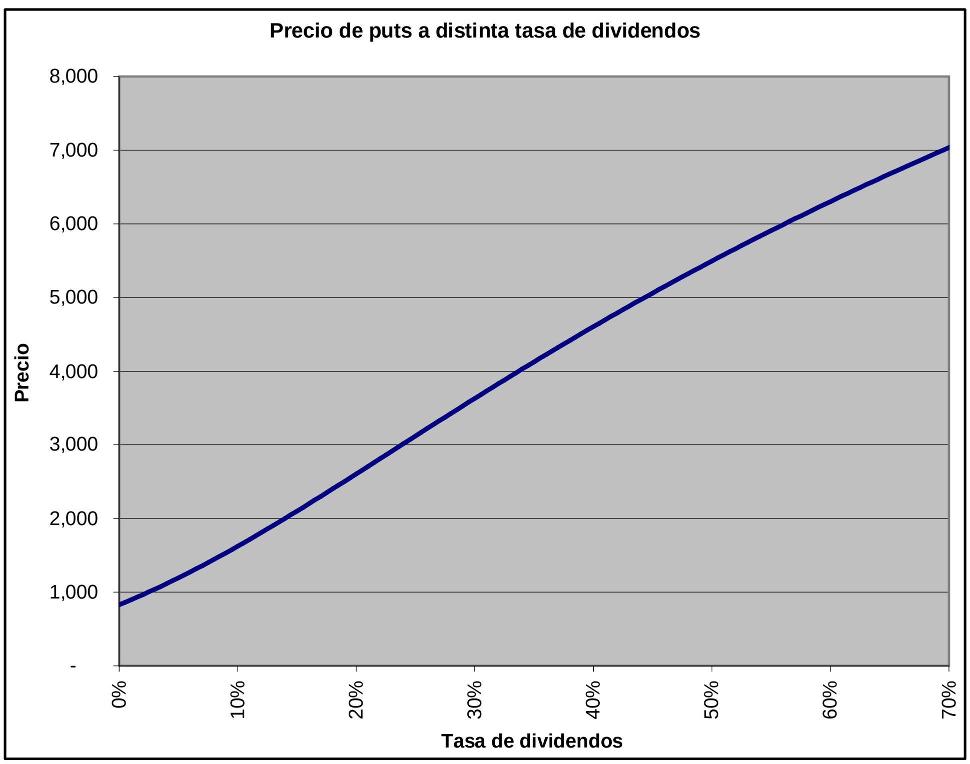
Spot: 14000, Strike: 15000, Dividendos: 0%, volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.14: Precio de puts, a distinta tasa de interés.



Spot: 16000, Strike: 15000, Tasa de interés: 7%, volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.15: Precio de calls, a distinta tasa de dividendos.



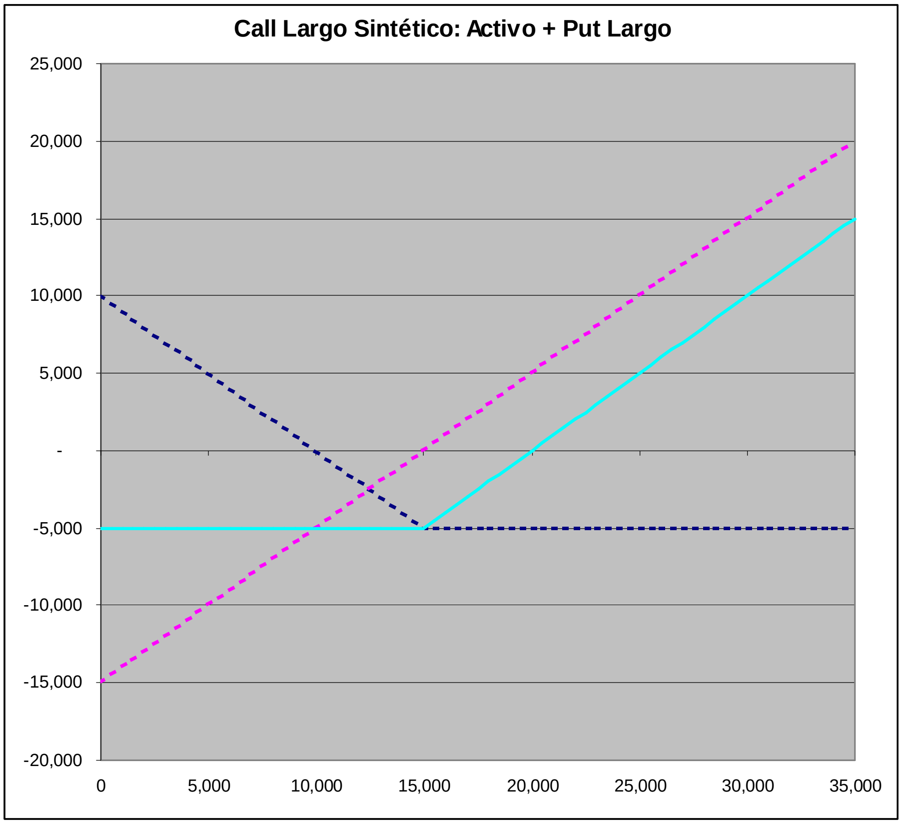
Spot: 14000, Strike: 15000, Tasa de interés: 7%, volatilidad: 15%, Tiempo: 1 año

Gráfica II.16: Precio de puts, a distinta tasa de dividendos.

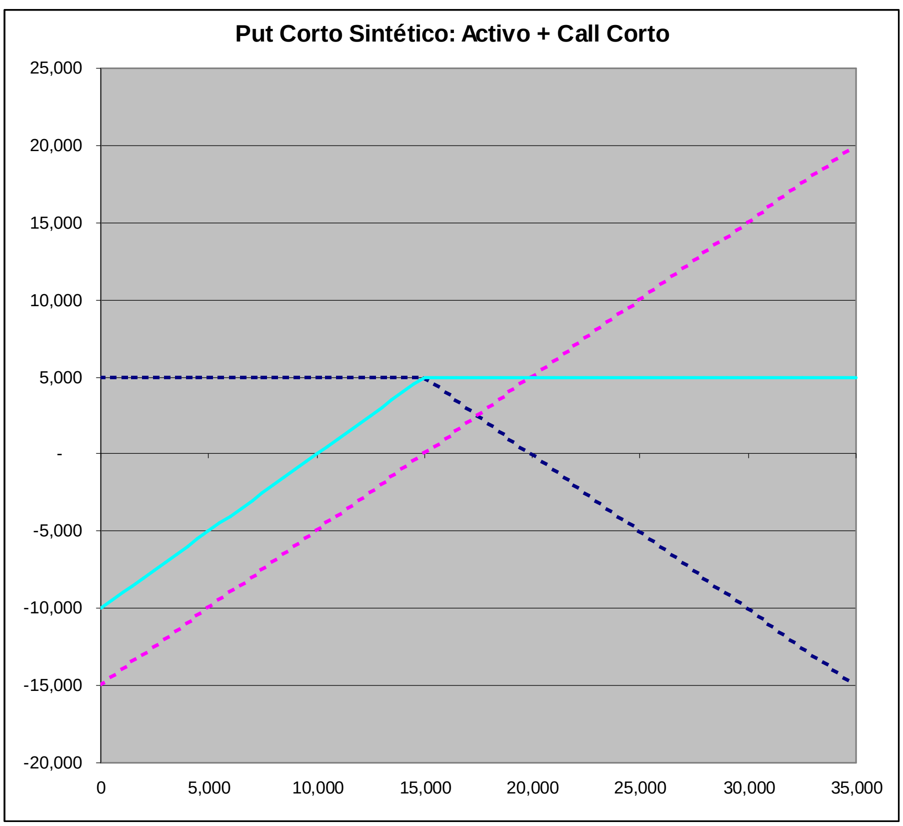
Los operadores de opciones analizan el comportamiento de estos instrumentos mediante sus sensibilidades, conocidas como *Griegas*. Las Griegas son parámetros que miden el riesgo de las opciones ante cambios en alguno de sus parámetros. Se les conoce como Griegas debido a que se asocian estas sensibilidades a letras del alfabeto griego, a continuación se describen:

- Delta (Δ): Mide el cambio en el precio de la opción ante cambios en el valor del subyacente. Es la sensibilidad más importante de las opciones. Cuando un call se encuentra fuertemente dentro del dinero, la probabilidad de ejercicio es 100%, por lo cual si se incrementa el precio del subyacente en una unidad, el precio de la opción se incrementa también en una unidad y entonces la delta vale uno. Si la opción está muy alejada del dinero, la probabilidad de ejercicio es 0%, por lo cual el precio de la opción no se afecta ante cambios en el subyacente, hasta que comienza a acercarse al strike. Por ello, la delta es cero cuando la opción es muy perdedora. Conforme el spot crece, la delta se empieza a incrementar hasta llegar a uno. Por lo tanto, la delta para los calls tiene un rango [0,1]. En el caso de los puts, el argumento es similar: si un put es muy ganador, cuando el spot disminuye una unidad, el precio del put aumenta una unidad y la delta es –1. Si el put está muy fuera del dinero, su precio no cambia ante variaciones en el spot y entonces la delta es cero. Por lo tanto, el rango de la delta para los puts es [-1,0]. Una interpretación muy interesante de la delta es la siguiente: Es el porcentaje del subyacente que poseemos mediante la opción. Si multiplicamos la delta por el precio del subyacente, por el número de contratos, tenemos el monto equivalente a haber adquirido físicamente el subyacente. Por lo tanto, diez contratos de una opción cuya delta es 0.5 es equivalente a tener físicamente cinco acciones del subyacente.
- Gamma (γ): Es el cambio en la delta ante variaciones en el subyacente. Si el spot se encuentra en algún extremo (muy dentro o muy fuera del dinero), un call tiene deltas constantes de 1 y 0 respectivamente. Por lo tanto, en estos puntos su gamma es cero. Cuando la delta es muy variante, lo cual sucede cuando el spot es muy cercano al strike, tenemos el máximo valor de gamma. Realizando una analogía con el mercado de bonos, la delta equivale a la duración y la gamma es similar a la convexidad. Podemos estimar el valor de las opciones ante cambios en el precio del subyacente, utilizando solamente la delta, o combinando la delta y la gamma. La gamma proporciona el efecto de curvatura.
- Theta (Θ): Mide el cambio en el precio de las opciones ante variaciones en el paso del tiempo. Normalmente, la theta es negativa, ya que cuando transcurre el tiempo, suele disminuir el precio de las opciones. Este efecto lo discutimos anteriormente al revisar el efecto del tiempo en el precio de las opciones.
- Vega (ν): También conocida como Kappa, mide el cambio en el precio de las opciones ante variaciones en la volatilidad. El valor de vega es mayor cuando la opción se encuentra en el dinero.
- Rho (ρ): Esta sensibilidad mide el cambio en el precio de la opción ante variaciones en las tasas. Es positiva en los calls y negativa en los puts.

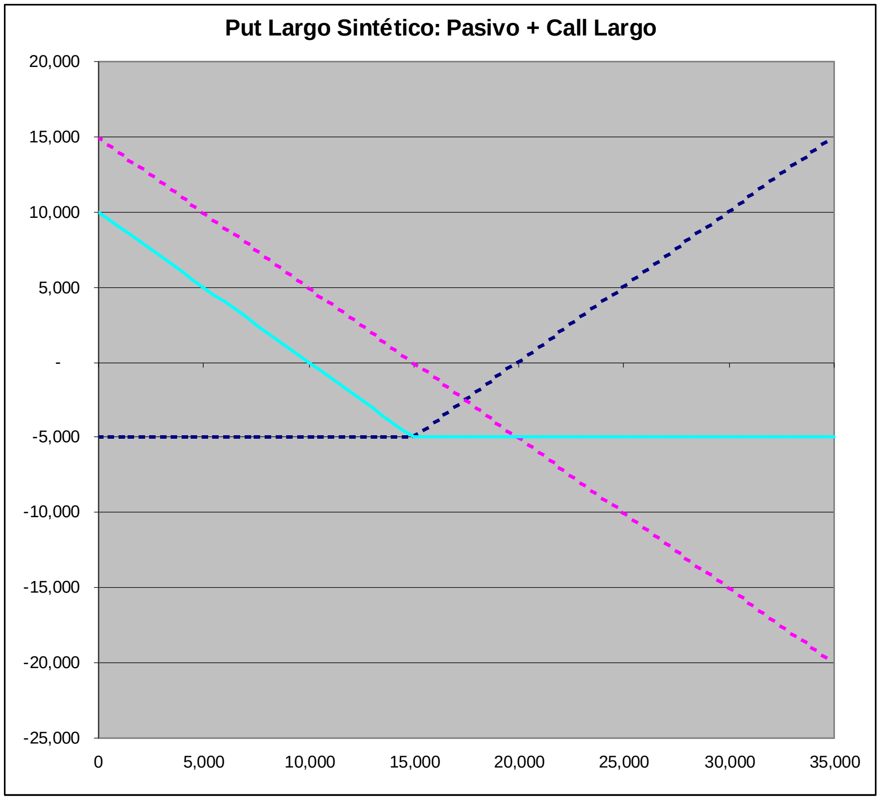
A continuación se muestran distintas combinaciones entre acciones y opciones, el resultado se conoce como opciones sintéticas. De esta forma podemos analizar el resultado de cubrir físicos (acciones, tasas, divisas, etc.) adoptando posiciones de opciones.



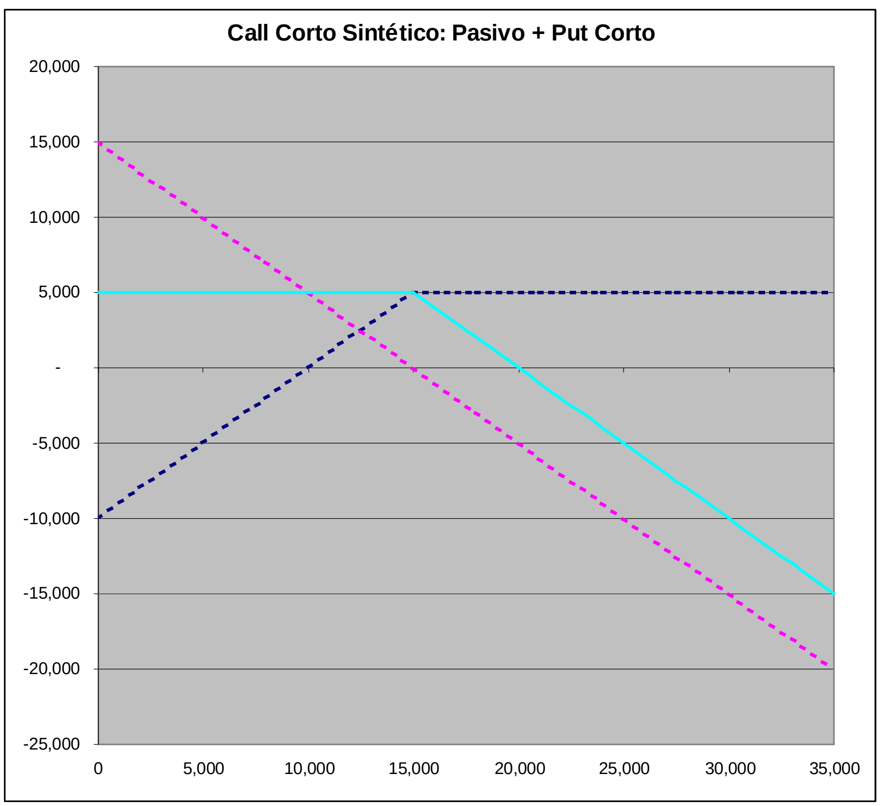
Gráfica II.17: Call largo sintético. Precio del subyacente vs utilidad al vencimiento.



Gráfica II.18: Put corto sintético. Precio del subyacente vs utilidad al vencimiento.



Gráfica II.19: Put largo sintético. Precio del subyacente vs utilidad al vencimiento.



Gráfica II.20: Call corto sintético. Precio del subyacente vs utilidad al vencimiento.

Los operadores de opciones adoptan distintas combinaciones, las cuales están diseñadas para aprovechar movimientos en las variables que afectan su valuación, principalmente el precio del subyacente y su volatilidad. Existen múltiples combinaciones de opciones que dan como resultado la misma estrategia. Cuando la estrategia implique más de una opción, se describen ordenadas de menor a mayor strike. Por ejemplo, en el caso del *bull spread*, el strike de la primera opción (Call largo) es menor con respecto al correspondiente a la segunda opción (Call corto). Si invertimos los strikes, obtenemos un *bear spread*. Es importante notar que las máximas ganancias y pérdidas en muchas ocasiones no son las primas pagadas o recibidas. Este hecho es de suma importancia al realizar notas estructuradas, tema que revisaremos más adelante. Existen estrategias (*butterfly* y *condor*) donde no es obvio si la combinación es larga o corta. La forma de determinarlo es observando el mayor y menor strike de la estrategia. Si las opciones que utilizan dichos precios de ejercicio son largas, la estrategia es larga y viceversa. Las siguientes gráficas muestran el perfil de utilidad/pérdida a vencimiento de las opciones, ante cambios en el valor del subyacente.

- Gráfica II.21: Call largo. Busca alzas en el subyacente y en la volatilidad. Pérdida limitada, ganancia ilimitada. Pierden valor en el transcurso del tiempo. Delta positiva (se beneficia de alzas en el subyacente).

- Gráfica II.22: Put largo. Expectativa de baja en el valor del subyacente. Alzas en la volatilidad son benéficas. Ganancia y pérdida limitadas. Delta negativa (se beneficia de bajas en el subyacente).

- Gráfica II.23: Call corto. Estabilidad o baja del precio del subyacente. Ganancia limitada, pérdida ilimitada. Alza de la volatilidad es perjudicial. Ganan valor en el transcurso del tiempo. Delta negativa.

- Gráfica II.24: Put corto. Estabilidad o alza del subyacente. Ganancia y pérdida limitadas. Alza de la volatilidad es perjudicial. Ganan valor en el transcurso del tiempo. Delta positiva.

- Gráfica II.25: Bull spread. Alza del spot. Más económica que el call largo. Utilidad y pérdida limitadas. Si el spot es menor al strike inferior, el transcurso del tiempo disminuye el valor de la estrategia. Delta positiva.
    - Call largo + Call corto.
    - Put largo + Put corto.

- Gráfica II.26: Bear spread. Baja del spot. Más económico que el put largo. Utilidad y pérdida limitadas. Si el spot es mayor al strike superior, el transcurso del tiempo disminuye el valor de la estrategia. Delta negativa.
    - Call corto + call largo.
    - Put corto + put largo.

- Gráfica II.27: Straddle largo. Alza de la volatilidad. Pérdida limitada, ganancia ilimitada. Estrategia cara, la cual se beneficia de movimientos fuertes del spot en cualquier dirección. El transcurso del tiempo disminuye el valor de la estrategia. Delta positiva si el spot es mayor al strike y viceversa.
    - Call largo + Put largo, ambos al mismo strike.

- Gráfica II.28: Straddle corto. Baja de la volatilidad. Pérdida ilimitada, ganancia limitada. Estrategia muy riesgosa, cobra las primas del call y del put, esperando estabilidad en el subyacente. El transcurso del tiempo aumenta el valor de la estrategia. Delta negativa si el spot es mayor al strike y viceversa.
    - Call corto + Put corto, ambos al mismo strike.

- Gráfica II.29: Strangle largo. Su comportamiento es similar al straddle largo. El strangle es más barato, pero requiere movimientos más grandes con respecto al straddle.
    - Put largo + Call largo.
    - Call largo + Put largo, conocido como *guts*.

- Gráfica II.30: Strangle corto. Su comportamiento es similar al straddle corto. El strangle cobra menos primas, pero es menos riesgoso con respecto al straddle corto.
    - Put corto + Call corto.
    - Call corto + Put corto.

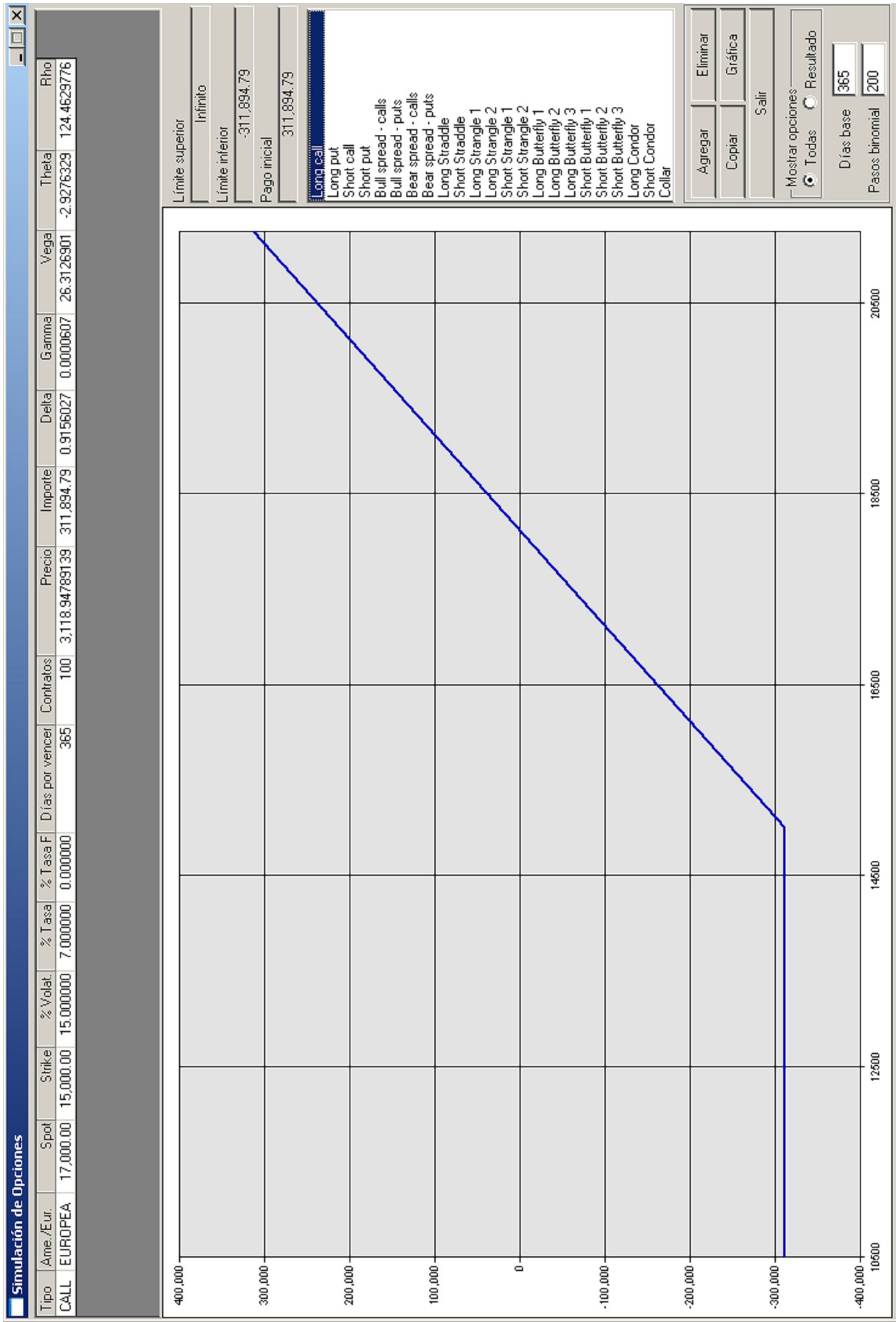
- Gráfica II.31: Butterfly largo. Si el spot se encuentra entre los strikes exteriores, la estrategia busca estabilidad del spot, baja volatilidad. Ganancia y pérdidas limitadas. Delta positiva si el spot es menor al strike inferior. Delta negativa si el spot es mayor al strike superior.
    - Call largo + 2 Calls cortos + Call largo.
    - Put largo + 2 Puts cortos + Put largo.
    - Strangle largo + straddle corto. Los strikes del straddle deben estar entre los strikes del strangle.

- Gráfica II.32: Butterfly corto. Alta volatilidad. Ganancia y pérdidas limitadas. Delta negativa si el spot es mayor al strike y viceversa. Delta positiva si el spot es menor al strike inferior. Delta negativa si el spot es mayor al strike superior.
    - Call corto + 2 Calls largos + Call corto.
    - Put corto + 2 Puts largos + Put corto.
    - Strangle corto + straddle largo. Los strikes del straddle deben estar entre los strikes del strangle.

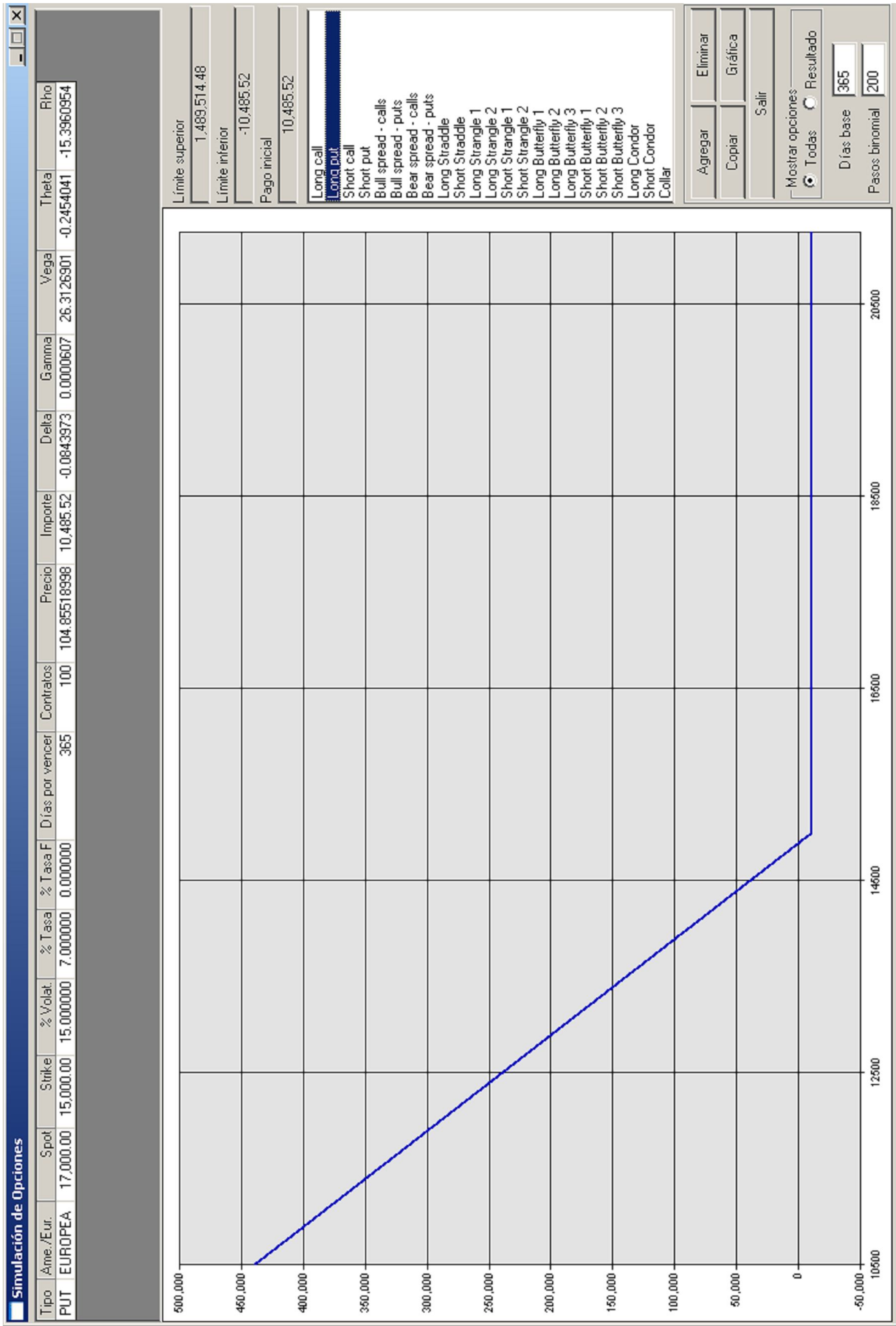
- Gráfica II.33: Condor largo. Similar al butterfly largo, pero más caro. Presenta una mayor región de utilidad al vencimiento.
    - Strangle largo (strikes exteriores) + Strangle corto (strikes interiores).
    - Call largo + Call corto + Call corto + Call largo.
    - Put largo + Put corto + Put corto + Put largo.

