



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA MECÁNICA E INDUSTRIAL

Tesis con título:

**FLUJOS CON SUPERFICIE LIBRE,
SIMULACIÓN DE UNA FUENTE DE AGUA**

que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

presenta:

Adán Galindo Martínez

Director de tesis:

Dr. Rubén Ávila Rodríguez

Ciudad Universitaria, 2015



Agradecimientos

Al Dr. Rubén Ávila Rodríguez por haber dedicado su tiempo en la dirección de esta tesis.

Al M.I. Ares Cabello Gonzalez, por todos sus comentarios y sugerencias tan importantes en la elaboración de este trabajo.

Al departamento de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería por brindar las instalaciones y equipo de cómputo.

Dedicatorias

A las personas que me han brindado su apoyo incondicionalmente, que han estado ahí cuando las cosas fueron complicadas, y que se que estarán ahí siempre y en especial a:

Mi madre Eva, para la cual no existen palabras para describir lo que ha hecho y ella significa en mi vida.

Mi Padre Rogelio, quien a pesar de la distancia me ha enseñado tanto y es la base de lo que ahora soy.

Mi hermano José, quien ha sido y siempre será mi mejor ejemplo a seguir.

Mi novia Karina, por todo su amor, cariño y el apoyo que me ha brindado, aun en las situaciones más difíciles.

Índice general

1. Introducción	6
1.0.1. Estado del arte	7
1.0.2. Objetivos	8
2. Modelo matemático	9
2.1. Ecuación de continuidad	9
2.2. Ecuación de momentum	10
2.3. Forma adimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo con superficie libre y parámetros adimensionales	14
2.4. Formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes con tensión superficial	16
3. Algoritmo de Volúmen de fluido VOF para la solución de problemas con superficie libre	18
3.0.1. El concepto VOF	18
3.0.2. Fracción volumétrica	19
4. Modelo numérico OpenFOAM	21
4.1. InterFoam	22
4.1.1. Aspectos importantes del solucionador	22
5. Resultados	24
5.1. Validación del software	24
5.1.1. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.015 m	24
5.1.2. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.03 m	31
5.1.3. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.15 m	36
5.1.4. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.06 m	39
5.2. Geometría de estudio	46
5.3. Mallado de la geometría de estudio	47
5.4. Condiciones de frontera	50
5.4.1. Simulación numérica de la fuente	52
5.4.2. Simulación de la velocidad del agua	54
5.4.3. Gráficas de velocidad del agua	55
6. Conclusiones	58
7. Trabajo a futuro	59

Nomenclatura

Símbolo	Descripción y unidades
α	Fracción volumétrica
δ_{Γ}	Delta de dirac
η_{Γ}	Vector normal a la interfaz
Eu	Número de Euler
\mathbb{F}	Fuerzas de campo
f_{Γ}	Fuerza de tensión superficial
Fr	Número de Freud
\mathbf{g}	Vector aceleración [$\frac{kg}{s^2}$]
i	i-esimo término, i= 1,2,3
\mathbb{I}	Matriz identidad
k	Curvatura local de la interfaz
L	Distancia característica[m]
μ	Viscosidad cinemática [$\frac{kg}{ms}$]
ν	Viscosidad dinámica [$\frac{m^2}{s}$]
∇	Gradiente
$\nabla \cdot$	Divergencia
∇^2	Laplaciano
∇^*	Gradiente en forma adimensional
$\nabla^* \cdot$	Divergencia en forma adimensional
∇^{2*}	Laplaciano en forma adimensional
Ω_i	Celda
p^*	Presión adimensional
p_a	Presión atmosférica [$\frac{N}{m^2}$]
Re	Número de Reynolds
ρ	Densidad [$\frac{kg}{m^3}$]
σ	Coefficiente de tensión superficial [$\frac{kg}{s^2}$]
\mathcal{T}	Tensor de deformación
t	Tiempo [s]
t^*	Tiempo adimensional
τ	Esfuerzo cortante [$\frac{N}{m^2}$]
\mathbf{u}	Vector de velocidad [$\frac{m}{s}$]
\mathbf{u}^*	Velocidad adimensional
\mathbf{u}_{pared}	Vector de velocidad en la pared [$\frac{m}{s}$]
U	Velocidad característica [$\frac{m}{s}$]
w	Velocidad en el eje z
We	Número de Weber
x^*	Dirección adimensional
y^*	Dirección adimensional
z^*	Dirección adimensional

Capítulo 1

Introducción

El gran desarrollo de la capacidad de cálculo de las computadoras y la drástica reducción de su costo ha creado la oportunidad para abordar un número cada vez mayor de problemas de ingeniería mediante la simulación numérica. En el área de mecánica de fluidos computacional la simulación de flujos con superficie libre ha tenido un gran desarrollo, debido a que existe un número significativo de problemas por abordar en el sector industrial.

La simulación numérica consiste en la reproducción de un proceso natural ó industrial en intervalos discretos de tiempo mediante la utilización de modelos matemáticos que representan propiedades relevantes del fenómeno en cuestión. Las ecuaciones de Navier-Stokes son la base de los modelos matemáticos en mecánica de fluidos, pero por su complejidad se requiere de una gran capacidad de cómputo para llevar a cabo simulaciones para escenarios del mundo real. Tradicionalmente, la disponibilidad de poder de cómputo imponía limitaciones a la dimensión de los problemas abordados mediante el análisis numérico, así como en el tiempo de ejecución requerido para dichos análisis y de la precisión de los resultados obtenidos[25].

En los últimos años con la masiva popularización de las computadoras de bajo costo, se ha logrado obtener a un costo relativamente bajo el poder de cómputo necesario para resolver con técnicas de simulación numérica, problemas complejos de la física.

Un flujo con superficie libre se caracteriza por tener una superficie la cual está sujeta a esfuerzos normales perpendiculares a la superficie y sin esfuerzos cortantes paralelos a la superficie, tal como la frontera entre dos fluidos homogéneos, por ejemplo, agua y aire en la atmósfera de la Tierra. Un fluido en un campo gravitacional formará una superficie libre si no está confinado en la parte superior por otro líquido. Bajo equilibrio mecánico esta superficie libre debe ser perpendicular a las fuerzas que actúan en el fluido. Si existiera una fuerza paralela a la superficie, el fluido fluiría en la dirección de la fuerza. Entonces, en la superficie de la tierra, todas las superficies libres son horizontales a menos que sean perturbadas (excepto sólidos cercanos que estén sumergidos dentro del fluido, donde la tensión superficial distorsione la superficie localmente)[19].

En un fluido en reposo, es decir, aquél que está sujeto sólo a fuerzas de atracción internas y que es afectado por fuerzas externas, tales como el campo de gravedad, su superficie libre tomará la forma con la menor área superficial para su volumen[18].

Un flujo con superficie libre depende de varios parámetros tales como: el coeficiente de tensión superficial, la densidad y la velocidad del fluido, así como de diversas propiedades que se definirán eventualmente en este trabajo.

En la simulación numérica de los flujos con superficie libre, la forma en que la fuerza de

tensión superficial es discretizada al igual que la curvatura de la superficie k es aproximada es de mucha importancia, ya que un procedimiento erróneo puede conducir a obtener un campo de velocidades incorrecto. Para localizar y seguir la interfaz de la superficie libre, el método VOF es ampliamente usado, debido a que satisface adecuadamente la ley de conservación de masa, incluso cuando la forma de la superficie cambia como función del tiempo.

1.0.1. Estado del arte

En este trabajo se analizan los flujos con superficie libre. Este tipo de flujo se presenta en diversas aplicaciones tales como: el llenado de tanques de almacenamiento, el oleaje alrededor de barcos, el flujo de agua en canales de riego, vertederos hidráulicos, así como el oleaje en playas y costas.

Una de estas es el caso de Dam-break o mejor conocido como el fenómeno de rompimiento de olas, el cual se emplea en este trabajo para dar validez al software reproduciendo datos experimentales obtenidos de la literatura técnica.

Este problema de rompimiento de las ola ha sido ampliamente estudiado durante las últimas dos décadas, debido a su gran aplicación en el modelaje de olas que rompen en las playas, así como el oleaje en presas, este tipo de estudios han surgido como una manera de comprender los efectos causados por oleaje.

Algunos de los últimos trabajos han estudiado el proceso de transporte de materiales y sedimentos suspendidos en el fluido [4]. por otra parte Huang et al 2010 confirmó que en la ruptura de una ola dominan los efectos turbulentos en el flujo durante la etapa inicial del proceso de rompimiento de la ola, esto aplica también para presas y modelos donde se genera una rápida ruptura de dichas olas, por lo que los modelos de numéricos convencionales no son completamente válidos y son vistos sólo como una aproximación en los primeros instantes del desarrollo del fenómeno.

Además del régimen del flujo en la ruptura de las olas, los trabajos han tenido como objetivo determinar otros parámetros de gran importancia durante el fenómeno, tales como el nivel máximo y mínimo de agua en el proceso de oleaje y el tiempo donde se dan éstos [6][7], esto con el fin de predecir el comportamiento en escenarios donde éstos parámetros pueden conducir a desastres naturales donde diversos tipos de elementos son inmersos en estos flujos, como por ejemplo las plataformas petroleras.

Los modelos numéricos que han hecho uso del método VOF han sido, como en este trabajo, utilizados para determinar con gran precisión la posición de la interfaz entre ambos fluidos. También se hace uso del algoritmo PISO[13] para determinar la presión y la velocidad del flujo. Esto se ha hecho en modelos 3-D para determinar las fuerzas que se ejercen sobre estructuras sumergidas en este tipo de flujos[8]. Este algoritmo PISO es también utilizado por el programa de cómputo libre openFOAM para determinar las variables de presión y velocidad.

El principal tema de este trabajo de tesis es analizar la cortina de líquido producida por una fuente de agua arquitectónica. Estas cortinas de agua son otro tipo particular de flujos con superficie libre. Las cortinas de líquido están presentes en numerosas aplicaciones industriales tales como recubrimientos de cortina, automatización y fabricación de papel y muy comúnmente para fines ornamentales.

Las características de las cortinas de agua cayendo bajo el efecto de la gravedad han sido ampliamente estudiadas durante los últimos años tomando en cuenta diversos parámetros tales como: frecuencia de oscilación y velocidad del flujo de la cortina.

Uno de los primeros estudios que contribuyó al entendimiento del comportamiento de las cortinas de agua fue el de Brown[3] el cual se basó en el análisis de la forma y la estabilidad de una cortina cayendo sobre una superficie en movimiento que es aplicado en los procesos de revestimiento.

Estas cortinas de fluido son generalmente estudiadas suponiendo flujo axisimétrico. En este trabajo la cortina de agua se supone que es un flujo en dos dimensiones, dominado por la fuerza de gravedad y la tensión superficial.

A medida que el estudio de las cortinas de agua se amplía, nuevos resultados surgen y estos permiten fabricar fuentes con geometrías de mayor complejidad, tales como las anulares[11]. Algunos de estos estudios posteriores de estabilidad en cortinas adoptaron un marco diferente y tomaron como punto de partida que la ruptura debe ser causada por la amplificación de las ondas de superficie, consideradas como perturbaciones, además de su expansión en el espacio de interés[12][14].

En estos estudios recientes también se han introducido los efectos de la frecuencia de oscilación en la cortina de agua y se ha encontrado que a frecuencias bajas de oscilación la estabilidad de la cortina se incrementa [9].

Con colaboración con la Universidad Tecnológica de Chalmers en Göttemburg Suecia, se propuso modelar una fuente de agua que será estudiada mediante simulación numérica donde se analizan las velocidades en puntos aleatorios de la cortina de agua formada en dicha fuente.

1.0.2. Objetivos

El objetivo del presente estudio es modelar la cortina de agua de tal manera que los resultados permitan analizar la velocidad del flujo en la cortina.

Capítulo 2

Modelo matemático

Para poder comprender el fenómeno de flujo en superficie libre es necesario comprender las leyes físicas que rigen su comportamiento, así también los modelos matemáticos que describen dichas leyes.

Es importante destacar que el método numérico utilizado en el presente trabajo considera constantes las propiedades de la fase gaseosa y las ecuaciones presentadas son las mismas tanto para ésta como para la fase líquida, sin embargo sólo se consideran los resultados de la fase líquida. Ya que en este trabajo no se pretende analizar la fase gaseosa, ningún modelo es propuesto para ésta, de la cual suponemos constantes todos sus efectos sobre la superficie libre.

A continuación se presentan las ecuaciones que rigen el comportamiento de los líquidos.

2.1. Ecuación de continuidad

La ecuación de conservación de masa es llamada ecuación de continuidad, ya que ésta no requiere suposiciones excepto que la densidad y la velocidad sean funciones continuas, en su forma vectorial se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (2.1.1)$$

Si suponemos que la fase líquida posee una densidad constante, entonces la variación de ρ con respecto del tiempo es cero, de esta manera podemos reducir la ecuación de continuidad a su forma más simple.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.1.2)$$

Donde el operador nabla se define a como:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{i}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{i}_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{i}_3. \quad (2.1.3)$$

Y \mathbf{u} es el vector de velocidad el cual contiene 3 componentes $\mathbf{u} = u_1 \mathbf{i}_1 + u_2 \mathbf{i}_2 + u_3 \mathbf{i}_3$. De esta forma podemos definir la ecuación de continuidad en forma cartesiana como:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0. \quad (2.1.4)$$

2.2. Ecuación de momentum

La ecuación de momentum, o también llamada ecuación de cantidad de movimiento, representa la segunda ley de Newton aplicada a un fluido y se expresa en forma vectorial de la siguiente manera:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathcal{T} + \mathbb{F}. \quad (2.2.1)$$

Donde el operador $\frac{D}{Dt}$ es la derivada material y se expresa como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla. \quad (2.2.2)$$

Así la ecuación toma la siguiente forma:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathcal{T} + \mathbb{F}. \quad (2.2.3)$$

Donde p es el gradiente de presión. En este trabajo se considera flujo incompresible, por lo que el tensor de esfuerzos \mathcal{T} se escribe como:

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} 2\mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) & \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \mu \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & 2\mu \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) & \mu \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) & \mu \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) & 2\mu \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \end{bmatrix}$$

Entonces el $\nabla \cdot \mathcal{T}$ es:

$$\nabla \cdot \mathcal{T} = \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_i} \vec{i}_i \cdot \vec{i}_j \otimes \vec{i}_k = \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_i} \delta_{ij} \vec{i}_k = \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_i} \vec{i}_k \quad (2.2.5)$$

$$= \frac{\partial \tau_{1k}}{\partial x_1} \vec{i}_k + \frac{\partial \tau_{2k}}{\partial x_2} \vec{i}_k + \frac{\partial \tau_{3k}}{\partial x_3} \vec{i}_k \quad (2.2.6)$$

Y expandiendo la ecuación (2.2.6) obtenemos:

$$= \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} \vec{i}_1 + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} \vec{i}_2 + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3} \vec{i}_3 + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1} \vec{i}_1 + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} \vec{i}_2 + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} \vec{i}_3 + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} \vec{i}_1 + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_2} \vec{i}_2 + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial x_3} \vec{i}_3. \quad (2.2.7)$$

Y ahora ordenando los términos de la ecuación (2.2.7) en cada dirección.

$$= \left(\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_3} \right) \vec{i}_1 + \left(\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_3} \right) \vec{i}_2 + \left(\frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial x_3} \right) \vec{i}_3. \quad (2.2.8)$$

Introducimos los valores del tensor de esfuerzos en la ecuación (2.2.8) obtenemos.

$$\begin{aligned} &= \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) \right] \vec{i}_1 + \\ &\left[\mu \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \right] \vec{i}_2 + \\ &\left[\mu \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \right] \vec{i}_3. \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Simplificando la ecuación (2.2.9) llegamos a:

$$\begin{aligned} &= \left[\mu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2} \right) \right] \vec{i}_1 + \\ &\left[\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \right] \vec{i}_2 + \\ &\left[\mu \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right) \right] \vec{i}_3. \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Reescribiendo los terminos de la ecuación (2.2.10).

$$\begin{aligned} &= \mu \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) \right] \vec{i}_1 + \\ &\mu \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right) \right] \vec{i}_2 + \\ &\mu \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right) \right] \vec{i}_3. \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

Ahora la ecuación (2.2.11) la podemos reescribir como:

$$\begin{aligned}
&= \mu \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right] \vec{i}_1 \\
&\mu \left[\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right] \vec{i}_2 + \\
&\mu \left[\frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right] \vec{i}_3. \quad (2.2.12)
\end{aligned}$$

La cual podemos reducir a:

$$= \mu \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \nabla^2 u_i \right] \vec{i}_i. \quad (2.2.13)$$

Entonces la ecuación (2.2.13) la podemos escribir en forma vectorial como:

$$= \mu \left(\nabla \underbrace{\nabla \cdot \mathbf{u}} + \nabla^2 \mathbf{u} \right) = \mu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2.2.14)$$

Donde el término señalado es la ecuación (2.2.14) es la ecuación (2.1.2) la cual es la ecuación de continuidad y ésta es igual a cero, por lo tanto:

$$\nabla \cdot \mathcal{T} = \mu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2.2.15)$$

Y en forma cartesiana se escribe como:

$$\mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2}. \quad (2.2.16)$$

Y \mathbb{F} son las fuerzas de cuerpo que actúan sobre el fluido, donde sólo tenemos la acción de la gravedad.

$$\mathbb{F} = \rho \mathbf{g}. \quad (2.2.17)$$

De manera que al introducir las ecuaciones (2.2.10) y (2.2.12) en (2.2.3) la ecuación queda como:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2.2.18)$$

Si expresamos la ecuación en forma cartesiana se define de la siguiente manera:

$$\rho \left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \mu \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} \right). \quad (2.2.19)$$

Este trabajo se basa sólo en análisis de flujo en dos dimensiones, la tercera dimensión es despreciada debido a que el flujo es considerado axisimétrico, por lo que las ecuaciones para las direcciones 1 y 2 son las siguientes:

- Dirección x_1

$$\rho \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho g_1 + \mu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \right). \quad (2.2.20)$$

- Dirección x_2

$$\rho \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho g_2 + \mu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right). \quad (2.2.21)$$

2.3. Forma adimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo con superficie libre y parámetros adimensionales

Si se definen las variables adimensionales:

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U} \quad (2.3.1)$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (2.3.2)$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad (2.3.3)$$

$$z^* = \frac{z}{L} \quad (2.3.4)$$

Y también

$$t^* = \frac{tU}{L} \quad (2.3.5)$$

$$p^* = \frac{p + \rho g z}{\rho U^2} \quad (2.3.6)$$

El parámetro p^* está escrito de esa forma para incluir los efectos gravitatorios, donde z es vertical positiva hacia arriba. Esta idea está sugerida por la ecuación de Bernoulli.

