



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

---

---

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**DISEÑO DE UN FILTRO INVERSO PARA LA ATENUACIÓN DEL RUIDO EN  
IMÁGENES SÍSMICAS**  
TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO GEOFÍSICO

PRESENTA: JAVIER  
ABREU TORRES

DIRECTOR DE TESIS  
DR. JOSÉ CARLOS ORTIZ ALEMÁN

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, JUNIO 2015

*No que seamos competentes por nosotros mismos para pensar algo como de nosotros mismos, sino que nuestra competencia proviene de Dios.*

2 Corintios 3:5



# AGRADECIMIENTOS



## RESÚMEN

A partir de los modelos de velocidad de onda P y de densidad, se calcularon datos sintéticos representativos de un área con tectonismo salino intenso en aguas profundas del Golfo de México Norte. Para este fin, se simuló la propagación de ondas acústicas a través de un domo de sal aislado, perteneciente a este medio geológico. El algoritmo de simulación numérica de la propagación de ondas acústicas, utiliza el método de diferencias finitas de segundo orden. Además, se agregaron fronteras absorbentes tipo CPML, para eliminar las difracciones espurias, no físicas, provenientes de las fronteras del dominio computacional. De esta forma, se obtuvo el registro sísmico del medio geológico previamente descrito y se identificaron los eventos múltiples y primarios que generan las interfaces del modelo, correspondientes a las unidades litológicas principales. Posteriormente, se aplicó la transformada de Hough, para detectar automáticamente los múltiples mediante el reconocimiento de patrones parabólicos que producen el mejor ajuste en la zona de mayor amplitud. Empleando lógica difusa, se implementaron filtros en las regiones delimitadas por las parábolas identificadas. Finalmente, se empleó un artificio numérico, consistente en emplear una frontera absorbente superior, cercana a la superficie libre, para suprimir por completo los múltiples asociados con dicha superficie y conseguir una imagen libre de estos efectos.

En la etapa final, para la remoción de los múltiples se aplica un cociente que atenúa la amplitud de los eventos en las regiones previamente delimitadas empleando lógica difusa y funciones de membresía, que acentúan los efectos del filtrado en función de la amplitud. Por otro lado, al incorporar una frontera superior tipo CPML en la simulación numérica de la propagación de ondas acústicas, se consiguió eliminar los múltiples asociados con la superficie libre.

## ABSTRACT

From the density and velocity P models, were calculated representative synthetic data of an area with intense salt tectonics in deep water of the northern part of the Gulf of Mexico. For this purpose, it was simulated the propagation of acoustic waves through an isolated salt dome, belonging to this geologic media. The numerical simulation algorithm of the acoustic waves propagation, uses the finite differences method of second order. Indeed, some absorbent borders of the type CPML were added, to eliminate the non- physical, spurious diffractions, which proceed from the borders of the computational domain. In this way, it was obtained the seismic record of the geological structures previously described, and the multiples and primaries events that generate the interfaces of the subsoil, were identified. Then, it was applied the Hough transform to detect automatically the multiples by the recognition of parabolic patterns that produce the best fit in the grater amplitude. Using fuzzy logic, were implemented some filters in the delimited regions by the identified parabolas. Finally, it was applied a numeric artifice, that consists in using an absorbent superior border, close to the free surface, in order to remove completely the multiples associated with this surface, and get an image free of these effects.

In the final stage, for the removal of the multiples, it was applied a quotient that attenuates the amplitude of the events in the regions previously delimited using fuzzy logic and membership functions, that attenuate the effects of the filters in function of the amplitude. On the other hand, to incorporate a superior border of the CPML kind in the numerical simulation of the acoustic waves propagation, the multiples associated to the free surface were eliminated.

## ÍNDICE

	RESUMEN	ii
	ABSTRACT	iii
	ÍNDICE	iv
01	INTRODUCCIÓN	1
	1.1 Zonas Salinas en México	1
	1.2 Justificación	2
	1.3 Objetivos	4
	1.4 Hipótesis	
02	MARCO TEÓRICO	
	2.1 Estado del Arte del Análisis de Imágenes Sísmicas de Sal	4
	2.2 Física de la ondas	7
	2.3 Ley de Hooke	7
	2.4 Ley de Snell	8
	2.5 Coeficientes de reflexión y refracción	8
	2.6 Modelo de convolución de la Tierra	9
	2.7 Reflexiones múltiples	9
	2.8 Técnicas más usadas en la atenuación de múltiples	11
03	METODOLOGÍA	
	3.1 Modelación de la propagación de ondas sísmicas	16
	3.2 Diferencias finitas	18
	3.3 Modelo de velocidad y densidad	19
	3.4 Aplicación de diferencias finitas a la ecuación de onda	20
	3.5 Frontera CPML	22
	3.6 Aplicación de la CPML mediante diferencias finitas	25
	3.7 Propagación de las ondas en diferentes lapsos de tiempo	27
	3.8 Obtención de los registros sísmicos	35
	3.9 Reconocimiento de patrones de los eventos múltiples	38
	3.10 Aplicación de la transformada de Hough	41
	3.11 Aplicación de la lógica difusa	44
	3.12 Aplicación de una frontera CPML superior	47
04	RESULTADOS	
	4.1 Filtros obtenidos mediante lógica difusa	49
	4.2 Sección obtenida aplicando la CPML superior	53

05	CONCLUSIONES	
	5.1 Conclusiones finales	56
	BIBLIOGRAFÍA	66

# CAPÍTULO 1.

## INTRODUCCIÓN

La exploración de hidrocarburos emplea métodos geofísicos que nos permiten obtener imágenes de las propiedades físicas del subsuelo en profundidad, hasta ahora la sísmica de reflexión ha resultado la técnica más apropiada para este propósito. Las imágenes sísmicas que resultan de este método son actualmente la mejor herramienta para interpretar la geología del subsuelo. No obstante, las imágenes sísmicas en regiones donde existen cuerpos salinos alóctonos, suelen tener una calidad muy pobre, debido a que la sal se comporta como una lente que difracta la energía sísmica en direcciones caóticas, dando origen a regiones pobremente iluminadas especialmente en los flancos y por debajo de los cuerpos de sal.

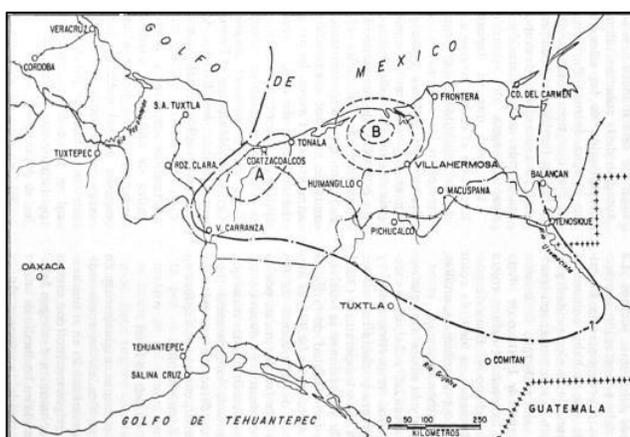
La velocidad de propagación de las ondas en estos cuerpos geológicos contrasta notablemente con la velocidad del medio adyacente. Como se menciona anteriormente, esto afecta la resolución de las imágenes sísmicas del subsuelo, dificultando en extremo la interpretación de la geología en estos medios con presencia de tectonismo salino.

### 1.1. ZONAS SALINAS EN MÉXICO

Los domos salinos son cuerpos intrusivos, que penetran a través de grandes espesores de rocas sedimentarias cuando migran hacia la superficie. Estas estructuras geológicas se localizan en muchas partes de México, como en Chihuahua, Nuevo León y el sureste de México (Benavides, 1983). Los domos salinos en la región del Golfo de

México, tienen aproximadamente un espesor que varía de 1.5 a 5 km, mientras que las crestas de los domos someros se encuentran aproximadamente a 1 km de profundidad (Hamling, año).

La cuenca salina del sureste de México es la más importante desde la perspectiva económica. Ésta se localiza al sureste del estado de Veracruz, en los estados de Tabasco, norte de Chiapas y suroeste de Campeche, además de abarcar porciones marinas al sur del Golfo de México. En esta región, se han realizado estudios exploratorios y se han identificado sistemas petroleros (roca sello, almacenadora y generadora), asociados a domos salinos. Por ejemplo, los domos de Sánchez Magallanes, Abkatun, Kanaab, Tonalá, El Burro y Amoca, los cuales se localizan en el sector oriental de la cuenca y se caracterizan por contener hidrocarburos ligeros y gas seco (Arellano, 2004). En la figura 6, se muestra la localización de la cuenca salina del sureste, en la cual se aprecia su enorme extensión.



**Figura 1.** Extensión de la cuenca salina del sureste (tomada de Benavides, 1983).

## 1.2. JUSTIFICACIÓN

Se considera que existen más de mil oportunidades exploratorias en el Golfo de México, una gran cantidad de ellas en estructuras geológicas complejas. En la parte mexicana del Golfo de México existen dos grandes regiones donde la problemática del tetanismo salino complica enormemente la exploración sísmica: la región conocida como la Cuenca Salina del Istmo y la región que comprende al llamado cinturón

plegado de Perdido y las Cordilleras Mexicanas. Una de los retos más importantes en la exploración sísmica actual es conseguir imágenes del subsuelo en profundidad con una resolución apropiada. Entre las problemáticas más importantes por resolver, se encuentra la remoción de los múltiples asociados con la cima y la base de la sal alóctona, debido a la incertidumbre adicional que aportan para la definición de la geometría real de los cuerpos salinos a partir de los datos sísmicos. La visualización de los flancos agudos en los diapiros de sal es un problema muy importante por resolver. Como se menciona en los antecedentes, en los años recientes se ha abordado este problema empleando diferentes enfoques. En este trabajo se introduce un nuevo método, que consiste en el diseño de un filtro inverso mediante el reconocimiento de patrones para la identificación precisa de los múltiples y la aplicación de lógica difusa para su remoción.

### 1.3. OBJETIVOS

#### *General*

- ❖ Diseñar un filtro inverso para remover los múltiples asociados a la base y a la cima de la sal. Aplicar los resultados de este filtro inverso en un caso de estudio en el Golfo de México.

#### *Particulares*

- ❖ Con base en estas comparaciones, estudiar si el filtro diseñado resulta óptimo para la remoción de los múltiples de la base y cima de la sal. En caso de que los resultados no sean los esperados, mejorar el filtro a través de un proceso de optimización.
- ❖ Estudiar las características del filtro para determinar si existe una ley general para todos los domos de sal, o si cada estructura necesita ser procesada con filtros específicos.

#### 1.4. HIPÓTESIS

Se parte de la hipótesis de que los domos de sal producen dos tipos de múltiples asociados con dos partes de su estructura, como lo son la cima y la base de la sal. Con base en esta hipótesis, se piensa que estos dos tipos de múltiples desarrollan propiedades diferentes entre ellos, y también se piensa que difieren de las reflexiones primarias. También se plantea que existen propiedades diferentes con respecto a otros tipos de múltiples, como por ejemplo los que se producen en la superficie libre. Los múltiples producidos por la cima y la base de la sal, es muy posible que tengan propiedades distintas.

Por lo tanto sería necesario diseñar filtros con propiedades distintas para su atenuación.

# CAPÍTULO MARCO TEÓRICO

# 02

## 2.1. ESTADO DEL ARTE DEL ANÁLISIS DE IMÁGENES SÍSMICAS DE SAL

El problema de las imágenes sísmicas de la sal, se ha investigado recientemente en comparación con otros problemas de la geofísica. Uno de los primeros estudios sobre imágenes de sal fue propuesto por (Musgrave & Woolley, 1960). En este estudio, se propone definir la cima de la sal por medio de refracciones en domos de sal previamente localizados por la sísmica de reflexión, la precisión de este método depende en gran manera de la velocidad y la distancia.

Los registros sísmicos verticales (VSP), se usaron para proporcionar información de la velocidad en flancos muy inclinados de la sal, de acuerdo a (Whitmore & Lines, 1986) para mapear correctamente las interfaces del subsuelo donde existen domos de sal, se necesita un cuidadoso diseño de levantamiento, un apropiado procesamiento de los datos, una estimación del intervalo de velocidad, y una identificación de los reflectores.

También se han realizado estudios de domos de sal en 3D, integrando información sísmica y gravimétrica, según (Kozman, 1989), los datos gravimétricos son usados para crear una malla, la cual se procesa para obtener una imagen del campo residual de la gravedad, un modelo inverso se obtiene a partir de los datos de gravedad, el cual se usa para promover una buena adquisición e interpretación de los datos sísmicos.

De acuerdo a (Sabnis, n.d.), determinar la interface de la superficie inclinada de los domos de sal, es uno de los primeros problemas que se tienen que resolver al explorar hidrocarburos asociados a estos rasgos geológicos. Ellos proponen una onda plana que se propaga en un medio de gradiente constante, un problema directo usando el

concepto de “exploding reflector” es diseñado, después de esto, se desarrolla el problema inverso con operaciones contrarias al problema directo, se comprobó que este procedimiento logra captar los rayos que resultan de la presencia de un fuerte gradiente de velocidad.

De acuerdo a (Willis, Lu, Campman, Toks, & Zhang, 2006), se propuso crear trazas sintéticas que representan un walkaway VSP de un modelo simplificado del Golfo de México, el gradiente vertical de velocidad, y un domo de sal, posteriormente se aplica el método de TRA.

También se han hecho estudios en los cuales se incluyen registros geofísicos de pozos, tales como el registro sísmico, por medio del cual se puede obtener una imagen en las vecindades del pozo, el cual se encuentra cerca de la sal. Los registros de pozos permiten obtener una alta resolución de las imágenes estructurales según (Patterson, Hughes, Pb, & Storage, 2008).

El domo Vinton de Louisiana, ha servido en algunas ocasiones para estudiar el problema de las imágenes sísmicas. Por ejemplo de acuerdo al artículo (“Improved 3-D seismic edge-detection filter applied to Vinton Dome Louisiana,” 2002), se introdujeron un filtro para detectar bordes, este filtro se basa en la función de Green, también (Duncan, Zhou, & Constance, n.d.), realizaron un estudio de análisis de velocidad en este domo, ellos afirman que es necesario realizar una migración en profundidad antes de apilar, también requirieron de los registros de pozos para desarrollar esta investigación.

En un trabajo desarrollado por (Roberts, Hornby, & Rollins, 2009), proponen un algoritmo de migración con base en la ecuación de onda en 3D, con el propósito de imaginar los flancos de la sal, con la ayuda de datos VSP, es necesario tener conocimiento de la localización de los flancos de sal para que los resultados sean más precisos.

Uno de los trabajos más recientes fue desarrollado por (Aqrawi, Boe, & Barros, 2011), ellos proponen usar un detector de bordes “Sobel” en 3D en combinación con una “guía” del echado.

En este breve resumen del estado del arte, se aprecia que no se ha estudiado, ni desarrollado un método para la atenuación de los múltiples producidos por estas estructuras.

## 2.2 FÍSICA DE LA ONDAS

Los métodos sísmicos, forman una ciencia que consiste en muchas leyes y principios, sin embargo la base de estos métodos se sustenta en la ecuación de onda, la cual se presenta en una dimensión de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots (1)$$

(Para profundizar más en el tema se puede consultar a de las páginas 29 a 56).

La ecuación de onda, describe la propagación de la onda en una medio determinado, físicamente las ondas se propagan a través de frentes de onda.

**Frente de onda:** Es una superficie sobre la cual la fase de una onda es constante (Robinson- Treitel 2008). El término fase en este concepto se refiere al tiempo de viaje (Linner 2002)

**Rayo:** Es una línea imaginaria que en un medio isótropo es perpendicular a los frentes de onda, corresponden a la dirección de propagación de la energía, en otras palabras a los rayos se les considera como líneas de flujo (Sheriff 2003).

## 2.3 LEY DE HOOKE

Propuesta por el científico inglés Rober Hooke, establece la relación entre esfuerzo y deformación de un cuerpo de tres dimensiones, por medio de la ecuación.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \dots (2)$$

Donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzos,  $\epsilon_{kl}$  es el tensor de deformaciones,  $C_{ijkl}$  es un tensor de las constantes elásticas propias del medio.

