DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

APLICACIONES A LA GARANTIA DE CALIDAD
COMPLEMENTO

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

fectuosa (no satisfactoria). La experiencia anterior ha demostrado que el proceso puede dar $\bar{p} = 0.03$. Construir una gráfica de control tres-sigma del *número* de los defectuosos obtenidos en muestras de tamaño 100, y marcar en ella los números siguientes de defectuosos obtenidos en muestras seleccionadas al azar en 30 medios días sucesivos de producción: 3, 1, 4, 2, 2, 0, 1, 4, 5, 3, 2, 1, 1, 0, 2, 2, 3, 4, 1, 0, 3, 1, 2, 5, 2, 7, 2, 3, 1 y 2.

11. La norma para un proceso de fabricación continua de papel es de 4 defectos por 100 yardas de papel. Basándonos en el conjunto siguiente de 25 observaciones y dando el número de defectos por 100 yardas, ¿se puede concluir que el proceso está bajo control?

Inspección	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
No. de defectos	2	5	1	3	1	0	3	6	3	4	3	4	
Inspección	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
No. de defectos	3	4	5	10	5	5	8	5	4	7	1	1	5

12. Un proceso para fabricar grandes láminas de vidrio se hizo en el pasado con un promedio de 3.8 imperfecciones por lámina. Construir una gráfica c para emplearse en la inspección de las láminas y discutir el control si 25 piezas sucesivas inspeccionadas tienen, respectivamente, 5, 3, 2, 4, 1, 8, 4, 5, 6, 3, 4, 2, 6, 4, 5, 1, 2, 3, 5, 7, 1, 2, 2, 4 y 5 imperfecciones.

15.5 Límites de tolerancia

En cada fase del control de calidad se encuentra el problema de comparar algunas características o medidas de la calidad de un producto acabado, de acuerdo con ciertas especificaciones dadas. A veces, las especificaciones, o *límites de tolerancia*, han sido establecidas por el consumidor o por el ingeniero que proyectó la pieza, de tal forma que cualquier separación de estos límites hace al producto inutilizable. Sin embargo, queda el problema de producir la parte de tal forma que una gran proporción de unidades queden dentro de los límites de tolerancia especificados. Además, si un producto se hace sin especificaciones iniciales, o si se hacen modificaciones, es conveniente saber entre qué límites puede mantener el proceso una característica de calidad durante un razonablemente alto porcentaje del tiempo. En este caso, hablamos de límites de tolerancia "naturales", es decir, dejamos que el mismo proceso establezca sus propios límites, que se pueden obtener en la práctica de acuerdo con la experiencia.

Si se dispone de información segura sobre la distribución de las medidas en cuestión, es relativamente sencillo encontrar los límites de tolerancia naturales. Por ejemplo, si una larga experiencia anterior nos permite suponer que cierta dimensión de un producto se distribuye normalmente con media μ y desviación típica σ, es fácil construir los límites entre los que se puede esperar que encontremos una proporción dada P de la población. Para $P = 0.90$ tenemos los límites de tolerancia $\mu \pm 1.645\sigma$, y para $P = 0.95$ tenemos $\mu \pm 1.96\sigma$, como se puede verificar fácilmente en una tabla de áreas limitadas por la curva normal.

En la mayoría de las situaciones que se presentan en la práctica, los valores verdaderos de μ y σ no se conocen, y los límites de tolerancia se deben basar en la media $\bar{x}$ y la desviación típica s de una muestra aleatoria. Aunque $\mu \pm 1.96\sigma$ son los límites que incluyen un 95% de la población normal, no se puede decir lo mismo de los límites $\bar{x} \pm 1.96s$. Estos límites son valores variables aleatorias, y pueden, o no, incluir una proporción dada de la población. Sin embargo, es posible determinar una constante K tal que *podamos asegurar con un grado de confianza* $1 - \alpha$ *que la proporción de la población contenida entre* $\bar{x} - Ks$ *y* $\bar{x} + Ks$ *es, al menos* P. Estos valores de K para muestras aleatorias de poblaciones normales se dan en la tabla XII para $P = 0.90$, 0.95 y 0.99, grados de confianza de 0.95 y 0.99, y valores de n elegidos entre 2 y 1000.

Para ilustrar esta técnica, supondremos que un fabricante toma una muestra de tamaño $n = 100$ de un lote muy grande de resortes de compresión producidos en serie, y que obtiene $\bar{x} = 1.507$ y $s = 0.004$ pulgadas para las longitudes libres de los resortes. Escogiendo un nivel de confianza de 0.99 y una proporción mínima de $P = 0.95$, obtiene los límites de tolerancia $1.507 \pm (2.355)(0.004)$; en otras palabras, el fabricante puede afirmar, con un grado de confianza de 0.99, que, al menos, el 95% de los resortes en el lote entero tienen longitudes libres entre 1.497 y 1.517 pulgadas. Notemos que, en problemas como éste, la proporción mínima P y el grado de confianza $1 - \alpha$ deben especificarse; notemos, además, que el límite de tolerancia inferior se redondea *hacia abajo* y que el límite superior se redondea *hacia arriba*.

Para evitar confusiones, apuntemos, además, que hay una diferencia esencial entre límites de confianza y límites de tolerancia. Los límites de confianza se usan para estimar un parámetro de una población; los límites de tolerancia se utilizan para indicar entre qué límites se puede encontrar una proporción dada de la población. Esta distinción la hace resaltar el hecho de que, cuando n crece y se hace grande, la longitud de un intervalo de confianza se aproxima a cero, mientras que los límites de tolerancia se aproximan a los valores correspondientes de la población. Así, para valores grandes de n, K se aproxima a 1.96 en las columnas para $P = 0.95$ de la tabla XII.

EJERCICIOS

1. En un estudio para determinar el tiempo necesario para el montaje de una pieza de maquinaria dada, 50 obreros promediaron 42.5 minutos, con una desviación típica de 3.8 minutos. Establecer límites de tolerancia para los que se pueda afirmar, con un grado de confianza de 0.95, que *al menos 90%* de los obreros (en la población de obreros de la que se tomó la muestra) pueden montar la pieza dentro de esos límites.
2. Para comprobar el diámetro de alambre "calibre O" en un gran envío, se midieron los diámetros de una muestra de azar de 16 piezas de alambre, dando una media de 0.338 y una desviación típica de 0.012 pulgadas. Establecer los límites de tolerancia con $\alpha = 0.01$ y $P = 0.99$ y expresar *en palabras* qué significan estos límites de tolerancia.
3. En una muestra de azar de 50 anillos de pistón escogidos de una línea de producción, el espesor medio del borde fue 0.1284 pulgadas y la desviación típica, 0.0065 pulgadas

(a) ¿Entre qué límites se puede decir, con 95% de confianza, que al menos 90% del espesor de los bordes de los anillos de pistón producidos se encuentran?
(b) Hallar límites de confianza de 95% para el espesor medio verdadero y explicar la diferencia entre estos límites y los límites de tolerancia obtenidos en la parte (a).

4. *Límites de tolerancia no paramétricos* se pueden basar en los valores extremos de una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población continua. La siguiente ecuación relaciona las cantidades n, P y α, donde P es la proporción mínima de población contenida entre las observaciones mayor y menor, con una confianza $1-\alpha$:

$$nP^{n-1}-(n-1)P^n=\alpha$$

Una solución aproximada para n está dada por

$$n\simeq\frac{1}{2}+\frac{1+P}{1-P}\cdot\frac{\chi_\alpha^2}{4}$$

donde χ_α^2 es el valor de una distribución χ-cuadrado con 4 grados de libertad que corresponde a una cola por la derecha del área

(a) ¿Cuál debe ser el tamaño de una muestra para tener un 95% de certeza de que, al menos, 90% de la población quedará incluida entre los extremos de la muestra?
(b) ¿Qué proporción, al menos, de esta población se puede esperar que quede incluida entre los valores extremos de una muestra de tamaño 100, con un 95% de confianza?

15.6 Muestras de aceptación

Los productos fabricados se envían al comprador en lotes que varían en tamaño desde sólo unos pocos hasta muchos miles de objetos individuales. Idealmente, cada lote no debería contener ningún objeto defectuoso, pero, en la práctica, es muy raro encontrar este caso. Reconociendo el hecho de que se han enviado algunos objetos defectuosos, aún suponiendo que el lote haya sido inspeccionado en un cien por ciento, muchos consumidores exigen una evidencia, basada en una inspección cuidadosa, de que la proporción de defectuosos en cada lote no es excesiva.

Un método frecuentemente empleado y muy eficaz para dar esta evidencia, es el de la inspección de muestras, donde se seleccionan muestras de cada lote antes del envío (o antes de que los acepte el consumidor) y se toma una decisión sobre la base de esta muestra para aceptar o rechazar el lote. La aceptación de un lote implica, ordinariamente, que se puede expedir (o ser aceptado por el consumidor), aun cuando contenga algunas unidades defectuosas. Los arreglos entre el productor y el consumidor servirán para dar alguna forma de compensación por las partes defectuosas descubiertas posteriormente por el consumidor. El rechazo de un lote no significa que haya de ser destruido, sino, simplemente, que se debe someter a una inspección estricta para eliminar todas las partes defectuosas.

Como el costo de inspección no es en absoluto despreciable (algunas veces es casi tan alto como el costo de producción y, a veces, es mayor) siempre será conveniente no revisar todas las piezas de un lote. Por consiguiente, la inspección para aceptación implica en general el empleo de muestras; más concretamente, se selecciona una muestra aleatoria de cada lote y éste se aceptará si el número de defectuosos encontrados en la muestra, no excede de un *número de aceptación* dado.

Este procedimiento es equivalente a contrastar la hipótesis nula de que la proporción de defectuosos p del lote es igual a algún valor especificado p_0, frente a la alternativa de que es igual a p_1, siendo $p_1 > p_0$. En el muestreo de aceptación, el valor p_0 se llama *nivel de calidad aceptable* o *AQL*, y p_1 se llama *tolerancia del porcentaje de defectuosos del lote* o *LTPD*. La probabilidad de un error tipo I, α, se puede interpretar como el límite superior de la proporción de lotes "buenos" (lotes con $p \leq p_0$) que pueden ser rechazados y, debido a esto, se llama *riesgo del productor*. La probabilidad de un error tipo II, β, da un límite superior de la proporción de lotes "malos" (lotes con $p \geq p_1$) que pueden ser aceptados, y se llama *riesgo del consumidor*.

Un *plan de muestreo simple* es, sencillamente, una especificación del tamaño de la muestra y el número de aceptación que se deben usar, y su elección se basa generalmente en un *AQL* especificado y (o) un *LTPD* asociada a los riesgos del productor y (o) del consumidor dados. Un plan de muestreo dado se describe mejor por su curva de operación característica, o curva *OC*, que da la probabilidad de aceptación para cada valor que se puede tomar para la proporción de defectuosos del lote p. Así, la curva *OC* describe el grado de protección ofrecido por el plan frente a la entrada de lotes de varias calidades. Si se toma una muestra de tamaño n de un lote que contiene N unidades, y si el número de aceptación es c, la probabilidad de aceptar un lote que contenga la proporción de defectuosos p (el lote contiene Np defectuosos) se puede calcular, por medio de la distribución hipergeométrica, del modo siguiente:

$$L(p)=\sum_{x=0}^{c}h(x;n,Np,N)$$

Por ejemplo, si el tamaño del lote es $N = 100$, el tamaño de la muestra es $n = 10$, y el número de aceptación es $c = 1$, tenemos

$$L(p)=\frac{\binom{100p}{0}\binom{100(1-p)}{10}+\binom{100p}{1}\binom{100(1-p)}{9}}{\binom{100}{10}}$$

Como los cálculos de la distribución hipergeométrica son bastante laboriosos, especialmente cuando n y N son grandes, es costumbre en estos casos aproximar la distribución hipergeométrica con la distribución binómica, como se hizo en la página 48. Por ejemplo, para $p = 0.10$, el valor exacto es $L(0.10) = 0.739$, como el lector deberá verificar en el problema 5 de la página 360, mientras que en la tabla I, con $n = 10$ y $p = 0.10$, obtenemos la aproximación binómica.

$$L(0.10)\simeq B(1;10,0.10)=0.736$$

Con ayuda de la tabla I, se puede hacer un boceto de la curva *OC* rápidamente, como el mostrado en la figura 15.7 para $n = 10$, $c = 1$. De esta curva, se puede ver que el riesgo del productor es, aproximadamente, 0.05 cuando la *AQL* es 0.04, y el riesgo del consumidor es aproximadamente 0.10 cuando la *LTPD* es 0.34.

Siempre se puede describir un plan de muestreo por medio de su *calidad promedio de salida* o curva AOQ. Esta curva describe el grado de protección ofrecido por el plan, mostrando la calidad media de los lotes que salen, correspondientes a cada nivel de calidad de los lotes que entran (esto es, lotes anteriores a la inspección). Si los lotes de entrada son de buena calidad, es decir, si su proporción de defectuosos es menor que la AQL, muy pocos lotes serán rechazados y la calidad media de salida AOQ será buena. Si los lotes entrantes son de pobre calidad, esto es,

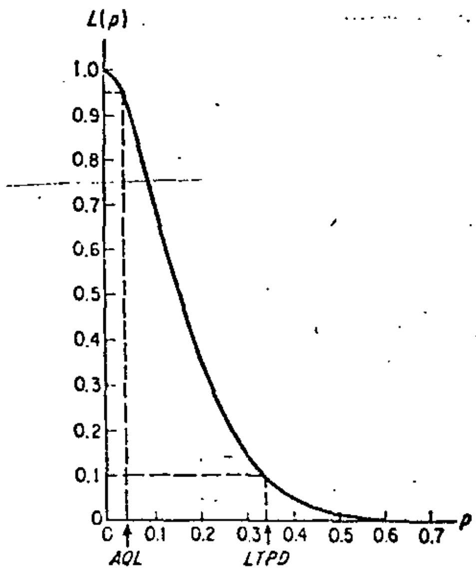


Fig. 15.7 Curva OC

si su proporción de defectuosos es mayor que la $LTPD$, la mayoría de ellos serán rechazados. Si todos los lotes rechazados se inspeccionan en un cien por ciento y todas las unidades defectuosas se cambian por unidades buenas antes de la aceptación del lote, la calidad media de salida será buena, aunque la calidad media de entrada sea pobre. Es el caso en el que la calidad media de entrada se encuentra entre los valores de AQL y $LTPD$ cuando la peor calidad de los lotes será enviada. En general, habrá un máximo AOQ de todos los valores de la calidad de entrada p, y este valor se llama *límite de la calidad promedio de salida*, o $AOQL$.

No es difícil deducir una fórmula para encontrar la AOQ correspondiente a una calidad de entrada p dada, en hipótesis de que todas las unidades defectuosas de los lotes rechazados se cambian por unidades aceptables antes de su aceptación definitiva. Si la calidad de entrada es p, la probabilidad de que un lote pueda ser aceptado es $L(p)$, y cada uno de estos lotes contienen una proporción p de unida-

des defectuosas. La proporción $1 - L(p)$ de lotes eventualmente rechazados no contienen defectuosas, y de aquí deducimos que la AOQ está dada por

$$p \cdot L(p) + 0 \cdot [1 - L(p)],$$

ó

$$AOQ = p \cdot L(p)$$

La práctica más común es cambiar las partes defectuosas encontradas en todos los lotes inspeccionados, tanto los aceptados como los rechazados, pero la modificación necesaria en la AOQ es, en general, menor, y es costumbre utilizar la fórmula anterior independientemente del procedimiento de inspección. La curva AOQ para el plan de muestreo $n = 10$, $c = 1$, se representa en la figura 15.8 y en ella vemos evidentemente que $AOQL$ es, aproximadamente, 0.081.

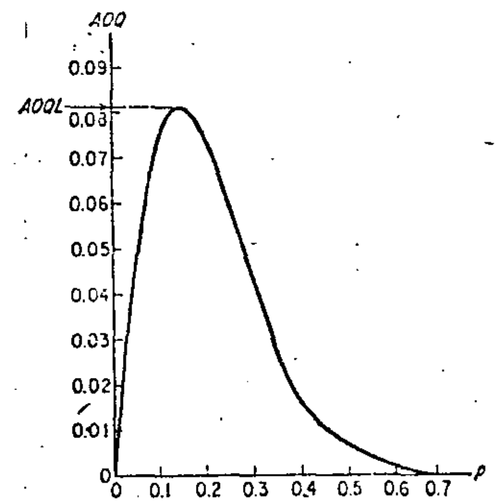


Fig. 15.8 Curva AOQ

Algunas veces, se pueden conseguir muestras más pequeñas (y, por consiguiente, costos más reducidos) sin sacrificio en el grado de protección, usando lo que se llama *muestreo doble o múltiple*. *Un plan de muestreo doble* implica la selección de una muestra aleatoria de tamaño n_1 de un lote y, si la muestra contiene c_1 o menos defectuosos, se acepta el lote; si contiene c_1' o más defectuosos ($c_1' > c_1$), el lote es rechazado; de otra forma, se toma una segunda muestra de tamaño n_2 del lote, y el lote se acepta, a menos que el número total de defectuosos en la muestra combinada de tamaño $n_1 + n_2$ exceda de c_2. Un *plan de muestreo múltiple* es similar en su naturaleza al plan de muestreo doble, pero requiere más de dos etapas. Un ejemplo de dicho plan se muestra en la tabla siguiente:

Muestra	*Tamaño Muestra*	*Muestras combinadas* — *Tamaño*	*No. de aceptación*	*No. de rechazo*
Primera	20	20		3
Segunda	20	40	1	4
Tercera	20	60	3	5
Cuarta	20	80	3	6
Quinta	20	100	5	7
Sexta	20	120	6	8
Séptima	20	140	7	8

En el primer paso, el lote se rechaza si hay 3, o más, defectuosos; si no, continúa el muestreo; en el segundo paso se acepta el lote si la muestra combinada contiene a lo más 1 defectuoso, y se rechaza si tiene 4, o más; si no, el muestreo continúa. Se sigue así, si es necesario, hasta que en el último paso el lote se acepta si hay a lo más, 7 defectuosos en la muestra combinada de tamaño 140 y, si no, se rechaza.

Por una selección apropiada de los tamaños de las muestras y los números de aceptación y rechazo, es posible obtener la curva *OC* de un muestreo doble o múltiple, aproximadamente en una forma semejante a la de un plan de muestreo simple. Luego, el grado de protección ofrecido por un plan de muestreo doble o múltiple puede ser esencialmente el mismo que el ofrecido por el plan de muestreo simple equivalente.

La ventaja del muestreo doble o múltiple es que hay una mayor probabilidad de que un lote muy bueno sea aceptado o un lote muy malo sea rechazado a partir de la primera muestra (o una de las primeras), reduciendo, con ello, el monto de la inspección requerida. Por otra parte, si la calidad del lote es "intermedia", el tamaño de la muestra total necesario será mayor que en el de el plan de muestreo simple equivalente. Para ilustrar esto, consideremos el plan de muestreo doble que se indica a continuación:

Muestra	*Tamaño Muestra*	*Muestras combinadas* — *Tamaño*	*No. de aceptación*	*No. de rechazo*
Primera	15	15	1	5
Segunda	30	45	5	6

Si la calidad del lote entrante es $p = 0.05$, la probabilidad de que una segunda muestra sea necesaria es la misma que la probabilidad de que haya 2, 3 ó 4 defectuosos en una muestra de tamaño 15. De acuerdo con la tabla I, esta probabilidad es igual a

$$B(4; 15, 0.05) - B(1; 15, 0.05) = 0.170$$

Luego, en promedio, se necesitará una muestra de tamaño $15 + (0.170)(30) = 20.1$ para decidir si ha de aceptarse, o no, un lote entrante de calidad $p = 0.05$. Con cálculos semejantes, podemos encontrar el tamaño de la muestra promedio necesario para inspeccionar un lote que tenga cualquier calidad de entrada p dada. En la figura 15.9 se muestra una gráfica en la que se ve la relación entre el tamaño de la muestra promedio (llamado también *número de la muestra promedio*) y la calidad

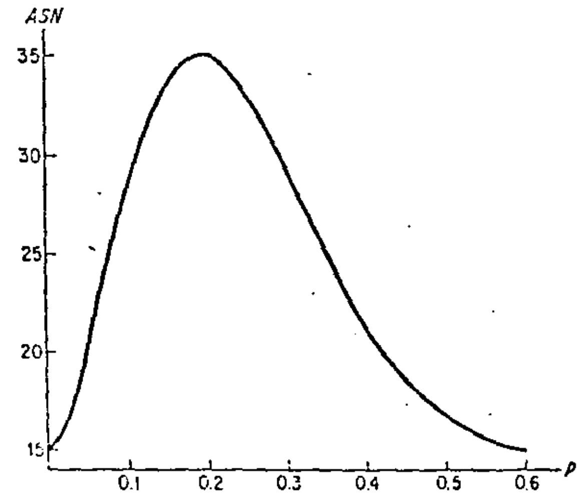


Fig. 15.9 Curva *ASN*

del lote entrante; esta curva se llama "curva *ASN*", la cual, para el plan de muestreo doble, es la de la figura citada.

Se han publicado varios planes tipo de muestreo para facilitar el uso del muestreo de aceptación (ver el libro de I. W. Burr, citado en la bibliografía). Entre los planes tipo de uso más común se encuentran los contenidos en las *Military Standard 105D Tables* (ver bibliografía). Estos planes tienden a mantener una *AQL* especificada y están diseñados para estimular al productor a ofrecer solamente buenos productos. Para lograr esto, hay tres niveles generales de inspección correspondientes a diferentes riesgos del consumidor. (El nivel de inspección II se escoge normalmente; el nivel I sirve para tamaños de muestra pequeños y el nivel III emplea tamaños de muestra mayores que los del nivel II.) Hay también tres tipos de inspección: normal, afinada y reducida. El tipo de inspección depende de si la proporción promedio de defectuosos para las primeras muestras ha estado por encima o por debajo de la *AQL*, y puede cambiarse durante el curso de la inspección. En la inspección afinada, el riesgo del productor aumenta, y el del consumidor decrece ligeramente; en la inspección reducida, el riesgo del consumidor aumenta y el del productor decrece ligeramente. Se pueden obtener tablas para muestreos simples, dobles y múltiples, y en las tablas XIII y XIV se reproduce una parte de las mismas

El procedimiento para usar las tablas MIL-STD-105D para muestreos simples consiste en hallar primero la letra en la codificación del tamaño de la muestra que corresponde al tamaño del lote y al nivel y tipo de inspección deseada. Después, utilizando la letra del tamaño de la muestra (la letra obtenida) y la *AQL* apropiada, se obtiene el tamaño de muestra y el número de aceptación en la tabla maestra. Una parte de esta tabla para encontrar las letras de los tamaños de muestra se da en la tabla XIII, y una porción de la tabla maestra para inspección normal en la tabla XIV.

Para ilustrar el empleo de la tabla MIL-STD-105D, supongamos que los lotes entrantes contienen dos mil unidades y se va a usar el nivel II junto con una inspección normal y una *AQL* de 0.025, ó 2.5%. En la tabla XIII, encontramos que la letra del tamaño de muestra es *K*. Entrando después en la tabla XIV en la fila *K*, encontramos que el tamaño de muestra a usar es 125. Usando la columna 2.5, vemos que el número de aceptación es 7 y el número de rechazo es 8. Entonces, si una muestra simple de tamaño125, seleccionada al azar de nuestro lote de 2000 unidades, contiene 7, o menos, defectuosos, se aceptará el lote; si la muestra contiene 8, o más, defectos, el lote se rechazará.

El concepto de muestreo múltiple se lleva a su extremo en el llamado *muestreo secuencial*. Se dice que un procedimiento de muestreo es *secuencial* si, después de cada observación, se toma una de las siguientes decisiones: aceptar aquella hipótesis que se trata de contrastar, rechazar la hipótesis, o tomar otra observación. Aunque los procedimientos secuenciales se emplean también en otra clase de problemas, discutiremos este muestreo sólo para la aceptación de muestras, en donde decidiremos, después de la inspección de cada unidad sucesiva, si aceptar el lote, rechazarlo o continuar.

La construcción de un plan de muestreo secuencial consiste en hallar dos sucesiones de números a_n y r_n, donde n es el número de observaciones, tal que el lote se acepte tan pronto como el número de defectuosos sea menor que, o igual, a a_n para algún valor de n; el lote se rechace tan pronto como el número de defectuosos sea mayor o igual que r_n para algún valor de n; y que la muestra continúe cuando el número de defectuosos de la muestra de tamaño n esté entre a_n y r_n. Si un plan de aceptación tiene p_0 y p_1 como sus *AQL* y *LTPD*, el riesgo α del productor, y el riesgo β del consumidor, se puede demostrar (véase el libro de A. Wald, citado en la bibliografía) que los valores de a_n y r_n requeridos se pueden calcular por medio de las fórmulas

$$a_n = \frac{\log \dfrac{\beta}{1-\alpha} + n \cdot \log \dfrac{1-p_0}{1-p_1}}{\log \dfrac{p_1}{p_0} - \log \dfrac{1-p_1}{1-p_0}}$$

$$r_n = \frac{\log \dfrac{1-\beta}{\alpha} + n \cdot \log \dfrac{1-p_0}{1-p_1}}{\log \dfrac{p_1}{p_0} - \log \dfrac{1-p_1}{1-p_0}}$$

Si a_n no es un entero, se reemplaza por el mayor entero, menor que a_n; si r_n no es entero, se reemplaza por el menor entero mayor que r_n.

Para ilustrar este procedimiento, sean $p_0 = 0.05$, $p_1 = 0.20$, $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$. Substituyendo estos valores en las fórmulas anteriores de a_n y r_n, obtenemos

$$a_n = -1.45 + 0.11n$$

$$r_n = 1.86 + 0.11n$$

y haciendo $n = 1, 2, 3, \ldots, 25$, obtenemos los números de aceptación y de rechazo mostrados en la segunda y cuarta columnas de la tabla que sigue:

No. de objetos inspeccionados n	*No. de aceptaciones* a_n	*No. de defectuosos* d_n	*No. de rechazos* r_n
1	–	0	–
2	–	0	–
3	–	0	3
4	–	0	3
5	–	0	3
6	–	0	3
7	–	0	3
8	–	1	3
9	–	1	3
10	–	1	3
11	–	1	4
12	–	1	4
13	–	1	4
14	0	1	4
15	0	1	4
16	0	1	4
17	0	2	4
18	0	2	4
19	0	3	4
20	0	3	5
21	0	3	5
22	0	4	5
23	1	5	5
24	1		5
25	1		5

En la tercera columna hemos indicado los resultados obtenidos en una inspección en que los términos 8, 17, 19, 22 y 23 eran defectuosos, y en los que la inspección terminó con el rechazo del lote después de la inspección de la unidad 23.

El procedimiento tabular empleado se puede cambiar por un procedimiento gráfico equivalente. Marcando los valores de a_n y r_n obtenidos de las ecuaciones de la página 358 (sin redondear), obtenemos dos *líneas rectas* como las de la figura 15.10.

El muestreo termina con el rechazo ó la aceptación si el número de defectuosos observados queda por encima de la línea r_n o por debajo de la línea a_n, respectivamente.

La principal ventaja del muestreo sucesivo es que puede reducir materialmente el monto necesario de la inspección. Los estudios han demostrado que la disminución promedio en el tamaño de las muestras está cerca del 50% cuando se compara con el tamaño de la muestra de planes de muestreo simples equivalentes. La mayor desventaja es que, en un plan de muestreo sucesivo, no hay límite superior para el número de unidades que deben inspeccionarse para llegar a una decisión sobre la

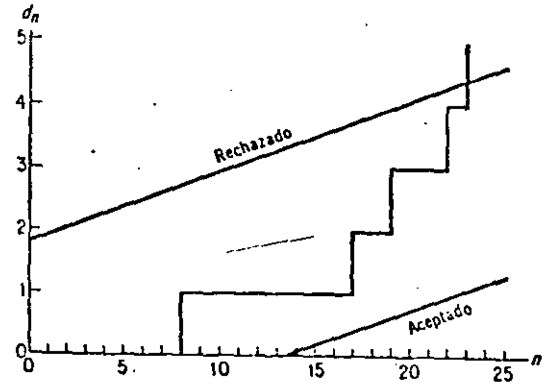


FIG. 15.10 Procedimiento gráfico para muestras consecutivas

aceptación o rechazo de un lote. De hecho, el tamaño de la muestra es una variable aleatoria y ocasionalmente su valor será muy grande. Por esta razón, se acostumbra *truncar* los procesos de muestreo sucesivo, eligiendo un número N tal que deba ser tomada una decisión para aceptar o rechazar el lote para n menor o igual de N.

EJERCICIOS

1. Se hace un plan de muestreo sencillo para un muestra de tamaño 200.
   (a) Usar la aproximación normal para determinar el número de aceptación si la AQL debe ser 4% y el riesgo del productor debe ser $\alpha = 0.025$.
   (b) Empleando el número de aceptación obtenido en la parte (a), determinar el riesgo del consumidor si la $LTPD$ es 10%.
2. Un plan de muestreo, en el que el tamaño de la muestra es $n = 40$, tiene el número de aceptación $c = 2$. Suponiendo que el tamaño del lote es muy grande, calcular la probabilidad de aceptar un lote cuya calidad de entrada es defectuosa en 15% y la probabilidad de rechazar un lote cuya calidad de entrada es de 3%.
   (a) Calculando las probabilidades binomicas correspondientes.
   (b) Utilizando la aproximación de Poisson para la distribución binómica.
3. Un plan de muestreo sencillo tiene $n = 50$ y $c = 3$.
   (a) Hallar la AQL si el riesgo del productor es 0.05.
   (b) Hallar la $LTPD$ si el riesgo del consumidor es 0.10.
   (*Sugerencia:* Emplear la aproximación normal y establecer ecuaciones que conduzcan a ecuaciones cuadraticas en p_0 y p_1, respectivamente.)

4. En el plan de muestreo del problema 2, usar la aproximación de Poisson para calcular $L(p)$ para $p = 0.01, 0.02, \ldots 0.19$ y 0.20. Dibujar la curva OC de este plan y determine en ella los riesgos del productor y del consumidor correspondiente a una AQL de 3.5% y una $LTPD$ de 12.5%.
5. En el ejemplo de la página 324, verificar que
   (a) $L(0.10) = 0.739$, empleando la fórmula exacta (hipergeométrica).
   (b) $L(0.10 \simeq 0.736$, empleando la fórmula aproximada (binómica).
   (c) La curva OC es la de la figura 15.7.
   (d) La curva AOQ es la de la figura 15.8.
6. Calcular $L(p)$ para valores seleccionados de p y dibujar la curva OC para el plan de muestreo simple $n = 60$, $c = 2$. (*Sugerencia:* Suponer un lote de tamaño grande y emplear la aproximación normal a la distribución binómica.)
7. Dibujar la curva AOQ para el plan de muestreo del problema 6, y estimar la $AOQL$.
8. Utilizando los valores de $L(p)$ obtenidos en el problema 4, dibujar la curva AOQ del plan y estimar la $AOQL$.
9. En el problema de la página 332 sobre el plan de muestreo doble, usar la tabla I y la aproximación normal (cuando sea necesario) para calcular el riesgo del productor cuando la AQL es $p_0 = 0.10$.
10. Calcular el tamaño de muestra promedio requerido para valores seleccionados de p y dibujar la curva ASN para el siguiente plan de muestreo doble:

		Muestras combinadas		
Muestra	*Tamaño muestra*	*Tamaño*	*No. de aceptaciones*	*No. de rechazos*
Primera	12	12	1	4
Segunda	40	52	4	5

11. Un lote entrante de 1000 unidades se debe inspeccionar usando el método MIL-STD-105D, con una inspección normal en un nivel II de inspección general y una AQL de 1.5%. ¿Qué plan de muestreo simple debe emplearse?
12. Un lote de 100 unidades se debe inspeccionar con una AQL de 10%. Si se debe emplear el método MIL-STD-105D, con una inspección normal en el nivel II de inspección general, ¿qué plan de muestreo simple se debe emplear?
13. Determinar las fórmulas necesarias para los números de aceptación y de rechazo del plan de muestreo sucesivo que tiene una AQL de 0.10, una $LTPD$ de 0.30, un riesgo del productor de 0.05, y un riesgo del consumidor de 0.10. Si una muestra puede tener defectuosos en los ensayos tercero, quinto, séptimo y octavo, ¿se puede aceptar o rechazar el lote antes del décimo ensayo, de acuerdo con este plan? Si es así, ¿en qué ensayo sucederá esto?
14. Un plan de muestreo secuencial tiene $p_0 = 0.01$, $p_1 = 0.10$, $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.20$.
   (a) Determinar los números de aceptación y de rechazo para $n = 1, 2, \ldots,$ y 50.
   (b) Usar números de azar junto con los números de aceptación y de rechazo obtenidos en la parte (a) para simular la inspección de un lote muy grande que tiene un 20% de defectuosos.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

MUESTREO DE ACEPTACION DE MATERIAL POR MEDIDAS

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

7

Muestreo de aceptación de material por medidas

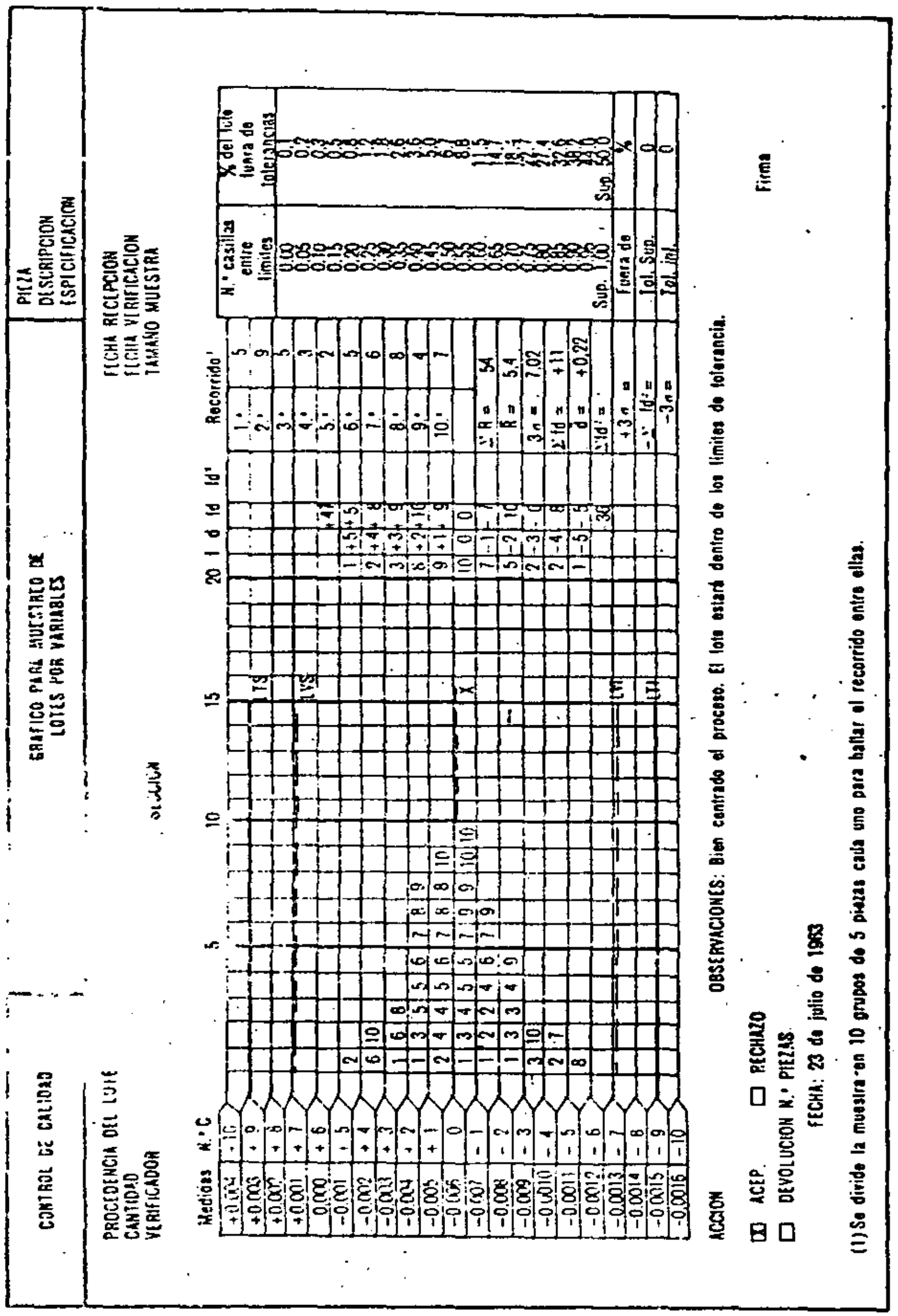
1. ¿QUE ES EL «LOT-PLOT»?

El método «Lot-Plot» es una clase del plan de muestreo por variables, basándose en una representación gráfica de las medidas de una muestra, cuyo tamaño es constante (50 unidades), sin que se deba tener en cuenta el número de piezas de que se compone el lote.

El fundamento de este método es pretender fotografiar la forma de distribución de las medidas del lote con una muestra de 50 unidades. A través de esta fotografía de la muestra, se puede apreciar el valor central y la dispersión de todo el lote, lo que permite compararlo con las especificaciones establecidas.

Tal fotografía sirve no solamente como un medio de inspección para la aceptación de material, sino también para evaluar la calidad de los productos, manufacturados en el taller, analizando la representación gráfica de la muestra es frecuente encontrar en ella sugerencias para tomar acciones correctivas, que puedan mejorar la capacidad del proceso y facilitar una comunicación efectiva entre el consumidor y suministrador. Las representaciones gráficas sobre los lotes para diferentes suministradores de un mismo producto sirven para evaluar y comparar la calidad de cada uno. Así, también podrán proporcionarnos una historia de la calidad de cada suministrador.

(Véase el cuadro 7-1)



CUADRO 7-1

Este cuadro ilustra un caso típico de «Lot-Plot»; los números de la primera columna son las medidas actuales de una muestra. Se dividen las 50 piezas de la muestra en 10 grupos, o sea, 5 piezas en cada uno. Se registran las medidas en las casillas según los valores correspondientes. La media $\bar{X}$ es el valor medio de la distribución. Las líneas punteadas *LVS* y *LVI* son los límites de variación estimados mediante la muestra. Las líneas de trazo continuo, *LTS* y *LTI*, son los límites de tolerancia que corresponderán a las especificaciones técnicas. Este método «Lot-Plot» caracteriza el lote según el centrado y dispersión de la muestra con respecto a los límites de tolerancia sirviendo de criterio de aceptabilidad para aceptar o rechazar el lote.

2. REALIZACION DE INSPECCION POR «LOT-PLOT»

Los pasos fundamentales son los siguientes:

a) Se toma del lote una muestra al azar de 50 piezas y se forman 10 grupos de 5 piezas para someterlas a verificación.

b) Se miden las 5 piezas de uno de los 10 grupos, calculando el promedio y el recorrido. El promedio sirve como tentativa para localizar la tendencia central de la muestra.

El recorrido de las primeras 5 lecturas dividido por 5, suele ser una estimación bastante práctica de la escala de valores de las casillas en la primera columna. No obstante, la experiencia que se adquiera sobre determinadas piezas o suministradores, terminan siempre por indicar el valor de las casillas más convenientes.

Es aconsejable que la división de la escala de valores de la representación gráfica del lote, esté comprendida entre 7 y 14 casillas.

c) Una vez conocida la división de la escala, se registra el valor medio de las 5 primeras medidas en la columna primera correspondiendo en sentido horizontal con la casilla 0 de la columna segunda, y a partir de este valor medio, se formará en la citada columna primera, la gama de valores, sumando o restando unidades de escala.

d) En las casillas de distribución de frecuencia, se efectúa de la siguiente forma:

Las 5 primeras medidas, se encasillarán en sus lugares correspondientes, marcando los cinco «unos» que quiere decir que son del primer grupo de la muestra, las segundas 5 medidas, con «doses» y así sucesivamente.

e) En la casilla encabezada con *f* (frecuencias) se escribirá la suma del número de casillas registradas en cada medida determinada en la verificación de los diversos 10 grupos de 5 piezas.

f) En la columna encabezada con *d* (desviación) se pone: un cero en la casilla que corresponde a la mayor frecuencia. La operación se efectuará lo mismo que en el cuadro 2-4.

g) La columna encabezada por *fd* registra el producto de *f* por *d* para cada casilla conservando el signo correspondiente. Se sumarán los valores positivos y los negativos separadamente, hallándose la diferencia entre ambas cantidades y registrándose en la casilla Σfd con su signo. Se dividirá esta suma por 50 poniendo el resultado de esta operación en la casilla *d*, también con su signo. Este número indica cuantas casillas o fracción de casilla se desplaza el promedio de las 50 medidas con relación al centro 0 de la columna *d*. En este punto se dibujará una línea horizontal que se designará $\bar{X}$.

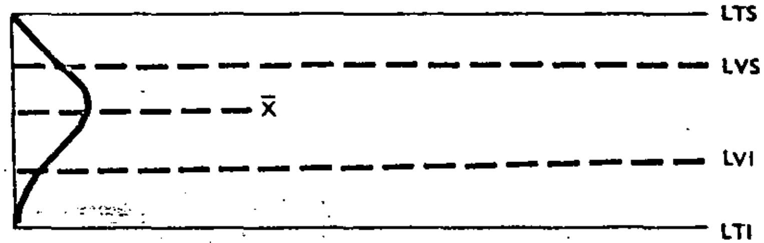
h) En la columna encabezada con *Recorrido* se registrarán en las casillas numeradas del 1 al 10, las dispersiones de cada uno de los 10 grupos de 5 observaciones. La suma de estos 10 recorridos se pondrá en la casilla ΣR y dividiendo esta suma por 10, obtendremos el valor *R* que se colocará en su casilla correspondiente.

Multiplicando el valor $\bar{R}$ por 1,3 obtendremos el valor de 3 σ dado en valores casillas. Este valor nos da la distancia de los límites de variación que se designan *LVS* y *LVI*, límite superior y línea inferior de variación.

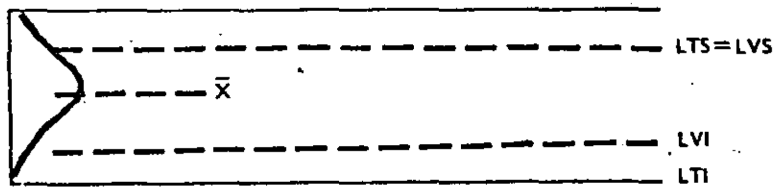
3. INTERPRETACION DEL «LOT-PLOT»

La interpretación del «Lot-Plot» es como sigue:

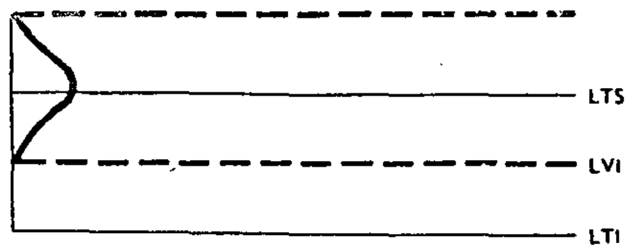
a) Si las líneas de variación quedan comprendidas entre los límites de tolerancia, el lote no contiene unidades defectuosas.



b) Si uno de los límites de variación coincide con un límite de tolerancia, el lote puede contener aproximadamente un 0,1 % de unidades defectuosas.



c) Si un límite de variación cae fuera de la especificación técnica, el porcentaje estimado de piezas defectuosas se obtiene de la siguiente forma:



El número de casillas comprendido entre el límite de variación y el límite de tolerancia, se divide entre el correspondiente valor de 3 σ y leyendo en la tabla de equivalencias existente en el gráfico de este método, se obtiene el porcentaje aproximado de piezas defectuosas en el lote.

4. EJEMPLO NUMERICO

Siguiendo las instrucciones anteriores, practicaremos el «Lot-Plot» con un ejemplo:

a) Se seleccionan 50 piezas al azar de un lote de 1000 unidades, agrupándolas en 10 grupos de 5 unidades cada uno. (También se puede tomar la muestra de 5 unidades en 10 tomas.)

b) Se leen las lecturas del primer grupo:

— 0,003
— 0,004
— 0,006
— 0,007
— 0,008

El valor promedio de este grupo, es 0,0056 redondeando 0,006 y el recorrido 0,005. La quinta parte de este recorrido es 0,001 que sirve para la escala de valores.

c) En la columna *Medidas*, se registra 0,006 en la correspondiente escala 0 de la segunda columna y las casillas por encima y por debajo se incrementan y se disminuyen de 0,001 en 0,001.

d) Las primeras 5 medidas, se anotan en las casillas correspondientes, señaladas con el 1.

Nota: Como las líneas horizontales de la retícula representan las medidas actuales de la columna *Medidas*, las pocas lecturas exactas que coinciden con estos valores, se pueden escribir lo mismo en la casilla superior que en la inferior a la línea correspondiente.

Por ejemplo, una lectura precisamente de 0.006 puede registrarse cualquiera de los modos indicados en la siguiente figura.

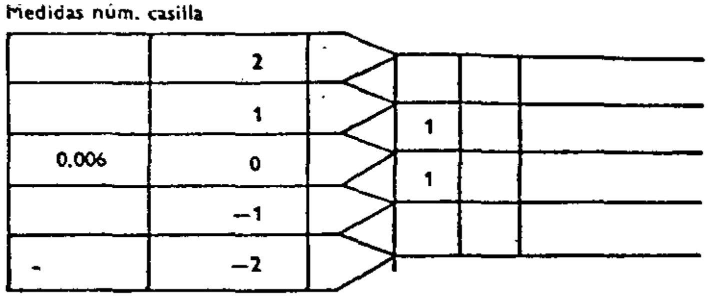


Figura 7-1

Las restantes 45 lecturas, se anotarán de la misma manera, identificándose los sucesivos grupos de 5 por los números 2, 3, 4, ... hasta *30*.

Todos los *1*, *2*, etc., de los 10 grupos deberán registrarse en la primera casilla libre a partir de la izquierda; las anotaciones se acumularán hacia la derecha en los sucesivos registros.

En el caso de distribuciones simétricas, en las que por lo menos hay dos casillas libres entre los valores extremos de la distribución y los límites de tolerancia, no es preciso ningún cálculo suplementario para la aceptación del lote.

e) El cálculo del promedio, localización de la línea $\bar{X}$ y los límites son necesarios para aquellos lotes en los cuales la diferencia entre los valores extremos de la distribución y los límites de tolerancia sean inferiores a dos casillas. En nuestro ejemplo, se han hecho estas operaciones del cálculo, solamente para efectos ilustrativos.

f) Una vez registradas las 50 lecturas, en cada casilla de la columna *f*, se anotarán los totales por horizontales. En el ejemplo, tenemos 10 lecturas para la casilla central (0), 9 y 7 para las siguientes hacia arriba y hacia abajo respectivamente. El total de la columna *f* debe ser 50.

g) En la columna *d*, se escribe un *cero* enfrente de la casilla de mayor frecuencia en nuestro caso, $f = 10$, las casillas superiores se numerarán con +1, +2, +3, ... etc., y las inferiores con −1, −2, −3, ... etc.

h) Se multiplicarán los valores correspondientes de las casillas pertenecientes a las columnas *f* y *d* y se colocarán en la casilla *fd*, conservándose el signo de la operación $1(+5) = 5$, $2(+4) = 4$, $7(-7) = -7$, $5(-2) = -10$ sucesivamente. Se sumarán los productos positivos que son de +47 y lo mismo con los negativos que nos dan −36. La diferencia de estas dos sumas es de +11 que se registrará en la casilla Σfd. Si esta diferencia sale cero, significa que la distribución es perfectamente simétrica.

El resultado +11, indica que el promedio originariamente estimado, era bastante aproximado, siendo necesaria una pequeña rectificación (11/50) para determinar la verdadera media. Por lo tanto, se anotará 0,22 en la casilla $\bar{d}$. La línea $\bar{X}$, está situada por encima del centro de la casilla $d = 0$ a una distancia de 0,22.

i) En la columna *Recorrido* se expresa la dispersión en sentido vertical de las casillas, registrándose en número de casillas, para cada grupo de 5 medidas.

Por ejemplo, el recorrido de la primera muestra es de 6 casillas, pero el valor del recorrido será de 5 casillas, ya que se comienza a contar partiendo de 0.

El recorrido de la segunda muestra, es de 10 casillas (0-9) y se registrará en la columna *Recorrido* un *9*, así sucesivamente hasta el décimo grupo.

Para hallar el $\bar{R}$, se suman todos los valores de *Recorridos* y se dividen entre 10.

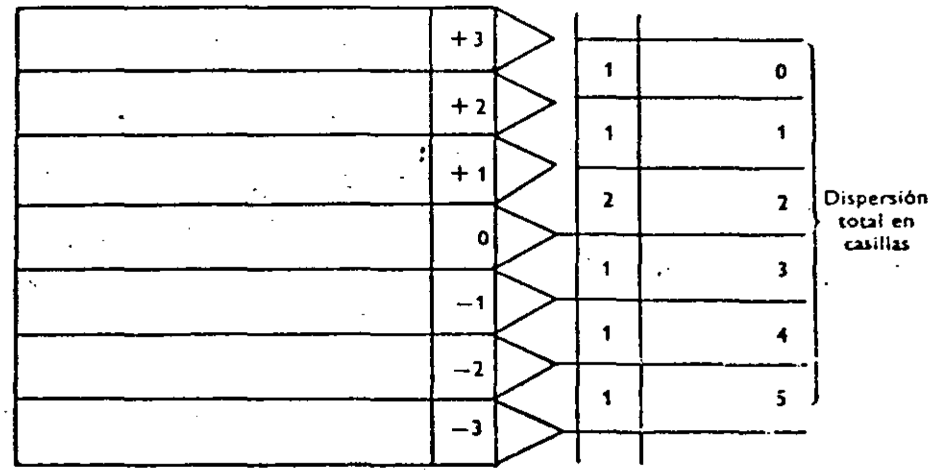
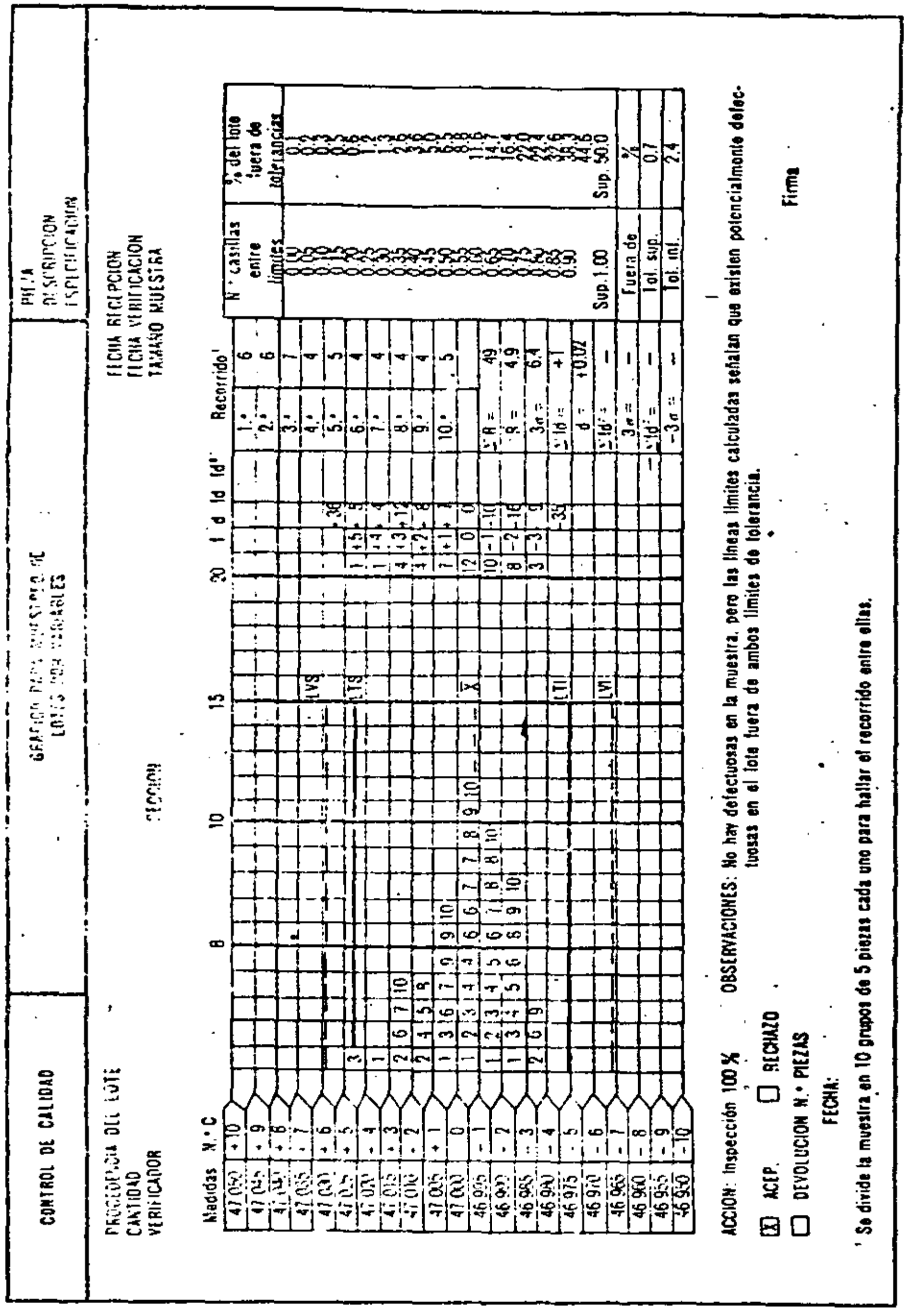


Figura 7-2

El $\bar{R}$ multiplicado por la constante 1,3 da el valor 7,02 en casillas que es el valor de 3σ. Este valor 7,02 es la distancia a partir de la línea $\bar{X}$, a que se encuentran, en número de casillas, los límites de variación *LVS* y *LVI*.

j) La interpretación de nuestro ejemplo es la siguiente: Como la distancia que separa los límites *LVS* o *LVI* y los límites de tolerancia respectivos, es más de dos casillas, se acepta el lote.



Cuadro 7-2

5. ESTIMACION DEL PORCENTAJE DEFECTUOSO EN EL LOTE SI LOS LIMITES DE VARIACION ESTAN FUERA DE LOS LIMITES DE TOLERANCIA

En el cuadro 7-2, tenemos otro ejemplo calculado de forma idéntica al anterior, sin embargo, observemos que el valor de 3 σ es de 6,4 casillas y así hace que los límites de variación caigan por encima y por debajo de los límites de tolerancia. Esto prueba que aunque la muestra de 50 observaciones no presenta defectuosas, existen muchas probabilidades de que se hallen piezas defectuosas en el lote.

La estimación se hace mediante la siguiente operación: se calcula el número de casillas comprendido entre el límite de variación y el límite de tolerancia (en caso de que las dos líneas límites de la muestra caigan fuera de los límites de tolerancia, se calcula separadamente según el número de casillas que se distancien en cada lado), dividiendo por el valor de 3 ; se lee este valor cociente en la columna *Número casillas entre límites* y en la siguiente veremos el porcentaje defectuoso estimado para el lote.

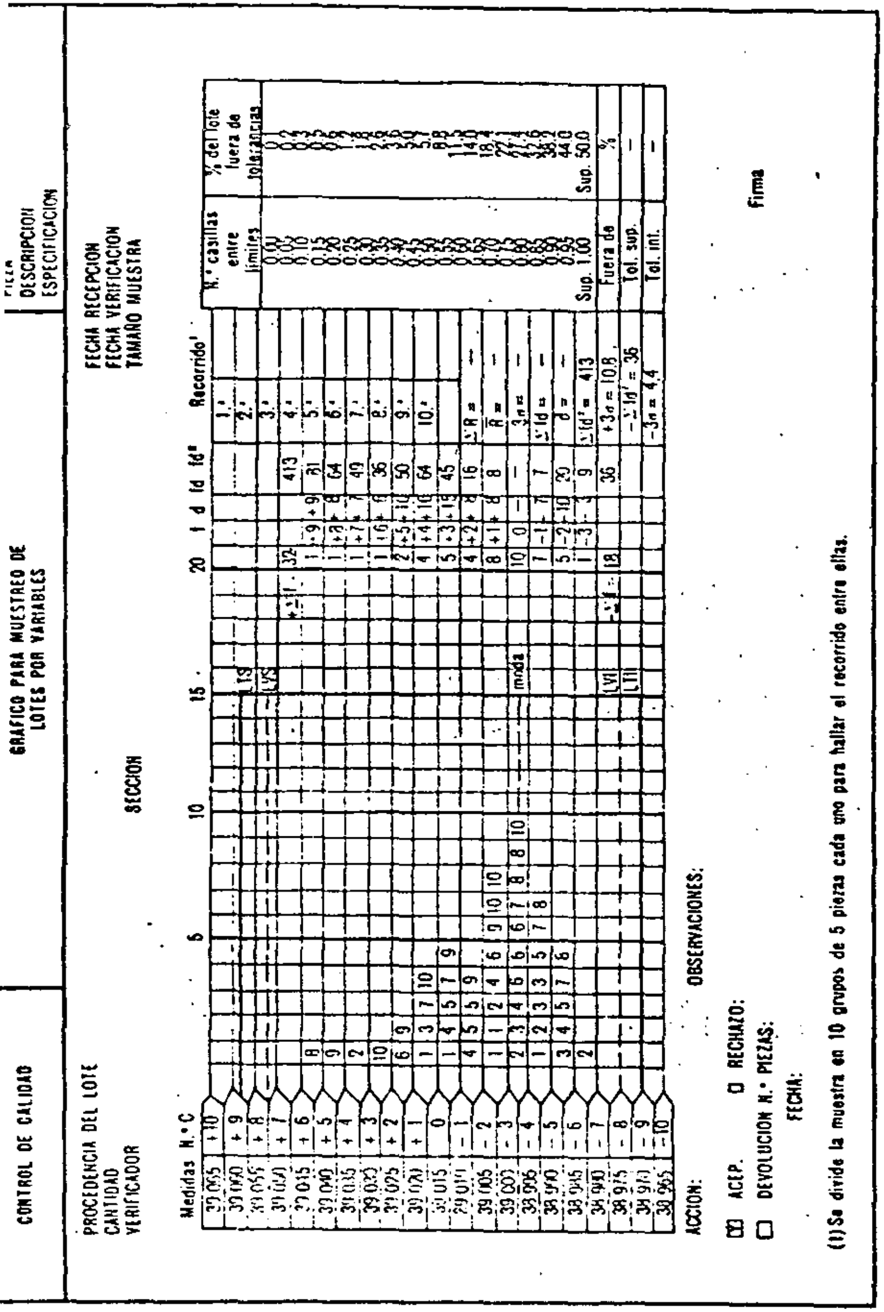
En el ejemplo del cuadro 7-2, vemos que la distancia entre el límite superior de variación y el límite de tolerancia superior es aproximadamente de 1,2 casillas. Dividiendo por 6,4 (3σ) obtenemos un cociente de 0,19.

En la columna de *Número de casillas entre límites* vemos que para un valor de 0,19 le corresponde en la siguiente columna un porcentaje estimado de 0,7 % aproximadamente. (Sin interpolar, podríamos decir que la estimación está comprendida entre 0,5 % y 0,8 %.) Por otro lado, la distancia entre el límite de variación inferior y el límite de tolerancia inferior, es de 2,2 casillas, dividiendo 2,2 por 6,4 obtenemos el cociente de 0,34; el porcentaje estimado en el lote fuera de la tolerancia inferior, será aproximadamente 2,4 % según nos indican las columnas antes mencionadas.

En este ejemplo, se ve que la fabricación está centrada con respecto a los límites de tolerancia, pero se presenta la dificultad de estrechar la variabilidad en el proceso. Técnicamente, si no es posible localizar el fallo o mejorar la calidad, deben separarse los productos defectuosos por inspección 100 %.

6. DISTRIBUCION ASIMETRICA

Cuando la representación gráfica de 50 unidades del lote presenta una marcada asimetría o truncamiento lateral, es decir, que la distribución no tiene la forma de la curva normal como los casos anteriores, el procedimiento para el cálculo de los límites de variación debe ser modificado.



CUADRO 7-3

La finalidad de esta modificación, es evitar los riesgos de aceptar un lote malo o rechazar uno bueno, motivado por la asimetría.

En este caso, no se calcula ni el *Recorrido* ni el promedio $\bar{X}$. Se coloca $d = 0$ en la frecuencia mayor que se denomina *Casilla modal* y se traza una línea en el centro de esta casilla modal. Se llenan las columnas f y d como en los casos anteriores y se hallan las columnas fd y fd^2 en sus respectivas casillas.

Para calcular los límites de variación de la representación gráfica, se estiman tratando cada mitad de la distribución separadamente y como si correspondiera a una distribución normal.

En vista de que ambos límites de variación caen dentro de las tolerancias, se acepta el lote sin más interpretación.

7. DISTRIBUCION TRUNCADA DEL LOTE

En el siguiente ejemplo, se ve que la distribución no presenta una forma normal, por lo cual es necesario una modificación en los cálculos.

No se calculan los recorridos y promedio $\bar{X}$. Se identifica la casilla modal y se calculan los valores fd^2 solamente de un lado, en nuestro ejemplo, el opuesto al lado del truncamiento del lote. La suma de los valores para esta parte, se calcula añadiendo una mitad del número de la casilla modal $(22 + 8{,}5 = 30{,}5)$.

El límite inferior de variación se obtiene mediante el siguiente cálculo

$$3\,\sigma = 3\sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{\Sigma f}} = 3\,(1{,}93) = 5{,}8$$

o sea, debajo de la casilla modal se localiza 5,8 casillas.

La distribución truncada indica que el suministrador ha seleccionado el lote eliminando las piezas que superaban la tolerancia superior.

En la inspección 100 % siempre cabe la posibilidad de que el suministrador no consiga una efectividad absoluta; a pesar de que en la muestra de 50 piezas no se haya registrado una sola pieza fuera de las especificaciones.

Si el suministrador no tiene una buena inspección 100 %, es probable que en un lote grande el número de piezas defectuosas sea de 1 %, aunque no haya ninguna defectuosa en la muestra. En este caso, la decisión sobre la aceptación o inspección 100 %, depende del grado de confianza que tenga el comprador, teniendo en cuenta la experiencia adquirida mediante los suministros anteriores.

El posible límite superior de variación se dibuja en la casilla 5,8 a partir de la casilla modal para indicar la posible extensión de los defectuosos.

CONTROL DE CALIDAD	LOTES POR VARIABLES	DESCRIPCION ESPECIFICACION

PROCEDENCIA DEL LOTE
CANTIDAD
VERIFICADOR

SECCION

FECHA RECEPCION
FECHA VERIFICACION
TAMAÑO MUESTRA

Medida	N.° C	1 … 5 … 10 … 15 … 20	f	d	fd	fd²
	+10					
0.150	+9					
0.149	+8					
0.148	+7					
0.147	+6	Posible LVS				
0.146	+5					
0.145	+4					
0.144	+3					
0.143	+2	4 4 5 5 7 7 8 8 9 10 10 LTS		+1		
0.142	+1	1 2 3 3 4 4 5 6 6 6 7 8 8 8 9 9 10 — moda	17	0	0	
0.141	0	1 1 1 3 4 6 7 7 9 9 10	11	−1	−11	11
0.140	−1	1 2 3 6 10	5	−2	−10	20
0.139	−2	2 2 5	3	−3	−9	27
0.138	−3	2 3	2	−4	−8	32
0.137	−4	5	1	−5	−5	25
0.136	−5	LVI Σ f =	30	5		115
0.135	−6					
0.134	−7					
0.133	−8	LTI				
0.132	−9					
	−10					

Recorrido[1]	
1.°	
2.°	
3.°	
4.°	
5.°	
6.°	
7.°	
8.°	
9.°	
10.°	
Σ R =	
R̄ =	
3σ =	
Σ fd =	
d =	
Σ fd² =	
+3σ =	
−Σ fd = 115	
−3σ = 5.8	

N.° casillas entre límites	% del lote fuera de tolerancias
0.00	0.1
0.05	0.2
0.10	0.3
0.15	0.5
0.20	0.8
0.25	1.2
0.30	1.8
0.35	2.6
0.40	3.6
0.45	5.0
0.50	6.7
0.55	8.8
0.60	11.5
0.65	14.7
0.70	18.4
0.75	22.7
0.80	27.4
0.85	32.6
0.90	38.2
0.95	44.0
Sup. 1.00	Sup 50.0
Fuera de	%
Tol. sup.	—
Tol. inf.	—

ACCION:

OBSERVACIONES: Lote inspeccionado 100 %. No se encuentra defectuosas en la muestra. La reinspección depende de la eficacia de la verificación del suministrador.

× ACEP.: ☐ RECHAZO:

☐ DEVOLUCION N.° PIEZAS:

FECHA:

Firma

(1) Se divide la muestra en 10 grupos de 5 piezas cada uno para hallar el recorrido entre ellas.

Cuadro 7-4

CONTROL DE CALIDAD	GRAFICO PARA MUESTREO DE LOTES POR VARIABLES	PIEZA DESCRIPCION ESPECIFICACION

PROCEDENCIA DEL LOTE
CANTIDAD
VERIFICADOR

SECCION

FECHA RECEPCION
FECHA VERIFICACION
TAMAÑO MUESTRA 50 + 50 = 100

Medida	N.° C	1 … 5 … 10 … 15 … 20	f	d	fd	fd²
	+10					
	+9					
	+8					
	+7	5 1				
	+6	2 7				
	+5	5 6 7 8 9 9				
	+4	1 3 4 4 8 10 10 — moda				
	+3	2 2 6 7 9 10				
	+2	3 5 8				
	+1	1 1				
	0	1 1 6				
	−1	3 3 4 7 8 9 — moda				
	−2	2 3 5 6 10				
	−3	2 4 7 10				
	−4	5 6 9				
	−5	4 8				
	−6					
	−7					
	−8					
	−9					
	−10					

Recorrido[1]	
1.°	
2.°	
3.°	
4.°	
5.°	
6.°	
7.°	
8.°	
9.°	
10.°	
Σ R =	
R̄ =	
3σ =	
Σ fd =	
d =	
Σ fd² =	
+3σ =	
−Σ fd² =	
−3σ =	

N.° casillas entre límites	% del lote fuera de tolerancias
0.00	0.1
0.05	0.2
0.10	0.3
0.15	[illegible]
0.20	[illegible]
0.25	[illegible]
0.30	[illegible]
0.35	2.6
0.40	3.6
0.45	5.0
0.50	6.7
0.55	8.8
0.60	[illegible]
0.65	[illegible]
0.70	[illegible]
0.75	[illegible]
0.80	[illegible]
0.85	32.6
0.90	38.2
0.95	44.5
Sup. 1.00	Sup. 50.0
Fuera de	
Tol. sup.	
Tol. inf.	

ACCION:

OBSERVACIONES: La muestra debe ser aumentada hasta 100 unidades para tomar una decisión.

☐ ACEP.: ☐ RECHAZO:

☐ DEVOLUCION N.° PIEZAS:

FECHA:

Firma

(1) Se divide la muestra en 10 grupos de 5 piezas cada uno para hallar el recorrido entre ellas.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

OBJETIVOS DEL CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

ING. JOEL O AGUIRRE

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

A N T E C E D E N T E S

- Historia
- Conceptos de Control
- Definiciones de Calidad
- Procesos

N O R M A L I Z A C I O N

- Generalidades
- Normalización Integral
- Nacional
- Legislación
- Ejemplos

CALIDAD Y CONTROL

- Introducción
- Cuantificación y Costos
- Suposiciones y Fallas
- La Administración
- Control de Producción y Pequeña Industria.

ANTECEDENTES

HISTORIA DEL CONTROL DE CALIDAD

Debe mencionarse que un esquema de inspección por muestreo con muchas similitudes a los procedimientos actuales ha estado en operación contínua por la casa real de moneda en Londres durante ocho siglos.

Este aspecto de prueba estadística se le ha llamado "La prueba del PYX"(del griego πυξις = caja).
Esta prueba es una antigua ceremonia de la casa de moneda británica. El propósito es asegurar que las monedas omitidas se ajusten a las especificaciones de la corona.

Esta prueba es la etapa final de un esquema de inspección por muestreo para el control de calidad de los productos de la casa de moneda, principalmente de oro y plata.

Durante cierta época, se tomaba una moneda de cada jornada o una de cada 15 libras producidas de oro o una de cada 60 libras, en el caso de plata. Las monedas se colocaban en una caja llamada PYX.

A períodos irregulares, a veces cada año, pero usualmente cada tres o cuatro años, la caja se abria y el contenido se contaba, pesaba y ensayaba para compararse con las especificaciones definidas.

Se especificaba una tolerancia superior e inferior permitida que dependía del tipo de metal y denominación de la moneda probada.

Después de un ensayo exitoso, era celebrado un banquete.

La antigüedad de esta ceremonia data del reinado de Enrique II (1154-1189).

Desde el punto de vista estadístico este problema puede ser formulado en términos de un modelo de pruebas de hipótesis de un parámetro. La hipótesis nula, queda definido por la norma establecida por la casa de moneda, dado que existe preocupación por desviaciones superiores e inferiores, es una prueba de 2 lados. Se define un esquema de muestreo y una región crítica que permite concluir sobre la calidad de la muestra.

En otra época y más cerca a nosotros, se tiene referencia que en el mundo Mexica en el siglo XV, ciudad y población debía suministrar una o dos veces al año cierta cantidad de productos. De acuerdo al Códice Mendoza, las contribuciones eran variadas; Xilotepec, tenía fijada una cuota anual de 800 cargas de vestidos para mujer (16,000 piezas), 800 cargas de faldas bordadas, 4 silos de maíz y otros granos. Tochpan, en la costa del golfo, debía entregar 7000 cargas de mantas, 800 cargas de taparrabos y otras tantas faldas, 800 cargas de chile, 20 sacos de plumas.

Tochtepec contribuía con 16,000 balas de caucho, 24,000 ramilletes de plumas de papagallo, etc.

Las listas de tributos enumeran telas de algodón y fibra de maguey, vestidos de todas clases, cacao, miel, sal, tabaco.

No hay duda que el Soberano y los principales dignatarios tenían que controlar la cantidad y calidad de estos im--- puestos y tributos.

El control formal de la calidad fue innecesario cuando -- cuando la producción pertenecía solamente a artesanos individuales; entonces la reputación personal del productor estaba en juego con cada unidad de producción. Con la producción en masa, la división de la mano de obra, las piezas intercambiables, el orgullo personal del rendimiento- tenía que apoyarse por medio de controles formales.

La ruta del control de calidad fué establecida por el trabajo que en 1924 realizó Walter A. Shewhart, de los laboratorios de la Bell Telephone. Aplicó primero un diagrama de control estadístico para productos manufacturados y --- posteriormente sugirió los refinamientos estadísticos --- para el control del proceso. Otros dos empleados del sistema Bell, H.F. Dodge y H.C. Roming, aplicaron la teoría- estadística a la inspección por muestreo para obtener sus tablas, que se emplearon extensamente y fueron llamadas - Tablas de Inspección por Muestreo.

El estallido de la Segundo Guerra Mundial despertó el interés en las técnicas estadísticas para el control de calidad.

Las fuerzas armadas adoptaron planes de inspección por -- muestreo diseñados científicamente y que eventualmente -- culminaron en la publicación de Military Standard 105 año

... Norma ...-105, para el muestreo ... por atributos. Esta acción obligó a los proveedores a adoptar programas equivalentes de inspección para su producción a fin de evitar que ésta fuera rechazada por los servicios militares. El entrenamiento y la investigación que acompañaron a las aplicaciones originales y subsecuentes por parte del gobierno se desarrollaron y fueron seguidas en forma entusiasta y crearon interés en las técnicas estadísticas de control.

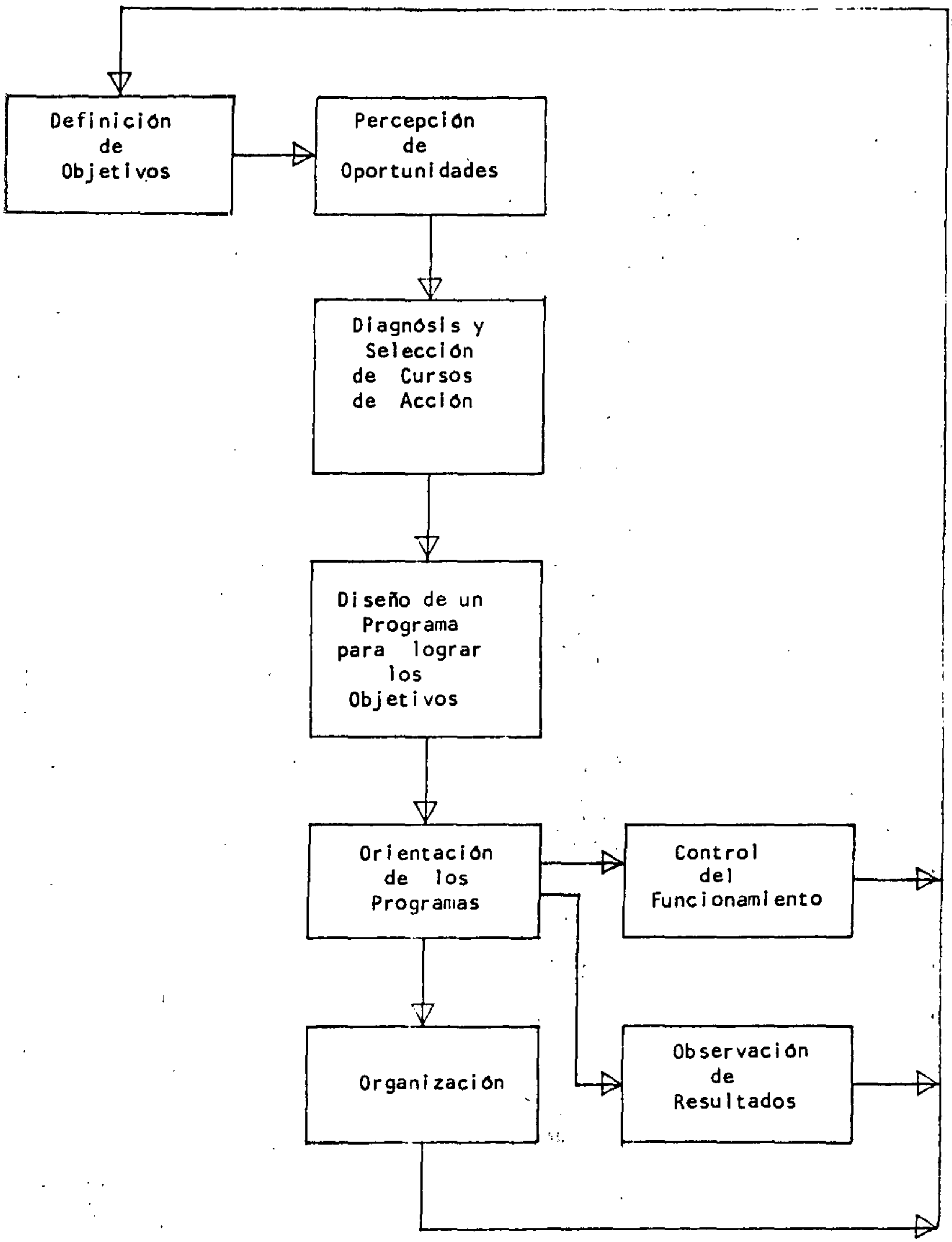
C O N T R O L

Conceptos Generales

ESCUELA DEL PROCESO ADMINISTRATIVO

El enfoque mas difundido de la administración es llamado la escuela del proceso administrativo, que define lo que hacen los administradores. Esta escuela frecuentemente denominada "tradicional", "universalista" o "funcional" ha tenido sus principios en los escritos de Henry Fayol. Esta escuela define que el trabajo del administrador es universal, independiente del tipo de organización o el nivel que el administrador tenga. El proceso se analiza, los principios son identificados y se construye el marco conceptual. Es fundamental en este enfoque, la descripción y análisis de las funciones del administrador, esto es, la planeación, la dirección, la organización y el control. Cada una de estas funciones tiene su cuerpo de conocimientos y sus técnicas y cada una utiliza conocimientos de otros campos de la ciencia. Esta escuela no solo no niega la validez de otros enfoques de la administración, sino intenta absorber o utilizar la metodología y técnicas de otras escuelas para llevar a cabo funciones de la administración.

Cada una de las funciones del proceso administrativo afecta a las demás y todas están interrelacionadas. La operación del proceso se muestra en la Figura 1 y se puede describir mediante las etapas que en seguida se anotan:



UN CONCEPTO DE LA ADMINISTRACIÓN

Figura 1

PLANEACION

1. Definición de Objetivos.

2. Percepción de los problemas y alternativas en torno al logro de los objetivos.

3. Diagnósis de la situación, análisis de los objetivos y selección de un curso de acción.

4. Diseño de un programa de acción para lograr el objetivo.

DIRECCION

5. Acción necesaria para la realización de los programas, incluye la comunicación necesaria.

ORGANIZACION

6. Supervisión de la acción mediante la definición de relaciones y actividades.

CONTROL

7. Observación y determinación de medidas de funcionamiento en comparación contra las normas fijadas por el plan, así como corrección de las desviaciones.

8. Observación de los cambios a fin de poder modificar metas y programas si es necesario.

RETROALIMENTACION

9. Recirculación de la información relativa a planes, acciones y progreso para asegurar que lo programado para alcanzar los objetivos se está cumpliendo.

EL CONTROL Y SUS ELEMENTOS

El concepto de control con frecuencia es difícil de explicar, tanto que para Richard Bellman, la teoría de control es mas un estado mental que cualquier amalgama de métodos matemáticos, científicos o tecnológicos.

El término puede ser definido al considerar el uso de cualquier enfoque racional para dominar las perversidades del medio ambiente natural o tecnoloógico. El objetivo mas general de la teoría de control es hacer operable un sistema de una forma mas deseable: hacerlo mas confiable, mas conveniente o mas económico.

Los diversos significados que tiene la palabra control son: comprobar, regular, comparar con una norma, ejercer autoridad o limitar. En este caso, interesa fundamentalmente el concepto de la comprobación o verificación, el cual implica la existencia de alguna medida que pueda servir como marco de referencia en el proceso de control, es aquí donde la función de planeación proporciona las normas.

El control es una importante forma de coordinar diversas actividades hacia el cumplimiento de un objetivo. La función de control regula el producto del sistema, midiendo el funcionamiento real contra el esperado. La función de control relaciona los medios y los fines, es aquí donde, la retroalimenta ción continúa respecto a la actividad de una organización, es importante para mantener su estabilidad en el tiempo, o sea, evalúa como trabaja el sistema y que tan bien son utilizados los recursos.

Esta función se puede definir como la fase del proceso administrativo que mantiene la actividad de la organización dentro de límites permitidos a partir de lo esperado.

En resumen, el control de una organización, como una fase del sistema de decisiones, observa el funcionamiento y proporciona información que se puede usar en el ajuste de medios y fines. Con ciertos objetivos y los planes necesarios para cumplirlos, la función de control involucra la medida de la situación actual, la comparación con las normas, así como la retroalimentación que puede ser usada para coordinar las actividades administrativas, orientándolas en la dirección correcta. De aquí que existan cuatro elementos principales en los sistemas de control (Figura 2) que son:

1. Fijación de normas de funcionamiento para una característica medible y controlable.

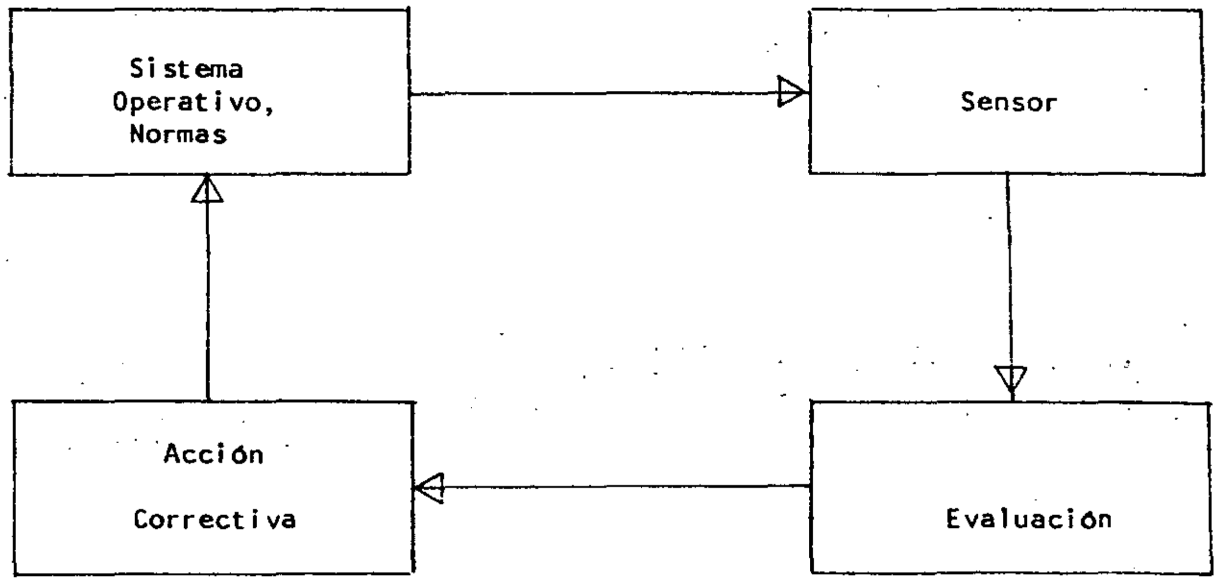
   Esta definición de normas de funcionamiento involucra criterios contra los cuales serán comparados los resultados. Estos criterios pueden ser cuantitativos o cualitativos.

   Las normas son fijadas de acuerdo a la situación y áreas particulares, tales como:

   - Costos
   - Productividad
   - Actitudes

- Responsabilidad Pública
- Utilización de Recursos
- Etcétera

2. Un censor o medio para detectar dicha característica.
3. Evaluación del funcionamiento real, mediante la comparación de los resultados con las normas.
4. Corrección de desviaciones de las normas y planes, realizando cambios en el sistema a fin de hacer correcciones oportunas para reformar el plan original que debe llevar al objetivo.



ELEMENTOS BASICOS

DE UN SISTEMA DE CONTROL

Figura 2

INTEGRACION DE FUNCIONES

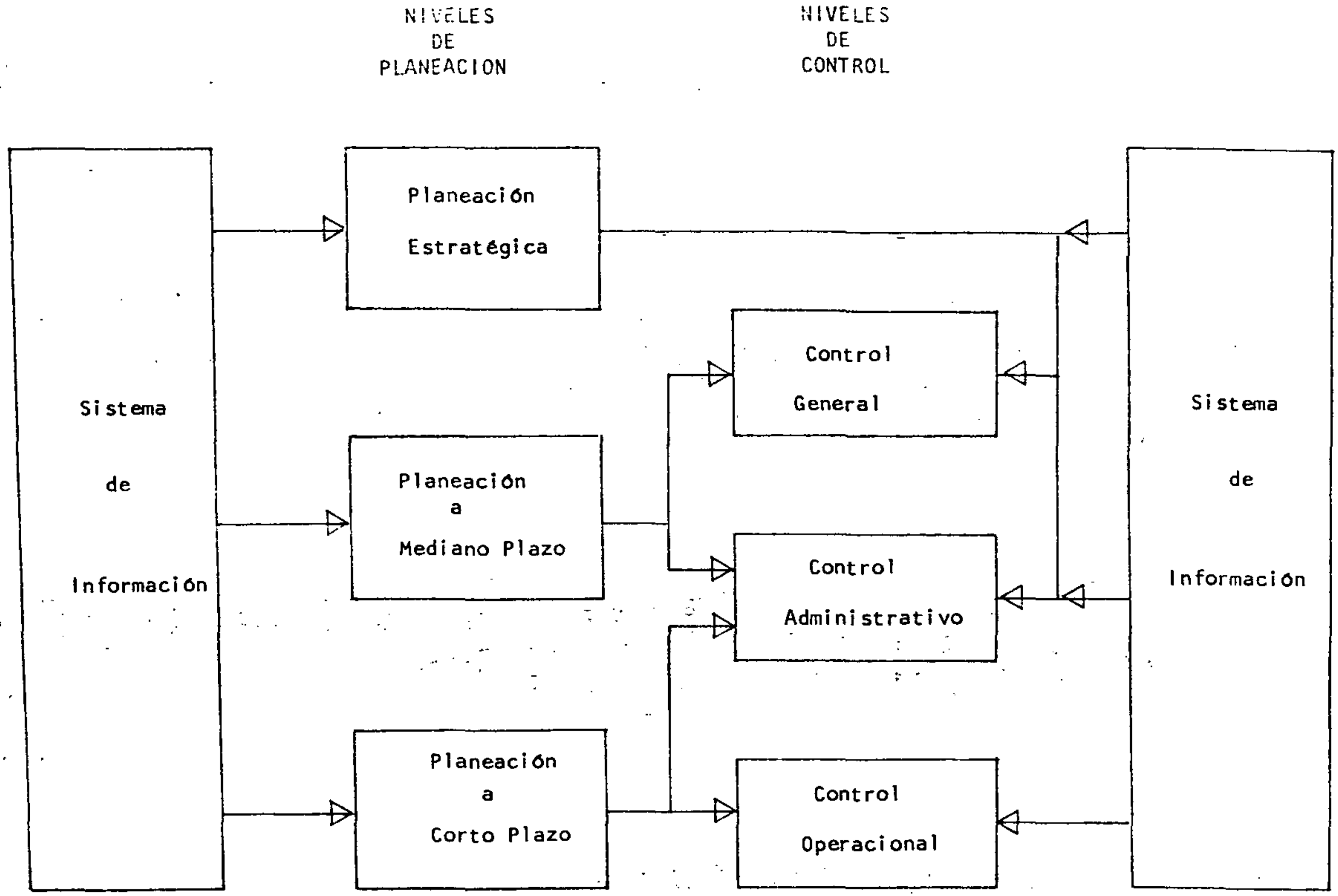
Las funciones de planeación y control no son actividades administrativas separadas, sino íntimamente interconectadas. El control es multidimensional en la misma forma como es la planeación, las dimensiones de ambos se ajustan en un modelo integrado. Asi como pueden definirse tres niveles de planeación, (Estratégico, Mediano Plazo y Corto Plazo) también se pueden definir tres niveles de control equivalentes.

El Control General está dirigido a medir los avances y modificar los planes estratégicos para alcanzar los principales propósitos y objetivos organizacionales.

El segundo nivel es el control administrativo, el cual fluye del control general; en este nivel, el proceso está diseñado para medir el funcionamiento en el uso eficiente de los recursos para el logro de los objetivos de la Organización.

En el tercer nivel, el control operacional es el proceso mediante el cual se asegura que las tareas operacionales sean realizadas eficientemente. Estas tareas son las operaciones cotidianas que se miden en términos de normas estándar de funcionamiento.

La integración de la planeación y el control, se muestran conceptualmente en la Figura 3, en donde se ilustra la liga de los tres niveles de la planeación con los tres niveles de control. Debe notarse la existencia y relevancia de un Sistema de información, pues la información es el común denominador de la integración.



INTEGRACION DE PLANEACION Y CONTROL

Figura 3

Debe enfatizarse que una organización es, obviamente, el vehículo a través del cual los planes se realizan. La habilidad de la organización para activar los planes y mantener el control subsecuente, deberá ser tomada en cuenta en el proceso de planeación y control, dado que la acción en la organización gira en torno a niveles de planeación, centros de decisión y puntos de control críticos, la estructura y las comunicaciones deberán estar organizados alrededor de esos elementos.

El sistema de las funciones administrativas, básicas de planeación, organización y control se muestran en la Figura 4.

Un componente final del sistema es el denominado Sistema de Información, el cual cierra el modelo. Este sistema colecta, analiza, almacena y reporta datos a quienes toman decisiones en todos los niveles de la administración.

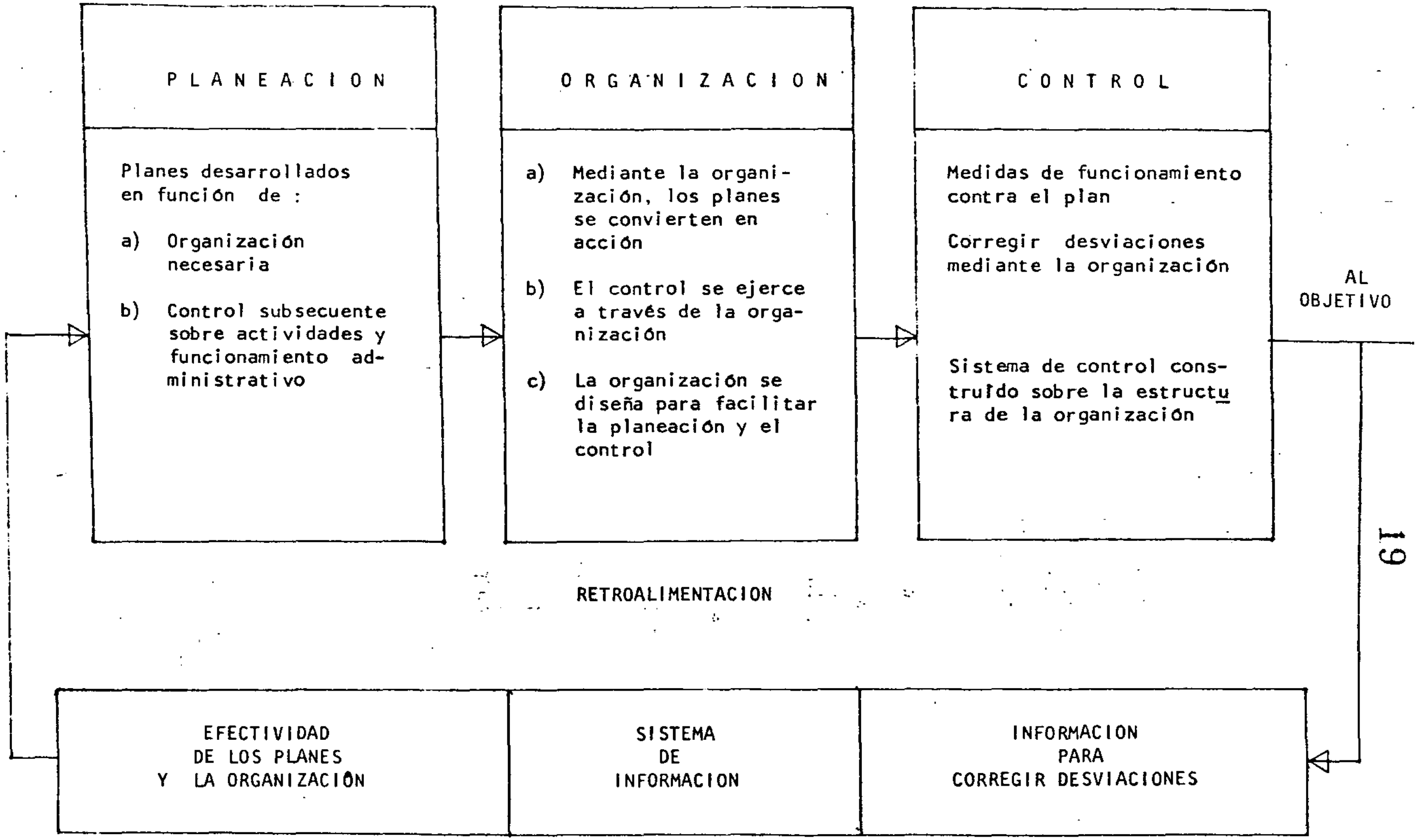
PROCESO DEL CONTROL

Se muestra en la Figura 5 un modelo general del ciclo de control, en el cual se pueden observar diversas etapas, primeramente el establecimiento de objetivos y definición de metas, seguida de la elaboración de programas, la asignación de recursos y la ejecución del trabajo. Una vez que el funcionamiento del Sistema se compara con el plan, se genera la retroalimentación para ajustar las cargas de trabajo y la asignación de recursos. En esta comparación se relacionan principalmente los medios utilizados para alcanzar las metas fijadas, así como los logros y el programa fijado, lo cual lleva a evaluar las metas alcanzadas a fin de efectuar los ajustes necesarios.

Este ciclo se puede presentar en cualquier nivel de la organización y puede existir una relación, tanto con niveles superiores de control, donde se definen los objetivos generales asi como con niveles inferiores donde se lleven a cabo diversas operaciones de la organización.

Otra forma de conceptualizar el control es mediante un modelo general del proceso (Figura 6) en el cual se enfatizan, tanto el flujo de actividades como las relaciones entre los elementos principales.

Incluye, en una primera etapa, un centro de funcionamiento que representa alguna característica medible y controlable. En una segunda etapa, se considera la medición de dicha característica. En un tercer paso se comparan los resultados



SISTEMA DE PLANEACION, ORGANIZACION Y CONTROL

Figura 4

con el funcionamiento esperado, de lo cual se desprenden diversas actividades, como consecuencia de tomar decisiones en el proceso de control.

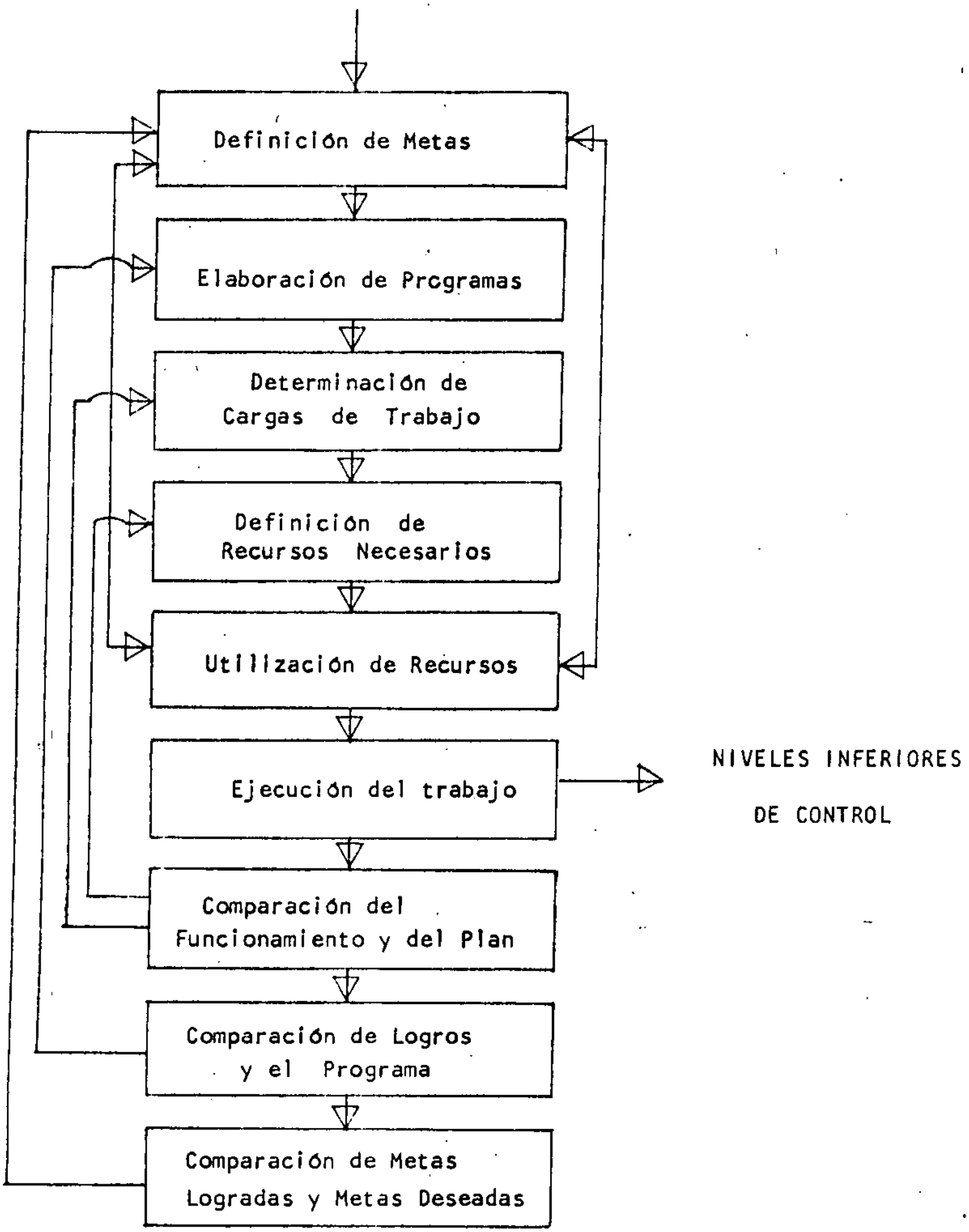
De la evaluación se puede determinar la inexistencia de desviaciones o la obtención de resultados superiores a los esperados, que eventualmente llevarían a modificar las normas establecidas a niveles superiores.

La existencia de una desviación incontrolable no provocaría ningún cambio en las normas o planes. Pero se puede detectar alguna desviación tomada como aceptable que, considerada como una excepción, pudiera llevar a la modificación de normas o planes.

Otra posibilidad es que las desviaciones sean inaceptables y lleven a realizar cambios inmediatos, ya sea en las normas o en los planes de la organización, o en ambos.

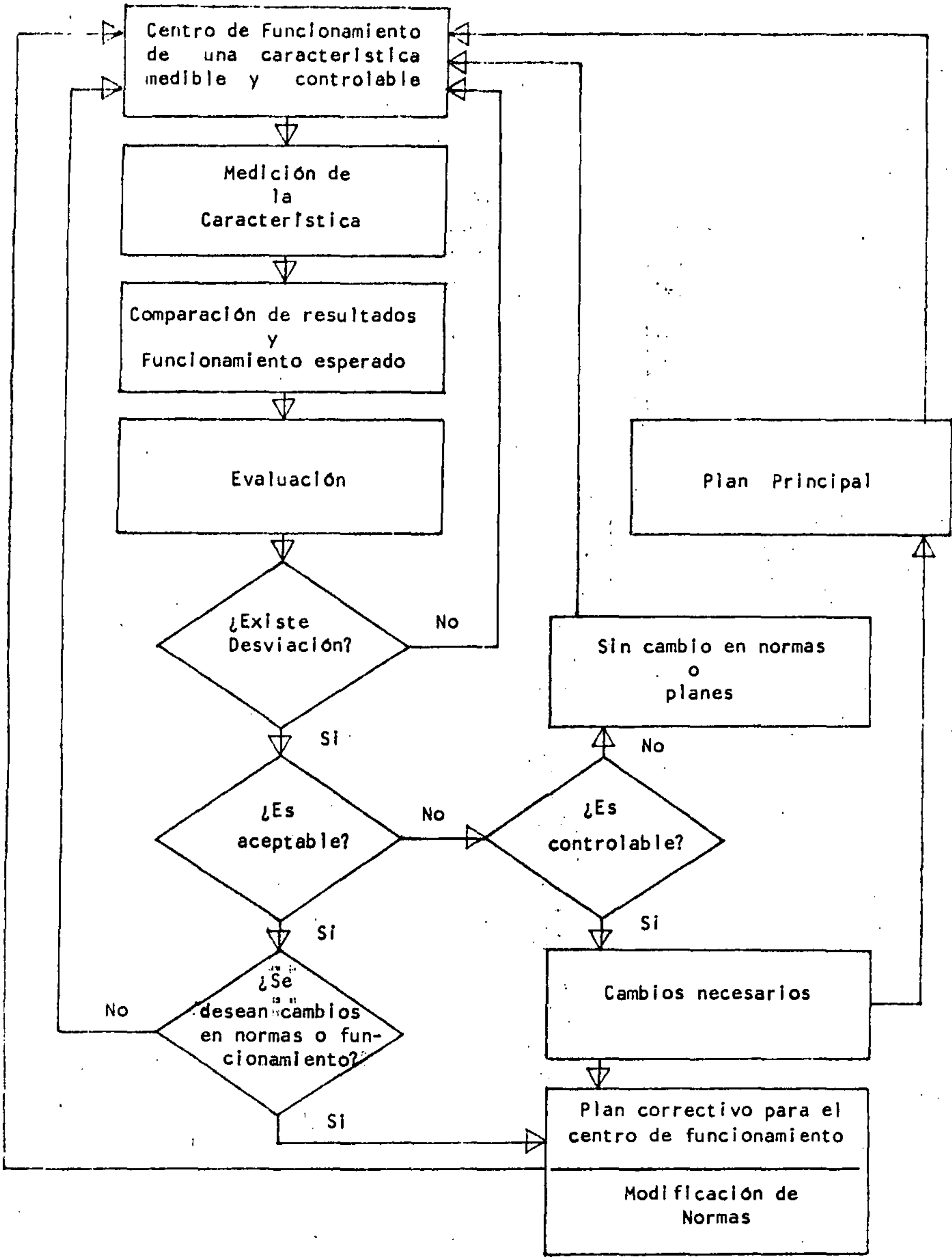
Este proceso es aplicable a cualquier sistema de control y los medios utilizados para medir y evaluar la característica en cuestión puede ser tanto manuales como computarizados.

NIVELES SUPERIORES DE CONTROL



MODELO GENERAL DEL CICLO DE CONTROL

Figura 5



MODELO GENERAL DEL PROCESO DE CONTROL

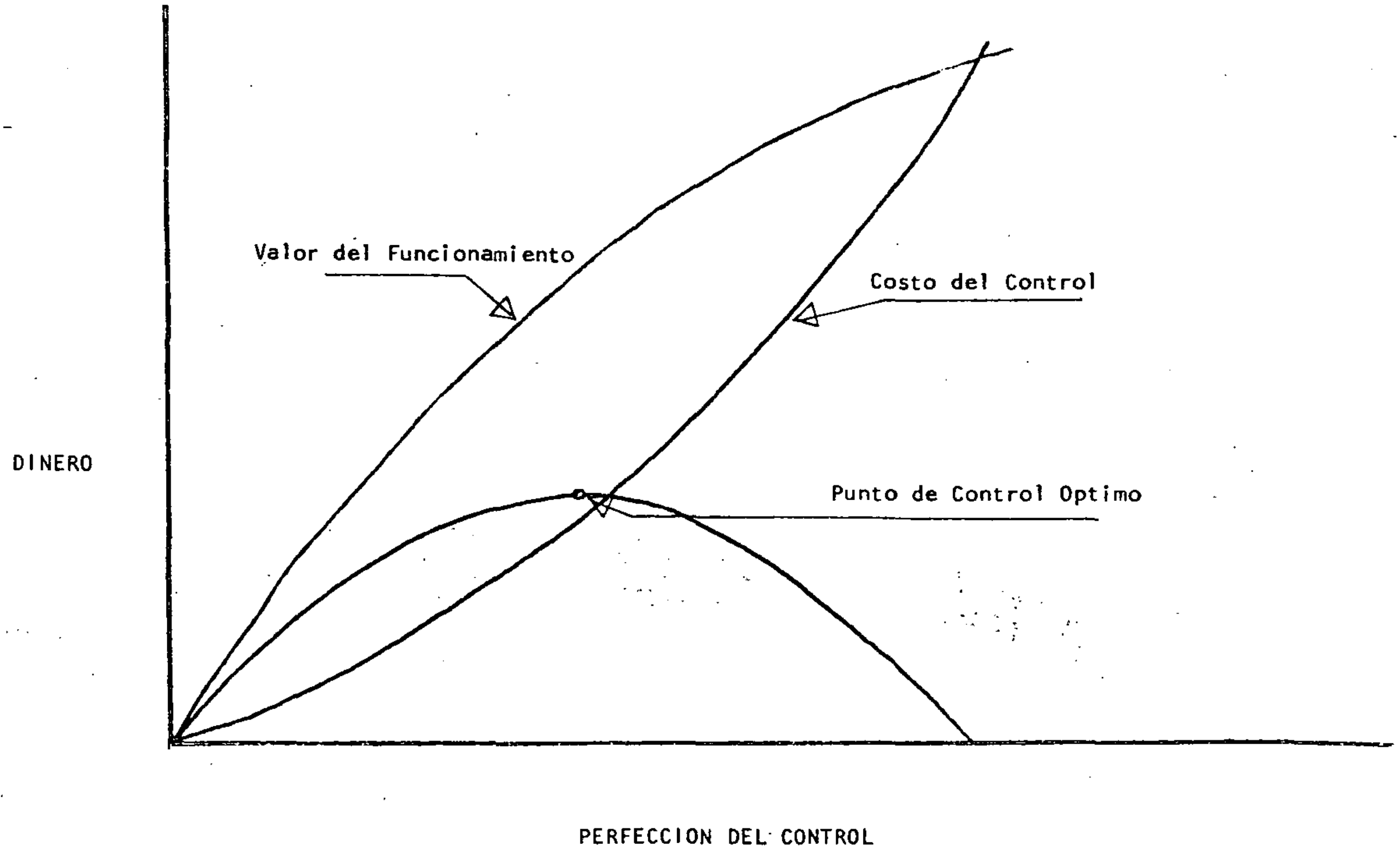
Figura 6

ECONOMIA DEL CONTROL

La actividad del control nunca puede ser perfecta. Esta función del proceso administrativo debe mantener un equilibrio entre su valor y su costo, dentro de ciertos límites permitidos, pues pueden ser cuantiosos los recursos que una organización le puede destinar.