Siguiendo el procedimiento desarrollado en el apéndice A, las ecuaciones (2.3.7), (2.3.8) y (2.3.9) pueden escribirse en su forma adimensional como:

Ecuación de continuidad:

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (2.3.7)$$

Momentum:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{2*} \mathbf{u}^* \quad (2.3.8)$$

Presión:

$$p^* = Eu + \frac{1}{Fr} z^* - \frac{1}{We} (R_x^{-1} + R_y^{-1}) \quad (2.3.9)$$

Los números adimensionales Re, Eu, Fr y We se definen como:

- Número de Reynolds $\frac{\rho U L}{\mu}$

Donde ρ es la densidad del fluido, U una velocidad característica, L una distancia característica y μ la viscosidad dinámica del fluido. El número de Reynolds es siempre importante haya o no superficie libre, su efecto puede ser despreciado sólo en las regiones donde hay altos gradientes de velocidad, por ejemplo, lejos de las superficies fijas, chorros o estelas.

- Número de Euler $\frac{p_a}{\rho U^2}$

Donde p_a es la presión atmosférica, U una velocidad característica y L una distancia característica. Es poco importante a menos que haya caídas de presión lo suficientemente bajas para dar lugar a la formación de vapor (cavitación) en el líquido. El número de Euler se escribe a menudo en función de las diferencias de presiones $Eu = \Delta p / (\rho U^2)$. Si Δp involucra presión de vapor, entonces es llamado número de cavitación $Ca = (p_a - p_v) / (\rho U^2)$.

- Número de Freud $\frac{U^2}{gL}$

Donde U una velocidad característica, L una distancia característica y g la aceleración gravitacional. El número de Freud tiene un efecto dominante en flujos con superficie libre y es totalmente despreciable si no existe este tipo de flujo .

- Número de Weber $\frac{\rho U^2 L}{\sigma}$

El número de Weber es importante si es de orden de la unidad o menor, aquí U es una velocidad característica, L una distancia característica, ρ es la densidad del fluido y σ es el coeficiente de tensión superficial. Normalmente se produce cuando la curvatura de la superficie líquida es comparable con la profundidad del mismo, por ejemplo, en gotas de agua, flujos capilares, oleaje y pequeños modelos hidráulicos, si no es grande su efecto puede ser despreciado.

Si no hay una superficie libre, Fr, Eu y We salen del estudio, excepto por la posibilidad de cavitación en un líquido a muy bajo Eu. Así en flujos viscosos de baja velocidad sin superficie libre, el número de Reynolds es el único parámetro adimensional importante.

2.4. Formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes con tensión superficial

Una vez analizadas las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles, se agregará el término de tensión superficial que actúa a lo largo de la interfaz.

En la ecuación 2.2.11 se expresan las fuerzas gravedad \mathbb{F} como:

$$\mathbb{F} = \rho \mathbf{g} \quad (2.4.1)$$

Al incluir los efectos de la tensión superficial en las fuerzas de cuerpo éstas se expresan de la siguiente forma:

$$\mathbb{F} = \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\Gamma \quad (2.4.2)$$

Así la ecuación se puede expresarse como:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\Gamma \quad (2.4.3)$$

Donde \mathbf{f}_Γ representa la fuerza de tensión superficial a lo largo de la interfaz

$$\mathbf{f}_\Gamma = \sigma k \delta_\Gamma \vec{\eta}_\Gamma \quad (2.4.4)$$

En esta ecuación σ es el coeficiente de tensión superficial entre los dos fluidos, k es la curvatura local de la interfaz, δ_Γ es la función delta de Dirac, la cual localiza la fuerza de tensión superficial en un punto sobre la interfaz y $\vec{\eta}$ es el vector normal a la interfaz. sustituyendo (2.4.4) en (2.4.5) se tiene

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \sigma k \delta_\Gamma \vec{\eta}_\Gamma \quad (2.4.5)$$

Hay que destacar que el término de tensión superficial sólo se hace presente en la superficie libre, en la interfaz entre ambos fluidos.

Por lo tanto las ecuaciones a resolver son las siguientes:

Continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.4.6)$$

Momentum

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \sigma k \delta_{\Gamma} \vec{\eta}_{\Gamma} \quad (2.4.7)$$

Capítulo 3

Algoritmo de Volúmen de fluido VOF para la solución de problemas con superficie libre

Existen algunos conceptos generales acerca de los métodos computacionales y del método VOF en particular que pueden ser usadas para entender por qué este método funciona tan eficientemente.

Como se mencionó anteriormente, OpenFOAM utiliza el método VOF para localizar la interfaz de la superficie, este método es ampliamente usado debido a su gran capacidad de respetar la ley de conservación de masa, incluso cuando la topología cambia de forma abrupta a lo largo de la interfaz. En el proceso para rastrear la interfaz, es conveniente en lugar de definir una superficie libre directamente, trabajar sólo con las regiones ocupadas con el fluido donde se encuentra la interfaz.

3.0.1. El concepto VOF

El método VOF está basado en la idea de grabar en cada parte de la malla la fracción de volumen que es ocupada por el líquido.

La fracción volumétrica está representada por una cantidad F ; ya que es una fracción de volumen, ésta debe tener un valor entre 0 y 1.

Es importante enfatizar que el método VOF no describe directamente una superficie libre, más bien define la localización de las celdas que están ocupadas dentro de la malla computacional. El método asume que cada volumen de control contiene sólo una fase (o la interfaz entre fases) y resuelve el conjunto de ecuaciones de momentum para todos los fluidos que intervengan en el análisis.

Así las ecuaciones a resolver son las siguientes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.0.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \rho g_i + F_i \quad (3.0.2)$$

Donde i toma los valores $i= 1, 2$ para cada fluido del análisis

Las propiedades son promediadas para la fase α_i de la siguiente forma:

$$\rho = \sum_{i=1}^N (\alpha_i \rho_i) \quad \mu = \sum_{i=1}^N (\alpha_i \mu_i) \quad (3.0.3)$$

Con N = número de celdas.

3.0.2. Fracción volumétrica

Ésta define una función α igual a la unidad en cualquier punto ocupado por el fluido y cero en cualquier otro caso.

$$\alpha(\Omega_i) = \frac{\iiint \alpha_k(x, y, z) dx dy dz}{\iiint dx dy dz} = \frac{\int_{\Omega_i} \alpha(x, y, z) d\Omega_i}{|\Omega_i|} \quad (3.0.4)$$

Para este caso, Ω_i representa la celda correspondiente. Existen tres posibles condiciones para la fracción volumétrica del k-ésimo elemento de la malla:

- $\alpha = 0$ si la celda está vacía (en el k-ésimo elemento).
- $0 < \alpha < 1$ si la celda contiene la interfaz entre los fluidos.
- $\alpha_k = 1$ si la celda está llena (en el k-ésimo elemento).

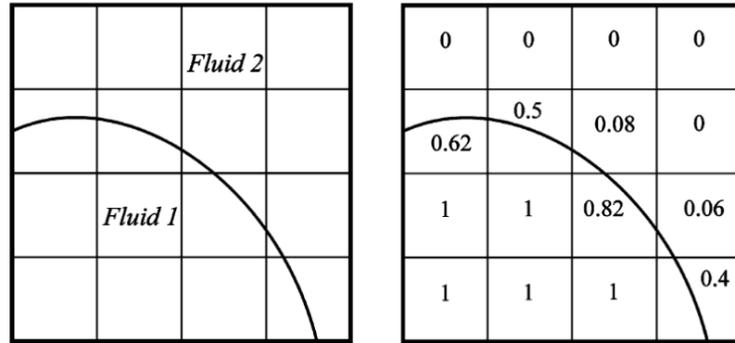


Figura 3.1: En el lado izquierdo se muestra la interfaz, mientras que en el derecho corresponde a la función de fracción volumétrica

En simulaciones 2D, $|\Omega_i|$ es el área de la celda Ω_i y en simulaciones 3D, $|\Omega_i|$ es el volumen de la celda Ω_i . Una celda llena con el fluido 2 tiene un valor de $\alpha = 0$. Entonces cuando $0 < \alpha < 1$ contine una mezcla del fluido 1 y fluido 2, es una celda de la interfaz.

La curvatura k de la superficie es determinada numéricamente y para obtenerla el método emplea la siguiente fórmula:

$$k = \nabla \cdot \eta \quad (3.0.5)$$

con

$$\eta = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (3.0.6)$$

Donde α es la función de fracción volumétrica, y η es el vector normal a la superficie Γ .



Figura 3.2: Vector η normal a la superficie en un punto dado.

Capítulo 4

Modelo numérico OpenFOAM

OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation) es una biblioteca creada en el lenguaje de programación C ++, usada primeramente para crear ejecutables, conocidos como *aplicaciones*, estas aplicaciones entran dentro de dos categorías: *solvers*, las cuales son diseñados cada una para resolver un problema en específico en medios continuos; y *utilities* los cuales están diseñadas para realizar las tareas que involucran manipulación de datos. La distribución de OpenFOAM contiene numerosos *solvers* y *utilities* cubriendo un amplio rango de problemas.

Una de las fortalezas de OpenFOAM es que nuevos *solvers* y *utilities* pueden ser creados por los usuarios con algunos conocimientos previos de los métodos, física y técnicas de programación involucradas.

OpenFOAM ha sido suministrado con ambientes de pre- y post- procesamiento. La interfaz de estos ambientes es precisamente la de *utilities*, ésto para asegurar un coherente manejo de datos en todos los entornos.

La estructura completa de OpenFOAM se muestra en el siguiente diagrama 4.1.

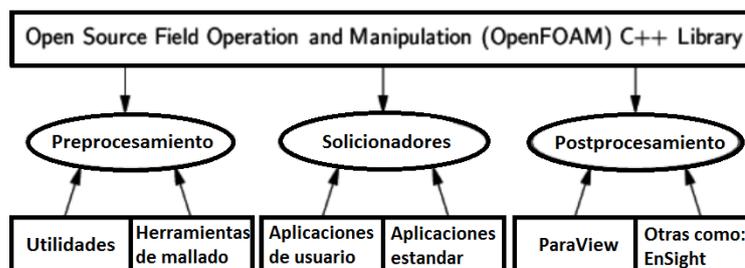


Figura 4.1: Estructura de OpenFOAM

Aquí se muestra las tres principales áreas en el software, actualmente la parte de mallado *meshingTools* puede ser sustituida por otros software el cual puede ser libre o comercial, por lo que mallas que hayan sido creadas por otros ambientes pueden ser incorporadas a OpenFOAM.

4.1. InterFoam

InterFoam es un solucionador para dos fluidos incompresibles e isotérmicos, el cual se encuentra dentro de los solucionadores incorporados en OpenFOAM, éste resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes usando el método VOF basada en una aproximación del rastreo de la interfaz, esto sin hacer uso de ningún modelo turbulento predefinido, sin embargo el modelo turbulento puede ser activado posteriormente.

Las ecuaciones que este resuelve son las ecuaciones (2.4.6) y (2.4.7), las cuales representan las ecuaciones de continuidad y de momentum respectivamente.

Continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Momentum

$$\left(\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \mathbf{u})\right) - \nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{u} - \rho \mathbf{g} = -\nabla p + \mathbf{f}_\Gamma$$

4.1.1. Aspectos importantes del solucionador

Dentro de los archivos que integran los parámetros del solucionador, se muestran algunos de los archivos más relevantes donde se describen los métodos de discretización y los algoritmos usados.

- El archivo *transportProperties* contenido en el directorio *constant* contiene la información acerca de las propiedades para las dos fases. Este archivo establece el modelo de transporte Newtoniano para ambos fluidos y da la información acerca de las propiedades físicas, tales como la viscosidad y la densidad para ambos fluidos, proporciona también coeficientes para la interpolación de la función alfa, la cual muestra la interfaz del fluido y el gas. Al final del diccionario, en este mismo archivo se establece el coeficiente de tensión superficial, también se encuentran los archivos para generar la geometría y la malla con el nombre de *blockMeshDict*.
- En el directorio *system* se encuentra el archivo *fvSchemes*, donde los esquemas de discretización son establecidos, ya que se partió del caso de Dam-break, el esquema VanLeer es usado para discretizar los términos de divergencia en la \ddot{U} -equationz en la "Gamma-equation", las cuales contienen la ecuación de Navier-Stokes y la fracción volumétrica respectivamente.

A continuación se muestra una parte archivo *fvSchemes* donde se observa una parte del código responsable de establecer los modelos de discretización usados en el solucionador:

```
ddtSchemes
{
    default Euler;
}
gradSchemes
{
    default Gauss linear;
    grad(U) Gauss linear;
    grad(gamma) Gauss linear;
```

```

}
divSchemes
{
    div(rho*phi,U) Gauss limitedLinearV 1;
    div(phi,gamma) Gauss vanLeer;
    div(phirb,gamma) Gauss interfaceCompression;
}
laplacianSchemes
{
    default Gauss linear corrected;
}
interpolationSchemes
{
    default linear;
}
snGradSchemes
{
    default corrected;
}
fluxRequired
{
    default no;
    pd;
    pcorr;
    gamma;
}

```

- El archivo *snGradSchemes* establece la forma de discretización para calcular el vector normal a la superficie, ésto con el fin de obtener una interfaz marcada. Todos los valores para el solucionador, tales como los residuos máximos y el número de iteraciones son establecidos se encuentran en el diccionario *fvSolution*.

En los problemas de superficie libre, la condición inicial para la fracción de volúmen de los dos fluidos debe estar bien definida. Si especificamos campos internos uniformes, entonces sólo un fluido ocupará todo el dominio, es este caso el diccionario *setFieldDict* divide el dominio en dos partes y da un valor alfa diferente para cada región, esto nos sirve para definir los bloques de agua en los ejemplos de validación del Dam-break

Capítulo 5

Resultados

5.1. Validación del software

Es importante destacar las características de software, a diferencia del software comercial, OpenFOAM es una herramienta de código abierto, lo que significa que éste puede ser modificado, ésto se traduce en que el mismo usuario puede modificar las ecuaciones y parámetros de la solución sin ninguna restricción para obtener o descartar información que sea o no necesaria de la simulación numérica.

Para validar la solución del software se reprodujeron varios escenarios experimentales para comparar los datos obtenidos por medio de la simulación numérica. Los modelos recreados corresponden al de rompimiento de olas hechos en laboratorios, iniciados por la apertura de una puerta; el primer modelo corresponde al del rompimiento de una ola con una cama de agua de 0.015 m de altura que se encuentra colocada en el sitio donde la ola se deslizará.

El modelo se presenta a continuación.

5.1.1. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.015 m

El primer ejemplo para comparar la solución de OpenFOAM es el caso del rompimiento de una ola (DamBreak) recreado en un laboratorio. El experimento se llevó a cabo en un canal de oleaje, el cual cuenta con las siguientes dimensiones: 24.39 m de largo, 0.37 m de ancho y 0.6 m de altura el cual se muestra en la figura 5.1. Las paredes laterales se construyeron con vidrio liso, la cerradura y la puerta de bloqueo que son controladas por un compresor de aire automático están hechos de chapa de acero, la distancia de la puerta de bloqueo se fijó en $x = 11.27$ m en el experimento y la altura de llenado inicial se fijó en 0.3 m figura 5.2, el eje coordenado X se posicionó de manera que el flujo avanzara en dirección positiva. El experimento se realizó tomando dos alturas distintas que representan las profundidades de las camas de agua, éstas se definieron en 0.015 m y 0.03 m, figura 5.2 y 5.15. La puerta que separa el depósito del resto del tanque fue desprendida desde arriba a una velocidad aproximadamente constante de 1.5 m/s.

Este caso se reprodujo con el modelo numérico turbulento COBRAS (Lin and Liu 1998) que genera una solución en dos dimensiones, éste resuelve las ecuaciones con el modelo RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Las ecuaciones que representan el modelo turbulento son:

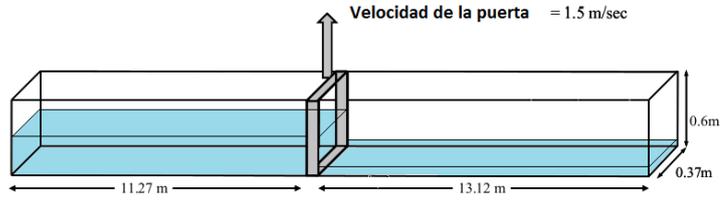


Figura 5.1: Esquema del modelo físico.

$$\frac{\partial \langle u \rangle_i}{\partial t} = 0 \quad (5.1.1)$$

$$\frac{\partial \langle u \rangle_i}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}^v}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} + g_i \quad (5.1.2)$$

Donde $i, j = 1, 2$ para flujo en dos dimensiones, $\langle u_i \rangle$ es el conjunto de velocidades promediadas del flujo, $\langle p \rangle$ es el conjunto promediado de presiones, τ_{ij}^v es el esfuerzo viscoso, ρ es la densidad y g_i es la aceleración gravitacional. Para poder comparar los resultados se utilizará el modelo RANS de OpenFOAM, que está integrado dentro del solucionador interFoam, el cual es el solucionador principal de este trabajo.

Simulación con los parámetros del modelo con cama de agua de 0.015 m

En la figura 5.2 se muestran los parámetros iniciales del perfil de agua en el tiempo $t = 0$ s, que corresponden al instante antes de que la compuerta sea abierta.