**Esfuerzo:** Es la intensidad de la fuerza que actúa en un cuerpo, en términos de fuerza por unidad de área.

**Deformación:** Se define como el cambio relativo en dimensión o en forma de un cuerpo, (Sheriff 2003).

## 2.4 LEY DE SNELL

La ley de Snell, es importante en este trabajo porque describe la geometría que presentan las ondas en su trayectoria, al llegar a una interface que separa dos medios distintos.

**Para las reflexiones:** El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

**Para las refracciones:** El ángulo de incidencia y el ángulo de refracción se relacionan mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2} \dots (2)$$

Para una descripción muy intuitiva de este tema, recomiendo el libro de (Enders-Robinson 2008) Páginas 20-23.

## 2.5 COEFICIENTES DE REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

Los coeficientes de reflexión y refracción describen el comportamiento de la amplitud de las ondas en una interface, las siguientes dos ecuaciones, representan el caso más simple, el cual sucede cuando el ángulo de incidencia es normal a la interface.

$$T = \frac{2 \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \dots (3)$$

$$R = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \dots (4)$$

Aunque generalmente no se cumplen las condiciones para que las ecuaciones (3) y (4) sean válidas, muestran una aproximación, y sobretodo señalan que los coeficientes de refracción y reflexión dependen de la velocidad ( $v$ ) y de la densidad ( $\rho$ ) de los medios separados por una interface. Karl Bernhard Zoeppritz, desarrolló unas ecuaciones que llevan su nombre, para determinar los coeficientes de reflexión y refracción en condiciones más complejas.

## 2.6 MODELO DE CONVOLUCIÓN DE LA TIERRA

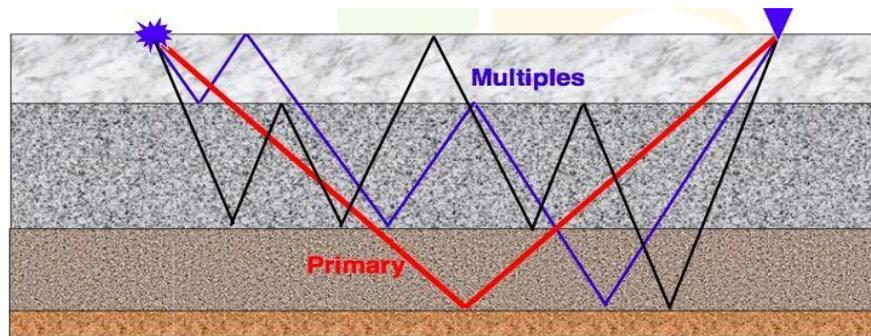
El modelo convolucional de la tierra en su forma más simple, se presenta en la siguiente ecuación.

$$f(t) = r(t) * w(t) + n(t) \dots (5)$$

En donde  $f(t)$  representa a la traza sísmica,  $r(t)$  es la función de los coeficientes de reflexión, por último  $w(t)$  es la función que expresa a la ondícula, y  $n(t)$  representa el ruido. En el libro *Seismic Data Processing* (Yilmaz), se discute de manera intuitiva este tema (páginas 85-94).

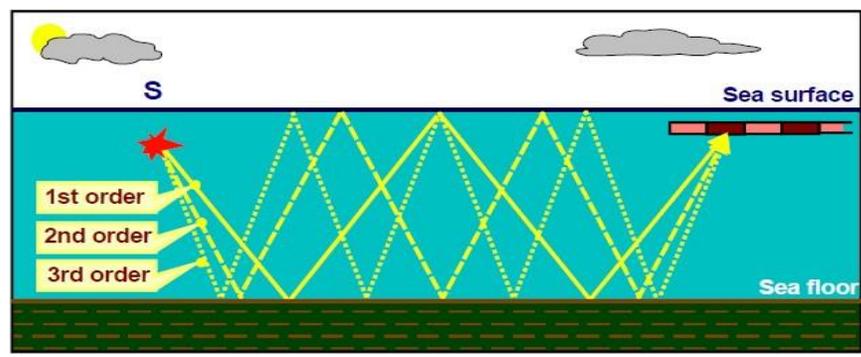
## 2.7 REFLEXIONES MÚLTIPLES

Una reflexión múltiple o simplemente múltiple es energía sísmica que se ha reflejado más de una vez (Sheriff 2002). La figura 1, muestra las diferencias entre un primario y un múltiple.



**Figura 1.** Se muestra un evento primario en color rojo y dos eventos múltiples en color azul y negro. Tomada de CGGVeritas University.

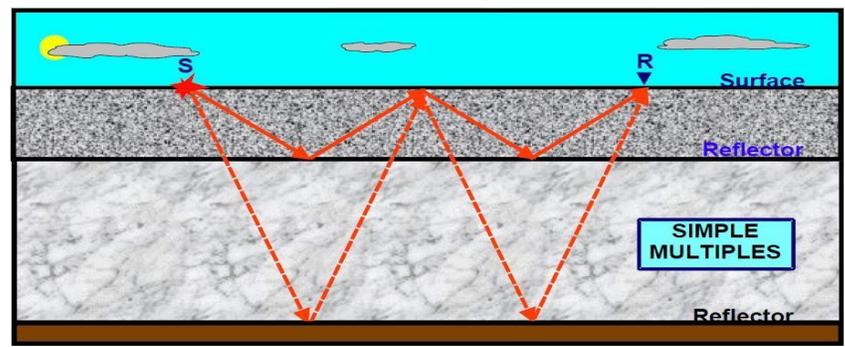
Los múltiples se pueden clasificar según su orden, lo cual es el número de reflexiones descendentes que se producen, es decir, que si una onda en su viaje entre la fuente y el receptor presente un evento de reflexión que cambia su dirección “hacia abajo” se tiene un evento múltiple de orden uno. El orden es equivalente al número de veces que el rayo se refleja hacia abajo. La figura 2, muestra algunos órdenes que presentan los múltiples.



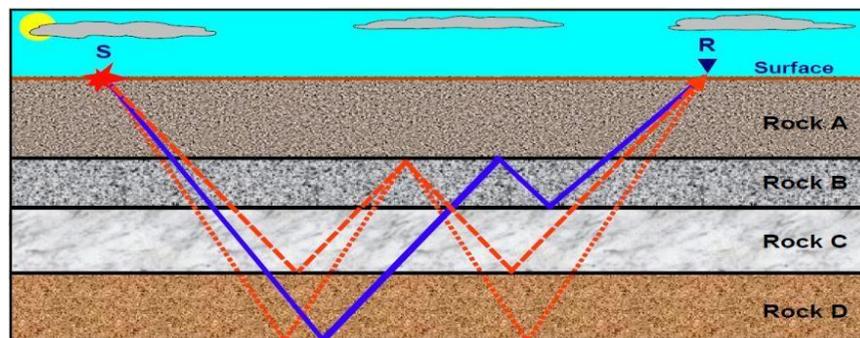
**Figura 2.** Diferentes tipos de órdenes en un múltiple. Tomada de CGGVeritas University.

El tiempo de retraso con respecto a los primarios es un factor que define la naturaleza de un múltiple, existen periodos de retraso largos y cortos, entre los periodos cortos se incluyen los fantasmas y las reverberaciones. Los fantasmas se producen cuando una porción de los frentes viaja hacia arriba y llega a una superficie libre (agua- aire) o (tierra- aire), por lo que se produce una reflexión en esa interface. Mientras que las reverberaciones, se producen cuando ocurren varios reflejos entre dos superficies.

Otra forma de clasificar a los múltiples es por su lugar de reflejo. Existen los múltiples de superficie libre, en los cuales se presenta al menos una reflexión descendente en estas fronteras. También existen los múltiples internos, en los cuales las reflexiones descendentes ocurren únicamente entre los estratos del subsuelo. Las figuras 3 y 4, enseñan ejemplos de múltiples de superficie libre e internos, respectivamente.



**Figura 3.** Múltiples simples, o de superficie libre. Tomada de CGGVeritas University.



**Figura 4.** Múltiples internos. Tomada de CGGVeritas University.

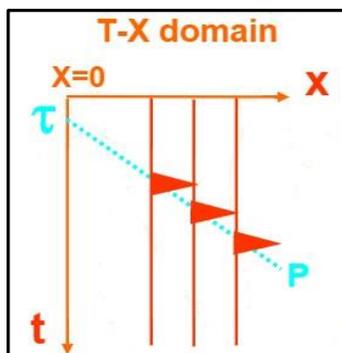
## 2.8 TÉCNICAS MÁS USADAS EN LA ATENUACIÓN DE MÚLTIPLES

### Transformada Radon.

En el caso de que los frentes de onda sean planos, los múltiples serían periódicos. Este hecho se explota mediante esta técnica. La cual se aplica a registros de fuente común o punto medio común, los cuales se encuentran en el dominio de offset- tiempo.

Sabemos que en la adquisición sísmica la onda emitida no es plana, sino que se propaga en todas las direcciones posibles. Es necesario realizar una descomposición de la fuente en ondas planas, las cuales se obtiene al realizar diferentes disparos en intervalos de tiempo. El intervalo de tiempo entre los disparos, determina la dirección de la onda plana.

La transformada Radon permite simular la descomposición de un frente de ondas, en ondas planas, transformando del dominio de offset- tiempo, al dominio de  $\tau$ -P, como se muestra en la figura 5.



**Figura 5.** Esquema de la transformada Radon sobre líneas rectas.. En donde  $x$ , representa el offset,  $t$  al tiempo,  $P$  el inverso de la velocidad, y  $\tau$  el tiempo de intercepto con el offset cero. Tomada de CGGVeritas University.

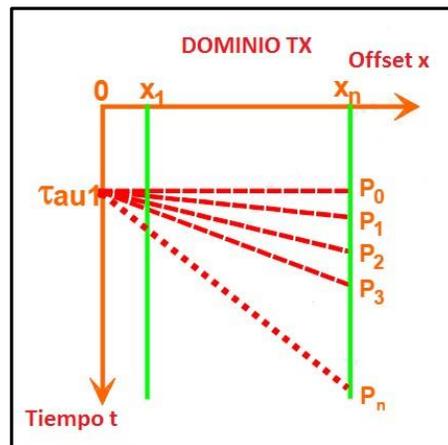
Para cada valor de  $\tau$  existen muchos valores de  $P$ , los cuales se delimitan haciendo estudios previos. Los valores  $\tau$  son puntos en el dominio  $t$ - $x$ , mientras que  $P$  son líneas que representan el inverso de la velocidad de diversos eventos.

La ecuación general de la transformada Radon, de acuerdo a (Foster & Mosher, 1992) es:

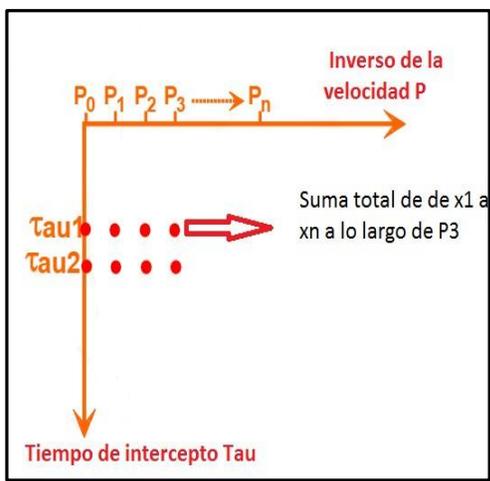
$$y(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} z(x - P\tau, \tau) \theta(x, \tau, P) dP \quad (6)$$

En donde  $z$  es el sismograma original,  $y$  es el transformado,  $\theta$  es una función que controla las curvas del moveout.

En el caso de la transformada Radon sobre una línea recta, para cada valor de  $\tau$  existen muchos valores de  $P$  (como se muestra en la figura 6), los cuales generalmente se delimitan realizando estudios previos. Posteriormente, se procede a sumar las amplitudes registradas a los largo de las líneas rectas definidas por los diferentes valores de  $P$ . Este proceso se repite para cada valor de  $\tau$  como se ejemplifica en la figura 7.



**Figura 6.** Diversos valores de  $P$  para cada valor de  $\tau$  Modificada CGGVeritas University.

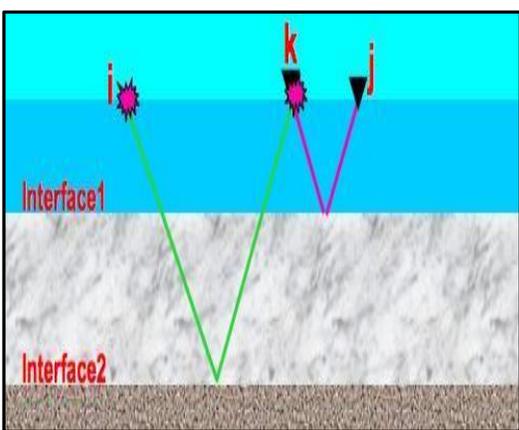


**Figura 7.** Suma de amplitudes para cada  $\tau$  a lo largo de las diferentes líneas  $P$ .

**Método SRME.**

El método SRME llamado así por sus siglas en inglés *Surface Related Multiple Elimination*. Es un proceso de atenuación de múltiples, propuesto por (Verschuur & Berkhout, 1992), el cual atenúa los múltiples asociados a la superficie libre.

El principio de este método es que un múltiple está compuesto por dos o más primarios, como lo muestra la figura 8. En la cual se aprecia un múltiple de orden 2, que se compone de dos primarios, el primero se obtiene al colocar la fuente en la posición  $i$  y el receptor en la posición  $k$ . Mientras que el segundo primario resulta de cambiar la fuente a la posición  $k$  y el receptor a la posición  $j$ .



**Figura 8.** Múltiple compuesto por dos primarios. Tomado de CGG Veritas University.

Esto significa que para obtener la amplitud y el tiempo de arribo de un múltiple, es necesario sumar los tiempos de viaje de cada primario y multiplicar sus respectivos coeficientes de reflexión, es importante multiplicar también por -1, el cual es el coeficiente de reflexión de la superficie libre.

La operación matemática que permite sumar los tiempos y multiplicar las amplitudes, es la convolución. Un múltiple se obtiene por una convolución entre trazas de registros de fuente común con registros de receptor común.

Con base en lo anterior podemos decir que:

$$-p * p = \text{?} \cdot (7)$$

$$p * p * p = \text{?} \cdot (8)$$

La ecuación 7 muestra que la convolución de dos primarios, da como resultado un múltiple de orden 1. Mientras que en la ecuación (8) se muestra que la convolución de 3 primarios da como resultado un múltiple de orden 2. El signo negativo, es por el coeficiente de reflexión de la superficie libre.

Modificando las ecuaciones 7 y 8, se obtiene:

$$\text{?} = -\text{?} * p \cdot (9)$$

$$\text{?} = -\text{?} * \text{?} \cdot (10)$$

$$\text{?} = -\text{?} * \text{?} \cdot (11)$$

Estas ecuaciones implican que un múltiple de superficie libre y de orden  $\text{?}_1$  es igual a la convolución de  $\text{?}$  con un primario, multiplicado por -1. En la ecuación 11,  $\text{?}$  representa al total de superficie libre,  $d$  a los datos totales y  $p$  a un primario.

En un modelo ideal, se puede decir que:

$$\text{?} = p + \text{?} (12)$$

Esto expresa que la información de los datos totales, sin ruido ambiental, es igual a la suma de la información de los primarios más los múltiples. Entonces.

$$p = \text{?} - \text{?} (13)$$

Sustituyendo la ecuación 11 en la ecuación 13 se obtiene:

$$p = \text{?} + \text{?} * p \cdot (14)$$

Pero la ecuación 14 no expresa un método práctico, puesto que se requiere conocer primero los primarios para poder predecirlos. Sin embargo podemos expandir la ecuación de la siguiente manera.

$$p = \delta + \delta * (\delta + \delta * \delta) = \delta + \delta * \delta + \delta * \delta * \delta \quad p = \delta + \delta * \delta + \delta * \delta * \delta + \delta * \delta * \delta * \delta + \delta * \delta * \delta * \delta * \delta + \dots \quad (15)$$

Finalmente, se pueden predecir los primarios, al realizar la convolución repetidamente de los datos. El error decrece, mientras el número de convoluciones aumenta:

$$p = \delta + \delta * \delta + \delta * \delta * \delta + \delta * \delta * \delta * \delta + \delta * \delta * \delta * \delta * \delta + \dots \quad (15)$$

Por lo tanto es posible extraer las reflexiones primarias únicamente al convolucionar repetidamente los datos. Pero en datos reales de acuerdo al modelo convolucional de la tierra, la ondícula fuente debe ser suprimida aplicando una deconvolución.