- Gráfica II.34: Condor corto. Similar al butterfly corto. Cobra mayor cantidad de primas, pero es más riesgoso.
    - Strangle corto (strikes exteriores) + Strangle largo (strikes interiores).
    - Call corto + Call largo + Call largo + Call corto.
    - Put corto + Put largo + Put largo + Put corto.

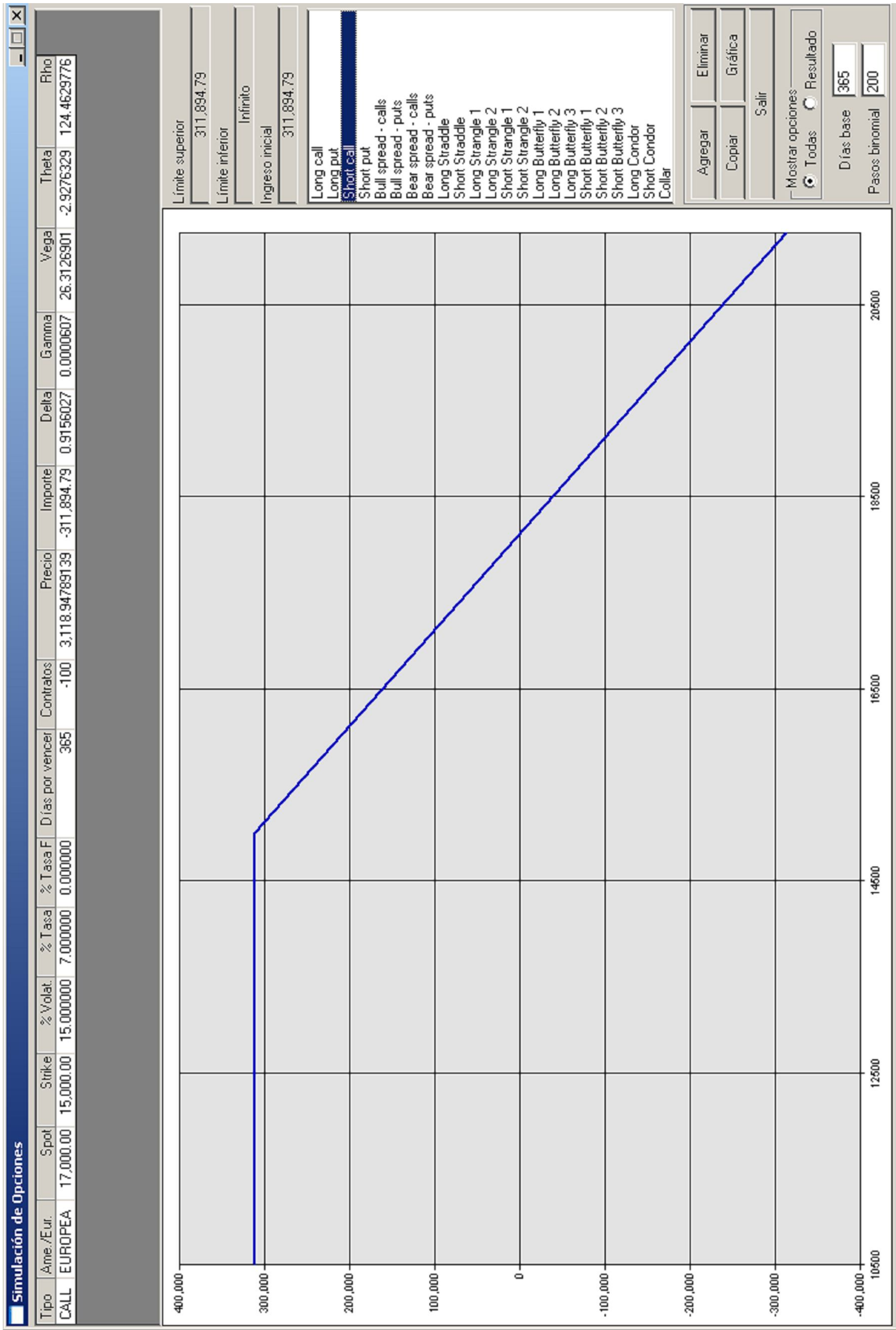
- Gráfica II.35: Collar. Alza del spot. Es posible encontrar los strikes para que el costo sea cero. Delta positiva.
    - Put corto + Call largo.



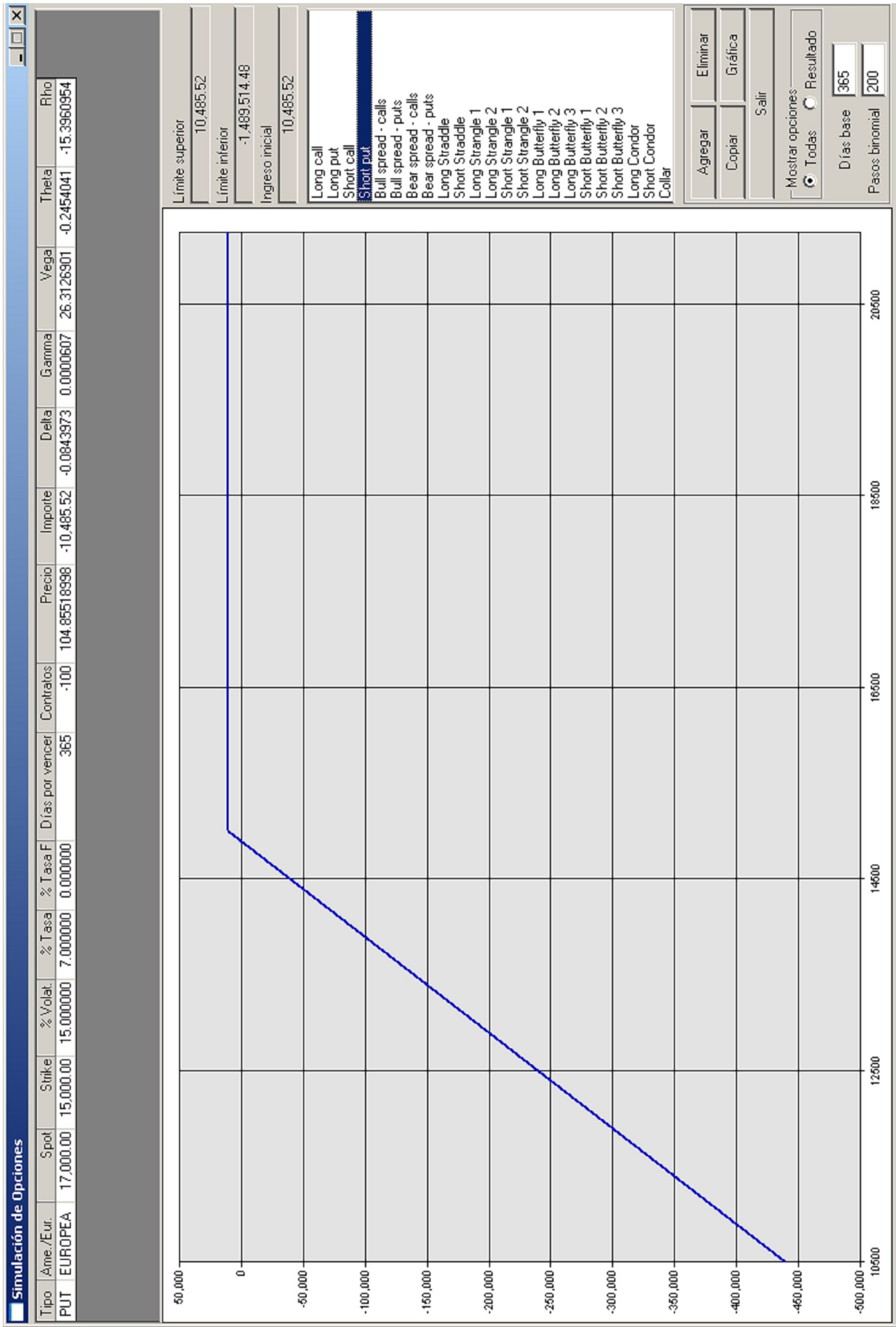
Gráfica II.21: Call largo.



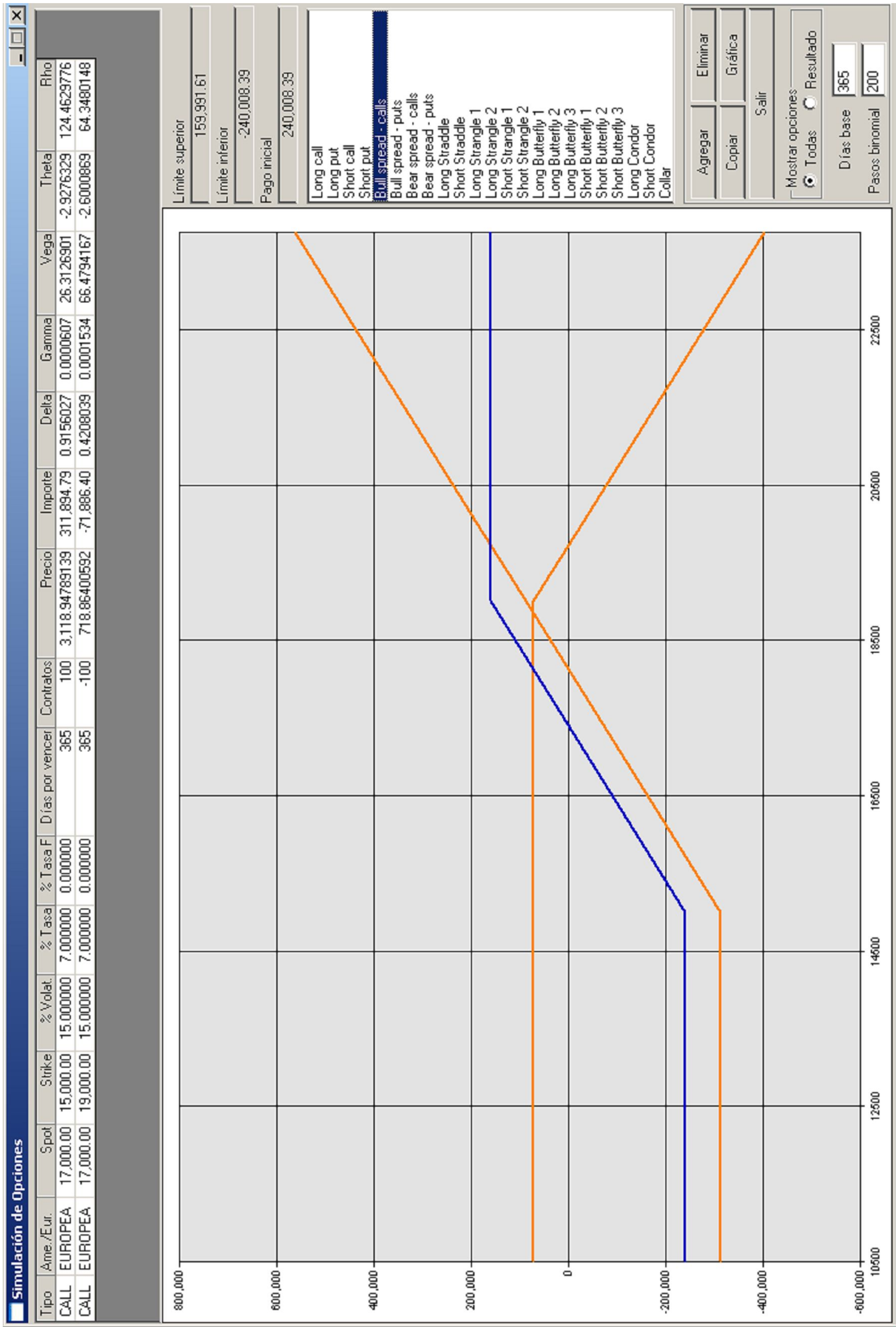
Gráfica II.22: Put largo.



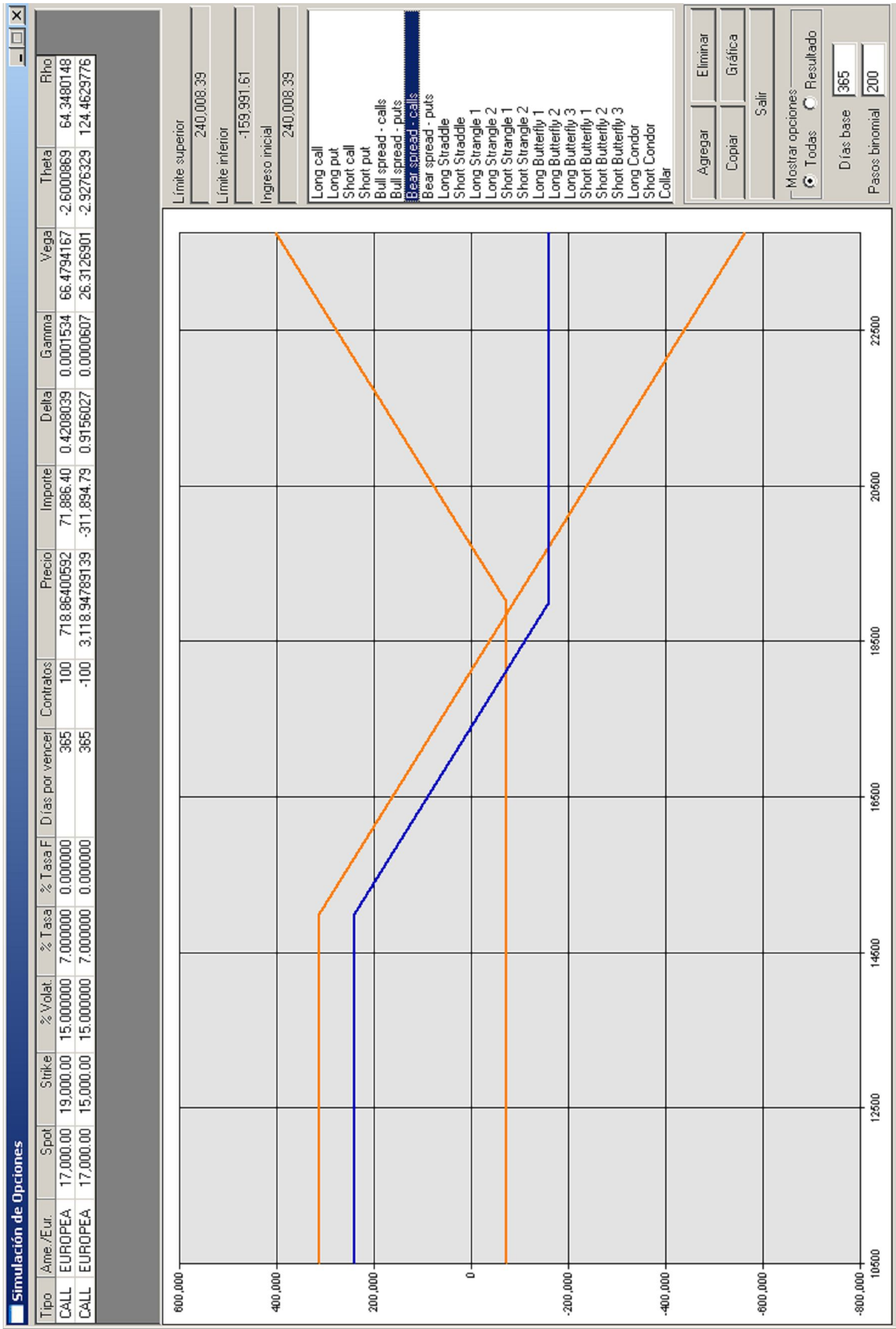
Gráfica II.23: Call corto.



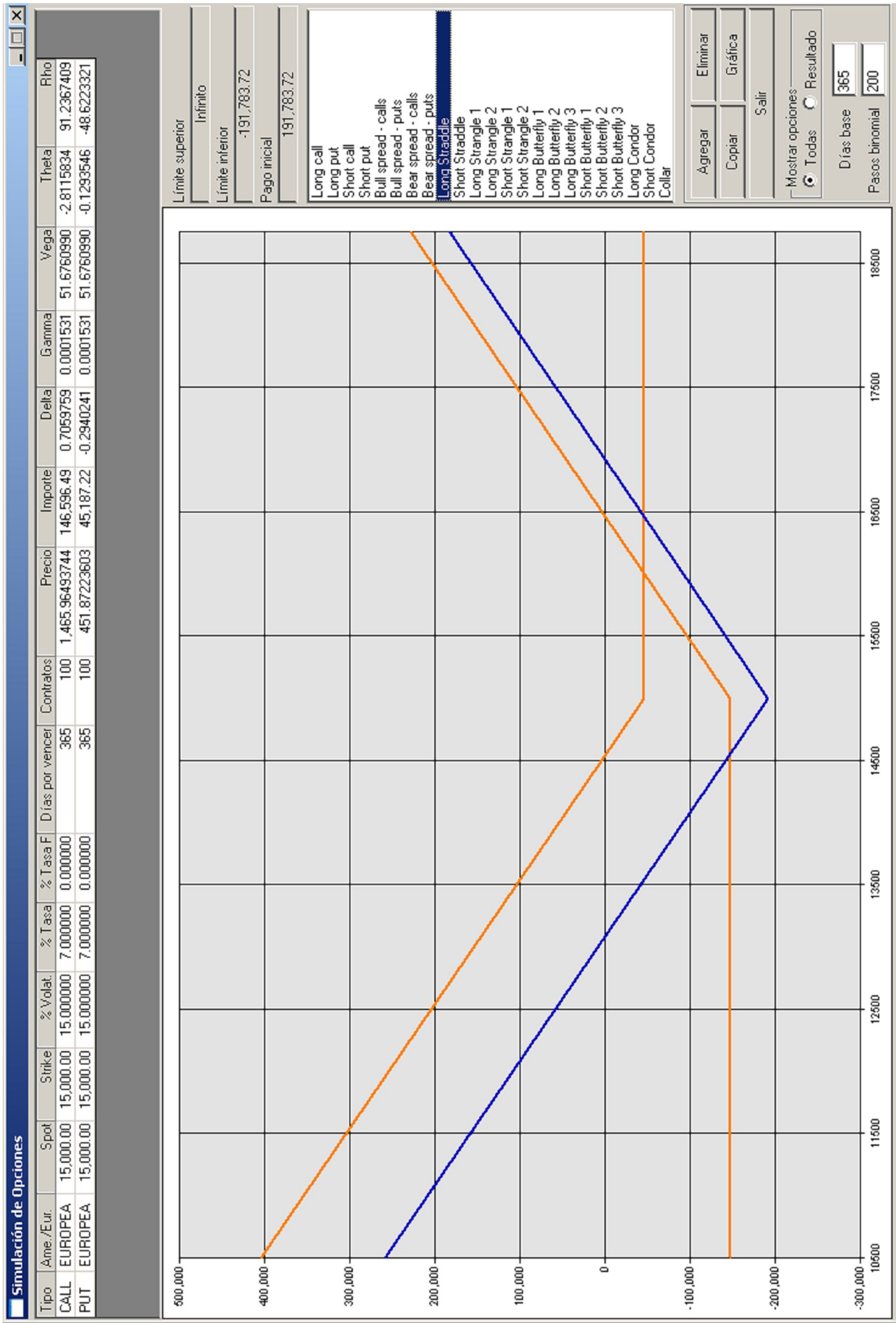
Gráfica II.24: Put corto.



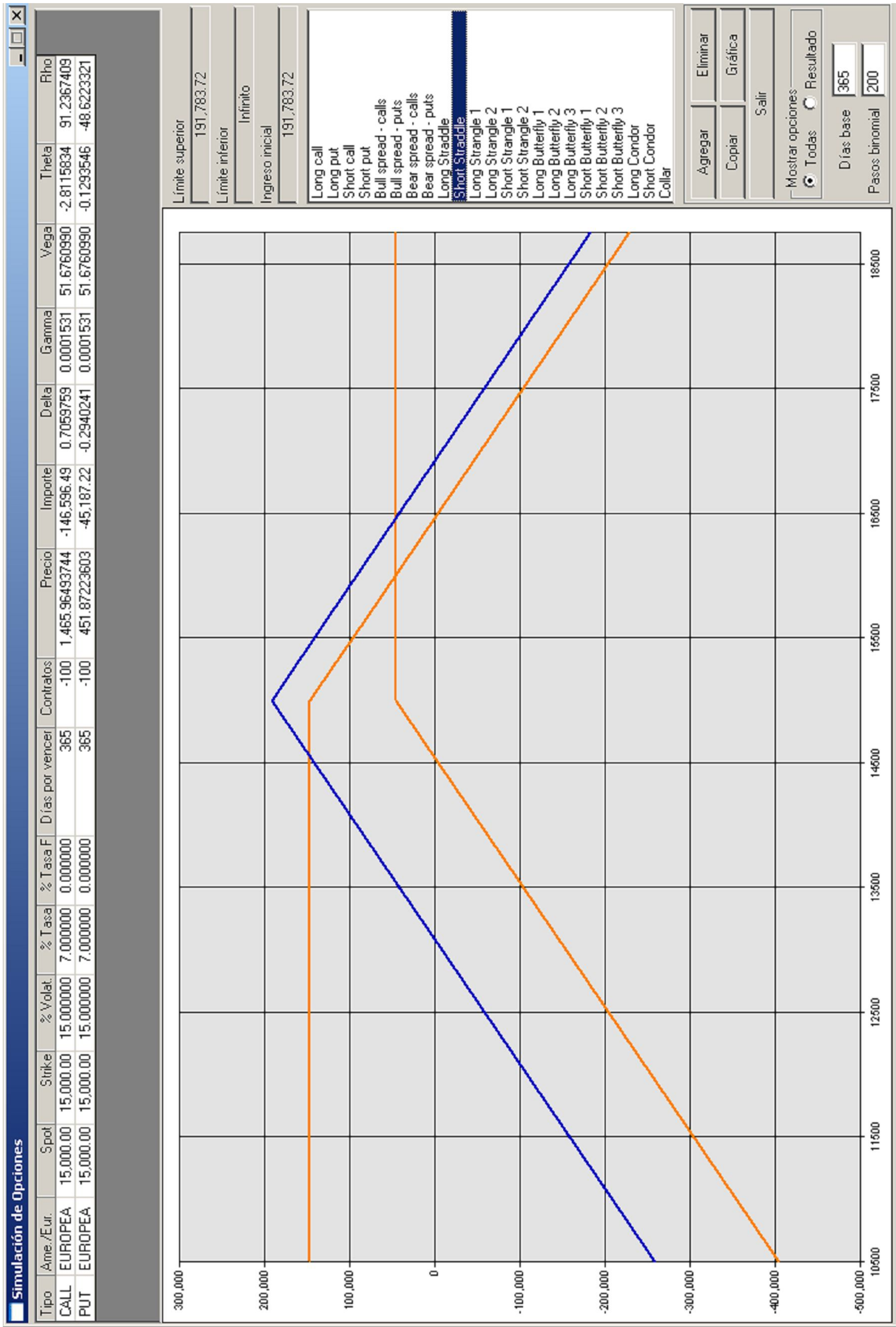
Gráfica II.25: Bull spread.



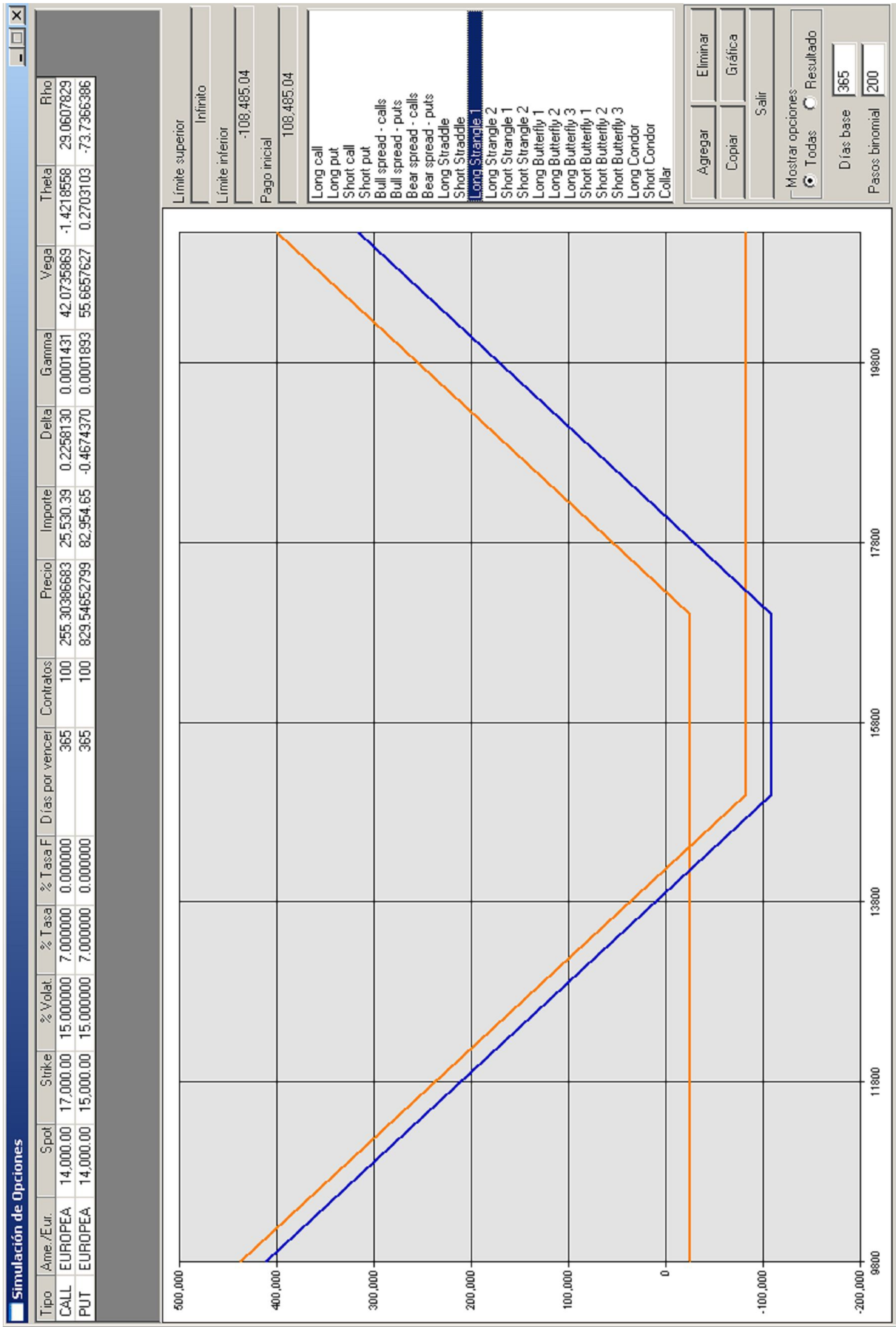
Gráfica II.26: Bear spread.