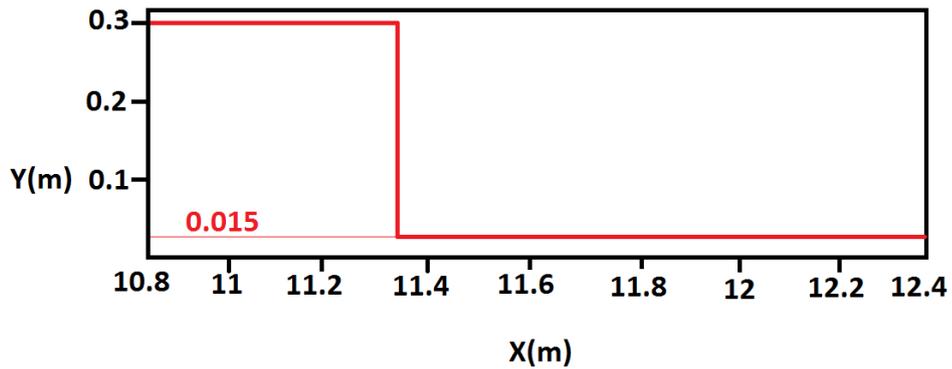


Figura 5.2: Representación del modelo físico.

En la figura 5.3 se muestra la imagen color blanco, donde se observan los datos generados mediante experimentación en cuadros azules y los generados por el modelo COBRAS mediante una línea y los resultados obtenidos mediante la simulación numérica en OpenFOAM se muestran en azul y rojo, donde el color rojo representa la fracción volumétrica de agua que se resuelve mediante el método VOF antes mencionado.

El desarrollo del perfil de agua es mostrado a través del tiempo, comparandolo con los resultados obtenidos en el laboratorio y el modelo turbulento empleado en el tiempo $t = 0.1$ s figura 5.3.

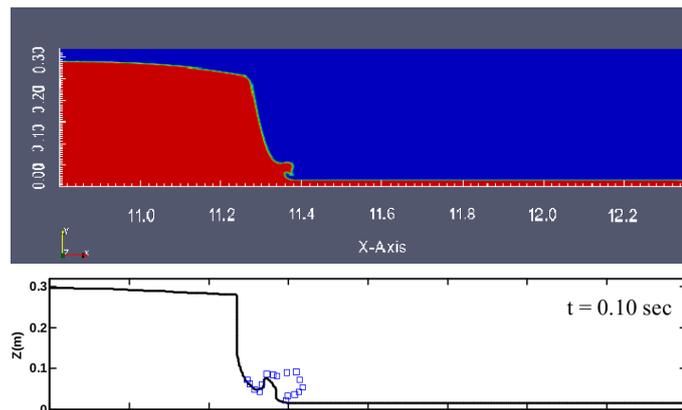


Figura 5.3: $t = 0.10$ s.

Se observa que en el tiempo $t = 0.1$ s, el perfil de agua de la solución de OpenFOAM tiene una mayor exactitud con respecto a los resultados obtenidos experimentalmente (cuadros azules).

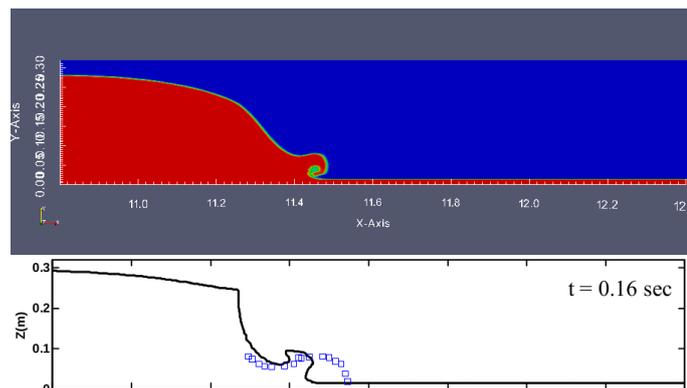


Figura 5.4: $t = 0.16$ s.

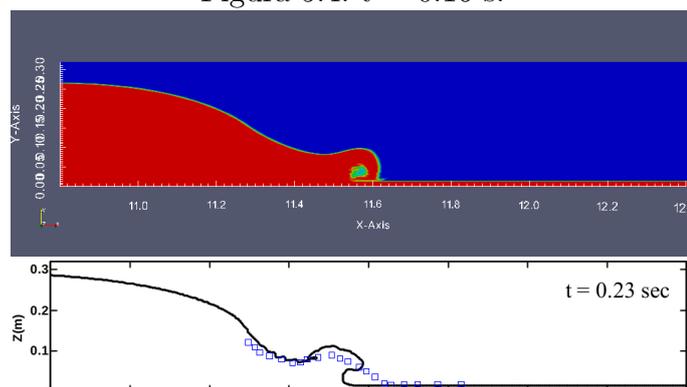


Figura 5.5: $t = 0.23$ s.

El resultado del modelo numérico se puede ir comparando con los resultados experimentales en los mismos instantes en que se desarrollan.

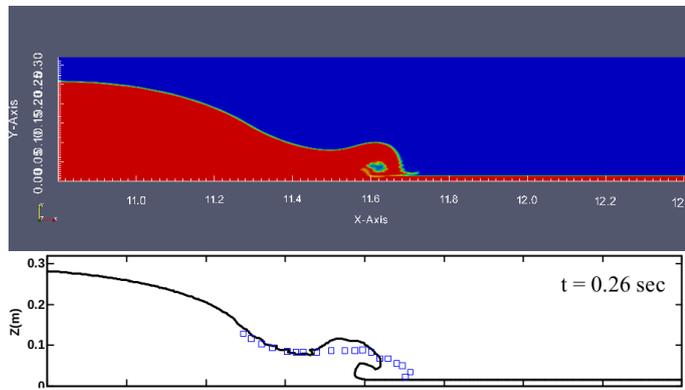


Figura 5.6: $t = 0.26$ s.

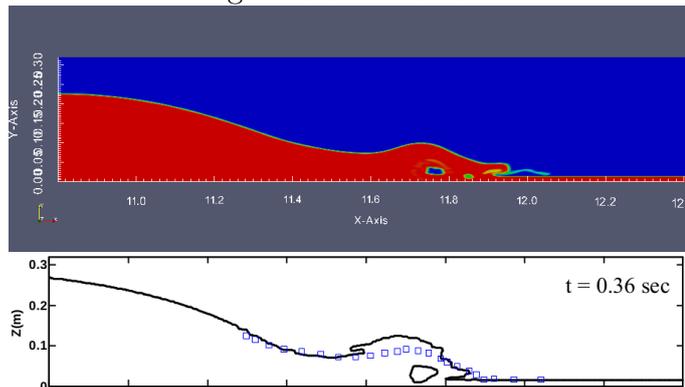


Figura 5.7: $t = 0.36$ s.

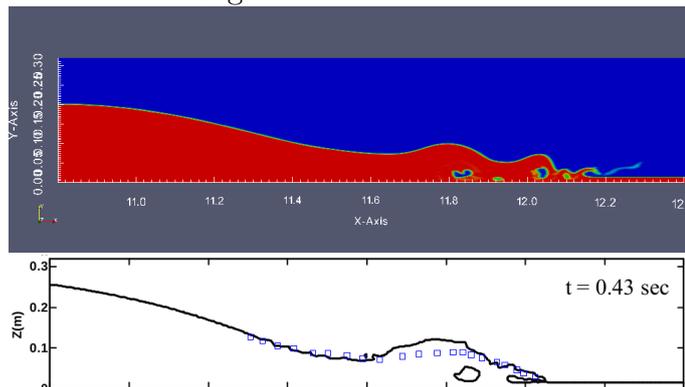


Figura 5.8: $t = 0.43$ s.

La simulación fue detenida en el tiempo $t = 0.46$ s, hasta donde se tienen datos experimentales, mostrando la similitud al final del experimento, figura 5.9.

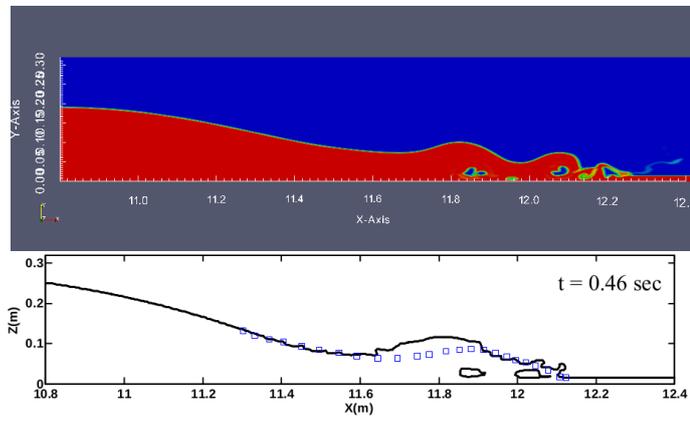


Figura 5.9: $t = 0.46$ s.

Al comparar los resultados obtenidos en este trabajo con los datos experimentales de la literatura técnica figuras 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, se muestra la capacidad para reproducir el fenómeno, ya que al analizar los perfiles, éstos se asemejan tanto en dimensiones como en forma de los perfiles experimentales, de manera que se demuestra que los resultados generados con el modelo de OpenFOAM son válidos para el análisis del fenómenos de flujo con superficie libre del rompimiento de la ola, para el caso con cama de agua de 0.015 m.

Análisis de velocidad del agua

Como parte de este trabajo también se analizaron las velocidades del flujo de agua obtenidas en el modelo de OpenFOAM, para esto se fijaron 4 puntos aleatoriamente sobre el bloque y la cama de agua, donde las velocidades tienden a adquirir mayores magnitudes, los resultados obtenidos se muestran en las figuras 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13.

Se eligieron los puntos $(11.2, 0.25, 0)$, $(11.2, 0.025, 0)$, $(11.4, 0.01, 0)$ y $(11.7, 0.01, 0)$ los cuales se encuentran sobre el límite del bloque de agua, donde se generan las velocidades de mayor magnitud, debido a que es la sección que cae instantaneamente a la apertura de la puerta, el comportamiento de las gráficas es consistente con el desarrollo del perfil de agua, ya que a medida que el bloque de agua cae, la velocidad aumenta en los puntos donde se encuentra el límite de agua.

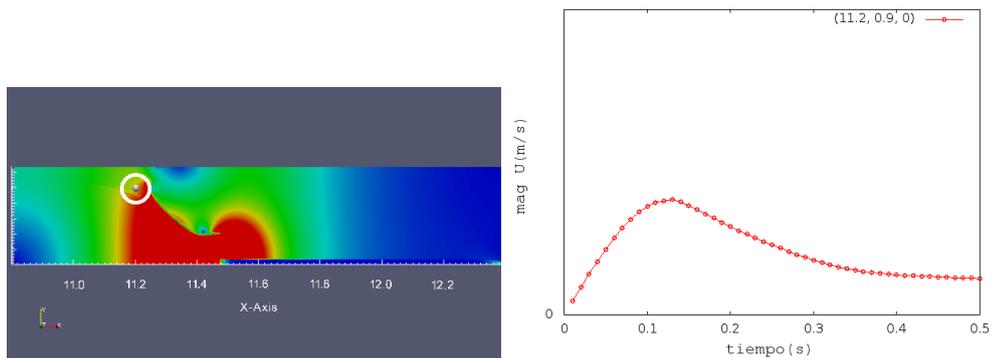


Figura 5.10: Gráfica de la velocidad del agua en el punto $(11.2, 0.25, 0)$.

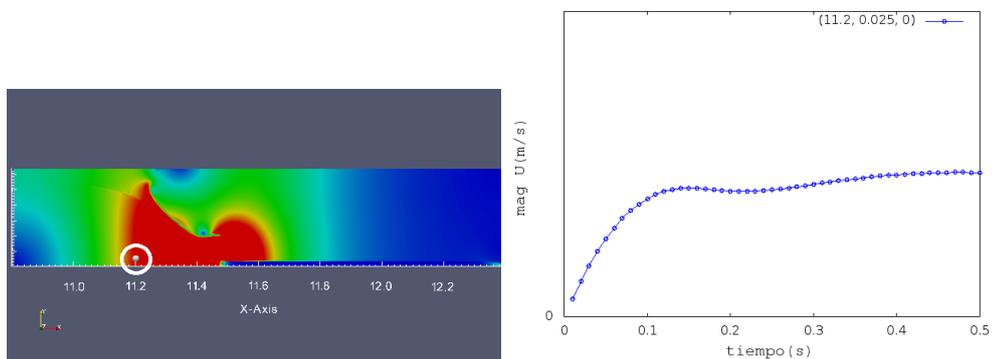


Figura 5.11: Gráfica de la velocidad del agua en el punto $(11.2, 0.025, 0)$.

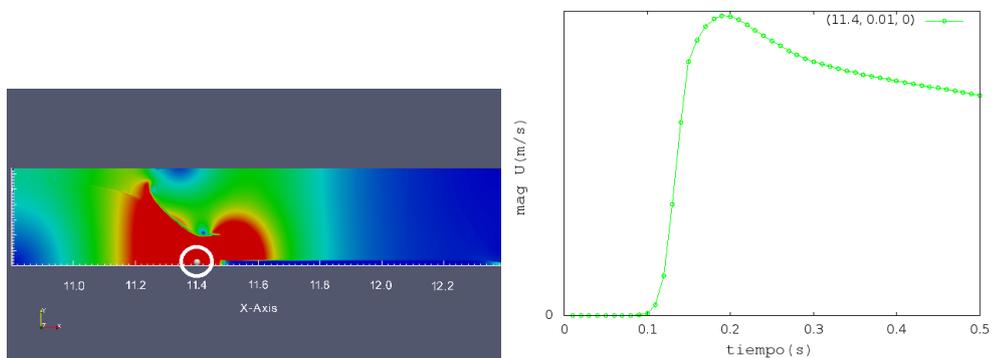


Figura 5.12: Gráfica de la velocidad del agua en el punto $(11.4, 0.01, 0)$.

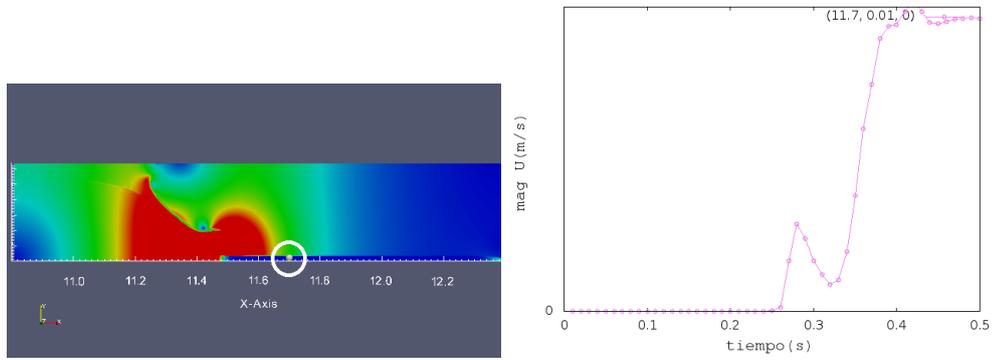


Figura 5.13: Gráfica de la velocidad en el punto mostrado (11.7, 0.01, 0).

En las figuras 5.9, 5.10, 5.11 y 5.12 se presentan las gráficas de velocidad del agua en los puntos propuestos para su análisis, hay que notar que la gráfica correspondiente a la coordenada $x = 11.7$ m muestra un pico antes de estabilizarse, ésto es debido a que se genera una protuberancia en el perfil de agua que llega antes que la ola del bloque al punto de análisis, figura 5.6.

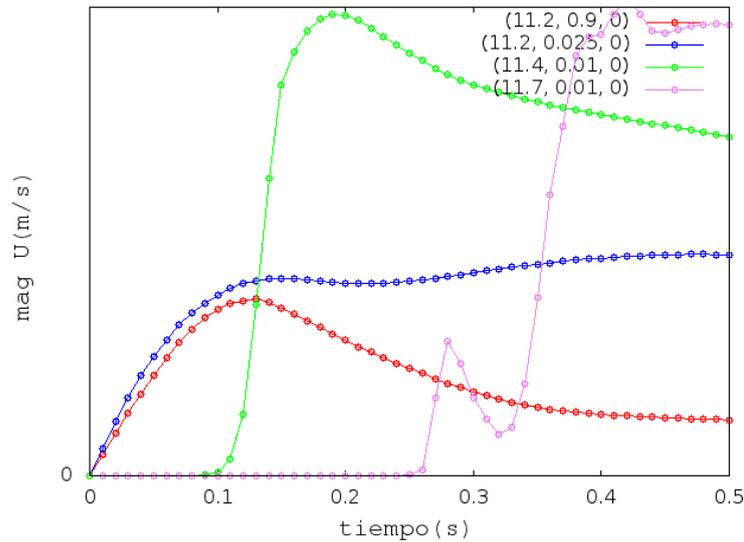


Figura 5.14: Velocidad a lo largo del tiempo en los cuatro puntos definidos.

La figura 5.14 muestra el conjunto de velocidades del agua observadas en los puntos elegidos a través del tiempo, éstas tienden a estabilizarse a partir del tiempo $t = 0.5$ s donde la mayor parte del fenómeno ha ocurrido, estas gráficas se generaron usando.

5.1.2. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.03 m

Simulación con cama de agua de 0.30 m de altura

En el caso anterior se comprobó que los perfiles de agua obtenidos recrean el modelo experimental con gran semejanza, por lo que el siguiente modelo se repetirá cambiando parámetros del primer modelo para recrear de nuevo el experimento.

La recreación del segundo modelo en el cual el parámetro de la altura de la cama de agua cambia de 0.015 m a 0.03 m, lo que representa el doble de la altura con respecto al primer modelo figura 5.2, tienen una tendencia similar en cuanto a la reproducción de los datos experimentales del segundo análisis, esto se muestran en las figuras 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21 y 5.22.