# CAPÍTULO METODOLOGÍA

# 03

## 3.1 MODELACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS SÍSMICAS

Para modelar la propagación de las ondas sísmicas en un medio elástico, se aplicó un método propuesto por (Virieux, 1986), el cual se sustenta en la segunda ecuación de Newton.

$$F = \rho \ddot{u} \dots (16)$$

Que también se puede expresar mediante

$$\frac{F}{V} = \rho \ddot{u} \dots (17)$$

Donde  $V$  es el volumen de la partícula,  $\rho$  es la densidad, y  $\frac{d^2 u}{dt^2}$  es la segunda derivada del desplazamiento respecto al tiempo, es decir la aceleración. La ecuación (17), se puede expresar en 2 dimensiones de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{d^2 u}{dt^2} \dots (18)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{d^2 w}{dt^2} \dots (19)$$

Donde  $\sigma_{xx}$  es el esfuerzo de compresión,  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{zx}$  son los esfuerzos de cizalla. El eje  $x$ , representa el eje horizontal, mientras que  $z$ , representa el eje en profundidad.

Por otra parte las deformaciones de compresión y de cizalla en  $x$  y en  $z$ , se representan:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \dots (20)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu} \left( \epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy} \right) \dots (21)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu} \left( \nu \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} \right) \dots (22)$$

Por otro lado, la ley de Hooke (ecuación 2), por propiedades de simetría, se puede expresar:

$$\tau_{xy} = G(\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}) \dots (23)$$

En donde  $G$  y  $E$  son las constantes de Lamé. Entonces sustituyendo las ecuaciones 20, 21, 22 en 2 dimensiones, las ecuaciones se representan de la siguiente manera:

$$\sigma_{xx} = (E + 2G) \epsilon_{xx} + 2G \nu \epsilon_{yy} \dots (20)$$

$$\sigma_{yy} = (E + 2G) \epsilon_{yy} + 2G \nu \epsilon_{xx} \dots (21)$$

$$\tau_{xy} = G(\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}) \dots (22)$$

Por último al representar las ecuaciones 18 y 19, en términos de la velocidad, y al derivar con respecto al tiempo las ecuaciones 20,21, y 22, resultan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \rho \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) \dots (23)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \rho \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) \dots (24)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = (E + 2G) \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial t} + 2G \nu \frac{\partial \epsilon_{yx}}{\partial t} \dots (25)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial t} = (E + 2G) \frac{\partial \epsilon_{yx}}{\partial t} + 2G \nu \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial t} \dots (26)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = G \left( \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon_{yx}}{\partial t} \right) \dots (27)$$

En donde  $v$  es la velocidad de desplazamiento.  
Las ecuaciones 23, 24, 25, 26, y 27. Representan la propagación de una onda sísmica en un medio de dos dimensiones.

### 3.2 DIFERENCIAS FINITAS

Para implementar las ecuaciones anteriores en lenguaje de cómputo, es necesario escribirlas por medio de diferencias finitas. Debido a que estas, permiten expresar un problema de ecuaciones diferenciales, en un problema algebraico. Estas ecuaciones se derivan de la serie de Taylor, la cual, se expresa de la siguiente forma.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(c)}{n!} (x - c)^n \dots (28)$$

En donde x es un valor cualquiera de la función, y c es un valor conocido. Al expresar la ecuación 28 con las nuevas variables  $x_i$  y  $x_{i-1}$  se obtiene la ecuación.

$$f(x_{i-1}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(x_i)}{n!} (x_{i-1} - x_i)^n \dots (29)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) + [f^1(x_i)](x_{i-1} - x_i) \dots (30)$$

El factor  $(x_{i-1} - x_i)$ , es igual al intervalo de muestreo dx. Entonces la primera derivada en un punto  $x_i$  se representa.

$$f^1(x_i) = \frac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{dx} + E \dots (31)$$

A esta ecuación se le conoce como diferencias finitas hacia atrás, en donde E, representa el error de truncamiento que se obtiene al no considerar los términos restantes de la serie de Taylor.

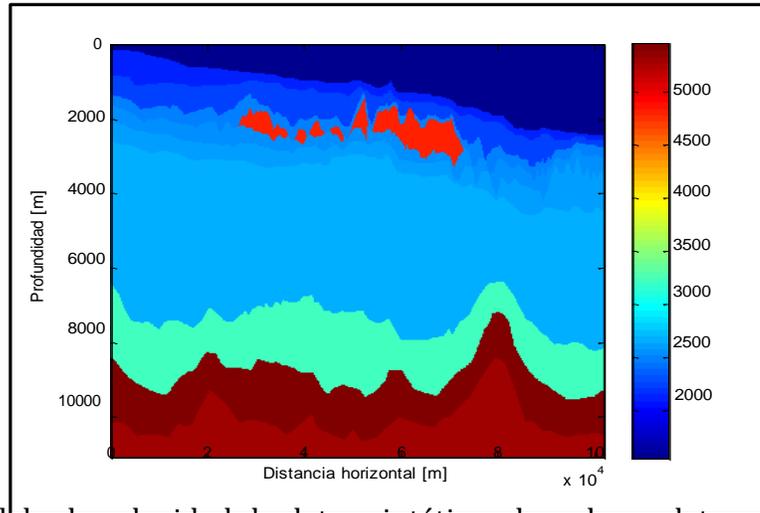
$$f^1(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{dx} + E \dots (32)$$

$$f^1(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2dx} + E \dots (33)$$

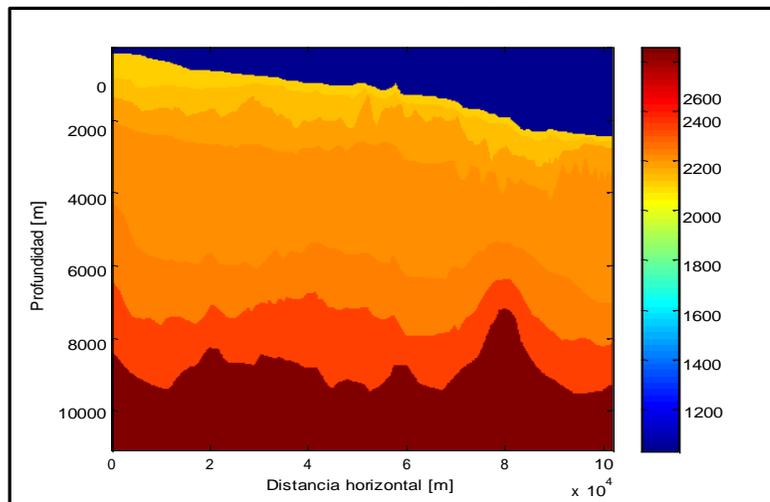
Las ecuaciones 32 y 33, muestran las derivadas hacia adelante y centradas, respectivamente.

### 3.3. MODELO DE VELOCIDAD Y DE DENSIDAD

En este trabajo, se usó un modelo de velocidad de ondas P y otro de densidad, para efectuar la simulación numérica. Los modelos originales, se presentan en las figuras 9 y 10.



**Figura 9.** Modelo de velocidad de datos sintéticos, basado en datos reales obtenidos en el Golfo de México. Las velocidades están en [m/s].



**Figura 10.** Modelo de velocidad de datos sintéticos, basado en datos reales obtenidos en el Golfo de México. Las densidades están en [kg/m<sup>3</sup>].

### 3.4. APLICACIÓN DE DIFERENCIAS FINITAS A LA ECUACIÓN DE ONDA

Jean Vireaux (Vireaux, 1986), propuso aplicar las diferencias finitas centradas de la ecuación 33 a las ecuaciones 23- 27. Las cuales se expresan:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{1}{\Delta x^2} \left[ \frac{\Delta x}{2} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) + \frac{\Delta x}{2} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right] \quad (34)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{1}{\Delta x^2} \left[ \frac{\Delta x}{2} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) + \frac{\Delta x}{2} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right] \quad (35)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta x}{2} \left( \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right) \quad (36)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta x}{2} \left( \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right) \quad (37)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta x}{2} \left( \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right) \quad (37)$$

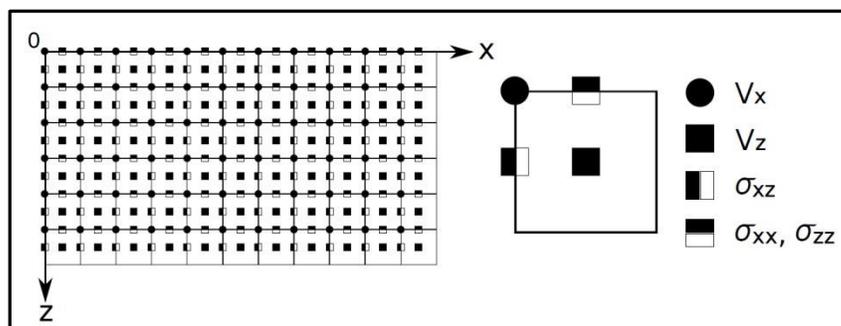
$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta x}{2} \left( \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j}^{n+1/2} - u_{i-1/2,j}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (u_{i,j+1/2}^{n+1/2} - u_{i,j-1/2}^{n+1/2}) \right)$$

FI  
-  
DI  
CT

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ \frac{\Delta z}{\Delta t} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{\Delta z}{\Delta x} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \right] \quad (38)
\end{aligned}$$

En donde  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  y  $\Delta z$  son los intervalos de muestreo para el tiempo, la dirección x, y la dirección z respectivamente. Mientras que i, j, k representan las variables de conteo en las direcciones de las mismas variables.

Estas ecuaciones, en lugar de ocupar los nodos anteriores y posteriores, se ocupan la mitad anterior, y la mitad posterior, tal como lo muestra la **figura 11**.



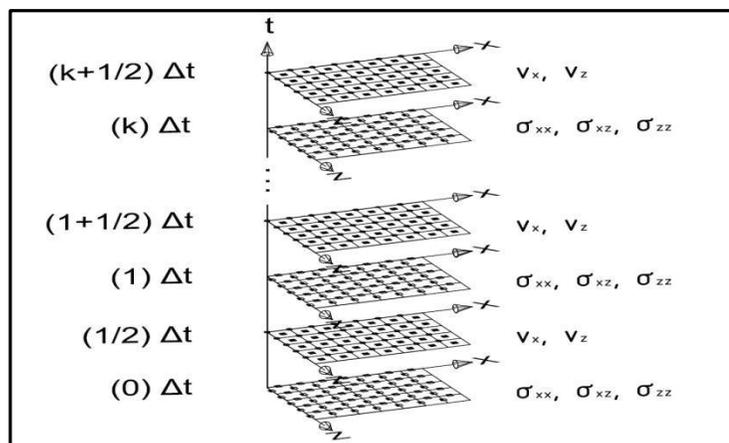
**Figura 11.** Representación de la discretización espacial para las diferencias finitas, de acuerdo al trabajo de (Virieux, 1986).

En la figura se muestra que  $v_x$  ocupa las posiciones discretas de los nodos, mientras que  $v_z$  se localiza en las partes medias. Por otro lado  $\sigma_{xz}$  y  $\sigma_{zz}$  se encuentran en las posiciones enteras en la dirección  $z$ , y en la mitad de los nodos en la posición  $x$ .

Finalmente  $\sigma_{xx}$  está en las posiciones enteras en la dirección  $x$ , y en las mitades de las celdas en la dirección  $z$ .

De la **figura 11**, se puede concluir que a pesar de que las ecuaciones 36, 37, 38, 39, y 40 están escritas en forma de diferencias finitas centradas, cuando se escriben en lenguaje de cómputo, se expresan como diferencias finitas hacia adelante o hacia atrás, pero nunca centradas. Por ejemplo las velocidades  $v_x$  ocupan diferencias finitas hacia atrás, mientras que las velocidades  $v_z$  requieren de diferencias finitas hacia adelante.

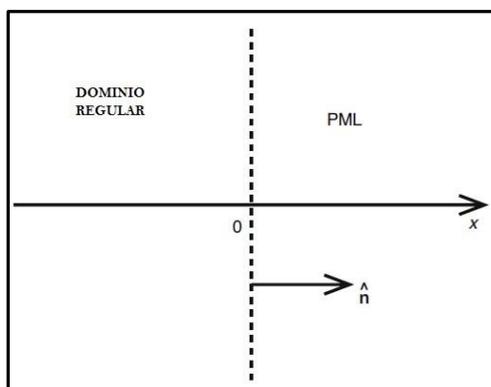
La discretización en tiempo está representada en la **figura 12**. Se observa que las mallas de velocidades se encuentran en las mitades de la dirección del tiempo, mientras que las mallas de los esfuerzos se encuentran en las posiciones enteras. Siguiendo la misma lógica de las ecuaciones espaciales, para codificar las ecuaciones temporales, las velocidades emplean diferencias finitas hacia adelante, mientras que los esfuerzos diferencias finitas hacia atrás.



**Figura 12.** Representación de la discretización temporal para las diferencias finitas, de acuerdo al trabajo de (Virieux, 1986).

### 3.5. FRONTERA CPML

Para evitar los efectos de las fronteras artificiales dentro del dominio computacional, es necesario absorber la energía de las ondas por medio de condiciones de no reflexión. (Dimitri Komatitsch, Roland Martin. 2007). La frontera PML puede ser vista como una continuación de las coordenadas reales en el espacio complejo, tal como lo muestra la **figura 13**.



**Figura 13.** Representación del dominio de la PML y el dominio regular. Modificada de (Komatitsch & Martin, 2007).

Dentro de la zona de la PML, existe un vector de amortiguamiento  $\alpha(\omega)$ , tal que  $\alpha = 0$  si  $\omega \leq 0$ , mientras que  $\alpha > 0$  si  $\omega > 0$ . También dentro de la región con la PML se requieren coordenadas en el dominio complejo. La ecuación 39 muestra cómo se obtienen estas coordenadas, las cuales están en función del vector de amortiguamiento.

$$\omega_{\text{pml}} = \omega - \int \alpha(\omega) d\omega \quad (39)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $\alpha$  es un número imaginario. A partir de la ecuación 39, se puede obtener la expresión de la derivada con respecto a las nuevas coordenadas por medio de las ecuaciones siguientes.

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{\text{pml}}} = \frac{\partial \omega}{\partial \omega_{\text{pml}}} \dots (40)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{\text{pml}}} = \frac{\alpha(\omega)}{\alpha(\omega) + \omega} \dots (41)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{\text{pml}}} = \frac{1}{1 - \alpha(\omega)/\omega} \dots (42)$$

$$\omega_{\text{pml}} = \frac{\alpha(\omega) + \omega}{\alpha(\omega)} = 1 + \frac{\alpha(\omega)}{\omega} \dots (43)$$

Se puede apreciar a partir de la ecuación 41, que fuera de la región de la PML, la derivada continúa siendo de la forma conocida, puesto que  $\alpha(\omega) = 0$ , pero fuera de la región de la PML se debe multiplicar la derivada por el factor  $\frac{1}{\omega}$ , como lo expresa la ecuación 42.

Para implementar la frontera CPML, es necesario añadir dos variables a  $\omega$  para obtener una solución más general a la que proporciona la ecuación 43, de tal manera que  $\omega$  se expresa.

$$F(s) = F_0(s) + \frac{F_1(s)}{a_1 + s} + \dots \quad (44)$$

Cuando se obtiene la transformada inversa de la ecuación 42, se obtiene la siguiente ecuación aplicando el teorema de la convolución.

$$f(t) = f_0(t) * g(t) + \dots \quad (45)$$

En donde  $g(t)$  es la transformada inversa de  $\frac{1}{a_1 + s}$  la cual se expresa como.

$$g(t) = \frac{e^{-at}}{a} \delta(t) - \int_0^t e^{-a(t-\tau)} \delta(\tau) d\tau \quad (46)$$

En donde  $\delta(t)$  es la delta de Dirac y  $u(t)$  es la función de Heaviside, también conocida como escalón unitario.