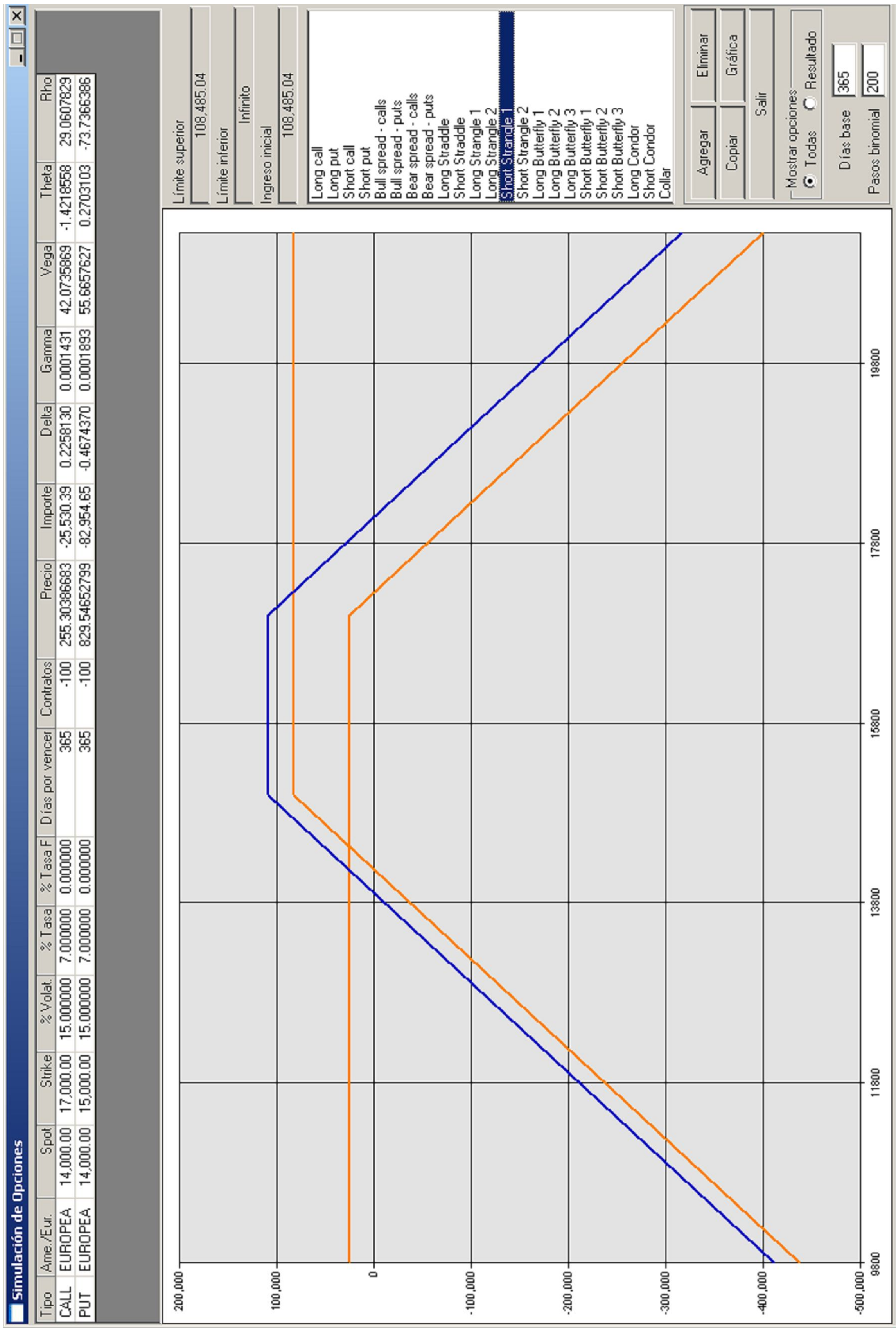
Gráfica II.27: Straddle largo.



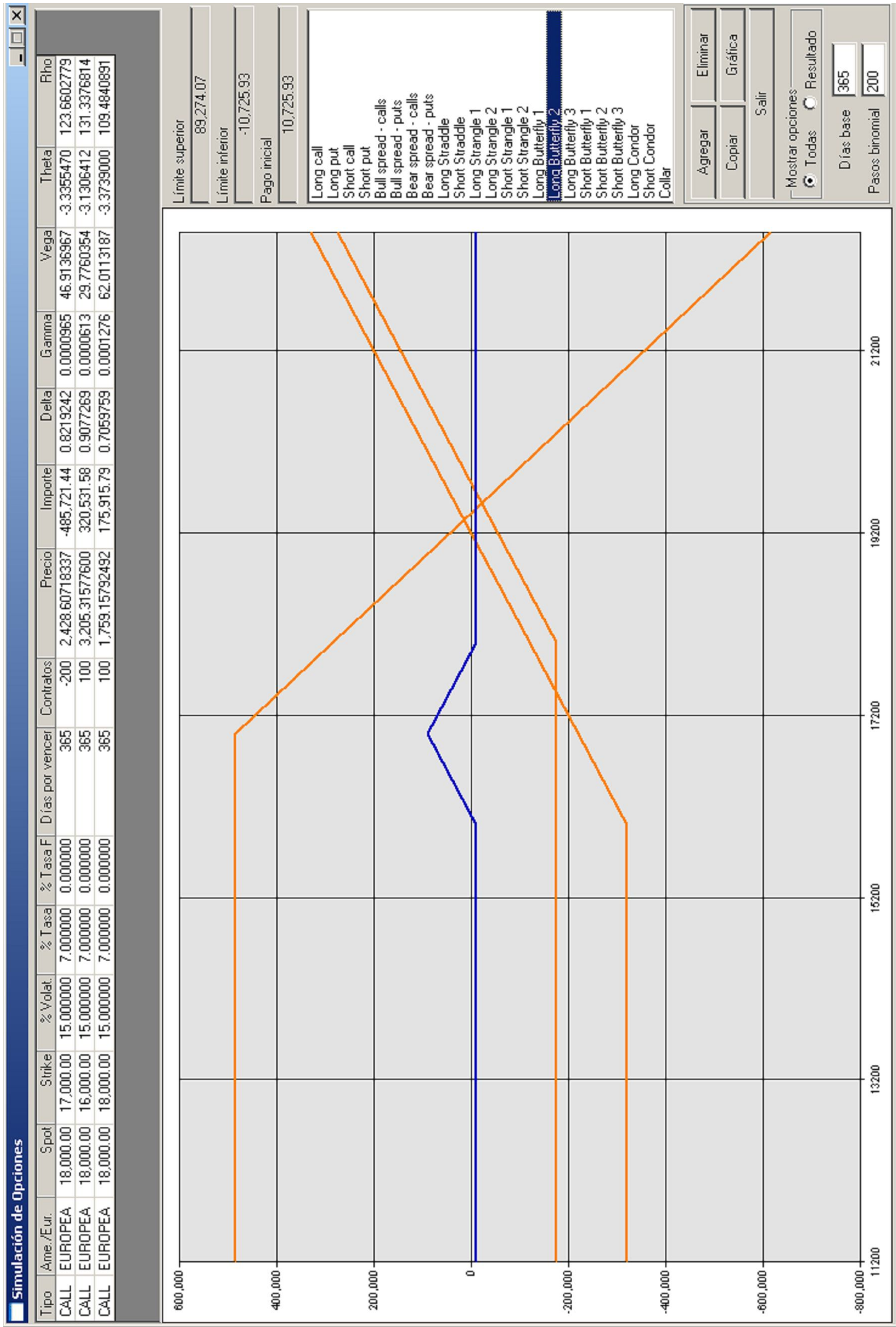
Gráfica II.28: Straddle corto



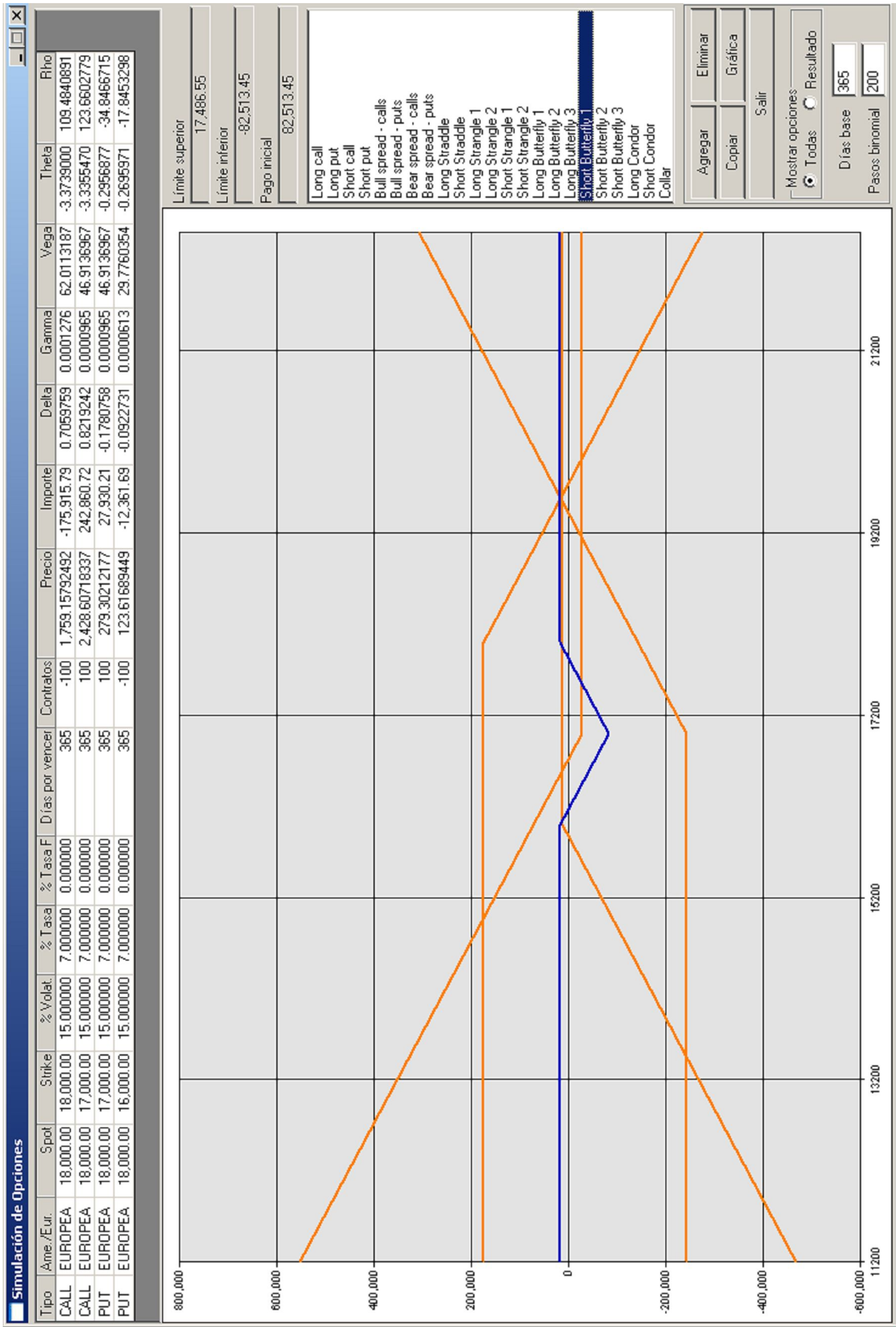
Gráfica II.29: Strangle largo.



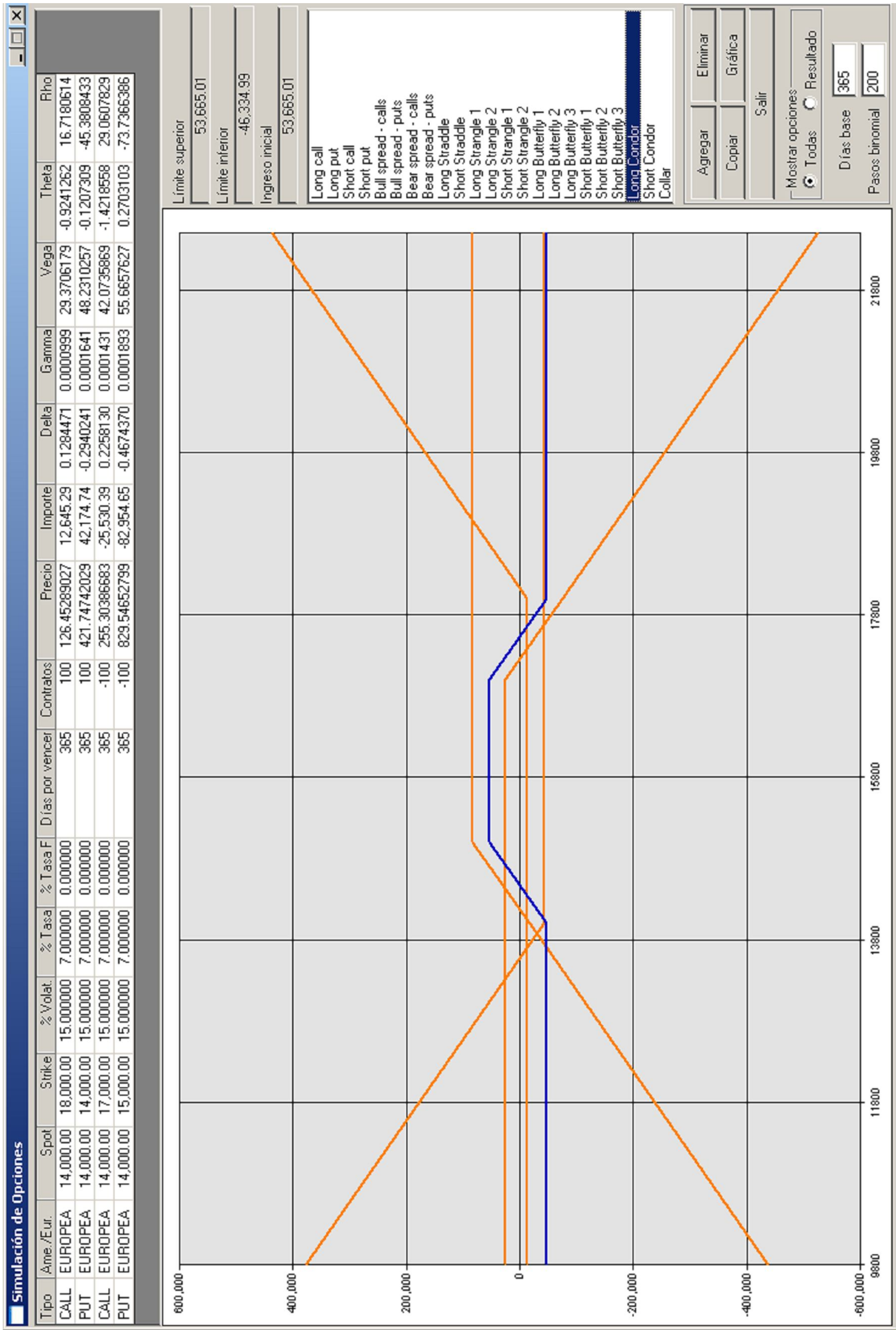
Gráfica II.30: Strangle corto.



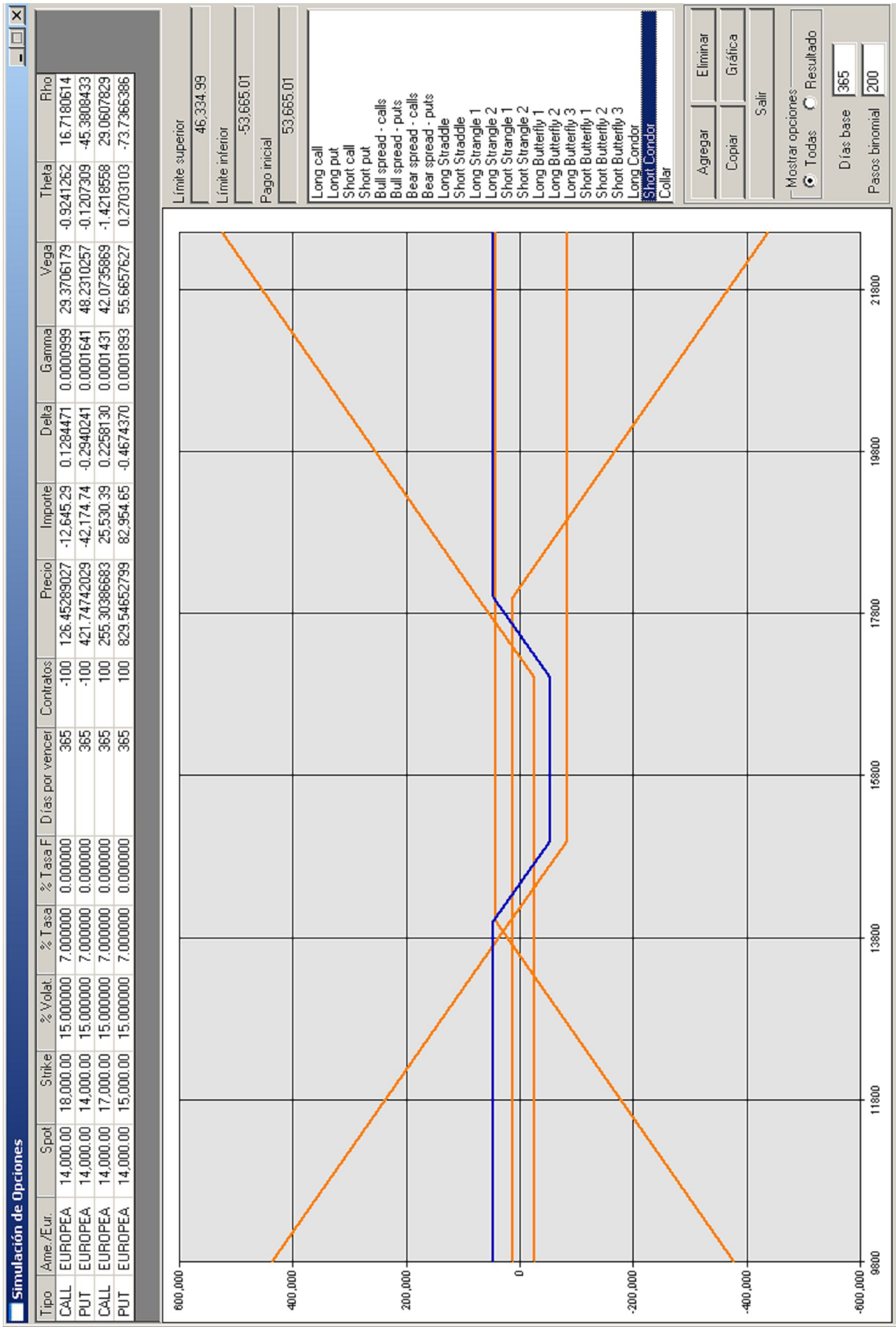
Gráfica II.31: Butterfly largo.



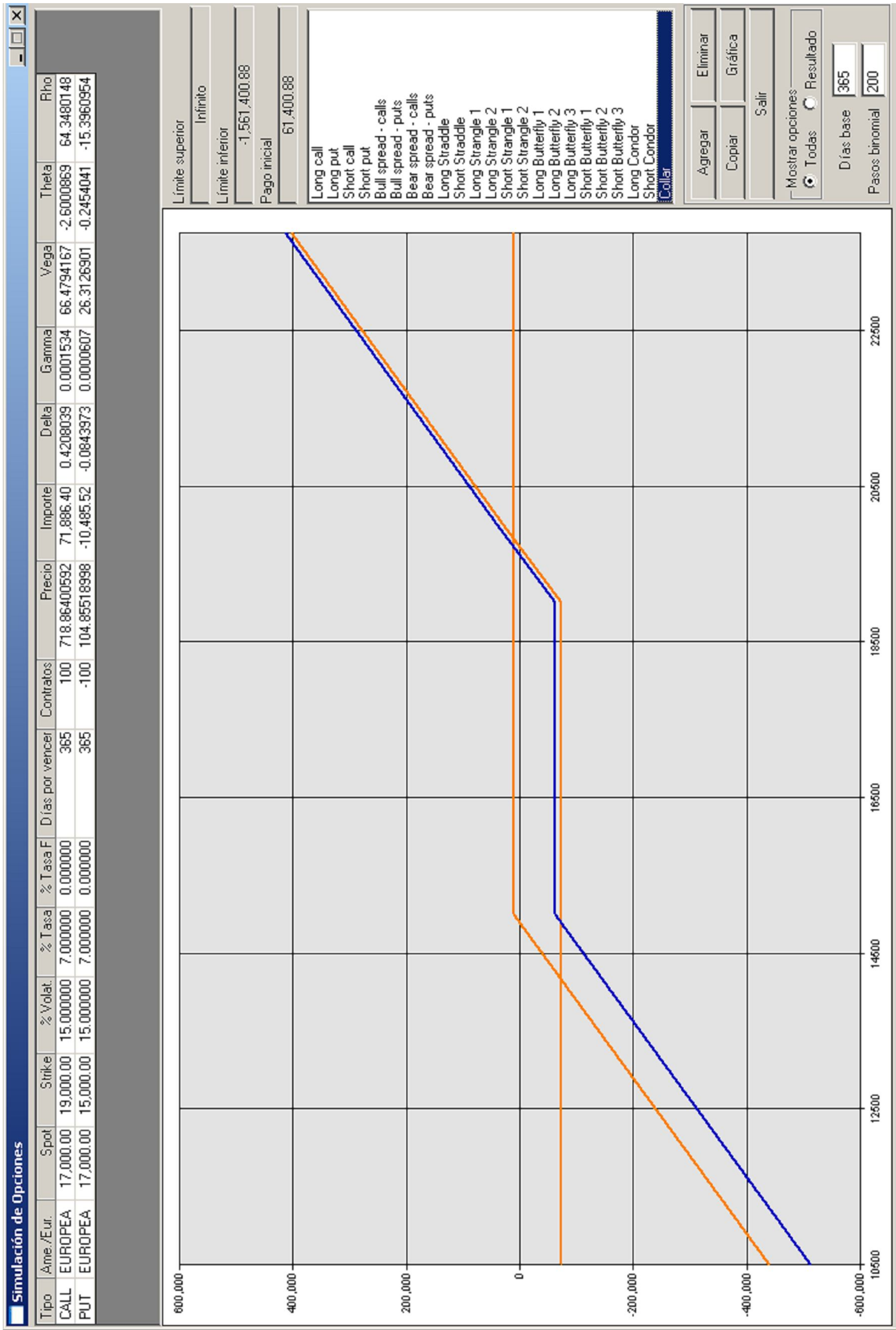
Gráfica II.32: Butterfly corto.



Gráfica II.33: Condor largo.



Gráfica II.34: Condor corto.



Gráfica II.35: Collar.

Hasta el momento, todas las opciones que hemos analizado son sencillas, las conocemos como *plain vanilla*. A continuación se describen algunos tipos de opciones exóticas, que pueden ser operadas en el mercado OTC[7].

- Bermuda, o Mid-Atlánticas, las partes acuerdan al inicio del contrato las fechas en las cuales se puede ejercer la opción.
- Asiáticas: Se obtiene el precio promedio del spot durante la vida de la opción. El pago final es similar a las opciones europeas, pero utilizando el promedio como precio spot. Se pueden realizar opciones donde el strike es el promedio del spot en el periodo, el spot es el valor final del subyacente.
- Opciones diferidas (*forward start option*). Son opciones que comenzarán en el futuro. El strike no se fija al inicio de esta operación, se pacta alguna fórmula a utilizar cuando comience la opción. Por ejemplo, se pacta que el strike sea valor spot al momento del inicio de la opción.
- Elegibles (chooser options): El comprador puede elegir en el futuro si la opción es call o put. Los strikes del call y del put pueden ser distintos.
- Barrera (*barrier options*): Las opciones existen o dejan de existir si el spot alcanza cierto nivel. Las opciones *knock out* expiran si el spot alcanza el nivel. Las opciones *knock in* se activan si el spot alcanza el nivel.
- Digitales: Se establece un rango para el spot. Se cuenta el número de días donde el spot termina dentro del rango y se establece una fórmula que dependa de este valor para realizar la liquidación a vencimiento.
- Opciones compuestas (*compound options*): Existen cuatro tipos de opciones compuestas: call sobre call, call sobre put, put sobre call y put sobre put. El comprador tiene la opción de entrar en una segunda opción.
- Binarias (*binary options*): El pago de estas opciones es cero o un monto predeterminado, dependiendo del valor del subyacente con respecto al strike.
- Mirar atrás (*lookback options*): La liquidación de estas opciones depende del mínimo o máximo valor del subyacente. Un call *lookback* paga el spot al vencimiento menos el mínimo spot del periodo. Un put lookback paga el máximo spot del periodo menos el spot al vencimiento.
- Gritar (*shout options*): Durante la vida de la opción, el comprador puede solicitar en una ocasión al vendedor que marque el valor del spot. A vencimiento, el comprador recibe el mayor pago de la opción calculada con el spot a vencimiento o el spot marcado.
- Intercambio (*exchange options*): El comprador tiene la opción de intercambiar un activo por otro con el vendedor.
- Arcoiris (*rainbow options*): Su valor depende del comportamiento de varios subyacentes, no solamente uno. La fórmula del pago final se determina entre las dos contrapartes.

A continuación se describe la funcionalidad del sistema "Opciones", el cual forma parte de este trabajo. Sus principales características son:

- Valúa opciones americanas y europeas por los métodos binomial y Black & Scholes, respectivamente.
- Obtiene sensibilidades de opciones, conocidas como Griegas.
- Grafica cualquier número de opciones y la estrategia resultante.
- Calcula el pago o ingreso inicial.
- Obtiene los límites superior e inferior de las estrategias.
- Tiene predefinidas las estrategias más comunes en el mercado.

[7] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 435-447.

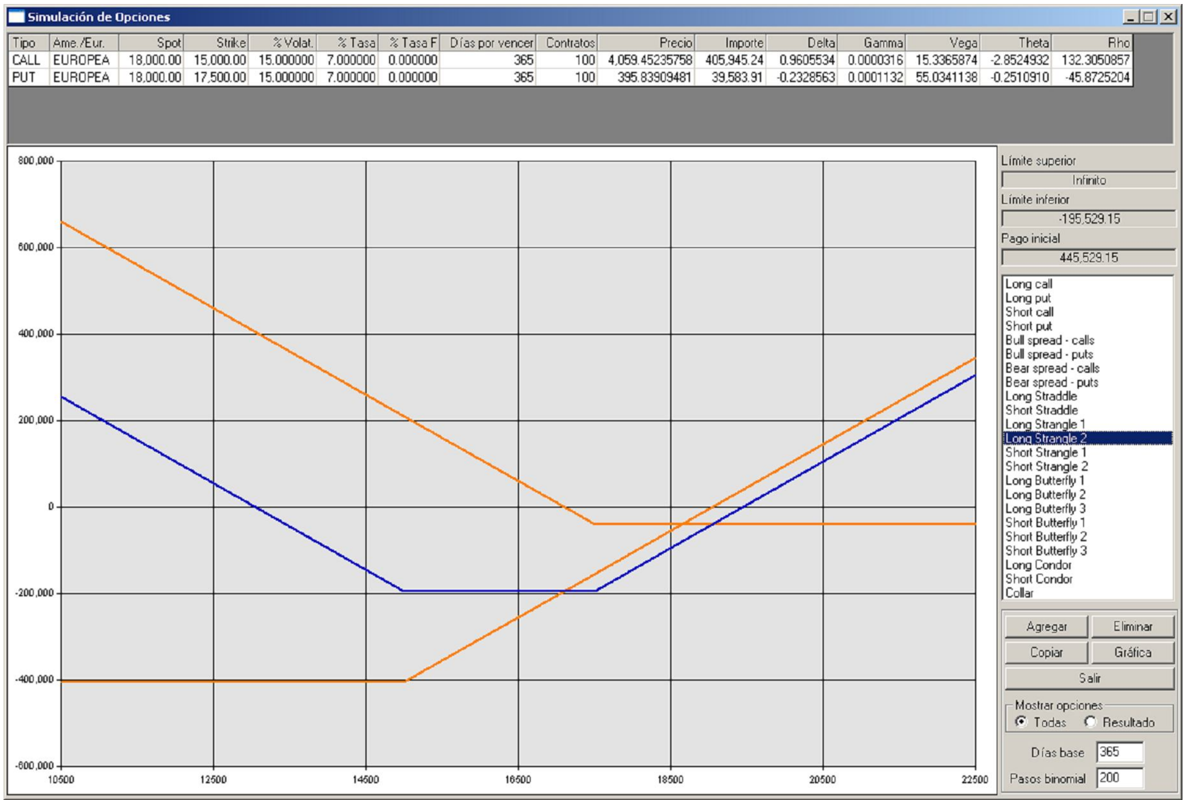


Figura II.20: Sistema “Opciones”.