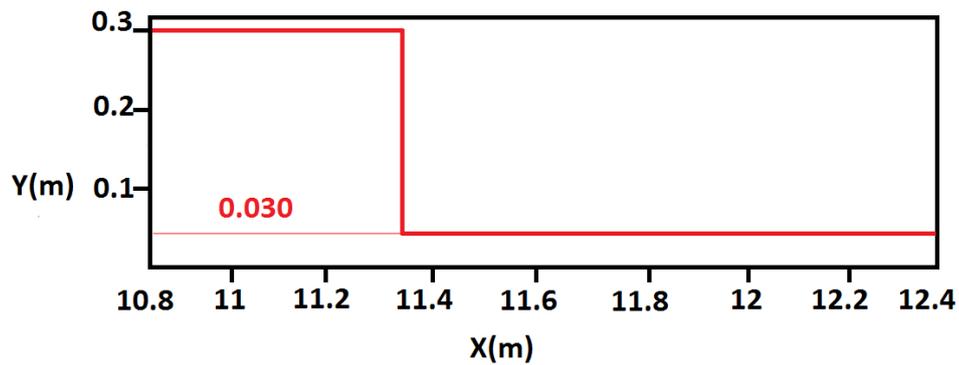


Figura 5.15: Esquema del modelo físico.

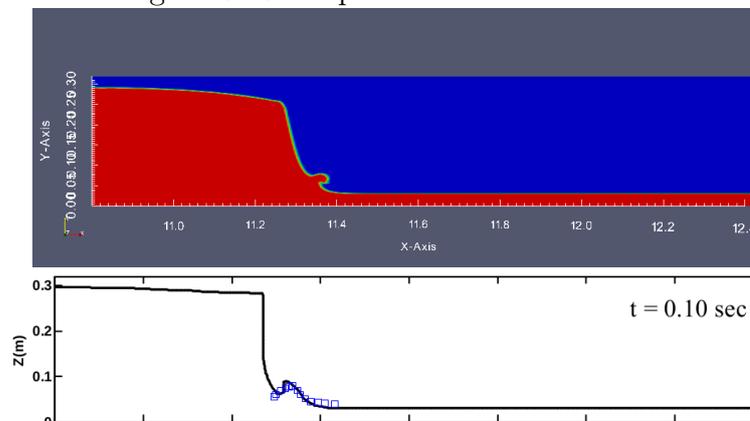


Figura 5.16: t = 0.10 s.

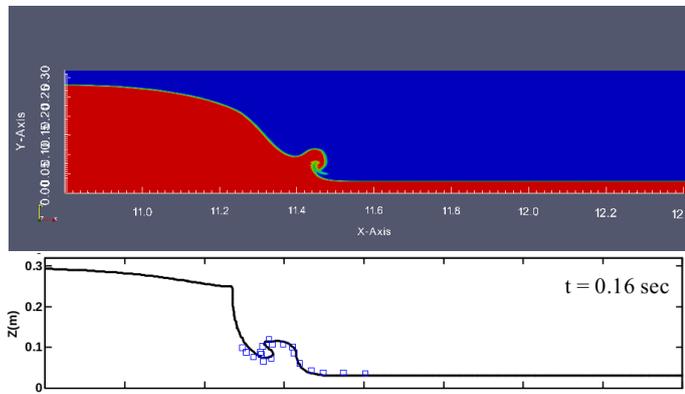


Figura 5.17: $t=0.16$ s.

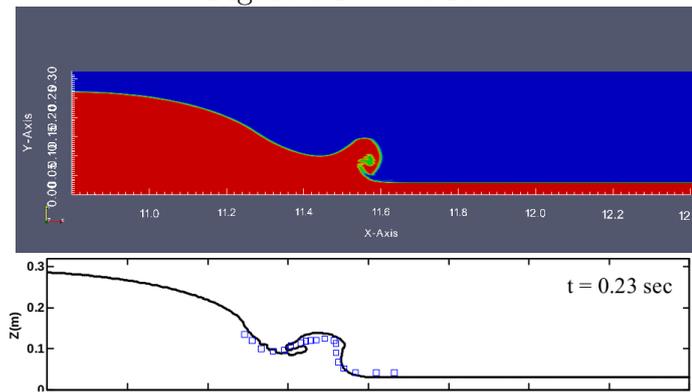


Figura 5.18: $t = 0.23$ s.

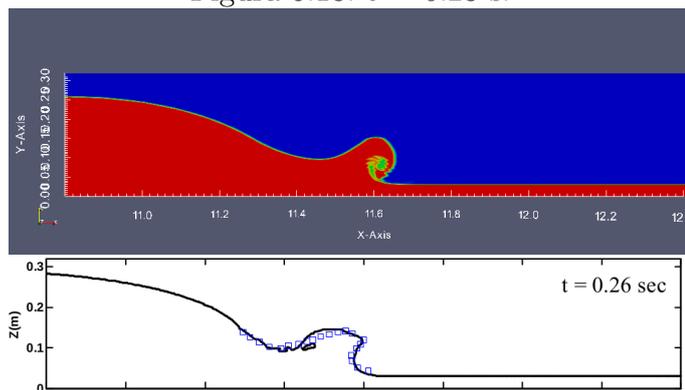


Figura 5.19: $t = 0.26$ s.

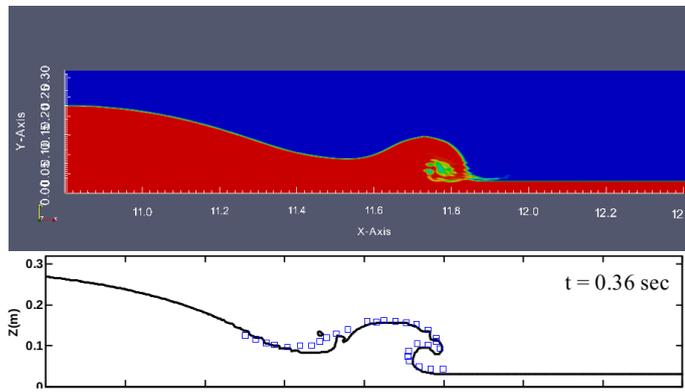


Figura 5.20: $t = 0.36$ s.

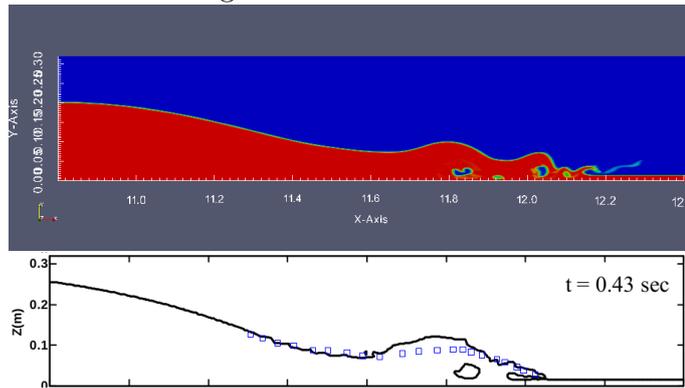


Figura 5.21: $t = 0.43$ s.

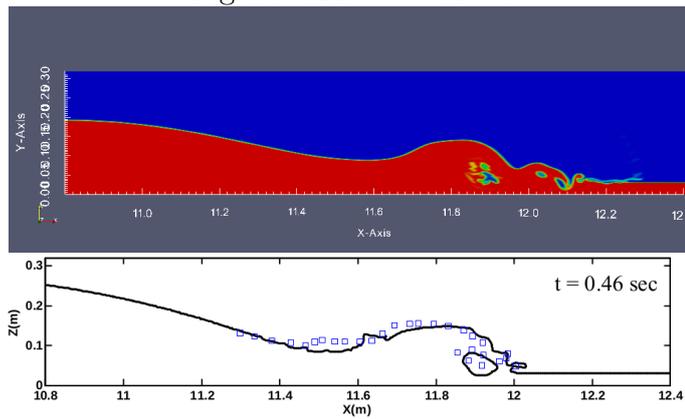


Figura 5.22: $t = 0.46$ s.

En la comparación de los resultados, al igual que en la caso anterior, se muestran el desarrollo del perfil de agua a través del tiempo. Estos perfiles empatan de manera que el perfil obtenido en OpenFOAM y el perfil obtenido experimentalmente, así como con el modelo COBRAS se acoplan en forma y dimensiones.

Análisis de velocidad en puntos estratégicos

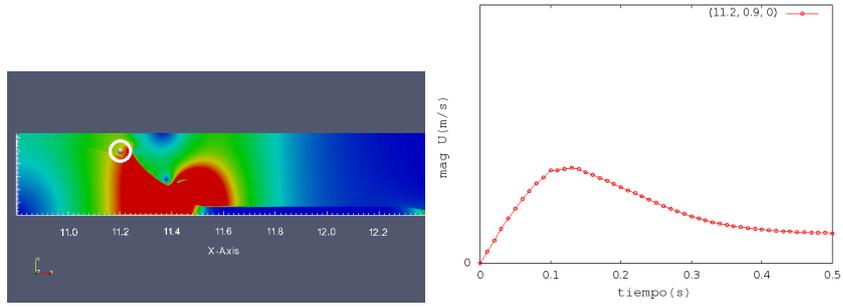


Figura 5.23: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (11.2, 0.25, 0).

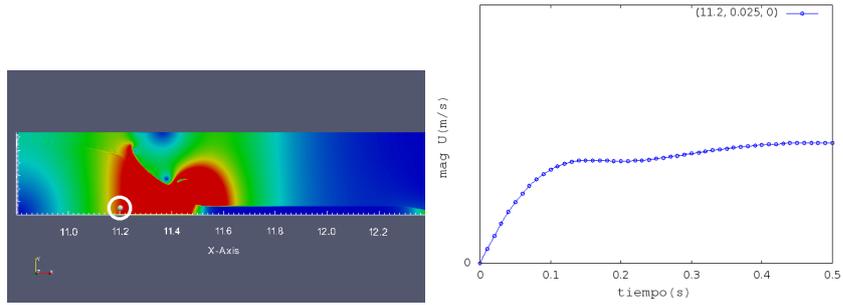


Figura 5.24: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (11.2, 0.025, 0).

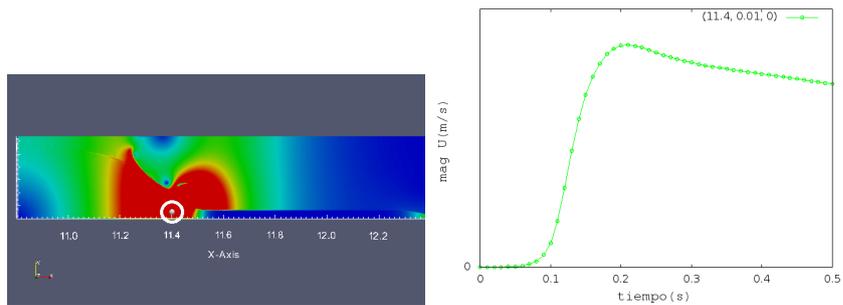


Figura 5.25: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (11.4, 0.01, 0).

Los puntos elegidos se encuentran en el límite de la interfaz, lo que nos asegura que en esta zona la velocidad se incrementará debido a la acción de la fuerza gravitacional sobre el fluido, principalmente donde no hay una frontera física como una pared.

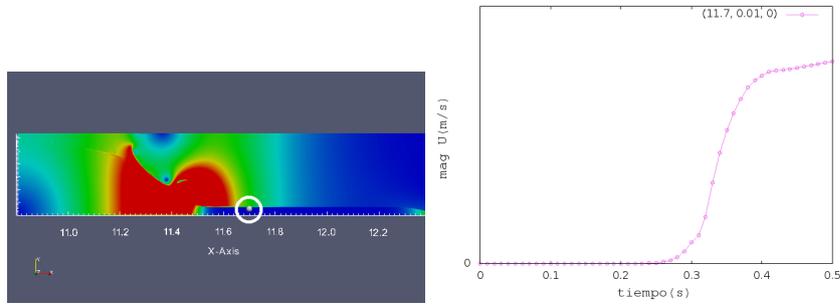


Figura 5.26: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (11.7, 0.01, 0).

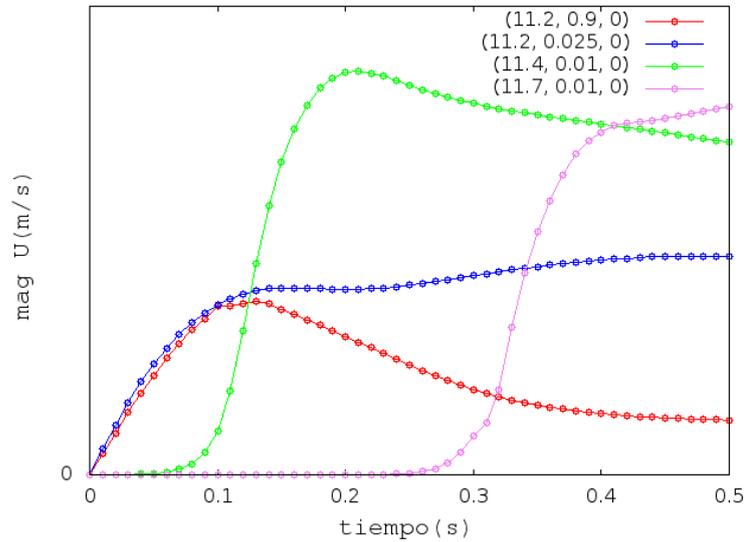


Figura 5.27: Velocidad del agua a lo largo del tiempo en los cuatro puntos definidos.

Al igual que el caso de comparación con la cama de agua de 0.015 m, las gráficas de la fracción volumétrica describen una tendencia en la cual la velocidad del flujo de agua se incrementa a medida que avanza en el tiempo, llegando a un valor máximo y posteriormente estabilizándose.

Los datos obtenidos en la validación del software para el caso donde se utiliza un modelo turbulento RANS logran ajustarse de manera satisfactoria a los resultados experimentales y a los resultados del modelo COBRAS en la comparación hecha. Al analizar las gráficas de velocidad del agua para ambos modelos, tanto la cama de agua de 0.015 m como la de 0.03 m mostraron un comportamiento que es similar a los datos reportados en la literatura técnica, donde la velocidad al llegar a un punto máximo y se estabiliza, lo que corresponde a lo observado en los perfiles de agua presentados en este trabajo.

5.1.3. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.15 m

Para continuar con la validación para este trabajo se tomaron datos experimentales de nuevos casos del rompimiento de olas, donde podemos comparar los resultados experimentales con los obtenidos numéricamente.

El siguiente modelo recreado se muestra en la figura 5.28 donde las dimensiones d_0 y d



Figura 5.28: $t = 0$ s.

tienen los siguientes valores:

- $d_0 = 0.15$ m
- $d = 0.18$ m

En este modelo propuesto la similitud se logra a partir del tiempo $t = 0.406$ s, ésto debido a que en el tiempo previo se presenta una zona de turbulencia derivada de la apertura de la puerta al permitir la caída del agua. El modelo propuesto por OpenFOAM no contempla la apertura ni movimiento de ninguna puerta física, por lo que los datos numéricos pueden compararse hasta que el flujo tiene un comportamiento más estabilizado y los efectos de la puerta pueden ser despreciados, figura 5.29 .

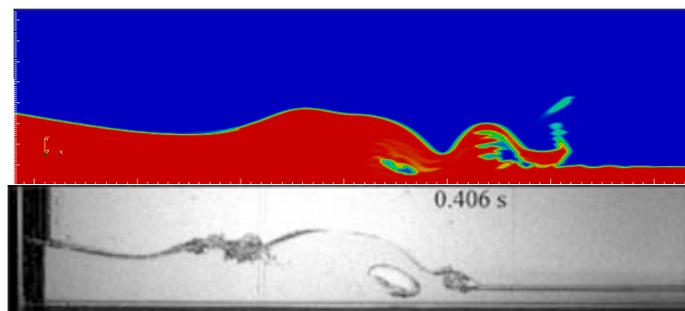


Figura 5.29: $t = 0.406$ s.

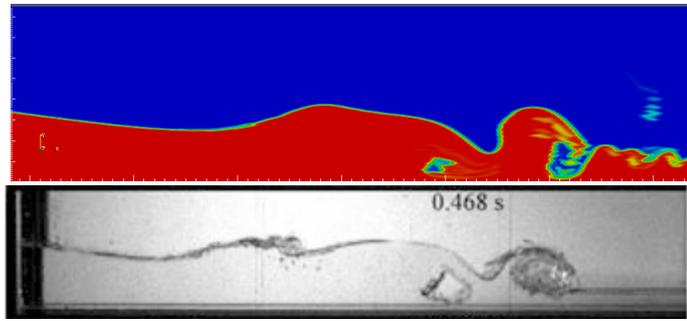


Figura 5.30: $t = 0.468$ s.

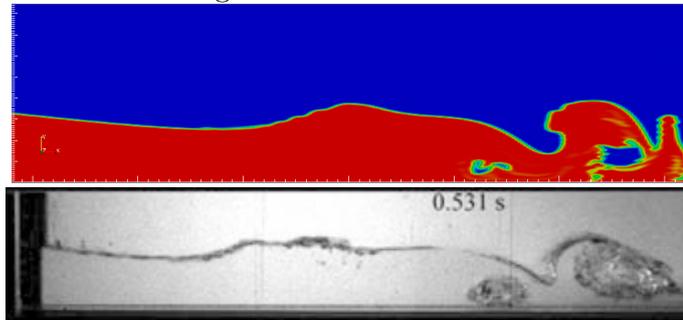


Figura 5.31: $t = 0.531$ s.

En las imágenes 5.29, 5.30 y 5.31 la comparación se logra de manera satisfactoria pasando la zona de turbulencia, lo anterior demuestra que en condiciones similares el resultado obtenido mediante la simulación numérica cumple satisfactoriamente la recreación del flujo en superficie libre.

El comportamiento del perfil de agua en el frente de ola que ocurre en el tiempo previo al de comparación, se desarrolla en modelos experimentales, en los cuales se presenta un flujo caracterizado por un recirculamiento del agua, inmediatamente después de la apertura de la puerta, éste fluye en sentido contrario al de la ola y se genera detrás de la parte frontal del perfil de agua. Como resultado, en estas imágenes se genera un chorro con forma de hongo, el cual fue reportado por primera vez por Stansby et al. (1998) y Janosi et al. (2004) figura 5.32.