Por lo tanto, la derivada respecto a  $s$  de la forma:

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{1}{a_1 + s} \right) = - \frac{1}{(a_1 + s)^2} = - \frac{1}{a_1 + s} * \frac{1}{a_1 + s} + \dots \quad (47)$$

El segundo término de la ecuación 47, se puede expresar:

$$\frac{1}{(a_1 + s)^2} = \int_0^{\infty} \tau e^{-s\tau} e^{-a_1\tau} d\tau \quad (48)$$

Debido a que la  $f(t)$  está definida en la mitad del intervalo entre  $(n-1)\Delta$  y  $n\Delta$  entonces.

$$F(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} f(t) e^{-st} dt \quad (49)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\Delta} f(t) e^{-s(t+n\Delta)} dt \quad (50)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-sn\Delta} \int_0^{\Delta} f(t) e^{-st} dt$$

Donde:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{(x-1)\Delta x} f(\xi) d\xi \dots (51)$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{(x-1)\Delta x} f(\xi) e^{-i(k_x + \omega)\xi} d\xi \dots (52)$$

$$f(x) = \frac{1}{2(k_x + \omega)} \left[ e^{-i(k_x + \omega)(x-1)\Delta x} - e^{-i(k_x + \omega)x} \right] \dots (53)$$

Simplificando la ecuación 53.

$$f(x) = \frac{1}{2(k_x + \omega)} e^{-i(k_x + \omega)x} \dots (54)$$

Donde:

$$f(x) = \frac{1}{2(k_x + \omega)} e^{-i(k_x + \omega)x} \dots (55)$$

$$f(x) = \frac{1}{2(k_x + \omega)} (e^{-i(k_x + \omega)x} - 1) \dots (56)$$

Finalmente:

$$f(x) = \frac{1}{2(k_x + \omega)} e^{-i(k_x + \omega)x} + \frac{1}{2(k_x + \omega)} \dots (58)$$

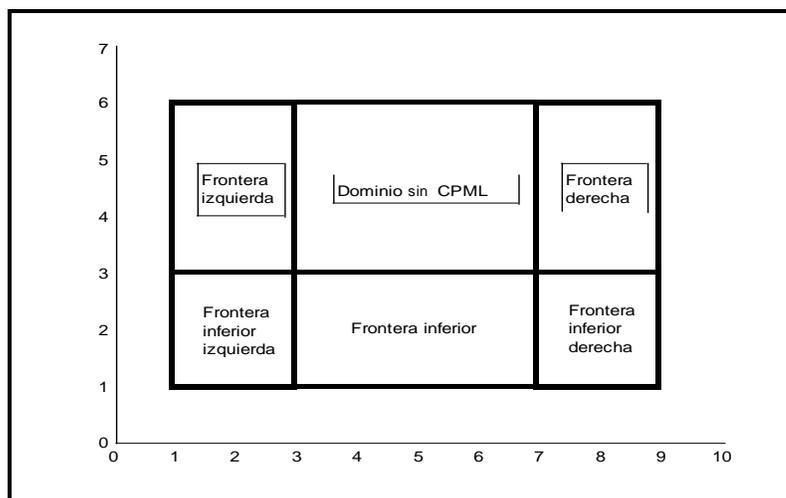
Entonces la derivada con respecto a las coordenadas complejas se representa:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2(k_x + \omega)} \frac{\partial f}{\partial x} + \dots (59)$$

#### 4.6. APLICACIÓN DE LA CPML MEDIANTE DIFERENCIAS FINITAS

En la propagación de ondas en un modelo bidimensional, existen cinco regiones o dominios en donde es necesario aplicar la frontera CPML, este hecho se aprecia en el

ejemplo de la **figura 14**, en donde el dominio sin PML tiene una dimensión de 4 por 3. Mientras que las fronteras CPML en x y z, tienen una dimensión de 2.



**Figura 14.** Ejemplo de la ubicación de fronteras CPML.

A cada variable de la propagación, se le aplican diferentes ecuaciones de acuerdo a la frontera. Las ecuaciones horizontales para las fronteras izquierda y derecha, y las ecuaciones verticales para la frontera inferior. Mientras que en las esquinas se aplica una suma de ambos tipos de ecuaciones. De acuerdo a la ecuación 61, para la variable  $\psi_z$  en las fronteras laterales, se aplican lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \psi_z^{(n+1/2)} = & \psi_z^{(n)} + \frac{\Delta z}{2} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial z} \right)^n + \frac{\Delta z}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right)^n - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial z} \right)^n \right] \\
 & + \frac{\Delta z}{2} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right)^n + \frac{\Delta z}{2} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial z} \right)^n \quad (61)
 \end{aligned}$$

Por otro lado para las fronteras verticales se aplica:

$$\begin{aligned}
 \psi_z^{(n+1/2)} = & \psi_z^{(n)} + \frac{\Delta z}{2} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial z} \right)^n + \frac{1}{\Delta z} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right)^n - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial z} \right)^n \right] + \frac{\Delta z}{2} \left( \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right)^n
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{\Delta}{\Delta} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \quad (62)$$

De acuerdo a la ecuación 58, los vectores de amortiguamiento se obtienen mediante:

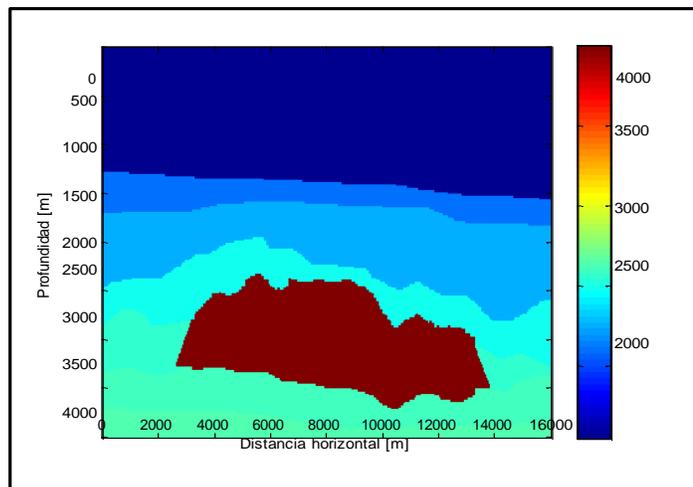
$$\mathbf{Q}_{(t)} = \mathbf{Q}_{(t-1)} + \mathbf{Q}_{(t-1)} \left[ \frac{\mathbf{Q}_{(t-1)}^{-1} \mathbf{Q}_{(t)} - \mathbf{Q}_{(t-1)}^{-1} \mathbf{Q}_{(t-1)}}{\Delta t} \right] \dots (63)$$

$$\mathbf{Q}_{(t)} = \mathbf{Q}_{(t-1)} + \mathbf{Q}_{(t-1)} \left[ \frac{\mathbf{Q}_{(t-1)}^{-1} \mathbf{Q}_{(t)} - \mathbf{Q}_{(t-1)}^{-1} \mathbf{Q}_{(t-1)}}{\Delta t} \right] \dots (64)$$

En este trabajo, al igual que en el de (Komatitsch & Martin, 2007), la variable  $\mathbf{Q}_{(t)}$  es igual a 1. Si se desean ver todas las ecuaciones, consultar la tesis de José Luis García Reyes (2013).

#### 4.7. PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS EN DIFERENTES LAPSO DE TIEMPO

Este trabajo está enfocado en el primer cuerpo de sal de izquierda a derecha de la **figura 9**. Este cuerpo de sal, se muestra en la **figura 15**.



**Figura 15.** Modelo de velocidad del cuerpo de sal que usé para el desarrollo del trabajo presente. Las velocidades se encuentran en [m/s].

A lo largo del trabajo se identificó que los múltiples de un cuerpo de sal tienen interferencia con los primarios del fondo marino y del mismo cuerpo de sal, cuando se combinan las propiedades de baja velocidad de la sal, baja profundidad del fondo

marino, y espesor delgado de la estructura salina. Es difícil atenuar los múltiples en estas las condiciones.

Con el objetivo de identificar los eventos provenientes de la cima y de la base de la sal, así como para tener una mejor base en el estudio de los múltiples, se aplicaron los siguientes cambios al modelo original:

- ❖ Un aumento a la altura del domo de 500 metros.
- ❖ Un incremento a la profundidad de 600 metros.
- ❖ Una reducción a la velocidad de la sal de 5000[m/s] a 4000 [m/s]

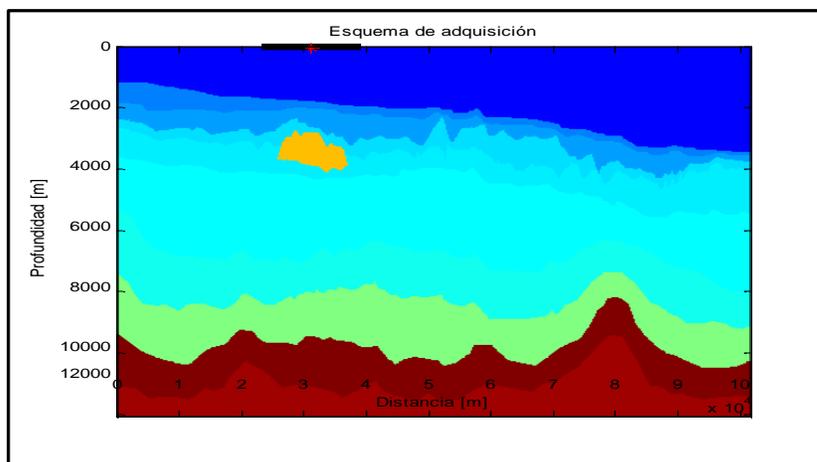
Para implementar la propagación de las ondas en lenguaje de cómputo, se aplicó un intervalo de tiempo de 0.0025, dando un total de 2799 muestras en tiempo. El intervalo en el espacio (tanto en la dirección x como en la dirección z), es de 20. Este intervalo produce 5092 muestras en la dirección de x y 604 muestras en la dirección z.

De acuerdo a lo establecido por (Virieux, 1986), es necesario que se cumpla la condición de estabilidad (ecuación 65), para que la propagación se desarrolle de manera adecuada.

$$\frac{1}{\Delta t^2} \sqrt{\frac{1}{v^2} + \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} < 1 \dots (65)$$

Donde  $v$  es la velocidad de onda P,  $\Delta t$  es el intervalo de muestreo en tiempo, mientras que  $\Delta x$  y  $\Delta z$  son los intervalos de muestreo en la dirección x y z respectivamente.

Los receptores se colocaron del nodo 1165 al 1965, todos en el nodo z=2. Produciendo un total de 801 sismogramas. La fuente se encuentra en el nodo 1560, en la profundidad z=2. El esquema de adquisición se muestra en la **figura 16**.



**Figura 16.** Diagrama de adquisición en donde la línea negra representa la posición de los receptores. Los cuales tienen una separación de 20 metros. El asterisco rojo, representa la posición de la fuente.

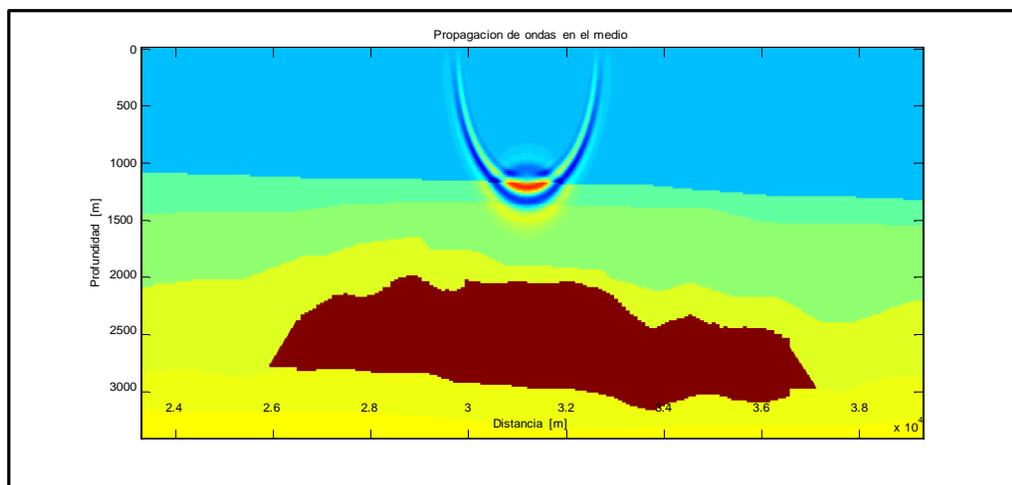
Se aplicó la ecuación de la fuente que se implementó en la tesis de Jose L. García R. (2013), que se expresa:

$$u(x, z, t) = -2\alpha \cos(\omega_0 t - \omega_0 z) \cos(\omega_0 x) \dots (66)$$

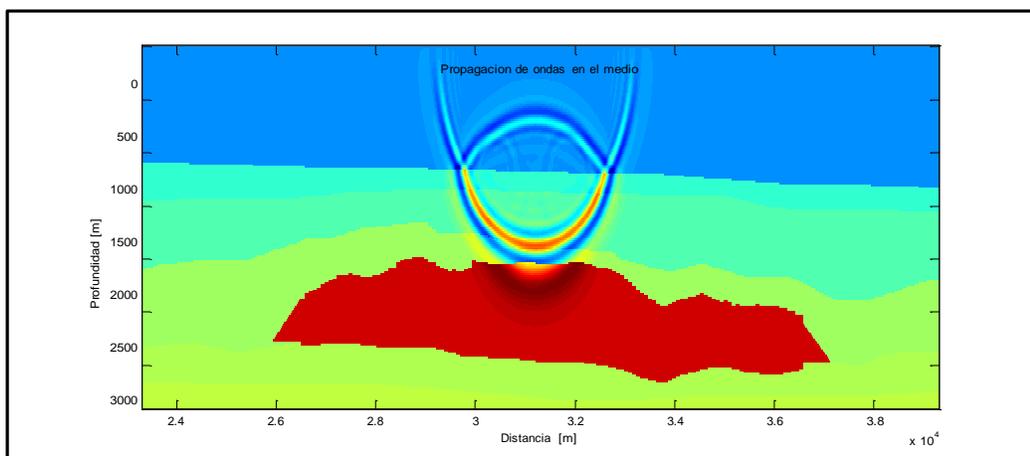
Donde  $\alpha = 2 \cos(\omega_0 z) \cos(\omega_0 x)$ ,  $\omega_0 = 4.0$  es la frecuencia fundamental, mientras que  $\omega_0$  es el periodo fundamental.

Como este trabajo está enfocado al análisis de registros de ondas acústicas, en el programa de la propagación se consideró que la velocidad de onda  $s = 0$ , para todo el modelo.

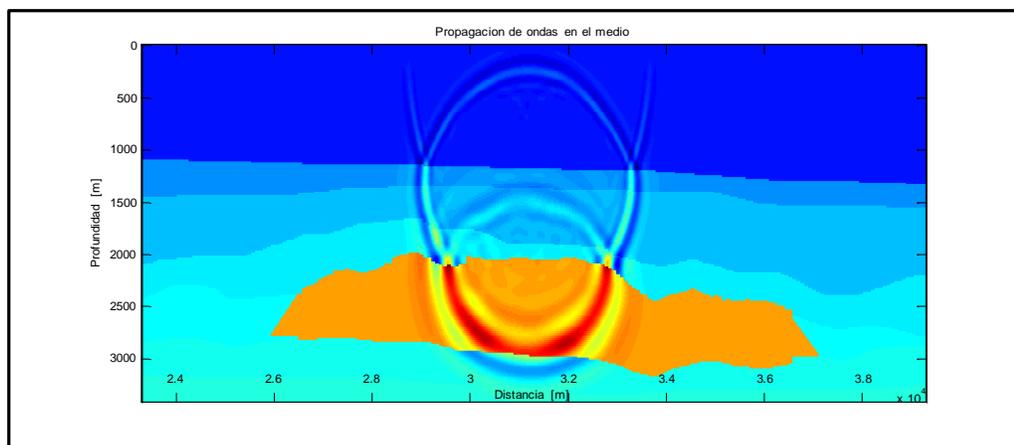
Las **figuras 17-27** muestran diferentes lapsos de tiempo de la propagación de ondas. En ellos, se describen los eventos que se producen durante la propagación. Mediante el análisis de las siguientes imágenes, se logró identificar los eventos en la sección sísmica.



