



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA DE SISTEMAS – INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES**

**PRONÓSTICO DE DEMANDA DE REFACCIONES DE AUTOMÓVIL, MEDIANTE SERIES DE TIEMPO, REDES NEURONALES ARTIFICIALES Y MODELOS HÍBRIDOS.**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**ING. CARLOS ARTURO GONZÁLEZ VARGAS**

**TUTOR PRINCIPAL**  
**DRA. MAYRA ELIZONDO CORTÉS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉXICO, D. F. AGOSTO 2015**

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. SERVIO TULIO GUILLÉN BURGUETE

Secretario: DR. MANUEL ORDORICA MELLADO

Vocal: DRA. MAYRA ELIZONDO CORTÉS

1<sup>er.</sup> Suplente: DRA. HÉRICA SÁNCHEZ LARIOS

2<sup>d o.</sup> Suplente: M. EN I. RICARDO TORRES MENDOZA

FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

DRA. MAYRA ELIZONDO CORTÉS

-----  
**FIRMA**

## **AGRADECIMIENTOS**

A CONACYT, por todo el apoyo brindado para la realización de esta tesis.

A la Dra. Mayra Elizondo Cortés, por todas sus enseñanzas y orientación, además de su gran influencia y guía en el desarrollo de este estudio.

A los sinodales de este trabajo: Dr. Manuel Ordorica Mellado, Dr. Servio Tulio Guillén Burguete, Dra. Mayra Elizondo Cortés, Dra. Hérica Sánchez Larios y el M. en I. Ricardo Torres Mendoza, por su atención, observaciones y comentarios enriquecedores.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser mi alma máter, así como a todos sus integrantes, por conformar a esta gran institución educativa.

A mi familia, a los que se encuentran físicamente o en nuestros corazones, por todo el apoyo económico, intelectual y motivacional durante toda mi vida y durante este periodo tan importante.

A mis amigos y compañeros, por ser una influencia de superación continua y amena.

A Cinthya, por haberme brindado su compañía durante este proceso.

## Índice

Introducción .....	1
Objetivo General.....	2
Objetivos Específicos .....	2
Preguntas de Investigación.....	2
Estructura del trabajo.....	3
Capítulo 1. Descripción del sistema en interés .....	4
1.1 Antecedentes.....	4
1.1.1 La empresa.....	4
1.1.2 La industria automotriz de autopartes en México.....	4
1.1.3 Autopartes producidas por BPI.....	6
1.2 Descripción de la venta nacional de refacciones para automóvil .....	7
1.3 Problemática .....	8
1.3.1 Variabilidad de la demanda .....	8
1.3.2 Pronósticos a mediano plazo .....	8
1.3.3 Propuesta de solución .....	10
Capítulo 2. Instrumentos de análisis.....	12
2.1 Revisión de la literatura.....	12
2.1.1 Pronósticos de demanda de refacciones.....	12
2.1.2 Pronósticos con series de tiempo clásicas, ARIMA y RNA.....	14
2.1.3 Pronósticos a mediano y largo plazo .....	15
2.1.4 Pronósticos de demanda de autopartes mediante RNAs.....	16
2.2 Marco Teórico .....	19
2.2.1 Series de tiempo, modelos clásicos. ....	19
2.2.2 Series de tiempo lineales AR, MA, ARMA y ARIMA .....	21
2.2.3 Redes Neuronales artificiales .....	28
2.2.4 Modelos híbridos, ARIMA y redes neuronales artificiales .....	38
2.3 Metodología de la investigación.....	38
2.3.1 Alcance .....	39
2.3.2 Actividades .....	40

2.4	Métodos de modelación.....	42
2.4.1	Modelos clásicos de series de tiempo.....	42
2.4.2	Modelos de series de tiempo de Box y Jenkins.....	42
2.4.3	Modelos con redes neuronales artificiales.....	43
2.4.4	Modelos combinados, ARIMA y redes neuronales artificiales.....	43
2.5	Indicadores de desempeño de los pronósticos.....	43
2.6	Obtención de datos.....	44
Capítulo 3.	Desarrollo de la Investigación.....	47
3.1	Construcción de modelos.....	47
3.1.1	Diagramas de modelos.....	47
3.1.2	Diagrama general de modelación.....	48
3.2	Caso 1: Tambores para frenos 190R.....	50
3.2.1	Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 190R.....	53
3.2.2	Modelos ARIMA para la pieza 190R.....	53
3.2.3	Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 190R.....	58
3.2.4	Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 190R.....	60
3.2.5	Validación de modelos para la pieza 190R.....	63
3.3	Caso 2: Balata 7389-510-SM.....	66
3.3.1	Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 7389-510-SM.....	68
3.3.2	Modelos ARIMA para la pieza 7389-510-SM.....	69
3.3.3	Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 7389-510-SM.....	73
3.3.4	Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 7389-510-SM.....	75
3.3.5	Validación de modelos para la pieza 7389-510-SM.....	76
3.4	Caso 3: Cilindro maestro 390901RL.....	79
3.4.1	Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 390901RL.....	81
3.4.2	Modelos ARIMA para la pieza 390901RL.....	82
3.4.3	Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 390901RL.....	86
3.4.4	Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 390901RL.....	88
3.4.5	Validación de modelos para la pieza 390901RL.....	89
Capítulo 4.	Resultados y análisis de resultados.....	93
4.1	Pronósticos para el periodo muestral.....	93
4.2	Pronósticos para el periodo postmuestral.....	98

4.3	Pronósticos de la empresa vs pronósticos de la tesis .....	102
	Conclusiones.....	103
	Bibliografía.....	106

## Resumen

Para realizar una buena planeación en cualquier ámbito, siempre se requiere de información, la cual permita obtener una idea de qué es lo que puede ocurrir en un futuro, y así tomar las decisiones que garanticen una mejor probabilidad de éxito en la satisfacción de los fines que motivan la preparación mencionada.

La industria de refacciones para automóvil, como cualquier otra, también se ve beneficiada por la precisión con la que se pueda pronosticar el futuro, por lo que hacer uso de mejores herramientas, y lograr mejores pronósticos, se traduce en la posibilidad de llevar a cabo una planeación que permita mejorar el desempeño de la empresa, aumentando su nivel de servicio y reduciendo sus costos, en consecuencia. Dentro de los pronósticos más importantes para una empresa generadora de productos o servicios, se encuentra el pronóstico de venta, con el cual se puede planificar la adquisición de suministros, los recursos requeridos para la distribución del producto (o ejecución del servicio), y en su caso, el espacio requerido para cuestiones de almacenaje.

En este estudio, se desarrollan modelos de demanda para una empresa trasnacional, distribuidora de refacciones para automóvil, considerando su mercado en México. Las herramientas de modelado empleadas son series de tiempo clásicas, series de tiempo modeladas con la metodología ARIMA, y redes neuronales artificiales. Estas herramientas son comparadas para evaluar y analizar su desempeño, y se hacen breves recomendaciones sobre la conveniencia de implementar una u otra herramienta, basándose en los resultados obtenidos.

# Introducción

En la mayoría de las empresas es conveniente realizar una proyección de ventas de productos o servicios, para planificar los recursos y las estrategias de operación. Esta necesidad de estimar los requerimientos futuros, en cuanto al cumplimiento de compromisos materiales o de servicio, se acentúa cuando se involucran costos por faltantes y sobrantes, ya que si se tiene una menor capacidad a la requerida se pierde la oportunidad de obtener utilidad por una venta, mientras que si se consigue una capacidad mayor a la requerida se cae en gastos por los cuales quizá no se obtendrá una utilidad, ya que el bien o servicio puede no ser demandado, incluso en periodos posteriores al de la estimación realizada.

El tema principal que se aborda es el pronóstico de la demanda aleatoria de refacciones para automóvil, teniéndose como información histórica las cantidades mensuales demandadas por mes para cada modelo de pieza. Los principales problemas en la modelación de la demanda para el caso particular en estudio son:

- La alta variabilidad en la demanda, ya que en algunos periodos se presentan ventas por más del doble del promedio histórico;
- Los pronósticos a mediano plazo, ya que en algunos casos se requiere pronosticar demandas para hasta seis periodos (meses) adelante del periodo actual.

Se espera que con un análisis adecuado sobre el comportamiento de la demanda, se pueda lograr planificar los pedidos de importación de partes, para lograr la satisfacción de los clientes.

Se busca analizar el comportamiento aleatorio de la demanda estudiando un sistema real y generar herramientas que funcionen para pronosticar el comportamiento futuro de esta demanda, siendo utilizables para tomar decisiones sobre un futuro y realizar una mejor planeación de recursos a corto (un mes) y mediano plazo (seis meses). Las herramientas contempladas para la modelación histórica de la demanda y su consecuente obtención de pronósticos son:

- Series de tiempo;
- Redes neuronales artificiales.

Del mismo modo, se planea comparar la precisión de ambas herramientas en el caso particular bajo estudio, y seleccionar la más conveniente, tomando como base la exactitud de los pronósticos generados por cada método.

Cabe resaltar el carácter práctico de esta tesis, ya que a un caso real, se aplican herramientas que han sido diseñadas especialmente para realizar pronósticos de variables representables como series de tiempo, para poder comparar y analizar sus resultados para el caso particular de la empresa involucrada.

Con base en lo anterior, se plantean los objetivos, las preguntas de investigación y la estructura de la tesis, de la siguiente manera:

## **Objetivo General**

Proponer a una empresa comercializadora de refacciones de automóvil, alternativas de elaboración de pronósticos de su demanda de productos, que presenta las características de desconocerse si es estacional, ser altamente variable y que requiere ser pronosticada a corto y mediano plazo, mediante su modelación con Redes Neuronales Artificiales, modelos ARIMA, Series de Tiempo Clásicas y la comparación de su desempeño en periodos muestrales y postmuestrales, para minimizar la diferencia entre las cantidades de demanda pronosticadas y las reales.

## **Objetivos Específicos**

- Modelar el comportamiento de la demanda de refacciones de automóvil mediante series de tiempo, redes neuronales artificiales y su combinación;
- Evaluar el rendimiento de ambos métodos de modelación comparando la exactitud de sus pronósticos;
- Analizar las causas por las cuales se obtienen mejores o peores resultados con cada modelo;
- Comparar los pronósticos obtenidos mediante los modelos desarrollados en la investigación, con los actualmente utilizados en la empresa bajo estudio.

## **Preguntas de Investigación**

Mediante la presente investigación, se intentará dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál de las técnicas es más precisa en sus pronósticos en nuestro caso de estudio: series de tiempo o redes neuronales?
- ¿Se puede pronosticar la demanda con mayor exactitud que con los métodos más comunes hasta el momento (modelos clásicos de series de tiempo, suavizados, ARMA y ARIMA)?
- ¿Cómo se han resuelto otros problemas similares?
- ¿Las redes neuronales artificiales son capaces de lograr mejores pronósticos, gracias a su capacidad de modelar relaciones no-lineales en series de tiempo?

Se espera que en el transcurso de este trabajo, se encuentren respuestas amplias y concisas para cada uno de los puntos mencionados.

## Estructura del trabajo

Esta tesis, resultante de la investigación realizada para el caso de la empresa BPI, está estructurada de la siguiente manera:

- En el capítulo 1, se describen las características de la empresa y su entorno, así como la actividad principal que requiere de un estudio que mejore los pronósticos de demanda: la venta de refacciones para automóvil. Además, se describe detalladamente la problemática que se enfrenta en la obtención de buenos pronósticos;
- En el capítulo 2, se presenta la metodología empleada para la investigación y su respectiva justificación, mediante una revisión de la literatura existente, con casos similares o relacionados con éste. Primero, se presentan estudios que abordan temas como el pronóstico de demanda de refacciones (que en la mayoría de los casos presenta comportamientos diferentes a los comunes para una demanda de productos). También, se resumen algunos estudios sobre el desempeño de las herramientas de modelación seleccionadas (con base en las características de la demanda del presente caso, y la primera parte de la revisión de la literatura). Después, se presentan los fundamentos teóricos que dan soporte al funcionamiento de las herramientas seleccionadas.
- El capítulo 3, resume el desarrollo de la investigación, siguiendo la metodología presentada anteriormente. Este desarrollo incluye la construcción de modelos, su validación y uso de éstos.
- En el capítulo 4, se reportan todos los resultados obtenidos, se compara y se analiza a fondo el rendimiento de los modelos y las causas de éste.
- Finalmente se presentan las conclusiones del estudio y la bibliografía sobre la cual, éste se fundamenta.

# Capítulo 1. Descripción del sistema en interés

## 1.1 Antecedentes

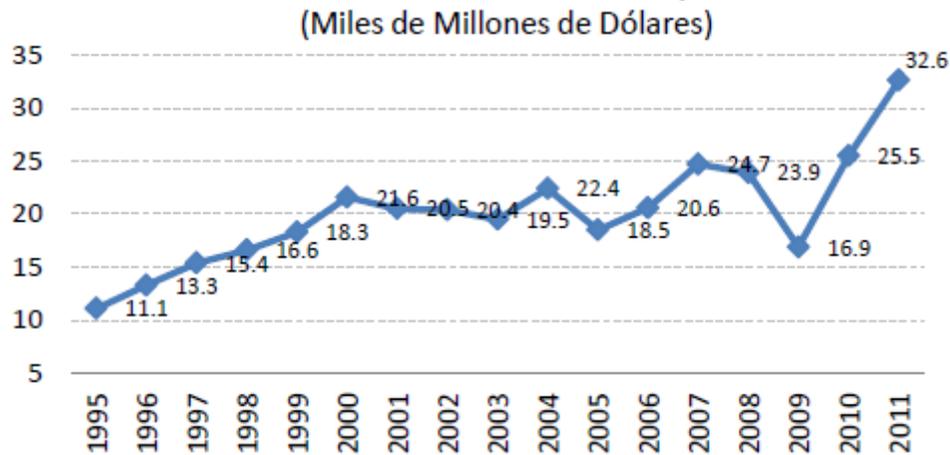
### 1.1.1 La empresa

BPI, es una empresa estadounidense, con sede en McHenry, Illinois, fundada en 1957 y operando con más de 1000 empleados a nivel global. Comercializa frenos de disco, frenos de tambor, balatas, rotores, tambores, piezas hidráulicas, mazas de rueda, chasis, etc., a nivel internacional. Su marca Raybestos®, tiene tal renombre que provee de piezas y refacciones a escuderías de primer nivel de la serie NASCAR®. En México, como tal, tiene presencia desde 2010, cuando adquirió las plantas de LUSAC y AEMSA a sus activos corporativos. Con más de 300 empleados a nivel nacional, BPI es un importante distribuidor de refacciones para automóvil, manejando 8686 piezas diferentes a nivel global, de las cuales 1882 se distribuyen para el mercado mexicano (BPI, 2014; BPI México, 2014).

### 1.1.2 La industria automotriz de autopartes en México

La industria de autopartes en el país se compone de dos mercados: el de componentes que se usan directamente en la fabricación de automóviles nuevos (equipo original), y el de repuestos. Con base en los datos que reporta la INA (Instituto nacional de autopartes) en 2006, en términos de su contribución al PIB manufacturero, el sector de autopartes ha mantenido una participación relevante, siempre por arriba del 6%; e incluso, llegando a más del 8% del PIB manufacturero en el 2004, impulsada en gran medida por las exportaciones (Jiménez Sánchez, 2006).

México tiene una industria de autopartes competitiva, integrada por más de 600 empresas, además es uno de los principales centros de manufactura automotriz, situación que ha sido sustentada por el establecimiento de una base de proveedores nacionales y extranjeros de alcance global. Actualmente, la industria automotriz contribuye con el 17.2 por ciento del PIB manufacturero, con el 28.2 por ciento de las exportaciones manufactureras y con el 15.9 por ciento del personal ocupado (Secretaría de Economía, Marzo 2012).



**Figura 1.1 Valor de la producción de autopartes en México, por año. (Secretaría de Economía, Marzo 2012).**

La industria de autopartes puede a su vez ser clasificada en cuatro niveles (*tiers*), según su actividad dentro del mercado:

1. OEMs (*Original Equipment Manufacturers*).- Se refiere a las escuderías fabricantes ensambladoras de los automóviles;
2. Tier 1.- Proveedores de partes originales a las ensambladoras, principalmente de subensambles y tiene capacidad de diseño. Por lo general, los proveedores del primer nivel se ocupan de la integración de sistemas para abastecer módulos ya ensamblados, directamente a la cadena de montaje del ensamblador;
3. Tier 2 y 3.- Proveedores de partes con diseños suministrados por Tier 1, generalmente suministran productos relativamente básicos y partes individuales, que participan en la cadena de suministro pero no son integradores de sistemas, ni de componentes estandarizados;
4. Tier 4.- Proveedores de materias primas tales como metales, plásticos y pinturas, para la fabricación de autopartes (Jiménez Sánchez, 2006).

En la figura 1.2 se puede observar la interacción de los diferentes niveles de actividades de las empresas relacionadas con el mercado de las autopartes, en la cadena de suministros.

La empresa estudiada se dedica a la venta de refacciones para automóvil a nivel internacional (este estudio es aplicado sobre las ventas nacionales), distribuyendo los productos hasta los talleres, escuderías y refaccionarias automotrices (sucursales y almacenes) en México, dedicándose exclusivamente a la producción de refacciones sin participar en la producción de partes para ensamble, por lo que se puede ubicar dentro de los niveles 2 y 3 mencionados anteriormente. En el

mercado se pueden encontrar más de doce importantes competidores que manufacturan y distribuyen refacciones para los automóviles, con características similares en actividades, mercado y tamaño, según datos de la empresa en cuestión.

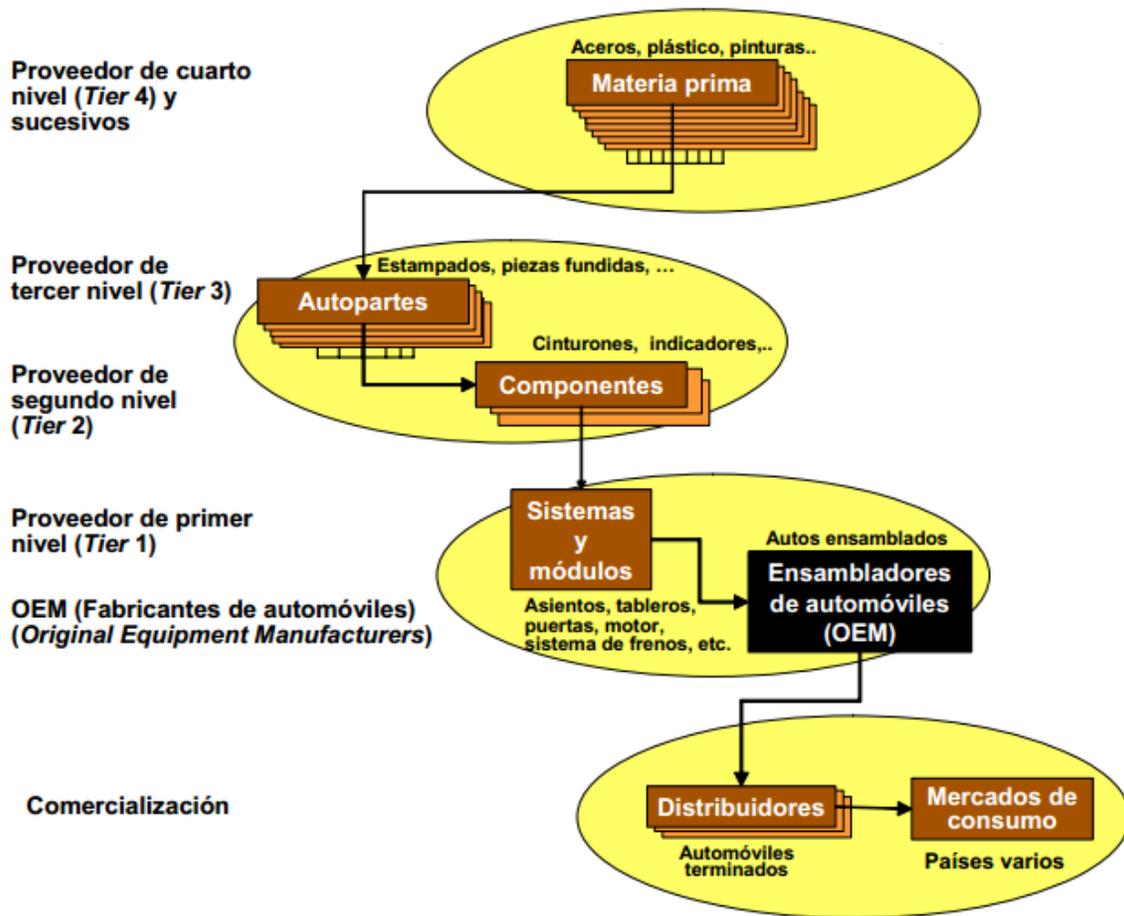


Figura 1.2 Cadena de suministro del sector automotriz (Jiménez Sánchez, 2006).

### 1.1.3 Autopartes producidas por BPI

Las características de mercado para las refacciones comercializadas, son que cada parte o pieza puede ser utilizada en algunos casos para vehículos de diferentes marcas y modelos, mientras que en otros, una pieza es exclusiva para cierta marca y/o modelo de automóvil. Además, la comercializadora manufactura piezas de diversas calidades, por lo que en algunos casos se fabrica la pieza “original”, en cuyo caso se comercializa para las escuderías automotrices en sus almacenes

y talleres; en otros casos, se manufacturan piezas genéricas para refaccionarias y talleres independientes.

La mayor parte del producto que comercializa la empresa es importado, producido en China bajo pedido, de forma tercerizada. China tiene la mayor industria automotriz del mundo, participando tanto en el ensamble de vehículos como en la fabricación de autopartes:

(Millones de Unidades)		
Ranking	País	Producción
1	China	18.4
2	E.U.A.	8.4
3	Japón	8.4
4	Alemania	5.9
5	Corea del Sur	4.7
6	India	3.9
7	Brasil	3.1
8	<b>México</b>	<b>2.6</b>
9	España	2.4
10	Francia	2.0

**Figura 1.3 Principales productores de vehículos en 2011 (Secretaría de Economía, Marzo 2012).**

## 1.2 Descripción de la venta nacional de refacciones para automóvil

Para lograr distribuir las refacciones, se sigue un proceso logístico a nivel global, involucrando pedido, manufactura, y transporte internacionales. Algunos productos completan su ciclo en forma mucho más rápida que otros, por lo que se trabaja con pronósticos de demanda para intentar cumplir con los requerimientos de los clientes, pretendiendo que cada producto cumpla con su ciclo en tiempo y forma.

En la empresa en estudio, se realizan pronósticos de demanda mensuales para cada SKU (código o modelo de la pieza o parte en cuestión). El pronóstico para cada SKU se hace para un número diferente de periodos, basándose en el *lead time* (tiempo transcurrido desde que se entrega la orden al proveedor hasta que se entrega el producto al cliente) de cada pieza, que suele ir desde un mes hasta seis meses, debido al tipo de manufactura de cada SKU. Como es de esperarse, los pronósticos con más periodos de separación, son los más problemáticos, habiendo mayor incertidumbre agregada a la amplia variabilidad de muchos SKUs.

Para realizar esta estimación, se utiliza software especializado, que toma los datos históricos de series de tiempo, calcula el pronóstico por varios métodos (promedios móviles, modelos autorregresivos, modelos ARMA, modelos ARIMA), calcula los parámetros para cada método y selecciona el mejor para realizar el pronóstico. Aunque el uso de este software es beneficioso por la cantidad de SKUs que se pueden analizar en poco tiempo, para algunos casos los pronósticos tienen errores demasiado grandes repetidamente, por lo que se incurre en costos altos por faltante y sobrante continuamente.

### **1.3 Problemática**

En los sistemas de producción controlados por el mercado de la actualidad, los pronósticos son más importantes que nunca. Tanto la recompensa por un buen pronóstico como la penalización por uno malo pueden ser bastante altas (Daniel & Bulfin, 1998). La industria automotriz, en su división de refacciones no es la excepción.

#### **1.3.1 Variabilidad de la demanda**

Para la elaboración de pronósticos, las empresas se tienen que enfrentar a la naturaleza aleatoria de las demandas de sus productos. Este estudio enfrenta un caso en el que para algunas piezas la variabilidad es grande, además de que la tendencia y la estacionalidad son difíciles de identificar. Estas características hacen que la modelación de la demanda sea más complicada y en consecuencia, los pronósticos menos precisos y menos fiables, aun cuando se realicen con un software especializado. La forma en que se realizan los pronósticos no permite modelar la influencia de factores externos sobre las demandas, por lo que se toma únicamente la serie de tiempo, en algunas ocasiones con buenos resultados, en otras con altos costos por sobrante o faltante.

Además, el comportamiento observado de la demanda para varios SKUs, manifiesta que existe cierta estacionalidad que en ocasiones se desfasa, por ejemplo, se puede esperar un aumento considerable de la demanda en febrero, pero en algunas ocasiones el aumento llega en enero o en marzo, afectando la demanda de los periodos anteriores y subsecuentes.

#### **1.3.2 Pronósticos a mediano plazo**

Generalmente, la elaboración de pronósticos tiende a hacer predicciones a corto plazo, tal como es pronosticar un solo periodo adelante, ya que la predicción en periodos más largos (como medio o

largo plazo), es más complicada y en ocasiones no es confiable debido a la propagación del error (Parras-Gutierrez, Rivas, Garcia-Arenas, & del Jesus, 2014). Mientras menor sea el tiempo requerido para satisfacer una demanda, más sencillo será administrar de forma exacta los recursos necesarios para cubrirla. Por ejemplo, si se coloca un pedido y se puede completar el proceso de producción y entrega en un mismo periodo, no es necesario realizar un pronóstico. Sin embargo, estas condiciones se cumplen muy pocas veces en el mundo industrial-corporativo actual, por lo que se tienen que realizar pronósticos para poder satisfacer la demanda en forma más rápida.

En el caso de estudio se realizan pronósticos de uno hasta seis periodos (meses) adelante, debido al proceso de producción y entrega mencionado anteriormente. Los SKUs más rápidos de conseguir están listos para su distribución local en menos de un periodo, por lo que realizar el pronóstico para un solo periodo adelante es suficiente.

Por otro lado, los SKUs con mayor tiempo de producción y entrega, pueden tardar hasta seis meses en estar listos para su distribución local. Esto se debe a que las empresa proveedoras de servicios de manufactura trabajan mediante el sistema de producción *Make to Order* (producción bajo pedido), en el cual, el proceso de fabricación inicia cuando se confirma una orden de compra por parte de la empresa que requiere el producto. El tiempo de respuesta se alarga cuando además, la empresa manufacturadora carece de materia prima y se somete a su propio proceso de pedidos, de forma que comienza la producción del SKU solicitado una vez que tiene la materia prima e insumos disponibles para comenzar el proceso. Cuando el producto está listo se transporta por vía marítima y se importa a México, proceso que se lleva a cabo en aproximadamente 140 días naturales en los peores casos, por lo que se tiene que realizar un pronóstico para seis meses adelante del actual.

El personal de la empresa confirma que los SKUs más problemáticos para su pronóstico de demanda, son aquellos con los cuales se tiene que pronosticar a seis periodos futuros, como es de esperarse.

Con base en lo mencionado, se puede definir el problema a resolver, como la obtención de pronósticos de demanda de refacciones para automóvil, con una demanda inestable, comportamientos altamente variables, y con requerimientos de pronósticos a corto y mediano plazo (entre 1 y 6 periodos), utilizando varias herramientas de modelación de demanda, de forma que se puedan comparar y definir qué herramienta es la mejor para futuros pronósticos en la empresa.

### 1.3.3 Propuesta de solución

Daniel y Bulfin (1998), en su libro “Planeación y Control de la Producción”, proponen una metodología para seleccionar un método de obtención de pronósticos:

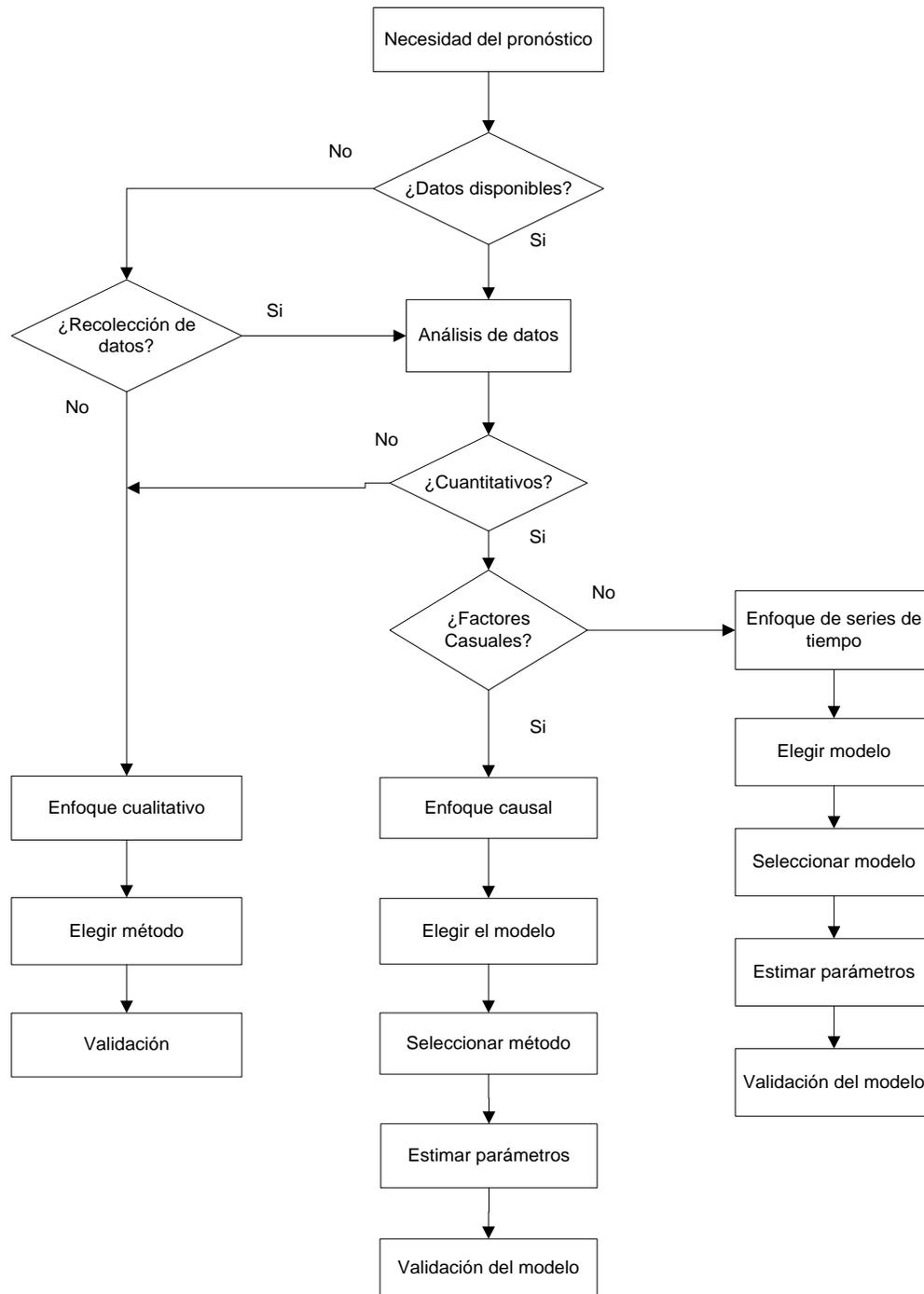


Figura 1.4 “Diseño de un sistemas de pronósticos” (Daniel & Bulfin, 1998).

Al seguir el diagrama de flujo de la figura 1.4, se toma en cuenta que se poseen datos históricos de demanda, que son analizables cuantitativamente, y que aunque es posible que existan factores causales que afecten directamente a la demanda, no se posee información al respecto para modelar su influencia, por lo que se sugiere trabajar con un enfoque de series de tiempo. Seguir esta sugerencia es una primera aproximación a la selección de herramientas de modelación de la demanda, selección que se sustentará más ampliamente en el siguiente capítulo de la tesis, mediante una revisión de los trabajos desarrollados y publicados para el pronóstico de demanda de refacciones, y la comparación de las características de dichas demandas, con las características de las demandas de interés para el presente estudio.

## Capítulo 2. Instrumentos de análisis

### 2.1 Revisión de la literatura

Como parte de la investigación, para obtener un mejor panorama acerca de los instrumentos y técnicas convenientes para guiar el estudio, se ha realizado una revisión a la literatura científica existente acerca de cómo han sido abordadas problemáticas similares a la presente. Se dividió la problemática característica del caso en estudio en cuatro temas principales que se consideran importantemente relacionados con los que motivan esta investigación:

- Pronósticos de demanda de refacciones;
- Pronósticos con series de tiempo y RNA (redes neuronales artificiales);
- Pronósticos a mediano y largo plazo;
- Pronósticos de demanda de autopartes mediante RNA.

#### 2.1.1 Pronósticos de demanda de refacciones

El problema abordado en este estudio, es el pronóstico de demanda de refacciones para automóvil, para el caso de una empresa trasnacional en el mercado mexicano. A pesar de que la elaboración de pronósticos con base en la estadística ha generado varias metodologías de modelación, la naturaleza estocástica de muchos de los problemas encontrados en diversas áreas de investigación (industria, sector público, fenómenos naturales, etc.), hace conveniente desarrollar mejores técnicas para pronosticar con mayor exactitud el problema específico con el que se esté trabajando. Pronosticar la demanda de refacciones es notablemente difícil, ya que la demanda es generalmente intermitente e inestable (Romeijnders, Teunter, & Jaarsveld, 2012).

Es posible encontrar estudios relacionados con mejoras en la administración de la cadena de suministros de diferentes tipos de refacciones, en algunos casos mediante la elaboración de pronósticos más acertados, en otros proponiendo mejoras en la gestión directa de los inventarios, etc. Para algunos de estos estudios, se han utilizado métodos de pronóstico diferentes a las series temporales para estimar las demandas de los próximos periodos de operación. Para el caso particular en el cual la empresa que ha distribuido el producto principal, es también responsable de la distribución de refacciones para sus productos, puede ser beneficioso estudiar la información disponible acerca de las unidades vendidas por intervalos de tiempo, ciclos de vida de los productos, el *lead time* de las refacciones, inventarios en almacenes o centros de servicio, y analizando estos datos, estimar los requerimientos de refacciones para acoplar su logística con respecto a las conclusiones obtenidas (Dekker, Pinçe, Zuidwijk, & Naiman Jalil, 2013). En algunos

casos, como en del presente estudio, puede ser complicado obtener la información confiable mencionada, al no ser los dueños de la distribución del producto original, sino sólo de algunas refacciones.

Paralela a esta técnica que no utiliza series temporales, se ha propuesto un método de pronóstico en dos pasos, que actualiza por separado el promedio de partes necesitadas por reparación y el número de reparaciones para cada tipo de componente. Este método fue evaluado en un estudio comparativo para un proveedor de servicios en la industria aeronáutica (Romeijnders, *et al.* 2012). Dicha investigación, logra ventaja de la disponibilidad directa de la información histórica acerca de las reparaciones de componentes, que implican la demanda de las partes específicas para las cuales se realizan los pronósticos.

Otros estudios basan sus predicciones en modelos de confiabilidad de los productos. Las características de esta confiabilidad se ven influenciadas por diferentes factores, tales como el medio de operación, políticas de mantenimiento, habilidad del operador, etc. El estudio mencionado propone, que con base en el análisis de estos factores, se pueden realizar análisis estadísticos para estimar los tiempos de fallo de las partes, y en consecuencia, la demanda de refacciones para éstas (Barabadi, Barabady, & Markeset, 2014). Esta aproximación es principalmente útil para organizaciones que brindan mantenimiento internamente a su equipo, aunque hay conceptos útiles para las refacciones automotrices, tales como los mantenimientos calendarizados en agencias y talleres.

También, se ha propuesto dejar a un lado la suposición de normalidad en la serie de tiempo y modelar la demanda de las partes como procesos de Bernoulli, sobre todo con distribuciones de Poisson, tomando ventaja de la naturaleza intermitente de la demanda de refacciones. Además, se propone una clasificación empírica por medio de la cual se pueden determinar las características de la distribución asociada al proceso específico (Lengu, Syntetos, & Babai, 2014).

