



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

TESIS

**“MODELO DE PERMEABILIDAD RELATIVA EN UN SET DE
FRACTURAS VERTICALES DURANTE UN PROCESO DE
DRENE GRAVITACIONAL”**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO PETROLERO**

**PRESENTA:
AROLDO VELAZQUEZ RAMOS**

**DIRECTOR:
DR. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO**



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F., MAYO 2013



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN
CIENCIAS DE LA TIERRA
OFICIO/FING/DICT/076/2013

SR. AROLDO VELÁZQUEZ RAMOS
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento que la opción de titulación: **POR TESIS**, así como el tema y contenido propuestos por el Dr. Erick E. Luna Rojero, en calidad de **Director de Tesis**, han sido aprobados por el comité de titulación de la carrera de **Ingeniería Petrolera** y se muestran a continuación

MODELO DE PERMEABILIDAD RELATIVA EN UN SET DE FRACTURAS VERTICALES DURANTE UN PROCESO DE DRENE GRAVITACIONAL

- I IMPORTANCIA DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS EN MÉXICO
- II GEOLOGÍA DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS
- III MODELO DE PERMEABILIDAD RELATIVA
- IV PROGRAMACIÓN DEL MODELO Y SIMULACIÓN

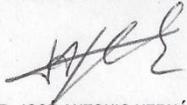
Por otra parte, le comunico que le ha sido asignado el siguiente jurado que tendrá como función básica, avalar su trabajo escrito y autorizar la réplica oral requerida para la obtención del título profesional, de acuerdo al Reglamento de Opciones de Titulación vigente.

PRESIDENTE: ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS
VOCAL: DR. ERICK E. LUNA ROJERO
SECRETARIO: DR. NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO
1ER. SUPLENTE: DR. RAFAEL HERRERA GÓMEZ
2DO. SUPLENTE: M.I. FABIÁN CARRANZA DUMONT

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de Administración Escolar, en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito, el título de este.

Asimismo, le recuerdo que para optar por el título profesional, es necesario haber acreditado el 100% de los créditos establecidos en el plan de estudios, haber realizado el Servicio Social de acuerdo con la Legislación Universitaria y haber aprobado el examen de comprensión de lectura de un idioma extranjero, en términos de lo dispuesto por el Consejo Técnico.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
CD. Universitaria, D. F. a 18 de Enero de 2013.
El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería Petrolera


DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ

ccp Coordinador de la Carrera
ccp Interesado

Agradecimientos

Como una muestra de mi cariño y agradecimiento por todo el amor, el apoyo brindado y porque hoy veo llegar a su fin una de las metas más importantes mi vida, quiero agradecer a mis padres Aroldo Velazquez Alvarado y Amancia Ramos Martínez por enseñarme el valor de la rectitud, el respeto, el esfuerzo y la superación. Sabiendo que no existe forma de agradecerles una vida de sacrificios, quiero que sepan que esta meta alcanzada es también de ustedes, y que son la fuente de inspiración de todos mis logros.

A mis hermanos, Sonia, Rafael y Alfredo por su apoyo, comprensión y amor incondicional que siempre me han dado. Saben que son y seguirán siendo parte importante de mi vida.

Agradezco a mis amigos de la Facultad de Ingeniería, que han hecho de mi estancia universitaria una etapa inolvidable. Gracias por su amistad, confianza y apoyo, por todos los momentos que hemos pasado y estoy seguro vendrán más.

A mi director de tesis el Dr. Erick Luna Rojero, gracias por su dedicación, paciencia y amistad.

Al Dr. Néstor Martínez Romero, mi mentor, un excelente amigo y profesional. Le agradezco haberme enseñado a nunca darme por vencido, a buscar día con día la superación y dejar a un lado la mediocridad. Muchas gracias por su confianza y consejos.

Agradecimientos

Un agradecimiento especial al Ing. José Juan Acosta, mi mentor de ExxonMobil, por su amistad, dedicación y sus consejos valiosos que estoy seguro serán muy útiles durante mi carrera profesional.

Al Instituto Mexicano del Petróleo y a ExxonMobil por apoyar este trabajo de tesis, sin estas dos grandes instituciones no hubiera sido posible su realización.

Finalmente agradezco a mi Alma Mater; la Universidad Nacional Autónoma de México por su labor incansable de formar profesionistas de excelencia, en especial a la Facultad de Ingeniería porque me ha dado la oportunidad única de formar parte de sus egresados, me siento muy orgulloso de ser Universitario, de ser siempre Puma.

Aroldo Velazquez Ramos

| Índice | Página |
|---|------------------|
| Agradecimientos | ii |
| Resumen..... | 1 |
| Summary | 2 |
| Introducción..... | 3 |
| <u>Capítulo I. Importancia de los YNF en MÉXICO</u> | <u>4</u> |
| I.1 Introducción..... | 4 |
| I.2 Complejo Cantarell..... | 5 |
| I.2.1 Descubrimiento..... | 5 |
| I.2.2 Localización | 5 |
| I.2.3 Historia de producción..... | 6 |
| I.2.4 Cantarell en el futuro | 8 |
| I.3 Ku Maloob Zaap | 9 |
| I.3.1 Descubrimiento y localización | 9 |
| I.3.2 Historia de producción..... | 10 |
| I.3.3 Ku Maloob Zaap en el futuro..... | 12 |
| <u>Capítulo II. Geología de los Yacimientos Naturalmente Fracturados</u> | <u>13</u> |
| II.1 Introducción | 13 |
| II.2 Conceptos fundamentales..... | 14 |
| II.2.1 Porosidad..... | 14 |
| II.2.2 Permeabilidad | 16 |
| II.2.3 Saturación..... | 17 |
| II.2.4 Roca sedimentaria..... | 17 |
| II.2.5 Sedimento..... | 18 |
| II.2.6 Sedimentación | 18 |
| II.2.7 Litificación..... | 18 |
| II.2.8 Cuenca sedimentaria..... | 18 |
| II.2.9 Estratificación..... | 18 |
| II.2.10 Yacimiento de hidrocarburos | 18 |
| II.3 Geología de las fracturas | 19 |

| | |
|--|-----------|
| II.3.1 Origen de las fracturas..... | 19 |
| II.3.2 Clasificación de las fracturas | 20 |
| II.3.2.1 Clasificación Genérica o de laboratorio de las fracturas | 20 |
| II.3.2.2 Clasificación geológica de las fracturas | 22 |
| II.4 Yacimiento Naturalmente Fracturado..... | 29 |
| II.4.1 Clasificación de los YNF por almacenamiento..... | 29 |
| II.4.2 Clasificación por interacción matriz – fractura de los YNF..... | 30 |
| II.5 Caracterización de un sistema de fracturas | 32 |
| II.5.1 Metodología..... | 33 |
| II.5.2 Adquisición de información | 33 |
| II.5.2.1 Fuentes de información directa | 34 |
| II.5.2.2 Fuentes de información indirecta | 38 |
| II.5.3 Orientación y distribución espacial de las fracturas en el yacimiento | 41 |
| II.5.3.1 Orientación | 41 |
| II.5.3.2 Distribución espacial de las fracturas | 42 |
| II.5.4 Métodos de interpolación de información de fracturas..... | 43 |
| II.5.4.1 DFN | 44 |
| II.5.4.2 CFM | 45 |
| II.5.4.3 Uso combinado de DFN-CFM | 47 |
| Capítulo III. Modelo de Permeabilidad Relativa | 48 |
| III.1 Introducción..... | 48 |
| III.2 Conceptos fundamentales | 49 |
| III.2.1 Drene | 49 |
| III.2.2 Imbibición..... | 49 |
| III.2.3 Tensión superficial e interfacial..... | 49 |
| III.2.4 Densidad | 49 |
| III.2.5 Gravedad específica | 49 |
| III.2.6 Presión capilar..... | 50 |
| III.2.7 Mojabilidad | 51 |

| | |
|--|----|
| III.3 Desarrollo del modelo de permeabilidades relativas en un set de fracturas verticales durante un proceso de drene | 51 |
| III.3.1 Sistema coordinado..... | 51 |
| III.3.2 Definición del set de fracturas verticales..... | 52 |
| III.3.3 Consideraciones del proceso de drene | 53 |
| III.3.4 Flujo de una fase en una fractura vertical..... | 55 |
| III.3.4.1 Condiciones iniciales | 55 |
| III.3.4.2 Solución a la ecuación de Navier-Stockes para flujo de una sola fase en una fractura vertical | 56 |
| III.3.4.3 Gasto en una fractura vertical | 58 |
| III.3.4.4 Velocidad promedio de flujo en una fractura vertical | 59 |
| III.3.4.5 Cálculo de la caída de presión | 60 |
| III.3.5 Flujo en una fractura vertical parcialmente saturada | 61 |
| III.3.5.1 Δp_T en términos del desplazamiento | 61 |
| III.3.5.2 Δp_T puramente hidrostático | 62 |
| III.3.5.3 Variación del desplazamiento con respecto al tiempo en variables adimensionales | 63 |
| III.3.5.4 Condición de drene | 64 |
| III.3.5.5 Condición de equilibrio | 66 |
| III.3.5.6 Solución asintótica de $\frac{d\eta}{d\tau}$ | 67 |
| III.3.6 Flujo en el sistema de fracturas verticales..... | 73 |
| III.3.6.1 Velocidad de Darcy para el fluido de inyección | 73 |
| III.3.6.2 Velocidad de Darcy para el fluido desplazado (aceite) | 74 |
| III.3.6.3 Caída de presión promedio del fluido de inyección | 75 |
| III.3.6.4 Caída de presión promedio del fluido desplazado | 77 |
| III.3.6.5 Permeabilidad relativa al fluido de inyección | 78 |
| III.3.6.6 Permeabilidad relativa al fluido desplazado | 81 |

| | |
|---|------------|
| III.3.7 Otros parámetros importantes | 83 |
| III.3.8 Resumen | 84 |
| Capítulo IV. Programación del modelo y simulación | 85 |
| IV.1 Introducción | 85 |
| IV.2 Fortran | 86 |
| IV.2.1 Historia | 86 |
| IV.2.2 Cambios en los diferentes estándares Fortran | 87 |
| IV.2.3 Elementos del lenguaje | 87 |
| IV.2.4 Ventajas de Fortran | 88 |
| IV.3 Microsoft Excel | 88 |
| IV.3.1 Historia | 88 |
| IV.3.2 Interfaz de Excel | 90 |
| IV.3.3 Ventajas de Excel | 91 |
| IV.4 Estructura del programa | 91 |
| IV.4.1 Interfaz gráfica | 91 |
| IV.4.2 Programa principal | 93 |
| IV.5 Tiempo de ejecución del programa | 95 |
| IV.6 Simulación de caso hipotético | 96 |
| IV.6.1 Simulación para diferentes números de Bond | 97 |
| IV.6.2 Simulación para diferentes densidades de fluidos | 100 |
| IV.6.3 Simulación para diferentes viscosidades de fluidos | 102 |
| IV.6.4 Simulación para diferentes aperturas promedio de fractura | 104 |
| IV.6.5 Simulación para diferentes varianzas de apertura de fractura | 107 |
| Conclusiones | 109 |
| Nomenclatura..... | 111 |
| Bibliografía | 114 |

Resumen

Los yacimientos naturalmente fracturados son muy complicados y difíciles de evaluar. La evaluación efectiva, predicción y planeación de la explotación en estos yacimientos requiere un reconocimiento temprano del rol del sistema de fracturas naturales y de un enfoque sistemático de obtención y análisis de la información pertinente. Sin embargo, se debe tener cuidado con el análisis y evaluación ya que deben estar enfocados con el problema en particular que se presenta en el yacimiento. Es fácil perder detalle en la adquisición de la información y perder el sentido de las implicaciones económicas.

Los yacimientos naturalmente fracturados representan un porcentaje importante de las reservas mundiales de hidrocarburos. A pesar de la importancia de los yacimientos fracturados, en la industria petrolera se tiende a negar la presencia de fracturas en los yacimientos. En efecto, los yacimientos fracturados son más complicados que los yacimientos que solo producen de la matriz de la roca, requieren más tiempo y dinero para ser evaluados correctamente.

En México los yacimientos naturalmente fracturados son de gran importancia porque la mayor parte de la producción proviene de yacimientos fracturados como los de los campos Cantarell y Ku Maloob Zaap. Cantarell fue el campo petrolero más importante de 1979 a 2008. La producción proveniente de Cantarell era de aproximadamente de 2.2 millones de barriles diarios. Desde 2009, Ku Maloob Zaap se convirtió en el yacimiento más importante con una producción de 800 000 barriles diarios.

Debido a la importancia de los yacimientos naturalmente fracturados, un modelo de permeabilidad relativa en fracturas verticales es presentado en este trabajo de tesis. El modelo está basado en la ecuación de Navier-Stokes y la Ley de Darcy. El modelo es producto de un esfuerzo para entender el flujo de fluidos en fracturas y el comportamiento de los yacimientos naturalmente fracturados.

En el último capítulo de esta tesis se presenta un programa de cómputo basado en el modelo de permeabilidad relativa. Esta aplicación fue programada en Visual Fortran y Excel, el cual incluye la generación de las fracturas estocásticamente para representar la heterogeneidad de los yacimientos fracturados. Los datos de salida son las curvas de permeabilidad relativa.

Summary

Fractured reservoirs are very complicated and difficult to evaluate. Effective evaluation, prediction, and planning in these reservoirs require an early recognition of the role of the natural fracture system and a systematic approach to the gathering and analysis of pertinent data. However, care should always be taken to make sure that the degree of analysis and evaluation is commensurate with the particular problem being addressed. It is easy to get lost in detail and data acquisition, and lose sight of the economic questions.

Fractured reservoirs make up a large and increasing percentage of the world's hydrocarbon reserves. However, in spite of the importance of fractured reservoirs, we in the industry tend to deny the presence of fractures in our reservoirs. Indeed, fractured reservoirs are more complicated than matrix reservoirs, and they do require more time and money to be evaluated correctly.

In Mexico naturally fractured reservoirs are important because most of the production is from fractured reservoirs as Cantarell and Ku Maloob Zaap. Cantarell was the most important field from 1979 to 2008. The production provided by Cantarell was about 2.2 million of barrels. Since 2009, Ku Maloob Zaap field became the most reliable reservoir with a production of 800 000 barrels.

Due to the importance of naturally fractured reservoirs, a model of relative permeability in vertical fractures is presented in this thesis work. The model is based on the Navier-Stokes' equation and Darcy's Law. This model is the product of an effort to understand the fluid flow in fractures and the behavior of fractured reservoirs.

The remainder of this thesis presents software based on the model of relative permeability. The software was programed in Visual Fortran and Excel. The software includes simulation of fractures stochastically to represent fractured reservoirs heterogeneity. The output of this software is the relative permeability curves.

Introducción

La caracterización de un yacimiento petrolero es la piedra angular para entender y predecir su comportamiento, esto se hace de vital importancia cuando las fracturas juegan un papel de relevancia en el flujo de fluidos. La planeación de explotación y evaluación de los yacimientos depende en gran medida de los datos recolectados en campo y en la posterior caracterización de la roca y de los fluidos presentes en el yacimiento.

En el caso de los yacimientos naturalmente fracturados, la caracterización como su posterior evaluación y predicción de comportamiento son muy complicados en comparación con yacimientos convencionales. Razón por la cual es habitual dejar de lado a las fracturas para evitar complicaciones en el trabajo de simulación y predicción del comportamiento de producción. Esta evasión trae consigo repercusiones significativas en la vida productiva de los yacimientos, imposibilitando maximizar el valor económico de su explotación. Por lo cual este trabajo de tesis busca contribuir al entendimiento del comportamiento de los yacimientos naturalmente fracturados y a proveer de herramientas más precisas para la simulación numérica de yacimientos.

En este trabajo de tesis se presenta un modelo de permeabilidad relativa en un set de fracturas verticales. El modelo está sustentado en la ecuación de Navier-Stockes y la Ley de Darcy para flujo de dos fases en medios porosos. La razón del desarrollo del modelo es la falta de realismo en las curvas de permeabilidad relativa y presión capilar usada por los principales simuladores de yacimientos comerciales en el mundo, lo que imposibilita evaluar correctamente el comportamiento de los yacimientos naturalmente fracturados, con sus correspondientes implicaciones económicas y técnicas. Esto se hace imperativo si se toma en cuenta que en México la mayor parte de la producción de petróleo proviene de yacimientos naturalmente fracturados.

La tesis no solo contribuye con el modelo de permeabilidad relativa, también con una aplicación computacional desarrollada para facilitar los cálculos y minimizar los tiempos de obtención de resultados confiables de permeabilidades relativas en fracturas verticales.

Capítulo I. Importancia de los Yacimientos Naturalmente Fracturados en México

I.1 Introducción

Desde 1904, con el descubrimiento de hidrocarburos por medio del pozo “La Pez 1” en San Luis Potosí, México se ha beneficiado de los vastos yacimientos petrolíferos que son parte del territorio nacional.

A partir de la expropiación petrolera en 1938, y durante las siguientes tres décadas, México tuvo una producción de hidrocarburos relativamente modesta, encaminada a cubrir el consumo interno del país. Durante ese año se produjeron en promedio 106 mil barriles diarios, diez años más tarde 163 mil barriles por día y durante la década de los sesentas, la producción alcanzó 332 mil barriles diarios, en promedio. Una tendencia de moderado crecimiento en la producción petrolera, con algunos altibajos, se mantuvo hasta principios de los setenta. Conforme el país aceleró su proceso de urbanización, la demanda por petróleo creció más rápido que la oferta, lo que llevó al país a convertirse en un importador neto de petróleo a inicio de los setentas.

México realmente cobro importancia como un país petrolero, hasta el descubrimiento de los yacimientos naturalmente fracturados que forman el Complejo Cantarell en 1972, que permitió al país a mantener un ritmo de extracción de más de 2.5 millones de barriles de petróleo diario en los años venideros. Ante la declinación natural de Complejo Cantarell, los yacimientos naturalmente fracturados del Campo Ku Maloob Zaap descubiertos en 1980, sustituyeron la producción perdida en Cantarell, manteniendo así el ritmo de explotación.

Hoy día, la industria petrolera representa uno de los principales recursos económicos nacionales, y es considerada la palanca de desarrollo nacional, dando empleo a miles de trabajadores de forma directa e indirecta. Actualmente las ganancias por exportación de petróleo representan el 40% de los ingresos del gobierno federal.

I.2 Complejo Cantarell

El Complejo Cantarell es un campo súper gigante, está formado por los yacimientos Nohoch, Chac, Akal, Sihil e Ixtoc. Cuenta con 205 pozos de desarrollo y más de 7 pozos de inyección de nitrógeno.

Desde el inicio de su explotación en 1979 hasta el 2008, Cantarell fue el campo petrolero más importante del México. A partir de la explotación de este campo, México despegó realmente como productor y exportador de petróleo, lo que lo ubicó por primera vez en el panorama mundial como uno de los países relevantes del mundo petrolero.

I.2.1 Descubrimiento

En 1972 un pescador, Rudesindo Cantarell, descubrió una mancha de aceite que brotaba de las profundidades del mar en el Golfo de México, a unos 70 kilómetros de la costa, en la zona conocida como Sonda de Campeche. Poco tiempo después, estudios de exploración determinaron la localización de un campo petrolero súper gigante. En honor a la persona que dio los primeros indicios de su existencia, este campo, lleva el nombre de Cantarell.

I.2.2 Localización

El Complejo Cantarell se encuentra ubicado en la plataforma continental del Golfo de México, frente a las costas de Tabasco y Campeche, a 85 kilómetros al norte de Ciudad del Carmen, obsérvese la Figura 1.1.

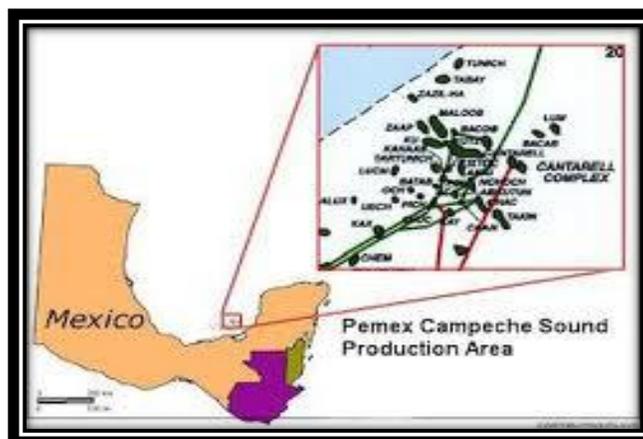


Figura 1.1 Ubicación Geográfica de Complejo Cantarell

La ubicación geológica de Cantarell es la provincia marina de Coatzacoalcos. El lugar donde yace el petróleo está formado por Breccia Carbonatada del Cretácico Superior, escombros del impacto del asteroide que creó el cráter Chicxulub.

Los yacimientos del Complejo Cantarell se encuentran en trampas de tiro estructural y con espesores netos de hasta 980 metros, en una extensión de 162 kilómetros cuadrados y con tirantes de agua de 35 a 50 metros.

1.2.3 Historia de producción

A partir de la explotación de este yacimiento, México despegó realmente como productor y exportador de petróleo, lo que lo ubicó por primera vez en el panorama mundial como uno de los países relevantes del mundo petrolero.

El país, de producir 749 mil barriles diarios durante los setentas, el promedio de producción diaria del país creció hasta alcanzar 2.5 millones de barriles en la década de los ochentas, 2.8 millones en los noventas y 3.1 millones en el periodo 2000-2010. La Figura 1.2 muestra la producción anual promedio de México desde 1960.

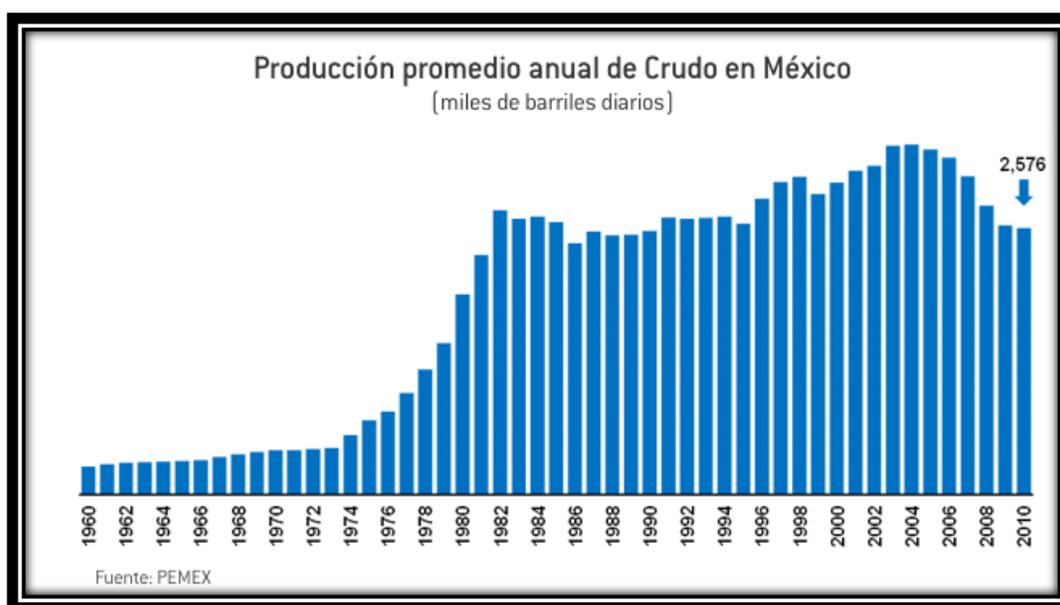


Figura 1.2 Producción promedio anual de México

Los primeros barriles de petróleo de Cantarell se produjeron en Junio de 1979, con un promedio de 4 mil 289 barriles diarios. Para diciembre, la producción alcanzaba los 240 mil barriles diarios. De 1980 al 2000 Cantarell mantuvo un promedio de producción de 1.5 millones de barriles diarios.

A partir del 2000 dio inicio la inyección de nitrógeno, con un gasto de 1 200 000 de metros cúbicos diarios, con lo cual Cantarell empieza a incrementar su producción, hasta que en diciembre de 2003, llega a su pico de producción al promediar 2.21 millones de barriles diarios, mes en que la producción nacional alcanzó su nivel más alto de la historia: 3.44 millones de barriles diarios. La Figura 1.3 muestra la producción histórica de Cantarell.

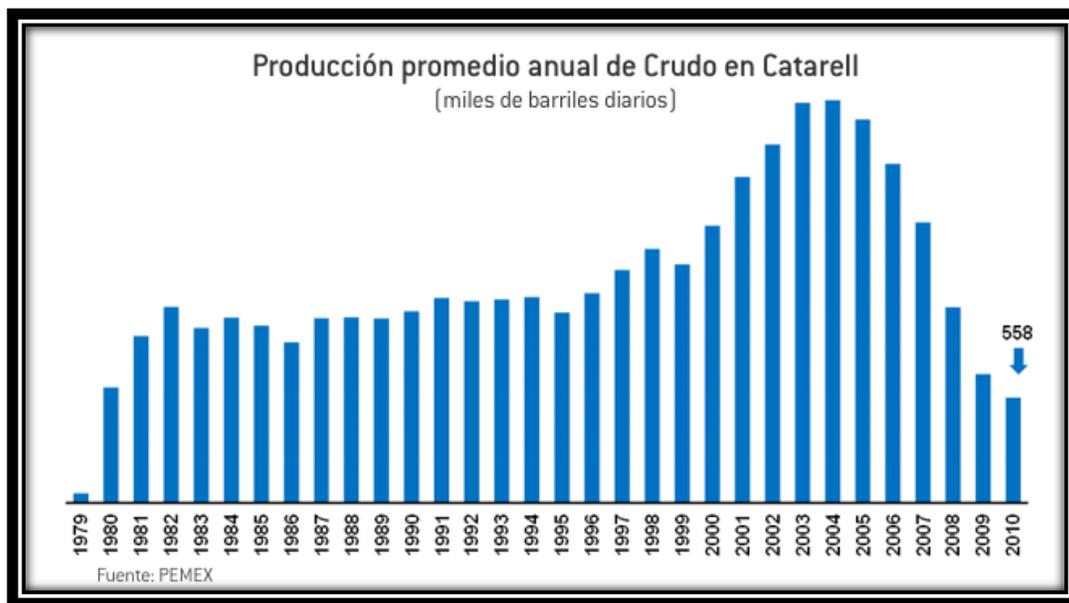


Figura 1.3 Producción promedio anual de Cantarell

La declinación de la producción es un fenómeno presente en todos los campos petroleros del mundo debido a que sus reservas de hidrocarburos son finitas. Cantarell por lo mismo, no es ajeno a este fenómeno, y a partir del 2004, Cantarell inició su proceso natural de declinación. La producción de Cantarell disminuyó rápidamente y en agosto del 2008 la producción cayó a menos de 1 millón de barriles diarios, fecha en la que Cantarell deja de ser el campo petrolero más importante de México. En 2010 la producción promedio era de

558 mil barriles diarios, ritmo de producción que se mantiene a la fecha. El comportamiento de la declinación de Cantarell se muestra en la Figura 1.4.

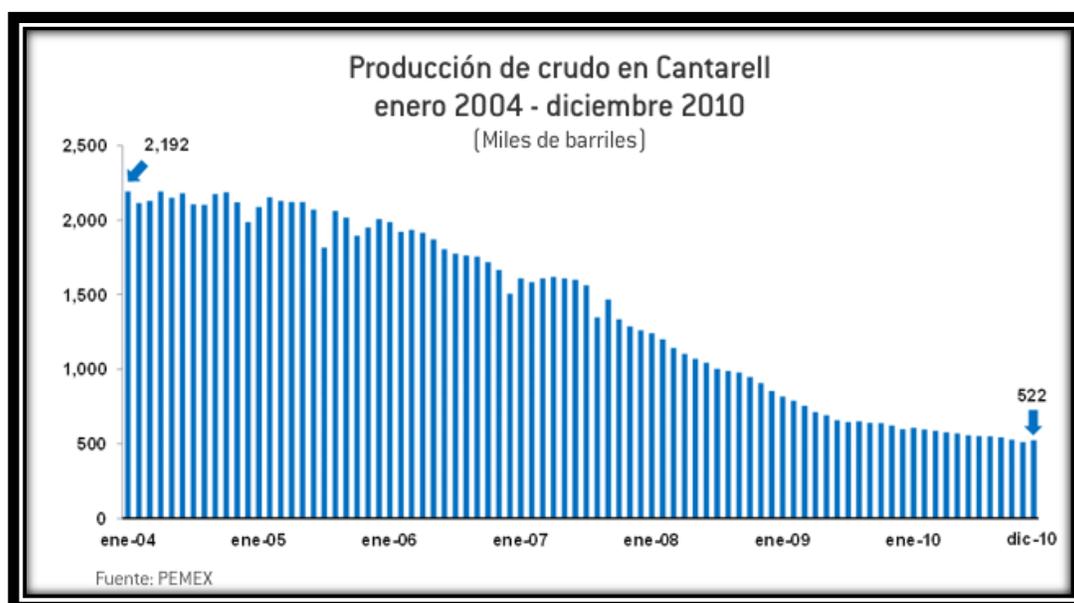


Figura 1.4 Producción promedio anual de Cantarell del 2004 al 2010

Cantarell representó el 36.8 por ciento de la producción total de petróleo de los ochentas, el 40.8 por ciento de los noventas y el 50.4 por ciento en el periodo 2000-2010. En 2004, el país alcanzó su cifra récord de producción con un promedio de 3 millones 383 mil barriles diarios, al tiempo que su dependencia de Cantarell alcanzaba también niveles históricos (63.2 por ciento de la producción global). La contribución de Cantarell, de 1979 a la fecha, fue de 13 mil 711 millones de barriles de petróleo.

1.2.4 Cantarell en el futuro

La realización de actividades encaminadas a mejorar la administración de la declinación de Cantarell han sido exitosas. Actualmente se están realizando trabajos para la inyección de CO₂ en el campo Chac, así como extender la inyección de Nitrógeno a otros campos para mejorar el factor de recuperación. Se estima que la producción de Cantarell en los próximos años será de alrededor de 416 mil barriles por día, nivel en el que se estima tenderá a estabilizarse para los subsecuentes años. Ello implica una reducción adicional de solo aproximadamente 35 mil barriles de sus niveles actuales, y es consecuencia de los esfuerzos

ya mencionados para administrar la declinación del campo. Cantarell fue y seguirá siendo uno de los principales productores del país.

I.3 Ku Maloob Zaap

En la actualidad este activo se conforma por los campos Ku, Maloob, Zaap, Bacab y Lum, los cuales toman su nombre en honor a la cultura maya que predominó en la zona de Campeche y Yucatán. En lengua Maya su significado es el siguiente:

- Ku: Nido
- Maloob: Bueno
- Zaap: Braza
- Bacab: Columna
- Lum: Tierra

Hasta 2008 fue el segundo complejo petrolero en importancia en el país, en términos de reservas probadas de hidrocarburos y producción de crudo. Sin embargo, a partir de 2009, el Activo Ku Maloob Zaap se convirtió en el principal productor de crudo a nivel nacional alcanzando una producción de 808 miles de barriles diarios.

El complejo de Ku-Maloob-Zaap cuenta en la actualidad con 31 plataformas marinas de las cuales 2 son plataformas de enlace, 5 habitacionales, 18 de perforación, 5 de producción y 1 de telecomunicaciones. Ku Maloob Zaap cerró el año 2010 con 146 pozos en operación.