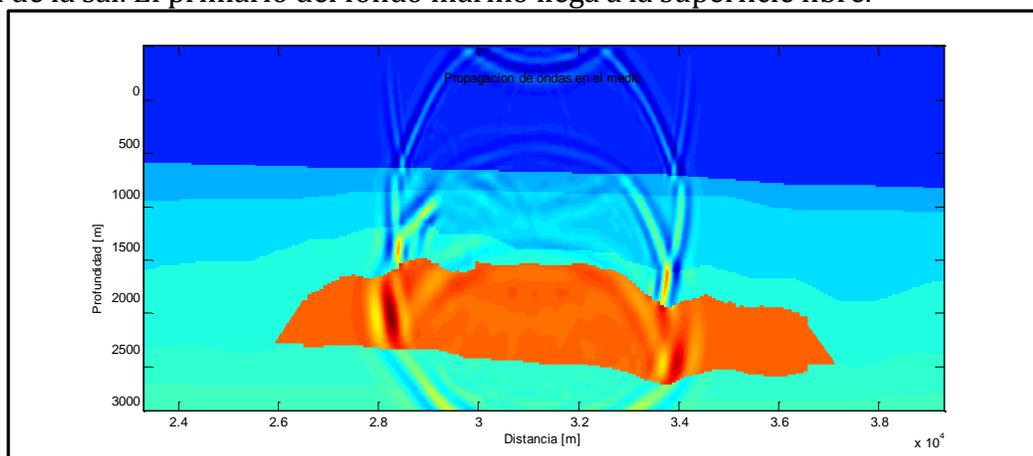
**Figura 17.** Propagación de la onda a los 1.225 segundos. Se aprecia la onda directa, y el primario del fondo marino.



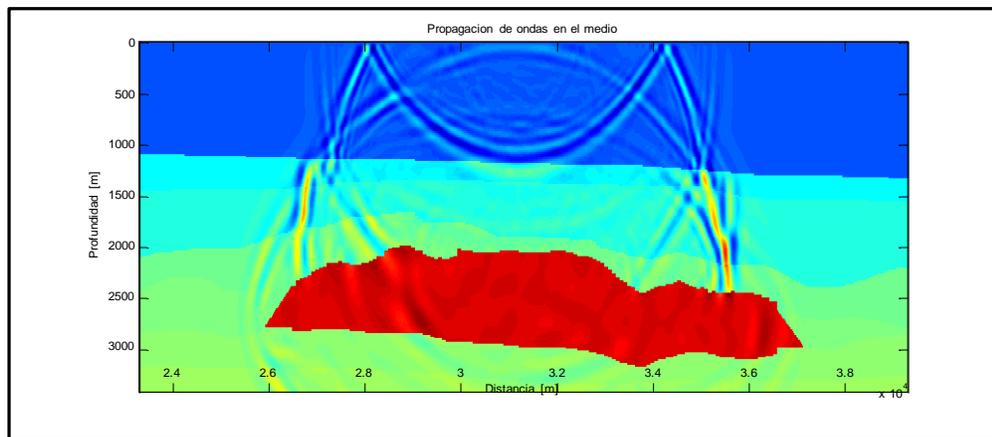
**Figura 18.** Propagación de la onda a los 1.575 segundos. La onda directa, incide en el cuerpo de sal.



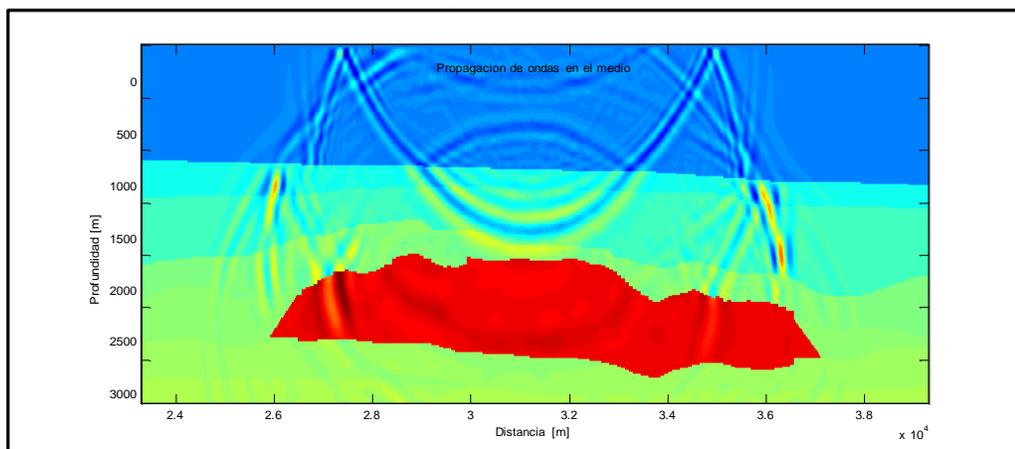
**Figura 19.** Propagación de la onda a los 1.925 segundos. Se observa el primario de la cima de la sal. El primario del fondo marino llega a la superficie libre.



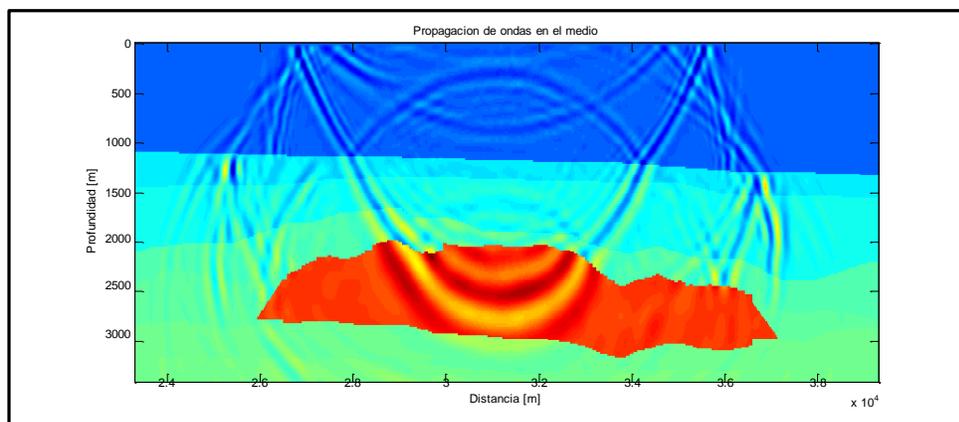
**Figura 20.** Propagación de la onda a los 2.275 segundos. Se observa el primario de la base, mientras que el primario del fondo marino sufre una reflexión hacia abajo en la superficie libre. También el primario de la cima se refleja hacia abajo en la interface agua-sedimento.



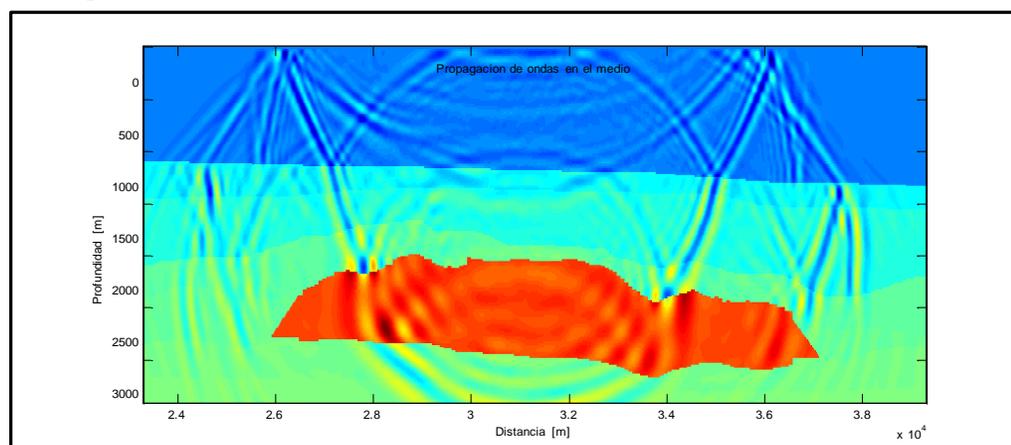
**Figura 21.** Propagación a los 2.975 segundos. Se observa a los primarios de la cima y base llegando a la superficie libre. Mientras que la reflexión descendente del primario del fondo marino llega a la interface agua- sedimento.



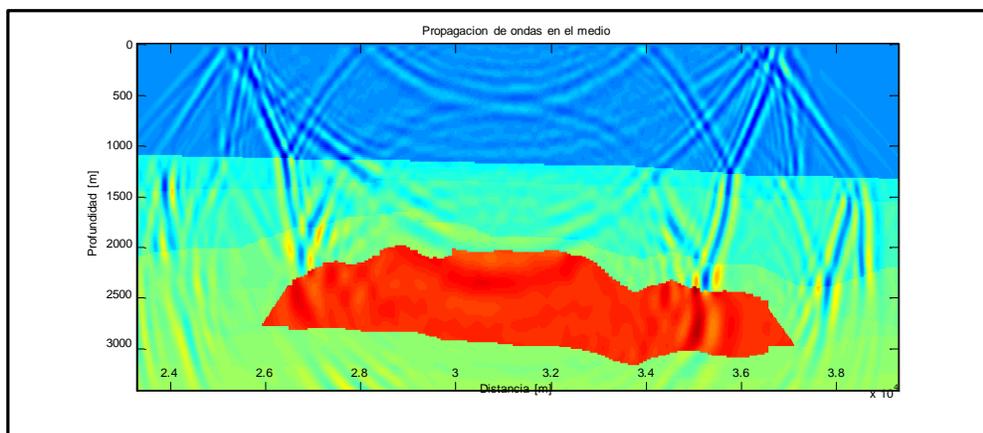
**Figura 22.** Propagación a los 3.325 segundos. Se genera el múltiple de orden 1 del fondo marino, mientras que el primario de la cima sufre una reflexión descendente en la superficie libre. Por otra parte, el primario de la base, está a punto de llegar a la superficie libre.



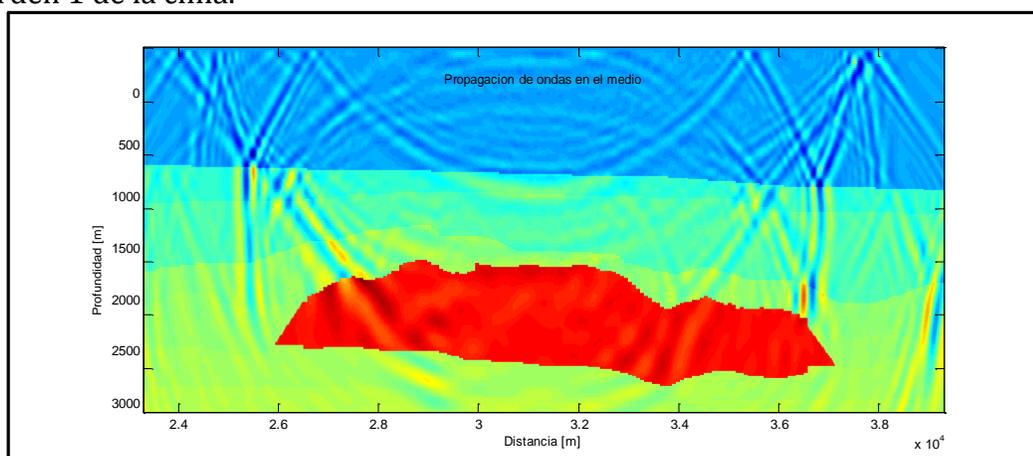
**Figura 23.** Propagación a los 3.675 segundos. A partir de la reflexión descendente del primario del fondo marino, se genera un múltiple de orden 1 de la cima. El primario de la base presenta una reflexión descendente. El múltiple de orden 1 del fondo marino, llega a la superficie libre.



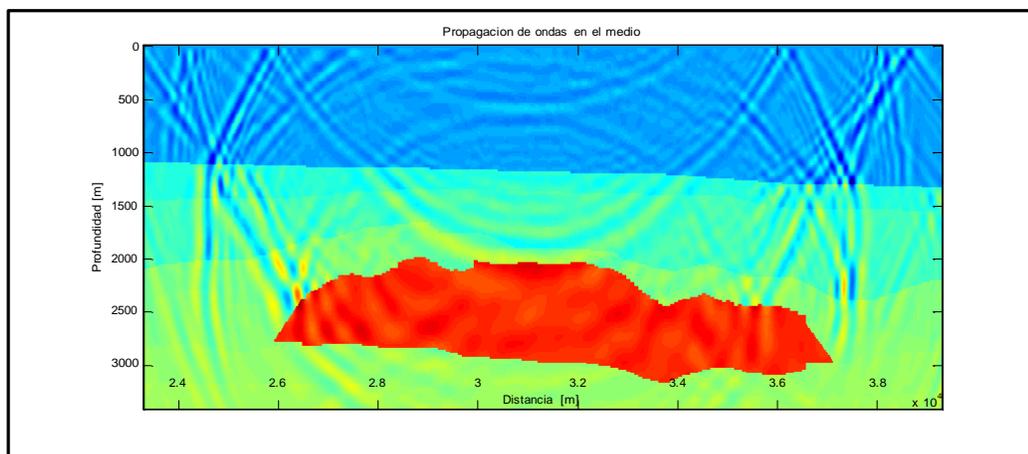
**Figura 24.** Propagación a los 4.025 segundos. Se forma el múltiple de orden 1 de la base. El múltiple de orden 1 del fondo marino, llega hasta la superficie libre generando una reflexión descendente. El múltiple de orden 1 de la cima, llega a la zona del agua.



**Figura 25.** Propagación a los 4.3775 segundos. El múltiple de orden 1 de la cima llega a la superficie libre. El primario descendente de la cima, llega nuevamente a la cima de la sal. El múltiple de orden 1 del fondo marino descendente, interfiere con el múltiple de orden 1 de la cima.



**Figura 26.** Propagación a los 4.9 segundos. El múltiple de orden 1 de la cima llega a la superficie libre, mientras que el múltiple de orden 1 de la base, llega a la mitad de la profundidad del agua.



**Figura 27.** Propagación a los 5.25 segundos. El múltiple de orden 1 de la base, llega a la superficie libre, un poco más retrasado se encuentra el múltiple de orden 2 del fondo marino, el cual tiene una interferencia con la reflexión descendente del múltiple de orden 1 de la cima.

### 3.8. OBTENCIÓN DE LOS REGISTROS SÍSMICOS

El registro sísmico que resulta de la propagación, se muestra en la **figura 28**. La amplitud de la onda directa es mayor que las reflexiones. Este efecto provoca que la señal de estos eventos no se distinga bien. Para reducir el efecto de la onda directa, se predijeron los tiempos de arribo por medio del cociente del offset entre la velocidad del agua, que es de 1546 [m/s]. Posteriormente se consideró que existen cambios grandes de amplitud si se cumple el criterio de la ecuación 67.

