



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DISEÑO DEL ACOPLAMIENTO MECÁNICO PARA
EL SISTEMA DE PROPULSIÓN
DE UN VEHÍCULO HÍBRIDO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A:

ARODI MARTÍNEZ ORTIZ

DIRECTOR:

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA

CODIRECTOR:

M.I. GUILLERMO BECERRA NUÑEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., MÉXICO 2015



JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. Vicente Borja Ramírez
Secretario: M.I. Rogelio Dario Gutiérrez Carrillo
Vocal: DR. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria
1er. Suplente: MTRA. Rosalba Rodríguez Chávez
2o. Suplente: M.I. Guillermo Becerra Nuñez

La tesis se realizó en el Instituto de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

Dedicatoria

A mis padres por apoyarme en todo momento, por sus consejos, por sus valores inculcados en mi persona, por sus palabras de aliento en momentos difíciles y por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien y superarme.

Y a mi hermana por su apoyo, por acompañarme y motivarme en momentos complicados.

Los amo.

Resumen

Los vehículos híbridos se han convertido en una opción importante para aumentar la eficiencia en el uso de combustibles fósiles. Uno de los puntos más importantes en el diseño mecánico es el sistema de acoplamiento del motor de combustión interna y el motor eléctrico. En particular para el vehículo eléctrico híbrido de configuración paralela.

Esta tesis tiene como objetivo diseñar un acoplamiento para el sistema de propulsión para un vehículo híbrido eléctrico y forma parte de un proyecto de investigación realizado en el **Instituto de Ingeniería de la UNAM** que tiene como propósito el diseño de un banco de pruebas para verificar el desempeño de un autobús híbrido.

El acoplamiento a diseñar es un sistema de engranes planetario para combinar la potencia de cada motor y lograr un uso inteligente del combustible. El punto clave de esta tesis es diseñar los engranes del sistema, para evitar que fallen por flexión y contacto debido a las cargas especificadas por los motores adquiridos para el banco de pruebas.

Índice general

Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIII
Nomenclatura	XIV
1. Efectos de la transportación humana	1
1.1. Problemas actuales de la transportación humana	3
1.2. Vehículos eléctricos híbridos en transportación	4
1.3. Definición del problema	6
1.4. Objetivo	8
1.5. Descripción del contenido	8
2. Funcionamiento de los vehículos híbridos eléctricos	9
2.1. Componentes de los vehículos híbridos eléctricos	10
2.2. Configuraciones de los vehículos híbridos eléctricos	11
2.2.1. Configuración serie	12
2.2.2. Configuración paralelo	13
2.2.3. Configuración serie-paralelo	13
2.3. Acoplamientos mecánicos	15
2.3.1. Sistema de engranes planetario	17
2.4. Descripción del sistema	19
3. Diseño del acoplamiento mecánico	21
3.1. Características de los motores	21
3.2. Análisis cinemático del sistema de engranes planetario	23
3.2.1. Cálculo de velocidades	24
3.2.2. Relación de transmisión del SEP	26
3.2.3. Análisis cinemático en el portaplanetas	28
3.3. Parámetros geométricos de los engranes	30
3.3.1. Diseño geométrico del acoplamiento mecánico	39
3.4. Diseño para prevenir fallas	43
3.4.1. Esfuerzos y factores AGMA para engranes rectos	45
3.4.2. Materiales y tratamientos térmicos para engranes	55
3.4.3. Velocidad en el punto de paso	58
3.4.4. Análisis de las cargas en los engranes	59
3.4.5. Diseño para prevenir falla por esfuerzo de flexión	63
3.4.6. Diseño para prevenir falla por esfuerzo de contacto	67

3.5. Lubricación en engranes	71
4. Aplicación de CAE al diseño del acoplamiento mecánico	75
4.1. Simulación cinemática	76
4.2. Simulaciones de elemento finito	79
5. Conclusiones	85
Bibliografía	87
A. Diseño geométrico del SEP	91
B. Curva involuta de los engranes	93
C. Diseño para prevenir fallas debidas a esfuerzos de flexión y de contacto	95
D. Piezas y ensamble del acoplamiento mecánico	97
E. Simulaciones por método de elemento finito	101
F. Planos	107

Índice de figuras

1.1.	Industria automotriz.	1
1.2.	Congestión vehicular en el D.F.	2
1.3.	<i>Toyota Prius</i> Concept 2014.	2
1.4.	Problemas de la transportación en la ciudad de México.	3
1.5.	Gráfica del aumento en el precio de los combustibles fósiles en el D.F. publicada por la <i>Asociación Mexicana de Empresarios Gasolineros</i>	4
1.6.	<i>Honda Civic Hybrid</i> 2014.	5
1.7.	Transporte público híbrido en el D.F.	5
1.8.	Estructura del <i>Toyota Prius</i> (infografía publicada en <i>www.mvaseguradores.com</i>).	7
2.1.	Funcionamiento de un VHE (infografía publicada en <i>www.mundoyomotor.com</i>).	9
2.2.	Gráfica del funcionamiento del VHE (infografía publicada en <i>valdemarf.wordpress.com</i>).	10
2.3.	Arquitectura de un VHE (infografía publicada en <i>www.taringa.net/Informacion-de-los-vehiculos-Hibridos.html</i>).	11
2.4.	Flujo de energía de un VHE en configuración serie.	12
2.5.	Flujo de energía de un VHE en configuración paralelo.	14
2.6.	Flujo de energía de un VHE en configuración serie-paralelo.	15
2.7.	Acoplamiento mecánico de engranes.	16
2.8.	Sistema de engranes planetario (SEP).	17
2.9.	Funcionamiento del SEP.	18
2.10.	Tren de potencia en paralelo.	20
3.1.	Gráfica del funcionamiento del motor de combustión interna marca <i>Piaggio</i> obtenida del manual.	22
3.2.	Motor eléctrico.	23
3.3.	Velocidades angulares que intervienen en el tren de propulsión.	25
3.4.	Partes geométricas de un engrane.	31
3.5.	Círculo de base y círculo de paso de un par de engranes.	34
3.6.	Circunferencias de un engrane con dentado interior.	35
3.7.	Juegos que se producen en los dientes de los engranes al acoplarse.	36
3.8.	Perfil del diente o curva involuta.	37
3.9.	Parámetros geométricos de un par de engranes.	38
3.10.	Fractura del diente de un engrane recto.	43
3.11.	Picadura del diente de un engrane recto.	44
3.12.	Abrasión en el diente de un engrane recto.	44
3.13.	Ralladuras en el diente de un engrane recto.	45
3.14.	Factor geométrico de resistencia a flexión J	47
3.15.	Factor dinámico $K_v = C_v$	49

3.16. Factor de ciclo de vida para flexión K_L para engranes de acero.	52
3.17. Factor de ciclo de vida para el contacto superficial C_L para engranes de acero.	52
3.18. Gráfica de la resistencia a la fatiga por flexión S_F para el acero.	53
3.19. Gráfica de la resistencia a la fatiga superficial S_C para el acero.	54
3.20. Inclusiones de grafito del hierro gris y hierro nodular.	55
3.21. Engranes de diferentes materiales.	56
3.22. Consideración de Lewis, a) cargas que actúan en un diente y b) viga en voladizo.	59
3.23. Cargas de un par de dientes de engranes rectos.	60
3.24. Variación de los momentos de flexión de los dientes con respecto al tiempo.	61
3.25. Lubricación en engranes.	71
3.26. Sistema de lubricación de spray o atomización.	72
3.27. Lubricación manual.	73
4.1. Juntas y motores de movimiento del acoplamiento mecánico.	76
4.2. Simulación cinemática del acoplamiento mecánico.	77
4.3. Gráfica del par del engrane sol.	77
4.4. Gráfica del par del engrane planeta.	78
4.5. Gráfica del par del engrane corona.	78
4.6. Simulación de elemento finito de flexión del engrane sol con una malla de 5[mm].	80
4.7. Simulación de elemento finito de flexión del engrane planeta con una malla de 5[mm].	81
4.8. Simulación de elemento finito de flexión del engrane corona con una malla de 5[mm].	81
4.9. Simulación de elemento finito de contacto entre sol-planeta con una malla de 5[mm].	83
4.10. Simulación de elemento finito de contacto entre planeta-corona con una malla de 5[mm].	83
D.1. Engrane sol (vista superior e isométrico).	98
D.2. Engrane planeta (vista superior e isométrico).	98
D.3. Portaplanetas (vista superior e isométrico).	99
D.4. Engrane corona (vista superior e isométrico).	99
D.5. Ensamble del sistema planetario (vista superior).	100
D.6. Ensamble del sistema planetario (isométrico).	100
E.1. Simulación FEM del engrane sol con una malla de 5[mm].	102
E.2. Simulación FEM del engrane sol con una malla de 3[mm].	102
E.3. Simulación FEM del engrane planeta con una malla de 5[mm].	103
E.4. Simulación FEM del engrane planeta con una malla de 3[mm].	103
E.5. Simulación FEM del engrane corona con una malla de 5[mm].	104
E.6. Simulación FEM del engrane corona con una malla de 3[mm].	104
E.7. Simulación FEM de los engranes sol-planeta con una malla de 5[mm].	105
E.8. Simulación FEM de los engranes planeta-corona con una malla de 5[mm].	106
F.1. Plano del engrane sol.	108
F.2. Plano del engrane planeta.	109
F.3. Plano del portaplanetas.	110
F.4. Plano del engrane corona.	111
F.5. Plano del ensamble.	112

Índice de tablas

2.1. Funcionamiento del sistema de engranes planetario.	18
3.1. Datos de operación del motor de combustión interna marca <i>Piaggio</i> obtenidos del manual.	22
3.2. Datos de operación del motor eléctrico obtenidos del manual de operación.	22
3.3. Velocidades en el portaplanetas ω_P obtenidas a partir de cada relación en el diferencial.	25
3.4. Datos de la salida del planetario.	30
3.5. Módulos métricos estándar y sus equivalentes en paso diametral.	32
3.6. Ángulo de presión.	32
3.7. Pasos diametrales para cuatro clases de dientes.	33
3.8. Juego radial mínimo recomendado para engranes de paso basto.	36
3.9. Número de dientes del Sol y la Corona.	39
3.10. Factor de Tamaño $K_s = C_s$	47
3.11. Factor de Aplicación $K_a = C_a$	48
3.12. Factor de Confiabilidad $K_R = C_R$	48
3.13. Factor de Distribución de carga $K_m = C_m$	49
3.14. Índice de calidad de engranes AGMA para varias aplicaciones.	50
3.15. Coeficiente elástico C_p	51
3.16. Resistencia por fatiga a la Flexión S_F y por contacto superficial S_C AGMA de diferentes materiales para engranes.	57
3.17. Resistencia por fatiga a la Flexión S_F y por contacto superficial S_C AGMA de diferentes materiales para engranes.	58
4.1. Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane sol.	79
4.2. Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane planeta.	80
4.3. Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane corona.	82
4.4. Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño de contacto entre engranes sol-planeta.	82
4.5. Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño de contacto entre engranes sol-planeta.	84
A.1. Diseño geométrico del SEP.	92
B.1. Perfil del diente (curva involuta) del engrane sol.	94
B.2. Perfil del diente (curva involuta) del engrane planeta.	94
B.3. Perfil del diente (curva involuta) del engrane corona.	94
C.1. Factores de diseño AGMA (calculados).	96
C.2. Esfuerzos y factores de seguridad del diseño realizado.	96

Nomenclatura

Nombre	Símbolo	Unidades[SI]
Velocidad tangencial	V	$[\frac{m}{s}]$
Radio	r	$[mm]$
Velocidad angular	ω	$[\frac{rad}{s}]$
Par	T	$[N \cdot m]$
Potencia	P	$[kW]$
Relación de velocidad	m_ω	$[-]$
Relación de par	m_T	$[-]$
Relación de transmisión	k	$[-]$
Relación de transmisión	R	$[-]$
Número de dientes	N	$[-]$
Módulo	m	$[mm]$
Ángulo de presión	ϕ	$[\circ]$
Paso circular	P_c	$[mm]$
Paso diametral	P_d	$[mm]$
Paso de base	P_b	$[mm]$
Diámetro de paso	d	$[mm]$
Diámetro del círculo de base	d_b	$[mm]$
Diámetro interior o de dedendo	d_i	$[mm]$
Diámetro exterior o de adendo	d_e	$[mm]$
Altura de cabeza o adendo	h_a	$[mm]$
Altura de raíz o dedendo	h_d	$[mm]$
Altura de trabajo	h_w	$[mm]$
Altura total	h_T	$[mm]$
Espesor del diente	e	$[mm]$
Espacio entre dientes	s	$[mm]$
Ancho de la cara del diente	b	$[mm]$
Filet	f	$[mm]$
Holgura o juego radial	j_r	$[mm]$
Distancia entre ejes	c	$[mm]$
Línea de acción o de presión	L_{ab}	$[mm]$
Razón de contacto	C_r	$[-]$

Esfuerzo de flexión(esfuerzo de diseño)	σ_F	[MPa]
Esfuerzo de contacto superficial(esfuerzo de diseño)	σ_C	[MPa]
Esfuerzo de flexión admisible (esfuerzo AGMA)	$(\sigma_F)_{adm}$	[MPa]
Esfuerzo de contacto admisible (esfuerzo AGMA)	$(\sigma_C)_{adm}$	[MPa]
Resistencia a la fatiga por flexión AGMA	S_F	[MPa]
Resistencia a la fatiga superficial AGMA	S_C	[MPa]
Carga tangencial	W_t	[kN]
Carga radial	W_r	[kN]
Carga normal	W	[kN]
Módulo de elasticidad	E	[MPa]
Razón de Poisson	ν	[-]
Coefficiente elástico	C_p	[MPa] ^{0.5}
Temperatura	T	[°]
Factor geométrico de resistencia a la flexión	J	[-]
Factor geométrico de resistencia superficial	I	[-]
Factor de calidad	Q_v	[-]
Factor de aplicación	$K_a = C_a$	[-]
Factor dinámico	$K_v = C_v$	[-]
Factor de distribución de carga	$K_m = C_m$	[-]
Factor de tamaño	$K_s = C_s$	[-]
Factor de temperatura	$K_T = C_T$	[-]
Factor de confiabilidad	$K_R = C_R$	[-]
Factor de duración o ciclo de vida	$K_L = C_L$	[-]
Factor de condición de superficie	C_f	[-]
Factor de relación de dureza	C_H	[-]
Factor de seguridad	η	[-]
Radio de curvatura	ρ	[mm]
Dureza Brinell del material	H_B	[HB]
Profundidad del diente	X_p	[%]

Subíndices

Sol $\equiv S$

Planeta $\equiv P$

Corona $\equiv C$

Máximo $\equiv max$

Nominal $\equiv nom$

Engrane $\equiv g$

Piñon $\equiv p$

Capítulo 1

Efectos de la transportación humana

Hoy en día en un mundo globalizado; el mercado automotriz es uno de los principales a nivel mundial. La demanda de vehículos es anualmente impresionante. Esto trae consigo uno de los mayores problemas actuales a nivel mundial que es la gran demanda de combustibles fósiles con la consecuente emisión de contaminantes al medio ambiente.



Figura 1.1: Industria automotriz.

Actualmente, en el D.F. y la zona conurbada se mueven aproximadamente tres millones de vehículos diariamente. Sólo particulares se tienen registrados más de un millón 900 mil, pero al sumar transporte de carga, de pasajeros y de otros servicios, la cifra supera los 2.4 millones, y si se añaden otros 800 mil vehículos de todo tipo que entran y salen de los municipios conurbados a la capital, la cifra rebasa los 3.2 millones de vehículos. [1]

Por otra parte, estudios realizados mencionan que en México se consumen cerca 190 millones de litros de gasolina y diésel cada día. Este alto consumo del energético se ha mantenido a pesar de que en los últimos seis años, el precio de la gasolina Magna subió 70 %, la Premium 45 %, y diésel 106 %, según datos de la Dirección General de Servicios de Documentación, Información y Análisis (DGSDIA). [2]

Además, otro de los grandes problemas que aqueja a las grandes metrópolis y en nuestro caso a la ciudad de México, es el de la congestión vehicular. Este problema, trae consigo muchos efectos negativos, por ejemplo, la dificultad de movilidad en las grandes urbes, el incremento de la conta-

minación del aire afectando su calidad, el desarrollo de enfermedades degenerativas y el desarrollo de alergias en los ciudadanos. Por otro lado, el medio ambiente también se ve afectado por este problema, como lo indica el calentamiento global.



Figura 1.2: Congestión vehicular en el D.F.

Es imprescindible buscar una solución a todos estos problemas actuales que afectan a nuestro mundo. En nuestro país, por parte de la máxima casa de estudios, más específicamente en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se están desarrollando distintos proyectos sobre vehículo híbridos con el objetivo de contribuir a contrarrestar todos los problemas anteriormente mencionados.

Actualmente, el adelanto en vehículos híbridos eléctricos (VHE) es una realidad de la cual importantes compañías automotrices han sido protagonistas. Un ejemplo de esto es Toyota, compañía que en 1997 lanzó el *Prius*, un VHE que se convirtió en una propuesta novedosa para el mercado automotriz. Posteriormente, en 1999 Honda introdujo su VHE, el *Honda Insight*, y en el 2005 Chevrolet participó con la *pick up Silverado Hybrid*.



Figura 1.3: *Toyota Prius* Concept 2014.

Es evidente que tratar de competir en la creación de un VHE contra empresas como las mencionadas anteriormente es muy complicado, sin embargo, en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se ha vislumbrado la posibilidad de incursionar en el ámbito desarrollando tecnología para autobuses urbanos híbridos, ya que es un sector del que poco se ha generado en nuestro país, además, de que la producción de autobuses aún no es tan automatizada como en el caso de los vehículos particulares.

1.1. Problemas actuales de la transportación humana

Como se mencionó anteriormente, en la actualidad el problema de la contaminación del aire se ha agravado en las grandes ciudades, por ello el desarrollo de nuevas tecnologías limpias ha invadido el mercado de los automóviles.

Hoy en día la tecnología automotriz no solo se centra en mejorar el confort o en un diseño más aerodinámico, sino también en la disminución de emisiones contaminantes, que surgirá principalmente de elevar la eficiencia del consumo de combustible. De igual manera que la contaminación, el tema de los combustibles no renovables es un asunto que desde hace algunos años tiene mucha importancia.

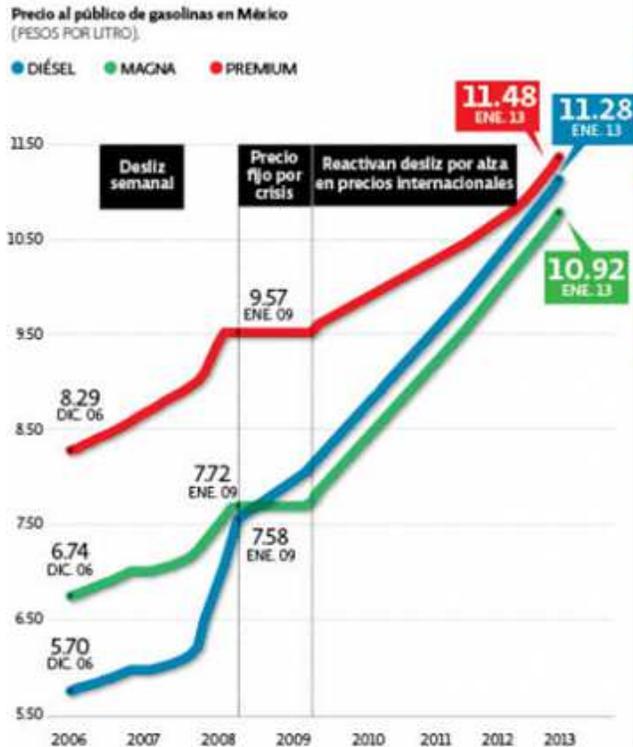
El tema de los combustibles, es una problemática que se ha vuelto razón de problemas sociales, económicos y científicos. Por tal motivo el avance en VHE cobra una mayor relevancia, pues tiene como punto de partida el uso inteligente del combustible y el propósito de tal desarrollo tecnológico es aprovechar mejor el combustible al reducir los gastos que realiza una persona por el consumo del mismo y menores emisiones al ambiente.



Figura 1.4: Problemas de la transportación en la ciudad de México.

Entre los beneficios que pueden obtenerse de la colaboración y el uso de tecnologías como el VHE, se encuentra la disminución de los índices de contaminación del aire, el ahorro en el gasto de recursos naturales no renovables como la gasolina o el diésel, reducciones en los costos del transporte público e intensidad de tráfico vehicular, decremento del presupuesto de la población destinado a combustible, mejoras en comodidad y seguridad para los pasajeros entre otras.

Con esto, podemos mencionar la importancia que tiene la realización de esta tesis y la ayuda que esta significa en conseguir el objetivo primordial: la investigación y el desarrollo de tecnologías para VHE.



Asociación Mexicana de Empresarios Gasolineros A.C.
Incrementos en Precios de Gasolinas y Diesel en 2014

Precios al 31 Dic 2013	PMG Magna	PMG Premium	PMG Diesel
	12.13	12.69	12.49

Fecha de incremento	PRECIOS PUBLICO			INCREMENTOS		
	PMG Magna	PMG Premium	PMG Diesel	PMG Magna	PMG Premium	PMG Diesel
01-ene-14	12.32	12.90	12.73	\$ 0.19	\$ 0.21	\$ 0.24
01-feb-14	12.41	13.01	12.84	\$ 0.09	\$ 0.11	\$ 0.11
01-mar-14	12.50	13.12	12.95	\$ 0.09	\$ 0.11	\$ 0.11
Aumento en 2014	\$ 0.37	\$ 0.43	\$ 0.46	\$ 0.37	\$ 0.43	\$ 0.46
Impacto 2014	3.1%	3.4%	3.7%			

Figura 1.5: Gráfica del aumento en el precio de los combustibles fósiles en el D.F. publicada por la *Asociación Mexicana de Empresarios Gasolineros*.

1.2. Vehículos eléctricos híbridos en transportación

En México, a pesar de los beneficios ambientales y económicos que aportan los VHE, el mercado de automóviles híbridos se encuentra en una etapa muy incipiente, debido a que la gestación del mercado de autos híbridos ha sido lenta. Hace más de diez años Toyota, líder mundial en la producción de este tipo de vehículos, sondeó el mercado y prestó varias unidades de la primera generación del *Prius*, su híbrido estrella, a algunas dependencias del gobierno mexicano con fines de prueba, pero esta iniciativa no trascendió. [3]

A principios del 2006 Honda empezó a importar el modelo *Civic*, cuando inició la venta de autos híbridos en México, vendiendo 484 autos. Pero, los actuales incentivos fiscales son insuficientes, por lo que no se ve mucha presencia de estos productos en el mercado mexicano.

A finales de 2007, GM se convirtió en la primera armadora en fabricar en México un vehículo híbrido la *Chevrolet Captiva Sport Híbrida*. Mientras que Ford también empezó a fabricar algunos vehículos híbridos en México, como el *Ford Fusion* para exportar al mercado estadounidense.

El *Honda Civic hybrid* es el vehículo más eficiente que circula en México. Este vehículo funciona con un motor de combustión interna y un motor eléctrico. Este vehículo, genera un gasto anual de \$7 000 en combustible, en una distancia promedio recorrida de 15 mil kilómetros. El *Civic* produce un nivel de emisiones al año de 1 785 kilogramos de bióxido de carbono. [3]



Figura 1.6: *Honda Civic Hybrid* 2014.

Asimismo, destaca el *Toyota Prius*, con un gasto de \$7 700 de combustible en los mismos 15 mil kilómetros, mientras que emite 2 205 kilogramos de bióxido de carbono a la atmósfera. El *Smart* de Mercedes Benz gasta \$10 200 al año en gasolina y emite al aire 2 250 kilogramos de bióxido de carbono. [3]

En esta lista se encuentra también el Ford Fusion con un gasto en combustible estimado al año de \$6 900 y un nivel de emisiones de bióxido de 2 250 kilogramos al año, con un rendimiento de 24 kilómetros por litro en ciudades. [3]

A pesar de que en nuestro país la cultura de los híbridos apenas empieza a desarrollarse. En el sector del transporte público ya se empezó a incursionar, mediante el proyecto del metrobús y mexibús. En estos proyectos que se desarrollaron en la ciudad de México y estado de México, se introdujeron autobuses híbridos de la marca Volvo. [4]



Figura 1.7: Transporte público híbrido en el D.F.

Estos autobuses híbridos reciclan la energía del frenado para su reutilización en el arranque y aceleración, generando un ahorro de combustible de 30 % y de emisiones locales de 50 %. Los autobuses híbridos Volvo tienen un arreglo en paralelo donde tanto el motor eléctrico como el motor a diesel están acoplados con la transmisión. Esto permite conservar ahorros de combustible incluso en altas velocidades de operación. [3]

Ventajas de los vehículos híbridos eléctricos

Este tipo de vehículos presenta sobre los vehículos tradicionales las siguientes ventajas:

- Son capaces de conseguir una mayor eficiencia, lo que se consigue por la supresión de la mayor parte de las pérdidas de potencia que se producen en los vehículos tradicionales.
- La eficiencia de la combustión se incrementa notablemente, lo que se traduce en reducción de las emisiones contaminantes.
- El sistema de frenado tiene una capacidad regenerativa de potencia, lo que reduce las pérdidas de eficiencia. El motor eléctrico opone resistencia al tren de propulsión haciendo que las ruedas desaceleren. A cambio, la energía de las ruedas regresa al motor eléctrico y hace que gire y que funcione como generador, combinando la energía que normalmente se desperdicia durante el frenado y que se almacena en una batería hasta que el motor eléctrico la necesita.
- El motor se dimensiona solo para una potencia promedio, ya los picos de potencia los proporciona la fuente de energía alternativa. Esto permite que el motor funcione siempre en su punto óptimo o muy cerca de él. Por ello su eficiencia resulta mejorada, pudiéndose aligerar el peso y volumen hasta del motor.
- El motor puede desactivarse durante la marcha cuando no se necesita. [5]

1.3. Definición del problema

Se ha mencionado que uno de los principales motivos para el desarrollo de vehículos híbridos es el ahorro de combustible, para lo que se necesita que los motores de combustión interna (MCI) y eléctrico (ME) tengan un buen desempeño. Como consecuencia, una de las tareas de este trabajo es realizar el análisis de potencia, par y velocidad de los motores para poder diseñar un acoplamiento mecánico adecuado y así mezclar las potencias de dichos motores. Esto con el fin de que en un futuro se realicen experimentos en un banco de pruebas, donde la carga se pretende dinámica mediante un dinamómetro para comprobar la eficiencia entre otros aspectos de los vehículos híbridos. [6]

El acoplamiento se llevará a cabo mediante un **sistema de engranes planetario o epicíclico** (SEP). Este se diseñó para transmitir y combinar las potencias de los motores adquiridos y que coinciden con la capacidad máxima del dinamómetro.

Para diseñar el acoplamiento mecánico apropiado para conseguir un ahorro de energía es necesario considerar el par, potencia y velocidad de los motores. Además de considerar la geometría y los materiales de los engranes.

Así funcionan los coches híbridos actuales

Funciona con gasolina o gasoil junto a un motor eléctrico impulsado con una batería de litio. La combinación de ambos motores permite reducir el consumo a la vez que emite menos CO2. La energía eléctrica necesaria en este tipo de vehículos para su circulación la genera el propio automóvil con su movimiento y no necesita carga.

Baterías

Suelen ser de plomo ácido (pb), níquel-metal híbrido (NiMH), níquel cadmio (NiCd) o ion litio. Se instalan en la parte trasera del vehículo e incorporan un sistema propio de refrigeración. No necesitan mantenimiento

Motor térmico

Suele ser de gasolina o diesel, pero también puede funcionar con gas o biocombustible



Generador

Recupera energía en las frenadas, retenciones y aceleraciones en las que el motor térmico entregue potencia de más

Motor eléctrico

Puede formarse por dos motores y siempre estarán conectados a la transmisión. Su sonoridad es casi nula

Sistema de marchas

Habitualmente es automático, pero además un sistema electrónico controlado por ordenador gestiona sus prestaciones para optimizar su eficacia en cada momento

AHORRO EN COMBUSTIBLE

- Menor contaminación CO2.
- Menor dependencia del precio del barril.

Ahorro de un coche híbrido



Arranque desde parado

El motor eléctrico se utiliza para mover el coche con o sin motor térmico



Velocidad de crucero baja

Por trayectos urbanos se utiliza el motor eléctrico, el consumo es 0 de combustible



Detenido

En función de ralentí utiliza la propia energía eléctrica



Aceleración

El motor eléctrico ayuda al vehículo a alcanzar velocidad, por ello los coches consumen menos y generan menos ruido



Frenada

Si la potencia de frenada necesaria es baja, el ordenador electrónicamente reduce la velocidad en vez de utilizar los frenos de disco



Problemas

Reciclaje de baterías. Autonomía exclusiva eléctrica. Precio elevado

Figura 1.8: Estructura del *Toyota Prius* (infografía publicada en www.mvaseguradores.com).

1.4. Objetivo

El presente trabajo tiene los siguientes objetivos:

- Diseñar el acoplamiento del sistema de propulsión del vehículo híbrido mediante un sistema de engranes planetarios.
- Determinar el análisis de par, velocidad y potencia del sistema.
- Realizar el diseño del sistema de engranes mediante *NX 8.5* que es un software de CAD.
- Simular la cinemática del acoplamiento mecánico mediante *NX 8.5* que es un software de CAE.
- Simular el acoplamiento mecánico mediante elemento finito (FEM) en el mismo software.
- Generar los planos para una posible manufactura del acoplamiento mecánico.

1.5. Descripción del contenido

En el presente capítulo, se explicaron los cimientos de este trabajo, puntualizando los objetivos y la problemática principal que inspiró al proyecto que pretende apoyar esta tesis. También se dio un pequeño panorama de avances que existen en este tema y las contribuciones que se han hecho al mercado por parte de las empresas automotrices. Finalmente, se puntualizó en la problemática principal justificando el proyecto y se definió el problema al que se quiere dar solución.

En el capítulo siguiente, se abordan de manera breve las configuraciones para vehículos híbridos eléctricos y se da una descripción de los acoplamientos mecánicos y de los sistemas de engranes planetarios basada en la revisión del estado del arte.

En el tercer capítulo, el núcleo de este trabajo, se realiza el diseño del SEP. Primero se hace el análisis de potencia, par y velocidad, después se realiza el diseño geométrico y el diseño para prevenir fallas.

En el capítulo cuarto se realizan las simulaciones del diseño para comprobar que el sistema funciona como se espera y que no falle debido a los esfuerzos mecánicos.

En el último capítulo se dan las conclusiones de todo el trabajo realizado y un panorama general del trabajo futuro en este mundo de los vehículos híbridos eléctricos.

Capítulo 2

Funcionamiento de los vehículos híbridos eléctricos

Un vehículo híbrido, se conoce como aquel que cuenta con dos o más fuentes de potencia. En el caso de un **vehículo híbrido eléctrico (VHE)**, se tienen como fuentes de potencia un **motor de combustión interna (MCI)** y un **motor eléctrico (ME)**.



Figura 2.1: Funcionamiento de un VHE (infografía publicada en www.mundoyomotor.com).

Una de las principales motivaciones para el desarrollo de los VHE es la posibilidad de combinar las ventajas de los vehículos puramente eléctricos, que tienen cero emisiones con las ventajas de los vehículos de MCI, de manera que los VHE pueden beneficiar de varias maneras para mejorar el desempeño del vehículo y la economía de combustible. En principio, es posible:

1. Reducir el tamaño del MCI y seguir cumpliendo los requisitos de potencia máxima del vehículo.
2. Recuperar energía mediante el frenado regenerativo, durante la desaceleración en lugar de disiparla a causa de la fricción del frenado (frenado regenerativo).
3. Optimizar la distribución de energía entre los motores.
4. Eliminar el consumo de combustible de *ralentí* al apagar el motor cuando no se requiere de energía del combustible (parada y arranque).

5. Cuidado del medio ambiente. [5]

Como ya se mencionó, un VHE puede reducir el consumo de energía y las emisiones contaminantes en comparación con vehículos convencionales debido al mayor grado de libertad añadido por el ME y también a la capacidad del **frenado regenerativo**. Todos estos beneficios están disponibles, sin sacrificar atributos convencionales como el rendimiento, seguridad y fiabilidad. Todo esto está en función de la distribución de potencia que se realiza mediante el acoplamiento mecánico.

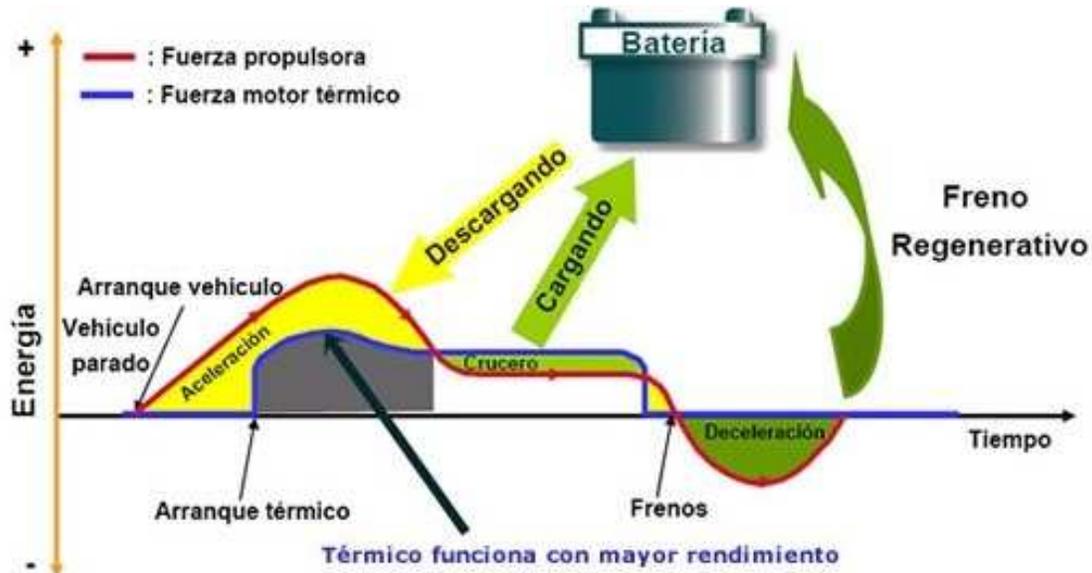


Figura 2.2: Gráfica del funcionamiento del VHE (infografía publicada en valdemarf.wordpress.com).

2.1. Componentes de los vehículos híbridos eléctricos

Los componentes de un vehículo híbrido eléctrico son casi los mismos que en un vehículo convencional, con la diferencia de que se añade una segunda fuente de potencia para lograr una mayor eficiencia y aprovechamiento del combustible. Los componentes básicos de un VHE son:

1. **Motor de gasolina o diésel:** Este es similar al que tienen los automóviles convencionales. Sin embargo, el motor en un híbrido es más pequeño y cuenta con tecnología avanzada que reduce las emisiones e incrementa la eficiencia del mismo.
2. **Tanque de combustible:** El tanque de combustible es la fuente de energía del motor ya sea de gasolina o diésel.
3. **Motor eléctrico:** El motor eléctrico de un auto híbrido es muy sofisticado, pues está manejado con electrónica avanzada que permite que éste actúe como motor y generador. Por ejemplo, cuando el VHE necesita potencia, actúa como motor y obtiene energía de las baterías para acelerar. Pero cuando el VHE disminuye la velocidad, actúa como generador y suministra energía a las baterías recargándolas (frenado regenerativo).
4. **Baterías:** Las baterías en un auto híbrido son la fuente de energía del motor eléctrico.

5. **Transmisión:** La transmisión en un automóvil híbrido cumple la misma función que en un auto convencional.
6. **Acoplamiento mecánico:** Este elemento, tiene la función de mezclar la potencia de los dos motores para lograr un óptimo funcionamiento del VEH. [7]



Figura 2.3: Arquitectura de un VHE (infografía publicada en www.taringa.net/Informacion-de-los-vehiculos-Hibridos.html).

