



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PARÁMETROS POTENCIALES DE UN  
DESPLAZADOR DE FASE ELECTRÓNICO TIPO  
ESPIRAFASE**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES**

**P R E S E N T A:**

**ISRAEL CHÁVEZ DE SALES**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**DR. OLEKSANDR MARTYNYUK**

**2015**

# **Jurado Asignado**

Presidente: Dr. Jorge Rodriguez Cuevas

Vocal: Dr. Oleksandr Martynyuk

Secretario: Dr. Jose Ismael Martinez Lopez.

1er Suplente: M. I. Juventino Cuellar Gonzalez

2do Suplente: Fís. Sergio Roberto Arzamendi Perez

---

# *Agradecimientos*

---

*A mis padres, Silvia y Andrés, por darme la vida, su amor y apoyarme en todo lo he hecho, hasta en las malas decisiones. A mi hermana Ivonne, con quien he compartido muchas experiencias y sé que puedo contar en todo momento. Si he llegado hasta aquí es gracias a ustedes.*

*Al Dr. Oleksandr Martynyuk, por ser un excelente profesor tanto en el salón de clases como en el desarrollo de este trabajo, pero sobre todo por ser una excelente persona. Gracias por su paciencia y compartir su tiempo y conocimientos conmigo.*

*A mis amigos y compañeros, por su apoyo y compañía a pesar del tiempo y la distancia con algunos.*

*Por último, quiero agradecer a mi alma mater, la Universidad Nacional Autónoma de México, a la Facultad de Ingeniería y todos aquellos profesores que me han hecho crecer en mi formación profesional.*

*Investigación realizada gracias a:*

*El “Programa de apoyo a proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica” (PAPIIT) de la DGAPA-UNAM. Proyecto 1N117814 y al proyecto “Antenas de onda de fuga reconfigurables basadas en estructuras electromagnéticas de banda prohibida para aplicaciones en la banda de extremadamente alta frecuencia”. Agradezco la beca recibida.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) a través del proyecto 166106 y al proyecto PAPIIT 1N114213. Agradezco el apoyo recibido.*

# Índice.

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
Objetivo General	2
Resumen de los capítulos	2
<b>1. Antenas en arreglos de fase</b>	<b>4</b>
1.1. Definición de antenas en arreglos de fase	5
1.2. Tipos de antenas en arreglos de fase	6
1.3. Principio de Operación	8
1.3.1. El radiador en las antenas en arreglos de fase	10
1.3.2. El desplazador e las antenas en arreglos de fase	12
1.4. Arreglos reflectivos	12
1.4.1. Antenas reflectoras en arreglos de fase	15
1.5. Aplicaciones de las antenas en arreglos de fase	16
1.6. Conclusiones	18
<b>2. Estado del arte de los desplazadores de fase</b>	<b>19</b>
2.1. Fundamentos de los desplazadores de fase	19
2.2. Clasificación de los desplazadores de fase	22
2.2.1. Desplazadores de fase mecánicos	22
2.2.1.1. Desplazadores de fase rotatorios	23
2.2.1.2. Desplazadores de fase diferenciales	25
2.2.2. Desplazadores de fase de Ferrita	29
2.2.2.1. Desplazadores de fase Reggia Spencer	30
2.2.2.2. Desplazadores de fase de ferrita no recíprocos	31
2.2.3. Desplazadores de fase basados en semiconductores	33
2.2.3.1. Desplazadores de fase basados en diodos p-i-n	34
2.2.3.2. Desplazadores de fase basados en transistores FET	36
2.3. Pérdidas en un desplazador de fase con ranuras resonantes y principio espirafase	38
2.4. Conclusiones	41
<b>3. Cálculo de los parámetros potenciales de un desplazador de fase electrónico tipo espirafase.</b>	<b>44</b>
3.1. Principio de operación de un desplazador de fase reflectivo espirafase	44
3.2. Desplazador de fase con elementos semiconductores.	48
3.2.1. Cálculo de admitancias del desplazador de fase.	49
3.2.2. Factor de calidad y figura de mérito.	50
3.2.3. Cálculo de pérdidas de inserción.	53

3.3. Análisis del factor de calidad Q y optimización de pérdidas.	57
3.3.1. Primer caso para minimizar pérdidas de inserción.	67
3.3.2. Segundo caso para minimizar pérdidas de inserción.	75
3.4. Conclusiones.	80
<b>4. Conclusiones generales</b> _____	<b>85</b>
<b>Referencias</b>	<b>88</b>

# Índice de figuras y tablas.

<i>Fig. 1.1. Ejemplo de una antena en arreglos de fase. Sistema de radar “Cobra Judy”.</i>	5
<i>Fig. 1.2. Configuraciones de los arreglos pasivo y activo. a) Arreglo pasivo lineal con desplazador de fase en cada elemento; b) arreglo activo con módulos T/R en cada elemento.</i>	6
<i>Fig. 1.3. Diagrama de bloques de un módulo T/R [6].</i>	7
<i>Fig. 1.4. Formación del haz de las antenas en arreglos de fase.</i>	9
<i>Fig. 1.5. Principio de operación de antenas en arreglos de fase. a) Elementos radiadores en fase, b) elementos radiadores desfasados.</i>	10
<i>Fig. 1.6. Antena reflectora.</i>	13
<i>Fig. 1.7. Principio de operación del arreglo reflectivo.</i>	14
<i>Fig. 1.8. (a) Antena reflectora, (b) principio del elemento espirafase.</i>	16
<i>Fig. 2.1. Desplazador de fase ideal.</i>	20
<i>Fig. 2.2. Sección de desplazador de fase mecánico.</i>	23
<i>Fig. 2.3. Desplazador de fase rotatorio. a) Diagrama del desplazador, b) sección de <math>\lambda/4</math>.</i>	24
<i>Fig. 2.4. Desplazador diferencial con carga capacitiva.</i>	25
<i>Fig. 2.5. Desplazador diferencial con placa dieléctrica.</i>	26
<i>Fig. 2.6. Desplazador diferencial <math>90^\circ</math> y su circuito equivalente.</i>	27
<i>Fig. 2.7. Desplazador de fase de <math>180^\circ</math> con postes metálicos.</i>	28
<i>Fig. 2.8. Desplazar Reggia-Spencer.</i>	31
<i>Fig. 2.9. Desplazador de fase no recíproco basado en la rotación de Faraday.</i>	31
<i>Fig. 2.10. Desplazador de fase toroidal.</i>	33
<i>Fig. 2.11. Curva característica del diodo p-i-n en voltaje vs. Corriente.</i>	34
<i>Fig. 2.12. Esquema y composición del transistor de efecto de campo.</i>	37
<i>Fig. 2.13. Construcción básica del modulador de amplitud – fase.</i>	38
<i>Fig. 2.14. Diafragma de control del modulador de onda milimétrica.</i>	39
<i>Fig. 2.15. Circuito equivalente del diafragma de control. a) Circuito para la onda de polarización con vector de campo eléctrico paralelo al eje de simetría del stub con diodo apagado; b) circuito para la onda de polarización con vector de campo eléctrico ortogonal al eje de simetría del stub con diodo apagado</i>	40

<b>Fig. 3.1.</b> Arreglo reflectivo que consiste en una guía de onda circular terminada en corto circuito y un diafragma en su sección transversal.	45
<b>Fig. 3.2.</b> Desplazador de fase con elementos semiconductores de conmutación.	48
<b>Fig. 3.3.</b> Bipuerto recíproco conectado a un diodo con dos posibles estados. a) Conectado a diodo de baja impedancia (cerrado); b) contactado a diodo de alta impedancia (abierto).	51
<b>Fig. 3.4.</b> Circuito equivalente de un diodo p-i-n en frecuencias de microondas.	52
<b>Fig. 3.5.</b> Desplazador de fase con $N$ elementos.	57
<b>Fig. 3.6.</b> Sectores, a un cierto estado, con diodos abiertos o cerrados en el diafragma de control.	58
<b>Fig. 3.7.</b> Bipuerto conectado a una carga con dos posibles estados. a) Conectado a diodo de baja impedancia (cerrado); b) contactado a diodo de alta impedancia (abierto).	61
<b>Fig. 3.8.</b> Circuito equivalente en paralelo para un diodo en frecuencias de microondas.	64
<b>Fig. 3.9.</b> Gráfica de $\varphi_k^- (\varphi_k^+)$ .	66
<b>Fig. 3.10.</b> Sectores del diafragma de control. Los diodos cerrados se muestran en negro y los diodos abiertos se muestran en blanco. a) antes de conmutar; b) después de conmutar.	68
<b>Fig. 3.11.</b> Comportamiento de la derivada de $Q^2(\varphi_k^+)$ en un punto máximo.	72
<b>Fig. 3.12.</b> Ejemplo del comportamiento del diafragma con un diodo cerrado. a) antes de conmutar; b) después de conmutar.	73
<b>Fig. 3.13.</b> Ejemplo del comportamiento del diafragma para $n_1 = N/2$ y $N = 6$ . a) antes de conmutar; b) después de conmutar.	78
<b>Tabla 3.1.</b> Comparativa entre la ecuación de pérdidas general y la optimizada.	79
<b>Tabla 3.2.</b> Pérdidas de inserción en el desplazador de fase sin tomar en cuenta parámetros del diodo p-i-n.	80

# Introducción.

El rápido progreso en la tecnología de telecomunicaciones y radares ha incrementado la demanda tanto en desempeño como en funcionalidad de los sistemas inalámbricos. Por esta razón se han dedicado muchos recursos e investigación a las antenas en arreglos de fase. En el pasado, las antenas basadas en arreglos de fase han tenido aplicaciones principalmente militares, ya que por sus características de funcionamiento utilizan módulos de transmisión-recepción (TR) activos, los cuales son de un costo bastante elevado. Esta situación ha dificultado la aplicación de los arreglos de fase al uso comercial.

Una situación a considerar es que las antenas en arreglos de fase presentan ventajas convencionales tales como: el rastreo de cobertura tanto ancha como estrecha, el control del patrón de radiación para la reducción de lóbulos laterales, la exploración de diferentes ángulos y la detección de múltiples objetivos móviles de manera simultánea, entre otros. Los arreglos de fase se conforman de radiadores múltiples en conjunto con desplazadores de fase los cuales tiene el objetivo de lograr una mejor exploración en la búsqueda del objetivo.

Por su parte, el desplazador de fase es un componente de microondas de propósito general, que es usado en instrumentación de microondas y en una gran variedad de sistemas de comunicaciones y radar. Históricamente, hasta la década de los 50's, previo al desarrollo de la electrónica casi todos los desplazadores de fase eran de tipo mecánico. Años después, los desplazadores de fase electrónicos asumieron una gran importancia, dada su utilidad potencial para satisfacer principalmente los requerimientos en los sistemas de antenas en arreglo de fase. Aunque el desarrollo de desplazadores de fase electrónicos ha permitido su miniaturización en distintas formas y se abrieron nuevas perspectivas tanto en aplicaciones militares como civiles, actualmente se tiene la necesidad de implementar estos dispositivos a un bajo costo y de manera eficiente.

Existen diferentes tipos de desplazadores, entre ellos, el más popular en los últimos años han sido los desplazadores basados en semiconductores. Una parte crucial en el diseño de desplazadores de fase para antenas en arreglos de fase es la minimización de pérdidas de inserción en los componentes semiconductores.

En el presente trabajo, se presenta un análisis con el cual se determina el nivel de pérdidas mínimo en un desplazador de fase basado en el principio espirafase. Estas pérdidas dependen de cantidad de bits que tenga el desplazador de fase y de los parámetros de los diodos que se hayan utilizado para el diseño. En el transcurso del análisis se asume que todas las pérdidas debidas al desplazador son causadas por los dispositivos semiconductores.

Los desplazadores de fase pueden ser diseñados de diferentes formas. Se pueden utilizar dipolos, stubs, anillos resonantes, etc. Una ventaja del análisis mostrado, es que el elemento utilizado para diseñar el desplazador de fase solo debe cumplir ciertas condiciones, por esto, a estos circuitos les llamaremos “circuitos de transformación” en general, ya que la elección de este circuito de transformación queda a criterio del diseñador.

## **Objetivo General.**

Hacer un análisis de las pérdidas mínimas posibles en un desplazador de fase basado en el principio espirafase. Se considerará que las pérdidas del desplazador de fase son causadas por elementos semiconductores utilizados para conmutar.

Obtener relaciones entre la cantidad de bits del desplazador de fase, los parámetros de los elementos semiconductores empleados y las pérdidas de inserción mínimas posibles.

## **Resumen de los capítulos.**

### **Capítulo 1.**

En el primer capítulo se habla de las antenas en arreglos de fase. Se describe su funcionamiento básico, los elementos que necesita para operar y algunas de sus aplicaciones más importantes. Se explica la importancia de un buen diseño y elección del desplazador de fase y del radiador, elementos que utilizan las antenas en arreglos de fase.

### **Capítulo 2.**

Se hace énfasis en la importancia del desplazador de fase en las antenas en arreglos de fase. Se describen algunos tipos de desplazadores de fase, su funcionamiento y ventajas y desventajas de cada uno. Se muestran las ventajas de los desplazadores tipo espirafase para aplicaciones en comunicaciones y de alta velocidad. Al final se concluye que los

desplazadores de fase tipo espirafase basados en diodos p-i-n pueden tener pérdidas de inserción altas si no se toma en cuenta que estas pérdidas crecen al aumentar la cantidad de bits en el desplazador de fase.

### **Capítulo 3.**

Se presenta un análisis de pérdidas de un desplazador de fase tipo espirafase basado en diodos p-i-n. Para esto se definen varios parámetros importantes en los desplazadores de fase de este tipo, como el factor de calidad. Al final se llegan a dos soluciones posibles para optimizar las pérdidas y se analiza cada una para así, obtener una relación entre las pérdidas y la distribución de los diodos p-i-n en el diafragma de control del desplazador de fase.

### **Capítulo 4.**

Con las relaciones obtenidas entre las pérdidas y la distribución de los diodos p-i-n en el diafragma de control del desplazador de fase, se llegan a ciertas conclusiones al analizar las expresiones obtenidas.

# Capítulo 1

## Antenas en arreglos de fase.

Los desarrollos de las antenas en arreglos de fase comenzaron en los años 1940's, después de hacer pruebas de antenas que por medio de su haz lograron los primeros avances en radares. Como resultado, se empezaron a desarrollar grandes radares estacionarios durante la segunda mitad del siglo veinte. La importancia de información y temas para estos desarrollos sobre arreglos de antenas hizo que se crearan sesiones permanentes en simposios y conferencias internacionales sobre tecnología y teoría de antenas general [1].

Las demandas actuales de los sistemas de radar y comunicaciones han motivado el rápido crecimiento de esta tecnología. La necesidad de tener múltiples funciones de alto desempeño en aplicaciones de vigilancia simultánea, exploración, detección, seguimiento e identificación de objetos o fuentes de señal, han estimulado considerablemente la actividad en la investigación y diseño de las antenas en arreglos de fase.

En aplicaciones civiles por el desarrollo de nuevos sistemas de comunicaciones basados en satélites de órbita baja, ha traído la necesidad de aumentar la capacidad de información, además de la posibilidad de utilizar nuevos estándares de comunicación global. Estos aspectos han traído consigo el inicio de la investigación de las antenas en arreglos de fase. Así mismo, recientemente se ha encontrado aplicaciones en el área biomédica, ya que con un arreglo de antenas generan pulsos de banda ancha con el que hacen un barrido (escaneo) a través de un cuerpo para obtener imágenes médicas.

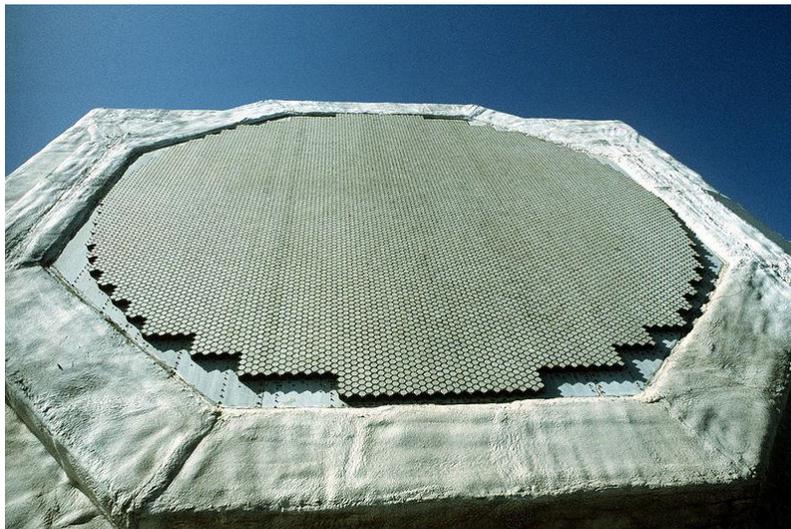
Una situación importante es que las antenas en arreglos de fase presentan ciertas ventajas sobre las antenas comunes. En primer lugar, ofrecen rastreo de cobertura tanto ancha como estrecha, control de los lóbulos laterales en el patrón de radiación, la exploración a diferentes ángulos y posiciones y detección de objetivos móviles de manera simultánea, entre varios otros.

## 1.1 Definición de las antenas en arreglos de fase.

Las antenas en arreglos de fase son un conjunto ordenado de antenas que funcionan como una sola, pero con el objetivo de generar un patrón de radiación dinámico. Dicho de otro modo, el patrón de radiación puede cambiar su forma electrónicamente, sin necesidad de mover algún conjunto del arreglo [2]. Por lo tanto, la mayor ventaja de este tipo de arreglos es que no dependen de un sistema giratorio para la exploración de espacio circundante. Las antenas en arreglos de fase se forman por miles de elementos que son controlados independientemente, esto para asegurar la rapidez de exploración hacia cualquier punto del espacio y así, obtener mayores ángulos de escaneo. Debido a ser sistemas complejos por necesitar un gran número de antenas, su costo de fabricación es alto, limitando la utilización de este tipo de tecnologías a sistemas de defensa dentro de área militar.

En un arreglo de antenas común, todos los elementos radian coherentemente hacia una dirección específica. Eso significa que al conocer el valor instantáneo el campo eléctrico en uno de los puntos, es posible predecir el otro, entonces se dice que las ondas electromagnéticas son de fase coherente y por tanto conservan una relación de fase constante. Los elementos radiadores pueden ser dipolos, ranuras, espirales, reflectores parabólicos, etc.

Los elementos que conforman el arreglo pueden ser colocados de manera planar. Un ejemplo se muestra en la figura 1.1



*Fig. 1.1. Ejemplo de una antena en arreglos de fase. Sistema de radar "Cobra Judy".*

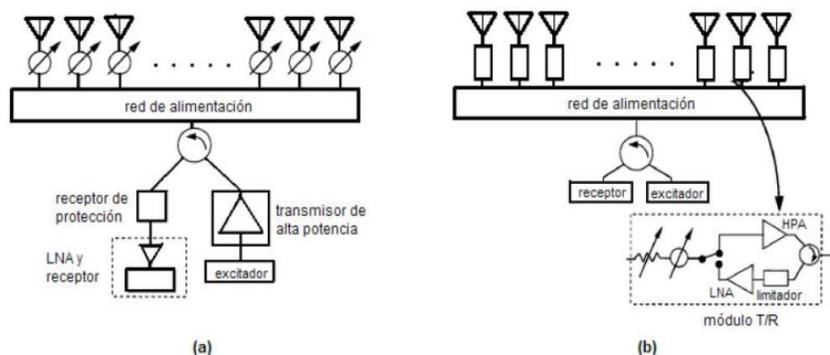
El número de elementos radiantes en el arreglo está en función de la directividad que se requiera. Por lo tanto, para una directividad grande, se requerirán miles de elementos radiantes, como para el arreglo mostrado en la figura 1.1.

Dependiendo de la distribución de los elementos radiantes dentro del arreglo, se puede clasificar a las antenas en arreglos de fase. Si los elementos están colocados en línea recta, se denomina arreglo lineal, de la misma manera, si los elementos están colocados en un plano de dos dimensiones, se denomina arreglo plano. Existen otros tipos de arreglos llamados arreglo conformal, en donde los elementos se colocan de manera que no es plana ni lineal.

Por ejemplo, un arreglo planar puede tener de 1'000 a 10'000 elementos de antena y cada uno adopta un desplazador de fase como elemento esencial para que el haz de radiación pueda hacer un escaneo a diferentes ángulos, de acuerdo a la configuración adoptada por los elementos radiadores. Esto permite sumar las potencias de las fuentes individuales y con esto alcanzar una gran potencia de transmisión. De esta forma las antenas en arreglos de fase se han desarrollado para sistemas de comunicaciones móviles con altas tasas de transmisión.

## 1.2 Tipos de antenas en arreglos de fase.

Existen dos tipos de antenas en arreglos de fase, los pasivos y activos [3], [4]. En la siguiente figura se muestran ambos tipos de antenas en arreglos de fase:



**Fig. 1.2.** Configuraciones de los arreglos pasivo y activo. a) Arreglo pasivo lineal con desplazador de fase en cada elemento; b) arreglo activo con módulos T/R en cada elemento.

Los arreglos pasivos como en la figura 1.2a, tienen las características de tener un solo transmisor y un receptor para todos los elementos del arreglo. Estos módulos centrales ofrecen control sobre la amplitud y fase de la señal que alimenta el arreglo, así, cada uno de los desplazadores puede cambiar independientemente la cantidad de desplazamiento. Este tipo de arreglos son ágiles en el direccionamiento de haz, sin embargo, tienen altas pérdidas de inserción y su costo es elevado.

Por otro lado, la necesidad de implementar arreglos de fase en una configuración determinada con bajas pérdidas y alta potencia de transmisión, propicia el empleo de arreglos activos, llamados así, básicamente por el empleo de amplificadores que permiten alcanzar las características mencionadas.

En la siguiente figura se muestra un diagrama general de un módulo T/R, el cual se utiliza en arreglos de fase activos. Los módulos T/R integran amplificadores de potencia de alta ganancia y de alta eficiencia y amplificadores de bajo ruido; este módulo constituye una parte fundamental de los arreglos de fase activos.

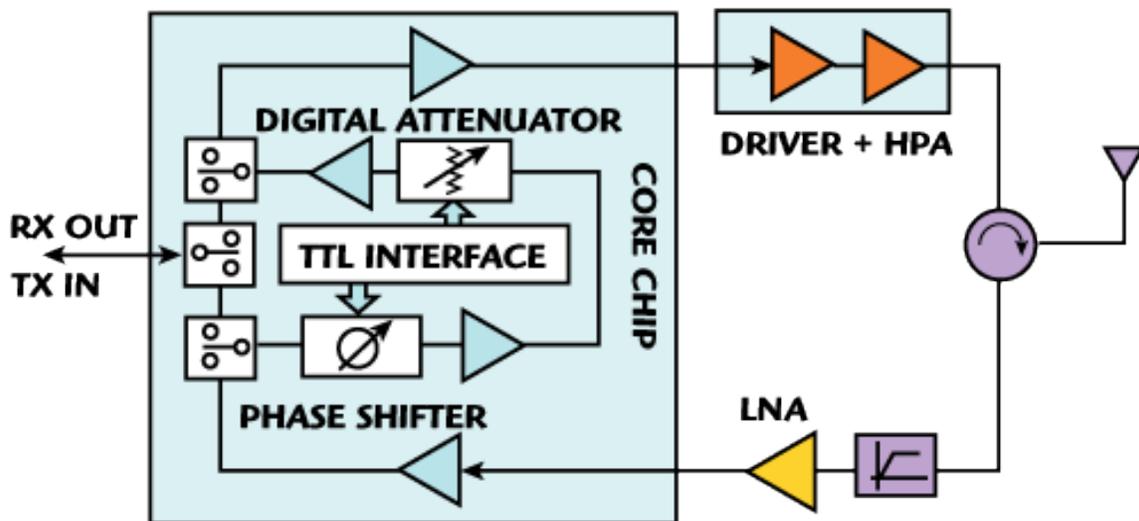


Fig. 1.3. Diagrama de bloques de un módulo T/R [6].

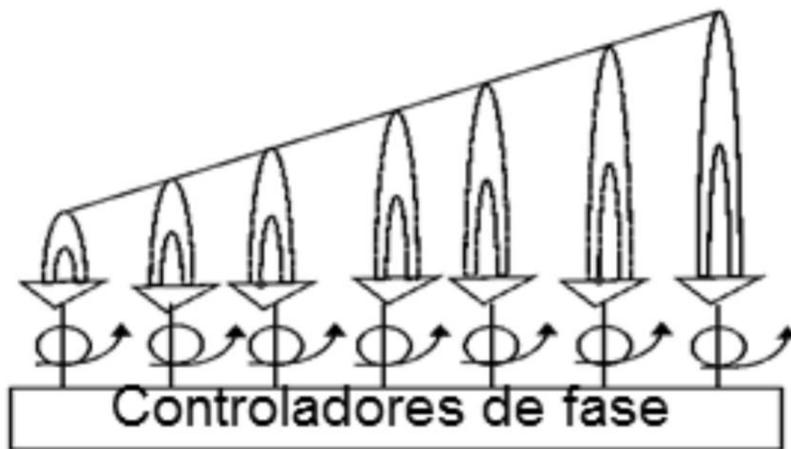
La diferencia principal entre estos dos tipos de amplificadores radica en la potencia a la transmisión o de la figura de ruido en la recepción. En los arreglos pasivos, los desplazadores de fase están directamente conectados a los elementos radiadores, como ya se mencionó, así ellos soportan toda la potencia de transmisión y reciben directamente las señales de recepción. Por ello, las pérdidas de los desplazadores de fase incrementan las pérdidas de la antena que reduce la eficiencia de todo el sistema, incrementando su figura de ruido. Mientras que en un arreglo activo, los desplazadores de fase al ser parte de las etapas de señal pequeña en los módulos T/R, se encuentran alejados de la parte frontal del arreglo, así las pérdidas de este no reducen directamente la potencia de transmisión o incrementan la figura de ruido.

En consecuencia, en los arreglos pasivos al contar con desplazadores de fase de bajas pérdidas es lo más importante, mientras que en arreglos activos, los módulos T/R pueden compensar las pérdidas al amplificar señal pequeña. Es claro entonces, que cada desplazador de fase tiene sus características y aplicaciones propias. Por un lado, los arreglos pasivos tienden a emplear desplazadores de fase el mínimo número de bits con el fin de alcanzar bajas pérdidas (alrededor de 2 dB) así como para obtener circuitos dentro del área delimitada para estos. Contrariamente, los desplazadores de fase con arreglos activos son realizados mediante tecnología monolítica, integrando fácilmente un alto número de bits en un chip de un costo menor y pequeño, mejorando su ancho de banda. Igualmente, las pérdidas de inserción altas pueden ser aceptadas debido a que los circuitos manejan solo nivel de potencia de señal pequeña. Sin embargo, se ha mostrado que las altas pérdidas de inserción presentan una alta variación de sí mismas como función de los estados de fase y frecuencia. Este efecto de conversión puede llevar a la aparición de lóbulos de rejilla (grating lobes). Por lo tanto, es necesario reducir las variaciones en las pérdidas de inserción en los desplazadores de fase basados en la tecnología monolítica.