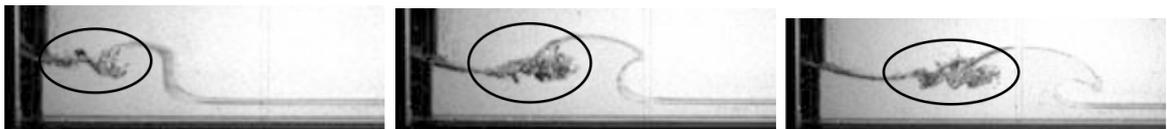


Figura 5.32: Efectos generados por la apertura de la puerta

Este fenómeno causado por la apertura de la puerta es despreciado en la simulación numérica ya que la barrera que contiene el bloque de agua en el instante $t = 0$ s desaparece por completo, debido a lo cual no existe ningún recirculamiento del flujo en el modelo numérico similar al modelo experimental.

Al comparar los perfiles de agua en las zonas de turbulencia con los obtenidos mediante simulación numérica, observamos los efectos que la apertura de la puerta tiene sobre el flujo al inicio del experimento, estos se muestran del lado derecho de las figuras 5.33, 5.34, 5.35 y 5.36.

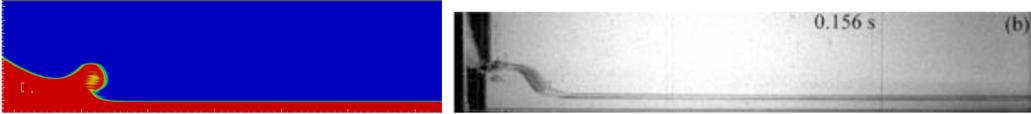


Figura 5.33: $t = 0.156$ s.



Figura 5.34: $t = 0.219$ s.

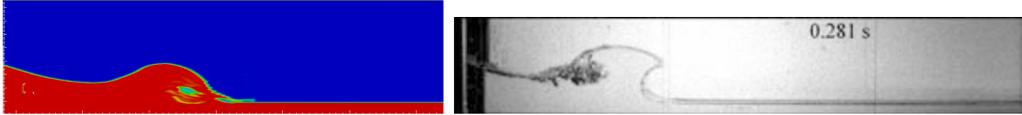


Figura 5.35: $t = 0.281$ s.

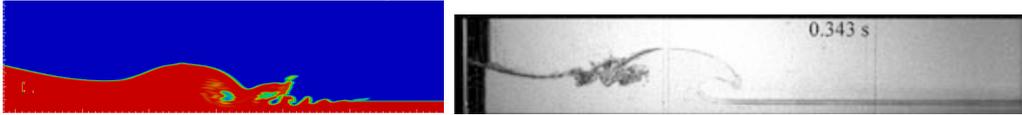


Figura 5.36: $t = 0.343$ s.

5.1.4. Simulación numérica del rompimiento de una ola con cama de agua de 0.06 m

En la sección anterior se presentaron tres casos donde los resultados experimentales empararon de manera satisfactoria con los presentados en este trabajo. La comparación con estos modelos mostró solidamente el alcance del software OpenFOAM para simulación de flujo con superficie libre.

El siguiente modelo contiene datos experimentales obtenidos en un laboratorio, el modelo que se utilizó fue un modelo a escala 1:10 el cual representa el oleaje en una playa, la pendiente consistía en paneles fijados en un marco de aluminio rígido y sellados a las paredes de cristal del canal [6].

Las características del modelo físico se muestran en la figura 5.37

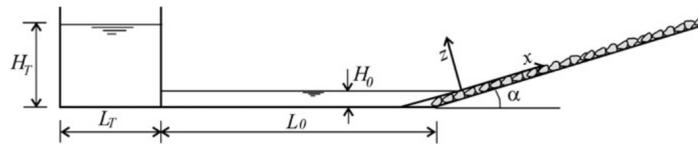


Figura 5.37: Esquema del modelo físico.

Donde las medidas son las siguientes:

- $H_T = 0,6$ m
- $L_T = 1$ m
- $L_0 = 3,8$ m
- $H_0 = 0,06$ m

En el modelo físico la puerta del depósito fue equipada con un interruptor magnético en el cual al momento del disparo la puerta era liberada y los datos comenzaban a adquirirse. El tiempo $t = 0$ s corresponde al momento de apertura de la puerta.



Figura 5.38: Diagrama del modelo físico.

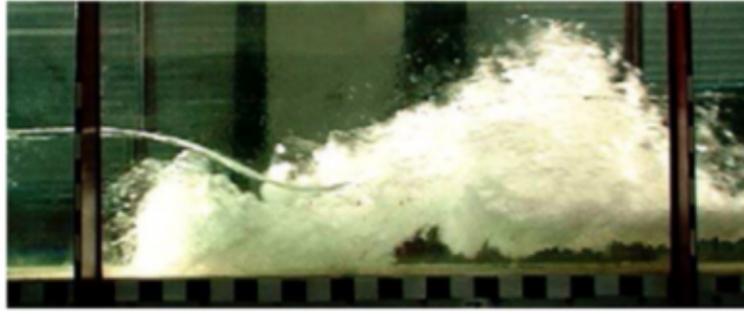


Figura 5.39: Diagrama del modelo físico.



Figura 5.40: Diagrama del modelo físico.

El estudio analizó el comportamiento de la altura de la columna de agua a través del tiempo y los perfiles de velocidad en puntos definidos del modelo, $x=0.5$ m, $x=2.3$ m, $x=3.05$ m y 3.5 m, en las figuras 5.38, 5.39 y 5.40 se observan las imágenes del desarrollo del experimento en el laboratorio.

Modelo en OpenFOAM

El modelo del laboratorio fue generado en OpenFOAM recreando la geometría con las mismas dimensiones del modelo del laboratorio, la figura 5.41 muestra la geometría del modelo.

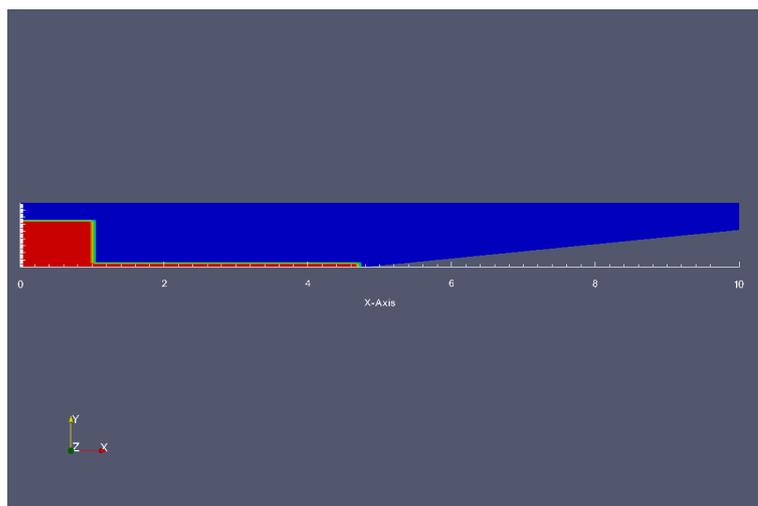


Figura 5.41: Diagrama de la modelo en OpenFOAM.

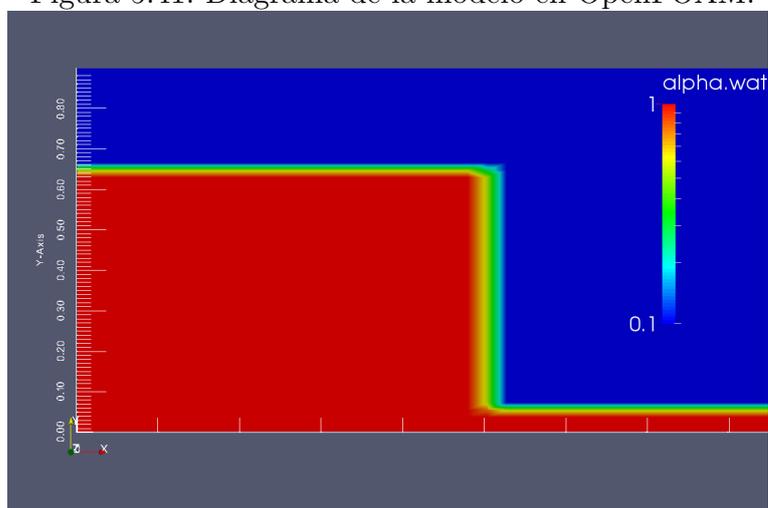


Figura 5.42: Representación del modelo en el tiempo $t = 0$ s.

Hay que destacar que en el modelo físico se presenta el mismo fenómeno debido a la apertura de la puerta.

Resultados de la simulación numérica

En éste caso de comparación se analizaron los perfiles de agua en el tiempo de estudio, los cuales se muestran en las figuras 5.43, 5.44, 5.45 5.46 y 5.47.

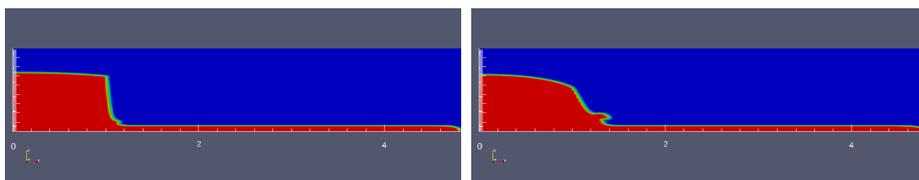


Figura 5.43: $t = 0.1$ s y $t = 0.2$ s.

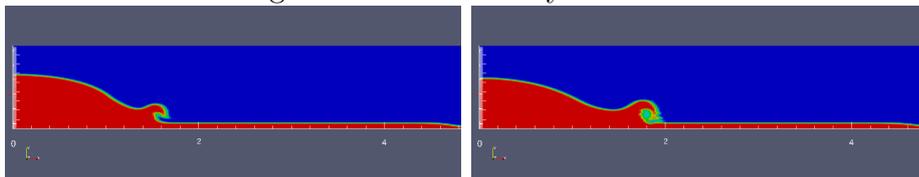


Figura 5.44: $t = 0.3$ s y $t = 0.4$ s.

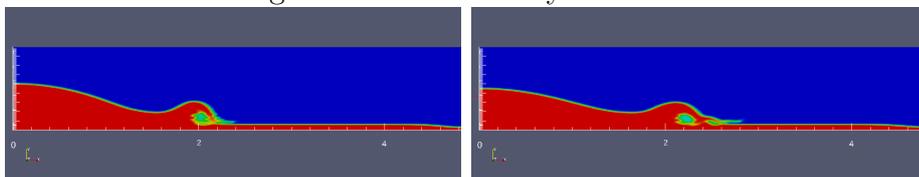


Figura 5.45: $t = 0.5$ s y $t = 0.6$ s.

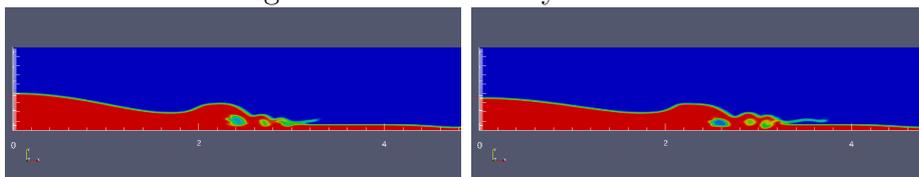


Figura 5.46: $t = 0.7$ s y $t = 0.8$ s.

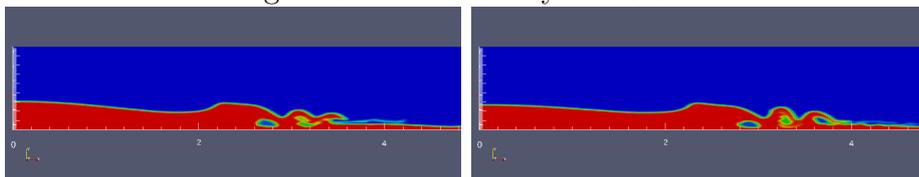


Figura 5.47: $t = 0.9$ s y $t = 1$ s.

En las imágenes se analizó sólo el desarrollo de los perfiles en los puntos del estudio, por lo que el flujo en la sección de la pendiente no fue tomado en cuenta en este trabajo. Estos perfiles concuerdan con los analizados en los caso de comparación anteriores, por lo que se llega a la conclusión que modelo proporciona una solución válida para el caso.

Análisis de velocidad en puntos específicos

Además de los perfiles de agua en este trabajo, también se analizó la velocidad en el proceso de rompimiento de la ola, donde las gráficas muestran un comportamiento similar a los puntos analizados, en el cual el posicionamiento de los puntos genera una variación en las gráficas

El conjunto de velocidades desarrolladas en el modelo producido en OpenFOAM se muestran en las figuras 5.43, 5.44, 5.45, 5.46 y 5.47.

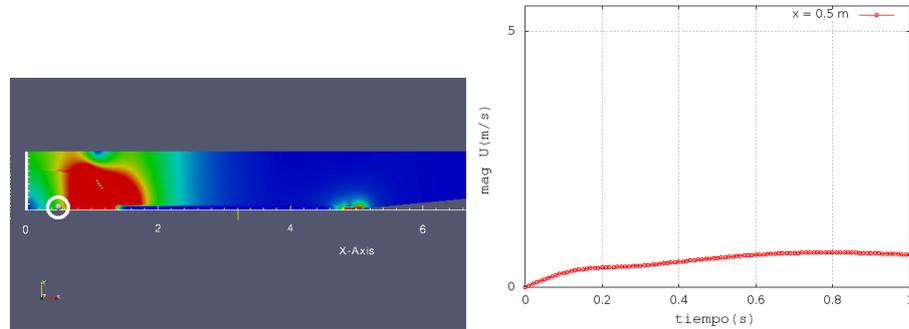


Figura 5.48: Gráfica de la velocidad en el punto mostrado $x = 0.5$ m.

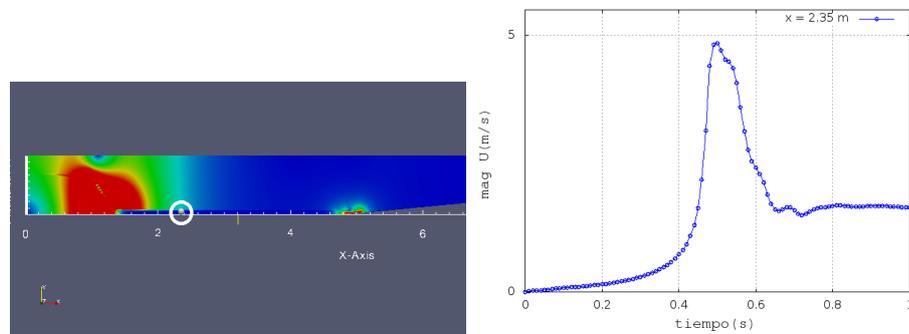


Figura 5.49: Gráfica de la velocidad en el punto mostrado $x = 2.35$ m.

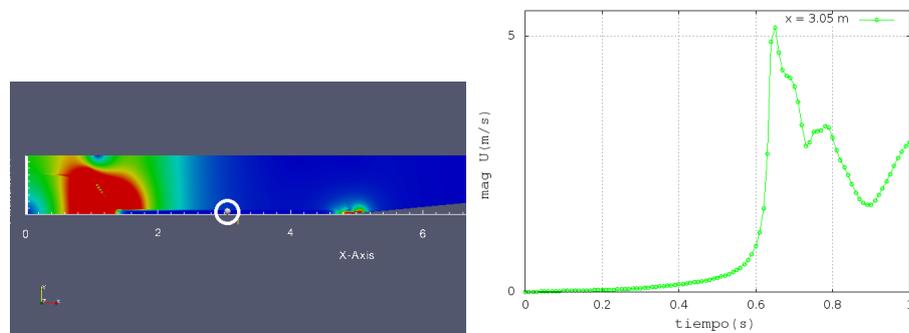


Figura 5.50: Gráfica de la velocidad en el punto mostrado $x = 3.05$ m.

En el primer punto mostrado la velocidad no muestra un incremento significativo, ya que debido a la posición en la que se encuentra el punto, el efecto de la caída no llega a perturbar el flujo en esa zona, por eso la velocidad se mantiene casi por completo constante.

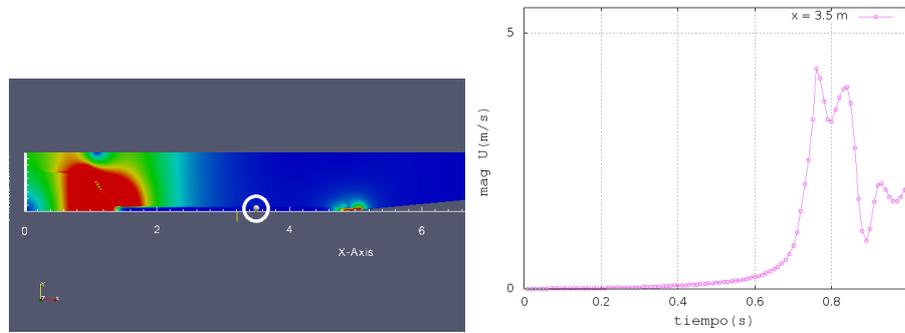


Figura 5.51: Gráfica de la velocidad en el punto mostrado $x = 3.5$ m

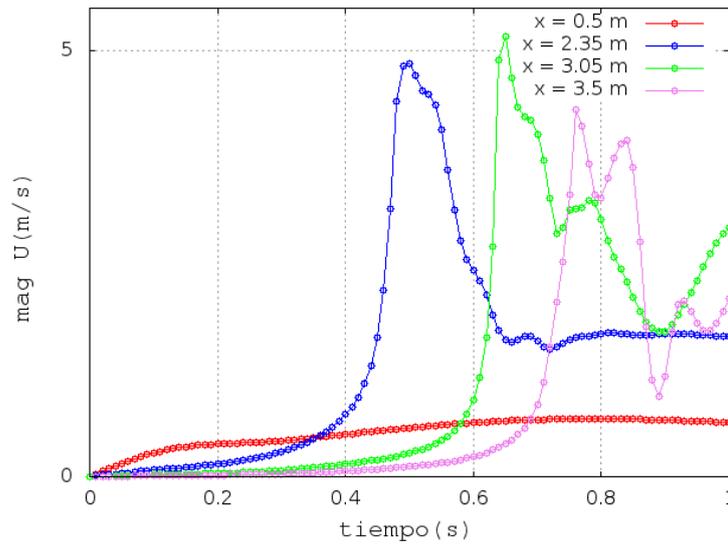


Figura 5.52: Velocidad a lo largo del tiempo en los cuatro puntos definidos.