2.2. Configuraciones de los vehículos híbridos eléctricos

La configuración de un vehículo híbrido eléctrico (VHE) depende de la disposición de los elementos que lo componen, por lo que se pueden clasificar de tres maneras que son:

- Configuración serie
- Configuración paralelo
- Configuración serie-paralelo

A continuación se describirá de manera breve en qué consiste cada una de las configuraciones, así como su funcionamiento (flujo de la energía) y sus principales ventajas y desventajas.

2.2.1. Configuración serie

En esta configuración, el vehículo es impulsado por el motor eléctrico gracias a la electricidad suministrada por el generador acoplado directamente al motor de combustión. La batería actúa, por lo tanto, como acumulador de la energía eléctrica sobrante y, cuando está cargada, permite la desconexión temporal del motor de combustión, de forma que el vehículo puede impulsarse momentáneamente de manera totalmente eléctrica.

Los flujos energéticos en esta configuración son los siguientes:

- El motor de combustión, a través del generador, puede alimentar al motor eléctrico y también cargar la batería.
- La batería puede alimentar al motor eléctrico pero también, gracias a la capacidad de éste de actuar como freno regenerativo, puede recargar la batería. El frenado regenerativo consiste en desacelerar el vehículo no del modo convencional, sino invirtiendo el funcionamiento del motor eléctrico y haciéndolo funcionar como un generador de electricidad.

El generador se utiliza principalmente como un amplificador de ayuda, por lo que en la mayoría de los kilómetros se circula con la energía de la batería. Cuando la duración del viaje excede a las prestaciones de la batería el generador se enciende. Por lo que, en viajes largos, el generador puede ser conectado automáticamente cuando las baterías alcanzan un nivel predeterminado de descarga.

A altas velocidades, sólo parte de la energía proviene de las baterías, siendo éstas las que suministran la potencia necesaria para aceleraciones. A velocidad crucero, la potencia generada en exceso se utiliza para recargar las baterías. Este sistema resulta eficiente si la mayoría de la distancia recorrida se utiliza la energía de la batería que se ha recargado. En caso contrario es difícil la justificación de este tipo de propulsión híbrida ya que la energía eléctrica de la batería proviene en realidad de la combustión del MCI.

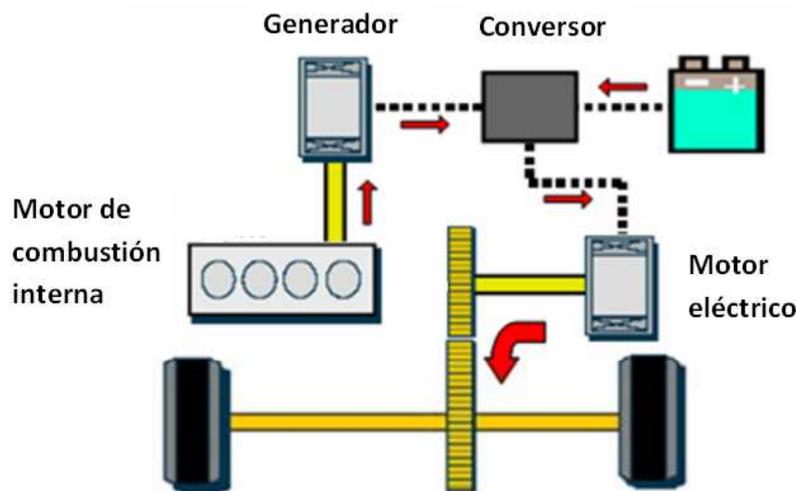


Figura 2.4: Flujo de energía de un VHE en configuración serie.

La principal ventaja que ofrece esta configuración frente a las otras es la de un diseño mecánico simple. Ya que se dispone de un MCI diseñado y optimizado para trabajar siempre en el mismo régimen de velocidad, par o potencia así mismo alta eficiencia.

La desventaja de este tipo de vehículos es que toda la energía producida por el MCI tiene que atravesar por el generador eléctrico sufriendo pérdidas debido a la transformación de energía mecánica en eléctrica y además toda la energía para la tracción tiene que pasar por el motor eléctrico. Otra desventaja es que las máquinas de combustión y eléctricas deben ser grandes en tamaño por la capacidad.

2.2.2. Configuración paralelo

En los VHE con esta configuración, tanto el motor de combustión como el motor eléctrico trabajan simultáneamente para impulsar las ruedas del vehículo. Es decir, ambos proveen de potencia al vehículo de modo que los dos sistemas pueden ser utilizados independientemente o simultáneamente para obtener una potencia especificada por el operador.

Los flujos energéticos de esta configuración son los siguientes:

- El motor de combustión, a través del motor eléctrico, puede también impulsar al vehículo y también cargar la batería funcionando éste último como un alternador.
- La batería puede alimentar al motor eléctrico y gracias a la capacidad del freno regenerativo el motor eléctrico también puede recargar la batería.

Aunque mecánicamente es más compleja, esta configuración evita las pérdidas de la conversión de energía mecánica a eléctrica y eléctrica a mecánica que se da en la configuración en serie. Además, como los picos de demanda de potencia le corresponden al motor de combustión interna el banco de baterías y la máquina eléctrica puede ser más pequeña y es posible emplear solo una máquina eléctrica. A diferencia de la configuración serie que utiliza dos.

El MCI entra en funcionamiento cuando el vehículo necesita más energía. En el caso del arranque y al detenerse el vehículo, el sistema aprovecha la energía normalmente empleada en frenar para recargar la batería (frenado regenerativo).

Como los patrones de uso de los automóviles tienden a viajes cortos y frecuentes, un híbrido en paralelo trabajará la mayor parte del tiempo sólo con el motor eléctrico, ahorrando combustible y reduciendo las emisiones contaminantes al medio ambiente.

2.2.3. Configuración serie-paralelo

El concepto de un VHE mixto parte de una configuración serie en el que se conecta el motor de combustión directamente a las ruedas. Así, tanto el motor de combustión como el generador y el motor eléctrico están interconectados a través de un sistema de engranes planetario (SEP) el cual, a su vez, está conectado a la transmisión del vehículo.

Esta configuración proporciona la posibilidad de propulsar al vehículo de tres maneras: mediante el motor de combustión, mediante el motor eléctrico o mediante una combinación de ambos motores. [8]

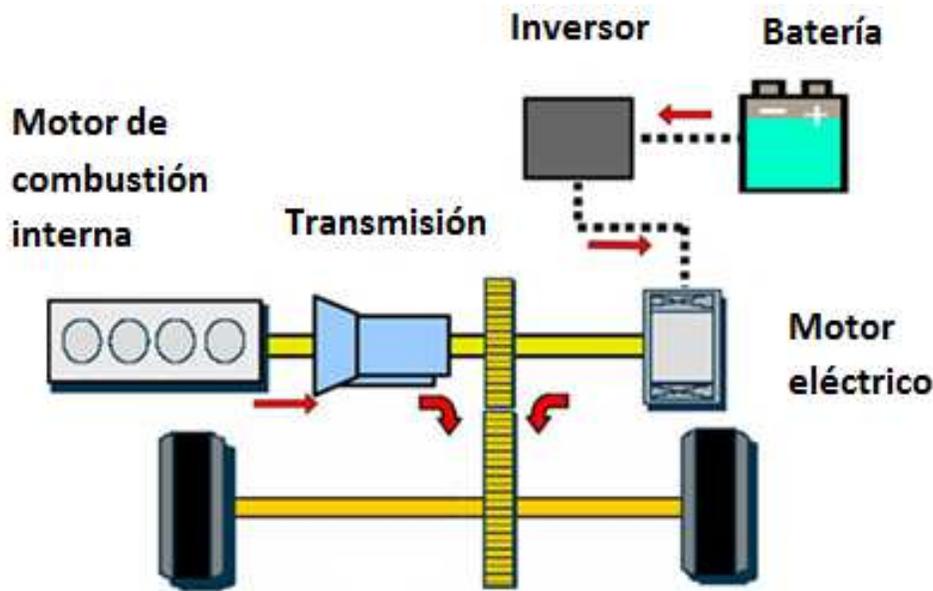


Figura 2.5: Flujo de energía de un VHE en configuración paralelo.

El flujo de la energía con esta configuración es el siguiente:

- El motor de combustión impulsa al vehículo a través del conjunto de engranes.
- El generador, que está también conectado a ese sistema de engranes planetario, es impulsado por el motor de combustión produciendo así electricidad. Esa electricidad es usada para recargar las baterías y para alimentar al motor eléctrico, según las necesidades.
- El motor eléctrico es alimentado por las baterías y a su vez éste es capaz de recargar las baterías en los momentos que funcione el sistema de freno regenerativo.
- El motor eléctrico impulsa las ruedas a través del sistema de engranes planetario.

Las ventajas de la configuración con respecto a las otras configuraciones son las siguientes:

- Gracias al sistema de engranes planetario (SEP), el motor de combustión puede ser conectado a las ruedas en aquellos momentos en los que opere en el rango óptimo de revoluciones y en su rango de máxima eficiencia, es decir máximo rendimiento y mínimo consumo de combustible.
- Al trabajar el motor de combustión en dichas condiciones y al disponer del refuerzo del motor eléctrico, ya no es necesario dotar a estos vehículos de complicadas y caras cajas de cambios.
- El sistema de control de ambos motores consigue que el funcionamiento del conjunto esté siempre optimizado.

Las desventajas incluyen el incremento de la complejidad mecánica en general, con el correspondiente aumento del costo tanto en la parte mecánica como en el sistema de control del conjunto.

El *Toyota Prius* es un ejemplo de esta configuración. Su inconveniente es que tiene más componentes, un generador, un conversor de corriente alterna a corriente continua y esto lo hace más caro.

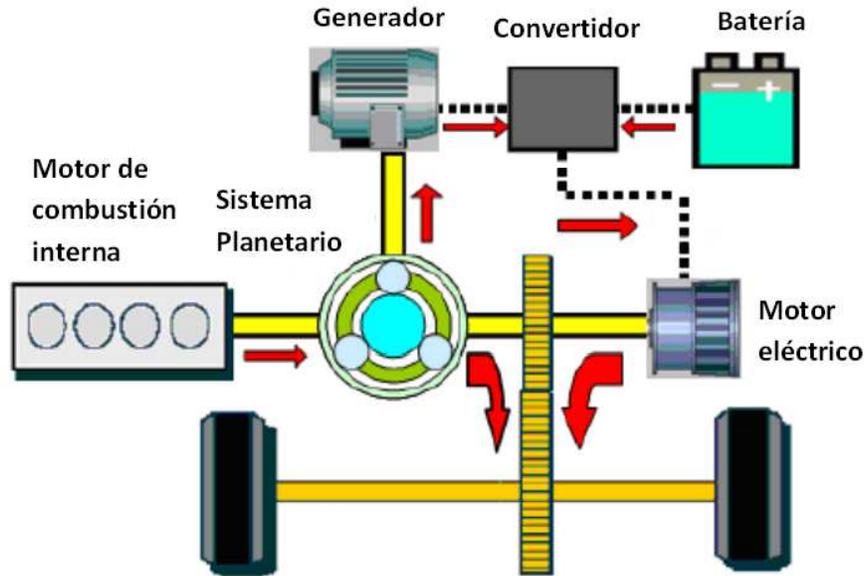


Figura 2.6: Flujo de energía de un VHE en configuración serie-paralelo.

2.3. Acoplamientos mecánicos

Un acoplamiento mecánico es un elemento mecánico cuya misión es asegurar la transmisión del movimiento entre los ejes de diversos elementos de un sistema permitiendo diferentes grados de libertad.

Los acoplamientos mecánicos usualmente tienen una entrada, y producen una salida, alterando el movimiento, velocidad, aceleración y par. Sus principales funciones son:

- Conectar flexible o rígidamente a dos ejes.
- Conectar a dos ejes de manera que puedan variar su distancia.
- Conectar a dos ejes de manera que dicha conexión sea interrumpida cuando se requiera.
- Conectar a dos elementos de transmisión.
- Acoplar y desacoplar un eje sin necesidad de detener alguno.

Existen diferentes tipos de acoplamientos mecánicos y cada uno de ellos tiene una función específica:

- **Acoplamientos rígidos:** sirven para acoplar rígidamente a dos ejes que deben girar sobre una misma línea central. La conexión hace de dos ejes uno solo, evitando vibraciones y movimientos tanto axiales como radiales de un eje con respecto al otro.
- **Acoplamientos flexibles:** son acoplamientos capaces de absorber pequeñas vibraciones y deslizamientos entre los ejes; las vibraciones se absorben tanto en dirección axial como radial.
- **Acoplamientos deslizantes:** son utilizados en los casos en que es variable la distancia entre el eje conductor y el eje conducido.

- **Acoplamiento de unión universal:** sirven para conectar a dos ejes que durante la conexión cambian el ángulo de alineación entre sí.
- **Acoplamiento de sobrecarga:** durante la transmisión de un eje a otro puede haber en algún momento sobrecargas que pueden causar daños en otras partes importantes; para evitar esto se utiliza un mecanismo capaz de absorber los impactos y prevenir roturas.
- **Embragues:** son acoplamiento en los cuales el movimiento entre el eje conductor y conducido se puede acoplar y desacoplar, sin la necesidad de detener la marcha.
- **Acoplamiento de engranes:** Conectan a dos ejes por medio de engranes. [9]

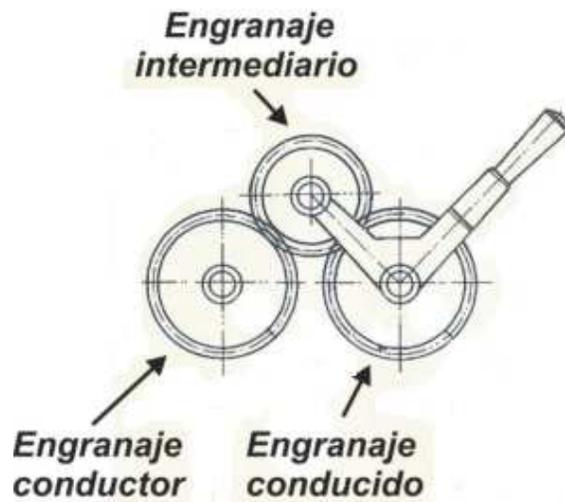


Figura 2.7: Acoplamiento mecánico de engranes.

Este último tipo de acoplamiento mecánico es el utilizado para acoplar el sistema de propulsión del VHE.

El acoplamiento mecánico, consiste en un sistema de engranes planetario (SEP), que cuenta con tres grados de libertad de los cuales dos se emplean para acoplar las fuentes de potencia (el MCI y el ME) en el sistema de propulsión del VHE y el grado de libertad restante se emplea para la salida de potencia hacia las ruedas del VHE.

2.3.1. Sistema de engranes planetario

El sistema de engranes planetario, también llamado epicicloidal, es un mecanismo que sirve para acoplar y transmitir la potencia entre sistemas mecánicos, es comúnmente utilizado en las cajas de cambio automáticas en los vehículos. Este mecanismo toma su nombre debido a que el giro de los engranes es como el del sistema solar.

En los vehículos híbridos eléctricos, este sistema es activado mediante sistemas hidráulicos o electrónicos que accionan frenos y embragues que a su vez controlan los movimientos de sus elementos. Los elementos que componen este sistema son:

- Sol (S)
- Planetas (P)
- Portaplanetas
- Corona (C)

En el interior (centro), el sol gira en torno de un eje central y a su vez los planetas engranan en el dentado del sol. Además, los planetas pueden girar tanto en torno a su propio eje como también alrededor del sol. Los planetas se alojan con sus ejes en el portaplanetas. El portaplanetas inicia el movimiento rotatorio de los planetas alrededor del sol; con ello, lógicamente, también en torno del eje central. Y la corona engrana con su dentado interior en los planetas y encierra todo el tren epicicloidal. El eje central es también centro de giro para la corona. Lo anterior se ejemplifica en la figura 2.8.

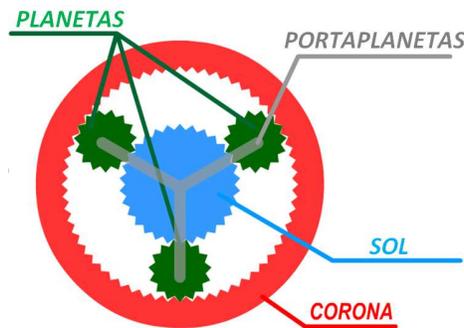


Figura 2.8: Sistema de engranes planetario (SEP).

Los componentes (sol, planeta y corona) del tren epicicloidal pueden moverse libremente sin transmitir movimiento alguno, pero si se bloquea uno de ellos, los restantes pueden girar transmitiendo el movimiento con la relación de transmisión resultante según la relación existente entre sus engranes. Si se bloquean dos de los componentes, el conjunto queda bloqueado, moviéndose todo el sistema a la velocidad de rotación recibida por el motor. [10]

Las relaciones que se pueden obtener en un tren epicicloidal dependen de si ante una entrada o giro de uno de sus elementos existe otro que haga reacción. En función de la elección del elemento de entrada o el elemento de reacción se obtienen cuatro relaciones distintas. Por lo que el funcionamiento de un tren epicicloidal es el siguiente:

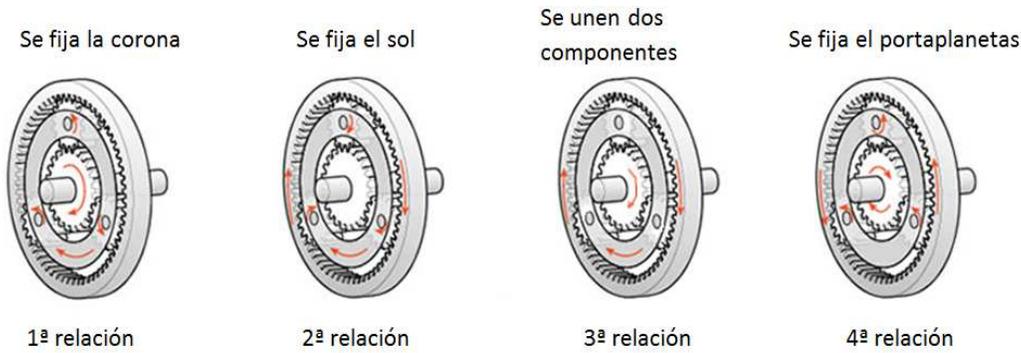


Figura 2.9: Funcionamiento del SEP.

1ª relación: Si el movimiento entra por el sol y se fija la corona, los planetas se ven arrastrados por el sol que esta rodando por el interior de la corona fija. Esto produce el movimiento del portaplanetas. Y el resultado es una desmultiplicación del giro de forma que el portaplanetas se mueve más lentamente de acuerdo a la relación de engranaje o la entrada del sistema.

2ª relación: Si el movimiento entra por la corona y se fija el sol, los planetas se ven arrastrados rodando sobre el sol por el movimiento de la corona. El efecto es el movimiento del portaplanetas con una desmultiplicación menor que en el caso anterior.

3ª relación: Si el movimiento entra por el sol y la corona; el portaplanetas se mueve también y todo el conjunto gira simultáneamente produciéndose una transmisión directa en el portaplanetas.

4ª relación: Si el movimiento entra por el sol y se fija el portaplanetas, se provoca el giro de los planetas sobre su propio eje y a su vez estos producen el movimiento de la corona en sentido contrario, invirtiéndose el sentido de giro y produciendo una desmultiplicación grande.

Relación	Corona	Sol	Portaplanetas	Desmultiplicación
1ª	Fija	Salida de fuerza	Impulsión	Grande
2ª	Salida de fuerza	Fijo	Impulsión	Menor
3ª	Fija	Fijo	Salida de fuerza	Sin desmultiplicación
4ª	Impulsión	Salida de fuerza	Fijo	Inversión de giro

Tabla 2.1: Funcionamiento del sistema de engranes planetario.

Sí se invierten la entrada y la salida en las relaciones de desmultiplicación se obtendrían relaciones de multiplicación.

Estas relaciones se podrían identificar con las típicas marchas de un cambio manual, sin embargo se necesitarían para ello distintos árboles motrices por lo que en la aplicación de un SEP a un automóvil las posibilidades se reducen a dos marchas hacia delante y una hacia atrás. La entrada del par motor se realizaría por el sol y la salida por el portaplanetas o la corona. La primera relación descrita y la tercera serían la 1ª marcha y la directa respectivamente y la cuarta relación sería la reversa.

Otra ventaja fundamental, aparte de las relaciones que permite este sistema haciéndolo muy versátil, es que su forma es muy compacta y permite un reparto de par en distintos puntos a través de los planetas, pudiendo transmitir pares más elevados que otros sistemas de transmisión.

El funcionamiento descrito anteriormente, es posible representarlo matemáticamente por medio de la ecuación fundamental del engranaje planetario, que consiste en que la rotación del engranaje debe mantener una relación fija de velocidad angular con respecto al cuerpo portador. Esta relación fija se define como:

$$R = \frac{\omega_S - \omega_P}{\omega_C - \omega_P} = \frac{N_C}{N_S} \quad (2.1)$$

A la ecuación anterior se le conoce como ecuación de Willis. Y por medio de ella podemos encontrar la relación de transmisión que es:

$$R = -k \quad (2.2)$$

Por medio de las relaciones anteriores, podemos calcular la cinemática del SEP, despejando ω_P para conocer la salida en el tren de engranes planetario:

$$\omega_P = \frac{\omega_S}{(k+1)} + \frac{k \cdot \omega_C}{(k+1)} \quad (2.3)$$

Y al hacer un balance de potencia en el SEP y sabiendo que $P = T \cdot \omega$, se establece una relación entre la potencia en los engranes como:

$$T_P \cdot \omega_P = T_S \cdot \omega_S + T_C \cdot \omega_C \quad (2.4)$$

Las ecuaciones anteriores, son las que se aplican para realizar el análisis cinemático del sistema planetario y son parte esencial para realizar este diseño mecánico. [5]

2.4. Descripción del sistema

El sistema en general, consiste en un banco de pruebas (dinamómetro) en el cual se simulará el sistema de propulsión de un VHE con configuración paralela, añadiendo una características de la configuración en serie-paralelo que es el sistema de engranes planetario (acoplamiento mecánico). Esto por las ventajas que puede proporcionar como son sus grados de libertad, el ser compacto, permite mezclar y controlar los flujos de potencia del vehículo y permite reducir las pérdidas en el vehículo y así aprovechar mejor la energía mediante el freno regenerativo.

En la figura 2.10 observamos todos los elementos que comprenden el tren de propulsión del vehículo híbrido eléctrico, pero el sistema en el que se centra esta tesis es solamente al acoplamiento mecánico que como ya se mencionó, consiste en un sistema de engranes planetario. Como se observa en la figura 2.10, las fuentes de energía se conectan al planetario (SEP) que forman las entradas el mismo y la salida del SEP se conecta hacia un diferencial. Con esto estamos utilizando los tres grados de libertad que nos permite el sistema planetario.

La forma de conectarlos es la siguiente:

- El motor de combustión interna (MCI) se conecta al sol.
- El motor eléctrico (ME) se conecta a la corona.
- El diferencial se conecta al portaplanetas (salida).

Mediante frenos y embragues se acoplarán los motores y el diferencial al sistema planetario, permitiendo esto, acoplar y desacoplar el MCI cuando no se requiera dejando en funcionamiento únicamente el ME.

Cabe mencionar que los embragues y frenos se controlan mediante un sistema de control que a su vez, permitirá controlar los flujos de potencia en el tren de propulsión híbrido ahorrando combustible y obteniendo una mayor eficiencia del vehículo.

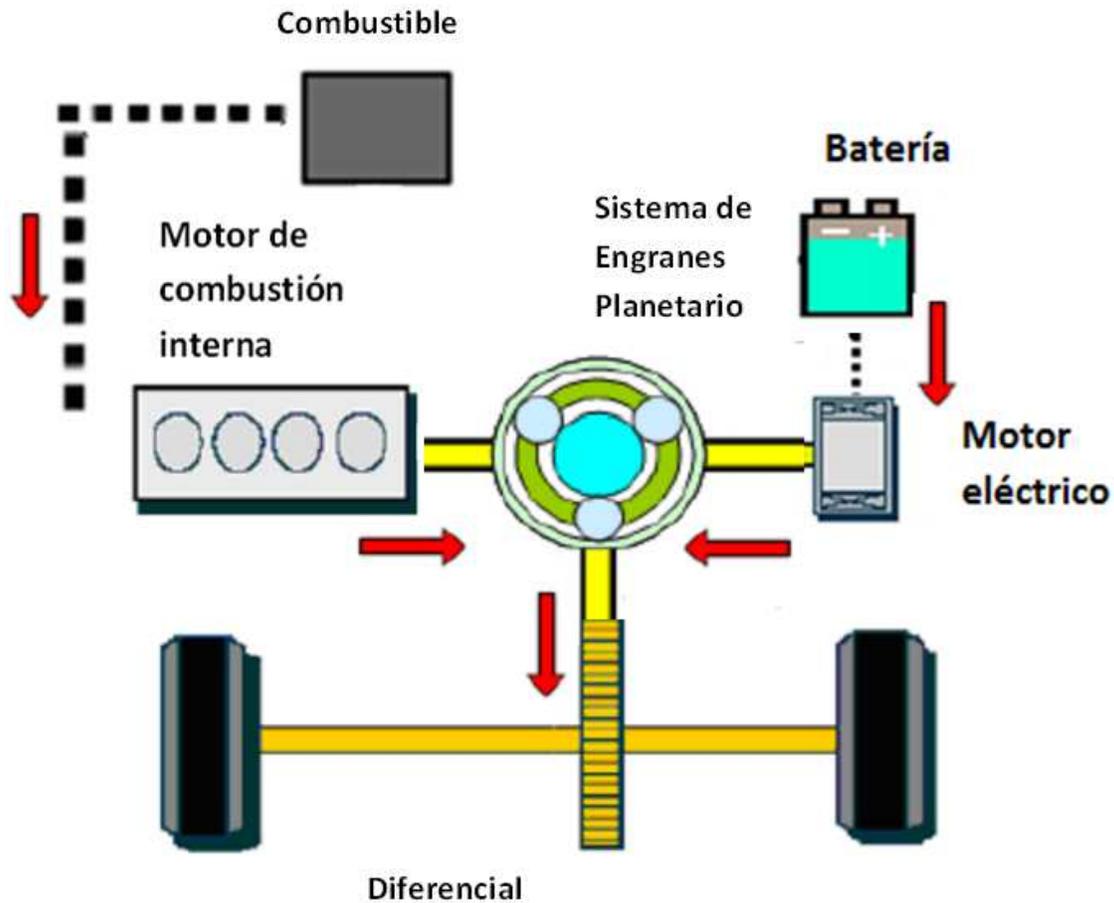


Figura 2.10: Tren de potencia en paralelo.

Capítulo 3

Diseño del acoplamiento mecánico

En el tema 2.4 se describió el sistema a desarrollar y quedó establecido que se usará un sistema de engranes planetario (SEP) como acoplamiento mecánico. Éste se encargará de la distribución y transmisión del flujo de potencia generada por el tren de propulsión del VEH en una configuración en paralelo.

Primero se realiza un análisis cinemático del SEP tomando como referencia esquemática la figura 2.10. De aquí sabemos que nuestras entradas son los motores (MCI y ME) y la salida es la entrada a un mecanismo diferencial.

El diseño se inicia partiendo de una relación de transmisión en el planetario y conociendo los parámetros sobre los cuales trabajan los motores.

Conociendo el comportamiento cinemático del SEP, se procede con el diseño geométrico de los dientes de cada engrane. Finalmente se diseña para prevenir fallas bajo esfuerzos de flexión y de contacto con el fin de evitar alguna rotura, picadura o fractura en los engranes que componen el sistema planetario.

3.1. Características de los motores

De acuerdo con la figura 2.10 vista en el capítulo anterior, el acoplamiento mecánico, está conectado directamente a los motores del tren de propulsión. Por ello es fundamental conocer los valores de par, potencia y velocidad sobre los que trabajan.

Es esencial mencionar que los motores trabajan bajo dos regímenes. El primero es el nominal, que es cuando el motor ha alcanzado su marcha nominal y se mantienen todos los parámetros, en este instante el par motor debe ser igual al par resistente y de signo opuesto. El segundo es el máximo, que es cuando el motor ha alcanzado su marcha máxima y la velocidad angular es la máxima que puede dar el motor.

El motor de combustión interna (MCI) corresponde a un motor de motocicleta y sus características se muestran en la tabla 3.1 y la gráfica de operación se muestra en la figura 3.1.

El motor eléctrico (ME) corresponde a un motor de la marca *electric motor sport* (figura 3.2) y sus características se muestran en la tabla 3.2. [11]

POWER AND TORQUE AT REAR WHEEL

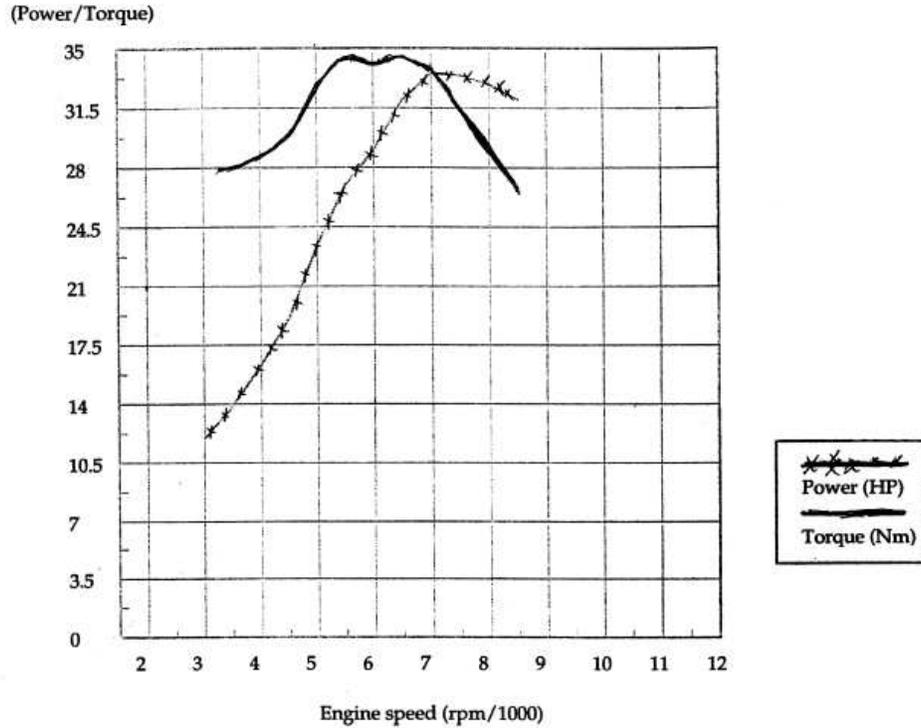


Figura 3.1: Gráfica del funcionamiento del motor de combustión interna marca *Piaggio* obtenida del manual.

Motor de combustión interna	Velocidad angular ω [rpm]	Velocidad angular ω [$\frac{rad}{s}$]	Potencia P [KW]	Potencia P [Hp]	Par T [$N \cdot m$]
Mínimo	0	0	0	0	0
Nominal	6000	628.319	21.551	29.301	34.299
Máximo	7250	759.218	24.271	32.999	31.968

Tabla 3.1: Datos de operación del motor de combustión interna marca *Piaggio* obtenidos del manual.

Motor eléctrico	Velocidad angular ω [rpm]	Velocidad angular ω [$\frac{rad}{s}$]	Potencia P [KW]	Potencia P [Hp]	Par T [$N \cdot m$]
Mínimo	0	0	0	0	0
Nominal	3000	314.159	12	16.315	38.197
Máximo	5000	523.599	30	40.789	57.296

Tabla 3.2: Datos de operación del motor eléctrico obtenidos del manual de operación.



Figura 3.2: Motor eléctrico.

Como ya se mencionó, estos dos motores se conectan directamente a las dos entradas del acoplamiento mecánico (SEP) de la siguiente manera:

- El motor de combustión interna (MCI) se conecta con el engrane sol
- El motor eléctrico (ME) se conecta con el engrane corona

El conocer los parámetros de operación de los motores, nos permite saber su funcionamiento y realizar un análisis cinemático en el sistema planetario. Además nos permite calcular las cargas a las que va a estar sometido el SEP, esto con la finalidad de evitar fallas producidas por esfuerzos de flexión y de contacto.

3.2. Análisis cinemático del sistema de engranes planetario

Este análisis, es sumamente importante, ya que nos señala como va a trabajar el SEP con los valores (par, potencia y velocidad) que nos proporcionan los motores del tren de propulsión.

Mediante este análisis calcularemos la velocidad angular en el vehículo de acuerdo a las entradas proporcionadas por los motores y considerando un diferencial como en la figura 2.10 para un intervalo de velocidad propuesto.

Posteriormente, apoyándonos en una relación de transmisión establecida por previas investigaciones y simulaciones, calcularemos los valores de salida (portaplanetas) en el sistema planetario. Esto con el fin de saber como se comporta con los valores de entrada de los motores, ya sea en régimen nominal o máximo.

Finalmente, los resultados obtenidos serán indispensables para calcular las cargas en cada engrane que compone este sistema. Para así poder determinar los esfuerzos de diseño de cada engrane.

3.2.1. Cálculo de velocidades

Este análisis, primeramente, se efectúa en la entrada del diferencial al que está conectada la salida del sistema planetario (portaplanetas). Por lo que se considera:

- Una trayectoria recta del vehículo.
- Un rin 16: $d_{rin} = 44 [cm] = 0.44 [m]$
- El alto de la cama de la llanta es de: $h = 10 [cm] = 0.10 [m]$
- El diámetro total de la llanta es: $d_{llanta} = 44 + 2(10) = 64 [cm] = 0.64 [m]$
- El radio total de la llanta es: $r_{llanta} = 32 [cm] = 0.32 [m]$
- Un intervalo de velocidad en el vehículo de:
 $V = [V_1 = 90 \left[\frac{km}{h} \right] = 25 \left[\frac{m}{s} \right]; V_2 = 100 \left[\frac{km}{h} \right] = 27.78 \left[\frac{m}{s} \right];$
 $V_3 = 110 \left[\frac{km}{h} \right] = 30.56 \left[\frac{m}{s} \right]; V_4 = 120 \left[\frac{km}{h} \right] = 33.33 \left[\frac{m}{s} \right]]$

Por definición sabemos que:

$$V = \omega \cdot r \quad (3.1)$$

De la ecuación 3.1 despejamos a ω , para calcular la velocidad angular a la que giran las llantas del vehículo con el intervalo de velocidades y el tamaño de la llanta propuesto:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{V_1}{r_{llanta}} = \frac{25 \left[\frac{m}{s} \right]}{0.32 [m]} = 78.125 \left[\frac{rad}{s} \right] = 746.04 [rpm] \\ \omega_2 &= \frac{V_2}{r_{llanta}} = \frac{27.78 \left[\frac{m}{s} \right]}{0.32 [m]} = 86.813 \left[\frac{rad}{s} \right] = 829.07 [rpm] \\ \omega_3 &= \frac{V_3}{r_{llanta}} = \frac{30.56 \left[\frac{m}{s} \right]}{0.32 [m]} = 95.5 \left[\frac{rad}{s} \right] = 911.96 [rpm] \\ \omega_4 &= \frac{V_4}{r_{llanta}} = \frac{33.33 \left[\frac{m}{s} \right]}{0.32 [m]} = 104.156 \left[\frac{rad}{s} \right] = 994.65 [rpm] \end{aligned}$$

Para calcular la velocidad angular en la salida del sistema planetario (SEP), es decir, en el portaplanetas, es necesario considerar algunas relaciones comunes de reducción en el diferencial para ver cual se ajusta a una relación de transmisión deseada:

- Relación 3:1
- Relación 4:1
- Relación 5:1

Finalmente, se calcula la velocidad angular en la salida del planetario ω_P que se obtiene con el intervalo de velocidades propuesto para cada una de las relaciones elegidas en el diferencial aplicando la ecuación 3.2:

$$\frac{\omega_P}{\omega_{llanta}} = (3, 4, 5) \longrightarrow \omega_P = (3, 4, 5) \cdot \omega_{llanta} \quad (3.2)$$

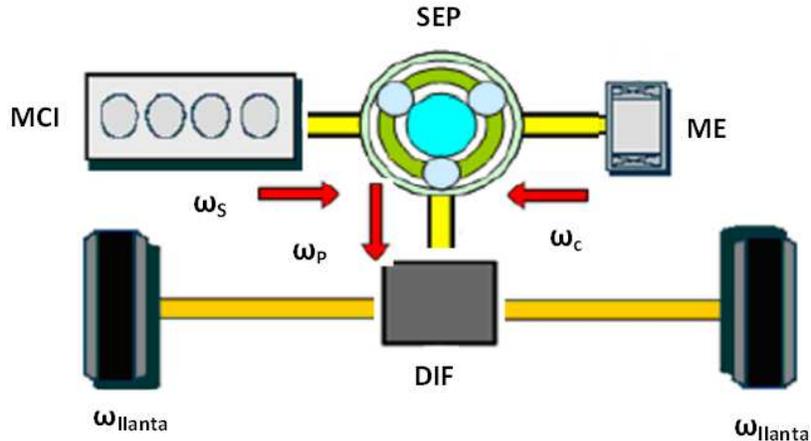


Figura 3.3: Velocidades angulares que intervienen en el tren de propulsión.