### **1.3 Principio de operación.**

Como ya se mencionó, las antenas en arreglos de fase son un conjunto de antenas que pueden crear patrones dinámicos, por lo que cada antena tiene una señal con fase relativamente distinta entre ellas. Al lograr controlar estas pequeñas diferencias de fase se logra desviar el lóbulo principal en la dirección que se desee. Cada elemento del arreglo se compone básicamente de un radiador de potencia y de un desplazador de fase.

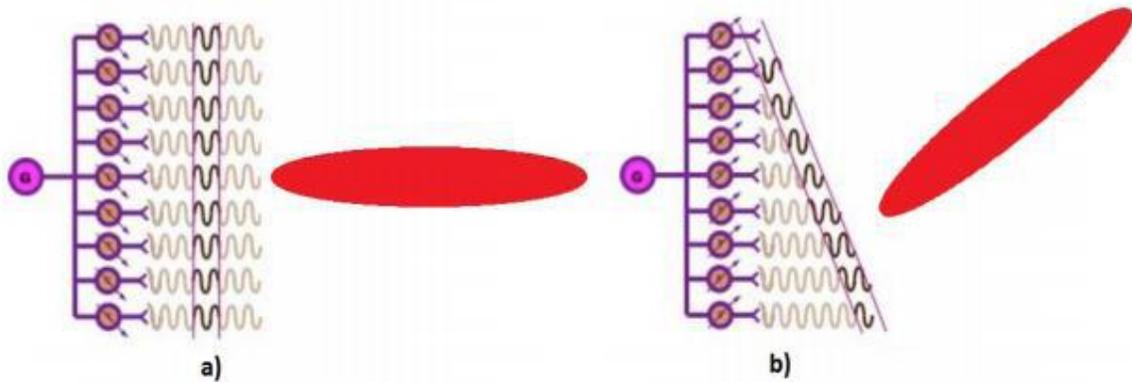
Para logra una desviación del haz a diferentes ángulos se hace variar el retardo de fase que introducen los desplazadores del arreglo. Es por esto que los desplazadores de fase son un elemento fundamental en la operación de las antenas en arreglos de fase. Si todos los elementos del arreglo están contenidos en el mismo plano y la señal en todos los radiadores es de la misma fase, implica que se está reforzando la radiación en la dirección perpendicular a ese plano. En la siguiente figura, se muestra un arreglo de fase con elementos idénticos, donde los desplazadores de fase introducen un retardo diferente al transmitir la señal.



*Fig. 1.4. Formación del haz de las antenas en arreglos de fase.*

La forma y la orientación del patrón de radiación dependen de la disposición geométrica en que se coloquen los elementos del arreglo, así como de la forma que tengan estos. Al diseñar un arreglo para una aplicación específica se debe conocer la manera en que afectan estas formas geométricas en la forma y la orientación del patrón de radiación creado por el arreglo.

En la figura 1.5 se muestran dos arreglos de fase, el primero con elementos alimentados por señales con la misma fase y el segundo con elementos alimentados con señales de fase diferentes.



*Fig. 1.5. Principio de operación de antenas en arreglos de fase. a) Elementos radiadores en fase, b) elementos radiadores desfasados.*

En funcionamiento de las antenas en arreglos de fase se basa en la interferencia entre las ondas electromagnéticas en el espacio libre. Cuando las energías electromagnéticas de diversas fuentes ocupan el mismo espacio-temporal, se combinan de manera destructiva o constructiva. Las diferencia que existe entre las fases de la figura 1.5.b causará que el lóbulo principal se desvíe debido a las interferencias constructivas y destructivas de las señales radiadas de cada elemento.

En la figura 1.4 se puede observar la formación del haz radiado por el arreglo de antenas de fase lineal y con elementos idénticos. Cada elemento radiante está conectado a un desplazador de fase que cambia la fase de onda radiada por cada elemento. En un arreglo de fase se establece una distribución progresiva y lineal de la fase entre los elementos adyacentes al arreglo. La onda electromagnética radiada por cada elemento, interactúa con las demás ondas radiadas de los elementos cercanos. Se generan interferencias electromagnéticas en las fronteras de los elementos radiantes, estas interferencias son las responsables de la formación del haz en la dirección deseada.

### **1.3.1 El radiador en los arreglos de fase.**

Cada elemento de un arreglo de fase se compone por un radiador y por un desplazador de fase, como se mencionó anteriormente. El radiador tiene como función transmitir hacia el

medio o espacio libre, mientras que el desplazador de fase introducirá retardos temporales a la señal con el fin de cambiar el patrón de radiación de la antena.

Al diseñar un arreglo de fase, el radiador toma una parte crucial ya que puede interferir con el buen funcionamiento si no se toman ciertas consideraciones. Estas consideraciones pueden ser tanto eléctricas (con respecto al diseño de la antena) y no eléctricas (debidas a las condiciones del lugar donde se colocará la antena). Algunas consideraciones eléctricas que se pueden tomar en cuenta son las siguientes:

- Acoplamiento de impedancias. Si no se hace un buen diseño en el acoplamiento de impedancias, no se logrará radiar la máxima potencia alcanzable, usualmente esto se considera solo para algunas bandas de frecuencias y depende del sector de escaneo.
- Supresión de lóbulos de difracción. Significa tener un solo haz o lóbulo en el espacio. Normalmente este se logra cuando los elementos están distanciados a una separación mejor que  $\lambda/2$ . Cuando la distancia entre elementos es mayor a una longitud de onda, el patrón de radiación presentará lóbulos secundarios. A estos lóbulos se les denomina lóbulos difracción y obviamente causan pérdidas de potencia. De la misma manera, si se usa una cantidad excesiva de elementos en el arreglo, también provocará la aparición de lóbulos de difracción. Para eliminarlos se puede utilizar una malla metálica, donde los elementos se sitúen en los nodos de un triángulo equilátero [8].
- Control de polarización. Se debe tener una única polarización en el arreglo. La sección de polarización es usado para mejorar la recepción de señales de un radar o aumentar la eficiencia en los enlaces de comunicación.
- Capacidad de potencia. Este parámetro afecta más a los desplazadores que a los radiadores, sin embargo, hay utilizar un nivel de potencia sumamente excesivo, puede llegar a deformar los elementos de apertura muy delgados y limitar las opciones para elegir un material de radiador adecuado.

Como consideraciones no eléctricas, los factores que afectan al radiador son el clima, lugar, misión y el costo. Hoy en día, la decisión más significativa para elegir el tipo de arreglo y sus componentes es el costo ya que es proporcional al número de elementos de este.

### **1.3.2 El desplazador en los arreglos de fase.**

Como ya se ha mencionado, el cambio dinámico del patrón de radiación se debe directamente al cambio de retardo de fase introducido por el desplazador de fase de cada elemento del arreglo. Esta tarea es fundamental en la operación de las antenas en arreglos de fase. En esta sección se describirá únicamente su papel en el arreglo de fase, en el siguiente capítulo se describirá a detalle su funcionamiento.

Un mal diseño del desplazador de fase puede afectar directamente el rendimiento del sistema, por eso, es importante tomar en cuenta: los tiempos de conmutación, la potencia requerida y las pérdidas de inserción, siendo la optimización de estas últimas, el objetivo de este trabajo. La rápida conmutación permite utilizar una antena para compaginar simultáneamente funciones de detección y de seguimiento de muchos objetivos. Por otro lado, los aspectos físicos son importantes como las dimensiones, el peso y el circuito necesario para controlar su funcionamiento. La elección del desplazador de fase va acorde a las necesidades y su aplicación. Es conveniente hacer una comparativa de cada desplazador y elegir el más conveniente ya que es uno de los elementos más costosos dentro de la fabricación del arreglo.

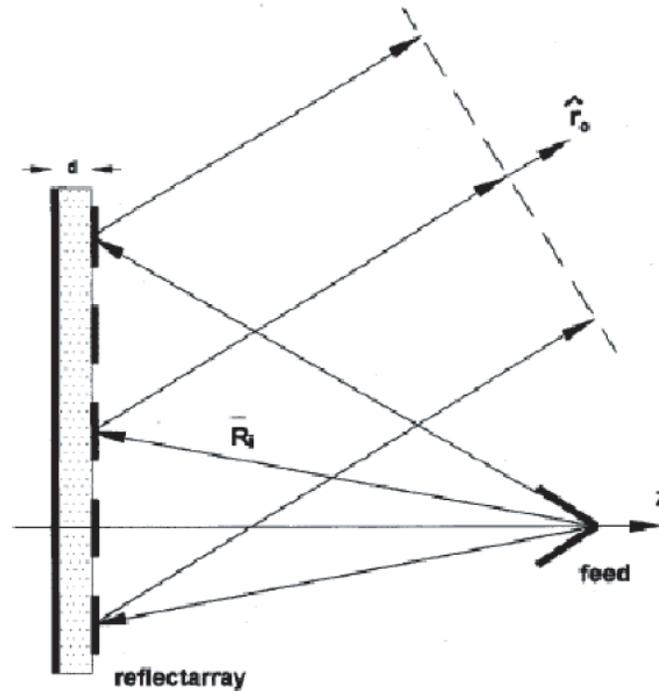
Hay una gran variedad de desplazadores de fase de distinta naturaleza y principio de funcionamiento. Un ejemplo es el desplazador de fase de ferrita el cual tiene pérdidas de inserción bajas pero altos tiempos de conmutación, lo cual no es factible para sistemas de comunicaciones. Otro son desplazadores de fase basados en diodo, que por el contrario de los de ferrita, tiene alta velocidad de conmutación pero las pérdidas de inserción son grandes debido a la potencia perdida en los elementos semiconductores. Otros tipos de desplazadores de fase están basados en diodos p-i-n, transistores de efecto de campo (FET) e interruptores MEMS (MicroElectroMechanical Systems).

### **1.4 Arreglos reflectivos.**

Las antenas de apertura pueden categorizarse de acuerdo a la teoría en la que se basa su construcción. Esta puede ser teoría de arreglos (donde la fase y la amplitud de cada elemento se controlan para alcanzar las características de radiación deseadas) y óptica geométrica,

donde se controla la forma de una superficie que es iluminada de cierta manera. Una tercera categoría es la de las antenas reflectoras, las cuales son una combinación de las dos anteriores.

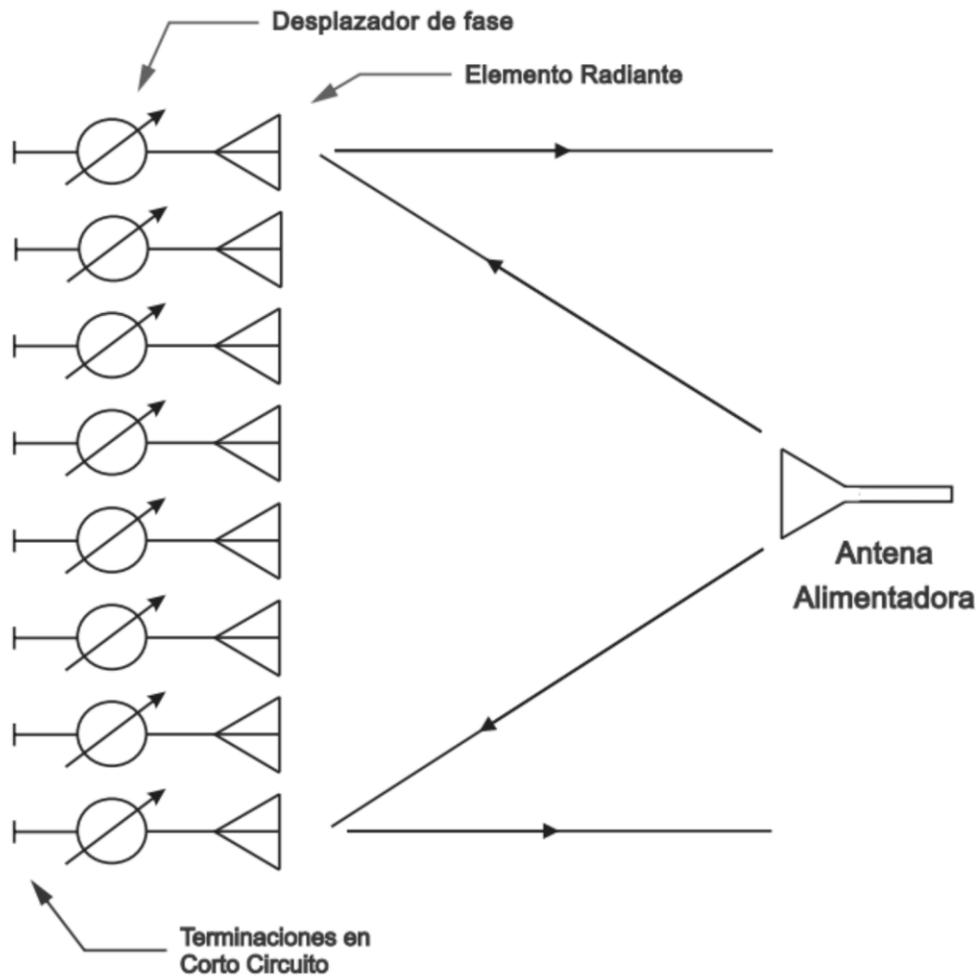
En un principio las antenas reflectoras se componen de una superficie con una determinada impedancia y un radiador primario que ilumina la superficie como se muestra en la figura 1.6.



*Fig. 1.6. Antena reflectora.*

Los arreglos reflectivos controlan su patrón de radiación modificando la fase de la onda reflejada de acuerdo a la geometría, distribución e inclinación de los elementos. Estas antenas son alimentadas por una fuente externa de alimentación, la señal se refleja sobre la antena hacia el espacio libre. Cada elemento refleja la onda incidente, introduciendo un desplazamiento de fase apropiado para formar un frente de onda plano en la onda reflejada, con esto la onda podrá ser dirigida en la dirección que se desee. El arreglo reflectivo de la figura 1.7 hace uso de una sola superficie para recolectar la energía proveniente de la antena de alimentación. El cambio de fase es realizado por el doble recorrido de la onda a través de los desplazadores de fase. La onda es recolectada por el radiador, pasa por el desplazador de fase al llegar al corto circuito se refleja. La onda en su camino de regreso, pasa una vez más por el desplazador de fase y finalmente es propagada por el radiador. El desplazamiento de

fase que se aplica a la onda es igual en ambas direcciones. Esto implica que los desplazadores de fase deben ser recíprocos. Los desplazadores de fase recíprocos son aquellos que presentan la misma fase para cualquier dirección de propagación de la señal de microondas.



*Fig. 1.7. Principio de operación del arreglo reflectivo.*

La característica más atractiva de los arreglos reflectivos es que el costo por elemento es mucho menor. Sin embargo, sufre de limitación en el sector de escaneo debido a la presencia de la antena de alimentación en el campo de radiación del arreglo. Esto tiende a hacer que los arreglos reflectivos menos eficientes y limita el tamaño de la estructura de alimentación, que afecta en la apertura del haz que pueda alcanzar.

Los arreglos reflectores combinan algunas características importantes de la antena parabólica tradicional y de la tecnología de arreglos de fase. La antena reflectora presenta varias ventajas sobre una antena de radiador:

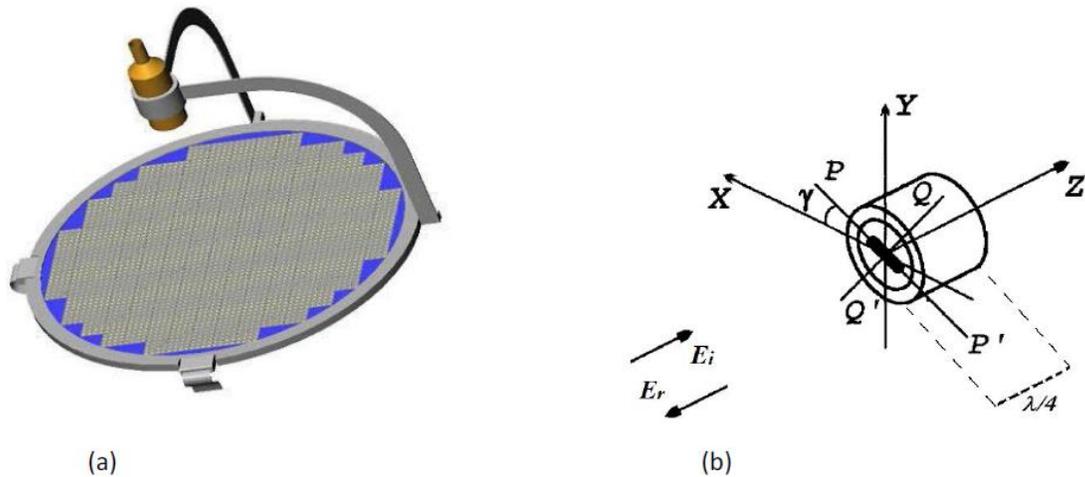
1. La complejidad de un sistema alimentador se sustituye por un simple sistema reflector.
2. Es posible cambiar el patrón de radiación de la antena rápidamente sin la necesidad de mover físicamente la antena.
3. No se requieren líneas de transmisión para alimentarla, por lo que las pérdidas de inserción se verán reducidas.

Entre las ventajas del arreglo reflector sobre el reflector parabólico se puede mencionar:

1. La superficie plana permitirá un despliegue más sencillo sobre un vehículo o bases móviles, agregando poco volumen y peso a la estructura total.
2. El haz principal del arreglo reflector puede ser redireccionado fácilmente en un sector más amplio del espacio circundante.
3. Es confiable, ya que un mal funcionamiento de algunos elementos no tendrá un impacto importante en el desempeño general de la antena con miles de elementos.

### **1.4.1 Antenas reflectoras en arreglos de fase.**

Las antenas reflectoras en arreglos de fase son antenas planas compuestas de docenas hasta miles de elementos en su superficie. Estas antenas son alimentadas por una fuente cercana de emisión, cuya radiación se refleja sobre la antena y es casi emitida al espacio libre. Cada elemento de la antena refleja la onda electromagnética de manera distinta de acuerdo a su posición. El patrón de radiación total de la antena puede ser modificado así por las variaciones en los elementos individuales de la misma. Un elemento particular que ha demostrado ser práctico en este tipo de aplicaciones es el “espirafase” [12].



**Fig. 1.8.** (a) Antena reflectora, (b) principio del elemento espirafase.

El desarrollo de los arreglos reflectores de antenas de fase con elementos espirafase, se encuentra en un estado muy avanzado en su investigación. Las pérdidas de inserción y los errores de fase se han minimizado hasta niveles prácticos ([13] y [14]) y se han presentado métodos para diseñar los desplazadores de fase tipo espirafase [15]. Sin embargo, al hacer incidir una señal con polarización circular izquierda o derecha en el arreglo, esta refleja una onda con componentes con ambas polarizaciones. Este tema será explicado a detalle en el capítulo 3.

## 1.5 Aplicaciones de las antenas en arreglos de fase.

En radiodifusión, se usan los arreglos de fase por muchas estaciones de radio AM para aumentar la fuerza de la señal y, por tanto, la cobertura, minimizando interferencia en otras áreas. Debido a los cambios entre el día y la noche para la propagación de ondas a frecuencias de onda media, es común que las estaciones de radio AM cambien los niveles de potencia y la fase de cada elemento para cambiar el patrón de radiación entre el día (onda de superficie) y la noche (onda ionosférica). Para transmisores de onda corta, muchas estaciones utilizan arreglos de dipolos horizontales. Un arreglo típico, utiliza alrededor de 16 dipolos en un arreglo de 4x4.

Sin embargo, una de sus principales y más importantes aplicaciones es la tecnología de los radares. Los sistemas de radares en arreglos de fase son utilizados a menudo por buques de

guerra de muchos navíos. Debido a la rapidez con la que el haz se puede redirigir, los radares permiten utilizar este sistema para la detección y el seguimiento por superficie (búsqueda de buques), por aire (búsqueda de aviones y misiles). En aplicaciones de misiles, cada misil en vuelo requiere un radar de control de disparo, lo que significaba que los barcos solo podían aplicarse a un pequeño número de objetivos simultáneos. Los sistemas en arreglos de fase se pueden utilizar para controlar misiles durante el vuelo del misil a mediados de su curso. Durante la fase final del vuelo, los directores de control de onda continua proporcionan la orientación final al objetivo. Debido a que el haz del radar es dirigido electrónicamente, los arreglos de fase pueden controlar varios misiles en vuelo al mismo tiempo.

Por otro lado, en comunicaciones espaciales, la nave espacial MESSENGER fue una sonda espacial enviada a misión al planeta Mercurio. Esta fue la primera sonda en viajar al espacio profundo utilizando arreglos de fase para comunicación. La antena en banda X utilizó 26 elementos radiadores [9].

Su uso se ha extendido también a la investigación de la meteorología. En el laboratorio nacional de tormentas de Estados Unidos han estado utilizando antenas en arreglos de fase, proporcionadas por la marina del país Norteamericano. Se espera que su investigación conduzca a una comprensión de las tormentas y tornados, llevando a una optimización en los tiempos de alerta y mejorar la predicción de los tornados. Se espera que tarde entre 10 y 15 años en completarse esta investigación.

En óptica, dentro del espectro visible o infrarrojo de las ondas electromagnéticas es posible construir un arreglo de fase óptico. Son utilizados en multiplexores por longitud de onda y filtros para propósitos de telecomunicaciones [10], de direccionamiento de haz de láser y holografía.

Para el año 2014, las antenas en arreglos de fase se integraron en los sistemas RFID para aumentar el área de cobertura de un sistema único en un 100% a 76'200 metros cuadrado, aun utilizando la banda UHF.

Finalmente, un arreglo de fase de transductores acústicos, denominado “pantalla táctil de ultrasonido en el aire (AUTD por sus siglas en inglés)”, fue desarrollado en la Universidad

de Shinoda Lab de Tokio para inducir una respuesta táctil [11]. Este sistema fue mostrado para permitir a un usuario el manipular objetos de forma interactiva con hologramas virtuales.

## 1.6 Conclusiones.

1. Aprender el funcionamiento de la forma en que operan las antenas en arreglos de fase es una parte fundamental para desarrollar desplazadores de fase ya que éstos están limitados a partir de los requerimientos de las antenas.
2. Algunas limitaciones en el desplazador de fase debidas a las antenas en el arreglo de fase son el ángulo de escaneo, la frecuencia de operación, la polarización de la onda a transmitir o recibir, las dimensiones del espacio físico y el costo.
3. Los lóbulos gratinados en los arreglos de fase introducen pérdidas de potencia en una cierta dirección indeseada.
4. La tendencia de los arreglos de fase es tener un control total del haz, po tal motivo se busca que sean capaces de direccionar el haz hacia cualquier dirección y de manera instantánea.
5. El progreso que se ha tenido a lo largo del tiempo en este tipo de tecnología ha sido muy grande, de ahí que los arreglos tiendan a ser más pequeños y con un consumo de potencia cada vez menor.
6. A pesar de que la tecnología mecánica ha sido desplazada, no ha dejado de ser empleada en aplicaciones modernas.
7. Es posible mejorar la forma en que radia e arreglo de fase usando una cierta configuración en la distribución de sus elementos.

# Capítulo 2

## Estado del arte de los desplazadores de fase.

Un desplazador de fase es un instrumento que produce un cambio ajustable en la fase de la onda transmitida a través de él. Idealmente, debe ser acoplado a las líneas de entrada y salida para producir una atenuación nula. Estos requisitos se deben satisfacer dentro de un grado de aproximación razonable. Hay una gran variedad de diseños de desplazadores de fase que se ajustan por medio de elementos mecánicos. Un ejemplo es el desplazador de fase rotatorio, el cual es el mejor en su tipo [16].

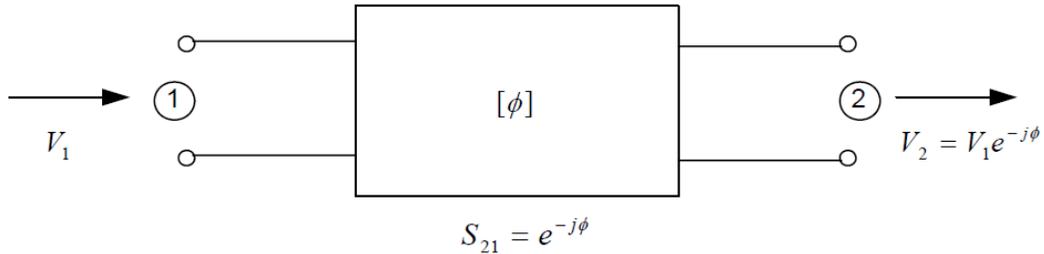
Existen otro tipo de desplazadores de fase como los que se ajustan por medio de rotación electrónica utilizando diodos PIN para conmutar, estos son mayormente usados en antenas en arreglos de fase. Como se mostró en el capítulo 1, en las antenas en arreglos de fase existen muchos elementos radiadores, por ejemplo dipolos en circuitos impresos o stubs, y el haz radiado puede ser dirigido a un punto deseado variando la fase de la excitación de cada elemento en el arreglo. En un arreglo grande se necesitaran muchos desplazadores de fase; por lo tanto es deseable utilizar tecnología de circuitos integrados si el diseño es pequeño, controlado electrónicamente y se puede producir económicamente en grandes cantidades.

En los capítulos subsecuentes se describen los desplazadores de fase más importantes de aplicación en microondas, con el objetivo de mostrar su principio de operación con el fin de mostrar sus diferencias y ventajas.

### 2.1 Fundamentos de los desplazadores de fase.

Un desplazador de fase es un dispositivo de propósito general usado en una gran variedad de sistemas de comunicaciones y de medición e instrumentación en microondas. Básicamente es un bipuerto con la función de proveer un cambio de fase de la señal con la mínima atenuación. El retraso de fase experimentado por la señal de microondas entre los puertos de

entrada y salida de un desplazador de fase se conoce como fase de inserción del dispositivo. La figura 2.1 muestra de manera general un bipuerto, donde el desplazador de fase funciona de forma ideal.



**Fig. 2.1.** Desplazador de fase ideal.

Considerando que el desplazador de fase tiene dos diferentes situaciones; las inserciones de fase son  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , entonces la diferencial de fase se calcula de la siguiente manera:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad (2.1)$$

$\Delta\phi$  puede ser un número tanto positivo como negativo, lo cual se traduce en un adelanto o retraso de fase, según sea el caso.