1.3.1 Descubrimiento y localización

Su historia comenzó con el descubrimiento del campo Ku en 1980 por el Pozo Ha-1 que dio inicio a su producción en marzo de 1981. Posteriormente se descubrieron los campos Maloob en el año 1984 y Zaap en el año 1991.

Ku Maloob Zaap (KMZ) se localiza frente a las costas de Tabasco y Campeche, a 105 kilómetros al noreste de Ciudad del Carmen, Campeche. Ku Maloob Zaap se extiende en un área de 149.5 kilómetros cuadrados. La figura 1.5 muestra la localización geográfica de Ku Maloob Zaap.



Figura 1.5 Localización de Ku Maloob Zaap

I.3.2 Historia de producción

Tras su descubrimiento en 1980, Ku Maloob Zaap inició su producción en 1981 con un aporte promedio de 44 mil barriles diarios. En el periodo comprendido de 1982 a 1998 la producción se incrementó hasta lograr una producción promedio de 202 mil barriles diarios. Del 2000 al 2009 la producción promedio incremento a 441 mil barriles diarios. En la Figura 1.6 se puede observar la historia de producción de Ku Maloob Zaap.

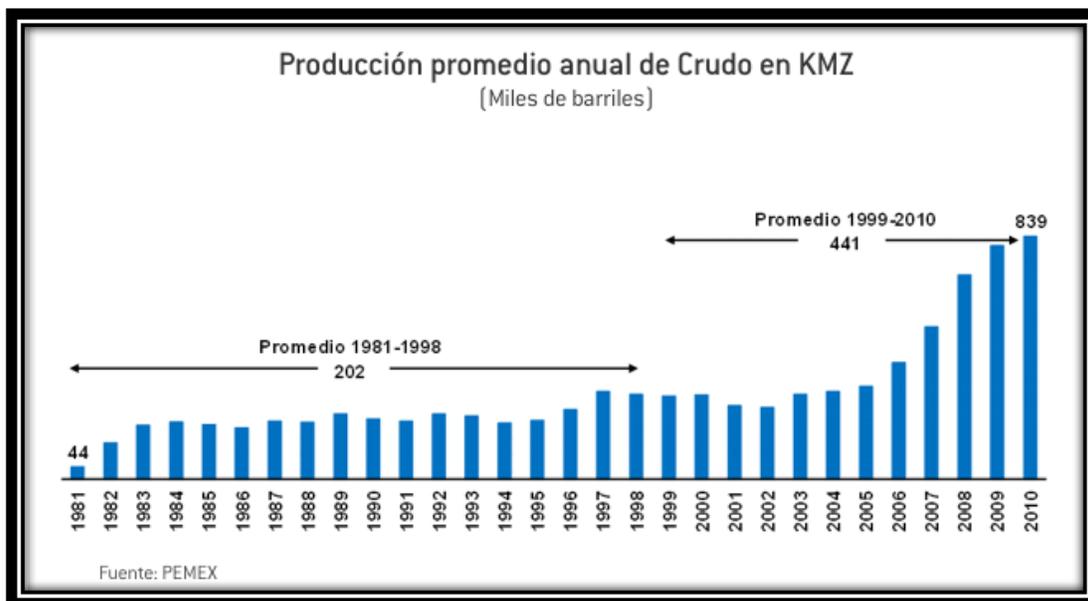


Figura 1.6 Producción promedio de Ku Maloob Zaap

En 2002, PEMEX diseñó un plan de ocho años para aumentar la producción de crudo pesado en Ku Maloob Zaap. La meta fue incrementar la producción de crudo de 249 mil barriles diarios a más de 800 mil barriles de crudo y más de 300 millones de pies cúbicos diarios de gas natural en 2010.

Las metas de producción de Ku Maloob Zaap se han ido cumpliendo puntualmente, incluso superando las expectativas originales. En 2010 el proyecto alcanzó una producción de 839 mil barriles diarios de crudo y 331 millones de pies cúbicos de gas. El cumplimiento de metas de Ku Maloob Zaap ha servido para contrarrestar parcialmente la declinación de Cantarell.

Conforme la producción de Ku Maloob Zaap ha venido creciendo, y el peso relativo de Cantarell ha venido disminuyendo, la importancia del Activo Ku Maloob Zaap en la producción total del país avanza significativamente. En la Figura 1.7 se muestra el comparativo de producción de Cantarell y Ku Maloob Zaap.

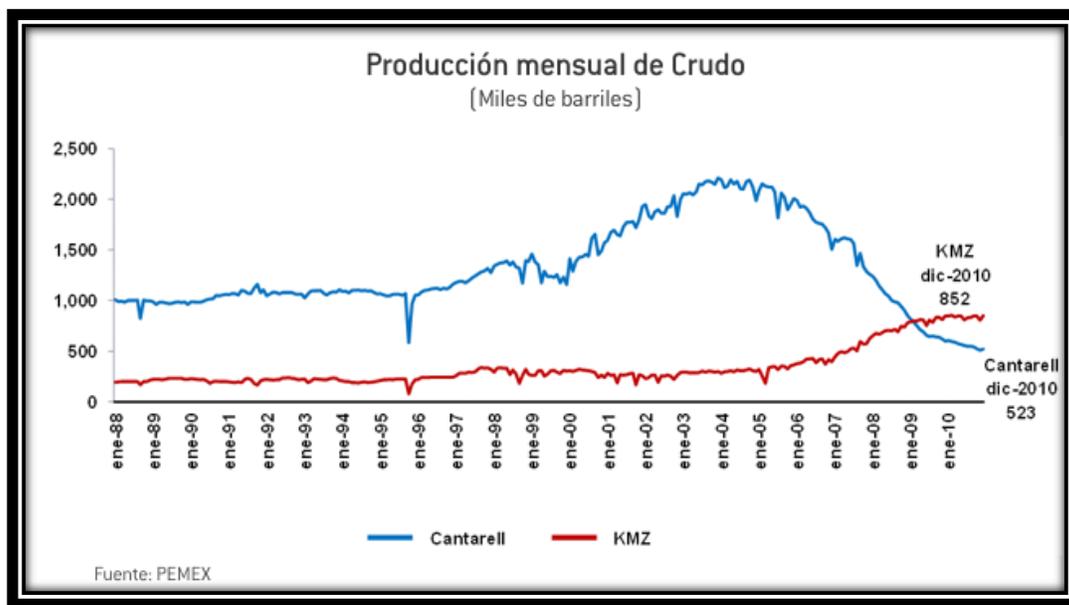


Figura 1.7 Grafica comparativa de la producción promedio de Ku Maloob Zaap y Cantarell

De esta manera la contribución de Ku-Maloob-Zaap en la producción del país se ha incrementado sistemáticamente, así durante la década de los ochenta la producción de Ku-Maloob-Zaap representó el 7 por ciento, en los noventa significó el 8 por ciento, y alcanzó 16 por ciento promedio durante el periodo 2000-2010. Sin embargo, la contribución de Ku-Maloob-Zaap es más notoria si se considera 2010, donde su aportación representó 33 por ciento. La aportación de Ku Maloob Zaap a la producción está descrita en la Figura 1.8.

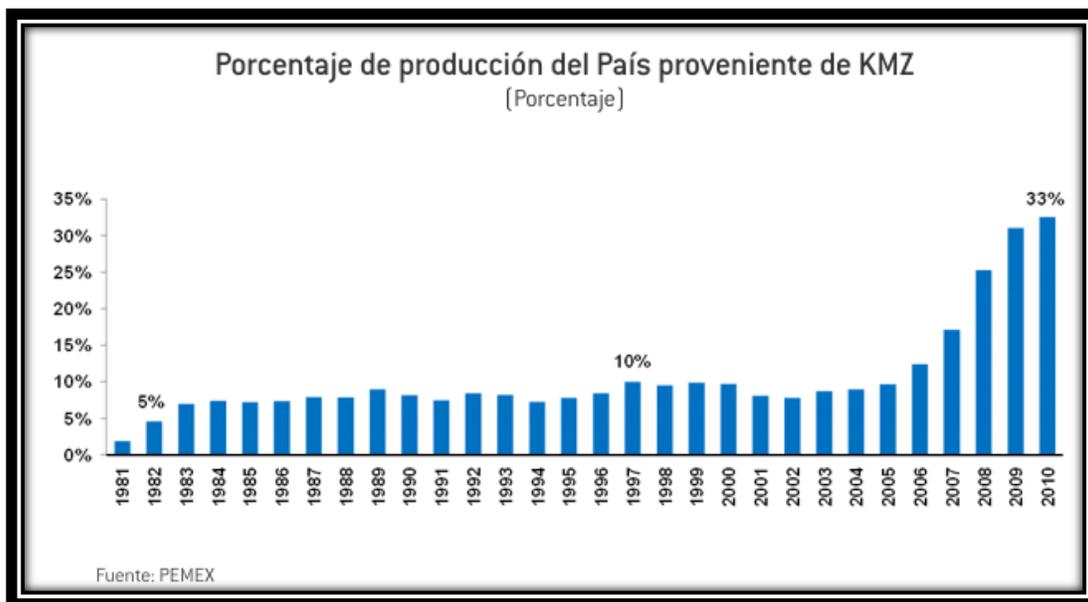


Figura 1.8 Porcentaje de producción aportada por Ku Maloob Zaap

I.3.3 Ku Maloob Zaap en el futuro

Ku Maloob Zaap se mantendrá como el campo petrolero más importante del país en los próximos años, proyectos de recuperación secundaria y mejorada serán desarrollados para incrementar la producción y factor de recuperación de este activo. Es crucial que en el futuro próximo se tengan bien entendidos los mecanismos de empuje y flujo dentro de los yacimientos para poder optimizar su explotación.

Capítulo II. Geología de los Yacimientos Naturalmente Fracturados

II.1 Introducción

Las fracturas naturales son las estructuras geológicas visibles más abundantes en la corteza terrestre, son evidentes en la mayoría de afloramientos, y afectan a casi todos los yacimientos de hidrocarburos. Las fracturas naturales son producto de la deformación frágil de cualquier tipo de roca, debido a los esfuerzos a las que son sometidas durante los procesos geológicos. Los procesos de diagénesis como la cementación, cristalización, precipitación de minerales y compactación, frecuentemente sellan las fracturas, disminuyendo la porosidad y conductividad hidráulica de las rocas.

Los yacimientos naturalmente fracturados han sido encontrados principalmente en carbonatos, y en menor proporción en areniscas, lutitas, formaciones que contienen cristales de cuarzo, rocas de arcillas, rocas de basamento, etc. Las fracturas naturales abiertas proveen a los yacimientos de porosidad secundaria e incrementan la comunicación hidráulica entre los compartimientos del yacimiento. Sin embargo, estos conductos de alta permeabilidad a veces entorpecen el flujo de fluidos dentro de un yacimiento, conduciendo a la producción prematura de agua o gas y haciendo que los esfuerzos de recuperación secundaria resulten ineficientes. El porcentaje de porosidad provisto por las fracturas varía de un rango muy pequeño a altos rangos de porosidad. En muchos de los yacimientos no convencionales las fracturas constituyen el principal factor de producción, incluyendo los yacimientos de metano en capas de carbón (CBM), los yacimientos de gas de lutitas, los yacimientos de roca basamento y roca volcánica.

La importancia de las fracturas naturales es relevante cuando estas afectan el flujo de fluidos en el yacimiento. Ignorar la presencia de las fracturas es una práctica equivocada de manejo de yacimientos; ya que las fracturas pueden afectar el desempeño técnico y económico de la explotación de los yacimientos.

II.2 Conceptos fundamentales

II.2.1 Porosidad

Desde el punto de vista de ingeniería de yacimientos, la porosidad describe el espacio en la roca no ocupado por algún mineral o material sólido, lo que permite el almacenamiento de los fluidos. Se define por la razón:

$$\Phi = \frac{V_p}{V_t}$$

Donde Φ es la porosidad; V_p , el volumen que ocupan los poros o espacio vacío; y V_t , el volumen bruto de la roca, el cual incluye el volumen de sólidos y el del espacio vacío.

La porosidad es una fracción que varía entre 0 y 1, aunque también puede representarse en porcentaje; sin embargo, cuando se utiliza en las ecuaciones se expresa como una fracción. La proporción de los espacios porosos en la roca depende del tamaño y empaquetamiento de los granos que la forman.

La porosidad de una roca puede clasificarse de dos formas:

- a) Según la comunicación de los poros
 - Porosidad absoluta
 - Porosidad efectiva
- b) Según el origen de la porosidad
 - Porosidad primaria o intergranular
 - Porosidad secundaria

La primera clasificación tiene que ver con el aislamiento que experimentan algunos poros cuando se forma la roca, proceso conocido como litificación. Esto es, a medida que se fueron depositando los sedimentos y las rocas se fueron formando, algunos de los espacios vacíos quedaron aislados de los otros debido a la excesiva cementación, mientras que otros quedaron interconectados.

La porosidad absoluta se define como la razón entre el espacio poroso total en la roca y el volumen bruto de roca. Matemáticamente la porosidad absoluta se define según la siguiente ecuación:

$$\Phi_{abs} = \frac{\text{volumen poroso total}}{\text{volumen total de roca}} = \frac{V_p}{V_t}$$

Donde Φ_{abs} es la porosidad absoluta; V_p , es el volumen poroso total; V_t , el volumen total de roca.

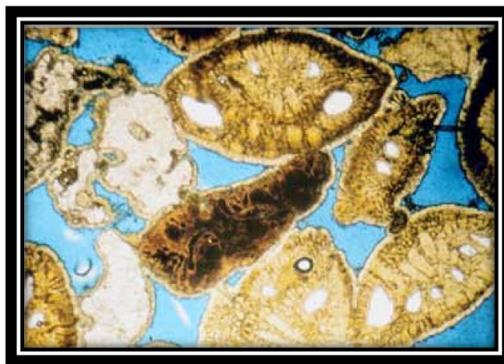
La porosidad efectiva se define como la razón del espacio poroso que se encuentra interconectado con respecto al volumen total de roca, esto es:

$$\Phi_{efe} = \frac{\text{volumen poroso interconectado}}{\text{volumen total de roca}}$$

Donde Φ_{efe} representa a la porosidad efectiva.

La porosidad efectiva es la que se mide con la mayoría de los porosímetros, y es en realidad la que interesa para la estimación de reservas, ya que sólo los volúmenes de hidrocarburos almacenados en los poros interconectados pueden ser extraídos del yacimiento. Esta porosidad normalmente representa un 90 a 95% de la porosidad total.

La porosidad primaria es la que se desarrolló al mismo tiempo que los sedimentos se depositaron y se formó la roca sedimentaria mediante la compactación y la cementación de los sedimentos, y está conformada por los espacios vacíos que quedan entre los granos y los fragmentos minerales. La Figura 2.1 ejemplifica la porosidad primaria.



2.1 Porosidad primaria

La porosidad secundaria es la que se formó por un proceso geológico posterior a cuando se depositó la roca. La porosidad secundaria se debe principalmente a lixiviación, disolución, fracturamiento y dolomitización.

Los factores que afectan la porosidad son:

- a) Tipo de empaque
- b) Material cementante
- c) Geometría y distribución de los granos
- d) Presencia de partículas finas de arcilla
- e) Presión de las capas suprayacentes y confinantes

II.2.2 Permeabilidad

La permeabilidad denotada por (k), es la capacidad del medio poroso para dejar pasar los fluidos a través de él. La permeabilidad es una medida del grado en que los espacios porosos están interconectados, además de la conductividad de la roca.

La permeabilidad se puede determinar por la Ley de Darcy usando la siguiente ecuación:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

Donde:

q- Es el volumen del flujo (volumen por unidad de tiempo), en centímetros cúbicos por segundo para el flujo horizontal.

k- Es la constante de permeabilidad, en Darcys.

A- Es el área total de la sección transversal, en centímetros cuadrados.

μ - Es la viscosidad del fluido, en centipoises.

$\frac{dp}{dx}$ Es el gradiente hidráulico, que se mide en atmósferas por centímetro.

La permeabilidad absoluta (k_a) es la facilidad de flujo de un fluido a través de un medio poroso cuando el fluido satura 100% la roca, que depende exclusivamente de las características físicas de la estructura porosa.

La permeabilidad efectiva a un fluido (k_{ef}) indica la facilidad con la que un fluido puede moverse a través de un medio poroso, cuando no la satura al 100%, es decir, el medio poroso se encuentra saturado por dos o más fluidos.

La permeabilidad relativa (k_r) es el cociente de la permeabilidad efectiva a un fluido entre la permeabilidad absoluta de la roca.

II.2.3 Saturación

Tal como se definió anteriormente, la porosidad es una medida de la capacidad de almacenamiento de un yacimiento. De tal manera que para estimar la cantidad de hidrocarburos presentes en él, es necesario determinar la fracción del volumen poroso ocupado por cada uno de los fluidos presentes. Esta fracción es precisamente lo que se denomina saturación del fluido. Matemáticamente, esta propiedad se expresa por la siguiente relación:

$$\text{Saturación del fluido} = \frac{\text{Volumen de fluido}}{\text{Volumen de poros}}$$

II.2.4 Roca sedimentaria

Son rocas formadas a partir de la acumulación y consolidación de materiales procedentes de la erosión de rocas anteriores, de restos de plantas y animales o de precipitados químicos, los cuales son transportados y depositados por el agua, el viento y los glaciares. Esta clase de rocas se identifican por dos rasgos esenciales: la presencia de fósiles y la estructura estratificada en forma de capas originada por el carácter progresivo y discontinuo del proceso de sedimentación.

II.2.5 Sedimento

Los sedimentos están formados por el material de rocoso de diversos tamaños que provienen de la erosión y que en el tiempo se van fragmentando.

II.2.6 Sedimentación

Es el proceso por gravedad o transporte por la acción del agua, viento y glaciares los sedimentos se van acumulando en las zonas más bajas del relieve terrestre o cuencas sedimentarias en forma de estratos.

II.2.7 Litificación

La litificación resulta de una serie de procesos diagenéticos que transforman los sedimentos en roca, los cuales incluyen la compactación, cementación, desecación y cristalización principalmente. Tales procesos tienen lugar en la corteza terrestre, a temperaturas y presiones relativamente bajas en el cual se liberan gases y agua.

II.2.8 Cuenca sedimentaria

Es el lugar en el que se produce la acumulación de los sedimentos, es una depresión en la superficie del basamento que recibe el nombre de cuenca sedimentaria, formada por capas o estratos dispuestos unos sobre otro.

II.2.9 Estratificación

Es la propiedad que tienen las rocas sedimentarias de disponerse en capas o estratos, desde la más antigua a la más joven tomando en cuenta los diferentes tamaños de granos de los sedimentos, que en la mayoría de los casos ocurren al desprenderse del agua.

II.2.10 Yacimiento de hidrocarburos

Los yacimientos de hidrocarburos son trampas compuestas por una roca porosa y permeable que puede almacenar cantidades comerciales de petróleo y gas dentro de sus espacios porosos.

II.3 Geología de las fracturas

Una *fractura natural* es una discontinuidad o partición plana que resulta de los esfuerzos que exceden la resistencia de ruptura de la roca (Stearn 1990). Otra definición fue dada por Nelson en 1985 la cual dice que una fractura es una discontinuidad plana macroscópica en la roca debido a la deformación o diagénesis.

Las fracturas naturales tienen un efecto positivo, neutro o negativo en el flujo de fluidos dentro del yacimiento. Las fracturas abiertas o parcialmente mineralizadas producen, por ejemplo, un efecto positivo en el flujo de aceite, pero un efecto negativo en el flujo de gas y agua debido a la canalización de estos fluidos. Por otro lado, las fracturas naturales totalmente cementadas crean barreras de permeabilidad para todo tipo de flujo.

II.3.1 Origen de las fracturas

El origen de las fracturas es atribuido a varias causas (Landes, 1959):

- a) Diastrofismo, como en el caso de formación de anticlinales y fallas. Las fallas tienden a generar fracturas a lo largo de la línea de fracturas, que produce una zona de dilatación. El efecto de dilatación es probablemente responsable en gran medida de la migración y acumulación de petróleo en yacimientos fracturados (Mead, 1952; McNaughton, 1953; Thomas, 1986).
- b) Fuerte erosión en las en los afloramientos que permite que las partes superiores se expandan, se levanten y fracturen a lo largo de planos de fragilidad.
- c) Pérdida de volumen y encogimiento, como es el caso de lutitas que pierden agua, por enfriamiento en rocas ígneas, y desecación en rocas sedimentarias.
- d) La paleokarstificación y colapso por solución como sugieren estudios en núcleos de la zona Brown en los campos Healdton y Cottonwood en Oklahoma (Lynch y Al-Sheib, 1991).
- e) Incremento de la presión de los fluidos, cuando la presión de poros alcanza la presión litostática, como es el caso de un estrato geopresionado.
- f) Impacto de un meteorito que pueden conducir a un yacimiento fracturado complejo y con breccia. (Shoemaker, 1960; Kuykendall, 1994).

II.3.2 Clasificación de las fracturas

Un esquema de la clasificación genética para los sistemas de las fracturas naturales, fue propuesto por Stearn y Friedman en 1972, quienes realizaron la separación de los complicados sistemas de las fracturas naturales en componentes superpuestos de diferente origen. Tal separación permite hacer una distinción de la estructura y una predicción del comportamiento de las mismas. Stearn y Friedman clasifican a las fracturas tomando como referencia a las observadas en los experimentos de laboratorio, a las observadas en los afloramientos y a las encontradas en el subsuelo. Nelson en 2001, modifica el esquema de clasificación sugerido por Stearn y Friedman, añadiendo dos categorías sobre la ocurrencia de las fracturas naturales: las fracturas contraccionales y las fracturas relacionadas a la superficie. Una modificación menor se realizó a las fracturas experimentales, donde solo se añadió la fractura de tensión.

II.3.2.1 Clasificación genérica o de laboratorio de las fracturas

Tres tipos de fracturas han sido observadas con ángulos consistentes y predecibles a las tres direcciones principales de esfuerzos durante las pruebas de compresión, extensión y tensión en el laboratorio. Todas las fracturas en las rocas deben ajustarse a los siguientes tipos de fracturas:

- a) Fracturas de extensión
- b) Fracturas de cizalla
- c) Fracturas de tensión

Las *fracturas de extensión* tienen un sentido de desplazamiento perpendicular al plano de fractura, se forman paralelamente a σ_1 y σ_2 , y perpendicular a σ_3 (Figura 2.2). Dichas fracturas también se forman cuando los tres esfuerzos principales son positivos y compresivos. En experimentos de fracturas en laboratorio, las fracturas de extensión frecuentemente se forman al mismo tiempo con las fracturas de cizalla.

Las *fracturas de cizalla* tienen un sentido de desplazamiento paralelo al plano de fractura, forman un ángulo agudo (mayor de 0° y menor de 90°) en la dirección del esfuerzo principal máximo de compresión σ_1 , y un ángulo obtuso (mayor a 90° y menor a 180°) en la

dirección del esfuerzo de mínima compresión σ_3 a través de la muestra de roca. Potencialmente pueden desarrollarse dos orientaciones de las fracturas de cizalla en todos los experimentos realizados en el laboratorio, una a cada lado del esfuerzo principal, orientadas al mismo ángulo para σ_1 . En experimentos de laboratorio esas fracturas se forman paralelamente a σ_2 y un ángulo obtuso a σ_3 (Figura 2.2). Las fracturas de cizalla se forman cuando los tres esfuerzos principales son compresivos y positivos. El ángulo agudo entre las fracturas de cizalla es llamado ángulo conjugado y depende de:

- a) Las propiedades mecánicas de la roca
- b) La magnitud absoluta del esfuerzo principal mínimo σ_3
- c) La magnitud del esfuerzo principal intermedio σ_2 relacionado a ambos esfuerzos principales, el máximo σ_1 y el mínimo σ_3 . Cuando σ_2 se aproxima a σ_1 , el ángulo entre σ_1 y el plano de fractura disminuye.

Las *fracturas de tensión* también tienen un sentido de desplazamiento perpendicular al plano de fractura y hacia fuera del plano de fractura: las fracturas de tensión se forman paralelamente a σ_1 y σ_2 . En términos de orientación de σ_1 y el sentido de desplazamiento, estas fracturas se asemejan a las fracturas de extensión; sin embargo, para formar una fractura de extensión, al menos un esfuerzo principal debe ser negativo o de tensión. Las rocas presentan un menor esfuerzo de fracturamiento en pruebas de tensión que en pruebas de extensión (de 10 a 50 veces menor). Esto llega a ser importante en la predicción matemática del fracturamiento subsuperficial. También es probable que verdaderas fracturas de tensión se formen únicamente en la superficie o cerca de ella, mientras que las fracturas de extensión pueden ocurrir bajo todas las condiciones donde actúan esfuerzos subsuperficiales significativos. La Figura 2.2 describe los esfuerzos principales a los que están sometidas las rocas en el subsuelo y los planos de fractura asociados a dichos esfuerzos.

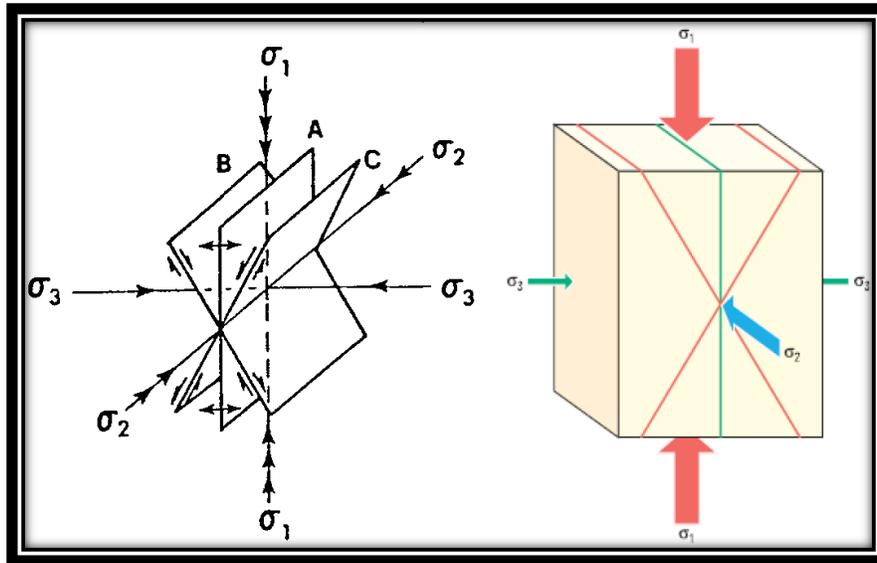


Figura 2.2 Esquema que muestra los esfuerzos principales σ_1 , σ_2 y σ_3 , y los planos de fractura obtenidos en pruebas de laboratorio, cuyas muestras fueron sometidas a compresión. A) Fractura de extensión. B) y C) Fracturas de cizalla.

II.3.2.2 Clasificación geológica de las fracturas

La clasificación geológica de las fracturas naturales es la más utilizada, esta clasificación se basa en dos suposiciones fundamentales siguiente:

- Los patrones de las fracturas naturales describen el estado local de los esfuerzos al momento del fracturamiento (fracturas de cizalla conjugadas, de extensión y tensión).
- Las fracturas de las rocas que se formaron en el subsuelo son cualitativamente similares a las fracturas de las rocas desarrolladas en pruebas de laboratorio, llevadas a cabo en condiciones ambientales análogas.

Los patrones de fracturas naturales que se encuentran en las rocas reflejan la misma geometría con respecto a las fracturas generadas por las cargas aplicadas en experimentos de laboratorio. Si dichas suposiciones son correctas, entonces las fracturas naturales pueden clasificarse en base al origen de los esfuerzos que las originaron. Las fracturas formadas naturalmente pueden determinarse a partir de los datos de las fracturas de laboratorio y de la geometría de los sistemas de fracturas producidos artificialmente.

Hay dos tendencias que proporcionan los mejores elementos para observar y describir a los sistemas de fracturas naturales que se observan en afloramientos:

- a) Una supone que los datos de las fracturas (orientación, longitud, densidad, etc.), deben ser manejados estadísticamente para que sean significativos. Mediante la combinación de grandes cantidades de datos de varios afloramientos cercanos, junto con las orientaciones preferenciales, se cree que la objetividad en la interpretación puede lograrse (Currie y Reik, 1977). Esta combinación de datos es necesaria en alguna etapa de estudio de las fracturas, por lo que Nelson (2001), considera que esta aproximación es ineficiente, debido a la gran pérdida de precisión en la interpretación, sobre todo cuando a los datos se les da mayor importancia que a la interpretación.
- b) La segunda aproximación involucra la interpretación de datos individuales de las fracturas obtenidos de los afloramientos, considerando su origen. Estas familias de datos interpretados pueden adicionarse secuencialmente para llegar a una descripción combinada y lograr una mejor interpretación; las familias de datos combinados tienen un significado estadístico más completo y permiten interpretar cuales fueron los esfuerzos que las originaron.

Si se determina el origen de los esfuerzos que provocan el fracturamiento, incrementamos la precisión de la interpretación estructural en todas sus escalas. Esto puede lograrse debido a que las fracturas tienen una geometría consistente con respecto a las tres direcciones principales de los esfuerzos, por lo que pueden conocer las características principales de los paleoesfuerzos en el momento en que se formaron las fracturas.

La clasificación geológica de las fracturas considera desde las más dominantes o de mayor grado de desarrollo, hasta las menos abundantes o de menor grado de desarrollo. Se consideran a todas las fracturas no importando su tamaño o su origen.

A continuación se muestra la clasificación de las fracturas naturales presentada por Nelson en 2001, de forma detallada.

a) Fracturas tectónicas (debidas a las fuerzas de superficie)

- Relacionadas a fallas
- Relacionadas a pliegues
- Fracturas asociadas con domos
- Otros sistemas de fracturas, como perforaciones e impactos

b) Fracturas regionales (debidas a las fuerzas de superficie o de cuerpo)

- Juntas
- Cruceros

c) Fracturas contraccionales (debidas a las fuerzas de cuerpo)

- Fracturas de desecación (grietas de lodo)
- Fracturas por sinéresis (poligonales o en enrejado)
- Fracturas térmicas contraccionales (juntas columnares)
- Fracturas por cambio de fase mineral (relacionadas a la diagénesis)

d) Fracturas relacionadas a la superficie (debidas a las fuerzas de cuerpo)

- Fracturas por pérdida de carga
- Fracturas debidas a la liberación de una superficie (lajamiento)
- Fracturas por intemperismo (mecánico, químico)

Las *fracturas tectónicas* son aquellas cuyo origen puede ser atribuido o asociado con un evento tectónico, su estudio toma los siguientes parámetros: su orientación, distribución y morfología. Las fracturas tectónicas se forman por la aplicación de fuerzas de superficie o de contacto. Nelson ha observado que la mayoría de las fracturas tectónicas en afloramiento, tienden a ser fracturas de cizalla conjugadas; sin embargo ha identificado ejemplos de pliegues en medios ambientes compresivos, donde la deformación en el campo frágil origina fracturas de extensión. Las fracturas tectónicas forman redes con ubicaciones específicas en los pliegues y en las fallas.