Moon, Simpson y Hicks (2012), decidieron elaborar un modelo de selección entre métodos de pronóstico, para predecir el desempeño de cada método al pronosticar la demanda de refacciones navales en Corea del Sur. Se utilizaron los modelos ya usados previamente, y con una regresión logística, se determinó la probabilidad de que uno u otro método fueran mejores en sus pronósticos para el siguiente periodo.

Petropoulos, Makridakis, Assimakopoulos y Nikolopoulos (2014), realizaron un estudio sobre formas de seleccionar métodos para el pronóstico de series de tiempo, donde indican que la precisión de los pronósticos son influenciados como sigue:

- Para datos con cambios rápidos, la ciclicidad y aleatoriedad tienen el mayor efecto (negativo), y a mayores horizontes de pronóstico, hay un mayor decremento en la precisión;

- Para datos intermitentes, el intervalo inter-demanda tiene un mayor efecto (negativo) que el coeficiente de variación;
- Para todos los tipos de datos, incrementar la longitud de la serie tiene efectos positivos pequeños en los resultados de los pronósticos, comparándolo con los efectos negativos resultantes de las características mencionadas en puntos anteriores.

Además, Daniel y Bulfin (1998), proponen una metodología para seleccionar métodos de pronósticos de demanda, aplicados a problemas de planeación y control de la producción. Bacchetti y Sacconi (2011) clasifican los métodos de pronóstico de refacciones en series de tiempo, explicativos, híbridos y otros, debiéndose seleccionar el método más adecuado (cuyas características hayan sido diseñadas y probadas para trabajar con características similares a las del sistema bajo observación), analizando el comportamiento de la demanda de las refacciones que se encuentren bajo estudio. Con base en la revisión literaria hasta este punto, se pudo decidir que la mejor herramienta para modelar la demanda de refacciones para automóvil, dado su comportamiento y la disponibilidad de información, es mediante un enfoque de series de tiempo.

### 2.1.2 Pronósticos con series de tiempo clásicas, ARIMA y RNA

En este estudio se pretende utilizar series de tiempo y redes neuronales artificiales como herramientas de modelado y pronóstico. Existen diversos estudios que han utilizado estas herramientas de forma independiente, comparativa o combinada en busca de una mayor precisión, como se reporta en los siguientes párrafos.

En publicaciones recientes se puede observar la comparación de diferentes modelos para pronosticar demandas, involucrando series de tiempo clásicas, modelos ARIMA y RNAs. En la Universidad de Zabol, Irán, se llevó a cabo un estudio para pronosticar el precio en tienda de las aves de corral. Se modeló el comportamiento del precio utilizando redes neuronales no-lineales estáticas, redes neuronales no-lineales dinámicas y un modelo ARIMA lineal. Ambos modelos de redes neuronales fueron mejores en sus pronósticos, siendo el modelo dinámico el más preciso (Karbasi, Laskukalayeh, & Fahimifard, 2009).

Zhang (2003), afirma que los modelos ARIMA y de RNA han sido comparados obteniendo conclusiones mixtas en términos de superioridad en su desempeño al pronosticar, por lo que propone una metodología híbrida que combina ambos modelos para tomar las ventajas de cada uno en modelización lineal y no-lineal. Los resultados obtenidos por Zhang fueron mejores (se obtuvieron errores de pronóstico más pequeños) con modelos mixtos que los obtenidos con cada uno de los modelos por separado.

También se han creado modelos combinados para pronosticar precios de granos en China, resultantes de estudios donde también se compara el rendimiento de los modelos con ARIMA,

RNA y una combinación de ambos modelos. En este estudio se llegó a la conclusión de que la combinación de ambos modelos brinda mejores pronósticos que los modelos separados, siendo el modelo con RNA superior al ARIMA (Zou, Xia, Yang, & Wang, 2007).

### 2.1.3 Pronósticos a mediano y largo plazo

Otro problema al que se enfrentan muchas empresas, como la del estudio en curso, son los pronósticos varios periodos adelante en el tiempo. Mientras más lejano se encuentre del presente el periodo futuro a pronosticar, dicho pronóstico se vuelve más difícil de obtener y menos preciso. Por esto, se han intentado desarrollar numerosas técnicas que mejoren la precisión de estos resultados, tales como los modelos ARIMA y modelos más específicos para cada caso en estudio.

Parras-Gutierrez, Rivas, Garcia-Arenas y del Jesús (2014), presentan un algoritmo de retardos coevolucionarios con redes neuronales de función base radial (L-Co-R, RBFNs), cuyo desempeño se analizó a corto, mediano y largo plazo. La evolución cooperativa consiste en identificar la descomposición natural de un problema en subcomponentes del mismo y se ha utilizado para entrenar RNAs. Las RBFNs son conjuntos de redes neuronales que trabajan con distancias con respecto a centroides. Al combinar L-Co-R y RBFNs, se encuentra el número ideal de retardos, del cual depende el número ideal de neuronas artificiales con las que trabajará el modelo. Se analizaron 34 series de tiempo con diferentes características, para diferentes números de periodos en el futuro, resultando el modelo propuesto el más preciso en más del 60% de los casos, según el error escalado absoluto de media.

Zaccheus O. (2014) ha utilizado RNAs para predecir velocidades de viento con periodos de 5 minutos, varios días en el futuro. Los modelos utilizados fueron de redes neuronales recurrentes (RNN) y de redes neuronales con capas recurrentes (LRNN), de donde se obtuvieron mejores resultados mediante LRNNs. Como es de esperarse, cuanto mayor es el número de periodos futuros necesario de pronosticar, mayor es el error en los resultados, sin embargo, la estimación de velocidades de viento y su energía eléctrica consecuente generada, resultó ser lo suficientemente útil para los fines del estudio.

También se han realizado estudios para pronosticar a largo plazo con diferentes niveles de periodos. Un ejemplo es el pronóstico semanal y mensual de consumo eléctrico hasta dos años adelante en el tiempo (Carpinteiro, Leme, Zamborni de Souza, Pinheiro, & Moreira, 2007). Se utiliza un modelo neuronal híbrido jerárquico (HHNM), que procesa eficientemente la información contextual comprendida en los datos históricos. El estudio compara el rendimiento de un perceptrón multicapa (MLP, el más utilizado en pronósticos de consumo a corto plazo) contra el HHNM. Se analizaron el pronóstico de medias y el pronóstico de picos de demanda de consumo eléctrico, con lo cual se obtuvo que para el pronóstico de picos de consumo a largo plazo, el modelo HHNM tuvo mucho

mejor rendimiento que el MLP, mientras que en el pronóstico de medias, el modelo HHNM también fue superior al MLP, aunque en menor medida.

#### 2.1.4 Pronósticos de demanda de autopartes mediante RNAs

Li y Kuo (2008) realizaron el estudio más afín al presente trabajo. En dicho estudio se realizó un sistema de toma de decisiones basado en una EFNN (*enhanced fuzzy neural network* o red neuronal difusa aumentada, en español)<sup>1</sup>, la cual se utiliza para pronosticar la demanda de refacciones. Se realizan varias mejoras sobre los modelos tradicionales de RNA: asigna los pesos de las conexiones mediante un proceso analítico jerárquico difuso (AHP), refina las funciones de activación mediante un algoritmo genético<sup>2</sup>, con lo cual se logra que el modelo se ajuste a un número mayor de modelos no-lineales, y además, se introdujo una variable adaptativa de entrada, que disminuye el impacto del efecto látigo sobre la precisión del pronóstico. El trabajo incluye un modelo que toma en cuenta algunos factores que influyen en la demanda de refacciones según un extenso análisis realizado:

- Factores por las partes
  - Probabilidad de daño
  - Tiempo medio entre fallas
  - Cantidad de piezas del tipo en cada automóvil
  - Variedad de substitutos
- Factores por demanda
  - Número de automóviles vendidos antes de 3 años
  - Número de automóviles vendidos en los últimos 3 años
- Factores por tiempo
  - Estacionalidad (clima)
  - Ocupación (meses con mayor ocupación de automóviles)
- Factores por ventas (históricos)
  - La diferencia entre la cantidad vendida en el último periodo y la cantidad máxima vendida
  - La diferencia entre los dos periodos pasados
  - Cantidad total vendida desde el comienzo del año
- Factores por asociación (la demanda de algunas partes puede verse influenciada por el volumen de ventas de otras partes asociadas).

---

<sup>1</sup> La lógica difusa es una técnica heurística de solución de problemas, mediante la cual se relacionan valores numéricos con valores subjetivos, de forma que se pueden tomar decisiones en una forma que imita al razonamiento humano.

<sup>2</sup> Los algoritmos genéticos son técnicas heurísticas de búsqueda de soluciones, basándose en el proceso de procreación y evolución de los seres vivos; se toman soluciones parciales y se completan de manera aleatoria, siempre en búsqueda de mejores resultados.

La EFNN trabajada es una red neuronal de 5 capas, la cual actualiza sus funciones de activación mediante un algoritmo genético e introduce una variable  $a$ , que reduce el efecto látigo en los pronósticos y es estimada mediante un análisis de series de tiempo con tendencia.

A continuación se presenta una tabla que resume el estado del arte del tema:

	<b>Autores</b>	<b>Año</b>	<b>Tema</b>	<b>Contenido</b>	<b>Modelo / metodología</b>	<b>Características</b>
1	Barabadi, A., Barabady, J., & Markeset, T.	2014	Pronóstico de demanda de refacciones	Propuesta de modelización de demanda con base en la confiabilidad de los productos y sus respectivos tiempos de falla.	Modelos de confiabilidad	Demanda altamente variable
2	Dekker, R., Pinçe, Ç., Zuidwijk, R., & Naiman Jalil, M.	2013	Pronóstico de demanda de refacciones	Propuesta para modelar la demanda con base en la información disponible acerca de la distribución del producto.	Uso de la información de la “base instalada”	Demanda altamente variable
3	Moon, Simpson & Hicks	2012	Pronóstico de demanda de refacciones	Un modelo para pronosticar la probabilidad de que un modelo sea mejor que otro en periodos futuros.	Regresión logística	Demanda con comportamientos irregulares
4	Lengu, D., Syntetos, A., & Babai, M.	2014	Pronóstico de demanda de refacciones	Modelización de la demanda de refacciones mediante ajustes a distribuciones de probabilidad.	Bernoulli, Poisson.	Demanda altamente variable Autocorrelación baja
5	Romeijnders, W., Teunter, R., & Jaarsveld, W. v.	2012	Pronóstico de demanda de refacciones	Pronóstico de la demanda en dos pasos, mediante el pronóstico de operaciones de mantenimiento.	Método de dos pasos	Demanda altamente variable
6	Li, S., & Kuo, X.	2008	Pronóstico de demanda de refacciones	Se pronostica la demanda de refacciones para automóvil tomando en cuenta 4 grupos de factores de influencia.	EFNN (enhanced fuzzy neural network)	Demanda altamente variable Estacionalidad
7	Zaccheus O., O.	2014	Pronósticos a mediano y largo plazo	Pronóstico a largo plazo de velocidades en el	LRNN (layer recurrent neural network)	Mediano y largo plazo

				viento y su consecuente generación de energía eléctrica.		
8	Parras-Gutierrez, E., Rivas, V., Garcia-Arenas, M., & del Jesus, M.	2014	Pronósticos a mediano y largo plazo	Un modelo para pronosticar series de tiempo a corto, mediano y largo plazo.	L-Co-R (Lags COevolving with Radial Basis Function Neural Networks)	Corto, mediano y largo plazo. Estacionalidad Series altamente variables
9	Carpinteiro, O., Leme, R., Zamborni de Souza, A., Pinheiro, C., & Moreira, E.	2007	Pronósticos a mediano y largo plazo	Pronóstico de consumo de energía eléctrica, a largo plazo	HHNM (hierarchical hybrid neural model)	Demanda altamente variable Largo plazo
10	Karbasi, A., Laskukalayeh, S. s., & Fahimifard, S. M.	2009	Comparación entre ARIMA y RNA	Modelos ARIMA, RNA y RNAX comparados y discutidos.	ARIMA, RNA, RNAX	Corto y mediano plazo
11	Zhang, G.	2003	Comparación /combinación ARIMA y RNA	Análisis del rendimiento de los modelos aplicados por separado y en conjunto.	ARIMA, RNA	Mediano y largo plazo
12	Zou, H., Xia, G., Yang, F., & Wang, H.	2007	Comparación /combinación ARIMA y RNA	Análisis del rendimiento de los modelos aplicados por separado y en conjunto.	ARIMA, RNA	Serie altamente aleatoria
13	Bacchetti & Saccani	2011	Clasificación de tipos de fenómeno que explican el comportamiento de la demanda de refacciones.	Se estudian 10 casos, en los que se analiza la naturaleza de las demandas y su respectivo método preferido para la obtención de pronósticos.	Varios	
14	Petropoulos, F., Makridakis, S., Assimakopoulos, V., & Nikolopoulos, K.	2014	Metodología de selección de modelos para pronosticar demanda	Un análisis de ventajas y desventajas de modelos dependiendo de los datos para los cuales están siendo utilizados.	Selección de metodologías.	

**Tabla 2.1 Literatura importante para los temas abordados en el estudio.**

Con base en la revisión de la literatura orientada a la obtención de pronósticos en general, y a la obtención de pronósticos de demanda de refacciones, además de tomar en cuenta la información disponible y las características de las demandas de este estudio, se puede concluir que su análisis

mediante un enfoque de series de tiempo, representado por modelos clásicos, ARIMA y RNA, promete ser la mejor opción para el desarrollo de la investigación, ya que:

- Se cuenta con datos cuantitativos de la demanda;
- No se dispone de información causal para analizar su influencia sobre la demanda;
- Por el registro periódico y constante de las demandas, además de su comportamiento aleatorio (verificable mediante pruebas de corridas), éstas pueden ser modelables mediante un enfoque de series de tiempo;
- Los modelos clásicos de series de tiempo y los modelos ARIMA sirven para analizar series de tiempo con las características mencionadas, y las redes neuronales artificiales se han presentado como buenas alternativas de modelado, obteniéndose frecuentemente resultados satisfactorios en términos de errores de pronóstico.
- Se descartan otras técnicas de modelado reportadas en la revisión literaria, por haber sido aplicadas sobre demandas con características o disponibilidad de información diferentes a las del estudio actual, como intermitencia de demandas, información sobre la capacidad instalada, etc.

## 2.2 Marco Teórico

La investigación requiere de alguna herramienta para pronosticar la demanda diaria de horas hombre requeridas para la preparación del producto. Para modelar esta demanda, se han seleccionado dos métodos por su utilidad en la elaboración de pronósticos de valores estocásticos: las redes neuronales artificiales y las series de tiempo.

### 2.2.1 Series de tiempo, modelos clásicos.

Pronosticar eventos futuros basándose en información actual y pasada, es una tarea importante en muchas situaciones prácticas. En general, esto incluye una serie de resultados de eventos que están relacionados o correlacionados, y las correlaciones dinámicas son utilizadas para predecir uno o algunos resultados en la serie.

Se llama serie de tiempo a un conjunto de mediciones de cierto fenómeno o experimento registradas secuencialmente en el tiempo. Estas observaciones serán denotadas por  $\{y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-n}\} = \{y(t): t \in T \subseteq R\}$  con  $y_{t-n}$  el valor de la variable  $y$  en el instante  $t - n$ .

Muchos casos involucran una serie de tiempo que consiste en las observaciones de un evento a lo largo de un periodo de tiempo, y se requiere una predicción para un evento en un tiempo particular (hora, día, mes), basándose en los resultados del mismo evento para algunos periodos anteriores en

el tiempo. En consecuencia, se pueden analizar las observaciones existentes para elaborar modelos que describan las relaciones implícitas en los resultados de eventos, y estos modelos pueden ser utilizados para pronosticar eventos futuros que no han sido observados.

Una serie de tiempo puede ser lineal o no lineal. Una serie de tiempo es lineal si el siguiente resultado está linealmente relacionado con el resultado actual; por otro lado, en una serie de tiempo no-lineal, el siguiente resultado tiene una relación no-lineal con el resultado actual. Una característica importante en cualquier serie de tiempo es la auto-correlación, la cual es simplemente la correlación del valor de la observación en un momento particular, con las observaciones en momentos previos en el tiempo. En general, la auto-correlación es mayor para eventos en el pasado inmediato y menor para observaciones en el pasado distante. El número de periodos pasados que están significativamente relacionados con el actual se llaman retrasos o retardos. Dependiendo del problema, estas observaciones pueden ser del pasado inmediato o pueden ser observaciones pasadas intermitentes. En la práctica, se sabe que los retardos mejoran la precisión del pronóstico. Estos modelos son mejor conocidos como modelos temporales. Un modelo espacio-temporal incorpora no sólo los tiempos de retraso de la variable de interés, sino también otras variables influyentes (y posiblemente sus propios retardos). (Samarasinghe, 2006).

Arellano (2011), indica que como primer paso tras la recolección de datos, se puede realizar un análisis gráfico de los puntos obtenidos, para detectar patrones tales como:

- Tendencia: indica si la serie bajo estudio tiene un comportamiento de incremento o decremento casi constante a lo largo del tiempo o a partir de cierto periodo;
- Variación estacional: se presenta cuando en la serie hay cierta ciclicidad con respecto al tiempo. Esta variación puede presentarse en patrones de varias duraciones (meses, trimestres, semestres, años, etc.);
- Variaciones irregulares (componente aleatoria): es la parte de la serie que no puede ser explicada determinísticamente por su tendencia, ciclicidad u otro factor identificado que afecte a la serie de tiempo.

El modelo clásico de series de tiempo sugiere que la serie  $y(t)$ , puede ser expresada por medio de sus componentes de tendencia, estacionalidad y una componente aleatoria.

Para explicar el comportamiento de una serie de tiempo, en general podemos encontrar tres conjuntos de modelos, según la relación entre sus componentes:

1. Aditivo: 
$$y(t) = T(t) + E(t) + A(t)$$

2. Multiplicativo: 
$$y(t) = T(t) \cdot E(t) \cdot A(t)$$

3. Mixto: 
$$y(t) = T(t) \cdot E(t) + A(t)$$

Donde:

$y(t)$  : Serie observada en instante  $t$ ;

$T(t)$  : Componente de tendencia;

$E(t)$  : Componente estacional;

$A(t)$  : Componente aleatoria o ruido blanco.

La tendencia  $T(t)$ , puede ser estimada mediante regresiones lineales o polinomiales, suavizado de valores de la serie o puede ser eliminada mediante la aplicación de operadores de diferencia (mejor explicados en el punto 2.2.2).

La estacionalidad  $E(t)$ , puede ser estimada mediante la identificación de la proporción en que el periodo de ciclicidad, afecta a la serie. Por ejemplo, para una serie anual, es necesario determinar el valor de  $E(t) = E(t + 12)$ . Una vez retirada la estacionalidad de la serie, se puede analizar de nuevo su gráfica en búsqueda de otros comportamientos como tendencia, estacionalidades a menor o mayor plazo, y se puede incluir en la serie para la obtención de nuevos pronósticos.

### 2.2.1.1 Predicciones

La predicción para el tiempo  $t$  está dada por la información que se tiene hasta el tiempo  $t - 1$ . Si se requiere hacer un pronóstico para más periodos en el futuro, habitualmente se sustituye en pronóstico  $y(t)$  por el valor  $y(t - 1)$ , y se hace esto  $k$  veces para obtener pronósticos para  $t + k$  periodos.

### 2.2.2 Series de tiempo lineales AR, MA, ARMA y ARIMA

Una serie de tiempo lineal se caracteriza porque las relaciones entre los valores observados de la serie, están linealmente relacionados entre sí. Puede ser representada, en su forma más sencilla como:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

$y_t$ .- el valor de la serie en el tiempo  $t$ ;

$y_{t-1}$  para el tiempo  $t - 1$ ;

$a_0$ .- el parámetro de regresión, la ordenada al origen;

$a_1$ .- el parámetro asociado al valor de  $y_{t-1}$ ;

$\varepsilon_t$ .- es el valor de la componente aleatoria del modelo en el tiempo  $t$ .

Normalmente, para  $\varepsilon_t$  se asume que pertenece a una distribución normal con media cero y varianza  $\sigma^2$ , y los parámetros  $a_0$  y  $a_1$  se estiman mediante el método de máxima verosimilitud (resultando para este caso, equivalente al método de mínimos cuadrados). Este sencillo modelo es el primer paso para la construcción de modelos AR, de la familia de modelos ARIMA. La forma general de los modelos ARIMA se expresa como:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q}$$

Donde  $y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$ , son observaciones pasadas de las variables hasta  $p$  retardos, y  $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$  son  $q$  retardos del error. Los parámetros  $a_p$  y  $b_q$  se determinan mediante estimaciones por máxima verosimilitud (Samarasinghe, 2006). En adelante, para referirse al conjunto de modelos que pueden formar parte de la familia de modelos ARIMA, se mencionarán simplemente como “ARIMA”.

### 2.2.2.1 Elaboración de modelos ARIMA

En esta sección, se presenta una mención a los aspectos teóricos principales que caracterizan a los modelos ARIMA, según Guerrero (2009), basándose en las contribuciones de Box y Jenkins (1970).

Para la construcción de modelos de la familia ARIMA, se recomienda seguir una breve metodología, cuyo objetivo es lograr la mejor representación de la serie de tiempo, con el método mencionado. Se presenta en cuatro etapas:

1. Identificación, donde por medio del análisis de las características del comportamiento de la serie, se propone qué tipo de modelo del conjunto ARIMA es apropiado para representar la serie;
2. Estimación de los parámetros para el modelo elegido, donde se ponderarán los retardos de cada parte presente en el modelo;
3. Verificación o validación del modelo, donde se hace una serie de pruebas estadísticas o de análisis visual sobre el comportamiento de la serie, para determinar si los supuestos sobre los que se ha construido el modelo se cumplen, y por lo tanto, se puede pensar en un modelo lo suficientemente válido como representación del proceso que genera a la serie de tiempo estudiada.
4. Uso del modelo, donde una vez que se ha cumplido satisfactoriamente con los pasos anteriores, éste puede ser implementado para los fines para los cuales fue creado.

Con base en lo anterior, se presentan los diferentes tipos de modelo comprendidos en la metodología de Box y Jenkins:

Un proceso AR( $p$ ) puede ser representado como:

$$Z_t = (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)\mu + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

Donde:

$Z_t$ : es el valor de la serie para el tiempo  $t$ ;

$\phi_p$ : son los valores de los parámetros autorregresivos;

$\mu$ : es la media, nivel o valor esperado de la variable  $Z$ ;

$a_t$ : es la componente aleatoria para el tiempo  $t$ ;

$p$ : el número de periodos de retardo que toma en cuenta el modelo.

Cabe mencionar que  $E(Z_t) = \mu$  para toda  $t$ . La elaboración del modelo AR( $p$ ) en realidad consiste en una regresión lineal de la variable  $Z$ , con respecto a sus propios valores en periodos previos en el tiempo, ponderados por los parámetros  $\phi_1, \dots, \phi_p$ . Un proceso autorregresivo es factible únicamente si se cumple que la serie de tiempo es estacionaria. Que una serie sea estacionaria significa que sus valores tienen la misma distribución de probabilidad a lo largo del tiempo, es decir, que no existe una tendencia en los datos.

Para un proceso de medias móviles, se considera que el valor de la variable  $Z_t$ , es resultante de una suma ponderada de choques de la variable aleatoria  $a_t$ , alrededor de  $\tilde{Z}_t$ , donde  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ . Dichos choques son causados por eventos aleatorios, desconocidos y/o inesperados. Son independientes y se considera que siguen causando efecto durante una cantidad  $q$ , de periodos en el tiempo, ponderados por el parámetro  $\theta_t$ , según la magnitud del efecto sobre los valores de la serie. Si se considera que la serie de tiempo es generada por un proceso de medias móviles, ésta puede ser representada como:

$$\tilde{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

donde:

$\tilde{Z}_t$ : es la diferencia entre  $Z_t$  y  $\mu$ , de forma que la media y el valor esperado de  $\tilde{Z}_t$  son cero.

En un modelo de medias móviles MA( $q$ ), se puede modelar el valor de las variables  $a_t$ , como el conjunto de choques aleatorios ponderados mencionados anteriormente, sin que su valor dependa de una tendencia o de otros factores que modifiquen su distribución de probabilidad a través del tiempo. Así como para un modelo AR se requiere que la serie sea estacionaria, un modelo MA requiere que el proceso sea invertible. Esto significa que dado un polinomio de retraso:

$$\pi(B)\tilde{Z}_t = a_t$$

en donde

$$\pi(B) = -\pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots$$

y  $B$  es el operador de retraso tal que

$$B^k Z_t = Z_{t-k}$$

se cumple que la suma

$$\pi(x) = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i x^i$$

converge dentro o sobre el círculo unitario. Si la serie es invertible, se tiene certeza de que el proceso está determinado de manera única por su función de autocorrelación (FAC).

Una serie puede contar con características tanto autorregresivas, como de medias móviles. En este caso, la serie puede ser representada mediante un modelo que tome en cuenta ambos comportamientos; este modelo es el modelo ARMA(p,q), llamado también “autorregresivo y de medias móviles”. El modelo ARMA(p,q) se representa:

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = \theta(B)a_t$$

En donde  $\phi(B)$  y  $\theta(B)$  son polinomios de retraso de orden  $p$  y  $q$  respectivamente, es decir,

$$\tilde{Z}_t - \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} - \dots - \phi_p \tilde{Z}_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

En el caso de que la serie tenga alguna tendencia de carácter polinomial (que es la tendencia más común), se requiere la aplicación del operador diferencia a la serie, con lo cual se puede eliminar dicha tendencia y hacer estacionaria la serie. La aplicación de este operador da origen a los modelos ARIMA(p,d,q), donde la  $d$  representa el orden de la serie o número de veces que el operador diferencia  $\nabla^d$ , se ha aplicado a ésta.

La aplicación del operador  $\nabla^d$  a la serie significa calcular la diferencia entre los valores de la serie para cada periodo un número  $d$  de veces, con lo cual se puede eliminar la tendencia de la serie. En la práctica, para la mayoría de los casos no hace falta aplicar el operador más que una o dos veces, para eliminar la tendencia cuando ésta se presenta. Cuando es el caso, se construye entonces el proceso estacionario  $\tilde{W}_t$ , en donde:

$$\tilde{W}_t = \nabla^d \tilde{Z}_t, \text{ para toda } t.$$

De esta manera, el modelo puede escribirse como:

$$W_t - \phi_1 W_{t-1} - \dots - \phi_p W_{t-p} = \theta_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

### 2.2.2.2 Función de autocorrelación (FAC) y función de autocorrelación parcial (FACP)

En el proceso de identificación del modelo que representa el comportamiento de la serie, se hace uso de las FAC y FACP del proceso, con las que se puede identificar modelos para representar a la serie, dado que presentan comportamientos propios de estacionariedad, no-estacionariedad (tendencia), estacionalidad, etc.

La función de autocorrelación es una medida de la influencia que ejerce una variable sobre sí misma en periodos desfasados de tiempo. Sus valores comprenden en el rango de  $[-1,1]$ , donde valores cercanos a 1 significan que existe una fuerte correlación, con lo cual se entiende que el valor de la variable es fuertemente influenciada por el valor que tuvo  $k$  periodos atrás, mientras que valores cercanos a cero indican que no existe ninguna correlación entre estos valores.

La FAC es utilizada en forma muestral, lo que significa que para los datos obtenidos se puede obtener una gráfica un tanto diferente a la que se obtendría en forma teórica para un modelo dado. Usualmente se analiza gráficamente, y la gráfica (y cálculos) pueden obtenerse fácilmente con diversos software estadísticos. Por ejemplo, para identificar si la serie pertenece a un proceso AR(p), se espera que la correlación para 1 periodo de retardo sea la mayor, para después irse reduciendo y converger hasta el valor cero.

La función de autocorrelación parcial se utiliza en forma similar a la FAC, con la diferencia de que mientras que la FAC toma en cuenta cierta influencia acumulada por varios retardos, la FACP mide la influencia exacta que el valor de cada retardo, ejerce sobre la variable, sin tomar en cuenta la influencia de los demás periodos. Un ejemplo claro de su utilidad, es la rápida identificación de estacionalidad en la serie, ya que si esta es cuatrimestral, semestral o anual, el valor de la FACP sería significativo para 4, 6 y 12 periodos de retardo, respectivamente. En la tabla 2.2, se presenta el comportamiento esperado para las FAP y FACP, según el subconjunto de modelos ARIMA al que pertenecen.

Proceso	FAC	FACP
AR(p)	Convergencia a cero, con comportamiento indicado por la ecuación: $\phi(B)\rho_k = 0$ , para $k \geq p$ .	Solamente las primeras $p$ autocorrelaciones parciales son distintas de cero.
MA(q)	Sólo las primeras $q$ autocorrelaciones son distintas de cero.	Sucesión infinita convergente a cero.
ARMA(p,q)	Comportamiento irregular de las primeras $q$ autocorrelaciones y después convergencia a cero de acuerdo con $\phi(B)\rho_k = 0$ , para $k > q$ .	Sucesión infinita convergente a cero.

**Tabla 2.2 Comportamiento de la FAC y FACP para procesos AR, MA y ARMA.**

**Fuente: Guerrero (2009, p. 120).**

### 2.2.2.3 Validación de modelos ARIMA

Para tener una mayor confianza de que los modelos desarrollados son una representación de la realidad lo suficientemente útil, basándose en las necesidades de la investigación, éstos deben ser validados de alguna forma. Para el desarrollo de modelos ARIMA, Box y Jenkins (1970), sugieren que después de la identificación del modelo y sus parámetros, se lleve a cabo un paso de verificación. Guerrero (2009) propone algunos métodos para verificar que se cumplan los supuestos de  $a_t$  (tienen media cero, varianza constante, son mutuamente independientes y están distribuidas normalmente), bajo los cuales se construyen los modelos ARIMA:

Supuesto 1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

Este supuesto se verifica calculando la media aritmética y la desviación estándar muestral de los residuos

$$m(\hat{a}) = \sum_{t=t'}^N \hat{a}_t / (N - d - p)$$

$$\hat{\sigma}_a = \sqrt{\sum_{t=t'}^N [\hat{a}_t - m(\hat{a})]^2 / (N - d - p - q)}$$

$$t' = d + p + 1$$

Si  $\left| \sqrt{N - d - p} \frac{m(\hat{a})}{\hat{\sigma}_a} \right| \geq 2$ , se puede decir que no hay evidencia de que la media del proceso de ruido blanco sea distinta de cero y no se rechaza el supuesto; si por lo contrario, el cociente es mayor que 2, entonces la media de los residuos es significativamente distinta de cero, con lo que se entiende que el supuesto no se cumple y se tiene que corregir la serie.

Supuesto 2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante.

Se recomienda hacer una gráfica de los residuos a través del tiempo, para identificar el comportamiento de la varianza residual, para determinar si ésta es o no constante. El hecho de no utilizar un método analítico para esta verificación, se justifica por la idea de que sólo las violaciones muy notorias de este supuesto, son las que realmente llegan a causar problemas. En la gráfica, se busca visualmente evidencia de que el comportamiento de la varianza cambia a través del tiempo (que sea creciente, decreciente o no monótona).

Supuesto 3. Las variables aleatorias  $\{a_t\}$  son mutuamente independientes.

Independencia implica no-autocorrelación, por lo que se puede calcular la FAC muestral de los residuos  $\{r_k(\hat{a})\}$ , que para una media de cero, es:

$$r_k(\hat{a}) = \frac{\sum_{t=t'}^{N-k} \hat{a}_t \hat{a}_{t+k}}{\sum_{t=t'}^N \hat{a}_t^2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\sqrt{\widehat{var}[r_k(\hat{a})]} = 1/\sqrt{N-d-p}$$

Con  $t' = d + p + 1$ . Si  $|r_k(\hat{a})| \geq 2/\sqrt{N-d-p}$ , se puede aceptar que las autocorrelaciones, para cada  $k$  son distintas de cero.

Como la anterior prueba no es lo suficientemente certera para retrasos donde  $k \leq 3$ , es conveniente calcular el estadístico  $Q$  de Box y Pierce, mejorado posteriormente por Ljung y Box (1978)<sup>3</sup>, que resulta en la siguiente expresión:

$$Q' = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{a}) / (N-d-p-k)$$

donde  $Q'$  sigue aproximadamente una distribución ji-cuadrada con  $K-p-q$  grados de libertad, para  $K > 20$ , por lo que el valor de  $Q'$  debe ser comparado con valores de tablas de ji-cuadrada, con sus correspondientes grados de libertad.

Supuesto 4.  $a_t$  tiene una distribución normal, para toda  $t$ .

Aunque por facilidad, Guerrero (2009), propone también pruebas para verificar este supuesto, para este estudio se eligió realizar pruebas de bondad de ajuste, dado que también son fáciles de realizar y brindan conclusiones lo suficientemente confiables para esta aplicación. Las pruebas de bondad de ajuste elegidas son la Ji-cuadrada y la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Las pruebas mencionadas se llevan a cabo para probar la bondad de ajuste entre la muestra de residuos  $\hat{a}$  y una distribución  $N(0, \hat{\sigma}_a)$ .

Supuesto 5. No existen observaciones aberrantes.

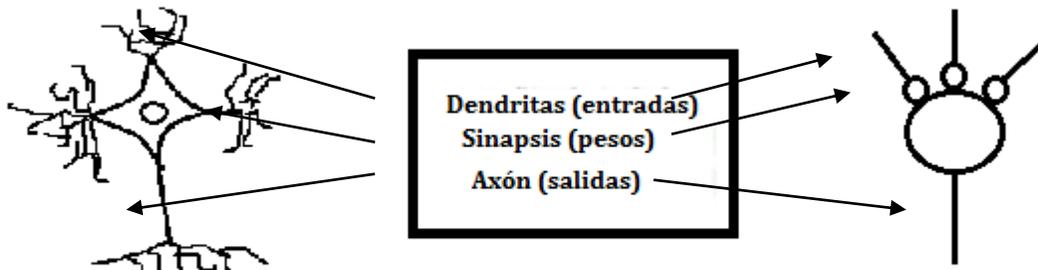
De nuevo se sugiere que se utilice la gráfica de residuos contra el tiempo. Si se encuentran valores fuera de los límites de control  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ , se puede sospechar que dicha observación está

<sup>3</sup> Ljung y Box modificaron el cálculo del estadístico  $Q$ , por considerar que éste no era lo suficientemente apropiado en todos los casos.

dentro del aproximado 2.0% que según la distribución normal, cabría esperar dentro de las observaciones, o que la observación se debe a factores externos y atípicos, ajenos a los modelados.

### 2.2.3 Redes Neuronales artificiales

Las redes neuronales artificiales (RNA) son una rama de la Inteligencia Artificial, inspirada en funciones biológicas cerebrales, como son la ramificación y sinapsis neuronales. Este método trata de resolver problemas no algorítmicos a partir de la experiencia almacenada como conocimiento. El proceso de comunicación entre las neuronas se da cuando una neurona es estimulada, se excita hasta cierto nivel (umbral), momento en el cual el axón envía un estímulo a otra neurona, que a su vez pasa por el mismo proceso, repitiéndose sucesivamente a través de las neuronas que conforman la red, logrando así la comunicación entre diferentes partes del sistema nervioso, transformando una entrada en una salida, o un estímulo en un pensamiento o respuesta. Las RNA presentan una alternativa de solución a problemas que no encuentran solución de forma algorítmica, sino que hacen uso de cierta “experiencia” para encontrar soluciones (Matich, 2001).