Un desplazador de fase ideal es recíproco y presenta la misma fase de inserción para cualquier dirección de propagación de la señal de microondas, su matriz de dispersión S, se representa como:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\phi} \\ e^{-j\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Es obvio que el desplazamiento de fase diferencial también seguirá igual para ambas direcciones de propagación. Existen desplazadores de fase no recíprocos, los cuales representa diferentes fases de inserción para cada dirección de las ondas. Para este caso, la matriz S está dada por:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\phi_1} \\ e^{-j\phi_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Existen dos tipos de desplazadores de fase en cuanto a la variación del corrimiento de fase, los digitales y los analógicos. Los analógicos permiten una variación continua del corrimiento de fase mientras que los digitales hacen la variación de manera discreta. Un desplazador de fase digital generalmente consiste de una cascada de varios bits con corrimientos de fase incrementados en pasos de binarios.

Uno de los aspectos más importantes en los desplazadores de fase y, el más importante desarrollado en este trabajo, son las pérdidas que los desplazadores exhiben siempre. Las pérdidas de inserción para un dispositivo cualquiera se pueden representar en dB de acuerdo a:

$$L = 20 \log|S_{21}| = 20 \log|T_{21}| \quad (1.2)$$

El parámetro  $S_{21}$  representa el coeficiente de transmisión del puerto uno al puerto dos,  $T_{21}$ .

Otro factor esencial es el corrimiento de fase. Muchos otros factores pueden causar en error de fase, tales como una onda estacionaria, propiedades del material con el que se fabrica el dispositivo así como los elementos externos para su conexión con otros elementos [17]. Si el error de fase no se encuentra dentro de los valores permitidos es necesario sintonizar la fase mediante métodos que permitan realizar un buen ajuste.

Por último, y más importante para este trabajo, el desempeño eléctrico de un desplazador de fase generalmente es especificado por las pérdidas de inserción, ancho de banda de operación, error de fase y capacidad de manejo de potencia. En algunos suelen ser especificados el tiempo de conmutación y la atenuación. Para todas las aplicaciones es deseable tener pérdidas de inserción, atenuación y error de fase lo más bajo posible. El tamaño físico y peso del desplazador de fase debe ser minimizado para sistemas móviles y aerotransportados, mientras que para sistemas con bases en tierra este requerimiento puede ser más flexible [17].

## **2.2 Clasificación de los desplazadores de fase.**

Existen dos clasificaciones principales de los desplazadores de fase, los mecánicos y los electrónicos. Dependiendo si el control de fase es alcanzado a través de un ajuste mecánico o electrónico, será el tipo de desplazador. Los primeros en desarrollarse fueron los tipo mecánicos en los años 1940's y a partir de los años 1960's empezaron a diseñarse modelos electrónicos que utilizan diodos p-i-n, ferrita o circuitos integrados.

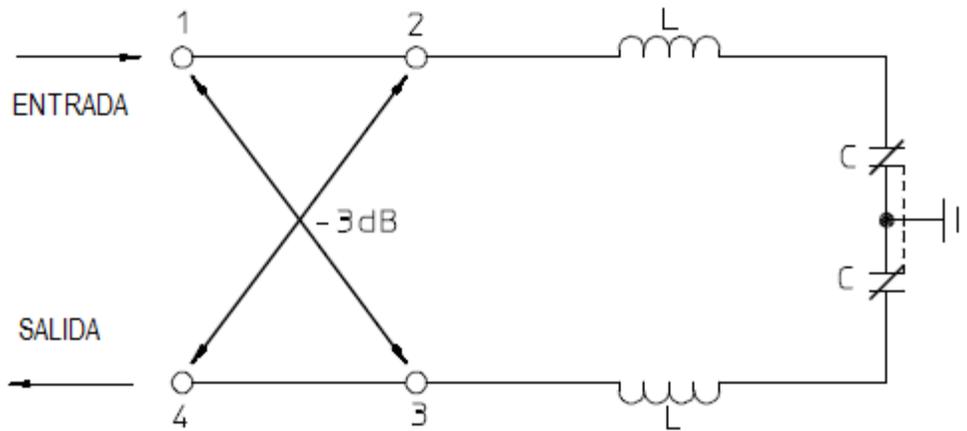
Los desplazadores de fase tipo electrónico han desplazado a los tipos mecánicos desde su aparición. Dependiendo del medio o mecanismo adoptado, los desplazadores de fase puede ser de tipo ferrita, semiconductores o basados en tecnología MEMS. A continuación se muestran algunos de los desplazadores más importantes.

### **2.2.1 Desplazadores de fase mecánicos.**

En los desplazadores de fase variables mecánicamente el corrimiento de fase se alcanza al variar la fase de inserción del dispositivo por sintonización mecánica. Idealmente el dispositivo debe ser acoplado en ambos puertos de entrada y salida además de tener atenuación cero. Los desplazadores de fase mecánicos son de operación analógica y comúnmente construidos en una guía de onda rectangular o circular, aunque también son usadas estructuras como el cable coaxial o la línea cinta. La mayoría de los desplazadores de fase mecánicos son recíprocos y comparados con los desplazadores de fase electrónicos son robustos, simples de fabricar y tienen muy bajas pérdidas además de que se presentan como una opción de bajo costo. Por lo tanto estos son usados extensamente en aplicaciones que no demandan un rápido cambio del corrimiento de fase.

Los desplazadores de fase mecánicos incorporan elementos reactivos con un puente híbrido simétrico o de cuadratura, junto con un par de redes LC para realizar desfasamientos de fase variables. Las redes variables LC conectadas a los puertos de salida 2 y 3 de cuadratura híbrida, actúan como circuitos cortos deslizantes. Colocados en las salidas de un puente híbrido (acoplador direccional), estos circuitos cortos reflejan la energía incidente de regreso

hacia la fuente. La energía reflejada aparece en el puerto 4, el puerto aislado, idealmente sin atenuación.



**Fig. 2.2.** Sección de desplazador de fase mecánico.

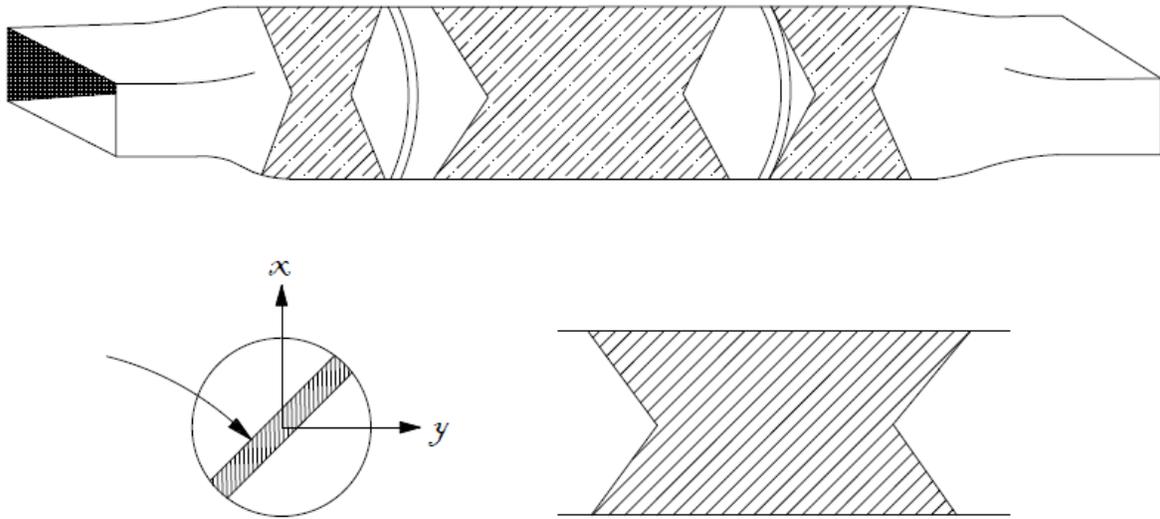
El circuito deslizante es variado de un lado a otro en un rango eléctrico mediante la variación de los capacitores, los cuales causan el ángulo de fase de la señal reflejada para variar hasta dos veces la frecuencia. Seleccionando adecuadamente los elementos LC, un rango de fase de  $90^\circ$  puede ser obtenido y un desfase de fase total de  $180^\circ$  es realizado. Los desfases de fase de  $360^\circ$  pueden ser realizados ya sea conectando un conmutador inversor de fase  $0^\circ/180^\circ$  en saltos de  $180^\circ$  continuamente con un desplazador de fase variable, o bien mediante la conexión de dos dispositivos variables continuos de  $0^\circ-180^\circ$  junto a un eje común.

### 2.2.1.1 Desplazadores de fase rotatorios.

La operación y estructura de este dispositivo es muy parecido al desplazador de fase basado en el principio de rotación de Faraday, sin embargo el desplazador de fase rotatorio es más usual. Este dispositivo puede ser implementado tanto en una guía de onda cuadrada como en una guía de onda circular, aunque la segunda opción es más común. Este desplazador de fase está constituido por dos polarizadores ( $\lambda/4$ ) y un desplazador de fase diferencial ( $\lambda/2$ ). En general, este dispositivo es construido de diferentes maneras, por ejemplo, una de ellas es mediante la utilización de una placa dieléctrica, otra es por medio de pequeños tubos que cruzan la guía de onda (*lumped-element sections*), los cuales son descritos a detalle por A.

Gardner Fox en [24], etc. En esta sección solo se mencionará el desplazador de fase que utiliza las placas dieléctricas debido a que es más común, aclarando que el principio de operación de todos los diseños para este tipo de desplazador es el mismo.

Este desplazador de fase consta de dos polarizadores cuya finalidad es hacer una conversión entre modos, de  $TE_{10}$  a  $TE_{11}$  de polarización circular (Fig. 2.3a) y viceversa (Fig. 2.3b). En la parte de en medio (Fig. 2.3b) se encuentra el desplazador de fase diferencial el cual logra un cambio en la fase de magnitud  $2\alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de inclinación de la placa respecto al eje del campo eléctrico de la onda  $TE_{11}$ . Se le llama desplazador de fase rotatorio porque la magnitud del cambio de fase dependerá de la rotación de la placa. Para lograr la diferencia de fase de  $180^\circ$  se debe de considerar la longitud y grosor de la placa y el valor del dieléctrico del desplazador. La forma de operar de este dispositivo es la siguiente.



*Fig. 2.3. Desplazador de fase rotatorio. a) Diagrama del desplazador, b) sección de  $\lambda/4$ .*

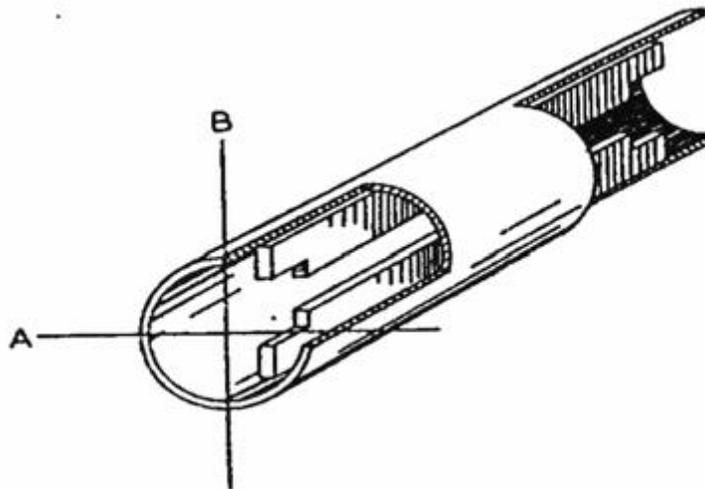
Al dispositivo se le incide una onda polarizada linealmente  $TE_{10}$ . Por medio un una pequeña transición física en la guía la onda es convertida de  $TE_{10}$  a  $TE_{11}$ . Después una placa dieléctrica dentro de la guía de onda tiene la finalidad de convertir la onda de polarización lineal en una onda polarización circular. Sabemos que las componentes del campo eléctrico en una polarización circular son igual en magnitud pero están desfasados  $90^\circ$  entre sí. La placa dieléctrica está diseñada de tal manera que es capaz de retrasar una de las componentes del campo eléctrico de la onda  $TE_{11}$ . Debido a lo anterior, a lo largo de placa la onda tendrá

dos constantes de fase  $\beta_1 > \beta_2$ , donde  $\beta_1$  es la constante de propagación para la componente la cual no fue atrasada por la placa y  $\beta_2$  es la constante de propagación de la componente la cual fue sí fue atrasada por el desplazador. La longitud  $l$  de la placa está diseñada de tal manera que  $(\beta_1 - \beta_2)l = 180^\circ$ . El principio de operación es el mismo para la placa  $\lambda/2$ .

Un desplazador de fase de este tipo tiene una propiedad única la cual es la capacidad de transmitir el cien por ciento de la potencia incidente en altos niveles de potencia (cientos de kilowatts) y esto le permite que sea usado en numerosas aplicaciones donde los desplazadores [18]. Sin embargo, como es de esperarse, debido a que es implementado con guías de onda, es voluminoso y es incompatible para la tecnología de circuitos impresos.

### 2.2.1.2 Desplazadores de fase diferenciales.

La figura 2.4 nos muestra una guía de onda circular con dos aletas metálicas sujetadas a las paredes de la guía de onda y extendidas axialmente a lo largo de la guía. Si estas aletas son bastante delgadas, tienen un pequeño efecto en ondas en las que el campo eléctrico es perpendicular a estas.



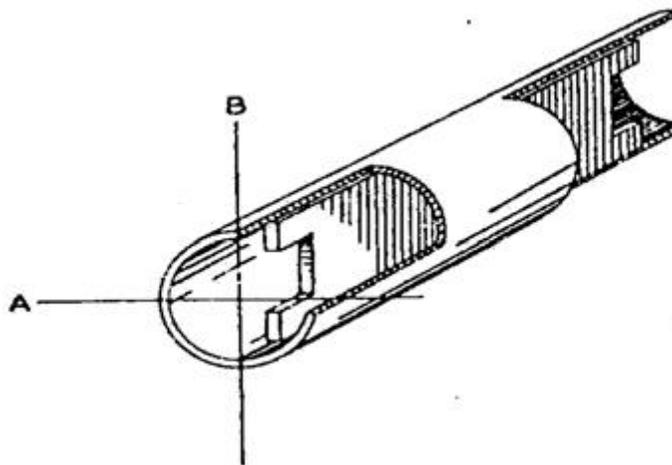
*Fig. 2.4. Desplazador diferencial con carga capacitiva.*

Pero para ondas polarizadas paralelamente a las aletas, estas cargan a la guía con una capacitancia en paralelo, por medio de esto no solo se reduce la impedancia característica de la sección sino que también se decrementa la velocidad de fase de las ondas. En este sentido,

las aletas producen un efecto mucho mayor que el de un material dieléctrico de alta constante de permeabilidad cargando a la guía de onda circular. Obviamente el desplazamiento diferencial de fase dependerá de la longitud de la sección cargada por aletas y por ello la cantidad de carga que es establecida queda determinado principalmente por las dimensiones de las aletas. Las muescas cortadas al final de las aletas son con el propósito de acoplar la impedancia de la línea cargada con la impedancia de la línea no cargada, se trata de transformadores con longitud  $\lambda/4$ .

Las aletas son muy simples de especificar mecánicamente y por lo tanto son secciones fáciles de fabricar. Probablemente no soportan grandes cantidades de potencia debido a la intensa concentración del campo en las periferias de los bordes de las aletas, sin embargo pueden tener una capacidad de manejo de potencia de algunas decenas de kilowatts.

Otra forma de realizar un corrimiento de fase diferencial es insertando una placa de material dieléctrico en una sección de la guía de onda circular que se extienda a través de la guía diametralmente como se muestra en la figura 2.5. Las ondas polarizadas perpendicularmente a la placa serán atrasadas cierto grado, pero las ondas paralelas a la placa serán atrasadas mucho más. Y esta diferencia entre esas dos velocidades nos da el corrimiento diferencial de fase deseado.

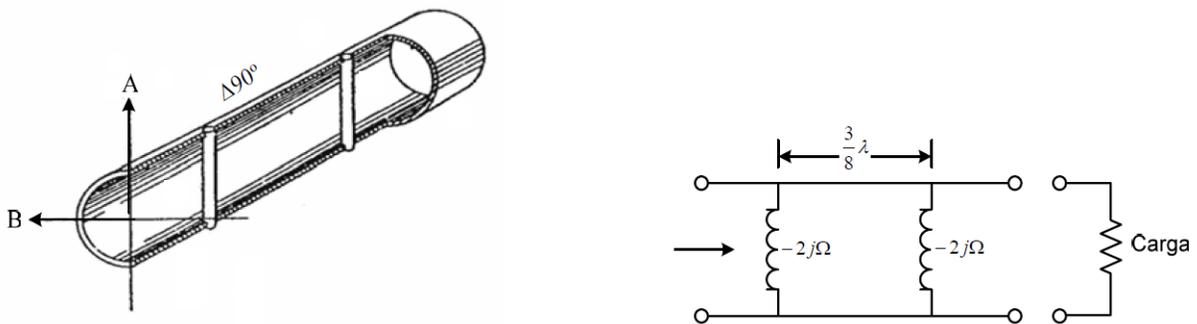


*Fig. 2.5. Desplazador diferencial con placa dieléctrica.*

En general el uso de dieléctricos de constante alta se prefiere porque permiten que la placa sea hecha lo suficientemente delgada de manera que afecte muy poco a las ondas de

polarización ortogonal. Esto es importante ya que si estas ondas son afectadas insignificadamente el acoplamiento de impedancias no es un problema al inicio y al final de la sección para esta polarización en particular. Para ondas polarizadas paralelamente con la placa habrá una apreciable cambio de la impedancia característica a la entrada y a la salida de la placa por lo que deben ser cortadas cuidadosamente las muescas que constituyan acoplamiento por medio de transformadores de impedancia de un cuarto de longitud de onda.

Los desplazadores de fase diferenciales que tuvieron grandes aplicaciones consisten de un filtro en una sección uniforme de una guía de onda circular a través de postes conductivos puestos diametralmente en intervalos apropiados. Para una sección con  $\Delta\phi = 90^\circ$  toma la forma mostrada en la figura 2.6 a junto con su circuito equivalente. Como se indica, para ondas cuyo campo eléctrico es paralelo con los postes, los postes se comportan como inductancias paralelas a través de una línea de transmisión equivalente. La susceptancia de los postes es aproximadamente proporcional a su diámetro por lo tanto este valor es ajustado al valor deseado al escoger un diámetro correcto. Por ejemplo para una sección con  $\Delta\phi = 90^\circ$  ambos postes deben tener una susceptancia inductiva de dos veces la admitancia característica de la guía de onda y deben estar separados por  $3\lambda/8$  [4]. Bajo estas condiciones una onda polarizada paralelamente entrando en los postes emergerá con una fase adelantada de  $90^\circ$  en comparación de que no estuvieran presentes los postes.

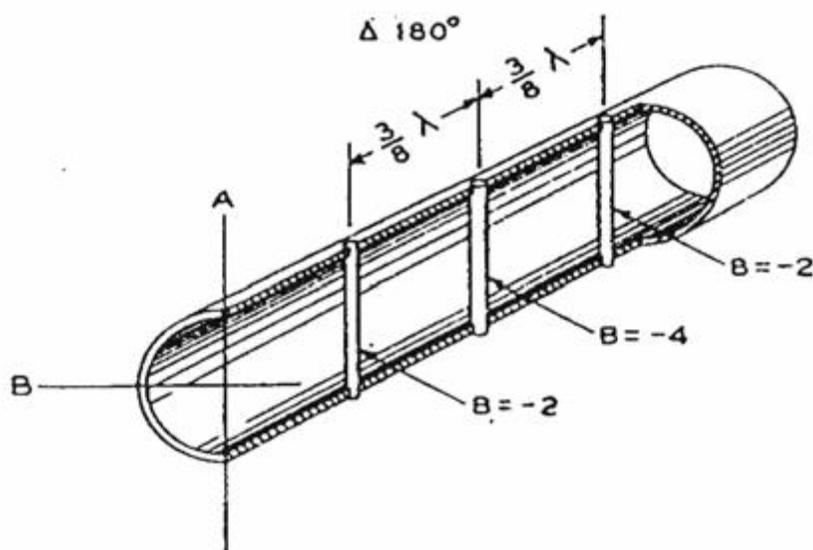


*Fig. 2.6. Desplazador diferencial  $90^\circ$  y su circuito equivalente.*

Por otra parte, el estipular que los diámetros sean pequeños tiene una explicación práctica ya que las ondas polarizadas perpendicularmente pasarían por la sección sin saber que están los postes metálicos. Por consiguiente las ondas polarizadas paralelamente con los postes obtendrán un adelanto en fase de 90 grados con respecto a las ondas polarizadas en ángulos rectos a los postes.

Es importante mencionar también que esta sección es equivalente a un filtro paso-banda por lo que la transmisión total de potencia solo se realiza en una frecuencia, por lo que fuera de esta frecuencia central del filtro la fase diferencial se apartará del valor de  $90^\circ$  en un comportamiento similar como sucede en un circuito resonante paralelo. Sin embargo esta sección es de un comportamiento de ancho de banda amplio [19]. Dado que la longitud de la sección no es un requerimiento importante que influya en el factor de calidad o ancho de banda, el comportamiento de la frecuencia se mejora al extender la sección y usar 3 o más barras o postes metálicos.

En la sección, puede notarse la gran importancia que toman no solo los desplazadores de fase diferenciales  $90^\circ$  sino también de  $180^\circ$ . Así, cuando se quiere construir una sección de  $\Delta\phi = 180^\circ$  es evidente que esto se logra con dos secciones de  $\Delta\phi = 90^\circ$  conectadas en cascada con todas las barras paralelas, sin embargo la fase diferencial será más grande que dos veces que la dada por una sola sección. Una simplificación y gran ayuda se obtiene al poner las dos secciones juntas hasta que las barras adyacentes ocupen el mismo lugar. Entonces estos postes son reemplazados por un solo poste metálico cuya susceptancia es dos veces la de los postes originales. Para el caso de tener una sección con fase diferencial de  $180^\circ$  se tiene una sección de tres postes en donde el poste central tiene una susceptancia de  $-4$  y las de los extremos de  $-2$  y están separadas por una longitud de  $3\lambda/8$  [19] tal como muestra la figura 2.7.



**Fig. 2.7.** Desplazador de fase de  $180^\circ$  con postes metálicos.

En la construcción de estas secciones de elementos reactivos, no se tiene la restricción de que sean solo de tipo inductivo, también lo pueden ser de tipo capacitivo, en este caso los postes diametrales estarían cortados por el centro teniendo una cierta longitud de espaciamento que influye en la determinación de la susceptancia capacitiva. Para este caso se tendrían incluso ventajas ya que al ajustar diámetros del cilindro metálico y el espaciamento para obtener una susceptancia capacitiva igual a dos veces la admitancia característica de la guía de onda, las bujías tendrían que estar puestas a  $\lambda/8$  en comparación con el espaciamento de  $3\lambda/8$  para los elementos inductivos. Sin embargo en realidad los elementos capacitivos que son puestos muy cerca influye el acoplamiento mutuo entre los elementos lo que resulta en un comportamiento distinto a lo esperado y como consecuencia es necesario espaciar los elementos capacitivos una distancia de  $5\lambda/8$  [19].

Finalmente con relación a los dispositivos de fase diferencial podemos dar algunas comparaciones y decir que los de elementos reactivos se prefieren sobre los de sección extendida (figuras 2.4 y 2.5) ya que físicamente son más cortos y aunque podrían tener desventaja con relación a las características de frecuencia se puede mejorar incrementando el número de elementos reactivos. Por otro lado los de sección extendida tienen la ventaja de que son sencillos de construir.

## **2.2.2 Desplazadores de fase de ferrita.**

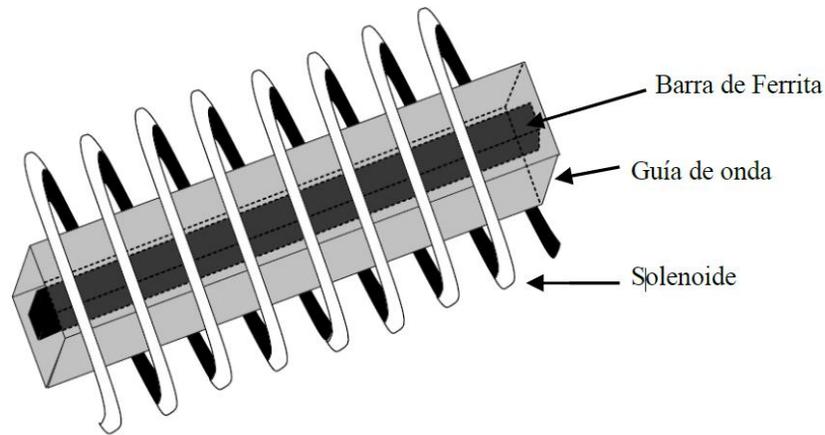
Sin duda alguna los desplazadores de fase de ferrita son los más populares como elementos que componen a los arreglos de antenas ya que, además de ser los pioneros en su ramo, son capaces de operar con altas potencias. Algunos de ellos manejan potencias de cientos de watts en la banda S y C. En la mayoría de los casos los desplazadores de ferrita son relativamente pesados y voluminosos comparados con otros tipos de desplazadores de fase como los que están basados en diodos PIN o MEMS. Esto deja a los desplazadores de fase de ferrita como una opción importante para sistemas de radares en tierra y también para sistemas de comunicaciones basados en lentes [20]. Sin embargo, este tipo de desplazadores de fase son poco apropiados para sistemas de radar espaciales o para grandes arreglos de antenas de radar para aeronaves. Una característica de los desplazadores de fase de ferrita es que para lograr un cambio en la fase en la onda es necesario aplicar una cantidad de potencia al dispositivo.

Al dispositivo que cambia de fase cada vez que cierta cantidad de potencia es aplicada se le conoce como dispositivo de conmutación (*latching device*).

Algunos dispositivos de microondas son recíprocos, es decir, la respuesta del dispositivo no depende de la dirección en la cual la onda es aplicada. Lo anterior se logra porque los materiales con los que están hechos los dispositivos son *isotrópicos*. Los desplazadores de fase de ferrita, como su nombre lo indica, están constituidos por ferritas (materiales ferrimagnéticos). Las ferritas son materiales parecidos a la cerámica con resistividades específicas que pueden ser tan altas como 10<sup>14</sup> (más grandes que la que poseen los metales) y con constantes dieléctricas que van aproximadamente desde 10 hasta 15 (o incluso más grandes). Los materiales ferrimagnéticos son compuestos con los cuales se pueden lograr comportamientos anisotrópicos en frecuencias de microondas. La presencia de la *anisotropía* (lo opuesto de la isotropía) en un material implica que las propiedades (tales como temperatura, elasticidad, velocidad de propagación, etc.) varían dependiendo de la dirección en que son analizados los materiales. La anisotropía en una ferrita es inducida mediante la aplicación de un campo de polarización magnética el cual provoca que los dipolos magnéticos se alineen en el material. Lo anterior es muy importante para las señales de microondas ya que éstas pueden ser controladas mediante un ajuste en la fuerza del campo de polarización, principio con el cual dispositivos tales como desplazadores de fase, switches, resonadores sintonizables y filtros operan.