Los planos de falla son por definición, planos de movimiento entre bloques de roca. La mayoría de las *fracturas desarrolladas en la vecindad de las fallas*, son fracturas de cizalla

paralelas a la falla y fracturas de cizalla conjugadas o fracturas de extensión, bisectándose en ángulo agudo entre estas dos direcciones de la cizalla; la zona de deslizamiento de las fallas o zona de estrías es compleja y tiene su propia morfología interna. Las fracturas en enjambre preceden a las fallas que se van a generar y actúan como una zona de procesos de acondicionamiento de la masa de roca para las eventuales fallas. En algunos casos se aplican esfuerzos sin formar fallas, únicamente se forman las fracturas precursoras de enjambre. La Figura 2.3 ejemplifica una falla.



Figura 2.3 Fracturas de cizalla conjugadas en afloramientos dislocados por fallas normales

Los patrones de *fracturas que se desarrollan en los pliegues* son complejos, debido a la historia de los esfuerzos y de la deformación desde las etapas iniciales del crecimiento de un pliegue es también compleja. La posición e intensidad de los patrones de fracturas varían con la forma del pliegue y su origen; la mayoría de las familias de fracturas se observan en todos los pliegues que se han estudiado a detalle. Igualmente la intensidad de fracturamiento se verá afectada por el grado de deformación de la roca que forma el pliegue. En la Figura 2.4 se muestran los principales patrones de fracturas en pliegues.

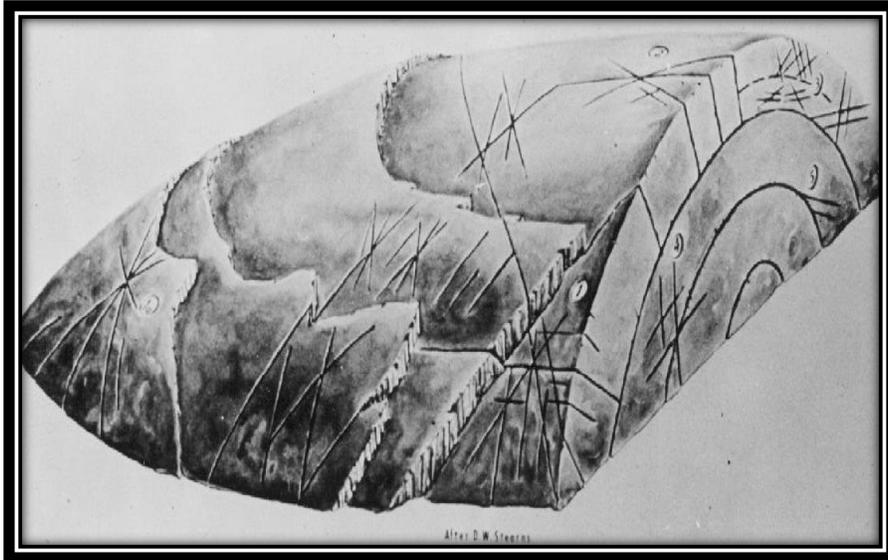


Figura 2.4 Diagrama que muestra la geometría de los principales patrones de las fracturas conjugadas en pliegues

Las *fracturas asociadas con los domos y diapiros* tienen distribuciones análogas a aquellas desarrolladas en fracturas de los pliegues. En esencia los domos pueden ser tratados como anticlinales equidimensionales que tienen una inclinación en todas las direcciones. Los domos tienen asociados todas las familias de fracturas, ya que al ser cuerpos intrusivos en las rocas sedimentarias deformar fuertemente los estratos localizados en los flancos del domo salino.

Las *fracturas regionales* son aquellas que se han desarrollado sobre grandes áreas de la corteza terrestre con pequeños cambios en orientación, no muestran evidencia de familias fuera de este plano de fracturas, salvo que se tenga sobrepuesta otra fase de deformación; casi siempre son perpendiculares a la superficie de mayor estratificación (Nelson y Stearn 1977). Las fracturas regionales se diferencian de las fracturas tectónicas, porque las fracturas regionales son desarrolladas con una geometría consistente y simple, tienen un espaciamiento relativamente grande y son desarrolladas en un área extremadamente grande, cortando y cruzando a las estructuras locales. En la Figura 2.5 se muestran fracturas regionales.

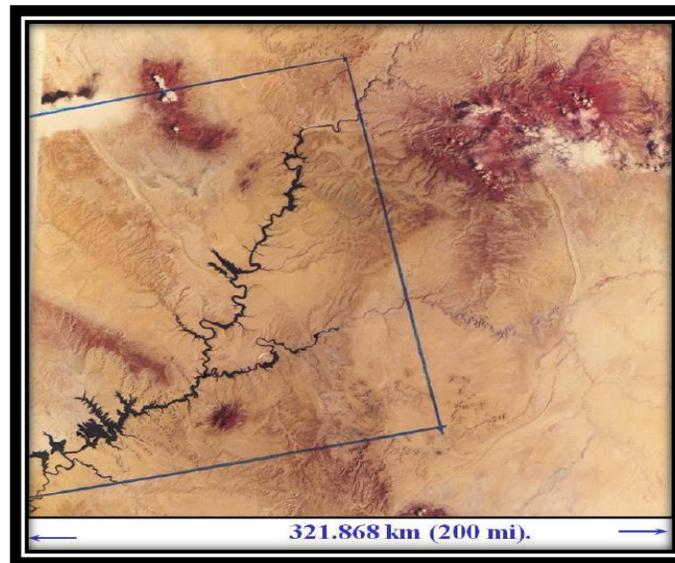


Figura 2.5 Fracturas regionales ubicadas en el Lago Powell

Arellano, en 2009, define a *las juntas* como “un rompimiento a lo largo del cual no se aprecia que ha ocurrido un movimiento paralelo al plano de discontinuidad”. Las juntas se originan no únicamente por esfuerzos tectónicos, también se forman durante el enfriamiento de las rocas ígneas y por la contracción y expansión de las capas más superficiales de la tierra.

Las fracturas regionales en las secciones estratigráficas, generalmente son paralelas a las direcciones de los *planos de crucero* de los estratos o capas de carbón mineral, donde una de las caras de los planos de crucero corresponde a las familias de las fracturas regionales sistemáticas y la otra cara lateral o extremo lateral de los planos de crucero correspondiente a las familias de fracturas no sistemáticas. Los planos de crucero en el carbón mineral difieren de las fracturas regionales en las unidades sedimentarias circundantes solo en la intensidad de las fracturas.

Las *fracturas contraccionales* se pueden relacionar a las fracturas de tensión o de extensión, asociadas con una reducción general del volumen y de la masa de roca, estas fracturas son el resultado de la desecación, gradientes térmicos y cambios de fase mineral. La importancia de esta reducción de volumen está relacionada con las ventajas que tiene en la producción de hidrocarburos por lo que se han estudiado desde hace mucho tiempo. No están relacionadas a la estructura geológica local como ocurre con otros tipos de fracturas,

bajo las circunstancias de depósito correctas y diagenéticas, las fracturas contraccionales pueden ocurrir por todas partes del yacimiento, independientemente del mecanismo de entrapamiento.

Las *fracturas de desecación* son debidas al encogimiento de los sedimentos por la pérdida de agua, cuando los sedimentos de grano fino quedan expuestos al aire seco. Estas fracturas son de tensión, y generalmente están muy inclinadas con respecto a la estratificación.

La sinéresis (*fracturas por sinéresis*) es un proceso químico que trae una reducción del volumen de masa dentro de los sedimentos subacuáticos o pérdida de agua en el subsuelo. Puede involucrar pérdida de agua y reducción del volumen de arcillas, gel o de una suspensión coloidal. Uno o ambos procesos pueden ocurrir en sedimentos mal seleccionados o bien seleccionados.

Las *fracturas térmicas contraccionales* son aquellas fracturas macroscópicas inducidas térmicamente, causadas por la contracción de rocas calientes que posteriormente se enfrían. Dependiendo de la profundidad de sepultamiento, estas pueden originar fracturas de tensión y extensión.

Los sistemas de *fracturas por cambio de fase mineral* están compuestos por fracturas de extensión o tensión, frecuentemente presentan una geometría irregular, relacionada a la reducción del volumen, debida al cambio de fase mineral en el carbonato en las calizas y la arcilla en las areniscas y lutitas.

Las *fracturas relacionadas a la superficie* se presentan en rocas expuestas en la corteza terrestre a la acción del medio ambiente como el clima, la erosión y la acción química de la atmósfera terrestre.

Los *sistemas de fracturas por pérdida de carga* frecuentemente son originadas por operaciones de minería o por la fuerte erosión de las rocas superficiales. Se debe a la pérdida de carga o a la eliminación de un gran volumen de roca en una dirección. Las rocas al relajarse o liberarse se lajean, astillan o fracturan en un plano paralelo a la superficie recién liberada.

Otro tipo de fracturas son las *fracturas debidas a la liberación de una superficie*, son derivadas de la creación de una superficie o liberación de una superficie bajo soportada. Estas fracturas pueden ser de extensión o tensión, se observan frecuentemente en cañones o sumideros.

Las *fracturas por intemperismo* están asociadas a procesos de intemperismo mecánico y químico (actividad biológica, ciclos de congelación y deshielo, colapsos a pequeña escala, subsidencia, alteración mineral y diagénesis). Son de importancia mínima para la producción de hidrocarburos.

II.4 Yacimiento Naturalmente Fracturado

Un *yacimiento naturalmente* fracturado es aquel que contiene fracturas creadas de forma natural. Desde un punto de vista de ingeniería de yacimientos, un yacimiento naturalmente fracturado es aquel en el que las fracturas tienen un efecto positivo o negativo en el flujo de fluidos (Nelson 1985), afectando la productividad de los pozos y la eficiencia de recuperación.

La heterogeneidad de la productividad de los pozos es una característica de la mayoría de los yacimientos naturalmente fracturados. Aunque varios aspectos geológicos pueden generar la heterogeneidad dentro de los yacimientos como el espesor, la discontinuidad de un estrato altamente permeable o el desarrollo de vórgulos interconectados, se puede usar la heterogeneidad de la producción como posible indicador de fracturamiento del yacimiento.

II.4.1 Clasificación de los Yacimientos Naturalmente Fracturados por almacenamiento

Desde un punto de vista de almacenamiento, Aguilera R. (1998) establece que los yacimientos fracturados pueden ser clasificados en tres grandes grupos. Muchos yacimientos que de otra manera serían no productivos, son comerciales gracias a la presencia de fracturas. La clasificación de yacimientos fracturados por almacenamiento se muestra a continuación.

- a) En yacimientos Tipo A la mayoría de los hidrocarburos almacenados están en la porosidad de la matriz y una pequeña cantidad se encuentra en las fracturas. La matriz, típicamente tiene una baja permeabilidad, mientras que las fracturas naturales tienden a tener una permeabilidad mucho más grande.
- b) En los yacimientos Tipo B aproximadamente la mitad de los hidrocarburos almacenados están en la matriz y la otra mitad en las fracturas. La matriz es poco porosa y las fracturas son más permeables que la matriz.
- c) En yacimientos Tipo C el hidrocarburo almacenado se encuentra en las fracturas y no existe aportación de la matriz. Por lo tanto en este caso las fracturas proveen, tanto el almacenamiento, como la capacidad para lograr una producción comercial y rentable.

II.4.2 Clasificación por interacción matriz – fractura de los Yacimientos Naturalmente Fracturados

Los núcleos proveen un excelente punto de partida de información directa para determinar el tipo de interacción entre la matriz y las fracturas. La mayoría de los yacimientos, si no todos, contienen fracturas. El grado en que las fracturas inciden en el flujo de fluidos a través de un yacimiento es lo que debería de dictar el nivel de recursos necesarios para identificar, caracterizar y modelar las fracturas. Los efectos de las fracturas pueden cambiar a lo largo de la vida productiva del yacimiento, como las presiones y los tipos de fluidos cambian durante las etapas de recuperación primaria y secundaria. Por otra parte, las fracturas no siempre conducen fluido; a menudo constituyen barreras para el flujo.

Los yacimientos naturalmente fracturados se clasifican en base a la interacción existente entre las contribuciones de porosidad y permeabilidad relativas tanto del sistema de fracturas, como de la matriz. Nelson ha identificado cuatro tipos de variaciones en YNF.

- a) En los yacimientos Tipo 1, las fracturas proveen tanto los elementos de porosidad como los elementos de permeabilidad. Habitualmente poseen áreas de drenaje grandes por pozo y requieren menos pozos para su desarrollo. Estos yacimientos muestran regímenes de producción iniciales altos, pero también están sujetos a rápida declinación de la producción, irrupción temprana de agua y dificultades en la determinación de las reservas.

- b) Los yacimientos Tipo 2 poseen baja porosidad y baja permeabilidad en la matriz y las fracturas proveen la permeabilidad esencial para la productividad. Estos yacimientos pueden tener regímenes de producción iniciales sorprendentemente buenos, para una matriz de baja permeabilidad, pero pueden presentar dificultades durante la recuperación secundaria si la comunicación existente entre la fractura y la matriz es pobre.
- c) Los yacimientos Tipo 3 poseen alta porosidad y pueden producir sin fracturas, de manera que las fracturas en estos yacimientos proveen permeabilidad adicional. En los yacimientos Tipo 3 habitualmente más continuos y poseen buenos regímenes de producción sostenible; pero pueden exhibir relaciones complejas de permeabilidad direccional, generando dificultades durante la fase de recuperación secundaria.
- d) En los yacimientos Tipo 4 las fracturas no suman porosidad y permeabilidad adicional significativa, por el contrario suelen construir barreras de flujo. Las fracturas forman compartimentos en el yacimiento, causan desorden en el barrido haciendo ineficiente el drene.

Para que esta clasificación de yacimientos naturalmente fracturados resulte válida, se debe conocer tanto el sistema de fracturas naturales como el sistema de matriz de un yacimiento, además de la compleja interacción entre estos dos sistemas. Muchos son los factores que afectan el flujo de fluidos en un yacimiento fracturado, incluyendo la orientación de los esfuerzos, las direcciones de las fracturas naturales, si las fracturas están cerradas o abiertas, las propiedades y fases de los fluidos en el yacimiento, y la historia de producción e inyección del campo. Si bien muchos de estos factores no pueden ser controlados, algunos problemas pueden mitigarse. Por lo tanto, las estrategias de desarrollo de campos petroleros pueden ajustarse a los sistemas de fracturas para optimizar la producción y la recuperación. Cuanto antes se adquiera este conocimiento, más preparados estarán los equipos a cargo de los activos de las compañías para tomar decisiones importantes relacionadas con el manejo de los campos petroleros en las primeras etapas de su desarrollo.

II.5 Caracterización de un sistema de fracturas

Los yacimientos naturalmente fracturados representan un gran porcentaje de las reservas mundiales de hidrocarburos. A pesar de la importancia de los yacimientos naturalmente fracturados, en la industria petrolera existe un hábito de negar la presencia de las fracturas en los yacimientos. Esta negación, se debe probablemente al deseo de evitar complicaciones en el trabajo técnico y reducir el de esfuerzo en la exploración y producción de los yacimientos. De hecho, los yacimientos naturalmente fracturados son más complicados que los yacimientos que producen únicamente de la matriz, y requieren más tiempo y dinero para ser evaluados correctamente. La tendencia es ignorar la presencia y efecto de las fracturas naturales en la historia de la producción el tiempo que sea posible. Los problemas que trae consigo esta negación son: disminución irreparable del factor de recuperación, patrones de recuperación primaria que son inadecuados para la recuperación secundaria, gasto ineficiente de capital durante el desarrollo, perforación de pozos innecesariamente y evaluación económica incorrecta.

Es importante determinar el efecto de las fracturas naturales en los yacimientos tan pronto como sea posible, para que la evaluación económica y planeación sean correctas desde el día uno. De lo contrario lo único que se conseguirá será un bajo desempeño técnico y económico.

Una evaluación, predicción y planeación efectiva en estos yacimientos requiere un reconocimiento temprano del rol de las fracturas naturales en el sistema hidráulico de los yacimientos. También es requerida una recopilación sistemática y un análisis pertinente de la información para la detección de fracturas. Sin embargo, se debe de tener cuidado en que la información y evaluación de las propiedades de las fracturas sean consistentes con el comportamiento que se esté presentando en el yacimiento. Es fácil perder detalle en la adquisición de información y perder exactitud en la evaluación económica.

II.5.1 Metodología

Actualmente en la industria petrolera no existe una metodología definida para caracterizar las fracturas de un yacimiento, por lo que es un dilema para quienes trabajan en el proceso de caracterización de un yacimiento naturalmente fracturado establecer una estrategia adecuada para definir los sistemas de fracturas. De forma general, los problemas que deben ser resueltos en el curso de la caracterización de las fracturas deben incluir:

- a) Adquirir información, reconocer y determinar qué fracturas son importantes en el flujo.
- b) Determinar la orientación de los sistemas de fracturas que controlan el flujo en el yacimiento.
- c) Decidir la estrategia adecuada para interpolar la información de las fracturas a todo el volumen de roca.
- d) Simplificar y trasladar la información para la simulación.

La caracterización de un yacimiento naturalmente fracturado requiere el empleo de la mejor tecnología. Las tecnologías que mejor responden el día de hoy serán obsoletas mañana. Nunca hay suficiente información debido a la dificultad de adquirir datos representativos de un medio extremadamente heterogéneo. Un aspecto que no cambia en la caracterización de un yacimiento naturalmente fracturado es la necesidad de integrar la información geológica, estática y dinámica para su posterior uso en la simulación de yacimientos.

Este capítulo presenta estrategias e ideas para sortear estos problemas, empezando con la descripción geológica de las fracturas hasta la integración de datos para extrapolar la información de las fracturas a todo el volumen de roca.

II.5.2 Adquisición de información

La información geológica proporciona los elementos para describir la geometría y arquitectura de los sistemas de fracturas, esencialmente, de aquellos sistemas que controlan el flujo de fluidos en el yacimiento. El entendimiento de los sistemas de fracturas se adquiere de la observación directa e indirecta de las fracturas.

Los estudios de ingeniería de yacimientos deben de usar la combinación de fuentes de información directa e indirecta. Las fuentes de información directa incluyen núcleos, recortes de perforación, cámaras de fondo y empacadores de impresión. Las fuentes de información indirecta incluyen todo tipo de registros de pozos, datos de pruebas de presión e historia de producción. Estos tipos de información pueden ser mapeados de diferentes formas y combinados con diversas técnicas de ingeniería para establecer el volumen de hidrocarburos original y las estrategias de explotación.

II.5.2.1 Fuentes de información directa

Núcleos: Los núcleos representan la fuente de información geológica más directa y detallada de las fracturas en el yacimiento. De los núcleos, se puede determinar sin ambigüedades la relación entre las fracturas y la roca del yacimiento. Los núcleos pueden ser usados para determinar el origen, geometría, y ocurrencia de las fracturas en el yacimiento, así como proveer de material para análisis de ingeniería avanzados.

Los núcleos también proveen de la única fuente de información acerca de las modificaciones geomecánicas a las fracturas, al igual que el tiempo relativo de desarrollo de las fracturas con respecto a la diagénesis de la roca del yacimiento. Esta información puede ser crítica para el entendimiento de cuando las fracturas se formaron, donde es más probable que se encuentren dentro del yacimiento y la incidencia de las fracturas en el flujo de fluidos.

La orientación de las fracturas provee información sobre el flujo anisotrópico inducido por las fracturas. Por lo que la posición relativa respecto al eje del núcleo, la orientación y el echado de las fracturas deben ser medidos. El núcleo puede ser orientado con respecto al azimut mediante el arreglo de cámara-compas durante el proceso de recuperación del núcleo (Nelson 1987). Una segunda forma de orientar el núcleo es mediante métodos geológicos estructurales estándares, en el caso de que el pozo no sea perpendicular al núcleo, y la orientación y echado del pozo son conocidos (Ragan 1985). Un tercer método para orientar los núcleos es mediante análisis de laboratorio para determinar el campo paleomagnético de la roca, para determinar la orientación geográfica del núcleo (Lackie y Schmidt 1993; Hailwood y Ding 1995). Un último método es comparar las fracturas

observadas en los núcleos con las fracturas observadas en los registros de imágenes (Thompson 2000).

La apertura de fractura y su altura deben ser medidas directamente de los núcleos. Ambos parámetros son necesarios para calcular la densidad de fractura, la porosidad de fractura y otras características.

Registros de imágenes: Hoy en día, los registros de imágenes son la fuente de información “directa” más común de fracturas en los pozos. Los registros de imágenes no reemplazan a los núcleos, aunque exista superposición en la información que ambos proveen. Existen dos tipos de registros de imágenes que colectan datos totalmente diferentes para crear imágenes del interior de los pozos.

Los registros de imágenes resistivos miden las diferencias en resistividad eléctrica por medio de arreglos de electrodos a lo largo de la pared del pozo para generar una imagen. En las fracturas la conductividad eléctrica es mayor por lo que es fácil mapear las fracturas en una imagen. La Figura 2.6 muestra un registro de imagen resistivo.

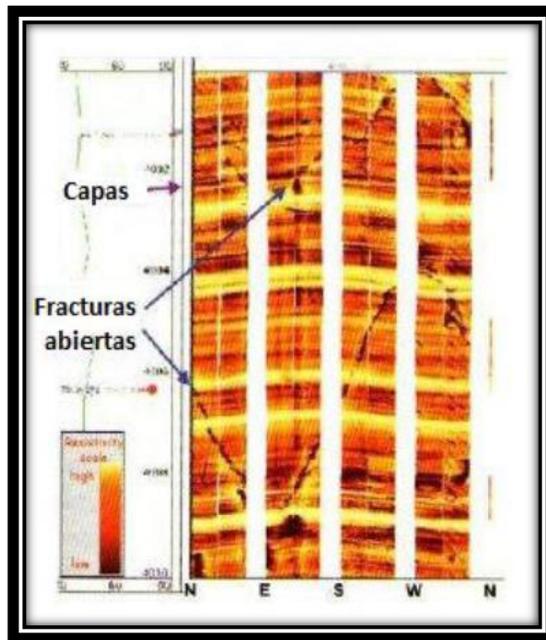


Figura 2.6 Registro de imagen resistivo

Los registros de imágenes acústicas usan transductores ultrasónicos de fondo para emitir y coleccionar las ondas de reflexión provenientes de la pared del pozo y mapear las variaciones en la forma de la pared del pozo, con lo cual se forma la imagen. En las fracturas, el viaje de las ondas sónicas es más lento que la roca, permitiendo así mapear las fracturas en el pozo. En la figura 2.7 se muestra un registro de imagen acústico.

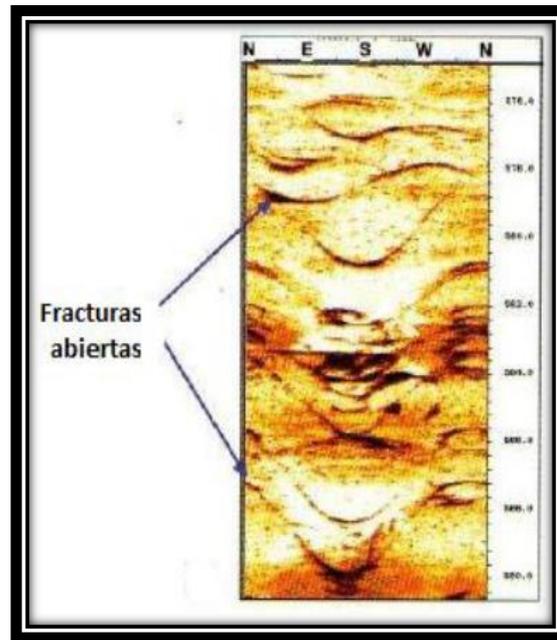


Figura 2.7 Registro de imagen acústico

Cada tipo de registros de imágenes tiene ventajas y desventajas. La mayoría de los trabajadores encuentran superior al registro de imagen resistivo frente al registro de imágenes acústico, aunque esto depende de ciertas circunstancias. Algunas herramientas de registros están configuradas para adquirir imágenes del registro ultrasónico y de resistividad, para maximizar las ventajas de ambos métodos. Los registros de imágenes son la fuente de datos más usados para determinar la localización y orientación de las fracturas del yacimiento.

Recortes de perforación: Los recortes de perforación pueden ayudar a detectar fracturas naturales en muy pocos casos. Sin embargo, las fracturas naturales pueden no estar preservadas en los recortes debido al resquebrajamiento de la roca. En consecuencia el yacimiento puede ser naturalmente fracturado incluso si los recortes no muestran fracturas.

Cámaras de fondo: Pequeñas cámaras fotográficas y de video de fondo pueden ser usadas para tomar fotografías de las paredes del pozo. Esto proporciona información directa de las fracturas como tamaño del agujero, planos de fracturamiento, fracturas, presencia de fallas y contactos entre capas. Con la ayuda de dispositivos de orientación, las fotografías de fondo pueden proveer la misma información direccional que los núcleos orientados. En cualquier caso, los núcleos no podrán ser reemplazados por fotografías de fondo, ya que los núcleos permiten determinar la composición de la roca, material y datos de los esfuerzos. Dicha información es esencial para el entendimiento completo de los yacimientos naturalmente fracturados.

De acuerdo a Fons (1960), Aguilera y Van Poolen (1977), las cámaras fotográficas de fondo son capaces de tomar hasta 1000 fotos por viaje a condiciones de fondo de 200 °F y presiones de hasta 4000 psi. Además de los problemas fotográficos normales, la mayor desventaja de este método es que la herramienta solo puede ser usada en pozos secos o vacíos, llenos de gas o llenos con agua muy clara. Otro problema importante es el impedimento de tomar buenas fotografías en presencia del enjarre de perforación.

Empacadores de impresión: Los empacadores de impresión son cámaras de aire recubiertas con un material suave. El empacador se baja hasta la zona de interés en el pozo y es presurizado. A medida que el recubrimiento se represiona en contra de la pared del pozo, un negativo de la pared del pozo se graba en el recubrimiento del empacador, incluyendo fracturas. La presión en el empacador es retirada, y la herramienta es retirada del pozo. La observación del negativo en el recubrimiento del empacador proporciona una idea de las características físicas del pozo y de las fracturas. Los empacadores de impresión han sido usados casi exclusivamente en la detección de fracturas hidráulicas (Haimson, 1975). Este método trabaja bien en la detección de fracturas hidráulicas en pozos no recubiertos, debido a que las fracturas hidráulicas son anchas y cortan el enjarre formado por el lodo de perforación.

II.5.2.2 Fuentes de información indirecta

Afloramientos: Los afloramientos pueden proveer información representativa para el entendimiento de la naturaleza de las fracturas en el yacimiento. El afloramiento debe ser de la misma roca que forma el yacimiento o una roca seleccionada en base a su similitud con la litología de la roca del yacimiento, columna estratigráfica, propiedades mecánicas, edad, estructura, etc.

Los afloramientos proporcionan información clara de cómo las fracturas se relacionan a la litología o a la estratigrafía de la roca del yacimiento. La variación areal de las características de las fracturas pueden ser determinadas si los afloramientos cuentan con una buena calidad. También es posible calcular la longitud de las fracturas y la conectividad entre ellas. Un sistema de fracturas observado en afloramientos es diferente al que se encuentra en el subsuelo, sin embargo sirven para correlacionar los patrones de fracturamiento con el tectonismo y los esfuerzos que actúan sobre la roca del yacimiento.

Registro de onda Stoneley: Datos de ondas sínicas de una herramienta sin cable puede ser procesada para obtener la respuesta de la onda reflexiva Stoneley, que tiene una atenuación de amplitud que se relaciona con la apertura de fractura (Hornby 1989). La herramienta puede dar respuestas de presencia de fracturas, de vórgulos y zonas deslavadas, por lo que se recomienda su uso en conjunto con los registros de imágenes y núcleos.

Registro PEF: El registro de efecto fotoeléctrico (PEF) mide la respuesta fotoeléctrica de la dispersión de electrones, la cual es usada para corregir la respuesta de los registros de densidad. Si una fractura se encuentra abierta y llena de lodo con barita, el PEF mostrara un pico en su respuesta, mostrando claramente que la fractura se encuentra abierta. El tamaño de la fractura no puede ser determinado mediante este método. La respuesta del PEF es particularmente útil cuando el lodo usado en el pozo es base aceite, ya que los registros de imágenes no pueden ser corridos en estos pozos. Los picos en la respuesta del PEF ocurren en la presencia de vórgulos y rugosidad de la pared del agujero, por lo tanto, el registro PEF solo se usara para confirmar la presencia de fracturas detectadas por otros métodos. Véase la Figura 2.8.

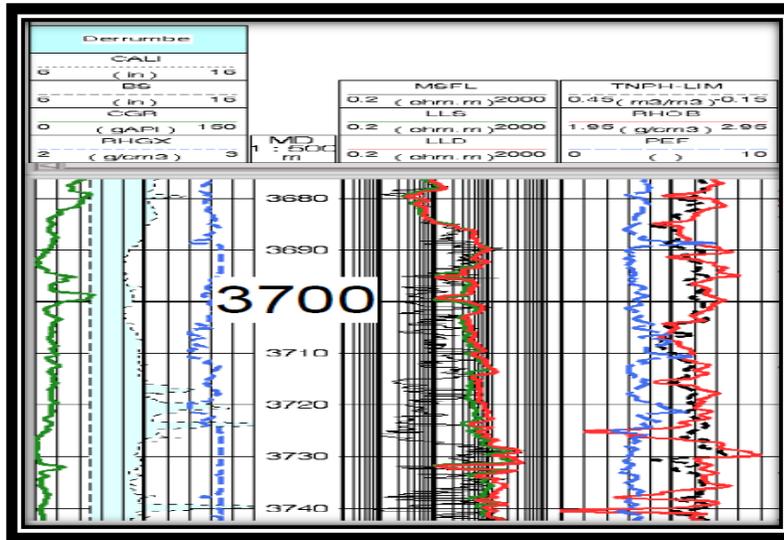


Figura 2.8 Registro PEF (Tercer carril, línea punteada azul)

Registros de porosidad (Sónico y Densidad): Comúnmente la porosidad de fractura en el yacimiento es muy baja ($< 0.1\%$), pero la respuestas de los registros pueden ser muy altas donde se encuentran fracturas adyacentes a la pared del pozo, especialmente si las fracturas tienen grandes aperturas. Los registros de porosidad tienen una mejor aplicación junto con otras herramientas, especialmente registros de imágenes, para reconocer fracturas abiertas. La Figura 2.9 muestra los registros de densidad y sónico.

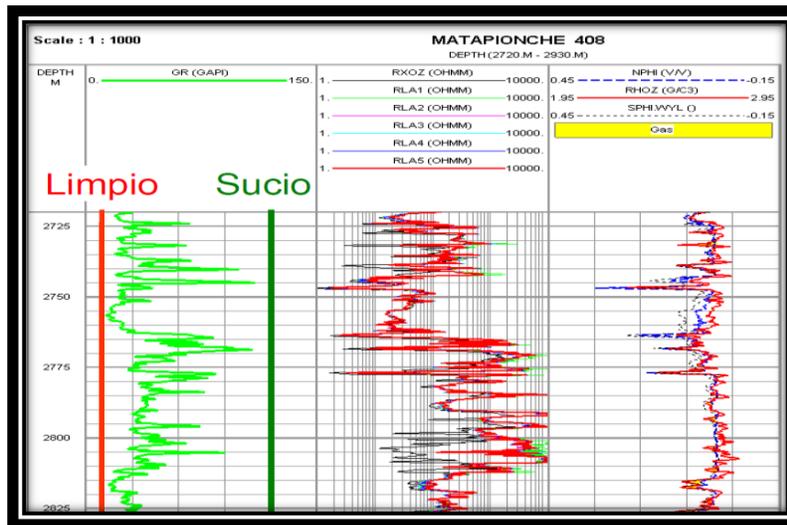


Figura 2.9 Registro de lito-densidad y sónico (Tercer carril, línea roja y línea punteada negra respectivamente)

Registros de producción (PLT): Los registros de producción que son corridos mientras el pozo se encuentra fluyendo permite al intérprete identificar qué fracturas están contribuyendo al flujo en el pozo, así como el gasto aportado por las fracturas. El PLT generalmente tiene dos funciones, de ser un registrador de flujo y un monitor de temperatura.