En la Figura 8, se muestra la relación entre el valor del control en relación al funcionamiento del sistema y el costo necesario para obtenerlo.

La diferencia entre el costo y el valor del funcionamiento, es el beneficio neto para la organización. Como se puede observar, un sistema puede estar sobrecontrolado a un costo muy alto, sin apreciar que existe un punto en el cual se maximiza el beneficio neto.



Valor del Funcionamiento
Costo del Control
DINERO
Punto de Control Optimo
PERFECCION DEL CONTROL

Figura 8

C A L I D A D

- Manera de ser de una persona o cosa

- Grado que en producto satisface las necesidades de un cliente.

- Grado de excelencia y medida de bondad por medio de la cual se juzga la capacidad de las cosas para satisfacer una necesidad.

- Resultado de una combinación de características de diseño y manufactura que determinan el grado de satisfacción que se proporcione al consumidor durante su uso.

- Mejor producto para un consumidor -- dentro de las condiciones de uso y - precio.

CONTROL DE CALIDAD

Conjunto de esfuerzos efectivos de los diferentes grupos - de una organización para la integración, el desarrollo y la superación de la calidad de un producto a fin de hacer posible fabricación y servicio a satisfacción completa -- del consumidor y nivel más económico.

Función administrativa cuyo objetivo es mantener la calidad de los productos que elabora una empresa, de acuerdo a una línea de normas establecidas.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

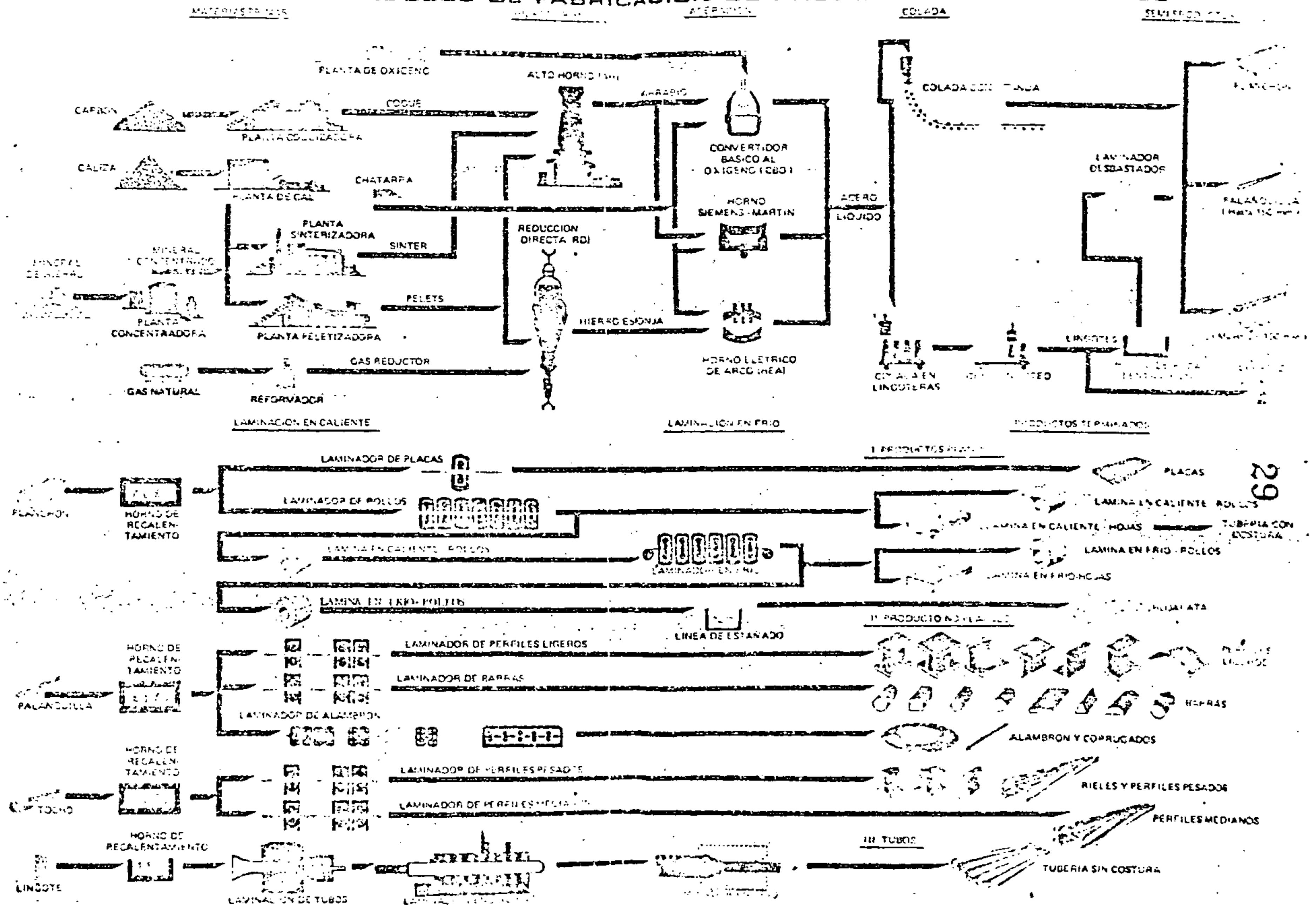
Control de calidad en el que se utilizan métodos estadísticos.

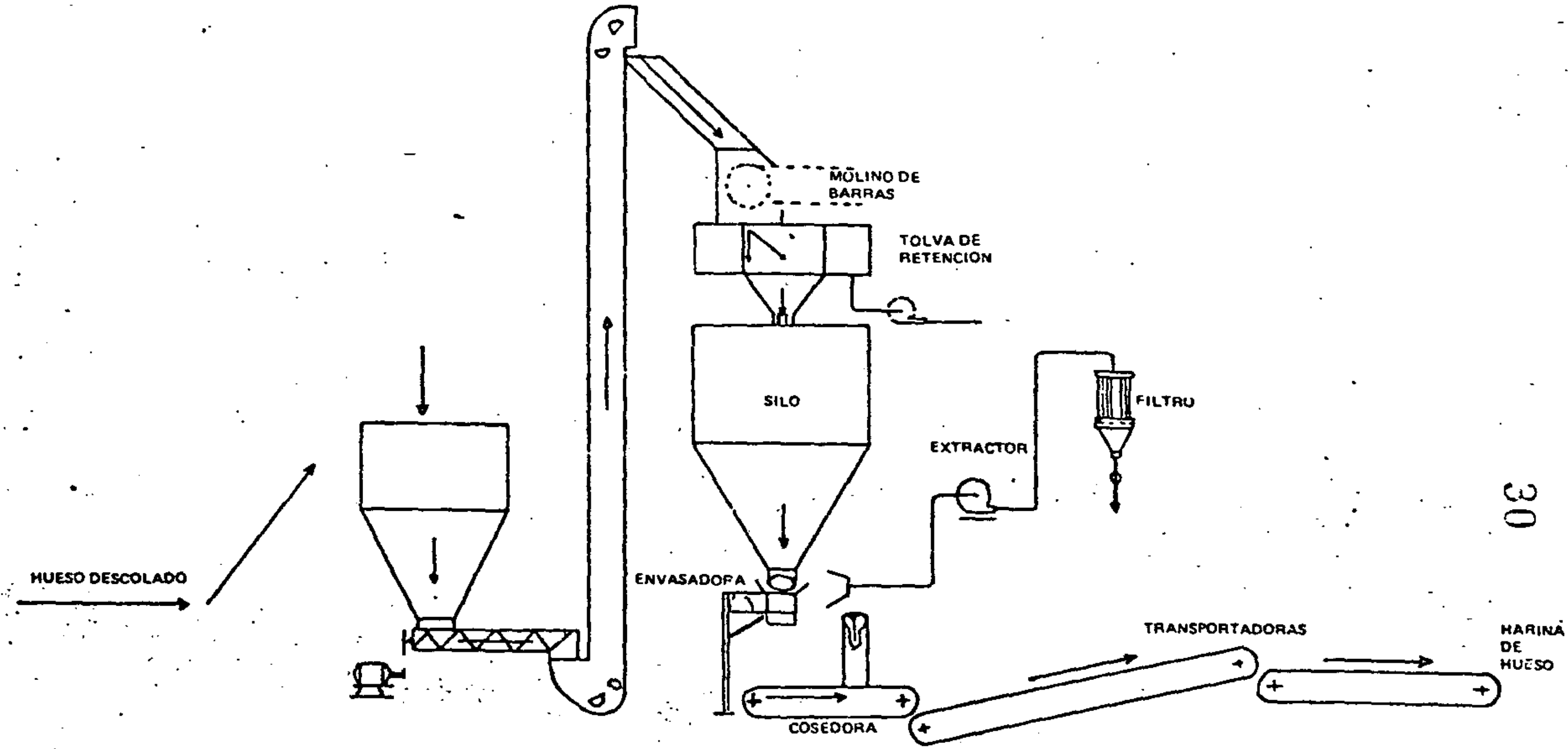
Sistema de inspección, análisis y acción, aplicado a un proceso de tal manera que, por medio de una pequeña parte del producto y con el análisis de los datos de las características de calidad, se pueda determinar la acción a seguir, para mantener un nivel deseado de calidad.

DESARROLLO DE LA FILOSOFIA DEL CONTROL DE CALIDAD

	INSPECCION	PRUEBA	CONTROL EN EL PROCESO	CONTROL TOTAL	ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD	CONFIABILIDAD DEL PRODUCTO
CIONES	Inspección de componentes de un producto	Inspección del funcionamiento de un producto	Análisis de actividades del proceso	Creación de la calidad requerida	Cumplimiento de requerimientos del cliente	Prevención de mal funcionamiento
ALIZACION	Sitio de procesamiento	Sitio de funcionamiento y análisis	Areas de producción	Incluye toda la organización	Lugar de utilización del producto	Sector o Región
TICIPANTES	Inspectores	Inspectores de pruebas	Personal de producción	Personal de la empresa	Empresa y cliente	Sociedad
DUCTO	Cumplimiento de normas y tolerancias	Cumplimiento de normas	Mejoramiento del proceso	Colaboración y coordinación	Creación de valores	Incremento de valores

DIAGRAMA DEL PROCESO DE FABRICACION DE PRODUCTOS SIDERURGICOS

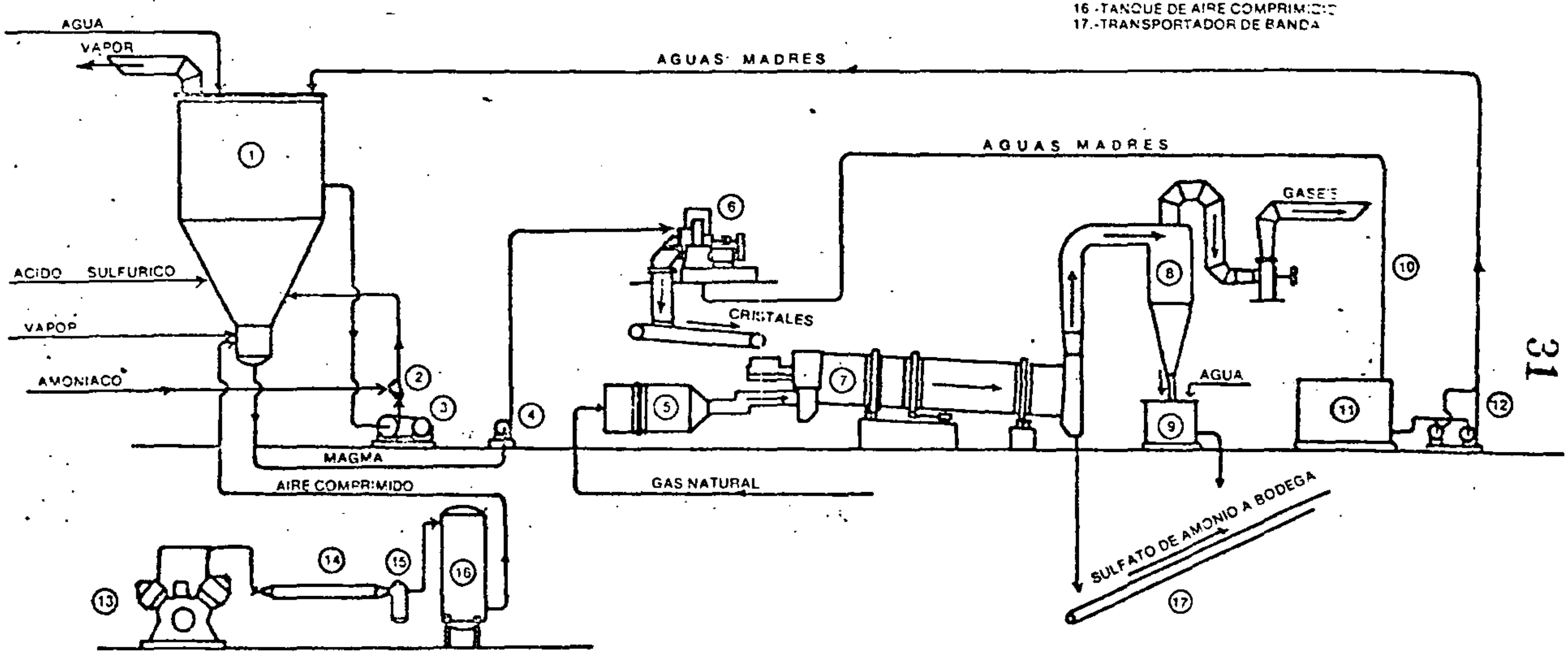




PLANTA DE OBTENCION DE HARINA DE HUESO

— DESCRIPCION —

1.-CRISTALIZADOR
2.-INYECTOR DE AMONIACO
3.-BOMBA DE CIRCULACION
4.-BOMBA DE ALIMENTACION A LA CENTRIFUGA
5.-HORNO
6.-CENTRIFUGA
7.-SECADOR
8.-CICLON SEPARADOR DE POLVO
9.-TANQUE DE DISOLUCION DE POLVO
10.-VENTILADOR EXTRACTOR
11.-TANQUE DE AGUAS MADRES
12.-BOMBAS DE AGUAS MADRES
13.-COMPRESOR DE AIRE
14.-ENFRIADOR
15.-SEPARADOR
16.-TANQUE DE AIRE COMPRIMIDO
17.-TRANSPORTADOR DE BANDA



31

PLANTA DE SULFATO DE AMONI

DESCRIPCION:

1.- FOSA DE FUSION DEL AZUFRE.
2.- FOSA DE BOMBEO DEL AZUFRE.
3.- BOMBAS DE AZUFRE.
4.- BOMBAS DE AZUFRE.
5.- CAMARA DE COMBUSTION Y CALDERA No. 1
6.- FILTRO DE GAS
7.- CONVERTIDOR
8.- CALDERA DE RECUPERACION DE CALOR No. 2.
9.- ECONOMIZADOR
10.- TORRE DE ABSORCION
11.- TORRE DE SECADO.
12.- VENTILADOR
13.- FILTRO DE AIRE
14.- TANQUE DE BOMBEO DE ACIDO DE 98%
15.- BOMBA DE ACIDO
16.- ENFRIADORES DE ACIDO PARA ALMACENAMIENTO
17.- ENFRIADORES DE ACIDO PARA SECADO
18.- ENFRIADORES DE ACIDO PARA ABSORCION

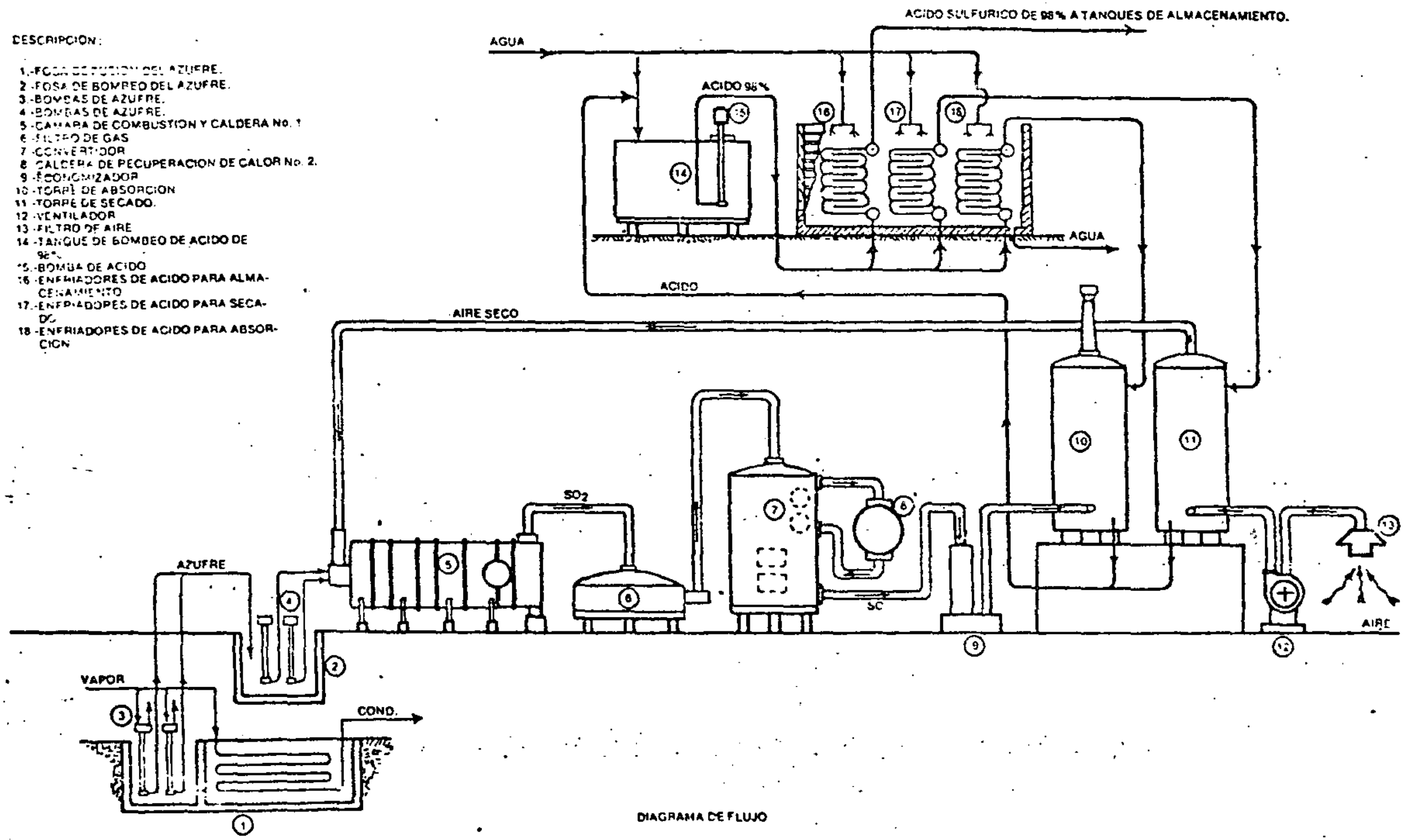
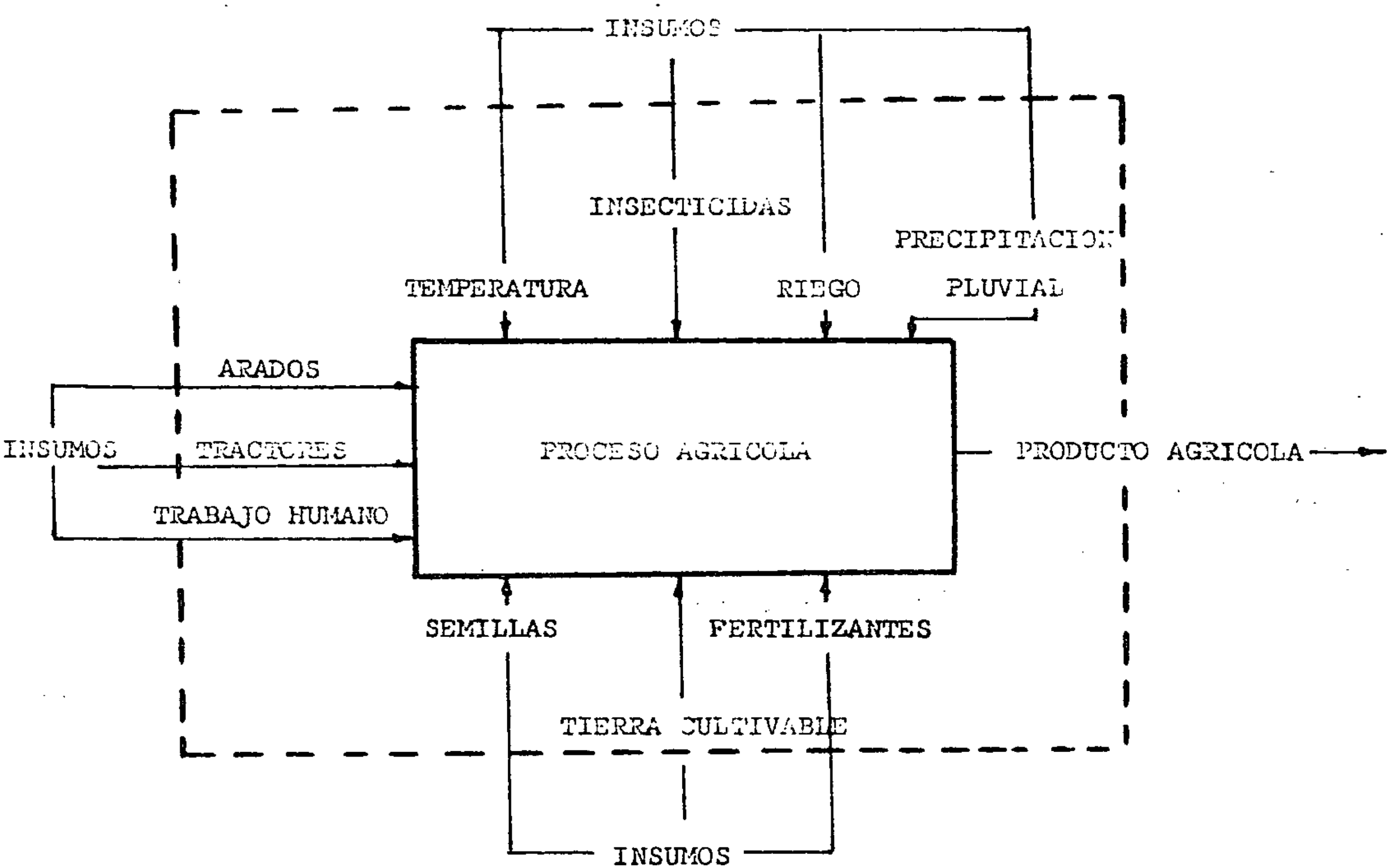


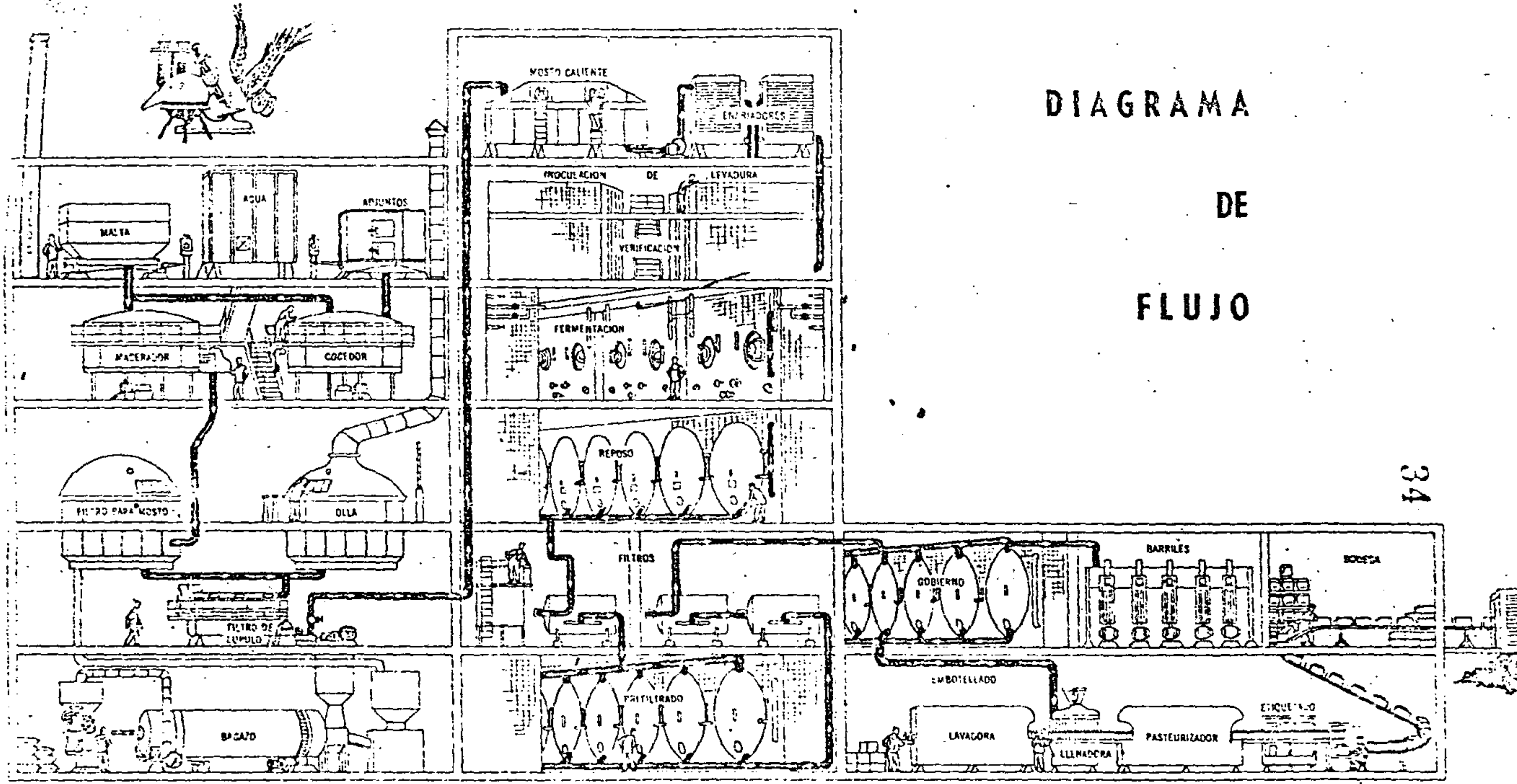
DIAGRAMA DE FLUJO

PLANTA DE ACIDO SULFURICO II



SISTEMA AGRICOLA

DIAGRAMA DE FLUJO



Sistema de producción de cerveza. Producción intermitente.

NORMALIZACION

NORMALIZACION

En un proceso industrial, normalizar quiere decir conformar deliberadamente y a veces en forma arbitraria un producto dándole características limitadas dentro de un campo múltiple de calidades, tamaños, composiciones, que pueden estar disponibles.

Las normas pueden establecerse dentro de una industria, en un país o definirse de acuerdo con características internacionales.

Desde el punto de vista industrial las NORMAS TECNICAS son aquellas que se aplican a los aspectos productivos de la industria y que afectan a los materiales, refacciones, productos, materia prima, sistemas de fabricación, pruebas de aceptación y control, diseños y dibujos, nomenclaturas, abreviaciones.

La normalización es, fundamentalmente, un proceso de simplificación a la que se debe, en parte, la posibilidad de acelerar el desarrollo industrial.

Cuando distintos grupos industriales, nacionales o internacionales, aceptan una norma común ésto quiere decir que la pieza o el producto que se fabrique con esa norma podrá ser utilizada indistintamente en cualquiera de las regiones que acepten dicha norma, con los consiguientes beneficios que este hecho aporta.

En el mundo de recursos limitados en que vivimos tener varias normas para un mismo elemento representa en general, un desperdicio innecesario.

En la industria automotriz, por ejemplo, hay automóviles de características similares que utilizan modelos de bombas de gasolina diferentes, lo cual determina, por ejemplo, la necesidad de mantener un volúmen mucho mayor en conjunto de refacciones, que las que serían necesarias si fuese una norma general de bomba, para todos los automóviles de las mismas características generales.

Otra ventaja de la normalización es que simplifica el trabajo de diseño, al limitar el trabajo de selección a unos pocos casos concretos, de lo cual existen ejemplos en la industria fotográfica y electrónica.

Como éstas, existen numerosas ventajas de la normalización, en los diferentes campos de la industria. Sin embargo, también la normalización puede tener sus inconvenientes.

El inconveniente principal es que si se selecciona la norma en forma inadecuada el perjuicio se repite multiplicadamente causando en muchos casos daños irreparables. El segundo y gran inconveniente es el de que se siga utilizando una norma sin actualizarla a las nuevas condiciones existentes.

El rápido avance de la Tecnología hace especialmente crítico éste segundo aspecto y pone en evidencia el aspecto fundamentalmente dinámico de la normalización. Es decir, si la normalización no es dinámica se constituye en un freno al progreso y se anulan las numerosas ventajas de su aplicación.

Esto quiere decir que no es suficiente con establecer una norma sino que es absolutamente necesario determinar --

con claridad cuáles son las condicines que justifican su -- aplicación y mantener una estrecha vigilancia sobre la variación de las condiciones citadas, que determinarán en qué momento la norma debe ser cambiada.

AJUSTES -

Uno de los aspectos más importantes en la normalización de las piezas mecánicas es la de los ajustes y tolerancias. Sin la determinación de estas características sería - imposible fabricar piezas que fueran intercambiales.

La moderna fabricación en serie exige que las piezas - de un mismo tipo sean intercambiables, es decir, por ejemplo, que un tornillo de cierto tipo debe de poderse utilizar con cualquiera que sea el origen de ambas partes.

Para que ésto sea posible, deben de cumplirse las siguientes condiciones:

- Todas las piezas de una misma serie deben tener dimensiones iguales, dentro de determinada tolerancia.
- El ajuste de las diferentes piezas de la misma serie debe hacerse sin retoque de ninguna clase.
- Debe ser posible el reemplazo rápido de una pieza desgastada por el uso o rota, por otra de la misma clase.

En el principio, en los albores del desarrollo de las industrias mecánicas de nuestros días, las piezas que ensamblaban o ajustaban tenían que trabajarse o maquinarse especialmente para que ajustaran con las piezas correspondientes, con la consiguiente complicación y pérdida de tiempo.

Dada la imperfección de los instrumentos y máquinas -- que se emplean para la fabricación de piezas y el alto costo que representa generalmente hacerlas con una alta precisión, las partes se fabrican actualmente estableciendo límites de error que inevitablemente se comete en sus dimensiones al ejecutarlas, con lo que se consigue fabricarlas en - grandes cantidades y cambiar unas por otras, sin necesidad de ningún ajuste especial.

TOLERANCIAS -

Es la inexactitud admisible de fabricación, o sea, la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo concedido para una determinada dimensión.

En esta representa un ajuste macho y hembra, corriente en el cual se ha representado con doble rayado la zona de - tolerancia, con Dn la cota nominal, Dmáx la cota máxima del macho y Dmín la mínima y por Dr y dr la cota real de cual-- quier pieza, que debe quedar siempre dentro de la zona de - tolerancia.

En ella las cotas mínimas de la hembra y máxima del macho coinciden con la nominal que siempre ha de ser la misma en las dos piezas que se ajustan y que se llama "línea cero", en la figura la línea AB. Siendo dr el diámetro real de la hembra y Dr el del macho, el juego "J" valdrá:

$$J = dr - Dr$$

Como en el taller no es posible disponer de medios para obtener una pieza con las dimensiones exactamente igua-- les a las determinadas de antemano, ya que se encarecería -

indefinidamente la fabricación, es preciso aceptar ciertas diferencias en el sentido positivo o negativo, o en otros términos, hay que establecer límites fijos, dentro de los cuales la pieza ejecutada puede ser admitida como buena y acoplarla con la precisión necesaria con la pieza correspondiente.

De ahí la necesidad de admitir ciertas "tolerancias" que dependen del grado de ajuste deseado.

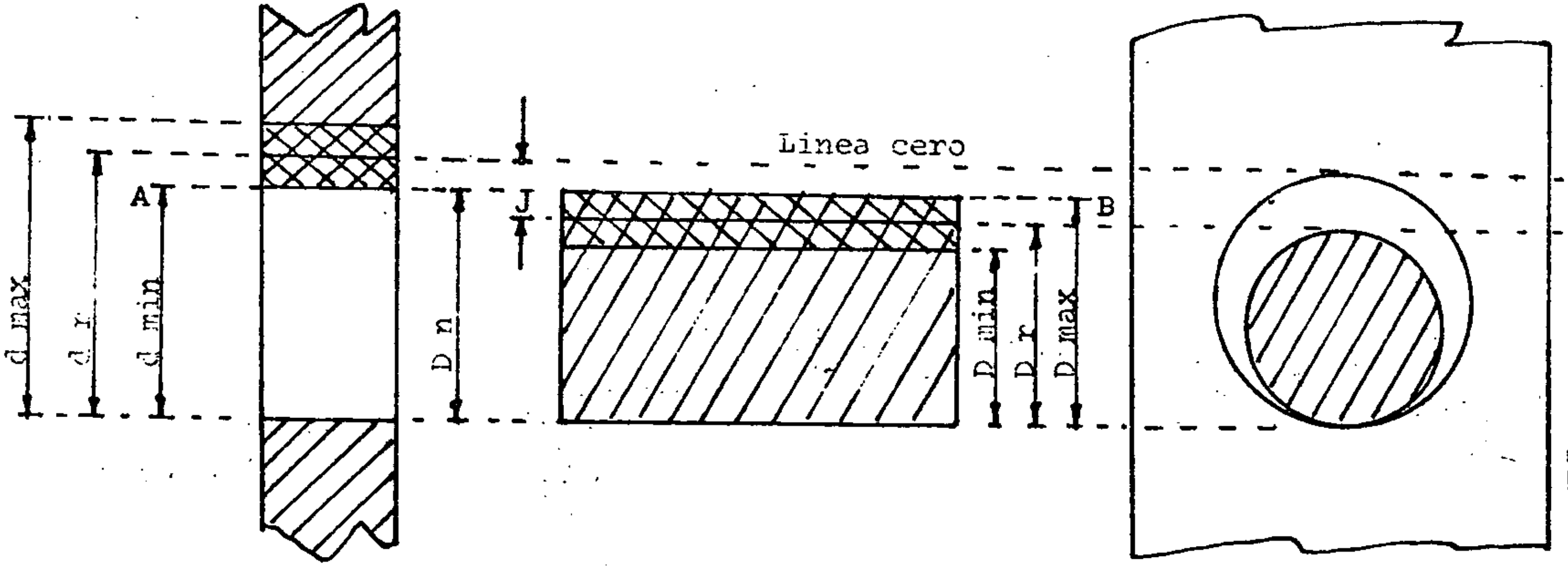
Si se trabaja en serie, todas las piezas cuya cota real está comprendida dentro de estos límites de tolerancia, serán aceptables y desechadas aquellas cuya cota real caiga fuera de esa zona por defecto o por exceso.

GRADO DE PRECISION -

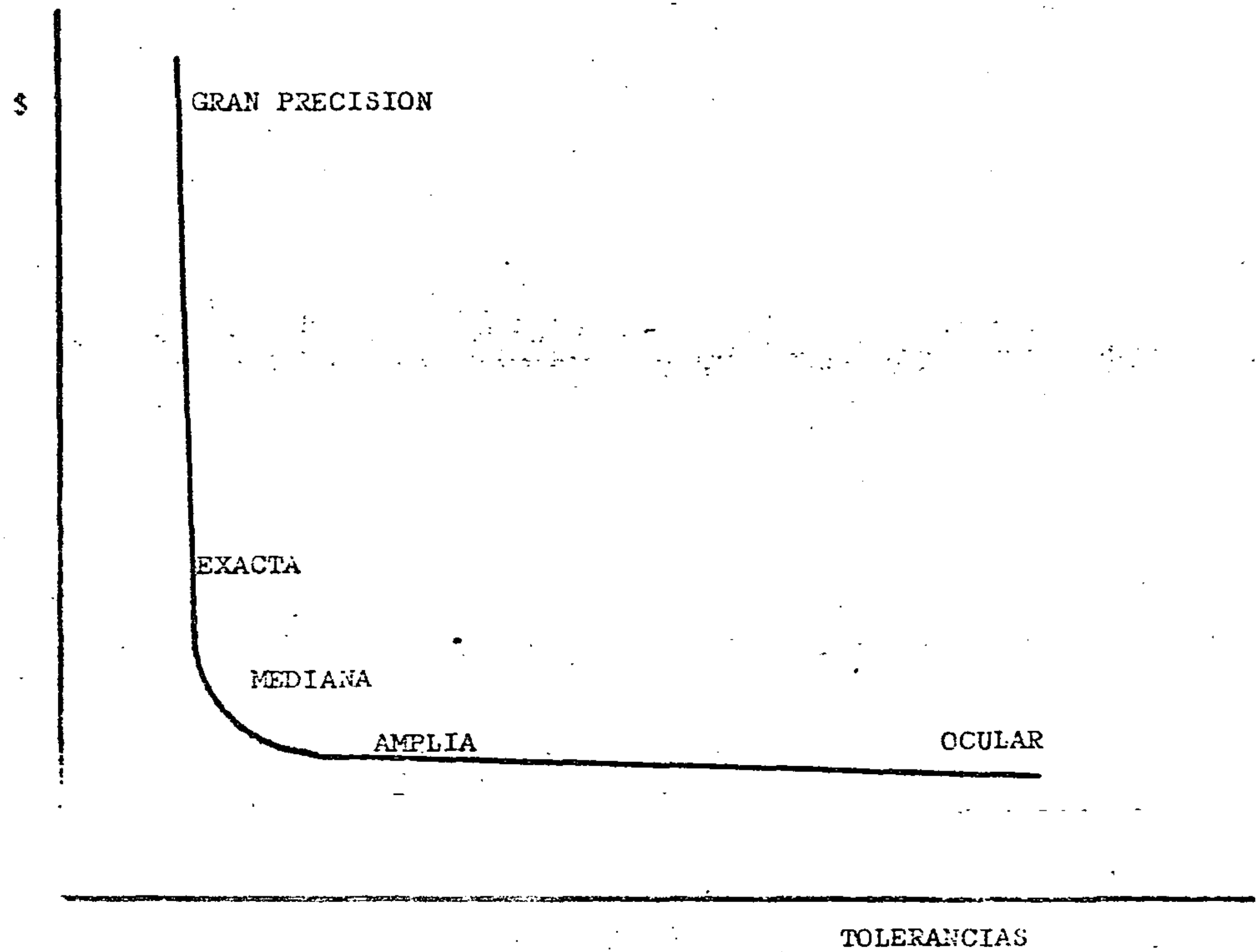
Los límites de tolerancia son de mayor importancia en los ajustes. Cuanto mayor sea el ancho de la zona, es decir, cuanto mayor sea el márgen entre las cotas máximas y mínima aceptables, el trabajo podrá ser más barato. En cambio, cuanto más estrecha sea esa zona, el operario tendrá que afinar más su trabajo o la máquina tendrá que ser más precisa, para que la cota real de la pieza terminada no se salga de los estrechos límites marcados, de aquí el nombre de "grado de precisión" o de "calidad" que se dá al ancho de esta zona.

ESPECIFICACIONES -

Son el conjunto de condiciones que deben cumplirse para la fabricación de un producto, para el suministro de un servicio, o para la realización de una obra.



Linea cero
A
B
J
J
J
d max
d r
d min
D n
D min
D r
D max


$
GRAN PRECISION
EXACTA
MEDIANA
AMPLIA
OCULAR
TOLERANCIAS

NORMALIZACION INTEGRAL

Por Normalización Integral se entiende el conjunto de factores indispensables para lograr una producción industrial de calidad controlada.

El término incluye los siguientes aspectos:

Diseños, las materias primas a utilizar, el control de la calidad y la certificación dada por un organismo que funge como árbitro.

La normalización en México se ha desarrollado hasta fechas recientes por la actividad de organismos conscientes de los beneficios que pueden obtener de ella, al margen de un programa adecuado al avance tecnológico logrado por nuestro país.

El nuevo concepto del término normalización, se ha transformado en integral, ya no como efecto de la industrialización y del desarrollo, sino como causa o elemento motor en que la industrialización y el desarrollo económico se apoyan y basan, ya que en un único concepto incluye a la Metrología, a la formulación propiamente dicha de las normas, el control de la calidad y la satisfacción del consumidor, que es la meta final de todas las anteriores actividades.

Las empresas continuamente pulsan el mercado para detectar cualquier variación que les permita comprobar su aceptación por los usuarios. En ocasiones es necesario modificar los productos para que la empresa no disminuya su participación en el mercado, incluso algunas veces debe sustituir ... productos nuevos, cuando los actuales se encuentran -- próximos a su nivel de obsolescencia.

En la "Normalización Integral", existe la interacción de - las diferentes acciones que se cumplen en la elaboración - de productos.

Una vez lograda la norma que resulta ser el elemento cen-- tral, se tienen las siguientes interacciones con diferen-- tes áreas:

Investigación y Desarrollo

Dado que se han fijado las características técnicas que -- debe cumplir un producto, a través de la investigación es- posible desarrollar nuevos productos que vengan a mejorar- las anteriores especificaciones con el consiguiente benefi cio al consumidor y al desarrollo tecnológico del país.

Diseño y Fabricación.

La investigación llevará al diseño del producto y de ahí - se pasará a la fabricación del mismo, estableciendo siste- mas de recepción de materia prima para controlar los proce sos del sistema productivo, cumpliendo en la medida de las posibilidades con lo establecido en la norma.

Metrología

La metrología no sólo consiste en tener los equipos adecua dos para la fabricación, sino mantener patrones de referen cia y equipo calibrado adecuadamente, para obtener resultados precisos y repetibles.

<u>Control de Calidad</u>

Elemento indispensable para establecer los niveles de calidad [illegible] control de la calidad en los procesos de producción, esto no quiere decir tener muchos puestos de control, sino buscar aquellos procesos que son críticos y que de ellos dependa el buen funcionamiento del producto.

La norma oficial mexicana,(NOM) establecerá los niveles mínimos que -debe- cumplir el fabricante, dejando abierta la posibilidad del acuerdo entre fabricante y consumidor, en algunos casos.

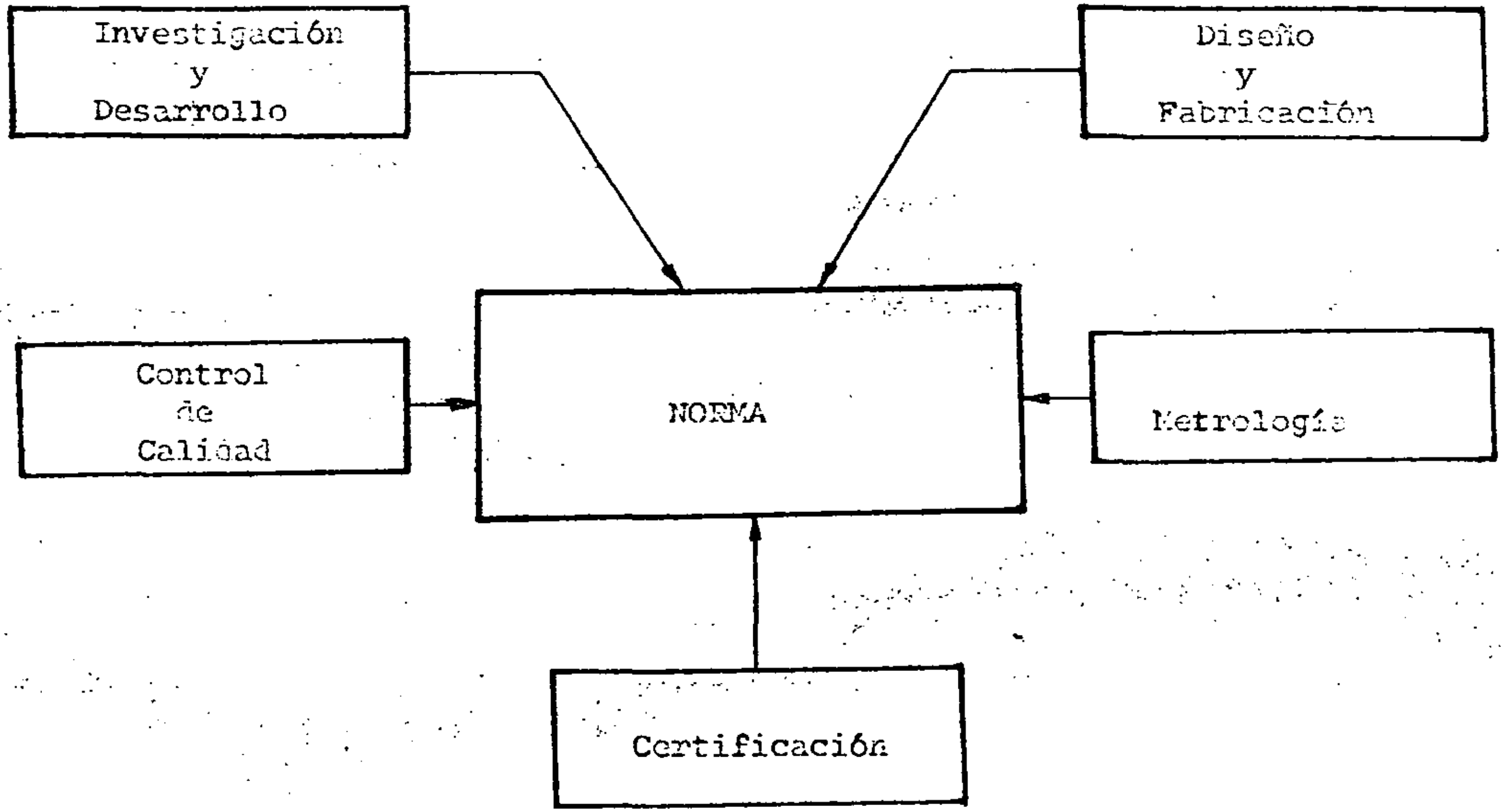
<u>Certificación</u>

La certificación es la comprobación de las características [illegible], llevadas a cabo por una institución reconocida la cual permitirá educar al consumidor sobre los productos que está adquiriendo en forma tal que sólo con la presentación de un sello en el producto, entenderá que el mismo cumple con la calidad establecida en una norma.

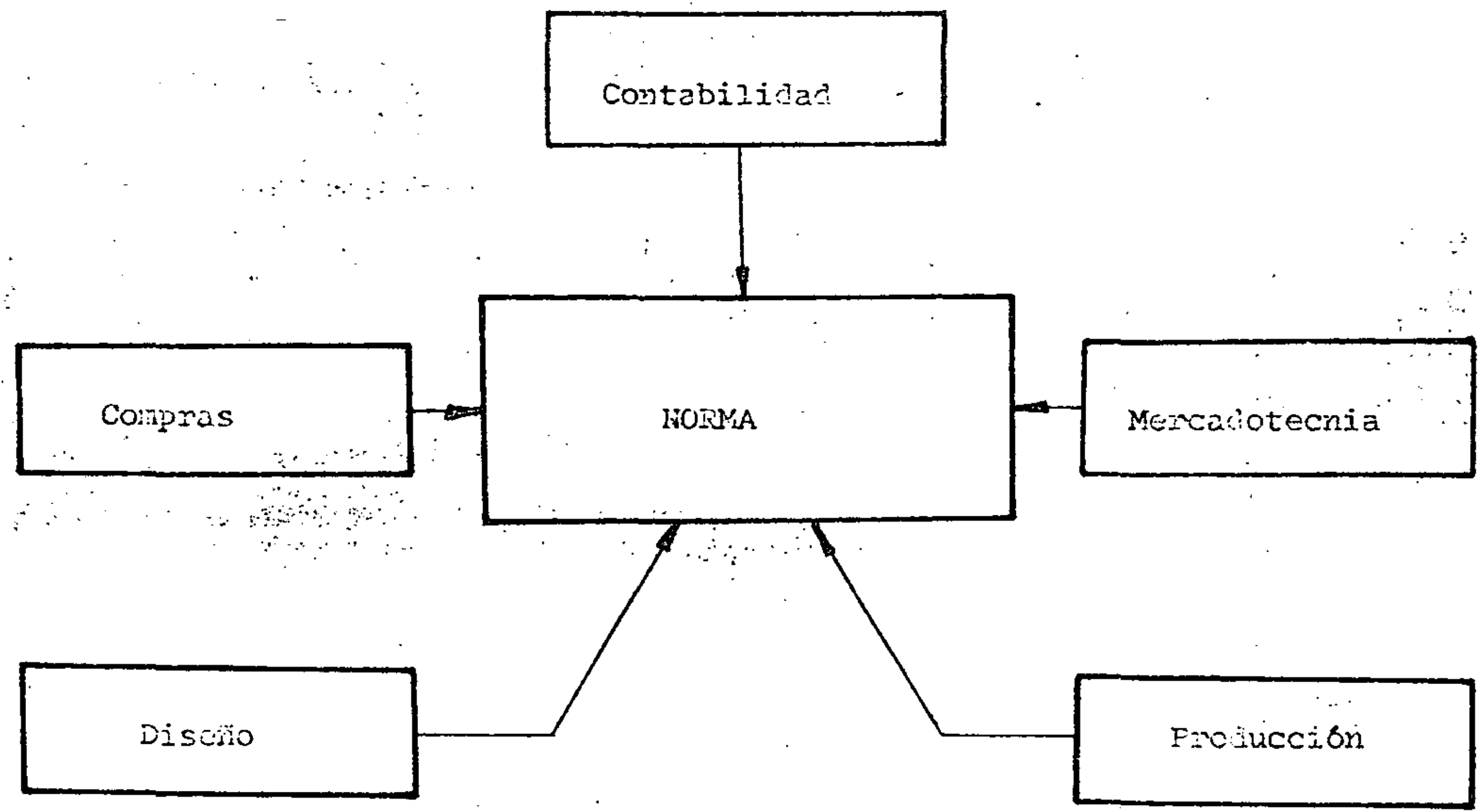
La norma como elemento que provee información al usuario, maneja que tipo de datos deben contener los folletos e instructivos que el fabricante acompaña a cada uno de sus productos. Igualmente, qué tipo de equipo, maquinaria, [illegible]--

clusive instalaciones, se requieren para cumplir los requisitos mínimos establecidos por norma y de acuerdo al producto a elaborar.

Por lo tanto una administración eficiente, deberá aprovechar la información que contienen las normas sobre los productos que manufactura, en ella, encontrará el reflejo de las inversiones necesarias y la interrelación que hay entre la norma y los departamentos de diseño, compras, producción y mercadotecnia.



NORMALIZACION
INTEGRAL

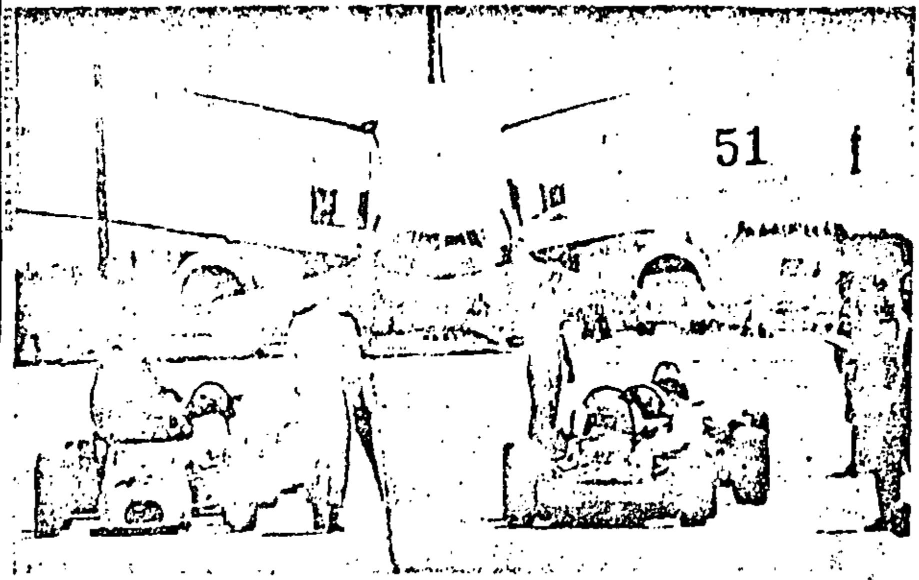


La Norma
y LA EMPRESA

ENTIDADES QUE CUENTAN CON LABORATORIOS DE METROLOGIA.

Entidad	Area de Trabajo
Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Departamento de Ingeniería Eléctrica. CIEA, IPN.	Eléctrica.
Escuela Superior de Física y Matemáticas. ESFM, IPN.	Temperatura
Centro de Instrumentos, UNAM.	Eléctrica, Mecánica, Química.
Centro de Materiales, UNAM.	Temperatura Baja
Universidad Autónoma Metropolitana. UAM, Iztapalapa.	Temperatura
Centro de Enseñanza Técnica Industrial, CENETI.	Mecánica, Eléctrica
Centro de Investigación y Desarrollo de Telecomunicaciones. CIDET, SCT.	Eléctrica.
Instituto Mexicano del Petroleo, IMP.	Químico, Mecánico
Instituto de Investigaciones Eléctricas, IIE.	Eléctrico.
Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, ININ.	Nuclear
Comisión Federal de Electricidad, CFE.	Eléctrica
Compañía de Luz y Fuerza del Centro, CL y F.	Eléctrica
Instituto Nacional de Astrofísica, Optica y Electrónica. INAOE, Puebla, Pue.	Optica

Entidad	Area de Trabajo
Centro de Investigaciones Científicas y Estudios Superiores de Ensenada. CIDESE, Baja California Norte.	Optica
Instituto Nacional de Astronomía, UNAM.	Optica
Sistema de Transporte Colectivo STC, metro.	Eléctrico, Mecánico
Industrias Xerográficas, S.A. IXSA, XEROX.	Mecánica, Eléctrica
Ford Motor Company, S.A.	Mecánica



Its nose wheel collapsed, the 767 stands near cars it narrowly missed

CANADA

Out of Gas

Jetliner glides to lucky landing

Air Canada Flight 143 was cruising smoothly at 39,000 ft. in clear skies above the Manitoba prairie when Pilot Bob Pearson saw a warning light blink on. The message: fuel in one tank had run out. Seconds later, one engine of the brand-new Boeing 767 coughed and died. As Pearson attempted to restart it, five more warning lights began to flash. Then, the twin-engine jet's other engine stopped. There was nothing but an eerie and chilling silence.

As the powerless craft began to lose altitude, First Officer Marcel Quintal, a Royal Canadian Air Force veteran, remembered an abandoned military strip at Gimli, 60 miles to the southwest. In the hushed cabin, the flight attendants told the 61 passengers to prepare for a crash landing.

Like all commercial jets, the 767 is designed to glide without power for a distance at least 16 times its altitude. In the case of Air Canada Flight 143, that meant more than 100 miles. As soon as the second engine went out, an elaborate series of automatic back-up mechanisms was activated. A 24-volt nickel-cadmium emergency battery took over the plane's dead electrical system, providing enough juice to operate the radio and the key instruments in the cockpit. At the same time, a ram-air turbine dropped into position beneath the aircraft's belly. The air stream passing through the turbine generated enough pressure to activate the part of the hydraulic system that controls the flight spoilers, rudder and ailerons. This allowed Pearson, who happened to be an experienced glider pilot, to control the craft. The turbine also provided sufficient power to allow the pilot to release the landing gear, which then fell into place automatically.

Still, a powerless landing poses major difficulties. The flaps, which normally slow a plane down while increasing its lift, cannot be operated by the weakened hydraulic system. As a result, a 767 without power lands at about 210 m.p.h., instead of the usual 150 m.p.h. Nor can a pilot come around for a second try if he does not like his approach. Says Boeing Spokesman Tom Cole: "You only get one chance."

Pearson might have wanted a second try, for Gimli was anything but abandoned. The 150 members of the Winnipeg Sports Car Club had come out to the strip for a weekend of car racing. As the jet bore down on the strip, they dived for cover. Recalls Art Zuke, 14, who was pedaling his bicycle on the tarmac: "I saw this thing flying sort of sideways. It was getting lower and lower and closer and closer."

Seconds later, the 767 hit the 6,800-ft.-long runway with such force that the nose wheel collapsed under it. Sparks flew and clouds of black smoke trailed from the tires as Pearson locked the brakes. Said Passenger Bryce Bell: "People were screaming, kids were crying." The plane finally came to a stop just 300 yds. short of a cluster of trailers filled with families. The only casualties: several passengers who were slightly injured as they slid down the plane's emergency escape chutes.

Air Canada announced last week that the probable cause of Flight 143's engine failures was stunningly prosaic: the plane, which had made roughly half of its 2,200-mile trip from Montreal to Edmonton, had simply run out of gas. The most likely explanation: a combination of equipment failure and human error. Before taking off, Pearson had been told that the microcircuitry that monitors fuel levels was malfunctioning; on two occasions, therefore, he ordered mechanics to measure the supply manually. Unlike the other planes in Air Canada's fleet, however, the 767 uses metric calibrations. Apparently the ground crew, accustomed to working with gallons and pounds, made an error in converting pounds of jet fuel to kilograms. Pearson believed that he had enough fuel for the trip when in fact he was 26,000 lbs. short. ■

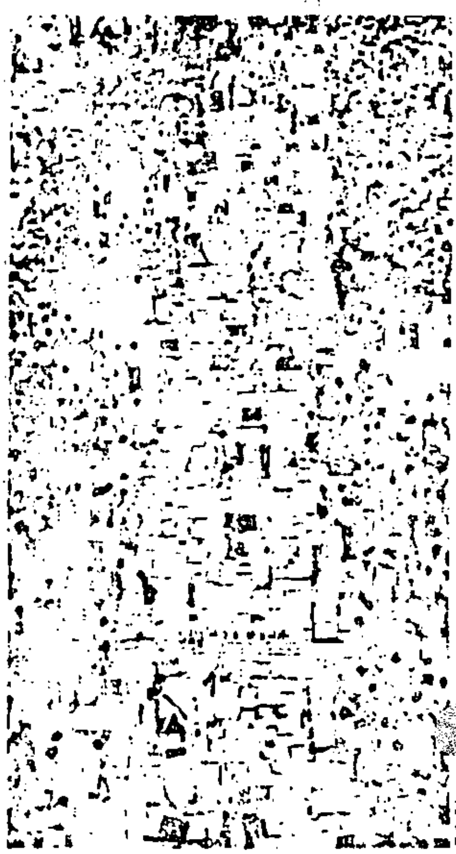
SOUTH KOREA

High Ratings

TV finds lost relatives

On a cold, windy day in 1951, 25-year-old Kim Ok Soon was fleeing south before an invading Communist army in the countryside east of Seoul. Pausing for rest and a drink of water at a well, she left her young daughter with some fellow refugees. When she returned, the little girl was gone. That same year Kim Sung Soo, 8, was separated from his mother in the wartime chaos around Chonan, 50 miles south of the capital. An aunt left him in an orphanage while she searched for his mother. She did not find her. Huh Hyun Chul, 9, lost his four-year-old sister when she was left behind at a barbershop during the family's flight from the war. These are but a few among millions of such stories from the Korean conflict. Now, thanks to some remarkably imaginative television programming, these three have ended happily.

So have thousands of others on a month-old telethon put on by the Seoul-based Korean Broadcasting System (KBS-TV). Called *Searching for Separated Families*, the show has reunited some 3,000 South Korean families sundered by the war. Mrs. Kim Ok Soon and her daughter came together last month. Kim Sung Soo and his mother finally found each other a few weeks ago. Huh Hyun Chul learned that his sister is alive and living in Cheju, a resort island off the southern coast. One elderly woman even found her long-lost sister seated in the same row with her at



Outside, posters with the names of missing kin

NORMALIZACION EN MEXICO

El desarrollo de la industria nacional, ha traído consigo la necesidad de considerar como elemento vital a la -- normalización.

Hace algunos años se inició esta actividad con la adopción de las normas de otros países; en la actualidad se armoniza nuestra normalización con el avance tecnológico de - la industria mexicana y con las normas internacionales, regionales y de otros países.

Actualmente el uso de la norma industrial debe tenerse presente en toda transacción comercial, y establecerse por necesidad especificaciones acordadas por ambas partes, productor y consumidor. El productor ofrecerá su artículo, - - afirmando que tiene tales o cuales características de calidad que satisfacen determinadas especificaciones. El comprador, por su parte, exigirá que esas especificaciones satisfagan sus necesidades.

Si ante una mesa de trabajo, productores y consumido-- res acuerdan fijar las características de los productos, en tal forma que, por una parte, se simplifiquen los pedidos - del consumidor y, por otra, se reduzcan las variedades productivas por el fabricante, ambos obtendrán beneficio inmediato, puesto que el comprador adquirirá el producto fabricado exclusivamente conforme a la norma acordada. El fabricante ya no se verá obligado a fabricar un producto para las necesidades del comprador "A", otro para las del comprador "B" y otros diferentes para los compradores "C", "D", etc.

Al reducir la variedad de artículos, satisfaciendo, no obstante las necesidades de todos sus consumidores, el fabricante obtendrá una ventajosa disminución de costos al reducir su variedad de herramientas, de materiales de producción, al emplear más facilmente obreros especializados. Si hace más corto el tiempo de elaboración de sus artículos, reducirá sus existencias en el almacén y logrará, como resultado, un artículo de mejor calidad y a más bajo precio.

Estos beneficios encadenados en el ámbito nacional produce una ventajosa situación que, a la postre, redundará en una economía más sana, con todos los beneficios que le son afines.

Estos efectos se extienden más allá de las fronteras nacionales cuando adoptan acuerdos específicos entre productores y consumidores de diferentes países, obteniéndose como resultado una considerable ampliación de mercados.

Tres niveles de normas existen en la producción industrial:

- El primero es el empresarial, llamado así porque la norma es elaborada internamente por una compañía. Las normas empresariales son de tipo estrictamente interno, Una empresa puede establecer normas dimensionales para sus herramientas de corte; normas de diseño para propiciar el uso de determinadas partes o secciones de un producto igualmente normalizadas; normas de métodos de prueba para determinar las características, tanto de las materias primas como de sus propios productos.

- El segundo, en nuestro caso el más importante, es el nivel en el cual la norma es elaborada por los grupos direc tamente interesados en las especificaciones de un producto:

Organismos comerciales, institutos técnicos y de investigación, y por representantes del interés general. La norma resultante es una norma nacional.

- El tercero y último es el nivel internacional, en el que los representantes de varios países coordinan la coincidencia de diversas normas nacionales.

En México, el más importante nivel normalizador es el nacional. Esto último, es válido para aquellas empresas que no han pensado en un futuro inmediato en la exportación. Sin embargo, aquellas que cifran sus esperanzas de desarrollo por el camino de la misma, deben ajustarse a las normas internacionales con el fin de tener un lenguaje compatible entre el mercado exportador e importador, según sea el caso.

Sólo a través de este camino podemos salvar las barreras creadas por la diversidad caótica de técnicas que obstruyen el desarrollo que exige nuestra industria.

En nuestro País, la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, es el organismo oficial encargado de la coordinación de los diferentes sectores interesados en la elaboración de normas, lo cual realiza a través de la Dirección General de Normas.

Define a la Norma industrial como el conjunto de especificaciones en que se define, clasifica y califica un material producto o procedimiento para que satisfaga las necesidades y usos a que está destinado. (Art. 4)

Clasifica las normas en opcionales y obligatorias

Las Normas opcionales son las que satisfacen los requisitos que establezca la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial para que los solicitantes obtengan la autorización para el uso en sus productos, del sello oficial de garantía.

Son normas obligatorias.

a).- Las que rigen el sistema general de pesas y medidas

b).- Las industriales que la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial fije a los materiales, procedimientos o productos que afecten la vida, la seguridad o la integridad corporal de las personas;

c).- Las que se señalen, a juicio de la Secretaría, a las mercancías objeto de exportación.

Los materiales, productos u objetos a que se refiere este artículo deberán llevar el sello, marca o señal de norma obligatoria.

d).- Las que se establezcan para materiales, productos, artículos o mercancías de consumo en el mercado nacional, que específicamente señale la Secretaría, cuando lo requieran la economía del país o el interés público.

Los materiales, productos u objetos a que se refiere este artículo, deberán llevar el sello, marca o señal de norma obligatoria.

Las normas se clasifican, por su objeto, en:

a).- Normas de nomenclatura:
b).- Normas de funcionamiento;
c).- Normas de calidad
d).- Normas para los métodos de pruebas oficiales

Son normas de nomenclatura las que sirven para precisar los términos, expresiones, abreviaturas, símbolos y diagramas que deben emplearse en el uso de las medidas y en el lenguaje técnico industrial.

Constarán de dos partes: la primera consistirá en explicaciones sobre el tema de que se trate, y la segunda comprenderá la relación de los términos y la descripción clara de los símbolos o diagramas normalizados.

Son normas de funcionamiento las que determinen la eficiencia de sistemas, máquinas, aparatos, instrumentos y dispositivos empleados en las operaciones o procedimientos industriales.

Son normas de calidad las que determinan el conjunto de características físicas, químicas o biológicas, que debe tener un material o producto útil para el uso a que se destine.

Las normas de calidad y de funcionamiento constarán de las siguientes partes:

1.- Definición y generalidades

2.- Clasificación y características

3.- Métodos de prueba

La primera parte comprenderá la definición clara del material o maquinaria cuya calidad o funcionamiento se pretenda normalizar y, si se estima necesario, se indicará en términos generales la descripción del procedimiento de fabricación. Las generalidades deberán referirse de preferencia a las aplicaciones usuales del artículo de que se trate.

La segunda parte comprenderá la clasificación por tipos bien definidos y por grados, si fuera necesario, así como la enumeración de las especificaciones físicas, químicas y biológicas referidas, con los límites de tolerancia respectivos.

La Secretaría queda facultada para señalar los métodos de prueba que considere más adecuados o que aconseje la técnica en cada caso.

XIX.—Los demás que le confieran las disposiciones legales aplicables y el Titular de la Secretaría, dentro de la esfera de sus atribuciones.

ARTICULO 12.—La Dirección General de Industria Mediana y Pequeña, atenderá el despacho de los siguientes asuntos:

I.—Promover y fomentar el establecimiento de industrias medianas y pequeñas de todas las ramas y características que sean convenientes para el país y que no sean atribuidas por este Reglamento u otras disposiciones a distinta unidad administrativa;

II.—Proponer el desarrollo de la industria mediana y pequeña tanto en el medio urbano como el rural;

III.—Promover la industrialización de los productos agropecuarios, así como el aprovechamiento de los subproductos y coadyuvar en la gestión de los financiamientos que sean necesarios;

IV.—Otorgar a la iniciativa privada la asesoría técnica necesaria que requiera para la ampliación o instalación de nuevas empresas industriales medianas y pequeñas;

V.—Asesorar a los gobiernos de las entidades federativas en la programación, promoción y fomento industrial, de la mediana y pequeña industria;

VI.—La estructuración de los esquemas mínimos de inversión para plantas industriales medianas y pequeñas, así como proyectar la ubicación de [illegible] nuevas tomando en cuenta las condiciones que ofrezcan las entidades federativas;

VII.—Impulsar y organizar la producción económica del artesanado, de las artes populares y de las industrias familiares, con base en planes generales y regionales de desarrollo que apoyen la producción y comercialización de sus productos;

VIII.—Llevar al sector industrial mediano y pequeño los adelantos administrativos, técnicos y científicos para un aprovechamiento nacional de sus recursos, que le permitan un sano desarrollo;

IX.—Promover la creación de empresas que presten servicios comunes a la mediana y pequeña industria;

X.—En las nuevas empresas industriales medianas y pequeñas fomentar la organización de sociedades cooperativas de productores;

XI.—Fomentar, asesorar y coordinar la organización de medianos y pequeños industriales en sectores de producción, con base en los ordenamientos legales existentes y en atención a las medidas y criterios que se dicten al efecto, con objeto de lograr el máximo aprovechamiento de la capacidad productiva;

XII.—Asesorar a empresas industriales medianas y pequeñas en estudios específicos de viabilidad financiera para la obtención de crédito en instituciones financieras privadas u oficiales, así como mantener información permanente acerca de líneas de crédito o fuentes de financiamiento y los requisitos para tener acceso a ellas;

XIII.—Asesorar a grupos de industriales medianos y pequeños para constituirse en organismos auxiliares de crédito;

XIV.—Los demás que le confieran las disposiciones legales aplicables y el Titular de la Secretaría, dentro de la esfera de sus atribuciones.

ARTICULO 13.—La Dirección General de Invenciones y Marcas, atenderá el despacho de los siguientes asuntos:

I.—Las solicitudes para obtener el registro y derechos de explotación de patentes de invención, de mejoras, así como para el registro de las transmisiones de derechos correspondientes;

II.—La expedición de certificados de invención en los términos de la Ley de Invenciones y Marcas;

III.—La práctica de los exámenes administrativos, que en derecho procedan;

IV.—Las solicitudes de expedición de las licencias que establece la legislación aplicable y las de revocación de dichas licencias y de transmisión de las mismas;

V.—Las solicitudes de registro o de publicación, según sea el caso, de marcas, nombres o avisos comerciales, dibujos y modelos industriales y el derecho a usarlos en exclusiva, así como para el registro de sus transmisiones o la conservación o readquisición de los derechos que prevengan los ordenamientos legales;

VI.—La substanciación de los recursos que en uso de las acciones que les confiere la Ley de Invenciones y Marcas y su Reglamento, sean intentados por los particulares y la iniciación de aquellos otros que la Secretaría considere necesarios, en los términos de dichas disposiciones legales;

VII.—La publicidad legal, mediante la edición del órgano informativo oficial, de las cuestiones referentes a los derechos que confieren los ordenamientos legales aplicables;

VIII.—La inspección y vigilancia que a la Secretaría le atribuye la Ley de Invenciones y Marcas y su Reglamento o aquellos otros ordenamientos que en el futuro rijan tales materias;

IX.—Los demás que le confieran las disposiciones legales aplicables y el Titular de la Secretaría, dentro de la esfera de sus atribuciones.

ARTICULO 14.—La Dirección General de Normas, atenderá el despacho de los siguientes asuntos:

I.—Formular, aprobar, expedir, revisar y difundir las normas que regulen el sistema general de medidas y la de los productos industriales, así como las correspondientes a las clasificaciones derivadas;

II.—Promover y difundir la normalización en el país y organizar y coordinar los comités consultivos de normalización, conforme a lo establecido en la Ley General de Normas y de Pesas y Medidas;

III.—Representar al país y participar en las actividades internacionales de normalización, así como de control y certificación de la calidad de productos industriales;

IV.—Formular, establecer, aplicar y coordinar los programas básicos, generales y específicos de control y certificación de la calidad de productos industriales;

V.—Atender las solicitudes y vigilar el uso del Sello Oficial de Garantía, así como fomentar su difusión;

VI.—Formular y establecer las normas obligatorias en los casos que se requieran;

VII.—Establecer los casos e implantar los servicios obligatorios de control y certificación de la calidad de los productos industriales que lo requieran;

VIII.—Verificar, calibrar, certificar e inspeccionar los patrones de fabricación de instrumentos de medir y los instrumentos de precisión o especiales que se utilicen dentro de los procesos de producción industrial;

IX.—Resolver las solicitudes de autorización para fabricar o reparar instrumentos de medición y opinar en relación a las solicitudes de importación y exportación de estos efectos, realizando la verificación inicial de los mismos, como última fase de su fabricación;

X.—Atender las propuestas de formulación y expedición de normas que planteen otras dependencias del ejecutivo federal y organismos empresariales;

XI.—Fomentar las medidas de la aplicación de la normalización que fundamenten el cumplimiento de los requisitos de calidad, cantidad y seguridad;

XII.—Fomentar y aplicar sistemas industriales de envase y embalaje normalizados, que complementen los procesos de normalización industrial;

XIII.—Efectuar el servicio de inspección y control de muestras de las industrias que utilizan la caña de azúcar como materia prima, en lo relativo a la industria azucarera;

XIV.—Efectuar la supervisión y vigilancia de los procesos de la industria azucarera y sujetar dicha producción a los controles industriales y sistemas de normas establecidos;

XV.—Realizar estudios específicos sobre los problemas existentes en materia de tecnología en la fabricación de azúcar, proponiendo soluciones que tiendan a aumentar y mejorar la producción y disminuir sus costos;

XVI.—Colaborar en el desarrollo de nuevas tecnologías en la industria azucarera;

XVII.—Establecer, coordinar y operar los laboratorios y servicios necesarios para realizar las funciones de normalización, control y certificación de la calidad en apoyo de la industria;

XVIII.—Dar apoyo técnico, con base en procedimientos de normalización, control y certificación de la calidad a otras dependencias de esta Secretaría y en general a las entidades del sector público y privado que lo requieran;

XIX.—Emitir opiniones de carácter técnico relacionadas con la calidad de productos industriales, para efectos de decisiones sobre programas de fabricación y en general instrumentos de fomento industrial;

XX.—Crear conciencia social relativa a la importancia de la normalización, de su aplicación y de las actividades de control y certificación de la calidad, como instrumentos para impulsar la actividad económica e industrial del país;

XXI.—Promover y coordinar la difusión de la normalización, y de las actividades de control y certificación de la calidad, orientando dicha difusión hacia las entidades del sector gubernamental, los organismos del sector empresarial y el sistema educativo del país;

XXII.—Con la opinión de la Dirección General de Fomento Industrial, intervenir en la normalización de la industria eléctrica y gases derivados del petróleo;

XXIII.—Los demás que le confieran las disposiciones legales aplicables y el Titular de la Secretaría, dentro de la esfera de sus atribuciones.

ARTICULO 15.—La Dirección General de Inversiones Extranjeras, atenderá el despacho de los siguientes asuntos:

I.—Efectuar las inscripciones, modificaciones y cancelaciones a que se refieren la Ley para Promover la Inversión Mexicana y Regular la Inversión Extranjera, sus reglamentos y disposiciones complementarias;

II.—Expedir las constancias de inscripción, dictar los acuerdos y girar las comunicaciones que fueren necesarias para la aplicación de la Ley para Promover la Inversión Mexicana y Regular la Inversión Extranjera, sus reglamentos y disposiciones complementarias;

III.—Emitir las autorizaciones que correspondan, con apego a las resoluciones dictadas por la Comisión Nacional de Inversiones Extranjeras;

IV.—Imponer, dentro de la esfera de su competencia, las sanciones a que se refieren la Ley para Promover la Inversión Mexicana y Regular la Inversión Extranjera y el Reglamento del Registro Nacional de Inversiones Extranjeras, así como las sanciones cuya imposición sea recomendada a esta Secretaría por la Comisión Nacional de Inversiones Extranjeras;

V.—Atender por conducto del director general, los recursos que se interpongan;

VI.—Los demás que le confieran las disposiciones legales aplicables y el Titular de la Secretaría, dentro de la esfera de sus atribuciones.

ARTICULO 16.—La Dirección General del Registro Nacional de Transferencia de Tecnología, atenderá el despacho de los siguientes asuntos:

I.—Dictaminar sobre la procedencia o improcedencia de la inscripción en el Registro Nacional de Transferencia de Tecnología, de los documentos en los que consten los actos, convenios o contratos, o sus modificaciones, a que se refieren las leyes y reglamentos que regulan la materia;

II.—La inscripción en el Registro Nacional de Transferencia de Tecnología de los documentos en los que consten los actos, convenios o contratos, o sus modificaciones, a que se refieren las disposiciones jurídicas que regulan la materia;

III.—La cancelación de la inscripción en el Registro Nacional de Transferencia de Tecnología, cuando se modifique o altere contrariamente a lo dispuesto por las leyes y reglamentos aplicables, los actos, convenios o contratos, o sus modificaciones;

IV.—Solicitar a las autoridades competentes, la cancelación de los beneficios, estímulos, ayudas o facilidades de toda índole, que prevén las leyes o reglamentos a las personas que, estando obligadas a solicitar la inscripción de los actos, convenios o contratos o sus modificaciones a que se refieren las leyes,

DIARIO OFICIAL

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

México, D.F., lunes 21 de abril de 1980

SECRETARIA DE PATRIMONIO Y FOMENTO INDUSTRIAL

Decreto que establece el Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.– Presidencia de la República.

JOSE LOPEZ PORTILLO, Presidente Constitucional de los Estados Unidos Mexicanos, en ejercicio de la facultad que me confiere el Artículo 89 fracción I de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos y con fundamento en lo dispuesto en los artículos 33 fracciones XII y XX, 34 fracciones VIII y XIV y 35 fracción VII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal y 1o. y 28 de la Ley General de Normas y de Pesas y Medidas y

CONSIDERANDO

Que el Plan Nacional de Desarrollo Industrial fue concebido con el propósito fundamental de propiciar un crecimiento económico dinámico, ordenado y sostenido y entre sus objetivos se cuentan: reorientar la producción hacia bienes de consumo básico, desarrollar ramas de alta productividad, integrar adecuadamente la estructura industrial, desconcentrar territorialmente la actividad económica y equilibrar las estructuras de mercado;

Que como apoyo importante del Plan y para la realización de sus objetivos, resulta necesario establecer un Sistema Nacional de Laboratorios de Pruebas, con el objeto de controlar y elevar los niveles de calidad de producción de la industria nacional, para hacerla más competitiva en los mercados nacional e internacional;

Que en las diversas ramas industriales del país se requiere, para incrementar su eficiencia, la intervención organizada y reconocida de laboratorios de pruebas que sean confiables;

Que también en otras ramas de la productividad nacional se requiere la realización de pruebas a los productos con motivo de transacciones internas y externas, a lo que contribuirán los laboratorios que integren el sistema nacional que se proyecta;

Que es necesario aprovechar la experiencia y fomentar las inversiones de los laboratorios que actualmente están dedicados a estas actividades así como estimular la creación de nuevas instalaciones;

Que es de interés público contar con un sistema oficial a nivel nacional que regule y vigile la confiabilidad técnica de estos servicios y las actividades de control y certificación de la calidad;

Que con la creación de un Sistema Nacional de Laboratorios de Pruebas, nuestro país podrá ingresar al Sistema Internacional de Acreditamiento de Laboratorios, lo que permitirá que los laboratorios que la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial haya acreditado puedan dictaminar sobre la calidad o especificaciones de los productos a título particular, tanto a nivel nacional como internacional, reduciendo los costos y la fuga de divisas que representa la utilización de laboratorios del extranjero; he tenido a bien expedir el siguiente

DECRETO QUE ESTABLECE EL SISTEMA NACIONAL DE ACREDITAMIENTO DE LABORATORIOS DE PRUEBAS.

ARTICULO PRIMERO.—Se establece el Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas, con objeto de otorgar reconocimiento oficial a laboratorios de pruebas, atendiendo a la confiabilidad técnica de los servicios que presten.

ARTICULO SEGUNDO.—La Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, por conducto de su Dirección General de Normas, otorgará el acreditamiento a los laboratorios de pruebas de conformidad con lo previsto en el presente decreto y en las bases de operación del Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

ARTICULO TERCERO.—El Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas es de jurisdicción federal. Los laboratorios interesados en obtener el acreditamiento deberán solicitarlo a la Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial.

ARTICULO CUARTO.—La Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, otorgará el acreditamiento a los Laboratorios de Pruebas, a solicitud de parte interesada previa comprobación de que poseen el equipo, los recursos y la capacidad necesaria para emitir en áreas determinadas dictámenes técnicos.

ARTICULO QUINTO.—Los laboratorios se agruparán por ramas específicas y serán registrados en un Directorio Nacional de Laboratorios de Pruebas que manejará la Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, la cual publicará periódicamente en el "Diario Oficial" de la Federación, una relación actualizada de los laboratorios registrados, así como, en su caso, de las correspondientes cancelaciones.

ARTICULO SEXTO.—La Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, establecerá Comités de Normalización de Laboratorios de Pruebas, por ramas específicas que fungirán como grupos de apoyo y consulta en los asuntos relacionados con el Acreditamiento Oficial y que formarán parte del Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

ARTICULO SEPTIMO.- Los Comités de Normalización de Laboratorios de Pruebas, se integrarán por técnicos calificados y con experiencia en los asuntos de las ramas respectivas y serán designados por la Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial. Los productores, consumidores, usuarios de servicios, laboratorios y demás interesados en el acreditamiento de los laboratorios de pruebas podrán proponer la designación de técnicos calificados para tal objeto.

ARTICULO OCTAVO.–El resultado de las pruebas que realicen los laboratorios acreditados se hará constar en un dictamen que será firmado, bajo su responsabilidad, por la persona facultada por el propio laboratorio para hacerlo.

Cuando los interesados requieran que los productores sean certificados respecto del cumplimiento de determinada Norma Oficial Mexicana o respecto de cualquiera de sus especificaciones deberán solicitar la certificación a la autoridad competente sobre la materia de que se trate.

ARTICULO NOVENO.–La Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, vigilará que los laboratorios de pruebas acreditados cumplan con lo ordenado en el presente Decreto y demás disposiciones que rijan el funcionamiento del Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

ARTICULO DECIMO.–Previa audiencia de los interesados la ya citada Dirección General de Normas, podrá suspender o cancelar el registro de los laboratorios de pruebas acreditados. en los siguientes casos:

I.–Cuando no proporcionen en forma oportuna y completa a la propia Dirección General de Normas los informes que les sean requeridos respecto a su funcionamiento y operación.

II.–Cuando modifiquen sin autorización de la Dirección General de Normas el equipo necesario para emitir, en áreas determinadas, dictámenes técnicos.

III.–Cuando disminuyan sus recursos o su capacidad, necesarios para emitir los dictámenes técnicos en áreas determinadas.

IV.–Cuando impidan u obstaculicen las funciones de vigilancia que a la Dirección General de Normas le confiere el presente Decreto: y

V.–Cuando incumplan lo ordenado en el presente Decreto y en las demás disposiciones que rijan el funcionamiento del Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

VI.–Cuando emitan dictámenes falseados.

VII.–Cuando se nieguen injustificadamente a proporcionar el servicio a quien se los solicite.

ARTICULO DECIMO PRIMERO.—El reconocimiento oficial de los laboratorios de pruebas y la expedición de certificaciones oficiales de productos que expida la autoridad competente causarán los derechos que establezcan el Decreto respectivo.

TRANSITORIOS

ARTICULO PRIMERO.—El presente Decreto entrará en vigor el día siguiente al de su publicación en el "Diario Oficial" de la Federación.

ARTICULO SEGUNDO.—La Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial, oyendo la opinión de las autoridades competentes para emitir las certificaciones de que se trate, expedirá las Bases de Operación del Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas, mismas que serán publicadas en el "Diario Oficial" de la Federación.

Dado en la residencia del Poder Ejecutivo Federal, en la Ciudad de México, Distrito Federal, a los nueve días del mes de abril de mil novecientos ochenta. José López Portillo.—Rúbrica.—El Secretario de Hacienda y Crédito Público, David Ibarra Muñoz.—Rúbrica.—El Secretario de Programación y Presupuesto, Miguel de la Madrid.—Rúbrica.—El Secretario de Patrimonio y Fomento Industrial, José Andrés Oteyza.—Rúbrica.—El Secretario de Comercio, Jorge de la Vega Domínguez.—Rúbrica.—El Secretario de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Francisco Merino Rábago.—Rúbrica.

PODER EJECUTIVO

SECRETARIA DE GOBERNACION

Acuerdo que dispone se rindan honores fúnebres a los restos mortales del ciudadano Miguel Alemán Valdés, ex Presidente de la República.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos. Presidencia de la República.

MIGUEL DE LA MADRID HURTADO, Presidente Constitucional de los Estados Unidos Mexicanos, a sus habitantes, sabed:

Que en ejercicio de las facultades que me confiere la fracción I del Artículo 89 de la Constitución General de la República así como lo establecido en el artículo 92 del mismo Ordenamiento y con fundamento en los artículos 14 y 17 de la Ley Sobre las Características y el Uso del Escudo, la Bandera y el Himno Nacionales y de los artículos 102, 103 y 127 del Reglamento del Ceremonial Militar, y

CONSIDERANDO

Que en la Madrugada del día catorce del presente mes falleció en esta ciudad de México, el ilustre ciudadano Miguel Alemán Valdés, quien fuera Presidente de la República de 1946 a 1952;

Que habiendo recibido el mandato del pueblo mexicano para ejercer el Poder Ejecutivo de la Unión, desempeñó la elevada responsabilidad con patriotismo y visión, al ser protagonista de una etapa constructiva y dinámica, sin la cual no se explica el proceso de modernización del México contemporáneo;

Que dado que antes y después de su paso por el Poder Ejecutivo, el ciudadano Miguel Aleman Valdés desempeñó otras destacadas responsabilidades en las que también brindó importantes servicios a la Patria; he tenido a bien dictar el siguiente

ACUERDO

ARTICULO PRIMERO.—Ríndanse honores fúnebres a los restos mortales del ciudadano Miguel Aleman Valdés, ex Presidente de la República, durante los actos de su inhumación en esta ciudad de Mexico, Distrito Federal.

ARTICULO SEGUNDO.—El día dieciséis de los corrientes deberá ser izada la Bandera Nacional a media asta, en señal de duelo, en todos los edificios públicos.

Dado en la Residencia del Poder Ejecutivo Federal, a los catorce días del mes de mayo de mil novecientos ochenta y tres.—Miguel de la Madrid Hurtado.—Rúbrica.—El Secretario de Gobernación, Manuel Bartlett Díaz.—Rúbrica.—El Secretario de la Defensa Nacional, Juan Arévalo Gardoqui.—Rúbrica.

SECRETARIA DE COMERCIO Y FOMENTO INDUSTRIAL

Resolución que declara obligatorias las Normas Oficiales Mexicanas NOM-S-5, NOM-S-7, NOM-S-8, NOM-S-12, NOM-S-28 y NOM-S-31.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

Resolución que declara obligatorias las normas oficiales mexicanas NOM-S-5, NOM-S-7, NOM S-8, NOM-S-12, NOM-S-28 y NOM-S-31, "Seguridad.—Extintores contra incendio a base de polvo químico seco con presión contenida.—Especificaciones.—Seguridad.—Extintores contra incendio métodos de prueba de construcción y funcionamiento", extintores a base de espuma química", "Recipientes de extintores a base de bióxido de carbono", "Seguridad.—Extintores contra incendio a base de agua. Con presión contenida.—Especificaciones" y "productos de seguridad extintores - polvo químico seco tipo ABC. A base de fosfato mono amonico", respectivamente.

Con fundamento en los Artículos 34 fracción XIII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, QUINTO Y SEXTO Transitorios del Decreto de Reformas y Adiciones a dicho ordenamiento, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 29 de diciembre de 1982, 1o., 2o., 4o., 5o., 7o., inciso b), 8o., 33, 39, 40 a 43 y demás relativos de la Ley General de Normas y de Pesas y Medidas, así como en el Acuerdo que delega en el C. Director General de Normas Comerciales las facultades necesarias para el ejercicio de las atribuciones que se indican, publicado en el Diario Oficial de la Federación de 18 de abril de 1983 y

CONSIDERANDO

Que los extintores para incendio son productos cuyo correcto funcionamiento es necesario para la seguridad de las personas y de sus bienes.

Que en diversos ordenamientos legales, como el Reglamento General de Seguridad e Higiene en el Trabajo, el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, el Reglamento de Instalaciones Eléctricas y sus Normas Técnicas y otros, se establece que los extintores para incendio deben cumplir con las especificaciones técnicas que establezca la autoridad competente, las que se encuentran comprendidas en las Normas Oficiales Mexicanas que se indican.

Que a fin de que la totalidad de los tipos y modelos de extintores para incendio cumplan satisfactoriamente las especificaciones aludidas he considerado conveniente dictar la siguiente

RESOLUCION

PRIMERO.—Se declaran de cumplimiento obligatorio las Normas Oficiales Mexicanas en vigor: "SEGURIDAD.—Extintores contra incendio a base de polvo químico seco con presión contenida.—Especificaciones", NOM-S-5; "Seguridad.—Extintores contra incendio.—Métodos de prueba de construcción y funcionamiento" NOM-S-7; "Extintores a base de espuma química" NOM-S-8; "Recipientes para extintores a base de bióxido de carbono" NOM-S-12; "Seguridad- Extintores contra incendio a base de agua con presión contenida.—Especificaciones" NOM-S-28; y "Productos de seguriddad a extintores - polvo químico seco tipo ABC. A base de fosfato mono amonico" NOM-S-31.

SEGUNDO.—Solamente podrán ser objeto de fabricación, venta y uso, los extintores contra incendio indicados en el Artículo Primero de esta Resolución, que ostenten el Sello Oficial de Norma Obligatoria, otorgado por la Dirección General de Normas Comerciales de esta Secretaría.

TERCERO.—Están obligados al cumplimiento de lo establecido en la presente Resolución: los fabricantes, importadores, ensambladores, propietarios de marca, recargadores y comerciantes de extintores contra incendio indicados en el Artículo Primero.

CUARTO.—Los fabricantes, importadores, ensambladores, propietarios de marca y recargadores de extintores contra incendio indicados en el Artículo Primero de esta Resolución, deberán registrarse ante la Dirección General de Normas Comerciales de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial y obtener autorización de esta misma Dependencia para el Uso del Sello Oficial de Norma Obligatoria en su producto. La vigencia del registro y la autorización respectiva será de un año natural y al término de éste los interesados deberán solicitar su revalidación ante esta Dirección.

QUINTO.—Para obtener el registro y autorización correspondientes, las personas indicadas en el Artículo Cuarto precedente, deberán cumplir con los siguientes requisitos y presentarlos ante la Dirección General de Normas Comerciales de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

a) Su producto deberá cumplir con las especificaciones de las Normas NOM-S-5, NOM-S-7, NOM-S-8, NOM-S-12, NOM-S-28 y NOM-S-31 en vigor.

b) Los fabricantes, importadores, ensambladores y recargadores deberán contar con un laboratorio propio o con los servicios de un laboratorio de pruebas autorizado por esta Dependencia, el cual deberá contar con el equipo que servirá para efectuar las pruebas indicadas en las Normas de referencia y registrar ante la misma al responsable de dicho laboratorio de pruebas.

SEXTO.—Los fabricantes, ensambladores y recargaderes deberán llevar un registro del volumen de producción y de las pruebas realizadas en el ensamble, recarga y terminado de su producto, para que la Dirección General de Normas Comerciales esté en posibilidad de comprobar que sus productos cumplen con las especificaciones establecidas en las Normas de referencia.

SEPTIMO.—Los importadores de extintores contra incendio indicados en el Artículo Primero de esta Resolución deberán dar aviso a la Dirección General de Normas Comerciales de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, de cada uno de los lotes que importen, con el objeto de que esta Dependencia verifique si sus productos cumplen con las especificaciones contenidas en las Normas Oficiales Mexicanas citadas, verificación que podrá efectuarse en los laboratorios autorizados por esta Dirección.

OCTAVO.—Los fabricantes que maquilen extintores contra incendio de los tipos indicados en el Artículo Primero de esta Resolución, deberán celebrar contrato con los propietarios de marca y exhibirlo debidamente firmado ante la Dirección General de Normas de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, quedando obligados solidariamente los fabricantes a responder por la calidad del producto.

NOVENO.—Los comerciantes de extintores contra incendio indicados, deberán comercializar exclusivamente el producto que ostente el Sello Oficial de Norma Obligatoria, autorizado por la Dirección General de Normas Comerciales de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

DECIMO.—El cumplimiento de la presente Resolución y de las Normas Oficiales Mexicanas que se declaran obligatorias, será vigilado por la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, a través de la Dirección General de Normas Comerciales.

DECIMO PRIMERO.—Cuando se compruebe durante la visita de verificación el incumplimiento de las Normas citadas, la producción correspondiente a las muestras probadas, será sellada por el mismo personal que realice la visita y no podrá ser utilizada, quedando bajo la custodia y responsabilidad de la empresa, para proceder a reprocesarla, corregir los defectos o inutilizarla bajo el control de la Dirección General de Normas Comerciales.

DECIMO SEGUNDO.—Los fabricantes, importadores ensambladores, propietarios de marca, recargadores y comerciantes que incurran en infracciones a lo que establece esta Resolución y demás disposiciones relativas, serán sancionados en los términos del Artículo 42 de la Ley General de Normas y de Pesas y Medidas en vigor.

DECIMO TERCERO.—Los gastos originados por la verificación y vigilancia del cumplimiento de las disposiciones contenidas en esta Resolución, serán cubiertos por los fabricantes, importadores, ensambladores, propietarios de marca y recargadores, de conformidad a las disposiciones establecidas en el Artículo 73-C de la Ley Federal de Derechos vigente.

TRANSITORIOS

PRIMERO.—La presente Resolución entrará en vigor al día siguiente de su publicación en el Diario Oficial de la Federación.

SEGUNDO.—Se concede a los fabricantes, importadores, ensambladores y recargadores un plazo de 60 días hábiles, contados a partir del día siguiente de la fecha de publicación de la presente Resolución en el Diario Oficial de la Federación, para dar cumplimiento a lo prescrito en el inciso b) del Artículo Quinto de esta misma Resolución.

TERCERO.—Los fabricantes, importadores, ensambladores, propietarios de marca y recargadores de extintores contra incendio indicados en el Artículo Primero de esta Resolución, deberán registrarse en un plazo de 60 días hábiles como máximo, contados a partir del día siguiente de la publicación respectiva en el Diario Oficial de la Federación.

Atentamente.

Sufragio Efectivo. No Reelección.

México, D. F., a 28 de abril de 1983.—El Director General de Normas Comerciales, Héctor Vicente Bayardo Moreno.—Rúbrica.

Norma Oficial Mexicana NOM-S-28-1983 productos de seguridad extintores contra incendios a base de agua por presión contenida.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta Norma Oficial Mexicana establece las especificaciones de calidad que deben cumplir los extintores a base de agua con presión contenida utilizados para la extinción de fuegos clase A; se pueden utilizar aditivos para aumentar su efectividad.

2 REFERENCIAS

Esta norma se complementa con las vigentes de las siguientes Normas Oficiales Mexicanas vigentes:

NOM-B-266	Requisitos generales para láminas y tiras en caliente y láminas laminadas en frío, de acero al carbono y de acero de baja aleación y alta resistencia.
NOM-B-267	Láminas de acero al carbono laminadas en frío, calidad embutido.
NOM-B-323	Sistema de designación y clasificación de los aceros según su composición química.
NOM-B-326	Composición química de los aceros inoxidables y resistentes al calor, forjados o laminados.
NOM-S-7	Seguridad - Extintores contra incendio - Métodos de prueba de construcción y funcionamiento.
NOM-U-18	Pinturas barnices y plásticos protectores anticorrosivos de aplicación a tres manos.
NOM-EE-59	Envase y embalaje - Símbolos para manejo, transporte y almacenamiento.
NOM-Z-9	Símbolo o leyenda "Hecho en México".
NOM-Z-12	Muestreo para la inspección por atributos.

3 DEFINICIONES

Para los efectos de esta norma se establecen las definiciones siguientes:

3.1 Agente extinguidor

Agua potable sola o con mezcla de productos químicos cuya acción provoca la extinción del fuego tipo A.

3.2 Alcance
Distancia mínima horizontal a la cual llega el agente extinguidor sobre el suelo.

3.3 Capacidad nominal

Volumen en dm^3 del agente extinguidor contenido en el cuerpo o recipiente del extintor.

3.4 Extintor
Recipiente que contiene un agente extinguidor que es expulsado por la acción de una presión interna.

3.5 Extintor portátil

Aquel que se diseña para ser transportado u operado manualmente y en condiciones de funcionamiento tiene una masa total máxima de 20 kg.

3.6 Extintor móvil
Aquel que se diseña para ser transportado y operado sobre ruedas, sin locomoción propia, cuya masa es superior a 20 kg.

3.7 Extintor de presión contenida

Aquel en el que el gas impulsor es almacenado con el agente extinguidor en el interior del recipiente, estando éste presurizado.

3.8 Fuegos clase "A"
Son los fuegos de materiales sólidos, de tipo orgánico cuya combustión tiene lugar normalmente con formación de brasas, como maderas, telas, papel, hule, plástico y similares.

3.9 Marchamo o precinto
Ligadura o fleje que se pone en torno a la válvula del extintor, fijando sus extremos con un sello de plomo u otro material, de tal modo, que no pueda ser usado sin romperlo, ofreciendo éste la garantía de que el producto está en condiciones de operación.

3.10 Tiempo de funcionamiento (descarga)

Tiempo durante el cual tiene lugar la descarga del agente extinguidor sin que haya interrupción alguna, estando la válvula totalmente abierta y sin considerar el tiempo de la descarga del gas residual.

3.11 Presión nominal

Presión de referencia del extintor, indicada en la placa de datos en el cuerpo del extintor.

3.12 Presión de trabajo

Intervalo de presiones con las cuales se garantiza la operación y funcionamiento del extintor y que se señala en el manómetro indicador.

3.13 Presión de prueba

Presión a la que debe probarse el cuerpo del extintor durante su fabricación.

3.14 Presión de ruptura

Presión que soporta el extintor en el momento de ruptura.

4 CLASIFICACION
Los extintores objeto de esta norma se clasifican en dos tipos y único grado de calidad designándose como extintores a base de agua con presión contenida como sigue:

Tipo I Portátil
Tipo II Móvil sin locomoción propia.

5 ESPECIFICACIONES
5.1 Los extintores objeto de esta norma deben cumplir con las especificaciones de funcionamiento que se indican en la tabla 1.

5.2 Rendimiento de descarga

La cantidad total de agua de descarga debe ser como mínimo el 95% de la capacidad nominal del extintor.

5.3 Seguridad.

TABLA 1

ESPECIFICACIONES DE FUNCIONAMIENTO DE LOS EXTINTORES EN SUS DOS TIPOS

Tipo	Volumen del agente extinguidor en dm^3	Alcance horizontal (m)	Tiempo de funcionamiento (s)	Longitud de manguera (cm)
I Portátil....	9.4 - 10	9 - 12	45- 60	50
II Móvil sin locomoción propia............	150 o más	9 - 12	60 - 120	1500

5.3.1 Válvula

5.3.1.1 Los extintores deben contar con válvula que cierre por sí sola, que tenga un cierre hermético antes de operarla, construida en tal forma que soporte una presión de prueba no menor de dos veces la presión nominal durante 60 segundos a una temperatura de 294 más menos 3 K (21 más menos 3°C) estas válvulas deben tener un pasador o seguro para evitar descargas accidentales.

5.3.1.2 Las componentes de la válvula deben ser de materiales que garanticen que son compatibles a los recipientes y entre sí, o bien con el o los tratamientos mecanicos o termoquímicos apropiados para prevenir la acción galvánica.

5.3.1.3 Las válvulas deben contar con un orificio o vena que permita el escape de la presión interior como prevención a una manipulación incorrecta, asegurando que la válvula permanezca sujeta al cuerpo del recipiente, cuando el escape suceda.

5.3.2 Manómetro

5.3.2.1 Debe ser de materiales resistentes al ambiente natural extremoso, indicar la presión interior del recipiente, con una exactitud de más menos 4% de la presión de trabajo en los límites de operación; de 0 - 12% en el valor cero y más menos 15% en el máximo de presión; referidos al valor de la presión nominal.

5.3.2.2 El manómetro debe ser de carátula roja y tener un sector que muestre:

— La zona de operación en color verde, cuyos límites corresponden a más menos 10% de la presión nominal.

— En la zona del manómetro que tiene como límite superior el límite inferior de la zona de operación, debe leerse la palabra recarga.

— A partir del límite superior de la zona de operación debe leerse la palabra sobrecarga.

— Las leyendas, números y marcas deben ser de color blanco.

5.3.2.3 El manómetro debe proporcionar visibilidad del estado de la operatividad del extintor a un mínimo de distancia de 1.5 m en condiciones normales de lectura.

5.3.2.4 El uso de marcas de identificación del fabricante de extintores, en el manómetro es opcional.

5.3.2.5 Debe llevar la palabra agua.

5.3.2.6 Los valores de presión del manómetro deben expresarse en MPa.

5.3.3 Boca de llenado.

La boca de llenado debe ser de un diámetro nominal interior mínimo de 19 mm y su tapa debe roscarse en el cuerpo del extintor cuatro hilos de la cuerda como mínimo, además debe contar con un empaque.

5.3.4 Manguera de descarga.

Los extintores deben contar con una manguera de descarga y conexiones con la resistencia suficiente para soportar una presión hidrostática de dos veces la presión nominal del extintor durante 60 segundos sin presentar fugas.

La boquilla para dirigir el flujo del agente extinguidor, debe ser construida de material resistente a la corrosión.

Los extintores sobre ruedas deben contar con un soporte para colocar la manguera y la boquilla sobre el extintor y así evitar que la manguera y la boquilla se golpeen con las ruedas o con el suelo.

Las mangueras deben tener conexiones para acoplarse al recipiente del extintor.

5.4 Prueba de hermeticidad

El extintor no debe presentar fugas cuando se pruebe a la presión nominal de acuerdo a lo indicado en la NOM-S-7 (véase 2).

5.5 Presión de prueba

El extintor debe soportar sin fugas una presión hidrostática de prueba de 2 veces la presión nominal durante 60 segundos cuando se pruebe de acuerdo a la NOM-S—7 (véase 2),. La presión de prueba nunca debe ser inferior a 2.06 MPa (21 kgf/cm²).

5.6 Resistencia a la ruptura

El extintor debe soportar por un minuto sin romperse una presión de 4 veces la presión nominal. Cuando se prueba de acuerdo a la NOM-S-7 (véase 2). La presión de prueba nunca debe ser inferior a 4.12 MPa (42 kgf/cm²).

5.7 Presurizado del recipiente

El recipiente una vez cargado con el agente extinguidor debe presurizarse con aire o con un gas inerte seco a la presión nominal.

5.8 Material

Los materiales utilizados en la construcción de los recipientes puede ser: acero inoxidable, aleaciones de cobre u otros materiales adecuados, los cuales deben cumplir con las especificaciones de calidad cuando sean probados de acuerdo a los métodos de prueba que establecen las Normas Oficiales Mexicanas, correspondientes (véase 2).

5.9 Acabado

Los extintores objeto de esta norma deben presentar una superficie lisa y uniforme, sin abolladuras, pliegues, grietas ni rebabas, a los recipientes construidos con lámina de acero al carbono debe aplicárseles un tratamiento interior para evitar la corrosión.

5.10 Pintura

Los construidos en lámina de latón, aluminio o de acero inoxidable pueden presentar el color propio del metal, a los construidos con lámina de acero al carbono debe aplicárseles en el exterior, pintura anticorrosiva.

Nota.—Para ambientes altamente corrosivos previo acuerdo entre fabricante y consumidor los recubrimientos deben cumplir con la NOM-U-18.

6 MUESTREO

6.1 Cuando se requiera el muestreo del producto, este podrá ser establecido de común acuerdo entre productor y comprador, recomendándose el uso de la NOM-Z-12 (véase 2).

6.2 Para efectos oficiales el muestreo estará sujeto a las disposiciones reglamentarias de la Dependencia Oficial correspondiente.

7 METODOS DE PRUEBA

Para la verificación de las especificaciones que se establecen en esta norma se deben aplicar los métodos de prueba señalados en las Normas Oficiales Mexicanas en el capítulo de referencias (véase 2).

8 MARCADO, ENVASE Y EMBALAJE.

8.1 Cada extintor debe llevar grabados en forma clara e indeleble sobre el mismo, o en una placa metálica adosada en forma permanente los datos siguientes:

a). Marca registrada o símbolo del fabricante

b). Presión nominal en MPa.

c). Presión de prueba hidrostática en MPa.

d). Mes y año de fabricación separados por una diagonal.

e). Nombre genérico del agente extinguidor para el cual está destinado el recipiente.

8.2 Terminado el extintor, debe llevar grabados en una placa metálica o calcomanía o impresión por malla, los datos siguientes:

a). Marca del fabricante

b). Clase de fuego al que está destinado (ver fig. 1).

c). Instrucciones de operación en idioma español incluyendo nemotécnia y distancia de uso (alcance mínimo horizontal) debiendo quedar estos datos al frente del extintor. (véase fig. 2).

d). Instrucciones de mantenimiento incluyendo observaciones acerca de la temperatura de uso y almacenamiento.

e). Sello Oficial de Norma previa autorización de la Dirección General de Normas de la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial.