### **2.2.2.1 Desplazadores de fase Reggia Spencer.**

El desplazador de fase *Reggia Spencer* es uno de los primeros y más básicos referentes a la tecnología de ferrita. Básicamente está constituido por una guía de onda rodeada por un solenoide, en la que por dentro se encuentra una barra de ferrita, como se muestra en la Fig. 2.8. El método de operación consiste en hacer pasar una corriente variable a través del solenoide, la cual provoca que se induzca un campo magnético en la guía de onda y a su vez éste cambia el valor de la permeabilidad de la ferrita, logrando así un cambio de fase. Cuando la corriente varía continuamente se dice que el desplazador de fase es *análogo*. La magnitud en el cambio de fase depende del largo de la barra de ferrita. Una barra de ferrita cuenta con un bit; se pueden hacer configuraciones de más de un bit y de diferente longitud.

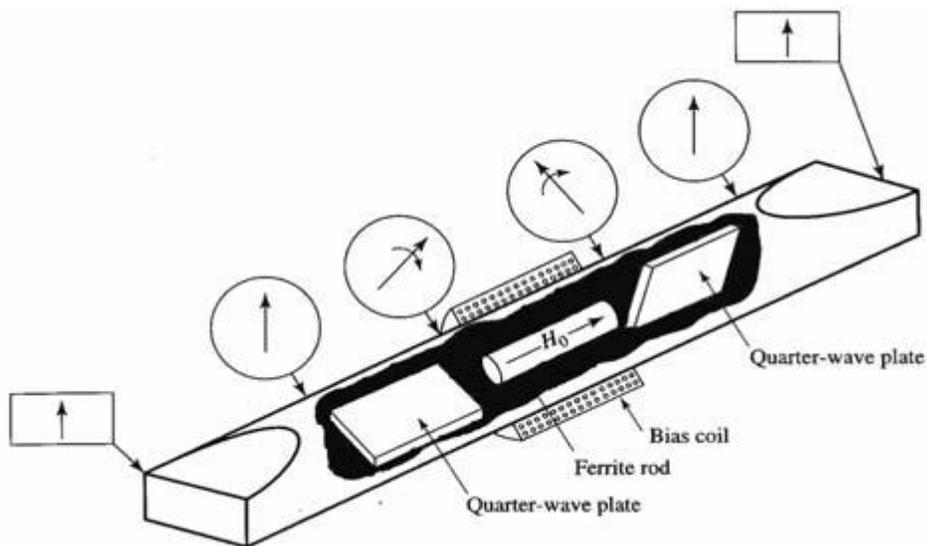


*Fig. 2.8. Desplazar Reggia-Spencer.*

### 2.2.2.2 Desplazadores de fase de ferrita no recíprocos.

Los desplazadores de fase no recíprocos de ferrita hacen uso de la interacción entre el campo magnético circularmente polarizado y los momentos magnéticos cuando la polarización del campo está orientada ortogonalmente al plano de polarización circular [19]. Generalmente se diseñan en geometrías de guías de onda circular y mayormente en rectangular.

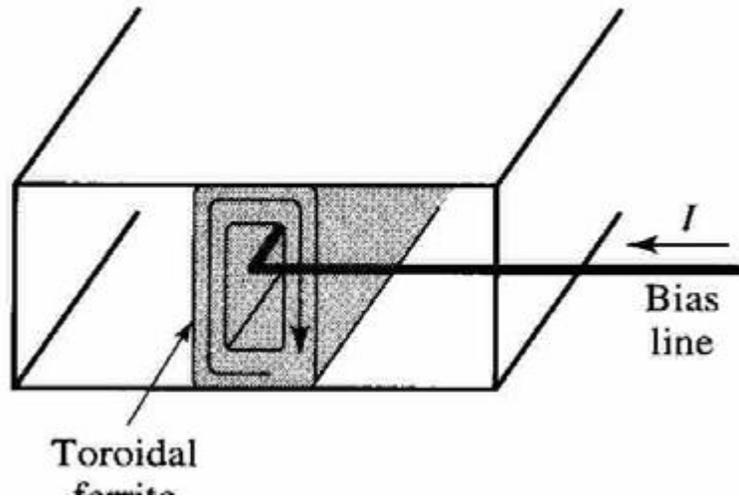
Muchos diseños de desplazadores de fase en guías de onda son derivados del desplazador de fase no recíproco basado en la rotación de Faraday que se muestra en la figura 2.9.



*Fig. 2.9. Desplazador de fase no recíproco basado en la rotación de Faraday.*

En la operación de este dispositivo un modo  $TE_{10}$  entra a la guía de onda rectangular y a la salida es convertida a un modo  $TE_{11}$  de una guía de onda circular con una sección de transición corta. Entonces una placa dieléctrica de *cuarto de onda* orientada  $45^\circ$  del vector de campo eléctrico convierte la onda en una de polarización circular derecha al suministrar una diferencia de fase de  $90^\circ$  entre las componentes del campo que son paralelas y perpendiculares a la placa. En la región cargada con ferrita la constante de fase es  $\beta_+$  que puede ser controlada por la intensidad del campo magnético de polarización. La segunda placa de un cuarto de onda devuelve un campo con polarización lineal. Como es de esperarse, la operación es similar para una onda que entra por la derecha excepto porque ahora el retraso de fase es  $\beta_-$ ; el corrimiento de fase es no recíproco. La barra de ferrita es polarizada longitudinalmente en la dirección de propagación con un solenoide.

Los desplazadores de fase no recíprocos mayormente utilizados son los conocidos como desplazadores de fase toroidales, los cuales generalmente están basados en guías de onda rectangular [5]. Tal como muestra la figura 2.10, este dispositivo consiste de un núcleo de ferrita simétricamente puesto en la guía de onda con un alambre de polarización que pasa por su centro. Cuando la ferrita es magnetizada, la magnetización de las paredes del toroide es directamente opuesta y perpendicular al plano de polarización circular de los campos. Se encuentra que existe una fuerte interacción entre los campos y la ferrita. En principio, tal geometría puede ser usada para suministrar un corrimiento de fase variable analógico al variar la corriente de polarización. Sin embargo, una técnica más útil emplea el principio de la histéresis magnética de la ferrita para proveer un corrimiento de fase que puede ser conmutado entre dos valores, es decir un comportamiento digital.



*Fig. 2.10. Desplazador de fase toroidal.*

### **2.2.3 Desplazadores de fase basados en semiconductores.**

Estos desplazadores de fase son todos recíprocos por naturaleza pero pueden ser clasificados como digitales o analógicos dependiendo si el elemento de control es usado como un switch electrónico o una reactancia variabl. Ejemplos de dispositivos que pueden actuar como interruptores electrónicos son los diodos p-i-n y GaAs FET. El diodo PIN se emplea mayormente en desplazadores de fase híbridos planares y el FET en desplazadores de fase monolíticos.

Un dispositivo ideal de conmutación básicamente posee dos estados, un corto circuito y un circuito abierto, en la práctica estos dos estados se realizan con una gran aproximación por medio de un dispositivo de control de un semiconductor de microondas. Por medio de estos pueden generarse diferentes configuraciones de circuitos que desplazan la fase, a continuación se describen los más comunes.

### 2.2.3.1 Desplazadores de fase basados en diodos p-i-n.

Los diodos p-i-n son por naturaleza digitales, lo que implica que un diodo p-i-n posee dos estados, uno de baja impedancia en el cual se dice que el diodo se encuentra “cerrado” y otro de alta impedancia o “abierto”. La función de un diodo p-i-n es actuar como un conmutador electrónico entre los estados de polarización fijos de directa (baja impedancia) e inversa (alta impedancia). Todas las configuraciones de desplazadores de fase descritas anteriormente pueden ser usadas para construir desplazadores de fase basados en diodos p-i-n, al reemplazar los conmutadores tradicionales por diodos p-i-n prácticos. El modelo del diodo p-i-n consiste de tres zonas en un solo chip de material semiconductor, las regiones P y N altamente dopadas están separadas por una región de alta resistividad intrínseca (región I). La figura 2.11 muestra su curva característica típica en DC del diodo p-i-n. La característica en AC de un diodo p-i-n en bajas frecuencias es la misma que la de un diodo p-n, tal comportamiento es determinado por las características de voltaje corriente en DC dando lugar a la rectificación. Por otro lado, el comportamiento del diodo p-i-n en frecuencias de microondas es totalmente diferente que para un diodo p-n. El diodo p-i-n puede ser usado como un conmutador (switch) cuando opera entre los estados fijos de polarización de directa e inversa para la conmutación de señales de microondas.

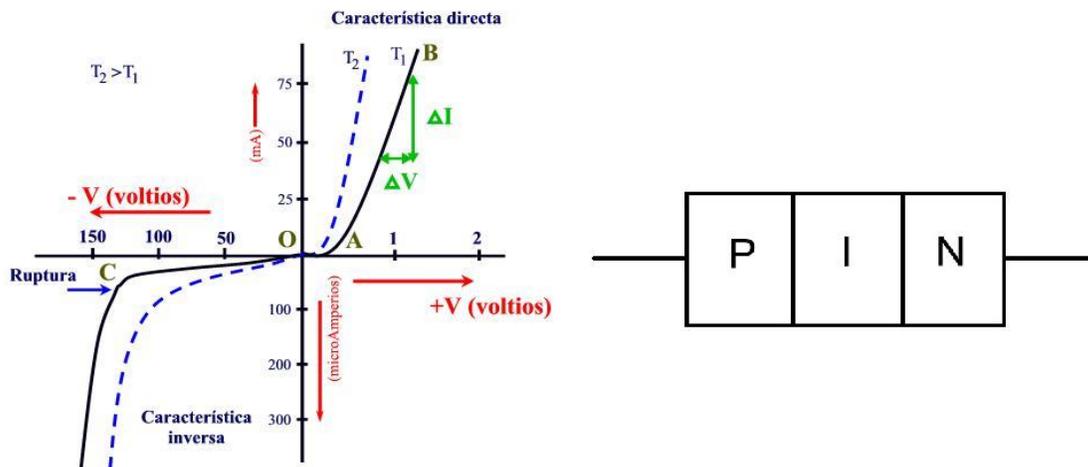


Fig. 2.11. Curva característica del diodo p-i-n en voltaje vs. Corriente.

Cuando un voltaje de directa se aplica al diodo p-i-n, las cargas libres de las regiones P y N fluyen a la región I por lo que la convierten en un medio conductivo, entonces el diodo se

comporta esencialmente como un corto circuito y cualquier señal de microondas pasa sin reflexión, idealmente. Por otra parte cuando se aplica un voltaje de polarización inverso, la región I se vacía completamente de portadores de carga y el diodo se comporta virtualmente como un circuito abierto con una reactancia capacitiva grande.

Para una señal de microondas superpuesta en el voltaje de DC, el periodo de tiempo del semiciclo positivo es tan corto comparado con el tiempo de vida de los portadores de carga, con lo que se asegura que no puede haber conducción a través de la región I y por lo tanto, para señales de microondas, el diodo p-i-n actúa como un dispositivo lineal en el cual la impedancia es determinada por la pendiente de la curva característica en DC, en un punto de operación. El modelo eléctrico de un diodo para la polarización en directa se representa por una resistencia con valores en el rango de  $0.2\Omega$  a  $5\Omega$ , mientras que para la polarización en inversa el modelo es una resistencia alrededor de  $20\text{ k}\Omega$  con una capacitancia en paralelo de  $0.01\text{ pF}$  a  $2\text{ pF}$ . Además en un análisis completo, al modelo se le adiciona una capacitancia, una inductancia y una resistencia parásita debida al encapsulado, los cuales pueden ser despreciados solo si son de valores no muy significativos.

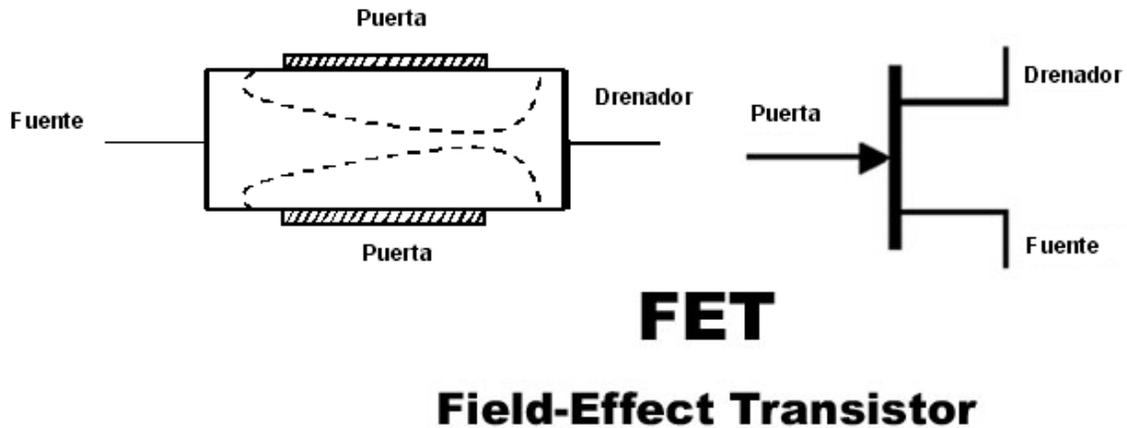
Comúnmente los desplazadores de fase basados en diodos p-i-n se construyen en la geometría de la línea microcinta mediante la tecnología híbrida. En aplicaciones donde se requieren desplazadores de fase multibits, generalmente se usan las configuraciones de línea conmutada, acoplador híbrido y línea cargada. El determinar cuál configuración utilizar depende de factores tales como la capacidad del manejo de potencia, pérdidas de inserción, complejidad del circuito y tamaño.

Los desplazadores en configuración de línea conmutada no dependen del corrimiento de fase requerido, sin embargo requieren de cuatro diodos por cada bit, caso contrario al que presenta la configuración de acoplador híbrido donde solo son requeridos dos diodos. Cada configuración tiene su propia aplicación ya que para desplazadores de fase de  $180^\circ$  se utilizan los de línea conmutada, mientras que para los desplazadores de  $90^\circ$  y  $45^\circ$  presentan un mejor rendimiento en la configuración de acoplador híbrido, mientras que los de línea cargada se han adaptado para retrasos de  $22.5^\circ$  y  $11.25^\circ$ .

Con diodos p-i-n estos tres circuitos son utilizados en desplazadores de fase multibit, requeridos en aplicaciones de arreglos de antenas. Sobre el rango de frecuencias que abarca de la banda L a la banda Ku, las pérdidas de inserción están en el rango aproximadamente de 0.7 a 1.8 dB [21]. Por otra parte, la velocidad de conmutación de un desplazador de fase basado en diodo p-i-n es menor que 1  $\mu$ s. La limitación en potencia está determinada principalmente por el voltaje de ruptura del diodo y la potencia promedio que puede manejar está determinado por las características térmicas del diodo y la eficiencia de disipación de calor. La potencia pico está en el orden de algunas decenas de Kilowatts y la potencia promedio en algunos cientos de Watts.

### **2.2.3.2 Desplazadores de fase basados en transistores FET.**

El transistor de efecto de campo (FET) es un dispositivo de tres terminales tal como muestra la figura 2.12. Este es usado como un switch de dos terminales (entre la fuente y el drenaje) al aplicar un voltaje en la compuerta. Con un voltaje de polarización negativo (más grande en magnitud que el voltaje de *pinch off*  $V_g > V_p$ , el cual es dado por el fabricante) en la compuerta, el conmutador FET representa un estado de alta impedancia (estado apagado del conmutador), y con un cero de voltaje, este representa un estado de baja impedancia (estado prendido del conmutador). Como se mostró anteriormente en el estado apagado, el diodo p-i-n presenta una alta reactancia capacitiva, mientras un FET presenta una alta resistencia en paralelo pero con una reactancia capacitiva, por lo tanto para alcanzar la acción de conmutación, esta capacitancia entra en resonancia con una inductancia externa o su efecto es incluido en las secciones de acoplamiento de impedancia.



*Fig. 2.12. Esquema y composición del transistor de efecto de campo*

Todas las configuraciones de circuitos descritas anteriormente que fueron considerados en la implementación por medio de diodos p-i-n han sido usadas para realizar desplazadores de fase digitales basados en FET. Sin embargo, comparado con el diodo p-i-n, el FET tiene varias ventajas como lo son su velocidad de conmutación ultrarrápida (en el orden de nanosegundos), insignificante consumo de potencia en DC y su compatibilidad con la tecnología monolítica y una de las más importantes es que puede ser utilizado como un conmutador y amplificador a la vez. Los desplazadores de fase que amplifican las señales de microondas, además de recorrer la fase, son conocidos como desplazadores de fase activos. El FET de arseniuro de galio (GaAs) conocido como MESFET es el elemento clave de control que permite esta función dual. El MESFET es construido con tecnología monolítica.

En este momento es importante mencionar que la tecnología conocida como de circuitos integrados de microondas (MIC) ofrece un tamaño pequeño y menor costo dada su producción en masa y evidentemente tiene ventajas sobre los basados en guías de onda. La tecnología MIC puede ser clasificada como híbrida (MIC) y monolítica (MMIC).

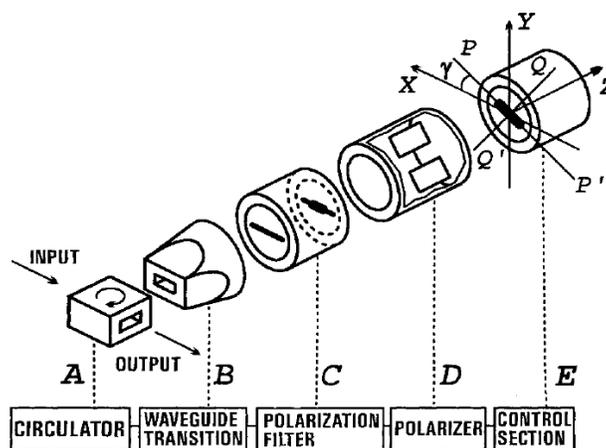
La tecnología híbrida MIC usa líneas de transmisión planares y películas delgadas en su fabricación, mientras que en la monolítica se realiza en un substrato semiconductor. En general MMIC ofrece ventajas significativas con respecto a la tecnología híbrida MIC en minimización de tamaño y peso, fiabilidad, reducción de inductancias parásitas con lo que se aumenta el ancho de banda de operación y la habilidad que tiene de incorporar un rendimiento multifuncional en un solo chip. Para altos volúmenes de producción de desplazadores de fase

como es requerido para los arreglos de fase grandes, el acceso monolítico representaba el mejor en costo potencial.

La tecnología híbrida es la más popular en la realización de desplazadores de fase basados en diodo p-i-n, generalmente en microcinta, empleando substratos. Los circuitos integrados monolíticos generalmente son fabricados en substratos semiconductores hechos de silicio (Si) o GaAs. Para frecuencias altas el GaAs es superior al silicio debido a que tiene una movilidad mayor de electrones. Las obleas de GaAs es la base de los procesos de MMIC y MESFET, este proceso tecnológico incorpora una película delgada con distintos elementos para interconexión como capacitores, inductores, puentes, interconexiones y también elementos distribuidos tales como líneas coplanares y microcinta.

### 2.3 Pérdidas en un desplazador de fase con ranuras resonantes y principio espirafase.

Como se ha mencionado, los desplazadores de fase tienen muchas aplicaciones, entre ellas para comunicaciones. En el artículo [23] se presenta el diseño de un modulador de onda milimétrica por amplitud-fase. Con este modulador es posible crear modulación de diferentes tipos: BPSK, QPSK, DPQPSK, entre otros. La construcción básica del modulador de amplitud –fase se muestra en la figura 2.13. Consiste en los siguientes elementos.

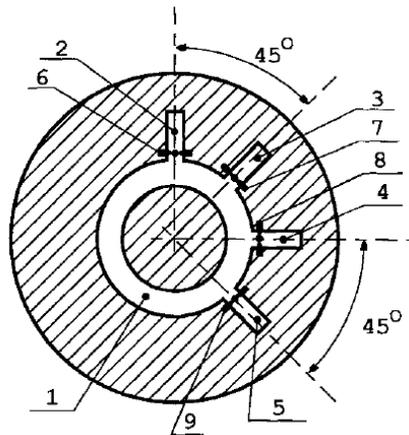


*Fig. 2.13. Construcción básica del modulador de amplitud – fase.*

- Circulador A;

- Adaptador de guía de onda rectangular a guía de onda circular B, para transformar el modo  $TE_{10}$  de la guía de onda rectangular al modo de polarización  $TE_{11}$  vertical de la guía de onda circular;
- Filtro de polarización C, este consiste en dos dipolos horizontales de longitud  $\lambda/2$ , a una distancia  $\lambda/4$  uno del otro; un dipolo en corto circuito y el otro con una carga resistiva, con esto la onda con polarización horizontal que viaje en dirección  $\vec{z}$  negativa será disipada.
- Polarizador D, sección diferencial de  $90^\circ$ , para transformar el modo  $TE_{11}$  vertical al modo de polarización circular  $TE_{11}$  de la guía de onda circular.
- Sección de control E, consiste en una guía de onda circular en corto con un diafragma en su sección transversal.

No se explicará el funcionamiento del modulador totalmente, ya que la parte más importante para este trabajo es la sección de control, que básicamente es un desplazador de fase con un diafragma de control de ranuras resonantes conectadas, las cuales consisten de una ranura en forma de anillo de un diámetro de  $\lambda/\pi$ , unos stubs conectados radialmente al anillo 2-5 y los diodos p-i-n 6-9 conectados en paralelo a cada stub. De esta manera, al conmutar los diodos, se puede simular una rotación del diafragma de control. El diafragma de control se presenta en la siguiente imagen:

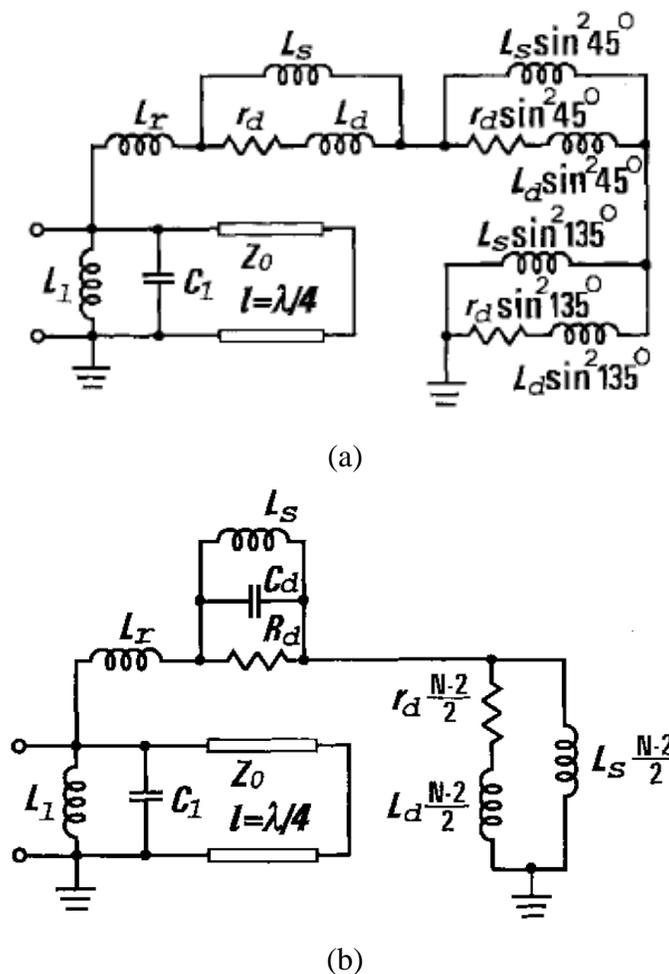


*Fig. 2.14. Diafragma de control del modulador de onda milimétrica.*

Al incidir en este diafragma una onda con polarización circular, la onda reflejada se considera como una suma de dos ondas las cuales tendrán un sentido de giro opuesto entre ellas. En la figura 2.14, como se mencionó, los diodos 6-9 simulan una rotación del diafragma, que ha

grandes rasgos, logra agregar una diferencia de fase de  $2\gamma$  entre las ondas reflejadas, donde  $\gamma$  es el ángulo entre el stub y el vector de campo eléctrico de la onda incidente. Este funcionamiento se llama “principio espirafase” el cual será explicado detalladamente en el siguiente capítulo.

Debido a las corrientes de alta frecuencia que fluyen a través de los diodos, el diafragma se puede representar por medio de los siguientes circuitos, para cada polarización lineal de la onda incidente:



**Fig. 2.15.** Circuito equivalente del diafragma de control. a) Circuito para la onda de polarización con vector de campo eléctrico paralelo al eje de simetría del stub con diodo apagado; b) circuito para la onda de polarización con vector de campo eléctrico ortogonal al eje de simetría del stub con diodo apagado

Donde  $r_d$  y  $L_s$  son la resistencia e inductancia asociada a los diodos pin.. Considerando que los stubs tiene una inductancia  $L_s$ , el circuito equivalente del diafragma de control se muestra en la siguiente figura:

La potencia disipada en los diodos p-i-n es proporcional al  $\text{sen}^2(\theta)$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre cada stub y el vector de campo eléctrico de la onda incidente. Por lo tanto, la multiplicación de la impedancia del diodo y del stub por la función  $\text{sen}^2(\theta)$  se usa para conservar relaciones de potencia. Debido a esto, también es fácil suponer que la mayoría de pérdidas se deberán a estos diodos. Después de un análisis del circuito de la figura 2.15 y de la potencia disipada por los diodos de conmutación, se puede llegar a la siguiente ecuación de pérdidas [23]:

$$L_{opt} = 10 \log \left( 1 - 2 \sqrt{\frac{2Nr_d}{R_d}} \right) \quad (2.4)$$

donde  $r_d$  es la resistencia del diodo en estado cerrado,  $R_d$  es la resistencia del diodo en estado abierto y  $N$  es la cantidad de stubs o bits en el diafragma de control.

La ecuación 2.4 representa las pérdidas óptimas para este desplazador de fase, sin embargo podemos notar que estas pérdidas aumentan considerablemente al aumentar la cantidad de stubs o bits del diafragma. Esto es sumamente importante y es el tema a abordar en el siguiente capítulo ya que, se busca tener desplazadores de fase de un gran número de bits. En el caso de antenas en arreglos de fase, al tener más bits en el desplazador de fase se eliminan lóbulos secundarios y en el caso del modulador presentado aquí, tenemos la posibilidad de utilizar modulaciones más robustas.