El uso del sistema es muy sencillo: Presionamos el botón Agregar, el cual insertará una opción vacía. Introducimos los parámetros de la opción, que son: tipo (Call/Put), estilo (Americana/Europea), valor del subyacente (Spot), precio de ejercicio (Strike), volatilidad en porcentaje, tasa en porcentaje (se refiere a la tasa de interés o local), tasa foránea en porcentaje (se refiere a la tasa de dividendos o foránea), días por vencer y número de contratos. Al terminar de capturar la información, el sistema automáticamente calcula el precio de la opción y sus sensibilidades. Si es una opción europea, utiliza Black & Scholes; si es americana, utiliza Binomial. Si desea introducir otra opción con características similares a alguna existente, seleccione la opción y presione Copiar. A continuación puede modificar la nueva opción. Agregamos, eliminamos y copiamos opciones según lo requiramos. Al terminar de introducir las estrategias, puede presionar el botón Gráfica, que muestra todas las opciones y el resultado, o solamente el resultado, dependiendo de la opción de Mostrar Opciones (esquina inferior derecha) que haya indicado. El parámetro Pasos Binomial permite configurar el número de pasos con los que el método, en el caso de opciones americanas, realizará la valuación. Normalmente los dos métodos convergen a partir de los 150 ó 200 pasos. Los Días Base permiten indicar los días al año a considerar. Normalmente utilizamos años de 365 días para valuar opciones, pero puede ser modificado por el usuario.

Observamos del lado derecho que el sistema muestra los valores máximos y mínimos de las estrategias, además de la liquidación que debe realizarse al inicio. Los valores máximos y mínimos son muy importantes para realizar notas estructuradas, ya que podemos calcular los rendimientos mínimos y máximos de las estrategias. Recordemos que si la máxima pérdida es infinita, como el call corto, no podemos realizar notas estructuradas. En la práctica, pueden realizarse notas estructuradas con instrumentos cuya pérdida sea infinita, si definimos una máximo valor del subyacente y calculamos con respecto a ese punto. Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que el precio de un índice sea cero? Prácticamente cero, por ello podemos realizar estas consideraciones. Matemáticamente y estrictamente hablando, estas notas no garantizan el capital al vencimiento.

En el margen derecho del programa se muestra una lista con nombres de estrategias. Si seleccionamos alguna, automáticamente se despliega un ejemplo de combinación de opciones que la conforman y su gráfica. Podemos modificar los parámetros de las opciones para observar su impacto en su valuación y en la estrategia resultante.

Sección 2.06: Aplicaciones.

Los instrumentos derivados están diseñados para disminuir riesgos financieros. Las empresas identifican riesgos potenciales de los cuales se desean cubrir. Acuden a alguna bolsa o un intermediario financiero, donde adquieren el derivado. Si es un instrumento OTC, el riesgo se transfiere al intermediario, el cual inmediatamente realiza una cobertura, ya sea con derivados o con instrumentos físicos (divisas, bonos, acciones). De esta forma el intermediario realiza un arbitraje, ya que entre su cobertura y la operación con el cliente se lleva algunos puntos porcentuales. Este diferencial, o spread, es resultado de la mejor calidad crediticia del intermediario con respecto al cliente y al fácil acceso al mercado financiero. Los especuladores son operadores que intentan obtener provecho del movimiento de los subyacentes. Mientras una empresa se cubre del movimiento en la paridad cambiaria, un especulador puede tomar la posición contraria. Cuando el subyacente se mueve en la forma que esperaba el especulador, éste cierra sus posiciones realizando utilidades. Los especuladores por lo tanto proporcionan liquidez al mercado. Los formadores de mercado son otro tipo de participantes, están obligados a mantener posturas de compra-venta en las bolsas a cambio de operar con comisiones muy pequeñas. Normalmente son empresas financieras muy grandes, fundamentales en las bolsas de derivados.

Después de analizar los tipos de participantes del mercado, analicemos algunos ejemplos de coberturas para empresas no financieras:

- Inflación: Una empresa espera un alza en la inflación, la cual afectará sus insumos. Puede adquirir futuros, forwards, swaps y opciones sobre la UDI.
- Tipo de cambio (pasivos): La empresa tiene que realizar pagos en dólares periódicamente. Abre posiciones largas de futuros o forwards, compra calls o realiza swaps de divisas.
- Tipo de cambio (activos): La empresa recibe dólares periódicamente. Toma posiciones cortas con futuros o forwards, compra puts o realiza swaps de divisas.
- Tasas (activos): La empresa espera recibir pesos en un año, está preocupada por el riesgo de inversión de los recursos ante una baja en las tasas. Puede cubrir el flujo con forwards de tasas (FRAS), futuros y opciones.
- Tasas (pasivos): La empresa debe efectuar pagos en tasa variable. Está preocupada por posibles incrementos en las tasas. Puede realizar engrapados de futuros o forwards (son cadenas consecutivas de derivados con las mismas características), hacer un swap en el que reciba tasa variable y pague tasa fija o adquirir una opción de tasa.
- Derivados climáticos: Los cultivos de cierta empresa solamente se producen si la temperatura es superior a 10°C. Realiza un derivado para cubrir la posibilidad de temperaturas inferiores. Si la temperatura es superior, la empresa pierde en el derivado, pero tiene su cosecha. Si la temperatura es inferior, pierde la cosecha, pero el derivado obtiene utilidades que compensan la pérdida. El mismo ejemplo puede realizarse con la cantidad de lluvia, temperaturas máximas y mínimas.
- Derivados energéticos: La empresa puede cubrirse de alzas en sus insumos energéticos en las principales bolsas mundiales, o con contratos OTC.
- Materias primas: Un productor puede vender su mercancía asegurando el precio de antemano, lo cual le permite planear sus finanzas. Caso contrario, una empresa que requiera materias primas puede fijar su precio futuro, eliminando el riesgo de alzas.
- Warrants: En ocasiones las empresas otorgan como incentivo warrants sobre el precio de su acción a sus empleados. Son opciones call, de tal forma que los empleados se esforzarán buscando utilidades para la empresa e incrementando el precio de la acción.

Las empresas deben considerar lo siguiente antes de realizar coberturas: si se cubre de alzas en los precios de sus insumos, cuando el precio se incremente, se verá beneficiado con el derivado; si el precio disminuye, el derivado tendrá pérdidas. En ambos casos, el resultado neto es nulificar la fluctuación de sus insumos. Si la competencia no realiza coberturas, cuando suban los insumos, trasladarán el incremento a los consumidores, por lo que la cobertura proporcionará mayores márgenes de utilidad. En el caso contrario, si los insumos bajan, la competencia mantendrá sus precios o los disminuirá, pero la empresa con la cobertura tendrá mayores costos por la minusvalía del derivado. Se desfasa el comportamiento financiero de la empresa y su competencia.

Algunos ejemplos para empresas financieras son los siguientes:

- Cubrir un bono fijo ante expectativa de alza de tasas: Puede realizar un swap donde entregue la tasa fija y reciba variable, forwards o futuros para cubrir el bono en el periodo donde espera el alza, futuros de bonos, cadenas de opciones de tasas.
- Cubrir un bono revisable ante expectativa de baja de tasas: Puede realizar un swap donde entregue la tasa variable y reciba fija, o cualquiera de los esquemas del punto anterior.
- Cambiar el perfil de un bono fijo en dólares: puede pasarlo a pesos a tasa fija con un swap de divisas. Puede recibir tasa revisable con un swap CCBS (cross currency basis swap, swap de divisa y tasa).
- Cubrir un portafolio accionario: Puede tomar posiciones cortas con futuros y forwards sobre cada acción o sobre un índice accionario que se parezca al portafolio, o comprar puts.
- Tomar posiciones cortas con futuros y forwards, o adquirir puts, si espera que su divisa funcional se revalúe con respecto a alguna divisa extranjera.

Una aplicación muy interesante son las notas estructuradas. Una nota es la unión de instrumentos más sencillos, que en su conjunto busca cierto comportamiento particular, como crear instrumentos de deuda cuyo rendimiento dependa de índices o acciones. La forma de estructurar más común es la siguiente: tomamos un instrumento cupón cero, por ejemplo cete. Observamos su precio de mercado, supongamos nueve pesos. Sabemos que en su vencimiento, obtendremos diez pesos por el cete, por lo que tendrá una ganancia de capital de un peso por título. ¿Qué sucede si invertimos en renta variable, en cualquiera de sus modalidades, la ganancia de capital calculada anteriormente? Tenemos un instrumento con capital protegido: Invertimos inicialmente diez pesos (nueve para comprar el cete y uno para la renta variable). Al vencimiento, la nota valdrá al menos diez pesos, que es el vencimiento de los cetes. Si nuestra estrategia en renta variable es ganadora, tendremos altos rendimiento que no ofrece el mercado de deuda. Si la estrategia es perdedora, perdemos valor del dinero en el tiempo, ya que invertimos diez pesos y obtenemos diez pesos. Si en lugar de invertir un peso, invertimos medio peso, a vencimiento tendremos diez pesos y medio, lo cual implica un rendimiento mínimo garantizado; si la estrategia en renta variable es ganadora, el rendimiento total sería inferior a la nota sin rendimiento mínimo garantizado.

Para calcular la nota estructurada, realizamos lo siguiente:

- Determinamos la estrategia a la cual queremos ligar el cupón cero.
- Obtenemos su máxima pérdida, la cual deberá ser finita.
- Definimos el plazo de la estrategia.
- Buscamos un cupón cero cuyo vencimiento sea cercano al plazo de la estrategia deseada.
- Si no encontramos un cupón cero, podemos realizar un swap cupón cero en el cual recibamos un solo flujo en la fecha de la estrategia, o separar los cupones de un bono y tomar el que nos convenga.
- Obtenemos la ganancia de capital del cupón cero, restando el valor nominal menos el precio de mercado.
- Ajustamos la cantidad de títulos del cupón cero o contratos del swap, de tal forma que su ganancia de capital sea al menos la máxima pérdida de la estrategia.

Las opciones son instrumentos ideales para realizar notas estructuradas, ya que tienen pérdidas limitadas. Los forwards largos, acciones y trackers también tienen pérdidas limitadas, pero muy grandes con respecto a las primas de las opciones, por lo que el instrumento cupón cero debe ser de mucho mayor tamaño.

Las estrategias pueden ser receptoras de primas. Por ejemplo, un put corto recibe primas y tiene pérdida limitada, el cálculo se realiza con respecto a la máxima pérdida.

Capítulo III. Simplex y Escenarios de Inversión.

Sección 3.01 Programación Lineal Entera.

El método simplex está diseñado para resolver problemas de programación lineal. Estos problemas cuentan con una función objetivo, la cual se busca maximizar o minimizar, y restricciones. La función objetivo y las restricciones son combinaciones lineales de las variables del modelo.

La explicación del método simplex puede estudiarse en cualquier libro de programación lineal, solamente se tratará la programación lineal entera (tema de mayor complejidad). La programación lineal entera consiste en encontrar los números enteros para las variables que maximicen (o minimicen) la función objetivo. Pueden especificarse cualquier número de variables enteras, no necesariamente deben ser todas. Existen dos métodos, el primero es sencillo, trata de acotar el problema haciendo no factibles las soluciones no enteras. La limitante de este método es que todas las variables deben ser enteras.

El segundo método es un algoritmo de bisección. Puede manejar variables enteras y no enteras, a diferencia del método anterior. El concepto es el siguiente: se resuelve el problema de programación lineal. Buscamos la primera variable que deba ser entera; si su valor en la solución es entero, pasamos a la siguiente variable entera. Cuando encontramos una variable que deba ser entera, pero que su valor sea decimal, generamos dos problemas a partir de uno. Por ejemplo, si el resultado de la variable es 4.3, podemos pensar que la solución es cuatro ó cinco, pero puede ser que ambos valores se encuentren en la región no factible, o no sean óptimos. Entonces resolvemos el problema inicial dos veces, agregándoles una restricción más, en este caso, la variable menor o igual a cuatro y para el segundo problema, la variable mayor o igual a cinco. De esta forma, convertimos la región entre 4 y 5, sin incluir los extremos, en una región no factible. Continuando con el método, es muy probable que los dos modelos a su vez se subdividan y entonces creamos un árbol con distintas restricciones. En algún momento del proceso, encontraremos una solución cuyas variables enteras tengan valores enteros. Calculamos el valor de la función objetivo para los valores encontrados y eliminamos todas las ramificaciones del árbol cuyo valor de la función objetivo sea menor al encontrado en la solución entera. Lo anterior se debe a que en este método agregamos restricciones a los problemas, por lo que decrece o se mantiene la función objetivo en cada paso. Si tenemos una solución entera superior a una solución decimal, la solución decimal solamente podrá decrementar o mantener su valor y no es posible que una solución entera derivada del sistema de ecuaciones decimal supere la solución entera encontrada anteriormente. Seguimos el proceso para las soluciones decimales que superaron al sistema entero, hasta que proporcionen soluciones enteras o hasta que el valor de su función objetivo sea inferior a una solución entera encontrada anteriormente.

Existen diversas formas de realizar el algoritmo de solución. Pueden utilizarse funciones recursivas, una solución elegante desde el punto de vista informático, pero el cual no es eficiente. Su metodología fue la siguiente: se realiza una rutina que resuelve problemas simplex. Solucionamos el sistema de ecuaciones original con la rutina. Encontramos la primera variable entera que su solución sea decimal. Llamamos la misma rutina, recursivamente, para resolver dos problemas, consistentes en las ecuaciones originales más una nueva restricción. Conceptualmente, esta solución es correcta, pero tiene el siguiente problema: Resuelve los problemas exhaustivamente de una rama, cuando la solución puede estar en la otra rama. Por ejemplo, del problema original (0), generamos dos problemas: (1) y (2). Como el llamado es recursivo, partimos el (1) en (11) y (12). Partimos el (11) en el (111) y (112) y así sucesivamente. Resolvemos toda las ramificaciones del (1) para empezar a ramificar el (2). El resultado final es correcto, después de resolver posiblemente miles de modelos de programación lineal. El problema de este algoritmo es que resuelve problemas sin importarle cuáles tienen mayor posibilidad de ser óptimos. Otra metodología de solución, más eficiente que el algoritmo recursivo, es el manejo de una lista ordenada. Partimos de un solo problema, el cual resolvemos tradicionalmente. Encontramos la primera variable entera con valor decimal y generamos dos problemas. Como ya resolvimos el problema inicial y la solución no fue entera, la eliminamos de la lista, la cual ahora consiste en dos sistemas. Cada que agregamos un problema a la lista, lo resolvemos previamente, por lo que podemos tener los sistemas ordenados por el valor de la función objetivo. De esta forma, aplicamos la bisección al sistema decimal con mayor función objetivo, que tiene la mayor posibilidad de generar la solución entera óptima. Agregamos paulatinamente los sistemas, sin importar qué ramificación la generó, a diferencia del método anterior. Por lo tanto, siempre resolvemos el sistema decimal con mayor función objetivo. Cuando encontramos una solución entera, eliminamos de la lista todos los sistemas cuyo valor decimal (de la función objetivo) sea menor al valor del sistema entero encontrado. La diferencia de tiempo de cómputo es muy grande, el método de la lista ordenada es prácticamente instantáneo.

Para solucionar problemas de programación lineal, existen diversos programas de cómputo. En este trabajo, se utilizó el "Lingo", el cual puede obtenerse en la página de internet de Lindo Systems (www.lindo.com). Una ventaja de este programa es que permite capturar la función objetivo y sus restricciones en modo de texto. En la siguiente figura (III.1) se muestra un modelo de dos variables con dos restricciones. En la parte superior se muestra la manera de introducir la función objetivo y sus restricciones. En la parte inferior observamos la solución del modelo. El valor de la función objetivo corresponde al "Objective value", el valor óptimo de las variables se muestra bajo la columna "Value", en el renglón correspondiente a cada una de las variables.

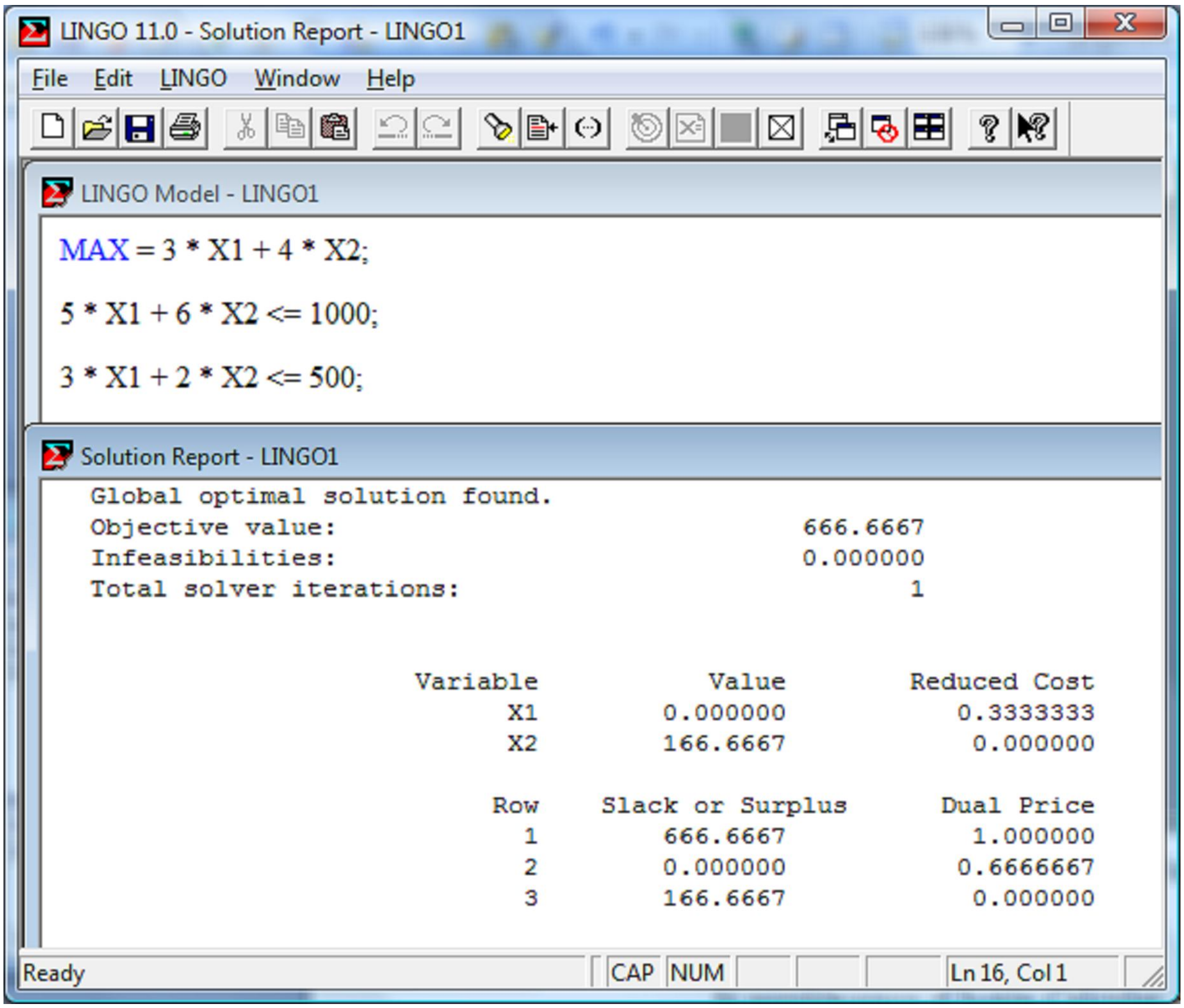


Figura III.1: Sistema "Lingo", modelo con dos variables y dos restricciones.

La segunda variable tomó el valor 166.6667, el cual no es un número entero. En la siguiente figura (III.2) se muestra el modelo anterior, pero indicando que la segunda variable sea entera. Con la función "@GIN()" indicamos las variables enteras.

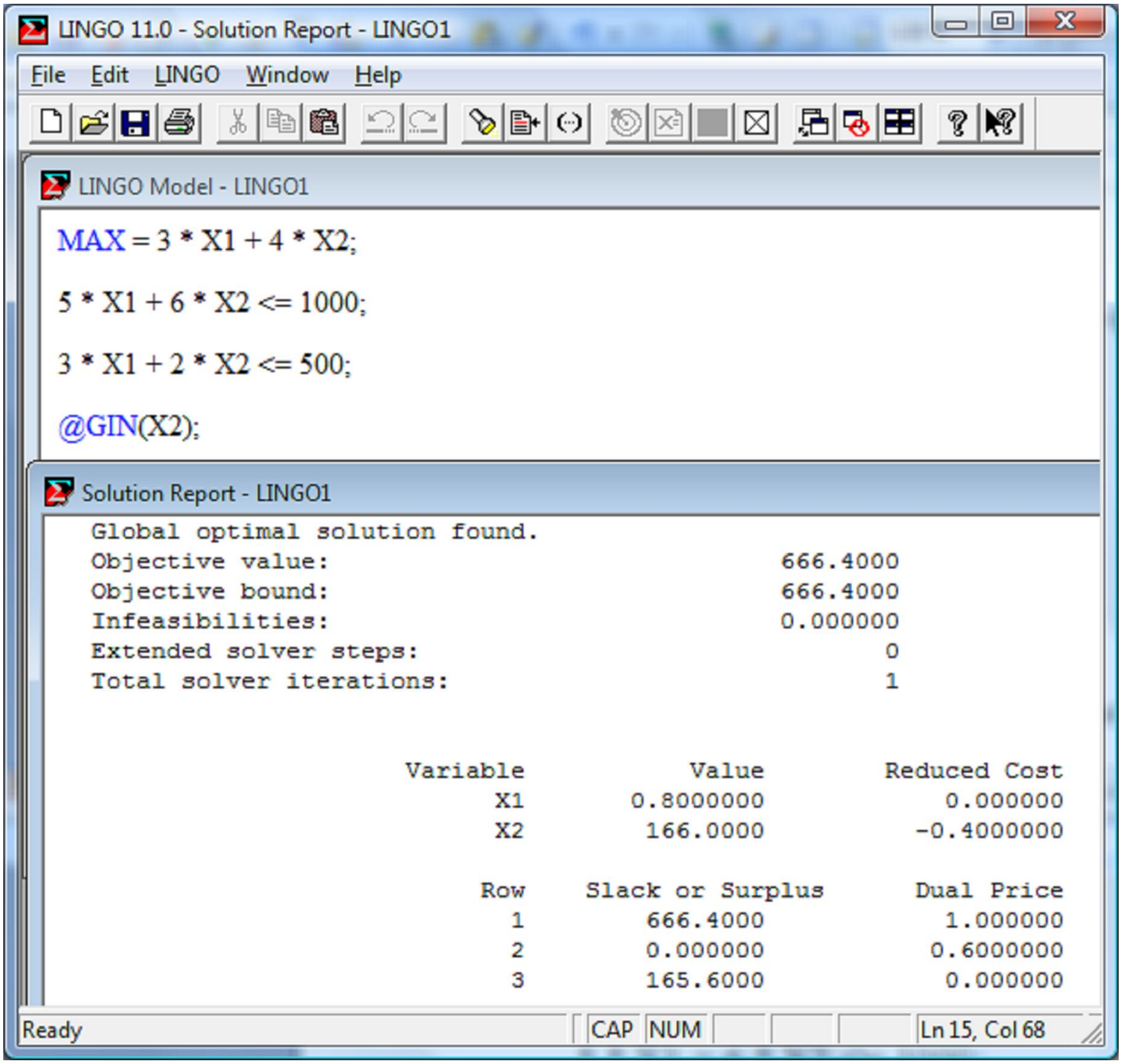


Figura III.2: Modelo con dos variables y dos restricciones, la segunda variable se especifica entera.

Si especificamos que todas las variables sean enteras, el resultado se muestra en la siguiente figura (III.3). Es importante notar la disminución en cada solución de la función objetivo, que es el resultado de agregar paulatinamente restricciones. Notamos que para la variable x1, cuyo resultado en el paso anterior era 0.8, la solución entera es dos; ninguno de los dos enteros cercanos (cero y uno) son óptimos.

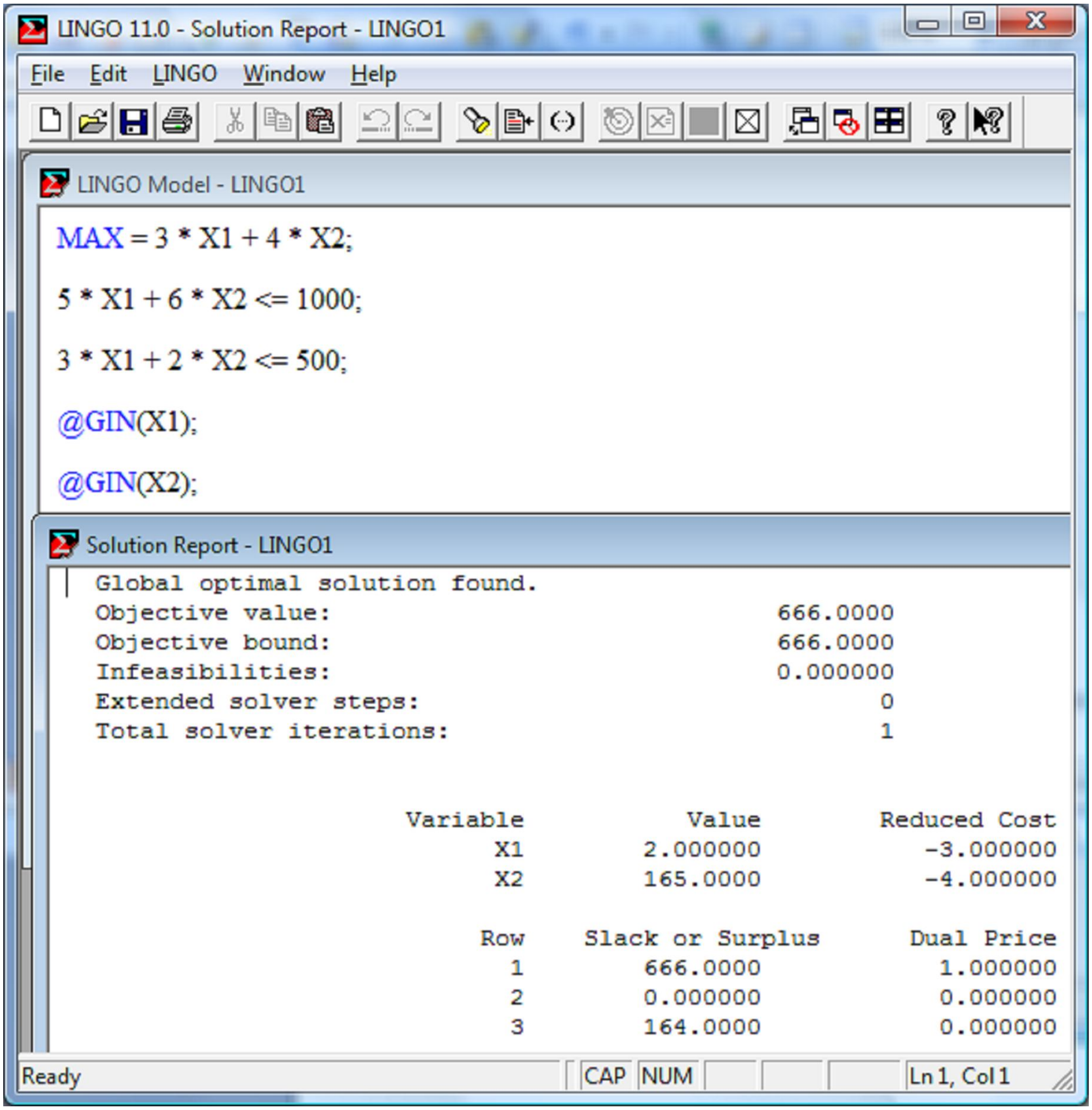


Figura III.3: Solución del problema de programación lineal, dos variables enteras.

A continuación analizaremos un ejemplo completo de programación lineal entera (Figura III.4), solucionándolo recursivamente y mediante una lista ordenada.