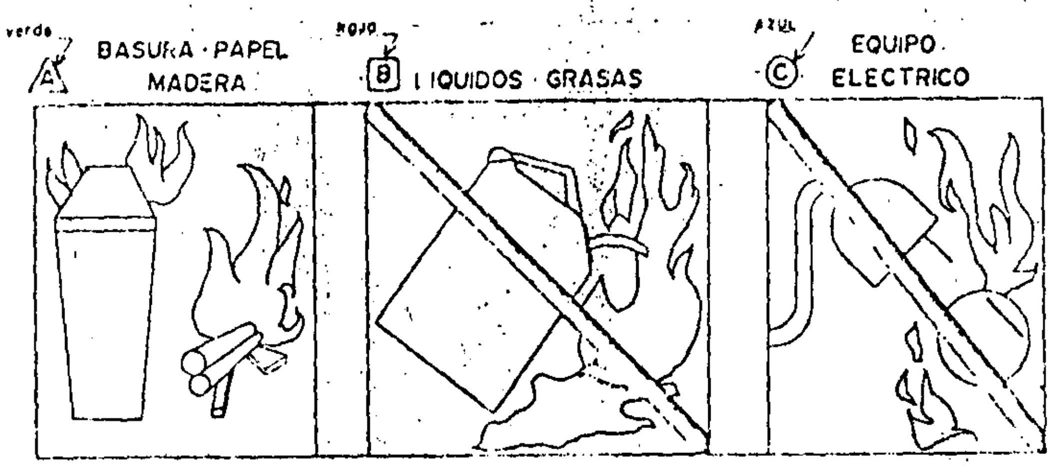
f). Contenido neto del agente extinguidor en dm³.

g). Leyenda "Hecho en México" de la NOM-Z-9 (véase 2).

h). Presión nominal en MPa.

i). Modelo según tabla 1.

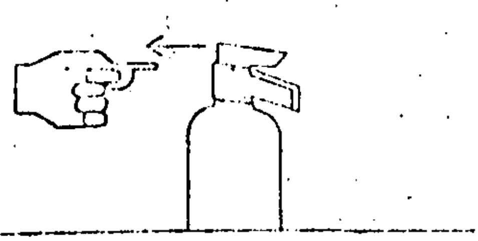
Nota.—Queda prohibido a los fabricantes, distribuidores, recargadores y cualquier otra persona que maneje extintores usar símbolos, frases o contraseñas que pueda causar confusión al usuario.



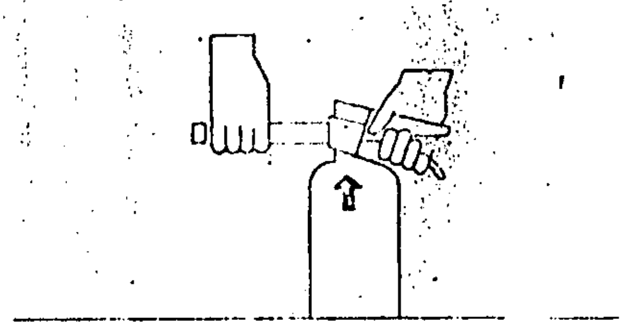
Escala no	TIPOS DE FUEGO (NEMOTECNICA)	NOM - S - 28
Acot. no		
Dibujo J.Q.		Figura Nº 1

71

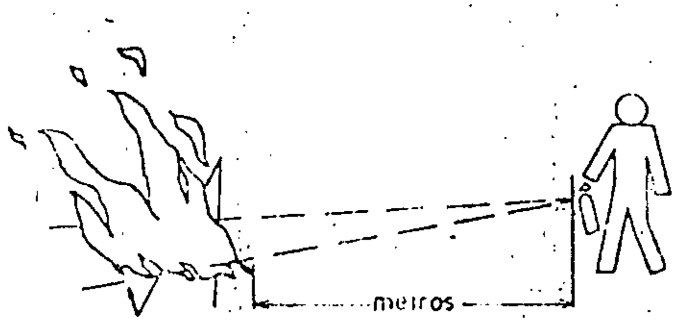
1 QUITE EL SEGURO



2 OPRIMA LAS MANIJAS



3 DIRIJA LA DESCARGA A LA BASE DEL FUEGO



Escala no	INSTRUCCIONES DE USO	NOM-S-28
Acot. no	(NEMOTECNICA)	
Dibujó J.O.		Figura Nª 2

8.3 Envase y embalaje

72

Todo extintor terminado, junto con su soporte, debe transportarse y ser entregado en embalajes que lleven los símbolos para el manejo, transporte y almacenamiento según lo establecido en la NOM-EE-59 (véase 2) y deben estar construidos de tal manera que ofrezcan seguridad al recipiente.

Los extintores sobre ruedas deben protegerse con materiales y formas de sujeción que permitan facilidad de manejo.

9 BIBLIOGRAFIA

National Fire Codes "Recomended Practices and Manual" of the "National Fire Protection Association".

BSI-5423 Specification For Portable Fire Extinguishers.

Naucalpan de Juárez, Edo. de Méx.—El Director General de Normas, Héctor Vicente Bayardo Moreno.—Rúbrica.

—oOo—

NORMA OFICIAL MEXICANA NOM-S-31-1983, PRODUCTOS DE SEGURIDAD—EXTINTORES POLVO QUIMICO SECO TIPO ABC, A BASE DE FOSFATO MONO AMONIACO.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta Norma Oficial Mexicana establece las especificaciones que debe cumplir el producto denominado Polvo Químico Seco, para uso en extintores como agente extinguidor de fuegos A, B y C y sus Métodos de Prueba correspondiente.

2. REFERENCIAS

Esta norma se complementa con las siguientes Normas Oficiales Mexicanas vigentes:

NOM-B-231	Industria siderúrgica — Cribas de laboratorio para clasificación de materiales granulares — Especificaciones.
NOM-EE-59	Envase y embalaje — Símbolos para manejo, transporte y almacenamiento.
NOM-S-5	Seguridad — Extintores contra incendio a base de polvo químico seco con presión contenida — Especificaciones.
NOM-S-32	Productos de seguridad — Extintores y agentes extinguidores — Efectividad — Método de prueba.
NOM-Y-4	Fertilizantes — Determinación de fósforo total — Método del fosfomolibdato de quinolina.
NOM-Z-9	Emblema denominado Hecho en México.
NOM-Z-12	Muestreo para la inspección por atributos.

3 DEFINICIONES

3.1 Polvo químico seco ABC

Mezcla de productos químicos cuya acción provoca la extinción de fuegos A, B y C.

3.2 Densidad de empacado.

Compactación que adquiere el polvo químico seco después de haber sido sometido a condiciones de vibración durante su manejo, transporte y almacenamiento, expresado en masa por unidad de volumen.

3.3 Densidad aparente.

Relación de la masa por unidad de volumen en condiciones específicas.

4. CLASIFICACION

4.1 Los polvos químicos secos tipo A, B y C a que esta norma se refiere, se clasifican en un solo tipo y único grado de calidad.

5. ESPECIFICACIONES

5.1 El polvo químico seco ABC objeto de esta norma, deben cumplir con las especificaciones físicas y químicas que se indican en la tabla 1.

5.2 Efectividad

El conjunto polvo-extintor, debe cumplir con lo establecido en la NOM-S-32 (véase 2).

5.3 Toxicidad

El polvo químico seco ABC no debe causar intoxicaciones en condiciones normales de uso.

TABLA 1

ESPECIFICACIONES FISICAS Y QUIMICAS DEL POLVO QUIMICO SECO ABC

Concepto	Especificaciones
Color	Azul
Granulometría	De acuerdo a la Tabla 2
Compactación y apelmazamiento	Sin formación de grumos
Densidad aparente mínima (g/cm³)	0.82

Densidad de empacado mínima g/cm^3	1.10
Característica higroscópica máxima expresada como aumento en masa (%)	1.5
Rigidez dieléctrica mínima (V; V/mm)	5000; 1970
Contenido de humedad máxima (%)	0.20
Contenido de fosfato mono amoniaco expresado como P_2O_5 (%)	45.75
Superficie específica (cm^2/g)	2,000 -- 3,500

6. MUESTREO

6.1 Cuando se requiera el muestreo del producto éste podrá ser establecido de común acuerdo entre productor y comprador, recomendándose el uso de la NOM-Z-12 (véase 2).

6.2 Para efectos oficiales, el muestreo estará sujeto a la legislación y disposiciones de la Dependencia Oficial correspondiente.

7 METODOS DE PRUEBA

7.1 Granulometría

7.1.1 Objetivo

Verificar que el tamaño de las partículas sea el adecuado para el uso del polvo.

7.1.2 Aparatos y equipo

—Vibrador de movimiento circular excéntrico 285 $\pm$ 10 rpm, con un aditamento que produzca un golpeteo de 150 veces por minuto.

—Juego de cribas con tapa y charola de fondo de material no corrosible con un diámetro de 203 mm y números M 0.425, M 0.150, M 0.075, M 0.045 que cumplan con lo indicado en la NOM-B-231 (véase 2).

—Cronómetro

—Balanza granataria con aproximación de 0.1 g o mejor.

—Desecador

—Charola de fondo con capacidad de 1000 cm^3.

7.1.3 Procedimiento

Colocar las cribas una abajo de otra en el siguiente orden: M-0.425; M-0.150, M-0.075; M-0.045 y finalmente la charola del fondo.

Pesar 25 $\pm$ 0.1 g de muestra previamente acondicionada y vaciarla en la criba superior. Fijar el conjunto de cribas en el vibrador y hacerlo funcionar durante cinco minutos. Transcurrido el tiempo, retirar el conjunto de cribas y la charola de fondo y determinar la cantidad de polvo retenido en cada una de ellas.

El acondicionamiento de la muestra se hace poniendo durante 24 horas la muestra dentro de un desecador que pueda mantener una humedad relativa del 65 más-menos 5% y una temperatura de 293 más-menos 2 K (20 más-menos 2°C).

7.1.4 Cálculo y resultados

Una vez determinada la cantidad retenida, se expresa el resultado en porcentaje referido a la muestra.

$$\% \text{ de retenido} = \frac{A}{25} \times 100$$

En donde A es igual a la cantidad de polvo retenido en cada criba expresado en gramos.

7.1.5 Informe de la prueba

El tamaño medio de las partículas en función del porcentaje de polvo químico seco retenido en cada criba debe estar de acuerdo con la tabla 2.

TABLA 2

Porcentaje de Polvo Retenido

Denominación de la criba	Porcentaje retenido (%) Mínimo	Máximo
M 0.425	0	0
M 0.150	2.0	15.0
M 0.075	15.0	32.0
M 0.045	15.0	22.0
Charola de fondo	31.0	69.0

7.2 Determinación de la densidad aparente.

7.2.1 Objetivo

Verificar que una cantidad de polvo sin asentar, cabe en un volumen determinado.

7.2.2 Aparatos y equipo

—Balanza con aproximación de más-menos 0.1 g.

—Recipiente cilíndrico de 100 cm^3.

—Embudo

—Cuchara de material no corrosivo

—Cronómetro

7.2.3. Procedimiento

Tarar el recipiente cilíndrico vacío y anotar el resultado a continuación; montar el embudo al recipiente cilíndrico, de tal forma, que emboque perfectamente, (como se indica en la fig. 1), llenar el recipiente con el polvo químico dejando caer éste por las paredes del embudo y esperar 1 minuto para que se asiente, posteriormente retirar cuidadosamente hacia arriba y después horizontalmente hacia un lado, se enrasa el polvo sobrante y se determina la masa de la muestra dentro del recipiente. Se repite la operación 3 veces como mínimo.

7.2.4 Cálculos y resultados.

Se determina el valor de la densidad aparente por medio de la fórmula siguiente:

$$D = \frac{M}{100}$$

Donde:

D = Densidad aparante en g/cm^3

M = Masa de la muestra en g

El resultado debe estar de acuerdo a lo especificado en la tabla 1.

7.3 Determinación de la compactación y apelmazamiento

7.3.1 Objetivo

Verificar que la compactación de polvo no cause el apelmazamiento de este.

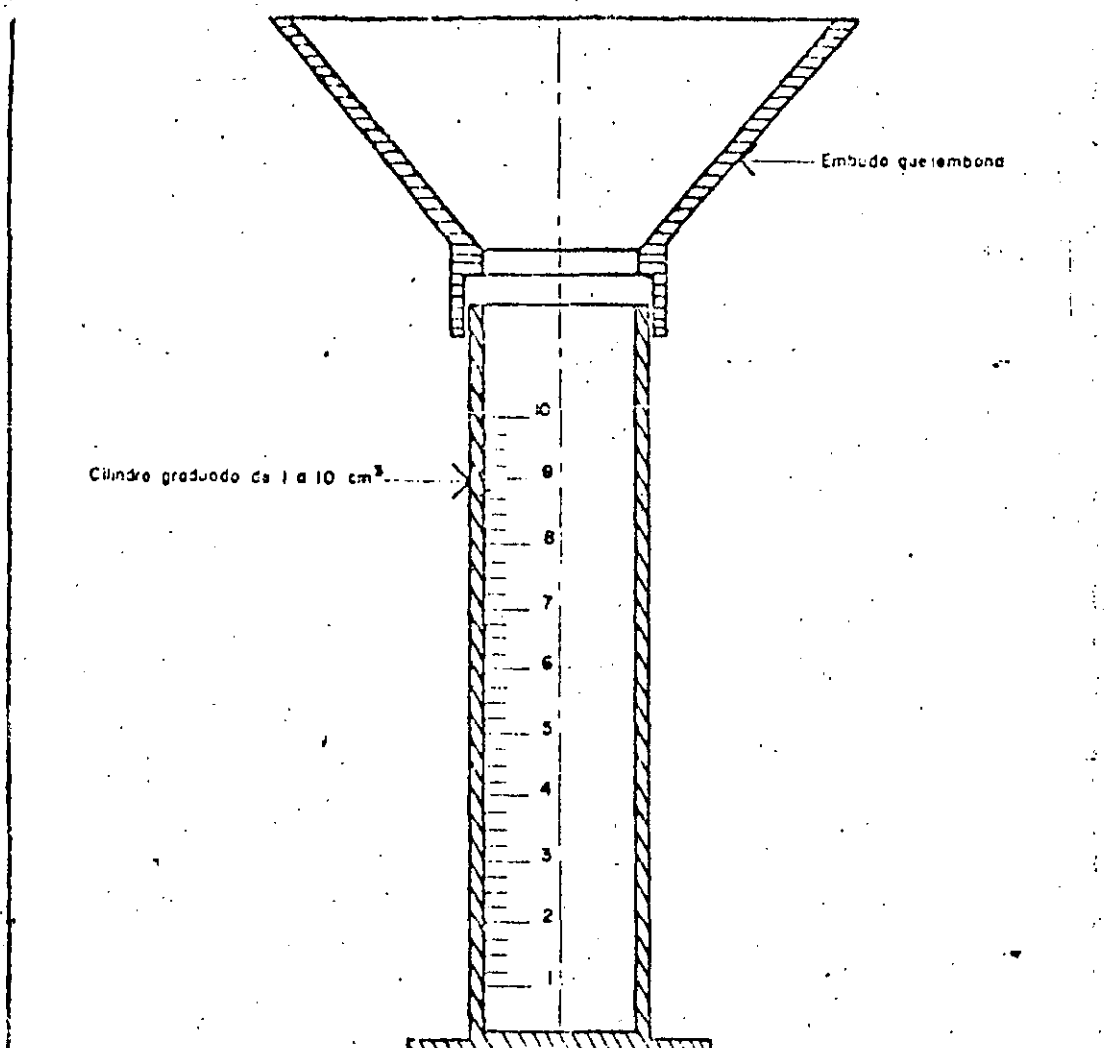
7.3.2 Aparatos y equipo

—Equipo de prueba constituido de cilindro abierto, pistón cerrado y recipiente plano, con dimensiones y forma dadas en la fig. 2.

—Cronómetro

—Balanza con aproximación de más-menos 0.1 g.

—Peso de 15 kg más-menos 20 kg.



Escala. no	DETERMINACION DE DENSIDAD APARENTE	NOM - S - 31
Acot. no		
Dibujo J. Q.		Fig. 1

misos derivados del Decreto para la industria automotriz.

TRANSITORIOS

PRIMERO.—El presente Acuerdo entrará en vigor el día siguiente de su publicación en el Diario Oficial de la Federación.

SEGUNDO.—Las facilidades establecidas en este Acuerdo sólo serán aplicables a operaciones que se realicen a partir del 1o. de septiembre de 1983.

México, D. F., a 30 de agosto de 1983.—El Secretario de Comercio y Fomento Industrial, **Héctor Hernández Cervantes**.—Rúbrica.—El Secretario de Hacienda y Crédito Público, **Jesús Silva Herzog Flores**.—Rúbrica.—El Director General del Banco de México, **Miguel Mancera Aguayo**.—Rúbrica.

—oOo—

NORMA OFICIAL MEXICANA NOM-V-18-1983, QUE ESTABLECE LAS ESPECIFICACIONES QUE DEBE CUMPLIR LA BEBIDA ALCOHOLICA DENOMINADA BRANDY.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

AVISO AL PUBLICO

Con fundamento en los artículos 34, fracción XIII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, quinto y sexto transitorios del Decreto de Reformas y Adiciones a dicho ordenamiento, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 29 de diciembre de 1982; 1o., 2o., 4o., 5o., 7o., 23o. inciso C, 26o. y demás relativo de la Ley General de Normas y de Pesas y Medidas, publicada en el Diario Oficial de la Federación con fecha 7 de abril de 1961, así como en el Acuerdo que delega en el C. Director General de Normas Comerciales las facultades necesarias para el ejercicio de las atribuciones que se indican, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 18 de abril de 1983; esta Secretaría ha aprobado la siguiente Norma Oficial Mexicana: "BEBIDAS ALCOHOLICAS DESTILADAS—BRANDY" NOM-V-18-1983. (Esta Norma cancela la NOM-V-18-1982).

1 Objetivo y Campo de Aplicación

Esta Norma Oficial Mexicana establece las especificaciones que debe cumplir la bebida alcohólica denominada "Brandy".

2 Referencias

Esta Norma se complementa con las siguientes Normas Oficiales Mexicanas vigentes:

NOM-V-4	Método de prueba para la determinación de furfural en bebidas alcohólicas destiladas.
NOM-V-5-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de ésteres y aldehídos.
NOM-V-13-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de por ciento de alcohol en volumen en la escala Gay-Lussac a 288 K (15°C).
NOM-V-14-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de alcoholes superiores (aceite de fusel).
NOM-V-15-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de acidez fija.
NOM-V-16-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de acidez total.
NOM-V-17-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de extracto seco y cenizas.
NOM-V-21-S	Bebidas alcohólicas destiladas - Determinación de metanol.
NOM-Z-12	Muestreo para la inspección por atributos.

3 Definiciones

Para los efectos de esta norma se establecen las siguientes definiciones:

3.1 Brandy

Es el aguardiente obtenido por la destilación de vinos 100% de uva fresca, cuyos mostos fueron sometidos a fermentación alcohólica.

El brandy debe ser envejecido solamente en barricas de roble blanco o encino.

3.2 Vino de uva fresca

Es el producto obtenido del mosto de uvas frescas, sometido a fermentación alcohólica.

3.3. Mosto

Es el jugo de uvas frescas, limpias y sanas, obtenido del estrujado y/o escurrido y/o prensado y que puede ser concentrado, de las mismas.

3.4 Envejecimiento

Es la maduración del producto, en barricas de roble blanco o encino.

3.5 Maduración

Es la transformación del producto que permite adquirir las características organolépticas deseadas, por procesos físicos y químicos que en forma natural, tienen lugar durante su permanencia en recipientes de roble blanco o encino.

4 Clasificación y Denominación del Producto

El producto objeto de esta Norma, de acuerdo a su proceso, se clasifica en un tipo con un sólo grado de calidad, y se denomina Brandy.

5 Especificaciones

El producto objeto de esta Norma, en su único tipo y grado de calidad debe cumplir con las siguientes especificaciones:

76

5.1 Sensoriales
Color: Ambarino
Olor: Característico
Sabor: Característico
5.2 Físicas y químicas

TABLA

Especificaciones	Mínimo	Máximo
Grado alcohólico G. L. real a 288 K (15°C)		
% de alcohol en volumen a 288 K (15°C)	38,0	55,0
Extracto seco g/dm³	0,75	33,0
Cenizas g/dm³	0,05	0,6
Miligramos por 100 centímetros cúbicos referidos a alcohol anhidro.		
Acidez total (como ácido acético)	9,0	315,0
Acidez volátil (como ácido acético)	7,0	200,0
Acidez fija (como ácido acético)	2,0	115,0
Aldehídos (como aldehído acético)	4,0	80,0
Esteres (como acetato de etilo)	25,0	150,0
Metanol	huellas	180,0
Alcoholes superiores (aceite de fusel o alcoholes de peso molecular superior al etílico) (como alcohol amílico)	huellas	335,0
Furfural	huellas	5,0
Mínimo de impurezas volátiles (ácidos, ésteres, alcoholes superiores, aldehídos)	150,0	

5.3 Aditivos

Los permitidos en las dosis que establezcan la Secretaría de Salubridad y Asistencia y la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial.

5.3.1 Colorantes

—Caramelo

5.3.2 Abocado.

Para abocar el producto objeto de esta Norma, se permite agregar como máximo 1,6% de azúcar u otros edulcorantes.

5.4 En ningún caso está permitido adicionar alcoholes o azúcares que no provengan de uva, con excepción de lo establecido en el inciso 5.3.2, al producto objeto de esta Norma; ni practicar las operaciones consideradas como prohibidas en el capítulo V del Reglamento Sanitario de Bebidas Alcohólicas en vigor.

5.5 Contaminantes químicos

El producto terminado no debe exceder los límites que se señalan a continuación:

5.5.1 Plomo (como Pb) 0,5 mg/dm³

5.5.2 Arsénico (como As) 1,5 mg/dm³

5.5.3 Cobre (como Cu) 1,0 mg/dm³

5.5.4 Zinc (como Zn) 15,0 mg./dm³

5.5.5 Otros contaminantes que establezca la Secretaría de Salubridad y Asistencia.

6 Muestreo

6.1 Cuando se requiera el muestreo del producto, éste podrá ser establecido de común acuerdo, entre productor y comprador, recomendándose el uso de la Norma Oficial Mexicana NOM-Z-12.

6.2 Muestreo Oficial

El muestreo para efectos oficiales está sujeto a la legislación y disposiciones de las Dependencias Oficiales correspondientes, recomendándose el uso de la Norma Oficial Mexicana NOM-Z-12.

7 Métodos de Prueba

Para la verificación de las especificaciones que se establecen en esta Norma, se deben aplicar además de las Normas Oficiales Mexicanas que se indican en el capítulo de Referencias (Véase 2) o su equivalente, con una precisión de más menos 2%; el método de balance de materiales que consiste en dividir entre el volumen de la producción final de brandy, el volumen de cada una de las materias primas empleadas en su elaboración para determinar coeficientes precisos de contenido de cada materia prima.

8 Marcado, Etiquetado, Envase y Embalaje

8.1 Marcado y etiquetado

8.1.1 Marcado en el envase

Cada envase del producto debe llevar una etiqueta o impresión permanente, visible e indeleble con los siguientes datos, en idioma español:

8.1.1.1 Superficie principal de exhibición

—Nombre del producto, conforme a la clasificación de esta Norma, en forma ostensible.

77

—Nombre comercial o marca registrada, pudiendo aparecer el símbolo del fabricante.

—El "Contenido Neto" de acuerdo con las disposiciones vigentes (véase A.1).

—Grado alcohólico real a 288 K (15°C) en la escala Gay-Lussac en el ángulo superior izquierdo.

—La leyenda "HECHO EN MEXICO".

—Texto de las siglas Reg. S.S.A. No. ______________ "B", debiendo figurar en el espacio en blanco el número de registro correspondiente.

—El producto objeto de esta norma debe ostentar la marca de conformidad con Norma Obligatoria, expedida por esta Dirección General de Normas, según se especifica en el Diario Oficial de la Federación del 16 de marzo de 1978, así como el registro correspondiente de ésta.

8.1.1.2 Superficie de información

- Nombre o razón social del fabricante o propietario del registro y domicilio donde se elabore el producto

8.1.1.3 En caso de productos de importación éstos deberán tener una contra etiqueta con los siguientes datos:

—Grado alcohólico real, Contenido Neto, Nombre Comercial, Registro de la Secretaría de Salubridad y Asistencia y marca de conformidad con la Norma Obligatoria según se especifica en 8.1.1.1.

—La leyenda "Producto de ____________ " de acuerdo al lugar de origen.

—Nombre del titular del registro de origen.

—Nombre y domicilio del importador.

8.1.1.4 En caso de que el producto se embarque a granel, los datos anteriores deben aparecer en los documentos de transacción comercial.

8.1.1.5 Restricciones

8.1.1.5.1 Con excepción de las marcas ya registradas ante la Dirección General de Invenciones y Marcas de esta Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, queda prohibido el empleo de vocablos como: "envejecido", "añejado", "reserva", "gran reserva" y otros similares en la rotulación de etiquetas, notas de entrega, facturas comerciales o en cualquier otro documento de naturaleza análoga. Además, en la información comercial no deberá aludirse ni a barricas, ni a su capacidad, ni al tiempo de envejecimiento, salvo en los casos en que éste sea certificado o reconocido por esta Dirección General de Normas. En el caso de productos de importación se deben exigir los certificados correspondientes.

8.1.1.5.2 En general, queda prohibido efectuar cualquier alusión, mención o indicaciones falsas o que puedan inducir a error al consumidor en relación con la composición, propiedades, origen y otras características del producto objeto de esta norma.

8.1.2 Marcado en el embalaje

Deben anotarse los datos necesarios para identificar el producto y todos aquellos otros que se juzguen convenientes, tales como las precauciones que deben tenerse en el manejo y uso de los embalajes.

8.2 Envase

8.2.1 El producto objeto de esta norma, se debe envasar en recipientes de tipo sanitario, elaborados con material resistente a las distintas etapas del proceso de fabricación, a las condiciones habituales de almacenaje, de tal naturaleza que no reaccionen con el producto, no se disuelvan alterando las características físicas, químicas y sensoriales o produzcan sustancias tóxicas.

8.2.2 Se permiten para su comercialización al detalle las siguientes presentaciones: 50 ml, 200 ml, 250 ml, 500 ml, 750 ml, 1 L y 2 L; otras presentaciones deberán identificarse como producto a granel.

8.3 Embalaje

Para el embalaje del producto objeto de esta Norma se deben usar cajas de cartón o envolturas de algún otro material apropiado, que tengan la debida resistencia y que ofrezcan la protección adecuada a los envases para impedir su deterioro exterior y a la vez faciliten su manipulación en el almacenamiento y distribución de las mismas, sin exponer a las personas que las manipulen.

9 Almacenamiento

El producto terminado debe conservarse en locales que reúnan los requisitos sanitarios que señala la Secretaría de Salubridad y Asistencia.

Apéndice A

A.1 La leyenda "Contenido Neto" debe ir seguida del dato cuantitativo y del símbolo de la unidad correspondiente, de acuerdo al Sistema General de Unidades de Medida, expresado en minúsculas sin pluralizar y sin punto abreviatorio debiendo aparecer en el ángulo inferior derecho o centrado en la parte inferior de la superficie principal de exhibición, que es aquella a la que se le da mayor importancia para ostentar el nombre y la marca comercial del producto; debiendo aparecer libre de cualquier otra información que le reste importancia y en el tamaño que corresponda según la tabla de dimensiones siguientes:

TABLA DE DIMENSIONES

Superficie Principal (Area de etiqueta)	Milímetros (Altura mínima del dato cuantitativo)
Menor de 30 cm²	3 mm
de 31 a 50 cm²	4 mm
de 51 a 100 cm²	5 mm
Por cada 50 cm² que aumente el área	Aumentará 1 mm

1— Bibliografía

NOM-Z-13 1977 Guía para la Redacción, Estructuración y Presentación de las Normas Oficiales Mexicanas.

NOM-V-18-1982 Bebidas alcohólicas destiladas—Brandy.

Código Alimentario Español, capítulo XXX—Bebidas alcohólicas, Reglamentación Especial sobre el Brandy.

Secretaría de Salubridad y Asistencia. Reglamento Sanitario de Bebidas Alcohólicas, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 6 de junio de 1963. México, D. F.

México, D. F., a 26 de agosto de 1983.—El Director General de Normas, Héctor Vicente Bayardo Moreno.- Rúbrica.

SECRETARIA DE LA REFORMA AGRARIA

Resolución sobre Acción de Dotación de Aguas, solicitada por vecinos del poblado denominado "TLAXCOAPAN", ubicado en el Municipio de Tlaxcoapan, Hgo. (Reg.—339).

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de la Reforma Agraria.

VISTO para resolver en definitiva el expediente relativo a la Acción de Dotación de Aguas, solicitada por vecinos del poblado denominado "TLAXCOAPAN", ubicado en el Municipio de Tlaxcoapan, Estado de Hidalgo; y

RESULTANDO PRIMERO.—Por escrito de fecha 13 de noviembre de 1954, vecinos del poblado de que se trata, solicitaron al C. Gobernador Constitucional del Estado de Hidalgo, Dotación de Aguas. La instancia se remitió a la Comisión Agraria Mixta, la que inició el expediente respectivo, publicándose dicha solicitud en el Periódico Oficial del Gobierno del Estado, con fecha 1o. de febrero de 1955, la que surte efectos de notificación dándose así cumplimiento a lo que establecía el Artículo 220 del Derogado Código Agrario de 1942, correlativo del Artículo 275 de la Ley Federal de Reforma Agraria.

RESULTANDO SEGUNDO.—La Comisión Agraria Mixta en el Estado de Hidalgo, emitió su Dictamen el cual fue aprobado en sesión celebrada el día 28 de marzo de 1980, y en su oportunidad lo sometió a la consideración del C. Gobernador Constitucional del Estado, quien dentro del plazo legal establecido por el Artículo 292 de la Ley Federal de Reforma Agraria no dictó su correspondiente Mandamiento, por lo que es de considerarse el mismo dictado en sentido Tácito Negativo con base a lo dispuesto por el Artículo 293 de la citada Ley de la Materia.

RESULTANDO TERCERO.—Revisados los antecedentes y analizadas las constancias que obran en el Expediente respectivo, se llegó al conocimiento de lo siguiente: Mediante Resolución Presidencial de fecha 7 de noviembre de 1918, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 2 de diciembre de 1918, se dotó al ejido del poblado de referencia con una superficie de 460-00-00 Has., para los usos colectivos de los 237 campesinos capacitados que arrojó el censo, ejecutándose dicha Resolución el 20 de diciembre de 19[illegible]. Posteriormente por Resolución Presidencial de fecha 9 de febrero de 1938, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 10 de noviembre de 1938, se otorgó al poblado que nos ocupa, por concepto de Ampliación de Ejido una superficie de 574-50-00 Has., para beneficiar a 58 capacitados, habiéndose ejecutado dicha Resolución el 6 de abril de 1939. También se acredita con las constancias procesales que integran el Expediente Agrario de que se trata, que a través del oficio No. 215.2.25130 del 6 de noviembre de 1980, girado por la Dirección General de Distritos y Unidades de Riego de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, informa, anexando lista de usuarios registrados en los Distritos y Unidades de Riego del Estado de Hidalgo, que el poblado en cuestión está inscrito en el Padrón de usuarios en el Distrito de Riego No. 03, con una superficie de 676-60-00 Has., con 299 usuarios.

Con los elementos anteriores, el Cuerpo Consultivo Agrario emitió y aprobó su Dictamen en sesión celebrada con fecha 4 de marzo de 1981, en el sentido de esta Resolución.

CONSIDERANDO UNICO.—Que ha quedado debidamente acreditado que la fue[illegible]

CALIDAD Y CONTROL

CALIDAD Y CONTROL ESTADISTICO.

La calidad en un producto se refiere, por lo general, a múltiples características, integradas en aspectos tales como: funcionamiento, duración y apariencia; de aquí que se considere que la calidad está formada por un conjunto de atributos inherentes a un producto y deseados por un cliente.

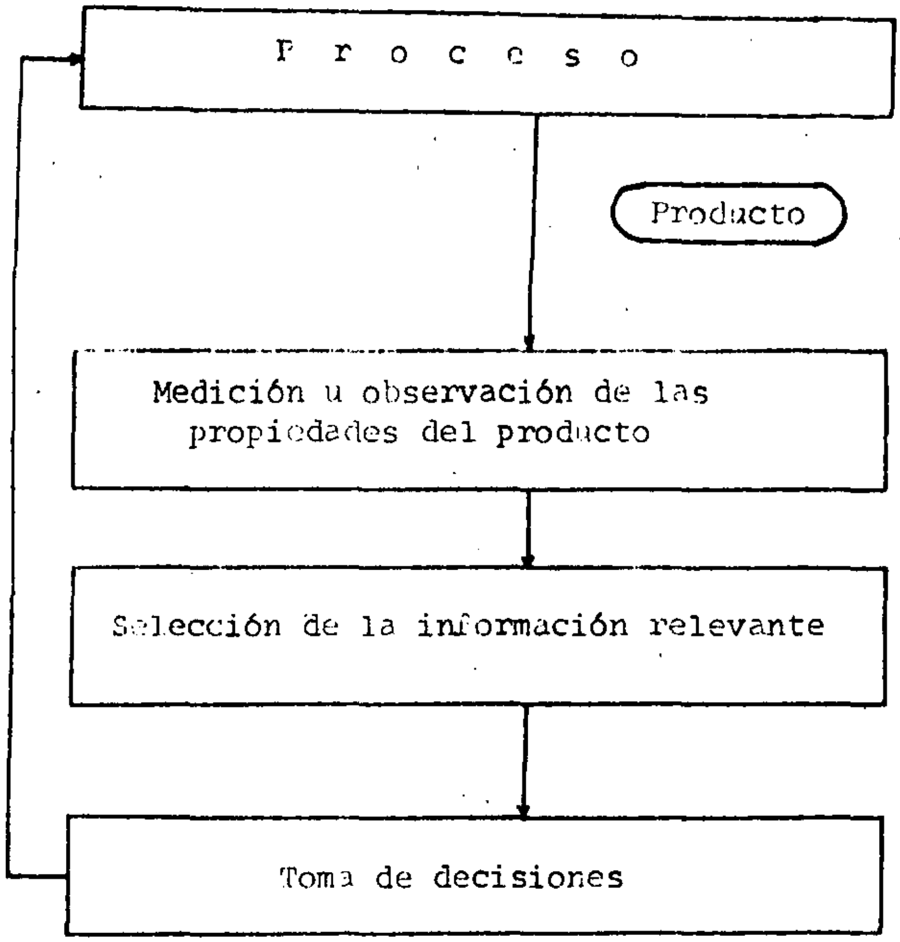
En diversos sistemas de control de calidad, se tiene como objetivo principal:

Conservar los atributos de un producto o de un servicio dentro de las especificaciones de diseño.

Objetivo que para cumplirse requiere de seguir las siguientes actividades:

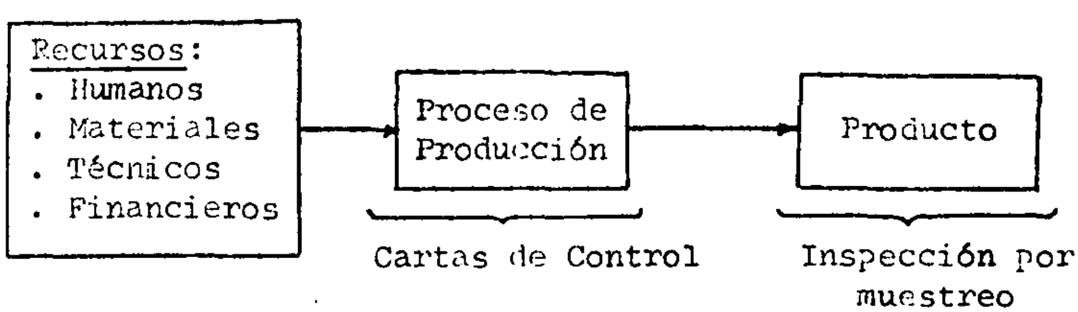
- Medir las características del producto, utilizando variables numéricas o considerando sólo atributos.
- Seleccionar la información significativa.
- Definir y establecer los canales de información entre las partes relevantes de la organización, y
- Tomar decisiones sobre la base de la información de calidad obtenida.

Estas funciones se pueden esquematizar como sigue:



Una forma de analizar la calidad en un producto es considerando la planeación de la calidad en el diseño del producto y conjuntamente el control de calidad en las operaciones de manufactura.

El método que se presenta a continuación, distingue y analiza tanto la calidad en el proceso de producción, como la calidad del producto resultado de ese proceso



En relación con el proceso de producción, el control estadístico de calidad investiga, con la ayuda de las cartas de control, su estabilidad estadística, lo que permite detectar cambios en su funcionamiento y tomar las decisiones apropiadas.

Por otra parte, en lo que se refiere al producto, mediante la inspección por muestreo se evalúa si el producto se ajusta a las especificaciones definidas; tiene por objeto vigilar la calidad de artículos manufacturados, y concluír si un producto, en volumen, debe ser aceptado o rechazado sobre la base de la información en una muestra seleccionada en forma aleatoria.

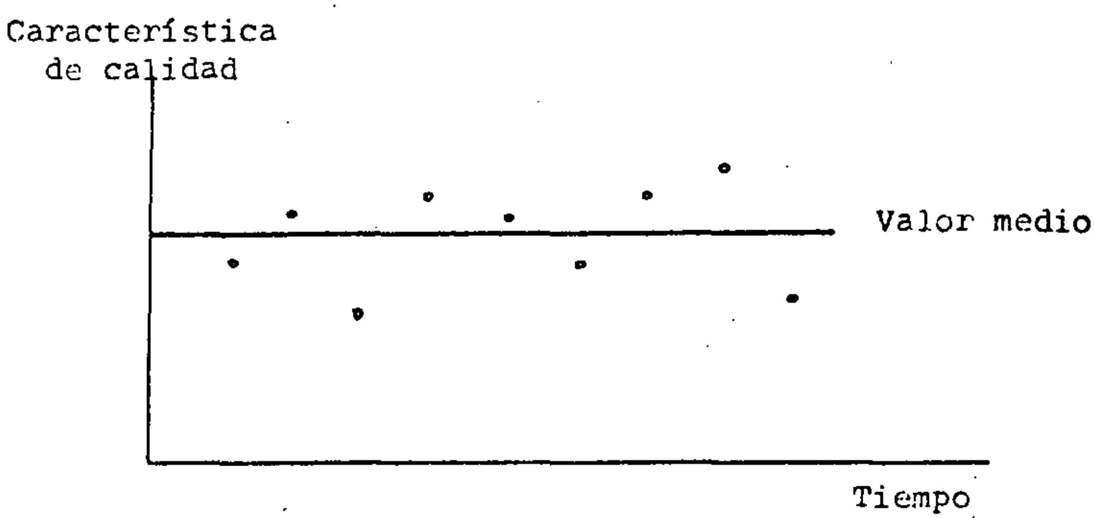
CONTROL EN EL PROCESO.

El control en el proceso se encuentra asociado al problema de mantenerlo en un nivel estable especificado.

Estas técnicas han tenido una amplia aplicación en la industria y los servicios y sus funciones principales son las siguientes:

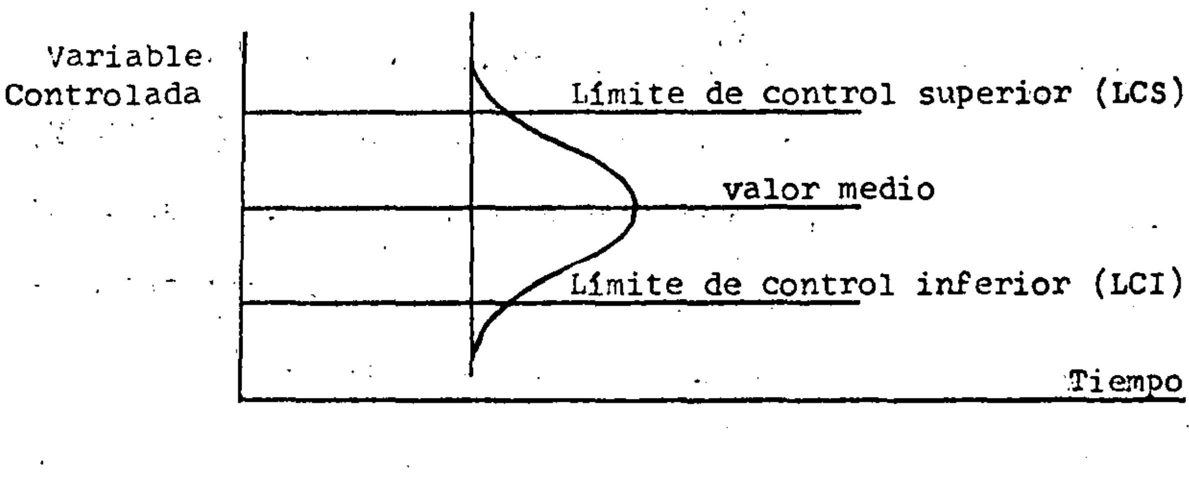
- Detectar cambios en el funcionamiento del proceso.
- Encontrar la causa de esos cambios, y
- Hacer los ajustes apropiados.

La herramienta más comunmente utilizada para detectar dichos cambios es la denominada carta de control, que viene a ser la representación gráfica de una variable que caracteriza la calidad de un proceso contra el tiempo.



Su descubrimiento y desarrollo inicial, fue debido a un joven físico de los Laboratorios Bell en los Estados Unidos, Walter A. Shewhart, quién, en el año 1924, llegó a la conclusión que era deseable y posible, definir límites a las variaciones naturales de cualquier proceso de producción, dado que las fluctuaciones dentro de esos límites serían explicadas por causas aleatorias, con la salvedad de que cualquier variación fuera de dichos límites, indicaría un cambio en el proceso.

Esto es, una vez que se establece el modelo de distribución de causas aleatorias, es posible definir ciertas características estadísticas, tales como un valor medio y un intervalo de confianza que se repite en el tiempo, lo que permite constituir una banda de confianza que incluye los denominados Límite de Control Supeior (LCS) y Límite de Control Inferior (LCI).



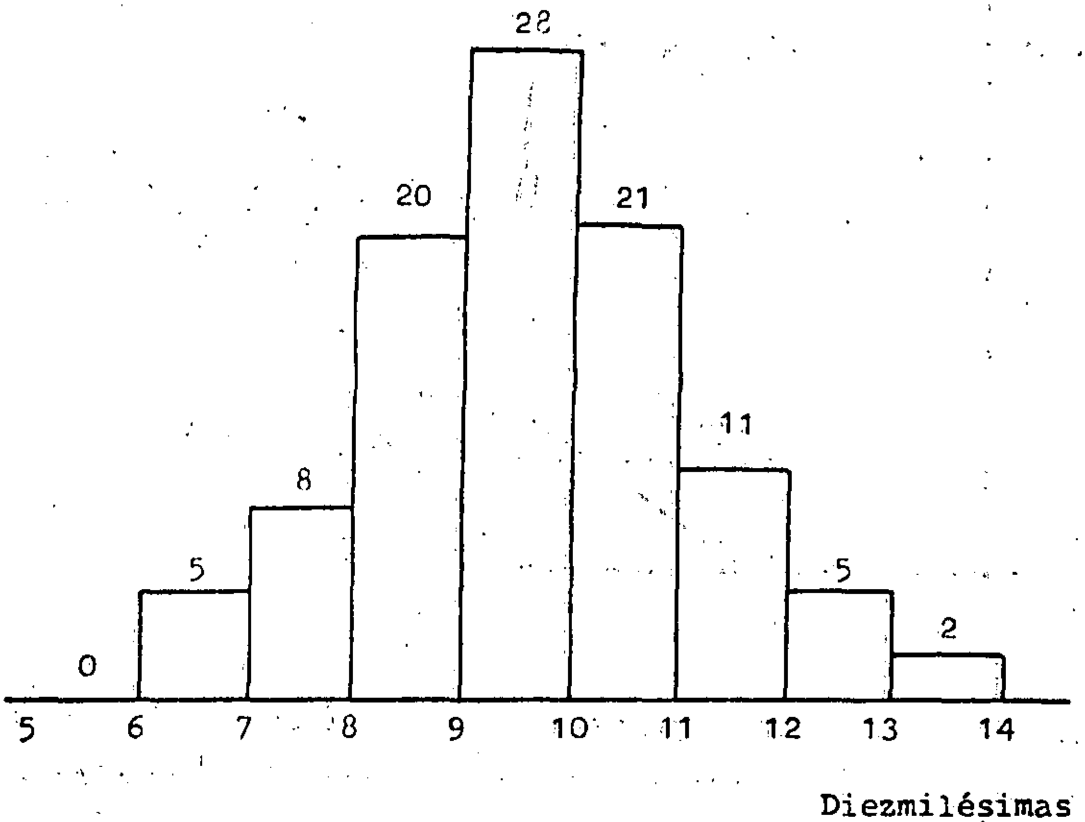
Variación.

La comprensión de los métodos de Control Estadístico de Calidad, implica reconocer la presencia de variación de pieza a pieza. Como ejemplo se puede citar que dos pernos producidos en la misma hornada que a primera vista lucen semejantes, pueden, sin embargo, diferir ligeramente en cada dimensión, lo cual puede quedar de manifiesto en pruebas experimentales.

La variación, pieza a pieza, de un artículo producido en una máquina, sigue un modelo que puede apreciarse después de medir los artículos producidos en una hornada.

Si se considera que la característica de calidad importante para tener bajo control, es el diámetro de cada pieza y se miden 100 pernos, la variación de esta característica de calidad, el diámetro, se puede apreciar en un histograma con un adecuado número de intervalos de clase.

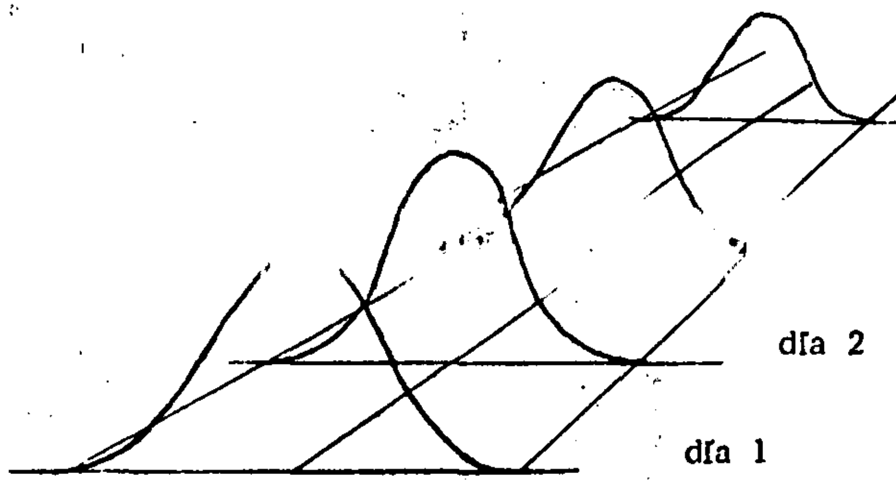
86



Las variaciones que se presentan, son debidas a un buen - número de pequeñas causas que afectan cada pieza separada-- mente y que llevan a un modelo definido para todas las pie- zas de una hornada.

Este modelo de variación siempre existe para cada proceso de manufactura, siendo importante considerar que se repeti- rá en ausencia de cambios fundamentales.

Modelo de variación repetitivo:



Una vez que el modelo permanezca sin cambios, puede tener se seguridad de que ninguna otra nueva causa de variación - afecta al proceso de producción.

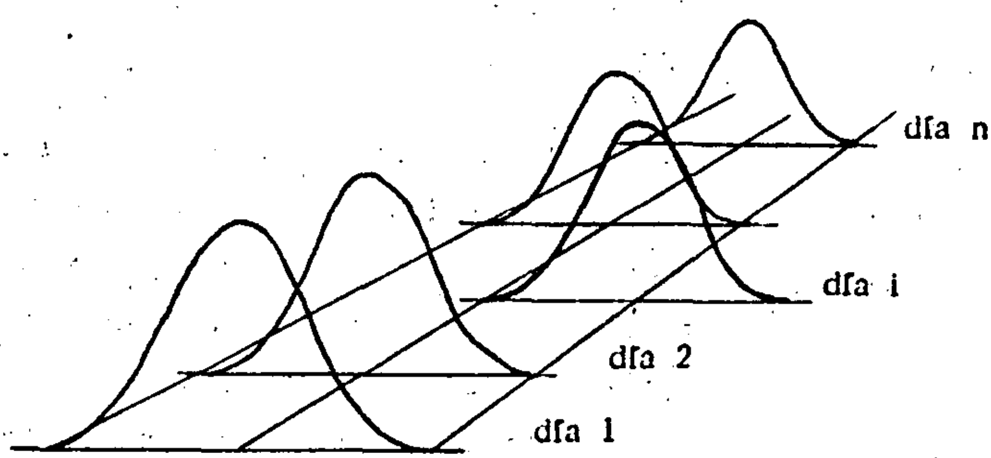
Sin cambios en causas aleatorias, tal modelo se repetirá hora a hora, día a día, mes a mes, dentro de ciertos límites predecibles, de aquí que se pueda concluir que una buena producción se obtiene cuando el modelo se repite dentro de - - ciertos límites establecidos para cierta característica de calidad de un producto.

Cuando la dimensión en estudio cae dentro de los límites establecidos, se tendrá la seguridad de que la producción - tiene calidad aceptable y no será necesario buscar la aceptación de cada una de las piezas de manera individual. Se dice, entonces, que el proceso está bajo control dentro de dichos límites.

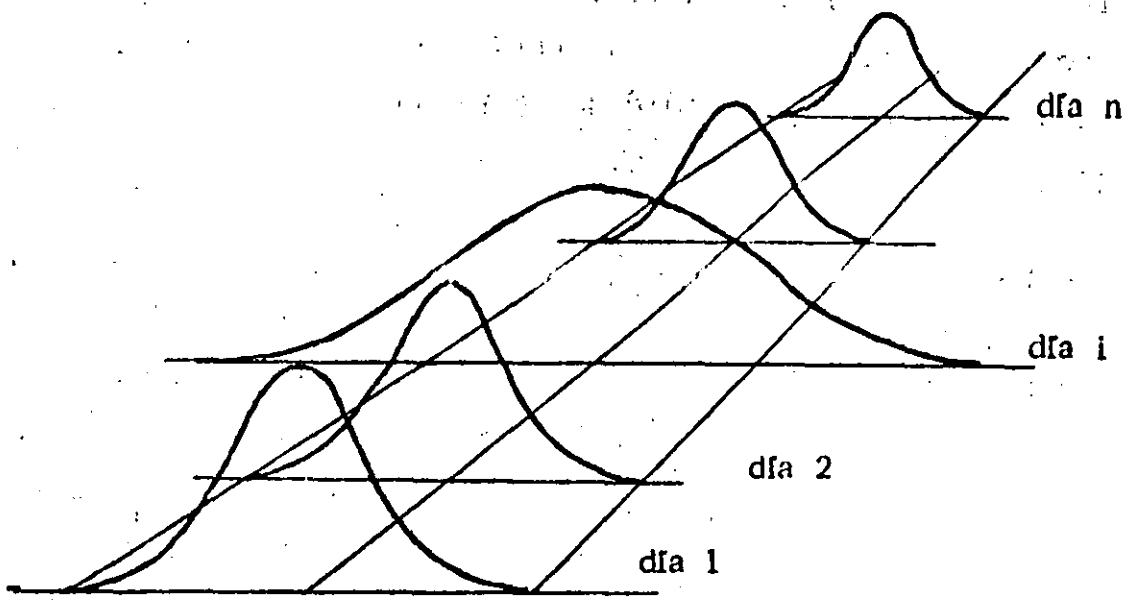
Una separación del modelo establecido, ya sea en los valores medios o en la dispersión, es señal de una situación -- anormal, ésto es, que ha ocurrido un cambio fundamental que está afectando la calidad de la producción, o sea una causa asignable de variación que debe ser encontrada y eliminada.

Algún cambio básico en las condiciones de trabajo, como - el deterioro de herramientas o inestabilidad en las características de las materias primas, pueden ser la causa de cambios en el modelo de distribución. En estos casos, la calidad desmerece y puede existir desperdicio de artículos producidos por inútiles o necesidad de reprocesar el material. Con las cartas de control es posible detectar esos problemas casi instantáneamente y volver de nuevo el proceso a un estado de control.

Cambio en valores medios:



Incremento en la dispersión:



Tipos de cartas.

Se han desarrollado diversos tipos de cartas de control de calidad cuya aplicación depende del proceso y de las variables específicas consideradas.

Cuando una muestra de n observaciones es tomada a intervalos regulares en una escala contínua, se tratará de una carta para variables. Con éstas, usualmente se controla la calidad promedio del proceso, lo cual se lleva a cabo con la utilización de la carta de medias, (Carta $\bar{x}$); si además se considera importante la variabilidad del proceso, entonces se puede disponer de información adicional usando las desviaciones estándar o los rangos de las muestras, ésto --

permite elaborar, la carta de desviaciones estándar (Carta σ) o bien, la carta de rangos (Carta R).

Existen por otra parte, las <u>cartas para atributos</u>, en las cuales se grafica el número de defectuosos o defectos encontrados en una muestra de n objetos tomada a intervalos regulares; las más usuales son, la carta de control basada en la fracción o número de artículos defectuosos en una muestra se le denomina respectivamente, carta p ó carta np. Y por otra parte, la carta que integra el número de defectos por muestra, denominada carta C.

Tamaño de muestras e intervalo entre muestras.

Así como la separación entre los límites de control ha sido hasta fechas muy recientes una decisión de carácter empírico, lo mismo ha ocurrido con la selección del tamaño de muestra y con el espaciamiento entre la toma de las muestras.

En el caso de las cartas de control para variables, diversos autores a partir de Shewhart han recomendado como ideal la utilización de un tamaño de muestra igual de 4 ó 5; con subgrupos más grandes (10 ó 20) la carta de control se hace más sensible a pequeñas variaciones.

Cuando se utilizan cartas por atributos, la producción no es contínua y la inspección forma parte integral del proceso de producción, a cada orden de producción se le puede --

considerar como un subgrupo. En cualquier caso, un tamaño de muestra racional será aquel que permita mostrar las variaciones importantes de un proceso por causas no aleatorias; además, los subgrupos racionales deben seleccionarse de forma tal que se minimice la oportunidad de variación dentro de cualquier subgrupo.

En cuanto a la frecuencia en la forma de las muestras, no existen reglas generales. Todo depende del caso particular, una vez tomados en cuenta los objetivos de la carta así como los costos y beneficios esperados.

En relación con el número de muestras necesarias antes de calcular los límites de control, se recomienda que estén basados cuando menos en 25 subgrupos, puesto que, los primeros obtenidos, cuando se inician las cartas de control, con frecuencia no son representativos de una situación estable.

Amplitud de los límites de control.

En la práctica, el establecimiento de los límites de control, está definido por el balance entre los tipos de errores usuales.

El error tipo I, se comete cuando se concluye que una muestra difiere de las otras y en realidad toda la discrepancia es debida a causas aleatorias, en otras palabras, una observación sale de los límites cuando el proceso está bajo control. Este error lleva a buscar una causa no aleatoria, o sea, una causa asignable cuando ninguna está presente.

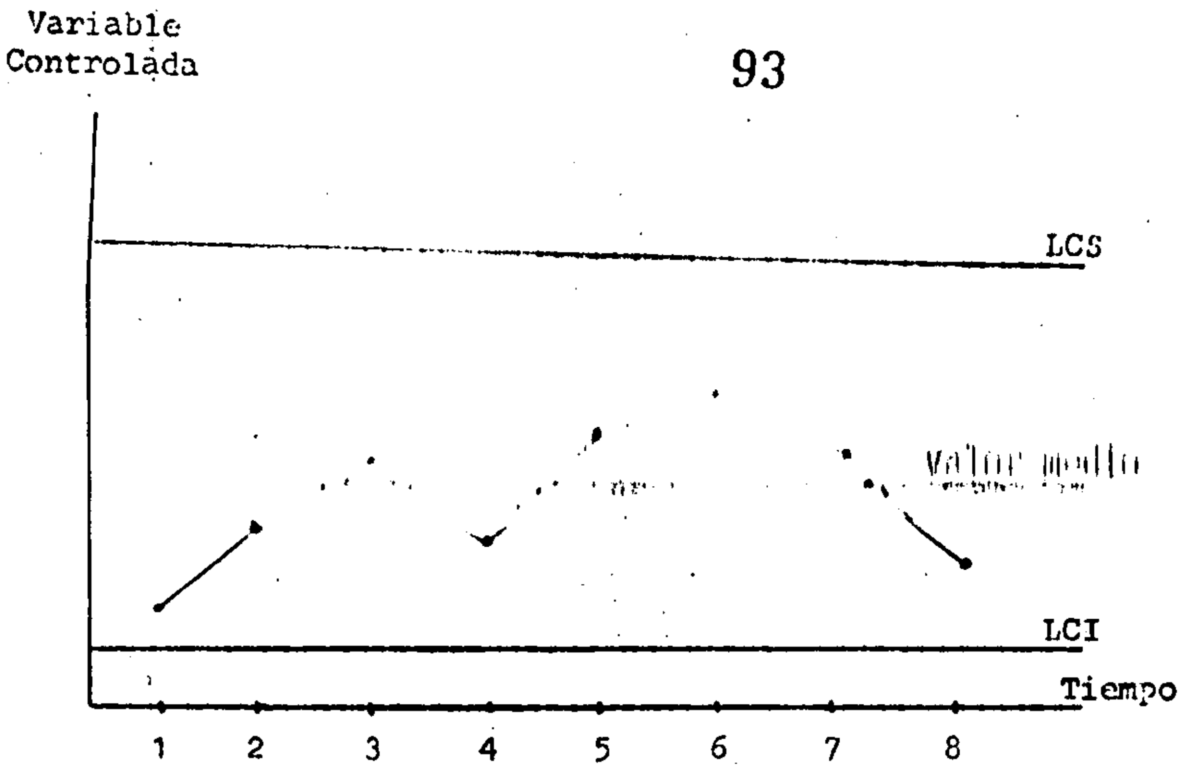
Se incurre en el error tipo II cuando no se nota la presencia de una causa asignable, ésto es, el proceso sale de control y todo indica en la carta, un estado bajo control.

Cuando los límites de control se encuentran relativamente apartados en la distribución de la estadística en cuestión ($\pm 4\sigma$ de la media), la investigación de observaciones fuera de la banda de control casi nunca cáe en el error de buscar causas asignables cuando ninguna está presente, pero a expensas de no notar, con frecuencia, la presencia de causas asignables que deberían encontrarse.

Por otro lado, si los límites de control fuesen muy estrechos ($\pm 2\sigma$ de la media), con frecuencia se notaría la presencia de alguna causa asignable, ocasionando búsquedas de causas asignables cuando no existen.

Numerosos experimentos y aplicaciones en todo tipo de industrias han demostrado que establecer los límites de control a $\pm 3\sigma$, permiten lograr un buen balance entre los dos tipos de errores.

Una vez que se ha definido el modelo de causas aleatorias y por tanto se repiten en el tiempo sus principales características, valor medio y límites de control, es posible graficar las observaciones de la variable en estudio a partir de muestras secuenciales y así conocer la evolución del proceso:



Axiomas de control de calidad.

Los conceptos anteriores y múltiples experiencias, han -- llevado a Rice a plantear que el éxito en el uso de las cartas de control, está condicionado al apego a ciertos principios fundamentales que ha llamado axiomas.

Axioma I.

En cualquier lugar donde se elaboren artículos o presten servicios homogéneos en cantidades, son aplicables las cartas de control.

De acuerdo con ésto, estas técnicas pueden ser usadas en aquellos lugares donde se producen más de dos artículos similares. Además, dado que los principios estadísticos de - las cartas de control son válidas universalmente, es raro - encontrar alguna operación donde no sea aplicable este tipo de análisis.

Axioma II.

La variabilidad existe en cada operación repetitiva.

Este aspecto conviene remarcarse aunque parezca ocioso; - usualmente, las diferencias entre artículos similares son - medibles, esta magnitud de las diferencias, con la utilización de las cartas de control, permitirá verificar la variación esperada en un proceso.

Axioma III.

La calidad es un atributo del producto y no se puede incorporar mediante la inspección.

Mediante las cartas de control, la administración de un - proceso de producción puede tener una clara y rápida capacidad de reacción ante variaciones anormales en diversos niveles, que de otra forma, en un proceso fuera de control se - producirían artículos defectuosos que serían detectados y - rechazados hasta la inspección final.

Axioma IV.

Un proceso bajo control usualmente no está instituído.

Cuando se ha establecido un modelo de variación de causas aleatorias en un proceso, se dice que está bajo control, pero cuando se implanta una carta de control a un proceso, es raro que la operación se encuentre bajo control. Con la -- aplicación de métodos de inspección y mejoramiento de los -

registros, usualmente se localizan causas asignables antes ignoradas. Estas causas se encuentran presentes en la mayoría de las operaciones de un proceso, pero la ausencia de cartas de control impide su identificación.

Axioma V.

Un estado bajo control debe establecerse a un nivel satisfactorio antes de lograr una máxima eficiencia en la operación.

El uso de las cartas de control puede reducir la variabilidad hasta un punto que define un estado bajo control. Eventualmente y a pesar del control, es frecuente que no pueda obtenerse un producto de calidad satisfactoria, lo cual se puede interpretar como la necesidad de investigar y actuar en otros aspectos ambientales, económicos, sociales o culturales que influyan en el proceso.

FUNCION DEL CONTROL DE CALIDAD

La Función de Control de Calidad, que antes fue de servicio y de inspección, ahora es "Medir la calidad de productos, comparar contra estándares y actuar sobre las diferencias. Analizando esta definición (Dr. J.M.Juran) se advierten las siguientes necesidades:

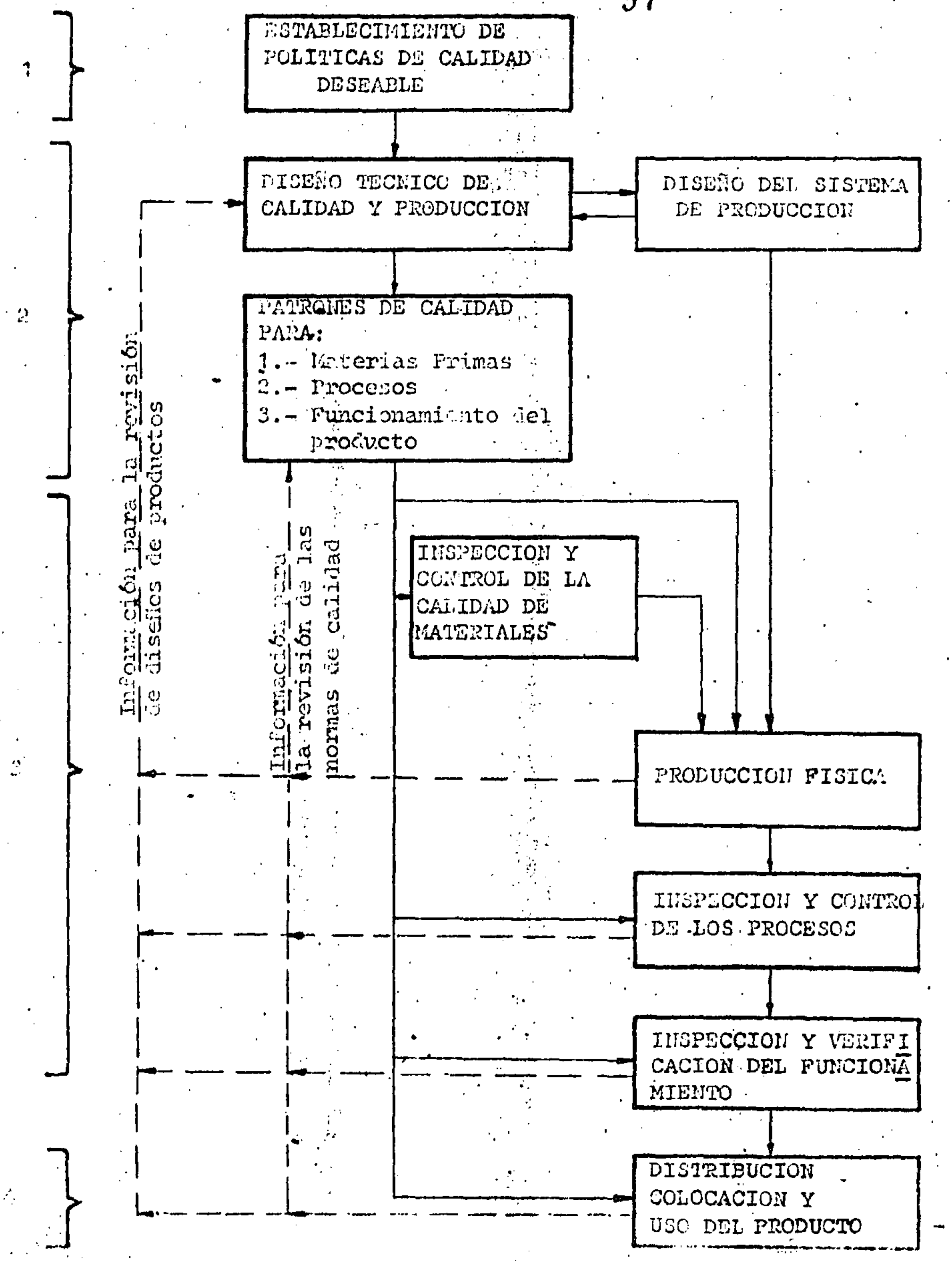
I Diseñar, establecer y hacer respetar especificaciones de materias primas, de procesos, de materiales en proceso y de productos.

II Instalar y operar con propiedad los sistemas de medición necesarios:
a) de obtención y preparación de muestras. b) de pruebas físicas, c) de análisis químico y d) de control de errores en los tres capítulos anteriores.

III Establecer y mantener actualizadas las prácticas operativas de cada proceso para prevenir desviaciones de calidad de productos. La uniformidad de productos es el objetivo básico de control de calidad en la industria de proceso.

Aparentemente sencilla y concreta, la función de control de calidad llega a ser muy compleja en las industrias que operan al mismo tiempo varias instalaciones productivas con distintos procesos, de distintas capacidades y en distintas localidades.

CONTROL DE CALIDAD Y FASES DE PLANEACION, PRODUCCION Y DISTRIBUCION DE UN PRODUCTO.



CUANTIFICACION DE LA CALIDAD.

Siempre que se realiza una compración entre dos cosas, ya sean frutas, muebles, autos, libros, industrias, etc., se comienza por notar su similitud y diferencias. Después se anotan las características más relevantes, o importantes, de acuerdo al uso y función que tenga aquello que se compara.

En el caso de frutas y legumbres, visualmente se comparan apariencia general, color, tamaño y una comparación más estricta analiza peso, consistencia, rendimiento, textura, grado de contaminación, etc. Así, se observa que un simple alimento puede estar sujeto a muchas pruebas que determinan muy estrictamente su calidad.

De igual manera en cualquier otro producto, objeto o actividad tales como aceites, papel, vegetales, maquinaría, servicios y aún arte y deporte se determina la calidad por la medición de un número de parámetros que lo caracterizan. Se miden tiempos de ejecución, velocidad, dureza, peso, luminosidad, temperatura, etc.

Para todas las mediciones se recurre a un instrumento que por lo general da una indicación directa del parámetro de interés: longitud, voltaje, presión. En ocasiones se requiere más de una medición para obtener un parámetro, digamos la resistencia eléctrica, obtenida por medición de voltaje y corriente.

Aún aspectos cualitativos o subjetivos se pueden llegar a medir, como la audibilidad y la visibilidad de una persona._ Para estos casos se utiliza una fuente sonora o luminosa con niveles de emisión medidos, empezando por niveles bajos que se elevan hasta que la persona perciba algo. Otro ejemplo_ son las pruebas que hacen los oculistas con letras de diferentes tamaños.

Queda pues establecido que Todo se puede MEDIR para decir cuanto hay o qué tan bueno es. En otras palabras, la CALIDAD siempre se puede referir a una medición del producto.

Una vez que se han medido los parámetros de interés en un producto, otra persona para conocer la calidad de lo ofrecido hará algunas mediciones. Lo interesante ocurre cuando - los resultados difieren. Esto puede ser por emplear técnicas diferentes, o porque los instrumentos que utilizan aún_ siendo de la misma marco no cuantifican igual.

Cuando los métodos de medición son diferentes, la interpretación de los resultados puede dar más claridad sobre las verdaderas diferencias. Pero cuando los instrumentos difieren en sus lecturas, es el momento de recurrir a una Referencia común que ayuda a establecer el valor verdadero de - una medición. Cuando el parámetro a medir es una de las -- siete unidades fundamentales del Sistema Internacional de - Unidades (sistema SI), la actual versión del antiguo sistema MKS, se habla de Patrones Primarios. Estos patrones están_ muy bien establecidos y definidos científicamente. Por e--

jemplo, el segundo (tiempo) se fundamenta en un reloj atómico; el metro se define en base a la longitud de onda del -- Kriptón 56; la Temperatura está referida al punto triple -- del agua; y así similarmente las siete unidades fundamentales:

Tiempo	segundo	(s)	Reloj atómico de Cesio.
Longitud	metro	(m)	Radiación del Kriptón 66.
Masa	gramo	(g)	Kilogramo Patrón (Francia, BIPM)
Temperatura	grado Kelvin	(K)	Punto triple del agua (hielo, líquido, vapor)
Corriente eléctrica	Ampere	(a)	Fuerza de atracción entre dos conductores.
Cantidad de materia	mol	(mol)	Número de átomos en 0.012 Kg. de carbono 12
Intensidad luminosa	Candela	(cd)	Cantidad de luz en $10^{-6}/6\ m^2$, emitida por un cuerpo negro de Platino.

A partir de éstas se obtienen cualesquier otras unidades de medición. Por ejemplo, la unidad de presión, Pascal.

$$\text{Presión (Pascales)} = \frac{\text{Fuerza (Newton)}}{\text{Area } (m^2)} = \frac{F}{A} \qquad \frac{\dfrac{Kg \quad m}{Seg^2}}{m^2}$$

$$P = \frac{F}{A} \qquad \frac{Kg}{m \quad s^2}$$

$$\text{Pascal} = \frac{Kg}{m \quad s^2} = 1 \text{ Pa}$$

Así el Pascal queda definido por tres de las unidades fundamentales, aún cuando en la práctica esté muy generalizado el uso de otras unidades de Presión las relaciones entre -- ellas están bien definidas y siempre se puede ir de una a - otra. El uso de cada unidad depende del área de aplicación.

Ocurre pues que cualquier instrumento de medición se puede Calibrar contra Patrones. Existe una Cadena de Calibración a través de la cual se verifican los medidores. Los - Patrones Primarios son conservados en condiciones ambientales de variación pequeña. La exactitud de los Patrones Primarios se transfiere a Patrones Secundarios con exactitud un poco menor, la cual es a su vez transferida a Patrones de - Trabajo. Estos son los que se encuentran en Laboratorios - Industriales, donde se están verificando en forma regular - los instrumentos de medición de las plantas.

La transferencia de la exactitud por lo general guarda una relación 10:1, como se ilustra en la tabla siguiente:

Instrumento	Exactitud
Medidor electrónico digital	0.1 %
Patrón de Trabajo	0.02 %
Patrón Secundario	0.001 %
Patrón Primario	0.0001 % = 1 ppm

Donde 1 ppm = parte por millón = 1 millonésima de variación.

Este ejemplo es el de una calibración de voltaje, aplicable también a la medición de resistencia eléctrica. En el caso de la Metrología Dimensional (longitud, espesor, ángulos, etc.) la cadena es un poco más corta y los Patrones de Trabajo (galgas, gaupe blocks) pueden ser en realidad Patrones Secundarios.

Los Patrones de Trabajo y Secundarios deben ser intercomparados por lo menos dos o una vez al año contra Patrones Primarios. La exacta definición de las unidades fundamentales y la Tecnología actual permiten que cada País cuente con un Patrón Primario Nacional, del cual se hace un seguimiento mensual de sus fluctuaciones naturales, y es a su vez intercomparado anualmente contra otros Patrones Internacionales.

Estas últimas intercomparaciones son muy importantes en el comercio internacional, ya que cada País hace un muestreo de la calidad de los productos que importa, con instrumentos adecuados, los cuales deben estar ligados por la Cadena de Calibración a los Patrones Primarios Nacionales. Técnicamente, en Metrología se habla de la "Trazabilidad de Calibración" al eslabonamiento hacia el Patrón Primario.

En México corresponde por Ley a la Dirección General de Normas (DGN), de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, la custodia, el seguimiento y el mantenimiento de todos los Patrones Primarios Nacionales. Esto se reafirmó recientemente con la publicación en el Diario Oficial del

9 de Junio de 1980, del Decreto que establece el "Sistema Nacional de Calibración". El cual apoya a uno anterior, publicado con fecha 21 de Abril de 1980, en el que se estableció el "Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas".

Acorde a los Decretos mencionados, se ha creado el CENAM, Centro Nacional de Metrología, organismo de la DGN donde se mantendrán todos los Patrones Nacionales de Medición. En este Laboratorio central se verificará el estado de los Patrones que tengan los Laboratorios Secundarios y de Servicio, integrados al Sistema Nacional de Acreditamiento de Laboratorios de Pruebas.

COSTOS DE CALIDAD

Un SISTEMA DE CALIDAD es aquel que coordina las acciones de calidad en todas las funciones de la empresa.

Debe tener tres características fundamentales: ser integral, preventivo y rentable. Las malas decisiones respecto a calidad en cualquiera de las etapas del desarrollo de un producto, introducen costos innecesarios cuya significación puede llegar a ser tan alta, que envíen el producto -- fuera del mercado y, hasta que hagan fracasar a la empresa.

El conocimiento de los costos de calidad permite MEDIR la eficacia y la eficiencia del sistema de calidad, ANALIZAR las tendencias e identificar las áreas de los problemas principales, PLANEAR las estrategias, líneas de acción, metas y fechas para eliminar dichos problemas y PRESUPUESTAR los recursos necesarios. En suma, los costos de calidad representan una ayuda para la dirección de la empresa, en su preocupación de encontrar la mejor utilización de los recursos disponibles para la obtención de un producto de buena - calidad, que satisfaga las esperanzas de nuestros consumidores, al mínimo costo posible.

Desde un punto de vista integral, los costos totales - de la calidad comprenden:

1o.- Los costos resultantes de una mala calidad.

2o.- Los costos inherentes a los esfuerzos de producir una buena calidad.

COSTOS DE LA MALA CALIDAD -

Se refieren a los costos originados por errores o deficiencias a lo largo del ciclo de desarrollo del producto, desde la identificación de las necesidades del mercado o del cliente, hasta la puesta en uso del producto, pasando por las etapas de diseño, fabricación, distribución, etc. - Estas deficiencias son descubiertas en el mejor de los casos, dentro de la propia planta, a través de rechazos que a su vez se traducen en retrabajos o desperdicios; pero en otras ocasiones éstas deficiencias se descubren en el campo, cuando el producto ya está en manos del cliente, provocando reclamaciones, servicios y devoluciones, y, a veces pérdidas de ventas.

Las deficiencias detectadas dentro de la planta se conocen como FALLAS INTERNAS, y las encontradas fuera de la planta FALLAS EXTERNAS.

El costo de las fallas generalmente es varias veces mayor que el costo de los esfuerzos para producir buena calidad, por lo que representan una buena oportunidad de lograr ahorros.

COSTOS DE FALLAS EXTERNAS -

Son los costos provocados por las fallas que se presentan en la casa del cliente, distribuidor o usuario, dentro del plazo de garantía, así como los gastos originados por la atención y manejo de dichas reclamaciones. Se clasifican en:

a).- Reclamaciones.

b).- Servicio al Producto.

COSTOS DE FALLAS INTERNAS -

Esta categoría agrupa todos los costos resultantes de fallas de calidad encontradas a lo largo del proceso de manufactura y el costo de la atención de dichas fallas, según la siguiente clasificación:

a).- Desperdicios Imputables a la Fábrica.

b).- Retrabajos Imputables a la Fábrica.

c).- Desperdicios y Retrabajos Imputables al Proveedor.

d).- Atención de Rechazos de Materiales Comprados.

COSTO DE LOS ESFUERZOS PARA PRODUCIR BUENA CALIDAD -

Lograr una buena calidad requiere de una serie de esfuerzos atinados y coordinados que constituyen el SISTEMA DE CALIDAD de la empresa. Esfuerzos que desde luego, implican costos; pero que deben resultar en beneficio para la empresa, tanto en la reducción de los costos de operación como en el incremento de las ventas.

Las actividades del sistema de calidad se clasifican de acuerdo con su naturaleza, en prevención y evaluación:

COSTOS DE PREVENCION -

Son los esfuerzos que se originan por el empeño en mejorar las características del producto para prevenir cali--

dad pobre, y se dividen principalmente en:

a). Planeación de la Calidad.

b). Control de los Procesos.

c).- Diseño y Desarrollo del Equipo de Información de la Calidad.

d).- Entrenamiento de Calidad.

e).- Evaluación y Asesoría de Proveedores.

COSTOS DE EVALUACION -

Básicamente la evaluación comprende las actividades de inspección y pruebas que se realizan a lo [illegible] del proceso de manufactura, desde la inspección de recibo hasta la salida del producto terminado, con la finalidad de asegurar la buena calidad del producto.

Los costos correspondientes a las actividades de evaluación comprende los siguientes aspectos:

a).- Inspección de Recibo.

b).- Pruebas al Producto.

c).- Inspección del Producto.

d).- Inspecciones Hechas por Personal Directo.

RECOLECCION DE DATOS -

Desde el punto de vista de los resultados, todos los gastos relativos a reclamaciones, desperdicios, retrabajos, etc., deben cargarse a los centros de costos correspondientes, pero por otra parte se estableció un sistema que permite discriminar los gastos que correspondan a los COSTOS DE CALIDAD, clasificados en sus diferentes categorías y publicados en un reporte mensual.

La responsabilidad de registrar y reportar los datos básicos se mantienen en los departamentos que los generan; de acuerdo con los criterios siguientes:

Reclamaciones y/o Servicio al Cliente.- Es responsabilidad del Departamento de Ventas el generar y procesar la solicitud de devolución y/o servicio al cliente, y obtener la aprobación del departamento que acepta el cargo correspondiente por el COSTO DE LA DEVOLUCION.

Desperdicios y Retrabajos Imputables a la Fábrica.- Los datos relativos a estos aspectos se obtendrán a partir de los reportes semanales de rechazos de control en proceso a producción, en donde se indicará la disposición de los materiales rechazados; retrabajos, desperdicios y basura.

Desperdicios, Retrabajos y Quejas al Proveedor.- Igual al anterior, haciendo la anotación de que es imputable al proveedor y por tanto el costo debe ser cargado a compras, mediante un reporte de cargo por causas imputables al proveedor emitido por control de calidad.

PREVENCION Y EVALUACION -

Los costos de los esfuerzos para lograr buena calidad radican principalmente en el Departamento de Control de Calidad; por lo que los datos relativos a estos conceptos son determinados por el propio departamento en base a las asignaciones de actividades de su personal.

SUPOSICIONES INCORRECTAS

1.- La posición que considera al control de calidad como algo que se instala, como nuevo departamento, un mueble, o -- una alfombra. Se instala y se tiene; esta suposición es provocada con frecuencia por el lenguaje de los ingenieros de control de calidad, algunos de los cuales ofrecen instalar un sistema de control de calidad.

El control de calidad para ser exitoso en una empresa - debe ser un proceso continuo de aprendizaje, día por día, - año por año. desde los niveles superiores hasta los inferiores y viceversa, con la ayuda de los conocimientos y la experiencia de una dirección competente.

2.- La suposición de la dirección de que los trabajadores - de producción son los responsables de todos los problemas:

Pensar que no habría problemas en la producción o en -- los servicios si los trabajadores hicieran sus trabajos en la forma que se les enseñó.

Sin embargo los trabajadores están condicionados por el sistema. Es muy frecuente y a veces incomprensible a un ejecutivo considerar que la dirección puede fallar en cumplir con el fin de la empresa. Es común encontrar que, la producción y la calidad, desde el punto de vista de la dirección, es responsabilidad del obrero. Sin embargo existe investigación que concluye que resolver las fallas del sistema que - deben ser corregidas por la dirección, es algo para lo cual muchas veces, un ejecutivo no esta entrenado.

El resultado es que las fallas del sistema permanecen junto con las devoluciones y los altos costos de producción.

3.- La administración usualmente descarga sus responsabilidades sobre un departamento de control de calidad. Esto pudiera ser una solución adecuada y buena administración si algo resolviera, pero lo que sucede es que el trabajo se realiza con esfuerzo de gente responsable y con gente que no tiene la competencia necesaria y la dirección nunca conoce la diferencia.

Como resultado en muchas compañias, no controlan la calidad, ni aprecian el control estadístico de calidad en el amplio sentido de la palabra.

La dirección necesita conocer lo suficiente respecto al control de calidad para juzgar si el departamento de control de calidad está trabajando adecuadamente.

Las declaraciones de la dirección en sus deseos de mejorar calidad y producción, no son control de calidad ni son acciones que mejoren el sistema, ni lo son las revisiones periódicas y evaluaciones de la calidad y la producción, las que son necesarias pero no suficientes.

4.- La reducción de la variación de cualquier característica de calidad puede ser un buen objetivo de la dirección. Esto significa mayor uniformidad, mayor producción, incrementar la productividad y mejorar la posición competitiva.

Las causas de variación y de alto costo, se pueden agrupar en dos categorias:

- Causas comunes o ambientales.
  (Fallas del Sistema)
  Permanecen en el hasta que son reducidas por la acción de la dirección. Su efecto combinado es fácil de medir. Pueden ser identificadas mediante experimentos y registros de operaciones y materiales.
  Pueden representar el 85% del total.

- Causas especiales.
  Estas causas son específicas a cierto trabajador o máquina. Una señal estadística detecta la existencia de una -- causa especial que el trabajador puede identificar y co-- rregir.
  Representan alrededor del 15%. Ambos tipos, requieren la atención de la administración. Las primeras causas cita-- das, reciben su nombre del hecho de que son comunes a un grupo de trabajadores: pertenecen al Sistema.

5.- Ningún mejoramiento del Sistema, ni reducción de las causas especiales de variación ocurrirá, a menos que la dirección resuelva las causas comunes con tanta ciencia y vigor - como trabajadores e Ingenieros atacan las causas especiales.

La confusión entre los dos tipos de causa lleva a la -- frustración en todos los niveles, a una mayor variabilidad y a mayores costos.

Esta confusión, puede eliminarse con la ayuda de técnicas estadísticas, que proporcionan señales que permitan tomar acciones correctivas, que sin embargo, también indican las fallas que pertenecen al sistema y que son responsabilidad de la dirección detectarlas, reconocerlas y resolverlas.

1).- Diseño inadecuado de partes y ensambles, inadecuada prueba de prototipos. Producción apresurada.

2).- Inadecuada prueba de materias primas. Especificaciones rígidas, flexibles o insignificantes.

3).- Desconocimiento de la capacidad de un proceso en situación de control estadístico para utilizar esta información como base para contratos de cantidad y calidad.

4).- Fallas en proporcionar a los trabajadores señales estadísticas que oportunamente indiquen hacer un cambio.

5).- Fallas en el uso de cartas de control para medir las deficiencias del sistema y del efecto de la acción tomada por la administración para reducirlas.

6).- Falla en la descripción de actividades que tome en consideración la capacidad del proceso.

7).- Capacitación inadecuada de los trabajadores.

8).- Desajuste crónico de máquinas.

9).- Instrumentos y pruebas no confiables.
Desmoralización y pérdidas consecuentes por falsos informes y señales.

10).- Humo, ruido, suciedad, iluminación inadecuada, humedad, etc.

ASPECTOS SOBRE ADMINISTRACION

Revisión de principios administrativos bajo la lógica de la inferencia estadística:

Asignación de productos defectuosos a los obreros.

Cuando un proceso se encuentra bajo control estadístico, el trabajador, no podrá mejorar su trabajo, los defectuosos surgirán de igual forma que se extraen de una urna con bolas blancas y negras, pues está sujeto a las leyes de la probabilidad.

En todo caso solo podrá hacer las cosas peor.

Esta práctica común, que el defectuoso localizado en la inspección se vuelva a procesar por un trabajador fuera de su turno es lo que algunos le llaman erróneamente control de calidad.

Es responsabilidad de la supervisión remover los obstáculos a un nivel económico, lo cual puede lograrse con el ajuste a la maquinaria, mejor mantenimiento, revisión de la materia prima, etc. Todos estos aspectos serán resueltos sólo con la comprensión y acción de la dirección de la empresa.

Un estado de control estadístico puede existir en un clima de descuido uniforme, de aquí que llamarla atención a un trabajador por un acto de descuido en un clima de descuido general es un desperdicio de tiempo.
Esta situación es una falla de la dirección.

El recordatorio sobre el costo de los productos defectuosos y los errores puede ser útil para mejorar el sistema pero como la educación continua pertenece al sistema y los trabajadores no la pueden instituir, solo la decisión de la dirección permitirá elevar el nivel de eficiencia de una empresa.

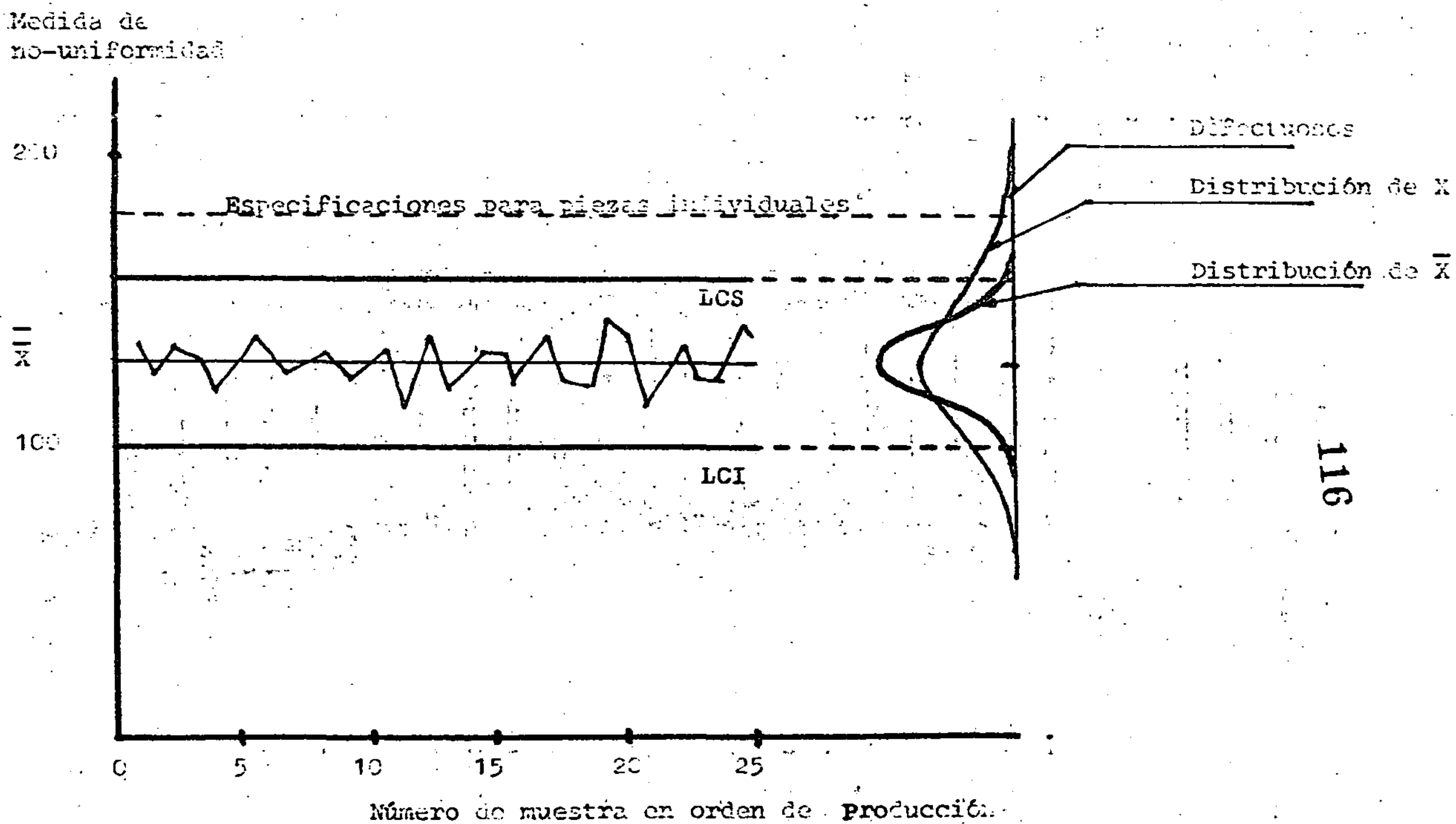
Ejemplo I

Un pequeño cambio en el Sistema elimina virtualmente la posibilidad de artículos defectuosos.
Las ordenadas de la figura son las medias $\overline{X}$ de las muestras de n=3 para pruebas de uniformidad en ciertas ruedas.

Observaciones:

1) El trabajador está en estado de control respecto a su propio trabajo, (del cual es sólo responsable) Ninguna observación cae fuera de los límites de control.
2) El está sometido al Sistema. No puede contra éste y la capacidad del proceso.
   Aunque produzca defectuosos, él seguirá siendo buen trabajador y mantendrá un estado bajo control.
3) Se ajusta a los requerimientos de su trabajo. No puede ofrecer nada más.
4) El principal problema está en el Sistema, la línea central que representa 125 gr.cm. representa la contribución del sistema al problema total.
   Si las fallas del sistema se redujeran 75%, el extremo superior de la distribución de las piezas individuales caería bien abajo del límite de especificación y toda la producción sería aceptada.

   La dirección está esperando que el trabajador, sólo, haga su mayor esfuerzo. Es necesario hacer una interpretación en términos cuantitativos de las fallas correspondientes al sistema.



Medida de no-uniformidad
200
Especificaciones para piezas individuales
LCS
$\bar{\bar{X}}$
100
LCI
0
5
10
15
20
25
Número de muestra en orden de producción
Defectuosos
Distribución de X
Distribución de $\bar{X}$

Ejemplo:

En una empresa de Transporte de Paquetería, los operadores recogen embarque, los llevan a una terminal para concentración y posteriormente otros empleados hacen el reparto.

Existe una larga cadena de operaciones entre una solicitud y la entrega en su destino; cada operación ofrece la oportunidad de cometer un error.

Un ejemplo del error 1, sería el siguiente: se firma una orden por 9 paquetes, pero resulta que al final solo hay 8. Uno está perdido.

Pudo haber habido solo 8 al recoger, se dejó en el camión, la orden de embarque está incorrecta; las pérdidas pueden ser del siguiente orden:

1) Puede costar $1000.00 encontró el camión en el camino.

2) $800.00 enviar un mensajero a recoger el paquete, si se olvidó.

3) $500.00 conservar los 8 paquetes en lo que dura la búsqueda.

4) Si no se localiza el paquete lo pueden reclamar y podría costar hasta $50,000.00

Pudo pensarse que cualquiera de los errores puede costar un promedio de $2000.00. En el caso de que hubiera registrados 650 errores, significaría una pérdida de 1.3 millones de pesos; en el caso de una sola terminal, sin incluir gastos de administración; suponiendo que existen 150 choferes-mensajeros que trabajan todo el año, en la figura se aprecia el número total de errores.

Si se distribuyen los errores al azar, el número errores será una variable aleatoria que seguirá la distribución de poisson.

Una estimación del número de errores por empleado y por año.

$$\bar{C} = \frac{650}{150} = 4.3$$

Si se encuentran los limites inferiores y superiores a 3 σ para esos datos y se encuentra que en ese proceso, el límite -- superior es de 10 errores y el inferior de cero errores.

Se puede interpretar que aquel trabajador que cometa mas de - 10 errores al año no es parte del sistema y es causa de pérdidas adicionales.

Se puede pensar que aquellos que cometen menos de 4 errores - forman un grupo de trabajadores cuidadosos, de aqui que se divida en tres grupos a los trabajadores:

A: Empleados que cometen 10 o más errores.

B: Empleados que hacen entre 5 y 9 errores.

C: Empleados cuidadosos que cometen errores 4 o menos.

El análisis lleva a que:

a) Existen 7 empleados que cometen 10 o más errores, lo que - significa que cometen 130 errores:

$$\frac{130}{650}$$ o sea representan el 20% del total.

Lo que significa que en esa proporción se reducirían los - errores si esos empleados conocieran su situación.

b) Los 41 empleados del segundo grupo (320 errores) corresponden a la situación del comportamiento del sistema.

$$\frac{320}{650} = 0.49;$$

ó sea un 49%

c) Los 102 manejadores del tercer grupo cometen 200 errores - que representan

$$\frac{200}{650} = 0.31, \text{ esto es el } 31\%$$

Para lo cual, existen una serie de preguntas sobre las condiciones de trabajo que conviene sea difundida entre el resto - de los empleados.

La administración debería analizar las condiciones de trabajo del primer grupo, y conocer si existan dificultades en las -- rutas por la distancia ó la clientela.

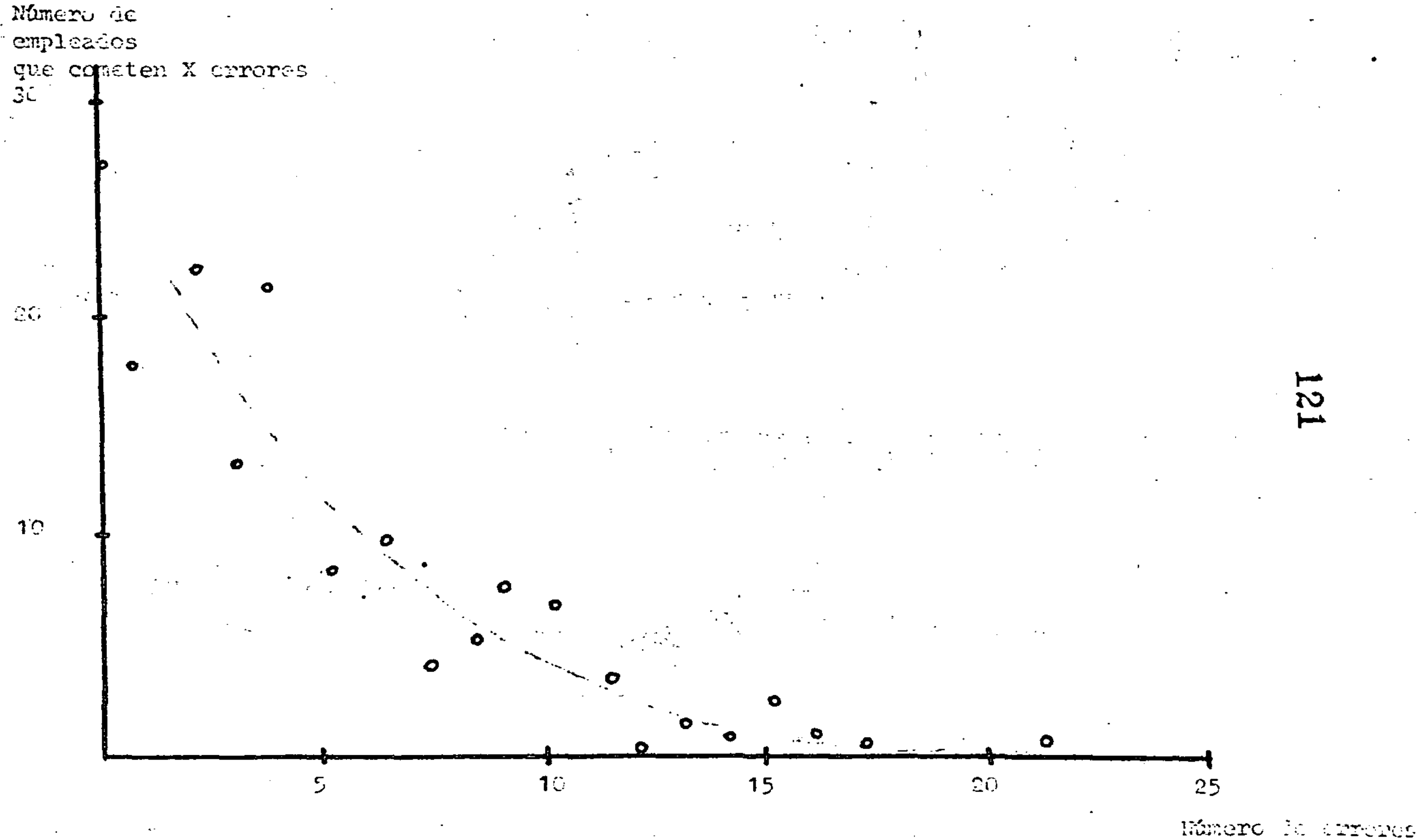
Qué pasaría si la compañía hubiera estado enviando cartas a - los empleados por cada error sin distinguir si es uno o 20 -- por año.

En un caso es desalentador y en el otro ridiculo.

Es necesario separar las responsabilidades para corregir a -- los empleados del primer grupo, el sistema total y estudiar- el grupo C respecto la exactitud de los registros.

TIPOS DE ERROR

Tipo	Descripción
1	Entrega Incompleta
2	Entrega Sobrada
3	Falla en la comunicación sobre orden incompleta,- Sobrada o dañada al en-- tregar.
4)	Orden Incompleta
5)	Paquetes mal marcados
6)	Certificación incompleta en entrega
7)	Otros


Número de
empleados
que cometen X errores
30
20
10
5
10
15
20
25
Número de errores

Ejemplo 3

Un pequeño empresario tiene problemas con sus máquinas cuya renta es muy costosa.

Los operadores emplean mucho tiempo reenhebrando.

El estudio realizado indicó que el problema era común a todos los operadores.

Algunas pruebas demostraron que el enhebrado era la causa del problema.

El dueño había comprado enhebradoras defectuosas a precio de ganga y las pérdidas por tiempo de máquina parada tenían un costo muchas veces superior a la de una mejor compra.

Una mejor enhebradora eliminaba el problema, pero solo la administración podría hacer el cambio; no era cosa de los operadores, aunque supieran la causa del problema, ellos trabajaban en el sistema; el enhebrado era parte del sistema.

Antes de una simple investigación para encontrar la causa, el dueño de la empresa suponía que todos sus problemas se originaban en la inexperiencia y descuido de los operadores.

Ejemplo 4

El trabajo de cada uno de los 50 trabajadores de cierta línea de producción se encuentran bajo control estadístico. El jefe de personal tiene un plan que interesa a la dirección: premiar mensualmente y dar medio día al empleado cuya producción del mes muestre la menor proporción de producto defectuoso.

La apreciación de un conocedor de la estadística llevaría a la conclusión de que con eso no mejoraría el producto de los trabajadores ni se mejoraría la calidad, dado que cada trabajador ya ha puesto en su trabajo todo lo que puede ofrecer, el trabajo de cada uno está bajo control estadístico.

El premio no sería un premio al mérito, la consecuencia sería frustración e insatisfaccion entre los trabajadores más responsables, pues encontrarían que en sus esfuerzos hay algo malo, dado que su trabajo no es tan bueno como el que gano el premio. Tratarían de cambiar sus operaciones y lo que lograrían sería una mayor variabilidad en el proceso.

El premio sería una lotería, no una medalla al mérito.

En este ejemplo, si no se aplica el razonamiento estadístico, el plan pudiera parecer bueno hasta que se examina con teoría de probabilidad con referencia a causas especiales y comunes. Lo que el area de personal puede hacer si desea otorgar premio y ser efectivo es premiar al empleado que contribuya a la búsqueda de formas para mejorar el sistema.

La dirección podría hacer buen uso de la información de los defectuosos de los 50 empleados. Esa proporción de defectuosos podría ser la base para una carta de control de fracción-defectuosa que ayudaría a distinguir lo que corresponde a trabajadores y lo que corresponde al sistema y que solo puede ser corregido por la dirección.

CONTROL DE PRODUCCION DE LECHE ULTRAPASTEURIZADA (UHT)

El producto final es siempre una consecuencia de la calidad de las materias primas y del control del proceso, por lo que la leche empleada para la fabricación de UHT debe cumplir las especificaciones de una leche para consumo normal y tratándose de leche en polvo, debe tener características especiales de estabilidad térmica, dado el proceso a que va a ser sometida.

Hemos mencionado que en la leche UHT se parte de leche en polvo dado el déficit nacional de este insumo, por lo que es analizada en forma amplia, desde el punto de vista físico químico, organoléptico y bacteriológico, para asegurar un buen nivel de calidad en el producto terminado, controlándose también las grasas y vitaminas que van a ser adicionadas.

Por lo que concierne al proceso, deben observarse los siguientes puntos:

- Rutinas de limpieza, higienizado y esterilizado
- Control de válvulas y llaves de paso
- Control de la calidad del vapor (seco y filtrado)
- Control estricto de las temperaturas en todos los pasos del proceso
- Riguroso mantenimiento de rutina
- Control de composición del producto

Por lo que toca a producto terminado, la parte concerniente a bacteriología es tal vez la más importante, aun cuando se trate de un producto comercialmente estéril, considerándose dos grupos:

- Microorganismos incapaces de multiplicarse en condiciones de almacenamiento y distribución.
- Microorganismos capaces de multiplicarse en almacenamiento y distribución.

Obviamente el segundo punto es el de mayor interés práctico.

Se realiza muestreo aleatorio y se procede a la incubación de las muestras a dos diferentes tiempos y temperaturas, 7 días/37°C y 5 días/55°C, ésto con el objeto de que proliferen los posibles microorganismos y facilitar su detección.

El uso de dos temperaturas supone la proliferación, tanto de mesófilos como termófilos.

Es importante mencionar que las muestras deben estar bien identificadas, con el objeto de permitir su correlación con el tiempo de producción.

A partir de su tiempo de incubación, las muestras son analizadas para detectar aerobios y anaerobios, así mismo se realizan otras pruebas de verificación como pH, acidez y organoléptico. Si bien es cierto que la práctica del análisis bacteriológico es lento y costoso, por otro lado es el más confiable.

Además del análisis bacteriológico, se complementa la evaluación con el control de las características fisicoquímicas y organolépticas.

Por otro lado y con el objeto de asegurar tiempo de vida del producto, se dispone de muestras que se van abriendo semanalmente a lo largo de tres meses.

CARACTERISTICAS QUIMICAS

- grasa
- SNG
- acidez
- pH
- proteína

CARACTERISTICAS FISICAS

- densidad
- tiempo de escurrimiento
- prueba de café
- estabilidad

CARACTERISTICAS ORGANOLEPTICAS

- olor
- color
- sabor
- aspecto

PRUEBAS DE CONSERVACION

- color
- olor
- sabor
- aspecto
- sedimento
- separación grasa
- estabilidad
- pH
- acidez
- cuenta estándar
- tiempo de escurrimiento

CARACTERISTICAS BACTERIOLOGICAS

Incubación a:

- 5 d/55°C
- 7 d/37°C

= cuenta estándar y termofílicos:

aerobios

anaerobios

EL CONTROL DE CALIDAD EN LA PEQUEÑA INDUSTRIA

Es conocido que la pequeña industria está compuesta por fábricas pequeñas, talleres, negocios familiares, pequeños laboratorios, etc., que por su escaso capital resienten sobremanera la inflación, las demandas salariales y gremiales, la escasez de materia prima, la falta de mano de obra calificada, etc. Pero a su vez da trabajo a un gran número de hombres y mujeres, y proporciona bienes y servicios necesarios a la población en general, y a la mediana y gran industria en particular.

Al hablar de calidad en un producto se deben reunir una serie de características de funcionalidad, resistencia, presentación, y algunos aspectos adicionales que dependen del gusto personal. De manera que para hablar de calidad en un producto de esta naturaleza se tiene que pensar en un esfuerzo combinado de industrias pequeñas, medianas y grandes. En estos dos últimos giros de la industria, el control de calidad desde el punto de vista formal, es practica más o menos común, es decir, tienen una idea clara de cuáles son las características que deben controlar, entienden el concepto de calidad. Se sabe cómo poder determinar variaciones y cambios en estas características, se lleva un control adecuado de calidad, utilizando muchas veces gráficas para el control del proceso o los métodos de aceptación para su materia prima. Y tienen por último, las posibilidades humanas y económicas para lograr eliminar y corregir las variaciones y cambios dentro de las características que dan calidad a sus productos.

¿ En la pequeña industria cuál es el concepto de la calidad, de las repercusiones de los bienes y servicios que proporcionan ?

Para responder estas preguntas, V. Flores Z. realizó una investigación que desde un punto de vista práctico e informativo proporcionó resultados muy interesantes. Se incluyó a 9 laboratorios, plantas y talleres con un promedio de fuerza de trabajo de 20 obreros, dos turnos de trabajo diarios, y salvo el laboratorio, que por requisitos de su mismo giro cuenta con un laboratorio y una persona que supervisar la calidad, las demás no cuentan ni con equipo, ni con personal que se dediquen a esta tarea.

LA ENCUESTA

La encuesta estuvo formada por siete preguntas muy sencillas, que se formularon, en cada caso, a tres personas: el dueño, gerente general o principal responsable del funcionamiento global de la planta; al supervisor de producción y al supervisor de personal, o a quienes desarrollarán actividades equivalentes a estos puestos.

RESULTADOS

Los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes:

Se observó que no existe un concepto común, ni bien definido de lo que es la calidad. Todas las respuestas coinciden en su importancia y en que es algo que se requiere para no tener problemas con el cliente. Ninguna se refirió al producto particular o a alguna característica de él.