## 2.4 Conclusiones.

1. Emplear las mejores características de los reflectores parabólicos y de las antenas en arreglos de fase en los arreglos reflectivos planos con el objetivo de trabajar en altas frecuencias de una manera eficiente, es uno de los factores que favorecieron el

desarrollo de los arreglos reflectivos, en particular de los arreglos reflectivos tipo espirafase, los cuales integran en cada elemento del arreglo un desplazador de fase, obteniendo de esta manera un dispositivo que ofrece un buen desempeño en comparación con otros arreglos.

2. Con base en lo expuesto en este capítulo, los arreglos reflectivos tipo espirafase emplean la rotación angular del elemento como método para conseguir el desplazamiento de fase de la onda reflejada, se mencionó que hay dos posibilidades para realizar la rotación, por un lado la rotación electrónica que emplea dispositivos electrónicos que al conmutarse se genera el efecto de estar rotando físicamente el elemento. Utilizar este tipo de rotación ofrece ventajas como la velocidad de conmutación que tiene los dispositivos semiconductores, además de su bajo peso y pequeñas dimensiones. Sin embargo, utilizar dispositivos semiconductores pudiera ocasionar la aparición de polarización cruzada, hecho por el cual la eficiencia del arreglo baja drásticamente. Además agregan pérdidas por inserción.
3. Por otro lado está la rotación mecánica, consiste en rotar físicamente los elementos del arreglo. La rotación se realiza con dispositivos electromecánicos, a los cuales a cada paso le asigna una posición angular determinada, sin embargo, los motores presentan desventajas importantes por su voluminoso tamaño, son poco ligeros, y para determinadas aplicaciones el tiempo de respuesta es grande, pero una desventaja determinante, sobre todo para proyectos académicos es el costo, el cual que varía de acuerdo con el tamaño del motor; para trabajar en altas frecuencias se requieren de motores que estén en el orden de milímetros. Incluso para frecuencias por arriba de los 50 GHz emplear motores resultaría inviable.
4. Al final del capítulo se analizaron las pérdidas en un elemento de un arreglo espirafase donde se puede observar claramente que las pérdidas aumentan al agregar más bits al diafragma, lo cual es sumamente importante a la hora de utilizar el desplazador de fase en alguna aplicación específica. En este caso se estudió un modulador con el que se podrían obtener modulaciones más robustas al agregar más bits al diafragma. En el caso de las antenas en arreglos de fase, se sabe cada elemento del arreglo tiene un desplazador de fase; si este desplazador posee una gran cantidad de bits, lo que se

traduce a una gran cantidad de cambios de fase, se puede mejorar la forma en que se radia y dirige el haz del arreglo. En el siguiente capítulo se estudiarán unos métodos para poder minimizar pérdidas de inserción sin importar la cantidad de bits que se tenga en el diafragma de control.

# Capítulo 3

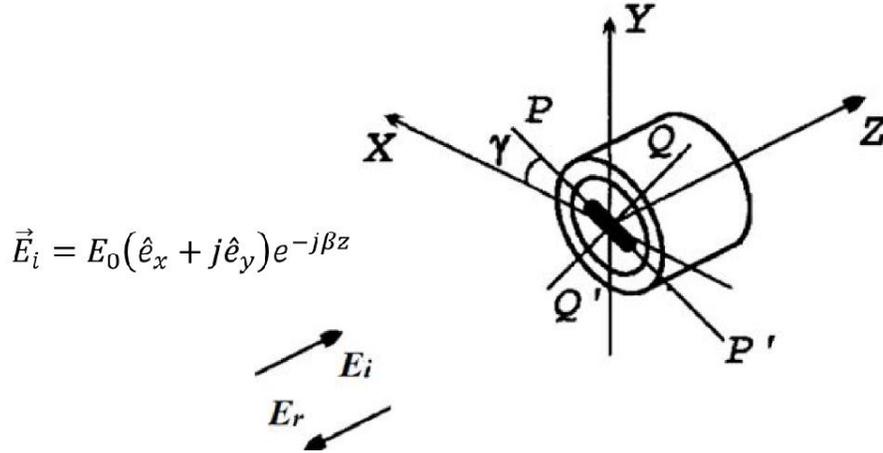
## Cálculo de parámetros potenciales de un desplazador de fase electrónico tipo espirafase.

Uno de los problemas principales en el diseño de desplazadores en antenas en arreglos de fase es minimizar pérdidas en los componentes semiconductores que se utilizan para conmutar. El primer paso propuesto para la solución de este problema es calcular el nivel de pérdidas mínimo en un desplazador de fase.

En este capítulo se explica el funcionamiento básico de un desplazador de fase tipo espirafase y se muestra un análisis matemático para determinar el nivel de pérdidas mínimo en un desplazador de fase reflectivo, que varía la fase dependiendo de la cantidad de posiciones  $N$  y los parámetros de los diodos de conmutación que son usados. En el transcurso del análisis se considera que las pérdidas del desplazador de fase son causadas por los diodos.

### 3.1 Principio de operación de un desplazador de fase reflectivo tipo espirafase.

Considérese un desplazador de fase reflectivo como se muestra en la figura 3.1. El desplazador está conformado por una guía de onda circular terminada en corto circuito y un diafragma de control ubicado en la sección transversal de la guía de onda.



**Fig. 3.1.** Arreglo reflectivo que consiste en una guía de onda circular terminada en corto circuito y un diafragma en su sección transversal.

Este arreglo reflectivo está diseñado de tal forma que al incidir en él una onda con polarización circular, la onda reflejada se puede considerar como suma de dos ondas [23]. El vector de campo eléctrico de una de las componentes reflejadas del diafragma, gira en la misma dirección que el vector de campo eléctrico de la onda incidente. La fase y la amplitud de esta onda se pueden controlar por medio del diafragma de control. La otra componente de la onda reflejada tendrá un sentido de giro opuesto y solo la amplitud de esta componente se puede controlar. A la componente reflejada con sentido de giro igual a la onda incidente se le llama onda controlada, mientras que a la componente reflejada que gira en dirección opuesta se le llama onda no controlada.

La onda incidente es reflejada del diafragma con dos coeficientes de reflexión  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$  para las polarizaciones lineales con vector de campo eléctrico  $\vec{E}$  paralelos a los ejes  $PP'$  y  $QQ'$ , respectivamente. Esto se toma del principio del cambio de fase de Fox [24]. Asumiendo que la onda incidente en el desplazador de fase de la figura 1 es representada como:

$$\vec{E}_i = E_0(\hat{e}_x + j\hat{e}_y)e^{-j\beta z} \quad (3.1)$$

donde  $E_0$  es la amplitud de la onda incidente,  $\hat{e}_x$  y  $\hat{e}_y$  son los vectores unitarios en las direcciones  $\vec{x}$  y  $\vec{y}$  respectivamente,  $j^2 = -1$  y  $\beta$  es la constante de fase.

Para obtener la expresión de la onda reflejada debido a la sección de control se deben de proyectar las componentes  $\vec{x}$  y  $\vec{y}$  de la onda incidente en las direcciones de los ejes  $PP'$  y  $QQ'$  donde la onda será reflejada con coeficientes de reflexión  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$ . Para proyectar las componentes vectoriales se utilizan las siguientes ecuaciones en las cuales interviene  $\gamma$ , que es el ángulo entre el eje  $X$  y el eje  $PP'$  como se muestra en la figura 3.1:

$$\hat{e}_x = \cos \gamma \hat{e}_{\parallel} - \sin \gamma \hat{e}_{\perp} \quad (3.2a)$$

$$\hat{e}_y = \sin \gamma \hat{e}_{\parallel} + \cos \gamma \hat{e}_{\perp} \quad (3.2b)$$

En estas ecuaciones  $\hat{e}_{\parallel}$  y  $\hat{e}_{\perp}$  son vectores unitarios en las direcciones de los ejes  $PP'$  y  $QQ'$ . Sustituyendo las ecuaciones (3.2a) y (3.2b) en (3.1) y utilizando la fórmula de Euler ( $e^{j\gamma} = \cos(\gamma) + j\text{sen}(\gamma)$ ), se obtiene la siguiente ecuación de la onda incidente, la cual está proyectada en los ejes  $PP'$  y  $QQ'$ .

$$\vec{E}_i = E_0(e^{j\gamma} \hat{e}_{\parallel} + je^{j\gamma} \hat{e}_{\perp})e^{-j\beta z} \quad (3.3)$$

Para obtener la ecuación de la onda reflejada, se toma en cuenta que cada componente ortogonal de la onda incidente se refleja con coeficientes de reflexión  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$ , como se mencionó anteriormente. Entonces, con base a la ecuación (3.3), la ecuación de la onda reflejada es:

$$\vec{E}_r = E_0(\Gamma_{\parallel}e^{j\gamma} \hat{e}_{\parallel} + j\Gamma_{\perp}e^{j\gamma} \hat{e}_{\perp})e^{j\beta z} \quad (3.4)$$

Ahora se debe regresar la ecuación (3.4) al sistema de referencia original  $XY$ . Para proyectar las componentes se utilizan las siguientes relaciones:

$$\hat{e}_{\parallel} = \cos \gamma \hat{e}_x + \sin \gamma \hat{e}_y \quad (3.5a)$$

$$\hat{e}_{\perp} = -\sin \gamma \hat{e}_x + \cos \gamma \hat{e}_y \quad (3.5b)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.5a) y (3.5b) en (3.4) y nuevamente con ayuda de la fórmula de Euler, se puede obtener la siguiente ecuación para la onda reflejada:

$$\vec{E}_r = 0.5E_0 e^{2j\gamma} (\Gamma_{\parallel} - \Gamma_{\perp}) (\hat{e}_x - j\hat{e}_y) e^{j\beta z} + 0.5E_0 (\Gamma_{\parallel} + \Gamma_{\perp}) (\hat{e}_x + j\hat{e}_y) e^{j\beta z} \quad (3.6)$$

Al hacer un análisis de la ecuación (3.6), se puede apreciar que la primera componente de la suma es una onda de polarización circular, con la misma dirección de giro que la onda incidente. Debido al factor  $e^{2j\gamma}$ , la fase de esta onda cambia dependiendo del el ángulo  $\gamma$  a razón de dos veces el ángulo. La segunda componente de la suma, es una onda con sentido de giro opuesto al de la onda incidente. La fase de esta componente no es afectada por el ángulo  $\gamma$ . Estas son las llamadas ondas controlada y no controlada, respectivamente. Es importante que la amplitud de la onda controlada sea máxima y esto se logra cuando se cumple la siguiente igualdad:

$$\Gamma_{\parallel} = -\Gamma_{\perp} \quad (3.7)$$

En este caso, la segunda componente de la ecuación (3.6) es igual a cero, de esta manera el desplazador tendrá pérdidas mínimas, determinadas por la calidad de los elementos de conmutación usados [23]. Dado que  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$  son de la misma magnitud pero de signo contrario, es necesario proporcionar una diferencia de fase adicional de  $180^\circ$  entre las componentes ortogonales de la onda reflejada, la cual está determinada por el ángulo  $\gamma$  como ya se ha mencionado.

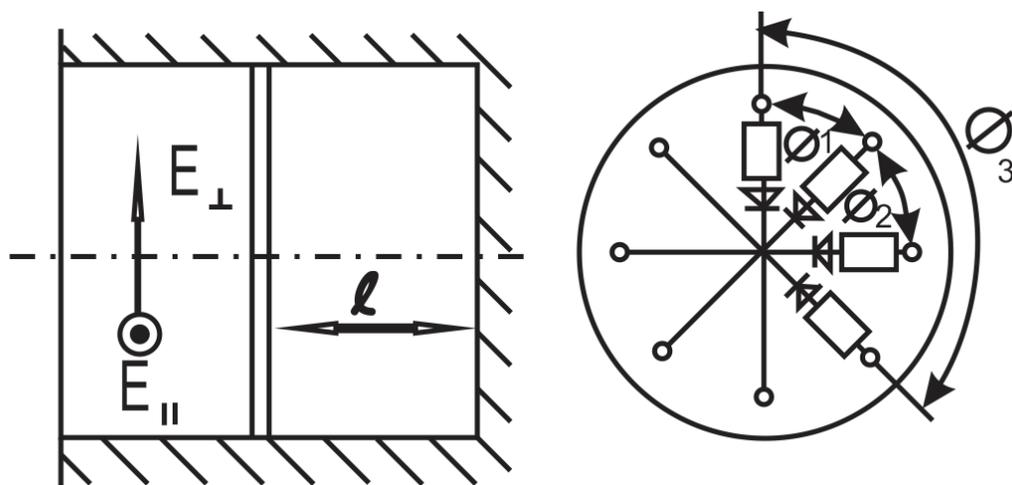
A manera de ejemplificar, tomaremos el caso más simple: el diafragma de control se puede construir con un dipolo de  $\lambda/2$  terminado en corto circuito que se sitúa en la sección transversal de una guía de onda circular de  $\lambda/4$  terminada en corto circuito [23]. El dipolo de  $\lambda/2$  reflejará la componente de campo eléctrico  $\vec{E}$  paralela al dipolo, la cual tendrá una fase de  $180^\circ$  debido a la reflexión. Por otro lado, la componente ortogonal no será afectada por el dipolo, la cual al viajar por la guía de onda de  $\lambda/4$  su fase se desplazará  $90^\circ$  [25]. Debido al corto circuito en la guía de onda, la onda se reflejará y habrá un desfaseamiento de  $180^\circ$  más, en esta componente. Al volver a viajar por la guía de onda de  $\lambda/4$  se desfaseará  $90^\circ$  nuevamente, que en total resultan  $360^\circ$  de desplazamiento en su fase. Por lo tanto, ambas componentes ortogonales de la onda reflejada, tendrán una diferencia de fase de  $180^\circ$ . Al rotar el dipolo, se puede controlar la fase de la onda reflejada, como se asumió anteriormente.

Ya que la fase se controla al rotar el dipolo, es muy complicado lograr esto a grandes velocidades por medio de elementos mecánicos, por lo que podría no ser suficiente para aplicaciones de comunicaciones. Es por esto que utilizaremos una simulación electrónica de la rotación mecánica del dipolo. Esta rotación se puede obtener utilizando diodos p-i-n como se muestra en el siguiente tema.

### 3.2 Desplazador de fase con elementos semiconductores.

Como se mencionó en la sección anterior, para el caso desplazador basado en un dipolo, es difícil llegar a altas velocidades por medio de elementos mecánicos para hacer la rotación del dipolo. Sin embargo, en diferentes diseños se han empleado elementos semiconductores para simular la rotación del diafragma con los cuales se pueden obtener grandes velocidades de conmutación [23], [29], [30]. Por otro lado, entre más “bits” o cambios de fase se agreguen al diafragma, se necesitarán más elementos semiconductores y esto trae como resultado mayores pérdidas.

La figura 3.2 muestra el diseño de un desplazador de fase con diodos p-i-n como elementos semiconductores para conmutar. Al igual que el desplazador de la figura 3.1, consta de un diafragma de control colocado en la sección transversal de una guía de onda circular, con la diferencia de que el diafragma cuenta con un número  $N$  de diodos p-i-n en su superficie.



*Fig. 3.2. Desplazador de fase con elementos semiconductores de conmutación.*

Como se mencionó anteriormente, los diodos sirven para simular la rotación del diafragma y la conmutación de los diodos es equivalente al giro mecánico del diafragma a través del ángulo  $\gamma$ , añadiendo un incremento de fase de  $2\gamma$ . Más adelante se presentan los casos óptimos, donde se muestra la cantidad de diodos que deben estar encendidos o apagados para cada estado del desplazador de fase.

A continuación, se presenta un análisis para minimizar las pérdidas introducidas por los elementos semiconductores. En este trabajo se supone el uso de diodos de microondas debido a su rápida respuesta de conmutación.

### 3.2.1 Cálculo de admitancias del desplazador de fase.

En la sección 3.1 se demostró que las pérdidas mínimas se obtienen cuando los módulos de los factores de reflexión de ambas componentes ortogonales de la onda incidente son iguales. Los coeficientes de reflexión se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{1 - Y_{\parallel} + j \cot(\beta l)}{1 + Y_{\parallel} - j \cot(\beta l)} \quad (3.8a)$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{1 - Y_{\perp} + j \cot(\beta l)}{1 + Y_{\perp} - j \cot(\beta l)} \quad (3.8b)$$

donde  $Y_{\parallel}$  y  $Y_{\perp}$  son las admitancias normalizadas del diafragma de control y  $l$  es la distancia desde el diafragma hasta el corto circuito de la guía de onda circular de la figura 3.2.

Tomando en cuenta que,  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$  deben de tener la misma magnitud para minimizar pérdidas y que se debe de tener un desfase de  $180^{\circ}$  entre ambas componentes ortogonales, se obtiene la siguiente relación entre (3.8a) y (3.8b):

$$\frac{1 - Y_{\parallel} + j \cot(\beta l)}{1 + Y_{\parallel} - j \cot(\beta l)} = - \frac{1 - Y_{\perp} + j \cot(\beta l)}{1 + Y_{\perp} - j \cot(\beta l)} \quad (3.9)$$

Despejando  $Y_{\parallel}$  y  $Y_{\perp}$  de (3.9) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$Y_{\parallel} = \frac{1 + \cot^2(\beta l) + jY_{\perp} \cot(\beta l)}{Y_{\perp} - j \cot(\beta l)} \quad (3.10a)$$

$$Y_{\perp} = \frac{1 + \cot^2(\beta l) + jY_{\parallel} \cot(\beta l)}{Y_{\parallel} - j \cot(\beta l)} \quad (3.10b)$$

Restando  $j \cot(\beta l)$  de las expresiones (3.10a) y (3.10b):

$$Y_{\parallel} - j \cot(\beta l) = \frac{1}{Y_{\perp} - j \cot(\beta l)} \quad (3.11a)$$

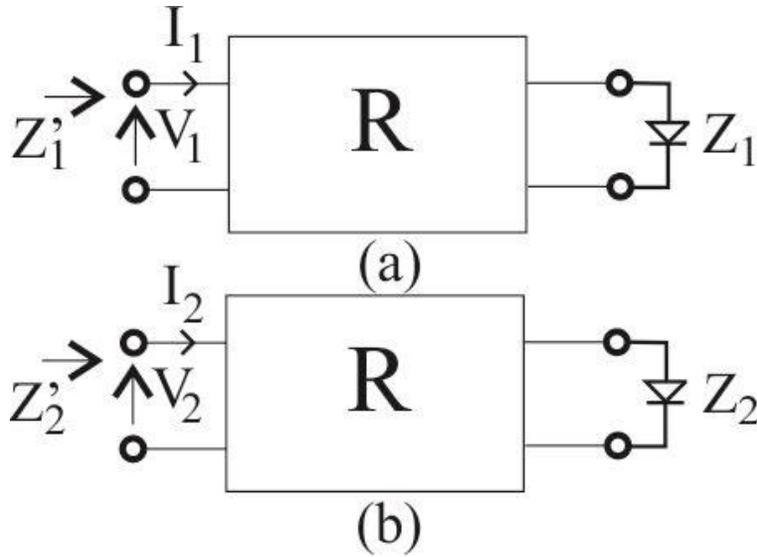
$$Y_{\perp} - j \cot(\beta l) = \frac{1}{Y_{\parallel} - j \cot(\beta l)} \quad (3.11b)$$

De estas dos expresiones podemos concluir que  $Y_{\perp}$  y  $Y_{\parallel}$  son valores inversos mutuamente. Estas expresiones serán utilizadas posteriormente para calcular el factor de calidad del desplazador de fase, el cual se relacionan las admitancias normalizadas  $Y_{\perp}$  y  $Y_{\parallel}$ .

### 3.2.2 Factor de calidad y figura de mérito.

En el artículo [27] se define un parámetro llamado “figura de mérito” denotado por  $M$ . También se menciona que se puede transformar un dispositivo que tenga dos estados distintos o “estados cuantizados” por un bipuerto recíproco y sin pérdidas. Esto es aplicable al caso del desplazador de fase, el cual tiene dos estados distintos debido a la conmutación de los diodos p-i-n.

A manera de ejemplo se considera un bipuerto como el de la figura siguiente:



**Fig. 3.3.** Bipuerto recíproco conectado a un diodo con dos posibles estados. a) Conectado a diodo de baja impedancia (cerrado); b) contactado a diodo de alta impedancia (abierto).

El bipuerto está conectado a un diodo, el cual tiene dos estados posibles. En la figura 3.3a se muestra el bipuerto conectado al diodo en un estado con impedancia  $Z_1$ . En la figura 3.3b se muestra al mismo bipuerto conectado al diodo con impedancia  $Z_2$ .  $I$  y  $V$  son la corriente y el voltaje en el puerto de entrada, respectivamente, mientras que  $Z'_1$  y  $Z'_2$  son las impedancias de entrada del bipuerto para cada estado del diodo.

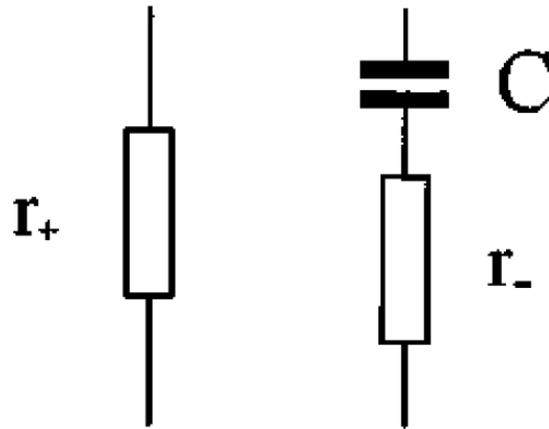
El teorema que define la figura de mérito dice lo siguiente:

*Sean  $Z_i$  ( $i = 1,2$ ) y  $Z'_i$  ( $i = 1,2$ ) las impedancias de entrada y de carga de un bipuerto sin pérdidas y recíproco, entonces la cantidad definida como  $M$  es invariante, donde:*

$$M = \left| \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2^*} \right| = \left| \frac{Z'_1 - Z'_2}{Z'_1 + Z'_2} \right|$$

Algo muy importante que se puede concluir de este es que la figura de mérito es invariante para cualquier tipo de bipuerto que sea utilizado, siempre y cuando sea recíproco, lineal y sin pérdidas. Por otro lado, en el teorema se muestra como  $M$  puede ser calculada ya sea con la impedancia de entrada del bipuerto o con la impedancia de la carga conectada.

Para aplicar este teorema se toma en cuenta que se utilizarán diodos p-i-n como los elementos semiconductores para simular el giro del diafragma. La figura 3.4 muestra el circuito equivalente para un diodo p-i-n en sus dos estados para frecuencias de microondas. Para un diodo cerrado, su circuito equivalente es una resistencia  $r_+$ , mientras que para diodo abierto su circuito equivalente es una resistencia  $r_-$  en serie con un capacitor  $C$ . Tanto  $r_+$  como  $r_-$  tienen un valor pequeño comparado a la reactancia del capacitor  $X_C$ .



*Fig. 3.4. Circuito equivalente de un diodo p-i-n en frecuencias de microondas.*

Tomando en cuenta estos dos circuitos equivalentes para el diodo,  $Z_1$  y  $Z_2$  pueden ser sustituidas por sus equivalentes y entonces  $M$  se expresa de la siguiente manera.

$$M = \sqrt{\frac{(r_+ - r_-)^2 - X_C^2}{(r_+ + r_-)^2 + X_C^2}} \quad (3.12)$$

En la ecuación (3.12) es fácil notar que si  $r_+$  y  $r_-$  tienen valores pequeños en comparación con  $X_C$ ,  $M$  se simplifica de la siguiente manera:

$$M \approx \frac{X_C}{X_C} \approx 1 \quad (3.13)$$

Este resultado se puede trasladar para el caso del desplazador de fase, ya que cada elemento del diafragma tiene un diodo de conmutación, el cual solo puede estar en dos estados. De esta manera, se define un parámetro llamado “*factor de calidad del desplazador de fase*”:

$$Q = \left| \frac{Y_{\perp} - Y_{\parallel}}{Y_{\perp} + Y_{\parallel}^*} \right| \approx 1 \quad (3.14)$$

donde  $Y_{\parallel}^*$  es el complejo conjugado de  $Y_{\parallel}$ .

A diferencia de la figura de mérito,  $Q$  está en términos de admitancias. Sin embargo, se puede deducir que si  $M$  tiende a 1, para el caso de  $Q$  sucederá lo mismo y entonces este también tendrá a un valor cercano a uno, como se muestra en la ecuación (3.14). Este análisis, será de ayuda para simplificar ecuaciones que se obtienen en las siguientes secciones.

### 3.2.3 Cálculo de pérdidas de inserción.

Anteriormente se han definido parámetros del desplazador que servirán para hacer un análisis respecto a las pérdidas. En esta parte se relacionan estos conceptos con el fin de obtener una ecuación de pérdidas en términos del factor de calidad. Se puede mostrar que si  $Q$  tiende a uno, las pérdidas se minimizarán. Para comprobar esto, se hace el siguiente análisis.

Sustituyendo (3.11a) en (3.14), se obtiene la siguiente ecuación:

$$Q = \left| \frac{Y_{\perp}^2 - jY_{\perp} \cot(\beta l) - 1 - \cot^2(\beta l) - jY_{\perp} \cot(\beta l)}{|Y_{\perp}|^2 - jY_{\perp}^* \cot(\beta l) + 1 + \cot^2(\beta l) + jY_{\perp} \cot(\beta l)} \right| \quad (3.15)$$

$Y_{\perp}$  se puede expresar por su equivalente en términos de conductancia y susceptancia ( $Y_{\perp} = G_{\perp} + jB_{\perp}$ ) y al elevar al cuadrado la ecuación (3.15),  $Q$  se puede simplificar de la siguiente manera:

$$Q^2 = \frac{(G_{\perp}^2 - 1 - b^2)^2 + 4G_{\perp}^2 b^2}{(G_{\perp}^2 + 1 + b^2)^2} \quad (3.16)$$

donde  $\mathbf{b} = \mathbf{B}_\perp - \cot(\beta l)$ .

Despejando  $G_\perp^2$  de la ecuación (3.16):

$$G_\perp^2 = \frac{Q^2 + 1 - b^2(1 - Q^2) \pm 2\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2}}{1 - Q^2} \quad (3.17)$$

Esta ecuación se calculó ya que se pueden obtener las pérdidas en términos de  $G_\perp$  y con esto hacer un análisis para minimizarlas. Para llegar a esta relación primero se define las pérdidas en el desplazador de fase. Las pérdidas en términos de la potencia de la onda reflejada e incidente se pueden calcular de la siguiente manera:

$$L = 1 - \frac{P_{ref}}{P_{inc}} = 1 - |\Gamma_\parallel|^2 = 1 - |\Gamma_\perp|^2 \quad (3.18)$$

Ahora bien, como el coeficiente de reflexión se define como la relación de potencias de la onda reflejada e incidente, se puede dejar la ecuación en términos de  $\Gamma_\parallel$  y  $\Gamma_\perp$ , como se observa en la ecuación (3.18). Sustituyendo la ecuación (3.8b) en (3.18) y tomando en cuenta que ( $\mathbf{Y}_\perp = \mathbf{G}_\perp + j\mathbf{B}_\perp$  y  $\mathbf{b} = \mathbf{B}_\perp - \cot \beta l$ ):

$$L = 1 - |\Gamma_\perp|^2 = \frac{4G_\perp(b)}{[1 + G_\perp(b)]^2 + b^2} \quad (3.19)$$

donde  $G_\perp(\mathbf{b})$  significa que  $G_\perp$  es función de  $\mathbf{b}$ , como se había mostrado en la ecuación (3.17). Al ser  $G_\perp$  función de  $\mathbf{b}$ ,  $L$  también es función de  $\mathbf{b}$  y se puede obtener la derivada  $L'(\mathbf{b})$ . Para calcularla, primero se debe de obtener  $G_\perp'(\mathbf{b})$ .