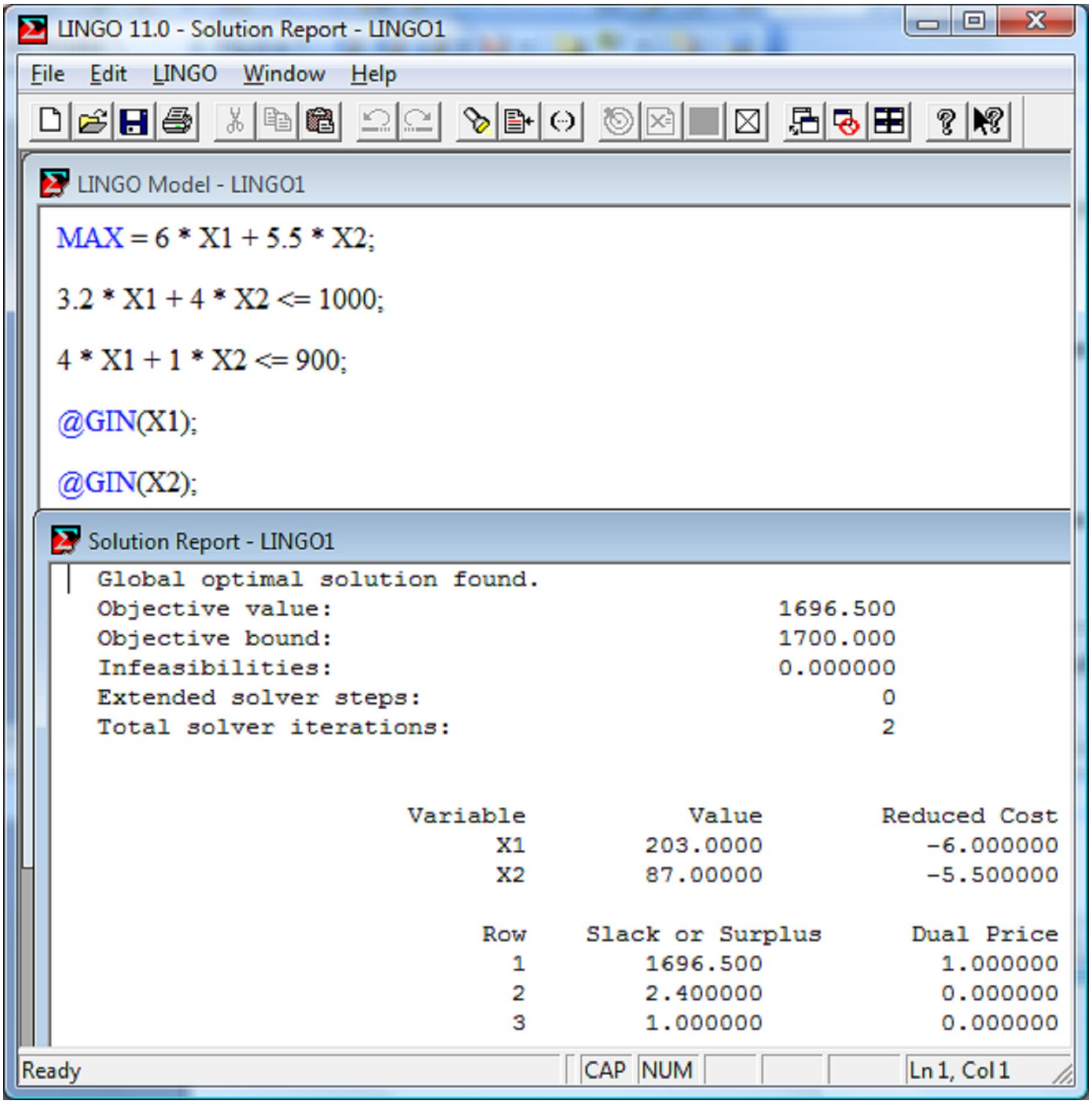


Figura III.4: Ejemplo de programación lineal entera para dos variables.

En la siguiente figura (III.5) observamos la solución recursiva. El numero n muestra el camino que toma el método. Z es el valor de la función objetivo. El valor de las incógnitas x1 y x2 se muestran en cada ramificación. Observamos que en cada paso, Z disminuye al agregar más restricciones.

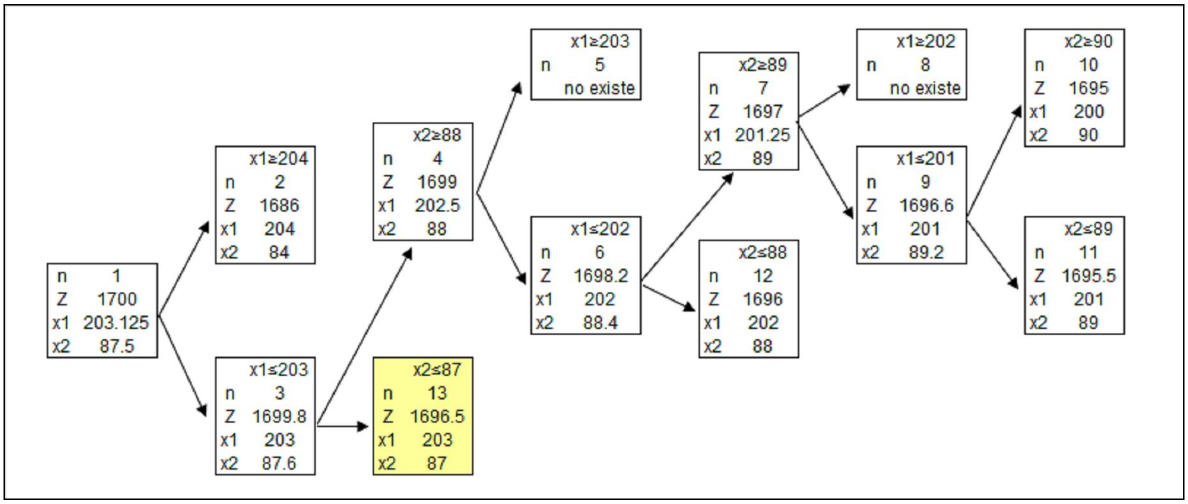


Figura III.5: Solución recursiva del ejemplo de programación lineal entera para dos variables.

Solucionamos el problema original (n=1). Observamos que existen variables no enteras. El método consiste en volver la solución decimal no factible. Resolvemos el problema original, pero restringimos la variable x1 para que su valor sea mayor o igual a 204. Dicho problema (n=2) nos da una solución entera, con Z=1686. Cualquier futura ramificación con Z menor a 1686 quedara descartada. Resolvemos el problema original, agregando x1 ≤ 203 y obtenemos n=3. Tiene variables no enteras y Z > 1686, por lo cual haremos para x2 no factible la región entre 87 y 88. Es importante señalar que los extremos sí son factibles. Obtenemos n=4, la cual tiene variables decimales y Z>1686. Obtenemos n=5, el cual es un problema con solución no factible. Como la rama n=5 está cerrada, regresamos a n=4 para obtener su segunda rama, en este caso n=6. El problema n=6 tiene variables decimales y Z>1686, por lo cual lo dividimos y obtenemos n=7. El problema n=7 tiene variables decimales y Z>1686, por lo cual lo dividimos y obtenemos n=8. El problema n=8 es no factible, por lo cual regresamos a n=7 para analizar su segunda rama, n=9. n=9 lo dividimos para obtener n=10, la cual es una solución entera con Z>1686, por lo que se convierte en la mejor solución encontrada hasta el momento. Terminamos las ramificaciones de n=9, encontrando n=11, la cual es entera y mejor que n=10. Regresamos a n=9, la cual está completa. Regresamos a n=7, la cual también está completa. Llegamos a n=6, la cual terminamos de ramificar y obtenemos n=12. La solución n=12 es entera y mejor que n=11. Regresamos a n=6, pasamos a n=4 y llegamos a n=3. Terminamos de ramificar n=3, obteniendo n=13, la cual es entera y mejor que n=12. Regresamos a n=3, la cual esta ramificada, regresamos a n=1, el cual es el problema original y llegamos al final del método. A continuación solucionaremos el problema anterior utilizando una lista ordenada. El número de problema (n) es idéntico al ejemplo anterior, por lo que dicho número no muestra la secuencia de solución del algoritmo.

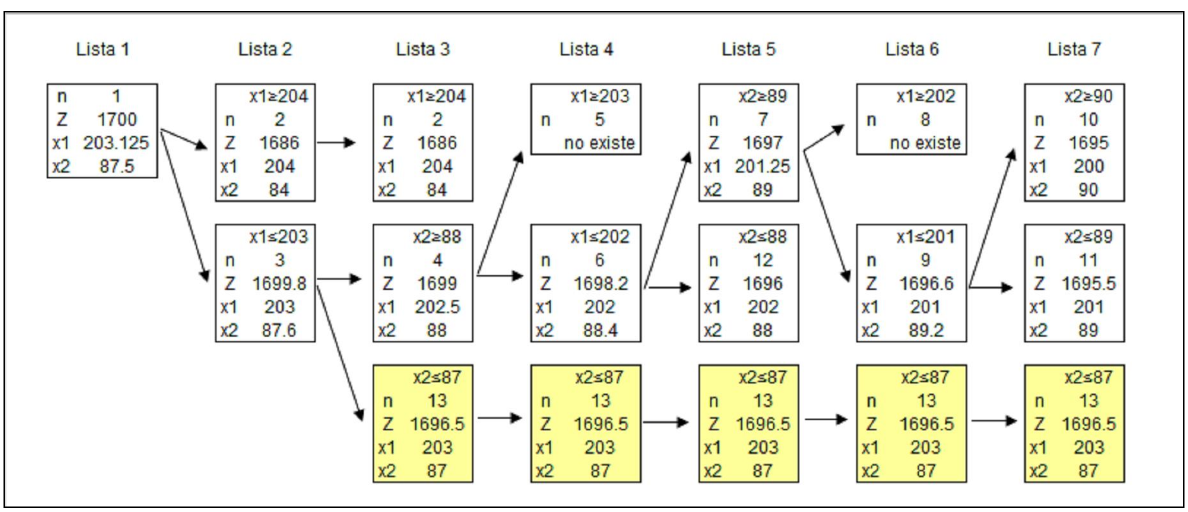


Figura III.6: Solución en forma de lista ordenada del ejemplo de programación lineal entera para dos variables.

La Lista 1 contiene el problema original y su solución. El problema n=1 tiene variables no enteras y es el único hasta el momento, por lo cual lo dividimos en n=2 y n=3. Todos los problemas al dividirse se eliminan de la lista. Observamos que ya encontramos una solución entera, por lo que cualquier problema con Z menor quedará eliminado. Buscamos el mayor valor de Z en la Lista 2 (n=3), el cual contiene valores no enteros y entonces se subdivide en n=4 y n=13. n=13 es una solución entera mayor a Z de n=2, por lo que se elimina n=2. Buscamos el mayor valor de Z en la Lista 3 (n=4), el cual contiene valores no enteros y entonces se subdivide en n=5 y n=6. En la Lista 4, n=5 no es factible, por lo que se elimina. n=6 es una solución no entera, cuya Z es mayor a n=13, por lo que se subdivide en n=7 y n=12. n=12 tiene Z menor a n=13, por lo que se elimina. n=7 se divide en n=8 y n=9. n=8 no es factible y se elimina. n=9 tiene Z mayor a n=13, pero no es entera, por lo cual se divide en n=10 y n=11. En la Lista 7, n=10 y n=11 tienen Z menor a n=13, por lo que se eliminan. El único problema que nos queda es n=13, por lo que es la solución óptima.

En ambos métodos de solución, resolvimos trece problemas de programación lineal. Esto es una coincidencia. Este problema con dos variables fue extremadamente sencillo, en los problemas reales tenemos cientos o miles de variables. A continuación tenemos un problema con tres variables:

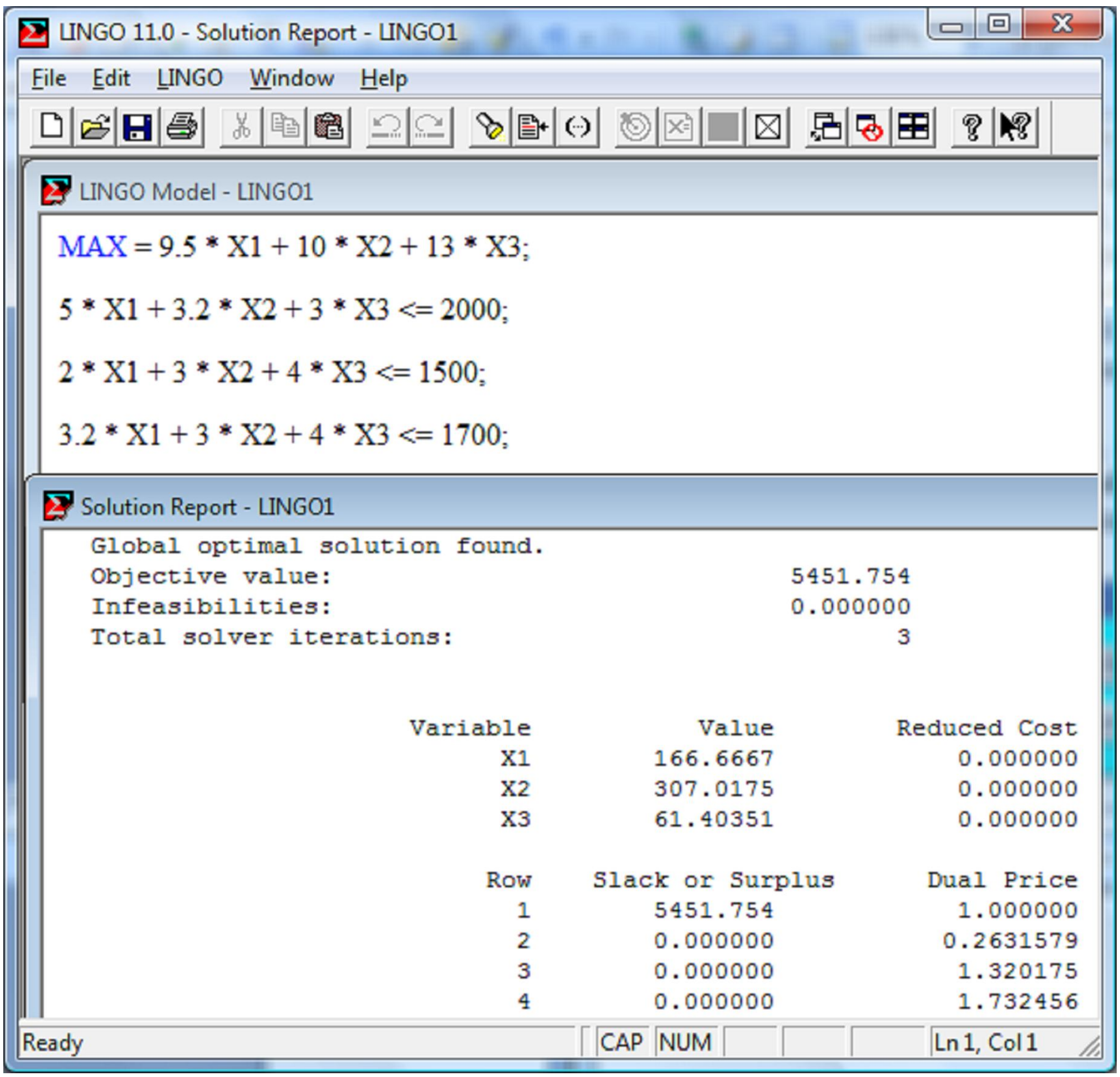


Figura III.7: Ejemplo de programación lineal para tres variables.

El algoritmo recursivo del problema de tres variables requiere resolver 581 modelos de programación lineal. En cambio, el método de lista ordenada solamente requiere 31, número considerablemente inferior. Si aumentamos el número de variables, se incrementa el número de problemas a resolver para los dos métodos, pero en menor medida con el algoritmo de la lista ordenada. La solución del modelo de tres variables enteras se muestra en la siguiente figura (III.8).

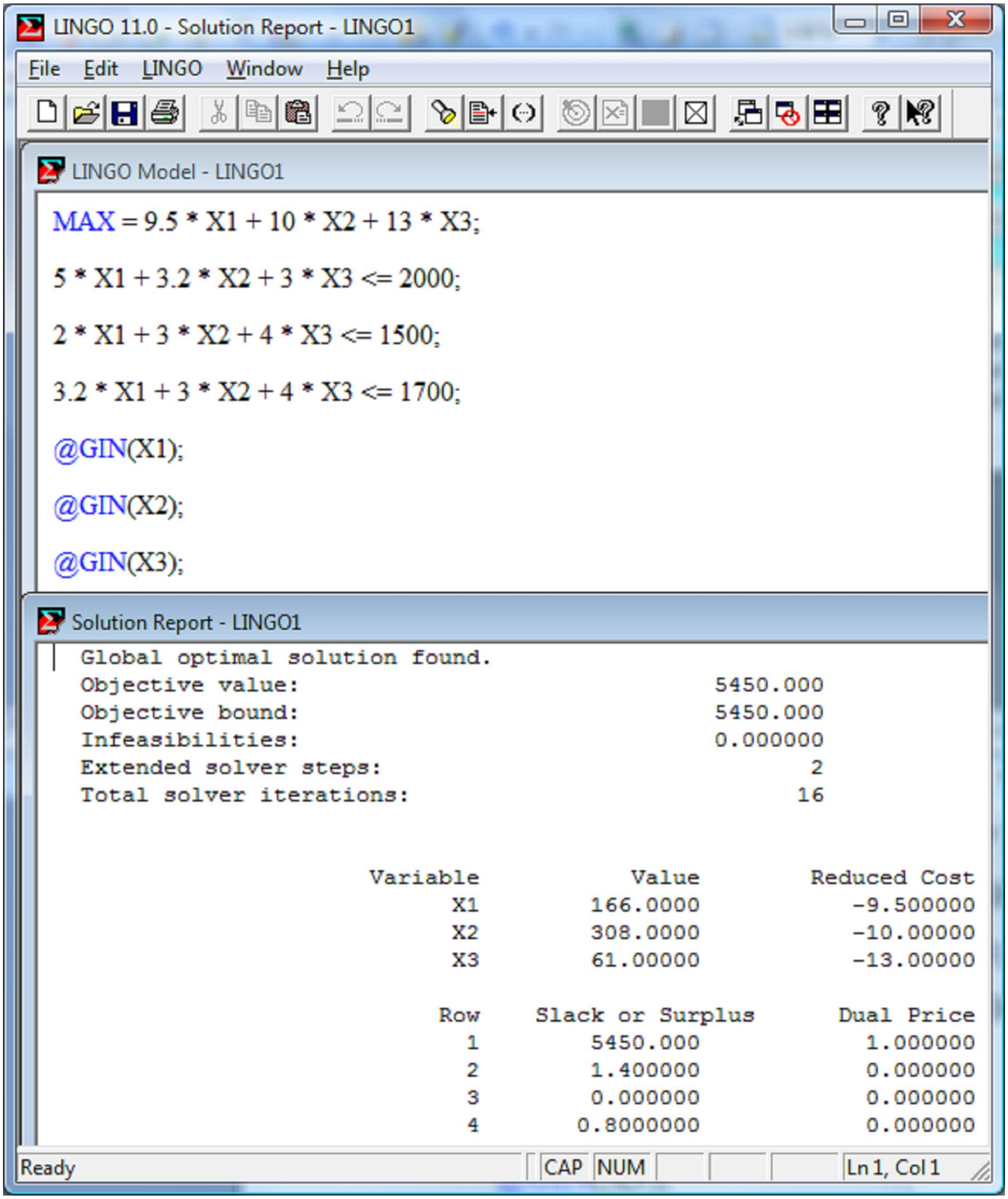


Figura III.8: Ejemplo de programación lineal entera para tres variables.

Sección 3.02 El concepto de Escenarios de Inversión.

El sistema Escenarios de Inversión permite a empresas la inversión de sus recursos disponibles de una manera eficiente. Para ello requiere el pronóstico de sus ingresos y egresos del negocio comprendidos en el periodo que se desee analizar. Es importante señalar que mientras mejor sea este pronóstico, más confiable será el resultado del sistema. Además, es necesario conocer el saldo inicial de dicho periodo, el cual es un dato real, normalmente la suma del disponible en caja y bancos. Partiendo de lo anterior, tenemos que el saldo final del día, o disponible a invertir es:

$$\textit{Disponible} = \textit{Saldo Inicial} + \textit{Ingresos} - \textit{Egresos}$$

Fórmula III.1: Disponible a invertir.

Para el primer día, el *saldo inicial* se refiere al saldo inicial de caja y bancos, el cual definimos en el párrafo anterior. El término *Ingresos* comprende exclusivamente las entradas de dinero al negocio (se debe a que para el primer día no podemos tener retornos de inversión) y por *Egresos* entendemos la suma de salidas de efectivo de la empresa y el total de inversiones efectuadas el primer día.

Las inversiones que vamos a manejar en este sistema son similares a los pagarés bancarios. Estos instrumentos son las inversiones más sencillas del mercado. Constan de un monto a invertir, una tasa de rendimiento anualizado y un plazo de la inversión. Durante la vida del instrumento no se perciben pagos por amortizaciones ni intereses, conocidos como cortes de cupón. En la fecha de vencimiento se liquidan los intereses y el pago del principal, el cual es la inversión inicial. El cálculo para los intereses es el siguiente:

$$\textit{Intereses} = \frac{\textit{Inversión} \times \textit{Plazo} \times \textit{Tasa}}{360}$$

Fórmula III.2: Intereses de inversiones en pagarés.

Cabe señalar que todas las tasas a las que se hace referencia se calculan considerando los años de 360 días. La gran mayoría de los instrumentos de inversión en México se calculan tomando como convención Actual/360, lo cual significa que para los días del mes se debe considerar el número de días naturales del mes en curso y los años deberán considerarse de 360 días.

Por lo tanto, primero se determina la tasa diaria al dividir la tasa proporcionada entre 360, posteriormente obtenemos la tasa que se deberá pagar por el periodo al multiplicar por el plazo y finalmente obtenemos el importe de los intereses si multiplicamos por la inversión inicial. Como puede observarse, en estos instrumentos se utiliza el cálculo de interés simple. Para calcular el retorno de la inversión solamente tenemos que sumar la inversión inicial y los intereses.

En este sistema solamente se considera este tipo de inversiones simples. Lo anterior se debe a que si analizamos otro tipo de inversiones como los bonos, el plazo del análisis crece demasiado. Es poco probable que una empresa pueda pronosticar con precisión aceptable sus flujos de efectivo a más de un año. El plazo máximo para los bonos es de treinta años (al momento de la elaboración de este trabajo). La valuación de estos instrumentos depende de las condiciones del mercado y por ello quedan fuera del alcance de este sistema.

Para los demás días, los *Ingresos* deberán ser la suma de las entradas del negocio y los retornos de las inversiones cuyo vencimiento corresponda a dicho día. De la misma forma, los *Egresos* serán la suma de las salidas de dinero del negocio y las inversiones efectuadas en el día en turno.

$$\textit{Total de Ingresos} = \textit{Ingresos del negocio} + \textit{Retorno de inversiones}$$

Fórmula III.3: Total de ingresos.

$$\textit{Total de Egresos} = \textit{Egresos del negocio} + \textit{Inversiones efectuadas}$$

Fórmula III.4: Total de egresos.

El saldo final del día, el cual es el disponible a invertir, podemos definirlo de la siguiente forma:

$$\textit{Saldo Final} = \textit{Saldo Inicial} + \textit{Total de Ingresos} - \textit{Total de Egresos}$$

Fórmula III.5: Saldo final.

Por otra parte, se puede observar que el saldo inicial del segundo día es igual al saldo final del primer día y así sucesivamente para todo el periodo analizado.

El saldo final puede invertirse hasta dejar cierto nivel mínimo de seguridad que defina la empresa. Este remanente se utilizará para cubrir egresos no pronosticados. Cabe señalar que mientras más grande sea este excedente, podremos tener menos ingresos por intereses al limitar el uso de los recursos. Mediante el sistema se puede realizar simulaciones para variar este nivel mínimo para encontrar el balance entre intereses y seguridad.

El sistema permite la captura de múltiples alternativas de inversión, donde especificaremos los distintos plazos y las tasas correspondientes. Además, se pueden ingresar cotizaciones de inversiones en fechas posteriores a la del día del análisis. De esta forma se puede observar el efecto en la empresa del alza o baja en las tasas de interés. Se debe prestar atención en que la fecha de vencimiento de las inversiones no exceda el horizonte de análisis. El horizonte es el periodo de tiempo en el cual llevaremos a cabo el ejercicio.

Ya que tenemos el pronóstico del flujo de efectivo y las alternativas de inversión, se puede exponer la información proporcionada como un modelo de programación lineal, tema tratado en la sección anterior (3.01). En dicho modelo se plantea como objetivo la maximización de los intereses generados, sujeto a las restricciones de liquidez mínima diaria definida por el negocio. Posteriormente se soluciona el modelo de programación lineal utilizando el método simplex. Para finalizar, asignamos los recursos de la manera que nos lo indique el problema resuelto.

Sección 3.03 Modelo matemático

En esta sección se genera el modelo de programación lineal a partir del planteamiento realizado en la sección anterior (3.02). Partimos de los siguientes datos:

- Saldo inicial.
- Horizonte del problema.
- Pronóstico de ingresos dentro del horizonte.
- Pronóstico de egresos dentro del horizonte.
- Alternativas de inversión.

Definimos el factor de interés (intereses por unidad invertida) de la siguiente manera:

$$\textit{Factor de interés} = \frac{Plazo \times Tasa}{360}$$

Fórmula III.6: Factor de interés.

Si multiplicamos el factor de interés por el monto de la inversión, tenemos los intereses generados al día de vencimiento.

Esta fórmula aplica únicamente a inversiones sencillas, descritas en la sección anterior (3.02). Para instrumentos más complejos, se multiplicaría por su valor nominal (valor al vencimiento) y en lugar del plazo se aplicarían los días transcurridos del cupón vigente, según se expuso en el capítulo I.

Sean $x_1, x_2, \ldots, x_j$ los montos a invertir en la alternativa j.
Sean $a_1, a_2, \ldots, a_j$ los factores de intereses en la alternativa j.

La función objetivo que vamos a plantear maximiza la suma de los intereses de todas las inversiones. Se define de la siguiente manera:

$$Max\ Z = \sum_{i=1}^{j} a_i x_i$$

Fórmula III.7: Función objetivo.

Las restricciones a las cuales se sujeta el modelo se deben al límite mínimo de liquidez diaria requerida por la empresa, las cuales se muestran a continuación.

Definimos el retorno de inversiones (*RI*) para cierta fecha, como la suma del importe más los intereses generados de las inversiones que vencen el día en cuestión.

$$RI_n = \sum_{i=1}^{m} \left[x_i (a_i + 1) \right]$$

n = fecha en cuestión.
m = número de inversiones que vencen en el día n.

Fórmula III.8: Retorno de inversiones.

De forma análoga definimos las inversiones efectuadas (*IE*) para cierta fecha.

$$IE_n = \sum_{i=1}^{p} x_i$$

n = fecha en cuestión.
p = número de inversiones concertadas el día n.

Fórmula III.9: Inversiones efectuadas.

Partiendo de las Formulas III.3, III.4 y III.5, considerando determinado día n:

$$\textit{Saldo Final}_n = \textit{Saldo Inicial}_n + \textit{Total de Ingresos}_n - \textit{Total de Egresos}_n$$
$$\textit{Total de Ingresos}_n = \textit{Ingresos del negocio}_n + \textit{Retorno de inversiones}_n$$
$$\textit{Total de Egresos}_n = \textit{Egresos del negocio}_n + \textit{Inversiones efectuadas}_n$$

Definimos...
SF = Saldo final
SI = Saldo inicial
TI = Total de ingresos
TE = Total de egresos
IN = Ingresos del negocio
EN = Egresos del negocio

Por lo tanto,

$$SF_n = SI_n + TI_n - TE_n \quad \text{...(III.10)}$$

$$TI_n = IN_n + RI_n \quad \text{... (III.11)}$$

$$TE_n = EN_n + IE_n \quad \text{... (III.12)}$$

Sustituyendo (III.11) y (III.12) en (III.10),

$$SF_n = SI_n + (IN_n + RI_n) - (EN_n + IE_n) \quad \text{... (III.13)}$$

En la sección anterior (3.02) definimos el saldo mínimo de seguridad que deberá cumplir el modelo matemático. Nos referiremos a dicho excedente como holgura (*H*).