**Figura 2.1 Comparación entre una neurona biológica (izquierda) y una artificial (derecha). Basado en el diagrama presentado por Matich, 2001.**

Según Matich (2001), Las redes neuronales artificiales ofrecen numerosas ventajas como:

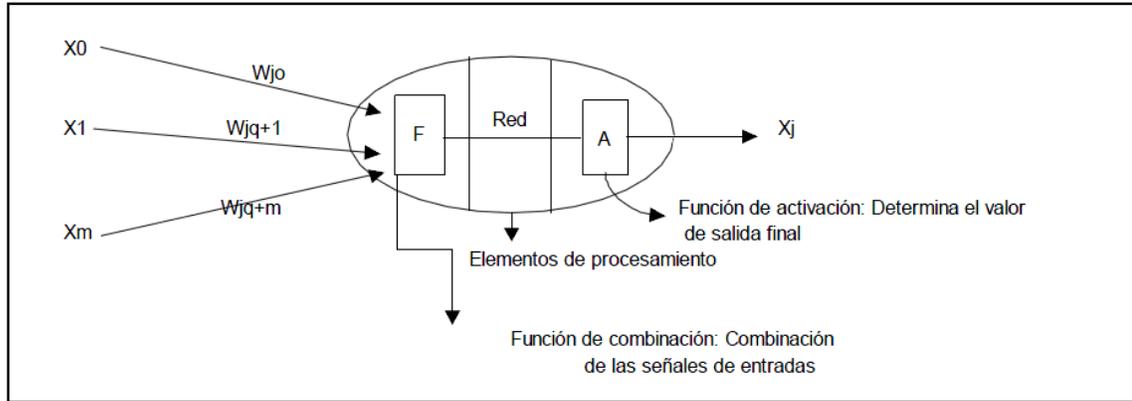
- Aprendizaje Adaptativo. Las redes neuronales son capaces de aprender a resolver cierto tipo de problemas luego de un entrenamiento apropiado. Este proceso consiste en una ponderación de pesos de las conexiones de la red, es decir, durante el entrenamiento se fortalecen o se debilitan las relaciones entre las neuronas, de forma que le da más importancia a los aspectos que tuvieron más influencia durante el aprendizaje. Además, en ciertos casos, la red puede seguir aprendiendo después del proceso de entrenamiento. Ya que no existen modelos predefinidos, el modelador sólo determina la arquitectura y el método de entrenamientos ideales para solucionar el problema;

- Auto-organización. Tras el proceso de aprendizaje, las redes pueden responder apropiadamente cuando son sometidas a estímulos que no formaron parte del aprendizaje, es decir, son capaces de interpolar y extrapolar el comportamiento esperado para ciertas entradas a las que no han sido expuestas anteriormente;
- Tolerancia a fallos. Esta cualidad se refiere a ventajas computacionales. Mientras que un algoritmo compilado sufre una caída repentina del sistema cuando se expone a entradas no contempladas o tiene falta de disponibilidad de algún módulo o sector de memoria en el sistema, las redes neuronales son capaces de reponerse de entradas incompletas, distorsionadas o inesperadas, o de la falta de algún elemento de la red (por ejemplo, si se pierde alguna neurona o conexión existente. Aunque el rendimiento de la red se ve reducido si se expone a los problemas mencionados, es capaz de seguir trabajando con cierto rango de efectividad;
- Operación en tiempo real. Si se requiere que el procesamiento de las entradas de la red sea rápido, una vez implementada, la red cumple con sus funciones en forma veloz. En la gran mayoría de los casos, el mayor tiempo invertido en la operación de la red, es su entrenamiento, no en el procesamiento de entradas.

### 2.2.3.1 Estructura

Las redes neuronales artificiales básicamente están formadas por tres tipos de capas: la de entrada, la oculta y la de salida. Cada una de estas capas puede tener diferentes números de neuronas (nodos), además de que la capa oculta puede estar formada a su vez de varias capas, donde se realiza el procesamiento de entradas que dará lugar a las salidas. La configuración de estas capas y las conexiones entre sus neuronas es la llamada “arquitectura de la red”. Cada neurona tiene un cierto número de entradas  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ , las cuáles estimulan a la neurona y resultan en una salida  $(X_j)$ , cuyo valor depende de la función de activación de la neurona.

Cada  $X_j$  es transmitida a otras neuronas, aunque su valor no será el mismo al entrar en cada una de éstas, ya que a cada conexión entre neuronas se le asigna un peso, el cuál pondera la proporción en la que  $X_j$  será transmitida a la nueva neurona. Estos pesos son nombrados  $W_{j0}, \dots, W_{jq+m}$ .



Kornilov, A.R. *Intelligent technologies new opportunities for modern industry. Information Technology. 1997; 3:1-14.*

**Figura 2.2 Diagrama de una neurona artificial (Kornilov, 1997).**

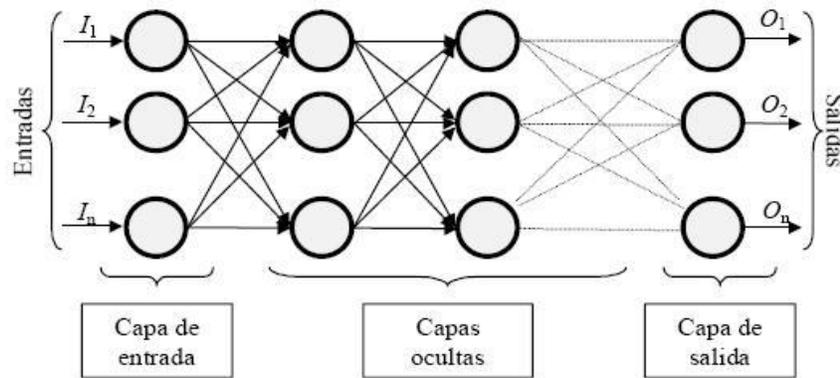
Los pesos  $W_j$  se asignan durante el periodo de entrenamiento de la red. Con base en un algoritmo de entrenamiento, a la red se le van presentando entradas con sus respectivas salidas deseadas. Los pesos van cambiando de forma que se va reduciendo la diferencia entre las salidas deseadas y las reales. Cuando los pesos adquieren un valor constante, la red ha terminado su entrenamiento y se dice que ha aprendido.

Existen diversas arquitecturas para las redes, y se clasifican según tres criterios:

- 1) Número de niveles o capas;
- 2) Número de neuronas por nivel;
- 3) Formas de conexión.

La selección del tipo de arquitectura que se implementa para la red, depende de la naturaleza del problema a solucionar. Se han estudiado diversos tipos de arquitecturas, aplicados a diferentes tipos de problemas, como de clasificación, reconocimiento, filtrado, pronóstico, etc., cada uno con diferentes requerimientos en la arquitectura de la red (Sotolongo & Guzmán, 2001).

En la siguiente figura se muestra la arquitectura de una RNA clásica con variables de entrada, dos capas de neuronas intermedias y una capa de salidas, todas ellas conectadas entre sí.



**Figura 2.3 Red Neuronal Artificial completamente conectada (Matich, 2001).**

### 2.2.3.2 Función de entrada

Para manejar las entradas de una neurona, se calcula, a partir del vector de entrada  $(in_{i1}, in_{i2}, \dots, in_{in})$  y del vector de pesos  $(w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in})$ , una sola entrada para la neurona  $i$ , para la cual cada valor de entrada es multiplicado por el respectivo peso de la conexión entre la neurona que transmite y la que recibe la información. Esta entrada unificada para la neurona, recibe el nombre de función de entrada global, la cual puede expresarse como:

$$input_i = (in_{i1} \cdot w_{i1}) * (in_{i2} \cdot w_{i2}) * \dots * (in_{in} \cdot w_{in})$$

Donde: \* representa al operador apropiado (por ejemplo: máximo, suma, producto, etc.),  $n$  al número de entradas a la neurona  $N_i$  y  $w_i$  al peso.

### 2.2.3.3 Función de activación

En las neuronas reales, el impulso eléctrico se transmite de una neurona a otra, sólo si la primera es lo suficientemente estimulada para activarse. Esto puede traducirse en que dichas neuronas están en un estado pasivo, con valor 0, mientras no han sido lo suficientemente excitadas para activarse, mientras que cuando el estímulo ha sido suficiente, la neurona se encuentra activa y podría decirse que con un valor de 1, ya que está transmitiendo información a más neuronas. En las neuronas artificiales se lleva a cabo un proceso similar. Para controlarlo, cada neurona tiene una función de activación, con la cual se determina si se transmite o no un valor de la salida a aquellas neuronas con las cuáles exista una conexión. Se puede tener una función de activación similar a la de las neuronas reales, asignándole a ésta valores de (0,1) o de (-1,1), para una neurona activa (1) o inactiva (-1 o 0). Las funciones de activación más utilizadas son la lineal, la sigmoideal y la tangente hiperbólica. La función activación, es una función de la entrada global menos el umbral:  $(gin_i) - (\xi_i)$ .

#### 2.2.3.4 Función de salida

La función de salida de la neurona  $i$ , es la que determina qué valor ( $out_i$ ) será transmitido a las demás neuronas, dependiendo éste tanto del valor de entrada, como de si la función de activación de la neurona indica que la neurona está activa, y en consecuencia, transmitirá su salida a otras neuronas. Lo normal es que los valores de salida tengan como rango  $[0, 1]$  o  $[-1, 1]$ , o que incluso la salida sea binaria.

Dos de las funciones de salida más comunes son:

i. Función identidad: este es el tipo de función más sencillo, tal que la salida es la misma que la entrada;

ii. Binaria:  $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } act_i \geq \xi_i \\ 0 \text{ en otro caso} \end{array} \right.$ , donde  $\xi_i$  es el umbral

#### 2.2.3.5 Modelos de aprendizaje para redes neuronales artificiales

El aprendizaje en las redes neuronales artificiales se da mediante el entrenamiento; este entrenamiento en las neuronas artificiales es el proceso mediante el cual se definen los pesos de las conexiones entre éstas, con lo cual se logra que dado un conjunto de entradas, se obtenga la salida deseada o una buena aproximación a ésta. El proceso consiste en modificar los pesos de las conexiones entre neuronas, iterativamente, mientras a la red se le suministran entradas con sus respectivas salidas conocidas; el entrenamiento termina cuando se logra minimizar o eliminar la diferencia entre las salidas deseadas y las reales (Basogain Olabe, 2008). A continuación se mencionan los diferentes tipos de aprendizaje en las RNAs:

#### 2.2.3.6 Aprendizaje Hebbiano

Samarasinghe (2006), resume la propuesta presentada por Donald Hebb en 1949, con respecto al entrenamiento de las redes neuronales artificiales, y otros métodos de aprendizaje. El método propuesto por Hebb, es conocido como aprendizaje Hebbiano. Hebb construyó su técnica sobre las afirmaciones de que la información de la red es almacenada en las conexiones entre las neuronas mediante sus pesos; el cambio de estos pesos es proporcional al producto de sus valores de

activación, con lo que se puede formular matemáticamente que mientras mayor sea la relación entre las dos neuronas, más se incrementa el peso de su conexión.

El aprendizaje Hebbiano puede ser expresado de la siguiente manera: si dos neuronas tienen activaciones o salidas  $x$  y  $y$ , y si  $x$  excita a  $y$ , la fuerza de conexión entre ellas se incrementa. Entonces, el cambio de peso entre dos neuronas,  $\Delta w$ , es proporcional al producto de  $x$  y  $y$ , como se muestra:

$$\Delta w \propto x \cdot y;$$

donde el símbolo  $\propto$  denota proporcionalidad, la cual puede ser removida utilizando un coeficiente  $\beta$ , con lo cual:

$$\Delta w = \beta x \cdot y;$$

el nuevo valor del peso  $w_{nuevo} = w_{viejo} + \Delta w = w_{viejo} + \beta x \cdot y$ ;

donde:

$w_{viejo}$ : es el valor inicial del peso, previo al aprendizaje;

$w_{nuevo}$ : es el valor actualizado del peso de la conexión;

$\Delta w$ : es el cambio en el peso de la conexión;

$\beta$ : es la tasa de aprendizaje, velocidad a la que se da el aprendizaje.

Lo mismo aplica para las conexiones en las cuales una neurona inhibe a otra y el peso de la conexión disminuye. Iterativamente, éste método logra obtener el valor requerido de los pesos, para conseguir las salidas deseadas.

### *2.2.3.7 Aprendizaje competitivo o no-supervisado*

Este aprendizaje se llama no-supervisado debido a la ausencia de influencia externa, en el aprendizaje, es decir, utiliza las capas ocultas de la red para su entrenamiento, no la capa de salidas. Es competitivo debido a que cuando una neurona recibe una señal de entrada, toma en cuenta la señal más fuerte recibida y fortalece la conexión por la que ésta llegó, debilitando el resto de las conexiones. Por lo tanto, las capas ocultas determinan el peso de las conexiones y a su vez, la salida se genera mediante el procesamiento en estas capas. Mediante este tipo de entrenamiento se logra que cada neurona aprenda a responder al tipo de señal que recibieron, para con el tiempo aprender a reaccionar de diferentes maneras, con respecto al tipo de entrada que están recibiendo.

### 2.2.3.8 Aprendizaje supervisado

Este aprendizaje involucra la salida de la red, como indicador del desempeño que se tiene con la relación entre entradas y procesamiento para cada iteración:

- Aprendizaje forzado.- se da cuando se presentan entradas a una capa de neuronas, una neurona es forzada a activarse para brindar la salida correspondiente a las entradas. Las neuronas que alimentan a esa neurona, también aumentan su fuerza de conexión, y con el tiempo, la neurona aprende a responder correctamente a ese patrón de entrada.
- Aprendizaje reforzado.- La red recibe retroalimentación acerca de si la salida es positiva o negativa y utiliza esta información para mejorar su respuesta a través del tiempo. Estos dos métodos implican aprendizaje Hebbiano.
- Aprendizaje por corrección de errores.- se le suministran los valores de entrada y de salida a la red; los valores de los pesos de las conexiones van variando hasta que la diferencia entre la salida deseada y real se vuelva aceptable. De esta idea se han generado varios métodos, más complejos y poderosos que el aprendizaje Hebbiano.

### 2.2.3.9 Aprendizaje con la regla delta

La regla delta es un método popular, por medio del cual se busca reducir el error en las salidas de una neurona. En una neurona lineal, se calcula la entrada neta  $u$  y la salida  $y$  como:

$$u = w_1x$$

$$y = u = w_1x;$$

El error  $E$  es:

$$E = t - y = t - w_1x;$$

Y el error cuadrado  $\varepsilon$  para un patrón de entrada es:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}E^2 = \frac{1}{2}(t - w_1x)^2;$$

Se seleccionó el cuadrado del error como indicador ya que no toma en cuenta su signo. La fracción de  $\frac{1}{2}$  es arbitraria y utilizada por conveniencia matemática al derivar la función en la búsqueda de los mínimos del error en cuestión. Esta medición se lleva a cabo después de cada evento de entrada:

$$\frac{d\varepsilon}{dw_1} = \frac{2}{2}(t - y)(-x) = -Ex;$$

Con esto se obtiene la magnitud y la dirección del gradiente del error, por lo que se sabe entonces que hay que moverse en el sentido contrario, para minimizar el error lo más rápidamente posible. Entonces, el cambio de peso resulta:

$$\Delta w_1 \propto Ex;$$

Y añadiendo la tasa de aprendizaje, mencionada anteriormente:

$$\Delta w_1 = \beta Ex;$$

La tasa de aprendizaje determina, qué tan lejos en el sentido contrario del gradiente es necesario moverse para fijar los nuevos pesos. El nuevo peso después de la  $i$ -ésima iteración se puede expresar como:

$$w_1^{i+1} = w_1^i + \Delta w_1 = w_1^i + \beta Ex;$$

Usando la misma lógica, es posible extender esta idea para una neurona con múltiples entradas con una entrada sesgada; los nuevos pesos serían:

$$w_0^{i+1} = w_0^i + \beta E$$

$$w_j^{i+1} = w_j^i + \beta x_j E;$$

donde  $w_0$  es el peso sesgado y  $w_j$  es el peso correspondiente a la entrada  $x_j$ .

#### 2.2.3.10 Neuronas lineales para clasificación lineal y predicciones

Una red neuronal lineal es capaz de realizar clasificaciones y aproximaciones lineales. Esto se debe al hecho de que por la linealidad, tanto las entradas y salidas, como el procesamiento que se lleva a cabo en las neuronas, poseen valores continuos. La salida es una suma ponderada de las entradas.

Para un patrón de entrada dado  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , con sus correspondientes pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , y una entrada positiva con su correspondiente peso, la neurona primero calcula la entrada neta  $u$  como:

$$u = \sum_1^n w_1 x_1 + w_0 = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + w_0 ;$$

La transformación lineal resulta:

$$y = u;$$

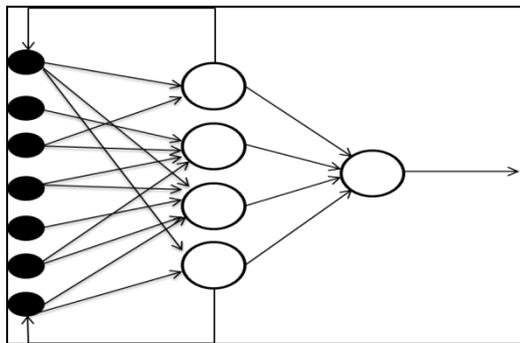
Entonces, la salida puede verse como un modelo lineal:

$$y = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n + w_0;$$

Así, la neurona lineal es análoga a múltiples modelos de regresión lineal en estadística, donde  $w_0$  sería la ordenada al origen.

### 2.2.3.11 Redes neuronales artificiales para pronósticos con series de tiempo

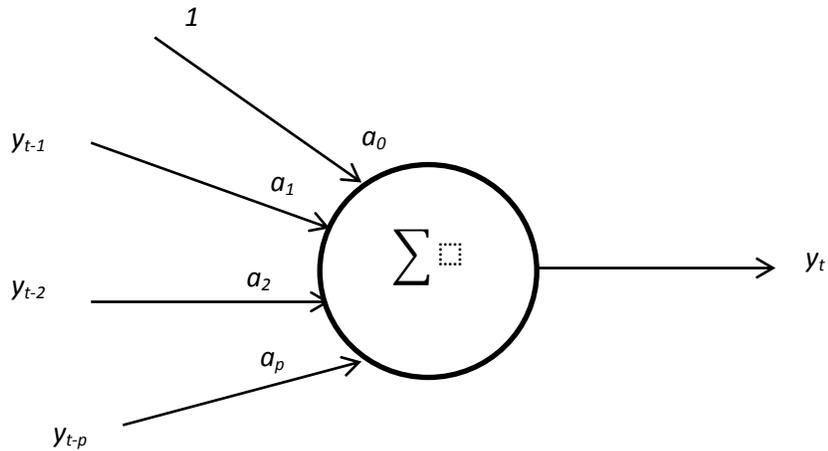
Dentro de las aplicaciones que tienen las redes neuronales artificiales, está la de predicción de valores o aproximación de funciones. Su aplicación en el caso de la obtención de pronósticos es de especial importancia en el desarrollo del presente estudio. Su pronóstico puede funcionar de forma un tanto similar a otros modelos de series de tiempo, ya que utilizan una o más entradas para realizar el pronóstico del siguiente periodo; estas entradas pueden ser retardos de la serie o factores externos que afectan directamente a los valores de la variable a pronosticar. Dos modelos famosos de redes neuronales para el pronóstico de series de tiempo son las redes de Jordan y las redes de Elman (Samarasinghe, 2006). Estas redes contienen conexiones de retroalimentación que ayudan a capturar los efectos temporales.



**Figura 2.4 Estructura de una red neuronal artificial con retroalimentación. Elaboración propia, basada en Samarasinghe, 2006.**

### 2.2.3.12 Pronósticos lineales con redes neuronales artificiales

Dadas las características de los modelos lineales de series de tiempo y las redes neuronales artificiales lineales, se pueden generar modelos equivalentes. Por ejemplo, para un modelo AR, con ecuación general  $Z_t = \mu + \phi_1y_{t-1} + \phi_2Z_{t-2} + \dots + \phi_pZ_{t-p} + a_t$ , tendría su ecuación neuronal equivalente  $y_t = w_0 + w_1y_{t-1} + w_2y_{t-2} + \dots + w_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ , el modelo neural equivalente se muestra en la figura 2.5.



**Figura 2.5 Modelo neuronal lineal AR. Elaboración propia, basada en Samarasinghe, 2006.**

Los parámetros se determinan analíticamente para el modelo AR y mediante el proceso de aprendizaje para el modelo RNA. La neurona lineal entrenada puede predecir el valor de la siguiente observación  $y_t$ , y su predicción debe de ser idéntica a la del modelo ARIMA si los parámetros resultan ser los mismos.

Una ventaja al utilizar redes neuronales artificiales, es que mediante el uso de software se vuelve sencillo el manejo indistinto de redes lineales y redes no-lineales. Si en la serie de tiempo en estudio existen relaciones no-lineales, los modelos ARIMA serán capaces de capturar únicamente las relaciones lineales dentro de la serie, mientras que las redes neuronales artificiales no-lineales serán capaces de capturar también las relaciones no-lineales de la serie, con lo que se espera un mejor pronóstico con éstas (Samarasinghe, 2006).

### 2.2.3.13 Pronósticos no-lineales con redes neuronales artificiales

Mientras que los modelos lineales representan relaciones lineales entre las observaciones, las redes neuronales pueden describir una relación no-lineal entre ellas. Esto se puede describir como:

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}) + \varepsilon_t$$

donde  $f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$  es una función no-lineal de las observaciones previas a  $t$ , hasta  $p$  periodos pasados. Esta función se puede representar mediante redes neuronales. (Samarasinghe, 2006). Una arquitectura diseñada especialmente para la obtención de pronósticos de series de tiempo es la arquitectura NARX (red no-lineal autorregresiva exógena). Esta red incluye retardos dentro de su misma arquitectura y se tiene la posibilidad de incluir influencias externas en el modelo. La ecuación de la red es:

$$y(t) = f(y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n_y))$$

donde  $n_y$  es el número de retardos que se toman en cuenta para el modelo (MathWorks, 2014).

Con base en la revisión de fuentes, se construyó un marco teórico sobre el cual se sustentará la elaboración de modelos y el porqué de la elección de cada una de las técnicas mencionadas, en busca de los mejores resultados en cuanto a pronósticos de demanda, para su posterior evaluación en cuanto a factibilidad de implementación.

#### 2.2.4 Modelos híbridos, ARIMA y redes neuronales artificiales

Zhang (2003), propuso combinar los modelos ARIMA, que son capaces de representar las relaciones lineales entre las variables y parámetros del modelo, con modelos de redes neuronales artificiales, capaces de capturar las relaciones no-lineales encontradas en el comportamiento de las variables a pronosticar. Esta propuesta se basa en la idea de que es difícil determinar si una serie de tiempo tiene un comportamiento lineal o no-lineal, de forma que la red neuronal artificial podría identificar la parte del proceso que el ARIMA no identifica, y que explicaría un porcentaje de la diferencia entre los valores obtenidos por el modelo ARIMA y los valores reales obtenidos para la serie de tiempo.

Por lo tanto, Zhang (2003), propone que el pronóstico puede ser obtenido como:

$$y_t = L_t + N_t$$

donde  $y_t$  es el valor de la serie en el tiempo  $t$ ,  $L$  es la parte lineal de la serie y  $N$  la parte no lineal.

Para el caso de una estimación (pronóstico), éste se armaría de la siguiente forma:

$$\hat{y}_t = \hat{L}_t + \hat{N}_t$$

donde  $\hat{L}_t$  es estimada por el modelo ARIMA y  $\hat{N}_t$  es estimada por el modelo de redes neuronales artificiales.

Las redes neuronales son incorporadas al modelo, mediante la modelación del comportamiento de los residuos entre el modelo ARIMA y los valores reales obtenidos de la serie.

### 2.3 Metodología de la investigación

En busca de encontrar soluciones factibles al problema del presente estudio, teniendo como objetivo principal la obtención de herramientas de estimación de demanda de refacciones para automóvil más precisas que las disponibles actualmente, con el uso de la Investigación de

Operaciones como principal medio para conseguir los fines mencionados, se considera importante seguir una serie de pasos (no necesariamente secuenciales), que estructuren el curso de las actividades durante esta investigación.

### 2.3.1 Alcance

El problema que motiva la elaboración de la tesis es el desarrollo de modelos que sirvan para pronosticar la demanda en periodos futuros con base en los datos históricos registrados para un producto. Se puede acotar aún más la investigación a unos cuantos casos específicos que se consideren representativos de la problemática presente en la variabilidad de la demanda de refacciones para automóvil. Los pronósticos obtenidos con el estudio pueden aplicarse para realizar cálculos para determinar la EOQ (*economic order quantity* o cantidad económica de pedido, en español), cálculo que se ha decidido excluir del estudio, ya que el objetivo principal es el de modelación de demanda y no el de reducción de costos, que además complicaría el desarrollo de la investigación.

Con el estudio, se busca:

- Obtener pronósticos de demanda mediante modelos típicos de series de tiempo;
- Obtener pronósticos de demanda mediante modelos AR, MA, ARMA y ARIMA;
- Comparar el rendimiento de las herramientas habituales con el de las redes neuronales artificiales y con modelos combinados ARIMA+RNA;
- Explicar el porqué de las diferencias o similitudes encontradas en los resultados arrojados por las herramientas habituales y las redes neuronales artificiales.

El estudio se realizará con cierta información existente, útil y necesaria para la elaboración de modelos. Dicha información se obtendrá de fuentes internas a la empresa sobre la cual recae el estudio, asumiéndose que ésta es veraz y precisa, ya que el análisis de estos parámetros queda fuera del alcance de la investigación. La información mencionada, utilizada directamente en la metodología comprende:

- Un listado de todos los SKUs manejados por la empresa, con sus descripciones;
- Las cantidades vendidas mensualmente para cada SKU;
- Los tiempos promedio que conforman el *lead time* para cada producto.

Además, resulta conveniente mencionar que la investigación abarca la recolección de información, generación de modelos, obtención de resultados y análisis de resultados. La implementación y utilización continua de los modelos generados, queda fuera de los objetivos de este estudio.

### 2.3.2 Actividades

Para desarrollar la investigación se han planteado ciertas actividades o fases, basándose en la metodología de la Investigación de Operaciones, adecuándola a los recursos y características del problema con el que se trabajará. Dichas actividades, conformando una metodología, se ilustran en la figura 2.6, descrita punto por punto posteriormente.

Por la forma en que se capitula la tesis, los pasos de definición del problema, definición de objetivos e investigación bibliográfica, ya han sido cubiertos y descritos hasta este punto. En los siguientes párrafos, se brinda una breve descripción de los pasos de la metodología.

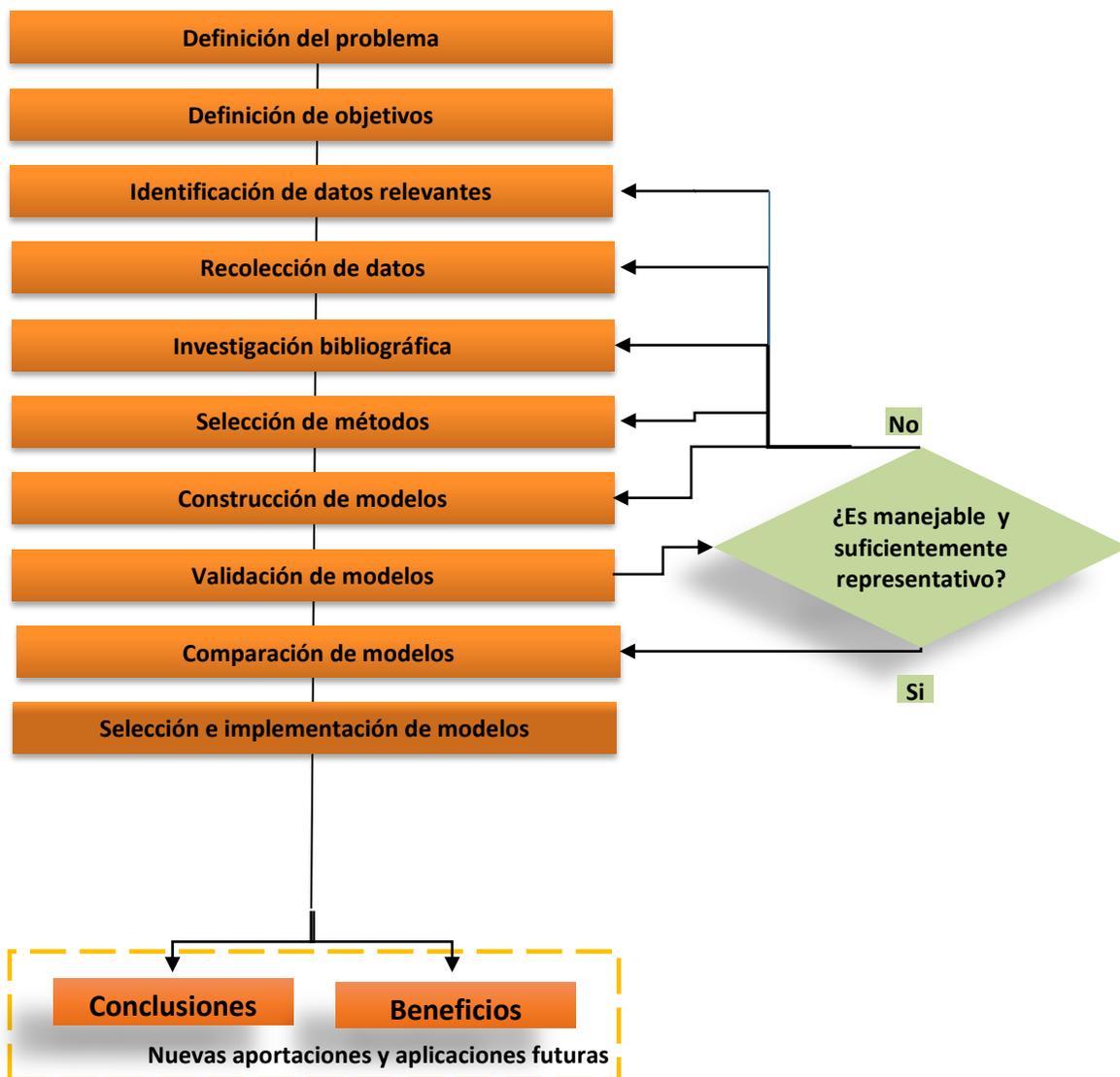


Figura 2.6 Diagrama de la metodología seguida en la investigación. Elaboración propia.

- Selección de métodos: En esta fase se analizan las diferentes alternativas que se tienen para resolver el caso de estudio con base en una revisión de la literatura y una evaluación de los requerimientos para el cumplimiento de los objetivos de la investigación. Se buscaron herramientas para pronosticar las demandas aleatorias que caracterizan al problema en estudio y se eligió trabajar con series de tiempo y redes neuronales por su capacidad para realizar esta tarea;
- Identificación de datos relevantes: Conociendo los métodos o herramientas de modelación que serán útiles en la búsqueda de soluciones para el problema, se determinan las variables y parámetros con las que se trabajarán. Esto incluye distinguir las variables dependientes de las independientes y las relaciones entre éstas;
- Recolección de datos: Una vez identificados los parámetros y variables con que trabajarán los modelos, se establece una técnica o estrategia para la obtención de estos. Para la presente investigación se dispone de una base de datos que contiene información acerca de cada SKU utilizado por la empresa. Se utilizan datos mensuales registrados desde enero de 2011 hasta febrero de 2014;
- Construcción de los modelos: Una vez que se tienen definidos los métodos o herramientas para modelar la demanda, y además se cuenta con los valores de los parámetros y variables necesarios, se desarrollan los modelos utilizando software apropiado para su construcción, por ejemplo: Microsoft Excel y Palisade NeuralTools. La elaboración de los modelos se sustenta con la bibliografía apropiada, de manera que se tenga un respaldo bibliográfico que apoye el uso de las herramientas seleccionadas y que indique su correcta utilización para la búsqueda de soluciones al problema planteado;
- Validación de los modelos: Para validar los modelos ARIMA, se utiliza una metodología propuesta por Guerrero (2009), expuesta en el capítulo 2. Se considera que el modelo ha sido validado si es manejable y representa en medida suficiente la realidad del problema que para este caso sería que los pronósticos tengan la precisión esperada;
- Comparación de modelos: Una vez que se han validado los modelos, se comparará entre ellos la precisión de sus pronósticos;
- Selección e implementación de modelos: Se elegirá el modelo más confiable para utilizarse en las siguientes fases de la investigación. La implementación consiste en utilizar el modelo seleccionado para evaluar los escenarios para la investigación;

- Beneficios: se puede estimar cuál sería el beneficio económico o práctico de implementar el uso del modelo seleccionado, así como la factibilidad y conveniencia de la implementación de uno u otro modelo en la práctica;
- Conclusiones: Se resumirá el conocimiento, experiencia y apreciaciones adquiridas durante el desarrollo de la investigación y análisis de resultados, así como la utilidad que se encontró al estudio y su posible utilización.

## 2.4 Métodos de modelación

Es conveniente detallar la metodología a seguir en el desarrollo de los modelos seleccionados después de la revisión de la bibliografía.

### 2.4.1 Modelos clásicos de series de tiempo

Los modelos clásicos de series de tiempo fueron elaborados basándose en las fórmulas revisadas en el capítulo 2.2.1. Para cada pieza estudiada se realizaron los siguientes modelos:

1. Promedio: el pronóstico del valor en el siguiente periodo (periodo  $t$ ), es igual al valor del promedio de demandas hasta el periodo  $t - 1$ ;
2. Promedios móviles: el pronóstico del valor en el periodo  $t$ , es igual al valor del promedio de demandas durante los últimos  $n$  periodos, donde se manejaron valores de  $n$  de 1 hasta 6;
3. Suavizado exponencial: se seleccionó el mejor pronóstico para cada serie. Después se calculó el mejor valor de  $\alpha$  con el complemento de Microsoft Excel, Solver®.

### 2.4.2 Modelos de series de tiempo de Box y Jenkins

Debido a que la metodología de modelación sugerida por Box y Jenkins (1970), requiere cierto nivel de detalle, se expusieron sus principales fundamentos en el punto 2.2.2, del marco teórico. Para la elaboración de los modelos, el software JMP® calcula los parámetros óptimos para el conjunto de modelos que se le solicite, por lo que se calcularon las combinaciones posibles de modelos ARIMA(0,0,0,) hasta ARIMA(5,5,5), ordenándose posteriormente con respecto al criterio de selección elegido (Desviación Absoluta de la Media, DAM). Se descartaron los modelos que no fueran adecuados para representar el proceso, según el análisis de sus FAC y FACP, y del resto, se seleccionó el modelo con mejor DAM. Posteriormente, se realizaron las pruebas de verificación correspondientes, como validación de cada modelo.

### 2.4.3 Modelos con redes neuronales artificiales

Para la selección del mejor modelo con redes neuronales artificiales, se toma en cuenta la precisión de sus pronósticos, es decir, se selecciona el modelo que obtenga errores de pronóstico más pequeños tomando en cuenta alguna métrica seleccionada para el caso (en contraste, por ejemplo, con la metodología de Box y Jenkins, que sugiere basarse en las correlaciones y autocorrelaciones de los datos). Para este estudio, la métrica seleccionada fue la DAM. La arquitectura de la red neuronal (número de capas y tipo de red) se elige con base en su aplicación, mientras que el número de neuronas por capa se puede determinar mediante ciertos algoritmos o por prueba y error. Matlab no permite el uso de los algoritmos mencionados, por lo que se decidió determinar el número de neuronas mediante prueba y error, además del principio de parsimonia, con el que se ha encontrado que en muchos casos un número pequeño de neuronas, puede ser suficiente para brindar mejores resultados en los pronósticos, según la complejidad del problema (Samarasinghe, 2006).

Se realizaron pruebas con modelos de entre 2 y 10 neuronas con una capa de procesamiento, y entre 1 y 4 periodos de retardo. Para cada pieza, se seleccionó el modelo que menor DAM presentó. La selección del número de neuronas se tomó basándose en la revisión de modelos expuesta por Zhang (1998), y la selección de retardos, en el ejemplo presentado por Zou *et al.* (2007), donde se presentan hasta 6 retardos sin presentarse mejoras considerables en los pronósticos, al compararlos con los de 4 retardos o menos. Las redes desarrolladas pertenecen a las arquitecturas NARX revisadas en el punto 2.2.3.13 y diseñadas para realizar pronósticos de series de tiempo.

### 2.4.4 Modelos combinados, ARIMA y redes neuronales artificiales

Para la elaboración de estos modelos, se tomó el mejor modelo obtenido mediante la metodología de Box y Jenkins (1970), y después se realizó el pronóstico de los residuos, utilizando redes neuronales artificiales, probando modelos de entre 2 y 10 neuronas en la capa de procesamiento, y entre 1 y 4 retardos.