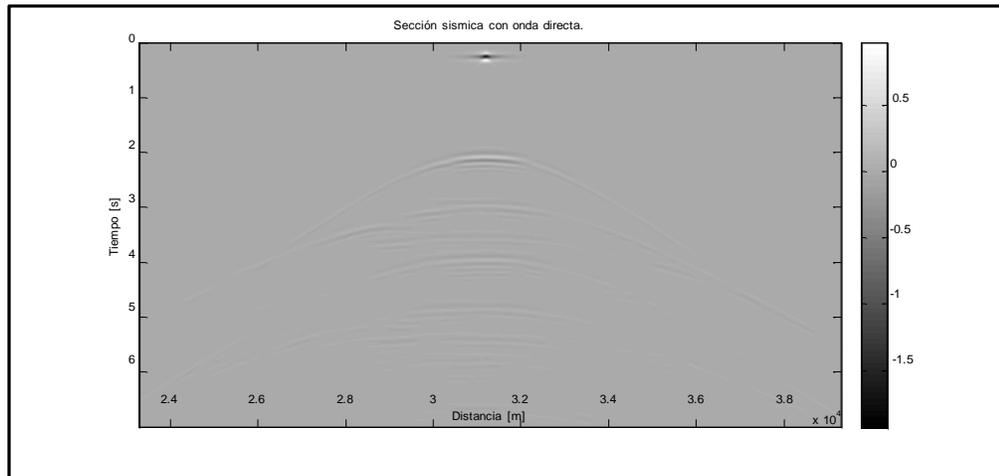
$$|A_{i,j} - A_{i,j-2}| \geq 0.0001.. (67)$$

Donde  $A$  es la amplitud,  $i$  nos indica el número de traza, y  $j$  la muestra en tiempo que se está analizando.

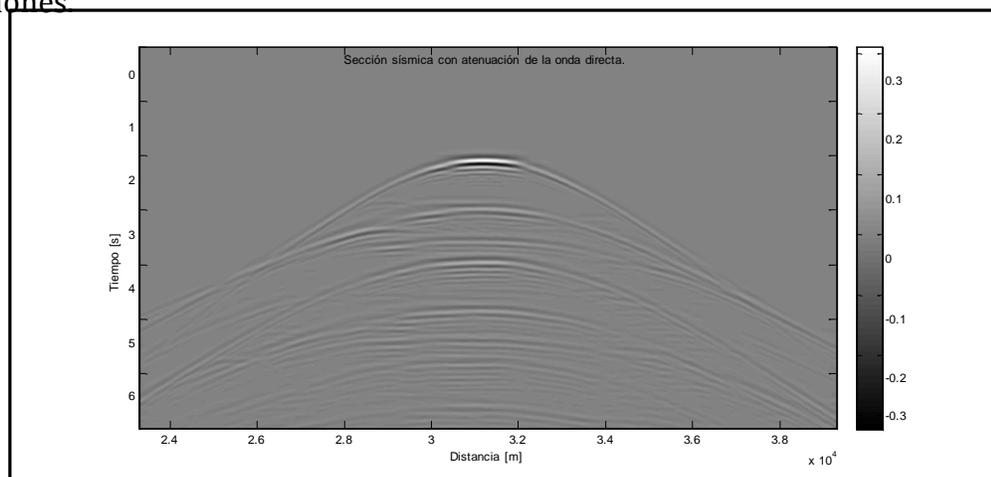
Luego se aplicó un filtro media móvil, tomando tres muestras y dividiendo entre 3. Mediante la expresión de la ecuación 68:

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{u}_{i-1} + \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i+1}}{3} \dots (68)$$

Finalmente se obtuvo la sección sísmica de la **figura 29**, en donde se encuentran mejor definidos los eventos que en la **figura 28**.



**Figura 28.** Sección sísmica. La amplitud de la onda directa es mayor que las reflexiones

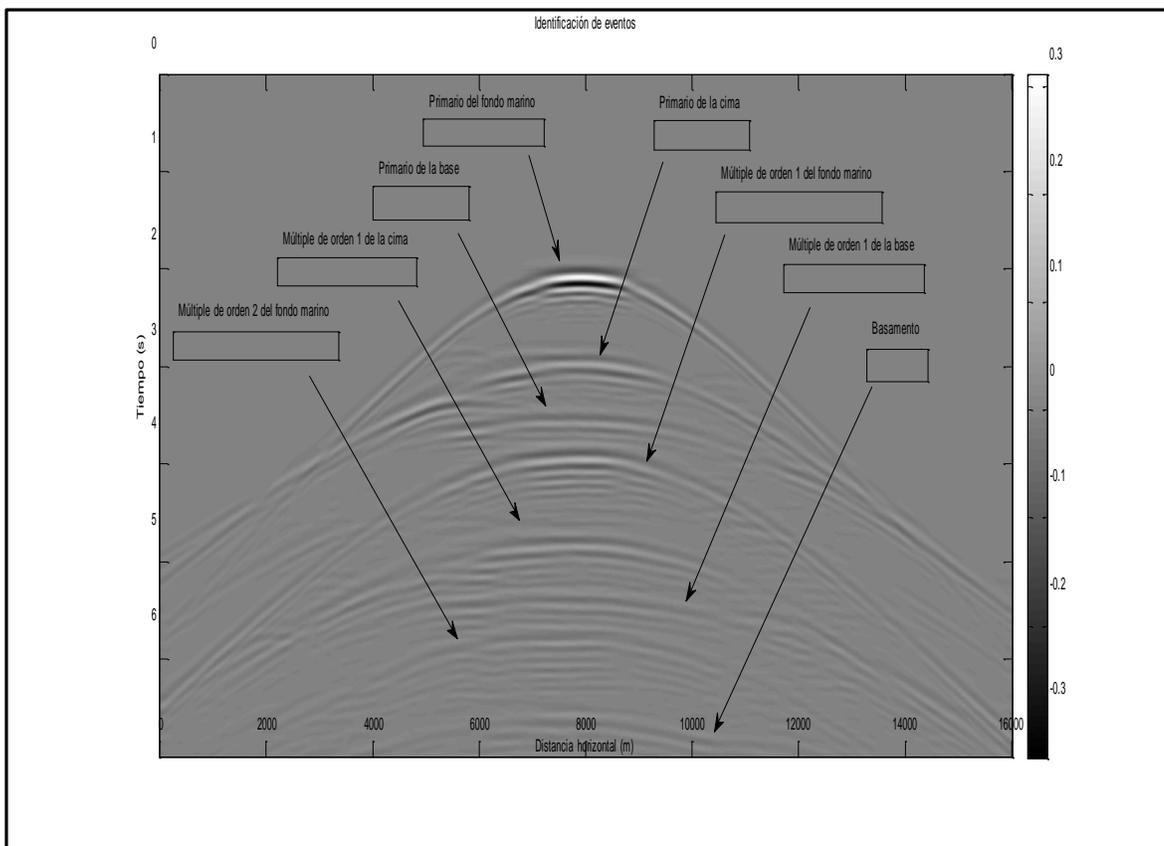


**Figura 29.** Sección sísmica. La ausencia de la onda directa, aumenta la nitidez de los eventos de reflexión (múltiples y primarios).

Mediante el análisis de los lapsos de tiempo, se lograron identificar 8 eventos principales, que se mencionan a continuación.

- ❖ El primario del fondo marino.
- ❖ El primario de la cima de la sal.
- ❖ El primario de la base de la sal.
- ❖ El múltiple de orden 1 del fondo marino.
- ❖ El múltiple de orden 1 de la cima de la sal.
- ❖ El múltiple de orden 1 de la base de la sal.
- ❖ El múltiple de orden 2 del fondo marino.
- ❖ El primario del basamento.

Estos eventos se encuentran señalados en la **figura 30**.



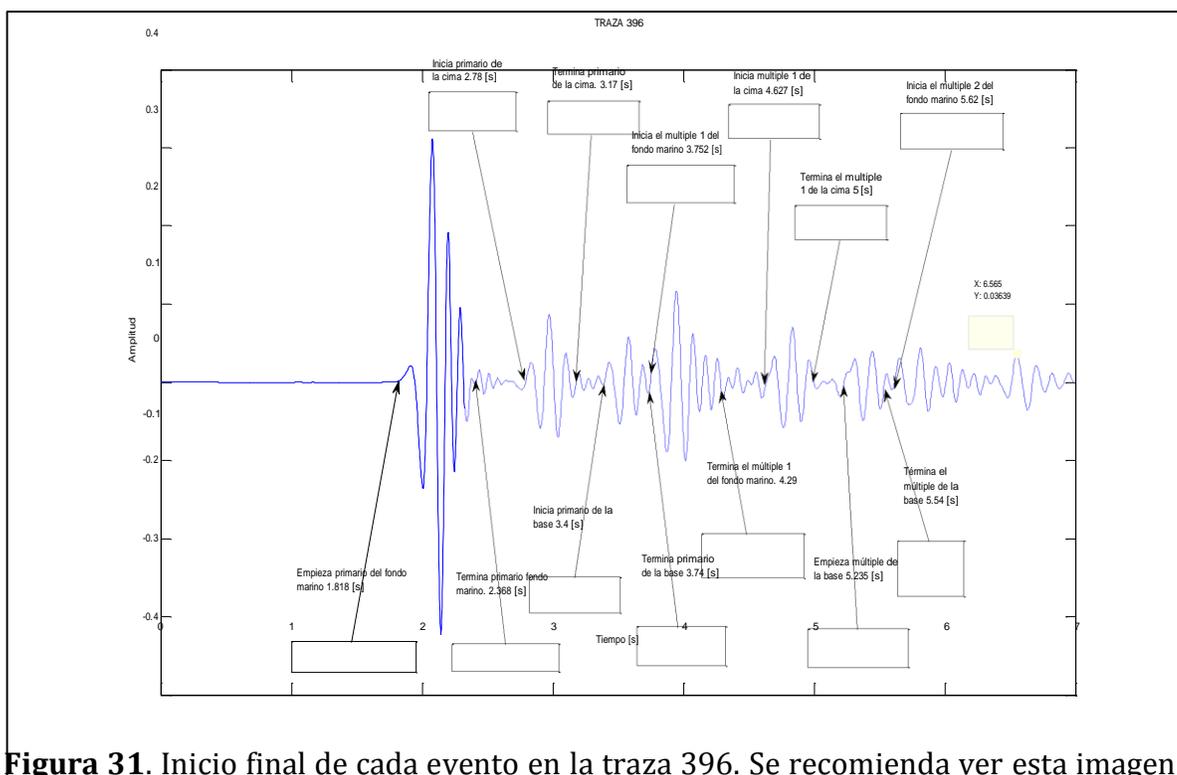
**Figura 30.** Eventos identificados en la sección sísmica, a partir de la correlación entre los lapsos de tiempo y la sección.

### 3.9. RECONOCIMIENTO DE PATRONES DE LOS EVENTOS MÚLTIPLES

La fuente se localiza aproximadamente en la parte central del registro sísmico. De acuerdo a la **figura 24**, los eventos se distinguen mejor en esta región. Se procedió a analizar eventos en las trazas 258, 304, 350, 396, 442, 488, y 534, que se encuentran en esta zona, para estudiar la forma en que se comportan los eventos según sus diversas características.

#### Análisis de la duración de cada evento.

Se realizó un análisis exhaustivo del tiempo de inicio y final de los eventos de las trazas mencionadas, para compararlo con los tiempos de inicio y final del registro sísmico. La **figura 31**, muestra el resultado de este proceso.



**Figura 31.** Inicio final de cada evento en la traza 396. Se recomienda ver esta imagen con zoom.

También para comprobar el análisis visual, se obtuvo la envolvente de la señal. De acuerdo a (Sheriff, 2002), una señal tiene una representación compleja de la siguiente forma:

$$x(t) = a(t) + j b(t) = a(t) e^{j\phi(t)} \dots (69)$$

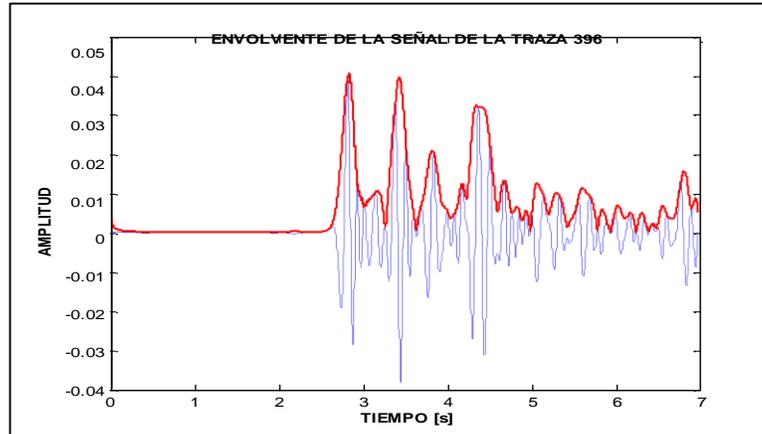
Donde  $x(t)$  es la serie en tiempo real,  $b(t)$  es la señal de cuadratura, mientras que  $a(t)$  es la amplitud de la envolvente, y  $\phi(t)$  es la fase instantánea. Según (Kschischang, 2006), para obtener la señal de cuadratura, se aplica la transformada de Hilbert de la siguiente forma:

$$[x(t)] = b(t) = x(t) * \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau) - x(\tau)}{\tau} d\tau \dots (70)$$

Finalmente, la envolvente se calcula:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + b^2(t)} \dots (71)$$

La **figura 32**, muestra la envolvente de la traza 396.



**Figura 32.** Envolvente de la traza 396. La señal se encuentra en azul, mientras que la envolvente está en rojo.

Los resultados del análisis se encuentran en la **tabla 1**.

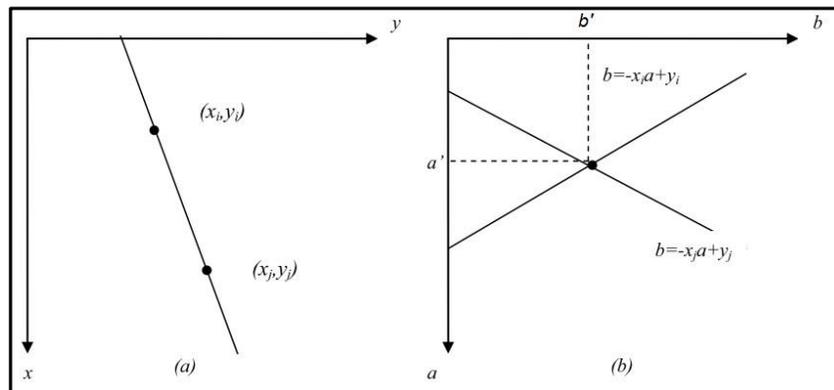
	INICIO	FINAL	PERIODO
<b>TRAZA 258</b>			
M1FM	4.047	4.658	0.611
M1C	4.793	5.293	0.5
M1B	5.293	5.662	0.369
M2FM	5.798	6.258	0.46
<b>TRAZA 350</b>			
M1FM	3.755	4.412	0.657
M1C	4.63	5.123	0.493
M1B	5.205	5.58	0.375
M2FM	5.623	6.362	0.739
<b>TRAZA 396</b>			
M1FM	3.748	4.32	0.684
M1C	4.58	5.005	0.425
M1B	5.23	5.58	0.35
M2FM	5.628	6.258	0.63
<b>TRAZA 442</b>			
M1FM	3.78	4.457	0.677
M1C	4.672	5.148	0.476
M1B	5.235	5.628	0.393
M2FM	5.67	6.27	0.6
<b>TRAZA 534</b>			
M1FM	4.158	4.715	0.557
M1C	5.035	5.375	0.34
M1B	5.515	5.81	0.295
M2FM	5.87	6.33	0.46

**Tabla 1.** Inicio y final de los eventos múltiples. Datos en segundos. M1FM se refiere al múltiple de orden 1 del fondo marino, M1C es el múltiple de orden 1 de la cima, M1B, es el múltiple de orden 1 de la base, M2FM es el múltiple de orden 2 del fondo marino.

### 3.10. APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE HOUGH

La transformada de Hough, introducida por (Duda & Hart, 1972), organiza los patrones que siguen los puntos de las imágenes. Inicialmente se aplicó a la detección de líneas rectas, como se describe a continuación.

Sea  $(x_1, y_1)$  un punto en una imagen, la ecuación de la recta es  $y = mx + b$ . Es fácil darse cuenta que por ese punto pasan infinitas líneas. Si se reescribe la ecuación de la recta como  $b = -x_1m + y_1$  también es una línea definida en el espacio parámetro. Si se obtiene la línea de otro punto  $(x_2, y_2)$  y se coloca en el mismo espacio parámetro de la línea del punto anterior, las coordenadas del punto de intersección entre las dos líneas, proporcionan los parámetros que unen a los dos puntos en el espacio  $xy$ . La **figura 33** ilustra este concepto.



