



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**”COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN EN POZOS DE
YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CON
EFECTOS DE FRONTERAS MEDIANTE POZOS IMAGEN”**

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES

PRESENTA:

RICARDO POSADAS MONDRAGÓN

TUTOR

DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO

MÉXICO, D.F; CIUDAD UNIVERSITARIA, AGOSTO DE 2015

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Cinco Ley Heber

Secretario: Dr. Arana Ortiz Víctor Hugo

Vocal: Dr. Samaniego Verduzco Fernando

1^{er.} Suplente: Dr. Ascencio Cendejas Fernando

2^{d o.} Suplente: Dr. Camacho Velázquez Rodolfo Gabriel

Ciudad Universitaria, México D.F.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Samaniego Verduzco Fernando



FIRMA

Resumen

Evaluar el comportamiento de presión en un pozo que se encuentra produciendo en presencia de una frontera, puede ser de gran utilidad para comprender su comportamiento futuro. El caso más simple del comportamiento de presión de un pozo es la idealización de un yacimiento infinito, el cual estrictamente no existe; sin embargo este comportamiento se presenta durante cierto periodo de tiempo donde las fronteras aun no se manifiestan. Bajo el principio anterior y aplicando el principio de superposición en espacio y tiempo, se puede evaluar el comportamiento de presión de un pozo productor en presencia de una frontera: incluyendo una falla, dos fallas paralelas, dos fallas intersectantes, tres fallas en forma de "U" y el caso más complejo, cuatro fallas formando una compartimentalización.

Cuando no existen efectos de almacenamiento en el pozo, el método de pozos imagen se centra en la evaluación de la integral exponencial, por lo cual en el trabajo presente se desarrolló una expresión alterna para su evaluación mediante una sumatoria finita, al establecer el número de elementos requeridos de la sumatoria. Cuando existen efectos de almacenamiento, se requiere plantear la solución en el espacio de Laplace, invirtiendo numéricamente la solución al espacio real del tiempo.

En este trabajo se muestran las soluciones en el espacio de Laplace para un pozo produciendo a gasto constante con daño y almacenamiento variable, en un Yacimiento Naturalmente Fracturado (YNF), para cada uno de los tipos de frontera mencionadas previamente, para los casos en los cuales pueden ser sellantes o de presión constante, en el caso de dos o mas fallas cualquier combinación de estas.

Adicionalmente para el caso de una frontera a presión constante por efecto de la presencia de un acuífero o casquete, se obtiene una solución nueva para evaluar las pruebas de presión ante esta condición con efectos de conificación, ya que autores previos, establecen que el comportamiento de mantenimiento de la presión que ejerce un acuífero de fondo, no corresponde al obtenido por medio de la idealización al considerar el acuífero como un plano. También se desarrolló un simulador en tres dimensiones y dos fases (agua-aceite) con el proposito de modelar los efectos de conificación de agua y poder validar los resultados que se obtienen de forma analítica respecto a pruebas de presión en pozos con efectos de conificación.

Finalmente se validan cada una de las soluciones presentadas, mediante pruebas de presión de campo llevadas a cabo en diferentes pozos del Complejo Cantarell.

Índice de figuras

3.1	Solución de la Integral Exponencial por medio de la serie infinita de Abramowitz.	21
3.2	Verificación de la función positiva e^{-x}/x	22
3.3	Integración numérica por trapezoides de la función e^{-x}/x	23
3.4	Comparación de solución propuesta para la Integral Exponencial y Abramowitz and Stegun (1970).	25
3.5	Curva tipo de la Solución Línea Fuente.	26
3.6	Comparación de soluciones de presión para Yacimiento Naturalmente Frac- turado (YNF).	28
3.7	Comportamiento de la presión adimensional para Yacimiento Naturalmente Fracturado respecto a la variación de λ , para $\omega = 0.01$	29
3.8	Comportamiento de la FDP para YNF respecto a la variación de λ , para $\omega = 0.01$	29
3.9	Comportamiento de la presión adimensional para Yacimiento Naturalmente Fracturado respecto a la variación de ω , para $\lambda = 1x10^{-6}$	30
3.10	Comportamiento de la FDP para YNF respecto a la variación de ω , para $\lambda = 1x10^{-6}$	31
3.11	Comportamiento de presión y FDP en YNF, para $\omega = 0.1$, $\lambda = 1x10^{-7}$, $S = 1$, $C_D = 100$	32
3.12	Pozo produciendo a gasto variable.	34
4.1	Falla Sellante a) Pozo Real, b) Pozo imagen.	37
4.2	Comportamiento de presión y FDP de falla sellante, para $L_D = 100$, $S = 0$	38
4.3	Solución para YNF, con daño y almacenamiento variable considerando una falla sellante: $L_D = 3000$, $S = 0$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 5$, $\alpha_D = 10$	40

4.4	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante una falla a Presión Constante: $L_D = 3000$, $S = 0$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 5$, $\alpha_D = 10$.	41
4.5	Falla Semipermeable a) Pozo Real, b) Pozo imagen	42
4.6	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante una falla Semipermeable: $L_D = 5000$, $S = 1$, $C_D = 1$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 2$, $\alpha_D = 10,000$.	44
4.7	Ubicación del pozo entre Fallas Paralelas	45
4.8	Generación de Pozos Imagen para Fallas Paralelas	46
4.9	Comparación del proceso de Generación de Pozos Imagen para Fallas Paralelas	48
4.10	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellantes: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	49
4.11	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas a presión constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	50
4.12	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellante-Presión constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	51
4.13	Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	51
4.14	Ubicación del pozo entre Fallas Intersectantes.	52
4.15	Generación de Pozos imagen para frontera de Fallas Intersectantes.	53
4.16	Comparación de la Generación de Pozos Imagen para Fallas Intersectantes.	54
4.17	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes Sellantes: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	55
4.18	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes a Presión Constante: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.	55

4.19	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes Sellante-Presión Constante: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	56
4.20	Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	56
4.21	Ubicación del pozo en la Frontera en Forma de "U".	57
4.22	Generación de Pozos imagen para frontera de Fallas en Forma de "U".	58
4.23	Comparación de Generación de Pozos Imagen para Fallas en forma de "U".	59
4.24	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Sellantes en Forma de "U": $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	60
4.25	Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas a Presión Constante en forma de "U": $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	61
4.26	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en forma de "U" Sellante-Sellante-Presión Constante: $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	62
4.27	Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en forma de "U": $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$	63
4.28	Ubicación del pozo en Frontera delimitada por cuatro fallas.	64
4.29	Generación de Pozos imagen para una Frontera Cerrada.	65
4.30	Comparación de la Generación de Pozos Imagen para la Frontera de cuatro fallas.	66
4.31	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Frontera Cerrada con Fallas Sellantes: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 5000$, $L_{D3} = 5000$, $L_{D4} = 5000$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$	67
4.32	Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Frontera de cuatro fallas, todas a Presión Constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 5000$, $L_{D3} = 5000$, $L_{D4} = 5000$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$	67

4.33	Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Falla Sellante, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 2000$, $L_{D2} \Rightarrow \infty$, $L_{D3} \Rightarrow \infty$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$.	68
4.34	Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} = 4000$, $L_{D3} \Rightarrow \infty$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.	69
4.35	Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes a 90° Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} \Rightarrow \infty$, $L_{D3} = 4000$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.	69
4.36	Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en Forma de "U" Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} = 4000$, $L_{D3} = 8000$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.	70
5.1	Solución de presión y FDP para prueba de incremento ante una falla sellante: $t_{pD} = 1x10^8$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 1e - 5$, $L_D = 1500$.	74
6.1	Efecto de Conificación de un Pozo.	77
6.2	Sensibilidad a x_D : $L_D = 2000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 8000$.	81
6.3	Modelo de Simulación generado 3D dos Fases (Agua-Aceite).	81
6.4	Comparación entre Modelo de Simulación Numérica y Modelo Analítico propuesto: $x_D = 0.08$: $L_D = 1411$, $S = 0$, $C_D = 30,000$, $\omega = 1$, $C_a/C_D = 1.0$.	82
6.5	Comparación entre Modelo de Simulación Numérica y Modelo Analítico propuesto: $x_D = 0.14$: $L_D = 1411$, $S = 0$, $C_D = 30,000$, $\omega = 1$, $C_a/C_D = 1.0$.	82
7.1	Prueba de Presión del Pozo "A".	84
7.2	Interpretación de Prueba de Presión en el Pozo "A": Falla Sellante, $k = 971\text{ md}$, $S = 4$, $C = 0.1274\text{ bls/psi}$, $D = 126\text{ ft}$, $\omega = 0.9$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_f = 3$, $t_{cvs} = 0.0144\text{ hrs}$.	84
7.3	Comparación de Interpretaciones Pozo "A".	85

7.4	Prueba de incremento de Presión efectuada en el Pozo “B”.	86
7.5	Interpretación de Prueba de Presión en el Pozo “B”: Falla Sellante, $k = 327.8\text{ md}$, $S = -4.1$, $C = 0.695\text{ bls/psi}$, $D = 875.6\text{ ft}$, $\omega = 0.4$, $\lambda = 1e - 8$, $C_a/C_f = 52.91$, $t_{cws} = 0.0833\text{ hrs}$.	86
7.6	Comparación de las Interpretaciones en el Pozo “B”.	87
7.7	Prueba de Presión del Pozo “C”.	88
7.8	Interpretación de Prueba Pozo “C”: Falla a Presión Constante, $k = 23,492\text{ md}$, $S = 156$, $C = 0.1801\text{ bls/psi}$, $D = 650\text{ ft}$, $\omega = 1.0$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_f = 1$, $t_{cws} = 0\text{ hrs}$.	88
7.9	Comparación de Interpretaciones Pozo “C”.	89
7.10	Prueba de Presión del Pozo “D”.	90
7.11	Interpretación de Prueba Pozo “D”: Falla Semipermeable, $k = 59.6\text{ md}$, $S = 18$, $C = 0.0001\text{ bls/psi}$, $D = 191.2\text{ ft}$, $Leake = 0.404$, $\omega = 1.0$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_f = 1$, $t_{cws} = 0\text{ hrs}$.	90
7.12	Comparación de Interpretaciones Pozo “D”.	91
7.13	Prueba de Presión del Pozo “E”.	92
7.14	Interpretación de Prueba de Presión del Pozo “E”: Fallas Paralelas Sellantes, $k = 10.5\text{ md}$, $S = -2.6$, $C = 0.0692\text{ bls/psi}$, $D_1 = 197\text{ ft}$, $D_2 = 197\text{ ft}$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 3e - 6$, $C_a/C_f = 1.9$, $t_{cws} = 0.411\text{ hrs}$.	92
7.15	Comparación de Interpretaciones Pozo “E”.	93
7.16	Ubicación Geológica del Pozo “E”.	94
7.17	Prueba de Presión del Pozo “F”.	95
7.18	Interpretación de Prueba de Presión del Pozo “F”: Fallas Sellantes en forma de “U”, $k = 268.6\text{ md}$, $S = -4.1$, $C = 0.1052\text{ bls/psi}$, $D_1 = 124\text{ ft}$, $D_2 = 124\text{ ft}$, $D_3 = 885.4\text{ ft}$, $\omega = 0.25$, $\lambda = 5e - 5$, $C_a/C_f = 1.12$, $t_{cws} = 0.0016\text{ hrs}$.	95
7.19	Comparación de las Interpretaciones obtenidas para el Pozo “F”.	96
7.20	Ubicación Geológica del Pozo “F”.	97
7.21	Prueba de Presión del Pozo “G”.	98
7.22	Interpretación de la Prueba de Presión del Pozo “G”: Frontera Cerrada Fallas Sellantes, $k = 120.7\text{ md}$, $S = 22$, $C = 0.2382\text{ bls/psi}$, $D_1 = 1096.3\text{ ft}$, $D_2 = 2187.2\text{ ft}$, $D_3 = 1628.5\text{ ft}$, $D_4 = 1096.6\text{ ft}$.	98
7.23	Comparación de Interpretaciones Pozo “G”.	99
7.24	Comportamiento Simulado del periodo de Decremento “G”.	100

7.25	Simulación Numérica del efecto de Conificación Chen et al. (1996).	. 101
7.26	Ajuste de Conificación simulado por Chen et al. (1996), mediante Modelo Analítico Propuesto registrado durante una prueba de decremento: $L_D = 450$, $x_D = 0.65$, $S = 18$, $C_D = 0.1$, $\omega = 1.0$, $C_a/C_D = 1.0$ 102
7.27	Simulación Numérica del efecto de Conificación Al-Khalifa and Odeh (1989). 103
7.28	Gráfica de diagnóstico de flujo por medio de la FDP a datos de Simulación Numérica de una prueba de decremento bajo el efecto de Conificación, datos tomados de Al-Khalifa and Odeh (1989). 103
7.29	Ajuste de los datos de la prueba de decremento de presión simulada por Al-Khalifa and Odeh (1989) considerando conificación por el Modelo Analítico Propuesto: $L_D = 100$, $x_D = 0.4$, $S = -3$, $C_D = 10$, $\omega = 1.0$, $C_a/C_D = 1.0$ 104

Índice de Tablas

7.1	Comparación de Resultados para el Pozo “A”	85
7.2	Comparación de Resultados en el Pozo “B”	87
7.3	Comparación de los Resultados obtenidos para la interpretación de la prueba de incremento de presión efectuada en el Pozo “C”	89
7.4	Comparación de Resultados para el Pozo “D”	91
7.5	Comparación de Resultados obtenidos por medio del desarrollo de esta tesis con respecto a las estimaciones provenientes del programa Saphir, para la prueba de incremento efectuada en el Pozo “E”.	93
7.6	Comparación de Resultados para el Pozo “F”.	96
7.7	Comparación de Resultados para el Pozo “G”	99

List of Algorithms

E.1	Algoritmo de la Integral Exponencial	135
E.2	Algoritmo de Stehfest	136
E.3	Algoritmo de p_D falla Sellante/Presión Constante	137

Dedicatoria

Tesis dedicada a mi esposa y a mi hija, Fabiola

Agradecimientos

A Dios por otorgarme la capacidad para llevar a cabo este anhelo.

Agradezco a mi Familia el apoyo brindado; mi esposa y mi hija, por toda la ayuda recibida durante este tiempo que tuvimos que estar alejados para ver terminado este logro, que sin lugar a duda es para ustedes.

A mis Padres Manuel e Isabel, por estar siempre a mi lado y guiarme a través de su ejemplo por el mejor camino.

A la UNAM, mi Alma Mater, a través de la Facultad de Ingeniería por darme la oportunidad de aprender en sus aulas.

A Pemex Exploración y Producción por las facilidades prestadas para la realización de este trabajo de investigación, en especial al Activo de Producción Cantarell.

Al Doctor Fernando Samaniego Verduzco por compartirme sus conocimientos, de donde obtuve los aspectos clave para la realización de este proyecto.

A mis profesores de las diferentes asignaturas, gracias por confiar en mi; Dr. Fernando Samaniego Verduzco, Dr. Heber Cinco Ley, Dr. Victor Hugo Arana Ortiz, Dra. Jetzabeth Ramírez Sabag, Dr. Rodolfo Gabriel Camacho Velázquez y Dr. Fernando Ascencio Cendejas.

A mis compañeros de generación, gracias por compartir conmigo este tiempo en el cual tuve el placer de conocerlos más de cerca: Olga Lidia García Franco, Juventino Sánchez Vela y Jaime Larios González.

Índice general

1	Introducción	14
2	Revisión de la Literatura	16
3	Soluciones de la Ecuación de Difusión	19
3.1	Solución de la Ecuación de Difusión para Yacimiento Homogéneo y Evaluación de la Integral Exponencial	19
3.2	Solución de la Ecuación de Difusión para Yacimientos Naturalmente Fracturados	26
3.3	Superposición en Tiempo y Espacio	32
3.3.1	Superposición en Espacio	32
3.3.2	Superposición en tiempo	33
4	Comportamiento de la presión de un pozo ante fallas geológicas, mediante pozos imagen	36
4.1	Frontera de una falla	36
4.1.1	Falla Sellante	37
4.1.2	Falla a Presión Constante	40
4.1.3	Frontera de una falla semipermeable	41
4.2	Frontera por dos fallas paralelas	44
4.2.1	Fallas Sellantes	48
4.2.2	Fallas a Presión Constante	49
4.2.3	Fallas combinadas Sellante-Presión Constante	50
4.3	Frontera por dos fallas intersectantes	51
4.3.1	Fallas Sellantes	54
4.3.2	Fallas a Presión Constante	55

4.3.3	Fallas combinadas Sellante-Presión Constante	56
4.4	Frontera de tres fallas en forma de “U”	57
4.4.1	Fallas Sellantes	60
4.4.2	Fallas a Presión Constante	61
4.4.3	Fallas combinadas Sellante-Presión Constante	61
4.5	Frontera de cuatro fallas (compartimentalización)	63
4.5.1	Fallas Sellantes	66
4.5.2	Fallas a Presión Constante	67
4.5.3	Generación del Comportamiento de Presión de otras fronteras a partir de la frontera cerrada	68
5	Pruebas de pozos a gasto variable	71
6	Comportamiento de Presión ante Acuíferos/Casquetes con Efecto de Conifi- cación	75
6.1	Descripción Física del Modelo	76
6.2	Modelo Matemático	78
6.3	Resultados	79
7	Validación de Resultados	83
7.1	Falla Sellante	83
7.1.1	Pozo “A”	83
7.1.2	Pozo “B”	85
7.2	Falla a Presión Constante	87
7.3	Falla Semipermeable	89
7.4	Fallas Paralelas Sellantes	91
7.5	Tres Fallas Sellantes en forma de “U”	94
7.6	Frontera Cerrada por cuatro Fallas Sellantes	97
7.7	Fronteras a Presión Constante (Acuífero/Casquete) con Efecto de Conificación	100
8	Discusión de Resultados	105
9	Conclusiones y Recomendaciones	108
	Nomenclatura	110

Bibliografía	113
Apéndices	115
A Solución de Línea Fuente	115
A.1 Transformada de Boltzman	115
A.2 Transformada de Laplace	119
B Solución de la presión para YNF en el Espacio de Laplace	123
C Solución para YNF con Daño y Almacenamiento Variable en el Espacio de Laplace	127
D Solución de Presión para un pozo ante una Falla Semipermeable en un YNF, con Daño y Almacenamiento Variable en el Espacio de Laplace	131
E Algoritmos	135

Capítulo 1

Introducción

La ecuación que describe el comportamiento de presión para un pozo que produce en un medio homogéneo, isotrópico para un fluido de viscosidad constante y con flujo laminar es la ecuación de Difusión, la cual al resolverse para un yacimiento infinito, con un pozo produciendo a gasto constante, cuando el radio del pozo tiende a cero, a través de la Transformada de Boltzman o bien mediante la Transformada de Laplace (Apéndice A), se obtiene la Solución Línea Fuente, que se encuentra en función de la Integral Exponencial.

Por medio de esta solución se puede determinar el comportamiento de presión de un pozo que produce a gasto constante en un yacimiento infinito, aunque esta condición es una idealización, es muy útil para evaluar el periodo de flujo del pozo antes de que se manifieste alguna frontera en el yacimiento, llamado flujo radial infinito. Resulta evidente que una vez que se manifiesta alguna frontera del yacimiento en el pozo o que la onda de presión ha alcanzado una o varias fronteras, el comportamiento transitorio de presión se desvía del comportamiento radial infinito, definiendo una geometría de flujo diferente, dependiendo de la o las fronteras presentes. Las diferentes fronteras comunes que pueden existir y sus geometrías de flujo esperadas, considerando fallas sellantes son:

- a) Una Falla (flujo radial en 180°)
- b) Dos fallas paralelas. (flujo lineal en dos direcciones)
- c) Dos fallas intersectantes. (flujo pseudoradial en función del ángulo de intersección)
- d) Tres fallas en forma de “U”. (flujo lineal en una dirección para tiempos largos)
- e) Cuatro fallas formando una compartimentalización (flujo pseudo-estacionario)

Cualquiera que sea la frontera, una de las técnicas más simples para evaluar las fronteras del

yacimiento es la de pozos imagen, que consiste en modelar una falla mediante un pozo espejo que se encuentra produciendo al mismo gasto del pozo en estudio, pero alejado el doble de distancia a la falla. Aunque el principio de la técnica de pozos imagen para el caso de una falla es simple, para el caso complejo de una compartimentalización, la técnica de generación de los pozos imagen requeridos para modelar la frontera formada por cuatro fallas, puede resultar compleja, sobre todo cuando se combinan fallas sellantes y de presión constante.

Debido a que el modelado de fronteras mediante pozos imagen, sin considerar almacenamiento en el pozo, se centra en la solución de la Integral Exponencial, en el presente trabajo se desarrolló una ecuación para evaluarla mediante una sumatoria finita, aplicándola para resolver problemas de flujo afectados por diferentes fronteras: una falla, dos fallas paralelas, dos fallas intersectantes, tres fallas en forma de “U”, cuatro fallas formando una compartimentalización. Se analizaron todas las fronteras para los casos de fallas sellantes, de presión constante y combinadas.

Se presenta el comportamiento del caso de un acuífero modelado como una falla a presión constante pero considerando el efecto de conificación, estableciendo una solución analítica, validando los resultados mediante la construcción de un modelo de simulación numérica en tres dimensiones, dos fases y además, con resultados previos obtenidos por Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996).

Las soluciones antes mencionadas son válidas si no se consideran efectos de almacenamiento, pero para la interpretación de pruebas reales de campo y para Yacimientos Naturalmente Fracturados, es necesario incluir este efecto en las soluciones, lo que obliga a obtener las soluciones en el espacio de Laplace y realizar su inversión numérica al espacio del tiempo real mediante el algoritmo de inversión de Stehfest (1970).

Adicional a lo anterior, en pozos produciendo con sistema artificial de producción de Bombeo Neumático, se presentan efectos de almacenamiento variable debido a la redistribución de las fases, por lo cual también se incluyen en las soluciones estos efectos desarrollados por Fair (1981) y Hegeman (1993).

Cada una de las fronteras estudiadas se validaron con información de pruebas de presión obtenidas en pozos del Activo de Producción Cantarell. Para los casos de Falla Sellante (Pozos “A” y “B”), Falla a Presión Constante (Pozo “C”), Falla Semipermeable (Pozo “D”), Fallas Paralelas Sellantes (Pozo “E”), Tres Fallas Sellantes en forma de “U” (Pozo “F”), Frontera Cerrada (Pozo “G”) y Falla a Presión Constante (Acuífero/Casquete) con Conificación, evaluando resultados previos de Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996).

Capítulo 2

Revisión de la Literatura

En **U.S.Geological-Survey (1963)** se presenta el comportamiento de presión en acuíferos, basado en el método de pozos imagen para modelar barreras impermeables que delimitan un acuífero. Se estudia el efecto de la generación de los pozos imagen necesarios para diferentes barreras:

- a) Una barrera impermeable.
- b) Dos barreras impermeables que se intersecan en un ángulo recto.
- c) Dos barreras que se intersecan en un ángulo recto, donde una de las barreras es impermeable y la otra una “perennial stream”, que para el caso de yacimientos petroleros es equivalente a fronteras de presión constante o fallas de alta conductividad.
- d) Dos barreras intersecantes en cualquier ángulo impermeables y/o de presión constante.
- e) Dos barreras paralelas impermeables y/o de presión constante.
- f) Tres barreras formando una frontera en forma de “U”.
- g) Cuatro barreras formando una frontera cerrada con barreras impermeables y/o de presión constante.

Matthews and Russell (1967), estudiaron el efecto de las heterogeneidades del yacimiento (fronteras) en el comportamiento de presión en los pozos, para el caso mas simple de una falla sellante mediante un pozo imagen, tanto para una prueba de decremento como para una prueba de incremento. Los autores mostraron la diferencia entre una falla y una discontinuidad; en esta última la difusividad hidráulica de un medio a otro se considera diferente, mientras en el caso de una falla el medio es el mismo de un lado y de otro de la falla; solo en el espesor de la falla se considera una difusividad nula para el caso de una falla sellante y una difusividad infinita para el caso de una falla a presión constante. Como resultado de lo anterior el comportamiento de presión es diferente para una falla y para una discontinuidad (lateral y vertical). También muestran el efecto de un Yacimiento Naturalmente Fracturado como una heterogenidad, considerando la idealización del modelo de Warren and Root

(1963), donde el medio primario (matriz) actúa como recarga del segundo medio (fracturas) por donde fluye el fluido en un flujo pseudoestacionario.

Earlougher et al. (1968), mostraron el comportamiento de la distribución de presión en yacimientos rectangulares, considerando diferentes posiciones del pozo dentro del yacimiento, para la solución del comportamiento de presión aplicaron el principio de superposición en espacio, al implementar el método de pozos imagen. Se consideran los dos tipos de fallas; sellantes y de presión constante.

Earlougher (1977), en su Apéndice B muestra la generación de los pozos imagen o espejo para diferentes tipos de fronteras; una falla, fallas paralelas y un sistema cerrado con cuatro fallas. El autor determinó los pozos imagen requeridos la aplicación del principio de superposición en espacio para la generación de la respuesta de presión en un pozo ante cualquiera de las fronteras antes mencionadas. También muestra el principio de superposición en tiempo para el caso de la producción del pozo a gasto variable.

Mavor and Cinco-Ley (1979) Establecieron la solución en el espacio de Laplace para el comportamiento de presión para Yacimientos Naturalmente Fracturados, considerando Daño y Almacenamiento.

Fair (1981) y Hegeman (1993) Determinaron el efecto del Almacenamiento Variable creciente y decreciente en los pozos, debido a efectos de redistribución de fases de los fluidos. Establecieron que este efecto puede representarse por una función exponencial decreciente del tiempo, Fair (1981), o por una función error complementaria del tiempo, Hegeman (1993). Ambos autores también involucran otra variable que define el tiempo al cual comienza la variación del almacenamiento.

Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996) Abordaron el tema de las pruebas de presión ante la presencia de acuíferos y capas de gas, estableciendo que si existen efectos de conficación, el comportamiento de la presión se desvía del comportamiento generado al considerar una frontera a presión constante, la cual establece que la interfase entre los fluidos permanece constante, representada por un plano. Para la obtención de estos resultados, ellos construyeron un simulador numérico de dos fases.

Bourdarot (1998), muestra el comportamiento de presión y la función derivada de presión (FDP) características de diferentes tipos de fronteras mediante el método de pozos imagen. Incluyendo en su estudio ecuaciones analíticas para analizar distancias a las diferentes fronteras, tales como falla sellante, canales (fallas paralelas, tres fallas en forma de "U"), fallas intersectantes en cualquier ángulo, fronteras cerradas (cuatro fallas) y el efecto de las fronteras a presión constante.

Bourdet (2001) establece el comportamiento de presión y la FDP correspondiente a un

pozo produciendo en un yacimiento naturalmente fracturado ante la presencia de diferentes tipos de fronteras, tales como: a) una falla sellante, indicando un doble valle en la FDP; b) fallas paralelas; presencia del flujo de las fracturas, seguido de un flujo lineal; c) frontera cerrada formada por cuatro fallas; valle característico de la FDP, seguido de un flujo radial y de un flujo pseudoestacionario; d) frontera compuesta por fallas sellantes y de presión constante.

Escobar (2003), explica de una forma simple la aplicación de la superposición en espacio para determinar el efecto de la interferencia entre pozos, o bien el efecto de pozos imagen para la modelación de fronteras y la superposición en tiempo para considerar la variación de gastos durante la prueba de un pozo. El autor aborda también el análisis analítico para determinar la distancia a fallas mediante técnica de intersección de rectas en gráficas semilog de $pvs \log(t)$.

Abdelaziz et al. (2004) muestra el comportamiento de presión de un pozo que se encuentra entre dos fallas intersecantes semipermeables, basado en la solución analítica de Yaxley (1987), para modelar un falla semipermeable en función de un coeficiente de fugacidad $L = 1 - e^{-\alpha}$, donde α es la conductividad adimensional de la falla ($\alpha = 0$ para una falla sellante y $\alpha \rightarrow \infty$ para una falla con flujo total). Se muestra el comportamiento de presión y la FDP como gráfica de diagnóstico, para las fronteras una sola falla semipermeable y fallas intersecantes semipermeables.

Capítulo 3

Soluciones de la Ecuación de Difusión

3.1 Solución de la Ecuación de Difusión para Yacimiento Homogéneo y Evaluación de la Integral Exponencial

La ecuación que define el comportamiento de la presión para un pozo que produce en condiciones de flujo radial en un medio homogéneo, isotrópico para un fluido de viscosidad constante y con flujo laminar, es la ecuación de Difusión.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.1)$$

Definiendo las variables adimensionales:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (3.2)$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2}. \quad (3.3)$$

Para el caso de un pozo produciendo a gasto constante:

$$p_D = \frac{kh\Delta p}{\alpha q \mu}. \quad (3.4)$$

Introduciendo las Ecs.3.2, 3.3 y 3.4 en la Ec. 3.1, se obtiene la ecuación de difusión en términos de variables adimensionales:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (3.5)$$

La solución de la Ecuación de Difusión, Ec.3.5 , para un yacimiento infinito, con un pozo produciendo a gasto constante, cuando el radio del pozo tiende a cero, se puede establecer a través de la Transformada de Boltzman, o bien mediante Transformada de Laplace (Apéndice A), obteniendo la Solución de Línea Fuente, mostrada en la Ec.3.6:

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{r_D^2}{4t_D} \right], \quad (3.6)$$

donde $E_1 [x]$ es la Integral Exponencial que se define como:

$$E_1 [x] = \int_x^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx. \quad (3.7)$$

Aunque la Ec.3.6 representa la solución de la Ec. 3.5, no es trivial, ya que únicamente se traslada el problema a la solución de la Integral Exponencial, Ec.3.7, la cual no tiene una solución analítica, ya que al tratar de resolver la integral por cualquier método que se elija, no se llega a una solución. Por lo anterior se tiene que recurrir a métodos de integración numérica o series para evaluar su solución. Entre ellas Abramowitz and Stegun (1970) establecieron que la Integral Exponencial puede aproximarse mediante la siguiente serie infinita:

$$E_1 [x] = -\ln (\gamma x) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n \cdot n!}, \quad (3.8)$$

donde x es el valor del argumento a evaluar y $\gamma = 1.781$. El comportamiento gráfico de la solución de la Integral Exponencial mediante la serie infinita de Abramowitz, Ec.3.8, se muestra en la **Fig.3.1** . Se debe observar en la gráfica que a medida que el valor del argumento de la Integral Exponencial se incrementa, el valor de la Integral Exponencial tiende a un valor muy pequeño, por lo cual se puede establecer que muy pocas veces se tendrán valores del argumento mayores a $x > 100$.

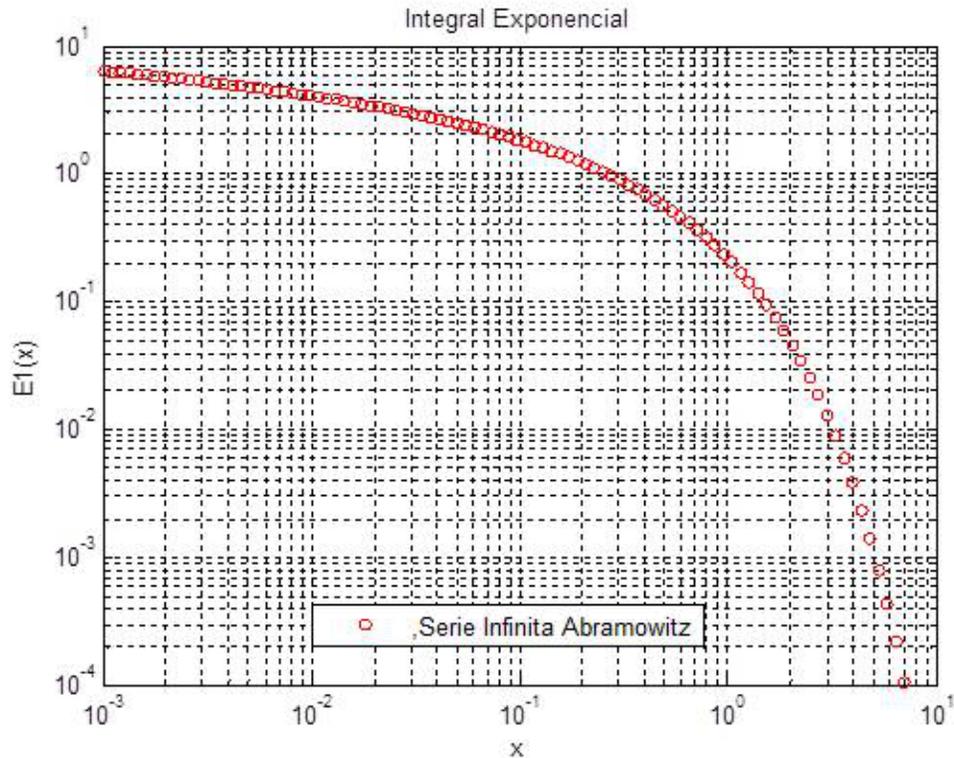


Figura 3.1: Solución de la Integral Exponencial por medio de la serie infinita de Abramowitz.

Con la finalidad de optimizar los cálculos al aplicar el principio de superposición para evaluar fronteras con la técnica de pozos imagen como parte del desarrollo del presente trabajo, se generó una ecuación para evaluar la Integral Exponencial. Se propone establecer un método de Integración Numérica para evaluar la Integral Exponencial por el método de trapezoides, para lo cual se establece la consideración de que, para aplicar el método de integración numérica, la función debe ser positiva (todo valor de la función para cualquier valor de la variable independiente es positivo).

A partir de la Ec.3.7 se puede establecer que la integral puede evaluarse por integración numérica si la función e^{-x}/x es positiva, esto se puede verificar en la **Fig.3.2** observando que todo valor de la función para cualquier valor de x es positivo. Debido a que la función siempre será positiva se puede establecer entonces que el área bajo la curva corresponde a la integral de la función. En la **Fig.3.3** se muestra la división de la gráfica de la función e^{-x}/x en pequeños trapezoides, donde al sumar las áreas de cada uno se obtendrá el área bajo la curva, siendo la integral evaluada desde x hasta ∞ .

El área de cada trapezoide queda definida por:

$$A_i = \frac{\left(\frac{e^{-x}}{x}\right)_i + \left(\frac{e^{-x}}{x}\right)_{i-1}}{2} (x_i - x_{i-1}). \quad (3.9)$$

Con lo anterior la Integral Exponencial Ec.3.7 se puede establecer como:

$$E_1[x] = \int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx = \sum_{i=1}^\infty A_i,$$

$$E_1[x] = \int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^\infty \left[\left(\frac{e^{-x}}{x}\right)_i + \left(\frac{e^{-x}}{x}\right)_{i-1} \right] (x_i - x_{i-1}). \quad (3.10)$$

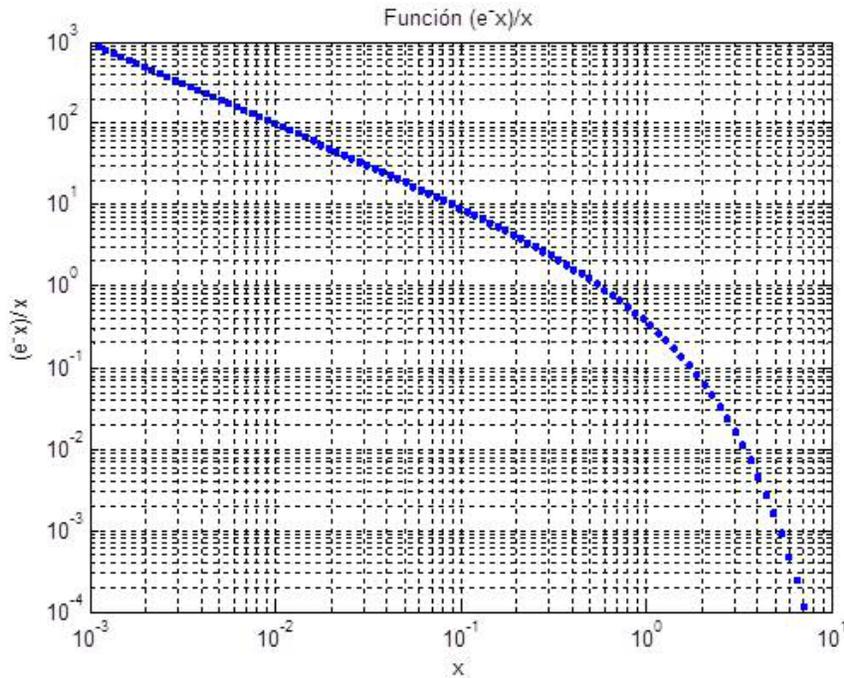


Figura 3.2: Verificación de la función positiva e^{-x}/x .

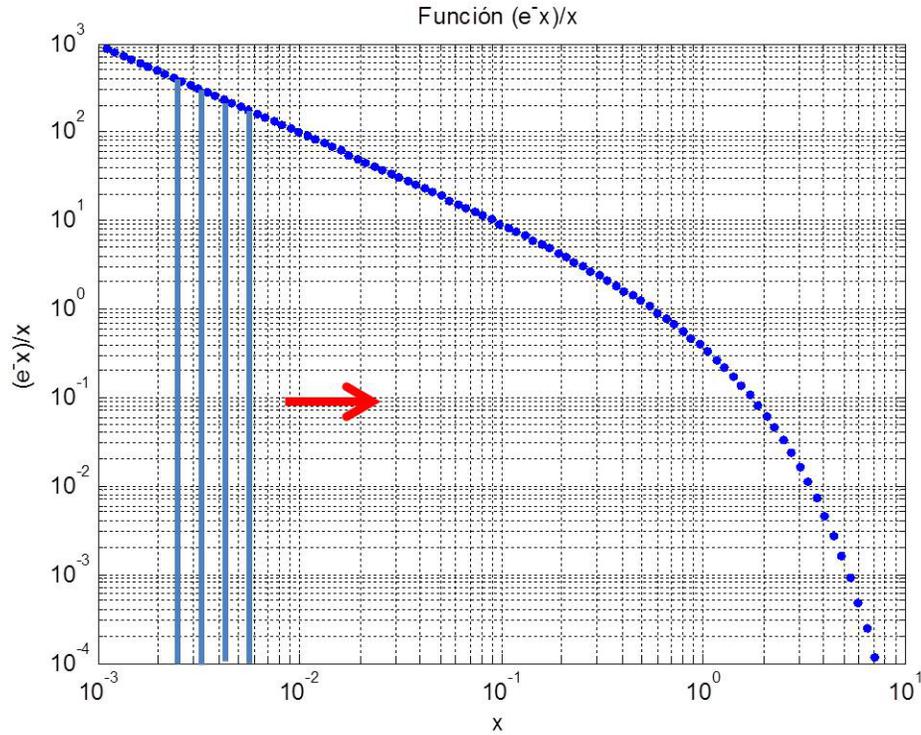


Figura 3.3: Integración numérica por trapezoides de la función e^{-x}/x .

De forma general y considerando que la función es exponencial, no es conveniente mantener un incremento constante de la variable independiente ($x_i - x_{i-1}$), ya que los términos de la sumatoria requeridos para evaluar la integral exponencial serían demasiados para valores pequeños del argumento. Siendo impráctico el método, sin embargo si se considera un incremento geométrico del valor del argumento de la Integral Exponencial introduciendo un multiplicador Δx del valor del argumento a evaluar, x .