## 2.5 Indicadores de desempeño de los pronósticos

Un indicador de desempeño para un pronóstico es una medida de qué tan precisas son las predicciones de un método y ser comparado con otros. Como se mencionó anteriormente, para el

desarrollo y evaluación inicial de los modelos se seleccionó la DAM<sup>4</sup>, ya que proporciona información acerca del promedio de unidades de error del pronóstico, es decir, calcula la media de cuántas piezas de más o cuántas piezas de menos se han esperado, comparándolas con el valor real de la demanda. El cálculo de la DAM está dado por:

$$DAM = \frac{\sum_{t=1}^n |Valor\ real_t - Valor\ pronosticado_t|}{n}$$

Para el caso de este estudio, la DAM sirve inicialmente para el análisis y selección de modelos de cada tipo (ARIMA, Series de tiempo clásicas, etc.) y posteriormente para la evaluación de su funcionamiento una vez seleccionados.

## 2.6 Obtención de datos

La obtención de datos se hace de manera directa desde los reportes mensuales de ventas a nivel nacional. La información se vacía mensualmente en una base de datos que contiene la información acerca del producto, sus características, *lead time* de importación, cantidades de venta, etc.

En la base de datos se encuentran dos tablas principales: “Ventas” y “Maestro de Artículos”. Las tablas contienen las columnas distribuidas de la siguiente forma:

Tabla “Ventas”:

- Número de cliente.- Clave única del cliente que compra la parte;
- Sucursal de envío.- Sucursal del cliente, en la cual es entregado el producto;
- Número de parte.- SKU de la parte vendida;
- Demanda (unidades).- Cantidad de unidades vendidas de una parte en un mes dado;
- Demanda (precio).- Total de venta en pesos mexicanos, de una parte en un mes dado;
- Mes.- Mes en que se registra el conjunto de ventas de una parte a un cliente en una sucursal dada;
- Año.- Año de la venta;
- Cliente.- Nombre del cliente al cual se le realizó la venta;

---

<sup>4</sup> Existen otros indicadores populares, como el Error Medio Cuadrático (ECM), sin embargo, se notó que ECM y DAM favorecían a los mismos modelos durante la elaboración éstos, por lo que se reporta la DAM, que proporciona una visión exacta de las piezas de más o de menos que se pronostican.

- Estado.- Entidad federativa destino de las autopartes vendidas;
- Vendedor.- Nombre del agente de ventas que concretó la operación;
- Gerente.- Gerente responsable de la venta;
- Región.- Región geográfica en la que se encuentra físicamente el cliente, se consideran 8 regiones;
- Descripción.- Descripción de la parte vendida;
- División.- Conjunto al cual pertenece la parte vendida según su función.

Tabla “Maestro de artículos”:

- Número de parte.- SKU de la parte;
- Descripción.- breve descripción de la parte;
- Unidad primaria.- Cantidad de venta por unidad (pieza sencilla, paquete de 6, 10, etc.), en la base de datos, una unidad vendida se considera como una unidad primaria vendida.
- Estatus de artículo.- Indica el estado de venta del artículo, en el sentido de si la parte se maneja con existencias, si ya no se maneja o si la parte sólo se importa bajo pedido.
- Orden mínima.- Si existe una cantidad mínima requerida de piezas para concretar la venta de la parte, se menciona en este campo.
- Inventario de seguridad.- Indica si el inventario de seguridad es calculado por el sistema manejado o mediante otro método.
- *Lead time* de procesamiento.- los días promedio requeridos para que el producto sea recibido por la empresa, desde que se realiza el pedido.

Para el análisis apropiado de la información, según las necesidades del caso en estudio, es conveniente generar una consulta combinando información de ambas tablas y filtrándola de forma que se obtenga la información recopilada y acomodada en un orden que sea más sencilla de utilizar. Para esto, se toma como pivote el campo “Número de parte”, que aparece en ambas tablas, y para el reporte se selecciona que se incluyan los campos “Número de parte”, “Descripción”, “*Lead time* de procesamiento”, “Mes”, “Año” y “Demanda”. De esta manera es posible obtener las cantidades totales de venta para cada parte, mensualmente desde 2011, además de identificar el número de periodos hacia el futuro, para los cuales es necesario realizar el pronóstico, según el *lead time* de la parte.

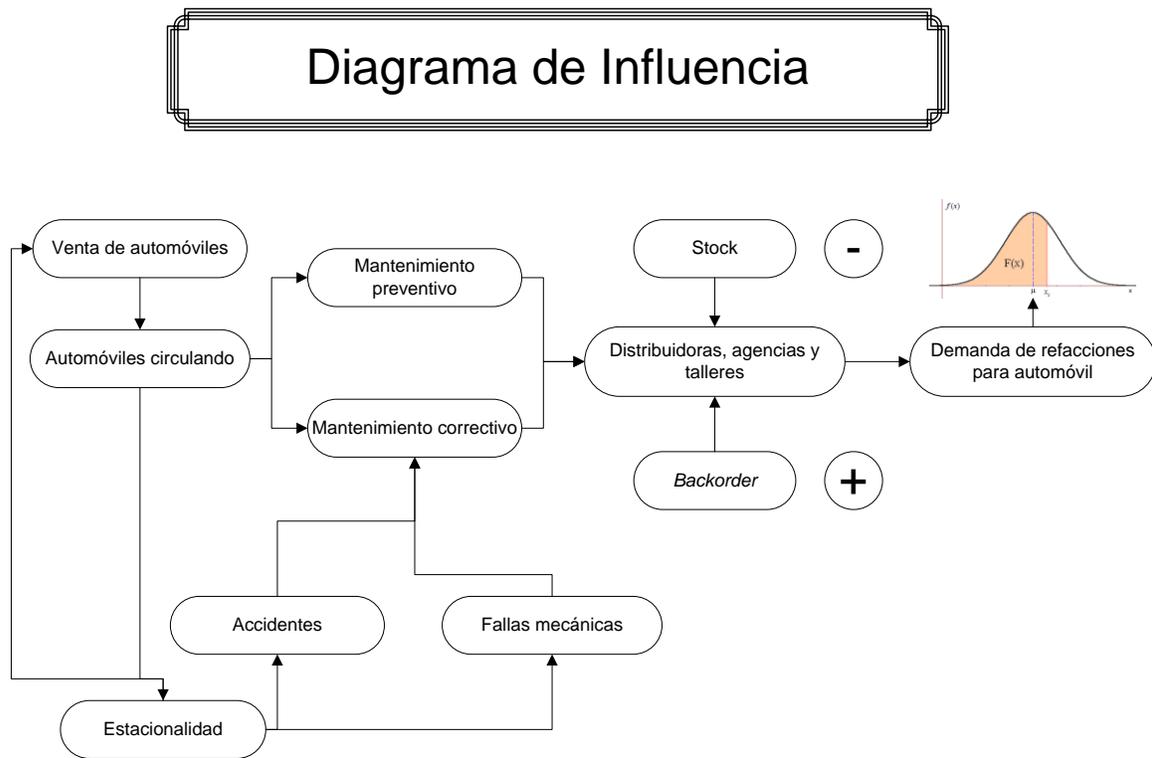
Una vez expuestos los métodos de modelación, la metodología de investigación y los trabajos más importantes relacionados con el tema de investigación, se ha formado una base teórica, sobre la cuál es posible trabajar para encontrar soluciones para los problemas que motivan este estudio y cumplir con los objetivos planteados inicialmente. En el siguiente capítulo se expone la aplicación de los fundamentos teóricos revisados hasta el momento, sobre el caso del pronóstico de refacciones para automóvil.

# Capítulo 3. Desarrollo de la Investigación

## 3.1 Construcción de modelos

### 3.1.1 Diagramas de modelos

Para una mejor comprensión de las interacciones entre el sistema, su medio y sus partes se ha bosquejado un diagrama que representa la influencia de cada una de ellas sobre las demás:



**Figura 3.1 Diagrama de influencias entre el medio y la demanda mensual. Elaboración propia.**

Sus elementos y relaciones se describen a continuación:

- **Estacionalidad.**- Marca influencia sobre la demanda indirectamente, ya que afecta la venta de automóviles, su circulación, los accidentes y las fallas mecánicas;
- **Venta de automóviles.**- La venta de automóviles influye en la demanda con el paso del tiempo, ya que estos vehículos requerirán mantenimiento en algún momento. Está afectada

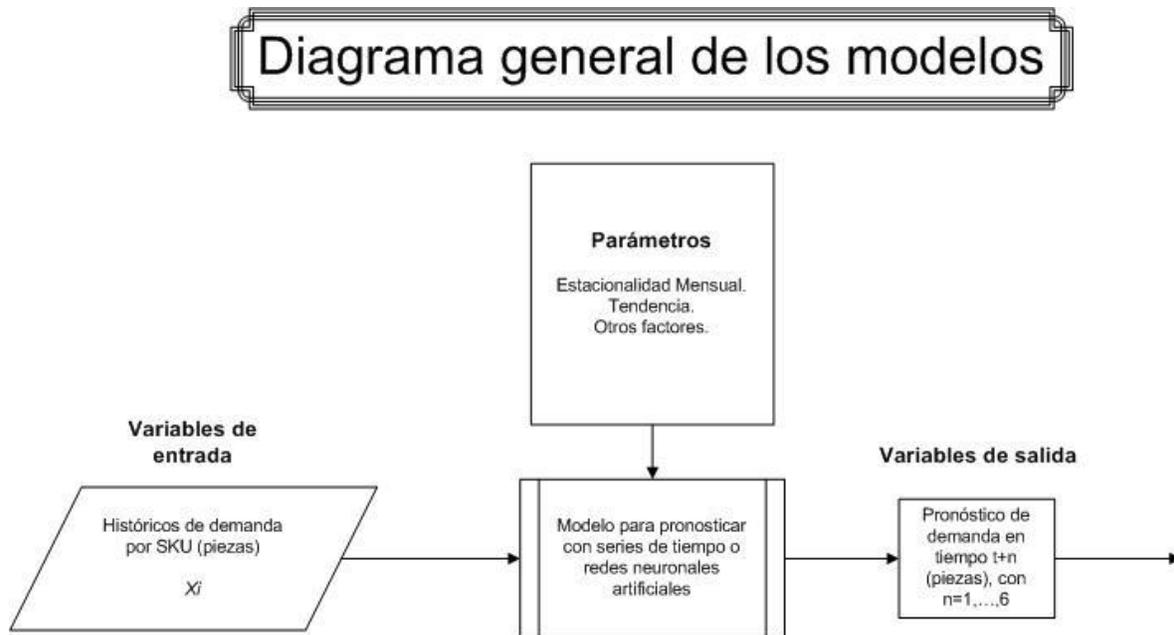
por la estacionalidad, debido a que las ventas de automóviles tienen temporadas altas y bajas;

- Automóviles circulando.- Con mayores ventas de vehículos también aumenta la cantidad de vehículos transitando, lo que afecta directamente sobre el número de fallas y accidentes, así como los requerimientos de mantenimiento preventivo y correctivo;
- Accidentes.- El número de accidentes en un periodo de tiempo se ve afectado tanto por la cantidad de automóviles circulando, como por la estacionalidad, ya que los accidentes aumentan en ciertas épocas del año;
- Fallas mecánicas.- Se ven influenciadas por la cantidad de automóviles circulando y por la estacionalidad, debido a fallas por altas o bajas temperaturas ambiente;
- Mantenimiento preventivo.- Normalmente se lleva a cabo periódicamente y en fechas previamente agendadas, en las cuales se contempla el reemplazo de algunas piezas del automóvil;
- Mantenimiento correctivo.- Se deriva directamente de las fallas mecánicas y de los accidentes;
- Distribuidoras, agencias y talleres.- En estos establecimientos se generan las órdenes de compra de refacciones a la empresa en estudio. Derivado de los puntos anteriores, estos establecimientos buscan cumplir con la demanda de refacciones de automóvil. Se pueden notar dos factores que influyen en el tamaño de las órdenes de compra:
  - *Stock*.- Cuando las distribuidoras, agencias y talleres tienen mayores cantidades de producto en existencia, la orden de compra necesaria para satisfacer la demanda es menor;
  - *Backorder*.- Cuando la demanda es mayor que las exigencias, se solicitan cantidades mayores a la demanda esperada para poder satisfacerla y mantener cierto *stock* que asegure mejores niveles de servicio a los clientes de estos establecimientos.
- Demanda de refacciones de automóvil.- Es el resultado de los requerimientos de mantenimiento a los automóviles, cuyo intermediario entre estos y la empresa proveedora de las refacciones (la empresa en estudio), son las distribuidoras, agencias y talleres.

### 3.1.2 Diagrama general de modelación

Este diagrama se desarrolló para tener una visión gráfica de las variables de entrada, de salida y el flujo de proceso, que nos llevará a la obtención de la información deseada, siendo en este caso el

pronóstico de demanda de piezas para un SKU, para los siguientes  $n$  periodos. Se realizó un solo diagrama tomando en cuenta tanto el modelo de series de tiempo como el que utiliza redes neuronales artificiales.



**Figura 3.2 Diagrama general, representando las entradas y salidas de los modelos de pronóstico de demanda de piezas. Elaboración propia.**

- Variables de entrada.- Se reducen a los históricos de demanda de piezas, denotado por  $X_t$ , siendo  $X_i$  = la demanda de cajas en el periodo de tiempo  $t$ ;
- Parámetros de los modelos.- Siendo la estacionalidad mensual, la tendencia y otros factores que se puedan incluir en la modelación;
- Modelo.- Representación del sistema en el cual se da de manera estocástica la demanda en piezas  $X$ , cada periodo  $t$ ; se contemplan series de tiempo y redes neuronales artificiales como herramientas de modelación;
- Variables de salida.- Como resultados de la modelación se obtendrán pronósticos de demanda para  $n$  periodos  $t$  futuros, donde  $n$  para nuestro estudio puede tomar valores de 1 a 6.

Para evaluar y comparar el funcionamiento de los modelos, se decidió trabajar sobre SKUs que representaran bien la problemática por la cual se motiva esta investigación. A continuación, se enlistan los productos seleccionados con su respectiva justificación.

- Caso 1, tambor para frenos 190R. El comportamiento de la demanda de esta pieza replica características de interés para este estudio, como una variabilidad grande en la demanda y estacionalidad presente, pero mal definida. Además de las características de su demanda, esta pieza requiere ser pronosticada con 6 meses de anticipación al periodo esperado de venta;
- Caso 2, balata 7389-510-SM. Se trata de una de las piezas cuyos errores de pronóstico afectan más a los costos de la empresa, debido a la gran cantidad de piezas manejadas y su correspondiente espacio físico de almacenamiento;
- Caso 3, cilindro maestro 390901RL. Esta pieza se caracteriza por el comportamiento errático de su demanda, con importantes incrementos y decrementos inesperados.

Se seleccionaron esos tres casos considerando que, si se puede lograr una mejora en los pronósticos de estas tres piezas, es posible someter el resto del catálogo de la empresa al mismo proceso; no obstante, el alcance de este estudio llega únicamente al desarrollo de modelos, análisis y comparación de pronósticos, que permitan concluir si es factible la mejora del resto de los pronósticos, mediante la implementación general de las técnicas ocupadas en los tres casos enlistados.

### **3.2 Caso 1: Tambores para frenos 190R**

Se intenta modelar el comportamiento de la demanda mensual de una autoparte, de la cual se tienen 38 meses de datos históricos. Se seleccionó ese código ya que es uno de los más problemáticos para realizar pronósticos, debido tanto a la variabilidad de su demanda, como al tiempo de entrega de órdenes, que es de aproximadamente seis meses, por factores como los tiempos de manufactura, importación, y sobre todo que las piezas se fabrican bajo pedido en China. Cabe mencionar que no se profundiza en los detalles de la parte, ya que existen muchas partes similares en el catálogo de la empresa y se seleccionó una en específico que se considera representativa de la problemática predominante en el comportamiento de las series de tiempo observadas en el estudio.

En la Tabla 3.1, podemos observar el histórico de demanda existente para la pieza en cuestión. Se pueden ver ya, ciertos datos que sugieren que la serie es altamente variable y además parece influenciada por cierta estacionalidad si se considera la columna de “Total general”, donde se muestra la suma de unidades vendidas por mes durante los años registrados.

Parte	2011	2012	2013	2014	Total general
<b>190R</b>					
<b>TAMBOR PARA FRENOS PG</b>					
enero	1851	1586	1874	563	5874
febrero	748	1074	1150	944	3916
marzo	966	1105	2932		5003
abril	960	897	3372		5229
mayo	2687	933	2280		5900
junio	1301	2749	997		5047
julio	789	558	570		1917
agosto	674	1365	585		2624
septiembre	942	812	707		2461
octubre	1585	1115	828		3528
noviembre	585	1802	1821		4208
diciembre	1872	993	1028		3893
Totales	<b>14960</b>	<b>14989</b>	<b>18144</b>	<b>1507</b>	<b>49600</b>

Tabla 3.1 Históricos de demanda mensual para la serie 190R (trabajada con datos de BPI).

A continuación se muestra la gráfica con el comportamiento que ha tenido la demanda a través del periodo registrado:

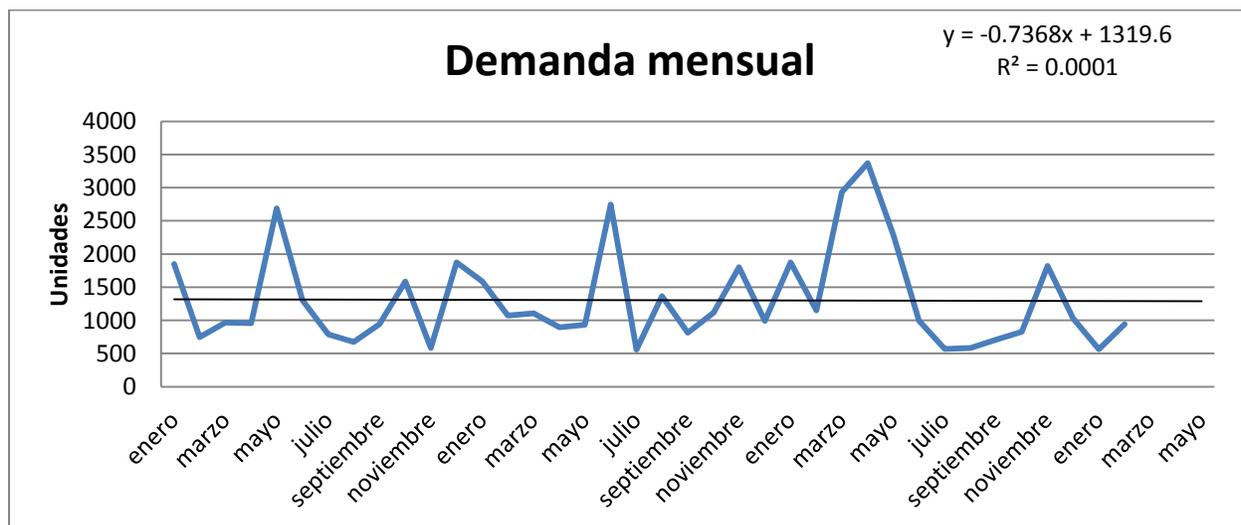
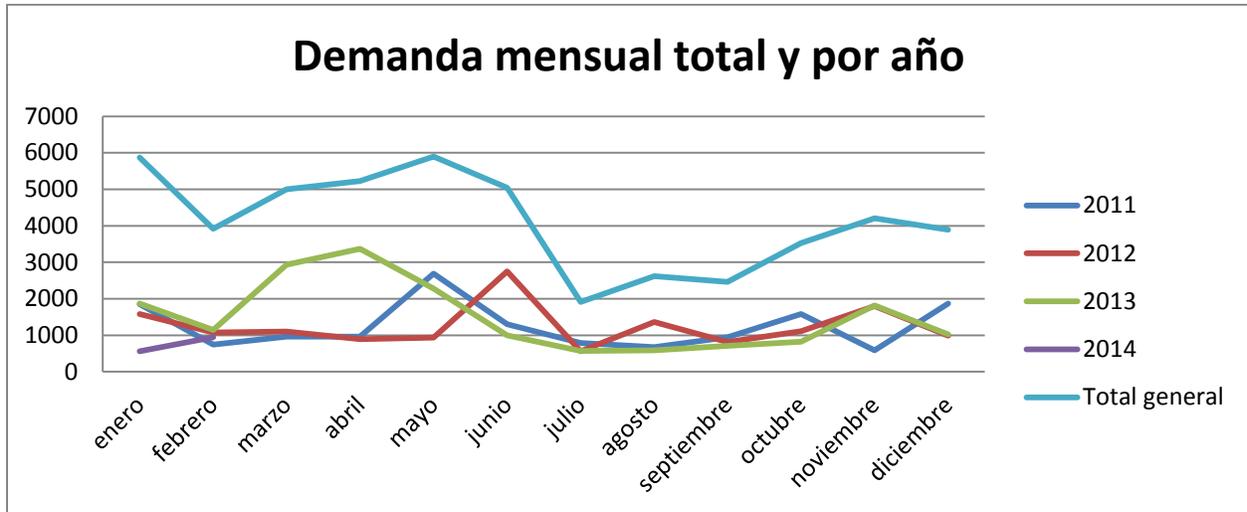


Figura 3.3 Demanda mensual de la pieza en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).

Al observar esta gráfica, se puede sospechar de cierta estacionalidad, ya que presenta picos altos de demanda entre abril y junio de cada año, sin embargo no se observa que estos picos se presenten en un mes en específico, sino que parece que pueden ocurrir aleatoriamente en un intervalo definido del año.



**Figura 3.4 Demanda mensual total y por año, de la pieza, en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).**

En esta gráfica, se puede observar que entre marzo y junio se pueden esperar mayores pedidos que el resto del año, además se ve que la demanda entre julio y octubre permanece menos variable, presentando nuevos incrementos entre noviembre y enero, sin embargo, estos últimos incrementos son mucho menores a los presenciados entre marzo y junio.

Como se puede advertir en la tabla y en las gráficas de demanda, ésta tiene un comportamiento altamente variable, además de que se sospecha una estacionalidad no muy bien definida, la cual no se ha encontrado mencionada en la literatura durante el presente estudio.

Como indicadores estadísticos comunes, se calcularon la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de la demanda de la pieza:

$$\bar{x}_{190R} = 1305.26$$

$$s_{190R} = 720.26$$

$$C.V._{190R} = 55.18 \%$$

Con estas medidas podemos darnos cuenta numéricamente, de que la variabilidad de la demanda es tal, que representa un poco más que el 55% de la media, lo que significa que existen pedidos muy grandes y muy pequeños.

### 3.2.1 Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 190R

Para los modelos clásicos de series de tiempo, se utilizó Excel como software para programar las fórmulas. Se desarrollaron los modelos típicos de pronósticos basados en datos históricos, tales como último valor, promedio, promedios móviles y un suavizado exponencial para el método que haya resultado más exacto. La exactitud de los métodos se midió con la desviación absoluta media (DAM):

$$DAM = \frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|}{n}$$

Además, dada la posible estacionalidad de los datos, se realizó un modelo para pronosticar sin tomar en cuenta estacionalidades y otro tomándolas en cuenta. En la Tabla 3.2 se reportan los resultados obtenidos mediante estos modelos:

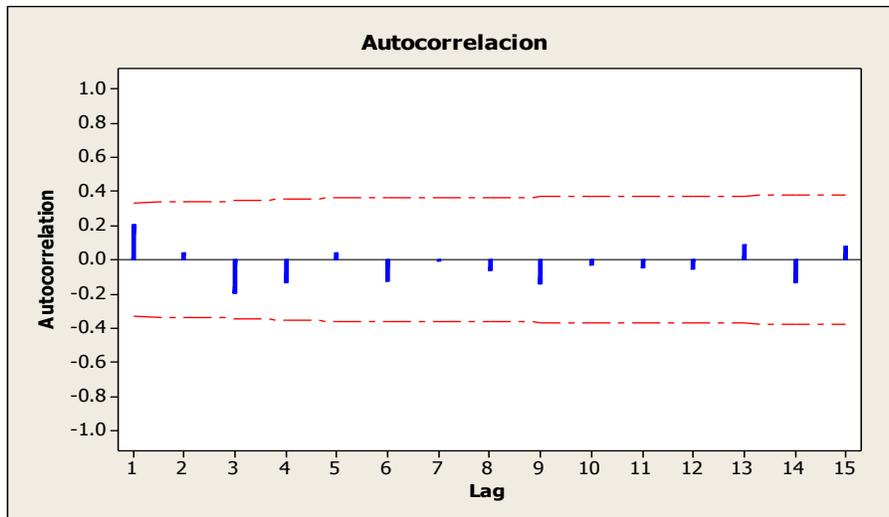
Modelo	DAM
Promedio	604.10
Último valor	703.32
Promedios móviles n=2	645.72
Promedios móviles n=3	653.34
Promedios móviles n=4	667.63
Promedios móviles n=5	611.81
Promedios móviles n=6	638.92
Promedio con suavizado exponencial	582.67

**Tabla 3.2 Modelos clásicos de series de tiempo para la demanda de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).**

El mejor resultado se obtuvo mediante el suavizado exponencial del promedio de la serie, actualizado cada periodo, que a su vez, es el método sin suavizado que obtuvo mejores pronósticos. La DAM obtenida para este caso fue de 582.67 unidades.

### 3.2.2 Modelos ARIMA para la pieza 190R

Como se sugiere en la metodología propuesta por Box y Jenkins (1970), es conveniente comenzar con la identificación de los posibles modelos que pueden representar a la serie de tiempo bajo estudio, mediante el análisis de las gráficas de autocorrelación (Figura 3.5) y autocorrelación parcial (Figura 3.6). El análisis se basa en las recomendaciones y gráficas planteadas por Guerrero (2009).



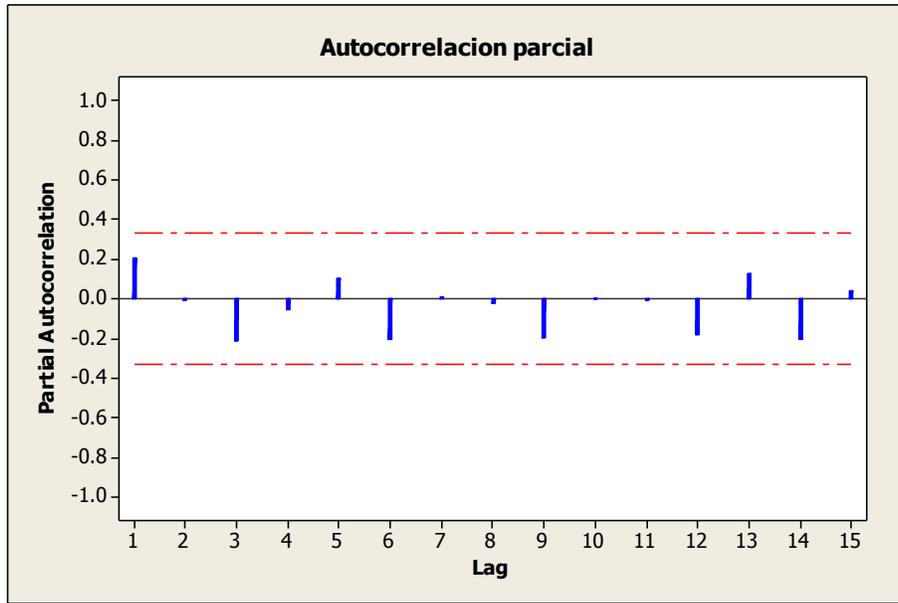
**Figura 3.5 Gráfica de autocorrelación de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).**

En la gráfica se puede observar que la función de autocorrelación tiene valores pequeños, que tienden a ser cero conforme se incrementan los retardos. Debido a esto, la gráfica sugiere que la serie es estacionaria (su distribución de probabilidad no cambia con el tiempo) y es probable que pueda ser representada por un modelo autorregresivo  $AR(p)$ .

Por su parte, la gráfica de autocorrelación parcial tiene un comportamiento muy parecido al de la gráfica de autocorrelación. Los valores cercanos al cero, siendo menores que la autocorrelación parcial del primer retardo, sugieren que existe cierta influencia de los últimos valores que ha tomado la serie, sobre los nuevos que ésta pueda tomar, de modo que es probable que la serie pueda ser representada por un modelo de medias móviles  $MA(q)$ .

Como la serie es aparentemente estacionaria, no requeriría aplicaciones del operador diferencia, por lo que no es necesario un modelo  $I(d)$ .

En ambas gráficas, los valores de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, al ser cercanos a cero y menores a los límites en los intervalos de confianza, sugieren que los valores obtenidos en la serie son en gran medida aleatorios. Se descarta que la estacionalidad sospechada de la serie pueda ser representada mediante un modelo  $ARIMA$  estacional, ya que no hay correlaciones cercanas o que superen los intervalos de confianza en las gráficas.

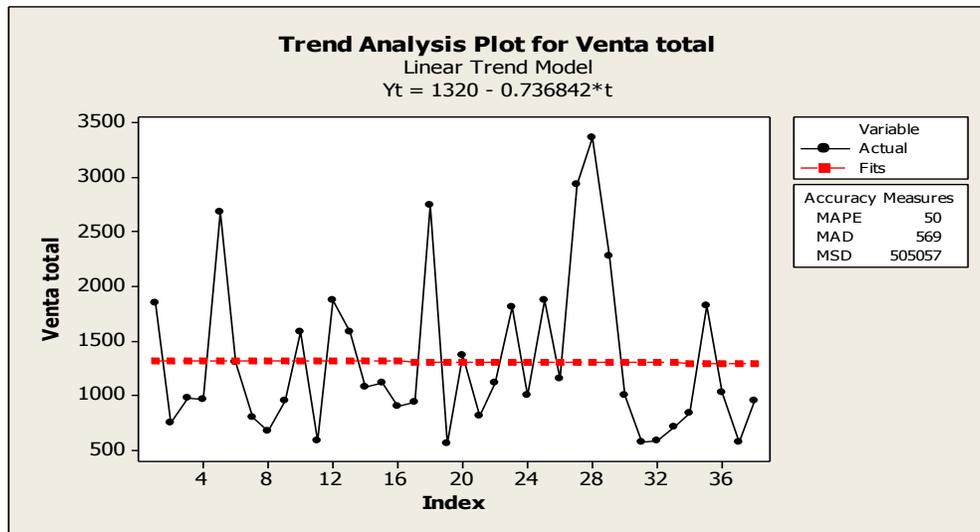


**Figura 3.6** Gráfica de autocorrelación parcial de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).

En la Figura 3.7 se puede observar que la tendencia de la serie es prácticamente inexistente. Estos análisis aunque sencillos, ayudan a darse una idea de qué herramientas serán más útiles para lograr mejores resultados en los pronósticos.

Al no poder sugerir un modelo que resulte con seguridad el más apropiado, pero sabiendo que lo más conveniente (según el análisis efectuado), es representar la serie como un modelo  $ARMA(p,q)$ , se eligió el modelo con menor DAM, de entre todos los modelos ARIMA formulados con parámetros entre (0,0,0) y (5,5,5). Se utilizó el software JMP<sup>5</sup> para realizar el análisis.

<sup>5</sup> JMP es un software estadístico, que brinda herramientas gráficas y rutinas matemáticas para el análisis de información.



**Figura 3.7** Gráfica de la serie de tiempo y su línea de tendencia o regresión (trabajada con datos de BPI).

Se presenta la tabla con los diez mejores modelos según su DAM:

	<b>Modelo</b>	<b>DAM</b>
<b>1</b>	ARMA(3, 4)	443.7945
<b>2</b>	ARMA(3, 5)	446.6135
<b>3</b>	ARMA(4, 4)	447.8223
<b>4</b>	ARMA(1, 4)	451.4501
<b>5</b>	ARMA(1, 5)	453.403
<b>6</b>	ARMA(5, 2)	466.1513
<b>7</b>	ARMA(4, 2)	474.037
<b>8</b>	ARIMA(3, 1, 4)	478.6903
<b>9</b>	ARMA(4, 1)	482.7497
<b>10</b>	ARMA(5, 4)	488.7456

**Tabla 3.3** Mejores 10 modelos para la serie de ejemplo según su DAM (trabajada con datos de BPI).

Con base en esto, podemos decidir utilizar el modelo ARMA(3,4) como el que mejor representa a nuestra serie en estudio, ya que es la que mejores pronósticos arroja (con base en la medición de la DAM), además de que no hay un modelo significativamente más sencillo y con resultados lo suficientemente parecidos al ARMA(3,4), como para ser elegido como el que mejor representa a la serie de tiempo (basándonos en el principio de parsimonia, recomendado por Box y Jenkins (1970)). Como se puede observar, los modelos ARMA son los que mejores pronósticos brindan para los casos particulares bajo estudio.

Para poder hacer uso de este modelo, entre otras pruebas de validación/verificación, se requiere que la serie sea estacionaria e invertible, además de la estimación de los parámetros ARMA(p,q) que fijarán el comportamiento de la serie. Esto se puede hacer mediante paqueterías de software. En la Figura 3.9 se muestran los resultados arrojados por el software JMP.

Model: ARMA(3, 4)			
Model Summary			
MAE	443.794525	Stable	Yes
-2LogLikelihood	596.19268	Invertible	Yes
Parameter Estimates			
Term	Lag	Estimate	
AR1	1	-0.581	
AR2	2	0.392	
AR3	3	0.312	
MA1	1	-0.833	
MA2	2	0.343	
MA3	3	0.833	
MA4	4	0.657	

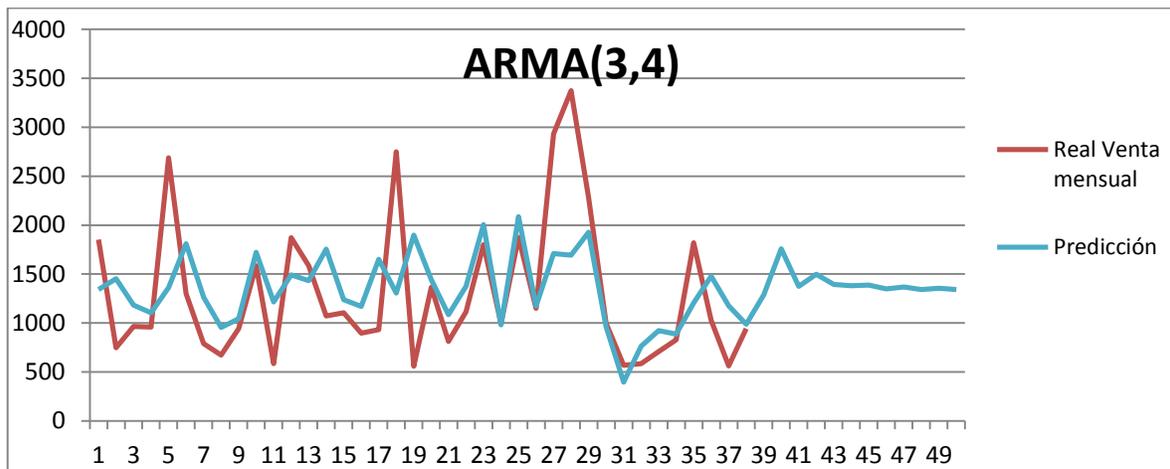
**Figura 3.8** Valores de los parámetros del modelo ARMA(3,4) para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

Como la serie es estacionaria e invertible, se acepta preliminarmente el modelo ARMA(3,4) y se puede proceder a la obtención de pronósticos. Se seguirá trabajando con este modelo, ya que su DAM fue mejor que la del generado con los modelos clásicos de series de tiempo (DAM de 443.79 y 582.67 respectivamente).

Una vez que los parámetros del modelo son conocidos, se pueden generar los pronósticos que serán utilizados en la práctica. Como el estudio lo requiere, este pronóstico se calcula para los siguientes seis meses después del último valor observado. La característica de este modelo (ARMA(3,4)), según Guerrero (2009), es que los pronósticos más allá del periodo 4 tendrán aproximadamente la misma precisión. Los pronósticos obtenidos se muestran en la Tabla 3.4. y la Figura 3.9.

Periodo futuro	Pronóstico
1	1286.062
2	1759.037
3	1375.089
4	1497.505
5	1394.609
6	1382.765

**Tabla 3.4** Pronósticos obtenidos mediante el modelo ARMA(3,4) para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).



**Figura 3.9 Serie real vs predicciones con modelo ARMA(3,4), hasta doce periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).**

Con esto y tras su validación, el modelo está listo para su implementación. Para cada una de las demandas que se requieran pronosticar, se tendrán que seguir los mismos pasos.