Los principales problemas que se detectan son:

a) Materia prima. En las industrias que se requieren productos químicos como materia prima, o derivados de la petroquímica, esto es un grave problema, ya que antes que la calidad está la escasez de manera que muchas veces estos materiales se tienen que aceptar sin importar la calidad que tengan. Algunas veces es posible rectificar este producto. Cuando se trata de recibir herramientas, equipo o material procesado, la mayoría no efectúa ningún control de calidad, sino que se procesa de inmediato, salvo en una de las plantas investigadas, en donde el material que se maquila afuera se somete a un muestreo de aceptación rudimientarios.

b) Proceso. La mayoría de los procesos involucrados no son muy complicados, los volúmenes que se manejan no son muy grandes y el personal a cargo está, en la mayoría de -- los casos, bien capacitado, de manera que la única planta - que considera tener problemas aquí es la de troquelado, -- principalmente porque el proceso es en serie y contínuo.

c) Personal. La fábrica que involucra la actividad - de tipo artesanal, como es la elaboración de lámparas, es - la única que atribuye problemas de calidad por la mano de - obra, especialmente por falta de interés.

d) Producto terminado. Todas las plantas llevan control sobre el producto terminado. Se reconoció que el ma-- yor porcentaje de rechazo tenido por alguna de ellas fue de 5%. El material que se tiene que reprocesar o se desecha, es muy poco, aunque se coincide en que hacerlo es excesivamente costoso.

En cuanto a los métodos empleados para llevar el control, se pueden considerar:

a) Muestreo de aceptación: solo una de las plantas lleva un muestreo de aceptación rudimentario. Los materiales químicos en las cromadoras y el laboratorio, se aceptan como llegan, y cuando es necesario y posible se refinan. Todos los demás aceptan el producto que les llega sin una revisión adecuada.

b) Control del proceso. Ninguna de las plantas utiliza métodos estadísticos de control del proceso. Las plantas de cromado tienen límites de tolerancia establecidos, los cuales podrían dar origen a una carta de control, pero no se cuenta ni con el instrumental, ni con el personal para efectuar los análisis necesarios.

El laboratorio farmacéutico forzosamente realiza análisis, pero sobre el producto terminado, y sin llevar una historia gráfica ni de la capacidad del proceso. Otras plantas efectúan un control en cada uno de los pasos, pero de forma más bien intuitiva que sistemática.

c) Incentivos y capacitación del personal. A excepción de una fábrica, las demás consideran que se puede contar con el personal para mejorar la calidad de sus productos. Sin embargo, no saben cómo iniciar esta cooperación y se muestran reacios a políticas de incentivos, aduciendo --

problemas con el sindicato. Se pudo notar que son los obreros quienes llevan el 80% del control de calidad en estas - industrias, y es con ellos con quienes pueden salir adelante.

Es importante hacer notar que todas las personas que respondieron a esta encuesta tienen conciencia muy clara de las repercusiones de un mal producto, de su efecto en el -- cliente y de su costo. Y están dispuestos a aceptar una -- ayuda por medio de un control de calidad adecuado.

Todas las empresas coinciden también en que sí es posible mejorar la calidad de sus productos; algunas de las formas que se sugieren son: llevando un muestreo de aceptación siempre que sea posible, capacitando al personal y dando incentivos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1).- ACKOFF, R
" A Concept of Corporate Planning "
Wiley, 1970

2).- ANDUAGA O., AVILES R., CORDERO R.,
DIAZ G., MARTINEZ, P.
"Tecnología de Producción para Industrias de Exportación".
Tesis, Fac. Ingeniería, UNAM, 1979

3).- ARCINIEGA TER-VEEN R.
" Sistema de Costos de Calidad para una empresa manufacturera de Tubería y Conexiones de PVC "
VIII Congreso Nacional de Control de Calidad, 1980

4).- BURR, I. W.
" Statistical Quality Control Methods "
Marcel Dekker, 1976

5).- CARRILLO RAMOS, G.A.
" La Normalización a nivel gerencial "
VIII Congreso Nacional de Control de Calidad, México 1980

6).- DEMING. E. W.
" On Some Statistical Aids Toward Economic Production
Interfaces, Aug. 1975, Vol. 5, No. 4

7).- DUNCAN, A. J.
" Quality Control and Industrial Statistics "
R.D. Irwin, 1965

8).- FLORES ZAVALA, V.
" Una guía para mejorar el control de calidad en la pequeña Industria "
VIII Congreso Nacional de Control de Calidad, 198[illegible].

9).- GRANT E. L. AND LEAVENWORTH, R.S.
" Statistical Quality Control "
McGraw - Hill, 1980

10).- JURAN, J. M.
" Quality Control Handbook "
McGraw - Hill, 1974

11).- JURAN, J.M.
" El consumerismo y la Calidad del Producto "
Sistemas de Calidad; Año 2, No. 15, Ene.-Feb. 1976

12).- KAST, FREMONT E.; ROSENZWEIG, JAMES E.
" Organization and Management, A Systems Approach "
McGraw-Hill, 1974

13).- LAGUNA, ALEJANDRO
" Medir es cuantificar la Calidad "
VIII Congreso Nacional de Control de Calidad, 198[illegible]

14).- " LEY GENERAL DE NORMAS Y DE PESAS Y MEDIDAS "
Diario Oficial, 7 Abril 1961

15).- MUNDEL, MARVIN E.
" A Conceptual Framework of the Management Sciences "
Mc Graw-Hill, 1967

16).- OTT, E. R.
" Process Quality Control "
McGraw - Hill, 1975

17).- RICE, W.B.
" Control Charts in Factory Management "
J. Wiley

18).- RIO MEDELLIN, J. J.
" Leche Ultrapasteurizada, Su producción, Control y Ventajas "
VIII Congreso Nacional de Control de Calidad, 1980

19).- SANCHEZ, S. A.
" La Inspección y el Control de Calidad "
Limusa - Wiley, 1969

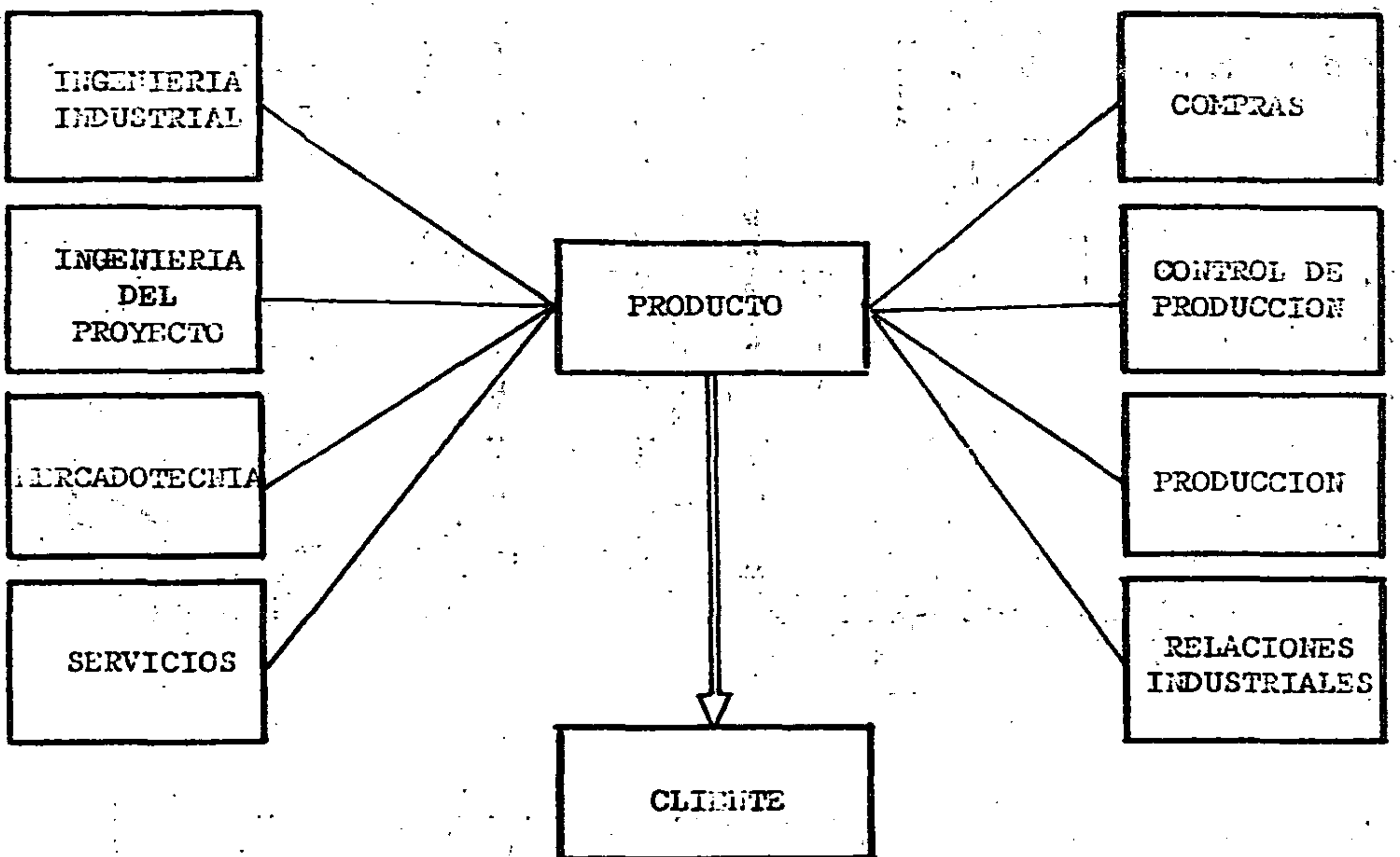
20).- SOUSTELLE, J.
" La Vida Cotidiana de los Aztecas "
F.C.E., 1980

21).- STIGLER, S. M.
" Eight Centuries of Sampling Inspection:
The Trial of the PYX
Journal of the American Statistical Association
Sept. 1977, Vol. 72, No. 359

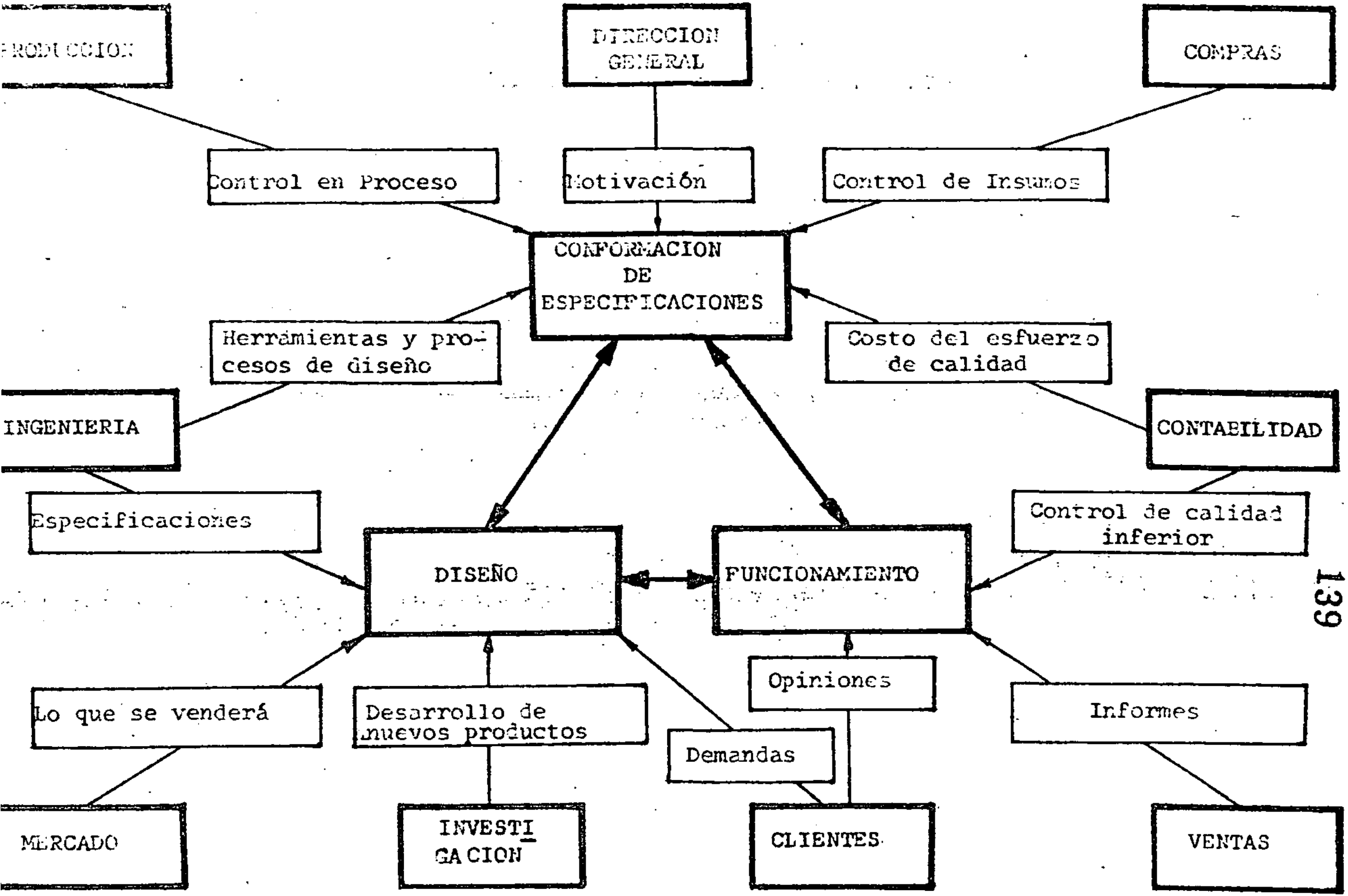
22).- SUKARADA, T
" Productividad y Control de Calidad "
Ingeniería Industrial, I.T. Cd. Juárez; Vol. 1,
No. 3, 1983

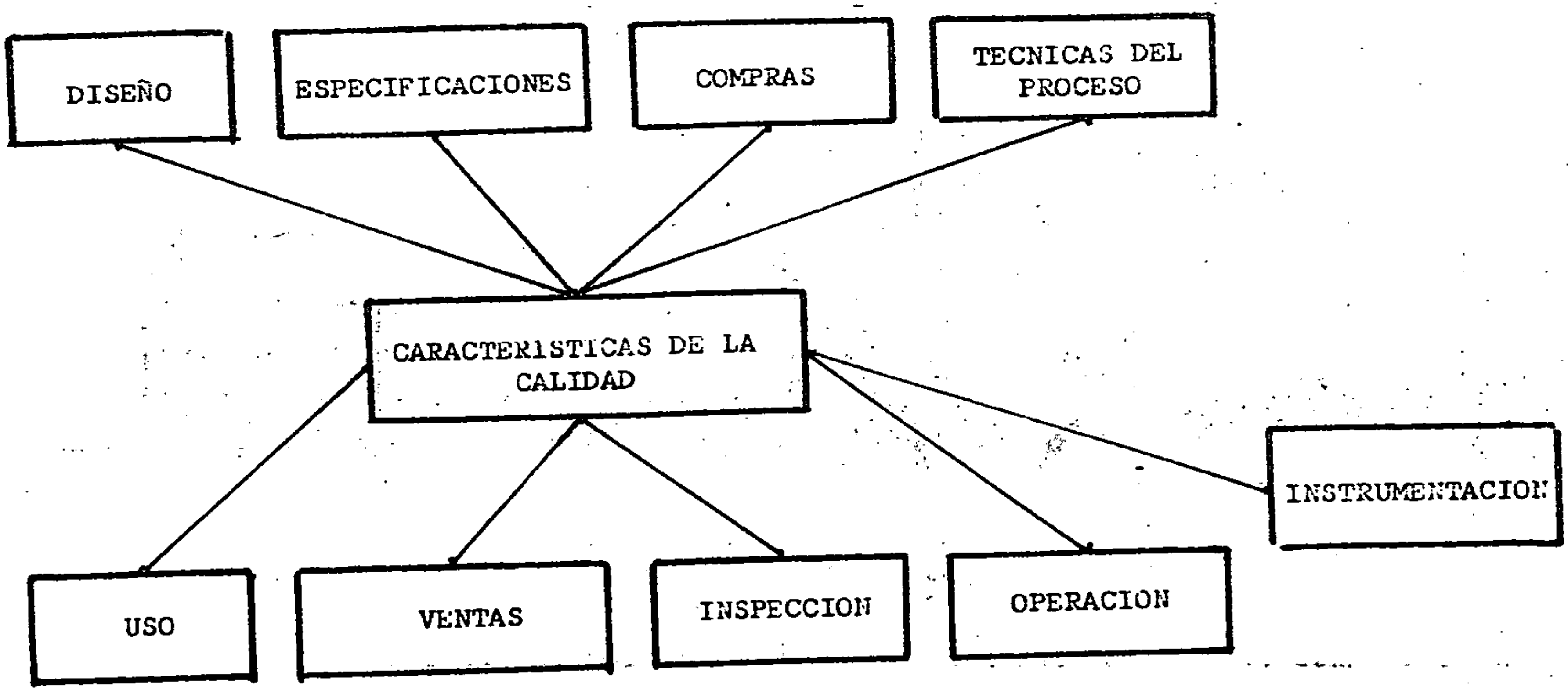
23).- VELAZQUEZ MASTRETTA, G
" Administración de los Sistemas de Producción "
Limusa, 1975

24).- WETHERILL, G. B.
" Sampling Inspection and Quality Control "
Chapman and Hall, 1977



INFLUENCIA EN LA CALIDAD DEL PRODUCTO


RODUCCION
DIRECCION GENERAL
COMPRAS
Control en Proceso
Motivación
Control de Insumos
CONFORMACION DE ESPECIFICACIONES
Herramientas y procesos de diseño
Costo del esfuerzo de calidad
INGENIERIA
CONTABILIDAD
Especificaciones
Control de calidad inferior
DISEÑO
FUNCIONAMIENTO
Opiniones
Lo que se venderá
Desarrollo de nuevos productos
Demandas
Informes
MERCADO
INVESTIGACION
CLIENTES
VENTAS


DISEÑO
ESPECIFICACIONES
COMPRAS
TECNICAS DEL PROCESO
CARACTERISTICAS DE LA CALIDAD
INSTRUMENTACION
USO
VENTAS
INSPECCION
OPERACION

AXIOMAS DE CONTROL DE CALIDAD

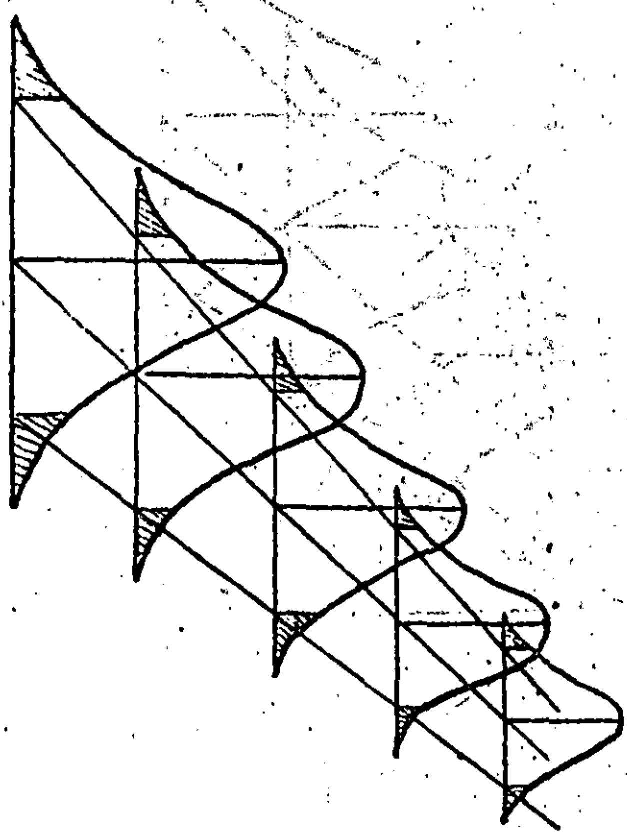
I).- En cualquier lugar donde se elaboren productos o presten servicios en cantidades, son aplicables las cartas de control.

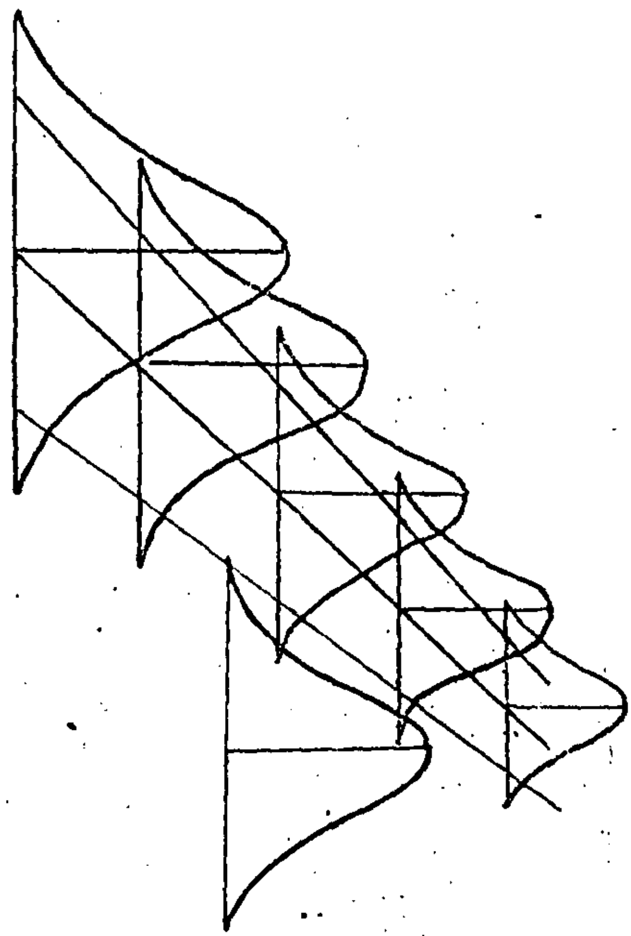
II).- La variabilidad existe en cada operación repetitiva.

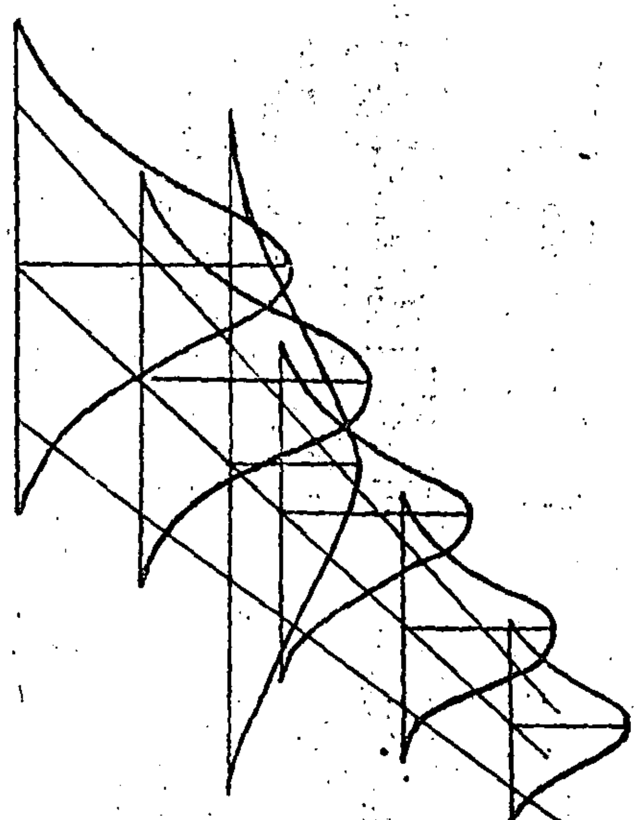
III).- La calidad es un atributo del producto y no se puede incorporar mediante la inspección.

IV).- Un proceso bajo control, usualmente no está instituido.

V).- Un estado bajo control debe establecerse a un nivel satisfactorio antes de lograr una máxima eficiencia en la operación.



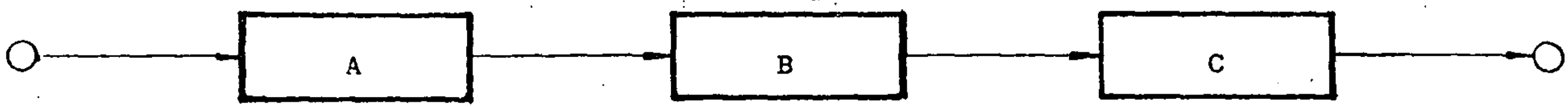




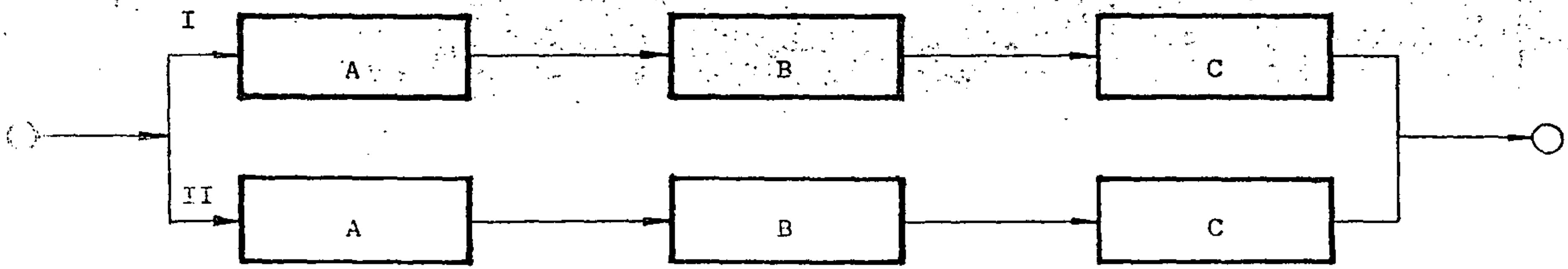
NORMALIZACION Y LA OBLIGACION DE SU CUMPLIMIENTO

Propósito de la normalización.	Institución que emite la norma.	Medio Usual para obligar a su cumplimiento.
1.- Uniformidad en metrología.	Dirección General de Normas (DGN).	Legislación Nacional.
2.- Definición tecnológica: Ejem: Materiales, pruebas.	Comités de Normalización con amplia representación.	Cumplimiento voluntario.
3.- Normas mínimas de salud y de seguridad.	Agencias reguladoras Gubernamentales.	Legislación local y nacional.
4.- Normas mínimas de adecuación para el uso (que no incluyan salud y seguridad).	Comités de Normalización con amplia representación o por la competencia en el mercado.	Cumplimiento voluntario.

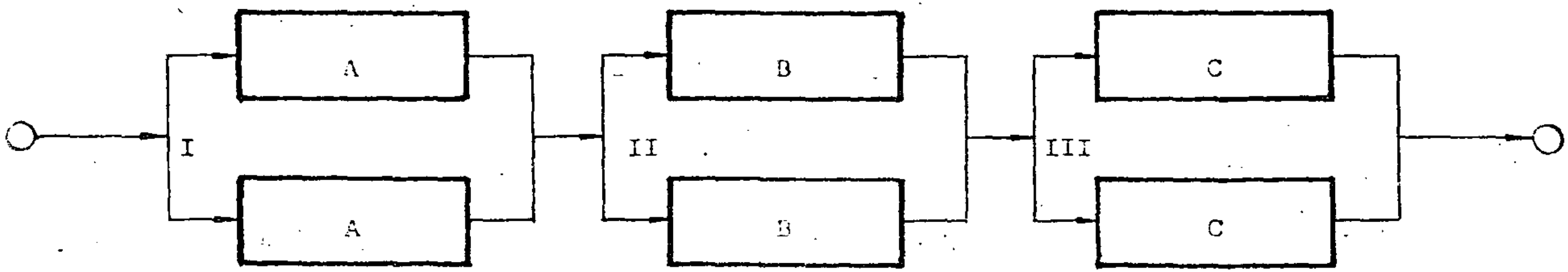
Componentes en Serie



Sistemas Paralelos



Circuitos Paralelos



DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

ANALISIS SECUENCIAL Y CIRCULOS DE CALIDAD

M EN I RUBEN TELLEZ SANCHEZ

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

PROLOGO.

El análisis secuencial es un método de inferencia estadística, cuya característica fundamental, radica en el hecho de que el número de observaciones no se determina antes de iniciar el experimento. La decisión para terminar el experimento, depende de los resultados de las observaciones hechas previamente. El mérito del método secuencial como aplicación a las pruebas de hipótesis estadísticas, es que la realización de dichos procedimientos de prueba, requieren en promedio, un número sustancialmente menor de observaciones que el mejor procedimiento usual que utilice un número de observaciones fijo, además de poder controlar los errores tipo I y II.

En este trabajo se presenta la teoría de un método particular de análisis secuencial, la llamada prueba secuencial de razón de probabilidad. Este método se estudió por vez primera el año de 1943. El uso de la prueba secuencial de razón de probabilidad trae consigo por lo general, un ahorro de cerca del 50% en el número de observaciones, respecto al procedimiento de prueba más eficiente, basado en un número fijo de observaciones. Dicho método consiste en tomar una muestra del lote, y la decisión entre tomar o no una segunda muestra, depende en forma exclusiva del resultado de dicha muestra; la decisión de tomar una tercer muestra, se hará sobre los resultados obtenidos de las dos muestras anteriores, y así sucesivamente.

El primer estudio acerca de un procedimiento de prueba secuencial se les atribuye a H. F. Dodge y H. G. Romig que construyeron un plan de muestreo doble. De acuerdo a este esquema, la decisión entre tomar o no una segunda muestra, depende solo de los resultados obtenidos de la primer muestra. Mientras este método solo permite dos muestras, Walter Bartky, diseñó un esquema de muestreo múltiple para el caso particular de la prueba de la media de una distribución binomial. El incentivo que alentó a estas personas al estudio de dicho método, es el ahorro promedio en el número de observaciones que les proporcionaba, respecto a cualquier otro método que utiliza un número fijo de observaciones.

El problema de análisis secuencial fué estudiado por el Departamento de Estadística de la Universidad de Columbia. Milton Friedman y W. Allen Wallis apreciaron su gran potencialidad, así como las consecuencias de importancia que aportaría al desarrollo de la estadística su estudio.

Un avance importante en el estudio del procedimiento de prueba secuencial se realizó en 1944, año en el que Milton Friedman y George W. Brown (trabajando en forma independiente), así como C. M. Stockman, en Inglaterra, encontraron la curva de operación característica de la prueba secuencial de razón de probabilidad para el caso de una distribución binomial. Tiempo después, de desarrolló una teoría general de sumas acumuladas, la cual no solo proporcionaba la curva CO, de cualquier prueba secuencial, sino que también la función característica del número de observaciones requerido por la prueba.

Por último, diremos que la importancia del procedimiento de prueba secuencial radica en poder controlar el tamaño de los errores tipo I y II, así como poder minimizar el número de observaciones.

I-CONCEPTOS BASICOS.

En el contexto estadístico, una hipótesis se puede definir como una proposición, o afirmación acerca de una o más variables aleatorias. Si la hipótesis estadística especifica completamente la distribución, se le llama hipótesis estadística simple; si no es así, se le llama hipótesis estadística compuesta. A manera de ilustración, analicemos el siguiente caso. Consideremos que existen dos parámetros desconocidos θ_1 y θ_2 involucrados en la distribución de una variable aleatoria X. La hipótesis, $\theta_1=3$ y $\theta_2=5$, es una hipótesis simple, ya que especifica en forma completa los valores de los parámetros desconocidos. De otra manera, si la hipótesis es $\theta_1 \leq \theta_2$, se trata de una hipótesis compuesta.

El problema de pruebas de hipótesis, consiste en verificar la validez o falsedad de la hipótesis mediante el uso de métodos estadísticos.

Cabe hacer notar, que del mismo concepto de pruebas de hipótesis, se desprende la existencia para cada prueba, de una regla de decisión que permite, en presencia de información, emitir un juicio acerca de la veracidad de la proposición. Esto es, dada una hipótesis, se ha de definir una regla de decisión, de tal forma que caracterice la información realacionada como evidencia a favor de la hipótesis, o evidencia en contra de la hipótesis; si dicha información la obtenemos a través de muestras, la caracterización debe hacerse para cada una de las muestras posibles.

La decisión de aceptar o rechazar una hipótesis, se toma siempre en base a un número finito de observaciones de la o las variables aleatorias que se involucran en la prueba; al número finito de observaciones, se le denomina muestra. Al número de observaciones contenido en la muestra, se le llama tamaño de la muestra.

Denótese por n, el número de observaciones en base a los cuales la aceptación o rechazo de la hipótesis en cuestión se va a decidir. Cualquier posible resultado de n observaciones sucesivas es una muestra de tamaño n. Un procedimiento de prueba, es una regla específica, para cada posible muestra que nos conduce a la aceptación o rechazo de la hipótesis, en base a esa muestra. En otras palabras, un procedimiento de prueba es una partición del espacio muestral en dos subconjuntos mutuamente exclusivos. Un subconjunto 1, y un subconjunto 2, sobre los cuales se aplica la regla de decisión de que la hipótesis sea rechazada si la muestra observada se encuentra en el subconjunto 1, y la hipótesis es aceptada, si la muestra está contenida en el subconjunto 2. A estos subconjuntos 1 y 2, se les denomina región crítica, y región de aceptación, respectivamente; con lo que la región crítica queda definida como aquella región que contiene los valores para los cuales se rechaza la hipótesis bajo consideración, y la región de aceptación es aquella región que contiene los valores para los cuales no se— rechaza la hipótesis en cuestión.

Frecuentemente, a la hipótesis a probar, se le denomina— hipótesis nula (Ho), y a la hipótesis en contraste con ésta, hipótesis alternativa (H_1).

En la verificación de una prueba de hipótesis estadística Ho, v.s. H_1, se define el concepto de función potencia, como una función que da la probabilidad de rechazar la hipótesis bajo—— consideración. El valor de la función potencia para un valor dado— del parámetro involucrado, se le llama la potencia de la prueba en ese punto.

El nivel de significancia de la prueba, también denominado tamaño de la región crítica, es el valor máximo de la función— potencia de la prueba cuando Ho es cierta.

Ahora bien, haciendo una analogía al desarrollo de Jerzy Neyman y Egon S. Pearson, en la verificación de pruebas de hipótesis, podemos pensar en lo que ellos llamaron probabilidades de error tipo I y tipo II, que son respectivamente: la probabilidad de rechazar Ho, (aceptar H_1) cuanto Ho es cierta (y por lo tanto H_1— es falsa) y la probabilidad de aceptar Ho, (rechazar H_1) cuando Ho es falsa (y por lo tanto H_1 es cierta). A la probabilidad de cometer un error tipo I se le designa por α, y a la probabilidad de co meter un error tipo II, se le designa por β.

Se define como espacio paramétrico, el conjunto de valores (Ω), que puede tomar el parámetro θ, en función del cual se define la función de densidad de probabilidad (f.d.p.) de una variable aleatoria X.

Una vez definido lo que era región crítica, veamos lo--- que se entiende por mejor región crítica. Denotemos por C, un subconjunto del espacio muestral, por lo que C es llamada mejor re--- gión crítica de tamaño α, para la prueba de las hipótesis simples Ho: $\theta=\theta o$ contra la alternativa H_1: $\theta=\theta_1$, si para todos los subconjuntos A del espacio muestral para los cuales $Pr((X_1,\ldots X_n)\ A/Ho)=$ $=\alpha$:

a) $Pr((X_1,X_2,\ldots,X_n)\ C/Ho)=\alpha$

b) $Pr((X_1,X_2,\ldots,X_n)\ C/H_1)\geq Pr((X_1,X_2,\ldots,X_n)\ A/H_1)$

De lo anterior, se establece lo siguiente: Primero, supone cierta Ho. Segundo, existirá una multiplicidad de subconjuntos- A, del espacio muestral, tales que $Pr((X_1,\ldots,X_n)\ A)=\alpha$. Supongase- que hay uno de estos subconjuntos, digamos C, tal que cuando H_1 es- cierta, la potencia de la prueba asociada con C, es al menos tan--- grande como la potencia de la prueba asociada con A.

Neyman y Pearson formularon ciertos principios para la-- selección adecuada de una región crítica para el caso de verificación de pruebas de hipótesis simples, principios que pueden resu---

mirse en el lema de Neyman-Pearson:

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$, donde n, es un entero positivo fijo, denota una muestra aleatoria de una distribución cuya f.d.p. es $f(x;\theta)$. Entonces la f.d.p. conjunta de $X_1, X_2, \ldots, X_n$ es:

$$L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1;\theta) f(x_2;\theta) \cdots f(x_n;\theta)$$

Sean θ_1 y θ_2, dos valores fijo y distinto de θ, tales que: $\Omega = (\theta/\theta = \theta_0, \theta_1)$ y sea k, un número positivo. Sea C, un subconjunto del espacio muestral tal que:

a) $\dfrac{L(\theta_0; x_1, x_2, \ldots, x_n)}{L(\theta_1; x_1, x_2, \ldots, x_n)} \leq k$ para cada punto $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in C$

b) $\dfrac{L(\theta_0; x_1, x_2, \ldots, x_n)}{L(\theta_1; x_1, x_2, \ldots, x_n)} \geq k$ para cada punto $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \notin C$

c) $\alpha = \Pr((X_1, X_2, \ldots, X_n)\ C/Ho)$

Entonces C, es la mejor región crítica de tamaño , para probar las hipótesis simples Ho: $\theta = \theta_0$ v.s. H_1: $\theta = \theta_1$.

A continuación, se demuestra el lema, cuando se trata de variables aleatorias continuas, para el caso de variables aleatorias discretas, la demostración es la misma, reemplazando el signo de integración por el de sumatoria. Si C, es la única región crítica de tamaño α, el lema queda demostrado. Si existe otra región crítica de tamaño α, la cual denotaremos por A, lo que deseamos demostrar es que:

$$\int_C L(\theta_1) - \int_A L(\theta_1) \geq 0$$

en la que, por simplicidad en el manejo denotaremos por $\int_R L(\theta)$---- a $\int_R \ldots L(\theta;x_1,\ldots,x_n)dx_1,\ldots,dx_n$.

Dado que C, es la unión de los conjuntos disjuntos $C\cap A$ y $C\cap A^*$, y A, es la unión de los conjuntos disjuntos $A\cap C$ y $A\cap C^*$, tenemos:

$$(1) \qquad \int_C L(\theta_1) - \int_A L(\theta_1) =$$
$$= \int_{C\cap A} L(\theta_1) + \int_{C\cap A^*} L(\theta_1) - \int_{A\cap C} L(\theta_1) - \int_{A\cap C^*} L(\theta_1)$$
$$= \int_{C\cap A^*} L(\theta_1) - \int_{A\cap C^*} L(\theta_1)$$

Sin embargo, por hipótesis del teorema, $L(\theta_1) \geq (1/k)L(\theta o)$ para cada punto de C, y como consecuencia, para cada punto de----- $C\cap A^*$; Así:

$$\int_{C\cap A^*} L(\theta_1) \geq 1/k \int_{C\cap A^*} L(\theta o)$$

Pero $L(\theta_1) \leq (1/k)L(\theta o)$ para cada punto de C^*, y en consecuencia, para cada punto de $A\cap C^*$. Con lo que:

$$\int_{A\cap C^*} L(\theta_1) = 1/k \int_{A\cap C^*} L(\theta o)$$

Estas desigualdades implican que:

$$\int_{C\cap A^*} L(\theta_1) - \int_{A\cap C^*} L(\theta_1) \geq 1/k \int_{C\cap A^*} L(\theta o) - 1/k \int_{A\cap C^*} L($$

Y de (1) obtenemos:

$$(2) \qquad \int_C L(\theta_1) - \int_A L(\theta_1) = 1/k \left\{ \int_{C\cap A^*} L(\theta o) - \int_{A\cap C^*} L(\theta o) \right\}$$

Sin embargo:

$$\int_{C\cap A^*} L(\theta o) - \int_{A\cap C^*} L(\theta o)$$
$$= \int_{C\cap A^*} L(\theta o) + \int_{C\cap A} L(\theta o) - \int_{A\cap C} L(\theta o) - \int_{A\cap C^*} L(\theta o)$$
$$= \int_C L(\theta o) - \int_A L(\theta o)$$

$$= \alpha - \lambda = 0$$

Si este resultado lo sustituimos en (2), obtenemos el resultado deseado:

$$\int_C L(\theta_1) - \int_A L(\theta_1) = 0$$

Con lo que queda demostrado el Lema de Neyman-Pearson.

IV-APLICACION DE LA TEORIA GENERAL A CASOS ESPECIALES. PRUEBA DE LA MEDIA DE UNA-- DISTRIBUCION BINOMIAL.

IV-1-FORMULACION DEL PROBLEMA.

El problema que trataremos en esta sección, es el referente a una variable aleatoria X, la cual solo puede tomar los valores 0 y 1. Uno de los casos más importantes en donde se nos presenta este problema, es el muestreo de aceptación de productos manufacturados. Es tal vez por eso, que al desarrollar el procedimiento de prueba, se hace uso de la terminología del muestreo de aceptación. Asignaremos el valor 1, a cualquier unidad defectuosa, y el valor cero, a una no defectuosa, con lo que el resultado (variable aleatoria X) de extraer e inspeccionar una unidad del lote, puede tomar solo los valores 0 y 1, con probabilidades 1-p y p, respectivamente. En general, será posible especificar un valor p', tal que optemor por la aceptación del lote cuando $p \leq p'$, y por el rechazo del lote cuando $p > p'$.

IV-2-RIESGOS TOLERADOS DE TOMAR DECISIONES INCORRECTAS.

Cualquier plan de muestreo, que no provea información completa acerca del lote en cuestión, puede conducirnos a una decisión equivocada. i.e. podemos rechazar un lote cuando $p \leq p'$, o aceptarlo cuando $p > p'$. Dado que la inspección total del lote no es posible, o es muy costosa, debemos tolerar ciertos riesgos de to-mar decisiones equivocadas. Con el propósito de establecer un plan de muestreo, es necesario especificar los máximos riesgos de tomar decisiones equivocadas.

Cuando se nos presente el caso $p=p'$, la calidad del lote, se encuentra justamente en el márgen, y somos indiferentes acerca de cual decisión tomar. Si $p>p'$, preferimos rechazar el lote, y dicha preferencia se incrementará al incrementarse el valor de p. Para $p<p'$, preferimos aceptar el lote, y dicha preferencia se incrementará al disminuir el valor de p. Si p se encuentra solo ligeramente por encima de p', la preferencia para rechazo es sólamente ligera, y la aceptación del lote no puede ser considerada como un error de consideración. Similarmente, si p se encuentra solo ligeramente por debajo de p', el rechazo del lote no se considera un error de consecuencia; por lo que será posible especificar dos valores p_o, y p_1, p_o menor que p' y p_1 mayor que p', tal que la aceptación del lote se considere como un error de importancia, si y solo si, $p\geq p_1$, y el rechazo del lote se considere un error de consecuencias prácticas, si y solo si $p\leq p_o$. Si p, se encuentra entre p_o y p_1, no estamos en condiciones de tomar una decisión final.

Una vez que los valores p_o y p_1, han sido seleccionados los riesgos de tomar decisiones equivocadas, las podemos establecer como sigue: La probabilidad de rechazar el lote, no debe exceder un valor dado α, cuando $p \leq p_0$, y la probabilidad de aceptar el lote no debe exceder un valor β, cuando $p \geq p_1$.

Así, los riesgos antes mencionados son caracterizados-- por cuatro números: p_0, p_1, α, y β. La selección de estas cuatro- cantidades debe hacerse en base a ciertas consideraciones prácticas de cada caso en particular.

IV-3-PRUEBA SECUENCIAL DE RAZON DE PROBABILIDAD CORRESPONDIENTE A LAS CANTIDADES P_0, P_1, α Y β.

Un plan de muestreo que satisface las condiciones de--- que la probabilidad de rechazo del lote no exceda un valor α cuando $p \leq p_0$, y la probabilidad de aceptación del lote no exceda un valor β cuando $p \geq p_1$, está dado por la prueba secuencial de razón de probabilidad de vigor (α, β), para la prueba de la hipótesis $p=p_0$- v.s. la hipótesis $p=p_1$. Dicha prueba, se expresa de la manera siguiente: Sea x_i, el resultado de la inspección de la ith unidad;- i.e. $x_i=1$ si la ith unidad inspeccionada es defectuosa, y $x_i=0$ de otra manera. Si p denota la proporción de defectuosos en el lote, la probabilidad de obtener una muestra igual a la observada,----- $(x_1, \ldots, x_m)$ está dada por:

(1) $p_m = p^{d_m}(1 - p)^{m - d_m}$

Donde d_m representa el número de defectuosos en las primeras m unidades inspeccionadas. (Se supone que el lote es lo suficientemente grande, como para considerar como independientes las observaciones sucesivas x_1, x_2,....). Bajo la hipótesis que $p=p_o$, (1) resulta:

$$(2) \quad p_{om} = p_o^{d_m}(1 - p_o)^{m - d_m}$$

Y bajo la hipótesis que $p=p_1$, (1) es igual a:

$$(3) \quad p_{1m} = p_1^{d_m}(1 - p_1)^{m - d_m}$$

La prueba se verifica como sigue: En cada estado de la inspección, a la inspección de la mth unidad para cada valor entero positivo m, evaluamos el logaritmo de la razón de probabilidad p_{1m}/p_{om}.

$$(4) \quad \log \frac{p_{1m}}{p_{om}} = d_m \log \frac{p_1}{p_o} + (m - d_m) \log \frac{1-p_1}{1-p_o}$$

La inspección continúa en tanto:

$$(5) \quad \log \frac{\beta}{1-\alpha} < \log \frac{p_{1m}}{p_{om}} < \log \frac{1-\beta}{\alpha}$$

Aceptamos el lote si, en el estado final tenemos:

$$(6) \quad \log \frac{p_{1m}}{p_{om}} \leq \log \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Rechazamos el lote si:

$$(7) \quad \log \frac{p_{1m}}{p_{om}} \geq \log \frac{1-\beta}{\alpha}$$

Las desigualdades (5), (6) y (7) las podemos expresar mediante ciertas sustituciones, de la manera siguiente.

Sustituyendo (4) en (5).

$$(8)\qquad \frac{\log \frac{\beta}{1-\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}} + m \frac{\log \frac{1-p_o}{1-p1}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}} < d_m <$$

$$< \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}} + m \frac{\log \frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p1}{1-p_o}}$$

Sustituyendo (4) en (6).

$$(9)\qquad d_m \geq \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}} + m \frac{\log \frac{1-p_o}{1-p1}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}}$$

Sustituyendo (4) en (7).

$$(10)\qquad d_m \leq \frac{\log \frac{\beta}{1-\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}} + m \frac{\log \frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}}$$

Para cada valor de m, denotaremos el mienbro derecho de (10) por a_m, y lo llamaremos número de aceptación. En la misma manera, el miembro derecho de (9), lo denotaremos por r_m y lo llamaremos número de rechazo. Por facilidad en los cálculos, haremos uso de (8), (9) y (10) en lugar de (5), (6) y (7), al llevar a cabo la prueba. En cada estado de la inspección evaluamos los números-- de aceptación a_m, y de rechazo r_m. Continuamos con la inspección-- en tanto $a_m < d_m < r_m$. La primera vez que d_m no se encuentre entre-- los números de aceptación y de rechazo, la inspección termina. Si- $d_m \geq r_m$, el lote se rechaza, y si $d_m \leq a_m$, el lote se acepta.

IV-3.1-FORMA TABULAR DE REALIZAR LA PRUEBA.

El número de aceptación

$$(11) \quad a_m = \frac{\log \frac{\beta}{1-\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_0} - \log \frac{1-p_1}{1-p_0}} + m \frac{\log \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\log \frac{p_1}{p_0} - \log \frac{1-p_1}{1-p_0}}$$

y el número de rechazo:

$$(12) \quad r_m = \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_0} - \log \frac{1-p_1}{1-p_0}} + m \frac{\log \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\log \frac{p_1}{p_0} - \log \frac{1-p_1}{1-p_0}}$$

depende sólo de los valores de p_0, p_1, α y β.

Así, pueden ser evaluados y tabulados, antes de empezar- la inspección. Si a_m no es un valor entero, lo reemplazamos por el mayor entero menor que a_m. De igual manera, si r_m no es un valor-- entero, podemos reemplazarlo por el menor entero mayor que r_m.

Como ilustración, consideremos el siguiente ejemplo.---- Sean $p_0=0.05$, $p_1=0.20$, $=0.05$ y $=0.10$; los números de aceptación-y de rechazo, se calculan para cada estado de las ecuaciones (11)- y (12); los resultados del experimento, están representados en la- siguiente tabla:

NUMERO DE UNIDADES INSPECCIONADAS	NUMERO DE ACEPTACION	NUMERO DE DEFECTUOSOS	NUMERO DE RECHAZO
1	-	0	-
2	-	0	-
3	-	0	3
4	-	0	3
5	-	0	3
6	-	0	3
7	-	0	3
8	-	1	3
9	-	1	3
10	-	1	3
11	-	1	4
12	-	1	4
13	-	1	4
14	0	1	4
15	0	1	4
16	0	1	4
17	0	2	4
18	0	2	4
19	0	3	4
20	0	3	5
21	0	3	5
22	0	4	5
23	1	5	5
24	1		5
25	1		5

Los valores de la segunda y cuarta columna se encontra— ron mediante las ecuaciones para los números de aceptación y de re chazo que se determinaron, sustituyendo los valores de p_o, p_1, α,-

y β, en (11) y (12). Dichas ecuaciones, después de la sustitución, quedan de la siguiente manera:

$$a_m = -1.46 + 0.11\ m \quad y \quad r_m = 1.86 + 0.11\ m$$

Dado que la primera vez en que d_m no se encuentra entre a_m y r_m, es cuando m=23, y como $d_m = r_m$, la inspección termina con el rechazo del lote.

IV-3.2-PROCEDIMIENTO GRAFICO.

La prueba se puede realizar también en forma gráfica. El número de observaciones m, se mide sobre el eje horizontal, y el número de defectuosos d_m, sobre el eje vertical. Los puntos (m, a_m) se encuentran sobre una linea recta Lo, dado que a_m es una función lineal de m. De igual manera, los puntos (m, r_m) se encuentran sobre una linea recta L_1. La intersección de Lo, está dada por:

$$(13) \quad h_o = \frac{\log \frac{\beta}{1-\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}}$$

Y la intersección de L_1, está dada por:

$$(14) \quad h_1 = \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}}$$

Las lineas Lo y L_1 son paralelas, y la pendiente común es igual a:

$$(15) \quad s = \frac{\log \dfrac{1-p_o}{1-p_1}}{\log \dfrac{p_1}{p_o} - \log \dfrac{1-p_1}{1-p_o}}$$

Las dos lineas rectas Lo y l_1 se grafican antes de iniciar la inspección. Los puntos (m, d_m) se grafican al ir efectuando la inspección. Continuamos tomando observaciones adicionales, en tanto los puntos (m, d_m) se encuentren entre las lineas Lo y L_1. Si (m, d_m) se encuentra sobre Lo o abajo de ella, el lote se acepta. Si (m, d_m) se encuentra sobre L_1 o arriba de ella, el lote se rechaza.

La figura 1, muestra el procedimiento gráfico del ejemplo de la sección anterior.

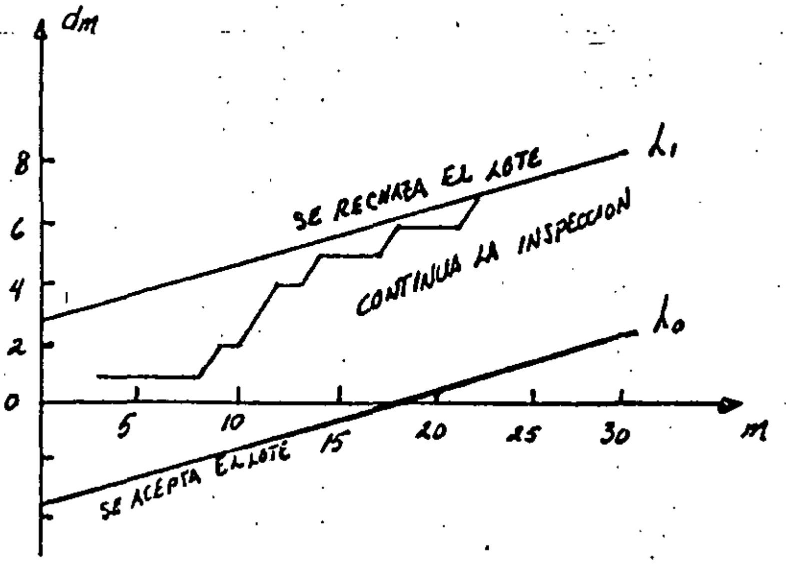


Figura 1.

IV-4-FUNCION CARACTERISTICA DE OPERACION L(p) DE LA PRUEBA.
DETERMINACION DE L(p) PARA ALGUNOS VALORES ESPECIALES DE p.

De acuerdo a la definición de función característica de-operación, para el caso de una distribución binomial, tenemos: $L(p) = (1-p)^{n_o}$ ya que $L(p)$ para cada valor de p, es igual a la probabilidad de que el lote sea aceptado cuando p, es la proporción de defectuosos en el lote.

Se puede verificar que:

(16) $L(0) = 1$ y $L(1) = 0$

Dado que la probabilidad de aceptar el lote cuando $p=p_o$ es igual a $1-\alpha$, y la probabilidad de que el lote sea aceptado cuando $p=p_1$ es igual a β, tenemos:

(17) $L(p_o) = 1 - \alpha$ y $L(p_1) = \beta$

Cuando:

$$p = s = \frac{\log \frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log \frac{p_1}{p_o} - \log \frac{1-p_1}{1-p_o}}$$

tenemos que el valor de h es cero en la ecuación .

$$L(\theta) \sim \frac{A^{h(\theta)}-1}{A^{h(\theta)}-B^{h(\theta)}}$$

El límite de la ecuación anterior, cuando $h \to 0$, es igual-a:

$$\frac{\log A}{\log A + |\log B|}$$

la cual, sustituyendo $A=(1-\beta)/\alpha$ y $B=\beta/1-\alpha$ por A y B respectivamente, nos da la ecuación siguiente:

$$L(s) = \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{1-\beta}{\alpha} + \left|\log \frac{\beta}{1-\alpha}\right|} = \frac{h_1}{h_1 + |h_o|}$$

Donde h_o y h_1 son las intersecciones de las lineas Lo y-L_1. Así, cinco puntos en la curva CO, correspondientes a $p=0,1,p_o$, p_1 y s, pueden ser determinados. Dado que L(p) es una función monó tona decreciente, estos cinco puntos determinan de manera bastante aproximada la curva CO.

IV-4.1-DETERMINACION DE L(p) SOBRE TODO EL RANGO DE p.

Del capítulo II, ecuaciones (39) y (40), para el caso--- de una distribución binomial, tenemos:

$$(19)\quad L(p) = \frac{\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right]^h - 1}{\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right]^h - \left[\frac{\beta}{1-\alpha}\right]^h}$$

donde h se determina mediante la ecuación:

$$(20)\quad p = \frac{1 - \left[\frac{1-p_1}{1-p_o}\right]^h}{\left[\frac{p_1}{p_o}\right]^h - \left[\frac{1-p_1}{1-p_o}\right]^h}$$

Para evaluar la curva CO, no es necesario resolber la e- cuación (20) para h. Para cualquier valor h, seleccionado arbitra- riamente, los valores de p y L(p) pueden determinarse de (19) y--- (20). El punto (p,L(p)) calculado de esta manera, será un punto so bre la curva CO. La curva CO, puede graficarse al tenerse un núme-

VI-PRUEBA DE QUE LA MEDIA DE UNA DISTRIBUCION NORMAL CON DESVIACION ESTANDAR CONOCIDA, SE ENCUENTRA ABAJO DE UN VALOR DADO.

VI-1-FORMULACION DEL PROBLEMA.

Sea X, una variable aleatoria normalmente distribuida, con media desconocida θ, y desviación estándar conocida σ. En esta sección, discutiremos el problema de probar la siguiente hipótesis: θ es menor o igual a algún valor específico θ.

Tal problema se tiene por ejemplo, en control de calidad y muestreo de aceptación. Supóngase, que un lote consistente de un número grande de unidades de un producto manufacturado se somete a inspección de aceptación. El número de unidades en el lote se supone lo suficientemente grande, de manera que se pueda considerar que el lote contiene un número infinito de unidades. Supóngase además, que el resultado de una observación es una medida X, de alguna característica de la unidad, tal como el peso, dureza, o resistencia a la tensión. El valor de X, variará de unidad a unidad. Se supone que X es normalmente distribuida, con desviación estándar conocida σ, pero media desconocida θ. Además, para el producto es más deseable el valor más pequeño de θ. Entonces, será posible designar un valor particular θ' tal, que se prefiera aceptar el lote si $\theta<\theta'$ y se prefiera rechazar el lote si $\theta>\theta'$. En tal situación estamos enteresados en determinar un plan de muestreo para probar-la hipótesis $\theta < \theta'$.

VI-2-RIESGOS TOLERADOS DE TOMAR DECISIONES EQUIVOCADAS.

Si $\theta = \theta'$, somos indiferentes entre aceptar o rechazar el lote. La preferencia para aceptación se incrementa con la disminución del valor de θ en el dominio $\theta < \theta'$, y la preferencia para rechazo se incrementa con el incremento del valor de θ en el dominio $\theta > \theta'$. De esta manera, será posible encontrar dos valores θo y θ_1 ($\theta o < \theta'$ y $\theta_1 > \theta'$) tales que el rechazo del lote sea considerado un error de consecuencias prácticas si $\theta \geq \theta_1$; para valores de θ entre θo y θ_1, no nos encontramos en condiciones de tomar una decisión final. La zona de preferencia para aceptación consiste de todos los valores θ para los cuales $\theta \leq \theta o$, la zona de preferencia para rechazo es el conjunto de valores θ, para los cuales $\theta \geq \theta_1$, y la zona de indiferencia consiste de todos los valores θ que se encuentran entre θo y θ_1. Después de seleccionar los valores θo y θ_1, los riesgos que pueden ser tolerados, se expresan como sigue: La probabilidad de rechazar el lote no debe exceder un valor α cuando $\theta \leq \theta o$, y la probabilidad de aceptar el lote no debe exceder un valor preasignado β cuando $\theta \geq \theta_1$. Así, dichos riesgos quedan caracterizados mediante los números θo, θ_1, α y β.

VI-3-PRUEBA SECUENCIAL DE RAZON DE PROBABILIDAD CORRESPONDIENTE A LAS CANTIDADES $\theta o, \theta_I$, α y β.

Los requisitos considerados en los riesgos tolerables,- son satisfechos por la prueba secuencial de razón de probabilidad de vigor (α, β) para probar la hipótesis $\theta = \theta o$ v.s. La alternativa $\theta = \theta_I$. Esta prueba secuencial es como sigue: sea X_I, $X_2, \ldots$ - etc. observaciones sucesivas sobre X. La densidad de probabilidad de la muestra $(X_I, \ldots, X_m)$ esta dada por:

$$(1) \quad p_{o_m} = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}\sigma^m} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (x_\alpha - \theta o)^2}$$

Si $\theta = \theta o$, y por:

$$(2) \quad p_{I_m} = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}\sigma^m} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (x_\alpha - \theta_1)^2}$$

Si $\theta = \theta_1$. La razón de probabilidad se calcula en cada- estado de la inspección. Tomamos observaciones adicionales, en -- tanto:

$$(3) \quad B < \frac{p_{1m}}{p_{om}} = \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (x_\alpha - \theta_1)^2}}{e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (x_\alpha - \theta o)^2}} < A$$

La inspección termina con la aceptación del lote si:

$$(4) \quad \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_\alpha-\theta_1)^2}}{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_\alpha-\theta_0)^2}} \leq B$$

La inspección del lote termina con el rechazo del lote si

$$(5) \quad \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_\alpha-\theta_1)^2}}{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_\alpha-\theta_0)^2}} \geq A$$

Los valores aproximados de A y B están dados por $(1-\beta)/\alpha$ y $\beta/(1-\alpha)$ respectivamente.

Tomando logaritmos de (3), (4) y (5), y simplificando tenemos:

$$(6) \quad \log \frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha + \frac{m}{2\sigma^2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) < \log \frac{1-\beta}{\alpha}$$

$$(7) \quad \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha + \frac{m}{2\sigma^2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) \leq \log \frac{\beta}{1-\alpha} \qquad \text{y:}$$

$$(8) \quad \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha + \frac{m}{2\sigma^2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) \geq \log \frac{1-\beta}{\alpha}$$

Otras simplificaciones se pueden hacer sumando $(-m/2\sigma^2)(\theta_0^2 - \theta_1^2)$ a ambos lados de las desigualdades (6), (7) y (8) y la división de éstas por $(\theta_1 - \theta_0)/\sigma^2$. Estas operaciones transforman dichas ecuaciones en

$$(9) \quad \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \log \frac{\beta}{1-\alpha} + m\,\frac{\theta_0+\theta_1}{2} < \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha <$$

$$< \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \log \frac{1-\beta}{\alpha} + m \frac{\theta_0+\theta_1}{2}$$

$$(10) \quad \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha \leq \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \log \frac{\beta}{1-\alpha} + m \frac{\theta o + \theta_1}{2} \qquad \text{y:}$$

$$(11) \quad \sum_{\alpha=1}^{m} x_\alpha \geq \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \log \frac{1-\beta}{\alpha} + m \frac{\theta_0 + \theta_1}{2}$$

respectivamente.

Mediante el uso de las desigualdades (9), (10) y (11), el proceso se realiza de la siguiente manera. Para cada m, calculamos el número de aceptación

$$(12) \quad a_m = \frac{\sigma^2}{\theta_1-\theta_0} \log \frac{\beta}{1-\alpha} + m \frac{\theta_0+\theta_1}{2}$$

y el número de rechazo

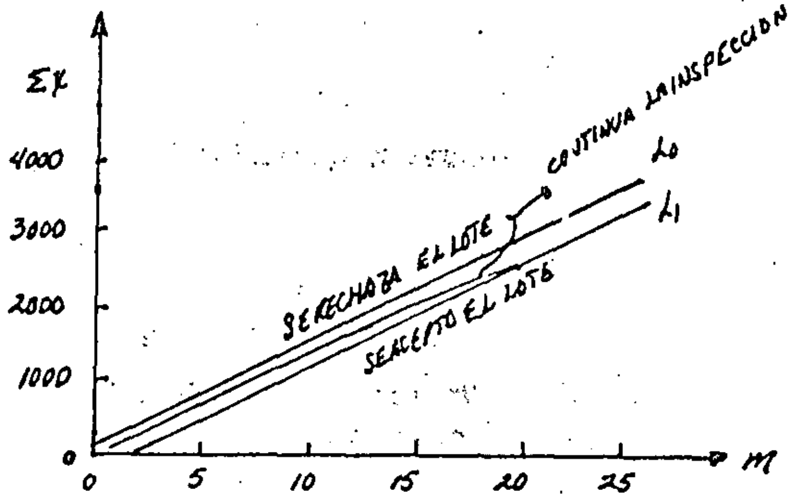
$$(13) \quad r_m = \frac{\sigma^2}{\theta_1-\theta_0} \log \frac{1-\beta}{\alpha} + m \frac{\theta_0+\theta_1}{2}$$

Dichos números se calculan antes de empezar la inspección Dicha inspección continúa en tanto $a_m < \Sigma x_\alpha < r_m$. La primer ocación que Σx_α no se encuentre entre a_m y r_m, la inspección termina. El lote se acepta si $\Sigma x_\alpha \leq a_m$, y el lote se rechaza si $\Sigma x_\alpha = r_m$.

Como ilustración consideremos el siguiente ejemplo. Sea $\theta o=135$, $\theta_1=150$, $\alpha=0.01$ y $\beta=0.03$, además $\sigma=25$. Las observaciones y los números de aceptación y de rechazo se encuentran tabulados en-la siguiente tabla, la cual demuestra que la inspección termina en m=20 con la aceptación del lote.

m Número de observaciones	a_m Número de aceptación	x Valor observado	Σx Suma acumulada de valores observados	r_m Número de rechazo
1	----	151	151	334
2	139	144	295	476
3	281	121	416	619
4	424	137	553	761
5	566	138	691	904
6	709	136	827	1046
7	851	155	982	1189
8	994	160	1142	1331
9	1136	144	1286	1474
10	1279	145	1431	1616
11	1421	130	1561	1759
12	1564	120	1681	1901
13	1706	104	1785	2044
14	1849	140	1925	2186
15	1991	125	2050	2329
16	2134	106	2156	2471
17	2276	145	2301	2614
18	2419	123	2424	2756
19	2561	138	2562	2899
20	2704	108	2670	3041
21	2846	---	----	3184
22	2989	---	----	3326
23	3131	---	----	3469
24	3274	---	----	3611
25	3416	---	----	3754

El procedimiento se puede llevar a cabo también en forma gráfica, como se muestra en la siguiente figura.



El número de observaciones m, se mide sobre el eje horizontal. Los puntos (m,a_m) se encuentran sobre una linea recta L_o y los puntos (m,r_m) sobre una línea paralela L_1. Dibujamos las lineas L_o y L_1, antes de iniciar la inspección. Los puntos $(m,\sum_{\alpha=1}^{m}x)$ se grafican conforme se va realizando la inspección. Dicha inspección--- continúa en tanto los puntos $(m,\Sigma x_\alpha)$ se encuentren entre las lineas L_o y L_1. La inspección termina la primer vez que el punto $(m,\Sigma x_\alpha)$- no se se encuentre entre L_o y L_1. Si se encuentra sobre Lo o por-- abajo de ella, el lote se acepta, y si se encuentra sobre L_1, o--- por encima de ella, el lote se rechaza.

La pendiente común de las lineas L_o y L_1 está dada por--

$$(14) \quad s = \frac{\theta_o+\theta_1}{2}$$

La intersección de L_o es igual a

$$(15) \quad h_o = \frac{\sigma^2}{\theta_1-\theta_o} \log \frac{\beta}{1-\alpha}$$

y la intersección de L_1 está dada por

$$(16) \quad h_1 = \frac{\nabla^2}{\theta_1 - \theta_0} \log \frac{1-\beta}{\alpha}$$

VI-4-CURVA CARACTERISTICA DE OPERACION DE LA PRUEBA.

Sea $L(\theta)$, la probabilidad que la prueba secuencial nos-- conduzca a la aceptación del lote cuando θ es el verdadero valor-- de la media. La función $L(\theta)$ es llamada función característica de- operación de la prueba. En la sección II-4 se derivaron cierta fórmulas para el cálculo de la función CO, y los resultados generales se aplican a la prueba de la media de una población normal.

Se demostró que:

$$(17) \quad L(\theta) \quad \frac{\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right]^h - 1}{\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right]^h - \left[\frac{\beta}{1-\alpha}\right]^h} \qquad \text{donde}$$

$$(18) \quad h = \frac{\theta_1 + \theta_0 - 2\theta}{\theta_1 - \theta o}$$

Se observa de (17) y (18) que $L(\theta)$ es una función cre--- ciente de h, y h es una función decreciente de θ.

Para $\theta = -\infty$, θo, $(\theta_0 + \theta_1)/2$, θ_1, $+\infty$, los valores de $L(\theta)$- se obtienen de (17).

$$(19) \quad L(-\infty) = 1 \qquad L(\theta_0) = 1 - \alpha$$

$$L(\theta_1) = \beta \qquad L(\infty) = 0$$

BIBLIOGRAFIA.

1- INTRODUCTION TO MATHEMATICAL STATISTICS.

ROBERT V. HOGG AND ALLEN T. CRAIG.

2- INTRODUCTION TO MATHEMATICAL STATISTICS.

PAUL G. HOEL.

3- INTRODUCCION A LA TEORIA DE LA ESTADISTICA.

ALEXANDER M. MOOD Y FRANKLIN A. GRAYBILL.

4- SEQUENTIAL ANALYSIS.

ABRAHAM WALD.

5- ESTADISTICA MATEMATICA.

ERWIN KREYSZIG.

TEORIAS "X" y "Y" 1*

LA TEORIA "X" TIENE COMO PREMISAS:

1. El ser humano medio siente una aversión inherente por el trabajo y lo evita si puede

2. Por esta característica humana de aversión al trabajo, la mayoria de las personas han de ser obligadas, controladas, dirigidas y amenazadas con castigos para que desarrollen el esfuerzo conveniente a la consecución de los objetivos de la organización.

3. El ser humano medio prefiere ser dirigido, desea esquivar la responsabilidad, tiene relativamente poca ambición, quiere seguridad por encima de todo.

LA TEORIA "Y" TIENE POR PREMISAS:

1. El desarrollar esfuerzo físico y mental en el trabajo es tan natural como jugar o descansar.

2. El control externo y la amenaza de castigo no son los únicos medios para obtener esfuerzo hacia los objetivos de la organización. El hombre ejercera autodirección y autocontrol en el servicio de los objetivos en los que se comprometa .

3. Comprometerse en objetivos en función de las recompensas asociadas a su consecución

4. El ser humano medio aprende, en buenas condiciones, no sólo a aceptar sino a buscar responsabilidad.

5. La capacidad de ejercer un grado relativamente elevado de inmaginación, ingenio y creatividad en la solución de problemas de las organizaciónes está ampliamente, y no estrecharmente, distribuida entre los humanos

6. En las condiciones de la moderna vida industrial, el potencial intelectual del ser humano medio se usa sólo parcialmente.

NECESIDADES HUMANAS

1. Necesidades fisiológicas.- de alimento, vestidos, refugio, aire y agua

2. Necesidades de seguridad.- de vivir, trabajar y esparcirse en un ambiente relativamente seguro, libres de inminente peligro de muerte o de daños graves,.

3. Necesidades sociales.- de asociarse con otros seres humanos para estímulo, apoyo mutuo y emulación intelectual

4. Necesidad del ego.- de respetarse a sí mismos y saber que los demás también le respetan.

5. Necesidad del auto desarrollo.- de automejora, aumento de la capacidad física o mental, desarrollo de capacidades nuevas o mayores y adquisición de nuevos conocimientos

1* Douglas Mc. Gregor, The Human Side of Enterprise. Mc. Graw-Hill, 1960.

La teoría "z" de la organización sostiene que, eventualmente, los efectos de los cambios organizacionales y la más efectiva forma de organización para una situación dada pueden ser predeterminados. Es un enfoque que ve los problemas de organización como mera cuestión de organizar un sistema.

Un sistema cibernético es un tipo de proceso recirculatorio y que es capaz de cierto grado de acción correctiva, ya sea como resultado de cambios internos dentro del sistema o respondiento a cambios ambientales externos. Un sistema se compone usualmente de uno o varios subsistemas y las capacidades del sistema total dependen de las capacidades de cada subsistema; a su vez, todo cambio en la función o capacidad del sistema total requiere cambios correspondientes en los subsistemas. La introducción de factores en el sistema total puede originarse desde fuera del sistema o desde los subsistemas componentes y lo mismo puede decirse de los factores producidos por el sistema- éstos pueden ser colocados fuera del sistema o llevados a afectar cualquiera de los subsistemas.

La teoría "z" o el enfoque contingente de las organizaciones traduce el concepto de sistemas, a un lenguaje sencillo, reconociendo que la estructura y el funcionamiento de una organización son contingentes a muchos factores situacionales, tanto internos como externos a ella. No es un mero enfoque simplista de la organización que afirma que hay una forma de organización exitosa bajo cualquier situación o circunstancia, ni es tampoco la consideración abstracta presentada en la teoría general de sistemas. Es un enfoque intermedio adaptable a las organizaciones.

Uno de los principales problemas en el desarrollo de un enfoque contingente de la teoría de la organización es la determinación de los parámetros de la organización; ¿cuáles son los factores del diseño organizativo, la estructura y la función a ser considerados en tal enfoque? Los autores March y Simon, en su libro "Organizations", consideran 206 variables como parámetros de organización [1].

---

1. James G. March and Herbert A. Simon, Organizations (New York: John Wiley & Sons, Inc. 1958), [illegible] un enfoque de sistemas al estudio de la [illegible] está contenida en el Apé[illegible] al estudiante avanzado interesado en la t[illegible]

Muchos de las variables que ellos presentan son nuevas y no han sido aún probadas por la investigación; además, es casi imposible abarcar las 206 variables y todas las posibles interrelaciones que puedan surgir.

El trabajo de los mencionados autores acentúa la creencia de que la efectividad organizacional depende del reconocimiento de la adaptación a muchos factores situacionales variables e interdependientes, y de lo que es considerado organización efectiva para una situación puede ser lamentablemente inadecuado para otra.

A su vez, en el otro extremo del espectro, las Teorías X e Y utilizan sólo dos factores - el trabajo y la naturaleza de las personas- como parámetros de la organización. Una base intermedia sugiere las siguientes seis variables situacionales interactuantes como factores que determinan la apropiación de cualquier estructura o proceso organizacional dado: (1) tamaño de la organización, (2) grado de interacción, (3) personalidad de los miembros, (4) congruencia de los objetivos, (5) nivel de la toma de decisiones, y (6) estado del sistema:

Tamaño de la organización. A medida que el tamaño (definido como número de personas) aumenta la estructura de la organización se hace más formal y compleja, con el resultado que los procesos apropiados de motivación de los empleados hacia el logro de las metas organizacionales se hacen más formales y dirigidos- más bien que informales y participativos- por naturaleza.

Grado de interacción. A la par que la necesidad de interacción entre los miembros de una organización aumenta a fin de cumplir la tarea prescrita, su estructura debiera permitir una libre afluencia de información e intercambio de ideas y los procesos de motivación que la acompañan debieran tornarse más participativos e informales por naturaleza.

Personalidad de los miembros de la organización. Una estructura organizacional y los respectivos procesos se conforman a la personalidad y expectaciones de los miembros de la organización. Los miembros que no esperan participación y que dependen de otros en cuanto a motivación, reac cionan mejor a patrones de estructura y motivación formales, mientras que aquellos que esperan participación y son ampliamente automotivados reaccionan mejor a procesos participativos y a una estructura organizacional informal.

Congruencia de Metas. Cuando las metas de la organización y las de sus miembros son congruentes, los procesos participativos y una estructura menos formal resultan ser apropiados; pero cuando aquéllas son divergentes, debe darse mayor apoyo y énfasis a los controles externos y a la estructura formal, para losgrar una fiscalización adecuada.

Nivel de Toma de Decisiones. El nivel jerárquico de la toma de decisiones es primordialmente una función de la tecnología de la organización. Cuando la tecnología lo permite y las funciones decisionales son retenidas dentro del grupo de trabajo primario de una organización, los procesos participativos y la estructura informal resultan efectivos; en tanto que a medida que las prerogativas decisionales se mueven hacia arriba en la línea jerárquica y se alejan del grupo de trabajo afectado por dichas decisiones, la estructura formal y los procesos directivos van haciéndose más apropiados.

Estado del Sistema. Cuando la ejecutoria de una organización es relativamente pobre respecto del logro de objetivos organizacionales (creando por lo tanto, una situación de desbalance del sistema), se hace necesaria la utilización de procesos directivos de motivación y de estructuras formales a los efectos de iniciar acción correctiva; sin embargo paralelamente a la realización de la metas establecidas, los procesos participativos y los patrones informales de organización se hacen más efectivos y son deseados por los miembros de la organización.

Los parámetros determinados, conforman el marco del enfoque contingente al estudio de las organizaciones. Estas dimensiones no son generalizaciones amplias sobre la naturaleza del trabajo y las características de los seres humanos, ni tampoco prescriben "el mejor camino". [illegible] sí, los parámetros del enfoque contingente [illegible] un [illegible] de análisis de cada situación organizativa que se presenta, de manera que pueda diseñarse la estructura organizacional más apropiada y los procesos que mejor satisfagan las necesidades de esa particular situación. Todo ello sin dejar de tener presente que los parámetros del enfoque contingente funcionan como partes de un sistema, y un cambio en el valor de un factor modifica la significación y el funcionamiento de las demás variables.

Los pasos en la aplicación de la teoría "z" pueden ser:

1. Entender el tipo z de organización y su papel
2. Auscultar la filosofía de la empresa
3. Definir la filosofía deseada de la empresa
4. Implantar la filosofía creando tanto estructuras como incentivos
5. Desarrollar habilidades interpersonales
6. Probarse a si mismo y al sistema
7 Involucrar a los sindicatos, uniones, etc.
8. Propiciar estabilidad en el empleo
9. Decidir sobre un sistema para evaluaciones y promociones
10. Ampliar y propiciar trayectorias de desarrollo personal y grupal
11. Preparar para la implantación a los niveles inferiores
12. Buscar las areas para instrumentar la participación
13. Permitir el desarrollo de relaciones globales.

LOS CIRCULOS DE CONTROL DE CALIDAD Q-C

Una de las más interesantes lecciones del arte de la administración japonesa y una de las que es más cercana al espíritu de la Teoría "Z", son los Círculos de Control - de Calidad. La efectividad de estos círculos ha estimulado su aplicación y desarrollo en otros países.

La explicación de la popularidad de los Círculos radica en su función única. Lo que hacen es participar con la administración para localizar y resolver problemas de - coordinación y productividad. Los Círculos, en otras palabras, identifican lo que está mal en la organización y dan la respuesta al problema. Por esta razón, los Círculos Q-C que fueron desarrollados en Japón son un método útil para - alcanzar alta calidad, mejorar productividad y aumentar moralidad en los trabajadores a un costo relativamente bajo.

En Japón, los resultados son espectaculares. A - diciembre de 1979, existían más de 100 000 Círculos Q-C, sin considerar los no registrados que se estiman en un millón. Los Círculos en Japón producen cada año de 50 a 60 sugerencias por trabajador que son instrumentadas. Estos mejoramientos, sin embargo, no son gratuitos; se ha reportado que el trabajador japonés , durante sus primeros 10 años de trabajo, recibe aproximadamente 500 días de entrenamiento, incluyendo instruccion en aulas, y entrenamiento práctico - sobre su trabajo. ¿Cómo los Círculos trabajan tan bien? Los Círculos típicamente consisten de 2 a 10 trabajadores que - son permanentemente asignados a ese círculo. Todos los empleados son estimulados a participar. Cada Círculo de emplea dos forma un grupo de trabajo natural que está relacionado con los restantes de algún modo. Los trabajos de cada Círculo son coordinados por un líder para estudiar cualquier problema de producción o servicio que esté en el ámbito de su trabajo. En la mayoría de los casos, un Círculo desarrolla un proyecto que propone una respuesta a los problemas del sistema dentro de un período que va de 3 a 6 meses. Cada noviembre, se presentan los esfuerzos de cada círculo y se otorgan los reconocimientos correspondientes. Ordinariamente, cada Círculo se reune de una hora a 2 cada semana. Un proyecto típico puede involucrar un problema que ha sido identificado por uno o más miembros del Círculo. Ellos sugieren la relevancia del problema y discuten con otros miembros del Círculo, incluido el coordinador. El grupo puede entonces estudiar de manera sistemática el problema recolectando estadísticas sobre su tipo y naturaleza. Al final del período de estudio de 6 semanas, los miembros se reunen nuevamente para analizar los datos y determinar la fuente del problema. Una vez que el problema ha sido identificado se sugieren los pasos que deberían ser tomados para corregirlo. Si estos pasos pueden ser desarrollados totalmente por los miembros del Círculo, ellos instrumentan sus sugerencias. Si el problema es más general, entonces los miembros recurren a la formación de un Círculo más amplio que vea sobre la respuesta del problema, o bien, recomienda a los niveles superiores de la administración la solución que debería de ser dada. Finalmente, la solución es identificada e implantada. Los resultados del estudio son publicados, se reconoce el éxito de la implantación; La empresa reporta a los trabajadores el impacto de las sugerencias implantadas de manera que cada uno considerará la relación entre el éxito de -

su trabajo y los beneficios de la empresa así como el incremento de sus bonificaciones.

Los Círculos Q-C comenzaron después de la Segunda Guerra Mundial, cuando se reconoció la necesidad de que las técnicas estadísticas clásicas del control de calidad fuesen dominadas por los responsables de la producción y en base a los resultados de estos análisis, estos mismos trabajadores propusiesen las respuestas a los problemas identificados de calidad y productividad.

Mientras que no existe nada mágico en las técnicas estadísticas por sí mismas, lo que es diferente es la determinación para invertir en las enseñanzas de estas técnicas para los trabajadores a nivel de producción y entonces para delegar a estos trabajadores el poder y la autoridad de influir en los cambios en la organización del trabajo de manera que se mejore la calidad y productividad.

La estadística no es el único elemento crucial en el éxito de los Círculos. La combinación de las técnicas de medición más la atención al aspecto humano de la organización ha producido los resultados conocidos de los Círculos Q-C. El éxito de los Círculos Q-C no solamente depende de la técnica sino de su exacto entendimiento en los aspectos humanos para mejorar su productividad. Los propósitos fundamentales de los Círculos Q-C son:

- Contribuir al mejoramiento y desarrollo de la empresa.

- Atender a los aspectos humanos y propiciar ambientes de trabajo agradables que resulten significativos para el trabajador.
- Estimular y explayar las capacidades humanas totalmente en sus múltiples posibilidades.

Hay una distancia amplia entre la atención a las técnicas estadísticas por un lado y la gran visión involucrada en los propósitos generales por el otro. En la implantación exitosa de los Círculos Q-C es esencial que ambos aspectos sean totalmente instrumentados. Los Círculos Q-C también han extendido el ámbito de su uso a los departamentos de Ventas, Inventarios, etc. Existen Círculos Q-C que involucran tanto a compañías afines como a sus afiliados. Muchos de estos Círculos han mejorado sustancialmente sus operaciones así como su comunicación. En algunos casos, la cooperación se ha extendido entre los competidores; por otro lado, la enseñanza de los Círculos Q-C se ha estimulado a las escuelas secundarias del Japón.

Tal vez la mayor contribución de los Círculos Q-C en Japón se refiere al tratamiento del trabajador. No importa que tanto las empresas estén mecanizadas, lo importante es que el individuo sea tratado en sus manifestaciones humanas. La gente utiliza mucho tiempo de su vida en el lugar de su trabajo. Debe ser mucho más deseable trabajar en un ambiente agradable, donde el aspecto humanístico es considerado y donde las personas sientan que su trabajo es realmente significativo.

Esto es lo que los Círculos de Calidad buscan alcanzar.

La administración debe crear las condiciones posibles y entonces ser paciente para permitir que el esfuerzo y la moralidad se desarrollen naturalmente. Las actividades del Círculo deberían ser definidas para que la moralidad -- gradualmente sea elevada como una consecuencia natural de - tomar participación en las actividades. Mientras es un objetivo crear relaciones armoniosas, la palabra crear no debería ser interpretada como hacer una cosa por la fuerza. Lo que constituye el aspecto humano es la habilidad para pensar. Un trabajador debería estar ubicado donde la gente pueda pensar y usar su sabiduría. Debe ser un objetivo de las actividades de los Círculos Q-C el desarrollar esto.

Los objetivos de los Círculos Q-C son permitir que cada trabajador sea un planificador y un ingeniero, así como también un trabajador.

Una empresa puede realizar la potencialidad de sus empleados únicamente si invierte tanto en su entrenamiento como en su participación en la toma de decisiones. Sin entrenamiento, la invitación a participar en decisiones conducirá únicamente a frustración y conflicto. Sin una participación en la toma de decisiones, un gasto en entrenamiento será tanto frustrante como inútil.

La implantación exitosa de los Círculos Q-C radicará en el entendimiento total y en el establecimiento de - las condiciones necesarias para el desarrollo de los progra

¿QUE ES UN CIRCULO DE CALIDAD?

Un grupo de 2 a 10 personas

- Trabajando en un mismo departamento
- Reuniendose con regularidad
- Seleccionando y resolviendo problemas de calidad

¿QUIEN PUEDE PARTICIPAR?

- Cualquier persona interesada en mejorar la calidad del trabajo

APRENDE Y USA

LLUVIAS DE IDEAS

PRESENTACIONES

GRAFICAS

HOJAS DE CONTROL

HISTOGRAMAS

DIAGRAMAS DE PARETO

DIAGRAMAS

¿ PARA QUE SIRVE ?

- Aprender cosas nuevas
- Resolver problemas del grupo de trabajo
- Obtener satisfacción en el trabajo
- Es divertido
  - Reconocido

¿COMO TRABAJA UN CIRCULO DE CALIDAD ?

- Reuniones semanales
- Usa métodos para resolver problemas
- Resuelve problemas relacionados con el trabajo

CIRCULOS DE CALIDAD

* GRUPOS VOLUNTARIOS DE TRABAJO FORMADOS ENTRE 3 Y 12 EMPLEADOS.

* GUIADOS POR UN SUPERVISOR.

* SE REUNEN REGULARMENTE (UNA O DOS HORAS POR SEMANA)

* IDENTIFICAN, ANALIZAN Y RESUELVEN PROBLEMAS RELACIONADOS CON SU AREA DE TRABAJO.

* RECOMIENDAN SOLUCIONES A LOS NIVELES DIRECTIVOS.

* IMPLEMENTAN DICHAS SOLUCIONES.

* VIGILAN Y DAN SEGUIMIENTO A LAS CONSECUENCIAS.

FILOSOFIA BASICA DE LOS CIRCULOS DE CALIDAD

* LA GENTE SE SIENTE MAS ORGULLOSA DE SU TRABAJO CUANDO SE LE PERMITE PARTICIPAR EN LA TOMA DE DECISIONES

* LAS PERSONAS MAS CERCANAS A LOS PROBLEMAS SON LAS QUE ESTAN MEJOR CAPACITADAS PARA RESOLVERLOS

COORDINACION (JUGADORES) DE LOS CIRCULOS DE CALIDAD

* COORDINADOR
* COMITE DIRECTIVO
* MODERADOR
* LIDER DEL CIRCULO
* MIEMBROS DEL CIRCULO

---

* NO MIEMBROS DEL CIRCULO
* ESPECIALISTA

OBJETIVOS DE LOS CIRCULOS DE CALIDAD

* PROPORCIONAR CRECIMIENTO PERSONAL Y PROFESIONAL

* MEJORAR LA COMUNICACION

* REFORZAR HABILIDADES PARA RESOLVER PROBLEMAS Y TOMAR DECISIONES

* MEJORAR LA CALIDAD DE PRODUCTOS Y SERVICIOS

* INCREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD

LOS CIRCULOS DE CALIDAD...

PUEDEN DISCUTIR:

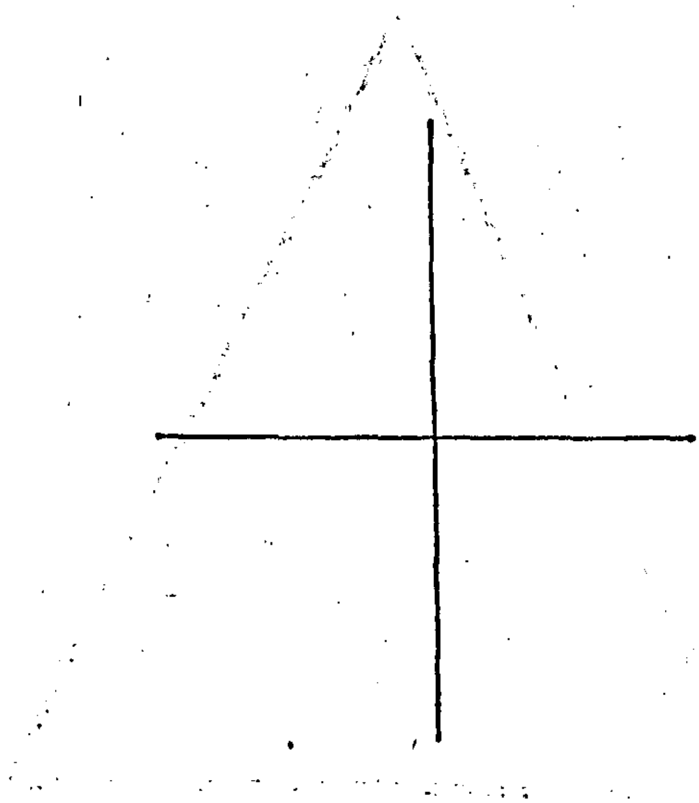
* CUALQUIER ASUNTO QUE AFECTE SU AREA DE TRABAJO

NO DEBEN DISCUTIR:

* ASUNTOS FUERA DE SU RESPONSABILIDAD
* ASUNTOS DE OTROS DEPARTAMENTOS
* ASUNTOS DE OTROS EMPLEADOS
* POLITICAS CORPORATIVAS
* ASPECTOS SALARIALES

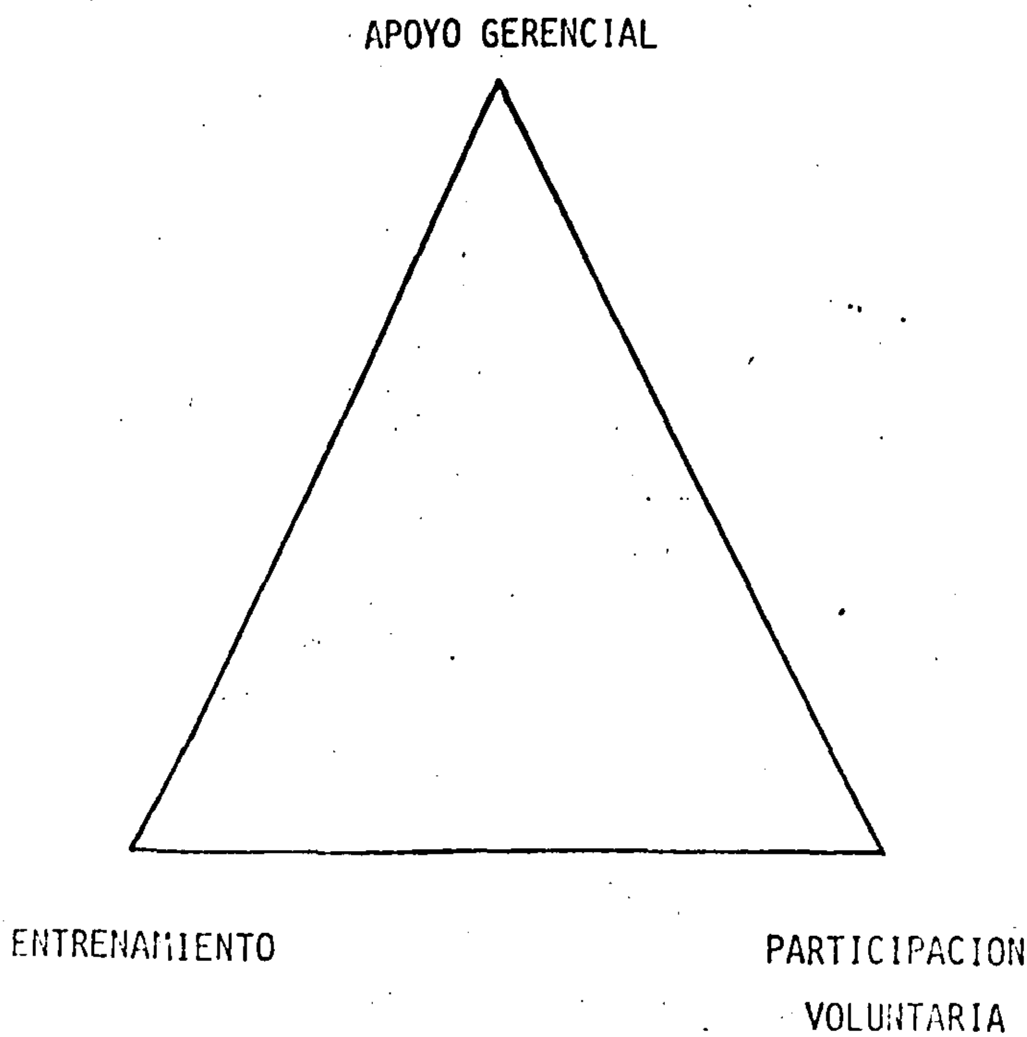
DIMENSION DUAL EN LA ACTIVIDAD DE LOS CIRCULOS DE CALIDAD

CONTENIDO (Q U E E S LA TAREA)



PROCESO (C O M O LLEVARLA A CABO)

ELEMENTOS CLAVE PARA EL EXITO DE LOS CIRCULOS DE CALIDAD



CARACTERISTICAS DE GRUPOS EFECTIVOS

* LOS INTEGRANTES ESCUCHAN EN FORMA ACTIVA
* EXISTE PARTICIPACION DE TODOS LOS INTEGRANTES
* COMUNMENTE EXISTE DESACUERDO
* SE EXPRESAN SENTIMIENTOS
* EL AMBIENTE ES RELAJADO
* LOS OBJETIVOS Y METAS SON CLAROS
* TODOS LOS MIEMBROS ESTAN MOTIVADOS

EL CUMPLIMIENTO DE LA TAREA REQUIERE:

* INICIATIVA
* BUSQUEDA DE INFORMACION
* COMPARTIR LA INFORMACION
* EXTERNAR OPINIONES
* ACLARAR, DEPURAR Y ELABORAR INFORMACION
* SINTETIZAR Y SUMARIZAR LA INFORMACION

PARA CONSERVAR EL GRUPO SE REQUIERE:

- MOTIVAR A LOS INTEGRANTES
- IMPULSAR Y ALENTAR LA LABOR DE LOS INTEGRANTES
- MANTENER ARMONIA EN LAS REUNIONES
- PROCURAR LA PARTICIPACION DE TODOS LOS MIEMBROS
- BUSCAR SIEMPRE EL CONSENSO

DE LOS MIEMBROS DEL EQUIPO SE REQUIERE:

* SINCERIDAD
* ATENDER SIEMPRE A LAS REUNIONES
* ARTICIPAR ACTIVAMENTE
* ACEPTAR VOLUNTARIAMENTE LAS ASIGNACIONES
* TOMAR MINUTAS EN LAS REUNIONES
* COMUNICARSE CON LOS NO MIEMBROS DE SÚ DEPARTAMENTO
* PARTICIPAR EN LAS PRESENTACIONES A LA GERENCIA
* AYUDARSE MUTUAMENTE
* ENFOCAR SU TRABAJO HACIA EL ALCANCE DE LAS METAS
* COMPARTIR SUS SENTIMIENTOS ABIERTA Y HONESTAMENTE

FORMAS EN QUE LOS GRUPOS TOMAN DECISIONES:

* POR FALTA DE RESPUESTA
* POR AUTORIDAD
* POR MAYORIA
* POR MINORIA
* POR CONSENSO
* POR CONSENSO UNANIME

S I N E R G I A

- ES EL BENEFICIO ADICIONAL LOGRADO POR LA INTERACCION

- LOS RESULTADOS DERIVAVOS DE UN TRABAJO EN EQUIPO SON MAYORES QUE LA SUMA DE LOS RESULTADOS INDIVIDUALES

- SE LOGRA MEDIANTE LA TOMA DE DECISIONES POR CONSENSO, LA COLABORACION DE TODOS LOS INTEGRANTES Y LA COMPETENCIA SANA ENTRE LOS MISMOS

METODOLOGIA DE SOLUCON DE PROBLEMAS

FASES	PASOS
I. BUSQUEDA DEL PROBLEMA	1. IDENTIFICACION 2. SELECCION
II. ANALISIS DEL PROBLEMA	3. ESPECIFICACION DEL PROB. 4. IDENTIFICACION DE CAUSAS 5. VERIFICACION DE CAUSAS
III. TOMA DE DECISIONES	6. DECISION DE OBJETIVOS 7. GENERACION DE SOLUCIONES 8. EVALUACION DE SOLUCIONES 9. DECISION
IV. IMPLEMENTACION	10. DESARROLLO DE UN PLAN 11. ANTICIPACION DE PROBLEMAS 12. PRESENTACION A GERENCIA 13. RETROALIMENTACION 14. VISION FUTURISTA

PROCESOS DE SOLUCION DE PROBLEMAS CREATIVAMENTE

DETERMINAR PROBLEMAS 1

DETERMINAR HECHOS 2

ESPECIFICAR PROBLEMAS

IDENTIFICACION DE CAUSAS 4

RECOLECCION DE DATOS 5

6 ANALISIS DE PARETO

7 ENCONTRAR LA SOLUCION/IDEA

8 ANALISIS DEL CAMPO DE FUERZAS

9 INSTRUMENTACION DEL PLAN

10 PRESENTACION A LA ADMINISTRACION

FORMAS EN QUE LOS GRUPOS TOMAN DECISIONES:

- POR FALTA DE RESPUESTA
- POR AUTORIDAD
- POR MAYORIA
- POR MINORIA
- POR CONSENSO
- POR CONSENSO UNANIME

S I N E R G I A

* ES EL BENEFICIO ADICIONAL LOGRADO POR LA INTERACCION

* LOS RESULTADOS DERIVAVOS DE UN TRABAJO EN EQUIPO SON MAYORES QUE LA SUMA DE LOS RESULTADOS INDIVIDUALES

* SE LOGRA MEDIANTE LA TOMA DE DECISIONES POR CONSENSO, LA COLABORACION DE TODOS LOS INTEGRANTES Y LA COMPE__ TENCIA SANA ENTRE LOS MISMOS

METODOLOGIA DE SOLUCON DE PROBLEMAS

FASES	PASOS
I. BUSQUEDA DEL PROBLEMA	1. IDENTIFICACION 2. SELECCION
II. ANALISIS DEL PROBLEMA	3. ESPECIFICACION DEL PROB. 4. IDENTIFICACION DE CAUSAS 5. VERIFICACION DE CAUSAS
III. TOMA DE DECISIONES	6. DECISION DE OBJETIVOS 7. GENERACION DE SOLUCIONES 8. EVALUACION DE SOLUCIONES 9. DECISION
IV. IMPLEMENTACION	10. DESARROLLO DE UN PLAN 11. ANTICIPACION DE PROBLEMAS 12. PRESENTACION A GERENCIA 13. RETROALIMENTACION 14. VISION FUTURISTA

PROCESOS DE SOLUCION DE PROBLEMAS CREATIVAMENTE

1 DETERMINAR PROBLEMAS

2 DETERMINAR HECHOS

3 ESPECIFICAR PROBLEMAS

4 IDENTIFICACION DE CAUSAS

5 RECOLECCION DE DATOS

6 ANALISIS DE PARETO

7 ENCONTRAR LA SOLUCION/IDEA

8 ANALISIS DEL CAMPO DE FUERZAS

9 INSTRUMENTACION DEL PLAN

10 PRESENTACION A LA ADMINISTRACION

DEFINICION DE PROBLEMA

* OBJETO CON DEFECTO

* DIFERENCIA ENTRE LO QUE ES Y LO QUE DEBIERA SER

* LAS CAUSAS NO SE CONOCEN

E T A P A S   D E   L A   M E T O D O L O G I A

P R E S E N T E	P A S A D O	F U T U R O
* CAUSA DESCONOCIDA	* CAUSA CONOCIDA	* SOLUCION CONOCIDA
* ENCONTRAR CAUSA	* DECIDIR SOLUCION	* ASEGURAR EXITO

MECANICA DE LAS REUNIONES

ANTES:

* DETERMINAR LOS OBJETIVOS
* PREPARAR LA AGENDA

DURANTE:

* INICIAR A TIEMPO
* SEGUIR LA AGENDA
* ESCRIBIR MINUTAS
* TERMINAR A TIEMPO

DESPUES:

* EVALUAR LA REUNION
* DISTRIBUIR LAS MINUTAS
* HACER SEGUIMIENTO Y TOMAR ACCION

LLUVIA DE IDEAS

CARACTERISTICAS:

* PROPICIA LA GENERACION DE IDEAS
* IMPULSA LA CREATIVIDAD
* ESTIMULA LA PARTICIPACION
* CREA UN AMBIENTA DE ENTUSIASMO
* CONTRIBUYE A LA MORAL DEL GRUPO

L L U V I A   D E   I D E A S

U S O S :

* ENCONTRAR PROBLEMAS POTENCIALES

* IDENTIFICAR SUS CAUSAS

* GENERAR ALTERNATIVAS DE SOLUCION

* PREVENIR Y ANTICIPARSE A FUTURAS CAUSAS

LLUVIA DE IDEAS

REGLAS:

* NO ENJUICIAR O EVALUAR LAS IDEAS
* DEJAR VOLAR LA IMAGINACION
* ENTRE MAS IDEAS SE GENEREN ES MEJOR
* CONTRIBUIR BASANDESE EN IDEAS DE OTROS

SELECCION DEL PROBLEMA

ROPOSITO

Jerarquizar los problemas

Elegir una área problema que concierna a la mayoría de los miembros

REGLAS

- Todos participan
- Sin críticas
- Sin comentarios
- La gente puede pasar
- La discusión se desarrolla

PROCEDIMIENTO

- El grupo jerarquiza problemas individualmente asignando una calificación a cada uno de acuerdo a cuanto desea trabajar sobre ese problema
- El lider da a los miembros algunos minutos para que asignen su calificación a los problemas y después se registran sus resultados
- Las calificaciones son sumadas y el grupo decide si se requiere un segundo ejercicio de jerarquización, o si el problema ha sido determinado
- Si se requiere un segundo ejercicio, se eliminan los que estan con calificación inferior y se da tiempo para la discusión de las áreas restantes
- Se selecciona el área de problema que recibe la mayor calificación, con el proceso antes descrito

EJEMPLOS

- Carencia de espacio de almacenamiento
- Areas de limpieza
- Continuos cambios de línea
- Procedimientos
- Carencia de área de refrigerio
- Trabajo de papeleo redundante
- Uso impropio del espacio

33

S E L E C C I O N   D E L   P R O B L E M A

* LLUVIA DE IDEAS PARA IDENTIFICAR PROBLEMAS

* CLARIFICACION Y ELABORACION DE UNA LISTA

* VOTACION PARA REDUCIR LAS ALTERNATIVAS A UN NUMERO RAZONABLE

* DISCUSION DE PROS Y CONTRAS DE CADA ALTERNATIVA

* ASIGNACION DE PRIORIDADES

* ¿ ES EL PROBLEMA ADECUADO Y TIENE SOLUCION ?

* SELECCION DE UN PROBLEMA

E S P E C I F I C A C I O N   D E L   P R O B L E M A

P R E G U N T A	E S	N O E S	D I F E R E N C I A S
¿ Q U E ? OBJETO DEFECTO			
¿D O N D E ?			
¿ C U A N D O ?			
¿ C U A N T O ?			
¿ TENDENCIA ?			