El fluxómetro muestra un incremento de flujo en el pozo a medida que la herramienta pasa por un intervalo que aporta fluidos por medio de fracturas. El fluxómetro es comúnmente insensible al punto exacto de entrada de flujo al pozo.

El registrador de temperatura muestra donde los fluidos están entrando al pozo en base al efecto de enfriamiento de los fluidos. Esto es particularmente evidente en yacimientos de gas donde el enfriamiento debido a la expansión del gas dentro del pozo disminuye notablemente la temperatura en el punto de entrada, ver ejemplo de Figura 2.10.

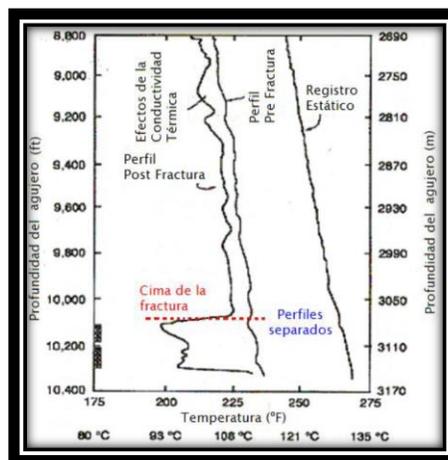


Figura 2.10 Respuesta del medidor de temperatura del PLT para detectar fracturas abiertas

Perdida de circulación: El lodo de perforación se puede mover a través de las fracturas encontradas durante la perforación, algunas veces la pérdida de fluido en el espacio anular puede derivar en resultados desastrosos. Comúnmente la pérdida de lodo es moderada y puede ser controlada con la incorporación de materiales de pérdida de circulación al lodo. Este material tapona las fracturas y en ocasiones elimina las pérdidas. Las pérdidas de circulación pueden ayudar a reconocer las fracturas con conductividad hidráulica. Los reportes de pérdida de circulación y gastos de pérdida, usualmente en galones por hora, son

diferentes cuando son ocasionados por la matriz o por las fracturas, ya que la pérdida de circulación por matriz es gradual y pausada, mientras que la provocada por fracturas es abrupta, véase la Figura 2.11.

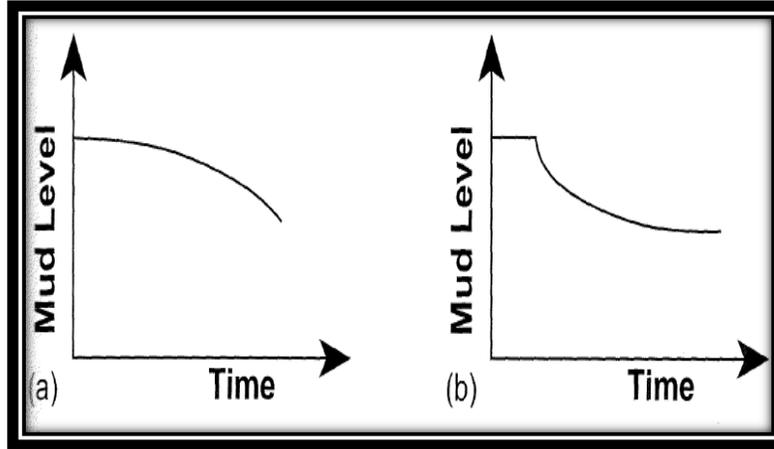


Figura 2.11 Grafica de nivel de lodo en presas contra el tiempo a) Disminución del nivel por pérdida de circulación ocasionado por la matriz b) Disminución del nivel por pérdida de circulación ocasionado por fracturas

II.5.3 Orientación y distribución espacial de las fracturas en el yacimiento

Después de subdividir las fracturas de acuerdo a su conductividad, u otras características de interés, la organización de las fracturas puede ser investigada. Esto consiste en entender la orientación de las fracturas, clasificándolas en grupos. La información debe ser organizada para generar diferentes gráficas para el análisis de diversas perspectivas.

II.5.3.1 Orientación

Diferentes diagramas convencionales son usados para definir la distribución de orientación de la población de fracturas. Un diagrama de rosa es un histograma circular simétrico de frecuencia como función de la dirección de la fractura. El diagrama de rosa solo muestra una distribución 2D.

Un diagrama estereográfico sirve para representar la orientación 3D de las fracturas. Para la construcción de un estereograma, la fracturas es circunscrita de acuerdo a su orientación en el hemisferio inferior, y la línea perpendicular a la fractura es proyectada del centro del plano superior de la fractura dentro del hemisferio. Este punto es después proyectado al plano horizontal que forma la parte superior del hemisferio. Las fracturas deben ser

asignadas a grupos de fracturas, para ser tratadas por separado en el cálculo de la densidad de fractura y otros parámetros. Los grupos de fracturas son definidos en base a la orientación predominante de las fracturas. La Figura 2.12 muestra diferentes formas de esquematizar la orientación de las fracturas.

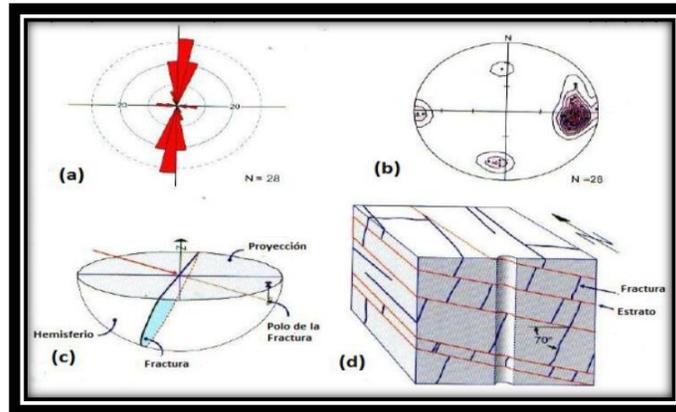


Figura 2.12 a) Diagrama de rosa, b) Estereograma de fracturas en un pozo, c) Elementos de construcción de un estereograma para una sola fractura, d) Bloque que muestra la información de a), b) y c)

II.5.3.2 Distribución espacial de las fracturas

Los diagramas de orientación son para examinar la orientación de las fracturas en planos, pero no están diseñados para el análisis de la posición espacial de las fracturas. Para esto, existen otras herramientas gráficas de análisis. La herramienta tadpole, es comúnmente usada para representar la orientación de capas en un registro de buzamiento, también puede ser usado para representar datos de distribución de fracturas como función de la profundidad de un pozo. En estas gráficas, la cabeza del tadpole muestra la profundidad a la que se encuentra la fractura (eje y) y la magnitud del buzamiento (eje x); la cola muestra la dirección del buzamiento (el norte se encuentra arriba). En software de modelado 3D, las fracturas pueden desplegarse en planos a lo largo de la trayectoria del pozo. Los atributos de las fracturas como la mineralización, y conductividad pueden ser representados mediante colores. La Figura 2.13 ejemplifica el uso del tadpole y planos de fractura contra la profundidad del pozo.

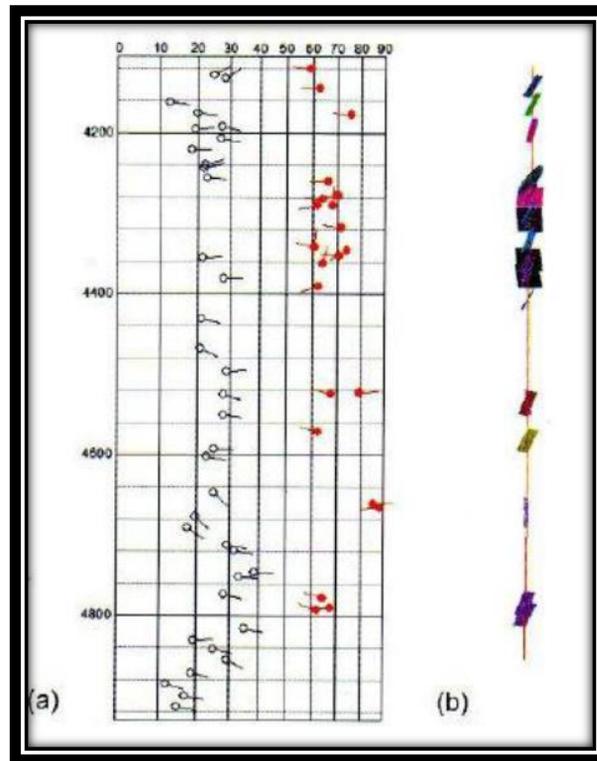


Figura 2.13 a) Tadpoles que muestra la orientación de las fracturas (marca rellena) y la orientación de los estratos (marca sin relleno), b) Planos de fracturas mostrados a lo largo de la trayectoria del pozo

II.5.4 Métodos de interpolación de información de fracturas

La anisotropía y heterogeneidad en la permeabilidad de un yacimiento presentan retos únicos durante el desarrollo de reservas en yacimientos naturalmente fracturados. En la historia de desarrollo de yacimientos naturalmente fracturados, muchos métodos han sido empleados para caracterizar los sistemas de fracturas y sus efectos en el flujo de fluidos dentro del yacimiento. Esto incluye el uso de afloramientos análogos, núcleos, pruebas de presión, registros de imágenes y sísmica.

El propósito de modelar las fracturas es crear propiedades de simulación con la capacidad de predecir el comportamiento de los yacimientos. La principal idea es construir un modelo geológico que permita interpolar la información de fracturas a todo el yacimiento, esto ha sido tradicionalmente por métodos determinísticos; sin embargo, recientemente se han utilizado métodos estocásticos con mejores resultados. Debido a su importancia solo se tratarán métodos estocásticos.

II.5.4.1 DFN

El método de modelado de Red de Fracturas Discretas (DFN, por sus siglas en inglés), es un método estocástico que crea redes de fracturas a lo largo del volumen de roca de un yacimiento en una malla de simulación. Una red de fracturas discretas es un grupo de planos representando fracturas. Las fracturas del mismo tipo que son generadas al mismo tiempo son agrupadas en un grupo de fracturas. Cada red de fracturas contiene por lo menos un conjunto de fracturas, pero puede contener muchos más.

Los conjuntos de fracturas más simples son definidos determinísticamente como un grupo de fracturas previamente descrito, como resultado de la interpretación de un plano de falla, núcleos o algún otro método.

Las fracturas modeladas estocásticamente pueden ser descritas usando datos numéricos de entrada o por propiedades en la malla. Estas propiedades pueden variar en todas direcciones y pueden fácilmente modelar fracturas usando información de atributos sísmicos.

El modelado por DFN puede proveer de información realista de las interconexiones de las fracturas (longitud, orientación, espaciamiento, estilos de intersección y propiedades de flujo). La red de fracturas discretas más genérica debe incluir propiedades de las fracturas, superficies de contacto y otros cuerpos dentro del yacimiento.

En un extremo, el modelo DFN incluye distribución realista de las fracturas que impactan significativamente el flujo y comportamiento de los pozos. Las fracturas con poca capacidad de transporte son excluidas del modelo, pero son reconocidas por incrementar la transferencia de fluidos entre las fracturas y la matriz.

El modelado por DFN utiliza una semilla aleatoria además de la información de entrada, por lo cual corridas o simulaciones consecutivas darán muchos resultados diferentes con la misma información de entrada, haciendo honor a la variabilidad de los datos y la heterogeneidad de los yacimientos.

Los atributos sísmicos que pueden ser usados para en el modelado por DFN son: amplitud RMS, buzamiento estructural local, buzamiento estructural local, primera derivada, caos o varianza, frecuencia instantánea y fase instantánea.

II.5.4.2 CFM

El método de Modelado Continuo de Fracturas (CFM por sus siglas en inglés), es un enfoque que no se centra propiamente en las fracturas, pero sí en los factores que controlan el fracturamiento en las rocas.

Factores geológicos como la litología, estructuras, proximidad a fallas y otros son comúnmente conocidos como controladores de la localización e intensidad de fracturas. Estos factores, conocidos como manejadores de fracturas (fracture drivers), pueden ser identificados no solo de datos de la pared de los pozos, también de información sísmica, que es clave para predecir la ocurrencia de fracturas en los yacimientos.

Por medio del enfoque CFM, los manejadores de fracturas son relacionados a indicadores de fracturamiento, que incluyen la interpretación de núcleos, registros de imágenes, registros de producción que demuestran la existencia de fracturas en una localización específica. Una vez que la relación ha sido establecida, los manejadores de fracturas pueden ser usados para predecir la localización de fracturas en cualquier punto del yacimiento.

Manejadores de fracturas comunes incluyen a los tipos de facies, porosidad y zona del yacimiento. Los manejadores de fracturas geomecánicos están formados por deformaciones, inclinación de las capas, curvatura en múltiples direcciones y proximidad a las fallas. Los manejadores de fracturas sísmicos incluyen propiedades elásticas, impedancia acústica y atributos de imágenes espectrales. En conjunto, estos manejadores de fracturas son una herramienta muy poderosa para la caracterización de un sistema de fracturas.

El método CFM puede ser aplicado en dos y tres dimensiones (2D y 3D). Cuando se trabaja en 2D, los indicadores de fracturas son representados por un único valor en cada pozo, y los manejadores de fracturas son una serie de mapas de contorno. En el caso de trabajar en 3D, los indicadores de fracturas son asignados a celdas intersectadas por pozos, y los manejadores de fracturas consisten en distribuciones de propiedades condicionadas a registros, núcleos, y datos sísmicos.

Una red neural es usada para encontrar las relaciones posibles entre los manejadores de fracturas e indicadores observados en los pozos. La red neural primero ordena los manejadores de fracturas de acuerdo a su importancia con la incidencia de fracturas.

Los mejores manejadores de fracturas interpretados por la red neural, son puestos a prueba en un proceso de validación antes de ser usados para generar un conjunto de realizaciones de intensidad de fractura. Estas realizaciones pueden ser calibradas con valores de kh obtenidos de pruebas a pozos. Este modelo calibrado puede ser después extrapolado para simulación numérica y planeación del desarrollo del campo. La Figura 2.14 muestra de forma simplificada los pasos a seguir durante un modelado de fracturas mediante CFM, en el esquema se resalta la importancia de la inteligencia artificial para poder establecer relaciones entre los manejadores de fracturas y la intensidad de fractura en el modelo estático.

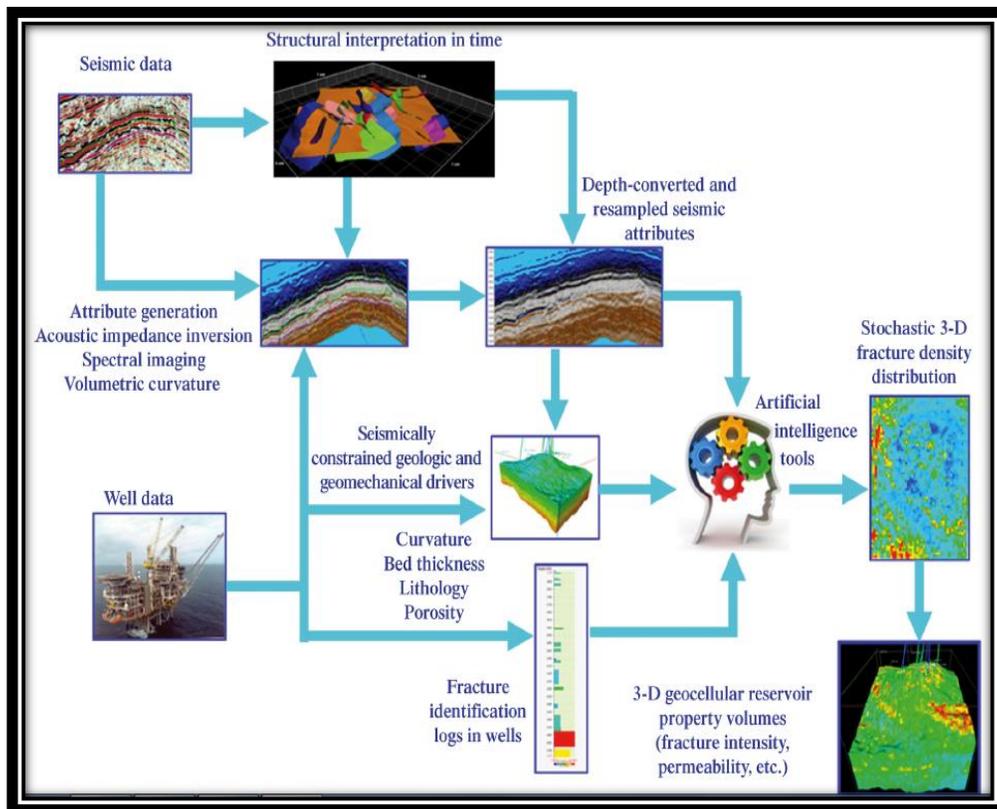


Figura 2.14 Flujo de trabajo simplificado que muestra los puntos clave en un modelado CFM en 3D

II.5.4.3 Uso combinado de DFN-CFM

Un nuevo enfoque que combina el uso de modelado de fracturas continuo y discreto ha sido desarrollado. Este nuevo enfoque provee de la capacidad de constreñir los modelos de fracturas a todos los datos geológicos, geofísicos y de ingeniería existentes, y derivar en modelos discretos condicionados de fracturas. Dichos modelos exhiben gran realismo, desde la distribución espacial de fracturas que reflejan los manejadores de fracturas.

El proceso de modelado es iniciado al construir un modelo de fracturas continuo (CFM), que es capaz de establecer la relación compleja que existe entre la intensidad de fractura y muchos manejadores geológicos posibles. Mediante el uso de herramientas de inteligencia artificial se correlacionan todos los manejadores geológicos con los indicadores de fracturas. Los modelos de fracturas continuos resultantes son después usados para crear redes de fracturas discretos (DFN).

Las prácticas comunes en el modelado DFN es asumir que las fracturas están espacialmente distribuidas de acuerdo al proceso estacionario de Poisson, reglas simples de condición o controlado por un único manejador geológico. Todos estos enfoques generarán una distribución de fractura simplista que conducirá a predicciones incorrectas. En contraste, en este nuevo enfoque se determina el número de fracturas en cada bloque del yacimiento o celda de simulación, basado en el valor de intensidad de fractura obtenido en el CFM. Como resultado, los modelos de fracturas discretos obtenidos honraran todas las condiciones geológicas reflejadas en el CFM.

Los modelos condicionados DFN son usados para construir un modelo realista y detallado en conductos discretos. Existen dos áreas importantes donde los modelos discretos de fracturas pueden ser usados. El primero es el escalamiento de propiedades de las fracturas (permeabilidad, porosidad y factor de daño) como entrada para simuladores de yacimientos. El segundo es la optimización de diseños de pozos, terminación y operaciones basadas en la comprensión del flujo dentro del yacimiento.

Capítulo III. Modelo de Permeabilidad Relativa

III.1 Introducción

El modelo de permeabilidades relativas de un conjunto de fracturas verticales durante un proceso de drene gravitacional presentado en este trabajo de tesis, es un modelo analítico fundamentado en la ecuación de flujo de fluidos de Navier-Stokes y la Ley de Darcy para flujo de dos fases en medios porosos. Este modelo es el resultado de la aplicación cuidadosa de las leyes físicas y matemáticas aplicables, así como de un arduo proceso de corroboración y validación.

En el desarrollo del modelo se encontró una estrecha relación con el número de Bond, que es el número adimensional que expresa la relación de las fuerzas de gravedad y las fuerzas capilares, que en esencia son las fuerzas que controlan el flujo de fluidos en las fracturas durante el drene gravitacional.

La razón del desarrollo de este modelo es la falta de realismo en las curvas de permeabilidad relativa y presión capilar usada por los principales simuladores de yacimientos comerciales en el mundo, sin olvidar la importancia para México de evaluar correctamente el flujo de hidrocarburos en los yacimientos naturalmente fracturados. Si bien, el modelo no es definitivo, ya que debe ser extendido a flujo en fracturas horizontales e inclinadas interconectadas para honrar la heterogeneidad de los yacimientos naturalmente fracturados, representa la base para el desarrollo de estos modelos y la integración a simuladores de yacimientos.

III.2 Conceptos fundamentales

III.2.1 Drene

Es el proceso en el cual la fase no mojante desplaza a la fase mojante del medio poroso. Según las teorías de la formación del petróleo, el agua fue lo primero que entró en la formación. Posteriormente, el petróleo (fase no mojante) migra hacia la formación y se va moviendo en el yacimiento, desplazando el agua (fase mojante) y reduciéndola a una saturación residual, este es un ejemplo de drene. Otro ejemplo es la inyección de gas (fase no mojante) al yacimiento, el cual desplaza al aceite y el agua (fase mojante) del medio poroso.

III.2.2 Imbibición

Es el proceso en el cual la fase mojante desplaza a la fase no mojante del medio poroso. El ejemplo más común es la inyección de agua (fase mojante) al yacimiento para desplazar el aceite (fase no mojante).

III.2.3 Tensión superficial e interfacial

La tensión superficial se refiere a la fuerza de contracción por unidad de longitud alrededor del perímetro de una superficie, si esta superficie separa a un gas de un líquido o dos sólidos.

La tensión interfacial hace referencia a la misma fuerza de contracción si la superficie separa a dos líquidos.

III.2.4 Densidad

Es una propiedad intensiva de la materia, expresa la cantidad de masa de una sustancia contenida en una unidad de volumen.

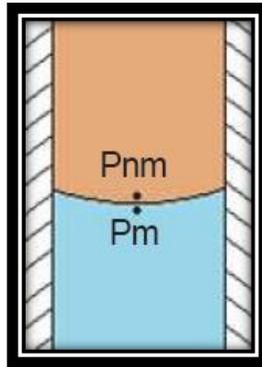
III.2.5 Gravedad específica

Es el cociente de la densidad de un fluido con respecto a la densidad de un fluido de referencia. En el caso de los líquidos el fluido de referencia es el agua y para los gases es la densidad del aire.

III.2.6 Presión capilar

La presión capilar es un fenómeno físico que se presenta en materiales que contiene espacios muy pequeños (tubos capilares, poros, etc.) debido a fuerzas de superficie (tensión superficial, fuerzas de adhesión, mojabilidad, etc.) que se generan cuando se ponen en contacto la roca con dos o más fluidos inmiscibles.

La presión capilar se puede definir como la diferencia de presiones existentes a ambos lados inmediatos a la interface, que es una curva que se forma entre dos fluidos no miscibles que saturan el espacio capilar, siendo uno de ellos el fluido mojante. La Figura 3.1 muestra la disposición de las fases y las presiones en un tubo capilar.



3.1 Presión capilar entre fluidos no miscibles

La presión capilar en un tubo capilar puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$P_c = P_{nm} - P_m$$

Dónde:

P_c - Presión capilar.

P_{nm} - Presión en el fluido no mojante.

P_m - Presión en el fluido mojante.

III.2.7 Mojabilidad

Es la tendencia de un fluido a adherirse a una superficie sólida en presencia de otro fluido inmisible, tratando de ocupar la mayor área de contacto posible.

La mojabilidad es una propiedad importante, ya que afecta el comportamiento capilar y de desplazamiento dentro de los yacimientos, debido a las fuerzas de atracción, la fase mojante tiende a ocupar los poros más pequeños de la roca y la fase no mojante los poros más grandes.

III.3 Desarrollo del modelo de permeabilidades relativas en un conjunto de fracturas verticales durante un proceso de drene

III.3.1 Sistema coordenado

Para el desarrollo matemático del modelo propuesto en esta tesis, se usó el sistema coordenado por conveniencia y facilidad de cálculo mostrado en la Figura 3.2.

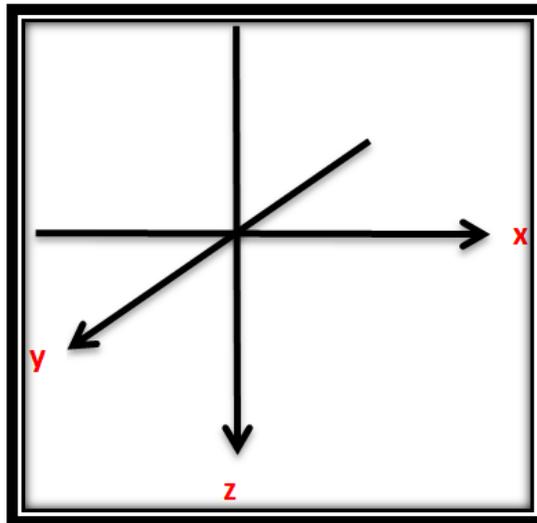


Figura 3.2 Sistema coordenado usado en el desarrollo del modelo de permeabilidad relativa en fracturas verticales

Como puede observarse, es un sistema coordenado cartesiano con la dirección en z invertida.

III.3.2 Definición del conjunto de fracturas verticales

Considérese un bloque de roca de dimensiones $H \times W \times L$ con fracturas verticales e inclinadas dispuestas de forma aleatoria como se muestra en la Figura 3.3, que representa el modelo real del problema planteado en esta tesis.



Figura 3.3 Bloque de roca fracturada

Por fines prácticos y de facilidad de cálculo se idealiza un bloque de roca de dimensiones $H \times W \times L$ como se muestra en la Figura 3.4, con fracturas verticales, cuyo plano de fractura es paralelo al plano yz .

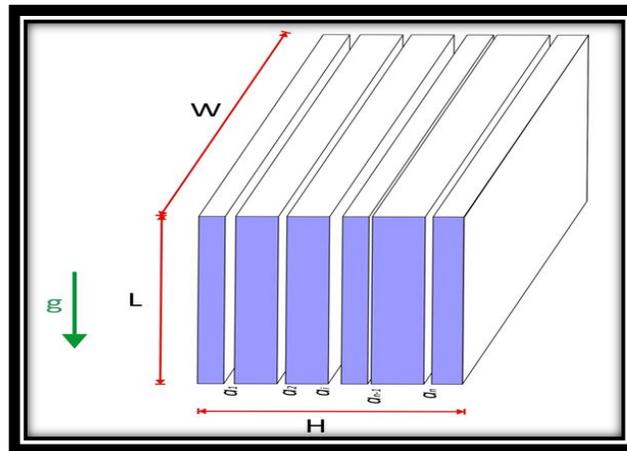


Figura 3.4 Esquema que representa un conjunto de fracturas verticales

La apertura del sistema de fracturas tiene una distribución log-normal, con una apertura media denotada por \tilde{a} y una varianza σ_f .

III.3.3 Consideraciones del proceso de drene

Considérese el bloque fracturado rodeado por una fractura de mayor tamaño como se muestra en la Figura 3.5, el sistema se encuentra saturado únicamente por aceite, el aceite es considerado como la fase mojante. En el modelo no se considera la presencia de agua.

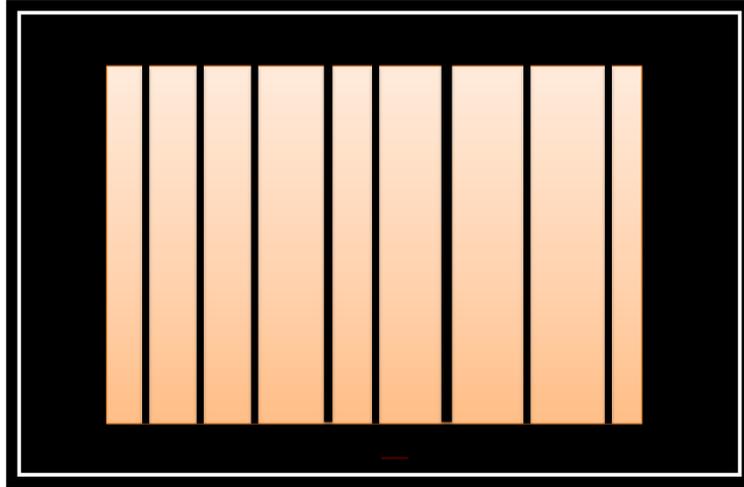


Figura 3.5 Bloque fracturado rodeado por una fractura de mayor tamaño (fracturas en color negro)

Posteriormente se inyecta un gas de densidad ρ_{iny} , este gas es la fase no mojante del sistema. El gas satura totalmente la fractura de mayor tamaño y las fracturas más pequeñas se encuentran saturadas 100% por aceite de densidad ρ_{oil} , como se muestra en la Figura 3.6.

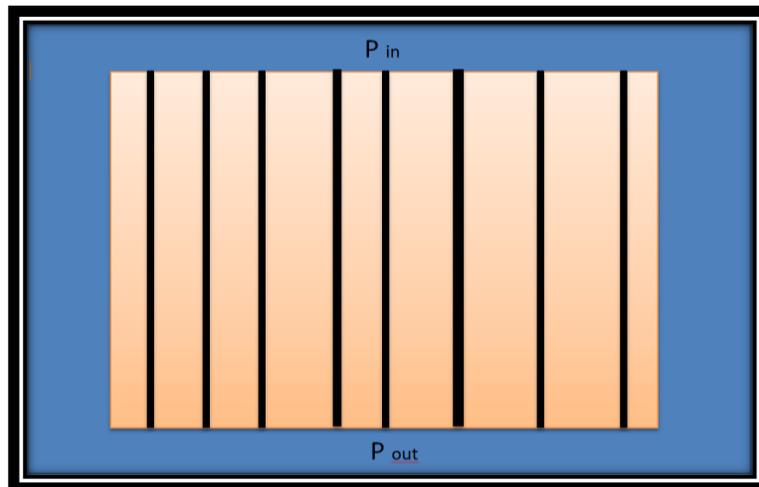


Figura 3.6 Esquema que muestra la fractura de mayor tamaño (azul) saturada por gas y las fracturas menores (negro) saturadas por aceite, así como la presión a la entrada y salida del sistema

La presión a la entrada del sistema (parte superior del bloque fracturado) se denota como P_{in} , y la presión a la salida del sistema (parte inferior del bloque fracturado) se denota como P_{out} , tal y como se muestra en la Figura 3.7.

En esta etapa del proceso de drene, debido a la inmiscibilidad de los fluidos existe una tensión interfacial y por lo tanto una presión capilar en la interfase. Aun cuando el gas de inyección no ha penetrado las fracturas pequeñas, el aceite “trata” de evitar que el gas entre a las fracturas generando la presión capilar.

Considerando lo anterior, el desplazamiento del aceite desde un principio no es totalmente libre a pesar de saturar 100% las fracturas pequeñas, ya que las fracturas pequeñas son un componente de un sistema más grande, compuesto por el bloque de roca fracturada rodeado por una fractura de mayor tamaño y saturada con gas.

Después de que el gas satura por completo a la fractura más grande, comienza el movimiento del aceite que se encuentra en las fracturas más pequeñas, siendo el drene rápido en las fracturas con aperturas grandes en comparación a las demás, como se muestra en la Figura 3.7. Hay que señalar que no existe resbalamiento entre las fases y el desplazamiento es de tipo pistón sin fugas.