Planteando que:

$$x_i = x (\Delta x)^i, \quad (3.11)$$

$$x_{i-1} = x \Delta x^{(i-1)}. \quad (3.12)$$

Introduciendo las Ecs.3.11 y 3.12 en Ec.3.10

$$E_1 [x] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{e^{-x\Delta x^i}}{x\Delta x^i} \right) + \left(\frac{e^{-x\Delta x^{(i-1)}}}{x\Delta x^{(i-1)}} \right) \right] (x\Delta x^i - x\Delta x^{(i-1)}),$$

simplificando:

$$E_1 [x] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{e^{-x\Delta x^i}}{\Delta x^i} \right) + \left(\frac{e^{-x\Delta x^{(i-1)}}}{\Delta x^{(i-1)}} \right) \right] (\Delta x^i - \Delta x^{(i-1)}).$$

Desarrollando y simplificando:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{e^{-x\Delta x^i}}{\Delta x^i} \right) \Delta x^i + \left(\frac{e^{-x\Delta x^{(i-1)}}}{\Delta x^{(i-1)}} \right) \Delta x^i - \left(\frac{e^{-x\Delta x^i}}{\Delta x^i} \right) \Delta x^{(i-1)} - \left(\frac{e^{-x\Delta x^{(i-1)}}}{\Delta x^{(i-1)}} \right) \Delta x^{(i-1)} \right],$$

$$E_1 [x] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left[e^{-x\Delta x^i} + e^{-x\Delta x^{(i-1)}} \Delta x - e^{-x\Delta x^i} \Delta x^{-1} - e^{-x\Delta x^{(i-1)}} \right],$$

$$E_1 [x] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left[e^{-x\Delta x^{(i-1)}} [\Delta x - 1] - e^{-x\Delta x^i} [1 - \Delta x^{-1}] \right]. \quad (3.13)$$

Sin embargo aunque la ecuación anterior representa una nueva solución de la Integral Exponencial, continúa siendo una sumatoria infinita, por lo cual se analizó la forma de evaluar el número de elementos de la sumatoria, atendiendo a los aspectos siguientes:

- a) Los valores del argumento de la Integral Exponencial son generalmente menores a 100 de acuerdo al comportamiento de la Fig.3.1.
- b) Δx representa el multiplicador de crecimiento del argumento de la Integral Exponencial, $\Delta x > 1$.
- c) Número de valores deseados en cada ciclo logarítmico.

Con los aspectos anteriores se establece la Ec.3.14 para evaluar el número de elementos de la sumatoria requeridos en la sumatoria de la Ec.3.13.

$$n = \frac{(-\log_{10}(x) + 2) \cdot 2.5}{\Delta x - 1}. \quad (3.14)$$

A continuación se explican brevemente los términos de la Ec.3.14:

- El número dos indica el logaritmo de 100, donde este valor es el máximo valor que se puede tener en el argumento.

$-\log_{10}(x)$ indica el número de ciclos logarítmicos que se tendrían desde el valor del argumento x hasta el valor unitario.

- Por lo anterior $(-\log_{10}(x) + 2)$ indica el número de ciclos logarítmicos desde el valor del argumento x hasta 100.

- El inverso de $\Delta x - 1$ representa el número de datos mínimos requeridos por ciclo logarítmico.

- Finalmente el factor 2.5 es un factor multiplicador del número de datos deseados por ciclo logarítmico.

De esta manera la Ec.3.13 combinada con la Ec.3.14, se convierte en una sumatoria finita al evaluar el número de datos requeridos para evaluar la integral exponencial.

$$E_1[x] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[e^{-x\Delta x^{(i-1)}} [\Delta x - 1] - e^{-x\Delta x^i} [1 - \Delta x^{-1}] \right]. \quad (3.15)$$

El comportamiento gráfico de la evaluación de la Integral Exponencial con las Ecs.3.15 y 3.14 comparado con la solución establecida por Abramowitz and Stegun (1970) se muestra en la **Fig.3.4**.

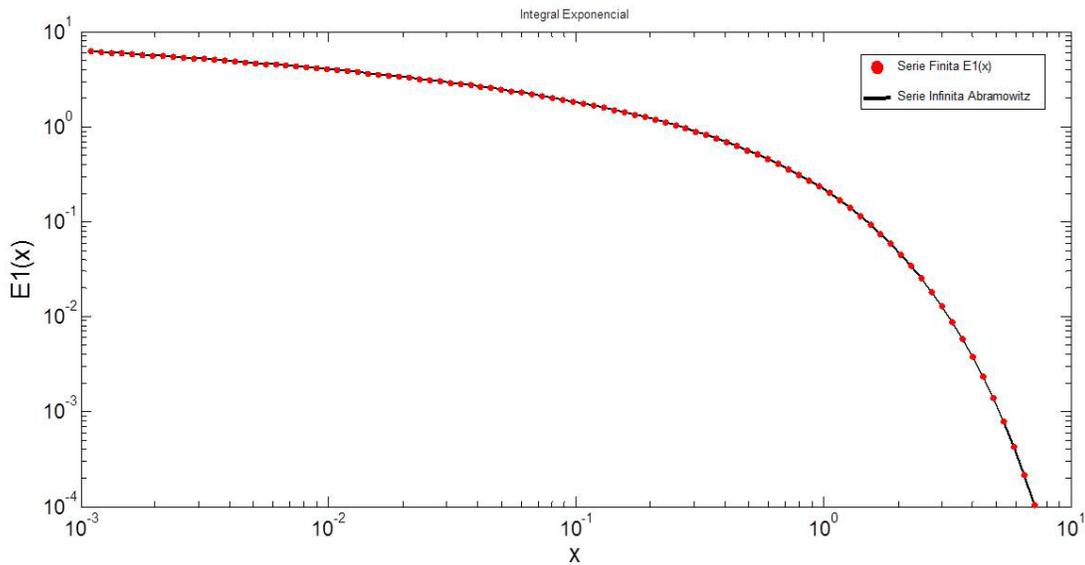


Figura 3.4: Comparación de solución propuesta para la Integral Exponencial y Abramowitz and Stegun (1970).

De acuerdo a los resultados mostrados en la Fig.3.4, se demuestra que la ecuación desarrollada en el presente trabajo como nueva solución de la Integral Exponencial ofrece resultados confiables.

Finalmente una vez evaluada la Integral Exponencial se puede obtener la gráfica que representa la Solución Línea Fuente de la Ec.3.6, mostrada en la **Fig.3.5**, siendo la curva tipo de la Solución Línea Fuente, útil para interpretar pruebas de interferencia.

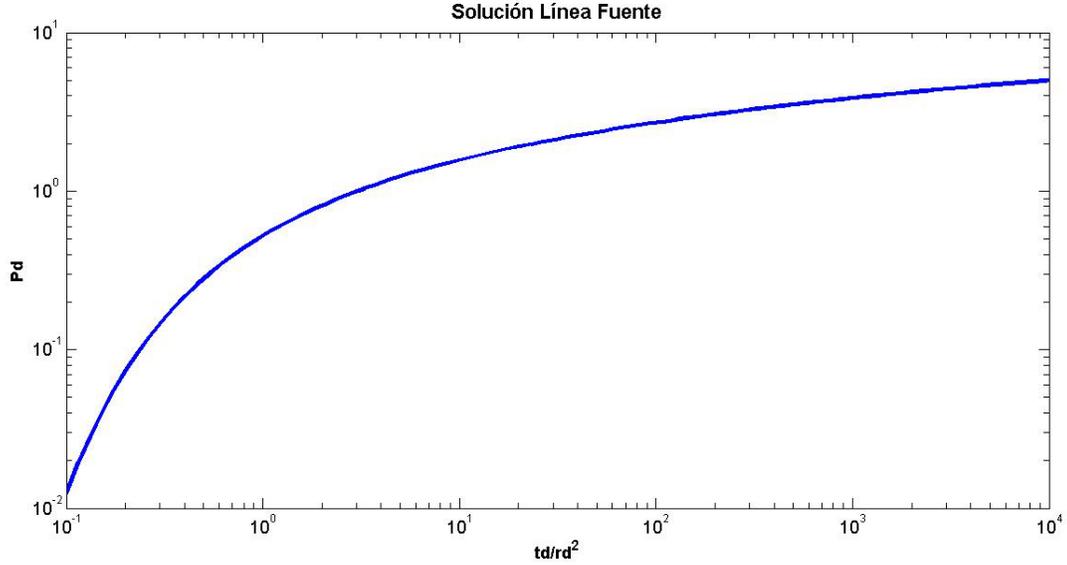


Figura 3.5: Curva tipo de la Solución Línea Fuente.

El código en el lenguaje de programación MATLAB para la evaluación de la Integral Exponencial por el método propuesto, se presenta en el Algoritmo E.1.

3.2 Solución de la Ecuación de Difusión para Yacimientos Naturalmente Fracturados

La solución para un Yacimiento Naturalmente Fracturado se representa como un sistema de doble porosidad y una permeabilidad (flujo a través de las fracturas), establecido por Warren and Root (1963). El problema queda definido por una ecuación de difusión para las fracturas y otra para la matriz, con sus condiciones iniciales y de frontera respectivas. Estas ecuaciones en variables adimensionales son las siguientes:

Fracturas:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} \right) + \lambda (p_{Dm} - p_{Df}) = \omega \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D}, \quad (3.16)$$

donde λ es el parámetro de flujo interporoso matriz-fractura y ω coeficiente de capacidad de almacenamiento de las fracturas.

Matriz:

Es la misma Ecuación que la Ec.3.16, solo que al no haber flujo entre matriz la parcial de la presión respecto al radio es nula, además de que el término de flujo ahora sale de la

matriz (signo negativo), respecto a la capacidad de almacenamiento es el complemento del correspondiente a las fracturas:

$$-\lambda (p_{Dm} - p_{Df}) = (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (3.17)$$

Condición inicial:

$$p_{Df}(r_D, 0) = p_{Dm}(r_D, 0) = 0. \quad (3.18)$$

Condicion de Frontera Interna, pozo produciendo a gasto constante:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1. \quad (3.19)$$

Condicion de Frontera Externa (CFE), Yacimiento Infinito:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Df}(r_D, t_D) = 0. \quad (3.20)$$

La solución del problema conformado por las Ecs.3.16, 3.17, 3.18, 3.19 y 3.20 en el espacio de Laplace es la siguiente (Desarrollo presentado en el Apéndice B)

$$\bar{p}_{Df} = \frac{K_0 \left(r_D \sqrt{s f(s)} \right)}{s \sqrt{s f(s)} K_1 \left(\sqrt{s f(s)} \right)}, \quad (3.21)$$

donde la función de transferencia matriz-fractura $f(s)$ es:

$$f(s) = \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right)$$

Para obtener el comportamiento de presión se puede hacer uso de la inversión numérica de Laplace, a través de algoritmos tales como el de Stehfest (1970) (Algoritmo E.2).

Warren and Root (1963), establecieron la solución en el tiempo adimensional, t_D , de la Ec.3.21:

$$p_{wDf}(t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] - \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right] + \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{\lambda t_D}{(1-\omega)} \right]. \quad (3.22)$$

Aproximando la Integral Exponencial del pozo por medio de su aproximación logarítmica:

$$p_{wDf}(t_D) = -\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\gamma}{4t_D} \right) - \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right] + \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{\lambda t_D}{(1-\omega)} \right],$$

$$p_{wDf}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln(t_D) + \ln\left(\frac{4}{\gamma}\right) - E_1\left[\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)}\right] + E_1\left[\frac{\lambda t_D}{(1-\omega)}\right] \right]. \quad (3.23)$$

En la **Fig.3.6** se muestra la comparación entre la solución de la Ec.3.21 por inversión numérica de Laplace y la Ec.3.23 en función de la Integral Exponencial. Pudiendo observarse los mismos resultados por ambas soluciones.

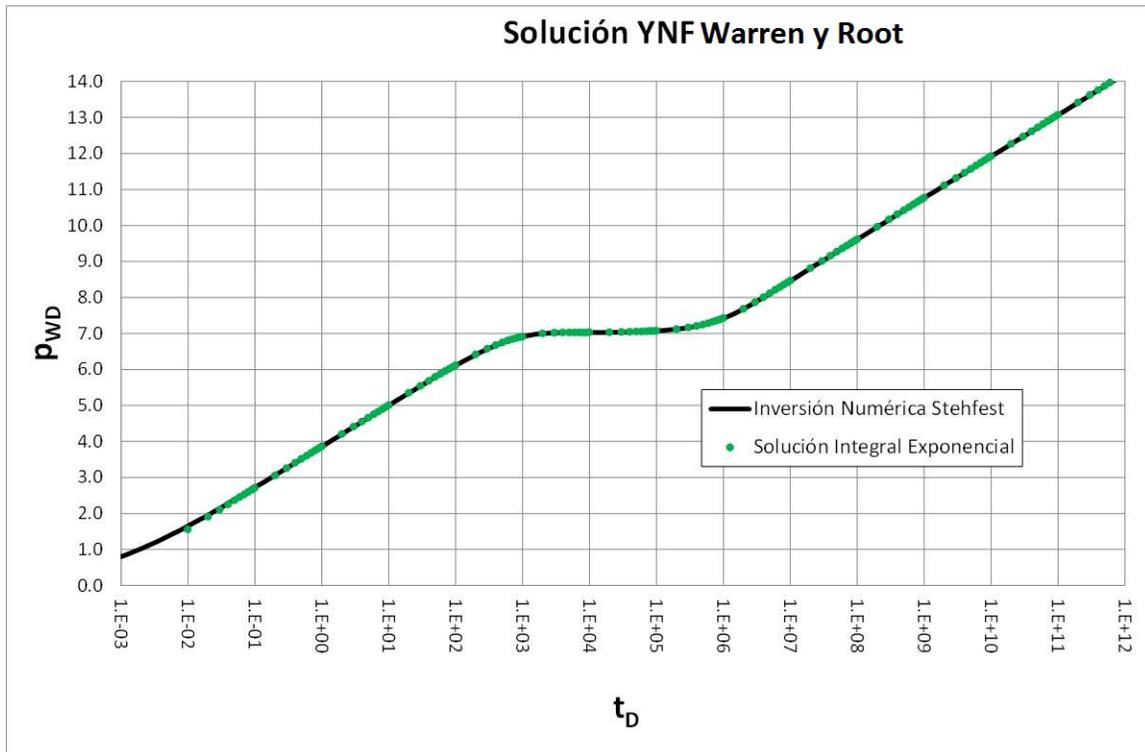


Figura 3.6: Comparación de soluciones de presión para Yacimiento Naturalmente Fracturado (YNF).

A continuación se presentan algunas sensibilidades a los parámetros principales, que afectan el comportamiento de presión en Yacimiento Naturalmente Fracturados

Sensibilidad al Parámetro de flujo interporoso, λ

En la **Fig.3.7** se muestra la gráfica p_{wD} vs $\log(t_D)$, observando que el efecto del parámetro de flujo interporoso se da en el tiempo de actuación de recarga de la matriz hacia las fracturas; a valores mayores de λ el efecto se manifiesta a tiempos menores.

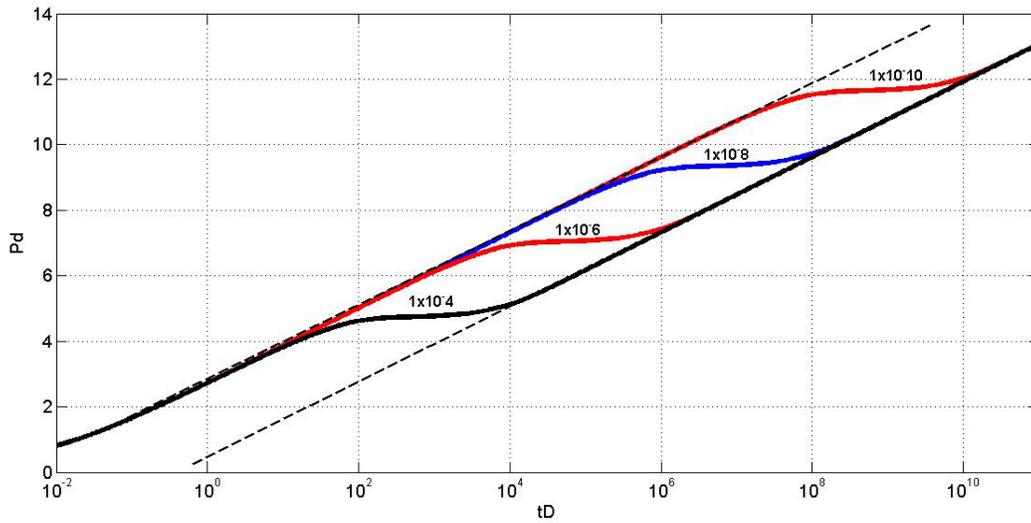


Figura 3.7: Comportamiento de la presión adimensional para Yacimiento Naturalmente Fracturado respecto a la variación de λ , para $\omega = 0.01$.

De igual manera se presenta el comportamiento de la FDP en la Fig.3.8.

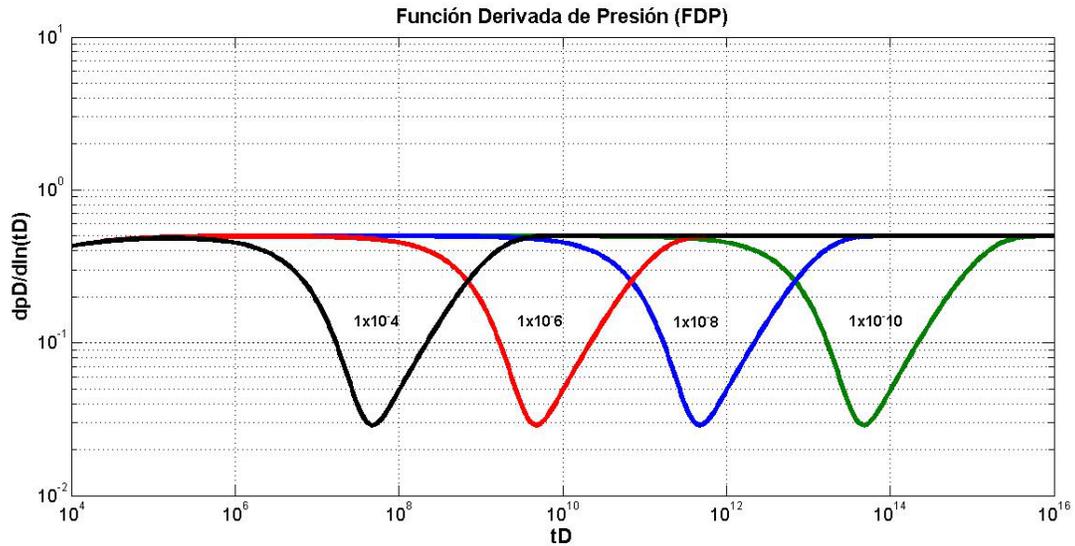


Figura 3.8: Comportamiento de la FDP para YNF respecto a la variación de λ , para $\omega = 0.01$.

Sensibilidad al coeficiente de capacidad de almacenamiento de las fracturas, ω

En la **Fig.3.9** se muestra la gráfica p_{wD} vs $\log(t_D)$, observando que el efecto del coeficiente de la capacidad de almacenamiento afecta sensiblemente a la presión adimensional; a medida que ω disminuye, la caída de presión generada es mayor durante el tiempo que dura el efecto de recarga de la matriz hacia la fractura.

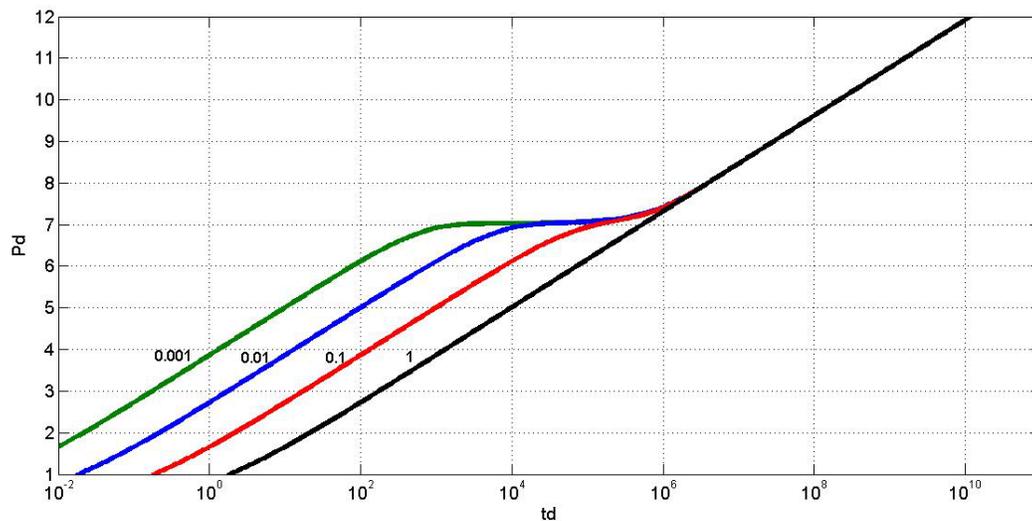


Figura 3.9: Comportamiento de la presión adimensional para Yacimiento Naturalmente Fracturado respecto a la variación de ω , para $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.

De igual manera se presenta el comportamiento de la FDP en la **Fig.3.10**.

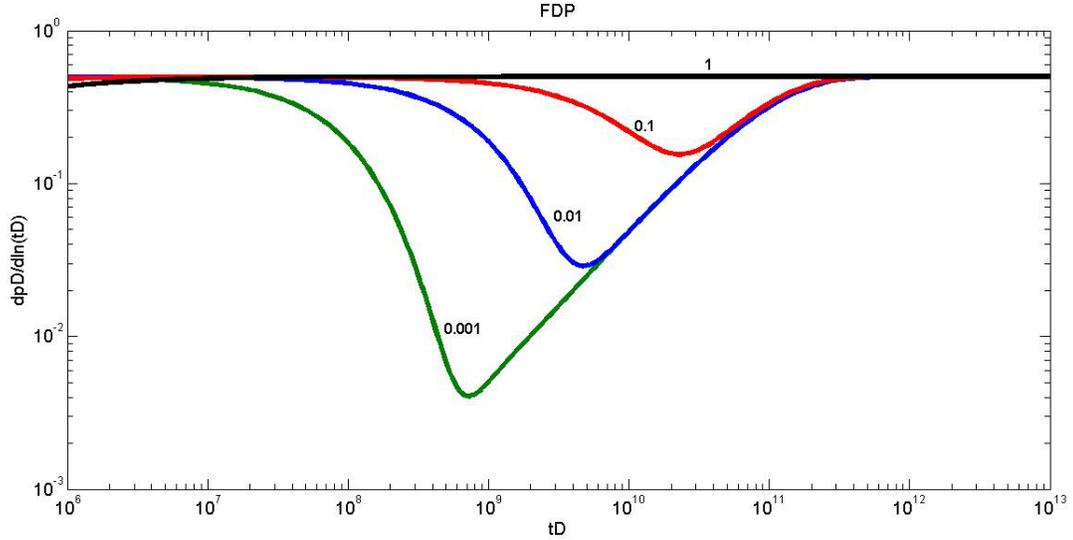


Figura 3.10: Comportamiento de la FDP para YNF respecto a la variación de ω , para $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.

Mavor and Cinco-Ley (1979), desarrollaron la solución en el espacio de Laplace para Yacimientos Naturalmente Fracturados, incluyendo daño, S , y almacenamiento, C_D , en el pozo, la cual se presenta en la Ec.3.24 desarrollada en el Apéndice C, (Ec.C.7).

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[s C_D \left\{ K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right\} + \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]} \quad (3.24)$$

En la **Fig.3.11** se muestra el comportamiento de presión y de la FDP, característico de un pozo con daño y almacenamiento en un yacimiento naturalmente fracturado, utilizando inversión numérica de Laplace de la Ec.3.24, mediante el **Algoritmo E.2** de Stehfest (1970). Se observan los diferentes periodos de flujo en la FDP:

- a) Almacenamiento,
- b) Transición,
- c) Flujo radial en las fracturas,
- d) Interacción matriz-fracturas,
- e) Flujo radial del sistema matriz-fracturas.

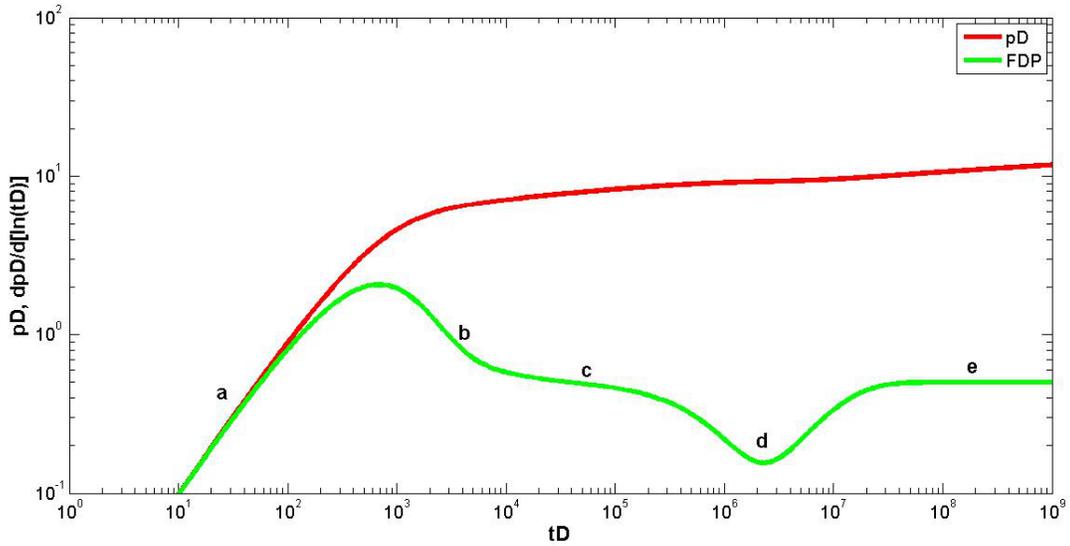


Figura 3.11: Comportamiento de presión y FDP en YNF, para $\omega = 0.1$, $\lambda = 1 \times 10^{-7}$, $S = 1$, $C_D = 100$.

3.3 Superposición en Tiempo y Espacio

Las soluciones desarrolladas en las Secciones 3.1 y 3.2 se obtuvieron tomando en cuenta las dos consideraciones principales siguientes:

- a) El pozo se encuentra produciendo sin la interferencia de otros pozos.
- b) La producción del pozo se mantiene constante durante todo el tiempo de la prueba.

Las dos suposiciones anteriores simplifican la solución de la ecuación de difusión que define el problema; sin embargo en la realidad estas consideraciones están lejos de cumplirse. Para incorporar estos efectos se hace uso de los principios siguientes:

- a) Principio de superposición en espacio (interferencia entre pozos).
- b) Principio de superposición en tiempo (gasto variable).

3.3.1 Superposición en Espacio

Este principio evalúa las caídas de presión adicionales generadas por la producción de otros pozos que se encuentran alejados ciertas distancias, de tal manera que se estima la caída de

presión en el pozo en estudio, considerando su daño correspondiente y se le suman las caídas de presión generadas por los pozos vecinos.

Apartir de la Ec.3.6 la caída de presión total en el pozo será:

$$p_{Dt} = (p_{wD} + S) + \sum_{i=1}^n p_{Di} , \quad (3.25)$$

donde p_{Dt} es la caída de presión total, p_{wD} es la caída de presión en el pozo debido a su producción y p_{Di} es la caída de presión generada en el pozo debido a la producción del pozo i que se encuentra alejado una distancia adimensional r_{Di} . En términos de Integral Exponencial la Ec.3.25 puede expresarse por medio de la Ec.3.26.

$$p_{Dt} = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right] . \quad (3.26)$$

Este principio aunque sencillo de aplicarse es de gran importancia en el desarrollo del trabajo presente, ya que es muy útil para evaluar el comportamiento de fallas geológicas utilizando la técnica de pozos imagen.

3.3.2 Superposición en tiempo

Cuando en una prueba de presión no existen condiciones de gasto constante, se aplica el principio de superposición en tiempo con ayuda de la Integral de Convolución. Esta integral representa la evaluación del comportamiento del pozo para cuando existen variaciones del gasto durante una prueba de presión-producción, obteniendo la respuesta de presión para una condición de gasto variable. La técnica consiste en evaluar las caídas de presión para cada cambio en el gasto, partiendo de la **Fig.3.12** donde se observan diferentes cambios del gasto y recurriendo a la Solución Línea Fuente, Ec.3.6, se puede establecer este principio de superposición.

La caída de presión total será la suma de las caídas de presiones generadas por cada cambio del gasto, a partir del tiempo al cual se modificó este gasto:

$$p_{Dt} = (q_1 - q_0) p_{D1} (t_D - t_{D0}) + (q_2 - q_1) p_{D1} (t_D - t_{D1}) + \dots + (q_n - q_{n-1}) p_{D1} (t_D - t_{D(n-1)}) ,$$

donde p_{D1} es la presión adimensional (función influencia) para un gasto unitario.

De forma general:

$$p_{Dt} = \sum_{n=1}^N (q_n - q_{n-1}) p_{D1} (t_D - t_{D(n-1)}) . \quad (3.27)$$

Para poder entender la ecuación de superposición en tiempo, Ec.3.27, es necesario comprender dos aspectos importantes:

- Las perturbaciones originadas son los cambios de gasto ($q_n - q_{n-1}$), para cada periodo, más no así el valor de cada gasto q_n .
- El tiempo de duración de cada perturbación ($t_D - t_{D(n-1)}$), se mide a partir del tiempo en que se generó $t_{D(n-1)}$, hasta el tiempo t_D , que es el tiempo adimensional de estudio de la prueba.

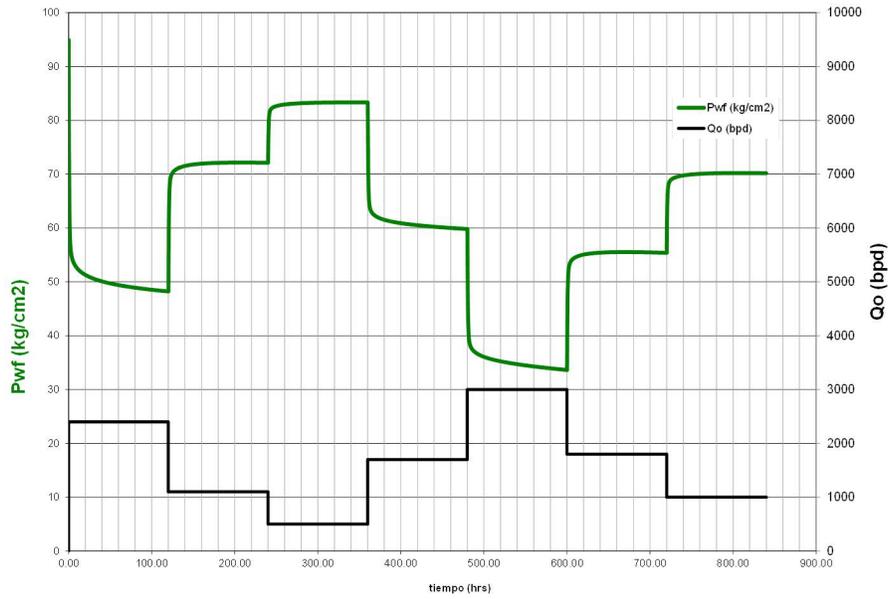


Figura 3.12: Pozo produciendo a gasto variable.

Si se considera que los cambios de presión representan una función continua, entonces los tiempos de duración de los cambios de gasto serán muy pequeños. Para representar este efecto a partir de la Ec.3.27 se multiplica y divide por Δt :

$$p_{Dt} = \sum_{n=1}^N (q_n - q_{n-1}) p_{D1} (t_D - t_{D(n-1)}) \frac{\Delta t}{\Delta t},$$

reordenando términos:

$$p_{Dt} = \sum_{n=1}^N \frac{(q_n - q_{n-1})}{\Delta t} p_{D1} (t_D - t_{D(n-1)}) \Delta t.$$

Como el gasto varía como una función continua, $\Delta t \rightarrow 0$ y utilizando la variable de integración τ correspondiente a t_{n-1} , la sumatoria se transforma en una integral;

$$p_{Dt} = \int_0^{t_D} \frac{dq(\tau)}{d\tau} p_{D1} (t_D - \tau) d\tau,$$

$$p_{Dt} = \int_0^{t_D} q'(\tau) p_{D1} (t_D - \tau) d\tau. \quad (3.28)$$

Obteniendo de esta forma la integral de convolución que se emplea para evaluar el efecto de superposición en tiempo conociendo la variación de los gastos y el modelo de flujo para evaluar p_{D1} . La solución de la Ec. 3.28 es útil para evaluar la respuesta de presión durante una prueba de incremento del pozo, posterior a un periodo de flujo.

Capítulo 4

Comportamiento de la presión de un pozo ante fallas geológicas, mediante pozos imagen

4.1 Frontera de una falla

La variación de propiedades a lo largo de la formación, tales como la permeabilidad, indican la existencia de heterogeneidades, las cuales pueden manifestarse como fallas geológicas. Este cambio de la permeabilidad puede ser hacia un valor menor o hacia un valor mayor. Existen tres diferentes casos de acuerdo al cambio de permeabilidad en la zona de la falla:

- a) Fallas Sellantes; si la permeabilidad en la zona de la falla es cero (no permite el flujo a través de ella)
- b) Fallas de Presión Constante; si la permeabilidad en la zona de la falla es muy alta (no existen caídas de presión a través de ella)
- c) Fallas Semipermeables; es un caso intermedio de las dos anteriores en el que existe cierto flujo a través de la falla.

Cualquiera que sea el caso de las fallas, pueden modelarse por una técnica muy simple, llamada técnica de pozos imagen, la cual es una aplicación de la superposición en espacio, revisada en la Sección 3.3.1.

4.1.1 Falla Sellante

El efecto del comportamiento de una prueba de presión-producción de un pozo que se encuentra cercano a una falla sellante, se ve alterado y se desvía del comportamiento radial infinito, ya que la falla se considera impermeable. Lo anterior se representa de forma esquemática en la **Fig.4.1**. La falla puede representarse por medio del efecto de producción de otro pozo (imagen), alejado el doble de la distancia a la falla, D , produciendo al mismo gasto. De esta manera en la posición de la falla no existirá flujo debido a la interferencia con el pozo imagen. La transformación del problema real al problema mediante pozo imagen se presenta en la Fig.4.1.

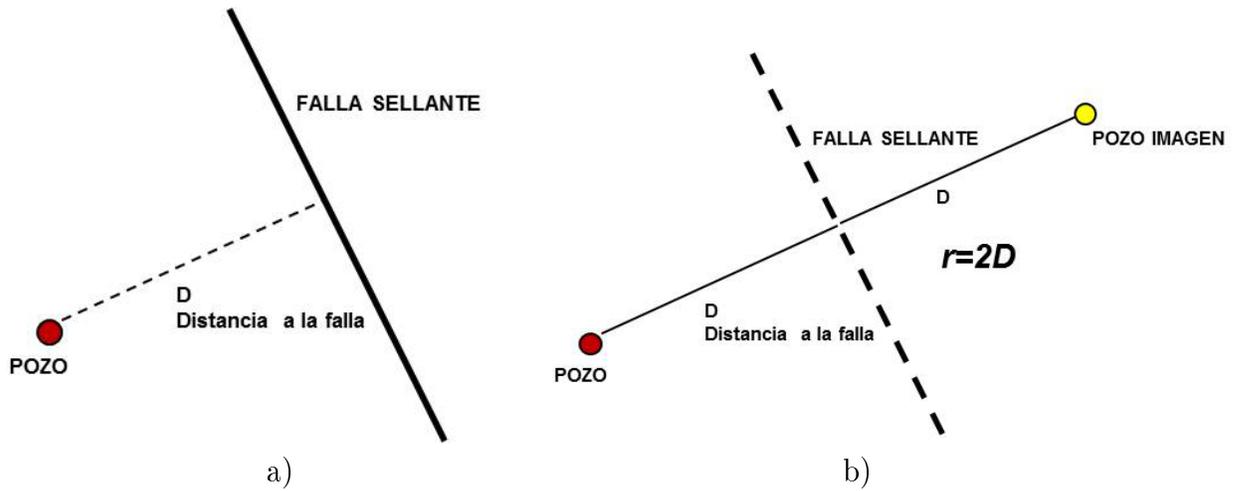


Figura 4.1: Falla Sellante a) Pozo Real, b) Pozo imagen.

Para analizar el efecto de una falla sellante en un medio homogéneo, sin considerar efectos de almacenamiento en el pozo, utilizando la técnica del pozo imagen, se hace uso de la solución de la ecuación de difusión en variables adimensionales, Ec.3.6, y aplicando superposición en espacio:

$$p_{Dt} = \frac{1}{2}E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + S + \frac{1}{2}E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right], \quad (4.1)$$

donde la distancia adimensional del pozo imagen es:

$$r_{Di} = 2L_D, \quad (4.2)$$

y la distancia adimensional del pozo a la Falla es:

$$L_D = \frac{D}{r_w}. \quad (4.3)$$

El comportamiento gráfico de la Ec.4.1, se presenta en la **Fig4.2**, donde se puede observar:

- a) Un primer periodo de flujo radial correspondiente a un comportamiento como un yacimiento infinito (flujo radial a 360°).
- b) Una vez que la onda de presión alcanza a manifestarse a la distancia de la falla, se incrementa la caída de presión debido a la disminución de la permeabilidad en la falla (sellante).
- c) Cuando la onda de presión se propaga por más tiempo, se alcanza un nuevo periodo de flujo radial pero ahora a 180°; por esta razón el valor de la FDP del segundo periodo de flujo radial será el doble del valor del primer periodo de flujo radial.

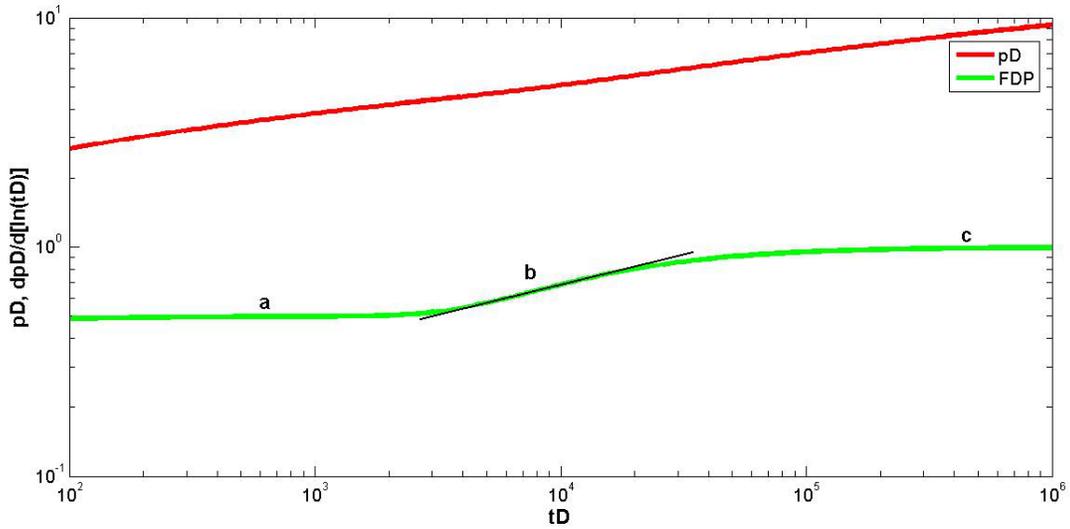


Figura 4.2: Comportamiento de presión y FDP de falla sellante, para $L_D = 100$, $S = 0$.

El código en el lenguaje de programación MATLAB para la evaluación del comportamiento de una falla sellante, se presenta en el **Algoritmo E.3**.