Las gráficas de velocidad muestran una consistencia con respecto a los perfiles de agua ya que en el punto más alejado es donde se presenta un incremento de la velocidad en un lapso de tiempo mayor al de los puntos que están más cerca al rompimiento de la ola, los puntos en donde el perfil de agua cae subitamente tienen un incremento de la velocidad casi instantaneamente al inicio del colapso, después de esto la velocidad disminuye considerablemente hasta estabilizarse, figuras 5.53 y 5.54.

Comparación de datos

El modelo fue generado en OpenFOAM para poder reproducir el experimento:

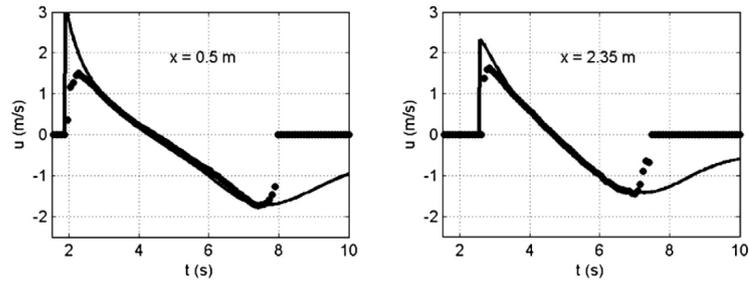


Figura 5.53: Gráficas del modelo experimental.

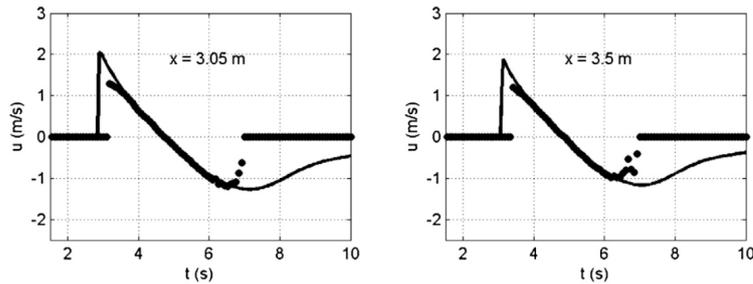


Figura 5.54: Gráficas del modelo experimental.

Los resultados experimentales del modelo del laboratorio se presentan en la imagen 5.53 y 5.54, donde se muestran las velocidades en los mismos puntos analizados en este trabajo, estos resultados muestran un comportamiento diferente en cuanto al tiempo y las magnitudes, esto se debe a que el modelo de laboratorio es un modelo tridimensional y esto influye de manera significativa en las mediciones obtenidas, debido a que cuenta con una magnitud considerable, sumado al efecto producido por la apertura de la puerta antes mencionado. El experimento reproducido en OpenFOAM es un modelo en dos dimensiones, es decir que los efectos de la tercera dimensión fueron despreciados para este estudio, por lo que esta variación en los datos experimentales y los obtenidos mediante simulación se hace presente. A pesar de esto, los perfiles de agua obtenidos son similares a los dos casos previos, las gráficas muestran una tendencia en el desarrollo de las velocidades en puntos de estratégicos similares de los casos de comparación con camas de agua de 0.015 m y 0.030 m.

Esto muestra que ambos modelos generados con el software OpenFOAM el modelo turbulento y el laminar son válidos para reproducir el flujo con superficie libre.

5.2. Geometría de estudio

La geometría definida para el estudio de este trabajo corresponde a la de una fuente, la cual genera una cortina de agua. El diagrama de la geometría se muestra a continuación. En la figura 5.1 se muestra el plano de la geometría que se utilizó en el estudio, esta geometría pertenece al estudio de estabilidad en la cortina de agua de la Universidad de Chalmers en Göteborg Suecia.

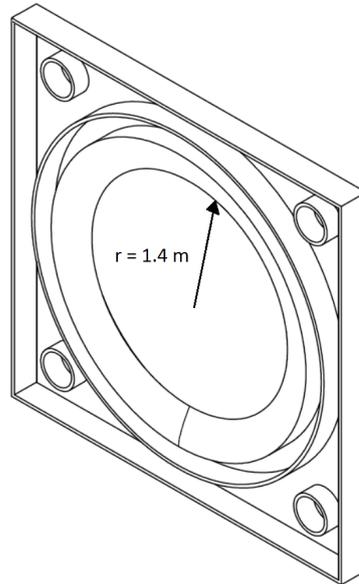


Figura 5.55: Diagrama de la sección superior de una fuente

Debido a que la geometría es circular, el estudio es generado de forma bidimensional, lo que significa que sólo estudiaremos el caso en 2 dimensiones. Por esta razón la siguiente figura 5.56 muestra la geometría en dos dimensiones que será el punto de partida para generar la malla con el software.

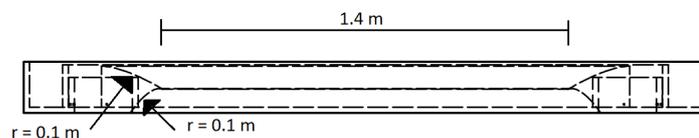


Figura 5.56: Vista lateral de la geometría propuesta.

5.3. Mallado de la geometría de estudio

La geometría propuesta para el estudio se generó con la herramienta *blockMeshDict* de OpenFOAM, ésta es generada por medio de bloques, estos a su vez compuestos por una lista de puntos para crear 16 bloques, 6 de ellos con curvatura como se muestra en la figura 5.57.

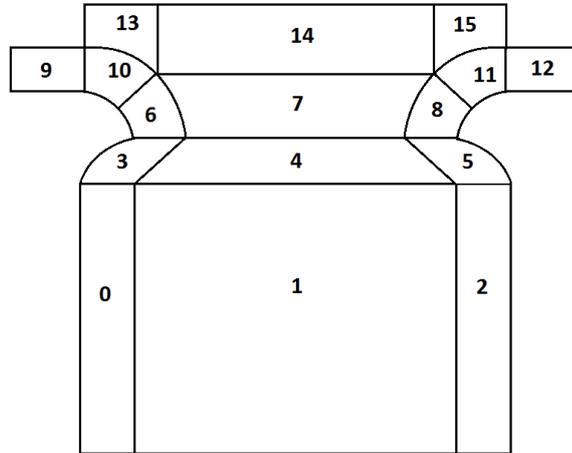


Figura 5.57: Diagrama de los bloques que conforman la geometría.

El enumeramiento de los bloques que conforman la geometría, al igual que los puntos, se realiza de manera que el primer bloque ocupa el elemento 0 en el listado del software.

En la figura 5.58 se muestran las dimensiones de la superficie creada.

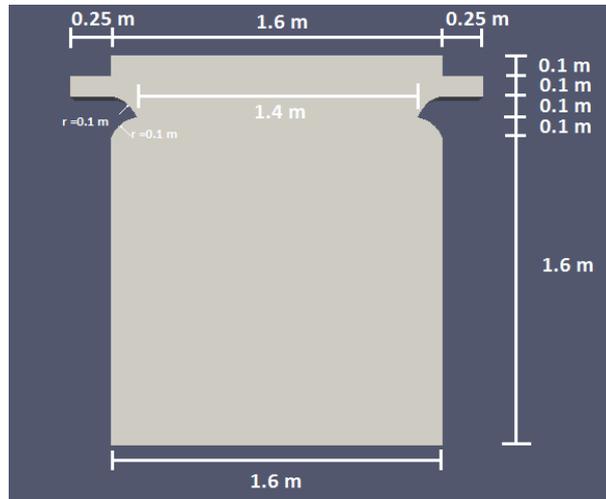


Figura 5.58: Dimensiones de la geometría.

Base

La base de la geometría cuenta con 3 bloques, los cuales juntos tienen una distancia de 1.6 metros, el bloque central tiene una distancia de 1.4 metros de largo por 1.6 metro de alto, los bloques laterales tienen una distancia de 0.1 metros de largo por 1.6 metro de altura, el bloque central cuenta con una malla cuadriculada, ésta cuenta con 27702 puntos y 13600 celdas. Los bloques laterales cuentan con 8262 puntos y 4000 celdas cada uno.

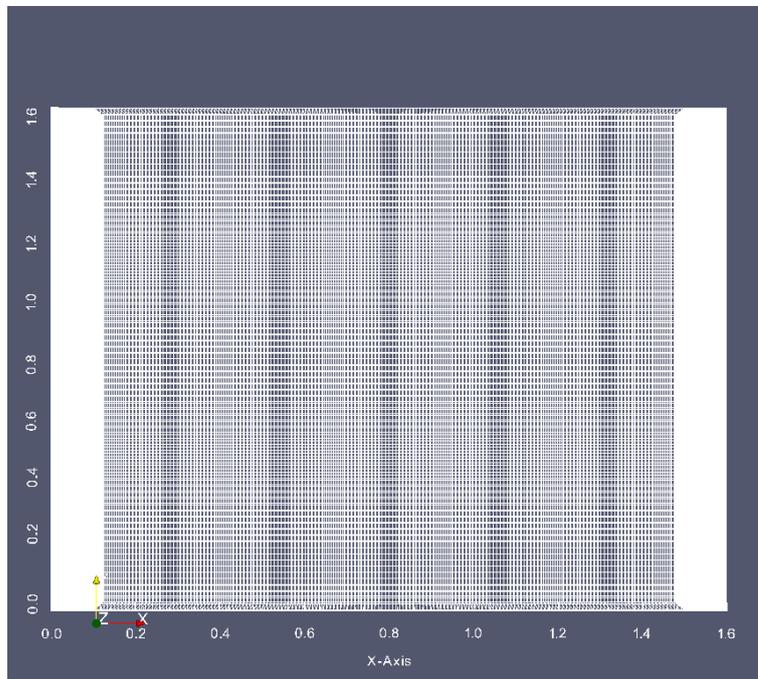


Figura 5.59: Mallado de los bloques 0, 1 y 2.

Secciones circulares

Esta parte de la geometría consta de 6 bloques, de los cuales 4 de ellos son principalmente importantes, estos son los bloques 6, 8, 10 y 11, estos contienen secciones circulares, estas geometrías contienen las siguientes características, figuras 5.60 y 5.61.

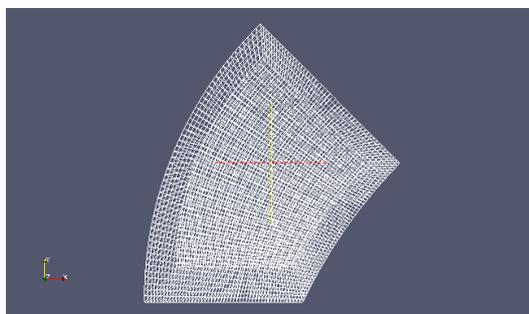


Figura 5.60: Mallado del bloque 8.

La importancia de estos bloques radica en la forma de la malla, el mallado de estos bloques es orientado en dirección del flujo del fluido. Si estos bloques fueran cuadrados como en los demás, la visualización del flujo en la simulación se distorsionaría por la dirección de la malla.

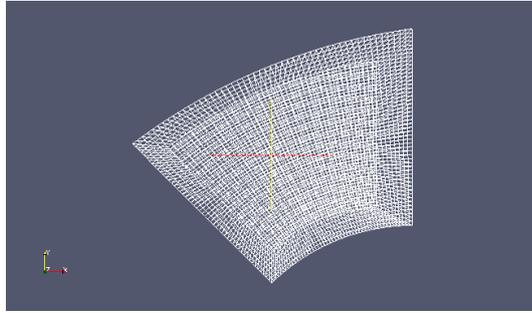


Figura 5.61: Mallado de bloque 11.

La malla tiene que estar orientada en la dirección del flujo. La geometría conformada por todos los bloques con sección circular se muestra en la figura 5.62.

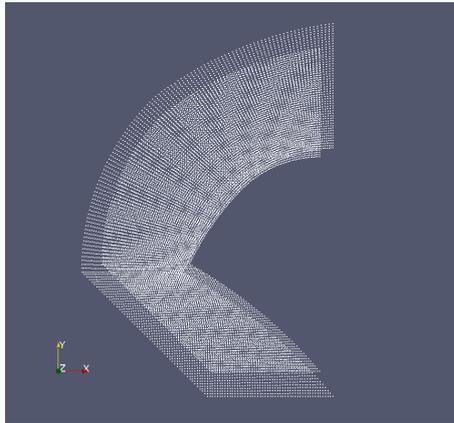


Figura 5.62: Conjunto de los tres bloques circulares.

Una vez que se ha generado la geometría mallada con el software y que ésta no muestra ninguna restricción para su creación y mallado, podemos observarla con todos sus componentes. La malla generada cuenta con 25342 puntos, 12400 celdas y 49870 caras, figura 5.63.

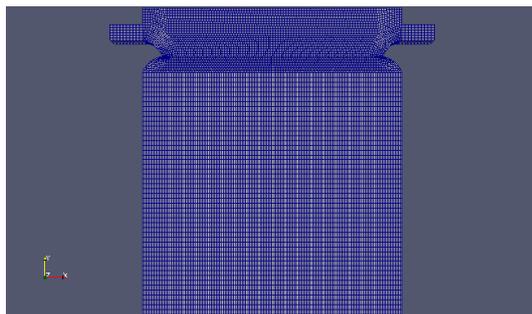


Figura 5.63: Geometría completa mallada.

5.4. Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera son una de las partes más importantes del modelado, ya que ellas determinan las características del problema para poder obtener la solución numérica.

Primero tenemos que considerar que a efectos de la aplicación de las condiciones de frontera un límite o pared en este caso se divide en un conjunto de contornos. Un contorno puede incluir una o más áreas incluidas en la superficie límite que no necesitan necesariamente estar conectadas físicamente.

Fronteras

Una frontera es una lista de contornos, los cuales son asociados a las condiciones de límite. Un contorno es una lista de etiquetas de caras, las cuales deben incluir solamente caras pertenecientes a la frontera y no caras internas. La frontera deberá ser cerrada, es decir, la suma de todos los vectores área de las caras de la frontera debe ser cero.

Las condiciones usadas para el modelo son 5:

- `fluxleftWall`:

esta frontera contiene un flujo constante de agua que fluye de izquierda a derecha, este flujo tiene una velocidad de $0.5 \frac{m}{s}$ en dirección positiva al eje x, es decir $(0.5 \ 0 \ 0)$.

- `fluxrightWall`:

esta frontera contiene un flujo constante de agua, que fluye de derecha a izquierda, este flujo tiene una velocidad de $0.5 \frac{m}{s}$ en dirección negativa al eje x, es decir $(-0.5 \ 0 \ 0)$.

- `leftWall`:

esta frontera representa la pared izquierda de la geometría con la que interactúa el flujo, donde la velocidad $\mathbf{u} = 0$, la cual se nombra Superficie fija ecuación (7.0.13).

- `rightWall`:

esta frontera representa la pared derecha de la geometría con la que interactúa el flujo, donde la velocidad $\mathbf{u} = 0$, la cual se nombra Superficie fija, ecuación (7.0.13).

- `atmosphere`:

esta frontera representa las superficies que se encuentran abiertas al ambiente, es decir, no contienen ningún tipo de pared física y se encuentran a condiciones atmosféricas, ecuación (7.0.9).

Para este modelo en particular, las paredes de la geometría correspondientes a las condiciones de frontera *leftWall* y *rightWall* representan una superficie fija, donde éstas no tienen efecto sobre la cortina de agua y sólo son colocadas para definir un dominio de estudio.

En la figura 5.64 se muestran las condiciones de fronteras iluminadas en colores.

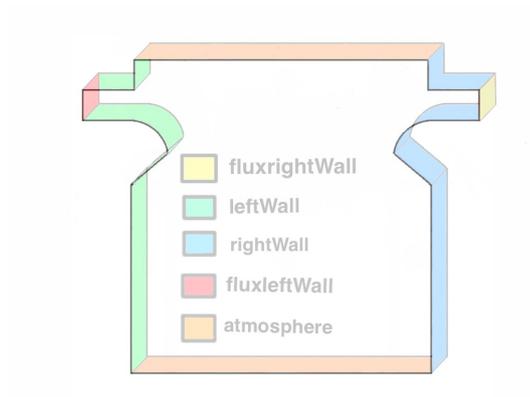


Figura 5.64: Contornos definidos en el modelo.

Estas condiciones se encuentran definidas en el archivo *blockMeshDict*, así como en todos los archivos contenidos en la carpeta "0", lo que significa que hay de definir cada uno de los contornos usados (condiciones de frontera) en cada variable del caso a resolver en OpenFOAM.

5.4.1. Simulación numérica de la fuente

La simulación de flujos con superficie libre es de gran importancia en una gran variedad de aplicaciones, en este trabajo se analizan los perfiles de agua y las velocidades en el modelo de una fuente donde una cortina de agua es generada a partir de una geometría simple con el objetivo de reproducir una fuente similar al de la figura 5.65, ésto mediante el modelo laminar del solver InterFOAM explicado en la sección (4.1).

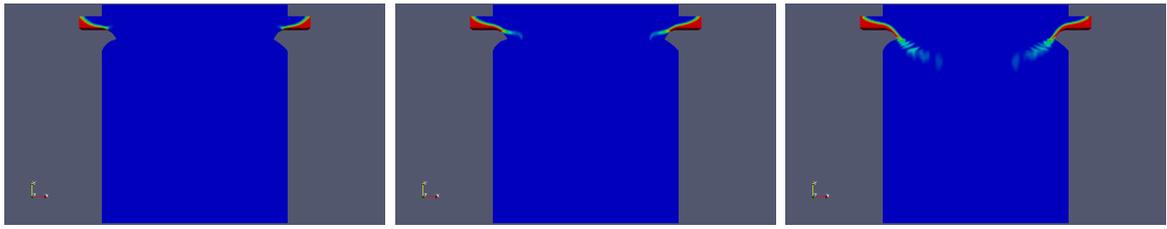


Figura 5.65: Modelo físico de la fuente.