Relación 3:1

$$\omega_P = 3 \cdot \omega_{llanta}$$

- Para ω_1

$$\omega_P = 3(746.04 [rpm]) = 2238.12 [rpm]$$

- Para ω_2

$$\omega_P = 3(829.07 [rpm]) = 2487.21 [rpm]$$

- Para ω_3

$$\omega_P = 3(911.96 [rpm]) = 2735.88 [rpm]$$

- Para ω_4

$$\omega_P = 3(994.65 [rpm]) = 2983.95 [rpm]$$

De acuerdo con en el procedimiento anterior, se procede a realizar los cálculos para el caso de una relación en el diferencial de 4:1 y una relación de 5:1 obteniendo los valores de la tabla 3.3.

	ω_P para una relación 3:1	ω_P para una relación 4:1	ω_P para una relación 5:1
Para $\omega_1 [rpm]$	2238.12 [rpm]	2984.16 [rpm]	3730.2 [rpm]
Para $\omega_2 [rpm]$	2487.21 [rpm]	3316.28 [rpm]	4145.35 [rpm]
Para $\omega_3 [rpm]$	2735.88 [rpm]	3647.84 [rpm]	4559.8 [rpm]
Para $\omega_4 [rpm]$	2983.95 [rpm]	3978.6 [rpm]	4973.25 [rpm]

Tabla 3.3: Velocidades en el portaplanetas ω_P obtenidas a partir de cada relación en el diferencial.

El conjunto de velocidades obtenido de estos cálculos nos da como siguiente paso calcular una relación de transmisión bajo la cual trabajarán los engranes diseñados.

3.2.2. Relación de transmisión del SEP

La **relación de transmisión**, es la relación que existe entre las velocidades angulares de dos engranes conectados. Esta relación se produce por la diferencia de diámetros de los engranes e implica una diferencia entre las velocidades de rotación. Matemáticamente, la relación de transmisión del sistema de engranes planetario, se calcula a partir de la ecuación 2.1 y 2.2 como:

$$R = -k = \frac{\omega_S - \omega_P}{\omega_C - \omega_P}$$

Este diseño, a parte de tener su base en los valores de funcionamiento de los motores, también toma como punto de partida, el diseñar con una relación de transmisión $k = 5$ que se obtiene del análisis comercial de relación entre velocidades de los motores (fuentes de potencia), diferencial y velocidades deseadas para el vehículo.

Este dato se fundamenta en investigaciones previas del mismo proyecto al que pertenece esta tesis, y solo nos limitaremos a decir que surgió de simulaciones de ciclos de manejo de vehículos híbridos eléctricos y que al analizar los resultados se concluyó que el valor óptimo para lograr una mayor eficiencia en el VEH es $k = 5$. [5]

En esta parte del análisis, nos enfocaremos a encontrar $k = 5$ teniendo como punto de partida las velocidades angulares calculadas anteriormente y las velocidades de los motores.

Ahora, el análisis ya no se enfoca en el diferencial, sino en el SEP. Partiendo de la ecuación 2.3 que describe la cinemática del SEP:

$$\omega_P = \frac{\omega_S}{(k+1)} + \frac{k \cdot \omega_C}{(k+1)}$$

De la ecuación 2.3 se despeja a k :

$$\left(\omega_P = \frac{\omega_S}{(k+1)} + \frac{k \cdot \omega_C}{(k+1)} \right) (k+1)$$

$$(k+1) \omega_P = \omega_S + k \cdot \omega_C$$

$$k \cdot \omega_P + \omega_P = \omega_S + k \cdot \omega_C$$

$$k \cdot \omega_P - k \cdot \omega_C = \omega_S - \omega_P$$

$$k(\omega_P - \omega_C) = \omega_S - \omega_P$$

$$k = \frac{\omega_S - \omega_P}{\omega_P - \omega_C} \quad (3.3)$$

Con la ecuación 3.3, se obtiene la relación de transmisión k en el planetario (SEP). Para realizar este cálculo, solo hay que considerar que los motores trabajan en un régimen nominal, debido a que el planetario generalmente estará operando en ese régimen. Los valores de par, potencia y velocidad de los motores, se obtienen de las tablas 3.1 y 3.2.

Relación 3:1

- Para ω_1

$$k = \frac{6000 [rpm] - 2238.12 [rpm]}{2238.12 [rpm] - 3000 [rpm]} = -4.94$$

- Para ω_2

$$k = \frac{6000 [rpm] - 2487.21 [rpm]}{2487.21 [rpm] - 3000 [rpm]} = -6.85$$

- Para ω_3

$$k = \frac{6000 [rpm] - 2735.88 [rpm]}{2735.88 [rpm] - 3000 [rpm]} = -12.36$$

- Para ω_4

$$k = \frac{6000 [rpm] - 2983.95 [rpm]}{2983.95 [rpm] - 3000 [rpm]} = -187.92$$

Relación 4:1

- Para ω_1

$$k = \frac{6000 [rpm] - 2984.16 [rpm]}{2984.16 [rpm] - 3000 [rpm]} = -190.4$$

- Para ω_2

$$k = \frac{6000 [rpm] - 3616.28 [rpm]}{3616.28 [rpm] - 3000 [rpm]} = 3.87$$

- Para ω_3

$$k = \frac{6000 [rpm] - 3647.84 [rpm]}{3647.84 [rpm] - 3000 [rpm]} = 3.6$$

- Para ω_4

$$k = \frac{6000 [rpm] - 3978.6 [rpm]}{3978.6 [rpm] - 3000 [rpm]} = 2.06$$

Relación 5:1

- Para ω_1

$$k = \frac{6000 [rpm] - 3730.2 [rpm]}{3730.2 [rpm] - 3000 [rpm]} = 3.1$$

- Para ω_2

$$k = \frac{6000 [rpm] - 4145.35 [rpm]}{4145.35 [rpm] - 3000 [rpm]} = 1.62$$

- Para ω_3

$$k = \frac{6000 [rpm] - 4559.8 [rpm]}{4559.8 [rpm] - 3000 [rpm]} = 0.92$$

- Para ω_4

$$k = \frac{6000 [rpm] - 4973.25 [rpm]}{4973.25 [rpm] - 3000 [rpm]} = 0.52$$

Con los resultados obtenidos, podemos ver que la relación 3:1 en el diferencial, con el cálculo realizado para ω_1 es la que más se ajusta al resultado que buscamos. Por lo que se considera para el análisis cinemático en el portaplanetas una $\omega_P = 2238.12 [rpm]$, que a su vez corresponde a $V = 90 \left[\frac{km}{h} \right]$ y a $\omega_{llanta} = 746.04 [rpm]$.

3.2.3. Análisis cinemático en el portaplanetas

Debido a que tenemos dos regímenes de operación en los motores (nominal y máximo), en el SEP tendremos los mismos casos. Es por ello, que el análisis en la salida del SEP (portaplanetas) se realiza con base en los dos mismos regímenes.

Para el cálculo de ω_P se utiliza la ecuación 2.3, para el cálculo de ω_{llanta} se utiliza la ecuación 3.2 y para el calculo de T_P se utiliza la ecuación 2.4. Ésto es para los dos casos que tenemos:

En régimen de operación nominal

- $\omega_{P_{nom}}$

$$\begin{aligned}\omega_{P_{nom}} &= \frac{\omega_{S_{nom}}}{(k+1)} + \frac{k \cdot \omega_{C_{nom}}}{(k+1)} \\ \omega_{P_{nom}} &= \frac{6000 [rpm]}{(-5+1)} + \frac{-5(3000 [rpm])}{(-5+1)} \\ \omega_{P_{nom}} &= (-0.25)(6000 [rpm]) + (1.25)(3000 [rpm]) \\ \omega_{P_{nom}} &= 2250 [rpm]\end{aligned}$$

- ω_{llanta}

$$\begin{aligned}\omega_{llanta} &= \frac{\omega_{P_{nom}}}{3} \\ \omega_{llanta} &= \frac{2250 [rpm]}{3} \\ \omega_{llanta} &= 750 [rpm] \longrightarrow V = 90.479 \left[\frac{km}{h} \right]\end{aligned}$$

- $T_{P_{nom}} \longrightarrow \omega_{P_{nom}} = 2250 [rpm]$

$$\begin{aligned}T_{P_{nom}} \cdot \omega_{P_{nom}} &= T_{S_{nom}} \cdot \omega_{S_{nom}} + T_{C_{nom}} \cdot \omega_{C_{nom}} \\ T_{P_{nom}} &= \frac{T_{S_{nom}} \cdot \omega_{S_{nom}} + T_{C_{nom}} \cdot \omega_{C_{nom}}}{\omega_{P_{nom}}} \\ T_{P_{nom}} &= \frac{(34.3 [N \cdot m])(6000 [rpm]) + (38.197 [N \cdot m])(3000 [rpm])}{2250 [rpm]} \\ T_{P_{nom}} &= 142.396 [N \cdot m]\end{aligned}$$

- $P_{P_{nom}} \longrightarrow T_{P_{nom}} = 142.396 [N \cdot m]$

$$\begin{aligned}P_{P_{nom}} &= T_{P_{nom}} \cdot \omega_{P_{nom}} \\ P_{P_{nom}} &= (142.396 [N \cdot m]) \left(235.619 \left[\frac{rad}{s} \right] \right) \\ P_{P_{nom}} &= 33.551 [kW] = 45.617 [Hp]\end{aligned}$$

En régimen de operación máxima

- $\omega_{P_{max}}$

$$\omega_{P_{max}} = \frac{\omega_{S_{max}}}{(k+1)} + \frac{k \cdot \omega_{C_{max}}}{(k+1)}$$

$$\omega_{P_{max}} = \frac{7250 [rpm]}{(-5+1)} + \frac{-5(5000 [rpm])}{(-5+1)}$$

$$\omega_{P_{max}} = (-0.25)(7250 [rpm]) + (1.25)(5000 [rpm])$$

$$\omega_{P_{max}} = 4437.5 [rpm]$$

- ω_{llanta}

$$\omega_{llanta} = \frac{\omega_{P_{max}}}{3}$$

$$\omega_{llanta} = \frac{4437.5 [rpm]}{3}$$

$$\omega_{llanta} = 1479.167 [rpm] \longrightarrow V = 178.49 \left[\frac{km}{h} \right]$$

- $T_{P_{max}} \longrightarrow \omega_{P_{max}} = 4437.5 [rpm]$

$$T_{P_{max}} \cdot \omega_{P_{max}} = T_{S_{max}} \cdot \omega_{S_{max}} + T_{C_{max}} \cdot \omega_{C_{max}}$$

$$T_{P_{max}} = \frac{T_{S_{max}} \cdot \omega_{S_{max}} + T_{C_{max}} \cdot \omega_{C_{max}}}{\omega_{P_{max}}}$$

$$T_{P_{max}} = \frac{(31.968 [N \cdot m])(6000 [rpm]) + (57.296 [N \cdot m])(5000 [rpm])}{4437.5 [rpm]}$$

$$T_{P_{max}} = 116.442 [N \cdot m]$$

- $P_{P_{max}} \longrightarrow T_{P_{max}} = 116.442 [N \cdot m]$

$$P_{P_{max}} = T_{P_{max}} \cdot \omega_{P_{max}}$$

$$P_{P_{max}} = (116.442 [N \cdot m]) \left(464.694 \left[\frac{rad}{s} \right] \right)$$

$$P_{P_{max}} = 54.271 [kW] = 73.788 [Hp]$$

En la tabla 3.4 se resumen los valores calculados en la salida del sistema de engranes planetario (portaplanetas) como resultado de los valores de operación (par, velocidad y potencia) de los motores y considerando una relación de transmisión $k = 5$ en el SEP y de 3 en el diferencial. Estos datos, nos servirán más adelante para determinar las cargas que afectan a los dientes de cada engrane y así poder calcular los esfuerzos a los que están sometidos.

Portaplanetas (salida del SEP)	Nominal	Máximo
Velocidad angular ω [rpm]	2250	4437.5
Velocidad angular ω [$\frac{rad}{s}$]	235.619	464.694
Par T [N · m]	142.395	116.789
Potencia P [KW]	33.551	54.271
Potencia P [Hp]	45.617	73.788
Relación de transmisión k	-5	-5
Relación en el diferencial	3:1	3:1
Velocidad angular de la llanta ω_{llanta} [rpm]	750	1479.167
Velocidad angular de la llanta ω_{llanta} [$\frac{rad}{s}$]	78.539	154.898
Velocidad tangencial V [$\frac{m}{s}$]	25.133	49.567
Velocidad tangencial V [$\frac{km}{h}$]	90.478	178.442

Tabla 3.4: Datos de la salida del planetario.

3.3. Parámetros geométricos de los engranes

Un **engrane** se puede considerar como una rueda dentada, cuya función es transmitir potencia de un eje a otro, manteniendo una relación fija entre las velocidades angulares de los ejes.

Sabemos que existen diferentes tipos de engranes (rectos, helicoidales, cónicos, tornillo sinfín, entre otros), pero para este caso, solo nos enfocaremos en engranes cilíndricos rectos, ya que son los que utilizaremos para este diseño, debido a que son mas económicos de fabricar. [10]

Los engranes rectos, son engranes cilíndricos que tienen sus dientes paralelos al eje de rotación y se utilizan para transmitir movimiento de un eje a otro que es paralelo. Este tipo de engrane es el más sencillo de todos los que existen.

Hoy en día los engranes están muy estandarizados en lo que se refiere a tamaño y forma de los dientes. La *American Gear Manufacturers Association* (AGMA) apoya investigaciones en el diseño, materiales y manufactura de engranes, publicando normas para su diseño, fabricación y ensamble. Para este diseño, seguiremos los métodos y recomendaciones de la AGMA, como se definen en esas normas. Pero primero definiremos los conceptos geométricos fundamentales de los engranes rectos.

Ley fundamental de engranaje

La razón de la velocidad angular y par entre los engranes permanece constante a través del acoplamiento.

$$m_{\omega} = \pm \frac{\omega_{sal}}{\omega_{ent}} = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} = \pm \frac{d_{ent}}{d_{sal}} = \pm \frac{N_{ent}}{N_{sal}} \quad (3.4)$$

$$m_T = \pm \frac{\omega_{ent}}{\omega_{sal}} = \pm \frac{r_{sal}}{r_{ent}} = \pm \frac{d_{sal}}{d_{ent}} = \pm \frac{N_{sal}}{N_{ent}} \quad (3.5)$$

- Sí m_{ω} y $m_T < 0$ es una conexión interna entre engranes.
- Sí m_{ω} y $m_T > 0$ es una conexión externa entre engranes.

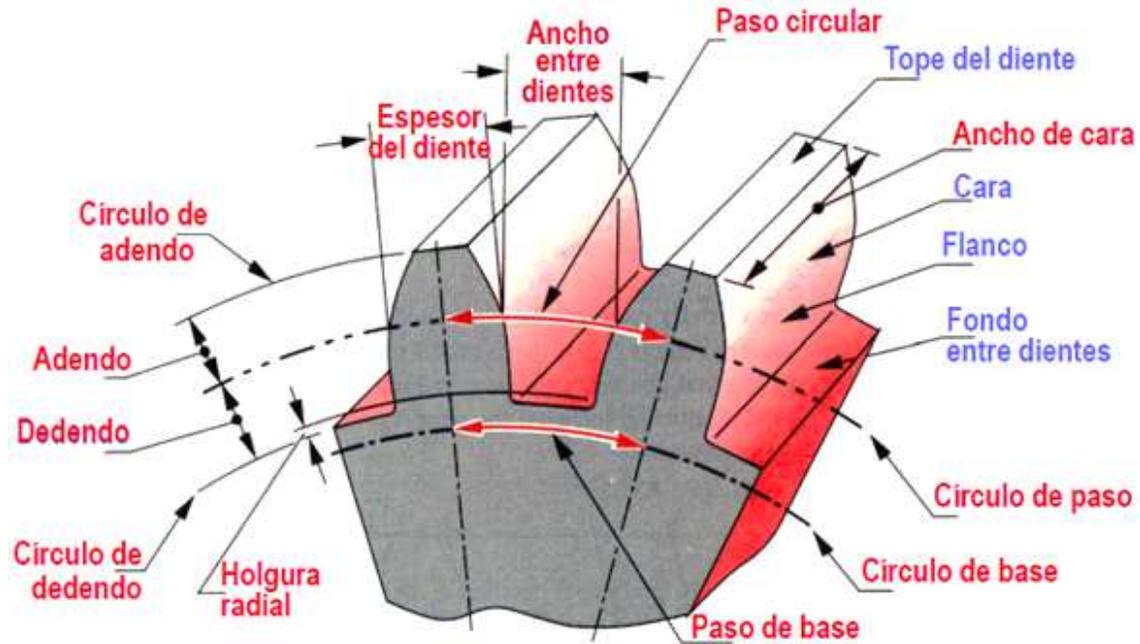


Figura 3.4: Partes geométricas de un engrane.

Número de dientes (N)

Es la cantidad total de dientes que posee el engrane en toda su circunferencia.

$$N = \frac{d}{m} \quad (3.6)$$

Diámetro del círculo de paso (d)

Es el diámetro de la circunferencia que define la superficie por la cual el engranaje rueda sin deslizarse. Por lo que las circunferencias de paso de un par de engranes conectados son tangentes entre sí.

$$d = m \cdot N \text{ [mm]} \quad (3.7)$$

Punto de paso

Es el punto de contacto entre las circunferencias de paso que ocurre en la línea de centros.

Módulo (m)

Es la relación del diámetro de paso y el número de dientes del engrane. Este parámetro indica el tamaño de los dientes en el sistema SI.

$$m = \frac{d}{N} \text{ [mm]} \quad (3.8)$$

- Para que los engranes se acoplen correctamente, es necesario que:

$$m_{sol} = m_{planeta} = m_{corona}$$

Módulo métrico m [mm]	0.3	0.5	1	1.5	2	5	10	20	25
Equivalente P_d [in ⁻¹]	84.67	50.80	25.40	16.93	12.70	5.08	2.54	1.27	1.02

Tabla 3.5: Módulos métricos estándar y sus equivalentes en paso diametral.

Ángulo de presión (ϕ)

Es el ángulo que se forma entre el eje de transmisión o línea de acción y la dirección de la velocidad en el punto de paso. Es posible usar cualquier ángulo de presión, pero para la manufactura del engrane se requerirá de la construcción de cortadoras especiales. Por ello, AGMA recomienda usar los valores estándar que se muestran en la tabla 3.6. De los cuales, 20° es el más usado y 14.5° ahora se considera obsoleto.

Ángulo de presión ϕ	
[°]	[rad]
14.5	0.253
20	0.350
25	0.436

Tabla 3.6: Ángulo de presión.

Paso circular (P_c)

Es la distancia, medida sobre la circunferencia de paso, entre dos puntos homólogos de dos dientes consecutivos. De manera que el paso circular es igual a la suma del espesor del diente y el ancho del espacio entre dos dientes.

$$P_c = \frac{\pi \cdot d}{N} = \pi \cdot m \left[\frac{mm}{diente} \right] \quad (3.9)$$

- Para que los engranes se acoplen correctamente, se debe cumplir que:

$$P_{c_{sol}} = P_{c_{planeta}} = P_{c_{corona}}$$

Paso de base (P_b)

Es la distancia, medida sobre la circunferencia de base, entre dos puntos homólogos de dos dientes consecutivos.

$$P_b = P_c \cdot \cos \phi \left[\frac{mm}{diente} \right] \quad (3.10)$$

Paso diametral o Pitch (P_d)

Es la relación del número de dientes que tiene un engrane por cada pulgada del diámetro de paso. Es el recíproco del módulo y sólo se aplica en unidades inglesas. En la tabla 3.7, se muestran los pasos diametrales estándar para cuatro clases de dientes.

$$P_d = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{P_c} \left[in^{-1} \right] \quad (3.11)$$

Clase	Paso diametral $P_d [in^{-1}]$
Basto	1/2, 1, 2, 4, 6, 8, 10
Medio basto	12, 14, 16, 18
Fino	20, 24, 32, 48, 64, 72, 80, 96, 120, 128
Ultrafino	150, 180, 200

Tabla 3.7: Pasos diametrales para cuatro clases de dientes.

Altura de cabeza o adendo (h_a)

Es la distancia radial medida entre la circunferencia de paso y la circunferencia exterior (tope del diente).

$$h_a = \frac{P_c}{\pi} = \frac{1}{P_d} = m [mm] \quad (3.12)$$

Altura de pie o dedendo (h_d)

Es la distancia radial medida entre la circunferencia interior (fondo del espacio entre dientes) y la circunferencia de paso. El dedendo es ligeramente más grande que el adendo, lo que provoca una holgura.

$$h_d = \frac{1.25P_c}{\pi} = \frac{1.25}{P_d} = 1.25m [mm] \quad (3.13)$$

Altura total del diente (h_T)

Es la distancia radial medida entre la circunferencia interior (círculo de dedendo) y la circunferencia exterior (círculo de adendo). Es decir, es la suma del adendo y el dedendo.

$$h_T = h_a + h_d [mm] \quad (3.14)$$

Altura de trabajo (h_w)

Es la diferencia entre la altura total del diente y el juego.

$$h_w = 2h_a = 2m [mm] \quad (3.15)$$

Diámetro del círculo de base (d_b)

Es el diámetro de la circunferencia (evoluta) a partir de la cual se genera el perfil de la curva involuta y este diámetro siempre es menor al diámetro del círculo de paso.

$$d_b = d \cdot \cos \phi [mm] \quad (3.16)$$

Diámetro exterior, de cabeza o adendo (d_e)

Es la circunferencia descrita por la cabeza de los dientes.

$$d_e = d \pm 2m [mm] \quad (3.17)$$

- El signo (−) se aplica para el caso de la corona debido a que tiene dentado interno.

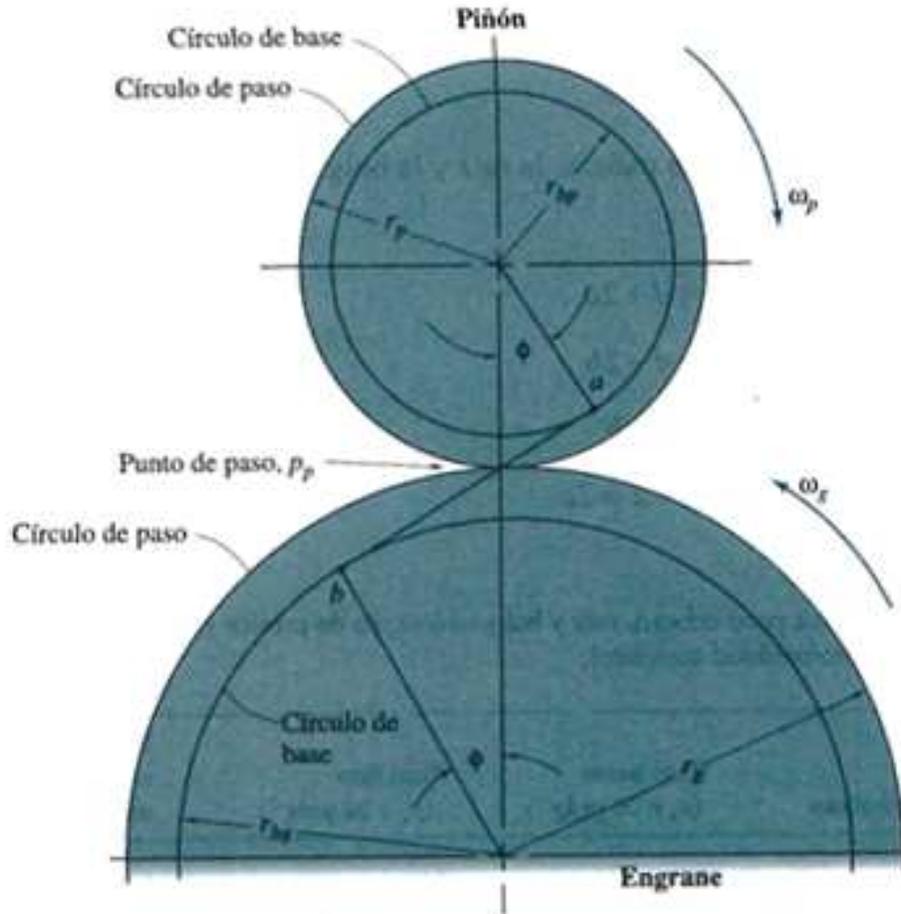


Figura 3.5: Círculo de base y círculo de paso de un par de engranes.

Diámetro interior, de pie o dedendo (d_i)

Es la circunferencia que corresponde al cilindro en el cual se encuentra arraigado el diente.

$$d_i = d \mp 2h_d \text{ [mm]} \quad (3.18)$$

- El signo (+) se aplica para el caso de la corona debido a que tiene dentado interno.

Espesor del diente (e) y espacio entre dientes (s)

El espesor es el grueso del diente y es medido sobre la circunferencia de paso. El espacio entre dientes es aquel en el cual penetra el diente de otro engrane para que se acoplen. Teóricamente el espesor y el espacio entre dientes son iguales, pero en la ejecución práctica de un engranaje el espacio entre dientes es mayor ya que presenta un juego tangencial o lateral que sirve para evitar el calentamiento por fricción.

$$e = s = \frac{P_c}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2} \text{ [mm]} \quad (3.19)$$

- Siempre se cumple que:

$$P_c = e + s$$

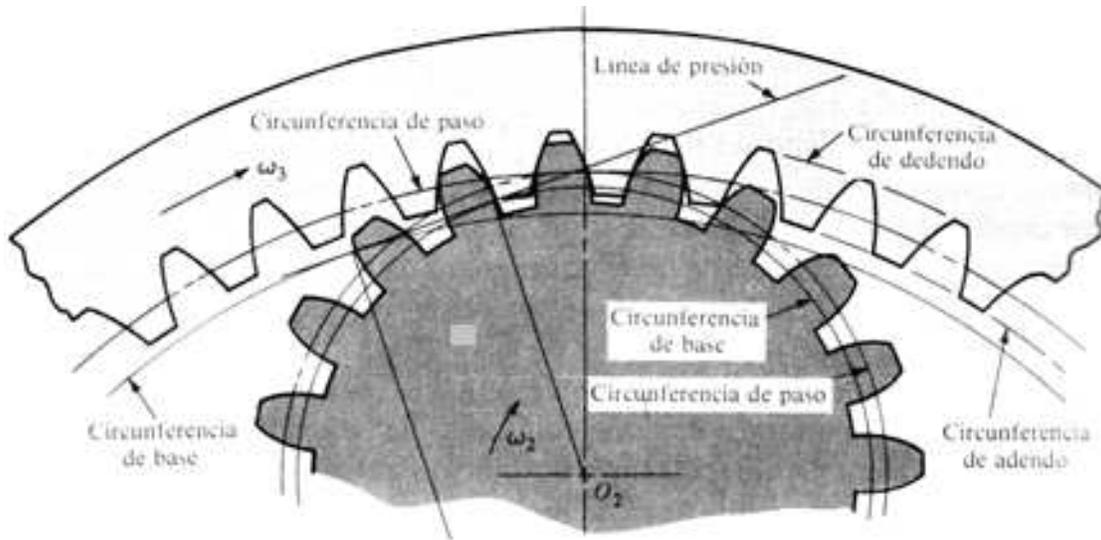


Figura 3.6: Circunferencias de un engrane con dentado interior.

Ancho de la cara del diente (b)

Es la superficie axial del diente que queda comprendida entre la circunferencia de paso y la circunferencia exterior o de adendo. AGMA, recomienda que el ancho de cara sea:

$$b = (10 \text{ a } 15)m \text{ [mm]} \quad (3.20)$$

Flanco

Es la superficie axial del diente que queda comprendida entre la circunferencia de paso y la circunferencia interior o de dedendo.

Filet (f)

Es la superficie curva que une el flanco del diente con el círculo de dedendo. El filet se usa para reducir la concentración de esfuerzos causados por el acoplamiento entre engranes.

$$f_{max} = 0.3m \text{ [mm]} \quad (3.21)$$

$$f_{min} = \frac{e}{6} \text{ [mm]} \quad (3.22)$$

Juego radial o de fondo (j_r) y Juego lateral o tangencial (j_l)

También llamados holguras del diente. El primero es el espacio que queda entre la cabeza del diente de un engrane y la circunferencia de dedendo del otro, esto con el fin de evitar la presión que pueda producir el contacto entre ambos. Y el segundo es el espacio entre los perfiles de los dientes que engranan, medido sobre la circunferencia de paso, esto con el fin de permitir la deflexión de los mismos, y la lubricación y la dilatación térmica, cuando están engranando entre sí.

$$j_r = 0.25m \text{ [mm]} \quad (3.23)$$

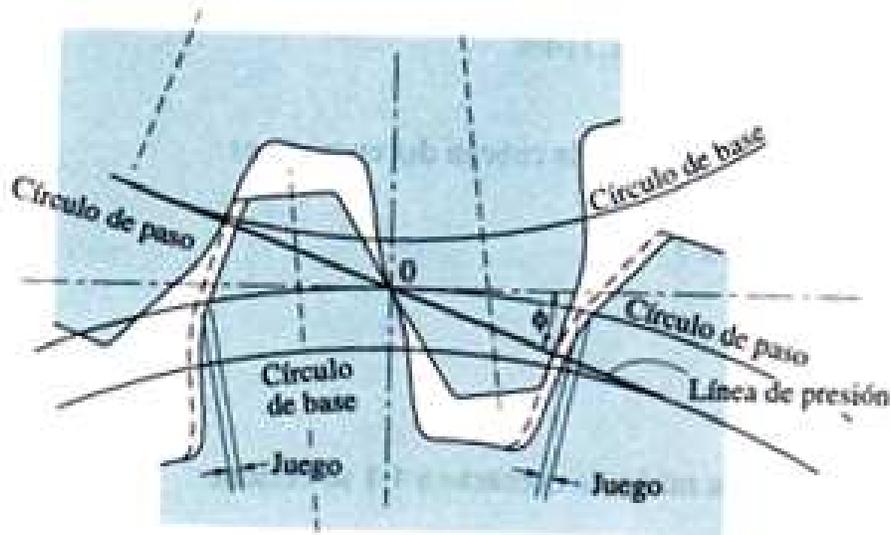


Figura 3.7: Juegos que se producen en los dientes de los engranes al acoplarse.

Módulo $m [mm]$	Distancia entre centros $c [mm]$				
	50	100	200	400	800
	Juego $j_r [mm]$				
1.5	0.13	0.16	-	-	-
2	0.14	0.17	0.22	-	-
3	0.18	0.20	0.25	0.35	-
5	-	0.26	0.31	0.41	-
8	-	0.35	0.40	0.50	0.70
12	-	-	0.52	0.62	0.82
18	-	-	-	0.80	1.00

Tabla 3.8: Juego radial mínimo recomendado para engranes de paso basto.

Distancia entre centros o ejes (c)

Es la distancia que hay del centro de un engrane al centro de otro engrane.

$$c = r_g + r_p = \frac{d_g \pm d_p}{2} = \frac{m(N_g \pm N_p)}{2} [mm] \quad (3.24)$$

- El signo (-) se usa para el caso de la corona por ser un engrane con dentado interior.

Línea de acción o de presión (L_{ab})

Es un segmento de línea comprendida entre los puntos inicial y final de contacto de una pareja de dientes.

$$L_{ab} = \sqrt{r_{e_p}^2 - r_{b_p}^2} + \sqrt{r_{e_g}^2 - r_{b_g}^2} - c \sin \phi [mm] \quad (3.25)$$

Razón de contacto (C_r)

Este valor indica el promedio de los dientes en contacto para engranes conjugados.

$$C_r = \frac{L_{ab}}{P_c \cdot \cos \phi} = \frac{L_{ab}}{\pi \cdot m \cdot \cos \phi} \quad (3.26)$$

- La razón de contacto mínima para un funcionamiento suave es $C_r = 1.2$, pero es preferible que sea de $C_r = 1.4$.
- Con objeto de mantener condiciones adecuadas de funcionamiento, para engranes de dientes rectos, se recomienda que $C_r \geq 4$.

Perfil del diente o curva involuta

Es la curva que se produce a partir del círculo de base de un engrane. El centro de curvatura de la involuta está siempre en el punto de tangencia de la cuerda con el círculo base C . Una tangente a la involuta siempre será normal a la cuerda, que es el radio instantáneo de curvatura de la curva de la involuta.

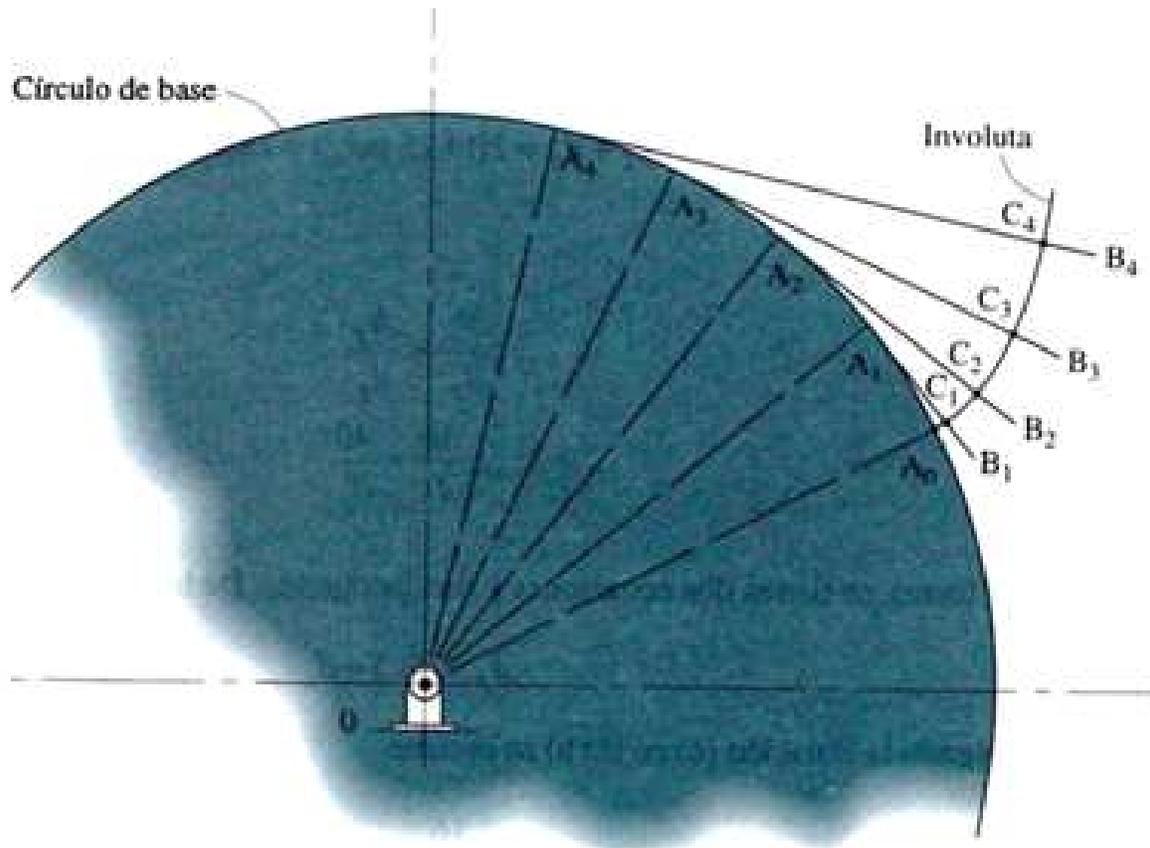


Figura 3.8: Perfil del diente o curva involuta.