Para el caso de la solución para un Yacimiento Naturalmente Fracturado con Efectos de Daño y Almacenamiento se obtiene la Ec.4.4 , que define el comportamiento de presión en el pozo ante una falla sellante, cuya solución se encuentra desarrollada en el Apéndice C, Ec.C.9:

$$\bar{p}_{wD}(s) = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[s C_D \left(K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right) + \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]} +$$

$$\frac{K_0 \left(r_{Di} \sqrt{sf(s)} \right)}{s \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (4.4)$$

donde

$$f(s) = \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right).$$

Si se incluyen los efectos de almacenamiento variable de acuerdo a Fair (1981) y Hegeman (1993), se obtiene la Ec.C.10 desarrollada en el Apéndice C :

$$\bar{p}_{wD}(s) = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[s C_D \left(K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right) + \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]} \left[1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D}) \right] + \frac{K_0 \left(r_{Di} \sqrt{sf(s)} \right)}{s \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (4.5)$$

donde:

$$\text{Fair: } p_{\phi D} = C_{\phi D} \left(1 - e^{-\frac{t_D}{\alpha_D}} \right) \implies \mathcal{L}(p_{\phi D}) = \frac{C_{\phi D}}{s} - \frac{C_{\phi D}}{s + \frac{1}{\alpha_D}}$$

$$\text{Hegeman: } p_{\phi D} = C_{\phi D} \operatorname{erfc} \left(\frac{t_D}{\alpha_D} \right) \implies \mathcal{L}(p_{\phi D}) = \frac{C_{\phi D}}{s} e^{-\left(\frac{s\alpha_D}{2}\right)^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{s\alpha_D}{2} \right)$$

La solución para la Ec.4.5, aplicando la inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970), se muestra en la **Fig.4.3**, donde se pueden observar los siguientes periodos:

- a) A tiempos iniciales se presenta el efecto de almacenamiento variable
- b) Efecto de la transferencia matriz-fractura
- c) Periodo de flujo radial
- d) Finalmente, el efecto de la frontera de falla sellante.

Estos resultados varían dependiendo de los valores de las variables involucradas en la Ec.4.5.

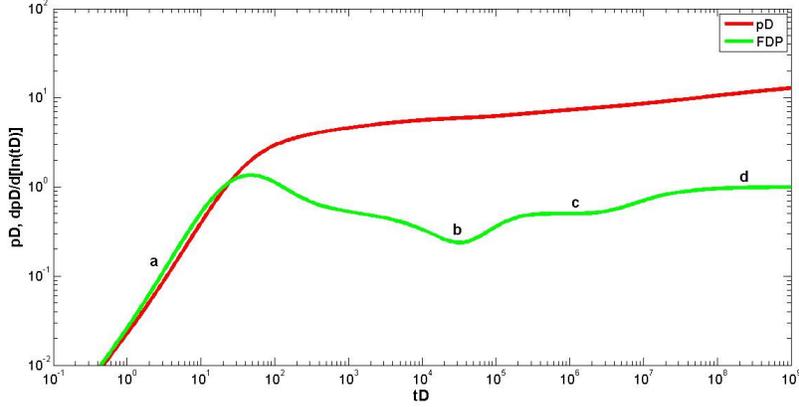


Figura 4.3: Solución para YNF, con daño y almacenamiento variable considerando una falla sellante: $L_D = 3000$, $S = 0$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 5$, $\alpha_D = 10$.

4.1.2 Falla a Presión Constante

Para evaluar el comportamiento de presión de un pozo cercano a una falla a Presión Constante (Acuífero/Casquete), se considera que no existen caídas de presión a través y a lo largo de esta falla, generando un efecto de mantenimiento de presión en este punto. La falla puede representarse mediante la técnica de un pozo imagen, similarmente al caso de una falla sellante, solo que ahora se considera que el pozo tiene un gasto con signo contrario, pero de la misma magnitud que el pozo en estudio. De esta manera en la posición de la falla la presión permanecerá constante.

De acuerdo a lo anterior resulta evidente que la solución para el caso de un pozo produciendo cercano a una falla de presión constante, es la misma que la obtenida para el caso de una falla sellante, con la diferencia de que al momento de realizar la superposición el signo del efecto del pozo imagen es negativo, obteniéndose la Ec.4.6:

$$\bar{p}_{wD}(s) = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s[C_D(K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})) + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] - \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.6)$$

La solución para la Ec.4.6, aplicando la inversión numérica de Laplace por medio del algoritmo de Stehfest (1970), se muestra en la **Fig.4.4**, utilizando los mismos valores que en el caso de una falla sellante.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede observar el comportamiento de la FDP con una pendiente igual a $m = -1$, característico del comportamiento de una falla a presión

constante.

Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996) determinaron que este comportamiento es una idealización, ya que se considera que la interfase entre los fluidos (Contacto Agua-Aceite o Contacto Gas-Aceite) permanece constante como un plano. Sin embargo, se analizaron los efectos de conificación, mostrando a través de simulación numérica que el comportamiento de presión se desvía del comportamiento idealizado para una falla a presión constante.

En el presente trabajo se desarrolló una solución analítica para evaluar los efectos de conificación en la respuesta de presión en pozos cercanos a una frontera de presión constante, representando un Acuífero o Casquete. Este tema se desarrollará en el Capítulo 6.

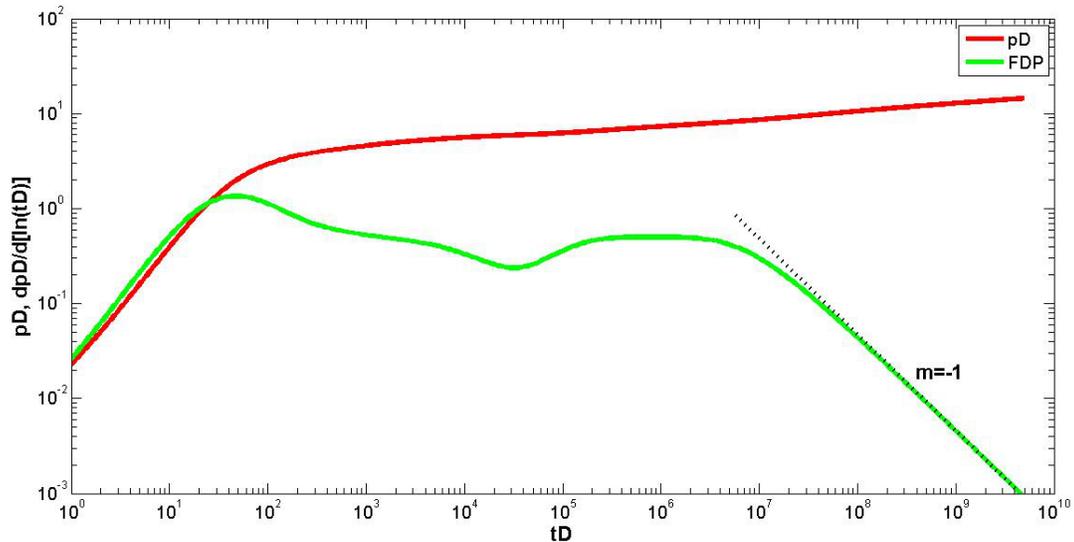


Figura 4.4: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante una falla a Presión Constante: $L_D = 3000$, $S = 0$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 5$, $\alpha_D = 10$.

4.1.3 Frontera de una falla semipermeable

El efecto del comportamiento de presión de un pozo que se encuentra cercano a una falla semipermeable ó parcialmente sellante, se ve alterado y se desvía del comportamiento radial infinito, ya que se considera un flujo determinado a través de la falla, el cual puede variar desde un flujo total (no existe falla) hasta un flujo nulo (falla sellante). Abdelaziz et al. (2004) muestra una forma detallada para evaluar el comportamiento de presión para una falla semipermeable basándose en el desarrollo establecido por Yaxley (1987), donde se divide el problema en dos partes indicadas en la imagen “b” de la **Fig.4.5**. Una parte “A” del lado del pozo real y una parte “B” del otro lado de la falla semipermeable, o bien del lado del pozo

imagen. Para modelar el flujo a través de la falla se establecen dos condiciones de frontera en la falla: continuidad de presión y continuidad en gasto.

$$\text{Continuidad en Presión: } p_{DA} = p_{DB}$$

$$\text{Continuidad en Gasto: } \frac{dp_{DA}}{dr} = \frac{dp_{DB}}{dr}$$

Se obtiene la solución en el pozo sin considerar efectos de daño y almacenamiento, Ec.4.7, en la que se puede observar que la solución se divide en dos partes, la primera correspondiente al efecto del pozo y la segunda correspondiente al efecto semipermeable de la falla, involucrando el parámetro, α , que indica la capacidad de transferencia de flujo de la falla:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + \frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{L_D^2}{4t_D}}}{e^{-\frac{L_D^2}{4t_D}} + \alpha E_1 \left[\frac{L_D^2}{4t_D} \right]} E_1 \left[\frac{L_D^2}{t_D} \right], \quad (4.7)$$

donde

$$\alpha = \frac{k_f D}{k l_f}. \quad (4.8)$$

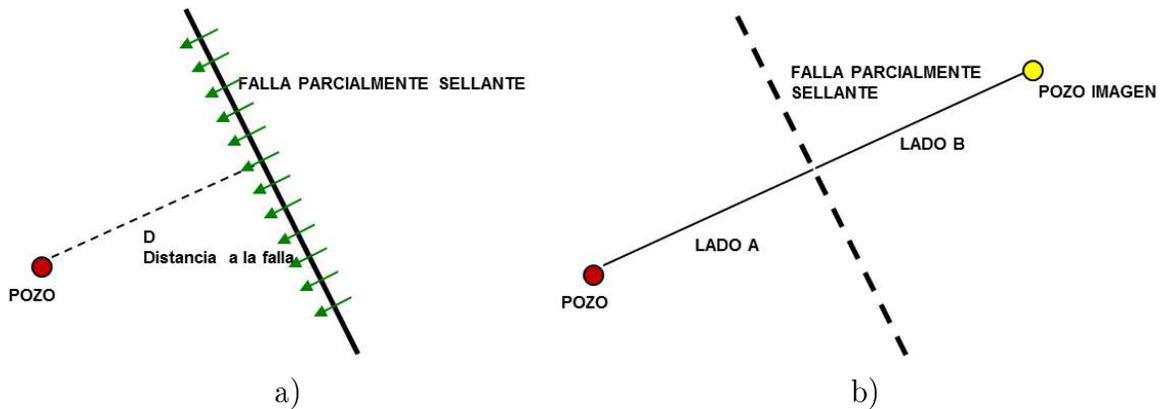


Figura 4.5: Falla Semipermeable a) Pozo Real, b) Pozo imagen

Se debe tener en cuenta que el factor α , definido como una capacidad de transferencia de flujo a través de la falla con base en su permeabilidad y la permeabilidad de la formación; un valor de 0 indica que la falla es totalmente sellante y no permite el flujo a través de ella:

$$\alpha = \frac{k_f D}{k l_f} \quad \text{si } k_f = 0; \quad \alpha = 0.$$

Y para una condición en la cual el flujo a través de la falla es total, la permeabilidad de la falla es igual a la de la formación; en otras palabras, no existe falla; esta condición se manifiesta para valores de α que tienden al infinito:

$$\alpha = \frac{k_f D}{k l_f} \quad \text{si } k_f = k; \quad \alpha = \frac{D}{l_f},$$

como el ancho de la falla, l_f , es muy pequeño comparado con la distancia a la falla, D , entonces: $\alpha \rightarrow \infty$

Pero estos valores son muy difíciles de comprender físicamente para evaluar el grado de fuga de la falla y poder relacionarlos con la capacidad de flujo del medio, por esta razón se utiliza un coeficiente de fuga definido con la siguiente ecuación:

$$L(\text{leake}) = 1 - e^{-\alpha}, \quad (4.9)$$

la cual se cumple de acuerdo a las consideraciones siguientes:

- a) Falla totalmente sellante: $L = 0$
- b) Falla con flujo total (sin falla): $L = 1$

Con lo anterior se puede establecer un rango de 0 a 1 para evaluar el grado de fuga de la falla, donde 0 es totalmente sellante y 1 para una falla totalmente abierta al flujo.

La Ec.4.7 es la solución para un medio homogéneo. En este trabajo de Tesis se plantea la solución para el caso de un Pozo en un Yacimiento Naturalmente Fracturado, considerando daño y almacenamiento variable en el pozo, siguiendo la metodología de Abdelaziz et al. (2004) y Yaxley (1987), esta es otra aportación de esta Tesis. El desarrollo de la solución para YNF se presenta en el Apéndice D, obteniendo la solución en el Espacio de Laplace, Ec.4.10:

$$\begin{aligned} \bar{p}_{wD} = & \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] + \\ & \frac{K_1(L_D \sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D \sqrt{sf(s)}) + \frac{2\alpha}{L_D \sqrt{sf(s)}} K_0(L_D \sqrt{sf(s)})} \frac{K_0(2L_D \sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

La solución de la Ec.4.10, aplicando inversión numérica de Laplace usando el algoritmo de Stehfest (1970), se muestra en la **Fig.4.6**, mostrando el comportamiento de la FDP para diferentes grados de fuga de la falla semipermeable.

Observando el comportamiento de la FDP, para tiempos iniciales se tiene el efecto del al-

macenamiento, seguido del efecto de la doble porosidad (YNF), después un periodo de flujo radial, seguido del efecto de la falla semipermeable para diferentes valores de fuga.

Para $L = 0$, se obtiene la solución para una falla sellante (el valor del segundo periodo de flujo radial, es el doble del valor del primer periodo de flujo radial).

Para $L = 1$, se obtiene la solución para un medio infinito.

Para $0 < L < 1$, se obtiene un incremento en la FDP debido al cambio de permeabilidad en la falla semipermeable respecto al medio; conforme la onda de presión crece con el tiempo y con ello el área de investigación, la variación de la permeabilidad en la zona de la falla se vuelve insignificante, por lo cual se observa que la FDP tiende a regresar al valor del primer periodo de flujo radial. Dependiendo del valor de L será el tiempo que tarde en regresar la respuesta de la FDP al flujo radial inicial; a valores mayores de L el tiempo será menor.

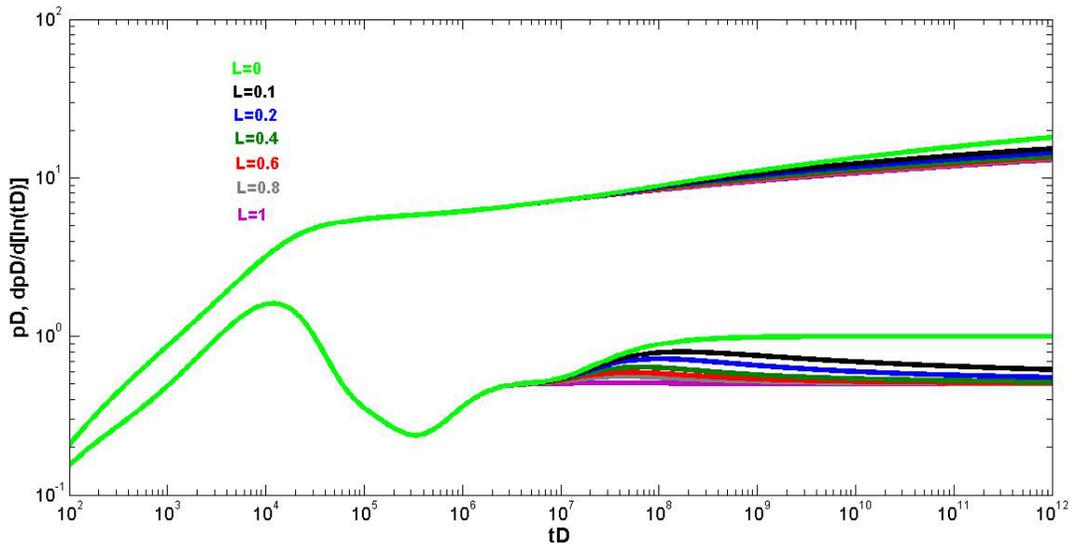


Figura 4.6: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante una falla Semipermeable: $L_D = 5000$, $S = 1$, $C_D = 1$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 2$, $\alpha_D = 10,000$.

4.2 Frontera por dos fallas paralelas

El comportamiento de presión de un pozo ubicado entre dos fallas paralelas, después del efecto de almacenamiento, tendrá un periodo transitorio infinito, hasta un tiempo donde la onda de presión detecte la presencia de una o ambas fallas. A partir de ese tiempo el comportamiento de presión se desviará del comportamiento radial infinito y su respuesta

dependerá de la ubicación del pozo respecto a las fallas, mostrado en la **Fig.4.7**, y al tipo de cada una de las fallas; sellantes o de presión constante. La forma de modelar este disturbio es considerando el método de pozos imagen, que al igual que el caso de una falla, consiste en colocar un pozo imaginario a una distancia igual a dos veces la distancia a cada una de las fallas, los cuales tendrán la misma producción del pozo en análisis para el caso de una falla sellante, o el mismo gasto pero de inyección para el caso de una falla a presión constante. Los nuevos pozos imagen también tendrán un efecto similar en la otra falla, generando dos nuevos pozos imagen y así sucesivamente. El número de pozos imagen requeridos dependerá del tiempo de duración de la prueba.

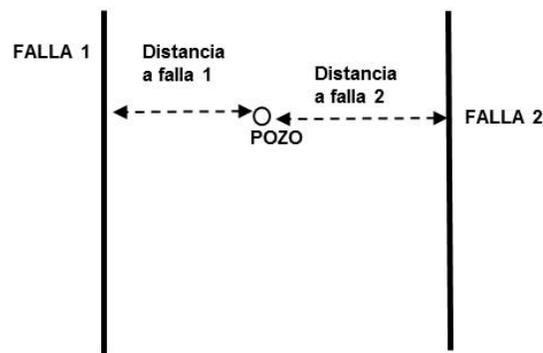


Figura 4.7: Ubicación del pozo entre Fallas Paralelas

A continuación se describirá la forma de generar los pozos imagen necesarios para analizar la frontera de fallas paralelas. En la **Fig.4.8** se muestra el pozo (verde) entre dos fallas paralelas, Falla 1 (rojo) y Falla 2 (negro). El pozo se encuentra localizado a 50 m de la Falla 1 y a 100 m de la Falla 2; el Pozo imagen 1 respecto a la Falla 1 se colocará a 100 m y el Pozo imagen 2 respecto a la Falla 2 se ubicará a 200 m. Posteriormente el Pozo imagen 3 se genera con el Pozo imagen 1 y la Falla 2, ubicándose a 300 m, el Pozo imagen 4 se genera con el Pozo imagen 2 y la Falla 1 ubicándose a 300 m, y así sucesivamente se generan el resto de los Pozos imagen.

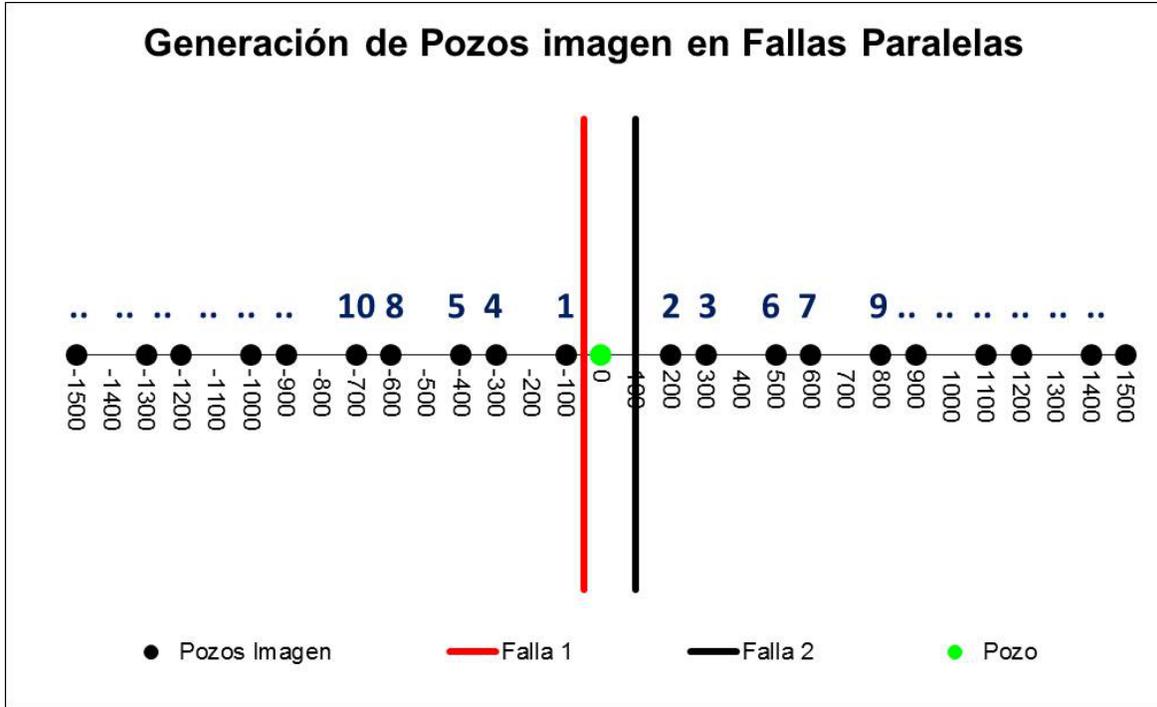


Figura 4.8: Generación de Pozos Imagen para Fallas Paralelas

El número de los Pozos imagen, como ya se había mencionado anteriormente, depende de la duración de la prueba y obedece a la respuesta de presión que tendría el pozo en un medio infinito (sin la presencia de las fallas), lo cual haciendo referencia a la Solución Línea Fuente, Ec.3.6, se cumple para cuando el valor del argumento de la Integral Exponencial es menor a la unidad:

$$\frac{r_D^2}{4t_D} < 1 \quad \therefore \quad r_D < 2\sqrt{t_D}, \quad (4.11)$$

de tal manera que durante la generación de los pozos imagen cuando estos se ubiquen a una distancia adimensional mayor a $2\sqrt{t_D}$ será el número de pozos imagen suficientes para el tiempo de duración de la prueba.

Para establecer la solución de la respuesta de presión adimensional en un medio homogéneo sin considerar Daño y Almacenamiento, solo se aplica el principio de superposición en espacio, haciendo uso de la solución obtenida en la Ec.3.26, que para el caso donde ambas fallas son sellantes resulta la Ec.4.12:

$$p_D = \frac{1}{2}E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right], \quad (4.12)$$

donde:

n ; número de pozos imagen requeridos

r_{Di} ; es la distancia adimensional de cada uno de los pozos imagen

Para considerar los efectos de un Yacimiento Naturalmente Fracturado con efectos de Daño y Almacenamiento Variable, se hace referencia a la solución obtenida en el Apéndice C, específicamente a la Ec.C.10, la cual adecuada para la superposición al considerar los n pozos imagen requeridos para modelar las fallas paralelas, se obtiene la Ec.4.13

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s[sC_D[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})]} [1 + s^2C_D\mathcal{L}(p_{\phi D})] + \sum_{i=1}^n \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.13)$$

La Ec.4.13 es válida únicamente para el caso donde ambas fallas son sellantes, ya que el efecto de cada pozo imagen suma a la caída de presión generada en el pozo.

Sin embargo existen otros dos casos:

- 1) Cuando ambas fallas son de presión constante
- 2) Cuando una falla es sellante y la otra de presión constante.

Para estos casos los pozos imagen adquieren signo positivo o negativo; si se genera respecto a una falla sellante (signo positivo) o respecto a una falla a presión constante (signo negativo), como se muestra en la **Fig.4.9**, por lo cual la forma generalizada de la Ec.4.13 se puede establecer incluyendo en la sumatoria el signo que adquiere cada pozo imagen, obteniendo la Ec.4.14

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s[sC_D[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})]} [1 + s^2C_D\mathcal{L}(p_{\phi D})] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.14)$$

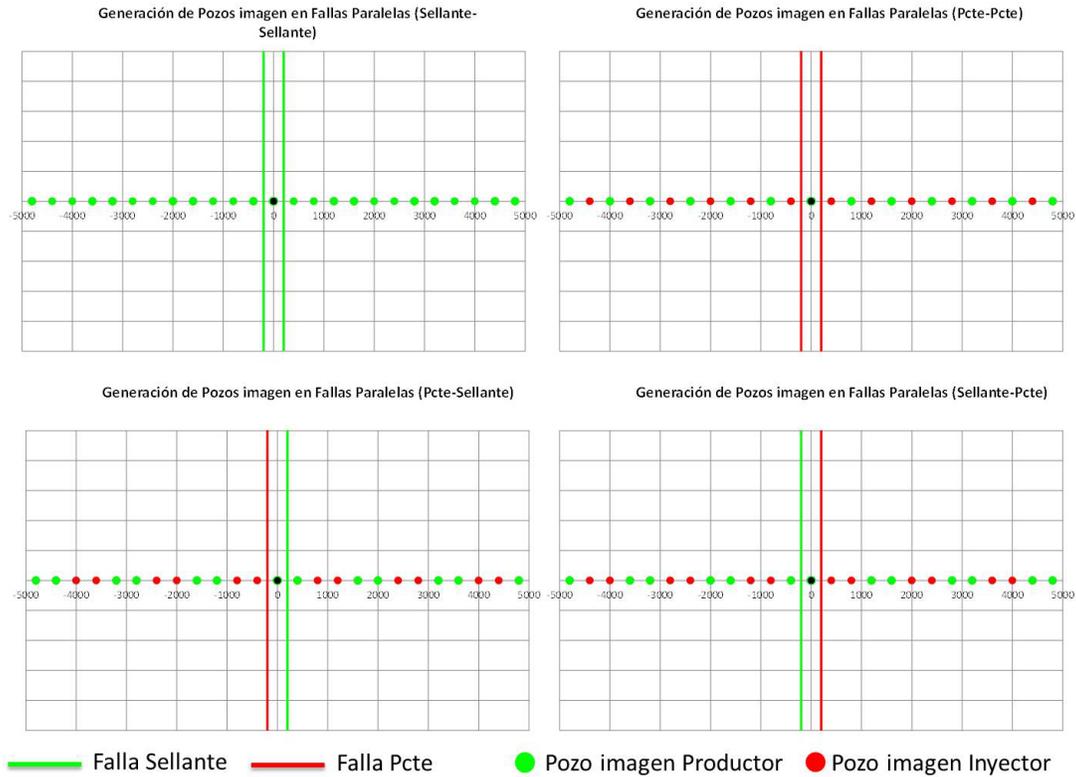


Figura 4.9: Comparación del proceso de Generación de Pozos Imagen para Fallas Paralelas

A continuación se presenta la solución gráfica de la respuesta de presión presión para los tres diferentes casos que se pueden tener ante una frontera de Fallas paralelas.

4.2.1 Fallas Sellantes

La **Fig.4.10** muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas paralelas sellantes; se identifican los efectos de almacenamiento para tiempos iniciales, seguido de un periodo de flujo radial dominado por las fracturas antes de observar los efectos de doble porosidad (YNF); posteriormente otro periodo de flujo radial para el sistema matriz-fractura; finalmente una desviación por el efecto de las fallas sellantes, la cual para tiempos largos muestra un flujo lineal (pendiente de la FDP, $m = \frac{1}{2}$), ya que físicamente el flujo hacia el pozo se presenta linealmente en dos direcciones, debido a la restricción de las fallas sellantes.

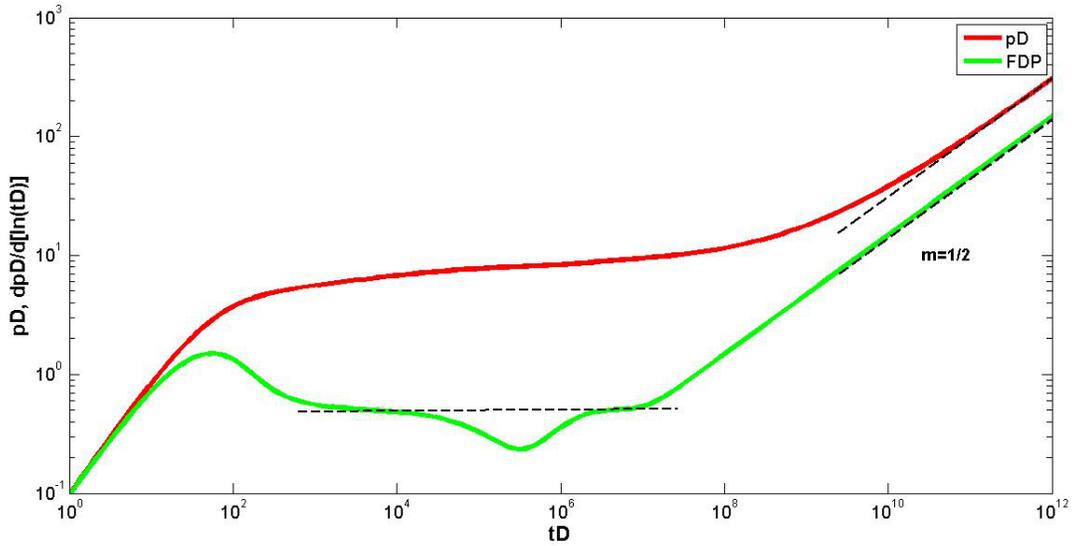


Figura 4.10: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellantes: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.2.2 Fallas a Presión Constante

En la **Fig.4.11** se muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas paralelas a presión constante; se obtienen los mismos resultados que para el caso de fallas sellantes, con la diferencia de que en la parte final correspondiente a la frontera, el valor de la FDP tiende a un valor pequeño (pendiente de la FDP, $m \Rightarrow 0$), ya que físicamente la presión se mantiene constante debido al soporte de las fallas a presión constante. Esta condición se puede dar para un acuífero laterar actuando por ambos lados generando un mantenimiento de presión, bajo la consideración de que la interfase aceite-agua permanece constante y no se ve alterada por los efectos de producción del pozo.

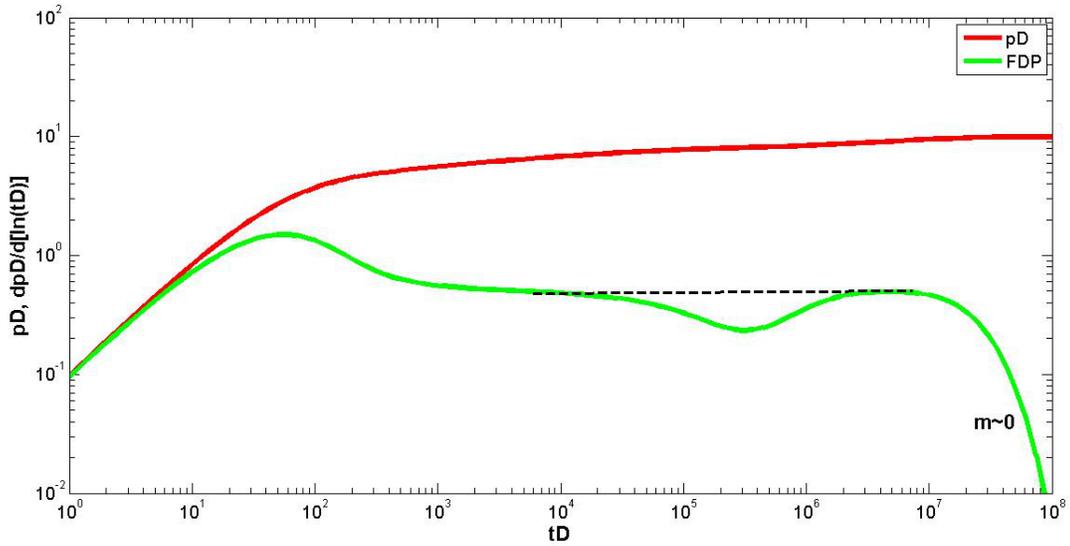


Figura 4.11: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas a presión constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.2.3 Fallas combinadas Sellante-Presión Constante

En la **Fig.4.12** se muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas paralelas donde una falla es sellante y la otra a presión constante, observándose que la respuesta de presión es una combinación de las anteriores, tendiendo al comportamiento de las fallas paralelas a presión constante con un efecto de retraso de este comportamiento, debido a la presencia de una de las fallas como sellante. Este modelo de fallas combinadas Sellante-Presión constante no se encuentra reportado en Bourdet (2001).

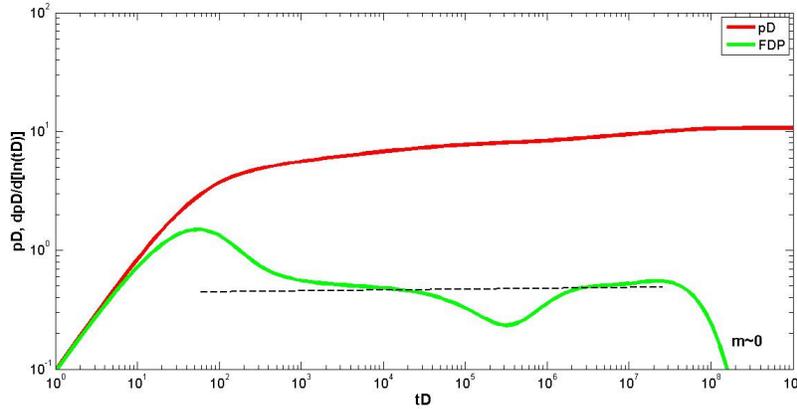


Figura 4.12: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellante-Presión constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

En la **Fig.4.13** se muestra la comparación de las tres soluciones anteriores, para las fallas paralelas sellantes, a presión constante y combinadas sellante-presión constante.

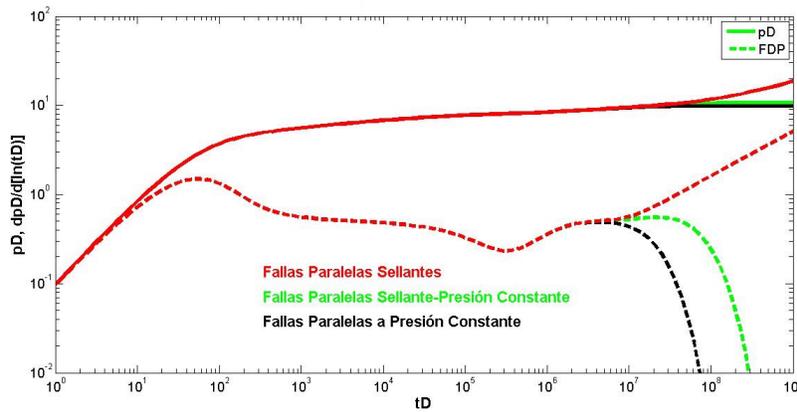


Figura 4.13: Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.3 Frontera por dos fallas intersectantes

Al igual que en el caso de la frontera de dos fallas paralelas, para el caso de fallas intersectantes se requiere evaluar el número de pozos imagen necesarios para determinar el comportamiento de presión, con la diferencia de que en este tipo de frontera interviene una

variable adicional que es el ángulo de intersección de las fallas (θ).

A continuación se describirá la forma de generar los pozos imagen necesarios para analizar la frontera de fallas intersectantes, donde podrá observarse que el número de pozos imagen necesarios dependerá del ángulo de intersección de las fallas.

De acuerdo a la **Fig.4.14**, partiendo de la ubicación del pozo respecto a las fallas intersectantes y al ángulo de intersección entre las fallas, el número de pozos imagen requeridos para modelar esta frontera se expresa por medio de la Ec.4.15.

$$n = \frac{360^\circ}{\theta} - 1. \quad (4.15)$$

Prasad (1975) determinó que esta forma de calcular el número de pozos imagen requeridos es únicamente válida para ángulos de intersección igual a $\frac{2\pi}{n}$, con n entero y mayor a uno, lo cual limita el cálculo para ángulos diferentes a esta condición.

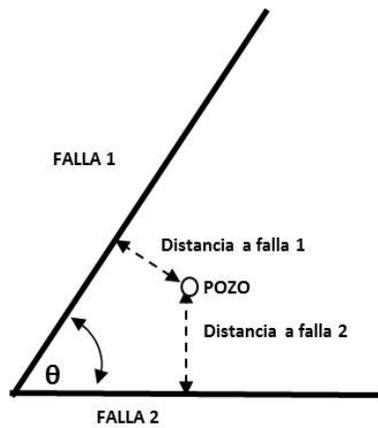


Figura 4.14: Ubicación del pozo entre Fallas Intersectantes.

Una vez determinado el número de pozos imagen requeridos, con la limitación antes mencionada establecida por Prasad (1975), se comienza a generar los pozos imagen de forma perpendicular a cada una de las fallas. Con la finalidad de explicar la generación de los pozos imagen se tomará de ejemplo una intersección entre fallas de $\theta = 45$, donde $n = 7$. En la **Fig.4.15** se muestra la generación de pozos imagen para esta condición.

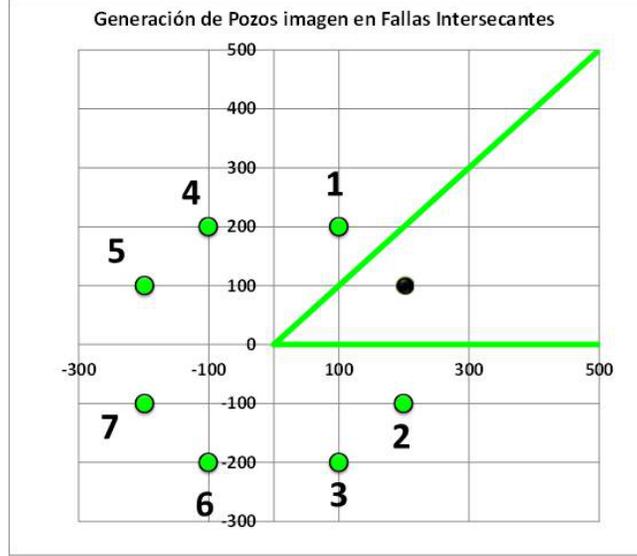


Figura 4.15: Generación de Pozos imagen para frontera de Fallas Intersecantes.

La respuesta de presión adimensional en un medio homogéneo, sin considerar daño y almacenamiento, está dada por la aplicación del principio de superposición en espacio, tal como en el caso de fallas paralelas la solución es la Ec.4.12.

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right].$$

Para considerar los efectos de un Yacimiento Naturalmente Fracturado con efectos de daño y almacenamiento variable, se hace referencia a la solución obtenida en el Apéndice C, al igual que el caso de fallas paralelas, con la diferencia en la forma de calcular la distancia a los pozos imagen.

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.16)$$

Tal como se explicó anteriormente, los pozos imagen adquieren signo positivo o negativo dependiendo si se genera respecto a una falla sellante (signo positivo), o respecto a una falla a presión constante (signo negativo); lo anterior se muestra en la **Fig.4.16**.