Por lo tanto,

$$SF_n \geq H \quad \text{... (III.14)}$$

Partiendo de (III.13) y (III.14),

$$SI_n + (IN_n + RI_n) - (EN_n + IE_n) \geq H \quad \text{... (III.15)}$$

El saldo inicial corresponde al saldo final del día anterior:

$$SI_n = SF_{n-1} \quad \text{... (III.16)}$$

El conjunto de n desigualdades se construyen a partir de las ecuaciones (III.15) y (III.16). La explicación es la siguiente:

Para el día inicial no tenemos retornos de inversión, por lo tanto la desigualdad resulta:

$$SI_1 + IN_1 - EN_1 - IE_1 \geq H \quad \text{... (III.17)}$$

Analizando la fórmula anterior (III.17), el saldo inicial, ingresos del negocio, egresos del negocio y la holgura son datos conocidos. La incógnita es el monto a invertir en las alternativas de inversión disponibles para el primer día.

Aplicando la Fórmula III.15 para el segundo día, podemos contar con retornos de inversión.

$$SI_2 + IN_2 - EN_2 - IE_2 + RI_2 \geq H \quad \text{... (III.18)}$$

Utilizando (III.16) y (III.13),

$$SI_2 = SF_1 = SI_1 + IN_1 - EN_1 - IE_1 \quad \text{... (III.19)}$$

Sustituyendo (III.19) en (III.18), obtenemos el saldo final del segundo día:

$$(SI_1 + IN_1 - EN_1 - IE_1) + IN_2 - EN_2 - IE_2 + RI_2 \geq H \quad \text{... (III.20)}$$

La desigualdad sigue teniendo como únicas incógnitas los montos a invertir, dado que los retornos de inversión también dependen de dicha información; las tasas y los plazos son datos del problema.

Aplicando la Fórmula III.15 para el tercer día:

$$SI_3 + IN_3 - EN_3 - IE_3 + RI_3 \geq H \quad \text{... (III.21)}$$

Utilizando (III.16) y (III.13), para el tercer día,

$$SI_3 = SF_2 = (SI_1 + IN_1 - EN_1 - IE_1) + IN_2 - EN_2 - IE_2 + RI_2 \quad \text{... (III.22)}$$

Sustituyendo (III.22) en (III.21),

$$(SI_1 + IN_1 - EN_1 - IE_1) + IN_2 - EN_2 - IE_2 + RI_2 + IN_3 - EN_3 - IE_3 + RI_3 \geq H \quad \text{... (III.23)}$$

Este razonamiento y generación de desigualdades deberá continuarse hasta cubrir los n días del horizonte del problema. Al momento de plantear las ecuaciones para algún problema específico, se deberán desarrollar las sumatorias implícitas en las desigualdades. La forma que tomarán las restricciones es la siguiente:

$$\begin{array}{ccccccccc}
c_{11}x_1 & + & c_{12}x_2 & + & \ldots & + & c_{1j}x_j & \geq & I_1 \\
c_{21}x_1 & + & c_{22}x_2 & + & \ldots & + & c_{2j}x_j & \geq & I_2 \\
\vdots & + & \vdots & + & \ddots & + & \vdots & \geq & \vdots \\
c_{n1}x_1 & + & c_{n2}x_2 & + & \ldots & + & c_{nj}x_j & \geq & I_n
\end{array}$$

Figura III.9: Sistema de desigualdades resultante.

c_{nj} representan coeficientes resultantes de los cálculos aritméticos.
n es el horizonte del problema.
j es el número de alternativas de inversión.
I_n son los términos independientes.

Para culminar el modelo matemático hay que señalar que todas las variables del modelo estarán restringidas en signo. Lo anterior se debe a que no tenemos inversiones negativas.

Ya que contamos con el sistema lineal de desigualdades, debemos simplificarlo antes de comenzar a resolverlo. En las pruebas de implementación realizadas, se observó que muchas de las ecuaciones no son restrictivas, por lo que su número puede reducirse. Por ejemplo:

Si $x \geq 6$, $x \geq 7$, la primera desigualdad no es necesaria.
Si $2a + 3b \geq 4$, $4a + 6b \geq 7$, la segunda desigualdad no es requerida.

Sección 3.04 Documentación del sistema Escenarios de Inversión

Después de ejecutar el sistema, aparece la siguiente pantalla:

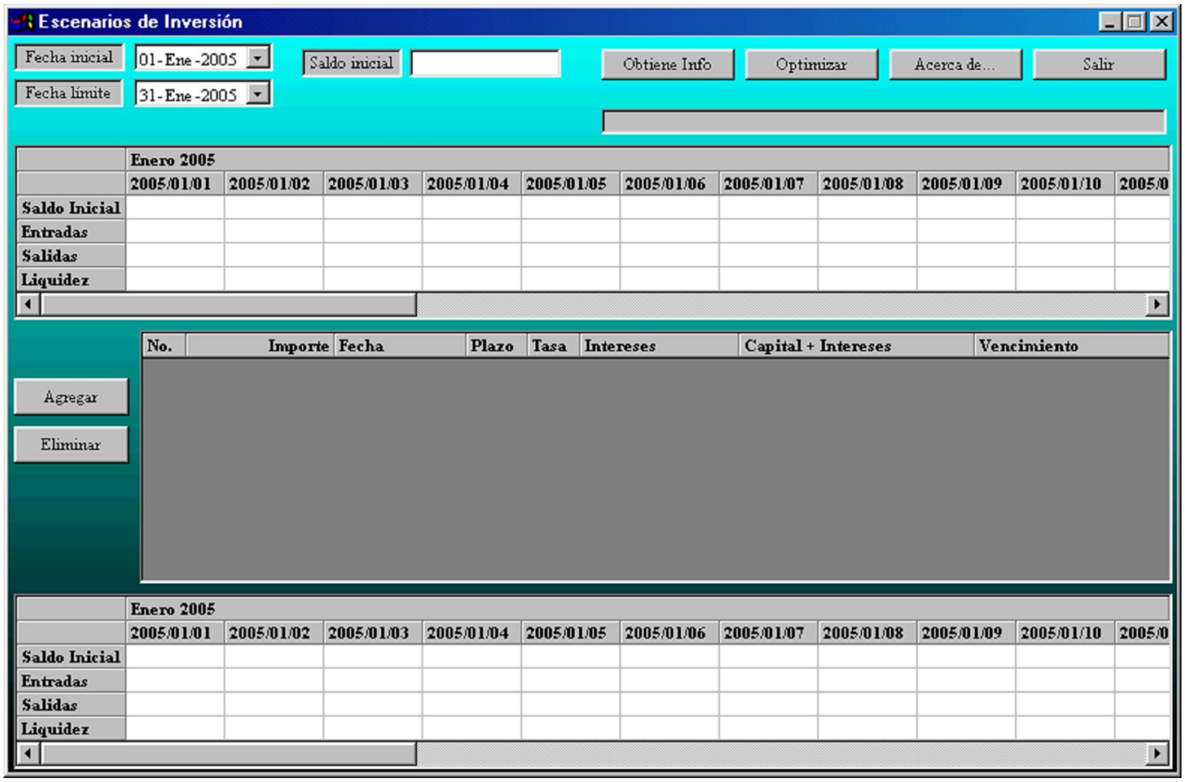


Figura III.10: Pantalla inicial, Sistema Escenarios de Inversión.

La forma en la que está diseñado el sistema permite la vinculación de los programas de cómputo existentes en las empresas con éste. El pronóstico de ingresos y egresos puede ser proporcionado por algún sistema mediante una interfase, por lo que no es necesario efectuar una captura doble de dicha información. El formato que debe cubrir el archivo es el siguiente:

Campo 1, Fecha: El formato debe ser aaaa/mm/dd.
Campo 2, Concepto: Concepto del ingreso o egreso.
Campo 3, Importe: Monto del pronóstico. En el caso de egresos deberá ser negativo.

Los campos deberán estar separados por comas. Lo anterior sirve para que el usuario pueda consultar en Excel dicha información. El concepto y el importe no deberán contener comas. Dicho archivo interfase deberá ser generado antes de ejecutar el sistema.

Introducimos los datos iniciales del problema:

- Fecha inicial.
- Fecha límite.
- Saldo inicial.

Presionamos el botón “Obtiene Info”, con el cual buscamos el archivo interfase, el cual es opcional.

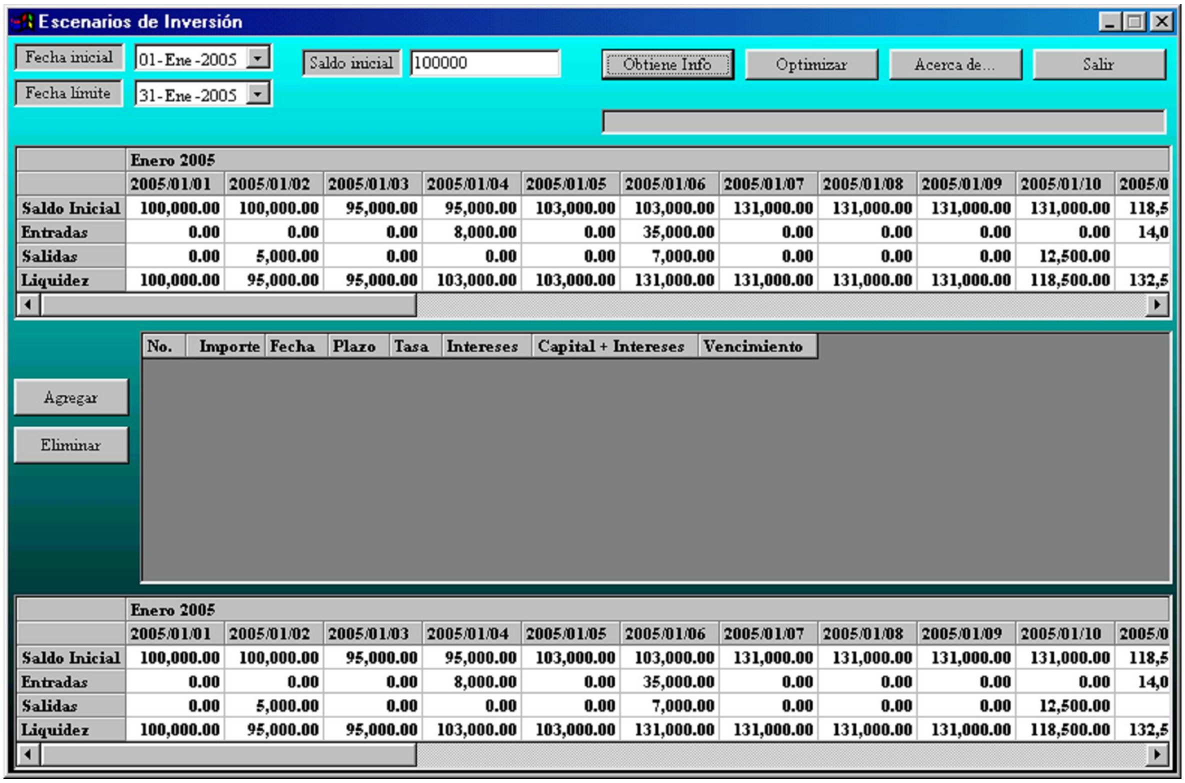


Figura III.11: Ingresos y egresos cargados, Sistema Escenarios de Inversión.

En la rejilla superior se muestra la información contenida en el archivo interfase y el saldo inicial. Determina la liquidez diaria (saldo final) para el periodo de análisis. Si nos posicionamos en la celda correspondiente a alguna entrada o salida y presionamos el botón derecho del puntero, aparece la opción de “Consulta información”. Si presionamos dicha opción, aparece el detalle que conforma el total del ingreso o egreso para el día consultado.

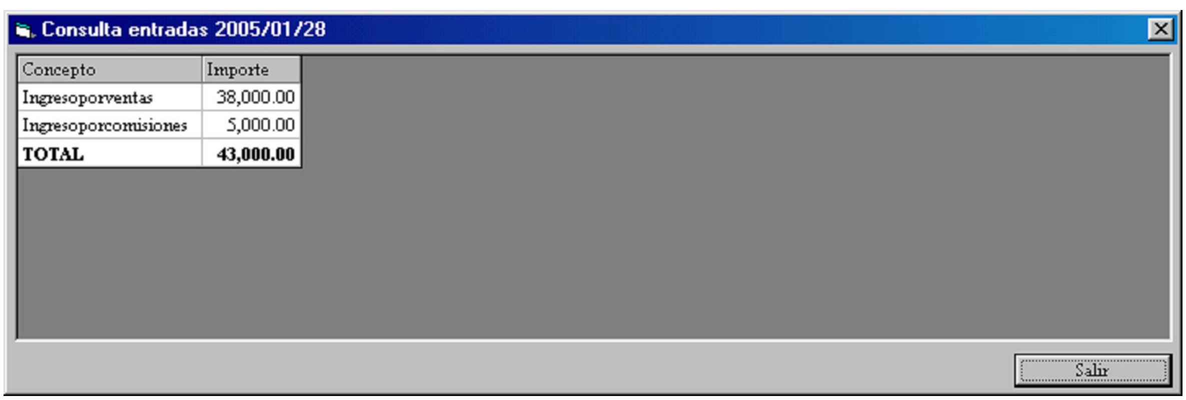


Figura III.12: Detalle de la información de un día en particular, Sistema Escenarios de Inversión.

Agregamos las alternativas de inversión. Para ello agregamos renglones a la segunda rejilla presionando el botón “Agregar”. Introducimos la fecha de inicio de la inversión, el plazo en días y la tasa.

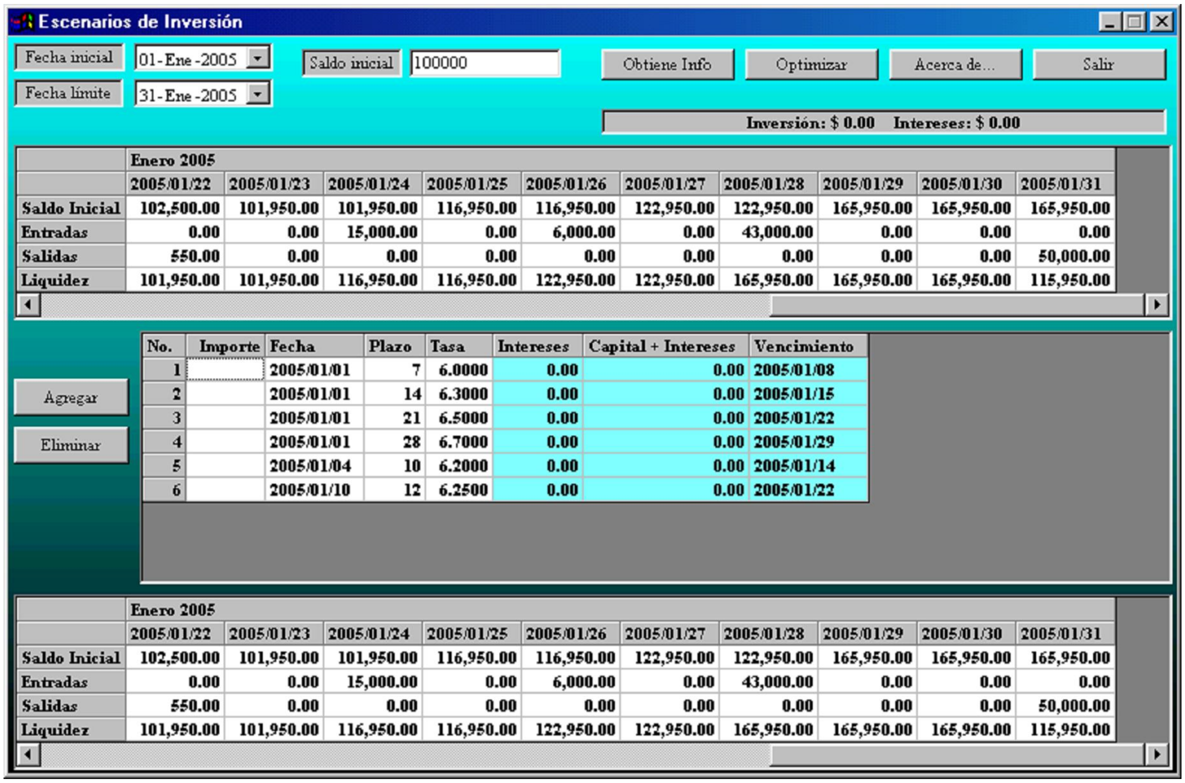


Figura III.13: Captura de alternativas de inversión, Sistema Escenarios de Inversión.

Presionamos el botón “Optimizar”. El sistema le pregunta al usuario el importe mínimo diario que desea tener como saldo final.

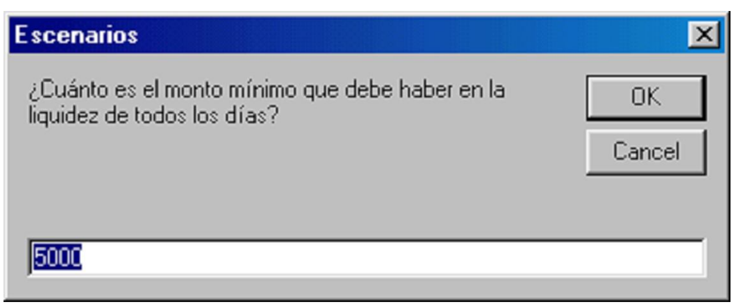
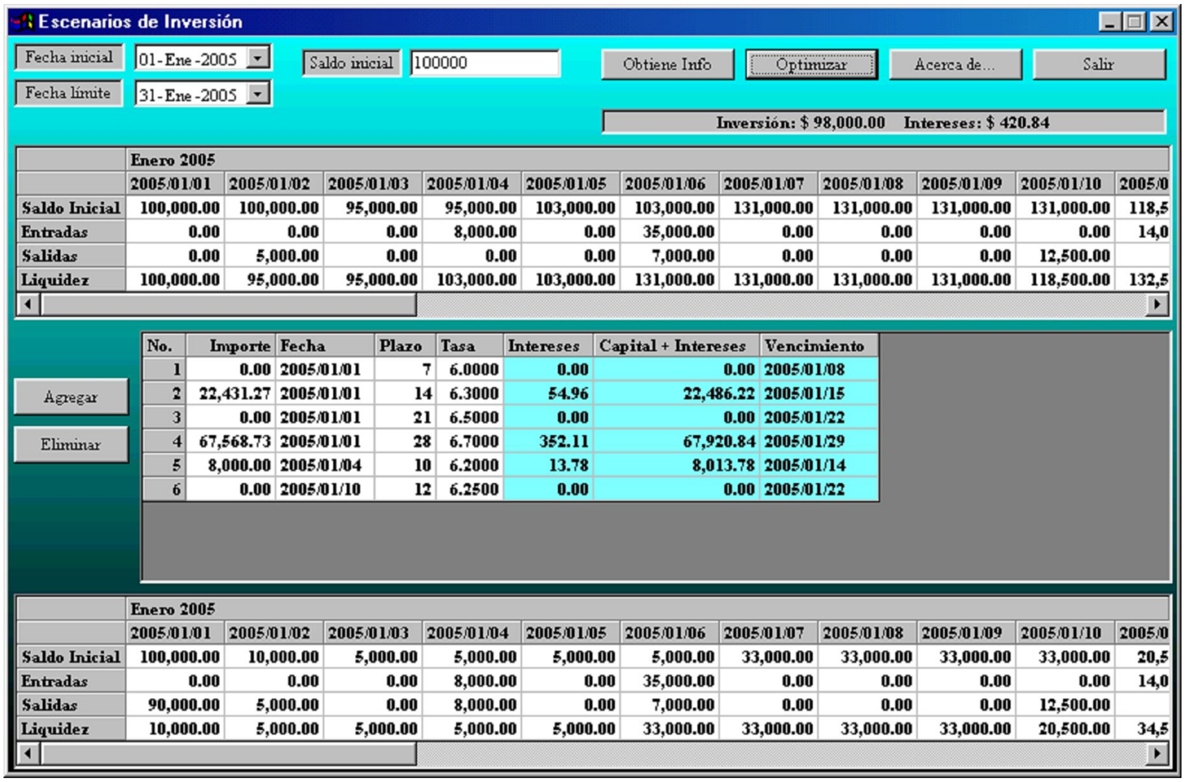


Figura III.14: Captura del saldo diario mínimo de liquidez, Sistema Escenarios de Inversión.

Cabe señalar que el sistema recuerda el dato capturado la última vez que el sistema ejecutó el programa y lo muestra como sugerencia. Introducimos el monto definido por el usuario y presionamos “OK”.

El sistema plantea internamente el modelo de programación lineal y lo resuelve. Terminado el proceso, muestra el importe que deberá invertirse en cada alternativa de inversión.



	Enero 2005										
	2005/01/01	2005/01/02	2005/01/03	2005/01/04	2005/01/05	2005/01/06	2005/01/07	2005/01/08	2005/01/09	2005/01/10	2005/0
Saldo Inicial	100,000.00	100,000.00	95,000.00	95,000.00	103,000.00	103,000.00	131,000.00	131,000.00	131,000.00	131,000.00	118,5
Entradas	0.00	0.00	0.00	8,000.00	0.00	35,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14,0
Salidas	0.00	5,000.00	0.00	0.00	0.00	7,000.00	0.00	0.00	0.00	12,500.00	
Liquidez	100,000.00	95,000.00	95,000.00	103,000.00	103,000.00	131,000.00	131,000.00	131,000.00	131,000.00	118,500.00	132,5

No.	Importe	Fecha	Plazo	Tasa	Intereses	Capital + Intereses	Vencimiento
1	0.00	2005/01/01	7	6.0000	0.00	0.00	2005/01/08
2	22,431.27	2005/01/01	14	6.3000	54.96	22,486.22	2005/01/15
3	0.00	2005/01/01	21	6.5000	0.00	0.00	2005/01/22
4	67,568.73	2005/01/01	28	6.7000	352.11	67,920.84	2005/01/29
5	8,000.00	2005/01/04	10	6.2000	13.78	8,013.78	2005/01/14
6	0.00	2005/01/10	12	6.2500	0.00	0.00	2005/01/22

	Enero 2005										
	2005/01/01	2005/01/02	2005/01/03	2005/01/04	2005/01/05	2005/01/06	2005/01/07	2005/01/08	2005/01/09	2005/01/10	2005/0
Saldo Inicial	100,000.00	10,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00	33,000.00	33,000.00	33,000.00	33,000.00	20,5
Entradas	0.00	0.00	0.00	8,000.00	0.00	35,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14,0
Salidas	90,000.00	5,000.00	0.00	8,000.00	0.00	7,000.00	0.00	0.00	0.00	12,500.00	
Liquidez	10,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00	33,000.00	33,000.00	33,000.00	33,000.00	20,500.00	34,5

Figura III.15: Resultado final, Sistema Escenarios de Inversión.

Puede observarse en la rejilla intermedia la información de cada inversión: importe a invertir, fecha de inversión, plazo, tasa, intereses generados, capital + intereses y fecha de vencimiento.

La rejilla inferior muestra el resultado de la rejilla superior después de aplicar las inversiones. El usuario podrá observar en el programa que en ningún día se tiene un saldo menor al estipulado.

El sistema puede ser utilizado como calculadora. Puede modificar los importes de las inversiones según lo desee. El programa sugiere los montos a invertir, pero el usuario es quien tiene la última palabra.

En la parte superior derecha, se muestra un letrero que indica el monto invertido y los intereses generados.

Para facilitar la consulta de los resultados, las rejillas superior e inferior se encuentran coordinadas de tal forma que si en alguna de ellas recorre los días, en la otra hace la misma acción para poder observar el antes y el después de la inversión.

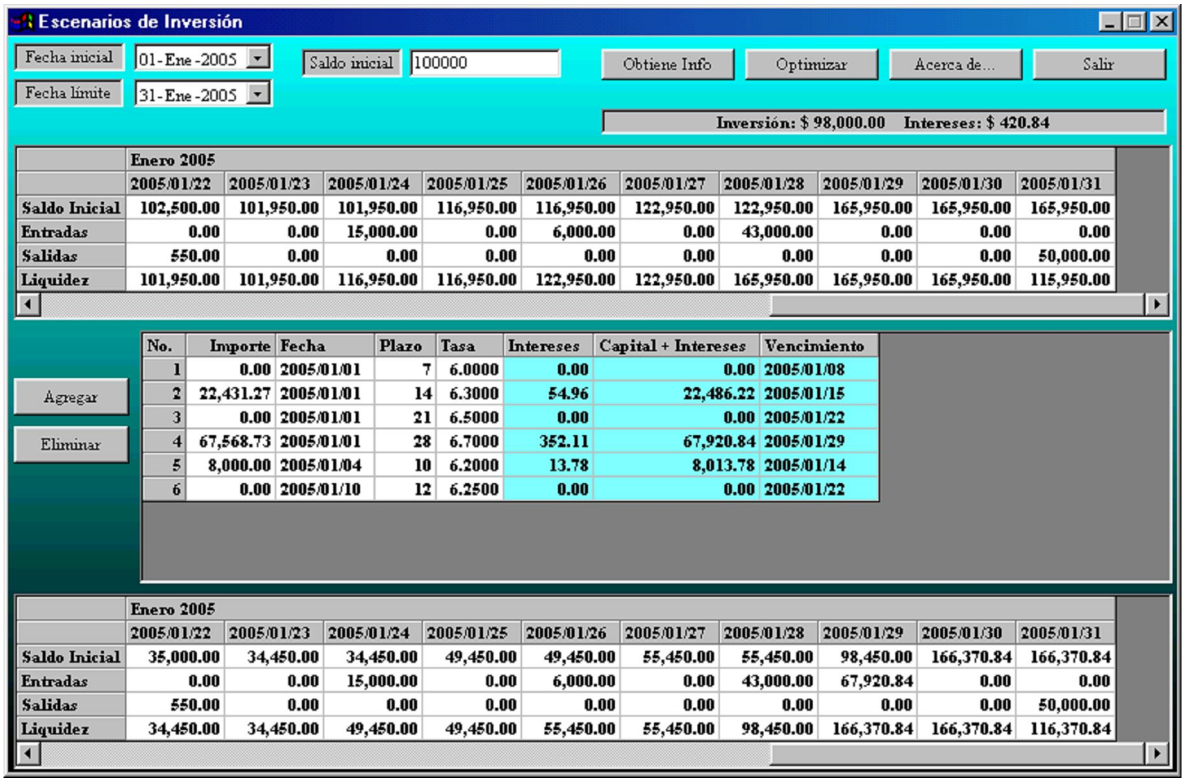


Figura III.16: Las rejillas superior e inferior muestran siempre las mismas fechas.

Se puede observar en la figura anterior (III.16) que en los renglones de liquidez antes y después de invertir para el último día, el saldo final en la rejilla afectada por las inversiones es mayor al correspondiente de la rejilla sin inversiones. La diferencia son los intereses generados, el cual coincide con la suma de los intereses de cada una de las inversiones.

Conclusiones.