Debido a que en los cálculos anteriores se obtuvo  $G_\perp^2$  se necesita hacer uso de la regla de la cadena para obtener  $G_\perp'(\mathbf{b})$ , la cual se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{dG_\perp}{db} = \frac{dG_\perp^2}{db} \frac{1}{2G_\perp} \quad (3.20)$$

Entonces, derivando la ecuación (3.17):

$$\frac{dG_{\perp}^2}{db} = -2b \left[ \frac{\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2} \mp 1}{\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2}} \right] \quad (3.21)$$

Como se analizó anteriormente, con las ecuaciones (3.20) y (3.21) se obtiene  $G_{\perp}'(\mathbf{b})$ :

$$\frac{dG_{\perp}}{db} = - \left[ b \frac{\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2} \mp 1}{\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2}} \right] \left[ \frac{Q^2 + 1 - b^2(1 - Q^2) \pm 2\sqrt{b^2(Q^2 - 1) + Q^2}}{1 - Q^2} \right] \quad (3.22)$$

Con esta ecuación ya se puede hacer el cálculo de  $L'(\mathbf{b})$ , ya que queda en términos de  $G_{\perp}'(\mathbf{b})$  como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\frac{dL}{db} = 4 \left[ \frac{[(1 + G_{\perp}(b))^2 + b^2]G_{\perp}'(b) - G_{\perp}(b)[2(1 + G_{\perp}(b))G_{\perp}'(b) + 2b]}{[(1 + G_{\perp}(b))^2 + b^2]^2} \right] \quad (3.23)$$

Si en la expresión (3.23), sustituimos las ecuaciones (3.22) y (3.17), para dejar  $L'(\mathbf{b})$  en términos de  $Q$  y  $b$ , al simplificar se obtiene lo siguiente:

$$\frac{dL}{db} = 0 \quad (3.24)$$

Este resultado es muy importante ya que para cualquier valor de  $b$  que se asigne, implica que  $L$  no cambia y por lo tanto no hay dependencia entre  $L$  y  $b$ . Esto se representa mediante la siguiente expresión:

$$L(b) = c; \quad c = \text{constante} \quad (3.25)$$

Tomando en cuenta que se puede asignar cualquier valor a  $b$ , al analizar la ecuación (3.17), conviene asignarle un valor de cero para simplificar. Por lo tanto, valuando para  $b = 0$ , se obtienen lo siguiente:

$$G_{\perp 1}^2(0) = \frac{1+Q}{1-Q} \quad (3.26a)$$

$$G_{\perp 2}^2(0) = \frac{1-Q}{1+Q} \quad (3.26b)$$

Ambas ecuaciones son soluciones al valor  $G_{\perp}(\mathbf{0})$ . Sustituyendo la ecuación (3.26.a) en la ecuación (3.19):

$$L = \frac{4\sqrt{1-Q^2}}{(\sqrt{1+Q} + \sqrt{1-Q})^2} \quad (3.27)$$

Esta es la expresión de las pérdidas en términos del factor de calidad. Para simplificar más, en la sección 3.2.2 se dedujo que  $Q$  tiende a ser uno. Debido a esto, en el denominador de la ecuación (3.27), la raíz  $\sqrt{1-Q}$  tendrá valores muy pequeños en comparación con  $\sqrt{1+Q}$ , entonces se puede se puede despreciar y al simplificar se obtiene la siguiente fórmula para el cálculo de pérdidas en términos del factor de calidad:

$$L \approx 4 \sqrt{\frac{1-Q}{2}} \quad (3.28)$$

Con esta ecuación, podemos llegar a una conclusión muy importante para poder minimizar pérdidas de inserción en el desplazador de fase. Sabemos que idealmente  $Q$  tiende a ser uno, por lo que en un caso hipotético, al ser  $Q = 1$  las pérdidas serían igual a cero. Como en la práctica es imposible lograr esto, lo que debemos de hacer es encontrar las condiciones para que el factor de calidad sea del valor más grande posible y de esta manera se logrará minimizar las pérdidas. A continuación se analizarán los factores que influyen para que  $Q$  tenga un valor lo más cercano a uno.

### 3.3 Análisis del factor de calidad Q y optimización de pérdidas.

Considérese el siguiente desplazador de fase con  $N$  circuitos de transformación en el diafragma de control, que se traduce a  $N$  cambios de fase.

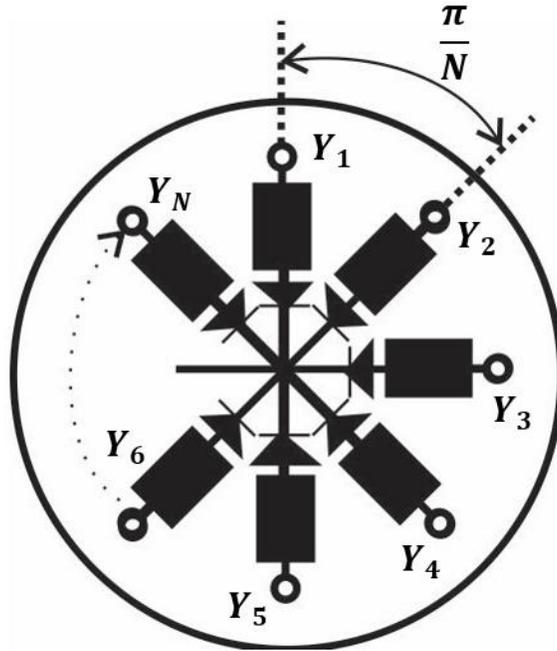
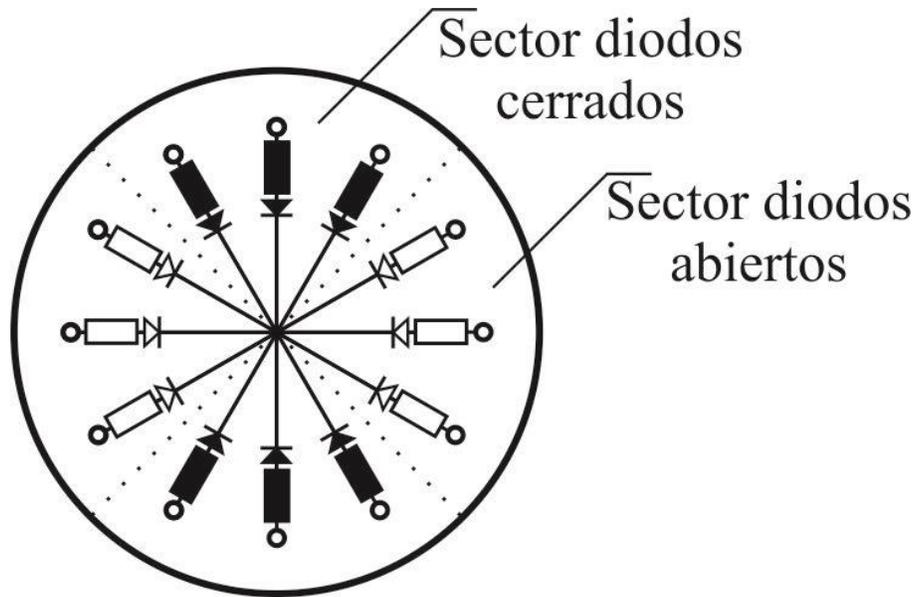


Fig. 3.5. Desplazador de fase con  $N$  elementos.

A través de los diodos p-i-n, circulan diferentes valores de corriente de alta frecuencia debido a la onda incidente. Al proyectar la corriente de la onda incidente sobre cada circuito, se obtiene que es proporcional a  $\cos\phi$  [23], donde  $\phi$  es en ángulo entre el vector de campo eléctrico de la onda incidente y el circuito de transformación con admitancia  $Y$ , el cual determina la posición angular de cada diodo. En conclusión, la potencia disipada en un diodo es proporcional a  $\cos^2\phi$ . De esta manera, se utiliza la multiplicación de la admitancia del diodo y la antena por la función  $\cos^2\phi$  para conservar relaciones de potencia. El ángulo  $\phi$  depende del número de elementos que tengamos, así, si tenemos  $N$  elementos, la separación entre cada uno será de  $\pi/N$ .

En la siguiente figura se muestra, en un cierto estado, como es que se propone que los diodos conmuten por sectores en el diafragma de control:



*Fig. 3.6. Sectores, a un cierto estado, con diodos abierto o cerrados en el diafragma de control*

Esta geometría es necesaria para proporcionar un desfase de  $\pi$  entre las dos componentes de la onda reflejada. Por lo tanto, es lógico suponer que todos los circuitos de transformación que tienen diodos abiertos deben estar ubicados en el mismo sector angular en el diafragma de control. En consecuencia, los circuitos de transformación con diodos cerrados se agrupan en otro sector angular y los ejes de simetría de estos sectores deben de ser ortogonales entre sí, lo que resulta en una sección de control como se muestra en la figura 3.6.

Debido a la simetría del desplazador es posible calcular la contribución de admitancia de un lado del diafragma de control y multiplicar por 2, para así obtener la contribución total de un elemento y su simétrico. Por ejemplo, si queremos calcular la contribución del elemento 2 y el elemento  $N$ -ésimo de la figura 3.4:

$$Y_{2_N} = 2Y \cos^2 \phi \quad (3.29)$$

En un primer estado del diafragma de control, hay  $n_1$  diodos cerrados de los  $N$  en total, por lo tanto,  $N - n_1$  diodos se encuentran abiertos. Sabiendo esto, con la ayuda de la ecuación

(3.29) y utilizando sumatorias para simplificar, la admitancia equivalente  $Y_{\parallel}$  del diafragma de control se puede expresar de la siguiente forma:

$$Y_{\parallel} = 2Y^+ \sum_i^{n_1} \cos^2\left(\frac{\pi i}{N}\right) + 2Y^- \sum_i^{N-n_1} \cos^2\left(\frac{\pi i}{N}\right) \quad (3.30)$$

donde,  $Y^+$  es la admitancia de entrada de los circuitos de transformación con diodos en estado cerrado y  $Y^-$  es la admitancia de entrada de los circuitos de transformación con diodos en estado abierto.

Para simplificar los cálculos, de la ecuación (3.30) se puede definir una función que corresponda a las sumatorias. La función  $\emptyset$  se define como se muestra a continuación:

$$\emptyset(n_1) = 2 \sum_i^{n_1} \cos^2\left(\frac{\pi i}{N}\right) \quad (3.31a)$$

$$\emptyset(N - n_1) = 2 \sum_i^{N-n_1} \cos^2\left(\frac{\pi i}{N}\right) \quad (3.31b)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.31a) y (3.31b) en (3.30):

$$Y_{\parallel} = \emptyset(n_1)Y^+ + \emptyset(N - n_1)Y^- \quad (3.32)$$

Como la función  $\emptyset$  es una sumatoria, es fácil deducir las siguientes dos propiedades para esta función:

$$\emptyset(n_1 + n_2) = \emptyset(n_1) + \emptyset(n_2) \quad (3.33a)$$

$$\emptyset(n_1 - n_2) = \emptyset(n_1) - \emptyset(n_2) \quad (3.33b)$$

La ecuación (3.32), puede usarse para calcular la admitancia normalizada equivalente en el primer estado. Para obtener la ecuación de  $Y_{\perp}$ , se calcula la admitancia equivalente en el

segundo estado, en el cual se considera la conmutación de ciertos diodos. Se propone que, dentro de los diodos cerrados ( $n_1$ ), se abren  $n_2$  diodos y de la misma manera, de los diodos abiertos ( $N - n_1$ ), se cierran  $n_3$  diodos. Por ende, en el segundo estado del diafragma, habrá  $n_1 - n_2 + n_3$  diodos cerrados y  $N - n_1 - n_3 + n_2$  diodos abiertos. Así pues,  $Y_{\perp}$  queda expresada de la siguiente forma:

$$Y_{\perp} = \emptyset(n_1 - n_2)Y^+ + \emptyset(N - n_1 - n_3)Y^- + \emptyset(n_3)Y^+ + \emptyset(n_2)Y^- \quad (3.34)$$

Recordando que el factor de calidad  $Q$  está en términos de  $Y_{\parallel}$  y  $Y_{\perp}$ , como se definió en la ecuación (3.14), al sustituir las ecuaciones (3.32) y (3.34), se obtiene:

$$Q = \left| \frac{\emptyset(n_2 - n_3)}{\emptyset(N) + \emptyset(n_2 - n_3) - 2\emptyset(n_1) + \emptyset(N - n_1) \frac{Y^+ + Y^{-*}}{Y^- - Y^+} + \emptyset(n_1) \frac{Y^{+*} + Y^-}{Y^- - Y^+}} \right| \quad (3.35)$$

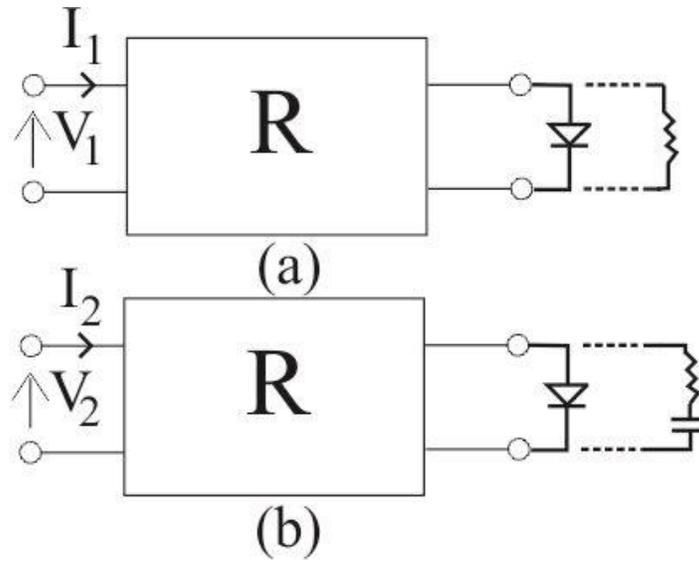
La expresión (3.35) contiene la función  $\emptyset$ , cuyos valores están determinados por el diseño del desplazador de fase y puede ser calculada por la ecuación (3.31). Por otro lado, en el artículo [28] se presenta un estudio que puede ayudar a analizar las relaciones:  $(Y^+ + Y^{-*})/(Y^- - Y^+)$  y  $(Y^{+*} + Y^-)/(Y^- - Y^+)$ , cuyos valores dependen de la reactancia en cada estado de los diodos de conmutación. Tomaremos el método descrito en este artículo, en donde considera un bipuerto conectado a una carga con dos estados de conmutación. Al aplicar el teorema de Tellegen a este bipuerto, el autor establece las siguientes relaciones entre corrientes y cargas.

$$I_1 V_2 - I_2 V_1 = \sum_i I_{i1} V_{i2} - I_{i2} V_{i1} \quad (3.36a)$$

$$I_1 V_2^* + I_2^* V_1 = \sum_i I_{i1} V_{i2}^* + V_{i2}^* V_{i1} \quad (3.36b)$$

Las corrientes y voltajes de las ecuaciones (3.36a) y (3.36b) del lado izquierdo de la igualdad, son los voltajes y corrientes suministrados al bipuerto y las del derecho de la igualdad son las corrientes y voltajes las ramas del bipuerto. Por lo tanto representan la conservación de

potencias en el bipuerto para cada estado del diodo, debido a que el producto de corriente por voltaje da como resultado potencia instantánea. En la siguiente imagen se muestra un bipuerto, donde  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $I_1$  y  $I_2$  son los voltajes y corrientes de entrada del bipuerto para cada estado de la carga, respectivamente. Por otro lado  $V_{i1}$ ,  $V_{i2}$ ,  $I_{i1}$  y  $I_{i2}$  son los voltajes y corrientes en las ramas interiores del bipuerto.



**Fig. 3.7.** Bipuerto conectado a una carga con dos posibles estados. a) Conectado a diodo de baja impedancia (cerrado); b) conectado a diodo de alta impedancia (abierto).

En las ecuaciones (3.36a) y (3.36b) se puede factorizar para obtener divisiones de corrientes sobre voltaje, lo cual resulta en una admitancia. Al hacer esto, se obtiene lo siguiente.

$$V_2 V_1 (Y_1 - Y_2) = \sum_i V_{i1} V_{i2} (Y_{i1} - Y_{i2}) \quad (3.37a)$$

$$V_1 V_2^* (Y_1 - Y_2^*) = \sum_i V_{i1} V_{i2}^* (Y_{i1} + Y_{i2}^*) \quad (3.37b)$$

Tomando en cuenta que únicamente cambian las admitancias de la rama del bipuerto donde está el conmutador, las ecuaciones (3.37a) y (3.37b) se pueden escribir de la siguiente manera:

$$V_2 V_1 (Y_1 - Y_2) = V_{D-} V_{D+} (y_{D-} - y_{D+}) \quad (3.38a)$$

$$V_1 V_2^* (Y_1 + Y_2^*) = V_{D-} V_{D+}^* (y_{D-} + y_{D+}^*) \quad (3.38b)$$

donde,  $y_{D-}$  es la admitancia perteneciente al diodo en estado abierto,  $y_{D+}$  es la admitancia del diodo en estado cerrado,  $V_{D-}$  es el voltaje en la rama del diodo cuando está abierto y  $V_{D+}$  es el voltaje de la rama del diodo cuando está cerrado. Tomando el complejo conjugado de la ecuación (3.38b):

$$V_1^* V_2 (Y_1^* + Y_2) = V_{D-}^* V_{D+} (y_{D-}^* + y_{D+}) \quad (3.39)$$

Dividiendo (3.38b) y (3.39) entre la ecuación (3.38a), y tomando en cuenta que para el caso del desplazador las admitancias  $Y_1$  y  $Y_2$  las representamos como  $Y^+$  y  $Y^-$ , da como resultado las siguientes dos expresiones:

$$\frac{Y^- + Y^{+*}}{Y^- - Y^+} = \left( \frac{V_{D+}^* V_2}{V_{D+} V_2^*} \right) \left( \frac{y_{D-} + y_{D+}^*}{y_{D-} - y_{D+}} \right) \quad (3.40a)$$

$$\frac{Y^{-*} + Y^+}{Y^- - Y^+} = \left( \frac{V_{D-}^* V_1}{V_{D-} V_1^*} \right) \left( \frac{y_{D+} + y_{D-}^*}{y_{D-} - y_{D+}} \right) \quad (3.40b)$$

Al analizar las ecuaciones (3.40a) y (3.40b), se aprecia el factor  $(y_{D-} + y_{D+}^*) / (y_{D-} - y_{D+})$ , el cual puede ser sustituido por  $-1/M$ , ya que aparecen las admitancias de los estados del diodo y  $M$  es la figura de mérito que se definió en la sección 3.2.2. Sustituyendo:

$$\frac{Y^- + Y^{+*}}{Y^- - Y^+} = - \left( \frac{V_{D+}^* V_2}{V_{D+} V_2^*} \right) \frac{1}{M} \quad (3.41a)$$

$$\frac{Y^{-*} + Y^+}{Y^- - Y^+} = - \left( \frac{V_{D-}^* V_1}{V_{D-} V_1^*} \right) \frac{1}{M} \quad (3.41b)$$

En los términos  $(V_{D+}^* V_2 / V_{D+} V_2^*)$  y  $(V_{D-}^* V_1 / V_{D-} V_1^*)$ , se observa que en el numerador es el complejo conjugado del denominador. Por lo tanto, se puede hacer la siguiente sustitución:

$$\frac{Y^- + Y^{+*}}{Y^- - Y^+} = - \left( \frac{k_{u+}^*}{k_{u+}} \right) \frac{1}{M} \quad (3.42a)$$

$$\frac{Y^{-*} + Y^+}{Y^- - Y^+} = - \left( \frac{k_{u-}^*}{k_{u-}} \right) \frac{1}{M} \quad (3.42b)$$

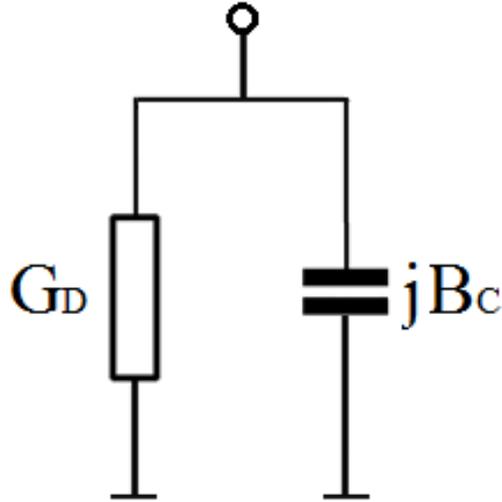
Matemáticamente, un número complejo como  $k_u$ , puede escribirse en forma exponencial, donde se representa dicho número con su módulo y su ángulo. Entonces, se puede escribir:  $k_u = |k_u|e^{j\varphi_k}$ . Sustituyendo  $k_u$  por su forma exponencial y simplificando se obtiene:

$$\frac{Y^- + Y^{+*}}{Y^- - Y^+} = - \frac{1}{M} e^{-j2\varphi_k^+} \quad (3.43a)$$

$$\frac{Y^{-*} + Y^+}{Y^- - Y^+} = - \frac{1}{M} e^{-j2\varphi_k^-} \quad (3.43b)$$

donde  $\varphi_k^+$  es la fase del coeficiente de transmisión del circuito de transformación con diodo abierto;  $\varphi_k^-$  es la fase del coeficiente de transmisión del circuito de transformación con diodo cerrado.

Como se vio anteriormente, el circuito de transformación básicamente es como un bipuerto. Hasta ahora se ha trabajado en términos de admitancias para analizar el desplazador de fase, es por eso que se necesita un circuito equivalente al diodo en términos de conductancias y susceptancia. Este circuito se muestra en la figura siguiente:



*Fig. 3.8. Circuito equivalente en paralelo para un diodo en frecuencias de microondas.*

$G_D$  y  $B_C$  representan la conductancia resistiva y la susceptancia capacitiva del diodo a frecuencias de microondas. Con esto, se puede escribir una matriz de admitancias del circuito de transformación. Tomando en cuenta el circuito equivalente del diodo de la figura 3.8 y el circuito de transformación que se muestra en la figura 3.7, su matriz de admitancias se escribe de la siguiente forma:

$$Y_T = \begin{bmatrix} jB_{11} & -jB_{12} \\ -jB_{12} & j(B_{22} + B_C) + G_D \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$G_D$  cambia de valor dependiendo si el diodo está cerrado o abierto. Cuando el diodo se encuentra abierto  $G_D = 1/R_-$  y cuando el diodo se encuentra cerrado  $G_D = 1/r_+$ .

A partir de esto, se calcula el coeficiente de transmisión del circuito de transformación, el cual se obtiene dividiendo el término  $Y_{12}$ , entre el término  $Y_{22}$  de la matriz  $Y_T$ . Esto resulta en:

$$K_u = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{jB_{12}}{j(B_{22} + B_C) + G_D} \quad (3.44)$$

Nuevamente, al ser  $K_u$  un número complejo, se puede representar en forma exponencial como se muestra a continuación:

$$K_u = |K_u| e^{j\frac{\pi}{2} - j\frac{B_{22} + B_C}{G_D}} \quad (3.45)$$

En la ecuación (3.45) es fácil obtener el ángulo del coeficiente de transmisión. En las siguientes expresiones se determinan los dos ángulos que puede tener el coeficiente de transmisión, dependiendo de si el diodo se encuentra en estado abierto o cerrado.

$$\varphi_k^+ = \frac{\pi}{2} - \text{angtan} \left( \frac{B_{22} + B_C}{\frac{1}{r_+}} \right) \quad (3.46a)$$

$$\varphi_k^- = \frac{\pi}{2} - \text{angtan} \left( \frac{B_{22} + B_C}{\frac{1}{R_-}} \right) \quad (3.46b)$$

En ambas expresiones aparece el término  $(B_{22} + B_C)$ , con el cual se pueden igualar y así obtener una relación entre  $\varphi_k^+$  y  $\varphi_k^-$ :

$$\varphi_k^- = \frac{\pi}{2} - \text{angcot} \left( \frac{R_-}{r_+} \cot \varphi_k^+ \right) \quad (3.47)$$

Por otro lado, podemos calcular el factor de calidad apoyándonos de las expresiones (3.43a) y (3.43b), que al sustituirse en la ecuación (3.35) da la siguiente expresión:

$$Q = \left| \frac{\varnothing(n_2 - n_3)}{\varnothing(N) + \varnothing(n_2 - n_3) - 2\varnothing(n_1) + \frac{[\varnothing(N - n_1)e^{-j2\varphi_k^-} + \varnothing(n_1)e^{-j2\varphi_k^+}]}{M}} \right| \quad (3.48)$$

El parámetro Q determina las pérdidas de inserción y su valor depende de la ubicación de los diodos y de las propiedades del circuito de transformación. Debido a esto, hay que buscar la estructura óptima de los sectores de los diodos en el diafragma de control para minimizar las pérdidas de inserción.

Tomando la ecuación (3.47) y teniendo en cuenta que la relación  $R_-/r_+$  es muy grande para diodos de alta calidad, en comparación al valor de  $\cot \varphi_k^+$ , se puede hacer una gráfica aproximada de  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$ :

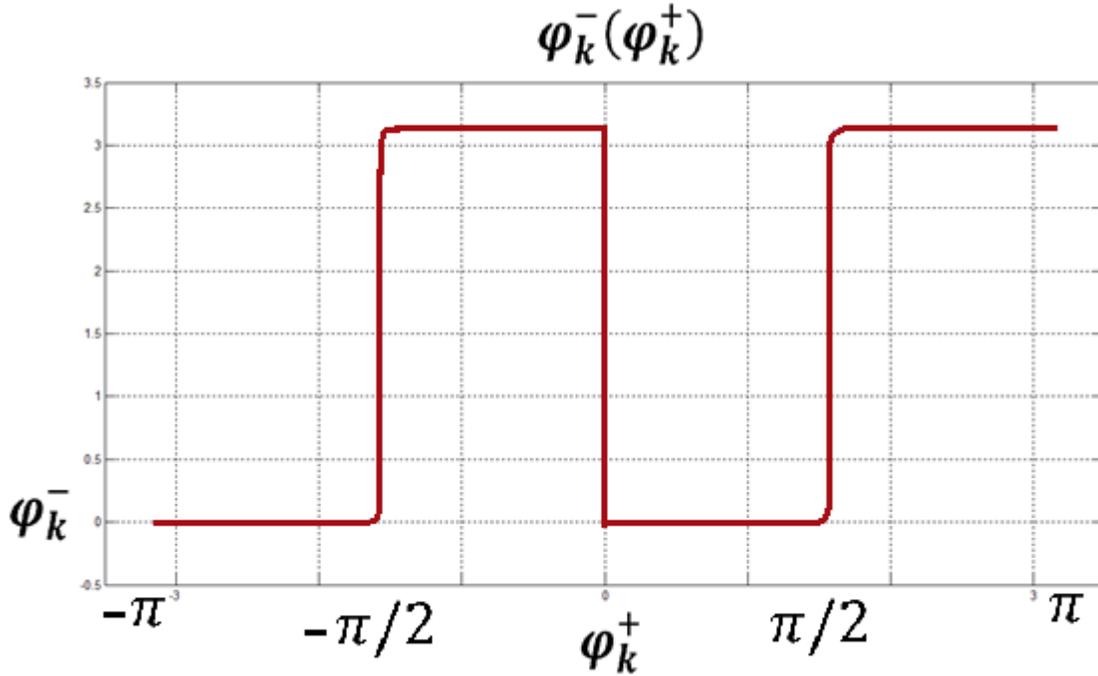


Fig. 3.9. Gráfica de  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$ .

En la figura 3.9 se puede observar que cuando el ángulo  $\varphi_k^+$  va de  $-\pi$  a  $\pi$ , el ángulo  $\varphi_k^-$  tendrá valores cercanos a cero y a  $\pi$ , excepto cuando  $\varphi_k^+ = \pm\pi/2$ , donde la función  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$  cambia muy rápidamente, es por esto que esas regiones se evitarán. Para encontrar el máximo utilizaremos el criterio de la primera derivada para maximizar a  $Q$ . Como  $Q$  se calcula a partir de un módulo, obtenemos la derivada de  $Q^2(\varphi_k^+)$ , utilizando la expresión (3.48):

$$\frac{dQ^2}{d\varphi_k^+} = -\frac{4\phi^2(n_2 - n_3)[Z_D^+\phi(n_1) + Z_D^-\phi(N - n_1)\varphi_k^{-'}(\varphi_k^+)]}{M(Z_{Re}^2 + Z_{Im}^2)^2} \quad (3.49)$$

donde:

$$Z_D^+ = Z_{Re} \text{sen}(2\varphi_k^+) + Z_{Im} \text{cos}(2\varphi_k^+);$$

$$\mathbf{Z}_D^- = \mathbf{Z}_{Im} \cos(2\varphi_k^-) + \mathbf{Z}_{Re} \sen(2\varphi_k^-);$$

$$\mathbf{Z}_{Re} = \varnothing(N) + \varnothing(n_2 - n_3) - 2\varnothing(n_1) - \frac{\varnothing(N-n_1) \cos(2\varphi_k^-)}{M} - \frac{\varnothing(n_1) \cos(2\varphi_k^+)}{M};$$

$$\mathbf{Z}_{Im} = \frac{\varnothing(N-n_1) \sen(2\varphi_k^-)}{M} + \frac{\varnothing(n_1) \sen(2\varphi_k^+)}{M};$$

$\varphi_k^{-'}(\varphi_k^+)$  - es la derivada de la función  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$ .

Como la derivada de  $\mathbf{Q}$  queda en términos de la derivada de la función  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$ , obtenemos el cálculo de esta derivada a partir de (3.47):

$$\varphi_k^{-'}(\varphi_k^+) = \left( \frac{r_+}{R_-} \sen^2(\varphi_k^+) + \frac{R_-}{r_+} \cos^2(\varphi_k^+) \right)^{-1} \quad (3.50)$$

Para simplificar el cálculo de los valores máximos de  $\mathbf{Q}^2(\varphi_k^+)$ , se puede determinar haciendo una inspección únicamente del numerador de la derivada (3.49). Después de simplificaciones simples, utilizando la expresión (3.50) y considerando que  $\varphi_k^- \approx \mathbf{0}$  (debido a que tiene valores muy pequeños), se obtiene la siguiente expresión para el numerador  $N\mathbf{Q}'$ :

$$N\mathbf{Q}'(\varphi_k^+) = -4\varnothing^2(n_2 - n_3) \sen(2\varphi_k^+) \left\{ \varnothing(n_1) \left[ \varnothing(n_2 - n_3) + \varnothing(N) - 2\varnothing(n_1) - \frac{\varnothing(N - n_1)}{M} \right] + \frac{\varnothing(N - n_1) \varnothing(n_1)}{M} \frac{1}{\frac{r_+}{R_-} \sen^2(\varphi_k^+) + \frac{R_-}{r_+} \cos^2(\varphi_k^+)} \right\} \quad (3.51)$$

Es evidente que la derivada de  $\mathbf{Q}^2(\varphi_k^+)$  es cero cuando  $\varphi_k^+ = \mathbf{0}$  ( $\varphi_k^+ = \pi/2$  se descarta porque contradice la suposición de que  $\varphi_k^-$  es cercano a cero o  $\pi$ ). Por lo tanto, el punto donde  $\varphi_k^+ = \mathbf{0}$  es un extremo de la función  $\mathbf{Q}^2(\varphi_k^+)$ . Hace falta determinar la condición para que este punto extremo sea máximo.

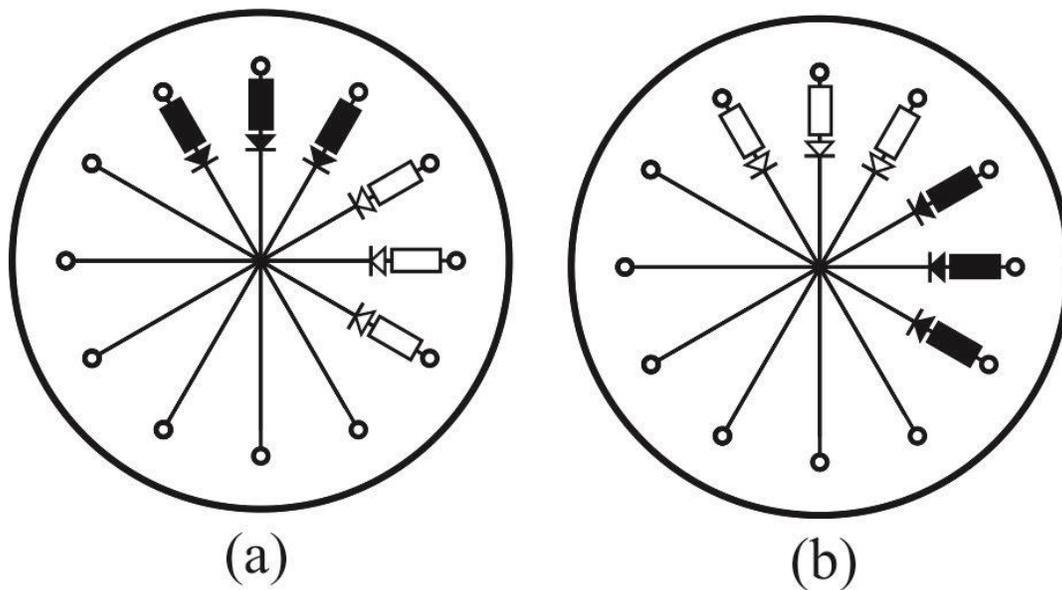
### 3.3.1 Primer caso para minimizar pérdidas de inserción.

Anteriormente se ha analizado que en el punto donde  $\varphi_k^+ = \mathbf{0}$  posiblemente la función  $\mathbf{Q}$  tenga un máximo, lo que minimiza las pérdidas como se ha mencionado. Sin embargo, otro

caso donde  $Q$  tiene un extremo es en  $\varphi_k^+ = \pi/2$ , pero este caso será analizado en la siguiente sección. A continuación se presenta el análisis donde se muestran las condiciones para que en  $\varphi_k^+ = 0$  se presente un máximo.

Las admitancias  $Y_{\parallel}$  y  $Y_{\perp}$  son considerablemente diferentes porque al cambiar el diafragma de una admitancia de entrada  $Y_{\parallel}$  a una admitancia  $Y_{\perp}$ , se proporciona un desfaseamiento de  $\pi$  a la onda reflejada. Por lo tanto, es lógico suponer que todos los circuitos de transformación con diodos abiertos deben estar ubicados en el mismo sector angular del diafragma de control (figura 3.10). En consecuencia, los circuitos de transformación con diodos cerrados se agrupan en otro sector angular, pero con la condición de que los ejes de simetría de ambos sectores deben de ser ortogonales, de lo contrario se cancelarán mutuamente y el diafragma perderá sus características de control de fase. Por otra parte, la conmutación de una admitancia de entrada  $Y_{\parallel}$  a una admitancia  $Y_{\perp}$  debe de ser equivalente a una rotación de  $\pi/2$  del diafragma alrededor de su eje.

En la siguiente figura se muestra el diafragma en un estado antes de conmutar y en otro estado después de conmutar.



**Fig. 3.10.** Sectores del diafragma de control. Los diodos cerrados se muestran en negro y los diodos abiertos se muestran en blanco. a) antes de conmutar; b) después de conmutar.

En la figura 3.10a se presenta el estado de los sectores del diafragma antes de conmutar. Para calcular  $\phi(n_1)$  se considera que hay un diodo en el eje vertical del diafragma, el cual está a un ángulo cero y al valor la función  $\cos^2(\phi)$  para  $\phi = 0$  resulta uno, que es el primer término de la siguiente expresión:

$$\phi(n_1) = 1 + 2 \sum_{i=1}^{\frac{n_1-1}{2}} \cos^2\left(\frac{i\pi}{N}\right) \quad (3.52)$$

Por otro lado, al tomar en cuenta el diodo que se encuentra en el eje vertical, falta calcular la contribución de  $n_1 - 1$  diodos. Aprovechando la simetría del diafragma, la sumatoria se puede reducir multiplicando por dos y dividiendo  $n_1 - 1$  sobre dos, como se muestra en la ecuación (3.52).

Después de simplificar la ecuación (3.52) (donde se ha utilizado la fórmula:  $\sum_{k=1}^n \cos^2(kx) = \frac{n}{2} + \frac{\cos[(n+1)x]\text{sen}(nx)}{2\text{sen}x}$  [33]) se llega a la siguiente expresión simplificada para el cálculo de  $\phi(n_1)$ :

$$\phi(n_1) = \phi(n_2) = \frac{n_1}{2} + \frac{\text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{N}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{N}\right)} \quad (3.53)$$

Debido a que  $n_2$  es la cantidad de diodos que se van a abrir después de conmutar, y todos los diodos que estaban cerrados se abren, podemos decir que  $n_1 = n_2$  y por lo tanto  $\phi(n_1) = \phi(n_2)$ .

De la misma manera, al analizar la figura 3.10b, donde se muestra el diafragma después de conmutar, se considera que todos los diodos cerrados se abren (debido a la simetría que se necesita al rotar el diafragma  $\pi/2$ ), por lo que  $n_2 = n_1$ . Así mismo, todos los diodos abiertos se cierran al conmutar, por lo que  $n_3 = n_2 = n_1$ . Por otra parte, los diodos que se cierran al conmutar se encontrarán a un ángulo de  $\pi/2$  con respecto al eje vertical del diafragma, por lo que su cálculo es parecido al de  $\phi(n_1)$ , pero tomando en cuenta que el diafragma ha rotado  $\pi/2$ . Sabiendo esto, se escribe la ecuación para calcular  $\phi(n_3)$ :

$$\phi(n_3) = 2 \sum_{i=0}^{\frac{n_1-1}{2}} \cos^2 \left( \frac{i\pi}{N} + \frac{\pi}{2} \right) = 2 \sum_{i=1}^{\frac{n_1-1}{2}} \sin^2 \left( \frac{i\pi}{N} \right) \quad (3.54)$$

Simplificando la ecuación (3.54) (donde se ha utilizado la fórmula:  $\sum_{k=1}^n \sin^2(kx) = \frac{n}{2} - \frac{\cos[(n+1)x]\sin(nx)}{2\sin x}$  [33]), se obtiene la siguiente expresión simplificada de  $\phi(n_3)$ :

$$\phi(n_3) = \frac{n_1}{2} - \frac{\sin \left( \frac{n_1\pi}{N} \right)}{2\sin \left( \frac{\pi}{N} \right)} \quad (3.55)$$

Ahora bien, para estudiar el comportamiento de la función  $Q^2(\varphi_k^+)$  en la región del extremo, serán necesarias las ecuaciones (3.55) y (3.53). Sin embargo, también se necesita obtener una simplificación de  $\varphi_k^-(\varphi_k^+)$ . Para esto se debe retomar la ecuación (3.12), la cual sirve para calcular la figura de mérito  $M$  en términos de las resistencias y reactancias de un diodo conectado a un bipuerto. Considerando que  $r_1$  y  $r_2$  son las resistencias del circuito equivalente para cada estado del diodo y  $X_C$  es la reactancia del diodo, la figura de mérito se puede escribir de la siguiente forma:

$$M = \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2 - X_C^2}{(r_1 + r_2)^2 + X_C^2}} \quad (3.56)$$

Al hacer simplificaciones simples (donde se ha considerado que  $1/\sqrt{1+x} = 1 - x/2$ ;  $\sqrt{1+x} = 1 + x/2$ , cuando  $x$  tiende a cero) y tomando en cuenta que la reactancia capacitiva del diodo es muy grande en comparación a  $r_1$  y  $r_2$ , se obtiene la siguiente relación:

$$M = 1 - \frac{2r_1r_2}{X_C} \quad (3.57)$$

Para trasladar este resultado al caso del diafragma de control, se toma en cuenta que  $r_1 = r_+$  y  $R_- = X_C^2/r_2$ . Al sustituir estos valores y despejar, se obtiene:

$$\frac{r_+}{R_-} = \frac{1-M}{1+M} \approx \frac{1-M}{2} \quad (3.58)$$

La aproximación presentada en la ecuación (3.58) se deduce porque  $M \approx 1$ , como se mencionó anteriormente.

De esta manera, el resultado se puede sustituir en la ecuación (3.47), donde  $\varphi_k^-$  está en función de  $\varphi_k^+$ . Al sustituir y tomando en cuenta que  $\varphi_k^+$  tiende a cero y que  $R_-/r_+$  es muy grande, se encuentra la siguiente simplificación:

$$\varphi_k^- = \frac{1-M}{1+M} \beta \quad (3.59)$$

donde  $\varphi_k^+ = \beta$ , por lo que  $\beta$  tiende a cero.

Al sustituir la ecuación (3.59) en la ecuación (3.49) y simplificando (donde se ha considerado que  $\text{sen}(x) = x$ ;  $\text{cos}(x) = 1 - x/2$  cuando  $x \rightarrow 0$ ), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dQ^2}{d\varphi_k^+} = \beta \left[ 8\varphi(n_1)\varphi(n_3) + 2\varphi(N - n_1)(M - 1)^2\varphi(n_1 - N)\varphi(n_3) + \frac{2\varphi(n_1)\varphi(N - n_1)(M - 1)^2}{M} \right] \quad (3.60)$$

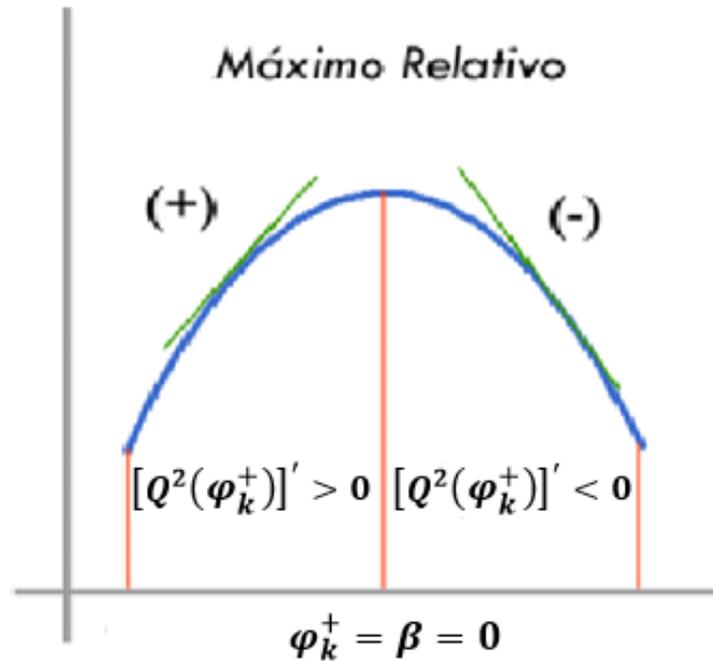
Sabemos que  $\varphi(\mathbf{n})$  es una función positiva por estar en términos de una función circular elevada al cuadrado, también es obvio que  $N > \mathbf{n}_{1,2,3}$  y anteriormente se dedujo que  $M \rightarrow 1$ . Utilizando estas consideraciones y además apoyándonos en la expresión (3.53), se pueden deducir las siguientes desigualdades de la ecuación (3.60):

$$8\varphi(n_1)\varphi(n_3) > 0;$$

$$2\varphi(N - n_1)(M - 1)^2\varphi(n_1 - N)\varphi(n_3) < 0;$$

$$\frac{2\varphi(n_1)\varphi(N - n_1)(M - 1)^2}{M} > 0.$$

Al utilizar el criterio de la primera derivada [26], podemos concluir que, para que la función  $Q^2(\varphi_k^+)$  tenga un máximo en  $\varphi_k^+ = 0$ , es necesario que el término dentro de los corchetes de la ecuación (3.60) sea un número negativo. Por lo tanto, en los puntos donde  $\beta$  sea menor que cero, la derivada tomará valores positivos y para los puntos donde  $\beta$  sea mayor que cero, la derivada tomará valores negativos. Esto se ejemplifica en la siguiente imagen:



*Fig. 3.11. Comportamiento de la derivada de  $Q^2(\varphi_k^+)$  en un punto máximo.*

Para que esto se cumpla, se analizan las desigualdades obtenidas a partir de la ecuación (3.60), de donde se concluye que  $\emptyset(\mathbf{n}_3)$  debe ser igual a cero. Al anular el término donde aparece  $\emptyset(\mathbf{n}_3)$ , se asegura que dentro del corchete haya un número negativo que al multiplicarlo por  $\beta$  se logrará que la derivada de  $Q^2(\varphi_k^+)$  se comporte como la gráfica de la figura 3.11.

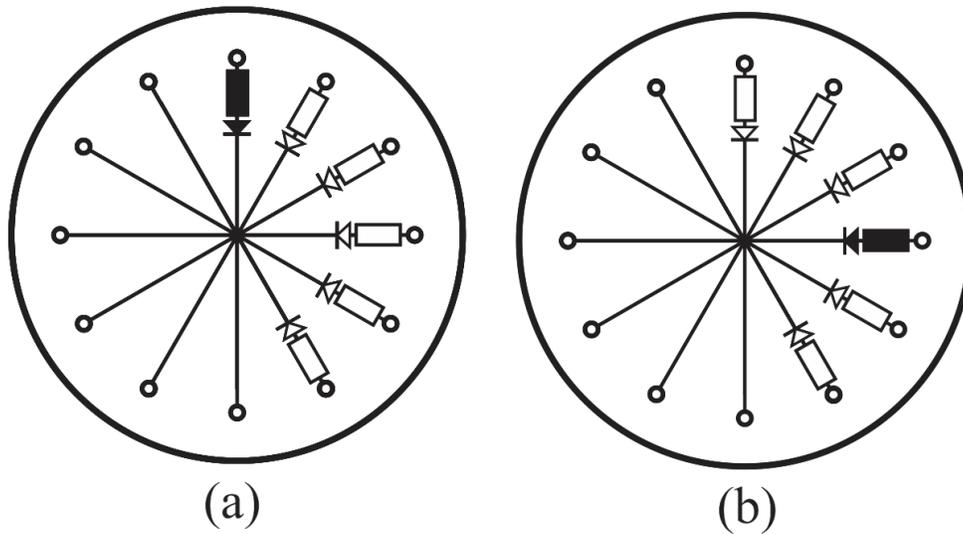
Gracias a que en la ecuación (3.51) se llegó a la conclusión de que en  $\varphi_k^+ = 0$  hay un extremo, y como sea acaba de demostrar que  $\emptyset(\mathbf{n}_3) = 0$ , se pueden escribir estas dos condiciones para que  $Q$  sea máxima:

$$\varphi_k^+ = 0 \quad (3.61a)$$

$$\varnothing(n_3) = \varnothing(n_3) = \frac{n_1}{2} - \frac{\text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{N}\right)}{2\text{sen}\left(\frac{\pi}{N}\right)} = 0 \quad (3.61b)$$

De aquí se ha de observar que, para que  $\varnothing(n_3)$  se igual a cero, es necesario que  $n_1$  sea igual a uno, correspondiente a la pérdida de inserción mínima del desplazador de fase.

Dicho de otro modo, el diafragma consta de  $N$  circuitos de transformación, uno de los cuales tiene como carga un diodo cerrado y los  $N - 1$  restantes se encuentran con diodos abiertos. En la siguiente imagen se puede observar el comportamiento del diafragma en dos estados distintos para  $n_1 = 1$  y  $N = 6$ .



*Fig. 3.12. Ejemplo del comportamiento del diafragma con un diodo cerrado. a) antes de conmutar; b) después de conmutar.*

Es importante obtener una ecuación de las pérdidas para este caso, para así analizar si es conveniente que  $n_1$  sea igual a uno. Para esto primero debemos obtener el factor de calidad y al obtener una expresión de  $Q$  se pueden calcular las pérdidas de inserción.

Sustituyendo  $\varphi_k^+ = \mathbf{0}$ ,  $\varphi_k^- = \mathbf{0}$  y  $\mathbf{n}_1 = \mathbf{1}$  en la ecuación (3.48), se obtiene la siguiente expresión de  $Q$  maximizada (donde se ha utilizado la siguiente fórmula para simplificar:  $\sum_{i=1}^N \cos^2(i\pi/N) = \frac{N}{2}$  [33]):

$$Q_{m\acute{a}x} = \frac{2M}{2M - N(M - 1)} \quad (3.62)$$

Con esta ecuación, al sustituirla en la expresión de pérdidas (3.28), se obtienen las pérdidas mínimas para este caso:

$$L_{min} = 2\sqrt{N(1 - M)} = \sqrt{0.5N}L_1 \quad (3.63)$$

De la ecuación (3.58) se sabe que  $1 - M = 2r_-/R_+$ , con esta sustitución se puede obtener la segunda igualdad de la ecuación (3.63) y entonces  $L_1$  se calcula de la siguiente manera:

$$L_1 = 4 \sqrt{\frac{r_+}{R_-}} \quad (3.64)$$

$L_1$  representa las pérdidas del desplazador de fase que tiene un solo circuito de transformación, lo que significa que representa pérdidas en un “desplazador teórico” de un solo bit.

La ecuación (3.63) representa las pérdidas mínimas, con la condición de que haya un solo diodo en estado cerrado y  $N - 1$  diodos en estado abierto. Sin embargo, se nota que estas pérdidas son directamente proporcionales al número de diodos totales en el diafragma, lo que se traduce en grandes pérdidas de inserción al utilizar un número grande de bits en el desplazador de fase.

En el capítulo 3.3 se llegó a la conclusión de que existen varios puntos donde  $Q$  se maximiza y es probable que al hallar otra solución con otro punto donde  $Q$  sea máxima, se obtenga una mejor relación entre las pérdidas del desplazador y el número total de bits en el diafragma.

### 3.3.2 Segundo caso para minimizar pérdidas de inserción.

Con la expresión (3.51) se dedujo que hay un punto extremo de la función  $Q$  en  $\varphi_k^+ = 0$  debido al factor  $\text{sen}(2\varphi_k^+)$  y se halló la condición para que en ese punto haya un máximo. Sin embargo, este no es el único punto donde la derivada se anula. En  $\varphi_k^+ = \pi/2$ , se encuentra otro extremo de la función, pero en este punto hay una contradicción ya que  $\varphi_k^-$  debe ser cercano a cero o  $\pi$ . Debido a esto se puede analizar un segundo caso donde  $\varphi_k^+ = \pi/2 + \alpha$ , donde  $\alpha$  es cercana a cero.