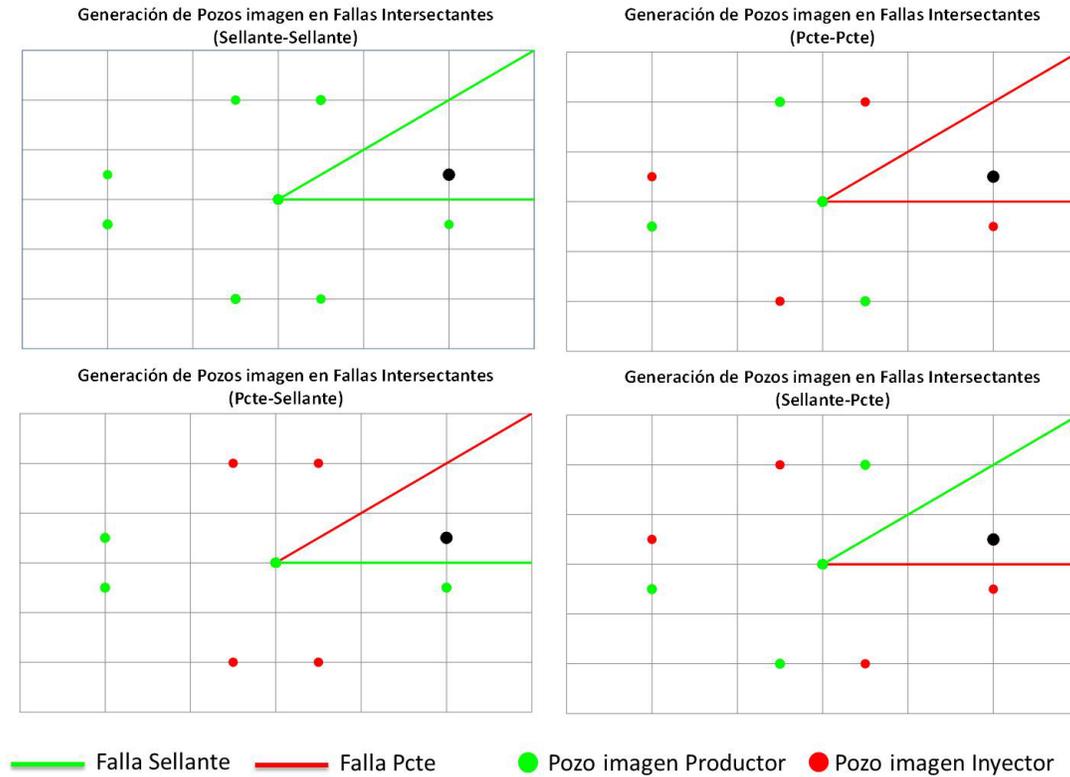


Figura 4.16: Comparación de la Generación de Pozos Imagen para Fallas Intersectantes.

A continuación se presenta la solución gráfica de la respuesta de presión presión para los tres diferentes casos que se pueden tener ante una frontera de Fallas Intersectantes.

4.3.1 Fallas Sellantes

La **Fig.4.17** muestra la respuesta de presión para una frontera de dos fallas intersectantes sellantes, con los periodos de flujo siguientes:

- Efectos de almacenamiento para tiempos iniciales
- Periodo de flujo radial (360°) dominado por las fracturas
- Efecto de doble porosidad (YNF)
- Segundo periodo de flujo radial (360°) para el sistema matriz-fractura
- Finalmente una desviación por el efecto de las fallas intersectantes y para tiempos largos muestra un flujo pseudoradial, ya que es un flujo radial en un ángulo (θ°), donde el valor de la FDP será: $\left(\frac{360^\circ}{\theta}\right)$ veces el valor de la FDP del primer periodo de flujo radial a 360° . En la Fig.4.17 se puede observar que el valor de la FDP del primer flujo radial es 0.5 y para el periodo de flujo pseudoradial es: $0.5 \left(\frac{360^\circ}{45}\right) = 4$, reflejándose también en una mayor caída de

presión adimensional.

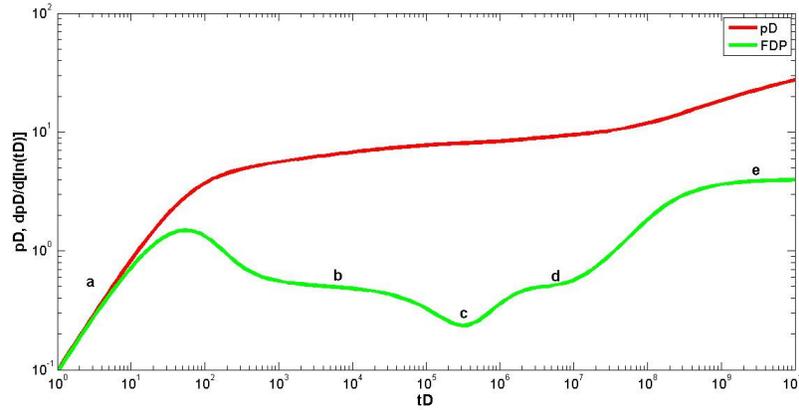


Figura 4.17: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes Sellantes: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.3.2 Fallas a Presión Constante

La **Fig.4.18** muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas intersectantes a presión constante, observando que la parte final correspondiente a la frontera, la presión adimensional permanece constante, por lo tanto, la FDP tiende a valores pequeños debido al soporte de las fallas. Esta condición se puede presentar físicamente si existiera un acuífero lateral con cierto ángulo de empuje.

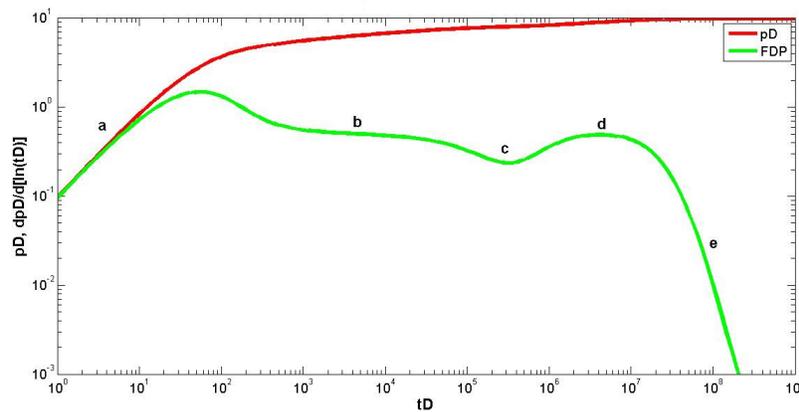


Figura 4.18: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes a Presión Constante: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.3.3 Fallas combinadas Sellante-Presión Constante

La **Fig.4.19** muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas intersectantes donde una falla es sellante y otra a presión constante, teniendo una respuesta similar al caso donde ambas son de presión constante, pero con un incremento pequeño de la FDP después del segundo periodo de flujo radial, observándose el mantenimiento de presión para tiempos largos y la caída de la FDP.

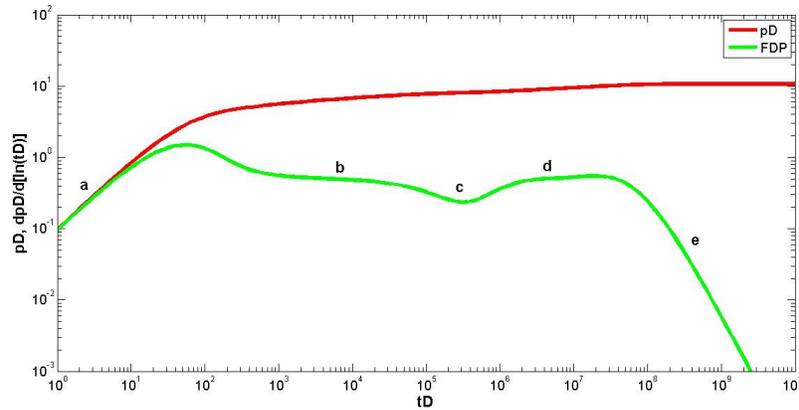


Figura 4.19: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes Sellante-Presión Constante: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

En la **Fig.4.20** se muestra la comparación de las soluciones anteriores para una frontera de fallas intersectantes, para las casos de fallas intersectantes sellantes, a presión constante y combinadas sellante-presión constante.

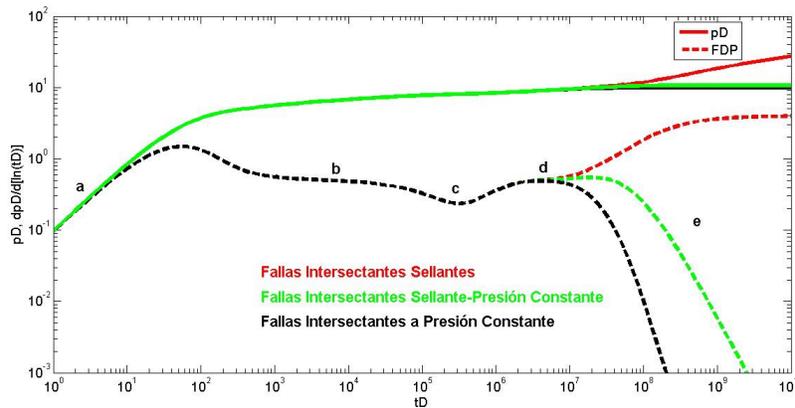


Figura 4.20: Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes: $\theta = 45^\circ$, $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 6000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.2$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

Las soluciones mostradas en esta tesis para el caso de fallas intersectantes, específicamente la Ec.4.16; que es la solución para un YNF con un pozo produciendo a gasto constante con daño y almacenamiento variable y para los casos de fallas sellantes, de presión constante o combinadas sellante-presión constante; no se encuentra reportada en Bourdet (2001) y tampoco en Prasad (1975), ambos establecen la solución para un yacimiento homogéneo.

4.4 Frontera de tres fallas en forma de “U”

Para analizar el comportamiento de presión de una frontera formada por tres fallas en forma de “U”, se aplica el mismo método que en las fronteras anteriores, método de pozos imagen, empleando el principio de superposición se puede obtener la respuesta de presión en un pozo ubicado en este tipo de fronteras, como se muestra en la **Fig.4.21**. La generación de pozos imagen requeridos es de la misma forma que para el caso de frontera de fallas paralelas, donde el número de pozos imagen requeridos dependerá del tiempo de duración de la prueba obedeciendo al criterio establecido por la expresión $r_{Di} = 2\sqrt{t_D}$, tal como se describió en la Sección 4.2.

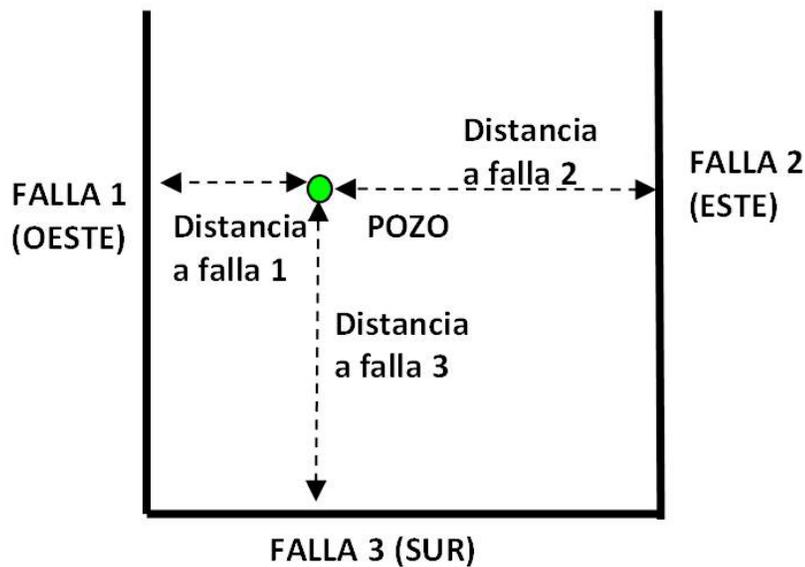


Figura 4.21: Ubicación del pozo en la Frontera en Forma de “U”.

La generación de pozos imagen se muestra en la **Fig.4.22**, donde se puede observar que es similar a la del caso de fallas paralelas, con la diferencia de que al existir una tercer falla, se

genera otra línea de pozos imagen al doble de distancia a la tercera falla.

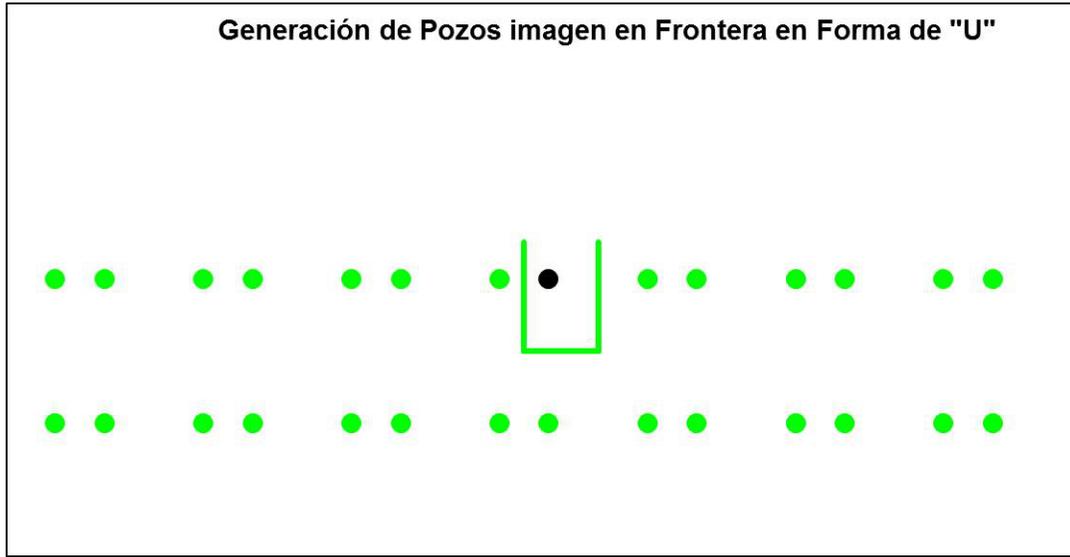


Figura 4.22: Generación de Pozos imagen para frontera de Fallas en Forma de “U”.

Para la respuesta de presión adimensional en un medio homogéneo, sin considerar Daño y Almacenamiento, se aplica el principio de superposición en espacio haciendo uso de la solución obtenida en la Ec.4.12.

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right].$$

Al considerar los efectos de un Yacimiento Naturalmente Fracturado para un pozo con Daño y Almacenamiento Variable, se utiliza la solución obtenida en el Apéndice C; específicamente la Ec.C.10 y considerando la superposición para considerar los n pozos imagen requeridos para modelar la Frontera de fallas en forma de “U”, se obtiene la Ec.4.17

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s[sC_D[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})]} [1 + s^2C_D\mathcal{L}(p_{\phi D})] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.17)$$

En la **Fig.4.23** se muestra la generación de pozos imagen para diferentes condiciones de las fallas (sellantes o de presión constante).

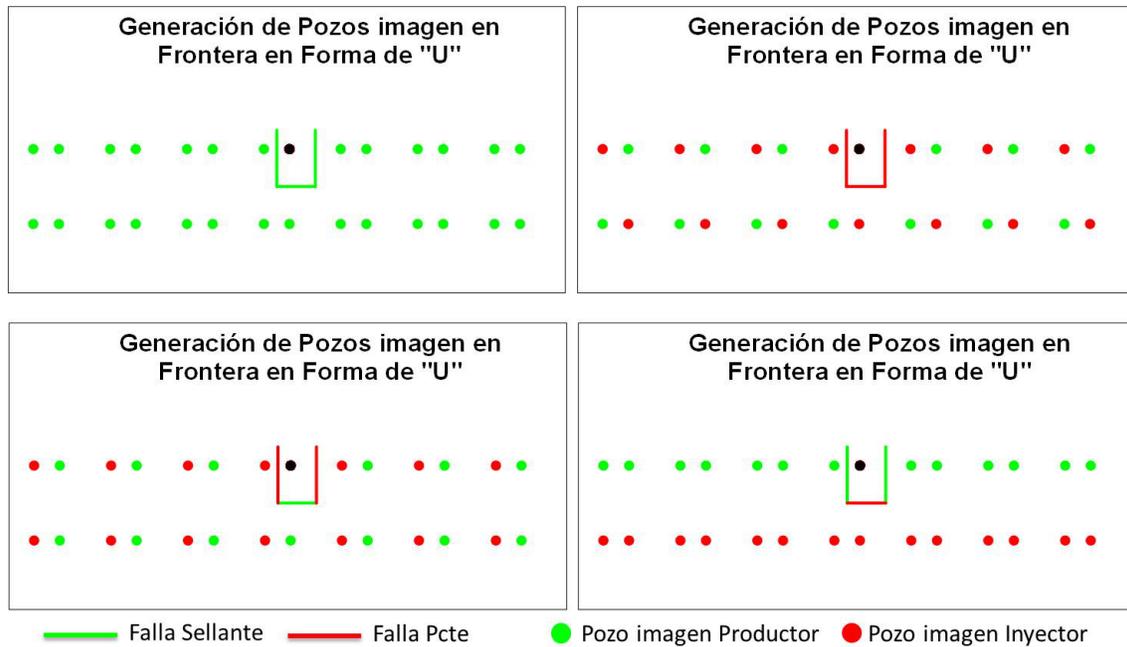


Figura 4.23: Comparación de Generación de Pozos Imagen para Fallas en forma de "U".

Al momento de generar los pozos imagen y el tipo de pozo imagen (productor o inyector), se debe tener en cuenta lo siguiente:

- 1) El pozo imagen de un pozo productor ante una falla Sellante, es un pozo Productor (Se suma el efecto de presión, signo positivo).
- 2) El pozo imagen de un pozo productor ante una falla de presión constante, es un pozo Inyector (Se resta el efecto de presión, signo negativo).
- 3) El pozo imagen de un pozo inyector ante una falla Sellante, es un pozo Inyector (Se resta el efecto de presión, signo negativo).
- 4) El pozo imagen de un pozo inyector ante una falla de presión constante es un pozo Productor (Se suma el efecto de presión, signo positivo).

A continuación se presenta la solución de la Ec.4.17 realizando la inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970), para diferentes casos que se pueden tener ante una frontera de Fallas en forma de "U".

4.4.1 Fallas Sellantes

En la **Fig.4.24** se presenta la respuesta de presión adimensional que se tendrá para un pozo ubicado en una frontera formada por tres fallas sellantes en forma de “U”, donde se pueden identificar los siguientes periodos de flujo:

- a) Efectos de almacenamiento para tiempos iniciales
- b) Periodo de flujo radial dominado por las fracturas
- c) Efecto de doble porosidad (YNF)
- d) Segundo periodo de flujo radial para el sistema matriz-fractura, este periodo se presenta mientras la onda de presión no sienta las fallas paralelas.
- e) Periodo de Flujo Lineal en dos direcciones dominado por la presencia de las fallas paralelas, mientras no se tenga efecto de la tercera Falla. El valor de la pendiente de la FDP será $m = 1/2$, representativo de flujo lineal. Cabe mencionar que este periodo de flujo lineal se presentará si la tercera falla se encuentra más alejada que las fallas paralelas; en el caso contrario se tendrá un efecto de una falla sellante, el cual se ha revisado en la Sección 4.1.1 cambiando este periodo de flujo a un flujo pseudoradial de 180° .
- f) Cuando ya existe el efecto de las tres fronteras, se presentará un flujo lineal hacia el pozo, pero solo en una dirección; por esta razón el comportamiento de la FDP tendrá nuevamente otro periodo de flujo lineal con $m = 1/2$, pero con una mayor caída de presión debido a que el flujo proviene solo de una dirección.

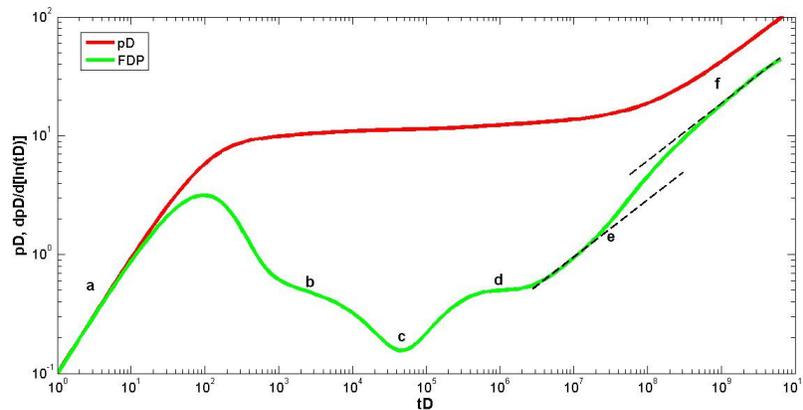


Figura 4.24: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Sellantes en Forma de “U”: $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.4.2 Fallas a Presión Constante

La **Fig.4.25** muestra la respuesta de presión para una frontera de fallas a presión constante en forma de “U”; el periodo de flujo “e” indica el efecto de la frontera a presión constante, debido al soporte de presión por las tres fallas; prácticamente la presión adimensional permanece constante y por consiguiente la pendiente de la FDP tiende a cero.

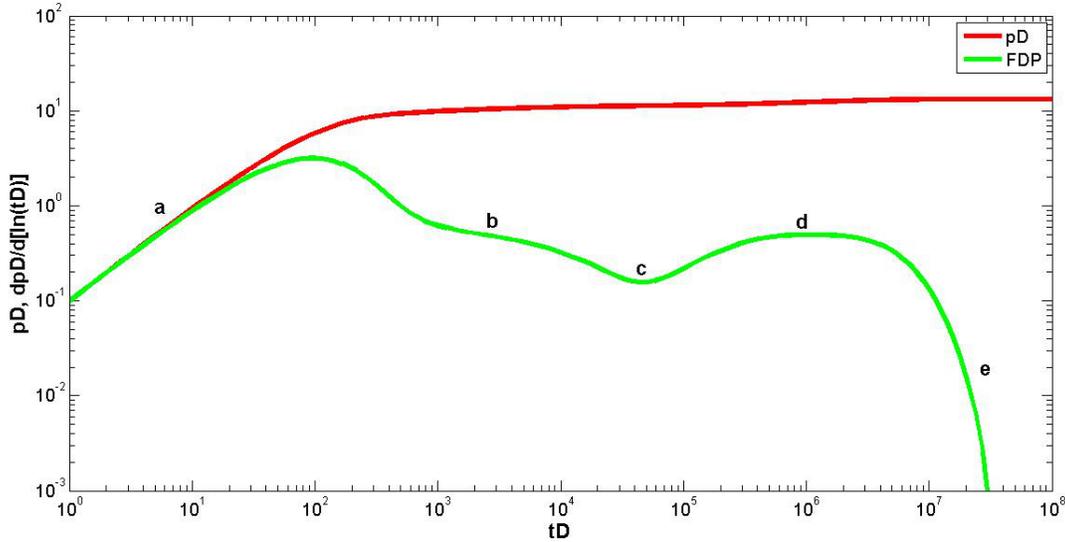


Figura 4.25: Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas a Presión Constante en forma de “U”: $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.4.3 Fallas combinadas Sellante-Presión Constante

En la **Fig.4.26** se mostrará un caso particular de la combinación del tipo de fallas en una frontera en forma de “U”. Para el caso donde las fallas paralelas sean sellantes y la tercera falla sea a presión constante, se obtiene una geometría de flujo particular: los periodos de flujo a , b , c , d y e son los mismos que en los casos anteriores cambiando el último periodo, el cual se manifestara con una pendiente de $m = -1/2$, lo cual no debe confundirse con un flujo esférico, ya que es resultado de la presencia de la frontera a presión constante, que si bien de acuerdo a la sección 4.1.2 esto se debe mostrar como una pendiente $m = -1$, eso es válido para cuando el tipo de flujo anterior es radial. Para cualquier otro tipo de flujo cuando existe una falla a presión constante se cumplirá la Ec.4.18, por lo cual para el caso presente si tiene un periodo de flujo lineal, definido por la presencia de las dos fallas paralelas sellantes; entonces, la pendiente del periodo siguiente de flujo sera $m = 1/2 - 1 = -1/2$.

$$m = m_{flujo anterior} - 1. \quad (4.18)$$

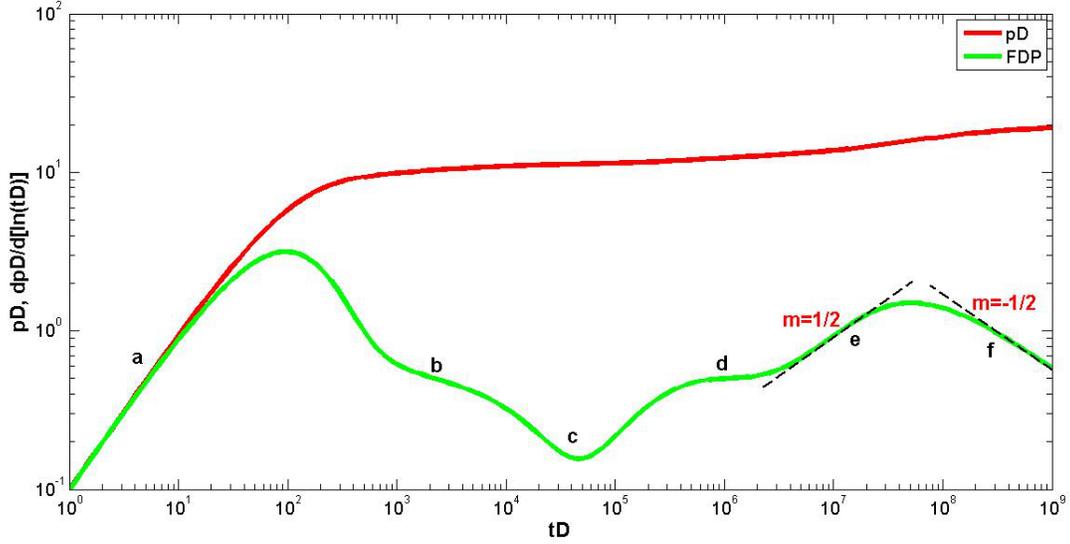


Figura 4.26: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en forma de “U” Sellante-Sellante-Presión Constante: $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

En la **Fig.4.27** se muestra la comparación de las soluciones anteriores para una Frontera en forma de “U”.

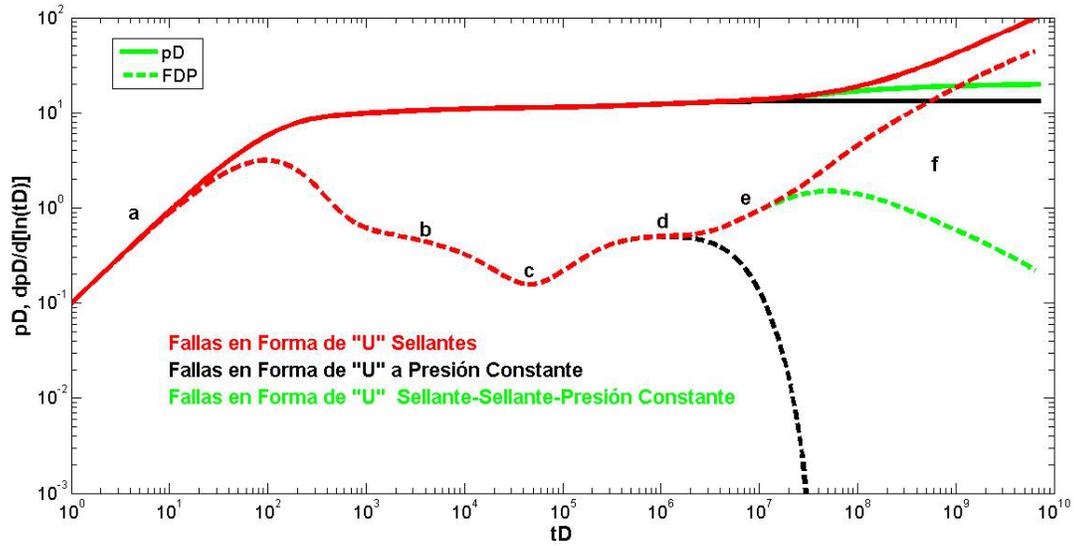


Figura 4.27: Comparación de soluciones YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en forma de "U": $L_{D1} = 3000$, $L_{D2} = 3000$, $L_{D3} = 8000$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 5e - 6$, $C_a/C_D = 1$, $\alpha_D = 10$.

4.5 Frontera de cuatro fallas (compartimentalización)

El comportamiento de presión de un pozo que se encuentra en un sistema cerrado de forma rectangular, se ve alterado y se desvía del comportamiento radial infinito, ya que las fallas pueden tener un efecto de frontera sellante (impermeable) o de frontera de presión constante; la **Fig.4.28** muestra de forma esquemática el pozo dentro de un sistema cerrado de forma rectangular.

Aplicando el método de pozos imagen y el principio de superposición se puede obtener la respuesta de presión en un pozo ubicado en esta frontera. El número de pozos imagen requeridos dependerá del tiempo de duración de la prueba, obedeciendo al criterio $r_{Di} = 2\sqrt{t_D}$, tal como se describió en la Sección 4.2

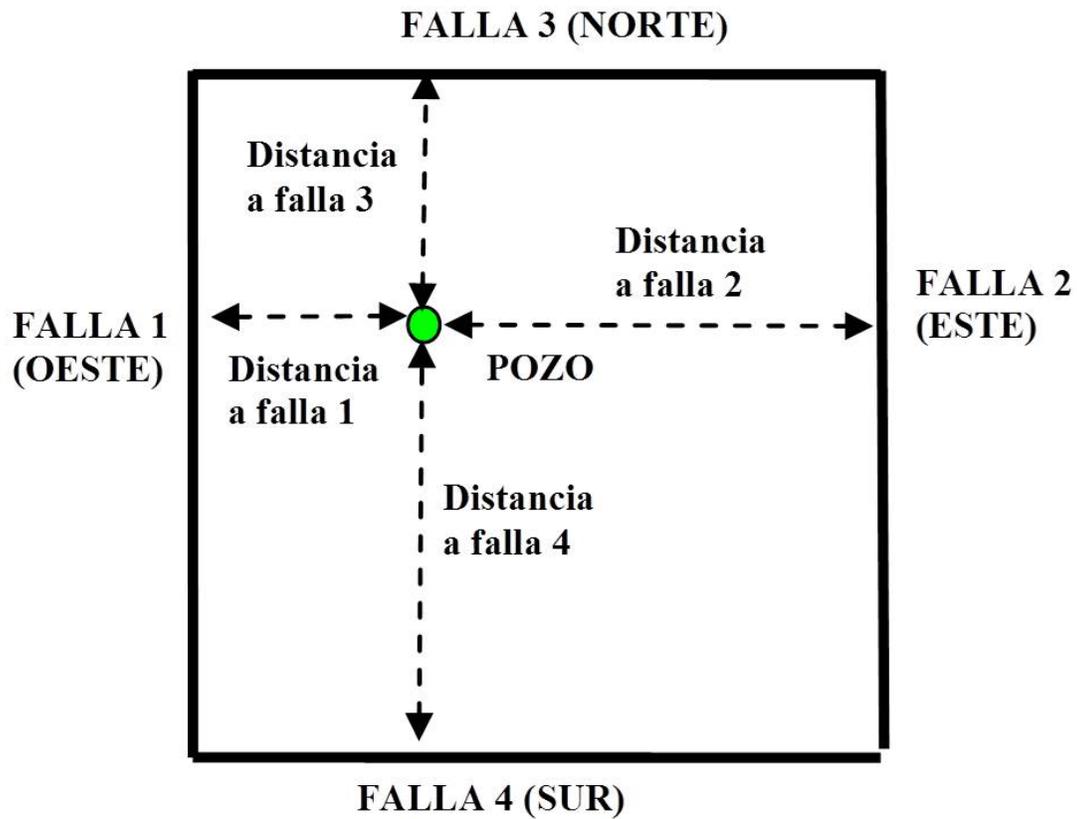


Figura 4.28: Ubicación del pozo en Frontera delimitada por cuatro fallas.

La **Fig.4.29**, muestra la generación de los pozos imagen para este tipo de frontera, como resultado se obtiene un gran número de pozos imagen, cuya distribución depende de la ubicación del pozo respecto a las fallas.

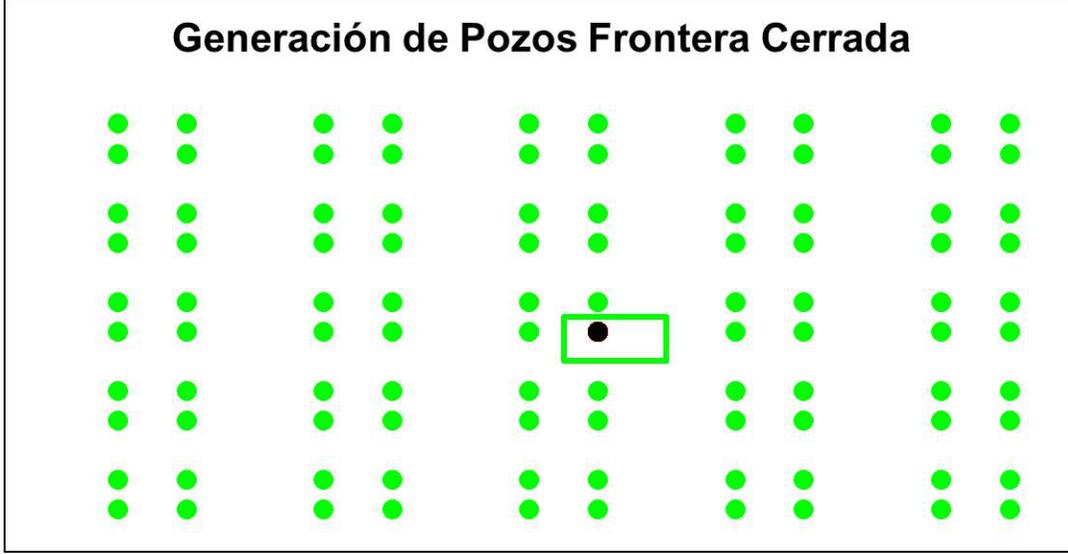


Figura 4.29: Generación de Pozos imagen para una Frontera Cerrada.

Para la respuesta de presión adimensional en un medio homogéneo sin considerar daño y almacenamiento, se aplica el principio de superposición en espacio, haciendo uso de la solución obtenida en la Ec.4.12:

$$p_D = \frac{1}{2}E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right].$$

Al igual que en los casos anteriores Secciones 4.2, 4.3 y 4.4, al considerar los efectos de un Yacimiento Naturalmente Fracturado para un pozo con daño y almacenamiento variable, se utiliza la solución obtenida en el Apéndice C, específicamente la Ec.C.10

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.19)$$

En la **Fig.4.30** se muestra la generación de pozos imagen para diferentes condiciones de las fallas (sellantes o de presión constante). Cabe mencionar que referente a este punto donde la frontera puede tener una combinación de fallas sellantes y de presión constante, muy difícilmente se puede encontrar bajo una condición natural del yacimiento; sin embargo, esta condición se puede obtener artificialmente en un yacimiento desarrollado al tener interferencia de otros pozos (productores o inyectores).

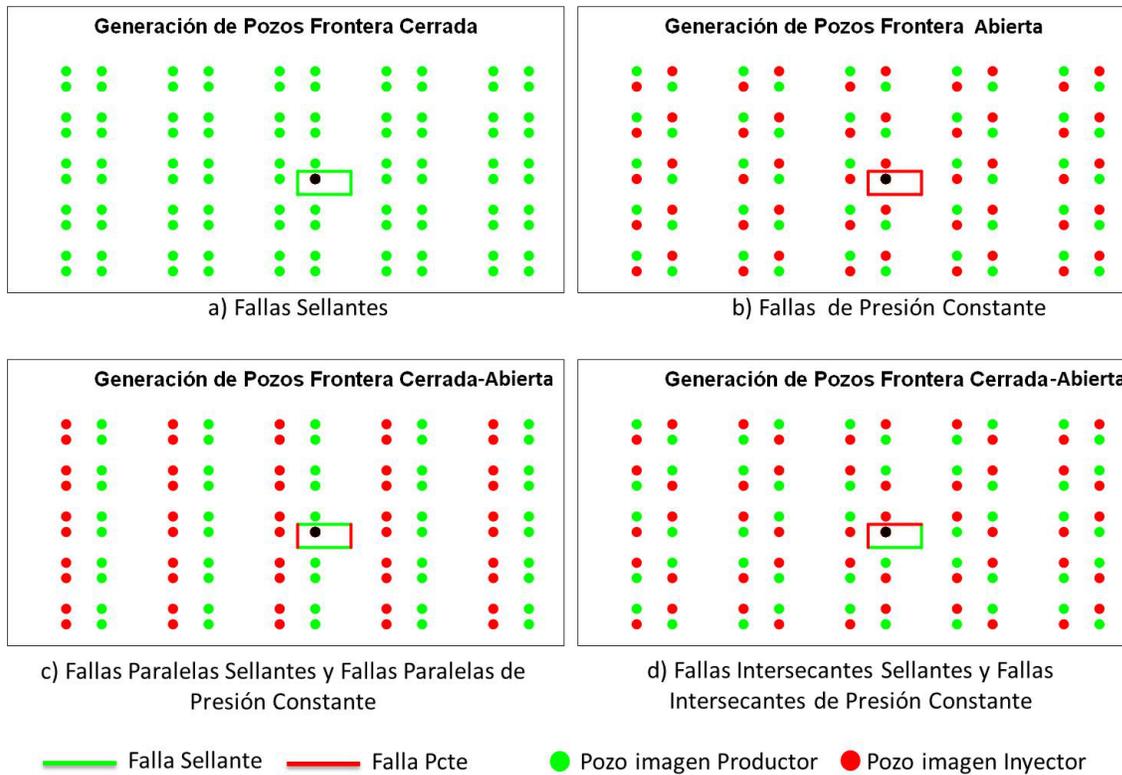


Figura 4.30: Comparación de la Generación de Pozos Imagen para la Frontera de cuatro fallas.

A continuación se presenta la solución para la Ec.4.19 realizando inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970), para diferentes casos de una Frontera Cerrada.

4.5.1 Fallas Sellantes

En la **Fig.4.31** se muestra la respuesta de presión adimensional para un pozo ubicado en una frontera cerrada con fallas sellantes, identificando los periodos de flujo siguientes:

- Efectos de almacenamiento variable para tiempos iniciales
- Periodo de flujo radial dominado por las fracturas
- Efecto de doble porosidad (YNF)
- Segundo periodo de flujo radial para el sistema matriz-fractura, hasta antes de los efectos de la frontera.
- Periodo de Flujo de efectos de todas las fallas, donde la pendiente de la FDP será $m = 1$, representativo de un flujo pseudoestacionario. De este periodo se puede obtener el Volumen

poroso o el radio de drene del pozo. Este periodo de flujo es muy importante para yacimientos donde existe compartimentalización, como es el caso de la formación JSK del yacimiento Akal.

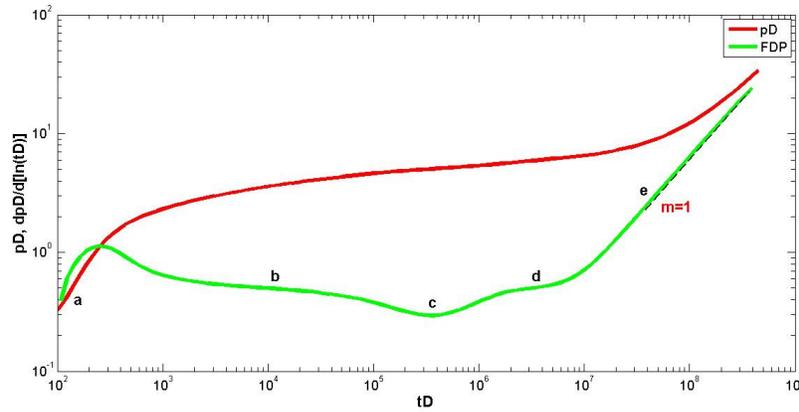


Figura 4.31: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Frontera Cerrada con Fallas Sellantes: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 5000$, $L_{D3} = 5000$, $L_{D4} = 5000$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$.

4.5.2 Fallas a Presión Constante

La **Fig.4.32** muestra la respuesta de presión para una frontera de cuatro fallas, donde todas son a presión constante, observando que el último periodo de flujo manifiesta el soporte de presión de las fallas, manteniendo constante la presión adimensional y como consecuencia la pendiente de la FDP tiende a cero.