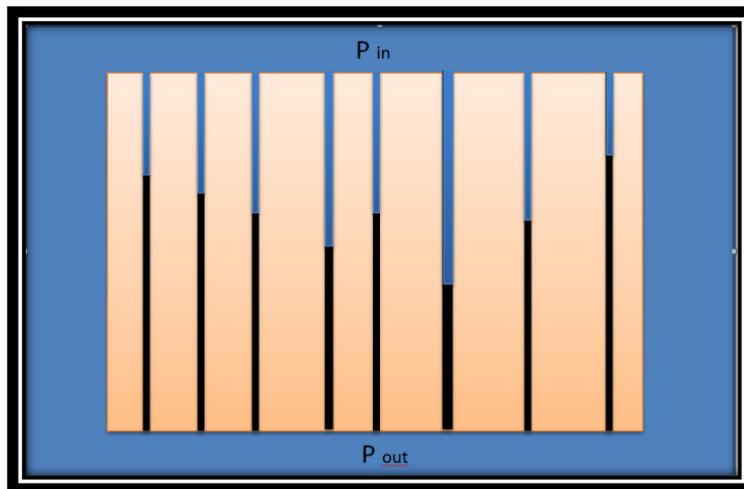


Figura 3.7 Diagrama que muestra el desplazamiento del aceite por el gas inyectado en las fracturas más pequeñas

Para cada una de las fracturas, se define una distancia y , que representa la distancia que se ha desplazado el gas de inyección dentro de la fractura y una apertura a . Véase Figura 3.8.

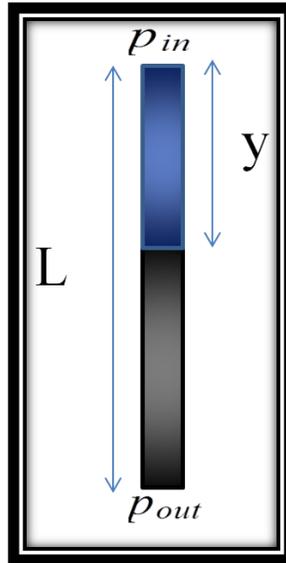


Figura 3.8 Esquema que muestra la distancia y que se ha desplazado el gas dentro de una fractura

III.3.4 Flujo de una fase en una fractura vertical

Partiendo de la ecuación de Navier-Stokes:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 x^2} \tag{Ec(1)}$$

III.3.4.1 Condiciones iniciales

Considerando las siguientes condiciones iniciales al proceso de drene en una fractura vertical:

$$p(z = 0) = p_{in} \tag{Ec(2)}$$

$$p(z = L) = p_{out} \tag{Ec(3)}$$

$$u_x \left(x = \frac{a}{2} \right) = 0 \tag{Ec(4)}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \tag{Ec(5)}$$

III.3.4.2 Solución a la ecuación de Navier-Stockes para flujo de una sola fase en una fractura vertical

Para resolver la ecuación de Navier-Stockes se divide en dos ecuaciones:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = -C_1 \quad \text{Ec(6)}$$

$$\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 x^2} = C_1 \quad \text{Ec(7)}$$

Realizando operaciones algebraicas básicas en Ec(6):

$$\frac{\partial p}{\partial z} = C_1 + \rho g \quad \text{Ec(8)}$$

Integrando Ec(8) con respecto a z:

$$p = C_1 y + \rho g y + C_2 \quad \text{Ec(9)}$$

Sustituyendo la condición inicial Ec(2) en Ec(9) y desarrollando para obtener C_2 :

$$p_{in} = C_1(0) + \rho g(0) + C_2 \quad \text{Ec(10)}$$

$$C_2 = p_{in} \quad \text{Ec(11)}$$

Sustituyendo Ec(11) en Ec(9):

$$p = C_1 y + \rho g y + p_{in} \quad \text{Ec(12)}$$

Sustituyendo la condición inicial Ec(3) en Ec(12) y despejando para obtener C_1 :

$$p_{out} = C_1 L + \rho g L + p_{in} \quad \text{Ec(13)}$$

$$C_1 = \frac{p_{out} - p_{in}}{L} - \rho g \quad \text{Ec(14)}$$

Sustituyendo Ec(14) en Ec(12) y realizando las operaciones algebraicas pertinentes:

$$p = \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{L} - \rho g \right) y + \rho g y + p_{in} \quad \text{Ec(15)}$$

Con lo cual se obtiene la ecuación para calcular la presión p en cualquier punto de la fractura en la dirección z :

$$p = \frac{p_{out}-p_{in}}{L} y + p_{in} \quad \text{Ec(16)}$$

Ahora se realiza la solución para Ec(7).

Igualando Ec(14) y Ec(7) y despejando $\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x^2}$:

$$\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 x^2} = \frac{p_{out}-p_{in}}{L} - \rho g \quad \text{Ec(17)}$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial^2 x^2} = \frac{p_{out}-p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \quad \text{Ec(18)}$$

Integrando Ec(18) con respecto a x :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \left(\frac{p_{out}-p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) x + C_3 \quad \text{Ec(19)}$$

Sustituyendo la condición inicial dada por Ec(5) en Ec(19) y obteniendo C_3 :

$$0 = \left(\frac{p_{out}-p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) (0) + C_3 \quad \text{Ec(20)}$$

$$C_3 = 0 \quad \text{Ec(21)}$$

Sustituyendo C_3 :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \left(\frac{p_{out}-p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) x \quad \text{Ec(22)}$$

Integrando Ec(22) con respecto a x :

$$u_x = \left(\frac{p_{out}-p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \frac{x^2}{2} + C_4 \quad \text{Ec(23)}$$

Sustituyendo la condición inicial Ec(4) en Ec(23) y obteniendo C_4 :

$$0 = \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \frac{\left(\frac{a}{2} \right)^2}{2} + C_4 \quad \text{Ec(24)}$$

$$C_4 = - \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \frac{a^2}{8} \quad \text{Ec(25)}$$

Sustituyendo Ec(25) en Ec(23) y desarrollando:

$$u_x = \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \frac{x^2}{2} - \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \frac{a^2}{8} \quad \text{Ec(26)}$$

$$u_x = \frac{1}{2} \left(\frac{p_{out} - p_{in}}{\mu L} - \frac{\rho g}{\mu} \right) \left[x^2 - \frac{a^2}{4} \right] \quad \text{Ec(27)}$$

Con lo cual se obtiene la velocidad de flujo u_x en cualquier punto dentro de la fractura en la dirección x :

$$u_x = \frac{1}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{Ec(28)}$$

III.3.4.3 Gasto en una fractura vertical

Considérese el gasto de una fractura vertical la integral de la velocidad de flujo u con respecto a x y y , como se muestra a continuación:

$$Q = \iint u dx dy \quad \text{Ec(29)}$$

Sustituyendo u_x , dada por la Ec(28) en Ec(29):

$$Q = \iint \frac{1}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] dx dy \quad \text{Ec(30)}$$

$$Q = \frac{1}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \iint \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] dx dy \quad \text{Ec(31)}$$

Integrando Ec(31) con respecto a y :

$$Q = \frac{1}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \iint_0^W \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] dx dy \quad \text{Ec(32)}$$

$$Q = \frac{W}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \int \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] dx \quad \text{Ec(33)}$$

Integrando Ec(33) con respecto a x :

$$Q = \frac{W}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] dx \quad \text{Ec(34)}$$

$$Q = -\frac{W}{2\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \frac{a^3}{6} \quad \text{Ec(35)}$$

Con lo que finalmente se obtiene el gasto en una fractura vertical:

$$Q = -\frac{W a^3}{12\mu L} (p_{out} - p_{in} - \rho g L) \quad \text{Ec(36)}$$

III.3.4.4 Velocidad promedio de flujo en una fractura vertical

La velocidad promedio U_x se obtiene ponderando la velocidad de flujo u_x entre el área de flujo, como se expresa en la siguiente ecuación:

$$U_x = \frac{\iint u_x dx dy}{\iint dx dy} \quad \text{Ec(37)}$$

Realizando operaciones algebraicas básicas:

$$U_x = \frac{\int u_x dx}{\int dx} \quad \text{Ec(38)}$$

Desarrollando las integrales en Ec(38):

$$U_x = \frac{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u_x dx}{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx} \quad \text{Ec(39)}$$

$$U_x = \frac{-\frac{a^3}{12\mu L}(p_{out} - p_{in} - \rho g L)}{a} \quad \text{Ec(40)}$$

Con lo cual se obtiene la velocidad promedio de flujo en una fractura vertical U :

$$U_x = -\frac{a^2}{12\mu L}(p_{out} - p_{in} - \rho g L) \quad \text{Ec(41)}$$

Ahora se puede reescribir Q en términos de U :

$$Q = aU_x W \quad \text{Ec(42)}$$

III.3.4.5 Calculo de la caída de presión

Se puede obtener la caída de presión Δp a partir de la ecuación de la velocidad promedio U_x expresada por Ec(41):

$$U_x = -\frac{a^2}{12\mu L}(p_{out} - p_{in} - \rho g L) \quad \text{Ec(41)}$$

Considerando que:

$$\Delta p = p_{out} - p_{in} \quad \text{Ec(43)}$$

Y sustituyendo Ec(43) en Ec(41):

$$U_x = -\frac{a^2}{12\mu L}(\Delta p - \rho g L) \quad \text{Ec(44)}$$

Finalmente se obtiene:

$$\Delta p = \frac{12U_x\mu L}{a^2} - \rho g L \quad \text{Ec(45)}$$

III.3.5 Flujo en una fractura vertical parcialmente saturada

III.3.5.1 Δp_T en términos del desplazamiento

Para un fluido de inyección que ha penetrado y , se considera una caída de presión en dicho fluido análoga a la expresada en la Ec.(45), con la diferencia que la caída de presión en el fluido de inyección queda expresada en términos de la distancia penetrada y , como se muestra a continuación:

$$\Delta p_{iny} = \frac{12U\mu_{iny}}{a^2} y - \rho_{iny} g y \quad \text{Ec(46)}$$

Para un fluido (aceite) que inicialmente satura totalmente a la fractura y dicho fluido es desplazado por el fluido de inyección una distancia y , por lo que la columna del fluido desplazado tiene una distancia $(L-y)$, distancia con la cual queda expresada la caída de presión en esta fase:

$$\Delta p_{oil} = \left(\frac{12U\mu_{oil}}{a^2} (L - y) - \rho_{oil} g (L - y) \right) H(L - y) \quad \text{Ec(47)}$$

Nótese que la ecuación Ec(47) esta multiplicada por la función escalón $H(L-y)$, esto se debe a que la caída de presión originada por la fase desplazada desaparece una vez que $y=L$, es decir, cuando el fluido de inyección ha penetrado totalmente la fractura.

También se considera que el fluido de inyección y el desplazado son inmiscibles, y que el fluido desplazado moja las paredes de la fractura, condición necesaria para que exista un proceso de drene. Debido a esto, existe presión capilar en la interface de ambos fluidos. La presión capilar igualmente queda afectada por la función escalón $H(L-y)$, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$p_c = \frac{2\lambda \cos\theta}{a} H(L - y) \quad \text{Ec(48)}$$

Con las definiciones anteriores, ahora se puede construir la caída de presión total de los fluidos Δp_T en la fractura, como la suma de caída de presión en cada fase y la presión capilar.

$$\Delta p_T = \Delta p_{iny} + \Delta p_{iny} + \Delta p_c \quad \text{Ec(49)}$$

$$\Delta p_T = \frac{12U\mu_{iny}}{a^2} y - \rho_{iny} g y + \left(\frac{12U\mu_{oil}}{a^2} (L - y) - \rho_{oil} g (L - y) \right) H(L - y) + \frac{2\lambda \cos \theta}{a} H(L - y) \quad \text{Ec(50)}$$

Para expresar la caída de presión total Δp_T en términos del tiempo, la velocidad promedio U se descompone en la derivada de y con respecto al tiempo t .

$$\Delta p_T = \frac{12y\mu_{iny}}{a^2} \frac{dy}{dt} - \rho_{iny} g y + \left(\frac{12(L-y)\mu_{oil}}{a^2} \frac{dy}{dt} - \rho_{oil} g (L - y) \right) H(L - y) + \frac{2\lambda \cos \theta}{a} H(L - y) \quad \text{Ec(51)}$$

III.3.5.2 Δp_T puramente hidrostático

Si se considera Δp_T puramente hidrostático, es decir, que la caída de presión de los fluidos dentro de las fracturas es igual a la diferencia de presión ocasionada por la columna de gas que rodea el bloque, entonces Δp_T se puede escribir de la siguiente forma:

$$\Delta p_T = -\rho_{iny} g L \quad \text{Ec(52)}$$

Igualando Ec(51) y Ec(52):

$$-\rho_{iny} g L = \frac{12y\mu_{iny}}{a^2} \frac{dy}{dt} - \rho_{iny} g y + \left(\frac{12(L-y)\mu_{oil}}{a^2} \frac{dy}{dt} - \rho_{oil} g (L - y) \right) H(L - y) + \frac{2\lambda \cos \theta}{a} H(L - y) \quad \text{Ec(53)}$$

Ec(53) permitirá obtener el desplazamiento en función del tiempo.

III.3.5.3 Variación del desplazamiento con respecto al tiempo en variables adimensionales

Para facilitar el desarrollo matemático se definen las siguientes variables adimensionales de desplazamiento η , el tiempo τ , el tiempo característico t_c , y la relación de apertura de fractura α .

$$\eta = \frac{y}{L} \tag{Ec(54)}$$

$$\tau = \frac{t}{t_c} \tag{Ec(55)}$$

$$t_c = \frac{12L\mu_{oil}}{\tilde{a}^2\rho_{oil}g} \tag{Ec(56)}$$

$$\alpha = \frac{a}{\tilde{a}} \tag{Ec(57)}$$

Realizando el cambio de variables:

$$-\rho_{iny}gL = \frac{12\mu_{iny}L^2}{a^2\frac{12L\mu_{oil}}{\tilde{a}^2\rho_{oil}g}}\eta\frac{d\eta}{d\tau} - \rho_{iny}gL\eta + \left(\frac{12(L-L\eta)\mu_{oil}L}{a^2\frac{12L\mu_{oil}}{\tilde{a}^2\rho_{oil}g}}\frac{d\eta}{d\tau} - \rho_{oil}g(L-L\eta) \right) H(L-L\eta) + \frac{2\lambda\cos\theta}{a}H(L-L\eta) \tag{Ec(58)}$$

Simplificando términos:

$$-\frac{\rho_{iny}}{\rho_{oil}} = \frac{\tilde{a}^2}{a^2} \left(\frac{\mu_{iny}}{\mu_{oil}}\eta + (1-\eta)H(1-\eta) \right) \frac{d\eta}{d\tau} - (1-\eta)H(1-\eta) - \eta\frac{\rho_{oil}}{\rho_{iny}} + \frac{2\lambda\cos\theta}{a\rho_{oil}gL}H(1-\eta) \tag{Ec(59)}$$

Definiendo el número de Bond (Bo) y nuevas variables adimensionales:

$$Bo = \frac{gL\rho_{oil}}{\frac{2\lambda\cos\theta}{a}} \tag{Ec(60)}$$

$$\rho_c = \frac{\rho_{iny}}{\rho_{oil}} \quad \text{Ec(61)}$$

$$\mu_c = \frac{\mu_{iny}}{\mu_{oil}} \quad \text{Ec(62)}$$

Realizando el cambio de variables se obtiene:

$$-\rho_c = \left(\mu_c \eta + (1 - \eta)H(1 - \eta) \right) \frac{\tilde{a}^2 d\eta}{a^2 d\tau} - (1 - \eta)H(1 - \eta) - \eta\rho_c + \frac{1}{Bo}H(1 - \eta) \quad \text{Ec(63)}$$

Ordenando términos:

$$\frac{\tilde{a}^2 d\eta}{a^2 d\tau} = \frac{-(1-\eta)\rho_c + (1-\eta)H(1-\eta) - \frac{1}{Bo}H(1-\eta)}{\mu_c \eta + (1-\eta)H(1-\eta)} \quad \text{Ec(64)}$$

Realizando la solución para $\eta < 1$, con lo cual la función escalón desaparece quedando Ec(64) de la siguiente manera:

$$\frac{\tilde{a}^2 d\eta}{a^2 d\tau} = \frac{-(1-\eta)\rho_c + (1-\eta) - \frac{1}{Bo}}{\mu_c \eta + 1 - \eta} \quad \text{Ec(65)}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = -\frac{a^2 (1-\eta)(1-\rho_c) - \frac{1}{Bo}}{\tilde{a}^2 (\mu_c - 1)\eta + 1} \quad \text{Ec(66)}$$

Finalmente se obtiene la variación de η con respecto a τ :

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \alpha^2 \frac{(1-\rho_c)(1-\eta) - \frac{1}{Bo}}{1 - (1-\mu_c)\eta} \quad \text{Ec(67)}$$

III.3.5.4 Condición de drene

Para que exista drene $\frac{d\eta}{d\tau}$ tiene que ser mayor que cero, por lo que necesariamente se tiene que cumplir:

$$\frac{(1-\rho_c)(1-\eta) - \frac{1}{Bo}}{1 - (1-\mu_c)\eta} > 0 \quad \text{Ec(68)}$$

Analizando el signo del denominador del quebrado en la desigualdad anterior considerando que $0 < \eta < 1$:

$$1 - (1 - \mu_c)\eta \geq 0 \quad \text{Ec(69)}$$

Para $\eta=0$:

$$1 - (1 - \mu_c)(0) \geq 0? \quad \text{Ec(70)}$$

$$1 > 0 \quad \text{Ec(71)}$$

Para $\eta=1$:

$$1 - (1 - \mu_c)(1) \geq 0? \quad \text{Ec(72)}$$

$$\mu_c > 0 \quad \text{Ec(73)}$$

Entonces se tiene que para todo valor de η entre 0 y 1, el denominador del quebrado de Ec(68) es siempre positivo como se muestra en la expresión:

$$\mathbf{1 - (1 - \mu_c)\eta > 0: \forall 0 < \eta < 1} \quad \text{Ec(74)}$$

Por lo que la única posibilidad que $\frac{d\eta}{d\tau}$ sea negativa es que el numerador de Ec(68) sea negativo.

Analizando el numerador del quebrado de Ec(68):

$$(1 - \rho_c)(1 - \eta) - \frac{1}{Bo} \geq 0 \quad \text{Ec(75)}$$

Para $\eta=0$ y considerando que siempre $\rho_c > 1$, y un $Bo > 1$:

$$(1 - \rho_c)(1 - 0) - \frac{1}{Bo} > 0 \quad \text{Ec(76)}$$

$$1 - \rho_c - \frac{1}{Bo} > 0 \quad \text{Ec(77)}$$

$$Bo > \frac{1}{1 - \rho_c} \quad \text{Ec(78)}$$

Para un $Bo < 1$:

$$Bo < \frac{1}{1-\rho_c} \quad \text{Ec(79)}$$

Entonces para que exista drene se debe cumplir que:

$$Bo \in (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{1-\rho_c}, \infty \right) \quad \text{Ec(80)}$$

III.3.5.5 Condición de equilibrio

Cuando $\frac{d\eta}{d\tau} = 0$ el drene se detiene, esto se debe a que la presión en el fluidos y la fuerza de gravedad son equilibradas por la presión capilar presente en la interfase de los fluidos a una determinada distancia de desplazamiento. Para que $\frac{d\eta}{d\tau} = 0$ necesariamente se tiene que cumplir lo siguiente:

$$\frac{(1-\rho_c)(1-\eta)^{-\frac{1}{Bo}}}{1-(1-\mu_c)\eta} = 0 \quad \text{Ec(81)}$$

Al desplazamiento adimensional η al cual se detiene el drene, es nombrado como desplazamiento de equilibrio η_e , por lo que la Ec(81) se reescribe de la siguiente forma:

$$\frac{(1-\rho_c)(1-\eta_e)^{-\frac{1}{Bo}}}{1-(1-\mu_c)\eta_e} = 0 \quad \text{Ec(82)}$$

Para que Ec(82) sea cero, únicamente el numerador debe ser 0 por lo que:

$$(1 - \rho_c)(1 - \eta_e) - \frac{1}{Bo} = 0 \quad \text{Ec(83)}$$

Despejando η_e , encontramos la condición de equilibrio:

$$\eta_e = 1 - \frac{1}{(1-\rho_c)Bo} \quad \text{Ec(84)}$$

III.3.5.6 Solución asintótica de $\frac{d\eta}{d\tau}$

Para dar solución a la ecuación:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \alpha^2 \frac{(1-\rho_c)(1-\eta) - \frac{1}{Bo}}{1-(1-\mu_c)\eta} \quad \text{Ec(67)}$$

Se definieron nuevas variables para facilitar el desarrollo matemático:

$$\rho_r = 1 - \rho_c \quad \text{Ec(85)}$$

$$\mu_r = 1 - \mu_c \quad \text{Ec(86)}$$

Sustituyendo las nuevas variables en Ec(67) y se realizan operaciones algebraicas básicas:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = -\alpha^2 \frac{\frac{1}{Bo} - \rho_r(1-\eta)}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(87)}$$

Definiendo el escalamiento en el tiempo:

$$\sigma = \tau\alpha^2 \quad \text{Ec(88)}$$

$$\tau = \frac{\sigma}{\alpha^2} \quad \text{Ec(89)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \alpha^2 \quad \text{Ec(90)}$$

Realizando el cambio de variable en Ec(87) y simplificando:

$$\frac{Bo}{\alpha^2} \frac{d\eta}{d\sigma} \frac{d\sigma}{d\tau} = - \frac{1-\rho_r Bo(1-\eta)}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(91)}$$

$$Bo \frac{d\eta}{d\sigma} = - \frac{1-\rho_r Bo(1-\eta)}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(92)}$$

$$\frac{d\eta}{d\sigma} = \frac{\rho_r(1-\eta)-1}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(93)}$$

Obteniendo $\frac{d^2\eta}{d\sigma^2}$ y simplificando:

$$BO \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = - \frac{(1-\mu_r\eta)\rho_r Bo - (1-\rho_r Bo(1-\eta))(-\mu_r)}{(1-\mu_r\eta)^2} \quad \text{Ec(94)}$$

$$BO \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = - \frac{\rho_r Bo}{1-\mu_r\eta} - \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{1-\rho_r Bo(1-\eta)}{(1-\mu_r\eta)} \quad \text{Ec(95)}$$

Recordando que:

$$BO \frac{d\eta}{d\sigma} = - \frac{1-\rho_r Bo(1-\eta)}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(92)}$$

Se puede simplificar Ec(95) de la siguiente forma, para obtener la $\frac{d^2\eta}{d\sigma^2}$ en términos de $\frac{d\eta}{d\sigma}$:

$$BO \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = - \frac{\rho_r Bo}{1-\mu_r\eta} + \frac{\mu_r Bo}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d\eta}{d\sigma} \quad \text{Ec(96)}$$

$$\frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = - \frac{\rho_r}{1-\mu_r\eta} - \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d\eta}{d\sigma} \quad \text{Ec(97)}$$

Finalmente se obtiene $\frac{d^2\eta}{d\sigma^2}$ en forma simplificada:

$$\frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = \frac{1}{1-\mu_r\eta} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(98)}$$

Obteniendo $\frac{d^3\eta}{d\sigma^3}$:

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{1}{1-\mu_r\eta} \mu_r \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} + \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^2} \quad \text{Ec(99)}$$

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{\mu_r}{1-\mu_r\eta} \left(\frac{d^2\eta}{d\sigma^2} + \frac{1}{(1-\mu_r\eta)} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \right) \quad \text{Ec(100)}$$

Reescribiendo Ec(100) en términos de la primera derivada:

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{\mu_r}{1-\mu_r\eta} \left(\frac{1}{(1-\mu_r\eta)} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) + \frac{1}{(1-\mu_r\eta)} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \right) \quad \text{Ec(101)}$$

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{\mu_r}{1-\mu_r\eta} \left(\frac{2}{(1-\mu_r\eta)} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \right) \quad \text{Ec(102)}$$

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^2} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(103)}$$

O bien se puede dejar expresada en términos de $\frac{d^2\eta}{d\sigma^2}$:

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} \quad \text{Ec(104)}$$

Obteniendo $\frac{d^4\eta}{d\sigma^4}$:

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} + \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} \frac{2\mu_r^2}{(1-\mu_r\eta)^2} \quad \text{Ec(105)}$$

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} + \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} \quad \text{Ec(106)}$$

Obteniendo $\frac{d^4\eta}{d\sigma^4}$ en términos de $\frac{d^3\eta}{d\sigma^3}$:

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} + \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} \quad \text{Ec(107)}$$

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} \quad \text{Ec(108)}$$

O en términos de la primera derivada:

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{6\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^3} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(109)}$$

Obteniendo $\frac{d^5\eta}{d\sigma^5}$:

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} + \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} \frac{3\mu_r^2}{(1-\mu_r\eta)^2} \quad \text{Ec(110)}$$

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} + \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} \quad \text{Ec(111)}$$

Obteniendo $\frac{d^5\eta}{d\sigma^5}$ en términos de $\frac{d^4\eta}{d\sigma^4}$:

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} + \frac{\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} \quad \text{Ec(112)}$$

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{4\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} \quad \text{Ec(113)}$$

O bien en términos de la primera derivada:

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{24\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^2} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(114)}$$

En resumen:

$$\frac{d\eta}{d\sigma} = \frac{\rho_r(1-\eta)-1}{1-\mu_r\eta} \quad \text{Ec(93)}$$

$$\frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = \frac{1}{1-\mu_r\eta} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(98)}$$

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^2\eta}{d\sigma^2} \quad \text{Ec(104)}$$

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{3\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^3\eta}{d\sigma^3} \quad \text{Ec(108)}$$

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{4\mu_r}{(1-\mu_r\eta)} \frac{d^4\eta}{d\sigma^4} \quad \text{Ec(113)}$$

O en términos de la primera derivada:

$$\frac{d^2\eta}{d\sigma^2} = \frac{1}{1-\mu_r\eta} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(98)}$$

$$\frac{d^3\eta}{d\sigma^3} = \frac{2\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^2} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(103)}$$

$$\frac{d^4\eta}{d\sigma^4} = \frac{6\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^3} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(109)}$$

$$\frac{d^5\eta}{d\sigma^5} = \frac{24\mu_r}{(1-\mu_r\eta)^2} \left(\mu_r \frac{d\eta}{d\sigma} - \rho_r \right) \quad \text{Ec(114)}$$

Como puede observarse existe una relación directa entre las derivadas de orden mayor a 1 con respecto a la primera derivada, por lo que podemos obtener cualquier derivada de orden mayor a uno mediante la siguiente expresión:

$$\frac{d^n\eta}{d\sigma^n} = \frac{(n-1)!\mu_r^{n-1}}{(1-\mu_r\eta)^{n-1}} \left(\frac{\rho_r Bo(1-\eta)-1}{Bo(1-\mu_r\eta)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) \quad \forall \eta > 1 \quad \text{Ec(115)}$$

Por conveniencia se dejó expresado $\frac{Bo}{Bo}$, que no afecta la ecuación.

Al tener las derivadas de la función $\eta(\sigma)$ podemos expresar dicha función como una serie de Taylor, de la forma siguiente:

$$\eta(\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n\eta}{d\sigma^n} \right|_{\eta=\eta_0} (\sigma - \sigma_0)^n \quad \text{Ec(116)}$$

Desarrollando:

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \left. \frac{d\eta}{d\sigma} \right|_{\eta=\eta_0} (\sigma - \sigma_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n\eta}{d\sigma^n} \right|_{\eta=\eta_0} (\sigma - \sigma_0)^n \quad \text{Ec(117)}$$

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r Bo(1-\eta_0)-1}{Bo(1-\mu_r\eta_0)} (\sigma - \sigma_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{(n-1)!\mu_r^{n-1}}{(1-\mu_r\eta)^{n-1}} \left(\frac{\rho_r Bo(1-\eta)-1}{Bo(1-\mu_r\eta)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) \left. (\sigma - \sigma_0)^n \right|_{\eta=\eta_0} \quad \text{Ec(118)}$$

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r Bo(1-\eta_0)-1}{Bo(1-\mu_r\eta_0)} (\sigma - \sigma_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{(n-1)!\mu_r^{n-1}}{(1-\mu_r\eta_0)^{n-1}} \left(\frac{\rho_r Bo(1-\eta_0)-1}{Bo(1-\mu_r\eta_0)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) (\sigma - \sigma_0)^n \quad \text{Ec(119)}$$

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} (\sigma - \sigma_0) + \left(\frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) \frac{(1 - \mu_r \eta_0)}{\mu_r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{1 - \mu_r \eta_0} \right)^n$$

Ec(120)

La siguiente sumatoria $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{1 - \mu_r \eta_0} \right)^n$ tiene solución exacta para las series de Taylor y se puede hacer la siguiente simplificación con lo cual se puede obtener una solución exacta para $\eta(\sigma)$:

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} (\sigma - \sigma_0) + \left(\frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) \frac{(1 - \mu_r \eta_0)}{\mu_r} \left[\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{\mu_r \eta_0 - 1} - \ln \left(\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{\mu_r \eta_0 - 1} + 1 \right) \right]$$

Ec(121)

Lo anterior es cierto si se cumple lo siguiente:

$$\left| \frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{\mu_r \eta_0 - 1} \right| \leq 1$$

Ec(122)

$$|(\sigma - \sigma_0)| \leq \left| \eta_0 - \frac{1}{\mu_r} \right|$$

Ec(123)

Transformando Ec(121) para obtener el desplazamiento al tiempo $i+1$:

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} (\sigma - \sigma_0) - \left(\frac{\rho_r B o (1 - \eta_0) - 1}{B o (1 - \mu_r \eta_0)} - \frac{\rho_r}{\mu_r} \right) \frac{(1 - \mu_r \eta_0)}{\mu_r} \left[\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{1 - \mu_r \eta_0} + \ln \left(\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{\mu_r \eta_0 - 1} + 1 \right) \right]$$

Ec(124)

$$\eta(\sigma) - \eta(\sigma_0) = \frac{\rho_r}{\mu_r} (\sigma - \sigma_0) - \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(1 - \frac{1}{\rho_r B o} - \frac{1}{\mu_r} \right) \ln \left(\frac{\mu_r (\sigma - \sigma_0)}{\mu_r \eta_0 - 1} + 1 \right)$$

Ec(125)

Considerando que $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0$:

$$\eta(\sigma) = \eta(\sigma_0) + \frac{\rho_r}{\mu_r} \Delta\sigma - \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(1 - \frac{1}{\rho_r B o} - \frac{1}{\mu_r} \right) \ln \left(\frac{\mu_r \Delta\sigma}{\mu_r \eta_0 - 1} + 1 \right)$$

Ec(126)

Si se considera que $\eta(\sigma_0)$ es al tiempo i , y $\eta(\sigma)$ al tiempo $i+1$, entonces se puede reescribir Ec(126) de la siguiente forma:

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{\rho_r}{\mu_r} \Delta\sigma - \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(1 - \frac{1}{\rho_r B_0} - \frac{1}{\mu_r}\right) \ln \left(\frac{\mu_r \Delta\sigma}{\mu_r \eta_{i-1}} + 1 \right) \quad \text{Ec(127)}$$

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(\Delta\sigma - \ln \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\eta_i - \frac{1}{\mu_r}} \right)^{1 - \frac{1}{\rho_r B_0} - \frac{1}{\mu_r}} \right) \quad \text{Ec(128)}$$

Recordando que $\sigma = \tau \alpha^2$, para finalmente obtener η_{i+1} en términos del tiempo adimensional τ :

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(\alpha^2 \Delta\tau - \ln \left(1 + \frac{\alpha^2 \Delta\tau}{\eta_i - \frac{1}{\mu_r}} \right)^{1 - \frac{1}{\rho_r B_0} - \frac{1}{\mu_r}} \right) \quad \text{Ec(129)}$$

Cabe resaltar que Ec(130) es la solución exacta para el desplazamiento dentro de fracturas verticales.