**Figura 33.** Las coordenadas de la intersección en la figura (b), proporcionan los parámetros de la recta que pasa por los dos puntos en la figura (a). Tomada de González & Woods (1992).

Un aspecto importante de la transformada de Hough, son las funciones acumulador. La función acumulador se podría pensar como una representación discreta del espacio parámetro, en el cual se realiza una subdivisión de éste en “casillas”. Conforme se

obtienen las distintas rectas dadas por  $y = ax + b$  para distintos valores de  $a$  e  $b$ . Cada par de valores  $(a, b)$  representa un “voto” para la casilla correspondiente. Después de finalizado el procedimiento, la casilla con mayor cantidad de votos representa a aquellos parámetros que mejor definen a la recta  $y = ax + b$  en el espacio  $xy$ ; en este caso en particular serían los valores dados por  $a'$  y  $b'$ .

La transformada de Hough, se aplicó en este trabajo para detectar el inicio de los eventos. La figura geométrica que se aproximó a estos eventos, fue la parábola, cuya ecuación paramétrica puede expresarse como:

$$y = \frac{1}{4p} (x - a)^2 + b \quad (72)$$

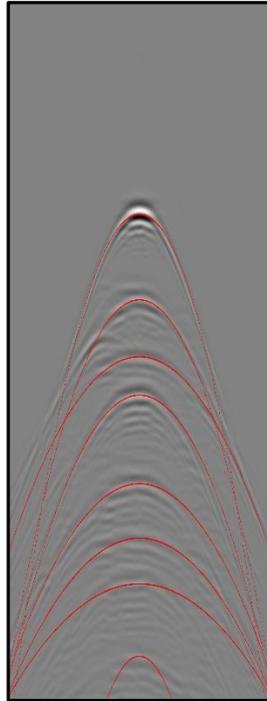
Donde  $a$  y  $b$  son los vértices de la parábola en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente, y  $p$  es una medida de la curvatura.

Analizando la **figura 30**, podemos decir que el parámetro  $a$  es conocido, puesto que todos los eventos tienen su vértice hacia la parte central del registro sísmico. Se consideró entonces, que el parámetro  $a$  tiene un valor de 396, puesto que en esta posición de  $x$ , fue donde se colocó la fuente. El parámetro  $b$ , se estimó a partir del análisis visual y de la envolvente de la señal, como se muestra en la **tabla 1**. Los datos de inicio y final de cada evento, se dividieron entre 0.0025 para obtener los valores de los nodos. Finalmente, para obtener los parámetros  $p$ , se aplicó la transformada de Hough obteniendo los siguientes resultados.

- ❖ Múltiple de orden 1 del fondo marino: 34.3414
- ❖ Múltiple de orden 1 de la cima: 51.6811
- ❖ Múltiple de orden 1 de la base: 63.3999
- ❖ Múltiple de orden 2 del fondo marino: 87.4104

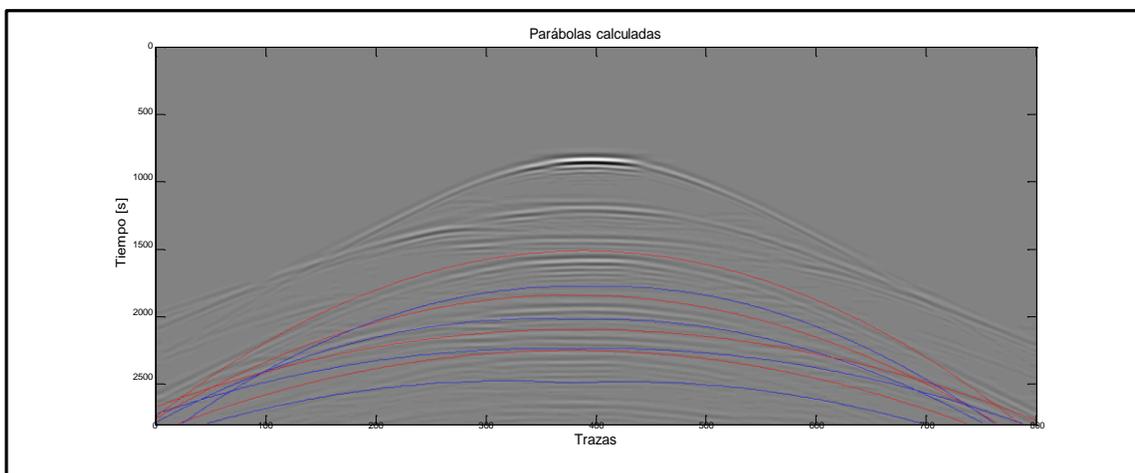
Como se aprecia, la apertura de los eventos aumenta proporcionalmente a la profundidad de los eventos. La **figura 34**, muestra las parábolas que ajustan a la zona de mayor amplitud de cada evento por cada traza. Se observa como las parábolas se ajustan muy bien en las trazas centrales del registro sísmico. Mientras que en las

laterales, el ajuste no es tan bueno. Lo positivo es que las trazas centrales necesitan ser filtradas de forma más minuciosa porque los eventos presentan sus amplitudes mayores en ellas.



**Figura 34.** Registro sísmico con los inicio de los eventos adaptados al inicio de cada evento.

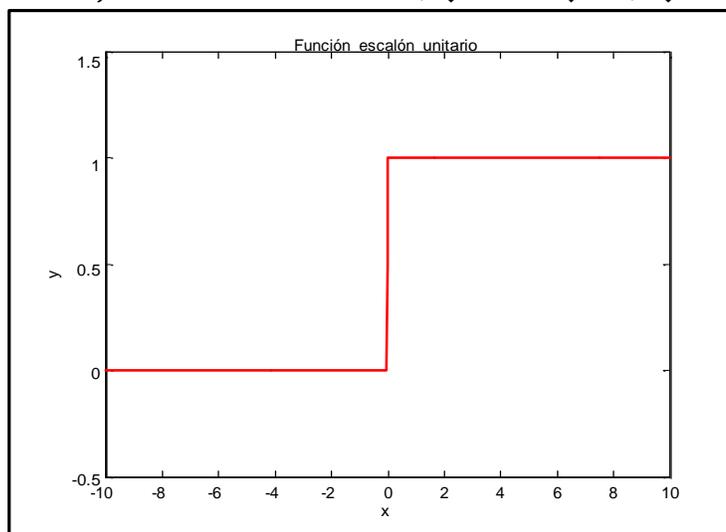
La transformada de Hough muestra su eficacia al detectar la forma de los eventos. Aunque para este caso debido a la dificultad de localizar los inicios y finales, se realizó un desplazamiento de las parábolas, de modo que el vértice de ellas se localizara en el inicio de los eventos (datos obtenidos en la **tabla 1**). Para obtener el final de cada evento, se consideró el tiempo de duración de cada evento (igual obtenidos de la **tabla 1**). La **figura 35** muestras los inicios y finales de los eventos múltiples.



**Figura 35.** Ajuste de las parábolas calculadas a los eventos múltiples. El rojo representa el inicio de los eventos, mientras que el azul expresa el fin de los mismos.

### 3.11. APLICACIÓN DE LA LÓGICA DIFUSA

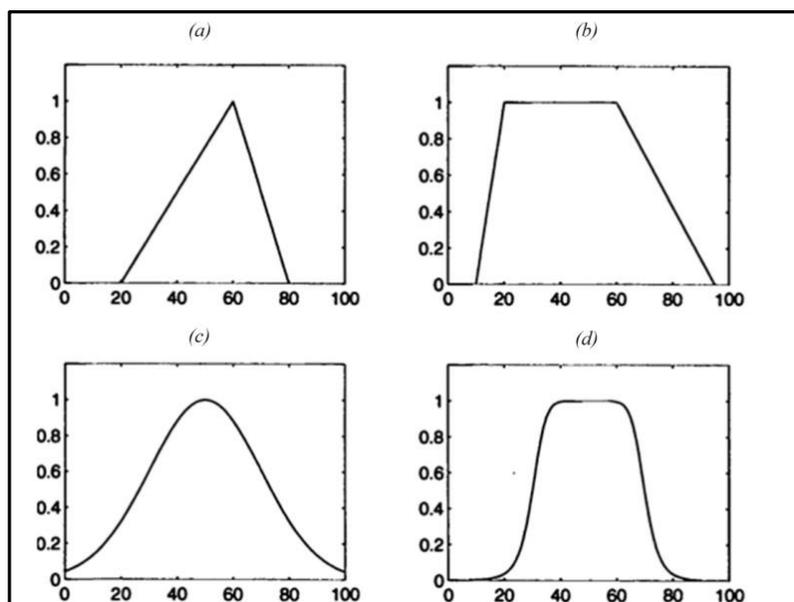
La lógica difusa, propuesta por (Zadeh, 1965), puede ser conceptualizada como una generalización de la lógica clásica. La lógica clásica trabaja con conjuntos discretos, conjuntos que presentan fronteras claras como se ilustra en la **figura 36**. En esta figura se ilustra un conjunto discreto en el cual,  $x \leq 0 \rightarrow \mu = 0$ ,  $x > 0 \rightarrow \mu = 1$ .



**Figura 36.** Representación gráfica de un conjunto discreto.

El pensamiento de la lógica clásica, funciona bien para muchos casos. No obstante, no refleja la naturaleza del pensamiento humano, el cual tiende a ser abstracto e impreciso. Una característica importante de la lógica difusa, es la aplicación de fronteras no discretas.

Un conjunto difuso, se encuentra completamente caracterizado por su función de membresía, la cual representa las fronteras difusas del conjunto. Algunos ejemplos de estas funciones, se muestran en la **figura 37**. En este documento no se describe a detalle la naturaleza de la lógica difusa, pero ésta puede ser consultada en diversas fuentes (Orozco del Castillo, 2010).

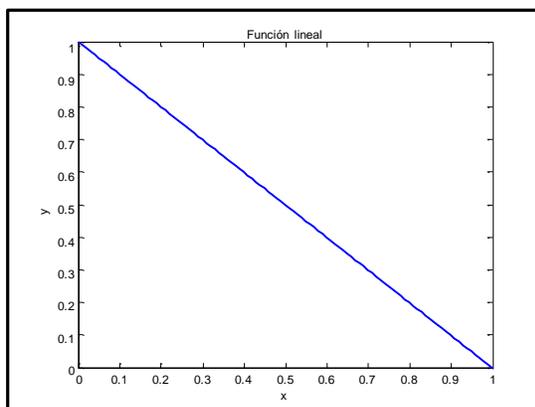


**Figura 37.** Ejemplo de 4 funciones de membresía: (a) triangular, (b) trapezoidal, (c) Gaussiana, (d) campana generalizada. Tomada de Jang, Sun y Mizutani (1997).

Las amplitudes de cada uno de los múltiplos y de sus correspondientes ecos presentan un comportamiento decreciente, es decir, la amplitud del múltiplo es mayor a la de su primer eco, mismo cuya amplitud es mayor al siguiente, y así consecutivamente, como puede observarse en la **figura 31**. Este comportamiento implica que el filtrado de las amplitudes de estos eventos debe realizarse de manera

similar, en otras palabras, el filtrado de la amplitud del múltiple debe ser mayor que aquel realizado para los subsecuentes ecos. Esto sugiere la utilización de la lógica difusa en contraste con la lógica clásica para el filtrado de los datos. La aplicación de un filtro acorde a la lógica clásica provocaría un cambio abrupto en las amplitudes del registro sísmico. En este caso, la lógica difusa presenta las características que se necesitan para optimizar el filtro, puesto que el peso del filtro debe disminuir a medida que nos alejamos de la zona de mayor amplitud. Se describen a continuación dos filtros distintos que fueron aplicados y que siguen los principios de la lógica difusa.

El primer filtro consiste en una función lineal, un caso particular de la lógica difusa en el cual se utiliza una función de membresía triangular. Esta función se multiplicó eventualmente por 10, para que de esta forma al principio del evento en donde la amplitud es mayor, el peso del filtro también lo sea, decreciendo este peso a medida que el filtrado se aleja del principio y se acerca al final del evento. La **figura 38**, muestra la función lineal.



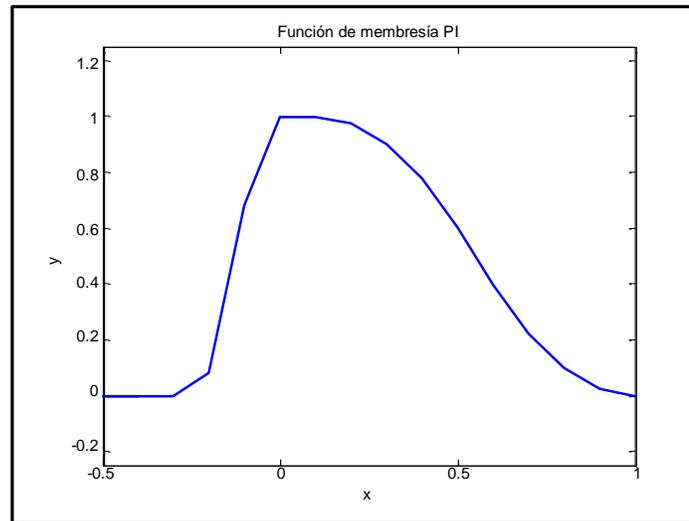
**Figura 38.** Función de membresía lineal, aplicada para filtrar los registros sísmicos.

$$\begin{aligned}
 & 0; \\
 & 2 \left( \frac{? - ?}{?} \right)^2; \quad ? \leq ? \\
 & 1 - 2 \left( \frac{? - ?}{?} \right)^2; \quad \frac{? + ?}{2} \leq ? \leq ? \quad \dots (68) \\
 & \{ 1 - 2 \left( \frac{? - ?}{?} \right)^2 \}
 \end{aligned}$$

;  $\diamond \leq \diamond \leq$

$\diamond + \diamond$   
2 }

Se eligieron los parámetros  $\alpha = -0.25$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $\delta = 1$ . La **figura 39**, muestra la forma de la función de membresía  $\Pi$  con los parámetros mencionados.



**Figura 39.** Función de membresía  $\Pi$  aplicada para filtrar los registros sísmicos.

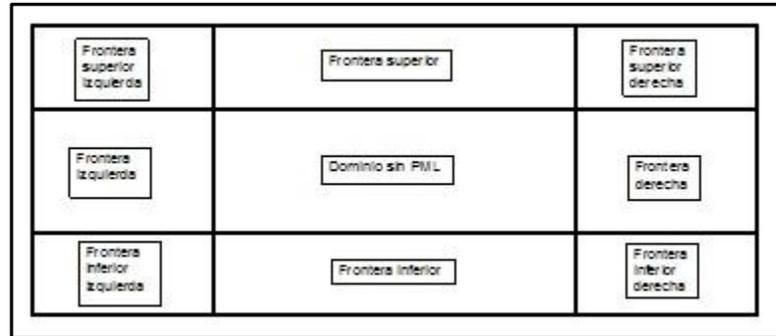
La particularidad de esta función de membresía, es que produce que la zona de aplicación del filtro, empiece antes de comenzar el evento, para reducir la discretización de las fronteras de la zona.

### 3.12. APLICACIÓN DE UNA FRONTERA CPML SUPERIOR.

La frontera libre, tiene un coeficiente de reflexión de -1. Esto quiere decir que toda la energía que llegó a ella, sufre un proceso de reflexión “descendente” de la misma amplitud con la que llegó. Este fenómeno provoca que los eventos múltiples generados en ella sean los de mayor amplitud y por lo tanto los que más afectan a la señal.