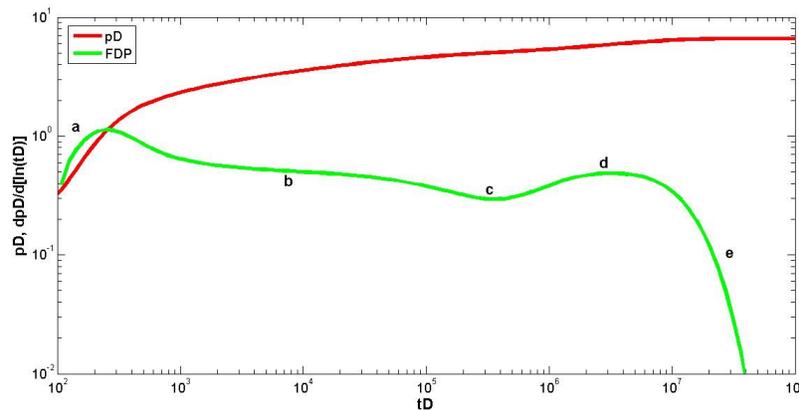


Figura 4.32: Solución YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Frontera de cuatro fallas, todas a Presión Constante: $L_{D1} = 5000$, $L_{D2} = 5000$, $L_{D3} = 5000$, $L_{D4} = 5000$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$.

4.5.3 Generación del Comportamiento de Presión de otras fronteras a partir de la frontera cerrada

Esta frontera es la más compleja que se puede tener; es una generalización ya que se pueden modelar las fronteras anteriores considerando la posición del pozo dentro de la frontera cerrada; a continuación se describe como obtener cada una de las fronteras anteriores a partir de la frontera cerrada, donde D_i es la distancia a la falla i ($1 \leq i \leq 4$):

- a) Frontera de una Falla: D_1 y $D_2 = D_3 = D_4 \rightarrow \infty$, Solución en la **Fig.4.33**.
- b) Frontera de dos Fallas Paralelas: D_1, D_2 y $D_3 = D_4 \rightarrow \infty$, Solución en la **Fig.4.34**.
- c) Frontera de dos Fallas Intersectantes(90°): D_1, D_3 y $D_2 = D_4 \rightarrow \infty$, Solución en la **Fig.4.35**.
- d) Frontera de tres Fallas en Forma de "U": D_1, D_2, D_3 y $D_4 \rightarrow \infty$, Solución en la **Fig.4.36**.

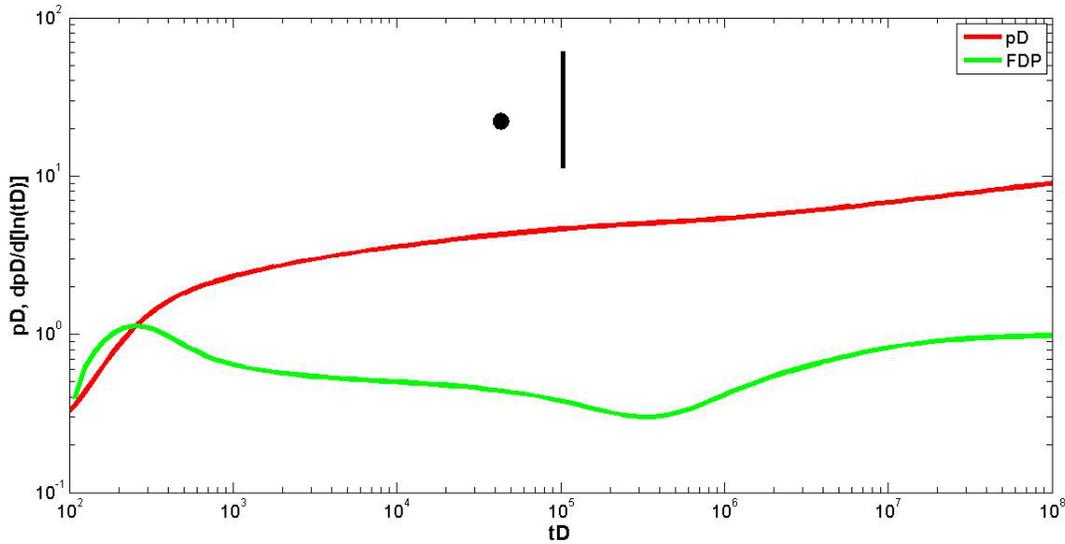


Figura 4.33: Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Falla Sellante, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 2000$, $L_{D2} \Rightarrow \infty$, $L_{D3} \Rightarrow \infty$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = -2$, $C_D = 30$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 3.5$, $\alpha_D = 150$.

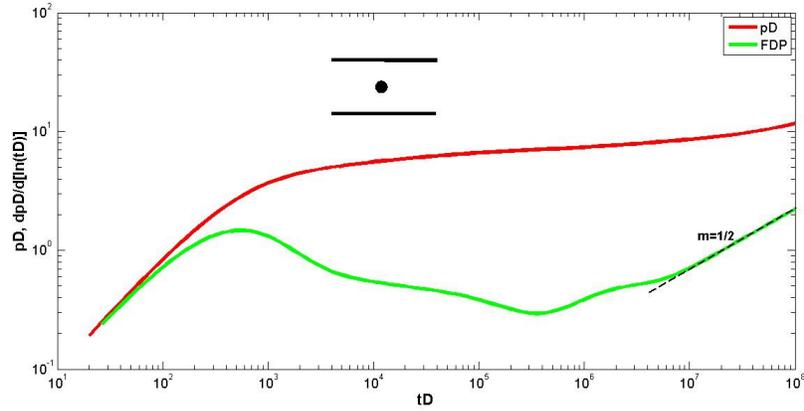


Figura 4.34: Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Paralelas Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} = 4000$, $L_{D3} \Rightarrow \infty$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.

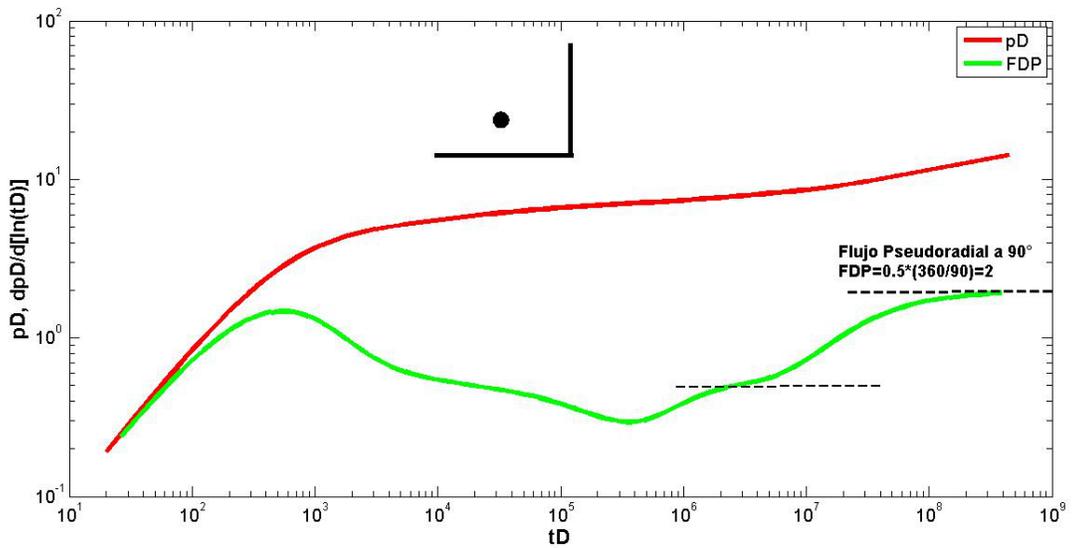


Figura 4.35: Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas Intersectantes a 90° Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} \Rightarrow \infty$, $L_{D3} = 4000$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.

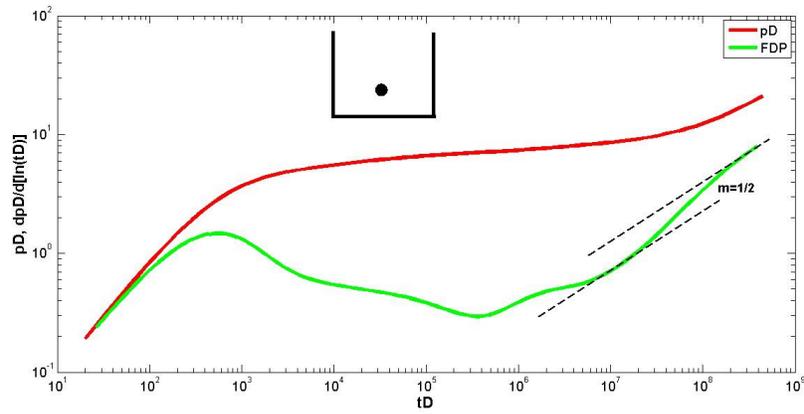


Figura 4.36: Solución para un YNF con Daño y Almacenamiento Variable ante Fallas en Forma de “U” Sellantes, a partir del Modelo para Frontera Cerrada: $L_{D1} = 4000$, $L_{D2} = 4000$, $L_{D3} = 8000$, $L_{D4} \Rightarrow \infty$, $S = 0$, $C_D = 100$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 150$.

Capítulo 5

Pruebas de pozos a gasto variable

La teoría revisada en el Capítulo 4 para el análisis de pruebas de presión se estableció para un pozo produciendo a gasto constante; sin embargo, muchas veces esta condición no es posible de lograr durante la prueba del pozo, para lo cual se hace uso de la superposición en tiempo (Sección 3.3.2). También una de las mayores aplicaciones de pruebas de pozos a gasto variable es la interpretación de pruebas de incremento, ya que este es un caso particular de gasto variable, donde el último de los gastos es igual a cero. Haciendo uso de la Ec. 3.27.

$$p_D(t_D) = \sum_{n=1}^N (q_n - q_{n-1}) p_{D1}(t_D - t_{D(n-1)}). \quad (5.1)$$

Prueba de Incremento de Presión

Para el caso de una curva de decremento seguida por una curva de incremento, el desarrollo de la Ec.5.1 será:

$$p_D(t_D) = (q_1 - q_0) p_{D1}(t_D - t_{D0}) + (q_2 - q_1) p_{D1}(t_D - t_{D1}).$$

Para una curva de decremento seguida por un incremento: $q_0 = 0$, $t_{D0} = 0$, $q_2 = 0$

$$p_D(t_D) = q_1 [p_{D1}(t_D) - p_{D1}(t_D - t_{D1})].$$

Estableciendo que $p_D(t_D) = q \cdot p_{D1}(t_D)$:

$$p_D(t_D) = p_D(t_D) - p_D(t_D - t_{D1}).$$

si $t_{D1} = t_{pD}$:

$$p_D(t_D) = p_D(t_D) - p_D(t_D - t_{pD}). \quad (5.2)$$

La Ec.5.2 representa la evaluación de la presión adimensional para una curva de incremento donde la presión adimensional evaluada a un tiempo t_D durante el periodo de cierre, será la presión adimensional evaluada para un decremento como si el pozo no se hubiera cerrado, menos la presión adimensional evaluada para el tiempo de cierre del pozo ($t_D - t_{pD}$), donde t_{pD} es el tiempo de producción adimensional antes del cierre.

Para un medio homogéneo sin considerar efectos de daño y almacenamiento la Ec.5.2 puede ser solucionada por la Ec.3.6 en términos de la Integral Exponencial como se muestra en la Ec.5.3.

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left\{ E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] - E_1 \left[\frac{1}{4(t_D - t_{pD})} \right] \right\}. \quad (5.3)$$

Si se consideran efectos de frontera de cualquier tipo la Ec.5.3, se convierte en la Ec.5.4:

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left\{ E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] - E_1 \left[\frac{1}{4(t_D - t_{pD})} \right] \right\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right] - E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4(t_D - t_{pD})} \right] \right\}. \quad (5.4)$$

Haciendo referencia a la Ec.C.10 obtenida en el Apéndice C, en la que se introducen los efectos de daño y almacenamiento variable, para un Yacimiento Naturalmente Fracturado con flujo pseudoestacionario matriz-fractura, adecuando esta ecuación para cualquier tipo de frontera (al considerar la sumatoria), se obtiene la Ec.5.5 en el dominio de Laplace para evaluar la presión adimensional en el pozo durante una prueba de incremento. Utilizando el algoritmo de inversión numérica de Laplace de Stehfest (1970):

$$\bar{p}_{wD} = \left\{ \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} \left[1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D}) \right] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \right\}_{s = \frac{\ln(2)}{t_D}} - \left\{ \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} \left[1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D}) \right] + \sum_{i=1}^n (signo)_i \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \right\}_{s = \frac{\ln(2)}{(t_D - t_{pD})}}. \quad (5.5)$$

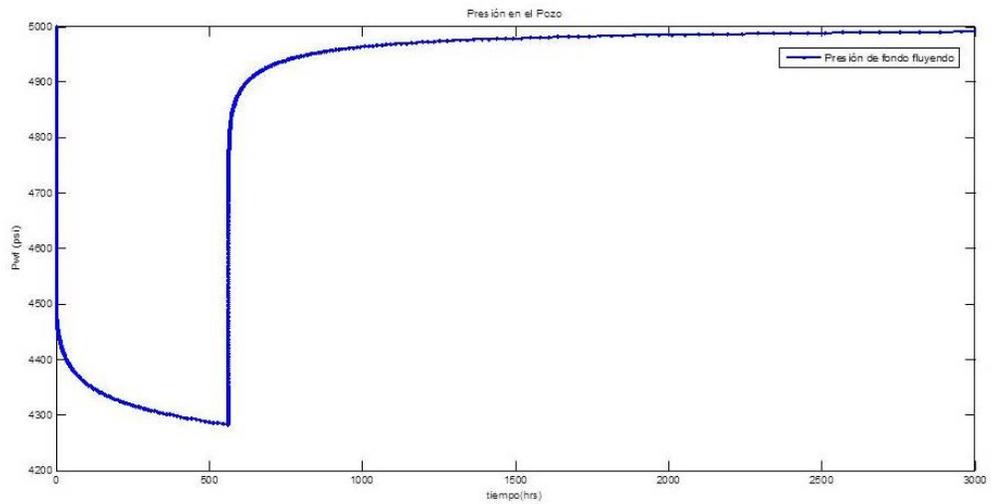
Con la Ec. 5.5 se puede llevar a cabo la interpretación de pruebas de incremento precedidas por un periodo de producción, t_p ; cabe hacer la aclaración que la FDP para el periodo de incremento de presión debe ser calculada con el tiempo equivalente de Agarwal (1980),

Ec.5.6:

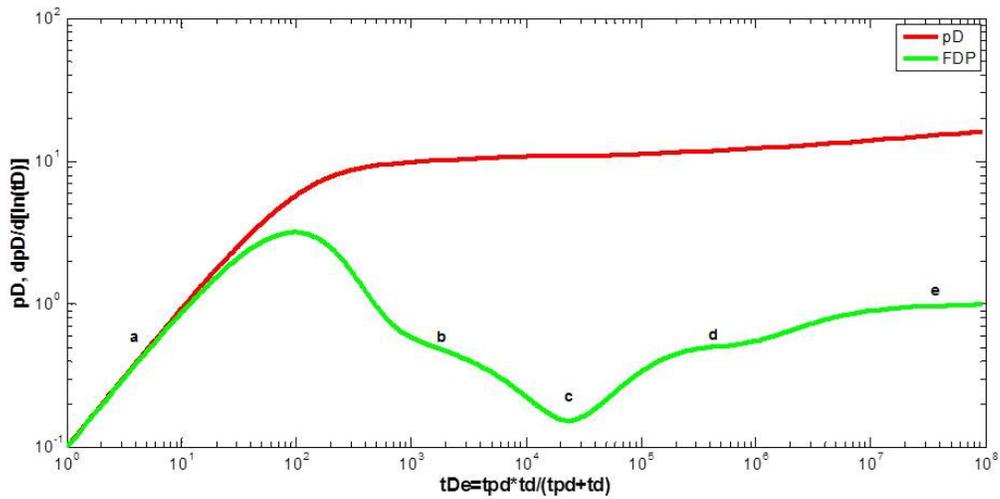
$$t_{De} = \frac{t_{pD}\Delta t_D}{(t_{pD} + \Delta t_D)}. \quad (5.6)$$

De esta forma logrando obtener la respuesta correcta de la FDP para el periodo de incremento. En la **Fig.5.1** se muestra el comportamiento de presión para un pozo ante una falla sellante para una curva de decremento e incremento, así como su comportamiento de la FDP para el periodo del cierre. En la Fig.5.1.b se muestran los diferentes periodos de flujo que se obtienen, los cuales se describen a continuación:

- a) Efectos de almacenamiento variable para tiempos iniciales
- b) Periodo de flujo radial dominado por las fracturas
- c) Efecto de doble porosidad (YNF)
- d) Segundo periodo de flujo radial para el sistema matriz-fractura, hasta antes de los efectos de la frontera.
- e) Efecto de frontera de falla sellante, teniendo un segundo periodo de flujo radial a 180° por lo cual el valor de la FDP sera el doble del primer periodo de flujo radial; $FDP = 1$.



a) Comportamiento de presión de pozo Decremento-Incremento



b) Comportamiento de FDP de la Curva de Incremento

Figura 5.1: Solución de presión y FDP para prueba de incremento ante una falla sellante: $t_{pD} = 1 \times 10^8$, $S = 5$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 1e - 5$, $L_D = 1500$.

Capítulo 6

Comportamiento de Presión ante Acuíferos/Casquetes con Efecto de Conificación

En este capítulo se muestra el desarrollo de una nueva ecuación para determinar el comportamiento de presión en pozos con frontera a presión constante (Acuífero/Casquete), considerando los efectos de conificación, obteniendo la solución para un Yacimiento Naturalmente Fracturado considerando un pozo con daño y almacenamiento variable.

Este nuevo desarrollo tiene su origen al tomar en cuenta que Al-Khalifa and Odeh (1989), establecieron que en un pozo que se encuentra ante un acuífero o casquete con efectos de conificación, su comportamiento de la presión difiere del comportamiento idealizado de una frontera a presión constante, donde su gráfica de diagnóstico a través de la FDP queda representada por una pendiente $m = -1$, durante todo el tiempo del efecto de la frontera; lo anterior resulta al considerar que la interfase entre los fluidos permanece constante y se representa por un plano.

Muchas veces, la representación matemática anterior difiere de la condición real en los pozos, ya que por influencia de su explotación se generan efectos de conificación (alteración del plano de interfase de los fluidos). Al-Khalifa and Odeh (1989) mostraron que el comportamiento de presión cambia cuando se consideran efectos de conificación, y que ante esta condición se puede presentar una tendencia de flujo pseudoestacionario. Lo anterior lo demuestran a través de la construcción de un simulador numérico de dos fases.

En el trabajo presente se obtiene una propuesta de solución analítica a la condición descrita por Al-Khalifa and Odeh (1989), y de igual forma se validan los resultados a través de la construcción de un simulador numérico de dos fases.

Chen et al. (1996) presentaron un análisis con el mismo enfoque que Al-Khalifa and Odeh (1989) para Yacimientos de Gas. El modelo analítico generado en este trabajo, también logra reproducir los resultados presentados por Chen et al. (1996) para Yacimientos de Gas.

6.1 Descripción Física del Modelo

En esta sección se describirá la forma en la cual se modeló el efecto de la conificación de un pozo, para incluirse en la solución de una frontera a presión constante, para lo cual se definirán las variables adimensionales siguientes:

$$L_D = \frac{L}{r_w}, \quad (6.1)$$

$$x_D = \frac{h_c}{L}, \quad (6.2)$$

donde;

$r_w (ft)$; radio del pozo

$L (ft)$; Distancia del intervalo productor a la interfase de fluidos

$h_c (ft)$; Altura del Cono respecto a la profundidad en la interfase de fluidos

En la **Fig.6.1** se muestran diferentes imágenes de conificación en un pozo, obtenidas a partir de un simulador de conificación de agua:

La Fig.6.1.a muestra una condición idealizada para un acuífero, donde se considera que ante cualquier producción del pozo no existe movimiento de la interfase de fluidos, lo cual difiere bastante de las condiciones reales de un pozo, a menos que la distancia a esta interfase sea muy grande.

La Fig. 6.1.b representa un efecto de conificación donde la altura del cono tiene un 25% de la distancia entre el intervalo productor del pozo y el contacto Agua-Aceite, $x_D = 0.25$; la Fig. 6.1.c para $x_D = 0.5$, la Fig. 6.1.d para $x_D = 0.75$ y la Fig. 6.1.e para $x_D = 1.0$.

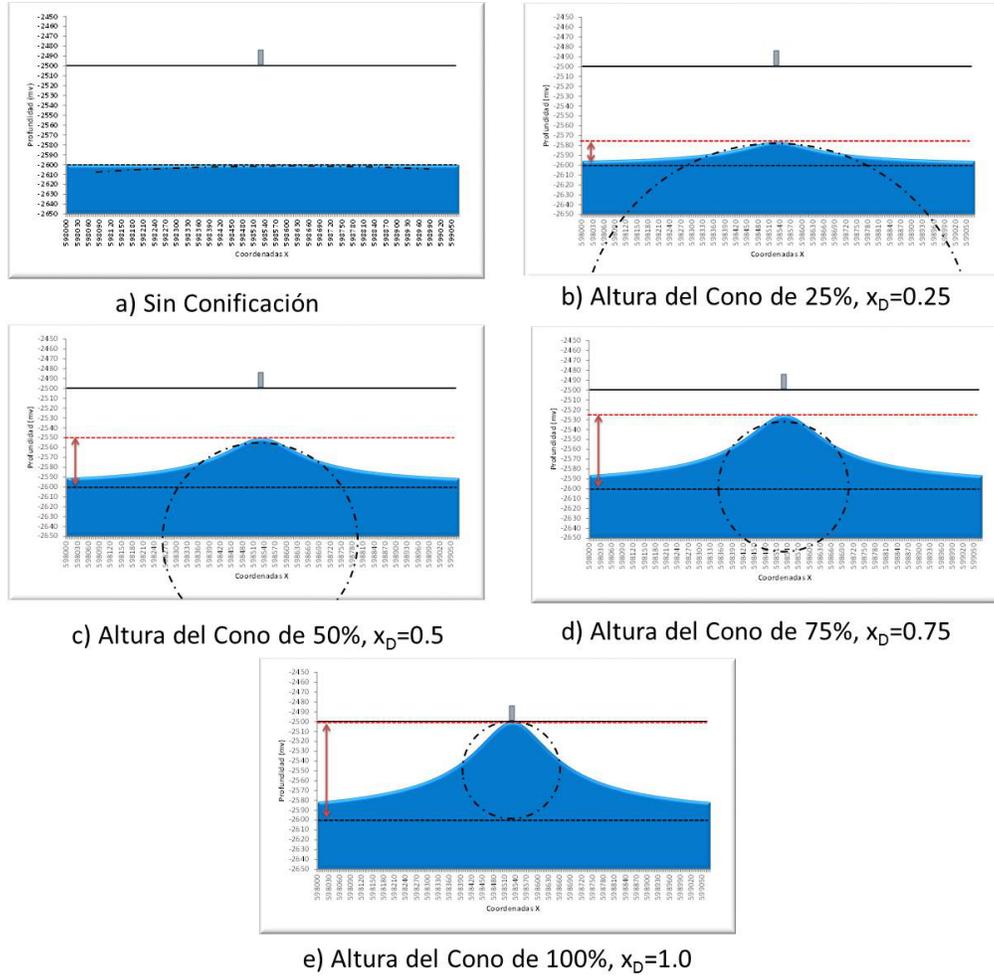


Figura 6.1: Efecto de Conificación de un Pozo.

De acuerdo a la Fig.6.1 se puede observar que la superficie del cono puede representarse con gran aproximación por una superficie circular cuyo radio va cambiando en relación a la altura del cono, con un cierto grado de diferencia aceptable para el caso de $x_D = 1.0$. Con lo anterior se puede establecer que el efecto de la conificación puede representarse por el efecto de un pozo produciendo en un sistema cerrado con las siguientes características:

a) Radio adimensional del sistema cerrado, b_D , donde la respuesta de esta presión puede ser considerada como el efecto de un superpozo ubicado a una distancia, y_D , del pozo en estudio.

$$b_D = \frac{L_D}{2x_D}. \quad (6.3)$$

b) Distancia adimensional del superpozo al pozo en estudio, y_D , definida por:

$$y_D = (1 - x_D) + b_D. \quad (6.4)$$

6.2 Modelo Matemático

Una vez propuesta la forma en la cual se modelará el efecto de la presión en el pozo en estudio con efecto de conificación, se puede plantear que la ecuación que definirá la presión adimensional total, será a semejanza de la obtenida para el caso de una falla a presión constante, agregando (superponiendo) el término del efecto de frontera cerrada:

$$p_D(t_D) = p_D(r_D = 1, t_D) - p_D(2L_D, t_D) + p_{D\text{frontera cerrada}}(\sqrt{\pi}b_D, t_D) * \frac{p_D(y_D, t_D)}{p_D(1, t_D)}, \quad (6.5)$$

donde $p_{D\text{frontera cerrada}}(\sqrt{\pi}b_D, t_D)$ es la respuesta de presión adimensional para la frontera cerrada de radio b_D , la cual se puede modelar por medio de una frontera cerrada de geometría cuadrada, cuyo lado equivalente es $\sqrt{\pi}b_D$. Adicionalmente el producto $p_D(y_D, t_D) / p_D(1, t_D)$ es el efecto de trasladar la caída de presión por el efecto de la frontera cerrada a la distancia y_D .

Para un medio homogéneo, utilizando la solución del Apéndice A, Ec. A.24 y aplicando principio de superposición de acuerdo a lo desarrollado en la Sección 4.5 , la Ec.6.5 puede expresarse como:

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left\{ E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] - E_1 \left[\frac{L_D^2}{t_D} \right] + \left[\sum_{i=1}^n E_1 \left[\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right] \right] * \frac{E_1 \left[\frac{y_D^2}{4t_D} \right]}{E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right]} \right\}. \quad (6.6)$$

Se debe tener en cuenta que si la altura del cono es muy pequeña, tendiendo a cero, entonces $x_D \rightarrow 0$, $b_D \rightarrow \infty$ y $y_D \rightarrow \infty$, lo cual dará como resultado que el término $E_1 [y_D^2/4t_D] \rightarrow 0$, por lo cual la Ec. 6.6 se convertirá en la solución para una falla a presión constante, correspondiendo físicamente al caso en que la interfase entre los fluidos no se mueve (permanece estática), y se representa por un plano.

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left\{ E_1 \left[\frac{1}{4t_D} \right] - E_1 \left[\frac{L_D^2}{t_D} \right] \right\}.$$

Para el caso de un medio de doble porosidad, Yacimiento Naturalmente Fracturado con flujo pseudoestacionario entre matriz-fractura, considerando daño y almacenamiento variable en el pozo, se pueden utilizar las soluciones obtenidas en el Apéndice C, Ec. C.10, para la solución en el pozo y la solución del Apéndice B, Ec.B.20, para la solución en cualquier otro punto. Sustituyendo estas ecuaciones en la Ec.6.5, se obtiene la Ec.6.7, que es la solución en el

espacio de Laplace para la condición de una frontera a presión constante (Acuífero/Casquete) considerando efectos de Conificación.

$$\begin{aligned} \bar{p}_{wD} = & \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} \left[1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D}) \right] - \frac{K_0(2L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \\ & + \left[\sum_{i=1}^n \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \right] \cdot \frac{K_0(y_D\sqrt{sf(s)})}{K_0(\sqrt{sf(s)})}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

6.3 Resultados

Al aplicar el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.6.7 se obtiene la solución en el espacio real de p_{wD} , la cual se muestra en la **Fig.6.2** para diferentes valores de la altura adimensional del cono x_D , en la que se puede observar que para el caso idealizado donde la altura del cono es insignificante, se obtiene la respuesta de presión adimensional correspondiente a una frontera de una falla a presión constante, a medida que la altura del cono incrementa, se observa un incremento en el comportamiento de la FDP y de la presión adimensional, similar al flujo pseudoestacionario al obtener una pendiente unitaria en la FDP.

Este comportamiento se validó con la construcción de un modelo de simulación 3D dos fases (agua-aceite), **Fig.6.3**, observando el mismo comportamiento característico en la FDP, mostrado en la **Fig.6.4** y **Fig.6.5**, para dos valores diferentes de altura del cono, donde se obtiene el mismo comportamiento en la FDP entre el modelo de simulación y el modelo analítico propuesto.

El simulador fué generado en coordenadas cartesianas x , y y z , mediante una solución totalmente implícita, considerando 30 celdas en la dirección z y 15 celdas en las direcciones x y y . Se realizaron diferentes corridas de simulación variando la posición del pozo productor dentro del yacimiento observando un comportamiento de la FDP similar al mostrado en la Fig.6.2.

El simulador está basado en la Ec.6.8

$$\nabla \left[\frac{kk_{r\alpha}}{B_\alpha\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \gamma_\alpha \nabla D) \right] \pm \frac{q_{\alpha,cs}}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_\alpha}{B_\alpha} \right), \quad (6.8)$$

donde;

$$\alpha = o(\text{aceite}), w(\text{agua}),$$

$$S_o + S_w = 1. \quad (6.9)$$

Las presiones de las fases se relacionan por las presiones capilares:

$$p_c(S_w) = p_o - p_w. \quad (6.10)$$

La Ec.6.8 discretizada por diferencias finitas, en una sola dirección es:

Aceite:

$$T_{o,i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{n+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{n+1} \pm q_{o,i}^{n+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} [(\phi(1 - S_w) b_o)_i^{n+1} - (\phi(1 - S_w) b_o)_i^n], \quad (6.11)$$

Agua:

$$T_{w,i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - P_{c_{wo,i+1}} + P_{c_{wo,i}} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{n+1} - \quad (6.12)$$

$$T_{w,i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - P_{c_{wo,i}} + P_{c_{wo,i-1}} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{n+1} \pm q_{w,i}^{n+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} [(\phi S_w b_w)_i^{n+1} - (\phi S_w b_w)_i^n], \quad (6.13)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Las Ecs. 6.11 y 6.13 se resuelven con el método interactivo de Newton-Raphson.

Los resultados del modelo analítico propuesto se validarán en el Capítulo 7 realizando reproducciones de las soluciones mostradas en los trabajos de Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996).

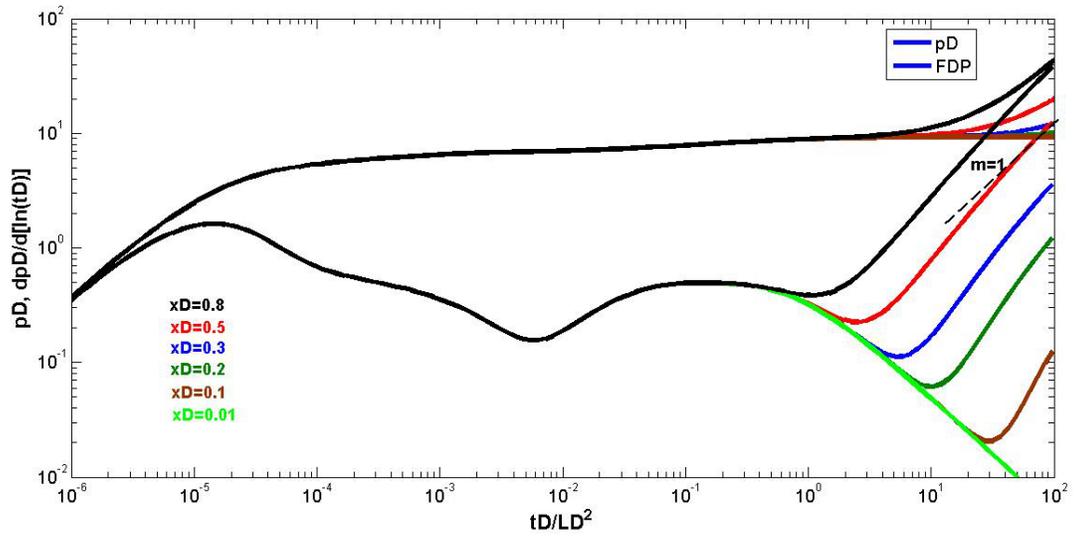


Figura 6.2: Sensibilidad a x_D : $L_D = 2000$, $S = 1$, $C_D = 10$, $\omega = 0.1$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_D = 1.0$, $\alpha_D = 8000$.

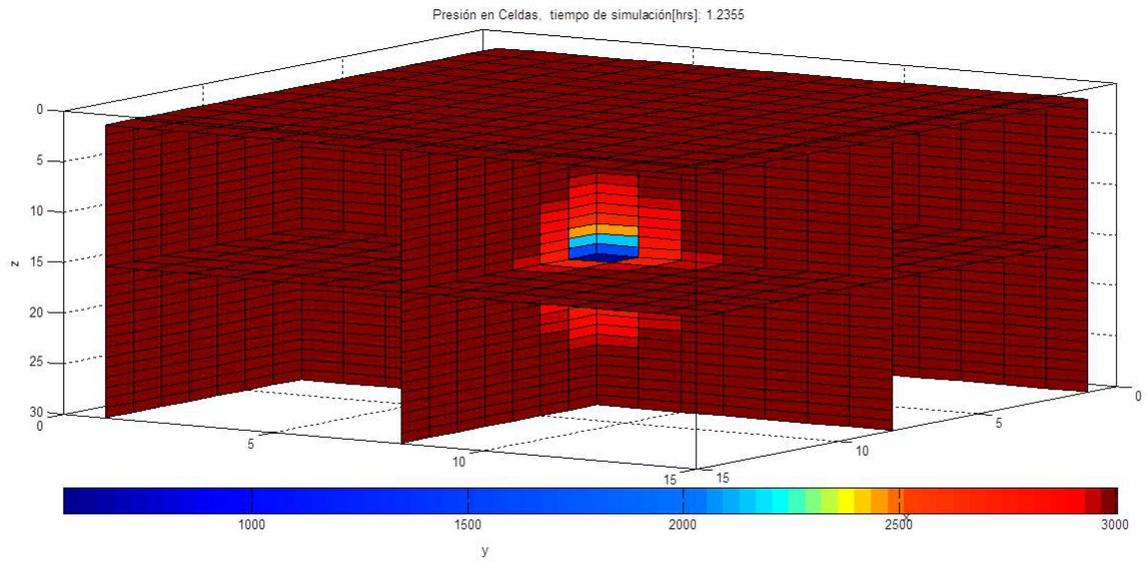


Figura 6.3: Modelo de Simulación generado 3D dos Fases (Agua-Aceite).

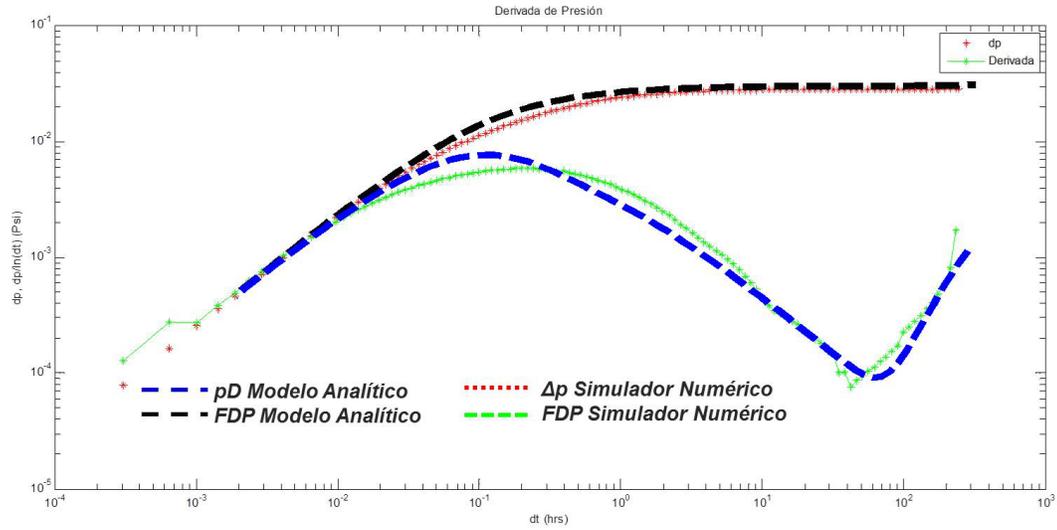


Figura 6.4: Comparación entre Modelo de Simulación Numérica y Modelo Analítico propuesto: $x_D = 0.08$: $L_D = 1411$, $S = 0$, $C_D = 30,000$, $\omega = 1$, $C_a/C_D = 1.0$.

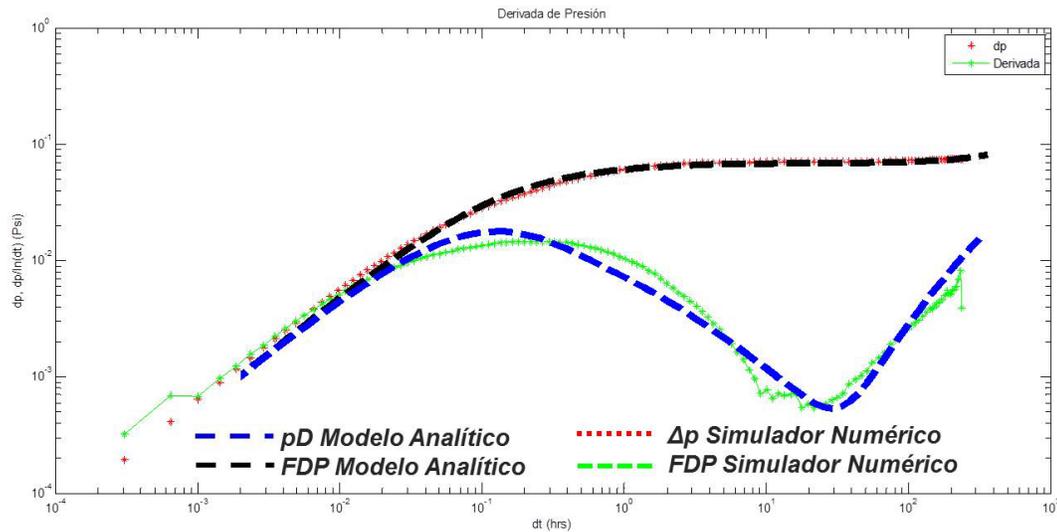


Figura 6.5: Comparación entre Modelo de Simulación Numérica y Modelo Analítico propuesto: $x_D = 0.14$: $L_D = 1411$, $S = 0$, $C_D = 30,000$, $\omega = 1$, $C_a/C_D = 1.0$.

Capítulo 7

Validación de Resultados

En este capítulo se mostrará la validación para los resultados de los diferentes modelos mostrados en los Capítulos 4 y 6, mediante pruebas de campo de pozos del Activo de Producción Cantarell, donde también se lleva a cabo la comparación de los resultados obtenidos al realizar el ajuste con el software comercial Saphir-Kappa

7.1 Falla Sellante

7.1.1 Pozo “A”

Para la validación del comportamiento de un pozo ante una falla sellante, se hará uso de la solución obtenida en la Sección 4.1.1, Ec.4.5, y se analizará el comportamiento de la prueba de presión del pozo “A”, que consistió en una curva de incremento en la formación Cretácico Medio, con sistema artificial de producción por bombeo neumático, con una producción antes del cierre de 5491 bpd, la cual se muestra en la **Fig.7.1**, donde se puede observar que por el comportamiento de la FDP, el pozo muestra un comportamiento característico de la presencia de una falla sellante, ya que el valor de su FDP en el primer periodo de flujo radial es la mitad del valor del segundo periodo de flujo radial.