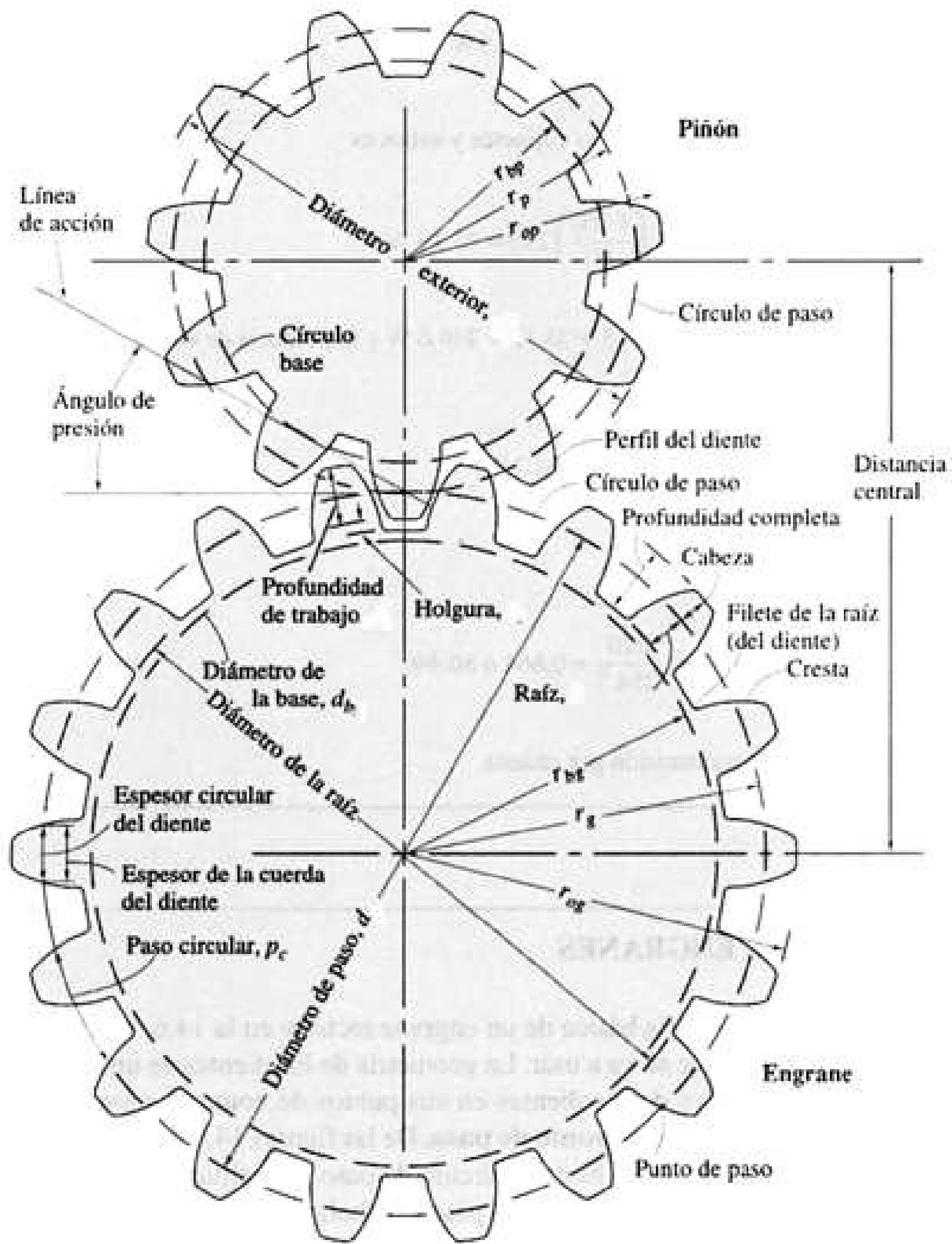


Figura 3.9: Parámetros geométricos de un par de engranes.

3.3.1. Diseño geométrico del acoplamiento mecánico

En esta sección, se realiza el cálculo de las partes geométricas para cada uno de los engranes, partiendo de la relación de transmisión y de la elección de un módulo estandarizado para realizar esta parte del diseño.

Módulo (m)

Se elije un módulo estandarizado propuesto por la AGMA de la tabla 3.5. Sabiendo que los tres engranes deben tener el mismo para que engranen.

$$m = 2 [mm]$$

Número de dientes (N)

Para realizar este cálculo, nos apoyamos en la relación de transmisión siguiente:

$$k = -R = \frac{N_c}{N_S} = 5 \longrightarrow N_c = 5N_S$$

De la relación anterior se elabora la tabla 3.9, de donde se escogen los números de diente para el sol y la corona.

N_S	N_C	N_S	N_C	N_S	N_C
10	50	17	85	24	120
11	55	18	90	25	125
12	60	19	95	26	130
13	65	20	100	27	135
14	70	21	105	28	140
15	75	22	110	29	145
16	80	23	115	30	150

Tabla 3.9: Número de dientes del Sol y la Corona.

Se elige un número de dientes del sol y corona que nos permita tener un diámetro de paso basto, ya que un valor pequeño implica más precisión y un margen de error menor y podrían fallar los engranes.

- Sol

$$N_S = 30 [dientes]$$

- Corona

$$N_C = 150 [dientes]$$

- Planeta

$$N_P = \frac{d_p}{m}$$

$$d_p = \frac{d_C - d_S}{2}$$

$$N_P = \frac{\frac{d_C - d_S}{2}}{m} = \frac{m(N_C - N_S)}{2m} = \frac{N_C - N_S}{2}$$

$$N_P = \frac{150 - 30}{2} = 60 [dientes]$$

Diámetro de paso (d)

Este diámetro para cada engrane, se calcula a partir del módulo seleccionado y del número de dientes de cada uno.

- Sol

$$d = m \cdot N = (2 [mm])(30) = 60 [mm]$$

- Planeta

$$d = m \cdot N = (2 [mm])(60) = 120 [mm]$$

- Corona

$$d = m \cdot N = (2 [mm])(150) = 300 [mm]$$

Ángulo de presión (ϕ)

Se elige el valor más común estandarizado por la AGMA de la tabla 3.6 para los tres engranes.

$$\phi = 20 [^\circ]$$

Paso circular (P_c)

Este se calcula a partir del módulo escogido, sin olvidar que para que los engranes engranen P_c es igual para los tres casos.

$$P_c = \pi \cdot m = \pi(2 [mm]) = 6.283 [mm]$$

Paso diametral o Pitch (P_d)

Este parámetro es el equivalente del inverso del módulo, pero en sistema de unidades inglés y lo podemos ver en la tabla 3.5.

$$P_d = 12.70 [in^{-1}]$$

Paso de base (P_b)

$$P_b = P_c \cdot \cos \phi = (6.283 [mm])(\cos 20^\circ) = 5.904 [mm]$$

Altura de cabeza o adendo (h_a)

$$h_a = m = 2 [mm]$$

Altura de pie o dedendo (h_d)

$$h_d = 1.25m = 1.25(2 [mm]) = 2.5 [mm]$$

Altura total del diente (h_T)

$$h_T = h_a + h_d = 2 [mm] + 2.5 [mm] = 4.5 [mm]$$

Altura de trabajo (h_w)

$$h_w = 2m = 2(2 \text{ [mm]}) = 4 \text{ [mm]}$$

Diámetro del círculo de base (d_b)

- Sol

$$d_b = d \cdot \cos \phi = (60 \text{ [mm]})(\cos 20^\circ) = 56.382 \text{ [mm]}$$

- Planeta

$$d_b = d \cdot \cos \phi = (120 \text{ [mm]})(\cos 20^\circ) = 112.763 \text{ [mm]}$$

- Corona

$$d_b = d \cdot \cos \phi = (300 \text{ [mm]})(\cos 20^\circ) = 281.908 \text{ [mm]}$$

Diámetro exterior, de cabeza o adendo (d_e)

- Sol

$$d_e = d \pm 2m \text{ [mm]} = (60 \text{ [mm]}) + 2(2 \text{ [mm]}) = 64 \text{ [mm]}$$

- Planeta

$$d_e = d \pm 2m \text{ [mm]} = (120 \text{ [mm]}) + 2(2 \text{ [mm]}) = 124 \text{ [mm]}$$

- Corona

$$d_e = d \pm 2m \text{ [mm]} = (3000 \text{ [mm]}) - 2(2 \text{ [mm]}) = 296 \text{ [mm]}$$

Diámetro interior, de pie o dedendo (d_i)

- Sol

$$d_i = d \mp 2h_d \text{ [mm]} = (60 \text{ [mm]}) - 2(2.5 \text{ [mm]}) = 55 \text{ [mm]}$$

- Planeta

$$d_i = d \mp 2h_d \text{ [mm]} = (120 \text{ [mm]}) - 2(2.5 \text{ [mm]}) = 115 \text{ [mm]}$$

- Corona

$$d_i = d \mp 2h_d \text{ [mm]} = (300 \text{ [mm]}) + 2(2.5 \text{ [mm]}) = 305 \text{ [mm]}$$

Espesor del diente (e) y espacio entre dientes (s)

$$e = s = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{\pi(2 \text{ [mm]})}{2} = \pi \text{ [mm]}$$

$$P_c = \pi \text{ [mm]} + \pi \text{ [mm]}$$

$$6.283 \text{ [mm]} = 6.283 \text{ [mm]}$$

Ancho de la cara del diente (b)

Este valor ayuda a contrarrestar el esfuerzo de diseño, por lo que se propone que sea 25 veces el módulo.

$$b = 25m = 25(2 \text{ [mm]})$$

$$b = 50 \text{ [mm]}$$

Filet (f)

$$f_{max} = 0.3m = 0.3(2 [mm]) = 0.6 [mm]$$

$$f_{min} = \frac{e}{6} = \frac{\pi [mm]}{6} = 0.524 [mm]$$

De estos valores calculados se toma el f_{max} para el diseño, ya que será el que ayude a contrarrestar mejor la concentración de esfuerzos.

Holgura o juego radial (j_r)

$$j_r = 0.25m = 0.25(2 [mm]) = 0.5 [mm]$$

Distancia entre ejes (c)

- Sol-Planeta

$$c = \frac{d_g \pm d_p}{2} = \frac{60 + 120}{2} = 90 [mm]$$

- Planeta-Corona

$$c = \frac{d_g \pm d_p}{2} = \frac{300 - 120}{2} = 90 [mm]$$

Línea de acción o de presión (L_{ab})

$$L_{ab} = \sqrt{r_{e_p}^2 - r_{b_p}^2} + \sqrt{r_{e_g}^2 - r_{b_g}^2} - c \sin \phi [mm]$$

- Sol-Planeta

$$L_{ab} = \sqrt{(32)^2 - (28.191)^2} + \sqrt{(62)^2 - (56.382)^2} - (90) \sin 20^\circ [mm]$$

$$L_{ab} = 10.149 [mm]$$

- Planeta-Corona

$$L_{ab} = \sqrt{(62)^2 - (56.382)^2} + \sqrt{(148)^2 - (140.954)^2} - (90) \sin 20^\circ [mm]$$

$$L_{ab} = 40.13 [mm]$$

Razón de contacto (C_r)

$$C_r = \frac{L_{ab}}{\pi \cdot m \cdot \cos \phi}$$

- Sol-Planeta

$$C_r = \frac{10.149 [mm]}{\pi \cdot (2 [mm]) \cos 20^\circ} = 1.7$$

- Planeta-Corona

$$C_r = \frac{40.13 [mm]}{\pi \cdot (2 [mm]) \cos 20^\circ} = 6.8$$

Perfil del diente o curva involuta

En el apéndice B, se muestran las tablas a partir de las cuales se construyen los perfiles o curvas involutas de los tres engranes del SEP. Por medio de estas tablas se traza el dibujo del perfil de cada diente para cada engrane en el software NX 8.5.

3.4. Diseño para prevenir fallas

Actualmente, el diseño de engranes es considerado como una combinación de arte y ciencia, debido a que en ocasiones algunos engranes funcionan mejor cuando se diseñan para prevenir fallas, es decir, duran más tiempo de lo esperado por las ecuaciones, mientras que otros fallan operando dentro de los límites impuestos por los cálculos. [10]

El desgaste y las fallas que afectan a los dientes de un engrane recto surgen debido a esfuerzos repetidos de flexión en la raíz del diente que se presentan durante los periodos de engranaje y a esfuerzos repetidos de contacto que afectan a las superficies de los dientes.

Fractura del diente

Es la formación de una grieta en la raíz del diente, debido a la fatiga por flexión que resulta de un número grande de repeticiones de carga sobre el diente. Este tipo de falla, es el más grave, debido a que una fractura inmoviliza el engrane, deshabilitando la máquina. Un radio adecuado del filet puede ayudar a contrarrestar los efectos de la fatiga por flexión.

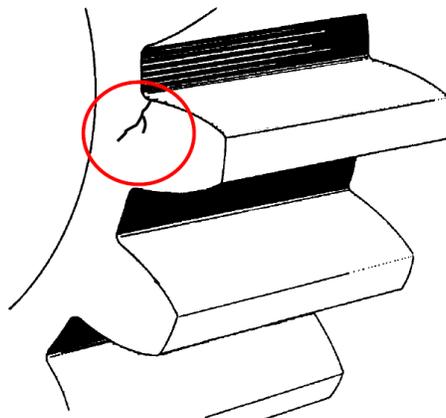


Figura 3.10: Fractura del diente de un engrane recto.

Picadura

Es un fenómeno superficial en el cual, pequeñas partículas del material se desprenden del diente. Esto se debe, a elevadas cargas de compresión que se presentan durante el proceso de engranaje. Así mismo, se debe a una temperatura local alta como consecuencia de las altas velocidades de rozamiento y por una mala lubricación.

Esta falla se produce gradualmente y da un aviso audible y visible. Pero a diferencia de la fractura los engranes pueden seguir trabajando.

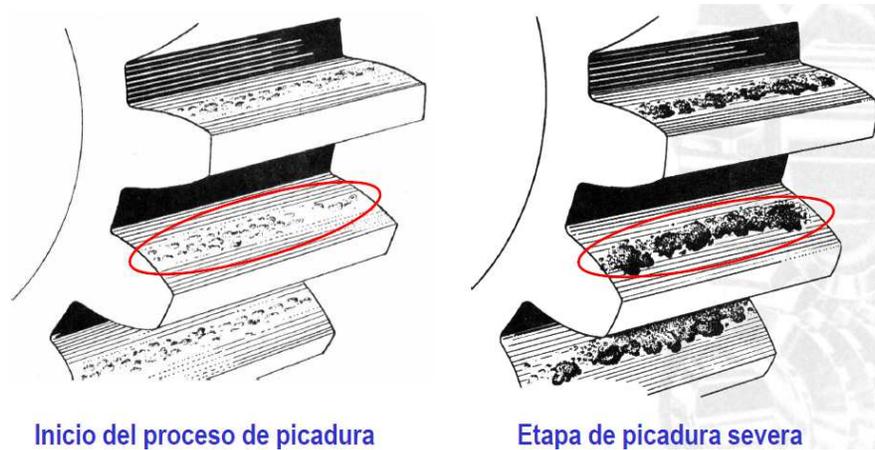


Figura 3.11: Picadura del diente de un engrane recto.

Abrasión

Se produce cuando la película de lubricante se rompe y ocurre un contacto directo (metal-metal) con lo que resultan altas temperaturas y los puntos de contacto de las dos superficies se sueldan entre sí. Las soldaduras se rompen inmediatamente con el movimiento de los engranes pero las superficies de los dientes sufren un rápido desgaste e incluso se desprende el fragmento del material que se soldó previamente.

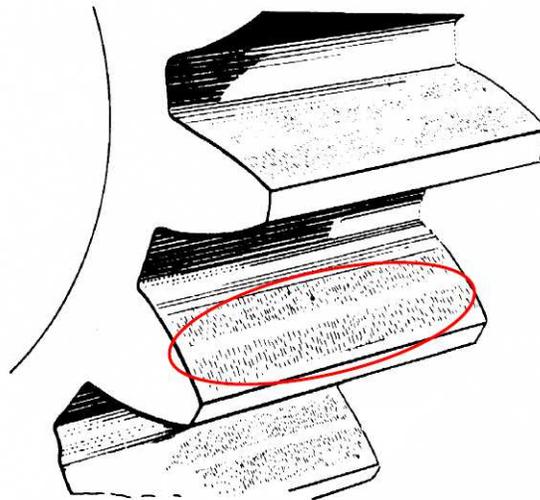


Figura 3.12: Abrasión en el diente de un engrane recto.

Ralladuras y estrías

La ralladura es la destrucción de la superficie del material que produce arañazos y raspaduras causadas por partículas que actúan como abrasivo entre los dientes. Y las estrías son raspones muy marcados que se extienden desde la raíz del diente hasta la punta.

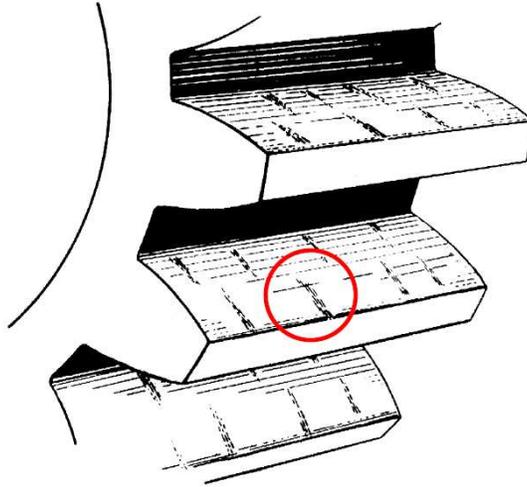


Figura 3.13: Ralladuras en el diente de un engrane recto.

Un engrane bien diseñado no debe fallar por flexión ya que se puede diseñar un engrane y hacerlo muy resistente. Pero, no se puede diseñar un engrane con vida infinita con respecto a esfuerzos de contacto superficial. Los engranes eventualmente fallan por picadura a menos que la lubricación sea inadecuada.

Una geometría adecuada del diente es vital para la operación y ciclo de vida de los engranes. Es por ello que para un buen diseño, se deben de considerar algunos factores de corrección que consideran diversas situaciones que pueden afectar a nuestro diseño e interferir en el correcto funcionamiento de los engranes.

3.4.1. Esfuerzos y factores AGMA para engranes rectos

Actualmente, las normas AGMA se han tomado como la base en el estudio y el diseño de engranes destacando la norma AGMA 2001-D04, cuyas fórmulas son aceptadas para el análisis de esfuerzos en conjunto con factores de corrección que han sido evaluados a través de los años por la experiencia acumulada en el diseño, manufactura y fabricación de engranes. [12]

Ecuaciones de diseño AGMA

En el enfoque de AGMA se utilizan dos ecuaciones fundamentales para el diseño de engranes, una para la resistencia por flexión y otra para la resistencia por contacto superficial que corresponden a las dos formas de fallo en un engrane recto.

- Esfuerzo de Diseño por Flexión

$$\sigma_F = \frac{W_t \cdot K_a}{K_v} \frac{1}{b \cdot m} \frac{K_s \cdot K_m}{J} [MPa] \quad (3.27)$$

- Esfuerzo de Diseño por Contacto

$$\sigma_C = C_p \sqrt{\frac{W_t \cdot C_a}{C_v} \frac{C_s}{b \cdot d} \frac{C_m \cdot C_f}{I}} [MPa] \quad (3.28)$$

En estas ecuaciones observamos tres grupos, en donde, el primero se refiere a las características de carga, el segundo a la geometría del engrane y el tercero a la forma del diente.

Esfuerzos admisibles AGMA

Para AGMA los esfuerzos admisibles son los que resisten los materiales bajo sollicitaciones de flexión y de compresión.

- Flexión

$$\sigma_{F_{adm}} = \frac{S_F \cdot K_L}{K_T \cdot K_R} [MPa] \quad (3.29)$$

- Contacto

$$\sigma_{C_{adm}} = \frac{S_C \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} [MPa] \quad (3.30)$$

En las ecuaciones de diseño y de esfuerzos admisibles de AGMA se agregan los factores K y C que son modificadores que tienen como objetivo tomar diversas consideraciones para el diseño.

Criterios de falla

Para tener certeza de que nuestro diseño es adecuado y que nuestro engrane no va a fallar ni por flexión ni por contacto superficial se tienen que cumplir los siguientes criterios:

- Flexión. En los engranes de dientes rectos, se tendrá seguridad contra fallo por esfuerzos repetitivos de flexión, si se cumple que:

$$\sigma_F \leq \sigma_{F_{adm}} \quad (3.31)$$

- Contacto. Los engranes de dientes rectos poseen seguridad contra fallo por esfuerzos de contacto superficial si se cumple que:

$$\sigma_C \leq \sigma_{C_{adm}} \quad (3.32)$$

Factor geométrico de resistencia a flexión J

El factor J se define en el estándar AGMA *908-B89* y toma en consideración el punto de aplicación de la carga en el diente, la forma que poseen los dientes, el efecto de concentración de esfuerzos y la forma como está compartida la carga. Este factor lo podemos obtener de la gráfica que se muestra en la figura 3.14.

Factor geométrico de resistencia superficial I

El factor geométrico I toma en cuenta el radio de curvatura de los dientes de los engranes y el ángulo de presión. AGMA define este factor como:

$$I = \frac{\cos \phi}{\left(\frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g}\right) d} \quad (3.33)$$

Las ecuaciones para la determinación de los radios de curvatura de los dientes del piñón ρ_p y del engrane ρ_g se obtienen de:

$$\rho_p = \sqrt{[r_p + m(1 + x_p)]^2 - (r_p \cos \phi)^2} - m \cdot \pi \cos \phi$$

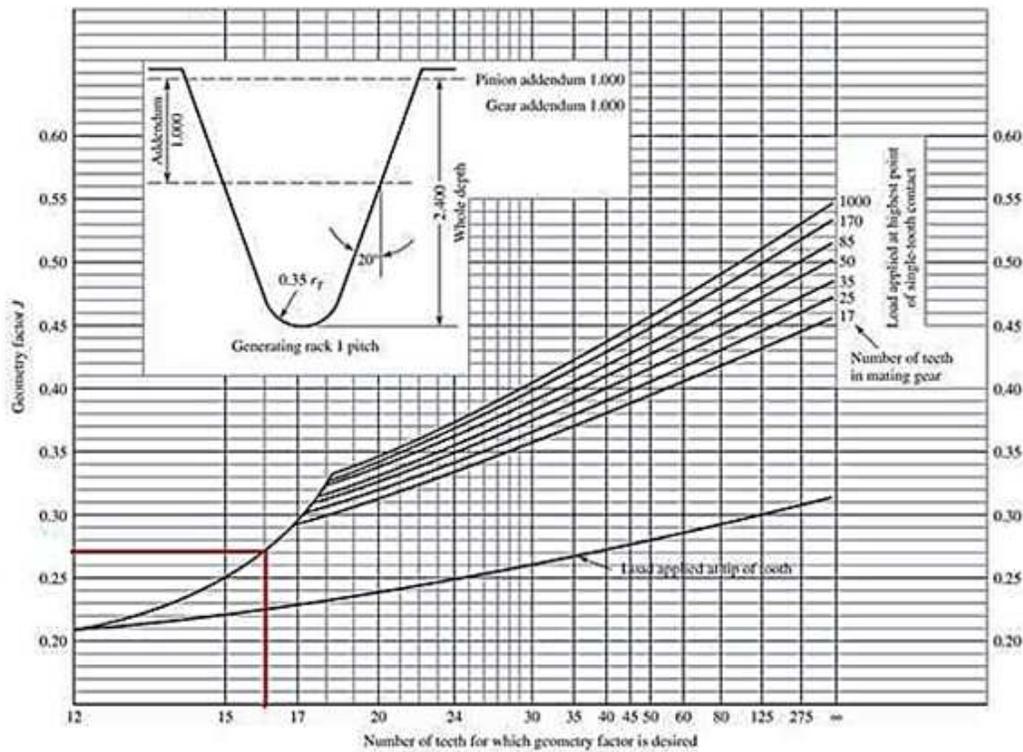


Figura 3.14: Factor geométrico de resistencia a flexión J .

$$\rho_g = c \operatorname{sen} \phi \mp \rho_p$$

donde x_p es el coeficiente de cabeza de piñón, que es igual al porcentaje decimal de la elongación de cabeza para dientes con desigual altura de cabeza. En el caso de dientes estándar de profundidad total, $x_p = 0$.

Factor de tamaño $K_s = C_s$

Este factor toma en consideración cualquier falta de uniformidad del tamaño de los dientes. AGMA recomienda utilizar el valor de 1 para la mayoría de los engranes. Pero para engranes con dientes grandes se recomienda manejar un valor mayor a 1. A partir de lo anterior AGMA propone en una tabla algunos factores.

Módulo m [mm]	Factor de tamaño $K_s = C_s$
≤ 5	1
6	1.05
8	1.15
12	1.25
20	1.4
25	1.55

Tabla 3.10: Factor de Tamaño $K_s = C_s$.

Factor de temperatura $K_T = C_T$

Este factor depende de la temperatura de trabajo del engrane y según AGMA se puede considerar 1 cuando $T \leq 120[^\circ C]$. Para temperaturas mayores y solamente para aceros, el factor se calcula como:

$$K_T = C_T = 1 + 0.0058(T - 120) \quad (3.34)$$

Factor de aplicación $K_a = C_a$

Este factor tiene como finalidad compensar la probabilidad de variaciones de carga, vibraciones, choques, cambios de velocidad y otras condiciones específicas de la aplicación durante el funcionamiento que pueden causar cargas mayores a la carga tangencial. Esto depende de cómo se realiza la transmisión entre la maquina conductora y la conducida. En la tabla 3.11 se muestran diferentes factores de aplicación para diversas aplicaciones.

Máquina impulsada	Máquina impulsora		
	Impacto Uniforme	Impacto Moderado	Impacto Severo
Impacto Uniforme (motor eléctrico, turbina)	1	1.25	1.75
Impacto Ligero (motor multicilindro)	1.25	1.5	2
Impacto Medio (motor un Cilindro)	1.5	1.75	2.25

Tabla 3.11: Factor de Aplicación $K_a = C_a$.

Factor de confiabilidad $K_R = C_R$

Este factor es un indicativo de la probabilidad de fallo del engrane. Y se obtiene a partir de la tabla 3.12, cuyos valores se obtienen mediante las siguientes funciones logarítmicas:

$$K_R = C_R = 0.7 - 0.15 \log(1 - R) \quad 0.9 \leq R < 0.99 \quad (3.35)$$

$$K_R = C_R = 0.5 - 0.25 \log(1 - R) \quad 0.99 \leq R < 0.9999 \quad (3.36)$$

Confiabilidad R [%]	Factor $K_R = C_R$
90	0.85
99	1
99.9	1.25
99.99	1.5

Tabla 3.12: Factor de Confiabilidad $K_R = C_R$.

Factor de distribución de carga $K_m = C_m$

Este factor, se emplea para considerar todo aquello que no permita que la carga tangencial se distribuya uniformemente sobre el ancho de la cara del diente como el desalineamiento de los ejes geométricos de rotación, las desviaciones del avance y las deflexiones elásticas originadas por las cargas en los ejes o cojinetes.

Ancho de cara b [mm]	Factor $K_m = C_m$
≤ 50	1.6
150	1.7
250	1.8
500	2

Tabla 3.13: Factor de Distribución de carga $K_m = C_m$.

Factor dinámico $K_v = C_v$

El valor de este factor toma en consideración cargas por vibración generadas internamente por impactos de diente contra diente, la inexactitud de la separación entre los dientes, la imperfección de las involutas y depende de la precisión del perfil del diente, del número de calidad, de las propiedades elásticas del diente y de la velocidad con la que el diente entra en contacto.

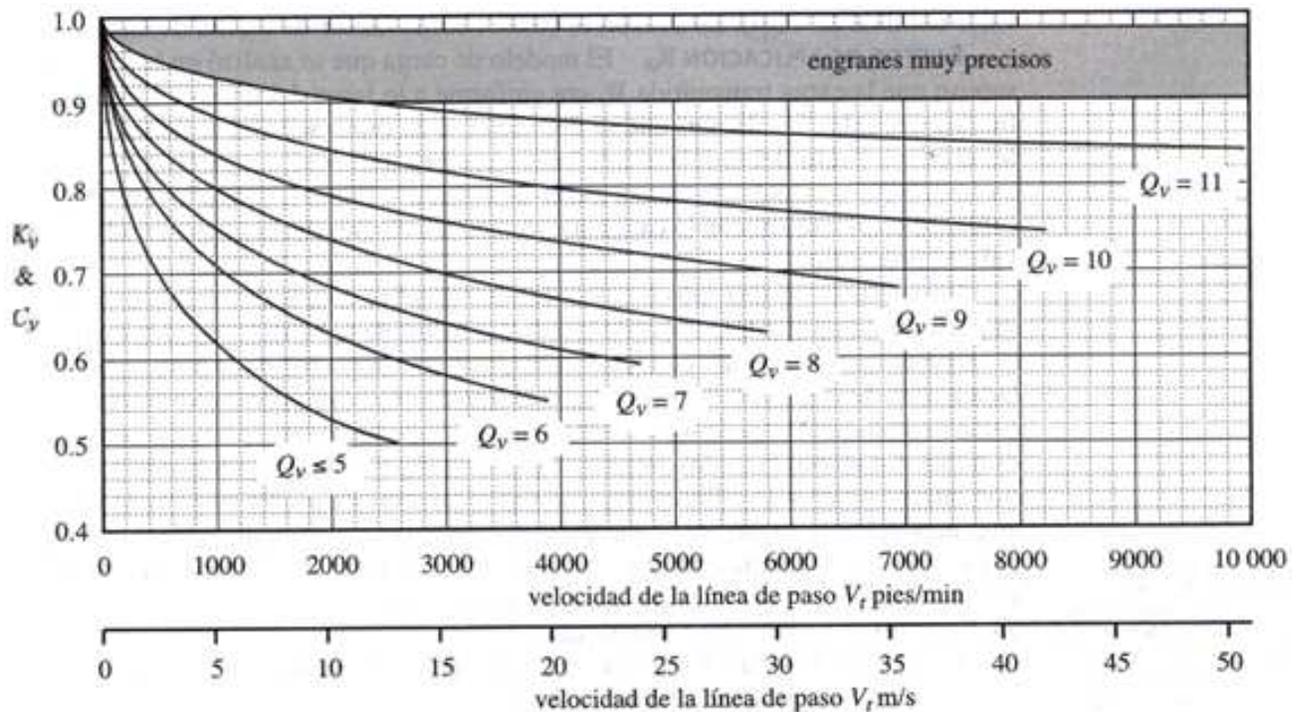


Figura 3.15: Factor dinámico $K_v = C_v$.

Con el fin de contrarrestar estos efectos, la AGMA ha desarrollado una serie de curvas que están en función de un índice de calidad que ayuda a obtener el factor dinámico y que se muestra en la

figura 3.15. Asimismo, AGMA propone una tabla (3.14) que ayuda a determinar el índice de calidad de acuerdo a la aplicación de los engranes. Este índice define las tolerancias para engranes de diferentes tamaños y fabricados de una clase de calidad específica.

Matemáticamente, este factor se calcula por medio de las siguientes relaciones:

$$K_v = C_v = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200V_t}} \right)^B \quad (3.37)$$

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4}$$

$$V_{t_{max}} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \left[\frac{m}{s} \right] \quad (3.38)$$

Aplicación	Q_v
Transmisión del tambor de un mezclador de cemento	3-5
Horno de cemento	5-6
Transmisiones de acerías	5-6
Cosechadoras de maíz	5-7
Grúas	5-7
Prensa troqueladora	5-7
Transportador de minas	5-7
Máquinas de cajas de papel	6-8
Mecanismo medidor de gas	7-9
Taladro mecánico pequeño	7-9
Lavadora de ropa	8-10
Impresora	9-11
Mecanismo de computadora	10-11
Transmisión de auto	10-11
Transmisión de antena de radar	10-12
Transmisión de propulsión marina	10-12
Transmisión de motor de aeronave	10-13
Giroscopio	13-14

Tabla 3.14: Índice de calidad de engranes AGMA para varias aplicaciones.

Coefficiente elástico C_p

El coeficiente elástico, depende de las propiedades de los materiales con los cuales se va a manufacturar a los engranes. Por ello es necesario conocer sus propiedades como la razón de *Poisson* y su módulo de elasticidad. Existen dos maneras para obtener este coeficiente, la primera es por medio

de la de la ecuación 3.39 y la segunda es mediante la tabla 3.15, en donde solo hay que ubicar los materiales de los engranes y la intersección corresponde a C_p .

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_g^2}{E_g} \right]}} [MP_a]^{0.5} \quad (3.39)$$

$[MP_a]^{0.5}$	Material del Engrane					
Material del Piñón	Acero	Hierro Maleable	Hierro Nodular	Hierro Fundido	Bronce al Aluminio	Bronce al Estaño
Acero	191	181	179	174	162	158
Hierro Maleable	181	174	172	168	158	154
Hierro Nodular	179	172	170	166	156	152
Hierro Fundido	174	168	166	163	154	149
Bronce al Aluminio	162	158	156	154	145	141
Bronce al Estaño	158	154	152	149	141	137

Tabla 3.15: Coeficiente elástico C_p .

Factor de condición de superficie C_f

La AGMA no ha desarrollado un método para calcular este factor, pero recomienda que sea igual a $C_f = 1$ para engranes que se fabrican por métodos convencionales. Pero se recomienda que si existen defectos obvios en la superficie $C_f > 1$.

Factor de ciclo de vida K_L y C_L

El objetivo de estos factores consiste en modificar las resistencias AGMA, debido a que los valores estándar de AGMA están probados para un ciclo de vida de 1×10^7 [ciclos] y un ciclo más breve o más largo requiere la modificación de la resistencia de fatiga con base en la razón S-N del material.

En la figura 3.16 y 3.17 se muestran las curvas S-N para resistencia a la fatiga por flexión y resistencia a la fatiga por contacto superficial respectivamente. Las ecuaciones que describen cada línea S-N, vienen definidas en las mismas figuras. Estas ecuaciones son aplicables para calcular los factores K_L y C_L para el número de ciclos requerido.

AGMA sugiere que para el diseño se considere:

- La porción superior de la zona sombreada para aplicaciones comerciales.
- La porción inferior de la zona sombreada para aplicaciones de servicio crítico, donde se permiten pocas picaduras y desgaste del diente, y donde se requiere suavidad de operación y bajos niveles de vibración.

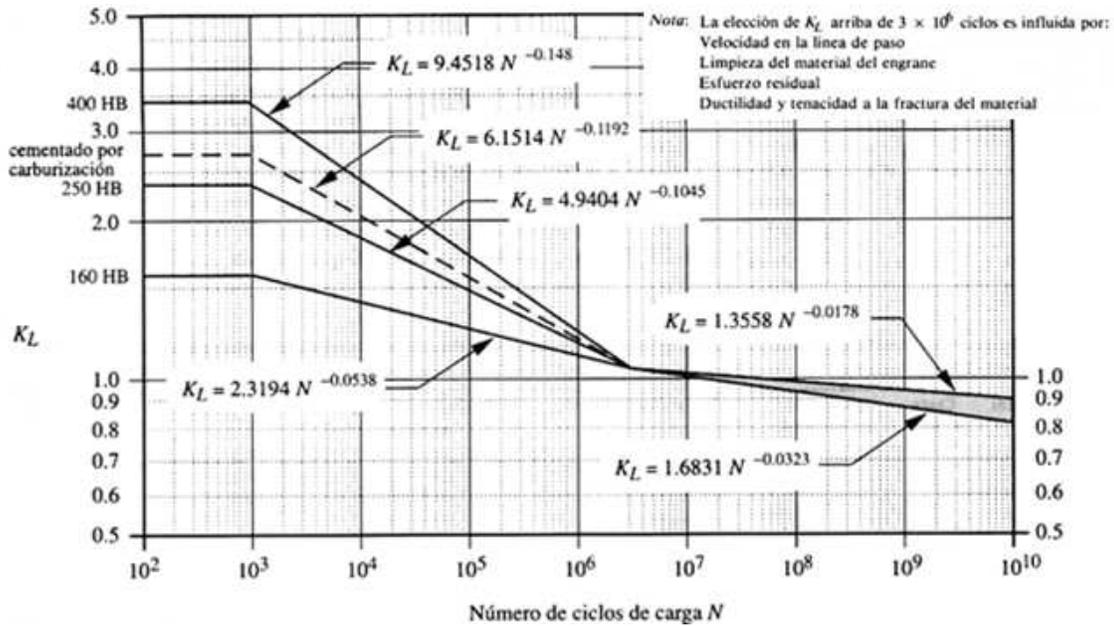


Figura 3.16: Factor de ciclo de vida para flexión K_L para engranes de acero.