Se implementó una frontera CPML superior al esquema de propagación, tal como se muestra en la **figura 40**, esta frontera produce que los eventos primarios se conserven, porque los receptores se colocan justo debajo de la frontera. Por otro lado,

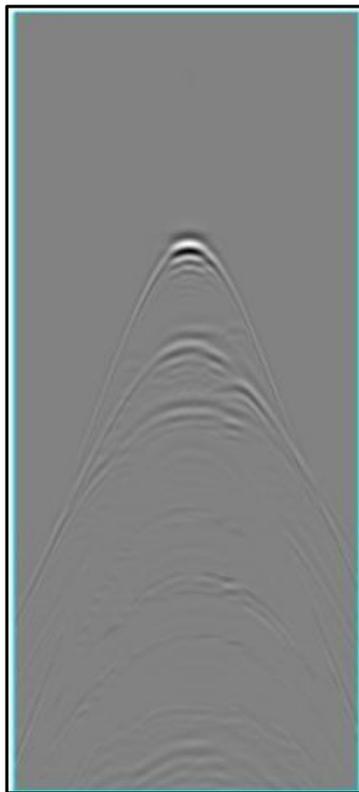
todos los múltiples producidos por la superficie libre, son absorbidos por la CPML superior, este efecto los borra prácticamente del registro sísmico.



**Figura 40.** Distribución de las fronteras CPML, incluyendo una frontera superior.

4.1 FILTROS OBTENIDOS MEDIANTE LA LÓGICA DIFUSA.

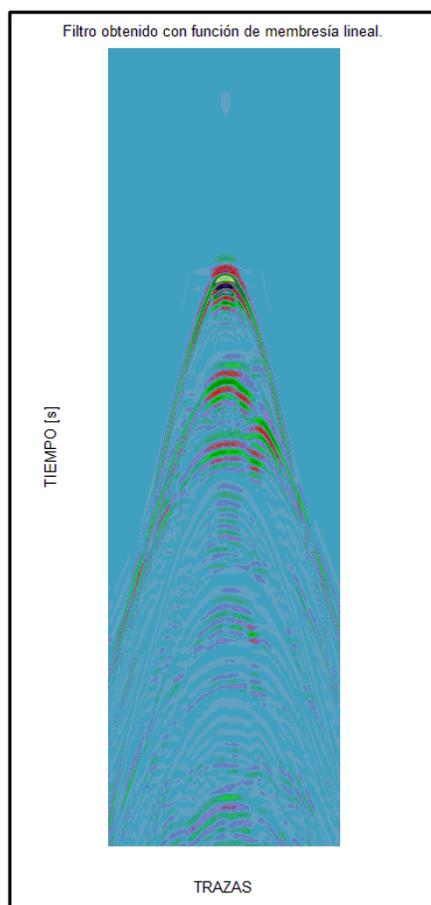
Antes de mostrar los resultados de los filtros delimitados por funciones de membresía, se muestra en la **figura 41** un filtro de media móvil aplicado sobre fronteras discretas.



**Figura 41.** Registro sísmico filtrado, aplicando fronteras discretas en las regiones de los múltiples.

Se nota que aunque los eventos múltiples se atenuaron, las fronteras discretas que se aplicaron crean un efecto negativo en la imagen, provocando que el filtro no parezca natural.

El primer filtro que se aplicó, ocupó una función de membresía lineal, dividiendo elemento por elemento en la zona delimitada por el inicio y final de cada evento múltiple. El valor del divisor decrece de 10 a 1, por lo que la función de membresía se debe multiplicar por 10. El resultado se aprecia en la **figura 42**.

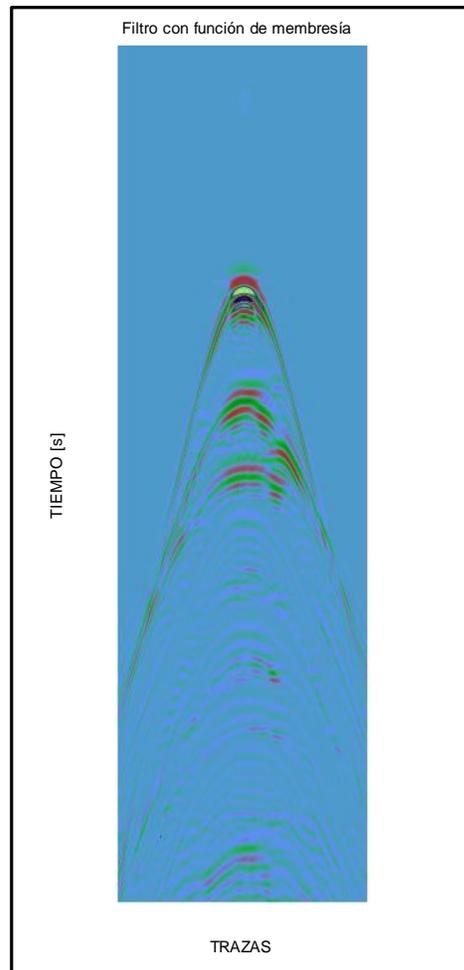


**Figura 42.** Registro sísmico filtrado, aplicando una función de membresía lineal. El máximo divisor es de 10.

A diferencia de la **figura 41**, se consigue una atenuación notable de los eventos múltiples. Se observa que el empleo de fronteras difusas a las regiones de aplicación

del filtro, produce el efecto deseado. De esta forma, al eliminar las fronteras discretas, la calidad de la imagen aumenta.

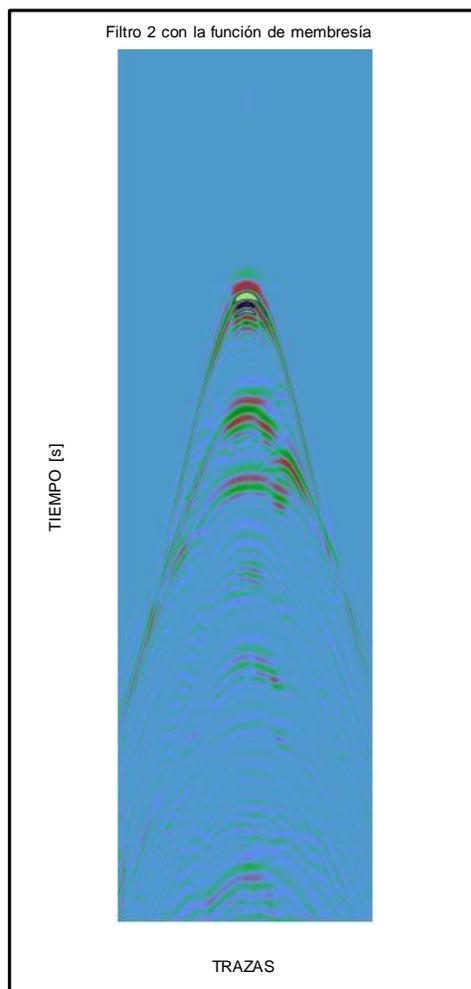
Para el segundo filtro, se ocupó la función de membresía  $\Pi$ , la cual se muestra en la **figura 39**. Al igual que en el filtro anterior, el máximo divisor fue 10. En este caso, la función de membresía no inició antes de las regiones donde se aplica el filtro, sino que inició justo cuando empieza la región. El resultado se muestra en la **figura 42**.



**Figura 42.** Registro sísmico filtrado, aplicando la función de membresía  $\Pi$ , con un divisor máximo de 10.

Nuevamente, los eventos múltiples lucen atenuados de forma excelente, sin embargo, no se aprecian mejoras significativas respecto a la **figura 41**.

En el tercer filtro, se aplicó la misma función de membresía utilizada en el filtro anterior, pero ahora se emplea el mismo divisor de 10. Para este caso, la función de membresía empieza desde antes de la región donde se aplica el filtro. La **figura 43**, muestra el resultado de este último filtro.

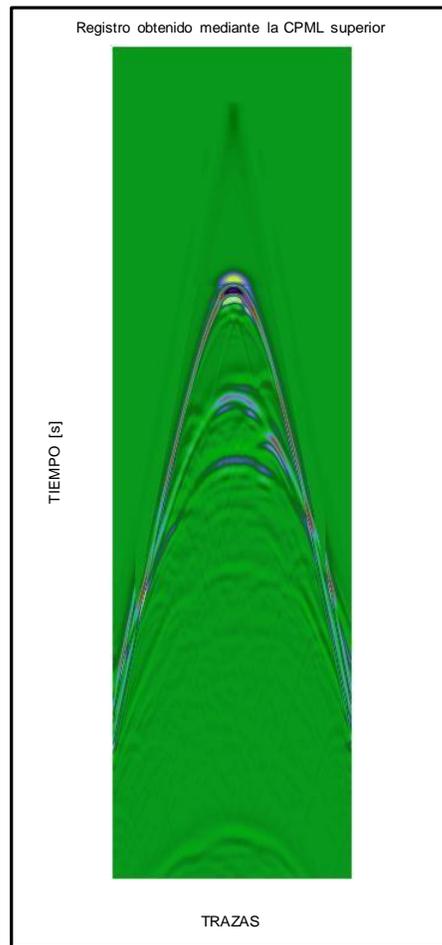


**Figura 43.** Registro sísmico filtrado, aplicando la función de membresía  $\Pi$ , con un divisor máximo de 20.

Al igual que los filtros anteriores, la atenuación de la amplitud en las regiones de los eventos múltiples es muy buena. Además, se aprecia una leve mejoría en la atenuación al inicio de los múltiples. Esto se debe a que la función de membresía comienza antes del evento, esto permite que la frontera que se encuentra antes del filtro sea difusa.

#### 4.2. SECCIÓN OBTENIDA APLICANDO LA FRONTERA CPML SUPERIOR.

Finalmente, se presenta el registro sísmico obtenido al aplicar una frontera CPML superior en el algoritmo de propagación en la **figura 44**.



**Figura 44.** Registro sísmico filtrado, obtenido al aplicar una frontera CPML por debajo de la superficie libre, en el algoritmo de propagación de ondas acústicas.

Se aprecia una atenuación completa de los eventos múltiples, esto genera que los eventos primarios se resalten más. Inclusive, a pesar de que la onda directa fue

parcialmente removida empleando la técnica de identificación de patrones y aplicación de un filtro de media móvil, como se describe en la sección 4.8.

Se logran observar dos eventos por debajo del primario de la cima de la sal, los cuales se pueden atribuir a los primarios de las interfaces de las capas que se encuentran arriba del domo. Estos eventos, debido a que se propagan por medios de baja velocidad, llegan después que los primarios de la cima y la base de la sal. Otra interpretación posible, es que estos eventos sean múltiples internos, producidos precisamente por estas capas.

FI  
-  
DI  
CT

# CAPÍTULO CONCLUSIONES

# 05

Durante el análisis del inicio y final de los eventos múltiples, se encontró que:

- ❖ La duración de un evento sísmico aumenta a medida que aumenta la profundidad de la interface que produce dicho evento.
- ❖ El parámetro  $P$ , de la parábola asociada a un evento sísmico, que proporciona una medida de la apertura de la misma, aumenta a medida que aumenta la profundidad de la interface que produce el evento.
- ❖ Se comprobó la periodicidad de los eventos múltiples (en este caso del fondo marino), que ocurren cada 0.6 segundos aproximadamente.
- ❖ La amplitud de las crestas de los múltiples del fondo marino, decrece en proporción similar a medida que transcurre el evento. Esto no sucede, de forma evidente, en los múltiples de la cima y la base de la sal.
- ❖ La profundidad del fondo marino, así como el espesor del cuerpo de sal, influyen mucho en el análisis de los múltiples de las estructuras salinas. Mientras más disminuyen, se produce interferencia entre los múltiples de la cima y de la base de la sal.
- ❖ Cuando la estructura salina presenta flancos con pendientes muy pronunciadas, el múltiple de la base no se detecta, debido a las difracciones complejas que ocurren en ellos.
- ❖ La transformada de Hough, proporciona excelentes resultados en la obtención de ecuaciones paramétricas de funciones geométricas que aproximan la forma de los eventos.

- ❖ La lógica difusa, es una excelente opción para delimitar las zonas de un registro en donde es necesario atenuar los eventos múltiples. Aunque se pueden realizar estudios adicionales para optimizar las funciones de membresía en cada caso particular.
- ❖ La frontera CPML superior suprime todos los múltiples asociados a la superficie libre, este hecho se puede explotar en la obtención de un algoritmo para filtrar los registros sísmicos desde el procesamiento de la información.

## 5.1. CONCLUSIONES FINALES

Se encontró que efectivamente, las estructuras de la sal producen múltiples asociados a su cima y a su base. Sus características son muy similares (el periodo, las amplitudes, el parámetro P, entre otras), de tal manera que no es necesario elaborar dos tipos de filtros para cada evento múltiple correspondiente a la cima y la base, en un mismo caso de estudio.

Es conveniente decir que la estructura salina, así como la profundidad del fondo del mar, influyen demasiado en las propiedades de este tipo de múltiples (de la cima y la base de un domo de sal), lo que podría provocar que éstos cambien radicalmente para diferentes casos de estudio. Sin embargo, estas consideraciones no corresponden a las características del evento en sí mismo, sino a la estructura geológica que los origina.

Actualmente, no existe algún algoritmo completamente eficiente especialmente diseñado para eliminar los múltiples asociados a las imágenes salinas, como se menciona en el estado del arte. El método SRME, el cual es el más utilizado para la atenuación de múltiples, se enfoca principalmente en los múltiples del fondo marino asociados a la superficie libre.

Aplicar la transformada de Hough, es una excelente herramienta para aislar los eventos múltiples de los primarios. Al aplicar un filtro simple (como el que se emplea en este trabajo) siguiendo las fronteras diseñadas mediante lógica

difusa, se logra una excelente atenuación de los múltiples. Aunque es recomendable realizar un estudio, en cada contexto geológico particular, para optimizar las funciones de membresía.

La aplicación de la frontera CPML superior en la propagación de las ondas, demostró que es posible eliminar completamente los eventos múltiples asociados a la superficie libre en adquisiciones terrestres o marinas. Este hecho se puede explotar para elaborar un filtro que elimine estos rasgos de un registro sísmico, desde la etapa del procesamiento de la información

## BIBLIOGRAFÍA

- Aqrawi, A. A., Boe, T. H., & Barros, S. (2011). Detecting salt domes using a dip guided 3D Sobel seismic attribute, 1014–1018.
- Duncan, W. S., Zhou, H., & Constance, P. (n.d.). SEG International Exposition and 73rd Annual Meeting \* Dallas , Texas \* October, (Figure 2).
- Foster, D. J., & Mosher, C. C. (1992). Suppression of multiple reflections using the Radon transform, 57(3), 386–395.
- Improved 3-D seismic edge-detection filter applied to Vinton Dome Louisiana. (2002), 2(x), 2–4.
- Jang, J. R., Sun, T. & Mizutani, E. (1997) Neuro- Fuzzy and soft computing.
- Komatitsch, D., & Martin, R. (2007). An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation, 72(5).
- Kozman, J. B. (1989). Integrated Approach to Salt-Dome Modeling, 5, 1–2.
- Musgrave, A. W., & Woolley, W. C. (1960). A. W. MUSGRAVE,t W. C. WOOLLEY,t, XXV(1), 141–167.
- Patterson, D., Hughes, X. M. T. B., Pb, J. R., & Storage, E. (2008). High-resolution borehole acoustic imaging through a salt dome Downloaded 04 / 27 / 15 to 192 . 100 . 180 . 225 . Redistribution subject to SEG license or copyright; see Terms of Use at <http://library.seg.org/> Single-well imaging in salt dome, 319–323.
- Phase, phase, phase. (2002), 456–457.
- Roberts, M. A., Hornby, B. E., & Rollins, F. (2009). 3D salt-flank imaging with transmitted arrival VSP data SEG Houston 2009 International Exposition and Annual Meeting SEG Houston 2009 International Exposition and Annual Meeting, 4129–4133.
- Sabnis, U. (n.d.). ( i 2., (3), 526–529.

- Verschuur, D. J., & Berkhout, A. J. (1992). Surface-Related Multiple Elimination: Practical Aspects, (4), 1100–1103.
- Virieux, J. (1986). wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method, *51*(4).
- Whitmore, N. D., & Lines, L. R. (1986). Vertical seismic profiling depth migration of a salt dome flank, *51*(5), 1087–1109.
- Willis, M. E., Lu, R., Campman, X., Toks, M. N., & Zhang, Y. (2006). A novel application of time-reversed acoustics: Salt-dome flank imaging using walkaway VSP surveys, *71*(2), 7–11.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets