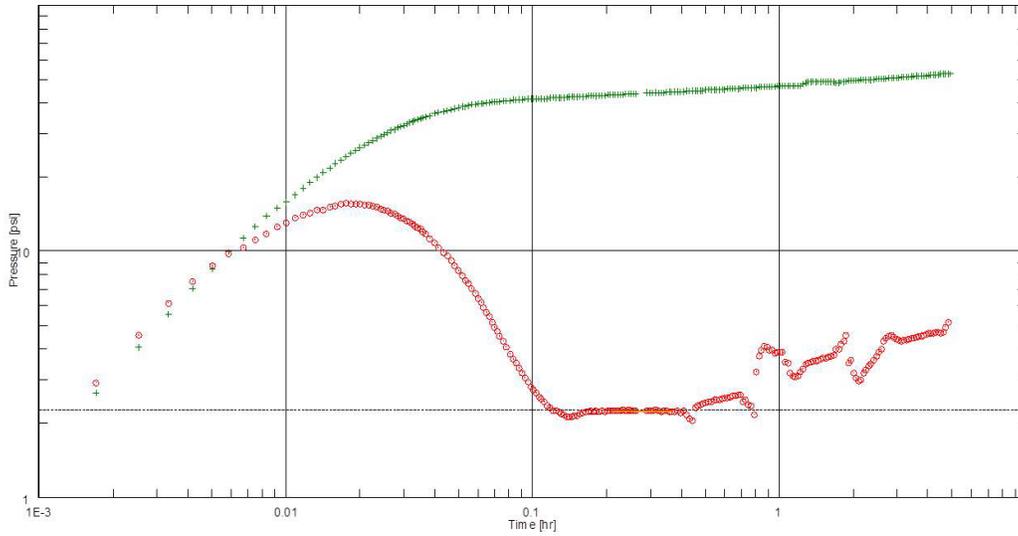


Figura 7.1: Prueba de Presión del Pozo “A”.

Al realizar la inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.5, se obtiene la interpretación de la prueba de presión del pozo “A”, con los resultados indicados en la **Fig.7.2**.

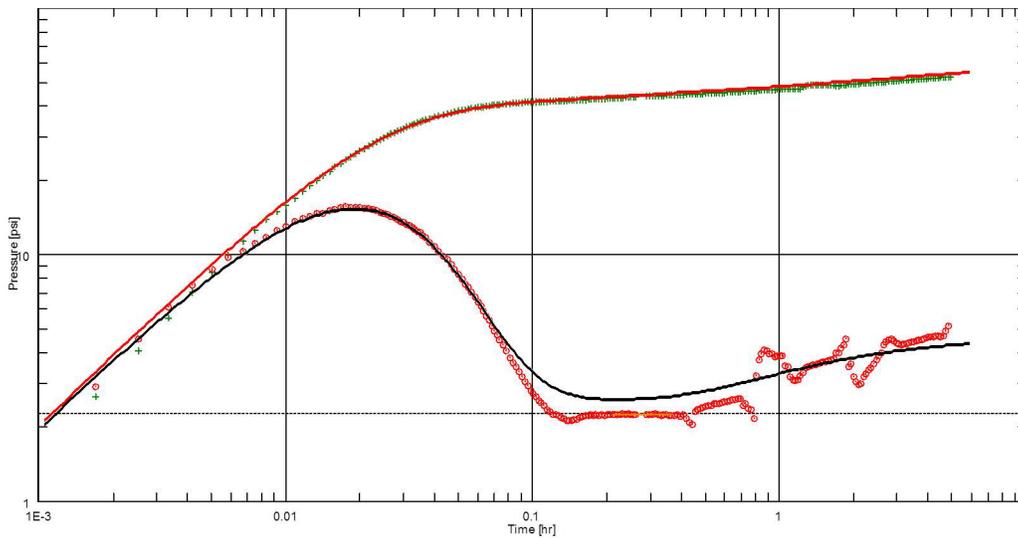


Figura 7.2: Interpretación de Prueba de Presión en el Pozo “A”: Falla Sellante, $k = 971 \text{ md}$, $S = 4$, $C = 0.1274 \text{ bls/psi}$, $D = 126 \text{ ft}$, $\omega = 0.9$, $\lambda = 1e - 5$, $C_a/C_f = 3$, $t_{cws} = 0.0144 \text{ hrs}$.

En la **Fig.7.3** se muestra la comparación de las interpretaciones obtenidas mediante el modelo obtenido y el software comercial Saphir.

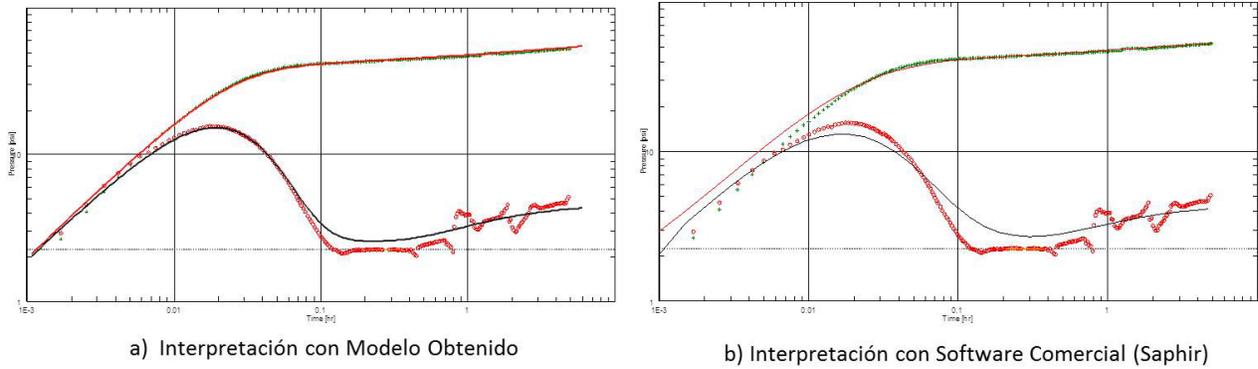


Figura 7.3: Comparación de Interpretaciones Pozo “A”.

En la **Tabla 7.1** se muestran la comparación de resultados entre la solución obtenida en el presente trabajo y la interpretación mediante software comercial.

Tabla 7.1: Comparación de Resultados para el Pozo “A”

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	971.2	984
Daño, $S(adim)$	4.0	3.95
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.1274	0.119
Distancia a Falla, $D(ft)$	126.4	126
Tipo de Falla	Sellante	Sellante
Almacenamiento Aparente, $C_a(bls/psi)$	0.0425	Constante
Tiempo de cambio de Almacenamiento, $t_{cws}(hrs)$	0.0144	Constante
Capacidad de Almacenamiento de Fracturas, ω	0.9	Homogéneo
Parámetro de Flujo Interporoso Matriz-Fractura, λ	1×10^{-5}	Homogéneo

7.1.2 Pozo “B”

Con la finalidad de demostrar la validez de la solución obtenida para efectos de almacenamiento variable, se presenta el comportamiento de la prueba de presión del pozo “B”, que consistió en una curva de incremento en la formación Brecha de Sihil, con una producción antes del cierre de 8279 bpd, la cual se muestra en la **Fig.7.4**, donde se observa un comportamiento característico de una falla sellante, tal como se describió en el pozo anterior, con la diferencia de un gran almacenamiento variable.

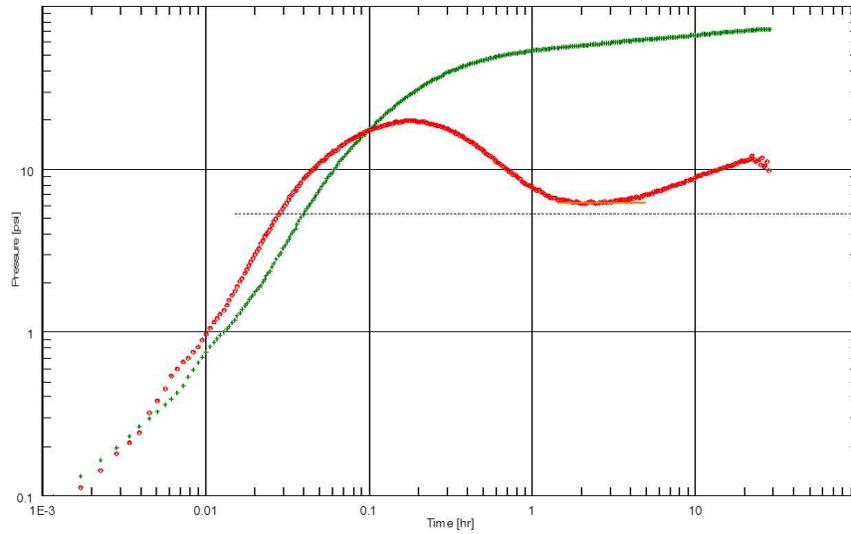


Figura 7.4: Prueba de incremento de Presión efectuada en el Pozo “B”.

Realizando la inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) de la Ec.4.5, se tiene la interpretación de la prueba de presión con los resultados indicados en la **Fig.7.5**.

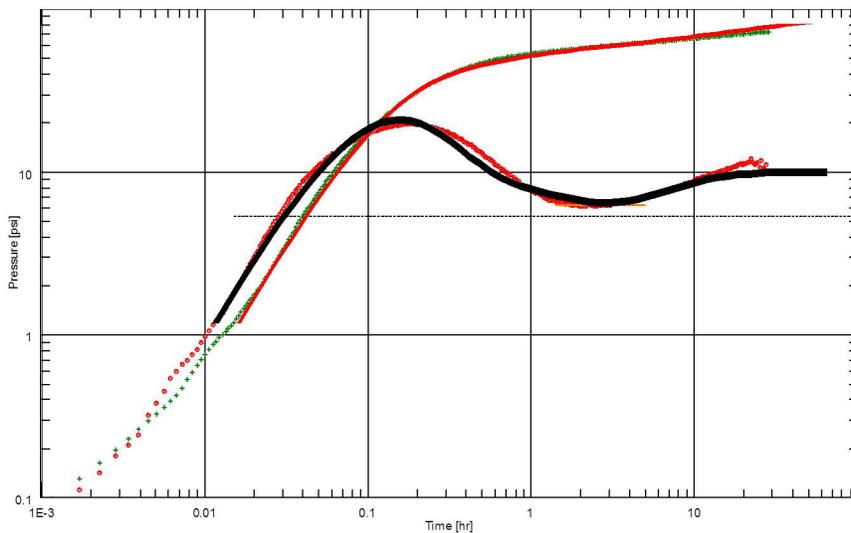


Figura 7.5: Interpretación de Prueba de Presión en el Pozo “B”: Falla Sellante, $k = 327.8 \text{ md}$, $S = -4.1$, $C = 0.695 \text{ bls/psi}$, $D = 875.6 \text{ ft}$, $\omega = 0.4$, $\lambda = 1e - 8$, $C_a/C_f = 52.91$, $t_{cws} = 0.0833 \text{ hrs}$.

La **Fig.7.6** muestra la comparación de las interpretaciones obtenidas mediante el modelo obtenido y el software comercial Saphir.

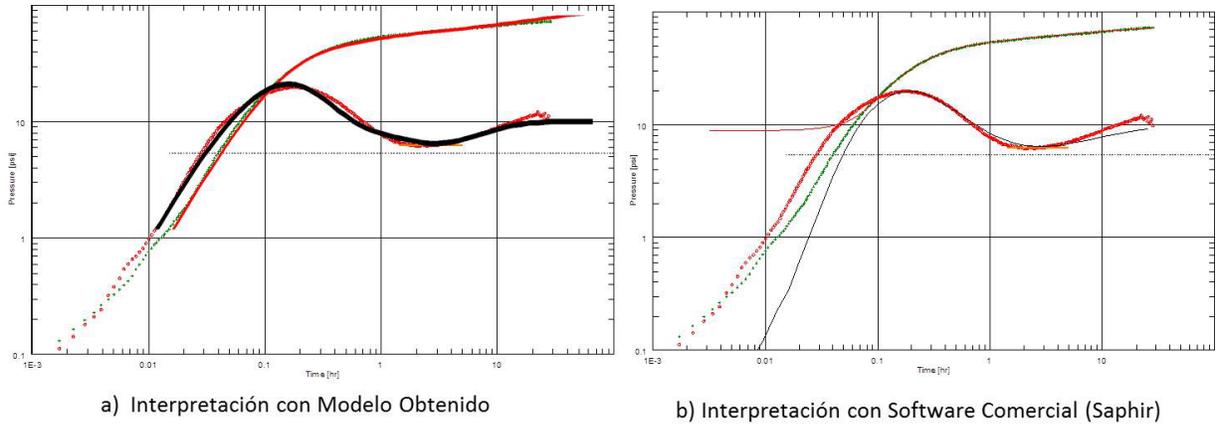


Figura 7.6: Comparación de las Interpretaciones en el Pozo “B”.

En la **Tabla 7.2** se muestra la comparación de resultados entre la solución obtenida en el trabajo presente y la interpretación mediante software comercial.

Tabla 7.2: Comparación de Resultados en el Pozo “B”

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	327.8	306
Daño, $S(adim)$	-4.1	-3.1
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.695	1.23
Distancia a Falla, $D(ft)$	875.6	873
Tipo de Falla	Sellante	Sellante
Almacenamiento Aparente, $C_a(bls/psi)$	0.0131	0.0232
Tiempo de cambio de Almacenamiento, $t_{cws}(hrs)$	0.0833	0.2889
Capacidad de Almacenamiento de Fracturas, ω	0.4	Homogéneo
Parámetro de Flujo Interporoso Matriz-Fractura, λ	1×10^{-8}	Homogéneo

7.2 Falla a Presión Constante

En la Sección 4.1.2, se obtuvo la Ec.4.6 que representa el comportamiento de presión de un pozo ante una falla a presión constante. Para validar esta ecuación se analizará el comportamiento de la prueba del pozo “C”, una curva de incremento realizada en la formación Cretácico Medio, con sistema artificial de bombeo neumático, con una producción antes del cierre de 11,789 bpd, la cual se muestra en la **Fig.7.7**, donde se puede observar un comportamiento característico de una falla a presión constante, ya que la pendiente de la FDP es $m = -1$. Aún cuando en la parte final de la prueba se observa ruido en los datos, generando mayor ruido en la FDP, se puede establecer una tendencia de la pendiente de la FDP.

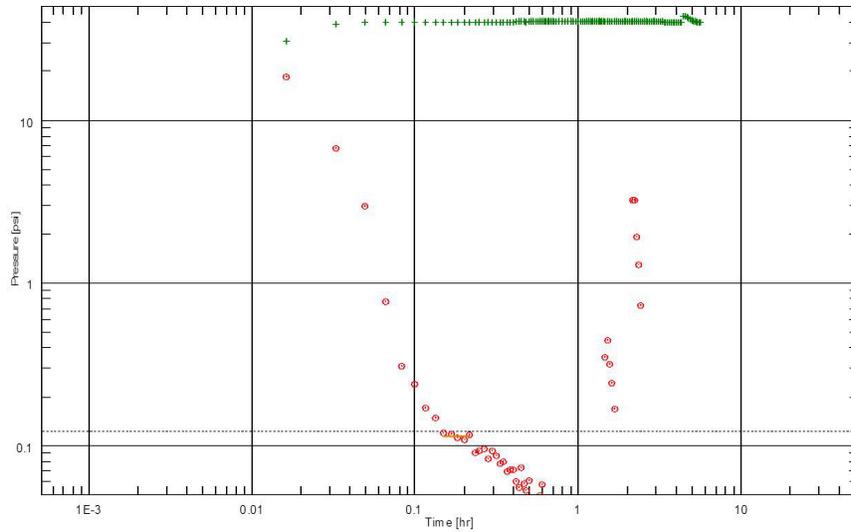


Figura 7.7: Prueba de Presión del Pozo “C”.

Al realizar la inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.6, se puede interpretar la prueba de presión del pozo “C” con los resultados indicados en la **Fig.7.8**.

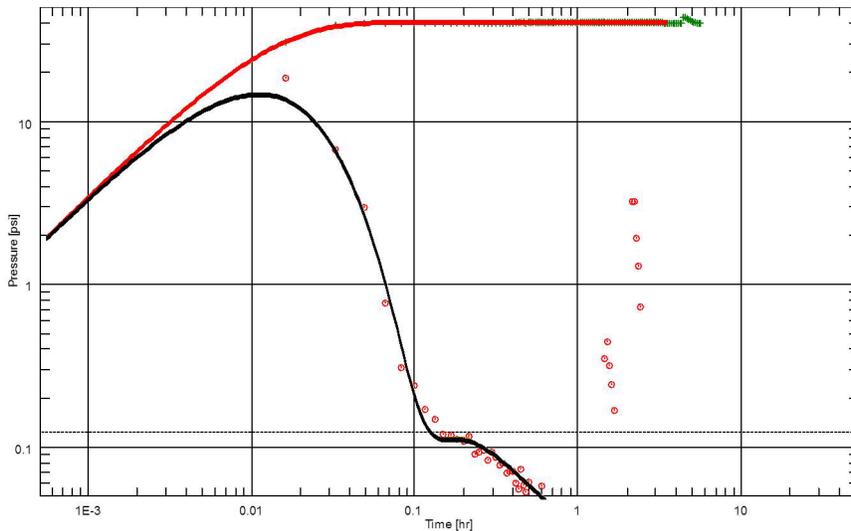


Figura 7.8: Interpretación de Prueba Pozo “C”: Falla a Presión Constante, $k = 23,492 \text{ md}$, $S = 156$, $C = 0.1801 \text{ bl/psi}$, $D = 650 \text{ ft}$, $\omega = 1.0$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_f = 1$, $t_{cvs} = 0 \text{ hrs}$.

En la **Fig.7.9** se muestran los resultados de las interpretaciones mediante el modelo obtenido y el software comercial Saphir.

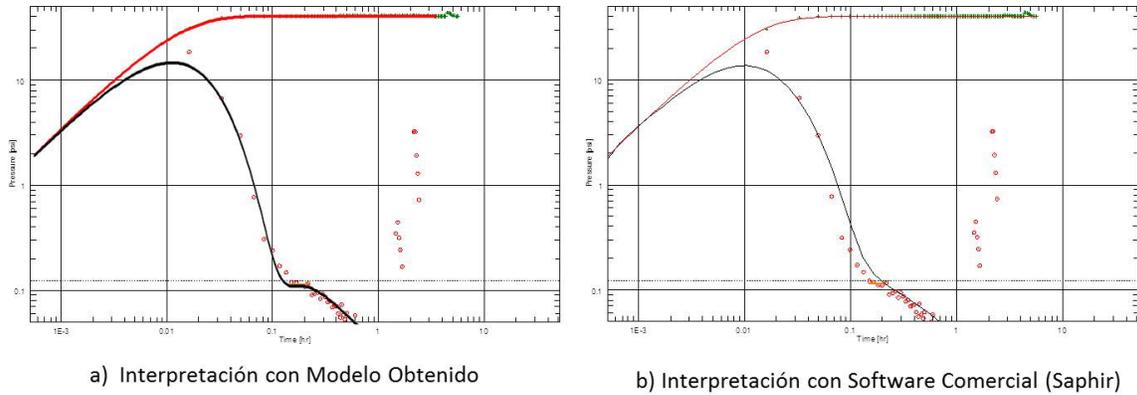


Figura 7.9: Comparación de Interpretaciones Pozo “C”.

En la **Tabla 7.3** se muestra la comparación de resultados entre la solución obtenida en el presente trabajo y la interpretación mediante software comercial.

Tabla 7.3: Comparación de los Resultados obtenidos para la interpretación de la prueba de incremento de presión efectuada en el Pozo “C”

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	23,492	23,000
Daño, $S(adim)$	156	156
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.1801	0.164
Distancia a Falla, $D(ft)$	650	635
Tipo de Falla	Pcte	Pcte

7.3 Falla Semipermeable

La Ec.4.10 obtenida en la Sección 4.1.3, determina el comportamiento de presión de un pozo ante una falla semipermeable, la cual se puede usar para interpretar la prueba de presión del pozo “D”, que consistió en una prueba DST con cierre en fondo en la formación Cretácico Medio, con una producción antes del cierre de 1,200 bpd, presentada en la **Fig.7.10**, la cual muestra un efecto de falla semipermeable, al tener un periodo de flujo radial en la FDP, la cual crece de acuerdo al grado de fugacidad de la falla, pero a un tiempo posterior la FDP tiende a regresar al nivel del periodo de flujo radial previo. Lo anterior es un comportamiento característico de un pozo ante una falla semipermeable.

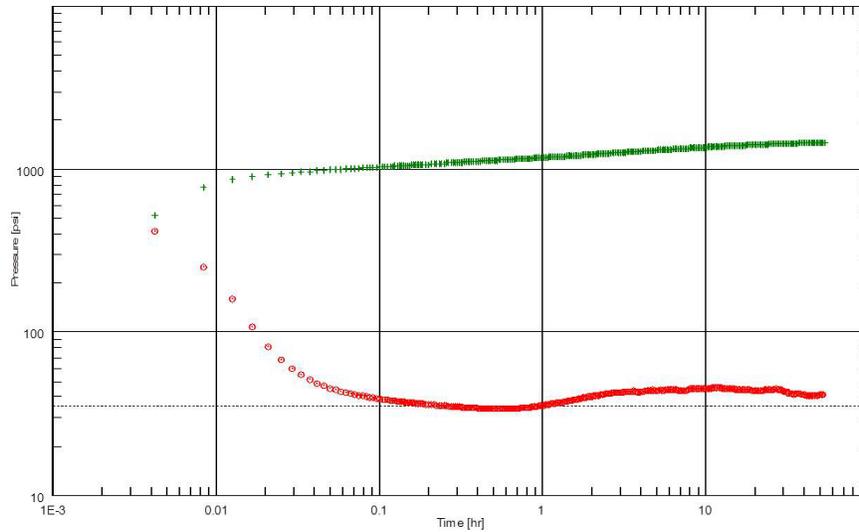


Figura 7.10: Prueba de Presión del Pozo “D”.

Aplicando inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.10, se obtiene un buen ajuste de la prueba de presión del pozo “D”, con los resultados indicados en la **Fig.7.11**.

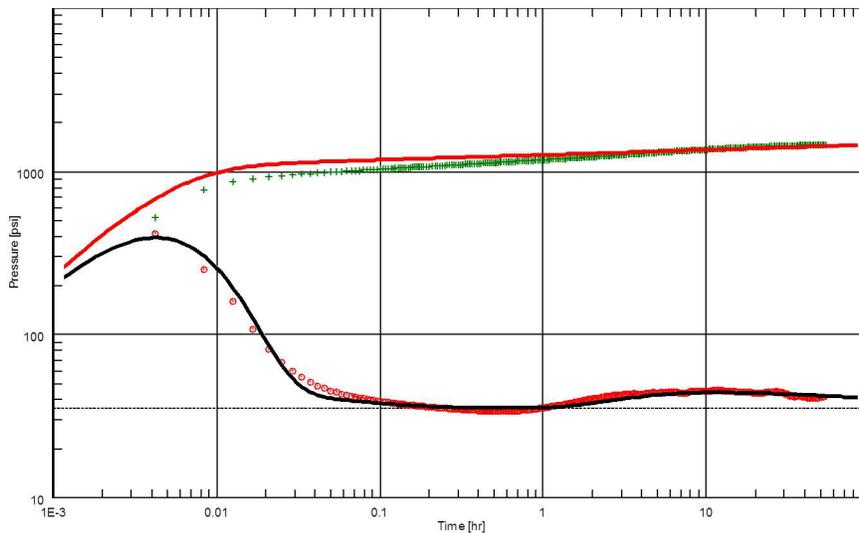


Figura 7.11: Interpretación de Prueba Pozo “D”: Falla Semipermeable, $k = 59.6 \text{ md}$, $S = 18$, $C = 0.0001 \text{ bls/psi}$, $D = 191.2 \text{ ft}$, $Leake = 0.404$, $\omega = 1.0$, $\lambda = 1e - 6$, $C_a/C_f = 1$, $t_{cvs} = 0 \text{ hrs}$.

En la **Fig.7.12** se muestra la comparación de los resultados estimados mediante el modelo obtenido y el software comercial Saphir.

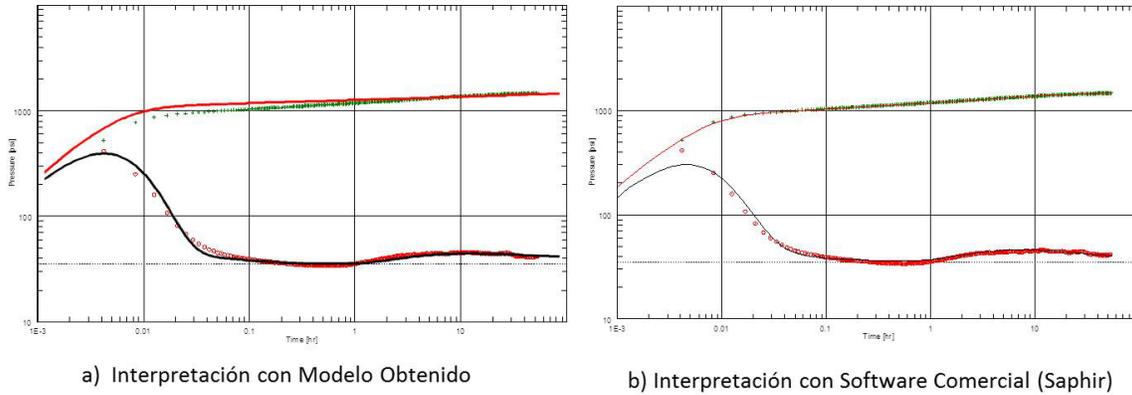


Figura 7.12: Comparación de Interpretaciones Pozo “D”.

En la **Tabla 7.4** se presentan los resultados obtenidos por el presente trabajo y la interpretación mediante software comercial.

Tabla 7.4: Comparación de Resultados para el Pozo “D”

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	59.6	77.6
Daño, $S(adim)$	18	19
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.0001	0.000175
Distancia a Falla, $D(ft)$	191.2	201.6
Tipo de Falla	Semipermeable	Semipermeable
Grado de Fuga, $Leake$	0.404	0.404

7.4 Fallas Paralelas Sellantes

El comportamiento de la prueba de presión del pozo “E”, que consistió en una prueba de incremento en la formación Jurásico Superior Kimmeridgiano del Yacimiento Sihil, con sistema artificial de bombeo neumático, con una producción antes del cierre de 2800 bpd, la cual se muestra en la **Fig.7.13** se identifica un comportamiento característico de fallas paralelas sellantes, ya que la FDP tiene una pendiente de $m = 1/2$ indicando flujo lineal a través de un canal limitado por las fallas.

Para la validación del comportamiento de un pozo ante dos fallas paralelas sellantes se hace uso de la solución obtenida en la Sección 4.2, Ec.4.13

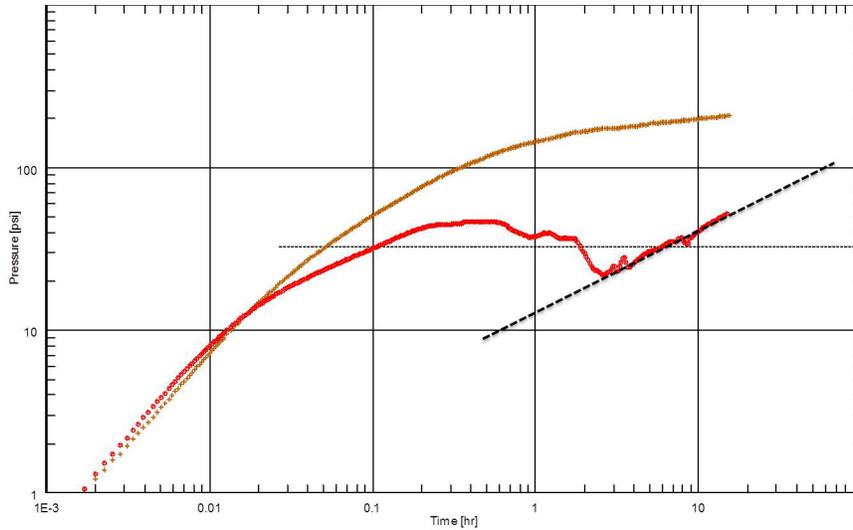


Figura 7.13: Prueba de Presión del Pozo “E”.

Aplicando la inversión numérica de Laplace utilizando el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.13, se obtiene un buen ajuste de la prueba de presión del pozo “E”, donde los resultados se indican en la **Fig.7.14**.

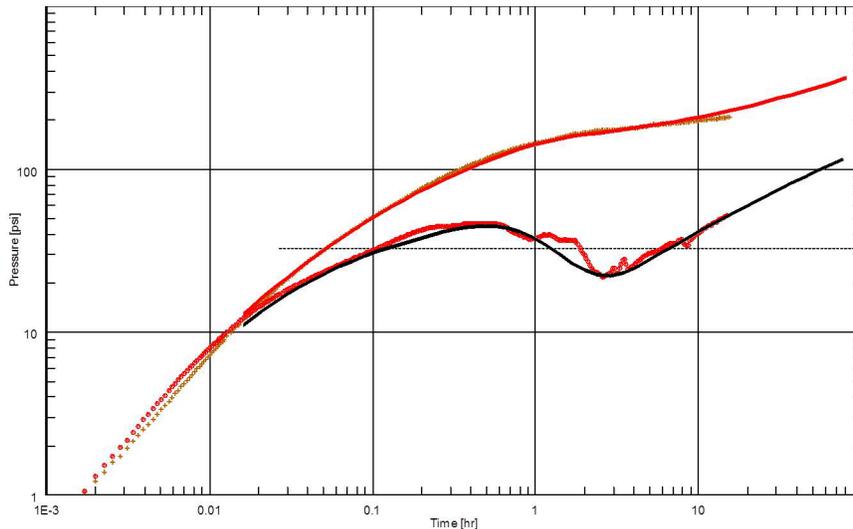


Figura 7.14: Interpretación de Prueba de Presión del Pozo “E”: Fallas Paralelas Sellantes, $k = 10.5 \text{ md}$, $S = -2.6$, $C = 0.0692 \text{ bls/psi}$, $D_1 = 197 \text{ ft}$, $D_2 = 197 \text{ ft}$, $\omega = 0.3$, $\lambda = 3e - 6$, $C_a/C_f = 1.9$, $t_{cws} = 0.411 \text{ hrs}$.

En la **Fig.7.15** se muestran las interpretaciones obtenidas mediante el modelo desarrollado y el software comercial Saphir. Donde el ajuste con el modelo propuesto tiene una mejor reproducción de la respuesta de presión debido a que se considera el medio Naturalmente Fracturado.

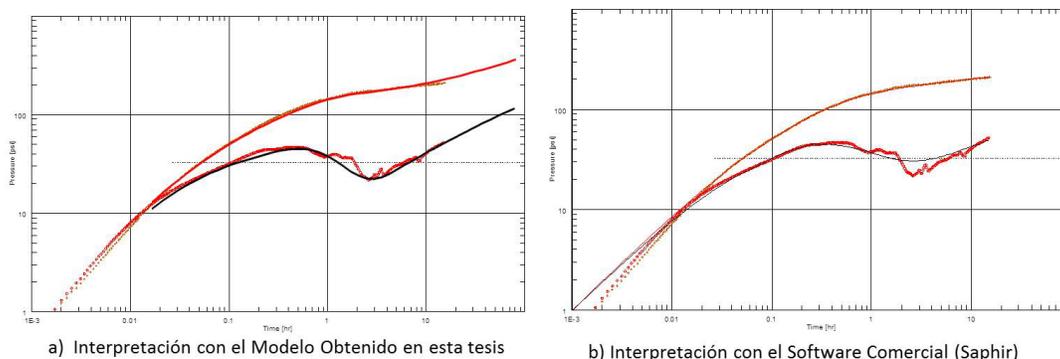


Figura 7.15: Comparación de Interpretaciones Pozo “E”.

En la **Tabla 7.5** se muestran la comparación de resultados entre la solución obtenida en el presente trabajo y la interpretación mediante software comercial. Cabe mencionar que la permeabilidad obtenida en este pozo es baja comparada con las permeabilidades obtenidas en otros pozos, debido a que este pozo se encuentra en el formación JSK de Sihil donde las propiedades petrofísicas son menores.

Tabla 7.5: Comparación de Resultados obtenidos por medio del desarrollo de esta tesis con respecto a las estimaciones provenientes del programa Saphir, para la prueba de incremento efectuada en el Pozo “E”.

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	10.5	7.63
Daño, $S(adim)$	-2.6	-3.62
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.0692	0.1246
Distancia a Falla 1, $D_1(ft)$	197	197.2
Distancia a Falla 2, $D_2(ft)$	197	197.2
Tipo de Fallas	Sellantes	Sellantes
Almacenamiento Aparente, $C_a(bls/psi)$	0.0364	0.1082
Tiempo de cambio de Almacenamiento, $t_{cws}(hrs)$	0.411	0.7322
Capacidad de Almacenamiento de Fracturas, ω	0.3	Homogéneo
Parámetro de Flujo Interporoso Matriz-Fractura, λ	3×10^{-6}	Homogéneo

En la **Fig.7.16** se muestra la validación de la interpretación con una imagen geológica de la posición del pozo en el yacimiento.

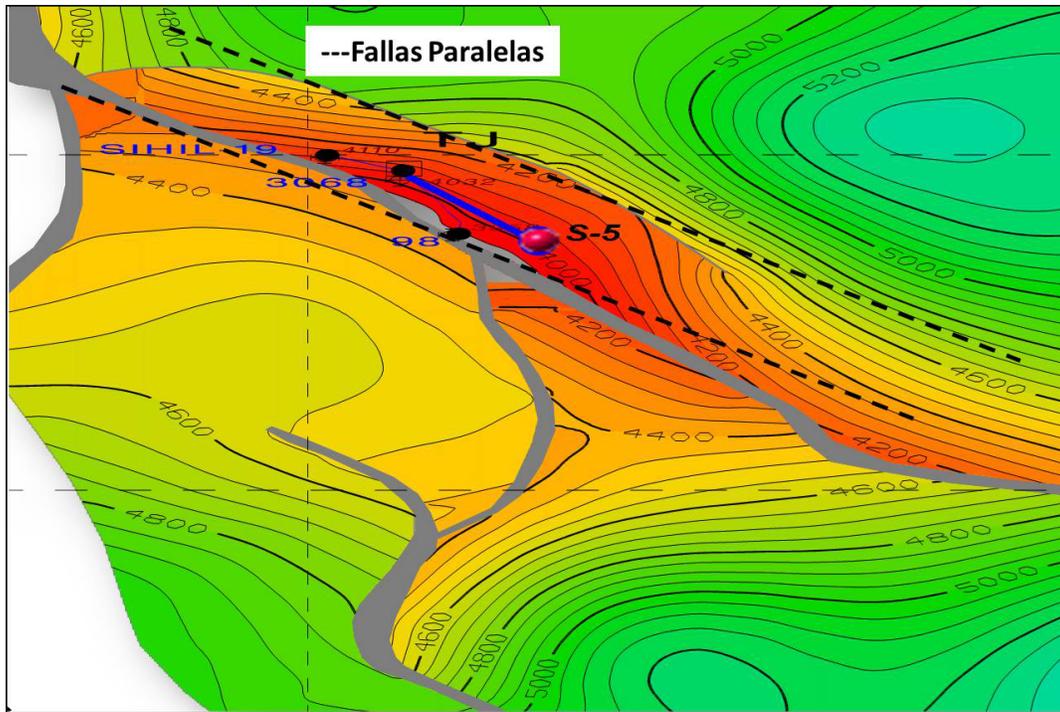


Figura 7.16: Ubicación Geológica del Pozo “E”.

7.5 Tres Fallas Sellantes en forma de “U”

En la prueba de incremento de presión del pozo “F”, efectuada con sistema artificial de bombeo neumático, con una producción antes del cierre de 2530 bpd, la **Fig.7.17**, se muestra un comportamiento característico de un efecto de tres fallas sellantes en forma de “U”, ya que la FDP muestra dos periodos de flujo lineal $m = 1/2$, uno en dos direcciones y otro en una sola dirección cuando la tercer frontera se manifiesta.

Para interpretar la prueba de presión se utilizará la solución de un pozo ante tres fallas sellantes en forma de “U” desarrollada en la Sección 4.4, Ec.4.17

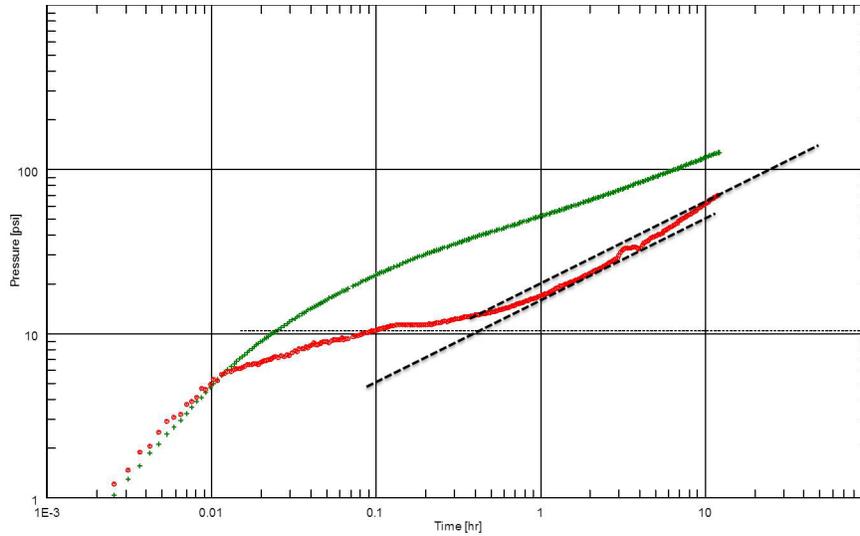


Figura 7.17: Prueba de Presión del Pozo “F”.

Aplicando la inversión numérica de Laplace, utilizando el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.17, se obtiene el ajuste de la prueba de presión del pozo “F”, indicándose los resultados en la **Fig.7.18**.

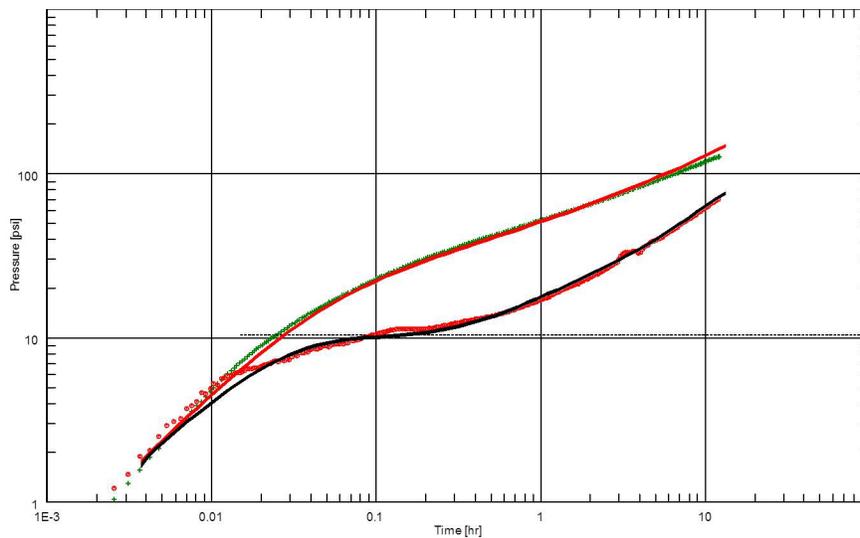


Figura 7.18: Interpretación de Prueba de Presión del Pozo “F”: Fallas Sellantes en forma de “U”, $k = 268.6\text{ md}$, $S = -4.1$, $C = 0.1052\text{ bls/psi}$, $D_1 = 124\text{ ft}$, $D_2 = 124\text{ ft}$, $D_3 = 885.4\text{ ft}$, $\omega = 0.25$, $\lambda = 5e - 5$, $C_a/C_f = 1.12$, $t_{cws} = 0.0016\text{ hrs}$.