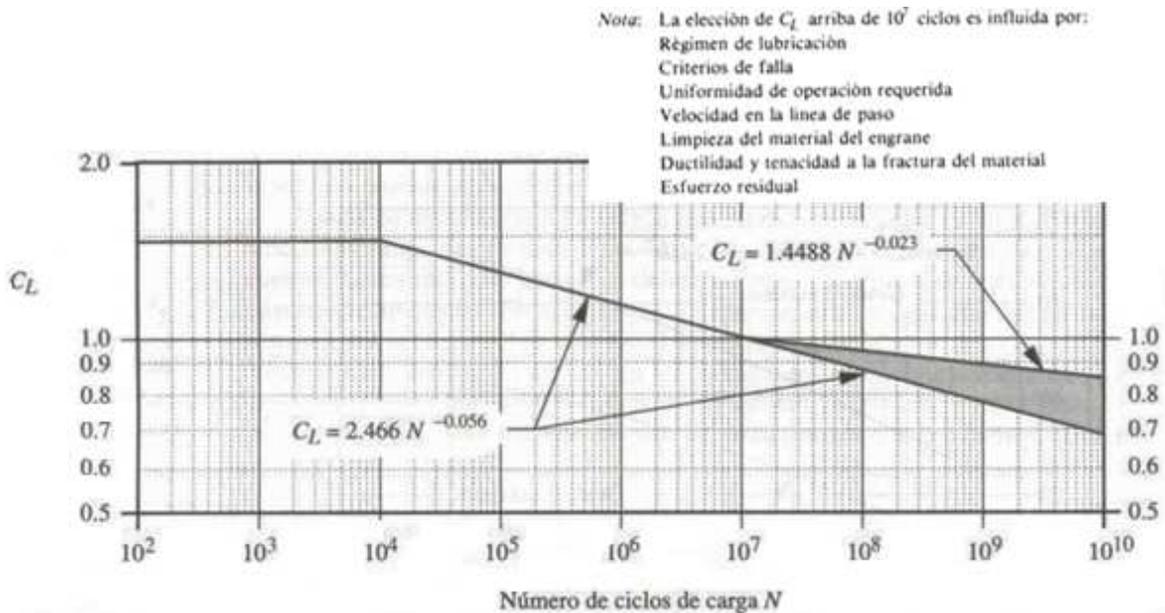


Figura 3.17: Factor de ciclo de vida para el contacto superficial C_L para engranes de acero.

Factor de relación de dureza C_H

Este factor es función de la razón de la dureza de los materiales con los cuales se fabrican los engranes y su valor debe ser siempre $\frac{H_{Bp}}{H_{Bg}} > 1$ con objeto de incrementar el esfuerzo admisible de los materiales usados para la construcción de los engranes. Toma en consideración situaciones en las cuales los dientes del piñón son más duros que los dientes del engrane y, por lo tanto, durante el periodo de rodamiento endurecen por trabajo las superficies de los dientes del engrane.

Este factor, solo se aplica para determinar el esfuerzo admisible a la durabilidad superficial del engrane y no tiene efecto sobre el piñón. El estándar AGMA propone las siguientes ecuaciones para el cálculo de este factor:

$$C_H = 1 + A(m_G - 1) \quad (3.40)$$

$$m_G = \frac{N_g}{N_p}$$

- Si $\frac{H_{Bp}}{H_{Bg}} < 1.2 \rightarrow A = 0$
- Si $1.2 \leq \frac{H_{Bp}}{H_{Bg}} \leq 1.7 \rightarrow A = 0.000898 \left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bg}} \right) - 0.00829$
- Si $\frac{H_{Bp}}{H_{Bg}} > 1.7 \rightarrow A = 0.00698$

Resistencia a la fatiga por flexión S_F y superficial S_C AGMA

AGMA define en la tabla 3.16 valores de resistencia a la fatiga por flexión y resistencia a la fatiga superficial para varios materiales de uso común para la fabricación de engranes. También, se encuentran las especificaciones de tratamientos térmicos cuando son aplicables. Por otra parte, las figuras 3.18 y 3.19 muestran la gráficas de la resistencia a la fatiga por flexión y de la resistencia a la fatiga superficial AGMA para aceros, en función de dos grados de dureza *Brinell* para el diseño.

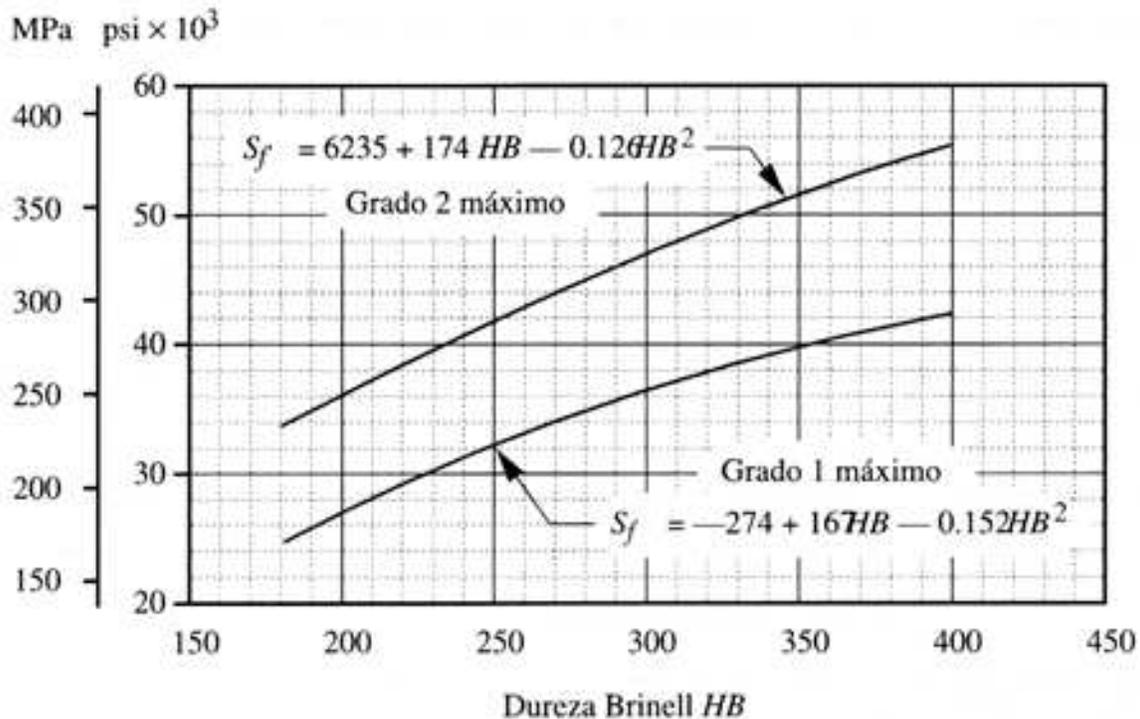


Figura 3.18: Gráfica de la resistencia a la fatiga por flexión S_F para el acero.

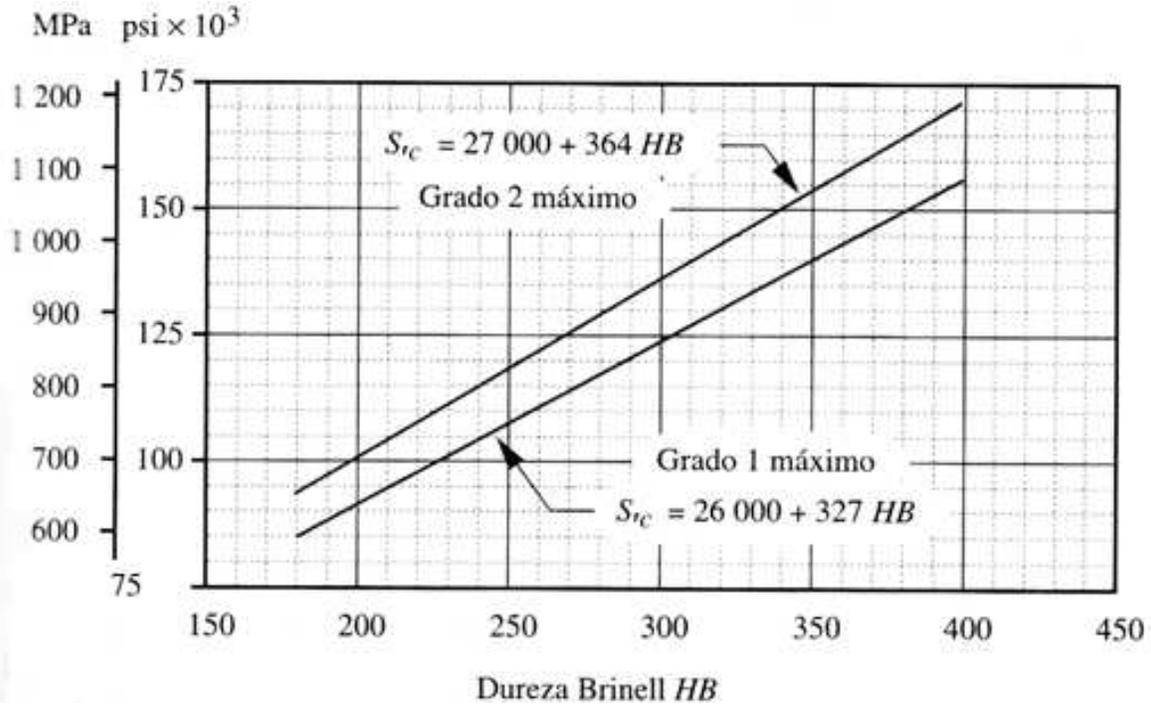


Figura 3.19: Gráfica de la resistencia a la fatiga superficial S_C para el acero.

Factor de seguridad η

Los engranes rectos deben tener seguridad contra una falla debida a esfuerzos repetitivos por flexión y contra falla debida a esfuerzos por contacto superficial. De esta manera para que nuestros engranes sean capaces de poseer el ciclo de vida deseado necesitamos aplicar un factor de seguridad a nuestro diseño. Este factor de seguridad se tiene que aplicar a los dos modos de falla de la siguiente manera:

- Flexión

$$\eta = \frac{(\sigma_F)_{adm}}{\sigma_F} \quad (3.41)$$

- Contacto

$$\eta = \left(\frac{(\sigma_C)_{adm}}{\sigma_C} \right)^2 \quad (3.42)$$

3.4.2. Materiales y tratamientos térmicos para engranes

Los engranes se fabrican de una gran variedad de materiales dependiendo de la aplicación del engrane.

Hierro fundido gris

Este material presenta ventajas sobre otros como bajo costo, alta resistencia al desgaste, facilidad de maquinado, es silencioso en comparación con el acero, tiene amortiguación interna debido a inclusiones de grafito y como desventaja presenta baja resistencia a la tensión.

Hierro nodular (dúctil)

En contraste con la fundición gris que contiene hojuelas de grafito, la fundición nodular tiene una estructura que contiene partículas de grafito en forma de pequeños nódulos esféricos en una matriz metálica dúctil. De este modo la fundición nodular tiene una resistencia mucho mayor que una fundición gris y un considerable grado de ductilidad, pero este material es más costoso que el hierro gris. A menudo se recurre a una combinación de un piñón de acero (para una buena resistencia en el elemento más esforzado) y un engrane de hierro fundido. [13]

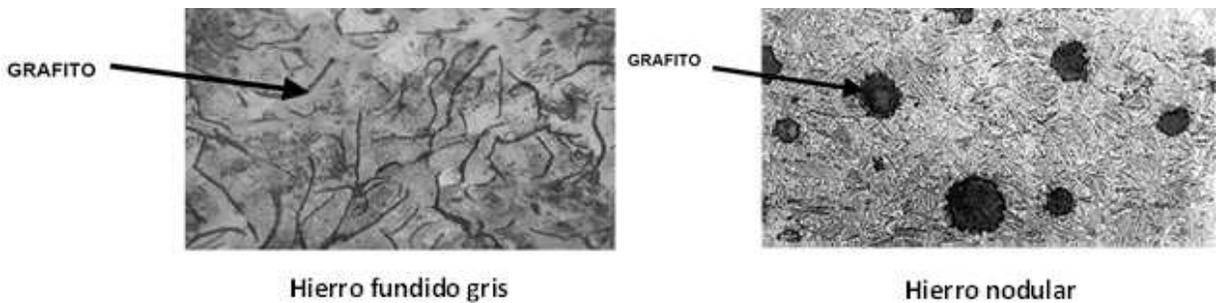


Figura 3.20: Inclusiones de grafito del hierro gris y hierro nodular.

Acero

Este material presenta una resistencia superior a la tensión en comparación con el hierro fundido. Pero necesita de un tratamiento térmico para obtener una dureza superficial que resista el desgaste por esfuerzos de compresión.

Bronce

Son los metales no ferrosos más comunes en la manufactura de engranes. El menor módulo de elasticidad de estas aleaciones de cobre generan una mayor deflexión del diente y mejora la distribución de carga en los dientes. Debido a que el acero y el bronce operan bien juntos, frecuentemente se recurre a la combinación de un piñón de acero y un engrane de bronce.

Engranes no metálicos

Se fabrican a menudo de termoplásticos moldeados por inyección, como el nylon y el acetal. A veces se agrega teflón al nylon o al acetal con el fin de reducir su coeficiente de fricción, también se agregan lubricantes secos como grafito o bisulfuro de molibdeno para permitir una operación en

seco. Los engranes no metálicos producen muy poco ruido, pero su capacidad de par es limitada debido a la baja resistencia del material.



Figura 3.21: Engranes de diferentes materiales.

Tratamientos térmicos

Es posible obtener una resistencia a la flexión y una dureza superficial superior a la que brindan los materiales mediante la aplicación de un tratamiento térmico a nuestros engranes. Cabe mencionar que una mayor resistencia y dureza de la superficie y el núcleo de los materiales tratados térmicamente van acompañadas de una pérdida de ductilidad.

Los procesos principales de tratamiento térmico son los siguientes:

- **Endurecimiento total:** En este proceso se aplica un contenido de carbono alto (0.35 % a 0.50 %) al engrane, después es cortado y estirado a temperaturas adecuadas para obtener las propiedades físicas deseadas.
- **Carbocementación:** En este proceso las partes son empacadas en un compuesto rico en carbono y mantenidas por largo tiempo al rojo en un horno. El carbono es absorbido por las capas superficiales que se vuelven muy duras después del templado y revenido. El núcleo es también reforzado pero el engrane requiere un manejo cuidadoso para prevenir la distorsión.
- **Nitruración:** En este tratamiento el engrane se mantiene durante un extenso tiempo a una temperatura de entre $850[^\circ C]$ y $1000[^\circ C]$ en presencia de gas amoníaco formándose nitruros en la superficie. Los engranes nitrurados pueden ser operados a más altas temperaturas que los engranes carbocementados.
- **Inducción y temple por flama:** En este proceso el engrane es rápidamente calentado por una bobina de inducción y luego templado en aceite. También se usa el calentamiento de dientes por flama oxiacetilénica. El templado se hace por rociadura de agua o por chorro de aire. El acero debe tener suficiente contenido de carbono para que se endurezca al templarlo. [14]

Material	Clase AGMA	Designación comercial	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima H_B	Resistencia por fatiga a la Flexión AGMA $S_F [MPa]$		Resistencia por fatiga por contacto superficial AGMA $S_C [MPa]$	
					Grado 1	Grado 2	Grado 1	Grado 2
Acero A1		A1	Endurecido en la masa	180	170	230	590	660
Acero A2		A2	Endurecido en la masa	240	210	280	720	790
Acero A3		A3	Endurecido en la masa	300	250	325	830	930
Acero A4		A4	Endurecido en la masa	360	280	360	1000	1100
Acero A5		A5	Endurecido en la masa	400	290	390	1100	1200
Acero A6		A6	Endurecido con llama o por inducción	485	310	380	1200	1300
Acero A7		A7	Endurecido con llama o por inducción	544	150	150	1200	1300
Acero A8		A8	Carburizado y cementado	560	380	520	1250	1300
Acero AISI 4140	A1-A5	AISI 4140	Nitrurizado	460	230	310	1100	1250
Acero AISI 4340	A1-A5	AISI 4340	Nitrurizado	433	250	325	1050	1200
Acero Nitralloy 135M	A1-A5	Nitralloy 135M	Nitrurizado	642	260	330	1170	1350
Acero Nitralloy N	A1-A5	Nitralloy N	Nitrurizado	642	280	345	1340	1410
Acero Cromo al 2.5%	A1-A5	Cromo al 2.5%	Nitrurizado	642	380	450	1100	1500
Hierro Fundido Clase 30	30	Clase 30	Como está fundido	175	69	69	450	520
Hierro Fundido Clase 40	40	Clase 40	Como está fundido	200	90	90	520	590
Hierro Nodular 60-40-18	A-7-a	60-40-18	Recocido	140	150	230	530	630
Hierro Nodular 80-55-06	A-7-c	80-55-06	Templado y revenido	180	150	230	530	630
Hierro Nodular 100-70-03	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230	180	280	630	770
Hierro Nodular 120-90-02	A-7-e	120-90-02	Templado y revenido	230	180	280	710	870

Tabla 3.16: Resistencia por fatiga a la Flexión S_F y por contacto superficial S_C AGMA de diferentes materiales para engranes.

Material	Clase AGMA	Designación comercial	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima H_B	Resistencia por fatiga a la Flexión AGMA $S_F [MPa]$		Resistencia por fatiga por contacto superficial AGMA $S_C [MPa]$	
					Grado 1	Grado 2	Grado 1	Grado 2
Hierro Maleable (perlítico) 45007	A-8-c	45007	s/n	165	70	70	500	500
Hierro Maleable (perlítico) 50005	A-8-e	50005	s/n	180	90	90	540	540
Hierro Maleable (perlítico) 53007	A-8-f	53007	s/n	195	110	110	570	570
Hierro Maleable (perlítico) 80002	A-8-i	80002	s/n	240	145	145	650	650
Bronce AGMA 2C	Bronce 2	AGMA 2C	Fundición en arena	82.5	40	40	450	450
Bronce Aleación ASTM B-148 78 954	Al/Br 3	Aleación ASTM B-148 78 954	Con tratamiento térmico	184	160	160	450	450

Tabla 3.17: Resistencia por fatiga a la Flexión S_F y por contacto superficial S_C AGMA de diferentes materiales para engranes.

3.4.3. Velocidad en el punto de paso

La velocidad en el punto de paso en el SI de unidades se calcula como en la ecuación 3.43 y nos sirve para determinar el índice de calidad de los engranes y para calcular el factor dinámico K_v o C_v .

$$V = r \cdot \omega = \frac{d \cdot \omega}{2} = \frac{\pi \cdot d \cdot \omega}{60} \left[\frac{m}{s} \right] \quad (3.43)$$

La ecuación anterior se aplica a los dos regímenes de operación del SEP para obtener:

Sol

- Nominal

$$V = \frac{\pi(0.06 [m])(6000 [rpm])}{60} = 18.85 \left[\frac{m}{s} \right]$$

- Máximo

$$V = \frac{\pi(0.06 [m])(7250 [rpm])}{60} = 22.78 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Planeta

- Nominal

$$V = \frac{\pi(0.12 [m])(2250 [rpm])}{60} = 14.14 \left[\frac{m}{s} \right]$$

- Máximo

$$V = \frac{\pi(0.12 [m])(4437.5 [rpm])}{60} = 27.88 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Corona

- Nominal

$$V = \frac{\pi(0.30 [m])(3000 [rpm])}{60} = 47.12 \left[\frac{m}{s} \right]$$

- Máximo

$$V = \frac{\pi(0.30 [m])(5000 [rpm])}{60} = 78.54 \left[\frac{m}{s} \right]$$

3.4.4. Análisis de las cargas en los engranes

La ecuación del esfuerzo de flexión en engranes, se basa en la idea del pionero de diseño de engranes W. Lewis, ingeniero estadounidense quien propuso considerar a los dientes de los engranes como vigas en voladizo sometidas a cargas en sus extremos. Aunque la mayoría de los materiales y los métodos de manufactura han cambiado mucho desde los primeros trabajos de Lewis, su trabajo aún es la base para la mayoría de las ecuaciones de diseño más modernas utilizadas por la AGMA.

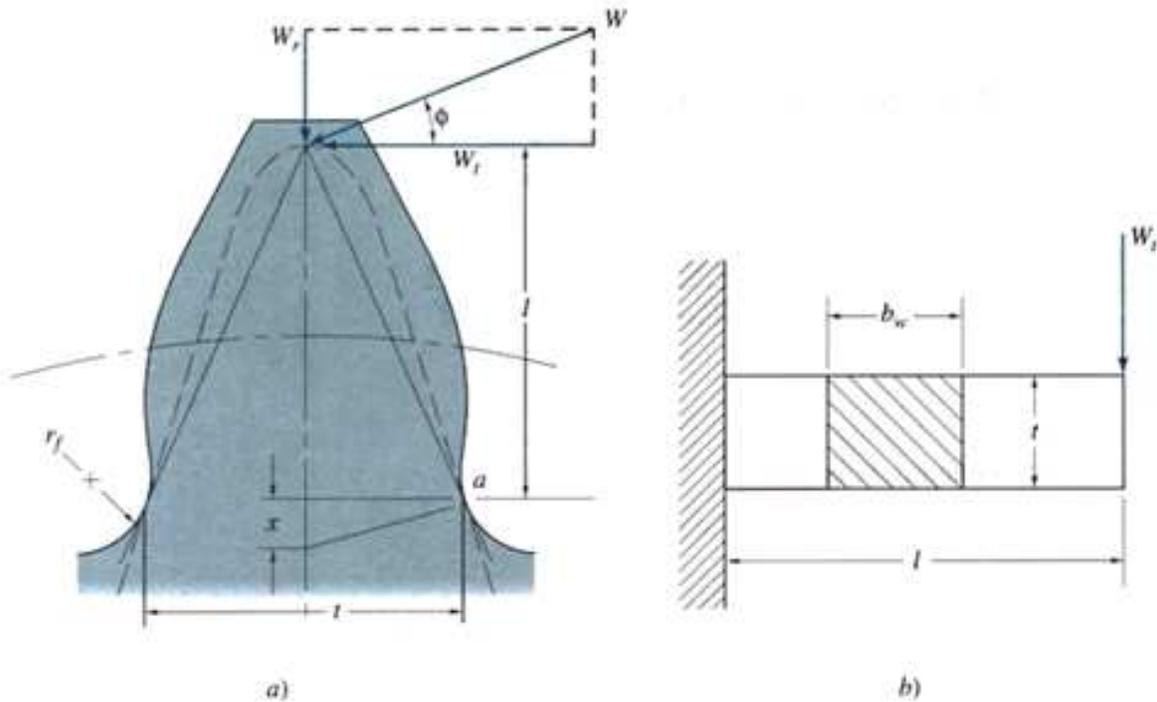


Figura 3.22: Consideración de Lewis, a) cargas que actúan en un diente y b) viga en voladizo.

Los engranes transfieren potencia por medio de los dientes del engrane impulsor ejerciendo una carga sobre el diente del engrane impulsado, mientras que la carga de reacción actúa de regreso sobre el diente del engrane impulsor. La figura 3.23 muestra un diagrama de cuerpo libre de un par de engranes que están acoplados en el punto de paso.

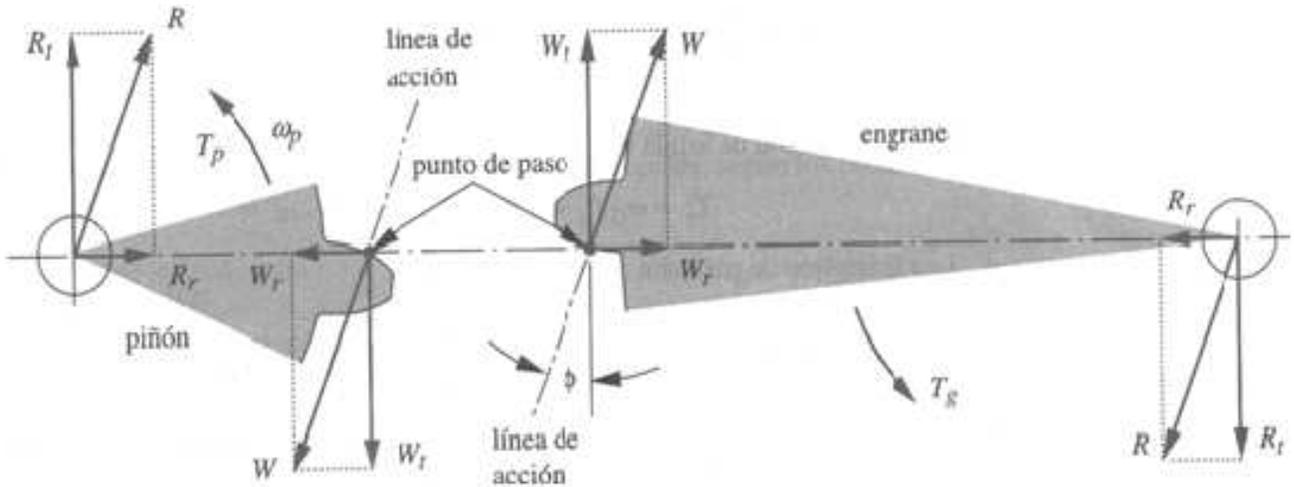


Figura 3.23: Cargas de un par de dientes de engranes rectos.

En el punto de paso la única fuerza que puede transmitirse de un diente a otro es W que actúa a lo largo de la línea de acción, en el ángulo de presión. Esta fuerza se descompone en dos componentes W_r que actúa en dirección radial y W_t que actúa en dirección tangencial. Estas componentes se calculan por medio de las siguientes ecuaciones:

$$W_t = \frac{2T}{d} = \frac{2P}{d \cdot \omega} [kN] \quad (3.44)$$

$$W_r = W_t \tan \phi [kN] \quad (3.45)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi} [kN] \quad (3.46)$$

Dependiendo de la razón de contacto, los dientes, conforme giran a través del acoplamiento, pueden tomar toda o parte de la carga desde la punta del diente hasta un punto cerca del círculo de dedendo. La condición de carga peor es cuando la carga actúa en la punta del diente. Entonces la componente tangencial tiene el mayor brazo de momento actuando sobre el diente como viga en voladizo. Si el par es constante en el tiempo, cada diente experimentará una carga repetida cada vez que entra en acoplamiento, creando una situación de carga por fatiga.

Si para cambiar la dirección de la salida se inserta un engrane intermedio, cada uno de los dientes del engrane intermedio experimentará un momento totalmente alternante, ya que la carga normal actúa en los lados opuestos de cada diente del engrane intermedio en acoplamiento alterno. En la figura 3.24 se observa que el rango M de la longitud del momento sobre el engrane intermedio, es el doble que en los otros engranes haciendo que éste sea el engrane más cargado, aún cuando su momento medio sea igual a cero. Lo mismo ocurre en los engranes planetarios. A continuación se calculan las cargas de los tres engranes del SEP.

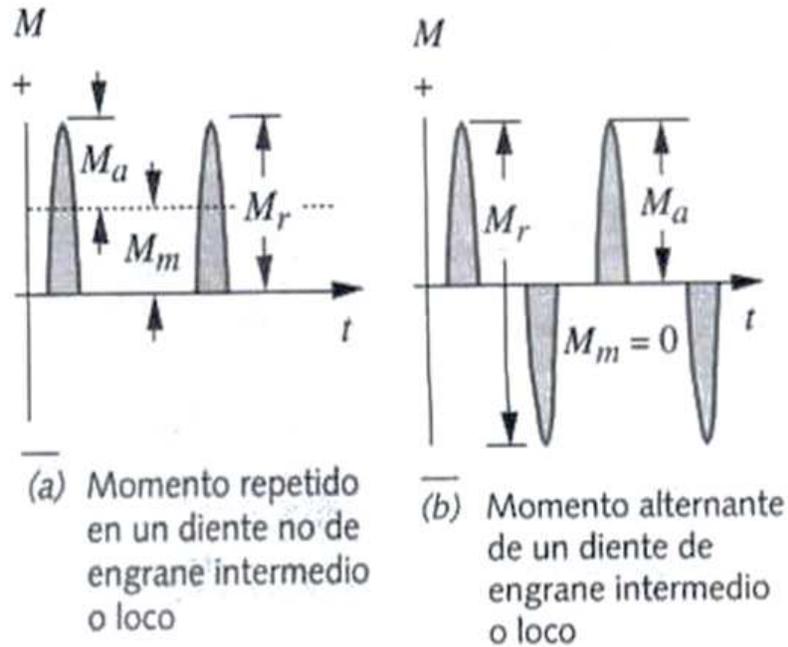


Figura 3.24: Variación de los momentos de flexión de los dientes con respecto al tiempo.

Carga tangencial W_t nominal

- Sol

$$W_t = \frac{2(34.3 [N \cdot m])}{0.06 [m]} = 1.143 [kN]$$

- Planeta

$$W_t = \frac{2(142.396 [N \cdot m])}{0.12 [m]} = 2.373 [kN]$$

- Corona

$$W_t = \frac{2(38.197 [N \cdot m])}{0.30 [m]} = 0.255 [kN]$$

Carga tangencial W_t máxima

- Sol

$$W_t = \frac{2(31.968 [N \cdot m])}{0.06 [m]} = 1.066 [kN]$$

- Planeta

$$W_t = \frac{2(116.788 [N \cdot m])}{0.12 [m]} = 1.946 [kN]$$

- Corona

$$W_t = \frac{2(57.296 [N \cdot m])}{0.30 [m]} = 0.382 [kN]$$

Carga radial W_r nominal

- Sol

$$W_r = (1.143 [kN]) \tan 20^\circ = 0.416 [kN]$$

- Planeta

$$W_r = (2.373 [kN]) \tan 20^\circ = 0.864 [kN]$$

- Corona

$$W_r = (0.255 [kN]) \tan 20^\circ = 0.093 [kN]$$

Carga radial W_r máxima

- Sol

$$W_r = (1.066 [kN]) \tan 20^\circ = 0.388 [kN]$$

- Planeta

$$W_r = (1.946 [kN]) \tan 20^\circ = 0.708 [kN]$$

- Corona

$$W_r = (0.382 [kN]) \tan 20^\circ = 0.14 [kN]$$

Carga normal W nominal

- Sol

$$W = \frac{1.143 [kN]}{\cos 20^\circ} = 1.216 [kN]$$

- Planeta

$$W = \frac{2.373 [kN]}{\cos 20^\circ} = 2.525 [kN]$$

- Corona

$$W = \frac{0.255 [kN]}{\cos 20^\circ} = 0.271 [kN]$$

Carga normal W nominal

- Sol

$$W = \frac{1.066 [kN]}{\cos 20^\circ} = 1.134 [kN]$$

- Planeta

$$W = \frac{1.946 [kN]}{\cos 20^\circ} = 2.071 [kN]$$

- Corona

$$W = \frac{0.382 [kN]}{\cos 20^\circ} = 0.41 [kN]$$

3.4.5. Diseño para prevenir falla por esfuerzo de flexión

Factor geométrico J

Para determinar este factor, se considera el peor caso, es decir, que la carga actúa en el punto más elevado de contacto (HPSTC). De la figura 3.14 se obtienen:

- Sol-Planeta
 $J = 0.39$
- Planeta-Sol
 $J = 0.43$
- Planeta-Corona
 $J = 0.46$
- Corona-Planeta
 $J = 0.49$

Debido a que en el caso del planeta existen dos combinaciones (planeta-sol y planeta-corona) se considera el de menor valor para incrementar el esfuerzo de flexión para el diseño.

Factor de tamaño $K_s = C_s$

Para determinar este factor nos apoyamos en la tabla 3.10. Debido a que seleccionamos un módulo $m = 2$ para los engranes el factor de tamaño es:

- Sol, Planeta y Corona
 $K_s = C_s = 1$

Factor de temperatura $K_T = C_T$

De acuerdo con la recomendación de AGMA el factor de temperatura para los engranes es:

- Sol, Planeta y Corona
 $K_T = C_T = 1$

Factor de aplicación $K_a = C_a$

Para seleccionar un factor de aplicación se consulta la tabla 3.11, en donde vemos que de acuerdo a su modo de operación del planetario este factor es:

- Sol
 $K_a = C_a = 1.25$
- Planeta y Corona
 $K_a = C_a = 1$

Factor de confiabilidad $K_R = C_R$

Para este diseño, de la tabla 3.12 se elige una confiabilidad del 99.9% para todos los engranes. De esta manera el factor es:

- Sol, Planeta y Corona
 $K_R = C_R = 1.25$

Factor de distribución de carga $K_m = C_m$

Con la ayuda de la tabla 3.13 y proponiendo un ancho de cara de $b = 50 [mm]$ el factor de distribución de carga es:

- Sol, Planeta y Corona

$$K_m = C_m = 1.6$$

Factor dinámico $K_v = C_v$

Primero debemos determinar el índice de calidad de los engranes, que se elige de acuerdo a la aplicación de los mismos a partir de la tabla 3.14. Para este caso el índice tiene un valor de $Q_v = 11$ que corresponde al índice de calidad de engranes para la transmisión de un vehículo. Posteriormente, con este índice de calidad se procede a calcular los factores A , B y V_{tmax} :

$$B = \frac{(12 - 11)^{2/3}}{4} = 0.25$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.25) = 92$$

$$V_{tmax} = \frac{[92 + (11 - 3)]^2}{200} = 50 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Finalmente se calcula el factor dinámico para cada engrane por medio de la ecuación 3.37, obteniendo:

- Sol

$$K_v = C_v = \left(\frac{92}{92 + \sqrt{200(22.78 \left[\frac{m}{s} \right])}} \right)^{0.25} = 0.87$$

- Planeta

$$K_v = C_v = \left(\frac{92}{92 + \sqrt{200(27.88 \left[\frac{m}{s} \right])}} \right)^{0.25} = 0.86$$

- Corona

$$K_v = C_v = \left(\frac{92}{92 + \sqrt{200(47.12 \left[\frac{m}{s} \right])}} \right)^{0.25} = 0.84$$

Factor de ciclo de vida K_L

Este acoplamiento mecánico se diseña para un ciclo de vida de 5 años y un ciclo de operación de turno por día. Apoyándonos en la figura 3.16 obtenemos la función para aplicaciones comerciales:

$$K_L = 1.3558N^{-0.0178}$$

Se procede a calcular el número de ciclos para finalmente sustituir ese valor en la función obtenida de la gráfica y así obtener el factor de ciclo de vida para cada engrane:

- Sol

$$N = (7250 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.9 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$K_L = (1.3558)(1.9 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.0178} = 0.889$$

- Planeta

$$N = (4437.5 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.167 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$K_L = (1.3558)(1.167 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.0178} = 0.897$$

- Corona

$$N = (5000 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.315 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$K_L = (1.3558)(1.315 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.0178} = 0.896$$

Resistencia a la flexión AGMA S_F

La resistencia AGMA de diferentes materiales de uso común para engranes viene en las tablas 3.16 y 3.17 para dos grados de dureza. Para el caso del acero, este valor también lo podemos determinar por medio de una de las funciones que definen cada grado de dureza según las curvas de la figura 3.18.

Primeramente, seleccionamos los materiales de nuestros engranes como:

- **Sol** → **Acero Nitralloy 135M**: se elige este material debido a que está nitrurizado lo cual le da mejor resistencia superficial, resistencia a la corrosión, buena resistencia a la fatiga y dureza a altas temperaturas.
- **Planeta** → **Acero Nitralloy 135M**: se elige este material debido a que es el elemento que recibe una carga tangencial mayor debido a que soporta la carga de los dos motores por lo que es necesaria una buena resistencia a la flexión y además este engrane siempre está en contacto con los otros dos por que el desgaste superficial será mayor.
- **Corona** → **Hierro Nodular**: se elige este material debido a que una combinación de acero-hierro nodular produce un acoplamiento más silencioso y reducen la vibración mecánica.

Debido a que el sol y el planeta son de acero nos apoyamos en la figura 3.19 y calculamos la resistencia AGMA para un grado de dureza 1 para el diseño por medio de la función:

$$S_F = -274 + 167H_B - 0.152H_B^2 [psi]$$

- Sol

$$S_F = -274 + 167(642) - 0.152(642)^2 = 305.376 [MPa]$$

- Planeta

$$S_F = -274 + 167(642) - 0.152(642)^2 = 305.376 [MPa]$$

Para el cálculo de la resistencia AGMA del hierro nodular basta con leer el dato en las tablas 3.16 y 3.17:

- Corona

$$S_F = 180 [MPa]$$

Esfuerzo de diseño de Flexión AGMA σ_F

Para calcular los esfuerzos de diseño solo se necesita sustituir todos los factores y la carga tangencial calculada previamente para cada engrane en la ecuación 3.27:

- Sol

$$\sigma_F = \frac{(1.143 [kN])(1.25)(1)(1)(1.6)}{(0.87)(0.05 [m])(0.002 [m])(0.39)(1000)} = 67.278 [MP_a]$$

- Planeta

$$\sigma_F = \frac{(2.373 [kN])(1)(1)(1)(1.6)}{(0.862)(0.05 [m])(0.002 [m])(0.43)(1000)} = 102.451 [MP_a]$$

- Corona

$$\sigma_F = \frac{(0.382 [kN])(1)(1)(1)(1.6)}{(0.801)(0.05 [m])(0.002 [m])(0.49)(1000)} = 15.463 [MP_a]$$

Esfuerzo admisible de Flexión $(\sigma_F)_{adm}$

Para calcular los esfuerzos admisibles de los materiales bajo fatiga a flexión se aplica la ecuación 3.29 para cada engrane y se sustituyen los valores de cada factor:

- Sol

$$(\sigma_F)_{adm} = \frac{(305.376 [MP_a])(0.889)}{(1)(1.25)} = 217.336 [MP_a]$$

- Planeta

$$(\sigma_F)_{adm} = \frac{(305.376 [MP_a])(0.897)}{(1)(1.25)} = 219.244 [MP_a]$$

- Corona

$$(\sigma_F)_{adm} = \frac{(180 [MP_a])(0.896)}{(1)(1.25)} = 128.956 [MP_a]$$

Criterio de diseño de Flexión

Para poder determinar si nuestros engranes trabajarán bien bajo fatiga a flexión es necesario que se cumpla la ecuación 3.31 para cada engrane:

- Sol

$$67.278 [MP_a] \leq 1093.861 [MP_a]$$

- Planeta

$$102.451 [MP_a] \leq 1106.282 [MP_a]$$

- Corona

$$15.463 [MP_a] \leq 128.956 [MP_a]$$

Al comparar los resultados, podemos decir que los tres engranes son seguros bajo fatiga debida a esfuerzos de flexión y que son seguros bajo fallas como la fractura.

Factor de seguridad η

Ya que sabemos que los engranes son seguros y que no se fracturaran debido a esfuerzos de flexión, falta determinar que tan seguros son mediante el factor de seguridad que se calcula mediante la ecuación 3.41:

- Sol

$$\eta = \frac{217.336 [MP_a]}{67.278 [MP_a]} = 3.23$$

- Planeta

$$\eta = \frac{219.244 [MP_a]}{102.451 [MP_a]} = 2.14$$

- Corona

$$\eta = \frac{128.956 [MP_a]}{15.463 [MP_a]} = 8.34$$

3.4.6. Diseño para prevenir falla por esfuerzo de contacto

Factor geométrico I

Para determinar este factor, es necesario calcular los radios de curvatura de los engranes y posteriormente aplicar la ecuación 3.33:

- Sol-Planeta

$$\rho_p = \sqrt{[30 + 2(1 + 0)]^2 - (30 \cos 20^\circ)^2} - 2\pi \cos 20^\circ = 9.238$$

$$\rho_g = 90 \sin 20^\circ - 9.238 = 21.544$$

$$I = \frac{\cos 20^\circ}{\left(\frac{1}{9.238} + \frac{1}{21.544}\right) 60} = 0.103$$

- Planeta-Corona

$$\rho_p = \sqrt{[60 + 2(1 + 0)]^2 - (60 \cos 20^\circ)^2} - 2\pi \cos 20^\circ = 19.886$$

$$\rho_g = 90 \sin 20^\circ - 19.886 = 50.668$$

$$I = \frac{\cos 20^\circ}{\left(\frac{1}{19.886} + \frac{1}{50.668}\right) 120} = 0.256$$

Factor de condición de superficie C_f

Este factor por recomendación de AGMA se considera como:

- Sol, Planeta y Corona

$$C_f = 1$$

Factor de ciclo de vida C_L

Este acoplamiento mecánico se diseña para un ciclo de vida de 5 años y un ciclo de operación de turno por día. Apoyándonos en la figura 3.17 obtenemos la función para aplicaciones comerciales:

$$C_L = 1.4488N^{-0.023}$$

Se procede a calcular el número de ciclos para finalmente sustituir ese valor en la función obtenida de la gráfica y así obtener el factor de ciclo de vida para cada engrane:

- Sol

$$N = (7250 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.9 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$C_L = (1.4488)(1.9 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.023} = 0.84$$

- Planeta

$$N = (4437.5 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.167 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$C_L = (1.4488)(1.167 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.023} = 0.85$$

- Corona

$$N = (5000 [rpm]) \left(\frac{60 [min]}{1 [hr]} \right) (5 [anos]) (1 [turno]) \left(\frac{8765.813 [hr]}{1 [turno \cdot ano]} \right)$$

$$N = 1.315 \times 10^{10} [ciclos]$$

$$C_L = (1.4488)(1.315 \times 10^{10} [ciclos])^{-0.023} = 0.85$$

Resistencia al desgaste superficial AGMA S_C

La resistencia AGMA de diferentes materiales de uso común para engranes viene en las tablas 3.16 y 3.17 para dos grados de dureza. Para el caso del acero, este valor también lo podemos determinar por medio de una de las funciones que definen cada grado de dureza según las curvas de la figura 3.19.

Recordando que los los materiales de nuestros engranes son:

- Sol → Acero Nitralloy 135M
- Planeta → Acero Nitralloy 135M
- Corona → Hierro Nodular

Debido a que el sol y el planeta son de acero nos apoyamos en la figura 3.19 y calculamos la resistencia AGMA para un grado de dureza 1 para el diseño por medio de la función:

$$S_C = 26000 + 327H_B [psi]$$

- Sol

$$S_C = 26000 + 327(642) = 1626.707 [MPa]$$

- Planeta

$$S_C = 26000 + 327(642) = 1626.707 [MP_a]$$

Para el cálculo de la resistencia AGMA del hierro nodular basta con leer el dato en las tablas 3.16 y 3.17:

- Corona

$$S_C = 710 [MP_a]$$

Coefficiente elástico C_p

El valor de este coeficiente se determina por medio de la tabla 3.15 de acuerdo con los materiales seleccionados para cada engrane:

- Sol-Planeta

$$C_p = 191 [MP_a]^{0.5}$$

- Planeta-Corona

$$C_p = 179 [MP_a]^{0.5}$$

Factor de relación de dureza C_H

Este factor se determina a partir de la dureza de los materiales seleccionados para manufacturar los engranes. Los valores de durezas se pueden leer en las tablas 3.16 y 3.17 y después se aplica la ecuación 3.40.

- Sol-Planeta

$$\frac{H_{B_p}}{H_{B_g}} = \frac{642[HB]}{642[HB]} = 1 \rightarrow A = 0$$

$$m_G = \frac{60}{30} = 2$$

$$C_H = 1 + 0(2 - 1) = 1$$

- Planeta-Corona

$$\frac{H_{B_p}}{H_{B_g}} = \frac{642[HB]}{230[HB]} = 2.791 \rightarrow A = 0.00698$$

$$m_G = \frac{150}{60} = 2.5$$

$$C_H = 1 + 0.00698(2.5 - 1) = 1.01047$$

Esfuerzo de diseño de contacto AGMA σ_C

Para calcular los esfuerzos de diseño solo se necesita sustituir todos los factores, el diámetro de paso d menor entre el par de engranes y la carga tangencial más grande calculada previamente entre el par de engranes en la ecuación 3.28:

- Sol-Planeta

$$\sigma_C = (191 [MP_a]^{0.5}) \sqrt{\frac{(2.373 [kN])(1.25)(1)(1.6)(1)}{(0.86)(50 [mm])(60 [mm])(0.101)}} = 813.201 [MP_a]$$

- Planeta-Corona

$$\sigma_C = (179 [MP_a]^{0.5}) \sqrt{\frac{(2.373 [kN])(1)(1)(1.6)(1)}{(0.84)(50 [mm])(120 [mm])(0.256)}} = 313.174 [MP_a]$$

Esfuerzo admisible de contacto $(\sigma_C)_{adm}$

Para calcular los esfuerzos admisibles de los materiales bajo fatiga por contacto superficial se aplica la ecuación 3.30 para cada engrane y se sustituyen los valores de cada factor:

- Sol

$$(\sigma_C)_{adm} = \frac{(1626.707 [MP_a])(0.84)(1)}{(1)(1.25)} = 1093.861 [MP_a]$$

- Planeta

$$(\sigma_C)_{adm} = \frac{(1626.707 [MP_a])(0.85)(1)}{(1)(1.25)} = 1106.282 [MP_a]$$

- Corona

$$(\sigma_C)_{adm} = \frac{(710 [MP_a])(0.85)(1.010)}{(1)(1.25)} = 486.571 [MP_a]$$

Criterio de diseño por contacto superficial

Para poder determinar si nuestros engranes trabajarán bien bajo fatiga por contacto superficial es necesario que se cumpla la ecuación 3.32 para cada par de engranes:

- Sol-Planeta

$$813.201 [MP_a] \leq 1093.861 [MP_a]$$

- Planeta-Corona

$$313.174 [MP_a] \leq 486.571 [MP_a]$$

Al comparar los resultados, podemos decir que los engranes son seguros bajo fatiga debida a esfuerzos de contacto superficial por lo que son seguros bajo fallas como la picadura, la abrasión, ralladuras y estrías.

Factor de seguridad η

Ya que sabemos que los engranes son seguros y que no se fracturaran debido a esfuerzos de flexión, falta determinar que tan seguros son mediante el factor de seguridad que se calcula mediante la ecuación 3.42:

- Sol-Planeta

$$\eta = \left(\frac{1093.861 [MP_a]}{813.201 [MP_a]} \right)^2 = 1.81$$

- Planeta-Corona

$$\eta = \left(\frac{486.571 [MP_a]}{313.174 [MP_a]} \right)^2 = 2.41$$

3.5. Lubricación en engranes

Debido a que los engranes operan bajo una gran diversidad de condiciones, éstos deben lubricarse a fin de evitar algún modo de falla superficial. La lubricación tiene como fin reducir el desgaste en los flancos de los dientes, reducir la fricción y disipar el calor producido por la misma.

Los lubricantes separan las superficies entre engranes, reduciendo la fricción y desgaste. Debe suministrarse suficiente lubricante para transferir el calor de la fricción hacia el entorno, y no permitir temperaturas excesivas en el acoplamiento. Los métodos de lubricación y el lubricante varían dependiendo de la aplicación y las condiciones de operación.



Figura 3.25: Lubricación en engranes.

Sistemas de lubricación

Los sistemas de lubricación son los distintos métodos de distribuir una película de algún aceite o grasa lubricante por las piezas en contacto con el fin de reducir el rozamiento y sus efectos en superficies en contacto, que puedan ocasionar algún tipo de falla por los movimientos de una pieza con respecto a otra. Los métodos típicos de lubricación usados en engranes son:

- Sistema de lubricación de spray o atomización
- Sistema de lubricación por salpicadura e inmersión
- Sistema de lubricación por gravedad o goteo
- Sistema de lubricación manual

En los dos primeros, el aceite circula o está confinado en un cárter y su uso es continuo y prolongado. En tanto que la lubricación manual y por goteo sugieren una pérdida total del lubricante una vez aplicado.

Sistema de lubricación de spray o atomización

Uno de los sistemas más comunes de atomización usado en la lubricación de engranajes abiertos es el sistema mecánico de spray intermitente. Su uso depende de cuánto lubricante está presente en el diente del engranaje al cabo de varias revoluciones. Los sistemas de spray intermitentes usan válvulas dosificadoras que dirigen el lubricante hacia una boquilla de aire o grasa que rocía el lubricante en el engranaje por medio de aire a presión. Los componentes básicos de este tipo de sistema son una bomba, controlador, válvula dosificadora, distribuidores de spray y boquillas de spray.

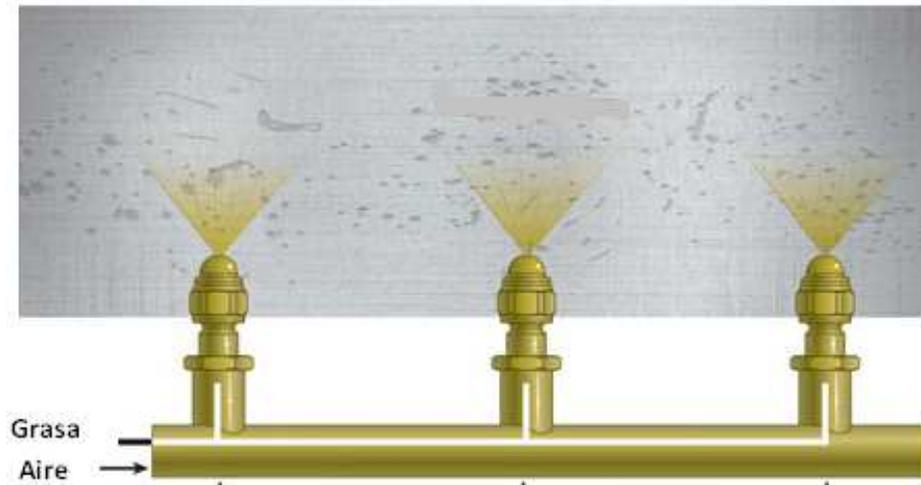


Figura 3.26: Sistema de lubricación de spray o atomización.

Sistema de lubricación por gravedad o goteo

Estos sistemas consisten en uno o más engrasadores, baños de aceite, líneas de alimentación presurizadas o ruedas aplicadoras que permiten que el lubricante escurra en el engranaje en un ciclo determinado. Este método de aplicación está limitado por una velocidad de la línea de acción menor o igual a $7.5 \left[\frac{m}{s} \right]$.

Para este tipo de sistemas, generalmente se usa un lubricante de tipo sintético, asfáltico o de alta viscosidad. Y si se usan líneas de alimentación presurizadas o ruedas aplicadoras se suele usar una grasa semifluida y lubricantes del tipo polímero-gel.

Sistema de lubricación por salpicadura e inmersión

Este sistema es el más simple de lubricación. Al engrane loco se le permite sumergirse en el lubricante, de esta manera se aplica el lubricante alrededor del engrane. Los sistemas de inmersión de engranaje generalmente están limitados a sistemas de engranaje con velocidades de línea de acción menores a $1.5 \left[\frac{m}{s} \right]$. Algunos sistemas además poseen bombas recirculadoras y sistemas de filtración.

Los lubricante usados para este sistema son de tipo sintético, asfáltico, de alta viscosidad como grasa semifluida de polímero-gel. Si una grasa semi-fluida de polímero-gel es usada, el lubricante debe tener una consistencia de semifluida a fluida.

Sistema de lubricación manual

Este método es el más antiguo y ha sido usado para lubricar engranajes en molinos, hornos, dragaminas y excavadoras. Generalmente, se usa un lubricante sintético de alta viscosidad de tipo asfáltico. Pero este método puede resultar en la aplicación de una cantidad incorrecta de lubricante y también en la introducción de contaminantes en el engranaje.

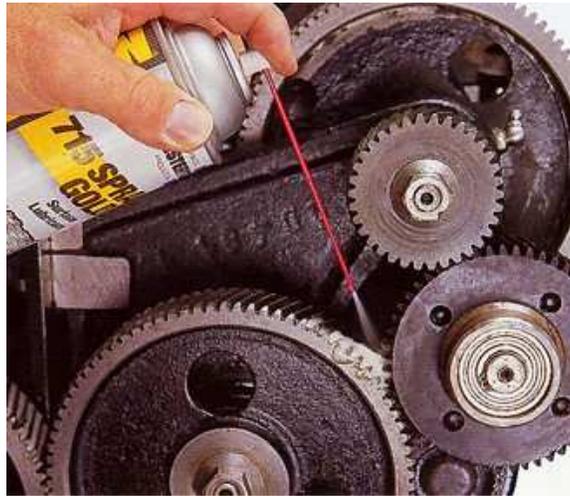


Figura 3.27: Lubricación manual.

Tipos de lubricantes

Los lubricantes para engranes típicamente son aceites con base en petróleo de varias viscosidades, dependiendo de la aplicación. Los factores más importantes que deben ser considerados en la selección de aceites lubricantes para engranes son:

- Velocidad y carga
- Temperatura de operación
- Material de los componentes
- Geometría del engrane
- Ambiente de trabajo
- Sistema de aplicación

Para elegir un producto lubricante, se deben considerar aquellos factores que se identifiquen como características críticas de la aplicación. AGMA incluye en sus normas mucha información para la selección adecuada de lubricantes para engranes.

Los aceites ligeros (10-30W) se aplican en engranes con velocidades y cargas suficientemente bajas para promover una lubricación elastohidrodinámica. Los aceites para engranes con aditivos de ácidos grasos (80-90W), se emplean en engranes de elevada carga y baja velocidad.

Los aceites minerales con o sin aditivos permiten tener una escasa pérdida de potencia por fricción, siempre que su viscosidad sea suficiente para evitar un contacto metálico en los flancos de los dientes a la velocidad tangencial y con la carga. En caso de pequeñas velocidades tangenciales se hace uso de la lubricación con grasa y en algunos casos también se emplean lubricantes sólidos como el bisulfito de molibdeno.

La elección de la viscosidad correcta del lubricante es fundamental para una mayor vida de los engranajes. Es por ello que la viscosidad de un aceite lubricante para engranes es directamente proporcional a la carga que deba soportar e inversa a la velocidad de trabajo. [15]

Capítulo 4

Aplicación de CAE al diseño del acoplamiento mecánico

La ingeniería asistida por computadora (CAE) es el uso de software para simular y mejorar el desempeño de un sistema mecánico o bien ayudar a la resolución de problemas de ingeniería. Esto incluye la simulación, validación y optimización de productos, procesos y herramientas de manufactura. Además, este tipo de software tiene la capacidad para el análisis de esfuerzos, dinámica de componentes y ensambles utilizando el **método del elemento finito**.

El método del elemento finito es una técnica numérica para analizar diseños de ingeniería, aceptado como el método de análisis estándar debido a su generalidad y compatibilidad para ser implementado en computadora; este método divide el proceso en numerosas piezas pequeñas de formas simples llamadas **elementos** que reemplazan eficazmente un problema complejo por muchos problemas simples que deben ser resueltos en forma simultánea, los elementos comparten puntos comunes denominados **nodos** y al proceso de división del modelo en pequeñas piezas se denomina **mallado**. El software formula las ecuaciones que rigen el comportamiento de cada elemento teniendo en cuenta su conectividad con los demás elementos, estas ecuaciones hacen referencia a la respuesta de cargas, restricciones y propiedades del material conocidas, de esta manera el software organiza las ecuaciones en un conjunto de ecuaciones algebraicas simultáneas y las resuelve.

Un proceso de CAE incluye como inicio un preprocesado, después una solución y finalmente un postprocesado; en la primera fase, se modela la geometría, la cinemática y las propiedades físicas del diseño, así como el ambiente en forma de cargas y restricciones aplicadas y en la última fase se presentan los resultados para su análisis.

En este capítulo, se aplica un software de CAE (*Unigraphics NX 8.5*) para modelar y simular los engranes. Primero se realizan los modelos en 3D y el ensamble del sistema de engranes planetario (ver apéndice D). Posteriormente, se realiza una simulación cinemática para visualizar el acoplamiento y el funcionamiento del sistema; de estas simulaciones se obtienen las cargas dinámicas producidas por el acoplamiento entre los engranes. Finalmente, se realizan las simulaciones de elemento finito para obtener los esfuerzos de flexión y de contacto que resultan de aplicar este software para establecer una comparación entre los resultados obtenidos y los calculados en el capítulo anterior.

4.1. Simulación cinemática

Una vez que se han diseñado las piezas y que se ha realizado el ensamble del sistema de engranes (ver apéndice D) se procede a hacer la simulación cinemática del mecanismo.

NX 8.5 presenta un módulo llamado **Motion** que es una herramienta CAE que provee capacidades de modelado y análisis de mecanismos que se puede utilizar para simular y evaluar en un sistema mecánico los siguientes aspectos:

- desplazamiento
- rangos de movimiento
- aceleraciones
- fuerzas
- posiciones de bloqueo
- interferencia entre objetos

En *Motion*, un mecanismo se compone de objetos que representan diferentes características mecánicas de la parte a simular. Tales objetos incluyen articulaciones, resortes, amortiguadores, motores de movimiento, fuerzas, momentos y bujes. El mecanismo se construye a partir de eslabones en la parte a simular a partir de la geometría existente y posteriormente se restringe dicha geometría con articulaciones o entradas de movimiento.

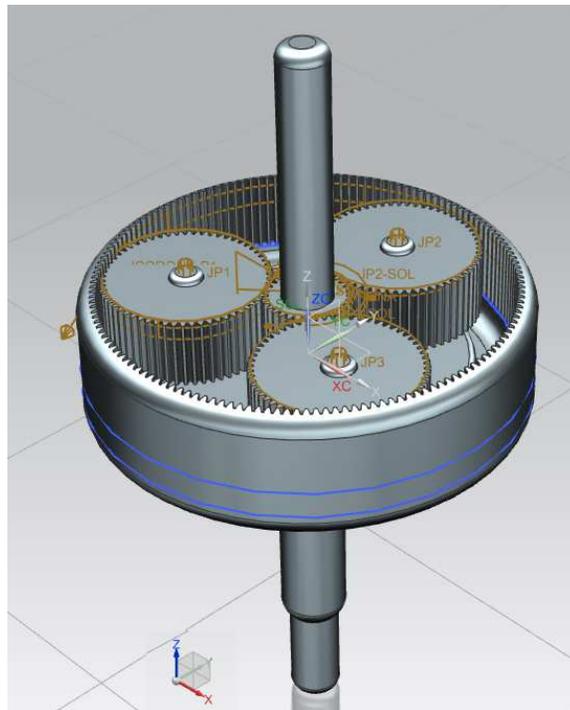


Figura 4.1: Juntas y motores de movimiento del acoplamiento mecánico.

Una vez definidos los objetos de movimiento para el mecanismo, se ejecuta la simulación cinemática o estático-dinámico, para postprocesar los resultados en donde se pueden obtener gráficos, animaciones, películas y cargas dinámicas generadas por el acoplamiento de los engranes.

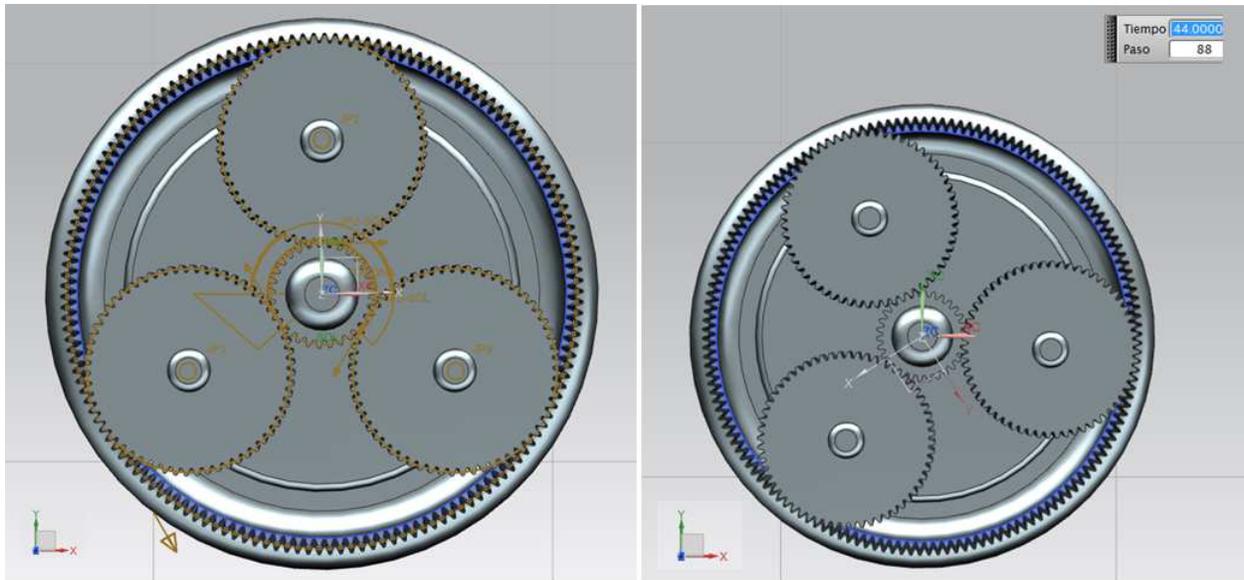


Figura 4.2: Simulación cinemática del acoplamiento mecánico.

En el caso de esta simulación se obtuvieron las gráficas siguientes que representan el comportamiento del par en cada engrane con la aplicación de los motores (MCI y ME) en un régimen nominal como valores de entrada:

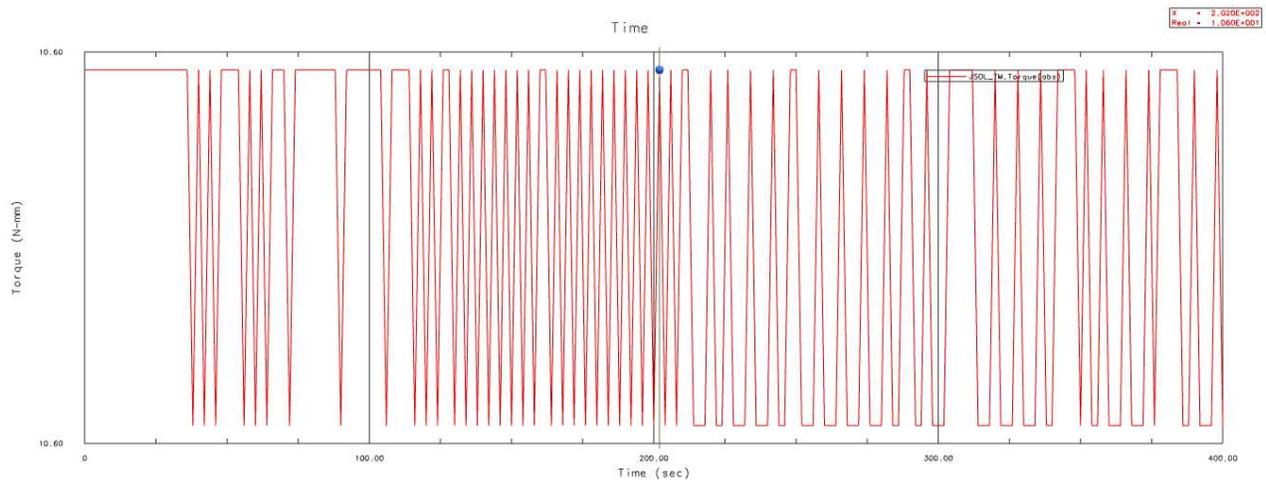


Figura 4.3: Gráfica del par del engrane sol.

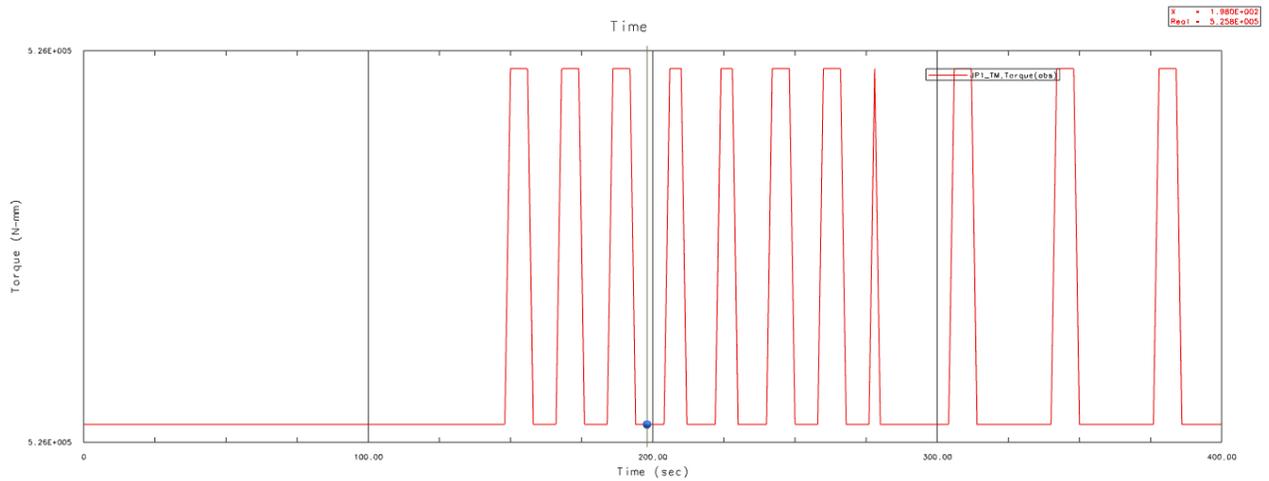


Figura 4.4: Gráfica del par del engrane planeta.

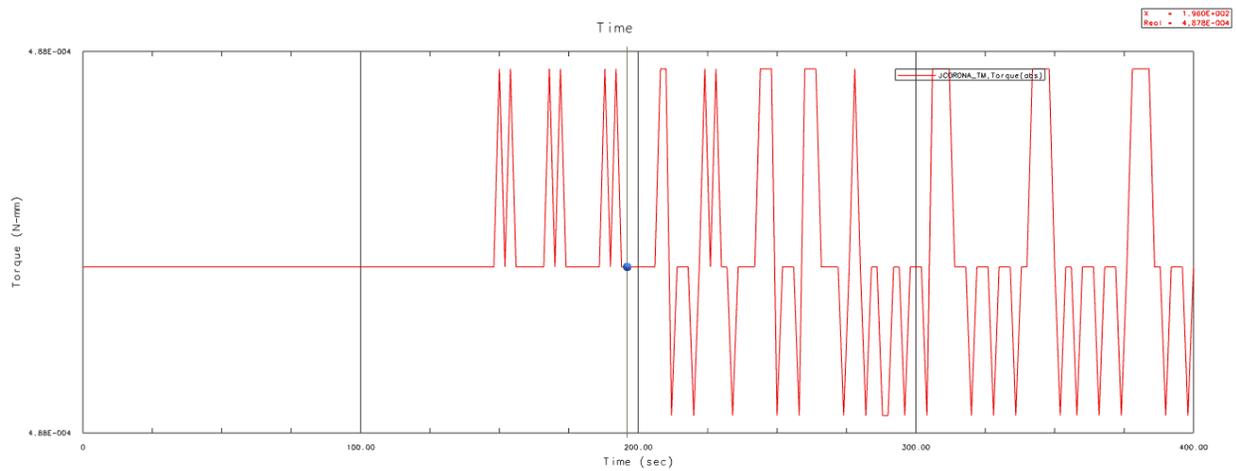


Figura 4.5: Gráfica del par del engrane corona.

En estas gráficas vemos que el comportamiento de los engranes es cíclico por lo que cada diente experimenta una carga repetida cada vez que entran en acoplamiento creando una situación de fatiga cíclica. También, el engrane que posee el mayor par es el planeta (salida del acoplamiento), esto se debe a que es el engrane intermedio y recibe el par de los otros dos engranes durante el acoplamiento por lo que cada uno de sus dientes experimenta un momento totalmente alternante lo que implica que sea el engrane más cargado.

4.2. Simulaciones de elemento finito

Como se mencionó un engrane puede fallar debido a esfuerzos de flexión y/o esfuerzos de contacto que se producen como consecuencia del acoplamiento entre engranes. Es por ello que se realizó un análisis para cada tipo de esfuerzo, obteniendo dos esfuerzos de diseño (flexión y contacto) que se compararon con los esfuerzos admisibles (esfuerzos del material) respectivamente.

Con la ayuda del método de elemento finito se quiere obtener los esfuerzos de flexión de cada engrane y de contacto para los engranes acoplados (sol-planeta y planeta-corona). El proceso para simular un sistema por el método de elemento finito en NX 8.5 consta de 4 pasos:

1. **Selección del material:** En esta parte se asignan los materiales para cada engrane de la misma manera que en el capítulo 3.

Sol y Planeta→**Acero Nitralloy 135M**
Corona→**Hierro Nodular**

2. **Dividir el sólido en elementos (Mallado):** Para cada simulación se escogerán dos mallas, la primera de 5[mm] y la segunda de 3[mm]. Esto con el fin de observar como afecta el tamaño de la malla al resultado.
3. **Aplicar las fuerzas y restricciones:** Se asignan las cargas tangenciales calculadas en el capítulo 3 y que se usaron para el diseño de cada engrane y como restricción se fija la traslación de la pieza a simular, por lo que esta solo podrá rotar.
4. **Solución del sistema:** Es el postproceso en donde se visualiza el resultado de las simulaciones efectuadas (ver apéndice E).

Simulación de esfuerzos de flexión

Esta simulación se efectúa para cada engrane, considerando su respectiva carga tangencial y dos tamaños de malla.

Sol

En el apéndice E se muestran las simulaciones de elemento finito del engrane sol con un mallado de 5[mm] y de 3[mm] respectivamente. En la figura 4.6 se muestra del lado derecho el mallado del engrane (color verde), la aplicación de la carga (color rojo) y las restricciones (color azul). Y del lado izquierdo se muestra el resultado obtenido (esfuerzo de Von Mises).

Tamaño de la malla [mm]	5	3
Carga aplicada [kN]	1.143	
Esfuerzo de diseño [MPa]	67.278	
Esfuerzo admisible [MPa]	217.336	
Esfuerzo Von Mises [MPa]	18.42	20.87

Tabla 4.1: Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane sol.

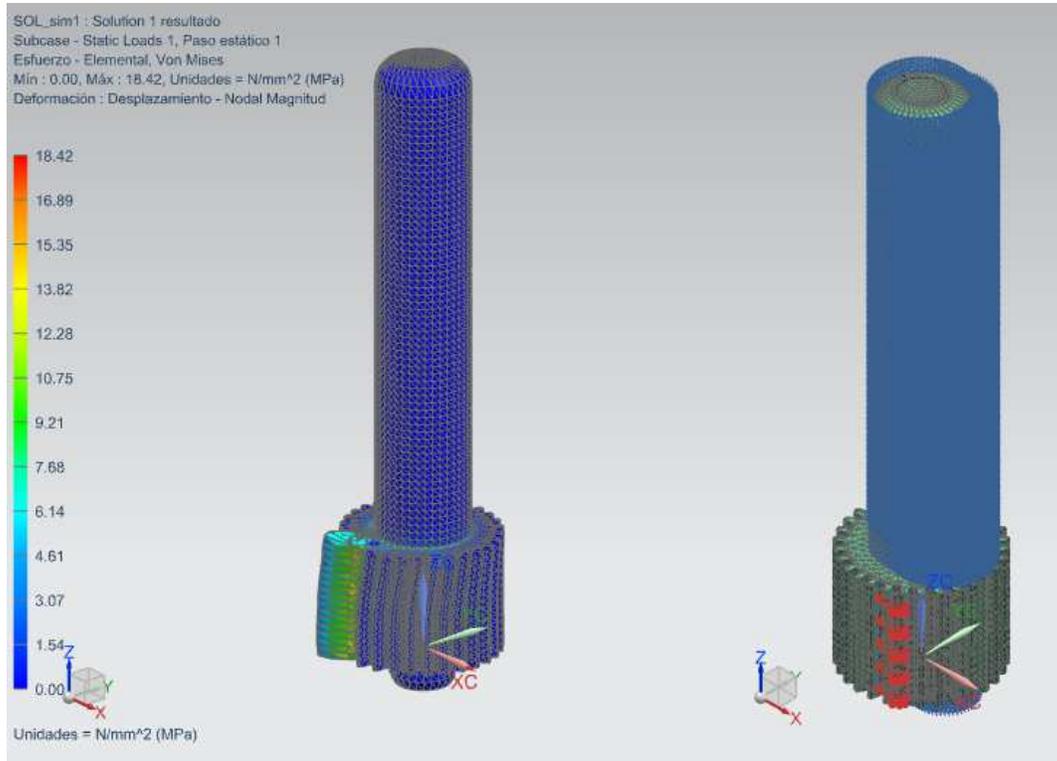


Figura 4.6: Simulación de elemento finito de flexión del engrane sol con una malla de $5[mm]$.

Planeta

En el apéndice E se muestran las simulaciones de elemento finito del engrane planeta con un mallado de $5[mm]$ y de $3[mm]$ respectivamente. De igual forma que en el caso del sol, en la figura 4.7 del lado derecho se muestra el mallado de la pieza (color verde), la aplicación de la carga (color rojo) y las restricciones (color azul). Y del lado izquierdo se muestra el resultado obtenido de la simulación (esfuerzo de Von Mises).

Tamaño de la malla $[mm]$	5	3
Carga aplicada $[kN]$	2.373	
Esfuerzo de diseño $[MP_a]$	102.451	
Esfuerzo admisible $[MP_a]$	219.244	
Esfuerzo Von Mises $[MP_a]$	34.95	41.14

Tabla 4.2: Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane planeta.

Corona

En el apéndice E se muestran las simulaciones de elemento finito del engrane corona con un mallado de $5[mm]$ y de $3[mm]$ respectivamente. En la figura 4.8 se muestra el mallado de la corona (color verde), la aplicación de la carga (color rojo) y las restricciones (color azul). Y del lado izquierdo se muestra el resultado obtenido (esfuerzo de Von Mises).

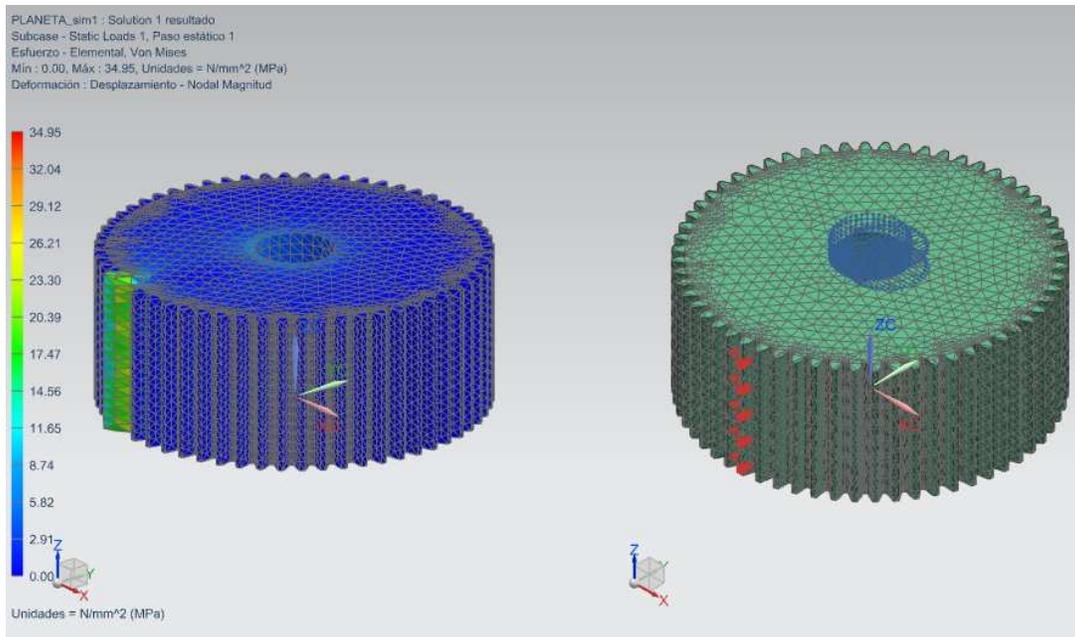


Figura 4.7: Simulación de elemento finito de flexión del engrane planeta con una malla de 5[mm].

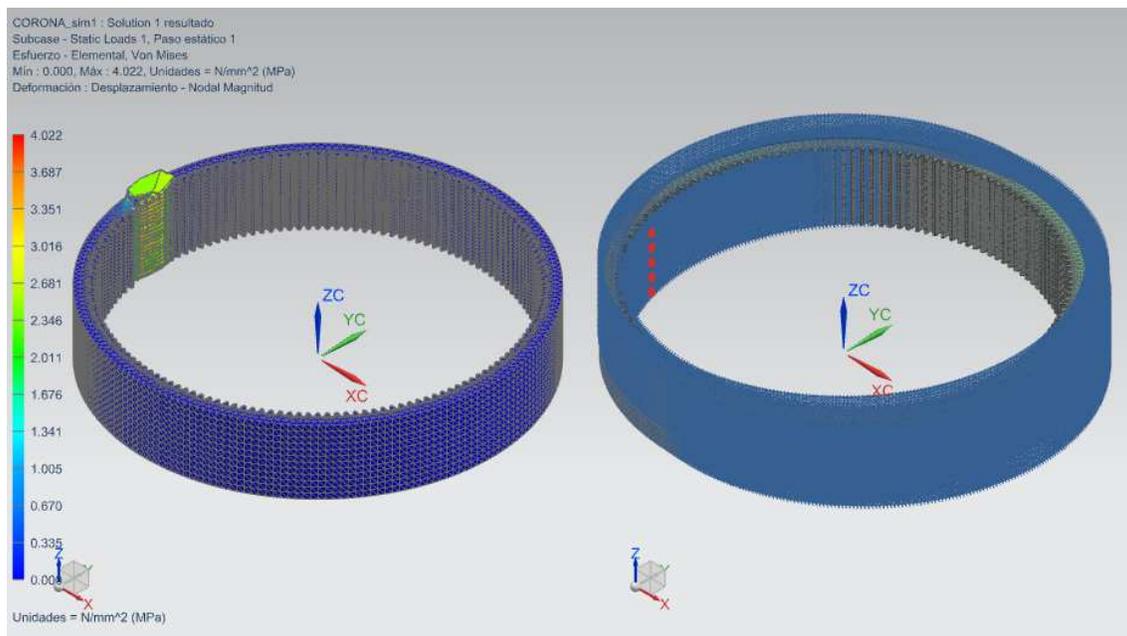


Figura 4.8: Simulación de elemento finito de flexión del engrane corona con una malla de 5[mm].

En las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 se resumen los resultados obtenidos de las simulaciones hechas. Para los tres engranes podemos ver que el esfuerzo Von Mises es muy pequeño en comparación con el esfuerzo de diseño en donde se emplean diversos factores para el cálculo del mismo. Esta puede ser la principal causa de la diferencia entre ambos resultados, puesto que al emplear los factores AGMA se deben tomar muchas consideraciones que afectan al resultado.

Tamaño de la malla [mm]	5	3
Carga aplicada [kN]	0.382	
Esfuerzo de diseño [MPa]	15.463	
Esfuerzo admisible [MPa]	128.956	
Esfuerzo Von Mises [MPa]	4.022	4.692

Tabla 4.3: Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño del engrane corona.

Otra causa, puede ser las consideraciones que se realizan durante el proceso de CAE, como por ejemplo, el mallado. Ya que de los mismos resultados se observa que mientras más pequeño es el mallado, el valor del esfuerzo de Von Mises se va incrementando, con lo que se deduce que es posible que el valor del esfuerzo de Von Mises sea más cercano al esfuerzo de diseño si se elige un tamaño de malla más pequeña a las elegidas.

Por otra parte, el valor del esfuerzo de Von Mises es menor que el esfuerzo admisible del material seleccionado para cada engrane. Y aplicando el mismo criterio que en el capítulo 3, $\sigma_{VM} \leq \sigma_{F_{adm}}$, se puede tener la certeza de que el material es adecuado para los engranes y que estos serán seguros bajo las sollicitaciones de carga demandas.

Finalmente, podemos concluir que como el esfuerzo de Von Mises y el esfuerzo de diseño calculado son menores al esfuerzo admisible del material, los engranes trabajarán correctamente bajo las sollicitaciones de flexión por lo que los dientes de los engranes no deben fracturarse hasta que termine el ciclo de vida para el cual fueron diseñados.

Simulación de esfuerzo de contacto

A diferencia de la simulación por flexión, en ésta se considera un tamaño de malla para cada simulación y solo se aplica una carga por cada par de engranes en contacto; asimismo, se considera la carga tangencial del engrane planeta, debido a que es la mayor y la que tiene un mayor efecto en el esfuerzo y es por ello que se utilizó para el cálculo del esfuerzo de diseño por contacto.

Sol-Planeta

En la figura 4.9 se muestra la simulación de elemento finito del contacto que existe entre el engrane sol y el engrane planeta con un mallado de 5[mm]. Del lado derecho se muestra el mallado (color verde), la aplicación de la carga (color rojo) y sus restricciones (color azul). Y del lado izquierdo se muestra el resultado obtenido (esfuerzo de Von Mises).

Tamaño de la malla [mm]	5
Carga aplicada [kN]	2.373
Esfuerzo de diseño [MPa]	813.210
Esfuerzo admisible [MPa]	1093.861
Esfuerzo Von Mises [MPa]	493.21

Tabla 4.4: Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño de contacto entre engranes sol-planeta.

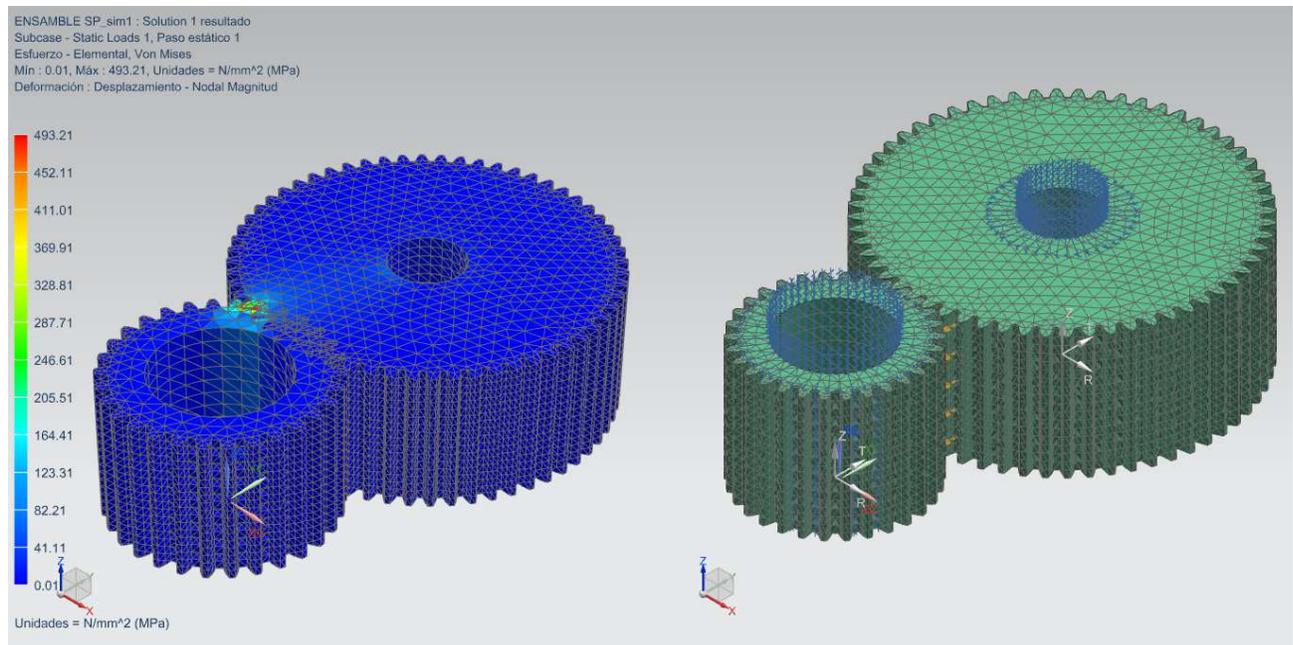


Figura 4.9: Simulación de elemento finito de contacto entre sol-planeta con una malla de 5[mm].

Planeta-Corona

En la figura 4.10 se muestra la simulación de elemento finito del contacto que existe entre el engrane planeta y el engrane corona con un mallado de 5[mm]. Del lado derecho se muestra el mallado (color verde), la aplicación de la carga (color rojo) y sus restricciones (color azul). Y del lado izquierdo se muestra el resultado obtenido (esfuerzo de Von Mises).

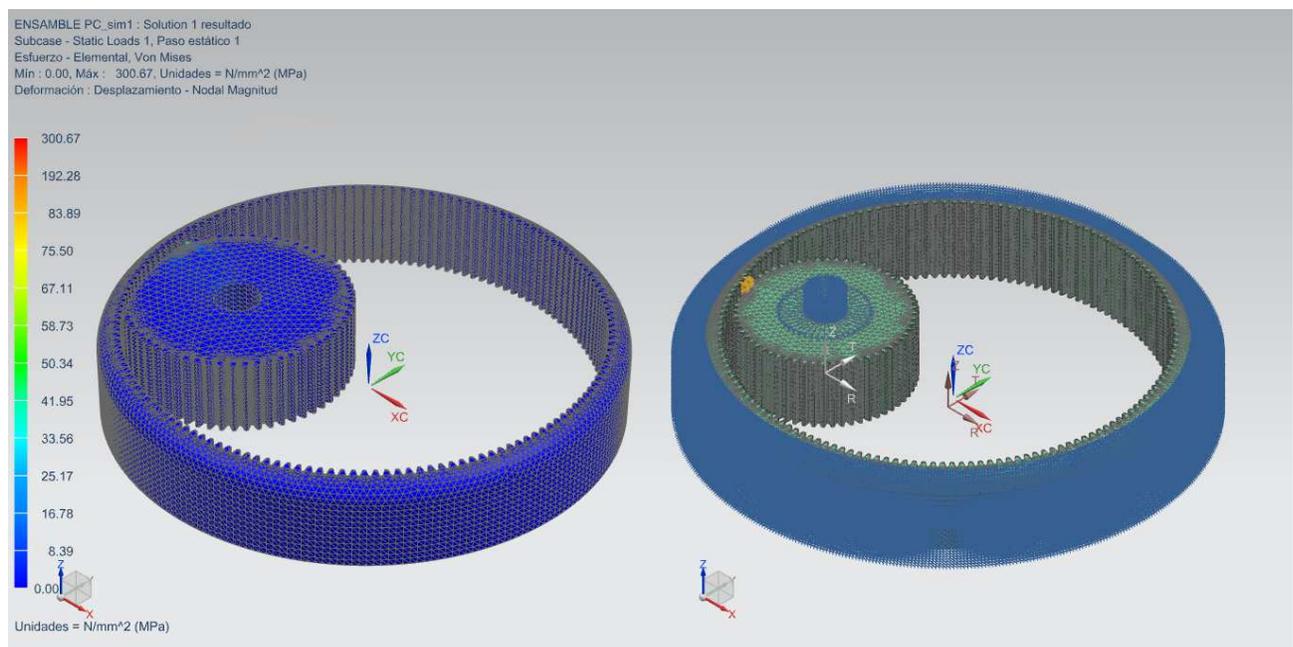


Figura 4.10: Simulación de elemento finito de contacto entre planeta-corona con una malla de 5[mm].

Tamaño de la malla [mm]	5
Carga aplicada [kN]	2.373
Esfuerzo de diseño [MP_a]	313.174
Esfuerzo admisible [MP_a]	486.571
Esfuerzo Von Mises [MP_a]	300.67

Tabla 4.5: Esfuerzos obtenidos de la simulación de elemento finito y del diseño de contacto entre engranes sol-planeta.

En las tablas 4.4 y 4.5 se resumen los resultados de los esfuerzos obtenidos de las simulaciones realizadas y de los engranes diseñados. Los esfuerzos de Von Mises obtenidos son diferentes a los esfuerzos de diseño calculados con la ayuda de las consideraciones que propone AGMA.

En ambos casos vemos que el esfuerzo Von Mises es menor en comparación con el esfuerzo de diseño en donde se emplean diversos factores para el cálculo del mismo. Pero en el segundo caso (contacto planeta-corona) el resultado tiene una mejor convergencia pues la diferencia entre resultados no es mucha como en todas las demás simulaciones. Por otra parte, como ya se mencionó, la causa principal entre la variación de resultados se debe a la aplicación de los factores AGMA.

Otra causa, puede ser las consideraciones que se realizan durante el proceso de CAE, como por ejemplo, el mallado. Ya que de los mismos resultados se observa que mientras más pequeño es el mallado, el valor del esfuerzo de Von Mises se va incrementando, con lo que se deduce que es posible que el valor del esfuerzo de Von Mises sea más cercano al esfuerzo de diseño si se elige un tamaño de malla más pequeña a las elegidas.

Otra comparación que podemos hacer es entre el esfuerzo de Von Mises y el esfuerzo admisible del material seleccionado para cada engrane. Y aplicando el mismo criterio que en el capítulo 3, $\sigma_{VM} \leq \sigma_{F_{adm}}$, se puede tener la certeza de que el material es adecuado para los engranes y que estos serán seguros bajo las solicitaciones de carga demandas.

Debido a que el esfuerzo de Von Mises y el esfuerzo de diseño calculado son menores al esfuerzo admisible del material, los engranes trabajarán correctamente bajo las solicitaciones de contacto por lo que si los engranes tienen una adecuada lubricación, éstos no deben presentar defectos como abrasión, ralladuras o estrías.

Finalmente, podemos concluir que un engrane se puede diseñar para hacerlo muy resistente contra flexión y en teoría los engranes bien diseñados no deben fallar por esta causa. Este diseño se hizo considerando materiales con buena resistencia a la flexión, un buen tamaño de diámetro de paso y un ancho de cara suficiente para obtener un factor de seguridad adecuado. Por otra parte, no se puede hacer un diseño con un ciclo de vida infinito para el contacto, por lo que se consideró un material con un tratamiento térmico para endurecer más las superficies y con un lubricado adecuado, estos engranes no deben presentar defectos superficiales.

Capítulo 5

Conclusiones

Al inicio de este trabajo, se plantearon objetivos con el fin de diseñar un acoplamiento mecánico que cumpliera con la futura función de mezclar la potencia de dos motores en un banco de pruebas en un dinamómetro simulando a un vehículo híbrido. Al finalizar este trabajo se puede decir que se cumplieron dichos objetivos, contribuyendo al proyecto al que pertenece esta tesis, así como al desarrollo de tecnología en vehículos híbridos y al desarrollo de tecnologías limpias y amigables con el medio ambiente, sin mencionar que esto podría traducirse también como un ahorro económico en las personas que utilicen este tipo de vehículos en un futuro.

El acoplamiento mecánico se diseñó mediante dos análisis, el primero cinemático en donde se hizo un análisis de par, velocidad y potencia. Y el segundo de esfuerzos para verificar que el sistema trabaje adecuadamente por esfuerzos de flexión y de contacto producidos como consecuencia del acoplamiento entre engranes. Por otra parte, se implementó el diseño en una herramienta CAD-CAE para dibujar las piezas, generar planos, realizar la simulación cinemática y simulaciones de elemento finito del sistema de engranes planetario con la finalidad de obtener otro criterio que permitiera deliberar si el sistema está bien diseñado.

A pesar de que se lograron los objetivos planteados, aún queda por hacer lo más importante que es manufacturar el acoplamiento mecánico para poder realizar las pruebas experimentales. Es por ello que como trabajo futuro queda por diseñar el sistema de lubricación para evitar defectos superficiales y la carcasa del acoplamiento mecánico para poder montar el sistema en el banco de pruebas.

Como parte del aprendizaje que deja este trabajo es que el diseño es un proceso iterativo, ya que se deben suponer los valores de algunos parámetros y llevar a cabo una selección debido a que existen muchos procedimientos posibles.

Dentro del diseño de engranes se deben tomar decisiones en relación con la precisión de acoplamiento que se requiere, el número de ciclos, el ángulo de presión, la forma del diente, el método de manufactura, el rango de temperatura de operación, la confiabilidad deseada y los esfuerzos. Así mismo, es necesario calcular factores de seguridad tanto para fallas por fatiga a flexión como por fatiga superficial.

La estrategia consistió en diseñar una geometría estándar del engrane siguiendo las recomendaciones de AGMA para verificar los esfuerzos y ver si el diseño era seguro y después ajustar los parámetros que más influyen en el diseño como el tamaño del diente, módulo, diámetro de paso y material para lograr un mejor diseño.

El diseño geométrico, se basó en una relación de transmisión específica y a partir de ella se calculó el número de dientes y se supuso un módulo y un ancho de cara que dieron origen a la geometría de los tres engranes.

Como parte de mi experiencia, comprobé que es más factible calcular primero los esfuerzos de flexión por que si el material que seleccionamos sobrevive a éstos, es posible ajustar su dureza para mejorar la resistencia al desgaste producido por los esfuerzos de contacto sin tener que hacer otro diseño.

Dado que la resistencia a flexión del diente del engrane está directamente relacionada con la geometría del mismo, el tamaño del diente es la variable principal. Ya que un diámetro de paso más grande reduce la carga en el diente. Después, se selecciona un material y se calcula su resistencia a la fatiga por flexión admisible. Si el factor de seguridad es demasiado grande o demasiado pequeño se ajustan los valores propuestos.

La falla por flexión es súbita y catastrófica, resultando en la ruptura del diente y la inhabilitación de la máquina. La fatiga superficial da advertencias audibles y los engranes pueden seguir trabajando durante cierto tiempo después de que empiece el ruido. Por lo que, la falla por fatiga superficial es el límite de diseño más deseable en la vida del engrane.

La implementación de CAD-CAE en este diseño, contribuyó en gran parte de los objetivos planteados al inicio de esta tesis en el dibujo de las piezas, la generación de planos y las simulaciones. Como se puede observar en el análisis de los resultados, las simulaciones de elemento finito realizadas no son las suficientes para tener una buena convergencia en relación con los esfuerzos de diseño y sería interesante hacer como trabajo futuro más simulaciones con tamaños de malla más pequeños que los usados para comprobar la convergencia de los resultados.

Finalmente, es muy importante contribuir e impulsar a que en México se adopte una cultura de tecnologías limpias, pero sobretodo de desarrollo de las mismas ya que estas tienen diversos beneficios tanto para las personas que las usan, como para el medio ambiente y todo indica a que la tendencia de la industria automotriz es el desarrollo de vehículos híbridos y cada vez más empresas incursionan en este ámbito.

Bibliografía

- [1] SETRAVI. El transporte, factor de cohesión social, Marzo 2014. <http://www.setravi.df.gob.mx/wb/stv/transporte>.
- [2] Antonio J. Durán and Ulises Hernández. Autos híbridos avanzan lento en México, Septiembre 2008. <http://www.cnnexpansion.com/actualidad/2008/09/10/ecologicos-y-rendidores>.
- [3] Ecovehículos. Portal de indicadores de eficiencia energética y emisiones vehiculares. <http://ecovehiculos.gob.mx/>.
- [4] Autotransporte. Vehículos híbridos: Volvo 7700 híbrido para la línea 4 del metrobús, Septiembre 2011. <http://www.autotransporte.mx/tag/vehiculos-hibridos/>.
- [5] G. Becerra, J.L. Mendoza-Soto, and L. Álvarez Icaza. Power flow control in hybrid electric vehicles (dsc). *ASME Conference Proceedings*, Volumen 2: pag 255–262, 2011.
- [6] E. Mauricio Martínez-G. Acondicionamiento de un dinamómetro para pruebas de flujo de potencia. Master's thesis, UNAM, Facultad de Ingeniería, 2012.
- [7] R. M. A. Canseco. Sistema de propulsión de un vehículo híbrido eléctrico. Technical report, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico de Cuernavaca Morelos, 2004.
- [8] N. Hattori, S. Aoyama, S. Kitada, Matsuo I., and Hamai K. Configuration and operation of a newly developed parallel hybrid propulsion system. In *Global Powertrain Congress*, 1998.
- [9] R. L. Mott. *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson, 4a edition, 2006.
- [10] R. L. Norton. *Diseño de máquinas*. Pearson, 1999.
- [11] ElectricMotorSport. Motenergy me0913 brushless pmac motor, abril 2014. <http://electricmotorsport.com/pmac-ds-me0913-brushless-pmac-motor-24-96v-5000rpm-12-kw-cont-30-kw-pk.html>.
- [12] AGMA, 2014. <http://www.agma.org/>.
- [13] ATCP Engenharia Física. Materiales metálicos ferrosos, 2009. <http://www.atcp.com.br/es/productos/caracterizacion-de-materiales/propiedades-materiales/tablas-propiedades/metalicos-ferrosos.html>.
- [14] ASM Handbooks. *Engineered Materials Handbook*. ASM, 1988*.
- [15] Teclubin. Lubricantes para engranes, 2011. <http://teclubin.mx/aceites-y-lubricantes/aceites-y-lubricantes-industriales/lubricantes-industriales/mobil-industrial/engranos/>.

- [16] CNN expansión. Mexicanos lideran en consumo de gasolina, Julio 2013. <http://www.cnnexpansion.com/negocios/2013/07/04/mexicanos-lidera-consumo-de-gasolina>.
- [17] David Aguilar. México sin potencial para los autos híbridos, Enero 2008. <http://www.eluniversal.com.mx/articulos/44661.html>.
- [18] H.A. Borhan, A. Vahidi, A.M. Phillips, M.L. Kuang, and Kolmanovsky I.V. Predictive energy management of a power-split hybrid electric vehicle. *American Control Conference*, 1*:152–172*, 2009.
- [19] S. Jorge Carro, Flores S. Fabiola, and Flores N. Irma. Análisis de esfuerzo de contacto en engranes rectos aplicando el criterio de hertz con ingeniería asistida por computadora. *Científica*, 16(1):125*, 2012.
- [20] Lin Chan-Chiao, Peng Huei, and W. Grizzle Jessy. Power management strategy for a parallel hybrid electric truck. *Transactions on Control Systems Technology*, 11(6):11*, Noviembre 2003.
- [21] Alejandro Fuster and Ricardo Valencia. Autos híbridos: fuerza para el futuro, Abril 2014. <http://www.altonivel.com.mx/6910-autos-hibridos-fuerza-para-el-futuro.html>.
- [22] B. J. Hamrock, Bo. O. Jacobson, and S. R. Schmid. *Elementos de Máquinas*. Ed. McGraw Hill, 2000.
- [23] Gil Hermógenes, Gil Jordi, Alonso Joan, J. Pirín, and Isaac Guiera. Híbridos y eléctricos. ecotecnología del vehículo, Abril 2014. <http://www.hibridosyelectricos.com/>.
- [24] Honda. Honda civic, Abril 2014. <http://automobiles.honda.com/civic-hybrid/>.
- [25] Honda. Honda insight, Abril 2014. <http://automobiles.honda.com/insight-hybrid/>.
- [26] Guzzella L. and Sciarretta A. *Vehicle Propulsion Systems. Introduction to Modeling and Optimization*. Springer-Verlag, 2a edition, 2005.
- [27] Jinming Liu and Huei Peng. Modeling and control of a power-split hybrid vehicle. *Transactions on Control Systems Technology*, 16(6):125*, Noviembre 2008.
- [28] M. J. Miller. Hybrid electric vehicle propulsion system. architectures of the e-cvt type. *Transactions on Power Electronics*, 21(3):125*, Mayo 2006.
- [29] J. S. Niels, A. S. Mutasim, and A. K. Naim. Fuzzy logic control for parallel hybrid vehicles. *Transactions on Control Systems Technology*, 10(3):128*, Mayo 2002.
- [30] V. A. Pantoja, G. Becerra, and L. Álvarez Icaza. Serial power split strategy for parallel hybrid electric vehicles. *México Virtual*, 2*:125*, 2011.
- [31] L. Porsche. Hybrid vehicle: The next step in the evolution of the automobile, Abril 2005. <http://www.hybrid-vehicle.org/>.
- [32] B. K. Powell, K. E. Bailey, and S. R. Cikanek. Dynamic modeling and control of hybrid electric vehicle powertrain systems. *Control Systems Magazine*, 2*:125*, 1998.
- [33] A. Sciarretta and Guzzella L. Control of hybrid electric vehicles. optimal energy-management strategies. *Control Systems Magazine*, 2*:125*, Abril 2007.

- [34] J. E. Shigley and Charles R. Mischke. *Diseño en Ingeniería Mecánica*. McGraw Hill, 5a edition, 1990.
- [35] M. F. Spotts and T. E. Shoup. *Elementos de Máquinas*. McGraw Hill, 7a edition, 1998.
- [36] Toyota. A guide to hybrid synergy drive, 2015. <http://www.toyota.co.jp/jpn/tech/environment/index.html>.
- [37] Toyota. Toyota prius, Abril 2014. www.prius.toyota.com.

Apéndice A

Diseño geométrico del SEP

Parámetros	SOL	PLANETA	CORONA
Diámetro de paso d [mm]	60	120	300
Número de dientes N	30	60	150
Módulo m [mm]	2		
Ángulo de presión ϕ [°]	20		
Paso circular P_c [mm]	6.283		
Paso del círculo de base P_b [mm]	5.904		
Paso diametral (Pitch) P_d [in ⁻¹]	12.70		
Altura de cabeza o Adendo h_a [mm]	2		
Altura de raíz o Dedendo h_d [mm]	2.5		
Altura total del diente h_T [mm]	4.5		
Altura de trabajo h_w [mm]	4		
Diámetro exterior d_e [mm]	64	124	296
Diámetro interior d_i [mm]	55	115	305
Diámetro del círculo de base d_b [mm]	56.382	112.763	281.908
Espesor del diente e [mm]	π		
Espacio entre dientes s [mm]	π		
Juego radial j_r [mm]	0.5		
Radio del Filet f [mm]	0.6		
Ancho del diente b [mm]	50		
Distancia entre centros c [mm]	90	90	
Línea de presión L_{ab} [mm]	10.150	40.130	
Razón de contacto C_r	1.7	6.8	

Tabla A.1: Diseño geométrico del SEP.

Apéndice B

Curva involuta de los engranes

SOL

Línea auxiliar tangente al círculo de base A	Distancia entre líneas (A) (medida en NX)	Línea tangente auxiliar B	Ángulo de tangencia [°]
0		0	180
1		2.4593	175
2		4.9186	170
3		7.3779	165
4	2.4593	9.8372	160
5		12.2965	155
6		14.7558	150
7		17.2151	145
8		19.6744	140

Tabla B.1: Perfil del diente (curva involuta) del engrane sol.

PLANETA

Línea auxiliar tangente al círculo de base A	Distancia entre líneas (A) (medida en NX)	Línea tangente auxiliar B	Ángulo de tangencia [°]
0		0	180
1		4.9187	175
2		9.8374	170
3		14.7561	165
4	4.9187	19.6748	160
5		24.5935	155
6		29.5122	150
7		34.4309	145
8		39.3496	140

Tabla B.2: Perfil del diente (curva involuta) del engrane planeta.

CORONA

Línea auxiliar tangente al círculo de base A	Distancia entre líneas (A) (medida en NX)	Línea tangente auxiliar B	Ángulo de tangencia [°]
0		0	180
1		12.2966	175
2		24.5932	170
3		36.8898	165
4	12.2966	49.1864	160
5		61.483	155
6		73.7796	150
7		86.0762	145
8		98.3728	140

Tabla B.3: Perfil del diente (curva involuta) del engrane corona.

Apéndice C

Diseño para prevenir fallas debidas a esfuerzos de flexión y de contacto

Factor o Parámetro	SOL	PLANETA	CORONA
Diámetro de paso d [mm]	60	120	300
Módulo m [m]	0.002		
Ancho de cara b [m]	0.05		
Ángulo de presión ϕ [°]	20		
Carga tangencial W_t [kN]	1.143	2.373	0.382
Factor Geométrico de resistencia a la flexión J	0.39	0.43	0.49
Factor Geométrico de resistencia superficial I	0.101	0.256	
Factor de Tamaño $K_s = C_s$	1		
Factor de Temperatura $K_T = C_T$	1		
Factor de Aplicación $K_a = C_a$	1.25	1	1
Factor de Confiabilidad $K_R = C_R$	1.25		
Factor de Distribución de Carga $K_m = C_m$	1.6		
Factor Dinámico $K_v = C_v$	0.871	0.862	0.801
Material	Acero Nitralloy	Acero Nitralloy	Hierro Nodular
Coefficiente Elástico C_p [MPa] ^{0.5}	191	179	
Factor de Relación de Dureza C_H	1	1.010	
Factor de Condición de Superficie C_f	1		
Factor de Ciclo de vida K_L	0.889	0.897	0.896
Factor de Ciclo de vida C_L	0.840	0.850	0.845

Tabla C.1: Factores de diseño AGMA (calculados).

Esfuerzos y factores de seguridad	SOL	PLANETA	CORONA
Resistencia a la Flexión AGMA S_F [MPa]	305.376	305.376	180
Resistencia al Desgaste Superficial AGMA S_C [MPa]	1626.708	1626.708	710
Esfuerzo de Diseño por Flexión σ_F [MPa]	67.278	102.451	15.463
Esfuerzo Admisible de Flexión $(\sigma_F)_{adm}$ [MPa]	217.336	219.244	128.956
Esfuerzo de Diseño por Contacto σ_C [MPa]	813.210		313.174
Esfuerzo Admisible de Contacto $(\sigma_C)_{adm}$ [MPa]	1093.861		486.571
Criterio de Falla por Flexión	Seguro	Seguro	Seguro
Criterio de Falla por Contacto	Seguro		Seguro
Factor de Seguridad por Flexión η_F	3.23	2.14	8.34
Factor de Seguridad por Contacto η_C	1.81		2.41

Tabla C.2: Esfuerzos y factores de seguridad del diseño realizado.

Apéndice D

Piezas y ensamble del acoplamiento mecánico

SOL

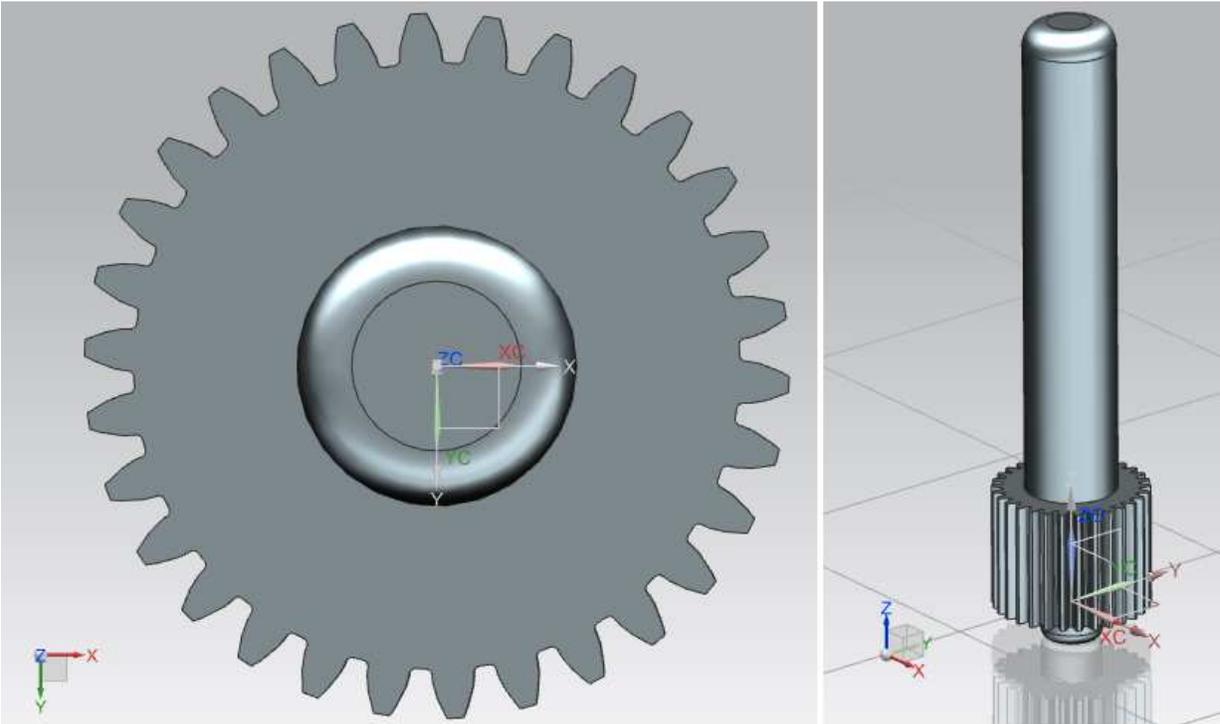


Figura D.1: Engrane sol (vista superior e isométrico).

PLANETA

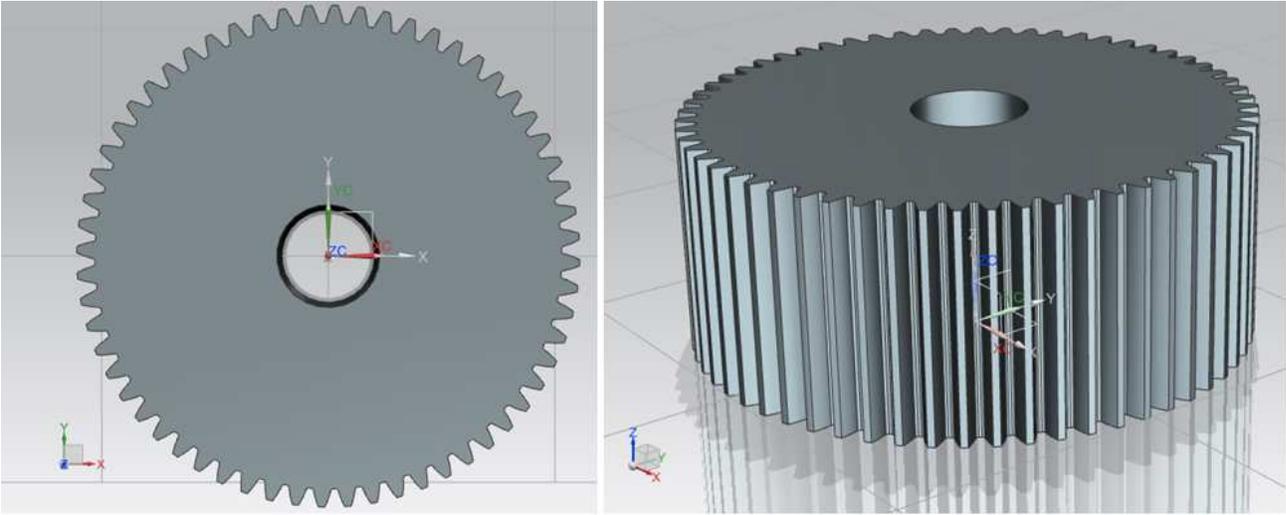


Figura D.2: Engrane planeta (vista superior e isométrico).

PORTAPLANETAS

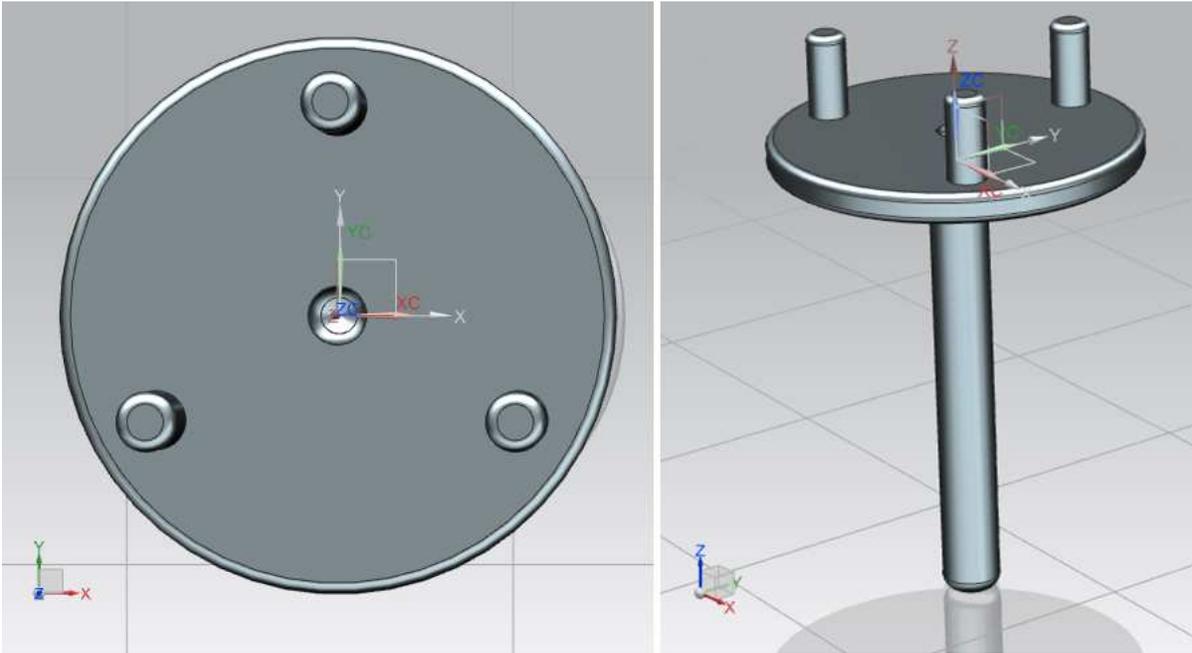


Figura D.3: Portaplanetas (vista superior e isométrico).

CORONA

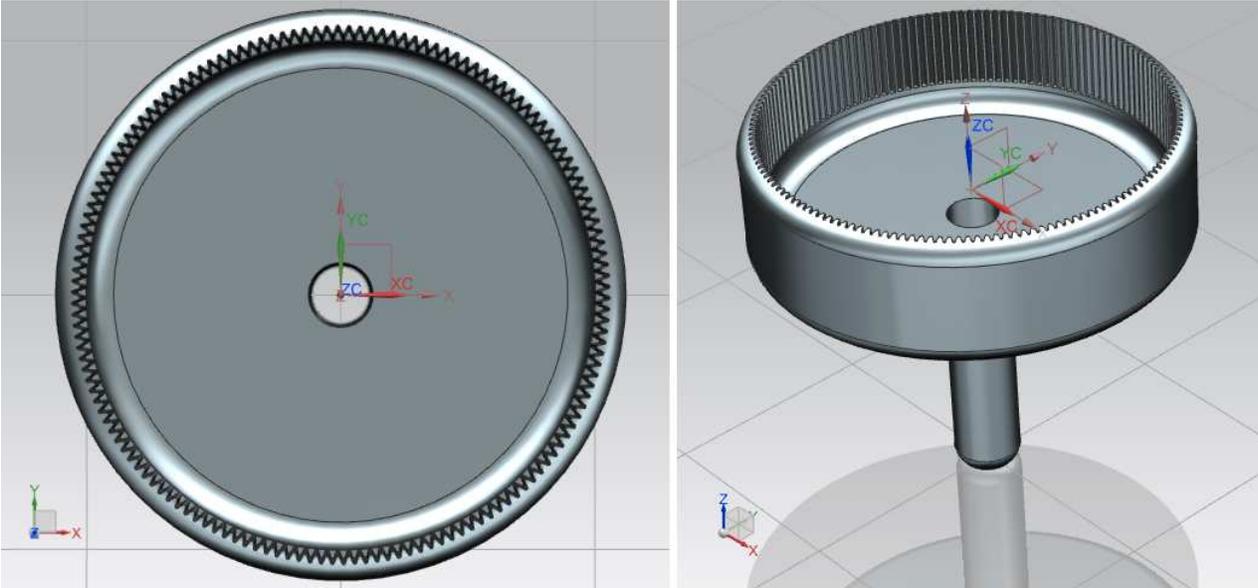


Figura D.4: Engrane corona (vista superior e isométrico).

ENSAMBLE

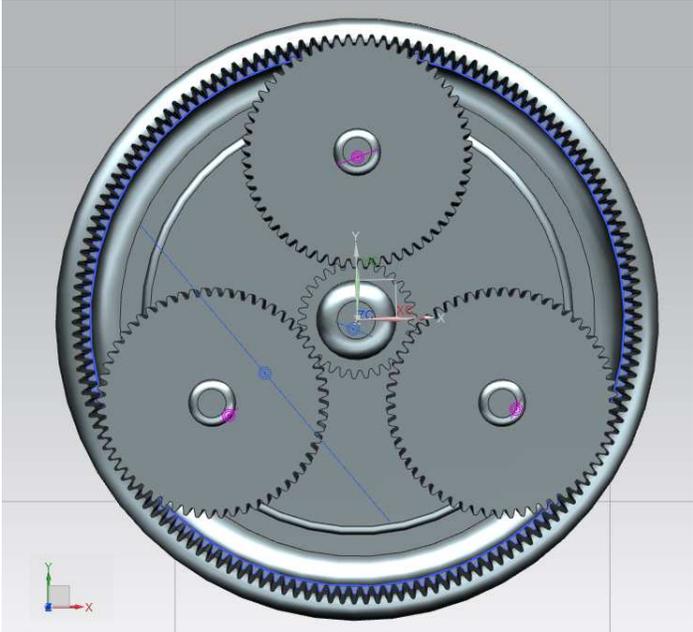


Figura D.5: Ensamble del sistema planetario (vista superior).

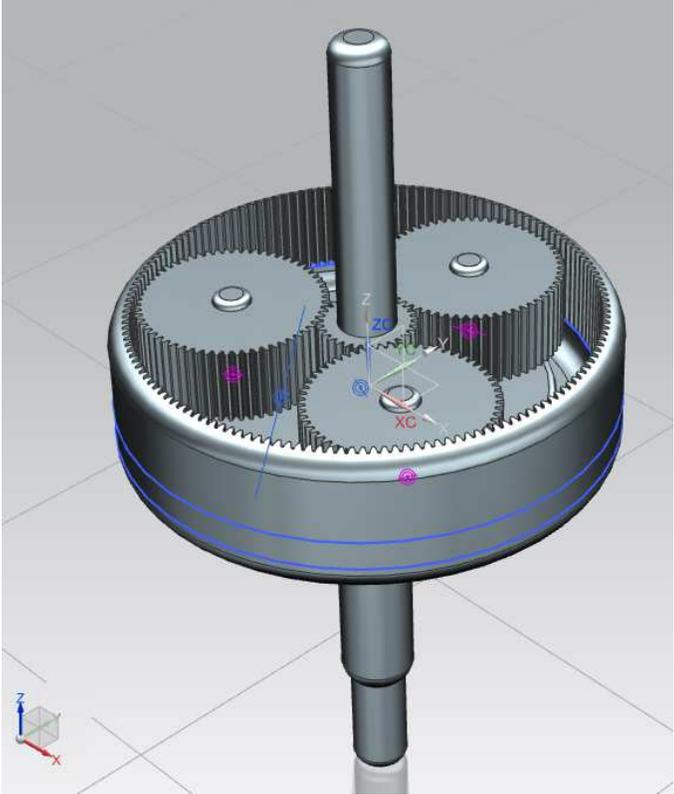


Figura D.6: Ensamble del sistema planetario (isométrico).

Apéndice E

Simulaciones por método de elemento finito

Esfuerzos de flexión

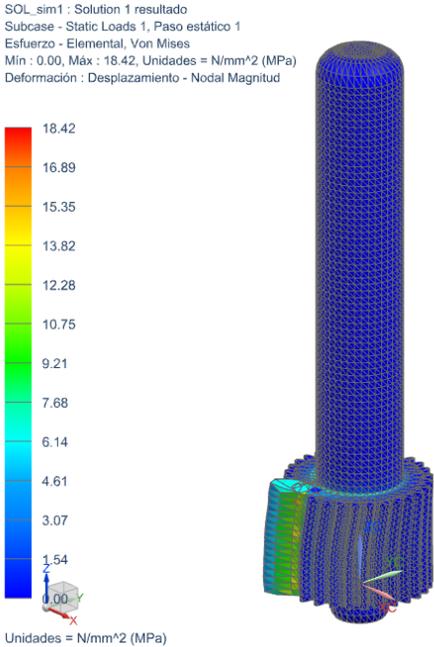


Figura E.1: Simulación FEM del engrane sol con una malla de 5[mm].

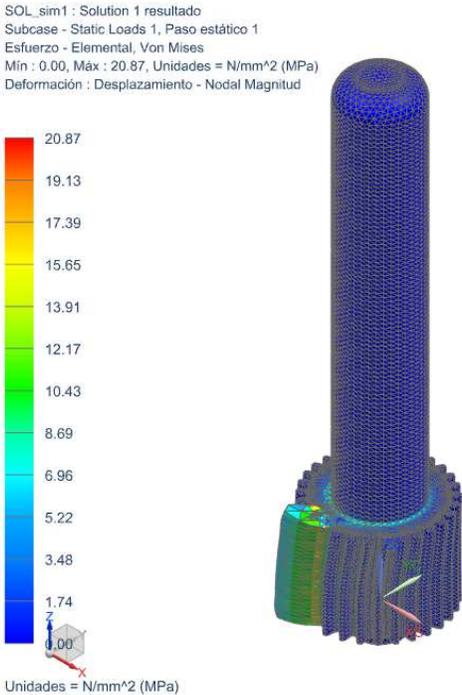


Figura E.2: Simulación FEM del engrane sol con una malla de 3[mm].

PLANETA_sim1 : Solution 1 resultado
Subcase - Static Loads 1, Paso estático 1
Esfuerzo - Elemental, Von Mises
Min : 0.00, Máx : 34.95, Unidades = N/mm² (MPa)
Deformación : Desplazamiento - Nodal Magnitud

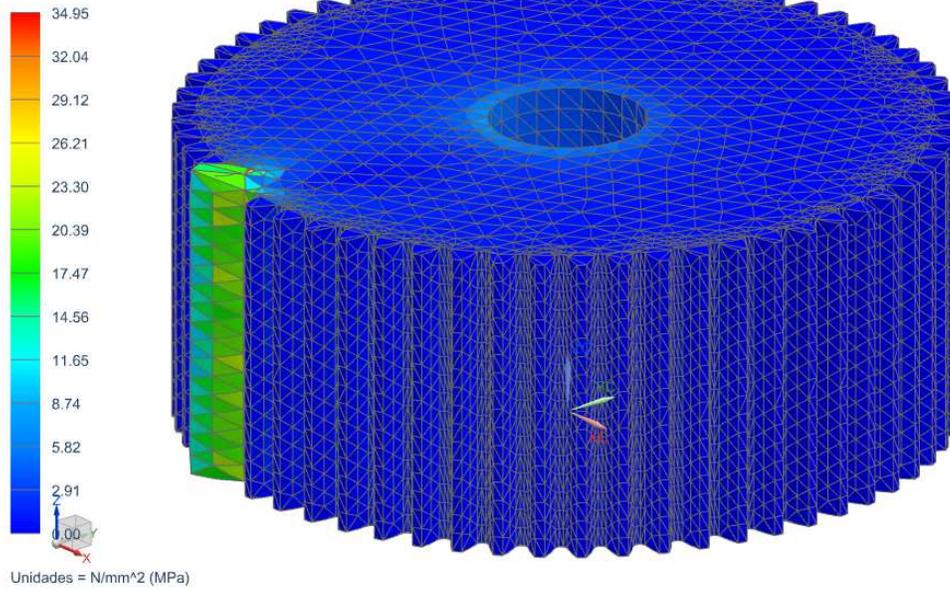


Figura E.3: Simulación FEM del engrane planeta con una malla de 5[mm].

PLANETA_sim1 : Solution 1 resultado
Subcase - Static Loads 1, Paso estático 1
Esfuerzo - Elemental, Von Mises
Min : 0.00, Máx : 41.14, Unidades = N/mm² (MPa)
Deformación : Desplazamiento - Nodal Magnitud

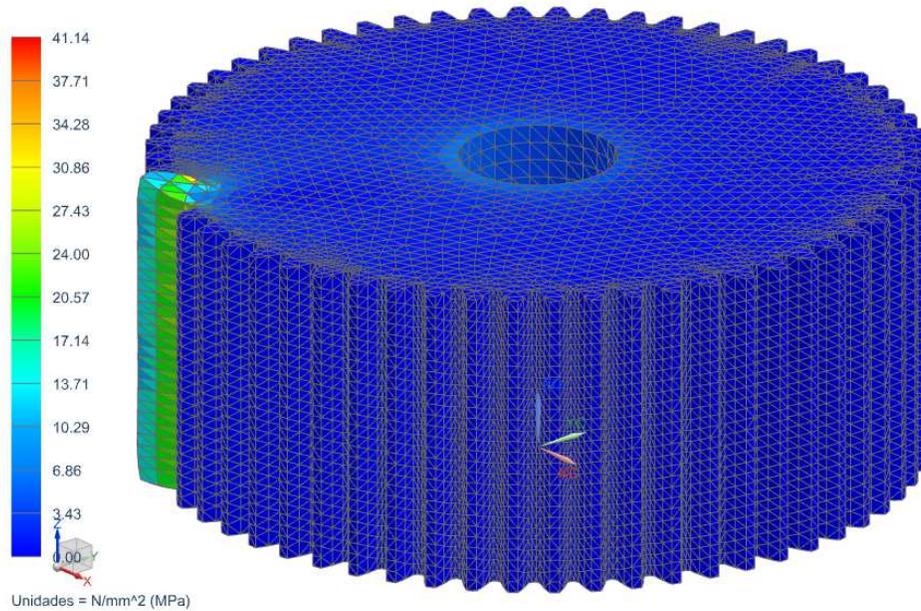


Figura E.4: Simulación FEM del engrane planeta con una malla de 3[mm].

CORONA_sim1 : Solution 1 resultado
Subcase - Static Loads 1, Paso estático 1
Esfuerzo - Elemental, Von Mises
Mín : 0.000, Máx : 4.022, Unidades = N/mm² (MPa)
Deformación : Desplazamiento - Nodal Magnitud

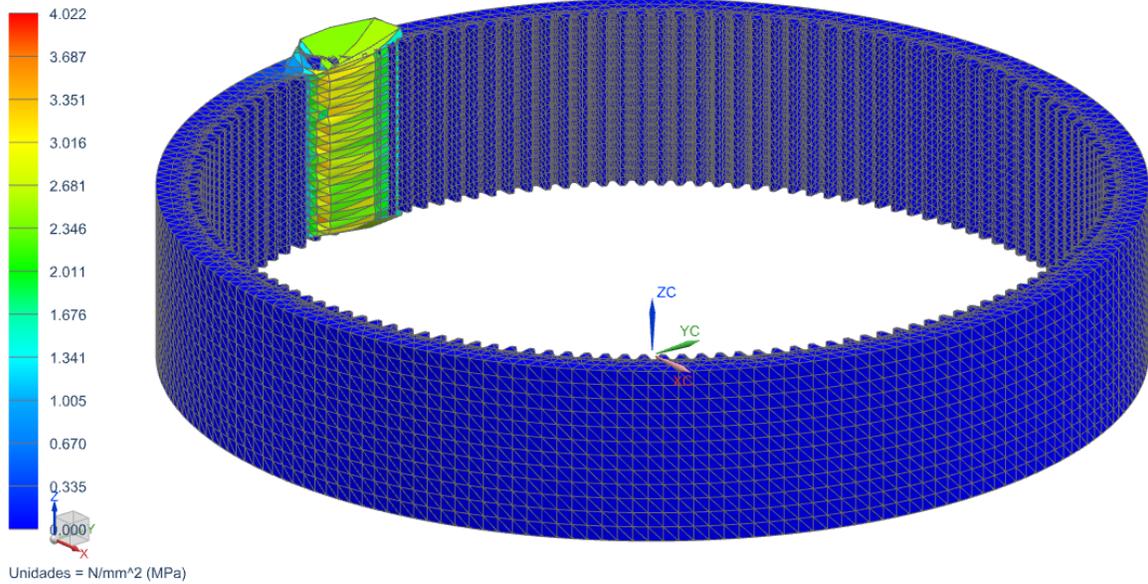


Figura E.5: Simulación FEM del engrane corona con una malla de 5[mm].

CORONA_sim1 : Solution 1 resultado
Subcase - Static Loads 1, Paso estático 1
Esfuerzo - Elemental, Von Mises
Mín : 0.000, Máx : 4.692, Unidades = N/mm² (MPa)
Deformación : Desplazamiento - Nodal Magnitud

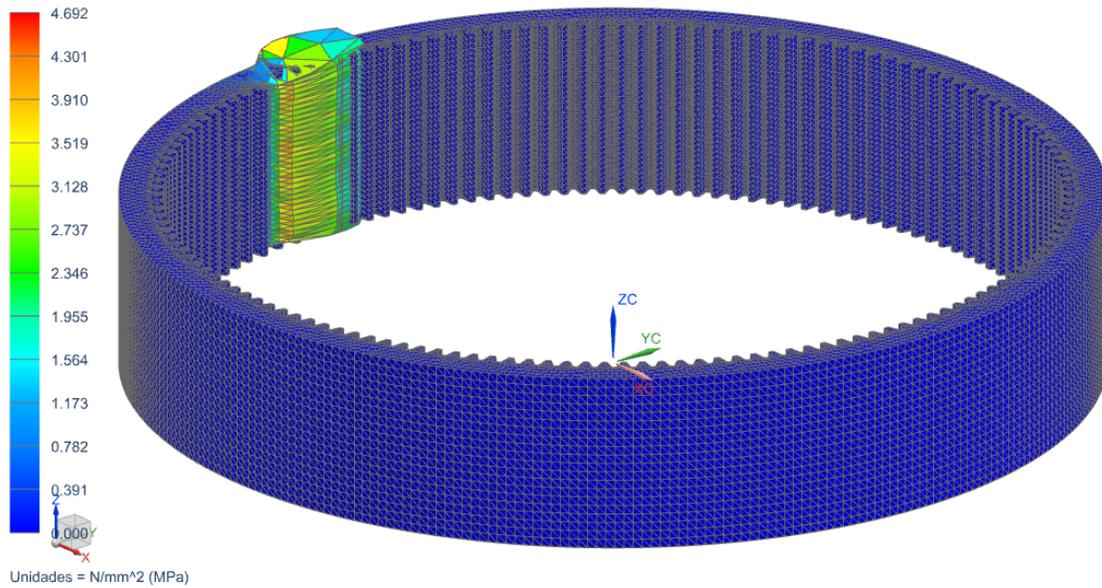


Figura E.6: Simulación FEM del engrane corona con una malla de 3[mm].

Esfuerzos de contacto

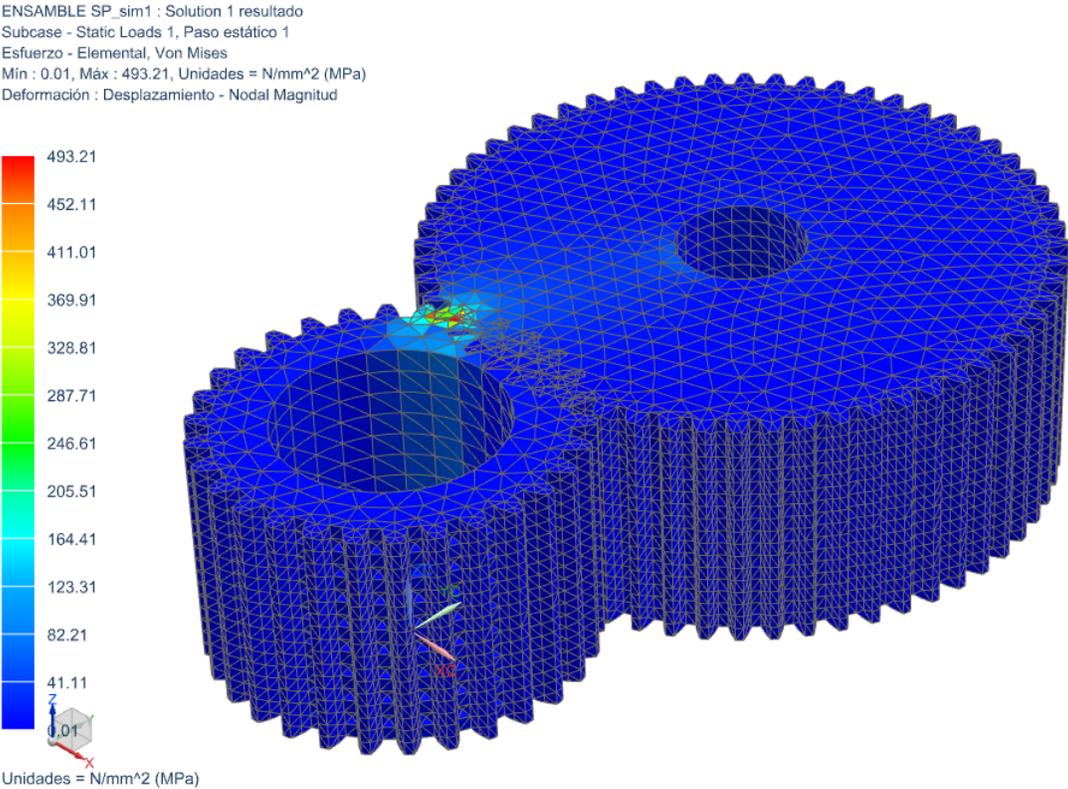


Figura E.7: Simulación FEM de los engranes sol-planeta con una malla de 5[mm].

ENSAMBLE PC_sim1 : Solution 1 resultado
Subcase - Static Loads 1, Paso estático 1
Esfuerzo - Elemental, Von Mises
Mín : 0.00, Máx : 300.67, Unidades = N/mm² (MPa)
Deformación : Desplazamiento - Nodal Magnitud

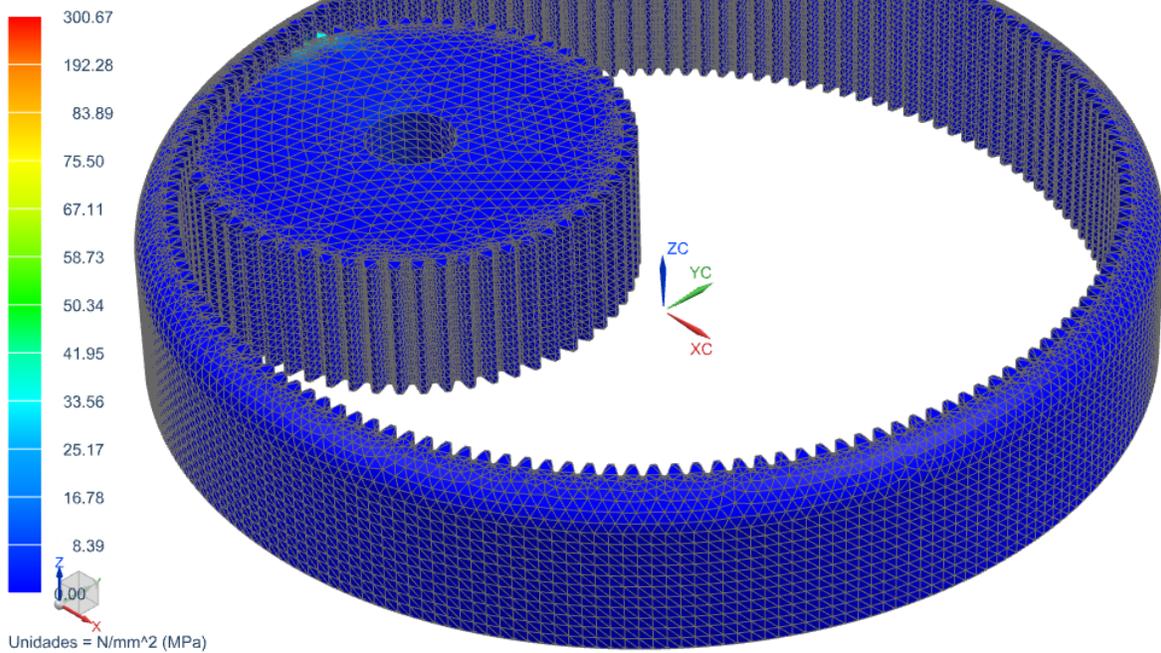


Figura E.8: Simulación FEM de los engranes planeta-corona con una malla de 5[mm].

Apéndice F

Planos

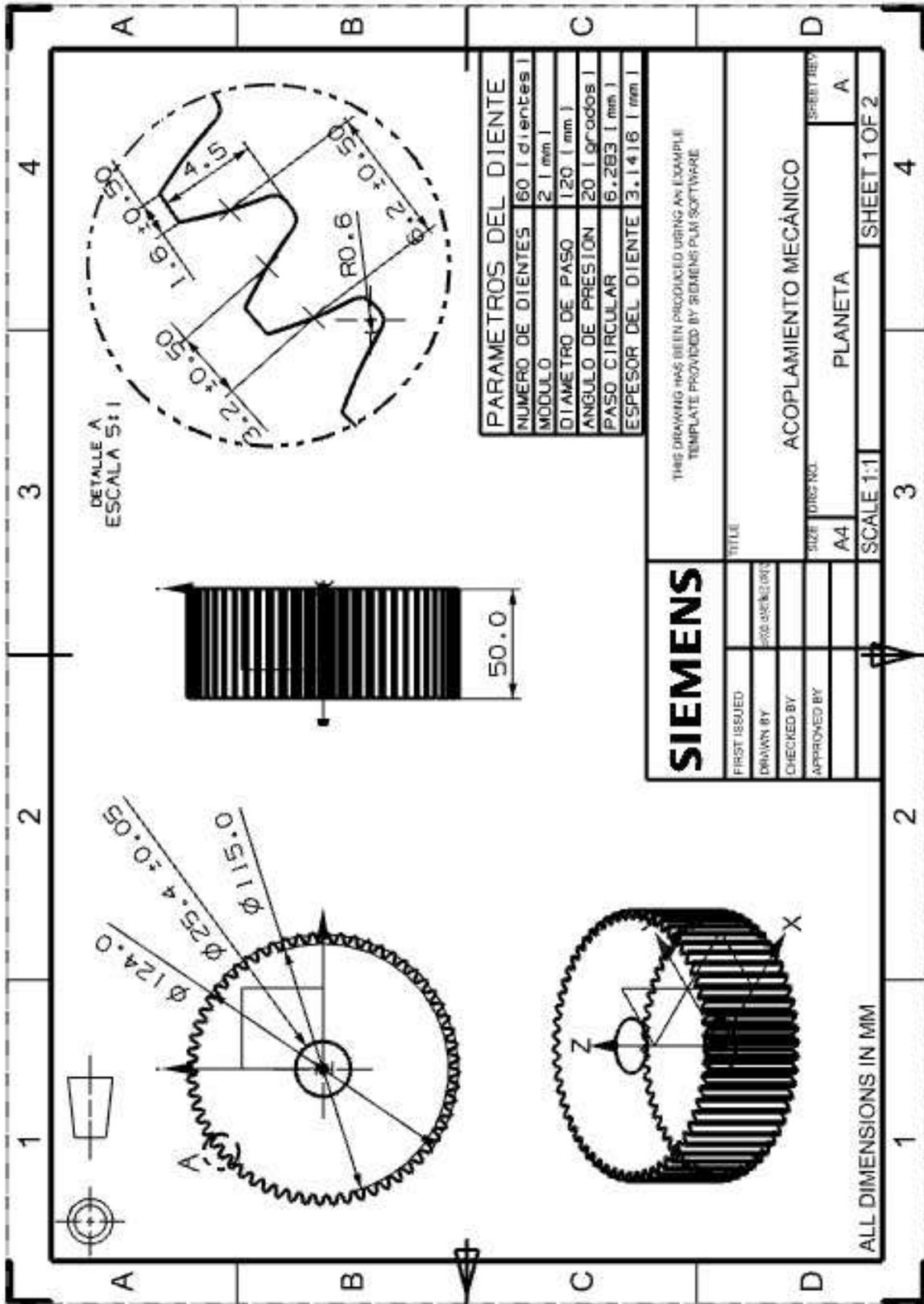


Figura F.2: Plano del engrane planeta.

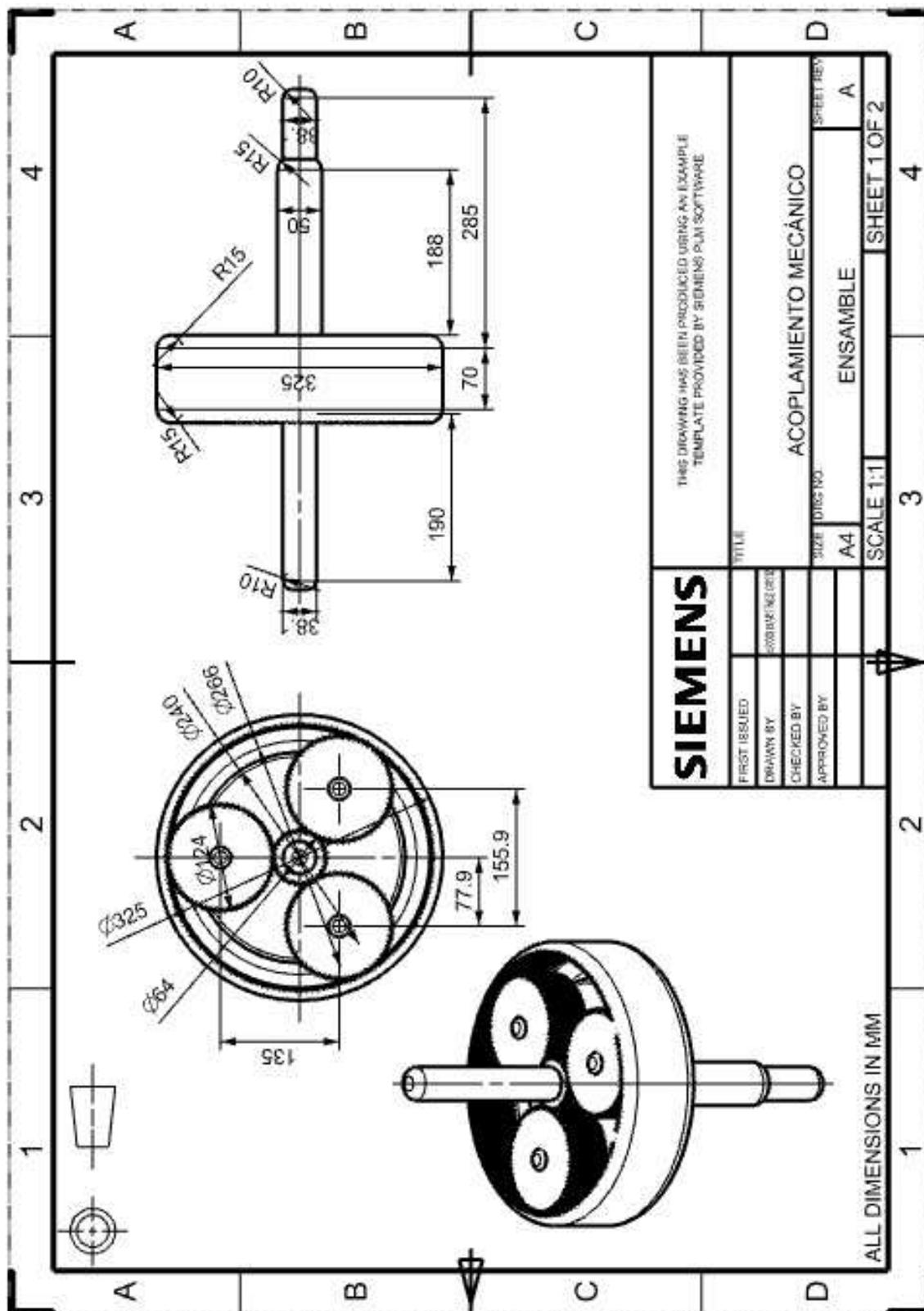


Figura F.5: Plano del ensamble.