En la figura 5.65 se muestra una cortina de agua, la cual forma parte del estudio de estabilidad en la Universidad Tecnológica de Chalmers en Göteborg Suecia.

Las simulación nos brinda un escenario de análisis sin la necesidad de realizar los modelos físicos. Una vez generada la geometría de estudio, se realizó la simulación numérica en la cual se recreo el flujo de la cortina en dos dimensiones, mostrando los siguientes resultados.

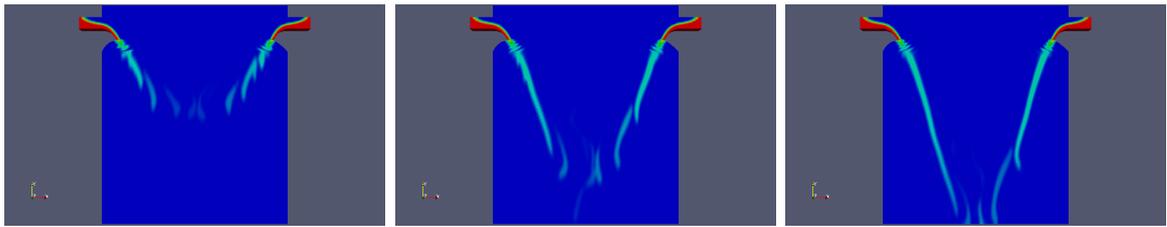
Resultados de la simulación numérica



(a) $t = 0.15$ s

(b) $t = 0.30$ s

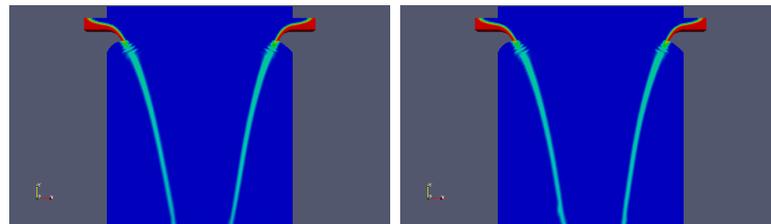
(c) $t = 0.45$ s



(d) $t = 0.60$ s

(e) $t = 0.75$ s

(f) $t = 0.90$ s



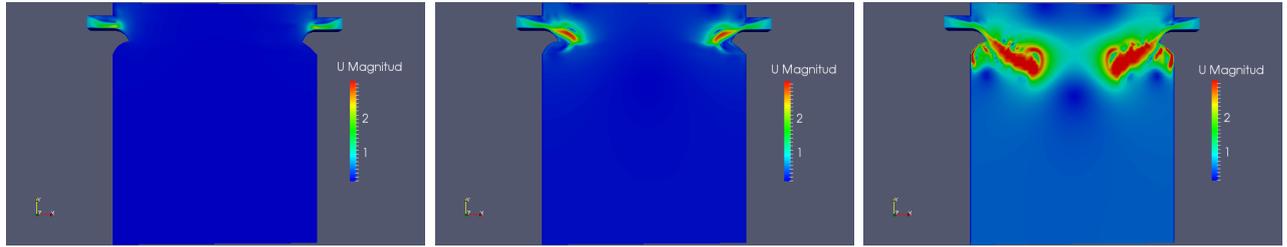
(g) $t = 1.05$ s

(h) $t = 1.20$ s

En el estudio se tomó 1 segundo de la simulación para ser analizada, esto debido a que es el tiempo en que tarda, tanto la cortina de agua como su velocidad en estabilizarse y generar una cortina de agua de flujo constante, en los primeros instantes el flujo es seccionado debido al poco volumen, figura (d) y (e), pero a medida que el tiempo transcurre el flujo se vuelve uniforme hasta formar la cortina, figura (g) y (h).

5.4.2. Simulación de la velocidad del agua

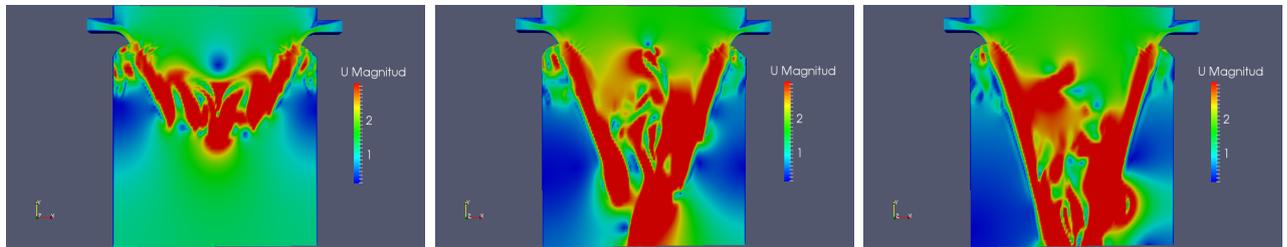
La velocidad del flujo del líquido al salir de los sección de entrada fue fijada en 0.5 m/s, la cual corresponde a la escala de colores mostrada en las imágenes del análisis de velocidad.



(i) $t = 0.15$ s.

(j) $t = 0.30$ s.

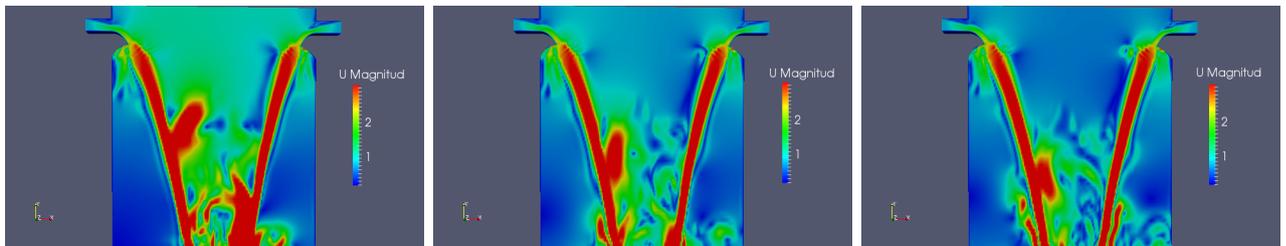
(k) $t = 0.45$ s.



(l) $t = 0.60$ s.

(m) $t = 0.75$ s.

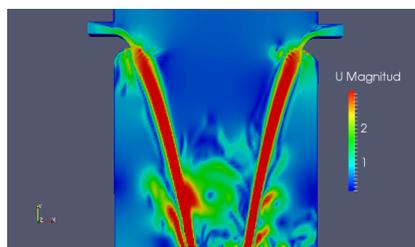
(n) $t = 0.90$ s.



(ñ) $t = 1.05$ s.

(o) $t = 1.20$ s.

(p) $t = 1.35$ s.



(q) $t = 1.5$ s.

Para el análisis de la velocidad del fluido, se definieron 3 puntos aleatoriamente localizados sobre el flujo de la cortina de agua. De la misma forma que el flujo se estabiliza, los perfiles de velocidad lo hacen a medida que el tiempo transcurre, pero la estabilización de esta es de una manera más lenta. En las imágenes, en color rojo se representan las zonas donde

la velocidad tiene una mayor magnitud, los cuales se encuentran dentro de la cortina de agua.

5.4.3. Gráficas de velocidad del agua

Estas velocidades del agua fueron graficadas de manera adimensional utilizando las variables definidas en la sección (2.3), utilizando la velocidad característica del flujo en la sección de entrada, de manera que $U = 0.5 \text{ m/s}$, la longitud característica de $L = 1.8 \text{ m}$, la cual es la altura de la que cae el flujo de agua y el tiempo adimensional como: $\frac{U}{L} = 2.77 \text{ s}^{-1}$.

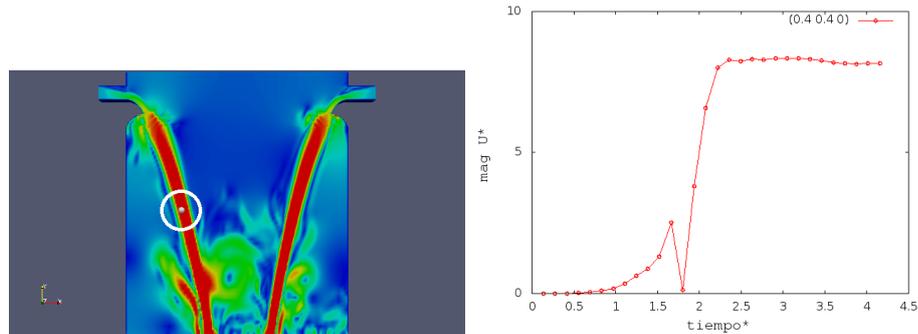


Figura 5.66: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (0.4, 0.4, 0).

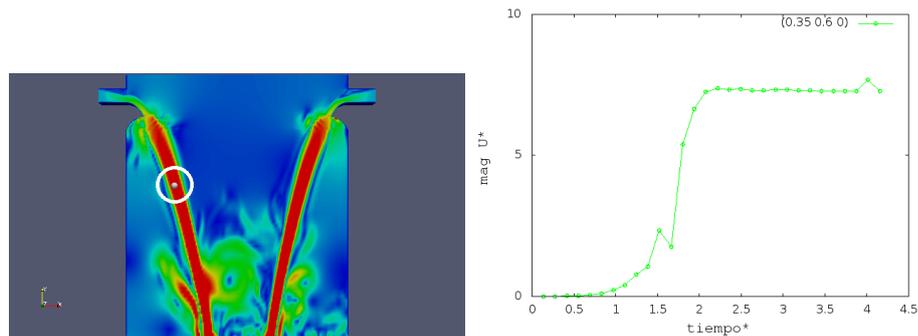


Figura 5.67: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (0.35, 0.6, 0).

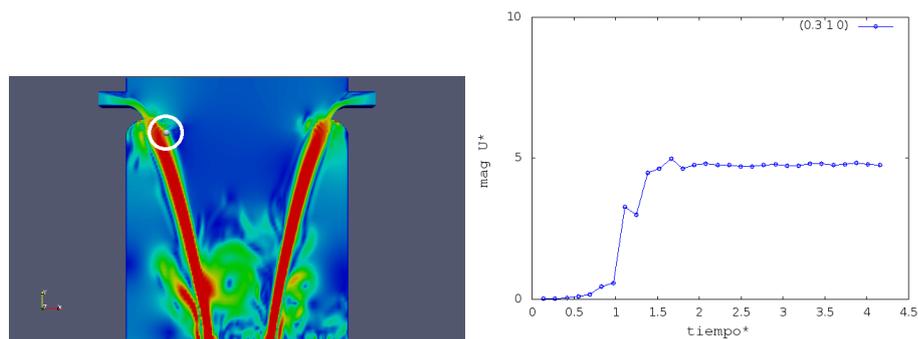


Figura 5.68: Gráfica de la velocidad del agua en el punto (0.3, 1, 0).

En las gráficas se muestra el desarrollo de la velocidad en los puntos propuestos, los cuales se encuentran en la cortina de agua para su análisis. Los puntos sobre la cortina son: (0.4 0.4 0), (0.35 0.6 0) y (0.3 1 0).

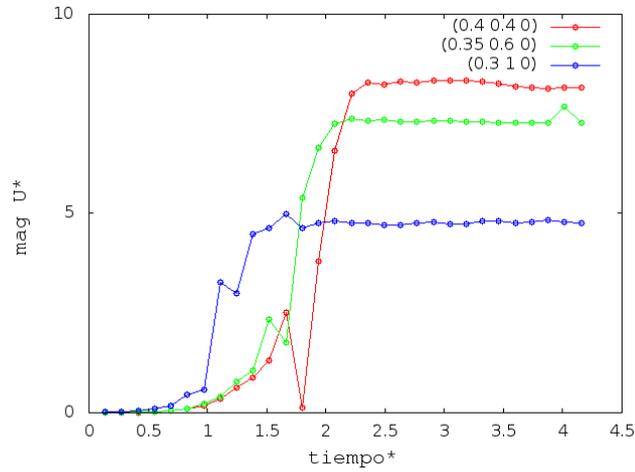


Figura 5.69: Velocidad a lo largo del tiempo en los tres puntos definidos.

Para obtener la aceleración obtenemos los tiempo entre cada punto, donde la longitud presentada es la correspondiente del punto a la zona de entrada de flujo, es decir, la distancia de caída, y de manera dimensional la calculamos como:

$$t = \frac{l}{v}$$

Longitud l [m]	Velocidad v [m/s]	Tiempo [s]
0.2	2.035	0.098
0.6	3.635	0.165
0.8	4.25	0.188

Por lo que la aceleración la calculamos como:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

v_1 [m/s]	v_2 [m/s]	t_1 [s]	t_2 [s]	Acel [m/s ²]
0	2.035	0	0.098	20.70
2.035	3.635	0.098	0.165	23.95
3.635	4.25	0.165	0.188	26.53

Punto (0.4 0.4 0)

En los puntos analizados se observa que la velocidad tiene un aumento entre el tiempo $t = 0.15$ s y $t = 0.4$ s, donde el punto que se encuentra en la parte inferior con coordenadas (0.4 0.4 0) es el punto que adquiere mayor velocidad debido a la aceleración adquirida por la caída corresponde a 0.8 m, en este punto la velocidad se incrementa posterior a la de los dos puntos anteriores, esto debido al tiempo que toma en llegar el flujo de agua hasta ese punto.

Punto (0.35 0.6 0)

El segundo punto adquiere una magnitud de velocidad mayor al primer punto, esto se debe a la aceleración adquirida debido a la caída, la cual es de 0.6 m con respecto a la sección de entrada del flujo, esto implica que la velocidad se incrementa una fracción de tiempo después al punto de mayor altura, como se muestra en la figura 5.69, donde la velocidad comienza a incrementarse a partir de 0.2 s.

Punto (0.3 1 0)

Por último, en este punto que está situado en la posición más alta, corresponde al punto donde la velocidad incrementa primero pero con menor magnitud, esto debido a que el flujo llega primero a este punto y adquiere menor aceleración con respecto a los puntos anteriores, figura 5.68, aquí el flujo toma aproximadamente 0.15 s en aumentar debido a la altura que recorresponde a 0.2 m del nivel de la sección de entrada hasta el punto elegido.

Los resultados presentados en este capítulo son muestra del tipo de análisis que se pueden llevar a cabo mediante la simulación numérica, y como estos pueden reproducir fenómenos reales de manera exitosa, como lo es el flujo con superficie libre, y mostrando resultados que son de gran utilidad en el diseño de nuevas geometrías para fuentes, las cuales pueden ser recreadas de manera perfecta mediante OpenFOAM.

Tomando en cuenta las consideraciones necesarias, ambos fenómenos, el flujo en cortinas de agua y el rompimiento de olas, los cuales fueron analizados en este trabajo, puede ser perfectamente reproducidos y se puede obtener información de gran utilidad mediante simulación numérica, la cual en este trabajo nos brindó una herramienta confiable para el estudio de la velocidad del flujo en la cortina de agua de la fuente.

Capítulo 6

Conclusiones

A pesar de que la literatura cuenta con gran variedad de estudios de cortinas de agua, no se tenía un caso similar con el que se pudiera hacer la comparación de datos para validar la solución obtenida mediante la simulación numérica, fue por ese motivo que la validación se propuso por medio de la reproducción de experimentos de rompimiento de olas para demostrar que el software cuenta con la capacidad para reproducir fenómenos reales. Estos modelos de comparación muestran que el fenómeno de flujo con superficie libre puede ser reproducido de manera confiable mediante simulación numérica y en específico el flujo en cortinas de agua se reprodujo satisfactoriamente usando un análisis en dos dimensiones de la geometría propuesta, esto implica que los datos obtenidos pueden ser empleados para estudios posteriores o en diferentes aplicaciones como las mencionadas al inicio del trabajo.

A pesar de que la validación se generó de manera satisfactoria, en el desarrollo de éste trabajo se observaron diversos factores que afectaron ambos casos estudiados, tanto la cortina de agua como el del rompimiento de una ola.

En la simulación de la cortina de agua los aspectos de mayor importancia fueron: la generación de la malla en el aspecto computacional, ya que ésta tiene que tener densidades diferentes, correspondientes con las zonas de mayor flujo, esto para ahorrar tiempo de análisis donde los parámetros calculados no influyen en diversas zonas o su presencia es despreciable, así como en el aspecto analítico donde la velocidad inicial es un factor de gran importancia en el tiempo de ejecución del software.

En los casos del experimento del rompimiento de olas, cuya función es dar validez al modelo numérico, se encontró diversos factores que juegan un papel importante en la reproducción de datos, tales como la puerta que permite la entrada del agua, la cual genera un efecto que se desprecia mediante la simulación numérica y que es de gran importancia en los primeros instantes del experimento, la diferencia entre modelos 2D y 3D donde la tercera dimensión llega a ser considerable y puede afectar en las mediciones, también las profundidades de las camas de agua, cuya altura es un parámetro de gran importancia para predecir los perfiles máximos y mínimos de agua y cuyo efecto está reportado en la literatura.

Como conclusión final se puede afirmar que el software cumple con las exigencias impuestas para el análisis de flujo con superficie libre y que los resultados obtenidos en este trabajo pueden ser empleados para reproducir y comparar datos experimentales sin la necesidad de generar un modelo físico.

Capítulo 7

Trabajo a futuro

El análisis de la fuente mediante el software OpenFOAM proporcionó un modelo que puede ser comparado con datos experimentales, por lo que éste trabajo buscará reproducir resultados similares tomando en cuenta áreas en las que hay gran oportunidad de profundizar, por ejemplo: análisis de la frecuencia de oscilación de la cortina de agua, la cual proporciona una aproximación de donde perdera estabilidad y se romperá esta cortina, ésto con el objeto de producir cortinas de agua de mayor dimensión, también se buscará introducir software libre especializado en mallado para poder generar múltiples perspectivas en función del tipo de malla de la geometría, además se buscará introducir geometrías de mayor complejidad al estudio y se analizará el caso en tres dimensiones, el cual es una mejor aproximación a los resultados experimentales.

Para el caso de los experimentos del rompimiento de olas, se buscará recrear el caso tomando en cuenta los efectos generados por la apertura de la puerta que permite la entrada del agua, también se introducirá un análisis de los perfiles de agua máximos y mínimos en función de la altura de la cama de agua, la cual es un parámetro de gran importancia.