En la **Fig.7.19** se muestra las interpretaciones obtenidas mediante el modelo desarrollado y el software comercial Saphir; puede observarse que el ajuste obtenido por medio del procedimiento de esta tesis es similar a los resultados comerciales.

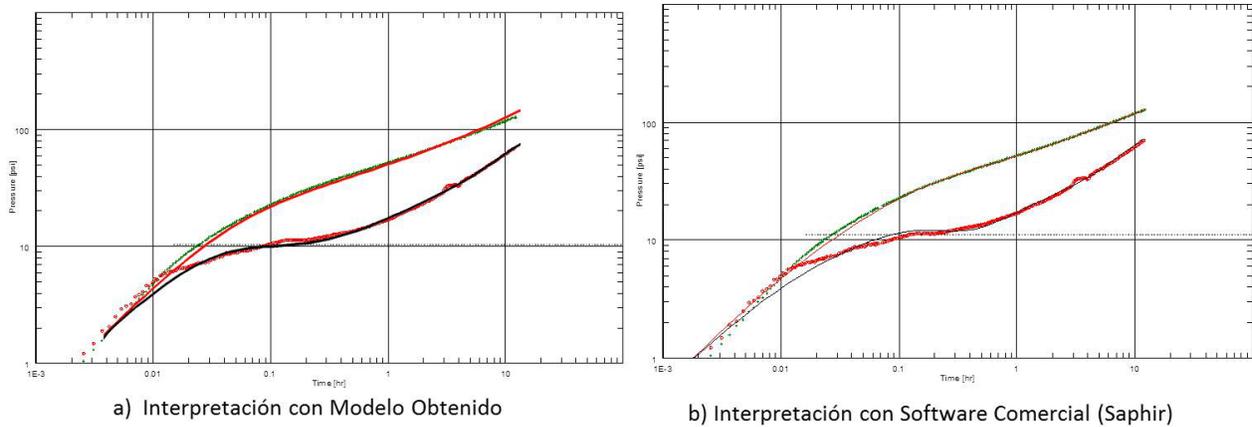


Figura 7.19: Comparación de las Interpretaciones obtenidas para el Pozo “F”.

En la **Tabla 7.6** se comparan los resultados entre la solución obtenida en el trabajo presente y la interpretación mediante software comercial.

Tabla 7.6: Comparación de Resultados para el Pozo “F”.

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	268.6	258
Daño, $S(adim)$	-4.1	-4.26
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.1052	0.1702
Distancia a Falla 1, $D_1(ft)$	124.0	113.6
Distancia a Falla 2, $D_2(ft)$	124.0	123.4
Distancia a Falla 3, $D_3(ft)$	885.4	554
Tipo de Fallas	Sellantes	Sellantes
Almacenamiento Aparente, $C_a(bls/psi)$	0.0939	0.1
Tiempo de cambio de Almacenamiento, $t_{cws}(hrs)$	0.0016	0.00101
Capacidad de Almacenamiento de Fracturas, ω	0.25	0.265
Parámetro de Flujo Interporoso Matriz-Fractura, λ	5×10^{-5}	2.27×10^{-5}

En la **Fig.7.20** se muestra una validación geológica sobre la interpretación de la prueba en el pozo “F”, utilizando una imagen de la ubicación geológica del pozo en el yacimiento. De acuerdo a la posición del pozo mostrada en la Fig.7.20 se determina que las distancias a las fallas son: 200 ft, 200 ft y 985 ft, lo cual de acuerdo a los resultados mostrados en la Tabla 7.6 se tiene mejor aproximación con el procedimiento mostrado en esta tesis.

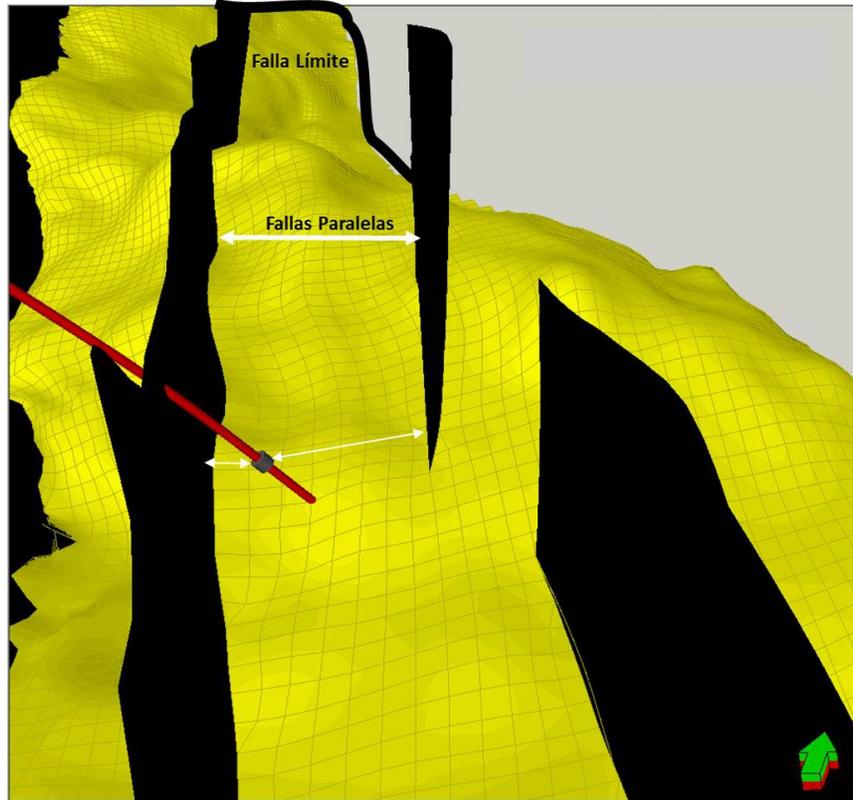


Figura 7.20: Ubicación Geológica del Pozo “F”.

7.6 Frontera Cerrada por cuatro Fallas Sellantes

En una curva de incremento realizada en el pozo “G”, en la formación Cretácico Inferior del yacimiento Akal, en el que se tiene instalado un sistema artificial de bombeo neumático, con una producción antes del cierre de 5576 bpd, mostrada en la **Fig.7.21**, se observa el comportamiento de la curva de incremento del pozo ubicado entre fallas sellantes, formando una frontera cerrada; la FDP muestra una pendiente tendiendo a cero $m \rightarrow 0$ en la parte final de la prueba. Cabe mencionar que para una curva de decremento el comportamiento es totalmente diferente y corresponde a una pendiente unitaria en la FDP $m = 1$. Sin embargo, en un pozo que produce con bombeo neumático resulta muy difícil interpretar una curva de decremento por el ruido generado al inicio de la prueba, debido a la alta compresibilidad del gas inyectado como sistema artificial.

Para llevar a cabo la interpretación de la prueba de este pozo se utilizará la solución de un pozo ante una frontera cerrada limitada por cuatro fallas sellantes, desarrollada en la Sección

4.5, Ec.4.19.

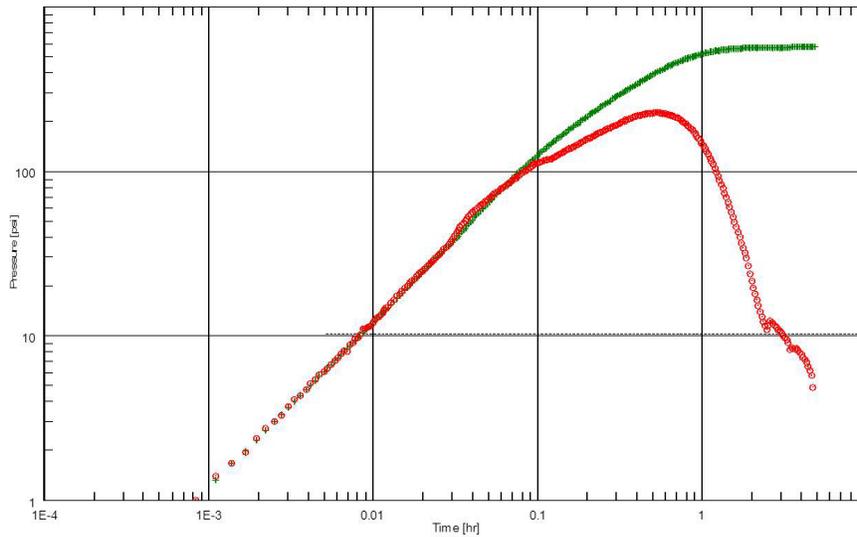


Figura 7.21: Prueba de Presión del Pozo “G”.

Aplicando inversión numérica de Laplace utilizando el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.4.19, se obtiene el ajuste de la prueba de presión del pozo “G”, con los resultados indicando en la **Fig.7.22**.

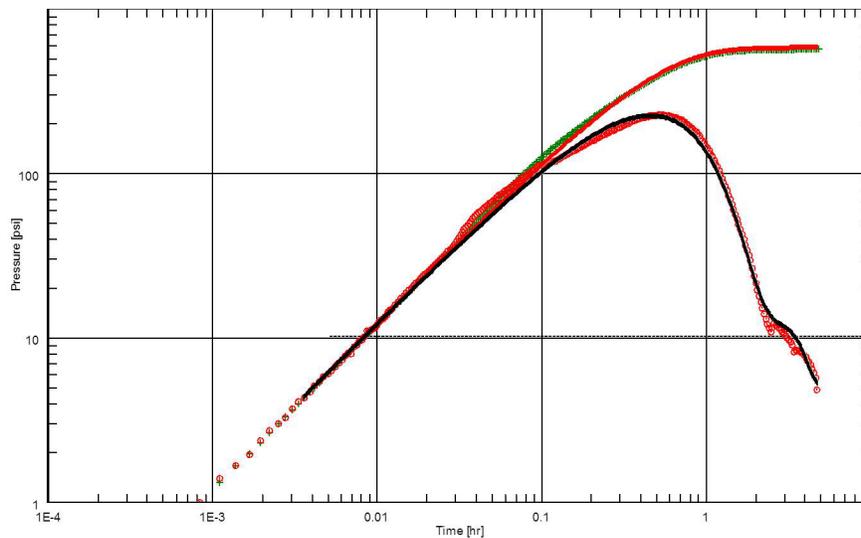


Figura 7.22: Interpretación de la Prueba de Presión del Pozo “G”: Frontera Cerrada Fallas Sellantes, $k = 120.7 md$, $S = 22$, $C = 0.2382 bls/psi$, $D_1 = 1096.3 ft$, $D_2 = 2187.2 ft$, $D_3 = 1628.5 ft$, $D_4 = 1096.6 ft$.

En la **Fig.7.23** se muestran las interpretaciones obtenidas mediante el modelo desarrollado y el software comercial Saphir. Similarmente a lo establecido en relación a los resultados

mostrados en la Fig.7.19, es importante observar que el ajuste obtenido por medio del programa desarrollado en esta tesis, es mejor que el estimado por medio del paquete comercial, por lo que los resultados de esta tesis corresponden más cercanamente a la realidad física de la formación vecina a este pozo “G”.

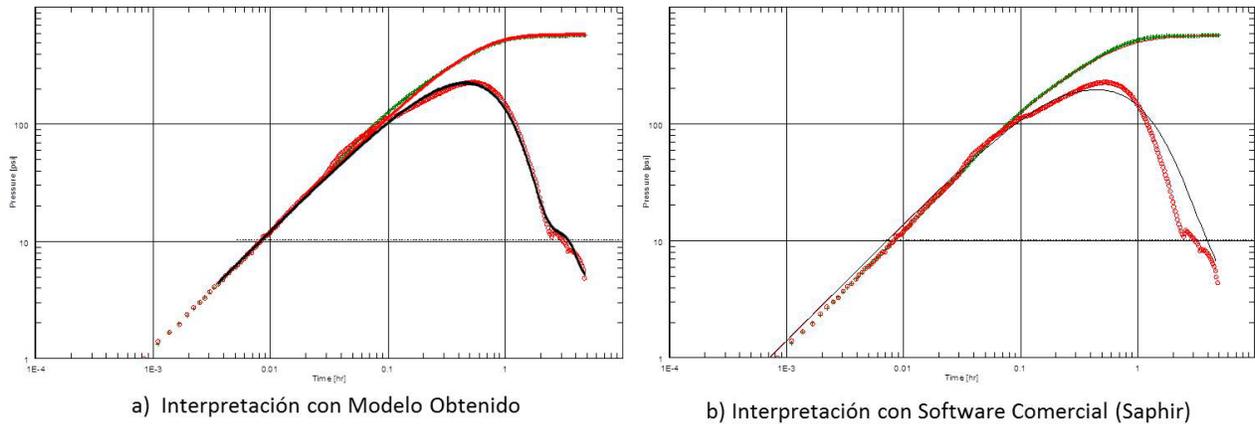


Figura 7.23: Comparación de Interpretaciones Pozo “G”.

La **Tabla 7.7** compara los resultados entre la solución obtenida en el presente trabajo y la interpretación mediante software comercial; tomando en cuenta la comparación entre los ajustes mostrados en la Fig.7.23, los más correctos son los obtenidos por medio del procedimiento desarrollado en esta tesis. Aunque la diferencia en los ajustes son notables, no se puede emitir una razón ya que no se tiene conocimiento del proceso que utiliza Saphir para la interpretación de pruebas ante una frontera cerrada.

Tabla 7.7: Comparación de Resultados para el Pozo “G”

Parámetro	Solución Obtenida	Software (Saphir)
Permeabilidad, $k(md)$	120.7	123.2
Daño, $S(adim)$	22	22.1
Almacenamiento, $C(bls/psi)$	0.2382	0.2340
Distancia a Falla 1, $D_1(ft)$	1096.3	984.3
Distancia a Falla 2, $D_2(ft)$	2187.2	2296.6
Distancia a Falla 3, $D_3(ft)$	1628.5	1804.5
Distancia a Falla 4, $D_4(ft)$	1096.6	984.3
Tipo de Fallas	Sellantes	Sellantes

En la **Fig.7.24** se muestra el comportamiento simulado para el periodo de flujo previo a la curva de incremento del pozo “G”, donde se observa que si el pozo no fluyera con bombeo neumático y la prueba de decremento fuera interpretable, se obtendría un periodo de flujo

pseudoestacionario al final de la prueba, representado por la pendiente unitaria de la FDP, $m = 1$.

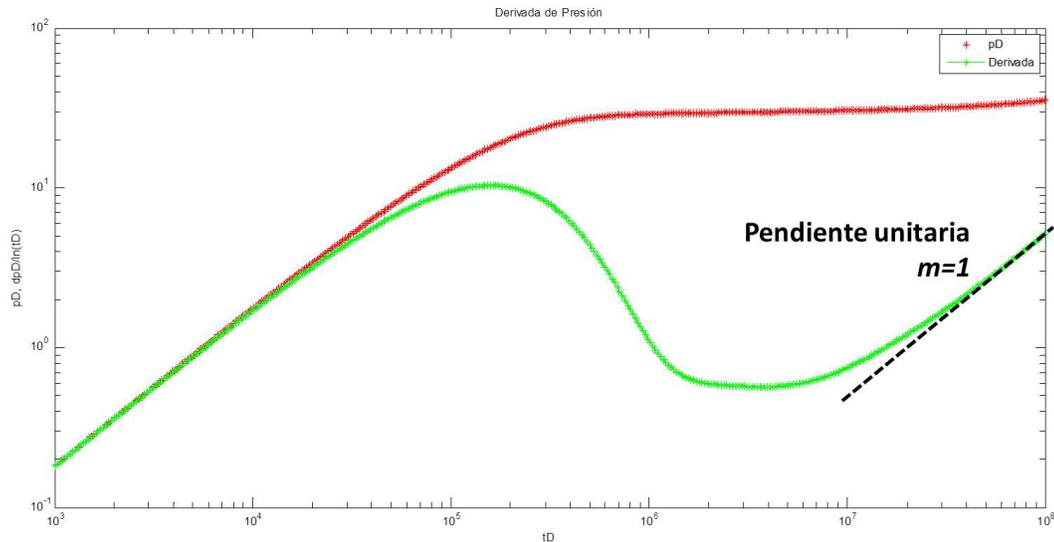


Figura 7.24: Comportamiento Simulado del periodo de Decremento “G”.

7.7 Fronteras a Presión Constante (Acuífero/Casquete) con Efecto de Conificación

Con la finalidad de validar la solución analítica obtenida en la Sección 6.2, Ec.6.7, correspondiente a la solución propuesta en este trabajo para evaluar pruebas de presión en pozos que se encuentran ante una frontera de presión constante cercana, generada por un Acuífero o Casquete, con efectos de conificación. Se emplean los resultados reportados por Chen et al. (1996) quienes mostraron la respuesta de presión para una curva de decremento, obtenida por medio de simulación numérica para un pozo que se encuentra cercano a un casquete con efecto de conificación, la cual se presenta en la **Fig.7.25**, donde se puede observar un valle característico de este efecto de la conificación de fluidos, seguido de un comportamiento similar a un flujo pseudoestacionario, $m = 1$, lo cual no debe confundirse propiamente con un efecto de frontera cerrada, ya que se ha observado que es efecto de la conificación de los fluidos. Si no existieran efectos de conificación y la interfase de fluidos permaneciera constante o con un avance uniforme la respuesta de la FDP correspondería a una pendiente $m = -1$ durante todo el tiempo de la prueba.

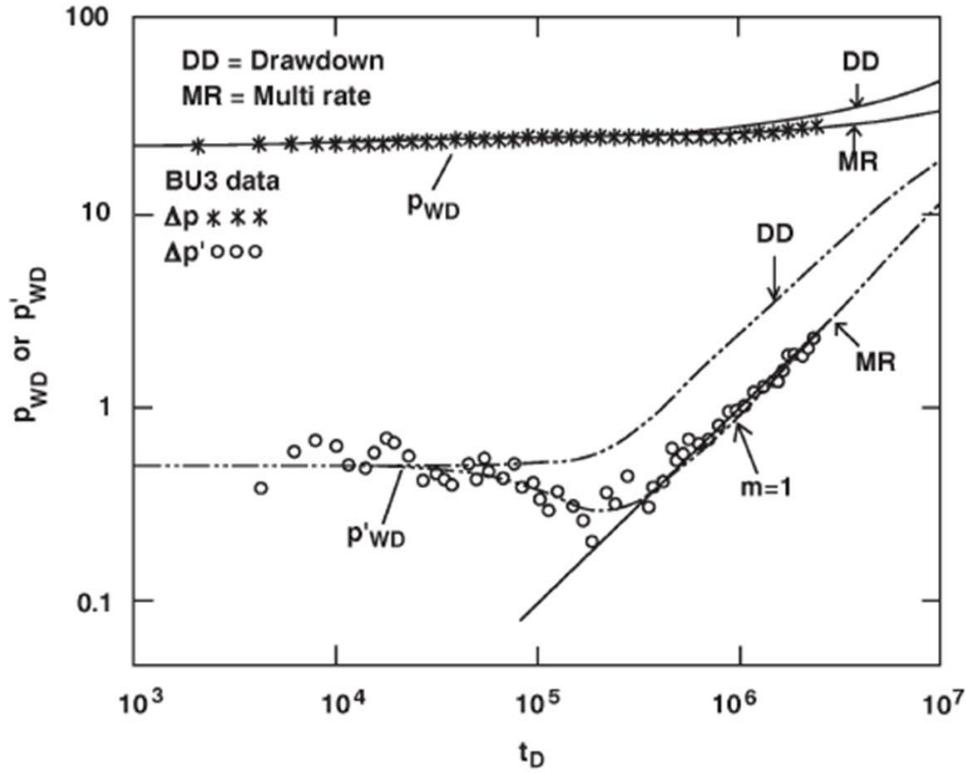


Figura 7.25: Simulación Numérica del efecto de Conificación Chen et al. (1996).

Aplicando inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.6.7, se logra exitosamente reproducir la respuesta que obtuvieron Chen et al. (1996), con un ajuste excelente en cuanto a la forma y prácticamente los mismos valores de las variables adimensionales de p_D y t_D , lo cual se muestra en la **Fig.7.26**, cabe mencionar que en el artículo de Chen et al. (1996) se reporta una distancia al Contacto Gas-Agua de 100 *ft*, que corresponde a un $L_D = 370$ para un radio del pozo de $r_w = 0,27$ *ft*.

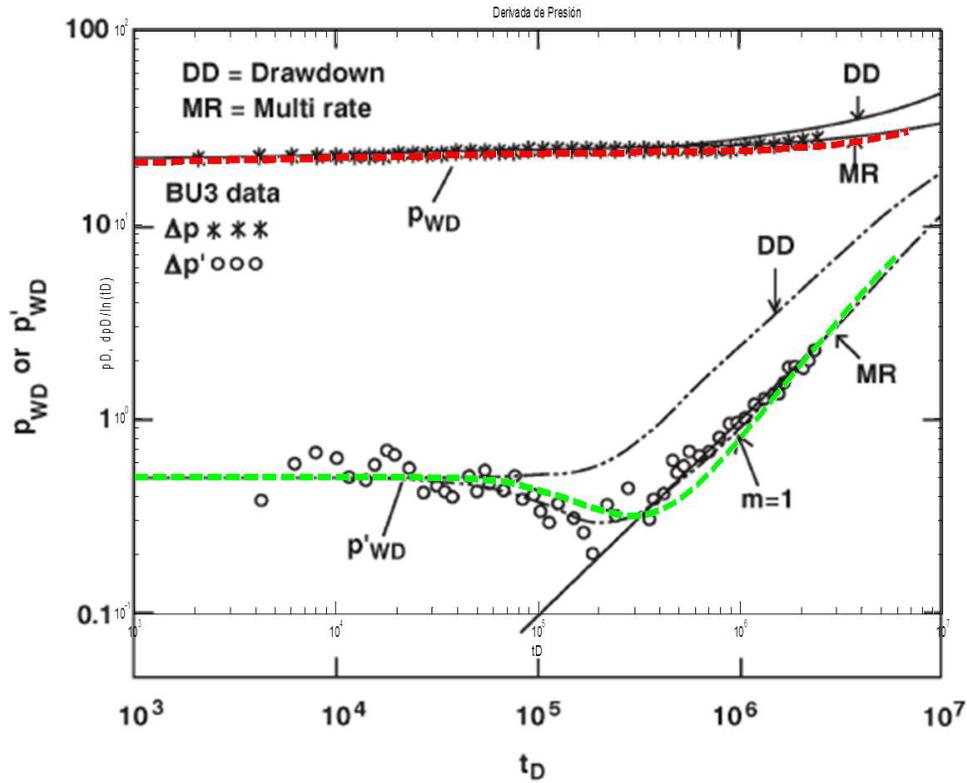


Figura 7.26: Ajuste de Conificación simulado por Chen et al. (1996), mediante Modelo Analítico Propuesto registrado durante una prueba de decremento: $L_D = 450$, $x_D = 0.65$, $S = 18$, $C_D = 0.1$, $\omega = 1.0$, $C_a/C_D = 1.0$.

Al-Khalifa and Odeh (1989) estudiaron el efecto de la conificación igualmente mediante simulación numérica, obteniendo la respuesta de presión en el pozo, indicando que de acuerdo al comportamiento de la presión se tendría un periodo de flujo pseudoradial causado por el efecto de la conificación, a partir del cual se pueden obtener propiedades de la formación considerando el flujo radial de dos fases durante el segundo periodo de flujo radial indicado en la **Fig.7.27**, correspondiente a los datos de simulación de un pozo cercano a un casquete de gas.

Sin embargo como parte de este trabajo se analizaron los datos con la gráfica de diagnóstico de la FDP (la cual no se incluyó en el artículo de estos autores), **Fig.7.28**, donde se puede observar que la conclusión establecida por Al-Khalifa and Odeh (1989) cambia totalmente, ya que los datos alineados a una línea recta no representan un flujo radial, sino un efecto de la conificación de los fluidos.

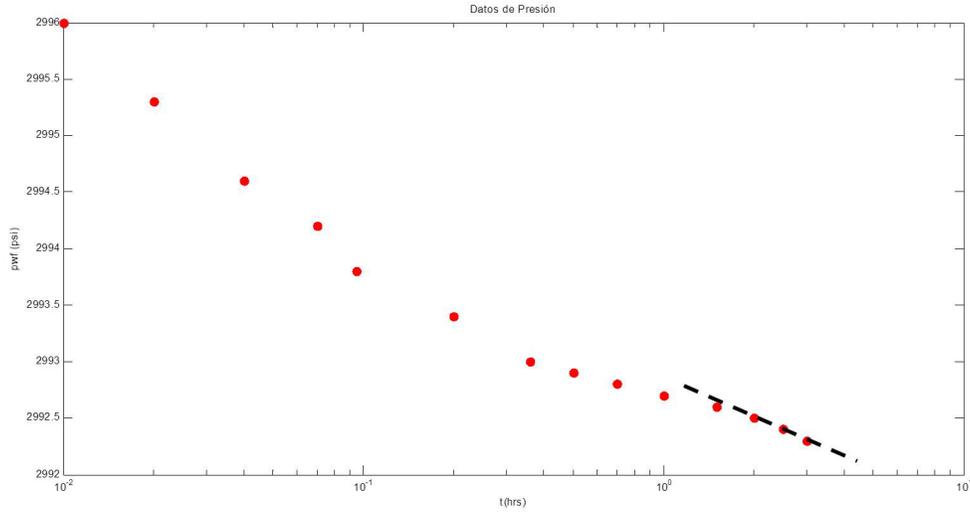


Figura 7.27: Simulación Numérica del efecto de Conificación Al-Khalifa and Odeh (1989).

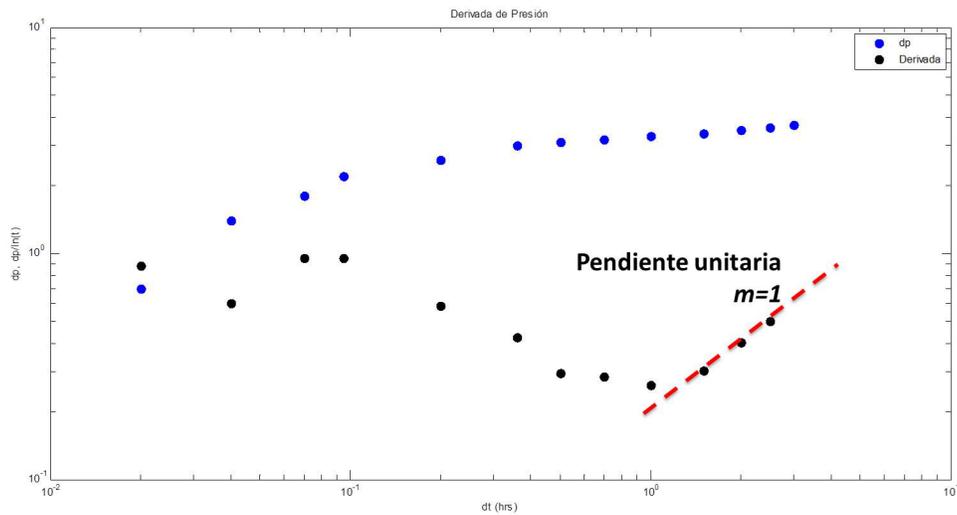


Figura 7.28: Gráfica de diagnóstico de flujo por medio de la FDP a datos de Simulación Numérica de una prueba de decremento bajo el efecto de Conificación, datos tomados de Al-Khalifa and Odeh (1989).

Aplicando inversión numérica de Laplace mediante el algoritmo de Stehfest (1970) a la Ec.6.7, se logra reproducir la respuesta de Al-Khalifa and Odeh (1989), determinando una altura del cono correspondiente a $x_D = 0.4$, con una distancia adimensional a la frontera de presión constante de $L_D = 100$, **Fig.7.29**, demostrando de esta forma que la respuesta obtenida a través de simulación numérica por Al-Khalifa and Odeh (1989) se debe al efecto

de conificación.

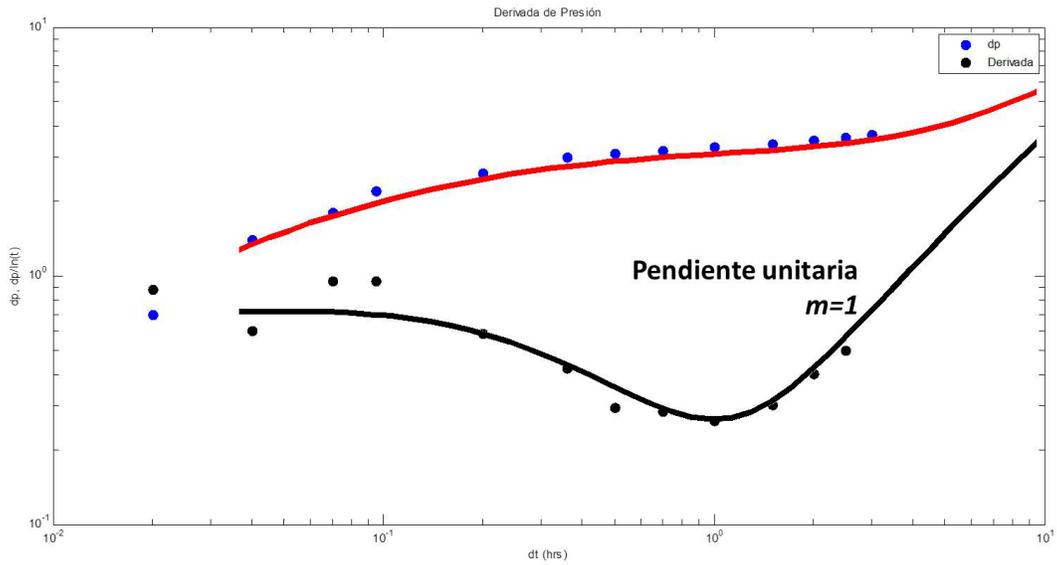


Figura 7.29: Ajuste de los datos de la prueba de decremento de presión simulada por Al-Khalifa and Odeh (1989) considerando conificación por el Modelo Analítico Propuesto: $L_D = 100$, $x_D = 0.4$, $S = -3$, $C_D = 10$, $\omega = 1.0$, $C_a/C_D = 1.0$.

Capítulo 8

Discusión de Resultados

De acuerdo a los resultados obtenidos en el Capítulo 7 para las diferentes pruebas de presión de campo y sintéticas (obtenidas por medio de simulación numérica) presentadas, se puede establecer que las ecuaciones desarrolladas para todos los diferentes tipos de fronteras en el Capítulo 4, modelan el comportamiento de presión de los pozos dependiendo de su condición geológica (fronteras).

En la Sección 7.1 se muestra el caso de un pozo ante una falla sellante, siendo este el caso más simple del método de pozos imagen que al considerar una solución para un pozo produciendo a gasto constante con daño y almacenamiento variable en un Yacimiento Naturalmente Fracturado, el comportamiento del pozo está definido por la Ec.4.5; al invertir numéricamente del espacio de Laplace al espacio del tiempo se logra reproducir con exactitud el comportamiento de los pozos “A” y “B” con resultados muy cercanos a los que se obtienen llevando a cabo la interpretación mediante el Software Saphir. Para el caso del pozo “B”, se muestra la capacidad de ajustar pruebas de presión considerando almacenamiento Variable, $C_a/C_D = 52.91$, haciendo uso del modelo de Fair (1981).

La Sección 7.2 muestra el análisis de un pozo ante una falla a presión constante, donde la característica principal es la pendiente, $m = -1$, de la FDP; de igual forma, aplicando la solución para la Ec.4.6 se logra reproducir el comportamiento del pozo “C”, el cual también tiene la característica de presentar un fuerte daño, $S = 156$; en la Tabla 7.3 se muestran los valores obtenidos con la solución desarrollada y el Software Saphir, obteniendo prácticamente los mismos resultados.

En la Sección 7.3 se analiza un pozo ante una falla semipermeable, presentando un compor-

tamiento característico de la FDP con un periodo de flujo radial, seguido de un incremento y posterior regreso al periodo de flujo radial, por efecto de restricción de flujo de la falla. La solución de la Ec.4.10 se aplicó para interpretar la prueba de presión del pozo “D”; en la Tabla 7.4 se muestra la comparación de los resultados obtenidos por la ecuación mostrada en el trabajo presente y la solución estimada mediante Saphir, con resultados similares; sobre todo se logra obtener el mismo valor de fugacidad de la falla ($Leake = 0.404$).

El pozo “E” analizado en la Sección 7.4 muestra un comportamiento de flujo lineal ($m = 1/2$) correspondiente a un canal delimitado por fallas paralelas sellantes, la prueba de presión de este pozo se analizó mediante la solución por inversión numérica de Laplace empleando el algoritmo de Stehfest (1970) incluido en la Ec.4.13, logrando reproducir el comportamiento del pozo, ubicando cada una de las fallas a una distancia $D = 197 \text{ ft}$ del pozo; en este pozo, al considerar un Yacimiento Naturalmente Fracturado permitió un mejor ajuste de la prueba; la Tabla 7.5 muestra que los resultados obtenidos por este modelo y por Saphir son iguales. La Fig. 7.16 muestra la ubicación geológica del pozo, observando que efectivamente el pozo se encuentra limitado por fallas paralelas.

La Sección 7.5 muestra el análisis de la prueba de presión del pozo “F”, el cual presenta un comportamiento de dos periodos de flujo lineal, característicos de una frontera en forma de “U”; el primer periodo de flujo lineal es en dos direcciones; posteriormente al manifestarse la tercera falla el flujo lineal solo ocurre en una dirección. El análisis de este tipo de frontera se realizó mediante la solución de la Ec.4.17. La Tabla 7.6 compara los resultados por esta ecuación y los obtenidos mediante el Software Saphir, observándose que la distancia obtenida de la tercer falla $D_3 = 885.4 \text{ ft}$ difiere un poco de la obtenida con el Software, sin embargo en ambos casos se logra reproducir el comportamiento de los datos reales de la prueba. La Fig. 7.20 valida la interpretación de la prueba al mostrar la ubicación geológica del pozo.

El pozo “G” muestra el comportamiento de una frontera cerrada, delimitada por cuatro fallas sellantes, para una curva de incremento, analizada en la Sección 7.6. En esta prueba es necesario destacar que el flujo pseudoestacionario característico de una frontera cerrada se observa para las curvas de decremento, donde la pendiente de la FDP es $m = 1$; sin embargo, para una curva de incremento la pendiente de la FDP tiende a cero, $m \rightarrow 0$. Para analizar este tipo de frontera se utilizó la solución de la Ec.4.19 aplicando superposición en tiempo, logrando reproducir la respuesta de presión del pozo delimitando el área de flujo del pozo por cuatro fallas ubicadas a $D_1 = 1096.3 \text{ ft}$, $D_2 = 2187.2 \text{ ft}$, $D_3 = 1628.5 \text{ ft}$, $D_4 = 1096.6 \text{ ft}$. La Tabla 7.7 muestra que los resultados obtenidos comparados con los resultados mediante

Saphir son prácticamente iguales; aunque gráficamente se logra un mejor ajuste de la prueba por el modelo de la Ec.4.19.

El modelo desarrollado en el presente trabajo en el Capítulo 6 para el análisis de pruebas de presión ante Acuíferos o Casquetes incluyendo el efecto de conificación, se validó con los trabajos previos realizados por Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996), ambos desarrollados empleando simulación numérica de yacimientos.

Se logró reproducir en variables adimensionales la solución mostrada por Chen et al. (1996); la Fig.7.26 muestra un buen ajuste del modelo analítico desarrollado en el presente trabajo y al obtenido por simulación numérica por Chen et al. (1996), mostrando un efecto de un casquete a una distancia adimensional de $L_D = 450$ y una altura adimensional del cono de $x_D = 0.65$. En los datos registrado en el artículo de Chen et al. (1996) se establece una distancia al Contacto Gas-Agua de 100 ft , que corresponde a un $L_D = 370$ para un radio del pozo de $r_w = 0,27 \text{ ft}$, observando un valor muy similar al obtenido por el modelo analítico propuesto.

De igual manera se analiza una de las pruebas simuladas numéricamente por Al-Khalifa and Odeh (1989), donde se demuestra que a través del análisis de la FDP de los datos se puede establecer un comportamiento de flujo de un pozo ante una frontera a presión constante (casquete), con efecto de conificación, contrario a lo que los autores indican en su trabajo, en el que refieren a un periodo de flujo radial de dos fases. Como resultado se obtiene un frontera a presión constante (casquete), a una distancia adimensional de $L_D = 100$ y una altura adimensional del cono de $x_D = 0.4$.

Capítulo 9

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

En el presente trabajo se presentan las diferentes soluciones para un pozo produciendo a gasto constante, considerando daño y almacenamiento variable en un Yacimiento Naturalmente Fracturado, con flujo pseudoestacionario matriz-fractura, considerando los diferentes tipos de frontera que se pueden tener. Estas soluciones están planteadas en el espacio de Laplace, debido a la consideración del efecto de almacenamiento, las cuales se invierten numéricamente al espacio del tiempo mediante el algoritmo de Stehfest (1970).

Para el análisis de pozos sin efectos de almacenamiento, las soluciones están expresadas en términos de la Integral Exponencial. En el presente trabajo se desarrolló una ecuación para evaluarla mediante una sumatoria finita, y aplicando superposición en espacio se evaluaron los diferentes tipos de fronteras.

También se incluyen los efectos de almacenamiento variable causados por la redistribución de las fases en pozos produciendo con bombeo neumático, por lo cual también se incluyen en las soluciones estos efectos desarrollados por Fair (1981) y Hegeman (1993). Este efecto se identificó en el ajuste realizado en la prueba de presión del pozo “B”.

Se desarrollan las ecuaciones para evaluar cada una de las diferentes fronteras considerando el efecto de fallas sellantes, de presión constante o su combinación, obteniendo su comportamiento gráfico al realizar inversión numérica de Laplace, e interpretando las geometrías de flujo resultantes. Se validan los resultados llevando a cabo la interpretación de siete pruebas de presión de diferentes pozos.

Se plantea una nueva solución en el Espacio de Laplace para modelar pozos ante una falla semipermeable en un YNF, considerando daño y almacenamiento variable.

También se abordó el comportamiento del caso de un acuífero/casquete, modelado como una falla a presión constante, pero considerando el efecto de conificación, estableciendo una solución analítica, validando los resultados mediante la construcción de un modelo de simulación numérica en tres dimensiones, dos fases y además con resultados previos obtenidos por Al-Khalifa and Odeh (1989) y Chen et al. (1996).

Recomendaciones

Continuar validando la solución analítica obtenida para pozos produciendo ante fronteras de presión constante (acuífero/casquete) con efectos de conificación, mediante pruebas de presión en pozos.