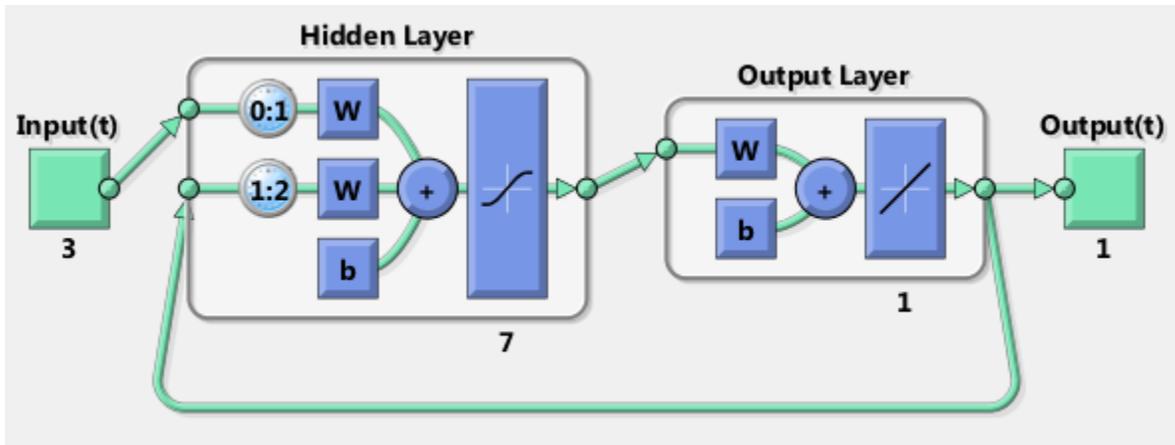
### 3.2.3 Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 190R.

Otra alternativa para la elaboración de modelos útiles para pronosticar la demanda de refacciones en este estudio, es el uso de redes neuronales artificiales.

Para el desarrollo de estos modelos se seleccionó Matlab<sup>6</sup> como software.

Se realizaron alrededor de 40 modelos con redes neuronales artificiales, alternando entre redes recurrentes, redes NARX (redes neuronales recurrentes, diseñadas para representar procesos autorregresivos con influencias externas “X”), el número de periodos de retardo en las entradas de datos (de 0 a 4) y el número de neuronas de procesamiento en la capa oculta del modelo. La arquitectura que mejores resultados brindó fue una red neuronal NARX, con 3 periodos de retardo en la entrada de datos (los últimos 3 datos históricos de venta, antes del periodo a pronosticar), y siete neuronas de procesamiento. Con esta red neuronal, se obtuvo una DAM de 432.33, superando a los modelos clásicos de series de tiempo y a los modelos ARIMA por una pequeña diferencia. A continuación se presenta el diagrama del modelo realizado:

<sup>6</sup> MATLAB es un software matemático que permite el desarrollo de aplicaciones y herramientas utilizables en diversos campos de la ciencia e ingeniería.



**Figura 3.10** Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 3 retardos y 7 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

En la figura 3.10 se puede observar la estructura del modelo, donde se presentan 3 inputs (los últimos 3 datos históricos de demanda de la pieza), que entran para ser procesados en la capa oculta, por 7 neuronas con función de transferencia sigmoide, que al enviar la información a la capa de salida, actúa con una sola neurona con función de transferencia lineal y brinda el resultado esperado. Al tratarse de una red neuronal recurrente, la neurona de salida retroalimenta a la capa oculta, como también se representa en el diagrama.

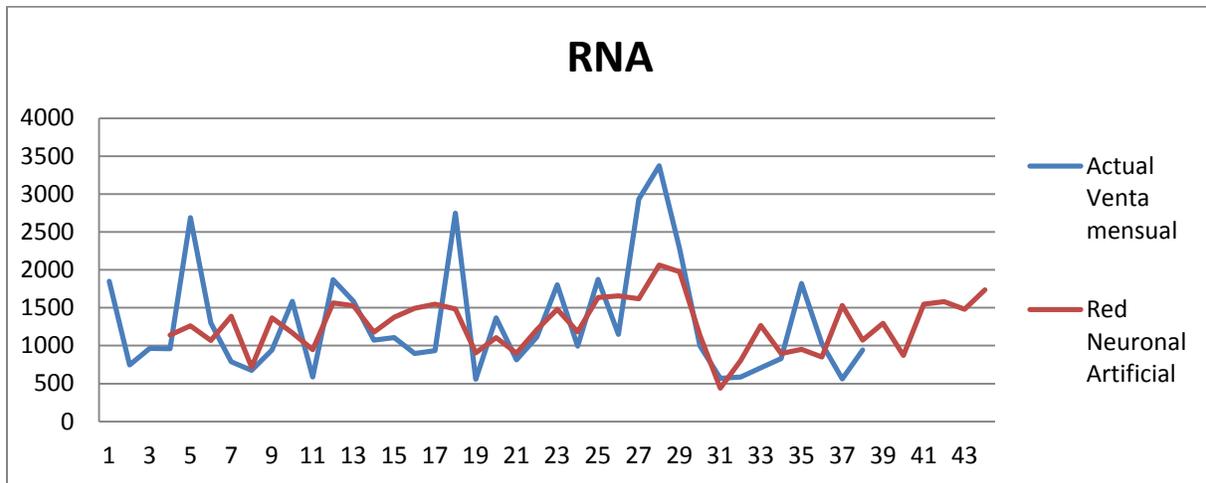
Modelo	DAM
Promedio con suavizado exponencial	582.67
ARMA(3,4)	443.79
RNA, NARX 3 retardos y 7 neuronas	432.33

**Tabla 3.5** Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 190R.

Periodo futuro	Pronóstico
1	1296.49
2	870.86
3	1546.89
4	1580.25
5	1481.46
6	1734.72

**Tabla 3.6** Pronósticos obtenidos mediante el modelo NARX con 3 retardos y 7 neuronas en la capa oculta, para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

En la figura 3.11 se muestra la gráfica de los valores reales de venta y los obtenidos con el modelo de redes neuronales artificiales, con su respectivo pronóstico a seis meses en el futuro.



**Figura 3.11 Serie real vs predicciones con modelo RNA, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).**

Como se puede observar, se obtuvieron mejores pronósticos (bajo el criterio de obtención de menor DAM), mediante las redes neuronales artificiales. Sin embargo, la obtención de este resultado significó mayor esfuerzo humano al buscar un buen modelo de RNAs para la serie estudiada, que al buscar un buen modelo ARIMA que representara la demanda de refacciones. Esto se debe en buena parte a que existen herramientas computacionales automatizadas para el desarrollo de los modelos ARIMA, mientras que el software disponible para las RNAs sólo permite elaborar los modelos uno por uno, con sus correspondientes procesos de entrenamiento y pruebas, por lo que resulta más laborioso desarrollar cada modelo.

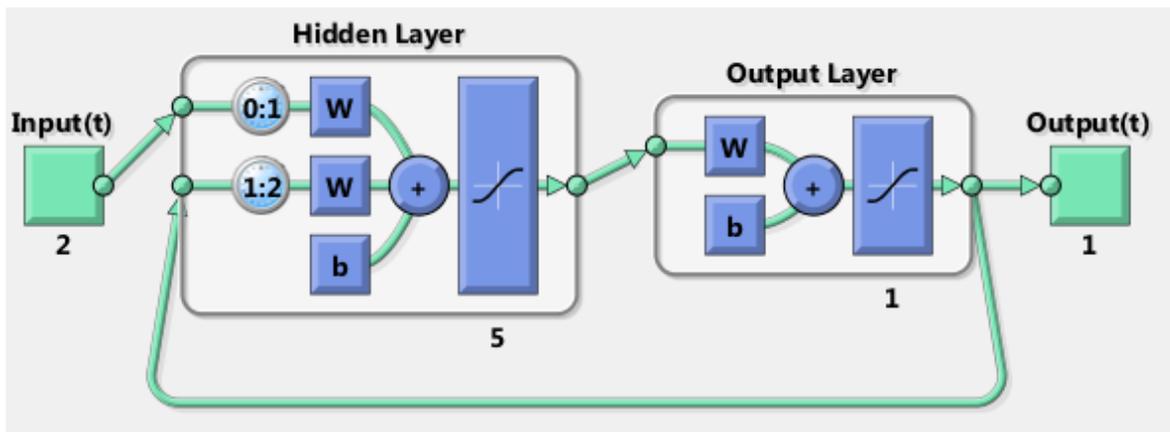
Cabe mencionar, que como entradas del modelo, únicamente se seleccionaron los valores históricos de demanda de cada parte. Es decir, se descartaron como entradas otros factores anteriormente mencionados (mes del año, programación de mantenimiento, participación en el mercado, etc.), los cuales podrían influir sobre los valores de la demanda. Esto se realizó así, debido a que en algunos casos no se cuenta con información suficiente, y en otros, se obtuvieron mejores resultados al incluir sólo los valores anteriores de la serie, que al incluir los demás factores.

### 3.2.4 Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 190R.

La última alternativa contemplada en este estudio, para la modelación de la demanda de refacciones para automóvil, es la combinación de modelos ARIMA y de RNAs, como recomienda Zhang

(2003). Con este método se intenta que el comportamiento lineal de la demanda quede representado en el modelo ARIMA, asumiendo que los residuos por la diferencia entre pronóstico y demanda real, pueden ser representados mediante RNAs, ya que son capaces de detectar relaciones no-lineales entre las variables, en contraste con los modelos ARIMA. El modelo se construye sumando el pronóstico del modelo ARIMA al respectivo pronóstico del residuo en el periodo  $t$ .

Para la conformación del modelo combinado, se tomó el mejor modelo lineal obtenido mediante la metodología de Box y Jenkins, que para el caso de la pieza 190R, fue el ARMA(3,4). Para seleccionar la arquitectura del modelo con RNAs, que represente los residuos de los pronósticos ARIMA, para cada periodo de tiempo, se realizaron 32 modelos NARX (de 3 a 10 neuronas de procesamiento y 1 a 4 retardos, ya que ningún modelo RNA o ARIMA con más retardos, dio buenos resultados), siendo el mejor modelo uno con 2 entradas (los últimos dos datos observados), 5 neuronas en la capa oculta y una salida, ambas con función de transferencia sigmoideal. La figura 3.12 muestra gráficamente la estructura de la red neuronal aplicada en este caso.



**Figura 3.12** Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 2 retardos y 5 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

Los resultados del modelo fueron favorables, ya que se obtuvo la menor DAM de entre todos los modelos probados (380.38), como se muestra en la tabla 3.7.

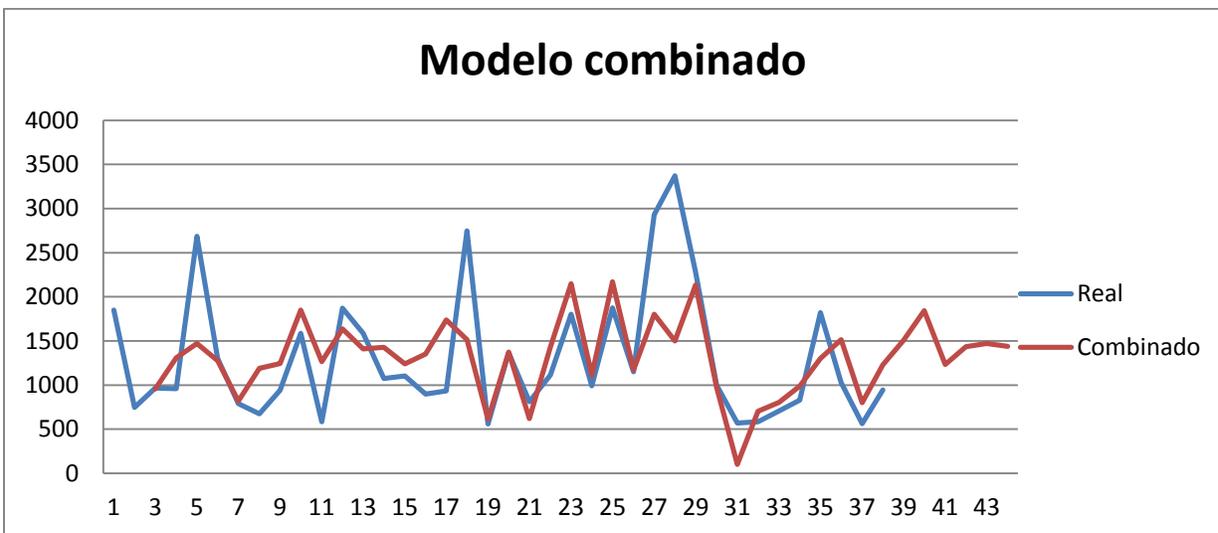
En la figura 3.13 se muestra la gráfica de los valores reales de venta y los obtenidos con el modelo de redes neuronales artificiales, con su respectivo pronóstico a seis meses en el futuro.

Modelo	DAM
Promedio con suavizado exponencial	582.67
ARMA(3,4)	443.79
RNA, NARX 3 retardos y 7 neuronas	432.33
Modelo combinado ARIMA + RNA	380.38

**Tabla 3.7** Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 190R.

Periodo futuro	Pronóstico
1	1508.63
2	1840.72
3	1232.49
4	1433.73
5	1471.29
6	1438.44

**Tabla 3.8** Pronósticos obtenidos mediante el modelo combinado, para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).



**Figura 3.13** Serie real vs predicciones con modelo combinado, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Se obtuvieron mucho mejores pronósticos que con los primeros dos modelos (bajo el criterio de obtención de menor DAM), mediante la combinación de los modelos ARMA(3,4) y la red neuronal artificial que pronostica los residuos del modelo ARMA. De nuevo, se presenta el problema del esfuerzo humano para encontrar el modelo adecuado para reducir de manera importante la desviación en los pronósticos durante el periodo de observación, ya que de 32 modelos desarrollados, 11 brindaron mejoras en los pronósticos, mientras que los 21 restantes dieron peores resultados.

### 3.2.5 Validación de modelos para la pieza 190R.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de cumplimiento de los supuestos, realizadas para el modelo ARMA(3,4), como representación del comportamiento de la demanda de la pieza 190R.

Supuesto 1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

El resultado del cociente es:

$$\left| \sqrt{N-d-p} \frac{m(\hat{a})}{\hat{\sigma}_a} \right| = \sqrt{38-0-3} \frac{18.67}{662.79} = 0.1568 < 2$$

Por lo que se acepta que la media de los residuos es igual a cero.

Supuesto 2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante.

Basándonos en el criterio propuesto por Guerrero (2009), analizando la Figura 3.14, se puede sugerir que no hay evidencia de un comportamiento con tendencia irregular en la varianza, por lo que el segundo supuesto se considera también validado.

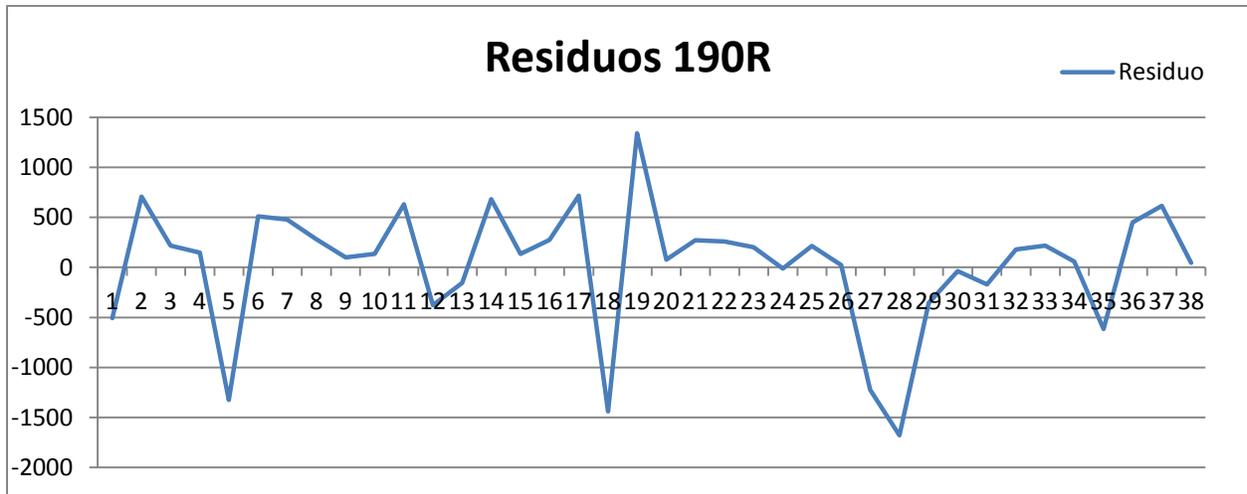
Supuesto 3. Las variables aleatorias  $\{a_t\}$  son mutuamente independientes

Se calcularon las autocorrelaciones para todos los retardos existentes en los residuos del modelo, obteniéndose que en ningún caso se cumplió que  $|r_k(\hat{a})| \geq 2/\sqrt{N-d-p}$ , lo que significa que los residuos son independientes entre sí para cualquier retardo  $K$ .

Además se realizó la prueba de Ljung-Box, con la que se obtuvo un valor

$$Q' = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{N-d-p-k} = 8.55$$

Que comparado con el valor de rechazo de la Ji-cuadrada, con  $K-p-q = 34-3-4 = 27$  grados de libertad y un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , resulta en  $8.55 < 40.1$ , por lo que se no rechaza la hipótesis de independencia entre los residuos y se confirma el supuesto.



**Figura 3.14** Gráfica de residuos históricos para el modelo ARMA(3,4), de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

Supuesto 4.  $\{a_t\}$  tiene una distribución normal, para toda  $t$ .

Para verificar que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución normal, se realizaron pruebas de bondad de ajuste con el software BestFit 4.5.2<sup>7</sup>. Los parámetros de prueba resultantes, con los correspondientes valores de rechazo (para un nivel de significación  $\alpha = 0.05$ ), se muestran en la siguiente tabla:

Prueba de bondad de ajuste	Valor de rechazo	Valor de la prueba
Ji-cuadrada	53.38	12.11
K-S	0.21544	0.2141

**Tabla 3.9** Resultados de las pruebas de bondad de ajuste para los residuos del modelo ARMA(3,4) de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

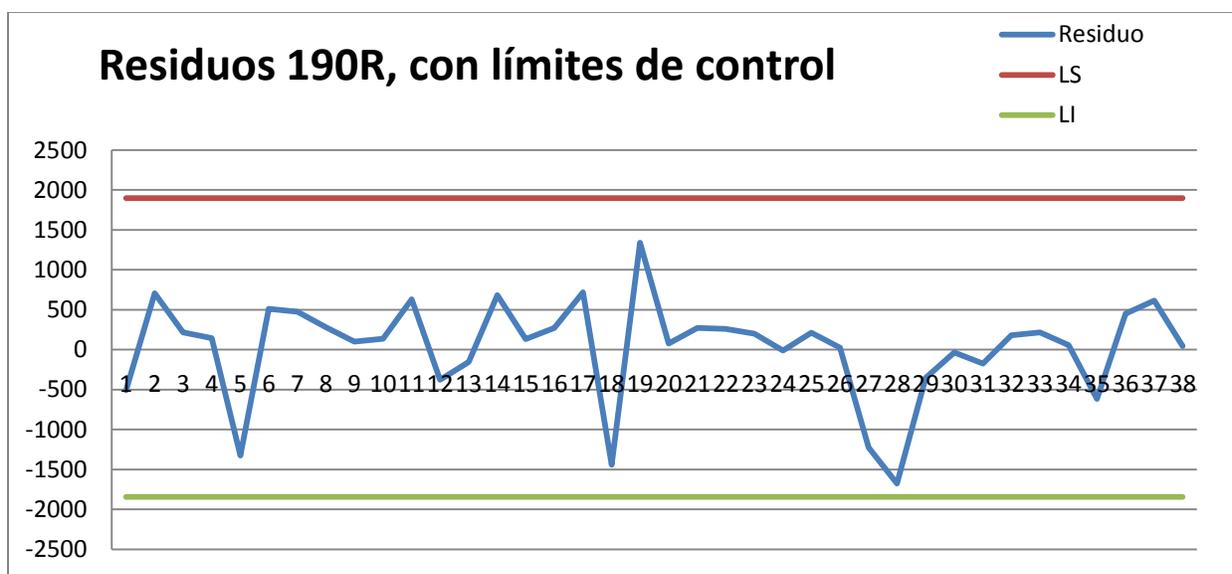
Ya que los valores de prueba resultan ser menores que los valores de rechazo, se considera que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución  $N(0, \hat{\sigma}_a)$  y el supuesto 4 es confirmado.

<sup>7</sup> BestFit es una aplicación desarrollada por Palisade, con la cual se pueden realizar pruebas de bondad de ajuste para hasta 22 funciones de densidad de probabilidad diferentes.

Supuesto 5. Implícitamente se ha supuesto que no existen observaciones aberrantes (posiblemente ajenas a la serie de estudio).

Se realizó un análisis visual sobre la gráfica de los residuos para cada periodo, para detectar si existe una o más ocasiones en las que los residuos excedan los límites de control, que comprenden el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ .

De la gráfica podemos concluir que no existen observaciones aberrantes, ya que los límites de control nunca fueron superados por los residuos del modelo.



**Figura 3.15** Gráfica de residuos históricos con límites de control, para el modelo ARMA(3,4), de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

Gracias a la comprobación de satisfacción de los supuestos del modelo ARIMA(3,4), se puede considerar que éste es válido para la representación de la demanda. Aunque durante el entrenamiento de las redes neuronales artificiales se toman algunos datos del periodo muestral, para realizar una validación, ésta es para tener mayor certeza de que el modelo brinda pronósticos apropiados con respecto a su entrenamiento y tener una medida de su eficiencia durante el proceso; durante la investigación no se encontró un método formal para validar el hecho de que la red representa a la realidad en una buena medida, por lo que se decidió continuar bajo el supuesto de que si los modelos dan resultados aceptables, tal como los modelos ARIMA y clásicos, son utilizables para la investigación.

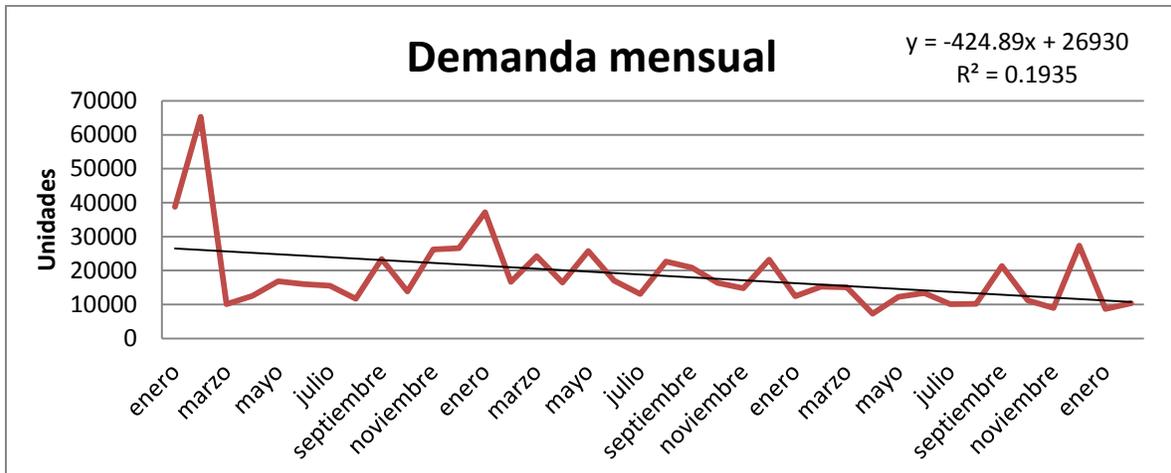
### 3.3 Caso 2: Balata 7389-510-SM

Se ha seleccionado esta pieza para representar aquellas con un comportamiento de características similares: periodos con demanda estable y picos inesperados. A diferencia del tambor para frenos 190R, analizado anteriormente, esta pieza puede completar su proceso logístico en menos de un mes, para lo cual sólo es necesario pronosticar con un mes de anticipación, desde un punto de vista estrictamente operativo. Sin embargo, para fines de planeación en la empresa, e ilustrativos en el estudio, también se evaluarán los pronósticos a 6 periodos. Se poseen 38 datos de comportamiento histórico de demanda, que se pueden observar en la Tabla 3.10.

Parte	2011	2012	2013	2014	Total general
<b>Balata 7389-510-SM</b>					
enero	38801	37221	12397	8660	97079
febrero	65277	16684	15198	10398	107557
marzo	10127	24275	15004		49406
abril	12479	16455	7308		36242
mayo	16830	25715	12262		54807
junio	15971	17026	13340		46337
julio	15500	13090	10058		38648
agosto	11652	22659	10147		44458
septiembre	23412	20822	21303		65537
octubre	13860	16408	11206		41474
noviembre	26199	14766	8917		49882
diciembre	26585	23163	27310		77058
Total general	276693	248284	164450	19058	708485

**Tabla 3.10** Históricos de demanda mensual para la serie 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

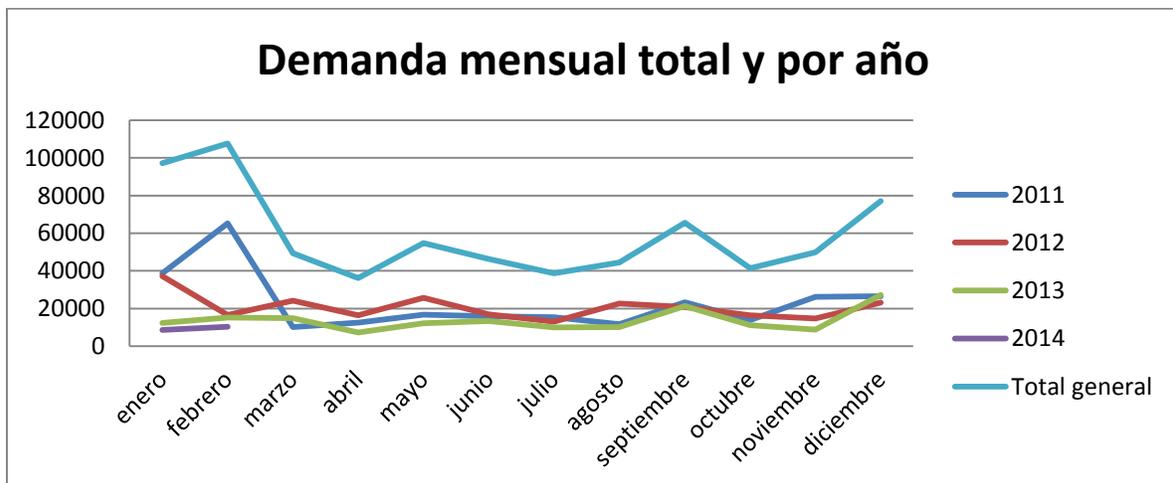
A continuación se muestra la gráfica con el comportamiento que ha tenido la demanda a través del periodo registrado:



**Figura 3.16 Demanda mensual de la pieza 7389-510-SM en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).**

En la gráfica se puede observar un comportamiento más estable que el de la pieza 190R, salvo por los dos primeros periodos de demanda, en los que se tienen “observaciones aberrantes”, aparentemente debidas a la introducción del producto, en el mercado. Además se observa una ligera tendencia decreciente en la demanda, sin que ésta sea muy marcada, pero aun así es perceptible.

En la figura 3.17 se puede observar que existen pequeños picos de demanda en los meses de mayo, septiembre y diciembre, sin ser estos demasiado marcados. Se observa un pico para enero y febrero, siendo éste resultado de las dos primeras observaciones registradas.



**Figura 3.17 Demanda mensual total y por año, de la pieza, en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).**

Como indicadores estadísticos comunes, se calcularon la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de la demanda de la pieza:

$$\bar{x}_{7389-510-SM} = 18644.34$$

$$S_{7389-510-SM} = 10735.02$$

$$C.V._{7389-510-SM} = 57.57 \%$$

Tomando en cuenta estos datos, se puede concluir que la variabilidad de la demanda es muy grande. Sin embargo, podría ser que para lograr un mejor estudio de la serie de tiempo, convenga omitir las primeras dos observaciones, ya que pueden tener una explicación determinista, que sesgaría a los modelos estocásticos y brindaría peores resultados. Si se omiten las primeras dos observaciones por ser aberrantes, los nuevos parámetros son:

$$\bar{x}_{7389-510-SM} = 16789.08$$

$$S_{7389-510-SM} = 6674.26$$

$$C.V._{7389-510-SM} = 39.75 \%$$

Como se esperaba, la desviación estándar se vio reducida, y en consecuencia también el coeficiente de variación, resultando en uno menos problemático, pero aun así grande, ya que es de casi 40%.

### 3.3.1 Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 7389-510-SM.

Como con la pieza 190R, se realizó un modelo para pronosticar sin tomar en cuenta estacionalidades y otro tomándolas en cuenta. El mejor resultado se obtuvo eliminando las primeras dos observaciones, tomando en cuenta la estacionalidad de la serie. En la Tabla 3.2 se reportan los resultados obtenidos mediante estos modelos:

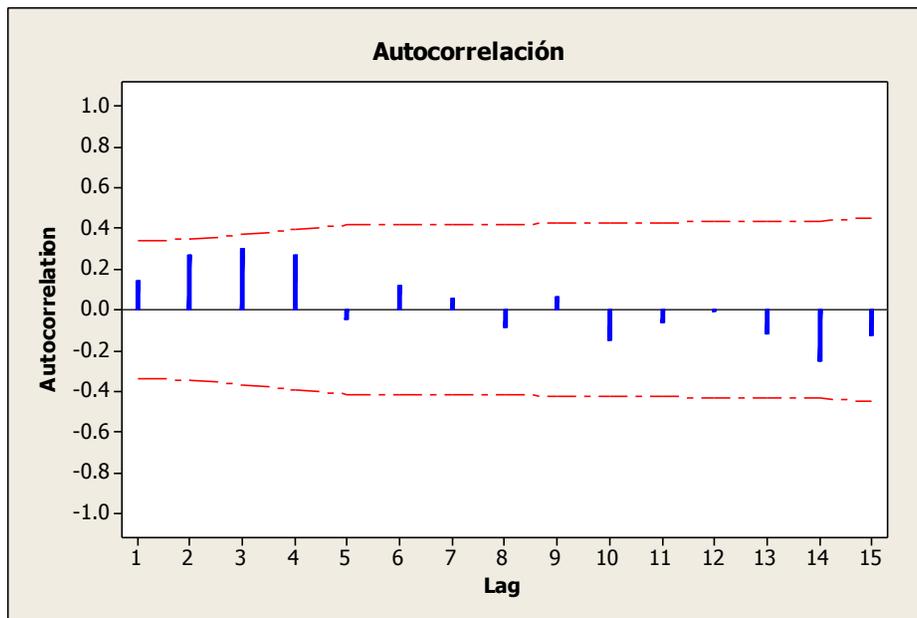
Modelo	DAM
Promedio	5766.68
Último valor	5793.61
Promedios móviles n=2	4512.30
Promedios móviles n=3	4671.47
Promedios móviles n=4	4583.32
Promedios móviles n=5	4521.17
Promedios móviles n=6	4708.14

Tabla 3.11 Modelos clásicos de series de tiempo para la demanda de la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

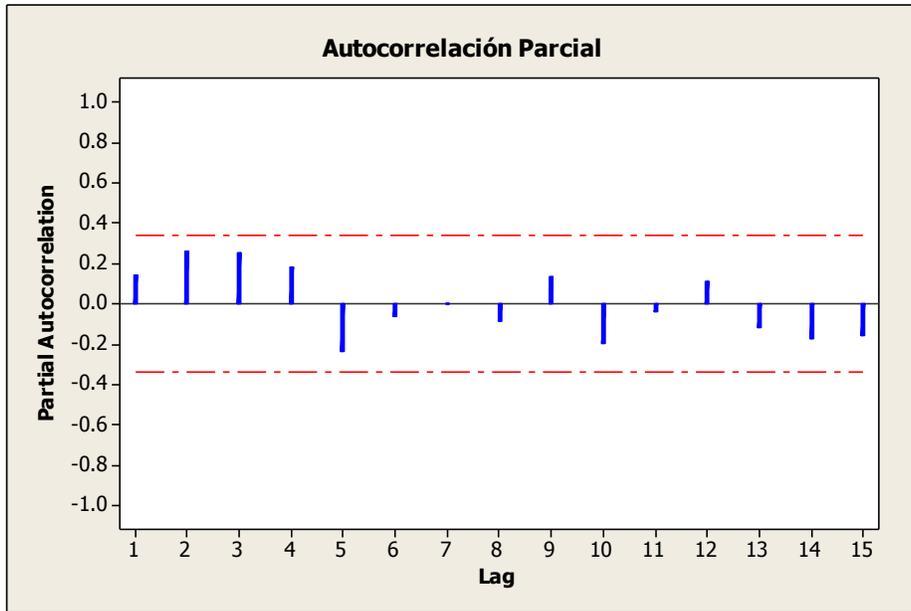
El mejor resultado se obtuvo con el modelo de promedios móviles tomando en cuenta los últimos dos periodos previos al periodo pronosticado. No se obtuvo una mejora mediando el suavizado de este pronóstico, ya que el valor de óptimo de alpha fue de cero, lo que significa que se tomó en cuenta para el pronóstico, únicamente el promedio móvil con  $n=2$ . La DAM obtenida fue de 4512.30.

### 3.3.2 Modelos ARIMA para la pieza 7389-510-SM.

Como se hizo anteriormente, el primer paso para la construcción de los modelos ARIMA es la identificación de algún posible modelo para representar el fenómeno en estudio, basándose en las gráficas de autocorrelación (figura 3.18) y autocorrelación parcial (figura 3.19). Al observar la gráfica de autocorrelación, se observa que los primeros cuatro retardos son los más lejanos a cero; esto podría indicar que la serie sea no-estacionaria y requiera de diferenciación para volverse estacionaria. Sin embargo, los valores no rebasan los límites de confianza, por lo que también puede ser que el proceso sea estacionario, y la autocorrelación entre los primeros retardos no sea lo suficientemente significativa para considerar que la serie sea no-estacionaria, pudiendo así ser representada por un modelo  $AR(p)$ , sin necesidad de alguna diferenciación  $I(d)$ .



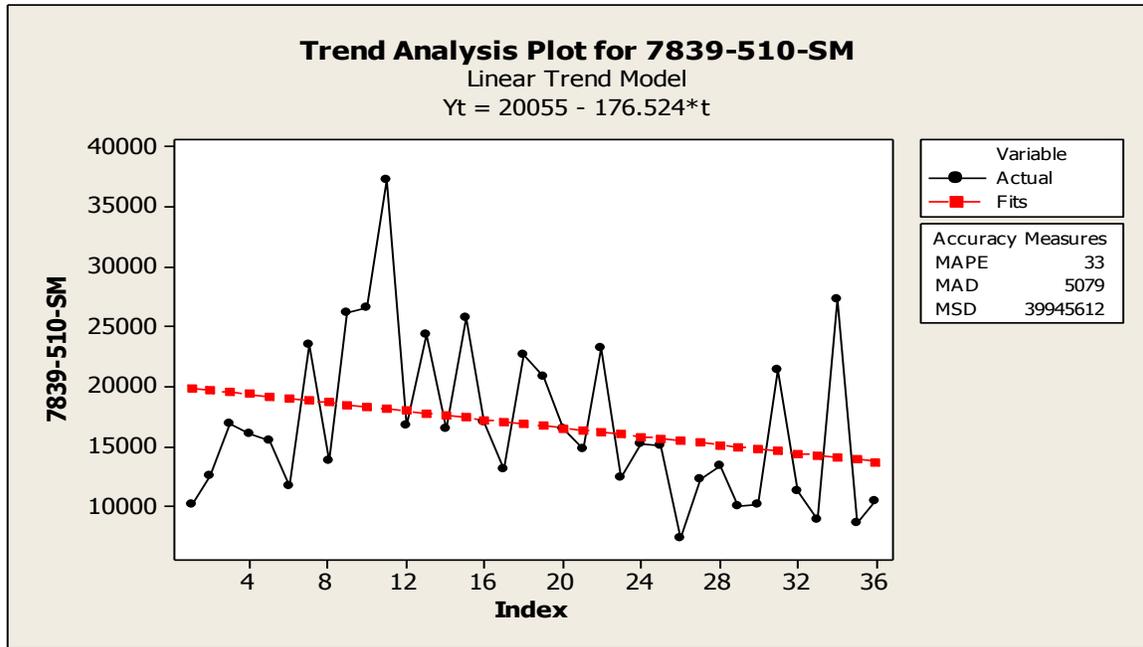
**Figura 3.18** Gráfica de autocorrelación de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).