Apendice A

Desarrollo de las ecuaciones adimensionales

El movimiento de un fluido de densidad uniforme ρ y viscosidad μ es gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales representan las ecuaciones de Newton y la ley de conservación de masa y se expresan de la siguiente manera:

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = -\nabla p + \mathbf{F} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (7.0.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7.0.2)$$

Esto representa un sistema de 4 ecuaciones y 4 incógnitas (la presión del fluido y los tres componentes del campo de velocidad \mathbf{u}), aquí \mathbf{F} representa cualquier fuerza de cuerpo que esté actuando sobre el fluido, por ejemplo; en presencia del campo de gravedad $\mathbf{F} = \rho \vec{g}$, donde \vec{g} es la aceleración debida a la gravedad.

Primero, si el flujo está en estado no estacionario debe haber una condición inicial o una distribución espacial conocida para cada variable.

En

$$t = 0 : \quad \mathbf{u}, p = f(x, y, z) \quad (7.0.3)$$

conocida

Por otra parte, en todo tiempo t debemos conocer algo acerca de las variables en cada *contorno* que encierra al flujo, puesto que ρ es constante existen sólo dos incógnitas: p y \mathbf{u} . El sistema está cerrado.

Utilizando las condiciones de contorno tales como:

Superficie sólida:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{pared}$$

En cual la única excepción se tiene en el flujo de gases muy rarificados, en cuyo caso puede haber deslizamiento.

En la sección de entrada y salida se deben conocer las distribuciones de velocidad y presión en todo instante:

Entrada y salida \mathbf{u} y p conocidas. Estas secciones de entrada y salida a menudo están situadas en (más menos) ∞ , simulando un cuerpo sumergido en un fluido que se extiende hasta el infinito.

Finalmente, las condiciones más complejas se tienen en la superficie de separación entre un líquido y un gas, o superficie libre, como se muestra en el siguiente diagrama donde denotamos la interfaz como:

$$z = \eta(x, y, t) \tag{7.0.4}$$

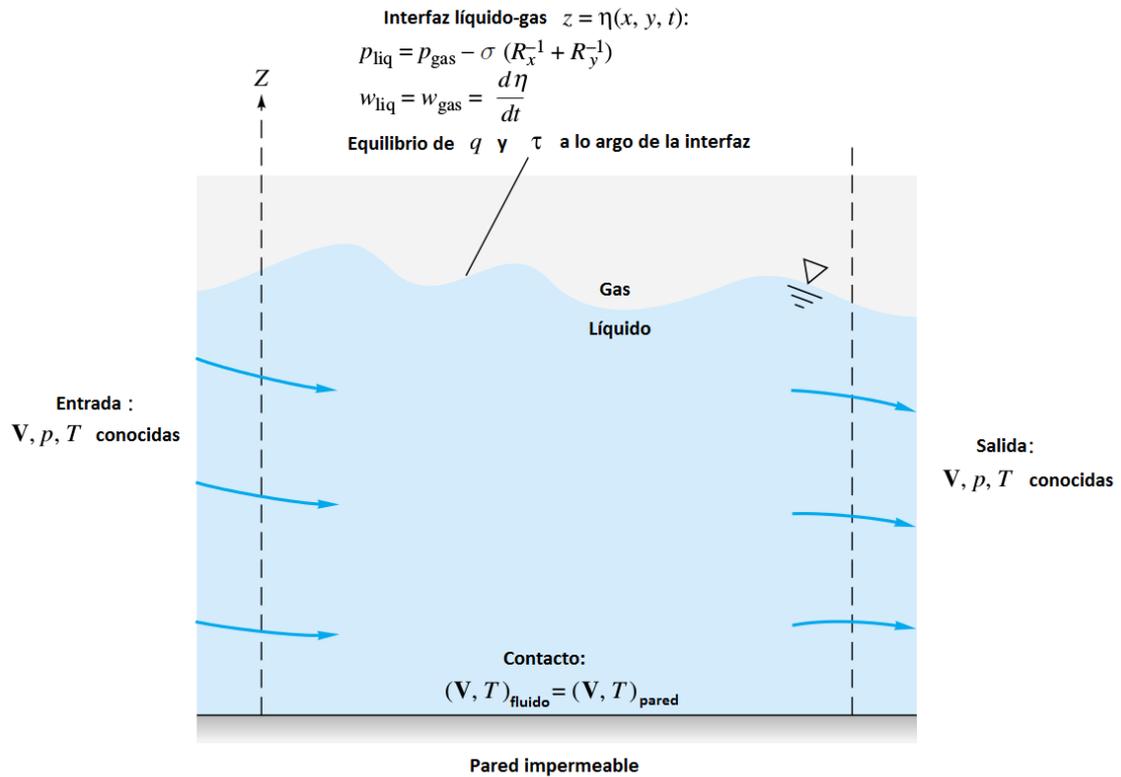


Figura 7.1: Diagrama de condiciones iniciales

Debe haber una igualdad en las velocidades verticales en la superficie de separación, por lo tanto no deben aparecer huecos entre la fase del líquido y el gas:

$$w_{liq} = w_{gas} = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial\eta}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial\eta}{\partial y} \quad (7.0.5)$$

Esta es llamada **Condición de frontera cinemática**

También debe haber equilibrio mecánico a través de la interfaz. El tensor de esfuerzos viscosos tangenciales a la superficie debe ser equilibrado si la tensión superficial es constante. En esta caso, si la superficie es plana $z = \text{constante}$.

$$(\tau_{zy})_{liq} = (\tau_{zy})_{gas} \quad (\tau_{zx})_{liq} = (\tau_{zx})_{gas} \quad (7.0.6)$$

Estas relaciones pueden utilizarse también con buena aproximación cuando la superficie es casi plana. Despreciando el esfuerzo normal viscoso, la presión debe ser equilibrada en la interfaz, excepto para los efectos de tensión superficial.

$$p_{liq} = p_{gas} - \sigma(R_x^{-1} + R_y^{-1}) \quad (7.0.7)$$

Los radios de curvatura pueden escribirse en términos de la posición de la superficie libre η .

$$R_x^{-1} + R_y^{-1} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\frac{\partial\eta}{\partial x}}{\sqrt{1 + \frac{\partial\eta^2}{\partial x} + \frac{\partial\eta^2}{\partial y}}} + \frac{\frac{\partial\eta}{\partial y}}{\sqrt{1 + \frac{\partial\eta^2}{\partial x} + \frac{\partial\eta^2}{\partial y}}} \right] \quad (7.0.8)$$

En esta ecuación los términos de raíces cuadradas pueden considerarse como la unidad cuando la superficie es casi totalmente plana.

Condiciones simplificadas en la superficie libre

Consideraremos que el fluido sobre la superficie libre es simplemente la atmósfera y que solamente ejerce presión sobre el fluido situado debajo con rozamiento despreciable. También despreciamos los términos no lineales que involucran las pendientes de la superficie libre. En este caso tenemos unas condiciones mucho más simples en la superficie libre:

$$p_{liq} \approx p_{gas} - \sigma \left(\frac{\partial\eta}{\partial x^2} + \frac{\partial\eta}{\partial y^2} \right) \quad (7.0.9)$$

$$w_{liq} \approx \frac{\partial\eta}{\partial t} \quad (7.0.10)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z}\right) \approx 0 \quad (7.0.11)$$

En muchos casos como canales abiertos, también es posible despreciar los efectos de tensión superficial, de modo que:

$$p_{liq} \approx p_{atm} \quad (7.0.12)$$

En resumen las condiciones de contorno típicas son:

- Superficie fija:

$$\mathbf{u} = 0 \quad (7.0.13)$$

- Entrada o salida:

$$\mathbf{u}, p \quad (7.0.14)$$

conocidas

- Superficie libre, $z = \eta$:

$$w = \frac{d\eta}{dt}, \quad p = p_a - \sigma(R_x^{-1} + R_y^{-1}) \quad (7.0.15)$$

Las ecuaciones contienen tres dimensiones básicas, MLT(masa, distancia y tiempo). Todas las variables p, \mathbf{u}, x, y, z y t pueden adimensionalizarse utilizando la densidad y dos constantes de referencia que podrían ser características del flujo particular que se esté analizando:

$$\text{Velocidad de referencia} = U \quad \text{Longitud de referencia} = L$$

Por ejemplo U podría ser la velocidad a la entrada y L el diámetro del cuerpo rígido sumergido en una corriente. Definiremos las variables adimensionales, designándolas con un arterisco:

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U} \quad (7.0.16)$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (7.0.17)$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad (7.0.18)$$

$$z^* = \frac{z}{L} \quad (7.0.19)$$

$$t^* = \frac{tU}{L} \quad (7.0.20)$$

$$p^* = \frac{p + \rho gz}{\rho U^2} \quad (7.0.21)$$

El parámetro p^* está escrito de esa forma para incluir los efectos gravitatorios, donde z es vertical positiva hacia arriba. Esta idea está sugerida por la ecuación de Bernoulli.

Puesto que ρ , U y L son constantes, las derivadas de las ecuaciones pueden escribirse en forma adimensional con coeficientes adimensionales. Por ejemplo:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \frac{\partial(U\mathbf{u}^*)}{\partial(Lx^*)} = \frac{U}{L} \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial x^*} \quad (7.0.22)$$

Introduciendo las variables adimensionales en el lado izquierdo de la ecuación (7.0.1) tenemos:

$$\rho \left(\frac{\partial(U\mathbf{u}^*)}{\partial\left(\frac{L}{U}t^*\right)} + (U\mathbf{u}^*) \cdot \frac{\partial(U\mathbf{u}^*)}{\partial(Lx^*)} \right) \quad (7.0.23)$$

Donde al simplificar los terminos obtenemos:

$$\rho \left(\frac{U^2}{L} \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \frac{U^2}{L} \mathbf{u}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial x^*} \right) \quad (7.0.24)$$

Sacando los términos constantes de la ecuación (7.0.24) queda:

$$\rho \frac{U^2}{L} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial x^*} \right). \quad (7.0.25)$$

Ahora introduciendo las variables adimensionales del lado derecho de la ecuación (7.0.1):

$$-\nabla(p^* \rho U^2 - \rho g z^* L) + \rho \mathbf{g} + \mu \left(\frac{\partial^2 U \mathbf{u}^*}{\partial L x^{*2}} \right) \quad (7.0.26)$$

Simplificando la ecuación queda como:

$$-\frac{\rho U^2}{L} \nabla^* p^* + \mu \frac{U}{L^2} (\nabla^{*2} \mathbf{u}^*) \quad (7.0.27)$$

Ahora igualando las ecuaciones (7.0.25) y (7.0.27) obtenemos:

$$\rho \frac{U^2}{L} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\rho U^2}{L} \nabla^* p^* + \mu \frac{U}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}^*}{\partial x^{*2}} \right) \quad (7.0.28)$$

Reescribiendo el término

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}^*}{\partial x^{*2}} = \nabla^{*2} \mathbf{u}^*$$

Entonces la ecuación (7.0.28) puede escribirse como:

$$\rho \frac{U^2}{L} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* \right) = -\frac{\rho U^2}{L} \nabla^* p^* + \mu \frac{U}{L^2} (\nabla^{*2} \mathbf{u}^*) \quad (7.0.29)$$

Multiplicando toda la ecuación (7.0.29) por el término $\frac{L}{\rho U^2}$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{\nu}{UL} (\nabla^{*2} \mathbf{u}^*) \quad (7.0.30)$$

Ahora introducimos el número adimensional Re y la ecuación (7.0.30) queda como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} (\nabla^{*2} \mathbf{u}^*) \quad (7.0.31)$$

Ahora se introduce la ecuación (7.0.21) en (7.0.19) y esta queda como:

$$p^* = \frac{p_a - \sigma(R_x^{-1} + R_y^{-1}) - \rho g z}{\rho U^2} \quad (7.0.32)$$

Introduciendo las variables adimensionales en la condición de presión.

$$p^* = \frac{p_a}{\rho U^2} - \frac{\rho g z^* L}{U^2} - \frac{\sigma(R_x^{-1*} + R_y^{-1*})}{\rho U^2 L} \quad (7.0.33)$$

Introduciendo los números adimensionales Eu , Fr y We .

$$p^* = Eu - \frac{z^*}{Fr} - \frac{(R_x^{-1*} + R_y^{-1*})}{We} \quad (7.0.34)$$

En resumen las ecuaciones adimensionales son:

- Continuidad

$$\nabla^* \mathbf{u}^* = 0$$

- Momentum

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} (\nabla^{*2} \mathbf{u}^*)$$

- Presión

$$p^* = Eu - \frac{z^*}{Fr} - \frac{(R_x^{-1*} + R_y^{-1*})}{We}$$

Bibliografía

- [1] Lim Shi Yee *Numerical Modeling of Multi-phase flow with surface tension using a level set description and X-FEM*. Barcelona, June 28, 2010.
- [2] Hassan Hemida *Free surface tutorial using interFoam and rasInterFoam* Division of Fluid Dynamics, Department of Applied Mechanics Chalmers University of Technology, SE-412 96 Göteborg, Sweden, April 14, 2008.
- [3] D.R. Brown, *A study of the behaviour of a thin sheet of a moving liquid*. J. Fluid Mech. 10 297-305, 1961.
- [4] Hung-Chu Hsu *Numerical and Experimental Study of Dambreak Flood Propagation and its Application to Sediment Erosion*. Taiwan August 8, 2009.
- [5] J.U.Brackbill, D.B.Kothe and C. Zemach *Continuum Method for Modeling Surface Tension*. Theoretical Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, Recive August 30, 1990.
- [6] J.U.Brackbill, D.B.Kothe and C. Zemach *Dam-break flow simulation: some results of one-dimensional models of real cases*. Theoretical Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, Recive August 30, 1990.
- [7] T.O'Donoghue, D. Pokrajac, L.J. Hondebrink *Laboratory and Numerical Study of Dambreak-Generated Swash on impermeable Slopes*. School of Engineering, University of Aberdeen, Coastal Engineering 57 513-530, 2010.
- [8] Reza Marsooli, Weiming Wu *3-D finite-volume model of dam-break flow over uneven beds based on VOF method* National Center for Computational Hydroscience and Engineering (NCCHE), University of Mississippi, MS 38677, USA; Department of civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Postdam, NY 13699, USA.
- [9] Peter J.Schmid and Dan S. Henningson *On the Stability of a Falling Liquid Curtain* Laboratoire d'Hydrodynamique(LadHyX), Ecole Polytechnique, F-91128 Palaiseau, France Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, S-10044 Stockholm, Sweden, Feb 8, 2002.
- [10] Frank M. White *Fluid Mechanics*. University of Rhode Island, Fourth Edition
- [11] Lee W. Casperson *Fluttering Fountains: Annular Geometry* Portland State University, Jan 9, 1995.
- [12] Lee W. Casperson *Fluttering fountains: Stability Criteria* Portland State University, Jan 5 1994.

- [13] Paolo J. Olivera, Raad I. Issa *An Improved PISO Algorithm For The Computation Of Buoyancy-Driven Flows* Departamento de Engenharia Electromecânica, Universidade da Interior, Covilha Portugal. Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, UK, 2001.
- [14] J.S. Roche^{1,2}, N. Le Grand^{1,2}, P. Brunet^{1,*}, L. Lebon^{1,2}, and L. Limat^{1,2} ¹Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes *Perturbations on a liquid curtain near break-up : wakes and free edges* UMR 7636 du CNRS, 10 rue Vauquelin 75005 Paris (France) ²Laboratoire Matière et Systèmes Complexes, UMR 7057 du CNRS, Université Paris 7, 2 place Jussieu 75251 Paris Cedex 05 (France) October 20, 2005.
- [15] Kim Motoyoshi Kalland *A Navier-Stokes Solver for Single- and Two-Phase Flow* THESIS for the degree of MASTER OF SCIENCE, Faculty of Mathematics and Natural Sciences University of Oslo, September 2008.
- [16] Imre M. Jánosi, Dominique Jan, K. Gábor Szabó, Tamás Tél *turbulent Drag Reduction in Dam-break Flows* Experiment in Fluids 37 (2004) 219-229.
- [17] P.K. Stansby, A. Chegini and T.C.D. Barnes *The Initial Stages Of Dam-break Flow* Hydrodynamics Research Group, School of Engineering, The University of Manchester, M13 9PL, UK, School of Mathematics, University of Bristol BS8 1TW, UK, 1998.
- [18] K.W. Lam *A Numerical Surface Tension Model for Two Phase Flow Simulations* University of Groningen, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Master Thesis in Applied Mathematics, August 2009.
- [19] John W. M. Bush *SURFACE TENSION MODULE* , Department of Mathematics, MIT.
- [20] Michal Koperka *Non-dimensionalisation of the Navier-Stokes equations* Centre for Scientific Computing, January 24, 2008.
- [21] Ruben Scardovelli and Stephane Zaleski *OF FREE-SURFACE AND INTERFACIAL FLOW* DIENCA, Lab. di Montecuccolino, Via dei Colli, 16, 40136 Bologna, Italy; and Modelisation en Mécanique, UMR CNRS 7607, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, Paris, France, 1999
- [22] Goong Chen, Qingang Xiong, Philip J. Morris, Eric G. Paterson, Alexey Sergeev, and Yi-Ching Wang *OpenFOAM for Computational Fluid Dynamics* , April, 2014.
- [23] Julien Rillon *OpenFOAM Stansby et al DamBreak Practical case* University of Rouen CORIA, Feb 8, 2013.
- [24] R.C. Paterson *The Numerical Solution of Free-Surface Problems for Incompressible, Newtonian Fluids* The University of Leeds School of Computing Studies and Department of Applied Mathematics, Sep 1999.
- [25] Sergio Nasmachnow, Gabriel Usera *Laboratorio de simulación de flujos con superficie libre* Centro de Cálculo, Instituto de computación, Facultad de Ingeniería Universidad de la república, Uruguay
- [26] Tommaso Lucchini *OpenFOAM postprocessing and advanced running options* Department of Energy Politecnico di Milano.
- [27] *The Open Source CFD Toolbox, User Guide* Dec 3, 2014.