Establecer soluciones en el espacio real del tiempo realizando aproximaciones a tiempos cortos y largos de las soluciones presentadas en el Espacio de Laplace

Nomenclatura

α	Capacidad de Transferencia de flujo de Falla Semipermeable [adim]
α_D	Tiempo adimensional del inicio de desviación del Almacenamiento [adim]
\bar{p}_D	Presión adimensional en el espacio de Laplace [adim]
\bar{p}_{Df}	Presión adimensional de las fracturas en el espacio de Laplace [adim]
\bar{p}_{Dm}	Presión adimensional de la matriz en el espacio de Laplace [adim]
\bar{p}_{wD}	Presión adimensional en el pozo en el espacio de Laplace [adim]
Δp	Caída de Presión [psi]
Δt	Incremento de Tiempo [hrs]
γ	Constante 1.781
λ	Parámetro de flujo interporoso matriz-fractura [adim]
μ	Viscosidad [cp]
ω	Coefficiente de capacidad de almacenamiento de las fracturas [adim]
ϕ	Porosidad [frac]
τ	Variable de integración en la Integral de Convolución
θ	Angulo de intersección de las fallas [°]
B	Factor de Volumen [bls/stb]
b_D	Radio adimensional del sistema cerrado para modelar la conificación [adim]
C	Almacenamiento del Pozo [bls/psi]

C_a	Almacenamiento Aparente [bls/psi]
C_D	Almacenamiento Adimensional [adim]
C_f	Almacenamiento Final [bls/psi]
C_i	Almacenamiento Inicial [bls/psi]
c_t	Compresibilidad total [psi-1]
$C_{\phi D}$	Función del valor de almacenamiento inicial y final [adim]
D	Distancia a la falla [ft]
$E_i[x]$	Integral Exponencial
$f(s)$	Función de Transferencia matriz fractura en el Espacio de Laplace
FDP	Función Derivada de Presión
h	Espesor del Yacimiento [ft]
h_c	Altura del Cono [ft]
i	i-esimo Pozo
I_v	Función Bessel Modificada de primera clase de orden v
k	Permeabilidad [md]
K_v	Función Bessel Modificada de segunda clase de orden v
L	Coefficiente de fuga de falla semipermeable [adim]
L_D	Distancia adimensional a la falla [adim]
n	Número de Pozos Imagen
p	Presión [psi]
p'	Variable de Transformada de Boltzman [psi/ft]
p_D	Presión adimensional [adim]
$p_{\phi D}$	Función adimensional del almacenamiento variable [adim]
p_{D1}	Presión adimensional influencia (gasto unitario) [adim]

p_{Df}	Presión adimensional de las fracturas [adim]
p_{Di}	Presión adimensional generada en el pozo en estudio debido al pozo imagen i [adim]
p_{Dm}	Presión adimensional de la matriz [adim]
p_{Dt}	Presión adimensional total [adim]
p_{wDf}	Presión adimensional de las fracturas en el Pozo [adim]
p_{wD}	Presión adimensional en el Pozo [adim]
q	Gasto [bpd]
r	Radio [ft]
r_D	Radio adimensional [adim]
r_w	Radio del Pozo [ft]
r_{Di}	Distancia adimensional del Pozo imagen i [adim]
S	Daño [adim]
s	Variable de transformación al espacio de Laplace
t	Tiempo [hrs]
t_D	Tiempo adimensional [adim]
t_{cws}	Tiempo de inicio del cambio de almacenamiento [hrs]
t_{pD}	Tiempo adimensional de producción antes del cierre del pozo [adim]
x	Argumento de la Integral Exponencial, Argumento de Funciones Bessel Modificadas
x_D	Altura adimensional del Cono [adim]
y	Variable de Transformada de Boltzman [adim]
y_D	Distancia adimensional del superpozo para modelar la conificación [adim]

Bibliografía

- Abdelaziz, B., Sonatrach, B., and Tiab, D., 2004. Pressure behaviour of a well between two intersecting leaky faults. *SPE 88873, Annual SPE International Technical Conference and Exhibition in Abuja, Nigeria, August 2-4*, .
- Abramowitz, M. and Stegun, I., 1970. *Handbook of Mathematical Functions*. Massachusetts Institute of Technology.
- Agarwal, R., 1980. A new method to account for producing time effects when drawdown type curves are used to analyze pressure buildup and other test data. *SPE, Annual Fall Technical Conference and Exhibition held in Dallas, Texas, September 21-24*, .
- Al-Khalifa, A. and Odeh, 1989. Well test analysis in oil reservoirs with gas caps and-or water aquifers. *SPE, Annual SPE International Technical Conference and Exhibition in San Antonio, Texas, October 8-11*, .
- Bourdarot, G., 1998. *Well Testing: Interpretation Methods*. IFP.
- Bourdet, D., 2001. *Well Test Analysis the use of Advances Interpretation Models*. Paris.
- Chen, C., Chu, W., and Sadighi, S., 1996. Pressure transient testing of gas reservoirs with edge-waterdrive. *SPE, Annual SPE International Technical Conference and Exhibition in New Orleans, September 25-28*, .
- Earlougher, R., 1977. *Advances in Well Test Analysis*. Second SPE Monograph.
- Earlougher, R., Ramey, H., Miller, F., and Mueller, T., 1968. Pressure distributions in rectangular reservoirs. *SPE, Annual Fall meeting held in Houston, Texas, October 1-4*, .
- Escobar, F., 2003. *Análisis Moderno de Presiones de Pozos*.
- Fair, W., 1981. Pressure buildup analysis with wellbore phase redistribution. *SPEJ 259; Trans., AIME, 271, April*, .

- Hegeman, P., e. a., 1993. Well test analysis with changing wellbore storage. *SPE, Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium in Denver, April 15-17, .*
- Kappa, 2012. *Saphir, 2012. Dynamic Flow Analysis Book Kappa.*
- Matthews, C. and Russell, D., 1967. *Pressure Buildup and Flow Test in Well, Monograph 1.* SPE, Richardson, Texas.
- Mavor, M. and Cinco-Ley, H., 1979. Transient pressure behavior of naturally fractured reservoirs. *SPE 7977, presented at the California Regional Meeting , SPE of AIME, Ventura, California, April 18-20, .*
- Prasad, R., 1975. Pressure transient analysis in the presence of two intersecting boundaries. *SPE, Annual Fall meeting held in Las Vegas, Nevada, Sept. 30-Oct. 3, .*
- Stehfest, H., 1970. Numerical inversion of laplace transforms. *Communications of the AUM, algorithm 368, .*
- U.S.Geological-Survey, 1963. Theory of aquifer test. *USGS, .*
- Warren, J. and Root, P., 1963. The behavior of naturally fractured reservoirs. *SPE, Annual Fall meeting held in Los Angeles, California, Oct. 7-10, .*
- Yaxley, L., 1987. The effect of a partially communicating fault on the transient pressure behavior. *SPE Formation Evaluation, 2(4), 590-598, .*

Apéndice A

Solución de Línea Fuente

Existen diferentes formas de solucionar la ecuación de difusión para flujo radial, para el caso de un yacimiento infinito con un pozo produciendo a gasto constante:

1. Transformada de Boltzman
2. Transformada de Laplace

A.1 Transformada de Boltzman

Para obtener la solución de la ecuación de difusión en coordenadas radiales Ec.3.1 se hará uso de la transformada de Boltzman, mediante la definición de una variable que agrupe varias variables desconocidas; de esta manera se transforma la ecuación en derivadas parciales, en una ecuación diferencial ordinaria.

$$y = \frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt}, \quad (\text{A.1})$$

aplicando regla de la cadena para las parciales de la Ec.3.1 respecto a la variable de Boltzman y :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}, \quad (\text{A.2})$$

y

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \right).$$

Desarrollando:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right),$$

aplicando regla de la cadena:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) \frac{\partial y}{\partial r},$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \left(\frac{\partial y}{\partial r} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right), \quad (\text{A.3})$$

y

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (\text{A.4})$$

Obteniendo las derivadas necesarias de y respecto a r y t :

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t r}{2kt} = \frac{2y}{r},$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} = \frac{\phi \mu c_t}{2kt} = \frac{2y}{r^2},$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt^2} = -\frac{y}{t}.$$

Sustituyendo en las Ecs. A.2 y A.3 y A.4 :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2y}{r} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{2y}{r^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4y^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}, \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{y}{t} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (\text{A.7})$$

Sustituyendo A.5 , A.6 y A.7 en la Ec.3.1 :

$$\frac{2y}{r^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4y^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{2y}{r^2} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{4y^2}{r^2} \frac{\partial p}{\partial y},$$

simplificando:

$$\frac{\partial p}{\partial y} + 2y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} = -2y \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} = -y \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + (1 + y) \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Realizando un nuevo cambio de variable: $p' = \partial p / \partial y$ y sustituyendo:

$$y \frac{dp'}{dy} + (1 + y) p' = 0.$$

Convirtiendo la ecuación ecuación diferencial parcial en ordinaria, integrando al separar variables:

$$\frac{1}{p'} dp' = - \left(\frac{1}{y} + 1 \right) dy,$$

$$\int \frac{1}{p'} dp' = - \int \left(\frac{1}{y} + 1 \right) dy,$$

$$\ln(p' \cdot y) = -y + c. \quad (\text{A.8})$$

Para evaluar el valor de la constante de integración se hace uso de las condiciones de frontera siguientes de acuerdo al problema:

1. **Condición de frontera interna:** Pozo produciendo a gasto constante con un régimen de flujo laminar, obedeciendo a la ley de Darcy.

$$\lim_{r \rightarrow 0} q = - \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (\text{A.9})$$

2. **Condición de frontera externa:** Por ser un yacimiento infinito, la presión se mantiene constante en la presión inicial.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i. \quad (\text{A.10})$$

La CFI en términos de y aplicando regla de la cadena:

$$q = -\frac{2\pi r k h}{B\mu} \frac{dp}{dy} \frac{dy}{dr},$$

introduciendo dy/dr ;

$$q = -\frac{2\pi r k h}{B\mu} \frac{dp}{dy} \frac{2y}{r},$$

$$\frac{dp}{dy} = p' = -\frac{qB\mu}{4\pi k h y}.$$

Además si $r \rightarrow 0$ entonces $y \rightarrow 0$; Evaluando la Ec.A.8 para esta condición:

$$c = \ln(p' y) = \ln\left(-\frac{qB\mu}{4\pi k h}\right).$$

La Ec.A.8 con la constante de integración será:

$$\ln(p' \cdot y) = -y + \ln\left(-\frac{qB\mu}{4\pi k h}\right), \quad (\text{A.11})$$

despejando p' :

$$p' = -\frac{qB\mu}{4\pi k h} \frac{e^{-y}}{y},$$

sustituyendo la definición de $p' = \frac{\partial p}{\partial y}$

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{qB\mu}{4\pi k h} \frac{e^{-y}}{y},$$

integrando:

$$\int_{p_i}^p dp = -\frac{qB\mu}{4\pi k h} \int \frac{e^{-y}}{y} dy,$$

$$\frac{4\pi k h}{qB\mu} (p_i - p) = \int \frac{e^{-y}}{y} dy.$$

Siendo $\int e^{-y}/y dy$ la definición de la integral exponencial

$$\frac{4\pi k h}{qB\mu} (p_i - p) = E_1[y],$$

introduciendo la definición de $y = \phi\mu c_t r^2/4kt$

$$\frac{4\pi kh}{qB\mu} (p_i - p) = E_1 \left[\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt} \right].$$

Además introduciendo las variables adimensionales:

$$\begin{aligned} t_D &= \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}, \\ r_D &= \frac{r}{r_w}, \\ p_D &= \frac{2\pi kh(p_i - p)}{qB\mu}, \end{aligned}$$

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{r_D^2}{4t_D} \right]. \quad (\text{A.12})$$

Obteniendo la solución de la ecuación de difusión en coordenadas radiales para un yacimiento infinito y un pozo produciendo a gasto constante, la cual es conocida como SOLUCIÓN LÍNEA FUENTE, debido a que se considera que el radio del pozo tiende a cero.

A.2 Transformada de Laplace

El Problema de Valores Iniciales y de Frontera (PVIF) que define el problema de producción de un pozo a gasto constante en un yacimiento infinito, se expresa por medio de la ecuación de difusión en coordenadas radiales en variables adimensionales, Ec.3.5, para un fluido ligeramente compresible, de viscosidad constante, flujo laminar, sin considerar efectos de gravedad, con gradientes pequeños de presión en un medio homogéneo e isotrópico:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (\text{A.13})$$

Con las condiciones de frontera e inicial:

Condición Inicial:

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0. \quad (\text{A.14})$$

Condición de Frontera Interna:

$$\left(r_D \frac{\partial p_D(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1. \quad (\text{A.15})$$

Condición de Frontera Externa:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0. \quad (\text{A.16})$$

Se define la variable que se transformará al espacio de Laplace, que en este caso será el tiempo adimensional t_D :

$$\mathcal{L}\{p_D(r_D, t_D)\} = \int_0^{\infty} e^{-st_D} p_D(r_D, t_D) dt_D = \bar{p}_D(r_D, s).$$

Transformando el PVIF al espacio de Laplace de la Ec.A.13 a la A.16 :

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right\} = \mathcal{L}\left\{\frac{\partial p_D}{\partial t_D}\right\},$$

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} = s\bar{p}_D + p_D(r_D, 0).$$

Se puede observar que el problema de una ecuación diferencial parcial se ha convertido a una ecuación diferencial ordinaria. Sustituyendo la condición inicial, expresada por la Ec.A.14:

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} = s\bar{p}_D,$$

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} - s\bar{p}_D = 0. \quad (\text{A.17})$$

Convirtiendo también las condiciones de frontera:

$$\left(r_D \frac{d\bar{p}_D}{dr_D}\right)_{r_D=1} = -\frac{1}{s}, \quad (\text{A.18})$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{p}_D(r_D, s) = 0. \quad (\text{A.19})$$

La Ec.A.17 obtenida tiene la forma de la ecuación de Bessel Modificada:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + v^2) y = 0,$$

para la cual su solución general es:

$$y = A \cdot K_v(x) + B \cdot I_v(x).$$

Para modificar la Ec.A.17 a la forma de la ecuación de Bessel Modificada se multiplica la ecuación por r_D^2 :

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + r_D \frac{d\bar{p}_D}{dr_D} - sr_D^2 \bar{p}_D = 0,$$

de donde:

$$x^2 = sr_D^2,$$

$$y = \bar{p}_D,$$

$$v = 0.$$

De esta manera la solución general de la Ec.A.17 es:

$$\bar{p}_D = A \cdot K_0(\sqrt{sr_D}) + B \cdot I_0(\sqrt{sr_D}). \quad (\text{A.20})$$

Para evaluar las constantes A y B se introducen las condiciones de frontera:

Evaluando la CFE Ec.A.19 en la Ec.A.20:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} 0 = A \cdot K_0(\sqrt{sr_D}) + B \cdot I_0(\sqrt{sr_D}).$$

Por el comportamiento de las funciones Bessel K_0 e I_0 , si el argumento tiende a ∞ ; $K_0(\sqrt{sr_D}) = 0$ y $I_0(\sqrt{sr_D}) \simeq 1/\sqrt{sr_D}$;

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} 0 = B \cdot I_0(\sqrt{sr_D}),$$

de donde la constante $B = 0$, la Ec.A.20 se convierte en:

$$\bar{p}_D = A \cdot K_0(\sqrt{sr_D}). \quad (\text{A.21})$$

Evaluando ahora la CFI ecuación A.18 en la ecuación A.21:

$$-\frac{1}{s} = -r_D \sqrt{s} A \cdot K_1(\sqrt{sr_D}).$$

Si $r_D = 1$

$$A = \frac{1}{s^{\frac{3}{2}} K_1(\sqrt{s})}.$$

Sustituyendo la constante A en la Ec.A.21 :

$$\bar{p}_D(r_D, s) = \frac{K_0(\sqrt{sr_D})}{s^{\frac{3}{2}} K_1(\sqrt{s})}. \quad (\text{A.22})$$

La ecuación obtenida desafortunadamente no tiene inversión analítica al espacio real del tiempo t_D , por lo que se requieren otros métodos para su inversión, tal como el algoritmo de inversión numérica Stehfest (1970).

Pero si $r_D \rightarrow 0$, la Solución es:

$$\bar{p}_D(r_D, s) = \frac{1}{s} \cdot K_0(\sqrt{sr_D}). \quad (\text{A.23})$$

Aplicando el teorema de convolución se obtiene la solución en el espacio real:

$$p_D = \frac{1}{2} E_1 \left[\frac{r_D^2}{4t_D} \right]. \quad (\text{A.24})$$

Apéndice B

Solución de la presión para YNF en el Espacio de Laplace

El sistema de un Yacimiento Naturalmente Fracturado se representa generalmente como un sistema de doble porosidad y una permeabilidad (flujo solo a través de las fracturas), establecido por Warren and Root (1963).

El modelo de Warren and Root (1963) que representa flujo pseudoestacionario matriz-fractura es el más utilizado; se define por una ecuación diferencial parcial y sus condiciones iniciales y de frontera respectivas, las ecuaciones que definen el problema expresado en variables adimensionales son:

Para la fractura:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} \right) + \lambda (p_{Dm} - p_{Df}) = \omega \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D}, \quad (\text{B.1})$$

donde λ es el parámetro de flujo interporoso matriz-fractura y ω coeficiente de capacidad de almacenamiento de las fracturas.

Para la matriz se emplea también la misma Ec.B.1 pero solo se considera flujo a través de las fracturas, no hay flujo en la matriz, por lo que la parcial de la presión respecto al radio es nula, además de que el término de flujo ahora sale de la matriz (signo negativo) y respecto a la capacidad de almacenamiento es el complemento del correspondiente a las fracturas:

$$-\lambda (p_{Dm} - p_{Df}) = (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (\text{B.2})$$

La condición inicial (CI) es:

$$p_{Df}(r_D, 0) = p_{Dm}(r_D, 0) = 0. \quad (\text{B.3})$$

Condicion de Frontera Interna (CFI), pozo produciendo a gasto constante:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1. \quad (\text{B.4})$$

Condicion de Frontera Externa (CFE), yacimiento Infinito:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Df}(r_D, t_D) = 0. \quad (\text{B.5})$$

Realizando la transformación al espacio de Laplace de la variable del tiempo adimensional t_D :

Para las fracturas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left\{ \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} \right) + \lambda (p_{Dm} - p_{Df}) \right\} &= \mathcal{L} \left\{ \omega \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D} \right\}, \\ \frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) + \lambda (\bar{p}_{Dm} - \bar{p}_{Df}) &= \omega s \bar{p}_{Df}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Para la matriz:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left\{ -\lambda (p_{Dm} - p_{Df}) \right\} &= \mathcal{L} \left\{ (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} \right\}, \\ -\lambda (\bar{p}_{Dm} - \bar{p}_{Df}) &= (1 - \omega) s \bar{p}_{Dm}. \end{aligned}$$

Despejando \bar{p}_{Dm}

$$\bar{p}_{Dm} = \frac{\lambda \bar{p}_{Df}}{\lambda + s(1 - \omega)}. \quad (\text{B.7})$$

Sustituyendo la Ec.B.7 en la Ec.B.6:

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) + \lambda \left(\frac{\lambda \bar{p}_{Df}}{\lambda + s(1 - \omega)} - \bar{p}_{Df} \right) = \omega s \bar{p}_{Df}.$$

Ordenando términos

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) + \bar{p}_{Df} \left(\frac{\lambda^2}{\lambda + s(1 - \omega)} - \lambda - \omega s \right) &= 0, \\ \frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) + \bar{p}_{Df} \left(\frac{\lambda^2 - \lambda^2 - \lambda s(1 - \omega) - \lambda \omega s - \omega s^2(1 - \omega)}{\lambda + s(1 - \omega)} \right) &= 0, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) - \bar{p}_{Df} s \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right) = 0. \quad (\text{B.8})$$

Definiendo $f(s)$ como la función de transferencia matriz-fractura:

$$f(s) = \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right), \quad (\text{B.9})$$

la Ec.B.8 puede expresarse como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) - \bar{p}_{Df} s f(s) = 0. \quad (\text{B.10})$$

La Ec.B.10 puede resolverse a través de las soluciones Bessel Modificadas , por lo cual se desarrolla la ecuación para dejarla en una forma similar a la ecuación de Bessel Modificada:

$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + v^2) y = 0, \quad (\text{B.11})$$

cuya solución general es:

$$y = AI_v(x) + BK_v(x). \quad (\text{B.12})$$

Desarrollando la Ec.B.10 y multiplicando por r_D^2 :

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}_{Df}}{dr_D^2} + r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} - \bar{p}_{Df} r_D^2 s f(s) = 0, \quad (\text{B.13})$$

quedando en la forma de la ecuación de Bessel Modificada donde:

$$v = 0,$$

$$x^2 = r_D^2 s f(s) \implies x = r_D \sqrt{s f(s)},$$

$$y = \bar{p}_{Df}.$$

Por lo cual la solución para \bar{p}_{Df} es:

$$\bar{p}_{Df} = AI_0 \left(r_D \sqrt{s f(s)} \right) + BK_0 \left(r_D \sqrt{s f(s)} \right). \quad (\text{B.14})$$

Para evaluar las constantes A y B se utilizan las condiciones de frontera.

Evaluando CFE para la Ec.B.14:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} 0 = A \cdot I_0 \left(\sqrt{s f(s)} r_D \right) + B \cdot K_0 \left(\sqrt{s f(s)} r_D \right). \quad (\text{B.15})$$

Para $x \rightarrow \infty$, $I_0(x) \rightarrow \infty$ y $K_0(x) \rightarrow 0$

$$A = 0. \quad (\text{B.16})$$

Introduciendo el valor para la Ec.B.16 en la Ec.B.14:

$$\bar{p}_{Df} = BK_0 \left(r_D \sqrt{sf(s)} \right). \quad (\text{B.17})$$

Evaluando CFI en B.17:

$$-\frac{1}{s} = -\sqrt{sf(s)}BK_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right), \quad (\text{B.18})$$

$$B = \frac{1}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}. \quad (\text{B.19})$$

Sustituyendo la Ec.B.19 en la Ec.B.17, se obtiene la solución de la presión adimensional del problema de valores iniciales y de frontera planteado para el Yacimiento Naturalmente Fracturado:

$$\bar{p}_{Df} = \frac{K_0 \left(r_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (\text{B.20})$$

donde

$$f(s) = \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right).$$

Para obtener la solución en el espacio real de la Ec.B.20 se utilizan los algoritmos de inversión numérica del espacio de Laplace; el más común para problemas de yacimientos es el Algoritmo de Stehfest (1970) (Algoritmo E.2).

Apéndice C

Solución para YNF con Daño y Almacenamiento Variable en el Espacio de Laplace

Para incluir el efecto de Daño y Almacenamiento en la Solución para un Yacimiento Naturalmente Fracturado, Ec. B.20, se hace uso de la solución establecida por Mavor and Cinco-Ley (1979); en el Apéndice presente se desarrollará esta solución.

Partiendo de la Ec. B.17 obtenida en el Apéndice B, donde ahora la condición de Frontera Interna queda definida por dos condiciones:

$$gasto\ total = gasto\ pozo + gasto\ formación,$$

$$caída\ de\ presión\ total = \Delta p_{formación} + \Delta p_{daño}.$$

Condición de Frontera Interna (CFI), pozo produciendo a gasto constante con Daño y Almacenamiento:

$$C_D \frac{\partial p_{wD}}{\partial t_D} - \left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1, \quad (C.1)$$

$$p_{wD} = \left[p_{Df}(r_D, t_D) - S \left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1}. \quad (C.2)$$

Sustituyendo Ec.C.2 en Ec.C.1:

$$C_D \frac{\partial}{\partial t_D} \left[p_{Df}(r_D, t_D) - S \left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1} - \left(r_D \frac{\partial p_{Df}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1. \quad (\text{C.3})$$

Transformando al espacio de Laplace $t_D \rightarrow s$:

$$C_D \left[s\bar{p}_{Df} - sS \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right) \right]_{r_D=1} - \left(r_D \frac{d\bar{p}_{Df}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = \frac{1}{s}. \quad (\text{C.4})$$

Recordando la Ec. B.17

$$\bar{p}_{Df} = BK_0 \left(r_D \sqrt{sf(s)} \right).$$

Evaluando la Ec. B.17 para la condición de Frontera Interna en el espacio de Laplace que considera daño y Almacenamiento, Ec.C.4

$$C_D \left[sBK_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + s\sqrt{sf(s)}SBK_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right] + \sqrt{sf(s)}BK_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) = \frac{1}{s},$$

despejando la constante B :

$$B = \frac{1}{s \left[sC_D \left[K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + \sqrt{sf(s)}SK_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]}. \quad (\text{C.5})$$

Sustituyendo la Ec.C.5 en la Ec. B.17

$$\bar{p}_{Df} = \frac{K_0 \left(r_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[sC_D \left[K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]}. \quad (\text{C.6})$$

Para evaluar la solución en el pozo \bar{p}_{wD} , se evalúa la Ec.C.6 en la CFI Ec.C.2

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[sC_D \left[K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]}. \quad (\text{C.7})$$

Obteniendo la Solución para un pozo produciendo en un Yacimiento Naturalmente Fracturado considerando Daño y Almacenamiento siendo la solución establecida por Mavor and Cinco-Ley (1979).

En el trabajo presente se incluye a esta solución el efecto de la Falla aplicando el principio de superposición en espacio, evaluando la Ec.C.6 para una distancia $r_{Di} = 2L_D$ que representa la posición del pozo imagen; además bajo esta condición alejada del pozo, el almacenamiento no existe $C_D = 0$; con lo anterior la Ec. C.6 se convierte en la Ec. C.8 que representa el efecto del pozo imagen.

$$\bar{p}_{Df} = \frac{K_0 \left(r_{Di} \sqrt{sf(s)} \right)}{s \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}. \quad (C.8)$$

Aplicando superposición se obtiene la Ec.C.9, que representa la solución para un pozo en un Yacimiento Naturalmente Fracturado con Daño y Almacenamiento, con efecto de Frontera de una Falla Sellante.

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \left[s C_D \left[K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right) + S \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right] + \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right) \right]} + \frac{K_0 \left(r_{Di} \sqrt{sf(s)} \right)}{s \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (C.9)$$

donde

$$f(s) = \left(\frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)} \right).$$

Además si se consideran efectos de Almacenamiento Variable, se pueden incluir en la solución de la Ec.C.9 las soluciones establecidas por Fair (1981) y Hegeman (1993), quienes establecieron que a cualquier solución de la ecuación de difusión en estudio se le puede incluir almacenamiento variable de la forma siguiente:

$$\bar{p}_{wD} C_{D}^{variable} = \bar{p}_{wD} \left[1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D}) \right],$$

donde, Fair (1981) establece la función $p_{\phi D}$ como una función exponencial del tiempo adimensional y Hegeman (1993) como una función error complementaria del tiempo adimensional. Físicamente el modelo de Fair (1981) corresponde a un almacenamiento creciente, mientras el modelo de Hegeman (1993) corresponde a un almacenamiento decreciente;

$$\text{Fair: } p_{\phi D} = C_{\phi D} \left(1 - e^{-\frac{t_D}{\alpha_D}} \right) \implies \mathcal{L}(p_{\phi D}) = \frac{C_{\phi D}}{s} - \frac{C_{\phi D}}{s + \frac{1}{\alpha_D}},$$

Hegeman: $p_{\phi D} = C_{\phi D} \operatorname{erfc} \left(\frac{t_D}{\alpha_D} \right) \implies \mathcal{L}(p_{\phi D}) = \frac{C_{\phi D}}{s} e^{-\left(\frac{s\alpha_D}{2}\right)^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{s\alpha_D}{2} \right),$

donde:

$$C_{\phi D} = \alpha_D \left(\frac{1}{C_a} - \frac{1}{C_D} \right) = \alpha_D \left(\frac{1}{\left(\frac{C_a}{C_D}\right) C_D} - \frac{1}{C_D} \right).$$

α_D ; tiempo adimensional del inicio de desviación del almacenamiento.

C_a ; valor de almacenamiento adimensional inicial.

C_D ; Valor de almacenamiento adimensional final (real).

(C_a/C_D) ; Relación entre el almacenamiento adimensional aparente o inicial y el final.

Incluyendo en la Solución de la Ec.C.9 el efecto de almacenamiento variable como lo establecen Fair (1981) y Hegeman (1993)

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s \left[sC_D \left[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)}) \right]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] + \frac{K_0(r_{Di}\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{C.10})$$

Apéndice D

Solución de Presión para un pozo ante una Falla Semipermeable en un YNF, con Daño y Almacenamiento Variable en el Espacio de Laplace

De acuerdo a la Fig.4.5 y de acuerdo a Abdelaziz et al. (2004), la solución de cada lado de la falla puede establecerse como:

$$\bar{p}_{DA} = \bar{p}_D(r_D, s) + A\bar{p}_D(2L_D - r_D, s), \quad (\text{D.1})$$

$$\bar{p}_{DB} = B\bar{p}_D(2L_D - r_D, s). \quad (\text{D.2})$$

Con las condiciones de frontera de continuidad de presión y gasto en la falla:

Continuidad de Presión:

$$\bar{p}_{DA}(r_D = L_D, s) = \bar{p}_{DB}(r_D = L_D, s), \quad (\text{D.3})$$

continuidad de gasto:

$$\left(\frac{d\bar{p}_{DA}}{dr} \right)_{r_D=L_D} = \beta \left(\frac{d\bar{p}_{DB}}{dr} \right)_{r_D=L_D}, \quad (\text{D.4})$$

donde:

$$\beta = \frac{k}{k_f}. \quad (\text{D.5})$$

La Ec.D.4 también puede expresarse en forma discreta como:

$$\left(\frac{d\bar{p}_{DA}}{dr} \right)_{r_D=L_D} = \beta \left(\frac{d\bar{p}_{DB}}{dr} \right)_{r_D=L_D} = \frac{\bar{p}_{DA} - \bar{p}_{DB}}{l_{fD}L_D}, \quad (\text{D.6})$$

donde:

$$l_{fD} = \frac{l_f}{L}, \quad y \quad L_D = \frac{L}{r_w}. \quad (\text{D.7})$$

Evaluando la continuidad de presión Ec.D.3 sustituyendo las Ecs.D.1 y D.2, evaluada para la posición de la falla $r_D = L_D$:

$$\bar{p}_D(r_D, s) + A\bar{p}_D(2L_D - r_D, s) = B\bar{p}_D(2L_D - r_D, s), \quad (\text{D.8})$$

La presión adimensional para un Yacimiento Naturalmente Fracturado se obtuvo en el Apéndice B, Ec.B.20, la cual puede ser sustituida en la Ec.D.8:

$$\bar{p}_{DA} = \frac{K_0 \left(r_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)} + A \frac{K_0 \left((2L_D - r_D) \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (\text{D.9})$$

$$\bar{p}_{DB} = B \frac{K_0 \left((2L_D - r_D) \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}. \quad (\text{D.10})$$

Evaluando la continuidad de presión para $r_D = L_D$:

$$\frac{K_0 \left(L_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)} - A \frac{K_0 \left(L_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)} = B \frac{K_0 \left(L_D \sqrt{sf(s)} \right)}{s\sqrt{sf(s)}K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (\text{D.11})$$

de donde:

$$B = 1 - A. \quad (\text{D.12})$$

Para evaluar la constante A se evalúa la Ec.D.6 a partir de las Ecs.D.9 y D.10:

$$\beta \left(\frac{d\bar{p}_{DB}}{dr} \right)_{r_D=L_D} = \frac{\bar{p}_{DA} - \bar{p}_{DB}}{l_{fD}L_D},$$

$$\frac{\beta}{s} B \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(\sqrt{sf(s)})} = \frac{1}{l_{fD}L_D} \left[\frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} + A \frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} - B \frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} \right],$$

$$\beta\sqrt{sf(s)}BK_1(L_D\sqrt{sf(s)}) = \frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{l_{fD}L_D} [1 + A - B]. \quad (\text{D.13})$$

Sustituyendo Ec.D.12 en Ec.D.13:

$$\beta\sqrt{sf(s)}(1-A)K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) = \frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{l_{fD}L_D} 2A,$$

$$A = \frac{\beta\sqrt{sf(s)}K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{\beta\sqrt{sf(s)}K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + 2\frac{K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}{l_{fD}L_D}},$$

multiplicando y dividiendo por $1/(\beta\sqrt{sf(s)})$:

$$A = \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2}{\beta l_{fD}L_D\sqrt{sf(s)}}K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.14})$$

Sustituyendo la Ec.D.14 en la Ec.D.12:

$$B = 1 - \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2}{\beta l_{fD}L_D\sqrt{sf(s)}}K_0(L_D\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.15})$$

Sustituyendo las Ecs.D.14 y D.15 en las Ecs.D.9 y D.10

$$\bar{p}_{DA} = \frac{K_0(r_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} + \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2}{\beta l_{fD}L_D\sqrt{sf(s)}}K_0(L_D\sqrt{sf(s)})} \frac{K_0((2L_D-r_D)\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}, \quad (\text{D.16})$$

$$\bar{p}_{DB} = \left[1 - \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2}{\beta l_{fD}L_D\sqrt{sf(s)}}K_0(L_D\sqrt{sf(s)})} \right] \frac{K_0((2L_D-r_D)\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.17})$$

La solución en el pozo se obtiene para $r_D = 1$ y al evaluar en la Ec.D.16 se puede establecer que $(2L_D - 1) \approx 2L_D$, ya que la distancia a la falla es mucho mayor que 1.

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} + \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2}{\beta l_f D L_D \sqrt{sf(s)}} K_0(L_D\sqrt{sf(s)})} \frac{K_0(2L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.18})$$

Definiendo la capacidad de transferencia de flujo a través de la falla como:

$$\alpha = \frac{1}{\beta l_f D} = \frac{k_f D}{k l_f}. \quad (\text{D.19})$$

Sustituyendo la Ec.D.19 en la Ec.D.18:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})} + \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2\alpha}{L_D\sqrt{sf(s)}} K_0(L_D\sqrt{sf(s)})} \frac{K_0(2L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.20})$$

Se debe observar que la solución obtenida tiene dos términos; el primero corresponde a la solución del pozo y el segundo al efecto de la falla semipermeable. Resulta evidente que si se desea la solución para un pozo considerando daño y almacenamiento variable, basta con sustituir el primer término por la solución considerando daño y almacenamiento variable.

Con lo anterior la solución considerando daño y almacenamiento variable en el pozo, se obtiene sustituyendo el primer término de la Ec.D.20 por la solución obtenida en la Ec.C.10:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}{s[sC_D[K_0(\sqrt{sf(s)}) + S\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})] + \sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})]} [1 + s^2 C_D \mathcal{L}(p_{\phi D})] + \frac{K_1(L_D\sqrt{sf(s)})}{K_1(L_D\sqrt{sf(s)}) + \frac{2\alpha}{L_D\sqrt{sf(s)}} K_0(L_D\sqrt{sf(s)})} \frac{K_0(2L_D\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (\text{D.21})$$

Apéndice E

Algoritmos

Algoritmo E.1 Algoritmo de la Integral Exponencial

```
function IntegralExponencialSumatoria
clc
clear all
x= input('Valor de la Integral Exponencial:');
dx=1.005;
Eix=0;
n=(-log10(x)+2)*2.5/(dx-1);
for i=1:n
Eix=Eix+0.5*((dx-1)*exp(-x*(dx^(i-1)))+(1-dx^(-1))*exp(-x*(dx^i)));
end
fprintf(1,'Valor de la Integral Exponencial: %2.10f \n',Eix');
```

Algoritmo E.2 Algoritmo de Stehfest

```
function Stehfest
clc
clear all
m=1000;% Número de datos de tiempo
t(1)=0.001;% Valor de tiempo inicial
for j=2:m% Generación de tiempos
t(j)=t(j-1)*1.05;
end
n =10;% n del método de Stehfest
for j = 1: m
a = log(2) / t(j);
suma = 0;
for i = 1: n
if i <= (n / 2)
z = i;
end
if (n / 2) <= i
z = n / 2;
end
suma2 = 0;
aux2 = fix((i + 1) / 2);
for k = aux2:z
aux = (k) ^ (n / 2);
[fact]= factorial(2*k);
aux = aux * fact;
[fact]= factorial(n/2-k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(k-1);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(i-k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(2*k-i);
aux = aux / fact;
suma2 = suma2 + aux;
end
Vi = suma2 * (-1) ^ ((n / 2) + i);
%----- Función F(s) del Espacio de Laplace -----
rd=100;% si rd tiende a ser muy grande se aproxima a la Solución Línea Fuente (SLF)
Fs= bessell(0,((i * a)^0.5)*rd)/(((i * a)^1.5)*bessell(1,((i * a)^0.5)));
%-----
suma = suma + Vi * Fs;
end
Ft(j) = a * suma;
end
loglog(t/(rd^2),Ft,'g-o','markersize',5)
grid on
title(['Inversión Numérica de Laplace por Stehfest,']) %Título de la gráfica
xlabel('td/rd^2') % Etiqueta el eje horizontal
ylabel('Pd') % Etiqueta el eje vertical
axis([0.1 10000 0.01 10])
end
function [fact]= factorial(i)
fact = 1;
for k = 1:i
fact = fact * k;
end
end
end
```

Algoritmo E.3 Algoritmo de p_D falla Sellante/Presión Constante

```
function Stehfest
clc
clear all
m=600;% Número de datos de tiempo
t(1)=0.001;% Valor de tiempo inicial
for j=2:m% Generación de tiempos
t(j)=t(j-1)*1.05;
end
n = 10;% n del método de Stehfest
for j = 1: m
a = log(2) / t(j);
suma = 0;
for i = 1: n
if i <= (n / 2)
z = i;
end
if (n / 2) <= i
z = n / 2;
end
suma2 = 0;
aux2 = fix((i + 1) / 2);
for k = aux2:z
aux = (k) ^ (n / 2);
[fact]= factorial(2*k);
aux = aux * fact;
[fact]= factorial(n/2-k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(k-1);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(i-k);
aux = aux / fact;
[fact]= factorial(2*k-i);
aux = aux / fact;
suma2 = suma2 + aux;
end
Vi = suma2 * (-1) ^ ((n / 2) + i);
%----- Función F(s) del Espacio de Laplace -----
skin =-4.1;
storage =191700;
omega = 0.4;
lambda = 1e-8;
rd=3233;% Distancia adimensional a la falla
signo=1;% Sellante=1, Presión Constante=-1
%----- Almacenamiento Variable -----
ca_cd=52.91;%Relación entre almacenamiento aparente Ca y almacenamiento final (ca/ci)
alfad=1000000;%tiempo de inicio de desviación del almacenamiento
s = (i * a);
ffs = (omega * (1 - omega) * s + lambda) / ((1 - omega) * s + lambda);
Ko = besserk(0,(s * ffs) ^ 0.5);
K1 = besserk(1,(s * ffs) ^ 0.5);
aux = ((s * ffs) ^ 0.5);
% FUNCION F(s)
Fs = (Ko + skin * aux * K1) / (s * ((aux * K1) + s * storage * (Ko + skin * aux * K1)));
%----- Almacenamiento Variable -----
Cad=ca_cd*storage;% Almacenamiento aparente
Cdp=alfad*(1/Cad-1/storage);%Cálculo en función del valor de almacenamiento inicial y final con el tiempo de desviación
(alfad) del almacenamiento
% oooooooooooooo METODOS DE ALMACENAMIENTO VARIABLE oooooooooooooo
cdvar=Cdp*(1/s-1/(s+1/alfad));%Fair
Fs=Fs*(1+(s^2)*storage*cdvar);
%-----
%Efecto de Falla
Ko = besserk(0,2*rd*aux)/(s*aux*besserk(1,aux));
Fs=Fs+ signo*Ko;
%-----
suma = suma + Vi * Fs;
end
Ft(j) = a * suma;
end
end
```

Información del Autor

Para aspectos relacionados con esta Tesis:

Nombre: Ricardo Posadas Mondragón

Compañía: Pemex Exploración y Producción

Activo: Activo de Producción Cantarell

Correo: ricardo.posadas@pemex.com

papracho@hotmail.com

Teléfono: (938)1186003