A N A L I S I S C A U S A / E F E C T O

P A S O S :

* ESPECIFICAR BIEN EL PROBLEMA

* DETERMINAR DIFERENTES CATEGORIAS DE CAUSAS

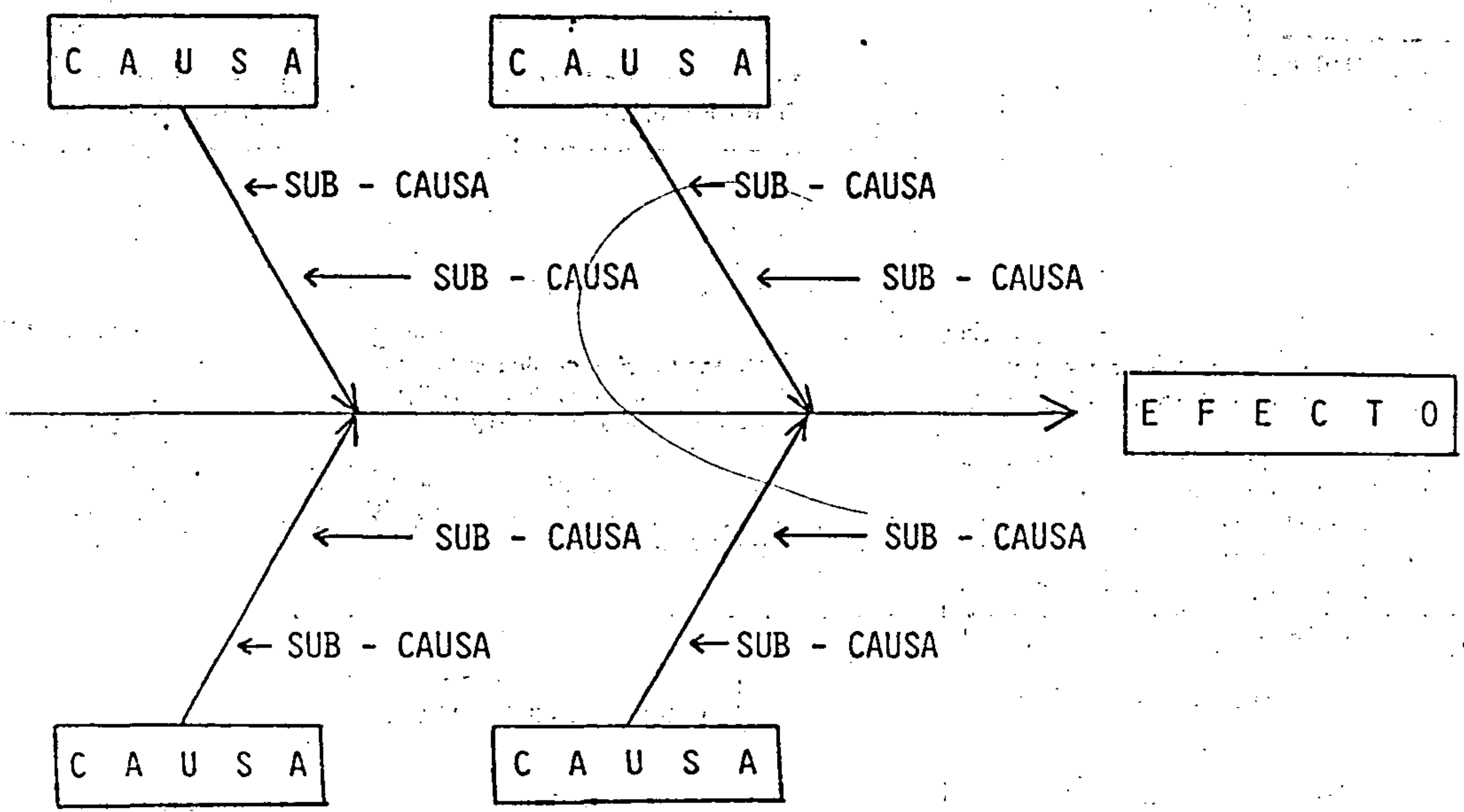
* LLUVIA DE IDEAS PARA POSIBLES CAUSAS

* SELECCIONAR Y COMPROBAR LAS CAUSAS MAS PROBABLES

* IDENTIFICAR LAS CAUSAS A CONSIDERAR

* VERIFICARLAS

A N A L I S I S   C A U S A / E F E C T O



DIAGRAMAS CAUSA - EFECTO

P R O P O S I T O

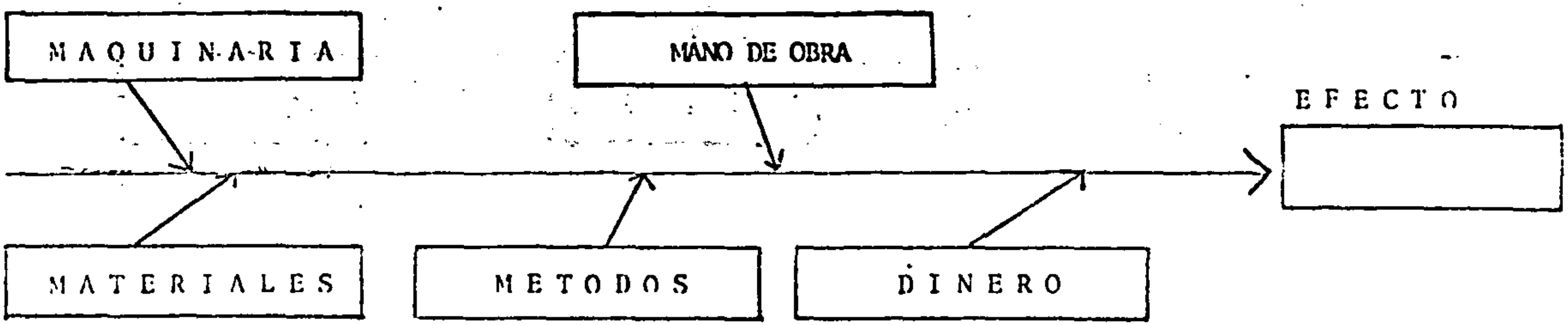
- Representar gráficamente causas probables en categorías específicas
- Ayudar al grupo a visualizar el problema
- Practicar el pensamiento divergente

R E G L A S

- El problema que aparece en la caja de efecto, es un producto o proceso medible
- Cualquier cosa que pueda - influir en el efecto es considerado como una causa probable

P R O C E D I M I E N T O

- Cada miembro sugiere probables causas del problema, generando sus ideas a través de la lluvia de ideas e identificando hechos
- El lider registra causas sobre el diagrama o una carta por categorías.



USOS Y APLICACION DE LOS DATOS

* PROPORCIONAR UNA IDEA CLARA E INSESGADA DE LOS PROBLEMAS
* SELECCIONAR ADECUADAMENTE LOS PROBLEMAS
* ESPECIFICAR CORRECTAMENTE LOS PROBLEMAS
* IDENTIFICAR SUS CAUSAS
* VERIFICARLAS
* EVALUAR LAS DIFERENTES ALTERNATIVAS DE SOLUCION
* DETERMINAR LOS PLANES DE IMPLEMENTACION

P R O C E S O D E D E C I S I O N

- ESTABLECER BIEN LOS OBJETIVOS CONSIDERANDO LOS FACTORES :
  - LO QUE T I E N E QUE LOGRARSE
  - LO QUE SE Q U I E R E LOGRAR
- GENERAR UN NUMERO DE ALTERNATIVAS DE SOLUCION RAZONABLE
- EVALUAR DICHAS ALTERNATIVAS
- TOMAR LA DECISION

A S E G U R A R S E   D E :

* ELEGIR LA ALTERNATIVA MEJOR BALANCEADA

* TRATAR DE MINIMIZAR LOS RIESGOS

* ASEGURARSE DE MAXIMIZAR EL EXITO

* PREGUNTARSE :

  - ¿ ES ESTA SOLUCION FACTIBLE ?
  - ¿ ES ESTA SOLUCION ADECUADA ?
  - ¿ ES ESTA SOLUCION DESEABLE ?

PENSAR MAS ALLA DE LA SOLUCION

* ¿ QUE CONSECUENCIAS PODRAN SURGIR ?

* ¿ NECESITAN OTROS DEPARTAMENTOS LA MISMA SOLUCION ?

* ¿ COMO SE VERAN BENEFICIADOS OTROS DEPARTAMENTOS ?

P A R A   A S E G U R A R   E X I T O :

* DESARROLLAR UN PLAN DE ACCION QUE CONTENGA :

  Q U E

  D O N D E

  C O M O

  C U A N D O

  Q U I E N

  E T C .

* ANTICIPARSE A AQUELLO QUE PUDIERA IR MAL

* TENER UN PLAN DE CONTINGENCIA

P R O P O S I T O   D E   L A   P R E S E N T A C I O N

A   L A   G E R E N C I A

- COMUNICAR

- PROPICIAR EL CAMBIO

- RECIBIR RECONOCIMINTO

T E C N I C A S   P A R A   U N A   B U E N A

P R E S E N T A C I O N

* SELECCIONAR UN LIDER PARA LA PRESENTACION
* PREPARAR UNA AGENDA
* ORGANIZAR EL MATERIAL
* UTILIZAR AYUDAS VISUALES
* TRATAR DE NO OCUPAR MAS DE 30 MINUTOS
* AL FINAL HACER UNA SINTESIS O RESUMEN

L A P R E S E N T A C I O N D E B E I N C L U I R :

- UNA DESCRIPCION CLARA DEL PROBLEMA
- EL PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACION
- LA SOLUCION RECOMENDADA PARA EL PROBLEMA
- EL PLAN DE ACCION PARA LA IMPLEMENTACION
- EL COSTO ESTIMADO DE LA SOLUCION
- LOS BENEFICIOS PRINCIPALES DE LA SOLUCION

8. CASO BI-MODALES

Algunas veces se dan casos en las distribuciones representadas con dos modas. Por esto, se aprecia indicaciones de que existen dos distribuciones.

En tales casos, los límites de variaciones se pueden calcular a partir de cada casilla modal separadamente empleando la mitad de los valores en la casilla modal y todos los valores desde esta casilla a la rama exterior de la distribución.

Como con las medidas entre dos casillas modal se «pierden en estos cálculos», se debe ampliar el tamaño de la muestra hasta 100 unidades, así se asegura la misma precisión para cada cálculo de límites de variaciones en cuestión como se obtienen en las distribuciones unimodales de las 50 lecturas.

Los cálculos se desarrollan de modo semejante al expuesto anteriormente al tratarse de la distribución asimétrica.

8

Planes de muestreo para producción continua

1. DIFICULTADES CON EL PLAN DE MUESTREO EN LOTES, CUANDO LA PRODUCCION ES CONTINUA

En los capítulos anteriores, hemos estudiado diversos procedimientos de inspección por muestreo para aceptación de material en lotes. En estos planes, la formación de lote que ha de someterse a la verificación es esencial. El Control de Recepción podrá aplicar estos planes ampliamente, ya que los envíos recibidos son fáciles para la formación de un lote. Sin embargo, en los talleres existen muchos puestos de trabajo, que operan de una manera continua sin que puedan formarse lotes. Para estas circunstancias de fabricación, la aplicación de los planes de muestreo en lotes tiene en la práctica una serie de dificultades. Si se quiere adoptar los planes de muestreo en lotes, se necesitará más espacio para la formación de lotes en los puntos de terminación de fabricación y se incrementará el almacén intermedio en los talleres. En caso de que los materiales fueran explosivos, necesitaría una seguridad adicional para el personal que trabaja en su alrededor. Si el material se deteriora con facilidad y el proceso es lento, se habrán estropeado dos productos antes de formar un lote para inspección.

Por otro lado, si se marcara lotes artificialmente, en el flujo continuo de la fabricación, con el fin de aplicar los planes de muestreo en lotes, correría el peligro de ocurrir que un lote fuera rechazado, pero una parte del mismo no esté fabricado y otra parte ya está en la siguiente fase de fabricación; algunas veces, un lote rechazado puede requerir una inspección 100 %, y por lo tanto, la parte que está en la siguiente etapa de fabricación debe ser retrocedida, causando una pérdida económica o una molestia para otras secciones de fabricación. Una u otras dificultades en la práctica, no permiten la aplicación de los planes de muestreo en lotes. Por esto, se han desarrollado otros planes, especialmente para producción continua. Estos se llaman «Planes de muestreo continuo» en contraposición de los planes de inspección «de lote en lote».

Los planes de muestreo continuo tienen carácter del plan «aceptación rectificación», es decir, no rechaza el producto, sino que le somete a una verificación total para obtener la parte fabricada satisfactoriamente.

Recordemos la palabra AOQL que significa «el límite máximo de la calidad media después de la inspección combinada por muestreo y 100 %, sustituyendo las piezas defectuosas por las buenas.

Existen diversos planes de muestreo continuo según podemos ver a continuación:

2. PLANES DE DODGE PARA EL MUESTREO CONTINUO

a) *CSP-1 (Plan de muestreo continuo 1)*

El plan de muestreo continuo fue iniciado primero por H. F. Dodge, de la casa Bell Telephone Laboratories, en 1943. El CSP-1 fue el primer plan de Dodge y la inspección se realiza de la siguiente manera: Al comenzar el plan se inspeccionan todos los productos 100 %, según el orden de fabricación; cuando se hayan inspeccionado i unidades consecutivas del producto sin hallar ninguna defectuosa, interrumpe la inspección 100 % y empieza el muestreo. El muestreo consiste en inspeccionar una fracción f de unidades. Por ejemplo: $f = 0{,}10$ quiere decir cada 10 piezas del producto se verifica una.

Primera etapa

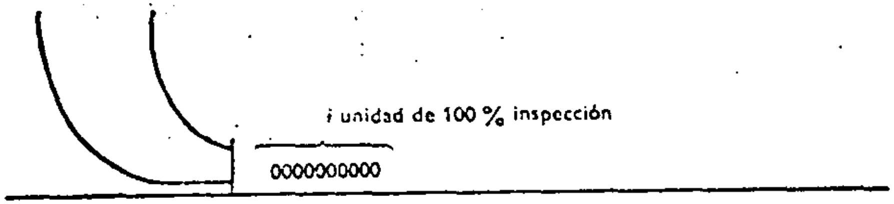


Figura 8-1

Segunda etapa

Si no se halla ninguna defectuosa, se efectuará la inspección por muestreo cada una fracción f de piezas.

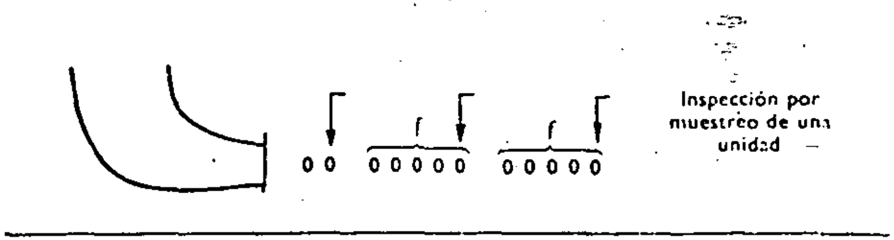


Figura 8-2

Si durante la inspección por muestreo se halla una defectuosa, se vuelve a la inspección 100 % inmediatamente:

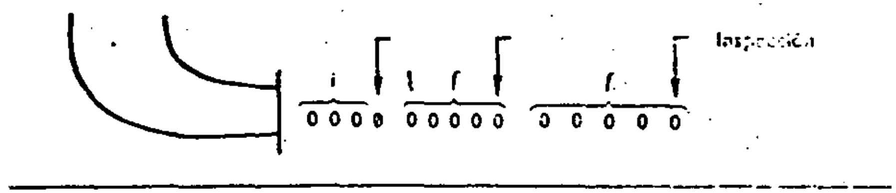


Figura 8-3

Si después de verificar nuevamente i unidades consecutivas sin hallar ninguna defectuosa, se empieza de nuevo la inspección por muestreo en la verificación de una fracción f de unidades producidas.

Todas las defectuosas encontradas, por este plan, deben ser sustituidas por buenas, tanto en la inspección 100 % como por muestreo.

En el plan CSP-1, los valores i y f están asociados con un valor específico de AOQL. Para cualquier combinación de i y f, se puede encontrar un AOQL determinado. Al mismo tiempo un determinado AOQL puede encontrar diferentes combinaciones i y f. Dodge preparó un gráfico especial para las combinaciones de i y f con los valores de AOQL que reproducimos aquí (gráfico 8-1).

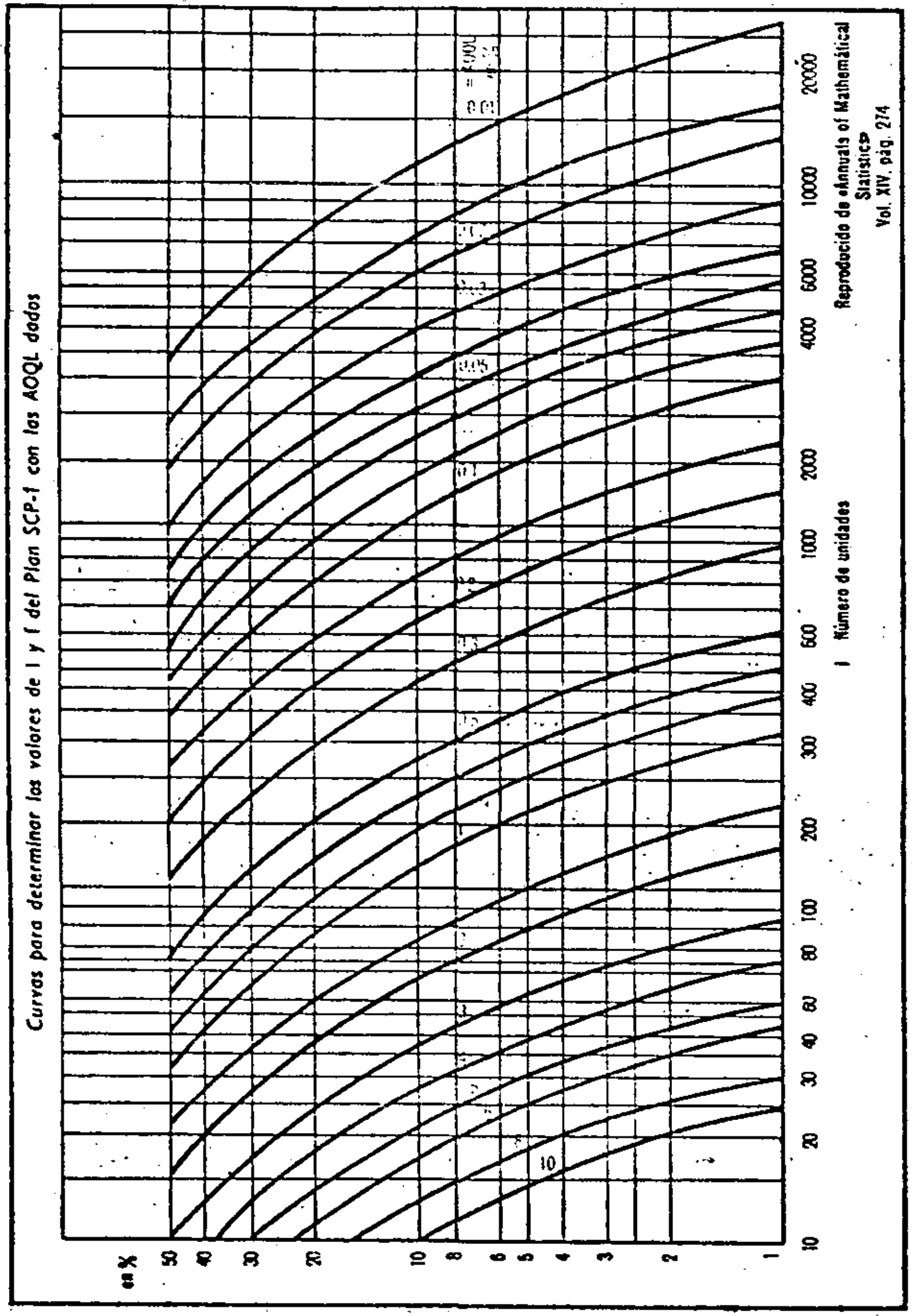


Gráfico 8-1

Si señalamos un AOQL del 1 %, se puede encontrar los siguientes planos:

I) $i = 150$; $f = 0,05$ (cada 20 se verifica una unidad)
II) $i = 60$; $f = 0,25$ (cada 4 se verifica una unidad)
III) $i = 70$; $f = 0,20$ (cada 5 se verifica una unidad)
IV) $i = 50$; $f = 0,30$ (cada 3 se verifica una unidad)

. . . .

La selección de i y f está generalmente basada en las consideraciones prácticas.

Por ejemplo, si el verificador está en el final de la línea de fabricación, es preferible elegir una i pequeña para tener una f mayor.

Dodge indicó que la protección contra la mala calidad es muy pobre si la f es menor que 0,02. Sin embargo, la carga de trabajo de los verificadores también debe tenerse en cuenta. La mayor frecuencia de muestreo supone la mayor carga de trabajo a los verificadores. Dodge sugiere que el mejor resultado puede tenerse si se cargan los trabajos de la inspección 100 % al departamento de Fabricación. Mientras la inspección por el muestreo al departamento de Control.

Si hay más que una clase de defectos, por ejemplo, defecto mayor y menor, se puede aplicar CPS-1 separadamente a cada clase. Es preferible, en este caso elegir un i para defectos mayores y otro i para defectos menores, teniendo constante la f. Así obtenemos la ventaja de que tanto para defecto mayor como para defecto menor, coincide en la misma unidad para la inspección por muestreo, excepto cuando se aplica la inspección 100 % al defecto mayor y la inspección por muestreo al defecto menor o viceversa.

En la práctica, podría ocurrir que los operarios conociesen la frecuencia de inspección de un modo sistemático, por lo que prestarían mayor atención a la pieza que va a ser sometida a inspección. Si se obra así, la consecuencia sería un descenso en la calidad media del producto.

Por ejemplo, tenemos un plan en $i = 150$, $f = 0,05$: el AOQL = 1 % para controlar durante el proceso. Si la toma de la muestra es sistemática, es decir, se selecciona una muestra de cada 20 unidades para la verificación, y si hay un aumento de porcentaje defectuoso en las piezas no muestradas, la calidad media AOQL pudiera ser más del 11 % en vez del 1 %.

Para contrarrestar este fallo, Dodge aconseja que se tome una muestra aleatoria para cada grupo de $1/f$ piezas. Será seleccionada para la inspección según los números equiprobables entre 0 y $1/f - 1$. Si $f = 0,10$ podemos para cada grupo de 10 piezas seleccionar un dígito (0, 1, 2, ... ó 9) de la tabla de números equiprobables y éste indica la pieza que debe ser seleccionada.

b) CSP-2 y CSP-3 (Plan de muestreo continuo 2 y 3)

Estos dos planes de Dodge son variantes del plan original arriba mencionado. La razón de la variación es la siguiente:

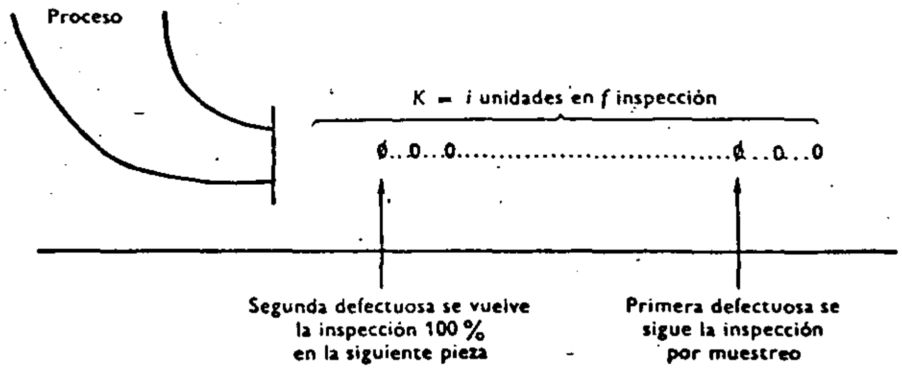


Figura 8-4

Muchos verificadores opinan que al hallar una pieza defectuosa, no siempre es necesario recurrir a la inspección 100 %, ya que esa defectuosa podría ser esporádica en el proceso de la fabricación. En 1951, Dodge y y Toney propusieron los planos CSP-2 y CSP-3.

El plan CSP-2 es el siguiente:

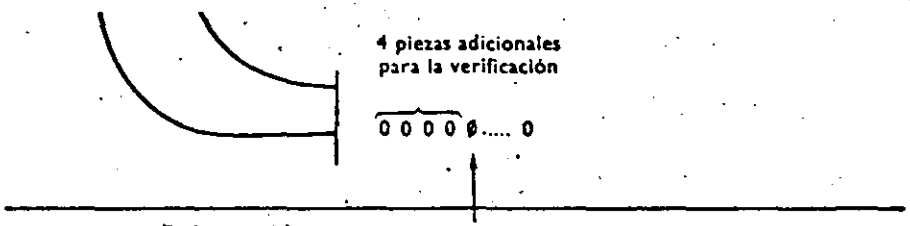


Figura 8-5

La inspección 100 % no se vuelve hasta que se encuentren dos defectuosas durante el espacio de K unidades de la muestra. Este K se identifica con i. Por ejemplo, tenemos un plan de $i = 60$, $f = 0{,}20$ y AOQL $= 1$ %, durante la inspección por muestreo, la frecuencia es cada 5 unidades verificar 1. Si en 60 verificaciones se encuentra dos defectuosas se interrumpe la inspección por muestreo, y se vuelve a la del 100 %.

El plan de CSP-3 sigue la forma de CSP-2, pero incorporando el siguiente procedimiento para dar una protección adicional contra la producción esporádica. Este plan requiere que, después de hallar una defectuosa en la inspección por muestreo, se verifica las 4 piezas inmediatas de esta defectuosa. Si alguna de las 4 es defectuosa, se vuelve a la inspección 100 %. Si no hay más defectuosas, se procede como el plan CSP-2.

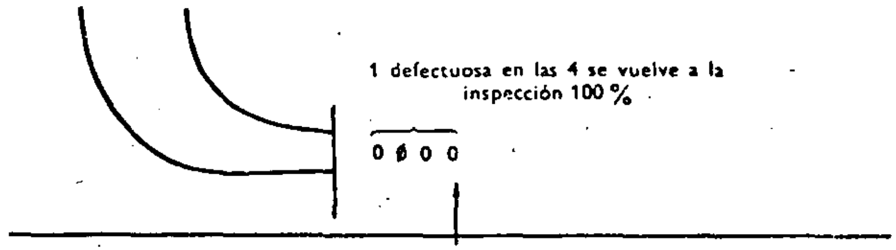


Figura 8-6

9

Nociones generales sobre planes de muestreo secuencial con inspección de «pieza por pieza»

En los capítulos anteriores hemos tratado los planes de muestreo de aceptación en lotes. En el muestreo simple, el número de piezas que compone la muestra es fijo según cada plan. En el muestreo doble, el número de piezas de la muestra, en parte es fijo según el plan y en parte será determinado con arreglo al resultado del proceso de muestreo. Si el lote es aceptado o rebajado en la primera muestra, no hay necesidad de tomar la segunda muestra. Por este motivo el muestreo doble podría dar posibilidades de reducir los costos de inspección, siempre que la calidad del lote sea suficientemente buena o mala. El razonamiento del muestreo múltiple es similar al muestreo doble respecto al procedimiento y a la disminución de los costos de inspección.

El éxito del muestreo doble o múltiple en el sentido de la reducción del costo de inspección induce a crear una nueva técnica de muestreo que se denomina «muestreo secuencial». La característica fundamental de esta nueva técnica de muestreo es que la verificación se hace de pieza en pieza, y el número definitivo de las piezas que deben ser seleccionadas dependen del resultado del proceso de inspección de las «piezas precedentes»; mientras que la del muestreo doble o múltiple, se inspecciona de muestra en muestra y la decisión de tomar la siguiente muestra, depende

del resultado de las anteriores. Por lo tanto, la reducción del costo de inspección será aún más considerable en este nuevo plan (muestreo secuencial) que los distintos planes estudiados anteriormente.

El muestreo secuencial en inspección de pieza por pieza está basado sobre la noción de «juego de azar». Supongamos dos jugadores A y B y cada uno tiene 5 duros; lanzan una moneda al aire, si sale «cara» gana un duro A sobre B, y si sale «cruz», B gana la misma cantidad sobre A. En caso de que la moneda no sea perfecta, con pocas tiradas, A podrá arruinar a B, o viceversa. En el muestreo secuencial, se hace la misma clase de juego, porque si una pieza inspeccionada es buena, apuntamos a un valor positivo, o si es mala, anotamos a un valor negativo.

Cuando llegue el momento en que los valores positivos registrados sobrepasan a cierto valor límite, se interrumpe la inspección y se acepta el lote; en caso contrario, si la suma de los valores negativos alcanza a otro valor límite predeterminado, se rechaza el lote.

La técnica del análisis secuencial fue desarrollada por A. Wald en 1943 cuando era miembro del grupo de Investigación Estadística en la Universidad de Columbia de los Estados Unidos. El trabajo de A. Wald da la teoría matemática y las variedades de su aplicación.

Por su utilidad y su base científica, la obra de Wald fue mantenida como «secreto» restringido al uso militar. Como la consecuencia de la gran aplicación que hicieron los tres ejércitos norteamericanos y la Oficina de Investigación y Desarrollo Científico utilizando como métodos para la aceptación de materiales en la Recepción e instrumentos estadísticos para la investigación científica, en el año 1945 se tuvo que revelar el secreto para su mayor divulgación en el campo industrial.

Consideremos, en primer lugar, un caso de inspección de un lote. Se toma la muestra de una pieza, clasificándola como buena o defectuosa. Esto es una inspección por atributos. Wald comienza con el establecimiento de estos cuatro criterios:

1. ¿Qué porcentaje defectuoso puede ser tolerado (nivel aceptable de calidad NAC) considerando que el lote es suficientemente bueno para ser aceptado? Por ejemplo, el 1 % es un NAC aceptable.
2. Se acompaña a esta aceptabilidad con el riesgo del productor α. α es la probabilidad de ser rechazado el lote, siendo su calidad buena con el 1 % de piezas defectuosas.
3. Por otra parte, se fija qué porcentaje defectuoso no puede ser tolerado bajo ningún concepto, por ejemplo, el 8 %.
4. A este nivel de calidad no aceptable, habrá un riesgo de aceptar lotes malos, como consecuencia del muestreo. Este riesgo es de consumidor que se designa con la letra β. Dicho de otro modo, β es la probabilidad de aceptar un lote malo, con el 8 % de piezas defectuosas.

En la curva de característica puede ver cómo están las cuatro posiciones:

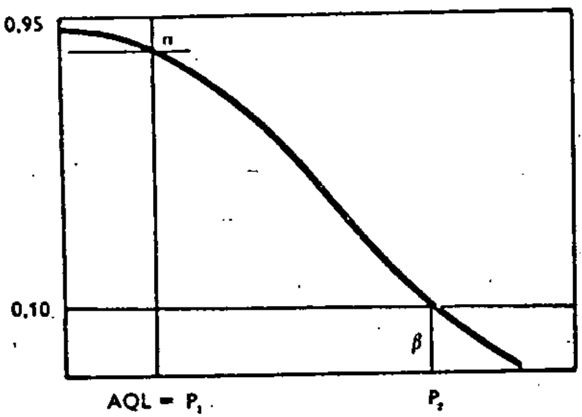


Figura 8-7

En resumen, en el plan de muestreo secuencial se fijan 4 parámetros:

1. P: El nivel de calidad aceptable, expresado en porcentaje defectuoso como en las tablas de MIL-STD 105-D. (Para simplificar la nomenclatura lo llamaremos P_1 que equivale a AQL.)
2. α: La probabilidad de rechazar el lote de este nivel de calidad aceptable P_1.
3. P_2: El nivel de calidad inaceptable, expresado en fracción defectuosa.
4. β: La probabilidad de aceptar un lote de esta calidad inaceptable P_2.

Con estos cuatro parámetros (P_1, P_2, α y β) se pueden calcular tres constantes h_1, h_2 y S[1], que caracterizan el gráfico de control, en el cual

[1]Las fórmulas para calcular las constantes h_1, h_2 y S son las siguientes:

$$h_1 = \frac{\log \frac{1-\alpha}{\beta}}{\log \frac{P_2}{P_1}\left(\frac{1-P_1}{1-P_2}\right)}; \quad h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\log \frac{P_2}{P_1}\left(\frac{1-P_1}{1-P_2}\right)}$$

$$S = \frac{\log\left(\frac{1-P_1}{1-P_2}\right)}{\log \frac{P_2}{P_1}\left(\frac{1-P_1}{1-P_2}\right)}$$

debe basarse la inspección de lote. Con estas tres constantes, se establecen las dos siguientes ecuaciones:

$d_2 = Sn + h_2$ representa la línea de rechazo
$d_1 = Sn - h_1$ representa la línea de aceptación

Gráficamente se puede apreciar en el siguiente dibujo:

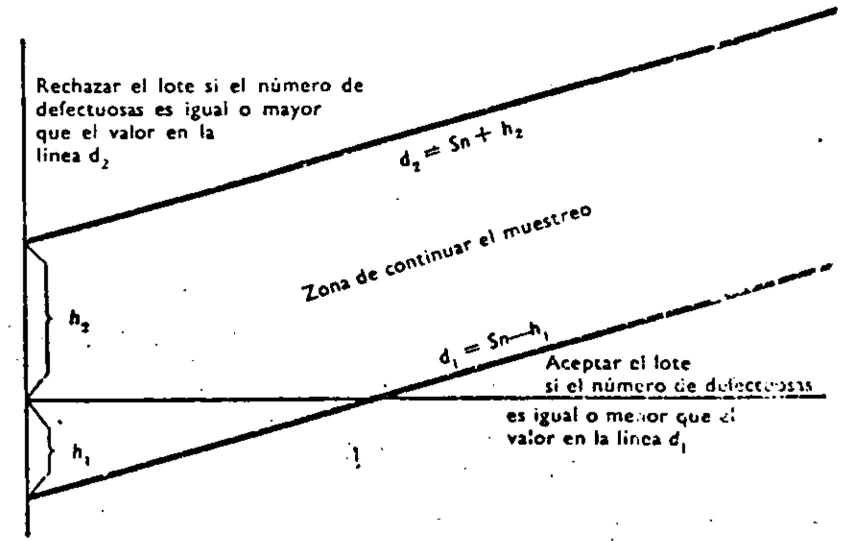


Figura 8-8

En la figura 8-8, la abscisa indica las unidades de las muestras inspeccionadas y la coordenada representa las piezas defectuosas acumuladas en estas muestras. Si en cierto número de muestras, el número acumulado de defectuosas es superior a d_2, se rechaza el lote; si es inferior d_1 se acepta. Si este número acumulado de defectuosas cae entre las dos líneas d_1 y d_2 se deben continuar sacando muestras de pieza en pieza hasta que se pueda adoptar una decisión definitiva.

A simple vista, los cálculos para hallar los valores de las tres constantes parecen complicados, pero en la práctica no se necesita ningún cálculo. Existen tablas confeccionadas que nos dan los valores h_1, h_2 y S con los riesgos fijos de $\alpha = 0{,}05$ y $\beta = 0{,}10$ y los valores P_1 de 0,0002 a 0,10 y P_2 de 0,002 a 0,35.

Para el uso más corriente, seleccionamos los P_1 de 0,005 a 0,02 y P_2 de 0,01 a 0,10 y reproducimos los valores de h_1, h_2 y S en el siguiente cuadro:[1]

[1]*Sequential Analysis of Data: Application*, pág. 2.39-2.42.

CUADRO 8-1

Con $\alpha = 0{,}05$ $\beta = 0{,}10$

P_1	P_2	h_1	h_2	S
0,005	0,01	3,2245	4,1398	0,0072
	0,02	1,6064	2,0624	0,0108
	0,03	1,2389	1,5906	0,0140
	0,04	1,0643	1,3664	0,0169
	0,05	0,9585	1,2305	0,0197
	0,06	0,8857	1,1371	0,0224
	0,07	0,8318	1,0679	0,0250
0,010	0,03	2,0118	2,5829	0,0182
	0,04	1,5887	2,0397	0,0217
	0,05	1,3639	1,7510	0,0250
	0,06	1,2211	1,5678	0,0281
	0,07	1,1209	1,4391	0,0311
	0,08	1,0458	1,3426	0,0340
0,015	0,03	3,1776	4,0796	0,0217
	0,04	2,2367	2,8716	0,0255
	0,05	1,8153	2,3307	0,0292
	0,06	1,5710	2,0169	0,0326
	0,07	1,4089	1,8089	0,0360
0,02	0,03	5,4154	6,9527	0,0247
	0,04	3,1541	4,0495	0,0289
	0,05	2,3763	3,0509	0,0329
	0,06	1,9743	2,5348	0,0366
	0,07	1,7250	2,2146	0,0401
	0,08	1,5532	1,9941	0,0436
	0,09	1,4265	1,8315	0,0470
	0,10	1,3285	1,7056	0,0503

1. EJEMPLO

Ilustraremos con un ejemplo para las siguientes condiciones:

$P_1 = 0{,}01$ $P_2 = 0{,}08$

$N = 100$ (tamaño lote)

$\alpha = 0{,}05$ $\beta = 0{,}10$

Buscamos las constantes h_1, h_2 y S en el cuadro 8-1, y obtenemos los siguientes valores:

$h_1 = 1{,}0458$

$S = 0{,}0340$

$h_2 = 1{,}3426$

Las dos líneas de rectas para la aceptación y el rechazo serán:

$$d_2 = h_2 + SN = 1{,}3426 + 0{,}034\ n$$
$$d_1 = -h_1 + SN = -1{,}0458 + 0{,}034\ n$$

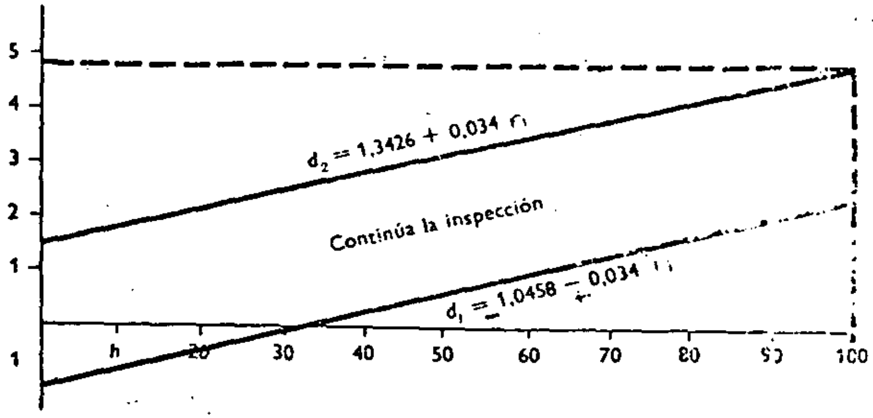


Figura 8-9

Se ve que en este plan con las primeras 30 unidades inspeccionadas ($n = 30$), no se puede tomar la decisión para la aceptación, pero sí para el rechazo. En la figura 8-9 está claramente visible en la abscisa que antes de 30 inspecciones los valores de d son negativos. No tiene ningún sentido que los números de piezas defectuosas sean negativos. Se interpreta como si no tuviera criterio de aceptación. Según las dos líneas d_1 y d_2 se pueden calcular los números de aceptación y rechazo a medida que aumenta el número de piezas inspeccionadas. Veamos el cuadro 8-2.

CUADRO 8-2

n	Ac	Re
1-19		2
20-30		3
31-48	0	3
49-60	0	4
61-70	1	4
71-79	1	5
80-89	2	5
90-100	3	5

Significa que no existe el criterio de aceptación.

En la práctica, no es necesario hallar los valores del cuadro 8-2, sino, a simple vista en la figura 8-9, se decide la acción a seguir. La interpretación de los números de aceptación y rechazo es similar a la de las tablas del muestreo múltiple en MIL-STD 105-D, por ejemplo, llegamos a 31

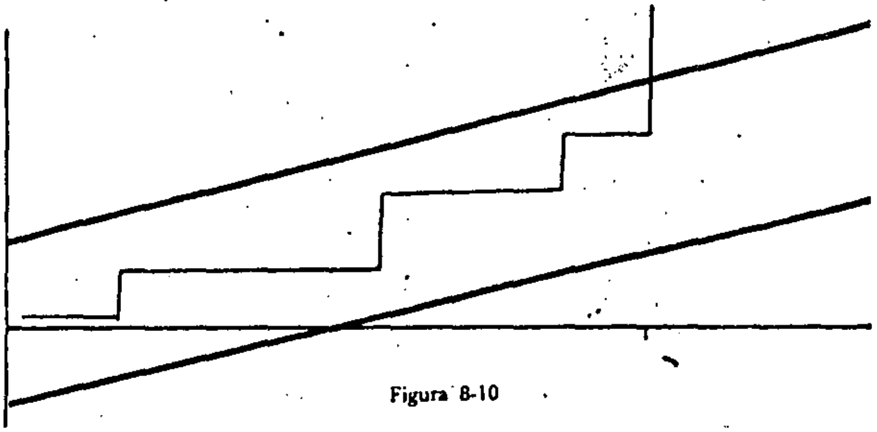


Figura 8-10

piezas inspeccionadas, si no hay ninguna defectuosa, se acepta el lote, y si hay 3 defectuosas, se rechaza el mismo; pero, si las defectuosas encontradas son 1 ó 2, se prosigue la inspección.

Por ejemplo, si llegamos a 60 inspecciones y tenemos 4 defectuosas, rechazamos el lote.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

CARTAS DE CONTROL

M EN I AUGUSTO VILLARREAL ARANDA

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

CARTAS DE CONTROL

Por: M en I Augusto Villarreal A. *

INTRODUCCION

Aunque existe la tendencia generalizada a pensar que el Control de Calidad es de desarrollo reciente, realmente no existe nada nuevo en la idea básica de elaborar un producto caracterizado por un alto grado de uniformidad.

Durante siglos, hábiles artesanos han procurado elaborar productos que se distingan por su superior calidad, y una vez que han logrado obtener un cierto estándar de calidad óptimo, eliminar dentro de lo posible la variación entre productos que nominalmente deben resultar iguales.

La idea de que la Estadística puede resultar un instrumento muy útil para asegurar un estándar adecuado de calidad para los productos manufacturados, se remonta no más allá del advenimiento de la producción masiva, y el uso extendido de los métodos estadísticos para resolver problemas de control de calidad es aún más reciente.

Muchos problemas que aparecen durante la elaboración de un producto son susceptibles de ser resueltos empleando tratamientos estadísticos, por lo que al hablar de control estadístico de calidad, nos estaremos refiriendo esencialmente a las dos técnicas especiales que se discutirán en esta parte del curso: uso de las Cartas de Control y muestreo de aceptación.

* Profesor Investigador, División de Estudios Superiores e Instituto de Ingeniería, UNAM

Conviene mencionar que la palabra calidad, al ser empleada de aquí en adelante, se referirá a alguna propiedad medible o contable de algún producto, tal como el diámetro de un balín de acero, la resistencia de una viga de concreto, el número de defectos en una pieza de tela, la eficacia de cierta droga, etc.

IDEAS SOBRE CARTAS DE CONTROL

A muchos individuos les puede sorprender el hecho de que dos artículos aparentemente idénticos, elaborados bajo condiciones cuidadosamente controladas, de las mismas materias primas, y por una misma máquina con diferencia de pocos segundos, puedan, sin embargo, diferir en muchos aspectos.

En efecto, cualquier proceso de manufactura, aun siendo muy bueno, se encuentra caracterizado por una cierta cantidad de variación que es de naturaleza aleatoria, y que no puede ser eliminada en forma completa.

Cuando la variabilidad presente en un proceso de producción se limita a variación aleatoria se dice que el proceso se encuentra en un estado de control estadístico.

Tal estado se puede alcanzar cuando se eliminan aquellos problemas causados por otro tipo de variación, llamada variación sistemática, que es de naturaleza más bien determinística, y que se puede achacar, por ejemplo, a operadores mal entrenados, materia prima de baja calidad, máquinas en mal estado, etc.

Ya que los procesos de manufactura se encuentran rara vez libres de estos problemas, conviene contar con algún método sistemático para detectar desviaciones serias de un estado de control estadístico cuando ocurren, o inclusive antes de que ocurran, tales desviaciones.

Ese método sistemático de detección se puede tener mediante el empleo de las llamadas Cartas de Control.

TIPOS DE CARTAS DE CONTROL

En lo que sigue distinguiremos entre las cartas de control para mediciones o variables ($\bar{X}$, R, σ) y las cartas de control para atributos (p, c), dependiendo de que las observaciones que estemos analizando sean mediciones o datos contados o calculados, respectivamente.

Un ejemplo del primer caso sería la longitud de las varillas de acero de una muestra. Como ejemplo del segundo caso tendríamos el número de focos defectuosos en una muestra de tamaño dado.

CONFIGURACION DE LAS CARTAS DE CONTROL

En cualquiera de los casos mencionados, una carta de control consiste de una Línea Central, correspondiente a la calidad promedio a la que el proceso debe funcionar, y dos líneas que corresponden al Límite Superior de Control (LSC) y al Límite Inferior de Control (LIC), respectivamente, tal como se muestra en la Fig 1.

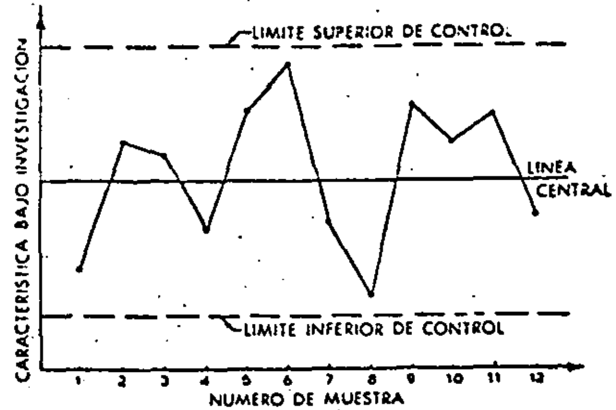


Fig 1. Aspecto general de una carta de control

Estos límites se escogen en forma tal que los valores que se encuentren dentro de ellos se puedan atribuir al azar, en tanto que los valores que caigan fuera de ellos se puedan considerar como indicaciones de falta de control.

No obstante la idea anterior, conviene mencionar que en la Fig 2 que se presenta a continuación se pueden considerar otras posibles situaciones de "falta de control" que ameritan investigarse:

1. Cuando dos de tres puntos sucesivos caen en la zona A.
2. Cuando cuatro de cinco puntos sucesivos caen en la zona B o más allá.
3. Cuando ocho puntos sucesivos caen en la zona C o más allá.

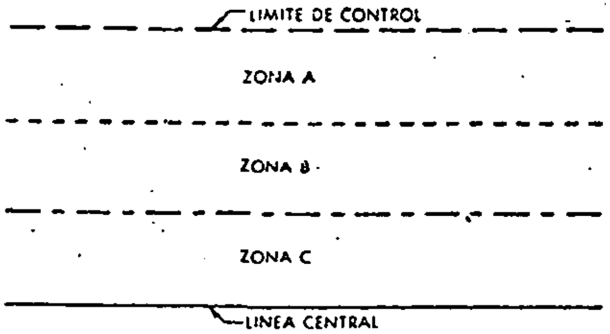


Fig 2 Diagrama que define las zonas A, B y C usadas en el análisis de Cartas de Control.

Debe hacerse notar que cada una de las zonas A, B y C constituye la tercera parte del área entre la línea central y un límite de control, y que las pruebas mencionadas se aplican a ambas mitades de la carta de control, pero se aplican separadamente para cada mitad, y nunca a las dos mitades en combinación.

EXPLICACION DEL EMPLEO DE LAS CARTAS DE CONTROL

Si se grafican en una carta los resultados obtenidos a partir de muestras tomadas periódicamente a intervalos frecuentes, es posible verificar por medio de ella si el proceso se encuentra bajo control, o si se encuentra presente en el proceso la variación sistemática del tipo descrito anteriormente.

Cuando un punto graficado cae fuera de los límites de control, es

necesario encontrar el problema que causó tal evento dentro del proceso. Pero aun si los puntos caen dentro de los límites mencionados, alguna tendencia, o cierto patrón de los mismos, puede indicar que se debe llevar a cabo alguna acción para prevenir y así evitar algún problema serio.

La habilidad para "leer" las cartas de control y para determinar a partir de ellas cuál acción correctiva debe llevarse a cabo, se obtiene a partir de la experiencia y del juicio altamente desarrollado. Un practicante del control estadístico de la calidad debe no sólo comprender los fundamentos estadísticos de la materia, sino también encontrarse identificado plenamente con los procesos que desea controlar.

CARTAS DE CONTROL PARA MEDICIONES (VARIABLES)

Cuando se requiere establecer control estadístico de la calidad de algún producto en términos de mediciones o variables, es costumbre ejercer tal control sobre la calidad media del proceso, al igual que sobre su variabilidad.

La primera meta se logra al graficar los promedios de muestras extraídas periódicamente en la llamada carta de control para los promedios, o simplemente carta $\bar{X}$. La variabilidad se puede controlar de igual forma si se grafican los rangos o las desviaciones estándar de las muestras en las llamadas cartas R o cartas σ, respectivamente, dependiendo de cuál estadística se emplee para estimar la desviación estándar de la población.

Si se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población (proceso) y es razonable suponer las mediciones obtenidas como muestras extraídas de una población normal, se puede asegurar que con probabilidad $1 - \alpha$ el promedio aritmético de una muestra aleatoria de tamaño n se encontrará entre

$$\mu - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad y \quad \mu + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ó

$$\mu - z_{\alpha/2}\,\sigma_{\bar{X}} \quad y \quad \mu + z_{\alpha/2}\,\sigma_{\bar{X}}$$

puesto que $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para el caso de la distribución muestral del promedio aritmético, cuando se muestrea de una población infinita. La suposición de que la extracción de muestras aleatorias se hace de una población infinita es válida en el caso presente, puesto que, por ejemplo, la producción de cierto producto en una fábrica tiende a infinito conforme pasa el tiempo.

Los dos límites anteriores ($\mu \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$) proporcionan entonces límites inferiores y superiores de control y, bajo las suposiciones anteriores, permiten al practicante del control de calidad determinar si se debe o no llevar a cabo algún ajuste en el proceso, al graficar los promedios aritméticos obtenidos de muestras de tamaño n en una carta como la que se muestra en la Fig 1.

Conviene establecer en este momento que al emplear una carta de control para los promedios, lo que se hace realmente es probar hipótesis nulas de que a un cierto nivel de confianza $1-\alpha$ el valor de la media de la distribución muestral de los promedios sea igual al valor de

la calidad nominal del proceso, o al de la calidad media calculada para el mismo, μ_0. Para estas pruebas secuenciales de hipótesis, se emplean como estadísticas de prueba los valores de los promedios aritméticos obtenidos de muestras aleatorias extraídas de la población (o proceso). Es decir, se realizan pruebas de hipótesis para las cuales

$$H_0 \; : \; \mu = \mu_0$$

$$H_1 \; : \; \mu \neq \mu_0$$

(Prueba de dos colas; cada prueba se realiza con el valor $\bar{X}_i$ de la muestra i)

en donde μ es la media de la distribución muestral del promedio aritmético, μ_0 la calidad nominal o calidad media calculada del proceso, y $\bar{X}_i$ (i=1,2,3,...) el valor del promedio aritmético obtenido de la iésima muestra aleatoria. La forma secuencial de estas pruebas de hipótesis se muestra en la Fig 3 que se presenta a continuación.

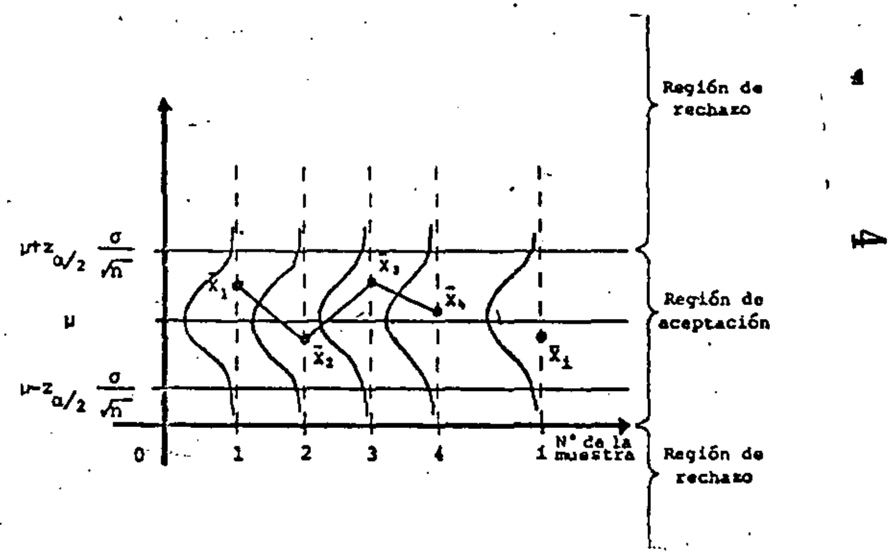


Fig 3 Pruebas de hipótesis que se realizan al emplear una carta de control para los promedios

Si se consideran problemas prácticos, los valores de μ y σ del proceso se desconocen, y es entonces conveniente estimar sus valores a partir de muestras tomadas mientras el proceso se encuentre "bajo control", tal como se explica más adelante. En la práctica es entonces difícil llegar a establecer límites de control del tipo $\mu \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ al desconocerse μ y σ, independientemente de que en muchos casos es demasiado arriesgado considerar a las mediciones como muestras aleatorias extraídas de una población normal.

En lugar de lo anterior, en el control de calidad industrial se emplean comúnmente los límites de control de "tres desviaciones estándar" o de "tres sigmas", que se obtienen al sustituir a $z_{\alpha/2}$ por un 3 al calcular los límites de control.

Conforme a lo anterior, con los límites de control

$$\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}} \qquad ó \qquad \mu \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se puede confiar en que en el 99.73% de los casos el proceso no será declarado "fuera de control", cuando de hecho se encuentra "bajo control".

En otras palabras, estos límites de control permiten considerar que la probabilidad máxima de rechazar la hipótesis

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

cuando debería de ser aceptada (probabilidad de cometer un error de tipo I) es de 0.27%, siendo θ_0 un valor de calidad fijo del proceso, y θ el del parámetro correspondiente de la distribución muestral de la estadística bajo consideración.

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LOS PROMEDIOS ($\bar{X}$)

a. Caso en que se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población.

Línea central ———— μ

Límites de control ———— $\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}}$ ó $\mu \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ó $\mu \pm A\sigma$, siendo $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$

en donde los valores de A se obtienen de la tabla I, en función de n, el tamaño de la muestra.

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero para las cuales se sabe que el diámetro medio es de 2.5 cm, con una desviación estándar de 0.01 cm. Se desea efectuar control del diámetro de las mismas, para lo cual se extraen periódicamente muestras de cinco varillas. Se pide establecer la línea central y los límites de control para una carta $\bar{X}$.

Solución. Siendo $\mu = 2.5$ cm, $\sigma = 0.01$ y $n = 5$, se tiene que:

Línea central = μ=2.5

Límites de control:

$$2.5 \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.5 \pm \frac{3(0.01)}{\sqrt{5}} = 2.5 \pm 0.0134 \Longrightarrow 2.5134, \quad 2.4866$$

o, de la tabla I

$$2.5 \pm A\sigma = 2.5 \pm 1.342(0.01) = 2.5 \pm 0.01342 \Longrightarrow 2.51342, \quad 2.48658$$

b. Caso en que se desconocen μ y σ

Para este caso, que es el más común, es necesario estimar, como se dijo anteriormente, tales parámetros con base en muestras preliminares. Para el caso, normalmente se acostumbra emplear un mínimo de 20 a 25 muestras de 4 ó 5 elementos, obtenidas consecutivamente cuando el proceso está "bajo control".

Sin embargo, como veremos más adelante, se pueden emplear procedimientos estadísticos más formales para determinar el número de muestras (y de elementos en las mismas) más adecuado para las cartas $\bar{X}$.

Entonces, si se utilizan k muestras preliminares, cada una de tamaño n, se puede estimar con adecuada precisión el valor de μ mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} \bar{X}_i$$

siendo $\bar{\bar{X}}$ un estimador insesgado y consistente de μ, donde $\bar{X}_i$ denota al promedio aritmético de la iésima muestra, y $\bar{\bar{X}}$ es el promedio de los promedios de las muestras.

El valor de σ de la población puede ser estimado a partir de las desviaciones estándar o de los rangos de las muestras. Si el tamaño de las mismas es pequeño, usualmente el rango proporciona un estimador eficiente de σ, además de que el proceso de cálculo del mismo es bastante más simple que el de la desviación estándar para las muestras.

Sin embargo, es conveniente, cuando se requiere bastante precisión en el cálculo de los límites de control, estimar a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras. Tal es el caso, por ejemplo, de muestras de productos que son caros, y que deben destruirse al momento de tomar las mediciones.

b.1 Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

Hay que obtener primero el valor $\bar{R}$, que es el rango promedio de los rangos de las k muestras, es decir,

$$\bar{R} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} R_i$$

Puesto que la estadística $\bar{R}$ siempre estima por encima de su valor real a la desviación estándar de la población, se obtiene un estimador sesgado. Debido a ello, es indispensable afectar el valor de $\bar{R}$ en forma tal de obtener un estimador insesgado de σ, para lo cual se hace

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

El factor d_2 en la expresión anterior se obtiene experimentalmente al identificar el valor de la media en las distribuciones muestrales del cociente R/σ para distintos valores de n, considerando una población en la cual el valor de σ es conocido. Por ejemplo, para muestras de tamaño cinco ($n=5$), se ha obtenido experimentalmente el valor $d_2=2.326$, tal como se muestra en la Fig 4.

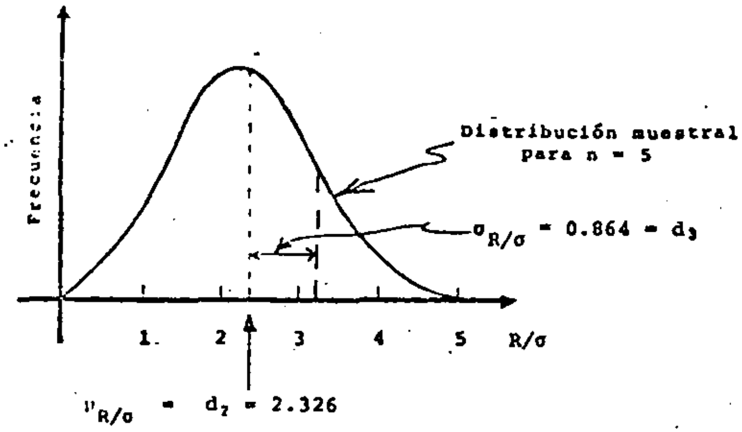


Fig 4. Distribución muestral de R/σ para $n=5$, suponiendo σ conocida.

En la tabla I se presentan los valores del factor d_2 para distintos tamaños de muestra, observándose que conforme se incrementa el valor de n aumenta el de ese factor, lo cual permite concluir que el rango estima mejor a la desviación estándar cuando las muestras son pequeñas.

De acuerdo con lo anterior, se pueden emplear las siguientes expresiones en la elaboración de la carta de control para los promedios:

Línea Central —— $\bar{\bar{X}}$

Límites de Control —— $\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{\bar{X}} \pm \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$

Para abreviar el cálculo de los límites de control a partir de los rangos de las muestras, se ofrece en la tabla I el factor

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

cuyo empleo permite establecer los límites de control como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2\,\bar{R}$$

b.2 Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

Se debe obtener primero el valor de $\bar{\sigma}$, que es el promedio de las desviaciones estándar de las muestras, es decir

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{k} S_i$$

En donde S_i denota la desviación estándar de la iésima muestra. No siendo tampoco $\bar{\sigma}$ un estimador insesgado de la desviación estándar de la población, ya que siempre la estima por abajo de su valor real, hay que afectar dicho valor por un cierto factor para hacerlo insesgado, es decir

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

Los valores de c_2 se reportan en la tabla I en función del tamaño de la muestra, y se obtienen mediante un procedimiento similar al explicado para el factor d_2.

Con base en lo anterior, los parámetros de la carta de control para los promedios son los siguientes:

Línea Central —— $\bar{\bar{X}}$

Límites de Control —— $\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{\bar{X}} \pm \frac{3\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{n}}$

De nuevo, para abreviar el cálculo de los límites de control para la carta $\bar{X}$, obtenidos ahora a partir de las desviaciones estándar de las muestras, se puede emplear el factor dado en la tabla I

$$A_1 = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}$$

con el cual los límites de control quedan como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1 \bar{\sigma}$$

NUMERO MINIMO DE MUESTRAS REQUERIDO PARA LA ELABORACION DE CARTAS $\bar{X}$

En este momento conviene establecer el número mínimo de muestras preliminares, m, así como el tamaño de las mismas, n, que es necesario considerar para estimar adecuadamente los parámetros de una carta de control para los promedios.

El asegurar que un mínimo de 20 0 25 muestras con 4 o 5 elementos cada una son necesarias para obtener los valores de $\bar{\bar{X}}$, $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$, frecuentemente choca con el argumento de que por razones de costo, tiempo, etc., se debe emplear un número menor de ellas. Por ello, se han preparado tablas como las II y III que se presentan al final, que permiten obtener una solución cuantitativa para este problema.

Cuando se emplea el rango $\bar{R}$ como estimador de σ para la elaboración de una carta $\bar{X}$, y como se verá más adelante, para una carta R, la tabla II permite determinar el número mínimo, m, de muestras de tamaño n que se deben emplear para tener poco más de un 98% de nivel de confianza de que los promedios aritméticos obtenidos de las muestras se encuentren dentro de los límites de control que se calculen para la carta $\bar{X}$, suponiendo únicamente la presencia de variación aleatoria.

De la misma manera, se establecen en la tabla III los valores óptimos de m y n, cuando se emplean las desviaciones estándar de las muestras para obtener el estimador $\bar{\sigma}$ de la desviación estándar de la población.

Ejemplo: Sea una fábrica que produce varillas de acero, en la cual se desea ejercer control sobre el peso de las mismas. Para ello, se seleccionan veinte muestras aleatorias de cinco varillas cada una, obteniéndose los valores que se reportan en la tabla siguiente:

Número de la muestra	Valores individuales del peso, Kg					Promedio Aritmético $\bar{X}$	Rango R	Desviación estándar S_x
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
1	11.1	9.4	11.2	10.4	10.1	10.44	1.8	0.6651
2	9.6	10.8	10.1	10.8	11.0	10.46	1.4	0.5276
3	9.7	10.0	10.0	9.8	10.4	9.98	0.7	0.2400
4	10.1	8.4	10.2	9.4	11.0	9.82	2.6	0.8727
5	12.4	10.0	10.7	10.1	11.3	10.90	2.4	0.8832
6	10.1	10.2	10.2	11.2	10.1	10.36	1.1	0.4224
7	11.0	11.5	11.8	11.0	11.3	11.32	0.8	0.3059
8	11.2	10.0	10.9	11.2	11.0	10.86	1.2	0.4454
9	10.6	10.4	10.5	10.5	10.9	10.58	0.5	0.1720
10	8.3	10.2	9.8	9.5	9.8	9.52	1.9	0.6493
11	10.6	9.9	10.7	10.2	11.4	10.56	1.5	0.5083
12	10.8	10.2	10.5	8.4	9.9	9.96	2.4	0.8357
13	10.7	10.7	10.8	8.6	11.4	10.44	2.8	0.9562
14	11.3	11.4	10.4	10.6	11.1	10.96	1.0	0.3929
15	11.4	11.2	11.4	10.1	11.6	11.14	1.5	0.5352
16	10.1	10.1	9.7	9.8	10.5	10.04	0.8	0.2800
17	10.7	12.8	11.2	11.2	11.3	11.44	2.1	0.7116
18	11.9	11.9	11.6	12.4	11.4	11.84	1.0	0.3382
19	10.8	12.1	11.8	9.4	11.6	11.14	2.7	0.9708
20	12.4	11.1	10.8	11.0	11.9	11.44	1.6	0.6086
SUMA						213.20	31.80	11.3211

<u>Solución</u>: Puesto que se desconoce la media del proceso, esta se puede estimar en forma insesgada mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \bar{X}_i$$

Los valores de los promedios aritméticos $\bar{X}_i$ (i=1,2,...20) de las muestras se reportan en la tabla anterior, por lo cual la línea central es

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} (213.20) = 10.66$$

Se obtendrán ahora los límites inferior y superior de control estimando primero a σ mediante los rangos de las muestras, y después mediante las desviaciones estándar correspondientes.

a. Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

El valor de $\bar{R}$ es

$$\bar{R} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} R_i$$

Los valores R_i para i=1,2,...,20 se encuentran en la tabla inicial, por lo que

$$\bar{R} = \frac{1}{20} (31.80) = 1.59$$

Los límites de control para la carta de los promedio son

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$$

Y, de la tabla I, para n=5, se obtiene $A_2 = 0.577$, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{0.577 (1.59)}_{0.92}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— 10.66±0.92 ⇒ 11.58, 9.74

b. Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

El valor de $\bar{\sigma}$ es

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{20} (11.3211) = 0.57$$

Los límites de control son ahora

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1 \bar{\sigma}$$

De la tabla I, para n=5, se obtiene

$A_1 = 1.596$, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{1.596 (0.57)}_{0.91}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— 10.66±0.91 ⇒ 11.57, 9.75

En la Fig 5 que se presenta a continuación se muestra la carta de control obtenida empleando ambos procedimientos.

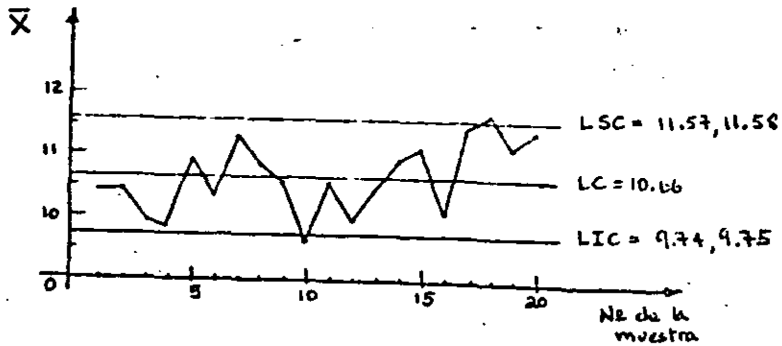


Fig 5 Carta de control $\bar{X}$ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS PARA CONTROLAR LA VARIABLILIDAD DE UN PROCESO

Al controlar estadísticamente un proceso puede no ser suficiente fijar la atención en su "calidad media", sino también en la variabilidad del mismo. Aun cuando es razonable suponer que un incremento en las fluctuaciones de los valores de los promedios aritmético graficados en una carta $\bar{X}$ se relaciona con un incremento en la variabilidad del proceso, es posible determinar con mayor objetividad y precisión los cambios que experimenta ésta mediante el empleo de las llamadas cartas R y σ, que se elaboran a partir de los rangos y las desviaciones estándar de las muestras, respectivamente.

Conviene mencionar que aun cuando cualquiera de las dos cartas mencionadas permite ejercer control estadístico sobre la variabilidad de un proceso, usualmente se prefiere la carta para los rangos, R, ya que su elaboración es más sencilla que la de σ, que corresponde a las desviaciones estándar. Por otra parte, la carta R conduce a resultados altamente confiables, a la vez que muestra con claridad ciertas tendencias de los valores de las muestras que deben investigarse.

IMPORTANCIA DEL CONTROL DE LA VARIABILIDAD DE UN PROCESO

La importancia del control sobre la variabilidad de un proceso mediante el empleo de las cartas para los rangos o las desviaciones estándar, se hace evidente al considerar que un cambio brusco en aquella característica es de consecuencias más serias que un cambio similar en la "calidad media". Si el proceso experimenta un cambio en ésta última, normalmente se puede regresar al punto de partida efectuando ajustes simples en los dispositivos de producción (por ejemplo, recalibración de herramientas de corte, dosificadoras, etc).

Sin embargo, si el proceso sufre un cambio brusco en su variabilidad, para regresar al punto de partida son necesarios ajustes más costosos y tardados, tales como reparaciones mayores en los dispositivos de producción, o inclusive la compra de un nuevo dispositivo de procesamiento.

Los cambios efectivos en la variabilidad de un proceso afectan necesariamente el desempeño de una carta $\bar{X}$, ya que, como se recordará, los límites de control para la carta de los promedios se establecen a partir de los valores $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$ que se suponen, después de ser afectados por los factores de corrección correspondientes, como buenos estimadores de la desviación estándar del proceso. Si los valores del rango y la desviación estándar de las muestras aumentan, se hace evidente que la carta $\bar{X}$ no operará correctamente.

En contraste con lo anterior, los cambios significativos que se verifican en la carta $\bar{X}$ no necesariamente provocan efectos similares en las cartas R y σ, ya que en la elaboración de ellas no intervienen los promedios aritméticos de las muestras, tal como se verá a continuación.

Por lo anteriormente expuesto, es conveniente ejercer, cuando así sea posible, control simultáneo sobre la "calidad media" y la variabilidad de un proceso.

ELABORACION DE LAS CARTA DE CONTROL PARA LOS RANGOS (CARTA R)

Al igual que para la carta $\bar{X}$, se pueden considerar dos casos distintos en la elaboración de la carta para los rangos: cuando se conoce la desviación estándar σ del proceso y cuando ésto no sucede. En cualquiera de los casos anteriores, se debe observar siempre que el procedimiento de obtención de la línea central y de los límites de control para la carta R, se basa en la distribución muestral de los rangos de muestras aleatorias de tamaño n, extraídas de una población normal.

a. Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la Población

De acuerdo con lo anterior, es fácil comprender que los parámetros de la carta de control para los rangos son

Línea Central —— μ_R

Límites de Control —— $\mu_R \pm 3\sigma_R$

Sin embargo, normalmente no conocen los valores de la media y la desviación estándar de la distribución muestral de los rangos. En esta situación, la lógica indica que para estimar el valor de μ_R se debe emplear el de $\bar{R}$, el promedio de los rangos de muestras preliminares. Sin embargo, si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

entonces

$$\bar{R} = d_2\,\sigma$$

Y, puesto que se conoce el valor de σ, se puede escribir

Línea Central —— $\bar{R}$ o $d_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $d_2\sigma$

en donde los valores de d_2 se presentan en la tabla I.

Por lo que respecta a σ_R, si se observa nuevamente la Fig 4 se puede ver que la desviación estándar de la distribución muestral de la estadística R/σ, para el caso de muestras de tamaño 5 es, en forma experimental

$$\sigma_{R/\sigma} = d_3 = 0.864$$

Lo anterior permite considerar que si σ es conocida (y por tanto constante) es válido escribir

$$\sigma_{R/\sigma} = \frac{\sigma_R}{\sigma}\, d_3$$

o sea

$$\sigma_R = \sigma_{R/\sigma}\, \sigma = d_3\sigma = 0.864\ \sigma$$

En el caso en que n sea diferente de cinco, los valores del factor d_3 se pueden obtener de la tabla I.

Empleando el valor de σ_R así obtenido, los límites de control son, en general, los siguientes

$$d_2\sigma \pm 3d_3\sigma$$

o sea

$$d_2\sigma - 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 - 3d_3)\sigma \Rightarrow D_1\ \sigma$$

$$d_2\sigma + 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 + 3d_3)\sigma \Rightarrow D_2\ \sigma$$

en donde

$$D_1 = d_2 - 3d_3 \quad y \quad D_2 = d_2 + 3d_3$$

Los valores de D_1 y D_2 se reportan también en la tabla I en función de n, el tamaño de la muestra.

Conforme a lo anterior, los parámetros de la carta de control para los rangos, cuando σ es conocida, son

Línea Central —— $d_2\ \sigma$

Límite Inferior de Control —— $D_1\ \sigma$

Límite Superior de Control —— $D_2\ \sigma$

Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso es necesario estimar a μ_R de la distribución muestral de los rangos mediante $\bar{R}$, empleando un número adecuado de muestras preliminares, normalmente el mismo que se emplea para la elaboración de una carta $\bar{X}$. Al respecto, conviene recordar que la carta R (o la σ) generalmente se construye después de la carta $\bar{X}$, y que, por lo tanto, se emplean para su elaboración las mismas muestras aleatorias. De acuerdo con ésto, la línea central resulta ser

Línea Central —— $\bar{R}$

En este caso se requieren límites de control del tipo

$$\bar{R} \pm 3\sigma_R$$

Puesto que ahora se desconocen σ_R y σ, se pueden hacer, para el límite inferior de control

$$\bar{R} - 3\sigma_R = \bar{R} - \frac{3\ \bar{R}\ \sigma_R}{\bar{R}} = \left(1 - 3\frac{\sigma_R}{\bar{R}}\right)\bar{R}$$

$$= \left(1 - 3\frac{\frac{\sigma_R}{\sigma}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}}\right)\bar{R} = \left(1 - 3\frac{d_3}{d_2}\right)\bar{R}$$

$$= \left(\frac{d_2 - 3d_3}{d_2}\right)\bar{R} = \left(\frac{D_1}{d_2}\right)\bar{R}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{R} + 3\sigma_R = \bar{R}\left(\frac{D_2}{d_2}\right)$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$D_3 = \frac{D_1}{d_2} \qquad y \qquad D_4 = \frac{D_2}{d_2}$$

en función de n .

Finalmente, los parámetros de la carta R cuando se desconoce el valor de σ de la población son los siguientes:

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LAS DESVIACIONES ESTANDAR (CARTA σ)

En la elaboración de la carta para las desviaciones estándar también se deben considerar los dos casos posibles: cuando se conoce la desviación estándar de la población y cuando ésto no es así. De igual manera, el procedimiento para obtener los parámetros de la carta se fundamenta en la distribución muestral de las desviaciones estándar de muestras aleatrias de tamaño n, extraídas de una población normal.

a. Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la población

Con base en la distribución muestral de las desviaciones estándar de las muestras, se pueden establecer los parámetros de la carta σ, a saber

Línea Central —— μ_{s_x}

Límites de Control —— $\mu_{s_x} \pm 3\sigma_{s_x}$

Al desconocerse, como ocurre normalmente, los valores de μ_{s_x} y σ_{s_x} de la distribución muestral, se debe estimar primero μ_{s_x} a partir de $\bar{\sigma}$, el promedio de las desviaciones estándar de las muestras preliminares. Sin embargo, no es necesario realizar en este caso ese cálculo si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

o sea

$$\bar{\sigma} = c_2\, \sigma$$

Y, en virtud de que el valor de σ es conocido, se llega a

Línea Central —— $\bar{\sigma}$ o $c_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

en donde los valores de c_2 se pueden obtener de la tabla I.

Bajo la suposición de que la población de la cual se extraen las muestras aleatorias se encuentra distribuida en forma normal (o aproximadamente normal), se puede demostrar que la desviación estándar de la distribución muestral de las desviaciones estándar es

$$\sigma_{s_x} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

en donde n denota al tamaño de las muestras. Empleando el va lor de σ_{S_X} anterior, los límites de control se pueden establecer como

$$\mu_{S_X} \pm 3\sigma_{S_X} = c_2\sigma \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

o sea

$$c_2\sigma - 3\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \left(c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}} \right) \sigma = B_1\sigma$$

$$c_2\sigma + 3\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \left(c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}} \right) \sigma = B_2\sigma$$

en donde

$$B_1 = c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

$$B_2 = c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

Los valores de B_1 y B_2 se proporcionan en la tablá I, en función del valor de n. Entonces, los parámetros de la carta σ son, finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

Límite Inferior de Control —— $B_1\sigma$

Límite Superior de Control —— $B_2\sigma$

b. Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso es necesario estimar a μ_{S_X} mediante $\bar{\sigma}$, empleando un número suficiente de muestras aleatorias preliminares.

De acuerdo con lo anterior, la línea central de la carta σ es

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Los límites de control serán entonces del tipo

$$\bar{\sigma} \pm 3\sigma_{S_X}$$

Puesto que ahora se desconoce el valor de σ, pero se sabe que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

el límite inferior de control resulta ser

$$\bar{\sigma} - 3\sigma_{S_X} = \bar{\sigma} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \bar{\sigma} - 3\frac{\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{2n}}$$

$$= \left(1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\right) \bar{\sigma}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{\sigma} + 3\sigma_{S_X} = \left(1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}} \right) \bar{\sigma}$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}} \quad \text{y} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}$$

en función del valor de n.

Finalmente, los parámetros de la carta σ, cuando no se conoce la desviación estándar de la población, quedan como

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Límite Inferior de Control —— $B_3\bar{\sigma}$

Límite Superior de Control —— $B_4\bar{\sigma}$

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero mencionado en la página 10 de estos apuntes. En él se informa que el diámetro medio de las varillas es igual a 2.5 cm, con desviación estándar de 0.01 cm. En este caso se pide establecer los parámetros de las cartas de control R y σ, considerando que se extraen periódicamente muestras de cinco varillas.

Solución:

a. Carta R

Puesto que se conoce el valor de la desviación estándar de la población, y en virtud de que n=5, se obtiene, empleando la tabla I

$$LC \text{ —— } d_2\sigma = 2.326(0.01) = 0.02326$$

$$LIC \text{ —— } D_1\sigma = 0(0.01) = 0.0000$$

$$LSC \text{ —— } D_2\sigma = 4.918(0.01) = 0.04918$$

b. Carta σ

En este caso, puesto que σ=0.01 y n=5, se obtiene, con el uso de la tabla I

$$LC \text{ —— } c_2\sigma = 0.8407(0.01) = 0.008407$$

$$LIC \text{ —— } B_1\sigma = 0(0.01) = 0.00000$$

$$LSC \text{ —— } B_2\sigma = 1.756(0.01) = 0.01756$$

Ejemplo: Con el fin de investigar la variabilidad en el proceso de producción de varillas de acero mencionado en la página 15, se desea elaborar las cartas de control R y σ correspondientes, considerando la información contenida en la tabla de la misma página.

Solución:

En este caso se desconoce la desviación estándar de la población, por lo cual es indispensable emplear los valores de $\bar{R}$ y $\bar{\sigma}$, considerando que el tamaño de la muestra es 5.

a. Carta R

El valor de $\bar{R}$, obtenido durante el proceso de elaboración de la carta $\bar{X}$ correspondiente, es $\bar{R}$ = 1.59. Considerando este valor, y empleando la tabla I, los parámetros de la carta de control R resultan

$$LC \text{ —— } \bar{R} = 1.590$$

$$LIC \text{ —— } D_3\bar{R} = 0(1.59) = 0.000$$

$$LSC \text{ —— } D_4\bar{R} = 2.115(1.59) = 3.363$$

En la Fig 6 se presenta la carta R para este problema.

b. Carta σ

Considerando que al calcular para este problema los parámetros de la carta $\bar{X}$ se obtuvo $\bar{\sigma}$ = 0.57, la carta σ queda definida con

$$LC \text{ —— } \bar{\sigma} = 0.57$$

$$LIC \text{ —— } B_3\bar{\sigma} = 0(0.57) = 0.00$$

$$LSC \text{ —— } B_4\bar{\sigma} = 2.089(0.57) = 1.19$$

En la Fig 7 se muestra la carta de control σ correspondiente.

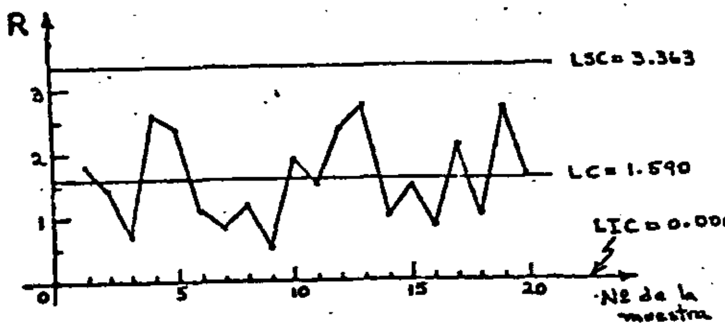


Fig 6 Carta de control R obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

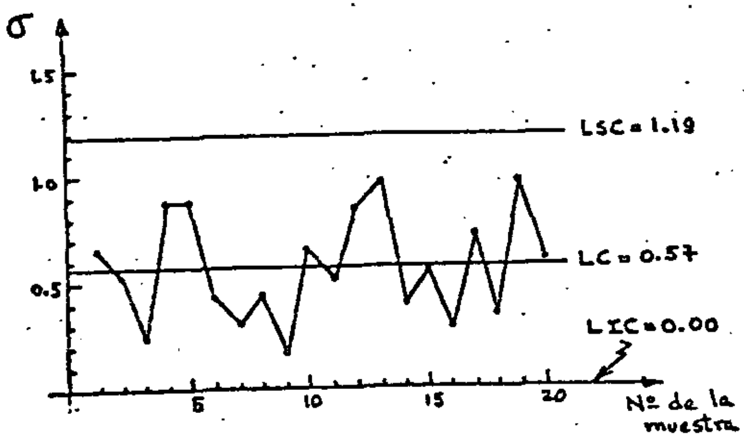


Fig 7 Carta de control σ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS DE CONTROL PARA MEDICIONES (ELEMENTOS INDIVIDUALES)

Se han establecido las cartas $\bar{X}$, R y σ considerando que existe la posibilidad de conocer la media μ y/o la desviación estándar σ de la población (proceso), o bien, cuando estos parámetros se desconocen, que es posible obtener un número adecuado de muestras aleatorias de ella, cuyos tamaños sean cuando menos igual a dos, con el fin de estimar con buena precisión los valores de dichos parámetros.

Sin embargo, en muchas ocasiones no se conocen los parámetros del proceso, y únicamente es posible contar con muestras de tamaño uno, es decir, muestras con un solo elemento. Cuando ésto sucede, la técnica para calcular los límites de control en las cartas para mediciones se fundamenta en el empleo de los llamados rangos móviles, que se explican a continuación.

Si, por ejemplo, se cuenta con el conjunto de datos X_i $(i=1,2,\ldots,n)$ registrados en orden, se definen los rangos móviles de orden dos como

$$|X_i - X_{i+1}| \quad ; \quad 1 \le i \le n-1$$

es decir

$$|X_1 - X_2|\ ,\ |X_2 - X_3|\ ,\ \ldots\ ,\ |X_{n-1} - X_n|$$

Si se trata de rangos móviles de orden tres, éstos se definen como

$$|X_i - X_{i+2}| \quad ; \quad 1 \le i \le n-2$$

es decir

$$|X_1 - X_3|\ ,\ |X_2 - X_4|\ ,\ \ldots\ ,|X_{n-2} - X_n|$$

La obtención de los rangos móviles de orden superior al tres se hace siguiendo las ideas anteriores.

En forma numérica, si se tienen los datos registrados en orden 4, 6, 4, 3 y 7, los rangos móviles de orden dos son

$$|4-6| = 2\ ,\ |6-4| = 2\ ,\ |4-3| = 1\ ,\ |3-7| = 4$$

y los de orden tres son

$$|4-4| = 0\ ,\ |6-3| = 3\ ,\ |4-7| = 3$$

El empleo de los rangos móviles para la obtención de los límites de control es importante en este caso, debido a que, si se trata de rangos móviles de orden dos, se puede considerar que el valor de cualquiera de ellos debe obtenerse a partir de los valores de dos elementos individuales registrados en orden. Dicho de otra manera, un rango móvil de orden dos debe provenir de una muestra "ficticia" de tamaño dos. En la misma forma, un rango móvil de orden tres tiene que obtenerse a partir de tres elementos individuales, lo cual permite "crear" muestras de tamaño tres.

De acuerdo con lo anterior, es factible establecer los límites de control para las cartas de control, en el caso de elementos individuales, empleando los factores de la tabla I, que se encuentran tabulados a partir de muestras de tamaño dos.

a. Elaboración de la carta X (elementos individuales)

En este caso, la línea central está dada por

$$\bar{X} = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} X_i$$

en donde X_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los datos individuales.

Los límites de control requeridos son

$$\bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Puesto que el tamaño real de la muestra es uno, la expresión anterior se puede escribir

$$\bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{1}} = \bar{X} \pm 3\sigma$$

Debido a que el valor de σ se desconoce, pero es posible obtener el de $\bar{R}$ (promedio de los rangos móviles), la última expresión puede transformarse algebraicamente de la siguiente manera:

$$\bar{X} \pm 3\sigma = \bar{X} \pm \frac{3\sigma\ \bar{R}}{\bar{R}} = \bar{X} \pm \frac{3\bar{R}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}}$$

$$\bar{X} \pm \frac{3\ \bar{R}}{d_2} = \bar{X} \pm E_2\bar{R}$$

en donde

$$E_2 = \frac{3}{d_2}$$

Los valores de E_2 se pueden obtener de la tabla I en función de n, que representa ahora el tamaño "ficticio" de la muestra, o el orden de los rangos móviles.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control X para elementos individuales son

Línea Central —— $\bar{X}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{X} - E_2\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $\bar{X} + E_2\bar{R}$

b. Elaboración de la carta R* (rangos móviles)

En este caso, la línea central está dada por el valor del promedio de los rangos móviles, es decir

$$\bar{R} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} R_i$$

En donde R_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los rangos móviles, obtenidos a partir de los datos individuales registrados en orden.

Los límites de control se obtienen considerando que se desconoce el valor de la desviación estándar de la población, en la forma ya explicada para la carta R.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control R* para los rangos móviles son

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

en donde los valores de D_3 y D_4 se obtienen de la tabla I en función de n, el tamaño "ficticio" de la muestra, u orden de los rangos móviles.

Ejemplo: Considérese un proceso de destilación y mezclado de alcohol, para el cual se desea ejercer control sobre el porcentaje de metanol existente. Se extraen 26 lotes sucesivos de alcohol, y se obtiene el porcentaje de metanol correspondiente para cada uno de ellos. Los valores

se presentan en la tabla siguiente, y se pide construir cartas X y R* considerando rangos móviles de orden dos.

Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R	Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R
1	4.6	---	14	5.5	0.1
2	4.7	0.1	15	5.2	0.3
3	4.3	0.4	16	4.6	0.6
4	4.7	0.4	17	5.5	0.9
5	4.7	0	18	5.6	0.1
6	4.6	0.1	19	5.2	0.4
7	4.8	0.2	20	4.9	0.3
8	4.8	0	21	4.9	0
9	5.2	0.4	22	5.3	0.4
10	5.0	0.2	23	5.0	0.3
11	5.2	0.2	24	4.3	0.7
12	5.0	0.2	25	4.5	0.2
13	5.6	0.6	26	4.4	0.1
			SUMA	128.1	7.2

Solución: El valor del promedio de los rangos móviles de orden dos es

$$\bar{R} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} R_i = \frac{1}{25} (7.2) = 0.288$$

a. Carta X

La línea central de esta carta es $\bar{X}$, cuyo valor es

$$\bar{X} = \frac{1}{26} \sum_{i=1}^{26} X_i = \frac{1}{26} (128.1) = 4.927$$

De la tabla I se obtiene $E_2 = 2.66$ para n=2, - siendo los límites de control

$$\bar{X} \pm E_2\bar{R} = 4.927 \pm 2.66\,(0.288)$$

$$= 4.927 \pm 0.7661$$

Finalmente, los parámetros de la carta X quedan como

LC —— 4.927

LIC—— 4.927 - 0.7661 = 4.161

LSC—— 4.927 + 0.7661 = 5.693

En la Fig 8 se presenta la gráfica correspondiente.

b. Carta R*

La línea central para esta carta es $\bar{R} = 0.288$, y los límites de control se obtienen empleando la tabla I considerando que n=2. De ahí que

LC —— 0.288

LIC—— $D_3\bar{R} = 0(0.288) = 0.000$

LSC—— $D_4\bar{R} = 3.267(0.288) = 0.941$

La Fig 9 muestra la carta R* para este problema.

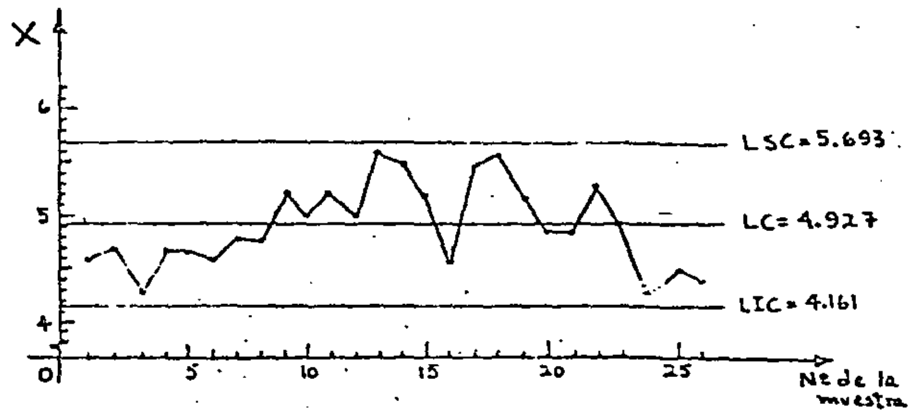


Fig 8 Carta de control X obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

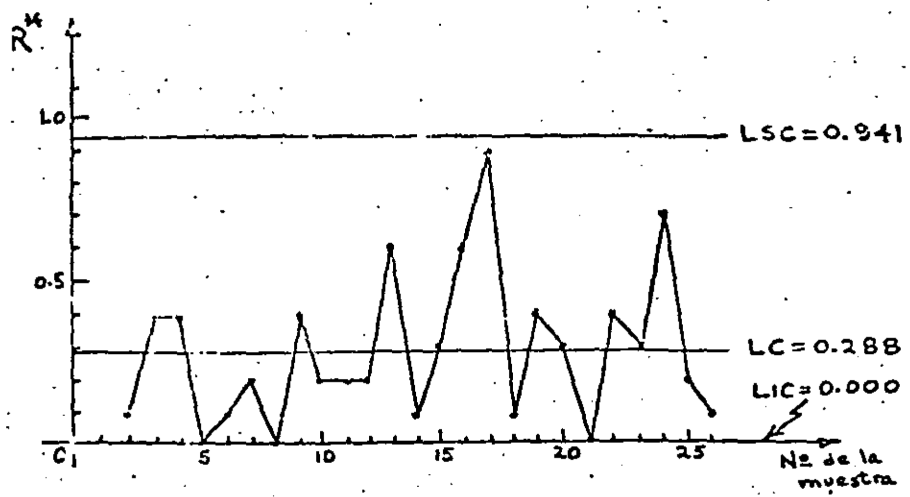


Fig 9 Carta de control R* obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

CARTAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS

El término atributo, tal como se emplea en el control de calidad, indica la propiedad que tiene un producto de ser bueno o malo, es decir, permite reconocer si la característica de calidad del mismo se encuentra dentro de ciertos requerimientos específicos o no.

Aunque generalmente se puede obtener información más completa de las mediciones hechas a productos terminados, a menudo consume menos tiempo y dinero el comparar la calidad de un producto en contra de ciertas especificaciones mínimas, sobre la base, por ejemplo, de considerar que sirve o no, o que es bueno o malo.

Por ejemplo, al ejercer control sobre el diámetro de un balín de acero, es más simple y rápido el determinar si éste pasa por un agujero hecho en una placa de acero templado con el diámetro adecuado, que realizar la medición del diámetro con un micrómetro.

Se establecerán ahora los dos tipos fundamentales de cartas de control que se utilizan en conexión con el muestreo por atributos: la carta para la proporción de elementos defectuosos, o carta p, y la carta para el número de defectos, o carta c.

Considérese por ejemplo una muestra de 50 fusibles en la cual se encontró, después de probar todos ellos, que contiene dos elementos defectuosos. En este caso, la proporción de fusibles defectuosos en la muestra es de $2/50 = 0.04$.

Por otra parte, debe observarse que si se prueba una sola unidad producida, esta puede tener varios defectos pero, sin embargo, pue-

de o no ser una unidad defectuosa. Tal es el caso, por ejemplo, de rollos (unidades) de tela de determinada longitud, que pueden tener cierto número de imperfecciones pero no necesariamente ser considerados como defectuosos. No obtante, en muchas aplicaciones prácticas una unidad producida se considera defectuosa si tiene cuando menos un defecto.

La distribución de la proporción y del número de elementos defectuosos en un proceso es obviamente binomial, en tanto que la del número de defectos es de Poisson. Sin embargo, para la elaboración de la carta p se aprovecha la propiedad que tiene la distribución muestral de las proporciones de ser aproximada mediante una distribución normal cuando el tamaño de la muestra es grande, y la proporción de elementos defectuosos no se acerca a cero o a uno.

ELABORACION DE LAS CARTAS DE CONTROL p Y np PARA LA PROPORCION DE DEFECTUOSOS Y EL NUMERO DE DEFECTUOSOS

Los límites de control que se requieren en este caso son

$$\mu_p \pm 3\sigma_p$$

en donde μ_p es la media de la distribución muestral de las proporciones, y σ_p la desviación estándar correspondiente. Como μ_p de esta distribución es igual al parámetro $\underline{P}$ de la población, la estadística p de la muestra estima en forma insesgada a este último.

Si no se conoce el valor de $\underline{P}$ de la población, lo cual en la práctica es frecuente, se debe disponer de K muestras de tamaño n constante para obtener el valor del estimador insesgado

$$\bar{p} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} p_i$$

en donde p_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota el valor de la proporción en la muestra i. Empleando el valor así obtenido, la línea central es

$$\text{Línea Central} \text{ —— } \bar{p}\,.$$

En textos de estadística se demuestra que la desviación estándar de la distribución muestral de las proporciones es

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{P\,(1-P)}{n}}$$

por lo cual los límites de control son

$$\bar{p} \pm 3\sigma_p = \bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Finalmente, los parámetros de la carta de control p quedan como

$$\text{Línea Central} \text{ —— } \bar{p}$$

$$\text{Límite Inferior de Control} \text{ —— } \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Límite Superior de Control} \text{ —— } \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

A partir de los parámetros anteriores se pueden derivar los de la llamada carta np, o sea, para el número de defectuosos. Para ello, es necesario multiplicar dichos parámetros por n para así obtener, en el caso de los límites de control

$$n\left(\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right) = n\bar{p} \pm 3n\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= n\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{n^2\bar{p}\,(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= n\bar{p} \pm 3\sqrt{n\,\bar{p}\,(1-\bar{p})}$$

y los parámetros resultan ahora

$$\text{Línea Central} \text{ —— } n\bar{p}$$

$$\text{Límite Inferior de Control} \text{ —— } n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$\text{Límite Superior de Control} \text{ —— } n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

Ejemplo: Para un proceso de elaboración de fusibles se desea ejercer control sobre la proporción de elementos defectuosos, así como sobre el número de ellos. Para ello, se seleccionan 40 muestras aleatorias de 50 fusibles cada una, y se obtienen los valores reportados en la tabla siguiente. Se desea construir las cartas p y np correspondientes.

Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p	Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p
1	2	0.04	21	1	0.02
2	1	0.02	22	1	0.02
3	2	0.04	23	4	0.08
4	0	0.00	24	2	0.04
5	2	0.04	25	2	0.04
6	3	0.06	26	4	0.08
7	4	0.08	27	1	0.02
8	2	0.04	28	3	0.06
9	0	0.00	29	3	0.06
10	3	0.06	30	2	0.04
11	0	0.00	31	3	0.06
12	1	0.02	32	6	0.12
13	2	0.04	33	2	0.04
14	2	0.04	34	3	0.06
15	3	0.06	35	2	0.04
16	5	0.10	36	3	0.06
17	1	0.02	37	1	0.02
18	2	0.04	38	0	0.00
19	3	0.06	30	2	0.04
20	1	0.02	40	0	0.00
			S U M A	....	1.68

<u>Solución:</u> El valor de $\overline{p}$ es

$$\overline{p} = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{40} p_i = \frac{1}{40}(1.68) = 0.042$$

a. Carta p

Los límites de control son, para n=50

$$0.042 \pm 3\sqrt{\frac{(0.042)\ (1-0.042)}{50}} = 0.042 \pm 0.0851$$

por lo cual

LC ——— 0.0420

LIC——— 0.042 - 0.0851 = -0.0431 $\Rightarrow$ 0.0000

LSC——— 0.042 + 0.0851 = 0.1271

En este caso, y como se verá a continuación para la carta np, la expresión para el cálculo del límite inferior de control conduce a un valor negativo del mismo. Puesto que no tiene sentido físico hablar de una proporción menor de cero o de un número de defectuosos negativo, en forma arbitraria se asigna a ese límite el valor cero.

En la Fig 10 se presenta la carta de control p correspondiente.

b. Carta np

Puesto que $n\overline{p}$ = 50(0.042)=2.1, los límites de control son ahora

$$2.1 \pm 3\sqrt{50(0.042)\ (1-0.042)} = 2.1 \pm 4.255$$

o sea

LC —— 2.1

LIC —— 2.1-4.255 = -2.155 $\Rightarrow$ 0.000

LSC —— 2.1+4.255 = 6.355

En la Fig 10 se presenta la carta np para este problema.

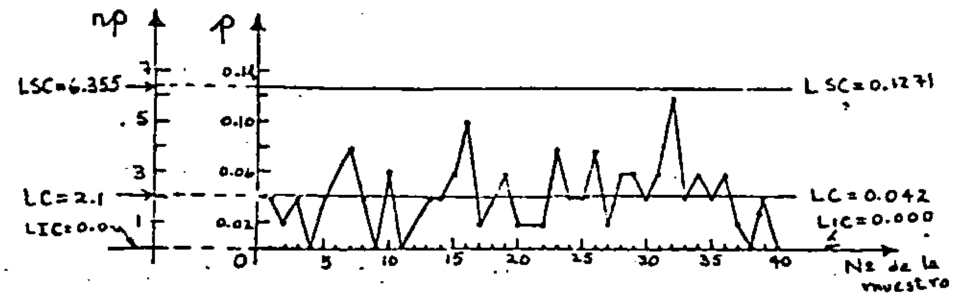


Fig 10 Cartas de control p y np obtenidas para el ejemplo de los fusibles

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL c PARA EL NUMERO DE DEFECTOS

xisten ocasiones en las que es necesario controlar el número de defectos por unidad en un proceso. Por ejemplo, en la producción alfombras es importante controlar el número de defectos por metro cuadrado; en la elaboración de papel se requiere controlar el número de defectos por rollo, etc. En estos casos, la variable aleatoria c asociada al número de defectos por unidad tiene una distribución de Poisson.

lo anterior se desprende que la línea central de la carta de con trol para el número de defectos es el parámetro λ de la distribución de Poisson correspondiente, cuyo valor usualmente se desconoce. En tal situación, se acostumbra estimar en forma insesgada el valor de λ a partir de un mínimo de 20 valores de c, observados previamente en igual número de unidades producidas. De acuerdo con ésto, el valor de

$$\bar{c} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} c_i$$

en donde c_i $(i=1,2,\ldots,K)$ representa el número de defectos observados en la unidad i, se puede emplear como estimador de λ.

Los límites de control requeridos ahora son del tipo

$$\bar{c} \pm 3\sigma_c$$

Puesto que en este caso se observa el número de defectos por unidad, se puede suponer que el tamaño de la muestra es unitario. Por tal motivo, se puede considerar que la desviación estándar de la distribución muestral del número de defectos c es igual a la desviación estándar de la distribución de Poisson y, puesto que $\bar{c}$ estima el valor de λ

$$\sigma_c = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\bar{c}}$$

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control c son

Línea Central —— $\bar{c}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$

Límite Superior de Control —— $\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$

Ejemplo: Considérese el proceso de soldadura de dos placas de acero en una fábrica. Diariamente se alcanzan a soldar 8 juntas, y en cada una de ellas se observa el número de defectos existente. Con la información correspondiente a tres días de labor que se presenta en la tabla siguiente, se desea elaborar una carta de control para el número de defectos por junta soldada

Número de la junta soldada	Fecha	Número de defectos
1	Julio 18	2
2		4
3		7
4		3
5		1
6		4
7		8
8		9
9	Julio 19	5
10		3
11		7
12		11
13		6
14		4
15		9
16		9
17	Julio 20	6
18		4
19		3
20		9
21		7
22		4
23		7
24		12
SUMA................		144

Solución: Empleando los valores reportados en la tabla anterior, el valor de $\bar{c}$ resulta

$$\bar{c} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} c_i = \frac{1}{24} (144) = 6$$

Siendo $\bar{c} = 6$, los límites de control quedan como

$$6 \pm 3\sqrt{6} = 6 \pm 7.35$$

Finalmente, los parámetros de la carta c son

$$\begin{aligned} LC &— 6 \\ LIC &— 6 - 7.35 = -1.35 \Rightarrow 0.00 \\ LSC &— 6 + 7.35 = 13.35 \end{aligned}$$

Puesto que el número de defectos no puede ser negativo, se fija el valor del límite inferior de control igual a cero.

En la Fig 11 se presenta la carta de control c que corresponde al ejemplo.

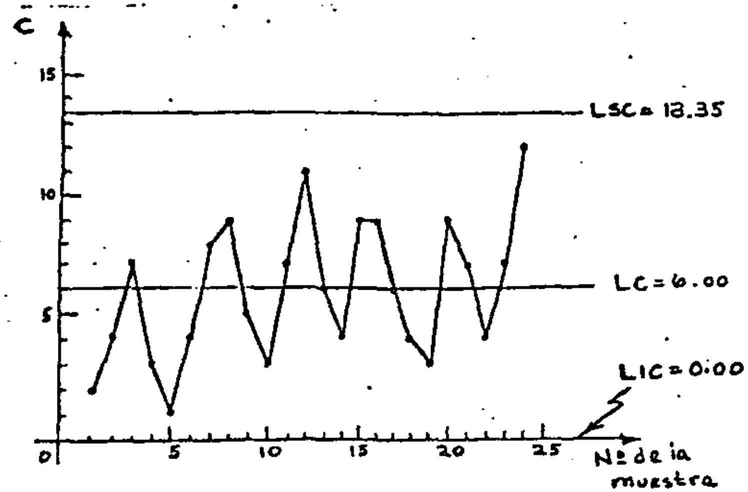


Fig 11 Carta de control c obtenida para el ejemplo de las juntas soldadas

BIBLIOGRAFIA

1. Hansen, B., "Quality Control: Theory and Applications", Prentice Hall, Inc. (1964)

2. G_rant, E.L., "Statistical Quality Control", Mc Graw-Hill Book Co. (1971)

3. Ostle, B. "Estadística aplicada", Limusa-Wiley (1973)

4. Miller, I. y Freund, J., "Probability and Statistics - for Engineers", Prentice Hall, Inc. (1965)

24

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

CARTAS DE CONTROL

ING. CARLOS J. MENDOZA ESCOBEDO

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

CARTAS DE CONTROL

LA CALIDAD MEDIDA DE UN PRODUCTO MANUFACTURADO ESTÁ SIEMPRE SUJETA A UNA CIERTA CANTIDAD DE VARIACIÓN COMO RESULTADO DEL AZAR.

ALGÚN SISTEMA DE CAUSAS CASUALES ESTABLE ES INHERENTE A CUALQUIER ESQUEMA PARTICULAR DE PRODUCCIÓN Y DE INSPECCIÓN.

LA VARIACIÓN DENTRO DE ESTE PATRÓN ESTABLE ES INEVITABLE. LAS RAZONES DE LAS VARIACIONES EXTERNAS A ESTE PATRÓN ESTABLE PUEDEN SER DESCUBIERTAS Y CORREGIDAS.

LAS CARTAS DE CONTROL PERMITEN DETERMINAR ESTAS CAUSAS ASIGNABLES Y SEPARARLAS DE LA VARIACIÓN DE LA CALIDAD. HACE POSIBLE EL DIAGNÓSTICO Y CORRECCIÓN DE MUCHOS PROBLEMAS DE PRODUCCIÓN Y A MENUDO LLEVA A MEJORAS CONSIDERABLES EN LA CALIDAD DEL PRODUCTO Y A LA REDUCCIÓN DE DESPERDICIO Y REPROCESADO.

AL IDENTIFICAR ALGUNAS DE LAS VARIACIONES DE CALIDAD COMO VARIACIONES CASUALES INEVITABLES, LA GRÁFICA DE CONTROL INDICA CUÁNDO DEJAR SOLO UN PROCESO Y DE ESTA FORMA EVITAR AJUSTES FRECUENTES INNECESARIOS QUE TIENDAN A INCREMENTAR LA VARIABILIDAD DEL PROCESO EN LUGAR DE DISMINUIRLA.

HERRAMIENTAS PARA EL CONTROL DE CALIDAD ESTADISTICO

1. GRÁFICAS DE CONTROL, PARA CARACTERÍSTICAS DE CALIDAD MESURABLES, GRÁFICAS DE VARIABLE $\bar{X}$ Y R Y GRÁFICAS $\bar{X}$ Y σ.

2. GRÁFICAS DE CONTROL PARA FRACCIÓN DEFECTIVA, GRÁFICAS P

3. GRÁFICAS DE CONTROL PARA EL NÚMERO DE DEFECTOS POR UNIDAD, GRÁFICAS C.

4. TEORÍA DEL MUESTREO, QUE TRATA DE LA PROTECCIÓN QUE PROPORCIONA CUALQUIER PROCEDIMIENTO DE MUESTREO DE ACEPTACIÓN.

VARIABLES Y ATRIBUTOS

SE DICE QUE LA CALIDAD SE EXPRESA POR VARIABLES, CUANDO SE LLEVA UN REGISTRO SOBRE UNA MEDIDA REAL DE UNA CARACTERÍSTICA DE CALIDAD.

CUANDO UN REGISTRO MUESTRA SOLAMENTE EL NÚMERO DE ARTÍCULOS QUE CUMPLEN Y EL NUMERO DE ARTÍCULOS QUE DEJAN DE CUMPLIR CON CUALQUIER REQUISITO ESPECIFICADO, SE DICE SE TIENE UN REGISTRO POR ATRIBUTOS.

LA MAYOR PARTE DE LAS ESPECIFICACIONES DE VARIABLES PROPORCIONAN TANTO UN LÍMITE SUPERIOR COMO UNO INFERIOR CON RESPECTO AL VALOR MEDIO; LAS VARIABLES SE TRATAN MEDIANTE LAS GRÁFICAS $\bar{X} - R$ Y $\bar{X} - \sigma$

MUCHOS REQUISITOS SE ESTABLECEN EN TÉRMINOS DE ATRIBUTOS; LOS ATRIBUTOS SE TRATAN CON LA GRÁFICA PARA FRACCIÓN DEFECTIVA.

BENEFICIOS

GRÁFICAS POR VARIABLES

1. LA VIARIABILIDAD BÁSICA DE LA CARACTERÍSTICA DE CALIDAD

   CUANDO SE HA ESPECIFICADO TANTO UN VALOR SUPERIOR COMO UNO INFERIOR PARA UNA CARACTERÍSTICA DE LA CALIDAD, UN PROBLEMA IMPORTANTE QUE SE PRESENTA ES SI LA VARIABILIDAD BÁSICA DE UN PROCESO ES TAN GRANDE QUE SEA IMPOSIBLE FABRICAR TODO EL PRODUCTO DENTRO DE LOS LÍMITES ESPECIFICADOS

2. LA CONSISTENCIA DEL RENDIMIENTO

   LA VARIABILIDAD DE LA CARACTERÍSTICA DE CALIDAD PUEDE SEGUIR UN PATRÓN CASUAL O PUEDE COMPORTARSE ERRÁTICAMENTE DEBIDO A LAS CAUSAS ASIGNABLES. INDICA CUANDO DEJAR SOLO A UN PROCESO Y CUANDO TOMAR ACCIONES PARA CORREGIR LAS DIFICULTADES.