- La emisión de instrumentos de deuda es un mecanismo eficiente para obtener financiamiento por parte de las empresas.
- El valor de los instrumentos de deuda cambia con las variaciones en las tasas, en mayor medida los de tasa fija.
- Los instrumentos de deuda no cuponados son más sensibles a las tasas que los cuponados.
- Para los instrumentos de deuda, la sensibilidad de su valor ante cambios en las tasas (duración) es mayor mientras más lejana sea su fecha de vencimiento. Su curvatura (convexidad) aumenta con el plazo y al disminuir la tasa. A menor tasa de cupón, mayor será su duración. De la misma manera, a menor tasa de rendimiento, mayor será su duración.
- El cálculo tradicional de la duración para los instrumentos de deuda no refleja el riesgo de tasa de los bonos revisables.
- Los instrumentos derivados son herramientas poderosas para cubrir a las empresas de movimientos adversos en los mercados.
- Es conveniente realizar las operaciones derivadas en mercados listados, siempre y cuando las características de los contratos se ajusten a las necesidades del negocio.
- Existen varias bolsas, o mercados listados, donde se pueden realizar operaciones derivadas, debemos considerar varios factores en su elección.
- Para realizar coberturas con derivados, es necesario analizar el resultado total de la estrategia ante variaciones en los distintos subyacentes. Catástrofes financieras se han presentado con el uso indebido de estos instrumentos.
- Al resolver modelos de programación lineal con variables enteras, redondear las soluciones decimales puede resultar en soluciones no factibles o no óptimas. Es necesario utilizar algún algoritmo de programación lineal entera.
- Considero que es más adecuado utilizar el método de bisección para resolver modelos de programación lineal entera, con respecto al método de las cotas. Es muy importante diseñar correctamente su implementación, ya que pueden resolverse ramificaciones no necesarias impactando en el rendimiento del algoritmo.
- Es posible diseñar modelos de programación lineal para optimizar inversiones.
- El Ingeniero Industrial tiene los conocimientos necesarios para poder integrar las herramientas financieras y la investigación de operaciones a las necesidades específicas de las empresas. Es capaz de detectar las variables macroeconómicas que afecten su estabilidad financiera y puede diseñar esquemas de cobertura adecuados. Además, puede realizar estrategias que le permitan tomar ventaja del movimiento de dichas variables con respecto a sus competidores.

Anexo A: Obtención de las fórmulas de duración y convexidad.[8]

A continuación obtendremos las fórmulas de la duración y la convexidad para bonos de tasa fija. Estas fórmulas teóricamente son correctas, pero para poder ser aplicadas, es necesario considerar las convenciones de calendarios y si han transcurrido días desde su último cupón.

El precio de los bonos se obtiene como la suma de los valores presentes de sus flujos. Sea P el precio, C_i el monto del flujo fijo en el periodo i, T el número de periodos y r la tasa de rendimiento por periodo, tenemos:

$$P = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i} \qquad \ldots(A.1)$$

Si derivamos A.1 con respecto a la tasa,

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-C_1}{(1+r)^2} - \frac{2C_2}{(1+r)^3} - \ldots - \frac{TC_T}{(1+r)^{T+1}} = \frac{-1}{1+r} \sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+r)^i} \qquad \ldots(A.2)$$

Si multiplicamos A.2 por dr/P,

$$\frac{dP}{P} = \frac{-1}{1+r} \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+r)^i}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}} dr \qquad \ldots(A.3)$$

Definimos la duración de Macauley como:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+r)^i}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}} = \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{iC_i}{(1+r)^i}}{P} \qquad \ldots(A.4)$$

Analizando la fórmula anterior (A.4), la duración es el promedio ponderado de los periodos de los flujos, con respecto al precio. Si aplicamos este concepto a los bonos del mercado, podemos plantear esta fórmula de duración, donde VP_i es el valor presente del flujo i. Dividimos entre 365 para convertir la duración en años.

$$Duración = \frac{\sum_{i=1}^{n} (VP_i \times Plazo_i)}{365 \times \sum_{i=1}^{n} VP_i} \qquad \ldots(A.5)$$

[8] Baz, J., and G. Chacko (2004): "Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics", Cambridge University Press: 88-103.

Si derivamos A.2 con respecto a la tasa,

$$\frac{d^2P}{dr^2} = \frac{2C_1}{(1+r)^3} + \frac{6C_2}{(1+r)^4} + \ldots + \frac{T(T+1)C_T}{(1+r)^{T+2}} = \sum_{i=1}^{T} \frac{i(i+1)C_i}{(1+r)^{i+2}} \qquad \ldots(A.6)$$

Definimos la convexidad como:

$$\kappa = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dr^2} = \frac{\sum_{i=1}^{T} \frac{i(i+1)C_i}{(1+r)^{i+2}}}{\sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}} \qquad \ldots(A.7)$$

Si se trata de un bono cupón cero,

$$\kappa = \frac{\frac{T(T+1)C_T}{(1+r)^{T+2}}}{\frac{C_T}{(1+r)^T}} = \frac{T(T+1)}{(1+r)^2} \qquad \ldots(A.8)$$

Para obtener una fórmula de convexidad aplicable a los bonos mexicanos, adaptamos A.7. P_i es el plazo para el flujo i, Periodo es el número de días de capitalización de la tasa, comúnmente 182, T_R es la tasa de rendimiento, VP_i es el valor presente del flujo i.

$$Convexidad = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{P_i}{365}\left(\frac{P_i}{365}+1\right)VP_i\right]}{\left(1+\frac{Periodo \times T_R}{360}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} VP_i} \qquad \ldots(A.9)$$

Para estimar el cambio en el precio de un bono cuponado de tasa fija anta variaciones en las tasas, a partir de la duración y la convexidad, realizamos una expansión de Taylor de dos términos.

$$\Delta P = P'(r_0)\Delta r + \frac{P''(r_0)}{2}(\Delta r)^2 \qquad \ldots(A.10)$$

Sustituyendo A.4 en A.3, tenemos:

$$\frac{dP}{P} = \frac{-D}{1+r}dr \qquad \ldots(A.11)$$

Si sustituimos A.7 y A.11 en A.10 y dividimos entre P, obtenemos:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{1+r}\Delta r + \frac{\kappa}{2}(\Delta r)^2 \qquad \ldots(A.12)$$

Anexo B: Antecesores del modelo Black & Scholes[9].

El modelo Black & Scholes es el resultado de investigaciones realizadas en diversas áreas del conocimiento, como botánica, física, matemáticas, termodinámica y economía. A continuación se muestran las principales contribuciones de los precursores de la fórmula, ordenados por la fecha de su aportación relevante al modelo. Dicha aportación relevante y el año de su desarrollo aparecen resaltados en el texto.

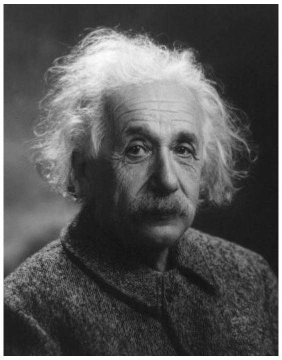
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), físico-matemático francés. Conocido por el tipo de análisis que lleva su nombre (análisis de Fourier). Su trabajo muestra que cualquier función puede ser expandida como la sumatoria de una serie de senoides, además de las transformaciones que mediante el cambio de dominio (cambio de tiempo a frecuencia), facilita la solución de ecuaciones diferenciales. En **1822**, publicó en "Théorie analytique de la chaleur" la **solución de la ecuación del calor**, la cual es una ecuación diferencial parcial de segundo orden. Trata sobre la difusión del calor aplicado sobre una barra metálica en un tiempo dado.

Robert Brown (1773-1858), botánico escocés. Analizando en el microscopio partículas de pólen de la especie *Clarkia pulchella* suspendidas en agua, observó que dichas partículas se movían erráticamente sin cesar. Dicho movimiento es conocido como **movimiento Browniano** en su honor. En **1828** publicó sus hallazgos en los artículos "A Brief Account on the Particles Contained in the Pollen of Plants" y "General Existence of Active Molecules in Organic and Inorganic Bodies" en el "Edinburgh New Philosophical Journal". Brown pensó que dichas partículas tenían movimiento propio e incluso vida. No pudo explicar satisfactoriamente la razón de dicho movimiento, pero abrió un campo de investigación de la mayor relevancia hasta nuestros días. Varias investigaciones surgieron al respecto intentando explicar el movimiento Browniano, sugiriendo la atracción-repulsión entre las partículas suspendidas, la inestabilidad del líquido, la acción capilar de las partículas y pequeñas burbujas en el líquido.

Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier (1870-1946), matemático francés. Es considerado el padre de las matemáticas financieras modernas. Su tesis doctoral "The Theory of Speculation", publicada en **1900** en la Sorbonne de París, no fue bien recibida por la comunidad académica. En su trabajo analizó el comportamiento de la bolsa de valores de París, pero en aquella época se consideró como un trabajo irrelevante, ya que el interés se encontraba en el rigor matemático de la física y la matemática pura.

Algunos años después de su muerte (alrededor de 1960), Paul Samuelson encontró la tesis de Bachelier en una visita a la Sorbonne. En dicho trabajo encontró conceptos que fueron popularizados por grandes matemáticos varios años después de él, como los **procesos Markovianos, la esperanza condicional y las martingalas**. Utilizó el movimiento Browniano para modelar el comportamiento de las acciones. Incluso formuló matemáticamente el movimiento Browniano. No cabe duda que fue un adelantado a su tiempo.

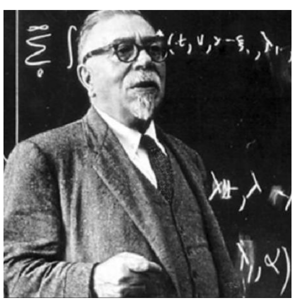
[9] Chance, Don M. (2001): "An Introduction to Derivatives and Risk Management", 5ta ed., Harcourt College Publishers.
Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall.
Venegas, Francisco (2006): "Riesgos financieros y económicos", 1era ed., Thomson.
http://en.wikipedia.org/



Albert Einstein (1879-1955), físico de orígen alemán. A finales del siglo XIX y principios del siglo XX, se pensaba que el comportamiento del universo era conocido y descrito por la mecánica newtoniana, y que la física se dedicaría a resolver problemas menores. Einstein revolucionó el pensamiento de la época con sus descubrimientos en la física. Publicó en **1905** cinco artículos de la mayor relevancia. Por el primero de ellos fue galardonado con el premio Nobel de física en 1921, titulado "On a Heuristic Viewpoint Concerning the Production and Transformation of Light", en el Annalen der Physik, donde trata el efecto fotoeléctrico (premiación a la que no pudo asistir). En su tercer artículo, titulado "On the Motion—Required by the Molecular Kinetic Theory of Heat—of Small Particles Suspended in a Stationary Liquid", Annalen der Physik, demostró que el **movimiento Browniano en las partículas de polen se debe al golpeteo aleatorio de las moléculas del agua sobre las partículas de polen.** De este trabajo se deriva que la desviación estándar del desplazamiento de una partícula suspendida en un líquido en un tiempo dado, es proporcional a la raíz cuadrada de dicho tiempo.

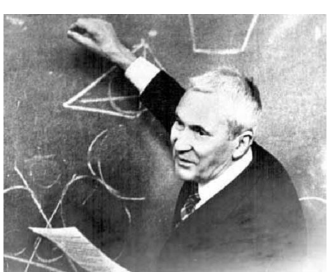
Andrey Andreevich Markov (1856 - 1922), matemático ruso. Las cadenas de Markov (**1906**) son procesos estocásticos discretos, que cumplen la propiedad de Markov. Los procesos de Markov son modelos matemáticos que intentan predecir la evolución aleatoria de un sistema sin memoria. El concepto “sin memoria” (**propiedad de Markov**) significa que dado el estado presente del sistema, su futuro y su pasado son independientes.

La trayectoria seguida por una variable para llegar al estado presente, no puede ser utilizada para predecir la trayectoria futura. Esta afirmación significa que el análisis técnico de los mercados financieros no se traducirá en rendimientos superiores.

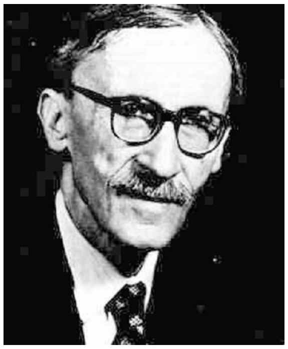


Norbert Wiener (1894-1964), matemático norteamericano. Pionero en el estudio de los procesos estocásticos. Conocido como el padre de la cibernética. Los filtros de Wiener son utilizados para disminuir el ruido en la transmisión de señales. En **1912**, obtuvo su doctorado en Harvard.

Los **Procesos de Wiener son procesos contínuos estocásticos**, también conocidos como movimiento Browniano. Son un tipo particular de los procesos de Lévy. La **ecuación de Wiener** es una representación del movimiento Browniano.

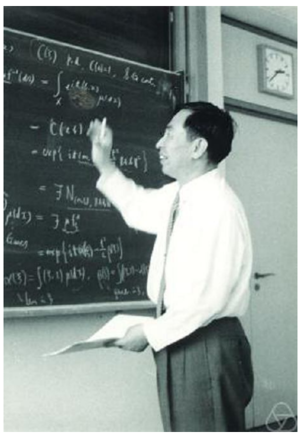


Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987), matemático ruso. Logró grandes avances en diversos campos del conocimiento. En **1933**, publicó “Foundations of the Theory of Probability”, que contiene los **axiomas de probabilidad** utilizados hasta nuestros días. En este trabajo aparece la noción formal de la **esperanza condicional**, la cual había sido planteada previamente por Bachelier.



Paul Pierre Lévy (1886-1971), matemático francés. Dedicó su trabajo a la teoría de la probabilidad. Dentro de su trabajo, introdujo los Procesos, las Medidas, la Constante y la Distribución que llevan su nombre. Los Vuelos de Lévy son un tipo de caminata aleatoria, la cual se realiza siguiendo una distribución de colas anchas.

En **1937**, definió el concepto de **Martingala**, el cual es un proceso estocástico tal que la esperanza condicional en un tiempo t, dado la información en un tiempo anterior s, es igual a la observación en dicho tiempo s.



Kiyoshi Itô (1915-), matemático japonés. Su trabajo, desarrollado en **1942**, es conocido como cálculo de Itô, el cual extiende el cálculo a los procesos estocásticos (**integral estocástica de Itô**).

El **Lema de Itô** permite determinar el comportamiento de una variable que sea función de otra variable que siga un proceso de difusión de Itô. Es similar a la regla de la cadena del cálculo, pero para procesos estocásticos.

Los **procesos de Itô** son procesos estocásticos donde el cambio en una variable durante cada pequeño periodo de tiempo tiene una distribución normal. La media y la varianza de la distribución son proporcionales al tiempo.

Harry Max Markowitz (1927-), economista norteamericano. Reconocido por su Teoría Moderna de Portafolios, donde presenta una metodología para diseñar portafolios de inversión, considerando el riesgo de cada activo, la correlación con otros activos y el efecto de la diversificación.

Establece el concepto de frontera eficiente, donde para cierto nivel de riesgo deseado, existe un portafolio que maximiza el rendimiento. Por lo tanto, la selección del portafolio dependerá del nivel de riesgo deseado. Su obra "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments" fue publicada en **1959**. Su modelo es conocido como **Capital Asset Pricing Model** (CAPM). Obtuvo el premio Nobel de economía en 1990.

Igor Vladimirovich Girsanov (?-1967), matemático ruso. Presentó su tesis doctoral en **1961**, titulada “On Transforming a Certain Class of Stochastic Processes by Absolutely Continuous Substitution Measures”. En su tesis se encuentra lo que conocemos como el **Teorema de Girsanov**, en el cual construye una medida de probabilidad que permite transformar un movimiento Browniano con tendencia en un movimiento Browniano sin tendencia, definido en un espacio de probabilidad equivalente. Murió trágicamente en una avalancha en 1967.

En dos ocasiones anteriores a Girsanov se publicaron trabajos similares al suyo. R.H. Cameron y W.T. Martin, “Transformation of Wiener integrals under translations” en 1944 y G. Maruyama, “On the Transition Probability Functions of the Markov Process”, en 1954.

Paul Anthony Samuelson (1915-), economista norteamericano. Obtuvo el premio Nobel de economía en 1970. Utilizó métodos desarrollados para la termodinámica en la economía. Su principal obra la publicó en 1947, titulada “Foundations of Economic Analysis”.

Alrededor de 1960, Paul Samuelson visitó la Sorbonne, en París. Encontró la tesis de Bachelier, la cual dio a conocer al mundo. La tesis de Bachelier influyó en el trabajo posterior de Samuelson, quien se encontraba investigando la valuación de opciones. En **1965**, publicó su artículo “Rational Theory of Warrant Prices”, en el cual **corrige un problema en el trabajo de Bachelier, donde los precios de los activos podían tomar valores negativos**. Introdujo en este artículo lo que conocemos como **movimiento económico Browniano**. **Propone una fórmula para valuar opciones**, pero ésta dependía de dos parámetros desconocidos (el rendimiento esperado de la acción y el rendimiento esperado de la opción o la tasa de descuento a aplicar a la opción).

Anexo C: Historia del modelo Black & Scholes[10].

El desarrollo del modelo Black-Scholes fue realizado por los economistas Fischer Sheffey Black (1938-1995, norteamericano), Myron Samuel Scholes (1941, canadiense) y Robert Cox Merton (1944, norteamericano). Este modelo revolucionó los mercados financieros, sentando las bases para valuar instrumentos derivados cada vez más complejos. Por esta contribución, obtuvieron el premio Nobel de economía en 1997. Desafortunadamente, Fischer Black falleció dos años antes del nombramiento, el cual no se otorga de manera póstuma, pero en el anuncio del premio, el comité mencionó prominentemente el papel de Black.

Fisher Black Myron S. Scholes Robert C. Merton

Fischer Black comenzó el desarrollo de la fórmula en 1969. Partió de conceptos desarrollados en el modelo CAPM, donde a mayor riesgo en los instrumentos, debe corresponder mayor rentabilidad esperada. Comenzó a trabajar en la valuación de warrants, donde planteó una fórmula que decía que el rendimiento esperado del warrant debe depender de su riesgo, de manera similar a las acciones en el modelo CAPM. Utilizó el modelo CAPM para determinar que la tasa de descuento del warrant varía con el tiempo y con el precio del subyacente, con lo cual formuló la ecuación diferencial del warrant, la cual no pudo resolver en dicha época. Consistía en una ecuación diferencial parcial de segundo orden, parabólica y lineal.

En 1969, Myron Scholes comenzó a trabajar en el MIT como profesor de finanzas. Fischer Black trabajaba para una consultoría en Boston. Después de conocerse, Black entró al MIT en el departamento de

[10] Black, Fischer S., Scholes, Myron S.: "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", The Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3. (May - Jun., 1973), pp. 637-654.
Chance, Don M. (2001): "An Introduction to Derivatives and Risk Management", 5ta ed., Harcourt College Publishers.
Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall.
Venegas, Francisco (2006): "Riesgos financieros y económicos", 1era ed., Thomson.

finanzas. Continuaron la investigación de la valuación del warrant, logrando rápidos avances. Encontraron un trabajo sobre valuación de warrants publicado en 1961 por Case M. Sprenkle, el cual utilizaba supuestos relacionados a los suyos. A partir de esa fórmula, obtuvieron la solución de su ecuación.

Durante el desarrollo de su famosa fórmula, sostuvieron grandes disertaciones académicas con Robert Merton (economista del MIT), quien también se encontraba trabajando en el mismo problema de valuación de opciones. Merton sugirió un método para obtener la fórmula, el cual se convirtió en principal camino utilizado en su publicación. Merton descubrió varias las reglas de arbitraje que establecen los límites de los precios de las opciones.

Black y Scholes intentaron publicar su trabajo en el *Journal of Political Economy*, pero fue rechazado. Similar respuesta obtuvieron con el *Review of Economics and Statistics*. Dos miembros de la Universidad de Chicago, Merton Miller y Eugene Fama, se interesaron en este trabajo y le recomendaron al *Journal of Political Economy* que reconsideraran el trabajo. El *Journal* aceptó publicar el trabajo bajo una serie de condiciones. El documento final fue publicado en mayo de 1973, bajo el nombre de *The Pricing of Options and Corporate Liabilities.*

En su trabajo final, establecen los límites superior e inferior del precio de una opción de compra. Parten de ciertas condiciones ideales las cuales son:

- La tasa de interés es conocida y constante durante la vida de la opción.
- El precio de la acción sigue una caminata aleatoria continua con su varianza proporcional al cuadrado del precio de la acción.
- La distribución del precio de la acción es lognormal.
- La varianza del rendimiento de la acción es constante.
- El subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vigencia de la opción.
- La opción es europea, lo que significa que no es posible ejercerla antes de su vencimiento.
- No existen costos transaccionales al comprar o vender la acción o la opción.
- Es posible vender en corto la acción subyacente.
- Se puede comprar o vender la acción en cualquier múltiplo o fracción.
- Se puede prestar y pedir prestado a la misma tasa constante de interés.

A partir de estos supuestos, determinan que el precio de la opción depende del precio de la acción y del tiempo, siendo los demás parámetros constantes. Definen una posición cubierta, consistente en una acción y una opción corta. Este proceso lo conocemos como *delta hedge*. El valor de dicho portafolio no depende del precio de la acción. Con este planteamiento, desarrollan su ecuación diferencial mediante cálculo estocástico. Para solucionarla, la expresan en términos similares a la ecuación del calor, de la cual se conocía su solución previamente. De esta forma, demuestran su famosa fórmula de valuación de opciones. En la misma publicación, muestran una manera alternativa de derivar la fórmula, partiendo del modelo *Capital Asset Pricing Model (CAPM).*

Merton publicó casi simultáneamente su artículo titulado *Theory of Rational Option Pricing* en el *Bell Journal of Economics and Management Science*, en la primavera de 1973. Merton solicitó a su editor que su escrito no fuese publicado antes que el de Black y Scholes. Su investigación es similar a la Black y Scholes, pero extiende el modelo al considerar tasas de interés estocásticas, pago continuo de dividendos, análisis de opciones americanas, opciones perpetuas y opciones de barrera.

Es muy importante tener en cuenta las consideraciones y limitantes del modelo. La fórmula fue diseñada para calcular precios de opciones donde se cubre el efecto de movimientos en el subyacente (delta hedge). En la práctica, el modelo se utiliza de una manera distinta a la cual conceptualizaron sus creadores. A partir de distintas cotizaciones de opciones, a diversos plazos y precios de ejercicio, obtienen su volatilidad implícita y construyen gráficas conocidas como *smiles* de volatilidad (para el caso de dos dimensiones) o superficies de volatilidad (para tres dimensiones).

La ecuación diferencial de Black y Scholes permite valuar diversos derivados si se establecen sus correspondientes condiciones de frontera. Si la condición final es el valor intrínseco de la opción, el resultado es la fórmula Black & Scholes.

Anexo D: Obtención del modelo Black & Scholes.

Existen varias formas de demostrar el modelo Black & Scholes. La forma que analizaremos utiliza valores esperados bajo medidas de probabilidad neutrales al riesgo. Para ello, comenzaremos definiendo los procesos de Markov, Wiener e Itô. Plantearemos el Lema de Itô, el cual aplicaremos al comportamiento lognormal del precio de los subyacentes. Revisaremos el teorema de Girsanov y manipularemos las ecuaciones estocásticas para que tomen la forma de la distribución normal.

B.1: Procesos de Markov[11].

Un proceso de Markov es un tipo de proceso estocástico, donde solamente el valor presente de una variable es relevante para predecir su futuro. La trayectoria seguida por la variable es irrelevante, no es posible predecir su futuro mediante el estudio de tendencias pasadas.

B.2: Procesos de Wiener[12].

Los procesos de Wiener son un caso particular de los procesos de Markov, con una media de cambio de cero y variancia anual de uno. En ocasiones se le refiere como movimiento Browniano, el cual estudia el movimiento errático de partículas moleculares. Einstein explicó que la desviación estándar del movimiento de una partícula suspendida en un líquido, en un tiempo dado, es proporcional a la raíz cuadrada de dicho tiempo[13].

Una variable *z* sigue un proceso de Wiener si cumple con lo siguiente:

1.- $\delta z = \varepsilon\sqrt{\delta t}$ …(B.2.1)
2.- Sigue con un proceso de Markov.

ε es una caminata aleatoria de la distribución normal estándar, $\phi(0,1)$. Del primer punto, δz sigue una distribución normal con media de cero y varianza de δt. Un proceso generalizado de Wiener para una variable *x* la podemos definir como:

$$dx = a(dt) + b(dz) \quad \text{…(B.2.2)}$$

El término *a(dt)* es el crecimiento esperado por unidad de tiempo. El término *b(dz)* es el término estocástico de la ecuación. Es la variabilidad de la trayectoria seguida por *x*. *dz* es el proceso de Wiener. En un pequeño intervalo de tiempo δt, a partir de (B.2.1) y (B.2.2), tenemos:

$$\delta x = a(\delta t) + b\varepsilon\sqrt{\delta t} \quad \text{…(B.2.3)}$$

[11] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 216.
[12] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 218-219.
[13] Venegas, Francisco (2006): “Riesgos financieros y económicos”, 1era ed., Thomson: 117.

B.3: Procesos de Itô[14].

Son una generalización de los procesos de Wiener, donde los parámetros a y b son funciones dependientes del valor del subyacente y del tiempo.

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \qquad \ldots(B.3.1)$$

$$\delta x = a(x,t)\delta t + b(x,t)\varepsilon\sqrt{\delta t} \qquad \ldots(B.3.2)$$

B.4: Lema de Itô[15].

Partimos de una función continua diferenciable G de dos variables (x,t). Si δx es un pequeño cambio en x, δt es un pequeño cambio en t y δG es el pequeño cambio resultante en G, tenemos:

$$\delta G \approx \frac{\partial G}{\partial x}\delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\delta t \qquad \ldots(B.4.1)$$

Recordamos la expansión de una función en serie de Taylor[16]:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{i!}f^{i}(x_0)(x - x_0)^{i} \qquad \ldots(B.4.2)$$

Si queremos mayor precisión en δG, utilizamos la expansión en serie de Taylor:

$$\delta G = \frac{\partial G}{\partial x}\delta x + \frac{\partial G}{\partial t}\delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\delta x^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t}\delta x \delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}\delta t^2 + \ldots \qquad \ldots(B.4.3)$$

Partiendo de (B.3.2),

$$\delta x^2 \approx b^2 \varepsilon^2 \delta t \qquad \ldots(B.4.4)$$

Como ε es una $\phi(0,1)$, la esperanza (E) de ε es cero y $E(\varepsilon^2)=1$. Por lo tanto, $E(\varepsilon^2\delta t)=\delta t$. Como la varianza de $\varepsilon^2\delta t$ es del orden δt^2, podemos tratar $\varepsilon^2\delta t$ como no estocástica e igual a su valor esperado cuando δt tiende a cero. Por lo tanto, de (B.4.4), δx^2 se vuelve no estocástico e igual a $b^2\delta t$ cuando δt tiende a cero.

En el límite donde δx y δt tienden a cero en (B.4.3) y aplicando el párrafo anterior, tenemos el Lema de Itô:

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x}dx + \frac{\partial G}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2 dt \qquad \ldots(B.4.5)$$

Sustituyendo (B.3.1) en (B.4.5), tenemos:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}bdz \qquad \ldots(B.4.6)$$

[14] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 222.
[15] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 232, 233.
[16] Neftci, Salih N. (2000): "An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives", 2da ed., Academic Press: 68.

B.5: Proceso lognormal de los precios de los subyacentes[17].

Si S es el precio del subyacente en el tiempo t, el crecimiento esperado del precio será μS, μ siendo un parámetro constante. En la práctica, asumimos que μ es la tasa libre de riesgo al plazo de la opción de la moneda en la que el subyacente se encuentra expresado. Si agregamos el efecto de la volatilidad, en un pequeño intervalo de tiempo δt consideramos proporcional la desviación estándar al precio del subyacente. Si σ es la volatilidad, a partir de (B.3.1) llegamos al modelo más utilizado para representar el movimiento de subyacentes:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \qquad \ldots(B.5.1)$$

Aplicando (B.5.1) a (B.4.6), tenemos:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz \qquad \ldots(B.5.2)$$

La distribución lognormal es más indicada que la normal para representar precios de subyacentes, ya que dicho precio no puede ser inferior a cero. Si los rendimientos de los activos subyacentes siguen una distribución normal, entonces el precio del activo sigue una distribución lognormal.

$$G = \ln S \qquad \ldots(B.5.3)$$

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S} \qquad \ldots(B.5.4)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2} \qquad \ldots(B.5.5)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 0 \qquad \ldots(B.5.6)$$

Sustituyendo (B.5.4), (B.5.5) y (B.5.6) en (B.5.2), tenemos:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \qquad \ldots(B.5.7)$$

La ecuación (B.5.7) indica que G=ln$S$ sigue un proceso generalizado de Wiener, con crecimiento constante e igual a μ-σ^2/2 y varianza constante σ^2. El cambio en ln$S$ entre el tiempo cero y T está distribuido normalmente con media (μ-σ^2/2)T y varianza σ^2T. Por lo tanto,

$$\ln S_T - \ln S_0 \sim \phi \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \qquad \ldots(B.5.8)$$

$$\ln S_T \sim \phi \left[\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \qquad \ldots(B.5.9)$$

[17] Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall: 222-228.