**Figura 3.19** Gráfica de autocorrelación parcial de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).

La gráfica de autocorrelación parcial es similar a la gráfica de autocorrelación. Hay mayor autocorrelación parcial para los primeros retardos que para los posteriores, por lo que es probable que el modelo adecuado para representar el proceso, tenga un componente de medias móviles con tres a cinco retardos, MA(q). Además, se descarta la estacionalidad sugerida en un inicio, ya que no existen retardos trimestrales, cuatrimestrales, semestrales o anuales que resulten significativos según las gráficas.

Debido a que las autocorrelaciones no sobrepasan los intervalos de confianza, no hay tanta certeza sobre qué modelos son los más adecuados para representar el fenómeno, sin embargo, sí nos brindan cierta idea acerca de qué modelos pueden ser más adecuados para trabajar con ellos. Lo más probable es que el modelo pueda ser representado mediante algún modelo ARMA(p,q) o mediante un modelo ARIMA(p,d,q). Con el software JMP se generó el conjunto de modelos utilizado para la pieza anterior, dándose como resultado que el modelo que mejor representa el comportamiento de la demanda de la pieza 7389-510-SM, es un modelo ARMA(5,4).



**Figura 3.20** Gráfica de la serie de tiempo y su línea de tendencia o regresión (trabajada con datos de BPI). Contrario a lo esperado al observar la tendencia de la serie (figura 3.20), los modelos que mejor representaron a la demanda, en términos de DAM, fueron los modelos ARMA(p,q), como se muestra en la tabla 3.12:

Modelo	DAM
1 ARMA(5, 4)	4023.49
2 ARMA(5, 5)	4121.83
3 ARMA(4, 5)	4177.17
4 ARMA(3, 4)	4245.24
5 ARMA(4, 2)	4258.01
6 ARMA(2, 4)	4261.81
7 ARMA(2, 5)	4265.82
8 ARMA(5, 3)	4271.99
9 ARIMA(2, 1, 5)	4364.11
10 ARMA(1, 5)	4435.26

**Tabla 3.12** Mejores 10 modelos para la serie de ejemplo según su DAM (trabajada con datos de BPI).

Ya que el modelo ARMA(5,4) es el que mejor representó la demanda para el periodo estudiado, y no contradice lo observado en las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial, éste se seleccionó como mejor modelo del conjunto ARIMA para la pieza 7389-510-SM. En la figura 3.21, se confirma que el software determinó que la serie es estable e invertible para el modelo ARMA(5,4), además de enlistar sus parámetros estimados:

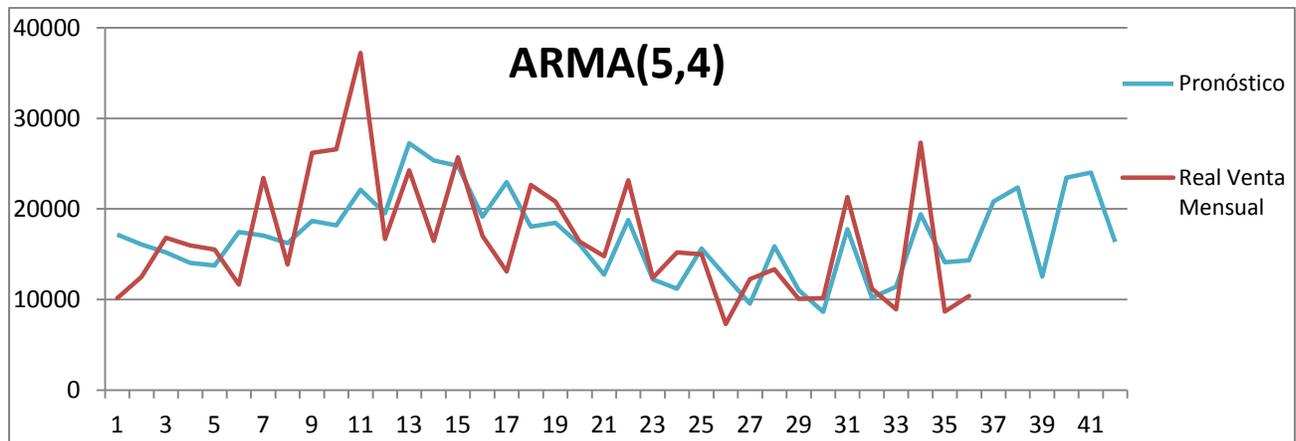
Model: ARMA(5, 4)			
<b>Model Summary</b>			
MAE	4023.49363	Stable	Yes
-2LoqLikelihood	716.107519	Invertible	Yes
<b>Parameter Estimates</b>			
Term	Lag	Estimate	
AR1	1	0.49	
AR2	2	0.47	
AR3	3	0.73	
AR4	4	-0.36	
AR5	5	-0.51	
MA1	1	0.75	
MA2	2	0.50	
MA3	3	0.75	
MA4	4	-1.00	

**Figura 3.21** Valores de los parámetros del modelo ARMA(5,4) para la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

Con el modelo elaborado, se pueden obtener los correspondientes pronósticos para varios periodos en el futuro:

Periodo futuro	Pronóstico
1	20813.204
2	22361.059
3	12539.417
4	23443.756
5	24008.048
6	16352.350

**Tabla 3.13** Pronósticos obtenidos mediante el modelo ARMA(5,4) para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

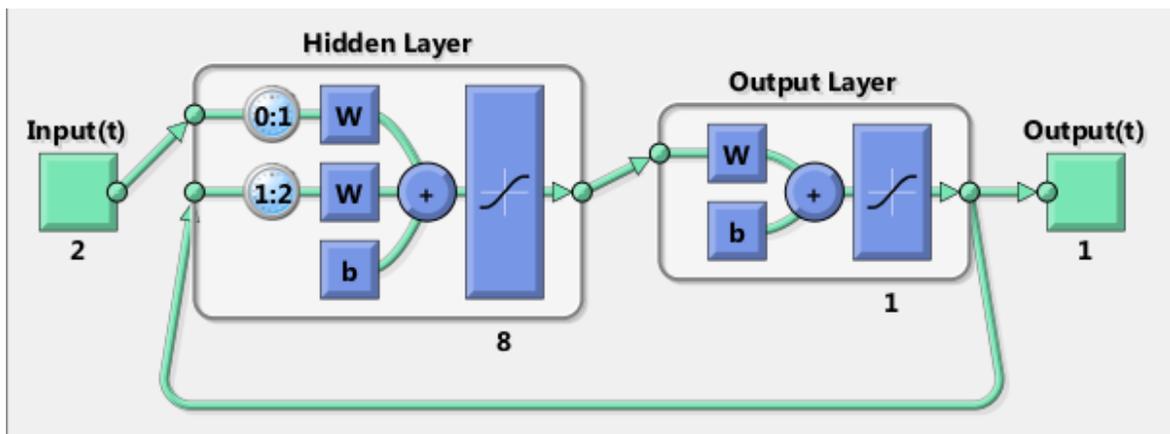


**Figura 3.22** Serie real vs predicciones con modelo ARMA(5,4), hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Con esto y tras su validación, el modelo está listo para su implementación.

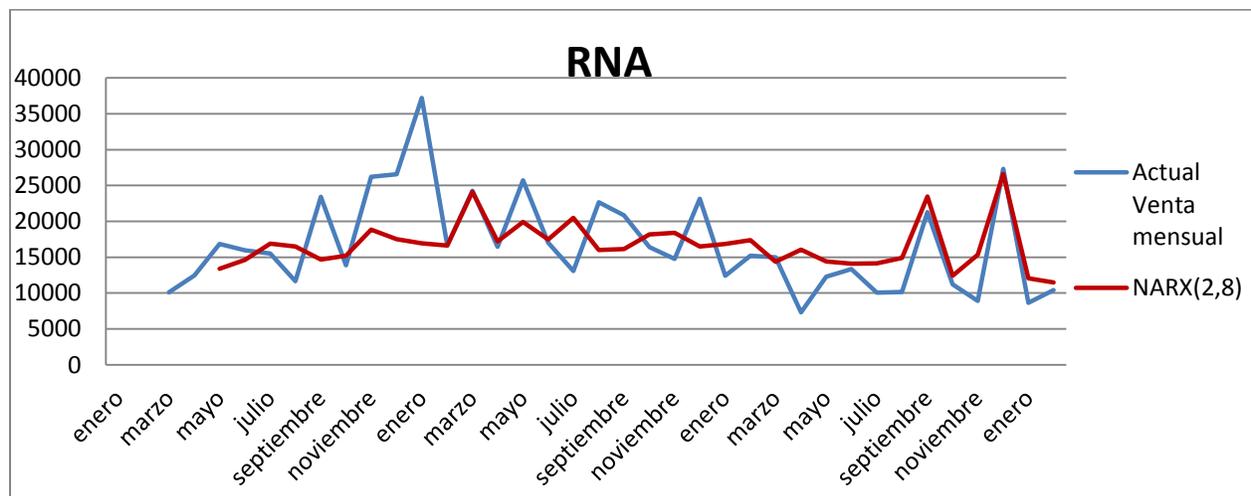
### 3.3.3 Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 7389-510-SM.

El procedimiento para el desarrollo y selección de un modelo de redes neuronales artificiales, fue el mismo que con la pieza anterior. El mejor resultado se obtuvo con una red NARX con 2 retardos en los datos de entrada, ocho neuronas de procesamiento y funciones de transferencia en las dos capas, como se observa en la figura 3.23.



**Figura 3.23** Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 2 retardos y 8 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

El resultado obtenido de los pronósticos con este modelo, tuvo una DAM de 4078.20. Esto significa que se tuvo un resultado similar, pero menos exacto que con el modelo ARMA(5,4), que tuvo una DAM de 4023.49.



**Figura 3.24** Serie real vs predicciones con modelo RNA, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Modelo	DAM
Promedios móviles	4512.30
ARMA(5,4)	4023.49
RNA, NARX 2 retardos y 8 neuronas	4078.20

**Tabla 3.14** Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 7389-510-SM.

A continuación se presentan los pronósticos a seis periodos, obtenidos con el modelo de redes neuronales artificiales:

Periodo futuro	Pronóstico
1	27702.07
2	15343.39
3	21297.59
4	16702.71
5	18595.56
6	16962.28

**Tabla 3.15** Pronósticos obtenidos mediante el modelo NARX con 2 retardos y 8 neuronas en la capa oculta, para la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

### 3.3.4 Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 7389-510-SM.

Por último, también se realizó un modelo combinando el modelo ARMA(5,4), con uno de redes neuronales artificiales, intentando establecer una representación del comportamiento de los residuos, de forma que se pudiera mejorar la calidad de los pronósticos. El modelo de redes neuronales que logró mejores resultados con el ARMA(5,4), fue un NARX con dos entradas, 5 neuronas en la primera capa oculta, y transferencias sigmoideas. La DAM obtenida mediante el modelo combinado fue de 3333.41, contra 4023.49 del mejor pronóstico anterior.

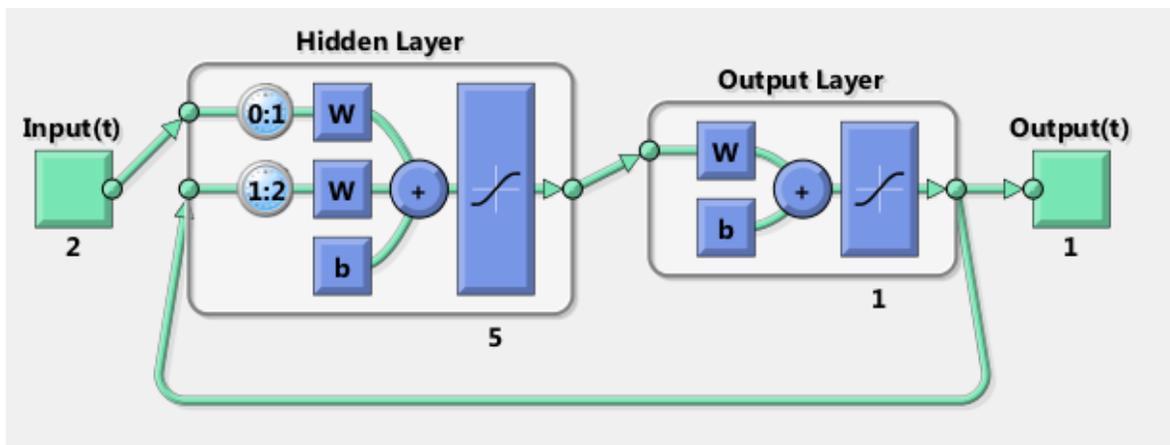


Figura 3.25 Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 2 retardos y 5 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

A continuación, se muestra la tabla comparativa de los resultados obtenidos mediante las diferentes técnicas utilizadas para la modelación de la demanda de la pieza 7389-510-SM:

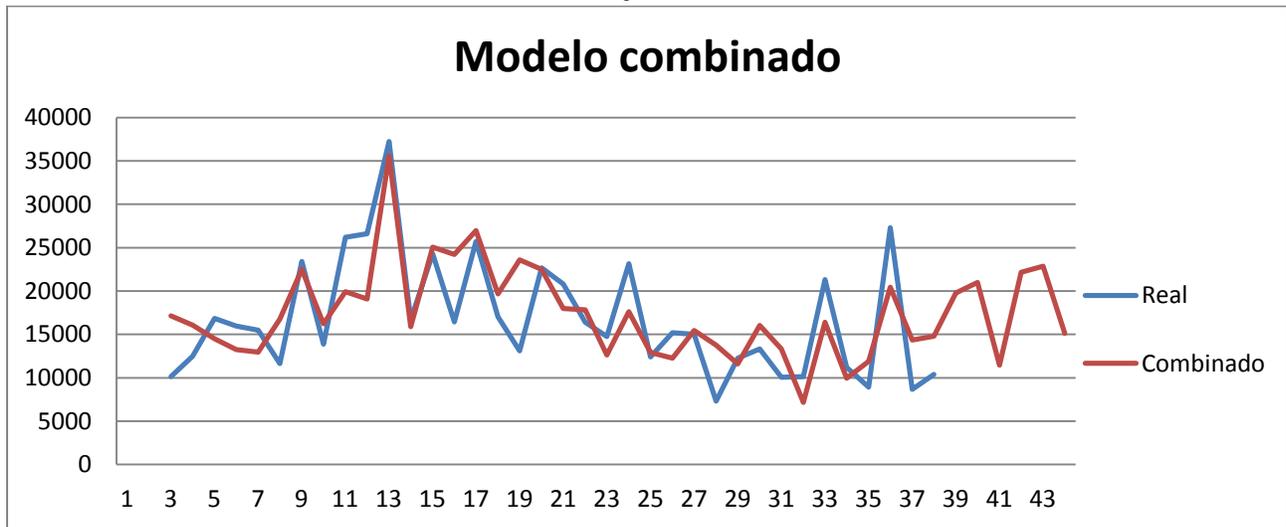
Modelo	DAM
Promedios móviles	4512.30
ARMA(5,4)	4023.49
RNA, NARX 2 retardos y 8 neuronas	4078.20
Modelo combinado ARIMA + RNA	3333.41

Tabla 3.16 Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 7389-510-SM.

Y los pronósticos obtenidos mediante el modelo combinado ARMA + RNA, para los siguientes seis periodos son:

Periodo futuro	Pronóstico
1	19765.6843
2	20985.4897
3	11447.2274
4	22157.6765
5	22867.078
6	15103.8407

**Tabla 3.17** Pronósticos obtenidos mediante el modelo combinado, para la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).



**Figura 3.26** Serie real vs predicciones con modelo combinado, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

En contraste con la pieza anterior, no se logró obtener un mejor pronóstico mediante algún modelo con redes neuronales artificiales, sin embargo, el pronóstico se logró mejorar en una buena medida mediante la combinación de modelos.

### 3.3.5 Validación de modelos para la pieza 7389-510-SM.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de satisfacción de supuestos, realizadas para el modelo ARMA(5,4), como representación del comportamiento de la demanda de la pieza 7389-510-SM.

Supuesto 1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

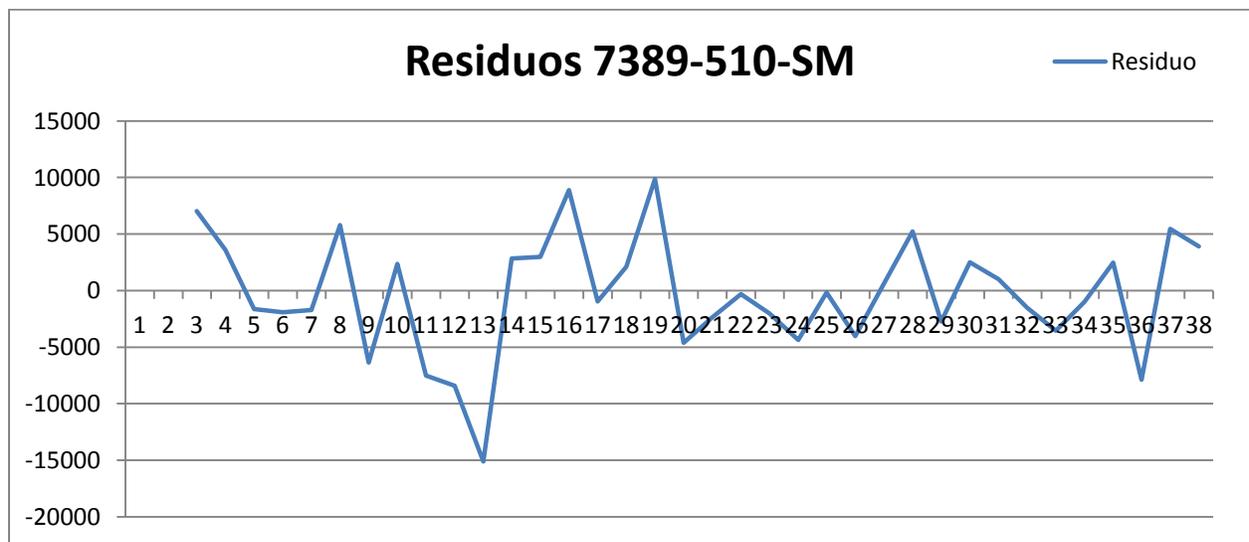
El resultado del cociente es:

$$\left| \sqrt{N-d-p} \frac{m(\hat{a})}{\hat{\sigma}_a} \right| = \left| \sqrt{36-0-5} \frac{-729.11}{5515.83} \right| = 0.736 < 2$$

Por lo que se acepta que la media de los residuos es igual a cero.

Supuesto 2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante.

Analizando la Figura 3.27, se puede sugerir que no hay evidencia de un comportamiento con tendencia irregular en la varianza, ya que aunque parece tener una tendencia a disminuir, al observar bien, esta apariencia surge únicamente por el residuo en el punto 13, que es el mayor residuo (negativo) en toda la serie, por lo que el segundo supuesto se considera también verificado.



**Figura 3.27** Gráfica de residuos históricos para el modelo ARMA(5,4), de la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

Supuesto 3. Las variables aleatorias  $\{a_t\}$  son mutuamente independientes

Se calcularon las autocorrelaciones para todos los retardos existentes en los residuos del modelo, obteniéndose que en ningún caso se cumplió que  $|r_k(\hat{a})| \geq 2/\sqrt{N-d-p}$ , lo que significa que los residuos son independientes entre sí para cualquier retardo  $K$ . Además se realizó la prueba de Ljung-Box, con la que se obtuvo un valor

$$Q' = (N - d - p)(N - d - p + 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{N - d - p - k} = 23.27$$

Que comparado con el valor de rechazo de la Ji-cuadrada, con  $K - p - q = 31 - 5 - 4 = 22$  grados de libertad y un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , resulta en  $8.76 < 33.9$ , por lo que se no rechaza la hipótesis de independencia entre los residuos.

Supuesto 4.  $\{a_t\}$  tiene una distribución normal, para toda  $t$ .

Para verificar que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución normal, se realizaron pruebas de bondad de ajuste con el software BestFit 4.5.2. Los parámetros de prueba resultantes, con los correspondientes valores de rechazo (para un nivel de significación  $\alpha = 0.05$ ), se muestran en la siguiente tabla:

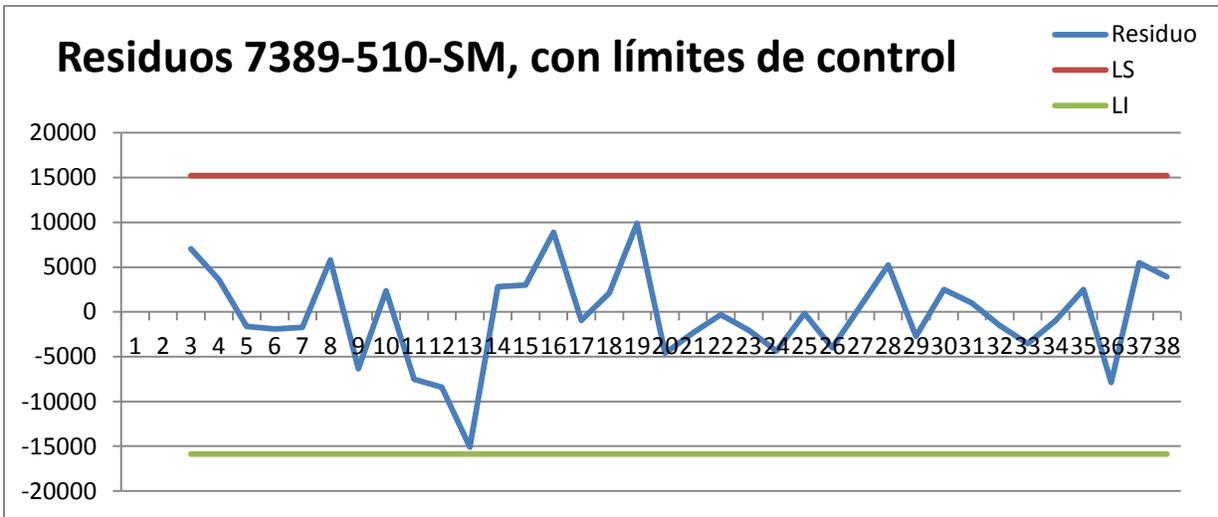
Prueba de bondad de ajuste	Valor de rechazo	Valor de la prueba
Ji-cuadrada	50.99	4.44
K-S	0.22119	0.073

**Tabla 3.18** Resultados de las pruebas de bondad de ajuste para los residuos del modelo ARMA(5,4) de la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

Ya que los valores de prueba resultan ser menores que los valores de rechazo, se considera que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución  $N(0, \hat{\sigma}_a)$  y el supuesto 4 es verificado.

Supuesto 5. Implícitamente se ha supuesto que no existen observaciones aberrantes (posiblemente ajenas a la serie de estudio).

Se realizó un análisis visual sobre la gráfica de los residuos para cada periodo, para detectar si existen una o más ocasiones en las que los residuos excedan los límites de control, que comprenden el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ .



**Figura 3.28** Gráfica de residuos históricos con límites de control, para el modelo ARMA(3,4), de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

De la gráfica podemos concluir que no existen observaciones aberrantes, ya que los límites de control nunca fueron superados por los residuos del modelo.

Gracias a la verificación de los supuestos del modelo ARIMA(5,4), se puede considerar que éste es válido para la representación de la demanda de la pieza 7389-510-SM. En consecuencia, los modelos de redes neuronales artificiales y el modelo combinado, se consideran validados por lo mencionado al final de la validación del modelo para la pieza 190R.

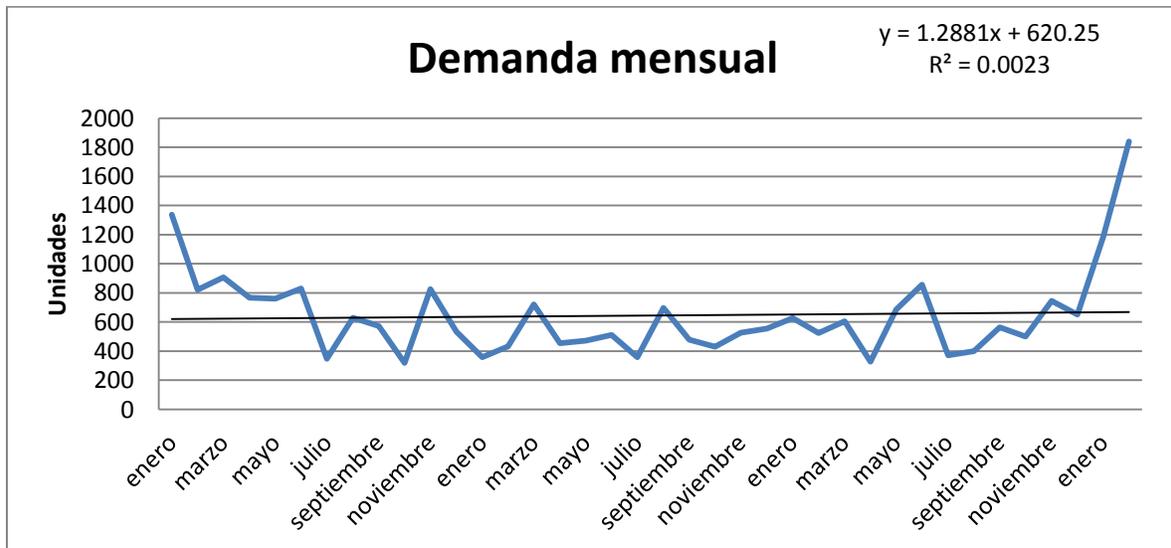
### 3.4 Caso 3: Cilindro maestro 390901RL

Se ha seleccionado esta pieza para representar aquellas con un comportamiento con características similares: periodos largos e imprecisos, donde la tendencia de la demanda cambia. A diferencia de las piezas analizadas anteriormente, esta pieza puede completar su proceso logístico en cuatro meses, por lo cual se requieren pronósticos hasta cuatro periodos futuros, desde un punto de vista estrictamente operativo. Sin embargo, para fines de planeación en la empresa, e ilustrativos en el estudio, también se evaluarán los pronósticos a 6 periodos. Se poseen 38 datos de comportamiento histórico de demanda, que se pueden observar en la Tabla 3.19.

390901RL	2011	2012	2013	2014	Total general
<b>CILINDRO MAESTRO</b>					
enero	1337	359	627	1184	3507
febrero	821	432	524	1840	3617
marzo	906	720	605		2231
abril	766	455	327		1548
mayo	760	472	686		1918
junio	830	512	856		2198
julio	348	358	371		1077
agosto	629	698	399		1726
septiembre	572	478	564		1614
octubre	320	431	501		1252
noviembre	826	526	745		2097
diciembre	532	556	651		1739
Total general	8647	5997	6856	3024	24524

**Tabla 3.19** Históricos de demanda mensual para la serie 390901RL (trabajada con datos de BPI).

A continuación, se presenta el gráfico del comportamiento de la demanda a través del periodo registrado:



**Figura 3.29** Demanda mensual de la pieza en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).

Se puede observar el comportamiento peculiar de la serie, con valores altos al inicio del registro, para estabilizar la media de la demanda durante la mayor parte del tiempo, hasta los últimos valores, donde la demanda sufre un incremento inesperado. No se puede observar alguna

estacionalidad a simple vista, similar sólo a la demanda presenciada en el primer periodo de la serie, tres años atrás.

En la figura 3.30 se observa la demanda mensual que ha presentado la pieza en cada año. Se puede observar que la mayoría de valores se encuentran entre 300 y 1000 unidades, salvo por las observaciones mencionadas a inicios de 2011 y 2014.

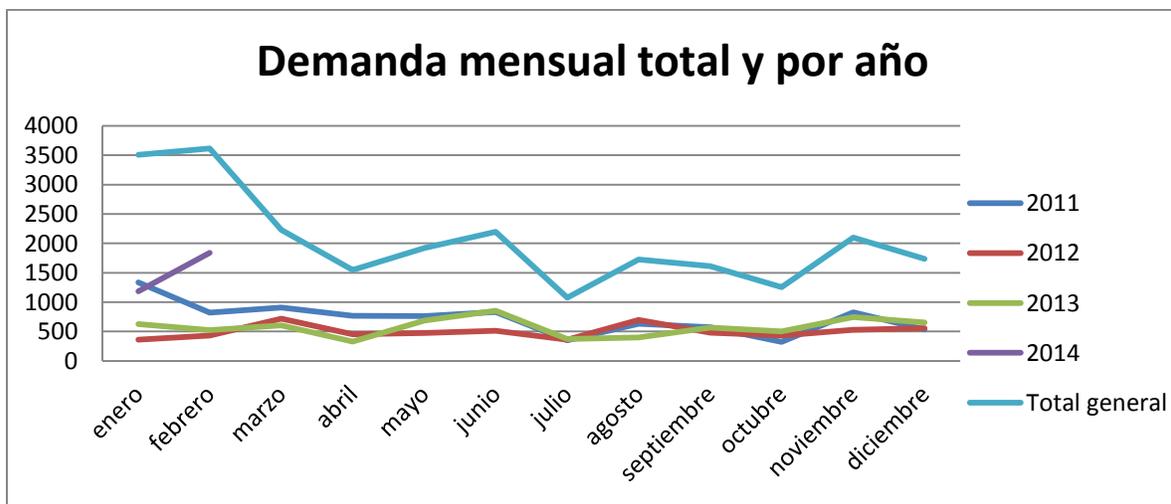
Como indicadores estadísticos comunes, se calcularon la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de la demanda de la pieza:

$$\bar{x}_{190R} = 645.37$$

$$s_{190R} = 300.3$$

$$C.V._{190R} = 46.54 \%$$

El coeficiente de variación también resulta alto, en buena parte influido por las mediciones tan alejadas de la media, presentes en los periodos mencionados.



**Figura 3.30** Demanda mensual total y por año, de la pieza, en el periodo de enero 2011 a febrero 2014 (trabajada con datos de BPI).

### 3.4.1 Modelos clásicos de series de tiempo para la pieza 390901RL.

Como con las piezas anteriores, se realizaron modelos clásicos para pronosticar el comportamiento de la demanda de la pieza. En contraste con las piezas anteriores, para la 390901RL no se realizaron modelos quitándole la estacionalidad a la serie, ya que las gráficas no sugieren la posibilidad de que ésta exista. En la Tabla 3.20 se reportan los resultados obtenidos mediante estos modelos. Se puede observar que el segundo mejor resultado se obtuvo mediante la modelación de la serie con

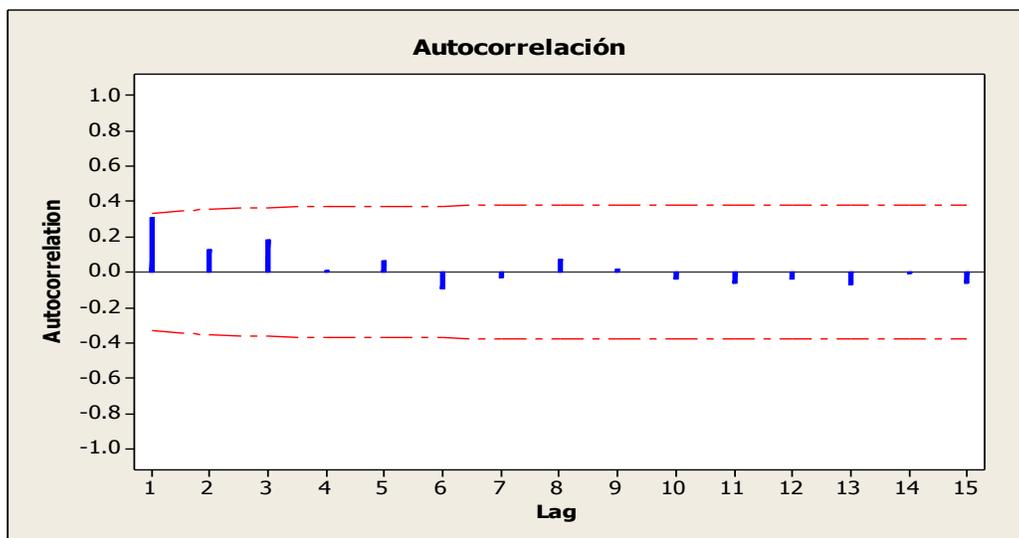
promedios móviles con 3 retardos, con una DAM de 175.01. Posteriormente este modelo fue mejorado mediante un suavizado exponencial con  $\alpha=0.057$ , obteniéndose una DAM de 174.63, muy poco superior al modelo sin suavizado.

Modelo	DAM
Promedio	225.82
Último valor	209.76
Promedios móviles n=2	189.82
Promedios móviles n=3	175.01
Promedios móviles n=4	177.94
Promedios móviles n=5	182.49
Promedios móviles n=6	190.44
Promedio con suavizado exponencial	174.63

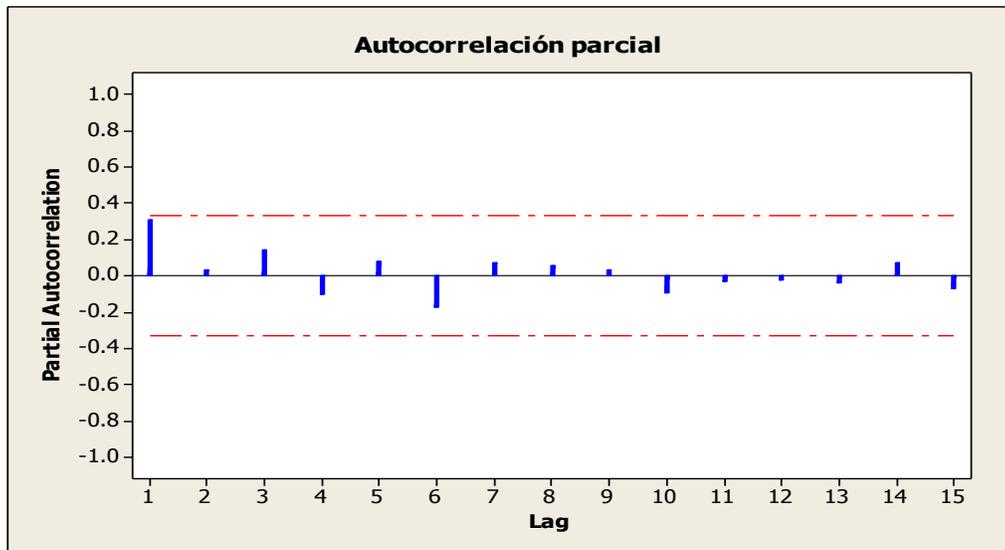
**Tabla 3.20 Modelos clásicos de series de tiempo para la demanda de la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).**

### 3.4.2 Modelos ARIMA para la pieza 390901RL.

Tal como se hizo con las piezas anteriores, para la selección del modelo se sigue la metodología mencionada, primero haciendo un análisis de las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial (figuras 3.31 y 3.32).



**Figura 3.31 Gráfica de autocorrelación de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).**



**Figura 3.32** Gráfica de autocorrelación parcial de la serie de tiempo en estudio con hasta 15 retardos (trabajada con datos de BPI).

En la gráfica se puede observar que la función de autocorrelación tiene valores pequeños, que tienden a ser cero conforme se incrementan los retardos. El retardo con mayor autocorrelación es el primero, tal como se espera de un proceso que se pueda representar con un modelo autorregresivo. Debido a esto, la gráfica sugiere que la serie es estacionaria (su distribución de probabilidad no cambia con el tiempo) y es probable que pueda ser representada por un modelo AR(p).

Por su parte, la gráfica de autocorrelación parcial tiene un comportamiento muy parecido al de la gráfica de autocorrelación. Los valores cercanos al cero, siendo menores que la autocorrelación parcial del primer retardo, sugieren que existe cierta influencia de los últimos valores que ha tomado la serie, sobre los nuevos que ésta pueda tomar, de modo que es probable que la serie pueda ser representada por un modelo de medias móviles MA(q).

Como la serie es aparentemente estacionaria, no requeriría aplicaciones del operador diferencia, por lo que no es necesario un modelo I(d).

En ambas gráficas, los valores de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, al ser cercanos a cero y menores a los límites en los intervalos de confianza, sugieren que los valores obtenidos en la serie son en gran medida aleatorios.