3. EL NIVEL GENERAL DE LAS CARACTERÍSTICAS DE CALIDAD

   AÚN CUANDO LA VARIABILIDAD BÁSICA DE UN PROCESO, SEA TAL QUE LA GAMA NATURAL DE TOLERANCIAS SEA MÁS ESTRECHA QUE LA GAMA DE TOLERANCIA ESPECIFICADA Y AÚN CUANDO EL PROCESO SE ENCUENTRE BAJO CONTROL, EL PRODUCTO PUEDE SER NO SATISFACTORIO DADO QUE EL NIVEL DE CALIDAD ES DEMASIDO BAJO O ALTO.

BENEFICIOS

GRÁFICA POR FRACCIÓN DEFECTIVA

ES UNA AYUDA EXTREMADAMENTE ÚTIL PARA LA SUPERVISIÓN DE PRODUCCIÓN, PROPORCIONA INFORMACIÓN ACERCA DE CUANDO Y DÓNDE EJERCER PRESIÓN PARA MEJORAR LA CALIDAD. SERÁ RESPONSABLE DE REDUCCIONES CONSIDERABLES EN LA FRACCIÓN DEFECTIVA MEDIA. SIRVEN PARA HACER NOTAR AQUELLAS SITUACIONES QUE NECESITAN DIAGNÓSTICO DE DIFICULTADES MEDIANTE LA GRÁFICA DE CONTROL POR VARIABLES.

GRÁFICA DE CONTROL DE DEFECTOS POR UNIDAD

LA VARIACIÓN ERRÁTICA EN LOS ESTÁNDARES Y LAS PRÁCTICAS DE INSPECCIÓN TIENEN MÁS PROBABILIDADES DE EXISTIR EN ESTE TIPO DE INSPECCIÓN. LA GRÁFICA DE CONTROL DE DEFECTOS POR UNIDAD COMPRUEBA GENERALMENTE SER ÚTIL PARA ESTANDARIZAR LOS MÉTODOS DE INSPECCIÓN.

MUESTREO DE ACEPTACION

LA INSPECCIÓN DE ACEPTACIÓN ES UNA PARTE NECESARIA DE LA MANUFACTURA Y PUEDE SER APLICADA A LOS MATERIALES QUE SE RECIBEN, A LOS PRODUCTOS PARCIALMENTE ACABADOS EN DIFERENTES ETAPAS INTERMEDIAS DEL PROCESO DE MANUFACTURA Y AL PRODUCTO FINAL. LA INSPECCIÓN DE ACEPTACIÓN PUEDE LLEVARSE A CABO EXTERIORMENTE POR EL COMPRADOR.

MUCHA DE ESTA INSPECCIÓN DE ACEPTACIÓN SE LLEVA A CABO MEDIANTE MUESTREO. A MENUDO LA INSPECCIÓN 100% RESULTA IMPRACTICABLE O CLARAMENTE ANTIECONÓMICA.

DEBERÁ CONOCERSE QUE MIENTRAS UNA PARTE DEL PRODUCTO SEA DEFECTIVA ES POSIBLE QUE ALGUNOS ELEMENTOS SEAN PASADOS POR ALTO CUALQUIERA QUE SEA EL ESQUEMA DEL MUESTREO DE ACEPTACIÓN. INTENTA VALUAR EL RIESGO ASUMIDO CON PROCEDIMIENTOS DE MUESTREO ALTERNOS Y TOMAR UNA DECISIÓN ACERCA DEL GRADO DE PROTECCIÓN NECESARIO EN CUALQUIER CASO. ES ENTONCES POSIBLE SELECCIONAR UN MODELO DE MUESTREO DE ACEPTACIÓN QUE PROPORCIONE UN GRADO DESEADO DE PROTECCIÓN, CON LA DEBIDA CONSIDERACIÓN A LOS DIFERENTES COSTOS INVOLUCRADOS.

LA GRAFICA DE CONTROL PARA LA FRACCION DEFECTIVA

COMO UN INSTRUMENTO PARA EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO, LA GRÁFICA DE CONTROL POR FRACCIÓN DEFECTIVA TIENE EL MISMO OBJETO QUE LAS GRÁFICAS $\bar{X}$ Y R. DESCUBRE LA PRESENCIA DE CAUSAS ASIGNABLES DE VARIACIÓN AUNQUE NO ES TAN SENCITIVA COMO LAS GRÁFICAS $\bar{X}$ Y R A LA INFLUENCIA DE DICHAS CAUSAS. ES USADA EFECTIVAMENTE PARA MEJORAR LA CALIDAD, AUNQUE ES BASTANTE INFERIOR A LAS GRÁFICAS $\bar{X}$ Y R COMO INSTRUMENTO PARA EL DIAGNÓSTICO REAL DE CAUSAS DE DIFICULTAD.

LA FRACCIÓN DEFECTUOSA P, PUEDE SER DEFINIDA COMO LA RAZÓN ENTRE EL NÚMERO DE ARTÍCULOS DEFECTUOSOS Y EL NÚMERO TOTAL DE ARTÍCULO INSPECCIONADOS EXPRESADO EN FRACCIÓN DECIMAL.

EL PORCENTAJE ES 100P.

PARA EL CÁLCULO REAL DE LOS LÍMITES DE CONTROL SE USA LA FRACCIÓN DEFECTUOSA.

PARA EL TRAZADO GRÁFICO SE EMPLEA EL PORCENTAJE DEFECTUOSO.

EL MISMO RAZONAMIENTO GENERAL SOBRE EL QUE SE BASAN LOS LIMITES DE CONTROL PARA LAS GRÁFICAS $\bar{X}$ Y R ES IGUALMENTE APLICADO PARA LA GRÁFICA P. LOS LÍMITES DEBEN DE COLOCARSE LO BASTANTE RETIRADOS DEL VALOR PROMEDIO ESPERADO DE MANERA QUE EL PUNTO FUERA DE LOS LÍMITES INDIQUE, O QUE EL UNIVERSO HA CAMBIADO O QUE UN HECHO MUY IMPROBABLE HA OCURRIDO

LA PRÁCTICA INDUSTRIAL EN EL USO DE LA GRÁFICA P, BASA LOS LÍMITES DE CONTROL YA SEA EN 3σ O EN ALGÚN OTRO MÚLTIPLO DE σ.

EL USO DE LOS LÍMITES 3σ MÁS BIEN QUE CUESTIÓN DE LÍMITES MÁS ANCHOS O MAS ANGOSTOS SE REFIERE A LA EXPERIENCIA RELACIONADA CON EL BALANCE ECONÓMICO ENTRE EL COSTO DE BUSCAR CAUSAS ASIGNABLES CUANDO ESTÁN AUSENTES Y EL COSTO DE NO BUSCARLAS CUANDO ESTÁN PRESENTES.

PROBLEMAS POR EL TAMAÑO VARIABLE DEL SUBGRUPO

1. LÍMITES VARIABLES PARA CADA SUBGRUPO
2. LÍMITES BASADOS EN EL TAMAÑO PROMEDIO ESPERADO
3. TRES JUEGOS DE LÍMITES DE CONTROL CERCA DEL MÍNIMO, DEL PROMEDIO, Y DEL MÁXIMO.

CÁLCULO DE $\bar{P}$ Y DE LOS LIMITES DE CONTROL

EL MODO CORRECTO DE CALCULAR $\bar{P}$ ES DIVIDIR EL NÚMERO TOTAL DE DEFECTUOSOS EN UN PERIODO ENTRE EL NÚMERO TOTAL DE PIEZAS INSPECCIONADAS EN EL PERIODO. SIEMPRE QUE EL TAMAÑO DEL SUBGRUPO NO ES CONSTANTE ES INCORRECTO PROMEDIAR LOS VALORES DE $\bar{P}$.

LA DISTRIBUCIÓN ESTÁNDAR DE UNA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL ES LA QUE CORRESPONDE A LA FRACCIÓN DEFECTUOSA.

$$\sigma_P = \sqrt{P'(1 - P')/N}$$

SE SUPONE QUE $P' = \bar{P}$ SI TODOS LOS PUNTOS CAEN DENTRO DE LOS LÍMITES

$$LSC_P = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1 - \bar{P})}{N}} = \bar{P} + \frac{3\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P})}}{\sqrt{N}}$$

$$LIC_P = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1 - \bar{P})}{N}} = \bar{P} - \frac{3\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P})}}{\sqrt{N}}$$

COMENTARIOS SOBRE LA SELECCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE CALIDAD QUE SE VAN A GRAFICAR

PUEDE CONVENIR CONCENTRAR LA ATENCIÓN POR MEDIO DE GRÁFICAS SEPARADAS DE CONTROL, EN AQUELLOS DEFECTOS QUE SON RESPONSABLES DE LOS MÁS ALTOS COSTOS.

UNA SOLA GRÁFICA DE CONTROL QUE INCLUYA TODOS LOS DEFECTOS OBSERVADOS EN UN PUESTO DE INSPECCIÓN MOSTRARÁ SUS VARIACIONES QUE SON INFLUENCIADAS EN MAYOR GRADO POR LOS DEFECTOS MÁS COMUNES QUE POR LOS MÁS COSTOSOS.

EN ALGUNOS CASOS PUEDE CONVENIR LLEVAR GRÁFICAS SEPARADAS DE CONTROL PARA DESPERDICIOS Y TRABAJO REPROCESADO.

DECISIÓN SOBRE LA SELECCIÓN DE SUBGRUPOS

EN LA GRÁFICA DE CONTROL POR FRACCIÓN DEFECTIVA LA BASE MÁS NATURAL PARA SELECCIONAR LOS SUBGRUPOS RACIONALES ES EL ORDEN EN QUE LA PRODUCCIÓN SE DESARROLLA.

LA GRÁFICA DIARIA PUEDE SER USADA COMO BASE PARA LA PRODUCCIÓN, LA GRÁFICA SEMANAL, POR LOS EJECUTIVOS DE FABRICACIÓN, LA MENSUAL, PARA LOS REPORTES DE CALIDAD.

DONDE LA PRODUCCIÓN NO ES CONTINUA, LOS SUBGRUPOS SE PUEDEN CONSIDERAR COMO IGUALES A CADA ORDEN DE PRODUCCIÓN.

EN TODAS LAS GRÁFICAS DE CONTROL, SE DEBERÁN SELECCIONAR SUBGRUPOS RACIONALES DE TAL FORMA QUE TIENDA A DISMINUIR LA PROBABILIDAD DE VARIACIÓN DENTRO CUALQUIER SUBGRUPO.

SELECCIÓN ENTRE GRÁFICA P Y LA GRÁFICA NP

SIEMPRE QUE EL TAMAÑO DEL SUBGRUPO ES VARIABLE, LA GRÁFICA DE CONTROL DEBE DE MOSTRAR LA FRACCIÓN DEFECTUOSA

SI EL TAMAÑO DEL SUBGRUPO ES CONSTANTE LA GRÁFICA NP PARA NÚMERO DE DEFECTUOSOS PUEDE SER USADA

$$\sigma_{NP} = \sqrt{NP'\ (1-P')}$$

$$LSC = NP' + 3\ \sigma_{NP}$$

$$LIC = NP' - 3\ \sigma_{NP}$$

DECISIÓN RELACIONADA CON LOS CÁLCULOS DE LOS LÍMITES DE CONTROL

1. DIFICULTAD DE LOS CÁLCULOS
2. DIFICULTAD DE EXPLICAR LOS LÍMITES VARIABLES.

INICIACIÓN DE LA GRÁFICA DE CONTROL

1. REGISTRO DE DATOS DE CADA SUBGRUPO SOBRE LA CANTIDAD INSPECCIONADA Y EL NÚMERO DE DEFECTOS.

2. COMPUTAR P PARA CADA SUBGRUPO

3. COMPUTAR $\bar{P}$ PARA LA FRACCION DEFECTUOSA PROMEDIO

   SIEMPRE QUE SEA PRÁCTICO CONVIENE TENER DATOS DE CUANDO MENOS 25 SUBGRUPOS ANTES DE CALCULAR $\bar{P}$

4. LÍMITES DE CONTROL

$$LSC = \bar{P} + \frac{\sqrt{3\ \bar{P}\ (1-\bar{P})}}{\sqrt{N}}$$

$$LIC = \bar{P} - \frac{\sqrt{3\ \bar{P}\ (1-\bar{P})}}{\sqrt{N}}$$

5. COLOQUE CADA PUNTO EN LA GRÁFICA DESPUÉS DE QUE ES OBTENIDO, ASÍ COMO SUS LÍMITES

Continuación de la gráfica de control

Selección de una fracción defectuosa estándar

La gráfica p se emplea para determinar la presencia de causas asignables y para juzgar si el nivel de calidad está a un objetivo deseado.

Con la gráfica p usada para establecer un nivel estándar de calidad, puede esperarse que los puntos caigan fuera de los límites de control por las siguientes razones

1. La existencia de causas asignables
2. La existencia de un nivel de calidad que es diferentes del estándar supuesto p'

Si la gráfica muestra control, p' se debe suponer igual a $\bar{p}$. Esto geralmente es deseable aunque $\bar{p}$ sea considerada una fracción defectuosa demasiado alta para ser satisfactoria a la larga.

Si la gráfica muestra ausencia de control, es mejor continuar por algún tiempo sin límites de control y sin ningún estándar de fracción defectuosa.

CALCULO DE LIMITES DE CONTROL
TRAZO DE LOS PUNTOS Y LÍMITES
INTERPRETACIÓN DE FALTA DE CONTROL

PUEDEN HABER CAMBIOS ERRÁTICOS EN EL NIVEL DE CALIDAD DE UN SUBGRUPO OCASIONAL, AUNQUE LA CALIDAD SEA MANTENIDA EN LA FRACCIÓN DEFECTIVA ESTÁNDAR P'. DICHOS CAMBIOS SON MOSTRADOS POR PUNTOS FUERA DE LOS LÍMITES DE CONTROL Y SON EVIDENCIA DE CAUSAS ASIGNABLES DE VARIACIÓN.

LAS CORRIDAS EXTREMAS ARRIBA Y ABAJO DE LA LÍNEA CENTRAL ASÍ COMO LOS PUNTOS FUERA DE LOS LÍMITES DE CONTROL, PUEDEN SER USADOS PARA PROPORCIONAR PRUEBAS QUE SUPLEMENTEN LA OBSERVACIÓN DE LA GRÁFICA.

PARA EFECTOS DE UNA PRUEBA ESTADÍSTICA, CUALQUIER SERIE CONSECUTIVA DE SUBGRUPOS PUEDE COMBINARSE EN UN SOLO SUBGRUPO. DE ESTE MODO LA FRACCIÓN DEFECTUOSA PORMEDIO DE UNA SERIE DE SUBGRUPOS PUEDE SER PROBADA PARA VER SI VARÍA EN MÁS DE 3 SIGMA DE LA FRACCIÓN DEFECTUOSA ESTÁNDAR.

EXAMEN PERIÓDICO Y REVISIÓN DE P'

SIEMPRE QUE HAY EVIDENCIA SOSTENIDA DE UNA DISMINUCIÓN EN EL PORCENTAJE DEFECTUOSO PROMEDIO Y ES CLARO QUE ESTA DISMINUCIÓN REFLEJA UNA MEJORÍA REAL DE LA CALIDAD MÁS BIEN QUE UNA INSPECCIÓN NEGLIGENTE, ES BUENA IDEA REVISAR P'HACIA ABAJO.

UNA REVISIÓN HACIA ARRIBA NO DEBERÁ SER HECHA SIN EVIDENCIA DE QUE HAN TOMADO LUGAR CAMBIOS QUE PARECE QUE HACEN INEVITABLE QUE, CON LA MISMA ATENCIÓN A LA CALIDAD QUE ANTES, EL PORCENTAJE DEFECTUOSO AUMENTARÁ.

REPORTES Y ACCIONES BASADAS EN LA GRÁFICA DE CONTROL

ACCIONES PARA TRAER UN PROCESO BAJO CONTROL A UN NIVEL SATISFACTORIO.

LA GRÁFICA DE CONTROL DE P PUEDE EXHIBIR BASTANTE BUEN CONTROL PARA UN PERIODO DE TIEMPO, PERO ESTE CONTROL PUEDE ESTAR A UNA FRACCIÓN DEFECTIVA DEMASIADO ALTA PARA SER SATISFACTORIA.

SE PUEDE MEJORAR

1. CAMBIO FUNDAMENTAL SOBRE EL DISEÑO
2. CAMBIO EN LAS ESPECIFICACIONES
3. CAMBIO EN EL PROCESO DE PRODUCCIÓN.

LA GRAFICA DE CONTROL POR DEFECTOS

DEFECTUOSO ES UN ARTÍCULO QUE EN CIERTA FORMA DEJA DE CUMPLIR CON UNA O MÁS ESPECIFICACIONES DADAS.

DEFECTO ES CADA CASO EN QUE EL ARTÍCULO DEJA DE CONFORMARSE CON LAS ESPECIFICACIONES

CADA DEFECTUOSO CONTIENE UNO O MÁS DEFECTOS

LA GRÁFICA C SE APLICA AL NÚMERO DE DEFECTOS EN SUBGRUPOS DE TAMAÑO CONSTANTE. EN LA MAYORÍA DE LOS CASOS CADA SUBGRUPO CONSISTE DE UN ARTÍCULO SENCILLO. LA VARIABLE C CONSISTE EN EL NÚMERO DE DEFECTOS EN UN ARTÍCULO. NO ES NECESARIO QUE EL SUBGRUPO SEA UN SOLO ARTÍCULO. ES ESENCIAL SOLAMENTE QUE EL SUBGRUPO SEA CONSTANTE EN CUANTO A TAMAÑO EN EL SENTIDO DE QUE DIFERENTES GRUPOS TENGAN IGUAL OPORTUNIDAD PARA LA OCURRENCIA DE DEFECTUOSOS.

LOS LÍMITES PARA LA GRÁFICA C ESTÁN BASADOS EN LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON.

EN MUCHAS CLASES DIFERENTES DE ARTÍCULOS MANUFACTURADOS LAS OPORTUNIDADES DE QUE APAREZCAN DEFECTOS SON NUMEROSAS, AÚN CUANDO LA OPORTUNIDAD DE QUE UN DEFECTO SE PRESENTE EN UN SOLO ARTÍCULO SEAN PEQUEÑAS. SIEMPRE QUE ESTO SEA VERDADERO, ES CORRECTO BAJO EL PUNTO DE VISTA DE LA TEORÍA ESTADÍSTICA BASAR LOS LÍMITES DE CONTROL EN LA SUPOSICIÓN DE QUE ES APLICABLE LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON.

LA COMBINACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DE POISSON

UNA DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS NO SEGUIRÁ LA LEY DE POISSON SI ALGUNA DE LAS FRECUENCIAS REGISTRADAS SE REFIERE AL NÚMERO DE OCURRENCIAS DE UN SUCESO QUE SIGUE LA LEY DE POISSON Y LAS FRECUENCIAS REMANENTES REGISTRADAS SE REFIEREN AL NÚMERO DE OCURRENCIAS DE OTRO EVENTO QUE TAMBIÉN SIGUE LA LEY DE POISSON, PERO QUE TIENE UN PROMEDIO DISTINTO. SIN EMBARGO, UNA DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS SEGUIRÁ LA LEY DE POISSON SI SE HACE UN CONTEO DEL NÚMERO COMBINADO DE OCURRENCIAS DE AMBOS EVENTOS, PREVISTO QUE LA COMBINACIÓN DE LOS DOS EVENTOS SE HAGA AL AZAR.

SI SE USAN LOS LÍMITES DE POISSON, SE DEBERÁ TENER CUIDADO EN MANTENER APROXIMADAMENTE CONSTANTES EL ÁREA DE OPORTUNIDAD PARA LA OCURRENCIA DE UN DEFECTO. LA GRÁFICA NO NECESITA RESTRINGIRSE A UN NÚMERO SENCILLO DE DEFECTOS.

LÍMITES DE PROBABILIDADES Y LÍMITES DE 3σ EN LAS GRÁFICAS DE CONTROL PARA C

$$\sigma'_c = \sqrt{c'}$$

$$L\,S\,C = c' + 3\sqrt{c'}$$

$$L\,I\,C = c - 3\sqrt{c'}$$

CUANDO NO SE USA UN VALOR ESTÁNDAR PARA EL PROMEDIO DEL NÚMERO DE DEFECTOS POR UNIDAD C', SE PUEDE ESTIMAR CONSIDERÁNDOLA IGUAL AL PROMEDIO OBSERVADO $\bar{c}$

$$L\,S\,C = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$L\,I\,C = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

PUESTO QUE LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON NO ES SIMÉTRICA, LOS LÍMITES DE CONTROL INFERIOR Y SUPERIOR NO CORRESPONDEN A PROBABILIDADES IGUALES DE QUE UN PUNTO SOBRE LA GRÁFICA DE CONTROL CAIGA FUERA DE LOS LÍMITES, CUANDO NO HAYA UN CAMBIO EN EL UNIVERSO.

ESTE HECHO SE HA MENCIONADO ALGUNA VEZ COMO RAZÓN PARA EL USO DE LÍMITES DE PROBABILIDADES EN LAS GRÁFICAS C

ADAPTACIONES DE LA GRÁFICA C A LAS VARIACIONES EN EL ÁREA DE OPORTUNIDADES PARA QUE SE PRESENTE UN DEFECTO

DONDE EL TAMAÑO DEL SUBGRUPO ES LA UNIDAD, C ES TANTO EL NÚMERO DE DEFECTOS COMO EL NÚMERO DE DEFECTOS POR UNIDAD.

EN ESTOS CASOS LAS UNIDADES DEBERÁN SER SIMILARES EN TAMAÑO Y EN LA PROBABILIDAD APARENTE DE LA EXISTENCIA DE UN DEFECTO, CON OBJETO DE QUE EL ÁREA DE OPORTUNIDAD PARA UN DEFECTO SEA CONSTANTE DE UNA UNIDAD A OTRA. LA UNIDAD PARA LOS PROPÓSITOS DE LA GRÁFICA DE CONTROL PUEDE SER 10 UNIDADES O CUALQUIER OTRO NÚMERO CONVENIENTE.

SIEMPRE QUE POR ALGUNA RAZÓN EXISTE UN CAMBIO EVIDENTE EN EL ÁREA DE OPORTUNIDAD DE OCURRENCIA DE UN DEFECTO DE UN SUBGRUPO A OTRO, LA GRÁFICA CONVENCIONAL C QUE MUESTRA EL NÚMERO TOTAL DE DEFECTOS NO ES SATISFACTORIO.

UNA FORMA DE SALVAR ES DIFICULTAD ES DIVIDIR LOS DEFECTOS C ENTRE EL NÚMERO DE UNIDADES N.

$$U = \frac{C}{N}$$

$$LSC = U' + 3 \frac{\sqrt{U'}}{\sqrt{N}}$$

$$LIC = U' - 3 \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{N}}$$

$U = U'$ EN LOS PROCESOS CONTROLADOS

CONDICIONES FAVORABLES PARA EL USO ECÓNOMICO DE LA GRÁFICA DE CONTROL PARA DEFECTOS POR UNIDAD

1. CONTEO DE DEFECTOS, TODOS LOS CUALES DEBEN SER ELIMINADOS SIGUIENDO UNA INSPECCIÓN DEL 100% (REDUCIR COSTOS DE REPROCESADO).

2. CUANDO CIERTO NÚMERO DE DEFECTOS POR UNIDAD SON TOLERABLES AÚN CUANDO SE DESEA MANTENER SU NÚMERO A UN MÍNIMO. (MEJORAMIENTO DE LA CALIDAD DE SALIDA DEL PRODUCTO, CONDICIONADO A UNA MEJOR ACEPTACIÓN DEL CONSUMIDOR).

3. ESTUDIOS CORTOS ESPECIALES DE LA VARIACIÓN DE LA CALIDAD DE UN PRODUCTO PARTICULAR O DE UNA OPERACIÓN DE MANUFACTURA.

4. PARA PROCEDIMIENTOS DE MUESTREO DE ACEPTACIÓN BASADOS EN DEFECTOS POR UNIDAD.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

CARTAS DE CONTROL

-CALCULO DE LIMITES-

- EJEMPLOS -

M EN I CARLOS J. MENDOZA ESCOBEDO

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

TABLA D. FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA PARA GRAFICAS DE $\bar{X}$ Y σ A PARTIR DE $\bar{\sigma}$

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para la gráfica $\bar{X}$ A_1	Factores para la gráfica σ: Límite inferior de control B_3	Factores para la gráfica σ: Límite superior de control B_4
2	3.76	0	3.27
3	2.39	0	2.57
4	1.88	0	2.27
5	1.60	0	2.09
6	1.41	0.03	1.97
7	1.28	0.12	1.88
8	1.17	0.19	1.81
9	1.09	0.24	1.76
10	1.03	0.28	1.72
11	0.97	0.32	1.68
12	0.93	0.35	1.65
13	0.88	0.38	1.62
14	0.85	0.41	1.59
15	0.82	0.43	1.57
16	0.79	0.45	1.55
17	0.76	0.47	1.53
18	0.74	0.48	1.52
19	0.72	0.50	1.50
20	0.70	0.51	1.49
21	0.68	0.52	1.48
22	0.66	0.53	1.47
23	0.65	0.54	1.46
24	0.63	0.55	1.45
25	0.62	0.56	1.44
30	0.56	0.60	1.40
35	0.52	0.63	1.37
40	0.48	0.66	1.34
45	0.45	0.68	1.32
50	0.43	0.70	1.30
55	0.41	0.71	1.29
60	0.39	0.72	1.28
65	0.38	0.73	1.27
70	0.36	0.74	1.26
75	0.35	0.75	1.25
80	0.34	0.76	1.24
85	0.33	0.77	1.23
90	0.32	0.77	1.23
95	0.31	0.78	1.22
100	0.30	0.79	1.21

Límite superior de control para $\bar{X} = LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_1\bar{\sigma}$

Límite inferior de control para $\bar{X} = LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_1\bar{\sigma}$

(Si se usa un valor intentado o estándar $\bar{X}'$ en lugar de $\bar{X}$ como línea central de la gráfica de control, $\bar{X}'$ deberá ser sustituida por $\bar{X}$ en las fórmulas precedentes.)

Límite superior de control para $\sigma = LSC_\sigma = B_4\bar{\sigma}$

Límite inferior de control para $\sigma = LIC_\sigma = B_3\bar{\sigma}$

Todos los factores en la Tabla D están basados en la distribución normal.

2

TABLA B. FACTORES PARA ESTIMAR σ' A PARTIR DE $\bar{R}$ O $\bar{\sigma}$

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para estimar a partir de $\bar{R}$ $d_2 = \bar{R}/\sigma'$	Factor para estimar a partir de $\bar{\sigma}$ $c_2 = \bar{\sigma}/\sigma'$
2	1.128	0.5642
3	1.693	0.7236
4	2.059	0.7979
5	2.326	0.8407
6	2.534	0.8686
7	2.704	0.8882
8	2.847	0.9027
9	2.970	0.9139
10	3.078	0.9227
11	3.173	0.9300
12	3.258	0.9359
13	3.336	0.9410
14	3.407	0.9453
15	3.472	0.9490
16	3.532	0.9523
17	3.588	0.9551
18	3.640	0.9576
19	3.689	0.9599
20	3.735	0.9619
21	3.778	0.9638
22	3.819	0.9655
23	3.858	0.9670
24	3.895	0.9684
25	3.931	0.9696
30	4.086	0.9748
35	4.213	0.9784
40	4.322	0.9811
45	4.415	0.9832
50	4.498	0.9849
55	4.572	0.9863
60	4.639	0.9874
65	4.699	0.9884
70	4.755	0.9892
75	4.806	0.9900
80	4.854	0.9906
85	4.898	0.9912
90	4.939	0.9916
95	4.978	0.9921
100	5.015	0.9925

Estimación de $\sigma' = \bar{R}/d_2$ o bien $\bar{\sigma}/c_2$.
Estos factores suponen muestreo de un universo normal.

3

TABLA E. FACTORES PARA DETERMINAR LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA PARA GRAFICAS $\bar{X}$, R Y σ A PARTIR DE σ'

Número de observaciones en el subgrupo	Factor para la gráfica $\bar{X}$	Factores para la gráfica R		Factores para la gráfica σ	
		Límite inferior de control	Límite superior de control	Límite inferior de control	Límite superior de control
n	A	D_1	D_2	B_1	B_2
2	2.12	0	3.69	0	1.84
3	1.73	0	4.36	0	1.86
4	1.50	0	4.70	0	1.81
5	1.34	0	4.92	0	1.76
6	1.22	0	5.08	0.03	1.71
7	1.13	0.20	5.20	0.10	1.67
8	1.06	0.39	5.31	0.17	1.64
9	1.00	0.55	5.39	0.22	1.61
10	0.95	0.69	5.47	0.26	1.58
11	0.90	0.81	5.53	0.30	1.56
12	0.87	0.92	5.59	0.33	1.54
13	0.83	1.03	5.65	0.36	1.52
14	0.80	1.12	5.69	0.38	1.51
15	0.77	1.21	5.74	0.41	1.49
16	0.75	1.28	5.78	0.43	1.48
17	0.73	1.36	5.82	0.44	1.47
18	0.71	1.43	5.85	0.46	1.45
19	0.69	1.49	5.89	0.48	1.44
20	0.67	1.55	5.92	0.49	1.43
21	0.65			0.50	1.42
22	0.64			0.52	1.41
23	0.63			0.53	1.41
24	0.61			0.54	1.40
25	0.60			0.55	1.39
30	0.55			0.59	1.36
35	0.51			0.62	1.33
40	0.47			0.65	1.31
45	0.45			0.67	1.30
50	0.42			0.68	1.28
55	0.40			0.70	1.27
60	0.39			0.71	1.26
65	0.37			0.72	1.25
70	0.36			0.74	1.24
75	0.35			0.75	1.23
80	0.34			0.75	1.23
85	0.33			0.76	1.22
90	0.32			0.77	1.22
95	0.31			0.77	1.21
100	0.30			0.78	1.20

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X}' + A\sigma'$$
$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X}' - A\sigma'$$

(Si se usa el promedio real en lugar del promedio estándar o estimado, $\bar{\bar{X}}$ deberá ser sustituida por $\bar{X}'$ en las fórmulas precedentes.)

$$\left\{\begin{array}{r} LSC\ R = D_2\sigma' \\ \text{Línea central}\ R = d_2\sigma' \\ LIC\ R = D_1\sigma' \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{r} LSC\ \sigma = B_2\sigma' \\ \text{Línea central}\ \sigma = c_2\sigma' \\ LIC\ \sigma = B_1\sigma' \end{array}\right.$$

TABLA I

Número de observaciones en la muestra n	Carta para promedios			Carta para desviaciones estándar						Carta para rangos							Carta X
	Factores para límites de control			Factores para línea central		Factores para límites de control				Factores para línea central		Factores para límites de control					Factor para límites de control
	A	A_1	A_2	c_2	$1/c_2$	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	E_2
2....	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	2.660
3....	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575	1.772
4....	1.500	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	1.457
5....	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	1.290
6....	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	1.184
7....	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924	1.109
8....	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864	1.054
9....	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816	1.010
10....	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	0.975
11....	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744	0.946
12....	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716	0.921
13....	0.832	0.884	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692	0.899
14....	0.802	0.848	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671	0.881
15....	0.775	0.816	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652	0.864
16....	0.750	0.788	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636	0.849
17....	0.728	0.762	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621	0.836
18....	0.707	0.738	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608	0.824
19....	0.688	0.717	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596	0.813
20....	0.671	0.697	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586	0.803
21....	0.655	0.679	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575	0.794
22....	0.640	0.662	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	0.785
23....	0.626	0.647	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	0.778
24....	0.612	0.632	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548	0.770
25....	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541	0.763
Más de 25...	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	......	......	......	*	**	*	**	......	......	......	......	......	......	......	$\frac{3}{d_2}$

* $1 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$ ** $1 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$

TABLA II

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{X}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean los rangos.

n	m
2	15
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	4
16	3
18	3
20	3

TABLA III

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{X}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean las desviaciones estándar.

n	m
2	16
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	3
16	3
18	3
20	3

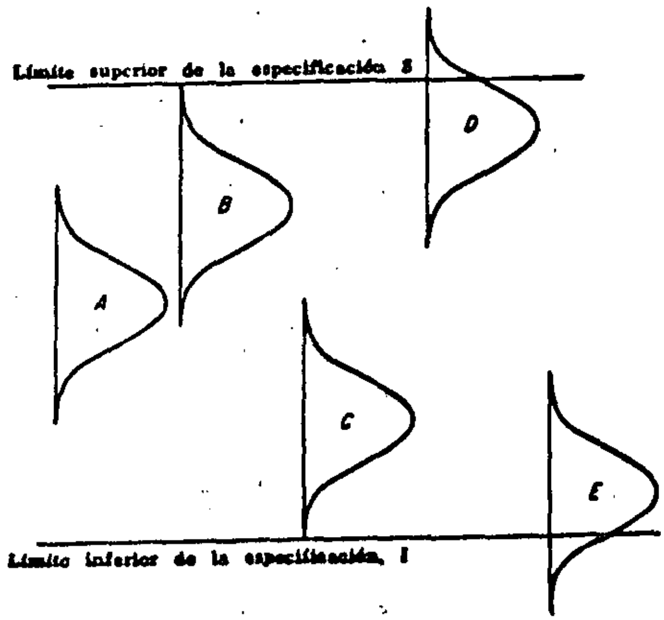


FIG. 6-1. Algunos casos en que la dispersión de un proceso es menor que la diferencia entre los límites de la especificación

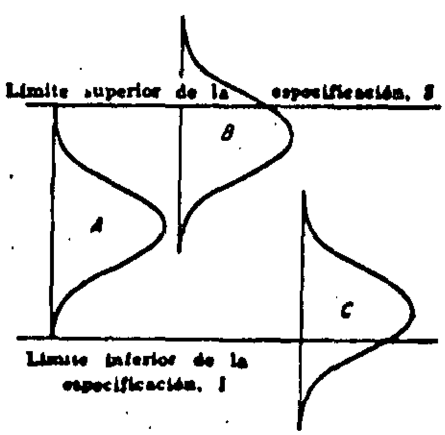


FIG. 6-2. Algunos casos en que la dispersión de un proceso es aproximadamente igual a la diferencia entre los límites de la especificación

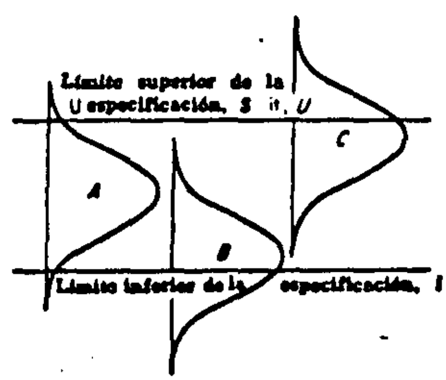


FIG. 6-3. Algunos casos en que la dispersión de un proceso es mayor a la diferencia entre los límites de la especificación

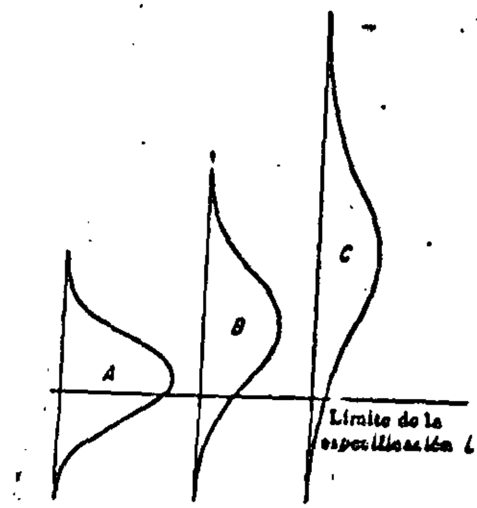
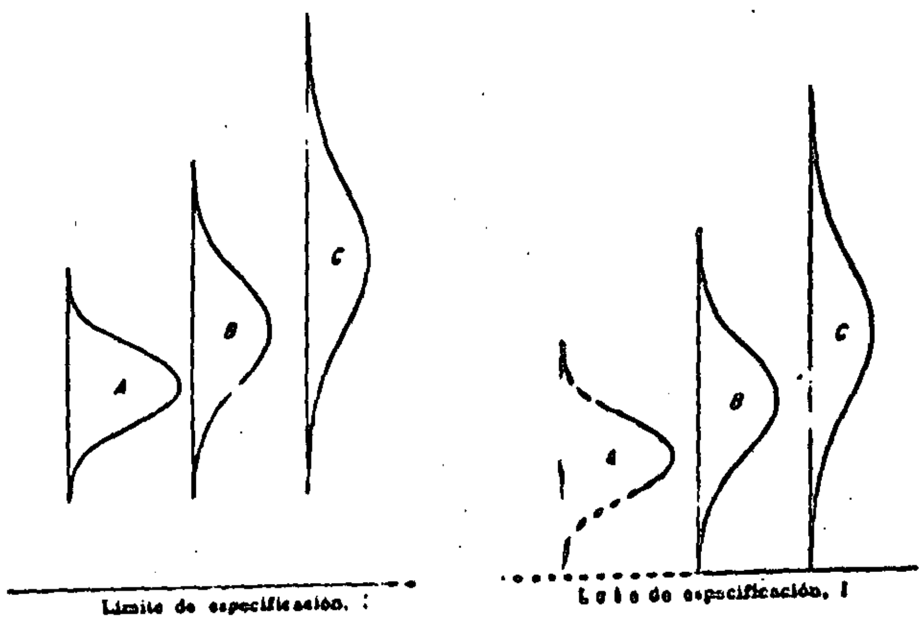


Fig. 6-6. Algunos casos en que el valor bajo de la distribución del proceso se encuentra abajo del mínimo de la especificación



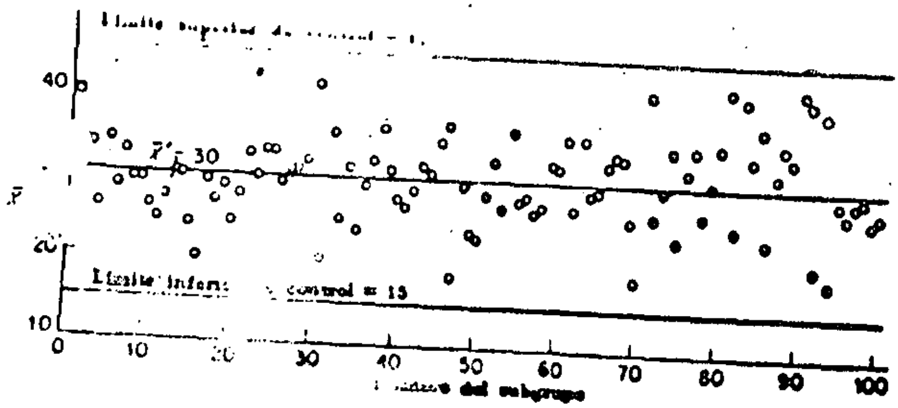


Fig. 4-4. Gráfico de control $\bar{X}$, para 100 subgrupos de cuatro extracciones en la urna normal de Shewhart

TABLA 4-4. COMPARACION DE ESTIMACIONES DE LA DESVIACION ESTANDAR DEL UNIVERSO σ', BASADAS EN TAMAÑOS DE SUBGRUPO DE 2, 4 Y 8

(Valor conocido de σ' = 9.95)

Extracciones	Estimaciones de σ' Tamaño de subgrupo igual a 2		Estimaciones de σ' Tamaño de subgrupo igual a 4		Estimaciones de σ' Tamaño de subgrupo igual a 8	
	A partir de $\bar{R}$	A partir de $\bar{\sigma}$	A partir de $\bar{R}$	A partir de $\bar{\sigma}$	A partir de $\bar{R}$	A partir de $\bar{\sigma}$
1-80	8.62	8.62	8.94	8.97	9.24	8.96
81-160	10.75	10.75	10.51	10.64	10.50	10.86
161-240	9.73	9.73	10.51	10.48	9.76	9.80
241-320	8.86	8.86	8.80	9.06	8.85	9.02
321-400	11.68	11.68	11.56	11.48	11.98	12.17
1-400	9.93	9.93	10.08	10.12	10.07	10.13

TABLA 4-5. DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS RELATIVAS DE LAS DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS MUESTRAS DE 2, 4 Y 8, A PARTIR DE 400 EXTRACCIONES DE LA URNA NORMAL DE SHEWHART

(Todas las frecuencias están expresadas como porcentajes del total)

Límites de las celdas	Valores de σ $n = 2$	$n = 4$	$n = 8$
19.95-21.95	1.0		
17.95-19.95	0.5		
15.95-17.95	1.0	3	2
13.95-15.95	2.5	1	4
11.95-13.95	4.0	9	6
9.95-11.95	5.5	16	22
7.95- 9.95	13.5	13	30
5.95- 7.95	16.0	33	26
3.95- 5.95	15.5	17	10
1.95- 3.95	20.0	6	
0.00- 1.95	20.5		

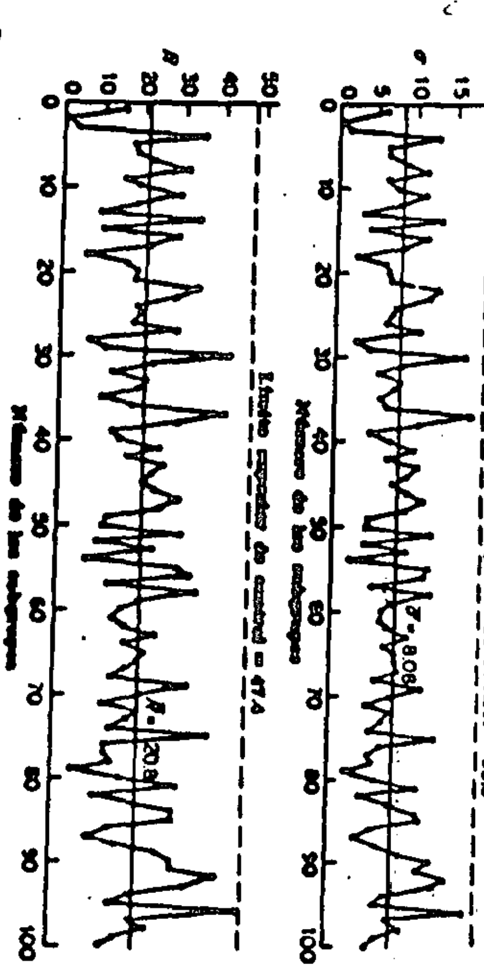


Fig. 4-5. Gráficas de control para desviaciones estándar y amplitud—extracciones de la urna normal de Shewhart

TABLA 4-6. RELACION d_2^* DE LA $\bar{R}$ ESPERADA SOBRE σ' AL PROMEDIADA DIFERENTES NUMEROS DE SUBGRUPOS DE 5 DE UN UNIVERSO NORMAL

Número de subgrupos de 5	d_2^*
1	2.474
2	2.405
3	2.379
5	2.358
6	2.353
8	2.346
10	2.342
12	2.339
20	2.334
∞	2.326

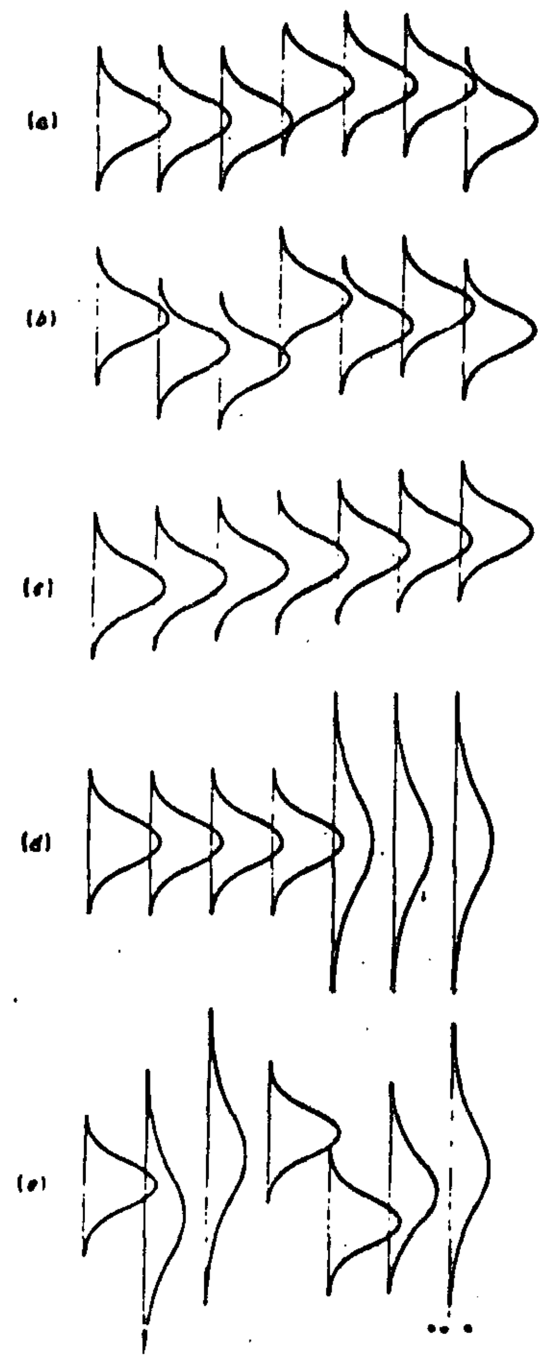


FIG. 5-1. Sistemas de causas casuales (representados aquí por curvas de frecuencias) que pueden cambiar en formas diferentes: (*a*) cambio sostenido en el promedio del universo con dispersión constante; (*b*) cambios irregulares en el promedio del universo con dispersión constante; (*c*) tendencia estable en el promedio del universo con dispersión constante; (*d*) cambio en la dispersión del universo sin cambio en el promedio; y (*e*) cambios irregulares tanto en el promedio como en la dispersión.

TABLA 2-1. MEDICIONES DEL DIAMETRO DE PASO DE LOS HILOS DE UN ACCESORIO DE AEROPLANO

(Los valores están expresados en unidades de 0.0001 plg en exceso a 0.4000 plg. La dimensión está especificada a 0.4037 ± 0.0013 plg)

Número de la muestra	Medición de cada uno de cinco elementos por hora					Promedio $\bar{X}$	Amplitud R
1	36	35	34	33	32	34.0	4
2	31	31	34	32	30	31.6	4
3	30	30	32	30	32	30.8	2
4	32	33	33	32	35	33.0	3
5	32	34	37	37	35	35.0	5
6	32	32	31	33	33	22.2	2
7	33	33	36	32	31	33.0	5
8	23	33	36	35	36	32.6	13
9	43	36	35	24	31	33.8	19
10	36	35	36	41	41	37.5	6
11	34	38	35	34	38	35.8	4
12	36	38	39	39	40	38.4	4
13	36	40	35	26	33	34.0	14
14	36	35	37	34	33	35.0	4
15	30	37	33	34	35	33.8	7
16	28	31	33	33	33	31.6	5
17	33	30	34	33	35	33.0	5
18	27	28	29	27	30	28.2	3
19	35	36	29	27	32	31.8	9
20	33	35	[illegible]	39	36	35.6	6
Totales						671.0	124

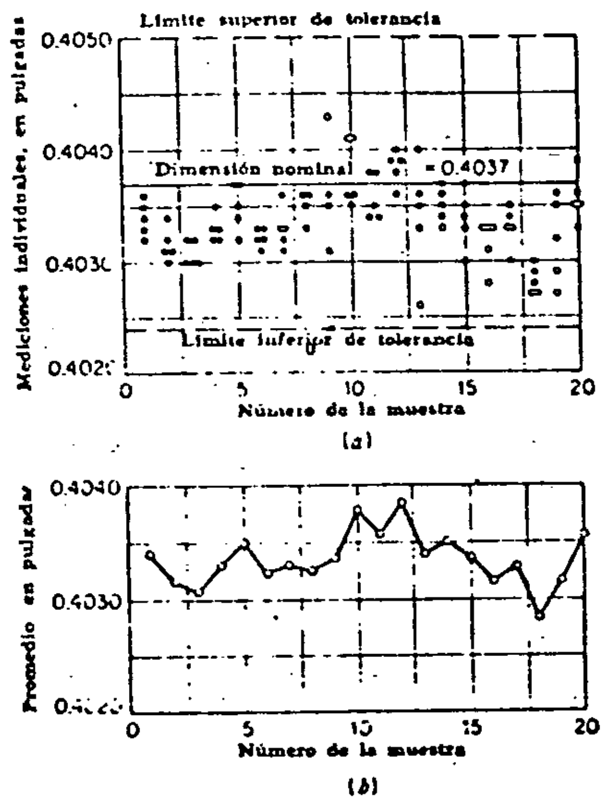


FIG. 2-1. Diámetro de paso de los hilos de accesorios del sistema hidráulico de un aeroplano. (a) mediciones individuales; (b) promedios de muestras de cinco unidades

13

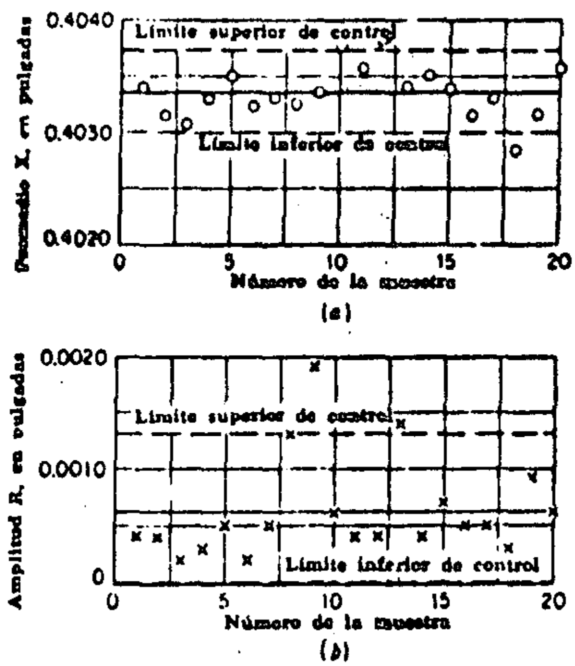


FIG. 2-2. Diámetro de paso de los hilos de un accesorio para el sistema hidráulico de un aeroplano: (a) gráfica de contro' para promedios ($\bar{X}$); (b) gráfica de control para amplitudes (R)

14

TABLA 2-2. MEDICIONES DE LA DISTANCIA ENTRE LA PARTE TRASERA DE LA PERILLA DE REOSTATO Y EL LADO MAS LEJANO DEL ORIFICIO PARA LA CLAVIJA

(Los valores están expresados en unidades de 0.001 plg. La dimensión especificada es 0.140 ± 0.003 plg

Número de la muestra	Medición de cada una de cinco unidades por hora					Promedio $\bar{X}$	Amplitud R
1	140	143	137	134	135	137.8	9
2	138	143	143	145	146	143.0	8
3	139	133	147	148	139	141.2	15
4	143	141	137	138	140	139.8	6
5	142	142	145	135	136	140.0	10
6	136	144	143	136	137	139.2	8
7	142	147	137	142	138	141.2	10
8	143	137	145	137	138	140.0	8
9	141	142	147	140	140	142.0	7
10	142	137	145	140	132	139.2	13
11	137	147	142	137	135	139.6	12
12	137	146	142	142	140	141.4	9
13	142	142	139	141	142	141.2	3
14	137	145	144	137	140	140.6	8
15	144	142	143	135	144	141.6	9
16	140	133	143	145	141	140.4	12
17	137	137	142	143	141	140.0	6
18	137	142	142	145	143	141.8	8
19	142	142	143	140	135	140.4	8
20	136	142	140	139	137	138.8	6
21	142	144	140	138	143	141.4	6
22	139	146	143	140	139	141.4	7
23	140	145	142	139	137	140.6	8
24	134	147	143	141	142	141.4	13
25	138	145	141	137	141	140.4	8
26	140	145	143	144	138	142.0	7
27	145	145	137	138	140	141.0	8
Totales						3 797.4	233

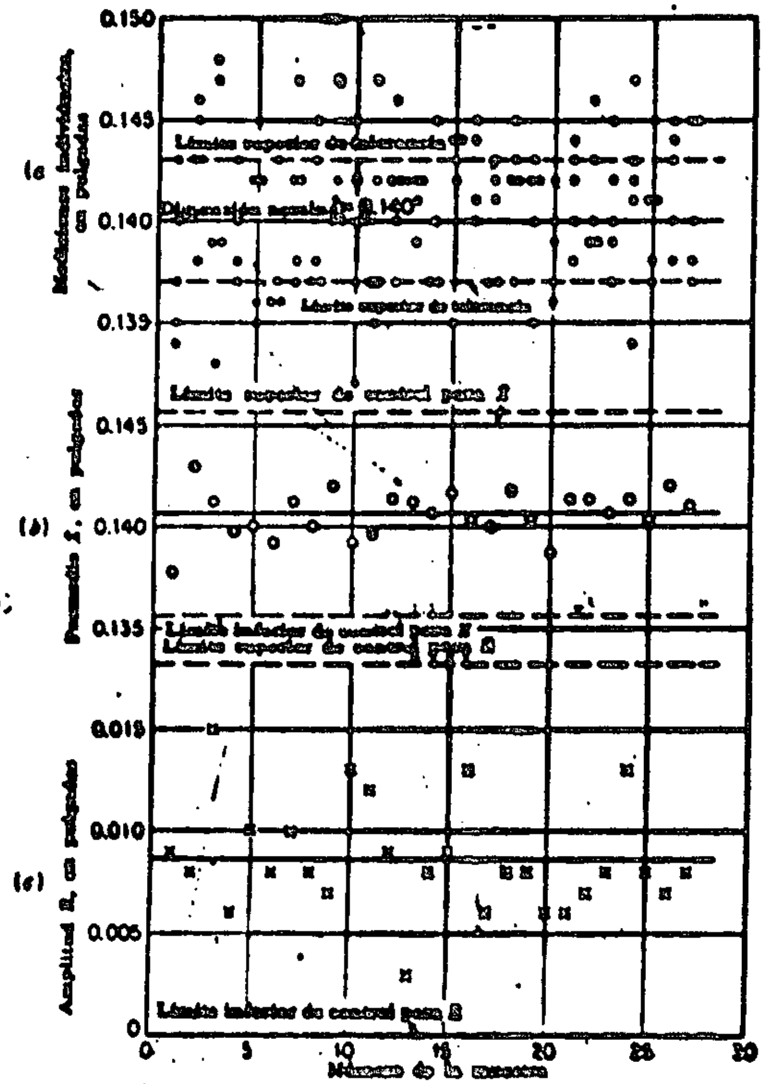


FIG. 2-3. Mediciones de las dimensiones de la perilla de [illegible]: (a) mediciones individuales; (b) gráfica de control de promedios ($\bar{X}$); (c) gráfica de control de amplitudes (R)

TABLA 4-3. FRECUENCIAS RELATIVAS DE LOS VALORES DE $\bar{X}$ EN LAS MUESTRAS DE DIFERENTES TAMAÑOS A PARTIR DE 400 EXTRACCIONES DE LA URNA NORMAL DE SHEWHART
(Todas las frecuencias expresadas como porcentajes del total)

Límites de las celdas*	Distribución en la urna	$\bar{X}$ n = 2	$\bar{X}$ n = 4	$\bar{X}$ n = 8	$\bar{X}$ n = 16	$\bar{X}$ n = 40	$\bar{X}$ n = 80	$\bar{X}$ n = 400
58.31– 61.31	0.3							
55.31– 58.31	0.3							
52.31– 55.31	0.8							
49.31– 52.31	1.3	1.0						
46.31– 49.31	2.4	0.5						
43.31– 46.31	3.9	2.0						
40.31– 43.31	5.8	3.5	5					
37.31– 40.31	8.0	9.0	3					
34.31– 37.31	9.9	11.5	11	8	4			
31.31– 34.31	11.3	17.0	21	22	33	20	20	
28.31– 31.31	12.0	18.5	23	34	35	60	80	100
25.31– 28.31	11.3	12.0	21	26	28	20		
22.31– 25.31	9.9	11.0	10	4				
19.31– 22.31	8.0	8.5	3	4				
16.31– 19.31	5.8	2.0	3					
13.31– 16.31	3.9	0.5						
10.31– 13.31	2.4	2.0						
7.31– 10.31	1.3	1.0						
4.31– 7.31	0.8							
1.31– 4.31	0.3							
−1.69– +1.31	0.3							

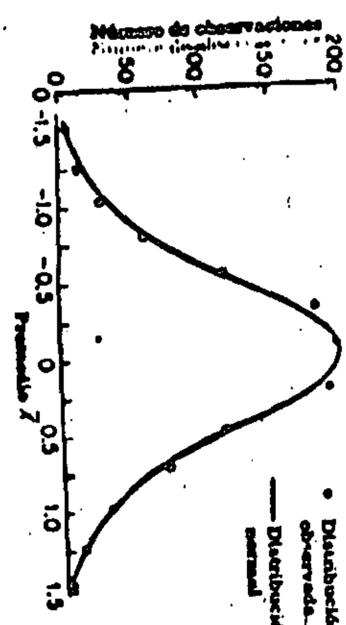


FIG. 4-2. La distribución de los valores $\bar{X}$ de 1 000 muestras de cuatro cada una, extraídas de la urna normal de Shewhart, se acercan mucho a la curva normal (*Reproducida, bajo permiso, de "Economic Control of Quality of Manufactured Product"* por W. A. Shewhart, publicado por D. Van Nostrand Company, Inc.)

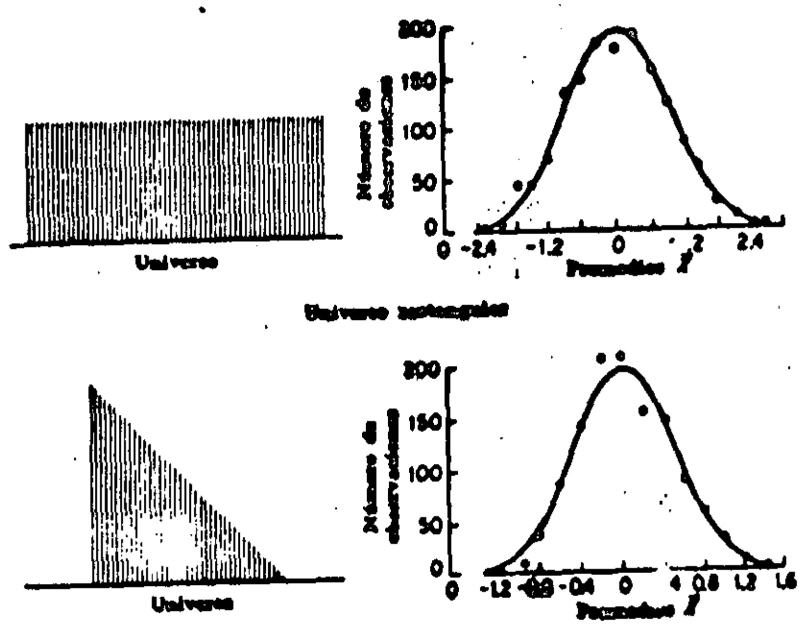


FIG. 4-3. Aun a partir de universos rectangulares y triangulares, la distribución de los valores $\bar{X}$ de las muestras de cuatro es, aproximadamente, normal. (*Reproducida, bajo permiso, de "Economic Control of Quality of Manufactured Product"* por W. A. Shewhart, publicado por D. Van Nostrand Company, Inc.)

17

TABLA C. FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA A PARTIR DE $\bar{R}$ PARA GRAFICAS $\bar{X}$ Y R

Número de observaciones en el subgrupo	Factor para la gráfica $\bar{X}$	Factores para la gráfica R	
		Límite inferior de control	Límite superior de control
n	A_2	D_3	D_4
2	1.88	0	3.27
3	1.02	0	2.57
4	0.73	0	2.28
5	0.58	0	2.11
6	0.48	0	2.00
7	0.42	0.08	1.92
8	0.37	0.14	1.86
9	0.34	0.18	1.82
10	0.31	0.22	1.78
11	0.29	0.26	1.74
12	0.27	0.28	1.72
13	0.25	0.31	1.69
14	0.24	0.33	1.67
15	0.22	0.35	1.65
16	0.21	0.36	1.64
17	0.20	0.38	1.62
18	0.19	0.39	1.61
19	0.19	0.40	1.60
20	0.18	0.41	1.59

Límite superior de control para $\bar{X} = LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$
Límite inferior de control para $\bar{X} = LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$

(Si se usa un valor intentado o estándar de $\bar{X}'$ en lugar de $\bar{\bar{X}}$ como línea central de la gráfica de control, $\bar{X}'$ deberá ser sustituido por $\bar{\bar{X}}$ en las fórmulas precedentes.)

Límite superior de control para $R = LSC_R = D_4\bar{R}$
Límite inferior de control para $R = LIC_R = D_3\bar{R}$

Todos los factores en la Tabla C están basados en la distribución normal.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

MUESTREO DE INSPECCION

M EN I AUGUSTO VILLARREAL ARANDA

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

MUESTREO DE INSPECCION

M. en I. Augusto Villarreal Aranda

OCTUBRE, 1981

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso México 1, D. F. Tels 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

MUESTREO DE INSPECCION

Por: M en I Augusto Villarreal Aranda*

1. Introducción

El muestreo de inspección (o de aceptación) se define como el conjunto de todas las acciones que realiza el receptor de producto terminado para asegurar la calidad de éste, después de recibirlo del productor.

Este tipo de muestreo puede ser aplicado por un consumidor a los productos que recibe de un vendedor, por un departamento de inspección de producto terminado a los productos recibidos de los departamentos de producción, etc, es decir, se aplica en aquellas ocasiones en que un número grande de unidades producidas se presenta para inspección en forma de lotes, y en donde la forma

* *Secretario Académico*, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM y *Profesor investigador*, Instituto de Ingeniería, UNAM

lógica de realizar esa tarea es mediante el empleo de la técnica que usa atributos (sirve, no sirve, o pasa, no pasa), con el fin de evitar la tan costosa y tardada inspección al 100%.

Generalmente, con la inspección de lote por lote del producto terminado, existe el acuerdo entre productor y receptor en que

a. los lotes aceptados por el plan de muestreo que se emplee serán aceptados por el receptor como buenos a excepción de aquellas unidades detectadas como defectuosas en todos los lotes durante el proceso de muestreo, las cuales serán reemplazadas por unidades buenas por el productor.

b. los lotes rechazados por el plan de muestreo le serán devueltos al productor para su rectificación.

Sin embargo, existen algunas variantes sobre el acuerdo mencionado. Por ejemplo, algunos receptores de producto terminado emplean la opción de inspeccionar al 100% los lotes rechazados para eliminar los elementos defectuosos, y trasladar el costo de esa operación al productor. Lo anterior se realiza con frecuencia cuando el receptor tiene urgencia de emplear las unidades que recibe del productor. En última instancia el objetivo que se persigue es responsabilizar al productor por la deficiente calidad de un producto terminado.

Para determinar la calidad de un lote, es factible seleccionar una, dos o múltiples muestras aleatorias del mismo, lo cual

conduce a considerar planes de muestreo simples, dobles, o múltiples para aceptarlo o rechazarlo. La explicación de cómo y cuando se emplean estos tipos de muestreo se discutirá en esta parte del curso.

2. Plan de muestreo simple

Como se dijo anteriormente, el muestreo de aceptación se aplica a las producciones en masa cuando un *productor* abastece de lotes de artículos a un *receptor*. En situaciones como ésta, se debe decidir individualmente sobre la aceptación o rechazo de cada lote.

En este caso particular, la decisión que se toma se basa en el resultado que se obtiene al inspeccionar una muestra de tamaño "n" que se toma de un lote de "N" artículos, de la cual se determina el número de defectuosos, "X", esto es, de artículos que no cumplen las especificaciones nominales (tamaño, color, resistencia, etc.)

Si el número "X" de artículos defectuosos en la muestra es menor o igual que un número especificado "c" *menor* que "n", se acepta el lote; si el número de defectuosos es mayor que "c", se rechaza. A "c" se le llama el número tolerable de artículos defectuosos o *número de aceptación*. Por lo tanto, las alternativas son

$X \leq c$. se acepta el lote

$X > c$ se rechaza el lote

$$P\,(A) = P\,\{X = 0\} = \frac{C_0^1 \; C_{5-0}^{10-1}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\dfrac{1!}{0!(1-0)!} \; \dfrac{9!}{5!(9-5)!}}{\dfrac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}} = 0.5$$

b. Para este caso, se obtiene

$$P\,(A) = P\,\{X \leq 0\} = P\,\{X = 0\} = \frac{C_0^3 \; C_{5-0}^{10-3}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\dfrac{3!}{0!(3-0)!} \; \dfrac{7!}{5!(7-5)!}}{\dfrac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\dfrac{7\times6}{2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}} = 0.0833$$

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple para el cual se mantenga fijo el tamaño de la muestra, aun cuando se incremente el número de elementos defectuosos en los lotes, o el número total de elementos en estos últimos, proporciona buena protección en contra de la aceptación errónea de lotes malos.

2.2 Curva característica de operación

Dentro de un plan de muestreo simple, al considerar un número fijo de aceptación, c, y cuando se obtiene una muestra aleatoria de n artículos de un lote para saber si éste se acepta o no, es evidente que se desconoce el número total de artículos defectuosos, M, dentro del mismo. Para que este número se pudiera

conocer en forma precisa, se requeriría haber realizado una inspección al 100% en el lote, pero entonces no tendría caso el considerar un plan de muestreo simple.

Por lo anterior, para realizar el cálculo de la probabilidad de aceptación de un lote determinado cuando se desconoce el valor de M, se debe introducir una modificación dentro de la fórmula 2.1. Para ello, considérese que si se divide el número de elementos defectuosos entre el total de elementos para un lote determinado, se obtiene la *fracción de defectuosos*

$$p = \frac{M}{N} \qquad (2.2)$$

en el lote. Si p se multiplica por 100, se obtiene el *porcentaje de elementos defectuosos* en dicho lote.

Puesto que M puede tomar dentro de un lote de tamaño N cualquiera de los N + 1 valores 0,1,2,3,...,N-1,N, p puede asumir entonces los N + 1 valores, 1/N, 2/N, 3/N,..., $^{N-1}/N$, 1. Por lo tanto, la probabilidad de aceptación P (A) únicamente se puede definir para los valorer mencionados de p.

Si en la ec 2.2 se despeja el valor de M, se obtiene

$$M = Np$$

en forma tal que la ec 2.1 se puede escribir como

Resulta evidente que el productor y el receptor deben quedar de acuerdo en cierto *plan de muestreo*, es decir, en cierto tamaño n de muestra y cierto número de aceptación c. Puesto que en este caso el acuerdo se basa en la extracción de una muestra aleatoria única del lote de N artículos, el plan de muestreo a emplearse se denomina *plan de muestreo simple*.

2.1 Probabilidad de aceptación de un lote

Supóngase que si $X \leq c$ se acepta un lote, es decir, ocurre el evento A = {el número de artículos defectuosos en la muestra extraída del lote es menor o igual que el número de aceptación}. En este caso, la probabilidad de dicho evento no depende únicamente del tamaño n de la muestra y del número de aceptación c, sino también del número total de artículos defectuosos que se encuentran en el lote,"M". Si se supone además que el muestreo se realiza sin remplazo, la probabilidad de dicho evento es hipergeométrica, es decir

$$P\ (A) = P\ (X \leq c) \quad \sum_{x=0}^{c} \frac{C_x^M \ C_{n-x}^{N-M}}{C_n^N} \tag{2.1}$$

Si no hay artículos defectuosos en el lote, entonces M = 0, y el único valor posible que puede asumir X es también 0, por lo cual

$$P\ (A) = P\ (X \leq c) = \frac{C_o^o \ C_n^N}{C_n^N} = 1$$

Es decir, la probabilidad de aceptar un lote en el cual no hay elementos defectuosos es igual a la unidad.

Si todos los artículos en un lote son defectuosos, entonces M = N, y el valor de X debe ser igual a n, por lo que

$$P\ (A) = P\ (X \leq c) = P\ (\emptyset) = 0$$

en virtud de que la condición inicial es que $c < n$. Lo anterior indica que la probabilidad de aceptar un lote en el cual todos los artículos son defectuosos es nula.

Conviene hacer notar también que si se mantienen fijos el tamaño de la muestra y el número de aceptación al incrementarse el valor de M, el número de artículos defectuosos en un lote, decrece la probabilidad P (A) de aceptación de este último.

Ejemplo 2.1

Considérese un plan de muestreo simple para el cual N = 10, c = 0 y n = 5. Obténganse los valores de P (A) cuando

a. M = 1

b. M = 3

Solución

a. En este caso, la probabilidad de aceptación es

$$P\,(A;\,p) = P\,(X \leq c) = \sum_{X=0}^{c} \frac{C_X^{Np}\;C_{n-X}^{N-Np}}{C_n^N} \qquad (2.3)$$

siendo las probabilidades así obtenidas hipergeométricas.

Si se mantienen fijos los valores de n y c, se pueden graficar las probabilidades de aceptación de un lote en función de los valores de la fracción de elementos defectuosos en el mismo, es decir, de los valores de p. Dicha gráfica contendrá N + 1 puntos, a través de los cuales se puede dibujar la llamada *curva característica de operación* (o curva CO) de un plan de muestreo simple.

Ejemplo 2.2

La fábrica Z elabora cartuchos de dinamita, y los empaca en cajas de 20 unidades. El comprador W acepta cada caja únicamente si al extraer una muestra de dos cartuchos encuentra que ambos son buenos. Elaborar la curva característica de operación correspondiente.

Solución

En este caso, se tiene que N = 20, n = 2 y c = 0. Por lo tanto, las probabilidades de aceptación son, empleando la ec 2.3

$$P\,(A;p) = P\,(X \leq 0) = \frac{C_0^{20p}\;C_{2-0}^{20-20p}}{C_2^{20}}$$

$$= \frac{\dfrac{20p!}{0!\,(20p-0)!}\;\dfrac{(20-20p)!}{2!\,(20-20p-2)!}}{\dfrac{20!}{2!\,(20-2)!}} =$$

$$= \frac{\dfrac{20p!}{0!\,20p!}\;\dfrac{(20-20p)!}{2\times1\times(18-20p)!}}{\dfrac{20!}{2\times1\times18!}} = \frac{18!\,(20-20p)!}{20!\,(18-20p)!} =$$

$$= \frac{(20-20p)\;(19-20p)}{380}$$

Si se le asignan a p los 21 valores 0, 1/20, 2/20, 3/20, ...,19/20,1, se obtienen los correspondientes de P (A; p). Por ejemplo, para p = 10/20 = 0.5, la probabilidad de aceptación es

$$P\,(A;\,0.5) = \frac{[20-20\,(10/20)]\;[19-20\,(10/20)]}{380}$$

$$= \frac{(20-10)\;(19-10)}{380} = \frac{(10)\,(9)}{380} = \frac{90}{380} = 0.237$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se obtienen los puntos siguientes:

p	P (A; p)
0/20 = 0.00	1.000
1/20 = 0.05	0.900
2/20 = 0.10	0.805
3/20 = 0.15	0.716
4/20 = 0.20	0.632
5/20 = 0.25	0.553
6/20 = 0.30	0.479
7/20 = 0.35	0.411
8/20 = 0.40	0.347
9/20 = 0.45	0.289
10/20 = 0.50	0.237
11/20 = 0.55	0.189
12/20 = 0.60	0.147
13/20 = 0.65	0.111
14/20 = 0.70	0.079
15/20 = 0.75	0.053
16/20 = 0.80	0.032
17/20 = 0.85	0.016
18/20 = 0.90	0.005
19/20 = 0.95	0.000
20/20 = 1.00	0.000

La curva característica de operación correspondientes es la que se hace pasar por los puntos anteriores, y se presenta en la Fig 2.1.

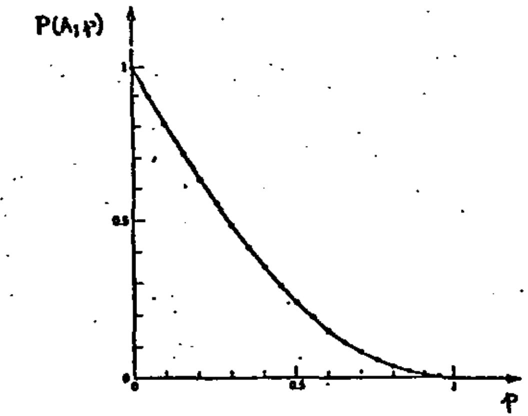


Fig 2.1 Curva CO para un plan de muestreo simple, con N = 20, n = 2 y c = 0.

En la Fig 2.1 se puede observar que a medida que se hace más grande la fracción de defectuosos en el lote (o el número de artículos defectuosos), la probabilidad de aceptación del mismo se va haciendo cada vez menor. Los casos extremos se dan en p = 0, en que la aceptación del lote es un evento seguro, y en p = 1, cuando es imposible aceptarlo.

2.3 Empleo de la aproximación binomial para construir la curva CO

En la mayor parte de los casos prácticos, el porcentaje de artículos defectuosos en un lote será pequeño (menor del 10%), en tanto que el tamaño del mismo será muy grande (1000 elementos, 10000 elementos, etc), y el de la muestra usualmente será varias veces menor, de tal manera que es posible aproximar las probabilidades dadas por la distribución hipergeométrica (ecs 2.1 y 2.3) empleando la distribución binomial. En particular, la aproximación es buena cuando $N \not\leq 10\ n$. En estos casos, se puede escribir

$$P\ (A;\ p) = P\ \{X \leq c\} \doteq \sum_{x=0}^{c} C_x^n\ p^x\ (1-p)^{n-x} \tag{2.4}$$

Se debe observar que siempre se define a p como en la ec 2.2, y que serán mejor aproximadas por la ecuación anterior aquellas probabilidades de aceptación para las cuales el valor de p sea pequeño.

Ejemplo 2.3

En el caso del ejemplo 2.2 anterior, aproxímense las probabilidades de aceptación hipergeométricas para los distintos valores de p mediante la distribución binomial.

Solución

En este caso sí es posible realizar la aproximación pedida, ya que se verifica la condición $N \geq 10n$, porque siendo $N = 20$ y $n = 2$, se tiene que $20 \geq 10(2)$. Por ejemplo, para $p = 0.2$, la

aproximación binomial dada por la ec 2.4 conduce al valor

$$P\ (A\ ;\ 0.2) = P\ \{X \leq 0\} = C_0^2\ \ (0.2)^0\ \ (1-0.2)^{2-0}$$

$$= \frac{2!}{0!\,(2-0)!}\ \ (0.8)^2 = 0.640$$

en contra del valor exacto 0.632 obtenido mediante la ec 2.3.

Procediendo en forma similar se calculan los restantes valores de $P\ (A;\ p)$, los cuales se presentan de 0.1 en 0.1 en la tabla siguiente, junto con los anteriormente obtenidos en el ejemplo 2.2 para fines de comparación.

p	Hipergeométrica $P\ (A;\ p)$	Binomial $P\ (A;\ p)$
0.00	1.000	1.000
0.10	0.805	0.810
0.20	0.632	0.640
0.30	0.479	0.490
0.40	0.347	0.360
0.50	0.237	0.250
0.60	0.147	0.160
0.70	0.079	0.090
0.80	0.032	0.040
0.90	0.005	0.010
1.00	0.000	0.000

En la tabla se puede observar que las probabilidades de aceptación se aproximan bastante más a las exactas cuando el valor de p se encuentra en la vecindad de p = 0.10.

2.4 Empleo de la aproximación de Poisson para construir la curva CO

Como ya se vio, la distribución hipergeométrica se puede aproximar adecuadamente mediante la binomial cuando $N \geq 10$ y $p \leq 0.1$. A su vez, la distribución binomial puede aproximarse suficientemente bien mediante la de Poisson cuando se cumple lo anterior y np es menor de 15, lo cual evita en ocasiones la gran cantidad de labor numérica que se requiere para calcular las probabilidades de aceptación mediante las distribuciones hipergeométrica y binomial.

Entonces, si se hace $\lambda = np$ para la distribución de Poisson, se puede escribir

$$P\ (A;\ p) = P\ \{X \leq c\} \doteq e^{-np} \sum_{X=0}^{c} \frac{(np)^X}{X!}$$

La aproximación anterior es muy útil cuando los lotes son grandes, ya que como se puede apreciar, la ec 2.4 no requiere del manejo de dicho dato para el cálculo de las probabilidades de aceptación que se emplean para construir la curva CO.

Ejemplo 2.4

Obténganse los valores de P (A; p) para p = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1.0 en el caso del plan de muestreo simple del ejemplo 2.2, aproximando mediante la distribución de Poisson.

Solución

Se sabe que n = 2 y c = 0, por lo que

$$np = 2(0) = 0\ ; \quad P\ (A;\ 0) = \frac{e^{-0}\ \ 0^c}{0!} = 1$$

$$np = 2(0.1) = 0.2; \quad P\ (A;\ 0.1) = \frac{e^{-0.2}\ \ 0.2^0}{c!} = 0.818$$

$$np = 2(0.2) = 0.4; \quad P\ (A;\ 0.2) = \frac{e^{-0.4}\ \ 0.4^0}{0!} = 0.670$$

$$np = 2(0.3) = 0.6; \quad P\ (A;\ 0.3) = \frac{e^{-0.6}\ \ 0.6^0}{0!} = 0.549$$

$$np = 2(0.5) = 1.0; \quad P\ (A;\ 0.5) = \frac{e^{-1.0}\ \ 1.0^0}{0!} = 0.367$$

$$np = 2(1.0) = 2.0; \quad P\ (A;\ 1.0) = \frac{e^{-2.0}\ \ 2.0^0}{0!} = 0.135$$

En la siguiente tabla se comparan los valores hipergeométricos exactos con los obtenidos mediante las aproximaciones binomial y de Poisson.

p	P (A;p) Hipergeométrica	P (A; p) Binomial	P (A;p) Poisson
0	1.000	1.000	1.000
0.1	0.805	0.810	0.818
0.2	0.632	0.640	0.670
0.3	0.479	0.490	0.549
0.5	0.237	0.250	0.367
1.0	0.000	0.000	0.135

Como se puede observar en la tabla anterior, las probabilidades de aceptación calculadas con la fórmula de Poisson difieren bastante de las exactas y de las binomiales cuando p no se encuentra cercano al valor 0.1. Sin embargo, hay que considerar que en el problema anterior los tamaños del lote y la muestra son bastante pequeños, por lo que la aproximación de Poisson no puede ser muy buena.

De hecho, la forma práctica para construir las curvas CO se fundamenta en el método aproximado de Poisson, considerando que los lotes que entrega el productor son muy grandes, y haciendo uso de la tabla 2.1 que se presenta adelante, en la cual se proporcionan, en función del número de aceptación c y del valor $\lambda = np$, las probabilidades de aceptación

$$P(A;\, p) = P(X \leq c) = e^{-np} \sum_{x=0}^{c} \frac{(np)^x}{x!}$$

multiplicadas por mil.

TABLA 2.1

TERMINOS ACUMULATIVOS DE LA APROXIMACION

DE POISSON A BINOMIAL

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	np
0.02	980	1000	....	....	....	....	....	....	....	0.02
0.04	961	999	1000	....	....	....	....	....	....	0.04
0.06	942	998	1000	....	....	....	....	....	....	0.06
0.08	923	997	1000	....	....	....	....	....	....	0.08
0.10	905	995	1000	....	....	....	....	....	....	0.10
0.15	861	990	999	1000	....	....	....	....	....	0.15
0.20	819	982	999	1000	....	....	....	....	....	0.20
0.25	779	974	998	1000	....	....	....	....	....	0.25
0.30	741	963	996	1000	....	....	....	....	....	0.30
0.35	705	951	994	1000	....	....	....	....	....	0.35
0.40	670	938	992	999	1000	....	....	....	....	0.40
0.45	638	925	989	999	1000	....	....	....	....	0.45
0.50	607	910	986	998	1000	....	....	....	....	0.50
0.55	577	894	982	998	1000	....	....	....	....	0.55
0.60	549	878	977	997	1000	....	....	....	....	0.60
0.65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.65
0.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.70
0.75	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.75
0.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.80
0.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.90
1.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.00
1.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.10
1.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.20
1.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.30
1.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.40
1.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.50
1.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.60
1.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.70
1.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.80
1.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.90
2.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.00
2.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.10
2.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.20
2.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.30
2.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.40
2.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.50
2.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.60
2.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.70
2.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.80
2.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.90
3.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.00
3.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.10
3.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.20
3.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.30
3.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.40
3.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.50
3.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.60
3.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.70
3.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.80
3.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.90
4.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.00
4.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.10
4.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.20
4.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.30
4.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.40
4.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.50
4.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.60
4.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.70
4.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.80
4.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.90

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	np
5.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.00
5.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.10
5.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.20
5.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.30
5.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.40
5.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.50
5.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.60
5.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.70
5.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.80
5.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5.90
6.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.00
6.10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.10
6.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.20
6.30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.30
6.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.40
6.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.50
6.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.60
6.70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.70
6.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.80
6.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.90
7.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.00
7.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.20
7.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.40
7.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.60
7.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.80
8.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8.00
8.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8.20
8.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8.40
8.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8.60
8.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8.80
9.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.00
9.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.20
9.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.40
9.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.60
9.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.80
10.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10.00
10.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10.20
10.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10.40
10.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10.60
10.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10.80
11.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.00
11.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.20
11.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.40
11.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.60
11.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.80
12.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12.00
12.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12.20
12.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12.40
12.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12.60
12.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	12.80
13.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13.00
13.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13.20
13.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13.40
13.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13.60
13.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13.80
14.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14.00
14.20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14.20
14.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14.40
14.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14.60
14.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14.80
15.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	15.00

A continuación se presenta un ejemplo práctico de construcción de una curva CO mediante el método descrito, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.5

Supóngase que un receptor de producto terminado adopta el plan de muestreo simple siguiente:

a. Recibe lotes de ciertos artículos con 1000 unidades c/u.

b. Extrae de cada lote una muestra aleatoria de 20 artículos.

c. Si la muestra extraída contiene dos o más artículos defectuosos, rechaza el lote. De no ser así, lo acepta.

Constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

Puesto que el tamaño de los lotes es grande, se pueden aproximar adecuadamente las probabilidades de aceptación mediante la distribución de Poisson. Para ello, se considera en la práctica que con los valores

$$P\ (A;\ p) = 0.98,\ 0.95,\ 0.70,\ 0.50,\ 0.20,\ 0.10,\ 0.05,\ 0.02$$

se puede definir suficientemente bien la curva CO.

Para construir la curva del plan de muestreo simple indicado, considérese que $c = 1$ y $n = 20$. En la columna para la cual $c = 1$ en la tabla 2.1, se puede ver que el valor más cercano a 980 (0.98 de probabilidad) es 982. Para dicho valor, el correspondiente de np es 0.2, siendo por lo tanto $p = \frac{np}{n} = \frac{0.2}{20} = 0.01$.

El valor más cercano a 950 (0.95 de probabilidad) es en la tabla el 951. Para este valor, $np = 0.35$ y $p = \frac{0.35}{20} = 0.0175$.

Siguiendo el procedimiento anterior, se llega a

P (A;p)	np	p
1.000	0.00	0.000
0.982	0.20	0.010
0.951	0.35	0.0175
0.699	1.10	0.055
0.493	1.70	0,085
0.199	3.00	0.150
0.099	3.90	0.195
0.052	4.70	0.235
0.021	5.80	0.290
0.000	20.00	1.000

En la Fig 2.2 siguiente se presenta la curva característica de operación correspondiente al problema.

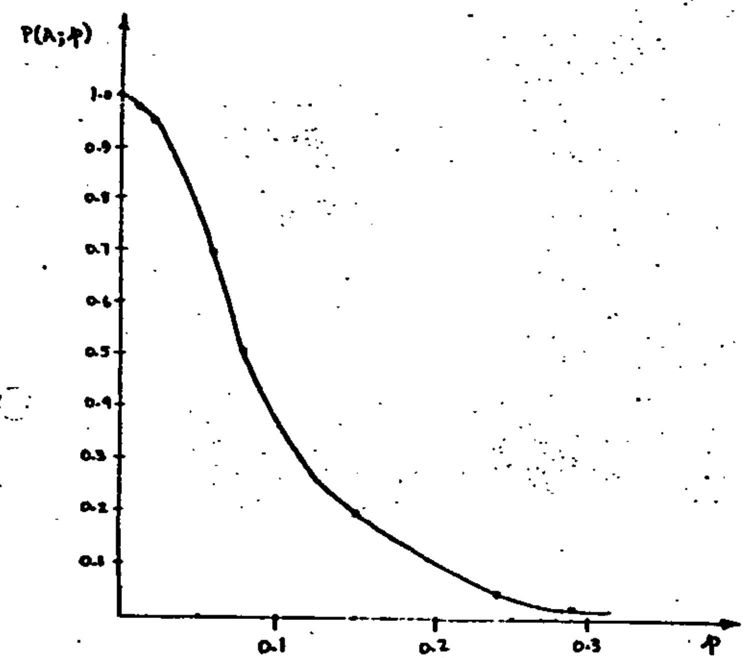


Fig 2.2 Curva característica de operación para plan de muestreo simple con lote grande, c = 1 y n = 20.

2.5 Riesgos en el muestreo de aceptación

Al realizarse los muestreos de aceptación, el productor y el receptor de lotes de artículos tienen intereses distintos al definir un plan de muestreo. El productor puede pedir que la probabilidad, α, de rechazar un lote "bueno" o "aceptable" sea pequeña. Por su parte, el receptor puede exigir que la probabilidad de aceptar un lote "malo" o "no aceptable" sea una cantidad pequeña β.

Para cumplir con ambos compromisos, supóngase que productor y receptor deciden que un lote para el cual p es menor o igual que cierto número p_o es un *lote aceptable*, en tanto que un lote para el que p es mayor o igual que cierto número p_1 $(p_1 > p_o)$ es un lote *no aceptable*, es decir

Si $p \leq p_o$ lote aceptable

Si $p \geq p_1$ lote no aceptable

De acuerdo con lo anterior, α es la probabilidad de rechazar un lote con $p \leq p_o$ y se llama *riesgo del productor*, correspondiendo al error de tipo I que se comete al probar una hipótesis estadística. Por otra parte, β es la probabilidad de aceptar un lote con $p \geq p_1$, se llama *riesgo del receptor*, y corresponde al error de tipo II que se comete al realizar una prueba de hipótesis.

A p_o se le acostumbra llamar *nivel de calidad aceptable* (NCA), y a p_1 *nivel de calidad rechazable* (NCR), o *porcentaje de defectuosos tolerable en un lote* (PDTL). A un lote con $p_o < p < p_1$ se le llama *lote indiferente*.

En la práctica es usual que el acuerdo entre productor y receptor establezca lo siguiente

$$\alpha = \text{ Riesgo del productor } \approx 1 - P(A;\, p)_{0.95} = 0.05$$

$$\beta = \text{ Riesgo del receptor } \approx P\,(A;\, p)_{0.10} = 0.10$$

Ejemplo 2.6

Para un plan de muestreo simple en el que $n = 300$ y $c = 5$, obténganse los valores de p_o y p_1.

Solución

Empleando la tabla 2.., y considerando los valores $P\,(A;\, p)$ que definen adecuadamente a la curva CO, se obtiene:

P (A;p)	np	P
1.000	0.00	0.0000
0.980	2.10	0.0070
0.951	2.60	0.0087
0.703	4.50	0.0150
0.495	5.70	0.0190
0.210	7.80	0.0260
0.104	9.20	0.0307
0.048	10.60	0.0353
0.020	12.00	0.0400
0.000	300.00	1.0000

De acuerdo con la tabla, se tiene que

$$\alpha = 1 - P(A;\, p)_{0.951} = 0.0499 \;;\; p_o = 0.0087$$

$$\beta = P(A;\, p)_{0.104} = 0.104 \;;\; p_1 = 0.0307$$

En la Fig 2.3 que se presenta a continuación, se muestra la curva CO del plan simple en cuestión, así como los valores del NCA y del NCR.

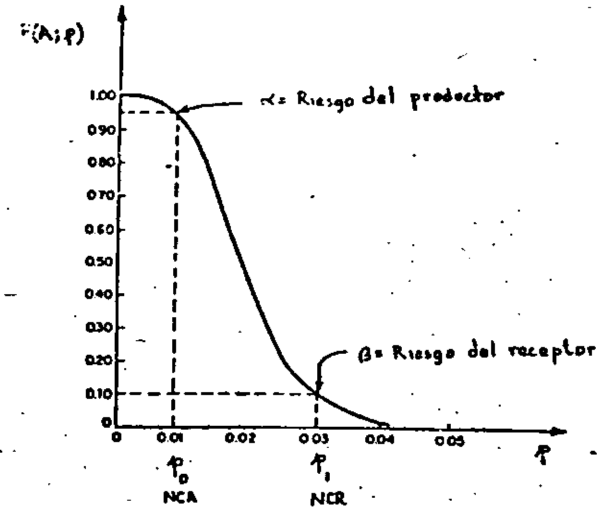


Fig 2.3 Curva CO para plan de muestreo simple con n = 300 y c = 5.

2.6 Cálculo de n y c a partir de p_o, p_1, α y β.

Al observar la Fig 2.3 se puede concluir que los puntos (p_o, 1 - α) y (p_1, β) se localizan en la curva CO. Tomando ello en cuenta, existe un método iterativo aproximado para determinar los valores de n y c, considerando conocidos los de p_o , p_1 , α y β, de manera que la curva CO pase muy cerca de los puntos mencionados. Dicho procedimiento se expondrá en el ejemplo que sigue, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.7

Para cierto plan de muestreo simple, se fijan los riesgos siguientes:

a. Productor: Aquellos lotes que contengan un 1% de artículos defectuosos se rechazarán en el 5% de los casos.

b. Receptor: Los lotes que contengan un 6% de artículos defectuosos se aceptarán en el 10% del total de casos.

¿Cuáles son los valores del tamaño de la muestra y del número de aceptación que se deben emplear para dicho plan?

Solución

De acuerdo con los datos del problema, se desprende que

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad p_o = 0.01$$

$$\beta = 0.10 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

a. Se considera c = 0, con lo cual, de la tabla 2.1,

np_o (para α = 0.05 o P (A; 0.01) = 0.95) ≐ 0.05

np_1 (para β = 0.10) = 2.30

Entonces

$$n_\alpha = \frac{np_o}{p_o} = \frac{0.05}{0.01} = 5$$

$$n_\beta = \frac{np_1}{p_1} = \frac{2.30}{0.06} = 38$$

Obviamente, se debe verificar que $n_\alpha = n_\beta$; no siendo este el caso, se hace ahora c = 1.

b. Se considera c = 1, obteniéndose ahora de la tabla 2.1 lo siguiente

$$np_o \ (\text{para } \alpha = 0.05) \doteq 0.35$$

$$np_1 \ (\text{para } \beta = 0.10) \doteq 3.90$$

Por lo tanto

$$n_\alpha = \frac{0.35}{0.01} = 35$$

$$n_\beta = \frac{3.90}{0.06} = 65$$

Tampoco se verifica que $n_\alpha = n_\beta$; por lo tanto, se hace c = 2.

c. Se considera c = 2, y

$$np_o \ (\text{para } \alpha = 0.05) \doteq 0.82$$

$$np_1 \ (\text{para } \beta = 0.10) \doteq 5.32$$

Ahora, se tiene que

$$n_\alpha = \frac{0.82}{0.01} = 82$$

$$n_\beta = \frac{5.30}{0.06} = 88$$

Ahora n_α y n_β se parecen bastante, pero aún no son iguales. Por lo tanto, se hace c = 3 para saber si la diferencia se hace más pequeña.

d. Se considera c = 3, y se obtiene

$$np_o \ (\text{para } \alpha = 0.05) \doteq 1.37$$

$$np_1 \ (\text{para } \beta = 0.10) \doteq 6.68$$

Luego

$$n_\alpha = \frac{1.37}{0.01} = 137$$

$$n_\beta = \frac{6.69}{0.06} = 112$$

Se observa que ahora la diferencia se hace más grande, por lo que el valor real de n se debe encontrar entre 82 y 88 elementos para c = 2. Con el fin de ajustar adecuadamente el valor de n, se puede hacer

$$n = \frac{n_\alpha + n_\beta}{2} = \frac{82 + 88}{2} = 85$$

Por lo tanto, el plan de muestreo simple es el siguiente

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad \beta = 0.10$$

$$p_o = 0.01 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

$$n = 85 \quad ; \quad c = 2$$

cuya curva CO se muestra en la Fig 2.4.

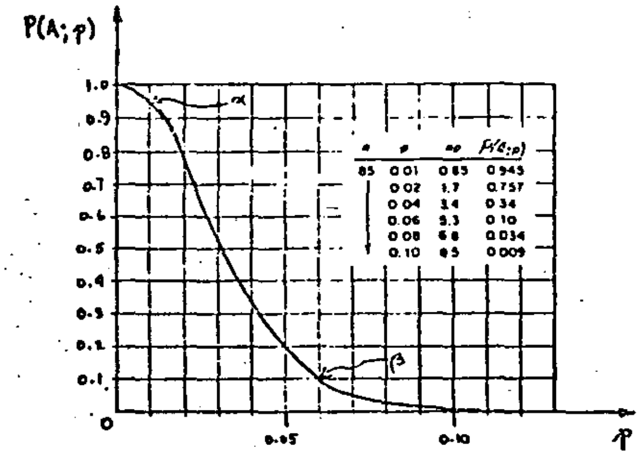


Fig 2.4. Curva CO ajustada para α, β, p_o y p_1 conocidos.

2.7 Comentarios sobre la curva CO

Al comparar las curvas CO de las Figs 2.3 y 2.4, se puede observar que, no obstante el número más grande de artículos defectuosos que permite en la muestra el plan de muestreo asociado a la curva CO de la Fig 2.3, se trata de un mejor plan de aceptación de lotes, en el sentido de que proporciona riesgos más favorables al receptor.

En efecto, ambos planes consideran $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$ y $p_o \approx 0.01$, pero el plan de la Fig 2.4 aceptará lotes con 6% de defectuosos ($p_1 \approx 0.06$) en el 10% del total de casos, en tanto que el de la Fig 2.3 aceptará lotes con 3% de defectuosos ($p_1 \approx 0.03$)

en el mismo número de casos.

En muchas ocasiones no se comprende con claridad el porqué de un número de aceptación mayor de cero en los planes de muestreo. Si se observa la Fig 2.5, se puede apreciar que las curvas CO (a), (b) y (c) corresponden a planes de muestreo que evitan los artículos defectuosos en la muestra ($c = 0$), pero que tienen riesgos de productor y receptor distintos. Los planes de las curvas CO (d) y (e) consideran 4 y 7 defectuosos en la muestra, respectivamente.

Se observa que las curvas CO con $c = 0$ se caracterizan r patrones cóncavos, en tanto que aquellas con $c \neq 0$ semejan curvas S invertidas.

Los planes de muestreo con $c = 0$ usualmente penalizan más al productor. Asimismo, aquellos planes en que c es mayor de cero proporcionan riesgos más favorables al productor o al receptor, y en muchos casos a ambos.

Se puede afirmar que el riesgo para el receptor se hace más pequeño conforme se incrementa el tamaño de la muestra, en tanto que el riesgo para el productor decrece conforme se permiten uno o más artículos defectuosos en la misma. Esto se puede aclarar si se observan los riesgos en las curvas (c) y (d) de la Fig 2.5.

Las curvas (d) y (e) consideran esencialmente el mismo riesgo para el productor (NCA $\approx$ 0.01 en $\alpha = 0.05$), pero la (e) conside-

ra un tamaño de muestra mayor, por lo que el receptor corre un riesgo menor. La curva (f) corresponde a la curva ideal CO, ya que ese plan de muestreo acepta todos los lotes con uno por ciento o menos de artículos defectuosos, y rechaza todos los lotes que contengan más del 1% de defectuosos. Dicha curva obviamente no se puede obtener con las técnicas usuales de muestreo de aceptación.

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple será más efectivo en tanto su curva CO correspondiente se asemeje más a la curva ideal de operación.

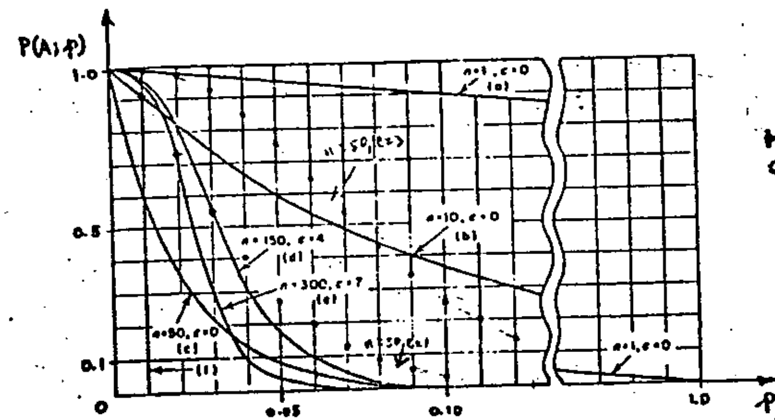


Fig 2.5 Distintos planes de muestreo con $c = 0$ y $c \neq 0$.

3. Plan de muestreo doble

Un plan de muestreo simple requiere que se tome una decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote tomando como base la evidencia de una muestra extraída del mismo.

Sin embargo, un *plan de muestreo doble* implica la posibilidad de posponer la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que *una segunda* muestra haya sido extraída. Dicho lote podrá ser aceptado inmediatamente si la primera muestra es muy buena, o rechazado enseguida si la primera muestra es bastante mala. Si la primera muestra no es ni muy buena ni muy mala, la decisión se basa en la evidencia de la primera y segunda muestras combinadas.

En general, los planes de muestreo doble conducen a menos inspección total que los planes sencillos, y también proporcionan la ventaja sicológica que conlleva la idea de dar una segunda oportunidad a los lotes dudosos.

3.1 Símbolos en el muestreo doble

Los siguientes son los símbolos empleados en conexión con el muestreo doble:

N = tamaño del lote

n_1 = tamaño de la primera muestra

c_1 = número de aceptación para la primera muestra

n_2 = tamaño de la segunda muestra

$n_1 + n_2$ = tamaño de la muestra combinada

c_2 = número de aceptación para la muestra combinada

3.2 Interpretación del plan de muestreo doble

Considérese un plan de muestreo doble para el cual se fijan los valores de N, n_1, c_1, n_2 y c_2 ($c_2 > c_1$). La interpretación del proceso que se realiza con dicho plan es la siguiente:

a. Se inspecciona una primera muestra de tamaño n_1 extraída del lote de tamaño N.

b. Se acepta el lote si la muestra anterior contiene c_1 o menos artículos defectuosos.

c. Se rechaza el lote si el número de defectuosos en la muestra excede el valor c_2

d. Si la primera muestra contiene $c_1 + 1$, $c_1 + 2$, ... o c_2 artículos defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda con n_2 elementos.

e. Se acepta el lote sobre la base de la muestra combinada con $n_1 + n_2$ elementos si dicha muestra contiene c_2 artículos defectuosos o menos.

f. Se rechaza el lote si la muestra combinada contiene más de c_2 defectuosos.

3.2 Curva CO de un plan de muestreo doble

De acuerdo con lo que se ha explicado, existen cuatro posibilidades de que se acepte o se rechace un lote sometido para muestreo doble. Dichas posibilidades son

a. Aceptación después de la primera muestra.

b. Rechazo después de la primera muestra.

c. Aceptación después de la segunda muestra.

d. Rechazo después de la segunda muestra

Tomando como base lo anterior, se explicará a través del ejemplo siguiente la forma como se construye la curva CO para el plan de muestreo doble.

Ejemplo 3.1

Considérese el plan de muestreo doble para el cual el tamaño del lote es muy grande, $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$ y $c_2 = 3$.

Constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

- Para determinar los puntos de la curva CO, es necesario calcular las probabilidades de que si se toma una segunda muestra el lote sea aceptado, para distintos valores de p. Para ilustrar lo anterior considérese inicialmente el valor $p = 0.02$.

Entonces, un lote puede ser aceptado según el plan anterior en cualquiera de las formas siguientes:

a. un defectuoso o menos en la primera muestra

b. dos defectuosos en la primera muestra, seguido de cero o un defectuoso en la segunda muestra

c. tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda muestra.

La probabilidad de aceptar un lote es entonces igual a la suma de las probabilidades de estos diferentes modos por los cuales puede ser aceptado.

Inicialmente, se deben calcular las probabilidades de tener uno o menos, dos o menos y tres o menos defectuosos en la primera muestra. Lo anterior equivale a considerar un plan de muestreo simple para el cual $n_1 = 50$ y $c = 1, 2, 3$. A continuación se deben calcular las probabilidades de tener exactamente dos y tres defectuosos en la primera muestra.

Entonces, con $n_1 p = 50(0.02) = 1.00$, se obtiene, empleando la tabla 2.1 y siendo X el número de elementos defectuosos

$$P\{X \leq 1\}_1 = 0.736 \quad : \quad c = 1 \ , \ n_1 p = 1.00$$

$$P\{X \leq 2\}_1 = 0.920 \qquad c = 2 \ , \ n_1 p = 1.00$$

$$P\{X \leq 3\}_1 = 0.981 \qquad c = 3 \ , \ n_1 p = 1.00$$

y

$$P\{X = 2\}_1 = P\{X \leq 2\}_1 - P\{X \leq 1\}_1 = 0.920-0.736 = 0.184$$

$$P\{X = 3\}_1 = P\{X \leq 3\}_1 - P\{X \leq 2\}_1 = 0.981-0.920 = 0.061$$

El subíndice fuera de la llave indica que la probabilidad del evento se calcula con base en la primera muestra.

Ahora bien, si en la primera muestra hay dos defectuosos, los cálculos relacionados con la segunda muestra deberán basarse en $n_2 p = 100(0.02) = 2$. El tomar la segunda muestra e inspeccionarla equivale, para efectos de los cálculos, a considerar un nuevo plan de muestreo simple para el resto del lote con número de aceptación igual a 1, ya que este elemento, sumado a los dos defectuosos considerados, permite la aceptación del lote.

Por lo tanto,

$$P\{X \leq 1\}_2 = 0.406 \qquad c = 1, \ n_2 p = 2$$

Si en la primera muestra hay tres defectuosos, los cálculos para la segunda muestra se deben basar en $n_2 p = 100(0.02)$ y un número de aceptación igual a cero, es decir

$$P\{X \leq 0\}_2 = 0.135 \qquad c = 0 \ , \ n_2 p = 2$$

La probabilidad de aceptación es, empleando el concepto de independencia de eventos, la suma de las probabilidades siguientes:

$$P\{\text{un defectuoso o menos en la primera muestra}\} = P\{X \leq 1\}_1 = 0.736$$

$$+ P\{\text{dos defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero o un defectuoso en la segunda}\} = P\{X = 2\}_1 \ P\{X \leq 1\}_2 = (0.184)(0.406) = 0.075$$

$$+ P\{\text{tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda}\} = P\{X = 3\}_1 \ P\{X \leq 0\}_2 = (0.061)(0.135) = 0.008$$

Entonces,

$$P\ (A;\ 0.02) = 0.736 + 0.075 + 0.008 = 0.819$$

es decir, el punto (0.02, 0.819) se encuentra sobre la curva CO del plan de muestreo doble.

En la forma descrita anteriormente, se pueden calcular también los puntos restantes para definir la curva CO, quedando finalmente

P (A; p)	p
0.98	0.012
0.95	0.015
0.82	0.020
0.70	0.027
0.50	0.037
0.20	0.063
0.10	0.080
0.05	0.100
0.02	0.136

La gráfica de la curva CO correspondiente al plan de muestreo doble propuesto se presenta en la Fig 3.1

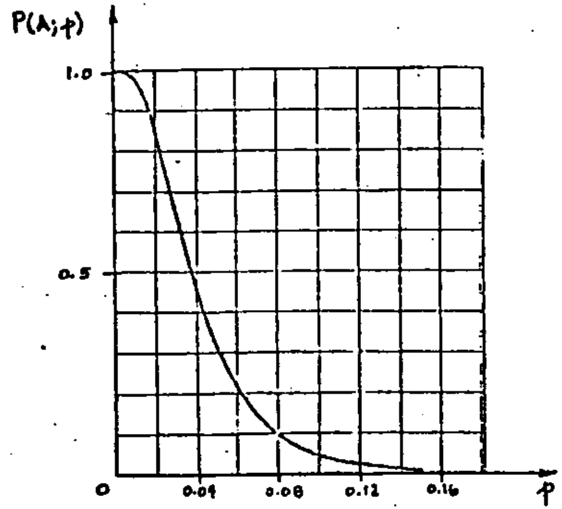


Fig 3.1 Curva CO para plan de muestreo doble con $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$, $c_2 = 3$.

4. Plan de muestreo múltiple

De la misma manera que los planes de muestreo doble pueden diferir la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que haya sido tomada una segunda muestra, otros planes pueden permitir la extracción de cierto número de muestras antes de que una decisión sea tomada.

Los planes de *muestreo múltiple* son usados cuando se permite la extracción de tres o más muestras de un tamaño prestablecido, y cuando la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote se debe tomar después de la séptima muestra extraída, considerando que no es permitida la aceptación de ese lote con la evidencia obtenida de la primera muestra.