B.6: Teorema de Girsanov[18].

La aplicación del Teorema de Girsanov permite transformar un movimiento Browniano con tendencia en un movimiento Browniano sin tendencia definido en un espacio de probabilidad equivalente. Si $W_T \sim N(0,T)$ y λ pertenece a los reales, obtenemos la media y la varianza:

$$E\left[W_T + \lambda T\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} (w + \lambda T) e^{-w^2/2T} dw = \lambda T \qquad \text{…(B.6.1)}$$

$$Var\left[W_T + \lambda T\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[(w + \lambda T) - \lambda T\right]^2 e^{-w^2/2T} dw = T \qquad \text{…(B.6.2)}$$

Buscamos encontrar $\varphi(W_T)$ tal que:

$$E\left[(W_T + \lambda T)\varphi(W_T)\right] = 0 \qquad \text{…(B.6.3)}$$

$$E\left[(W_T + \lambda T)^2 \varphi(W_T)\right] = T \qquad \text{…(B.6.4)}$$

Sustituyendo (B.6.3) en (B.6.1) y (B.6.4) en (B.6.2), tenemos:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} (w + \lambda T)\varphi(w) e^{-w^2/2T} dw = 0 \qquad \text{…(B.6.5)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} (w + \lambda T)^2 \varphi(w) e^{-w^2/2T} dw = T \qquad \text{…(B.6.6)}$$

De (B.6.5) y (B.6.6), tenemos:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} (w + \lambda T) e^{-(w+\lambda T)^2/2T} dw = 0 \qquad \text{…(B.6.7)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} (w + \lambda T)^2 e^{-(w+\lambda T)^2/2T} dw = T \qquad \text{…(B.6.8)}$$

Comparando (B.6.7) con (B.6.5) y (B.6.8) con (B.6.6), tenemos:

$$\varphi(W_T) = e^{-\lambda W_T - \lambda^2 T/2} \qquad \text{…(B.6.9)}$$

[18] Venegas, Francisco (2006): “Riesgos financieros y económicos”, 1era ed., Thomson: 95-96.

B.7: Modelo Black-Scholes[19].

A partir de (B.5.3) y de (B.5.7), tenemos:

$$S(t) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma w(t)} \quad \text{…(B.7.1)}$$

$$S(T) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma w(T)} \quad \text{…(B.7.2)}$$

Donde *t* es el tiempo actual y *T* es el vencimiento de la opción. Si dividimos (B.7.2) entre (B.7.1) y despejamos *S(T)*, tenemos:

$$S(T) = S(t)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma[w(T) - w(t)]} \quad \text{…(B.7.3)}$$

Definimos *W*, la cual está distribuida normalmente $\phi(0,T\text{-}t)$.

$$W = w(T) - w(t) \quad \text{…(B.7.4)}$$

Si aplicamos el Teorema de Girsanov, cambiamos la medida de probabilidad a una probabilidad neutral al riesgo, podemos escribir:

$$w(t) = w^*(t) - \left(\frac{\mu - r}{\sigma}\right)t \quad \text{…(B.7.5)}$$

Donde $w^*(t)$ es un movimiento browniano bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo. Análogamente a (B.7.4), tenemos:

$$W^* = w^*(T) - w^*(t) \sim \phi(0, T - t) \quad \text{…(B.7.6)}$$

Sustituyendo (B.7.5) y (B.7.6) en (B.7.3), tenemos:

$$S(T) = S(t)e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma W^*} \quad \text{…(B.7.7)}$$

Si definimos E* como la esperanza bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo, podemos calcular el precio del call europeo. La esperanza la aplicamos al precio implícito del call, condicional al precio actual del subyacente. X es el strike del call, el precio es el valor presente de la esperanza.

$$c(t) = e^{-(T-t)}E^*\{\max[S(T) - X, 0]S(t)\} \quad \text{…(B.7.8)}$$

Si sustituimos (B.7.7) en (B.7.8) y *u* en lugar de W^*,

$$c(t) = e^{-(T-t)} \int_{u=-\infty}^{\infty} \max\left[S(t)e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma u} - X, 0 \right] fv(u)du \quad \text{…(B.7.9)}$$

[19] Falcon, Timothy (2004): “Basic Black-Scholes Option Pricing and Trading”, 1era ed.: 129-140.

Nótese que *fv(u)* es la función densidad de probabilidad de *u*. Recordemos el cálculo de probabilidades en la distribución normal:

$$P(a \le X \le b) = \int_{x=a}^{b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \qquad \text{…(B.7.10)}$$

Dado que u~ϕ(0,*T*-*t*), análogamente a (B.7.10), tenemos:

$$fv(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{T-t}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sqrt{T-t}}\right)^2} \qquad \text{…(B.7.11)}$$

Sustituyendo (B.7.11) en (B.7.9),

$$c(t) = e^{-r(T-t)} \int_{u=-\infty}^{\infty} \max\left[S(t)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma u} - X, 0\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{T-t}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sqrt{T-t}}\right)^2} du \qquad \text{…(B.7.12)}$$

Definimos para simplificar:

$$\alpha = \frac{u}{\sqrt{T-t}} \qquad \text{…(B.7.13)}$$

Sustituimos (B.7.13) en (B.7.12),

$$c(t) = e^{-r(T-t)} \int_{\alpha=-\infty}^{\infty} \max\left[S(t)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\alpha\sqrt{T-t}} - X, 0\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2} d\alpha \qquad \text{…(B.7.14)}$$

Determinemos α_0, tal que el primer argumento de la función max de (B.7.14) sea cero:

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}\left[\ln\left(\frac{X}{S(t)}\right) - \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right] \qquad \text{…(B.7.15)}$$

Cuando a<a0, la integral de (B.7.14) es cero. Sustituyendo (B.7.15) en (B.7.14),

$$c(t) = e^{-r(T-t)} \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} \left(S(t)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\alpha\sqrt{T-t}} - X\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2} d\alpha \qquad \text{…(B.7.16)}$$

Separando (B.7.16) en dos integrales,

$$c(t) = e^{-r(T-t)} \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} S(t)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\alpha\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha - e^{-r(T-t)} \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} \frac{X}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha \qquad \text{…(B.7.17)}$$

Simplificando (B.7.17),

$$c(t) = S(t) \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma^2}{2}(T-t)+\sigma\alpha\sqrt{T-t}-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha - Xe^{-r(T-t)} \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha \qquad \ldots\text{(B.7.18)}$$

El exponente en la primera integral (B.7.18) se reduce a:

$$-\frac{\sigma^2}{2}(T-t) + \sigma\alpha\sqrt{T-t} - \frac{\alpha^2}{2} = -\frac{1}{2}\left(\alpha - \sigma\sqrt{T-t}\right)^2 \qquad \ldots\text{(B.7.19)}$$

Definimos:

$$\alpha' = \alpha - \sigma\sqrt{T-t} \qquad \ldots\text{(B.7.20)}$$

Sustituyendo (B.7.19) y (B.7.20) en (B.7.18),

$$c(t) = S(t) \int_{\alpha'=\alpha_0-\sigma\sqrt{T-t}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\alpha')^2}{2}} d\alpha' - Xe^{-r(T-t)} \int_{\alpha=\alpha_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha \qquad \ldots\text{(B.7.21)}$$

Ambos integrandos tienen la misma forma que (B.7.10), por lo que son distribuciones de probabilidad estándar (pdf). Por lo tanto, las integrales son funciones densidad acumulativas de la distribución normal estándar (cdf). Por lo tanto, (B.7.20) se transforma en:

$$c(t) = S(t)\left[1 - \phi\left(\alpha_0 - \sigma\sqrt{T-t}\right)\right] - Xe^{-r(T-t)}\left[1 - \phi(\alpha_0)\right] \qquad \ldots\text{(B.7.22)}$$

Dado que para la distribución normal,

$$\left[1 - \phi(z)\right] = \phi(-z) \qquad \ldots\text{(B.7.23)}$$

Sustituyendo (B.7.23) en (B.7.22):

$$c(t) = S(t)\phi\left(-\alpha_0 + \sigma\sqrt{T-t}\right) - Xe^{-r(T-t)}\phi(-\alpha_0) \qquad \ldots\text{(B.7.24)}$$

Partiendo de (B.7.15),

$$-\alpha_0 = \frac{\ln(S(t)) - \ln(X) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad \ldots\text{(B.7.25)}$$

$$-\alpha_0 + \sigma\sqrt{T-t} = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$-\alpha_0 + \sigma\sqrt{T-t} = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad \ldots\text{(B.7.26)}$$

Si definimos:

$$d_1 = -\alpha_0 + \sigma\sqrt{T-t} \qquad \ldots(B.7.27)$$

$$d_2 = -\alpha_0 \qquad \ldots(B.7.28)$$

Sustituyendo (B.7.27) y (B.7.28) en (B.7.24), tenemos la fórmula del call europeo:

$$c(t) = S(t)\phi(d_1) - Xe^{-r(T-t)}\phi(d_2) \qquad \ldots(B.7.29)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad \ldots(B.7.30)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \qquad \ldots(B.7.31)$$

Para el caso del put europeo, tenemos:

$$p(t) = Xe^{-r(T-t)}\phi(-d_2) - S(t)\phi(-d_1) \qquad \ldots(B.7.32)$$

Anexo E: Glosario de términos financieros.

Afores: Administradoras de fondos para el retiro, sistema oficial de pensiones en México.

AIMs: Aportación Inicial Mínima en MexDer, es un monto que garantiza las operaciones de los participantes.

Asigna: Cámara de compensación de derivados de México.

At the money: Opción en el dinero, valor intrínseco igual a cero. Precio spot igual al strike.

ATMF: At the Money Forward. Es el valor futuro del subyacente.

Basis swap: Swap de base, intercambios de tasa variable por variable.

Bondes: Bonos de desarrollo emitidos por el Gobierno Federal. Son bonos revisables.

Breakeven: Punto de equilibrio de las opciones, donde el comprador recupera su inversión, sin obtener ganancias.

Brems: Bonos de Regulación Monetaria. Son instrumentos revisables con periodos de cupón de veintiocho días. Siguen al mercado de una forma más precisa que los bondes e ipabonos ya que la tasa del cupón se determina al final del periodo

Calls: Opciones de compra.

Canasta de entregables: En futuros de bonos, son los bonos que son factibles de ser entregado por el vendedor del futuro.

CBICS: Certificados Bursátiles de Indemnización Carretera, denominados en Udis y son segregables.

Cetes: Certificados de la Tesorería, son emisiones a descuento (cupón cero) con un plazo máximo de un año.

Cheapest to deliver: Bono más barato para entregar por parte del vendedor de futuros de bonos.

Convención 30/360: Convención de días donde para el pago de intereses se utilizan días comerciales (meses de treinta días) y años de 360 días.

Convención ACT/360: Convención de días donde para el pago de intereses se utilizan días naturales y años de 360 días.

Convexidad: Curvatura que presentan los instrumentos de deuda. Es la segunda derivada del precio con respecto a la tasa.

CPO : Certificado de Participación Ordinaria.

Cross currency basis swap: Swaps de divisas cruzadas, tasa variable por tasa variable en diferente divisa.

Cross currency swap: Swaps de divisas cruzadas, tasa fija por tasa variable en diferente divisa.

Cupón devengado: Intereses transcurridos del cupón vigente.

Cupones: Intereses de los bonos.

Currency swap: Swaps de divisas tasa fija por tasa fija.

Delivery versus payment (DVP): Procedimiento de entrega contra pago.

Delta: Mide el cambio en el precio de la opción ante cambios en el valor del subyacente.

Derivados exóticos: Versiones más complejas de los derivados.

Derivados listados: Son productos que se operan dentro de alguna bolsa.

Derivados plain vanilla: Son las formas más simples de los derivados.

DEUA: Futuro del dólar en MexDer.

Directo: El inversionista adquiere el instrumento y tiene todos los derechos sobre el mismo.

Duración: Medida de sensibilidad de los instrumentos de deuda. Es la primera derivada del precio con respecto a la tasa, es el plazo ponderado de vencimiento de todos los flujos del instrumento medido en años y es aproximadamente la variación del precio ante un cambio en la tasa del 1%.

Equity swap: Swaps de renta variable, tasa fija o variable por el rendimiento de renta variable.

ETFs: Exchange Traded Funds o trackers.

Factor de descuento: Número que depende de su fecha y la tasa de interés. Se utiliza para obtener el valor presente de flujos.

Forward start swap: Swaps diferidos.

Forwards: son derivados OTC en los que se compra o vende un activo subyacente a plazo.

FRA: Forward Rate Agreement, forward OTC de tasas.

Full valuation: Metodología donde se realiza la correcta y completa valuación de un instrumento.

Futuros: Derivados listados en los que se compra o vende un activo subyacente a plazo.

Gamma: Es el cambio en la delta ante variaciones en el subyacente.

Griegas: Sensibilidades de las opciones.

In the money: Opción dentro del dinero, valor intrínseco mayor a cero.

Indeval: Instituto para el Depósito de Valores, cámara de compensación de valores en México.

INPC: Índice Nacional de Precios al Consumidor. Indicador de la inflación en México, que utiliza una canasta de productos de referencia.

Instrumento amortizable: El emisor paga intereses y parte del monto del préstamo (principal) junto con los cupones.

Instrumento bajo par: Instrumento de deuda cuyo precio es inferior a su valor nominal.

Instrumento cuponado: Su emisor paga intereses (cupones) periódicamente calculados sobre su valor nominal.

Instrumento sobre par: Instrumento de deuda cuyo precio es superior a su valor nominal.

Instrumentos cupón cero: Instrumentos de deuda que no presentan pagos anteriores a su vencimiento. Se conocen como instrumentos a descuento.

Instrumentos de deuda: Son activos financieros que confieren a su tenedor el derecho de cobrar intereses y capital al emisor del mismo.

Instrumentos de tasa fija: Instrumentos en los cuales se conoce desde su emisión la tasa que pagará hasta su vencimiento.

Instrumentos de tasa real: Instrumento que incorporan el efecto de la inflación

Instrumentos de tasa variable (o revisable): El pago de intereses dependerá de las condiciones prevalecientes en el mercado.

Instrumentos Derivados: Activos financieros donde su precio depende o “deriva” del precio de otro, denominado subyacente.

International Securities Identification Number (ISIN): Código internacional de identificación de instrumentos.

Ipabonos: Son bonos revisables emitidos del Instituto de Protección al Ahorro Bancario (IPAB).

IPC: Índice de Precios y Cotizaciones, principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores.

IRS: Interest Rate Swap o swap de tasa de interés.

LIBOR: London Inter Bank Offering Rate.

Mercado primario: Los participantes compran los instrumentos directamente del emisor.

Mercado secundario: Negociación entre intermediarios financieros.

Método binomial: Algoritmo iterativo de valuación de opciones, que puede aplicarse para valuar opciones plain vanilla y exóticos.

Método Black & Scholes: Fórmula cerrada de valuación de opciones europeas.

MexDer: Bolsa de derivados de México.

Nocional: Monto de referencia sobre el cual se calculan los flujos en los instrumentos derivados.

Opciones americanas: Opciones que pueden ejercerse en cualquier fecha.

Opciones bermuda: Opciones que pueden ejercerse en determinadas fechas.

Opciones europeas: Opciones que pueden ejercerse solamente en su fecha de vencimiento.

Opciones: Instrumentos derivados que torgan al comprador el derecho (no la obligación) de comprar o vender un activo subyacente a un precio determinado al inicio del contrato. Por dicho derecho paga una prima al vendedor.

OTC: Over The Counter, es el mercado fuera de bolsa entre intermediarios.

Out of the money: Opción fuera del dinero, valor intrínseco igual a cero.

PICS: Pagarés de Indemnización Carretera denominados en Udis

Posiciones cortas: Posiciones de venta.

Precio limpio: Precio de cotización, el cual no considera los intereses devengados.

Precio Spot: Precios de contado de activos.

Precio sucio: Es el precio que considera el precio limpio más los intereses a la fecha de valuación.

Procesos Monte Carlo: Técnicas de valuación donde se calculan múltiples caminatas aleatorias de los factores de riesgo.

Puts: Opciones de venta.

Renta Variable: Comprende el mercado accionario y cierto tipo de obligaciones suscritas por las empresas.

Reporto: Contrato privado de recompra de valores (repurchase agreement en inglés). Una empresa realiza un préstamo a otra, la cual provee un instrumento de deuda como garantía. A su vencimiento, la empresa que recibió el préstamo tiene la obligación de devolverlo junto con los intereses generados.

Rho: Mide el cambio en el precio de la opción ante variaciones en las tasas.

Riesgo crédito: Es la posibilidad de que un emisor no cumpla con sus compromisos de pago.

Riesgo de liquidez: Dificultad de realizar una operación en el mercado a un precio cercano al de valuación del instrumento.

Riesgo legal: Se presenta cuando alguna modificación en la normatividad tiene efectos en el valor del instrumento.

Riesgo mercado: Afectación del valor de los instrumentos debido a variaciones en las condiciones del mercado.

Riesgo modelo: Sucede cuando se utiliza un modelo matemático erróneo o cuando existen errores en los sistemas de valuación o control de las operaciones.

Rollercoasters: Swaps montaña rusa, el nocional sube y baja con el paso del tiempo.

Sponsor: Empresa que administra un tracker.

Strike: Precio de ejercicio.

Strips: Son instrumentos segregados, resultado de la separación de los flujos de una emisión cuponada. Son instrumentos cupón cero.

Swaps amortizables: Son swaps donde el nocional disminuye con el paso del tiempo.

Swaps capitalizables: Son swaps donde el nocional aumenta con el paso del tiempo.

Swaps: Instrumentos derivados donde dos partes pactan intercambiar flujos en determinadas fechas.

Swaption: Derivado OTC, que es la opción para entrar en un swap.

Tasa cupón: Es la tasa de pago de intereses de un instrumento de deuda cuponado.

Tasa de descuento: Tasa a la que descontamos el valor nominal de un cupón cero.

Tasa de rendimiento: Se conoce como yield to maturity o TIR (tasa interna de retorno). Es la tasa de valuación del instrumento.

Theta: Mide el cambio en el precio de las opciones ante el paso del tiempo.

TIIE: Tasa de interés interbancaria de equilibrio.

Tracker: Fondos de inversión conocidos como ETFs (Exchange Traded Funds) que replican el comportamiento de algún indicador del mercado. El cliente solamente compra y vende acciones del tracker, delegando toda la replicación al administrador (sponsor) del mismo.

Treasury Bills o T-BILLS: Instrumentos cupón cero norteamericanos.

Treasury Notes o T-NOTES: Bonos cuponados norteamericanos de mediano plazo de tasa fija.

Udibonos: son bonos denominados en Udis.

Udis: Divisa cuyo valor se deriva de la inflación, medida a través del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC).

United Mexican States (UMS): Son bonos emitidos por el Gobierno Federal en divisas extranjeras.

Valor extrínseco: Conocido como valor tiempo, es el valor que tiene la opción por el efecto del tiempo que le resta y los demás factores de riesgo, principalmente la volatilidad.

Valor intrínseco: Valor al ejercicio de la opción. Para calls, es el spot menos el strike. Para puts, es el strike menos el spot.

Valor nominal: Remanente no amortizado del principal del instrumento de deuda.

VaR: Valor en Riesgo. Medida de riesgo de mercado, que corresponde a la máxima pérdida esperada bajo condiciones normales de mercado dentro de un horizonte de tiempo y un intervalo de confianza.

Vega: También conocida como Kappa, mide el cambio en el precio de las opciones ante variaciones en la volatilidad.

Volatilidad: Variabilidad de factores de riesgo, comúnmente calculado como la desviación estándar.

Volatility swap: Swaps de volatilidad, tasa fija o variable por la volatilidad de subyacente.

Yield to maturity: Tasa de rendimiento.

Zero coupon swap: Swap cupón cero, tasa fija o variable por cupón cero.

Anexo F: Instalación de los programas de computadora.

En el disco compacto de instalación hay dos carpetas: escenarios y opciones. La instalación de los dos programas es idéntica, por lo cual se explica solamente una de ellas (opciones).

Requerimientos de instalación: El sistema operativo deberá ser Windows 98 o superior. La definición mínima de pantalla debe ser 1024x720 píxeles. El usuario deberá contar con privilegios de administrador en la computadora. Por ejemplo, normalmente en centros de cómputo o locales de alquiler de computadoras no es posible la instalación de programas ajenos al mismo.

Lenguaje de desarrollo: Visual Basic 6.0.

Cierre todos los programas antes de comenzar la instalación. Haga doble click en el archivo setup.exe, presione *Aceptar* en la siguiente pantalla.

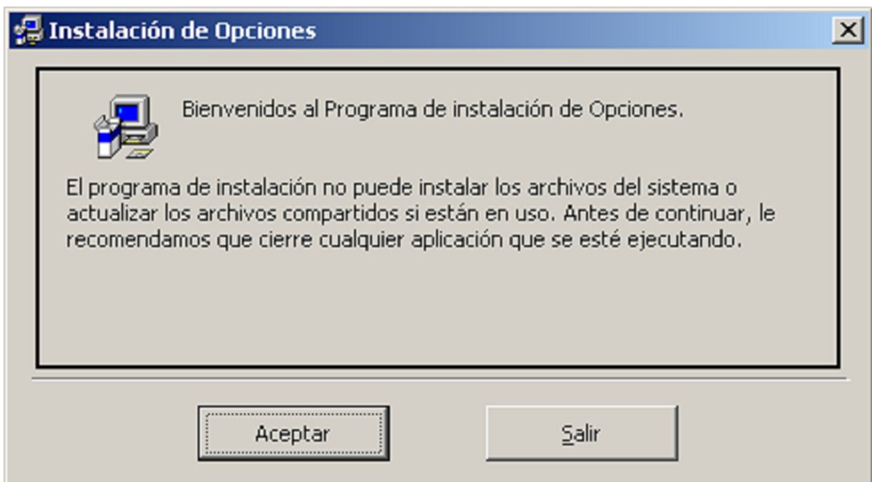


Figura C.1: Pantalla de inicio de instalación del sistema Opciones.

Indique el directorio donde desee realizar la instalación. Presione el icono superior con la imagen de una computadora.

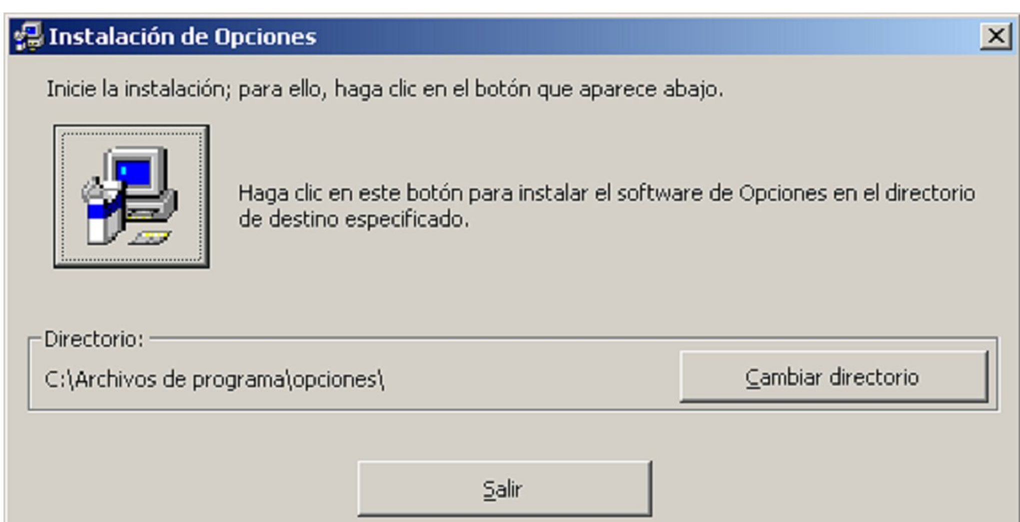


Figura C.2: Ubicación de instalación del sistema Opciones.

El instalador le preguntará el nombre del grupo de programas donde desee instalarlo. Presione *Continuar*.

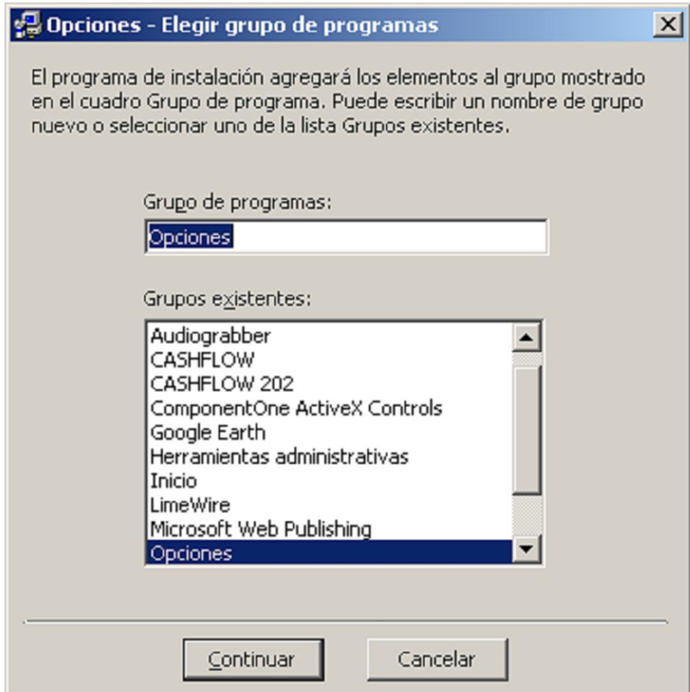


Figura C.3: Grupo de programas al cual se agregará el sistema Opciones.

El instalador comenzará a copiar los archivos necesarios para ejecutar el sistema. Al terminar, aparecerá un mensaje indicando que la instalación del programa ha finalizado correctamente.

Bibliografía.

Baz, J., and G. Chacko (2004): “Financial Derivatives: Pricing, Applications and Mathematics”, Cambridge University Press.

Black, Fischer S., Scholes, Myron S.: “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, The Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3. (May - Jun., 1973).

Blank, L., and A. Tarquin (1999): “Engineering Economy”, 4ta ed., McGraw-Hill.

Chance, Don M. (2001): “An Introduction to Derivatives and Risk Management”, 5ta ed., Harcourt College Publishers.

Falcon, Timothy (2004): “Basic Black-Scholes Option Pricing and Trading”, 1era ed.

Flavell, Richard (2002): “Swaps and other derivatives”, 1era ed., Wiley Finance.

Freund, John E., Miller, Irwin y Miller, Maryless (2000): “Estadística Matemática con Aplicaciones”, 6ta ed., Prentice Hall.

Hull, John C. (2002): "Options, Futures and Other Derivatives", 5ta ed., Prentice Hall.

Jorion, Philippe (2002): “Valor en Riesgo”, 1era reimpresión, Limusa.

Lamothe, Prosper y Pérez, Miguel (2003): “Opciones financieras y productos estructurados”, 2da ed., McGraw Hill.

Lara Haro, Alfonso de (2005). “Medición y Control de Riesgos Financieros”, 3era ed., Limusa.

Natenberg, Sheldon (1994): “Option Volatility & Pricing: Advanced Trading Strategies and Techniques”, 1era ed., McGraw Hill.

Neftci, Salih N. (2000): “An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives”, 2da ed., Academic Press.

Taha, Hamdy A. (1995): “Investigación de Operaciones”, 5ta ed., Alfaomega.

Venegas, Francisco (2006): “Riesgos financieros y económicos”, 1era ed., Thomson.