Para sustituir este segundo caso en la ecuación (3.48) y así poder obtener a  $Q$ , se necesita primero obtener  $\varphi_k^-$ . Entonces, sustituyendo  $\varphi_k^+ = \pi/2 + \alpha$  en la expresión (3.47) y simplificando (donde se han utilizado las siguientes fórmulas:  $\tan(x) = x$  cuando  $x \rightarrow 0$ ;  $\text{angcot}(x) = \pi/2 - 1/x$  cuando  $x \rightarrow \infty$ ):

$$\varphi_k^- = \pi - \frac{r_+}{\alpha R_-} = \pi - \frac{1 - M}{\alpha(1 + M)} \quad (3.65)$$

Ya que se obtuvo  $\varphi_k^-$ , sustituyendo (3.65) en la expresión (3.48), se obtiene la siguiente ecuación para el cálculo de  $Q^2(\alpha)$ :

$$Q^2(\alpha) = \frac{\varnothing^2(n_2 - n_3)}{\left[ \varnothing(n_2 - n_3) + \varnothing(N) - 2\varnothing(n_1) - \frac{FN2}{M} \right]^2 + \left( 2 \frac{FN3}{M} \right)^2} \quad (3.66)$$

donde:

$$FN2 = \varnothing(n_1)[2\alpha^2 - 1] + \varnothing(N - n_1) \left[ 1 - \frac{2(1-M)^2}{\alpha^2(1+M)^2} \right];$$

$$FN3 = \frac{\varnothing(N-n_1)(1-M)}{\alpha(1+M)} + \varnothing(n_1)\alpha.$$

De la misma manera que cuando se buscó maximizar a  $Q$  en el primer caso, se debe de obtener la derivada de la ecuación (3.66) respecto a  $\alpha$ , para después analizar qué valor de  $\alpha$  puede minimizar pérdidas. Como la ecuación será igualada a cero para encontrar los valores

extremos, solo es necesario tomar en cuenta el numerador de la derivada de  $Q^2$  para simplificar cálculos. Por otro lado, se definió en un principio que  $\alpha \rightarrow 0$ , debido a esto se pueden despreciar ciertos términos donde aparezca  $\alpha^n$  como factor ya que sería un número aún más pequeño que  $\alpha$ . Con estas consideraciones, se puede obtener la siguiente ecuación que representa el numerador de la derivada de  $Q(\alpha)$ .

$$\begin{aligned}
 & NQ'(\alpha) \\
 &= \frac{\left[8\alpha\phi(n_1) + \frac{8\phi(N-n_1)(M-1)^2}{\alpha^3(M+1)^2}\right] \left[\phi(N) - 2\phi(n_1) + \phi(n_2-n_3) - \frac{\phi(N-n_1) - \phi(n_1)}{M}\right]}{M} \\
 &= \frac{\left[4\phi(n_1) + \frac{4\phi(N-n_1)(M-1)}{\alpha^2(M+1)}\right] \left[2\alpha\phi(n_1) - \frac{2\phi(N-n_1)(M-1)}{\alpha(M+1)}\right]}{M^2}
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

Al igualar a cero la ecuación (3.67) y despejar  $\alpha$ , se obtiene un punto extremo de la función  $Q(\alpha)$ , el cual se puede calcular como se muestra:

$$\alpha_{opt}^2 = \sqrt{\frac{\phi(N-n_1)(M-1)^2[\phi(N-n_1) - \phi(n_2-n_3)]}{\phi(n_1)(M+1)^2[\phi(n_1) - \phi(n_2-n_3)]}} \tag{3.68}$$

Al haber obtenido la ecuación (3.68), se encontró un valor de  $\alpha$  óptima, con el que se pretende analizar las pérdidas. Para esto, primero se debe de calcular  $Q$  en donde  $\alpha$  es óptima, entonces sustituimos este valor en la ecuación (3.66). Para simplificar, desarrollamos el resultado en una serie de Maclaurin respecto a  $\sigma$  [26], donde  $\sigma = (M-1)/(M+1)$ . Tomando los primeros dos términos de la serie de Maclaurin (se desprecian los demás términos debido a que  $\sigma \rightarrow 0$ ) y sustituyendo  $n_1 = n_2$ , se obtiene la siguiente expresión para  $Q$  valuada en el punto extremo.

$$Q_{opt} = 1 - \frac{4(1-M)[\phi(n_1)\phi(N-n_1) - \sqrt{\phi(n_1)\phi(n_3)\phi(N-n_3)\phi(N-n_1)}]}{(1+M)\phi^2(n_2-n_3)} \tag{3.69}$$

Recordando que  $\phi(N) = N$  y las expresiones (3.53) y (3.55), las cuales sirven para calcular  $\phi(n_1)$  y  $\phi(n_2)$ , se pueden sustituir en la ecuación (3.68) para simplificar como se presenta a continuación:

$$Q_{opt} = 1 - \frac{4(1-M)}{(1+M)} \frac{\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{N}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{n_1\pi}{N}\right)} n_1(N-n_1) \left[ 1 - \frac{\left(n_1 - \frac{N}{2}\right)^2}{2\left(1 - \frac{N}{2}\right)^2} \right] \quad (3.70)$$

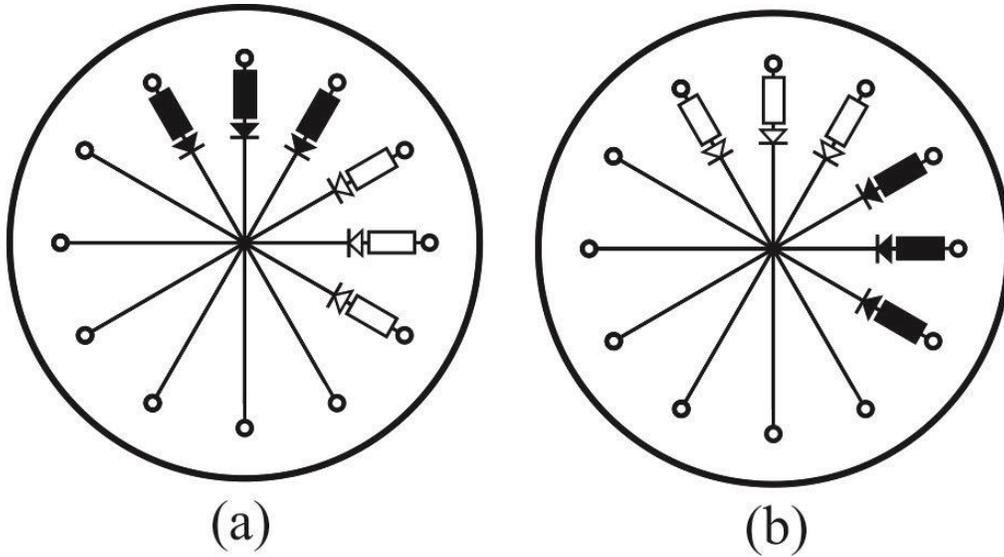
La expresión (3.70) representa a  $Q$  valuada en el punto extremo  $\alpha_{opt}$ , la cual está directamente en función del número de diodos cerrados y del número de diodos totales. A partir de aquí, podemos calcular las pérdidas obtenidas con este valor de  $Q_{opt}$ . Para esto utilizamos la ecuación (3.28), la cual sirve para calcular las pérdidas de inserción  $L$ , en términos del factor de calidad. Por lo tanto, sustituyendo (3.28) en (3.70), obtenemos la siguiente expresión para el cálculo de pérdidas en términos únicamente de  $n_1$  y  $N$ .

$$L_{opt} = L_1 \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{N}\right)}{\text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{N}\right)} \sqrt{n_1(N-n_1) \left[ 1 - \frac{\left(n_1 - \frac{N}{2}\right)^2}{2\left(1 - \frac{N}{2}\right)^2} \right]} \quad (3.71)$$

Inspeccionando esta expresión, podemos encontrar la relación óptima entre  $N$  y  $n_1$  que satisfaga la condición de pérdidas mínimas en el desplazador de fase. Para obtener este resultado, derivamos la ecuación (3.71) respecto a  $n_1$ , igualamos a cero y solucionamos la ecuación obtenida para  $n_1$ . Haciendo esto obtenemos el siguiente resultado:

$$n_{1opt} = \frac{N}{2} \quad (3.72)$$

De esta manera, el diafragma tendrá  $N/2$  diodos cerrados y obviamente la cantidad de diodos cerrados y abiertos serán las mismas. En la siguiente imagen se muestra el caso para  $N = 6$ .



**Fig. 3.13.** Ejemplo del comportamiento del diafragma para  $n_1 = N/2$  y  $N = 6$ . a) antes de conmutar; b) después de conmutar.

La ecuación (3.72) expresa la cantidad de diodos cerrados necesarios para conseguir un nivel de pérdidas mínimo en el desplazador de fase. Con esto se pueden calcular las pérdidas mínimas, sustituyendo este valor de  $n_{1opt}$  en la ecuación (3.71). Al simplificar se obtiene la siguiente relación:

$$L_{min} = \frac{N \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2} L_1 \quad (3.73)$$

Analizando la expresión (3.73) podemos observar que  $L_{min}$  dependerá solo de dos factores: de los parámetros de los diodos (debido al factor  $L_1$ ) y del número total de diodos aplicados al diafragma  $N$ . Si aumentamos el número de diodos  $N$ , de tal manera que el argumento de la función seno sea lo suficientemente pequeño como para considerar que  $\operatorname{sen}(\pi/N) = \pi/N$ , entonces podemos utilizar la siguiente expresión para calcular las pérdidas mínimas del desplazador de fase.

$$L_{min} = \frac{\pi}{2} L_1 = (1.57) L_1 \quad (3.74)$$

Esta es una de las expresiones más importantes ya que es fácil notar que las pérdidas dependerán exclusivamente de las características de los diodos p-i-n utilizados para conmutar en el diafragma. A diferencia del caso anterior, cuando se consideró que  $\varphi_k^+ = \mathbf{0}$ , la ecuación de pérdidas obtenida no depende de la cantidad de bits en el desplazador de fase, lo cual es sumamente importante para las aplicaciones del desplazador.

Para verificar que las pérdidas se minimizan cuando  $n_1 = N/2$ , podemos calcular una relación entre la ecuación de pérdidas en general y la ecuación de pérdidas mínimas. Dividiendo la ecuación (3.70) entre la ecuación (3.73) se obtiene la siguiente relación entre ambas ecuaciones de pérdidas:

$$\frac{L}{L_{min}} = \frac{2\sqrt{n_1(N - n_1)}}{N \text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{N}\right)} \sqrt{1 - \frac{\left(n_1 - \frac{N}{2}\right)^2}{2\left(1 - \frac{N}{2}\right)^2}} \quad (3.75)$$

Con la ecuación (3.75) se puede generar la siguiente tabla para  $N = 8, 16$  y  $32$ .

N	$n_1$																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	1.22	1.08	1.01	<b>1.00</b>	1.01	1.08	1.22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	1.75	1.37	1.21	1.12	1.06	1.02	1.00	<b>1.00</b>	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-
32	2.51	1.86	1.59	1.42	1.32	1.24	1.18	1.13	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	1.01	1.00	<b>1.00</b>	1.00

**Tabla 3.1.** Comparativa entre la ecuación de pérdidas general y la optimizada.

En la tabla 3.1 se pueden comparar los valores de  $L$  y  $L_{min}$  para diferentes valores de  $N$ , de donde se observa que la ecuación de pérdidas general es igual a las pérdidas mínimas únicamente cuando  $n_1 = N/2$ . Para otros valores donde  $n_1 \neq N/2$  las pérdidas no son iguales a las mínimas por lo que se demuestra que para otros valores, las pérdidas no serán óptimas.

Otra forma de comprobar que las pérdidas son mínimas es utilizar la ecuación (3.71) normalizando  $L_1$  para que no dependan de los parámetros de los diodos  $r_+$  y  $R_-$ . De esta manera, se puede obtener la siguiente tabla para las pérdidas de inserción normalizadas del desplazador de fase variando para diferentes valores de  $n_1$  y  $N$ :

$N$	$n_1$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	1.41	<b>1.41</b>	1.41	-	-	-	-	-	-	-
8	1.87	1.65	1.56	<b>1.53</b>	1.56	1.65	-	-	-	-
16	2.74	2.15	1.89	1.75	1.66	1.60	1.57	<b>1.56</b>	1.57	1.60

*Tabla 3.2. Pérdidas de inserción en el desplazador de fase sin tomar en cuenta parámetros del diodo p-i-n.*

En la tabla 3.2 se puede observar las pérdidas son mínimas para el mismo caso, cuando  $n_1 = N/2$ , utilizando la ecuación de pérdidas (3.71).

### 3.4 Resumen y Conclusiones.

Como se mencionó al inicio del capítulo, uno de los problemas principales al diseñar un desplazador de fase son las pérdidas de inserción, las cuales en su mayoría se deben a los elementos semiconductores que conmutan para generar la rotación electrónica del diafragma. El primer paso para resolver este problema fue obtener ecuaciones que relacionen las pérdidas del desplazador con los parámetros de los diodos.

Para lograr esto, se definió un parámetro muy importante de los desplazadores reflectivos llamado “factor de calidad”, el cual se calcula por medio de las admitancias del diafragma que están en paralelo y perpendicular al vector de campo eléctrico de la onda incidente:

$$Q = \left| \frac{Y_{\perp} - Y_{\parallel}}{Y_{\perp} + Y_{\parallel}^*} \right| \approx 1$$

Gracias a un trabajo hecho anteriormente descrito en el artículo [27] (en los artículos [31] y [32] también se mencionan estos conceptos), se pudo llegar a la conclusión de que  $Q$  es un número cercano a uno y con esto se pudo llegar a la siguiente ecuación para calcular las pérdidas de inserción en el desplazador de fase:

$$L \approx 4 \sqrt{\frac{1 - Q}{2}}$$

Aunque en la ecuación no aparecen parámetros de los diodos directamente, el factor de calidad sí depende de estos. Suponiendo que  $Q$  fuera igual a uno, se puede observar que las pérdidas serían igual a cero. Esto es un caso hipotético, ya que  $Q$  no puede ser igual a uno debido a que depende de los parámetros de los diodos como ya se mencionó. Entonces, se dedujo que para minimizar pérdidas es importante que  $Q$  sea del valor más grande posible, el cual obviamente no puede ser más grande que uno.

A partir de aquí, se buscó maximizar a  $Q$ , para lo cual nos apoyamos en la función definida como  $\phi$ , la cual toma en cuenta la posición angular de cada circuito de transformación respecto a la onda incidente. Debido a esto  $\phi$  es la función que se multiplica por la conductancia del circuito de transformación para agregar el factor  $\cos^2(\phi)$  con el fin de tomar en cuenta la potencia disipada en los diodos p-i-n.

Con ayuda de estos elementos, se obtuvo la siguiente ecuación para el factor de calidad:

$$Q = \left| \frac{\phi(n_2 - n_3)}{\phi(N) + \phi(n_2 - n_3) - 2\phi(n_1) + \frac{[\phi(N - n_1)e^{-j2\phi_k^-} + \phi(n_1)e^{-j2\phi_k^+}]}{M}} \right|$$

donde  $\phi_k^-$  y  $\phi_k^+$  son las fases del coeficiente de transmisión de los circuitos de transformación que tiene diodos abiertos y cerrados, respectivamente. Con esta expresión se estudiaron dos

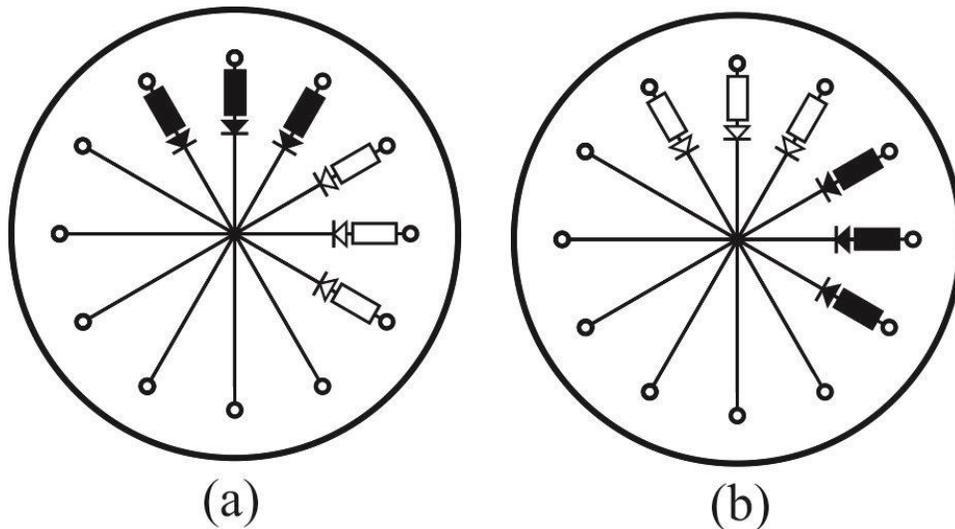
casos distintos en los cuales  $Q$  presenta máximos. En el primero se tomó en cuenta que  $\varphi_k^+ = 0$ , con lo que se obtuvo la siguiente ecuación de pérdidas:

$$L = 2\sqrt{N(1 - M)} = \sqrt{0.5N}L_1$$

donde  $L_1$  representa las pérdidas en un desplazador de fase de un solo bit.

Al analizar esta ecuación, lo primero que se puede observar es que las pérdidas aumentan al agregar más bits al desplazador debido a  $N$ . Ya que lo que se busca es minimizar pérdidas sin importar que  $N$  sea grande. Por lo esta razón, se buscó otra forma de lograr la optimización.

Ya que con el primer caso, cuando  $\varphi_k^+ = 0$ , no se logró llegar a una buena optimización, se analizó el segundo caso con el que se logra maximizar el factor de calidad. Al analizar el comportamiento de  $Q$  cuando  $\varphi_k^+ = \pi/2 + \alpha$  se obtuvo que  $n_1 = N/2$ , por lo que la cantidad de diodos cerrados debe ser igual a la cantidad de diodos abiertos y entonces el diafragma tendrá un comportamiento como el de la siguiente imagen:



*Desplazador de fase para el segundo caso para  $N=6$ . a) antes de conmutar; b) después de conmutar.*

Al calcular las pérdidas cuando  $n_1 = N/2$ , se obtuvo la siguiente ecuación:

$$L_{min} = \frac{\pi}{2} L_1 = (1.57)L_1$$

Esta expresión se obtuvo al suponer una gran cantidad de diodos en el diafragma. Al hacer esta simplificación, se observa que las pérdidas no dependen de la cantidad de bits que haya en el diafragma, lo cual es muy ventajoso a la hora de diseñar desplazadores de fase con un gran número de bits.

Se calcularon las pérdidas normalizadas de inserción, para diferentes valores de  $N$  y  $n_1$ , por lo que no se toman en cuenta los parámetros de los diodos:

$N$	$n_1$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	1.41	<b>1.41</b>	1.41	-	-	-	-	-	-	-
8	1.87	1.65	1.56	<b>1.53</b>	1.56	1.65	-	-	-	-
16	2.74	2.15	1.89	1.75	1.66	1.60	1.57	<b>1.56</b>	1.57	1.60

De esta manera, se puede observar que las pérdidas son mínimas cuando  $n_1 = N/2$ , para otros valores, las pérdidas aumentan.

En conclusión podemos decir que:

1. El factor de calidad es un parámetro muy importante de los desplazadores de fase tipo espirafase ya que podemos optimizar pérdidas maximizándolo.
2. Las pérdidas mínimas son proporcionales a  $L_1$  que representa las pérdidas de un desplazador de fase de un solo bit y es proporcional a los parámetros de los diodos.

3. Las pérdidas en el desplazador de fase reflectivo dependen de la relación entre los diodos abiertos y cerrados.
4. Existe una relación óptima entre los diodos abiertos y cerrados la cuales es:  $n_1 = N/2$ . Por lo tanto, la cantidad de diodos abiertos y cerrados será la misma.
5. En esta relación óptima, las pérdidas no depende de la cantidad de bits del desplazador, siempre y cuando esta cantidad de bits sea lo suficientemente grande.
6. Con esto, se ha llegado a una relación teórica para optimizar las pérdidas en desplazadores de fase reflectivos que utilicen diodos como elementos para lograr la rotación del diafragma de control. El circuito de transformación empleado se deja a libre elección del diseñador, el cual definirá otros parámetros del desplazador como su ancho de banda.

# Capítulo 4

## Conclusiones generales.

1. Las antenas en arreglos de fase tienen una gran variedad de aplicaciones en comunicaciones. Estas antenas tienen la capacidad de modificar su patrón de radiación y dirigir su haz a la dirección que se desee por medio de miles de elementos. Cada elemento posee un radiador y un desplazador de fase. Ambos elementos pueden llegar a afectar el rendimiento de la antena si no son los adecuados para la aplicación.
2. El radiador tiene como función transmitir hacia el medio o espacio libre, mientras que el desplazador de fase introducirá retardos temporales a la señal con el fin de cambiar el patrón de radiación de la antena.
3. Al diseñar un arreglo de fase, el radiador toma una parte crucial ya que puede interferir con el buen funcionamiento si no se toman ciertas consideraciones. Estas consideraciones pueden ser tanto eléctricas (con respecto al diseño de la antena) y no eléctricas (debidas a las condiciones del lugar donde se colocará la antena).
4. Por otro lado el desplazador de fase es el encargado del cambio dinámico del patrón de radiación ya que este cambio se debe directamente al cambio de retardo de fase introducido por el desplazador de fase de cada elemento del arreglo. Esta tarea es fundamental en la operación de las antenas en arreglos de fase.
5. Entre más bits o circuitos de transformación tengan los desplazadores de fase, se podrá tener un mejor control en el arreglo de fase, es por eso que se busca tener desplazadores de fase de una gran cantidad de bits.

6. Hay muchos tipos de desplazadores de fase, entre ellos se encuentran los tipo espirafase basados en diodos p-i-n, con los que se simula una rotación del diafragma y se pueden obtener altas velocidades de conmutación.
7. Sin embargo, los desplazadores que utilizan diodos p-i-n, tiene la desventaja que aumentan sus pérdidas debido al material semiconductor de los diodos. En los diodos se pierde cierta potencia y con ello aumentan las pérdidas.
8. Por otro lado, se demostró, con un ejemplo, que las pérdidas pueden aumentar al aumentar la cantidad de circuitos de transformación en el desplazador de fase, lo cual es perjudicial cuando se quiere diseñar un desplazador de fase de un gran número de bits.
9. Para analizar la relación entre las pérdidas y la distribución de los diodos p-i-n en el desplazador de fase, se definió un parámetro muy importante llamado factor de calidad ya que podemos optimizar pérdidas haciendo que se aproxime lo más posible a uno, lo cual se logra modificando la distribución de los diodos abiertos y cerrados en el diafragma.
10. Al hacer el análisis de pérdidas se encontró que las pérdidas mínimas son proporcionales a  $L_1$  que representa las pérdidas de un desplazador de fase de un solo bit y es proporcional a los parámetros de los diodos.
11. Se encontró que las pérdidas en el desplazador de fase reflectivo dependen de la relación entre los diodos abiertos y cerrados, como ya se mencionó.
12. Existe una relación óptima entre los diodos abiertos y cerrados la cuales es:  $n_1 = N/2$ . Por lo tanto, la cantidad de diodos abiertos y cerrados será la misma.
13. En esta relación óptima, las pérdidas no depende de la cantidad de bits del desplazador, siempre y cuando esta cantidad de bits sea lo suficientemente grande.

14. Con esto, se ha llegado a una relación teórica para optimizar las pérdidas en desplazadores de fase reflectivos que utilicen diodos como elementos para lograr la rotación del diafragma de control. El circuito de transformación empleado se deja a libre elección del diseñador, el cual definirá otros parámetros del desplazador como su ancho de banda.

# Referencias.

[1] Robert C. Hansen, "Phased Array Antennas", Second edition, A John Wiley & Sons ed., 2009. pp. 20-38.

[2] Wayne Tomasi, "Sistemas de Comunicaciones Electrónicas" 4 ed. Pearson Editorial. Upper Saddle River, New Jersey. 2001. pp. 398.

[3] Vahraz jamnejad, John Huang, Barry Levitt, Tim Pham, Robert Cesarone, "Array Antennas for JPL/NASA Deep Space Network", Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, pp. 2-911 2-919.

[4] H. P. Fedle and K. Solbach, "Passive and Active Phased Arrays using Solid State Technologies", IEEE Colloquium on Paced Arrays. 9 Dic. 1991 pp. 1-4.

[5] David M. Pozar, "Microwave Engineering", Jhon Wiley, pp. 451-455. 2012.

[6] "T/R Module Solution for X-band Phased-array Radar", Microwave Journal, United Monolithic Semiconductor SAS, France, October 11, 2010.

[7] B. Allen, M Ghavami , "Adaptative array systems, fundamentals and applications". Wiley editorial, 2005. pp. 80-110.

[8] E. Brookneer, "Practical Phase-Array Antenna Systems", Artech House Inc., 1991, pp. 4.1.

[9] Wallis, Robert; Sheng Cheng. "Phased - Array Antenna System for the MESSENGER Deep Space Mission". Johns Hopkins. Retrieved 11 May 2015. pp 56-72.

[10] P. D. Trinh, S. Yegnanarayanan, F. Coppinger and B. Jalali Silicon-on-Insulator (SOI), "Phased-Array Wavelength Multi/Demultiplexer with Extremely Low-Polarization Sensitivity", IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 9, No. 7, July 1997.

- [11] Takayuki Iwamoto, "Airborne Ultrasound Tactile Display", SIGGRAPH 2008 ACM.
- [12] H.R. Phelan, "Spiraphase reflectarrays for multitarget radar", Microwave Journal, vol. 20, pp 67-73, July 1977.
- [13] A. E. Martynyuk and J. I. M. Lopez, "Reflective antenna arrays based on shorted ring slots", IEEE Microwave Symp. Dig; Phoenix, AZ, June 2001, pp. 1379-1382.
- [14] A. E. Martynyuk, N. A. Martynyuk and J. I. M. Lopez, "Spiraphase-Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol 52, no.1, January 2004.
- [15] A. E. Martynyuk and Y. Sidoruk, "Low loss phase shifters for Ka band phased array", 200 IEEE International conference on Phased Array Systems and Technology, Dana Point, USA.
- [16] Robert E. Collin, "Foundation of Microwave Engineering", 2nd edition, IEEE Press series on electromagnetic wave theory, 2001.
- [17] Shibani K. Koul, Bharathi Boat, "Microwave and millimeter wave phase shifters", Vol. I, Artech House 1991.
- [18] A. Gardner Fox, "An Adjustable waveguide phase changer", PIRE, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [19] A. Gardner Fox, "Variable phase shifter for circularly polarized microwaves", Nov. 21, 1950.
- [20] Robert J. Mailloux, "Phased Array Antenna Handbook", Artech House, Norwood, CA, 2005, pp. 55-58.

- [21] Shibani K. Koul, Bharathi Bhat, "Microwave and millimeter wave phase shifters", Vol. II, Artech House 1991.
- [22] Phelan, H. R., "Antenna arrays of internally phased elements" United States Patent, December 1975.
- [23] Martynyuk; Martynyuk, N.A, Sergei N. Khotiaintsev and Valeri S. Vountesmeri, "Millimeter-Wave Amplitude-Phase Modulator", IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol.45, No. 6, June 1997. pp 911-917
- [24] A. Gardner Fox, "An Adjustable waveguide phase changer", PIRE, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [25] David M. Pozar, Microwave Engineering, Addison Wesley 2003
- [26] Swokowski, Earl W., "Calculus", 6th edition, USA, P.W.S. Publishing Company, 1994.
- [27] Shojiro Kawakami, "Figure of merit associated with a Variable-Parameter One-Port for RF Switching and Modulation", IEEE Transactions on circuit theory, Vol. 21, No. 3, September 1965. pp 321-328.
- [28] 2. G. S. Khizha, I. B. Vendik, and Ye. A. Serebryakova, "Microwave Phase Shifters: Features of integrated Realization with p-i-n Diodes [en Ruso]", Radio I Svyaz, Moscow, 1984.
- [29] Alexander E. Martynyuk, Andrea G. Martinez-Lopez, And Jose I. Martinez Lopez, "2-bit X-Band Reflective Waveguide Phase Shifter With BCB – Based Bias Circuits", IEEE Transactions on microwave techniques, Vol. 54, No. 12, December 2006, pp. 4056 – 4061.
- [30] ] Alexander E. Martynyuk, Ninel A. Martynyuk, And Jose I. Martinez Lopez, "Spiraphase-Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators" IEEE Transactions on antennas and propagation, Vol. 52, No. 1, January 2004, pp. 143 – 153.

[31] Shojiro Kawakami, “Lossless Reciprocal Transformation and Synthesis of a Two-State Network”, IEEE Transactions on circuit theory, Vol. 13, No. 2, June 1966. pp 128-136.

[32] Irina B. Vendik, Orest G. Vendik and Erik L. Kollberg, “Communication Quality Factor of Two State Switchable Devices”, IEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 48, No. 5, May 2000. pp. 802-808.

[33] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, “Table of Integrals, Series, and products” 7th edition, ed. Elsevier, 2007. pp. 37-40.