4.1 Interpretación de un plan de muestreo múltiple

Considérese el siguiente plan de muestreo múltiple

Número de la muestra	Tamaño de la muestra individual	Tamaño de la muestra combinada	Número de aceptacion, c	Número de rechazo, r
1	20	20	-	2
2	20	40	0	3
3	20	60	1	3
4	20	80	2	4
5	20	100	2	4
6	20	120	2	4
7	20	140	3	4

La forma de interpretar el plan anterior es la siguiente:

a. Se extrae e inspecciona una muestra de 20 elementos. Si dos o más son defectuosos, se rechaza el lote; si hay uno o cero defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda muestra de 20 elementos. (La aceptación del lote no se permite con la primera muestra.)

b. Si en la muestra combinada (20 + 20 = 40) no hay ningún defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos se rechaza. De encontrarse uno o dos defectuosos, se toma una tercera muestra de 20 elementos

c. Si en la muestra combinada (40 + 20 = 60) hay un defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos, se rechaza. De encontrarse dos defectuosos, se toma una cuarta muestra de 20 elementos.

d. Si en la muestra combinada (60 + 20 = 80) hay dos defectuosos, se acepta el lote; si 4 o más son defectuosos, se rechaza. De encontrarse tres defectuosos, se toma una quinta muestra de 20 elementos.

•

•

•

g. Si en la muestra combinada (120 + 20 = 140) hay tres defectuosos, se acepta el lote. Si hay cuatro defectuosos o más, se rechaza.

4.2 Curva CO de un plan de muestreo múltiple

La curva característica de operación de un plan de muestreo múltiple se puede obtener siguiendo un procedimiento semejante al empleado en el caso del muestreo doble, haciendo uso de probabilidades condicionales y suponiendo la descomposición del plan múltiple en varios planes sencillos. Desde luego, el cálculo de las probabilidades de aceptación es bastante más complejo, pero el razonamiento es básicamente el mismo.

A continuación, se describirá mediante un ejemplo el procedimiento para la construcción de la curva Co.

Ejemplo 4.1

Considérese el plan de muestreo múltiple descrito anteriormente, y constrúyase la curva CO correspondiente, suponiendo un lote de tamaño grande.

Solución

Los siguientes cálculos corresponden a un solo punto de la curva, para el cual $p = 0.02$. Cada una de las muestras contiene 20 artículos, por lo que para cada una de llas se tendrá $np = 20(0.02) = 0.4$. Entrando con este valor a la tabla 2.1, y considerando que X denota el número de artículos defectuosos, se obtienen, también para cada muestra las probabilidades incondicionales siguientes:

$P_0 = P\{X = 0\} = P\{X \leq 0\} = 0.670$

$P_1 = P\{X = 1\} = P\{X \leq 1\} - P\{X \leq 0\} = 0.938 - 0.670 = 0.268$

$P_2 = P\{X = 2\} = P\{X \leq 2\} - P\{X \leq 1\} = 0.992 - 0.938 = 0.054$

Tomando en cuenta que A = aceptación, R = rechazo y CM = continúa muestreo, se hace enseguida el análisis muestra por muestra para obtener la probabilidad P (A; 0.02).

a. Muestra 1 (M1)

número de aceptación = c = no hay

número de rechazo = r = 2

0 def M1 → $P_0 = 0.670$ → CM (0 def)

1 def M1 → $P_1 = 0.268$ → CM (1 def)

2 def M1 → → R (2 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

b. Muestra 2 (M2)

c = 0

r = 3

0 def M1, 0 def M2 → $P_{00} = (0.670)(0.670) = 0.449$ → A (0 def)

0 def M1, 1 def M2 → $P_{01} = (0.670)(0.268) = 0.1795$ → CM (1 def)

0 def M1, 2 def M2 → $P_{02} = (0.670)(0.054) = 0.0362$ → CM (2 def)

0 def M1, 3 def M2 → → R (3 def)

1 def M1, 0 def M2 → $P_{10} = (0.268)(0.670) = 0.1795$ → CM (1 def)

1 def M1, 1 def M2 → $P_{11} = (0.268)(0.268) = 0.0718$ → CM (2 def)

1 def M1, 2 def M2 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.449

Nuevos valores:

P_1 = P (un defectuoso en M2) = 0.1795 + 0.1795 = 0.359

P_2 = P (dos defectuosos en M2) = 0.0362 + 0.0718 = 0.108

c. Muestra 3 (M3)

c = 1

r = 3

1 def M2, 0 def M3 → P_{10} = (0.359)(0.670) = 0.2405 → A (1 def)

1 def M2, 1 def M3 → P_{11} = (0.359)(0.268) = 0.0962 → CM (2 def)

1 def M2, 2 def M3 → → R (3 def)

2 def M2, 0 def M3 → P_{20} = (0.108)(0.670) = 0.0723 → CM (2 def)

2 def M2, 1 def M3 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.2405

Nuevo valor:

P_2 = P (dos defectuosos en M3) = 0.0962 + 0.0723 = 0.1685

d. Muestra 4 (M4)

c = 2

r = 4

2 def M3, 0 def M4 → P_{20} = (0.1685)(0.670) = 0.1129 → A (2 def)

2 def M3, 1 def M4 → P_{21} = (0.1685)(0.268) = 0.0451 → CM (3 def)

2 def M3, 2 def M4 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.1129

Nuevo Valor:

P_3 = P (3 defectuosos en M4) = 0.0451

e. Muestra 5 (M5)

c = 2

r = 4

3 def M4, 0 def M5 → P_{30} = (0.0451)(0.670) = 0.0302 → CM (3 def)

3 def M4, 1 def M5 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

Nuevo valor:

P_3 = P (3 defectuosos en M5) = 0.0302

f. Muestra 6 (M6)

c = 2

r = 4

3 def M5, 0 def M6 → P_{30} = (0.0302)(0.670) = 0.0202 → CM (3 def)

3 def M5, 1 def M6 → → R (4 def)

23

Probabilidad de aceptación = 0.000

Nuevo valor

P_3 = P (tres defectuosos en M6) = 0.0202

g. Muestra 7 (M7)

c =

r = 4

3 def M6, 0 def M7 → P_{30} = (0.0202)(0.670) = 0.0135 → A (3 def)

3 def M6, 1 def M7 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0135

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de aceptación de un lote, sujeto al plan de muestreo múltiple propuesto con p = 0.02, es

$$P\ (A;\ 0.02) = 0.449 + 0.2405 + 0.1129 + 0.0135 = 0.8159$$

Siguiendo el método descrito, se pueden calcular los valores de las probabilidades de aceptación para distintos valores de p, con los cuales se definen los puntos necesarios para construir la curva característica de operación correspondiente, que se presenta en la Fig 4.1.

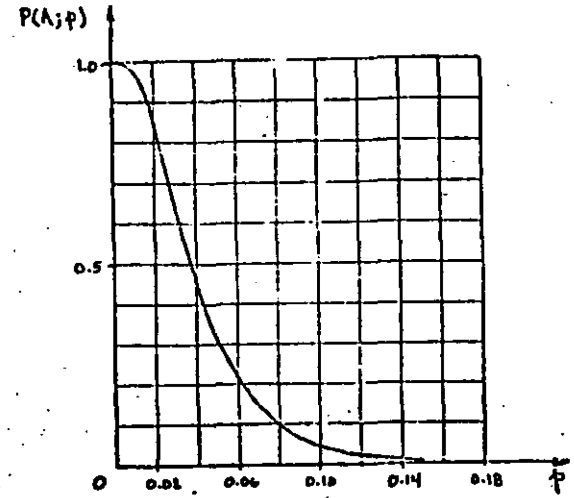


Fig 4.1 Curva CO para un plan de muestreo múltiple

5. Ventajas y desventajas de los planes de muestreo simples, dobles y múltiples

En general, los tres esquemas de muestreo de aceptación que se han presentado se pueden ajustar para proporcionar a lotes con valores de p determinados prácticamente la misma probabilidad de ser aceptados; es decir, si se desea, se puede lograr que las curvas características de operación para los planes simples, dobles y múltiples sean muy parecidas.

No obstante lo anterior, puede suceder que un plan de muestreo de aceptación que ha dado buen resultado para un productor o producto, resulte no tan efectivo para otros. La efectividad de los distintos planes de muestreo expuestos se puede juzgar si se analizan las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, en términos de cuatro factores importantes: El número medio de artículos inspeccionados, el costo de administración del plan, la aceptación por parte del productor y la información sobre calidad de los lotes obtenida a largo plazo. En la tabla 5.1 se compara la efectividad de los tres planes estudiados.

Los factores mencionados en la tabla 5.1 deben ser considerados al seleccionar un plan de muestreo. Por ejemplo, en aquellos casos en que el costo de inspección de cada artículo es elevado, la reducción en el número de artículos inspeccionados puede justificar el empleo del muestreo múltiple no obstante su gran complejidad y elevado costo de administración.

Por otro lado, el muestreo simple puede ser el adecuado si el costo de entrenamiento de personal es muy apreciable. Finalmente, si el problema es de acuerdo entre receptor y productor del plan a emplear, posiblemente la solución sea el muestreo doble, ya que es sicológicamente bien aceptado por ambas partes.

TABLA 5.1

COMPARACION ENTRE LOS PLANES DE MUESTREO SIMPLE, DOBLE Y MULTIPLE

Factor	Plan simple (PS)	Plan doble (PD)	Plan múltiple (PM)
a. Número medio de artículos inspeccionados	El más grande de todos	De 5 a 40% menos que en PS	Aproximadamente 25% menos que en PD
b. Costos de administración (entrenamiento, registros, personal, etc.)	El más bajo de todos	Mayor que el de PS	El más alto de todos
c. Aceptación por parte del productor	Regular	Adecuada	Poca
d. Información a largo plazo sobre calidad de los lotes	La mayor	Menos que en PS	La menor

Ejemplo 3.1 (con $p = 0.02$)

a. Muestra 1 (M1)

$c = 1$

$r = 4$

$np = 50(0.02) = 1.0$; $P_0 = 0.368$; $P_1 = 0.368$; $P_2 = 0.184$; $P_3 = 0.061$

0 def M1 → $P_0 = 0.368$ → A (0 def)

1 def M1 → $P_1 = 0.368$ → A (1 def)

2 def M1 → $P_2 = 0.184$ → CM (2 def)

3 def M1 → $P_3 = 0.061$ → CM (3 def)

4 def M1 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.736

b. Muestra 2 (M2)

$c = 3$

$r = 4$

$np = 100(0.02) = 2$; $P_0 = 0.135$; $P_1 = 0.271$; $P_2 = 0.271$; $P_3 = 0.180$

2 def M1, 0 def M2 → $P_{20} = (0.184)(0.135) = 0.0248$ → A (2 def)

2 def M1, 1 def M2 → $P_{21} = (0.184)(0.271) = 0.0498$ → A (3 def)

2 def M1, 2 def M2 → → R (4 def)

3 def M1, 0 def M2 → $P_{30} = (0.061)(0.135) = 0.0082$ → A (3 def)

3 def M1, 1 def M2 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0828

$\therefore \quad P(A; 0.02) = 0.736 + 0.0828 = 0.8188 \approx 0.819$

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

INFERENCIA ESTADISTICA

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

INFERENCIA ESTADISTICA

Por: M en I Augusto Villarreal Aranda*

1. Introducción

La parte de la estadística que proporciona las reglas para inferir ciertas características de una población a partir de muestras extraídas de ella, junto con indicaciones probabilísticas de la veracidad de tales inferencias, se llama *inferencia estadística*.

En la inferencia estadística se estudian las relaciones existentes entre una población, las muestras obtenidas de ella, y las técnicas para estimar parámetros, tales como la media y la variancia, o bien para determinar si las diferencias entre dos muestras son debidas al azar, etc.

2. Distribuciones muestrales

Si se consideran todas las muestras posibles de tamaño n que pueden extraerse de una población, y para cada una se calcula el valor del promedio aritmético, este seguramente variará de una muestra a otra, ya que depende de los valores de los datos que se hayan obtenido en cada muestra. Por lo tanto, el promedio aritmético es en sí una variable aleatoria, como también lo son, por la misma razón, el rango y la variancia de la muestra.

A todo elemento que es función de los valores de los datos que se tienen en una muestra se le denomina *estadística*; toda estadística es, entonces, una variable aleatoria cuya distribución de probabilidades se conoce como *distribución muestral*. Si, por ejemplo, la estadística considerada es la variancia de la muestra, su densidad de probabilidades se llama *distribución muestral de la variancia*.

En forma similar se pueden obtener las distribuciones muestrales de la desviación estándar, del rango, etc., cada una de las cuales tendrá sus propios parámetros, lo que permite hablar de la media y la desviación estándar de la variancia, etc.

3. Muestreo con y sin remplazo

Cuando se efectúa un muestreo en una población de tal manera que cada elemento de la misma se pueda escoger más de una vez, se dice que el muestreo es *con remplazo*; en caso contrario el muestreo es *sin remplazo*. Si de una urna se quiere extraer una muestra de bolas de colores, se puede proceder de dos maneras: se saca al azar una bola, se anota su color y se regresa a la urna antes de obtener otra, y así sucesivamente; en este caso el muestreo es *con remplazo*. La segunda forma consiste en extraer

Secretario Académico, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM y *Profesor investigador*, Instituto de Ingeniería, UNAM

al azar todas las bolas que constituyen la muestra sin regresarlas a la urna, siendo entonces un muestreo *sin remplazo*.

4. Distribucion muestral del promedio aritmético

Supóngase que se extraen sin remplazo todas las muestras posibles de tamaño n de una población finita de tamaño $N_p > n$. Si la media y la desviación estándar de la distribución muestral del promedio aritmético se denotan con $\mu_{\bar{X}}$ y $\sigma_{\bar{X}}$, y la media y la desviación estándar de la población con μ y σ, respectivamente, entonces es posible demostrar que se cumplen las siguientes ecuaciones

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

Además, si la población es infinita (o el muestreo es con remplazo), los resultados anteriores se reducen a

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

puesto que

$$\lim_{N_p \to \infty} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para valores grandes de n ($n \geq 30$) se demuestra, empleando el teorema del límite central, que la distribución muestral del promedio aritmético es aproximadamente una distribución normal con media $\mu_{\bar{X}}$ y desviación estándar $\sigma_{\bar{X}}$, independientemente de cuál sea la densidad de probabilidades de X, la variable aleatoria asociada a la población. Si esta variable tiene distribución normal, la distribución muestral del promedio aritmético también es normal, aun para valores pequeños de n ($n < 30$).

Ejemplo 4.1

Supóngase que se tiene una población finita formada por los datos 1,2,3,4,5. Se desea conocer la media y la desviación estándar de la distribución muestral del promedio aritmético, considerando las muestras de tamaño 3 obtenidas sin remplazo.

Primer procedimiento.

Siendo la población finita y el muestreo sin remplazo. es posible obtener la distribución muestral correspondiente para calcular después sus parámetros, considerando que el número total de muestras distintas de tamaño 3 que pueden obtenerse a partir de una población de 5 elementos es

$$\frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

Dichas muestras son las siguientes, junto con sus promedios aritméticos correspondientes:

	$\bar{x}_i$		$\bar{x}_i$
1, 2, 3	6/3	3, 4, 5	12/3
1, 2, 4	7/3	3, 4, 1	8/3
1, 2, 5	8/3	4, 5, 1	10/3
2, 3, 4	9/3	4, 5, 2	11/3
2, 3, 5	10/3	5, 1, 3	9/3

Para calcular la media y la desviación estándar, se emplea la siguiente tabla

$\bar{x}_i$	6/3	7/3	8/3	8/3	9/3	9/3	10/3	10/3	11/3	12/3
$\bar{x}_i^2$	36/9	49/9	64/9	64/9	81/9	81/9	100/9	100/9	121/9	144/9

$$\sum_{i=1}^{10} \bar{x}_i = 90/3 \qquad \sum_{i=1}^{10} \bar{x}_i^2 = 840/9$$

$$\mu_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} \bar{x}_i = \frac{1}{10} \quad \frac{90}{3} = 3$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} \bar{x}_i^2 - \bar{\bar{x}}^2 = \frac{1}{10} \quad \frac{840}{9} - (3)^2 =$$

$$= 9.333 - 9.000 = 0.333 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{0.333} = 0.577$$

Es decir, $\mu_{\bar{x}} = 3$ y $\sigma_{\bar{x}} = 0.577$

Segundo procedimiento.

Por tratarse de una población finita, se verifica que

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad \text{y} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

en donde $N_p = 5$, $n = 3$ y $\mu = 3$.

El valor de σ^2 de la población es

$$\sigma^2 = \frac{1+4+9+16+25}{5} - (3)^2 = \frac{55}{5} - 9 = 11-9 = 2$$

Por lo tanto, $\sigma = \sqrt{2} = 1.4145$ y

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1.4145}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{5-3}{5-1}} = (0.8164)(0.7071) = 0.577$$

Es decir, $\mu_{\bar{x}} = 3$ y $\sigma_{\bar{x}} = 0.577$

Comparando los resultados, se puede observar que ambos procedimientos conducen a la obtención de los mismos valores de $\mu_{\bar{x}}$ y $\sigma_{\bar{x}}$ para la distribución muestral del promedio aritmético.

Ejemplo 4.2

En una bodega se tienen cinco mil varillas de acero; el valor medio del peso, X, de cada varilla es de 5.02 kg, y la desviación estándar 0.3 kg. Hallar la probabilidad de que una muestra de cien varillas, escogida al azar, tenga un peso total

a. entre 496 y 500 kg

b. de más de 510 kg.

Para la distribución muestral del promedio, se tiene que $\mu_{\bar{X}} = \mu = 5.02$ kg y, por tratarse de una población finita,

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} = \frac{0.30}{\sqrt{100}}\sqrt{\frac{5000 - 100}{5000 - 1}} = 0.027$$

a. El peso total de la muestra estará entre 496 y 500 kg si el peso promedio de las cien varillas se encuentra entre 4.96 y 5.00 kg. Puesto que la muestra es mayor de 30 elementos se puede considerar como aproximadamente normal a la distribución muestral, y los valores estándar correspondientes a $\bar{X} = 4.96$ y a $\bar{X} = 5.00$ se obtienen mediante la transformación

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}$$

es decir,

$$Z_1 = \frac{4.96 - 5.02}{0.027} = -2.22$$

$$Z_2 = \frac{5.00 - 5.02}{0.027} = -0.74$$

En la fig 4.1 se puede apreciar que

$$P[496 \leq X \leq 500] = P[-2.22 \leq Z \leq -0.74] =$$

$$= P[-2.22 \leq Z \leq 0] - P[-0.74 \leq Z \leq 0]$$

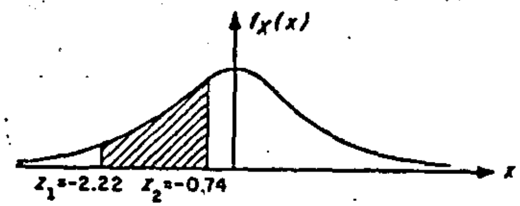


Fig 4.1 Distribución normal correspondiente al ejemplo

Recurriendo a la tabla de áreas bajo la curva normal estándar entre 0 y Z queda finalmente

$$P[496 \leq X \leq 500] = 0.4868 - 0.2704 = 0.2164$$

b. El peso total de la muestra excederá de 510 kg si el peso promedio de las cien varillas pasa de 5.10 kg.

Estandarizando dicho valor, queda

$$Z_3 = \frac{5.10 - 5.02}{0.027} = 2.96$$

Calculando el área bajo la curva normal a la derecha de este valor (fig 4.2), se tiene que

$$P[X > 510] = P[Z > 2.96] = P[Z > 0] - P[0 \leq Z \leq 2.96] =$$

$$= 0.5 - 0.4985 = 0.0015$$

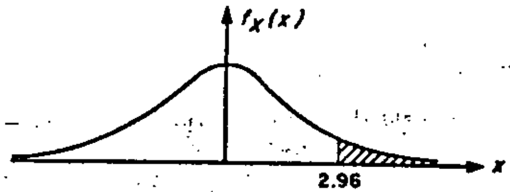


Fig 4.1 Distribución normal correspondiente al ejemplo

5. Distribución muestral de diferencias de promedios aritméticos

Con frecuencia se presenta el caso en el que se tienen datos de dos poblaciones con variables aleatorias asociadas X y Y, respectivamente, surgiendo la duda de si estas se pueden considerar como una sola, es decir, si X = Y. Para probar estadísticamente esta hipótesis (como se verá más adelante), es necesario obtener las distribuciones muestrales de la diferencia de los promedios y de las variancias de las muestras de ambas variables.

Sean $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ los promedios aritméticos obtenidos de muestras aleatorias de tamaño n_X y n_Y de dos poblaciones con características X y Y, respectivamente. Se puede demostrar que la distribución muestral de la diferencia de los promedios correspondientes a poblaciones infinitas con medias μ_X y μ_Y y desviaciones estándar σ_X y σ_Y, tiene los siguientes parámetros:

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{X}} + \sigma^2_{\bar{Y}}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_X}{n_X} + \frac{\sigma^2_Y}{n_Y}}$$

si las muestras son independientes.

Esta distribución también es aplicable a poblaciones finitas si el muestreo es con remplazo. Para el caso de poblaciones finitas en las cuales el muestreo se hace sin remplazo, los parámetros de la distribución muestral de la diferencia de los promedios aritméticos son

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{X}} + \sigma^2_{\bar{Y}}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_X}{n_X}\,\frac{N_X - n_X}{N_X - 1} + \frac{\sigma^2_Y}{n_Y}\,\frac{N_Y - n_Y}{N_Y - 1}}$$

suponiendo que las muestras sean independientes.

Ejemplo 5.1

Considérese que de una población X se obtienen tres muestras posibles, cuyos correspondientes promedios aritméticos son 3, 7 y 8. De otra población Y se extraen dos muestras posibles, con promedios 2 y 4, respectivamente. Se deben obtener los parámetros de la distribución muestral de las diferencias de los promedios aritméticos.

Primer procedimiento

Todas las posibles diferencias de promedios aritméticos de X con los de Y serían

$$\begin{matrix} 3-2 & 7-2 & 8-2 \\ 3-4 & 7-4 & 8-4 \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} 1 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & 4 \end{matrix}$$

Es decir,

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{-1+1+3+4+5+6}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{(-1-3)^2+(1-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2+(6-3)^2}{6} =$$

$$= \frac{34}{6} = \frac{17}{3}$$

Segundo procedimiento

Se sabe que

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} \; ; \; \sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sigma^2_{\bar{X}} + \sigma^2_{\bar{Y}}$$

Por ello,

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{3+7+8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\mu_{\bar{Y}} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{(3-6)^2+(7-6)^2+(8-6)^2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\sigma^2_{\bar{Y}} = \frac{(2-3)^2+(4-3)^2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = 6-3 = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{14}{3} + 1 = \frac{17}{3}$$

Se observa que ambos procedimientos conducen a los mismos resultados.

Ejemplo 5.2

Las varillas de acero que fabrica una compañía A tienen un peso medio de 6.5 kg y una desviación estándar de 0.4, en tanto que las producidas por una empresa B tienen un peso medio de 6.3 kg y una desviación estándar de 0.3 kg. Si se toman muestras aleatorias de 100 varillas de cada fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que las de la compañía A tengan un peso promedio de por lo menos

a. 0.35 kg

b. 0.10 kg

mayor que el de la compañía B?

Se puede suponer en este caso que las distribuciones muestrales involucradas son normales, en virtud de que el tamaño de ambas muestras es mayor de 30 elementos. También se puede suponer que ambas poblaciones son infinitas, y siendo $\bar{X}_A$ y $\bar{X}_B$ los pesos promedios de las muestras de las fábricas A y B, respectivamente, entonces

$$\mu_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \mu_{\bar{X}_A} - \mu_{\bar{X}_B} = 6.5 - 6.3 = 0.20 \text{ kg}$$

$$\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{(0.4)^2}{100} + \frac{(0.3)^2}{100}} = 0.05 \text{ kg}$$

La variable estandarizada de la diferencia de los promedios es

$$Z = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - \mu_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}{\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - 0.20}{0.05}$$

a. Estandarizando la diferencia de 0.35 kg se llega a

$$Z_1 = \frac{0.35 - 0.20}{0.05} = \frac{0.15}{0.05} = 3$$

La probabilidad deseada es el área bajo la curva normal a la derecha de $Z = 3$, es decir

$$P[\bar{X}_A > \bar{X}_B + 0.35] = P[Z > 3] = 0.500 - 0.4987 = 0.0013$$

b. Al estandarizar la diferencia de 0.10 kg, la variable Z resulta

$$Z_2 = \frac{0.10 - 0.20}{0.05} = \frac{-0.1}{0.05} = -2$$

La probabilidad requerida es el área bajo la curva normal a la derecha de $Z = -2$, es decir

$$P[\bar{X}_A > \bar{X}_B + 0.10] = P[Z > -2] = 0.5 + 0.4772 = 0.9772$$

6. Teoría estadística de la estimación

En la práctica profesional a menudo resulta necesario inferir información acerca de una población mediante el uso de muestras extraídas de ella; una parte básica de dicha inferencia consiste en *estimar* los valores de los parámetros de la población (media, variancia, etc.) a partir de las estadísticas correspondientes de la muestra, como se explica a continuación.

7. Estimadores puntuales. Clasificación

Si un estimador de un parámetro de la población consiste en un solo valor de una estadística, se le conoce como *estimador puntual* del parámetro.

Cuando la media de la distribución muestral de una estadística es igual al parámetro que se está estimando de la población, entonces la estadística se conoce como *estimador insesgado* del parámetro; si no sucede así, entonces se denomina *estimador sesgado*. Ambos estimadores son puntuales, y sus valores correspondientes se llaman estimaciones insesgadas o sesgadas, respectivamente. Dicho de otra manera, si S es una estadística cuya distribución muestral tiene media μ_S, y el parámetro correspondiente de la población es θ, se dice que S es un estimador insesgado de θ si

$$\mu_S = \theta$$

Por otra parte, si la estadística S_n de la muestra tiende a ser igual al parámetro θ de la población a medida que se hace más grande el tamaño de la muestra, entonces la estadística recibe el nombre de *estimador consistente* del parámetro.

Empleando símbolos, si

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \theta$$

resulta que la estadística S_n es un estimador consistente. Por ejemplo, el promedio aritmético es un estimador insesgado y consistente de la média, y la variancia de la muestra es un estimador sesgado y consistente de la variancia de la población.

Si las distribuciones muestrales de varias estadísticas tienen el mismo valor de la media, se dice que la estadística que cuenta con la menor variancia es un *estimador eficiente* de dicha media, en tanto que las estadísticas restantes se conocen como *estimadores ineficientes* del parámetro.

Por ejemplo, las distribuciones muestrales del promedio aritmético y de la mediana cuentan con medias que son, en ambos casos, iguales a la media de la población. Sin embargo, la variancia de la distribución muestral del promedio aritmético es menor que la de la distribución de la mediana, por lo que el promedio aritmético obtenido de una muestra aleatoria proporciona un estimador eficiente de la media de la población, en tanto que la mediana obtenida de la muestra proporciona un estimador ineficiente de dicho parámetro.

8. Estimación de intervalos de confianza para los parámetros de una población

La estimación de un parámetro de una población mediante un par de números entre los cuales se encuentra, con cierta probabilidad, el valor de dicho parámetro, se llama estimación del intervalo del mismo.

Sea S una estadística obtenida de una muestra de tamaño n para estimar el valor del parámetro θ, y sea σ_S la desviación estándar (conocida o estimada) de su distribución muestral. La probabilidad, $1 - \alpha$, de que el valor de θ se localice en el intervalo de $S - z_c\,\sigma_S$ a $S + z_c\,\sigma_S$, donde z_c es una constante, se escribe en la forma

$$P[S - z_c\,\sigma_S \leq \theta \leq S + z_c\,\sigma_S] = 1 - \alpha$$

Si se fija el valor de $1 - \alpha$, se puede obtener el valor de z_c necesario para que se satisfaga la ecuación anterior, con lo cual queda definido el *intervalo de confianza* del parámetro θ, $(S - z_c\,\sigma_S,\ S + z_c\,\sigma_S)$, correspondiente al nivel de *confianza* $1 - \alpha$.

La constante z_c que fija el intervalo de confianza se conoce como *valor crítico*. Si la distribución de S es normal, el valor de z_c correspondiente a uno de α se obtiene de la tabla de áreas bajo la curva normal o de la tabla 8.1 siguiente.

TABLA 8.1 VALORES DE z_c PARA DISTINTOS NIVELES DE CONFIANZA

Nivel de confianza, en porcentaje	z_c
99.73	3.00
99.00	2.58
98.00	2.33
96.00	2.05
95.45	2.00
95.00	1.96
90.00	1.64
80.00	1.28
68.27	1.00
50.00	0.674

Ejemplo 8.1

Sea el promedio aritmético $\bar{X}$ una estadística con distribución normal. Las probabilidades o niveles de confianza de que $\mu_{\bar{X}}$ (o μ de la población) se encuentre localizada entre los límites $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$, $\bar{X} \pm 2\,\sigma_{\bar{X}}$ y $\bar{X} \pm 3\,\sigma_{\bar{X}}$ son 68.26, 95.44 y 99.73%, respectivamente, obteniéndose dichos valores de la tabla de áreas bajo la curva normal. Lo anterior significa que el intervalo $\bar{X} \pm 3\,\sigma_{\bar{X}}$ contendrá a $\mu_{\bar{X}}$ en el 99.73 por ciento de las muestras de tamaño n, por lo que los intervalos de confianza de 68.26, 95.44 y 99.73 por ciento para estimar a μ son $(\bar{X} - \sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + \sigma_{\bar{X}})$ $(\bar{X} - 2\,\sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + 2\,\sigma_{\bar{X}})$ y $(\bar{X} - 3\,\sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + 3\,\sigma_{\bar{X}})$, lo cual se aprecia en la *fig* 8.1 siguiente.

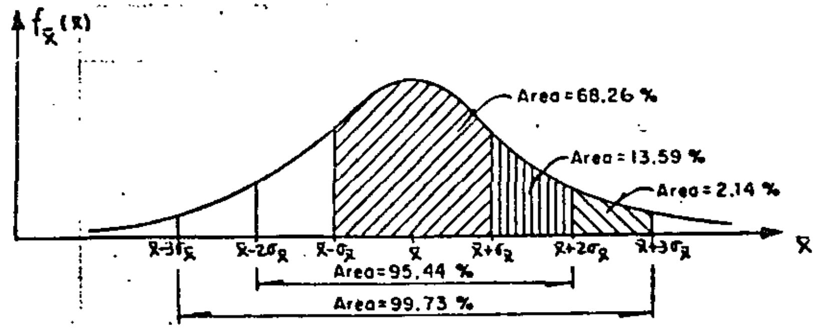


Fig 8.1

9. Estimación de intervalos de confianza para la media

Los límites de confianza para la media de una población con variable aleatoria X asociada están dados por

$$\bar{X} \pm z_c\,\sigma_{\bar{X}}$$

en donde z_c depende del nivel de confianza deseado. Si $\bar{X}$ tiene distribución normal, z_c puede obtenerse en forma directa de la tabla 8.1. Por ejemplo, los límites de confianza de 95 y 99 por ciento para estimar la media, μ, de la población son $\bar{X} \pm 1.96\sigma_{\bar{X}}$ y $\bar{X} \pm 2.58\,\sigma_{\bar{X}}$, respectivamente. Al obtener estos límites hay que usar el valor calculado de $\bar{X}$ para la muestra correspondiente.

Entonces, los límites de confianza para la media de la población quedan dados por

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

en caso de que el muestreo se haga a partir de una población infinita o de que se efectúe con remplazo a partir de una población finita, o por

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

si el muestreo es sin remplazo a partir de una población finita de tamaño N_p.

Ejemplo 9.1

Las mediciones de los diámetros de una muestra aleatoria de 100 tubos de albañal mostraron una media de 32 cm y una desviación estándar de 2 cm. Obténganse los límites de confianza de

a. 95 por ciento
b. 97 por ciento

para el diámetro medio de todos los tubos.

a. De la tabla 8.1, los límites de confianza del 95 por ciento son

$$\bar{X} \pm 1.96\sigma/\sqrt{n} = 32 \pm 1.96(2/\sqrt{100}) = 32 \pm 0.392 \text{ cm}$$

o sea 31.608 y 32.392, en donde se ha empleado el valor de S_x para estimar el de σ de la población, puesto que la muestra es suficientemente grande (mayor de 30 elementos). Esto significa que con una probabilidad de 95 por ciento, el valor de μ_x se encuentra entre 31.608 y 32.392 cm.

b. Si $Z = z_c$ es tal que el área bajo la curva normal a la derecha de z_c es el 1.5 por ciento del área total, entonces el área entre 0 y z_c es $0.5 - 0.015 = 0.485$, por lo que de la tabla de áreas bajo la curva normal se obtiene $z_c = 2.17$. Por lo tanto, los límites de confianza del 97 por ciento son:

$$\bar{X} \pm 2.17\sigma/\sqrt{n} = 32 \pm 2.17(2/\sqrt{100}) = 32 \pm 0.434 \text{ cm}$$

y el intervalo de confianza respectivo es (31.566 cm, 32.434 cm).

Ejemplo 9.2

Una muestra aleatoria de 50 calificaciones de cierto examen de admisión tiene un promedio aritmético de 72 puntos, con desviación estándar igual a 10. Si el examen se aplicó a 1018 personas, obtener

a. El intervalo de confianza del 95% para la media del total de calificaciones.
b. El tamaño de muestra necesario para que el error en la estimación de la media no exceda de 2 puntos, considerando el mismo nivel de confianza.
c. El nivel de confianza para el cual la media de la población sea 72 ± 1 puntos.

a. Si se estima a σ de la población con S_X de la muestra y se considera que la población es finita, los límites de confianza son, puesto que $\bar{X} = 72$, $Z_c = 1.96$, $S_X = 10$, $N_p = 1018$ y $n = 50$,

$$72 \pm 1.96 \frac{10}{\sqrt{50}} \sqrt{\frac{1018 - 50}{1018 - 1}}$$

$$72 \pm 1.96\ (1.4142)\ (0.9755)$$

$$72 \pm 2.704$$

y el intervalo de confianza respectivo es

$$(69.296,\quad 74.704)$$

b. Puesto que el error en la estimación de la media es, para población finita,

$$\text{Error en la estimación} = Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

en este caso se tendría

$$Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} < 2$$

o sea, para un nivel de confianza de 95%,

$$1.96 \frac{10}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1018 - n}{1018 - 1}} < 2$$

$$\frac{19.6}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1018 - n}{1018 - 1}} < 2$$

Elevando al cuadrado la desigualdad, queda

$$\frac{384.16}{n} \quad \frac{1018 - n}{1017} < 4$$

o sea

$$87.85 < n$$

Por lo cual, se requieren al menos 88 elementos en la muestra para que el error en la estimación no exceda de 2 puntos, para $1 - \alpha = 0.95$.

c. Los límites de confianza son, en este caso

$$72 \pm Z_c \frac{10}{\sqrt{50}} \sqrt{\frac{1018 - 50}{1018 - 1}}$$

$$72 \pm Z_c\ (1.4142)(0.9755)$$

o sea

$$72 \pm 1.3795\ Z_c$$

Puesto que se desea que el valor de la media sea 72 ± 1 puntos, se verifica que

$$1 = 1.3795\ Z_c$$

Es decir

$$Z_c = \frac{1}{1.3795} = 0.725$$

El área bajo la curva normal estándar entre 0 y $Z_c = 0.725$ es, por interpolación lineal, igual a 0.2657. Por lo tanto, el nivel de confianza es igual al doble del área anterior, es decir, $2(0.2657) = 0.5314$ (ó 53.14%), tal como se muestra en la *fig* 9.1.

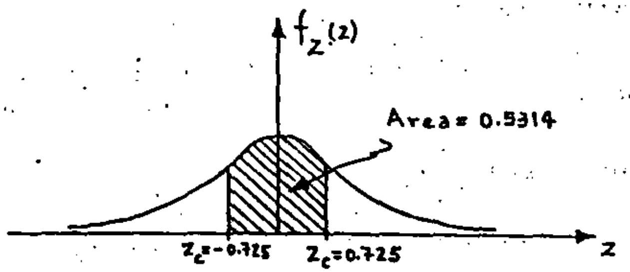


Fig 9.1

10. Intervalos de confianza para diferencias de medias

Los límites de confianza para la diferencia de las medias cuando las poblaciones X y Y son infinitas, o cuando el muestreo se realiza con remplazo de poblaciones finitas, se encuentran dados por

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c\, \sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \bar{X} - \bar{Y} \pm z_c \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}$$

en donde $\bar{X}$, n_X y $\bar{Y}$, n_Y son los respectivos promedios aritméticos y tamaños de las dos muestras extraídas de las poblaciones, y σ_X y σ_Y las desviaciones estándar de estas últimas.

En el caso de que las poblaciones X y Y sean finitas y el muestreo sin remplazo, los límites de confianza son

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X}\,\frac{N_X - n_X}{N_X - 1} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}\,\frac{N_Y - n_Y}{N_Y - 1}}$$

en donde N_X y N_Y son los tamaños de las poblaciones X y Y, respectivamente.

Las dos ecuaciones anteriores son válidas únicamente si las muestras aleatorias seleccionadas son independientes.

Ejemplo 10.1

Para el ejemplo de las varillas tratado anteriormente (5.2), encontrar el intervalo de confianza del 95.45% para las diferencias de las medias de las poblaciones.

Siendo $\bar{X}_A = \mu_A = 6.5$ kg, $\sigma_A = 0.4$ kg, $\bar{X}_B = \mu_B = 6.3$ kg, $\sigma_B = 0.3$ kg y $n_A = n_B = 100$, los límites de confianza para la diferencia de las medias son, empleando la tabla 8.1

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \pm z_c \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = 6.5 - 6.3 \pm 2\sqrt{\frac{(0.4)^2}{100} + \frac{(0.3)^2}{100}} =$$

$$= 0.2 \pm 0.1$$

Por lo tanto, el intervalo de confianza respectivo es (0.1, 0.3).

Ejemplo 10.2

Se tienen en una bodega 3000 focos de marca X, y 5000 de marca Y. Se extrae una muestra aleatoria de 150 focos de la marca X, y se obtiene una duración promedio de 1400 horas, con desviación estándar igual a 120 horas. Otra muestra aleatoria de 200 focos de la marca Y tuvo una duración promedio de 1200 horas, con desviación estándar igual a 80 horas. Obtener intervalos de confianza de

a. 95%

b. 99%

para la diferencia de los tiempos medios de duración de los focos de ambas marcas.

a. Puesto que se trata de poblaciones finitas y $\bar{X} = 1400$ h, $S_X = 120$ h, $N_X = 3000$, $n_X = 150$, $\bar{Y} = 1200$ h, $S_Y = 80$ h, $N_Y = 5000$ y $n_Y = 200$, se obtiene, estimando a σ_X y σ_Y con S_X y S_Y, respectivamente

$$1400 - 1200 \pm 1.96 \sqrt{\frac{(120)^2}{150} \; \frac{3000 - 150}{3000 - 1} + \frac{(80)^2}{200} \; \frac{5000 - 200}{5000 - 1}}$$

$$200 \pm 1.96\ (11.04)$$

$$200 \pm 21.638$$

o sea, (178.362, 221.638), puesto que de la tabla 8.1, para un nivel de confianza de 95%, $Z_c = 1.96$.

b. En este caso, al emplear la tabla 8.1 se obtiene

$Z_c = 2.58$ para un nivel de confianza de 99%, por lo cual los límites son

$$1400 - 1200 \pm 2.58 \sqrt{\frac{(120)^2}{150} \; \frac{3000 - 150}{3000 - 1} + \frac{(80)^2}{200} \; \frac{5000 - 2000}{5000 - 1}}$$

$$200 \pm 2.58\ (11.04)$$

$$200 \pm 28.483$$

y el intervalo de confianza es

$$(171.517,\ 228.483)$$

11. Pruebas de hipótesis

Supóngase que una empresa armadora de automóviles está en la disyuntiva de emplear una nueva marca de bujías en sus unidades o la que regularmente utiliza, y que su departamento de control de calidad debe decidir, con base en la información de las muestras de las dos marcas distintas. Las decisiones de este tipo, es decir, que se basan en estudios estadísticos, reciben el nombre de *decisiones estadísticas*, y a los procedimientos que permiten decidir si se acepta o rechaza una hipótesis se les llama *pruebas de hipótesis*, *pruebas de significancia* o *reglas de decisión*.

Al tomar decisiones estadísticas, es necesario postular las diversas alternativas o cursos de acción que pueden adoptarse.

En el caso particular de una *prueba de hipótesis* solamente se tienen dos cursos de acción posibles, los que se denotarán como H_0 y H_1. A la acción H_0 se le llama *hipótesis nula*, y a la H_1, *hipótesis alternativa*. Por ejemplo, si la hipótesis nula establece que $\mu_1 = \mu_2$, la hipótesis alternativa puede ser una de las siguientes:

$$\mu_1 > \mu_2, \mu_1 < \mu_2 \text{ o } \mu_1 \neq \mu_2$$

Al realizar una prueba de hipótesis, se prueba siempre la verdad de la hipótesis nula H_0, aun cuando de antemano se desee rechazarla.

12. Errores de los tipos I y II. Nivel de significancia

En muchas ocasiones se presenta el caso de que se rechaza una hipótesis nula cuando en realidad debería ser aceptada; cuando esto sucede se dice que se ha cometido un *error de tipo* I. En otras ocasiones se acepta una hipótesis nula siendo en realidad falsa; en este caso se dice que se ha cometido un *error de tipo II*.

Al probar una hipótesis nula, a la máxima probabilidad con la que se está dispuesto a cometer un error del tipo I se le llama *nivel de significancia*, α, de la prueba, el cual dentro de la práctica se acostumbra establecer de 5 por ciento (0.05) o 10 por ciento (0.1). El complemento del nivel de significancia, $1 - \alpha$, se conoce como *nivel de confianza*.

Si, por ejemplo, al realizar una prueba de hipótesis se escoge un nivel de significancia de 10 por ciento, significa que existen 10 posibilidades en 100 de que se rechace ésta cuando debería ser aceptada; es decir, que se rechaza a un nivel de significancia del 10 por ciento, y que la probabilidad de que la decisión haya sido errónea es de 0.1.

13. Comportamiento de los errores tipos I y II

Supóngase que se trata de probar la hipótesis nula de que la media, μ_S, de la distribución muestral de la estadística S es μ_1, en contra de la hipótesis alternativa que establece que $\mu_S = \mu_2$, donde $\mu_2 > \mu_1$, es decir

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

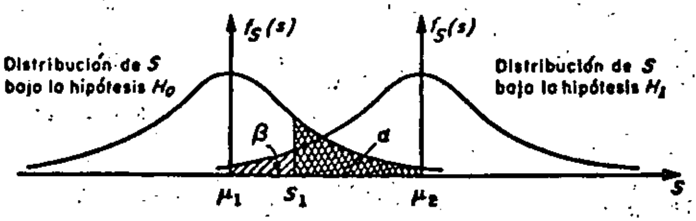
$$H_1 : \mu_S = \mu_2$$

En la fig 13.1 se muestra en forma gráfica la relación entre los errores tipos I y II en el caso en el que la regla de decisión para aceptar o rechazar H_0 es la siguiente:

> *Si el valor de la estadística S obtenido de una muestra excede de cierto valor crítico S_1, rechácese H_0; en caso contrario, acéptese.*

Es evidente que si H_0 es verdadera, entonces α (área con rayado doble) es la probabilidad de que $S > S_1$, o sea la de rechazar a H_0 siendo verdadera (error tipo I). Por otro lado, si H_1 es verdadera, entonces β (área con rayado sencillo) es la probabilidad de que $S < S_1$, o sea la de aceptar H_0 siendo falsa (error tipo II).

Obsérvese que si se aumenta el valor de S_1 se reduce la probabilidad α, pero se incrementa la β; lo contrario sucede si se disminuye el valor de S_1.



$P[S>S_1] = \alpha$ (error tipo I)
$P[S<S_1] = \beta$ (error tipo II)

Fig. 13.1 Probabilidades de los errores tipos I y II en pruebas de hipótesis.

En realidad, la única forma posible en la cual se pueden minimizar simultáneamente los errores de tipos I y II es aumentando el tamaño de la muestra, para hacer más "picudas" las distribuciones muestrales de la estadística bajo las hipótesis H_0 y H_1.

Al observar la fig 13.2 siguiente, es posible concluir

que el tamaño de los errores I y II es menor para un tamaño de muestra igual a 100 que para un tamaño igual a 50, considerando la misma regla de decisión anterior.

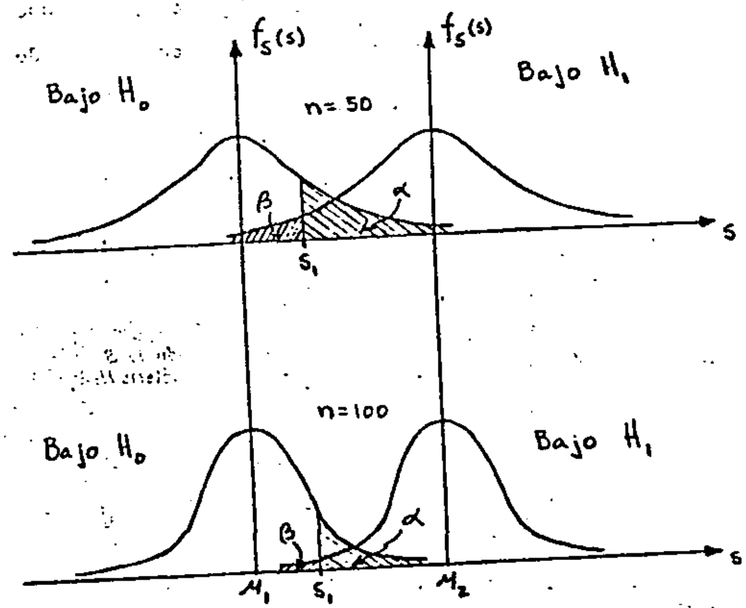


Fig 13.2

Sin embargo, esta técnica de reducción simultánea de ámbos tipos de errores no siempre puede ponerse en práctica, debido a razones de costo, tiempo, etc.

14. Regiones críticas, de rechazo o de significancia. Regiones de aceptación.

Cuando una hipótesis nula no se acepta se dice que se *rechaza a un nivel de significancia del α por ciento*, o que el valor estandarizado de la estadística involucrada es *significativo a un nivel de significancia α*.

Al conjunto de los valores de la estadística en el que se rechaza la hipótesis nula se le denomina *región crítica, de rechazo, o de significancia*. Por el contrario, al conjunto de los valores de la estadística en que se acepta la hipótesis, se le llama *región de aceptación*.

Considérese que la distribución muestral de la estadística S es normal con desviación estándar σ_S, que la variable Z resulta de estandarizar a S, que la hipótesis nula, H_0, es que la media de S vale μ_S, y que la hipótesis alternativa H_1 es que dicha media es diferente de μ_S, es decir, que

$$Z = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

H_0: media de la distribución muestral de $S = \mu_S$

H_1: media de la distribución muestral de $S \neq \mu_S$

Si se adopta la regla de decisión de aceptar la hipótesis H_0, si el valor de Z cae dentro del intervalo central que encierra al 99 por ciento del área de la distribución de probabilidades, entonces H_0 se aceptará en el caso en que

$$-2.58 \leq Z \leq 2.58$$

empleando la tabla de áreas bajo la curva normal estándar. Pero si el valor estandarizado de la estadística se encuentra fuera de dicho intervalo, se concluye que el evento puede ocurrir con probabilidad de 0.01 si la hipótesis H_0 es verdadera (área rayada total de la fig 14.1). En tal caso, el valor Z de la variable estándar difiere *significativamente* del que se podría esperar de acuerdo con la hipótesis nula, lo cual inclina a rechazarla a un nivel de confianza del 99 por ciento.

De lo anterior de deduce que el área total rayada de la fig 14.1 es el nivel de significancia α de la prueba, y representa la probabilidad de cometer un error del tipo I. Por ello, la región de aceptación de H_0 es $-2.58 < Z < 2.58$, y la de rechazo es $Z > 2.58$ y $Z < -2.58$.

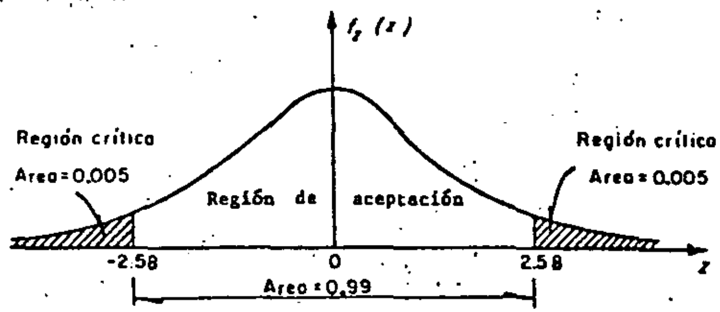


Fig 14.1 *Región de significancia*

16

En la tabla 14.1 se presentan los valores de la variable estandarizada, Z, que limitan las regiones de aceptación y de rechazo para el caso en el que la estadística involucrada en la prueba tenga distribución muestral normal. Cuando en alguna prueba de hipótesis se consideren niveles de significancia diferentes a los que aparecen en la tabla mencionada, resulta necesario emplear la de áreas bajo la curva normal estándar.

TABLA 14.1 VALORES CRITICOS DE z

Nivel de significancia, α	Valores de z para pruebas de una cola	Valores de z para pruebas de dos colas
0.1	−1.281 o 1.281	−1.645 y 1.645
0.05	−1.645 o 1.645	−1.960 y 1.960
0.01	−2.326 o 2.326	−2.575 y 2.575
0.005	−2.575 o 2.575	−2.810 y 2.810

15. Pruebas de una y de dos colas

En la prueba de hipótesis del ejemplo anterior, la región de rechazo de la hipótesis nula quedó en ambos extremos (colas) de la distribución muestral de la estadística involucrada en la prueba; a las pruebas de este tipo se les denomina *pruebas de dos colas*. Cuando la región de rechazo se encuentra solamente en un extremo de la distribución muestral en cuestión, se les llama *pruebas de una cola*.

Las pruebas de dos colas se presentan cuando en la hipótesis alternativa aparece el signo $\neq$ (diferente de), como en el siguiente caso

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S \neq \mu_1$$

en donde μ_S es la media de la estadística S, y μ_1 es un valor fijo.

En los casos

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S < \mu_1$$

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S > \mu_1$$

las pruebas resultan de una cola.

16. Pruebas de hipótesis para la media

Para el caso de una población infinita (o finita en que se muestree con remplazo), cuya desviación estándar σ se conoce o se puede estimar adecuadamente, si se tiene que la estadística S obtenida de la muestra es el promedio aritmético, entonces la media de su distribución muestral es $\mu_S = \mu_{\bar{X}} = \mu$, y su desviación estándar es $\sigma_S = \sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$, en donde μ y σ son, respectivamente, la media y la desviación estándar de la variable aleatoria X asociada a la población, y n es el tamaño de la muestra. En tal caso, si $\bar{X}$ tiene distribución normal, la variable estandarizada correspondiente será

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Para el caso de muestreo sin remplazo de población finita, se tiene que $\sigma_S = \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$, en donde N_p es el tamaño de la población, por lo que la variable estandarizada será

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}}$$

En los dos casos anteriores, el valor de Z correspondiente al de $\bar{X}$ de la muestra es el que se debe comparar con el valor crítico correspondiente al nivel de significancia fijado, para así aceptar o no la hipótesis nula (prueba de una cola). Si se trata de una prueba de dos colas, el valor de Z se debe comparar con los dos valores críticos que corresponden al valor de α seleccionado. En cualquiera de los casos anteriores, el valor o valores críticos se pueden obtener de la tabla 14.1, para valores comunes de α.

Ejemplo 16.1

Se sabe que el promedio de calificaciones de una muestra aleatoria de tamaño 100 de los estudiantes de tercer año de ingeniería civil es de 7.6, con una desviación estándar de 0.2. Si μ denota la media de la población de esas calificaciones, X, y si se supone que $\bar{X}$ tiene distribución normal, probar la hipótesis

$\mu = 7.65$ en contra de la hipótesis alternativa $\mu \neq 7.65$, usando un nivel de significancia de

a. 0.05

b. 0.01

Para la solución se deben considerar las hipótesis

$$H_0 : \mu = 7.65$$
$$H_1 : \mu \neq 7.65$$

Puesto que $\mu \neq 7.65$ incluye valores menores y mayores de 7.65, se trata de una prueba de dos colas.

La estadística bajo consideración es el promedio aritmético, $\bar{X}$, de la muestra, que se supone extraída de una población infinita. La distribución muestral de $\bar{X}$ tiene media $\mu_{\bar{X}} = \mu$, y desviación estándar $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$, en donde μ y σ denotan, respectivamente, la media y la desviación estándar de la población de calificaciones.

Bajo la hipótesis H_0 (considerándola verdadera), se tiene que

$$\mu_{\bar{X}} = 7.65 = \mu.$$

y utilizando la desviación estándar de la muestra como una estimación de σ, lo cual se supone razonable por tratarse de una muestra grande,

$$\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 0.2/\sqrt{100} = 0.2/10 = 0.02$$

a. Para la prueba de dos colas a un nivel de significancia de 0.05 se establece la siguiente regla de decisión

Aceptar H_0 si el valor Z correspondiente al valor del promedio de la muestra se encuentra dentro del intervalo de -1.96 a 1.96 (tabla 14.1). En caso contrario, rechazar H_0.

Puesto que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7.6 - 7.65}{0.02} = -2.5$$

se encuentra fuera del rango de -1.96 a 1.96, se rechaza la hipótesis H_0 a un nivel de significancia de 0.05.

b. Si el nivel de significancia es 0.01, el intervalo de -1.96 a 1.96 de la regla de decisión del inciso a se remplaza por el de -2.58 a 2.58 tabla (14.1). Entonces, puesto que el valor muestral $Z = -2.5$ se encuentra dentro de este intervalo, se acepta la hipótesis H_0 a un nivel de significancia de 0.01.

Ejemplo 16.2

La resistencia media a la ruptura de cables de acero fabricados por la empresa X es de 905 kg. Una empresa consultora sugiere a X que cambie su proceso de manufactura, con lo cual incrementará la resistencia de sus cables. Se prueba el nuevo proceso, y se extrae una muestra aleatoria de 50 cables, obteniéndose para ellos una resistencia promedio de 926 kg, con des-

viación estándar igual a 42 kg. ¿Se puede considerar que el nuevo proceso realmente incrementa la resistencia, con un nivel de confianza de 99%?

En este caso, se debe plantear una prueba de hipótesis de una cola, para la cual

$$H_0 : \mu = 905 \text{ kg}$$

$$H_1 : \mu > 905 \text{ kg}$$

Puesto que el tamaño de la muestra es suficientemente grande, se puede aproximar la distribución muestral de la resistencia promedio mediante una normal, y estimar el valor de σ de la población mediante S_X de la muestra.

Considerando a la población infinita, y suponiendo como verdadera a H_0, se tiene que

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 905 \text{ kg}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{42}{\sqrt{50}} = 5.94$$

Para la prueba de una cola a un nivel de significancia de $\alpha = 1 - (1 - \alpha) = 1 - 0.99 = 0.01$, la regla de decisión es

Aceptar H_0 si el valor estandarizado de $\bar{X}$ de la muestra es menor o igual a $Z_c = 2.326$ (tabla 14.1); en caso contrario, rechazar H_0.

En virtud de que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{926 - 905}{5.94} = 3.535$$

es mayor de 2.326, se rechaza H_0 a un nivel de significancia de 1%, concluyéndose que en realidad el nuevo proceso sí incrementa la resistencia de los cables.

17. Pruebas de diferencias de medias

Sean $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ los promedios aritméticos obtenidos de dos muestras de tamaños n_X y n_Y, extraídas respectivamente de dos poblaciones con medias μ_X y μ_Y, y desviaciones estándar σ_X y σ_Y. Se trata de probar la hipótesis nula, H_0, de que no existe diferencia entre las medias, es decir, que $\mu_X = \mu_Y$. Si n_X y n_Y son suficientemente grandes (≥ 30), la distribución muestral de las diferencias de los promedios es aproximadamente normal. Dicha distribución muestral es rigurosamente normal si las variables aleatorias X y Y asociadas a la población tienen distribución normal, aunque n_X y n_Y sean menores de 30. Para esta distribución muestral, la variable estandarizada Z, que se compara con los valores críticos correspondientes, se encuentra dada por

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \mu_{\bar{X}-\bar{Y}}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - 0}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}}$$

con la cual se puede probar la hipótesis nula H_0 en contra de otras hipótesis alternativas, H_1, a un nivel apropiado de significancia.

Ejemplo 17.1

En el laboratorio de pruebas de una empresa fabricante de aparatos electrónicos se ensayaron dos marcas de transistores, A y B, de características similares, con objeto de comprobar su ganancia de voltaje. Se tomaron muestras aleatorias de 100 transistores de cada marca, arrojando una ganancia promedio de 31 decibeles, con desviación estándar de 0.3 decibeles para la marca A, y 30.9 decibeles de ganancia promedio, con desviación estándar de 0.4 decibeles para la otra. ¿Existe una diferencia significativa entre las ganancias en voltaje de los transistores a un nivel de significancia de

a. 0.05

b. 0.01?

Si μ_A y μ_B son las medias respectivas de las dos poblaciones infinitas a las que corresponden las muestras, la prueba de hipótesis adopta la forma siguiente:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

Entonces, el valor de Z es, bajo la hipótesis H_0:

$$Z = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{31 - 30.9}{\sqrt{\frac{(0.3)^2}{100} + \frac{(0.4)^2}{100}}} = 2$$

a. Puesto que se trata de una prueba de dos colas a un nivel de significancia de 0.05, la diferencia es significativa si el valor de Z se encuentra fuera del intervalo de -1.96 a 1.96. Como este es el caso, puede concluirse que efectivamente existe diferencia significativa en la ganancia en voltaje de los transistores.

b. Si la prueba es a un nivel de significancia de 0.01, la diferencia es significativa si Z se encuentra fuera del rango de -2.58 a 2.58. Partiendo del hecho de que $Z = 2$, la diferencia entre las ganancias es producto del azar, y se acepta la hipótesis de que ambos tipos de transistores tienen igual ganancia media en voltaje a un nivel de confianza de 99 por ciento.

Ejemplo 17.2

La estatura promedio de 50 estudiantes varones tomados al azar que participan en actividades deportivas es de 173 cm, con desviación estándar de 6.3 cm. Otra muestra aleatoria de 50 estudiantes varones que no participan en ese tipo de actividades tiene promedio de estatura igual a 171 cm, con desviación estándar igual a 7.1 cm. Probar la hipótesis de que los estudiantes varones que practican deportes son más altos que los que no lo hacen, a un nivel de significancia de 0.05.

Se debe decidir entre las hipótesis

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y$$

$$H_1 \quad \mu_X > \mu_Y$$

siendo X la variable aleatoria asociada a la población infinita de estaturas de alumnos que practican deportes, y Y la asociada a la de estudiantes que no lo hacen, que también es infinita.

Bajo la hipótesis H_0, se tiene que

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = 0$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}} = \sqrt{\frac{(6.3)^2}{50} + \frac{(7.1)^2}{50}} = 1.3424$$

Entonces, el valor de Z es

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{173 - 171}{1.3424} = \frac{2}{1.3424} = 1.489$$

Puesto que se trata de una prueba de hipótesis de una cola, a un nivel $\alpha = 0.05$, se rechazaría H_0 si el valor de Z muestral fuera mayor del valor crítico para dicho nivel, el cual es $Z_c = 1.645$. Puesto que $Z < Z_c$, en este caso se concluye que la diferencia en las estaturas de ambos grupos de estudiantes se debe únicamente al azar.

3.4 Muestras pequeñas

Como ya se indicó, para muestras grandes ($n > 30$) las distribuciones muestrales de muchas estadísticas son aproximadamente normales, siendo tanto mejor la aproximación cuanto mayor es el tamaño de n. Sin embargo, cuando se trata de muestras en las que $n < 30$, llamadas *muestras pequeñas*, la aproximación no es suficientemente buena, por lo que resulta necesario introducir una teoría apropiada para su estudio.

Al estudio de las distribuciones muestrales de las estadísticas para muestras pequeñas se le llama *teoría estadística de las muestras pequeñas*. Existen al respecto tres distribuciones importantes: *Ji cuadrada, F y t de Student.*

3.4.1 Distribución *Ji* cuadrada (χ^2)

Hasta ahora solo se ha tratado la distribución muestral de la media. En esta sección se verá lo concerniente a la distribución muestral de la variancia, S_X^2, para muestras aleatorias extraídas de poblaciones normales. Puesto que S_X no puede ser negativa, es de esperarse que su distribución muestral no sea una curva normal, ya que esta

tiene ordenadas mayores de cero en el lado de las abscisas negativas. De hecho, la estadística S_X^2 se puede estudiar si se consideran muestras aleatorias de tamaño n extraídas de una población normal con desviación estándar σ_X y si para cada muestra se calcula el valor de la estadística.

$$\chi^2 = \frac{n\, S_X^2}{\sigma^2} \tag{3.14}$$

donde S_X^2 es la variancia de la muestra.

El número de grados de libertad, ν, de una estadística se define como

$$\nu = n - k$$

siendo n el tamaño de la muestra y k el número de parámetros de la población que deben estimarse a partir de ella.

La distribución muestral de la estadística χ^2 está dada por la ecuación

$$f(\chi^2) = U\, \chi^{\nu-2}\, e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$

en la que U es una constante que hace que el área total bajo la curva resulte igual a uno, y $\nu = n - 1$ es el número de grados de libertad. Esta distribución se llama *Ji cuadrada*, misma que se presenta en la fig 21 para distintos valores de ν.

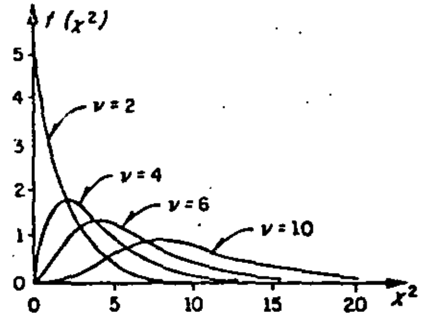


Fig 21. Distribución Ji cuadrada para distintos valores de ν

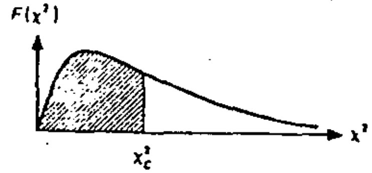


TABLA 8. VALORES CRITICOS χ_c^2

ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.016	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.76	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.483	.297	.207
5	16.7	15.2	12.8	11.15	9.2	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.413
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.18	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.35	7.57	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.3	26.2	23.2	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.2	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
15	32.7	30.6	27.5	25.1	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.25	5.22	4.60
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	16.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.73	10.1	8.91	7.63	6.84
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.45	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43
21	41.4	38.8	35.6	32.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.90	8.02
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.5	13.15	11.5	10.5
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5
29	52.3	49.6	45.7	42.5	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.7	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	43.0	37.7	34.8	32.4	29.7	28.0
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.12	82.4	77.9	74.2	70.1	67.3

No obstante que la distribución Ji cuadrada solo se ha presentado en el estudio de las muestras pequeñas, cabe aclarar que es válida para aquellas mayores de 30 si la variable aleatoria involucrada tiene distribución normal.

3.4.1.1 Intervalo de confianza para la variancia

Tal como se hizo para la distribución normal, se pueden establecer intervalos de confianza para la variancia de la población en términos de la variancia de una muestra extraída de ella, a un nivel de confianza dado $1 - \alpha$, si se hace uso de los valores críticos χ_c^2 de la tabla 8. Por lo tanto, un intervalo de confianza para la estadística χ^2, estaría dado por :

$$\chi^2_{c'} < \frac{n\,S_X^2}{\sigma^2} < \chi^2_c$$

donde $\chi^2_{c'}$ y χ^2_c son los valores críticos para los cuales el $(1 - \alpha)/2$ por ciento del área se encuentra en los extremos izquierdo y derecho de la distribución, respectivamente.

Con base en lo anterior, se concluye que

$$\frac{n\,S_X^2}{\chi^2_c} < \sigma^2 < \frac{n\,S_X^2}{\chi^2_{c'}}$$

es un intervalo de confianza para estimar a σ^2 a un nivel de confianza $1 - \alpha$.

23

3.4.1.2 Prueba de hipótesis para la variancia

La prueba de hipótesis para la variancia de una población normal se efectúa calculando el valor de la estadística χ^2 y estableciendo las hipótesis H_0 y H_1 apropiadas, es decir, se adoptan reglas de decisión similares a las usadas para la estadística Z.

Ejemplo

La variancia del tiempo de elaboración de cierto producto es igual a 40 min; sin embargo, su proceso de manufactura se modifica y se toma una muestra de

43

veinte tiempos, para la cual la variancia resulta ser igual a 62 min. ¿Es significativo el aumento del tiempo de elaboración a un nivel de significancia de

a) 0.05

b) 0.01?

Se debe decidir de entre las hipótesis

$$H_0 : \sigma^2 = 40 \text{ min}$$

$$H_1 : \sigma^2 > 40 \text{ min}$$

Suponiendo que la hipótesis nula es correcta, el valor de la estadística χ^2 para la muestra considerada es

$$\chi^2 = \frac{n S_X^2}{\sigma^2} = \frac{(20)(62)}{40} = 31$$

a) Como se trata de una prueba de una cola, la hipótesis H_0 se rechazaría si el valor de la estadística χ^2 fuera mayor que el de χ^2 para un nivel de significancia igual a 0.05, el cual, para $\nu = 20 - 1 = 19$ grados de libertad resulta ser 30.1 (tabla 8). Como $31 > 30.1$, H_0 se rechaza a un nivel de significancia de 0.05.

b) En este caso, el valor de χ^2 para un nivel de significancia de 0.01 y 19 grados de libertad es igual a 36.2. Puesto que $31 < 36.2$, se acepta H_0 a un nivel de significancia de 0.01.

3.4.2 Distribución F

Al efectuar la prueba de hipótesis de igualdad de medias para muestras pequeñas, en la siguiente sección se supondrá que las variancias de las poblaciones a las que corresponden tales muestras son iguales. Por lo tanto, es necesario probar antes si tal suposición es correcta. Para ello, debe considerarse que si S_X^2, n_X y S_Y^2, n_Y son respectivamente la variancia y el tamaño de dos muestras extraídas de poblaciones normales que tienen igual variancia, entonces

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \tag{3.15}$$

TABLA 9. VALORES F_c PARA α = 0.01

ν_2 = Grados de libertad del denominador	ν_1 = Grados de libertad del numerador																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4.052	5.000	[illegible]	5.625	5.764	5.859	5.928	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339	6.366
2	98.50	99.00	[illegible]	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	[illegible]
3	34.10	30.80	[illegible]	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.30	26.20	[illegible]
4	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.50	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.60	13.50
5	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.70	10.90	9.77	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	[illegible]
7	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.17	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.60	8.02	6.99	6.42	6.06	5.81	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.00	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.64	7.22	6.22	5.68	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	[illegible]	[illegible]	3.78	[illegible]	[illegible]
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	[illegible]
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.95	[illegible]
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.43	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.40	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	[illegible]
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.03	5.79	4.87	4.36	4.04	3.81	3.64	3.50	3.41	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	[illegible]
22	7.95	5.72	4.83	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	[illegible]	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.45	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	[illegible]	5.39	[illegible]	[illegible]	3.70	3.46	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.71	2.54	2.47	2.39	2.29	2.20	2.11	[illegible]
40	[illegible]	5.18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.29	[illegible]	2.99	[illegible]	2.80	2.66	[illegible]	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	[illegible]
60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.12	[illegible]	2.82	[illegible]	[illegible]	2.50	[illegible]	[illegible]	2.12	[illegible]	1.94	1.84	1.73	[illegible]
120	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.47	2.34	2.19	2.03	[illegible]	[illegible]	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.51	[illegible]	2.32	2.18	2.04	1.88	[illegible]	[illegible]	1.59	1.47	1.32	1.00

resulta ser el valor de una variable aleatoria (estadística) que tiene distribución F, con parámetros $\nu_X = n_X - 1$ y $\nu_Y = n_Y - 1$. Esta distribución (fig 22) cuenta con dos parámetros, ν_X y ν_Y, que son los grados de libertad que corresponden a la variancia del numerador y del denominador de la ec 3.15, respectivamente. Cuando se hace referencia a una distribución F en particular, siempre se dan primero los grados de libertad para la variancia del numerador; es decir, $F(\nu_X, \nu_Y)$. En la tabla 9 se presentan los valores críticos F_c para distintos valores de ν_X y ν_Y y un nivel de significancia de 0.01. Cuando los grados de libertad ν_X o ν_Y no se encuentren en dicha tabla, el valor de F se puede obtener mediante interpolación lineal. Si se desea probar la hipótesis a otros niveles de significancia, es factible emplear las tablas de la distribución F (refs 9 y 11).

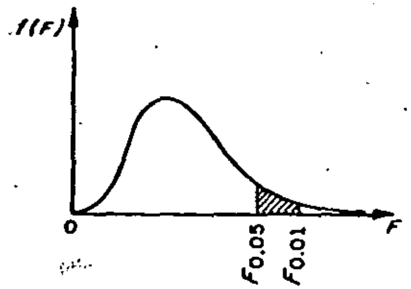


Fig 22. Distribución F.

De acuerdo con lo anterior, se puede probar la hipótesis nula

$$H_0: \ \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$$

en contra de alguna hipótesis alternativa adecuada haciendo uso del hecho de que el cociente S_X^2/S_Y^2 es una estadística que tiene distribución F.

Ejemplo

Una empresa manufacturera de cartón prensado va a decidir acerca del empleo de una prensadora A o una B a fin de obtener un grosor determinado en su producto. El problema estriba en que ambas prensadoras proporcionan grosores muy similares, es decir, que la variancia de los grosores para las dos máquinas es la misma. Para decidir acertadamente, se toma una muestra aleatoria de 31 cartones prensados por la máquina A y otra de 41 por la B. Como las variancias del grosor para los cartones de las muestras resultan ser de 12 y de 5 micras, respectivamente, se establecen las hipótesis

$$H_0: \ \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

$$H_1: \ \sigma_A^2 > \sigma_B^2$$

con objeto de probarlas a un nivel de significancia de 0.01.

El valor de la estadística F resulta

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} = \frac{12}{5} = 2.4$$

Puesto que $\nu_A = 31 - 1 = 30$ y $\nu_B = 41 - 1 = 40$, en la tabla 9 se puede ver que para un nivel de significancia de 0.01 el valor, F_c, de $F(30, 40)$ es 2.11. De acuerdo con estos valores, la hipótesis H_0 se rechazaría si el valor de F fuera mayor que F_c (30, 40).

Puesto que lo anterior resulta ser cierto, se rechaza H_0, concluyéndose que la prensadora B sería la mejor elección.

3.4.3 Distribución t de Student

Si se consideran muestras de tamaño n extraídas de una población normal con media μ y variancia desconocida, para cada muestra se puede calcular la estadística T definida mediante la fórmula

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S_X} \sqrt{n - 1} \qquad (3.16)$$

donde $\overline{X}$ es el promedio y S_X la desviación estándar de la muestra.

La distribución muestral de T (fig 23) está dada por la ecuación

$$f(t) = \frac{U}{\left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{(\nu+1)/2}}$$ ← T: va de exponente

en la que U es una constante que hace que el área bajo la curva sea igual a uno, y $\nu = n - 1$ es el número de grados de libertad.

25

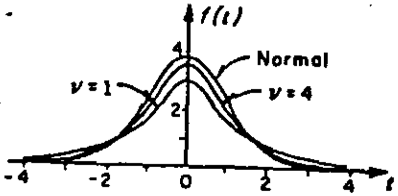


Fig 23. Distribución t de Student para distintos valores de ν

En la fig 23 se aprecia que conforme ν (o n, el tamaño de la muestra) aumenta, la distribución de $f(t)$ se aproxima a la distribución normal.

3.4.3.1 Límites e intervalos de confianza

De manera similar a como se hizo con la distribución normal, es posible estimar los límites de confianza de la media, μ, de una población mediante los *valores críticos*, t_c, de la distribución t, que dependen del tamaño de la muestra y del nivel de confianza deseado, encontrándose dichos valores en la tabla 10.

Así pues,

$$- t_c < \frac{\bar{X} - \mu}{S_X} \sqrt{n - 1} < t_c$$

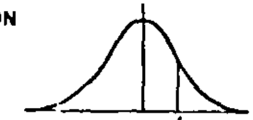
representa un intervalo de confianza para t, a partir del cual se puede estimar que μ se encuentra dentro del intervalo

$$\bar{X} - t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{X} + t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}}$$

En términos generales, los límites de confianza para la media de la población se representan como

$$\bar{X} \pm t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}}$$

TABLA 10. VALORES t_c PARA LA DISTRIBUCION t DE STUDENT



ν	$t_{.995}$	$t_{.99}$	$t_{.975}$	$t_{.95}$	$t_{.90}$	$t_{.80}$	$t_{.75}$	$t_{.70}$	$t_{.60}$	$t_{.55}$
1	63.66	31.82	12.71	6.31	3.07	1.376	1.000	.727	.325	.158
2	9.92	6.96	4.30	2.92	1.89	1.061	.816	.617	.289	.142
3	5.84	4.54	3.18	2.35	1.64	.978	.765	.584	.275	.138
4	4.60	3.75	2.78	2.13	1.53	.941	.741	.569	.271	.134
5	4.04	3.36	2.58	2.02	1.48	.920	.727	.560	.267	.132
6	3.71	3.14	2.45	1.94	1.44	.906	.718	.553	.265	.131
7	3.50	3.00	2.36	1.91	1.43	.896	.711	.549	.263	.130
8	3.36	2.90	2.31	1.86	1.40	.889	.706	.546	.262	.130
9	3.25	2.82	2.26	1.83	1.38	.883	.703	.543	.261	.129
10	3.17	2.76	2.23	1.81	1.37	.879	.700	.542	.260	.129
11	3.11	2.72	2.20	1.80	1.36	.876	.697	.540	.260	.129
12	3.06	2.68	2.18	1.78	1.36	.873	.695	.539	.259	.128
13	3.01	2.65	2.16	1.77	1.36	.871	.694	.538	.259	.128
14	2.98	2.62	2.14	1.76	1.34	.868	.693	.537	.258	.128
15	2.95	2.61	2.13	1.75	1.34	.866	.691	.536	.258	.128
16	2.92	2.58	2.12	1.75	1.34	.865	.690	.535	.258	.128
17	2.90	2.57	2.11	1.74	1.33	.863	.689	.534	.257	.128
18	2.88	2.55	2.10	1.73	1.33	.862	.688	.534	.257	.128
19	2.87	2.54	2.09	1.73	1.33	.861	.688	.533	.257	.127
20	2.84	2.53	2.09	1.72	1.32	.860	.687	.533	.257	.127
21	2.83	2.52	2.08	1.72	1.32	.859	.686	.532	.256	.127
22	2.82	2.51	2.07	1.72	1.32	.858	.686	.532	.256	.127
23	2.81	2.50	2.07	1.71	1.32	.858	.685	.532	.256	.127
24	2.80	2.49	2.06	1.71	1.32	.857	.685	.531	.256	.127
25	2.79	2.48	2.06	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
26	2.78	2.48	2.05	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
27	2.77	2.47	2.05	1.71	1.31	.855	.683	.531	.256	.127
28	2.76	2.47	2.05	1.70	1.31	.855	.683	.530	.256	.127
29	2.76	2.46	2.04	1.70	1.31	.854	.683	.530	.256	.127
30	2.75	2.46	2.04	1.70	1.30	.853	.683	.530	.256	.127
40	2.70	2.43	2.02	1.68	1.30	.851	.681	.529	.255	.126
60	2.66	2.39	2.00	1.67	1.30	.848	.679	.528	.254	.126
120	2.62	2.36	1.98	1.66	1.29	.845	.677	.526	.254	.126
∞	2.58	2.33	1.96	1.645	1.28	.842	.674	.524	.253	.126

3.4.3.2 Pruebas de hipótesis

La prueba de hipótesis para la media de una población se puede efectuar con muestras pequeñas en forma análoga a la de muestras de tamaño mayor de 30 si en lugar de utilizar a la estadística Z se emplea la T. Entonces, si se consideran dos muestras aleatorias cuyos tamaños, desviaciones estándar y promedios son n_X, S_X, $\bar{X}$ y n_Y, S_Y, $\bar{Y}$, respectivamente, extraídas de poblaciones normales de igual variancia ($\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$), se puede probar la hipótesis, H_0, de que las muestras provienen de una misma población, es decir, de que también sus medias son iguales, utilizando la estadística T definida por

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\epsilon \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} \qquad (3.17)$$

donde

$$\epsilon = \sqrt{\frac{n_X S_X^2 + n_Y S_Y^2}{n_X + n_Y - 2}} \qquad (3.18)$$

cuya distribución es la t de Student, con $\nu = n_X + n_Y - 2$ grados de libertad.

Ejemplo

Conforme al plan de desarrollo agrícola de una región, se probó un nuevo fertilizante para maíz. Para ello se escogieron 24 ha de terreno, aplicándose dicho producto a la mitad de ellas. El promedio de producción de maíz en la zona que se usó fertilizante fue de 5.3 ton, con una desviación estándar de 0.40 ton, en tanto que en la otra zona el promedio fue de 5.0 ton, con desviación estándar de 0.36 ton.

De acuerdo con los resultados, ¿se puede concluir que existe un aumento significativo en la producción de maíz al usar fertilizante, si se utiliza un nivel de significancia de

a) 0.01

b) 0.05?

Solución

Para probar la hipótesis de igualdad de medias es indispensable saber primero si las muestras provienen de dos poblaciones normales de igual variancia. En ese caso, si σ_X^2 y σ_Y^2 denotan a las variancias de la producción de maíz en la zona tratada y en la no tratada, respectivamente, se debe probar la hipótesis nula H_0: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ en contra de la hipótesis alternativa H_1: $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ a los dos niveles de significancia establecidos.

El valor de la estadística F es, de la ec 3.15,

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} = \frac{(0.40)^2}{(0.36)^2} = 1.27$$

y el valor crítico de F (11, 11), obtenido de la tabla 9 mediante interpolación lineal, resulta 4.47. Por lo tanto, como $1.27 < 4.47$, se acepta la hipótesis nula a un nivel de significancia de 0.01.

El valor crítico de F (11, 11) a un nivel de significancia de 0.05 (ref 9) es 2.82, de ahí que como $1.27 < 2.82$, también se acepta la hipótesis H_0.

Con base en lo anterior, se debe decidir entre las hipótesis

H_0: $\mu_X = \mu_Y$ (la diferencia en los promedios se debe al azar)

H_1: $\mu_X > \mu_Y$ (el fertilizante mejora la producción)

Bajo la hipótesis H_0, se tiene que

$$\epsilon = \sqrt{\frac{n_X S_X^2 + n_Y S_Y^2}{n_X + n_Y - 2}} = \sqrt{\frac{12(0.40)^2 + 12(0.36)^2}{12 + 12 - 2}} = 0.397$$

por lo cual

$$t = \frac{5.3 - 5.0}{0.397 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}} = 1.85$$

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

EJEMPLO DEL EMPLEO DE LAS GRAFICAS $\overline{X}$ y R

ING. CARLOS JAVIER MENDOZA

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

I. DECISIONES PREPARATORIAS A LAS GRAFICAS DE CONTROL

A. ALGUNOS OBJETIVOS POSIBLES DE LAS GRAFICAS
B. SELECCION DE LA VARIABLE
C. DECISION DE LA BASE DE SUBAGRUPACION
D. DECISION SOBRE EL TAMAÑO Y LA FRECUENCIA DE LOS SUBGRUPOS
E. ESTABLECIMIENTO DE LAS FORMAS PARA REGISTRAR LOS DATOS
F. DETERMINACION DEL METODO DE MEDICION

II. INICIACION DE LAS GRAFICAS DE CONTROL

A. HACER LAS MEDICIONES
B. REGISTRAR LAS MEDIDAS Y OTROS DATOS PERTINENTES
C. CALCULAR EL PROMEDIO $\overline{X}$ PARA CADA SUBGRUPO
D. CALCULAR LA AMPLITUD R PARA CADA SUBGRUPO
E. TRAZAR LA GRAFICA $\overline{X}$
F. TRAZAR LA GRAFICA R

III. DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL TENTATIVOS

A. DECISION SOBRE EL NUMERO REQUERIDO DE SUBGRUPO ANTES DE CALCULAR LOS LIMITES DE CONTROL
B. CALCULO DE $\overline{R}$, EL PROMEDIO DE LAS AMPLITUDES
C. CALCULO DE LOS LIMITES DE CONTROL SUPERIOR E INFERIOR PARA R
D. CALCULO DE $\overline{X}$, EL PROMEDIO DE LOS VALORES $\overline{X}$
E. CALCULO DE LOS LIMITES DE CONTROL SUPERIOR E INFERIOR PARA $\overline{X}$
F. TRAZO DE LAS LINEAS CENTRALES Y LIMITES SOBRE GRAFICAS

IV. EXTRACCION PRELIMINAR DE CONCLUSIONES A PARTIR DE LAS GRAFICAS

A. INDICACION DE CONTROL O FALTA DE EL
B. RELACION APARENTE ENTRE LO QUE ESTA HACIENDO EL PROCESO Y LO QUE SE SUPONE QUE DEBE HACER
C. ACCIONES SUGERIDAS POR LA GRAFICA DE CONTROL

V. CONTINUACION DEL USO DE LAS GRAFICAS

A. REVISION DE LA LINEA CENTRAL Y LOS LIMITES DE CONTROL PARA R

2

B. REVISION DE LA LINEA CENTRAL Y LOS LIMITES DE CONTROL PARA $\bar{X}$

C. USO DE LAS GRAFICAS PARA ACCION SOBRE EL PROCESO

D. USO DE LAS GRAFICAS PARA ACEPTACION

E. USO DE LAS GRAFICAS PARA ACCION SOBRE LAS ESPECIFICACIONES.

3

HOJA DE DATOS PARA LA GRAFICA DE CONTROL $\bar{X}$ y R

Producto Bloque terminado Dept. No. 78 Pedido No. 54321

Caraterística Espesor de la ranura

Unidad de medida 0.0001 plg sobre 0.8000

Límites especificados: 0.8800 plg máx; 0.8750 plg mín

Subgrupo No.	1	2	3	4	5	6	7
a	772	756	756	744	802	783	747
b	804	787	773	780	726	807	766
c	779	733	722	754	748	791	753
d	719	742	760	774	758	762	758
e	777	734	745	774	744	757	767
Total	3851	3752	3756	3826	3778	3900	3791
Promedio $\bar{X}$	770	750	751	765	756	780	758
Amplitud R	85	54	51	36	76	50	20
Fecha u hora	3/7	3/7	3/7	3/8	3/8	3/8	3/9
Subgrupo No.	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
a	788	757	713	716	746	749	771
b	750	747	730	730	727	762	767
c	784	741	710	752	763	778	785
d	769	746	705	735	734	787	772
e	762	747	727	751	730	771	765
Total	3853	3738	3585	3684	3700	3847	3860
Promedio $\bar{X}$	771	748	717	737	740	769	772
Amplitud R	38	16	25	36	36	38	20
Fecha u hora	3/9	3/9	3/10	3/10	3/10	4/2	4/2
Subgrupo No.	**15**	**16**					
a	771	767					
b	758	769					
c	769	770					
d	770	794					
e	771	786					
Total	3839	3886					
Promedio $\bar{X}$	768	777					
Amplitud R	13	27					
Fecha u hora	4/3	4/3					

	$\bar{X}$	R
1	770	85
2	750	54
3	751	51
4	765	36
5	756	76
6	780	50
7	758	20
8	771	38
9	748	16
10	717	25
11	737	36
12	740	36
13	769	38
14	772	20
15	768	13
16	777	27
	12,129	621

Cálculo de límites

$\bar{\bar{X}} = 12{,}129 \div 16 = 758$

$\bar{R} = 621 \div 16 = 39$

$A_2\bar{R} = .58(39) = 23$

$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 758 + 23 = 781$

$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 758 - 23 = 735$

$LSC_R = D_4\bar{R} = 2.11(39) = 82$

$LIC_R = D_3\bar{R} = 0$

FIG. 6-7. Hoja de datos $\bar{X}$ y R para el ejemplo 6-2

de las razones del problema. Puesto que la mayor parte de los rechazos se debían a fallas en llenar las tolerancias dimensionales, se decidió tratar de encontrar las causas de los problemas mediante el uso de gráficas $\bar{X}$ y R.

Estas gráficas, que por supuesto requirieron una medición real de las dimensiones, serían usadas solamente para aquellas dimensiones que estaban causando rechazos numerosos. Entre muchas otras dimensiones, las seleccionadas para las gráficas de control fueron las que presentaron costos más

4

mensión con una tolerancia unilateral, debido a los requerimientos de ensamble del bloque terminal; era esencial que el ancho de la ranura fuera, al menos, 0.8750 plg y era conveniente que fuese lo más cercana posible a 0.8750.

La mayoría de las partes de aeroplano producidas en este taller mecánico, eran grandes partes fabricadas en lotes de tamaño que variaba desde unos cuantos cientos hasta varios miles. Se consideraba que, por motivos prácticos, se exigía una decisión sencilla acerca del método de subagrupación y el tamaño y la frecuencia de las muestras, para aplicarse a todas las gráficas $\bar{X}$ y R que se usasen. Un factor limitante era el bajo número de personal disponible para la inspección necesaria de las gráficas de control, en relación con el número de gráficas de control que se deseaba mantener. Sobre esta base, se decidió que para cada gráfica la muestra inspeccionada sería de aproximadamente 5% de la producción total de la parte en cuestión. Debido a las muchas consideraciones generales que favorecían el número cinco como tamaño de los subgrupos, se adoptó éste. Se consideró asencial que, siempre que fuese posible, todas las mediciones se hicieran en el punto de producción. Como no era posible acumular lotes de cinco de estas grandes partes en la máquina, se decidió que se midiera una parte aproximadamente de cada 20 producidas, y que un subgrupo consistiría de cinco de tales mediciones.

El tipo de forma usado para registrar los datos se ilustra en la Fig. 6-7 Fue seleccionado como resultado de la decisión de medir muchas de las dimensiones hasta la diezmilésima de pulgada más cercana. Se consideró que con tantas cifras significativas se podrían introducir errores y demoras para cualquier tipo de forma que exigiera demasiada aritmética mental. Si las mediciones se hubiesen efectuado solamente hasta las milésimas de pulgada, el otro tipo de forma hubiese resultado apropiado. Esto se ilustra en la

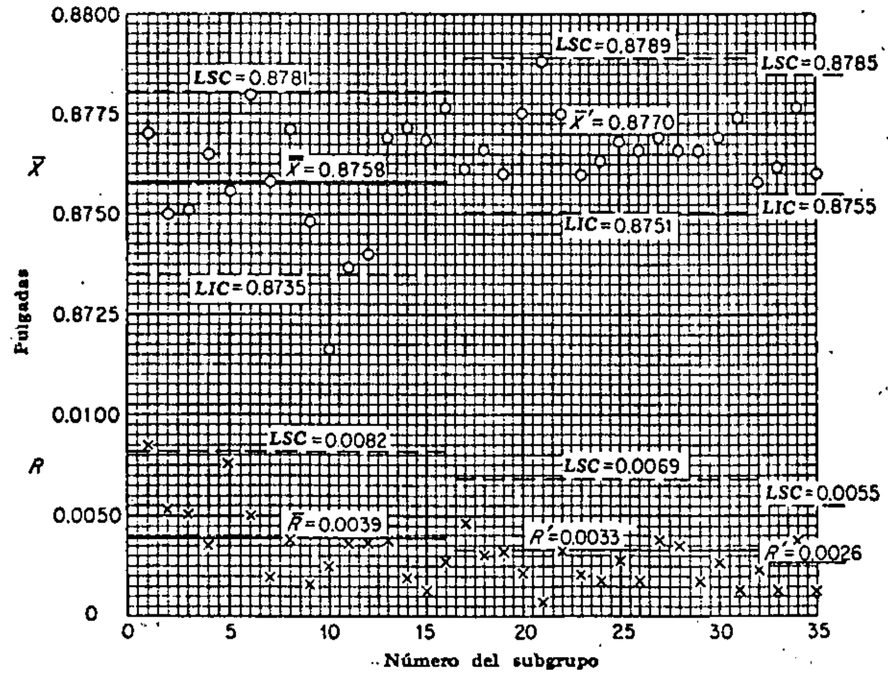


FIG. 6-9. Gráficas de control $\bar{X}$ y R para el Ej. 6-2

5

SUBGRUPOS DEL 17 AL 32

	$\bar{X}$	R
17	761	47
18	766	31
19	700	32
20	775	22
21	788	7
22	775	32
23	760	21
24	763	18
25	768	27
26	766	17
27	769	38
28	766	35
29	766	17
30	769	26
31	774	14
32	758	24
	12 284	408

$$\bar{\bar{X}} = \frac{12\,284}{16} = 768$$

$$\bar{R} = \frac{408}{16} = 26$$

EJEMPLO: MAQUINADO DE UNA RANURA EN UN BLOQUE TERMINAL DE AEROPLANO

I. DECISIONES PREPARATORIAS

A. ALGUNOS OBJETIVOS
EVITAR LOS ALTOS PORCENTAJES DE RECHAZO

B. SELECCION DE LA VARIABLE
DIFICULTADES EN CUMPLIR CON TOLERANCIAS DIMENSIONALES.
ELECCION DE LAS QUE CAUSAN MAS PROBLEMAS DE RECHAZO; LAS QUE PRESENTARON COSTOS MAS ALTOS DE DESPERDICIOS Y REPROCESADO Y LAS QUE DEMORABAN LAS OPERACIONES DE MONTAJE

C. BASE DE LA SUBAGRUPACION
TOMAR MUESTRAS DEL 5% DE LA PRODUCCION TOTAL

D. TAMAÑO Y FRECUENCIA DE LOS SUBGRUPOS
SE ELIGIO 5 VENTAJAS DE ESTE TAMAÑO.

SE DECIDIO TOMAR MEDICIONES A UNA DE CADA 20 UNIDADES PRODUCIDAS

E. ESTABLECIMIENTO DE LA FORMA DE REGISTRO

F. DETERMINACION DE LOS METODOS DE MEDICION
MEDICIONES HASTA 0.0001". SE HACIAN DOS MEDICIONES DEL ANCHO; EL PROMEDIO SE REGISTRO.

II. INICIACION DE LAS GRAFICAS DE CONTROL

A. HACER LAS MEDICIONES

B. REGISTRAR MEDIDAS Y OTROS DATOS PERTINENTES
OPERADOR AJUSTA SU MAQUINA DESPUES DE MEDIR EN LAS PIEZAS AUN CALIENTES LA RANURA.
DEBIDO A LA TOLERANCIA UNILATERAL SE ACERCA LO MAS PROXIMO POSIBLE A 0.8750"

DESPUES DEL GRUPO 12 CAMBIA

MIDE LAS PIEZAS FRIAS Y TIENDE A UN VALOR 0.8775", MITAD DE LA TOLERANCIA

C. CALCULAR EL PROMEDIO $\overline{X}$ PARA CADA SUBGRUPO

D. CALCULAR LA AMPLITUD R PARA CADA SUBRUPO

E. TRAZAR LA GRAFICA $\overline{X}$

F. TRAZAR LA GRAFICA R

III. DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL TENATIVOS

A. DECISION SOBRE EL NUMERO REQUERIDO DE SUBGRUPOS ANTES DE CALCULAR LIMITES

SE EFECTUO AL TERMINAR 16 SUBGRUPOS QUE COMPLETABA LA ORDEN DE PRODUCCION

B. CALCULO DE $\overline{R}$, EL PROMEDIO DE LAS AMPLITUDES

$$\overline{R} = \frac{621}{16} = 39$$

C. CALCULO DE LOS LIMITES SUPERIOR DE CONTROL PARA R

$$LSC_R = D_4\,\overline{R} = 2.11(39) = 82$$

$$LIC_R = D_3\,\overline{R} = 0\,\overline{R} = 0$$

D. CALCULO DE $\overline{\overline{X}}$, PROMEDIO DE LOS VALORES $\overline{X}$

$$\overline{\overline{X}} = \frac{12129}{16} = 758$$

E. CALCULO DE LOS LIMITES PARA $\overline{\overline{X}}$

$$LSC_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R} = 758 + .58\ (39) = 781$$

$$LIC_{\overline{X}} = \overline{X} - A_2\overline{R} = 758 - 23 = 735$$

F. TRAZO DE LAS LINEAS CENTRALES Y LIMITES SOBRE LAS GRAFICAS

IV. EXTRACCION PRELIMINAR DE CONCLUSIONES A PARTIR DE LAS GRAFICAS

A. INDICACION DE CONTROL O FALTA DE EL

GRAFICA R

EL SUBGRUPO 1 ARRIBA L.C.S.

ULTIMOS 10 SUBRUPOS CAEN ABAJO DE LA LINEA CENTRAL

GRAFICA $\bar{X}$

SUBGRUPO 10 ABAJO L.I.C.

SI SE ELIMINA SUBGRUPO 1

$$\bar{R} = \frac{536}{15} = 36$$

(REVISADO) LSC = $D_4\bar{R} = 2.11\ (36) = 76$

SUBGRUPO 5 SOBRE L.S.C.

SI SE ELIMINA

$$\bar{R} = \frac{460}{14} = 33 \qquad \bar{R} = 0.0033''$$

ESTIMACION DE

$$\sigma' = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.0033}{2326} = 0.0014''$$

DISPERSION DEL PROCESO

$$6\sigma' = 6(0.0014) = 0.0084''$$

DISPERSION DE LA TOLERANCIA

$$S - I = 0.8800 - 0.8750 = 0.0050''$$

LA TOLERANCIA DEL PROCESO SUPERIOR A LA ESPECIFICADA; EXISTIRA PRODUCTO RECHAZADO A MENOS QUE SE REDUZCA LA DISPERSION.

PROCESO DE DISPERSION MUY AMPLIA
PROMEDIO MUY BAJO $\bar{X}$

CENTRADO DEL VALOR MEDIO

RANURA ESTRECHA - SE AMPLIA
RANURA MUY AMPLIA - DESPERDICIO

$$\bar{X}' + 3\sigma' = 0.8800''$$

$$\bar{X}' = 0.8800 - 3(0.0014) = .8758''$$

SEGUIRA HABIENDO REPROCESADO

POR EXPERIENCIA SE PUEDE REDUCIR VARIABILIDAD

CONVIENE CENTRAR EL PROCESO MAS ARRIBA

$$\bar{\bar{X}}' = 0.8770$$

SUPONIENDO LOGRAR $\sigma' = 0.0010$

V. CONTINUACION DEL USO DE LAS GRAFICAS

CALCULO DE LOS NUEVOS LIMITES

$$\sigma' \text{ ACTUAL} = 0.0014$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X}' + A\sigma' = 0.8770 + 1.34(0.0014) = 0.8789$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X}' - A\sigma' = 0.8770 - 1.34(0.0014) = 0.8751$$

$$LSC_{\bar{R}} \quad D_2\sigma' = 4.92(0.0014) = 0.0069$$

$$\text{LINEA CENTRAL } \bar{R} = d_2\sigma' = 2.326(0.0014) = 0.0033$$

$$LIC_R = D_1\sigma' = 0$$

TAMBIEN SE PUDO HABER CALCULADO LOS LIMITES COMO:

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X}' + A_2\bar{R} \qquad \bar{R} = 0.0033$$

$$LIC_{\overline{X}} = X' - A_2\,\overline{R} \qquad A_2 = 0.58$$

$$LSC_R = D_4\overline{R} = 2.11\ \overline{R}$$

$$LIC_R = D_3\overline{R} = 0$$

CON LOS DATOS DE LOS SUBGRUPOS 17-32

A. REVISION DE LA LINEA CENTRAL Y LIMITES PARA $\overline{R}$

$$\overline{R} = \frac{408}{16} = 26$$

$$LSC = D_4\overline{R} = 2.11(0.0026) = 0.0055''$$

$$LIC = D_3R = 0$$

B. REVISION DE LA LINEA CENTRAL Y LIMITES PARA $\overline{X}$

PROCESO DENTRO LIMITES DE CONTROL
NO SE CAMBIA $\overline{X}'$

$$\overline{X}' = \frac{12284}{16} = 768$$

O SEA 0.8768"

SI SE SIGUE CON 0.8770

$$LSC_{\overline{X}} = \overline{X}' + A_2\overline{R} = 0.8770 + 0.58(0.0026) = 0.8785$$

$$LIC_{\overline{X}} = \overline{X}' - A_2R = 0.8755$$

ESTIMACION DE

$$\sigma' = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{0.0026}{2.325} = 0.0011''$$

$$\overline{X}' + 3\sigma' = 0.8803'' \qquad \overline{X}' - 3\sigma' = .8737$$

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

APLICACION A LA FIABILIDAD Y A PRUEBAS DE DURACION DE VIDA

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

16 APLICACIONES A LA FIABILIDAD Y A PRUEBAS DE DURACION DE VIDA

16.1 Introducción

La tarea del diseño y supervisión de la fabricación de un producto se ha ido haciendo cada vez más difícil por el rápido avance en la complicación de los modernos productos, y la dureza y dificultad de las condiciones externas en que debe trabajar el producto fabricado. Ya no se puede limitar un ingeniero a quedar satisfecho si la operación asignada a un producto es técnicamente realizable, o si se le puede hacer trabajar en las condiciones óptimas. En adición a consideraciones tales como costo y facilidad de fabricación, se debe ir poniendo cada vez más atención en lo que se refiere al tamaño y peso, a la facilidad de mantenimiento y a la fiabilidad. La magnitud del problema de mantenimiento y fiabilidad se percibe por las encuestas realizadas, que muestran que, frecuentemente, un alto porcentaje de equipo electrónico para fines espaciales ha quedado en condiciones inoperativas. Las encuestas militares han demostrado, además, que el mantenimiento y la reparación de equipo electrónico cuestan generalmente más que la obtención general del equipo, aun durante el primer año de operación.

El problema de asegurar y mantener la fiabilidad tiene muchas facetas, incluyendo el proyecto del equipo original, el control de calidad durante la producción, las pruebas de inspección para su aceptación, ensayos en el campo, pruebas de vida y modificaciones del proyecto. Para hacer aún más complicada la materia, la fiabilidad está conectada directa o indirectamente con una buena cantidad de otras consideraciones de ingeniería, principalmente costo, complejidad, tamaño y peso, y facilidad de mantenimiento. A pesar de sus complicados aspectos ingenieriles, es posible dar una definición matemática relativamente simple de fiabilidad. Para ilustrar esta definición, llamaremos la atención del lector sobre el hecho de que un producto debe funcionar satisfactoriamente bajo un conjunto dado de condiciones, pero no bajo otras condiciones, y que las características satisfactorias para cierto propósito no aseguran las buenas características para otro. Por ejemplo, un tubo de vacío que es perfectamente satisfactorio para un equipo de radio casero, puede resultar completamente inútil para el sistema de teledirección de un proyectil. De acuerdo con esto, definiremos la fiabilidad de un producto como *la probabilidad de que funcione correctamente dentro de límites especificados, al menos durante un cierto período de tiempo especificado, y en condiciones externas especificadas*. Así, la fiabilidad de un "equipo normal" de cubiertas de automóvil es, aproximadamente, la unidad para un automóvil de pasajeros cuando opera normalmente en 10.000 millas, pero es prácticamente cero si se emplea en las "quinientas millas de Indianapolis".

Como la fiabilidad se ha definido como una probabilidad, el tratamiento teórico de esta materia se basa, esencialmente, en el material introducido en los capítulos anteriores de este libro. Luego, las reglas de probabilidad que indicamos en el capítulo 2 se pueden aplicar directamente al cálculo de la fiabilidad de un sistema complejo, si las fiabilidades de los componentes individuales son conocidas. (Las estimaciones de las fiabilidades de los componentes individuales se obtienen usualmente a partir de pruebas estadísticas de vida, tales como las discutidas en las secciones 16.4 y 16.5.)

Muchos sistemas se pueden considerar como sistemas en serie o en paralelo, o como una combinación de ambos. Un *sistema en serie* es aquel en el que todas las componentes están interrelacionadas de tal forma que el sistema entero falla si cualquiera de las componentes falla; un *sistema en paralelo* es aquel que sólo falla si todas sus componentes fallan.

Discutiremos primero un sistema de n componentes conectadas en serie y, supondremos que las componentes son *independientes*, es decir, que el comportamiento y rendimiento de cualquier parte no afecta la fiabilidad de las demás. En estas condiciones, la probabilidad de que el sistema funcione está dada por la regla especial de multiplicación de probabilidades, y tenemos

$$R_s = \prod_{i=1}^{n} R_i$$

donde R_i es la fiabilidad de la i-ésima componente y R_s es la fiabilidad del sistema en serie. Esta simple *ley del producto de fiabilidades* aplicable a sistemas en serie de componentes independientes, demuestra vivamente el efecto del aumento en complejidad sobre la fiabilidad. Si un sistema consta de 5 componentes independientes en serie, cada una con una fiabilidad de 0.970, la fiabilidad del sistema completo es $(0.970)^5 = 0.859$. Ahora, si la complejidad del sistema se aumenta de forma que contenga 10 componentes similares, su fiabilidad se reducirá a $(0.970)^{10} = 0.738$. Otro aspecto del aumento de la complejidad en la fiabilidad se presenta al considerar que cada una de las componentes en el sistema de 10 debería tener una fiabilidad de 0.985, en lugar de la de 0.970, para que este sistema tuviera una fiabilidad igual al sistema de cinco componentes.

Una forma de incrementar la fiabilidad de un sistema, es cambiar ciertas componentes por componentes similares conectadas en paralelo. Si un sistema consta de n componentes independientes conectadas en paralelo, sólo fallará si las n componentes fallan. Entonces, si $F_i = 1 - R_i$ es la "infiabilidad" de la i-ésima componentes, podemos aplicar otra vez la regla especial de multiplicación de probabilidades para obtener

$$F_p = \prod_{i=1}^{n} F_i$$

donde F_p es la infiabilidad del sistema en paralelo, y $R_p = 1 - F_p$ es la fiabilidad del sistema en paralelo. Entonces, para sistemas en paralelo, tenemos una ley del producto *de infiabilidades* análoga a la ley del producto de fiabilidades de los sistemas en serie. Escribiendo esta ley de otra forma, tenemos

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i)$$

que expresa la fiabilidad de un sistema en paralelo.

Las dos fórmulas básicas de la fiabilidad de sistemas en serie y en paralelo se pueden usar en combinación para calcular la fiabilidad de un sistema que tenga tantos componentes en serie como en paralelo. Para ilustrar este cálculo, consideremos el sistema dibujado en la figura 16.1, que consiste en ocho componentes que

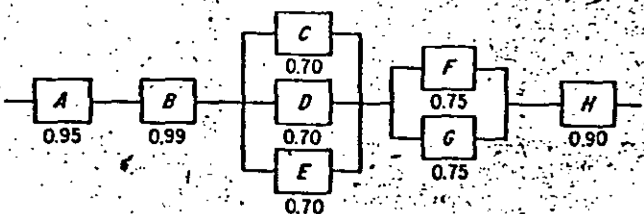


Fig. 16.1 Confiabilidad de sistemas

tienen las fiabilidades indicadas. El sistema en paralelo C, D, E se puede cambiar por una componente equivalente C' que tenga la fiabilidad $1 - (1 - 0.70)^3 = 0.973$, sin afectar con ello la fiabilidad del sistema completo. Similarmente, el conjunto en paralelo F, G se puede cambiar por una sola componente F' que tenga fiabilidad $1 - (1 - 0.75)^2 = 0.9375$.

El sistema en serie resultante A, B, C', F', H es equivalente al sistema original y tiene la fiabilidad

$$(0.95)(0.99)(0.973)(0.9375)(0.90) = 0.772.$$

16.2 Distribuciones del tiempo de fallo

De acuerdo con la definición de fiabilidad dada en la sección anterior, la fiabilidad de un sistema o de una componente dependerá del tiempo que haya estado en servicio. Entonces, la *distribución del tiempo en que se produce el fallo* de una componente, en condiciones externas dadas, resulta de la mayor importancia. Una forma muy útil de caracterizar esta distribución es por medio de su *tasa instantánea de fallos (o averías)* asociada, definida de la manera siguiente: Si $f(t)$ es la densidad de probabilidad del tiempo de fallo de una componente dada, esto es, la probabilidad de que una componente falle entre los instantes t y $t + \Delta t$, está dada por $f(t)\cdot\Delta t$, entonces, la probabilidad de que la componente falle en el intervalo de 0 a t está dada por

$$F(t) = \int_0^t f(x)\,dx$$

y la *función de fiabilidad*, que expresa la probabilidad de que sobreviva al instante t, está dada por

$$R(t) = 1 - F(t)$$

Luego, la probabilidad de que la componente falle en un intervalo de tiempo de t a $t + \Delta t$ está dada por $F(t + \Delta t) - F(t)$, y la probabilidad condicional de fallo en este intervalo *dado que la componente sobrevivió al tiempo t*, está dada por

$$\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)}$$

Dividiendo entre Δt, obtenemos la tasa media de fallos en el intervalo de t a $t + \Delta t$, dado que la componente sobrevivió el tiempo t:

$$\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R(t)}$$

Tomando el límite cuando $\Delta t \to 0$, obtenemos la tasa *instantánea de fallos (o averías)*, o simplemente *tasa de fallos:*

$$Z(t) = \frac{F'(t)}{R(t)}$$

donde $F'(t)$ es la derivada de $F(t)$ con respecto a t. Finalmente, observando que $f(t) = F'(t)$ (ver página 66), tenemos la relación

$$Z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

que expresa la tasa de fallos en función de la distribución del tiempo de fallo.