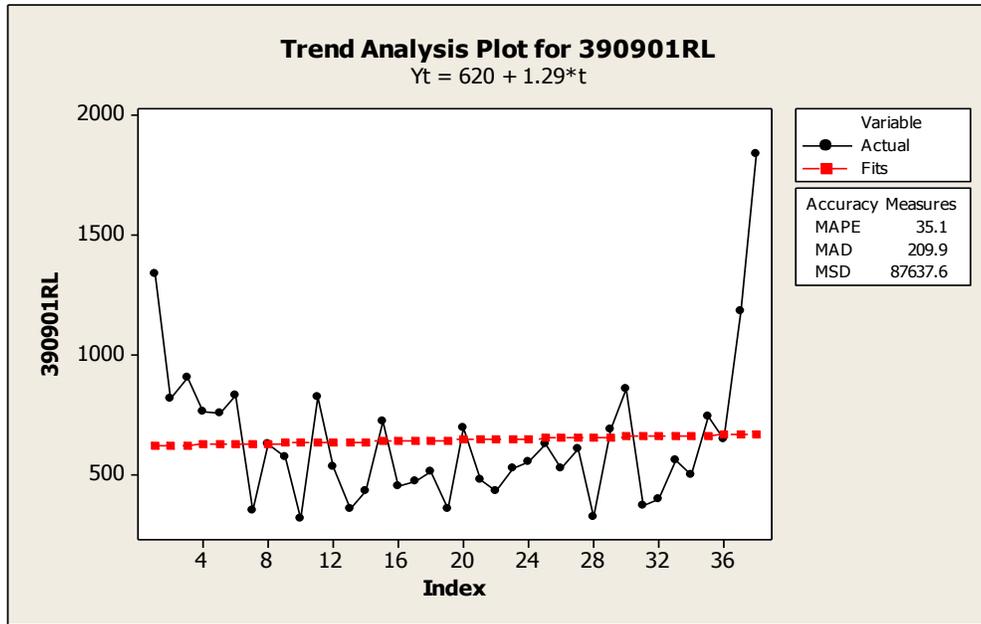


Figura 3.33 Gráfica de la serie de tiempo y su línea de tendencia o regresión (trabajada con datos de BPI).

La gráfica de tendencia nos marca que esta es casi constante. Esto se debe a que a pesar de que existen los picos de demanda iniciales y finales, el comportamiento habitual de la serie permanece en niveles menores la gran mayoría del tiempo.

	Modelo	DAM
1	ARIMA(5, 1, 5)	166.74
2	ARIMA(5, 1, 3)	172.95
3	ARIMA(5, 2, 5)	173.18
4	ARIMA(5, 1, 2)	174.65
5	ARIMA(4, 1, 4)	177.99
6	ARMA(5, 4)	178.79
7	ARI(5, 1)	178.80
8	ARIMA(4, 1, 5)	179.34
9	ARIMA(1, 1, 5)	179.94
10	IMA(1, 5)	180.50

Tabla 3.21 Mejores 10 modelos para la serie de ejemplo según su DAM (trabajada con datos de BPI).

Al igual que para las otras piezas, se elaboró un conjunto de modelos ARIMA hasta el ARIMA(5,5,5). En la tabla 3.21 se enlistaron los 10 modelos que mejor representaron el proceso según su DAM. Como se puede observar, el modelo con menor error fue el ARIMA(5,1,5), con una DAM de 166.74. Sin embargo, siguiendo la metodología propuesta por Box y Jenkins (1970), se

tiene evidencia suficiente para descartar que el proceso sea representado por un modelo diferenciado I(d), por lo que se considera más conveniente elegir un modelo sugerido por las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial, que en este caso sería algún modelo de la familia ARMA(p,q), como se mencionó anteriormente, por lo tanto se ha seleccionado el modelo ARMA(5,4), como mejor representación del comportamiento de la demanda, con una DAM de 178.79. En la figura 3.21, se confirma que el software determinó que la serie es estable e invertible para el modelo ARMA(5,4), además de enlistar sus parámetros estimados:

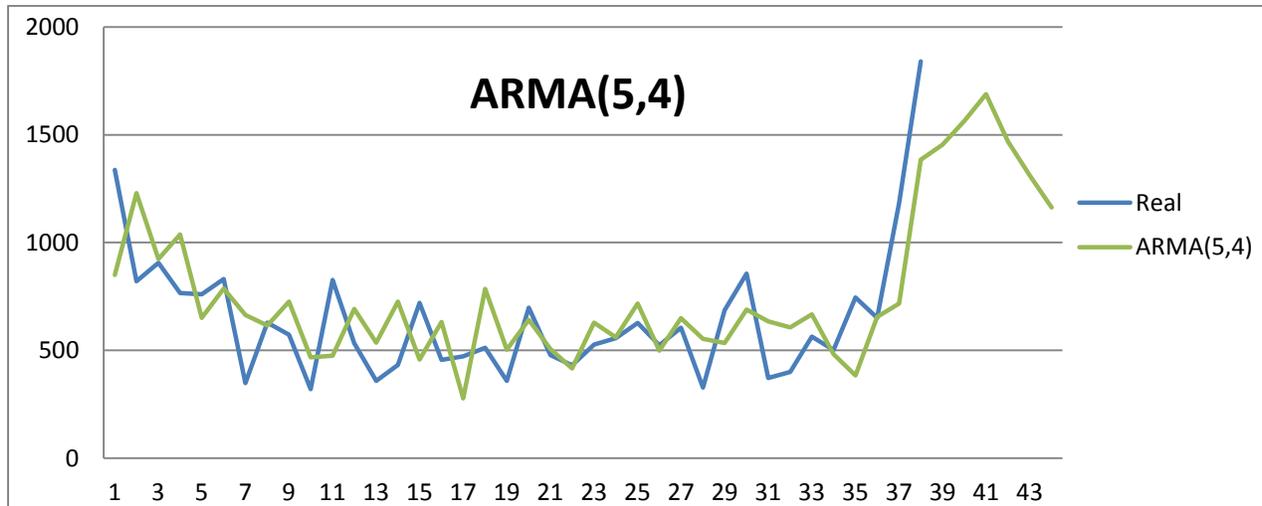
Model: ARMA(5, 4)			
Model Summary			
MAE	178.799103	Stable	Yes
-2LoqLikelihood	517.752495	Invertible	Yes
Parameter Estimates			
Term	Lag	Estimate	
AR1	1	-0.3168	
AR2	2	0.4596	
AR3	3	-0.0498	
AR4	4	0.0831	
AR5	5	0.2611	
MA1	1	-1.0271	
MA2	2	-0.1608	
MA3	3	-1.0271	
MA4	4	-1.0000	

**Figura 3.34** Valores de los parámetros del modelo ARMA(3,4) para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

Con el modelo elaborado, se pueden obtener los correspondientes pronósticos para varios periodos en el futuro:

Periodo futuro	Pronóstico
1	1453.04289
2	1564.80501
3	1688.07112
4	1468.28087
5	1312.23135
6	1162.77232

**Tabla 3.22** Pronósticos obtenidos mediante el modelo ARMA(5,4) para la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

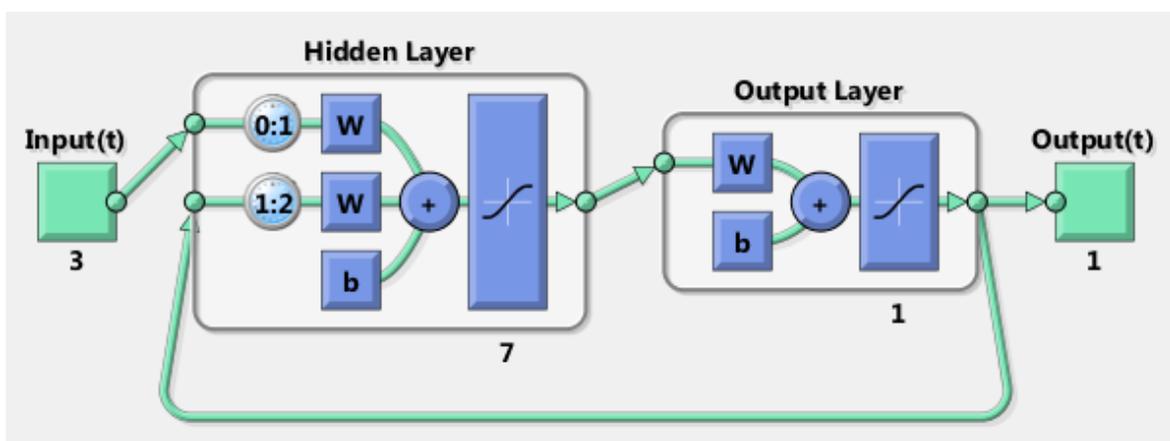


**Figura 3.35** Serie real vs predicciones con modelo ARMA(5,4), hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Con esto y tras su validación, el modelo está listo para su implementación.

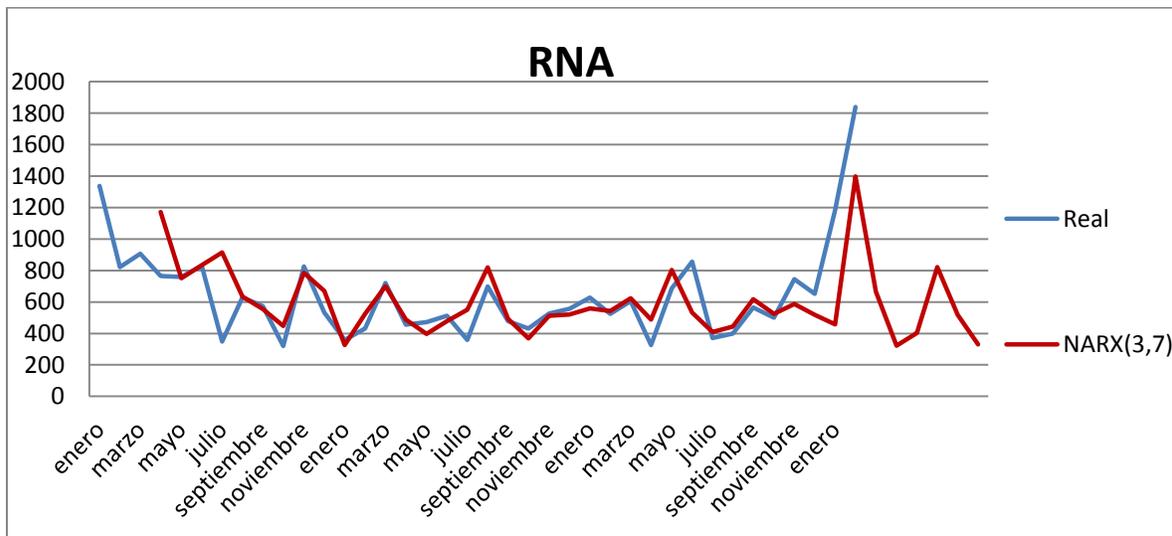
### 3.4.3 Modelos con redes neuronales artificiales para la pieza 390901RL.

El procedimiento para el desarrollo y selección de un modelo de redes neuronales artificiales, fue el mismo que con la pieza anterior. El mejor resultado se obtuvo con una red NARX con 2 retardos en los datos de entrada, ocho neuronas de procesamiento y funciones de transferencia en las dos capas, como se observa en la figura 3.36.



**Figura 3.36** Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 3 retardos y 7 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

El resultado obtenido de los pronósticos con este modelo, tuvo una DAM de 124.89, con lo que se superó tanto a los modelos clásicos de series de tiempo, como a los modelos ARIMA utilizados previamente.



**Figura 3.37** Serie real vs predicciones con modelo RNA, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Modelo	DAM
Promedios móviles	174.63
ARMA(5,4)	178.79
RNA, NARX 3 retardos y 7 neuronas	124.89

**Tabla 3.23** Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 390901RL.

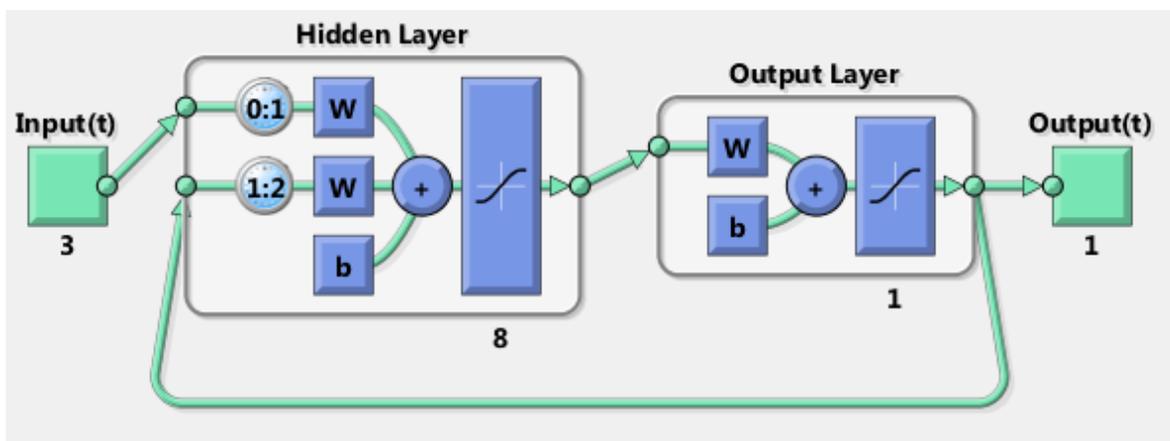
A continuación, se presentan los pronósticos a seis periodos, obtenidos con el modelo de redes neuronales artificiales:

Periodo futuro	Pronóstico
1	666.43
2	322.40
3	402.1
4	821.2
5	517.83
6	330.76

**Tabla 3.24** Pronósticos obtenidos mediante el modelo NARX con 2 retardos y 8 neuronas en la capa oculta, para la pieza 7389-510-SM (trabajada con datos de BPI).

### 3.4.4 Modelo combinado: ARIMA con redes neuronales artificiales para la pieza 390901RL.

Como en los casos anteriores, se realizó un modelo combinando el modelo ARMA(5,4), con uno de redes neuronales artificiales, intentando establecer una representación del comportamiento de los residuos, de forma que se pudiera mejorar la calidad de los pronósticos. El modelo de redes neuronales que logró mejores resultados con el ARMA(5,4), fue un NARX con tres entradas, 8 neuronas en la primera capa oculta, y transferencias sigmoideas. La DAM obtenida mediante el modelo combinado fue de 78.80, contra 124.89 del mejor pronóstico anterior.



**Figura 3.38** Diagrama de la red neuronal artificial NARX con 3 retardos y 8 neuronas de procesamiento en la capa oculta.

A continuación, se muestra la tabla comparativa de los resultados obtenidos mediante las diferentes técnicas utilizadas para la modelación de la demanda de la pieza 390901RL:

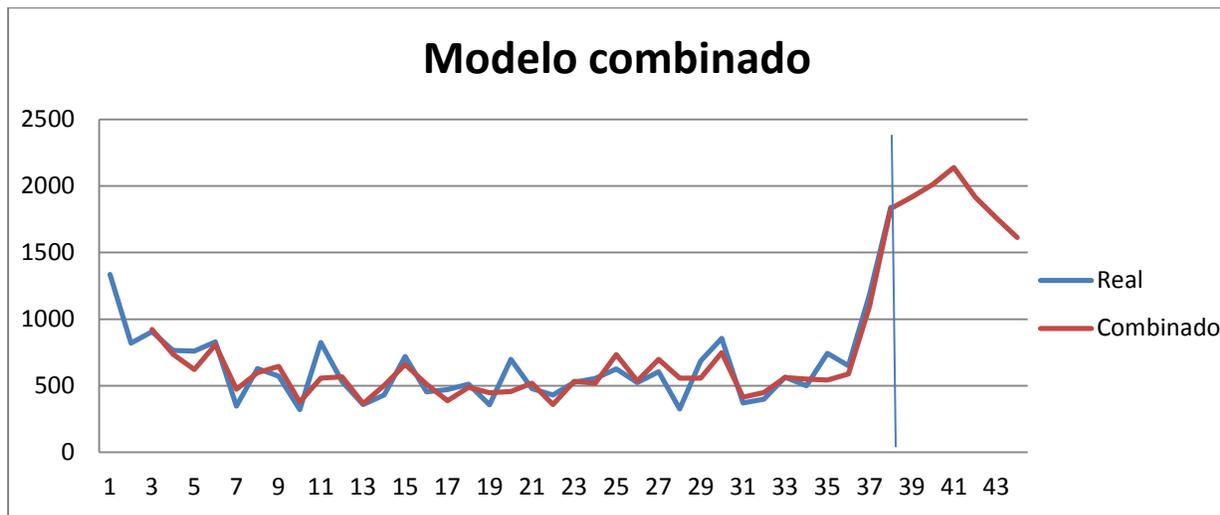
Modelo	DAM
Promedios móviles	174.63
ARMA(5,4)	178.79
RNA, NARX 2 retardos y 8 neuronas	124.89
Modelo combinado ARIMA + RNA	78.80

**Tabla 3.17** Comparación de DAM según los modelos utilizados para la obtención de pronósticos de demanda de la parte 390901RL.

Y los pronósticos obtenidos mediante el modelo combinado ARMA + RNA, para los siguientes seis periodos son:

Periodo futuro	Pronóstico
1	1917.53029
2	2011.79701
3	2137.86282
4	1917.17697
5	1762.11235
6	1612.39402

**Tabla 3.18** Pronósticos obtenidos mediante el modelo combinado, para la pieza 390901RL (trabajada con datos de BPI).



**Figura 3.39** Serie real vs predicciones con modelo combinado, hasta seis periodos en el futuro (trabajada con datos de BPI).

Para esta pieza, se logró mejorar notablemente los pronósticos mediante redes neuronales artificiales y con la combinación de modelos. Aunque existe incertidumbre sobre las demandas futuras, se esperaría que el comportamiento de la pieza volviera a sus promedios habituales en los próximos periodos, ya que la pieza es refacción para vehículos modelo 1995-2002 y no ha habido una nueva inserción masiva de automóviles que requieran de esta pieza.

### 3.4.5 Validación de modelos para la pieza 390901RL.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de verificación realizadas para el modelo ARMA(5,4), como representación del comportamiento de la demanda de la 390901RL.

Supuesto 1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

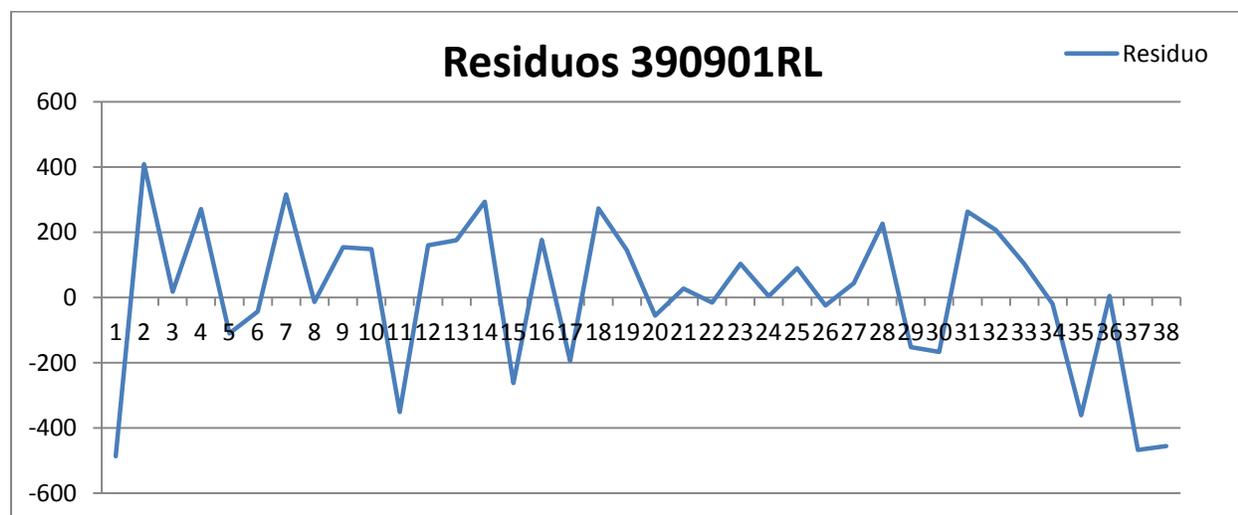
El resultado del cociente es:

$$\left| \sqrt{N-d-p} \frac{m(\hat{a})}{\hat{\sigma}_a} \right| = \left| \sqrt{38-0-5} \frac{-9.95}{223.77} \right| = .255 < 2$$

Por lo que se acepta que la media de los residuos es igual a cero.

Supuesto 2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante.

Analizando la Figura 3.40, se puede sugerir que no hay evidencia de un comportamiento con tendencia irregular en la varianza. Para realizar esta afirmación se siguen las recomendaciones de Guerrero (2009), en donde se sugiere que se busque un patrón de crecimiento o decrecimiento de la varianza, donde se observe la futura convergencia de ésta, y si no se encuentra, se acepta que la varianza es constante.



**Figura 3.40** Gráfica de residuos históricos para el modelo ARMA(5,4), de la pieza 390901RL (trabajada con datos de BPI).

Supuesto 3. Las variables aleatorias  $\{a_t\}$  son mutuamente independientes

Se calcularon las autocorrelaciones para todos los retardos existentes en los residuos del modelo, obteniéndose que en ningún caso se cumplió que  $|r_k(\hat{a})| \geq 2/\sqrt{N-d-p}$ , lo que significa que los residuos son independientes entre sí para cualquier retardo  $K$ . Además, se realizó la prueba de Ljung-Box, con la que se obtuvo un valor

$$Q' = (N - d - p)(N - d - p + 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{N - d - p - k} = 31.18$$

Que comparado con el valor de rechazo de la Ji-cuadrada, con  $K - p - q = 32 - 5 - 4 = 23$  grados de libertad y un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , resulta en  $31.18 < 35.17$ , por lo que se no rechaza la hipótesis de independencia entre los residuos.

Supuesto 4.  $\{a_t\}$  tiene una distribución normal, para toda  $t$ .

Para verificar que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución normal, se realizaron pruebas de bondad de ajuste con el software BestFit 4.5.2. Los parámetros de prueba resultantes, con los correspondientes valores de rechazo (para un nivel de significación  $\alpha = 0.05$ ), se muestran en la siguiente tabla:

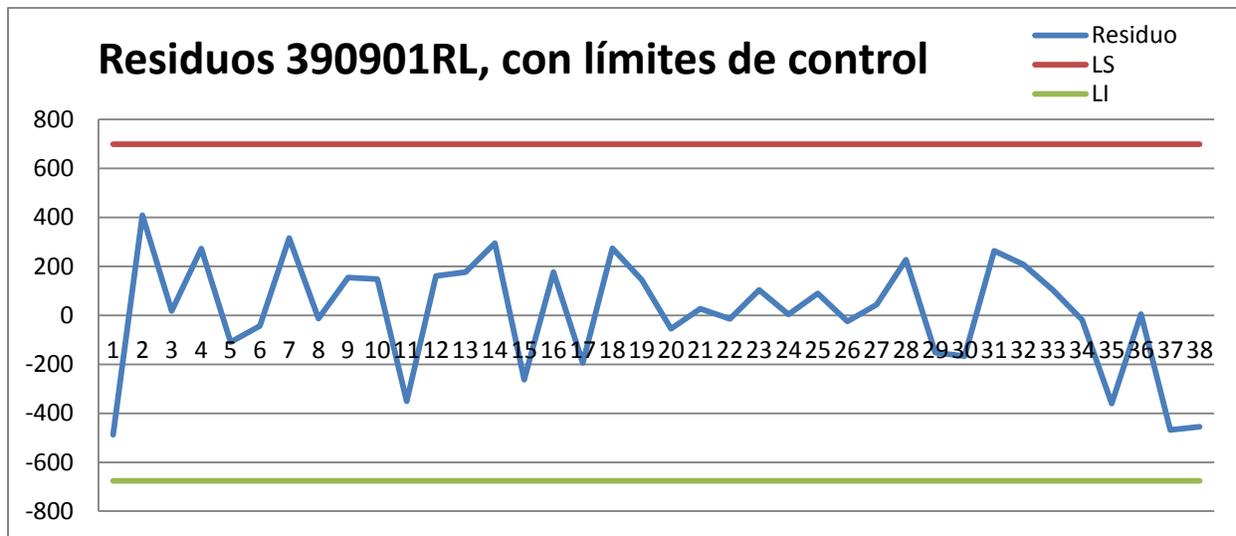
Prueba de bondad de ajuste	Valor de rechazo	Valor de la prueba
Ji-cuadrada	53.38	3.26
K-S	0.21544	0.141

**Tabla 3.19 Resultados de las pruebas de bondad de ajuste para los residuos del modelo ARMA(5,4) de la pieza 390901 (trabajada con datos de BPI).**

Ya que los valores de prueba resultan ser menores que los valores de rechazo, se considera que el comportamiento de los residuos corresponde a una distribución  $N(0, \hat{\sigma}_a)$  y el supuesto 4 es verificado.

Supuesto 5. Implícitamente se ha supuesto que no existen observaciones aberrantes (posiblemente ajenas a la serie de estudio).

Se realizó un análisis visual sobre la gráfica de los residuos para cada periodo, para detectar si existen una o más ocasiones en las que los residuos excedan los límites de control, que comprenden el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ .



**Figura 3.41** Gráfica de residuos históricos con límites de control, para el modelo ARMA(3,4), de la pieza 190R (trabajada con datos de BPI).

De la gráfica podemos concluir que no existen observaciones aberrantes, ya que los límites de control nunca fueron superados por los residuos del modelo.

Gracias a la verificación de los supuestos del modelo ARIMA(5,4), se puede considerar que éste es válido para la representación de la demanda de la pieza 390901RL. En consecuencia, los modelos de redes neuronales artificiales y el modelo combinado, se consideran validados por lo mencionado al final de la validación del modelo para la pieza 190R.

En el siguiente capítulo, se presentan los resultados obtenidos con cada modelo, así como un análisis de estos, tomando en cuenta la calidad de los resultados y las causas del desempeño de cada uno.

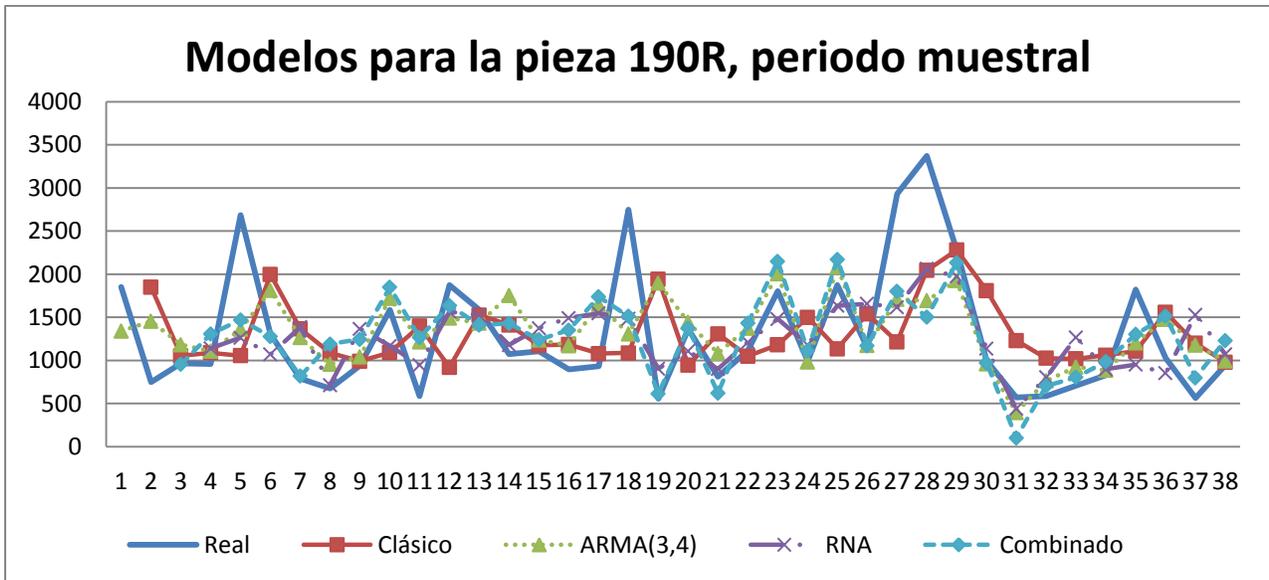
## Capítulo 4. Resultados y análisis de resultados

Para la evaluación de la capacidad de pronóstico de un modelo, Guerrero (2009) menciona dos tipos de análisis, según el periodo estudiado: análisis en el periodo muestral y análisis en el periodo postmuestral. En ambos casos se evalúa la diferencia entre los pronósticos obtenidos con el modelo, y los valores reales de la serie de tiempo, siendo que para el periodo muestral, se analizan las diferencias comprendidas en el periodo de tiempo cuyos datos se utilizaron para la elaboración del modelo, mientras que para el periodo postmuestral se evalúan los pronósticos para los periodos que no se utilizaron en la construcción de los modelos. Aunque los dos análisis son útiles, el muestral se considera un poco sesgado, ya que al estimar los parámetros del modelo, se busca reducir los residuos. Por esto, el análisis postmuestral se considera más realista, aunque en muchos casos es difícil de efectuar, debido a la disponibilidad de los datos, y en la práctica, es común que sólo se evalúe el periodo muestral.

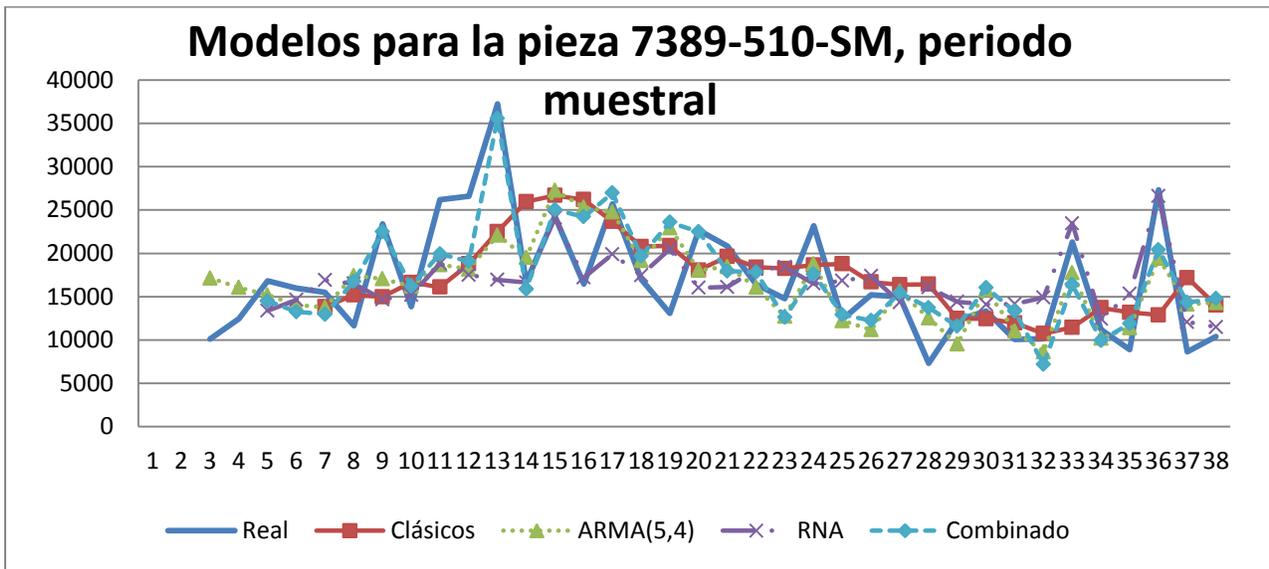
Otro problema con el análisis postmuestral, puede ser un tamaño de muestra pequeño, por lo que la factibilidad de realizarlo recae en gran medida sobre la disponibilidad de información. Para este estudio, se tomaron los 38 datos históricos disponibles de cada serie en el momento del inicio de la elaboración de modelos. Estos datos corresponden al periodo de enero de 2010 a febrero de 2014, donde se realiza el análisis muestral. Para el análisis postmuestral se utilizan los datos posteriores a febrero de 2014.

### 4.1 Pronósticos para el periodo muestral.

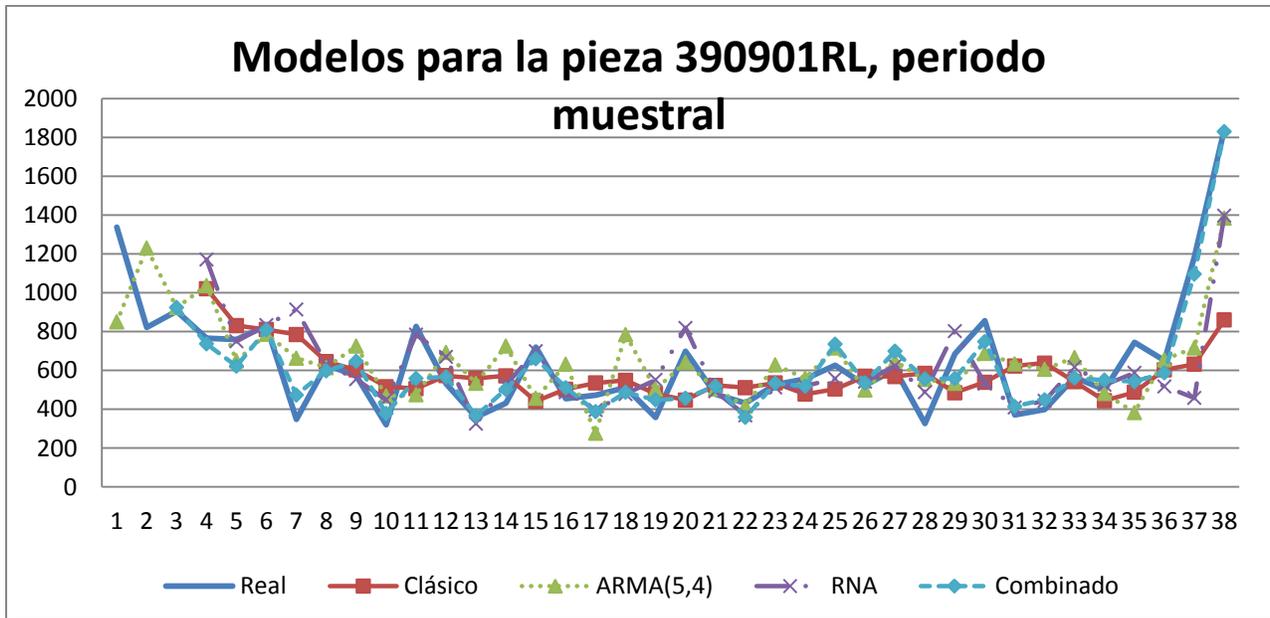
Para el periodo muestral, se resumen los resultados del mejor modelo de cada tipo, para cada pieza estudiada. A continuación, en las figuras 4.1, 4.2 y 4.3, se puede observar el comportamiento de cada modelo con respecto a la demanda real, para cada pieza. Esto brinda al analista, un enfoque gráfico para la interpretación de los pronósticos y del comportamiento real de la demanda.



**Figura 4.1** Pronósticos de demanda vs demanda real, para la pieza 190R, durante el periodo muestral.



**Figura 4.2** Pronósticos de demanda vs demanda real, para la pieza 7389-510-SM, durante el periodo muestral.



**Figura 4.3** Pronósticos de demanda vs demanda real, para la pieza 390901RL, durante el periodo muestral.

La tabla 4.1 muestra la desviación absoluta media para cada pieza. Se puede observar que en general, Los modelos ARIMA funcionan mejor que los modelos clásicos, los modelos de RNAs funcionan mejor que los modelos ARIMA y los modelos combinados son los que tienen mejor desempeño en todos los casos. Para la pieza 190R se cumple todo lo afirmado anteriormente.

DAM	190R	7389-510-SM	390901RL
Modelos clásicos	582.67	4512.30	174.63
ARIMA	443.79	4023.49	178.79
RNAs	432.33	4078.20	124.89
ARIMA+RNAs	380.38	3333.41	78.80

**Tabla 4.1** Desviación absoluta media para cada pieza, con cada método de pronóstico. Se toma el resultado obtenido con el mejor modelo según sus resultados.

Para el caso de la pieza 7389-510-SM, el modelo ARIMA tuvo un mejor desempeño que el de RNAs. No se encontró una arquitectura de la red que brindara mejores resultados que el modelo ARIMA, aunque es probable que con un mayor número de intentos (pruebas de arquitecturas de red diferentes) y un método apropiado de entrenamiento, se pudiera mejorar el resultado.