III.3.6 Flujo en el sistema de fracturas verticales

Hasta el momento solo se han desarrollado las ecuaciones de flujo en una sola fractura vertical, sin embargo son la base para desarrollar las ecuaciones de flujo en un conjunto de fracturas basándose en la Ley de Darcy.

III.3.6.1 Velocidad de Darcy para el fluido de inyección

La velocidad de Darcy es la velocidad promedio a la cual se mueve un fluido dentro del medio poroso de un bloque de roca. En el caso particular de un bloque de roca fracturado, la velocidad de Darcy puede calcularse como la suma de la velocidad del fluido en cada una de las fracturas ponderada en el volumen total del bloque de roca. Esto se debe a que el fluido no avanza a la misma velocidad en cada fractura, ya que cada fractura tiene una apertura diferente.

$$u_D^{iny} = \frac{1}{HWL} \iiint u dz dx dy \quad \text{Ec(130)}$$

Recurriendo a la definición de la integral:

$$u_D^{iny} = \frac{1}{HWL} \sum_{i=1}^{nFrac} u_i W a_i y_i \quad \text{Ec(131)}$$

Desarrollando u_D^{iny} en variables adimensionales:

$$u_D^{iny} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \frac{dy_i}{dt} a_i \frac{y_i}{L} \quad \text{Ec(132)}$$

$$u_D^{iny} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \frac{L}{\frac{12L\mu_{oil}}{\tilde{a}^2 \rho_{oil} g}} \frac{d\eta_i}{d\tau} a_i \eta_i \quad \text{Ec(133)}$$

$$u_D^{iny} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \frac{\tilde{a}^2 \rho_{oil} g}{12\mu_{oil}} \frac{d\eta_i}{d\tau} a_i \eta_i \quad \text{Ec(134)}$$

Finalmente se obtiene la velocidad de Darcy para el fluido de inyección:

$$u_D^{iny} = \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} a_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(135)}$$

III.3.6.2 Velocidad de Darcy para el fluido desplazado (aceite)

Se aplica el mismo procedimiento usado para obtener la velocidad de Darcy para el fluido de inyección:

$$u_D^{oil} = \frac{1}{HWL} \iiint \mathcal{H}(L - y_i) u dz dx dy \quad \text{Ec(136)}$$

Recurriendo a la definición de la integral:

$$u_D^{oil} = \frac{1}{HWL} \sum_{i=1}^{nFrac} \mathcal{H}(L - y_i) u_i W a_i (L - y_i) \quad \text{Ec(137)}$$

Desarrollando u_D^{oil} en variables adimensionales:

$$u_D^{oil} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \mathcal{H}(L - y_i) \frac{dy_i}{dt} a_i \frac{(L - y_i)}{L} \quad \text{Ec(138)}$$

$$u_D^{oil} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \frac{L}{\frac{12L\mu_{oil}}{\tilde{a}^2 \rho_{oil} g}} \mathcal{H}(1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} a_i (1 - \eta_i) \quad \text{Ec(139)}$$

$$u_D^{oil} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{nFrac} \frac{\tilde{a}^2 \rho_{oil} g}{12\mu_{oil}} \mathcal{H}(1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \alpha_i (1 - \eta_i) \quad \text{Ec(140)}$$

Finalmente se obtiene la velocidad de Darcy para el fluido desplazado:

$$u_D^{oil} = \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \mathcal{H}(1 - \eta_i) \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(141)}$$

III.3.6.3 Caída de presión promedio del fluido de inyección

Anteriormente se obtuvo la caída de presión del fluido de inyección para una sola fractura y en función del desplazamiento, sin embargo, Darcy considera la caída de presión como un promedio en todo el bloque de roca, por lo cual se debe obtener la caída de presión ponderada en todo el volumen de roca.

Partiendo de Ec(46):

$$\Delta p_{iny} = \frac{12U\mu_{iny}}{a^2} y - \rho_{iny} g y \quad \text{Ec(46)}$$

Solo se desarrollara el término que hace referencia a la caída de presión debida a fuerzas viscosas ya que es el único término dependiente del tiempo. La velocidad promedio U es intercambiada por u que representa la velocidad en del fluido en la fractura en términos del tiempo adimensional. Además se considera un desplazamiento y velocidad i para cada fractura i .

$$\Delta p_{iny_i} = \frac{12u_i\mu_{iny}}{a_i^2} y_i \quad \text{Ec(142)}$$

Considerando que:

$$u_i = \frac{dy_i}{dt} \quad \text{Ec(143)}$$

$$u_i = \frac{d(\eta_i L)}{dt} \quad \text{Ec(144)}$$

$$u_i = \frac{d(\eta_i L)}{dt} \frac{d\tau}{dt} \quad \text{Ec(145)}$$

$$u_i = \frac{L}{t_c} \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(146)}$$

Sustituyendo Ec(146) en Ec(142):

$$\Delta p_{iny_i} = \frac{12\mu_{iny}L\eta_i}{\alpha^2 \tilde{a}^2} \frac{L}{t_c} \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(147)}$$

$$\Delta p_{iny_i} = \frac{12\mu_{iny}L\eta_i \tilde{a}^2 \rho_{oil} g}{\alpha^2 \tilde{a}^2 12L\mu_{oil}} L \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(148)}$$

$$\Delta p_{iny_i} = \frac{\mu_{iny} \rho_{oil} g L}{\alpha^2 \mu_{oil}} \frac{\eta_i d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(149)}$$

Finalmente se obtiene la caída de presión para el fluido de inyección en una sola fractura en términos del tiempo adimensional:

$$\Delta p_{iny_i} = \frac{\mu_c \rho_{oil} g L}{\alpha^2} \frac{\eta_i d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(150)}$$

Ahora se procede a obtener la caída de presión promedio del fluido de inyección Δp_{iny_T} en todo el bloque de roca fracturada:

$$\Delta p_{iny_T} = \frac{\iiint \Delta p_{iny_i} dx dy dz}{\iiint dx dy dz} \quad \text{Ec(151)}$$

Desarrollando las integrales:

$$\Delta p_{iny_T} = \frac{\sum_i^{nFrac} y_i \Delta p_{iny_i} a_i}{HL} \quad \text{Ec(152)}$$

Sustituyendo Ec(150) en Ec(152):

$$\Delta p_{iny_T} = \frac{\tilde{a} \sum_i^{nFrac} \frac{\mu_c \rho_{oil} g L \eta_i^2}{\alpha_i^2} \frac{d\eta_i}{d\tau} \alpha_i}{H} \quad \text{Ec(153)}$$

$$\Delta p_{iny_T} = \frac{\tilde{a} \mu_c \rho_{oil} g L \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau}}{H} \quad \text{Ec(154)}$$

Si se considera que:

$$\varepsilon = \frac{\bar{a}}{H} \quad \text{Ec(155)}$$

Se puede reescribir Ec(154) de la siguiente forma, para obtener la caída de presión promedio para el fluido de inyección:

$$\Delta p_{iny_T} = \varepsilon(1 - \mu_r)\rho_{oil}gL \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(156)}$$

III.3.6.4 Caída de presión promedio del fluido desplazado

Tomando las mismas consideraciones para el desarrollo de la caída de presión promedio del fluido de inyección y partiendo de Ec(47):

$$\Delta p_{oil} = \left(\frac{12U\mu_{oil}}{a^2} (L - y) - \rho_{oil}g(L - y) \right) H(L - y) \quad \text{Ec(47)}$$

Solo se desarrollara el término que hace referencia a la caída de presión debida a fuerzas viscosas ya que es el único término dependiente del tiempo. La velocidad promedio U es intercambiada por u que representa la velocidad en del fluido en la fractura en términos del tiempo adimensional. Además se considera un desplazamiento y velocidad i para cada fractura i .

$$\Delta p_{oil_i} = \left(\frac{12u_i\mu_{oil}}{a^2} (L - y_i) \right) H(L - y_i) \quad \text{Ec(157)}$$

Sustituyendo Ec(168) en Ec(180):

$$\Delta p_{oil_i} = \left(\frac{12\mu_{oil}(L-y_i)}{a_i^2} \frac{L}{t_c} \frac{d\eta_i}{d\tau} \right) H(L - y_i) \quad \text{Ec(158)}$$

Desarrollando:

$$\Delta p_{oil_i} = \left(\frac{12\mu_{oil}\bar{a}^2 \rho_{oil}g(L-L\eta_i)}{a^2 12L\mu_{oil}} L \frac{d\eta_i}{d\tau} \right) H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(159)}$$

$$\Delta p_{oil_i} = \left(\frac{\bar{a}^2 \rho_{oil}g(L-L\eta_i)}{a^2} \frac{d\eta_i}{d\tau} \right) H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(160)}$$

Finalmente se obtiene la caída de presión para el fluido desplazado en una sola fractura en términos del tiempo adimensional:

$$\Delta p_{oil_i} = \left(\frac{\rho_{oil} g L (1 - \eta_i)}{\alpha_i^2} \frac{d\eta_i}{d\tau} \right) H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(161)}$$

Ahora se procede a obtener la caída de presión promedio del fluido de inyección Δp_{oil_T} en todo el bloque de roca fracturada:

$$\Delta p_{oil_T} = \frac{\iiint \Delta p_{oil_i} dx dy dz}{\iiint dx dy dz} \quad \text{Ec(162)}$$

Desarrollando las integrales:

$$\Delta p_{oil_T} = \frac{\sum_i^{nFrac} (L - y_i) \Delta p_{oil_i} a_i}{HL} \quad \text{Ec(163)}$$

Sustituyendo Ec(161) en Ec(163):

$$\Delta p_{oil_T} = \frac{1}{H} \sum_i^{nFrac} (1 - \eta_i) a_i \frac{\rho_{oil} g L (1 - \eta_i)}{\alpha_i^2} \frac{d\eta_i}{d\tau} H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(164)}$$

$$\Delta p_{oil_T} = \frac{\bar{a} \rho_{oil} g L}{H} \sum_i^{nFrac} \frac{(1 - \eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(165)}$$

Finalmente se obtiene la caída de presión promedio del fluido desplazado:

$$\Delta p_{oil_T} = \varepsilon \rho_{oil} g L \sum_i^{nFrac} \frac{(1 - \eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} H(1 - \eta_i) \quad \text{Ec(166)}$$

III.3.6.5 Permeabilidad relativa al fluido de inyección

Partiendo de la ecuación de velocidad de Darcy para el fluido de inyección obtenida anteriormente:

$$u_D^{iny} = \frac{\bar{a}^3 \rho_{oil} g}{12 H \mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(135)}$$

Considerando que la ecuación de Darcy para flujo de dos fases en el medio poroso es la siguiente:

$$u_D^{iny} = -\frac{k_a k_r^{iny}}{\mu_{iny}} \nabla p_{iny} \quad \text{Ec(167)}$$

Donde:

$$\nabla p_{iny} = \frac{d}{dL} (P + \rho_{iny} g L) \quad \text{Ec(168)}$$

Si se consideran los siguientes factores:

$$-\frac{k_a}{\mu_{iny}} \left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho g \right) \left(\frac{\mu_{iny}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho_{iny} g \right)} \right) \quad \text{Ec(169)}$$

Ec(169) representa un 1 ya que son los factores presentes en Ec(167) y sus respectivos inversos, exceptuando a k_r^{iny} que es el factor que se está buscando.

Si se multiplica a Ec(135) por Ec(169) se obtiene:

$$u_D^{iny} = -\frac{k_a}{\mu_{iny}} \left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho g \right) \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \left(\frac{\mu_{iny}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho_{iny} g \right)} \right) \quad \text{Ec(170)}$$

Observando detenidamente a Ec(170), se puede apreciar que es una forma análoga a ecuación de flujo de Darcy Ec(167). Si k_a representa a la permeabilidad absoluta, μ_{iny} a la viscosidad del fluido de inyección y $\left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho_{iny} g \right)$ al gradiente de presión del fluido de inyección, entonces el resto de la expresión representa la permeabilidad relativa al fluido de inyección, como se muestra a continuación.

$$k_r^{iny} = \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \left(\frac{\mu_{iny}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho_{iny} g \right)} \right) \quad \text{Ec(171)}$$

Desarrollando Ec(171):

$$k_r^{iny} = -\frac{\tilde{a}^3 \mu_{iny} \rho_{oil} g}{12 k_a H \mu_{oil}} \left(\frac{1}{\left(\frac{\Delta p_{inyT}}{L} - \rho_{iny} g \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(172)$$

$$k_r^{iny} = -\frac{\tilde{a}^3 \mu_c \rho_{oil} g L}{12 k_a H} \left(\frac{1}{\left(\Delta p_{inyT} - \rho_{iny} g \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(173)$$

Recordando que:

$$\Delta p_{inyT} = \varepsilon (1 - \mu_r) \rho_{oil} g L \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(156)$$

$$k_a = \frac{\sum_i^{nFrac} a_i^3}{12H} \quad Ec(174)$$

Se tiene entonces:

$$k_r^{iny} = -\frac{\tilde{a}^3 \mu_c \rho_{oil} g L}{12H \frac{\sum_i^{nFrac} a_i^3}{12H}} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon (1 - \mu_r) \rho_{oil} g L \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - \rho_{iny} g L \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(175)$$

$$k_r^{iny} = -\frac{\tilde{a}^3 \mu_c}{\sum_i^{nFrac} a_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon (1 - \mu_r) \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - \frac{\rho_{iny}}{\rho_{oil}} \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(176)$$

$$k_r^{iny} = -\frac{(1 - \mu_r)}{\sum_i^{nFrac} a_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon (1 - \mu_r) \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - \rho_c \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(177)$$

Finalmente se obtiene la permeabilidad relativa al fluido de inyección:

$$k_r^{iny} = -\frac{(1 - \mu_r)}{\sum_i^{nFrac} a_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon (1 - \mu_r) \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - (1 - \rho_r) \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(178)$$

III.3.6.6 Permeabilidad relativa al fluido desplazado

Con un procedimiento similar al usado para obtener la permeabilidad relativa al fluido de inyección, se parte de la ecuación de velocidad de Darcy para el fluido desplazado obtenida anteriormente:

$$u_D^{oil} = \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(141)}$$

Considerando que la ecuación de Darcy para flujo de dos fases en el medio poroso es la siguiente:

$$u_D^{oil} = - \frac{k_a k_r^{oil}}{\mu_{oil}} \nabla p_{oil} \quad \text{Ec(179)}$$

Donde:

$$\nabla p_{oil} = \frac{d}{dL} (P + \rho_{oil} g L) \quad \text{Ec(180)}$$

Si se consideran los siguientes factores:

$$- \frac{k_a}{\mu_{oil}} \left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho g \right) \left(\frac{\mu_{oil}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho_{oil} g \right)} \right) \quad \text{Ec(181)}$$

Ec(181) representa un 1 ya que son los factores presentes en Ec(179) y sus respectivos inversos, exceptuando a k_r^{oil} que es el factor que se está buscando.

Si se multiplica a Ec(141) por Ec(181) se obtiene:

$$u_D^{oil} = - \frac{k_a}{\mu_{oil}} \left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho g \right) \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \left(\frac{\mu_{oil}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho_{oil} g \right)} \right) \quad \text{Ec(182)}$$

Observando detenidamente a Ec(182), se puede apreciar que es una forma análoga a ecuación de flujo de Darcy Ec(179). Si k_a representa a la permeabilidad absoluta, μ_{oil} a la viscosidad del fluido desplazado y $\left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho_{oil} g \right)$ al gradiente del fluido desplazado,

entonces el resto de la expresión representa la permeabilidad relativa al fluido desplazado, como se muestra a continuación.

$$k_r^{oil} = \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g}{12H\mu_{oil}} \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \left(\frac{\mu_{oil}}{k_a} \frac{-1}{\left(\frac{\Delta p_{oilT}}{L} - \rho_{oil} g \right)} \right) \quad Ec(183)$$

Desarrollando Ec(183):

$$k_r^{oil} = - \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g L}{12Hk_a} \left(\frac{1}{\left(\Delta p_{oilT} - \rho_{oil} g L \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(184)$$

Recordando que:

$$\Delta p_{oilT} = \varepsilon \rho_{oil} g L \sum_i^{nFrac} \frac{(1-\eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} H(1 - \eta_i) \quad Ec(185)$$

$$k_a = \frac{\sum_i^{nFrac} \alpha_i^3}{12H} \quad Ec(174)$$

Se tiene entonces:

$$k_r^{oil} = - \frac{\tilde{a}^3 \rho_{oil} g L}{12Hk_a \rho_{oil} g L} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon \sum_i^{nFrac} \frac{(1-\eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - 1 \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(186)$$

$$k_r^{oil} = - \frac{\tilde{a}^3}{12H \frac{\sum_i^{nFrac} \alpha_i^3}{12H}} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon \sum_i^{nFrac} \frac{(1-\eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - 1 \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(187)$$

Finalmente se obtiene la permeabilidad relativa al fluido desplazado:

$$k_r^{oil} = - \frac{1}{\sum_i^{nFrac} \alpha_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon \sum_i^{nFrac} \frac{(1-\eta_i)^2}{\alpha_i} \frac{d\eta_i}{d\tau} - 1 \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad Ec(188)$$

III.3.7 Otros parámetros importantes

Los siguientes parámetros no forman parte del modelo de permeabilidad relativa; sin embargo, su importancia radica en poder ajustar el modelo analítico a modelos reales y monitorear los cálculos de permeabilidad relativa.

El primer parámetro importante es la porosidad de fractura. El modelo analítico solo requiere como dato de entrada la apertura promedio de fractura y el número de fracturas. En el caso de conocer solamente uno de estos dos datos, pero contar con la porosidad de fractura, el modelo analítico podrá ser ajustado sin ningún problema al modelo real, debido a que la porosidad de fractura depende del número de fracturas y de la apertura de las fracturas. Por otra parte, si solo se conoce la porosidad de fractura, el modelo analítico se ajustara al modelo real de forma cualitativa y menos aproximada.

Para obtener la porosidad de fractura se recurre a la definición de porosidad:

$$\theta_f = \frac{\text{Volumen de fractura}}{\text{Volumen total de roca}} \quad \text{Ec(189)}$$

Reescribiendo Ec(190) en función de las variables usadas en el modelo:

$$\theta_f = \frac{WL \sum_{i=1}^{nFrac} a_i}{WLH} \quad \text{Ec(190)}$$

Finalmente se obtiene la porosidad de fractura:

$$\theta_f = \frac{\sum_{i=1}^{nFrac} a_i}{H} \quad \text{Ec(191)}$$

Otro parámetro importante es la saturación de los fluidos, ya que servirán para monitorear la permeabilidad relativa de cada fluido con respecto a su saturación en el sistema de fracturas.

Para calcular la saturación del aceite se recurre a la definición de saturación:

$$S_{oil} = \frac{V_{oil}}{V_f} \quad \text{Ec(192)}$$

Reescribiendo Ec(192) en función de las variables usadas en el modelo:

$$S_{oil} = \frac{W \sum_{i=1}^{nFrac} a_i(L-y_i)}{WL \sum_{i=1}^{nFrac} a_i} \quad \text{Ec(193)}$$

Finalmente se obtiene la saturación de aceite:

$$S_{oil} = \frac{\sum_{i=1}^{nFrac} a_i(1-\eta_i)}{\sum_{i=1}^{nFrac} a_i} \quad \text{Ec(194)}$$

Al contar con la saturación de aceite, la saturación del gas de inyección puede ser calculada de la siguiente forma:

$$S_{iny} = 1 - S_{oil} \quad \text{Ec(195)}$$

III.3.8 Resumen

En resumen el modelo de permeabilidades relativas durante un proceso de drene en fracturas verticales se define con las ecuaciones siguientes:

$$k_r^{iny} = - \frac{(1-\mu_r)}{\sum_i^{nFrac} \alpha_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon(1-\mu_r) \sum_i^{nFrac} \frac{\eta_i^2 d\eta_i}{\alpha_i d\tau} - (1-\rho_r) \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i \eta_i \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(178)}$$

$$k_r^{oil} = - \frac{1}{\sum_i^{nFrac} \alpha_i^3} \left(\frac{1}{\left(\varepsilon \sum_i^{nFrac} \frac{(1-\eta_i)^2 d\eta_i}{\alpha_i d\tau} - 1 \right)} \right) \sum_{i=1}^{nFrac} \alpha_i (1 - \eta_i) \frac{d\eta_i}{d\tau} \quad \text{Ec(188)}$$

Dónde:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \alpha^2 \frac{(1-\rho_c)(1-\eta) - \frac{1}{Bo}}{1 - (1-\mu_c)\eta} \quad \text{Ec(67)}$$

Además se tiene definido el desplazamiento adimensional η al tiempo $i+1$:

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{\rho_r}{\mu_r} \left(\alpha^2 \Delta\tau - \ln \left(1 + \frac{\alpha^2 \Delta\tau}{\eta_i - \frac{1}{\mu_r}} \right)^{1 - \frac{1}{\rho_r Bo} - \frac{1}{\mu_r}} \right) \quad \text{Ec(129)}$$

Capítulo IV. Programación del modelo y simulación

IV.1 Introducción

El modelo de permeabilidad relativa en fracturas verticales durante un proceso de drene definido en el capítulo anterior, requiere de una gran capacidad de cálculo cuando se simulan grandes cantidades de fracturas, imposibilitando realizar estos cálculos sin la ayuda de equipos computacionales. Por lo cual, en este trabajo de tesis, se ha desarrollado un programa que permita simular cualquier cantidad de fracturas, siendo la capacidad de memoria y cómputo del hardware la única limitante. Además, este programa está provisto de una interfaz gráfica, que permite visualizar las gráficas de permeabilidad una vez terminados los cálculos de forma inmediata.

La aplicación se realizó en el lenguaje Fortran, debido a su amplio uso en la programación de problemas en matemáticas y en ingeniería. La interfaz gráfica se desarrolló en Microsoft Excel debido a la capacidad de esta aplicación de manejar grandes cantidades de datos, de obtener graficas de forma sencilla y su versatilidad al permitir enlazar las hojas de cálculo de Excel con el programa principal en Fortran mediante macros.

Uno de los puntos clave de este programa de cómputo, es que honra la heterogeneidad y variabilidad de la información de los yacimientos naturalmente fracturados que es descrita en el Capítulo II de esta tesis. Para lograr representar la heterogeneidad y variabilidad de la información, en especial los datos de apertura de fractura, se realizó un algoritmo matemático que permita obtener de forma aleatoria, una distribución log-normal de la apertura de fractura únicamente con los datos de apertura media de fractura \bar{a} y su varianza σ_f . También es posible realizar con los mismos datos de entrada, diferentes corridas de simulación, en las cuales se obtendrán resultados diferentes debido a la naturaleza aleatoria de la distribución de apertura de fractura, con lo cual se podrá obtener valores promedio de permeabilidades relativas y presión capilar que reflejen la naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados.

IV.2 Fortran

El lenguaje de programación Fortran es el más utilizado en la ingeniería, en matemáticas y en general en el ámbito científico, debido a su flexibilidad, sencillez y a la rápida curva de aprendizaje que muestran los usuarios de este lenguaje de programación.

IV.2.1 Historia

Fortran es el primer lenguaje de programación de alto nivel creado en el año 1957 por obra de un equipo de científicos de IBM dirigido por John Backus. Por aquel entonces, sólo los científicos e ingenieros utilizaban los computadores para resolver problemas numéricos. Por tanto, la facilidad de aprendizaje del lenguaje equivalía a que la notación fuese un reflejo de la notación matemática. No en vano, Fortran deriva de las palabras inglesas FORMula y TRANslation.

Desde su creación en la década de los años 50 en IBM, ha sido y es ampliamente utilizado, habiendo pasado por un proceso de evolución que ha dado lugar a distintas versiones que, por convención, se identifican por los dos últimos dígitos del año en que se propuso el estándar correspondiente. Las distintas versiones son: Fortran 66, Fortran 77, Fortran 90, Fortran 95, Fortran 2003 y Fortran 2008.

Por supuesto, todas las versiones incluyen a las anteriores. Así, cualquier programa escrito en Fortran 66, Fortran 77 o Fortran 90, compila, sin problemas, en un compilador Fortran 95.

No obstante, se debe remarcar que en general los compiladores de Fortran que proporcionan las distintas casas de hardware y/o software son versiones ampliadas, que permiten la utilización de extensiones del lenguaje no normalizadas. La ventaja de la normalización de Fortran, supone que sea fácilmente transportable a cualquier entorno informático que disponga de un compilador compatible con el estándar. Si la transportabilidad es un requisito, hay que procurar evitar las extensiones no normalizadas que incorporan los distintos fabricantes.

IV.2.2 Cambios en los diferentes estándares Fortran

Fortran 90 incluye todas las características de las versiones anteriores, de forma que las inversiones en programas anteriores están protegidas. Pero añade un conjunto de características para hacerlo competitivo con lenguajes más modernos:

- Las sentencias se pueden escribir en un formato libre.
- Se permiten nombres más largos.
- Se crean nuevas construcciones de control para ejecución selectiva y repetitiva.
- Aparecen nuevos tipos de subprogramas para facilitar la programación modular.
- Nuevos mecanismos de procesamiento de matrices.
- Tipos de datos definidos por el usuario.
- Punteros y estructuras de datos dinámicas.

Fortran 95 es una revisión menor del estándar anterior, que añade características para programación paralela del dialecto *High Performance Fortran*, tales como funciones puras y elementales definidas por el usuario, y la construcción FORALL.

Fortran 2003 presenta como características nuevas más importantes: soporte para el manejo de excepciones, programación orientada a objetos e interoperabilidad mejorada con el lenguaje C.

Fortran 2008 presenta pequeños ajustes para mejorar las características de Fortran 2003, además incluye nuevas características como paralización de procesos y soporte para el manejo de submódulos.

IV.2.3 Elementos del lenguaje

Un programa Fortran es simplemente una secuencia de líneas de texto o instrucciones. Como en cualquier lenguaje de programación, el texto que aparece en las distintas líneas del programa debe seguir una sintaxis determinada, de forma que dé lugar a un programa Fortran construido correctamente.

Cuando aparece una instrucción Fortran nueva en el texto, se explica su sintaxis general, utilizando para ello los siguientes criterios:

- La instrucción aparece resaltada en gris
- Las palabras reservadas del lenguaje se escriben en mayúsculas
- Si aparecen corchetes, éstos no forman parte de la sintaxis e indican que lo que está dentro es opcional
- Si aparecen puntos suspensivos, éstos tampoco forman parte de la sintaxis e indican listas de elementos como el inmediatamente anterior
- Si aparecen llaves en las que hay varias opciones separadas con barras verticales { Op1 | Op2 | Op3 }, se trata de elegir una de esas opciones (en este caso, Op1, Op2 o Op3). Tanto las llaves como las barras verticales no forman parte de la sintaxis

IV.2.4 Ventajas de Fortran

Hoy en día el uso de Fortran presenta ventajas interesantes porque:

- Es el lenguaje predominante en aplicaciones matemáticas, científicas y de ingeniería.
- Es un lenguaje fácil de aprender y utilizar.
- Es el único lenguaje que perdura desde los años 50 hasta el momento actual.
- Existen miles de programas de cálculo, y librerías de uso absolutamente generalizado: IMSL (International Mathematics and Statistical Library), NAG (Numerical Algorithms Group), etc.
- Permite la paralelización de procesos, que ayudan a reducir los tiempos de cómputo.

IV.3 Microsoft Excel

Microsoft Excel, o simplemente Excel, es una aplicación tipo hoja de cálculo. Actualmente es la aplicación más usada en su tipo en aplicaciones de contabilidad y economía.

IV.3.1 Historia

Microsoft comercializó originalmente un programa de hojas de cálculo llamado Multiplan en 1982, que fue muy popular en los sistemas CP/M, pero en los sistemas MS-DOS perdió popularidad frente al Lotus 1-2-3. Microsoft publicó la primera versión de Excel para Mac en 1985, y la primera versión de Windows (numeradas 2-05 en línea con el Mac y con un

paquete de tiempo de ejecución de entorno de Windows) en noviembre de 1987. Lotus fue lenta al llevar 1-2-3 para Windows y esto ayudó a Microsoft a alcanzar la posición de los principales desarrolladores de hoja de cálculo para PC. Este logro solidificó a Microsoft como un competidor válido y mostró su futuro como desarrollador de software GUI. Microsoft empujó su ventaja competitiva lanzando al mercado nuevas versiones de Excel, por lo general cada dos años. La versión actual para la plataforma Windows es Excel 14.0, también denominada Microsoft Excel 2010. La versión actual para Mac OS X es Microsoft Excel 2011.

La lista de versiones de Microsoft Excel que han sido lanzadas al mercado para Microsoft Windows es:

- En el año 1987 Excel 2.0
- En el año 1990 Excel 3.0
- En el año 1992 Excel 4.0
- En el año 1993 Excel 5.0 (Office 4.2 & 4.3)
- En el año 1995 Excel 7.0 (Office '95)
- En el año 1997 Excel 8.0 (Office '97)
- En el año 1999 Excel 9.0 (Office 2000)
- En el año 2001 Excel 10.0 (Office XP)
- En el año 2003 Excel 11.0 (Office 2003)
- En el año 2007 Excel 12.0 (Office 2007)
- En el año 2010 Excel 14.0 (Office 2010)

Excel fue la primera hoja de cálculo que permite al usuario definir la apariencia (las fuentes, atributos de carácter y celdas). También introdujo recomputación inteligente de celdas, donde celdas dependientes de otra celda que han sido modificadas, se actualizan al instante (programas de hoja de cálculo anterior recalculaban la totalidad de los datos todo el tiempo o esperaban para un comando específico del usuario). Excel tiene una amplia capacidad gráfica, y permite a los usuarios realizar, entre otras muchas aplicaciones, listados usados en combinación de correspondencia, realizar filtrado de datos y la compatibilidad con el lenguaje de programación Visual Basic que provee a Excel de una amplia flexibilidad para su uso combinado con secuencias de cálculos.

IV.3.2 Interfaz de Excel

En la pantalla de Excel se pueden ver los elementos básicos que se manejan y tiene una estructura similar a cualquier ventana de Windows y consta de las siguientes barras o componentes:

- Barra de título
- Barra de menús
- Barra de herramientas de acceso rápido
- Barra de opciones
- Barra de formulas
- Barra de etiquetas
- Barras de desplazamiento
- Barra de estado
- Vistas y zoom

La Figura 4.1 muestra los principales componentes de la interfaz de trabajo de Excel.