En la figura 16.2 se muestra una curva de tasa de fallos que es típica en muchas piezas fabricadas. La curva se encuentra dividida convenientemente en tres partes. La primera parte se caracteriza por una tasa de fallos decrecientes y representa el periodo durante el cual fallan las partes pobremente fabricadas. (Es común en la industria electrónica "quemar" componente antes de su uso real para eliminar fallos demasiado prematuros.) La segunda parte, que se caracteriza por una tasa de

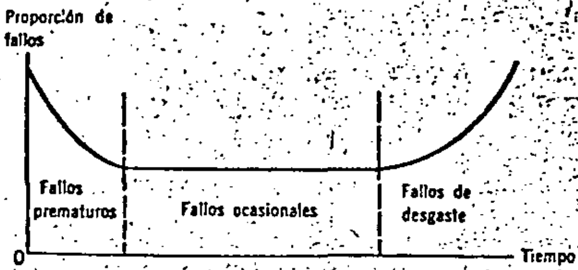


Fig. 16.2 Curva típica de razón de falta

fallos constante, se considera normalmente como el periodo de vida útil durante el cual sólo ocurren fallos ocasionales. La tercera parte se caracteriza por una tasa de fallos creciente y representa el periodo durante el cual las componentes fallan primordialmente porque están gastadas. Nótese que la misma curva general de tasa de fallos es típica de la mortalidad humana, en la que la primera parte representa la mortandad infantil y, la tercera, corresponde a la mortandad de gente de edad avanzada.

Obtendremos ahora una importante relación entre la densidad del tiempo de fallo es función de la tasa de fallos. Puesto que $R(t) = 1 - F(t)$ y, por lo tanto, $F'(t) = -R'(t)$, podemos escribir

$$Z(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$

$$= -\frac{d[\ln R(t)]}{dt}$$

Resolviendo esta ecuación diferencial para $R(t)$, obtenemos

$$R(t) = e^{-\int_0^t Z(s)ds}$$

y empleando la relación $f(t) = Z(t)\cdot R(t)$, encontramos, finalmente,

$$f(t) = Z(t)\cdot e^{-\int_0^t Z(s)ds}$$

Como se ve en la figura 16.2, se supone frecuentemente que la tasa de fallos es constante durante el periodo de vida útil de una componente. Denotando esta constante tasa de fallos por α, donde $\alpha > 0$, y substituyendo $Z(t)$ por α en la fórmula de $f(t)$, obtenemos

$$f(t) = \alpha\cdot e^{-\alpha t} \qquad t > 0$$

Luego, observamos que la distribución del tiempo de fallo en una *distribución exponencial* si podemos considerar que la tasa de fallos es constante. Por esta razón, la hipótesis de tasa de fallos constante se llama algunas veces "hipótesis exponencial". Interpretando el tiempo hasta que se produce el fallo como un *tiempo de espera*, podemos emplear los resultados de la sección 5.3 para llegar a la conclusión de que la presencia de fallos es un proceso de Poisson, si una componente que falla se reemplaza inmediatamente con una nueva que tenga la misma constante tasa de fallos α. Como observamos en la página 85, el tiempo medio de espera entre fallos sucesivos es $1/\alpha$, o sea el recíproco de la tasa de fallos. Por consiguiente, la constante $1/\alpha$ recibe el nombre de *tiempo medio entre fallos* y se abrevia escribiendo *MTBF*.

Hay situaciones en las que la hipótesis de una tasa de fallos constante no nos da una representación real, y en muchas de estas situaciones podemos suponer que la función de tasa de fallos crece o decrece "suavemente" con el tiempo. En otras palabras, se supone que no hay discontinuidades o puntos de cambio de tendencia. Esta hipótesis debe ser consistente con los estados inicial y final de la curva de tasa de fallos mostrada en la figura 16.2.

Para aproximar tales curvas de tasa de fallos, se emplea frecuentemente la siguiente función

$$Z(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} \qquad t > 0$$

donde α y β son constantes positivas. Nótese la generalidad de esta función: si $\beta < 1$ la tasa de fallos *disminuye* con el tiempo; si $\beta > 1$ la tasa *crece* con el tiempo; y si $\beta = 1$ la tasa es igual α. Nótese que la hipótesis de una tasa de fallos constante, la hipótesis exponencial queda incluida como un caso particular.

Si substituimos la expresión anterior para $Z(t)$ en la fórmula de $f(t)$ en la página 366, obtenemos

$$f(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^{\beta}} \qquad t > 0$$

siendo α y β constantes positivas. Llamamos a esta densidad, o distribución, *distribución Weibull*, y discutiremos su aplicación a problemas en pruebas de duración de vida en la sección 16.5.

16.3 El modelo exponencial de fiabilidad

Si hacemos la hipótesis exponencial sobre la distribución del tiempo de fallo, podremos encontrar algunos resultados muy útiles con respecto al *MTBF*, tiempo medio entre fallos, de sistemas en serie y en paralelo. Para emplear las leyes de productos de la sección 16.1, tenemos que encontrar una relación que exprese la fiabilidad de una componente en función de su tiempo de servicio t. Partiendo del hecho de que

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)\,dt$$

obtenemos

$$R(t) = 1 - \int_0^t \alpha e^{-\alpha x}\,dx = e^{-\alpha t}$$

para la función de fiabilidad del modelo exponencial. Entonces, si una componente tiene una tasa de fallos de 0.05 por mil horas, la probabilidad de que puede sobrevivir al menos 10,000 horas de operación es $e^{-(0.05)10} = 0.607$.

Supongamos ahora que un sistema consta de n componentes conectadas en *serie*, y que estas componentes tienen las tasas de fallos $\alpha_1, \alpha_2, \ldots,$ y α_n respectivamente. La ley del producto de fiabilidades se puede escribir entonces en la forma

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\alpha_i t} = e^{-\left(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i\right)t}$$

y se puede ver que la función de fiabilidad del sistema en serie también satisface la hipótesis exponencial. La tasa de fallos del sistema de esta serie entera, se identifica inmediatamente con $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$, *suma* de las tasas de fallos de sus componentes. Como el *MTBF* es el recíproco de la tasa de fallos cuando cada componente que falla se cambia inmediatamente por otro que tenga idéntica tasa de fallos, obtenemos la fórmula

$$\mu_s = \frac{1}{\dfrac{1}{\mu_1} + \dfrac{1}{\mu_2} + \ldots + \dfrac{1}{\mu_n}}$$

expresando μ_s el *MTBF* de un sistema en serie en función de las μ_i que son las *MTBF* de sus componentes. En el caso especial en que todas las n componentes tengan la misma tasa de fallos α y, por consiguiente, la misma *MTBF*, μ, la tasa de fallos del sistema es $n\alpha$, y el *MTBF* del sistema es $1/n\alpha = \mu/n$.

Para sistemas en paralelo, los resultados no son tan simples. Si un sistema tiene n componentes en paralelo, con las tasas de fallos respectivas $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, la "infiabilidad" del sistema en el tiempo t está dada por

$$F_p(t) = \prod_{i=1}^{n} (1 - e^{-\alpha_i t})$$

En consecuencia, la distribución del tiempo de fallo de un sistema en paralelo no es exponencial aunque cada una de sus componentes cumpla la hipótesis exponencial. La función de tasa de fallos del sistema se puede obtener por medio de la fórmula

$$Z_p(t) = F_p'(t)/R_p(t)$$

pero el resultado es muy complicado. Notemos, sin embargo, que la tasa de fallos del sistema no es constante, sino que depende de t, "edad" del sistema.

El tiempo medio de fallo de un sistema en paralelo también es difícil de encontrar, en general, pero, en el caso especial en que todas las componentes tengan la misma tasa de fallos α, se puede obtener un resultado útil e interesante. En este caso especial, la función de fiabilidad del sistema es

$$\begin{aligned} R_p(t) &= 1 - (1 - e^{-\alpha t})^n \\ &= \binom{n}{1} e^{-\alpha t} - \binom{n}{2} e^{-2\alpha t} + \ldots + (-1)^{n-1} e^{-n\alpha t} \end{aligned}$$

después de haber utilizado la fórmula del binomio para desarrollar $(1 - e^{-\alpha t})^n$. Luego, haciendo uso del hecho de que $f_p(t) = -R_p'(t)$, obtenemos

$$f_p(t) = \alpha \binom{n}{1} e^{-\alpha t} - 2\alpha \binom{n}{2} e^{-2\alpha t} + \ldots + (-1)^{n-1} n\alpha e^{-n\alpha t}$$

y la media de la distribución del tiempo de fallo está dada por

$$\begin{aligned} \mu_p &= \int_0^\infty t \cdot f_p(t)\,dt \\ &= \alpha \binom{n}{1} \int_0^\infty t e^{-\alpha t}\,dt - 2\alpha \binom{n}{2} \int_0^\infty t e^{-2\alpha t}\,dt + \ldots \\ &\quad + (-1)^{n-1} n\alpha \int_0^\infty t e^{-n\alpha t}\,dt \\ &= \frac{1}{\alpha}\binom{n}{1} - \frac{1}{2\alpha}\binom{n}{2} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1}{n\alpha} \end{aligned}$$

Se puede probar, por inducción, que esta expresión es equivalente a

$$\mu_p = \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}\right)$$

En consecuencia, si un sistema en paralelo consta de n componentes que tienen idéntica tasa de fallos α, el tiempo medio entre fallos del sistema es

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}\right)$$

veces el *MTBF* de sus componentes, supuesto que cada componente defectuosa se reemplaza siempre que el sistema en paralelo completo falla. Luego, si usamos dos componentes en paralelo en lugar de una, el tiempo medio de fallo de la pareja excede al de la componente única en un 50%, en lugar de ser el doble. En general, la fórmula anterior para μ_p expresa una ley bastante exigente cuando se trata de disminuir los fallos introduciendo partes en paralelo.

Para ilustrar cómo se pueden emplear las fórmulas obtenidas en esta sección en el proyecto de sistemas, consideremos nuevamente el sistema de la figura 16.4. Suponiendo que el modelo sigue la ley exponencial y que las fiabilidades están dadas por 10 horas de operación, podemos calcular la tasa de fallos de la componente A resolviendo la ecuación $0.95 = e^{-10\alpha}$ para α, y obtenemos $\alpha = (5.1)10^{-3}$ fallos por hora, ó 5.1 fallos por 1 000 horas. Las tasas de fallos de las ocho componentes (en fallos por 1,000 horas) aparecen en la siguiente tabla:

Componente	A	B	C	D	E	F	G	H
Tasa de fallos	5.1	1.0	35.7	35.7	35.7	28.8	28.8	10.5

Para calcular el tiempo medio de fallo del sistema completo, obtenemos primero los tiempos medios de fallo de los conjuntos en paralelo C, D, E, y F, G, respectivamente. Para C, D, E, tenemos $\mu_{CDE} = \dfrac{1}{35.7}\left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}\right) = 0.051$ por miles de horas o 51 horas; para F, G tenemos $\mu_{FG} = \dfrac{1}{28.8}\left(1 + \dfrac{1}{2}\right) = 0.052$ por miles de horas, o 52 horas. Aunque los dos conjuntos en paralelo no tienen tasas de fallos constantes, podemos aproximar éstas a $1/0.051 = 19.6$ y $1/0.052 = 19.2$ fallos por mil horas y tratar el sistema completo como un sistema en serie. Luego, la tasa de fallos del sistema está dada, aproximadamente, por $5.1 + 1.0 + 19.6 + 19.2 + 10.5 = 55.4$ fallos por miles de horas y el tiempo medio de fallo del sistema es, aproximadamente, $1/55.4 = 0.018$ por miles de horas ó 18 horas.

EJERCICIOS

1. Un sistema consta de 5 componentes idénticos conectados en paralelo. ¿Cuál debe ser la fiabilidad de cada componente para que la fiabilidad del sistema completo sea 0.99?
2. Una serie de luces para árbol de navidad tiene 10 foquitos conectados en serie. ¿Cuál debe ser la fiabilidad de cada foquito si debe haber un 90% de oportunidades de que la serie sirva después de un año de almacenamiento?
3. Un sistema consta de 5 componentes conectadas como se indica en la figura 16.3 Hallar

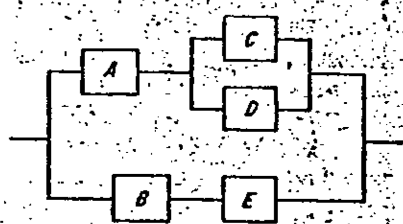


Fig. 16.3 Problema 3

la fiabilidad total del sistema si las fiabilidades de A, B, C, D y E son, respectivamente 0.99, 0.99, 0.95, 0.95 y 0.98.
4. Supongamos que un bombardero de una base se puede considerar como un sistema formado por 3 componentes principales: A (avión), B (piloto) y C (base). Supongamos, además, que la componente B se puede considerar como un subsistema en paralelo formado por B_1 (piloto), B_2 (copiloto) y B_3 (navegante); y C como un subsistema en paralelo formado por C_1 (base) y C_2 (aeropuerto alterno). En unas condiciones dadas de combate, las componentes de fiabilidad A, B_1, B_2, B_3, C_1, y C_2 (definidas como las probabilidades de que puedan contribuir al logro de la misión del bombardero y su retorno a salvo) son, respectivamente, 0.75, 0.95, 0.90, 0.10, 0.85 y 0.50.
   (a) ¿Cuál es la fiabilidad del sistema?
   (b) ¿Cuál es el efecto en la fiabilidad del sistema de tener como navegante a un piloto bien entrenado, de tal forma que la fiabilidad de B_3 aumente de 0.10 a 0.90?

   (c) Si la tripulación del bombardero no tuviera copiloto, ¿cuál sería el efecto de aumentar la fiabilidad de B_3 de 0.10 a 0.90?
5. Como se indicó en el texto, hay una distinción entre fallos iniciales, fallos casuales durante la vida útil del producto y fallos por desgaste. Supongamos que, para un producto dado, la probabilidad de un fallo inicial (un fallo anterior al tiempo $t = \alpha$) es θ_1, la probabilidad de un fallo por uso (fallo después del tiempo $t = \beta$) es θ_2, y que, para el intervalo $\alpha \leq t \leq \beta$, la densidad del tiempo de fallo está dada por

$$f(t) = \frac{(1 - \theta_1 - \theta_2)}{\beta - \alpha}$$

   (a) Hallar una expresión de $F(t)$ para el intervalo $\alpha \leq t \leq \beta$.
   (b) Demostrar que, para el intervalo $\alpha \leq t \leq \beta$, la tasa de fallos está dada por

$$Z(t) = \frac{1 - \theta_1 - \theta_2}{(\beta - \alpha)(1 - \theta_1) - (1 - \theta_1 - \theta_2)(t - \alpha)}$$

   (c) Supongamos que el fallo de una cubierta de automóvil se considera como fallo inicial si ocurre durante las primeras 500 millas y un fallo por uso si ocurre después de las 10.000 millas. Suponiendo que el modelo dado en este ejercicio sirve para este caso y que θ_1 y θ_2 son 0.03 y 0.85, respectivamente, dibujar la gráfica que la función de tasa de fallos desde $t = 500$ hasta $t = 10{,}000$. Nótese que t es el número de millas, en lugar del tiempo.
6. En algunos problemas de fiabilidad nos interesan solamente los fallos iniciales, tratando una componente como si (para propósitos prácticos) nunca fallara, una vez que ha sobrevivido un cierto tiempo $t = \alpha$. En un problema como éste, es razonable emplear la tasa de fallos

$$Z(t) = \begin{cases} \beta\left(1 - \dfrac{t}{\alpha}\right) & \text{para } 0 < t < \alpha \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

   (a) Hallar las expresiones de $f(t)$ y $F(t)$.
   (b) Demostrar que la probabilidad de un fallo inicial está dado por

$$1 - e^{-\alpha\beta/2}$$

7. Cierta componente tiene una distribución de vida exponencial con una tasa de fallos de $\alpha = 0.0025$ fallos por hora.
   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la componente falle durante las 400 primeras horas de su operación?
   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que dos de tales componentes sobrevivan (ambas) las primeras 200 horas de operación?
8. Un transistor tiene una tasa de fallos constante de 0.01 por 1,000 horas.
   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que trabaje satisfactoriamente, por lo menos, durante 25,000 horas?
   (b) ¿Cuál es la fiabilidad a 10,000 horas de un circuito que tiene 5 de estos transistores conectados en serie?
9. Un sistema consta de 5 componentes diferentes conectados en serie. Hallar el $MTBF$ del sistema si los 5 componentes tienen distribuciones exponenciales del tiempo de fallo con tasas de fallos de 1.2, 1.6, 1.8, 1.0 y 1.5 fallos por mil horas, respectivamente.

10. Un sistema formado por varios componentes idénticos en paralelo ha de tener una tasa de fallos por hora de 10^{-4} a lo más. ¿Cuál es el número menor de componentes que se deben emplear si cada uno tiene una tasa de fallos constante de 2.5×10^{-4} por hora?
11. Cierta parte tiene una distribución exponencial de vida con una vida media (*MTBF* de 500 horas.
    (a) ¿Cuál es la probabilidad de que esa parte dure al menos 600 horas?
    (b) ¿Cuál es la probabilidad de que, entre tres de esas partes, al menos una falle durante las primeras 400 horas?
    (c) ¿Cuál es la probabilidad de que, entre cuatro de esas partes fallen exactamente dos durante las primeras 300 horas?
12. Si una componente tiene la distribución del tiempo de fallo de Weibull con parámetros $\alpha = 0.01$ y $\beta = 0.50$, hallar la probabilidad de que trabaje correctamente, por lo menos durante 10,000 horas.
13. En las secciones 16.2 y 16.3 supusimos que los productos de los que nos ocupábamos estaban en operación continua. En consecuencia, los modelos discutidos en esas secciones no nos sirven cuando queremos investigar la capacidad de tubos electrónicos para resistir sucesivas sobrecargas de voltaje, el resultado que dan interruptores que se encienden y se apagan repetidas veces, o la capacidad de un somier para resistir cargas repetidas en una prueba de fatiga. En cada uno de estos casos puede ocurrir el fallo en el x-ésimo ensayo ($x = 1, 2, \ldots$) y generalmente se supone que la probabilidad de fallo en dicho ensayo es igual a una constante p, ya que la unidad no ha fallado antes de este ensayo.
    (a) Demostrar que la probabilidad de fallo en el x-ésimo ensayó está dada por

$$f(x) = p(1-p)^{x-1}$$

    para $x = 1, 2, \ldots$, ¿por qué a esta distribución de probabilidad se le da generalmente el nombre de *distribución geométrica?*
    (b) Hallar $F(x)$ para la distribución de probabilidad obtenida en la parte (a)
    (c) ¿Cuál es la probabilidad de que un tubo electrónico sobreviva a 20 sobrecargas de voltaje, si en este caso sirve el modelo anterior y la probabilidad constante de fallo considerada como resultado de cualquiera de las sobrecargas es $p = 0.08$?

16.4 El modelo exponencial en tests de duración de vida

Un método efectivo y profusamente usado para resolver problemas de fiabilidad es el de los tests de duración de vida. Para estos tests se selecciona de un lote una muestra aleatoria de n componentes, se somete al test en las condiciones externas especificadas, y el tiempo de fallo de las componentes individuales se anota. Si cada componente que falla se cambia inmediatamente por una nueva, el test de duración de vida resultante se llama *test con remplazamiento;* en caso contrario, se llama *test sin remplazamiento.* Siempre que la vida media de las componentes sea tan grande que no resulte práctico, o realizable económicamente, probar cada componente hasta el fallo, el test de duración de vida será *truncada,* es decir, quedará terminada después de los primeros r fallos ($r \leq n$), o después que han transcurrido un periodo fijo de tiempo.

Un método especial usado frecuentemente cuando se desean resultados rápidos para componentes de alta fiabilidad, es el de *test de duración de vida acelerada.* En este tipo de test, las componentes se someten a condiciones externas más duras que

las que se encuentran normalmente en la práctica. Esto hace que las componentes fallen más rápidamente y, así, podemos reducir drásticamente tanto el tiempo requerido para la prueba como el número de componentes que se deben probar. Los tests de duración de vida acelerada se pueden utilizar para comparar dos, o más. tipos de componentes, con el objeto de obtener una afirmación rápida de cuál es el más fiable. Algunas veces, se hace una experimentación preliminar para determinar la relación entre la proporción de fallos que se pueden esperar en condiciones normales y en niveles diversos de condiciones externas aceleradas. Los métodos de las secciones 12.4 y 14.2 se pueden aplicar a la determinación de "curvas de desaceleración", que relacionan la fiabilidad de la componente con la dureza de las condiciones externas en que opera.

En el resto de esta sección supondremos que sirve el modelo exponencial, es decir, que la distribución del tiempo de fallo de cada componente está dada por

$$f(t) = \alpha \cdot e^{-\alpha t} \qquad t > 0, \alpha > 0$$

En lo que sigue, suponemos que se prueban n componentes, se corta la prueba de vida después de que un número fijo, r ($r \leq n$), de componentes ha fallado, y que los tiempos de fallo observados son $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_r$. Ahora estimaremos y contrastaremos hipótesis sobre la vida media de la componente, o sea $\mu = 1/\alpha$.

Empleando la teoría desarrollada en el artículo de B. Epstein, mencionado en la bibliografía, se puede demostrar que los estimadores insesgados de la vida media de la componente son de la forma

$$\hat{\mu} = \frac{T_r}{r}$$

donde T_r es la vida acumulada en el test hasta que ocurre el r-ésima fallo y, por lo tanto,

$$T_r = \sum_{i=1}^{r} t_i + (n-r)t_r$$

para *tests sin remplazamiento* y

$$T_r = nt_r$$

para *tests con remplazamiento.* Nótese que, si el test es sin remplazamiento y $r = n$, $\hat{\mu}$ es, simplemente, la media de los tiempos de fallo observados.

Para hacer inferencias referentes a la vida media μ de la componente, partimos de que $2T_r/\mu$ es un valor de una variable aleatoria que tiene distribución χ-cuadrado con $2r$ grados de libertad (véase la referencia a B. Epstein en la bibliografía). Con la expresión apropiada que substituya a T_r, esto es verdad independientemente de si el test se hace con, o sin, remplazamiento. Luego, en cada caso se obtiene un intervalo de confianza bilatero dado por

$$\frac{2T_r}{\chi^2_{\alpha/2}} < \mu < \frac{2T_r}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

donde χ_1^2 y χ_2^2 cortan las colas izquierda y derecha de área $\alpha/2$ bajo la curva de distribución χ-cuadrado, con $2r$ grados de libertad. (Problema 6 de la página 356.)

El test de la hipótesis nula de que $\mu = \mu_0$, se puede basar en la distribución muestral de $2T_r/\mu$, utilizando la expresión adecuada de T_r que dependerá de si la prueba se hace, o no, con remplazamiento. Entonces, si la alternativa es $\mu > \mu_0$, rechazamos la hipótesis nula a un nivel de significación α cuando $2T_r/\mu_0$ excede a χ_α^2, o sea,

$$T_r > \frac{1}{2}\mu_0\chi_\alpha^2$$

donde χ_α^2 se debe determinar para $2r$ grados de libertad, como se definió ya en la página 139. En los problemas 2 y 3 de la página 380, el lector deberá construir y desarrollar tests semejantes correspondientes a la hipótesis alternativa

$$\mu < \mu_0 \quad y \quad \mu \neq \mu_0.$$

Un procedimiento alternativo de tests de duración de vida consiste en interrumpir la prueba cuando ha transcurrido un tiempo fijo de vida T, y tratando el número de fallos k observados, como valor de una variable aleatoria. (En el caso especial, y muy importante, en que n unidades se someten a test con remplazamiento, se prueban con cambio, durante cierto tiempo t^*, tenemos $T = nt^*$.) Independientemente de si la prueba es con remplazamiento o sin él, se obtiene un intervalo de confianza de *aproximado* a un nivel $1-\alpha$, de la vida media de la componente dado por

$$\frac{2T}{\chi_1^2} < \mu < \frac{2T}{\chi_2^2}$$

Aquí χ_1^2 corta la cola derecha de área $\alpha/2$ bajo la distribución χ-cuadrado, con $2k+2$grados de libertad, mientras que χ_2^2 corta la cola izquierda de área $\alpha/2$ bajo la distribución χ-cuadrado, con $2k$ grados de libertad.

Para ilustrar algunos de los métodos presentados en esta sección, consideremos el ejemplo siguiente. Supongamos que se somete a test la vida de 50 unidades (sin remplazamiento) y que los tests se truncan después de que $r = 10$ de ellas han fallado. Suponemos, además, que los 10 primeros fallos se producen con tiempos de 65, 110, 380, 420, 505, 580, 650, 840, 910 y 950 horas. Así que, $n = 50$, $r = 10$,

$$\begin{aligned} T_{10} &= (65 + 110 + \cdots + 950) + (50-10)950 \\ &= 43{,}410 \quad \text{horas} \end{aligned}$$

y estimamos la vida media de la componente en $\hat{\mu} = \frac{43{,}410}{10} = 4341$ horas. La tasa de fallos α se estima en $1/\hat{\mu} = 0.00023$ fallos por hora, ó 0.23 fallos por mil horas. Además se tiene un intervalo de confianza para μ, dado por

$$\frac{2(43{,}410)}{31.410} < \mu < \frac{2(43{,}410)}{10.851}$$

ó

$$2764 < \mu < 8001$$

Supongamos que también se desea utilizar la muestra anterior para contrastar si la tasa de fallos es de 0.40 fallas por mil horas, frente a la alternativa de que sea menor. Esto es equivalente a contrastar la hipótesis nula $\mu = 1000/0.40 = 2500$ horas, frente a la alternativa de que $\mu > 2500$ horas. Empleando un nivel de significado de 0.05, encontramos que el valor crítico de T_{10} para este test está dado por $\frac{1}{2}(2500)(31.410) = 39{,}263$ horas y, como esto es menos que el valor observado $T_{10} =$ 43, 410, la hipótesis nula debe rechazarse. Llegamos así a la conclusión de que el tiempo medio de vida excede de 2500 horas o, lo que es lo mismo, que la tasa de fallos es menor que 0.40 fallos por mil horas.

16.5 El modelo Weibull en tests de duración de vida

Aunque los tests de duración de vida de componentes, durante el periodo de vida útil se basa generalmente en el modelo exponencial, ya hemos indicado que la tasa de fallos de una componente puede no ser constante en el periodo bajo investigación. En algunas ocasiones, el periodo de fallo inicial puede ser tan grande, que el uso más importante de la componente se presenta durante este periodo y, en otras ocasiones, el propósito principal de un test de duración de vida puede ser el de determinar el tiempo de los fallos por uso, en lugar de el de fallos casuales. En tales casos, el modelo exponencial no se aplica en general, y es necesario substituirlo por una hipótesis más general que la de la constancia de la tasa de fallos.

Como indicamos en la página 343, la distribución de Weibull describe adecuadamente los tiempos de fallo de las componentes cuando su tasa de fallos aumenta o disminuye con el tiempo. Tiene los parámetros α y β, y su fórmula está dada por

$$f(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^\beta} \qquad t > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

y de aquí se deduce (problema 11 de la página 356) que la función de fiabilidad asociada con la distribución de Weibull está dada por

$$R(t) = e^{-\alpha t^\beta}$$

Demostramos, también, en la página 367 que la tasa de fallos que conduce a la distribución de Weibull está dada por

$$Z(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}$$

La diversidad de formas que puede tomar una gráfica de densidad de Weibull es muy amplia, dependiendo, en primer lugar, del valor del parámetro β. Como ilustramos en la figura 16.4, la curva de Weibull es asintótica a ambos ejes y con gran tendencia hacia la derecha para valores de β menores de 1; es idéntica a la de la densidad exponencial para $\beta = 1$, y tiene forma de campana, pero asimétrica, para valores de β mayores que 1.

La media de la distribución de Weibull con parámetros α y β, se puede obtener resolviendo la integral

$$\mu = \int_0^\infty t\cdot\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^\beta}\,dt$$

Haciendo el cambio de variable $u = \alpha t^\beta$, obtenemos

$$\mu = \alpha^{-1/\beta}\int_0^\infty u^{1/\beta}e^{-u}\,du$$

Como esta integral es $\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$, encontramos que el tiempo medio de fallo del modelo de Weibull es

$$\mu = \alpha^{-1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$$

El lector deberá demostrar, en el ejercicio 12 de la página 356, que la varianza de esta distribución está dada por

$$\sigma^2 = \alpha^{-2/\beta}\left\{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^2\right\}$$

A veces, es difícil estimar los parámetros α y β de la distribución de Weibull. Aunque existen métodos analíticos para estimar estos parámetros, implican la solución de sistemas de ecuaciones trascendentes y no se exponen aquí. En su lugar, se describirá un método más rápido y más utilizado, basado en una técnica gráfica.

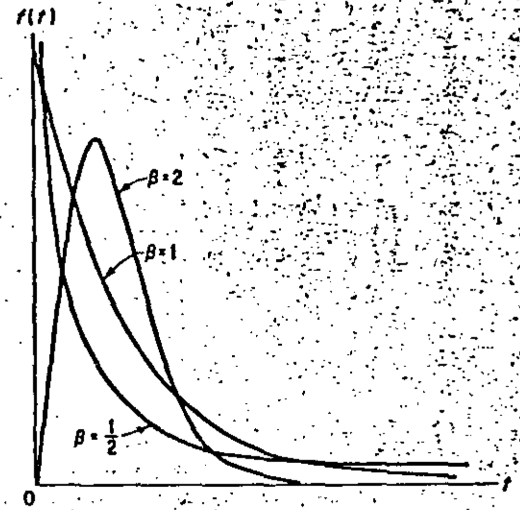


Fig. 16.4 Funciones de densidad de Weibull ($\alpha = 1$)

Para ello, partiremos de que la función de fiabilidad de la distribución de Weibull se puede transformar en una función lineal de $\ln t$ por medio de una transformación logarítmica doble. Tomando el logaritmo natural de $R(t)$, obtenemos

$$\ln R(t) = -\alpha t^\beta \quad \text{ó} \quad \ln \frac{1}{R(t)} = \alpha t^\beta$$

Tomando otra vez logaritmos tenemos

$$\ln \ln \frac{1}{R(t)} = \ln \alpha + \beta \cdot \ln t$$

y se puede ver que el segundo miembro es lineal en $\ln t$.

Para estimar α y β, necesitamos estimaciones de $R(t)$ para varios valores de t, y el procedimiento usual es situar n unidades en el test de vida y observar sus tiempos de fallo. Si la i-ésima unidad falla en el tiempo t_i, estimamos $F(t_i) = 1 - R(t_i)$ por el mismo método que en la página 104, es decir, utilizamos el estimador

$$\widehat{F(t_i)} = \frac{i - 1/2}{n}$$

Antes de seguir adelante, es costumbre verificar si es realmente razonable emplear el modelo de Weibull. Para este fin, marcamos puntos de coordenadas t_i y $\widehat{F(t_i)}$ en papel gráfico especial cuyas escalas están transformadas de tal modo que las divisiones en el eje horizontal son proporcionales a $\ln \ln \frac{1}{1 - F(t)}$. Si los puntos quedan aproximadamente en línea recta, se puede suponer que la distribución del tiempo de fallo es del tipo Weibull. Los parámetros α y β de esta distribución se pueden estimar, entonces, aplicando los métodos de regresión lineal del capítulo 12 para ajustar una línea recta a los datos transformados.

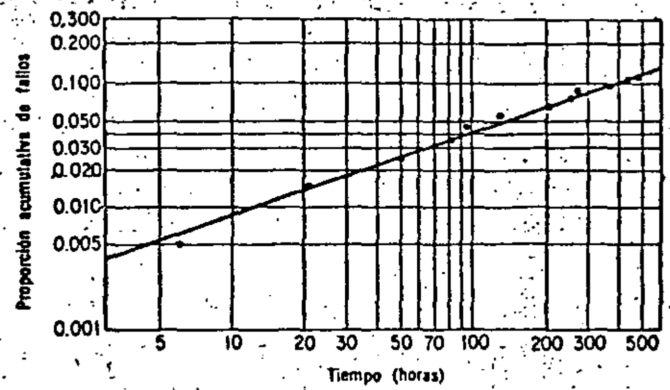


Fig. 16.5 Distribución tiempo-fallas de Weibull.

Para ilustrar este procedimiento, consideremos el siguiente ejemplo numérico. Supongamos que se somete a test la duración de la vida de 100 componentes en 500 horas y que los tiempos de fallo de las 12 componentes que fallan durante este tiempo son las siguientes: 6, 21, 50, 84, 95, 130, 205, 260, 270, 370, 440 y 480 horas.

Estos puntos están marcados en la figura 16.5 en las escalas transformadas descritas anteriormente y se puede ver que quedan, aproximadamente, en una línea recta.

Los parámetros α y β estimados se calculan por el método de mínimos cuadrados aplicado a los puntos transformados (x_i, y_i), donde

$$x_i = \ln t_i$$

$$y_i = \ln \ln \frac{1}{1 - \widehat{F(t_i)}}$$

Así, en nuestro ejemplo numérico, obtenemos

$\widehat{F(t_i)}$	t_i	x_i	y_i
0.005	6	1.79	−5.30
0.015	21	3.04	−4.20
0.025	50	3.91	−3.68
0.035	84	4.43	−3.33
0.045	95	4.55	−3.08
0.055	130	4.87	−2.87
0.065	205	5.32	−2.70
0.075	260	5.56	−2.55
0.085	270	5.60	−2.42
0.095	370	5.91	−2.30
0.105	440	6.09	−2.20
0.115	480	6.17	−2.10

y, por los métodos de la sección 12.1, la línea de regresión es

$$\hat{y} = -6.44 + 0.71x$$

Nótese que, al calcular los valores de y_i, es conveniente emplear la aproximación $\frac{1}{1-z} \simeq \ln z$ (problema 13 de la página 356) para valores pequeños de $\widehat{F(t_i)}$.

Entonces, el parámetro β de la distribución de Weibull considerada se estima en $\hat{\beta} = 0.71$, y α se estima en $\hat{\alpha} = e^{-6.44} = 0.0016$. De aquí deducimos que el tiempo medio de fallo se estima en

$$\hat{\mu} = (0.0016)^{-1/0.71}\Gamma\left(1 + \frac{1}{0.71}\right)$$

que es, aproximadamente, 11 000 horas. También, se pueden obtener los valores de la tasa de fallos substituyendo t en

$$\widehat{Z(t)} = (0.0016)(0.71)t^{-0.29}$$

Como $\hat{\beta} < 1$, la tasa de fallos decrece con el tiempo. Después de una hora ($t = 1$), las unidades fallan con una tasa de $(0.0016)(0.71) = 0.00114$ unidades por hora, y después de 1000 horas la tasa de fallos ha disminuido a $(0.00114)(1000)^{-0.29} = 0.00015$ unidades por hora.

EJERCICIOS

1. En un test de duración de vida con remplazamientos, se pusieron 20 pequeños motores eléctricos en funcionamiento continuo y los cinco primeros fallos ocurrieron a las 22, 37, 61, 95 y 130 horas.
   (a) Suponiendo un modelo exponencial, construir un intervalo de confianza a nivel de 0.99 para la vida media de estos motores.
   (b) Para comprobar la afirmación del fabricante de que la vida media de estos motores es, al menos, de 500 horas, contrastar la hipótesis nula $\mu = 500$ frente a una alternativa adecuada, de tal forma que el peso de la prueba se haga sobre el fabricante Emplear $\alpha = 0.05$.
2. Se somete a un test la vida de 100 unidades y cada unidad que falla se cambia inmediatamente. El test se detiene después de haber fallado 10 unidades. Si el décimo fallo ocurrió a las 580 horas.
   (a) Construir un intervalo de confianza al nivel de 0.95 para la vida media de las unidades.
   (b) Contrastar, con un nivel de significación de 0.05, si la vida media es, o no, menor de 8,000 horas.
3. Para investigar el tiempo promedio de fallo de cierta parte de un avión sometida a vibraciones continuas, se sometieron ocho de tales partes a condiciones externas especificadas y sus tiempos de fallo fueron 112, 160, 174, 210, 238, 280, 315 y 360 horas.
   (a) Suponiendo un modelo exponencial, construir un intervalo de confianza a un nivel de 0.95 para la vida media de esta parte.
   (b) Suponiendo un modelo exponencial, contrastar la hipótesis nula de que la vida media de la parte sometida a las condiciones externas dadas es de 300 horas, frente a la hipótesis alternativa de que $\mu \neq 300$ horas. Emplear un nivel de significación de 0.01
4. Se someten a test las vidas de 20 unidades sin remplazamiento y el test se trunca después de cinco fallos. Si los cinco primeros fallos ocurrieron a las 156, 179, 212, 350 y 485 horas,
   (a) Hallar un intervalo de confianza a un nievl de 0.90 de la tasa de fallos de estas unidades.
   (b) Contrastar la hipótesis nula de que la tasa de fallos es 0.0005 fallos por hora, frente a la alternativa de que es menos de 0.0005, empleando un nivel de significación de 0.01.
5. En los tests de duración de vida, nos interesa, a veces, establecer *límites de tolerancia* para la vida de un componente (ver sección 15.5); en particular, puede interesarnos un límite de tolerancia unilateral t^*, para el cual podamos asegurar, con un grado de confianza $1 - \alpha$ que, al menos, $100 \cdot P$ por ciento de las componentes tienen una vida que excede de t^*. Empleando el modelo exponencial, se puede demostrar que se obtiene una buena aproximación con

$$t^* = \frac{-2T_r(\ln P)}{\chi^2_\alpha}$$

donde T_r se definió, en la página 349, y el valor de χ^2_α se puede obtener en la tabla V con $2r$ grados de libertad.
   (a) Utilizando los datos del problema 1, establecer un límite de tolerancia inferior para el que se pueda afirmar, con un grado de confianza de 0.95, que es sobrepasado, al menos, por el 80% de las vidas de los motores.

10

(b) Empleando los datos del ejercicio 3, establecer un límite inferior de tolerancia para el que se pueda afirmar, con un grado de confianza de 0.99, que es sobrepasado, al menos, por el 90% de las vidas de las partes de avión consideradas.

6. Partiendo de que $2T_r/\mu$ es un valor de una variable aleatoria que tiene distribución χ-cuadrado con $2r$ grados de libertad, obtener el intervalo de confianza para μ dado en la página 349.
7. Se hizo un test de duración de vida de 1,000 horas de una muestra de 500 capacitores de alta fiabilidad y no hubo fallos; en el tiempo de la prueba. Hallar un límite de confianza *inferior* a un nivel de 0.95 de la vida media de los capacitores.
8. Se someten a un test a 200 aparatos y los tiempos de fallo (en horas) de los 10 primeros que fallan son: 0.7, 1.4, 1.9, 3.0, 5.5, 8.0, 17.5, 26.0, 44.0 y 80.0. Suponiendo una distribución de Weibull del tiempo de fallo, estimar los parámetros α y β, así como la tasa de fallos a las 100 horas. ¿Cómo se compara este valor de la tasa de fallos con el que hubiéramos obtenido, tomando un modelo exponencial?
9. Para investigar las características de una componente de un cohete, un laboratorio somete a un test de duración de vida a 50 de las componentes (sin remplazamiento) en condiciones exteriores especificadas, y los 10 primeros fallos se presentan a los 18, 36, 40, 53, 71, 90, 106, 127, 149 y 165 minutos. Utilizando el modelo de Weibull, estimar la vida media de la componente. ¿Cómo se puede comparar este valor con la vida media que hubiéramos obtenido, suponiendo un modelo exponencial?
10. Usando las estimaciones de los parámetros del modelo de Weibull obtenidas en el problema 9, estimar la probabilidad de que este tipo de componente de proyectil trabaje satisfactoriamente, por lo menos durante 100 minutos.
11. Demostrar que la función de fiabilidad asociada con la distribución del tiempo de fallo de Weibull, está dada por

$$R(t) = e^{-\alpha t^{\beta}}$$

12. Obtener la fórmula de la varianza de la distribución de Weibull dada en la página 377.
13. Demostrar que $\ln \ln \dfrac{1}{1-z}$ se puede aproximar por $\ln z$ para valores pequeños de z.

[*Sugerencia:* nótese que $\dfrac{1}{1-z} = 1 + z + z^2 + z^3 \ldots$ para $|z| < 1$, y emplear la serie de Mclaurin para $\ln(1 + z)$.]

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

TABLAS

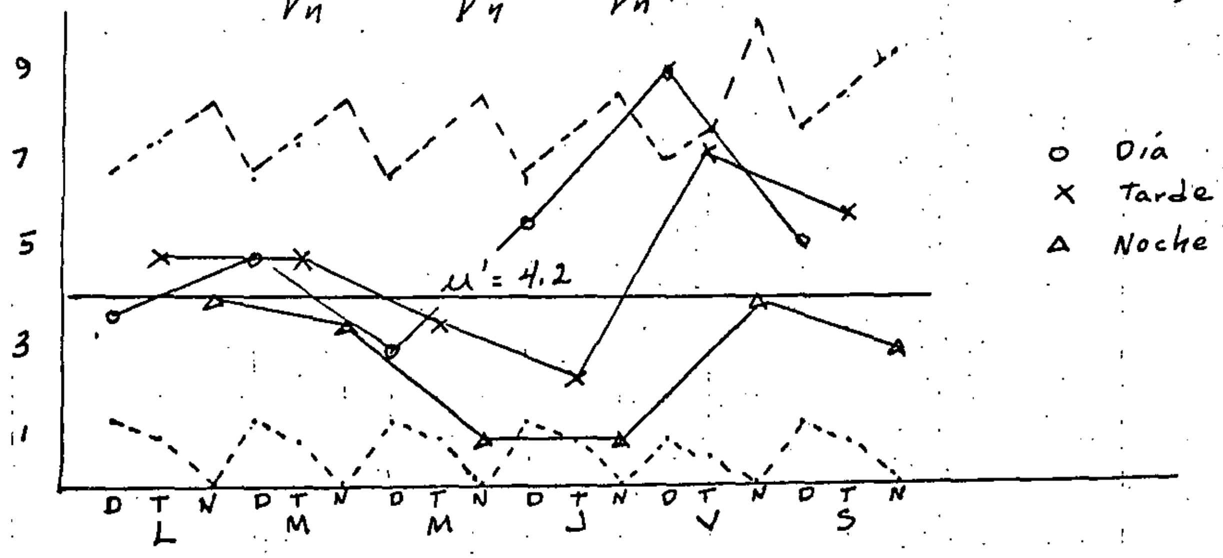
HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

Defectos observados en una operación de submontaje durante una semana. Determine el grado de control alcanzado. Suponga que $u' = 4.2$

Día	turno	c	n	u	$\frac{3\sqrt{u'}}{\sqrt{n}}$	LSC	LIC
L	D	19	5	3.8	2.7	6.9	1.5
	T	20	4	5	3.1	7.5	1.1
	N	8	2	4	4.3	8.5	0
M	D	25	5	5	2.7	6.9	1.5
	T	20	4	5	3.1	7.5	1.1
	N	7	2	3.5	4.3	8.5	0
M	D	15	5	3	2.7	6.9	1.5
	T	14	4	3.5	3.1	7.5	1.1
	N	2	2	1	4.3	8.5	0
J	D	29	5	5.8	2.7	6.9	1.5
	T	9	4	2.3	3.1	7.5	1.1
	N	2	2	1	4.3	8.5	0
V	D	36	4	9	3.1	7.3	1.1
	T	22	3	7.3	3.5	7.7	0.7
	N	4	1	4	6.1	10.3	0
S	D	27	5	5.4	2.7	6.9	1.5
	T	24	4	6	3.1	7.5	1.1
	N	6	2	3	4.3	8.5	0
		289	63				

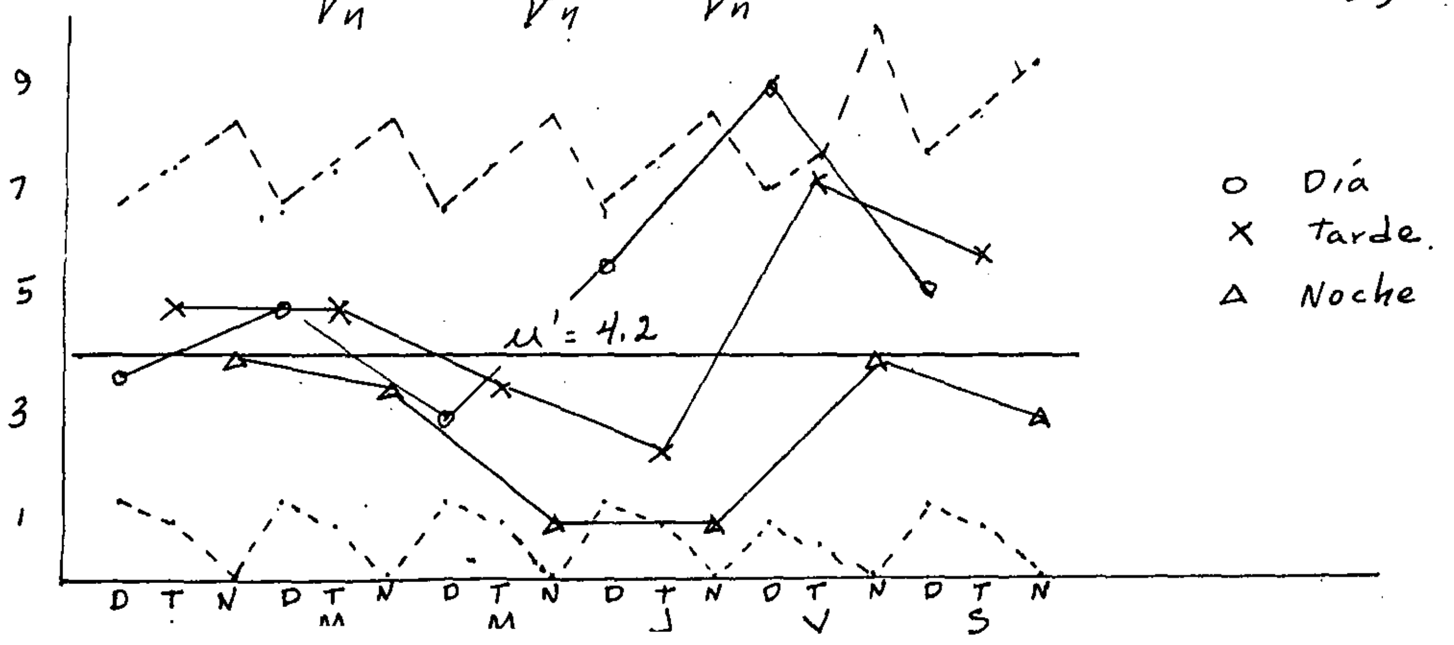
$3\sigma = \frac{3\sqrt{u'}}{\sqrt{n}} = \frac{3\sqrt{4.2}}{\sqrt{n}} = \frac{6.15}{\sqrt{n}}$ $\bar{u} = \frac{289}{63} = 4.6$ $\bar{u}_{corr} = \frac{253}{59} = 4.3$



Defectos observados en una operación de submontaje durante una semana. Determine el grado de control alcanzado. Suponga que $u' = 4.2$

Día	turno	c	n	u	$\frac{3\sqrt{u'}}{\sqrt{n}}$	LSC	LIC
L	D	19	5	3.8	2.7	6.9	1.5
	T	20	4	5	3.1	7.5	1.1
	N	8	2	4	4.3	8.5	0
M	D	25	5	5	2.7	6.9	1.5
	T	20	4	5	3.1	7.5	1.1
	N	7	2	3.5	4.3	8.5	0
M	D	15	5	3	2.7	6.9	1.5
	T	14	4	3.5	3.1	7.5	1.1
	N	2	2	1	4.3	8.5	0
J	D	29	5	5.8	2.7	6.9	1.5
	T	9	4	2.3	3.1	7.5	1.1
	N	2	2	1	4.3	8.5	0
V	D	36	4	9	3.1	7.3	1.1
	T	22	3	7.3	3.5	7.7	0.7
	N	4	1	4	6.1	10.3	0
S	D	27	5	5.4	2.7	6.9	1.5
	T	24	4	6	3.1	7.5	1.1
	N	6	2	3	4.3	8.5	0
		289	63				

$$3\sigma = \frac{3\sqrt{u'}}{\sqrt{n}} = \frac{3\sqrt{4.2}}{\sqrt{n}} = \frac{6.15}{\sqrt{n}} \qquad \bar{u} = \frac{289}{63} = 4.6 \qquad \bar{u}_{corr} = \frac{253}{59} = 4.3$$



Letra clave para el tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulativo de la muestra	0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
A B C				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	‡	‡	↓	‡	‡	‡	‡	‡	‡	‡	‡	‡	‡
D	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	4 12	6 16	↑	↑
	Segunda	2	4															# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	11 19	17 27		
	Tercera	2	6															0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	19 27	29 39		
	Cuarta	2	8															0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	27 34	40 49		
	Quinta	2	10															1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	36 40	53 58		
	Sexta	2	12															1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	45 47	65 68		
	Séptima	2	14															2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	53 54	77 78		
E	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	4 12	6 16	↑	↑	↑
	Segunda	3	6														# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	11 19	17 27			
	Tercera	3	9														0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	19 27	29 39			
	Cuarta	3	12														0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	27 34	40 49			
	Quinta	3	15														1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	36 40	53 58			
	Sexta	3	18														1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	45 47	65 68			
	Séptima	3	21														2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	53 54	77 78			
F	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	5	10													# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14						
	Tercera	5	15													0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19						
	Cuarta	5	20													0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25						
	Quinta	5	25													1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29						
	Sexta	5	30													1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33						
	Séptima	5	35													2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38						
G	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	8	16												# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14							
	Tercera	8	24												0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19							
	Cuarta	8	32												0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25							
	Quinta	8	40												1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29							
	Sexta	8	48												1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33							
	Séptima	8	56												2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38							
H	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26											# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14								
	Tercera	13	39											0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19								
	Cuarta	13	52											0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25								
	Quinta	13	65											1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29								
	Sexta	13	78											1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33								
	Séptima	13	91											2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38								
J	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40										# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14									
	Tercera	20	60										0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19									
	Cuarta	20	80										0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25									
	Quinta	20	100										1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29									
	Sexta	20	120										1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33									
	Séptima	20	140										2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38									

↓ = Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

† = Úsese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo múltiple abajo, cuando esté disponible).

‡ = Úsese el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo sencillo abajo, cuando esté disponible).

= La aceptación no se permite a este tamaño de muestra.

3

TABLA R. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO MULTIPLE)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC) (*Continúa*)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulativo de la muestra	0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
K	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64									# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14										
	Tercera	32	96									0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19										
	Cuarta	32	128									0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25										
	Quinta	32	160									1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29										
	Sexta	32	192									1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33										
	Séptima	32	224									2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38										
L	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100								# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14											
	Tercera	50	150								0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19											
	Cuarta	50	200								0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25											
	Quinta	50	250								1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29											
	Sexta	50	300								1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33											
	Séptima	50	350								2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38											
M	Primera	80	80	↓	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160							# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14												
	Tercera	80	240							0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19												
	Cuarta	80	320							0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25												
	Quinta	80	400							1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29												
	Sexta	80	480							1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33												
	Séptima	80	560							2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38												
N	Primera	125	125	↓	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14													
	Tercera	125	375						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19													
	Cuarta	125	500						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25													
	Quinta	125	625						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29													
	Sexta	125	750						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33													
	Séptima	125	875						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38													
P	Primera	200	200	↓	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400					# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14														
	Tercera	200	600					0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19														
	Cuarta	200	800					0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25														
	Quinta	200	1 000					1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29														
	Sexta	200	1 200					1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33														
	Séptima	200	1 400					2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38														
Q	Primera	315	315	†	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630				# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14															
	Tercera	315	945				0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19															
	Cuarta	315	1 260				0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25															
	Quinta	315	1 575				1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29															
	Sexta	315	1 890				1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33															
	Séptima	315	2 205				2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38															
R	Primera	500	500	↑	↑	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1 000			# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14																
	Tercera	500	1 500			0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19																
	Cuarta	500	2 000			0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25																
	Quinta	500	2 500			1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29																
	Sexta	500	3 000			1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33																
	Séptima	500	3 500			2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38																

Niveles de calidad aceptable (inspección normal)

↓ = úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = número de aceptación.

Re = número de rechazo.

† = Úsese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo múltiple abajo, cuando esté disponible).

= La aceptación no se permite con este tamaño de muestra.

TABLA N. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION REDUCIDA (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Niveles de calidad aceptable (inspección normal)

Letra clave para el tamaño de la Muestra	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = número de aceptación.

Re = número de rechazo.

† Si el número de aceptación ha sido excedido, y el número de rechazo no ha sido alcanzado, acéptese el lote, pero reinstálese la inspección normal.

NCA = 1.1 %

NCR = 5.35 %

· Curvas más despegadas de CIO

NCR mayor

TABLA O. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO DOBLE)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Niveles de calidad aceptable (inspección normal)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulado de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↓	↓	†	†	†	†	†	†	†	†	†
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31
	Segunda	2	4																	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑
	Segunda	3	6																1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57	
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑
	Segunda	5	10															1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57		
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑	↑
	Segunda	8	16													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57				
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26											1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27						
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27								
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
L	Primera	125	125	↓	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27											
M	Primera	200	200	↓	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
N	Primera	315	315	↓	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27													
P	Primera	500	500	↓	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1 000					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27														
Q	Primera	800	800	†	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	800	1 600				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27															
R	Primera	1 250	1 250	↑	↑	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	1 250	2 500			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27																

↓ = Usese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = Usese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

† Usese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo doble hacia abajo, cuando está disponible).

N=15,000
AQL=1%

fracción de defectuosos → no. de defectos por 100 unidades

TABLA L. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal) 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Usese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Usese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

NCA=1.2%, NCR=3.75%

CIO = Curva Ideal de Operación

TABLA M. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION CERRADA (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección cerrada) 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3 150			1 2																							

↓ = Usese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Usese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

NCA= 0.9%
NCR= 3.33%

Curvas más cercanas a CIO
normal
... mayor

N=D, AQL=1%

fracción de defectuosos → no. de defectos por 100 unidades

TABLA L. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal) 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Usese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Usese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

NCA=1.2%, NCR=3.75%

CIO = Curva Ideal de Operación

TABLA M. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION CERRADA (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección cerrada) 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1 000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3 150			1 2																							

↓ = Usese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Usese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

NCA= 0.9%
NCR= 3.33%

Curvas más cerradas a CIO que normal

NCR menor

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

SISTEMAS EN SERIE Y EN PARALELO

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

3.9 *Sistemas en serie y en paralelo*

Puesto que la confiabilidad se ha definido como una probabilidad, ésta se podrá calcular, para un sistema cualquiera, si se conocen las densidades de probabilidades de falla de cada uno de sus componentes. Estas densidades se pueden obtener mediante experimentos diseñados exprofeso o mediante consideraciones de carácter subjetivo basadas en experiencias previas con componentes semejantes, o en la experiencia del que estudia la confiabilidad del sistema.

Muchos sistemas pueden considerarse con los componentes *en serie o en paralelo*. Se dice que un sistema es *en serie* si sus componentes están conectados entre sí de tal manera que al fallar uno de ellos falla el sistema; en la fig 3.10 se muestra la representación clásica de un sistema de este tipo. Un sistema es en *paralelo* si para que falle éste se necesita que fallen todos sus componentes; en la fig 3.11 se encuentra la representación gráfica de un sistema de este tipo.

Para estimar la confiabilidad de un sistema en serie consideraremos que los componentes del mismo son *independientes*, es decir, que el hecho de que uno falle no influye en la probabilidad de que cualquier otro falle. En otras palabras, la confiabilidad del componente se mantiene inalterada cuando cualquier otro falla.

Puesto que para que un sistema en serie no falle se requiere que ninguno de sus componentes falle, su confiabilidad será igual al producto de las confiabilidades de cada uno de sus componentes (esto se debe a que el evento "no falla el sistema"

...

es la intersección de los eventos "no falla el componente i" en donde $i=1,2,...,n$, y n es el total de componentes). En símbolos, la probabilidad de que no falle el sistema antes del tiempo t es

$$P|T \geq t| = R(t) = R_1(t) x R_2(t) x \ldots x R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad (3.73)$$

en donde T es la variable aleatoria "tiempo de falla del sistema", t es un valor que puede asumir T, $R(t)$ es la probabilidad de que no falle el sistema hasta el tiempo t (su confiabilidad hasta t), y $R_i(t)$ es la probabilidad de que la componente i no falle antes de t. De la ec 3.73 se concluye que la confiabilidad de un sistema en serie decrece conforme aumenta el número de sus componentes, ya que se están multiplicando entre sí números menores de uno. Por ejemplo, si $n=4$ y $R_i(t)=0.9$ para toda i (los componentes son idénticos), entonces $R(t)=0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.6561$; si $n=5$, $R(t)=0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.59049$

Para que un sistema en paralelo falle es necesario que fallen *todos* sus componentes. Si dichos componentes son independientes, la probabilidad de falla del sistema en algún instante previo a t será

$$P|T \leq t| = F(t) = 1 - R(t) = \prod_{i=1}^{n} |1 - R_i(t)| \qquad (3.74)$$

por lo que la confiabilidad del sistema será $1-P|T \leq t|$, es decir

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} |1 - R_i(t)| \qquad (3.75)$$

Puesto que todas las probabilidades de falla que aparecen en el miembro derecho de la ec 3.74 son menores que uno, el resultado de aplicarla decrecerá conforme aumenta el número n de componentes, es decir, la probabilidad de supervivencia

...

de un sistema en paralelo aumenta conforme crece el número de sus componentes y, por consiguiente, su confiabilidad (ec 3.75) aumenta.

Por ejemplo, si un sistema en paralelo tiene cuatro componentes (n=4) y si $R_i(t)$=0.9, entonces su probabilidad de falla antes del tiempo t es (ec 3.74)

$$P|T \leq t| = F(t) = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0001$$

por lo que su confiabilidad (probabilidad de sobrevivencia) es

$$R(t) = 1 - 0.0001 = 0.9999$$

El hecho de que la confiabilidad de un sistema en paralelo es mayor que la de uno en serie, en igualdad del número de componentes y de sus confiabilidades, hace concluir que una manera de aumentar la confiabilidad de un sistema en serie consiste en ponerle algunos componentes en paralelo a aquellos que tengan baja confiabilidad, con lo cual se forma un sistema *mixto*, como el de la fig 3.12. A los componentes que se agregan con este objeto se les llama *redundantes*, porque no son indispensables para que funcione el sistema. Sin embargo, al añadirle componentes redundantes a un sistema se incrementan su costo, volumen, complejidad, etc., lo que en ocasiones desalienta la utilización de este recurso.

Para calcular la confiabilidad de un sistema mixto primero hay que obtener las confiabilidades de los grupos de componentes que están en paralelo, y luego considerar a dicho grupo como si fuese un elemento conectado en serie con una confiabilidad igual a la del grupo en paralelo. Así, en el caso presentado

...

en la fig 3.12, en que la confiabilidad de cada componente hasta el instante t está anotada abajo de él, el primer grupo de elementos en paralelo tiene una confiabilidad igual a $R_1(t)= 1 -0.3 \times 0.3 \times 0.3=0.973$; la del segundo grupo es $R_2(t)= 1-0.2 \times 0.2=0.96$ (ver fig 3.13). La confiabilidad del sistema es, entonces,

$$R(t) = 0.99 \times 0.95 \times 0.973 \times 0.96 \times 0.90 = 0.7815$$

Si no hubiese habido componentes redundantes, la confiabilidad hubiera sido

$$R(t) = 0.99 \times 0.95 \times 0.70 \times 0.80 \times 0.90 = 0.4740$$

que es bastante menor que la del sistema que sí los tiene.

3.10 *El modelo exponencial en la confiabilidad de un sistema*

En esta sección emplearemos los resultados obtenidos para calcular las confiabilidades de sistemas en serie y en paralelo, suponiendo que las densidades de probabilidades, $f(t)$, de los tiempos de falla de los componentes son exponenciales, es decir,

$$f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}$$

en donde λ_i es la intensidad de fallas (número medio de fallas por unidad de tiempo) del i-ésimo componente.

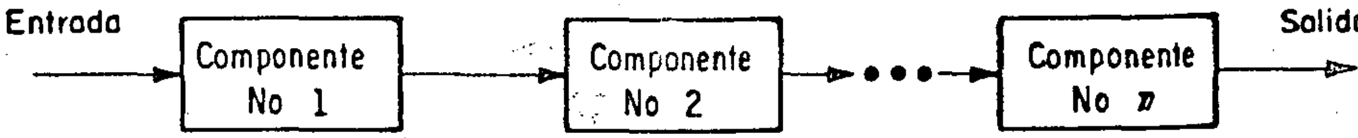
Tomando en cuenta que

$$R(t) = 1-F(t) = 1-\int_0^t f(t)dt$$

obtenemos

$$R_i(t) = 1-\int_0^t \lambda_i e^{-\lambda_i t}dt = e^{-\lambda_i t} \qquad (3.76)$$

...



51

Fig 3.10 Sistema en serie

52

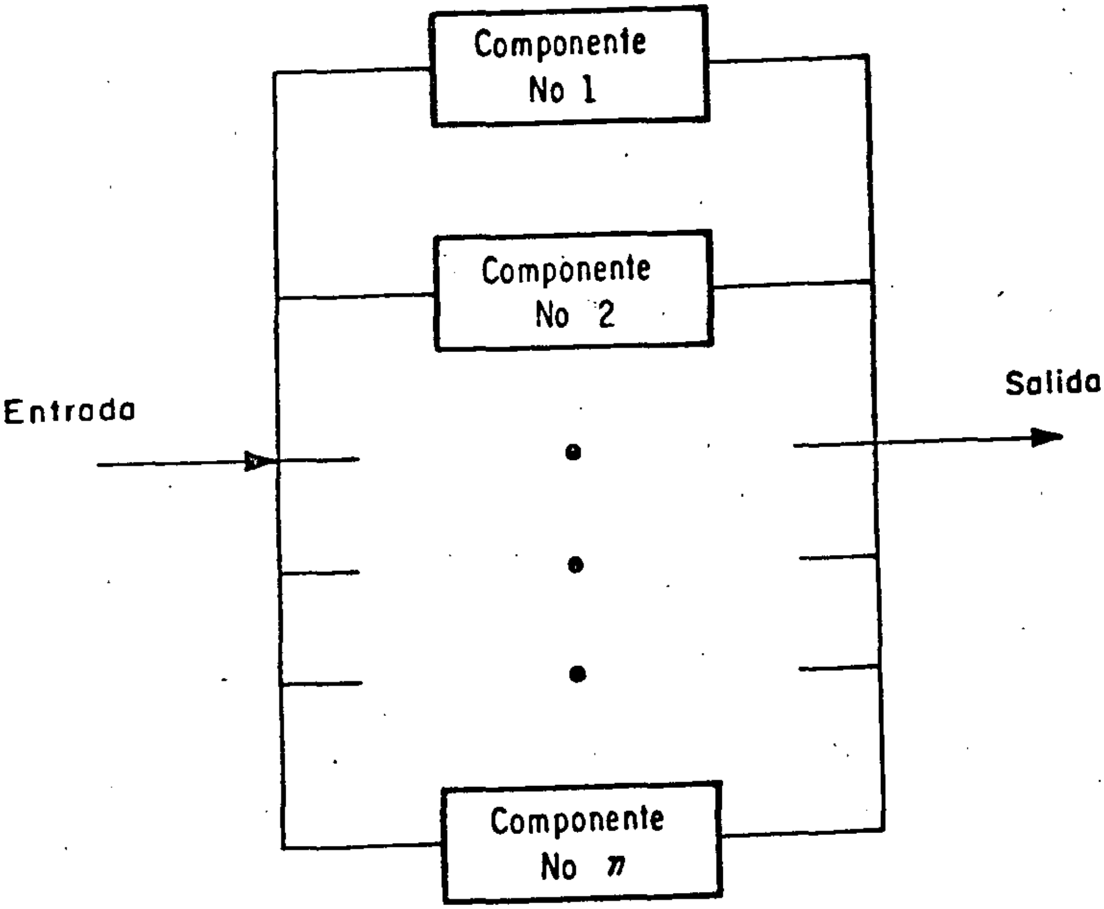


Fig 3.11 Sistema en paralelo

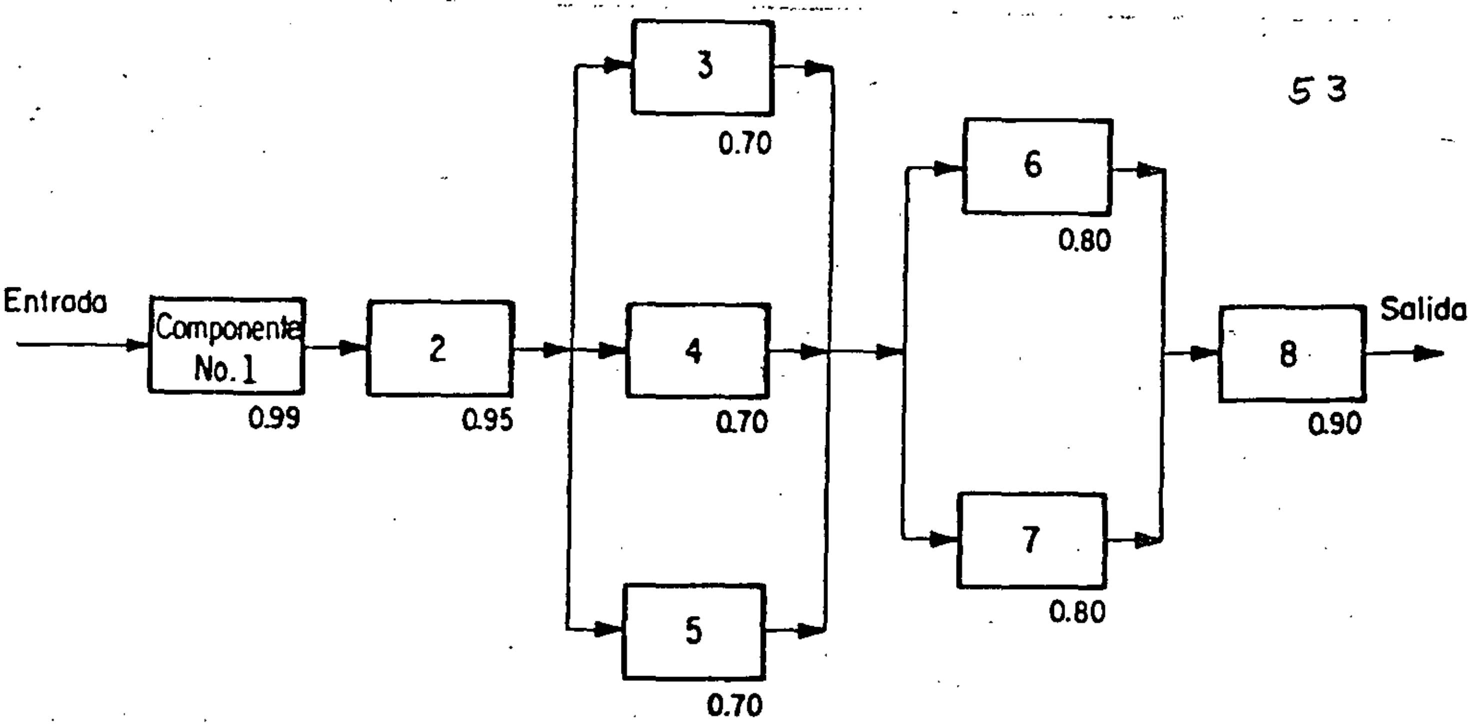


Fig 3.12 Sistema mixto

(54)

Fig 3.13 Sistema en serie equivalente al de la fig 3.12

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CURSO ORGANIZADO CON LA COLABORACION DE LA
DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS DE LA
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

"CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD"

GRAFICAS
ANEXO

HERMOSILLO, SON.
JULIO, 1985

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

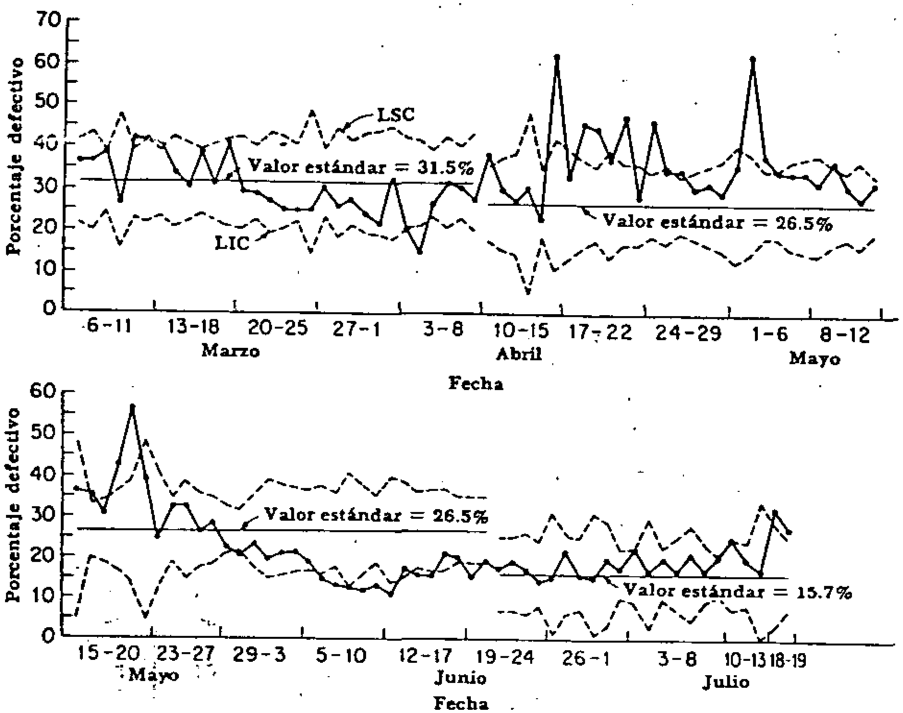


FIG. 2-4. Gráfica de control para el porcentaje defectivo de la producción diaria de un dispositivo electrónico

inspección por atributos, en la cual cada artículo inspeccionado se registra simplemente como conformándose, o no conformándose, a las especificaciones.

Tal como en el caso de las gráficas de control $\bar{X}$ y R, explicadas en los Ejs. 2-1 y 2-2, la gráfica de control para p tiene una línea central y límites de control superior e inferior. Desde el 6 de marzo hasta el 8 de abril, la línea central o valor estándar fue establecido en 31.5% defectivo, con base en el rendimiento anterior al 6 de marzo. Impulsado por el hecho de que la calidad había estado a un mejor nivel durante las tres semanas siguientes al 20 de marzo, el ingeniero de control de calidad revisó el valor estándar el 10 de abril.

El número total de unidades inspeccionadas desde el 20 de marzo hasta el 18 de abril fue de 3 259. (Esta es la suma de los valores de n mostrados en la Tabla 2-3 para este periodo, o sea, 162, 270, 140, etc.) El número total de unidades defectivas fue 863 (la suma de 47, 78, 38, etc.). Para este periodo de tres semanas, la fracción defectiva media p, fue $863/3\,259 = 0.265$. Esta cifra fue adoptada por el ingeniero de control de calidad como nuevo valor estándar y fue usada del 10 de abril hasta el 20 de junio. Empezando el 21 de junio el valor estándar fue nuevamente revisado y en esta ocasión se llevó a 0.157 basado en el registro del 5 al 20 de junio, inclusive (410 defectivos en 2 613 unidades).

TABLA 2-3. RESULTADOS DE LA INSPECCION FINAL DIARIA DE UN DISPOSITIVO ELECTRONICO

Fecha	Número de unidades inspeccionadas n	Número de defectivas np	Fracción defectiva p
Marzo 6	198	72	0.364
7	144	53	0.368
8	342	133	0.389
9	72	19	0.264
10	324	136	0.420
11	198	82	0.414
13	324	132	0.407
14	165	55	0.333
15	213	64	0.300
16	336	129	0.384
17	252	79	0.313
18	177	72	0.407
20	162	47	0.290
21	270	78	0.289
22	140	38	0.271
23	158	40	0.253
24	245	61	0.249
25	64	16	0.250
27	306	92	0.301
28	108	28	0.259
29	195	53	0.272
30	142	34	0.239
31	126	27	0.214
Abril 1	107	36	0.336
3	162	33	0.204
4	180	27	0.150
5	321	84	0.262
6	162	50	0.309
7	267	80	0.300
8	144	39	0.271
10	213	81	0.380
11	144	43	0.299
12	126	34	0.270
13	36	11	0.306
14	270	61	0.226
15	72	45	0.625
17	108	35	0.324
18	159	73	0.459
19	231	103	0.446
20	105	39	0.371
21	189	90	0.476
22	189	53	0.280
24	306	142	0.464
25	198	68	0.343
26	396	136	0.343
27	284	85	0.299
28	199	62	0.312
29	156	45	0.288
Mayo 1	90	32	0.356
2	123	77	0.626
3	267	101	0.378
4	264	90	0.341
5	156	53	0.340
6	132	45	0.341
8	126	40	0.317
9	190	70	0.368
10	261	79	0.303

Fecha	Número de unidades inspeccionadas n	Número de unidades defectivas np	Fracción defectiva p
Mayo 11	162	45	0.278
12	354	111	0.314
15	36	13	0.361
16	333	117	0.351
17	297	91	0.306
18	190	81	0.426
19	108	61	0.565
20	36	14	0.389
23	86	21	0.244
24	313	101	0.323
25	126	41	0.325
26	216	56	0.259
27	261	75	0.287
29	543	120	0.221
30	751	152	0.202
31	213	49	0.230
Junio 1	126	24	0.190
2	141	29	0.206
3	162	34	0.210
5	177	33	0.186
6	156	23	0.147
7	216	28	0.130
8	90	11	0.122
9	144	17	0.118
10	249	32	0.129
12	105	11	0.105
13	126	21	0.167
14	198	30	0.152
15	180	27	0.150
16	180	37	0.206
17	252	50	0.198
19	270	40	0.148
20	270	50	0.185
21	144	24	0.167
22	141	26	0.184
23	114	19	0.167
24	198	27	0.136
26	54	8	0.148
27	126	27	0.214
28	159	25	0.151
29	54	8	0.148
30	72	14	0.194
Julio 1	342	58	0.170
3	255	56	0.220
4	54	9	0.167
5	288	56	0.194
6	155	25	0.161
7	87	18	0.207
8	225	38	0.169
10	454	90	0.198
11	159	39	0.245
12	195	37	0.190
13	36	6	0.167
18	69	22	0.319
19	152	41	0.270

Límites de control. Los límites de control en una gráfica para p proporcionan una respuesta a la pregunta: "¿Son las variaciones en el porcentaje defectivo de un lote a otro (en este caso, de un día a otro) de tal naturaleza que pudieran esperarse como un asunto casual, si la calidad promedio fuese mantenida en el nivel estándar supuesto?" Para responder a esta pregunta es ne-

TABLA 4-2. 400 EXTRACCIONES DE LA URNA NORMAL DE SHEWHART ORDENADAS EN SUBGRUPOS DE CUATRO

Número de extracciones	Marcas de las fichas en cada subgrupo				Promedio $\bar{X}$	Amplitud R	Desviación estándar σ
1–4	47	32	44	35	39.50	15	6.2
5–8	33	33	34	34	33.50	1	0.5
9–12	34	34	31	34	33.25	3	1.3
13–16	12	21	24	47	26.00	35	12.9
17–20	35	23	38	40	34.00	17	6.6
21–24	19	37	31	27	28.50	18	6.5
25–28	23	45	26	37	32.75	22	8.8
29–32	33	12	29	43	29.25	31	11.2
33–36	25	22	37	33	29.25	15	6.0
37–40	29	32	30	13	26.00	19	7.6
41–44	40	18	30	11	24.75	29	11.1
45–48	21	18	36	34	27.25	18	7.9
49–52	26	35	31	29	30.25	9	3.3
53–56	52	29	21	18	30.00	34	13.3
57–60	26	20	30	20	24.00	10	4.2
61–64	19	1	30	30	20.00	29	11.9
65–68	28	34	39	17	29.50	22	8.2
69–72	29	25	24	30	27.00	6	2.5
73–76	21	37	32	25	28.75	16	6.2
77–80	24	22	16	35	24.25	19	6.9
81–84	28	39	23	21	27.75	18	7.0
85–88	41	32	46	12	32.75	34	13.0
89–92	14	23	41	42	30.00	28	11.9
93–96	32	28	46	27	33.25	19	7.6
97–100	42	34	22	34	33.00	20	7.1
101–104	20	38	27	32	29.25	18	6.6
105–108	30	14	37	43	31.00	29	10.8
109–112	28	29	32	35	31.00	7	2.7
113–116	35	30	37	26	32.00	11	4.3
117–120	51	13	45	55	41.00	42	16.6
121–124	34	19	11	16	20.00	23	8.6
125–128	32	28	41	40	35.25	13	5.4
129–132	14	31	20	35	25.00	21	8.4
133–136	25	44	29	27	31.25	19	7.5
137–140	18	22	20	33	23.25	15	5.8

TABLA 4-2. 400 EXTRACCIONES DE LA URNA NORMAL DE SHEWHART ORDENADAS EN SUBGRUPOS DE CUATRO (*Continúa*)

Número de extracciones	Marcas de las fichas en cada subgrupo				Promedio $\bar{X}$	Amplitud R	Desviación estándar σ
141–144	21	31	39	25	29.00	18	6.8
145–148	17	44	54	13	32.00	41	17.4
149–152	36	48	19	41	36.00	29	10.7
153–156	25	31	38	30	31.00	13	4.6
157–160	35	21	20	34	27.50	15	7.0
161–164	21	22	44	19	26.50	25	10.2
165–168	39	22	24	29	28.50	17	6.6
169–172	40	44	24	18	31.50	26	10.8
173–176	23	25	46	29	30.75	23	9.1
177–180	23	37	44	34	34.50	21	7.6
181–184	36	52	30	28	36.50	24	9.4
185–188	35	23	11	5	18.50	30	11.5
189–192	33	15	40	29	29.25	25	9.1
193–196	18	30	22	25	23.75	12	4.4
197–200	23	30	20	19	23.00	11	4.3
201–204	7	32	36	38	28.25	31	12.5
205–208	29	30	39	31	32.25	10	4.0
209–212	36	12	34	25	26.75	24	9.5
213–216	36	37	39	32	36.00	7	2.5
217–220	38	9	25	39	27.75	30	12.2
221–224	11	44	29	29	28.25	33	11.7
225–228	31	18	31	25	26.25	13	5.4
229–232	22	47	12	27	27.00	35	12.7
233–236	29	24	32	44	32.25	20	7.4
237–240	42	26	32	27	31.75	16	6.3
241–244	29	40	43	29	35.25	14	6.3
245–248	23	22	23	39	26.75	17	7.1
249–252	34	27	52	28	35.25	25	10.0
253–256	27	40	23	24	28.50	17	6.8
257–260	34	38	16	28	29.00	22	8.3
261–264	39	19	39	32	32.25	20	8.2
265–268	42	25	25	42	33.50	17	8.5
269–272	30	25	38	39	33.00	14	5.8
273–276	43	22	10	28	25.75	33	11.9
277–280	17	31	10	16	18.50	21	7.7

TABLA 4-2. 400 EXTRACCIONES DE LA URNA NORMAL DE SHEWHART ORDENADAS EN SUBGRUPOS DE CUATRO (*Continúa*)

Número de extracciones	Marcas de las fichas en cada subgrupo				Promedio $\bar{X}$	Amplitud R	Desviación estándar σ
281–284	40	49	38	37	41.00	12	4.7
285–288	22	39	26	18	26.25	21	7.9
289–292	30	36	34	18	29.50	18	7.0
293–296	41	37	27	32	34.25	14	5.3
297–300	5	20	43	26	23.50	38	13.6
301–304	38	26	38	25	31.75	13	6 3
305–308	27	38	40	33	34.50	13	5.0
309–312	20	23	28	35	26.50	15	5.7
313–316	29	29	34	29	30.25	5	2.2
317–320	25	35	37	42	34.75	17	6.2
321–324	42	59	38	28	41.75	31	11.2
325–328	24	32	22	22	25.00	10	4.1
329–332	38	40	31	52	40.25	21	7.6
333–336	22	52	33	27	33.50	30	11.4
337–340	46	32	20	50	37.00	30	11.9
341–344	27	29	24	15	23.75	14	5.4
345–348	31	26	34	35	31.50	9	3.5
349–352	32	46	30	32	35.00	16	6.4
353–356	35	20	34	46	33.75	26	9.2
357–360	55	25	33	54	41.75	30	13.1
361–364	22	46	52	42	40.50	30	11.3
365–368	14	24	2	43	20.75	41	15.0
369–372	36	52	19	50	39.25	33	13.2
373–376	29	21	17	9	19.00	20	7.2
377–380	33	31	32	18	28.50	15	6.1
381–384	52	34	17	5	27.00	47	17.7
385–388	23	41	21	29	28.50	20	7.8
389–392	28	22	45	21	29.00	24	9.6
393–396	32	27	16	30	26.25	16	6.2
397–400	23	23	27	36	27.25	13	5.3
Totales					3 007.50	2076	807.8

Mientras más extracciones se promedien, más posibilidades existen de que el promedio esté cercano al promedio de la urna. O bien, establecido en términos más generales, mientras mayor sea la muestra tomada de un universo, más posibilidades habrá de que el promedio de la muestra se acerque al promedio de universo. Esto deberá ser una proposición aceptable aun con base al sentido co-final del periodo. Cuando un valor estándar p' es establecido con anterioridad, los límites pueden calcularse cada día y dibujarse en la gráfica de control al graficar el punto del día. De este modo, la gráfica de control proporciona una base para acción inmediata siempre que un punto se salga fuera de los límites de control.

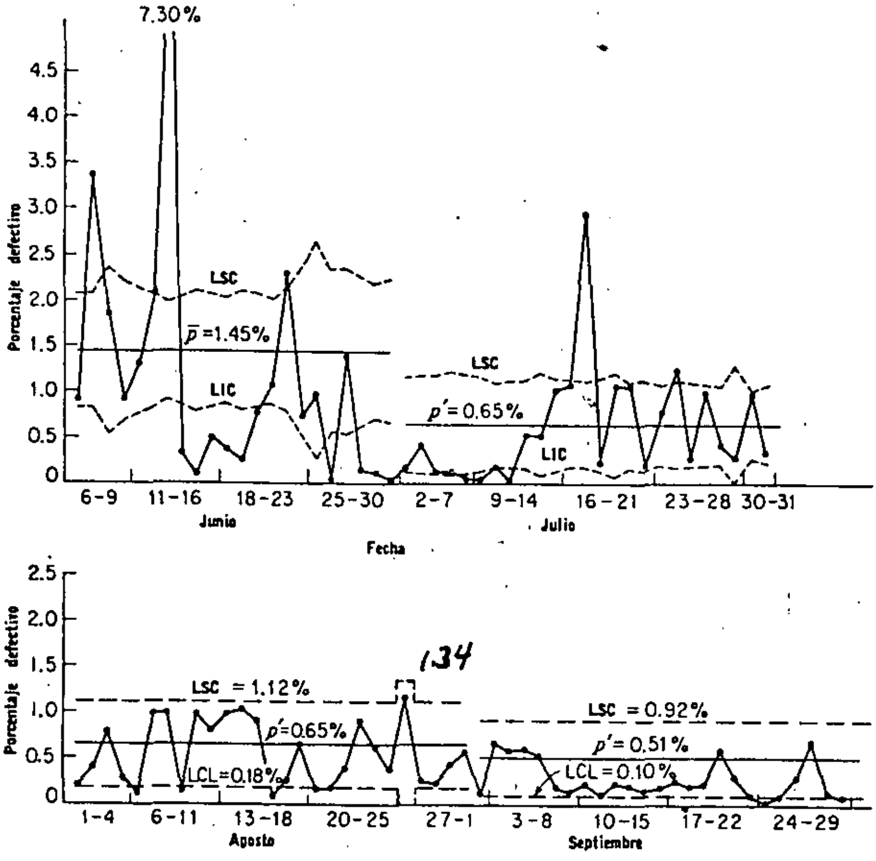


FIG. 10-1. Gráfica de control para el porcentaje defectuoso. Producción de 4 meses de un dispositivo eléctrico

Establecimiento de los límites de control basados en el tamaño promedio esperado del subgrupo. Aunque la posición correcta de los límites de control 3 sigma en una gráfica de p depende del tamaño del subgrupo (en este caso, el subgrupo es el número de partes inspeccionadas cada día) el cálculo de límites nuevos para cada nuevo subgrupo no es muy grande (por ejemplo, cuando los subgrupos máximos y mínimos no están más de un 25% alejados del promedio) a veces puede ser bastante bueno, para propósitos prácticos, establecer un solo juego de límites de control basado en el tamaño de subgrupo promedio esperado. De este modo, los límites pueden ser establecidos al comienzo de un periodo (un mes, por ejemplo), y proyectados por adelantado para todo el periodo.

TABLA 10-1. CALCULO DE LIMITES DE CONTROL DE PRUEBA PARA LA GRAFICA DE CONTROL POR FRACCION DEFECTUOSA

(Datos sobre una sola característica de calidad de una pieza de un aparato eléctrico)

Fecha	Número n inspeccionado	Número de defectivos	Fracción p defectiva	$3\sigma = \frac{3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$	LSC $\bar{p} + 3\sigma$	LIC $\bar{p} - 3\sigma$
Junio 6	3 350	31	0.0092	0.0062	0.0207	0.0083
7	3 354	113	0.0337	0.0062	0.0207	0.0083
8	1 509	28	0.0185	0.0092	0.0237	0.0053
9	2 190	20	0.0091	0.0077	0.0222	0.0068
11	2 678	35	0.0131	0.0069	0.0214	0.0076
12	3 252	68	0.0209	0.0063	0.0208	0.0082
13	4 641	339	0.0730	0.0053	0.0198	0.0092
14	3 782	12	0.0032	0.0058	0.0203	0.0087
15	2 993	3	0.0010	0.0066	0.0211	0.0079
16	3 382	17	0.0050	0.0062	0.0207	0.0083
18	3 694	14	0.0038	0.0059	0.0204	0.0088
19	3 052	8	0.0026	0.0065	0.0210	0.0080
20	3 477	27	0.0078	0.0061	0.0206	0.0084
21	4 051	44	0.0109	0.0056	0.0201	0.0089
22	3 042	70	0.0230	0.0065	0.0210	0.0080
23	1 623	12	0.0074	0.0089	0.0234	0.0056
25	915	9	0.0098	0.0119	0.0264	0.0026
26	1 644	1	0.0006	0.0087	0.0232	0.0058
27	1 572	22	0.0140	0.0090	0.0235	0.0055
28	1 961	3	0.0015	0.0081	0.0226	0.0064
29	2 440	3	0.0012	0.0073	0.0218	0.0072
30	2 086	1	0.0005	0.0079	0.0224	0.0066
Totales	60 688	880				

$$\bar{p} = \frac{\text{Núm. total de defectivos}}{\text{Núm. total inspeccionado}} = \frac{880}{60\,688} \doteq 0.0145$$

$$3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} = 3\sqrt{(0.0145)(0.9855)} = 0.3586$$

Al final de julio, se analizó la situación para considerar la posibilidad de hacer lo anterior. Se decidió que la producción diaria estaba bastante bien estabilizada para justificar el uso de un solo juego de límites de control en agosto. La producción promedio diaria en julio había sido 61 701/25 = 2 468. El rendimiento promedio estimado por día en agosto fue 2 600; se tomó esta cantidad como el valor de n para el cálculo de los límites de control. Puesto que $\bar{p}$ en julio había sido 393/61 701 = 0.0064, no se hizo ningún cambio en la p' de 0.0065. Los cálculos para los límites de control para agosto se muestran en la Tabla 10-3.

TABLA 10-2. CALCULO DE LOS LIMITES DE CONTROL DIARIOS BASADOS EN EL VALOR ESTANDAR DE LA FRACCION DEFECTUOSA p'

(Datos sobre una sola característica de calidad de una pieza de un aparato eléctrico)

Fecha	Número n inspeccionado	Número de defectivos	Fracción p defectiva	$3\sigma = \frac{3\sqrt{p'(1-p')}}{\sqrt{n}}$	LSC $p' + 3\sigma$	LIC $p' - 3\sigma$
Julio 2	2 228	4	0.0018	0.0051	0.0116	0.0014
3	2 087	9	0.0043	0.0053	0.0118	0.0012
5	2 088	3	0.0014	0.0053	0.0118	0.0012
6	1 746	2	0.0014	0.0058	0.0123	0.0007
7	2 076	1	0.0005	0.0053	0.0118	0.0012
9	2 164	1	0.0005	0.0052	0.0117	0.0013
10	2 855	5	0.0018	0.0045	0.0110	0.0020
11	2 560	5	0.0020	0.0048	0.0113	0.0017
12	2 545	14	0.0055	0.0048	0.0113	0.0017
13	1 874	1	0.0005	0.0056	0.0121	0.0009
14	2 329	24	0.0103	0.0050	0.0115	0.0015
16	2 744	30	0.0109	0.0046	0.0111	0.0019
17	2 619	77	0.0294	0.0047	0.0112	0.0018
18	2 211	5	0.0023	0.0051	0.0116	0.0014
19	1 746	19	0.0109	0.0058	0.0123	0.0007
20	2 628	28	0.0107	0.0047	0.0112	0 0018
21	2 366	5	0.0021	0.0050	0.0115	0.0015
23	2 954	23	0.0078	0.0044	0.0109	0.0021
24	2 586	32	0.0124	0.0047	0.0112	0.0018
25	2 790	8	0.0029	0.0046	0.0111	0.0019
26	2 968	30	0.0101	0.0044	0.0109	0.0021
27	3 100	13	0.0042	0.0043	0.0108	0.0022
28	1 359	4	0.0030	0.0065	0.0130	0.0000
30	3 940	39	0.0099	0.0038	0.0103	0.0027
31	3 138	11	0.0035	0.0043	0.0108	0.0022
Totales	61 701	393				

La fracción defectiva estándar p' es 0.0065

$$3\sqrt{p'(1-p')} = 3\sqrt{(0.0065)(0.9935)} = 0.241$$

Siempre que los límites de control son fijados de esta manera a un valor promedio esperado de n, cualesquier puntos en la gráfica de control que estén, ya sea afuera de los límites o apenas adentro de ellos, requieren un examen más minucioso, para ver si los límites como están trazados se aplican realmente a estos puntos. Siempre que el tamaño del subgrupo es más grande que el valor promedio asumido de n, los límites verdaderos están dentro de los trazados. Siempre que el tamaño del sugrupo es más pequeño, los límites verdaderos están afuera.

TABLA 10-3. REGISTRO DE LA FRACCION DEFECTUOSA DIARIA, CON LIMITES DE CONTROL CALCULADOS SOBRE LA PRODUCCION ESTANDAR DIARIA Y SOBRE EL VALOR ESTANDAR DE LA FRACCION DEFECTIVA p

(Datos de una sola característica de calidad de una parte de un aparato eléctrico)

Fecha	Número n inspeccionados	Número de defectivos	Fracción defectiva p
Ago. 1*	3 068	6	0.0020
2	776	3	0.0039
3	2 086	16	0.0077
4	3 652	10	0.0027
6	2 606	3	0.0012
7	2 159	21	0.0097
8	2 745	27	0.0098
9	2 606	3	0.0012
10	2 159	21	0.0097
11	2 745	22	0.0080
13	3 114	30	0.0096
14	1 768	18	0.0102
15	3 208	29	0.0090
16	2 629	2	0.0008
17	3 576	9	0.0025
18	2 262	15	0.0066
20	3 204	5	0.0015
21	3 026	5	0.0017
22	2 713	10	0.0037
23	2 687	24	0.0089
24	3 824	23	0.0060
25	3 265	12	0.0037
27	1 205	14	0.0116
28	3 035	7	0.0023
29	2 793	6	0.0021
30	3 295	14	0.0042
31	3 227	18	0.0056
Totales	73 523	373	

Fecha	Número inspeccionado n	Número de defectivos	Fracción defectiva p
Sept. 1†	2 539	3	0.0012
3	2 425	16	0.0066
4	1 537	9	0.0058
5	2 852	17	0.0060
6	2 953	16	0.0054
7	2 649	5	0.0019
8	2 835	4	0.0014
10	2 752	6	0.0022
11	892	1	0.0011
12	3 186	7	0.0022
13	2 646	5	0.0019
14	2 714	4	0.0015
15	2 878	5	0.0017
17	2 384	6	0.0025
18	2 639	5	0.0019
19	3 160	7	0.0022
20	1 895	11	0.0058
21	4 287	13	0.0030
22	2 917	3	0.0010
24	2 479	1	0.0004
25	1 991	2	0.0010
26	3 280	10	0.0030
27	2 195	15	0.0068
28	2 570	3	0.0012
29	3 323	3	0.0009
Totales	65 978	177	

* Para agosto:

La producción diaria promedio estimada es 2 600

La fracción defectiva estándar, p', es 0.0065

$$3\sigma = \frac{3\sqrt{p'(1-p')}}{\sqrt{n}} = \frac{3\sqrt{(0.0065)(0.9935)}}{\sqrt{2\,600}} = 0.0047$$

$$LSC = p' + 3\sigma = 0.0065 + 0.0047 = 0.0112$$

$$LIC = p' - 3\sigma = 0.0065 - 0.0047 = 0.0018$$

† Para septiembre:

La producción diaria promedio estimada es 2 700

La fracción desectiva estándar, p', es 0.0051 $= \frac{373}{73\,523}$

$3\sigma = 0.0041$

$$LSC = 0.0051 + 0.0041 = 0.0092$$

$$LIC = 0.0051 - 0.0041 = 0.0010$$

EJEMPLO 11-1. GRAFICA DE CONTROL PARA DEFECTOS POR UNIDAD

Hechos del caso. La Tabla 11-1 proporciona los números de errores de alineación observados en la inspección final de un cierto modelo de aeroplano. La Fig. 11-1 proporciona la gráfica de control para estas 50 observaciones. Los defectos observados en cada aeroplano constituyen un subgrupo para esta gráfica.

El número total de defectos de alineación en las primeras 25 naves fue 200. El promedio $\bar{c}$ es $200/25 = 8.0$. Los límites de control de prueba calculados a partir de este promedio son los siguientes:

$$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 8 + 3\sqrt{8} = 16.5$$
$$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 8 - 3\sqrt{8} = 0$$

(Siempre que los cálculos proporcionan un valor negativo para el límite de control inferior de una gráfica c, el límite se registra como cero).

Puesto que ninguno de los primeros 25 puntos en esta gráfica se encuentra fuera de los límites de control de prueba basados en estos puntos, el número estándar de defectos c' puede ser tomado como igual a $\bar{c}$ y la gráfica de control puede continuarse para el siguiente periodo con una línea central de 8.0 y límites de control de 16.5 y 0.

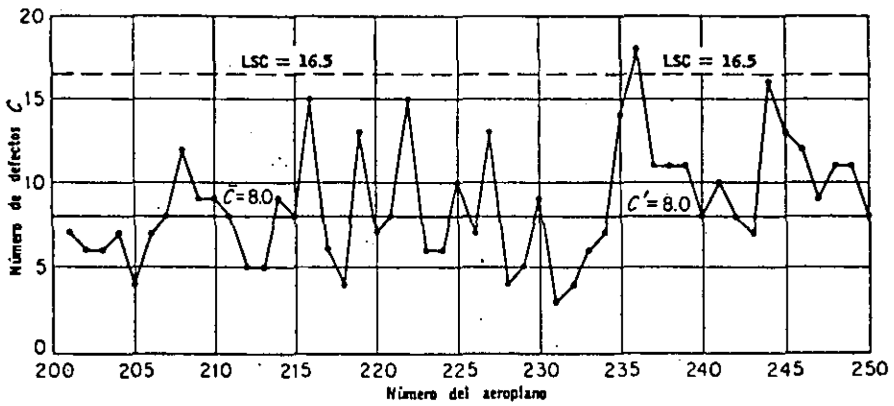


FIG. 11-1. Gráfica de control para defectos por unidad, c. Los defectos se refieren a fallas en la alineación en aeroplanos, observados en su inspección final

Un punto (el aeroplano No. 236) entre los siguientes 25 se encuentra arriba de los límites de control. El promedio durante este periodo fue $236/25 = 9.44$. (Aun omitiendo el valor fuera de control, el promedio es 9.08.) De los 16 puntos finales correspondientes a los aeroplanos 235 a 250, 12 se encuentran arriba del estándar c', 3 están exactamente en el estándar y solamente uno se encuentra abajo. Parece evidente que ha habido un deterioro ligero pero definido en la calidad (o un incremento en lo estricto de la inspección) durante este periodo.

Comentarios sobre el Ej. 11-1. En un caso como éste, el valor estándar de c' establecido previamente podría continuarse aproximadamente igual a pesar de la evidencia del deterioro de calidad. El principio establecido en el Cap. 10 en relación a la gráfica *p* también se aplica a la gráfica *c*, o sea que el valor estándar no debe ser revisado en la dirección de una calidad inferior simplemente debido a que el personal de producción parece dar menos atención a la calidad. Por otra parte, si ha tenido efecto un aumento en la severidad de los estándares de inspección con el efecto de hacer *parecer* la calidad inferior, aun cuando realmente no sea peor que antes, se justifica una revisión hacia arriba de c'.

Muchos de los comentarios y sugestiones relativos a la gráfica *p* en las Págs. 317 a 329 obviamente se aplican también a la gráfica *c* y no necesitan ser repetidos aquí. Debe notarse que los periodos

TABLA 11-1. DEFECTOS DE ALINEACION EN AEROPLANOS OBSERVADOS EN LA INSPECCION FINAL

Número de aeroplano	Número de defectos de alineación	Número de aeroplano	Número de defectos de alineación
201	7	226	7
202	6	227	13
203	6	228	4
204	7	229	5
205	4	230	9
206	7	231	3
207	8	232	4
208	12	233	6
209	9	234	7
210	9	235	14
211	8	236	18
212	5	237	11
213	5	238	11
214	9	239	11
215	8	240	8
216	15	241	10
217	6	242	8
218	4	243	7
219	13	244	16
220	7	245	13
221	8	246	12
222	15	247	9
223	6	248	11
224	6	249	11
225	10	250	8
Total.........	200	Total.........	236

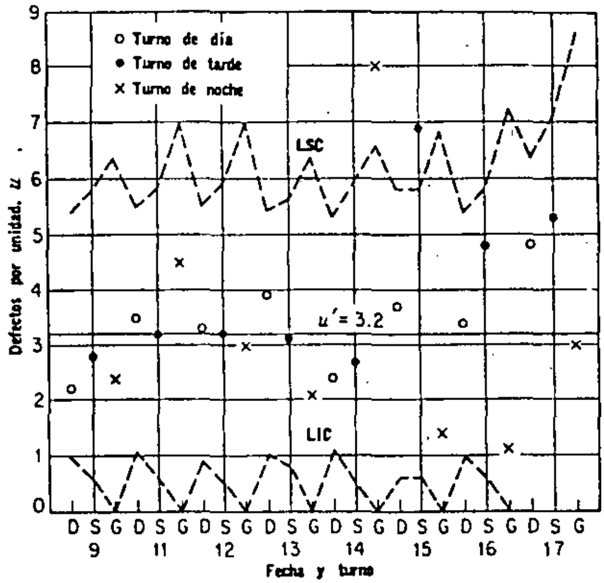


FIG. 11-2. Adaptación de la gráfica c a tamaños de subgrupo variable (datos de la Tabla 11-2)

dar de trabajo directo para cada operación, puede medir ésto lo suficientemente bien en la mayoría de los casos, a menos que ciertas operaciones de montaje sean mucho más difíciles que otras.

Tabulación de los defectos individuales en la forma que contiene una gráfica c o u. Si no son posibles muchos tipos distintos de defectos, algunas veces resulta buena idea combinar una gráfica c o una gráfica u con un registro del número de defectos observado de cada tipo. La Fig. 11-3 es una gráfica de éstas. Se notará que, a pesar de que es una gráfica u, el tamaño de la muestra, 10, es constante. Esta gráfica, aplicada a las cubiertas de gabinetes de máquinas de coser, ha sido reproducida de un artículo de Robert Chateaneuf de la Singer Manufacturing Co., St. John's, Quebec, Canadá.[3]

La introducción de una gráfica de control puede motivar un mejoramiento de la calidad. Incidentalmente, la Fig. 11-3 ilustra una ocurrencia común cuando se aplica por primera vez una gráfica para p, np, c o u a un producto. Esta ocurrencia es un mejoramiento considerable en el nivel de calidad promedio, no estando este mejoramiento relacionado con ninguna acción tomada por puntos fuera de los límites de control. Tal mejoramiento es causado generalmente por el personal de fábrica, que toma un interés creciente en

[3] Robert Chateaneuf, Modern QC Pays Off in Woodwork, *Industrial Quality Control*, Vol. 17, Núm. 3, Págs. 19-25, septiembre, 1960.

TABLA 11-2. CALCULO DE LOS LIMITES PARA LA GRAFICA DE CONTROL PARA LOS DATOS SOBRE DEFECTOS OBSERVADOS EN SUBMONTAJES DE AEROPLANOS

(El valor estándar de los defectos por unidad u' es 3.2)

Fecha	Turno	Defectos observados en el turno c	Unidades producidas n	Defectos por unidad u	$3\sigma = \frac{3\sqrt{u'}}{\sqrt{n}}$	$LSC = u' + 3\sigma$	$LIC = u' - 3\sigma$
Junio 9	D	13	6.0	2.2	2.2	5.4	1.0
	S	12	4.3	2.8	2.6	5.8	0.6
	G	7	2.9	2.4	3.2	6.4	0.0
11	D	19	5.5	3.5	2.3	5.5	0.9
	S	14	4.4	3.2	2.6	5.8	0.6
	G	9	2.0	4.5	3.8	7.0	0.0
12	D	18	5.5	3.3	2.3	5.5	0.9
	S	13	4.0	3.2	2.7	5.9	0.5
	G	6	2.0	3.0	3.8	7.0	0.0
13	D	24	6.1	3.9	2.2	5.4	1.0
	S	15	4.9	3.1	2.4	5.6	0.8
	G	6	2.9	2.1	3.2	6.4	0.0
14	D	16	6.6	2.4	2.1	5.3	1.1
	S	11	4.1	2.7	2.7	5.9	0.5
	G	20	2.5	8.0	3.4	6.6	0.0
15	D	16	4.3	3.7	2.6	5.8	0.6
	S	29	4.2	6.9	2.6	5.8	0.6
	G	3	2.2	1.4	3.6	6.8	0.0
16	D	21	6.1	3.4	2.2	5.4	1.0
	S	20	4.2	4.8	2.6	5.8	0.6
	G	2	1.8	1.1	4.0	7.2	0.0
17	D	14	2.9	4.8	3.2	6.4	0.0
	S	10	1.9	5.3	3.9	7.1	0.0
	G	3	1.0	3.0	5.4	8.6	0.0
Totales......		321	92.3				

las características de calidad que están siendo trazadas en la gráfica. Algunas veces este mejoramiento, no relacionado con las técnicas estadísticas, es la consecuencia más útil de la introducción de una gráfica de control.

Se observará que, a pesar de que ninguna sección de la Fig. 11-3 muestra ningún punto fuera de los límites de control, el número promedio de defectos por unidad, en la segunda sección de la

65

a) Puesto que se trata de una prueba de una cola a un nivel de significancia de 0.01, se rechaza la hipótesis H_0 si t es mayor que el valor crítico, t_c, correspondiente a dicho nivel, el cual para $\nu = n_X + n_Y - 2 = 12 + 12 - 2 = 22$ grados de libertad, se obtiene de la tabla 8 como $t_c = 2.51$. Como $t < t_c$, la hipótesis H_0 no se puede rechazar a un nivel de significancia de 0.01.

b) Si el nivel de significancia de la prueba es de 0.05, se rechaza H_0 si t es mayor que el valor t_c respectivo que para 22 grados de libertad es $t_c = 1.72$, por lo que de acuerdo con lo anterior, H_0 se rechaza a un nivel de significancia de 0.05.