Como se puede observar, el único caso en el que los modelos clásicos tuvieron mejor desempeño que los demás modelos fue para la pieza 390901RL. Este modelo se obtuvo promediando los últimos 3 valores de la serie para cada periodo. Como la serie permanece estable la mayor parte del

tiempo y sus cambios de tendencia son sutiles hasta el periodo 36 de la serie, el modelo se beneficia un poco sobre los demás, aunque la diferencia contra los modelos ARIMA no es muy significativa.

Debido a que los volúmenes de demanda pueden ser muy variados, no es perceptible a simple vista para qué pieza se ha presentado una mayor o menor mejora, por lo que es conveniente realizar el análisis para los porcentajes en los que se mejoró o empeoró un pronóstico. Para esto se realizó el cálculo del porcentaje de incremento o decremento (diferencia) de error entre los métodos, partiendo del siguiente cálculo:

$$\text{Porcentaje de diferencia} = \frac{DAM_{\text{modelo}} - DAM_{\text{referencia}}}{DAM_{\text{referencia}}}$$

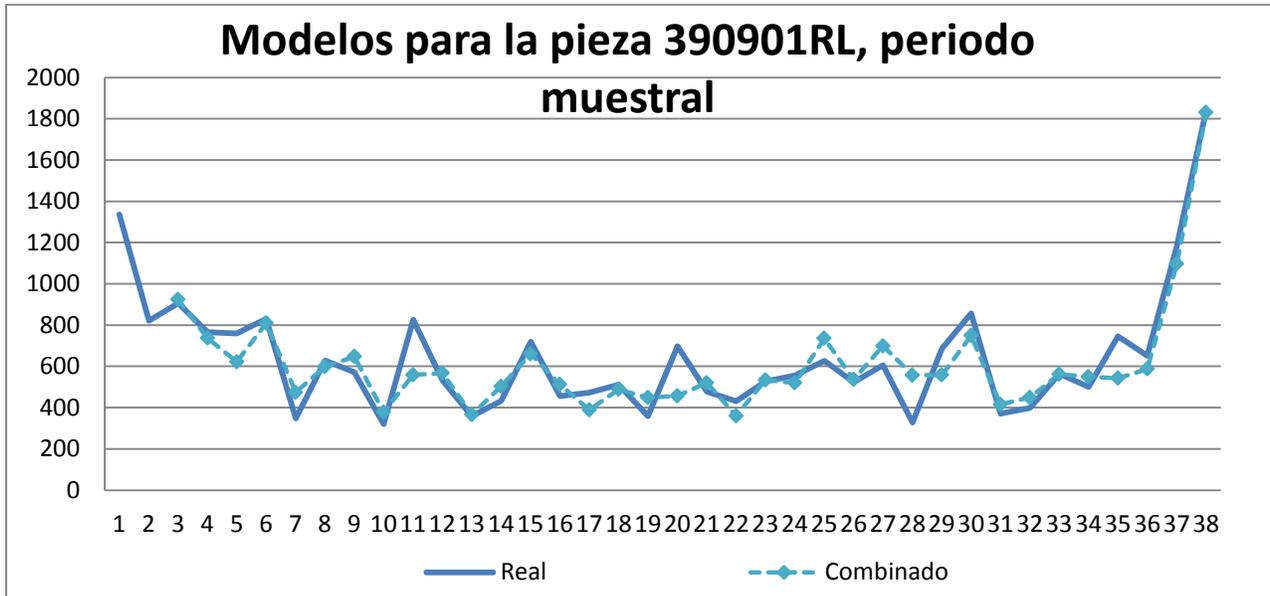
En la tabla 4.2, se muestra el porcentaje de disminución o aumento de error de cada método comparándolo con su respectivo modelo ARIMA. Se toma el modelo ARIMA como referencia debido a que es el método de pronóstico de series de tiempo más popular, según la revisión bibliográfica realizada.

% de diferencia vs ARIMA	910R	7389-510-SM	390901RL
Modelos clásicos	31.29%	12.15%	-2.33%
ARIMA	0.00%	0.00%	0.00%
RNAs	-2.58%	1.36%	-30.15%
ARIMA+RNAs	-14.29%	-17.15%	-55.93%

**Tabla 4.2 Aumento o disminución de error con respecto al modelo ARIMA utilizado en el pronóstico de la demanda de cada pieza.**

Como se puede observar, los modelos ARIMA superan en su mayoría a los modelos clásicos, mientras que los modelos realizados con RNAs brindan un rendimiento similar al de los modelos ARIMA. Los modelos combinados mejoran mucho la exactitud de los pronósticos. Esto se cumple para las piezas 910R y 7389-510-SM, mientras que para la pieza 390901RL, se puede observar que el modelo clásico supera un poco al modelo ARIMA, y los modelos con RNAs y combinado superan en gran medida al modelo ARIMA. El modelo combinado obtiene una mejora del 55.93%, que es una mejora mucho mayor a la lograda con los demás modelos. En la figura 4.4 se puede observar el comportamiento del modelo combinado junto con el comportamiento de la demanda. Se observa que el desempeño del modelo es bastante bueno, e incluso predice con precisión el incremento de la demanda en los últimos dos periodos de muestra. Esto puede deberse a que el modelo logró captar el porqué de estos incrementos y los plasmó en sus pronósticos, pero es posible que se deba a que durante el entrenamiento de la red, se haya reducido la diferencia en estos dos periodos al mínimo posible, mejorando aparentemente los resultados de las predicciones,

obteniéndose así una falsa correlación entre los valores de entrada y salida de la red, es decir, que el entrenamiento se haya enfocado en reducir este error, debido a que en consecuencia, se reduce el error total de la serie (ya que durante el resto de los periodos la demanda es mucho más estable). Esto se podría verificar en el periodo postmuestreal de la serie.



**Figura 4.4** Pronósticos con el modelo combinado para la pieza 390901RL, vs comportamiento real de la demanda.

En la tabla 4.3, se muestran los porcentajes promedio de error en las estimaciones de cada modelo. Esto nos indica la media del porcentaje de error en cada pronóstico durante la existencia de la serie, brindándonos un indicador adimensional, y sin que sea necesario hacer comparaciones con otro modelo al realizar su cálculo.

% de error	190R	7389-510-SM	390901RL
<b>Modelos clásicos</b>	40.49%	32.22%	29.21%
<b>ARIMA</b>	38.74%	25.54%	30.07%
<b>RNAs</b>	35.48%	25.81%	21.09%
<b>ARIMA+RNAs</b>	16.07%	9.57%	18.74%

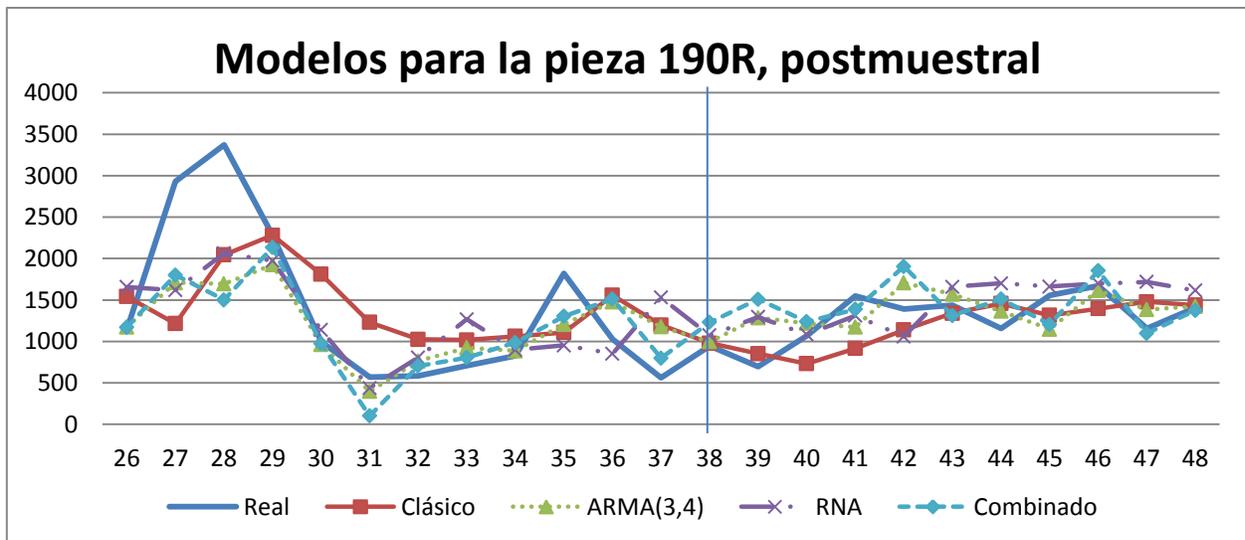
**Tabla 4.3** Porcentaje de error promedio para los pronósticos en el periodo muestral.

Se puede observar, que el mayor porcentaje de error se obtuvo para la pieza 190R, con un 40.49% usando modelos clásicos, mientras que el menor se obtuvo para la pieza 7389-510-SM con 9.57% utilizando el modelo combinado. Los porcentajes obtenidos con los nuevos modelos, son preferibles sobre los obtenidos con los modelos clásicos y ARIMA.

## 4.2 Pronósticos para el periodo postmuestreal.

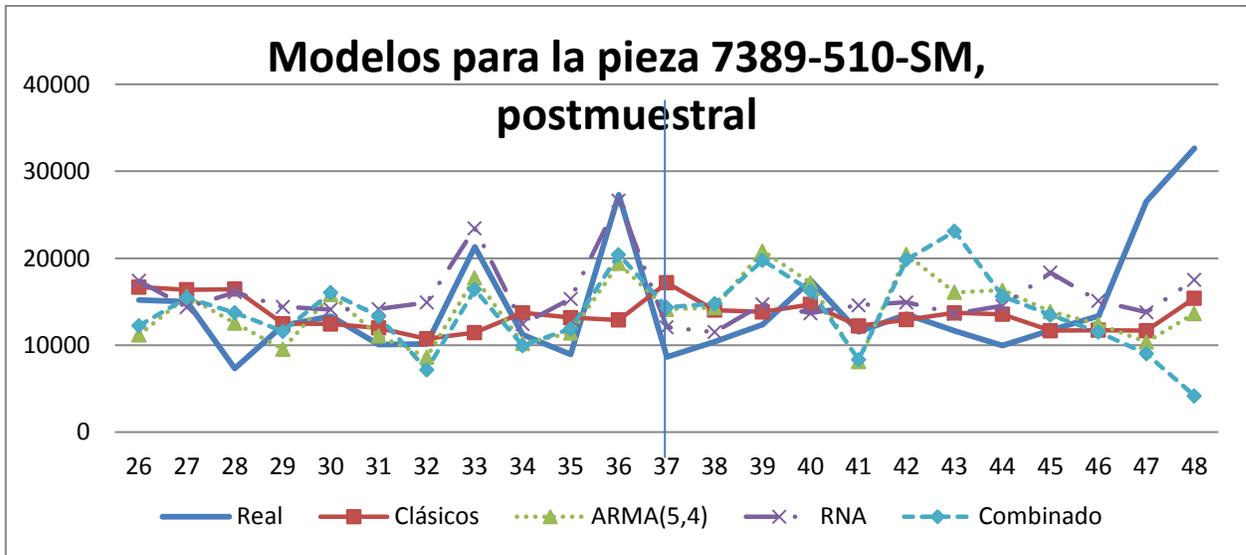
Como se mencionó, el análisis postmuestreal brinda información sobre “qué hubiera pasado” si se hubiera implementado el modelo a partir del periodo posterior al último periodo muestral, por lo que se considera más realista. En las figuras 4.5, 4.6 y 4.7, se puede observar el comportamiento de los pronósticos de los modelos, con respecto a los valores reales de la demanda. El periodo postmuestreal abarca a partir del periodo 39, y se incluyeron periodos previos para poder observar el comportamiento anterior de las series, en la misma gráfica.

Para la pieza 190R (figura 4.5) se puede observar que la serie se comportó de manera estable y que los modelos trabajaron apropiadamente, brindando pronósticos con resultados bastante cercanos al comportamiento real de la serie.



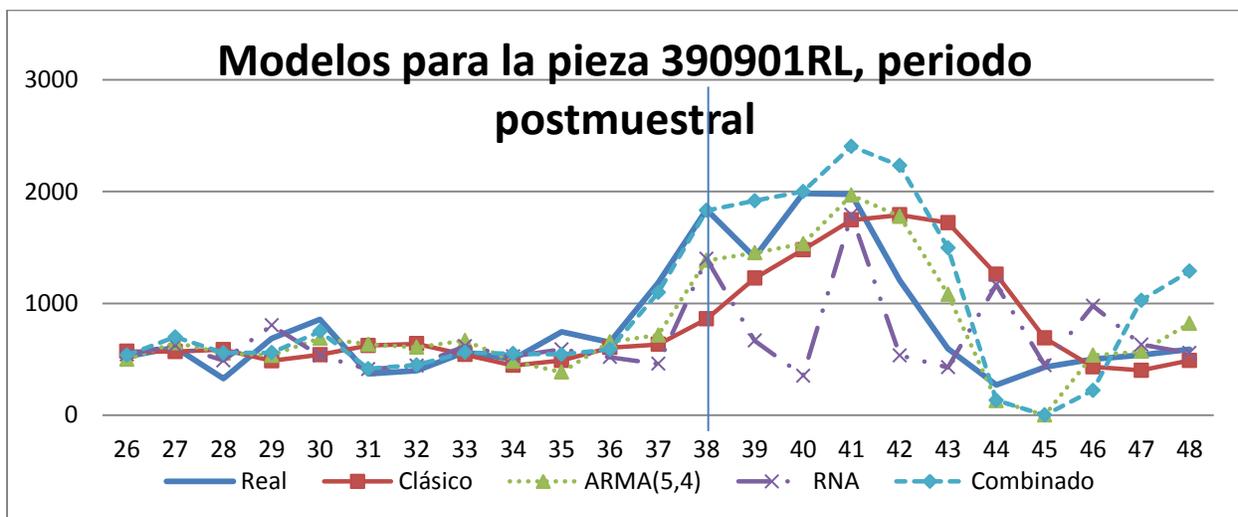
**Figura 4.5** Pronósticos de demanda vs demanda real, para la pieza 190R, durante el periodo postmuestreal.

En la figura 4.6 se muestra el comportamiento de los modelos y la demanda de la pieza 7389-510-SM, donde en un inicio se detecta cierta estabilización de la serie, con lo que se benefician los modelos clásicos y de RNAs, pero esto no lo representan los modelos ARIMA y combinado, por lo que se separan de las demandas reales en algunos puntos. Posteriormente, en los periodos 47 y 48, la serie presenta un comportamiento inesperado, que ningún modelo fue capaz de representar; tal comportamiento, al tratarse de un incremento enorme de la demanda, afecta en forma negativa al porcentaje de error y a la DAM de los modelos.



**Figura 4.6** Pronósticos de demanda vs demanda real, para la pieza 7389-510-SM, durante el periodo postmuestreal.

Para la pieza 390901RL, en la figura 4.7, se observa un comportamiento distinto para los diferentes modelos. Mientras que los modelos clásicos y ARIMA se van ajustando a la última tendencia del modelo, el modelo combinado pronosticó siempre un error negativo de la parte ARMA del modelo, por lo que en el pronóstico aumentó el error en lugar de reducirlo, como había estado haciendo en el periodo muestral, y el modelo de redes neuronales no reflejó el incremento de ventas, que no había tenido precedente en el histórico de la serie. En los últimos periodos la serie regresa a su nivel más común, siendo los modelos que involucran ARIMA, los que fueron menos capaces de pronosticar este comportamiento.



**Figura 4.7** Pronósticos con el modelo combinado para la pieza 390901RL, vs comportamiento real de la demanda.

Es probable que, como se mencionó para el análisis muestral de la pieza, la parte RNA del modelo combinado, haya sobreestimado la correlación entre las entradas y las salidas para los periodos 37 y 38, reduciendo el error total del modelo, causando que encontrara una relación aparente, cuando no existe para periodos futuros, es decir, las RNAs detectaron que el modelo ARIMA quedó por debajo de la demanda real en esos dos periodos, por lo que en periodos posteriores pronosticó errores similares (pronósticos por debajo de la demanda real), lo cual no se cumplió en la práctica.

A continuación, se presentan las tablas que resumen: la demanda absoluta media (tabla 4.4), el aumento o disminución de error frente a la metodología ARIMA (tabla 4.5) y el porcentaje de error en los pronósticos (tabla 4.6), para los periodos post muestrales.

DAM	910R	7389-510-SM	390901RL
Modelos clásicos	222.92	4501.25	419.23
ARIMA	248.06	6814.06	242.79
RNAs	285.12	5330.27	733.79
ARIMA+RNAs	275.63	8485.41	491.45

**Tabla 4.4 Desviación absoluta media para cada pieza, con cada método de pronóstico para el periodo postmuestral.**

En la tabla 4.4 se observa que, como era de esperarse, en la mayoría de los casos aumentan las desviaciones absolutas medias. Sin embargo, se dan resultados diferentes a lo esperado, ya que no hay reglas generales, ni con pequeñas excepciones como para el periodo muestral, sino que en algunos casos los modelos clásicos y superan a los demás modelos (piezas 910R y 7389-510-SM), mientras que en la pieza 390901RL, el modelo ARMA supera por mucho a los demás, que como se mencionó, pudieron haber sido influidos por los valores más “atípicos” del periodo muestral.

Otro punto interesante de observarse, es que se encontró una menor DAM para los modelos clásicos y de RNAs, en el periodo postmuestral de la pieza 7389-510-SM, mientras que lo esperado es que se tenga un desempeño similar o un poco menos preciso que utilizando ARMA, por la sencillez de los modelos clásicos. Como la demanda se estabilizó en un punto cercano a su media, el modelo clásico (que sólo toma en cuenta los dos últimos valores de la serie), y el modelo de RNAs (que también toma en cuenta los dos últimos valores de la serie, y además busca acercar sus pronósticos al promedio histórico de la demanda), presentaron mejores resultados, mientras que tanto el modelo ARMA, como el modelo combinado, al tomar en cuenta más datos (donde encontraron una mayor variación), minimizaron la influencia de la media histórica de la demanda, sobre los pronósticos. Esto puede resultar en forma diferente para cada pieza, sin embargo, para este caso particular, se obtuvieron mejores resultados en los pronósticos cercanos a la media, debido a la estabilización de la serie en valores cercanos a ésta.

% de error vs ARIMA	910R	7389-510-SM	390901RL
<b>Modelos clásicos</b>	-10.13%	-33.94%	72.67%
<b>ARIMA</b>	0.00%	0.00%	0.00%
<b>RNAs</b>	14.94%	-21.78%	202.23%
<b>ARIMA+RNAs</b>	11.11%	24.53%	102.42%

**Tabla 4.5 Aumento o disminución de error con respecto al modelo ARIMA utilizado en el pronóstico de la demanda de cada pieza.**

En contraste con el periodo muestral, el modelo combinado resultó perjudicial para los pronósticos de todas las piezas, según la tabla 4.5. Además, los modelos clásicos superaron significativamente en dos ocasiones a los modelos ARIMA. Al analizar las gráficas de las series donde sucede esto, se entiende que los modelos clásicos, al tomar promedios o promedios móviles de la serie, brindan pronósticos más estables, siendo que ambas series se estabilizaron inesperadamente, fenómeno no captado por los modelos ARIMA, que siguen proporcionando pronósticos con más variabilidad que la presentada. El modelo de RNAs resultó mejores que el ARIMA para la pieza 7389-510-SM, probablemente por razones similares a la de los modelos clásicos: sus pronósticos son más estables. Para la pieza 390901RL, el mejor pronóstico, por mucho, fue el de los modelos ARIMA. Esto se debe a que la serie se vuelve inestable para el periodo postmuestral (en contraste con las otras dos series), siendo que el modelo clásico toma los últimos tres valores de la serie, tardándose demasiado en detectar los cambios en la demanda, y los modelos que involucran RNAs, siguen manifestando la problemática mencionada anteriormente.

% de error	910R	7389-510-SM	390901RL
<b>Modelos clásicos</b>	19.22%	76.96%	21.35%
<b>ARIMA</b>	22.34%	39.70%	35.91%
<b>RNAs</b>	26.09%	30.35%	68.10%
<b>ARIMA+RNAs</b>	25.99%	47.82%	71.13%

**Tabla 4.6 Porcentaje de error promedio en el periodo postmuestral.**

De la tabla 4.6 se pueden obtener las mismas conclusiones que de las anteriores, sin embargo es importante mencionar que aunque los porcentajes aumentan en algunos casos (más drásticamente para la pieza 7389-510-SM). Estos porcentajes promedio de error son altos, y se podría pensar que los modelos dieron malos resultados, sin embargo, se debe de tomar en cuenta que al analizar el comportamiento de las demandas, y cómo fueron elaborados los modelos (con el marco teórico que hay detrás de estos), se entiende que era muy difícil que éstos pronosticaran los cambios encontrados en las piezas 390901RL u 7389-510-SM, que justo en el periodo postmuestral, presentaron comportamientos nunca antes vistos, por lo que los modelos no lograron representarlos.

Como resumen, se puede mencionar que los modelos clásicos presentan pronósticos que permanecen sobre valores cercanos a una media o aproximados a una tendencia, por lo que pueden

ser los más adecuados para series de tiempo estables. Por esta característica, resultaron ser mejores que los demás modelos cuando las series 910R y 390901RL se estabilizaron en el periodo postmuestral. Los modelos ARMA desarrollados tuvieron un buen desempeño en el periodo muestral y tuvieron el desempeño más estable en el periodo postmuestral; fueron los únicos capaces de representar en forma aproximada el aumento repentino de demanda que se presentó en la serie 390901RL entre los periodos 38 y 41. Lo anterior no explica por qué para la pieza 190R, los modelos ARMA no son capaces de detectar el cambio en la demanda, mientras que para la pieza 390901RL sí lo son. Esto se debe a que el modelo desarrollado para la pieza 390901RL obtuvo coeficientes mucho mayores en sus parámetros de medias móviles, por lo que le da mucho mayor importancia a los valores inmediatos anteriores que el modelo para la pieza 190R.

### 4.3 Pronósticos de la empresa vs pronósticos de la tesis

Como se mencionó en un principio, uno de los objetivos de la tesis es la comparación entre los pronósticos obtenidos con los nuevos modelos y los obtenidos por la empresa en el mismo periodo. Las piezas que se seleccionaron para su modelación, son de las más problemáticas en términos de error en el pronóstico de sus demandas. En la tabla 4.7 se comparan los errores promedio obtenidos para todas las piezas, en el periodo postmuestral.

Error	910R	7389-510-SM	390901RL
Empresa	81.80%	47.45%	68.45%
Estudio	19.22%	30.35%	21.35%
Mejora	76.50%	36.04%	68.81%
Mejor modelo	Clásico	RNAs	Clásico

**Tabla 4.7 Porcentajes promedio de error en los pronósticos de la investigación y de la empresa, para el periodo postmuestral.**

Se puede observar que para cada pieza, hubo por lo menos un pronóstico que superó al de la empresa. Estas mejoras fueron desde el 36.04% hasta el 76.50%. Con esto, se comprueba que es posible obtener mejores pronósticos que los que consigue la empresa con la metodología que aplica actualmente. También cabe mencionar que en todos los casos, los modelos ARIMA del estudio, superaron a los modelos ARIMA utilizados actualmente en la empresa; esto sugiere que no se ha estado siguiendo la metodología correcta para la selección de modelos, mientras que para esta tesis, se siguieron las recomendaciones expuestas en el marco teórico.

## Conclusiones

La investigación cumplió el objetivo general de la tesis, ya que se analizó el comportamiento de las demandas de diferentes piezas comercializadas por la empresa bajo estudio, afirmando o descartando ideas que se tenían, como por ejemplo, la supuesta estacionalidad de las series.

Los objetivos específicos y las preguntas de investigación se cumplieron, o se respondieron durante el desarrollo de la tesis, al desarrollar los diferentes modelos, evaluar y comparar sus rendimientos, y al realizar una revisión bibliográfica exhaustiva, con la cual se logró encontrar un panorama sobre las técnicas y métodos para realizar diferentes tipos de pronósticos, así como tomar un punto de partida para aplicar los métodos más útiles para demandas con las características propias del problema abordado.

Gracias a la investigación bibliográfica se logró construir una metodología eficiente para cumplir con los objetivos de la tesis, además de que se encontró que el tema de pronósticos de refacciones para automóvil ha sido poco explorado con las técnicas expuestas en este trabajo, además de que el único caso que se encontró, en donde se utilizan RNAs, contaba con mucha más información útil para la elaboración del modelo, que la empresa bajo estudio.

Se pudieron observar ciertas ventajas y limitantes de cada método de modelación empleado en la tesis. Para el periodo muestral, los resultados fueron muy cercanos a los esperados, siendo los modelos combinados los superiores al haber representado el comportamiento lineal de las series con la parte ARIMA del modelo, y haber representado con la parte RNA, los comportamientos que no habían sido ya capturados en la modelación con la metodología de Box y Jenkins. En la mayoría de los casos las RNA tuvieron un mejor comportamiento que los modelos ARIMA, y a su vez los modelos ARIMA fueron mejores en sus pronósticos que los modelos clásicos. Para el periodo postmuestral se obtuvieron resultados diversos, que en la práctica podrían incurrir en costos altos para la empresa, de no existir una interpretación adecuada para el comportamiento de los modelos y de la demanda real. También cabe mencionarse que el periodo postmuestral hasta el momento, significa una muestra muy pequeña, ya que como se disponía de pocos datos históricos, se utilizaron en su totalidad para el desarrollo de los modelos. Estos comportamientos fueron ya analizados en el capítulo 4.

En cuanto al tamaño de la muestra, se sugiere que esta sea lo mayor posible si se evalúa que la relación costo/beneficio es favorable para la empresa. Los modelos ARIMA pueden capturar mejor los cambios de demanda si históricamente se han presentado en la serie, ya que brinda un mejor cálculo en sus parámetros. Para los modelos RNA, durante la revisión de la literatura no se encontraron reglas definidas para tamaños de muestra definidos, sin embargo, en la mayoría de los casos se manejan periodos históricos mucho mayores a los manejados en este estudio, pero se decidió trabajar con la información disponible para este caso al ser una alternativa para la obtención

de pronósticos. Los modelos de redes neuronales son mucho más sensibles al tamaño de la muestra, debido a que ésta se divide para las fases de entrenamiento, prueba y validación, además de que al no basarse en un modelo matemático definido, requieren de mayor “experiencia” para responder de manera adecuada a las entradas del modelo. A pesar de esto, las redes neuronales artificiales tuvieron un buen desempeño en el periodo postmuestral, en dos de los tres casos. Mientras mayor sea el tamaño de la muestra, más parecido será el rendimiento para los periodos muestrales y postmuestrales.

Con base en las conclusiones anteriores, se recomienda ampliamente que el responsable de desarrollar los modelos y posteriormente, de interpretar sus resultados, tenga buenas nociones de estadística y del enfoque sistémico, para poder brindar un mejor análisis del comportamiento de la demanda, así como poder realizar modificaciones sobre los pronósticos y los modelos, si su análisis le sugiere que éstos pueden ser más precisos mediante su modificación al involucrar factores que no fueron incluidos en la modelación. Por ejemplo, el analista podría sospechar del aumento de demanda de la pieza 390901RL en los últimos periodos, si es que conoce las causas de este cambio, antes de que se presente, y en consecuencia, obtener un mejor pronóstico o descartar las predicciones “extrañas” que realizaron el modelo RNA y la parte RNA del modelo híbrido para la misma serie, obteniendo así un mejor pronóstico mediante el post-procesamiento de los datos brindados por los modelos.

El detonador de este estudio fue la necesidad de la empresa de tener mejores pronósticos para reducir costos logísticos y de oportunidad. Por tanto, se recomienda que al tomar la decisión de si invertir en un nuevo software o continuar con el mismo que se ha utilizado, se tome en cuenta que:

- Los modelos clásicos de series de tiempo son los más sencillos de realizar, siendo necesario sólo software libre o comercial común para desarrollarlos, aunque serían los menos eficientes al implementarlos si las series no son relativamente estables en su comportamiento y tendencia.
- Los modelos ARIMA requieren tanto de un analista, como de software más especializados para el desarrollo de los modelos, aunque su rendimiento muestra mejorías notables contra los modelos clásicos, cuando sus valores tienden a alejarse de su media.
- Los modelos RNA requieren de un periodo más grande de muestreo para brindar mejores resultados, ya que el comportamiento inestable de la serie es más difícil de modelar con muestras pequeñas. Además, es más difícil conseguir un software especializado en el desarrollo de este tipo de modelos. A corto plazo, es difícil afirmar cuál será el rendimiento de los modelos utilizados, sin embargo, cuando el tamaño muestral sea lo suficientemente grande, se esperaría que los modelos RNA brinden mejores resultados que los ARIMA, basándonos en los resultados del periodo muestral, y en la idea de que mientras más grande sea la muestra, más similar será el comportamiento para los periodos muestral y postmuestral, ya que el modelo habrá capturado los diferentes comportamientos que puede presentar la serie.

- Los modelos combinados, en el periodo muestral, lograron resultados muy por encima de los demás métodos (según las diferentes DAM obtenidas). Sin embargo, sufren de la misma problemática comentada para su parte RNA, y requiere de software capaz de realizar los modelos ARIMA y RNA, ya sea juntos o por separado. En el periodo postmuestral presentaron los peores resultados, por lo que tendrían que ser evaluados con un periodo de entrenamiento mucho más grande, o descartarse, asumiendo que los residuos de los modelos ARIMA en las piezas estudiadas, es completamente aleatorio y no puede ser modelado con RNAs.
- Se espera que los resultados en el periodo postmuestral mejoren bastante, debido a que el número de pronósticos postmuestraes es muy pequeño, y debería de estabilizarse conforme aumenten los periodos evaluados, y sobre todo, al aumentarse el tamaño del periodo muestral, los modelos representarán mejor el comportamiento de las series, por lo que la empresa debe de tomar en cuenta el comportamiento de los modelos, esperado a largo plazo.

Como sugerencia para futuras investigaciones, se le recomienda al investigador y/o a la empresa trabajar con un periodo muestral tan grande como sea posible, para mejorar el rendimiento de los modelos, sobre todo los que involucran RNA. Otra vía de mejora sería la recolección de información que actualmente no tiene la empresa, tal como el tamaño del mercado para cada pieza (número de vehículos circulando que utilizan cada parte, así como antigüedad de éstos y tendencia a que requieran las refacciones manejadas por la empresa), asociación de partes (la influencia que la venta de una parte tenga sobre la venta de otra), y la identificación de factores externos que puedan afectar la demanda de cada parte, tales como la competencia en el mercado, servicios calendarizados, factores ambientales, retroalimentación de los clientes y otros, que son elementos sistémicos, es decir, factores que podrían incluirse en la modelación de las demandas, tras conocer su influencia sobre ésta.

## Bibliografía

- Arellano, M. (s.f.). *Introducción al Análisis Clásico de Series de Tiempo*. Recuperado el 2014 de Octubre de 27, de <http://ciberconta.unizar.es/leccion/seriest/100.HTM>
- Bacchetti, A., & Saccani, N. (2012). Spare parts classification and demand forecasting for stock control: Investigating the gap between research and practice. *Omega*, 40, 722-737.
- Barabadi, A., Barabady, J., & Markeset, T. (2014). Application of reliability models with covariates in spare part prediction and optimization - A case study. *Reliability Engineering and System Safety*, 123, 1-7.
- Basogain Olabe, X. (2008). *Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones*. Bilbao, España.
- Box, G., & Jenkins, G. (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. (1 ed.). San Francisco: Holden-Day.
- BPI. (25 de Marzo de 2013). Recuperado el 11 de Noviembre de 2014, de [www.brakepartsinc.com](http://www.brakepartsinc.com): [http://www.brakepartsinc.com/pdf/BPI\\_Official\\_Announcement\\_English.pdf](http://www.brakepartsinc.com/pdf/BPI_Official_Announcement_English.pdf)
- BPI México. (2014). *www.brakepartsinc.com.mx*. Recuperado el 11 de Noviembre de 2014, de <http://www.brakepartsinc.com.mx/>
- Carpinteiro, O., Leme, R., Zamborni de Souza, A., Pinheiro, C., & Moreira, E. (2007). Long-term load forecasting via a hierarchical neural model with time integrators. *Electric Power Systems Research*, 371-378.
- Daniel, S., & Bulfin, R. (1998). *Planeación y Control de la Producción* (1 ed.). (M. González Osuna, Trad.) México: Mc. Graw Hill.
- Dekker, R., Çerag, P., & Jalil, M. N. (2013). On the use of installed base information for spare parts logistics: A review of ideas and industry practice. *Int. J. Production Economics*, 143, 536-545.
- G. Sotolongo, M. V. (2001). Aplicaciones de las redes neuronales. El caso de la Bibliometría. *Ciencias de la Información*, 27-34.
- Guerrero Guzmán, V. M. (2009). *Análisis estadístico y pronóstico de series de tiempo económicas* (3 ed.). México, D.F.: Jit Press.
- Jiménez Sánchez, J. E. (2006). *Un análisis del sector automotriz y su modelo de gestión en el suministro de autopartes*. Sanfandila, Querétaro: Secretaría de Comunicaciones y Transportes, Instituto Mexicano del Transporte.
- Karbasi, A., Laskukalayeh, S., & Fahimifard, S. (2009). *Comparison of NNARX, ANN and ARIMA Techniques to Poultry Retail Price Forecasting*. Recuperado el 25 de Febreri de 2014, de <http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/50321/2/374.pdf>

- Lengu, D., Syntetos, A., & Babai, M. (2014). Spare parts management: Linking distributional assumptions to demand classification. *European Journal of Operational Research*, 235, 624-635.
- Li, S., & Kuo, X. (2008). The inventory management system for automobile spare parts in a central warehouse. *Expert Systems with Applications*, 34, 1144-1153.
- MathWorks. (2014). *MathWorks.com*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2014, de <http://www.mathworks.com/help/nnet/ug/design-time-series-narx-feedback-neural-networks.html>
- Matich, D. J. (2001). *Redes Neuronales: Conceptos Básicos y Aplicaciones*. Recuperado el 22 de Octubre de 2014, de [http://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/quimica/5\\_anio/orientadora1/monograias/matic-h-redesneuronales.pdf](http://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/quimica/5_anio/orientadora1/monograias/matic-h-redesneuronales.pdf)
- Moon, S., Simpson, A., & Hicks, C. (2013). The development of a classification model for predicting the performance of forecasting methods for naval spare parts demand. *Int. J. Production Economics*, 143, 449-454.
- Parras-Gutierrez, E., Rivas, V., Garcia-Arenas, M., & del Jesus, M. (2014). Short, medium and long term forecasting of time series using de L-Co-R algorithm. *Neurocomputing*, 433-446.
- Petropoulos, F., Makridakis, S., Assimakopoulos, V., & Nikolopoulos, K. (2014). 'Horses for Courses' in demand forecasting. *European Journal of Operational Research*, 237(1), 152-163.
- Romeijnders, W., Teunter, R., & Jaarsveld, W. (2012). A two-step methos for forecasting spare parts demand using information on component repairs. *European Journal of Operational Research*, 220, 386-393.
- Samarasinghe, S. (2006). *Neural Networks for Applied Sciences and Engineering*. New York: Auerbach Publications.
- Secretaría de Economía. (Marzo 2012). *Industria Automotriz, Monografía*. México, D.F.
- Sotolongo, G., & Guzmán, M. (2001). Aplicaciones de las redes neuronales. El caso de la Bibliometría. *Ciencias de la información*, 32(1), 27-34.
- Zaccheus O., O. (2014). A 5-day wind speed & power forecasts using a layer recurrent neural network (LRNN). *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 1-24.
- Zhang, G. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing*, 50, 159-175.
- Zhang, G., Patuwo, B., & Hu, M. (1998). Forecasting with artificial neural networks. *International Journal of Forecasting*, 14, 35-62.

Zou, H., Xia, G., Yang, F., & Wang, H. (2007). An investigation and comparison of artificial neural network and time series models for Chinese food grain price forecasting. *Neurocomputing*, 70, 2913-2923.