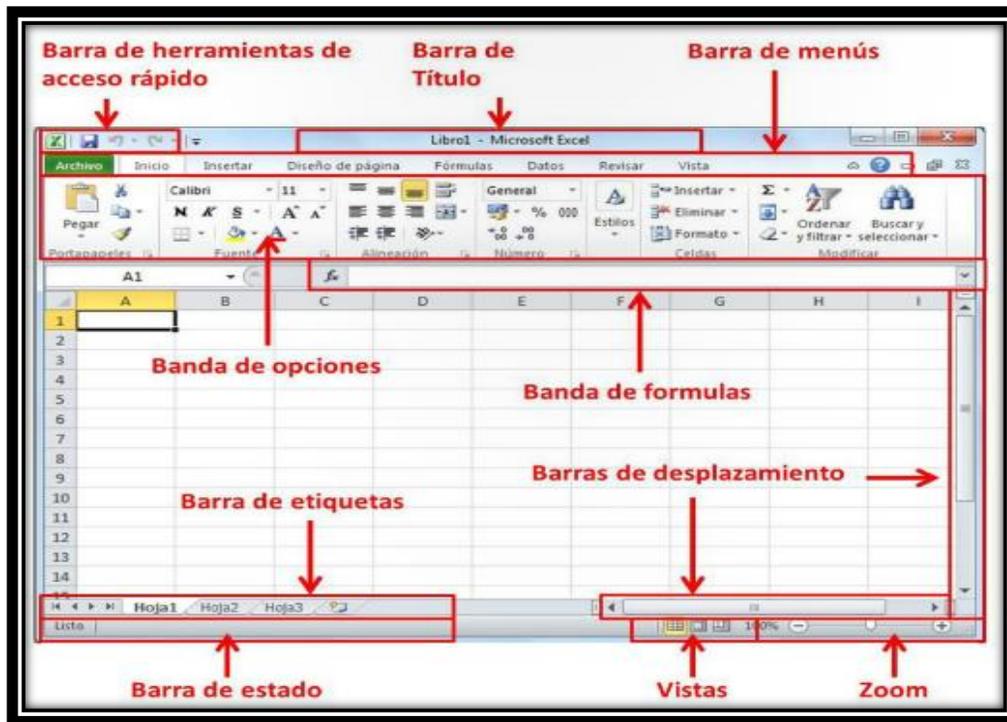


Figura 4.1 Interfaz de trabajo de Microsoft Excel

IV.3.3 Ventajas de Excel

Las ventajas ofrecidas por Excel son las siguientes:

- Es el programa más usado en aplicaciones de contabilidad y académicas.
- Presenta una interfaz de fácil uso y entendimiento.
- Tiene la capacidad de manejar una gran cantidad de datos.
- Permite la creación rápida y sencilla de gráficas.
- Permite enlazar otros programas con sus hojas de cálculo mediante macros.

IV.4 Estructura del programa

Como se mencionó en la introducción de este capítulo, el programa de cómputo elaborado para este trabajo de tesis consta de dos partes esenciales, la interfaz gráfica desarrollada en Excel que es la que interacciona con el usuario, y el programa principal que realiza los cálculos desarrollado en Fortran.

IV.4.1 Interfaz gráfica

La interfaz gráfica implementada en Excel, consta de una organización sencilla y de uso fácil, por lo cual no requiere de un largo periodo de aprendizaje. La pantalla que es presentada al usuario es básicamente una hoja de cálculo dividida en tres secciones.

1.- Datos de inicio. En esta sección se introducen los datos de entrada para el funcionamiento del programa, los datos que deben ser introducidos son:

- Número de fracturas
- Tamaño promedio de la apertura de fractura
- Varianza del tamaño de apertura de fractura
- Número de experimentos
- Las dimensiones H, W y L del bloque de roca
- μ_r
- ρ_r
- Tiempo máximo de drene
- Número de Bond

2.- Ejecutar programa. Esta sección consta de un único botón, que activa las macros programadas en Excel y ejecuta el programa principal desarrollado en Fortran. Realizando la siguiente secuencia:

- Mediante macros Excel guarda los datos de entrada introducidos en la sección 1 en dos archivos de texto. El primer archivo de texto nombrado como inputGDFR.dat guarda los datos de μ_r , ρ_r , el tiempo máximo, el número de Bond y el número de puntos que utilizara el programa para graficar. El segundo archivo de texto nombrado como inputFractureGenerator.dat guarda los datos de número de fracturas, media del tamaño de fractura, la varianza del tamaño de fractura, el número de experimentos y las dimensiones del bloque de roca, que servirán para construir de forma aleatoria el conjunto de fracturas verticales mediante una distribución log-normal.
- Las macros programadas en Excel activan el programa principal desarrollado en Fortran para realizar los cálculos para obtener las permeabilidades relativas. La ejecución del programa principal se explicara con mayor detalle en el siguiente apartado de este capítulo.
- El programa principal en Fortran guarda los resultados en un archivo de texto nombrado como resultados.dat, en este archivo se guardan las permeabilidades relativas en función de las saturaciones y la presión capilar.
- Mediante un contador el programa principal se coordina con las macros de Excel, al terminar la ejecución del programa principal, Excel lee el archivo resultados.dat y almacena la información en una hoja de cálculo secundaria.
- Finalmente las permeabilidades relativas son graficadas de forma individual.

3.- Gráficas de resultados. En esta sección se presentan las gráficas de las permeabilidades relativas, en caso de ingresar dos o más experimentos por corrida, las gráficas presentaran valores promedio de permeabilidad, la disposición de las gráficas es en el siguiente orden de forma descendente.

A continuación se muestra la interfaz gráfica del programa desarrollado en base al modelo de permeabilidad relativa en la Figura 4.2.

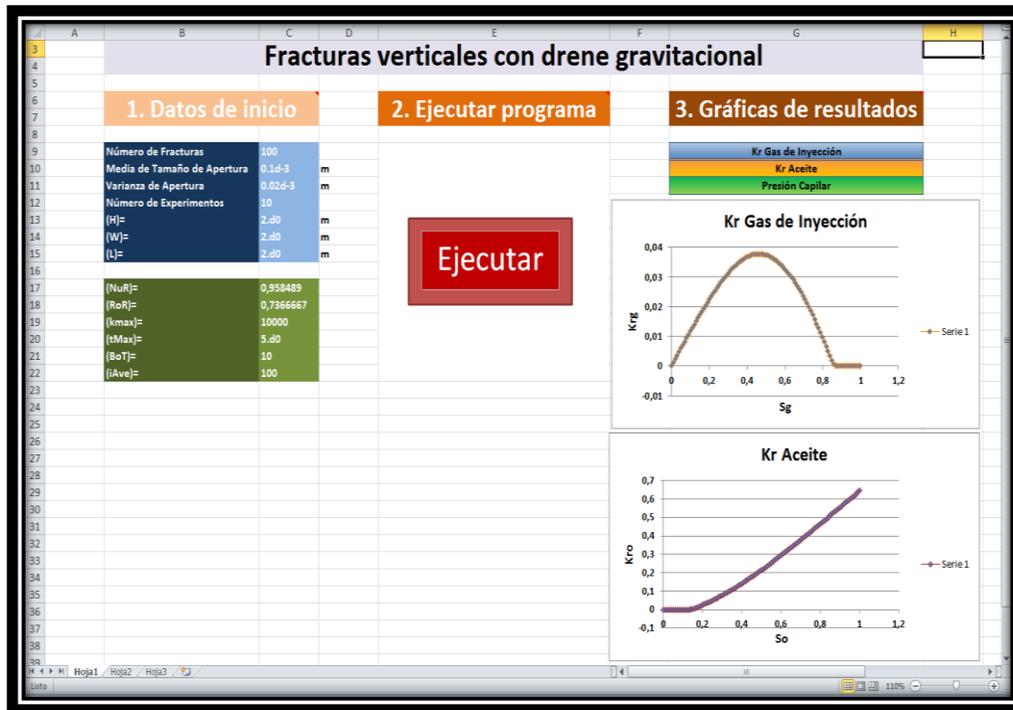


Figura 4.2 Interfaz gráfica del programa

IV.4.2 Programa principal

El programa principal consta de una serie de subrutinas que facilitan el entendimiento del programa, agilizan su ejecución y reducen el número de líneas de programación. El programa principal puede ejecutar cualquier cantidad de experimentos por corrida, siendo la única limitante la capacidad del hardware utilizado.

Las subrutinas utilizadas pueden ser divididas en cuatro grupos distintivos. El primer grupo de subrutinas es el de fijación de variables internas del programa. El segundo grupo es el que lee y guarda los datos de entrada de los archivos generados por las macros de Excel. El tercer grupo realiza los cálculos necesarios para obtener las permeabilidades relativas. El cuarto grupo guarda los resultados en archivos de texto. El orden en que son enumerados estos grupos corresponde al orden en que son utilizados dentro del programa.

La ejecución del programa principal tiene la siguiente secuencia:

- 1.- En esta parte del programa, las subrutinas enlistadas se ejecutan en una sola ocasión.

- El programa principal ejecuta las subrutinas VarFractureGenerator.f90 y VarGDFR.f90 para fijar en memoria variables de uso interno del programa. Estas subrutinas pertenecen al grupo 1.
- Posteriormente se ejecutan las subrutinas inputFractureGenerator.f90 y InputGDFR.f90 para leer los archivos inputFractureGenerator.dat y inputGDFR.dat respectivamente y fijar los datos de entrada del programa. Estas subrutinas pertenecen al grupo 2.

2.- Las subrutinas enlistadas a continuación entran en un ciclo dentro del programa principal, que va desde 1 hasta el número total de experimentos. Las subrutinas enlistadas pertenecen al grupo 3.

- Se ejecuta la subrutina FracturGenerator.f90 que contiene un algoritmo para generar aleatoriamente una distribución de apertura de fracturas log-normal y así generar el conjunto de fracturas verticales.
- La subrutina FractureParameters.f90 calcula α_i , número de Bond y desplazamiento de equilibrio η_i para cada fractura y guarda estos parámetros en vectores.
- La subrutina etaGDFR.f90 calcula $\frac{d\eta_i}{d\tau}$ y la caída de presión en cada fase para cada fractura.
- Finalmente Kr_SatGDRF.f90 calcula las permeabilidades relativas en el bloque para cada experimento.

3.- En este punto el ciclo dentro del programa principal ha terminado. Las subrutinas siguientes guardan la información en archivos de texto. Las subrutinas enlistadas pertenecen al grupo 4.

- La subrutina AverageKr.f90 calcula las permeabilidades relativas y presiones capilares promedio de todos los experimentos y guarda los resultados en el archivo de texto resultados.dat.
- La subrutina OutFracture.f90 guarda la información del conjunto de fracturas utilizado en cada experimento en el archivo de texto Fracture.dat como la porosidad, la permeabilidad, la apertura máxima y minia, y en el archivo DisFracture.dat la información de la distribución de la apertura de fractura.

- Finalmente la subrutina OutGDFR.f90 guarda la información de permeabilidades relativas para cada experimento en el archivo de texto etaGDFR.dat y los desplazamientos de equilibrio en el archivo etaEqGDFR.dat para cada fractura.

4.- Fin de ejecución de programa principal, enlace con Excel y presentación de graficas de resultados.

IV.5 Tiempo de ejecución del programa

El tiempo de cálculo del programa en primera instancia depende del hardware del equipo que se esté usando, principalmente del procesador, la capacidad de la memoria RAM, y la velocidad de escritura del disco duro. El equipo de cómputo con el que se realizaron las corridas de simulación cuenta con las características descritas en la siguiente tabla.

| Hardware | Capacidad |
|--------------------------------|-----------------------|
| Procesador Intel Core i7 2600k | 8 procesos @ 3800 GHz |
| Memoria RAM | 24 Gb @ 1833 MHz |
| Disco duro | 500 Gb @ 7200 RPM |

Tabla 4.1 Características del equipo de cómputo usado para la simulación

Otros aspectos que afectan el tiempo de cálculo del programa son las variables de entrada, esencialmente el número de fracturas y el número de experimentos.

Para visualizar el tiempo de cálculo del programa, se fija el número de experimentos en 10, y se varía el número de fracturas de forma importante, las corridas se realizaron con el equipo de cómputo descrito anteriormente y los resultados se muestran en la siguiente tabla.

| Número de Fracturas | Tiempo de cálculo (segundos) |
|---------------------|------------------------------|
| 500 | 30 |
| 1000 | 50 |
| 2000 | 100 |
| 5000 | 280 |

Tabla 4.2 Tiempo de cálculo del programa para diferentes números de fracturas

Ahora se ejemplifica el tiempo de cálculo al variar el número de experimentos y manteniendo el número de fracturas fijo en 1000.

| Número de experimentos | Tiempo de cálculo (segundos) |
|------------------------|------------------------------|
| 10 | 50 |
| 20 | 95 |
| 50 | 235 |
| 100 | 400 |

Tabla 4.3 Tiempo de cálculo del programa para diferentes números de experimentos

Si se varia tanto el número de fracturas como de experimentos, los tiempos de ejecución del programa variarán considerablemente a los presentados en las tablas 4.2 y 4.3.

IV.6 Simulación de caso hipotético

En este apartado se presentan los resultados de una serie de corridas de simulación, se utilizaron datos reales de las propiedades de fluidos de gas y aceite pertenecientes al Pozo A del Campo Alfa (por cuestiones de confidencialidad no se revelan los nombres reales). En el caso del bloque de roca fracturada se utilizaron datos hipotéticos, sin embargo, se usaron datos que se presentan frecuentemente en los estudios geológicos para la apertura promedio de fractura y la varianza de apertura.

A continuación en la Tabla 4.4 y 4.5 se describen las propiedades usadas como de los fluidos y del bloque de roca hipotético, ya que algunas propiedades serán modificadas para observar el comportamiento de las permeabilidades relativas. Las propiedades de los fluidos fueron tomadas de un PVT representativo del yacimiento a 200 kg/cm² que es la presión de saturación del aceite.

| Propiedad | |
|-----------|--------------------------|
| ρ_g | 0.1435 g/cm ³ |
| μ_g | 0.021 cp |
| ρ_o | 0.545 g/ cm ³ |
| μ_o | 0.4655 cp |
| ρ_r | 0.7366667 |
| μ_r | 0.958489 |

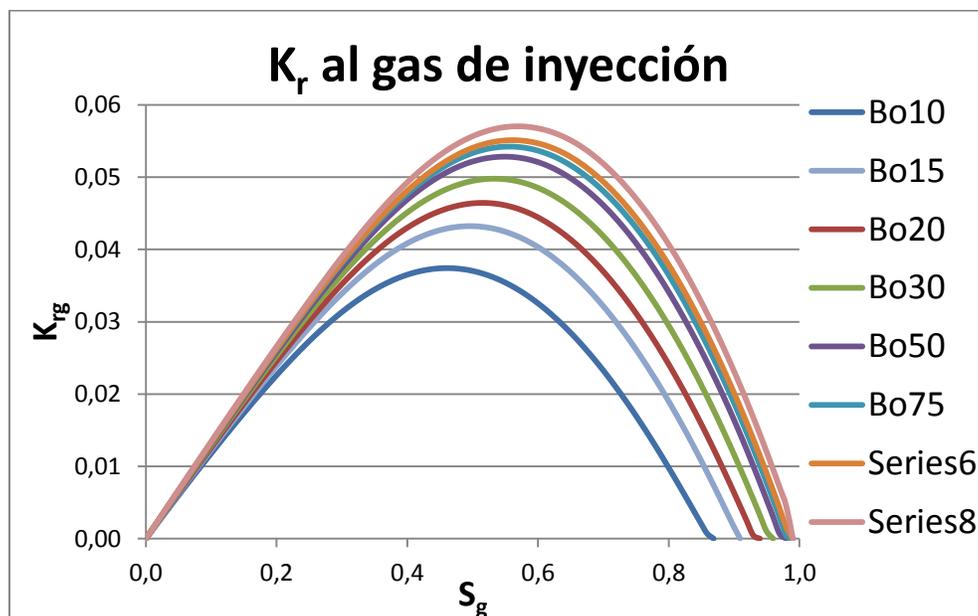
Tabla 4.4 Propiedades del gas y aceite

| Característica | |
|-------------------------------------|----------------------|
| W | 10 m |
| H | 10 m |
| L | 10 m |
| Número de fracturas (nFrac) | 1000 |
| Apertura promedio (\bar{a}) | 1×10^{-4} m |
| Varianza de apertura (σ_f) | 2×10^{-5} m |

Tabla 4.5 Características del bloque de roca y de las fracturas

IV.6.1 Simulación para diferentes números de Bond

El objetivo de este caso de simulación es analizar el comportamiento de las permeabilidades relativas bajo diferentes condiciones de drene expresadas en el número de Bond, por lo que la mojabilidad y la tensión superficial se expresan de forma implícita en el número de Bond. Esto se justifica, ya que el número de Bond puede ser modificado para la misma combinación de gas y aceite, si se altera cualquiera de las dos propiedades mencionadas por medio de químicos. En el caso de números de Bond positivos resulta conveniente modificar la tensión superficial. La simulación se realizó para los números de Bond 10, 15, 20, 30, 50, 75, 100 y 500. Los resultados se muestran en figuras separadas para permitir una mejor apreciación.

Figura 4.3 Grafica de k_r al gas de inyección para diferentes números de Bond

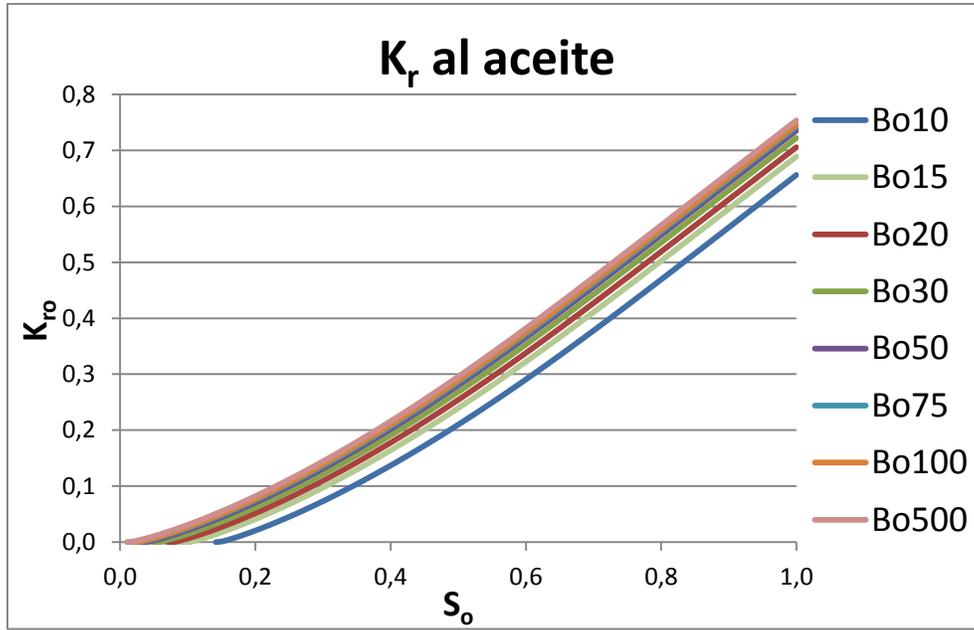


Figura 4.4 Grafica de k_r al aceite para diferentes números de Bond

Al analizar las Figuras 4.3 y 4.4 se puede deducir que a números de Bond más grandes existe un incremento en la permeabilidad relativa para ambos fluidos. Sin embargo, a medida que se incrementa el número de Bond la ganancia o incremento de las permeabilidades relativas disminuye. Este comportamiento se aprecia de forma muy notoria a partir de las curvas de permeabilidades relativas para el número de Bond=50 en adelante, donde las curvas de permeabilidades relativas se aproximan de forma importante, aun cuando la diferencia de los números de Bond se hacen más grandes.

También se puede observar que el proceso de drene se detiene a una determinada saturación. Esto se debe a que la presión capilar que se opone al desplazamiento del gas de inyección equilibra las presiones en el sistema, provocando que el proceso de drene se detenga y una parte del aceite permanezca dentro de las fracturas. El detenimiento del proceso de drene se predijo mediante la definición de η_e en el Capítulo III de esta tesis, aunque el modelo no se encuentra restringido por η_e , la S_g a la cual se detiene el proceso de drene corresponde al promedio de η_e de cada fractura con respecto al volumen total. La definición de η_e esta dada por Ec(84):

$$\eta_e = 1 - \frac{1}{(1-\rho_c)Bo} \tag{Ec(84)}$$

El hecho que se demuestre mediante este modelo que las fracturas no se vacían en su totalidad, es de gran relevancia debido a que las curvas de permeabilidad relativa usadas actualmente en simuladores de yacimientos consideran que las fracturas quedan totalmente saturadas por el gas de inyección, consideración totalmente alejada de la realidad y de las leyes físicas que gobiernan el flujo de fluidos en fracturas.

Aunque las fracturas no se vacían totalmente, en las gráficas es fácil de notar que al incrementar el número de Bond, la S_g a la cual se detiene el drene incrementa, o en su caso S_o disminuye, dicho comportamiento puede ser predicho igualmente mediante la definición de η_e . De acuerdo con la definición de η_e el termino negativo de Ec(84) es inversamente proporcional al número de Bond, por lo tanto el resultado de la resta resulta en una η_e más grande. Físicamente este comportamiento puede explicarse mediante la presión capilar, es decir, a medida que el número de Bond incrementa, la presión capilar resulta menos importante en el proceso de drene, en comparación a las fuerza de gravedad, dando como resultado un drene más eficiente. Al contrario, si la presión capilar domina el proceso de drene, resultara un numero de Bond pequeño, y en consecuencia la saturación de aceite residual en las fracturas será mayor. Para facilitar la comprensión del análisis se escribe a continuación la definición del número de Bond.

$$Bo = \frac{gL\rho_{oil}}{\frac{2\lambda\cos\theta}{a}} \tag{Ec(84)}$$

El análisis anterior también explica porque se obtienen permeabilidades relativas pequeñas si el proceso de drene es dominado por la presión capilar, y permeabilidades mayores cuando el drene es dominado por la gravedad.

La Figura 4.5 expresa la velocidad de drene, en este caso en particular se graficó S_g vs t, en el caso de haber presentado S_o vs t la gráfica resultante estaría invertida, pero el análisis sería el mismo. En la proporción en que las fuerzas gravitacionales dominan, es decir, el número de Bond incrementa, el drene se acelera. Con lo cual, se alcanzan saturaciones de gas de inyección mayores en tiempos más cortos para números de Bond grandes, si se ve desde el punto de vista del aceite, se obtendrán producciones mayores y en tiempos cortos si se logra incrementar el número de Bond de forma importante.

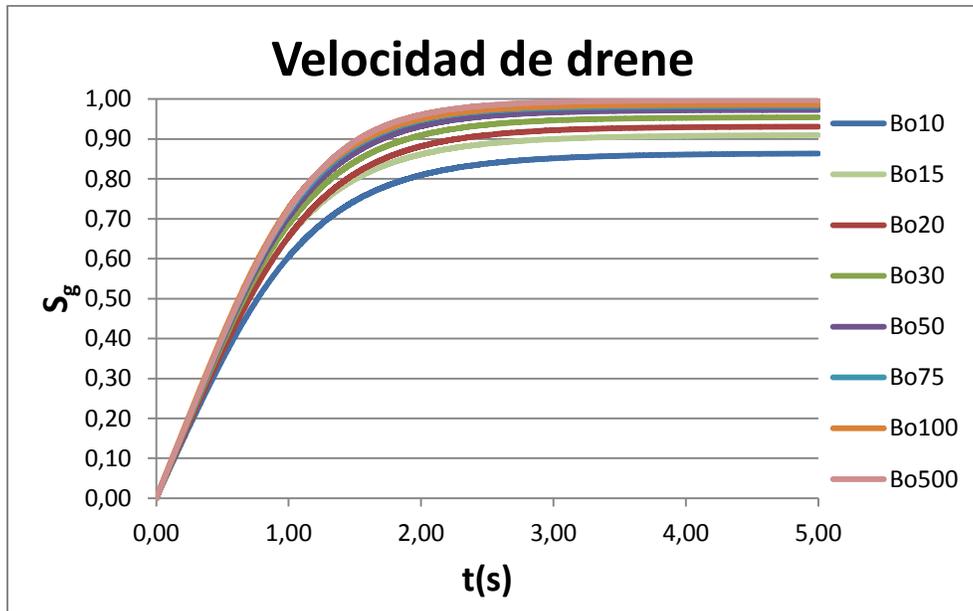


Figura 4.5 Grafica de velocidad de drene (S_g vs t) para diferentes números de Bond

IV.6.2 Simulación para diferentes densidades de fluidos

A continuación se presentan los resultados de las simulaciones realizadas para observar el efecto de la diferencia de densidades en el drene gravitacional. El número de Bond se fijó en 100. Los resultados se presentan a continuación.

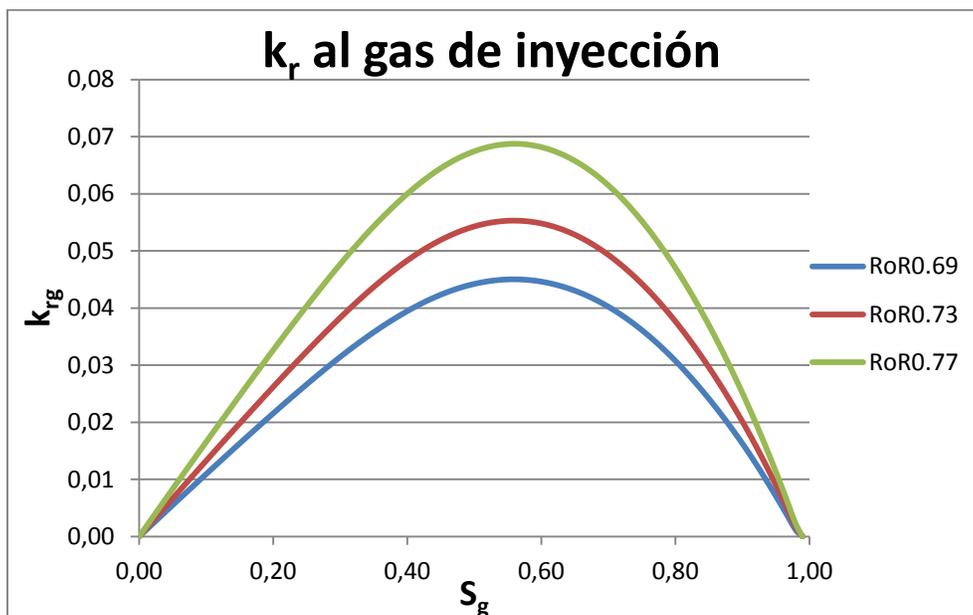


Figura 4.6 Grafica de k_r al gas de inyección para diferentes valores de ρ_r

La variable adimensional ρ_r está relacionada con las densidades de los fluidos. La variación de ρ_r es directamente proporcional a la diferencia de densidades.

En la Figura 4.6 se puede apreciar que las curvas de permeabilidad relativa al gas de inyección se ven afectadas de forma importante al variar la diferencia de densidades de las fases. Si la diferencia de densidades incrementa, la permeabilidad relativa al gas de inyección tendrá un notorio incremento, al contrario, si la diferencia de densidades es pequeña, la permeabilidad relativa al gas de inyección se ve afectada de forma negativa. La Figura 4.7 presenta las curvas de permeabilidad relativa al aceite. Es fácil notar que la permeabilidad relativa al aceite es afectada de forma positiva si la diferencia de densidades incrementa, aunque este incremento es menos importante en comparación con el gas de inyección.

Físicamente lo anterior puede ser explicado por la diferencia de presión que se genera por la columna de gas alrededor del bloque de roca, es decir, para que el aceite pueda moverse de las fracturas pequeñas a la de mayor tamaño, requiere de menos energía si la diferencia de densidades es muy grande, generando una caída de presión menor. En el caso opuesto, si la diferencia de densidades es muy pequeña, la energía necesaria para que el aceite se mueva es más grande, generando una caída de presión mayor.

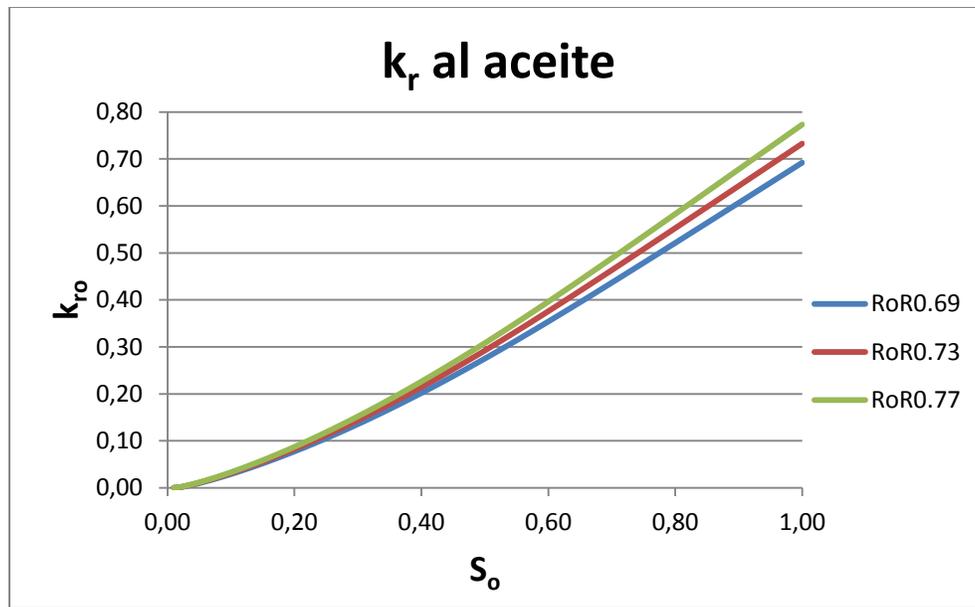


Figura 4.7 Grafica de k_r al aceite para diferentes valores de ρ_r

En este caso, la condición crítica se presenta cuando las densidades de los fluidos son iguales, el valor de ρ_r para esta condición es de 0. En dicha situación el drene no se presentaría debido a que no existe una diferencia de presiones entre las columnas de los fluidos impidiendo el movimiento del aceite. Obviamente es un caso que nunca se presentara si efectivamente se está inyectando gas.

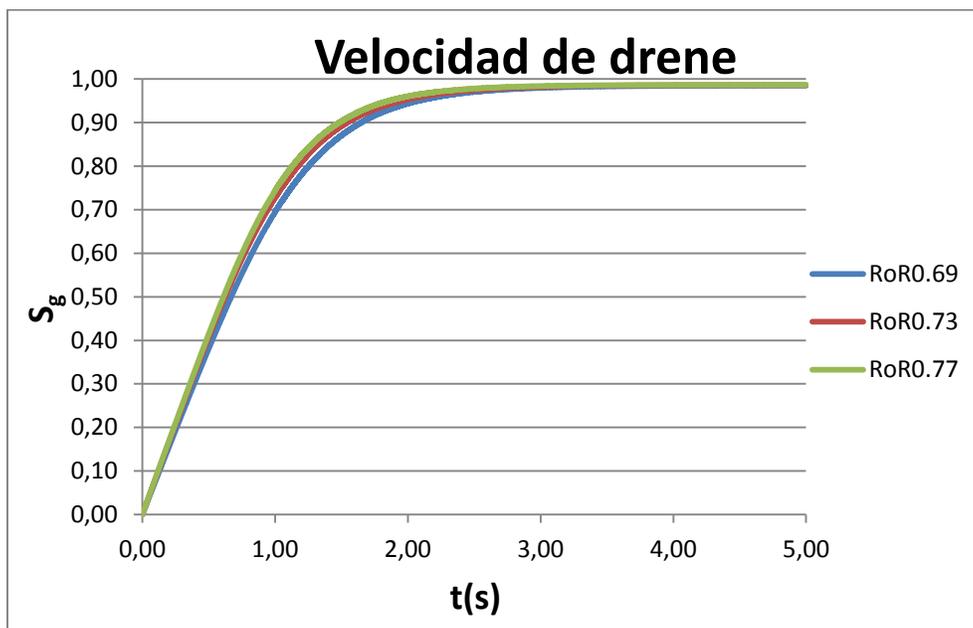


Figura 4.8 Grafica de velocidad de drene para diferentes valores de ρ_r

En la Figura 4.8 se puede observar que la velocidad de drene no se ve significativamente afectada por la variación en la diferencia de densidades entre los fluidos, esto se debe a que la velocidad de drene está controlada principalmente por el número de Bond. Sin embargo, si puede notarse una mejoría pequeña en la velocidad en el que los fluidos se desplazan si existe una mayor diferencia de densidades.

IV.6.3 Simulación para diferentes viscosidades de fluidos

La diferencia de viscosidades entre los fluidos es importante en el flujo, por lo que se realizaron simulaciones para observar el efecto de las viscosidades de los fluidos en el drene gravitacional. La variable adimensional μ_r que está relacionada con las viscosidades de los fluidos y su variación es directamente proporcional a la diferencia de densidades. Los resultados se muestran a continuación.

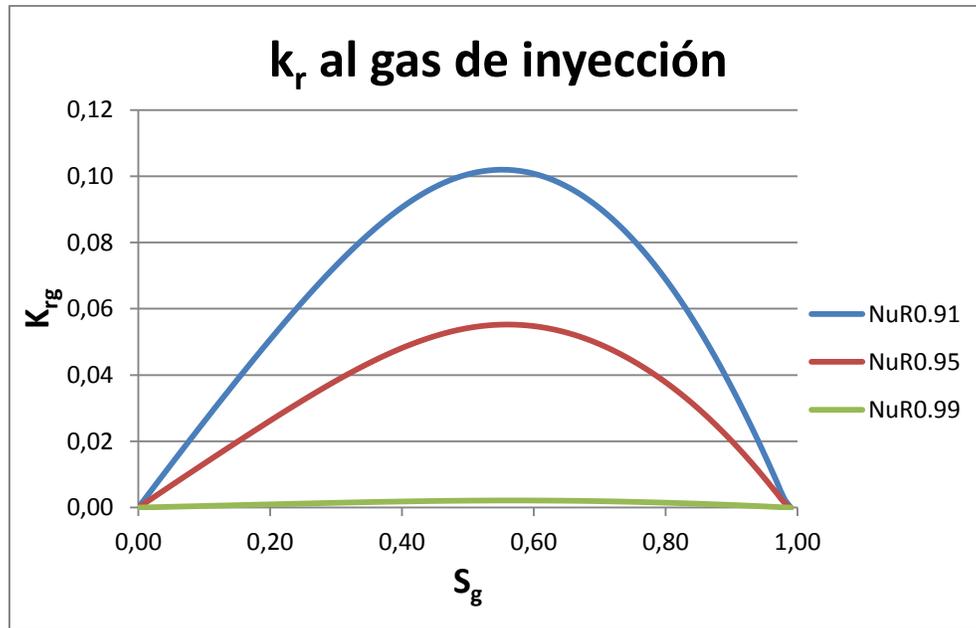


Figura 4.9 Grafica de k_r al gas de inyección para diferentes valores de μ_r .

Las curvas de permeabilidad relativa al gas de inyección presentadas en la Figura 4.9 se ven fuertemente afectas por la variación en la diferencia de viscosidades de los fluidos. Un incremento en la variable adimensional μ_r , afecta de forma muy importante la permeabilidad relativa al gas de inyección negativamente.

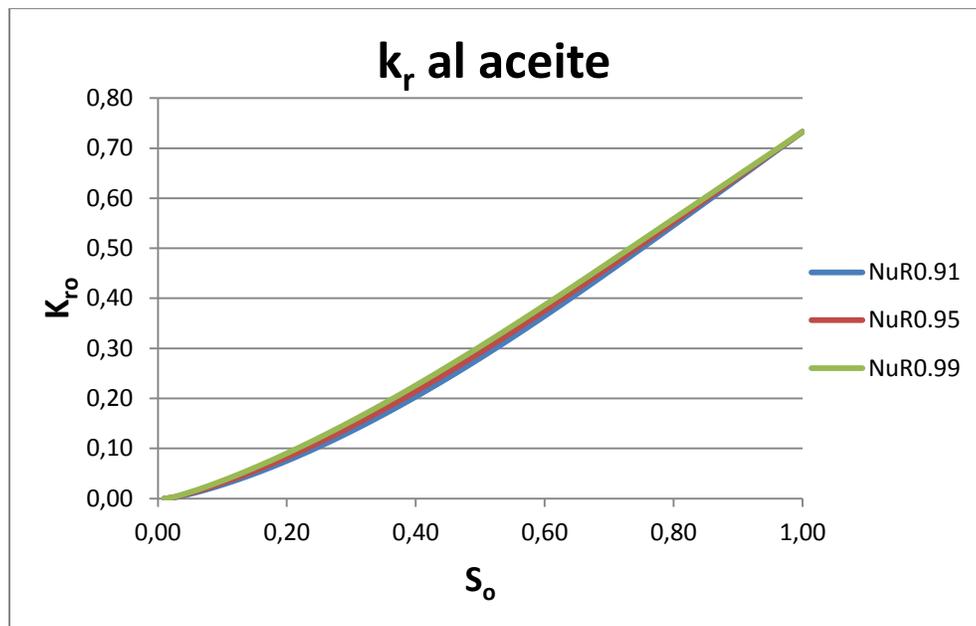


Figura 4.10 Grafica de k_r al aceite para diferentes valores de μ_r .

En el caso de las curvas de permeabilidad relativa al aceite en la Figura 4.10, la variación de las diferencias de densidades no las afecta significativamente. Aunque si se puede notar una pequeñísima mejoría al incrementar μ_r .

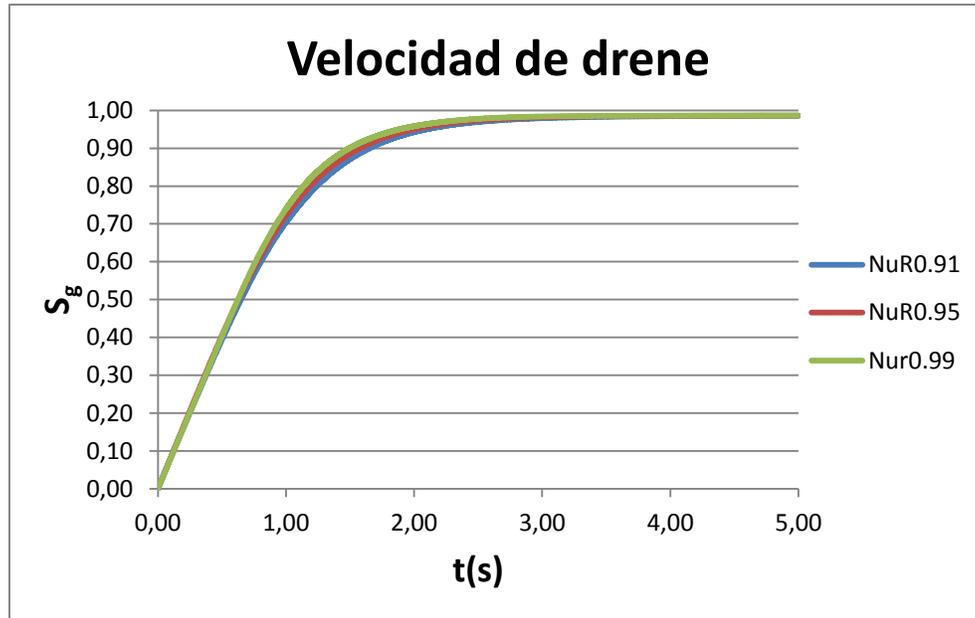


Figura 4.11 Velocidad de drene para diferentes valores de μ_r

La velocidad de drene se ve mejorada igualmente al aumentar la diferencia de viscosidades de los fluidos. Al igual que en el caso de ρ_r , μ_r afecta muy poco la velocidad con que se drenan las fracturas, ya que el ritmo con que se mueven los fluidos es controlado principalmente por el número de Bond.

IV.6.4 Simulación para diferentes aperturas promedio de fractura

La apertura promedio de fractura, es obtenida mediante estudios directos e indirectos a la roca del yacimiento, por lo que es importante conocer la sensibilidad de los resultados obtenidos mediante el modelo y como afecta la apertura promedio de fractura al proceso de drene gravitacional. Los datos utilizados para la roca y los fluidos son los mismos. El número de Bond se fijó en 100.

Como ya se explicó en el Capítulo II de esta tesis, la caracterización de las fracturas presentes en un yacimiento requiere esfuerzo importante por parte de los ingenieros de

yacimientos, además de una extensa y costosa adquisición de información. Por otro lado, evaluar correctamente las características y el papel de las fracturas en el flujo de fluidos traerá consigo una mejor predicción del comportamiento del yacimiento y una óptima explotación.

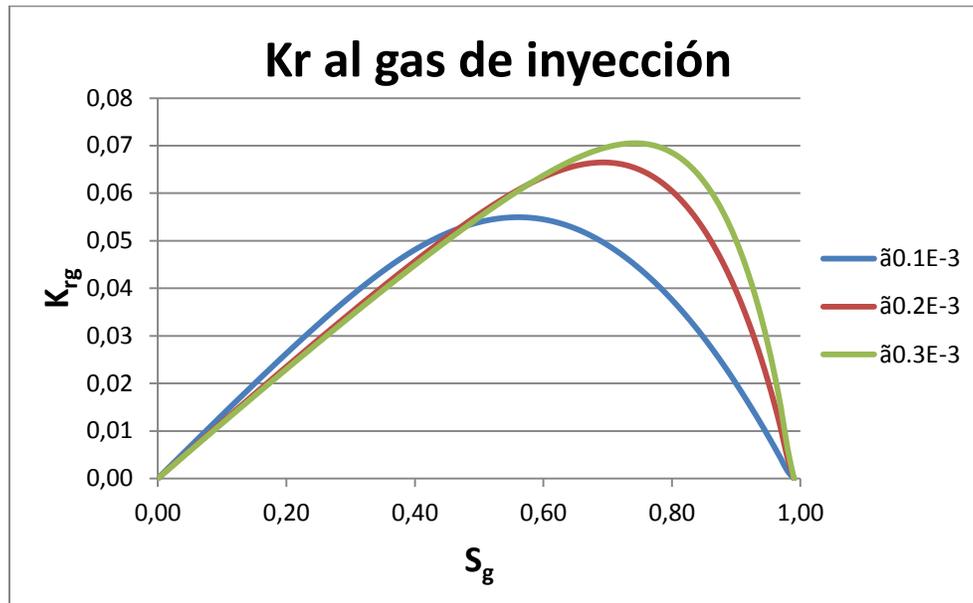


Figura 4.12 Grafica de k_r al gas de inyección para diferentes aperturas promedio de fractura \tilde{a}

La permeabilidad relativa al gas de inyección es afectada positivamente al aumentar el tamaño de fractura promedio, como se aprecia en las graficas de la Figura 4.12. El aumento de la permeabilidad relativa al gas de inyección va disminuyendo conforme se incrementa la apertura promedio, es decir, al incrementar la apertura promedio las curvas de permeabilidad relativa se van aproximando cada vez más.

También se observa un incremento en la permeabilidad relativa al aceite, pero no es tan importante como el que se presenta en la permeabilidad relativa al gas de inyección. El comportamiento de las curvas de permeabilidad relativa al aceite con respecto al incremento de la apertura de fractura es muy similar al que se presenta en la permeabilidad relativa al gas.

Lo anterior puede explicarse mediante la presión capilar. La presión capilar es inversamente proporcional al tamaño de las fracturas, por lo que al incrementar el tamaño

promedio de las fracturas, la presión capilar empezara a perder importancia y el proceso será cada vez más dominado por la gravedad.

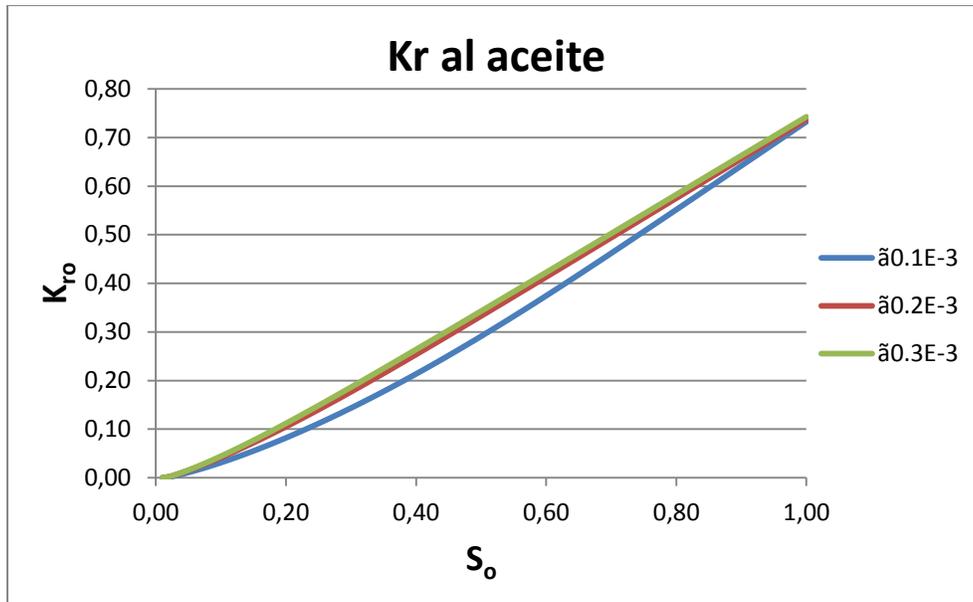


Figura 4.13 Grafica de k_r al aceite para diferentes aperturas promedio de fractura \tilde{a}

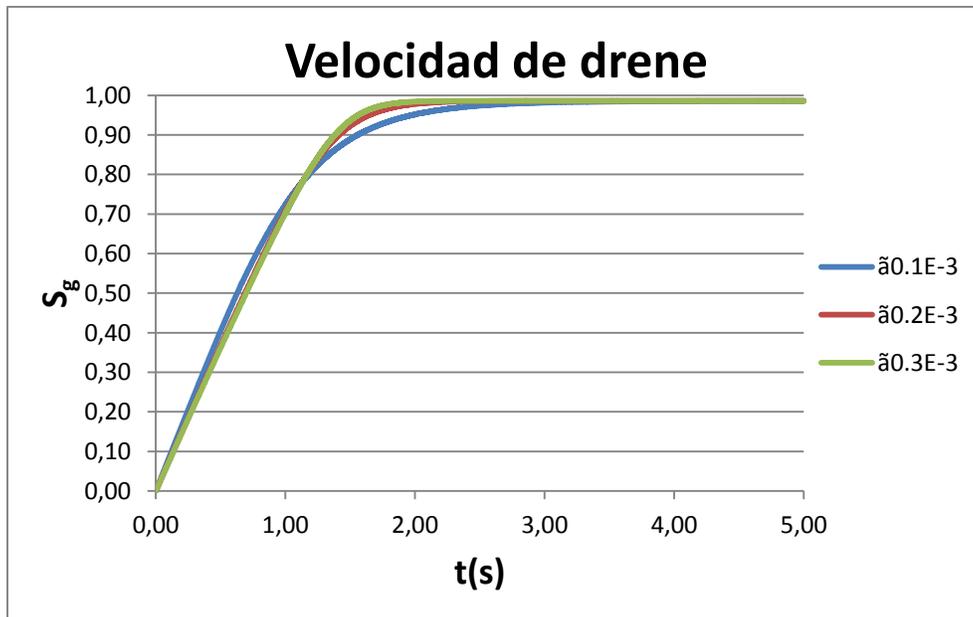


Figura 4.14 Velocidad promedio para diferentes aperturas promedio de fractura \tilde{a}

La velocidad de drene se ve ligeramente beneficiada al incrementar el tamaño de las fracturas.

IV.6.5 Simulación para diferentes varianzas de apertura de fractura

La varianza de la distribución de apertura de fractura, es otra variable que interviene de forma significativa en los resultados obtenidos mediante el modelo, por lo que se hacen diversas corridas para observar la sensibilidad del modelo a la variación de este parámetro.

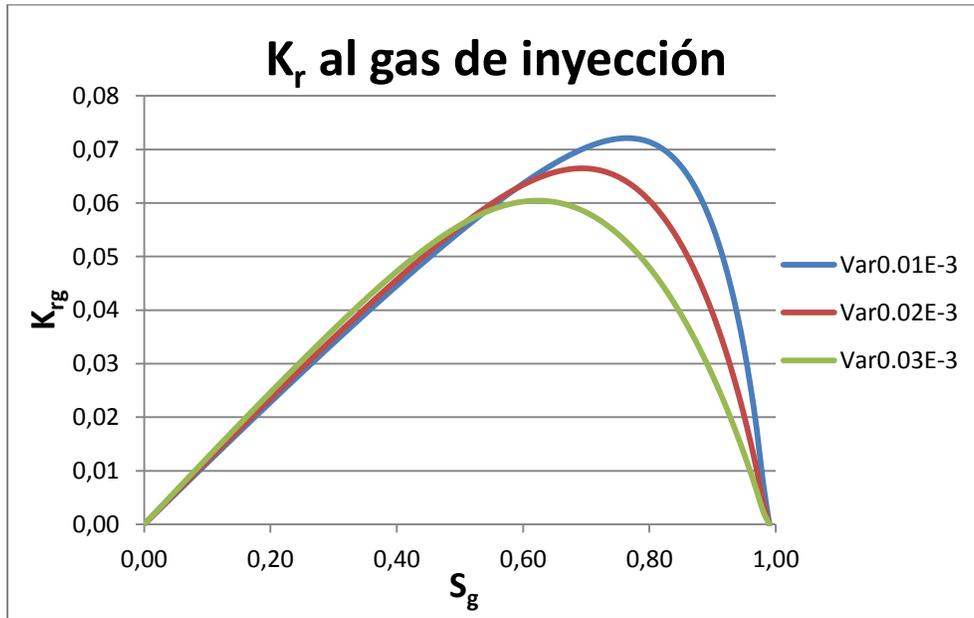


Figura 4.15 Grafica de k_r al gas de inyección para diferentes σ_f

El efecto de la varianza de la distribución de la apertura de fractura es totalmente diferente al que tiene el tamaño promedio de fractura. La permeabilidad relativa al gas de inyección disminuye si la varianza de apertura de fractura incrementa. Este comportamiento está muy relacionado con la heterogeneidad del set de fracturas presente en la roca.

Algo muy similar ocurre con la permeabilidad relativa al aceite, el efecto que tiene la varianza es menor.

Tomando en cuenta lo anterior, se puede decir que un conjunto de fracturas altamente heterogeneo tendrá un efecto negativo en la permeabilidad relativa de ambos fluidos, esto se debe a que pueden existir fracturas grandes donde el drenaje será beneficiado, y también fracturas muy pequeñas comparadas con el tamaño promedio de fracturas, donde el flujo de los fluidos tendrá mayores restricciones. En cambio un conjunto de fracturas que tienda a ser homogéneo se beneficiará el proceso de drenaje, al contar las fracturas prácticamente con

la misma apertura el proceso no se vera afectado por fracturas que dificulten el flujo de fluidos para un mismo numero de Bond.

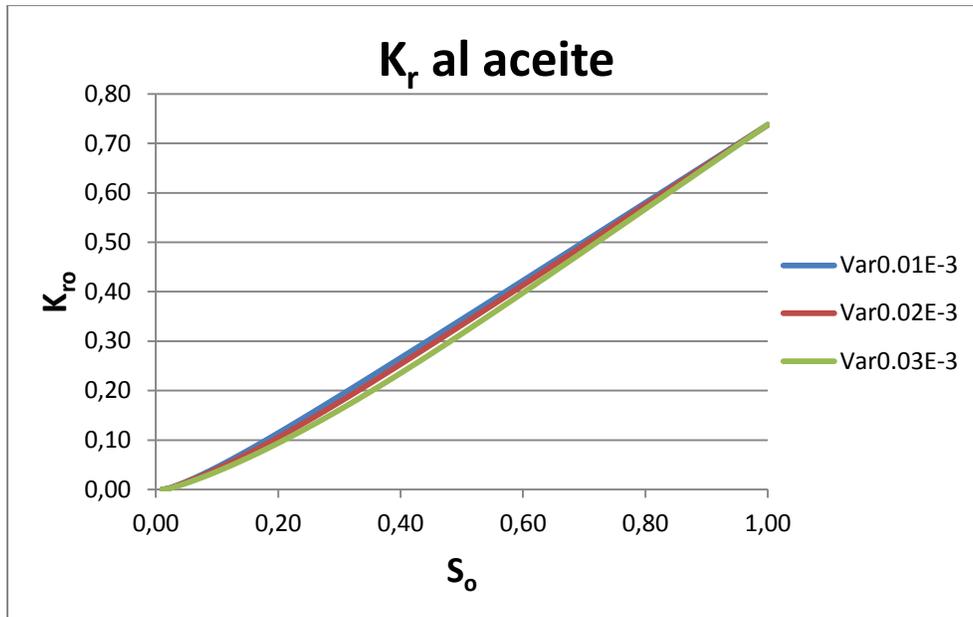


Figura 4.16 Grafica de k_r al aceite para diferentes σ_f

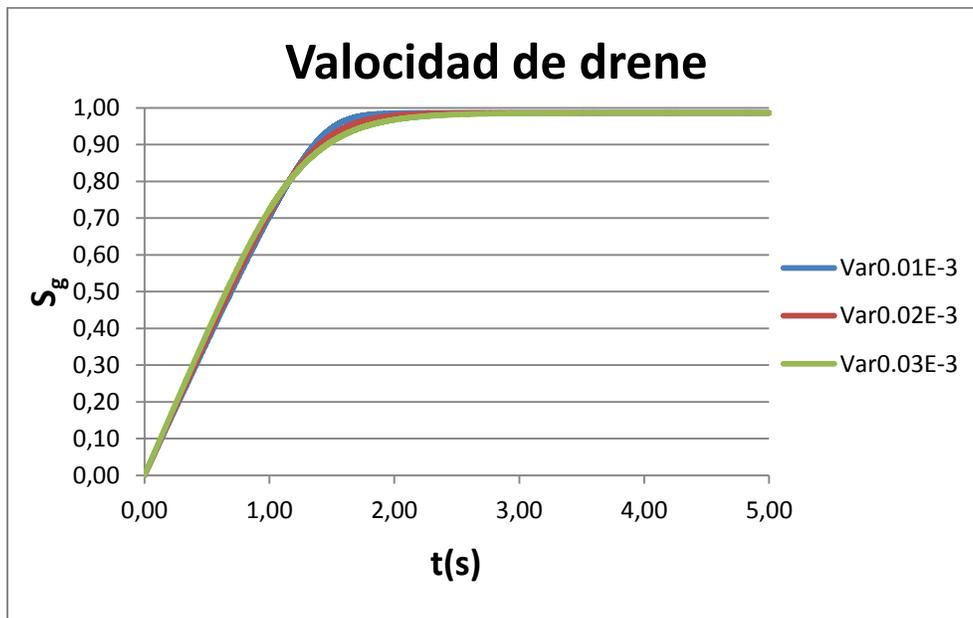


Figura 4.17 Velocidad de drene para diferentes σ_f

Conclusiones

- ❖ La caracterización estática y dinámica de los yacimientos naturalmente fracturados es de suma importancia para su óptima evaluación y planeación de la explotación.
- ❖ El modelo de permeabilidad relativa presentado en esta tesis, no considera la presencia de agua en las fracturas, por lo que debe ser mejorado para simular apropiadamente el comportamiento de fases.
- ❖ Las curvas de permeabilidad relativa al gas de inyección son afectadas de forma importante por las variaciones del número de Bond, diferencia en la densidad y viscosidad de los fluidos, la apertura promedio de fractura y la varianza de la distribución de la apertura de fractura en comparación con las curvas de permeabilidad relativa al aceite.
- ❖ El incremento del número de Bond favorece a un drene más eficiente debido a que la gravedad domina el proceso sobre las fuerzas capilares.
- ❖ El número de Bond puede ser incrementado para una misma combinación de fluidos mediante la reducción de la tensión superficial.
- ❖ Existe una condición crítica para que inicie el proceso de drene. La condición crítica está relacionada con un número de Bond mínimo.
- ❖ Las fracturas no son drenadas completamente, por lo que siempre existe una saturación residual de aceite al final del drene gravitacional, ya que la presión capilar y las fuerzas de adherencia entre el aceite y la roca impiden el movimiento de una parte del aceite. Sin embargo, la saturación de aceite residual en las fracturas es pequeña para números de Bond grandes.
- ❖ Una mayor diferencia de densidades entre el gas y el aceite favorece el drene gravitacional, puesto que los fluidos necesitan una menor caída de presión para poder moverse dentro de las fracturas.

- ❖ El incremento de la diferencia de viscosidades de los fluidos repercute negativamente a las permeabilidades relativas de los fluidos, en especial al gas de inyección.
- ❖ Una apertura de fractura mayor incrementa la eficiencia del drene gravitacional, esto se explica porque la presión capilar es inversamente proporcional al tamaño de la apertura de fractura.
- ❖ La heterogeneidad de los conjuntos de fracturas afecta negativamente a las curvas de permeabilidad relativa de los fluidos, por lo que en fracturas que tiendan a ser homogéneas se tendrán procesos de drene más eficientes.
- ❖ La velocidad del drene gravitacional está regida por la relación que existe entre las fuerzas gravitacionales y las fuerzas capilares, esta relación esta expresada en el número de Bond. En números de Bond grandes la velocidad de drene se verá incrementada.

Nomenclatura

H- Ancho del bloque de roca fracturada (m)

W- Largo del bloque de roca fracturada (m)

L- Espesor del bloque de roca fracturada (m)

y- Desplazamiento del gas de inyección (m)

a- Apertura de una fractura (m)

ã- Apertura promedio de fractura (m)

σ_f - Varianza de la distribución de apertura de fractura (m)

ρ - Densidad (k/m^3)

ρ_{iny} - Densidad del gas de inyección (kg/m^3)

ρ_{oil} - Densidad del aceite (kg/m^3)

p- presión (Pa)

P_{in} - Presión a la entrada del sistema de fracturas (Pa)

P_{ou} - Presión a la salida del sistema de fracturas (Pa)

x- Coordenada en el eje x

z- Coordenada en el eje z

u_x - Velocidad de flujo en x

g- Gravedad (9.81 m/s^2)

μ - Viscosidad (Pa·s)

μ_{iny} - Viscosidad del fluido de inyección (Pa·s)

μ_{oil} - Viscosidad del aceite (Pa·s)

Q- Gasto en una fractura vertical (m^3/s)

U_x - Velocidad promedio en el eje x (m/s)

Δp - Caída de presión (Pa)

Δp_T - Caída de presión total del sistema (Pa)

Δp_{iny} - Caída de presión del gas de inyección (Pa)

Δp_{oil} - Caída de presión del aceite (Pa)

Δp_c - Caída de presión capilar (Pa)

Δp_{iny_T} - Caída de presión total del gas de inyección (Pa)

Δp_{oil_T} - Caída de presión total del aceite (Pa)

λ - Tensión superficial (N/m)

$\cos\theta$ - Mojabilidad

t - Tiempo (s)

η - Desplazamiento adimensional

η_e - Desplazamiento adimensional de equilibrio

τ - Tiempo adimensional

t_c - Tiempo característico

α - Cociente de la apertura de una fractura entre la apertura promedio del conjunto de fracturas

B_o - Número de Bond

ρ_c - Cociente de la densidad del gas de inyección entre la densidad del aceite

μ_c - Cociente de la viscosidad del gas de inyección entre la viscosidad del aceite

ρ_r - Uno menos ρ_c

μ_r - Uno menos μ_c

σ - Variable de escalamiento del tiempo

k_a - Permeabilidad absoluta del sistema de fracturas (Darcy)

k_r^{iny} - Permeabilidad relativa al gas de inyección

k_r^{oil} - Permeabilidad relativa al aceite

u_D^{iny} -Velocidad de Darcy del gas de inyección

u_D^{oil} -Velocidad de Darcy del aceite

ε - Cociente de la apertura promedio de fractura entre el ancho del bloque de roca fracturada

θ_f - Porosidad de fractura

S_{oil} - Saturación de aceite

S_{iny} - Saturación del gas de inyección

Bibliografía

1. PEMEX. **“Proyectos Estratégicos: Cantarell”**. México, Distrito Federal. Última revisión: 11 de Febrero del 2011. Disponible en World Wide Web: <http://www.pemex.com/index.cfm?action=content§ionID=145&catID=12681>
2. PEMEX. **“Proyectos Estratégicos: Ku Maloob Zaap”**. México, Distrito Federal. Última revisión: 11 de Febrero del 2011. Disponible en World Wide Web: <http://www.pemex.com/index.cfm?action=content§ionID=145&catID=12683>
3. Ronald A. Nelson. **“Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs”**. Segunda Edición. Houston Texas, Edit. Gulf Publishing Company, 2001. 333 p.
4. T. Bratton. “La Naturaleza de los Yacimientos Naturalmente Fracturados”. Paper Schlumberger, 2006. 25 p.
5. Ronald A. Nelson. **“Evaluating Fractured Reservoirs: Introduction”**. Segunda Edición. Massachusetts EUA. Gulf Professional Publishing, 2001. 205 p.
6. Wayne Narr, David S. Schechter, Laird B. Thompson. **“Naturally Fractured Reservoir Characterization”**. Primera Edición. Richardson Texas, Society of Petroleum Engineers, 2006. 107 p.
7. Roberto Aguilera. **“Naturally Fractured Reservoirs”**. Segunda Edición. Tulsa Oklahoma, Pennwell Publishing Company, 1995. 515 p.
8. Zhangxin Chen, Guanren Huan, Yuanle Ma. **“Computational Methods for Multiphase Flow in Porous Media”**. Primera Edición. Dallas Texas, Southern Methodist University, 2006. 549 p.
9. Freddy Humberto Escobar **“Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos”**. Universidad Surcolombiana, Editorial Universidad Surcolombiana, 2000. 217 p.
10. Magdalena Paris de Ferrer. **“Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos”**. Maracaibo Venezuela, Ediciones Astro Data S.A., 2009. 547 p.
11. José Ramón Rodríguez. **“Ingeniería Básica de Yacimientos”**. Puerto la Cruz Venezuela, Universidad de Oriente, 2007. 201 p.
12. Abbas Shaheadbadi. **“Deterministic versus Stochastic Discrete Fracture Network (DFN) Modeling, Application in a Heterogeneous Naturally Fractured Reservoir”**. SPE, paper 127086, 2009, Kuwait City. 12 p.

13. Abdel Zellou. **“Continuous Fracture Modeling of a Carbonate Reservoir in West Siberia”**. SPE, paper 103284, 2007, Veracruz Mexico, 5 p.
14. Ahmed Ouenes. **“Practical application of fuzzy logic and neural networks to fractured reservoir characterization”**. Computer and Geosciences, paper 953-962, 1999. 10 p.
15. A. Kouider El Ouahed. **“Application of Artificial Intelligence to Characterize Naturally Fractured Reservoirs”**. SPE, paper 84870, 2003, Kuala Lumpur. 13 p.
16. Ahmed Ouenes. **“Integrated Fractured Reservoir Modeling Using Both Discrete and Continuum Approaches”**. SPE, paper 62939, 2000, Dallas Texas. 10.

POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU